



Tainá Gomes Rodvalho

# **Medição da Velocidade da Onda Ultrassônica Longitudinal em Compósitos de Fibra de Carbono/Epóxi**

94/2012

Campinas  
2012



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

Tainá Gomes Rodovalho

# **Medição da Velocidade da Onda Ultrassônica Longitudinal em Compósitos de Fibra de Carbono/Epóxi**

Orientador: Prof. Dr. Auteliano Antunes dos Santos Júnior.

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Mestra em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO  
FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO(A)  
ALUNO(A) Tainá Gomes Rodovalho

..... E ORIENTADA PELO(A)  
PROF(A). DR(A) Auteliano Antunes dos  
Santos Júnior

  
ASSINATURA DO(A) ORIENTADOR(A)

Campinas, 2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

R618m Rodovalho, Tainá Gomes  
Medição da velocidade da onda ultrassônica  
longitudinal em compósitos de fibra de carbono/epóxi /  
Tainá Gomes Rodovalho. --Campinas, SP: [s.n.], 2012.

Orientador: Auteliano Antunes dos Santos Júnior.  
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Ultrassom. 2. Testes não-destrutivo. 3.  
Propagação de ondas. 4. Compósitos. 5. Aeronáutica. I.  
Santos Júnior, Auteliano Antunes dos. II. Universidade  
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia  
Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Measurement of the velocity of ultrasonic longitudinal wave in  
composite carbon fiber/epoxy

Palavras-chave em Inglês: Ultrasound, Nondestructive test, Wave propagation,  
Composite, Aeronautical

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestra em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Carlos Alberto Cimini Júnior, Raquel Gonçalves

Data da defesa: 05-07-2012

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**  
**DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

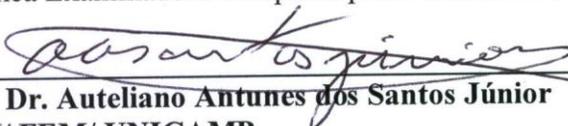
**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADEMICO**

**Medição da Velocidade da Onda Ultrassônica**  
**Longitudinal em Compósitos de Fibra de**  
**Carbono/Epóxi**

Autor: Tainá Gomes Rodvalho

Orientador: Prof. Dr. Auteliano Antunes dos Santos Júnior

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Auteliano Antunes dos Santos Júnior  
DPM/ FEM/ UNICAMP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Carlos Alberto Cimini Júnior  
DPM/ FEM/ UNICAMP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dra. Raquel Gonçalves  
FEAGRI/ UNICAMP

Campinas, 05 de julho de 2012.

Dedico este trabalho a Deus e a minha família.

## **Agradecimentos**

Agradeço primeiramente a Deus pela graça concedida diariamente e por permitir a realização deste trabalho.

Aos meus pais, Roldani e Juma, por acreditarem e lutarem juntamente comigo pela realização desde sonho. Em especial, agradeço a minha mãe por ter embarcado nessa aventura, abrindo mão de todo conforto para estar ao meu lado.

Aos meus irmãos, Quenobi, Tariâna e Joliane, pela amizade, apoio e orações.

Aos amigos Dalmo, Luís Jorge, Adilto, Carolina Matsuo, Raquel, Geraldine, Gisele e Talita por compartilharem suas histórias e permitirem que eu compartilhasse as minhas com vocês.

Ao meu orientador, Professor Dr. Auteliano Antunes dos Santos Júnior, pelo desafio proposto e pela orientação ao longo do mestrado.

Aos pesquisadores Alexandre, Cleudiane, Paulo e Rodrigo do Grupo de Medição Não Destrutiva de Tensão da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp) pelo companheirismo, ensinamentos e paciência.

À Air Office of Scientific Research (AFOSR) pela concessão de bolsas de estudo e auxílio financeiro a pesquisa.

À GME Aerospace por aceitarem o desafio de produzir peças tão espessas com qualidade aeronáutica e as fornecer a preço de custo. Agradeço também ao senhor Deógenes Inácio por permitir o acompanhamento de todo processo de fabricação dos corpos de provas, ao engenheiro André Palau e a equipe de laminadores pelos ensinamentos e experiência compartilhados.

Aos técnicos do LaFer: Rosângela e Oswaldo por sempre estarem disponíveis as minhas solicitações e realizá-las habilmente.

Aos professores da Faculdade de Engenharia Mecânica (FEM) da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp) pelos ensinamentos. Em especial, ao Professor Dr. Carlos Alberto Cimini Júnior pelas dúvidas tiradas na área dos materiais compósitos e sugestão do material para ensaio.

Aos pesquisadores do Laboratório de Ensaio Não Destrutivos (LabEND) da Faculdade de Engenharia Agrícola (Feagri) e à Professora Dra. Raquel Gonçalves por compartilharem seus conhecimentos e equipamentos para a realização deste trabalho.

Aos professores do Departamento de Mecânica e Materiais (DMM) do Instituto Federal do Maranhão (IFMA) pelos conhecimentos compartilhados e pelo encorajamento a continuidade dos estudos.

A todos que contribuíram para a realização deste trabalho, mas por descuido não foram citados.

*“Tudo quanto te vier à mão para fazer, faze-o conforme as tuas forças, porque no além, para onde tu vais, não há obra, nem projetos, nem conhecimento, nem sabedoria alguma.”*

*Eclesiastes 9:10*

## Resumo

O uso dos materiais compósitos pela indústria aeronáutica tem ganhado cada vez mais espaço, sendo, portanto, de grande importância o conhecimento de suas características tanto na fase de projeto quanto na de manutenção. A presença de falhas e tensões não identificadas durante o processo de fabricação ou de manutenção pode significar perdas sociais, ambientais e econômicas. Dentre os métodos de medição e de inspeção não destrutiva em compósitos, os ultrassônicos mostraram-se mais eficientes por não depender da estrutura cristalina do material como os métodos de difração de nêutrons e de raios-X. Assim, determinar o perfil de resposta da velocidade de propagação da onda ultrassônica longitudinal criticamente refratada (LCR) em função da tensão aplicada para esse material, e avaliar se esta é linear e replicável, torna-se uma tarefa importante para posterior análise de tensões residuais. Neste trabalho analisa-se as influências da direção das fibras e da temperatura na velocidade de propagação das ondas ultrassônicas longitudinais, visando avaliar, posteriormente, o perfil acustoelástico dos laminados unidirecionais carbono/epóxi (HexTow® AS4 /Hexply® 8552) com direções de fibra a 0°, 45° e 90°. Para analisar os fatores de influência foram executados os testes de análise da variância (ANOVA) com distribuição F e o teste de Tukey, para comparar os níveis dos fatores. Os resultados mostraram que todos os fatores analisados influenciam na medida da velocidade da onda longitudinal, sendo a direção das fibras o fator de maior influência. Os resultados obtidos permitirão, em trabalhos futuros, a construção de modelo que permita obter a resposta de laminados quasi - isotrópicos empregados na indústria aeronáutica para diferentes sequências de empilhamento.

Palavras-chave: Ultrassom, Teste não destrutivo, Propagação de ondas, Compósitos, Aeronáutica.

## Abstract

The use of composite materials for aerospace industry has gained more space and is therefore of great importance the knowledge of its characteristics, both in the design and in the maintenance. The presence of faults and unidentified strains during manufacturing or maintenance process can mean social, environmental and economic losses. Within the methods of measurement and nondestructive inspection of composites, ultrasonic methods have shown to be more efficient because they do not depend on the crystal structure of the material as the methods of neutron diffraction and X-rays. Thus, determining the response profile of the propagation velocity of longitudinal critically refracted ( $L_{CR}$ ) waves as a function of stress applied to the material, and to evaluate whether this is linear and repeatable, has become an important task for later analysis of residual stresses. This study analyzes the influences of fiber direction and temperature on the speed of propagation of longitudinal ultrasound waves, to evaluate further the profile acoustoelastics of laminated unidirectional carbon/ epoxy (HexTow ® AS4 / Hexply ® 8552) with directions fiber at 0 °, 45 and 90. To analyze the factors of influence were performed the analysis of variance (ANOVA) test with distribution F and Tukey's test to compare the levels of factor. The results showed that all analyzed factors influences in the measure of longitudinal wave velocity, being the direction of the fibers the factor of most influence. The results allow the construction of a model, in future works, to achieve the response of laminated quasi - isotropic employed in the aviation industry for different stacking sequences.

Key words: Ultrasound, Nondestructive test, Wave propagation, Composites, Aeronautical.

## Lista de Ilustrações

Figura 1 – Materiais da fuselagem do Boeing 787-8 Dreamliner (THE BOEING COMPANY, 2011).....	2
Figura 2 - Ondas incidente, refletida e transmitida. ....	12
Figura 3 - Ondas incidente, refletida e transmitida com suas componentes transversais e longitudinais (PEREIRA, 2011).....	14
Figura 4 - Primeiro ângulo crítico de refração (PEREIRA, 2011). ....	15
Figura 5 - Segundo ângulo crítico de refração. ....	15
Figura 6 - Plano de propagação da onda longitudinal. (BUENOS, 2010).....	16
Figura 7 - Propagação da onda longitudinal em uma barra fina (SHULL E TITTMANN, 2002). ....	17
Figura 8 - Propagação de ondas transversais (BUENOS, 2010).....	18
Figura 9 - Plano de propagação das ondas Rayleigh (ROSE, 1999).....	20
Figura 10 - Propagação de ondas de Lamb (SANTIN, 2003). ....	21
Figura 11 - Propagação da onda de Love (BUENOS, 2010).....	22
Figura 12 - Componentes de tensão atuantes em um ponto material. ....	24
Figura 13 - Deformações no plano x-y de um elemento cúbico infinitesimal. ....	26
Figura 14 – Configurações de um ponto material nos sistemas de coordenadas natural, inicial e final (Pao et. al., 1984) .....	32
Figura 15 - Classificação dos sistemas de materiais compósitos, figura adaptada de (DANIEL E ISHAI, 2006). ....	41
Figura 16 - Lâmina unidirecional com o sentido longitudinal das fibras paralelo ao eixo x. ....	43
Figura 17 - Lâmina unidirecional com ângulo $\theta$ entre direção longitudinal da fibra (direção 1) e o eixo X. ....	45
Figura 18 - Compósito laminado multidirecional com lâminas nas direções de $-45^\circ$ , $45^\circ$ e $0^\circ$ . ....	48
Figura 19- Vista do plano x- z da seção de um laminado antes e depois da deformação (DANIEL E ISHAI, 2006).....	49
Figura 20 - Técnicas de medição por ultrassom. ....	56
Figura 21 - Diagrama de causa- efeito para medição da velocidade de ondas ultrassônicas. ....	72
Figura 22 - Máquina de corte VectorTechTexFX da Lectra®. ....	76

Figura 23 - Bolsa de vácuo para fixação das camadas no gabarito. ....	77
Figura 24 - Ciclo de laminação e pré-compactação. ....	77
Figura 25 - Bolsa de vácuo com pré-compactação. ....	78
Figura 26 - Teste de verificação da pressão na bolsa de vácuo. ....	79
Figura 27 - Momento da retirada do material da autoclave. ....	80
Figura 28 - Corpos de prova dentro do autoclave. ....	81
Figura 29 - Corpos de prova após desmoldagem. ....	81
Figura 30 - Processo de corte dos corpos de prova. ....	82
Figura 31 - Corpo de prova poligonal com 24 faces e suas dimensões. ....	83
Figura 32 - Corpo de prova poligonal pronto. ....	84
Figura 33 - Transdutores Panametrics/Olympus® modelo A103S de 1 MHz. ....	85
Figura 34 - Bloco padrão utilizado na calibração dos transdutores. ....	85
Figura 35 - Micrometro Mitutoyo utilizado para aferição das medidas das distâncias percorridas pela onda. ....	86
Figura 36 – Pulsador USB-UT350 da Ultratek® . ....	87
Figura 37 - Controlador embarcado PXI-8108 da National Instruments® . ....	87
Figura 38 - Diagrama de conexão do para medição por transmissão direta do tempo de percurso das ondas. ....	88
Figura 39 - Primeira tela do programa SCOPE USB 3 utilizado para obter o tempo de percurso. ....	89
Figura 40 - Segunda tela do programa SCOPE USB 3. ....	90
Figura 41 - Bloco padrão com transdutores durante calibração. ....	91
Figura 42 - Medição por transmissão direta na face do polígono para fibras na direção de 0°. ....	92
Figura 43 - Fluxograma da sequência de atividades relacionadas durante o ensaio para medição da velocidade da onda longitudinal. ....	94
Figura 44 - Gráfico da interação entre os fatores temperatura e direção das fibras. ....	98
Figura 45 - Gráfico de interação dos fatores direção das fibras e temperatura. ....	99
Figura 46 - Gráfico de interação dos fatores temperatura e amostra. ....	100
Figura 47 - Gráfico de interação entre os fatores amostras e direção das fibras. ....	101
Figura 48 - Variação da velocidade em função das direções das fibras para as amostra 1 e 2. ...	103
Figura 49 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção 0° das fibras. ....	107

Figura 50 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção $15^\circ$ das fibras. ....	110
Figura 51 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção $-15^\circ$ das fibras. ....	113
Figura 52 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção $30^\circ$ das fibras. ....	116
Figura 53 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção $-30^\circ$ das fibras. ....	119
Figura 54 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção $45^\circ$ das fibras. ....	122
Figura 55 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção $-45^\circ$ das fibras. ....	125
Figura 56 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção $60^\circ$ das fibras. ....	128
Figura 57 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção $-60^\circ$ das fibras. ....	131
Figura 58 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção $75^\circ$ das fibras. ....	134
Figura 59 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção $-75^\circ$ das fibras. ....	137
Figura 60 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção $90^\circ$ das fibras. ....	140

## Lista de Tabelas

Tabela 4.1 – Propriedades físicas e mecânicas do <i>prepeg</i> Hexply® AS4/8552.....	75
Tabela 4.2 – Tabela dos fatores de influência e seus níveis na análise da propagação da onda longitudinal.....	95
Tabela 5. 1 - Tabela dos valores rejeitos pelo critério de Chauvenet.....	97
Tabela 5. 2 - Tabela com os valores obtidos na regressão quadrática da superfície de resposta.	102
Tabela 5. 5 - Medidas das velocidades para direção das fibras a 0° da amostra 1, variando a temperatura.....	104
Tabela 5. 6 - Medidas das velocidades para direção das fibras à 0° da amostra 2, variando a temperatura.....	105
Tabela 5. 7 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação 15°.....	108
Tabela 5. 8 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação 15°.....	109
Tabela 5. 9 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação -15°.....	111
Tabela 5. 10 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação -15°.....	112
Tabela 5. 11 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação 30°.....	114
Tabela 5. 12 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação 30°.....	115
Tabela 5. 13 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação -30°.....	117
Tabela 5. 14 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação -30°.....	118
Tabela 5. 15 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação 45°.....	120
Tabela 5. 16 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação 45.°.....	121
Tabela 5. 17 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação -45°.....	123
Tabela 5. 18 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação -45°.....	124
Tabela 5. 19 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação 60°.....	126
Tabela 5. 20 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação 60°.....	127
Tabela 5. 21 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação -60°.....	129
Tabela 5. 22 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação -60°.....	130
Tabela 5. 23 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação 75°.....	132
Tabela 5. 24 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação 75°.....	133
Tabela 5. 25 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação -75°.....	135

Tabela 5. 26 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação $-75^\circ$ . .....	136
Tabela 5. 27 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação $90^\circ$ . .....	138
Tabela 5. 28 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação $90^\circ$ . .....	139

## **Lista de Abreviaturas e Siglas**

ANOVA – Analysis Of Variance (Análise da Variância)

CP – Corpo de Prova

L<sub>CR</sub> – Onda Longitudinal Criticamente Refratada

TOF – Time Of Flight (Tempo de Percurso)

## Lista de Símbolos

A - área	[ m <sup>2</sup> ]
A <sub>ij</sub> – elemento ij da matriz de rigidez do laminado	
B <sub>ij</sub> – elemento ij da matriz de rigidez de acoplamento entre os esforços normais e de flexão	
c – velocidade da onda	[ m/s]
c <sub>i</sub> - velocidade incidente	[ m/s]
C <sub>ijkl</sub> – constante de rigidez de segunda ordem	[ Pa]
C <sub>ijklmn</sub> - constante de rigidez de terceira ordem	[ Pa]
c <sub>lr</sub> – velocidade da onda longitudinal refletida	[ m/s]
c <sub>lt</sub> – velocidade da onda longitudinal transmitida	[ m/s]
c <sub>tr</sub> – velocidade da onda transversal refletida	[ m/s]
c <sub>tt</sub> – velocidade da onda transversal transmitida	[ m/s]
D <sub>ij</sub> – elemento ij da matriz de rigidez a flexão	
E – módulo de elasticidade	[ Pa]
$e^i_1, e^i_2, e^i_3$ – deformações nas coordenadas principais	
E <sub>kl</sub> – tensor de deformação de Euler	
G – módulo de cisalhamento	[ Pa]
k - número de ondas	
$k_x, k_y, k_z$ – deformação de curvatura	[ m]
$l, m, n$ – constante de Murnagham	
L <sub>ij</sub> – constante de acustoelasticidade para direção de propagação i e polarização em j	
M <sub>x</sub> , M <sub>y</sub> , M <sub>s</sub> - momentos de um laminado	
N <sub>x</sub> , N <sub>y</sub> , N <sub>s</sub> - forças normais de um laminado	
P <sub>ε</sub> - vetor de polarização da onda	
Q <sub>ij</sub> – elemento ij da matriz de rigidez	
[S] – matriz de flexibilidade	
[T] – matriz de transformação	
t – tempo de percurso da onda	[ s]
t <sub>0</sub> - tempo inicial	

$t_{ij}^i$	– tensor de tensão estática inicial na coordenada inicial	
$T_{ij}$	– tensor de tensão	
$T_{\beta\delta}^i$	– tensor de tensão estática inicial na coordenada natural	
$t_k$	- espessura da lâmina k	
$t_{ref}$	– tempo de referência	
$U$	– amplitude da onda	
$u$	– deslocamento das partículas	
$U_0$	– energia de deformação	
$v_l$	- velocidade de fase da onda longitudinal	[ m/s]
$v_t$	- velocidade de fase da onda transversal	[ m/s]
$w$	– frequência da onda	[Hz]
$z_k, z_{k-1}$	– posições no eixo coordenado z das superfícies superiores e inferiores da lâmina k	
$\alpha_x, \alpha_y, \alpha_s$	– coeficiente de expansão térmica	
$\beta_x, \beta_y, \beta_s$	- coeficiente de expansão higroscópica	
$\gamma$	– deformação cisalhante	[ m]
$\Gamma_{\alpha\gamma}$	– tensor acústico de Christoffel	
$\varepsilon$	– deformação normal	[ m]
$\theta_1$ ou $\theta_{incidente}$	– ângulo de incidência da onda na superfície	
$\theta_2$ ou $\theta_{refratada}$	– ângulo de refração da onda	
$\lambda, \mu$	– constante de Lamé	
$\rho$	- massa específica	[ kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	– tensão normal	[ Pa]
$\tau$	– tensão cisalhante	[ Pa]

# SUMÁRIO

1.	Introdução .....	1
1.2	Objetivos do trabalho .....	6
1.3	Apresentação do trabalho .....	6
2.	Conceitos básicos .....	8
2.1	Ondas e propagação.....	8
2.1.2	Princípio da superposição .....	10
2.1.3	Ressonância .....	10
2.1.4	Princípio de Huygens.....	11
2.1.5	Reflexão e refração de ondas .....	11
2.1.6	Modos de propagação de ondas .....	16
2.2	Acustoelasticidade e medição de tensão.....	23
2.2.1	Conceitos fundamentais de elasticidade .....	23
2.2.2	Relação tensão-deformação .....	29
2.2.3	Energia de deformação .....	30
2.2.4	Acustoelasticidade .....	31
2.3	Materiais compósitos.....	40
2.3.1	Conceitos e características .....	40
2.3.2	Comportamento macromecânico .....	43
2.3.3	Tensão residual em compósitos .....	52
2.3.4	Métodos e técnicas de inspeção .....	54
2.4	Propagação de ondas em compósitos .....	57
3.	Revisão da Literatura.....	60
4.	Materiais e Métodos .....	71
4.1.	Planejamento experimental.....	72
4.2.	Fabricação dos corpos de prova.....	75
4.3.	Corpos de prova poligonais .....	82
4.4.	Equipamentos.....	84
4.4.1.	Equipamentos para medição e calibração .....	84

4.4.2. Equipamentos para geração e aquisição de dados .....	86
4.4.3. Programa de aquisição de dados .....	88
4.5. Procedimentos experimentais .....	90
4.5.1. Calibração do sistema de aquisição .....	90
4.5.2. Análise dos fatores de influência.....	91
4.6. Resumo do Capítulo.....	95
5. Resultados e Discussões .....	96
• Avaliação dos fatores de influência na velocidade de propagação .....	96
• Avaliação Estatística dos fatores de influência na velocidade de propagação .....	101
6. Conclusões.....	142
Referências .....	145
Apêndice A.....	157

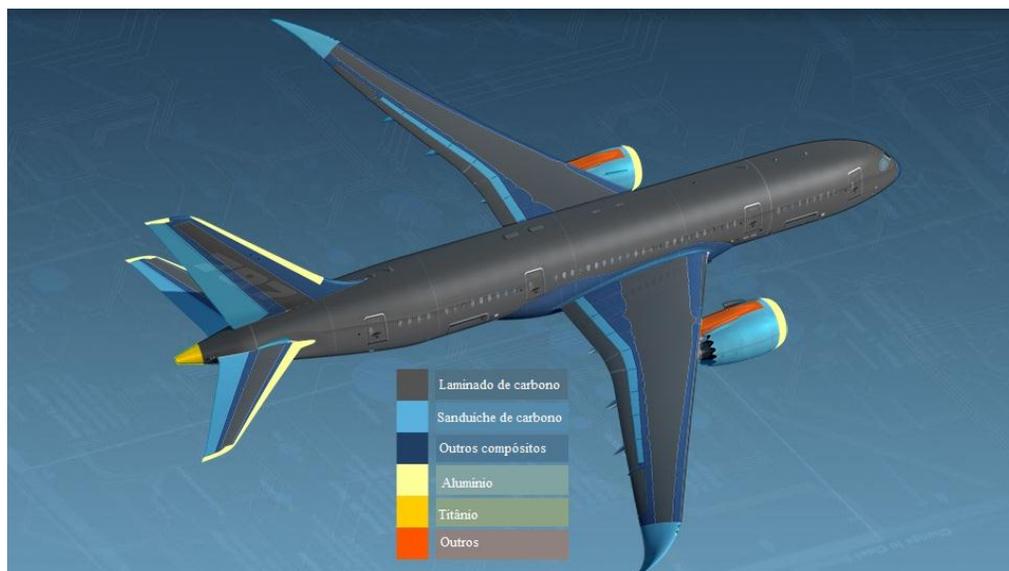
# 1. INTRODUÇÃO

A indústria aeronáutica, militar e civil, tem-se desenvolvido de forma acelerada nas últimas duas décadas. Tal avanço se deu não somente pelo aperfeiçoamento das formas aerodinâmicas, mas também devido ao desenvolvimento de novos materiais e processos de fabricação.

Atualmente, o projeto estrutural de uma aeronave tem como objetivo primário desenvolver aeronaves mais seguras e econômicas. Para o aumento da segurança, estudos são feitos para a obtenção de um coeficiente de segurança mais preciso (confiável), o que permite a extensão da vida útil dos componentes, visto que as falhas prematuras resultam em danos à sociedade (NIU, 1998). A fim de garantir tal exigência de projeto reforça-se a necessidade de estudos específicos e aprofundados nos campos das tensões estáticas e dinâmicas, da resistência à fadiga, das tensões residuais da estrutura e ainda da análise de tensões térmicas.

Dentre os novos materiais desenvolvidos destacam-se os compósitos, que são resultantes da união de dois ou mais materiais distintos, sendo um responsável pela resistência do material (fibras) e outro pela adesão e distribuição da carga nas fibras (matriz). O fato dos compósitos serem constituídos pela união de outros materiais permite uma ampla faixa de aplicações em diversos setores, desde o aeronáutico até o de equipamentos esportivos. Isso é decorrente das propriedades resultantes das características mecânicas de cada material utilizado em sua composição.

Embora considerado novo, o conceito de materiais compósitos não é datado, com sua origem na antiguidade. Atualmente esses materiais são bastante empregados, resultado de anos de pesquisas impulsionadas pela indústria aeronáutica (GAY ET. AL., 2003). A Figura 1 mostra a fuselagem do Boeing 787-8 e os materiais que a compõem. Pode-se notar que grande parte (em cinza, azul claro e azul escuro) é feita de compósitos.



**Figura 1 – Materiais da fuselagem do Boeing 787-8 Dreamliner (THE BOEING COMPANY, 2011).**

O interesse da indústria aeronáutica nos materiais compósitos é justificável, pois os mesmos garantem alta resistência mecânica com baixos valores de massa específica, tornando essas estruturas tão resistentes quanto às de aço, porém mais leves. Não se restringindo apenas ao peso da estrutura, sua vantagem estende-se a todo sistema aeronáutico, garantindo maior eficácia nos requisitos da engenharia e da gestão ambiental e econômica.

O conhecimento detalhado das características dos materiais compósitos é de grande importância na fase de projeto e durante a manutenção. A manutenção inadequada de aeronaves (fatores materiais) é uma das principais causas de acidentes em tais equipamentos. A falha na manutenção pode ser relacionada à instalação ou reparo incorreto de um item e a insuficiência de conhecimento sobre as áreas com danos. Os fatores psicológicos resultantes de um planejamento de voo inadequado, as falhas no procedimento operacional e o desinteresse das autoridades, em conjunto consistem na segunda maior razão para acidentes aeronáuticos (VILELA ET. AL., 2010).

A influência dos fatores de manutenção que causam acidentes pode ser minimizada pela existência de um sistema de monitoramento online da integridade estrutural das aeronaves capaz de fornecer dados confiáveis sobre as tensões totais (tensão aplicada e residual) em pontos críticos. Esse monitoramento deveria estar acessível tanto ao comandante da aeronave, durante

seu percurso de voo, quanto às equipes de manutenção preventiva durante sua ação. O registro histórico das tensões nesses pontos críticos seria importante na avaliação da vida restante dos componentes de aeronaves.

As tensões residuais consistem nas tensões presentes no material quando o mesmo encontra-se em seu estado inicial (sem esforços aplicados) e são inseridas nos compósitos devidas irregularidades nos parâmetros de fabricação, tais como o tempo, a temperatura e a pressão, para os casos onde se aplica (KESSLER, 2004).

Nos compósitos aeronáuticos de matriz polimérica, tais tensões podem ser intrínsecas ou extrínsecas. As fontes de tensão intrínsecas ocorrem no nível dos constituintes e estão relacionadas com a geometria e as características físicas e mecânicas dos materiais. Já as fontes extrínsecas dependem dos processos de corte e moldagem dos laminados e estruturas de compósitos (ALBERT, 2002).

A presença dessas tensões residuais nos materiais compósitos altera suas características mecânicas e, em alguns casos, causa distorções geométricas, induzindo o componente à falha precoce - trinca da matriz, delaminação e/ou falha da fibra (FERNLUND, 2003).

Assim, a medição das tensões residuais existentes no material durante a fabricação das laminas e na usinagem dos laminados é importante para a caracterização do material e do componente final.

Os métodos de medição de tensão residual podem ser destrutivos, semidestrutivos ou não destrutivos. A utilização de cada técnica varia conforme as características do material ensaiado (amorfo ou cristalino) e as exigências de cada indústria. No caso da indústria aeronáutica, as técnicas que melhor cumprem as exigências são as não destrutivas, uma vez que não se deseja inspecionar uma aeronave levando a região de inspeção à falha. Além disso, quase sempre não é adequada a inspeção por amostragem, já que as condições de operação são diversas e as aeronaves devem ter controle individual visando à segurança.

As principais técnicas não destrutivas para a medição de tensões são a difração de raios-x (ou nêutrons) e os métodos ultrassônicos. Embora as técnicas de difração de raios-x e nêutrons satisfaçam a condição de não danificar o material, elas são restritas a materiais cristalinos, sendo utilizadas apenas em compósitos de matriz metálica e de matriz polimérica, quando estes apresentam inclusões cristalinas (KESSLER, 2004). Outra desvantagem do uso dessas técnicas é o elevado custo associado à qualificação técnica, aos riscos da saúde do operador e à própria utilização dos difratômetros.

Os métodos ultrassônicos mostram-se eficazes quanto suas facilidades de aplicação e portabilidade, apresentando boa resolução e segurança ao operador. Fundamentados na teoria acustoelástica, que relaciona a defasagem de um sinal ultrassônico ao campo de tensão (BRAY E TANG, 2001), os métodos ultrassônicos não são restritos a materiais cristalinos, ainda que possam apresentar variações na velocidade de onda com a variação da direção de laminação de materiais metálicos (BRAY ET. AL., 1999). Na aplicação em materiais compósitos, tal efeito pode ser amplificado, dada a não uniformidade característica, o que apresenta um desafio à autora dessa dissertação e aos demais pesquisadores sobre este assunto.

Os sinais ultrassônicos podem propagar-se de diversas formas no material. O fator diferenciador das técnicas de análise de tensão por ultrassom é a forma de propagação. A técnica de birrefringência acústica correlaciona a variação do tempo de percurso de ondas cisalhantes, polarizadas em paralelo a dois eixos que compõe o campo de tensão, com as deformações existentes no material sendo, porém limitada a materiais isotrópicos e de geometrias simples (PAO E GAMER, 1985). A técnica de ondas  $L_{CR}$  (longitudinais criticamente refratadas) relaciona a velocidade de propagação das ondas longitudinais trafegando dentro do material, paralelamente à sua superfície, à tensão e deformação presentes neste (BRAY E TANG, 2001). A técnica de ondas Rayleigh, que utiliza esse tipo de onda para avaliar as tensões superficiais, é bastante sensível ao campo de tensão, porém fortemente influenciada pelas condições da superfície do material (DUQUENOY ET. AL., 1999).

Para inspeções em compósitos estruturais, a técnica que melhor se adéqua é a de ondas  $L_{CR}$ , já que tais estruturas, em sua maioria, são anisotrópicas e com pequena espessura. Para a

inspeção com ondas cisalhantes, a espessura é um fator determinante, já que o campo próximo influencia grandemente na obtenção dos resultados. Para ondas Rayleigh, a anisotropia presente pode ser um fator de dispersão significativo, mais do que para ondas longitudinais.

Embora o uso de ondas  $L_{CR}$  para análise de tensão esteja consolidado em metais, a técnica apresenta diversos desafios quando aplicada em compósitos laminados, decorrentes da ortotropia (ou anisotropia) dos materiais compósitos.

Apesar de muitos estudiosos terem desenvolvido modelos de propagação da onda em compósitos laminados (ROKHLIN, 1997), esses modelos são teóricos e pouco se conhece sobre a influência da direção das fibras na variação da velocidade de propagação dessas ondas. Ainda está para ser determinado se tais materiais respondem ao modelo descrito pela teoria acustoelástica, que relaciona a tensão à velocidade de propagação das ondas utilizando constantes elásticas. Em materiais isotrópicos uniformes é esperada uma variação linear entre a tensão (aplicada ou residual) e a velocidade da onda (ou tempo de percurso) (BRAY, 2001)

A fim de verificar se o efeito acustoelástico é passível de observação com materiais compósitos, pretende-se e analisar primeiramente a resposta em termos da variação da velocidade em um laminado unidirecional carbono/epóxi (Hexply<sup>®</sup> AS4/8552) em função da direção da fibra e temperatura. O objetivo é determinar a relação entre as direções das fibras e da temperatura e a velocidade da onda longitudinal para esse material e avaliar se tais fatores apresentam uma resposta linear, se é replicável e se é possível estudar o efeito acustoelástico no material.

O laminado carbono/epóxi (Hexply<sup>®</sup> AS4/8552) escolhido é comumente empregado em diversas empresas do setor aeronáutico, apresentando características tais como: elevada resistência, rigidez e tolerância ao dano. Sua ampla faixa de utilização justifica sua escolha. Entretanto, para que a análise do efeito acustoelástico seja possível, é necessário primeiro conhecer e estudar a propagação de ondas nesses materiais compósitos e ajustar as condições de teste (frequência e tamanho dos transdutores, número de repetições, localização das medições e outras). Assim, como um primeiro passo, o trabalho se concentrará na avaliação da influência da direção das fibras na velocidade de propagação (tempo e atenuação). A partir daí, verificar se é

possível obter a relação entre a tensão aplicada em uma determinada direção e a velocidade da onda. Por fim, se essa relação existir, os resultados poderão ser usados em trabalhos futuros para estimar o efeito acustoelástico em materiais compósitos e realizar a verificação experimental das previsões feitas.

## **1.2 Objetivos do trabalho**

Este trabalho tem como objetivo estudar os fatores de influência na velocidade de propagação das ondas longitudinais em laminados unidirecionais carbono/epóxi (Hexply® AS4/8552), em especial a influência da direção das fibras. Com base em tais resultados será possível avaliar experimentalmente a variação do tempo de propagação de ondas longitudinais criticamente refratadas ( $L_{CR}$ ) em função da tensão aplicada. Serão avaliados ainda os efeitos da temperatura e da uniformidade das amostras. Tais informações permitirão a construção de um modelo, em trabalho futuro, que leve a obtenção da resposta acustoelástica para laminados ortotrópicos ou anisotrópicos, empregados na indústria aeronáutica.

## **1.3 Apresentação do trabalho**

No Capítulo 2 são apresentados os conceitos básicos sobre ondas e propagação, acustoelasticidade e medição de tensões, estrutura dos materiais compósitos e propagação de ondas em compósitos laminados.

No Capítulo 3 são mostrados os principais trabalhos publicados sobre ultrassom em compósitos, a teoria acustoelástica para medição de tensão e, concluindo, sua aplicação em compósitos.

O Capítulo 4 apresenta a metodologia aplicada no trabalho para atingir seus objetivos. São descritos os objetivos, materiais, métodos, equipamentos, instrumentação e planejamento experimental de cada ensaio realizado.

Os resultados obtidos e discussões são apresentados na seção 5. Na seção 6 são apresentadas as conclusões obtidas e as recomendações para a continuidade dos estudos ligados ao trabalho.

## **2. CONCEITOS BÁSICOS**

Este capítulo apresenta os conceitos básicos sobre ondas e sua propagação. Trata também da teoria acustoelástica e de como são feitas medição de tensões a partir desta. Conclui apresentando a estrutura dos materiais compósitos e conceitos sobre a propagação de ondas em laminados desses materiais.

### **2.1 Ondas e propagação**

Entende-se por onda qualquer sinal transmitido de um ponto a outro com velocidade definida, sem transporte direto de matéria. Assim, quando uma pedra é jogada dentro de um lago, a superfície do mesmo mostra uma perturbação. O movimento de tais pulsos constitui a onda. A pedra atingindo a superfície é a fonte de onda e o lago é o meio em que a onda se propaga. A pedra cai com determinada energia potencial a qual é transmitida para o lago, conforme a lei da conservação de energia (HALLIDAY, 2009). A energia transmitida gera deformações no sistema natural, deslocando as partículas. A propagação dessas deformações ocorre porque existem tensões no meio em equilíbrio estático que, pela inércia, forçarão o sistema a retornar para sua posição inicial (DAVIS, 1988).

A natureza da onda é determinada pelo meio na qual a propagação das deformações ocorre. Pode ser tanto mecânica quanto eletromagnética. As ondas eletromagnéticas são originadas pela movimentação de cargas elétricas oscilantes, podendo se propagar em meios materiais ou não. As ondas mecânicas são decorrentes de deformações de um meio elástico e obedecem às leis de Newton.

O som é uma onda mecânica gerada por oscilações periódicas, ou seja, oscilações consecutivas com frequências audíveis pelo ouvido humano. Quando essas ondas mecânicas

apresentam frequência abaixo dessa faixa audível são denominadas infrassons; e quando estão acima das frequências sonoras audíveis denominam-se ultrassons.

Através das leis de Newton tem-se que uma onda sonora unidirecional propagando em meio elástico obedece a Equação (2.1), sendo  $u$  o deslocamento das partículas,  $c$  a velocidade da onda e  $t$  o tempo em segundos.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

Uma forma de obter a velocidade da Equação (2.1) é encontrando a solução da equação característica da onda (DOYLE, 1997). Utilizando a representação espectral da onda, com frequência ( $w$ ) e velocidade ( $c$ ), tem-se:

$$\frac{d^2 \hat{u}}{dx^2} + \frac{w^2}{c^2} \hat{u} = 0 \quad (2.2)$$

Na Equação (2.2),  $\hat{u}$  corresponde ao deslocamento observado no espaço de frequência.

Uma solução para tal equação da onda na forma espectral é apresentada na Equação (2.3), cujo  $k$  representa o número de onda.

$$\hat{u} = C \exp^{-ikx} \quad (2.3)$$

A substituição da solução (2.3) na Equação (2.2) resulta que:

$$\left[ -k^2 + \frac{w^2}{c^2} \right] C = 0 \quad (2.4)$$

Reorganizando a Equação (2.4) conclui-se que, em um meio não dispersivo, a velocidade de fase da onda plana é uma constante conforme expressa a Equação (2.5).

$$c = \frac{w}{k} \quad (2.5)$$

Se duas ondas planas de mesma amplitude com pequena diferença de frequência e número de onda são combinadas na mesma direção de um determinado material, a superposição das duas ondas fornecerá a velocidade de grupo descrita na Equação (2.6), (LIU E XI, 200).

$$c = \frac{dw}{dk} \quad (2.6)$$

### 2.1.2 Princípio da superposição

Quando várias ondas (sonoras ou não) se propagam simultaneamente em um determinado meio, o fenômeno resultante das superposições é a combinação linear dos fenômenos isolados (DAVIS, 1988). Se as ondas sobrepostas estiverem completamente fora de fase, elas apresentarão sinais opostos e, conseqüentemente, o fenômeno observado será o total cancelamento das perturbações. O contrário também é verdadeiro para ondas em fase, ou seja, o resultado das perturbações é a soma das perturbações causadas por cada onda individualmente.

Tal comportamento ondulatório define o *princípio da superposição* e sua compreensão é imprescindível para o entendimento do conceito de velocidade de propagação de grupo.

### 2.1.3 Ressonância

Quando um meio vibra devido às oscilações produzidas por outro meio pode surgir o fenômeno de ressonância. Esse fenômeno acontece quando a frequência induzida proveniente da fonte coincide com a frequência natural do corpo em ressonância, de forma que através da lei da

conservação, o desprendimento de energia pelo corpo (inicialmente em repouso) seja igual à energia recebida pela fonte.

Com materiais piezoelétricos, a forma de obter a maior deformação (ou intensidade) a partir da mesma excitação é submetendo o material à excitação na frequência de ressonância.

#### **2.1.4 Princípio de Huygens**

Embora o princípio de Huygens tenha sido formulado para a teoria ondulatória da luz, o mesmo pode ser utilizado para analisar a propagação de ondas sonoras (NUSSENVEIG, 2002). O conceito elaborado por Huygens, um modelo matemático baseado em uma construção geométrica, tem grande importância nas leis de reflexão e refração (HALLIDAY, 2009).

De acordo com esse princípio, todos os pontos de uma frente de onda são considerados fontes de ondas secundárias que geram ondas que se espalham em todas as direções, com velocidade igual à velocidade de propagação da frente de onda inicial.

#### **2.1.5 Reflexão e refração de ondas**

Quando uma frente de onda encontra uma superfície de descontinuidade, ou interface entre dois meios diferentes, parte dessa onda será transmitida e parte será refletida.

Através do princípio de Huygens (2.1.4) obtém-se a relação entre as direções das ondas refletidas e refratadas em relação à onda incidente. O ponto de incidência da onda sobre a descontinuidade do meio consiste na nova fonte de onda, conforme mostrado na Figura 2.

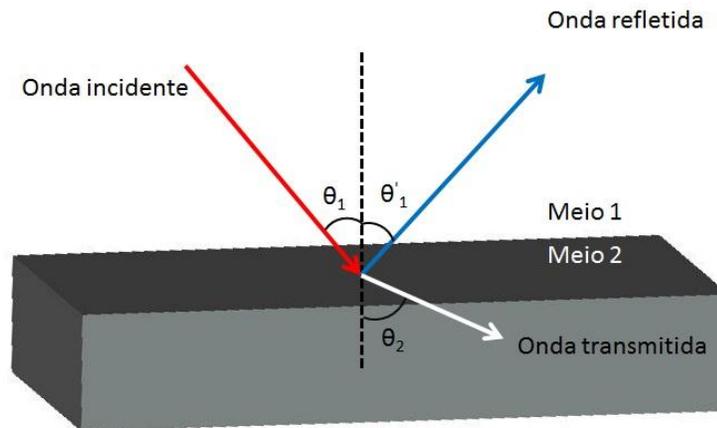


Figura 2 - Ondas incidente, refletida e transmitida.

### a) Lei de Snell

Uma onda sonora propaga-se no meio 1 com determinada frequência ( $w$ ) e número de onda ( $k_x$ ). Ao incidir sobre o meio 2, parte da onda será refletida com o mesmo número de ondas, frequência e ângulo ( $\theta_1 = \theta'_1$ ) da onda incidente (ELMORE, 1969). Já as ondas refratadas sofrerão alteração na sua direção de percurso, descrevendo um ângulo  $\theta_2$  entre a normal e a direção de propagação (Figura 2).

Pelo princípio de Huygens sabe-se que o local no qual a onda incide consiste em uma fonte pontual de ondas secundárias com mesma frequência. Sendo a onda refratada resultante da incidente, elas apresentam a mesma frequência, mas com número de ondas diferentes.

Como as três ondas estão no mesmo plano, é condição necessária que o número de ondas por unidade de comprimento seja igual para cada onda isolada, ou seja:

$$k_{x,incidente} = k_{x,refratada} = k_{x,refletida} \quad (2.7)$$

O número de ondas por unidade de comprimento é dado pela Equação (2.8).

$$k_{x,n} = k_n \text{sen} \theta_n \quad (2.8)$$

A relação entre o número de onda, a frequência e a velocidade de propagação apresentada na Equação (2.5) pode ser reescrita segundo a Equação (2.9).

$$k_n = \frac{w}{c_n} \quad (2.9)$$

Substituindo as Equações (2.8) e (2.9) na Equação (2.7), obtém-se a relação entre a onda incidente e a refratada em função de suas velocidades e ângulos de incidência e refração, conforme mostra a Equação (2.10).

$$\frac{w}{c_{\text{incidente}}} \text{sen} \theta_{\text{incidente}} = \frac{w}{c_{\text{refratada}}} \text{sen} \theta_{\text{refratada}} \quad (2.10)$$

Rearranjando a Equação (2.10) tem-se a que a razão entre as velocidades das ondas incidente e refratada consiste em uma constante resultante da razão entre os ângulos das mesmas ondas:

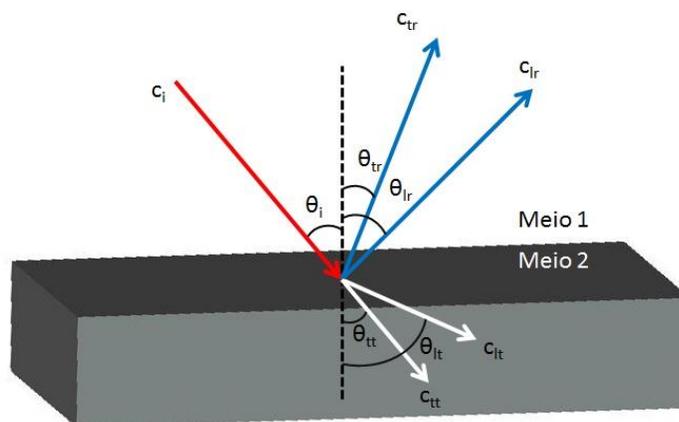
$$\frac{\text{sen} \theta_{\text{incidente}}}{\text{sen} \theta_{\text{refratada}}} = \frac{c_{\text{incidente}}}{c_{\text{refratada}}} \quad (2.11)$$

A Equação (2.11) é conhecida como Lei Snell (DAVIS, 1988).

## b) Ângulos críticos

Conforme mencionado anteriormente, quando uma onda propagando em um meio 1 incide na interface entre dois meios, parte dela será refratada para o meio 2. As ondas refletida e refratada apresentarão componentes longitudinais e transversais.

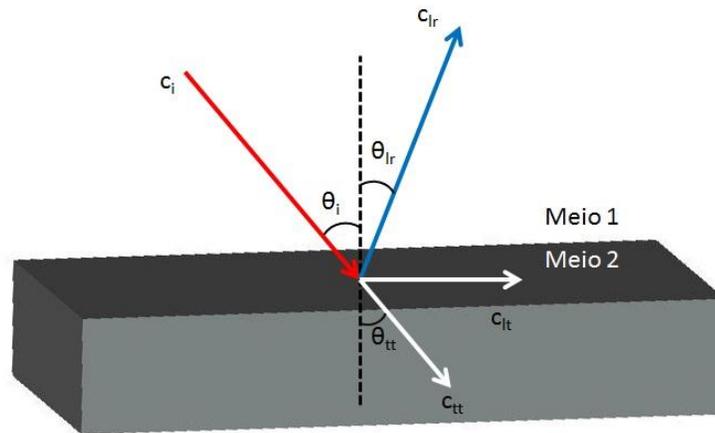
Na Figura 3 são apresentadas as componentes longitudinais e transversais das velocidades de propagação das ondas e seus ângulos em relação a normal. A velocidade da onda incidente é representada por  $c_i$ , as velocidades transversais e longitudinais da onda refletida correspondem a  $c_{tr}$  e  $c_{lr}$ , respectivamente, e as velocidades transversais e longitudinais da onda transmitida são  $c_{tt}$  e  $c_{lt}$ .



**Figura 3 - Ondas incidente, refletida e transmitida com suas componentes transversais e longitudinais (PEREIRA, 2011).**

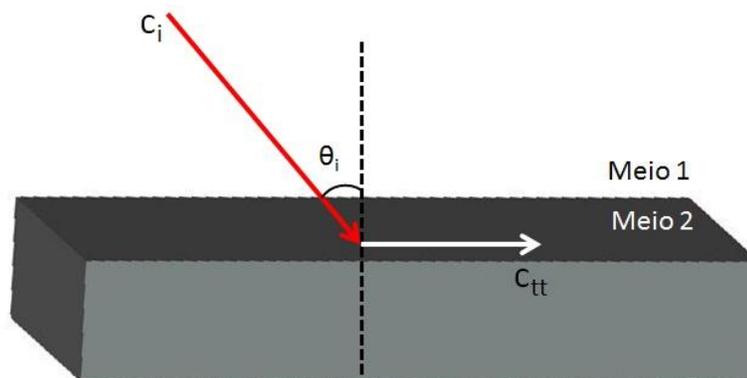
Pela lei de Snell verifica-se que ao variar o ângulo de incidência, o ângulo de refração se altera de forma proporcional. Sabendo que as velocidades de propagação das ondas permanecem inalteradas, pode-se então ajustar o ângulo de incidência para que parte da componente da onda refratada propague-se paralelamente à superfície do meio 2.

Define-se o primeiro ângulo crítico como o ângulo de incidência para o qual a componente longitudinal da onda transmitida (ou refratada) propaga-se em paralelo à superfície do material, representado na Figura 4 por  $c_{lt}$ .



**Figura 4 - Primeiro ângulo crítico de refração (PEREIRA, 2011).**

Aumentando-se o ângulo de incidência após o primeiro ângulo crítico, a onda transversal transmitida aproxima-se da superfície. No segundo ângulo crítico, o ângulo de incidência garante que a componente transversal da onda refratada ( $c_{lt}$  da Figura 5) descreva um ângulo de  $90^\circ$  entre a normal à superfície e sua direção de propagação.



**Figura 5 - Segundo ângulo crítico de refração.**

### 2.1.6 Modos de propagação de ondas

Os modos de propagação das ondas estão relacionados com a maneira como as partículas do meio oscilam durante o transporte de energia, podendo ser: longitudinais, transversais, ondas de Rayleigh, ondas de Lamb, ondas longitudinais criticamente refratadas e ondas de Love.

#### a) Ondas longitudinais

Quando as partículas do meio no qual a onda propaga oscilam na mesma direção da propagação, a onda é denominada longitudinal ou onda de pressão (P-wave). Nesse modo de propagação da onda observa-se um deslocamento não uniforme (compressão e rarefação) das partículas do meio. Tal fenômeno ocorre porque a onda transmite sua energia cinética de um plano de partículas para o próximo plano sucessivamente.

Na Figura 6 observa-se que os deslocamentos dos planos das partículas da onda longitudinal formam duas zonas, uma de compressão e a outra de rarefação. A distância existente entre duas zonas consecutivas de compressão, ou rarefação, consiste no comprimento da onda.

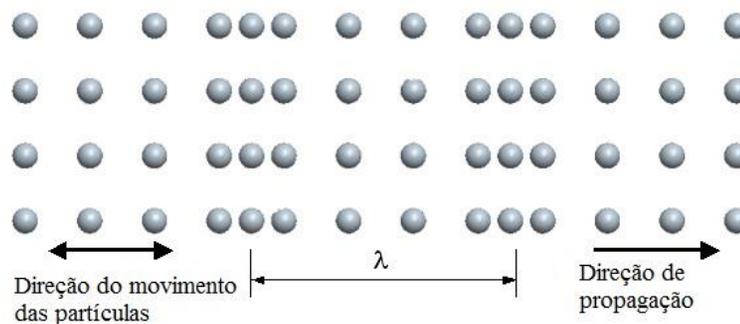
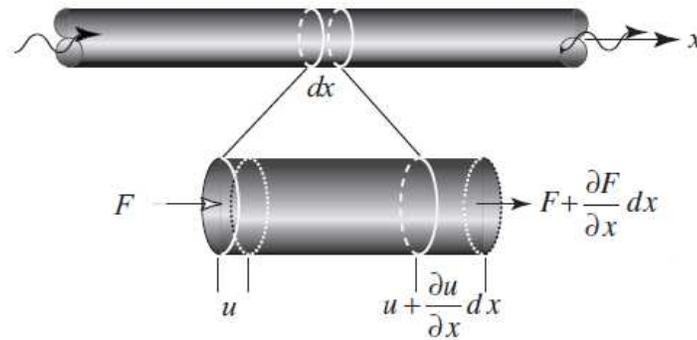


Figura 6 - Plano de propagação da onda longitudinal. (BUENOS, 2010)

Para obter a equação da onda longitudinal considera-se que a onda se propaga em uma barra linear elástica livre conforme mostra a Figura 7. Pela lei de Hooke tem-se a relação entre tensão e deformação:

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.12)$$



**Figura 7 - Propagação da onda longitudinal em uma barra fina (SHULL E TITTMANN, 2002).**

Analisando a Figura 7 tem-se que uma onda deslocando em um tempo  $t_0$  gera um deslocamento das partículas  $u$ . Tal deslocamento se propaga na mesma direção da propagação da onda. Observa-se também que as forças atuantes nas extremidades do elemento deformado (elemento em destaque) não estão em equilíbrio, causando assim o movimento das partículas expresso pela Equação (2.13).

$$-F + \left[F + \Delta F\right] = \rho A \Delta x \ddot{u} \quad (2.13)$$

A Equação (2.14) é obtida dividindo a Equação (2.13) por  $\Delta x$  e fazendo o limite da equação para  $\Delta x \rightarrow 0$ .

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \left( AE \frac{\partial u}{\partial x} \right) = AE \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.14)$$

Substituindo a Equação (2.14) na Equação (2.13) obtém-se a equação da onda longitudinal apresentada na Equação (2.15).

$$E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.15)$$

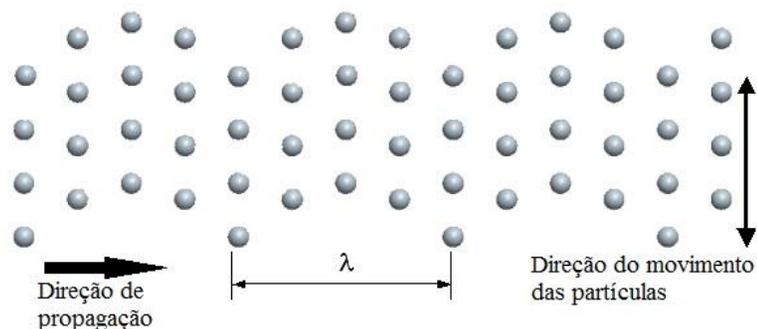
A velocidade de fase da onda longitudinal para um meio isotrópico é obtida pela comparação da equação da onda longitudinal com a da onda unidirecional dada no início da seção.

$$v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2.16)$$

## b) Ondas transversais

Nas ondas transversais as oscilações das partículas ocorrem perpendicularmente à direção de propagação da onda, conforme mostra a Figura 8, não apresentando diferença entre as distâncias dos planos de partículas (sem formação de zonas de compressão e dilatação).

As ondas transversais podem ser geradas pela energia proveniente das ondas longitudinais, dependendo do ângulo de refração, porém apresentam velocidades de propagação menores que as das ondas longitudinais.



**Figura 8 - Propagação de ondas transversais (BUENOS, 2010).**

A equação da onda transversal unidirecional pode ser obtida de maneira similar ao procedimento utilizado para a dedução da equação da onda longitudinal unidirecional, Equação (2.16). Assim, aplicando a lei de Newton para a situação descrita pela Figura 8, tem-se que:

$$-\tau_{\text{cisalhante}} + \left( \tau_{\text{cisalhante}} + \frac{\partial \tau_{\text{cisalhante}}}{\partial x} \Delta x \right) = \rho \Delta x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.17)$$

Dividindo a Equação (2.17) por  $\Delta x$  e aplicando o limite  $\Delta x \rightarrow 0$ , tem-se o primeiro termo da equação igual a:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{\partial \tau_{\text{cisalhante}}}{\partial x} \Delta x \right) = G \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.18)$$

Dessa forma a equação da onda transversal unidirecional é escrita conforme apresenta a Equação (2.19).

$$G \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.19)$$

Igualando a Equação (2.19) à equação da onda unidirecional, Equação (2.1), encontra-se que a velocidade de fase da propagação da onda transversal é expressa pela Equação (2.20), sendo  $G$  o módulo cisalhante e  $\rho$  a massa específica do material.

$$v_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.20)$$

### c) Ondas de Rayleigh

As ondas de Rayleigh, ou ondas acústicas superficiais (SAW – Surface Acoustic Wave), são ondas transversais que tangenciam a superfície do material com profundidade de um comprimento de onda. A direção de propagação de tais ondas é obtida fazendo o ângulo de incidência igual ao segundo ângulo crítico de refração. Tais ondas possuem suas componentes longitudinais e transversais acopladas, apresentando assim a mesma velocidade de propagação (Cheeke, 2002). Essa característica faz com que a onda gere vórtices durante sua propagação, o que pode ser visto na Figura 9.

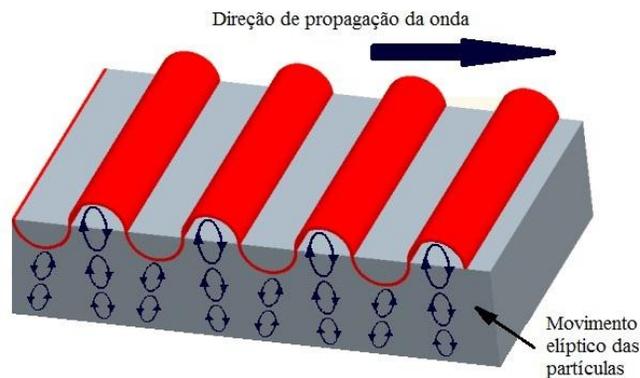
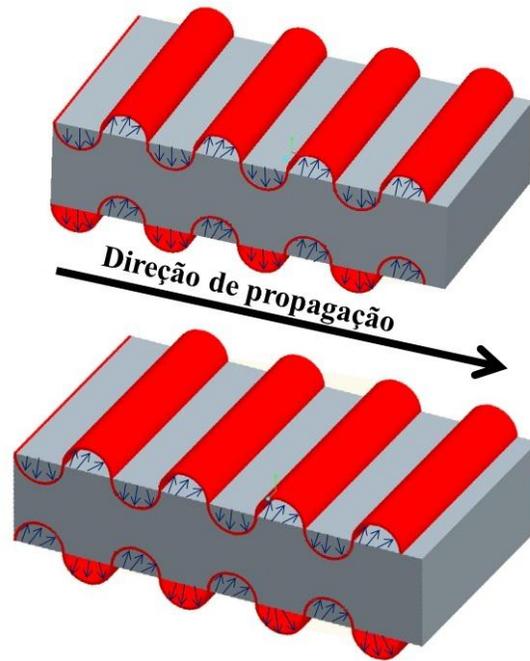


Figura 9 - Plano de propagação das ondas Rayleigh (ROSE, 1999).

### d) Ondas de Lamb

As ondas de Lamb requerem uma abordagem diferente em comparação com as ondas de Rayleigh, visto que o seu meio de propagação é considerado finito. Como consequência dessa modelagem matemática, tanto a espessura do material quanto o comprimento de onda são finitos, fazendo com que tais ondas sejam dispersivas. São, basicamente, ondas como as de Rayleigh em chapas finas.



**Figura 10 - Propagação de ondas de Lamb (SANTIN, 2003).**

As ondas de Lamb apresentam duas formas básicas que são classificadas de acordo com o movimento ondulatório com relação ao eixo neutro da peça. Assim, podem ser simétricas ou assimétricas. Além dessa classificação, tais ondas podem ser subdivididas em vários outros modos obtidos através da variação do ângulo de incidência da onda na peça (SANTIN, 2003). Esse tipo de onda mostra-se vantajosa na detecção de variações geométricas e de delaminações (CHEEKE, 2002).

#### **e) Ondas de Love**

As ondas de Love consistem em ondas cisalhantes polarizadas horizontalmente com grande quantidade de energia. Essas ondas descrevem o comportamento sísmológico da Terra durante terremotos (ROSE, 1999).

Em inspeção, as ondas de Love são utilizadas quando o material em análise está recoberto por uma camada de outro material com características físicas e químicas diferentes.



**Figura 11 - Propagação da onda de Love (BUENOS, 2010).**

#### **f) Ondas Longitudinais criticamente refratadas ( $L_{CR}$ )**

As ondas longitudinais criticamente refratadas ( $L_{CR}$ ) consistem em ondas que se propagam na região sub-superficial do material e podem ser encontradas na literatura com diferentes nomes: ondas laterais, ondas longitudinais creeping ou ondas de superfície rápida.

Para que as ondas longitudinais sejam criticamente refratadas, o feixe ultrassônico incidente em uma superfície deve excitar a mesma com ângulo próximo ao primeiro ângulo crítico de refração. Essa excitação gera dois tipos de ondas longitudinais coexistentes, uma frontal e outra sub-superficial (ROSE, 1999).

O fato de cada ponto da onda longitudinal gerar uma onda transversal faz com que as mesmas sejam fortemente atenuadas. As ondas transversais, por sua vez, geram novas ondas longitudinais no lado oposto da peça inspecionada, quando essa apresenta superfícies paralelas.

Embora as ondas sub-superficiais sejam detectadas em qualquer ponto da superfície, para obter a máxima sensibilidade o cabeçote receptor deve apresentar uma inclinação igual ao primeiro ângulo crítico. O ângulo crítico de refração ( $\theta_{cr}$ ) da onda longitudinal, em meios isotrópicos, é obtido pela lei de Snell (seção 2.1.5).

## **2.2 Acustoelasticidade e medição de tensão**

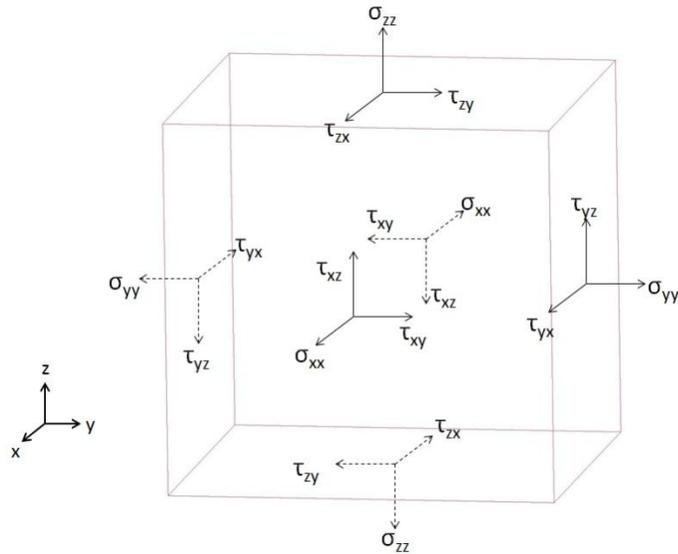
Essa seção apresenta os conceitos sobre propagação de ondas e sua relação com as propriedades elásticas dos materiais.

### **2.2.1 Conceitos fundamentais de elasticidade**

Como a acustoelasticidade envolve os princípios de elasticidade, essa subseção descreve os conceitos básicos de teoria da elasticidade que são empregados para o entendimento do método acustoelástico para a medição de tensões.

#### **a) Análise de tensão**

Considere um pequeno elemento cúbico com faces paralelas aos eixos coordenados, conforme mostra a Figura 12. Esse elemento cúbico pode estar sujeito a dois tipos de forças externas: força de corpo e força de superfície. As forças de corpo são forças que estão distribuídas sobre o volume do corpo, podendo ser forças inerciais, magnéticas ou gravitacionais. Já as forças de superfície consistem nas forças distribuídas nas faces desse elemento cúbico.



**Figura 12 - Componentes de tensão atuantes em um ponto material.**

Supondo que o elemento cúbico não está sujeito a forças de volume (corpo), o comportamento desse elemento material dependerá apenas das componentes de tensão resultantes das forças atuantes na superfície dele. Essas componentes de tensão são expressas na forma matricial na Equação (2.21).

$$\sigma = [\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Na Equação (2.21),  $\sigma_{ij}$  corresponde a tensão normal e  $\tau_{ij}$  as tensões de cisalhamento, sendo o subscrito  $i$  indicativo da direção da normal ao plano de atuação da tensão e  $j$  da direção da componente de tensão.

Se as tensões atuantes nas faces opostas apresentam mesma magnitude, mas direções opostas, então o elemento está em equilíbrio translacional, visto que as tensões se anularão. Da mesma forma, com o equilíbrio dos momentos em torno dos eixos coordenados o elemento cúbico está em equilíbrio rotacional. Assim, o balanço das forças fornece as relações entre as tensões cisalhantes descritas na Equação (2.22).

$$\begin{aligned}\tau_{zy} &= \tau_{yz} \\ \tau_{yx} &= \tau_{xy} \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx}\end{aligned}\tag{2.22}$$

Através da Equação (2.22) tem-se que das nove componentes de tensão somente seis componentes (três componentes normais e três componentes cisalhantes) são independentes e necessárias para a definição do estado de tensão em um ponto, Figura 12.

#### **b) Análise de deformação**

Supondo que as componentes de tensão atuantes no ponto da Figura 12 não possuam magnitudes iguais, gerando assim deformações nesse elemento cúbico conforme mostra a Figura 13. As letras  $u$  e  $v$  correspondem aos deslocamentos na direção  $x$  e  $y$  do eixo coordenado, respectivamente, e  $\alpha$  e  $\beta$  os deslocamentos angulares.

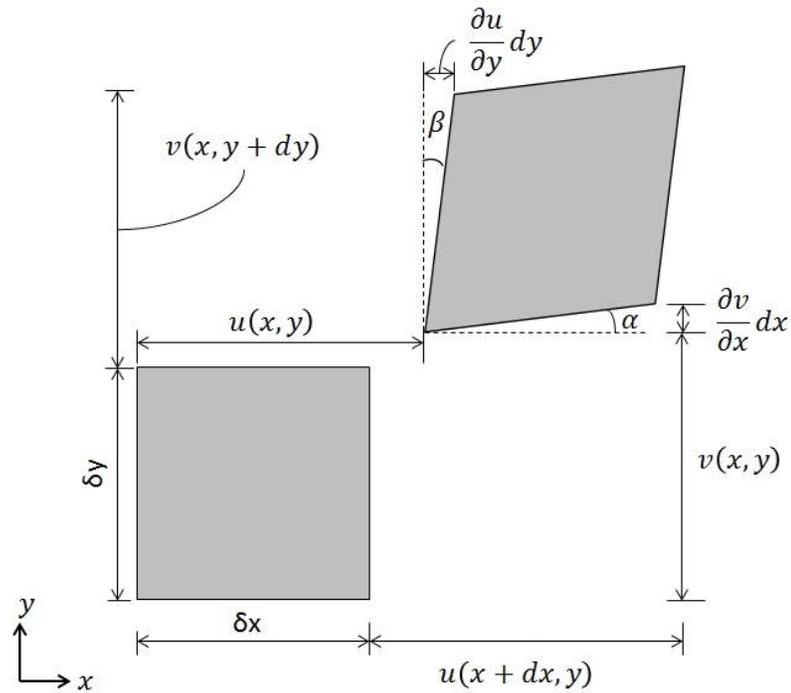


Figura 13 - Deformações no plano x-y de um elemento cúbico infinitesimal.

Através da Figura 14 observa-se que a deformação normal do elemento cúbico consiste na variação do comprimento do elemento na direção analisada (SADD, 2005). Assim, essas componentes de deformação (para pequenas deformações) são expressas na Equação (2.23).

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \\
 \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\
 \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z}
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

Na Equação (2.23),  $w$  representa o deslocamento na direção  $z$  do sistema coordenado.

As deformações cisalhantes,  $\gamma_{ij}$ , são obtidas pelas tangentes dos ângulos de distorção, sendo  $i$  e  $j = x, y, z$ . Como essas deformações são pequenas,  $\alpha \approx \tan \alpha$  e  $\beta \approx \tan \beta$ . Assim, a

deformação cisalhante total de engenharia em função dos deslocamentos é descrita pela Equação (2.24) como a soma dos ângulos de distorção  $\alpha$  e  $\beta$ .

$$\gamma_{ij} = \frac{\partial u}{\partial j} + \frac{\partial v}{\partial i} \quad (2.24)$$

As Equações (2.23) e (2.24) são conhecidas como relações deformação- deslocamento, geralmente apresentadas na forma de tensor, conforme mostra a Equação (2.25).

$$\begin{aligned} e_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ e_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ e_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ e_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ e_{yz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ e_{zx} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Observa-se na Equação (2.25) que as componentes de deformação normal são idênticas aos tensores de deformação normal, porém, as deformações cisalhantes de engenharia são calculadas sobre o ângulo total de cisalhamento, consistindo então em duas vezes o tensor de deformação cisalhante.

Outras formas de se representar o tensor de deformação são na forma matricial, Equação (2.26), e na forma de notação tensorial compacta, Equação (2.27), com  $i$  e  $j= 1,2,3$ .

$$e = [e] = \begin{bmatrix} e_{xx} & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{yx} & e_{yy} & e_{yz} \\ e_{zx} & e_{zy} & e_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.27)$$

Na Equação (2.27) as direções  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  correspondem, respectivamente, as direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , e os deslocamentos  $u_1$ ,  $u_2$  e  $u_3$  aos deslocamentos  $u$ ,  $v$  e  $w$ .

Quando as deformações de um meio contínuo são finitas, essas deformações podem ser representadas pelos tensores de deformação Lagrangianos ou Eulerianos. A diferença entre os dois tensores consiste no estado em que as variáveis independentes se encontram (SOKOLNIKOFF, 1956). O tensor de deformação de Lagrange é dado em função das coordenadas no estado inicial, enquanto no tensor de deformação Euleriano as coordenadas estão no estado final. As componentes dos tensores de deformação Lagrangianos e Eulerianos são definidas pelas Equações (2.28) e (2.29), respectivamente, com  $i, j$  e  $k = 1, 2, 3$ .

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right) \quad (2.28)$$

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \quad (2.29)$$

Em análise de tensões atuantes em um meio, essas tensões devem satisfazer as condições de equilíbrio para o corpo deformado, sendo utilizado o tensor de deformação Euleriano (SOKOLNIKOFF, 1956). A relação entre tensão e deformação será apresentada na seção 2.2.2.

### 2.2.2 Relação tensão-deformação

A relação entre as componentes de tensão ( $\sigma_{ij}$ ) e deformação ( $\varepsilon_{kl}$ ) é obtida através da Equação Constitutiva, algumas vezes chamada de Lei de Hooke, que determina que a deformação de um corpo seja proporcional ao carregamento aplicado sobre ele, conforme mostra a Equação (2.30).

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2.30)$$

A constante de proporcionalidade ( $C_{ijkl}$ , ou constante de rigidez) da Equação (2.30) é uma característica intrínseca de cada material. Assim, se tais características do material variam com a direção de aplicação de tensão, diz-se que o material não possui plano de simetria, sendo então anisotrópico. A relação tensão- deformação para tais materiais é expressa na Equação (2.31), a seguir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Observa-se que, como o material não possui planos de simetria, a matriz de rigidez (matriz das constantes  $C_{ij}$ ) está totalmente completa.

Porém, se o material em análise apresentar três planos de simetria ortogonais entre si, ele será denominado ortotrópico. Se o sistema de coordenadas desse material coincidir com os planos de simetria, o material será considerado especialmente ortotrópico, apresentando somente nove constantes elásticas independentes ( $C_{12} = C_{21}; C_{13} = C_{31}; C_{32} = C_{23}$ ) e sua matriz de rigidez é simplificada conforme mostra a Equação (2.32).

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Quando as propriedades do material são independentes da direção dos eixos de referência, então o material é isotrópico e apresenta somente duas constantes elásticas. A relação entre tensão e deformação para materiais isotrópicos é descrita pela Equação (2.33), a seguir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (C_{11}-C_{12})/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11}-C_{12})/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11}-C_{12})/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

### 2.2.3 Energia de deformação

Um elemento sólido elástico é deformado quando as forças (de superfícies e/ou de corpo) atuantes nele realizam trabalho, o qual é totalmente convertido em energia sendo então armazenada no material (SADD, 2005). Em sólidos elásticos ideais, essa energia armazenada é responsável por restituir o material a suas configurações originais sem qualquer deformação, sendo conhecida como função densidade de energia de deformação, cuja formulação é apresentada pela Equação (2.34).

$$U_o = C_o + C_{ij}E_{ij} + \frac{1}{2!}C_{ijkl}E_{ij}E_{kl} + \frac{1}{3!}C_{ijklmn}E_{ij}E_{kl}E_{mn} \dots \quad (2.34)$$

Na Equação (2.34), os termos  $C_0$ ,  $C_{ij}$ ,  $C_{ijkl}$  e  $C_{ijklmn}$  correspondem à rigidez do material, sendo  $E_{ij}$  e  $E_{kl}$  as deformações de Euler apresentada na Equação (2.29).

A energia de deformação está relacionada com o tensor de tensão através da Equação (2.35), a seguir.

$$T_{ij} = \frac{\partial U_o}{\partial E_{ij}} \quad (2.35)$$

A lei de Hooke, ou Equação Constitutiva, apresentada na seção 2.2.2 relaciona tensão-deformação de forma linear. Porém, substituindo-se a Equação (2.34) na Equação (2.35) obtém-se uma nova relação tensão-deformação não linear, (REDDY, 2008). Essa formulação é apresentada na Equação (2.36).

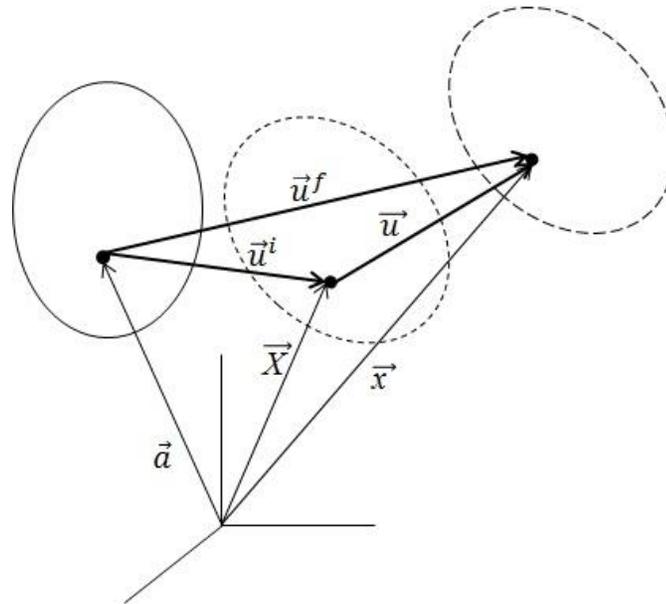
$$T_{ij} = C_{ij} + C_{ijkl} E_{kl} + C_{ijklmn} E_{kl} E_{mn} \quad (2.36)$$

O termo  $C_{ij}$  apresentado na Equação (2.36) corresponde à tensão residual no sistema, (REDDY, 2008).

## 2.2.4 Acustoelasticidade

Estudos de acústica provaram que a velocidade de fase de uma onda acústica propagando-se em meio sólido varia conforme as tensões (ou deformações) existentes no mesmo, sendo tal fenômeno conhecido como efeito acustoelástico (CHILLA ET. AL., 2001).

Para exemplificar esse comportamento, a Figura 14 mostra um ponto material em diferentes estados. O estado natural consiste no estado original de um corpo completamente livre de tensões e deformações, sendo representado pelas coordenadas  $a_\alpha$  com  $\alpha = 1, 2, 3$ .



**Figura 14 – Configurações de um ponto material nos sistemas de coordenadas natural, inicial e final (Pao et. al., 1984)**

Quando esse corpo sofre a ação de uma tensão estática, o mesmo assume uma nova posição com coordenadas  $X_j$  com  $J = 1, 2, 3$ , a qual é denominada de estado inicial.

O deslocamento do ponto material de sua posição natural para inicial consiste no vetor deslocamento inicial ( $\vec{u}^i$ ), o qual pode ser obtido pela diferença dos vetores da posição natural ( $\vec{a}$ ) e inicial ( $\vec{X}$ ), conforme mostra a Equação (2.37).

$$\vec{u}^i(a) = \vec{X} - \vec{a} \quad (2.37)$$

Essa relação apresentada na Equação (2.37) pode ser retrabalhada, demonstrando que o vetor de posição inicial é igual ao vetor de posição natural mais o deslocamento sofrido pelo material.

Se uma tensão dinâmica, proveniente da passagem de uma onda mecânica, é sobreposta à tensão estática do ponto material no seu estado inicial, tem-se então o estado final com

coordenadas  $x_j$  e  $j = 1, 2, 3$ . Logo, o deslocamento final do ponto material ( $\vec{u}^f$ ) é então obtido de forma semelhante ao deslocamento inicial, conforme mostra a Equação (2.38).

$$\bar{u}^f(a, t) = \bar{x} - \bar{a} \quad (2.38)$$

O deslocamento dinâmico do ponto material, do estado natural para o final, é obtido pela diferença entre os vetores de deslocamento final ( $\vec{u}^f$ ) e inicial ( $\vec{u}^i$ ). Esse deslocamento é apresentado na Equação (2.39).

$$\bar{u}(a, t) = \bar{x} - \bar{X} = \bar{u}^f - \bar{u}^i \quad (2.39)$$

Aplicando diretamente as leis de Newton nos sistemas observados, tem-se que o movimento de deslocamento executado pelas partículas de um elemento com força de corpo desprezível e massa específica ( $\rho$ ) deve satisfazer a segunda lei de Newton resultando na Equação (2.40) a seguir, sendo  $T_{ij}$  as forças superficiais atuantes em cada sistema.

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2.40)$$

Substituindo a relação tensão-deformação não linear apresentada na Equação (2.36), na Equação 2.40 para o sistema no estado natural, obtém-se a equação do movimento em função das deformações e constantes elásticas do material. Essa relação é apresentada na Equação (2.41).

$$A_{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial^2 u_\gamma}{\partial a_\beta \partial a_\delta} = \rho^0 \frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial t^2} \quad (2.41)$$

Na Equação (2.41),  $\rho^0$  corresponde à massa específica do material em seu estado natural, livre de tensões, e  $A_{\alpha\beta\gamma\delta}$  consiste em uma função do tensor de tensão estática inicial ( $T_{\beta\delta}^i$ ) e das constantes de rigidez do material ( $C_{\alpha\beta\gamma\delta}$ ,  $C_{\alpha\beta\lambda\delta}$ ,  $C_{\lambda\beta\gamma\delta}$ ...), sendo apresentadas nas Equações (2.42) e (2.43).

$$A_{\alpha\beta\gamma\delta} = C_{\alpha\beta\gamma\delta} + C_{\alpha\beta\lambda\delta} \frac{\partial u_\gamma^i}{\partial \xi_\lambda} + C_{\lambda\beta\gamma\delta} \frac{\partial u_\alpha^i}{\partial \xi_\lambda} + \frac{C_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta}}{2} \left( \frac{\partial u_\epsilon^i}{\partial \xi_\zeta} + \frac{\partial u_\zeta^i}{\partial \xi_\epsilon} \right) + C_{\beta\delta\epsilon\zeta} \delta_{\alpha\gamma} \left( \frac{\partial u_\epsilon^i}{\partial \xi_\zeta} + \frac{\partial u_\zeta^i}{\partial \xi_\epsilon} \right) \quad (2.42)$$

ou

$$A_{\alpha\beta\gamma\delta} = C_{\alpha\beta\gamma\delta} + C_{\alpha\beta\lambda\delta} \frac{\partial u_\gamma^i}{\partial \xi_\lambda} + C_{\lambda\beta\gamma\delta} \frac{\partial u_\alpha^i}{\partial \xi_\lambda} + \frac{C_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta}}{2} \left( \frac{\partial u_\epsilon^i}{\partial \xi_\zeta} + \frac{\partial u_\zeta^i}{\partial \xi_\epsilon} \right) + T_{\beta\delta}^i \delta_{\alpha\gamma} \quad (2.43)$$

A Equação (2.44) apresenta a equação do movimento para um meio pré-deformado homogêneo no sistema inicial.

$$B_{IJKL} \frac{\partial^2 u_K}{\partial \xi_J \partial \xi_L} = \rho^o \frac{\partial^2 u_I}{\partial t^2} \quad (2.44)$$

Novamente,  $B_{IJKL}$  é uma função do tensor de tensão estática inicial,  $t_{\beta\delta}^i$ , e das constantes de rigidez do material, conforme segue a Equação (2.45)

$$B_{IJKL} = C_{IJKL} + C_{MJKL} \frac{\partial u_I^i}{\partial X_M} + C_{IMKL} \frac{\partial u_J^i}{\partial X_M} + C_{IJKM} \frac{\partial u_L^i}{\partial X_M} + C_{IJKLMN} e_{MN}^i + t_{JL}^i \delta_{IK} \quad (2.45)$$

O deslocamento das partículas do estado inicial para final é descrito pela equação da onda plana sinusoidal a seguir. A Equação (2.46) foi obtida pela transformada de Fourier da Equação (2.3) apresentada na seção 2.1 e consiste na formulação geral.

$$u = U \exp[-i(kx - wt)] \quad (2.46)$$

Na Equação (2.45),  $U$  é a amplitude da onda,  $k$  o número de onda e  $w$  a frequência angular ( $2\pi f$ ). Para que a equação da onda fique em função da velocidade, basta substituir a Equação (2.5) nesta.

Substituindo a equação da onda plana sinusoidal na equação do movimento no estado natural, encontra-se a equação de Christoffel para um meio anisotrópico sob tensão (ROKHLIN, 1997):

$$\left[ \Gamma_{\alpha\gamma} - \rho^o V^2 \delta_{\alpha\gamma} \right] P_\varepsilon = 0 \quad (2.47)$$

O termo  $\Gamma_{\alpha\gamma} = B_{\alpha\beta\gamma\delta} n_\beta n_\delta$ , apresentado na Equação (2.47), é o tensor acústico de Christoffel,  $n_\beta n_\delta$  os vetores unitários da onda normal e  $P_\varepsilon$  o vetor de polarização da onda.

#### a) Análise de tensão em meios ortotrópicos através da acustoelasticidade

A equação de Christoffel, Equação (2.47), fornece a relação entre a tensão e a velocidade de propagação de uma onda em um sólido. Se esse sólido na qual a onda se propaga for ortotrópico, conforme a seção 2.2.2, a matriz de constantes elásticas apresenta nove constantes independentes. Desta forma, a equação de Christoffel pode ser apresentada na forma matricial da Equação (2.48), a seguir.

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} - \rho^o V_{11}^2 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} - \rho^o V_{22}^2 & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} - \rho^o V_{33}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.48)$$

Através da Equação (2.48), encontra-se que uma onda propagando na direção 1 do sistema de coordenada natural terá velocidades de propagação em função das deformações e do tensor de tensão no sistema natural, conforme mostra a Equação (2.49).

$$\begin{aligned} \rho^o \left[ V_1^{(1)} \right]^2 &= C_{11} + (2C_{11} + C_{111})e_1^i + C_{112}e_2^i + C_{113}e_3^i + t_{11}^i \\ \rho^o \left[ V_1^{(2)} \right]^2 &= C_{66} + C_{661}e_1^i + (2C_{66} + C_{662})e_2^i + C_{663}e_3^i + t_{11}^i \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\rho^o [V_1^{(3)}]^2 = C_{55} + C_{551}e_1^i + C_{552}e_2^i + (2C_{55} + C_{553})e_3^i + t_{11}^i$$

As velocidades de propagação são apresentadas na Equação (2.49) através do termo  $V_\alpha^{(\beta)}$ , sendo  $\alpha$  a direção de propagação da onda e  $\beta$  a direção de polarização da onda. Assim, os termos  $V_1^{(1)}$ ,  $V_1^{(2)}$ ,  $V_1^{(3)}$  correspondem às velocidades da onda longitudinal, e transversal com polarização na direção 2 e 3.

De mesmo modo, se a onda se propaga na direção 2 do sistema de coordenada, suas velocidades para as três direções de polarização são apresentadas na Equação (2.50).

$$\begin{aligned} \rho^o [V_2^{(1)}]^2 &= C_{66} + (2C_{66} + C_{661})e_1^i + C_{662}e_2^i + C_{663}e_3^i + t_{22}^i \\ \rho^o [V_2^{(2)}]^2 &= C_{22} + C_{221}e_1^i + (2C_{22} + C_{222})e_2^i + C_{223}e_3^i + t_{22}^i \\ \rho^o [V_2^{(3)}]^2 &= C_{44} + C_{441}e_1^i + C_{442}e_2^i + (2C_{44} + C_{443})e_3^i + t_{22}^i \end{aligned} \quad (2.50)$$

Na Equação (2.51) são apresentadas as velocidades das ondas com direção de propagação 3.

$$\begin{aligned} \rho^o [V_3^{(1)}]^2 &= C_{55} + (2C_{55} + C_{551})e_1^i + C_{552}e_2^i + C_{553}e_3^i + t_{33}^i \\ \rho^o [V_3^{(2)}]^2 &= C_{44} + C_{441}e_1^i + (2C_{44} + C_{442})e_2^i + C_{443}e_3^i + t_{33}^i \\ \rho^o [V_3^{(3)}]^2 &= C_{33} + C_{331}e_1^i + C_{332}e_2^i + (2C_{33} + C_{333})e_3^i + t_{33}^i \end{aligned} \quad (2.51)$$

A equação da velocidade das ondas no estado inicial pode ser representada através da formulação geral, Equação (2.52), a seguir.

$$[v_i^{(j)}]^2 = V_i^{(j)} + V_{ii}e_i^i \quad (2.52)$$

**b) Análise de tensão em meios isotrópicos através da acustoelasticidade**

Considerando que o meio de propagação da onda seja isotrópico, as velocidades de propagação da onda na direção 1 (sistema natural) em função das deformações são apresentadas na Equação (2.53).

$$\begin{aligned}
 \rho^o [V_1^{(1)}]^2 &= C_{11} + (3C_{11} + C_{112} + 4C_{661})e_1^i + (C_{12} + C_{112})e_2^i + (C_{12} + C_{112})e_3^i \\
 \rho^o [V_1^{(2)}]^2 &= \frac{(C_{11} - C_{12})}{2} + (C_{11} + C_{661})e_1^i + (C_{11} + C_{663})e_2^i + (C_{12} + C_{663})e_3^i \\
 \rho^o [V_1^{(3)}]^2 &= \frac{(C_{11} - C_{12})}{2} + (C_{11} + C_{661})e_1^i + (C_{12} + C_{663})e_2^i + (C_{11} + C_{663})e_3^i
 \end{aligned} \tag{2.53}$$

Para obter as velocidades de propagação em função somente das deformações, o tensor de tensão inicial dado pela Equação (2.36), a qual fornece os tensores de tensão em função dos termos de deformação e das constantes de elástica de segunda e terceira ordem, dever ser substituído na equação de Christoffel.

Para o sistema de coordenada inicial, as velocidades das ondas são descritas conforme segue na Equação (2.54).

$$\begin{aligned}
 \rho^o [v_1^{(1)}]^2 &= C_{11} + (5C_{11} + C_{112} + 4C_{661})e_1^i + (C_{12} + C_{112})e_2^i + (C_{12} + C_{112})e_3^i \\
 \rho^o [v_1^{(2)}]^2 &= \frac{(C_{11} - C_{12})}{2} + (2C_{11} - C_{12} + C_{661})e_1^i + (C_{11} + C_{663})e_2^i + (C_{12} + C_{663})e_3^i \\
 \rho^o [v_1^{(3)}]^2 &= \frac{(C_{11} - C_{12})}{2} + (2C_{11} - C_{12} + C_{661})e_1^i + (C_{12} + C_{663})e_2^i + (C_{11} + C_{663})e_3^i
 \end{aligned} \tag{2.54}$$

Em materiais isotrópicos as constantes elásticas de segunda ordem são relacionadas com as constantes de Lamé  $(\lambda, \mu)$  e as de terceira ordem com as constantes de Murnaghan  $(l, m, n)$ , (CANTRELL E SALAMA, 1991). Na Equação (2.55) são apresentadas as relações entre as constantes de rigidez e as constantes de Lamé e Murnaghan.

$$\begin{aligned}
C_{11} &= C_{22} = C_{33} = \lambda + 2\mu \\
C_{13} &= C_{12} = C_{23} = C_{21} = C_{31} = C_{32} = \lambda \\
C_{44} &= C_{55} = C_{66} = \mu \\
C_{111} &= C_{222} = C_{333} = 2l + 4m \\
C_{123} &= C_{112} = C_{223} = C_{221} = C_{331} = C_{332} = 2l \\
C_{144} &= C_{441} = C_{552} = C_{663} = m - n/2 \\
C_{123} &= 2l - 2m + n \\
C_{155} &= m \\
C_{456} &= 4n
\end{aligned} \tag{2.55}$$

Substituindo as relações apresentadas na Equação (2.55) na Equação(2.54), a fim de obter as velocidades em função somente das constantes de Lamé e Murnaghan, tem-se então a Equação (2.56).

$$\begin{aligned}
\rho^o [v_1^{(1)}]^2 &= \lambda + \mu + (2l + \lambda)(e_1 + e_2 + e_3) + (4m + 4\lambda + 10\mu)e_1 \\
\rho^o [v_1^{(2)}]^2 &= \mu + (\lambda + m)(e_1 + e_2 + e_3) + 4\mu e_1 + 2\mu e_2 - \frac{1}{2}ne_3 \\
\rho^o [v_1^{(3)}]^2 &= \mu + (\lambda + m)(e_1 + e_2 + e_3) + 4\mu e_1 + 2\mu e_2 - \frac{1}{2}e_3^i
\end{aligned} \tag{2.56}$$

Para um estado uniaxial de tensão, o material em análise terá as equações das velocidades da onda simplificadas, conforme mostra a Equação (2.57).

$$\begin{aligned}
\rho^o [v_1^{(1)}]^2 &= \lambda + \mu + \left[ 4(\lambda + 2\mu) + 2(\mu + 2m) + \nu\mu\left(1 + \frac{2l}{\lambda}\right) \right] e \\
\rho^o [v_1^{(2)}]^2 &= \rho^o [v_1^{(3)}]^2 = \mu + \left[ 4\mu + \nu\left(\frac{n}{2}\right) + m(1 - 2\nu) \right] e
\end{aligned} \tag{2.57}$$

O termo  $\nu$  que aparece na Equação (2.57) consiste no coeficiente de Poisson do material.

Se a Equação (2.57) for derivada em função da deformação e a variação das velocidades medida com relação às velocidades iniciais, então:

$$\frac{dv_1^{(1)}/[v_1^{(1)}]^p}{de} = 2 + \frac{\mu + 2m + \nu\mu(1 + 2l/\lambda)}{\lambda + 2\mu} = L_{11} \quad (2.58)$$

$$\frac{dv_1^{(2)}/[v_1^{(2)}]^p}{de} = 2 + \frac{2\nu n}{4\mu} + \frac{m}{2(\lambda + \mu)} = L_{12} = L_{13}$$

Os termos  $L_{ij}$  da Equação (2.58) são as constantes acustoelásticas com direção de propagação  $i$  e direção de polarização  $j$ .

Substituindo a Equação (2.58) na Equação Constitutiva obtém-se a relação entre a tensão aplicada e a variação no tempo de percurso da onda, sendo  $t_o$  o tempo de propagação da onda em um estado livre de tensões. Essa relação é apresentada na Equação (2.59).

$$d\sigma = \frac{E \left\{ dv_1^{(1)}/[v_1^{(1)}]^p \right\}}{L_{11}} = \frac{E}{L_{11}t_o} dt \quad (2.59)$$

De acordo com Bray e Stanley (1997), existem alguns fatores de influência no tempo de percurso de uma onda ultrassônica, que são: a temperatura, textura, tensão residual e aplicada. Assim, o tempo de percurso de uma onda pode ser expandido para incluir esses fatores, conforme demonstrado na Equação (2.60).

$$t = t_{ref} + \Delta t_{temperatura} + \Delta t_{textura} + \Delta t_{residual} + \Delta t_{aplicada} \quad (2.60)$$

$$t_0 = t_{ref} + \Delta t_{textura} + \Delta t_{residual}$$

O tempo  $t_{ref}$  da Equação (2.60) consiste no tempo decorrido para que a onda percorra uma distância conhecida com a velocidade padrão de propagação no material. Os demais termos da

equação representam a variação no tempo devido os efeitos da temperatura ( $\Delta t_{temperatura}$ ), textura ( $\Delta t_{textura}$ ), tensão residual ( $\Delta t_{residual}$ ) e aplicada ( $\Delta t_{aplicada}$ ).

De forma semelhante, a variação na velocidade da onda em função do efeito da temperatura pode ser descrita pela Equação (2.61), a seguir.

$$V = V^0 + \frac{dV}{dT} \Delta t \quad (2.61)$$

Sendo  $V$  a velocidade medida,  $V^0$  a velocidade de propagação para a temperatura de referência e  $\frac{dV}{dT}$  a constante de mudança da velocidade.

## 2.3 Materiais compósitos

Em conformidade com o tema principal dessa dissertação, que é avaliar a velocidade de propagação de ondas longitudinais em laminados fibra de carbono/epóxi, esta seção apresenta conceitos básicos sobre esse tipo de material.

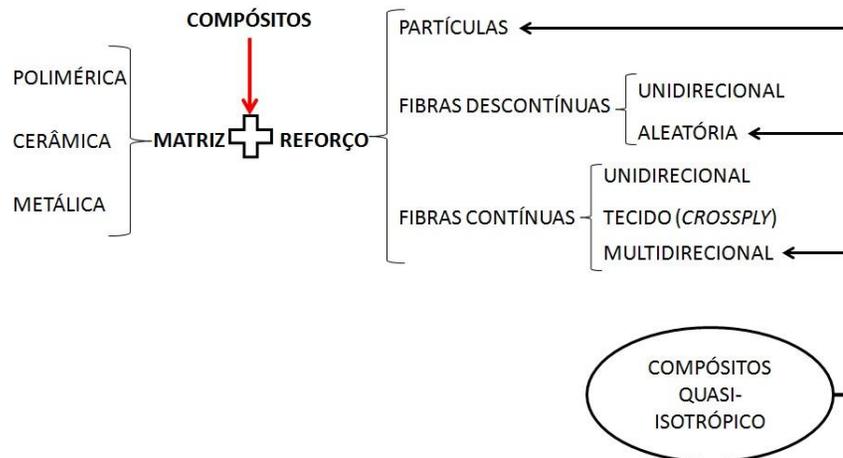
### 2.3.1 Conceitos e características

Segundo Daniel e Ishai (2006), os compósitos consistem em um sistema material constituído por mais que uma fase do ponto de vista macroscópico, apresentando assim características mecânicas superiores às associadas a cada fase isolada. Teoricamente, as fases são divididas em dois principais grupos: reforço e matriz. A fase do reforço é descontínua, leve e rígida, sendo responsável pela resistência do material. A fase da matriz é fraca e contínua, porém

homogênea, o que garante a adesão reforço-matriz e a uniformidade na distribuição dos esforços mecânicos dentro do material.

A interface entre as fases do material pode ser perceptível, sendo considerada como uma terceira fase. Quando o objeto de estudo são os mecanismos e a propagação de falhas em compósitos, tal interface consiste na peça-chave do sistema, pois resulta da interação das forças de atração existente entre as fases (DANIEL E ISHAI, 2006).

Utilizando a classificação de compósitos estabelecida por Levy e Pardini (2006), os mesmos podem ser sintéticos ou naturais. Porém essa classificação é muito ampla, podendo então ser subdividida de acordo com os tipos de reforço conforme mostra a Figura 15. Na Figura 15 são apresentados os tipos de matrizes e reforços aplicados em diferentes tipos compósitos. Conforme se observa as matrizes que unem os reforços podem ser poliméricas, cerâmicas ou metálicas. Os reforços são subdivididos em partículas, fibras descontínuas (ou *whiskers*) e fibras contínuas.



**Figura 15 - Classificação dos sistemas de materiais compósitos, figura adaptada de (DANIEL E ISHAI, 2006).**

Conforme mostra a Figura 15, os compósitos com reforços de partículas, fibras descontínuas aleatórias e fibras contínuas multidirecionais são considerados quasi-isotrópicos.

O emprego de cada reforço depende da aplicação do material. Assim como o tipo de reforço, o processo de fabricação, a direção das fibras e sua fração volumétrica dentro do material são parâmetros importantes no projeto dos materiais compósitos. Em componentes estruturais

sujeitos a grandes cargas, as fibras contínuas apresentam maior eficiência, pois permitem a transferência ininterrupta da tensão dentro do material. A uniformidade na distribuição dessas tensões depende da homogeneidade do sistema, que por sua vez está diretamente associada aos processos de fabricação do compósito.

Os processos de fabricação dos compósitos variam conforme o tipo de matriz empregada, as quais podem ser: poliméricas, cerâmicas ou metálicas.

Os compósitos de matrizes metálicas são geralmente empregados em situação na qual a resistência à corrosão, tenacidade à fratura, alta resistência mecânica ou boa condutividade térmica são necessárias. Podem apresentar reforços particulados ou com fibras longas.

As matrizes poliméricas apresentam boa adesão (fibra-matriz) e leveza, sendo bastante empregadas pelo setor aeronáutico. A fim de garantir os requisitos de qualidade exigidos pela indústria aeronáutica foi desenvolvido o sistema de fibras pré-impregnadas com resina como matéria base dos compósitos (LEVY E PARDINI, 2006). Através desse sistema tem-se um controle preciso da fração volumétrica de cada componente no material e da dispersão da matriz.

Atualmente, o setor aeroespacial é responsável pela utilização de 80% dos pré-impregnados produzidos, sendo 60% destinados para a indústria aeronáutica civil e 20% para militar e espacial. Dentro dos 80% de pré-impregnados demandados pelo setor aeronáutico, 60% são de fibras contínuas unidirecionais e 40% são de tecido bidimensional (REZENDE E BOTELHO, 2000).

A análise estrutural dos compósitos pré-impregnados pode ser escalonada em diferentes níveis. O primeiro nível é restrito ao estudo das propriedades e características mecânicas de uma lâmina em função de cada constituinte do material, consistindo na análise micromecânica.

As lâminas constituem o bloco básico de construção de um compósito e o estudo de seu comportamento mecânico é obtido pela análise macromecânica. Nessa análise as relações tensão-

deformação são desenvolvidas para as lâminas tanto nas coordenadas locais quanto nas globais, abrangendo também o estudo do comportamento dos laminados (conjunto de lâminas).

### 2.3.2 Comportamento macromecânico

Seja uma lâmina unidirecional ortotrópica com a direção longitudinal das fibras na direção do eixo x e espessura desprezível, conforme a Figura 16.

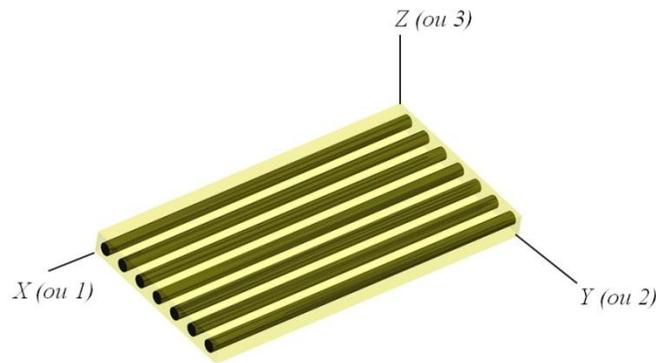


Figura 16 - Lâmina unidirecional com o sentido longitudinal das fibras paralelo ao eixo x.

Com a consideração de espessura desprezível, o estado de tensão na lâmina será descrito somente pelas componentes de tensão  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\tau_{12}$  (ou  $\tau_6$ ), correspondentes às tensões aplicadas no plano (1-2), conforme mostra a Equação (2.62).

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Através da observação direta da Equação (2.62) tem-se que as deformações cisalhantes geradas nos planos (1-3) e (2-3) são nulas.

Expandindo a Equação (2.62) em função das deformações e depois substituindo a deformação normal na direção 3 ( $\varepsilon_3$ ) nas formas expandidas da equação, obtém-se um sistema linear de três equações e três incógnitas, escrito na forma matricial na Equação (2.63).

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

Na Equação (2.63), o elemento  $ij$  da matriz de rigidez com  $(i, j=1, 2, 6)$  equivale a Equação (2.64).

$$Q_{ij} = C_{ij} - \frac{C_{i3}C_{j3}}{C_{33}} \quad (2.64)$$

A inversa da Equação (2.63) consiste na relação deformação- tensão, cujas constantes de proporcionalidade são as constantes de flexibilidade ( $S$ ) do material. Essa relação inversa é apresentada na Equação (2.65), a seguir.

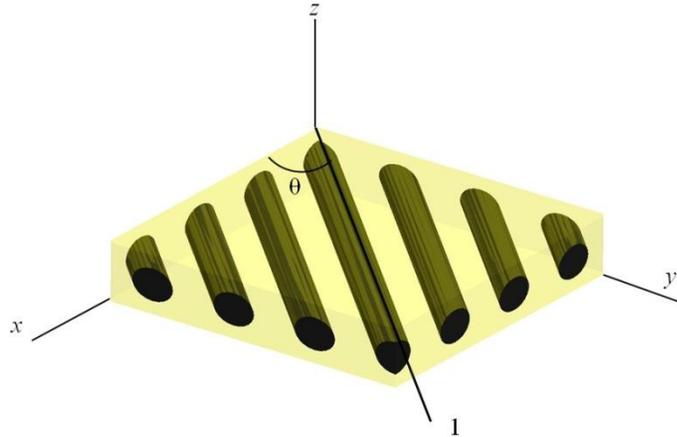
$$[\varepsilon]_{1,2} = [S]_{1,2} [\sigma]_{1,2} \quad (2.65)$$

Pelas Equações (2.63) e (2.65), a inversa da matriz de rigidez é igual a própria matriz de flexibilidade do material, conforme mostra a Equação (2.66).

$$[Q]^{-1} = [S] \quad (2.66)$$

Se a lâmina em análise for rotacionada, gerando um ângulo  $\theta$  entre a direção longitudinal da fibra e o eixo  $x$  do sistema de coordenada (Figura 17), então o estado plano de tensão da lâmina em sua nova posição será diferente do estado plano original. Essa relação entre as

componentes de tensão e deformação para dois estados planos diferentes é obtida através da matriz de transformação (T) ou sua inversa, apresentadas no Apêndice A.



**Figura 17 - Lâmina unidirecional com ângulo  $\theta$  entre direção longitudinal da fibra (direção 1) e o eixo X.**

A forma simplificada da matriz de transformação para o estado plano (1- 2) é apresentada na Equação (2.67). A Equação (2.68) subsequente consiste na inversa da matriz de transformação.

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & -2mn \\ n^2 & m^2 & 2mn \\ mn & -mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Os elementos da matriz de transformação são  $m = \cos\theta$  e  $n = \sin\theta$ . O ângulo ( $\theta$ ) tem sinal positivo quando medido no sentido anti-horário do eixo x para o eixo 1, e sinal negativo quando medido no sentido horário.

Através da matriz de transformação é possível obter os valores das componentes de tensão da lâmina rotacionada (eixo x,y,z) em função do seu estado de tensão no eixo inicial (1,2 e 3).

Essa relação é apresentada na Equação (2.69), sendo  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  (ou  $\tau_s$ ) as componentes de tensão normal, em x e y, e de cisalhamento para o plano (x, y).

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Da mesma forma que as componentes de tensão, a deformação sofrida em um estado plano pode ser relacionada com o novo estado através da matriz de transformação. Equação (2.70) mostra essa relação.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s/2 \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6/2 \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Substituindo a Equação (2.63) na relação entre as tensões globais e locais, as tensões de um estado global podem ser escritas em função das deformações do estado local. Essa relação é mostrada na Equação (2.71), a seguir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

Através da Equação (2.70) observa-se que as deformações em um estado local consistem no produto da matriz de transformação pelas deformações globais. Assim, a Equação (2.72) mostra essa relação entre as tensões e as deformações por meio da substituição do inverso da Equação (2.70) na Equação (2.71).

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

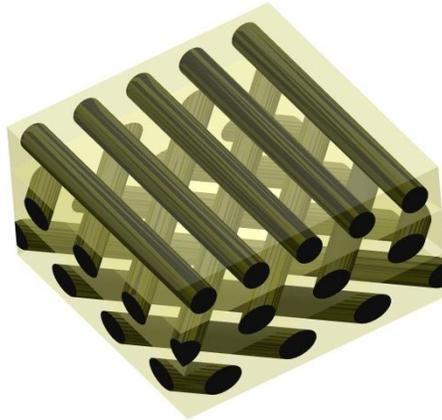
Na Equação (2.72) observa-se que a matriz de rigidez está em função das coordenadas globais (x, y) e apresenta valores para deformações de cisalhamento em função de tensões normais aplicadas no material. De mesmo modo, quando a lâmina em um estado global é submetida a uma tensão de cisalhamento, o material apresentará deformações normais. Essa matriz de rigidez para o sistema global é obtida conforme segue na Equação (2.73).

$$\begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 2Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & 2Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & 2Q_{ss} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2Q_{66} \end{bmatrix} [T] \quad (2.73)$$

Quando várias lâminas são sobrepostas, esse conjunto de lâminas formará um compósito laminado, que por sua vez pode apresentar lâminas nas mesmas direções (geralmente denominado de *tape*) ou em várias direções, podendo ser *angle-ply*, *crossply* e quasi-isotrópico.

Os compósitos laminados multidirecionais *angle-ply* apresentam lâminas nas direções  $+\theta$  e  $-\theta$ . Quando a diferença entre os ângulos  $+\theta$  e  $-\theta$  de um laminado *angle-ply* consiste em um ângulo de  $90^\circ$ , o laminado é denominado de *cross-ply* e sendo geralmente fabricados nas direções de  $0^\circ/90^\circ$  ou  $+45^\circ/-45^\circ$ .

Os compósitos laminados multidirecionais quasi-isotrópicos representam um caso especial de laminados ortotrópicos visto que possuem propriedades elásticas independentes da orientação (DANIEL E ISHAI, 2006). A forma mais simples de laminado quasi-isotrópico apresenta código  $[0/60/-60]_s$ , sendo “s” indicativo que o laminado possui sequência de empilhamento simétrica. O laminado multidirecional mais empregado na indústria aeronáutica é conhecido como laminado  $\pi/4$  quasi-isotrópico, com código  $[0/\pm 45/90]_s$ . Na Figura 18 é apresentado um compósito laminado com lâminas nas direções de  $-45^\circ$ ,  $+45^\circ$  e  $0^\circ$  (código:  $[-45/+45/0]$ ).



**Figura 18 - Compósito laminado multidirecional com lâminas nas direções de -45°, 45° e 0°.**

Como consequência da definição de laminados compósitos multidirecionais, tem-se que a diferença entre as matrizes de rigidez de cada lâmina faz com que as tensões atuantes variem descontinuamente na espessura do material. Devido essa variação nas tensões torna-se mais conveniente trabalhar em função das forças normais e dos momentos do laminado.

Nas Equações (2.74) e (2.75) são apresentadas as forças e os momentos de um laminado multidirecional, obtidos através do somatório dos efeitos existentes em cada lâmina. Ou seja,

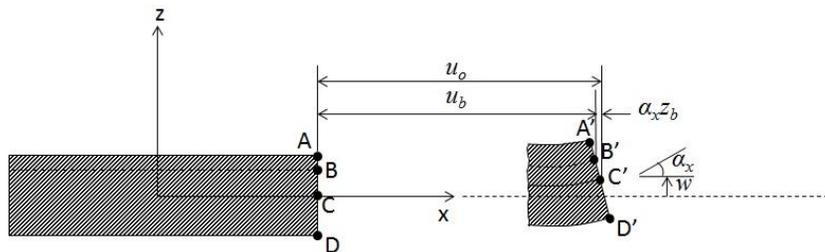
$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix}_k dz \quad (2.74)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_s \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix}_k z dz \quad (2.75)$$

Os termos  $z_k, z_{k-1}$  presentes nas Equações (2.74) e (2.75) correspondem às posições no eixo coordenado  $z$  das superfícies superiores e inferiores de uma lâmina  $k$ .

Embora, o laminado seja constituído de várias lâminas, a deformação do mesmo é contínua, atuando então como uma única lâmina. Porém, a deformação presente no laminado apresentará deformações axiais e de flexão, as quais são provenientes da teoria clássica de placa.

Para entender a origem da componente de flexão, considera-se que o laminado sofreu uma deformação partindo de uma seção ABCD para A'B'C'D', conforme mostra a Figura 19. O plano x-y da Figura consiste no plano de referência do material e está no centro do laminado.



**Figura 19- Vista do plano x- z da seção de um laminado antes e depois da deformação (DANIEL E ISHAI, 2006).**

Os deslocamentos do plano de referência ( $u_o$  e  $v_o$ ) observados na Figura 19 são descritos através da Equação (2.76), a seguir.

$$u = u_o - \alpha_x z_b \quad (2.76)$$

$$v = v_o - \alpha_y z_b$$

Na Equação (2.76),  $\alpha_x$  e  $\alpha_y$  correspondem as rotações dos eixos x e y, conforme mostra a Equação (2.77).

$$\alpha_x = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.77)$$

$$\alpha_y = \frac{\partial w}{\partial y}$$

A Equação (2.78), a seguir, consiste na forma matricial das deformações de um ponto do laminado em função das deformações do plano de referência e das curvaturas, obtida substituindo as deformações da Equação (2.76) nas componentes de deformação apresentadas na seção 2.2.2 (b), Equações (2.23) e (2.24).

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_s^o \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_s \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

A primeira matriz coluna do segundo termo da Equação (2.78) consiste nas componentes de deformação no plano de referência. Os elementos dessa matriz foram demonstrados nas Equações (2.23) e (2.24). Os elementos da segunda matriz do segundo termo são apresentados na Equação (2.79) e consistem nas curvaturas do laminado.

$$\begin{aligned} k_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ k_y &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ k_{xy} = k_s &= -\frac{2\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (2.79)$$

Substituindo os valores de deformação da Equação (2.78) nas Equações (2.74) e (2.75), tem-se que para o laminado multidirecional as equações das forças e momentos obedecem à relação descrita pela Equação (2.80).

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_s \\ M_x \\ M_y \\ M_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} & A_{xs} & B_{xx} & B_{xy} & B_{xs} \\ A_{yx} & A_{yy} & A_{ys} & B_{yx} & B_{yy} & B_{ys} \\ A_{sx} & A_{sy} & A_{ss} & B_{sx} & B_{sy} & B_{ss} \\ B_{xx} & B_{xy} & B_{xs} & D_{xx} & D_{xy} & D_{xs} \\ B_{yx} & B_{yy} & B_{ys} & D_{yx} & D_{yy} & D_{ys} \\ B_{sx} & B_{sy} & B_{ss} & D_{sx} & D_{sy} & D_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_s^o \\ k_x \\ k_y \\ k_s \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

Os elementos  $A_{ij}$  da Equação (2.80) são os módulos no plano do laminado relacionado com a resistência do material as deformações no plano do laminado. Esses elementos são diretamente relacionados com os elementos de matriz de rigidez das lâminas através da Equação (2.81).

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad (2.81)$$

Na Equação (2.81) a relação  $(z_k - z_{k-1})$  equivale à espessura da lâmina, cujo valor é constante para todas as lâminas do material.

Os elementos  $B_{ij}$  são a rigidez de acoplamento dos esforços no plano e de flexão. Esses elementos relacionam as curvaturas com as forças atuantes no plano do laminado e os momentos com as deformações no plano (TSAI, 1992), sendo, portanto nulos para os casos de laminados simétricos. A Equação (2.82) mostra a relação entre a rigidez de acoplamento,  $B_{ij}$ , e a matriz de rigidez das lâminas.

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (2.82)$$

Na Equação (2.83) é demonstrada a relação entre a matriz de rigidez das lâminas e os elementos de rigidez a flexão,  $D_{ij}$ , apresentados na Equação (2.80).

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (2.83)$$

### 2.3.3 Tensão residual em compósitos

As tensões residuais em compósitos são introduzidas durante a sua fabricação em função de fontes intrínsecas ou extrínsecas. As fontes intrínsecas envolvem as características do material e as extrínsecas do processo e da fabricação (FERNLUND, 2003).

As características do material associadas às fontes intrínsecas de geração de tensão residual são analisadas no nível microscópico e macroscópico. No nível microscópico os fatores de influência são a fração volumétrica de fibra, a diferença entre os coeficientes de expansão térmica e higroscópica das fibras e da matriz, o efeito de contração da matriz e fenômeno de solidificação não uniforme do compósito (TSAI, 1992). A orientação das lâminas e a sequência de empilhamento também induzem tensões residuais no laminado devido às diferenças de expansão térmica e absorção de umidade entre as lâminas que o compõem (DANIEL E ISHAI, 2006).

As fontes extrínsecas são analisadas na escala da estrutura, através de tensões residuais induzidas nas superfícies e contornos do material, que por sua vez são distribuídas em todas as escalas do laminado (fibra- matriz, lamina- laminado e estrutura), afetando a resistência do componente.

No projeto de laminados compósitos a predição das tensões residuais envolve as escalas microscópica e macroscópica. No nível macroscópico, os coeficientes de expansão térmica e higroscópica das direções 1 e 2 de uma lâmina é um função dos coeficientes de expansão térmica e higroscópica, dos módulos elásticos e do coeficiente de Poisson da fibra e da matriz. As deformações higtérmicas para uma lâmina podem ser estimadas pela Equação (2.84).

$$\begin{aligned}e_1 &= \alpha_1 \Delta T + \beta_1 \Delta c \\e_2 &= \alpha_2 \Delta T + \beta_2 \Delta c \\e_{12} &= e_6 = 0\end{aligned}\tag{2.84}$$

Na Equação (2.84), os termos  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  correspondem aos coeficientes de expansão térmica,  $\beta_1$  e  $\beta_2$  são os coeficiente de expansão higroscópica e  $\Delta T$  e  $\Delta c$  a variação na temperatura e umidade na retirada do material do autoclave, durante o processo fabricação.

A relação entre as deformações higrotérmicas no plano local, Equação (2.84), e global obedece à transformação de deformações descrita na Equação (2.70). Assim, as forças e momentos atuantes no material provenientes das variações de temperatura e umidade são obtidos através da substituição das deformações higrotérmicas de cada lâmina nas Equações (2.74) e (2.75).

$$\begin{bmatrix} N_x^{HT} \\ N_y^{HT} \\ N_s^{HT} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_x \Delta T + \beta_x \Delta c \\ \alpha_y \Delta T + \beta_y \Delta c \\ \alpha_s \Delta T + \beta_s \Delta c \end{bmatrix} t_k \quad (2.85)$$

$$\begin{bmatrix} M_x^{HT} \\ M_y^{HT} \\ M_s^{HT} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_x \Delta T + \beta_x \Delta c \\ \alpha_y \Delta T + \beta_y \Delta c \\ \alpha_s \Delta T + \beta_s \Delta c \end{bmatrix} \bar{z}_k t_k \quad (2.86)$$

Os coeficientes de expansão térmica e higroscópica no estado global,  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_s$  e  $\beta_x, \beta_y, \beta_s$ , são obtidos da transformação dos coeficientes da lâmina no estado local, conforme a Equação (2.87).

$$\begin{aligned} \alpha_x &= \alpha_1 \cos^2 \theta + \alpha_2 \sin^2 \theta \\ \alpha_y &= \alpha_1 \sin^2 \theta + \alpha_2 \cos^2 \theta \\ \alpha_s &= 2(\alpha_1 - \alpha_2) \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \quad (2.87)$$

O termo  $t_k$  das Equações (2.85) e (2.86) consiste na espessura da lâmina  $k$ , e  $\bar{z}_k$  é a média entre as coordenadas  $z$  dos planos médios das lâminas  $k$  e  $k-1$ , ou seja:

$$\bar{z}_k = \frac{(z_k + z_{k-1})}{2} \quad (2.88)$$

Já que o processo de cura de uma matriz orgânica é uma função não linear dependente do tempo, as equações demonstradas acima somente serão válidas se a variação da temperatura e umidade for obtida em relação a um estado de referência livre de tensões. De acordo com Tsai (1992), a temperatura livre de tensão é obtida no máximo 50°C abaixo da temperatura de cura da resina.

### 2.3.4 Métodos e técnicas de inspeção

Os principais métodos de detecção e inspeção de falhas em compósitos são os métodos de termografia infravermelha, os métodos ultrassônicos e o monitoramento da saúde estrutural, (Structural Health Monitoring - SHM). Embora o método de termografia infravermelha apresente bons resultados, possibilitando a medição durante o processo de fabricação, o método tem muitos desafios a serem vencidos para sua solidificação em inspeção de compósitos. Entre esses desafios tem-se a dificuldade apresentada pelo método para medição de laminados com várias lâminas com materiais e orientações diferentes (KESSLER, 2004).

O monitoramento da saúde estrutural (SHM) é um processo de identificação e monitoramento de falhas e carregamentos atuantes em um componente durante sua operação (ADAMS, 2007). Esse processo engloba vários métodos não destrutivos e visa obter as mesmas informações, porém possui classificação diferente por realizar as medições *online*, ou seja, durante o uso do equipamento. Os métodos não destrutivos de inspeção e detecção de falhas e o processo de monitoramento da saúde estrutural (SHM) não são concorrentes, mas complementares.

Em compósitos estruturais aeronáuticos, o processo de monitoramento da saúde estrutural (SHM) foi aplicado utilizando o método ultrassônico com ondas de Lamb por (DIAMANTI E SOUTIS, 2010; CHIU, 2009; ROSALIE, 2005; GRONDEL, 2004). Alguns autores aplicaram o

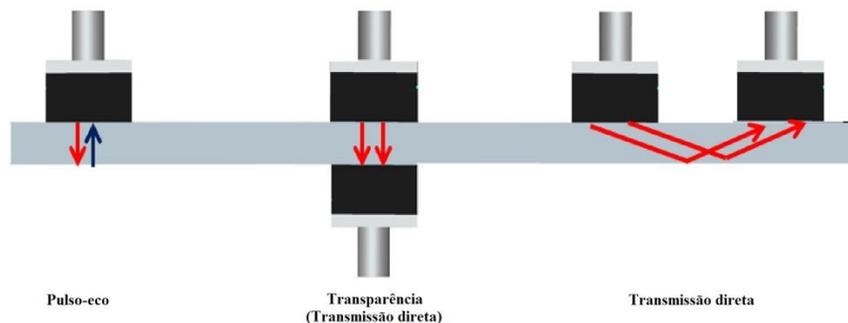
processo através de sensores ópticos, (LOUTAS, 2012; PANOPOULOU, 2011; LI, 2006; TAKEDA, 2007).

Os métodos ultrassônicos consistem na principal ferramental de ensaio não destrutivo usado também como método ativo no monitoramento da saúde estrutural em compósitos. Os métodos ultrassônicos podem ser aplicados na detecção e inspeção de falhas, caracterização de materiais e medição de vazios nas matrizes. A medição para essas aplicações é analisada somente através da variação do tempo de percurso da onda. Para a análise de tensão aplicada ou residual, o método ultrassônico é possível desde que seja avaliado o quanto tal variação representa em magnitude de tensão, assim, faz-se necessário à determinação dos fatores de influência da propagação da onda no material.

Os métodos de medição por ultrassom são: pulso-eco, transparência ou ressonância. A forma como a energia acústica é transmitida para o material em inspeção define a técnica utilizada, as quais podem ser por contato direto ou imersão.

Quanto à aplicação, o método por pulso-eco é mais simples, exigindo acesso a somente uma das superfícies do material. Por consequência, esse método é o mais utilizado. O método pulso-eco utiliza somente um transdutor, que emite e recebe os pulsos de ondas ultrassônicas em intervalos regulares de tempo. A variação no tempo de percurso e a perda de energia da onda ultrassônica são avaliadas a fim de determinar a presença de falhas, vazios, tensão ou mesmo caracterizar o material inspecionado.

O segundo método ultrassônico mais utilizado é o de transparência, ou transmissão direta. Neste método são utilizados dois transdutores, sendo um emissor e o outro receptor. Quando comparada com a detecção de falhas por pulso-eco, tal método apresenta desvantagens por necessitar de um bom acoplamento entre os transdutores e a peça ensaiada, e por não determinar a profundidade de uma falha. Em análise de tensões residuais (ou aplicadas), o método de transmissão direta fornece os resultados de forma direta sem requerer tantos cálculos para a determinação da defasagem no sinal. Os arranjos entre transdutores são mostrados na Figura 19.



**Figura 20 - Técnicas de medição por ultrassom.**

O método de ressonância utiliza feixes ultrassônicos contínuos com frequências variadas. O método consiste em variar a frequência a fim de que o meio de propagação entre em ressonância. Tal método era utilizado para medição de espessura, porém entrou em desuso devido ao aperfeiçoamento do método pulso-eco.

A técnica por contato é a mais empregada, devido sua simplicidade, pois o transdutor fica em contato direto com a peça ensaiada. Porém a presença de ar entre o transdutor e o material minimiza a transmissão do feixe ultrassônico, sendo necessário aplicar acoplantes e uma pressão sobre o transdutor a fim de garantir a máxima transmissão.

Outra técnica bastante utilizada em caracterização de materiais é a por imersão. Nessa técnica o transdutor e a peça ficam submersos, de forma que a transmissão ultrassônica seja realizada pelo líquido, geralmente aquoso. Tal técnica pode ser facilmente automatizada, possibilitando o controle do feixe ultrassônico em várias direções.

## 2.4 Propagação de ondas em compósitos

A Equação (2.46), apresentada na seção 2.2.4, reflete os deslocamentos de uma onda senoidal plana e é novamente apresentada a seguir.

$$u = U \exp[-i(kx - wt)] \quad (2.46)$$

A equação dos deslocamentos da onda propagando em um plano (x - y) é similar a Equação (2.46), porém apresenta a coordenada y em sua formulação, conforme mostra a Equação (2.89).

$$u = U \exp[-i(kx + ky - wt)] \quad (2.89)$$

Se a onda se propaga no plano de tensão do material (x- y) fora dos eixos de simetria do plano do material (1- 2), então a equação da acustoelasticidade para os materiais compósitos pode ser reescrita conforme a Equação (2.90), (ROKHLIN, 1997).

$$\begin{vmatrix} \Gamma_{11} - (\rho^o V^2 - t_{12}) & \Gamma_{12} & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} - (\rho^o V^2 - t_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_{33} - (\rho^o V^2 - t_{12}) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.90)$$

Na Equação (2.91), os tensores de Christoffel da Equação (2.90),  $\Gamma_{ij}$ , são apresentados em uma função das constantes de rigidez do material e do ângulo entre os eixos os principais e os eixos de simetria do plano. Como a propagação ocorre somente no plano (1- 2) o tensor de Christoffel para direção 3 é nulo.

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} &= C_{11} \cos^2 \theta + C_{66} \sin^2 \theta \\ \Gamma_{22} &= C_{22} \sin^2 \theta + C_{66} \cos^2 \theta \\ \Gamma_{12} &= (C_{12} + C_{66}) \sin \theta \cos \theta \\ \Gamma_{33} &= 0 \end{aligned} \quad (2.91)$$

O tensor de tensão da Equação (2.90) representa as tensões no plano (1- 2) do material devido a um carregamento unidirecional na direção x, sendo, portanto,  $t_{12} = \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_2 \sin^2 \theta + 2\sigma_{12} \sin \theta \cos \theta$ .

Quando a onda tem direção de propagação igual à direção 1 do plano, as velocidades de propagação das ondas longitudinais (polarização em 1) e transversais (polarização em 2 e 3) são dadas conforme as Equações (2.92), (2.93) e (2.94).

$$\rho V_{11}^2 = C_{11} + t_{12} \quad (2.92)$$

$$\rho V_{66}^2 = C_{66} + t_{12} \quad (2.93)$$

$$\rho V_{55}^2 = C_{55} + t_{12} \quad (2.94)$$

As velocidades longitudinais, Equação (2.95), e transversais, Equações (2.96) e (2.97), quando as ondas propagam na direção 2 do plano com direção de polarização coincidente com os eixos 2, 1 e 3, são apresentadas a seguir:

$$\rho V_{22}^2 = C_{22} + t_{12} \quad (2.95)$$

$$\rho V_{66}^2 = C_{66} + t_{12} \quad (2.96)$$

$$\rho V_{44}^2 = C_{44} + t_{12} \quad (2.97)$$

Para a onda propagando fora dos planos de simetria, plano (x- y), as velocidades de fase quasi-longitudinal e quasi-transversal em função da tensão são obtidas através do cálculo do determinante da Equação (2.90). A velocidade quasi-transversal com direção de propagação e polarização no plano será igual à velocidade quasi-longitudinal. Essas velocidades são apresentadas na Equação (2.98). A Equação (2.99) consiste na velocidade da onda transversal com direção de polarização 3.

$$\rho V_{QL}^2 = \rho V_{QT}^2 = \frac{\Gamma_{11} + \Gamma_{22}}{2} + \frac{\sqrt{(\Gamma_{11} - \Gamma_{22})^2 + 4\Gamma_{12}^2}}{2} + t_{12} \quad (2.98)$$

$$\rho V_{QT}^2 = \frac{\Gamma_{11} + \Gamma_{22}}{2} - \frac{\sqrt{(\Gamma_{11} - \Gamma_{22})^2 + 4\Gamma_{12}^2}}{2} + t_{12}$$

$$\rho V_{QT}^2 = C_{55}n_1^2 + C_{44}n_2^2 + t_{12} \quad (2.99)$$

Na Equação (2.99), os termos  $n_1$  e  $n_2$  correspondem às direções de propagação da onda.

Nesse capítulo foram apresentados os conceitos básicos desde propagação de onda em um meio isotrópico até laminados compósitos, ortotrópicos. Essa propagação foi obtida através da equação de Christoffel, desenvolvida em 1877 e utilizada atualmente para caracterização de materiais e medição de tensão tanto residual como aplicada, conforme será mostrado no próximo capítulo.

Para encontrar as equações das velocidades das ondas não dispersivas nos compósitos foram apresentados os conceitos básicos de macromecânica de laminados compósitos e de tensões residuais, tendo por objeto de estudo medir as velocidades das ondas longitudinais em laminados compósitos unidirecionais. Além da medição da velocidade da onda, pretende-se verificar os fatores de influência na velocidade, a fim de modelar um método robusto para os trabalhos posteriores de análise de tensão aplicada em compósitos.

### 3. REVISÃO DA LITERATURA

A necessidade do desenvolvimento de novos ensaios para inspeção, caracterização e medição de tensão nos materiais compósitos surgiu na década de 60 juntamente com a definição dos materiais compósitos (GAY, 2003) e sua primeira aplicação ao setor aeronáutico (DANIEL E ISHAI, 2006).

Impulsionadas pela indústria aeronáutica, muitas pesquisas foram desenvolvidas a fim de descrever o comportamento mecânico e acústico dos compósitos. Como um resultado dessas pesquisas, atualmente considera-se o método ultrassônico um dos principais métodos de ensaios não destrutivos em materiais de alto desempenho.

Esta seção apresenta a evolução histórica dos métodos ultrassônicos para inspeção, caracterização e medição de tensão em compósitos aeronáuticos e a utilização do ultrassom no estudo do efeito acustoelástico.

Em 1953, Hughes e Kelly apresentaram a versão moderna da teoria da acustoelasticidade para ondas elásticas propagando-se em meios isotrópicos. A teoria foi utilizada para a obtenção das constantes elásticas de terceira ordem do material, com ênfase em metais.

Em 1970, Zimmer e Cost determinaram as constantes elásticas de rigidez de um compósito unidirecional de matriz epóxi reforçada com fibra de vidro. Para obter as constantes de rigidez, os autores fizeram corpos de prova unidirecionais com 7,87 mm de espessura, cortados de forma a permitir a medição da velocidade da onda com as fibras nas direções de 15°, 30°, 45°, 60°, 75° e 90°. Devido à isotropia transversal do material, foram medidas as cinco constantes independentes de segunda ordem. Essas constantes foram obtidas através da medição do tempo de percurso (TOF – Time of Flight) pela técnica ultrassônica de transmissão direta. Os resultados encontrados foram comparados com os valores obtidos por modelos teóricos. Embora a técnica tenha se mostrado adequada para tal medição, o autor ressaltou a necessidade de reavaliar a técnica, focando em seus possíveis uso e limitações.

Paralelamente ao trabalho de Zimmer e Cost, Markham (1970) determinou as constantes de rigidez independentes (também de segunda ordem) de um compósito unidirecional carbono/epóxi, considerando um plano de isotropia perpendicular ao eixo das fibras do material. A fim de obter todas as constantes elásticas do material foi utilizada a técnica ultrassônica de imersão, garantindo a integridade do material. Não foi necessário cortar o material em várias direções.

Posteriormente, Smith (1972) utilizou a técnica ultrassônica de imersão para obter todas as constantes elásticas e os módulos de engenharia (Young – longitudinal e cisalhamento - transversal) dos materiais compósitos unidirecionais de matriz epóxi para diferentes fibras de carbono e grafite. O autor ressaltou que as constantes elásticas dos compósitos variam com o módulo de elasticidade da fibra, porém independe da resistência ao cisalhamento obtida pela interação fibra- matriz.

Em 1983, Pao e Gamer reformularam a teoria acustoelástica para medição das tensões residuais aplicadas em materiais ortotrópicos. Os autores apresentaram a formulação da birrefringência acustoelástica para a determinação da tensão residual absoluta em materiais com efeito de textura.

Posteriormente, Pao et. al. (1984) revisaram mais detalhadamente a teoria acustoelástica, apresentando resultados de experimentos para a medição de tensão aplicada e residual. Os fatores que interferem na medição da tensão residual foram discutidos no trabalho sendo apresentadas várias técnicas experimentais. Os autores concluíram apresentando os motivos e as formas de aplicar a teoria acustoelástica na medição ultrassônica de tensão residual.

Rokhlin e Wang, em 1989, determinaram as constantes elásticas dos materiais compósitos unidirecionais através da medição dos três ângulos críticos de refração no material. Para obter os ângulos críticos, eles desenvolveram um equipamento constituído de um goniômetro e um cilindro refletor de alumínio. A amostra foi imersa em um meio aquoso e o sinal ultrassônico foi duplamente transmitido e refletido por um único transdutor. As velocidades de fases obtidas experimentalmente foram comparadas com as calculadas através do método dos mínimos

quadrados, a fim de minimizar a soma dos quadrados da diferença entre os valores experimentais e teóricos, fornecendo assim as constantes elásticas do compósito com maior precisão.

Em 1990, Mase et. al. avaliaram o efeito acustoelástico das velocidades das ondas longitudinais e cisalhantes em função da tensão de tração aplicada em amostras de compósitos feitos de Kevlar<sup>®</sup> 49/SP 328, com códigos:  $[0]_{11}$ ,  $[90]_{11}$ ,  $[+15/\pm 45/-15]_s$  e  $[\pm 15/\pm 45]_s$ . As medições foram realizadas por pulso-eco, sendo o transdutor acoplado manualmente na superfície das amostras utilizando mel como acoplante. O carregamento aplicado nas amostras variou, pois as resistências das amostras eram diferentes, porém a taxa de tensão aplicada pela máquina de ensaio foi de 35-40 MPa/min em todas as amostras. Os resultados mostraram que o efeito acustoelástico pode ser medido em compósitos Kevlar<sup>®</sup> 49/SP 328, apresentando, contudo uma resposta não linear proveniente dos efeitos não lineares das constantes de terceira ordem do material.

Mase et. al. concluíram que a sequência de empilhamento do laminado influencia na velocidade da onda, ressaltando a importância de um modelo teórico capaz de prever a diferença na velocidade da onda em função da sequência de empilhamento. De acordo com os autores, o entendimento do efeito das constantes de terceira ordem seria chave para o desenvolvimento de técnicas não destrutivas para a análise da tensão residual.

Em 1992, Rokhlin e Wang aplicaram um equipamento desenvolvido por eles para a medição das constantes elásticas de um compósito unidirecional de grafite/epóxi. O trabalho ressaltou a vantagem da técnica pulso-eco para predição das constantes elásticas, comprovando que as defasagens do tempo de percurso e a da velocidade de fase são iguais. Os autores também compararam os valores das constantes elásticas obtidas pela propagação da onda nos planos de simetria e de não simetria do material, mostrando a vantagem de cada medição.

A solução adotada por Baudouin e Hosten (1996) para caracterizar um compósito unidirecional de fibra de vidro (E-glass) e matriz epóxi consistiu na união do método ultrassônico por imersão com a técnica de transmissão direta. Através desse método, o autor obteve as constantes elásticas em função da temperatura e modelou a atenuação da onda ultrassônica em

função da temperatura e da frequência. Porém, o autor ressaltou que o modelo micromecânico dos materiais compósitos não se adequa aos problemas de viscoelasticidade para as faixas de frequência trabalhada (0,5-3 MHz), tornando difícil a interpretação da curva de atenuação para vários materiais diferentes.

Em 1997, Rokhlin utilizou a técnica ultrassônica para medição de tensões residuais existentes em compósitos estruturais SCS-6/Ti. A técnica foi verificada através de conjuntos de dados numéricos obtidos das formulações de propagação de onda plana e dos resultados experimentais. A fim de garantir a medição da dependência angular das velocidades ultrassônicas, a técnica ultrassônica de transmissão foi aperfeiçoada através da adição de um segundo transdutor cuja função é garantir que o efeito da temperatura não interfira na medição da tensão. Os valores obtidos experimentalmente comprovaram que o modelo transversalmente isotrópico pode ser utilizado na medição de tensão residual de tais compósitos.

Assim como para a obtenção das propriedades elásticas, a detecção de falhas nos compósitos é possível através de vários métodos ultrassônicos. Os métodos de cartografia ultrassônica (bidimensional e tridimensional) por pulso eco foram apresentados por Potel et. al. em 1998. As amostras inspecionadas foram fabricadas pelo processo de pultrusão (processo de fabricação de compósitos que une os processos convencionais de pulso com extrusão) de uma matriz polimérica reforçada por fibra de vidro e submetidas ao ensaio de impacto de baixa velocidade. Através dos valores experimentais foi possível construir modelos de propagação da onda ultrassônica em meios multilaminados. Esses modelos foram validados através da otimização dos parâmetros geométricos e de frequência em ensaios por cartografia ultrassônica de uma amostra carbono/epóxi.

Visando acelerar o processo de caracterização dos compósitos de matriz polimérica, Enderby et. al. (1998) desenvolveram um sistema automatizado, que utiliza a técnica de imersão ultrassônica. O sistema permitiu a medição de áreas grandes e a obtenção dos módulos elásticos nas três dimensões do material com tolerância de 1%. O sistema é constituído de um dispositivo de análise de imagem bidimensional e aparelho de microscopia de varredura por laser.

Dong et. al. (1999) utilizaram o método de inspeção por ultrassom para descrever os mecanismos de falhas em compósitos de matriz polimérica. O dispositivo desenvolvido une o método ultrassônico de imersão e a técnica de escaneamento C (C-scan) com um equipamento responsável pelo carregamento na peça ensaiada. O estudo revelou a evolução dos defeitos internos em um compósito de tecido de fibra de vidro. Através dos ensaios realizados, o dispositivo mostrou-se eficiente, permitindo gravar o processo de falha em compósitos.

Em 2000, Mouritz et. al. também investigaram a iniciação e o crescimento de falhas por fadiga em compósitos de matriz polimérica utilizando a técnica de pulso eco para baixas frequências. O estudo foi realizado em amostras de fibra de vidro comumente utilizadas na indústria naval após carregamentos cíclicos com baixa tensão de fadiga. De acordo com os autores, a técnica de pulso eco é eficaz na detecção dessas falhas devido à grande variação na atenuação da onda ultrassônica.

Osetrov et. al. (2000) investigaram o efeito acustoelástico de ondas acústicas superficiais em um sistema laminado de Ge/Si. O efeito foi analisado em função das direções de propagação e das espessuras das camadas. A análise foi realizada por simulações obtidas pelo método da matriz de transferência. De acordo com os autores, o método mostra-se útil para análises de ondas acústicas superficiais em meios multilaminados com distribuição de tensão não homogênea.

No mesmo ano, Kundu e De Belleval analisaram os modos de propagação das ondas de Lamb em função da sensibilidade de detecção de falhas em diferentes laminas. Os autores estudaram a sensibilidade na detecção de delaminações nos compósitos e desenvolveram um método que viabiliza a detecção de falhas em laminas específicas do laminado através de imagens. O método foi considerado simples por depender somente do ângulo de incidência e frequência da onda no material e eficaz por detectar falhas no material sem interferência da simetria.

Além da simetria do material existem outros fatores que atrapalham na inspeção dos compósitos. A não homogeneidade dos materiais compósitos é um desses fatores, pois favorece a geração de ruídos no sinal ultrassônico.

Visando minimizar os ruídos gerados e disponibilizar imagens mais precisas dos defeitos presentes em um reservatório de hidrogênio líquido (vidro/epóxi), Legendre et. al. (2001) aplicaram o método de processamento de sinais baseado na Transformada Wavelet. O reservatório foi imerso em meio aquoso e um robô com 6 graus de liberdade moveu o transdutor a 50 mm da superfície inspecionada. Através da transformada Wavelet os sinais da forma de onda foram reconstruídos na forma de imagem. O método desenvolvido permite uma boa detecção da posição e do tamanho de falhas em materiais de pequena espessura e dispersão.

Em 2001, Chilla et. al. utilizaram o mesmo material e método para analisar a influência da tensão biaxial no efeito acustoelástico de ondas de Rayleigh. Através dos resultados encontrados, os autores concluíram que o efeito acustoelástico máximo é obtido quando a espessura da camada é muito menor que o comprimento de onda acústica superficial.

Em 2002, Harper e Clarke analisaram o tempo de percurso (TOF) das ondas cisalhantes propagando-se em um compósito vidro/epóxi, em função das variações estruturais do material. As velocidades de propagação das ondas longitudinais e transversais para vários ângulos de incidência do feixe ultrassônico possibilitaram a obtenção das constantes de rigidez do material nas três dimensões. O dispositivo utilizado para medição do tempo de percurso e das amplitudes dos sinais foi automatizado, permitindo a reprodução das medições com erros aleatórios menores que 2%.

No mesmo ano, Audoin mediu as propriedades elásticas dos compósitos unindo as técnicas laser e ultrassônica. A técnica consiste em incidir um feixe laser sobre o material, o qual aquece e gera oscilações das partículas do meio. Essas oscilações são detectadas por transdutores fixados na superfície do material e através de um processamento de sinais fornecem as velocidades de fase e as constantes de rigidez do material. A técnica além de ser simples, viabiliza a medição das constantes de rigidez em estruturas, quando somente uma superfície é acessível. Através dessa técnica, os autores conseguiram identificar nove constantes de rigidez do material.

De forma mais complexa, Rokhlin e Wang (2002) caracterizaram uma lamina de um compósito grafite/epóxi multidirecional. A reconstrução das propriedades elásticas de uma lamina foi obtida através da aplicação da teoria das ondas de Floquet na defasagem do tempo de percurso das ondas ultrassônicas propagando obliquamente pela técnica de transmissão direta, ou transparência. As ondas de Floquet são utilizadas em análise de meios periódicos multilaminados, consistindo na combinação linear das ondas planas de cada lâmina do material. Essa teoria é utilizada para reduzir a memória exigida nos cálculos da velocidade de propagação de ondas em meios periódicos.

Embora as técnicas ultrassônicas de imersão tenham mostrado resultados satisfatórios na predição das propriedades dos materiais e na inspeção de falhas, tais técnicas apresentaram o risco de infiltração no material através das falhas, fragilizando-o mais ainda. Visando solucionar esse problema, Imielinska et. al. (2004) aplicaram a técnica de inspeção com ar acoplado através de um sistema, que não exige o contato entre os transdutores e a peça ensaiada. A técnica pode ser utilizada em estruturas, garantindo a inspeção de falhas superficiais de forma precisa, rápida e simples. Para obter as imagens e os tamanhos dos defeitos internos, a técnica requer a remoção da película de polímero presente na superfície material.

Em 2005, Reddy et. al. analisaram as técnicas de imersão para obtenção das velocidades das ondas ultrassônicas em materiais isotrópicos e transversalmente isotrópicos. As velocidades das ondas foram obtidas pelas técnicas de transmissão direta e pulso eco. A partir das velocidades, as constantes elásticas foram obtidas pela inversão da equação de Christoffel para três amostras de alumínio com espessuras diferentes, um compósito grafite/epóxi unidirecional e um compósito vidro/epóxi bidimensional. O módulo elástico obtido experimentalmente foi comparado com o valor teórico calculado pela regra da mistura. Os autores concluíram que a técnica de pulso eco imersa apresenta resultados mais precisos em materiais espessos e ainda permite a predição de cinco constantes elásticas enquanto que a técnica de transmissão direta permite a predição de somente três constantes. Outra característica da técnica de pulso eco destacada pelos autores é sua facilidade de automatização.

Em 2007, Yashiro et. al. utilizaram a técnica de varredura por laser pulsado com recepção de ondas ultrassônicas para detecção de delaminações e descolamento das fases em compósitos de matriz epóxi reforçada por fibra de carbono. O sistema assemelha-se ao desenvolvido por Audoin (2002), porém fornece a visualização da propagação da onda ultrassônica no material utilizando os diagramas de movimento. Esses diagramas permitem analisar o espalhamento das ondas ultrassônicas devido os danos por impacto. As vantagens do método apresentadas pelos autores consistem na capacidade de inspecionar componentes tridimensionais e na facilidade de automatização.

Ra et. al. (2007) estudaram o comportamento de onda ultrassônica propagando-se em um compósito laminado carbono/epóxi utilizando a técnica de decomposição vetorial e a técnica ultrassônica de transmissão direta. Para determinar o efeito da polarização da onda na sensibilidade de detecção de defeitos, os autores analisaram as formas de ondas e as imagens obtidas por ultrassom variando o ângulo de incidência sobre a amostra. Através dos resultados encontrados, os autores concluíram que a máxima sensibilidade aos defeitos existentes é obtida com dois transdutores dispostos a  $90^\circ$  com relação à superfície do material.

D’Orazio et. al. desenvolveram em 2007 um sistema automático capaz de detectar e classificar os defeitos em materiais compósitos com diferentes profundidades. Os sinais ultrassônicos obtidos para diferentes espessuras foram normalizados e posteriormente comparados. Nesse processo de comparação um método neural de vários níveis detecta as áreas com defeitos separando-as da forma de onda e então classifica o tipo de defeito e sua localização e profundidade. O método da rede neural detecta corretamente a posição dos defeitos com bom tempo de processamento, porém apresenta desafios na caracterização dos tipos de defeitos, podendo confundir dois tipos diferentes.

Em 2008, Hsu revisou os métodos utilizados para inspeção em compósitos. A revisão destacou as características dos métodos ultrassônicos com água e ar acoplado, teste do martelo (um martelo com acelerômetro colide com a superfície da estrutura e fornece informações tais como a velocidade com que o martelo é repellido), termografia infravermelha e shearografia laser. O trabalho foi dividido em três partes: definição e classificação dos defeitos presentes em

compósitos, técnicas de inspeção aplicadas na manufatura e na manutenção dos compósitos e definição dos métodos com principais avanços. O autor ressalta o uso do método ultrassônico em inspeções de controle de qualidade durante a manufatura do material e suas limitações em inspeções em serviço.

A fim de caracterizar toda matriz de rigidez de um compósito carbono/epóxi com simetria ortotrópica, Solodov et. al. (2008) combinaram as velocidades de diferentes tipos de onda. Os autores apresentaram as relações entre cada tipo de onda e as constantes elásticas do material. Os módulos elásticos nos principais eixos do material foram estimados através das velocidades de propagação das ondas cisalhantes de baixa frequência.

No mesmo ano, Castaings e Hosten utilizaram ondas ultrassônicas guiadas para monitorar a integridade estrutural de um tanque de carbono/epóxi revestido por Titânio. A técnica empregou transdutores de ar acoplado que juntamente com um modelo multilaminado foram capazes de detectar o teor de umidade na região inspecionada e a presença de microtrincas. De acordo com os autores, a técnica pode ser utilizada no monitoramento da saúde estrutural, pois garante a reprodutibilidade nas condições de medições.

Assim como Castaings e Hosten, Oliveira e Marques (2008) desenvolveram uma técnica de monitoramento da saúde estrutural, que detecta as falhas existentes no material através da forma de onda da emissão acústica e processa esses sinais utilizando redes neurais artificiais. A validação da técnica foi realizada em um compósito vidro/poliéster com laminas dispostas a  $0^\circ/90^\circ$  durante o ensaio de tração. Segundo opinião dos autores, a técnica possui potencial para medições on-line, visto que todo processo desde a detecção até a classificação dos sinais é automatizado.

Em 2009, Yang et. al. utilizaram a técnica de transmissão direta para determinar a orientação das fibras em laminados carbono/epóxi com orientações:  $[(0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ)_4]_s$  e  $[(0^\circ)]_{50}$ . Os experimentos foram conduzidos com as amostras imersas utilizando várias configurações de posicionamento dos transdutores. A técnica desenvolvida foi capaz de detectar e gerar imagens com a orientação das laminas, podendo ser aplicada na inspeção de compósitos.

Ainda em 2009, Kim et. al. aprimoraram a técnica de detecção da orientação das laminas, apresentada por Yang et. al. (2009), disponibilizando uma técnica capaz de prever as falhas de empilhamento no material. A técnica utilizava um sistema ultrassônico controlado por computador e mostrou bons resultados quando comparada com os modelos teóricos elaborados pela decomposição e recombinação da polarização de cisalhamento. Os ensaios foram realizados em compósitos carbono/epóxi com orientações:  $[(0^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ)_4]_s$ ,  $[(0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ)_4]_s$  e  $[(0^\circ)]_{52}$  com objetivo de verificar a aplicabilidade do modelo teórico.

Em 2010, Raisutis et. al. aplicaram ondas guiadas de baixa frequência com simulação numérica tridimensional para investigar a presença de defeitos em barras de carbono/epóxi utilizadas como reforço de longarinas de planadores leves. Os autores observaram que a presença de defeitos não interrompia a propagação da onda, o que tornou possível a detecção de defeitos disponíveis em série dentro do material.

Diamanti e Soutis (2010) revisaram os ensaios não destrutivos e os métodos de monitoramento da saúde estrutural de compósitos aeronáuticos. Os autores discutiram as características dos principais métodos de detecção e medição de defeitos, enfatizando a tecnologia de monitoramento da integridade dos materiais e destacaram as dificuldades de implementação de uma técnica de detecção ativa, devido às variações ambientais e operacionais as quais os dispositivos estão sujeitos.

Em 2011, Garnier et. al. apresentaram três métodos de ensaios não destrutivos na detecção *in situ* de defeitos presentes em estruturas aeronáuticas feitas de compósito. Os autores compararam os métodos ultrassônicos, termografia infravermelha e sherografia, quanto à capacidade de detecção de defeitos em superfícies de geometria complexas e de defeitos *in situ* provenientes de danos por impacto. Resultados mostraram que os métodos são eficientes, porém cada método apresenta limitações na detecção alguns tipos defeitos.

Dos métodos analisados somente os métodos ultrassônicos apresentaram a habilidade de detectar a presença e profundidade de todos os defeitos. Porém, quando analisada a viabilidade e

o tempo de processamento, o método ultrassônico mostrou-se ineficiente devido o elevado custo computacional associado. Diante dos resultados encontrados, os autores concluíram que o melhor método tem que garantir a medição de defeitos de forma rápida e precisa, não consistindo em um método específico, mas na união de diferentes métodos.

Ramadas et. al. (2011) aplicaram transdutores ultrassônicos de ar acoplado para medição de delaminações em junções do tipo T de fibra de vidro/epóxi com orientação  $[(0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ)]_s$ . Analisando as imagens obtidas via ondas de Lamb foi possível caracterizar a largura e o comprimento das delaminações existentes no material nas diferentes zonas da junção T. Embora os valores obtidos estejam em concordância com os tamanhos encontrados, os autores afirmaram que as medições precisavam ser aprimoradas por outros métodos de estimação de tamanho de falhas.

## 4. MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta seção serão apresentados os materiais selecionados para a pesquisa assim como suas geometrias e propriedades, os equipamentos e instrumentos utilizados para a medição do tempo de percurso (TOF) das ondas ultrassônicas e os métodos empregados para cada medição.

Tendo em vista que o objeto de estudo desse trabalho é a medição da velocidade de propagação de ondas ultrassônicas longitudinais em compósitos estruturais aeronáuticos, foram utilizados *corpos de prova de fibras de carbono (HexTow<sup>®</sup> AS4) unidirecionais pré-impregnadas por matriz epóxi (HexPly<sup>®</sup> 8552 da fabricante Hexcel<sup>®</sup>)*. Os compósitos de fibra de carbono são os mais utilizados em componentes estruturais aeronáuticos, pois apresentam alta resistência e rigidez.

Através dos laminados de fibra de carbono foram manufaturadas onze corpos de prova, sendo nove de geometria retangular e dois polígonos. Os corpos de prova poligonais possuem vinte e quatro faces e foram utilizados para determinar a velocidade de propagação das ondas longitudinais para as fibras nas direções de 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° e 90°. Através das velocidades das ondas serão calculados pela lei de Snell os ângulos críticos de refração para cada direção de fibra.

Dos nove corpos de prova retangulares, três laminados foram fabricados com fibras na direção 0°, três na direção de 45° e novamente três corpos de prova com direção de fibra a 90°. Os corpos de prova retangulares serão ensaiados em trabalhos posteriores, visando obter a variação do tempo de percurso das ondas longitudinais criticamente refratadas ( $L_{CR}$ ) em função da tensão aplicada sobre o material. Para obter a onda longitudinal criticamente refratada ( $L_{CR}$ ) nos laminados com fibras nas direções de 0°, 45° e 90° serão confeccionadas sapatas de Rexolite<sup>®</sup> com ângulos críticos de refração calculados anteriormente.

#### 4.1. Planejamento experimental

Experimentos consistem em uma série de testes pré-definidos para análise das respostas de saída em função de mudanças propositalmente nas variáveis de entrada do sistema (MONTGOMERY, 2005). Assim, o planejamento experimental constitui-se na estratégia utilizada na condução dos experimentos para determinar os fatores de influência da variável de resposta, a fim de tornar o processo robusto (processo pouco afetado pelos fatores externos).

A fim de obter a relação entre a variação de tensão e velocidade de propagação das ondas ultrassônicas, o presente trabalho foi desenvolvido através de três planejamentos experimentais. Cada planejamento visou à obtenção de determinados fatores que influenciam a medição da velocidade ultrassônica. Através da Figura 21 é possível compreender melhor os fatores de influência na medição de qualquer velocidade ultrassônica.

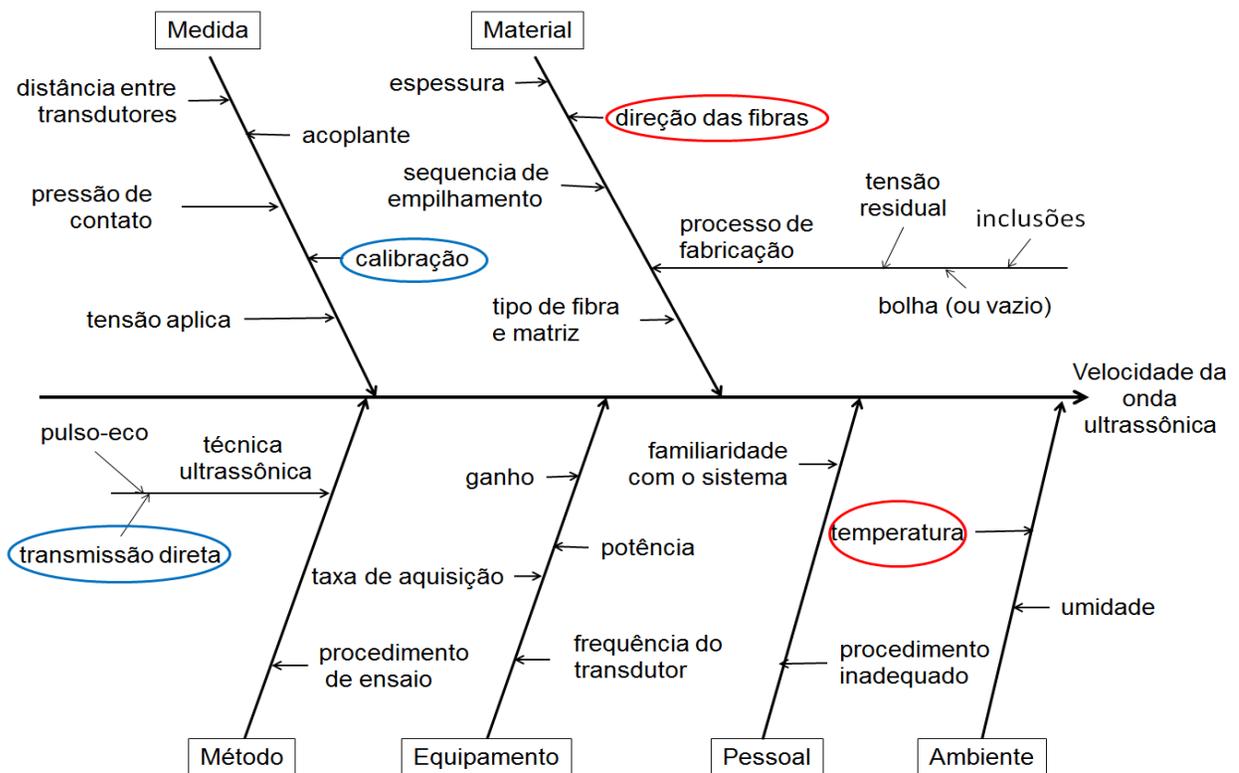


Figura 21 - Diagrama de causa-efeito para medição da velocidade de ondas ultrassônicas.

O diagrama apresentado na Figura 21 consiste no diagrama de “causa- efeito” e permite estruturar de forma gráfica os principais fatores de influência da medição. As causas circuladas em vermelho consistem nos fatores analisados neste trabalho. As causas em azul consistem no método utilizado para as medições das velocidades e a calibração realizada antes dos experimentos.

Devido o grande número de fatores de influência e o desconhecimento do comportamento acustoelástico do material, o planejamento experimental foi elaborado considerando que o processo seja iterativo, dessa forma optou por variar poucos fatores para uma primeira análise do comportamento da onda longitudinal. A experiência do grupo de pesquisa mostra que os demais fatores têm pouca influência no resultado do processo de medição de tensões por ultrassom. Assim, caso a dispersão encontrado como resultado do planejamento atual seja significativa, análises com a variação de mais fatores de influência serão realizadas em trabalhos futuros.

O planejamento experimental elaborado consistiu na análise da variação das velocidades das ondas em função das diferentes orientações das fibras, temperaturas e amostras. Os fatores de influência de causa primária *medida*, ou medição, foram mantidos constantes ou incontroláveis. A técnica ultrassônica utilizada em todas as medições foi de transmissão direta e obedecendo ao procedimento de ensaio descrito no planejamento experimental. Na causa primária *material* somente a direção das fibras foi variada em de dois corpos de prova similares. O processo de fabricação dos corpos de prova será descrito no subcapítulo 4.2, juntamente com o tipo de fibra e matriz e suas porcentagens.

Como todos os corpos de prova fabricados foram de *tape*, compósito laminado unidirecional, a sequência de empilhamento não foi um fator de influência na medição da velocidade ultrassônica, porém poderá ser objeto de futuros estudos.

Os fatores de *vazios e inclusões* da causa secundária processo de fabricação foram controlados. Essa consideração só foi possível através do certificado de qualidade emitido pela empresa fornecedora dos corpos de prova, GME Aerospace.

Os fatores de taxa de aquisição e frequência dos transdutores da causa primária *equipamento* foram mantidos constantes para todos os ensaios realizados, porém os fatores de ganho e potência variaram de acordo com a variação da direção das fibras.

A fim de evitar os fatores associados à causa primária *pessoal*, ou operador, vários ensaios preliminares foram realizados variando os equipamentos de ensaio. Através desses ensaios foi possível que a familiarização com o equipamento, material e método utilizado, evitando assim o uso inadequado e reduzindo a possibilidade de influência deste fator.

Da causa *ambiente* somente a temperatura foi selecionada para análise, sendo então um fator de projeto. De acordo com Montgomery (2005), fatores de projeto são todos os fatores selecionados para o estudo através do experimento. A umidade foi considerada como constante através do condicionador de ar utilizado no controle da temperatura.

A sequência de atividades realizadas para atingir o objetivo proposto é descrita nas seguintes etapas:

**a) Calibração dos Transdutores:** a calibração consistiu na comparação da medida de distância de um bloco padrão e a distância obtida através do tempo de percurso (TOF) dos transdutores a serem utilizados nos ensaios. Essa etapa foi realizada antes dos ensaios para garantir que uma eventual mudança de cabos e transdutores entre as medidas não induzisse a erros associados à instrumentação no valor obtido.

**b) Análise dos fatores de influência:** a segunda etapa do procedimento consistiu na medição dos fatores de influência no TOF das ondas longitudinais. Nesta etapa foi utilizado o corpo de prova poligonal para medição das velocidades de fase da onda longitudinal com direção de fibra variando a cada 15°, obedecendo aos sinais dos sentidos horário e anti-horário. Além da variação da direção das fibras, verificou-se a variação na velocidade de fase da onda ultrassônica para três temperaturas diferentes. O estudo foi repetido em um segundo corpo de prova similar, para avaliar a variação devido à mudança do corpo de prova.

## 4.2. Fabricação dos corpos de prova

Os corpos de prova foram confeccionados por pré-impregados unidirecionais de fibra de carbono/epóxi (Hexply® AS4/8552) da fabricante Hexcel®. Foram fabricados pela GME Aerospace que permitiu o acompanhamento do processo de fabricação. As propriedades físicas e mecânicas do pré-impregado são descritas na Tabela 4.1.

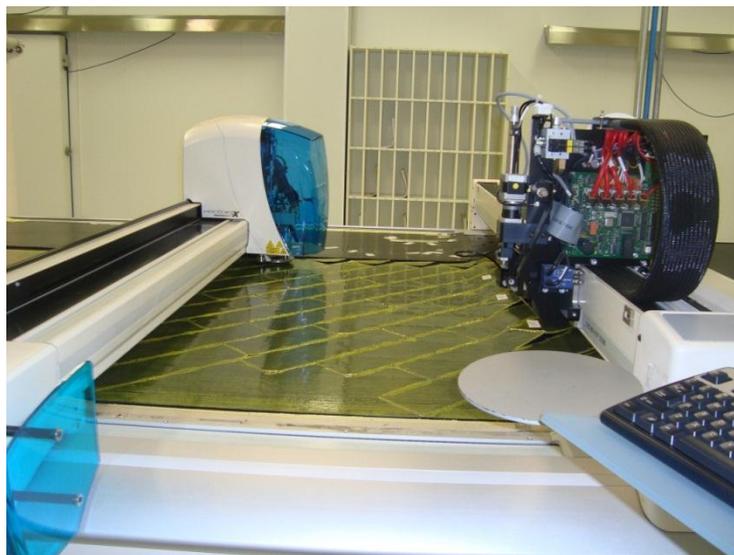
**Tabela 4.1 – Propriedades físicas e mecânicas do *prepeg* Hexply® AS4/8552.**

Pré-impregnado AS4/8552	
Densidade da lâmina (g/m <sup>3</sup> )	1,59
Volume nominal de fibra (%)	58,52
Espessura por lâmina (mm)	0,187
Módulo de elástico longitudinal (GPa)	142
Módulo de elástico transversal (GPa)	9,5
Módulo de cisalhamento (GPa)	5,0
Resistência a tração longitudinal (MPa)	2336
Resistência a tração transversal (MPa)	81
Resistência ao cisalhamento (MPa)	114

As direções longitudinal e transversal utilizadas na Tabela 4.1 correspondem à disposição das fibras nas direções 1 e 2 no plano da lâmina.

Os pré-impregnados consistem em produtos semimanufaturados de fibras impregnadas com resina prontas para moldagem. A fim de evitar a cura em ambiente e garantir a “vida de prateleira” (vida útil em estocagem) do material, os pré-impregnados devem ser conservados em refrigeradores a temperatura de -18°C. Assim, a primeira etapa do processamento dos corpos de prova foi à retirada dos pré-impregnados do refrigerador para temperatura ambiente controlada de 23°C.

O processo de corte dos pré-impregnados na geometria desejada somente é realizado após o descongelamento do mesmo. Esse corte foi realizado automaticamente através da máquina de corte de tecidos e tapes Vector FX da fabricante Lectra<sup>®</sup>, mostrada na Figura 22.



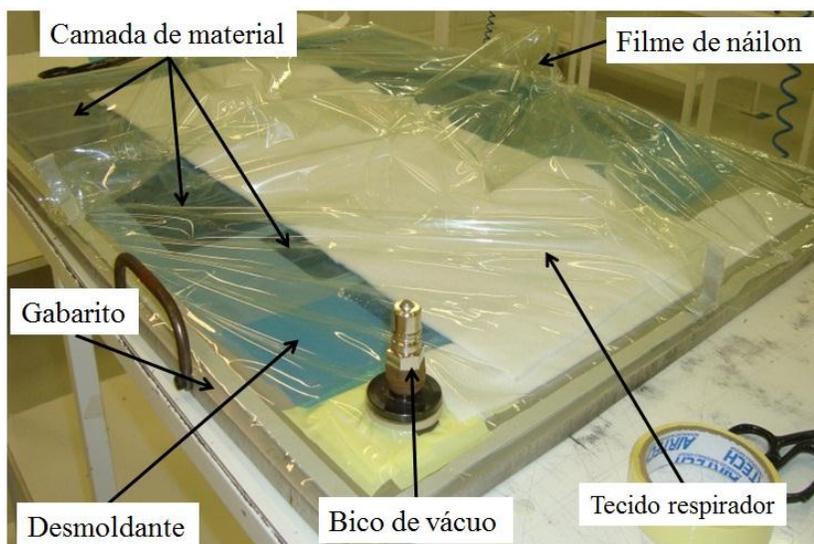
**Figura 22 - Máquina de corte VectorTechTexFX da Lectra<sup>®</sup>.**

O processo de laminação foi realizado em uma superfície lisa (gabarito), que foi preparada com a aplicação de um solvente da Rhodiasolv<sup>®</sup> para limpeza e de um agente desmoldante (Frekote<sup>®</sup>).

Após preparação do gabarito, o mesmo foi enviado para uma sala limpa (conhecida como sala branca) onde a temperatura (23°C), umidade e índice de particulados são controlados para a realização da laminação. O controle de particulados visa evitar inclusões (poeira) no material. Para impedir a cura da lâmina durante a fabricação, a temperatura deve ser mantida constante. Conforme foi discutido na seção 2.3.3, a absorção da umidade do ambiente pode induzir tensões residuais desde o início do processo. Quando essa absorção ocorre nesse estágio é difícil prever a relação entre o coeficiente de expansão higroscópica e a deformação induzida no material.

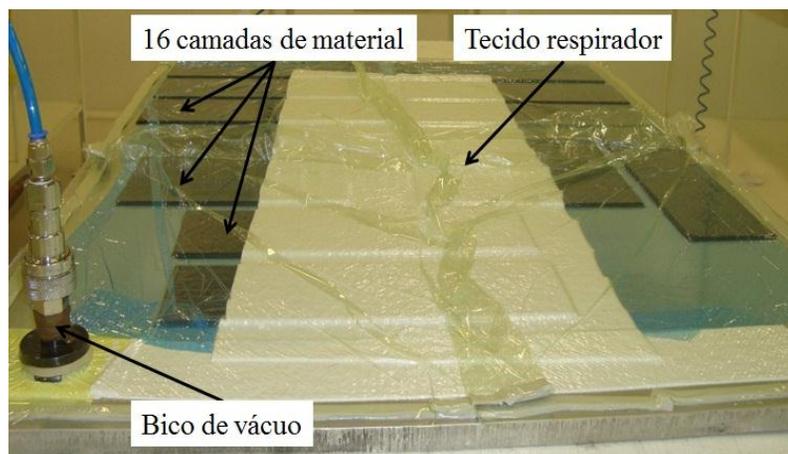
A primeira camada de cada corpo de prova foi distribuída na superfície do gabarito e fixada pela pressão de -0,85 bar na bolsa de vácuo por 5 minutos. Para aplicação do vácuo no material, as camadas dispostas no gabarito foram cobertas por um filme desmoldante Wrightlon<sup>®</sup> 5200.

Acima do filme desmoldante foi depositado um tecido respirador Airweave® Super 10 para auxiliar a passagem do ar. A bolsa de vácuo consistiu em um filme de náilon depositado sobre o tecido respirador e fixado por selantes. A montagem de todo sistema é mostrada na Figura 23.



**Figura 23 - Bolsa de vácuo para fixação das camadas no gabarito.**

Devido à espessura dos corpos de prova, o processo de laminação foi realizado em ciclos alternando laminação e pré-compactação por vácuo. Os ciclos consistiram na laminação de oito camadas e pré-compactação com  $-0,85$  bar por 15 minutos. Na Figura 24 é apresentado a pré-compactação de 16 camadas dos laminados.



**Figura 24 - Ciclo de laminação e pré-compactação.**

Terminada a laminação de cada corpo de prova, uma nova bolsa de vácuo foi confeccionada para o processo de cura do material. Nessa bolsa de vácuo, os corpos de prova já laminados foram cobertos por dois filmes desmoldantes: um da Armalon<sup>®</sup> liso e outro filme A4000 da Airtech Europe Sarl<sup>®</sup>. Os filmes foram utilizados para evitar que a resina saísse do material durante o processo de cura e para ajudar no processo de desmoldagem.

Nessa etapa da confecção da bolsa, foram fixados dois termopares nas extremidades opostas dos gabaritos e o tecido respirador Airweave<sup>®</sup> Super 10 foi totalmente sobreposto acima dos filmes e termopares. Para o fechamento da bolsa de vácuo foi utilizado um filme de náilon e selantes.

A fim de evitar a presença de ar (no jargão “ponte”) entre os laminados, foi realizada uma pré-compactação a vácuo e a bolsa foi arrumada deixando os excessos do filme de revestimento entre os corpos de prova, conforme a Figura 25.



**Figura 25 - Bolsa de vácuo com pré-compactação.**

Com a bolsa de vácuo pronta e sem a presença de ar entre os laminados, um aperto de 10 Nm foi aplicado no bico de vácuo para evitar a entrada de ar dentro da bolsa de vácuo. Garantida

a vedação da bolsa e do bico de vácuo, foi retirado o ar do Airweave® Super 10 por cinco minutos.

Após o período de retirada do ar, foi realizado um teste para verificação da pressão na bolsa de vácuo. O teste consiste em instalar um manômetro no bico de vácuo e deixá-lo por doze minutos. Se a pressão no manômetro se mantiver constante durante este período é garantida a estabilidade da pressão na bolsa de vácuo e a mesma está apta para ser levada à autoclave. Essa etapa de verificação do teste é mostrada na Figura 26 com manômetro indicando -0,85 bar.



**Figura 26 - Teste de verificação da pressão na bolsa de vácuo.**

Após o término do teste, o manômetro foi retirado e uma vedação feita do filme de revestimento foi fixada ao bico de vácuo. Os gabaritos foram então levados para a autoclave e a vedação do bico de vácuo foi retirada para adaptação da linha de vácuo da autoclave e os termopares ligados ao sistema de controle.

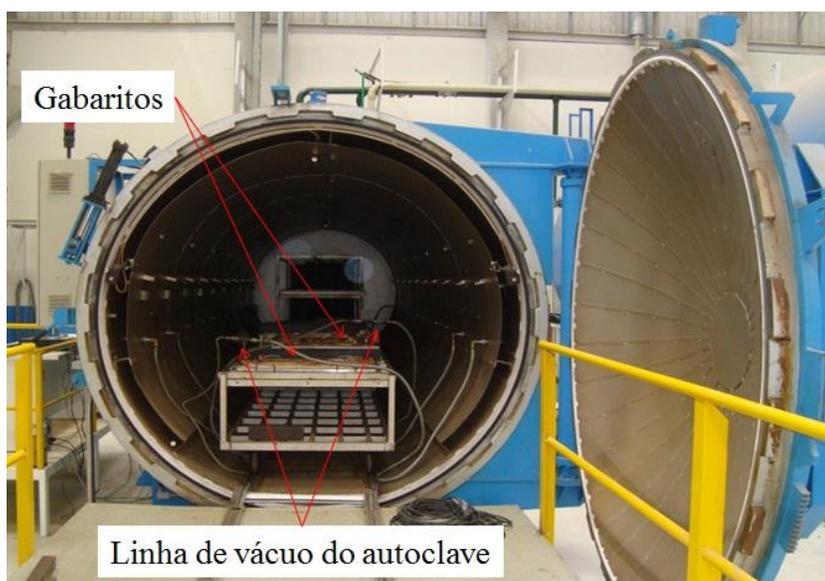
O processo de cura começou com a aplicação da pressão na linha de vácuo de -0,85 bar. Com a linha de vácuo na pressão estabelecida, a autoclave foi programada para aplicar uma pressão externa de 100 psi em 25 minutos. Quando a pressão externa alcançou 20,31 psi, os corpos de prova sofreram uma aeração que consiste em elevar a pressão negativa presente na bolsa de vácuo para zero.

Durante os 25 minutos em que a pressão externa aumentava, a temperatura dentro da autoclave também aumentou alcançando 40° C. A partir do momento que a pressão externa de nitrogênio alcançou 100 psi, o autoclave começou aquecer com taxa de 1° C/min. Até alcançar a temperatura de patamar de 177° C com tolerância de 5° C.

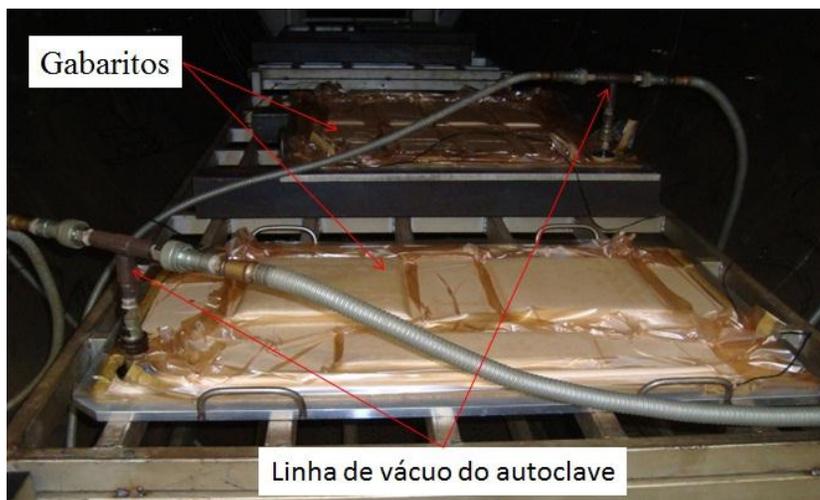
Para que cura do material pudesse ocorrer, a autoclave foi programada para o tempo de patamar de 120 minutos, sendo a contagem desse tempo iniciada somente após os gabaritos alcançarem a temperatura do patamar.

Após cura, a autoclave foi resfriado com taxa de 2° C/min. Esse resfriamento ocorreu até o momento que o termopar mais lento alcançou a temperatura de 65° C. A partir dessa temperatura, a autoclave foi despressurizada com taxa de aproximadamente 1,7 psi/min.

Os corpos de prova só foram retirados da autoclave 17 minutos após despressurização do mesmo, no momento em que os termopares registraram a temperatura de 32°C. As Figuras 27 e 28 mostram o momento da retirada do material da autoclave.

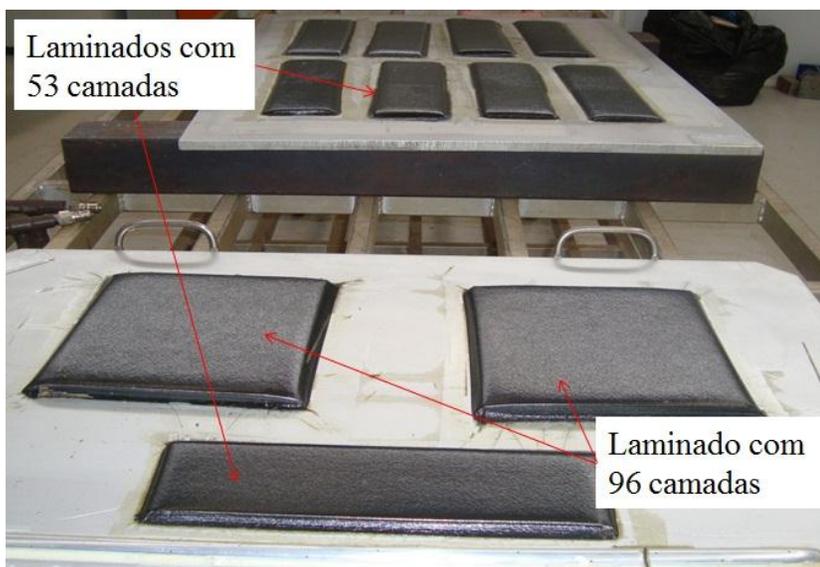


**Figura 27 - Momento da retirada do material da autoclave.**

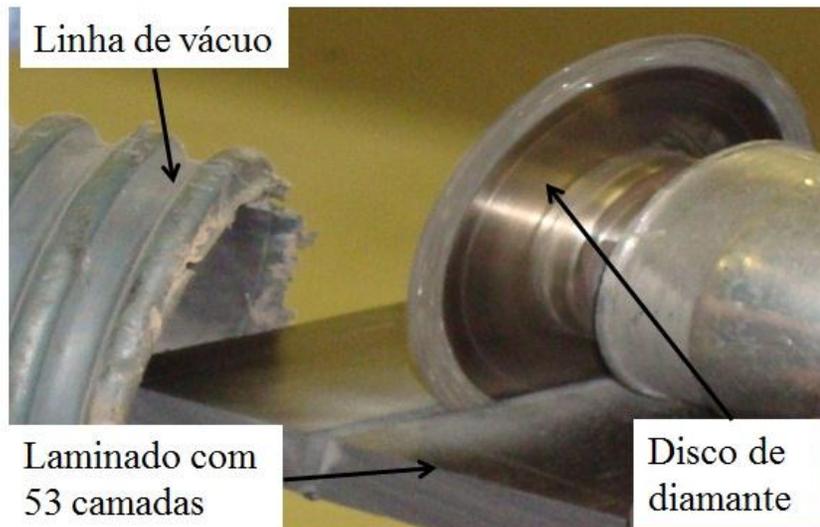


**Figura 28 - Corpos de prova dentro do autoclave.**

Retirados da autoclave, os corpos de prova foram desmoldados, como pode ser visto na Figura 29, e posteriormente encaminhados para o processo de corte. Os corpos de prova de geometria retangular foram cortados com um disco de diamante em baixa velocidade e os de geometria poligonal foram enviados para o centro de usinagem. Na Figura 30 é mostrado o processo de corte com disco.



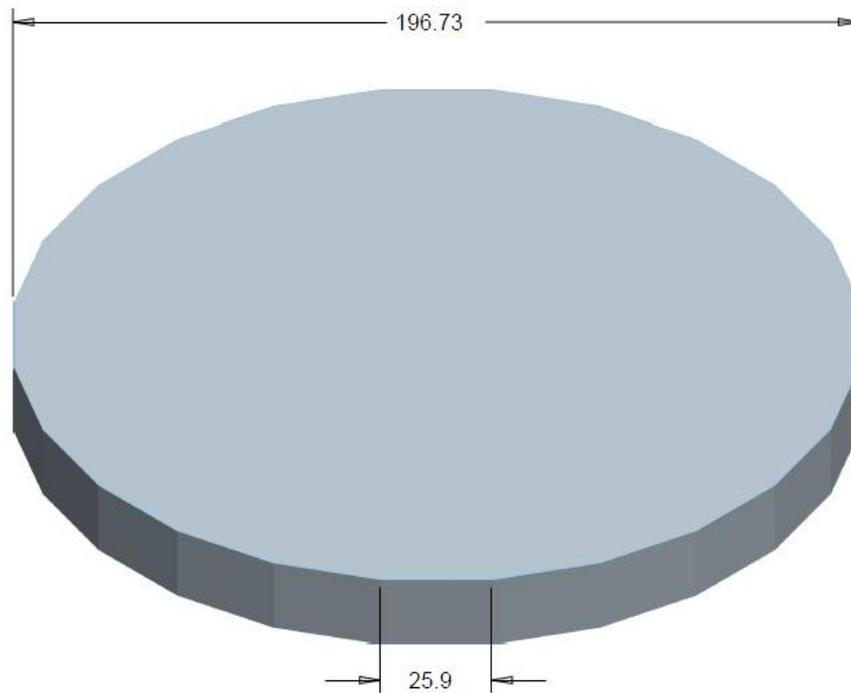
**Figura 29 - Corpos de prova após desmoldagem.**



**Figura 30 - Processo de corte dos corpos de prova.**

### **4.3. Corpos de prova poligonais**

A geometria dos dois corpos de prova poligonais (24 lados) garante a medição da velocidade de propagação da onda a cada  $15^\circ$  no sentido horário e anti-horário do laminado. Para evitar o efeito de borda na propagação da onda ultrassônica, o laminado foi confeccionado com dimensões maiores que os transdutores utilizados. A Figura 31 mostra um desenho 3D do corpo de prova.



**Figura 31 - Corpo de prova poligonal com 24 faces e suas dimensões.**

O polígono apresenta lados de 25,9 mm e espessura total de aproximadamente 18,43 mm, consistindo em 97 laminas (camadas) de pré-impregnados. Para a confecção do laminado foram realizados 12 ciclos de laminação: a cada 8 camadas laminadas o material foi pré-compactado por 15 minutos (apresentado na seção 4.2).

Na Figura 32, o corpo de prova poligonal é apresentado após a cura do laminado e o corte em CNC.



**Figura 32 - Corpo de prova poligonal pronto.**

#### **4.4. Equipamentos**

Nessa seção serão apresentados os equipamentos utilizados nas medições e calibrações, englobando: transdutores, sensores, bloco padrão, os sistemas empregados na geração e aquisição de sinais e os programas de aquisição de dados.

##### **4.4.1. Equipamentos para medição e calibração**

As medições de TOF das ondas longitudinais foram realizadas por meio de dois transdutores do modelo A103 S da Panametrics/Olympus®. Esses transdutores possuem frequência de 1 MHz e elemento piezoelétrico de 13 mm (0,5 in) de diâmetro. Na Figura 33 são mostrados os transdutores.



**Figura 33 - Transdutores Panametrics/Olympus® modelo A103S de 1 MHz.**

A calibração dos transdutores foi realizada por meio de um bloco padrão tipo 1 da Panametrics/Olympus®, modelo TB 1054-1 de aço 1018 para medições por ultrassom conforme norma ASTM E 164 IIW. A foto do bloco padrão é apresentada na Figura 34.



**Figura 34 - Bloco padrão utilizado na calibração dos transdutores.**

A velocidade da onda longitudinal no bloco padrão é de 5920 m/s com tolerância de 30 m/s obedecendo às normas EM-12223 e EM-27963 (BUENOS, 2010).

A fim de obter a influência da temperatura na velocidade de propagação das ondas longitudinais foi utilizado um termopar Omega® do tipo K (NiCr-NiAl). O termopar em contato com a peça foi conectado no módulo de condicionamento de sinais da National Instruments®.

A medida da distância percorrida pela onda longitudinal no corpo de prova foi realizada por um micrometro Mitutoyo 175-200, com resolução de 0,01mm, conforme mostra Figura 35. As distâncias obtidas foram de 196,93 mm para o corpo de prova 1 e 197,05 mm para o corpo de prova 2. As medidas foram realizadas em todas as faces do polígono, sendo encontrada a mesma medida.



**Figura 35 - Micrometro Mitutoyo utilizado para aferição das medidas das distâncias percorridas pela onda.**

#### **4.4.2. Equipamentos para geração e aquisição de dados**

O sinal ultrassônico emitido pelo transdutor foi gerado por um pulsador e receptor portátil USB-UT350 da Ultratek<sup>®</sup>. O dispositivo apresenta um trigger interno de 1 Hz até 1000 Hz, taxa de amostragem até 50MHz e resolução de 8 bits. Entre as facilidades do equipamento está o fato de que este permite aplicação da técnica por pulso-eco, ou transmissão direta, além de conexão via USB. A foto do equipamento é mostrada na Figura 36.



**Figura 36 – Pulsador USB-UT350 da Ultratek®.**

O condicionamento do sinal obtido pelo termopar foi realizado por um módulo SCC-TC02 da National Instruments®. Esse módulo utilizado no monitoramento da temperatura e o pulsador/receptor foram conectados ao controlador embarcado PXI-8108 da National Instruments®, conforme mostra Figura 37.



**Figura 37 - Controlador embarcado PXI-8108 da National Instruments®**

A configuração da montagem dos dispositivos para a aquisição dos sinais é apresentada através do diagrama de conexões da Figura 38.

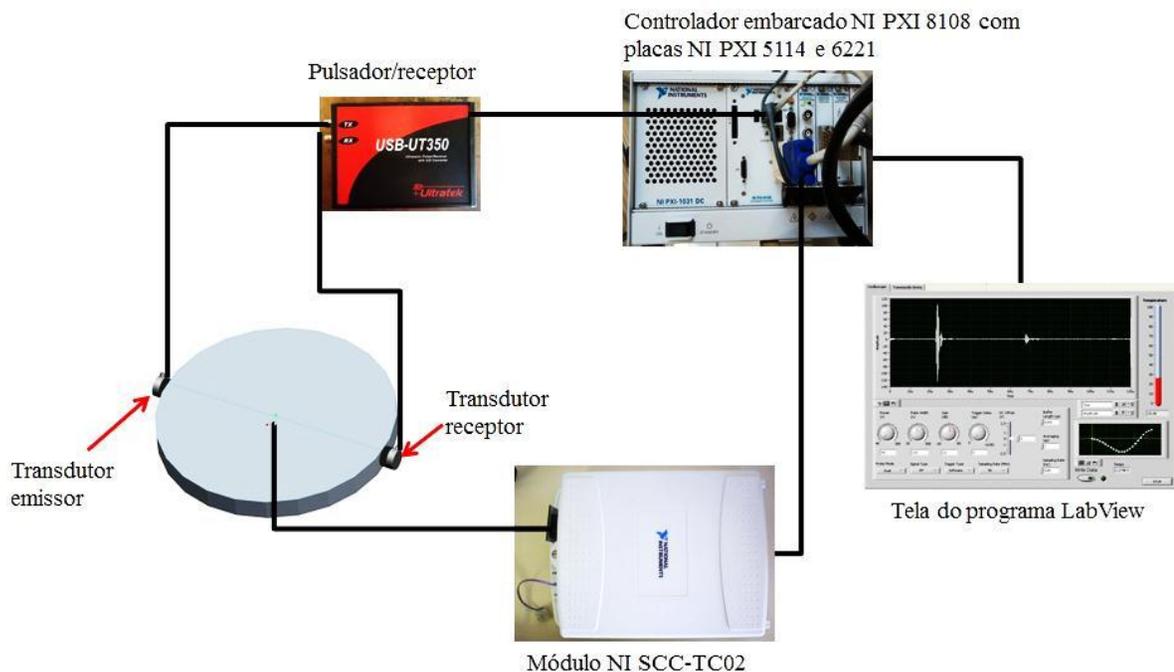


Figura 38 - Diagrama de conexão do para medição por transmissão direta do tempo de percurso das ondas.

#### 4.4.3. Programa de aquisição de dados

Os sinais ultrassônicos obtidos durante os ensaios foram lidos e processados por dois programas desenvolvidos na plataforma Labview<sup>®</sup>. Para a análise dos fatores de influência sobre o tempo de percurso (TOF) das ondas longitudinais foi utilizado um programa de leitura das ondas ultrassônicas geradas durante o ensaio pela técnica de transmissão direta, programa SCOPE USB 3. O programa apresenta em sua tela principal informações sobre a medição e controle dos sinais, tais como: a temperatura durante o ensaio, o tempo de percurso de onda, o trigger, a seleção do canal e a taxa de amostragem, conforme mostrado na Figura 39.

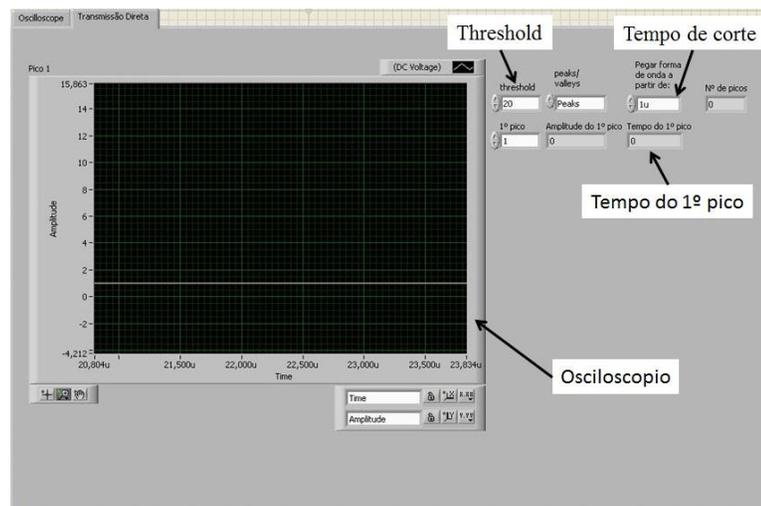


**Figura 39 - Primeira tela do programa SCOPE USB 3 utilizado para obter o tempo de percurso.**

Na primeira tela do programa é possível ajustar as configurações do pulsador USB-UT350. No modo de aquisição é possível selecionar a técnica utilizada, sendo *dual* para transmissão direta e *single* para pulso-eco. A potência, comprimento de pulso, ganho e trigger também são ajustados nessa tela do programa.

Durante a medição do TOF das ondas longitudinais, as configurações do pulsador foram alteradas conforme a direção das fibras. Os valores do TOF gravados consistem nas médias dos 40 últimos sinais adquiridos.

Na Figura 40, a segunda tela do programa é apresentada. Nessa tela é possível obter o primeiro pico ajustando o tempo a partir da primeira variação no osciloscópio e o limite (“threshold”) que impõe a amplitude a partir da qual será adquirido o primeiro pico do sinal e fornece o tempo do primeiro pico acima do limite. Além das funções descritas, o programa fornece a opção de gravar as formas de onda obtidas durante o ensaio para análises posteriores.



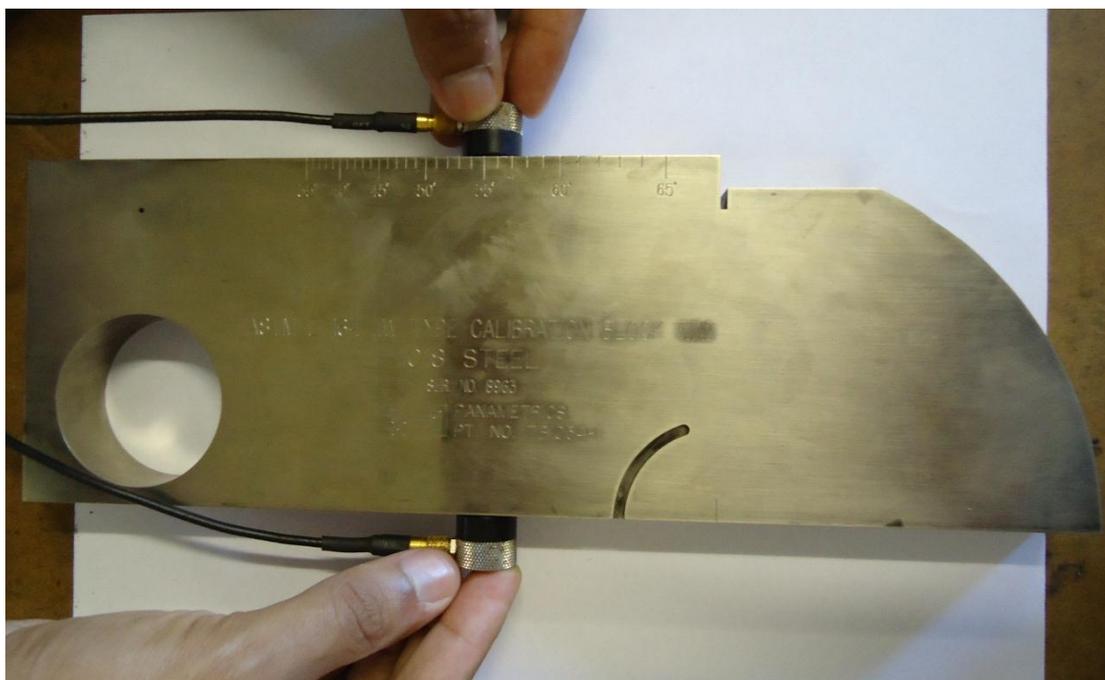
**Figura 40 - Segunda tela do programa SCOPE USB 3.**

## 4.5. Procedimentos experimentais

Nesse subcapítulo serão descritos os procedimentos adotados na execução da sequência de atividades apresentadas no subcapítulo 4.1 e as etapas de cada planejamento experimental.

### 4.5.1. Calibração do sistema de aquisição

Os transdutores A103S (de 1 MHz) da Panametrics/Olympus<sup>®</sup> foram calibrados utilizando o bloco padrão apresentado na seção anterior. O procedimento da calibração consistiu na comparação da distância encontrada através do tempo de percurso dos transdutores e a distância no bloco padrão de 100 mm, conforme Figura 41.



**Figura 41 - Bloco padrão com transdutores durante calibração.**

As medições do TOF foram realizadas por transmissão direta com três repetições. O procedimento realizado entre cada medição consistiu na retirada dos transdutores, limpeza da superfície do bloco padrão e na reaplicação de uma camada de gel acoplante (Carbogel<sup>®</sup> ULT). A calibração foi realizada antes dos experimentos a temperatura ambiente.

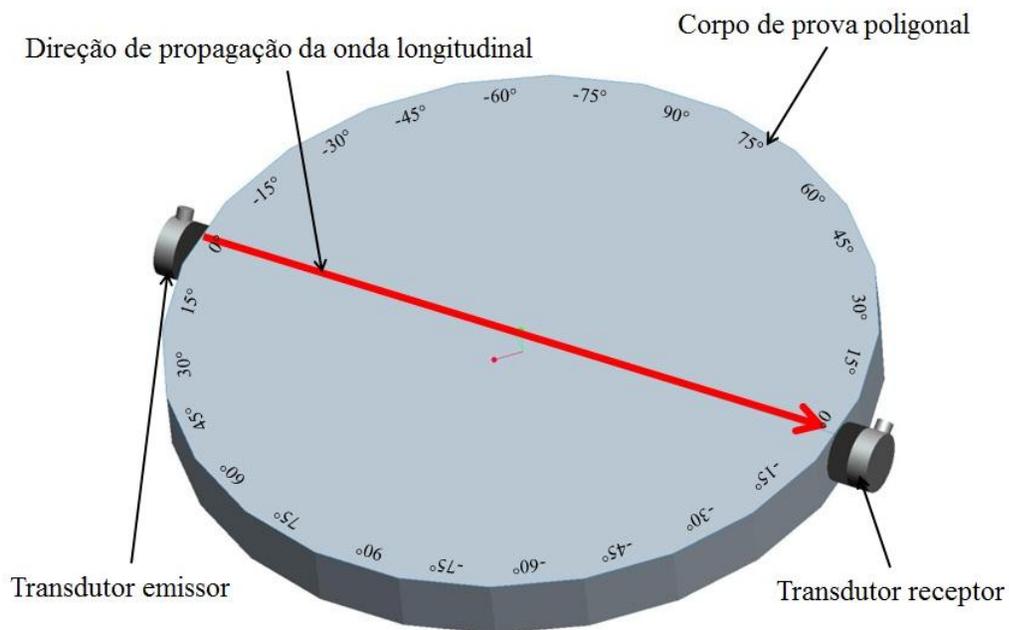
A medida obtida pelo tempo de percurso dos transdutores ultrapassou em 6 mm a medida do bloco padrão, equivalente ao atraso de 1,2  $\mu$ s no tempo de percurso ideal para o bloco. Esse valor da calibração foi subtraído em cada medição das ondas longitudinais.

#### **4.5.2. Análise dos fatores de influência**

Trabalhos anteriores realizados pelo grupo de pesquisa (ANDRINO, 2003; CAETANO, 2003; SANTOS, 2003; MINICUCCI, 2003; FRAGA, 2007; SANTOS, 2007; ANDRINO, 2007; BUENOS, 2010; PEREIRA, 2011) provaram a influência da temperatura para diferentes materiais metálicos. Neste trabalho, a mesma análise será feita para o compósito em questão.

O processo de análise dos fatores de influência testou simultaneamente as combinações de todos os níveis de cada variável através do planejamento fatorial completo elaborado. A repetitividade foi garantida através das medições em dois corpos de prova e da dispersão quando as medidas foram feitas na mesma posição e na mesma peça.

Os testes consistiram na aplicação da técnica de transmissão direta em cada face do polígono variando a temperatura do corpo de prova, conforme mostra a Figura 42. O primeiro ensaio foi realizado com os corpos de prova a temperatura de 20° C. Com a temperatura mantida constante, foram realizadas medições com as fibras nas direções de 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° e 90° (no sentido horário e anti-horário) com os transdutores de 1 MHz. O mesmo procedimento foi realizado no segundo corpo de prova com mesmas dimensões. As temperaturas de ensaio foram 20°, 21°, 23°, 24°, 26° e 29°C.



**Figura 42 - Medição por transmissão direta na face do polígono para fibras na direção de 0°.**

O procedimento realizado durante o ensaio é descrito nos seguintes passos:

- I. Posicionamento dos corpos de prova e equipamentos na bancada de ensaio.
- II. Ajuste do sistema de aquisição de dados e montagem do conjunto utilizado na medição.
- III. Calibração do sistema de medição.
- IV. Ajuste do ar condicionado para a temperatura de ensaio.
- V. Início da medição da temperatura.
- VI. Limpeza da superfície ensaiada.
- VII. Aplicação de gel acoplante na face ensaiada do polígono.
- VIII. Adaptação do transdutor na face do polígono e registro do TOF.
- IX. Cinco repetições das etapas VI, VII e VIII na mesma face do polígono.
- X. Remoção do gel acoplante na face do polígono já ensaiada.
- XI. Repetição das etapas VI ao IX nas onze faces restantes do polígono.
- XII. Repetição das etapas realizadas para o segundo corpo de prova.
- XIII. Aumento da temperatura do ar condicionado e repetição de todo o processo a partir da etapa V.

O resumo do planejamento experimental para esta análise é mostrado no fluxograma da Figura 43.

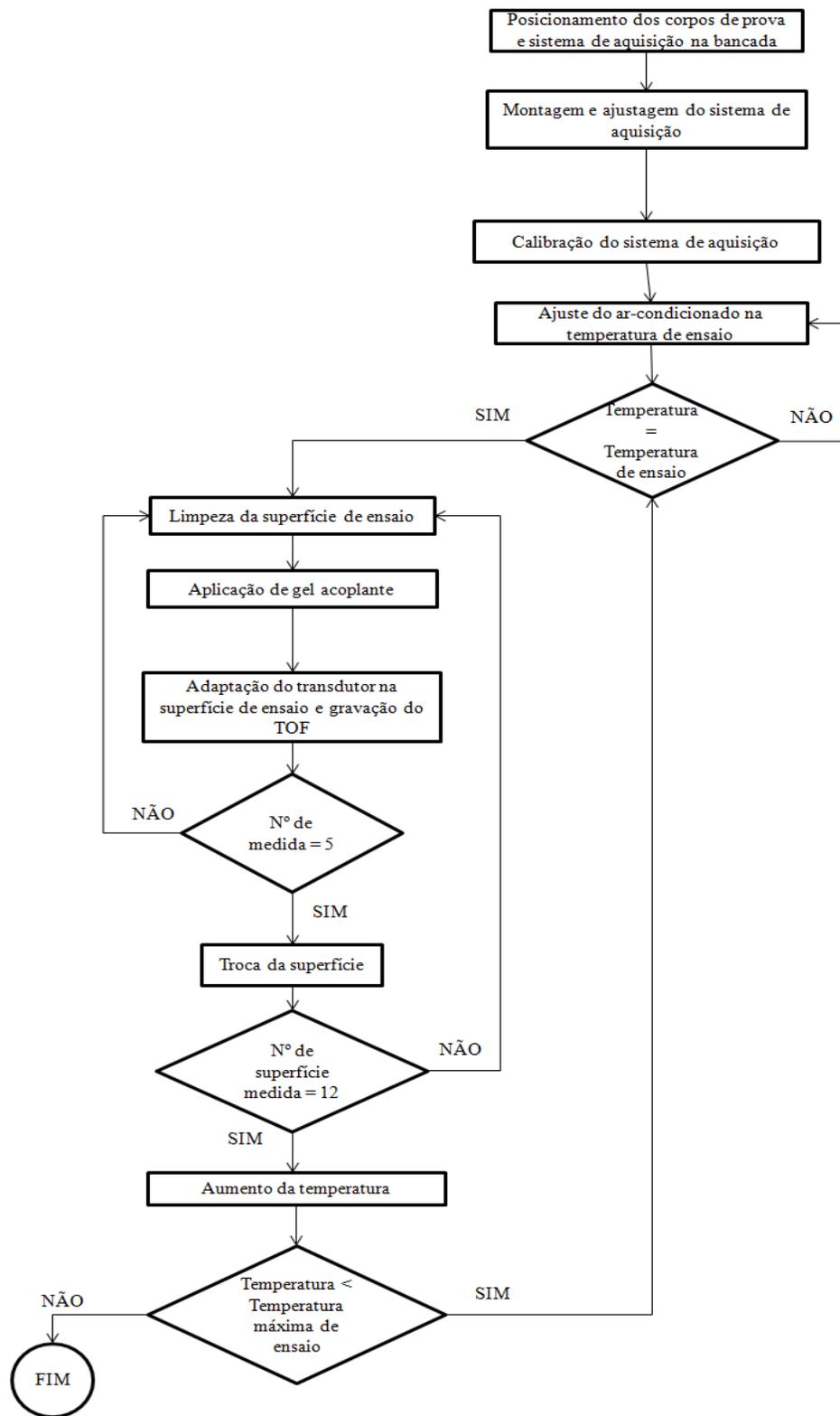


Figura 43 - Fluxograma da seqüência de atividades relacionadas durante o ensaio para medição da velocidade da onda longitudinal.

Os fatores de influência e seus níveis analisados na propagação da onda longitudinal são mostrados na Tabela 4.2.

**Tabela 4.2 – Tabela dos fatores de influência e seus níveis na análise da propagação da onda longitudinal.**

Fatores	Níveis											
Amostras	1						2					
Direção das fibras	- 75	- 60	- 45	- 30	- 15	0	15	30	45	60	75	90
Temperatura	20		21		23		24		26		29	
Total de medições	(2x12x6x1) x 5 repetições =720											

#### 4.6. Resumo do Capítulo

Neste capítulo foi apresentada a metodologia empregada para análise dos fatores de influência (temperatura, direção das fibras e uniformidade). Essa metodologia envolveu desde o processo de fabricação dos corpos de prova até o desenvolvimento utilizado durante os ensaios. Os dispositivos utilizados para cada análise também foram citados neste capítulo. As etapas utilizadas na realização dos ensaios obedeceram aos planejamentos experimentais comentados no início do capítulo e descritos no subcapítulo de procedimentos experimentais (4.5). Como o planejamento utilizado foi o fatorial completo, planeja-se 720 experimentos para a avaliação dos fatores de influência.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos nos experimentos de análise da influência da temperatura, direções das fibras e não uniformidade das amostras ensaiadas na velocidade de propagação da onda longitudinal, conforme descrito no capítulo 4.

### 5.1. Avaliação dos fatores de influência na velocidade de propagação

Conforme o capítulo anterior, para analisar os fatores de influência no tempo de percurso da onda longitudinal foram utilizados dois corpos de provas poligonais. A influência da direção das fibras foi verificada pela variação do posicionamento dos transdutores emissor e receptor nas 12 faces de cada amostra, conforme procedimento descrito no subitem 4.5.2. Para avaliar o efeito da temperatura foram realizados ensaios em seis níveis: 20°, 21°, 23°, 24°, 26° e 29°C. A força de acoplamento dos transdutores na amostra foi variável devido o posicionamento manual dos transdutores.

Para realizar a análise dos fatores de influência foi utilizado o critério de Chauvenet para rejeitar os resultados fora da probabilidade de 95% adotada como intervalo de confiança da medição. Conforme apresentado pela Equação (5.1), o critério de Chauvenet fornece o limite máximo e mínimo permissível para os dados obtidos.

$$\text{Velocidade}_{\text{máxima}} = \text{Velocidade}_{\text{média}} + 2,776 * \text{Desvio\_padrão\_da\_amostra} \quad (5.1)$$

$$\text{Velocidade}_{\text{mínima}} = \text{Velocidade}_{\text{média}} - 2,776 * \text{Desvio\_padrão\_da\_amostra}$$

A Equação (5.1) foi aplicada isolando os níveis dos fatores. O valor 2,776 apresentado na Equação (5.1) consiste na razão padrão de desvio padrão para a componente velocidade da amostra com 5 medidas (no caso analisado, grau de liberdade 4).

Através do critério de Chauvenet foram rejeitados 16 medidas de velocidades distribuídas nas 720 medições realizadas. Os valores rejeitados são apresentados na Tabela 5.1.

**Tabela 5. 1 - Tabela dos valores rejeitos pelo critério de Chauvenet.**

Temperatura (°C)	Direção da fibra (°)	Amostra
20	0	2
23	0	1
26	15	1
23	-15	1
23	-15	2
20	30	2
20	-30	1
23	-30	2
20	-45	2
20	75	1
23	75	1
23	75	2
26	75	2
20	-75	2
23	-75	2
26	-75	2

Conforme se observa na Tabela 5.1 não foi rejeitado mais que uma medida para cada combinação dos níveis de temperatura, direção das fibras e amostras.

Os valores considerados aceitos pelo critério de Chauvenet foram utilizados para a elaboração dos gráficos de interação entre os fatores analisados. Esses gráficos são apresentados nas Figuras 44, 45, 46 e 47. Os gráficos foram elaborados através da ferramenta de análise estatística Action<sup>®</sup>, o qual se comporta como um suplemento do Excel.

Na Figura 44 é apresentado o gráfico de interação entre os fatores temperatura (°C) e direção das fibras (°), sendo cada ponto do gráfico obtido da média de 10 medidas (5 repetições da amostra 1 mais 5 da amostra 2). Os valores de velocidades apresentados estão na unidade do Sistema Internacional (*m/s*). Conforme observado na Figura 44, aparentemente não existe uma

interação entre o fator temperatura e direção das fibras. Essa conclusão é observada pelo comportamento das diferentes direções das fibras para cada temperatura, as quais são linhas quase paralelas.

Além disso, não parece haver um comportamento previsível para o efeito da temperatura. Enquanto para as direções das fibras de 15°, -30° e -45° se observa um aumento na velocidade de propagação da onda longitudinal entre os níveis de 20° e 21°C, as direções das fibras 0°, -15° e 30° apresentam uma diminuição na velocidade e para a direção das fibras à 90° não há variação perceptível na velocidade. Assim, a mudança no comportamento da velocidade da onda ocorre para os diferentes níveis de temperatura sem obedecer a um padrão.

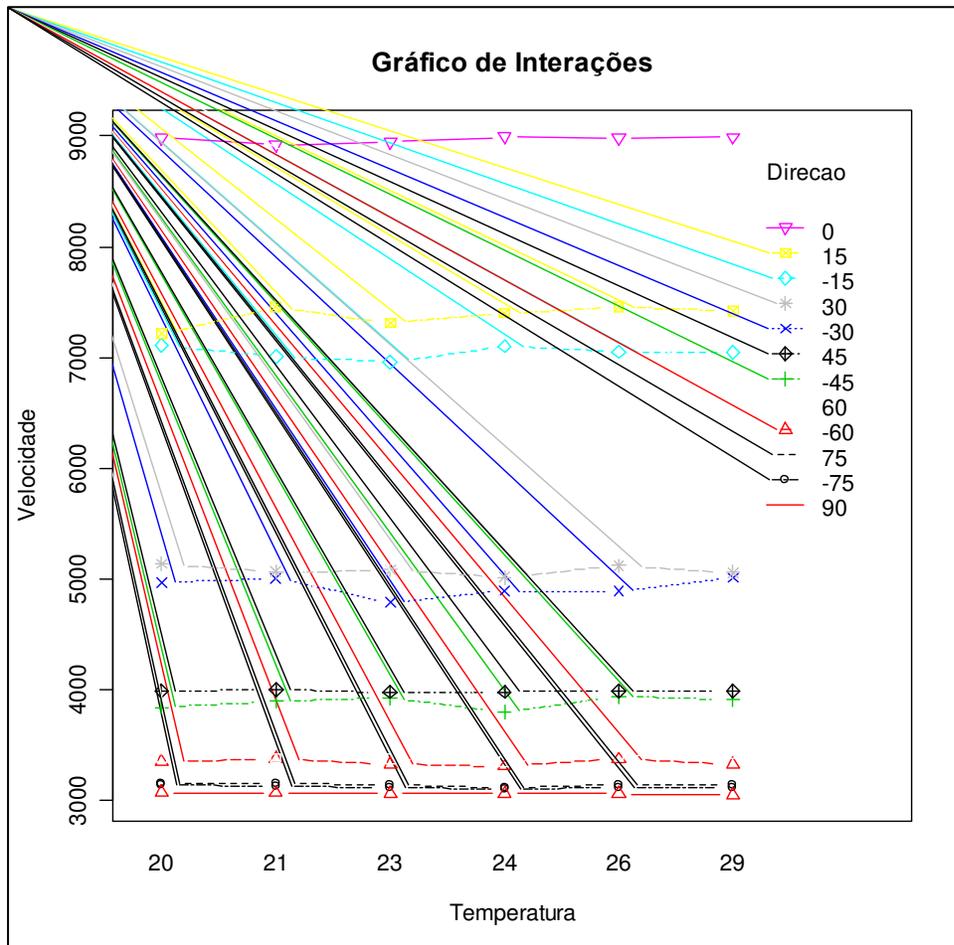


Figura 44 - Gráfico da interação entre os fatores temperatura e direção das fibras.

Através da Figura 44 também é observado que as medidas das velocidades para as direções das fibras positivas diferem das negativas para a mesma direção.

Invertendo as relações entre temperatura e direção das fibras apresentadas na Figura 44, obtêm-se as curvas de temperaturas em função das direções da fibra, conforme mostra a Figura 45. Nesse gráfico de interação é possível observar que a influência da temperatura é pequena quando comparada a influência das direções das fibras na velocidade.

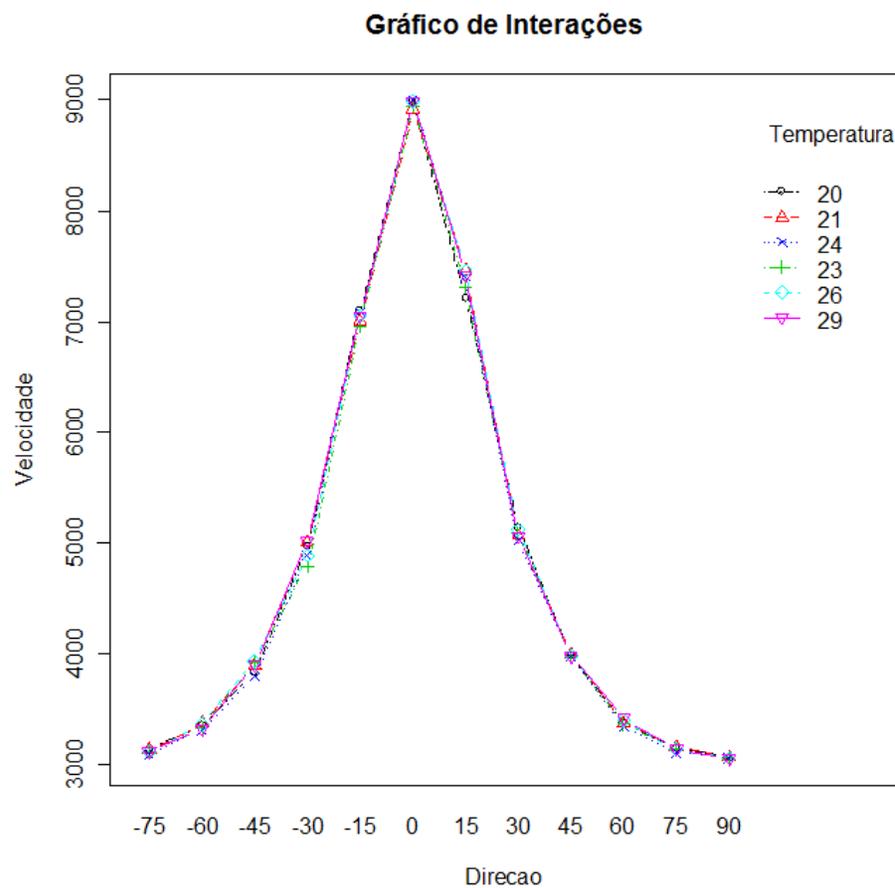
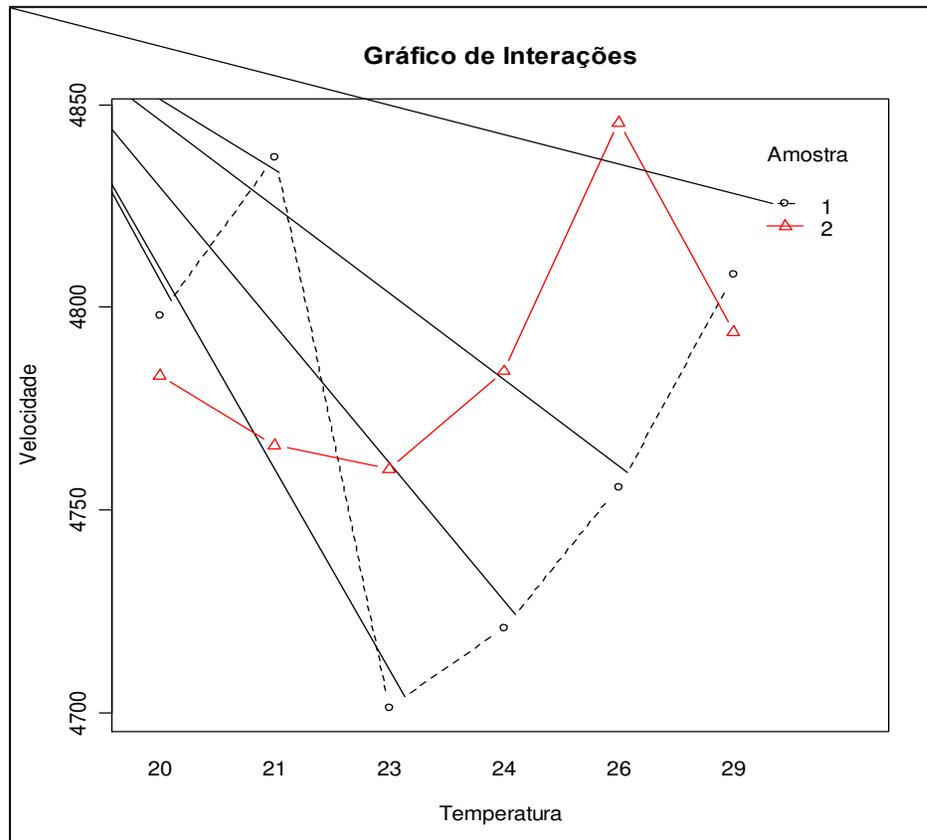


Figura 45 - Gráfico de interação dos fatores direção das fibras e temperatura.

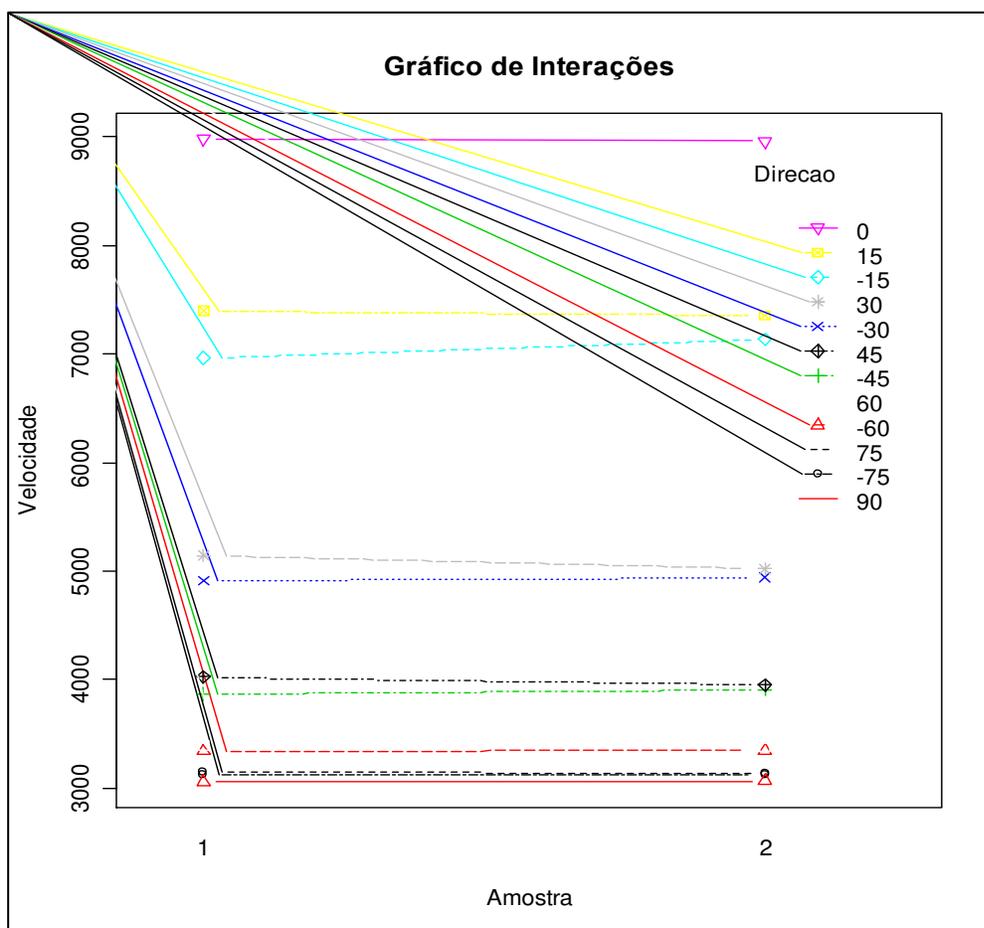
Na Figura 46 são apresentados os valores médios de cada amostra para cada nível de temperatura, para todas as direções. O gráfico não permite determinar a existência de interação entre os fatores temperatura e amostra, porém mostra que a influencia da temperatura na velocidade de propagação para cada amostra é aleatória, comprovando a conclusão obtida através

da Figura 44. Esse comportamento aleatório da temperatura torna tal fator incontrollável, podendo ser considerado como ruído. O gráfico também mostra que não há uma tendência para nenhuma das amostras.



**Figura 46 - Gráfico de interação dos fatores temperatura e amostra.**

A interação entre os fatores de direção das fibras e amostra é apresentada no gráfico da Figura 47. Conforme se observa na Figura 47, para algumas direções das fibras ( $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $-60^\circ$  e  $0^\circ$ ) os valores de velocidade são bem próximos para as duas amostras analisadas. Para as demais orientações das fibras houve variações entre os valores médios de cada amostra. As pequenas variações da velocidade em função da amostra se contrapõem à grande influência da direção das fibras, muito maior do que a influência da amostra.



**Figura 47 - Gráfico de interação entre os fatores amostras e direção das fibras.**

A Figura 47 também confirma a observação feita através da Figura 44 com relação à diferença existente entre as velocidades das mesmas direções das fibras com orientação positivas e negativas.

## **5.2. Avaliação Estatística dos fatores de influência na velocidade de propagação**

Para verificar o efeito dos fatores foi realizado a análise da variância (ANOVA) através do software de cálculo estatístico e planejamento experimental Statgraphics®.

O teste de hipótese adotado na ANOVA é característico dos métodos de efeitos fixos, ou seja, os níveis dos tratamentos foram escolhidos antes dos ensaios e as conclusões obtidas são em

relação somente aos níveis analisados. Os tratamentos consistem nos fatores cuja influência será analisada. A Equação (5.2) mostra o teste de hipótese adotado neste tipo de método.

$$\begin{cases} H_0: \tau_1 = \dots = \tau_a \\ H_1: \tau_i \neq 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Na Equação (5.2),  $\tau$  representa os tratamentos que vão do primeiro nível até o valor  $a$  que consiste no último nível do tratamento do fator em análise. Na segunda hipótese, hipótese não nula, tem-se que a hipótese nula não é verdadeira para pelo menos um nível  $i$  do tratamento analisado.

Os resultados obtidos pela ANOVA são apresentados na Tabela 5.2. Conforme mostra a tabela o único fator de não influência observado consiste na amostra cujo P-valor é 31,51%, concluindo também que não existe variabilidade entre as amostras ensaiadas. Os outros fatores analisados (temperatura e direção das fibras) influenciam nos resultados da velocidade, apresentando P- valor inferior a 5%.

**Tabela 5.2 - Tabela com os valores obtidos na regressão quadrática da superfície de resposta.**

Fator	Graus de liberdade	Soma dos quadrados	Média dos quadrados	Valor F	P – valor
Temperatura	5	176826,00	35365,20	23,13	0,000
Direção das fibras	11	2,51371E9	2,2852E8	149429,20	0,000
Uniformidade	1	1543,58	1543,58	1,01	0,3151

A influência da direção da fibra é evidente nos gráficos anteriores, mas a da temperatura não. De fato, o p-valor pode não ser uma boa forma de avaliar a influência para este caso, já que a diferença nos resultados de temperatura é muito menor do que nos resultados relacionados à direção da fibra. Mais estudos devem ser feitos para identificar se a temperatura é um efeito, por si só, importante e quantificável na medição de velocidades nesse tipo de compósito.

## 5.2 Medidas da velocidade da onda longitudinal

Nessa seção serão apresentados os valores das velocidades das ondas longitudinais para os diferentes níveis de direção das fibras, isolando cada amostra. Juntamente com os valores obtidos serão apresentadas as incertezas associadas a cada medição. A escolha por analisar isoladamente cada nível de direção das fibras é devido a grande influência das direções das fibras na velocidade da onda, conforme mostra a Figura 48. Nessa figura, foi utilizado o valor médio obtido para todas as temperaturas analisadas. Conforme pode ser visto, o gráfico se assemelha muito ao da Figura 45, onde é avaliado o efeito da temperatura e não da amostra.

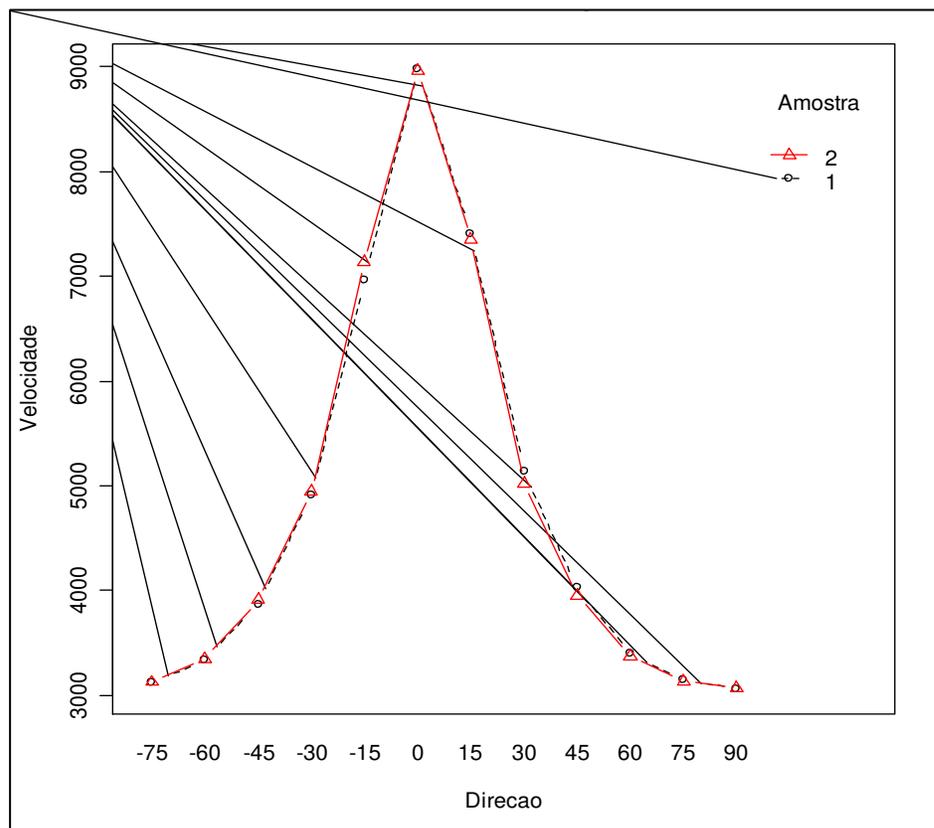


Figura 48 - Variação da velocidade em função das direções das fibras para as amostra 1 e 2.

### 5.2.1 Medidas da velocidade da onda longitudinal para direção de propagação à 0° das fibras

Na Tabela 5.5 são apresentadas as medidas das velocidades obtidas para a direção das fibras a 0°. Nessa direção, a onda se propaga a alta velocidade chegando ao valor máximo de 9004,57 m/s.

**Tabela 5. 3 - Medidas das velocidades para direção das fibras a 0° da amostra 1, variando a temperatura.**

Temperatura	Velocidade da amostra 1 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	8988,13	8997,99	6,877	3,076	4,195	5,202
	8996,35					
	8996,35					
	9004,57					
	9004,57					
21	8979,94	8979,94	0,000	0,000	4,178	4,178
	8979,94					
	8979,94					
	8979,94					
	8979,94					
23	8947,30	8947,29	0,00	0,000	4,195	4,195
	8947,30					
	8947,30					
	8947,30					
24	8971,75	8971,754	0,00	0,000	4,195	4,195
	8971,75					
	8971,75					
	8971,75					
	8971,75					
26	8963,59	8968,48	4,47	2,001	4,195	4,648
	8971,75					
	8971,75					
	8963,59					
	8971,75					
29	8988,13	8988,13	0,00	0,000	4,195	4,195
	8988,13					
	8988,13					
	8988,13					
	8988,13					

Da mesma forma que na Tabela 5.5, a Tabela 5.6 apresenta os resultados de velocidade obtidos para a amostra 2 com a onda longitudinal propagando na direção de 0° das fibras.

**Tabela 5. 4 - Medidas das velocidades para direção das fibras à 0° da amostra 2, variando a temperatura.**

Temperatura	Velocidade da amostra 2 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	8969,05	8969,05	3,84	1,924	4,166	4,589
	8963,61					
	8971,77					
	8971,77					
21	8856,18	8855,38	1,78	0,796	4,061	4,138
	8852,20					
	8856,18					
	8856,18					
	8856,18					
23	8944,62	8942,18	3,63	1,623	4,141	4,447
	8936,51					
	8940,56					
	8944,62					
	8944,62					
24	9010,06	9010,06	0,00	0,000	4,204	4,204
	9010,06					
	9010,06					
	9010,06					
	9010,06					
26	8985,41	8991,15	3,67	1,641	4,186	4,496
	8993,61					
	8993,61					
	8989,51					
	8993,61					
29	8985,41	8990,33	4,49	2,009	4,186	4,643
	8993,61					
	8985,41					
	8993,61					
	8993,61					

As incertezas apresentadas nas Tabelas 5.5 e 5.6 consistem em incertezas de dois tipos: incerteza do tipo A, associadas ao erro de medição, e incertezas do tipo B, que consistem nas incertezas de instrumentação. Assim, as incertezas do tipo A calculadas consistem nas incertezas da medição da velocidade da onda. Essas incertezas são calculadas dividindo o desvio padrão das medidas pela raiz quadrada da quantidade de medição, conforme a Equação (5.5).

$$\text{Incerteza\_tipo\_A} = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (5.3)$$

A incerteza do tipo B pode ser estimada pela divisão da resolução do instrumento de medida por um valor  $k$  relacionado ao nível de confiança adotado. Na Equação (5.6) é apresentada a formulação para esta estimativa.

$$\text{Incerteza\_tipo\_B} = \frac{\text{Resolução\_do\_instrumento}}{k} \quad (5.4)$$

O valor  $k$  adotado para a estimativa da incerteza do tipo B nas Tabelas 5.5 e 5.6, foi o próprio valor  $z$  para uma probabilidade de 95% ( $z=1,96$ ).

A incerteza combinada apresentada na Tabela 5.6 é resultante da incerteza do tipo A com a incerteza do tipo B. Assim, considerando que não há correlação entre as incertezas, a medida da incerteza padrão combinada é equivalente à raiz quadrada do somatório dos quadrados das incertezas, conforme mostra Equação (5.7).

$$\text{Incerteza\_combinada} = \sqrt{(\text{Incerteza\_A})^2 + (\text{Incerteza\_B})^2} \quad (5.5)$$

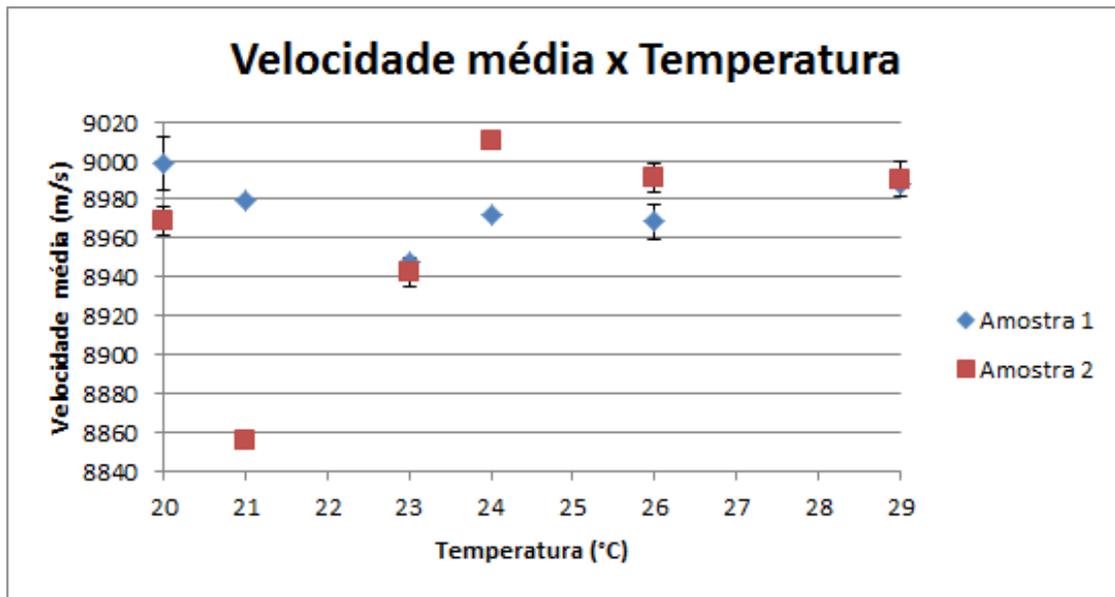
A “*Incerteza\_B*” da Equação (5.7) é obtida através da propagação das incertezas do tipo B associadas ao sistema de aquisição do sinal e da medição da distância através do micrometro. A propagação das incertezas segue a formulação apresentada na Equação (5.8).

$$v = \frac{dS}{dt}$$

$$\Delta v = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial t} \Delta t\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial S} \Delta S\right)^2} \quad (5.6)$$

Na Equação (5.8),  $\Delta v$  consiste na incerteza do tipo B combinada,  $\Delta t$  é a incerteza do sistema de aquisição de sinal de 10,20 ns e  $\Delta S$  a incerteza do paquímetro (0,005 mm).

A representação gráfica dos valores das velocidades é apresentada na Figura 49. Na Figura 49 são apresentados os valores médios da velocidade e as barras de erro correspondentes a  $2\sigma$  (sendo  $\sigma$  o desvio-padrão), o que obedece a uma confiabilidade de 95%.



**Figura 49 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção 0° das fibras.**

Conforme mostra a Figura 49, a dispersão nas medições não apresentou valores significativos. A figura mostra ainda que não há uma relação aparente entre os níveis de temperatura e as medidas de velocidade, mas sim uma variação da velocidade não explicada pela variação da temperatura.

### 5.2.2 Medidas da velocidade da onda longitudinal para direção de propagação à 15° das fibras

Na Tabela 5.7 são apresentados os resultados obtidos para a direção das fibras a 15° da amostra 1. O desvio padrão máximo observado da amostra 1 foi de 10,41 m/s para a temperatura de 24° C.

**Tabela 5. 5 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação 15°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 1 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	7356,369	7357,471	4,60	2,057	2,805	3,478
	7361,869					
	7361,869					
	7356,369					
	7350,877					
21	7467,956	7471,357	3,10	1,388	2,892	3,208
	7473,624					
	7473,624					
	7467,956					
	7473,624					
23	7350,877	7358,571	4,92	2,199	2,805	3,564
	7361,869					
	7361,869					
	7361,869					
	7356,369					
24	7411,743	7406,179	10,41	4,656	2,805	5,436
	7417,326					
	7406,168					
	7406,168					
	7389,493					
26	7479,301	7479,301	0,00	0,000	2,805	2,805
	7479,301					
	7479,301					
	7479,301					
29	7323,540	7333,364	7,12	3,184	2,805	4,243
	7334,451					
	7339,918					
	7339,918					
	7328,991					

As medidas obtidas pela propagação da onda na direção de 15° em relação às fibras para a amostra 2 apresentam uma maior dispersão que os resultados da amostra 1. Assim, o desvio padrão total (de todas as medidas) dos diferentes níveis de temperatura foi de 148,23 m/s. Os resultados são apresentados na Tabela 5.8.

**Tabela 5. 6 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação 15°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 2 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	7042,530	7074,644	27,79	12,426	2,588	12,693
	7055,138					
	7070,327					
	7109,440					
	7095,787					
21	7438,656	7441,466	2,81	1,257	2,868	3,131
	7441,465					
	7438,656					
	7444,277					
	7444,277					
23	7263,177	7268,537	3,79	1,696	2,736	3,219
	7268,536					
	7273,902					
	7268,536					
	7268,536					
24	7396,772	7393,449	8,19	3,661	2,831	4,627
	7405,111					
	7393,996					
	7385,682					
	7385,682					
26	7449,905	7442,405	4,78	2,138	2,868	3,577
	7444,277					
	7440,530					
	7438,656					
	7438,656					
29	7506,667	7510,101	3,14	1,402	2,921	3,240
	7506,667					
	7512,390					
	7512,390					
	7512,390					

Na Figura 50, os resultados são apresentados graficamente. Os resultados obtidos para as velocidades mostraram que não há uma tendência que explicita a influência da temperatura. Observa-se também que a variação entre as velocidades obtidas pelas amostras 1 e 2 é pequena para os níveis de temperatura: 21°, 23°, 24° e 26° C.

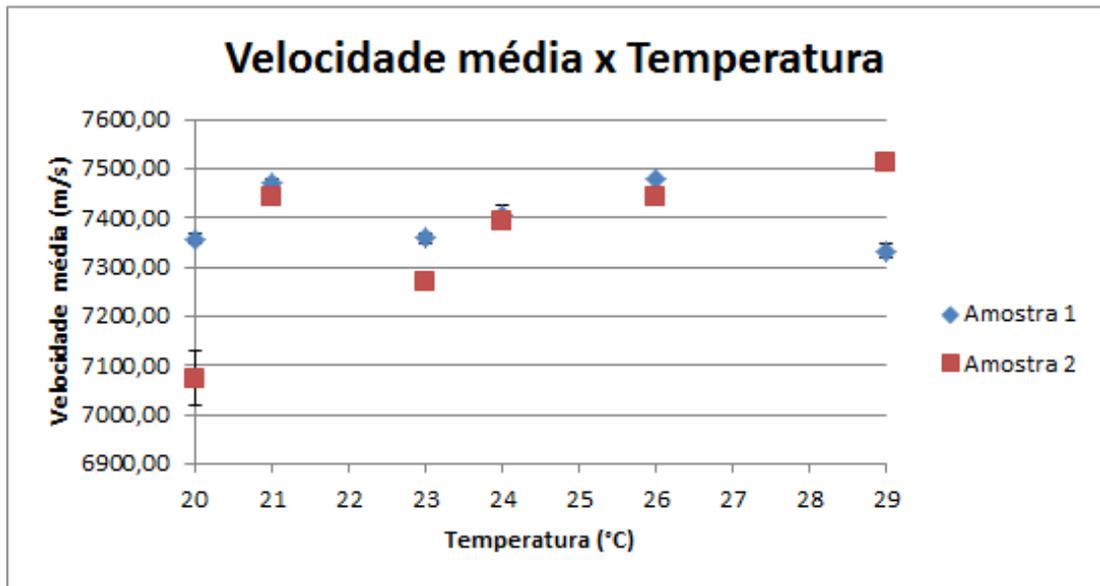


Figura 50 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção 15° das fibras.

A maior variação entre as velocidades obtidas pelas amostras 1 e 2 foi obtida a temperatura de 20°C, e equivale a 282,83 m/s.

#### 5.2.4 Medidas da velocidade da onda longitudinal para direção de propagação à -15° das fibras

Para a onda propagando com ângulo de -15° com relação à direção longitudinal das fibras da amostra 1, as velocidades médias apresentaram variação máxima de 56,16 m/s, que consiste na diferença da máxima média obtida (29°C) pela menor média à 24°C. Os resultados são apresentados na Tabela 5.9.

**Tabela 5.7 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação -15°.**

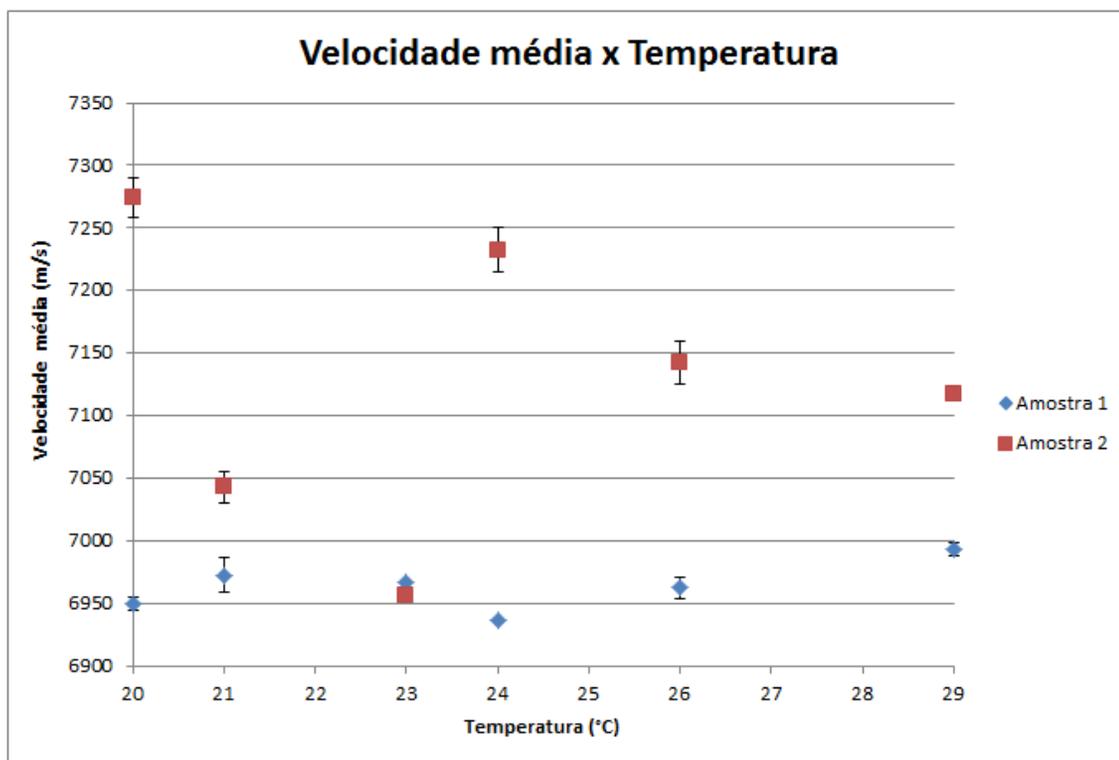
Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 1 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	6951,288	6949,33	2,69	1,201	2,502	2,776
	6946,384					
	6951,288					
	6951,288					
	6946,384					
21	6975,912	6972,46	6,89	3,081	2,519	3,979
	6970,973					
	6961,117					
	6978,384					
	6975,912					
23	6966,042	6966,04	0,00	0,000	2,502	2,502
	6966,042					
	6966,042					
	6966,042					
24	6936,597	6937,575	2,19	0,980	2,502	2,687
	6936,597					
	6941,487					
	6936,597					
	6936,597					
26	6961,117	6962,10	4,12	1,842	2,502	3,107
	6961,117					
	6966,042					
	6956,199					
	6966,042					
29	6990,770	6992,76	2,72	1,217	2,502	2,782
	6995,737					
	6990,770					
	6990,770					
	6995,737					

Os resultados de velocidade obtidos pela propagação da onda na direção -15° das fibras na amostra 2 apresentaram uma dispersão significativa quando comparados aos resultados da amostra 1. A variação máxima da velocidade foi entre os níveis de temperatura 20° e 23°C, com diferença de 318,93 m/s. Esses resultados estão disponibilizados na Tabela 5.10.

**Tabela 5. 8 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação -15°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 2 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	7268,536	7274,45	7,70	3,443	2,740	4,400
	7268,536					
	7273,902					
	7287,352					
	7273,902					
21	7046,729	7043,04	6,29	2,815	2,569	3,811
	7034,988					
	7048,407					
	7047,568					
	7037,500					
23	6955,524	6955,52	0,00	0,000	2,505	2,505
	6955,524					
	6955,524					
	6955,524					
24	7224,122	7232,62	8,89	3,974	2,709	4,809
	7231,193					
	7241,823					
	7241,823					
	7224,122					
26	7129,161	7141,83	8,50	3,801	2,641	4,629
	7136,907					
	7147,262					
	7148,558					
	7147,262					
29	7118,002	7114,83	4,99	2,230	2,623	3,442
	7116,287					
	7116,287					
	7106,022					
	7117,573					

Através dos resultados das Tabelas 5.9 e 5.10 tem-se o gráfico das médias das velocidades e dos desvios padrão para as amostras 1 e 2, conforme mostra Figura 51.



**Figura 51 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção  $-15^\circ$  das fibras.**

Na Figura 51, também se observa que para as velocidades de propagação à  $-15^\circ$  da direção longitudinal, os dados obtidos foram aleatórios não apresentando assim uma relação entre a variação da velocidade em função da variação da temperatura.

### **5.2.5 Medidas da velocidade da onda longitudinal para direção de propagação à $30^\circ$ das fibras**

Os resultados das velocidades para à direção  $30^\circ$  da amostra 1 são apresentados na Tabela 5.11. Para esse nível de direção de propagação da onda e amostra foram rejeitados dois valores pelo critério de Chauvenet, esses valores foram rejeitados em dois níveis de temperatura diferentes ( $23^\circ$  e  $24^\circ\text{C}$ ). O desvio padrão para todas as medidas de velocidade da amostra 1 foi de 46,44 m/s. Os desvios padrão para cada nível de temperatura não foram significativos.

**Tabela 5.9 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação 30°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 1 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	5171,481	5173,11	2,43	1,087	1,387	1,762
	5175,558					
	5170,123					
	5175,558					
	5172,840					
21	5133,733	5133,73	1,34	0,599	1,366	1,491
	5135,072					
	5132,395					
	5135,072					
	5132,395					
23	5129,721	5132,66	1,66	0,740	1,390	1,572
	5133,733					
	5133,287					
	5133,287					
	5133,287					
24	5193,302	5192,76	3,57	1,600	1,390	2,114
	5194,672					
	5194,672					
	5186,463					
	5194,672					
26	5175,558	5177,06	5,10	2,282	1,387	2,670
	5183,733					
	5181,005					
	5172,160					
	5172,840					
29	5059,086	5057,63	1,53	0,685	1,387	1,547
	5058,567					
	5058,567					
	5055,969					
	5055,969					

Na Tabela 5.12 são apresentadas as medidas de velocidade para a amostra 2. O desvio padrão das medidas de velocidade para todos os níveis de temperatura foi de 75,59 m/s. Da

mesma forma que a amostra 1, os desvios padrão das velocidades para cada nível de temperatura não foram significativos.

**Tabela 5. 10 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação 30°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 2 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	5100,958	5099,64	1,52	0,682	1,346	1,509
	5098,318					
	5098,318					
	5100,958					
21	5000,000	4997,72	2,08	0,932	1,293	1,594
	4996,197					
	5000,000					
	4996,197					
	4996,197					
23	5047,387	5044,80	3,65	1,633	1,318	2,099
	5046,095					
	5040,931					
	5048,681					
	5040,931					
24	4877,073	4873,05	3,76	1,680	1,230	2,082
	4876,268					
	4871,446					
	4872,651					
	4867,836					
26	5067,507	5067,09	0,32	0,145	1,330	1,337
	5067,376					
	5066,855					
	5066,855					
	5066,855					
29	5056,454	5064,43	5,24	2,345	1,328	2,695
	5068,158					
	5067,724					
	5061,649					
	5068,158					

Na Figura 52 são apresentados os resultados obtidos para os dois níveis de uniformidade (amostra 1 e 2). Através da Figura 52 é possível perceber a proximidade entre os valores da amostra 1 e 2 para a temperatura de 29° C. Para as demais temperaturas, as velocidades das amostras são diferentes, alcançando seu valor máximo a temperatura de 24° C, sendo a diferença entre as médias de 312,27 m/s.

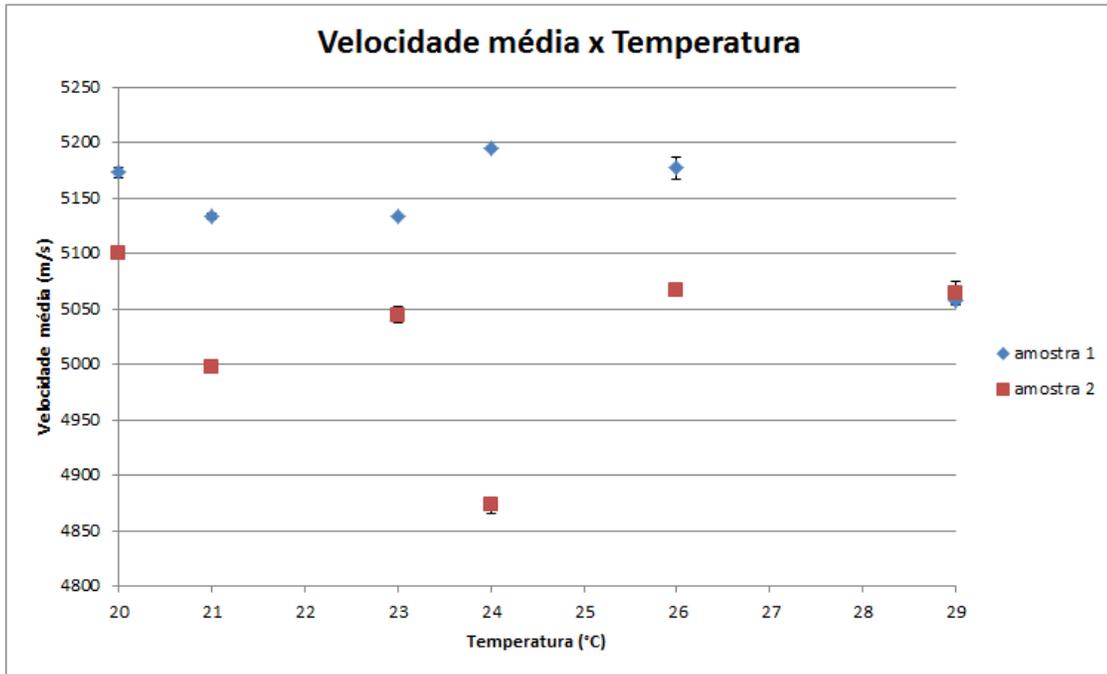


Figura 52 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção 30° das fibras.

### 5.2.6 Medidas da velocidade da onda longitudinal para direção de propagação à -30° das fibras

As medidas de velocidade da amostra 1 obtidas pela a direção de propagação da onda longitudinal à -30° com relação à direção das fibras são apresentadas na Tabela 5.13. Para esse nível de direção de propagação da onda e amostra, o desvio padrão dos resultados de todos os níveis de temperatura é de 146,69 m/s. Essa variação na velocidade é claramente observada na Figura 53.

**Tabela 5. 11 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação -30°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 1 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	4850,254	4863,93	9,93	4,439	1,226	4,605
	4873,299					
	4863,670					
	4868,480					
21	5075,515	5072,17	6,17	2,76	1,335	3,064
	5075,080					
	5074,861					
	5061,167					
	5074,208					
23	4737,311	4739,44	4,07	1,822	1,226	2,196
	4744,158					
	4743,396					
	4737,311					
	4735,032					
24	4942,774	4942,81	3,37	1,51	1,23	1,942
	4937,445					
	4943,435					
	4946,747					
	4943,643					
26	4942,774	4942,81	3,37	2,249	1,226	2,562
	4937,445					
	4943,435					
	4946,747					
	4943,643					
29	4912,198	4912,64	5,03	1,291	1,226	1,780
	4906,079					
	4909,748					
	4918,086					
	4917,104					

Para a amostra 2, o desvio padrão de todas as medidas foi de 97,22 m/s e os desvios padrão das medidas de velocidade de cada nível de temperatura são disponibilizados na Tabela 5.14. Embora não haja uma dispersão significativa da velocidade em cada nível de temperatura, a

dispersão é significativa entre os níveis, resultando em uma diferença máxima das médias de 227,96 m/s.

**Tabela 5. 12 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação -30°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 2 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	5056,454	5058,79	5,39	2,410	1,325	2,750
	5066,855					
	5053,860					
	5055,156					
	5061,649					
21	4940,247	4939,46	2,13	0,950	1,264	1,582
	4940,661					
	4939,835					
	4935,711					
	4940,825					
23	4859,433	4855,79	3,35	1,497	1,221	1,932
	4853,050					
	4857,836					
	4852,851					
24	4843,904	4842,63	2,01	0,899	1,214	1,511
	4839,145					
	4842,713					
	4843,904					
	4843,507					
26	4871,446	4871,29	1,44	0,642	1,229	1,386
	4869,039					
	4871,446					
	4873,052					
	4871,446					
29	5074,685	5070,59	2,74	1,228	1,331	1,811
	5068,593					
	5068,158					
	5069,462					
	5072,072					

Os resultados apresentados nas Tabelas 5.13 e 5.14 estão graficamente disponibilizados na Figura 53. Conforme mostra a Figura 53, embora a variação da velocidade da amostra 2 em

função da variação da temperatura apresente uma tendência polinomial de 2ª ordem, esse comportamento não apresenta uma tendência geral visto que a variação da amostra 1 é totalmente aleatória, assim, como as demais medidas obtidas para as diferentes direções.

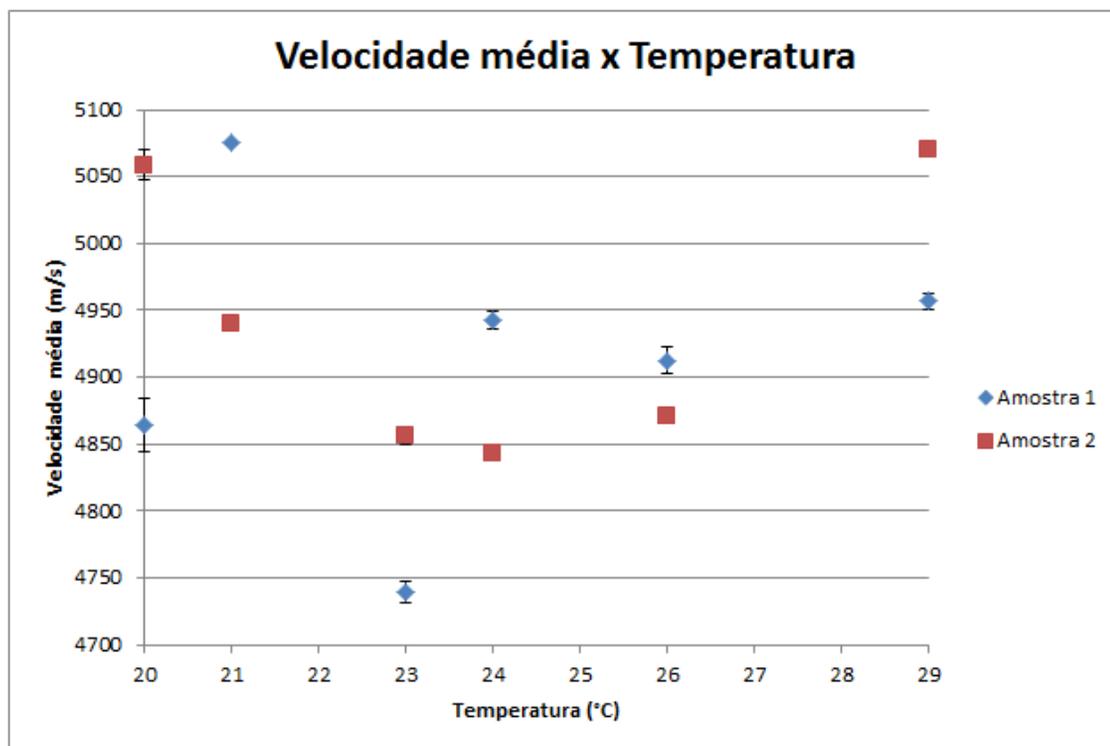


Figura 53 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção -30° das fibras.

### 5.2.7 Medidas da velocidade da onda longitudinal para direção de propagação à 45° das fibras

Na Tabela 5.15 são apresentadas as medidas de velocidade da amostra 1 para direção de propagação à 45° da direção longitudinal das fibras. O desvio padrão total das medidas para os diferentes níveis de temperatura foi de 17,23 m/s. Para cada nível de temperatura, os desvios padrão também não foram significativos. A diferença entre a maior e a menor média das velocidades é de 51,38 m/s.

**Tabela 5. 13 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação 45°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 1 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	4031,733	4031,47	3,05	1,366	0,842	1,605
	4031,650					
	4028,434					
	4036,278					
	4029,258					
21	4054,560	4056,90	1,49	0,668	0,853	1,084
	4056,231					
	4057,902					
	4057,902					
	4057,902					
23	4005,899	4005,52	0,29	0,132	0,842	0,852
	4005,084					
	4005,492					
	4005,492					
	4005,628					
24	4031,320	4026,54	4,62	2,064	0,842	2,229
	4021,990					
	4022,263					
	4031,320					
	4025,826					
26	4005,084	4009,66	4,64	2,077	0,842	2,241
	4011,611					
	4005,084					
	4015,974					
	4010,522					
29	4025,387	4023,96	2,12	0,950	0,842	1,269
	4025,278					
	4025,826					
	4021,852					
	4021,442					

Assim como para a amostra 1, a amostra 2 apresentou pouca variação com a temperatura para esse nível de direção. O desvio padrão total foi de 8,74 m/s, com diferença entre os valores máximos e mínimos de média de 25,43 m/s. Os resultados das velocidades são apresentados na Tabela 5.16.

**Tabela 5. 14 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação 45.º**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 2 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	3951,273	3952,07	1,48	0,663	0,809	1,046
	3951,273					
	3953,652					
	3950,481					
	3953,652					
21	3948,107	3947,79	1,32	0,592	0,807	1,001
	3946,525					
	3949,689					
	3948,107					
	3946,525					
23	3957,622	3956,35	3,75	1,677	0,811	1,863
	3951,273					
	3953,652					
	3960,008					
	3959,212					
24	3940,738	3940,47	0,37	0,166	0,804	0,821
	3940,212					
	3940,212					
	3940,212					
	3941,000					
26	3968,781	3965,91	3,27	1,462	0,814	1,674
	3965,587					
	3960,804					
	3968,781					
	3965,587					
29	3948,107	3945,260	1,639	0,730	0,806	1,089
	3944,945					
	3944,155					
	3944,155					
	3944,945					

Na Figura 54 são apresentados os resultados para as amostras 1 e 2. A maior diferença entre as velocidades obtidas pela amostra 1 e 2 é dada na temperatura de 21° C, essa diferença entre amostras é de 109,11 m/s.

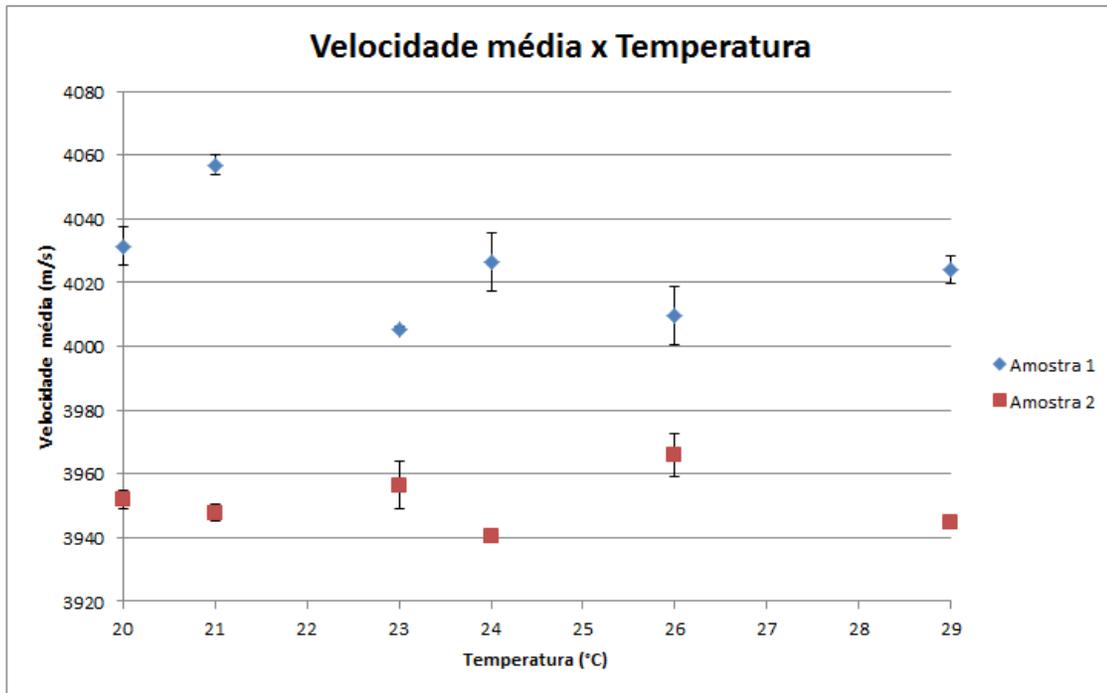


Figura 54 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção 45° das fibras.

### 5.2.8 Medidas da velocidade da onda longitudinal para direção de propagação à -45° das fibras

Na Tabela 5.17 são apresentados os resultados obtidos para a propagação da onda na amostra 1 com ângulo de -45° em relação à direção longitudinal das fibras. Os resultados apresentaram uma variação significativa da velocidade em função da temperatura, com diferença máxima entre as médias de 241,89 m/s. O desvio padrão total das medidas para a amostra 1 é de 78,23 m/s.

**Tabela 5. 15 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação -45°.**

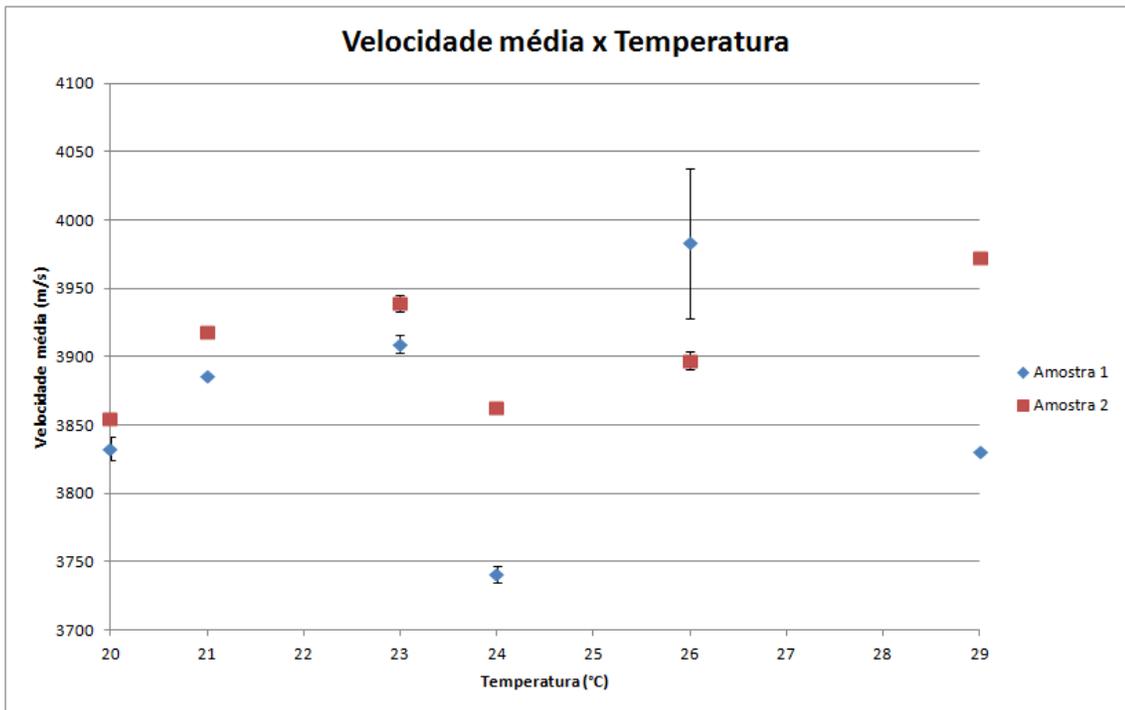
Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 1 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	3836,548	3832,55	4,22	1,887	0,761	2,035
	3830,578					
	3834,456					
	3835,054					
	3826,112					
21	3885,754	3885,66	0,22	0,097	0,782	0,788
	3885,498					
	3885,754					
	3885,370					
	3885,907					
23	3913,164	3909,10	3,16	1,412	0,761	1,604
	3904,500					
	3909,668					
	3908,117					
	3910,057					
24	3741,071	3741,07	3,05	1,366	0,761	1,564
	3743,916					
	3743,205					
	3741,071					
	3736,103					
26	4019,144	3982,96	27,37	12,24	0,761	12,265
	4005,628					
	3966,365					
	3963,704					
	3959,984					
29	3830,578	3830,26	0,94	0,42	0,761	0,870
	3830,578					
	3830,578					
	3829,592					
	3830,950					

Da mesma forma que as medidas obtidas para a amostra 1, a amostra 2 também teve um valor rejeitado pelo critério de Chauvenet, valor este substituído por “\*”. Os resultados obtidos para a amostra 2 apresentaram desvio padrão de 41,74 m/s e diferença máxima entre as médias de 117,97. As medidas de velocidade são apresentadas na Tabela 5.18.

**Tabela 5. 16 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação -45°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 2 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	3854,656	3854,75	0,19	0,084	0,769	0,774
	3854,656					
	3855,033					
	3854,656					
21	3916,716	3917,60	1,37	0,612	0,795	1,003
	3918,274					
	3919,053					
	3915,679					
	3918,274					
23	3943,892	3939,28	3,12	1,395	0,804	1,610
	3937,378					
	3936,276					
	3941,000					
	3937,850					
24	3862,968	3862,21	1,42	0,633	0,772	0,999
	3860,697					
	3863,725					
	3860,697					
	3862,968					
26	3894,525	3897,09	3,13	1,398	0,786	1,604
	3900,693					
	3897,093					
	3893,499					
	3899,664					
29	3973,183	3972,72	0,30	0,133	0,817	0,828
	3972,622					
	3972,382					
	3972,622					
	3972,782					

Na Figura 55 estão disponibilizadas as médias e desvios padrão das amostras 1 e 2. O gráfico mostra a aleatoriedade dos dados de cada amostra, que não apresentam nenhuma tendência.



**Figura 55 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção -45° das fibras.**

### 5.2.9 Medidas da velocidade da onda longitudinal para direção de propagação à 60° das fibras

Na Tabela 5.19 são apresentados os resultados obtidos para a direção de propagação a 60° com relação à direção das fibras. O desvio padrão total das medidas para todos os níveis de temperatura é de 41,54 m/s e a diferença entre os valores máximos e mínimos das médias de 113,31 m/s, sendo essa diferença correspondente aos valores médios das velocidades para os níveis de temperatura de 21° e 29° C.

**Tabela 5. 17 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação 60°.**

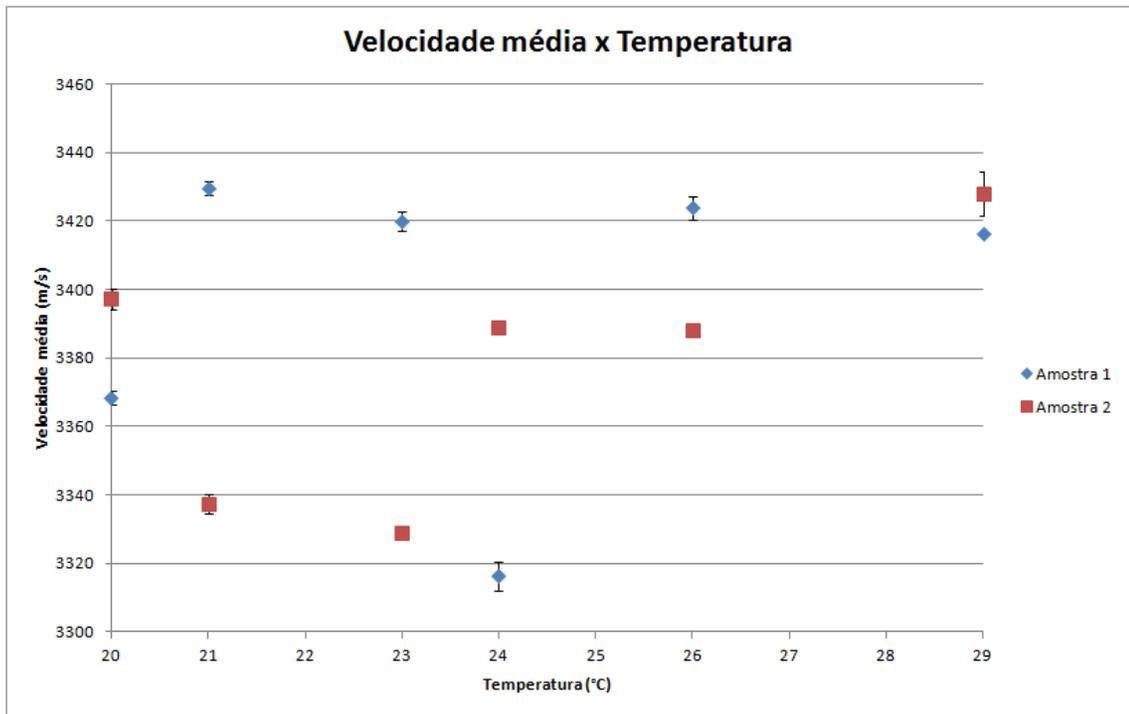
Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 1 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	3369,493	3368,46	1,03	0,461	0,588	0,747
	3366,900					
	3369,204					
	3368,628					
	3368,052					
21	3429,044	3429,52	1,07	0,478	0,609	0,774
	3427,850					
	3430,239					
	3430,239					
	3430,239					
23	3418,726	3419,95	1,33	0,595	0,588	0,837
	3421,300					
	3418,330					
	3420,705					
	3420,705					
24	3314,762	3316,21	2,08	0,928	0,588	1,099
	3314,762					
	3317,554					
	3314,762					
	3319,231					
26	3425,465	3423,78	1,72	0,769	0,588	0,968
	3423,481					
	3421,418					
	3425,465					
	3423,084					
29	3416,354	3416,23	0,25	0,111	0,588	0,598
	3416,432					
	3415,958					
	3416,432					
	3415,958					

Para a amostra 2, o desvio padrão total das medidas é 35,19 m/s, com diferença de 99,37 m/s entre as médias dos níveis de temperatura de 29° e 23°C. As medidas para todos os níveis de temperatura são apresentados na Tabela 5.20.

**Tabela 5. 18 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação 60°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 2 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	3397,297	3397,29	1,51	0,675	0,598	0,901
	3399,172					
	3394,955					
	3397,609					
	3397,414					
21	3339,547	3337,42	1,33	0,596	0,577	0,830
	3335,873					
	3337,285					
	3337,380					
	3337,003					
23	3328,360	3328,66	0,49	0,219	0,574	0,614
	3328,735					
	3329,110					
	3327,985					
	3329,110					
24	3388,067	3388,92	0,84	0,377	0,595	0,704
	3389,816					
	3389,816					
	3388,261					
	3388,650					
26	3387,485	3387,87	0,36	0,162	0,594	0,616
	3387,485					
	3388,067					
	3388,067					
	3388,261					
29	3423,979	3428,03	3,16	1,413	0,609	1,539
	3431,134					
	3427,950					
	3431,134					
	3425,963					

O desvio padrão entre medidas pode ser observado através da Figura 56, que mostra os valores médios com as barras de erro equivalentes a  $2\sigma$  (confiança de 95%).



**Figura 56 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção 60° das fibras.**

### **5.2.10 Medidas da velocidade da onda longitudinal para direção de propagação à -60° das fibras**

As medidas de velocidade para a onda propagando na direção -60° em relação à direção longitudinal das fibras são apresentadas na Tabela 5.21. Os resultados de velocidade em função da temperatura para a amostra 1 são aleatórios, conforme mostra a Figura 57. O desvio padrão total das medidas corresponde 45,21 m/s e a diferença entre as velocidades limites (a temperatura de 21° e 29° C) é de 132,94 m/s.

**Tabela 5. 19 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação -60°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 1 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	3315,134	3317,39	3,21	1,437	0,570	1,546
	3315,134					
	3319,791					
	3315,041					
	3321,844					
21	3397,102	3396,16	1,28	0,574	0,598	0,828
	3394,760					
	3397,102					
	3397,102					
	3394,760					
23	3363,067	3363,72	0,60	0,268	0,570	0,630
	3363,450					
	3364,599					
	3363,450					
	3364,025					
24	3325,958	3327,27	1,61	0,721	0,570	0,919
	3329,332					
	3325,397					
	3328,207					
	3327,457					
26	3376,522	3379,35	4,27	1,911	0,570	1,994
	3381,469					
	3385,888					
	3375,846					
	3377,004					
29	3260,610	3263,22	2,24	1,004	0,570	1,154
	3265,837					
	3262,051					
	3265,296					
	3262,321					

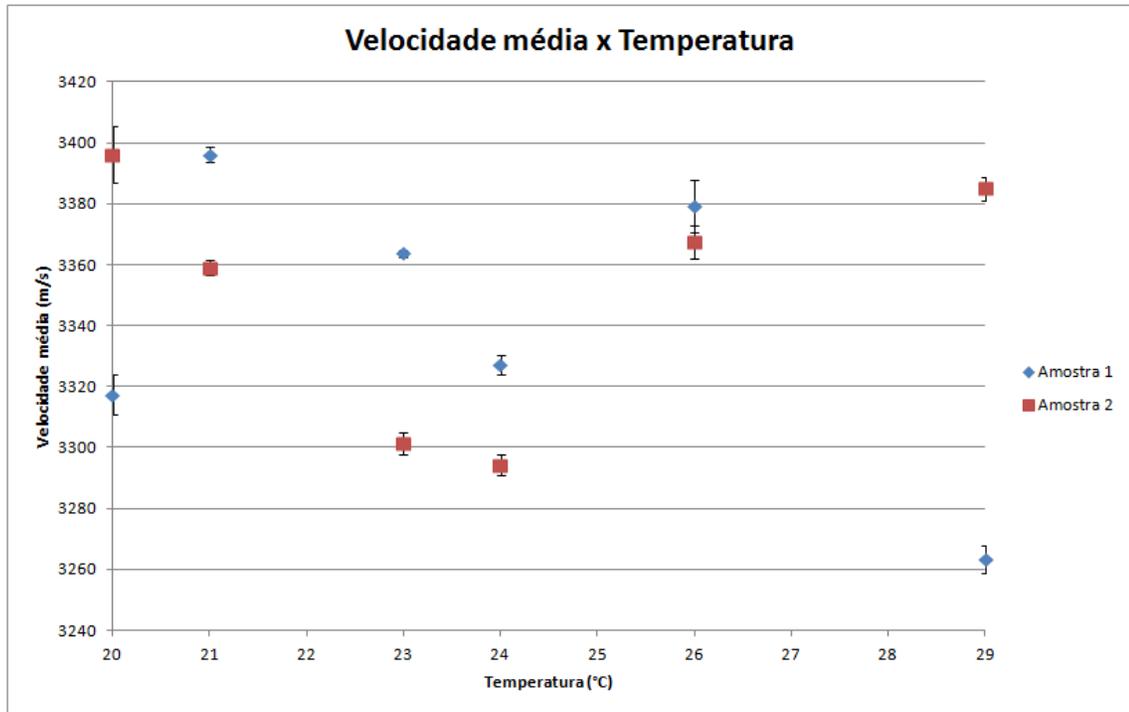
Na Tabela 5.22 são apresentadas as medidas obtidas para a amostra 2. Assim como a amostra 1, a variação da velocidade em função da temperatura não apresenta uma linha de tendência. O desvio padrão total obtido das medidas de velocidade da amostra 2 é 39,95 m/s e a

diferença máxima entre as médias dos diferentes níveis de temperatura é de 101,84 m/s, correspondendo à diferença das médias da velocidade para as temperaturas de 20° e 24° C.

**Tabela 5. 20 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação -60°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 2 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	3397,609	3396,22	4,67	2,089	0,597	2,172
	3389,233					
	3394,878					
	3401,989					
	3397,414					
21	3360,907	3359,02	1,31	0,584	0,584	0,826
	3357,758					
	3359,761					
	3358,616					
	3358,044					
23	3299,288	3301,21	1,85	0,826	0,564	1,000
	3301,592					
	3299,486					
	3303,714					
	3301,960					
24	3292,398	3294,38	1,77	0,791	0,562	0,970
	3292,948					
	3296,804					
	3294,600					
	3295,151					
26	3364,350	3367,42	2,71	1,214	0,587	1,348
	3365,883					
	3368,952					
	3371,257					
	3366,650					
29	3385,157	3385,04	1,91	0,853	0,593	1,039
	3388,067					
	3383,607					
	3383,220					
	3385,157					

Os resultados de média e desvio padrão das Tabelas 5.19 e 5.20 são apresentados através da Figura 57. As barras de erro da Figura 57 correspondem a duas vezes o desvio padrão ( $2\sigma$ ) obtido em cada nível de temperatura.



**Figura 57 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção  $-60^\circ$  das fibras.**

### 5.2.11 Medidas da velocidade da onda longitudinal para direção de propagação à $75^\circ$ das fibras

Os resultados das medições da onda longitudinal propagando com ângulo de  $75^\circ$  em relação à direção longitudinal das fibras são apresentados na Tabela 5.23. Para essa direção de propagação da onda houve rejeição de três medidas de velocidade, essas medidas foram rejeitadas através do critério de Chauvenet. As medidas das velocidades apresentaram variação de 24 m/s (correspondendo à diferença da máxima média obtida na temperatura de  $20^\circ\text{C}$  e menor média no nível  $26^\circ\text{C}$ ) com desvio padrão de 9,01 m/s.

**Tabela 5. 21 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação 75°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 1 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	3158,460	3158,33	0,87	0,387	0,516	0,645
	3159,474					
	3157,954					
	3157,447					
21	3156,435	3156,94	0,51	0,226	0,516	0,564
	3156,435					
	3156,941					
	3157,447					
	3157,447					
23	3145,344	3145,55	0,25	0,112	0,516	0,529
	3145,847					
	3145,679					
	3145,344					
24	3143,336	3143,34	0,00	0,000	0,516	0,516
	3143,336					
	3143,336					
	3143,336					
	3143,336					
26	3134,331	3134,33	1,22	0,546	0,516	0,752
	3135,329					
	3135,329					
	3132,337					
	3134,331					
29	3139,327	3139,40	0,152	0,070	0,516	0,521
	3139,327					
	3139,327					
	3139,667					
	3139,327					

Na Tabela 5.24 são apresentados os valores obtidos para a amostra 2 para mesma direção de propagação (75°). As medidas das velocidades para a amostra 2 possuem uma variação maior quanto comparada à variação da velocidade da amostra 1. Na amostra 2, a variação obtida dos

valores limites (diferença das médias das velocidades nos níveis 21° e 24°C) é de 81,71 m/s. O desvio padrão de todas as medidas obtidas para essa direção e amostra é de 27,11 m/s.

**Tabela 5. 22 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação 75°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 2 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	3149,273	3148,52	1,04	0,464	0,513	0,692
	3147,261					
	3147,512					
	3149,273					
	3149,273					
21	3165,462	3166,14	0,86	0,387	0,519	0,647
	3166,479					
	3165,462					
	3165,801					
	3167,497					
23	3136,241	3136,24	0,00	0,000	0,509	0,509
	3136,241					
	3136,241					
	3136,241					
24	3084,207	3084,43	0,31	0,140	0,493	0,512
	3084,207					
	3084,207					
	3084,851					
	3084,690					
26	3149,776	3149,40	0,25	0,113	0,514	0,526
	3149,273					
	3149,273					
	3149,273					
29	3147,261	3147,45	0,17	0,077	0,513	0,519
	3147,596					
	3147,261					
	3147,512					
	3147,596					

A Figura 58 mostra os desvios padrão para cada nível de temperatura através das barras de erro e as médias das velocidades. Conforme mostra o gráfico, os valores são aleatórios.

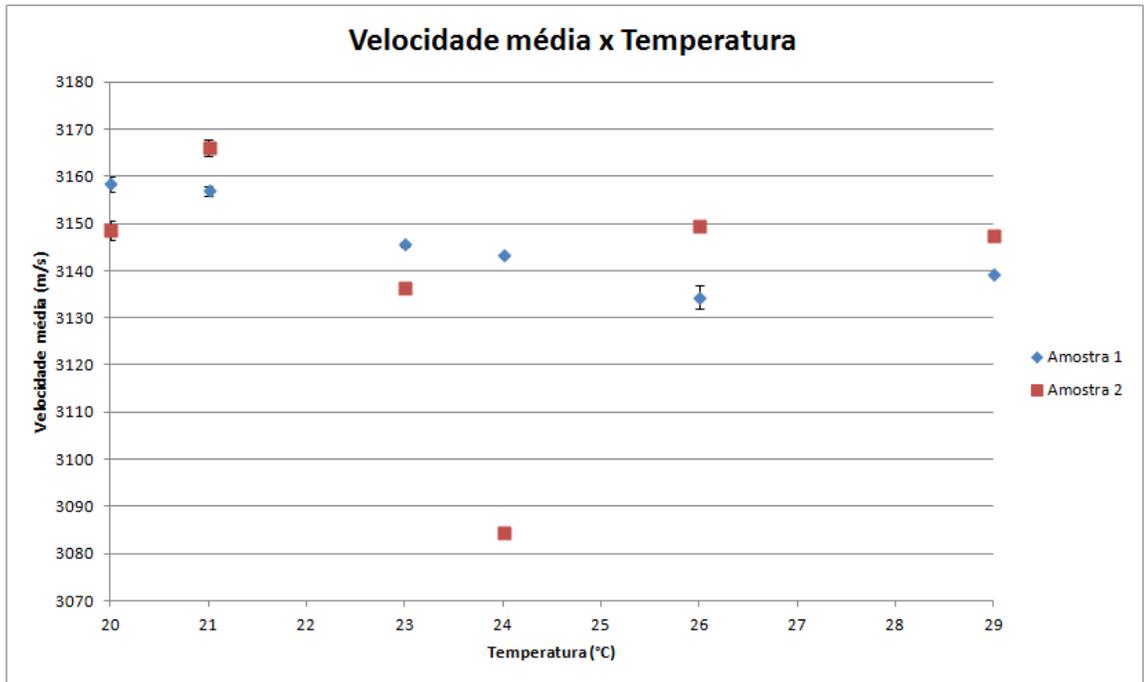


Figura 58 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção 75° das fibras.

### 5.2.12 Medidas da velocidade da onda longitudinal para direção de propagação à -75° das fibras

Os valores obtidos para a amostra 1 com a onda propagando na direção -75° das fibras são apresentados na Tabela 5.25. Através do critério de Chauvenet foi rejeitado um valor das medidas obtidas pela amostra 1. As demais medidas obtidas dentro do limite estabelecido pelo critério de Chauvenet apresentam desvio padrão de 9,39 m/s e variação de 28,67 m/s. Os valores máximos e mínimos das médias das velocidades correspondem, respectivamente, às medidas de velocidade dos níveis 20° e 29° C.

**Tabela 5. 23 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação -75°.**

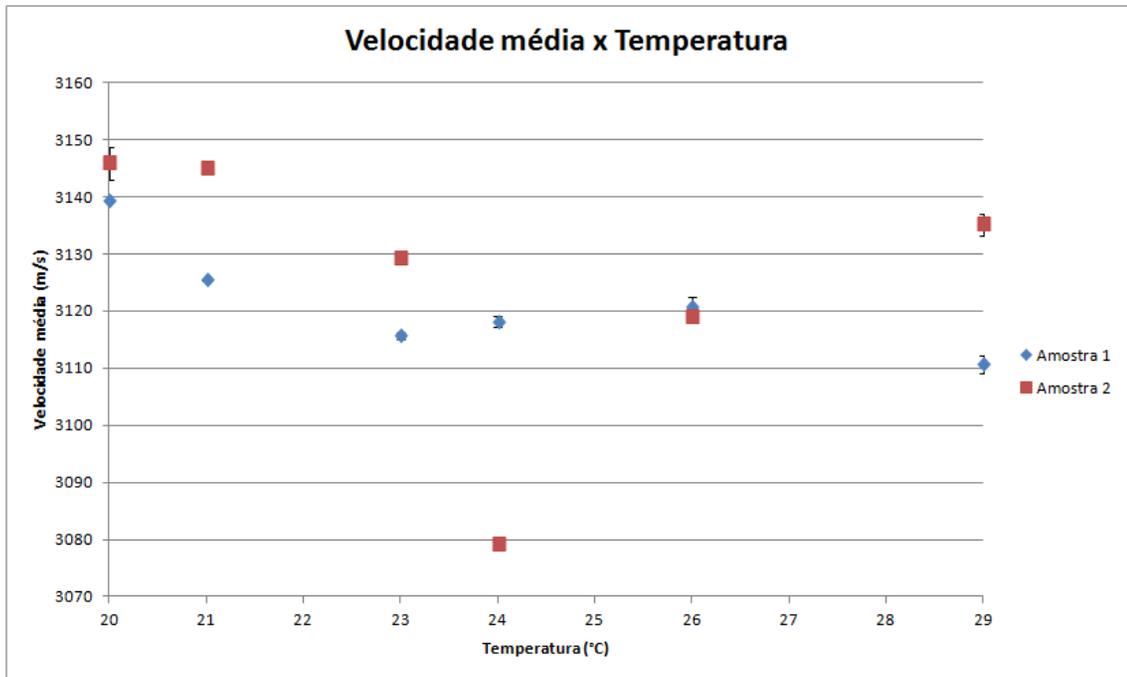
Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 1 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	3139,327	3139,33	0,00	0,000	0,511	0,511
	3139,327					
	3139,327					
	3139,327					
	3139,327					
21	3125,377	3124,98	0,89	0,039	0,506	0,643
	3125,377					
	3125,377					
	3123,394					
	3125,377					
23	3115,488	3115,69	0,27	0,121	0,511	0,525
	3115,488					
	3115,981					
	3115,981					
	3115,488					
24	3118,448	3118,15	0,44	0,197	0,511	0,548
	3117,954					
	3118,448					
	3118,448					
	3117,461					
26	3121,612	3120,73	0,80	0,359	0,511	0,624
	3121,414					
	3120,095					
	3120,754					
	3119,766					
29	3110,567	3110,65	0,79	0,354	0,511	0,621
	3110,174					
	3110,239					
	3110,239					
	3112,042					

A amostra 2 possui maior variação (66,59 m/s) e desvio padrão (22,61 m/s) que a amostra 1. Os valores limites de velocidade foram obtidos nos níveis de temperatura 20° e 24°C. Além de possuir maior dispersão nos valores, a amostra 2 teve 4 medidas rejeitadas pelo critério de Chauvenet. As medidas de velocidade da amostra 2 são apresentadas na Tabela 5.26.

**Tabela 5. 24 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação -75°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 2 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	3144,248	3145,84	1,43	0,640	0,512	0,820
	*					
	3145,251					
	3146,256					
	3147,596					
21	3145,251	3145,05	0,45	0,201	0,512	0,550
	3145,251					
	3145,251					
	3145,251					
	3144,248					
23	3129,268	3129,27	0,00	0,000	0,507	0,507
	3129,268					
	3129,268					
	3129,268					
24	3078,906	3079,18	0,209	0,089	0,491	0,500
	3079,066					
	3079,387					
	3079,387					
	3079,147					
26	3119,360	3119,11	0,49	0,221	0,504	0,550
	3119,360					
	3119,360					
	3118,373					
29	3135,243	3135,11	0,96	0,428	0,509	0,665
	3135,243					
	3136,241					
	3133,581					
	3135,243					

Na Figura 59 são representadas as médias e os desvios padrão das medidas de velocidade das amostras 1 e 2 através do gráfico de dispersão. Assim como as demais direções das fibras, os dados não mostram uma linha de tendência.



**Figura 59 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção  $-75^\circ$  das fibras.**

### 5.2.13 Medidas da velocidade da onda longitudinal para direção de propagação à $90^\circ$ das fibras

Na tabela 5.27 são apresentados os resultados obtidos para a direção transversal das fibras. As medidas de velocidade possuem desvio padrão de 5,89 m/s e variação máxima de 16,79 m/s. Os valores máximos e mínimos de velocidade para a amostra 1 foram obtidos nas temperaturas de  $20^\circ$  e  $29^\circ$  C.

**Tabela 5. 25 - Medidas de velocidade da amostra 1 com direção de propagação 90°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 1 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	3072,710	3072,52	0,80	0,359	0,489	0,607
	3072,710					
	3071,752					
	3071,752					
	3073,669					
21	3067,923	3067,73	0,26	0,117	0,488	0,501
	3067,923					
	3067,445					
	3067,923					
	3067,445					
23	3058,394	3058,38	0,022	0,010	0,489	0,489
	3058,394					
	3058,394					
	3058,394					
	3058,344					
24	3063,151	3063,15	0,00	0,000	0,489	0,489
	3063,151					
	3063,151					
	3063,151					
	3063,151					
26	3060,295	3060,30	1,17	0,521	0,489	0,715
	3059,344					
	3059,344					
	3060,295					
	3062,199					
29	3055,547	3055,55	0,00	0,000	0,489	0,489
	3055,547					
	3055,547					
	3055,547					
	3055,547					

Assim como a amostra 1, a amostra 2 teve um pequeno desvio padrão de 5,84 m/s e uma variação pouco significativa de 16,79 m/s entre as médias das temperaturas 21° e 29° C.

**Tabela 5. 26 - Medidas de velocidade da amostra 2 com direção de propagação 90°.**

Temperatura (°C)	Velocidade da amostra 2 (m/s)	Média das velocidades (m/s)	Desvio padrão (m/s)	Incerteza tipo A (m/s)	Incerteza tipo B (m/s)	Incerteza combinada (m/s)
20	3070,750	3070,94	0,43	0,189	0,489	0,525
	3070,750					
	3071,707					
	3070,750					
	3070,750					
21	3074,583	3074,20	0,53	0,235	0,489	0,543
	3073,623					
	3074,583					
	3073,623					
	3074,583					
23	3070,750	3070,18	0,52	0,234	0,488	0,541
	3069,793					
	3069,793					
	3069,793					
	3070,750					
24	3067,881	3067,88	0,00	0,000	0,487	0,487
	3067,881					
	3067,881					
	3067,881					
	3067,881					
26	3061,209	3062,07	0,71	0,316	0,486	0,579
	3062,160					
	3063,112					
	3062,160					
	3061,684					
29	3057,409	3057,41	0,00	0,000	0,484	0,484
	3057,409					
	3057,409					
	3057,409					
	3057,409					

O gráfico da dispersão dos valores médios de velocidade e dos desvios padrão é apresentado na Figura 60. Através da Figura 60 verifica-se que a amostra 1 não apresenta uma tendência para a variação da velocidade em função da temperatura, enquanto a amostra 2 apresenta um pequeno aumento da velocidade entre os níveis de temperatura 20° e 21° C e um decaimento da velocidade conforme aumenta a temperatura para os demais níveis.

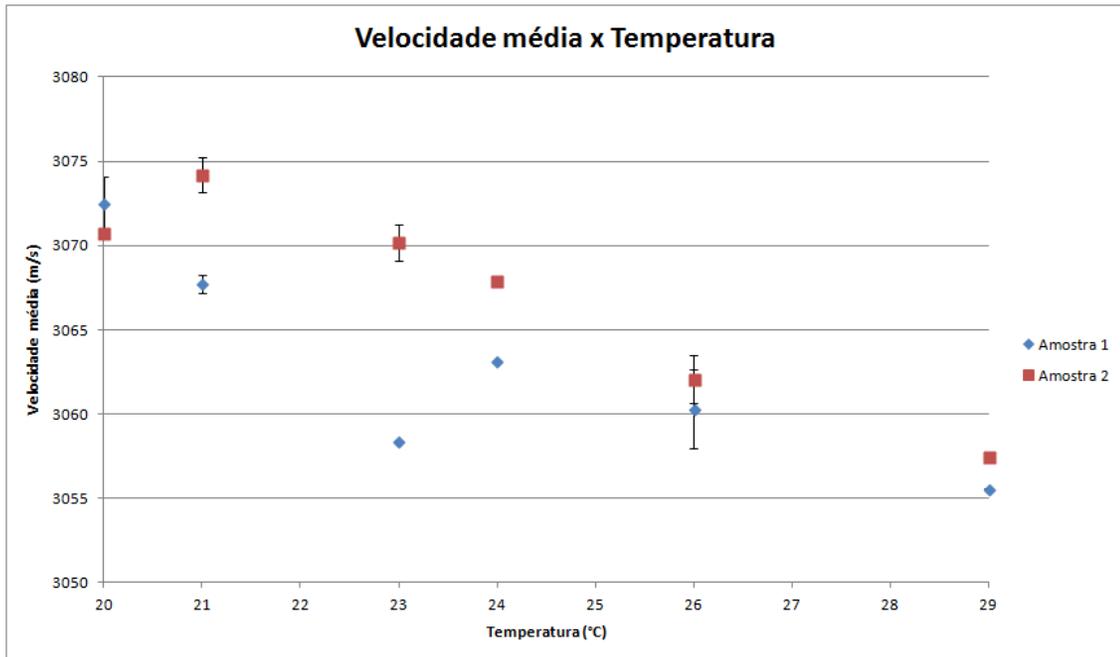


Figura 60 - Gráfico dos valores de velocidade média e desvio padrão para amostra 1 e 2 com a onda propagando na direção 90° das fibras.

### 5.3. Discussão dos Resultados

As análises individuais dos efeitos da temperatura e da amostra, para cada direção das fibras confirmam os resultados apresentados pela ANOVA. Em praticamente todas as direções, é possível observar que a dispersão dos resultados em função de cada nível de temperatura em uma amostra é pequena. Essa diferença é muito menor do que a dispersão entre amostras para a mesma direção das fibras, cujos valores máximo e mínimo são, respectivamente, de 178,91 m/s para a direção das fibras à -15° e de 2,36 m/s para a direção das fibras à -75°. Contudo, através da ANOVA foi comprovado que a dispersão ocasionada pelas amostras não é significativa, podendo assumir que as amostras são estatisticamente semelhantes.

A partir dos gráficos para cada direção verifica-se que a temperatura não influencia da mesma maneira para diferentes direções. De fato, não é possível observar uma tendência no

efeito da temperatura em nenhuma direção. Assim, o efeito da temperatura simplesmente acrescenta dispersão à velocidade. No entanto, como dito no parágrafo anterior, mantidas a mesma direção da fibra e amostra, a dispersão nos resultados para uma temperatura é relativamente pequena.

Analisando a influência das direções das fibras na resposta da velocidade observa-se que esse consiste em um fator importante. Tal conclusão é comprovada pela ANOVA realizada e através da variação entre as velocidades para diferentes direções das fibras em concordância com a teoria macromecânica dos compósitos. Contudo, nota-se através dos resultados apresentados que as respostas da velocidade em ângulos na direção negativa a partir da direção longitudinal das fibras ( $-15^\circ$ ,  $-30^\circ$ , ...) é diferente da resposta na direção positiva ( $15^\circ$ ,  $30^\circ$ , ...), o que não seria esperado em um material com simetria de propriedades (variação uniforme). Essa observação leva a conclusão que durante a usinagem do corpo de prova ocorreu um desalinhamento em relação à direção  $0^\circ$ , tornando as demais orientações não exatamente iguais.

Uma terceira observação é a reafirmação de que a variação encontrada tanto devido a temperatura é menor do que a variação causada pela direção das fibras. Assim, se o efeito da direção das fibras não for um empecilho em pesquisas futuras para a medição da tensão, ou seja, se a resposta à variação na tensão em compósitos unidirecionais for muito maior do que o efeito da influência da direção da fibra, a temperatura não será um fator de influência para a medição, mas somente uma fonte de variabilidade (ou ruído). Essa análise do comportamento acustoelástico para compósitos unidirecionais consiste no primeiro passo para uma possível estimativa do efeito acustoelástico nos compósitos multidirecionais.

## 6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi medida a velocidade de propagação da onda ultrassônica longitudinal em compósitos de fibra de carbono/epóxi (HexTow AS4/ HexPly 8552) e estudados os fatores de influência sobre essa medição. A análise foi feita através da ANOVA com distribuição F para verificação dos fatores de influência e por meio da avaliação dos desvios padrão e a incerteza das medições das velocidades.

A análise da variância (ANOVA) mostrou que a velocidade de propagação da onda longitudinal é influenciada pelos fatores: temperatura e direção das fibras. Pela análise gráfica verificou-se que não há interação entre os fatores analisados e que o efeito da direção das fibras é bem maior que o efeito da temperatura e que a amostra não consiste em um fator de influência.

Através das análises da velocidade de propagação realizada no subitem 5.2 conclui-se que além da variação da velocidade da onda em função da temperatura não apresenta uma tendência, a distribuição gráfica dos resultados não apresentam uma correlação entre as diferentes direções das fibras e amostras. Assim, a variação da velocidade em função da temperatura parece ser totalmente aleatória.

Embora as medidas de velocidade entre as amostras sejam diferentes, a ANOVA provou que o efeito da não uniformidade entre as amostras é significativa pequeno, podendo ser desconsiderado para uma confiança de 95%.

Para as direções das fibras, as análises gráficas mostraram que existe variação da velocidade para todas as direções das fibras, incluindo variação da velocidade para as mesmas direções das fibras, mas com sinais oposto. Essa diferença pode ter como origem fatores como: fabricação e usinagem das amostras, posicionamento dos transdutores nas superfícies de ensaio, quantidade de acoplante e pressão de contato durante ensaio. No entanto, cada um desses fatores foi controlado dentro das possibilidades providas pelos equipamentos e processos empregados e não foge de uma situação normal de medição. Assim, as variações são reais para as condições de

fabricação e ensaio adotadas a qual um método de medição por acustoelasticidade terá que trabalhar.

Através dos gráficos de interação foi possível verificar que as direções das fibras não influenciam nos resultados obtidos para diferentes temperaturas. Os gráficos de interação mostram que a variação da velocidade em função da direção das fibras é muito maior que as variações da temperatura. Além de acentuarem a diferença das velocidades em função das direções das fibras, os gráficos de interação também mostram que a variação da velocidade em função da temperatura não possui uma linha tendência.

As análises das velocidades para as diferentes direções das fibras permitiram mostrar que para as direções:  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $-75^\circ$  e  $90^\circ$ , as medidas foram mais estáveis apresentando pequenos desvios padrão. Para as demais direções das fibras tanto os desvios padrão quanto as variações máximas foram mais significativas.

Este trabalho representa o primeiro passo no desenvolvimento de um sistema ultrassônico não destrutivo para a medição de tensões. Os resultados obtidos são os primeiros para a medição de velocidade em compósitos com tal espessura, visando à medição da tensão. Os próximos passos da pesquisa são:

- Avaliação da resposta de tensão em amostras unidirecionais, utilizando cunhas para refração da onda longitudinal através dos ângulos obtidos a partir das velocidades de propagação observadas neste trabalho;
- Criação de um modelo representativo de compósitos multidirecionais que permita prever as características da propagação da onda nesse tipo de compósito;
- Desenvolvimento de um sistema de medição para compósitos multidirecionais com espessura convencional para estruturas aeronáuticas, baseado nas informações obtidas pelo modelo representativo desenvolvido e geração de patente deste;

- Medição de tensão em compósitos com diversas configurações e tipos, validando o modelo criado e aplicando o sistema desenvolvido.

## REFERÊNCIAS

ALBERT, C.; FERNLUND, G. .Spring-in and warpage of angled composite laminates. **Composites Science and Technology**, v. 62, n. 14, p. 1895–1912, 2002.

ANDRINO, Marcilio Hadad. Aplicação de Ondas Longitudinais Criticamente Refratadas para a Medição de Tensões em Dutos. 2007. 203p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

ANDRINO, Marcilio Hadad. Avaliação de Tensões Residuais em Soldas de Dutos Utilizando o Efeito Acustoelástico. 2003. 167p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

AUDOIN, B.. Nondestructive evaluation of composite materials with ultrasonic waves generated and detected by lasers. **Ultrasonics**, v. 40, n.1-8, p.735-740, 2002.

BAUDOUIIN, S.; HOSTEN, B.. Immersion ultrasonic method to measure elastic constants and anisotropic attenuation in polymer-matrix and fiber-reinforced composite material. **Ultrasonics**, v. 34, n. 2-5, p. 379-382, 1996.

BRAY, D. E.; STANLEY, R. K.. NDE: A tool in design, manufacturing and service. Boca Raton: CRC Press, 1997. 586p.

BRAY, D. E.; TANG, W.. Subsurface stress evaluation in steel plates and bars using the  $L_{CR}$  ultrasonic wave. **Nuclear Engineer and Design**, v.207, n.2, p. 231-240, 2001.

BRAY, D. E.; TANG, W.; TITTMAN, B.; MIYASAKA, C. Detecting load damage in composite material using ultrasonic techniques. In: Proceeding of ASME 6<sup>th</sup> NDT Tropical Conference. Santo Antônio: 1999.

BUENOS, Alexandre Aparecido. Avaliação de tensão residual gerada pelo processo de usinagem utilizando acoustoelasticidade. 2010. 205p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

CAETANO, Sidney Felix . Determinação das Constantes Acustoelásticas para Aço API 5L – X70 para Gasodutos. 2003. 146p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

CANTRELL, J. H.; SALAMA, K.. Acoustoelastic characterization of material. **International Material Reviews**, v. 36, n. 4, p.125-146, 1991.

CASTAINGS, M.; HOSTEN, B.. Ultrasonic guided waves for health monitoring of high-pressure composite tanks. **NDT & E International**, v. 41, n.8, p.648-655, 2008.

CHEEKE, N. D. J.. Fundamentals and applications of ultrasonic waves. Boca Raton: CRC Press LLC, 2002. 462 p.

CHILLA, E.; OSETROV, A. V.; KOCH, R.. Acoustoelastic anomaly in stressed heterostructures. **Physical Review B**, v. 63, n.?, p.113308\_1-113308\_4, 2001.

CHIU, W. K.; TIAN, T.; CHANG, F. K.. The effects of structural variations on the health monitoring of composite structures. **Composite Structure**, v. 87, p. 121-140, 2009.

D'ORAZIO, T.; LEO, M.; DISTANTE, A.; GUARAGNELLA, C.; PIANESE, V.; CAVACCINI, G.. Automatic ultrasonic inspection for internal defect detection in composite material. **NDT & E International**, v.41, n.2, p.145-154, 2008.

DANIEL, I. M.; ISHAI, O.. Engineering mechanics of composite materials. New York: Oxford University Press, 2006. 411p.

DAVIS, J. L.. Wave propagation in solids and fluids. New York: Springer-Verlag, 1988. 386p.

DIAMANTI, K.; SOUTIS, C.. Structural health monitoring techniques for aircraft composite structures. **Progress in Aerospace Sciences**, v. 46, n.8, p.342-352, 2010.

DONG, Y.; YE, N.; BAI, Y.. On-line observation of interlaminar damage by ultrasonic inspection. **Composites Science and Technology**, v. 59, n. 6, p.957-961, 1999.

DOYLE, J. F.. Wave propagation in structures: spectral analysis using fast discrete fourier transform. New York: Springer, 1997. 320p.

ELMORE, W. C.; HEALD, M. A.. Physics of waves. New York: McGraw-Hill Inc, 1969. 493 p.

ENDERBY, M. D.; CLARKE, A. R.; PATEL, M.; OGDEN, P.; JOHNSON, A. A.. An automated ultrasonic immersion technique for the determination of three-dimensional elastic constants of polymer composite. **Ultrasonics**, v. 36, n. 1-5, p. 245-249, 1998.

FERNLUND, G.; POURSAITIP, A.; TWIGG, G.; ALBERT, C. Residual stress, spring-in and warpage in autoclaved composite parts. **Society of Manufacturing Engineers**. 2003.

FRAGA, Ricardo dos Santos. Avaliação da Profundidade de Penetração de Ondas Longitudinais Criticamente Refratadas. 2007. 142p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

GARNIER, C.; PASTOR, M. L.; EYMA, F.; LORRAIN, B.. The detection of aeronautical defects in situ on composite structures using non destructive testing. **Composite Structures**, v.93, n.5, p.1328-1336, 2011.

GAY, D.; HOA, S.; TSAI, S. .Composite Materials: design and applications. Boca Raton: CRC Press LLC., 2003. 523p.

GRONDEL, S.; ASSAAD, J.; DELEBARRE, C.; MOULIN, E.. Health monitoring of a composite wingbox structure. **Ultrasonics**, v. 42, p. 819-824, 2004.

GURTIN, M. E.. An introduction to continuum mechanics. Londres: Academic Press, Inc., 1981. 136p.

HALLIDAY, D.; RESNICK, J. W.. Fundamentos da física - Vol.2. Rio de Janeiro: Livros técnicos e científicos, 2009. 752p.

HARPER, M. J.; CLARKE, A. R.. Low frequency ultrasonic propagation through fibre reinforced polymer composite. **Ultrasonics**, v. 40, n. 1-8, p.555-560, 2002.

HSU, D. K.. Nondestructive inspection of composite structure: methods and practice. In: 17<sup>th</sup> World Conference on NDT, Shanghai: 2008.

HUGHES, D. S.; KELLY, J. L.. Second order elastic deformation of solids. **Physical Reviews**, v. 92, n.5, p. 1145-1149, 1953.

IMIELINSKA, K; CASTAINGS, M.; WOJTYRA, R.; HARAS, J.;LE CLEZIO, E.; HOSTEN, B.. Air-coupled ultrasonic C-scan techniques in impact response testing of carbon fibre and hybrid: glass, carbon and Kevlar/epoxy composites. **Journal of Materials Processing Technology**, v.157-158, p.513-522, 2004.

KESSLER, M. R. .Advanced topics in characterization of composites. Victoria: Trafford Publishing, 2004. 202p.

KIM, S. K.; YANG, I. Y.; HSU, D. K.; LEE, K. S.; IM, K. H.. Nondestructive ultrasonic techniques on sequence error of carbon fiber/epoxy composite solid laminates. **Journal of Loss Prevention in the Process Industries**, v. 22, n.6, p.860-863, 2009.

KUNDU, T.; POTEL, C.; DE BELLEVAL, J. F.. Near Lamb mode imaging of multilayered composite plates. In: Nondestructive evaluation of aging Aircraft, Airports and Aerospace Hardware IV, 2000.

LI, H. C. H.; HERSZBERG, I.; DAVIS, C. E.; MOURITZ, A. P.; GALEA, S. C.. Health monitoring of marine composite structural joints using fibre optic sensor. **Composite Structures**, v. 75, p.321-327, 2006.

LIU, G. R.; XI, Z. C. . Elastic waves in anisotropic laminates. Boca Raton: CRC PRESS, 2000. 452p.

LEGENDRE, S.; GOYETTE, J.; MASSICOTTE, D.. Ultrasonic NDE of composite material structures using Wavelet coefficients. **NDT & E International**, v. 34, n. 1, p.31-37, 2001.

LEVY, F.; PARDINI, L. C.. Compósitos estruturais: ciência e tecnologia. São Paulo: Edgard Blücher LTDA., 2006. 313p.

LOUTAS, T. H.; PANOPOULOU, A.; ROULIAS, D.; KOSTOPOULOS, V.. Intelligent health monitoring of aerospace composite structures based on dynamics strain measurements. **Expert System With Applications**, v. 39, p. 8412-8422, 2012.

MARKHAM, M. F.. Measurement of the elastic constant of fiber composite by ultrasonics. **Composites**, v. 1, n. 3, p. 145-149, 1970.

MASE, G. T., WONG, T. E., JOHNSON, G. C. . Acoustoelasticity in layered composites. *Journal of Engineering Materials and Technology*, v. 112, n. 3, p. 266-270, 1990.

MINICUCCI, Domingos José. Avaliação de Tensões por Ultra-som no Aro de Rodas Ferroviárias Forjadas Novas – Classe C. 2003. 119p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

MONTGOMERY, D. C. Design and Analysis of Experiments. 6ª ed. Hoboken, N.J.: J. Wiley, 2005. 643p.

MOURITZ, A. P.; TOWNSEND, C.; SHAH KHAN, M. Z.. Non-destructive detection of fatigue damage in thick composite by pulso-echo. **Composites Science and Technology**, v. 60, n. 1, p.23-32, 2000.

NIU, M. C. Y. .Composite Airframe Structures: practical design information and data. Hong Kong: CONMILIT PRESS LTD., 1992. 686 p.

NUSSENZVEIG, H. M.. Curso de física básica – Vol. 2. São Paulo: Edgard Blücher, 2002. 326p.

OLIVEIRA, R.; MARQUES, A. T.. Health monitoring of FRP using acoustic emission and artificial neural networks. **Computers and Structures**, v. 86, n.3-5, p.367-373, 2008.

OSETROV, A. V.; FRÖHLICH, H. J.; KOCH, R.; CHILLA, E.. Acoustoelastic effect in anisotropic layered structures. **Physical Review B**, v. 62, n. 21, p.13963-13969, 2000.

PANOUPOULOU, A.; LOUTAS, T.; ROULIAS, D.; FRANSEN, S.; KOSTOPOULOS, V. Dynamic fiber bragg gratings based health monitoring system of composite aerospace structures. *Acta Astronautica*, v. 69, p. 445-457, 2011.

PAO, Y. H.; GAMER, Y.. Acoustoelastic waves in orthotropic media. **Journal of Acoustic Society of America**, v. 77, n. 3, p.806-812. 1985.

PAO, Y. H.; SACHSE, W.; FUKUOKA, H. Acoustoelasticity and ultrasonic measurements of residual stress. **Physical Acoustics**, vol.17, n. , p.62-140. 1984.

PEREIRA, Paulo. Influência da anisotropia gerada por laminação sobre a medição de tensões por ultrassom em ligas de alumínio 7050. 2011. 159 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

POST, Mark A. . Non-Destructive Measurement of Stress Using Ultrasonic Leaky Lamb Waves. 2008. 150 p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Ciência Espacial e da Terra, Universidade de York, Toronto.

POTEL, C.; CHOTARD, T.; DE BELLEVAL, J. F.; BENZEGGAGH, M.. Characterization of composite materials by ultrasonic methods: modelization and application to impact damage. **Composite Part B**, v. 29B, p. 159-169, 1998.

RA, S. W.; IM, K. H.; YANG, I. Y.. On evaluation of CFRP composite laminates using ultrasonic with polarization direction. **Journal of Material Processing Technology**, v. 187-188, p.437-441, 2007.

RAISUTIS, R.; KAZYS, R.; ZUKAUSKAS, E.; MAZEIKA, L.; VLADISAUKAS, A., Application of ultrasonic guided waves for non-destructive testing of defective CFRP rods with multiple delaminations. **NDT & E International**, v.43, n.5, p.416-424, 2010.

RAMADAS, C.; RADIYAR, J.; BALASUBRAMANIAM, K.; JOSHI, M.; KRISHNAMURTHY, C. V.. Lamb wave based ultrasonic imaging of interface delamination in a composite T-joint. **NDT & E International**, v.44, n.6., p.523-530, 2011.

REDDY, J. N. . An Introduction to continuum mechanics: with applications. Cambridge: Cambridge university press, 2008, 354 p.

REDDY, S. S. S.; BALASUBRAMANIAM, K.; KRISHNAMURTHY, C. V.; SHANKAR, M.. Ultrasonic goniometry immersion techniques for the measurement of elastic moduli. **Composite Structures**, v.67, n.1, p.3-17, 2005.

REZENDE, M. C.; BOTELHO, E. C.. O uso de compósitos estruturais na indústria aeronáutica. **Polímero: ciência e tecnologia**, v. 10, n. 2, p. E4-E10, 2000.

ROKHLIN, S. I. Determination of residual stress in composite materials using ultrasonic waves. Columbus: NASA, p.60. 1997.

ROKHLIN, S. I.; WANG, K. Ultrasonic waves in layered anisotropic media: characterization of multidirectional composites. **International Journal of Solid and Structures**, v. 39, n.16, p.4133-4149, 2002.

ROKHLIN, S. I.; WANG, W. Critical angle measurement of elastic constant in composite material. **Journal of Acoustic Society of America**, v. 86, n. 5, p. 1876-1882, 1989.

ROKHLIN, S. I.; WANG, W. Double through-transmission bulk wave method for ultrasonic phase velocity measurement and determination of elastic constant of composite material. **Journal of Acoustic Society of America**, v. 91, n. 6, p. 3303-3312, 1992.

ROSALIE, C.; CHAN, A.; CHIU, W. K.; GALEA, S. C.; ROSE, F.; RAJIE, N. Structural health monitoring of composite structures using stress wave methods. **Composite Structure**, v. 67, p. 157-166, 2005.

ROSE, J. L.. Ultrasonic waves in solid media. New York: Cambridge University Press, 1999. 454p.

SADD, M. H. **Elasticity. Theory, Applications and Numerics**. Burlington: Elsevier Inc., 2005, 461p.

SANTIN, J. L.. Ultra-som: técnica e aplicação. Curitiba: Artes gráficas e editora unificado, 2003. 255p.

SANTOS, Guilherme Fabiano Mendonça dos. Avaliação de Tensões Residuais Causadas por Superaquecimento em Rodas Ferroviárias Utilizando Acustoelasticidade. 2003. 92. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

SANTOS, Roselene Aparecida. Efeito da Temperatura sobre a Medição de Tensão por Ondas  $L_{CR}$  em Aços API 5L X70. 2007. 127p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

SMITH, R. E.. Ultrasonic elastic constant of carbon fibers and their composites. **Journal of Applied Physics**, v. 43, n. 6, p. 2555-2561, 1972.

SOLODOV, I.; DÖRING, D.; BUSSE, G.. Ultrasonic characterization of elastic anisotropy in composites: case study of CFRP. **MP Materials Testing**, v. 50, n.10, p.602-608, 2008.

TAKEDA, S.; AOKI, Y.; ISHIKAWA, T.; TAKEDA, N.; HIKUKAWA, H. Structural health monitoring of composite wing structure during durability test. **Composite Structure**, v. 79, p. 133-139, 2007.

THE BOEING COMPANY [Internet]. [Acesso em: 03/10/2011]. Disponível em: <  
[http://www.newairplane.com/787/design\\_highlights/#/VisionaryDesign/Composites/AdvancedCompositeUse](http://www.newairplane.com/787/design_highlights/#/VisionaryDesign/Composites/AdvancedCompositeUse)>.

TSAI, S. W. . Theory of Composite Design. Dayton: Think Composites, 1992. 202p.

VILELA, J. A. B. M.; VELASQUEZ, E. A. S.; DA MATA, J. N.; KIKKO, F. Manutenção em aeronaves: fator contribuinte para a segurança de aviação. **Conexão SIPAER**, v. 1, n. 2, p.85-99, 2010.

YANG, I. Y.; IM, K. H.; HSU, D. K; DAYAL, V.; BARNARD, D.; KIM, J. H.; CHA, C. K.; CHO, Y. T.; KIM, D. J.. Feasibility and fiber orientation detection of unidirectional CFRP composite laminates using one-sided pitch-catch ultrasonic technology. **Composite Science and Technology**, v. 69, n.13, p.2042-2047, 2009.

YASHIRO, S.; TAKATSUBO, J.; TOYAMA, N.. An NDT technique for composite structures using visualized Lamb-wave propagation. **Composite Science and Technology**, v. 67, n.15-16, p.3202-3208, 2007.

ZIMMER, J. E.; COST, J. R.. Determination of the elastic constants of a unidirectional fiber composite using ultrasonic velocity measurements. **Journal of Acoustical Society of America**, v. 47, n. 3, p.795-803, 1972.

## APÊNDICE A

### Matriz de transformação dos estados de tensão e deformação

Conforme apresentado na seção de conceitos da teoria da elasticidade (seção 2.2.1), o estado geral de tensão em um ponto é definido por seis componentes de tensão independentes, representadas na Figura 12. Esse estado geral de tensão é caracterizado única e exclusivamente pelas seis componentes de tensão que atuam no elemento para aquela orientação específica. Assim, se dois elementos apresentam orientações diferentes conforme representado na Figura A.1, as tensões atuantes no elemento 1 são diferentes das tensões atuantes no elemento 2.

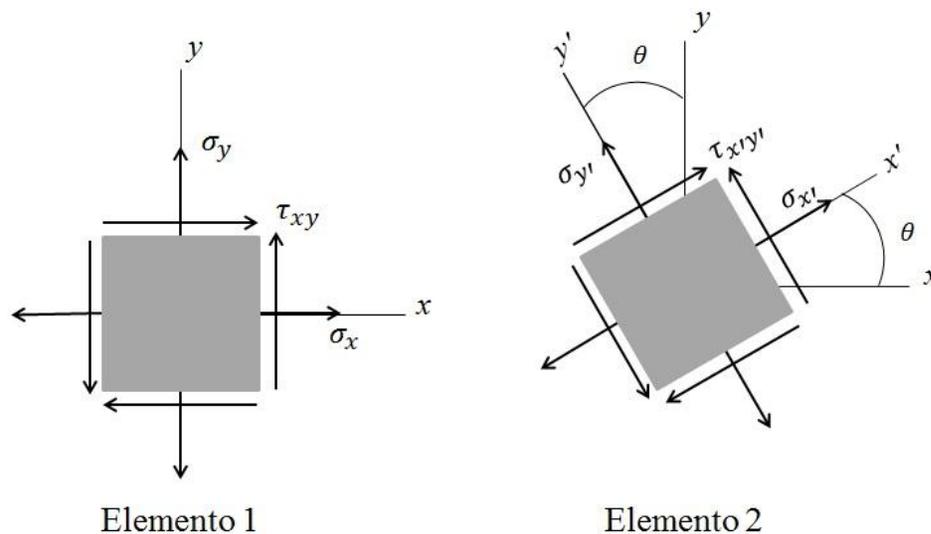


Figura A. 1– Vista do plano x-y para dois elementos cúbicos infinitesimais com orientações diferentes.

Para que o estado de tensão no elemento 1 seja igual ao do elemento 2 (Figura 53) são necessárias operações de transformação de um estado no outro. Para obter essa relação de transformação secciona-se a área do elemento 1 (Figura A.1) de maneira que a área da face inclinada corresponda a  $\Delta A$  e o ângulo de inclinação seja  $\theta$ . Através desse elemento seccionado constrói-se o diagrama de corpo livre das forças atuantes no segmento, conforme mostra a Figura A.2.

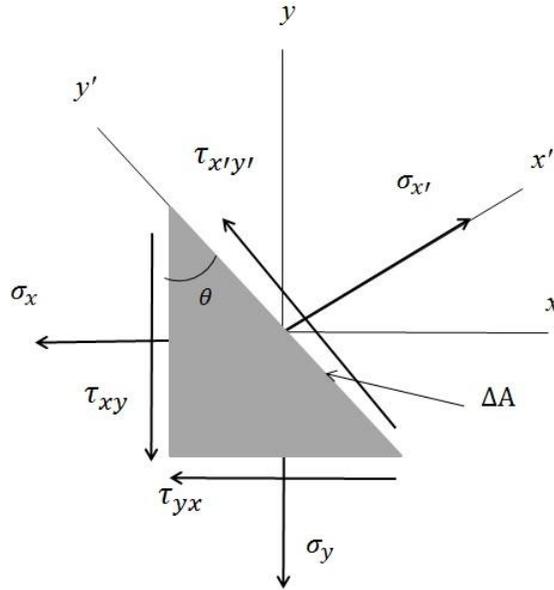


Figura A. 2 - Seção do elemento cúbico com área da seção inclinada  $\Delta A$ .

Se o elemento seccionado da Figura A.2 está em equilíbrio então os somatórios das forças atuantes nas direções de  $x'$  e  $y'$  serão iguais a zero conforme mostra as Equações (A.1) e (A.2).

$$\sum \frac{F_x}{\Delta A} = 0; \sigma_{x'} = \sigma_x \cos \theta (\cos \theta) + \tau_{xy} \sin \theta (\cos \theta) + \tau_{yx} \cos \theta (\sin \theta) + \sigma_y \sin \theta (\sin \theta) \quad (\text{A. 1})$$

$$\sum \frac{F_y}{\Delta A} = 0; \tau_{x'y'} = \sigma_x \sin \theta (\cos \theta) - \tau_{xy} \sin \theta (\cos \theta) - \tau_{yx} \cos \theta (\sin \theta) + \sigma_y \sin \theta (\cos \theta) \quad (\text{A. 2})$$

Das Equações (A.1) e (A.2) obtém-se as relações entre as tensões atuantes no plano  $x' - y'$  em função das tensões do plano  $x - y$ , conforme mostram as Equações (A.3), (A. 4) e (A. 5).

$$\sigma_{x'} = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (\text{A. 3})$$

$$\sigma_{y'} = \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (\text{A. 4})$$

$$\tau_{x'y'} = \sigma_x \sin \theta \cos \theta + \sigma_y \cos \theta \sin \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (\text{A. 5})$$

Expandido a análise para os elementos cúbicos da Figura A.1, cujo segundo elemento cúbico foi girado em relação ao eixo coordenado z com ângulo  $\theta$ , tem-se que a relação entre as tensões atuantes no elemento 2 e as tensões do elemento 1 pode ser representada na forma matricial conforme mostra a Equação (A.6) (TSAI,1992).

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x'} \\ \sigma_{y'} \\ \sigma_{z'} \\ \tau_{y'z'} \\ \tau_{x'z'} \\ \tau_{x'y'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2\sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & 0 \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2\sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{A. 6})$$

A matriz 6x6 da Equação (A.6) consiste na matriz de transformação e pode ser aplicada tanto para transformação de tensão quanto deformação. Observa-se também na Equação (A.6) que as tensões do elemento 1 (Figura A.2) podem ser descritas em função das tensões do elemento 2 através da inversa da matriz de transformação, conforme apresentado na Equação (A.7).

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2\sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & 0 \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2\sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{x'} \\ \sigma_{y'} \\ \sigma_{z'} \\ \tau_{y'z'} \\ \tau_{x'z'} \\ \tau_{x'y'} \end{bmatrix} \quad (\text{A. 7})$$

A mesma matriz de transformação,  $[T]$ , também pode ser utilizada para relacionar deformações em planos diferentes conforme mostrado para o caso das tensões. Esse conceito da elasticidade é muito importante para o entendimento da análise macromecânica de laminados multidirecionais.