

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL  
TESE DEFENDIDA POR Luis Diamantino de  
Figueiredo e Almeida E APROVADA P  
COMISSÃO JULGADORA EM 08 / 04 / 02.

Itamar  
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**Análise de tensões e deformações em um corpo  
de prova "Compact Tension"  
experimentalmente por extensometria e  
teoricamente por MFEL**

Autor: Luis Diamantino de Figueiredo e Almeida

Orientador: Prof. Dr. Itamar Ferreira

21/02

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS**

**Análise de tensões e deformações em um corpo  
de prova "Compact Tension"  
experimentalmente por extensometria e  
teoricamente por MFEL**

Autor: Luis Diamantino de Figueiredo e Almeida  
Orientador: Prof. Dr. Itamar Ferreira

Curso: Engenharia Mecânica  
Área de Concentração: Materiais

Dissertação de mestrado acadêmica apresentada à comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção de título de Mestre em engenharia Mecânica.

Campinas, 2002  
S.P. – Brasil

UNIDADE Be  
Nº CHAMADA T/UNICAMP  
AL64a  
V \_\_\_\_\_ EX \_\_\_\_\_  
TOMBO BC/ 50587  
PROC 16-837102  
C \_\_\_\_\_ D<sup>x</sup> \_\_\_\_\_  
PREÇO R\$ 11,00  
DATA 28/08/02  
Nº CPD \_\_\_\_\_

CM00172432-9

BIB ID 253791

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

~~AL64a~~  
AL64a

Almeida, Luis Diamantino de Figueiredo e

Análise de tensões e deformações em um corpo de prova "Compact Tension" experimentalmente por extensometria e teoricamente por MFEL / Luis Diamantino de Figueiredo e Almeida.--Campinas, SP: [s.n.], 2002.

Orientador: Itamar Ferreira.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

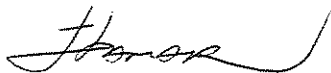
1. Mecânica da fratura. 2. Resistência de materiais. 3. Metais - Fratura. 4. Análise elástica (Engenharia). 5. Teoria das estruturas. I. Ferreira, Itamar. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO**

**Análise de tensões e deformações em um corpo  
de prova "Compact Tension"  
experimentalmente por extensometria e  
teoricamente por MFEL**

Autor: Luis Diamantino de Figueiredo e Almeida  
Orientador: Prof. Dr. Itamar Ferreira



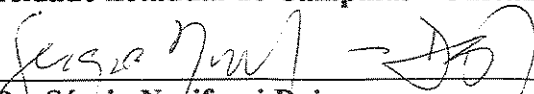
---

**Prof. Dr. Itamar Ferreira, Presidente  
Universidade Estadual de Campinas - Unicamp**



---

**Prof. Dr. Sérgio Tonini Button  
Universidade Estadual de Campinas - Unicamp**



---

**Prof. Dr. Sérgio Norifumi Doi  
Universidade Santa Cecília - Unisanta**

Campinas, 8 de Abril de 2002

02.39590

## **Dedicatória:**

Dedico este trabalho à minha falecida esposa Maria Arlette, aos meus dois filhos Alexandra Luisa e Luis Pedro que também está fazendo Pós-Graduação nível mestrado na engenharia civil na Universidade de Campinas e ao meu netinho Pedro Miguel, com muito carinho e amor.

## **Agradecimentos:**

Este trabalho não poderia ser concluído sem a ajuda de:

Prof. Dr. Itamar Ferreira que me indicou o caminho a ser seguido durante todo o trabalho.

A meu filho Luis Pedro que me ajudou na parte dos programas de computação utilizados e a minha amiga Mariana Esteves Mansanares pela paciência e dedicação no decorrer da confecção da tese.

Ao Sr. Jefferson Luiz de Andrade da Mahle e à empresa Mahle, que além dos extensômetros utilizados, puseram à disposição todas as máquinas da Mahle para proceder aos ensaios laboratoriais.

## Sumário

|                                                                         |    |
|-------------------------------------------------------------------------|----|
| Lista de Figuras                                                        | i  |
| Lista de Tabelas                                                        | iv |
| Nomenclatura                                                            | vi |
| Resumo                                                                  | ix |
| Abstract                                                                | x  |
| <br>                                                                    |    |
| 1 - Introdução e Objetivos                                              | 1  |
| 1.1 - Introdução                                                        | 1  |
| 1.2 - Objetivos                                                         | 3  |
| <br>                                                                    |    |
| 2 - Análise de tensões por Extensometria                                | 4  |
| 2.1 - Introdução                                                        | 4  |
| 2.2 - Extensômetros elétricos                                           | 5  |
| 2.3 - Restrições em materiais utilizados na fabricação de extensômetros | 9  |
| 2.4 - Material de suporte do extensômetro                               | 9  |
| 2.5 - Preparação de superfícies e colagem dos extensômetros elétricos   | 9  |
| 2.6 - Ponte de Wheatstone                                               | 10 |
| 2.7 - Arranjo de $\frac{1}{4}$ de Ponte                                 | 13 |
| 2.8 - Arranjo de $\frac{1}{2}$ Ponte Assimétrica                        | 15 |
| 2.9 - Arranjo de $\frac{1}{2}$ Ponte Simétrica                          | 17 |
| 2.10 - Arranjo de Ponte Completa                                        | 18 |

|                                                                                                                                                                                                       |        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| 2.11 - Análise experimental por extensometria. Considerações gerais                                                                                                                                   | 19     |
| 2.12 - Cálculo da deformação $\epsilon_\alpha$ em uma direção $\alpha'$ , conhecidas as deformações $\epsilon_x$ , $\epsilon_y$ e a distorção total $\gamma_{xy}$ referidas a um sistema de eixos xOy | 19     |
| 2.13 - Convenção de sinais                                                                                                                                                                            | 22     |
| 2.14 - Círculo de Mohr de tensões [ $\tau = f(\sigma)$ ]                                                                                                                                              | 22     |
| 2.15 - Círculo de Mohr de deformações $\left[\frac{\gamma}{2} = f(\epsilon)\right]$                                                                                                                   | 24     |
| 2.16 - Círculo de Mohr único de tensão e deformação                                                                                                                                                   | 26     |
| 2.17 - Roseta delta de 120°                                                                                                                                                                           | 29     |
| <br>3 - Análise de tensões usando a Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL)                                                                                                                        | <br>31 |
| 3.1 - Introdução                                                                                                                                                                                      | 31     |
| 3.2 - Modos de solitação da trinca I, II, III                                                                                                                                                         | 31     |
| 3.3 - Princípios da Mecânica da Fratura Elástica Linear                                                                                                                                               | 32     |
| 3.4 - Distribuição de tensões em um corpo de prova com trinca em Modo I                                                                                                                               | 34     |
| 3.5 - Distribuição de tensões nos modos II e III na MFEL                                                                                                                                              | 35     |
| 3.6 - Dimensões da zona plástica                                                                                                                                                                      | 37     |
| 3.6.1 - Dimensões da zona plástica em condições de tensão plana                                                                                                                                       | 37     |
| 3.6.2 - Dimensões da zona plástica em condições de deformação plana com carregamento monotônico                                                                                                       | 39     |
| 3.6.3 - Fator de intensificação de tensão efetivo                                                                                                                                                     | 41     |
| 3.6.4 - Fator de restrição plástica                                                                                                                                                                   | 42     |
| 3.6.5 - Dimensões da zona plástica com carregamento cíclico                                                                                                                                           | 43     |
| 3.7 - Considerações gerais sobre o ensaio de $K_{Ic}$                                                                                                                                                 | 43     |
| 3.7.1 - Orientação do plano da trinca no corpo de prova da MFEL                                                                                                                                       | 44     |
| 3.7.2 - Preparação da pré-trinca                                                                                                                                                                      | 45     |
| 3.7.3 - Determinação de $K_{Ic}$ a partir da curva carga/deslocamento                                                                                                                                 | 46     |
| <br>4 - Metodologia                                                                                                                                                                                   | <br>47 |
| 4.1 - Extensometria / Análise experimental                                                                                                                                                            | 47     |
| 4.2 - Preparação do corpo de prova e sua instrumentação                                                                                                                                               | 48     |
| 4.3 - Cálculo teórico das deformações                                                                                                                                                                 | 51     |

|                                                                                                                         |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5 - Resultados e discussão                                                                                              | 56  |
| 5.1 - Resultados teóricos obtidos pelas fórmulas da MFEL                                                                | 56  |
| 5.2 - Cálculo teórico baseado na MFEL                                                                                   | 61  |
| 5.3 - Determinação experimental dos valores médios de intensificação de tensão $K_I$ usando o programa MFELLAB          | 64  |
| 5.4 - Variação dos valores de $K_{I \text{ médios}}$ experimentais em função de "r " para diversas cargas experimentais | 70  |
| 5.5 - Variação do deslocamento da máquina universal de tração durante o ensaio                                          | 74  |
| 5.6 - Valores obtidos na deformação da boca de trinca (CMOD)                                                            | 75  |
| 5.7 - Discussão dos resultados obtidos                                                                                  | 76  |
| 6 - Conclusões e sugestões para próximos trabalhos                                                                      | 78  |
| Referências Bibliográficas                                                                                              | 80  |
| Anexo "A"          Programa MFEL                                                                                        | 84  |
| Anexo "B"          Programa MFELLAB                                                                                     | 100 |

## Lista de Figuras

|             |                                                                                                                                                                   |    |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 2-1  | Esquema típico de uma ponte de Wheatstone                                                                                                                         | 10 |
| Figura 2-2  | Arranjo de $\frac{1}{4}$ Ponte de Wheatstone                                                                                                                      | 14 |
| Figura 2-3  | Arranjo de $\frac{1}{2}$ Ponte Assimétrica                                                                                                                        | 16 |
| Figura 2-4  | Arranjo de $\frac{1}{2}$ Ponte Simétrica                                                                                                                          | 17 |
| Figura 2-5  | Arranjo de ponte completa                                                                                                                                         | 18 |
| Figura 2-6  | Relação de alongamento e deformação em uma direção                                                                                                                | 20 |
| Figura 2-7  | Deslocamento devido à distorção                                                                                                                                   | 20 |
| Figura 2-8  | Deformação total com mudança de sistema de eixos                                                                                                                  | 21 |
| Figura 2-9  | Convenção de sinais para cisalhamento puro                                                                                                                        | 22 |
| Figura 2-10 | Estado de tensão de um ponto “R”                                                                                                                                  | 23 |
| Figura 2-11 | Estado de tensão de um ponto “R” – círculo de Mohr                                                                                                                | 23 |
| Figura 2-12 | Estado de deformação do ponto “R”                                                                                                                                 | 25 |
| Figura 2-13 | Círculo de Mohr de deformações do ponto “R”                                                                                                                       | 26 |
| Figura 2-14 | Cálculo da distância entre os eixos “ $\gamma/2$ ” e “ $\tau$ ”                                                                                                   | 28 |
| Figura 2-15 | Roseta delta e a interpretação de resultados                                                                                                                      | 29 |
| Figura 3-1  | Modos de aplicação das cargas “F” – Modos de deformação da trinca                                                                                                 | 31 |
| Figura 3-2  | Estado de tensão em um ponto “R” definido por “r” e “ $\theta$ ” estando este ponto próximo da ponta da trinca, em uma trinca solicitada em Modo I e tensão plana | 35 |
| Figura 3-3  | Esquema da distribuição de tensão no plano da trinca ( $\theta = 0$ ) com raio da ponta da trinca tendendo a zero, em modo I e tensão plana                       | 38 |

|            |                                                                                                                                                           |    |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 3-4 | Esquema da correção da zona plástica de Irwin, para o modo I e tensão plana                                                                               | 39 |
| Figura 3-5 | Forma esquemática da zona plástica para o modo I: a) critério de Von Mises e b) critério de Tresca                                                        | 41 |
| Figura 3-6 | Esquema da comparação da zona plástica em tensão e deformação planas                                                                                      | 43 |
| Figura 3-7 | Código de orientação de plano de trinca para a seção retangular                                                                                           | 44 |
| Figura 3-8 | Curva carga deslocamento no ensaio de $K_{Ic}$                                                                                                            | 46 |
| Figura 4-1 | Desenho do corpo de prova no qual foram colados os extensômetros                                                                                          | 48 |
| Figura 4-2 | Pontos onde foram colados os extensômetros do lado "A" do corpo de prova                                                                                  | 49 |
| Figura 4-3 | Pontos onde foram colados os extensômetros do lado "B" do corpo de prova                                                                                  | 50 |
| Figura 4-4 | Cálculo de "Y" no ensaio "Compact Tension"                                                                                                                | 51 |
| Figura 4-5 | Fotografia do corpo de prova no microscópio para a definição dos pontos de colagem dos extensômetros                                                      | 53 |
| Figura 4-6 | Fotografia do corpo de prova com os extensômetros e as respectivas ligações                                                                               | 54 |
| Figura 4-7 | Fotografia dos extensômetros colados sobre o lado A do corpo de prova, mostrando a ponta da trinca e o posicionamento dos extensômetros                   | 55 |
| Figura 5-1 | Direções dos extensômetros no ponto <u>1</u> , lado "A" com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca como as Figuras 4-2 e 4-3 | 57 |
| Figura 5-2 | Direções dos extensômetros no ponto <u>2</u> , lado "A" com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca como as Figuras 4-2 e 4-3 | 57 |
| Figura 5-3 | Direções dos extensômetros no ponto <u>3</u> , lado "A" com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca como as Figuras 4-2 e 4-3 | 57 |
| Figura 5-4 | Direções dos extensômetros no ponto <u>4</u> , lado "A" com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca como as Figuras 4-2 e 4-3 | 58 |
| Figura 5-5 | Direções dos extensômetros no ponto <u>5</u> , lado "A" com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca como as Figuras 4-2 e 4-3 | 58 |
| Figura 5-6 | Direções dos extensômetros no ponto <u>6</u> , lado "A" com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca como as Figuras 4-2 e 4-3 | 58 |
| Figura 5-7 | Direções dos extensômetros no ponto <u>1</u> , lado "B" com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca como as Figuras 4-2 e 4-3 | 59 |
| Figura 5-8 | Direções dos extensômetros no ponto <u>2</u> , lado "B" com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca como as Figuras 4-2 e 4-3 | 59 |
| Figura 5-9 | Direções dos extensômetros no ponto <u>3</u> , lado "B" com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca como as Figuras 4-2 e 4-3 | 59 |

|             |                                                                                                                                                     |    |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 5-10 | Direções dos extensômetros no ponto [4], lado "B" com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca como as Figuras 4-2 e 4-3 | 60 |
| Figura 5-11 | Direções dos extensômetros no ponto [5], lado "B" com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca como as Figuras 4-2 e 4-3 | 60 |
| Figura 5-12 | Direções dos extensômetros no ponto [6], lado "B" com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca como as Figuras 4-2 e 4-3 | 60 |
| Figura 5-13 | Variações de $K_{I\text{ médio}}$ função de "r", carga de 500kgf                                                                                    | 72 |
| Figura 5-14 | Variações de $K_{I\text{ médio}}$ função de "r", carga de 750kgf                                                                                    | 73 |
| Figura 5-15 | Variações de $K_{I\text{ médio}}$ função de "r", carga de 1000kgf                                                                                   | 73 |
| Figura 5-16 | Variações de $K_{I\text{ médio}}$ função de "r", carga de 1250kgf                                                                                   | 73 |
| Figura 5-17 | Variações de $K_{I\text{ médio}}$ função de "r", carga de 1500kgf                                                                                   | 74 |
| Figura 5-18 | Relação entre carga e deslocamento no ensaio "Compact Tension"                                                                                      | 75 |
| Figura 5-19 | Esquema ilustrativo das três regiões próximas à ponta da trinca no ensaio "Compact - Tension" com $a/w = 0,5$ .                                     | 77 |

## Lista de Tabelas

|             |                                                                                                                                            |    |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 4-1  | Carga crítica em função dos valores de $K_{Ic}$ , para a liga de alumínio<br>7050 T 73652 utilizada neste trabalho                         | 53 |
| Tabela 5-1  | Valores teóricos de $K_I$ baseados na MFEL                                                                                                 | 56 |
| Tabela 5-2  | Tensões teóricas no plano xOy e deformações teóricas nas três direções<br>de cada extensômetro para as diversas cargas de ensaio, lado "A" | 62 |
| Tabela 5-3  | Tensões teóricas no plano xOy e deformações teóricas nas três direções<br>de cada extensômetro para as diversas cargas de ensaio, lado "B" | 63 |
| Tabela 5-4  | Deformações lidas em três direções por extensômetro para as diversas<br>cargas de ensaio, lado "A"                                         | 65 |
| Tabela 5-5  | Deformações lidas em três direções por extensômetro para as diversas<br>cargas de ensaio, lado "B"                                         | 65 |
| Tabela 5-6  | Deformações experimentais calculadas no plano xOy, lado "A"                                                                                | 66 |
| Tabela 5-7  | Deformações experimentais calculadas no plano xOy, lado "B"                                                                                | 67 |
| Tabela 5-8  | Valores de $K_I$ médio experimentais (média aritmética de $k_I'$ , $K_I''$ e $K_I'''$ )<br>para as diversas cargas de ensaio, lado "A"     | 68 |
| Tabela 5-9  | Valores de $K_I$ médio experimentais (média aritmética de $k_I'$ , $K_I''$ e $K_I'''$ )<br>para as diversas cargas de ensaio, lado "B"     | 69 |
| Tabela 5-10 | Valores de $K_I$ médio experimental para o lado "A" para as diversas<br>cargas experimentais em função de "r"                              | 70 |
| Tabela 5-11 | Valores de $K_I$ médio experimental para o lado "B" para as diversas<br>cargas experimentais em função de "r"                              | 70 |
| Tabela 5-12 | Variação entre $K_I$ experimental médio e $K_I$ teórico para as diversas<br>cargas ensaiadas e para todos os valores de "r" ensaiados      | 71 |
| Tabela 5-13 | Variação entre $K_I$ experimental e $K_I$ teórico para $r \geq 12\text{mm}$ para as<br>diversas cargas ensaiadas                           | 71 |

|             |                                                                                                                  |    |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 5-14 | Deslocamentos lidos na máquina universal de tração durante o ensaio de “Compact Tension” para os lados “A” e “B” | 74 |
| Tabela 5-15 | Deslocamento na boca da trinca durante o ensaio de “Compact Tension”                                             | 75 |

## Nomenclatura

**a** – Comprimento da trinca, m.

**a'** – Distância entre os eixos “ $\gamma/2$ ” e “ $\tau$ ” do círculo de Mohr de deformações e de tensões como sendo o círculo de Mohr único,  $\frac{m}{m}$ .

“**a**”, “**b**”, “**c**” – Direções defasadas de 120° onde são lidas as deformações em um extensômetro de roseta delta.

**B** – Espessura do corpo de prova, m.

**CMOD** – Crack Mouth Opening Displacement, m .

**E'** – Tensão de alimentação de um circuito em uma ponte de Wheatstone, Volts.

**E** – Módulo de elasticidade longitudinal ou módulo de Young, MPa.

**E<sub>0</sub>** – Tensão de saída de um circuito em uma ponte de Wheatstone, Volts.

**E<sub>12</sub> E<sub>14</sub>** – Diferença de potencial entre os pontos 1 e 2 e os pontos 1 e 4, respectivamente, Volts

**ΔE<sub>0</sub>** – Variação de sinal de saída de um circuito em uma ponte de Wheatstone, Volts.

**frp** – Fator de restrição plástico, adimensional  $\left(\frac{MPa}{MPa}\right)$ .

**G** – Módulo de elasticidade transversal, MPa.

**G'** – Quantidade de energia que seria dissipada quando uma trinca se propaga sob um nível de tensão especificada, Joules.

**G'<sub>c</sub>** – Taxa de dissipação de energia elástica ou força de extensão da trinca, Joules.

**K** – Sensibilidade de um extensômetro (longitudinal), gage factor, adimensional.

**k<sub>c</sub>** – Constante característica do circuito elétrico e que mede a sensibilidade de um circuito de uma ponte de Wheatstone, Volts.

**ΔK** – Variação do fator de intensidade de tensão, MPa $\sqrt{m}$ .

$K_I$  – Fator de intensificação de tensões no Modo I,  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ .  
 $K_{Ic}$  – Tenacidade à fratura em deformação plana,  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ .  
 $k_C$  – Fator crítico de intensificação de tensões,  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ .  
 $K_{ef}$  – Fator de intensificação de tensão efetivo,  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ .  
 $L$  – Comprimento de um condutor elétrico, m.  
 $n$  – Número de extensômetros ativos em um circuito de uma ponte de Wheatstone, adimensional.  
 $P_c$  – Carga crítica de fratura, kN.  
 $P_e$  – Potência do extensômetro, Volt x Ampere.  
 $R$  – Resistência elétrica de um condutor,  $\Omega$ .  
 $\Delta R$  – Variação da resistência elétrica de um condutor,  $\Omega$ .  
 $R_e$  – Resistência elétrica do extensômetro,  $\Omega$ .  
 $r$  – Distância da ponta da trinca ao ponto estudado pela extensometria, m.  
 $r$  – Razão entre duas resistências elétricas, adimensional.  
 $R_T$  – Raio do círculo de Mohr de tensões, MPa.  
 $R_D$  – Raio do círculo de Mohr de deformações, adimensional.  
 $r_y$  – Comprimento da zona plástica no plano da trinca, m.  
 $R_y$  – Comprimento corrigido da zona plástica no plano da trinca, direção “x”, m.  
 $r_{mon}$  – Comprimento da zona plástica com carregamento monotônico, m.  
 $r_{cic}$  – Comprimento da zona plástica com carregamento cíclico, m.  
 $S$  – Área da seção transversal de um condutor,  $\text{m}^2$ .  
 $u, v, w$  – Deslocamento de um ponto nas direções x, y, z respectivamente, m.  
 $W$  – Largura do corpo de prova, m.  
 $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  – Componentes do tensor de tensões em um ponto, MPa.  
 $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$  – Tensões normais em um ponto, paralelas respectivamente aos eixos x, y, z, MPa.  
 $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  – Tensões de cisalhamento em um ponto, paralelos aos planos respectivamente xOy, xOz, yOz, MPa.  
 $\sigma$  – Tensão normal em um ponto, MPa.  
 $\tau$  – Tensão de cisalhamento em um ponto, MPa.  
 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – Tensões principais de um ponto, MPa.  
 $\sigma_e, \sigma_{ys}$  – Limite de escoamento, MPa.

$\sigma_F$  – Tensões de fratura, MPa.

$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$  – Deformações lineares nas direções  $x, y$  e  $z$  respectivamente,  $\frac{m}{m}$ .

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$  – Deformações principais no plano  $xOy$  nas direções de  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ ,  $\frac{m}{m}$ .

$\varepsilon_\alpha$  – Deformação linear na direção  $x'$  que faz um ângulo “ $\alpha$ ” com a direção “ $x$ ”,  $\frac{m}{m}$ .

$\nu$  – Coeficiente de Poisson, adimensional.

$\varepsilon$  – Deformação longitudinal linear,  $\frac{m}{m}$ .

$-\nu\varepsilon$  – Deformação transversal linear,  $\frac{m}{m}$ .

$\rho$  – Resistividade de um condutor elétrico,  $\Omega m$ .

$\gamma_{xy}$  – Distorção total em um ponto no plano  $xOy$ ,  $\frac{\text{rad}}{\text{rad}}$ .

$\frac{\gamma_{xy}}{2}$  – Distorção local em uma direção ou “ $x$ ” ou “ $y$ ” no plano “ $xOy$ ” e que são as distorções

locais  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  e que são iguais entre si,  $\frac{\text{rad}}{\text{rad}}$ .

$\theta$  – Ângulo formado pelo plano da trinca definido na direção do eixo “ $x$ ” e o raio “ $r$ ” definido pela extremidade aguda da trinca e o ponto ensaiado, rad.

$\theta_1, \theta_2, \theta_3$  – Ângulos que definem as direções das três leituras de deformação lidas em cada extensômetro, ângulos esses definidos em relação ao eixo “ $x$ ”, rad.

$\lambda(a_{ef})$  – Fator de correção geométrico, adimensional.

## Resumo

FIGUEIREDO E ALMEIDA, Luis Diamantino, *Análise de tensões e deformações em um corpo de prova "Compact Tension" experimentalmente por extensometria e teoricamente por MFEL*. Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2002, 108 p. Dissertação (Mestrado)

Um dos problemas encontrados na aplicação da Mecânica de Fratura Elástica Linear (MFEL) em componentes estruturais é a determinação do valor do fator de intensidade de tensão ( $K_I$ ) para uma configuração geométrica genérica. Este trabalho tem por objetivo caracterizar e analisar as tensões e deformações, e consequentemente o valor de  $K_I$  experimentalmente, utilizando a metodologia de extensometria elétrica, e teoricamente, usando a metodologia da MFEL, em um corpo de prova compacto com espessura de 25mm e dimensões de acordo com a norma ASTM E 399-90, fabricado em uma liga de alumínio 7050 T73652. Foram colados seis extensômetros tipo roseta, em cada uma das superfícies laterais do corpo de prova, distantes de 1,4 a 12,8mm da ponta da trinca com ângulos de 0, 30 e 45° em relação ao eixo do plano da trinca. As deformações, tensões e fator de intensidade de tensão foram calculadas e obtidos experimentalmente utilizando cargas de 500, 750, 1000, 1250 e 1500 kgf. Observou-se que o valor de  $K_I$  obtido experimentalmente é próximo do valor obtido teoricamente até à distância de 7mm a partir da ponta da trinca. A partir desta distância ocorre um aumento gradual da diferença entre  $K_{I\text{ experimental}}$  e  $K_{I\text{ teórico}}$ .

Palavras chaves: Fator de intensidade de tensão; Extensometria; Mecânica da Fratura Elástica Linear; Análise de tensões e deformações.

## Abstract

FIGUEIREDO E ALMEIDA, Luis Diamantino, *Stress and strain analysis in a Compact Tension specimen, experimentally by Electrical – Resistance Strain Gages and theoretically by Linear Elastic Fracture Mechanics. Campinas: College of Mechanical Engineering, State University of Campinas, 2002, 108p., Dissertation (Master of Science).*

One of the problems in Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM) application, to structural components, is the evaluation of stress intensity factor ( $K_I$ ) for a generic geometrical configuration. The purpose of this dissertation is to characterize and analyse the stress, strain and  $K_I$  values, experimentally, by using the methodology of electrical - resistance strain gages, and theoretically, by using the methodology of Linear Elastic Fracture Mechanics, in a compact tension specimen 25mm thick and dimension according to ASTM E 399-90, in an aluminium alloy. Six strain gage rosettes have been bonded on the two lateral surfaces of the Compact Tension specimen 1.4 to 12.8mm from the crack tip with angles of 0, 30 and 45° with regard to the direction of crack plane. The strain, stress, and stress intensity factors have been determined by using 500, 750, 1000, 1250 and 1500kgf loads. The experimental  $K_I$  values are closed to the theoretical from the crack tip to 7mm distance. From this distance there is a progressive increase of the difference between the experimental  $K_I$  and theoretical  $K_I$  values.

Key words: Stress intensity factors; Electrical – resistance strain gages; Plane strain fracture mechanics; Stress and strain analysis.

## Capítulo 1 - Introdução e Objetivos

### 1.1 – Introdução

Os componentes estruturais metálicos podem conter defeitos, que se desenvolvem durante o processo de fabricação dos mesmos ou que se iniciam durante a vida em serviço, e que podem causar fratura prematura. A Mecânica da Fratura é uma ferramenta quantitativa para prever o comportamento das estruturas com defeitos. Em Mecânica da Fratura Elástica Linear, que se aplica para materiais de alta resistência mecânica, as tensões estão relacionadas com um fator de intensificação de tensões  $K_I$  (fator de intensificação de tensões no ensaio de Modo I). A propagação instável da trinca, ou seja, fratura frágil ocorre quando o valor de  $K_I$  atinge um valor de  $K_{Ic}$  que é a tenacidade à fratura em deformação plana e que dentro de certos limites é uma propriedade intrínseca do material. Desta forma é possível prever o comportamento do material na presença de tensões e de trincas, ou seja, para um dado tamanho de trinca existe um nível de tensões muito bem especificado onde o componente mecânico resiste sem fraturar fragilmente.

Existem vários métodos de determinação do fator de intensificação de tensão. Os principais são:

- a) Métodos numéricos e analíticos;
- b) Métodos por elementos finitos;
- c) Métodos por elementos de contorno;
- d) Métodos experimentais.

Além destes métodos, existem vários manuais que fornecem as expressões em função da configuração geométrica do espécime. [35]

Nos ensaios de tenacidade à fratura que utilizam corpos de prova com trincas agudas, a fratura é bastante influenciada pela espessura do corpo de prova de maneira que um mesmo material pode-se comportar de maneira dúctil ou frágil consoante a espessura do corpo de prova. Se o corpo de prova for de espessura reduzida, o material apresenta altos níveis de tenacidade à fratura comportando-se como material dúctil e o plano de sua fratura é inclinada a  $45^\circ$  em relação ao plano original da trinca. Quando o corpo de prova tem grande espessura, a superfície da fratura é praticamente plana e coplanar com o plano original da trinca. Neste caso o material apresenta baixos níveis de tenacidade à fratura, comportando-se de uma maneira frágil. Para materiais de alta resistência o único critério seguro contra a propagação de uma trinca se baseia na prevenção da iniciação da propagação da trinca, ou seja, pela utilização da metodologia na Mecânica da Fratura.

A importância deste trabalho resulta na obtenção de valores de  $K_I$  proporcionais ao valor de  $K_{Ic}$  em relação à carga ensaiada no ensaio de solitação de Modo I, de uma forma prática bastante precisa que é a extensometria elétrica. São coladas rosetas em seis pontos de cada lado do corpo de prova e lidos os valores das deformações. Como os pontos ensaiados estão na superfície do corpo de prova temos para esses pontos estado duplo de tensão. Conhecido o estado de deformação, conhecemos o estado de tensão destes pontos, obtendo-se experimentalmente para diversas cargas de ensaio o valor de  $K_I$ . Desta forma é possível estudar os valores de  $K_I$  experimentais para diversas cargas de ensaio distantes de um valor de “r” da ponta da trinca. Neste trabalho é determinado até que distância “r” será válida a aproximação da Mecânica da Fratura Elástica Linear de uma forma fácil e rápida.

A determinação dos fatores de intensificação de tensões  $K_I$  pode ser medida pela distribuição da soma das tensões principais próximas à fratura medindo os fatores de intensificação de tensões com um sistema de vídeo infravermelho SPATE-8.000 [36].

Por mais de 60 anos, a engenharia aeronáutica estuda tensões em regiões com fendas em chapas onde se verifica um estado triplo de tensões (ETT) ao longo da espessura da chapa. Contudo, por diversas razões, o conceito de tensão plana é largamente aceito na análise da Mecânica da Fratura Experimental, onde estas análises ~~são feitas~~ por fotoelasticidade [33].

Um sistema de análises do valor das deformações normais “ $\epsilon$ ” é obtido pela localização de um ponto de luz (laser) havendo difração dissonante na superfície do corpo de prova [21].

Um método ótico foi desenvolvido para estudar regiões deformadas próximas às fraturas em materiais frágeis e transparentes solicitadas à tração (escoamento local) próximo à fratura de modelos em plásticos [38].

A determinação de  $K_I$  com os parâmetros de deslocamento “ $u$ ” e “ $v$ ” e as relações com o campo de tensões pode ser efetuado por um algoritmo apresentado que calcula os parâmetros do campo de tensões e o modo de sua fratura, determinando as franjas na fotoelasticidade [7].

## **1.2 – Objetivos**

Determinar e analisar o campo de tensões no regime elástico em um corpo de prova do ensaio de tenacidade à fratura solicitado em Modo I, do tipo "Compact Tension", com espessura de 25mm e dimensões de acordo com a norma ASTM E 399-90, em uma liga de alumínio 7050 T 73652, experimentalmente pelo método de extensometria e teoricamente pela metodologia da Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL).

## Capítulo 2 - Análise de tensões por Extensometria

### 2.1 - Introdução

A análise experimental de tensões tem por finalidade avaliar o estado de tensão em qualquer ponto de uma estrutura solicitada externamente. Para fazer tais medições utilizam-se técnicas extensométricas que direta ou indiretamente medem deformações em torno de um ponto da estrutura, o que permite no regime elástico, determinar as respectivas tensões.

As técnicas extensométricas podem ser classificadas em:

- a) Extensometria mecânica [12, 34];
- b) Extensometria óptica [12, 34];
- c) Extensometria elétrica;
- d) Camadas frágeis [12, 34].

**Extensometria Mecânica:** Tem como princípio básico a medida da distância entre dois pontos antes e depois da solicitação da estrutura. A distância inicial é o comprimento ativo do extensômetro. Como os deslocamentos envolvidos são muitos pequenos, é necessário ampliar estas medidas o que se consegue com dispositivos ópticos.

**Extensometria óptica:** Nesta técnica a análise de deformação de uma estrutura é por franjas de Moiré, Holografia e Fotoelasticidade [11, 32].

A configuração de uma peça deformada pode ser determinada pela existência da formação de franjas de Moiré, quando há a superposição de dois reticulados de malhas

muito finas, onde um reticulado fica ligada à peça deformada e portanto distorcida e o outro reticulado fica sem se deformar para comparação [12].

Na técnica por Holografia é medida a fase de uma vibração luminosa e comparada com outra usada como referência [12].

Na Fotoelasticidade é medida por polarimetria a distorção de uma vibração luminosa que atravessa um meio homogêneo e isotrópico, e que se torna birrefringente logo que a peça é deformada [12].

**Camadas frágeis:** Este método experimental de tensões é muito utilizado em projetos industriais onde não são conhecidos os pontos mais tensionados e onde não há extrema necessidade de precisão na determinação dessas tensões. A camada frágil é aplicada na superfície do corpo que após solicitado faz aparecer finas fraturas cujas direções são perpendiculares às tensões principais [12]. A principal validade deste método é a de determinar os pontos da estrutura mais solicitados, podendo colocar-se nesses pontos extensômetros, quantificando assim o valor das deformações e consequentemente tensões.

**Extensometria elétrica:** Nesta técnica são usados extensômetros elétricos (strain gages), onde o estado da deformação de um ponto pertencente à estrutura solicitada determina o estado de deformação ( $\gamma/2, \epsilon$ ) e de tensão ( $\tau, \sigma$ ) em qualquer plano que passa nesse ponto. Como esta técnica será utilizada neste trabalho, a mesma será analisada com maior detalhamento.

## 2.2 - Extensômetros elétricos:

Em 1856, Lord Kelvin (William Thompson) verificou que fios metálicos energizados, submetidos a esforços de tração sofriam uma variação de sua resistência elétrica, proporcional à deformação desses fios metálicos [5, 32].

$$\frac{\Delta R}{R} = k\epsilon \quad (2.1)$$

k - Gage factor (sensibilidade longitudinal dos extensômetros)

$\varepsilon$  - Deformação linear na direção estudada

A resistência elétrica de um condutor é:

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (2.2)$$

R - Resistência elétrica do material,  $\Omega$

$\rho$  - Resistividade,  $\Omega m$

L - Comprimento, m

S - Área da seção transversal do condutor,  $m^2$   $\left( S = \frac{\pi D^2}{4} \right)$

A variação da resistência dR é calculada considerando  $\rho$ , L, D como variáveis lineares:

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial D} dD + \frac{\partial R}{\partial L} dL \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \rho} = L \frac{4}{\pi D^2}$$

$$\frac{\partial R}{\partial L} = \rho \frac{4}{\pi D^2}$$

$$\frac{\partial R}{\partial D} = \frac{4\rho L}{\pi} (-2).D^{-3} = -\frac{8\rho L}{\pi D^3}$$

$$dR = \frac{4L}{\pi D^2} d\rho + \frac{4\rho}{\pi D^2} dL - \frac{8\rho L}{\pi D^3} dD \quad (2.4)$$

Dividindo-se a expressão (2.2) por R, e diferenciando temos:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{2dD}{D}$$

onde  $\frac{dL}{L} = \varepsilon$  (Deformação longitudinal)

$$-\frac{dD}{D} = -\nu\varepsilon \text{ (Deformação transversal)}$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \varepsilon + 2\nu\varepsilon = \varepsilon \left( 1 + 2\nu + \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{d\rho}{\rho} \right) = k\varepsilon \quad (2.5)$$

Pela expressão deduzida de "k" (Gage Factor), a sensibilidade à deformação dos extensômetros depende do fator do coeficiente de Poisson ( $1 + 2\nu$ ) e da resistência específica do condutor  $\left( \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{d\rho}{\rho} \right)$ . Para todos os materiais da natureza  $\nu$  varia entre "0" e "0,5" sendo que para metais  $\nu = \frac{1}{3}$  ou 0,3 [16]:

$$k = 1 + 2\nu + \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{d\rho}{\rho} \quad (2.6)$$

varia entre 1,70 e 2,2 nas aplicações usuais.

Em 1923, P.W. Bridgman confirmou a teoria de Kelvin e em 1930, verificou que a variação da resistividade de um material  $\left( \frac{d\rho}{\rho} \right)$  é proporcional à variação do volume do strain-gage [20].

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{\rho} &= c \left( \frac{dv}{v} \right) = c \left( \frac{dS}{S} + \frac{dL}{L} \right) \\ \frac{dR}{R} &= \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dS}{S} = c \left( \frac{dS}{S} + \frac{dL}{L} \right) + \frac{dL}{L} - \frac{dS}{S} = (c-1) \frac{dS}{S} + \varepsilon(c+1) \end{aligned} \quad (2.7)$$

No estado triplo de tensões (ETT) temos [11]:

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_z + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_y)] \quad (2.8)$$

No estado plano de tensões (EPT), temos  $\sigma_z = 0$  e então:

$$(1-\nu)\varepsilon_z + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = 0$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_x + \varepsilon_y)$$

$$\frac{dS}{S} = \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_y - \frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = \left(\frac{1-2\nu}{1-\nu}\right)\varepsilon_y - \frac{\nu}{1-\nu}\varepsilon_x \quad (2.9)$$

Substituindo (2.9) em (2.7), temos:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{R} &= (c+1)\varepsilon_x + (c-1) \cdot \left[ \left(\frac{1-2\nu}{1-\nu}\right)\varepsilon_y - \frac{\nu}{1-\nu}\varepsilon_x \right] = \varepsilon_x \left[ (c+1) - (c-1)\frac{\nu}{1-\nu} \right] + (c-1)\varepsilon_y \frac{1-2\nu}{1-\nu} \\ &= \left[ c - (c-1)\frac{\nu}{1-\nu} + 1 \right] \varepsilon_x + (c-1)\frac{1-2\nu}{1-\nu}\varepsilon_y = \left[ c\left(1 - \frac{\nu}{1-\nu}\right) + \frac{\nu}{1-\nu} + 1 \right] \varepsilon_x + (c-1)\frac{1-2\nu}{1-\nu}\varepsilon_y \\ &= \left[ c\left(\frac{1-2\nu}{1-\nu}\right) + \left(\frac{1}{1-\nu}\right) \right] \varepsilon_x + (c-1)\frac{1-2\nu}{1-\nu}\varepsilon_y = k_\ell \cdot \varepsilon_x + k_t \cdot \varepsilon_y \end{aligned} \quad (2.10)$$

$k_\ell$  - Gage factor (sensibilidade de deformação longitudinal)

$k_t$  - Transverse gage factor (sensibilidade de deformação transversal)

O fabricante de extensômetro define o valor da sensibilidade transversal em relação à sensibilidade do extensômetro [25]. O valor da sensibilidade transversal deve ser o menor possível:

$$\frac{dR}{R} \approx k_\ell \cdot \varepsilon_x = k \cdot \varepsilon_x \quad (2.11)$$

Em laboratório, o extensômetro elétrico é inserido em uma ponte de Wheatstone. Quando a peça é solicitada, a ponte fica em desequilíbrio o que origina a passagem de corrente pelo galvanômetro, gerando uma tensão elétrica proporcional ao desequilíbrio da ponte e portanto proporcional à deformação lida na peça. As leituras nas três direções lidas na roseta são deformações lineares " $\varepsilon$ ", sendo estudado nessa leitura o plano perpendicular à direção estudada.

### **2.3 - Restrições em materiais utilizados na fabricação de extensômetros:**

Os materiais utilizados na fabricação dos extensômetros devem ter alta resistividade, alto limite de escoamento e baixa sensibilidade às variações de temperatura, boa resistência à corrosão e boa soldabilidade. O sinal lido no extensômetro deve ser linear à deformação lida que é o caso do extensômetro ser feito em liga de constantan (CuNi55-45) [9] e não deve apresentar o fenômeno de histerese (que é o caso de liga de Cu-Ni-Mn) [24].

### **2.4 - Material de suporte do extensômetro:**

Os extensômetros elétricos são constituídos por um material condutor fixado a um material suporte isolante que é escolhido em função da temperatura de serviço. Para temperaturas abaixo de 120 °C, o material de suporte é em papel impregnado em nitrocelulose ou em epoxi [24].

### **2.5 - Preparação de superfícies e colagem dos extensômetros elétricos**

A preparação da superfície para a posterior colagem do extensômetro segue rotinas de uma perfeita limpeza com detergentes e solventes com solução neutra como álcool, tricloroetileno. A remoção de óxidos é assegurada por lixas [29].

Para se obterem corretos resultados de deformação com extensômetros é indispensável que se proceda a uma boa colagem. [28]

Para a correta colocação de extensômetro é usado um "adesivo" que garanta um bom desempenho em relação à temperatura e fluência. Entre os "adesivos" utilizados temos: [9, 28]

- a) Adesivos à base de cianoacrilato cura à temperatura ambiente, fácil de usar, tempo de colagem de alguns minutos (10 minutos) e não há necessidade de pressão de colagem.

- b) Adesivos à base de nitrocelulose: usados à temperatura ambiente, secagem rápida e há necessidade de alta pressão entre o strain gage e a peça devido à evaporação do solvente. [32]

Para a garantia de uma boa colagem e após a limpeza da superfície em uma solução neutra, aplica-se cola e pressiona-se o extensômetro entre a peça durante dois minutos para se dar o início da pega da cola [24]. A seguir faz-se a soldagem dos cabos nos terminais dos extensômetros [5, 12, 27, 29].

Finalmente aplicam-se produtos de proteção dos extensômetros que impermeabilizam e garantem a sua vida. Para isto são usadas resinas, ceras ou borracha de silicone. [5, 12]

## 2.6 - Ponte de Wheatstone:

A aplicação dos extensômetros elétricos de resistência na análise de deformações exige um conhecimento dos tipos de arranjos empregados pela ponte de Wheatstone.

Considere uma ponte de Wheatstone como o da Figura 2-1.

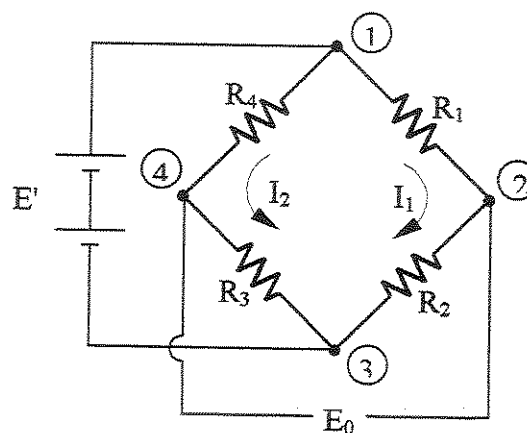


Figura 2-1 - Esquema típico de uma ponte de Wheatstone

$E'$  - Tensão de alimentação

$$A = R_1.R_3 \left( \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} B &= \begin{vmatrix} R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2 & 0 \\ 0 & R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4 \end{vmatrix} \approx \begin{vmatrix} R_1 + R_2 & 0 \\ 0 & R_3 + R_4 \end{vmatrix} \\ &= \bar{R}_1.\bar{R}_3 + \bar{R}_1.\bar{R}_4 + \bar{R}_2.\bar{R}_3 + \bar{R}_2.\bar{R}_4 = 2\bar{R}_1.\bar{R}_3 + \bar{R}_1 \frac{R_1.R_3}{R_2} + \bar{R}_2.\bar{R}_3 = \frac{R_3}{R_2} (2\bar{R}_1.\bar{R}_3 + \bar{R}_1^2 + \bar{R}_3^2) \\ &= \frac{R_3}{R_2} (\bar{R}_1 + \bar{R}_2)^2 = \frac{R_1.R_3}{R_1.R_2} (\bar{R}_1 + \bar{R}_2)^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Substituindo 2.13 e 2.14 na fórmula de 2.12, obtém-se:

$$\Delta E_0 = E' \frac{R_1.R_2}{(R_1 + R_2)^2} \left( \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) \quad (2.16)$$

Seja  $r = \frac{R_2}{R_1}$ . A expressão 2.15 pode ser escrita, também:

$$\Delta E_0 = E' \frac{r}{(1+r)^2} \left( \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) \quad (2.17)$$

Admitindo-se que as resistências do circuito são todas iguais  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$

e o gage factor "k" =  $\frac{\Delta R/R}{\epsilon}$

$$\Delta E_0 = E' \frac{r}{(1+r)^2} k.\epsilon_t \quad (2.18)$$

onde  $\epsilon_t = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 + \epsilon_4$

Considerando que os quatro extensômetros são de iguais resistências "R",  $r = 1$ , temos:

$$\Delta E_0 = \frac{E'}{4} k.\epsilon_t$$

$$\epsilon_t = \frac{4.\Delta E_0}{E'.k}$$

(2.19)

$E_0$  - Tensão de saída

$E_{12}$  - Diferença de potencial entre os pontos ① ②

$E_{14}$  - Diferença de potencial entre os pontos ① ④

Pela lei de Ohm, temos:

$$E' = (R_1 + R_2) I_1 = (R_3 + R_4) I_2$$

$$\begin{cases} E_{12} = R_1 \cdot I_1 = R_1 \frac{E'}{R_1 + R_2} = E' \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ E_{14} = R_4 \cdot I_2 = R_4 \frac{E'}{R_3 + R_4} = E' \frac{R_4}{R_3 + R_4} \end{cases}$$

$$E_0 = E_{12} - E_{14} = E' \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) = E' \left[ \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \right] \quad (2.12)$$

A ponte de Wheatstone está balanceada quando  $E = 0$  ou  $R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4$

Sejam  $R_1, R_2, R_3, R_4$  as resistências dos extensômetros elétricos. Inicialmente a ponte está balanceada, mas os valores das resistências variam de  $\Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3, \Delta R_4$  logo que haja uma deformação " $\varepsilon$ " que se pretende medir.

A diferença de potencial entre os pontos ② e ④ será  $\Delta E_0$ , tal que:

$$\Delta E_0 = E' \frac{\begin{vmatrix} R_1 + \Delta R_1 & R_2 + \Delta R_2 \\ R_4 + \Delta R_4 & R_3 + \Delta R_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2 & 0 \\ 0 & R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4 \end{vmatrix}} = E' \frac{A}{B} \quad (2.13)$$

Os valores de "A" e "B" são dos determinantes citadas. Desprezando infinitésimos de ordem superior a um, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} A &= \begin{vmatrix} R_1 + \Delta R_1 & R_2 + \Delta R_2 \\ R_4 + \Delta R_4 & R_3 + \Delta R_3 \end{vmatrix} = R_1 \cdot R_3 + R_3 \cdot \Delta R_1 + R_1 \cdot \Delta R_3 - R_2 \cdot R_4 - R_2 \cdot \Delta R_4 - R_4 \cdot \Delta R_2 \\ &= R_3 \cdot \Delta R_1 + R_1 \cdot \Delta R_3 - R_2 \cdot \Delta R_4 - R_4 \cdot \Delta R_2 = R_1 \cdot R_3 \frac{\Delta R_1}{R_1} + R_1 \cdot R_3 \frac{\Delta R_3}{R_3} - R_2 \cdot R_4 \frac{\Delta R_4}{R_4} - R_2 \cdot R_4 \frac{\Delta R_2}{R_2} = \\ &= R_1 \cdot R_3 \left( \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} - \frac{\Delta R_2}{R_2} \right) \end{aligned}$$

Para circuitos excitados com tensão constante, a expressão (2.18). pode ser escrita:

$$\Delta E_0 = E' \frac{r}{(1+r)^2} \sum_{i=1}^{n=4} \frac{\Delta R_i}{R_i} = E' \frac{r}{(1+r)^2} n \frac{\Delta R}{R}$$

onde "n" é o número de extensômetros ativos aplicados na ponte de Wheatstone:

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon$$

$$\Delta E_0 = E' \frac{r}{(1+r)^2} n \cdot k \cdot \varepsilon = k_c \cdot \varepsilon \quad (2.20)$$

$k_c$  - Constante característica do circuito e que mede a sensibilidade do circuito da ponte de Wheatstone

n - Número de extensômetros ativos no circuito da ponte de Wheatstone (n = 1 a n = 4)

k - Gage factor do extensômetro

E' - Tensão de alimentação de circuito

$\Delta E_0$  = Variação do sinal de saída

A constante característica da ponte  $k_c$  (sensibilidade da ponte) depende do número dos extensômetros ativos e do arranjo da ponte que pode ser de  $\frac{1}{4}$  ponte,  $\frac{1}{2}$  ponte assimétrica,  $\frac{1}{2}$  ponte simétrica e ponte completa.

## 2.7 - Arranjo de $\frac{1}{4}$ de Ponte:

Neste caso o extensômetro SG<sub>1</sub> substitui a resistência R<sub>1</sub> do circuito da ponte de Wheatstone (Figura 2-2).

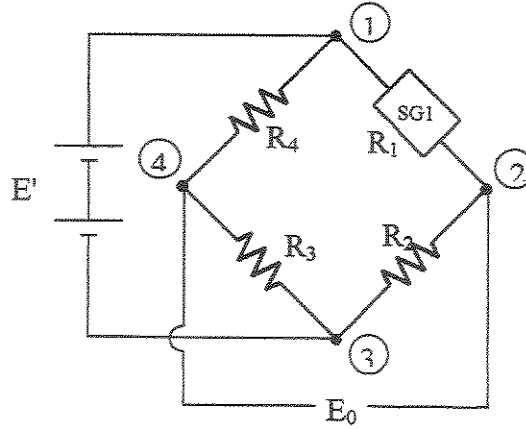


Figura 2-2 - Arranjo de  $\frac{1}{4}$  de Ponte de Wheatstone

A sensibilidade da ponte  $k_c$  com  $n=1$  ( $SG_1$  substitui a resistência  $R_1$ ) é dado por:

$$k_c = E' \frac{r}{(1+r)^2} k \quad (2.21)$$

A variação da tensão elétrica de saída  $\Delta E_0$ , será: [12]

$$\Delta E_0 = k_c \cdot \varepsilon = E' \frac{r}{(1+r)^2} k \cdot \varepsilon \quad (2.22)$$

Nesta expressão se verifica que o sinal de saída  $\Delta E_0$  é proporcional à tensão elétrica de alimentação "E' " e portanto para uma leitura de deformações pode-se seleccionar uma tensão elétrica de alimentação adequada.

Outro fator importante na configuração da ponte de Wheatstone é a designação da potência do extensômetro.

Seja  $R_e$  a resistência do extensômetro  $SG_1$  e seja  $r = \frac{R_2}{R_e}$  (Figura 2-2):

$$E' = I_e(R_e + R_2) = I_e(R_e + R_e \cdot r) = I_e \cdot R_e (1 + r)$$

A potência do extensômetro é  $P_e = R_e \cdot I_e^2$

$$R_e . I_e = \sqrt{Pe . Re}$$

$$E' = (1+r) \sqrt{Pe . Re} \quad (2.23)$$

Para  $\frac{1}{4}$  de ponte, tem-se: [6]

$$\left\{ \begin{array}{l} k_c = E' \frac{r}{(1+r)^2} k \\ E' = (1+r) \sqrt{Pe . Re} \end{array} \right. \quad (2.21)$$

$$(2.23)$$

A sensibilidade do circuito  $k_c$  (substituindo 2.23 em 2.22), tem-se:

$$k_c = (1+r) \sqrt{Pe . Re} \frac{r}{(1+r)^2} k$$

$$k_c = \frac{r}{(1+r)} k \sqrt{Pe . Re}$$

O sinal de saída  $\Delta E_0$  será dado por:

$$\Delta E_0 = k_c . \varepsilon = \frac{r}{(1+r)} \sqrt{Pe . Re} k . \varepsilon \quad (2.24)$$

Na equação (2.24) verifica-se que o sinal de saída  $\Delta E_0$  depende de "r" e de "k", devendo ser escolhido um valor de "r" de forma a ter-se um eficiente sinal de saída sem haver a necessidade de uma tensão elevada de alimentação.

## 2.8 - Arranjo de $\frac{1}{2}$ Ponte assimétrica:

Neste arranjo as resistências  $R_1$  e  $R_2$  são substituídas por extensômetros  $SG_1$  e  $SG_2$  [6, 9] .

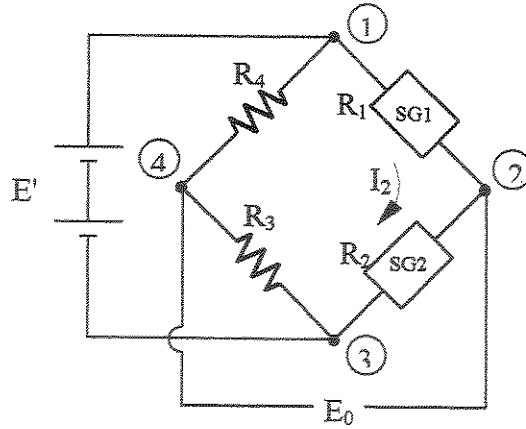


Figura 2-3 - Arranjo de  $\frac{1}{2}$  Ponte Assimétrica

O primeiro é ativo e o segundo é usado como compensador de temperatura (Figura 2-3).

Considerando no circuito dos dois extensômetros iguais  $SG_1 = SG_2$ , temos  $r = 1$  [12,37].

$$E' = I_e(R_1 + R_2) = 2I_e.R_e$$

A potência do extensômetro é  $P_e = R_e.I_e^2$

$$E' = 2\sqrt{P_e.R_e}$$

A sensibilidade  $k_c$  de um circuito é [12]:

$$k_c = E' \frac{r}{(1+r)^2} n.k \quad (2.20)$$

Para este arranjo temos  $n=1$  (um extensômetro ativo) e  $r=1$  ( $SG_2 = SG_1$ ), temos:

$$k_c = E' \frac{1}{4} k = \frac{2}{4} \sqrt{P_e.R_e} . k = \frac{k}{2} \sqrt{P_e.R_e}$$

A variação da tensão elétrica  $\Delta E_0$  de saída é:

$$\Delta E_0 = k_c . \varepsilon = \frac{k}{2} \sqrt{P_e.R_e} . \varepsilon \quad (2.25)$$

Se compararmos os valores de  $k_c$  de  $\frac{1}{2}$  Ponte Assimétrica onde um dos extensômetros é o compensador de temperatura com o valor de  $k_c$  de  $\frac{1}{4}$  ponte, verificamos que houve uma diminuição na eficiência do circuito em 50%.

## 2.9 - Arranjo de $\frac{1}{2}$ Ponte Simétrica:

Neste arranjo são substituídos as resistências  $R_1$  e  $R_4$  por extensômetros "SG<sub>1</sub>" e "SG<sub>4</sub>" [9]. É uma ponte autocompensada em relação à temperatura.

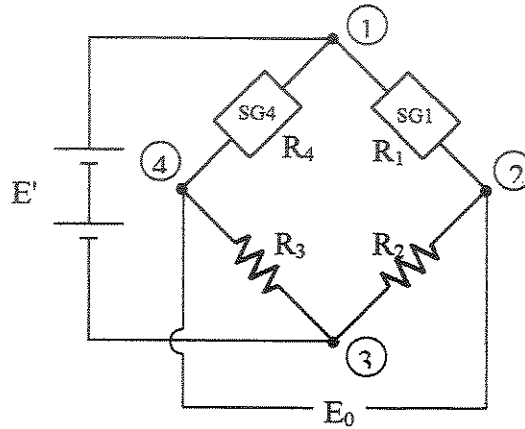


Figura 2-4 - Arranjo de  $\frac{1}{2}$  Ponte Simétrica

A alimentação da ponte "E' " é dada por:

$$E' = I_e(R_1 + R_2) = I_e.R_e (1 + r) = (1 + r) \sqrt{P_e . R_e}$$

A constante característica do circuito para  $n = 1$  (um extensômetro ativo) será:

$$k_c = E' \frac{r}{(1+r)^2} \quad n.k = \frac{r}{(1+r)^2} \quad n.k \quad (1+r) \sqrt{P_e . R_e} = \frac{r}{(1+r)} k \sqrt{P_e . R_e} \quad (2.26)$$

e o valor de  $\Delta E_0$  será:

$$\Delta E_0 = k_c . \varepsilon = \frac{r}{(1+r)} k \sqrt{P_e . R_e} . \varepsilon \quad [6, 12, 37] \quad (2.27)$$

As expressões (2.26) e (2.27) deduzidas são iguais às de  $\frac{1}{4}$  de ponte, sendo que para  $\frac{1}{2}$  ponte simétrica há compensação da temperatura sem haver diminuição da sensibilidade do circuito.

## 2.10 - Arranjo de ponte completa:

Neste caso todas os resistores  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  são substituídos por extensômetros  $SG_1$ ,  $SG_2$ ,  $SG_3$  e  $SG_4$  conforme Figura 2-5.

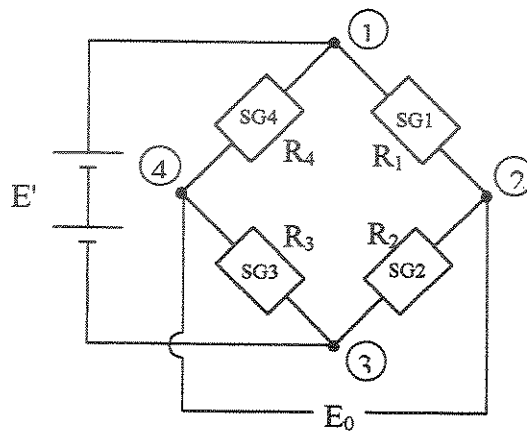


Figura 2-5 - Arranjo de ponte completa

No caso dos extensômetros todos iguais, a diferença de potencial  $E'$  é:

$$E' = 2R_e I_e = 2\sqrt{Pe \cdot Re}$$

Neste caso  $n = 4$  e  $r = 1$  temos:

$$k_c = \frac{r}{(1+r)} \sqrt{Pe \cdot Re} \quad n.k = \frac{1}{2} \sqrt{Pe \cdot Re} \quad 4k = 2k\sqrt{Pe \cdot Re} \quad (2.28)$$

onde o valor de  $\Delta E_0$  será [37]:

$$\Delta E_0 = k_c \varepsilon = 2k\sqrt{Pe \cdot Re} \cdot \varepsilon \quad (2.29)$$

Neste caso a constante característica do circuito  $k_c$  é o dobro dos arranjos  $\frac{1}{4}$  de ponte e  $\frac{1}{2}$  ponte simétrica e quatro vezes a do arranjo de  $\frac{1}{2}$  ponte assimétrica. Além disso, os efeitos devidos à temperatura são autocompensados.

## **2.11 - Análise experimental por extensometria. Considerações Gerais.**

A resolução teórica do cálculo de estruturas pode ser feita usando o formulário de Resistência dos Materiais, Teoria das Estruturas, Mecânica da Fratura e cálculos computacionais.

Para confirmar as tensões encontradas nos diversos cálculos teóricos citados é usada a extensometria que tem por finalidade a determinação prática de tensões em pontos previamente estabelecidos. Para calcular as tensões em um ponto é lida a deformação linear " $\epsilon$ " em três direções que proporcionam o cálculo do círculo de Mohr de deformações. Conhecidos os valores de " $E$ " (Módulo de elasticidade longitudinal ou Módulo de Young) e " $\nu$ " (coeficiente de Poisson) será possível definir o correspondente círculo de Mohr de tensões e por consequência conhecer o estado de tensão em qualquer plano que passa por esse ponto, podendo-se comparar os valores teóricos e práticos.

Conhecido o círculo de Mohr de tensões, são definidas as tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  e o estado de tensão  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  e  $\tau_{xy}$  podendo-se calcular os valores de  $K'_I$ ,  $K''_I$  e  $K'''_I$  e portanto definir-se o valor de  $K_{I \text{ médio}}$  (Fator de intensificação médio de tensões no modo I).

## **2.12 - Cálculo da deformação $\epsilon_\alpha$ em uma direção $x'$ , conhecidas as deformações $\epsilon_x$ , $\epsilon_y$ e a distorção total $\gamma_{xy}$ referidas a um sistema de eixos $xOy$ .**

Conhecidas as deformações lineares  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  e a distorção total  $\gamma_{xy}$  referidas a um par de eixos " $xOy$ ", pretende-se determinar a deformação linear  $\epsilon_\alpha$  associada à direção  $x'$  que faz um ângulo  $\alpha$ , marcado no sentido direto com o eixo " $x$ " de referência.

Na Figura 2-6 mostra um elemento retangular referente a um par de eixos xOy.

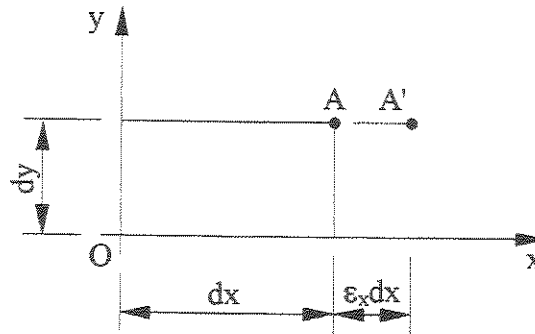


Figura 2-6 - Relação de alongamento e deformação em uma direção

Devido ao alongamento  $\overline{AA'}$ , definimos a deformação " $\epsilon_x$ ", tal que  $\overline{AA'} = \epsilon_x dx$

Se admitirmos que o elemento retangular sofresse só a deformação " $\epsilon_y$ ", teríamos:

$$\overline{A'A''} = \epsilon_y dy$$

Se o elemento retangular sofresse a distorção  $\gamma_{xy}$ , teríamos:

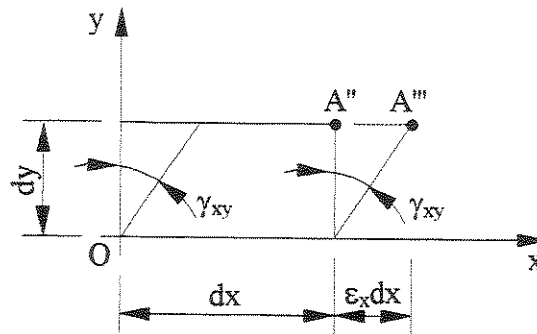


Figura 2-7 - Deslocamento devido à distorção.

$$\overline{A''A'''} = dy \operatorname{tg}(\gamma_{xy}) \approx dy \cdot \gamma_{xy}$$

Admitindo agora um elemento retangular OABC (Figura 2-8) referenciado em relação a um par de eixos x'Oy', onde os eixos  $\underline{x'}$  e  $\underline{y'}$  fazem respectivamente um ângulo  $\alpha$  e  $\alpha + \pi/2$ , marcados no sentido direto em relação ao eixo "x". Este problema é o de uma

deformação plana onde o retângulo OABC passa a ser OA''B''C'', deformação essa que engloba as deformações lineares  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  e a distorção  $\gamma_{xy}$  anteriormente citadas. [12]

O elemento retangular antes de se deformar tem os lados  $\overline{OA} = dx'$  e  $\overline{OB} = dy'$ . As coordenadas do ponto "A" em relação ao par de eixos "xOy" serão  $\underline{dx}$  e  $\underline{dy}$ .

$$\sin \alpha = \frac{dy}{dx'}$$

$$\cos \alpha = \frac{dx}{dx'}$$

$$\begin{cases} dx = dx' \cdot \cos \alpha \\ dy = dx' \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

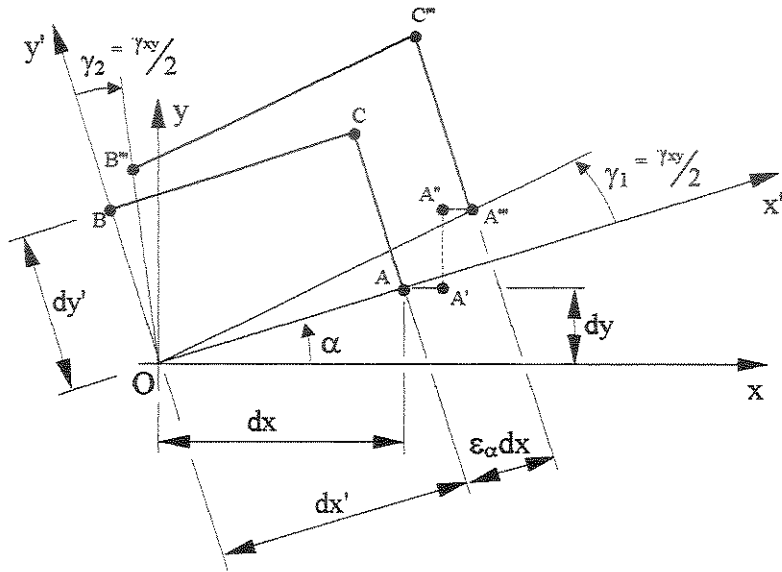


Figura 2-8 - Deformação total com mudança do sistema de eixos.

Considerando o deslocamento nodal do ponto "A" para "A'" na direção do eixo x', [11] tem-se:

$$\epsilon_{\alpha} dx' = \overline{AA'} \cos \alpha + \overline{A'A''} \sin \alpha + \overline{A''A'''} \cos \alpha$$

$$\overline{AA'} = \epsilon_x dx = \epsilon_x dx' \cos \alpha$$

$$\overline{A'A''} = \epsilon_y dy = \epsilon_y dx' \sin \alpha$$

$$\overline{A''A'''} = dy \cdot \gamma_{xy} = \gamma_{xy} dx' \sin \alpha$$

$$\epsilon_{\alpha} dx' = \epsilon_x dx' \cos^2 \alpha + \epsilon_y dx' \sin^2 \alpha + \gamma_{xy} dx' \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\boxed{\epsilon_{\alpha} = \epsilon_x \cos^2 \alpha + \epsilon_y \sin^2 \alpha + \gamma_{xy} \sin \alpha \cos \alpha}$$

(2.30)

### 2.13 - Convenção de sinais:

As deformações lineares " $\varepsilon$ " são positivas se provocarem alongamento e negativas se provocarem encurtamento.

Consideremos um elemento quadrado ABCD que solicitado a um cisalhamento puro sofre somente uma distorção total  $\gamma_{xy}$  e se deforma em A' B' C' D'. O ângulo inferior esquerdo que era de  $\frac{\pi}{2}$  diminui para  $\frac{\pi}{2} - \gamma_{xy}$ . Neste caso a distorção total  $\gamma_{xy}$  é positiva (Figura 2-9).

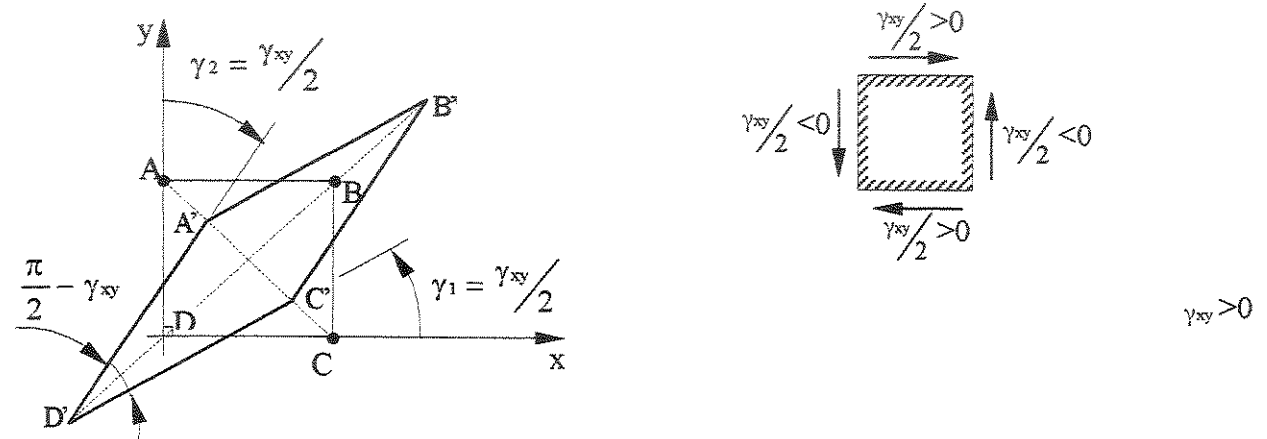


Figura 2-9 - Convenção de sinais para cisalhamento puro

### 2.14 - Círculo de Mohr de tensões [ $\tau = f(\sigma)$ ]:

O círculo de Mohr de tensões é definido  $\tau = f(\sigma)$ . Conhecido o estado de tensão de um ponto em dois planos perpendiculares pode ser traçado o círculo de Mohr. Vamos supor que em um ponto "R" é definido o estado de tensão em dois planos perpendiculares entre si (Figura 2-10):

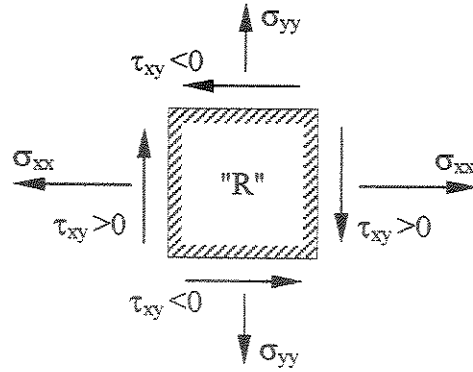


Figura 2-10 - Estado de tensão de um ponto "R".

No plano vertical que passa pelo ponto "R" tem-se  $\sigma = \sigma_{xx} > 0$  e  $\tau = \tau_{xy} > 0$ ; no plano horizontal atua a tensão  $\sigma = \sigma_{yy} > 0$  e  $\tau = \tau_{xy} < 0$ .

O estado de tensão nos planos perpendiculares são definidos por dois pontos do círculo de Mohr de tensões desfasados de  $180^\circ$ .

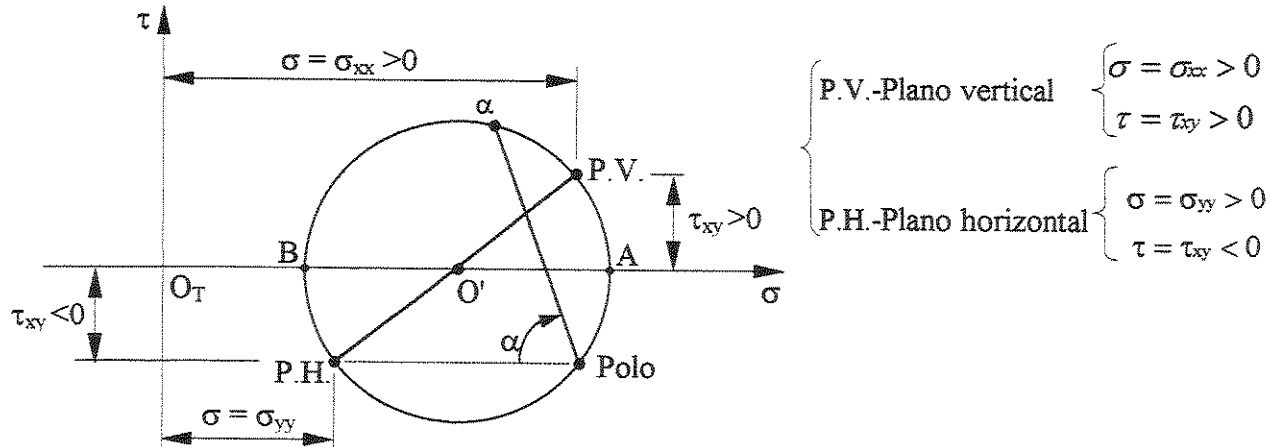


Figura 2-11 - Estado de tensão de um ponto "R" - Círculo de Mohr.

Se por P.H. for tirada uma paralela a esse plano define-se no círculo de Mohr um ponto que é o centro de radiação de tensões que é o "Pólo" [16, 22]. Da mesma forma pode-se tirar por P.V. um plano paralelo ao plano vertical que irá definir sobre o círculo de Mohr um ponto que é o "Pólo". Conhecida a posição do pólo podem-se calcular

graficamente o estado de tensão em qualquer plano " $\alpha$ - $\alpha$ " que faz um determinado ângulo " $\alpha$ " com a horizontal. Pelo Pólo se faz passar um plano paralelo ao plano " $\alpha$ - $\alpha$ " e que irá cortar o círculo de Mohr no ponto  $\alpha$  (Figura 2-11). As coordenadas  $\sigma$  e  $\tau$  do ponto  $\alpha$  no círculo de Mohr definem o estado de tensão no plano " $\alpha$ - $\alpha$ ". Em particular unindo-se o pólo ao ponto "A" obtém-se a direção do plano onde atua  $\sigma_1$ ; unindo-se o pólo ao ponto "B" obtém-se a direção do plano onde atua  $\sigma_2$ .

As tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  são definidas pela distância  $\overline{O_T O'}$  somando-se e diminuindo-se o raio do círculo de Mohr de tensões  $R_T$  respectivamente.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 = \overline{O_T O'} + R_T = \left( \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \right) + \sqrt{\left( \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \\ \sigma_2 = \overline{O_T O'} - R_T = \left( \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \right) - \sqrt{\left( \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \end{array} \right. \quad (2.31)$$

O valor do raio do círculo de Mohr de tensões  $R_T$  é dado por:

$$R_T = \sqrt{\left( \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

## 2.15 - Círculo de Mohr de deformações [ $\gamma/2 = f(\epsilon)$ ]:

O círculo de Mohr de deformações  $\gamma/2$  (distorção local) em função de  $\epsilon$  (deformação) é em tudo análogo ao círculo de Mohr de tensões.

As fórmulas usadas para este círculo podem ser obtidas se substituirmos  $\sigma_{xx}$  por  $\epsilon_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  por  $\epsilon_{yy}$  e  $\tau_{xy}$  por  $\gamma_{xy}/2$ .

Supondo um ponto "R" onde são definidos em planos horizontal e vertical seu estado de deformação (Figura 2-12):

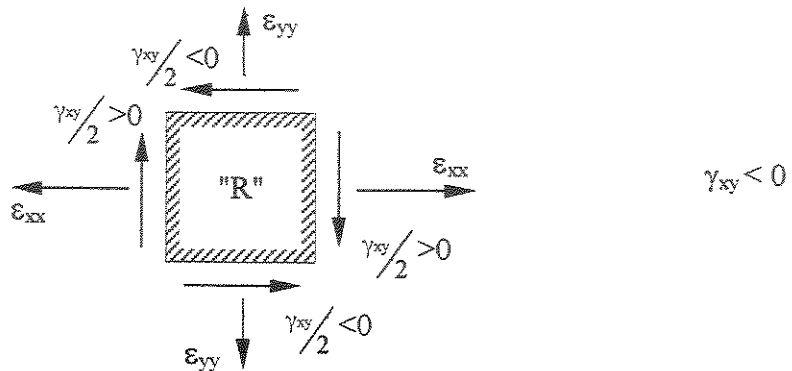


Figura 2-12 - Estado de deformação do ponto "R".

No plano vertical temos  $\varepsilon = \varepsilon_{xx} > 0$  e  $\gamma/2 = \gamma_{xy}/2 > 0$ ; No plano horizontal tem-se  $\varepsilon = \varepsilon_{yy} > 0$  e  $\gamma/2 = \gamma_{xy}/2 < 0$ . Note que neste exemplo tem-se  $\gamma_{xy} < 0$  (Figura 2-12).

Neste caso e analogamente ao círculo de Mohr de tensões tem-se  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  que são respectivamente:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \overline{O_D O'} + R_D \\ \varepsilon_2 = \overline{O_D O'} - R_D \end{cases}$$

$$\overline{O_D O'} = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \quad R_D = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2}\right)^2 + \left(\gamma_{xy}/2\right)^2} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}$$

onde  $R_D$  é o raio do círculo de Mohr de deformações.

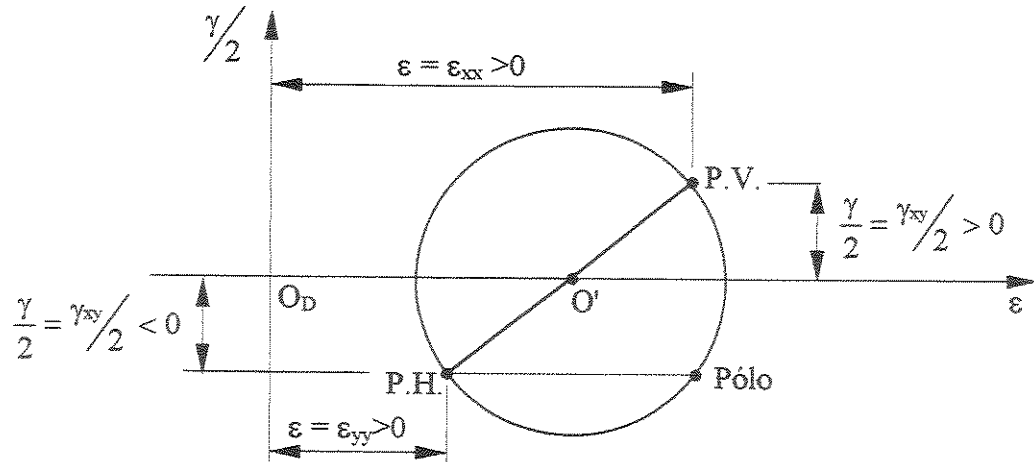


Figura 2-13 - Círculo de Mohr de deformações do ponto "R".

As deformações principais serão:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1 = \left( \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \right) + \sqrt{\left( \frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \right)^2 + \left( \frac{\gamma_{xy}}{2} \right)^2} \\ \varepsilon_2 = \left( \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \right) - \sqrt{\left( \frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2} \right)^2 + \left( \frac{\gamma_{xy}}{2} \right)^2} \end{array} \right. \quad (2.32)$$

e o raio do círculo de Mohr de deformações será  $R_D$

$$R_D = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}$$

Da mesma forma que foi definido o "Pólo" para o círculo de Mohr de tensões define-se também o Pólo para o círculo de Mohr de deformações. Basta para isso obter-se no círculo de Mohr paralelas aos planos onde são definidos os estados de deformação (Figura 2-13).

## 2.16 - Círculo de Mohr único de tensão e deformação.

Para se fazer coincidir o círculo de Mohr de tensões e de deformações basta ter em mente algumas configurações traduzidas algebricamente [16].

a) Relação  $\frac{R_T}{R_D}$

No regime elástico e no plano são válidas as equações constitutivas definidas matricialmente [16]

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \{\varepsilon\} \quad (2.33)$$

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

Em relação às tensões principais, temos:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{Bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2) \\ \sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1) \end{array} \right. \quad (2.34)$$

O valor de  $R_T$  será:

$$\begin{aligned} R_T &= \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{E}{1-\nu^2} [\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2 - \varepsilon_2 - \nu\varepsilon_1] = \frac{1}{2} \cdot \frac{E}{1-\nu^2} [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - \nu(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)] \\ &= \frac{(1-\nu)E(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{2(1-\nu^2)} = \frac{E(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{2(1+\nu)} = \frac{E}{1+\nu} R_D \\ \frac{R_T}{R_D} &= \frac{E}{1+\nu} \end{aligned} \quad (2.35)$$

b) Distância entre os eixos das ordenadas  $\gamma/2$  e  $\tau$  (Figura 2-14)

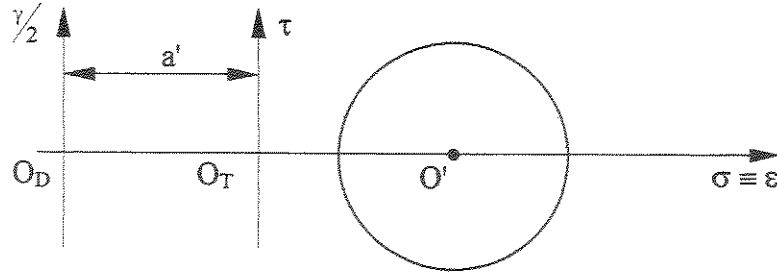


Figura 2-14 - Cálculo da distância entre os eixos " $\gamma/2$ " e " $\tau$ ".

Seja " $a'$ " a distância procurada entre os eixos " $\gamma/2$ " e " $\tau$ ".

$$a' = \overline{O_D O'} - \overline{O_T O'}$$

Definida desta forma a distância, se esta for positiva é porque o eixo " $\tau$ " está à direita de " $\gamma/2$ " e negativa no caso contrário.

Calculando a distância  $\overline{O_T O'}$  na escala usada no círculo de Mohr de deformações:

$$\begin{aligned} \overline{O_T O'} &= \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{E}{1 - \nu^2} [\epsilon_1 + \nu \epsilon_2 + \epsilon_2 + \nu \epsilon_1] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \nu} [(\epsilon_1 + \epsilon_2) + \nu(\epsilon_2 - \epsilon_1)] \\ &= \frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2)(1 + \nu)}{2(1 - \nu)} = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \cdot \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{1 - \nu} = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \cdot \overline{O_D O'} \end{aligned}$$

$$a' = \overline{O_D O'} - \overline{O_T O'} = \overline{O_D O'} - \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \cdot \overline{O_D O'} = \overline{O_D O'} \left[ 1 - \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \right] = \overline{O_D O'} \left[ \frac{1 - \nu - 1 - \nu}{1 - \nu} \right]$$

$$= - \frac{\nu}{1 - \nu} \cdot (\epsilon_1 + \epsilon_2) \quad (2.36)$$

Pode-se fazer coincidir o círculo de Mohr de deformações com o círculo de Mohr de tensões desde que:

$$a) \quad \frac{R_T}{R_D} = \frac{E}{1 + \nu}$$

$$b) \quad a' = -\frac{\nu}{1-\nu} \cdot (\epsilon_1 + \epsilon_2)$$

O valor de "G" é o Módulo de Elasticidade Transversal [16]  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ , e o

$$\text{valor de } \frac{R_T}{R_D} = 2G$$

### 2.17 - Roseta delta de 120°

Um dos extensômetros mais usados são do tipo roseta de 120° ou delta (Figura 2-15), embora haja também rosetas retangulares. Existem outros tipos de rosetas [24], mas que não serão analisadas neste trabalho.

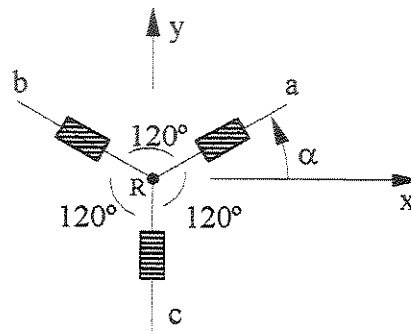


Figura 2-15 - Roseta delta e a interpretação de resultados.

Na roseta delta as direções "a", "b", "c" estão defasadas de 120°. Considerando um par de eixos ortogonais de referência "xOy", podemos estabelecer um sistema de três equações a três incógnitas  $\epsilon_\alpha = \epsilon_x \cdot \cos^2 \alpha + \epsilon_y \cdot \sin^2 \alpha + \gamma_{xy} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ , onde os ângulos a considerar são respectivamente  $\alpha$ ,  $\alpha+120^\circ$  e  $\alpha+240^\circ$  para as direções a, b, c. [26]

Resolvendo o sistema de três equações a três incógnitas determina-se os valores de  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  e  $\gamma_{xy}$ . Tem-se conhecimento do estado de deformação tendo conhecimento das deformações  $\epsilon_x$ ,  $\frac{\gamma_{xy}}{2}$  e  $\epsilon_y$ ,  $\frac{\gamma_{xy}}{2}$  nos planos vertical e horizontal. Pode-se calcular as deformações principais  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  e consequentemente determinamos o estado principal de tensões  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ . [32]

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma_1 = \frac{E}{1-v^2} & (\varepsilon_1 + v\varepsilon_2) \\ \sigma_2 = \frac{E}{1-v^2} & (\varepsilon_2 + v\varepsilon_1) \end{array} \right.$$

## Capítulo 3 - Análise de tensões usando a Mecânica da Fratura Elástica Linear (M.F.E.L.)

### 3.1 - Introdução:

Ainda são incompletas a distribuição das tensões e deformações próximo à ponta da trinca. Com a definição do fator de intensificação de tensão "K", Irwin simplificou bastante o problema de análise de tensões nas vizinhanças de uma trinca, pois uma vez determinado o valor de "K" essas tensões são facilmente determinadas.

### 3.2 - Modos de solitação da trinca I, II e III:

O valor de K depende basicamente do nível de tensão no corpo longe da trinca e da geometria do espécime com trinca. A trinca pode ser solicitada de três maneiras independentes como mostra a Figura 3-1.

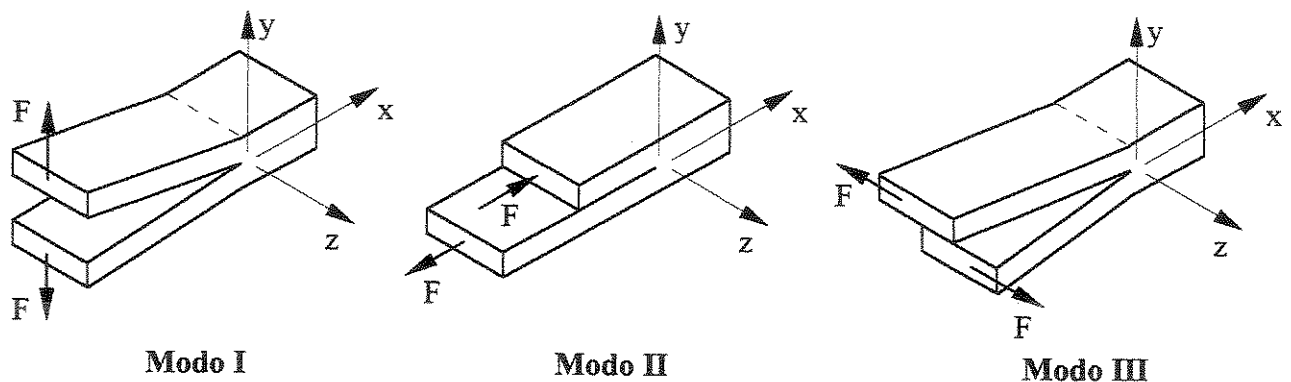


Figura 3-1 - Modos de aplicação das cargas "F" - Modos de deformação da trinca [19]

Modo I - Tensão normal de tração, ensaio Compact Tension

Modo II - Tensão de cisalhamento na direção "x"

Modo III - Tensão de cisalhamento na direção "z"

### 3.3 - Princípios da Mecânica da Fratura Elástica Linear:

O comportamento de uma estrutura em relação à fratura depende de três fatores:

- Nível de tensão;
- Dimensão de defeito existente no material;
- Propriedades do material (tenacidade à fratura).

Griffith estabeleceu correlações entre estes fatores para o vidro, em 1920. Mas Orowan, em 1945 e Irwin, em 1948, modificaram a teoria de Griffith, estendendo-a para os materiais metálicos, criando a MFEL.

Griffith estabeleceu o critério de propagação de uma trinca. Uma trinca se propaga quando a diminuição de energia de deformação elástica é maior do que a energia requerida para criar uma nova superfície da trinca. [18]

Irwin e Orowan sugeriram que a teoria de Griffith fosse modificada para ser aplicada a fraturas frágeis de metais, onde o valor de energia superficial específica por unidade de área fosse substituída por uma quantidade crítica de energia  $G'_c$ , energia esta capaz de criar uma área adicional da superfície da trinca. O valor de  $G'_c$  era determinado para cada metal em um ensaio de fratura. O valor de  $G'_c$  é a taxa de liberação de energia de deformação elástica crítica ou força de extensão de trinca crítica.

A trinca se propaga quando a energia "G" atinge o valor de " $G'_c$ ", sendo este valor uma propriedade intrínseca do material dentro de certos limites. Irwin verificou que as tensões junto à extremidade da trinca eram o produto da tensão uniaxial nominal " $\sigma$ " pela raiz quadrada da metade do comprimento da trinca.

A partir do modelo de Irwin - Orowan, pode-se determinar a tensão de fratura  $\sigma_F$  [Equações (3.1) e (3.2)].

$$\sigma_F = \left( \frac{E.G'_c}{\pi.a} \right)^{1/2} \text{ para estado plano de tensões} \quad (3.1)$$

$$\sigma_F = \left( \frac{E.G'_c}{\pi.a.(1-\nu^2)} \right)^{1/2} \text{ para estado plano de deformação} \quad (3.2)$$

onde E é o módulo de elasticidade longitudinal ou módulo de Young e "a" a metade do comprimento da trinca.

O fator de intensificação de tensão "K" ou fator de intensidade de tensão definido a partir de G' para uma trinca elástica em uma chapa de largura infinita, solicitada em modo I, seria [25]:

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (3.3)$$

Onde  $\sigma$  é a tensão nominal (longe da trinca).

O valor crítico da taxa de dissipação de energia de deformação "G'\_c", pode relacionar-se com o fator de intensificação de tensão crítico "K\_c", substituindo em 3.3 os formulários de 3.1 e 3.2 .

Assim no Estado Plano de Tensões, temos: [14, 15, 30]

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_F^2 = \frac{E.G'_c}{\pi.a} \\ K_c = \sigma_F \sqrt{\pi a} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_F^2 = \frac{E.G'_c}{\pi.a} \\ \sigma_F^2 = \frac{K_c^2}{\pi.a} \end{array} \right. \quad K_c^2 = E.G'_c \quad \boxed{G'_c = \frac{K_c^2}{E}} \quad (3.4)$$

No estado plano de deformações temos: [30]

$$\sigma_F^2 = \frac{E.G'_c}{\pi.a.(1-\nu^2)} \quad \sigma_F^2 = \frac{K_c^2}{\pi.a} \quad \frac{E.G'_c}{(1-\nu^2)} = K_c^2$$

$$K_c = \sigma_F \sqrt{\pi a}$$

$$\sigma_F^2 = \frac{K_c^2}{\pi a}$$

$$G'_c = \frac{K_c^2}{E} (1-\nu^2) \quad (3.5)$$

Pela Mecânica da Fratura Elástica Linear somente há propagação da trinca com níveis de  $K_I < K_{Ic}$  se houver:

- a) Carregamento cíclico (fadiga) - propagação estável da trinca;
- b) Corrosão sob tensão - propagação estável da trinca;
- c) Combinação dos efeitos anteriores.

Haverá fratura frágil com propagação instável da trinca se  $K_I \geq K_{Ic}$  e no caso de  $K_I < K_{Ic}$  se houver irradiação de neutrons.

$K_I$  - Fator de intensificação de tensões no modo I

$K_{Ic}$  - Fator de intensificação crítica de tensões no modo I.

### 3.4 - Distribuição de tensões em um corpo de prova com trinca em Modo I

O cálculo de tensões feito em 1952 por Irwin em pontos "R" junto à ponta da trinca e usando o valor do fator de intensificação de tensões  $K_I$ , será (ver Figura 4-1) [14, 19, 23]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \left( \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \left[ 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] + Q(r^\theta) \\ \sigma_{yy} = \left( \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \left[ 1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] + Q(r^\theta) \\ \tau_{xy} = \left( \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) + Q(r^\theta) \\ \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0 + Q(r^\theta) \end{array} \right. \quad (3.6)$$

onde  $Q(r^\theta)$  são as tensões de 2ª ordem (Liebovitz) [23]

No estado plano de tensões  $\sigma_{zz} = 0$  e no estado plano de deformação

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})] = 0; \quad \sigma_z = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (3.6a)$$

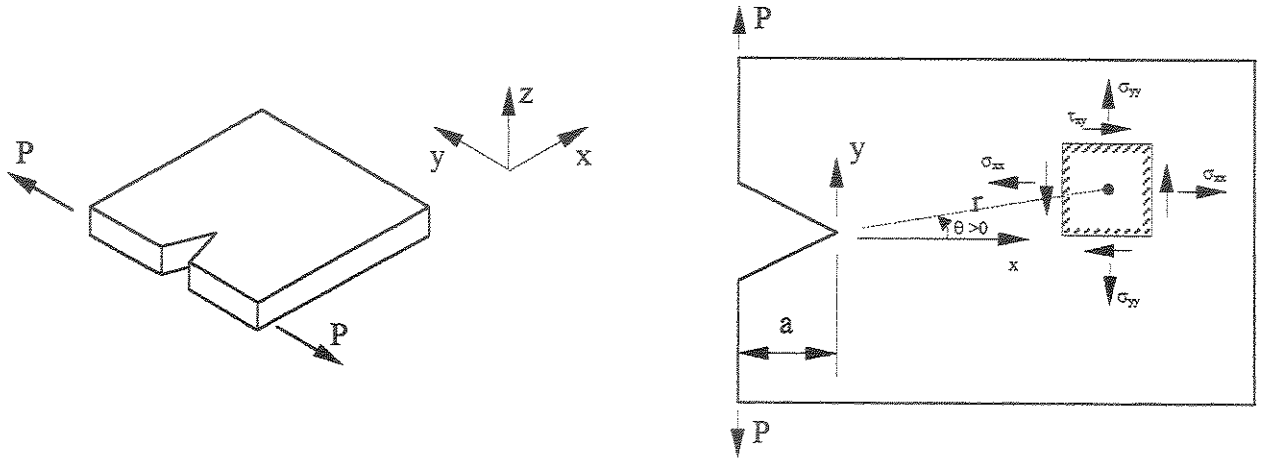


Figura 3-2 - Estado de tensão em um ponto "R" definido por "r" e "θ" estando este ponto próximo da ponta da trinca, em uma trinca solicitada em modo I e tensão plana.

O deslocamento (u,v) [4, 19] para o modo I de solitação na MFEL é dada:

$$u = \frac{K_I}{2G} \left( \frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left[ \beta - 1 + 2 \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (3.7)$$

$$v = \frac{K_I}{2G} \left( \frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \sin \frac{\theta}{2} \left[ \beta + 1 - 2 \cos^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right]$$

onde  $\beta = 3 - 4\nu$  em análise de deformação plana e  $\beta = \frac{3-\nu}{1+\nu}$  estado plano de tensões.

### 3.5 - Distribuição de tensões nos modos II e III na M.F.E.L. [14,19,23]

Modo II:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \left[ -\sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \left[ 2 + \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos \left( \frac{3\theta}{2} \right) \right] + S(r^0)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos \left( \frac{3\theta}{2} \right) + S(r^0) \quad (3.8)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] + S(r^\theta)$$

onde  $S(r^\theta)$  são as tensões de 2ª ordem (Liebovitz) [23]

Modo III

$$\tau_{xy} = \frac{K_{III}}{(2\pi r)^{1/2}} \left[ -\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] + T(r^\theta) \quad (3.9)$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{(2\pi r)^{1/2}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + T(r^\theta)$$

onde  $T(r^\theta)$  são as tensões de 2ª ordem (Liebovitz) [23]

Os deslocamentos (u,v,w) [4, 19] para os modos II e III na M.F.E.L. são dados :

Modo II:

$$\begin{cases} u = \frac{K_{II}}{2G} \left( \frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \sin \frac{\theta}{2} \left[ \beta + 1 + 2 \cos^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \\ v = \frac{K_{II}}{2G} \left( \frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} - \cos \frac{\theta}{2} \left[ \beta - 1 - 2 \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \end{cases} \quad (3.10)$$

onde  $\beta = 3 - 4\nu$  em análise de deformação plana e  $\beta = \frac{3-\nu}{1+\nu}$  em estado plano de tensões.

Modo III:

$$w = 2 \frac{K_{III}}{G} \left( \frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3.11)$$

### 3.6 - Dimensões da zona plástica

#### 3.6.1 - Dimensões da zona plástica em condições de tensão plana

As equações que fornecem a distribuição de tensões na vizinhança de uma trinca apresentam uma singularidade quando "r" tende a zero, ou seja, junto à ponta da trinca as tensões tendem a infinito. Como os materiais usuais possuem resistência ao escoamento finita, isto faz com que apareça uma zona plástica localizada. Esta deformação localizada caracteriza a zona plástica. As dimensões desta zona plástica dependem das tensões na ponta da trinca e do comportamento da material, sendo que a aplicação da MFEL só é válida quando a zona plástica é pequena comparada com o tamanho do comprimento da trinca e da maior dimensão do espécime.

Isto só é possível quando a espessura do espécime (B) é relativamente grande havendo triaxilidade de tensões no espécime, sendo que esta triaxilidade decorre da restrição à deformação na direção "z", ou seja, quando há condição de deformação plana em uma faixa relativamente grande no interior do espécime.

a) Dimensões da zona plástica em condições de tensão plana:

A distribuição da tensão no plano da trinca,  $\theta = 0$ , para o modo I e em condições de tensão plana é a seguinte:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \\ \sigma_{zz} = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \end{array} \right. \quad (3.12)$$

Os critérios de escoamento ou de resistência estabelecem que o material escoar quando a tensão equivalente " $\sigma_{eq}$ " excede o limite de escoamento ( $\sigma_e$ ).

O critério de Von Mises [8, 39] estabelece que:

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right]^{1/2} \quad (3.12a)$$

onde  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  são as tensões principais.

Neste caso tem-se:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} = \sigma_{eq} \quad (3.13)$$

O critério de Tresca [8, 39] estabelece que a "tensão equivalente" é dada por  $\sigma_1 - \sigma_3$ . Como neste caso  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{xx}$  e  $\sigma_3 = 0$ , este critério leva ao mesmo resultado do critério de Von Mises.

Rearranjando a Equação (3.12a) obtém-se:

$$r = r_y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 \quad (3.14)$$

onde  $r_y$  é o comprimento da zona plástica no plano da trinca ( $\theta = 0$ , eixo  $x$ ). Entretanto, quando o material escoá na ponta da trinca, há uma redistribuição de tensão para manter o equilíbrio de forças, conforme indicado na Figura 3-3.

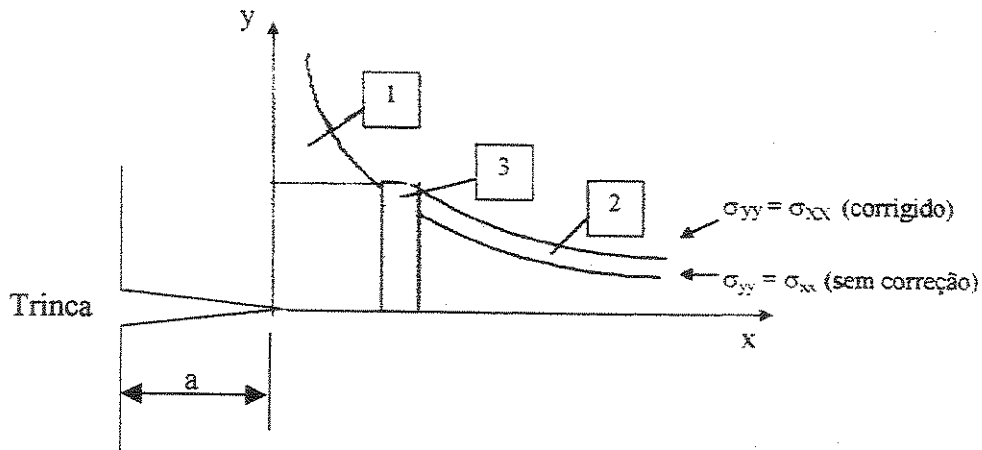


Figura 3-3: Esquema da distribuição de tensão no plano da trinca ( $\theta = 0$ ), com raio da ponta da trinca tendendo a zero, em modo I e tensão plana com o sistema de referências ( $x$  y  $z$ ) colocados na ponta da trinca.

Na Figura 3-3 a área sob a curva  $\sigma_{yy}$  representa a força por unidade de espessura do espécime, na direção de y; para que o equilíbrio de forças seja mantido as áreas 1 e 2 devem ser iguais. Como a área 2 é igual à área 3 tem-se a Equação (3-15).

$$\int_0^{r_y} \sigma_{yy} dr - \sigma_e r_y = \sigma_e (R_y - r_y) \quad (3.15)$$

Resolvendo a Equação (3-15) obtém-se:

$$R_y = 2r_y = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 \quad (3.16)$$

onde  $R_y$  é o comprimento (corrigido) da zona plástica no plano da trinca (direção x).  $r_y$  é conhecido como correção da zona plástica de Irwin [10] ou zona plástica ajustada [14]. A Figura 3-4 mostra um esquema da correção da zona plástica de Irwin, sendo que o comprimento efetivo da trinca é considerado como o comprimento inicial da trinca “a” mais o raio da zona plástica  $r_y$ , em que “a” é o comprimento da trinca inicial medido a partir do ponto de aplicação da carga no caso de um corpo de prova “Compact Tension”.

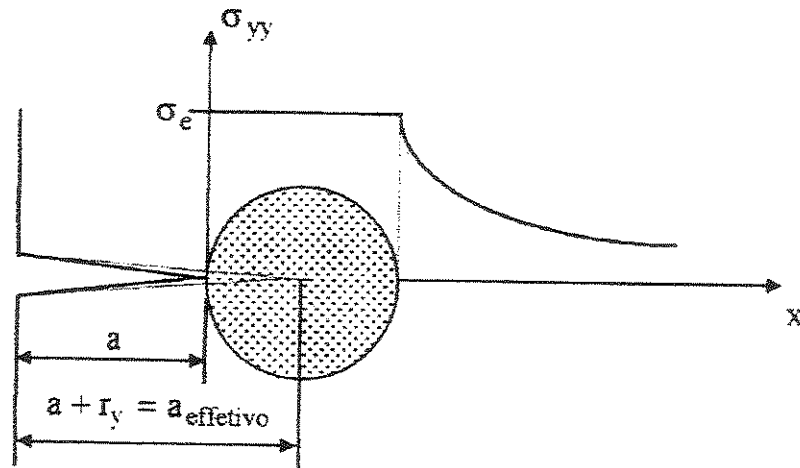


Figura 3-4 - Esquema da correção da zona plástica de Irwin, para o modo I e tensão plana.

### 3.6.2 - Dimensões da zona plástica em condições de deformação plana, com carregamento monotônico

Em condições de deformação plana - a deformação principal na direção de  $z$ ,  $\varepsilon_z$  é nula - há triaxialidade de tensões em uma faixa central no interior do espécime e nas proximidades da ponta da trinca. Nessas condições, a distribuição de tensão no plano da trinca (eixo  $x$ ), ou seja  $\theta=0$ , as Equações (3.6), se transformam nas Equações (3.17) e (3.18).

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \quad (3.17)$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = 2\nu \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \quad (3.18)$$

Pelos critérios de von Mises ou de Tresca obtém-se a Equação (3.19).

$$(1 - 2\nu) \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} = \sigma_e \quad (3.19)$$

Rearranjando a Equação (3.19) obtém-se:

$$r_y = (1 - 2\nu)^2 \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 \quad (3.20)$$

A equação (3.20) estabelece que, em deformação plana, o comprimento da zona plástica depende do coeficiente de Poisson ( $\nu$ ). No estado plástico o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) é assumido como 1/2 para todos os metais e ligas [1]; no elástico é uma constante, dependendo do material, sendo que para muitos metais é da ordem de 1/3 [16]. Se for substituído, na equação (3.20),  $\nu$  por zero se obtém condições de tensão plana [Equação (3.14)] e por 1/2 se obtém  $r_y = 0$ . A zona plástica ajustada, em modo I e deformação plana, foi estimada por McClintock e Irwin como sendo:

$$r_y = \frac{1}{6\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 \quad (3.21)$$

A forma completa da zona plástica pode ser obtida variando o valor de  $\theta$  nas Equações de  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  de (3.6), de zero até 180°, e estabelecendo um critério de escoamento. A Figura (3-5) mostra um esquema da forma da zona plástica, nas proximidades da ponta da trinca. Broek [10] fornece a forma da zona plástica para os modos II e III.

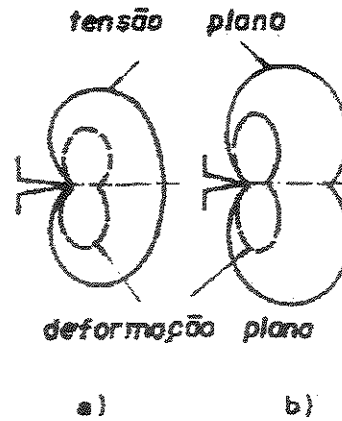


Figura 3-5 - Forma esquemática da zona plástica para modo I: a) critério de von Mises e b) critério de Tresca.

### 3.6.3 - Fator de intensidade de tensão efetivo

A correção da zona plástica de Irwin, mostrada na Figura 3-4, mostra que o comprimento efetivo da trinca é o comprimento da trinca somado ao raio da zona plástica. O fator de intensidade de tensões efetivo ( $K_{ef}$ ) é obtido pela substituição do comprimento da trinca ( $a$ ) pelo comprimento efetivo da trinca ( $a_{ef}$ ) nas expressões do fator de intensidade de tensões ( $K$ ), para a geometria considerada; a Equação (3.22) mostra a expressão geral que fornece o valor de  $K_{ef}$ .

$$K_{ef} = \lambda(a_{ef}) \sigma \sqrt{\pi a_{ef}} \quad (3.22)$$

Na Equação (3.22) como  $a_{ef}$  é também considerado no cálculo do fator de correção geométrico  $[\lambda(a_{ef})]$ , normalmente é necessário uma solução iterativa para se obter  $K_{ef}$ . O procedimento normalmente utilizado é o seguinte:

- 1º. Calcula-se  $K$  na ausência de correção de plasticidade;
- 2º. Estima-se  $a_{ef}$  a partir da Equação (3.23);
- 3º. Calcula-se  $K_{ef}$  com este valor inicial de  $a_{ef}$ ;
- 4º. Um novo  $a_{ef}$  é calculado a partir da Equação (3.23) e do  $K_{ef}$  da 1ª iteração.

$$a_{ef} = a + r_y \quad (3.23)$$

O processo de iteração deve continuar até que haja uma convergência razoável de  $K_{ef}$  (geralmente não mais de 3 ou 4 iterações). Em certos casos é possível uma solução exata não sendo necessário o procedimento iterativo.

### 3.6.4 - Fator de restrição plástica

O raio da zona plástica em deformação plana é muito menor do que em tensão plana [Equações (3.16) e (3.21)]. A tensão equivalente, segundo o critério de Von Mises, suportada pelo material em condições de deformação plana é maior do que em condições de tensão plana. O fator de restrição plástica (frp) é definido com sendo a relação entre a tensão máxima ( $\sigma_{max}$ ) e o limite de escoamento ( $\sigma_e$ ) - Equação (3.24).

$$frp = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_e} \quad (3.24)$$

No caso de deformação plana, fazendo as tensões principais  $\sigma_2 = n\sigma_1$  e  $\sigma_3 = m\sigma_1$  e adotando o critério de Von Mises obtém-se:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 2\sigma_e^2 \quad (3.25)$$

$$[(1 - n^2) + (n - m)^2 + (1 - m)^2] \sigma_1^2 = 2\sigma_e^2 \quad (3.26)$$

Como  $\sigma_{max} = \sigma_1$ , tem-se o fator de restrição plástica dado por:

$$frp = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_e} = \frac{\sigma_1}{\sigma_e} = \left\{ 2[(1 - n^2) + (n - m)^2 + (1 - m)^2] \right\}^{-1/2} \quad (3.27)$$

Desenvolvendo a Equação (3.27) obtém-se:

$$frp = [1 - n - m + n^2 + m^2 - mn]^{1/2} \quad (3.28)$$

Utilizando as Equações (3.6) e (3.6a) e adotando  $\theta = 0$  obtém-se para tensão plana  $n=1$ ,  $m=0$  e  $frp=1$ , e para deformação plana  $n=1$ ,  $m=2\nu$ ;  $\nu=1/3$  e  $frp=3$ . Assim, a tensão equivalente [Equação (3.12a)] pode atingir valores no plano  $\theta = 0$  de  $\sigma_e$  (tensão plana) e  $3\sigma_e$  (deformação plana). A Figura (3.6) mostra esquematicamente as zonas plásticas em tensão plana e deformação plana.

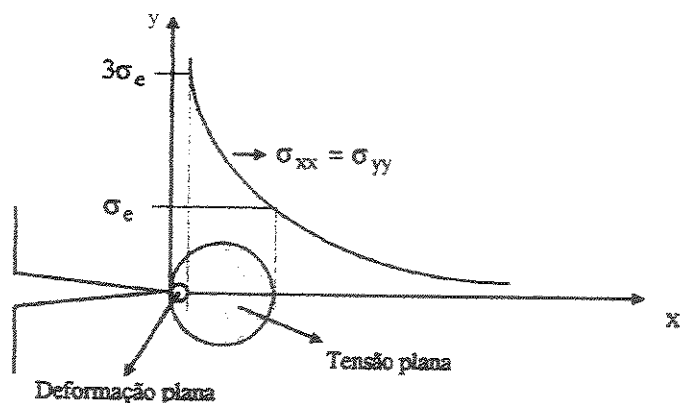


Figura 3-6 - Esquema da comparação da zona plástica em tensão e deformação planas.

Na prática, o valor de  $f_{rp}$  é bem menor que 3, uma vez que o estado de deformação plana não acontece na superfície do corpo de prova ou do componente estrutural. Irwin adotou esse argumento para justificar um valor de  $f_{rp}$  igual a  $\sqrt{2\sqrt{2}}$  para chegar na Equação (3.21).

### 3.6.5 - Dimensões da zona plástica com carregamento cíclico

Com carregamento cíclico a zona plástica na ponta da trinca é muito menor do que com carregamento monotônico. A equação (3.29) mostra o comprimento de zona plástica com carregamento cíclico; comparando essa equação com a Equação (3.14), para carregamento monotônico, obtém-se que  $r_{mon} = 4 \cdot r_{cic}$

$$r_{cic} = \frac{1}{8\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 \quad (3.29)$$

### 3.7 - Considerações gerais sobre o ensaio de $K_{Ic}$ :

A tenacidade à fratura é uma medida de resistência à fratura do material. Na M.F.E.L. o valor de  $K_{Ic}$  que é a tenacidade à fratura em deformação plana é característico de um dado material.

### 3.7.1 - Orientação do plano da trinca no corpo de prova MFEL

Na M.F.E.L. trata-se de análise de tensões e deformações em corpos com trincas que se propagam de uma forma instável, ou seja em situações onde ocorre a fratura frágil, o que acontece em materiais de alta resistência mecânica.

$$K_I > K_{Ic}$$

A carga "P" ultrapassa a carga crítica "P<sub>c</sub>".

A tenacidade à fratura é influenciada por fatores associados ao material e fatores externos ao material.

- Fatores que influenciam associados ao material:
  - a) Os mecanismos de endurecimento do material que aumentam o limite de escoamento tendem a diminuir a tenacidade à fratura.
  - b) Diminuição do tamanho do grão de materiais metálicos leva a um aumento do limite de escoamento e a um aumento da tenacidade à fratura.
  - c) A anisotropia decorrente da deformação plástica influencia a tenacidade à fratura. A orientação do plano da trinca é definido na norma ATM E 399 e E 1823. A Figura 3-7 mostra um esquema com a orientação L-T. [2].

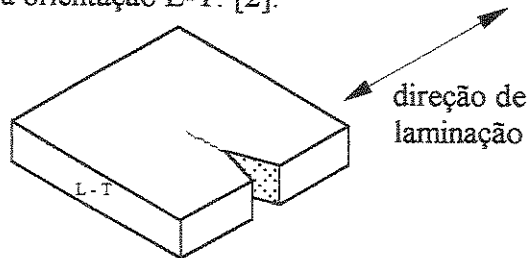


Figura 3-7 - Código de orientação do plano da trinca para a seção retangular.

- Fatores externos ao material:
  - a) Os fatores externos ao material que influenciam a tenacidade à fratura são: temperatura, taxa de deformação, estado de tensão e meio ambiente. O estado de tensão, por sua vez

é influenciado pela espessura do corpo de prova, pelo comprimento da trinca e pelo raio da ponta da trinca.

- b) No ensaio de  $K_{Ic}$  para impor a condição de deformação plana no interior do corpo de prova (que é um estado triplo de tensões), deve a espessura "B" e o comprimento "a" de trinca satisfazerem a condição [14]:

$$a, B \geq 2,5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2 \quad (3.30)$$

Neste ensaio há uma triaxilidade de tensões no interior do corpo de prova, o que impõe uma alta severidade das tensões neste ensaio.

A norma de ensaio  $K_{Ic}$  é a ASTM E-399-90 (Plane Strain Toughness of Metallic Materials 1990). No interior do espécime tem-se o estado triplo de tensão (deformação plana) e na superfície estado plano de tensão.

### 3.7.2 - Preparação da pré-trinca

Os métodos de obtenção de pré-trincas em corpos de prova no ensaio de tenacidade à fratura devem ser realizados de maneira a introduzir uma trinca aguda com raio tendendo a zero. No caso de metais a pré-trinca pode ser obtida por carregamento cíclico em um corpo de prova entalhado com um fator de intensificação de tensões associado a uma carga máxima  $P_c$  a que corresponde o valor de  $K_{Ic}$  e que leva à nucleação e propagação de uma trinca por fadiga a partir da raiz do entalhe usinado.

Segundo Paris [9] existe uma relação entre a taxa de propagação da trinca e a variação do fator de intensidade de tensão  $\Delta K$ . [14]

$$\frac{da}{dN} = c(\Delta K)^m \quad (3.31)$$

onde "c" e "m" são constantes que dependem do material e meio ambiente.

### 3.7.3 - Determinação de $K_{Ic}$ a partir da curva carga/deslocamento.

A determinação de  $K_{Ic}$  envolve a medição de carga e do deslocamento de abertura da boca da trinca. A carga é obtida pela máquina de ensaio e o deslocamento é medido com "clip on gage", adaptado na boca do entalhe.

A determinação de  $K_{Ic}$  a partir da curva carga/deslocamento é feita da seguinte forma [2,3].

Traça-se sobre a curva carga/deslocamento uma reta com a inclinação  $(P/v)_s = 0,95$   $(P/v)_0$ , onde  $(P/v)_0$  é a inclinação da tangente  $\overline{OA}$  da parte linear inicial da curva. Define-se a carga  $P_s$  como a intersecção da reta  $(P/v)_s$  com a curva carga/deslocamento (Figura 3-8).

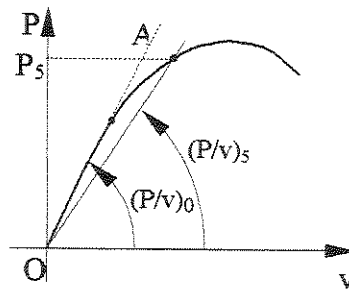


Figura 3-8 - Curva carga deslocamento no ensaio de  $K_{Ic}$ .

## **Capítulo 4 - Metodologia**

Para a obtenção das tensões, com base nas deformações, utilizando o método de extensometria, foi utilizado um corpo de prova com configuração geométrica tração compacta ("compact tension") no qual foram colados os extensômetros. Para esta mesma configuração geométrica foi feita uma análise teórica de tensões com base na metodologia da Mecânica de Fratura Elástica-Linear.

### **4.1 - Extensometria / Análise experimental**

O desenho do corpo de prova onde foram colados os extensômetros está indicado na Figura 4-1. É importante salientar, que esta configuração geométrica e dimensões são as mesmas do ensaio  $K_{Ic}$ , com base nas normas ASTM E 399-90 e ASTM E 1820-96.

A medida da variação do deslocamento na boca do entalhe foi feita com um paquímetro na máquina de tração.

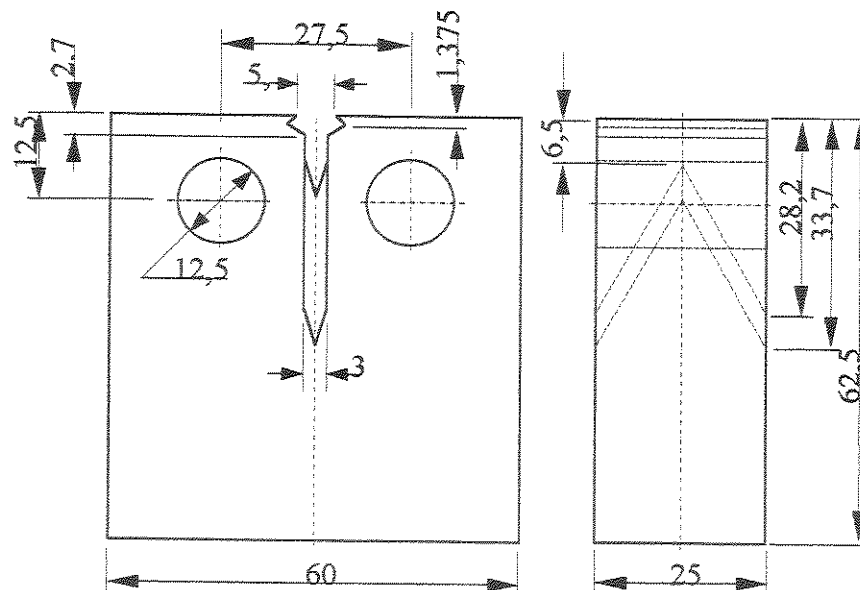


Figura 4-1 - Desenho do corpo de prova no qual foram colados os extensômetros.

Na experiência realizada na Mahle foi usado um carregamento monotônico crescente, sendo medida a variação do comprimento na boca do entalhe com um paquímetro (CMOD) sobre a máquina de tração "MTS" (MOD810 de 1991) e "EMIC" (MOD30.000 de 1989).

O corpo de prova foi feito em uma liga de alumínio 7050 T 73652, com orientação do plano da trinca L-T. As propriedades mecânicas desta liga, de acordo com a referência [18], são:

|                                                |                                                        |
|------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| $\sigma_{ys} = (460 - 510) \text{ MPa}$        | Limite de escoamento                                   |
| $K_{Ic} = (33-41) \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ | Tenacidade à fratura em deformação plana               |
| $E = 70,3 \text{ GPa}$                         | Módulo de elasticidade longitudinal ou Módulo de Young |
| $\nu = 0,345$                                  | Coefficiente de Poisson                                |

#### 4.2 - Preparação do corpo de prova e sua instrumentação:

O corpo de prova (Compact Tension) é ensaiado à tração sendo que as deformações lidas com extensômetros de  $120^\circ$  (roseta delta) nos dois lados do espécime designados por

lado "A" e lado "B". Foram utilizados nas leituras da posição dos pontos um microscópio de medição Nikkon e um micrômetro de resolução milesimal.

Especificação do extensômetro utilizado (EA Series Strain Gage) - EA-13-01 15 Rc - 120; resistência a 24°C  $120 \pm 1\% \Omega$ ; Gage factor a 24°C =  $1,97 \pm 2\%$ ; Transverse Sensitivity a 24°C =  $3,5 \pm 0,2\%$ .

As figuras 4-2 e 4-3 mostram os locais dos lados "A" e "B" do corpo de prova onde foram colados os extensômetros: "r" é a distância da ponta da trinca até ao ponto estudado e "θ" é o ângulo que define a posição do ponto.

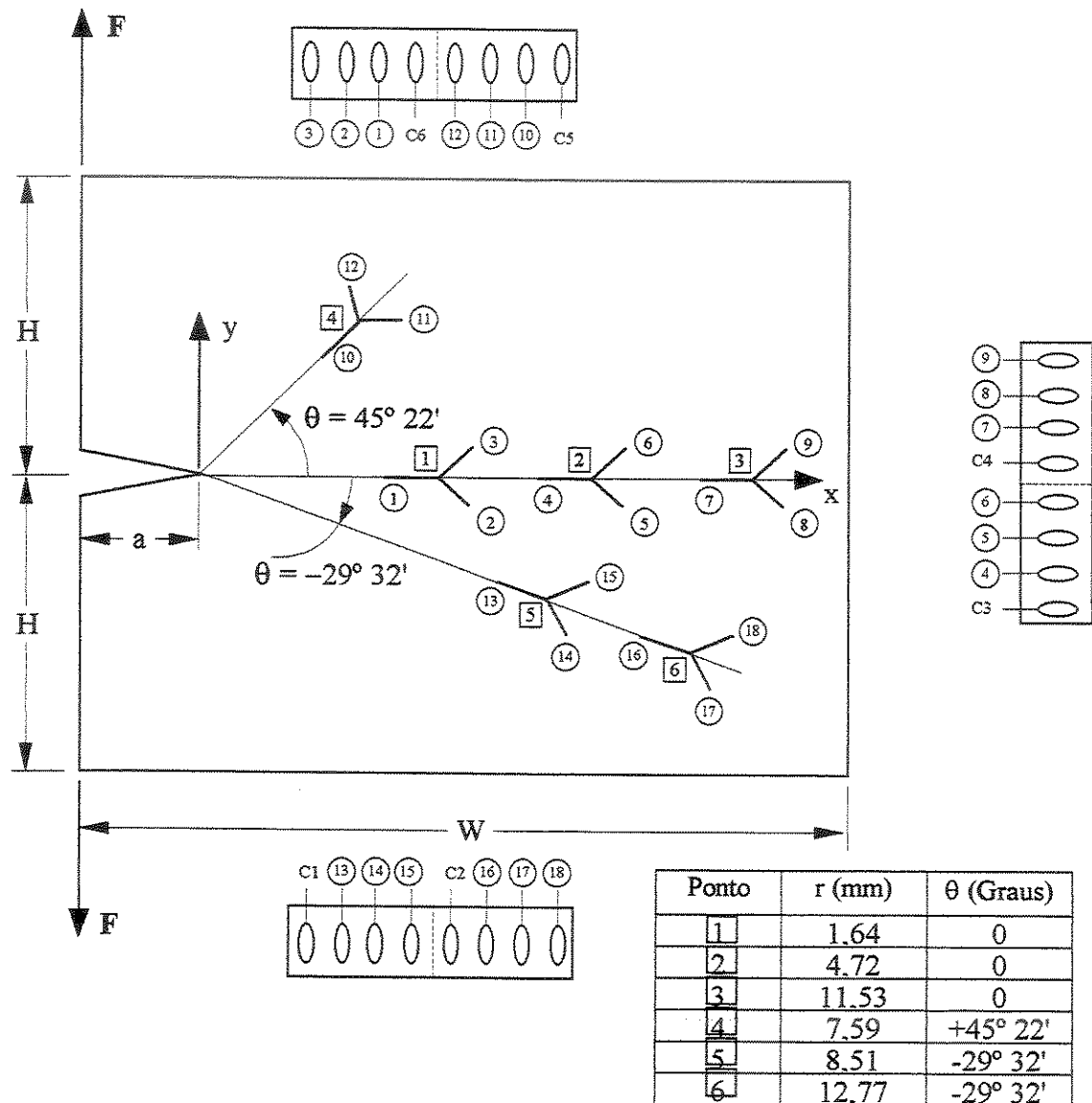


Figura 4-2 – Pontos onde foram colados os extensômetros do lado "A" do corpo de prova.

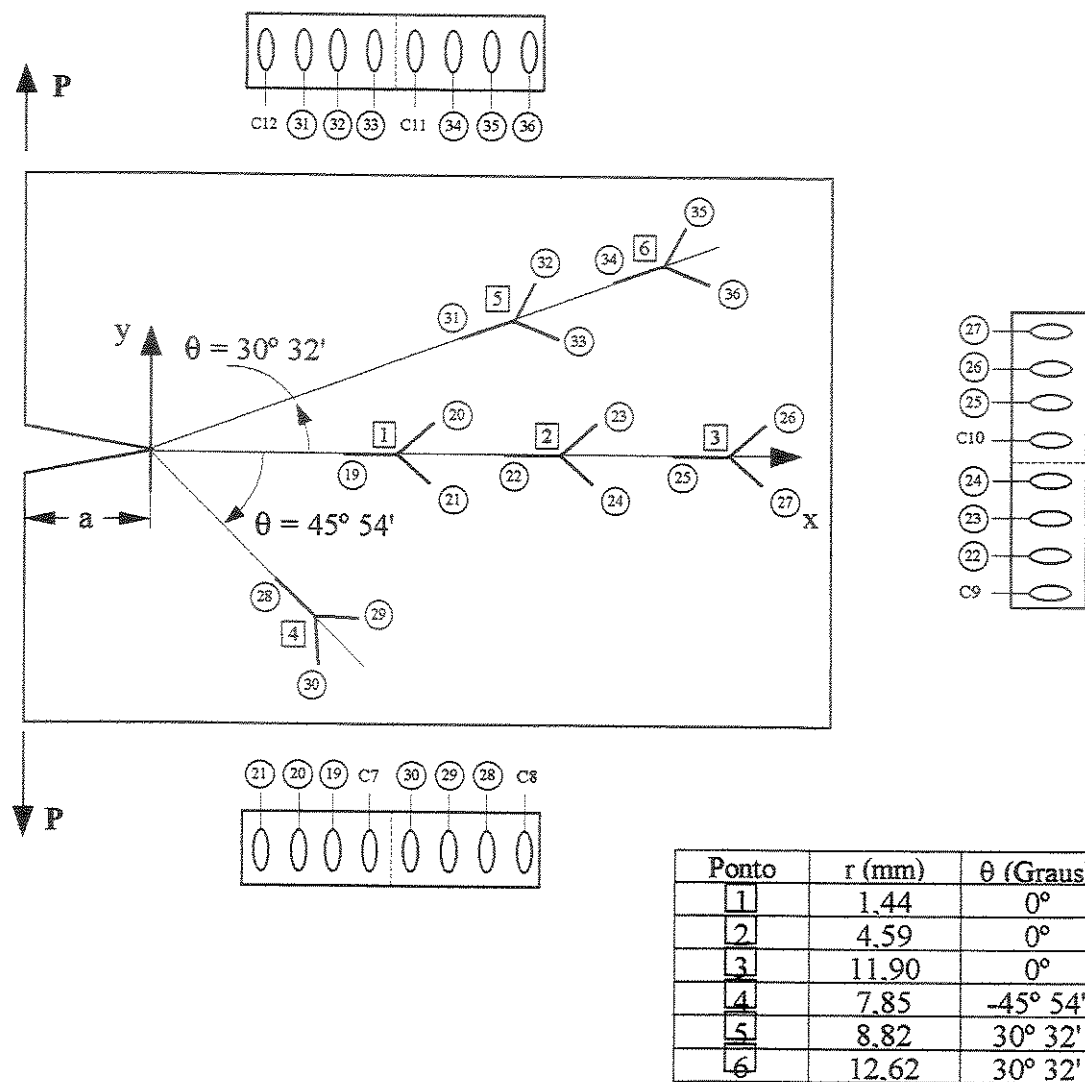


Figura 4-3 – Pontos onde foram colados os extensômetros do lado “B” do corpo de prova.

As figuras 4-5 a 4-7 mostram fotografias dos ensaios realizados na Mahle.

Cargas e deslocamentos utilizados nos ensaios:

Para a determinação das deformações foram utilizadas cargas de 500, 750, 1000, 1250 e 1500 kgf. As dimensões de zona plástica para a carga de 1500 kgf, são dadas por:

$$R_y = 2r_y = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 = 0,67 \times 10^{-3} \text{ m} = 0,67 \text{ mm}$$

Os pontos a ensaiar no corpo de prova estão distantes mais do que este valor da ponta da trinca e portanto, todos os pontos ensaiados estão no regime elástico.

### 4.3 - Cálculo teórico das deformações

Segundo Hertzberg [18] o fator de intensificação de tensões para o Modo I,  $K_I$  é dado por [18]:

$$K_I = Y \frac{Pa^{1/2}}{BW} \quad (4.1)$$

onde o valor de  $Y$  é um coeficiente adimensional lido na Figura 4-4 e  $B$  é a espessura do corpo de prova e  $W$  é o comprimento do corpo de prova.

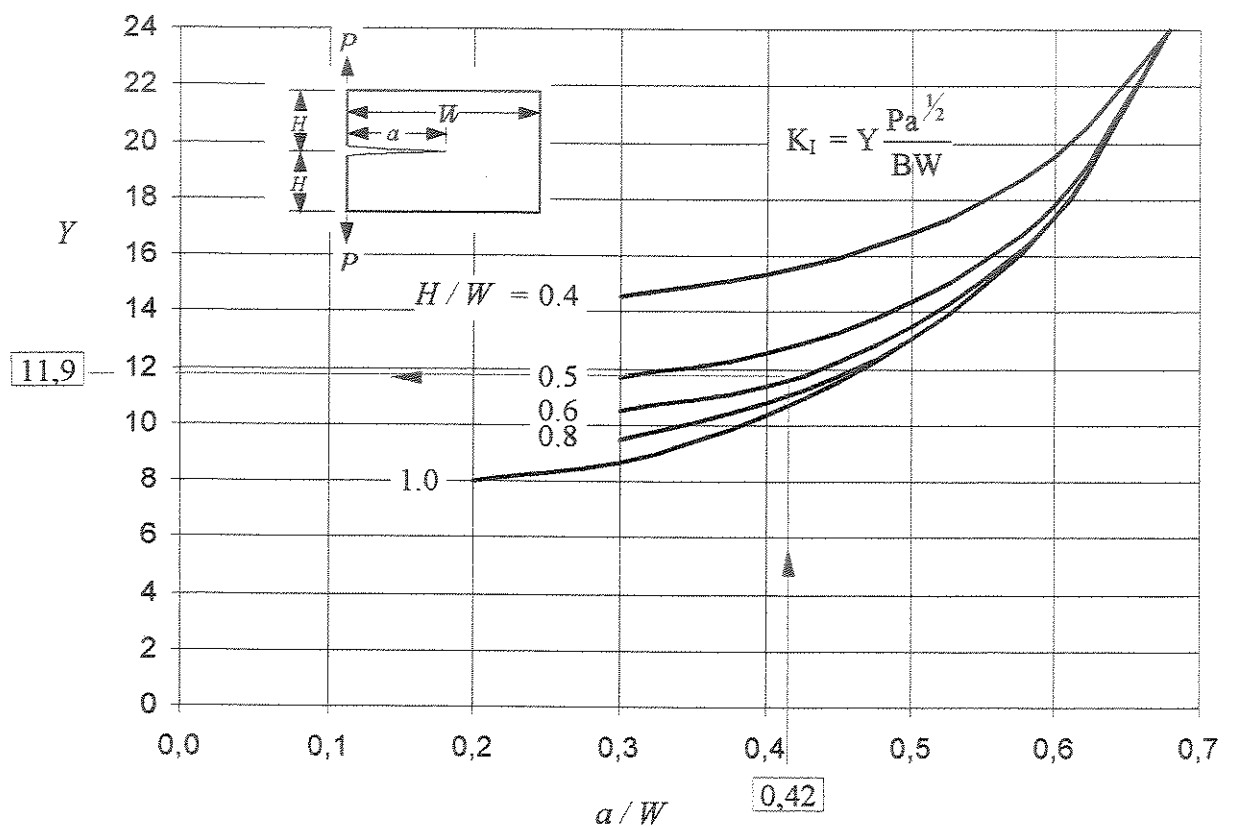


Figura 4-4 - Cálculo de "Y" no ensaio "Compact Tension" [18]

No corpo de prova ensaiado temos:

$$\left\{ \begin{array}{l} a/W = \frac{2,12}{5} = 0,424 \\ H/W = \frac{3}{5} = 0,6 \end{array} \right.$$

o valor de "Y" será de 11,9

$$K_{Ic} = 33 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} = 33.000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \sqrt{\text{m}}$$

$P_c$  - carga crítica, kN

$a$  - comprimento da trinca,  $m = 2,12\text{cm} = 2,12 \times 10^{-2} \text{ m}$

$B$  - espessura do corpo de prova,  $m = 2,5\text{cm} = 2,5 \times 10^{-2} \text{ m}$

$W$  - largura do corpo de prova,  $m = 5\text{cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$

$$33.000 = 11,9 \frac{P_c (2,12 \times 10^{-2})^{1/2}}{2,5 \times 5 \times 10^{-4}} ; \quad \boxed{P_c = 23,81 \text{ kN}}$$

Segundo a norma ASTM E 399-90 e de acordo com a referência bibliográfica [2]

$$K_Q = \frac{P_Q}{BW^{1/2}} \frac{\left(2 + \frac{a}{W}\right) \left[0,886 + 4,64\left(\frac{a}{W}\right) - 13,32\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14,72\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5,6\left(\frac{a}{W}\right)^4\right]}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{3/2}} =$$

$$= \frac{P_Q}{BW^{1/2}} f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{P_Q}{(2,5 \times 10^{-2})(5 \times 10^{-2})^{1/2}} 7,7617741 = 1388,47 P_Q$$

A norma indicada em [2] estabelece a metodologia de determinação de  $K_{Ic}$ , sendo que entre outras restrições a espessura " $B$ " e o comprimento da trinca " $a$ " devem ser:

$$a, B > 2,5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_e} \right)^2$$

Usando  $K_{Ic} = 33 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  e  $\sigma_e = 460 \text{ MPa}$ , temos  $a, B > 12,86\text{mm}$ . Usando  $K_{Ic} = 41 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , temos  $a, B > 19,86\text{mm}$  o que acontece no corpo de prova. Nestas condições  $K_Q = K_{Ic}$  e temos:

$$P_Q = P_{Ic} = \frac{K_{Ic} BW^{1/2}}{7,7617741} = \frac{33000 \times (2,5 \times 10^{-2})(5 \times 10^{-2})^{1/2}}{7,7617741} = 23,76 \text{ kN}$$

Se for usado  $K_{Ic} = 41 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , temos  $P_{Ic} = 29,52 \text{ kN}$

Tabela 4-1 - Carga crítica em função dos valores de  $K_{Ic}$  para a liga de alumínio 7050 T 73652 utilizada neste trabalho.

|                                          |                                         |                     |
|------------------------------------------|-----------------------------------------|---------------------|
| $K_{Ic} = 33 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ | $\rightarrow P_{Ic} = 23,81 \text{ kN}$ | Hertzberg           |
| $K_{Ic} = 41 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ | $\rightarrow P_{Ic} = 29,58 \text{ kN}$ | Hertzberg           |
| $K_{Ic} = 33 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ | $\rightarrow P_{Ic} = 23,76 \text{ kN}$ | Norma ASTM E-399-90 |
| $K_{Ic} = 41 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ | $\rightarrow P_{Ic} = 29,52 \text{ kN}$ | Norma ASTM E-399-90 |

A carga crítica  $P_c$  deve estar entre 23,81 kN e 29,52 kN.

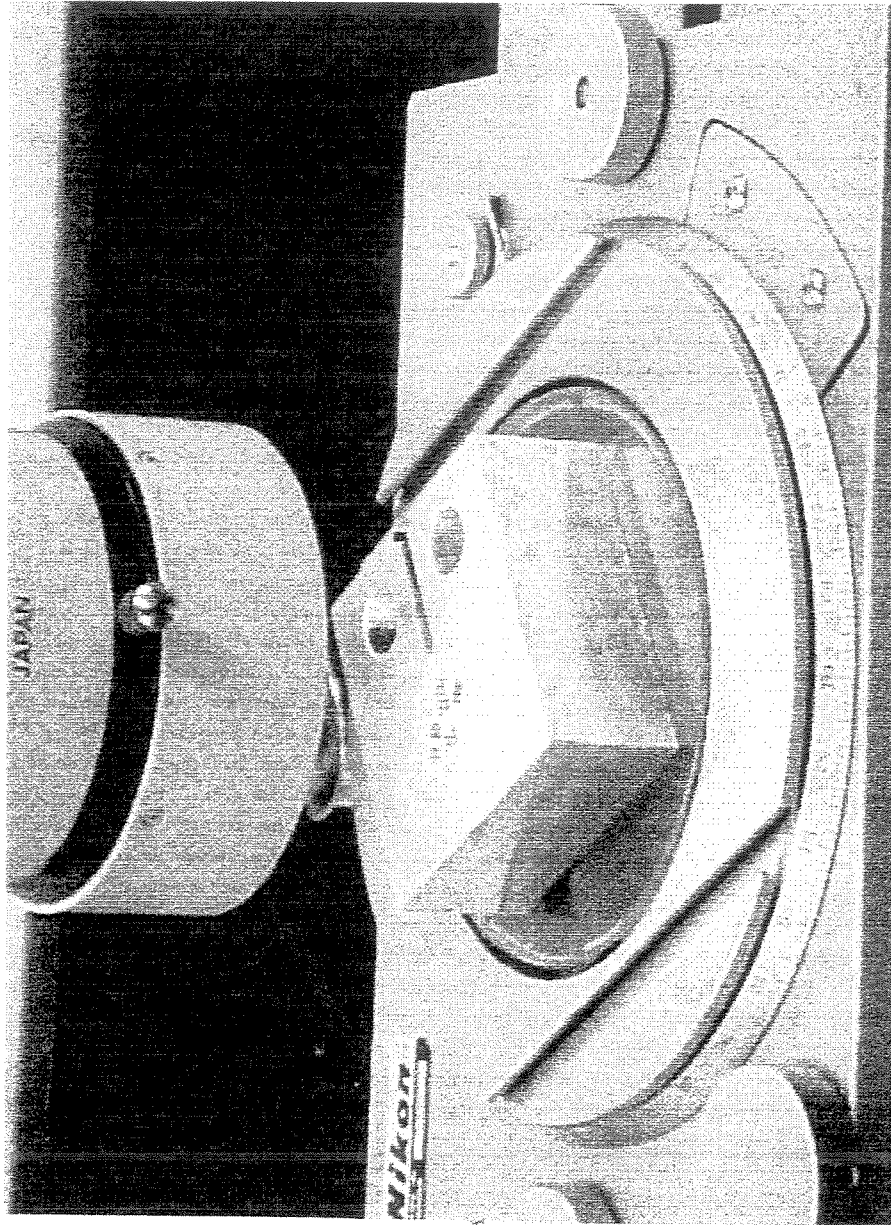


Figura 4-5 - Fotografia do corpo de prova no microscópio para a definição dos pontos de colagem dos extensômetros.

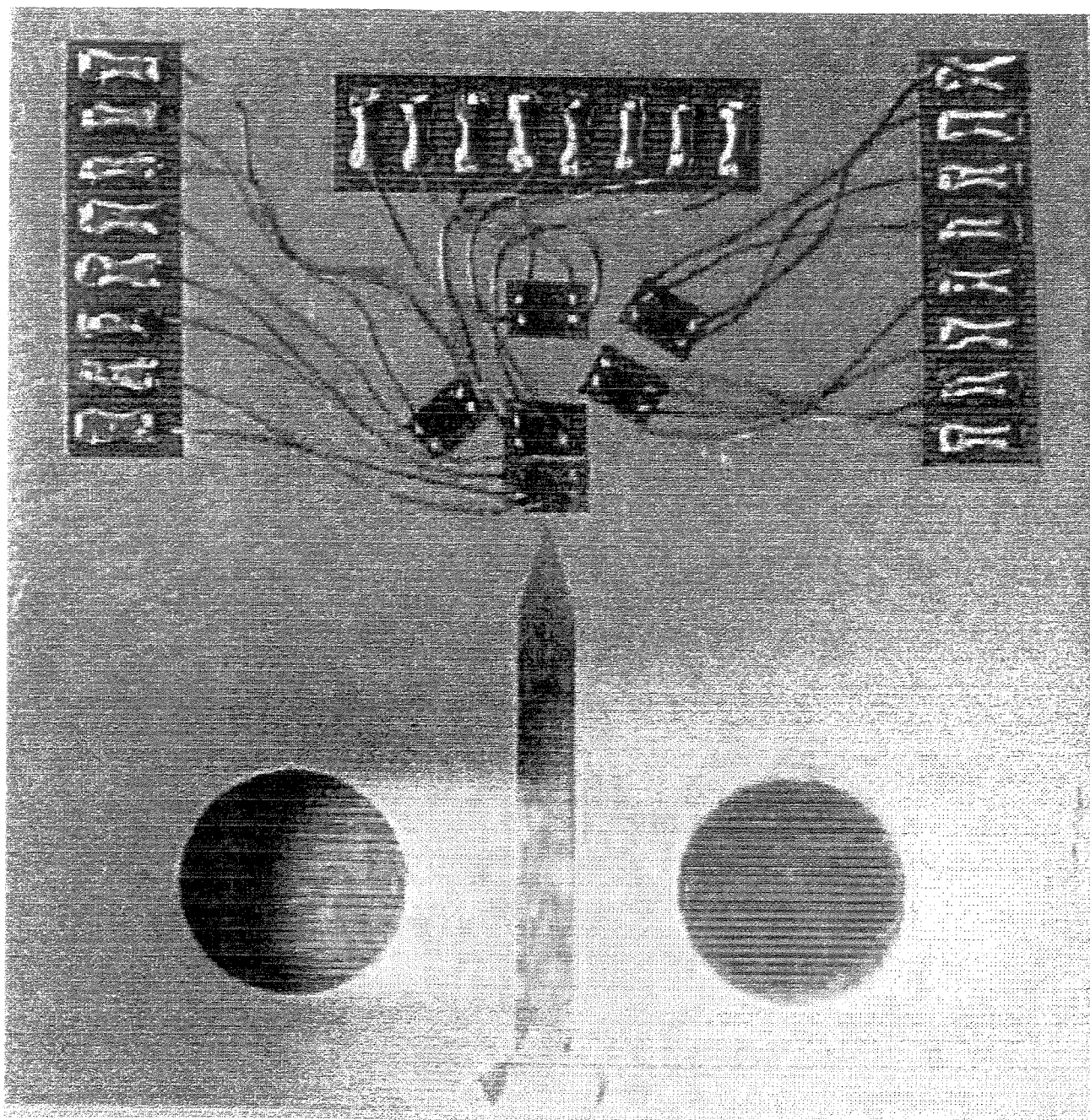


Figura 4-6 - Fotografia do corpo de prova com os extensômetros e as respectivas ligações.

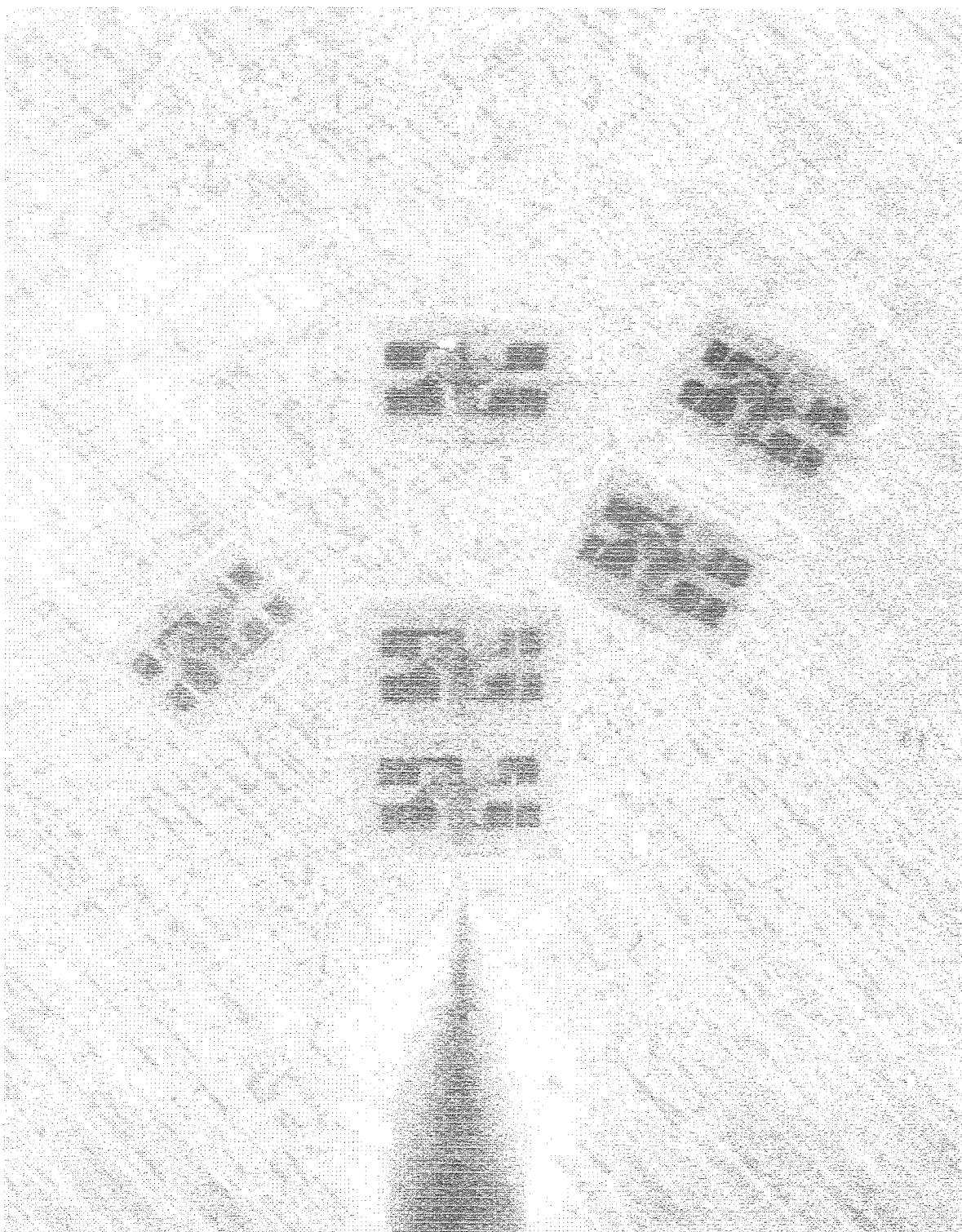


Figura 4-7 - Fotografia dos extensômetros colados sobre o lado A do corpo de prova, mostrando a ponta da trinca e o posicionamento dos extensômetros.

## Capítulo 5 - Resultados e Discussão

### 5.1 - Resultados teóricos obtidos pelas fórmulas da MFEL

Para a carga de 23 kN, temos  $K_{Ic} = 33 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$

Para as cargas ensaiadas de 500 kgf a 1500 kgf, os valores teóricos de  $K_I$  estão indicados na tabela 5-1:

Tabela 5-1 - Valores teóricos de  $K_I$  baseados na MFEL

| Carga<br>[kgf] | Carga<br>[kN] | $K_I$<br>[MPa $\sqrt{\text{m}}$ ] |
|----------------|---------------|-----------------------------------|
| 500            | 4,91          | 7,03                              |
| 750            | 7,36          | 10,54                             |
| 1000           | 9,81          | 14,06                             |
| 1250           | 12,26         | 17,57                             |
| 1500           | 14,72         | 21,09                             |

As Figuras 5-1 a 5-12 mostram as posições dos pontos definidos por "r" e "θ" onde foram colados os extensômetros dos lados "A" e "B" e mostraram os ângulos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$  que definem as direções das "pernas" dos extensômetros onde são lidas as deformações durante o ensaio com as cargas de 500 kgf a 1500 kgf.

### 5.1.2 - Lado "A", valores de $\theta_1$ , $\theta_2$ e $\theta_3$

#### Ponto 1

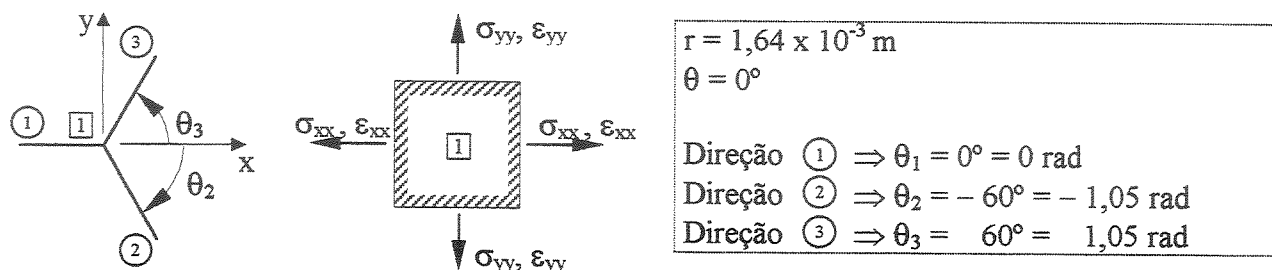


Figura 5-1 - Direções dos extensômetros no ponto 1, lado "A", com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca como as Figuras 4-2 e 4-3.

#### Ponto 2

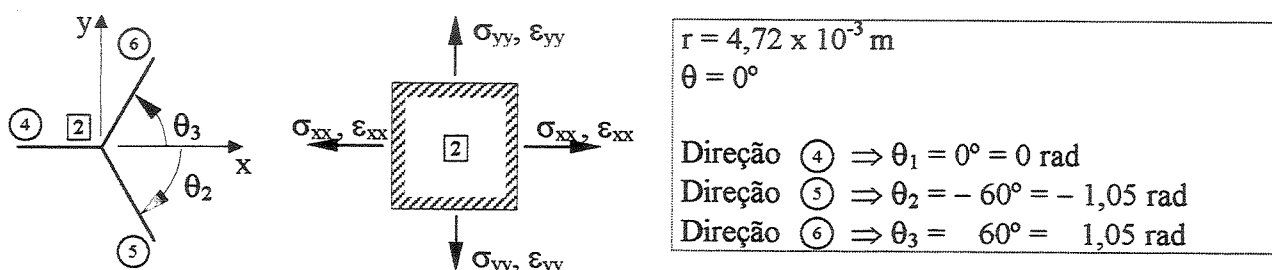


Figura 5-2 - Direções dos extensômetros no ponto 2, lado "A", com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca de acordo com as Figuras 4-2 e 4-3.

#### Ponto 3

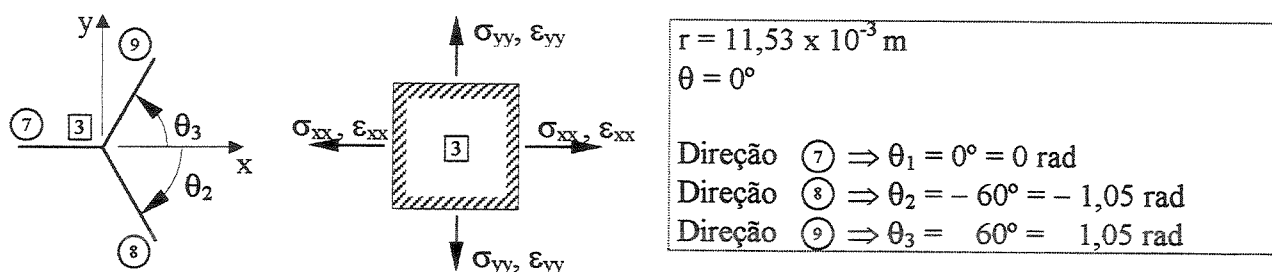


Figura 5-3 - Direções dos extensômetros no ponto 3, lado "A", com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca de acordo com as Figuras 4-2 e 4-3.

#### Ponto 4

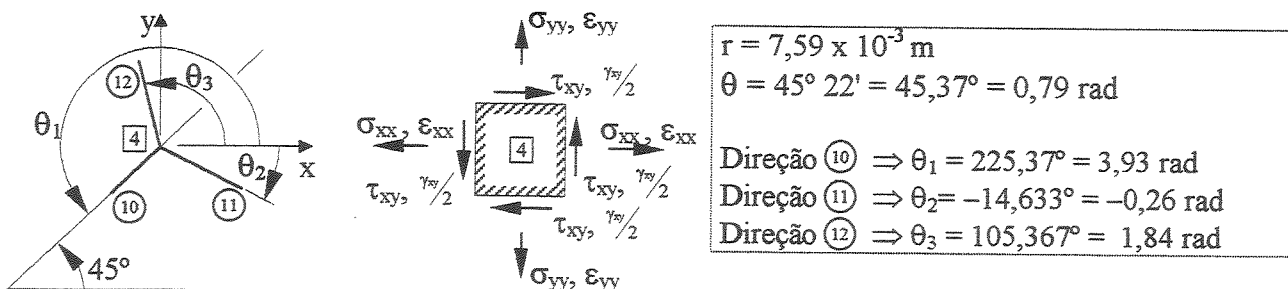


Figura 5-4 - Direções dos extensômetros no ponto 4, lado "A", com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca de acordo com as Figuras 4-2 e 4-3.

#### Ponto 5

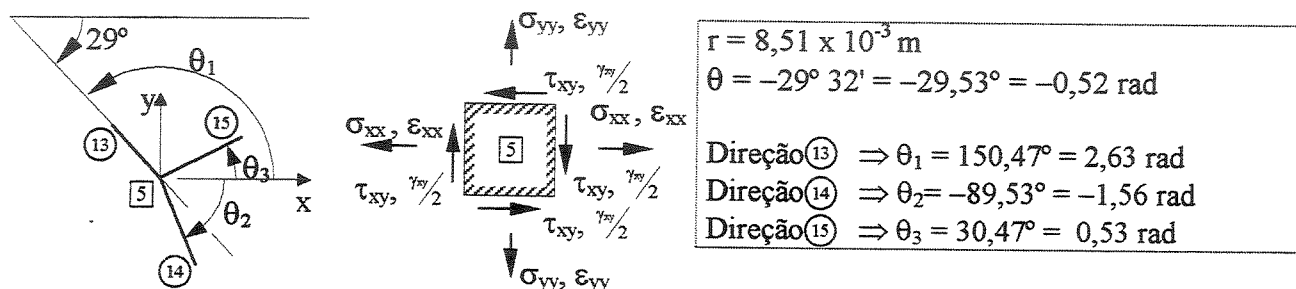


Figura 5-5 - Direções dos extensômetros no ponto 5, lado "A", com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca de acordo com as Figuras 4-2 e 4-3.

#### Ponto 6

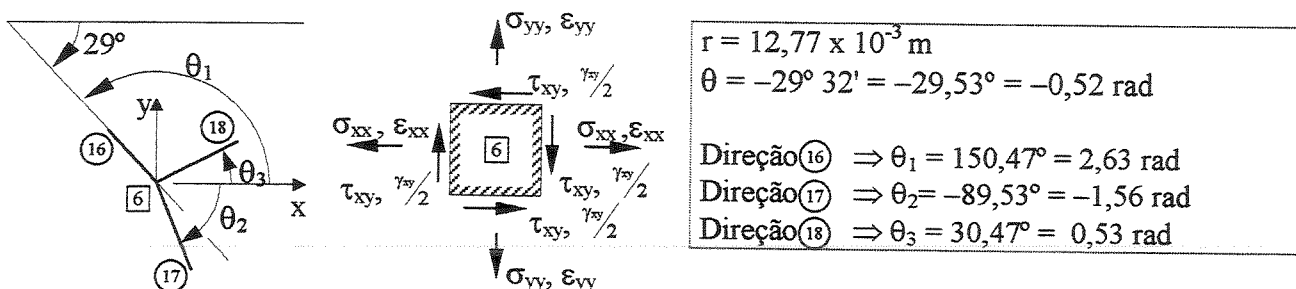


Figura 5-6 - Direções dos extensômetros no ponto 6, lado "A", com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca de acordo com as Figuras 4-2 e 4-3.

### Ponto 1

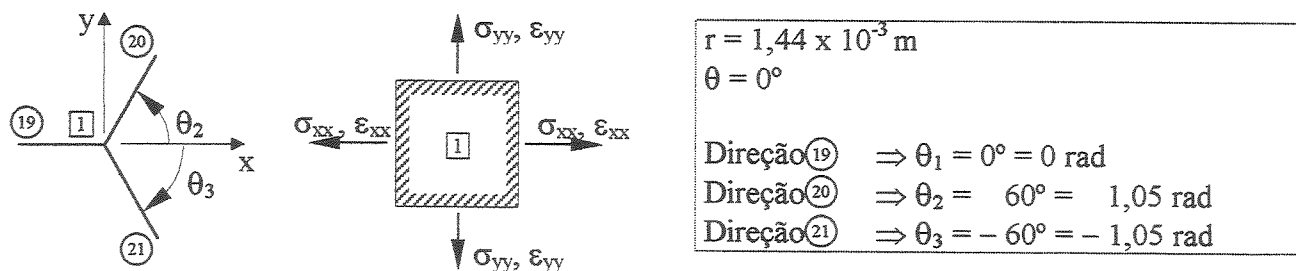


Figura 5-7 - Direções dos extensômetros no ponto 1, lado "B", com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca de acordo com as Figuras 4-2 e 4-3.

### Ponto 2

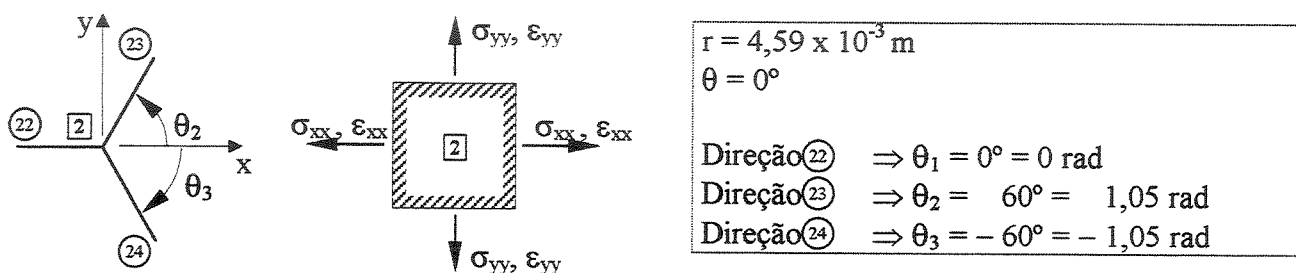


Figura 5-8 - Direções dos extensômetros no ponto 2, lado "B", com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca de acordo com as Figuras 4-2 e 4-3.

### Ponto 3

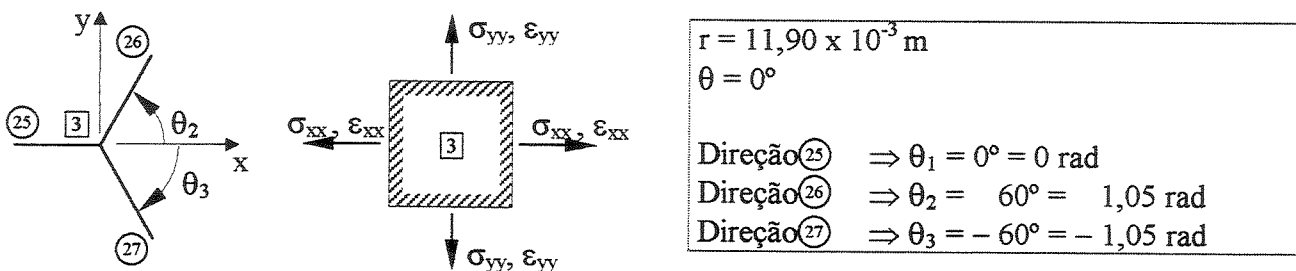


Figura 5-9 - Direções dos extensômetros no ponto 3, lado "B", com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca de acordo com as Figuras 4-2 e 4-3.

#### Ponto 4

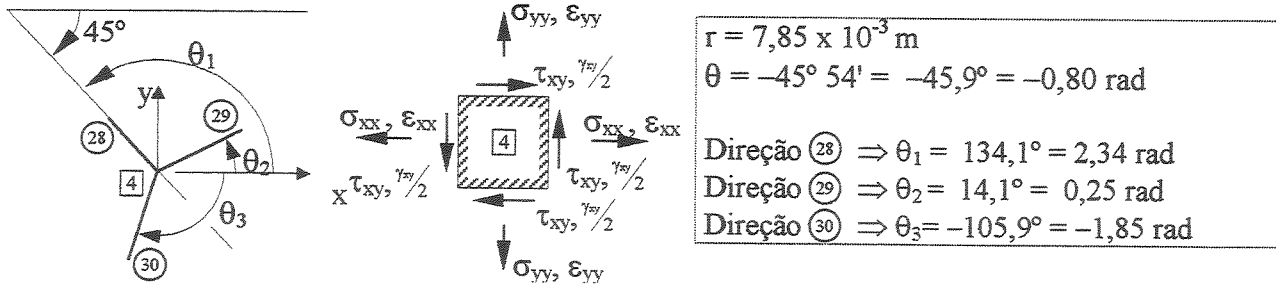


Figura 5-10 - Direções dos extensômetros no ponto 4, lado "B", com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca de acordo com as Figuras 4-2 e 4-3.

#### Ponto 5

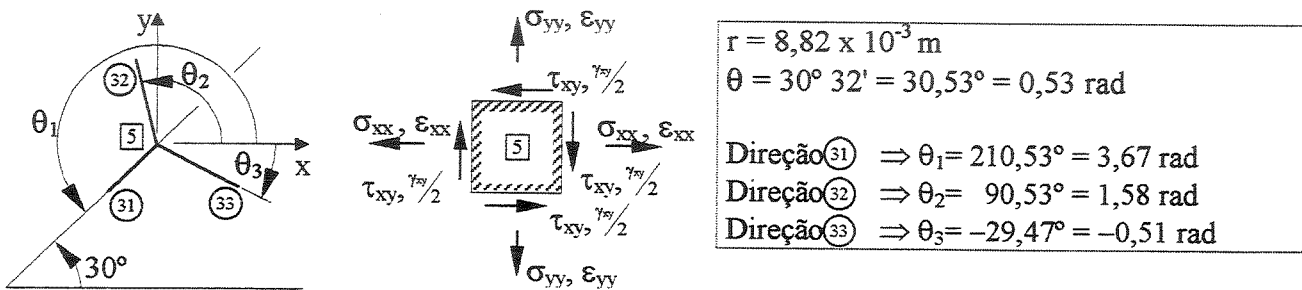


Figura 5-11 - Direções dos extensômetros no ponto 5, lado "B", com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca de acordo com as Figuras 4-2 e 4-3.

#### Ponto 6

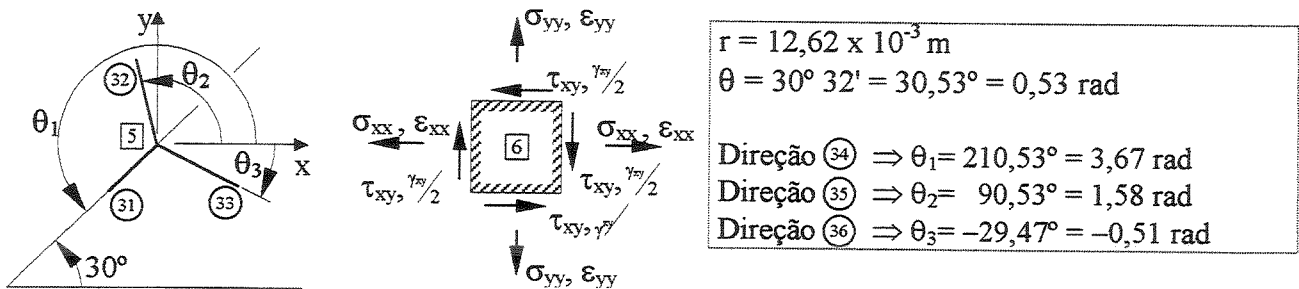


Figura 5-12 - Direções dos extensômetros no ponto 6, lado "B", com relação ao sistema de coordenadas x,y com origem na ponta da trinca de acordo com as Figuras 4-2 e 4-3.

## 5.2 – Cálculo teórico baseado na MFEL

Com os valores de  $K_I$  da tabela 5-1 e dos valores “r” e “ $\theta$ ” das Figuras 5-1 a 5-12, calculam-se as tensões  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  e  $\tau_{xy}$  utilizando as equações (5.1).

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos(\theta/2) \cdot [1 - \sin(\theta/2) \cdot \sin(3\theta/2)] \\ \sigma_{yy} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos(\theta/2) \cdot [1 + \sin(\theta/2) \cdot \sin(3\theta/2)] \\ \tau_{xy} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos(\theta/2) \cdot \sin(\theta/2) \cdot \cos 3\theta/2 \end{cases} \quad (5.1)$$

Como estamos no regime elástico e conhecidas as tensões, calculamos as deformações  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  e  $\gamma_{xy}$  utilizando as equações (5.2).

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}] \times 10^6 \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}] \times 10^6 \\ \gamma_{xy} = \frac{1}{E} \cdot 2(1 + \nu) \cdot \tau_{xy} \times 10^6 \end{cases} \quad (5.2)$$

Como são conhecidos os valores de  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$  para cada ponto (Figura 5-1 a 5-12) é possível calcular os valores teóricos das deformações nas direções “a”, “b” e “c” de cada extensômetro.

Serão as deformações  $\varepsilon_{\textcircled{1}}$  a  $\varepsilon_{\textcircled{3}}$  das tabelas 5-2 e 5-3.

$$\begin{cases} \varepsilon_a = \varepsilon_{xx} \cdot \cos^2 \theta_1 + \varepsilon_{yy} \cdot \sin^2 \theta_1 + \gamma_{xy} \cdot \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_1 \\ \varepsilon_b = \varepsilon_{xx} \cdot \cos^2 \theta_2 + \varepsilon_{yy} \cdot \sin^2 \theta_2 + \gamma_{xy} \cdot \sin \theta_2 \cdot \cos \theta_2 \\ \varepsilon_c = \varepsilon_{xx} \cdot \cos^2 \theta_3 + \varepsilon_{yy} \cdot \sin^2 \theta_3 + \gamma_{xy} \cdot \sin \theta_3 \cdot \cos \theta_3 \end{cases} \quad (5.3)$$

**Cálculo teórico de tensões e deformações baseado no programa MFEL, lado "A".**

Tabela 5-2 - Tensões teóricas no plano xOy em MPa e deformações teóricas nas três direções de cada extensômetro em  $\mu\epsilon$  para as diversas cargas de ensaio, lado "A".

|                                                      |                    | Deformações ( $\epsilon$ ) em $\mu\epsilon$ e Tensões ( $\sigma$ e $\tau$ ) em MPa |                    |           |                    |           |                     |         |                     |         |                     |        |
|------------------------------------------------------|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|-----------|--------------------|-----------|---------------------|---------|---------------------|---------|---------------------|--------|
|                                                      |                    | Ponto [1]                                                                          | Ponto [2]          | Ponto [3] | Ponto [4]          | Ponto [5] | Ponto [6]           |         |                     |         |                     |        |
| 500 kgf<br>$K_I = 7,03 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$   | $\sigma_{xx} =$    | 69,25                                                                              | $\sigma_{xx} =$    | 40,82     | $\sigma_{xx} =$    | 26,12     | $\sigma_{xx} =$     | 19,12   | $\sigma_{xx} =$     | 24,07   | $\sigma_{xx} =$     | 19,65  |
|                                                      | $\sigma_{yy} =$    | 69,25                                                                              | $\sigma_{yy} =$    | 40,82     | $\sigma_{yy} =$    | 26,12     | $\sigma_{yy} =$     | 40,31   | $\sigma_{yy} =$     | 34,69   | $\sigma_{yy} =$     | 28,32  |
|                                                      | $\tau_{xy} =$      | 0                                                                                  | $\tau_{xy} =$      | 0         | $\tau_{xy} =$      | 0         | $\tau_{xy} =$       | 4,30    | $\tau_{xy} =$       | -5,37   | $\tau_{xy} =$       | -4,38  |
|                                                      | $\epsilon_{(1)} =$ | 645,25                                                                             | $\epsilon_{(4)} =$ | 380,35    | $\epsilon_{(7)} =$ | 243,35    | $\epsilon_{(10)} =$ | 361,38  | $\epsilon_{(13)} =$ | 308,54  | $\epsilon_{(16)} =$ | 251,87 |
|                                                      | $\epsilon_{(2)} =$ | 645,25                                                                             | $\epsilon_{(5)} =$ | 380,35    | $\epsilon_{(8)} =$ | 243,35    | $\epsilon_{(11)} =$ | 60,05   | $\epsilon_{(14)} =$ | 377,56  | $\epsilon_{(17)} =$ | 308,22 |
|                                                      | $\epsilon_{(3)} =$ | 645,25                                                                             | $\epsilon_{(6)} =$ | 380,35    | $\epsilon_{(9)} =$ | 243,35    | $\epsilon_{(12)} =$ | 408,63  | $\epsilon_{(15)} =$ | 134,44  | $\epsilon_{(18)} =$ | 109,75 |
| 750 kgf<br>$K_I = 10,54 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  | $\sigma_{xx} =$    | 103,83                                                                             | $\sigma_{xx} =$    | 61,20     | $\sigma_{xx} =$    | 39,16     | $\sigma_{xx} =$     | 28,67   | $\sigma_{xx} =$     | 36,09   | $\sigma_{xx} =$     | 29,46  |
|                                                      | $\sigma_{yy} =$    | 103,83                                                                             | $\sigma_{yy} =$    | 61,20     | $\sigma_{yy} =$    | 39,16     | $\sigma_{yy} =$     | 60,43   | $\sigma_{yy} =$     | 52,01   | $\sigma_{yy} =$     | 42,46  |
|                                                      | $\tau_{xy} =$      | 0                                                                                  | $\tau_{xy} =$      | 0         | $\tau_{xy} =$      | 0         | $\tau_{xy} =$       | 6,45    | $\tau_{xy} =$       | -8,05   | $\tau_{xy} =$       | -6,57  |
|                                                      | $\epsilon_{(1)} =$ | 967,42                                                                             | $\epsilon_{(4)} =$ | 570,25    | $\epsilon_{(7)} =$ | 364,86    | $\epsilon_{(10)} =$ | 540,31  | $\epsilon_{(13)} =$ | 462,59  | $\epsilon_{(16)} =$ | 377,63 |
|                                                      | $\epsilon_{(2)} =$ | 967,42                                                                             | $\epsilon_{(5)} =$ | 570,25    | $\epsilon_{(8)} =$ | 364,86    | $\epsilon_{(11)} =$ | 90,04   | $\epsilon_{(14)} =$ | 566,08  | $\epsilon_{(17)} =$ | 462,11 |
|                                                      | $\epsilon_{(3)} =$ | 967,42                                                                             | $\epsilon_{(6)} =$ | 570,25    | $\epsilon_{(9)} =$ | 364,86    | $\epsilon_{(12)} =$ | 612,66  | $\epsilon_{(15)} =$ | 201,56  | $\epsilon_{(18)} =$ | 164,54 |
| 1000 kgf<br>$K_I = 14,06 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ | $\sigma_{xx} =$    | 138,51                                                                             | $\sigma_{xx} =$    | 81,64     | $\sigma_{xx} =$    | 52,24     | $\sigma_{xx} =$     | 38,24   | $\sigma_{xx} =$     | 48,14   | $\sigma_{xx} =$     | 39,30  |
|                                                      | $\sigma_{yy} =$    | 138,51                                                                             | $\sigma_{yy} =$    | 81,64     | $\sigma_{yy} =$    | 52,24     | $\sigma_{yy} =$     | 80,61   | $\sigma_{yy} =$     | 69,38   | $\sigma_{yy} =$     | 56,64  |
|                                                      | $\tau_{xy} =$      | 0                                                                                  | $\tau_{xy} =$      | 0         | $\tau_{xy} =$      | 0         | $\tau_{xy} =$       | 8,60    | $\tau_{xy} =$       | -10,74  | $\tau_{xy} =$       | -8,77  |
|                                                      | $\epsilon_{(1)} =$ | 1290,50                                                                            | $\epsilon_{(4)} =$ | 760,69    | $\epsilon_{(7)} =$ | 486,71    | $\epsilon_{(10)} =$ | 720,75  | $\epsilon_{(13)} =$ | 617,07  | $\epsilon_{(16)} =$ | 503,74 |
|                                                      | $\epsilon_{(2)} =$ | 1290,50                                                                            | $\epsilon_{(5)} =$ | 760,69    | $\epsilon_{(8)} =$ | 486,71    | $\epsilon_{(11)} =$ | 120,11  | $\epsilon_{(14)} =$ | 755,13  | $\epsilon_{(17)} =$ | 616,44 |
|                                                      | $\epsilon_{(3)} =$ | 1290,50                                                                            | $\epsilon_{(6)} =$ | 760,69    | $\epsilon_{(9)} =$ | 486,71    | $\epsilon_{(12)} =$ | 817,27  | $\epsilon_{(15)} =$ | 268,88  | $\epsilon_{(18)} =$ | 219,49 |
| 1250 kgf<br>$K_I = 17,57 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ | $\sigma_{xx} =$    | 173,09                                                                             | $\sigma_{xx} =$    | 102,03    | $\sigma_{xx} =$    | 65,28     | $\sigma_{xx} =$     | 47,79   | $\sigma_{xx} =$     | 60,15   | $\sigma_{xx} =$     | 49,11  |
|                                                      | $\sigma_{yy} =$    | 173,09                                                                             | $\sigma_{yy} =$    | 102,03    | $\sigma_{yy} =$    | 65,28     | $\sigma_{yy} =$     | 100,74  | $\sigma_{yy} =$     | 86,71   | $\sigma_{yy} =$     | 70,78  |
|                                                      | $\tau_{xy} =$      | 0                                                                                  | $\tau_{xy} =$      | 0         | $\tau_{xy} =$      | 0         | $\tau_{xy} =$       | 10,75   | $\tau_{xy} =$       | -13,42  | $\tau_{xy} =$       | -10,96 |
|                                                      | $\epsilon_{(1)} =$ | 1612,67                                                                            | $\epsilon_{(4)} =$ | 950,60    | $\epsilon_{(7)} =$ | 608,21    | $\epsilon_{(10)} =$ | 900,68  | $\epsilon_{(13)} =$ | 771,12  | $\epsilon_{(16)} =$ | 629,50 |
|                                                      | $\epsilon_{(2)} =$ | 1612,67                                                                            | $\epsilon_{(5)} =$ | 950,60    | $\epsilon_{(8)} =$ | 608,21    | $\epsilon_{(11)} =$ | 150,09  | $\epsilon_{(14)} =$ | 943,64  | $\epsilon_{(17)} =$ | 770,33 |
|                                                      | $\epsilon_{(3)} =$ | 1612,67                                                                            | $\epsilon_{(6)} =$ | 950,60    | $\epsilon_{(9)} =$ | 608,21    | $\epsilon_{(12)} =$ | 1021,29 | $\epsilon_{(15)} =$ | 336,00  | $\epsilon_{(18)} =$ | 274,29 |
| 1500 kgf<br>$K_I = 21,09 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ | $\sigma_{xx} =$    | 207,76                                                                             | $\sigma_{xx} =$    | 122,47    | $\sigma_{xx} =$    | 78,36     | $\sigma_{xx} =$     | 57,36   | $\sigma_{xx} =$     | 72,20   | $\sigma_{xx} =$     | 58,94  |
|                                                      | $\sigma_{yy} =$    | 207,76                                                                             | $\sigma_{yy} =$    | 122,47    | $\sigma_{yy} =$    | 78,36     | $\sigma_{yy} =$     | 120,92  | $\sigma_{yy} =$     | 104,08  | $\sigma_{yy} =$     | 84,96  |
|                                                      | $\tau_{xy} =$      | 0                                                                                  | $\tau_{xy} =$      | 0         | $\tau_{xy} =$      | 0         | $\tau_{xy} =$       | 12,91   | $\tau_{xy} =$       | -16,11  | $\tau_{xy} =$       | -13,15 |
|                                                      | $\epsilon_{(1)} =$ | 1935,76                                                                            | $\epsilon_{(4)} =$ | 1141,04   | $\epsilon_{(7)} =$ | 730,06    | $\epsilon_{(10)} =$ | 1081,13 | $\epsilon_{(13)} =$ | 925,61  | $\epsilon_{(16)} =$ | 755,61 |
|                                                      | $\epsilon_{(2)} =$ | 1935,76                                                                            | $\epsilon_{(5)} =$ | 1141,04   | $\epsilon_{(8)} =$ | 730,06    | $\epsilon_{(11)} =$ | 180,16  | $\epsilon_{(14)} =$ | 1132,69 | $\epsilon_{(17)} =$ | 924,66 |
|                                                      | $\epsilon_{(3)} =$ | 1935,76                                                                            | $\epsilon_{(6)} =$ | 1141,04   | $\epsilon_{(9)} =$ | 730,06    | $\epsilon_{(12)} =$ | 1225,90 | $\epsilon_{(15)} =$ | 403,31  | $\epsilon_{(18)} =$ | 329,24 |

**Cálculo teórico de tensões e deformações baseado no programa MFEL, lado "B".**

Tabela 5-3 - Tensões teóricas no plano xOy em MPa e deformações teóricas nas três direções de cada extensômetro em  $\mu\epsilon$  para as diversas cargas de ensaio, lado "B".

|                                                      |                     | Deformações ( $\epsilon$ ) em $\mu\epsilon$ e Tensões ( $\sigma$ e $\tau$ ) em MPa |                     |           |                     |           |                     |         |                     |         |                     |        |
|------------------------------------------------------|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|-----------|---------------------|-----------|---------------------|---------|---------------------|---------|---------------------|--------|
|                                                      |                     | Ponto [1]                                                                          | Ponto [2]           | Ponto [3] | Ponto [4]           | Ponto [5] | Ponto [6]           |         |                     |         |                     |        |
| 500 kgf<br>$K_I = 7,03 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$   | $\sigma_{xx} =$     | 73,91                                                                              | $\sigma_{xx} =$     | 41,40     | $\sigma_{xx} =$     | 25,71     | $\sigma_{xx} =$     | 18,57   | $\sigma_{xx} =$     | 23,43   | $\sigma_{xx} =$     | 19,59  |
|                                                      | $\sigma_{yy} =$     | 73,91                                                                              | $\sigma_{yy} =$     | 41,40     | $\sigma_{yy} =$     | 25,71     | $\sigma_{yy} =$     | 39,74   | $\sigma_{yy} =$     | 34,21   | $\sigma_{yy} =$     | 28,60  |
|                                                      | $\tau_{xy} =$       | 0                                                                                  | $\tau_{xy} =$       | 0         | $\tau_{xy} =$       | 0         | $\tau_{xy} =$       | -4,11   | $\tau_{xy} =$       | 5,29    | $\tau_{xy} =$       | 4,42   |
|                                                      | $\epsilon_{(19)} =$ | 688,61                                                                             | $\epsilon_{(22)} =$ | 385,70    | $\epsilon_{(25)} =$ | 239,54    | $\epsilon_{(28)} =$ | 356,87  | $\epsilon_{(31)} =$ | 305,91  | $\epsilon_{(34)} =$ | 255,74 |
|                                                      | $\epsilon_{(20)} =$ | 688,61                                                                             | $\epsilon_{(23)} =$ | 385,70    | $\epsilon_{(26)} =$ | 239,54    | $\epsilon_{(29)} =$ | 56,24   | $\epsilon_{(32)} =$ | 369,74  | $\epsilon_{(35)} =$ | 309,10 |
|                                                      | $\epsilon_{(21)} =$ | 688,61                                                                             | $\epsilon_{(24)} =$ | 385,70    | $\epsilon_{(27)} =$ | 239,54    | $\epsilon_{(30)} =$ | 401,65  | $\epsilon_{(33)} =$ | 128,39  | $\epsilon_{(36)} =$ | 107,34 |
| 750 kgf<br>$K_I = 10,54 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  | $\sigma_{xx} =$     | 110,81                                                                             | $\sigma_{xx} =$     | 62,06     | $\sigma_{xx} =$     | 38,55     | $\sigma_{xx} =$     | 27,85   | $\sigma_{xx} =$     | 35,13   | $\sigma_{xx} =$     | 29,37  |
|                                                      | $\sigma_{yy} =$     | 110,81                                                                             | $\sigma_{yy} =$     | 62,06     | $\sigma_{yy} =$     | 38,55     | $\sigma_{yy} =$     | 59,58   | $\sigma_{yy} =$     | 51,29   | $\sigma_{yy} =$     | 42,88  |
|                                                      | $\tau_{xy} =$       | 0                                                                                  | $\tau_{xy} =$       | 0         | $\tau_{xy} =$       | 0         | $\tau_{xy} =$       | -6,17   | $\tau_{xy} =$       | 7,93    | $\tau_{xy} =$       | 6,63   |
|                                                      | $\epsilon_{(19)} =$ | 1032,42                                                                            | $\epsilon_{(22)} =$ | 578,27    | $\epsilon_{(25)} =$ | 359,14    | $\epsilon_{(28)} =$ | 535,06  | $\epsilon_{(31)} =$ | 458,64  | $\epsilon_{(34)} =$ | 383,42 |
|                                                      | $\epsilon_{(20)} =$ | 1032,42                                                                            | $\epsilon_{(23)} =$ | 578,27    | $\epsilon_{(26)} =$ | 359,14    | $\epsilon_{(29)} =$ | 84,31   | $\epsilon_{(32)} =$ | 554,35  | $\epsilon_{(35)} =$ | 463,43 |
|                                                      | $\epsilon_{(21)} =$ | 1032,42                                                                            | $\epsilon_{(24)} =$ | 578,27    | $\epsilon_{(27)} =$ | 359,14    | $\epsilon_{(30)} =$ | 602,19  | $\epsilon_{(33)} =$ | 192,50  | $\epsilon_{(36)} =$ | 160,93 |
| 1000 kgf<br>$K_I = 14,06 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ | $\sigma_{xx} =$     | 147,81                                                                             | $\sigma_{xx} =$     | 82,79     | $\sigma_{xx} =$     | 51,42     | $\sigma_{xx} =$     | 37,15   | $\sigma_{xx} =$     | 46,86   | $\sigma_{xx} =$     | 39,18  |
|                                                      | $\sigma_{yy} =$     | 147,81                                                                             | $\sigma_{yy} =$     | 82,79     | $\sigma_{yy} =$     | 51,42     | $\sigma_{yy} =$     | 79,47   | $\sigma_{yy} =$     | 68,42   | $\sigma_{yy} =$     | 57,20  |
|                                                      | $\tau_{xy} =$       | 0                                                                                  | $\tau_{xy} =$       | 0         | $\tau_{xy} =$       | 0         | $\tau_{xy} =$       | -8,23   | $\tau_{xy} =$       | 10,57   | $\tau_{xy} =$       | 8,84   |
|                                                      | $\epsilon_{(19)} =$ | 1377,21                                                                            | $\epsilon_{(22)} =$ | 771,39    | $\epsilon_{(25)} =$ | 479,08    | $\epsilon_{(28)} =$ | 713,75  | $\epsilon_{(31)} =$ | 611,81  | $\epsilon_{(34)} =$ | 511,47 |
|                                                      | $\epsilon_{(20)} =$ | 1377,21                                                                            | $\epsilon_{(23)} =$ | 771,39    | $\epsilon_{(26)} =$ | 479,08    | $\epsilon_{(29)} =$ | 112,47  | $\epsilon_{(32)} =$ | 739,48  | $\epsilon_{(35)} =$ | 618,20 |
|                                                      | $\epsilon_{(21)} =$ | 1377,21                                                                            | $\epsilon_{(24)} =$ | 771,39    | $\epsilon_{(27)} =$ | 479,08    | $\epsilon_{(30)} =$ | 803,30  | $\epsilon_{(33)} =$ | 256,79  | $\epsilon_{(36)} =$ | 214,67 |
| 1250 kgf<br>$K_I = 17,57 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ | $\sigma_{xx} =$     | 184,71                                                                             | $\sigma_{xx} =$     | 103,46    | $\sigma_{xx} =$     | 64,26     | $\sigma_{xx} =$     | 46,42   | $\sigma_{xx} =$     | 58,56   | $\sigma_{xx} =$     | 48,96  |
|                                                      | $\sigma_{yy} =$     | 184,71                                                                             | $\sigma_{yy} =$     | 103,46    | $\sigma_{yy} =$     | 64,26     | $\sigma_{yy} =$     | 99,32   | $\sigma_{yy} =$     | 85,50   | $\sigma_{yy} =$     | 71,48  |
|                                                      | $\tau_{xy} =$       | 0                                                                                  | $\tau_{xy} =$       | 0         | $\tau_{xy} =$       | 0         | $\tau_{xy} =$       | -10,28  | $\tau_{xy} =$       | 13,21   | $\tau_{xy} =$       | 11,04  |
|                                                      | $\epsilon_{(19)} =$ | 1721,02                                                                            | $\epsilon_{(22)} =$ | 963,97    | $\epsilon_{(25)} =$ | 598,68    | $\epsilon_{(28)} =$ | 891,93  | $\epsilon_{(31)} =$ | 764,55  | $\epsilon_{(34)} =$ | 639,16 |
|                                                      | $\epsilon_{(20)} =$ | 1721,02                                                                            | $\epsilon_{(23)} =$ | 963,97    | $\epsilon_{(26)} =$ | 598,68    | $\epsilon_{(29)} =$ | 140,55  | $\epsilon_{(32)} =$ | 924,09  | $\epsilon_{(35)} =$ | 772,54 |
|                                                      | $\epsilon_{(21)} =$ | 1721,02                                                                            | $\epsilon_{(24)} =$ | 963,97    | $\epsilon_{(27)} =$ | 598,68    | $\epsilon_{(30)} =$ | 1003,83 | $\epsilon_{(33)} =$ | 320,89  | $\epsilon_{(36)} =$ | 268,27 |
| 1500 kgf<br>$K_I = 21,09 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ | $\sigma_{xx} =$     | 221,72                                                                             | $\sigma_{xx} =$     | 124,19    | $\sigma_{xx} =$     | 77,13     | $\sigma_{xx} =$     | 55,72   | $\sigma_{xx} =$     | 70,30   | $\sigma_{xx} =$     | 58,77  |
|                                                      | $\sigma_{yy} =$     | 221,72                                                                             | $\sigma_{yy} =$     | 124,19    | $\sigma_{yy} =$     | 77,13     | $\sigma_{yy} =$     | 119,21  | $\sigma_{yy} =$     | 102,63  | $\sigma_{yy} =$     | 85,80  |
|                                                      | $\tau_{xy} =$       | 0                                                                                  | $\tau_{xy} =$       | 0         | $\tau_{xy} =$       | 0         | $\tau_{xy} =$       | -12,34  | $\tau_{xy} =$       | 15,86   | $\tau_{xy} =$       | 13,26  |
|                                                      | $\epsilon_{(19)} =$ | 2065,82                                                                            | $\epsilon_{(22)} =$ | 1157,09   | $\epsilon_{(25)} =$ | 718,62    | $\epsilon_{(28)} =$ | 1070,62 | $\epsilon_{(31)} =$ | 917,72  | $\epsilon_{(34)} =$ | 767,21 |
|                                                      | $\epsilon_{(20)} =$ | 2065,82                                                                            | $\epsilon_{(23)} =$ | 1157,09   | $\epsilon_{(26)} =$ | 718,62    | $\epsilon_{(29)} =$ | 168,71  | $\epsilon_{(32)} =$ | 1109,22 | $\epsilon_{(35)} =$ | 927,31 |
|                                                      | $\epsilon_{(21)} =$ | 2065,82                                                                            | $\epsilon_{(24)} =$ | 1157,09   | $\epsilon_{(27)} =$ | 718,62    | $\epsilon_{(30)} =$ | 1204,94 | $\epsilon_{(33)} =$ | 385,18  | $\epsilon_{(36)} =$ | 322,01 |

### 5.3 - Determinação experimental dos valores médios de intensificação de tensão ( $K_I$ ) usando o programa MFELLAB.

Para cada carga de ensaio são lidas as deformações nas três "pernas" de cada extensômetro  $\varepsilon_a$ ,  $\varepsilon_b$ ,  $\varepsilon_c$  em cada ponto onde estão colados os extensômetros. Como conhecemos os ângulos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$  de cada perna do extensômetro (Figura 5-1 a 5-12), pode ser calculado os valores de  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  e  $\gamma_{xy}$  utilizando o sistema de três equações a três incógnitas (5.3)

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_a = \varepsilon_{xx} \cdot \cos^2 \theta_1 + \varepsilon_{yy} \cdot \sin^2 \theta_1 + \gamma_{xy} \cdot \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_1 \\ \varepsilon_b = \varepsilon_{xx} \cdot \cos^2 \theta_2 + \varepsilon_{yy} \cdot \sin^2 \theta_2 + \gamma_{xy} \cdot \sin \theta_2 \cdot \cos \theta_2 \\ \varepsilon_c = \varepsilon_{xx} \cdot \cos^2 \theta_3 + \varepsilon_{yy} \cdot \sin^2 \theta_3 + \gamma_{xy} \cdot \sin \theta_3 \cdot \cos \theta_3 \end{array} \right. \quad (5.3)$$

Conhecido o estado de deformação  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  e  $\gamma_{xy}$  no regime elástico temos um estado de tensão definido por  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  e  $\tau_{xy}$  pelas fórmulas 5.4 .

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \cdot \varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\nu \cdot \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) \\ \tau_{xy} = \frac{E}{1-\nu^2} \cdot \frac{1-\nu}{2} \cdot \gamma_{xy} \end{array} \right. \quad (5.4)$$

Pelo valor de  $\sigma_{xx}$  e conhecido o valor de "r" e "θ" pode ser calculado o valor de intensificação de tensão "  $K_I'$  " usando a primeira equação de 5.1 . De forma idêntica conhecido o valor de  $\sigma_{yy}$  e de " r " e "θ", calcula-se o valor de intensificação de tensão  $K_I''$  (segundo equação 5.1); conhecido o valor  $\tau_{xy}$  e de "r" e "θ" é calculado o valor de intensificação de tensão "  $K_I'''$  " (5.1). O valor final de  $K_I$  é a média de  $K_I'$ ,  $K_I''$  e  $K_I'''$  .

## Resultados experimentais usando Extensometria

### Ensaio no laboratório, deformações lidas nas três direções em cada roseta, lado "A"

Tabela 5-4 - Deformações lidas em três direções por extensômetro  $\mu\epsilon$  para as diversas cargas de ensaio, lado "A".

| Carga<br>(kgf) | Ponto 1          |                  |                  | Ponto 2          |                  |                  | Ponto 3          |                  |                  | Ponto 4           |                   |                   | Ponto 5           |                   |                   | Ponto 6           |                   |                   |
|----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|                | $\epsilon_{(1)}$ | $\epsilon_{(2)}$ | $\epsilon_{(3)}$ | $\epsilon_{(4)}$ | $\epsilon_{(5)}$ | $\epsilon_{(6)}$ | $\epsilon_{(7)}$ | $\epsilon_{(8)}$ | $\epsilon_{(9)}$ | $\epsilon_{(10)}$ | $\epsilon_{(11)}$ | $\epsilon_{(12)}$ | $\epsilon_{(13)}$ | $\epsilon_{(14)}$ | $\epsilon_{(15)}$ | $\epsilon_{(16)}$ | $\epsilon_{(17)}$ | $\epsilon_{(18)}$ |
| 500            | 650              | 652              | 660              | 373              | 375              | 373              | 252              | 254              | 251              | 384               | 65                | 441               | 337               | 403               | 143               | 278               | 338               | 122               |
| 750            | 975              | 977              | 990              | 587              | 590              | 587              | 378              | 381              | 378              | 576               | 98                | 662               | 495               | 594               | 210               | 425               | 517               | 187               |
| 1000           | 1300             | 1303             | 1320             | 734              | 742              | 734              | 509              | 513              | 509              | 776               | 131               | 890               | 660               | 790               | 280               | 560               | 678               | 245               |
| 1250           | 1625             | 1629             | 1650             | 922              | 925              | 921              | 636              | 640              | 630              | 988               | 167               | 1134              | 825               | 988               | 350               | 723               | 879               | 317               |
| 1500           | 1950             | 1955             | 1980             | 1107             | 1113             | 1110             | 770              | 777              | 770              | 1164              | 197               | 1335              | 990               | 1185              | 420               | 836               | 1014              | 366               |

### Ensaio no laboratório, deformações lidas nas três direções em cada roseta, lado "B"

Tabela 5-5 - Deformações lidas em três direções por extensômetro  $\mu\epsilon$  para as diversas cargas de ensaio, lado "B".

| Carga<br>(kgf) | Ponto 1           |                   |                   | Ponto 2           |                   |                   | Ponto 3           |                   |                   | Ponto 4           |                   |                   | Ponto 5           |                   |                   | Ponto 6           |                   |                   |
|----------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|                | $\epsilon_{(19)}$ | $\epsilon_{(20)}$ | $\epsilon_{(21)}$ | $\epsilon_{(22)}$ | $\epsilon_{(23)}$ | $\epsilon_{(24)}$ | $\epsilon_{(25)}$ | $\epsilon_{(26)}$ | $\epsilon_{(27)}$ | $\epsilon_{(28)}$ | $\epsilon_{(29)}$ | $\epsilon_{(30)}$ | $\epsilon_{(31)}$ | $\epsilon_{(32)}$ | $\epsilon_{(33)}$ | $\epsilon_{(34)}$ | $\epsilon_{(35)}$ | $\epsilon_{(36)}$ |
| 500            | *                 | 680               | *                 | 404               | 400               | 405               | 244               | 282               | 250               | 376               | 58                | 422               | 337               | 407               | 140               | 288               | 347               | 120               |
| 750            | *                 | 1020              | *                 | 605               | 602               | 608               | 359               | 369               | 367               | 558               | 89                | 640               | 506               | 610               | 210               | 425               | 512               | 178               |
| 1000           | *                 | 1350              | *                 | 793               | 791               | 797               | 494               | 513               | 509               | 747               | 117               | 852               | 670               | 814               | 280               | 565               | 682               | 238               |
| 1250           | *                 | 1700              | *                 | 797               | 974               | 984               | 606               | 623               | 610               | 932               | 143               | 1060              | 842               | 1017              | 350               | 717               | 860               | 302               |
| 1500           | *                 | 2030              | *                 | 1208              | 1203              | 1216              | 740               | 764               | 763               | 1119              | 175               | 1283              | 1011              | 1220              | 420               | 865               | 1070              | 368               |

\* valores lidos mas não considerados por serem não confiáveis

# **Cálculo das deformações e tensões, programa MFELLAB, lado "A"**

Tabela 5-6 - Deformações experimentais em  $\mu\epsilon$  e tensões calculadas em MPa no plano xOy, lado "A".

| Carga (kgf) | Ponto 1<br>$r = 1,64 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 0^\circ$ | Ponto 2<br>$r = 4,72 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 0^\circ$ | Ponto 3<br>$r = 11,53 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 0^\circ$ | Ponto 4<br>$r = 7,59 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 45,37^\circ$ | Ponto 5<br>$r = 8,59 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = -29,53^\circ$ | Ponto 6<br>$r = 12,77 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = -29,53^\circ$ |
|-------------|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| 500         | $\epsilon_{xx} = 650$                                                | $\epsilon_{xx} = 373$                                                | $\epsilon_{xx} = 252$                                                 | $\epsilon_{xx} = 78,59$                                                  | $\epsilon_{xx} = 188,57$                                                  | $\epsilon_{xx} = 156,37$                                                   |
|             | $\epsilon_{yy} = 657,97$                                             | $\epsilon_{yy} = 374,33$                                             | $\epsilon_{yy} = 253,66$                                              | $\epsilon_{yy} = 515,77$                                                 | $\epsilon_{yy} = 400,56$                                                  | $\epsilon_{yy} = 336,03$                                                   |
|             | $\gamma_{xy} = 9,27$                                                 | $\gamma_{xy} = -2,32$                                                | $\gamma_{xy} = -3,48$                                                 | $\gamma_{xy} = 171,01$                                                   | $\gamma_{xy} = -228,68$                                                   | $\gamma_{xy} = -184,06$                                                    |
| 750         | $\sigma_{xx} = 69,98$                                                | $\sigma_{xx} = 40,07$                                                | $\sigma_{xx} = 27,07$                                                 | $\sigma_{xx} = 20,47$                                                    | $\sigma_{xx} = 26,07$                                                     | $\sigma_{xx} = 21,73$                                                      |
|             | $\sigma_{yy} = 70,40$                                                | $\sigma_{yy} = 40,14$                                                | $\sigma_{yy} = 27,10$                                                 | $\sigma_{yy} = 43,32$                                                    | $\sigma_{yy} = 37,15$                                                     | $\sigma_{yy} = 31,12$                                                      |
|             | $\tau_{xy} = 0,24$                                                   | $\tau_{xy} = -0,06$                                                  | $\tau_{xy} = -0,09$                                                   | $\tau_{xy} = 4,47$                                                       | $\tau_{xy} = -5,98$                                                       | $\tau_{xy} = -4,81$                                                        |
| 1000        | $\epsilon_{xx} = 975$                                                | $\epsilon_{xx} = 587$                                                | $\epsilon_{xx} = 378 \mu\epsilon$                                     | $\epsilon_{xx} = 118,22$                                                 | $\epsilon_{xx} = 276,28$                                                  | $\epsilon_{xx} = 239,28$                                                   |
|             | $\epsilon_{yy} = 986,30$                                             | $\epsilon_{yy} = 589$                                                | $\epsilon_{yy} = 380 \mu\epsilon$                                     | $\epsilon_{yy} = 773,98$                                                 | $\epsilon_{yy} = 590,41$                                                  | $\epsilon_{yy} = 514,00$                                                   |
|             | $\gamma_{xy} = 15,06$                                                | $\gamma_{xy} = -3,48$                                                | $\gamma_{xy} = -3,48$                                                 | $\gamma_{xy} = 255,85$                                                   | $\gamma_{xy} = -336$                                                      | $\gamma_{xy} = -280,82$                                                    |
| 1250        | $\sigma_{xx} = 104,96$                                               | $\sigma_{xx} = 63,06$                                                | $\sigma_{xx} = 40,62 \text{ MPa}$                                     | $\sigma_{xx} = 30,74$                                                    | $\sigma_{xx} = 38,30$                                                     | $\sigma_{xx} = 33,24$                                                      |
|             | $\sigma_{yy} = 105,55$                                               | $\sigma_{yy} = 63,16$                                                | $\sigma_{yy} = 40,73 \text{ MPa}$                                     | $\sigma_{yy} = 65,02$                                                    | $\sigma_{yy} = 54,72$                                                     | $\sigma_{yy} = 47,60$                                                      |
|             | $\tau_{xy} = 0,39$                                                   | $\tau_{xy} = -0,09$                                                  | $\tau_{xy} = -0,09 \text{ MPa}$                                       | $\tau_{xy} = 6,69$                                                       | $\tau_{xy} = -8,78$                                                       | $\tau_{xy} = -7,34$                                                        |
| 1500        | $\epsilon_{xx} = 1300$                                               | $\epsilon_{xx} = 734$                                                | $\epsilon_{xx} = 509 \mu\epsilon$                                     | $\epsilon_{xx} = 158,79 \mu\epsilon$                                     | $\epsilon_{xx} = 369,03 \mu\epsilon$                                      | $\epsilon_{xx} = 315,43$                                                   |
|             | $\epsilon_{yy} = 1315,28$                                            | $\epsilon_{yy} = 739,32$                                             | $\epsilon_{yy} = 511,66 \mu\epsilon$                                  | $\epsilon_{yy} = 1041,29 \mu\epsilon$                                    | $\epsilon_{yy} = 785,21 \mu\epsilon$                                      | $\epsilon_{yy} = 674,03$                                                   |
|             | $\gamma_{xy} = 19,69$                                                | $\gamma_{xy} = -9,28$                                                | $\gamma_{xy} = -4,63$                                                 | $\gamma_{xy} = 346,61$                                                   | $\gamma_{xy} = -447,95$                                                   | $\gamma_{xy} = -371,58$                                                    |
| 1750        | $\sigma_{xx} = 139,95$                                               | $\sigma_{xx} = 78,93$                                                | $\sigma_{xx} = 54,70 \text{ MPa}$                                     | $\sigma_{xx} = 41,34 \text{ MPa}$                                        | $\sigma_{xx} = 50,93 \text{ MPa}$                                         | $\sigma_{xx} = 43,73$                                                      |
|             | $\sigma_{yy} = 140,75$                                               | $\sigma_{yy} = 79,20$                                                | $\sigma_{yy} = 54,84 \text{ MPa}$                                     | $\sigma_{yy} = 87,46 \text{ MPa}$                                        | $\sigma_{yy} = 72,85 \text{ MPa}$                                         | $\sigma_{yy} = 62,47$                                                      |
|             | $\tau_{xy} = 0,51$                                                   | $\tau_{xy} = -0,24$                                                  | $\tau_{xy} = -0,12 \text{ MPa}$                                       | $\tau_{xy} = 9,06 \text{ MPa}$                                           | $\tau_{xy} = -11,65 \text{ MPa}$                                          | $\tau_{xy} = -9,71$                                                        |
| 2000        | $\epsilon_{xx} = 1625$                                               | $\epsilon_{xx} = 922$                                                | $\epsilon_{xx} = 636$                                                 | $\epsilon_{xx} = 202,15$                                                 | $\epsilon_{xx} = 461,12$                                                  | $\epsilon_{xx} = 406,49$                                                   |
|             | $\epsilon_{yy} = 1644,27$                                            | $\epsilon_{yy} = 923,33$                                             | $\epsilon_{yy} = 634,67$                                              | $\epsilon_{yy} = 1326,49$                                                | $\epsilon_{yy} = 982,02$                                                  | $\epsilon_{yy} = 873,88$                                                   |
|             | $\gamma_{xy} = 24,33$                                                | $\gamma_{xy} = -4,63$                                                | $\gamma_{xy} = -11,58$                                                | $\gamma_{xy} = 440,59$                                                   | $\gamma_{xy} = -559,95$                                                   | $\gamma_{xy} = -479,02$                                                    |
| 2250        | $\sigma_{xx} = 174,94$                                               | $\sigma_{xx} = 98,99$                                                | $\sigma_{xx} = 68,22$                                                 | $\sigma_{xx} = 52,65$                                                    | $\sigma_{xx} = 63,83$                                                     | $\sigma_{xx} = 56,50$                                                      |
|             | $\sigma_{yy} = 175,95$                                               | $\sigma_{yy} = 99,06$                                                | $\sigma_{yy} = 68,15$                                                 | $\sigma_{yy} = 111,42$                                                   | $\sigma_{yy} = 91,06$                                                     | $\sigma_{yy} = 80,92$                                                      |
|             | $\tau_{xy} = 0,64$                                                   | $\tau_{xy} = -0,12$                                                  | $\tau_{xy} = -0,30$                                                   | $\tau_{xy} = 11,51$                                                      | $\tau_{xy} = -14,63$                                                      | $\tau_{xy} = -12,52$                                                       |
| 2500        | $\epsilon_{xx} = 1950$                                               | $\epsilon_{xx} = 1107$                                               | $\epsilon_{xx} = 770$                                                 | $\epsilon_{xx} = 238,64$                                                 | $\epsilon_{xx} = 553,54$                                                  | $\epsilon_{xx} = 470,45$                                                   |
|             | $\epsilon_{yy} = 1973,26$                                            | $\epsilon_{yy} = 1112,98$                                            | $\epsilon_{yy} = 774,65$                                              | $\epsilon_{yy} = 1561,81$                                                | $\epsilon_{yy} = 1177,82$                                                 | $\epsilon_{yy} = 1008,08$                                                  |
|             | $\gamma_{xy} = 28,96$                                                | $\gamma_{xy} = -3,48$                                                | $\gamma_{xy} = -8,11$                                                 | $\gamma_{xy} = 519,59$                                                   | $\gamma_{xy} = -671,93$                                                   | $\gamma_{xy} = -554,47$                                                    |
| 2750        | $\sigma_{xx} = 209,93$                                               | $\sigma_{xx} = 118,98$                                               | $\sigma_{xx} = 82,77$                                                 | $\sigma_{xx} = 62,04$                                                    | $\sigma_{xx} = 76,60$                                                     | $\sigma_{xx} = 65,29$                                                      |
|             | $\sigma_{yy} = 211,15$                                               | $\sigma_{yy} = 119,29$                                               | $\sigma_{yy} = 83,01$                                                 | $\sigma_{yy} = 131,20$                                                   | $\sigma_{yy} = 109,23$                                                    | $\sigma_{yy} = 93,40$                                                      |
|             | $\tau_{xy} = 0,76$                                                   | $\tau_{xy} = -0,09$                                                  | $\tau_{xy} = -0,21$                                                   | $\tau_{xy} = 13,58$                                                      | $\tau_{xy} = -17,56$                                                      | $\tau_{xy} = -14,49$                                                       |

### Cálculo das deformações e tensões, programa MFELLAB, lado "B"

Tabela 5-7 - Deformações experimentais em  $\mu\epsilon$  e tensões calculadas em MPa no plano xOy, lado "B".

| Carga<br>(kgf) | Ponto [1]<br>$r = 1,44 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 0^\circ$ | Ponto [2]<br>$r = 4,59 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 0^\circ$ | Ponto [3]<br>$r = 11,90 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 0^\circ$ | Ponto [4]<br>$r = 7,85 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = -45,8^\circ$ | Ponto [5]<br>$r = 8,82 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 30,59^\circ$ | Ponto [6]<br>$r = 12,62 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 30,53^\circ$ |
|----------------|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| 500            | ---                                                                    | $\epsilon_{xx} = 404$                                                  | $\epsilon_{xx} = 244$                                                   | $\epsilon_{xx} = 72,02$                                                    | $\epsilon_{xx} = 181,38$                                                   | $\epsilon_{xx} = 155,52$                                                    |
|                |                                                                        | $\epsilon_{yy} = 402,01$                                               | $\epsilon_{yy} = 273,24$                                                | $\epsilon_{yy} = 498,78$                                                   | $\epsilon_{yy} = 409,09$                                                   | $\epsilon_{yy} = 348,78$                                                    |
|                |                                                                        | $\gamma_{xy} = -5,79$                                                  | $\gamma_{xy} = 37,07$                                                   | $\gamma_{xy} = -167,47$                                                    | $\gamma_{xy} = 224,49$                                                     | $\gamma_{xy} = 191,46$                                                      |
| 750            | ---                                                                    | $\sigma_{xx} = 43,31$                                                  | $\sigma_{xx} = 26,99$                                                   | $\sigma_{xx} = 19,48$                                                      | $\sigma_{xx} = 25,74$                                                      | $\sigma_{xx} = 22,01$                                                       |
|                |                                                                        | $\sigma_{yy} = 43,20$                                                  | $\sigma_{yy} = 28,52$                                                   | $\sigma_{yy} = 41,78$                                                      | $\sigma_{yy} = 37,64$                                                      | $\sigma_{yy} = 32,11$                                                       |
|                |                                                                        | $\tau_{xy} = -0,15$                                                    | $\tau_{xy} = 0,97$                                                      | $\tau_{xy} = -4,38$                                                        | $\tau_{xy} = 5,87$                                                         | $\tau_{xy} = 5,00$                                                          |
| 1000           | ---                                                                    | $\epsilon_{xx} = 605$                                                  | $\epsilon_{xx} = 359$                                                   | $\epsilon_{xx} = 106,32$                                                   | $\epsilon_{xx} = 272,56$                                                   | $\epsilon_{xx} = 230,13$                                                    |
|                |                                                                        | $\epsilon_{yy} = 605$                                                  | $\epsilon_{yy} = 370,96$                                                | $\epsilon_{yy} = 751,83$                                                   | $\epsilon_{yy} = 613,13$                                                   | $\epsilon_{yy} = 514,61$                                                    |
|                |                                                                        | $\gamma_{xy} = -6,95$                                                  | $\gamma_{xy} = 2,32$                                                    | $\gamma_{xy} = -237,07$                                                    | $\gamma_{xy} = 337,34$                                                     | $\gamma_{xy} = 281,49$                                                      |
| 1250           | ---                                                                    | $\sigma_{xx} = 64,93$                                                  | $\sigma_{xx} = 38,86$                                                   | $\sigma_{xx} = 29,18$                                                      | $\sigma_{xx} = 38,63$                                                      | $\sigma_{xx} = 32,53$                                                       |
|                |                                                                        | $\sigma_{yy} = 64,93$                                                  | $\sigma_{yy} = 39,49$                                                   | $\sigma_{yy} = 62,92$                                                      | $\sigma_{yy} = 56,43$                                                      | $\sigma_{yy} = 47,40$                                                       |
|                |                                                                        | $\tau_{xy} = -0,18$                                                    | $\tau_{xy} = 0,06$                                                      | $\tau_{xy} = -6,20$                                                        | $\tau_{xy} = 8,82$                                                         | $\tau_{xy} = 7,36$                                                          |
| 1500           | ---                                                                    | $\epsilon_{xx} = 793$                                                  | $\epsilon_{xx} = 494$                                                   | $\epsilon_{xx} = 141,49$                                                   | $\epsilon_{xx} = 360,15$                                                   | $\epsilon_{xx} = 306,42$                                                    |
|                |                                                                        | $\epsilon_{yy} = 794,33$                                               | $\epsilon_{yy} = 516,59$                                                | $\epsilon_{yy} = 1002,73$                                                  | $\epsilon_{yy} = 818,13$                                                   | $\epsilon_{yy} = 685,46$                                                    |
|                |                                                                        | $\gamma_{xy} = -6,95$                                                  | $\gamma_{xy} = 4,63$                                                    | $\gamma_{xy} = -322,06$                                                    | $\gamma_{xy} = 444,29$                                                     | $\gamma_{xy} = 372,61$                                                      |
| 1250           | ---                                                                    | $\sigma_{xx} = 85,15$                                                  | $\sigma_{xx} = 53,64$                                                   | $\sigma_{xx} = 38,90$                                                      | $\sigma_{xx} = 51,26$                                                      | $\sigma_{xx} = 43,32$                                                       |
|                |                                                                        | $\sigma_{yy} = 85,22$                                                  | $\sigma_{yy} = 54,82$                                                   | $\sigma_{yy} = 83,91$                                                      | $\sigma_{yy} = 75,20$                                                      | $\sigma_{yy} = 63,13$                                                       |
|                |                                                                        | $\tau_{xy} = -0,18$                                                    | $\tau_{xy} = 0,12$                                                      | $\tau_{xy} = -8,42$                                                        | $\tau_{xy} = 11,61$                                                        | $\tau_{xy} = 9,74$                                                          |
| 1250           | ---                                                                    | $\epsilon_{xx} = 979$                                                  | $\epsilon_{xx} = 606$                                                   | $\epsilon_{xx} = 174,50$                                                   | $\epsilon_{xx} = 453,29$                                                   | $\epsilon_{xx} = 390,63$                                                    |
|                |                                                                        | $\epsilon_{yy} = 979$                                                  | $\epsilon_{yy} = 619,95$                                                | $\epsilon_{yy} = 1249,12$                                                  | $\epsilon_{yy} = 1022,21$                                                  | $\epsilon_{yy} = 864,39$                                                    |
|                |                                                                        | $\gamma_{xy} = -11,58$                                                 | $\gamma_{xy} = 15,06$                                                   | $\gamma_{xy} = -405,80$                                                    | $\gamma_{xy} = 560,66$                                                     | $\gamma_{xy} = 473,02$                                                      |
| 1500           | ---                                                                    | $\sigma_{xx} = 105,07$                                                 | $\sigma_{xx} = 65,43$                                                   | $\sigma_{xx} = 48,31$                                                      | $\sigma_{xx} = 64,31$                                                      | $\sigma_{xx} = 54,97$                                                       |
|                |                                                                        | $\sigma_{yy} = 105,07$                                                 | $\sigma_{yy} = 66,15$                                                   | $\sigma_{yy} = 104,48$                                                     | $\sigma_{yy} = 94,05$                                                      | $\sigma_{yy} = 79,73$                                                       |
|                |                                                                        | $\tau_{xy} = -0,30$                                                    | $\tau_{xy} = 0,39$                                                      | $\tau_{xy} = -10,60$                                                       | $\tau_{xy} = 14,65$                                                        | $\tau_{xy} = 12,36$                                                         |
| 1500           | ---                                                                    | $\epsilon_{xx} = 1208$                                                 | $\epsilon_{xx} = 740$                                                   | $\epsilon_{xx} = 210,11$                                                   | $\epsilon_{xx} = 544,47$                                                   | $\epsilon_{xx} = 463,12$                                                    |
|                |                                                                        | $\epsilon_{yy} = 1210$                                                 | $\epsilon_{yy} = 771,23$                                                | $\epsilon_{yy} = 1508,20$                                                  | $\epsilon_{yy} = 1226,26$                                                  | $\epsilon_{yy} = 1075,26$                                                   |
|                |                                                                        | $\gamma_{xy} = -15,06$                                                 | $\gamma_{xy} = 1,16$                                                    | $\gamma_{xy} = -477,91$                                                    | $\gamma_{xy} = 673,50$                                                     | $\gamma_{xy} = 565,66$                                                      |
| 1500           | ---                                                                    | $\sigma_{xx} = 129,71$                                                 | $\sigma_{xx} = 80,28$                                                   | $\sigma_{xx} = 58,29$                                                      | $\sigma_{xx} = 77,21$                                                      | $\sigma_{xx} = 66,56$                                                       |
|                |                                                                        | $\sigma_{yy} = 129,81$                                                 | $\sigma_{yy} = 81,92$                                                   | $\sigma_{yy} = 126,14$                                                     | $\sigma_{yy} = 112,84$                                                     | $\sigma_{yy} = 98,55$                                                       |
|                |                                                                        | $\tau_{xy} = -0,39$                                                    | $\tau_{xy} = 0,03$                                                      | $\tau_{xy} = -12,49$                                                       | $\tau_{xy} = 17,60$                                                        | $\tau_{xy} = 14,78$                                                         |

**Determinação dos valores de  $K_I$  médio (média aritmética de  $K_I'$ ,  $K_I''$  e  $K_I'''$ ) experimentais, lado "A"**

Tabela 5-8 - Valores de  $K_I$  experimentais (valores médios) para as diversas cargas de ensaio, lado "A".

| $K_{I \text{ teórico}}$<br>(MPa $\sqrt{m}$ ) | Tensões ( $\sigma$ e $\tau$ ) em MPa e $K_I$ em MPa $\sqrt{m}$                                      |                                                           |                                                                                                     |                                                           |                                                                                                   |                                                            |
|----------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
|                                              | Ponto [1]                                                                                           | $r = 1,64 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 0^\circ$ | Ponto [2]                                                                                           | $r = 4,72 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 0^\circ$ | Ponto [3]                                                                                         | $r = 11,53 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 0^\circ$ |
| (500 kgf)                                    | $\sigma_{xx} = 69,98 \rightarrow K_I' = 7,10$<br>$\sigma_{yy} = 70,40 \rightarrow K_I'' = 7,15$     |                                                           | $\sigma_{xx} = 40,07 \rightarrow K_I' = 6,90$<br>$\sigma_{yy} = 40,14 \rightarrow K_I'' = 6,91$     |                                                           | $\sigma_{xx} = 27,07 \rightarrow K_I' = 7,28$<br>$\sigma_{yy} = 27,10 \rightarrow K_I'' = 7,29$   |                                                            |
| 7,03                                         | $K_I \text{ médio} = 7,13$                                                                          |                                                           | $K_I \text{ médio} = 6,91$                                                                          |                                                           | $K_I \text{ médio} = 7,29$                                                                        |                                                            |
| (750 kgf)                                    | $\sigma_{xx} = 104,96 \rightarrow K_I' = 10,65$<br>$\sigma_{yy} = 105,55 \rightarrow K_I'' = 10,71$ |                                                           | $\sigma_{xx} = 63,06 \rightarrow K_I' = 10,86$<br>$\sigma_{yy} = 63,16 \rightarrow K_I'' = 10,88$   |                                                           | $\sigma_{xx} = 40,62 \rightarrow K_I' = 10,93$<br>$\sigma_{yy} = 40,73 \rightarrow K_I'' = 10,96$ |                                                            |
| 10,54                                        | $K_I \text{ médio} = 10,68$                                                                         |                                                           | $K_I \text{ médio} = 10,87$                                                                         |                                                           | $K_I \text{ médio} = 10,95$                                                                       |                                                            |
| (1000 kgf)                                   | $\sigma_{xx} = 139,95 \rightarrow K_I' = 14,21$<br>$\sigma_{yy} = 140,75 \rightarrow K_I'' = 14,29$ |                                                           | $\sigma_{xx} = 78,93 \rightarrow K_I' = 13,59$<br>$\sigma_{yy} = 79,20 \rightarrow K_I'' = 13,64$   |                                                           | $\sigma_{xx} = 54,70 \rightarrow K_I' = 14,72$<br>$\sigma_{yy} = 54,84 \rightarrow K_I'' = 14,76$ |                                                            |
| 14,06                                        | $K_I \text{ médio} = 14,25$                                                                         |                                                           | $K_I \text{ médio} = 13,62$                                                                         |                                                           | $K_I \text{ médio} = 14,74$                                                                       |                                                            |
| (1250 kgf)                                   | $\sigma_{xx} = 174,94 \rightarrow K_I' = 17,76$<br>$\sigma_{yy} = 175,95 \rightarrow K_I'' = 17,86$ |                                                           | $\sigma_{xx} = 98,99 \rightarrow K_I' = 17,05$<br>$\sigma_{yy} = 99,06 \rightarrow K_I'' = 17,06$   |                                                           | $\sigma_{xx} = 68,22 \rightarrow K_I' = 18,36$<br>$\sigma_{yy} = 68,15 \rightarrow K_I'' = 18,34$ |                                                            |
| 17,57                                        | $K_I \text{ médio} = 17,81$                                                                         |                                                           | $K_I \text{ médio} = 17,05$                                                                         |                                                           | $K_I \text{ médio} = 18,35$                                                                       |                                                            |
| (1500 kgf)                                   | $\sigma_{xx} = 209,93 \rightarrow K_I' = 21,31$<br>$\sigma_{yy} = 211,15 \rightarrow K_I'' = 21,43$ |                                                           | $\sigma_{xx} = 118,98 \rightarrow K_I' = 20,49$<br>$\sigma_{yy} = 119,29 \rightarrow K_I'' = 20,54$ |                                                           | $\sigma_{xx} = 82,77 \rightarrow K_I' = 22,28$<br>$\sigma_{yy} = 83,01 \rightarrow K_I'' = 22,34$ |                                                            |
| 21,09                                        | $K_I \text{ médio} = 21,37$                                                                         |                                                           | $K_I \text{ médio} = 20,52$                                                                         |                                                           | $K_I \text{ médio} = 22,31$                                                                       |                                                            |

| $K_{I \text{ teórico}}$<br>(MPa $\sqrt{m}$ ) | Tensões ( $\sigma$ e $\tau$ ) em MPa e $K_I$ em MPa $\sqrt{m}$                                                                                       |                                                               |                                                                                                                                                       |                                                                |                                                                                                                                                      |                                                                 |
|----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
|                                              | Ponto [4]                                                                                                                                            | $r = 7,59 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 45,37^\circ$ | Ponto [5]                                                                                                                                             | $r = 8,59 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = -29,53^\circ$ | Ponto [6]                                                                                                                                            | $r = 12,77 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = -29,53^\circ$ |
| (500 kgf)                                    | $\sigma_{xx} = 20,47 \rightarrow K_I' = 7,53$<br>$\sigma_{yy} = 43,32 \rightarrow K_I'' = 7,56$<br>$\tau_{xy} = 4,47 \rightarrow K_I''' = 7,30$      |                                                               | $\sigma_{xx} = 26,07 \rightarrow K_I' = 7,62$<br>$\sigma_{yy} = 37,15 \rightarrow K_I'' = 7,53$<br>$\tau_{xy} = -5,98 \rightarrow K_I''' = 7,82$      |                                                                | $\sigma_{xx} = 21,73 \rightarrow K_I' = 7,77$<br>$\sigma_{yy} = 31,12 \rightarrow K_I'' = 7,72$<br>$\tau_{xy} = -4,81 \rightarrow K_I''' = 7,71$     |                                                                 |
| 7,03                                         | $K_I \text{ médio} = 7,46$                                                                                                                           |                                                               | $K_I \text{ médio} = 7,66$                                                                                                                            |                                                                | $K_I \text{ médio} = 7,74$                                                                                                                           |                                                                 |
| (750 kgf)                                    | $\sigma_{xx} = 30,74 \rightarrow K_I' = 11,30$<br>$\sigma_{yy} = 65,02 \rightarrow K_I'' = 11,34$<br>$\tau_{xy} = 6,69 \rightarrow K_I''' = 10,93$   |                                                               | $\sigma_{xx} = 38,30 \rightarrow K_I' = 11,19$<br>$\sigma_{yy} = 54,72 \rightarrow K_I'' = 11,09$<br>$\tau_{xy} = -8,78 \rightarrow K_I''' = 11,50$   |                                                                | $\sigma_{xx} = 33,24 \rightarrow K_I' = 11,89$<br>$\sigma_{yy} = 47,60 \rightarrow K_I'' = 11,82$<br>$\tau_{xy} = -7,34 \rightarrow K_I''' = 11,77$  |                                                                 |
| 10,54                                        | $K_I \text{ médio} = 11,19$                                                                                                                          |                                                               | $K_I \text{ médio} = 11,26$                                                                                                                           |                                                                | $K_I \text{ médio} = 11,83$                                                                                                                          |                                                                 |
| (1000 kgf)                                   | $\sigma_{xx} = 41,34 \rightarrow K_I' = 15,20$<br>$\sigma_{yy} = 87,46 \rightarrow K_I'' = 15,26$<br>$\tau_{xy} = 9,06 \rightarrow K_I''' = 14,80$   |                                                               | $\sigma_{xx} = 51,06 \rightarrow K_I' = 14,92$<br>$\sigma_{yy} = 72,82 \rightarrow K_I'' = 14,76$<br>$\tau_{xy} = -11,71 \rightarrow K_I''' = 15,33$  |                                                                | $\sigma_{xx} = 43,73 \rightarrow K_I' = 15,65$<br>$\sigma_{yy} = 62,47 \rightarrow K_I'' = 15,51$<br>$\tau_{xy} = -9,71 \rightarrow K_I''' = 15,57$  |                                                                 |
| 14,06                                        | $K_I \text{ médio} = 15,09$                                                                                                                          |                                                               | $K_I \text{ médio} = 15,00$                                                                                                                           |                                                                | $K_I \text{ médio} = 15,58$                                                                                                                          |                                                                 |
| (1250 kgf)                                   | $\sigma_{xx} = 52,65 \rightarrow K_I' = 19,36$<br>$\sigma_{yy} = 111,42 \rightarrow K_I'' = 19,43$<br>$\tau_{xy} = 11,51 \rightarrow K_I''' = 18,81$ |                                                               | $\sigma_{xx} = 63,83 \rightarrow K_I' = 18,64$<br>$\sigma_{yy} = 91,06 \rightarrow K_I'' = 18,45$<br>$\tau_{xy} = -14,63 \rightarrow K_I''' = 19,16$  |                                                                | $\sigma_{xx} = 56,50 \rightarrow K_I' = 20,21$<br>$\sigma_{yy} = 80,92 \rightarrow K_I'' = 20,09$<br>$\tau_{xy} = -12,52 \rightarrow K_I''' = 20,08$ |                                                                 |
| 17,57                                        | $K_I \text{ médio} = 19,20$                                                                                                                          |                                                               | $K_I \text{ médio} = 18,75$                                                                                                                           |                                                                | $K_I \text{ médio} = 20,13$                                                                                                                          |                                                                 |
| (1500 kgf)                                   | $\sigma_{xx} = 62,04 \rightarrow K_I' = 22,81$<br>$\sigma_{yy} = 131,20 \rightarrow K_I'' = 22,88$<br>$\tau_{xy} = 13,58 \rightarrow K_I''' = 22,19$ |                                                               | $\sigma_{xx} = 76,60 \rightarrow K_I' = 22,37$<br>$\sigma_{yy} = 109,23 \rightarrow K_I'' = 22,13$<br>$\tau_{xy} = -17,56 \rightarrow K_I''' = 23,00$ |                                                                | $\sigma_{xx} = 65,29 \rightarrow K_I' = 23,36$<br>$\sigma_{yy} = 93,39 \rightarrow K_I'' = 23,18$<br>$\tau_{xy} = -14,49 \rightarrow K_I''' = 23,24$ |                                                                 |
| 21,09                                        | $K_I \text{ médio} = 22,63$                                                                                                                          |                                                               | $K_I \text{ médio} = 22,50$                                                                                                                           |                                                                | $K_I \text{ médio} = 23,26$                                                                                                                          |                                                                 |

**Determinação dos valores de  $K_I$  médios (média aritmética de  $K_I'$ ,  $K_I''$  e  $K_I'''$ )  
experimentais, lado "B"**

Tabela 5-9 - Valores de  $K_I$  experimentais (valores médios) para as diversas cargas de ensaio, lado "B".

| $K_I$ teórico<br>(MPa $\sqrt{m}$ ) | Tensões ( $\sigma$ e $\tau$ ) em MPa e $K_I$ em MPa $\sqrt{m}$ |                                                           |                                                                                                                                    |                                                                                                                                  |           |                                                            |
|------------------------------------|----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|------------------------------------------------------------|
|                                    | Ponto [1]                                                      | $r = 1,44 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 0^\circ$ | Ponto [2]                                                                                                                          | $r = 4,59 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 0^\circ$                                                                        | Ponto [3] | $r = 11,90 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 0^\circ$ |
| (500 kgf)                          | —                                                              |                                                           | $\sigma_{xx} = 43,31 \rightarrow K_I' = 7,35$<br>$\sigma_{yy} = 43,20 \rightarrow K_I'' = 7,34$<br>$K_I \text{ médio} = 7,35$      | $\sigma_{xx} = 26,99 \rightarrow K_I' = 7,38$<br>$\sigma_{yy} = 28,52 \rightarrow K_I'' = 7,80$<br>$K_I \text{ médio} = 7,59$    |           |                                                            |
| 7,03                               |                                                                |                                                           |                                                                                                                                    |                                                                                                                                  |           |                                                            |
| (750 kgf)                          | —                                                              |                                                           | $\sigma_{xx} = 64,93 \rightarrow K_I' = 11,03$<br>$\sigma_{yy} = 64,93 \rightarrow K_I'' = 11,03$<br>$K_I \text{ médio} = 11,03$   | $\sigma_{xx} = 38,86 \rightarrow K_I' = 10,63$<br>$\sigma_{yy} = 39,49 \rightarrow K_I'' = 10,80$<br>$K_I \text{ médio} = 10,71$ |           |                                                            |
| 10,54                              |                                                                |                                                           |                                                                                                                                    |                                                                                                                                  |           |                                                            |
| (1000 kgf)                         | —                                                              |                                                           | $\sigma_{xx} = 85,15 \rightarrow K_I' = 14,46$<br>$\sigma_{yy} = 85,22 \rightarrow K_I'' = 14,47$<br>$K_I \text{ médio} = 14,47$   | $\sigma_{xx} = 53,64 \rightarrow K_I' = 14,67$<br>$\sigma_{yy} = 54,82 \rightarrow K_I'' = 14,99$<br>$K_I \text{ médio} = 14,83$ |           |                                                            |
| 14,06                              |                                                                |                                                           |                                                                                                                                    |                                                                                                                                  |           |                                                            |
| (1250 kgf)                         | —                                                              |                                                           | $\sigma_{xx} = 105,07 \rightarrow K_I' = 17,84$<br>$\sigma_{yy} = 105,07 \rightarrow K_I'' = 17,84$<br>$K_I \text{ médio} = 17,84$ | $\sigma_{xx} = 65,43 \rightarrow K_I' = 17,89$<br>$\sigma_{yy} = 66,15 \rightarrow K_I'' = 18,09$<br>$K_I \text{ médio} = 17,99$ |           |                                                            |
| 17,57                              |                                                                |                                                           |                                                                                                                                    |                                                                                                                                  |           |                                                            |
| (1500 kgf)                         | —                                                              |                                                           | $\sigma_{xx} = 129,71 \rightarrow K_I' = 22,03$<br>$\sigma_{yy} = 129,81 \rightarrow K_I'' = 22,04$<br>$K_I \text{ médio} = 22,04$ | $\sigma_{xx} = 80,28 \rightarrow K_I' = 21,95$<br>$\sigma_{yy} = 81,92 \rightarrow K_I'' = 22,40$<br>$K_I \text{ médio} = 22,18$ |           |                                                            |
| 21,09                              |                                                                |                                                           |                                                                                                                                    |                                                                                                                                  |           |                                                            |

| $K_I$ teórico<br>(MPa $\sqrt{m}$ ) | Tensões ( $\sigma$ e $\tau$ ) em MPa e $K_I$ em MPa $\sqrt{m}$                                                                                                                       |                                                               |                                                                                                                                                                                     |                                                               |                                                                                                                                                                                    |                                                                |
|------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
|                                    | Ponto [4]                                                                                                                                                                            | $r = 7,85 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = -45,9^\circ$ | Ponto [5]                                                                                                                                                                           | $r = 8,82 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 30,53^\circ$ | Ponto [6]                                                                                                                                                                          | $r = 12,62 \times 10^{-3} \text{ m}$<br>$\theta = 30,53^\circ$ |
| (500 kgf)                          | $\sigma_{xx} = 19,48 \rightarrow K_I' = 7,37$<br>$\sigma_{yy} = 41,78 \rightarrow K_I'' = 7,39$<br>$\tau_{xy} = -4,38 \rightarrow K_I''' = 7,48$<br>$K_I \text{ médio} = 7,41$       |                                                               | $\sigma_{xx} = 25,74 \rightarrow K_I' = 7,72$<br>$\sigma_{yy} = 37,64 \rightarrow K_I'' = 7,73$<br>$\tau_{xy} = 5,87 \rightarrow K_I''' = 7,80$<br>$K_I \text{ médio} = 7,75$       |                                                               | $\sigma_{xx} = 22,01 \rightarrow K_I' = 7,90$<br>$\sigma_{yy} = 32,11 \rightarrow K_I'' = 7,89$<br>$\tau_{xy} = 5,00 \rightarrow K_I''' = 7,96$<br>$K_I \text{ médio} = 7,92$      |                                                                |
| 7,03                               |                                                                                                                                                                                      |                                                               |                                                                                                                                                                                     |                                                               |                                                                                                                                                                                    |                                                                |
| (750 kgf)                          | $\sigma_{xx} = 29,18 \rightarrow K_I' = 11,05$<br>$\sigma_{yy} = 62,92 \rightarrow K_I'' = 11,13$<br>$\tau_{xy} = -6,20 \rightarrow K_I''' = 10,59$<br>$K_I \text{ médio} = 10,92$   |                                                               | $\sigma_{xx} = 38,63 \rightarrow K_I' = 11,59$<br>$\sigma_{yy} = 56,43 \rightarrow K_I'' = 11,60$<br>$\tau_{xy} = 8,82 \rightarrow K_I''' = 11,72$<br>$K_I \text{ médio} = 11,64$   |                                                               | $\sigma_{xx} = 32,53 \rightarrow K_I' = 11,67$<br>$\sigma_{yy} = 47,40 \rightarrow K_I'' = 11,65$<br>$\tau_{xy} = 7,36 \rightarrow K_I''' = 11,70$<br>$K_I \text{ médio} = 11,68$  |                                                                |
| 10,54                              |                                                                                                                                                                                      |                                                               |                                                                                                                                                                                     |                                                               |                                                                                                                                                                                    |                                                                |
| (1000 kgf)                         | $\sigma_{xx} = 38,90 \rightarrow K_I' = 14,72$<br>$\sigma_{yy} = 83,91 \rightarrow K_I'' = 14,84$<br>$\tau_{xy} = -8,42 \rightarrow K_I''' = 14,38$<br>$K_I \text{ médio} = 14,65$   |                                                               | $\sigma_{xx} = 51,26 \rightarrow K_I' = 15,38$<br>$\sigma_{yy} = 75,20 \rightarrow K_I'' = 15,45$<br>$\tau_{xy} = 11,61 \rightarrow K_I''' = 15,44$<br>$K_I \text{ médio} = 15,43$  |                                                               | $\sigma_{xx} = 43,32 \rightarrow K_I' = 15,55$<br>$\sigma_{yy} = 63,13 \rightarrow K_I'' = 15,52$<br>$\tau_{xy} = 9,74 \rightarrow K_I''' = 15,49$<br>$K_I \text{ médio} = 15,52$  |                                                                |
| 14,06                              |                                                                                                                                                                                      |                                                               |                                                                                                                                                                                     |                                                               |                                                                                                                                                                                    |                                                                |
| (1250 kgf)                         | $\sigma_{xx} = 48,31 \rightarrow K_I' = 18,29$<br>$\sigma_{yy} = 104,48 \rightarrow K_I'' = 18,48$<br>$\tau_{xy} = -10,60 \rightarrow K_I''' = 18,12$<br>$K_I \text{ médio} = 18,30$ |                                                               | $\sigma_{xx} = 64,31 \rightarrow K_I' = 19,30$<br>$\sigma_{yy} = 94,05 \rightarrow K_I'' = 19,33$<br>$\tau_{xy} = 14,65 \rightarrow K_I''' = 19,49$<br>$K_I \text{ médio} = 19,37$  |                                                               | $\sigma_{xx} = 54,97 \rightarrow K_I' = 19,73$<br>$\sigma_{yy} = 79,73 \rightarrow K_I'' = 19,60$<br>$\tau_{xy} = 12,36 \rightarrow K_I''' = 19,67$<br>$K_I \text{ médio} = 19,66$ |                                                                |
| 17,57                              |                                                                                                                                                                                      |                                                               |                                                                                                                                                                                     |                                                               |                                                                                                                                                                                    |                                                                |
| (1500 kgf)                         | $\sigma_{xx} = 58,29 \rightarrow K_I' = 22,06$<br>$\sigma_{yy} = 126,14 \rightarrow K_I'' = 22,31$<br>$\tau_{xy} = -12,49 \rightarrow K_I''' = 21,34$<br>$K_I \text{ médio} = 21,91$ |                                                               | $\sigma_{xx} = 77,21 \rightarrow K_I' = 23,16$<br>$\sigma_{yy} = 112,84 \rightarrow K_I'' = 23,19$<br>$\tau_{xy} = 17,60 \rightarrow K_I''' = 23,41$<br>$K_I \text{ médio} = 23,25$ |                                                               | $\sigma_{xx} = 66,56 \rightarrow K_I' = 23,89$<br>$\sigma_{yy} = 98,55 \rightarrow K_I'' = 24,23$<br>$\tau_{xy} = 14,78 \rightarrow K_I''' = 23,52$<br>$K_I \text{ médio} = 23,88$ |                                                                |
| 21,09                              |                                                                                                                                                                                      |                                                               |                                                                                                                                                                                     |                                                               |                                                                                                                                                                                    |                                                                |

#### 5.4 - Variação dos valores de $K_I$ médios experimentais em função de "r", para diversas cargas experimentais

Tabela 5-10 - Valores de  $K_I$  médio experimental para o lado "A" para as diversas cargas experimentais em função de "r".

| Carga<br>kgf | $r=1,64 \times 10^{-3}$<br>m | $r=4,72 \times 10^{-3}$<br>m | $r=7,59 \times 10^{-3}$<br>m | $r=8,59 \times 10^{-3}$<br>m | $r=11,53 \times 10^{-3}$<br>m | $r=12,77 \times 10^{-3}$<br>m |
|--------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 500          | 7,13                         | 6,91                         | 7,46                         | 7,66                         | 7,29                          | 7,74                          |
| 750          | 10,68                        | 10,87                        | 11,19                        | 11,26                        | 10,95                         | 11,83                         |
| 1.000        | 14,25                        | 13,62                        | 15,09                        | 15,00                        | 14,74                         | 15,58                         |
| 1.250        | 17,80                        | 17,05                        | 19,20                        | 18,75                        | 18,35                         | 20,13                         |
| 1.500        | 21,37                        | 20,52                        | 22,63                        | 22,50                        | 22,31                         | 23,26                         |

Tabela 5-11 - Valores de  $K_I$  médio experimental para o lado "B" para as diversas cargas experimentais em função de "r".

| Carga<br>kgf | $r=1,44 \times 10^{-3}$<br>m | $r=4,59 \times 10^{-3}$<br>m | $r=7,85 \times 10^{-3}$<br>m | $r=8,82 \times 10^{-3}$<br>m | $r=11,59 \times 10^{-3}$<br>m | $r=12,62 \times 10^{-3}$<br>m |
|--------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 500          | —                            | 7,35                         | 7,41                         | 7,75                         | 7,59                          | 7,92                          |
| 750          | —                            | 11,03                        | 10,92                        | 11,64                        | 10,71                         | 11,68                         |
| 1.000        | —                            | 14,47                        | 14,65                        | 15,43                        | 14,83                         | 15,52                         |
| 1.250        | —                            | 17,84                        | 18,30                        | 19,37                        | 17,99                         | 19,66                         |
| 1.500        | —                            | 22,04                        | 21,91                        | 23,25                        | 22,18                         | 23,88                         |

Tabela 5-12 – Variação entre  $K_I$  experimental médio e  $K_{I \text{ teórico}}$  para as diversas cargas ensaiadas e para todos os valores de “r” ensaiados.

| Carga<br>kgf | $K_{It}$<br>$\text{MPa}\sqrt{m}$ | $K_I$ experimental médio*<br>$\text{MPa}\sqrt{m}$ | Variação entre o valor<br>experimental médio e o valor teórico                 |
|--------------|----------------------------------|---------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
|              |                                  |                                                   | $\left( \frac{K_{I \text{ exp. médio}} - K_{It}}{K_{It}} \right) \times 100\%$ |
| 500          | 7,03                             | 7,47                                              | 6,31                                                                           |
| 750          | 10,54                            | 11,16                                             | 5,88                                                                           |
| 1.000        | 14,06                            | 14,83                                             | 5,51                                                                           |
| 1.250        | 17,57                            | 18,59                                             | 5,78                                                                           |
| 1.500        | 21,09                            | 22,35                                             | 5,97                                                                           |

\*Média aritmética das onze medidas dos lados A e B.

Tabela 5-13 – Variação entre  $K_I$  experimental médio e  $K_{I \text{ teórico}}$  para  $r > 12\text{mm}$  para as diversas cargas ensaiadas.

| Carga<br>kgf | $K_{It}$<br>$\text{MPa}\sqrt{m}$ | $K_I$ experimental<br>$r=12,62 \times 10^{-3}$ | $K_I \text{ exp.} / K_{It}$<br>(%) | $K_I$<br>experimental<br>$r=12,77 \times 10^{-3}$ | $K_I \text{ exp.} / K_{It}$<br>(%) |
|--------------|----------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------------------|------------------------------------|
|              |                                  | $\text{MPa}\sqrt{m}$                           |                                    | $\text{MPa}\sqrt{m}$                              |                                    |
| 500          | 7,03                             | 7,92                                           | 12,66                              | 7,94                                              | 10,10                              |
| 750          | 10,54                            | 11,18                                          | 10,80                              | 11,83                                             | 12,24                              |
| 1.000        | 14,06                            | 15,52                                          | 10,38                              | 15,58                                             | 10,81                              |
| 1.250        | 17,57                            | 19,66                                          | 11,90                              | 20,13                                             | 14,57                              |
| 1.500        | 21,09                            | 23,88                                          | 13,23                              | 23,26                                             | 10,29                              |

Pela tabela 5.12 se verifica que os valores de  $K_I$  experimentais são, na média global, superiores aos valores teóricos em 5,89%, considerando todos os valores de “r” ensaiados. Pela Tabela 5.13 se verifica que para os valores de “r” superiores a 12mm os valores de  $K_I$  experimentais são superiores aos valores teóricos em 11,7%.

As tensões em pontos “R” suficientemente próximas do ponto de trinca são dados pelas expressões de Mecânica da Fratura Elástico Linear:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \sin \left( \frac{3\theta}{2} \right) \right] \\ \sigma_{yy} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 + \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \sin \left( \frac{3\theta}{2} \right) \right] \\ \tau_{yx} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \left( \frac{3\theta}{2} \right) \\ \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0 \end{cases}$$

Para pontos “R” afastados do ponto de trinca em pelo menos 12mm, a variação de  $K_I$  experimental/ $K_{It}$  é de 11,7% bem maior do que o valor de 5,89 quando considerada a média para todos os pontos ensaiados (ver Tabela 5.12). Isto se deve às tensões de 2ª ordem definidas pela função  $Q(r^0)$  (3.6). Esta alteração no comportamento das tensões para pontos suficientemente afastados do ponto da trinca são referidos por Liebovitz [23].

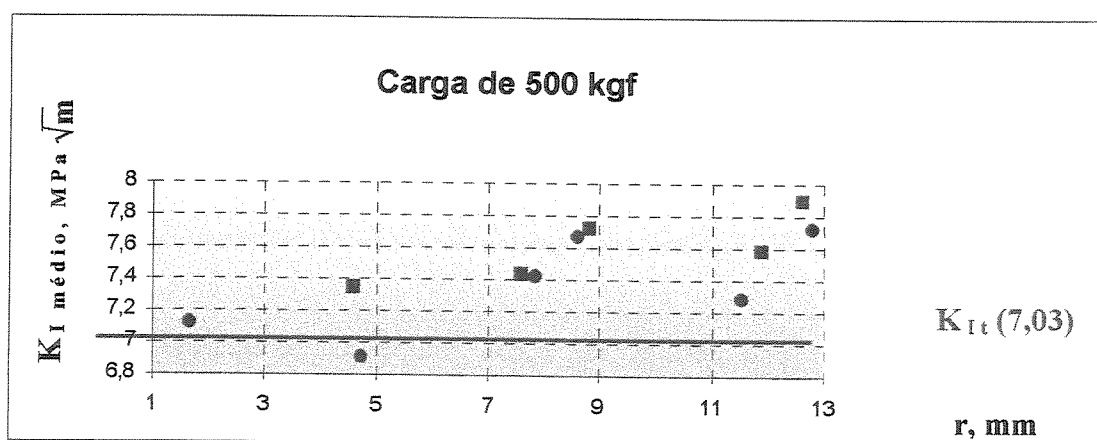


Figura 5-13 - Variação de  $K_I$  médio função de "r", carga de 500 kgf. ● Lado A ■ Lado B

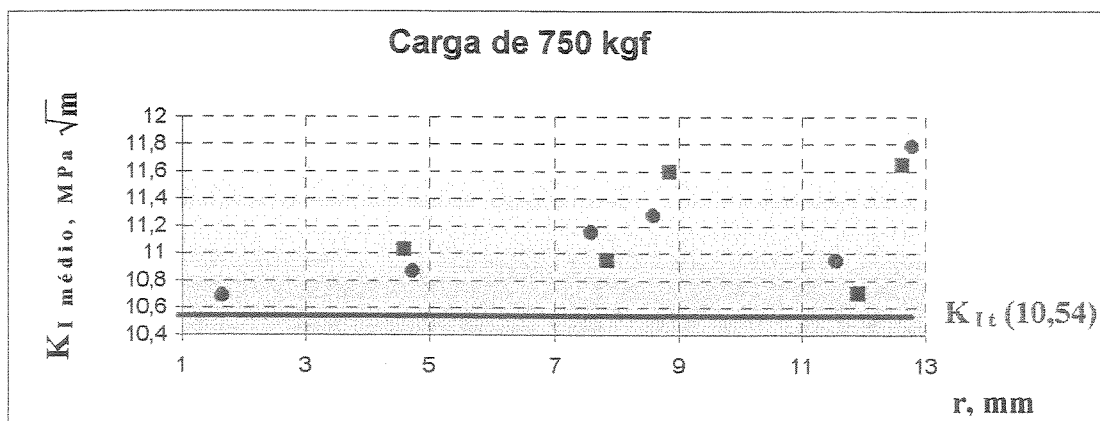


Figura 5-14 - Variação de  $K_{I \text{ médio}}$  função de "r", carga de 750 kgf. ● Lado A  
■ Lado B

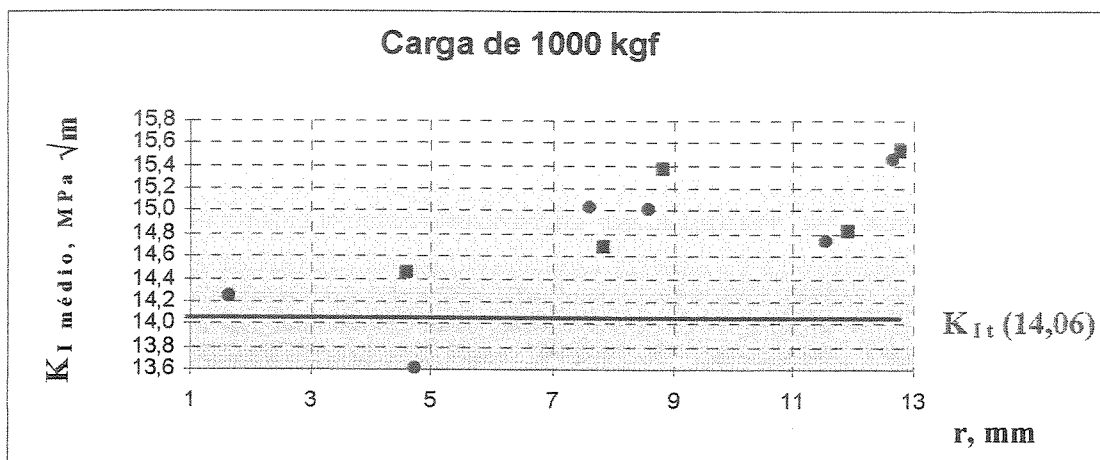


Figura 5-15 - Variação de  $K_{I \text{ médio}}$  função de "r", carga de 1000 kgf. ● Lado A  
■ Lado B

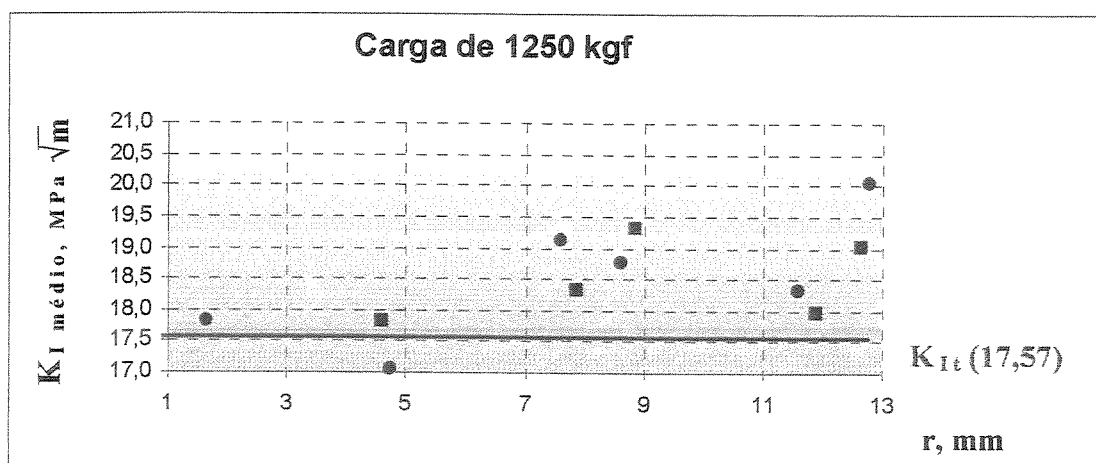


Figura 5-16 - Variação de  $K_{I \text{ médio}}$  função de "r", carga de 1250 kgf. ● Lado A  
■ Lado B

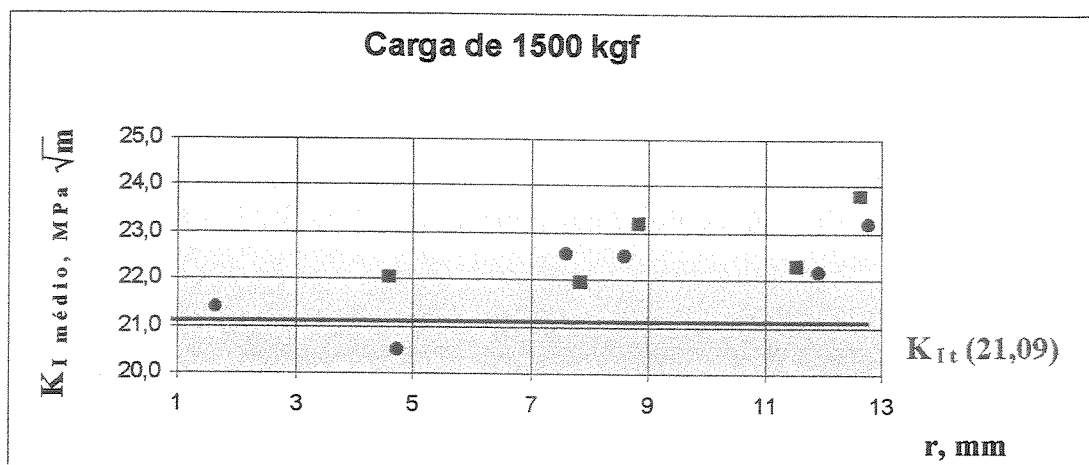


Figura 5-17 - Variação de  $K_{I \text{ médio}}$  função de "r", carga de 1500 kgf. ● Lado A  
■ Lado B

### 5.5 - Variação do deslocamento da máquina universal de tração durante o ensaio.

Tabela 5-14 - Deslocamento lidos na máquina universal de tração durante o ensaio de "Compact Tension", para os lados A e B.

| Carga<br>(kgf) | u              |                | u (médio)<br>(mm) |
|----------------|----------------|----------------|-------------------|
|                | Mínimo<br>(mm) | Máximo<br>(mm) |                   |
| 500            | 0,73           | 0,76           | 0,75              |
| 750            | 1,03           | 1,06           | 1,04              |
| 1000           | 1,3            | 1,31           | 1,30              |
| 1250           | 1,54           | 1,56           | 1,55              |
| 1500           | 1,80           | 1,81           | 1,80              |

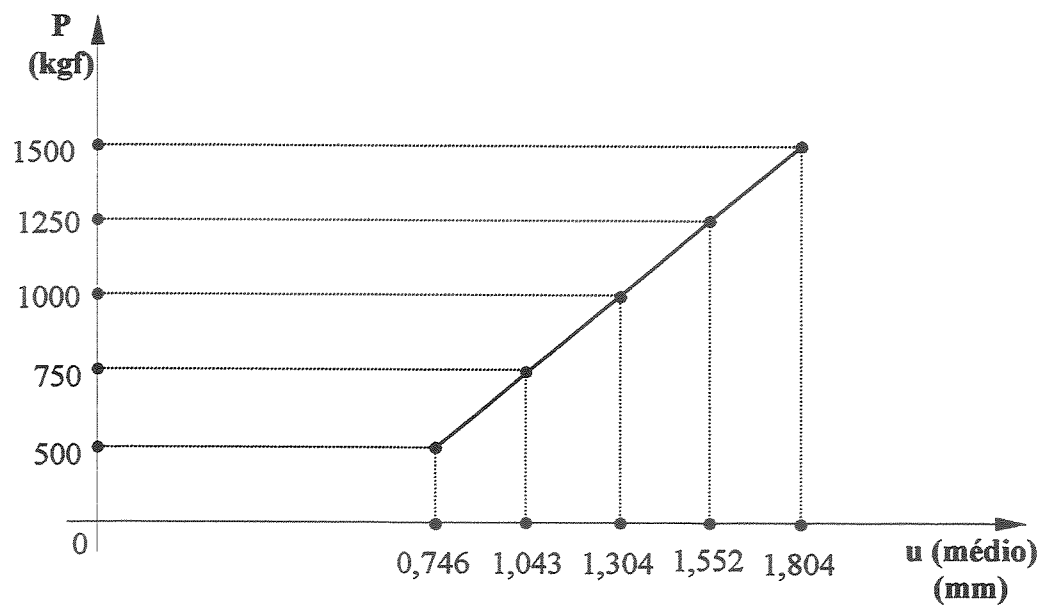


Figura 5-18 - Relação entre carga e deslocamento no ensaio de "Compact Tension"

Neste gráfico é mostrado a linearidade entre carga de ensaio e deslocamento lido na máquina de ensaio à tração, o que mostra que todo o ensaio foi feito no regime elástico.

#### 5.6 - Valores obtidos na deformação da boca da trinca: (CMOD)

Tabela 5-15 - Deslocamento na boca da trinca durante o ensaio de "Compact Tension"

| Carga (kgf) | X + CMOD (mm) | CMOD (mm) |
|-------------|---------------|-----------|
| 500         | 5,68          | 0,08      |
| 750         | 5,76          | 0,16      |
| 1000        | 5,82          | 0,22      |
| 1250        | 5,86          | 0,26      |
| 1500        | 5,91          | 0,31      |

X - Abertura na parte da trinca antes de se iniciar o ensaio = 5,6mm

## 5.7 - Discussão dos resultados obtidos

Pela tabela 5.12, observamos que o valor de  $K_I$  teórico e o valor de  $K_I$  experimental médio apresentam uma pequena diferença (5,89%) em pontos situados até 12mm da ponta da trinca. Para pontos suficientemente distantes da ponta da trinca, verificamos que a diferença entre  $K_I$  experimental e  $K_I$  teórico é da ordem de 11,7%. Esta diferença mostra que já não são perfeitamente válidas as expressões dadas pela Mecânica da Fratura Elástico Linear que devem ser aumentadas da função  $Q(r^\theta)(3-6)$  e que são as tensões de 2ª ordem de Liebowitz [23]. Embora Irwin tivesse sugerido a utilização de extensômetros elétricos na determinação do fator de intensificação de tensões em pontos próximos ao ponto de trinca em 1957, poucos progressos implementaram esta sugestão. A primeira razão no atraso do desenvolvimento de idéias de utilização dos extensômetros elétricos envolve o tamanho do extensômetro. Questões que levam em consideração os gradientes de deformação, as grandezas de deformação a serem lidos pelos extensômetros na proximidade da trinca e o tamanho dos extensômetros comparado com o tamanho da região a ser estudada. A segunda razão para o atraso é a disponibilidade de outros métodos experimentais para a determinação dos fatores de intensificação de tensões [13].

No entanto a estimativa de tensões reais em estruturas com entalhes sob a ação de cargas contidas em um plano pode ser estimada com poucos extensômetros [17]. Neste método, o campo de tensões é estudado pelas equações que analisam o estado de tensão por elementos de contorno.

Dalby e Sanford [13] fizeram um ensaio Compact Tension em um corpo de prova em alumínio 6061T6 com dimensões  $w=305\text{mm}$ , espessura  $6,35\text{mm}$ ,  $a/w=0,5$  para comparar os resultados teóricos e experimentais. Neste ensaio também foram usadas rosetas que distavam até 20mm da ponta da trinca. As diferenças encontradas foram da ordem de 5%, valor este que é próximo ao encontrado neste trabalho. Segundo o trabalho realizado pelos autores citados, a área adjacente à fratura deve ser dividida em três regiões. A região I muito próxima à ponta da trinca é inválida, pois nela existe um estado triplo; na região III longe da ponta da trinca também não são válidas as fórmulas da Mecânica da Fratura Elástico Linear porque soluções das séries são truncadas descritas no campo de

deformações. A região II localizada entre as regiões I e III é uma área válida onde a solução das séries truncada representa o campo de deformação com precisão.

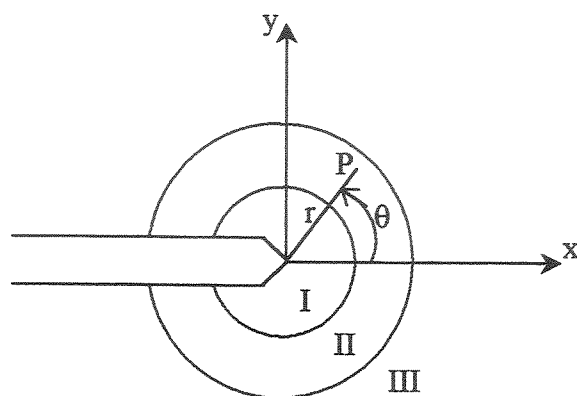


Figura 5-19 - Esquema ilustrativo das três regiões próximas à ponta da trinca no ensaio “Compact Tension” com  $a/w=0,5$ .

## **Capítulo 6 – Conclusões e sugestões para próximos trabalhos**

### **6.1 – Conclusões**

Para as condições analisadas neste trabalho, os valores de  $K_I$  experimentais são próximos dos obtidos teoricamente por meio da MFEL em pontos distantes da ponta da trinca até 12mm.

Foi observado que para “r” entre 7 e 9mm da ponta da trinca há uma dispersão maior nos resultados. Para pontos distantes, acima de 12mm, deve-se ter um aumento gradual da diferença entre  $K_I$  experimental médio e  $K_I$  teórico.

As diferenças encontradas, entre os valores teóricos e experimentais, são inferiores ou iguais às encontradas nos trabalhos citados por Dalby e Sanford [13].

### **6.2 – Sugestões para próximos trabalhos**

Determinar valores de  $K_I$  para pontos distantes da ponta da trinca acima de 12mm até 20mm em um corpo de prova com as mesmas configurações geométricas e dimensões utilizadas neste trabalho para obter um campo de deformações bastante amplo e assim se verificar as hipóteses levantadas no trabalho de Dalby e Snaford [13].

Colocar mais extensômetros na região distante da ponta da trinca entre 12 e 20mm.

Estudar a influência em outros corpos de prova com outras configurações geométricas.

Colocar mais extensômetros na região distante da ponta da trinca entre 12 e 20mm.

Estudar a influência em outros corpos de prova com outras configurações geométricas.

## Referências Bibliográficas

1. ASTM E 616-89 – Terminology Relating for fracture testing, American Society for Testing and Materials, 1989.
2. ASTM E 399-90 – Standard test Method for plane – strain fracture toughness of Materials, Maio 1992, pp 413/415, pp 418/419, pp 428.
3. ASTM E 1820-96 – Standard Test Method for Measurements of fracture toughness, 1996 pp 1006, pp 1010/1011.
4. B. Yang, K. Ravi – Chander, Engineering fracture mechanics, August 1999, pp 589/605.
5. Barreto Junior – Instrumentação Extensometria pp 1/7.  
<http://www.barretojunior.hpg.com.br/euler/ext23.htm>
6. Barreto Junior – Instrumentação Extensometria pp 1/9.  
<http://www.barretojunior.hpg.com.br/euler/ext02.htm>
7. Baker, D.B, Sanford R.J. and Chona R. – Determining K and Related Stress – Field Parameters from Displacement Field, Experimental Mechanics, 1985, pp 401/407.
8. Boresi A, Sidebottom O., Seely F., Smith O. – Advanced Mechanics of Materials, third Edition 1978, John Wiley and Sons, Inc pp 96/98.
9. Brackett, S.R. – Data Instruments USA – Basic Strain gage characteristics, pp 4/10, pp 26/30.
10. Broek, D. – Elementary Engineering Fracture Mechanics, Martinus Nijhoff Publishers 1982, pp 23/29, pp 101/108.
11. Budynass R.G. – Advanced Strength and applied Stress Analysis, Mac. Graw – Hill, 1977, pp 21, pp 85/88.

12. Dally, James W., Riley, William F., Experimental stress Analysis, Second Edition, 1978, Mc Graw Hill, Inc, pp 27/46, pp 89/119, pp 133/135, pp 162/169, pp 229/235, pp 318/333.
13. Dally J.W. and Sanford R.J., Strain Gage Methods for Measuring The opening – Mode Stress Intensity Factor  $K_I$ , Experimental Mechanics, 1987, pp 381/388.
14. Dieter, Mechanics Metallurgy SI Metric Edition, Mac Graw Hill 1988, pp 186, pp 348/354, pp 360/364, pp 398/401.
15. Fett, T., H.-A.- Bahr 1999. Engineering fracture Mechanics – Elsevier Science Ltda 1999 – Technical, Modo I – Stress intensity factors and Weight functions for short plates under different boundary conditions, pp 593/606.
16. Figueiredo e Almeida, L.D., Resistência dos Materiais, livros Érica Editora Ltda, 3ª edição 1997 pp 237, pp 239/242, pp 355/361, raciocínio pessoal sobre os círculos de Mohr.
17. Harada T. and Noguchi H., Estimative with a few strain gages of stress fields near a notch root of Actual structures under in Plane loading, Journal of testing and Evaluation JTTVA, vol. 27, nº2, 1999, pp 122/130.
18. Hertzberg, R.W. – Deformation of Fracture Mechanics of Engineering Materials, 4ª edição – John Wiley & Sons 1996, pp 315/317, pp321/328, pp 337/346, pp 441/447.
19. Hyde, T.H. Aksogan O. - A Specimen for determining fracture properties under combined Modos I, II, III crack tip conditions, Journal of strain analysis, vol 29 nº 1, 1994.
20. Juvinall, Robert C., Mc Graw Hill in Mechanical Engineering – Engineering considerations of Stress, Strain and Strength, 1967, pp 73.
21. Kurita M., Ma Y.W. – Strain measurement by a diffraction greting method, NDT, E International, 1998, pp. 77/83.
22. Langendonck, Telêmaco Van – Curso de Mecânica das estruturas, Resistência dos Materiais, Tensões, vol I – Editora Edgard Bliücher – 1971 (USP) pp 23.
23. Liebowitz, vol II – An Advanced treatise – Mathematical fundaments – School of Engineering and applied science – The George Washington University, Washington D.C., 1968, pp 169.

24. Measurements Group – Tech Note – TN 505-3 - Strain gage selection, Measurements group, 1989, pp 1/14.
25. . Measurements Group – Tech Note – TN 509 – Transverse Sensitivity Erros, Measurements group, 1993, pp 1/8.
26. Measurements Group – Tech Note – TN 515 - Strain gage Rosettes, Measurements group, 1990, pp 1/10.
27. . Measurements Group – Tech Tip – TT 603 – Bondable Terminals, Measurements group, 1983, pp 1/2.
28. Measurements Group – Tech Tip – TT 604 – Hedwire attachment, Measurements group, 1983, pp 1/2.
29. Measurements Group – Tech Tip – TT 609 – Soldering Techniques, Measurements group, 1986, pp 1/4.
30. Minguez, José Maria – Study of the fracture toughness by finite element methods, International Journal of solids and structures, 1999, Elsiever Science, pp 991/994.
31. Moore, A.J., Tyrer J.R. – Evaluation of fracture mechanic Speckle pattern inteferometry, Journal of Strain analysis, vol 29, 1994, pp 257/258.
32. Perry C.C., Lissner H.R. – The Strain gage Primer, Mc Graw Hill company 1962, pp 17/18, pp 33/48, pp 118/145, pp 165/169.
33. Pindera J.T., Liu, X.L., On The Actual 3-Dimensional Stress in Notches and Cracks, Composite Engineering, 1992, pp. 281/301.
34. Roark R.J., Young W.C. – Formulas for Stress and Strain, Fifth Edition Mc Graw Hill 1965, pp 50/54.
35. Sih, G.C., Handbook of Stress Intensity Factors, Institute of Fracture and Solid Mechanics, Lehigh University 1973, pp 328/346.
36. Shiratori M., Migoshi T., Nikanishi T., Node T., Harada M. – Detection of cracks and Measurement of Stress Intensity Factors by Infrared Video System, JSME International Journal series I – Solid Mechanics Strength of Materials, 1990, pp. 400/408.
37. Shull L.C. – Basics circuits – Mc Donald Douglas Space Systems company – Hurtungton Beach – California, 1989, pp86/97.

38. Theocaris P.S. – Local Yielding Around a Crack Tip in Plaxiglass, Journal of Applied Mechanics, 1970, pp. 409/415.
39. Wang, S.J., Dixon M.W. – A new Static failure criteria for ductile materials – Journal of Strain analysis vol 32 n° 5, 1997, pp 345/346.

## Anexo "A" - Programa MFEL

```
PROGRAM MFEL
  IMPLICIT NONE
  INTEGER, PARAMETER :: MAXSG=10
  INTEGER :: CKI, SG, I
  REAL(8) :: E, NI
  REAL(4), DIMENSION(MAXSG) :: R, TETA, TETA1, TETA2, TETA3

  OPEN(Unit=3, Access='sequential', file='entrada1.txt', status='old')
  OPEN(Unit=6, Access='sequential', file='saida.dat', status='Replace')
  CALL LEDADOS(E, NI, CKI, SG, R, TETA, TETA1, TETA2, TETA3)
  CALL CALCULO(E, NI, CKI, SG, R, TETA, TETA1, TETA2, TETA3)

END PROGRAM MFEL
```

```

SUBROUTINE LEDADOS (E,NI,CKI,SG,R,TETA,TETA1,TETA2,TETA3)
IMPLICIT NONE
INTEGER,PARAMETER::MAXSG=10
INTEGER ::CKI,SG,I
REAL(8) ::E,NI
REAL(4),DIMENSION(MAXSG)::R,TETA,TETA1,TETA2,TETA3
R=0.
TETA=0.
TETA1=0.
TETA2=0.
TETA3=0.
WRITE(6,*) 'MODULO,POISSON,CKI,NUM.STRAIN GAGES '
READ(3,*) E,NI,CKI,SG
WRITE(6,*) E,NI,CKI,SG
WRITE(6,*) 'R,TETA,TETA1,TETA2,TETA3'
DO I=1,SG
  READ(3,*) R(I),TETA(I),TETA1(I),TETA2(I),TETA3(I)
  WRITE(6,*) R(I),TETA(I),TETA1(I),TETA2(I),TETA3(I)
END DO
END SUBROUTINE LEDADOS

```

```

SUBROUTINE CALCULO(E,NI,CKI,SG,R,TETA,TETA1,TETA2,TETA3)
  IMPLICIT NONE
  INTEGER ::CKI,SG,I
  REAL(4)::C,KI
  REAL(8)::PI
  REAL(8) ::E,NI
  INTEGER,PARAMETER::MAXSG=10
  REAL(4),DIMENSION(MAXSG)::R,TETA,TETA1,TETA2,TETA3
  REAL(4),DIMENSION(SG)::SIGMAX,SIGMAY,TAUXY
  REAL(4),DIMENSION(SG)::EPSILONX,EPSILONY,GAMAXY
  REAL(4),DIMENSION(SG)::EPSILON1,EPSILON2,EPSILON3

  C=0.
  KI=0.
  PI= 2.*DACOS(0.0000000000D+00)

  IF(CKI==1) THEN
    C=500.
    KI=7.03
  END IF
  IF(CKI==2) THEN
    C=750.
    KI=10.54
  END IF
  IF(CKI==3) THEN
    C=1000.
    KI=14.06
  END IF
  IF(CKI==4) THEN
    C=1250.
    KI=17.57
  END IF
  IF(CKI==5) THEN
    C=1500.
    KI=21.09
  END IF

  WRITE(6,*) 'C,KI'
  WRITE(6,*) C,KI

  DO I=1,SG
    SIGMAX=((KI/SQRT(2*PI*R))*COS(TETA/2)*(1-SIN(TETA/2)*SIN(3*TETA/2)))
    SIGMAY=((KI/SQRT(2*PI*R))*COS(TETA/2)*(1+SIN(TETA/2)*SIN(3*TETA/2)))
    TAUXY=((KI/SQRT(2*PI*R))*COS(TETA/2)*SIN(TETA/2)*COS(3*TETA/2))
  END DO

  WRITE(6,*) 'sigma x,sigma y e tau xy'
  DO I=1,SG
    WRITE(6,*) SIGMAX(I),SIGMAY(I),TAUXY(I)
  END DO

  DO I=1,SG
    EPSILONX=(1.E+06/E)*(SIGMAX-NI*SIGMAY)
    EPSILONY=(1.E+06/E)*(SIGMAY-NI*SIGMAX)
    GAMAXY=(2*TAUXY*(1+NI)*1.E+06)/E
  END DO

```

```

WRITE(6,*)'epsilon x,epsilon y e gama xy'
DO I=1,SG
  WRITE(6,*)EPSILONX(I),EPSILONY(I),GAMAXY(I)
END DO

DO I=1,SG
  EPSILON1=EPSILONX*(COS(TETA1)*COS(TETA1))+&
    &EPSILONY*(SIN(TETA1)*SIN(TETA1))+&
    &GAMAXY*(SIN(TETA1)*COS(TETA1))
  EPSILON2=EPSILONX*(COS(TETA2)*COS(TETA2))+&
    &EPSILONY*(SIN(TETA2)*SIN(TETA2))+&
    &GAMAXY*(SIN(TETA2)*COS(TETA2))
  EPSILON3=EPSILONX*(COS(TETA3)*COS(TETA3))+&
    &EPSILONY*(SIN(TETA3)*SIN(TETA3))+&
    &GAMAXY*(SIN(TETA3)*COS(TETA3))
END DO

WRITE(6,*)'epsilon 1,epsilon 2 e epsilon 3'
DO I=1,SG
  WRITE(6,*)EPSILON1(I),EPSILON2(I),EPSILON3(I)
END DO

END SUBROUTINE CALCULO

```

70300. 0.345 1 6

1.64E-03 0. 0. -1.05 1.05

4.72E-03 0. 0. -1.05 1.05

11.53E-03 0. 0. -1.05 1.05

7.59E-03 0.79 3.93 -0.26 1.84

8.51E-03 -0.52 2.63 -1.56 0.53

12.77E-03 -0.52 2.63 -1.56 0.53

MODULO, POISSON, CKI, NUM. STRAIN GAGES

|                                  |                    |               |           |
|----------------------------------|--------------------|---------------|-----------|
| 70300.0000000000                 | 0.3450000000000000 | 1             | 6         |
| R, TETA, TETA1, TETA2, TETA3     |                    |               |           |
| 1.6400000E-03                    | 0.0000000E+00      | 0.0000000E+00 | -1.050000 |
| 4.7200001E-03                    | 0.0000000E+00      | 0.0000000E+00 | -1.050000 |
| 1.1530000E-02                    | 0.0000000E+00      | 0.0000000E+00 | -1.050000 |
| 7.5900001E-03                    | 0.7900000          | 3.930000      | -0.260000 |
| 8.5100001E-03                    | -0.5200000         | 2.630000      | -1.560000 |
| 1.2770000E-02                    | -0.5200000         | 2.630000      | -1.560000 |
| C, KI                            |                    |               |           |
| 500.0000                         | 7.030000           |               |           |
| sigma x, sigma y e tau xy        |                    |               |           |
| 69.25378                         | 69.25378           | 0.0000000E+00 |           |
| 40.82201                         | 40.82201           | 0.0000000E+00 |           |
| 26.11865                         | 26.11865           | 0.0000000E+00 |           |
| 19.11950                         | 40.30623           | 4.302488      |           |
| 24.06818                         | 34.69199           | -5.369564     |           |
| 19.64774                         | 28.32034           | -4.383372     |           |
| epsilon x, epsilon y e gama xy   |                    |               |           |
| 645.2521                         | 645.2521           | 0.0000000E+00 |           |
| 380.3473                         | 380.3473           | 0.0000000E+00 |           |
| 243.3530                         | 243.3530           | 0.0000000E+00 |           |
| 74.16579                         | 479.5164           | 164.6329      |           |
| 172.1116                         | 375.3693           | -205.4641     |           |
| 140.5010                         | 306.4278           | -167.7279     |           |
| epsilon 1, epsilon 2 e epsilon 3 |                    |               |           |
| 645.2521                         | 645.2521           | 645.2521      |           |
| 380.3473                         | 380.3473           | 380.3473      |           |
| 243.3530                         | 243.3530           | 243.3530      |           |
| 360.3759                         | 60.05416           | 408.6339      |           |
| 308.5371                         | 377.5638           | 134.4381      |           |
| 251.8701                         | 308.2191           | 109.7467      |           |

|                                         |                   |               |           |          |
|-----------------------------------------|-------------------|---------------|-----------|----------|
| MODULO, POISSON, CKI, NUM. STRAIN GAGES |                   |               |           |          |
| 70300.0000000000                        | 0.345000000000000 |               | 2         | 6        |
| R, TETA, TETA1, TETA2, TETA3            |                   |               |           |          |
| 1.6400000E-03                           | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | -1.050000 | 1.050000 |
| 4.7200001E-03                           | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | -1.050000 | 1.050000 |
| 1.1530000E-02                           | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | -1.050000 | 1.050000 |
| 7.5900001E-03                           | 0.7900000         | 3.930000      | -0.260000 | 1.840000 |
| 8.5100001E-03                           | -0.5200000        | 2.630000      | -1.560000 | 0.530000 |
| 1.2770000E-02                           | -0.5200000        | 2.630000      | -1.560000 | 0.530000 |
| C, KI                                   |                   |               |           |          |
| 750.0000                                | 10.54000          |               |           |          |
| sigma x, sigma y e tau xy               |                   |               |           |          |
| 103.8314                                | 103.8314          | 0.0000000E+00 |           |          |
| 61.20398                                | 61.20398          | 0.0000000E+00 |           |          |
| 39.15940                                | 39.15940          | 0.0000000E+00 |           |          |
| 28.66566                                | 60.43068          | 6.450672      |           |          |
| 36.08515                                | 52.01331          | -8.050528     |           |          |
| 29.45764                                | 42.46037          | -6.571941     |           |          |
| epsilon x, epsilon y e gama xy          |                   |               |           |          |
| 967.4192                                | 967.4192          | 0.0000000E+00 |           |          |
| 570.2504                                | 570.2504          | 0.0000000E+00 |           |          |
| 364.8564                                | 364.8564          | 0.0000000E+00 |           |          |
| 111.1959                                | 718.9336          | 246.8323      |           |          |
| 258.0450                                | 562.7870          | -308.0500     |           |          |
| 210.6516                                | 459.4237          | -251.4726     |           |          |
| epsilon 1, epsilon 2 e epsilon 3        |                   |               |           |          |
| 967.4192                                | 967.4192          | 967.4192      |           |          |
| 570.2504                                | 570.2504          | 570.2504      |           |          |
| 364.8564                                | 364.8564          | 364.8564      |           |          |
| 540.3074                                | 90.03851          | 612.6602      |           |          |
| 462.5862                                | 566.0771          | 201.5615      |           |          |
| 377.6261                                | 462.1095          | 164.5421      |           |          |

MODULO, POISSON, CKI, NUM. STRAIN GAGES

|                  |                   |   |   |
|------------------|-------------------|---|---|
| 70300.0000000000 | 0.345000000000000 | 3 | 6 |
|------------------|-------------------|---|---|

R, TETA, TETA1, TETA2, TETA3

|               |               |               |           |           |
|---------------|---------------|---------------|-----------|-----------|
| 1.6400000E-03 | 0.0000000E+00 | 0.0000000E+00 | -1.050000 | 1.050000  |
| 4.7200001E-03 | 0.0000000E+00 | 0.0000000E+00 | -1.050000 | 1.050000  |
| 1.1530000E-02 | 0.0000000E+00 | 0.0000000E+00 | -1.050000 | 1.050000  |
| 7.5900001E-03 | 0.7900000     | 3.930000      | -0.260000 | 1.840000  |
| 8.5100001E-03 | -0.5200000    | 2.630000      | -1.560000 | 0.5300000 |
| 1.2770000E-02 | -0.5200000    | 2.630000      | -1.560000 | 0.5300000 |

C, KI

|          |          |
|----------|----------|
| 1000.000 | 14.06000 |
|----------|----------|

sigma x, sigma y e tau xy

|          |          |               |
|----------|----------|---------------|
| 138.5076 | 138.5076 | 0.0000000E+00 |
| 81.64402 | 81.64402 | 0.0000000E+00 |
| 52.23730 | 52.23730 | 0.0000000E+00 |
| 38.23901 | 80.61246 | 8.604977      |
| 48.13636 | 69.38397 | -10.73913     |
| 39.29548 | 56.64069 | -8.766745     |

epsilon x, epsilon y e gama xy

|          |          |               |
|----------|----------|---------------|
| 1290.504 | 1290.504 | 0.0000000E+00 |
| 760.6946 | 760.6946 | 0.0000000E+00 |
| 486.7060 | 486.7060 | 0.0000000E+00 |
| 148.3316 | 959.0328 | 329.2658      |
| 344.2232 | 750.7386 | -410.9282     |
| 281.0020 | 612.8555 | -335.4558     |

epsilon 1, epsilon 2 e epsilon 3

|          |          |          |
|----------|----------|----------|
| 1290.504 | 1290.504 | 1290.504 |
| 760.6946 | 760.6946 | 760.6946 |
| 486.7060 | 486.7060 | 486.7060 |
| 720.7517 | 120.1083 | 817.2678 |
| 617.0742 | 755.1275 | 268.8762 |
| 503.7403 | 616.4382 | 219.4934 |

MODULO, POISSON, CKI, NUM. STRAIN GAGES

|                                  |                   |               |           |          |
|----------------------------------|-------------------|---------------|-----------|----------|
| 70300.0000000000                 | 0.345000000000000 |               | 4         | 6        |
| R, TETA, TETA1, TETA2, TETA3     |                   |               |           |          |
| 1.6400000E-03                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | -1.050000 | 1.050000 |
| 4.7200001E-03                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | -1.050000 | 1.050000 |
| 1.1530000E-02                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | -1.050000 | 1.050000 |
| 7.5900001E-03                    | 0.7900000         | 3.930000      | -0.260000 | 1.840000 |
| 8.5100001E-03                    | -0.5200000        | 2.630000      | -1.560000 | 0.530000 |
| 1.2770000E-02                    | -0.5200000        | 2.630000      | -1.560000 | 0.530000 |
| C, KI                            |                   |               |           |          |
| 1250.000                         | 17.57000          |               |           |          |
| sigma x, sigma y e tau xy        |                   |               |           |          |
| 173.0852                         | 173.0852          | 0.0000000E+00 |           |          |
| 102.0260                         | 102.0260          | 0.0000000E+00 |           |          |
| 65.27805                         | 65.27805          | 0.0000000E+00 |           |          |
| 47.78516                         | 100.7369          | 10.75316      |           |          |
| 60.15333                         | 86.70529          | -13.42009     |           |          |
| 49.10537                         | 70.78072          | -10.95531     |           |          |
| epsilon x, epsilon y e gama xy   |                   |               |           |          |
| 1612.671                         | 1612.671          | 0.0000000E+00 |           |          |
| 950.5978                         | 950.5978          | 0.0000000E+00 |           |          |
| 608.2095                         | 608.2095          | 0.0000000E+00 |           |          |
| 185.3616                         | 1198.450          | 411.4652      |           |          |
| 430.1566                         | 938.1564          | -513.5142     |           |          |
| 351.1526                         | 765.8515          | -419.2004     |           |          |
| epsilon 1, epsilon 2 e epsilon 3 |                   |               |           |          |
| 1612.671                         | 1612.671          | 1612.671      |           |          |
| 950.5978                         | 950.5978          | 950.5978      |           |          |
| 608.2095                         | 608.2095          | 608.2095      |           |          |
| 900.6833                         | 150.0926          | 1021.294      |           |          |
| 771.1233                         | 943.6408          | 335.9996      |           |          |
| 629.4962                         | 770.3287          | 274.2888      |           |          |

|                                         |                    |               |           |           |
|-----------------------------------------|--------------------|---------------|-----------|-----------|
| MODULO, POISSON, CKI, NUM. STRAIN GAGES |                    |               |           |           |
| 70300.00000000000                       | 0.3450000000000000 |               | 5         | 6         |
| R, TETA, TETA1, TETA2, TETA3            |                    |               |           |           |
| 1.6400000E-03                           | 0.0000000E+00      | 0.0000000E+00 | -1.050000 | 1.050000  |
| 4.7200001E-03                           | 0.0000000E+00      | 0.0000000E+00 | -1.050000 | 1.050000  |
| 1.1530000E-02                           | 0.0000000E+00      | 0.0000000E+00 | -1.050000 | 1.050000  |
| 7.5900001E-03                           | 0.7900000          | 3.930000      | -0.260000 | 1.840000  |
| 8.5100001E-03                           | -0.5200000         | 2.630000      | -1.560000 | 0.5300000 |
| 1.2770000E-02                           | -0.5200000         | 2.630000      | -1.560000 | 0.5300000 |
| C, KI                                   |                    |               |           |           |
| 1500.000                                | 21.09000           |               |           |           |
| sigma x, sigma y e tau xy               |                    |               |           |           |
| 207.7613                                | 207.7613           | 0.0000000E+00 |           |           |
| 122.4660                                | 122.4660           | 0.0000000E+00 |           |           |
| 78.35596                                | 78.35596           | 0.0000000E+00 |           |           |
| 57.35851                                | 120.9187           | 12.90746      |           |           |
| 72.20454                                | 104.0760           | -16.10869     |           |           |
| 58.94322                                | 84.96103           | -13.15012     |           |           |
| epsilon x, epsilon y e gama xy          |                    |               |           |           |
| 1935.756                                | 1935.756           | 0.0000000E+00 |           |           |
| 1141.042                                | 1141.042           | 0.0000000E+00 |           |           |
| 730.0591                                | 730.0591           | 0.0000000E+00 |           |           |
| 222.4973                                | 1438.549           | 493.8987      |           |           |
| 516.3348                                | 1126.108           | -616.3923     |           |           |
| 421.5030                                | 919.2833           | -503.1837     |           |           |
| epsilon 1, epsilon 2 e epsilon 3        |                    |               |           |           |
| 1935.756                                | 1935.756           | 1935.756      |           |           |
| 1141.042                                | 1141.042           | 1141.042      |           |           |
| 730.0591                                | 730.0591           | 730.0591      |           |           |
| 1081.128                                | 180.1625           | 1225.902      |           |           |
| 925.6113                                | 1132.691           | 403.3143      |           |           |
| 755.6105                                | 924.6574           | 329.2402      |           |           |

70300. 0.345 1 6

1.44E-03 0. 0. 1.05 -1.05

4.59E-03 0. 0. 1.05 -1.05

11.90E-03 0. 0. 1.05 -1.05

7.85E-03 -0.80 2.34 0.25 -1.85

8.82E-03 0.53 3.67 1.58 -0.51

12.62E-03 0.53 3.67 1.58 -0.51

MODULO, POISSON, CKI, NUM. STRAIN GAGES

|                                  |                   |               |           |            |
|----------------------------------|-------------------|---------------|-----------|------------|
| 70300.0000000000                 | 0.345000000000000 |               | 1         | 6          |
| R, TETA, TETA1, TETA2, TETA3     |                   |               |           |            |
| 1.4400000E-03                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 4.5900000E-03                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 1.1900000E-02                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 7.8499997E-03                    | -0.8000000        | 2.340000      | 0.2500000 | -1.850000  |
| 8.8200001E-03                    | 0.5300000         | 3.670000      | 1.580000  | -0.5100000 |
| 1.2620000E-02                    | 0.5300000         | 3.670000      | 1.580000  | -0.5100000 |
| C, KI                            |                   |               |           |            |
| 500.0000                         | 7.030000          |               |           |            |
| sigma x, sigma y e tau xy        |                   |               |           |            |
| 73.90676                         | 73.90676          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 41.39606                         | 41.39606          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 25.70940                         | 25.70940          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 18.57335                         | 39.73744          | -4.114082     |           |            |
| 23.43192                         | 34.20888          | 5.285981      |           |            |
| 19.58901                         | 28.59851          | 4.419063      |           |            |
| epsilon x, epsilon y e gama xy   |                   |               |           |            |
| 688.6050                         | 688.6050          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 385.6959                         | 385.6959          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 239.5399                         | 239.5399          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 69.18829                         | 474.1057          | -157.4236     |           |            |
| 165.4319                         | 371.6197          | 202.2659      |           |            |
| 138.3005                         | 310.6729          | 169.0936      |           |            |
| epsilon 1, epsilon 2 e epsilon 3 |                   |               |           |            |
| 688.6050                         | 688.6050          | 688.6050      |           |            |
| 385.6959                         | 385.6959          | 385.6959      |           |            |
| 239.5399                         | 239.5399          | 239.5399      |           |            |
| 356.8739                         | 56.23633          | 401.6479      |           |            |
| 305.9058                         | 369.7408          | 128.3938      |           |            |
| 255.7363                         | 309.1021          | 107.3368      |           |            |

MODULO, POISSON, CKI, NUM. STRAIN GAGES

|                                  |                   |               |           |            |
|----------------------------------|-------------------|---------------|-----------|------------|
| 70300.0000000000                 | 0.345000000000000 |               | 2         | 6          |
| R, TETA, TETA1, TETA2, TETA3     |                   |               |           |            |
| 1.4400000E-03                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 4.5900000E-03                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 1.1900000E-02                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 7.8499997E-03                    | -0.8000000        | 2.340000      | 0.2500000 | -1.850000  |
| 8.8200001E-03                    | 0.5300000         | 3.670000      | 1.580000  | -0.5100000 |
| 1.2620000E-02                    | 0.5300000         | 3.670000      | 1.580000  | -0.5100000 |
| C, KI                            |                   |               |           |            |
| 750.0000                         | 10.54000          |               |           |            |
| sigma x, sigma y e tau xy        |                   |               |           |            |
| 110.8076                         | 110.8076          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 62.06465                         | 62.06465          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 38.54581                         | 38.54581          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 27.84682                         | 59.57790          | -6.168196     |           |            |
| 35.13122                         | 51.28899          | 7.925211      |           |            |
| 29.36959                         | 42.87743          | 6.625452      |           |            |
| epsilon x, epsilon y e gama xy   |                   |               |           |            |
| 1032.418                         | 1032.418          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 578.2695                         | 578.2695          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 359.1395                         | 359.1395          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 103.7333                         | 710.8214          | -236.0234     |           |            |
| 248.0302                         | 557.1653          | 303.2549      |           |            |
| 207.3524                         | 465.7884          | 253.5201      |           |            |
| epsilon 1, epsilon 2 e epsilon 3 |                   |               |           |            |
| 1032.418                         | 1032.418          | 1032.418      |           |            |
| 578.2695                         | 578.2695          | 578.2695      |           |            |
| 359.1395                         | 359.1395          | 359.1395      |           |            |
| 535.0569                         | 84.31451          | 602.1862      |           |            |
| 458.6411                         | 554.3482          | 192.4994      |           |            |
| 383.4225                         | 463.4333          | 160.9288      |           |            |

MODULO, POISSON, CKI, NUM. STRAIN GAGES

|                                  |                   |               |           |            |
|----------------------------------|-------------------|---------------|-----------|------------|
| 70300.0000000000                 | 0.345000000000000 |               | 3         | 6          |
| R, TETA, TETA1, TETA2, TETA3     |                   |               |           |            |
| 1.4400000E-03                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 4.5900000E-03                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 1.1900000E-02                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 7.8499997E-03                    | -0.8000000        | 2.340000      | 0.2500000 | -1.850000  |
| 8.8200001E-03                    | 0.5300000         | 3.670000      | 1.580000  | -0.5100000 |
| 1.2620000E-02                    | 0.5300000         | 3.670000      | 1.580000  | -0.5100000 |
| C, KI                            |                   |               |           |            |
| 1000.000                         | 14.06000          |               |           |            |
| sigma x, sigma y e tau xy        |                   |               |           |            |
| 147.8135                         | 147.8135          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 82.79213                         | 82.79213          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 51.41880                         | 51.41880          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 37.14671                         | 79.47488          | -8.228164     |           |            |
| 46.86385                         | 68.41776          | 10.57196      |           |            |
| 39.17803                         | 57.19703          | 8.838126      |           |            |
| epsilon x, epsilon y e gama xy   |                   |               |           |            |
| 1377.210                         | 1377.210          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 771.3918                         | 771.3918          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 479.0798                         | 479.0798          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 138.3766                         | 948.2115          | -314.8472     |           |            |
| 330.8637                         | 743.2394          | 404.5317      |           |            |
| 276.6010                         | 621.3458          | 338.1872      |           |            |
| epsilon 1, epsilon 2 e epsilon 3 |                   |               |           |            |
| 1377.210                         | 1377.210          | 1377.210      |           |            |
| 771.3918                         | 771.3918          | 771.3918      |           |            |
| 479.0798                         | 479.0798          | 479.0798      |           |            |
| 713.7477                         | 112.4727          | 803.2958      |           |            |
| 611.8116                         | 739.4815          | 256.7875      |           |            |
| 511.4725                         | 618.2042          | 214.6736      |           |            |

MODULO, POISSON, CKI, NUM. STRAIN GAGES

|                                  |                   |               |           |            |
|----------------------------------|-------------------|---------------|-----------|------------|
| 70300.0000000000                 | 0.345000000000000 |               | 4         | 6          |
| R, TETA, TETA1, TETA2, TETA3     |                   |               |           |            |
| 1.4400000E-03                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 4.5900000E-03                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 1.1900000E-02                    | 0.0000000E+00     | 0.0000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 7.8499997E-03                    | -0.8000000        | 2.340000      | 0.2500000 | -1.850000  |
| 8.8200001E-03                    | 0.5300000         | 3.670000      | 1.580000  | -0.5100000 |
| 1.2620000E-02                    | 0.5300000         | 3.670000      | 1.580000  | -0.5100000 |
| C, KI                            |                   |               |           |            |
| 1250.000                         | 17.57000          |               |           |            |
| sigma x, sigma y e tau xy        |                   |               |           |            |
| 184.7143                         | 184.7143          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 103.4607                         | 103.4607          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 64.25521                         | 64.25521          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 46.42018                         | 99.31533          | -10.28228     |           |            |
| 58.56314                         | 85.49787          | 13.21119      |           |            |
| 48.95860                         | 71.47594          | 11.04451      |           |            |
| epsilon x, epsilon y e gama xy   |                   |               |           |            |
| 1721.022                         | 1721.022          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 963.9654                         | 963.9654          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 598.6794                         | 598.6794          | 0.0000000E+00 |           |            |
| 172.9216                         | 1184.927          | -393.4471     |           |            |
| 413.4620                         | 928.7850          | 505.5207      |           |            |
| 345.6530                         | 776.4612          | 422.6137      |           |            |
| epsilon 1, epsilon 2 e epsilon 3 |                   |               |           |            |
| 1721.022                         | 1721.022          | 1721.022      |           |            |
| 963.9654                         | 963.9653          | 963.9653      |           |            |
| 598.6794                         | 598.6794          | 598.6794      |           |            |
| 891.9308                         | 140.5509          | 1003.834      |           |            |
| 764.5469                         | 924.0889          | 320.8932      |           |            |
| 639.1588                         | 772.5353          | 268.2656      |           |            |

MODULO, POISSON, CKI, NUM. STRAIN GAGES

|                                  |                    |                |           |            |
|----------------------------------|--------------------|----------------|-----------|------------|
| 70300.000000000000               | 0.3450000000000000 |                | 5         | 6          |
| R, TETA, TETA1, TETA2, TETA3     |                    |                |           |            |
| 1.44000000E-03                   | 0.00000000E+00     | 0.00000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 4.59000000E-03                   | 0.00000000E+00     | 0.00000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 1.19000000E-02                   | 0.00000000E+00     | 0.00000000E+00 | 1.050000  | -1.050000  |
| 7.8499997E-03                    | -0.80000000        | 2.340000       | 0.2500000 | -1.850000  |
| 8.8200001E-03                    | 0.53000000         | 3.670000       | 1.580000  | -0.5100000 |
| 1.2620000E-02                    | 0.53000000         | 3.670000       | 1.580000  | -0.5100000 |
| C, KI                            |                    |                |           |            |
| 1500.000                         | 21.09000           |                |           |            |
| sigma x, sigma y e tau xy        |                    |                |           |            |
| 221.7203                         | 221.7203           | 0.00000000E+00 |           |            |
| 124.1882                         | 124.1882           | 0.00000000E+00 |           |            |
| 77.12820                         | 77.12820           | 0.00000000E+00 |           |            |
| 55.72007                         | 119.2123           | -12.34225      |           |            |
| 70.29578                         | 102.6266           | 15.85794       |           |            |
| 58.76704                         | 85.79554           | 13.25719       |           |            |
| epsilon x, epsilon y e gama xy   |                    |                |           |            |
| 2065.815                         | 2065.815           | 0.00000000E+00 |           |            |
| 1157.088                         | 1157.088           | 0.00000000E+00 |           |            |
| 718.6198                         | 718.6198           | 0.00000000E+00 |           |            |
| 207.5650                         | 1422.317           | -472.2708      |           |            |
| 496.2957                         | 1114.859           | 606.7975       |           |            |
| 414.9016                         | 932.0186           | 507.2808       |           |            |
| epsilon 1, epsilon 2 e epsilon 3 |                    |                |           |            |
| 2065.815                         | 2065.815           | 2065.815       |           |            |
| 1157.088                         | 1157.088           | 1157.088       |           |            |
| 718.6198                         | 718.6198           | 718.6198       |           |            |
| 1070.622                         | 168.7090           | 1204.944       |           |            |
| 917.7174                         | 1109.222           | 385.1813       |           |            |
| 767.2089                         | 927.3062           | 322.0104       |           |            |

## Anexo "B" - Programa MFELLAB

```
PROGRAM MFELLAB
  IMPLICIT NONE

  INTEGER, PARAMETER::MAXNCKI=10,MAXSG=10
  INTEGER, PARAMETER::N=3
  INTEGER ::CKI,NCKI,SG,I,J
  REAL(8) ::E,NI
  REAL(8), DIMENSION(MAXNCKI,MAXSG)::EPSILON1,EPSILON2,EPSILON3,TETA1,TETA2,
TETA3,TETA,R
  OPEN(Unit=3,Access='sequential',file='entrada_1.txt',status='old')
  OPEN(Unit=6,Access='sequential',file='saida.dat',status='Replace')
  CALL LEDADOSLAB(E,NI,CKI,NCKI,SG,EPSILON1,EPSILON2,EPSILON3,TETA1,TETA2,
TETA3,TETA,R)
  CALL CALCULOLAB(E,NI,CKI,NCKI,SG,EPSILON1,EPSILON2,EPSILON3,TETA1,TETA2,
TETA3,TETA,R,N)
END PROGRAM MFELLAB
```

```

SUBROUTINE
LEDADOSLAB(E,NI,CKI,NCKI,SG,EPSILON1,EPSILON2,EPSILON3,TETA1,TETA2,TETA3,TETA,
R)
  IMPLICIT NONE
  INTEGER,PARAMETER::MAXNCKI=10,MAXSG=10
  INTEGER ::CKI,NCKI,SG,I,J
  REAL(8) ::E,NI
  REAL(4) ::C,KI
  REAL(8),DIMENSION(MAXNCKI,MAXSG)::EPSILON1,EPSILON2,EPSILON3,TETA1,TETA2,
TETA3,TETA,R
  EPSILON1=0.
  EPSILON2=0.
  EPSILON3=0.
  TETA1=0.
  TETA2=0.
  TETA3=0.
  TETA=0.
  R=0.
  C=0.
  KI=0.
  WRITE(6,*)'MODULO,POISSON,COD.CKI,NUM.STRAIN GAGES,NUM.DA CARGA'
  READ(3,*)E,NI,CKI,SG,NCKI
  WRITE(6,*)E,NI,CKI,SG,NCKI

  IF(CKI==1)THEN
    C=500.
  END IF
  IF(CKI==2)THEN
    C=750.
  END IF
  IF(CKI==3)THEN
    C=1000.
  END IF
  IF(CKI==4)THEN
    C=1250.
  END IF
  IF(CKI==5)THEN
    C=1500.
  END IF

  WRITE(6,*)'Valor do carregamento aplicado'
  WRITE(6,*)C

  !  WRITE(6,*)'EPSILON1,EPSILON2,EPSILON3,TETA1,TETA2,TETA3,TETA,R'
  DO I=1,NCKI
    DO J=1,SG
      READ(3,*)EPSILON1(I,J),EPSILON2(I,J),EPSILON3(I,J),TETA1(I,J),TETA2(I,J),
TETA3(I,J),R(I,J),TETA(I,J)
      !  WRITE(6,*)EPSILON1(I,J),EPSILON2(I,J),EPSILON3(I,J),TETA1(I,J),TETA2(I,J),
TETA3(I,J),R(I,J),TETA(I,J)
    END DO
  END DO
END SUBROUTINE LEDADOSLAB

```

```

SUBROUTINE GAUSS (EPSILONP,K,EPSILONX,N)
IMPLICIT NONE
INTEGER                                :: I,J,L,N
!I=VARIABEL AUXILIAR
!J=VARIABEL AUXILIAR
!L=VARIABEL AUXILIAR
REAL(8)                                :: MULT,PIVOT,SUM
!MULT=FATOR DE MULTIPLICAÇÃO
!PIVOT=PIVÔ OU SEJA O ELEMENTO DA DIAGONAL
!SUM=SOMA
REAL(8),DIMENSION(N,N)                :: K
!K=MATRIZ K
REAL(8),DIMENSION(N)                  :: EPSILONP,EPSILONX
!EPSILONP=VETOR DEFORMAÇÕES PRINCIPAIS
!EPSILONX=VETOR RESPOSTA
DO I=1,N-1
  PIVOT=K(I,I)
  DO L=I+1,N
    MULT=K(L,I)/PIVOT
    DO J=I+1,N
      K(L,J)=K(L,J)-MULT*K(I,J)
    END DO
    EPSILONP(L)=EPSILONP(L)-MULT*EPSILONP(I)
  END DO
END DO
EPSILONX(N)=EPSILONP(N)/K(N,N)
DO I=N-1,1,-1
  SUM=EPSILONP(I)
  DO J=I+1,N
    SUM=SUM-K(I,J)*EPSILONX(J)
  END DO
  EPSILONX(I)=SUM/K(I,I)
END DO
RETURN
END SUBROUTINE

```

```

SUBROUTINE CALCULOLAB(E,NI,CKI,NCKI,SG,EPSILON1,EPSILON2,EPSILON3,TETA1,TETA2,TETA3,TETA,R,N)
  IMPLICIT NONE
  INTEGER,PARAMETER::MAXNCKI=10,MAXSG=10
  INTEGER ::CKI,NCKI,SG,I,J,N
  REAL(8) ::E,NI,PI
  REAL(8),DIMENSION(MAXNCKI,MAXSG)::EPSILON1,EPSILON2,EPSILON3,TETA1,TETA2,TETA3,TETA,R,KI1LINHA,
  KI2LINHA,KI3LINHA,KMEDIO
  REAL(8),DIMENSION(N)::EPSILONP,TETAX,EPSILONX
  REAL(8),DIMENSION(SG)::SIGMAXX,SIGMAYY,TAUXY
  REAL(8),DIMENSION(N,N)::K
  PI= 2.*DACOS(0.0000000000D+00)
  DO J=1,SG
    DO I=1,NCKI
      IF (I==CKI)THEN
        EPSILONP(1)=EPSILON1(I,J)
        EPSILONP(2)=EPSILON2(I,J)
        EPSILONP(3)=EPSILON3(I,J)
        TETAX(1)=TETA1(I,J)
        TETAX(2)=TETA2(I,J)
        TETAX(3)=TETA3(I,J)
      END IF
      END DO
      K(1,1)=(COS(TETAX(1))*COS(TETAX(1)))
      K(1,2)=(SIN(TETAX(1))*SIN(TETAX(1)))
      K(1,3)=(SIN(TETAX(1))*COS(TETAX(1)))
      K(2,1)=(COS(TETAX(2))*COS(TETAX(2)))
      K(2,2)=(SIN(TETAX(2))*SIN(TETAX(2)))
      K(2,3)=(SIN(TETAX(2))*COS(TETAX(2)))
      K(3,1)=(COS(TETAX(3))*COS(TETAX(3)))
      K(3,2)=(SIN(TETAX(3))*SIN(TETAX(3)))
      K(3,3)=(SIN(TETAX(3))*COS(TETAX(3)))
      CALL GAUSS(EPSILONP,K,EPSILONX,N)
      WRITE(6,*)'deformações(epsilon x,epsilon y, gama xy),e tensões (sigma x,sigma y e tau xy)'
      WRITE(6,*)EPSILONX
      SIGMAXX=((E/(1-(NI*NI)))*(EPSILONX(1)+NI*EPSILONX(2)))*1.E-06
      SIGMAYY=((E/(1-(NI*NI)))*(EPSILONX(2)+NI*EPSILONX(1)))*1.E-06
      TAUXY=((E/(2*(1+NI)))*EPSILONX(3))*1.E-06
      WRITE(6,*)SIGMAXX(J),SIGMAYY(J),TAUXY(J)
      DO I=1,NCKI
        IF(TETA(I,J)/=0)THEN
          KI1LINHA=(SQRT(2*PI*R(I,J))*SIGMAXX(J))/(COS(TETA(I,J)/2)*(1-SIN(TETA(I,J)/2)*SIN(3*TETA(I,J)
/2)))
          KI2LINHA=(SQRT(2*PI*R(I,J))*SIGMAYY(J))/(COS(TETA(I,J)/2)*(1+SIN(TETA(I,J)/2)*SIN(3*TETA(I,J)
/2)))
          KI3LINHA=(SQRT(2*PI*R(I,J))*TAUXY(J))/(COS(TETA(I,J)/2)*SIN(TETA(I,J)/2)*COS(3*TETA(I,J)/2))
          KMEDIO=(KI1LINHA+KI2LINHA+KI3LINHA)/3
        ELSE
          KI1LINHA=(SQRT(2*PI*R(I,J))*SIGMAXX(J))/(COS(TETA(I,J)/2)*(1-SIN(TETA(I,J)/2)*SIN(3*TETA(I,J)
/2)))
          KI2LINHA=(SQRT(2*PI*R(I,J))*SIGMAYY(J))/(COS(TETA(I,J)/2)*(1+SIN(TETA(I,J)/2)*SIN(3*TETA(I,J)
/2)))
          KMEDIO=(KI1LINHA+KI2LINHA)/2
        END IF
      END DO
      WRITE(6,*)'fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha,k2linha,k3linha)'
      I=CKI
      IF(TETA(I,J)==0)THEN
        WRITE(6,*)KI1LINHA(I,J),KI2LINHA(I,J)
      ELSE
        WRITE(6,*)KI1LINHA(I,J),KI2LINHA(I,J),KI3LINHA(I,J)
      END IF
      WRITE(6,*)'fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)'
      WRITE(6,*)KMEDIO(I,J)
    END DO
  END SUBROUTINE CALCULOLAB

```

|        |       |       |      |       |      |           |       |
|--------|-------|-------|------|-------|------|-----------|-------|
| 70300. | 0.345 | 1     | 6    | 5     |      |           |       |
| 650.   | 652.  | 660.  | 0.   | -1.05 | 1.05 | 1.64E-03  | 0.    |
| 373.   | 375.  | 373.  | 0.   | -1.05 | 1.05 | 4.72E-03  | 0.    |
| 252.   | 254.  | 251.  | 0.   | -1.05 | 1.05 | 11.53E-03 | 0.    |
| 384.   | 65.   | 441.  | 3.93 | -0.26 | 1.84 | 7.59E-03  | 0.79  |
| 337.   | 403.  | 143.  | 2.63 | -1.56 | 0.53 | 8.51E-03  | -0.52 |
| 278.   | 338.  | 122.  | 2.63 | -1.56 | 0.53 | 12.77E-03 | -0.52 |
| 975.   | 977.  | 990.  | 0.   | -1.05 | 1.05 | 1.64E-03  | 0.    |
| 587.   | 590.  | 587.  | 0.   | -1.05 | 1.05 | 4.72E-03  | 0.    |
| 378.   | 381.  | 378.  | 0.   | -1.05 | 1.05 | 11.53E-03 | 0.    |
| 576.   | 98.   | 662.  | 3.93 | -0.26 | 1.84 | 7.59E-03  | 0.79  |
| 495.   | 594.  | 210.  | 2.63 | -1.56 | 0.53 | 8.51E-03  | -0.52 |
| 425.   | 517.  | 187.  | 2.63 | -1.56 | 0.53 | 12.77E-03 | -0.52 |
| 1300.  | 1303. | 1320. | 0.   | -1.05 | 1.05 | 1.64E-03  | 0.    |
| 734.   | 742.  | 734.  | 0.   | -1.05 | 1.05 | 4.72E-03  | 0.    |
| 509.   | 513.  | 509.  | 0.   | -1.05 | 1.05 | 11.53E-03 | 0.    |
| 776.   | 131.  | 890.  | 3.93 | -0.26 | 1.84 | 7.59E-03  | 0.79  |
| 660.   | 790.  | 280.  | 2.63 | -1.56 | 0.53 | 8.51E-03  | -0.52 |
| 560.   | 678.  | 245.  | 2.63 | -1.56 | 0.53 | 12.77E-03 | -0.52 |
| 1625.  | 1629. | 1650. | 0.   | -1.05 | 1.05 | 1.64E-03  | 0.    |
| 922.   | 925.  | 921.  | 0.   | -1.05 | 1.05 | 4.72E-03  | 0.    |
| 636.   | 640.  | 630.  | 0.   | -1.05 | 1.05 | 11.53E-03 | 0.    |
| 988.   | 167.  | 1134. | 3.93 | -0.26 | 1.84 | 7.59E-03  | 0.79  |
| 825.   | 988.  | 350.  | 2.63 | -1.56 | 0.53 | 8.51E-03  | -0.52 |
| 723.   | 879.  | 317.  | 2.63 | -1.56 | 0.53 | 12.77E-03 | -0.52 |
| 1950.  | 1955. | 1980. | 0.   | -1.05 | 1.05 | 1.64E-03  | 0.    |
| 1107.  | 1113. | 1110. | 0.   | -1.05 | 1.05 | 4.72E-03  | 0.    |
| 770.   | 777.  | 770.  | 0.   | -1.05 | 1.05 | 11.53E-03 | 0.    |
| 1164.  | 197.  | 1335. | 3.93 | -0.26 | 1.84 | 7.59E-03  | 0.79  |
| 990.   | 1185. | 420.  | 2.63 | -1.56 | 0.53 | 8.51E-03  | -0.52 |
| 836.   | 1014. | 366.  | 2.63 | -1.56 | 0.53 | 12.77E-03 | -0.52 |

MODULO, POISSON, COD. CKI, NUM. STRAIN GAGES, NUM. DA CARGA  
 70300.000000000000 0.3450000000000000

1

6

5

Valor do carregamento aplicado

500.0000

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)  
 650.0000000000000 657.974237341160 9.26774002818965  
 69.9828916935152 70.3996864025622 0.242201532467211  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)  
 7.10401290614104 7.14632203228073  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 7.12516746921088  
 deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)  
 373.0000000000000 374.329039556860 -2.31693500704741  
 40.0700238619332 40.1394896467744 -6.055038311680268E-002  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)  
 6.90049959232157 6.91246236583098  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 6.90648097907628  
 deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)  
 252.0000000000000 252.664519778430 -3.47540251057112  
 27.0650119132176 27.0997448056382 -9.082557467520402E-002  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)  
 7.28471910766355 7.29406768529921  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 7.28939339648138  
 deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)  
 78.5926919925203 515.768891274320 171.010443283685  
 20.4708045132538 43.3209805221132 4.46915767007077  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)  
 7.52685561209257 7.55581639633035 7.30232727101169  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 7.46166642647820  
 deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)  
 188.570798406269 400.555960372825 -228.683300973479  
 26.0749862991184 37.1549542163106 -5.97637026685743  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)  
 7.61616170566012 7.52909680167565 7.82444937480645  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 7.65656929404741  
 deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)  
 156.365799997676 336.033933224739 -184.059138891510  
 21.7287830993758 31.1196156153410 -4.81017004884924  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)  
 7.77460155385711 7.72486757203820 7.71449295771379  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 7.73798736120303

MODULO, POISSON, COD. CKI, NUM. STRAIN GAGES, NUM. DA CARGA

70300.0000000000

0.345000000000000

2

6

5

Valor do carregamento aplicado

750.0000

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

975.000000000000

986.296836233311

15.0600775458082

104.956043116021

105.546502287171

0.393577490259217

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

10.6541622792474

10.7141002079453

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

10.6841312435964

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

587.000000000000

588.993559335290

-3.47540251057112

63.0565625030052

63.1607611802670

-9.082557467520402E-002

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

10.8590348072779

10.8769789675420

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

10.8680068874099

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

378.000000000000

379.993559335290

-3.47540251057112

40.6249595062045

40.7291581834662

-9.082557467520402E-002

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

10.9344647514594

10.9625104843663

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

10.9484876179129

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

118.224355291089

773.982538256638

255.851171051718

30.7420274130288

65.0169717595621

6.68637073588277

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

11.3034542150528

11.3399164871138

10.9251163134636

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

11.1894956718767

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

276.275371249897

590.409306498805

-336.002206408571

38.3003497589002

54.7193948088946

-8.78102418248527

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

11.1870301215455

11.0883630227814

11.4963892976690

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

11.2572608139987

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

239.278061391202

514.000437465847

-280.819463956653

33.2444816844240

47.6035768437451

-7.33888783134199

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

11.8949412757644

11.8167053095603

11.7700201692212

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

11.8272222515153

MODULO, POISSON, COD. CKI, NUM. STRAIN GAGES, NUM. DA CARGA  
 70300.00000000000 0.3450000000000000

3

6

5

Valor do carregamento aplicado  
 1000.000

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)  
 1300.00000000000 1315.28395490389 19.6939475599030  
 139.947488962778 140.746345488452 0.514678256492823

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)  
 14.2061687323179 14.2872612240857

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 14.2467149782018

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)  
 734.000000000000 739.316158227440 -9.26774002818965  
 78.9252864928287 79.2031496321934 -0.242201532467211

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)  
 13.5918039166686 13.6396550107062

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 13.6157294636874

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)  
 509.000000000000 511.658079113720 -4.63387001409482  
 54.7032538949584 54.8421854646408 -0.121100766233605

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)  
 14.7237267132095 14.7611210237521

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 14.7424238684808

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)  
 158.787952167767 1041.29224947812 346.614873839409  
 41.3380340170442 87.4644666893727 9.05837381761696

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)  
 15.1994716735540 15.2550898789217 14.8008226700928

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 15.0851280741895

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)  
 369.025017844846 785.212627076623 -447.954016293139  
 51.0645740136954 72.8177255788438 -11.7067536304461

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)  
 14.9152927122383 14.7558169919718 15.3268450639226

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 14.9993182560442

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)  
 315.429869353422 674.030401891243 -371.580724723889  
 43.7269117404641 62.4701216837806 -9.71082709373136

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)  
 15.6455754750734 15.5070494180019 15.5741078729824

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 15.5755775886859

MODULO, POISSON, COD.CKI, NUM. STRAIN GAGES, NUM. DA CARGA  
70300.0000000000 0.345000000000000

4

6

5

Valor do carregamento aplicado

1250.000

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

1625.00000000000 1644.27107357447 24.3278175739978

174.938934809536 175.946188689733 0.635779022726428

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

17.7581751853884 17.8604222402260

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

17.8092987128072

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

922.000000000000 923.329039556860 -4.63387001409482

98.9932298200367 99.0626956048778 -0.121100766233605

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

17.0477248620935 17.0596876356029

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

17.0537062488482

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

636.000000000000 634.670960443140 -11.5846750352371

68.2241743379326 68.1547085530915 -0.302751915584013

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

18.3629679527831 18.3442707975118

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

18.3536193751474

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

202.153142659407 1326.49386718704 440.594316284689

52.6501714800876 111.416827788439 11.5144164894470

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

19.3588013810574 19.4327340721497 18.8138445201339

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

19.2017933244470

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

461.116808261479 982.015729242892 -559.954751762663

63.8313572666621 91.0575238484753 -14.6337616912746

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

18.6443027527535 18.4519379995656 19.1589748298123

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

18.7517385273771

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

406.489801751259 873.883201988350 -479.021944121370

56.4953139156938 80.9248722455894 -12.5186775415281

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

20.2141350183211 20.0880990661439 20.0773047009247

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

20.1265129284632

MODULO, POISSON, COD. CKI, NUM. STRAIN GAGES, NUM. DA CARGA

70300.0000000000

0.345000000000000

5

6

5

Valor do carregamento aplicado

1500.000

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

1950.000000000000 1973.25819224505 28.9616875880926

209.930380656293 211.146031891014 0.756879788960033

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

21.3101816384590 21.4335832563664

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

21.3718824474127

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

1107.000000000000 1112.98067800587 -3.47540251057112

118.977015930510 119.289611962295 -9.082557467520402E-002

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

20.4891530075698 20.5429854883621

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

20.5160692479659

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

770.000000000000 774.651638449010 -8.10927252466594

82.7708088527146 83.0139390996587 -0.211926340908809

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

22.2782866210996 22.3437266645492

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

22.3110066428244

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

238.638887667169 1561.81305515079 519.594168811111

62.0400653799588 131.199280055979 13.5789851208915

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

22.8113464704035 22.8830848121660 22.1872219959914

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

22.6272177595203

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

553.537526767269 1177.81894061493 -671.931024439708

76.5968610205431 109.226588368266 -17.5601304456692

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

22.3729390683575 22.1337254879576 22.9902675958839

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

22.4989773840663

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

470.448864957848 1008.07689610591 -554.469406106791

65.2935078305428 93.3940658188587 -14.4904086062804

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

23.3621461963372 23.1833451731083 23.2395433035240

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

23.2616782243232

|        |       |       |      |      |       |          |       |
|--------|-------|-------|------|------|-------|----------|-------|
| 70300. | 0.345 | 1     | 5    | 5    |       |          |       |
|        |       |       |      |      |       |          |       |
| 404.   | 400.  | 405.  | 0.   | 1.05 | -1.05 | 4.59E-3  | 0.    |
| 244.   | 282.  | 250.  | 0.   | 1.05 | -1.05 | 11.90E-3 | 0.    |
| 376.   | 58.   | 422.  | 2.34 | 0.25 | -1.85 | 7.85E-3  | -0.80 |
| 337.   | 407.  | 140.  | 3.67 | 1.58 | -0.51 | 8.82E-3  | 0.53  |
| 288.   | 347.  | 120.  | 3.67 | 1.58 | -0.51 | 12.62E-3 | 0.53  |
|        |       |       |      |      |       |          |       |
| 605.   | 602.  | 608.  | 0.   | 1.05 | -1.05 | 4.59E-3  | 0.    |
| 359.   | 369.  | 367.  | 0.   | 1.05 | -1.05 | 11.90E-3 | 0.    |
| 558.   | 89.   | 640.  | 2.34 | 0.25 | -1.85 | 7.848E-3 | -0.80 |
| 506.   | 610.  | 210.  | 3.67 | 1.58 | -0.51 | 8.82E-3  | 0.53  |
| 425.   | 512.  | 178.  | 3.67 | 1.58 | -0.51 | 12.62E-3 | 0.53  |
|        |       |       |      |      |       |          |       |
| 793.   | 791.  | 797.  | 0.   | 1.05 | -1.05 | 4.59E-3  | 0.    |
| 494.   | 513.  | 509.  | 0.   | 1.05 | -1.05 | 11.90E-3 | 0.    |
| 747.   | 117.  | 852.  | 2.34 | 0.25 | -1.85 | 7.85E-3  | -0.80 |
| 670.   | 814.  | 280.  | 3.67 | 1.58 | -0.51 | 8.82E-3  | 0.53  |
| 565.   | 682.  | 238.  | 3.67 | 1.58 | -0.51 | 12.62E-3 | 0.53  |
|        |       |       |      |      |       |          |       |
| 979.   | 974.  | 984.  | 0.   | 1.05 | -1.05 | 4.59E-3  | 0.    |
| 606.   | 623.  | 610.  | 0.   | 1.05 | -1.05 | 11.90E-3 | 0.    |
| 932.   | 143.  | 1060. | 2.34 | 0.25 | -1.85 | 7.85E-3  | -0.80 |
| 842.   | 1017. | 350.  | 3.67 | 1.58 | -0.51 | 8.82E-3  | 0.53  |
| 717.   | 860.  | 302.  | 3.67 | 1.58 | -0.51 | 12.62E-3 | 0.53  |
|        |       |       |      |      |       |          |       |
| 1208.  | 1203. | 1216. | 0.   | 1.05 | -1.05 | 4.59E-3  | 0.    |
| 740.   | 764.  | 763.  | 0.   | 1.05 | -1.05 | 11.90E-3 | 0.    |
| 1119.  | 175.  | 1283. | 2.34 | 0.25 | -1.85 | 7.85E-3  | -0.80 |
| 1011.  | 1220. | 420.  | 3.67 | 1.58 | -0.51 | 8.82E-3  | 0.53  |
| 865.   | 1070. | 368.  | 3.67 | 1.58 | -0.51 | 12.62E-3 | 0.53  |

MODULO, POISSON, COD.CKI, NUM. STRAIN GAGES, NUM. DA CARGA

70300.00000000000

0.3450000000000000

1

5

5

Valor do carregamento aplicado

500.0000

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

404.000000000000 402.006440664710 -5.79233751761853

43.3057273047917 43.2015286275299 -0.151375957792007

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

7.35430460494915 7.33660928242005

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

7.34545694368460

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

244.000000000000 273.238870250922 37.0709601127586

26.9930462040256 28.5212934705314 0.968806129868843

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

7.38100182914878 7.79888707945403

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

7.58994445430140

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

72.0230982724638 498.777216104070 -167.467804461059

19.4787785987214 41.7842168201468 -4.37657495311841

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

7.37270228605942 7.39209809394331 7.47853927828780

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

7.41444655276351

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

181.379564501977 409.085322323667 224.492014334286

25.7359564031021 37.6376030458153 5.86683589883091

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

7.72125131943379 7.73460995102739 7.80249826251806

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

7.75278651099308

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

155.515218737689 348.778424087634 191.461947679096

22.0117680262316 32.1131831205057 5.00363378730772

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

7.89946516979899 7.89396507580250 7.95995552565155

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

7.91779525708435

MODULO,POISSON,COD.CKI,NUM.STRAIN GAGES,NUM.DA CARGA  
 70300.0000000000 0.345000000000000

2

5

5

Valor do carregamento aplicado  
 750.0000

deformações(epsilon x,epsilon y, gama xy),e tensões (sigma x,sigma y e tau xy)  
 605.000000000000 605.000000000000 -6.95080502114223  
 64.9335876223180 64.9335876223180 -0.181651149350408  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha,k2linha,k3linha)  
 11.0272107683513 11.0272107683513  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 11.0272107683513  
 deformações(epsilon x,epsilon y, gama xy),e tensões (sigma x,sigma y e tau xy)  
 359.000000000000 370.961356011741 2.31693500704741  
 38.8601392339126 39.4853312974831 6.055038311680268E-002  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha,k2linha,k3linha)  
 10.6259499798029 10.7969030367460  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 10.7114265082744  
 deformações(epsilon x,epsilon y, gama xy),e tensões (sigma x,sigma y e tau xy)  
 106.317982613288 751.831190802258 -237.071305733734  
 29.1820901829547 62.9215536930753 -6.19558094832847  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha,k2linha,k3linha)  
 11.0453980424617 11.1315308152017 10.5867935475142  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 10.9212408017258  
 deformações(epsilon x,epsilon y, gama xy),e tensões (sigma x,sigma y e tau xy)  
 272.558885132553 613.133408517668 337.336554570982  
 38.6293829704366 56.4304156347673 8.81589580909517  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha,k2linha,k3linha)  
 11.5895119480947 11.5965741436293 11.7245501526150  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 11.6368787481130  
 deformações(epsilon x,epsilon y, gama xy),e tensões (sigma x,sigma y e tau xy)  
 230.132257685957 514.614678081390 281.488399386261  
 32.5315755132796 47.4008053298640 7.35636967542478  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha,k2linha,k3linha)  
 11.6747572198467 11.6519219049303 11.7027700138983  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 11.6764830462251

MODULO, POISSON, COD. CKI, NUM. STRAIN GAGES, NUM. DA CARGA  
 70300.00000000000 0.345000000000000

3

5

5

Valor do carregamento aplicado

1000.000

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

793.0000000000000 794.329039556860 -6.95080502114223

85.1478863435424 85.2173521283836 -0.181651149350408

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

14.4600617888413 14.4718586705274

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

14.4659602296844

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

494.0000000000000 516.593672466621 4.63387001409482

53.6421629624629 54.8230813047627 0.121100766233605

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

14.6679592941380 14.9908706239194

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

14.8294149590287

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

141.486469491915 1002.73134791854 -322.061129733280

38.8958182303812 83.9110708701800 -8.41669046954899

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

14.7220364219401 14.8448125690637 14.3821483566421

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

14.6496657825486

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

360.148844010833 818.127693875773 444.293436655855

51.2624349650753 75.1999167972080 11.6110886684196

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

15.3796555065569 15.4537477869698 15.4419691846742

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

15.4251241594003

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

306.422351349817 685.461332653702 372.614244688830

43.3228271347632 63.1343069253857 9.73783692769118

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

15.5474636839917 15.5194834496413 15.4912913605086

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

15.5194128313805

MODULO, POISSON, COD.CKI, NUM.STRAIN GAGES, NUM.DA CARGA  
 70300.00000000000 0.3450000000000000

4

5

5

Valor do carregamento aplicado  
 1250.000

deformações(epsilon x,epsilon y, gama xy),e tensões (sigma x,sigma y e tau xy)  
 979.000000000000 979.000000000000 -11.5846750352371  
 105.074350879751 105.074350879751 -0.302751915584013  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha,k2linha,k3linha)  
 17.8440319706048 17.8440319706048  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 17.8440319706048  
 deformações(epsilon x,epsilon y, gama xy),e tensões (sigma x,sigma y e tau xy)  
 606.000000000000 619.954915347031 15.0600775458082  
 65.4250987756152 66.1544895164474 0.393577490259217  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha,k2linha,k3linha)  
 17.8898954228825 18.0893406559828  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 17.9896180394326  
 deformações(epsilon x,epsilon y, gama xy),e tensões (sigma x,sigma y e tau xy)  
 174.498018628147 1249.11995597058 -405.795031963809  
 48.3132227977305 104.481194548242 -10.6049779461082  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha,k2linha,k3linha)  
 18.2865165986899 18.4838988941056 18.1214179957860  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 18.2972778295271  
 deformações(epsilon x,epsilon y, gama xy),e tensões (sigma x,sigma y e tau xy)  
 453.285878386249 1022.20799314844 560.655920902089  
 64.3129699132565 94.0491963569770 14.6520859256155  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha,k2linha,k3linha)  
 19.2950514844508 19.3273160658854 19.4862915800426  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 19.3695530434596  
 deformações(epsilon x,epsilon y, gama xy),e tensões (sigma x,sigma y e tau xy)  
 390.626992956333 864.393439283358 473.023601473132  
 54.9682383293807 79.7309008518348 12.3619178808937  
 fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha,k2linha,k3linha)  
 19.7267063513794 19.5992077280175 19.6657710628771  
 fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)  
 19.6638950474247

MODULO, POISSON, COD. CKI, NUM. STRAIN GAGES, NUM. DA CARGA

70300.00000000000

0.345000000000000

5

5

5

Valor do carregamento aplicado

1500.000

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

1208.000000000000 1209.99355933529 -15.0600775458082

129.707402029384 129.811600706646 -0.393577490259217

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

22.0272883844430 22.0449837069721

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

22.0361360457075

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

740.000000000000 771.232429586212 1.15846750352371

80.2827385026822 81.9151844464497 3.027519155840134E-002

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

21.9525812410530 22.3989586675154

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

22.1757699542842

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

210.106778453762 1508.19702879727 -477.910376774516

58.2871966101068 126.135333687244 -12.4896280306409

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

22.0616577942693 22.3147597510745 21.3418426049803

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

21.9060867167747

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

544.465199016826 1226.25607934244 673.500461138784

77.2063964805910 112.842008945929 17.6011458358798

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

23.1633121131118 23.1892802584873 23.4083434701396

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

23.2536452805796

deformações(epsilon x, epsilon y, gama xy), e tensões (sigma x, sigma y e tau xy)

463.121041746296 1075.25774861233 565.664526160602

66.5582711117702 98.5532230701599 14.7829799586209

fatores de intensidade de tensão de lab (k1linha, k2linha, k3linha)

23.8860751114085 24.2260537706348 23.5172812418264

fatores de intensidade de tensão médios(kmédio)

23.8764700412899