

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL
DA TESE DEFENDIDA POR Evandro
Cardozo da Silva E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 27 1 95.
Sergio J. B. Filho
ORIENTADOR

*ESTUDO DO PROCESSO ISOTÉRMICO DE FORJAMENTO
DE PRECISÃO, ATRAVÉS DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS*

ENG. EVANDRO CARDOZO DA SILVA

Impl. 17.4.95

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS

*ESTUDO DO PROCESSO ISOTÉRMICO DE FORJAMENTO DE PRECISÃO ,
ATRAVÉS DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS*

Autor : Eng^o. Evandro Cardozo da Silva.
Orientador : Prof. Dr. Sérgio Tonini Button.

Dissertação apresentada à Comissão de Pós-Graduação da
Faculdade de Engenharia Mecânica, como parte dos requisitos
para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA.

CAMPINAS
JANEIRO DE 1.995



FICHA CATALOGRAFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA CENTRAL - UNICAMP

Silva, Evandro Cardozo da

Si38e Estudo do processo isotermico de forjamento de precisao, atraves do metodo de elementos finitos / Evandro Cardozo da Silva. -- Campinas, SP : [s.n.], 1995.

Orientador : Sergio Tonini Button.

Dissertacao (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecanica.

1. Forjamento. 2. Metodo dos elementos finitos. 3. Simulacao (Computadores). I. Button, Sergio Tonini.
II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecanica. III. Titulo.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS

Dissertação de Mestrado

Título da Dissertação: ESTUDO DO PROCESSO ISOTÉRMICO DE
FORJAMENTO DE PRECISÃO, ATRAVÉS DO
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Autor: Eng^o. Evandro Cardozo da Silva.

Orientador: Prof. Dr Sérgio Tonini Button.

Aprovado por:

Sérgio Tonini Button

Prof. Dr. Sérgio Tonini Button (Presidente).

José Divo Bressan

Prof. Dr. José Divo Bressan.

Fernando Iguti

Prof. Dr. Fernando Iguti.

Campinas, janeiro de 1.995.

⇒ AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho, e gostaria de citar em especial:

Ao Prof. Dr. Sérgio Tonini Button pela orientação do trabalho de tese e também pela amizade demonstrada durante todo o trabalho;

Aos colegas de curso pelo tão precioso apoio no dia-a-dia do mestrado;

Aos Srs. Laerte e José Luis da oficina mecânica do DEMa-FEM-UNICAMP, pela confecção de inúmeros elementos mecânicos para a realização deste trabalho.

Aos amigos Rogério Hein, Ângelo Caporalli Filho, Gustavo A. Santana Martinez e Carlos Norberto Vetorazzi Jr., do DEMa-FEM-UNICAMP pelas sugestões e auxílio durante a realização deste trabalho.

Aos Professores e funcionários do DEMa-FEM-UNICAMP.

Aos demais colegas e técnicos do DEMa-FEM-UNICAMP, pela colaboração no decorrer do trabalho e pela amizade compartilhada.

Ao CNPq pela concessão de bolsa.

⇒ RESUMO

O estado da arte, no forjamento, aponta para o forjamento de precisão. Este tipo tem por meta a produção de forjados com uma qualidade de acabamento que reduza, em parte ou integralmente, as operações secundárias de acabamento. Para atingir este objetivo o projeto de uma peça forjada exige o abandono do método tradicional de tentativa e erro. O uso de sistemas computacionais passa a ser a ferramenta essencial para conduzir a indústria de forjados a se adaptar a novos requisitos tecnológicos de modo a assegurar custos competitivos nos diferentes mercados.

A conformação por forjamento se dá pela aplicação de um estado de compressão direta e a deformação ocorre basicamente por recalque, alargamento e ascensão.

Para o recalque simples de cilindros e anéis é desenvolvido neste trabalho um modelo matemático bidimensional de elementos finitos de análise rígido-viscoplástica, cuja tecnologia é a base para o aprimoramento e implementação do processo de forjamento de precisão.

O código do modelo matemático em linguagem FORTRAN 77 tem sua validade verificada por comparação da simulação usando elementos finitos quadriláteros linear e quadrático com o método do limite superior e resultados experimentais.

Foram verificadas as influências sobre as simulações, do emprego de materiais de importância tecnológica distintos, de fatores de atritos diversos, de várias velocidades de processo e outros parâmetros preponderantes. Sendo assumido o estado plano de deformação o modelo adotado mostrou-se adequado para a análise do recalque de cilindros e anéis fornecendo resultados compatíveis com as observações experimentais e as informações encontradas na literatura.

Usando o método de elementos finitos simulou-se a variação nos diâmetros internos de anéis com as proporções geométricas convencionais e indicados por gráficos para vários fatores de atrito (m) na interface peça-matriz. Este procedimento é a maneira convencional de representar curvas de calibração teóricas usadas na avaliação de atrito com o teste de anel.

⇒ ABSTRACT

Precision forging is the state-of-the-art process to produce near-net-shape parts, reducing or eliminating later finishing operations. To reach this goal, conventional trial-and-error methods of forging design are not suitable. Computers are essential tools to make forging industries adapted to the new technological requirements with competitive costs in different markets.

Forging is a forming process held by direct compressive stresses where deformation occurs basically by upsetting, stretching and ascending .

In this work, ring and cylinder upsetting is analysed using a two-dimensional mathematical model based on the finite element method, with a rigid viscoplastic material. This model is intended to improve precision forging design.

The model, with codes written in FORTRAN 77, was validated comparing simulation results (using linear and quadratic finite elements) to upper-bound method and experimental results.

The influence of some variables (materials, friction, forging speed) on the simulation was studied. Assumed the plane-strain state, the model showed good agreement with experimental results in the analysis of ring and cylinder upsetting.

Many simulations with FEM were held to study changes of ring geometry, depending on friction factor (m), and to plot theoretical calibration curves used to evaluate friction in the ring test.

⇒ ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	iii
RESUMO	iv
ABSTRACT	v
NOMENCLATURA	x
LISTA DE FIGURAS	xiv
LISTA DE TABELAS	xix
1 INTRODUÇÃO	1
2 FORJAMENTO DE PRECISÃO	2
2.1 Descrição do Processo	2
2.1.1 Vantagens do Forjamento de Precisão	3
2.1.2 Aplicações de Forjamento de Precisão	4
2.1.3 Critérios para Projeto de Ferramentas	6
2.1.4 Considerações Sobre o Controle do Processo	9
2.1.5 Considerações Sobre o Equipamento	14
2.1.6 Seleção da Temperatura do Processo	17
2.2 Projeto do Processo de Forjamento	21
2.2.1 Introdução	21
2.2.2 Projeto do Processo de Forjamento	22
2.2.3 Técnicas de Modelagem Usadas no Projeto do Processo de Forjamento	28
3 O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	32
3.1 Histórico e Aplicações em Plasticidade	32
3.2 Formulação Sólida e Formulação de Fluxo	34
3.3 Modelagem do Comportamento Plástico dos Metais	34
3.3.1 Tensão, Deformação e Taxa de Deformação	35
3.3.2 O Critério de Escoamento	36

3.3.3	Equilíbrio e Princípio da Taxa de Trabalho Virtual	37
3.3.4	Potencial Plástico e Lei do Escoamento	38
3.3.5	Encruamento por Deformação, Tensão Efetiva e Deformação Efetiva	40
3.3.6	Princípio dos Extremos	41
3.3.7	Viscoplasticidade	41
3.4	Elementos, Funções de Forma e Métodos de Solução	42
3.4.1	O Método de Elementos Finitos	42
3.4.2	Procedimento de Elementos Finitos	45
3.4.3	Elementos e Funções de Forma	46
3.4.4	Matriz Taxa de Deformação do Elemento	50
3.4.5	Matriz da Taxa de Deformação Efetiva e da Taxa de Deformação Volumétrica	52
3.4.6	Equação de Rigidez Elementar	53
3.4.7	Integração Numérica	54
3.4.8	Condições de Contorno	55
4	O MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO	57
4.1	Forjamento Isotérmico Axissimétrico	57
4.1.1	Introdução	57
4.1.2	Compressão de Cilindros Sólidos	58
4.1.3	Compressão de Anéis	59
4.1.4	Caracterização do Material	62
4.2	Modelo Matemático	65
4.2.1	Introdução	65
4.2.2	Formulação de Elementos Finitos	66
4.2.3	Implementação Computacional	69
4.3	Validação do Modelo	78
4.3.1	Testes em Modelos com 4 Elementos Lineares e com 1 Elemento Quadrático	78
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	82
5.1	Introdução	82
5.2	Definição dos Parâmetros do Processo	82

5.3	Resultados Obtidos com o Modelo Desenvolvido	83
5.3.1	Compressão dos Cilindros	83
5.3.2	Compressão de Anéis	92
5.4	Análise e Comparação dos Resultados	95
5.4.1	Resultados Experimentais	96
5.4.2	Comparação da Simulação com o Experimento	98
5.5	Desempenho dos Elementos Linear e Quadrático	105
5.5.1	Malha de Elementos Finitos	105
5.5.2	Elemento Linear & Quadrático	111
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	118
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	120
APÊNDICES		
1	Derivação da Matriz Taxa de Deformação [B] para Elemento Quadrangular 2-D	130
2	Integração Através da Regra de Simpson	131
3	Integração Numérica	134
4	Exemplo de Aplicação	139

⇒ NOMENCLATURA

Latinos

A	Área da seção transversal
A_0	Área da seção transversal inicial
A_f	Área da seção transversal final
\mathbf{B}	Matriz taxa de deformação
\mathbf{C}	Vetor taxa de deformação volumétrica
D	Diâmetro
D_0	Diâmetro inicial
\mathbf{D}	Matriz coeficiente da taxa de deformação efetiva
E	Deformação Lagrangiana
$F(\sigma_y)$	Função das Tensões
F_i	Tração
G	Módulo de cisalhamento
H	Altura
H_0	Altura inicial
H_f	Altura final
\dot{H}	Derivada no tempo da altura
ΔH	Incremento da altura
I_1	Invariante linear do tensor tensão
I_2	Invariante quadrático do tensor tensão
I_3	Invariante cúbico do tensor tensão
J_1	Invariante linear do tensor tensão desviador
J_2	Invariante quadrático do tensor tensão desviador
J_3	Invariante cúbico do tensor tensão desviador
\mathbf{J}	Jacobiano da transformação de coordenadas
K	Constante de penalidade
\mathbf{K}	Matriz de rigidez
\mathbf{N}	Matriz função de forma

P	Carga
\mathbf{P}	Matriz taxa de deformação efetiva
P_α	Elemento da matriz taxa de deformação \mathbf{B}
R_0	Raio inicial
S	Micriestrutura
S	Superfície
S_C	Superfície de contato peça-matriz
S_D	Superfície de descontinuidade
S_F	Superfície onde a tração é prescrita
S_u	Superfície onde a velocidade é prescrita
\mathbf{T}	Matriz transformação de coordenadas
U_D	Velocidade da matriz
V	Volume
V_0	Volume inicial
ΔV	Variação no volume
W_p	Trabalho plástico total por unidade de volume
\dot{W}_p	Taxa de trabalho plástico por unidade de volume
X_α	Elemento da matriz taxa de deformação \mathbf{B}
Y	Tensão de escoamento para tração uniaxial
Y_0	Tensão de escoamento inicial
Y_α	Elemento da matriz taxa de deformação \mathbf{B}
Z_α	Elemento da matriz taxa de deformação \mathbf{B}
e	Deformação de engenharia
\dot{e}	Taxa de deformação de engenharia
f_s	Tensão de atrito
\mathbf{f}	Vetor força do ponto nodal
$f(\sigma_{ij})$	Função escoamento
k	Tensão de escoamento por cisalhamento
ℓ	Vetor tangente unitário
m	Fator de atrito
m	Expoente taxa de deformação
n	Expoente do encruamento por deformação
\mathbf{n}	Vetor unitário normal a superfície
q_α	Funções de forma

t	Tempo
Δt	Incremento de tempo
u_i	Componente da velocidade
u_i^α	Componente da velocidade no α -ésimo nó
u_0	Velocidade inicial
u_s	Velocidade de deslizamento relativa
u_n	Componente da velocidade normal a uma superfície
u_t	Componente da velocidade tangente a uma superfície
Δu	Descontinuidade na velocidade
v_s	Velocidade de deslizamento relativo no ponto nodal
\mathbf{v}	Vetor velocidade no ponto nodal
\mathbf{v}_0	Vetor velocidade inicial no ponto nodal
$\Delta \mathbf{v}$	Correção das velocidades dos pontos nodais
w_j	Velocidade virtual
w_I	Fatores de peso
$x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha$	Coordenadas-x,y,z do α -ésimo nó

Gregos

$\gamma, \gamma', \gamma''$	Coefficientes de viscosidade
$\delta_{\alpha,\beta}$	Delta de Kronecker
$\bar{\varepsilon}$	Deformação efetiva
$\bar{\varepsilon}_N$	Deformação efetiva no nó N
$\dot{\varepsilon}_{ij}$	Taxa de deformação
$d\varepsilon_{ij}$	Deformação infenitesimal
$\dot{\varepsilon}_v$	Taxa de deformação volumétrica
$\dot{\varepsilon}_{ij}^p$	Taxa de deformação plástica
$\dot{\varepsilon}_{ij}^e$	Taxa de deformação elástica
$\dot{\varepsilon}_{ij}$	Taxa de deformação efetiva
$\dot{\varepsilon}_0$	Taxa de deformação limite
ξ, η	Coordenadas naturais
ξ_α, η_α	Coordenadas- ξ, η do α -ésimo nó
θ	Ângulo
λ	Multiplicador Lagrangiano

$\dot{\lambda}$	Fator de proporcionalidade (taxa) nas leis de escoamento
$d\lambda$	Fator de proporcionalidade (infinitesimal) nas leis de escoamento
ν	Razão de Poisson
π	Funcional
$\delta\pi$	Varição do funcional π
$\delta\pi_{(j)}$	Valor de $\delta\pi$ no j -ésimo elemento
$\delta\pi_D$	Termo devido a taxa de energia de deformação em $\delta\pi$
$\delta\pi_p$	Termo de penalidade em $\delta\pi$
$\delta\pi_{s_F}$	Termo devido a tração em $\delta\pi$
$\delta\pi_\lambda$	Termo que inclui o multiplicador Lagrangiano em $\delta\pi$
$\delta\pi_{s_C}$	Termo devido ao atrito em $\delta\pi$
σ_{ij}	Tensor de Cauchy
σ'_{ij}	Tensor reduzido
$\bar{\sigma}$	Tensão efetiva, tensão de escoamento
σ_m	Tensão média
$\phi(F)$	Função sensibilidade a taxa de deformação
\dot{w}_{ij}	Taxa de rotação

⇒ LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 2

2.1 -	Seções transversais de peças forjadas (a) de precisão e (b) convencional	2
2.2 -	Operações de forjamento a frio.	3
2.3 -	Redução do peso obtido pelo forjamento isotérmico e um disco no lugar do método de forjamento convencional.	5
2.4 -	Etapas de conformação para a fabricação de um pinhão cônnico para diferencial	6
2.5 -	Simulação do forjamento com rebarba mediante o MEF com a formulação do material rígido-plástico	8
2.6 -	Fluxograma de um procedimento CAD/CAM para projeto e manufatura de matriz de forjamento	9
2.7 -	Esquema de um ferramental para forjar um preformado em disco de engrenagem helicoidal.	10
2.8 -	Geometria do preformado para produzir um disco de engrenagem helicoidal sem rebarba.	11
2.9 -	Exemplo de distribuição de temperatura (isotermas) na engrenagem e matriz depois de 0,1 s.	12
2.10 -	(a) os efeitos do trabalho a frio anterior são (b) parcialmente removidos por recuperação e (c) a condição original mole é completamente restabelecida por recristalização.	13
2.11 -	Esquema de um sistema de aquecimento por indução para forjamento isotérmico ou matriz quente.	15
2.12 -	Esquema de uma prensa de fricção.	17
2.13 -	Esquema de uma prensa mecânica de forjamento.	17

2.14 - Gráfico comparativo da influência da temperatura na conformabilidade dos metais nas estruturas fundidas, que tem grãos grosseiros e nas estruturas trabalhadas com grãos finos.	18
2.15 - Efeito da temperatura de recalque sobre a tensão de escoamento.	20
2.16 - Efeitos da temperatura de trabalho na conformabilidade morna.	20
2.17 - Interdependência dos parâmetros do processo de forjamento.	21
2.18 - Esquema da tarefa do projeto do processo de forjamento.	26
2.19 - Descrição do método para especificação e planejamento do processo de forjamento.	30

CAPÍTULO 3

3.1 - Simulação do processo de forjamento de uma peça 3D (préforma de uma biela)	33
3.2 - Tração uniaxial.	35
3.3 - (a) Coordenada retangular e elementos retangular reto; (b) elemento isoparamétrico (mapeado em coordenadas Cartesianas; elemento quadrilátero); (c) função de forma.	48
3.4 - Quadrilátero de nove nós (a) no espaço x, y e (b) no espaço ξ, η . (c) Definição das funções de forma genéricas.	50

CAPÍTULO 4

4.1 - As pressões na interface (P_a) são (a) iguais a tensão de escoamento ($\bar{\sigma}$) na compressão sem atrito mas (b) o atrito gera "pico de atrito" que (c) é maior para uma razão d/h maior.	58
4.2 - Geometria e forma do cilindro deformado (malha distorcida) drante a compressão não uniforme.	59
4.3 - Dois modos de deformação no recalque de anel.	60
4.4 - Calibração teórica para um anel tendo a relação $DE:DI:altura = 6:3:2$.	61
4.5 - Procedimentos do trabalho a quente com encruamento e amolecimento simultâneos.	62

4.6 - No (a) teste de compressão, a área da seção transversal aumenta continuamente, porisso, (b) a força registrada aumenta continuamente mesmo se o material não encura com a deformação.	63
4.7 - Comparação esquemática das linhas de conformabilidade dos materiais (A, B) e linhas de deformação do processo (a, b).	64
4.8 - A conformabilidade pode ser avaliada em (a) uma compressão com atrito aderente, (b) um recalque de uma amostra (corpo de prova) anelar, ou (c) uma indentação de espessura parcial.	65
4.9 - Problema axissimétrico.	66
4.10 - Elemento quadrilátero e sistema de coordenada natural.	67
4.11 - Aplicação.	71
4.12 - As forças de recalque aumentam passo a passo com o aumento da deformação, a área abaixo da curva representa trabalho.	76
4.13 - Pós-processamento dos resultados da simulação do programa DIPS.	77
4.14 - Resultados comparativos da simulação do recalque sem atrito na interface para elementos lineares e quadrático.	79
4.15 - Comparação do recalque de cilindro com elemento linear/quadrático.	79

CAPÍTULO 5

5.1 - Malha distorcida indicando a influência da peça sobre a forma do barrilamento: (a) $H_o/D_o = 1,5$ e (b) $H_o/D_o = 2,5$ para 40% de redução de altura.	84
5.2 - Distorções da malha na compressão simples a 50% de redução na altura para duas condições de atrito.	85
5.3 - Relação tensão-taxa de deformação para o titânio Ti-6Al-4V.	86
5.4 - Distorções da malha para as simulações do MEF a deslocamento da matriz de (a) 0,0 H_o , (b) 0,2 H_o , (c) 0,4 H_o e (d) 0,6 H_o .	88
5.5 - Seção transversal simulada comparada com o experimento para uma redução de 47,2% na altura do cilindro.	89
5.6 - Distribuição de velocidade relativa para deslocamento da matriz de 0,6 H_o (a) $m = 0,3$ e (b) $m = 0,6$.	90
5.7 - Variação no diâmetro do cilindro para $m = 0,3$ e $m = 0,6$	91

5.8 - Distorções da malha nas simulações do MEF da compressão de um anel para os fatores de atrito $m= 0,3$ e $0,6$. As unidades são múltiplas da altura indeformado.	92
5.9 - Seção transversal simulada comparada com o experimento para uma redução de 38,4% na altura do cilindro.	93
5.10 - Distribuição de velocidade relativa para deslocamento da matriz de 0,6 Ho (a) $m = 0,3$ e (b) $m = 0,6$.	94
5.11 - Curvas de calibração teóricas usadas para a determinação do atrito do recalque de anel para a relação 6:3:2 (DE:DI:Altura) calculadas com MEF	100
5.12 - Curvas de calibração teóricas usadas para a determinação do atrito do recalque de anel para a relação 6:3:1 (DE:DI:Altura) calculadas com o MEF	101
5.13 - Curvas de calibração teóricas usadas para um anel com a relação 6:3:2 e resultados experimentais para o forjamento de anéis para duas condições de atrito.	103
5.14 - Curvas de calibração teóricas usadas para um anel com a relação 6:3:2 e resultados experimentais para o forjamento de anéis para duas condições de atrito. O * se refere a resultados do presente trabalho.	104
5.15 - Comparação das malhas de elementos finitos para recalque de cilindros	106
5.16 - Comparação das malhas de elementos finitos para recalque de anéis.	107
5.17 - Comparação das malhas de elementos finitos com o resultado experimental para recalque de cilindros.	108
5.18 - Comparação das malhas de elementos finitos com o resultado experimental para recalque de anéis.	109
5.19 - Curvas de calibração teóricas usadas para um anel com a relação 6:3:2 e resultados experimentais para duas malhas distintas e uma condição de atrito.	110
5.20 - Comparação das malhas de elementos finitos linear e quadrática para recalque de cilindros.	111
5.21 - Comparação das malhas de elementos finitos linear e quadrática para recalque de anéis.	112
5.22 - Distorções das malhas na compressão simples a 50% de redução na altura para malhas de elementos finitos linear e quadrática.	113
5.23 - Comparação das malhas de elementos finitos linear e quadrática com o resultado experimental no recalque de cilindros.	114

5.24 - Comparação das malhas de elementos finitos linear e quadrática com o resultado experimental.	115
5.25 - Curvas de calibração teóricas usadas para um anel com a relação 6:3:2 e resultados experimentais para forjamento de anéis para uma condição de atrito.	116
5.26 - Tempo de simulação para 10 iterações em função do número total de nós para (a) $m=0,3$ e (b) $m = 0,6$.	117

APÊNDICES

A2.1 - Aproximando áreas usando retângulos, trapezóides e parábolas.	132
A3.1 - Quadratura de Gauss de um-ponto.	135
A3.2 - Quadratura de Gauss em duas dimensões usando a regra 2×2 .	137
A3.3 - Elementos quadriláteros de quatro nós distorcidos.	138

⇒ LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 2

- 2.1 - Fatores aplicáveis relacionados com a especificação do produto, projeto do processo, e projeto da matriz. 24

CAPÍTULO 4

- 4.1 - Comparação dos resultados da simulação com elemento linear e quadrático. 80
4.2 - Comparação dos resultados da simulação com elemento linear e quadrático. 81

CAPÍTULO 5

- 5.1 - Parâmetros de entrada para simulação. 83
5.2 - Propriedades dos materiais para a simulação (recozidos). 97

APÊNDICES

- A3.1 - Pontos de Gauss e pesos para a quadratura de Gauss. 137

⇒ *CAPÍTULO 1*

Introdução

Atualmente na indústria de forjamento, técnicas matemáticas avançadas como o método de elementos finitos (MEF) têm revolucionado os métodos de tentativa e erro convencionais para o desenvolvimento do projeto das matrizes e do forjamento. No domínio rígido-viscoplástico, o MEF tem sido usado para a simulação do processo e nos domínios térmico e elástico, aplicado no projeto do ferramental. Outra aplicação do método é a otimização de peças complexas pelo forjamento de precisão. Apresenta-se a aproximação usada para simular o recalque a quente, com o objetivo de garantir qualidade superficial e interna ao forjado e o escoamento apropriado do material metálico.

No capítulo 2 é descrito o processo de forjamento de precisão e os fatores de influência para nortear a forma de atingir-se um grau ideal de controle do processo de fabricação e um perfeito preenchimento da função da peça fabricada. São apresentados os conceitos de projeto do processo de forjamento.

A aproximação do método de elementos finitos para a análise rígido-viscoplástica é apresentada no capítulo 3.

No capítulo 4 descreve-se o processo de forjamento isotérmico axissimétrico como um tipo de forjamento de precisão de grande importância. Escolhe-se o processo isotérmico por conferir ao produto forjado as melhores características em termos de precisão geométrica e dimensional e em termos de qualidade estrutural. O modelo matemático desenvolvido é apresentado. O método de elementos finitos é adotado para modelagem do forjamento através da formulação variacional infinitesimal e matricial.

Os modelos de elementos finitos propostos são finalmente avaliados no capítulo 5, onde são apresentados os resultados de diversas aplicações. Os resultados obtidos da simulação com elementos lineares e quadráticos são comparados com os resultados do procedimento experimental para definir a aplicabilidade e a validação do modelo desenvolvido.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões acerca dos resultados obtidos e sugestões de outros trabalhos.

⇒ CAPÍTULO 2

Forjamento de Precisão

2.1 DESCRIÇÃO DO PROCESSO

O termo forjamento de precisão não especifica um processo de forjamento distinto, e sim, descreve uma variação operacional para o forjamento como pode-se observar na figura 2.1 [Kuhlman et al., 1989]. O objetivo dessa variação é a obtenção da forma acabada ou pelo menos próxima da forma acabada, dependendo das condições do forjamento.

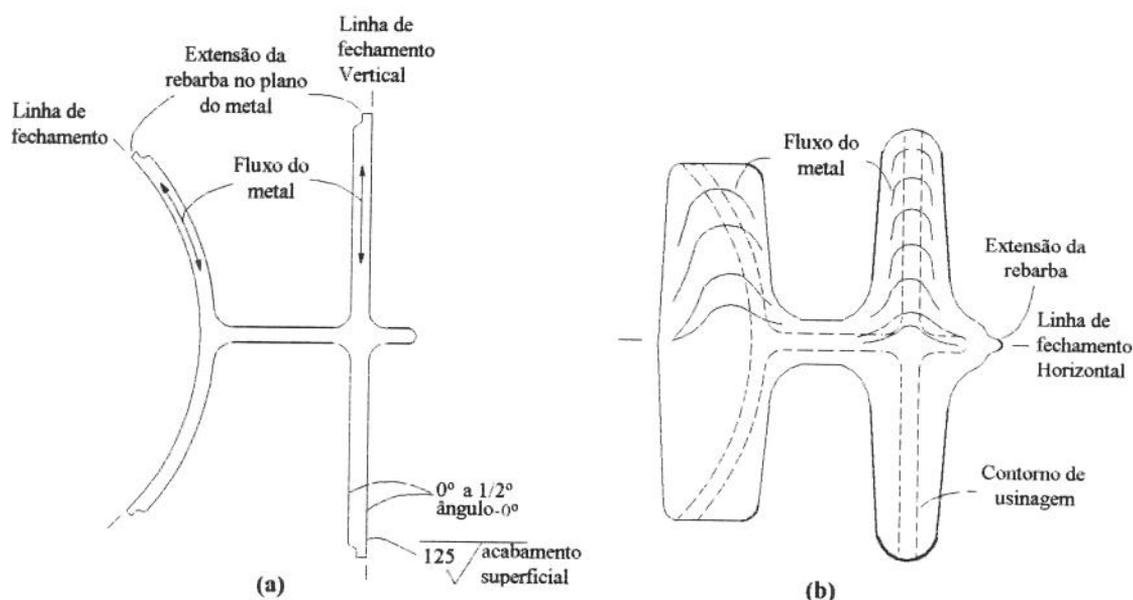


Figura 2.1 Seções transversais de peças forjadas (a) de precisão e (b) convencional.

O termo acabado indica que não há necessidade de usinagem ou acabamento posterior da superfície forjada. Assim, um forjamento de forma acabada requer apenas operações secundárias (furos, roscas, etc.). Já o forjamento próximo da forma acabada requer usinagem ou acabamento mínimo em alguma superfície.

Devido ao seu objetivo o forjamento de precisão é conhecido como forjamento de tolerância apertada, pois obtém-se as tolerâncias finais dimensional e superficial da peça

acabada apenas pela operação de forjamento. Os processos tradicionalmente de precisão são os processos de forjamento a frio (figura 2.2) [Blazynski, 1989].

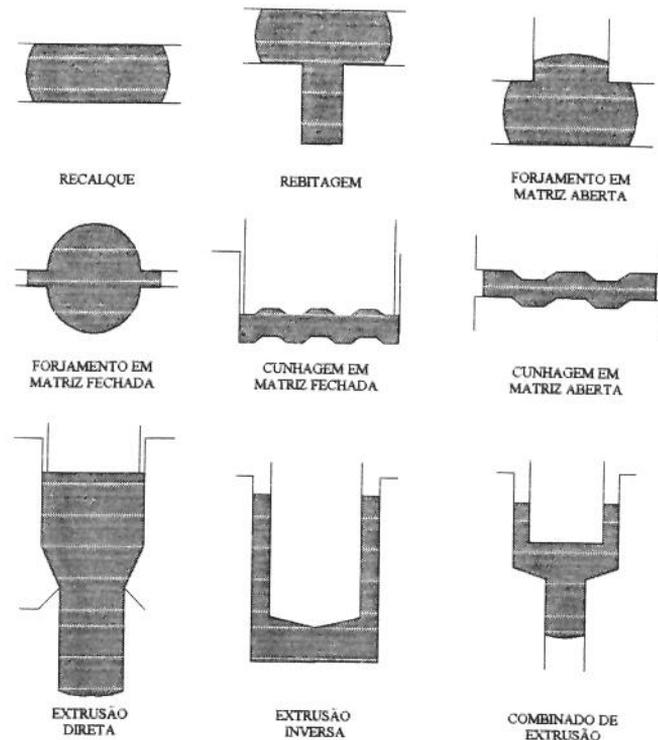


Figura 2.2 Operações de forjamento a frio.

2.1.1 Vantagens do Forjamento de Precisão

O forjamento de precisão elimina, ou pelo menos reduz, o custo associado com o sobremetal de usinagem que tradicionalmente um projeto de forjamento a quente prevê.

É mais fácil identificar a economia pela eliminação das operações de usinagem do que a economia obtida através da redução do material necessário. Porém, este último é substancial porque o custo do material com frequência é mais da metade do custo total de um forjado.

O peso de um forjado tradicional é frequentemente mais de duas vezes o peso da peça acabada depois de usinada. Isto se deve ao sobremetal de usinagem e a rebarba do forjamento (20 a 40% do peso, conforme *Forging Industry Association* [Shiple, 1989]). Esta rebarba pode ser minimizada ou às vezes eliminada no projeto de forjamento de

precisão (seção 2.1.3) embora muitas vezes seja necessária para garantir o preenchimento do metal na matriz.

Uma grande vantagem dos forjados de precisão sobre os forjados que sofrem usinagem extensiva, são suas propriedades mecânicas frequentemente superiores, pelo fato de preservar intacta a microestrutura do forjado. Além disso, seu valor comercial é superior ao de um forjado convencional [Shiple, 1989; Mesquita et al., 1993].

2.1.2 Aplicações do Forjamento de Precisão

A escolha da utilização do forjamento de precisão é implementada considerando a capacidade tecnológica durante o projeto do processo, pois, a precisão de um forjado é definida em termos das exigências de uma peça acabada derivadas do desempenho desejado em serviço, que são a geometria global, tolerância dimensional e acabamento superficial.

Esta escolha se processa por eliminação, ou seja, considerando as características que tendam a não favorecer o forjamento de precisão.

Considerações Físicas

Considera-se primeiramente a possibilidade de remover o forjado do ferramental depois do processo de forjamento ser completado. Assim, geometrias que se entrelaçam com as matrizes de forjamento não podem ser forjadas na forma acabada. Além disso, superfícies paralelas aos eixos de forjamento irão com frequência gerar elevadas forças de atrito com o ferramental durante a extração da peça. Por isso, os forjados são frequentemente projetados com um ligeiro ângulo em tais superfícies para facilitar a extração (figura 2.1).

O comportamento físico do escoamento do metal durante o processo de forjamento também limita a aplicação dos conceitos de forjamento de precisão. Por exemplo, não será possível para o metal escoar para preencher cantos agudos ou seções finas, que provocariam elevado carregamento do ferramental e ruptura do material da peça.

O resfriamento do material da peça pelo ferramental relativamente mais frio limita o escoamento do metal. Um dos motivos para o desenvolvimento do forjamento isotérmico (figura 2.3) e em matriz quente é justamente para aumentar a precisão do forjado [Shah, 1989; Schmoeckel, 1981].

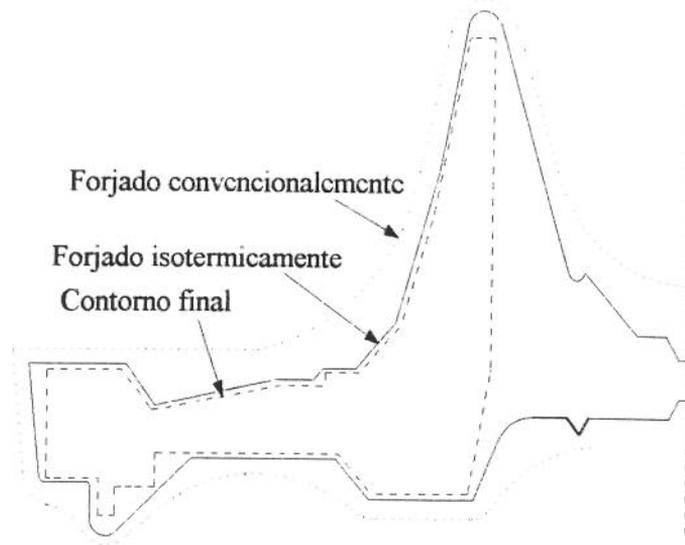


Figura 2.3 Redução do peso obtido pelo forjamento isotérmico e um disco no lugar do método de forjamento convencional

Considerações Econômicas

Se considerarmos apenas os custos do processo de forjamento em si, o forjamento de precisão torna-se geralmente mais caro que o forjamento convencional, pelo grande número de fatores que devem ser levados em conta e que são ignorados no forjamento convencional.

A economia na manufatura posterior compensa o aumento do custo associado com o forjamento de precisão e torna-se especialmente atrativa no caso de peças com superfícies complexas que são difíceis e caras de se obter por usinagem, como engrenagens (figura 2.4), e peças similares [Schmoeckel, 1981].

A análise econômica é crítica na determinação dos benefícios do forjamento da forma acabada e próximo da forma acabada com relação a um forjamento convencional. As tolerâncias dimensionais e o acabamento superficial obtidas aproximam-se das exigidas para a peça acabada. Como exemplo, através do procedimento mostrado na figura 2.4 pode-se alcançar um grau de precisão correspondente a IT6 ou 7 e um acabamento superficial de R_t menor que $1 \mu\text{m}$.

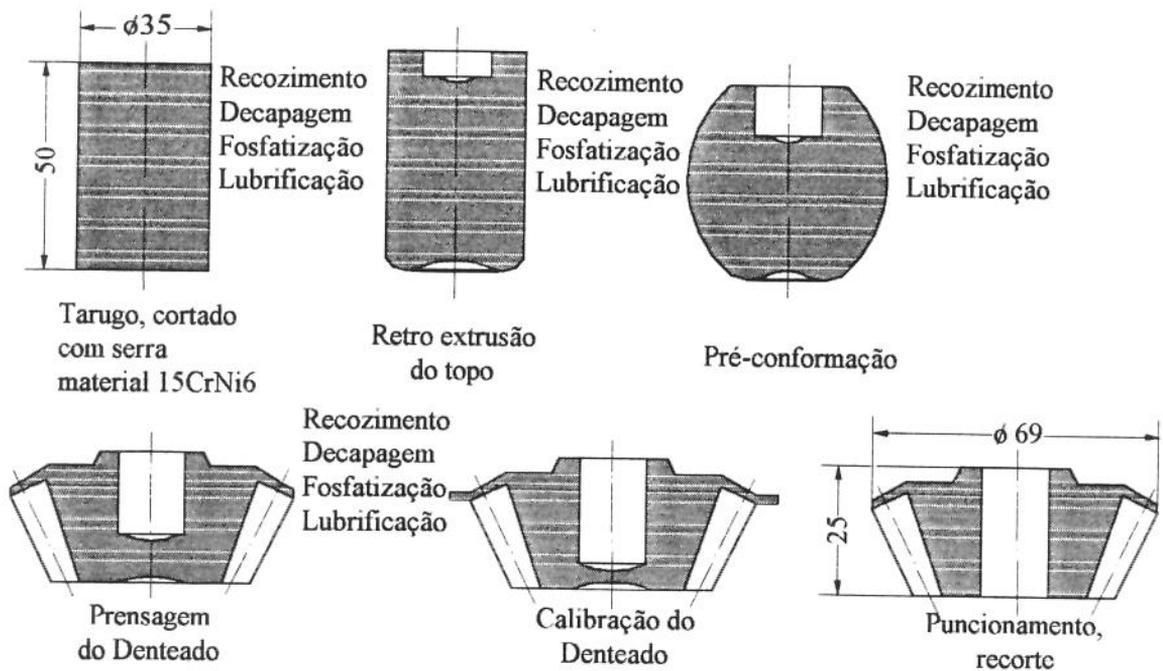


Figura 2.4 Etapas de conformação para a fabricação de um pinhão cônico satélite para diferencial

2.1.3 Critérios para Projeto de Ferramentas

O projeto das ferramentas de forjar deve considerar todos os efeitos que podem influir na precisão do processo, como a folga para a expansão térmica da ferramenta que geralmente está a alta temperatura durante o processo e a folga para a contração da peça quando esfria depois do forjamento. A deflexão elástica da ferramenta e do equipamento de forjar durante o processo, que em muitos casos é pequena, pode ser desprezada com segurança. A recuperação elástica também pode ser desprezada por ser baixa a tensão de escoamento a elevadas temperaturas de forjamento [Haque, et al., 1987].

As Dimensões da Peça Forjada

As dimensões da peça forjada diminuem com relação a cavidade da matriz pela espessura do lubrificante em matriz fechada, que geralmente é menor que para matriz de forjar pré-formas. Se a espessura da camada de lubrificante for muito fina ela pode ser desprezada.

O projeto de ferramentas no forjamento de precisão deve garantir uma superfície de pré-forma apropriada para controlar o fluxo do metal a fim de preencher os contornos da matriz e para obter uma superfície acabada aceitável [Haque, et al., 1987]. A magnitude do resfriamento também deve ser avaliada porque a tensão de escoamento do metal é função da temperatura [Shah, 1989].

A Conformabilidade do Material da Peça

A conformabilidade do material da peça é uma medida quantitativa de quanta deformação pode ser acomodada sem ruptura ou outra forma de falha. Segundo Bresciani et al (1991) a conformabilidade plástica está intimamente associada ao processo de conformação, daí nos referirmos à forjabilidade como característica da fabricação por conformação da peça por forjamento no qual predomina o trabalho de volumes metálicos. A forjabilidade é mais crítica no forjamento de precisão do que no convencional porque necessita níveis de deformação mais elevados para obter as tolerâncias exigidas, especialmente em áreas localizadas. Além disso, o índice de forjabilidade do material pode diminuir num processo de forjamento de precisão se a temperatura de forjamento diminui para melhorar a precisão.

Modelos Matemáticos

Modelos matemáticos baseados no método de elementos finitos (MEF) tem sido desenvolvidos para auxiliar o engenheiro no projeto de forjamento a exemplo do que representa a figura 2.5 [Roll, et al., 1986]. Estes modelos têm sido implementados através de programas de computador que fornecem os perfis de tensão e temperatura requeridos e permitem ao projetista simular o escoamento do metal que ocorre durante o forjamento. A simulação e modelagem do processo são discutidos em detalhes na seção 2.2.3.

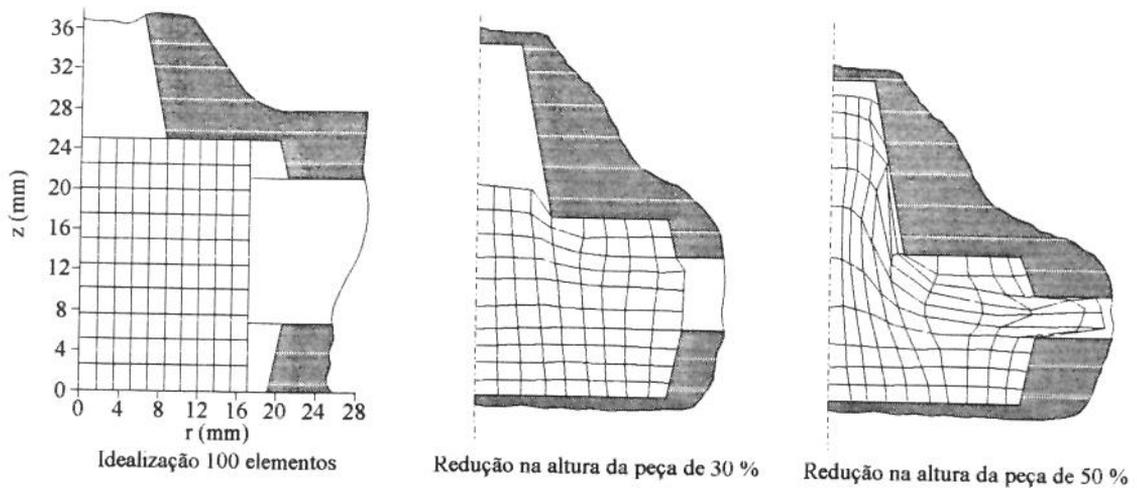


Figura 2.5 Simulação do forjamento com rebarba mediante o MEF com a formulação do material rígido-plástico

Independente do uso ou não do modelo matemático, o emprego de um sistema de projeto e manufatura auxiliado por computador (CAD/CAM) (figura 2.6) para o projeto da ferramenta de forjamento de precisão é muito útil. Pois, este sistema pode acelerar a análise com o modelo matemático e calcular automaticamente volumes e áreas de superfícies cuja correção é mais crítica no forjamento de precisão que no convencional. As aplicações do sistema CAD/CAM são discutidas na seção 2.2.2 e abordadas por vários pesquisadores [Sobroff et al., 1982, Subramanian et al., 1977-1978].

Modelagem Física

A modelagem física é uma alternativa para a simulação matemática do processo de forjamento em computador e envolve a construção de um modelo análogo de ferramental e material da peça, como por exemplo, a plasticina [Flaska et al., 1990; Wanheim et al., 1980] que facilita a compreensão do escoamento do metal durante o forjamento. E para esta observação usa-se o Plexiglas ou acrílico transparente [Biner, 1992] como ferramental no modelo físico. Segundo Wanheim et al (1980) pode-se destacar padrões de escoamento do metal, adotando pré-formados de diferentes cores de material de modelagem. Nos trabalhos de Meidert et al. (1993) e Altan e Knoerr (1993) o modelo físico com plasticina é comparado com o modelo numérico com elementos finitos.

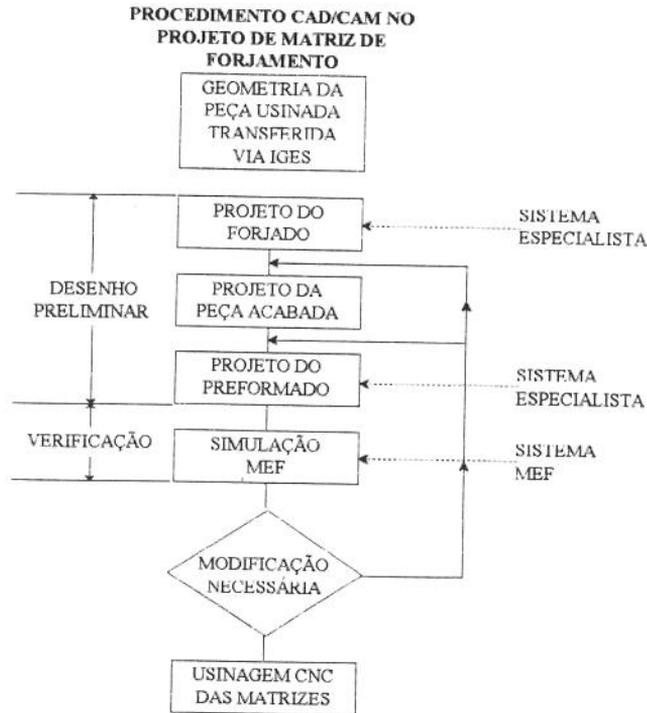


Figura 2.6 Fluxograma de um procedimento CAD/CAM para projeto e manufatura de matriz de forjamento

2.1.4 Considerações Sobre o Controle do Processo

Escolhido o forjamento de precisão para a peça e projetado o ferramental, deve-se manter um controle rígido de todo o processo de manufatura levando em consideração os fatores, além dos já citados, que são únicos para uma aplicação particular.

Precisão do Ferramental

Devido a muitos fatores que influem na tolerância do forjado, esta será pior que a tolerância do ferramental (figura 2.7)[Sobroff, et al., 1982]. Por isso, para um forjamento de precisão a faixa de tolerância do ferramental deve ser uma fração pequena (por exemplo, 1/10 a 1/3) da tolerância desejada do forjado [Shiple, 1989]. Neste caso é indispensável a inspeção do ferramental construído, permitindo determinar as causas de qualquer condição fora das tolerâncias do forjado caso venha a ocorrer. Esta inspeção geralmente é feita com uma máquina de medição por coordenadas cujos dados de inspeção são armazenados num arquivo que quando acessados após o uso do ferramental determinam a extensão do desgaste do mesmo.

Precisão da Montagem

O controle do alinhamento (garantido pelas colunas) e da montagem do ferramental na prensa de forjar é tão importante quanto a tolerância do próprio ferramental. A montagem do ferramental afeta a dimensão do forjado, e sua importância se deve a existência de uma tolerância apertada em qualquer dimensão da peça. Além disso, o volume total do forjado depende da dimensão, e no forjamento de precisão o volume do forjado final com relação ao preformado é crítico, pois é projetado com pouca ou nenhuma rebarba.

Precisão do Pré-formado

No processo de forjamento de precisão a qualidade do pré-formado é importante porque limita a precisão do forjado final (figura 2.7)[Sobroff et al., 1982; Duggirala, 1989]. Se sua geometria é complexa, a distribuição de seu volume deve garantir um escoamento apropriado do metal no forjado final. Para tanto é necessário um preformado preciso (figura 2.8) e uma operação precisa para cada etapa do processo de forjamento de precisão.

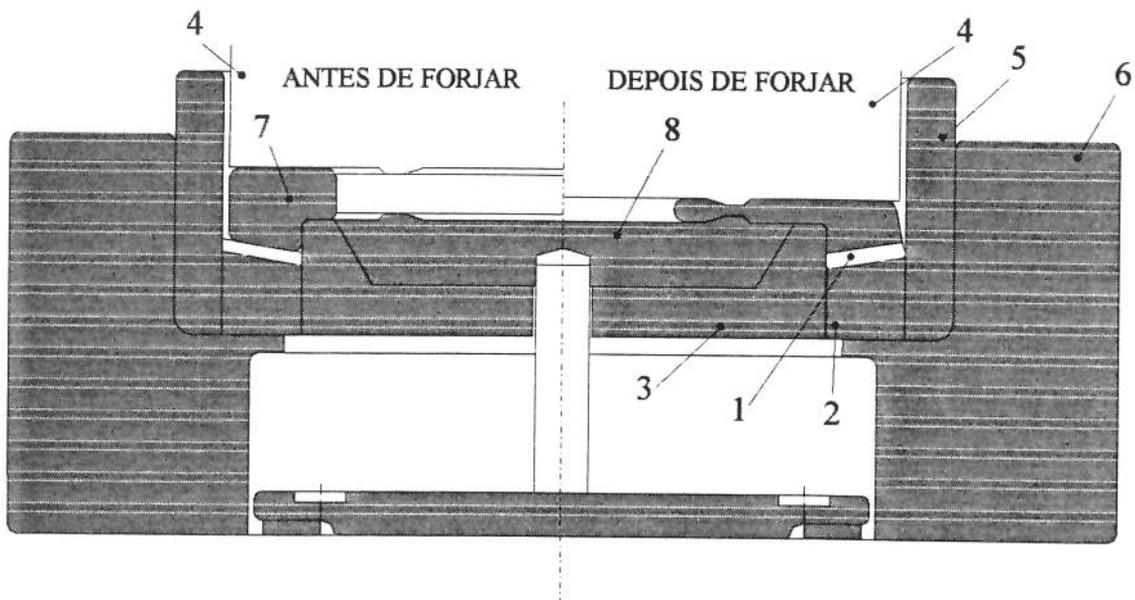


Figura 2.7 Esquema de um ferramental para forjar um preformado em um disco de engrenagem helicoidal. (1) engrenagem de anel, (2) fundo da matriz (com dente), (3) interior do fundo da matriz, (4) punção, (5) anel da matriz, (6) suporte da matriz, (7) preformado, e (8) anel de expulsão

Para garantir a precisão do pré-formado deve-se manter um controle das características do tarugo inicial. O seu volume é controlado por um processo de corte que garanta a área da seção transversal e o comprimento, ou através da pesagem do tarugo. A condição da superfície do preformado, que pode afetar a qualidade da superfície do forjado final, é controlada pela prevenção da oxidação e pela qualidade do processo de corte. Para algumas aplicações do forjamento de precisão deve-se controlar também a composição química e a microestrutura metalúrgica da matéria-prima.

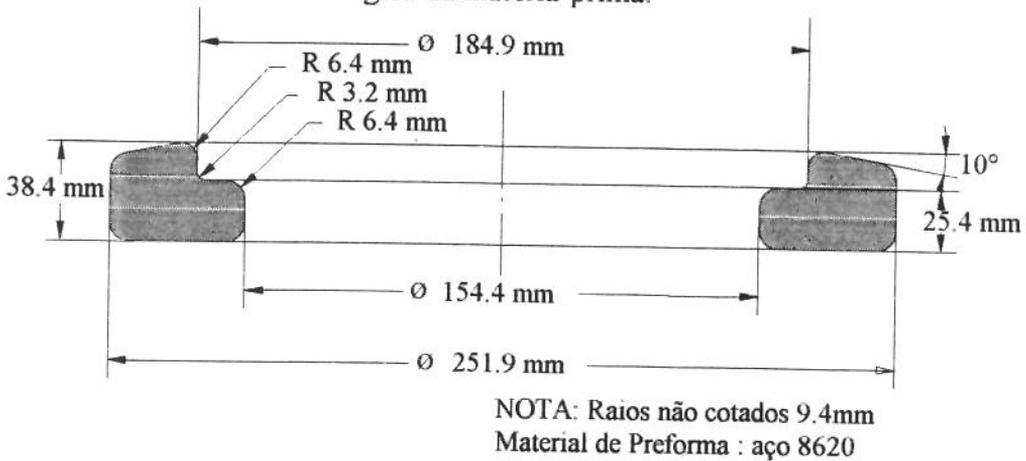


Figura 2.8 Geometria do preformado para produzir um disco de engrenagem helicoidal sem rebarba

Controle da Lubrificação

A lubrificação é um dos fatores mais críticos para o sucesso de qualquer processo de forjamento. De todas as variáveis de forjamento, seu desempenho é o mais difícil de se avaliar. E, além disso, influi na carga total do forjamento, no grau com que o material irá preencher as cavidades das matrizes, na uniformidade da microestrutura resultante, e na qualidade da superfície do produto forjado [Wilson, 1979; Lee et al. , 1972].

O controle da lubrificação no forjamento de precisão pode ser aproximado indiretamente pela acentuada consistência na aplicação e composição do lubrificante.

A mais importante característica da lubrificação, segundo Wilson (1979), é a variedade de regimes de lubrificação que está associada a um dado processo. Os fatores físicos e químicos controlam o processo em cada regime diferente. Podem ocorrer regimes diferentes como resultado de uma pequena mudança no lubrificante e nas propriedades da peça, velocidade, temperatura, geometria, ou aspereza da superfície. Além disso, vários regimes podem coexistir em diferentes pontos na interface peça-matriz e suceder um ao outro durante o processo.

Controle da Temperatura da Peça

No forjamento de precisão a temperatura é uma variável crítica e seu controle dentro do contexto do controle do processo é importante.

Somente no forjamento isotérmico podemos nos referir à temperatura da peça, pois o que ocorre na verdade é um gradiente de temperatura na peça que muda continuamente durante o processo (figura 2.9) [Sobroff et al., 1982]. Em muitos casos a temperatura de forjamento refere-se a temperatura da peça medida num ponto, que no forjamento de precisão é controlado em ± 10 a $\pm 20^\circ\text{C}$.

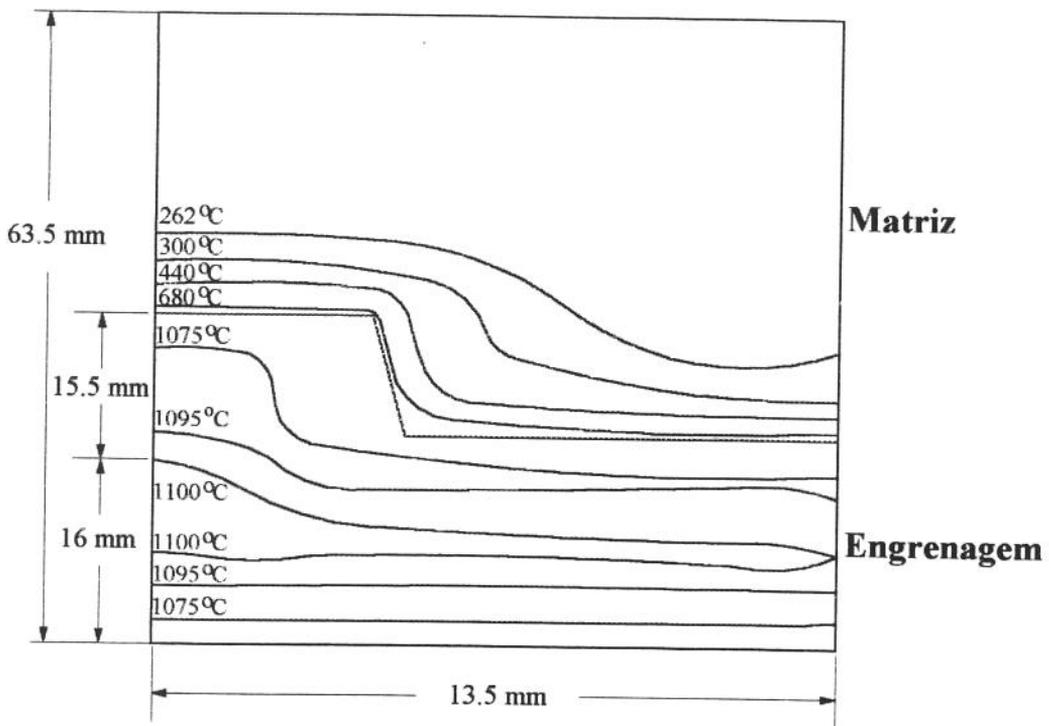


Figura 2.9 Exemplo de distribuição de temperatura (isotermas) na engrenagem e matriz depois de 0,1s. Temperatura inicial do tarugo: 1100°C . Temperatura inicial da matriz : 260°C

A peça resfria-se quando entra em contato com o ferramental, para o qual a transferência de calor é função da temperatura do mesmo e do coeficiente de calor na interface do lubrificante. O tempo de contato da matriz sob pressão de forjamento, que depende do tipo de equipamento empregado, aumenta a transferência de calor e influi na extensão do resfriamento.

Como mais de 90% da energia mecânica do processo de forjamento é convertida em calor no interior da peça, deve-se levar em conta o calor de deformação para algumas análises da temperatura de forjamento. A temperatura da peça que aumenta durante o forjamento é determinada pelo balanço de energia que envolve o calor perdido para o ambiente e o calor gerado pela deformação.

A temperatura da peça afeta na precisão do forjado através:

- do efeito de contração térmica;
- do efeito da temperatura na tensão de escoamento do material e submissão elástica do ferramental e equipamento de forjar;
- do efeito da temperatura no desempenho do lubrificante.

O controle metalúrgico do metal da peça é obtido pelo controle da temperatura de forjamento. São dependentes desta temperatura: o encruamento, a recristalização e as transformações metalúrgicas cujo controle pode eliminar ou minimizar o tratamento térmico e controlar as dimensões do forjado após o forjamento (figura 2.10) [Semiatin et al., 1981].

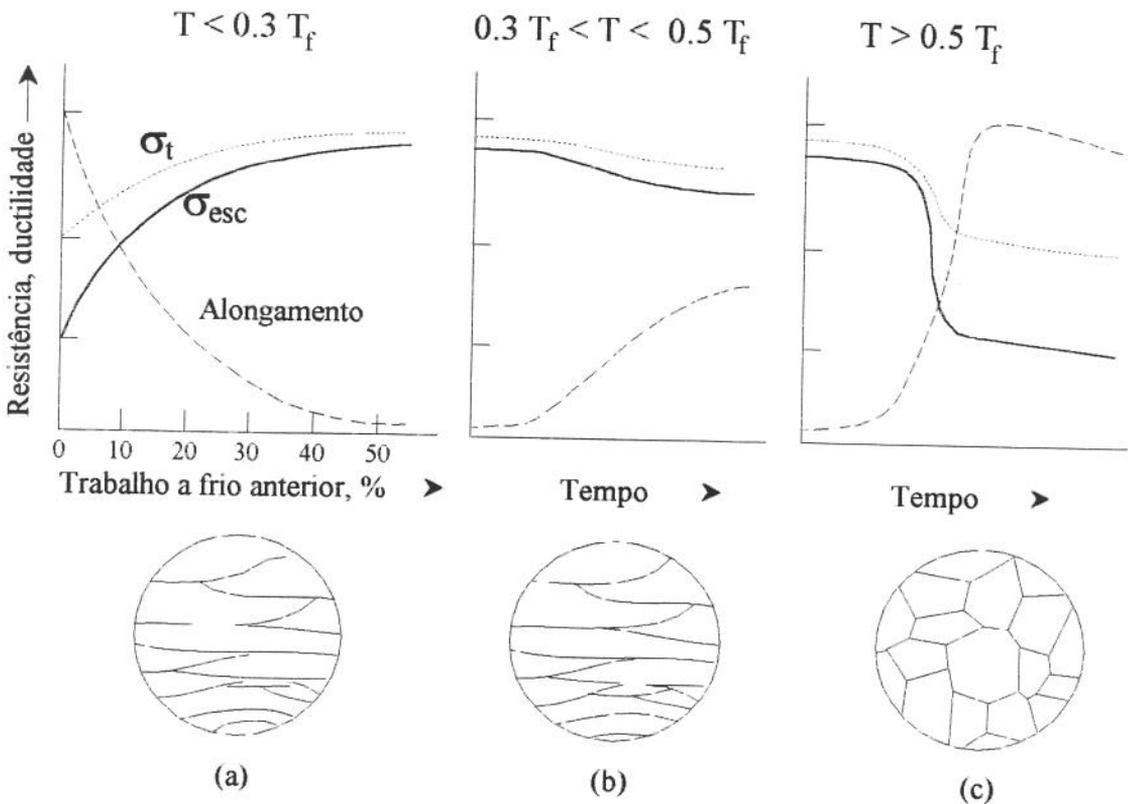


Figura 2.10 (a) Os efeitos do trabalho a frio anterior são (b) parcialmente removidos por recuperação e (c) a condição original mole é completamente reestabelecida por recristalização.

Terminado o processo de forjamento de precisão deve-se controlar o resfriamento da peça para evitar distorções e controlar sua microestrutura.

Controle da Temperatura do Ferramental

A temperatura do ferramental é importante no forjamento de precisão, pois influencia diretamente a temperatura da peça através da transferência de calor (figura 2.9). O resfriamento da peça pelo ferramental é maior em seções finas nas quais se acentuam as tensões de escoamento. E, se a temperatura do ferramental estiver acima da ambiente a sua expansão térmica afetará a dimensão do forjado.

As matrizes são pré-aquecidas antes do forjamento para evitar a ruptura dos materiais do ferramental, que em geral são muito tenazes à temperatura ambiente, e para que as variações na temperatura do ferramental não afetem a precisão durante a produção.

O conhecimento do gradiente térmico no ferramental é importante por causa do desempenho do lubrificante, da expansão térmica total, das distorções e tensões térmicas e do potencial de fadiga térmica.

2.1.5 Considerações Sobre o Equipamento

Um passo inicial para o controle adequado do forjamento de precisão é uma avaliação cuidadosa da capacidade de todo o equipamento a ser empregado neste processo de manufatura.

Equipamento de Separação do Tarugo

O forjamento de precisão requer grande cuidado na preparação do tarugo com relação ao forjamento a quente convencional, para obter a tolerância dimensional e o acabamento superficial exigido. Serrar é o método mais eficiente de separação do tarugo devido à produtividade elevada com perdas mínimas de material. Porém, é crítico o controle do comprimento e do diâmetro para manter o controle preciso do volume que é exigido no forjamento de precisão. A precisão do diâmetro é garantida por uma extrusão a frio prévia que também melhora a microestrutura e facilita o processo de corte.

Além do volume, a qualidade das superfícies das extremidades do tarugo serrado é uma importante consideração no forjamento de precisão. Devido ao pequeno sobremetal, imperfeições na superfície podem afetar a qualidade do forjado. Isto pode ser evitado

projetando-se o ferramental de tal forma que as superfícies circunferenciais do tarugo seja mais crítica que a de extremidade serrada.

Equipamento de Aquecimento

Além da preparação do tarugo seu aquecimento para a temperatura de forjamento é importante, pois requer um cuidado maior que no forjamento a quente tradicional para aumentar a precisão e melhorar o acabamento superficial.

Como já citado, o controle correto da temperatura é crítico no forjamento de precisão. Pois, o processo pode ser afetado pelo projeto, consistência e tempo de operações manuais ou de equipamento automático de movimentação de tarugo.

Para aumentar a precisão deve-se ter um controle cuidadoso da temperatura sendo a tolerância de ± 10 a ± 20 °C aceitável para a maioria das aplicações de forjamento de precisão [Shiple et al., 1989]. Para tanto se usa o aquecimento por indução (figura 2.11) [Kuhlman et al., 1989] que atende os critérios discutidos, embora o aquecimento por resistência, queima de gás, e fornos com aquecimento de chama de gás sejam aplicáveis.

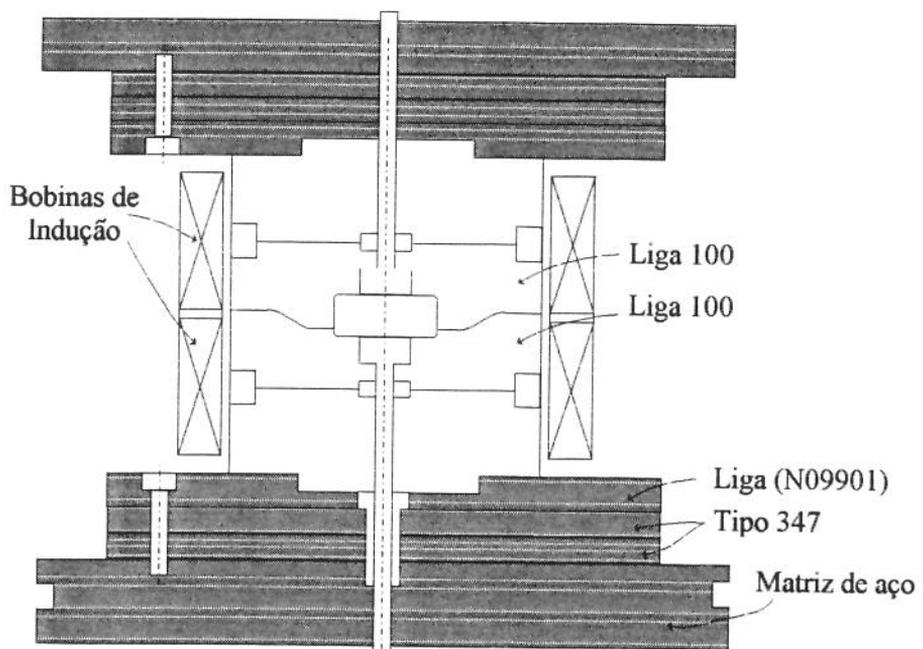


Figura 2.11 Esquema de um sistema de aquecimento por indução para forjamento isotérmico ou matriz quente.

Equipamento de Forjamento

Os fatores que devem ser considerados para avaliar o equipamento para uma aplicação particular incluem: o tamanho e a configuração da peça, tipo de material, quantidade de produção, taxa de produção, exigências de matéria-prima, tolerância e quantidade e custo das sobras geradas. Mão-de-obra, despesas gerais, e energia são também fatores importantes. Um balanço apropriado destas considerações garantirá que a peça seja produzida ao menor custo.

Os equipamentos de forjamento podem ser classificados, com respeito ao princípio de operação, em: martelos e prensas de forjamento [Bresciani et al., 1991].

Pode-se usar *martelos* para o forjamento de precisão, embora não seja uma máquina voltada para esta aplicação. Por isso, torna-se difícil controlar a espessura do forjado (através de blocos de parada fixos no ferramental) e os cursos para serem reproduzíveis. A sensibilidade da tensão de escoamento a temperatura pode causar problemas, especialmente se forem necessários golpes múltiplos e se ocorreu um resfriamento excessivo da peça. A falta de extrator em martelos pode dificultar ou tornar impossível de implementar o forjamento sem rebarba com pouco ou nenhum ângulo de extração.

No caso de *prensas hidráulicas* para o forjamento de precisão dispensa-se os blocos de parada se o êmbolo posicionador puder ser controlado precisamente. Se as temperaturas de forjamento forem relativamente altas, a velocidade relativamente baixa do êmbolo e o longo tempo de permanência na prensa hidráulica devem ser considerados por causa do resfriamento da peça e superaquecimento do ferramental.

As *prensas de fricção* oferecem um maior potencial para o forjamento de precisão, especialmente em casos em que a espessura do forjado é crítica. Possui algumas características de um martelo de curso não fixo, mas seu curso pode ser controlado com muito mais precisão. O uso de blocos de parada ou placas de encosto garantem o controle da tolerância da espessura de um forjado. O princípio de uma *prensa de fricção* é visto na figura 2.12.

Sendo a *prensa de fricção* uma máquina de controle de energia, a energia e/ou carga que o êmbolo exerce pode ser limitada àquela necessária para formar a peça. Pouco se sabe sobre o dano que um tarugo de tamanho excedente pode causar à prensa ou ferramental, mas na maioria dos casos obtém-se um forjado excessivamente espesso. Por isso, o controle do volume é ainda crítico para processos de precisão especialmente quando há uma tolerância apertada das dimensões da espessura.

Muitas aplicações do forjamento de precisão desenvolveram-se em *pressas mecânicas excêntricas* cujo curso é fixado pelas características do mecanismo de propulsão (figura 2.13 [Schey, 1987]). Numa prensa mecânica, a espessura do forjado será afetada por mudanças no curso, devido a um aumento na temperatura da prensa durante a produção.

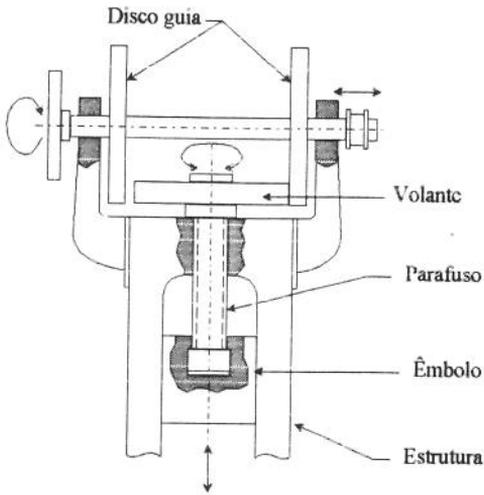


Figura 2.12 Esquema de uma prensa de fricção.

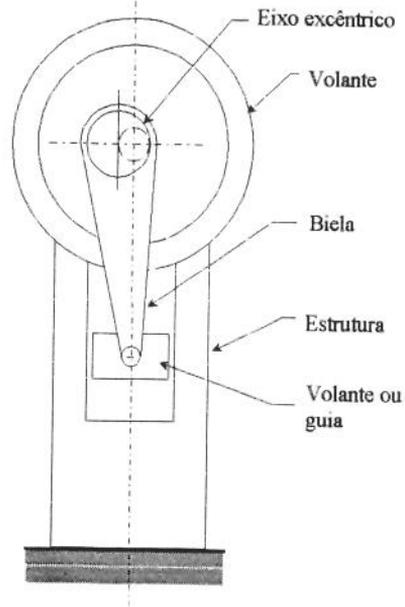


Figura 2.13 Esquema de uma prensa mecânica de forjamento.

Máquinas de forjamento horizontal também são desenvolvidas e empregadas para várias aplicações de forjamento de precisão. Suas capacidades coincidem com aquelas das pressas. As vantagens incluem alta taxa de produção, tempos de permanência curtos, e bom resfriamento da matriz. Geralmente, são limitadas a peças menores e corridas de produção mais longas do que pressas. Estas máquinas são projetadas e construídas para facilitar o forjamento automático com matrizes múltiplas arranjadas horizontalmente.

2.1.6 Seleção da Temperatura do Processo

Como já citado, a maior precisão no forjamento é quase sempre obtida no forjamento a frio. Mas geralmente se emprega maiores temperaturas de forjamento se:

- A carga de forjamento exceder a capacidade existente de equipamento e/ou ferramentas econômicas;

- A conformabilidade do material (ver pág. 64) à temperatura ambiente não é possível para o escoamento do material;
- Um número excessivo de recozimentos intermediários podem ser requeridos para superar os efeitos de encruamento (figura 2.4).

Na prática, as restrições acima significam que uma grande variedade de peças e materiais devem ser forjadas a temperaturas elevadas.

O aumento na temperatura da peça resulta no decréscimo da tensão de escoamento e geralmente no aumento da conformabilidade (figura 2.14) [Lee et al., 1972], e por esta razão a pressão será menor e peças maiores poderão ser produzidas.

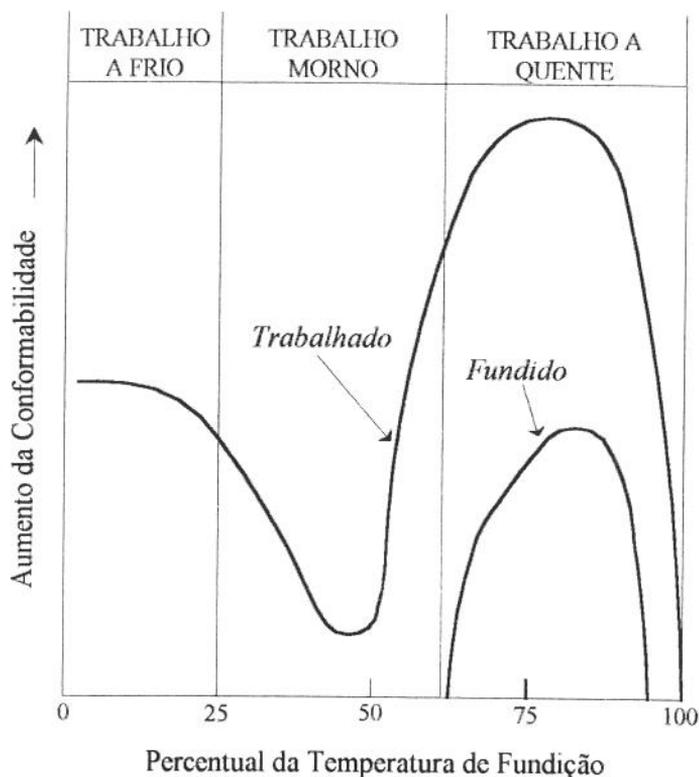


Figura 2.14 Gráfico comparativo da influência da temperatura na conformabilidade dos metais nas estruturas fundidas, que tem grãos grosseiros, e na estruturas trabalhadas com grãos finos.

Alguns materiais e/ou geometrias que são difíceis ou impossíveis de forjar a frio são conformados com sucesso a temperaturas maiores, expandindo o campo de materiais usados no forjamento a frio.

A seleção da temperatura do processo basear-se-á primeiro nas características da peça para garantir que a tensão de escoamento do metal seja baixa o suficiente para permitir o forjamento e que a conformabilidade seja suficiente para permitir a deformação requerida sem ruptura.

A temperaturas relativamente baixas, a tensão de escoamento é primeiramente função do grau de deformação. A temperaturas mais altas, o grau de deformação é menos importante que a taxa de deformação. A temperaturas intermediárias, ambos são importantes.

Ambos os coeficientes de dependência da deformação e da taxa de deformação tem sido obtidos para inúmeros materiais através da técnica do mínimos quadrados para calcular os coeficientes das curvas tensão-deformação. Uma expressão empírica para a dependência da tensão do escoamento em função da deformação, $\bar{\sigma}$, é:

$$\bar{\sigma} = K(\bar{\epsilon})^n \quad (2.1)$$

onde:

$\bar{\epsilon}$ = deformação logarítmica ou verdadeira

K e n = constantes empíricas: K = coeficiente de resistência

n = expoente de encruamento por deformação

A temperaturas mais altas, acima da temperatura de recristalização, a tensão de escoamento é influenciada principalmente pela taxa de deformação [Semiatin et al., 1981], e pode ser aproximada como:

$$\bar{\sigma} = C(\dot{\bar{\epsilon}})^m \quad (2.2)$$

onde:

$\dot{\bar{\epsilon}}$ = taxa de deformação

C e m = constantes empíricas: C = parâmetro de resistência dependente da temperatura

m = fator de sensibilidade à taxa-de-deformação

Dados de dependência da taxa de deformação para inúmeros materiais de importância tecnológica são encontrados em tabelas. Porém, pode-se mais facilmente diferenciar tendências se os dados são plotados. A figura 2.15 é um exemplo típico de representação gráfica [Shiple et al. 1989].

Dados de conformabilidade para ligas de forjamento comum são escassos. Alguns dados para várias ligas de aço são mostrados na figura 2.16 [Shiple et al., 1989], que ilustra o efeito da temperatura de trabalho sobre a conformabilidade morna.

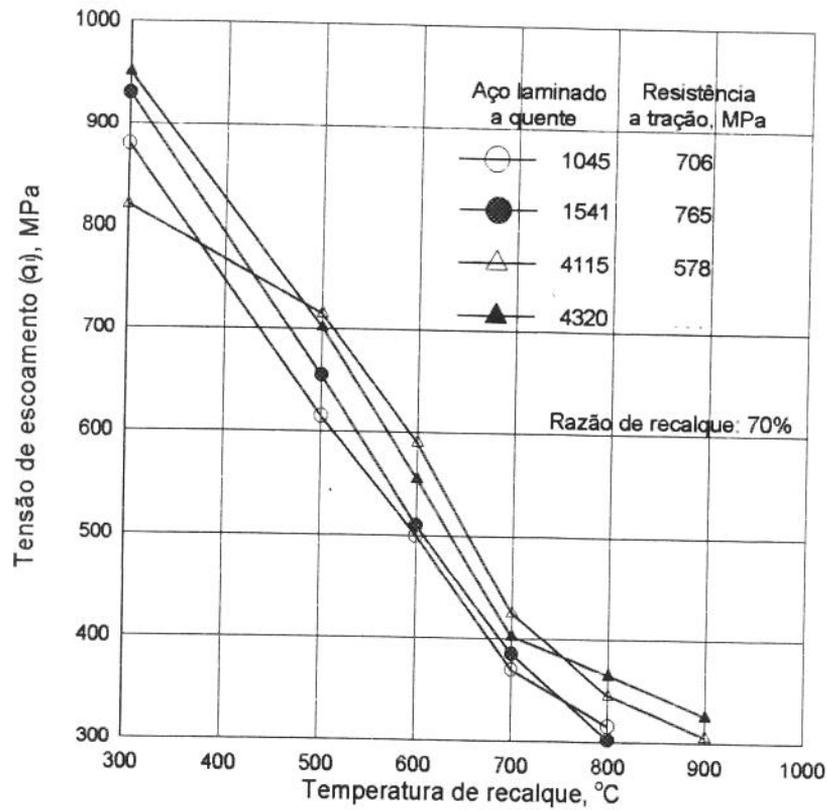


Figura 2.15 Efeito da temperatura de recalque sobre a tensão de escoamento

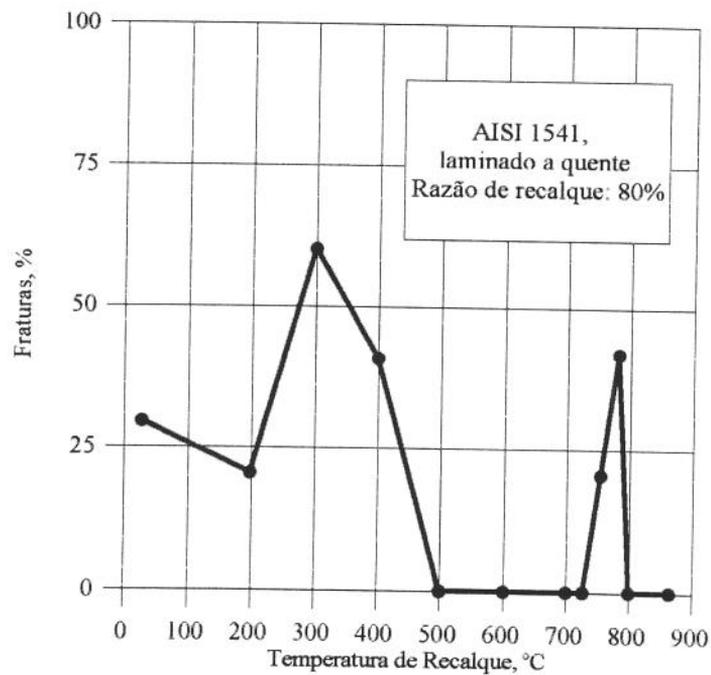


Figura 2.16 Efeitos da temperatura de trabalho na conformabilidade morna.

2.2 PROJETO DO PROCESSO DE FORJAMENTO

2.2.1 Introdução

Ao se projetar processos de conformação para componentes feitos de materiais de engenharia avançados, a tarefa mais importante é a seleção dos parâmetros de controle do processo que irão garantir a qualidade da peça tanto quanto as características mecânica e física específicas. Quando se está projetando processos de forjamento, devem ser consideradas características especiais tais como fluxo de deformação permanente e ao mesmo tempo a interdependência complexa dos parâmetros do processo de forjamento (figura 2.17) [Altan et al., 1979], e o efeito da qualidade da peça acabada, a confiabilidade, e a habilidade de inspeção devem ser considerados.

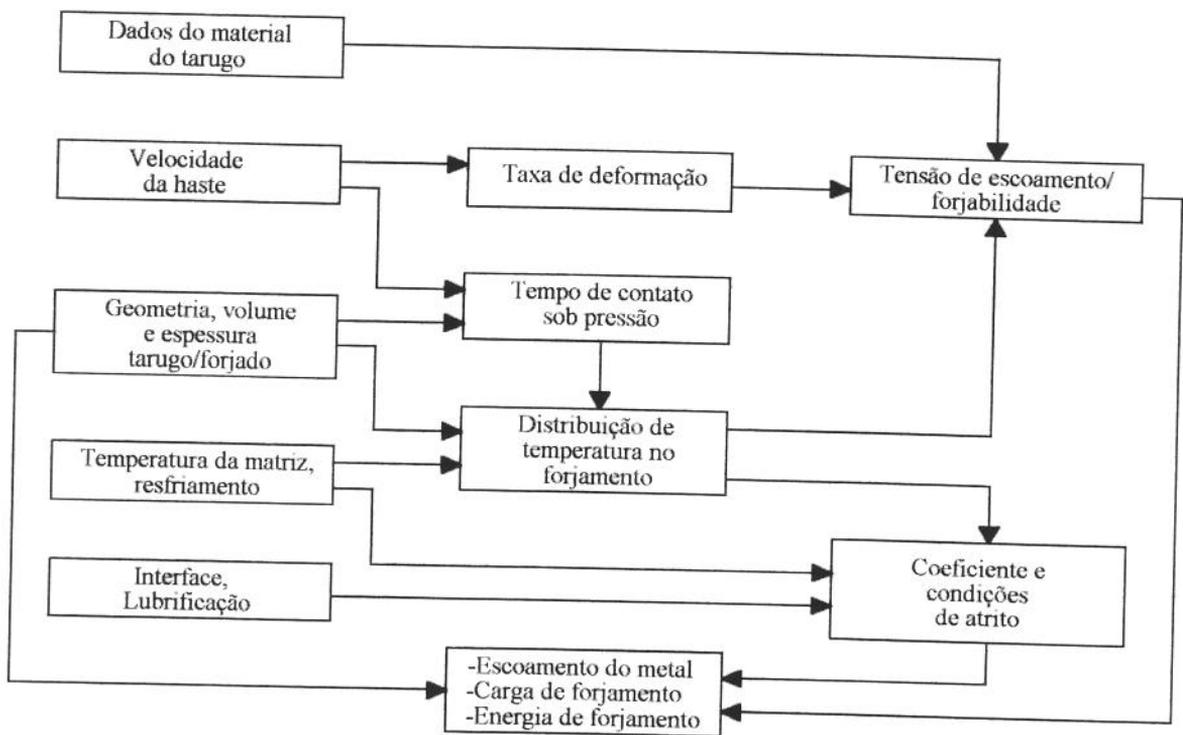


Figura 2.17 Interdependência dos parâmetros do processo de forjamento

Outro objetivo importante no forjamento é determinar o melhor meio para produzir peças sem defeitos numa base repetitiva. Do ponto de vista da otimização, os processos de manufatura requerem a determinação do mecanismo de escoamento do material para obter

um projeto apropriado do processo e desenvolver uma estratégia racional para o controle do processo.

A modelagem do processo de forjamento envolve a mecânica e a termodinâmica. O mecanismo do processo está bem estabelecido e diferentes ferramentas analíticas estão disponíveis para analisar os mais importantes passos do forjamento total, graças ao estudo extensivamente feito por vários autores [Lowe, 1988; Howson, 1989; Kobayashi et al., 1989] e de sua relevância na indústria atual.

2.2.2 Projeto do Processo de Forjamento

Para o desenvolvimento de novos processos de conformação de metais na indústria de conformação atual, os métodos de tentativa e erro têm dado lugar à modelagem e análise do processo de deformação auxiliada por computador, incluindo a simulação simultânea do comportamento do material, que oferece potencialmente a um custo menor um meio de aumentar tanto quanto criar tecnologias de fabricação para materiais de engenharia avançados. A simulação no computador, uma das ferramentas mais significativas para o avanço da tecnologia do processo de deformação, tem sido determinada só recentemente [Altan et al., 1979; Haque et al., 1987]. Para tal, o método mais extensivamente usado é o método de elementos finitos (MEF) como ferramenta de simulação do processo de conformação [Duggirala, 1989], no domínio rígido-viscoplástico, e no projeto do ferramental de conformação [Lowe, 1988; Hu et al., 1992], nos domínios elasto-térmicos.

Podem ser usadas duas metodologias no projeto e manufatura de matrizes de forjamento. No primeiro método, o projeto da matriz é obtido pelo uso de um sistema CAE (Computer-Aided-Engineering) [Lange et al., 1989]. No segundo método, regras empíricas bem estabelecidas são usadas para atingir uma alternativa de projeto aceitável [Haque et al., 1987]. O procedimento CAE necessita ajuda empírica durante a seleção de um projeto inicial, e o método baseado na experiência necessita ajuda analítica para verificação do projeto final. O procedimento ótimo de projeto de matriz seria usar os dois métodos simultaneamente.

a. Fatores Controláveis no Desenvolvimento do Processo de Forjamento

Como primeiro passo na direção de identificação de procedimentos, é útil definir as características do produto ou processo que são controláveis, e por quem. A Tabela 2.1 [Gegel et al., 1989] mostra aplicação de especificação de produto, projeto do processo, e fatores de relação de projeto de processo. Esta inspeção básica pode então ser usada para guiar o desenvolvimento da hierarquia da tarefa, ou método.

b. Tarefas Desempenhadas na Manufatura do Forjamento

Se examinarmos todo o procedimento na produção de forjados em uma empresa típica, as seguintes tarefas principais podem ser componentes necessárias na operação de manufatura conforme Gegel et al. (1989):

- Receber e interpretar pedidos de orçamento (PDO)
- Introduzir a geometria da peça no sistema CAD
- Encontrar as restrições impostas pelas especificações no PDO
- Identificar a fonte de estoque de tarugo
- Fazer o controle de qualidade na entrada do tarugo para o estoque
- Preparar o tarugo para aquecimento/forjamento
- Determinar a seqüência de forjamento (blocagem, pré-conformação, etc.)]
- Projetar matrizes
- Selecionar temperaturas de forjamento e taxas de deformação
- Escolher a técnica de forjamento (matriz aquecida, isotérmico, etc.)
- Selecionar o equipamento de forjamento
- Fabricar matrizes
- Averiguar ciclos e ambiente do forno (controle de atmosfera, etc.)
- Determinar os lubrificantes exigidos
- Selecionar operações intermediárias tais como rebarbação de preformados
- Inspeccionar forjado final
- Usar um métodos de identificação (números em série, etc.) para acompanhar peças, desenhos, matrizes, etc.
- Determinar o tratamento térmico e as operações de acabamento
- Testar o forjado final para ver se atende as especificações do cliente
- Verificar exigências de embalagem e transporte

Tabela 2.1. Fatores aplicáveis relacionados com a especificação do produto, projeto do processo, e projeto da matriz

Fatores controláveis	Controlados por
<i>Fatores relacionados com a especificação do produto</i>	
Geometria do componente final	Cliente/ usuário-final
Linha final	Cliente/ usuário-final
Composição da liga	Fundidor primário
Purificação da liga	Fundidor primário
Propriedades mecânicas	Tratador térmico/ metalurgista de forjamento
Microestrutura final	Tratador térmico/ metalurgista de forjamento
Acabamento final	Usuário final/ forjador
Identificação do forjamento	Forjador
<i>Fatores relacionados com o projeto do processo</i>	
Tratamento térmico	Usuário final/ metalurgista de forjamento
Seqüência do projeto de forjamento	Projetista de forjamento/ metalurgista
Projeto da preforma	Projetista de forjamento
Folgas de estoque	Projetista de forjamento/ processos
Exigências do tamanho do tarugo	Projetista de forjamento
Temperatura de forjamento	Metalurgista de forjamento
Temperatura da matriz de forjamento	Metalurgista de forjamento
Aplicação do lubrificante	Forjador
Taxa de deformação de forjamento	Metalurgista de forjamento
Exigências de velocidade de carga/haste	Projetista de forjamento/analista de MEF
Seleção da prensa	Engenheiro de processos
<i>Fatores relacionados como projeto da matriz</i>	
Precisão dimensional de forjamento	Projetista de forjamento/analista de MEF
Forjados sem defeitos (sem dobras, etc.)	Projetista de forjamento/analista de MEF
Vida da matriz	Projetista de forjamento
Resistência da matriz	Projetista de forjamento

c. Ferramentas de "Software" Disponíveis para Suporte da Automação de Tarefas

As principais classes de ferramentas necessárias para implementação de um sistema integrado para projeto do processo de forjamento, são:

- *Ferramentas de Representação da Geometria*. Uma parte significativa do projeto e tarefa de análise é a manipulação e definição da geometria.
- *Sistemas Especialistas Baseados no Conhecimento (SEBC)* fornecem hipóteses iniciais para identificar problemas de projeto baseadas na experiência. Estas hipóteses iniciais podem então ser iteradas sobre ferramentas de análise grosseiras ou detalhadas.
- *Ferramentas de Análise Grosseira* são rápidas e de custo efetivo: elas prescrevem hipóteses iniciais providas pelos SEBC de tal forma que projetos impróprios não são passados para ferramentas de análise detalhada mais caras [Rodrigues et al., 1993].
- *Ferramentas de Análise Detalhada de Alta Precisão* servem principalmente para validar projetos selecionados [Martins et al., 1993].
- Um *Sistema de Gerenciamento de Base de Dados (SGBD)* inteligente armazena todos os dados usados pelas ferramentas anteriormente mencionadas. O acesso para esses dados, tanto pelo usuário quanto por uma das ferramentas mencionadas, deve ser orientado e controlado; o SGBD do forjamento baseado no conhecimento deve controlar a sequência de criação e o uso dos dados por usuários e ferramentas de acordo com o prescrito na metodologia.

d. Método de Projeto do Processo de Forjamento

Tendo abordado o método conceitual da automação do projeto e manufatura do forjamento, é apropriado examinar em detalhes, aspectos específicos do domínio da metodologia.

Sequência das Tarefas do Projeto do Processo de Forjamento. Uma visão geral das tarefas a serem executadas no desenvolvimento de um plano de manufatura do forjamento, de uma ou de outra forma adotada por vários autores [Sobroff et al, 1982; Subramanian et al, 1978; Flaska et al., 1990; Duggirala, 1989; Altan et al., 1979; Lowe, 1988; Howson, 1989], é mostrado na figura 2.18 [Gegel et al., 1989] e estas são descritas conceitualmente nesta seção.

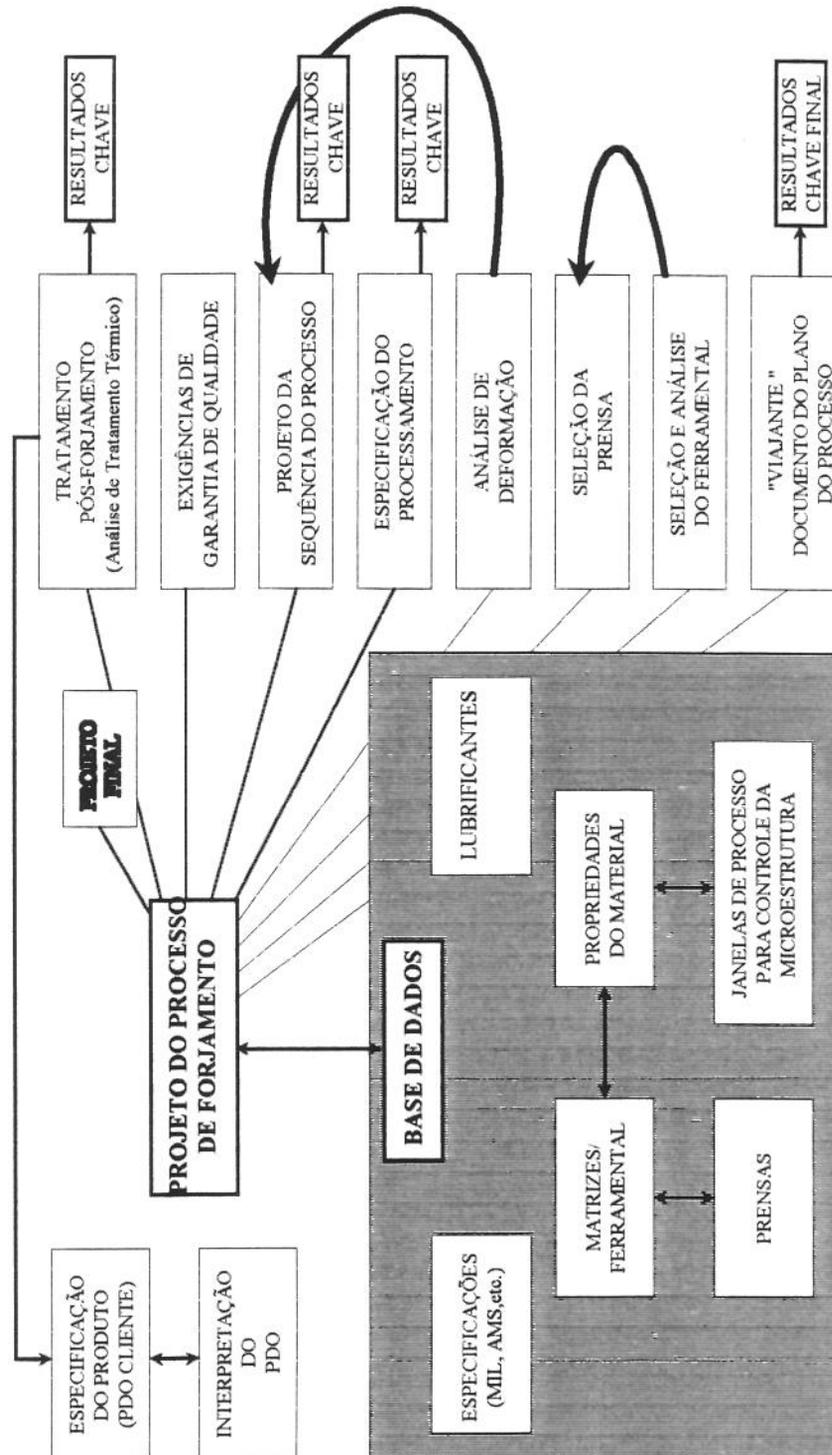


Figura 2.18 Esquema da tarefa do projeto do processo de forjamento.

Tarefa 1: Integração da Representação da Geometria. Como na maioria dos projetos de processo, o projeto de forjamento baseia-se nas exigências do componente acabado. A representação da peça acabada é geralmente na forma de uma base de dados do desenho da geometria auxiliado por computador, acrescida das especificações estrutura/propriedade, que tipicamente não formam uma base de dados neste ponto [Flaska et al., 1990].

Tarefa 2: Hipótese Inicial da Geometria do Forjado Final. A identificação de uma hipótese inicial do forjado final deve levar em conta critérios como material de forjamento, processo recomendado, equipamento disponível, etc. Além disso, se a propriedade e as especificações da estrutura exigem tratamento térmico do forjado final, o projeto selecionado deve ser capaz de desenvolver as propriedades exigidas com práticas de tratamento térmico disponíveis sem resultar em fratura ou distorção.

Tarefa 3: Projeto da Sequência de Forjamento. Depois do forjado final ter sido adequadamente definido, é necessário projetar uma seqüência de passos de forjamento, revendo uma geometria aceitável do tarugo inicial (geralmente um cilindro ou um cubóide).

Tarefa 4: Seleção dos Parâmetros do Processo. A aproximação da modelagem dinâmica do material implementada por programa específico fornece uma metodologia fundamental para selecionar temperatura e taxa de deformação na qual pode-se esperar deformação estável.

Em acréscimo ao escoamento estável, será usada uma base de dados de informação nas correlações processamento-microestrutura para identificar parte do processo na qual serão obtidos tanto o escoamento do metal estável quanto a evolução apropriada da microestrutura.

Tarefa 5: Análise Detalhada da Sequência de Forjamento. O projeto da hipótese inicial e da análise grosseira constituem o projeto automático da matriz e do processo. Para evitar os caros testes de matriz, a seqüência proposta de manufatura do forjado pode ser verificada usando um sistema para análise de MEF [Duggirala, 1989]. Ao contrário da tarefa de projeto, que trabalha a partir da exigência final, a tarefa de análise progride desde o tarugo.

Tarefa 6: Projeto da Matriz e Análise de Tensão. A análise detalhada da seqüência de deformação, usando MEF, também fornece a distribuição detalhada do carregamento na superfície da matriz [Lowe, 1988]. Atualmente, não há SEBC para recomendar um tamanho de bloco da matriz apropriado, para tanto, deve-se contar com o julgamento do projetista.

Porém, os dados gerados pelo MEF podem dar suporte em termos de propagar a geometria do projeto do forjado para qualquer programa de análise de tensões apropriado.

Tarefa 7: Gerar Resultados Chaves. O auge do projeto e análise do processo é a geração de um plano de manufatura apropriado. Na indústria de forjamento, especialmente para aplicações críticas, a especificação (plano) de manufatura na verdade acompanham o forjamento. Estes "acompanhamentos" devem ser gerados por um sistema integrado. Além disso posições intermediárias devem estar disponíveis como "resultado chave", porque as tarefas de projeto e análise podem se estender sobre várias seções terminais.

O resumo da tarefa anterior fornece um modelo de sistema de base de conhecimento automatizado, para que o projeto do processo de forjamento possa ser realizado. A implementação atual de tal sistema requer uma especificação muito mais detalhada da metodologia envolvida. A representação da descrição de um método preliminar é mostrado na figura 2.19 [Gegel et al., 1989].

2.2.3 Técnicas de Modelagem Usadas no Projeto do Processo de Forjamento

É necessário uma compreensão do comportamento do escoamento do material da peça sob condições de processo para explorar todo o potencial das técnicas de modelagem de processo.

a. Equações Constitutivas para Modelagem do Material

As equações constitutivas descrevem as relações não lineares que existem entre as variáveis de processo como tensão efetiva, taxa de deformação efetiva, e temperatura a diferentes níveis de deformação. Elas são necessárias para o desenvolvimento de modelos dinâmicos do material e para a modelagem de várias unidades de processo. Elas são únicas para cada material sob cada condição de processo. Porisso, essas equações são desenvolvidas usando dados, obtidos em condições experimentais simplificadas, que podem ser estendidas para situações complexas por meio de hipóteses bem conhecidas ou, para o caso de deformação plástica, critérios como o de von Mises.

Curvas de Escoamento

A relação entre a tensão de escoamento e o grau de deformação verdadeira é frequentemente conhecida como curva de escoamento porque ela determina a tensão necessária para fazer com que o material escoe plasticamente para qualquer grau de deformação dado. Muitas tentativas têm sido feitas para adaptar equações matemáticas a diferentes temperaturas e taxas de deformação [Douglas et al., 1975, Peric, 1993]. Gegel et al. (1989) nos fornece uma lista de várias equações tanto quanto o campo de materiais, temperaturas, e taxas de deformação para as quais elas são válidas, a exemplo da equação 2.1 [Schey, 1987].

Relações Tensão de Escoamento-Taxa de Deformação

As relações mais comuns usadas para correlacionar dados de tensão de escoamento-taxa de deformação a várias temperaturas e níveis de deformação podem ser encontradas nos trabalhos de Schey (1987) e Gegel et al. (1989), na forma da equação 2.2 [Schey, 1987], acrescida do campo de materiais, temperaturas, e taxas de deformação para as quais elas são válidas.

Na literatura podem ser encontradas ainda relações tensão de escoamento-temperatura e uma série de efeitos combinados da temperatura e taxa de deformação [Gegel et al., 1989].

b. Processo Analítico de Modelagem das Operações de Forjamento

Vários métodos estão disponíveis para a modelagem analítica do processo de forjamento [Roll, 1986, Haque et al., 1987, Kobayashi et al., 1989]. Os mais conhecidos são:

- O método de divisão de elementos, que limita a mudança de tensão a uma única direção;
- A solução do campo de linhas de deslizamento, que é limitada a materiais rígido-plásticos sob condições de deformação plana;
- O método dos limites, que pode fornecer uma boa estimativa de limites inferior e superior da força de deformação mas não pode fornecer detalhes da tensão local e distribuições de deformação [Rodrigues et al., 1993];
- O método de elementos finitos (MEF), que fornece a informação para o projeto da matriz e controle do processo com detalhes de σ e ϵ ponto a ponto no interior da peça.

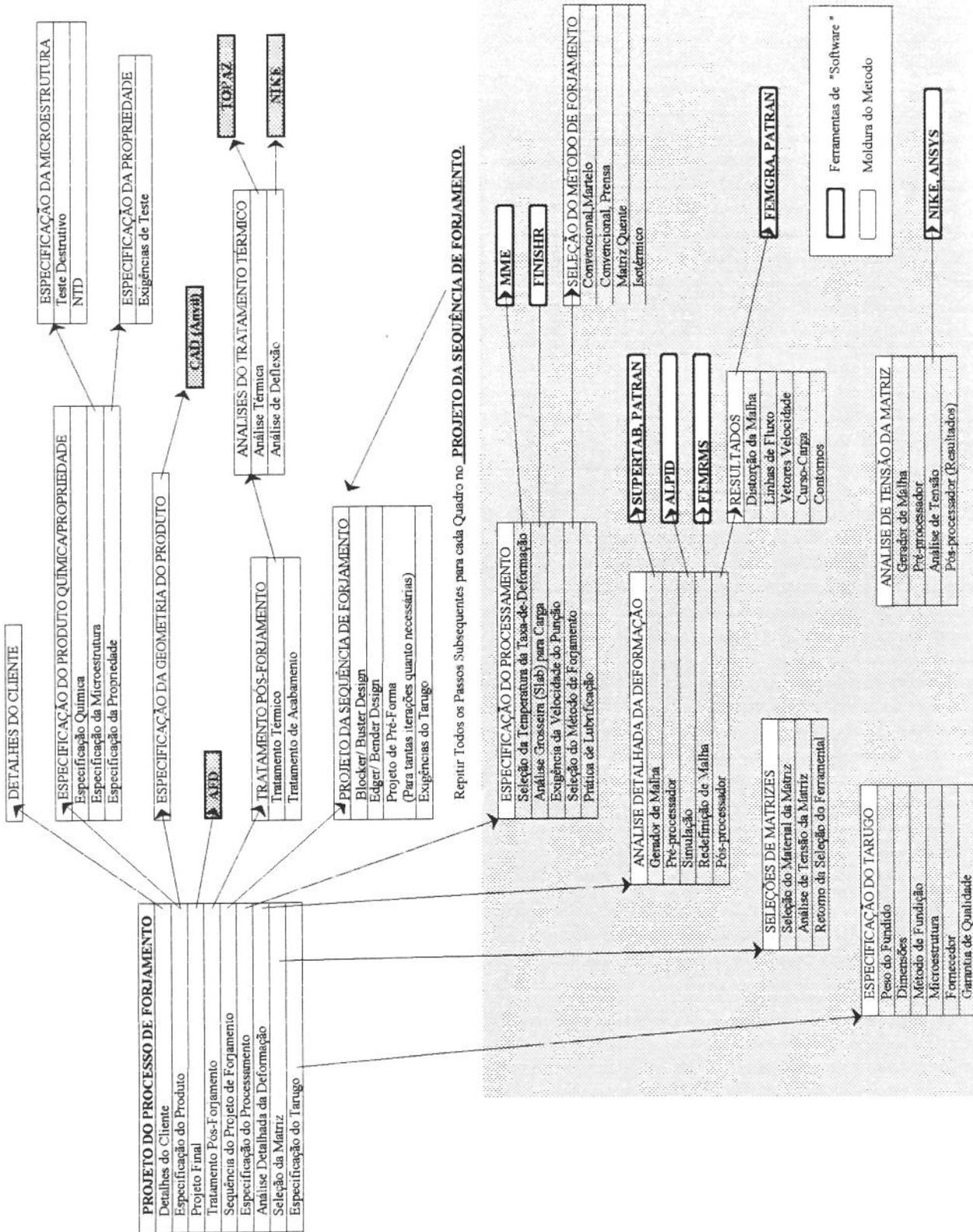


Figura 2.19 Descrição do método para especificação e planejamento do processo de forjamento.

No presente trabalho, analisa-se o método de elementos finitos aplicado à conformação de metais, pois o restante dos métodos citados são capazes de fornecer soluções aproximadas de problemas de processamento, mas estão sujeitos a algumas limitações.

c. O Método de Elementos Finitos

Os métodos numéricos de análise desenvolveram-se graças ao rápido avanço na tecnologia de computadores digitais de alta-velocidade. Devido à complexidade do escoamento do material durante a conformação, o MEF é o mais adequado para analisar tais problemas. Aplicado na análise de conformação, pode ser classificado tanto como MEF elasto-plástico quanto rígido-viscoplástico, dependendo da suposição feita com relação ao comportamento do escoamento do material [Haque et al., 1987, Kobayashi, 1982].

O método elasto-plástico considera que a deformação do material inclui uma pequena parte elástica recuperável e uma parte muito maior plástica irreversível. Pode fornecer detalhes referentes à carga de deformação, tensões e deformações, bem como tensões residuais. Este método tem sido aplicado para uma grande variedade de problemas como: recalque de cilindro sólido, compressão de anéis, extrusão, deflexão de chapas [Atzema et al., 1992]. Por causa da grande mudança no comportamento do escoamento do material entre a deformação elástica e plástica e da necessidade de verificar a posição de cada elemento, o incremento de deformação deve ser pequeno, e isto torna o método anti-econômico.

O método rígido-viscoplástico assume que as tensões de deformação são em primeiro lugar dependentes das taxas de deformação. Vários programas baseados na aproximação variacional tem sido escritos por vários pesquisadores e tem sido aplicados para o mesmo campo de problemas que o MEF elasto-plástico [Duggirala, 1989, Howson, 1989]. Embora o MEF rígido-viscoplástico não permita simular tensões residuais, os incrementos maiores usados no procedimento de modelagem da conformação de metais torna o método muito econômico, especialmente na modelagem para deformação a quente.

⇒ *CAPÍTULO 3*

O Método de Elementos Finitos

3.1 HISTÓRICO E APLICAÇÕES EM PLASTICIDADE

Nos anos 70 e mais recentemente nos anos 80, o uso de técnicas auxiliadas por computador (computador auxiliando na engenharia-CAE, no projeto-CAD e na manufatura-CAM) na indústria de conformação de metais tem crescido consideravelmente. A tentativa mostra-se na direção de ampliar a aplicação desta tecnologia para a simulação e planejamento do processo. Refere-se aqui a simulação numérica dos processos de conformação cujos primeiros códigos de elementos finitos remontam de 20 anos atrás [Chenot, 1992]. Naquele tempo, na tecnologia de processo, somente tipos especiais de materiais, geometrias particulares e carregamentos muito especiais podiam ser considerados, porque a maioria dos modelos matemáticos eram muito simples e não podiam lidar com processos complicados. Atualmente, quase todos os tipos de materiais, geometrias e carregamentos podem ser tratados.

Esta revolução se deve ao aumento do conhecimento no comportamento dos materiais, ao progresso nos métodos matemáticos, mecânicos e numéricos e nos computadores mais rápidos, mesmo que as formulações básicas estejam bem estabelecidas e sejam essencialmente as mesmas.

O modelo matemático dos processos de conformação de metais tem por objetivo fornecer informações que possibilitam o correto projeto e controle desses processos. Para tanto o método de análise deve ser capaz de determinar os efeitos de vários parâmetros sobre as características de escoamento dos materiais. Além disso, a eficiência computacional, tanto quanto a solução exata, é uma importante consideração para o método ser útil na análise de problemas de conformação de materiais. Sendo atualmente crescente na indústria a necessidade de códigos computacionais econômicos, fáceis e confiáveis para modelar processos de conformação. O engenheiro se depara com problemas mais restritos, com um tempo de espera mais curto para dar uma resposta mais completa e precisa, exigindo cada vez mais dos códigos computacionais. Com este enfoque, o método de elementos finitos rígido-plástico (ou rígido-viscoplástico) tem sido o de maior sucesso na análise de uma série de problemas de conformação de metais.

O método de elementos finitos (MEF) rígido plástico que foi desenvolvido por Lee e Kobayashi [Kobayashi, 1982], tem sido aplicado na análise de vários problemas tais como recalque de cilindro sólido, compressão de anel, extrusão e dobramento de chapas. O método tem sido também aplicado com sucesso na previsão de formação de defeitos no recalque e extrusão [Gunasekera, 1982], e a medição do atrito peça-matriz. Foi estendido para material rígido-viscoplástico por Oh et al. (1982) e aplicado para recalque e compressão de anel no campo de trabalho a quente.

Atualmente tem-se obtido resultados de modelagem em 3D para processos estacionários adotando a aproximação estacionária viscoplástica. Desenvolvida e aplicada principalmente para escoamento durante a laminação complexa 3D de perfis levando em conta o acoplamento térmico e o encruamento por deformação.

No processo de forjamento a quente de peças axissimétricas, isto é, para um processo não estacionário, existem códigos que permitem prever a maioria dos parâmetros durante o processo industrial. Com um módulo de definição e redefinição de malha automático é possível obter a simulação completa de peças reais. Para peças mais complexas, um código 3D deve ser usado (ALPID [Duggirala, 1989], PLAST3 [Martins, 1993]) resultando na solução mostrada na figura 3.1 [Pillinger et al., 1988].

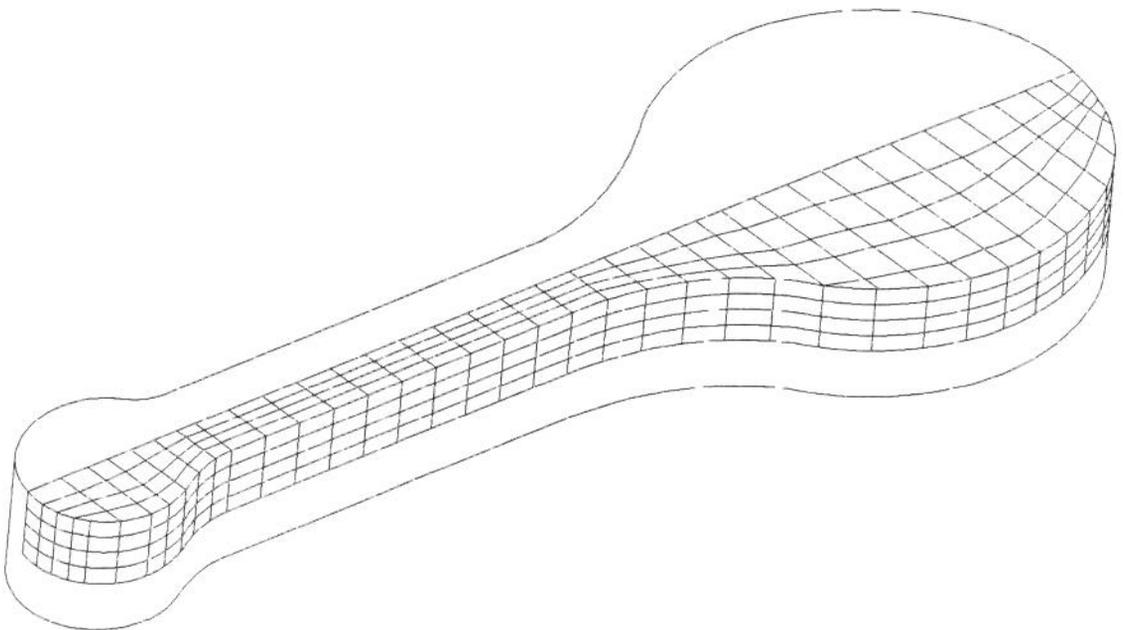


Figura 3.1 Simulação do processo de forjamento de uma peça 3D (préforma de uma biela).

3.2 FORMULAÇÃO SÓLIDA E FORMULAÇÃO DE FLUXO

Na análise de conformação de metais, as deformações plásticas em geral superam as elásticas idealizando-se o comportamento do material como rígido-plástico ou rígido-viscoplástico. A análise resultante baseada nesta aproximação é denominada *formulação de fluxo* [Zienkiewicz, 1991]. Na denominada *formulação sólida* [Owen et al., 1981], o material é considerado comportando-se como um sólido elasto-plástico ou elasto-viscoplástico, no qual o efeito elástico é considerado.

Para o processo de deformação de materiais rígido-viscoplásticos como problema de valor de contorno resume-se em: num certo estágio do processo de distorção quasi-estática, a forma do corpo, a distribuição interna da temperatura, o estado de heterogeneidade, e os valores atuais dos parâmetros do material supõe-se conhecidos. O vetor velocidade \mathbf{u} é prescrito numa parte da superfície S_U (superfície onde a velocidade é prescrita) junto com a tração \mathbf{F} sobre a superfície remanescente, S_F (superfície onde a tensão é aplicada). As soluções deste problema são as distribuições de tensão e velocidade que satisfazem as equações governantes e as condições de contorno.

Devido a uma série de inconveniências da formulação sólida de elementos finitos para problemas de conformação de metais [Kobayashi et al, 1989], parte-se para uma solução simplificada para o problema dos incrementos de curta duração que a natureza das equações constitutivas elasto-plásticas exigem nas análises de estado não estático. Ou seja, despreza-se a porção elástica da deformação e trata-se toda a deformação plástica como um problema de fluxo o que torna uma análise infinitesimal e grandes incrementos possíveis.

3.3 MODELAGEM DO COMPORTAMENTO PLÁSTICO DOS METAIS

A teoria da plasticidade descreve o mecanismo de deformação em sólidos deformados plasticamente, e, aplicada a metais, é baseada em estudos experimentais das relações entre tensões e deformações sob condições de carregamento simples. Nesta seção, certos aspectos importantes da teoria são apresentados e referenciados para elucidar o desenvolvimento das soluções de elementos finitos para problemas de conformação de metais discutidos no trabalho.

3.3.1 Tensão, Deformação, e Taxa de Deformação

O mecanismo de deformação de um corpo sujeito a um carregamento externo é descrito pelas quantidades básicas de tensão, deformação, e taxa de deformação. Estas quantidades são medidas para o caso de tração uniaxial simples, mesmo que não seja possível fornecer uma formulação matemática completa na deformação unidimensional (figura 3.2).

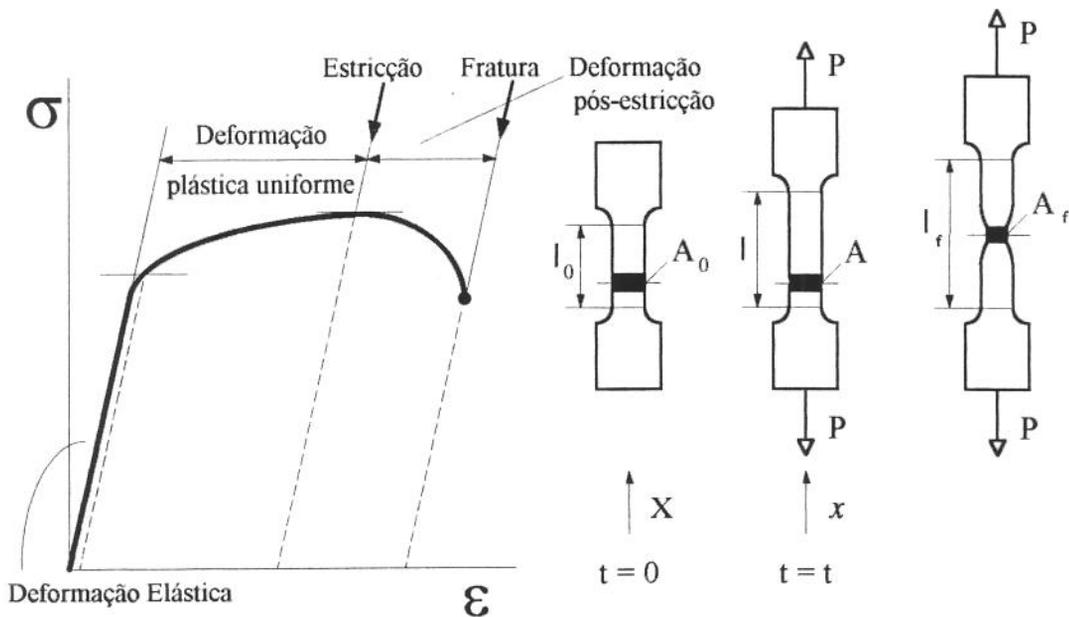


Figura 3.2 Tração uniaxial

Há dois modos de descrição da deformação de um meio contínuo, o Lagrangeano e o Euleriano. A descrição Lagrangeana se baseia na teoria da *deformação finita*, empregando as coordenadas X_i de uma partícula típica no estado de referência (ou indeformado) como as variáveis independentes. Enquanto que na descrição Euleriana se baseia na teoria de *deformação infinitesimal*, as variáveis independentes são as coordenadas x_i de um ponto material no estado deformado no tempo considerado.

Para as análises de processos de conformação de metais, a formulação de fluxo é baseada na teoria de deformação infinitesimal, enquanto que a formulação de sólido considera a deformação finita. Como nosso trabalho se baseia na formulação de fluxo, os detalhes que seguem em termos das medições de tensões e taxas de deformação são dados na teoria de deformação infinitesimal.

O tensor taxa de deformação ($\dot{\varepsilon}_{ij}$), onde $i,j = x,y,z$, é simétrico e dado na forma indicial

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3.1)$$

onde a vírgula representa diferenciação em relação as coordenadas.

O tensor de tensão de Cauchy (σ_{ij}), onde $i,j = 1,2,3$ ou x,y,z , também é simétrico e representado por nove componentes. Se obtém as tensões principais ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) através de 3 invariantes de tensão [Shames et al., 1992].

3.3.2 O Critério de Escoamento

Um critério de escoamento é uma lei que define o limite de elasticidade sob qualquer possibilidade de combinação de tensões. Isto é expresso por

$$f(\sigma_{ij}) = C(cte) \quad (3.2)$$

onde $f(\sigma_{ij})$ é conhecida como função escoamento.

Qualquer critério de escoamento deve ser validado através de verificação experimental, na qual se observa que o escoamento depende somente das componentes principais ($\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$) do tensor tensão reduzido

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_m \quad (3.3)$$

onde $\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ é a componente hidrostática da tensão e δ_{ij} é o delta de Kronecker.

Dois critérios simples têm sido usados extensivamente na análise de deformação de metais. O critério de Tresca (critério da tensão de cisalhamento) dado em 1864 por

$$\sigma_1 - \sigma_3 = cte. \quad (3.4)$$

onde $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

O outro critério é conhecido como critério de von Mises (1913) interpretado fisicamente como critério de energia de distorção. Para este o escoamento ocorrerá quando o segundo invariante do tensor reduzido J_2 exceder certo valor crítico.

$$J_2 = k^2 \quad (3.5)$$

onde $J_2 = \frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]$.

No escoamento para tração simples, $\sigma_1 = \sigma_{esc}$ e $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$. Por isso, as eqs. (3.4) e (3.5) podem ser expressas por

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{esc} \quad (3.6)$$

e

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 2\sigma_{esc}^2 \quad (3.7)$$

respectivamente. O parâmetro k na eq. (3.5) pode ser identificado como a tensão de escoamento por cisalhamento, considerando escoamento no cisalhamento simples como $k = \sigma_{esc} / 2$ para o critério de Tresca e $k = \sigma_{esc} / \sqrt{3}$ para o de von Mises [Dieter, 1988].

3.3.3 Equilíbrio e Princípio da Taxa de Trabalho Virtual

Equações de Equilíbrio

As equações de equilíbrio são dadas na forma de notação indicial, desprezando as forças de corpo, por

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = 0, \text{ ou } \sigma_{ij,j} = 0 \quad (3.8)$$

Pela notação da eq. (3.8), uma repetição dos índices indica que a soma deve ser composta de todos os termos obtidos pela atribuição aos sufixos os valores x,y,z (ou 1,2,3), e a vírgula indica diferenciação parcial como explicado na eq. (3.1).

Equilíbrio com Tração

A tensão ao longo de uma superfície de contorno S esta em equilíbrio com uma tração aplicada F_i (força por unidade de superfície). O equilíbrio das tensões é dado por

$$F_i = \sigma_{ij} n_j \quad (3.9)$$

onde n_j é a normal unitária externa a superfície.

Princípio da Taxa de Trabalho Virtual

O princípio da taxa de trabalho virtual cita que para o campo de tensão que está em equilíbrio dentro do corpo e com a tração de superfície aplicada, a taxa de trabalho dentro do corpo deformado iguala-se à taxa de trabalho executada pelas trações de superfície para todos os campos de velocidade que são contínuos e continuamente diferenciáveis (campos de velocidade virtual).

Seja σ_{ij} qualquer estado de tensão que está em equilíbrio e w_j qualquer campo de velocidade virtual. Então o princípio é expresso por

$$\int_V \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dV = \int_S F_j w_j dS \quad (3.10)$$

onde V é o volume do corpo, S é a superfície e $\dot{\varepsilon}_{ij}$ é a taxa de deformação derivada de w_j de acordo com $\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(w_{i,j} + w_{j,i})$.

3.3.4 Potencial Plástico e Lei do Escoamento

Potencial Plástico e Lei do Escoamento

As razões das componentes da taxa de deformação plástica $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ (ou deformação plástica infinitesimal $d\varepsilon_{ij}^p$) são definidas por, (regra da normalidade)

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = h \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \dot{f} \quad (3.11a)$$

ou

$$d\varepsilon_{ij}^p = h \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} df \quad (3.11b)$$

onde g e h são funções escalares dos invariantes das tensões reduzidas e f é a função de escoamento (eq. 3.2). A função $g(\sigma_{ij})$ é denominada potencial plástico. Embora a eq. 3.11a seja representada na forma de taxa, as relações entre tensão e deformação são independentes do tempo.

Assumindo uma relação simples $g = f$, a eq. (3.11) torna-se

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\lambda} \quad \text{ou} \quad d\varepsilon_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda \quad (3.12)$$

onde $\dot{\lambda}$ ou $d\lambda$ é uma constante de proporcionalidade positiva, sendo igual a hf ou hdf . A eq. (3.12) é uma lei de escoamento associada com a função de escoamento $f(\sigma_{ij})$.

Princípio do Trabalho Plástico Máximo

O princípio do trabalho plástico máximo segue a lei do escoamento e a convexidade do lugar geométrico do escoamento, e é

$$(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*) \dot{\varepsilon}_{ij}^p \geq 0 \tag{3.13}$$

onde σ_{ij} é um estado de tensão de escoamento, $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ é a taxa de deformação associada, e σ_{ij}^* é um outro estado de tensão representado por um ponto tanto sobre quanto dentro do limite de escoamento.

A Equação de Prandtl-Reuss e a Equação de Levy-Mises

Combinando as componentes elástica e plástica da taxa de deformação por $\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \dot{\varepsilon}_{ij}^e$, obtemos a equação de Prandtl-Reuss para sólidos elasto-plásticos segundo Kobayashi *et al.* (1989) como

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \sigma'_{ij} \dot{\lambda} + \frac{1}{2G} \dot{\sigma}'_{ij} + \delta_{ij} \left(\frac{1-2\nu}{E} \right) \dot{\sigma}_m \tag{3.14}$$

onde G, E, e ν são o módulo de cisalhamento, módulo de Young, e o coeficiente de Poisson, respectivamente.

Para materiais rígido-plásticos, assume-se que $\dot{\varepsilon}_{ij} \cong \dot{\varepsilon}_{ij}^p$, e as equações de Levy-Mises são expressas em termos das componentes da tensão σ_{ij} por três equações do tipo

$$\dot{\varepsilon}_x = \left[\sigma_x - \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \right] \dot{\lambda} = \left[\sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z) \right] \frac{2}{3} \dot{\lambda} \tag{3.15a}$$

e três do tipo

$$\dot{\varepsilon}_{xy} = \frac{\dot{\gamma}_{xy}}{2} = \tau_{xy} \dot{\lambda} \tag{3.15b}$$

Na seção e capítulos seguintes, a taxa de deformação plástica e a deformação plástica infinitesimal são indicadas sem o sobrescrito p, a não ser que se especifique.

3.3.5 Encruamento por Deformação, Tensão Efetiva, e Deformação Efetiva

A hipótese de que o raio do lugar geométrico do escoamento do critério da energia de distorção é uma função apenas de W_p ($= \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$, trabalho plástico total por unidade de volume) pode ser escrita para materiais isotrópicos como

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}} \{ \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \}^{1/2} = F(W_p) \quad (3.16)$$

onde $\bar{\sigma}$ é a tensão efetiva.

A deformação efetiva, $\bar{\varepsilon} = \int d\bar{\varepsilon}$, integrada sobre o caminho da deformação, fornece uma medida da distorção plástica. Assume-se que as características do encruamento podem ser formuladas por

$$\bar{\sigma} = H\left(\int d\bar{\varepsilon}\right) = H(\bar{\varepsilon}) \quad (3.17)$$

onde H é uma certa função que depende do material considerado.

Com a medição de $\bar{\sigma}$ e $d\bar{\varepsilon}$ (e por isso $\dot{\bar{\varepsilon}}$, taxa de deformação efetiva), o fator de proporcionalidade $\dot{\lambda}$ nas Eqs. (3.15) de Levy-Mises pode ser expresso por

$$\dot{\lambda} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}}{\bar{\sigma}} \quad (3.18)$$

A expressão de $\dot{\bar{\varepsilon}}$ em termos de componente da taxa de deformação, correspondente à tensão efetiva $\bar{\sigma}$ da eq. (3.19), pode ser obtida considerando a inversão da lei de escoamento.

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \{ \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} \}^{1/2} \quad (3.19)$$

3.3.6 Princípio dos Extremos

O Primeiro Princípio do Extremo

Seja σ_{ij} , u_i uma solução completa para o problema de deformação plástica de um sólido rígido-plástico sob condições de contorno definidas. Seja σ_{ij}^* um campo de tensão em equilíbrio satisfazendo as condições de contorno de tensão na S_F e em nenhum lugar violando o critério de escoamento. Seguindo os princípios de taxa de trabalho virtual e de trabalho plástico máximo, sabendo que $F_i = F_i^*$ em S_F , onde $S = S_F + S_u$, temos

$$\int_{S_u} F_i u_i dS \geq \int_{S_u} F_i^* u_i dS \quad (3.20)$$

A equação (3.20) é o primeiro princípio do extremo e significa que um contorno inferior para a superfície de tração verdadeira pode ser obtida do campo de tensão estaticamente admissível.

O Segundo Princípio do Extremo

Seja u_i^* um campo de velocidade que satisfaz a incompressibilidade e as condições de contorno de velocidade em S_u , logo o segundo princípio do extremo é dado por

$$\int_V \sigma_{ij}^* \varepsilon_{ij}^* dV + \int_{S_D} k |\Delta u^*| dS - \int_{S_F} F_i u_i^* dS \geq \int_{S_u} F_i u_i dS \quad (3.21)$$

onde na superfície $S = S_F + S_u$, e na S_u , $u_i^* = u_i$. A equação mostra que um limite superior a taxa de trabalho de uma superfície de tração verdadeira em S_u pode ser obtida de um campo de velocidade cinematicamente admissível.

3.3.7 Viscoplasticidade

A teoria matemática da plasticidade descreve adequadamente o aspecto de independência do tempo do comportamento de materiais mas é inadequada para a análise do comportamento dependente do tempo. Uma aproximação para obter uma formulação satisfatória tem sido generalizar a plasticidade para casos dentro do campo de sensibilidade à taxa de deformação. Uma dessas generalizações tem sido provida pela teoria da viscoplasticidade.

Equações Constitutivas

Considerando um material rígido-viscoplástico e aplicando a teoria infinitesimal para cada incremento de deformação a equação constitutiva resulta conforme Kobayashi et al. (1989)

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}}{\bar{\sigma}} \sigma'_{ij} \tag{3.22}$$

onde $\bar{\sigma} = \sqrt{3/2} \{ \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \}^{1/2}$ e $\dot{\bar{\varepsilon}} = \sqrt{3/2} \{ \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} \}^{1/2}$.

Princípio do Extremo

Derivando o segundo princípio extremo associado com o processo de deformação de materiais rígido-viscoplásticos restringindo ao caso onde existe a função trabalho $E(\dot{\varepsilon}_{ij})$, temos a seguinte expressão

$$\int_V E(\dot{\varepsilon}_{ij}^*) dV - \int_{S_F} F_i u_i^* dS \geq \int_V E(\dot{\varepsilon}_{ij}) dV - \int_{S_F} F_i u_i dS \tag{3.23}$$

onde $\dot{\varepsilon}_{ij}$, u_i são quantidades verdadeiras e as quantidades com asterisco são cinematicamente admissíveis.

3.4 ELEMENTOS, FUNÇÕES DE FORMA E MÉTODOS DE SOLUÇÃO

3.4.1 O Método de Elementos Finitos

Descreve-se a aproximação usada para a derivação das equações básicas para a análise de elementos finitos, ou seja, o método variacional.

Base da Formulação de Elementos Finitos

A aproximação variacional é baseada em um de dois princípios variacionais. Requer que entre velocidades admissíveis u_i que satisfazem as condições de compatibilidade e incompressibilidade, tanto quanto a condição de contorno de velocidade, a solução verdadeira forneça ao seguinte funcional um valor estacionário:

$$\pi = \int_V \bar{\sigma} \dot{\bar{\varepsilon}} dV - \int_{S_F} F_i u_i dS, \text{ para materiais rígido-plásticos}$$

e

(3.24)

$$\pi = \int_V E(\dot{\varepsilon}_{ij}) dV - \int_{S_F} F_i u_i dS, \text{ para materiais rígido-viscoplásticos}$$

onde $\bar{\sigma}$ é a tensão efetiva e $\dot{\bar{\varepsilon}}$ é a taxa de deformação efetiva. F_i representa tração de superfície, e $E(\dot{\varepsilon}_{ij})$ é a função de trabalho (veja eq. (3.23)). A solução do problema de valor de contorno original é então obtida da solução do problema variacional dual, onde a variação de primeira ordem do funcional se anula, da forma,

$$\delta\pi = \int_V \bar{\sigma} \delta\dot{\bar{\varepsilon}} dV - \int_{S_F} F_i \delta u_i dS = 0 \quad (3.25)$$

onde: $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon})$ (material rígido-plástico) e $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}, \dot{\bar{\varepsilon}})$ (material rígido-viscoplástico). A restrição de incompressibilidade nos campos de velocidade na eq. (3.25) pode ser removida pelo uso da forma penalizada como

$$\delta\pi = \int_V \bar{\sigma} \delta\dot{\bar{\varepsilon}} dV + K \int_V \dot{\varepsilon}_v \delta\dot{\varepsilon}_v dV - \int_{S_F} F_i \delta u_i dS = 0 \quad (3.26)$$

onde $\dot{\varepsilon}_v = \dot{\varepsilon}_{ii}$, é a taxa de deformação volumétrica, e K , é uma constante de penalidade de valor positivo muito grande. A equação (3.26) é a equação básica para a formulação de elementos finitos.

Condições de Contorno

A condição de contorno de tração na S_F ou é tração-zero ou geralmente uma pressão hidrostática uniforme. Porém as condições de contorno ao longo da interface peça-matriz são compostas. Além disso nem a velocidade nem a força (incluindo magnitude e direção) podem ser descritas completamente ao longo desta interface, pelo fato da direção da tensão de atrito ser contrária à direção da velocidade relativa entre a peça deformada e a matriz, e esta velocidade relativa a princípio não é conhecida. Sua direção também é desconhecida para problemas tais como compressão de anéis, laminação, e forjamento, tornando difícil de lidar com condição de contorno de forma simples. A única característica deste tipo de problema é que existe um ponto (ou uma região) ao longo da interface peça-matriz onde a velocidade do material deformado relativa a matriz torna-se zero, e a localização deste ponto (ou região) depende da magnitude da própria tensão de escoamento.

Para lidar com esta situação, uma tensão de atrito dependente da velocidade é usada como uma aproximação para a condição de tensão de atrito constante. Na interface S_C a condição de contorno de velocidade é dada na direção normal à interface pela velocidade da matriz, e a condição de contorno de velocidade é expressa por [Oh, 1982]

$$f_s = mk\bar{\ell} \cong mk \left\{ \frac{2}{\pi} \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{|u_s|}{u_0} \right) \right\} \bar{\ell} \quad (3.27)$$

onde f_s é a tensão de atrito, $\bar{\ell}$ é o vetor unitário na direção oposta do deslizamento relativo, m é o fator de atrito constante, k é tensão de escoamento por cisalhamento, u_s é a velocidade de deslizamento de um material relativo a velocidade da matriz (velocidade de deslizamento relativa) e u_0 é um número positivo pequeno comparado com u_s .

Tratamento de uma Região Rígida

Os princípios descritos na seção anterior são aplicados para um domínio no qual o corpo inteiro é deformado plasticamente. Nos processos de conformação de metais, porém, aparecem situações nas quais existem zonas rígidas, e ocorre descarregamento. Estas zonas são caracterizadas pelo valor muito pequeno da taxa de deformação efetiva em comparação com a do corpo deformado. Como este valor se aproxima de zero o valor da tensão efetiva não é definida e portanto o primeiro termo da eq. (3.26) não pode ser determinado de uma única forma.

Isto é resolvido aproximando a eq. (3.22) por

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_0}{\bar{\sigma}_0} \sigma'_{ij}, \text{ com } \bar{\sigma}_0 = \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}_0), \text{ para } \dot{\varepsilon} \leq \dot{\varepsilon}_0$$

onde $\dot{\varepsilon}_0$ recebe um valor limite atribuído, de 10^{-3} [Oh, 1982]. Esta suposta relação tensão-taxa de deformação é equivalente a hipótese de material de comportamento idêntico a fluido Newtoniano em regiões quase rígidas. Para estas regiões, o primeiro termo da equação básica, $\int_V \bar{\sigma} \delta \dot{\varepsilon} dV$, é trocado por

$$\int_V \left(\frac{\bar{\sigma}_0}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \dot{\varepsilon} \delta \dot{\varepsilon} dV, \text{ para } \dot{\varepsilon} \leq \dot{\varepsilon}_0 \quad (3.28)$$

Assim, o processo de discretização de elementos finitos é baseado na eq. (3.26), com a eq. (3.27) em mente para a condição de contorno na interface peça-matriz, e eq. (3.28) para regiões que são consideradas quase rígidas.

3.4.2 Procedimento de Elementos Finitos

A solução do problema em particular que satisfaça a eq. (3.25) na forma de elementos é obtida a partir do campo admissível de velocidade. Sendo que um campo de velocidade contínuo garantido pelas funções de forma sobre toda uma peça discretizada pode ser unicamente definido em termos dos valores de velocidades em pontos nodais especificados globalmente.

As eqs. (3.25) e (3.26) são agora expressas em termos de velocidades de ponto nodal v e suas variações δv . Da arbitrariedade de δv_I , uma série de equações algébricas (equações de rigidez) são obtidas como

$$\frac{\partial \pi}{\partial v_I} = \sum_I \left(\frac{\partial \pi}{\partial v_I} \right)_{(j)} \quad (3.29)$$

onde (j) indica a quantidade do j-ésimo elemento. O índice maiúsculo indica que se refere ao número do ponto nodal.

Na conformação de metais, a equação de rigidez (3.29) é não-linear e a solução é obtida iterativamente usando o método Newton-Raphson [Chen et al., 1988]. O método consiste na linearização e aplicação de critério de convergência para obter a solução final. A linearização é obtida pela expansão de Taylor próximo a um ponto de solução assumida $v=v_0$ (chute inicial), a saber,

$$\left[\frac{\partial \pi}{\partial v_I} \right]_{v=v_0} + \left[\frac{\partial^2 \pi}{\partial v_I \partial v_J} \right]_{v=v_0} \Delta v_J = 0 \quad (3.30)$$

onde Δv_J é a correção de primeira ordem da velocidade v_0 . A eq. (3.30) pode ser escrita na forma

$$\mathbf{K} \Delta v = f \quad (3.31)$$

onde \mathbf{K} é denominada matriz de rigidez e f é o resíduo do vetor força no ponto nodal.

3.4.3 Elementos e Funções de Forma

A geometria de um elemento, em geral, é unicamente definida por um número finito de pontos nodais (nós). Os nós se localizam no contorno ou no interior do elemento, e a função de forma define um campo de velocidade admissível em termos das velocidades dos nós associados. Assim, os elementos são caracterizados pela forma e a ordem das funções de forma.

No método de elementos finitos, a interpolação de uma função escalar $f(x,y)$ definida sobre um elemento é introduzida na forma

$$f(x,y) = \sum_i N_i(x,y) \cdot f_i$$

onde f_i é um valor da função associada com o i -ésimo nó, e $N_i(x,y)$ é a função de forma.

Há vários tipos de elementos, dependendo da forma do elemento e da ordem do polinômio da função de forma. Os elementos usados neste trabalho são discutidos na seqüência.

Elementos Isoparamétricos Bidimensionais

Elemento Quadrilátero de Quatro-Nós

Considere o elemento quadrilátero mostrado na figura 3.3(b), os nós locais são numerados como 1,2,3, e 4 de um modo anti-horário como mostrado, e (x_i, y_i) são as coordenadas do nó i . O vetor $\mathbf{q}=[q_1, q_2, \dots, q_8]$ representa o vetor velocidade do elemento. A velocidade de um ponto interior P localizado em (x,y) é representado por $\mathbf{u}=[u(x,y), v(x,y)]^T$. Desenvolve-se as funções de forma em um elemento principal (figura 3.3(a)) que é definido em coordenadas ξ, η (ou coordenadas *naturais*), e de forma quadrada. As funções de forma de Lagrange N_i , onde $i=1,2,3,4$, são definidas de tal forma que N_i é igual a unidade no nó i e é zero nos outros nós. São representadas na forma compacta, devido à implementação no computador, como:

$$N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i) \quad (3.32)$$

onde (ξ_i, η_i) são coordenadas do nó i , e seus valores podem ser vistos esquematicamente na figura 3.3(c).

Expressamos agora o campo de velocidades dentro do elemento em termos dos valores nodais. Assim, se $\mathbf{u}=[u,v]^T$ representam as componentes da velocidade de um ponto localizado em (ξ,η) , e \mathbf{q} , dimensão (8×1) , é o vetor velocidade do elemento, então

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \sum_{i=1}^4 N_i \mathbf{q}_{2i-1} \\ \mathbf{v} &= \sum_{i=1}^4 N_i \mathbf{q}_{2i} \end{aligned} \quad (3.33)$$

podemos escrever na forma matricial como

$$\mathbf{u} = \mathbf{Nq} \quad (3.34)$$

onde

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Na formulação isoparamétrica usamos as mesmas funções de forma N_i para também expressar as coordenadas um ponto em termos das coordenadas nodais. Assim,

$$\begin{aligned} x &= \sum_i N_i x_i \\ y &= \sum_i N_i y_i \end{aligned} \quad (3.36)$$

Posteriormente, teremos a necessidade de expressar as derivadas de uma função em coordenadas x,y em termos de suas derivadas em coordenadas ξ,η .

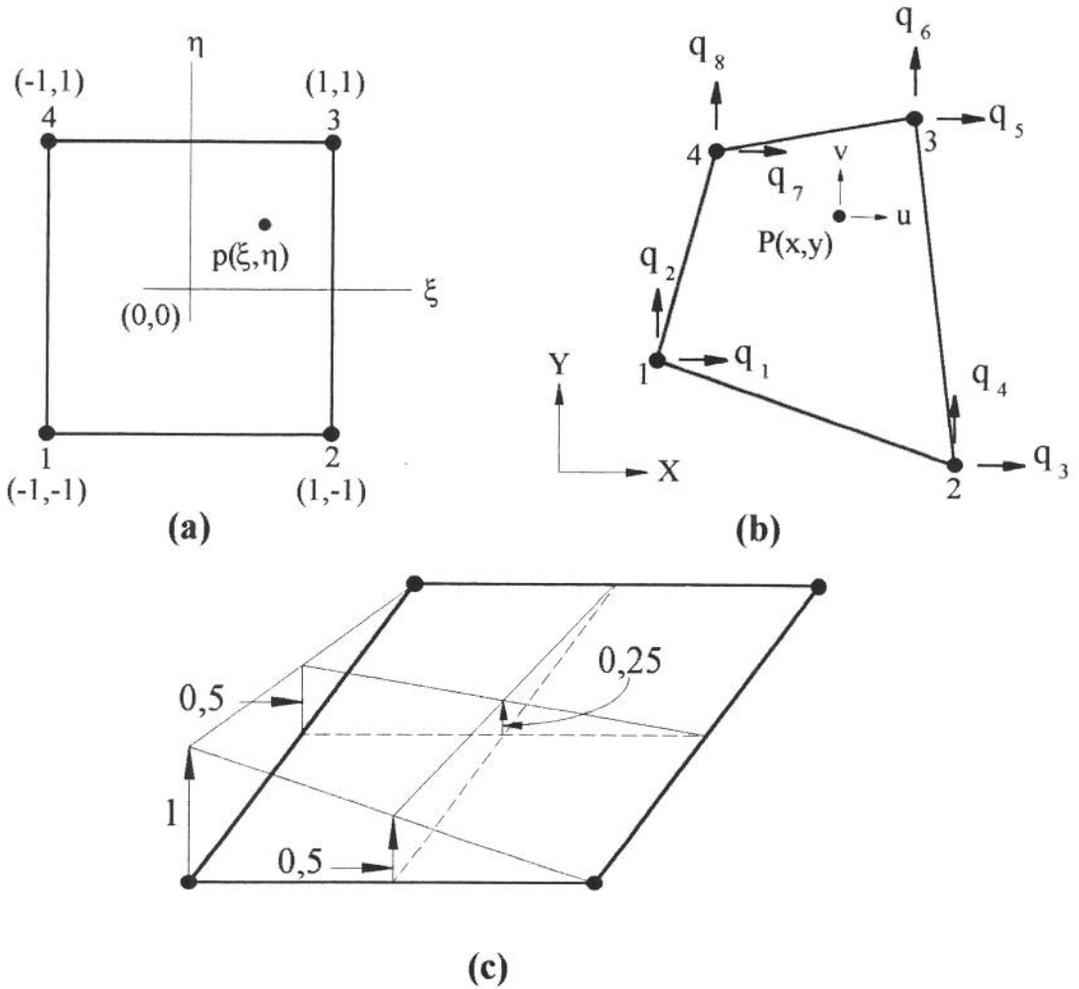


Figura 3.3 (a) Coordenada retangular e elemento retangular reto; (b) elemento isoparamétrico (mapeado em coordenadas Cartesianas; elemento quadrilátero); (c) função de forma.

Elemento Quadrilátero de Nove -Nós

O elemento quadrilátero de nove nós tem sido considerado como sendo muito eficiente na prática de elementos finitos [Zienkiewicz,1989; Lee et al., 1993]. Os números dos nós locais para este elemento são mostrados na figura 3.4(a). O elemento principal quadrado é mostrado na figura 3.4(b). As funções de forma são definidas como sendo, através da regra do produto,

$$\begin{aligned}
 N_1 &= L_1(\xi) \cdot L_1(\eta) & N_5 &= L_2(\xi) \cdot L_1(\eta) & N_2 &= L_3(\xi) \cdot L_1(\eta) \\
 N_8 &= L_1(\xi) \cdot L_2(\eta) & N_9 &= L_2(\xi) \cdot L_2(\eta) & N_6 &= L_3(\xi) \cdot L_2(\eta) \\
 N_4 &= L_1(\xi) \cdot L_3(\eta) & N_7 &= L_2(\xi) \cdot L_3(\eta) & N_3 &= L_3(\xi) \cdot L_3(\eta)
 \end{aligned}
 \tag{3.37}$$

onde $L_i(\xi)$ e $L_i(\eta)$ são funções de forma genéricas ao longo dos eixos ξ e η (fig. 3.4c), respectivamente, definidas como

$$\begin{aligned} L_1(\xi) &= -\frac{\xi(1-\xi)}{2} \\ L_2(\xi) &= (1+\xi)(1-\xi) \\ L_3(\xi) &= \frac{\xi(1+\xi)}{2} \end{aligned} \quad (3.38)$$

para o eixo ξ , e

$$\begin{aligned} L_1(\eta) &= -\frac{\eta(1-\eta)}{2} \\ L_2(\eta) &= (1+\eta)(1-\eta) \\ L_3(\eta) &= \frac{\eta(1+\eta)}{2} \end{aligned} \quad (3.39)$$

para o eixo η . Pela maneira que são construídas L_i , observa-se prontamente que $N_i=1$ no nó i e igual a zero nos outros nós, como desejado.

O uso de termos de ordem superior em N levam a uma interpolação de ordem maior do campo de velocidade como obtido por $\mathbf{u}=\mathbf{N}\mathbf{q}$, visto que os elementos de nove nós contém termos nas funções de forma tais como $\xi^2\eta$ e $\xi\eta^2$, além dos termos 1 , ξ , η e $\xi\eta$ do elemento quadrilátero de quatro nós, que em geral fornecem maior precisão. Além disso, da eq. (3.36) conclui-se que termos de ordem superior podem também ser usados para definir geometria.

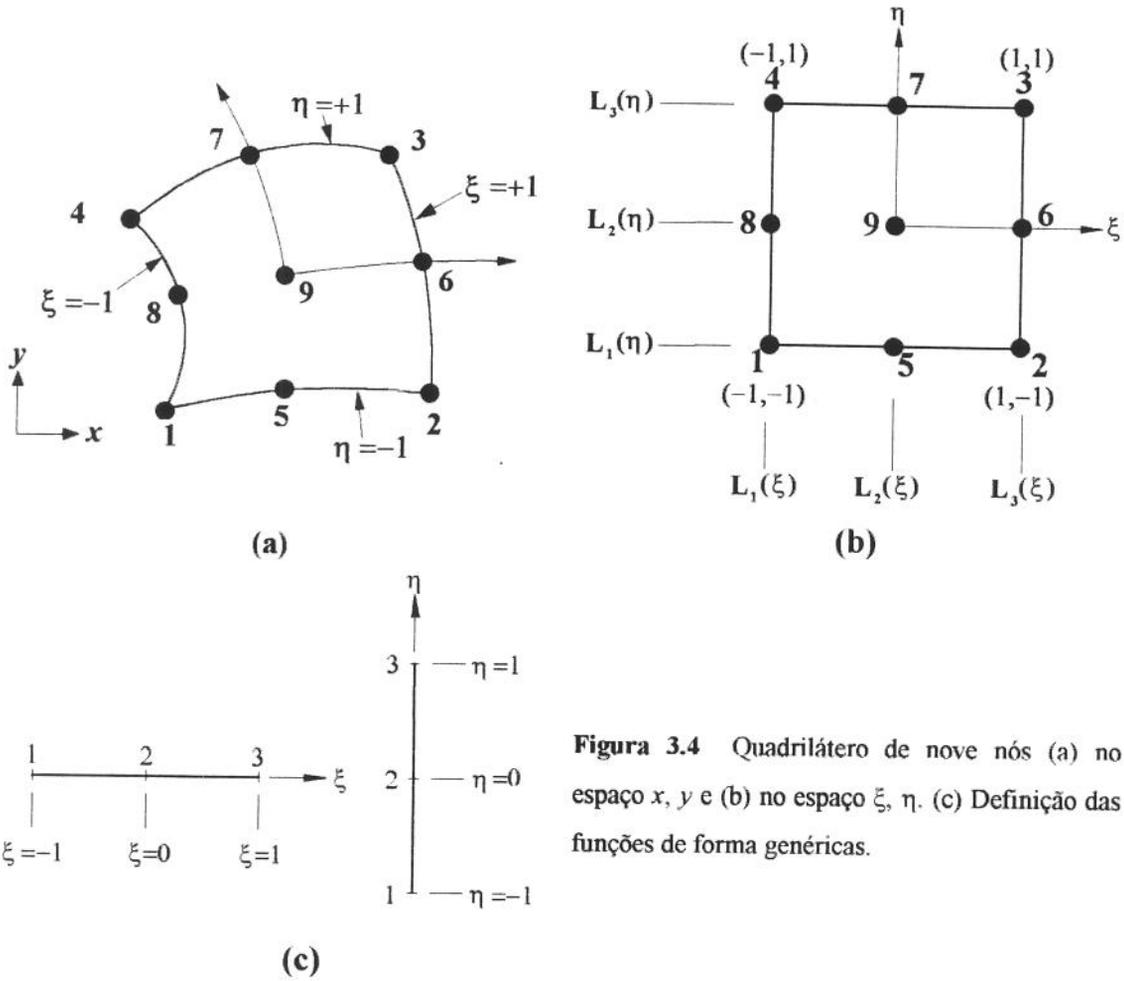


Figura 3.4 Quadrilátero de nove nós (a) no espaço x, y e (b) no espaço ξ, η . (c) Definição das funções de forma genéricas.

3.4.4 Matriz Taxa de Deformação do Elemento

Na seção 3.3 as componentes da taxa de deformação no sistema de coordenadas Cartesianas foram definidas por

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.40)$$

A velocidade admissível (seção 3.4) para todos tipos de elementos pode ser expressa por

$$u_i = \sum_{\alpha} N_{\alpha} u_i^{(\alpha)} \quad (3.41)$$

onde $(u_i^{(\alpha)})$ é a velocidade no α -ésimo nó e o somatório é sobre todos os nós.

Substituído a eq. (3.41) na eq. (3.40), temos

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_j} u_i^{(\alpha)} + \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x_i} u_j^{(\alpha)} \right) \quad (3.42)$$

Para o sistema de coordenadas Cartesianas, a coordenada x_i é representada por (x, y, z) para a deformação tridimensional, por (r, z, θ) para a deformação axissimétrica.

Seja definido X_{α} , Y_{α} e Z_{α} como

$$X_{\alpha} = \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x}, \quad Y_{\alpha} = \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y}, \quad Z_{\alpha} = \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial z} \quad (3.43)$$

Para elementos bidimensionais e de forma axialmente simétrica, as componentes de taxa de deformação podem ser representadas como

$$\dot{\epsilon} = \begin{Bmatrix} \dot{\epsilon}_r \\ \dot{\epsilon}_z \\ \dot{\epsilon}_{\theta} \\ \dot{\gamma}_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \frac{u_r}{r} \\ \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad \text{para deformação axissimétrica} \quad (3.44)$$

as componentes da taxa de deformação na forma vetorial podem ser encontradas para tensão plana e deformação plana [Kobayashi et al., 1989]. Substituindo a eq. (3.43) na eq. (3.44) observando a eq. (3.42), obtém-se os vetores taxa de deformação numa única forma, como

$$\dot{\epsilon} = \begin{Bmatrix} \dot{\epsilon}_1 \\ \dot{\epsilon}_2 \\ \dot{\epsilon}_3 \\ \dot{\epsilon}_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum X_{\alpha} u_1^{(\alpha)} \\ \sum Y_{\alpha} u_2^{(\alpha)} \\ \sum P_{\alpha} u_1^{(\alpha)} \\ \sum (X_{\alpha} u_2^{(\alpha)} + Y_{\alpha} u_1^{(\alpha)}) \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

Na eq. (3.45), u_1 e u_2 correspondem a u_x e u_y respectivamente, para a deformação bidimensional, e P_α é zero na deformação plana e a linha de $\dot{\varepsilon}_3$ é eliminada para a deformação na tensão plana. Para o caso axialmente simétrico, u_1 e u_2 representam u_r e u_z , respectivamente, e P_α torna-se N_α/r .

A eq. (3.45) pode ser escrita na forma matricial como

$$\dot{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (3.46)$$

onde \mathbf{B} é denominada matriz taxa de deformação dada por

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & X_2 & 0 & X_3 & 0 & X_4 & 0 & \dots \\ 0 & Y_1 & 0 & Y_2 & 0 & Y_3 & 0 & Y_4 & \dots \\ P_1 & 0 & P_2 & 0 & P_3 & 0 & P_4 & 0 & \dots \\ Y_1 & X_1 & Y_2 & X_2 & Y_3 & X_3 & Y_4 & X_4 & \dots \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

o número de colunas da matriz é igual ao número de graus de liberdade do elemento.

A avaliação da matriz taxa de deformação, ou X_α e Y_α , requer a diferenciação das funções de forma com relação à coordenada global (apêndice 1).

3.4.5 Matrizes da Taxa de Deformação Efetiva e da Taxa de Deformação Volumétrica

Freqüentemente se usa a taxa de deformação efetiva $\dot{\bar{\varepsilon}}$ e a taxa de deformação volumétrica $\dot{\varepsilon}_v$, na formulação de elementos finitos para análise de conformação de metais. Por isso, é necessário expressá-las em termos da matriz taxa de deformação.

A taxa de deformação efetiva é definida em função das componentes da taxa de deformação, de acordo com a eq. (3.19) por

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \{ \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} \}^{1/2}$$

ou, na forma matricial

$$\left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}}{\dot{\varepsilon}} \right)^2 = \dot{\varepsilon}^T \mathbf{D} \dot{\varepsilon} \quad (3.48)$$

A diagonal da matriz \mathbf{D} (que tem diferentes formas dependendo da expressão da taxa de deformação efetiva, em função das componentes da taxa de deformação [Kobayashi et al. 1989]), tem 2/3 e 1/3 como suas componentes; correspondendo à taxa de deformação normal e à taxa de deformação de cisalhamento, respectivamente. Substituindo a eq. (3.46) na eq. (3.48) temos,

$$\left(\dot{\bar{\epsilon}}\right)^2 = \mathbf{u}^T \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{u} = \mathbf{u}^T \mathbf{P} \mathbf{u} \quad (3.49)$$

onde $\mathbf{P} = \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B}$.

A taxa de deformação volumétrica é dada por

$$\dot{\epsilon}_v = \dot{\epsilon}_{kk} = \dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z$$

e expressa por

$$\dot{\epsilon}_v = \mathbf{C}^T \mathbf{u} = C_i u_i \quad (3.50)$$

onde $C_i = B_{1i} + B_{2i} + B_{3i}$, onde B_{IJ} é um elemento da matriz taxa de deformação \mathbf{B} .

3.4.6 Equação de Rigidez Elementar

Usando a representação discreta das quantidades envolvidas no $\delta\pi$ que são desenvolvidas na Seção 3.4.3 e 3.4.4, podemos expressar as integrais de $\delta\pi$ em termos das velocidades de ponto-nodal. A eq. (3.30) torna-se

$$\frac{\partial \pi}{\partial v_i} = \frac{\partial \pi_D}{\partial v_i} + \frac{\partial \pi_P}{\partial v_i} + \frac{\partial \pi_{SF}}{\partial v_i}$$

onde

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_D}{\partial v_i} &= \int_V \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} P_{ij} u_j dV \\ \frac{\partial \pi_P}{\partial v_i} &= \int_V K C_j u_j C_i dV \\ \frac{\partial \pi_{SF}}{\partial v_i} &= - \int_{S_F} F_j q_{jI} dS \end{aligned} \quad (3.51)$$

Deve-se notar que o termo $(-\partial\pi_{Sp}/\partial v_I)$ é a força aplicada no ponto nodal e que $\partial\pi_D/\partial v_I + \partial\pi_P/\partial v_I$ é a força de reação no ponto nodal.

As segundas derivadas de π são expressas como

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial v_I \partial v_J} = \int_V \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\varepsilon}} P_{IJ} dV + \int_V \left(\frac{1}{\dot{\varepsilon}} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \dot{\varepsilon}} + \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\varepsilon}^2} \right) \frac{1}{\dot{\varepsilon}} P_{IK} u_K u_M P_{MJ} dV + \int_V K C_J C_I dV \quad (3.52)$$

Obtemos um conjunto de equações lineares simultâneas (3.31), avaliando as matrizes de rigidez a nível elementar das eqs. (3.51) e (3.52).

Quando a taxa de deformação efetiva $\dot{\varepsilon}$ se aproxima de zero (0), ou torna-se menor do que um valor $\dot{\varepsilon}_0$ pré-definido, temos, da eq. (3.28),

$$\partial\pi_D = \int_V \bar{\sigma} \delta\dot{\varepsilon} dV = \int_V \frac{\bar{\sigma}_0}{\dot{\varepsilon}_0} \dot{\varepsilon} \delta\dot{\varepsilon} dV \quad (3.53)$$

onde $\bar{\sigma}_0/\dot{\varepsilon}_0 = cte$. As derivadas de π_D podem ser expressas por

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_D}{\partial v_I} &= \int_V \frac{\bar{\sigma}_0}{\dot{\varepsilon}_0} P_{IJ} u_J dV \\ \frac{\partial^2 \pi_D}{\partial v_I \partial v_J} &= \int_V \frac{\bar{\sigma}_0}{\dot{\varepsilon}_0} P_{IJ} dV \end{aligned} \quad (3.54)$$

A constante de penalidade K e a taxa de deformação limitante $\dot{\varepsilon}_0$ são introduzidas arbitrariamente mais por conveniência computacional. No anexo se define o valor apropriado de K que é 10^4 [Chandrupatla et al., 1991]. Também o resultado ótimo pode ser dado para a taxa de deformação limitante, $\dot{\varepsilon}_0$, como sendo 1/100 da taxa de deformação efetiva média [Oh, 1982].

3.4.7 Integração Numérica

A integração numérica é uma parte importante da técnica de elementos finitos. Como visto na seção 3.4.6, as integrais de volume tanto quanto as integrais de superfície deveriam ser executadas para representar as equações de rigidez elementar em um forma matricial

simples. Ao se derivar o princípio variacional, é assumido implicitamente que estas integrações são exatas. Porém, integrações exatas dos termos incluídos nas matrizes do elemento não são sempre possíveis. No MEF, aproximações maiores são feitas no procedimento de integração, resumido nos detalhes da fórmula de integração vistos no apêndice 3.

Aplicação das Fórmulas de Integração

O uso da quadratura de Gauss (Gaussiana) e elementos isoparamétricos na formulação de MEF introduzirá erros. Em geral, é verdade que uma integração de ordem superior é sugerida para se obter uma avaliação correta das integrais, porém a um custo elevado de tempo de execução do computador. Por isso, a escolha mais apropriada deve ser a ordem de integração mais baixa possível que não introduza mais erros aos resultados.

A ordem de integração mínima que garanta convergência foi estabelecida para os dois tipos de elementos empregados neste trabalho como sendo 2 x 2 pontos de integração para o elemento linear e a ordem de integração necessária para o elemento quadrático como sendo 3 x 3.

3.4.8 Condições de Contorno

A superfície de contorno S é dado por

$$S = S_u + S_F + S_C$$

pois a condição de contorno ao longo da interface peça-matriz S_C é composta. A implementação de uma condição de contorno em S_F e S_u é simples e pode ser encontrada com facilidade [Zienkiewicz, 1989]. Na análise de processos de conformação de metais pelo método de elementos finitos, as condições de contorno devem ter uma atenção especial. A tensão de atrito, em geral, muda a sua direção no "ponto neutro" [Oh, 1982], sendo este a princípio desconhecido.

A condição de contorno na interface peça-matriz é dada por

$$u_n = U_D^T \mathbf{n}$$

onde U_D^T é a velocidade da matriz e \mathbf{n} é a normal unitária a superfície da interface. A relação

da tensão de atrito e velocidade relativa (eq. 3.27) é escrita como

$$f_s = -mk \frac{u_s}{|u_s|} \cong -mk \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{u_s}{u_0} \right] \right) \quad (3.55)$$

sendo recomendado $u_0 = 10^{-3} \sim 10^{-4}$ para $u_s=0.1$ (para uma velocidade unitária da matriz) [Kobayashi, 1989]. A velocidade de deslizamento relativa u_s pode ser aproximada em termos de valores de ponto nodal $v_{s\alpha}$ usando a função do elemento na condição de contorno normal à superfície por

$$u_s = \sum_{\alpha} N_{\alpha} v_{s\alpha} \quad (3.56)$$

onde o subscrito α representa o valor do α -ésimo nó.

Ao se compor a matriz de rigidez, acrescenta-se o termo $\delta\pi_{sc}$ a $\delta\pi$ (eq. 3.51), e a forma final da equação de rigidez deverá conter o termo

$$\frac{\partial \pi_{sc}}{\partial v_{\alpha}} = \int_{s_c} mk \frac{2}{\pi} N_{\alpha} \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{N_{\beta} v_{s\beta}}{u_0} \right) dS \quad (3.57)$$

e

$$\frac{\partial^2 \pi_{sc}}{\partial v_{\alpha} \partial v_{\beta}} = \int_{s_c} mk \frac{2}{\pi} N_{\alpha} N_{\beta} \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{u_0}{u_0^2 + (N_k v_{sk})^2} \right] dS \quad (3.58)$$

em acréscimo as eqs. (3.51) e (3.52).

⇒ *CAPÍTULO 4*

O Modelo Físico-Matemático

4.1 FORJAMENTO ISOTÉRMICO AXISSIMÉTRICO

4.1.1 Introdução

Adota-se o forjamento isotérmico, devido ao fato de que o resfriamento da matriz é eliminado ao se manter o tarugo a ser forjado a mesma temperatura durante todo o ciclo do processo [Price et al., 1976; Subramanian et al., 1977]. Isto permite adotar taxas de deformação extremamente baixas, que é uma vantagem para certas ligas com tensão de escoamento sensível à taxa de deformação a exemplo do titânio [Subramanian et al., 1977]. O processo é capaz de produzir forjados acabados e próximos da forma acabada, que é objetivo do forjamento de precisão discutido no capítulo anterior.

Aplica-se o modelo matemático de elementos finitos rígido-viscoplásticos para a otimização da produção de peças complexas pelo forjamento de precisão. A compressão de cilindros sólidos é usada como uma operação de préforma no forjamento a frio e a quente, que é com frequência a primeira de uma seqüência de operações que constituem um forjamento completo. Portanto, este processo é estudado com o objetivo de garantir a qualidade superficial e interna ao forjado e o escoamento apropriado do material metálico.

Cerca de 30 % de todos os forjados comumente usados são axialmente simétricos. E, a compressão de cilindros é um processo de forjamento axissimétrico básico. Por ser a princípio uma operação relativamente simples, é em geral usado como um teste de material. Mas, com a presença do atrito na interface peça matriz, a deformação torna-se complexa. Sendo então usado para avaliar condições de atrito (lubrificação), apesar de ser mais usado o teste de anel, para alguns processos de conformação de materiais (por exemplo, laminação). Esta deformação pode ser analisada em detalhes através do MEF.

Nesta seção, serão discutidos aspectos da compressão de cilindros e anéis relacionado-os com as operações de forjamento.

4.1.2 Compressão de Cilindros Sólidos

Na compressão de cilindros sólidos circulares, entre matrizes planas e paralelas, a deformação é homogênea na ausência de atrito (fig. 4.1a). Com atrito a distribuição da tensão de compressão é não uniforme, e a superfície livre embarrila (fig. 4.1b,c). Podendo ocorrer fratura na mesma devido à tensão de tração excessiva resultante do escoamento não uniforme do metal [Schey, 1987; Lee et al., 1972; Ettouney et al., 1990].

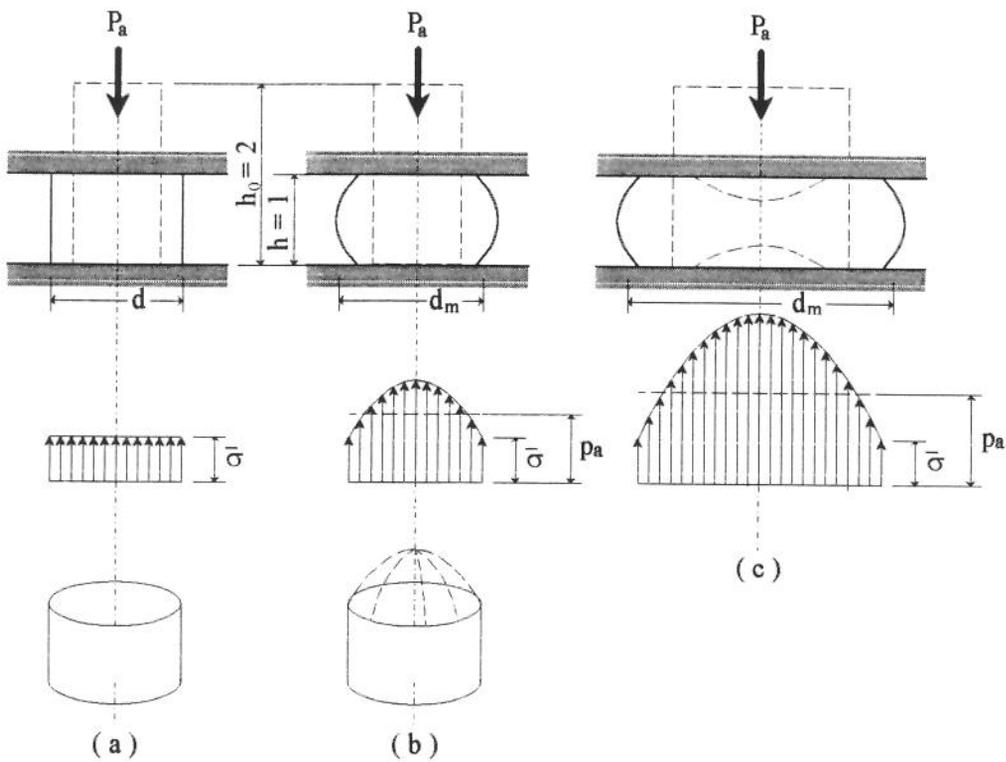


Figura 4.1 As pressões na interface (P_a) são (a) iguais a tensão de escoamento ($\bar{\sigma}$) na compressão sem atrito mas (b) o atrito gera "pico de atrito" que (c) é maior para uma razão d/h maior.

Além do barrilamento da superfície livre, outro modo de deformação que representa a complexidade da deformação não uniforme (fluxo não uniforme do metal), é quando uma parte da superfície livre entra em contato com a matriz durante a compressão, resultando no fenômeno de escoamento conhecido como "folding" (dobramento) (fig. 4.2).

Para o problema em questão, o fenômeno de "folding" não é observado aplicando-se o MEF elasto-plástico. Este inconveniente é superado através da formulação rígido-plástica [Houlston et al., 1986], e, na extensão deste método para um material rígido-viscoplástico [Kobayashi et al., 1989] adotado neste trabalho. Recentemente pode-se encontrar outro

método de aproximação cuja formulação se baseia em equações de volume constante e na geometria da peça [Ettouney et al., 1990], podendo ser comparado com os resultados de elementos finitos.

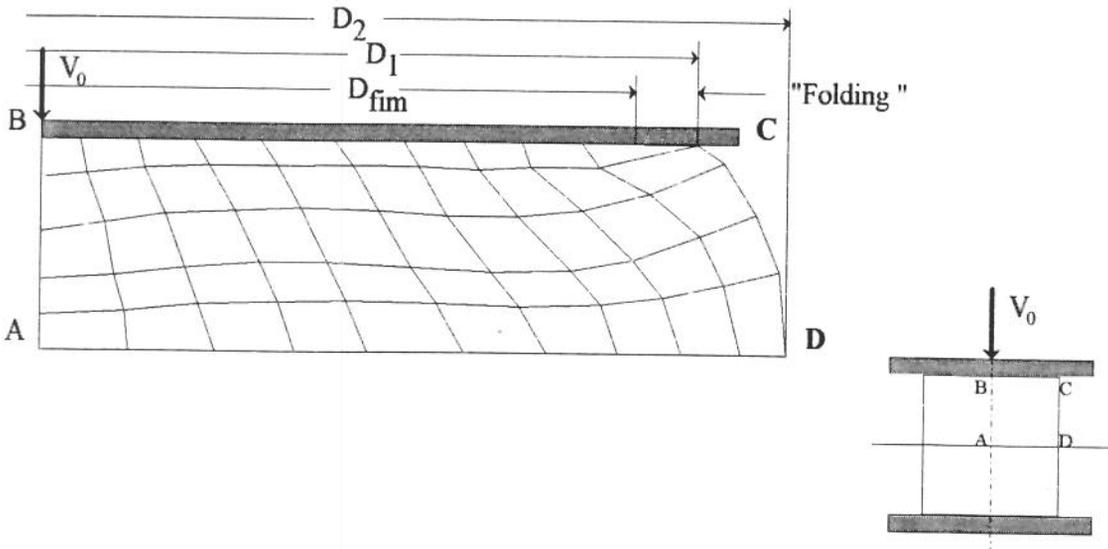


Figura 4.2 Geometria e forma do cilindro deformado (malha distorcida) durante a compressão não uniforme.

Prever a ocorrência de fratura na superfície livre é um importante objetivo na análise de compressão simples, permitindo o estudo da fratura e da conformabilidade de materiais. Com o método de elementos finitos podemos simular as linhas de deformação de um ponto crítico e compará-los com experimento. Além disso, prever a conformabilidade nas condições de fratura para várias condições de atrito e dimensões da peça [Kobayashi et al., 1989].

4.1.3 Compressão de Anéis

Quando um anel é comprimido entre duas placas planas e paralelas ele se expande como se fosse um cilindro sólido com atrito zero (fig. 4.3a). O diâmetro interno do anel aumenta no caso do atrito na interface ser pequeno (fig. 4.3b) e diminui no caso do atrito ser grande (fig. 4.3c). Esta dependência do comportamento do escoamento do metal no atrito (teste de compressão de anel) tem sido extensivamente usado para testar lubrificantes, condições de lubrificação, e para determinar o coeficiente de atrito, μ , ou fator de atrito, m , na interface [Lee et al., 1972; Ettouney et al., 1990; Bresciani et al., 1991]. Ou seja, avaliar as condições de atrito nos processos de conformação de metais.

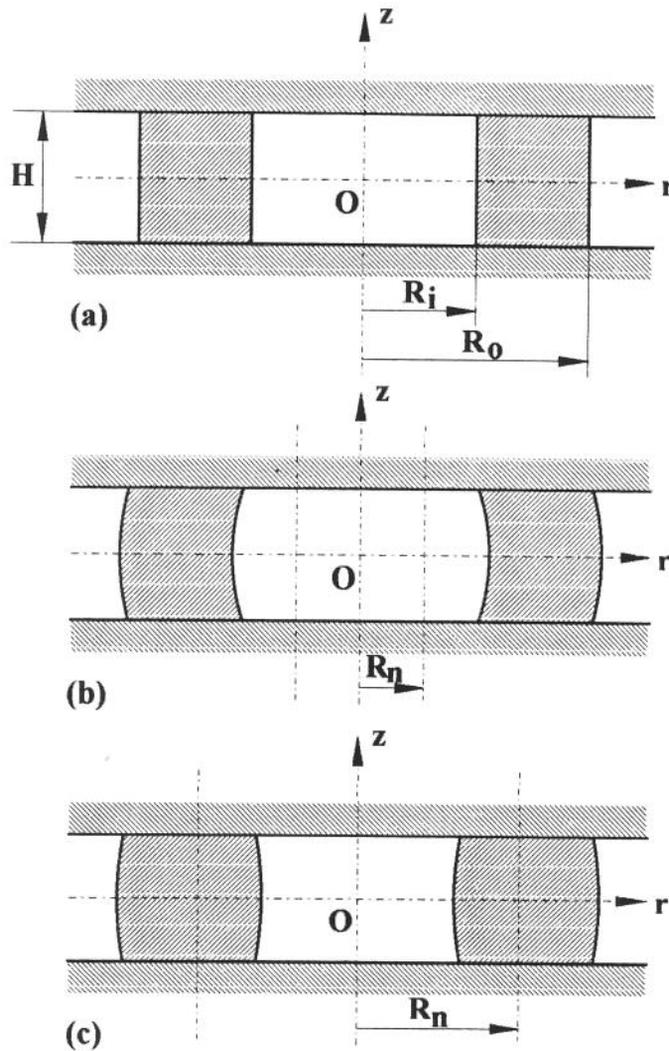


Figura 4.3 Dois modos de deformação no recalque de anel.

Porém, para determinar a condição de atrito quantitativamente, deve-se estabelecer uma relação entre a mudança geométrica da peça e a condição de atrito na interface peça-matriz. Existem algumas maneiras convencionais para representar as curvas de calibração teóricas usadas na avaliação do atrito comparados com o teste do anel (fig. 4.4). Lee et al. (1972) usa a técnica do limite superior que já considera o barrilamento. Sendo que Ettouney et al. (1990), baseado no seu modelo cuja formulação usa equações de volume constante e geometria da peça, emprega o dobramento (um fenômeno que mostra grande dependência no atrito) para estimar o coeficiente de atrito usando gráficos de calibração que relacionam dobramento com atrito (idêntico às curvas de calibração do atrito ao teste de anel).

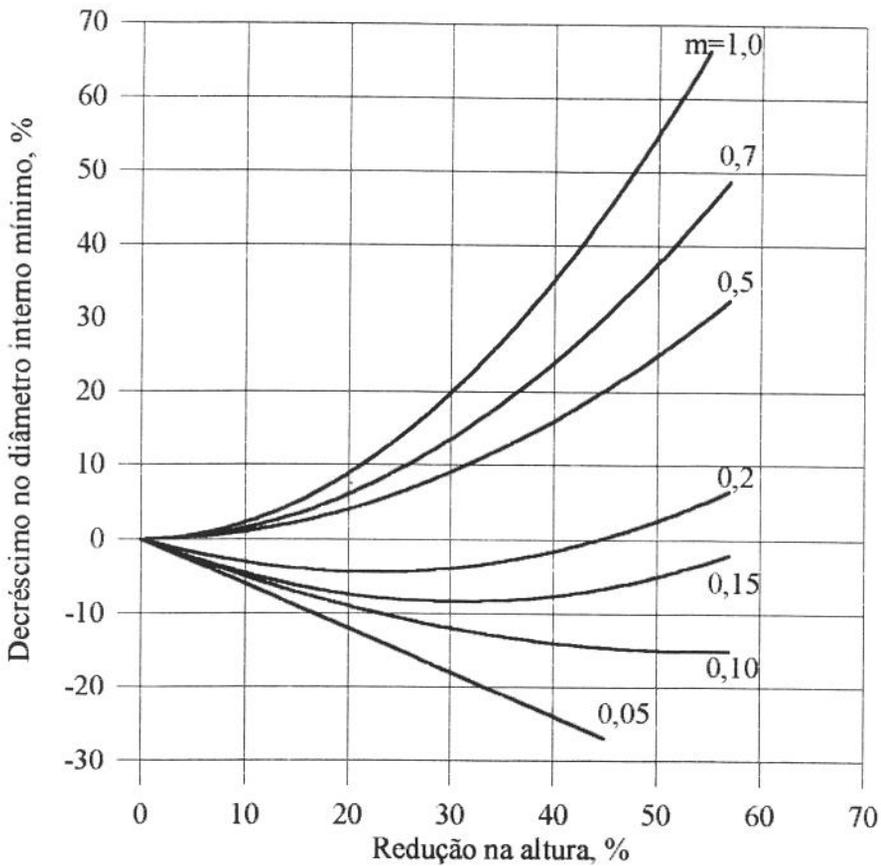


Figura 4.4 Calibração teórica para um anel tendo a relação DE:DI:altura=6:3:2.

Na implementação do MEF para a análise de processos de conformação de metais, deve-se dar uma atenção especial para as condições de contorno. Nos problemas de compressão de anéis, laminação, e forjamento, existe um ponto (ou uma região) "neutro" ao longo da interface peça matriz. No caso da compressão de anel podemos denominar este ponto pela superfície neutra indicada na figura 4.3b,c pelo raio $r=R_n$, e definida como uma superfície que não se move na direção radial a um dado instante durante a deformação.

Para esta condição a tensão de atrito geralmente muda a sua direção, sendo possível a análise deste problema, como visto no capítulo 2, através da eq. (2.19) que expressa a tensão de atrito dependente da velocidade.

Com essa aproximação, podemos definir os resultados do MEF para a simulação da compressão de anel através das mudanças geométricas da peça, distribuição de velocidade, distorções da malha, e distribuições de deformação e tensão sob várias condições de atrito para vários materiais. As soluções são representadas e discutidas em detalhes no próximo capítulo.

4.1.4 Caracterização do Material

Para uma dada composição de material e o histórico de deformação/tratamento térmico (microestrutura), as mais importantes variáveis para a análise do processo de forjamento são a tensão de escoamento e a conformabilidade (ou forjabilidade).

Tensão de Escoamento

A tensão de escoamento, $\bar{\sigma}$, representa a resistência do material à deformação permanente. É expressa como função da deformação, $\bar{\epsilon}$, taxa de deformação, $\dot{\bar{\epsilon}}$, temperatura, T, e estrutura, S. As relações podem ser representadas como uma função constitutiva:

$$\bar{\sigma} = f(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, T, S) \quad (4.1)$$

No trabalho a quente o material é em geral sensível à taxa de deformação. Nesta condição uma aproximação muito usada para a tensão de escoamento entre as encontradas na literatura [Gegel et al., 1989] é indicada nas curvas da fig. 4.5 a,b e expressa pela equação

$$\bar{\sigma} = C(\dot{\bar{\epsilon}})^m \quad (4.2)$$

onde C é um coeficiente de resistência, e m é o expoente da sensibilidade da taxa de deformação (fig. 4.5 b).

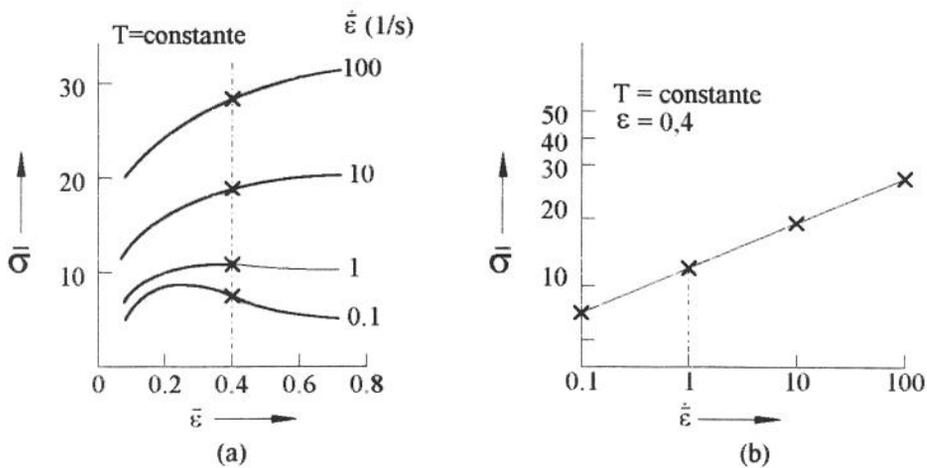


Figura 4.5 Procedimentos do trabalho a quente com encruamento e amolecimento simultâneos.

(a) A tensão de escoamento é sensível à taxa de deformação e (b) para uma dada temperatura e deformação, é com frequência uma função da taxa de deformação.

A formulação da equação constitutiva, isto é, a determinação das constantes do material C e m , requerem dados experimentais de tensão de escoamento, obtidos para $\bar{\epsilon}$, $\dot{\bar{\epsilon}}$ e T de interesse. São usados para isso testes de torção e compressão em deformação plana, e compressão axissimétrica uniforme (fig. 4.6).

Os valores de C e m , determinados experimentalmente, são obtidos em tabelas [Schey, 1987; Gegel et al., 1989] ou de curvas de tensão de escoamento. No modelo matemático adotado estes valores são extremamente importantes para caracterizar o material a ser simulado. São valores típicos do expoente de sensibilidade à taxa de deformação

- *Trabalho a frio* $-0,05 < m < 0,05$
- *Trabalho a quente* $0,05 < m < 0,03$
- *Super plasticidade* $0,3 < m < 0,7$
- *Fluido Newtoniano* $m=1$

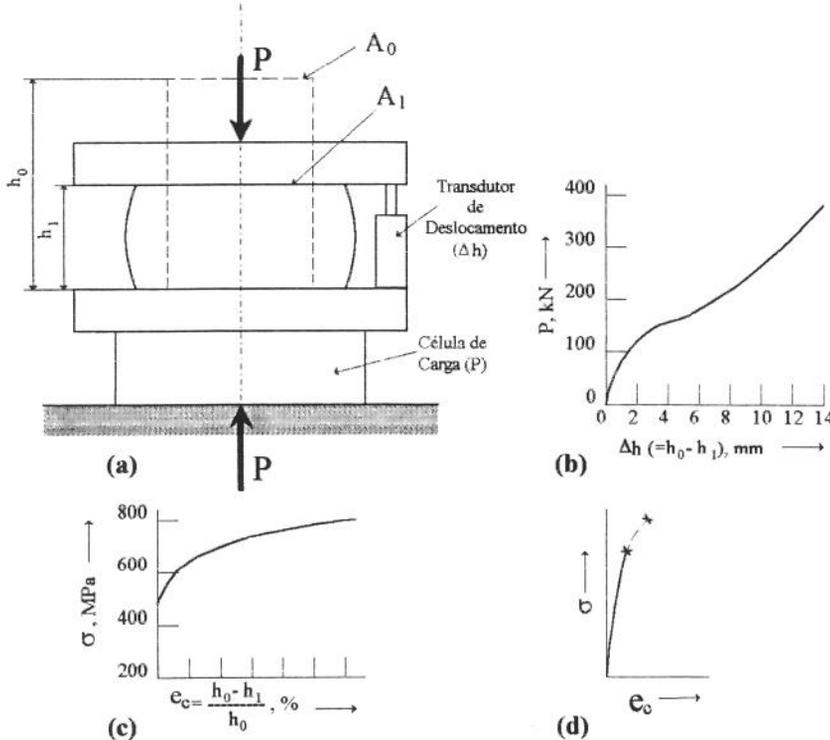


Figura 4.6 No (a) teste de compressão, a área da seção transversal aumenta continuamente, por isso, (b) a força registrada aumenta continuamente mesmo se o material não encrua com a deformação. (c) A curva tensão deformação neste instante indica encruamento por deformação. (d) Materiais frágeis fraturam depois da compressão elástica inicial embora algumas vezes se observa alguma deformação plástica (linha tracejada).

Conformabilidade (Forjabilidade)

A conformabilidade é a capacidade de um material ser deformado plasticamente em um processo específico de conformação de metal sem a formação de fraturas [Bresciani et al. 1991; Dieter, 1988]. Por estar associada ao processo, a qualidade do metal é melhor especificada se for determinada a sua capacidade de ser conformado por forjamento, que é o processo específico em questão. Nos interessando a característica de forjabilidade ou capacidade de um corpo tridimensional metálico poder ser conformado por forjamento ou por outros processos (como laminação e extrusão), onde predomina o trabalho com volumes metálicos [Bresciani et al., 1991].

A conformabilidade depende essencialmente de dois tipos de variáveis:

- variáveis relacionadas com as condições impostas durante o processo de deformação (tais como temperatura, taxa de deformação, tensão, história da deformação);
- variáveis relacionadas com o próprio material (tais como composição, vacâncias, inclusões, microestrutura inicial).

Estas duas variáveis podem ser combinadas para resultar no diagrama de limite de conformabilidade (fig. 4.7) [Lee et al., 1972].

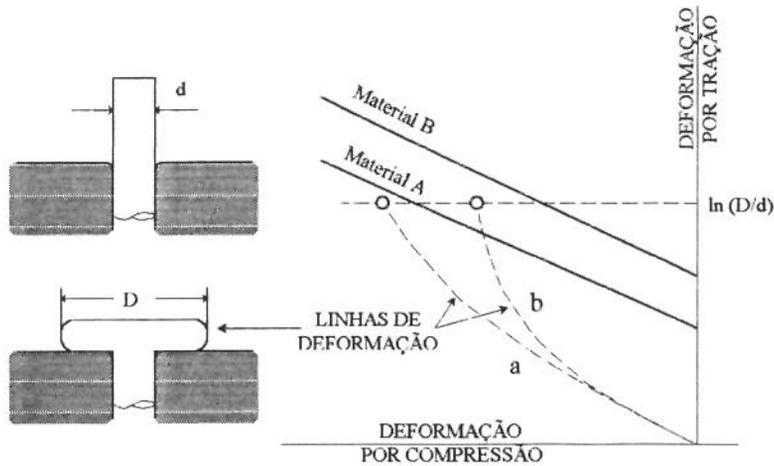


Figura 4.7 Comparação esquemática das linhas de conformabilidade dos materiais (A,B) e linhas de deformação do processo (a,b).

Os teste de tração e compressão não uniforme são muito usados para determinar a conformabilidade de um dado material. No recalque com atrito aderente nas faces extremas

causa barrilamento intenso e desta forma fratura superficial em um material pouco dúctil (fig. 4.8a). As tensões de tração são maiores para um corpo de prova anelar (fig. 4.8b) ou em teste de indentação de espessura média (fig. 4.8c).

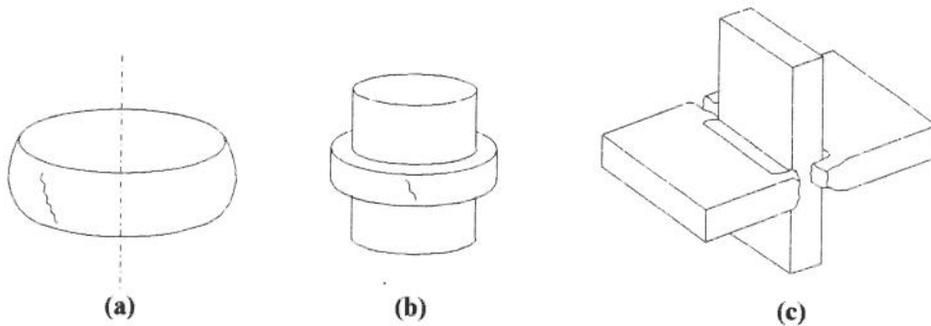


Figura 4.8 A conformabilidade pode ser avaliada em (a) uma compressão com atrito aderente, (b) um recalque de uma amostra (corpo de prova) anelar, ou (c) uma indentação de espessura parcial.

4.2 MODELO MATEMÁTICO

4.2.1 Introdução

O método de elementos finitos (MEF) é adotado para modelagem do forjamento para simulação no computador. Esta escolha se deve a capacidade de se obter soluções detalhadas dos mecanismos de deformação de um corpo, e, pela abrangência de problemas que podem ser resolvidos por um código de computador. O forjamento é analisado usando a formulação variacional infinitesimal e matricial descrita no capítulo anterior. Para a condição específica de axissimetria no forjamento, é aplicada uma discretização de elementos finitos idêntica a do capítulo 3.

Uma parte importante do MEF é o desenvolvimento e teste de um código de computador. Ao se programar um código de elementos finitos de aplicação prática, vários fatores devem ser levados em conta: tais como a generalidade, a eficiência computacional, e pré e pós-processamento. A abordagem de interesse neste trabalho é em termos de pré, pós-processamento e da formulação de elementos finitos que dá origem a um código de MEF bidimensional simples.

4.2.2 Formulação de Elementos Finitos

O problema de conformação de anel e cilindro por forjamento, que envolve um sólido axissimétrico tridimensional ou sólido de revolução sujeito a carregamento axissimétrico, reduz-se a um problema bidimensional simples [Zienkiewicz et al., 1989, 1991; Chandrupatla et al., 1991; Segerlind, 1984].

Todas as deformações e tensões são independentes do ângulo de rotação θ devido a simetria em torno do eixo z (fig. 4.9) [Chandrupatla et al., 1991]. Por isso o problema deve ser abordado como um problema bidimensional r, z , definido na área de revolução (fig. 4.9b).

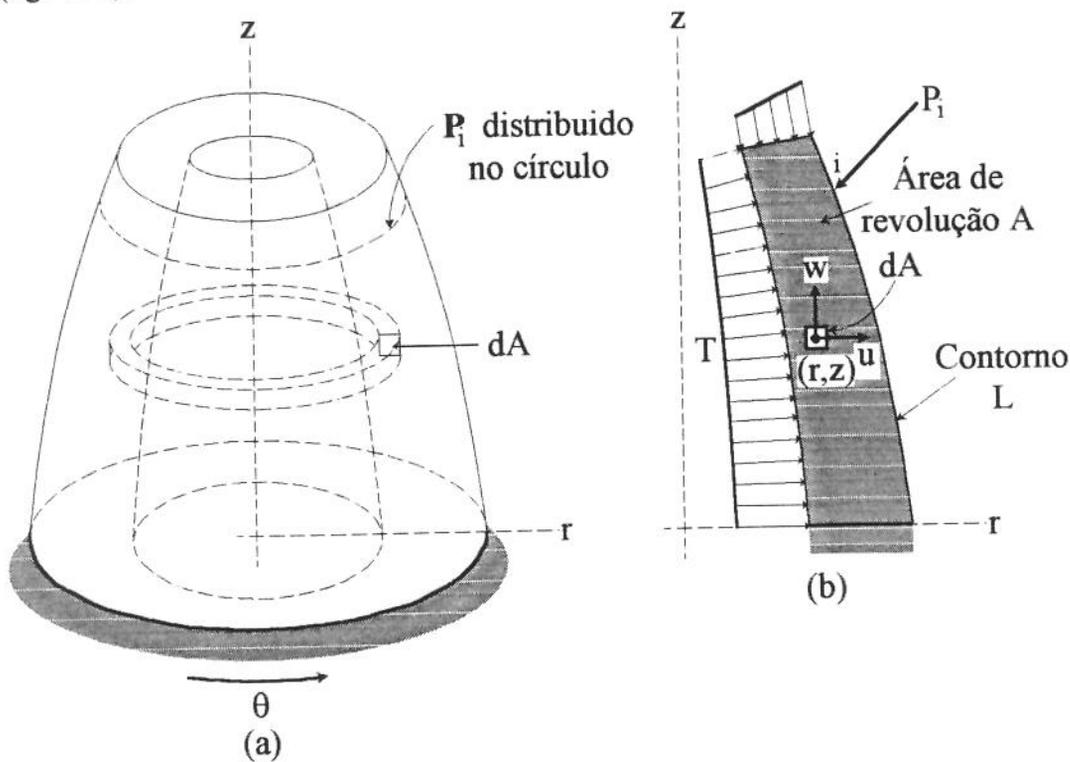


Figura 4.9 Problema axissimétrico.

Formulação Axissimétrica

A discretização de elementos finitos da região bidimensional definida pela área de revolução (fig. 4.9b), com elementos quadrilaterais, é similar a do capítulo 3. Embora cada elemento seja completamente representado pela área no plano rz , na verdade, este é um sólido de revolução na forma de anel obtido pela revolução do retângulo em torno do eixo z . Um elemento típico é mostrado na fig. 4.10.

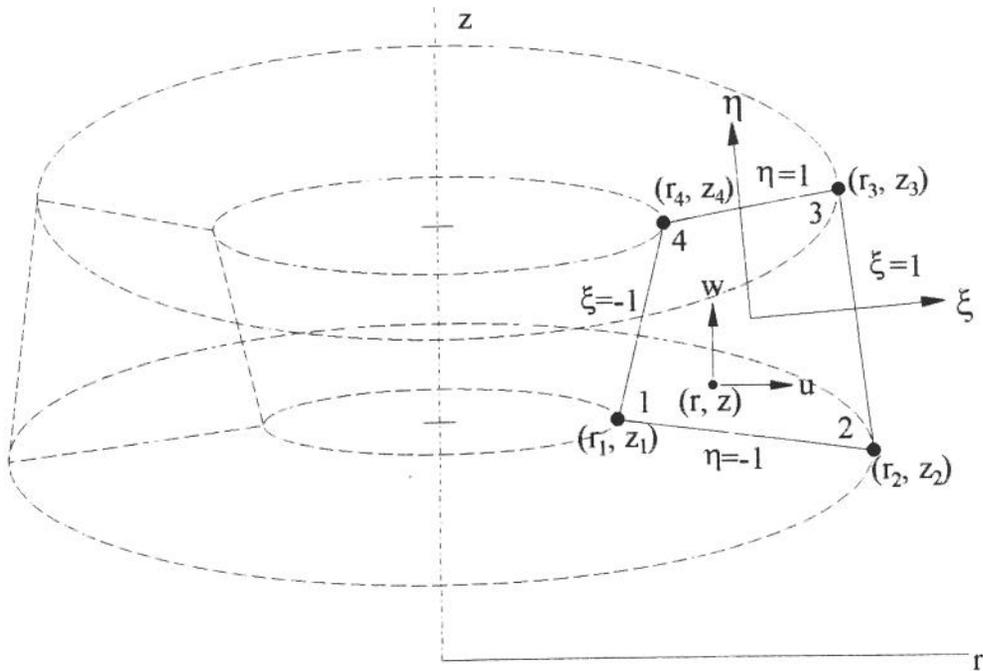


Figura 4.10 Elemento quadrilátero e sistema de coordenadas natural.

ξ e η do sistema de coordenadas natural variam de -1 a 1 dentro de cada elemento como pode ser visto na figura 4.10, e aqui aplicado. Um ponto qualquer (r, z) dentro do elemento pode ser expresso em termos das coordenadas naturais (ξ, η) , e a transformação de coordenadas é dada por:

$$r(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^n N_i r_i \quad \text{e} \quad z(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^n N_i z_i \quad (4.4)$$

onde r_i, z_i ($i=1, \dots, n$) são as coordenadas nodais do elemento de n nós. Para o elemento isoparamétrico da fig. 4.10, discutido no capítulo 3, as funções de interpolação N_i na eq. 4.4 são as mesmas funções de forma definidas pelas eqs. (3.32) e (3.37) no cap. 3.

Então

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = \mathbf{N}^T \mathbf{v} \quad (4.5)$$

e a matriz \mathbf{N}^T é idêntica a eq. (3.35) no cap. 3.

O vetor taxa de deformação é definido (veja eq. (3.44) no cap. 3) por

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_r \\ \dot{\varepsilon}_z \\ \dot{\varepsilon}_\theta \\ \dot{\gamma}_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial/\partial r & 0 \\ 0 & \partial/\partial z \\ 1/r & 0 \\ \partial/\partial z & \partial/\partial r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = \mathbf{B}\mathbf{v} \quad (4.6)$$

A matriz taxa de deformação \mathbf{B} na eq. (4.3) é dada por

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & X_2 & 0 & X_3 & 0 & X_4 & 0 \\ 0 & Y_1 & 0 & Y_2 & 0 & Y_3 & 0 & Y_4 \\ P_1 & 0 & P_2 & 0 & P_3 & 0 & P_4 & 0 \\ Y_1 & X_1 & Y_2 & X_2 & Y_3 & X_3 & Y_4 & X_4 \end{bmatrix} \quad (4.7a)$$

onde

$$\begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \end{Bmatrix} = \frac{1}{|\mathbf{J}|} \begin{bmatrix} \frac{\partial z}{\partial \eta} & -\frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial r}{\partial \xi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (4.7b)$$

e

$$P_i = \frac{N_i}{r} = \frac{N_i}{\sum_j N_j r_j} \quad (4.7c)$$

O determinante do Jacobiano de transformação $|\mathbf{J}|$ é expresso pela eq. (A1.5) no apêndice 1 trocando (x,y) por (r,z). A matriz \mathbf{D} e o vetor \mathbf{C} nas expressões da taxa de deformação efetiva e taxa de deformação volumétrica são as mesmas obtidas nas eqs.(3.48) e (3.50) no capítulo 3.

A equação básica (3.26) é discretizada e um conjunto de equações não-lineares simultâneas (equações de rigidez) é obtido da arbitrariedade de $\delta\mathbf{v}$ como

$$\frac{\partial \pi}{\partial \mathbf{v}} = \sum_j^M \left[\int_{v_j} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}} P v dV + \int_{v_j} K C C^T v dV - \int_{S_{Fj}} N F dS \right] = 0 \quad (4.8)$$

onde o índice j indica o número do elemento e M é o número total de elementos. A linearização da eq. 4.8 é feita de acordo com a eq. (3.30) no capítulo 3.

Na integração numérica a fórmula de integração para uma função, $f(r,z)$, definida sobre um elemento axissimétrico isoparamétrico, a integração do volume sobre 1 radiano é avaliada por

$$\int_V f(r,z)dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) |J(\xi, \eta)| r(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (4.9)$$

$$\int_V f(r,z)dV = \sum_J^m \sum_I^n w_I w_J f(\xi_I, \eta_I) |J(\xi_I, \eta_I)| r(\xi_I, \eta_I)$$

onde $r(\xi_I, \eta_I)$ é a posição radial do ponto de integração.

4.2.3 Implementação Computacional

O modelo matemático foi implementado por um código de MEF bidimensional simples denominado DIPS (Deformação Incremental Plástica Simples) que é uma adaptação do código SPID desenvolvido por Kobayashi et al. (1989) para simulação de conformação de metais. A modificação no programa existente se constitui na implantação de rotinas para o elemento quadrático Lagrangeano de 9 (nove) nós e conseqüente generalização do código para dois tipos de elementos com integração do pré-processamento. O programa em linguagem FORTRAN 77 é executado por um computador pessoal. Os dados de entrada do programa principal do modelo são obtidos por um programa desenvolvido em linguagem Quick BASIC e lidos a partir do disco rígido.

As informações geradas na execução do programa são armazenadas em arquivos que movimentaram a evolução da solução em termos de número do incremento, condições de convergência e que imprimem os resultados conforme desejado. Para cada incremento são conhecidos, uma vez que o programa convergiu, a geometria, força e velocidades nodais e deformações e tensões para cada elemento. Estas informações são preparadas para se visualizar os resultados.

a. Pré-processamento

Para qualquer análise de elementos finitos os dados de entrada necessários podem ser subdivididos em três classificações principais [Zienkiewicz et al., 1989-1991; Chandrupatla et al., 1991; Segerlind, 1984]. Primeiramente os dados necessários para definir a geometria da estrutura (ou peça) e as condições de suporte devem ser fornecidas. Em segundo lugar,

informações referentes as propriedades do material constituinte devem ser prescritas. E por último o carregamento a que a estrutura (ou peça) está sujeita.

A preparação dos dados de entrada (pré-processamento) é obtida de um programa desenvolvido na linguagem Quik BASIC (PRE_DIPS.BAS) e lido pelo programa DIPS através do arquivo gerado DIPS.DAT (apêndice 4).

Dados de Controle Principal

Para dar flexibilidade ao programa é essencial que algumas informações de controle sejam supridas como dados de entrada. Por exemplo, a identificação do tipo de análise ser de deformação axissimétrica ou de deformação plana.

O uso de variáveis no lugar de valores numéricos específicos também auxilia na compreensão do programa, visto que as variáveis de controle são apropriadamente denominadas de tal forma que seu uso e significado são auto explicativos. Foram mantidas as denominações originais do inglês, para evitar problemas de compilação, e criadas algumas rotinas genéricas em português. Este procedimento também é observado para a denominação de subrotinas e variáveis COMMON.

Apresenta-se uma lista dos parâmetros de controle, usados como entrada para permitir que com a mesma subrotina de entrada seja possível definir diferentes condições de simulação.

TITLE	título de até 70 caracteres
NINI	número do passo inicial
NSEND	número do passo final
DTMAX	tamanho do passo em unidade de tempo
ALPH	taxa de deformação limite ($\dot{\epsilon}_0$)
DIAT	constante de penalidade
IPLNAX	se = 1, a deformação é axissimétrica se = 2, a deformação é deformação-plana
IKK	indicador do NNE (número de nós por elemento) se = 1, elemento linear se = 2, elemento quadrático
FRCFAC	fator de atrito

Dados Geométricos

Uma vez que a estrutura a ser analisada foi discretizada em um número de elementos finitos, a geometria da estrutura deve ser definida numericamente. Cada nó é primeiramente identificado prescrevendo um número de cada ponto como ilustrado na figura 4.11. Na adaptação do programa de discretização, desenvolveu-se uma subrotina para numerar os elementos primeiramente na direção x (fig. 4.11) de modo a minimizar a largura da banda da matriz de rigidez.

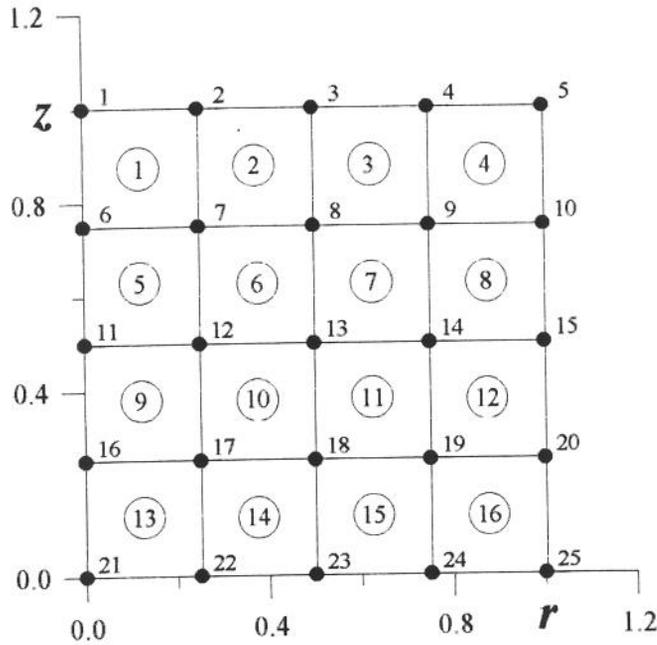


Figura 4.11 Aplicação.

A geometria da estrutura pode ser completamente definida prescrevendo-se os seguintes dois grupos de informação:

⇒ Especificação das coordenadas espaciais de cada ponto nodal.

As coordenadas de cada ponto nodal devem ser definidas com referência ao sistema de coordenadas global. Esta informação é lida e armazenada numa matriz.

NUMNP	número total de pontos nodais
N	número do nó
RZ(1,N)	coordenada x ou r no nó N
RZ(2,N)	coordenada y ou z no nó N
	(N=1 ... NUMNP)

⇒ Especificação da conexão dos elementos.

A especificação dos números de conexão nodal deve seguir um modelo sistemático. Convencionamos que a conectividade deve ser dada na sequência anti-horária, começando por qualquer nó de canto. Assim para o elemento bidimensional 3 (três) na fig. 4.11, a conectividade nodal pode ser especificada como:

3 8 9 4 3

ou ao considerar-se um elemento quadrático de 9 (nove) nós, resultante de quatro elementos lineares, temos

2 13 15 5 3 14 10 4 8 9

onde nos dois casos o primeiro número da sequência identifica o elemento.

NUMEL	número total de elementos
N	número do nó
NOD(I,N)	conectividade de elementos do elemento N (I=1 ... NNE, N=1 ... NUMEL)

Condições de Contorno

Com a geometria da estrutura definida é necessário agora especificar as condições de contorno. Um código de condição de contorno é definido em termos das condições de contorno de deslocamento, de força e velocidade na superfície de contorno. Os resultados prescritos para cada grau de liberdade são impostos e entram como valores nodais equivalentes. Se os códigos das condições de contorno forem iguais a zero para os dois graus de liberdade, então a linha correspondente pode ser omitida. Porém, o dado correspondente ao último nó (NUMNP) não pode ser omitido. Portanto temos,

N	número do nó
NBCD(1,N)	Código da condição de contorno na direção x ou r = 0, a força nodal é especificada = 1, a velocidade nodal é especificada
NBCD(2,N)	Código da condição de contorno na direção y ou z = 0, a força nodal é especificada = 1, a velocidade nodal é especificada = 3, o nó está em contato com a matriz (N=1 ... NUMNP)

As direções r e z são definidas na figura 4.11. E dados de velocidade nodal podem ser especificados a exemplo da velocidade da matriz no recalque. O programa desenvolvido assume que ambas as componentes de velocidade são zero para a linha omitida. O dado de velocidade no último nó não pode ser omitido.

N	número do nó
URZ(1,N)	velocidade x ou r no nó N
URZ(2,N)	velocidade y ou z no nó N
	(N=1 ... NUMNP)

Propriedade do Material

As propriedades do material requerido para solução são definidas pela tensão de escoamento do material da peça. É fornecida pelo usuário através de arquivo de dados baseado nas constantes C e m da eq. 4.10.

b. Processamento

O programa desenvolvido DIPS (Deformação Incremental Plástica Simples) é baseado na formulação de elementos finitos rígido-viscoplástica [Kobayashi, 1982]. Capaz de simular processos de conformação simples como compressão de cilindros e de anéis. Algumas características e limitações importantes do DIPS podem ser citadas.

- o DIPS é válido para materiais rígido-plásticos tanto quanto rígido-viscoplásticos;
- são usados elementos isoparamétricos quadrilaterais lineares de 4 nós e quadráticos de 9 nós;
- é usada uma lei de fator de atrito por cisalhamento constante;
- não está incluída a simulação de transferência de calor;
- só pode ser tratada matriz plana;
- o fenômeno de dobramento da superfície livre não é analisado;
- a hipótese inicial é gerada automaticamente;
- são usados na solução do problema os métodos direto e Newton-Raphson;
- as propriedades do material são lidas de arquivo;
- é usado um "solver" por matriz de banda;
- o DIPS pode lidar com um modelo de elementos finitos de até 200 nós;

- os valores de tolerância, são:

Taxa de deformação limite, $\dot{\varepsilon}_0$: 0,01

Erro limite de checagem de convergência:

Direta - 0,0005

Newton-Raphson- 0,00001

Número máximo de iterações:

Direta - 200

Newton-Raphson- 20

O programa DIPS é escrito em FORTRAN 77 padrão, com especial consideração da portabilidade. Foi testado em dois sistemas de computadores, a saber:

- SUN Sparkstation 4 - ambiente UNIX;
- PC486 DX33 - compilador FORTRAN 77 Microsoft versão 5.1
ambiente do sistema operacional DOS 5.1/6.0

O programa DIPS requer dois arquivos de entrada (MAT.DAT e DIPS.DAT), para rodar uma simulação e gerar três arquivos de saída (DIPS.MSG, DIPS.OUT e DIPS.RST). Estes arquivos são discutidos a seguir e listados no apêndice 5.

MAT.DAT	Nome do arquivo de entrada que contém as constantes C e m da tensão de escoamento que define a propriedade do material a ser analisado.
DIPS.DAT	Nome do arquivo de entrada para a execução inicial e continuação da execução.
DIPS.MSG	DIPS.MSG é um dos arquivos de saída dos DIPS. Este arquivo de mensagens contém claramente: <ol style="list-style-type: none"> informações sobre iterações para cada passo da solução; mensagens de erro de DIPS.
DIPS.OUT	DIPS.OUT é um dos arquivos de saída dos DIPS e contém: <ol style="list-style-type: none"> sumário da entrada inicial; resultados da simulação para cada passo da solução.

DIPS.RST

DIPS.RST é um dos arquivos de saída dos DIPS para ser usado como arquivo de entrada para a continuação da execução. DIPS.RST tem o mesmo formato que DIPS.DAT e está pronto para ser usado como um arquivo de entrada de DIPS para uma execução contínua.

c. Pós-processamento

Os gráficos e a modelagem geométrica no computador podem ser usados para complementar a maioria das tarefas que requerem a representação visual dos dados numéricos [Anand, 1993]. As aplicações se resumem neste trabalho nas seguintes áreas de pós-processamento dos resultados da simulação (DIPS.OUT).

Representação Gráfica

O processo de comunicação e decisão são eventos diários no ambiente de produção de forjados. Os gráficos e diagramas são ferramentas úteis nesta área e representam uma importante aplicação da computação gráfica, como mostrado na figura 4.12. Este é um resultado da solução numérica num possível ambiente amigável de trabalho que pode ser criado com a exploração destes recursos.

Análise de Dados

Em geral as informações mais importantes a serem obtidas de um conjunto de dados é montada sob um grande volume de dados numéricos. A computação gráfica permite uma rápida representação de dados complexos, fácil mudança nas direções de visualização, e o uso de cores para extrair novas informações. Vários tipos de representação de dados são usados no pós-processamento dos resultados da simulação do forjamento axissimétrico armazenados no arquivo DIPS.OUT. O sistema de computação gráfica adotado é capaz de simulação e modelagem bidimensional realística do forjamento isotérmico axissimétrico. A figura 4.13 representa malha distorcida, plotagem de campo de vetores de velocidade e isolinhas de deformação. Os últimos resultados podem ser visualizados com graduação de cores na tela do monitor.

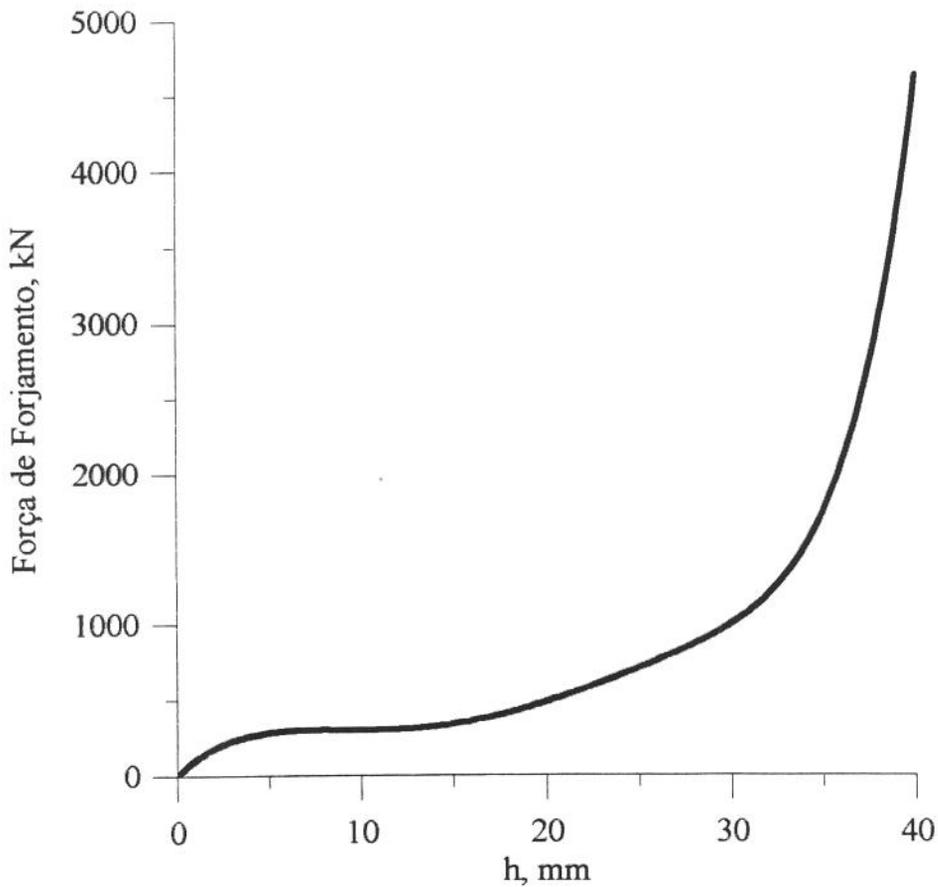


Figura 4.12 As forças de recalque aumentam passo a passo com o aumento da deformação; a área abaixo da curva representa trabalho. Dados do arquivo DIPS.OUT pós-processados e representados pelo programa GRAPHER da GOLDEN Software.

O modelo computacional pode ser mais fácil e barato de produzir que um modelo físico e pode identificar as principais falhas de projeto com mínimo custo e sem risco para a vida humana. No processo de forjamento o ferramental é extremamente caro, e evitar que se perca o investimento é papel fundamental da simulação numérica. Uma vez que a relação custo/benefício(ou qualidade) de computadores pessoais vem caindo, atualmente a sua aplicação na automatização de processos é comprovadamente irreversível.

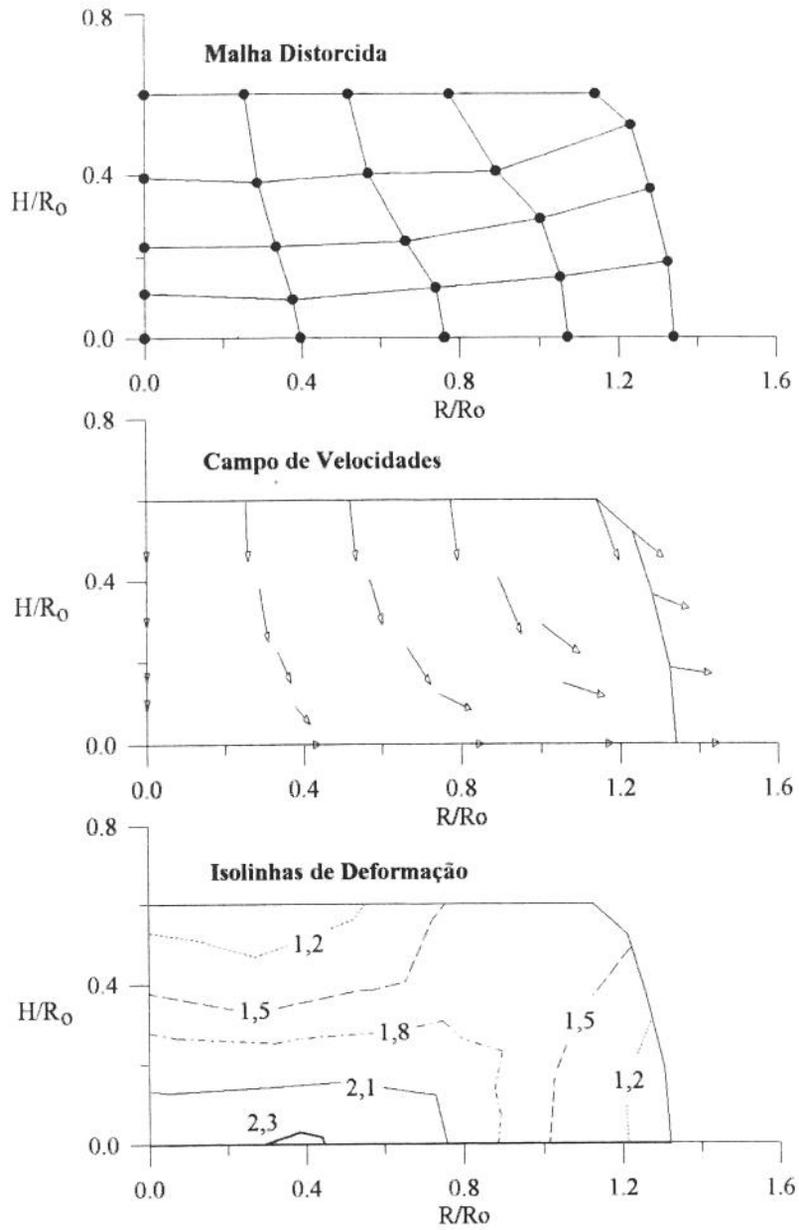


Figura 4.13 Pós-processamento dos resultados da simulação do programa DIPS(arquivo DIPS.OUT).

4.3 VALIDAÇÃO DO MODELO

As rotinas de cálculo da matriz de rigidez do elemento e global, entrada de dados, integração numérica, e matriz taxa de deformação foram todas testadas durante o desenvolvimento do modelo. E, para verificação do funcionamento do programa como um lado foram realizados testes com modelos simplificados e comparados com a literatura [Kobayashi et al., 1989].

4.3.1 Testes em Modelos com 4 Elementos Lineares e com 1 Elemento Quadrático

A verificação do programa é feita através de vários modelos simplificados, com 1 elemento quadrático e outro com 4 elementos lineares de forma comparativa. Os testes a seguir confirmam o funcionamento do programa e a validação do uso de elementos lineares e quadráticos. Foram empregadas as mesmas condições adotadas na análise do recalque: análise axissimétrica, critérios de convergência, e número de pontos de integração.

a. Interface peça-matriz sem atrito

A característica de deformação para a condição de não atrito no recalque é que a superfície livre não sofre barrilamento tanto para cilindro quanto para anel (deformação homogênea). O tarugo se torna mais curto e preserva a constância de volume, ele assume um diâmetro maior, mas ainda permanece um cilindro verdadeiro. Os resultados podem ser observados da comparação do elemento linear com o quadrático da figura 4.14 e listagem dos resultados (tabela 4.1). As condições de simulação para os dois casos é a seguinte: 40% de redução na altura para uma entrada de programa de velocidade da matriz de 1 pol/s e um incremento de tempo de 0,02s para facilmente identificar as proporções de redução na altura e facilitar a definição do incremento de tempo.

b. Simulação do Recalque

Neste teste é aplicado o mesmo modelo usado por Kobayashi et al. (1989), com as mesmas condições de simulação. Podemos com isso comparar os resultados do modelo linear da literatura com o modelo quadrático de elemento implementado neste trabalho. Observa-se resultados semelhantes com um número menor de elementos quadráticos, levando-se em conta a coincidência dos nós para a malha indeformada nas duas formulações

superpostas (fig. 4.15). A tabela 4.2 mostra os resultados comparativos para a simulação do recalque de cilindro sólido.

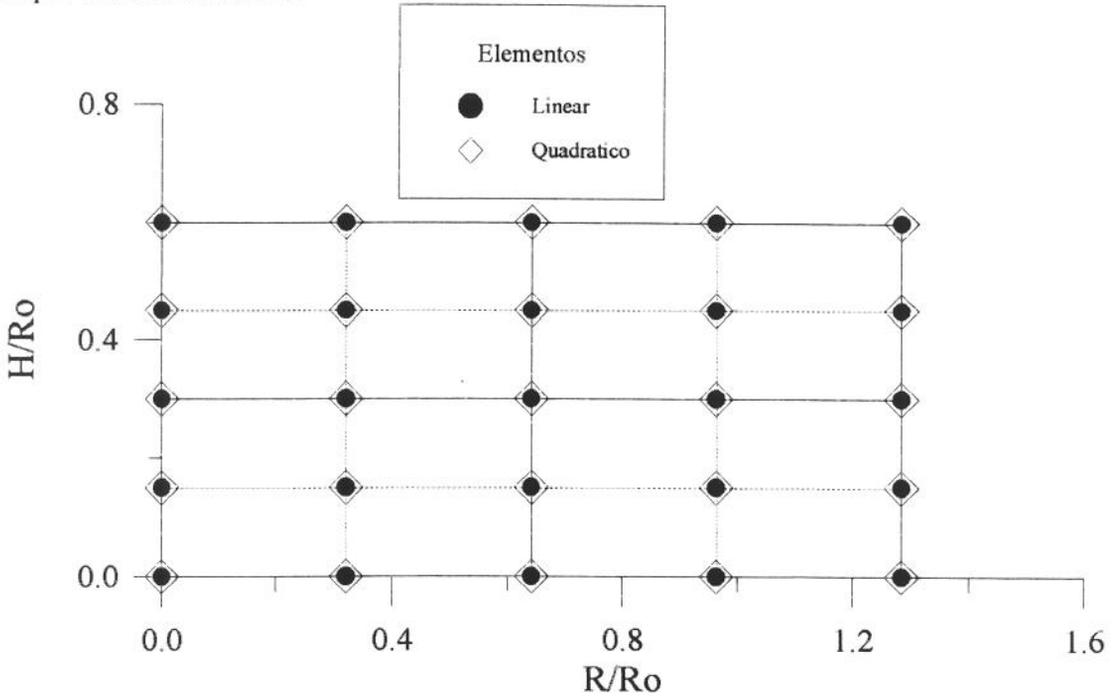


Figura 4.14 Resultados comparativos da simulação do recalque sem atrito na interface para elementos lineares e quadrático.

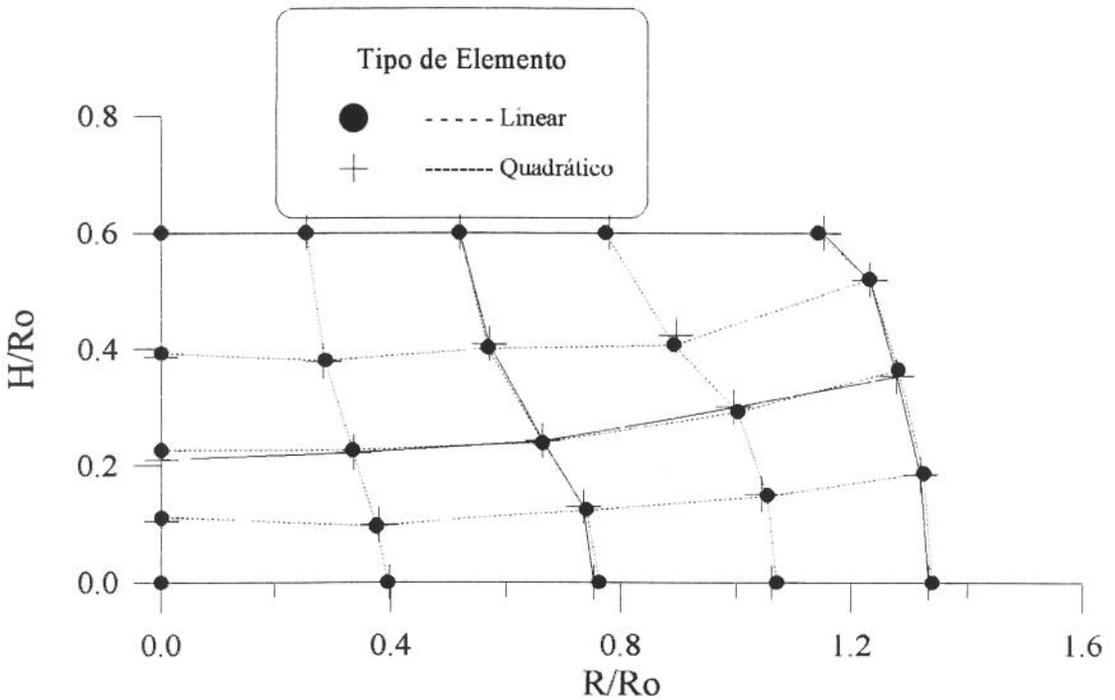


Figura 4.15 Comparação do recalque de cilindro com elemento linear/quadrático.

Tabela 4.1 Comparação dos resultados da simulação com elemento linear e quadrático.

Número do nó	Elemento Linear		Elemento Quadrático	
	Coord-x	Coord-y	Coord-x	Coord-y
1	0	0.6	0	0.6
2	0.3211454	0.6	0.3211454	0.6
3	0.6422908	0.6	0.6422908	0.6
4	0.9634362	0.6	0.9634362	0.6
5	1.284582	0.6	1.284582	0.6
6	0	0.45	0	0.45
7	0.3211454	0.45	0.3211454	0.45
8	0.6422908	0.45	0.6422908	0.45
9	0.9634362	0.45	0.9634362	0.45
10	1.284582	0.45	1.284582	0.45
11	0	0.3	0	0.3
12	0.3211454	0.3	0.3211454	0.3
13	0.6422908	0.3	0.6422908	0.3
14	0.9634362	0.3	0.9634362	0.3
15	1.284582	0.3	1.284582	0.3
16	0	0.15	0	0.15
17	0.3211454	0.15	0.3211454	0.15
18	0.6422908	0.15	0.6422908	0.15
19	0.9634362	0.15	0.9634362	0.15
20	1.284582	0.15	1.284582	0.15
21	0	0	0	0
22	0.3211454	0	0.3211454	0
23	0.6422908	0	0.6422908	0
24	0.9634362	0	0.9634362	0
25	1.284582	0	1.284582	0

Tabela 4.2 Comparação dos resultados da simulação com elemento linear e quadrático.

Número do nó	Elemento Linear		Elemento Quadrático	
	Coord-x	Coord-y	Coord-x	Coord-y
1	0	0.6	0	0.6
2	0.2539333	0.6	0.2544202	0.6
3	0.518324	0.6	0.5187499	0.6
4	0.7739461	0.6	0.7804573	0.6
5	1.141757	0.6	1.151204	0.6
6	0	0.3924766	0	0.3853344
7	0.28694	0.3802143	0.2837132	0.3783155
8	0.5691376	0.4023207	0.5701094	0.4077771
9	0.8917992	0.4077725	0.8954656	0.424317
10	1.231177	0.5210101	1.231625	0.5189768
11	0	0.2249196	0	0.2094213
12	0.3335209	0.2248486	0.3356066	0.2216266
13	0.6637572	0.2373209	0.6632376	0.2411423
14	1.002687	0.2919173	0.9957654	0.2997966
15	1.28073	0.3639948	1.277776	0.353278
16	0	0.1097141	0	0.1033617
17	0.3752439	0.0951748	0.3785932	0.0978783
18	0.7403535	0.1229732	0.7348246	0.128929
19	1.053786	0.1484054	1.0438	0.1496934
20	1.324683	0.1858872	1.318089	0.1836424
21	0	0	0	0
22	0.3950873	0	0.39829	0
23	0.7622312	0	0.7533237	0
24	1.071277	0	1.061327	0
25	1.339756	0	1.333461	0

⇒ *CAPÍTULO 5*

Resultados e Discussões

5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresenta-se e discute-se o desempenho dos elementos linear e quadrático implementados, aplicados na análise do recalque a quente de cilindros e anéis entre matrizes planas. Os resultados numéricos do modelo de elementos finitos desenvolvido, são comparados com alguns trabalhos encontrados na literatura [Lee et al., 1972; Price et al., 1976; e Kobayashi et al., 1989].

Dentro das limitações do código de elementos finitos desenvolvido, há uma infinidade de possibilidades de combinação dos dados de simulação. Para evitar dispersão de esforços da análise e comprovação do modelo, nos restringimos a análise dentro dos parâmetros que definem o processo encontrados em alguns poucos trabalhos. Citamos como exemplo o trabalho de Lee & Altan (1972), que se concentra no método do limite superior e no ensaio experimental do Al 1100 recozido. Já Price e Alexander (1976) através do MEF estudam e comparam a liga específica de titânio Ti-6Al-4V (6% Alumínio, 4% Vanádio e o restante Titânio) com o aço. Portanto, materiais de grande aplicabilidade e importância tecnológica.

5.2 DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DE PROCESSAMENTO

Os parâmetros que definem o processo a ser simulado devem se aproximar ao máximo das condições de ensaios experimentais e possíveis resultados de outras formulações. Desta forma podemos garantir a precisão dos resultados da simulação e permitir comparações. Para tanto devemos conhecer muito bem as características do processo de forjamento isotérmico do material específico e das condições de atrito, cuja simulação é proposta pelo trabalho em questão.

A tabela 5.1 apresenta um exemplo das condições computacionais devidamente adaptadas e calculadas para a simulação de compressão de cilindro e anel. Estes dados, como citado no capítulo anterior, são os dados de entrada do programa computacional DIPS desenvolvido.

Tabela 5.1 Parâmetros de entrada para simulação.

Tipo de Análise: 1. Anel 2. Cilindro	Dimensões Iniciais do Tarugo [mm] H:DE:DI	Velocidade da Matriz [m/s]	Tensão de Escoamento $\bar{\sigma} = C(\dot{\epsilon})^m$ C/m [MPa]	Redução Total na Altura r[%]	Tamanho do Passo Incremental Δt [s]	Observações
1	76,2:38,1:25,4	$8,5 \times 10^{-5}$	84/0,075	50	0,02	Dados do trabalho de Lee et al (1972)
2	25,4:38,1	$2,54 \times 10^{-3}$	137,8/0,4	50	0,02	Dados do trabalho de Price e Alexander (1976)
1	19,05:9,52:6,25	$2,54 \times 10^{-3}$	84/0,075	50	0,02	Dados relativos as condições dos ensaios realizados no Laboratório da UNICAMP

5.3 RESULTADOS OBTIDOS COM O MODELO DESENVOLVIDO

5.3.1 Compressão de Cilindros

Como vimos no capítulo anterior a deformação é não homogênea na compressão de cilindros sólidos com atrito na interface peça-matriz. Portanto a superfície livre embarrila ou sofre dobramento ("folding").

A forma do barrilamento é influenciada pelas condições de atrito e pela geometria da peça. A geometria é representada pelas razões de altura por diâmetro, pequena (menor que

1,6) e grande, resultando num barrilamento simples e duplo, respectivamente [Price et al., 1976]. Este fenômeno é visualizado na figura 5.1 pela representação gráfica da malha distorcida da simulação da compressão de tarugos de grandes razões de altura-diâmetro.

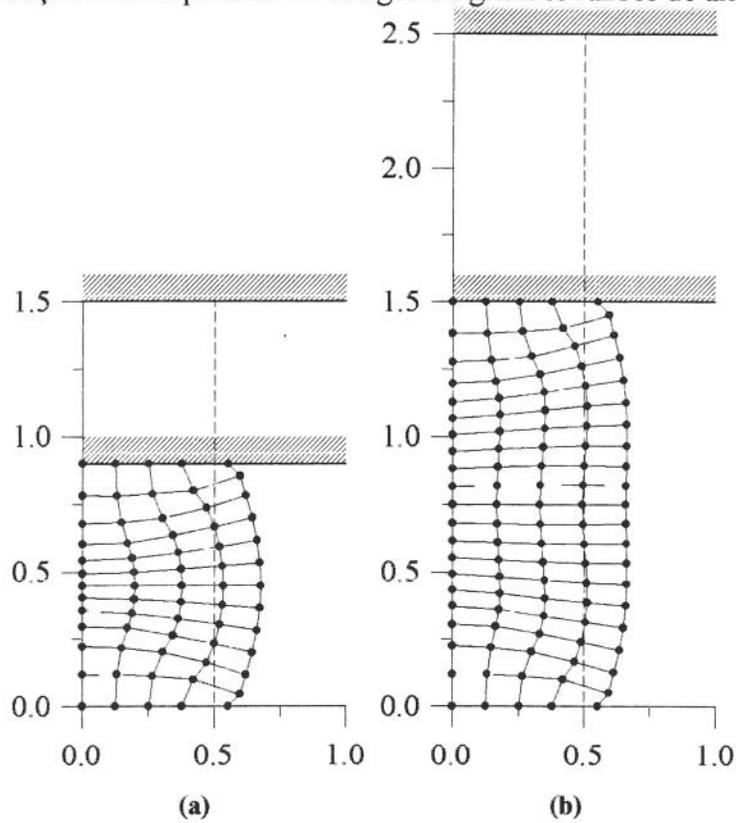


Figura 5.1 Malha distorcida indicando a influência da geometria da peça sobre a forma do barrilamento: (a) $H_o/D_o = 1,5$ e (b) $H_o/D_o = 2,5$, para 40% de redução na altura.

Como o fenômeno do dobramento não é analisado pelo modelo desenvolvido, podemos apenas identificar uma condição aproximada da ocorrência deste fenômeno de escoamento em função do atrito, como mostra a figura 5.2.

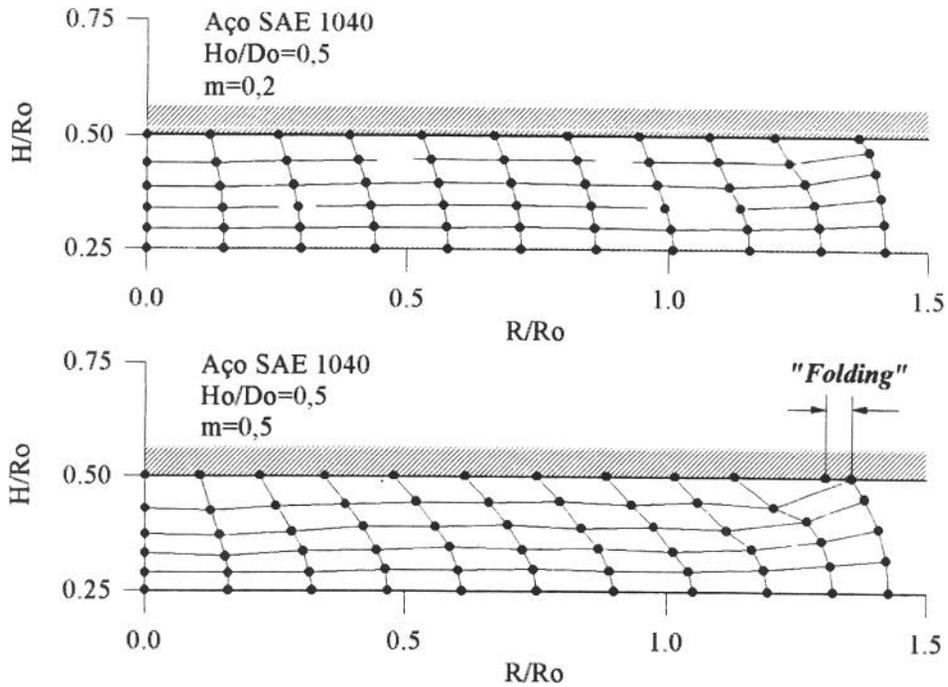


Figura 5.2 Distorções da malha na compressão simples a 50% de redução na altura para duas condições de atrito.

A análise de compressão de cilindros altos requer o desenvolvimento de um método que pode lidar com o tratamento de zonas rígidas. Este método foi analisado no capítulo 3 o qual leva em conta um valor limite de escoamento ($\dot{\bar{\epsilon}}_0$). A função de duplo barrilamento na superfície livre, típico da compressão de cilindros altos, é totalmente identificada a uma redução de 40% (fig. 5.1b).

Condições Computacionais e Procedimentos

A análise do forjamento de compressão de cilindro isotérmica foi realizada para dois atritos diferentes. Os atritos usados na análise são $m=0,3$ (condição de lubrificação) e $m=0,6$

(sem lubrificação). Estes valores representam valores aproximados do fator de atrito numa operação de forjamento a quente real usado por Oh (1982).

O tarugo cilíndrico indeformado tem as dimensões de 25,4 mm (1 pol.) em altura e 50,8 mm (2 pol.) em diâmetro. O material usado na análise é titânio Ti-6Al-4V a 900 °C. A relação tensão-taxa de deformação é mostrada na figura 5.3 obtida da literatura [Schey, 1986] ($C=140$, $m=0,4$). A velocidade da matriz superior usada para análise foi de 24,5 mm/s (1 pol/s) e a matriz inferior é estacionária.

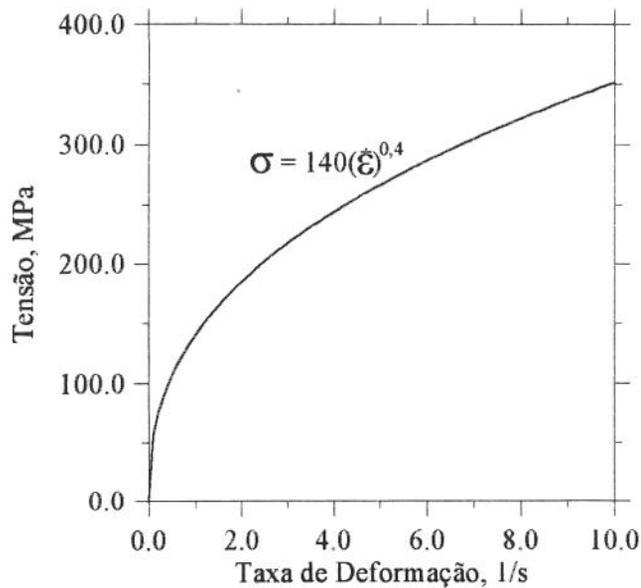


Figura 5.3 Relação tensão- taxa de deformação para o Titânio Ti-6Al-4V.

Resultados e discussões

A figura 5.4 mostra uma malha MEF indeformada usada para a análise e as malhas distorcidas calculadas a deslocamentos da matriz de 0.2, 0.4 e 0.6Ho. A malha é constituída de 36 elementos lineares (ou 9 elementos quadráticos) o que corresponde a 49 nós. Para

melhor comparação, as distorções da malha para ambos os casos de atrito são superpostas. Como pode ser observado na figura 5.4, o comportamento geral da deformação no recalque é similar para os dois casos diferentes. Com o progresso da deformação o barrilamento da superfície livre se forma. Ocorre o dobramento ("folding") da superfície lateral para a matriz superior e inferior simetricamente de forma mais acentuada para o atrito elavado. Ao longo do processo de recalque do material é grande a deformação na região central e na interface peça-matriz com pode ser observado das distorções das malhas para o maior atrito. Porém, pode ser visto na figura que o diâmetro do cilindro não é afetado pelo atrito mesmo para o maior deslocamento da matriz de $0,6 H_0$ simulado.

As simulações são comparadas com as medições experimentais das seções transversais de cilindros. Estas foram obtidas por Leal et al. (1992), que realizou ensaios de compressão a frio e a quente de alumínio recozido. Esses dados foram selecionados para uma avaliação inicial do presente MEF por estarem disponíveis. Sendo o alumínio um material dependente da taxa de deformação, espera-se simular o escoamento de outros materiais com a mesma característica, mesmo que aproximadamente.

A simulação com $m=0,6$ é comparada com o caso sem lubrificação para uma redução de 46,9 % na redução da altura do cilindro na figura 5.5. Esta figura mostra que o resultado da simulação está em boa concordância com o experimento, apesar de não ser conhecido com precisão os efeitos dos comportamentos diferentes dos materiais alumínio e titânio nos seus campos de trabalho a quente ao longo do cilindro.

O alumínio forjado isotermicamente comporta-se de forma semelhante ao chumbo forjado à temperatura ambiente [Oh, 1982]. Assim, nesta análise substituiu-se o chumbo pelo alumínio.

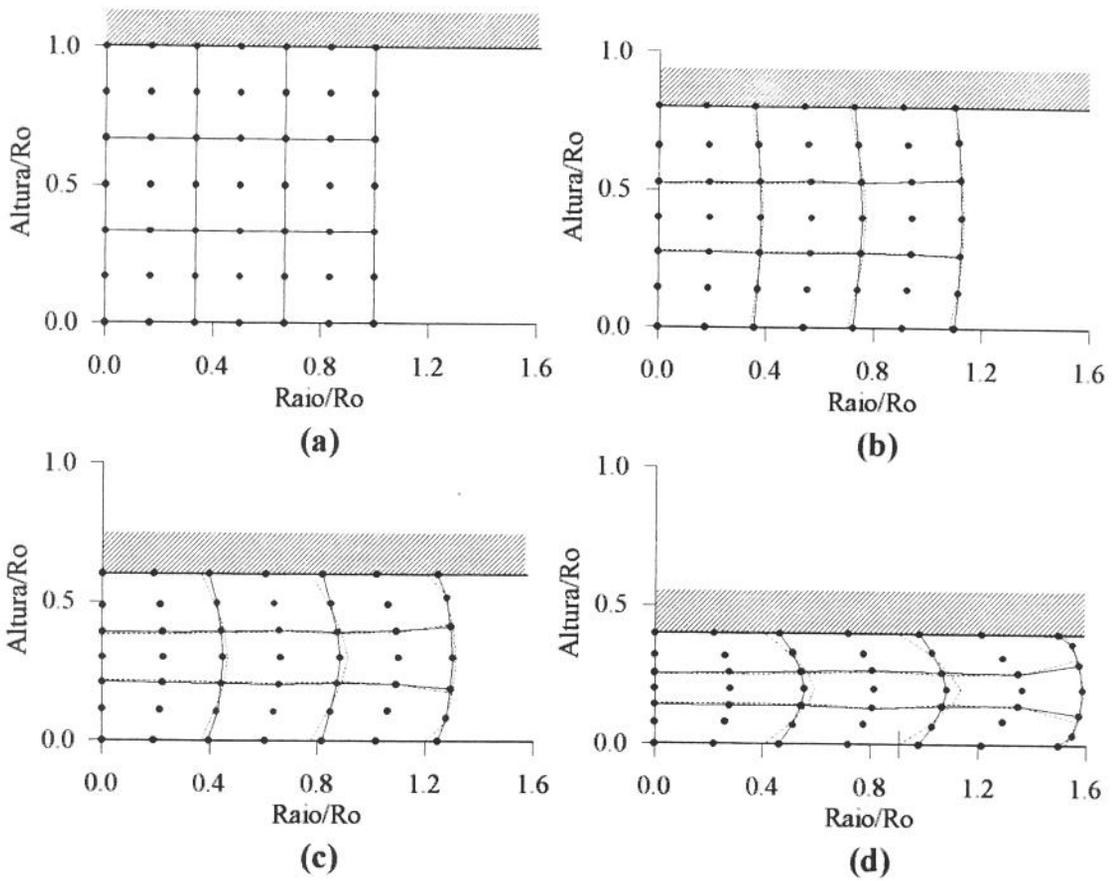


Figura 5.4 Distorções da malha para as simulações do MEF a deslocamentos da matriz de (a) 0,0 H_o , (b) 0,2 H_o , (c) 0,4 H_o e (d) 0,6 H_o . As linhas cheias são para $m=0,3$ e as linhas tracejadas para $m=0,6$. As unidades são múltiplas do raio indeformado.

Os detalhes das soluções são examinados em termos de campos de velocidade, mudança do diâmetro do cilindro, e nas isolinhas da distribuição das tensões e taxas de deformação efetivas.

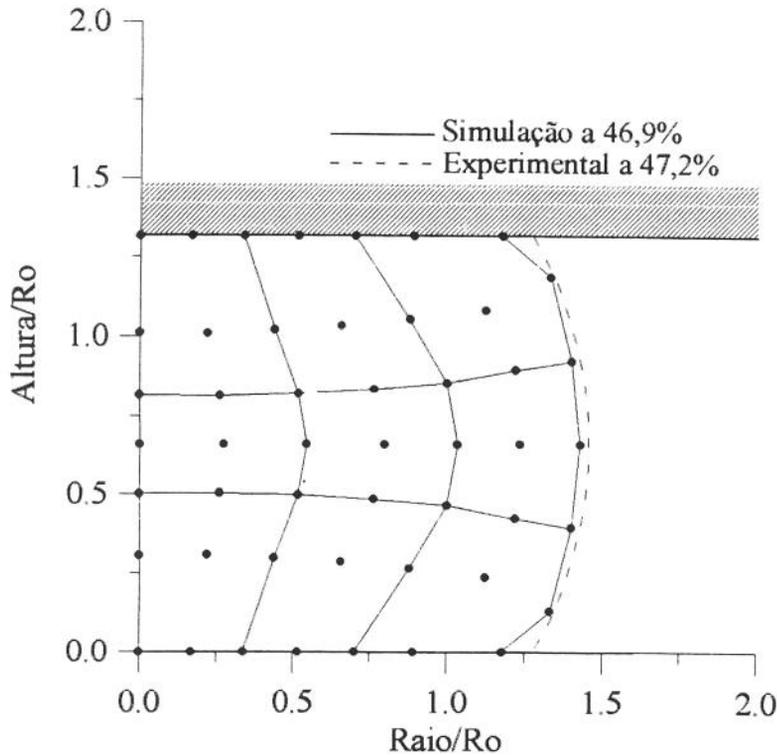


Figura 5.5 Seção transversal simulada comparada com o experimento para uma redução de 47,2% na altura do cilindro. Simulação: Ti-6Al-4V, 900 °C, $m=0,6$. Experimental: Alumínio comercialmente puro, a 400 °C, a seco.

As figuras 5.6(a) e 5.6(b) mostram as distribuições das velocidades locais a um deslocamento da matriz de 0,6 Ho para $m=0,3$ e $m=0,6$, respectivamente. As velocidades mostradas nas figuras são quantidades relativas com relação a matriz superior. As velocidades das extremidades dos cilindros são $1,926 u_D$ e $1,824 u_D$ para os atritos na interface de $m=0,3$ e $m=0,6$, respectivamente. Sendo que u_D é dada como a velocidade da matriz superior. Estes resultados mostram que as diferenças entre as velocidades das extremidades dos cilindros para diferentes atritos são relativamente pequenas para este

deslocamento da matriz. Além disso, as velocidades acentuam-se para ambos os casos na interface da matriz superior móvel e na extremidade livre. Os valores observados das velocidades relativas na extremidade livre indicam uma redução gradual da matriz superior para a matriz inferior ($1,926$ a $1,646 u_D$) para $m=0,3$. E, uma distribuição irregular para o atrito maior ($m=0,6$) variando da matriz superior ($1,788u_D$) ao centro do cilindro ($1,824 u_D$) e daí a matriz inferior ($1,482 u_D$).

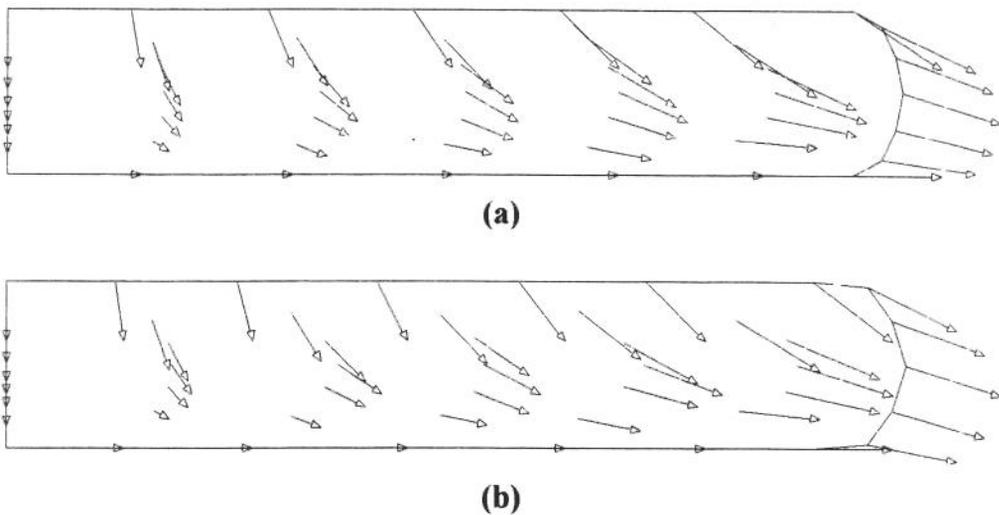


Figura 5.6 Distribuição de velocidade relativa para deslocamento da matriz de 0.6 Ho (a) $m=0,3$ e (b) $m=0,6$.

Na figura 5.7 as variações calculadas no diâmetro do cilindro são comparadas com os dados experimentais que foram obtidos do forjamento isotérmico de amostras de alumínio sem lubrificante [Leal et al., 1992]. Da figura observa-se que o diâmetro aumenta gradativamente com o deslocamento da matriz. Não há diferença na variação no diâmetro para os dois casos de atrito no estágio inicial de deformação. Posteriormente esta diferença se acentua em grande parte da deformação. A figura revela que o efeito do atrito é mínimo

no diâmetro do cilindro, principalmente no estágio inicial de deformação. A variação no diâmetro do cilindro mostrado na figura 5.7 concorda plenamente com o experimento [Leal et al., 1992] para a condição sem lubrificação que corresponde ao fator de atrito $m=0,6$. A previsão do fator de atrito, m , requer o estudo posterior por causa das incertezas nas variações do diâmetro do cilindro para os diferentes materiais envolvidos. Porém, se assumirmos que esta variação é relativamente insensível às diferenças nos materiais envolvidos, a ser comprovado, podemos dizer que o fator de atrito é aproximadamente 0,6 no caso do atrito sem lubrificação.

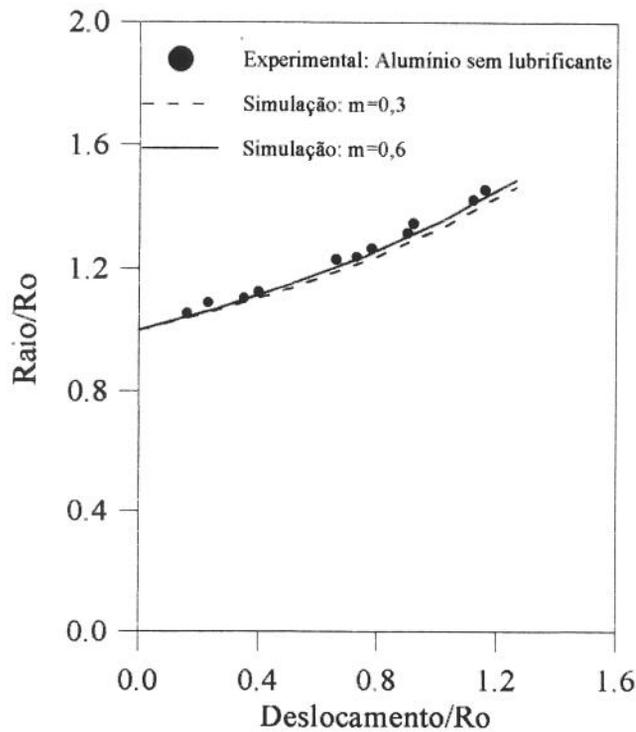


Figura 5.7 Variação no diâmetro do cilindro para $m=0,3$ e $m=0,6$.

5.3.2 Compressão de Anéis

Na figura 5.8 podemos identificar facilmente o comportamento do escoamento do metal em função do atrito na compressão de anel. Esta solução para a simulação valida a formulação adotada pois se encontra largamente comprovada na literatura [Lee et al., 1972, Price et al., 1976, Kobayashi et al., 1989] e foi discutida no capítulo 4 (seção 4.1.3).

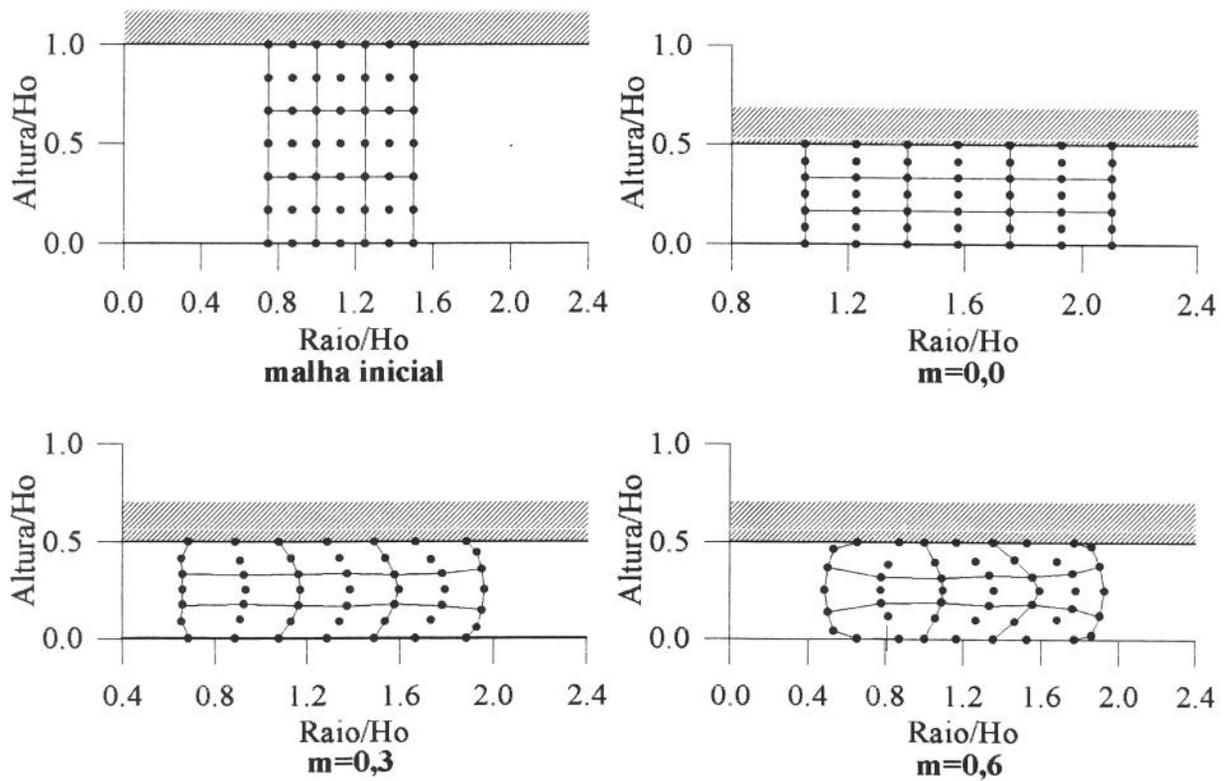


Figura 5.8 Distorções da malha nas simulações do MEF da compressão de um anel para os fatores de atrito $m=0, 0,3$ e $0,6$. As unidades são múltiplas da altura indeformado.

Condições Computacionais e Procedimentos

A realização da simulação do recalque de anel segue os mesmos parâmetros do recalque de cilindro de titânio (fig. 5.3), com exceção da geometria que possui uma relação (6:3:2) 3 pol (76,2 mm) D.E. x 1,5 pol (38,1 mm) D.I. x 1 pol (25,4 mm) altura, normalmente usada para anéis. Estas condições revelam os resultados obtidos anéis de titânio Ti-6Al-4V a 900 °C.

A simulação com $m=0,6$ é comparada com o caso sem lubrificação para uma redução de 38,4 % na altura do anel na figura 5.9. Observa-se uma boa concordância do resultado da simulação com o experimental medido do perfil da seção transversal do anel, comprimido a quente isotermicamente.

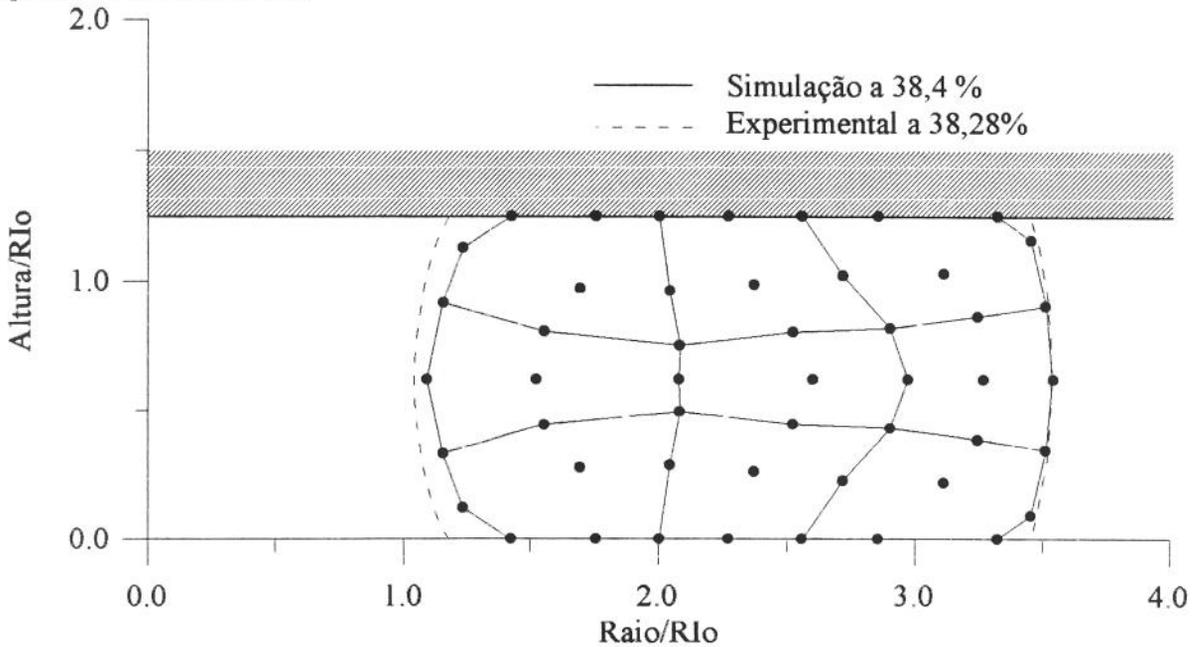


Figura 5.9 Seção transversal simulada comparada com o experimento para uma redução de 38,4% na altura do cilindro. Simulação: Ti-6Al-4V, 900 °C, $m=0,6$. Experimental: Alumínio comercialmente puro, a 350 °C, a seco.

As figuras 5.10(a) e 5.10(b) mostram as distribuições das velocidades locais a uma redução de 50% da altura inicial do anel para $m=0,3$ e $m=0,6$, respectivamente. A distribuição das velocidades é um argumento forte para caracterizar o escoamento do material na compressão de anéis. Prova disto é a observação dos valores das velocidades, a exemplo da linha média, que na extremidade interna do anel é $0,797 u_D$ e externa $1,531 u_D$ para $m=0,3$. Para $m=0,6$ as velocidades são $1,424 u_D$ e $1,199 u_D$ para as extremidades interna e externa, respectivamente. Esta diferença no escoamento, aproximadamente 92% para $m=0,3$ e apenas 19% para $m=0,6$, indica a influência do atrito na geometria que é indicado nas figuras pelo barrilamento da peça.

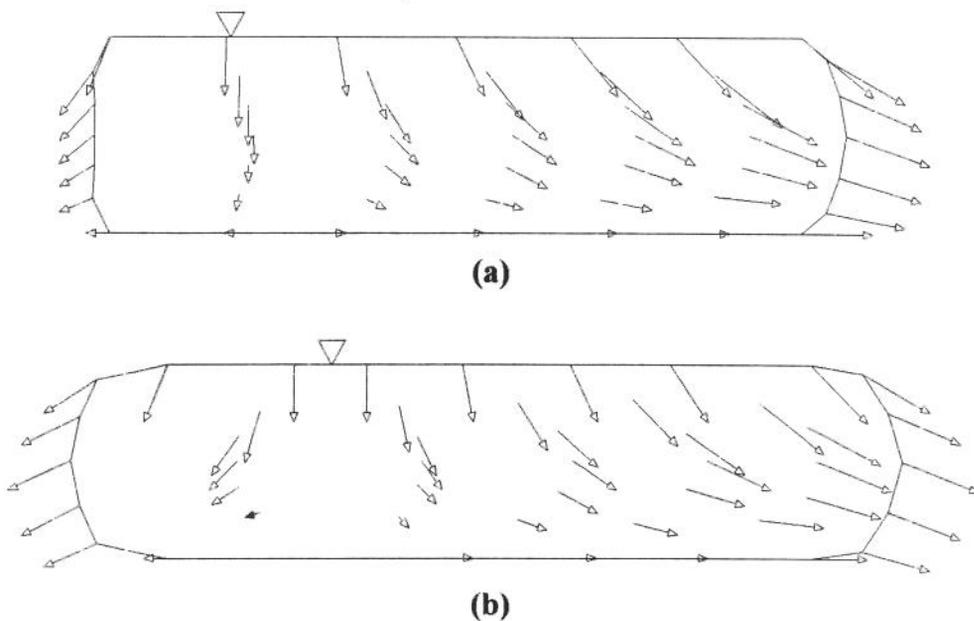


Figura 5.10 Distribuição de velocidade relativa para deslocamento da matriz de 0.6 Ho (a) $m=0,3$ e (b) $m=0,6$. ∇ representa a localização do ponto neutro.

Observa-se do padrão de velocidade relativa que uma parte da peça escoava para o interior do anel enquanto o resto do material escoava radialmente para fora. Por causa destas duas direções de escoamento diferentes, um ponto neutro é formado na interface peça-matriz superior onde o movimento relativo entre a matriz e o material se anulam. As figs. 5.10(a) e 5.10(b) mostram a localização dos pontos neutros. Na comparação das figuras identifica-se que o ponto neutro se localiza para condição de maior atrito num ponto mais afastado do eixo central.

5.4 ANÁLISE E COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Para problemas de conformação de metais não há soluções exatas (soluções analíticas) que podem ser usadas para fins práticos. Por isso, métodos de análises que fornecem resultados com vários graus de aproximação devem ser usados. O estudo e aplicação teórica do presente trabalho é dado como exemplo de método de análise com trabalhos que possam qualificá-lo comparativamente.

Os resultados da simulação do método de aproximação adotado (MEF) são comparados com os resultados do método do limite superior e experimentais do recalque de cilindros e anéis de liga de alumínio 1100 F, obtidos do trabalho de Lee and Altan (1972). Ensaio experimentais foram realizados com o mesmo material no laboratório de conformação mecânica da UNICAMP. Os parâmetros dos ensaios experimentais usados para a simulação são encontrados na tabela 5.1.

5.4.1 Resultados Experimentais

Para estudar a aplicação e limitação da aproximação teórica foi usado como exemplo uma liga de alumínio 1100 F. Amostras de cilindros com 20 mm dia. x 25 mm altura ($H/D = 1,25$) [Leal et al., 1992], e anéis com 3/4 pol (19,05 mm) D.E. x 3/8 pol (9,52 mm) D.I. x 1/4 pol (6,25 mm) altura (6:3:2) foram recalçadas isotermicamente entre placas de aço paralelas e planas endurecidas, sob uma máquina de ensaios MTS 20 kN a 0,3 e 3,0 mm/s de velocidade da haste. Já Lee et al. (1972) ensaiam amostras de cilindros com 1,5 pol (38,1 mm) dia. x 2,25 pol (57,15 mm) altura ($H/D = 1,5$), e anéis com 3,0 pol (76,2 mm) D.E. x 1,5 pol (38,1 mm) D.I. x 1,0 pol (25,4 mm) altura (6:3:2) numa máquina de ensaios Instron 200000 lbf (89 kN) a 0,2 pol/min (5,08 mm/min) de velocidade.

A caracterização do alumínio comercialmente puro das amostras usadas nos ensaios é descrita no trabalho de Leal (1992) e o mesmo tratamento de recozimento realizado nos tarugos cilíndricos é aqui adotado para anéis cilíndricos. Os anéis foram cortados e usinados com 19,05 mm D.E. x 9,52 mm D.I. x 6,25 mm altura. Sendo submetidos ao recozimento à temperatura de 450 °C durante 30 minutos e resfriados ao ar.

O objetivo dos ensaios de compressão a quente é obter a curva de escoamento do material quando deformado plasticamente a elevadas temperaturas, como ocorre no forjamento de precisão a quente.

Foram realizados ensaios de compressão com os corpos de prova citados acima sem lubrificação e com lubrificação a base de grafite dissolvido em água. Observou-se a condição isotérmica de 350 °C e duas velocidades da MTS (0,3 e 3,0 mm/s) na execução dos testes.

As forças de compressão na condição isotérmica (controlada por termopares) é monitorada através do registrador da MTS na forma de gráficos que indicam numa escala apropriada a relação força-deformação. Procede-se de forma manual o controle do limite da deformação desejada para a velocidade menor de 0,3 mm/s e através de programação do

módulo de aquisição de dados da máquina de ensaios MTS para a outra condição de velocidade (3,0 mm/s).

Dos testes de recalque de anel e cilindro resulta a curva $\bar{\sigma}-\bar{\epsilon}$, cujos coeficientes expressos na forma exponencial converteram-se na seguinte relação para o alumínio 1100 recozido [Lee et al., 1972]:

$$\bar{\sigma} = 151,14 \cdot (\bar{\epsilon})^{0,245} \text{ [MPa]} \tag{5.1}$$

sendo que Leal et al. (1992) obteve para o alumínio comercialmente puro:

$$\bar{\sigma} = 186,6 \cdot (\bar{\epsilon})^{0,24} \text{ [MPa]} \tag{5.2}$$

Adotou-se as constantes da tensão de escoamento do material encontrados na literatura [Schey, 1987], usadas como parâmetros da simulação, para um material equivalente ao usado nos ensaios e nos trabalhos citados. A tabela 5.2 representa dados comparativos da condição de conformação a frio e a quente para alumínio 1100 e do titânio Ti-6Al-4V.

Tabela 5.2 Propriedades dos materiais para a simulação (recozidos) [Schey, 1987]

Designação e composição, %	Temperatura comum, °C	Trabalho a Quente			Trabalho a Frio		Temperatura de recozimento, °C
		Tensão de Escoamento, MPa			Tensão de Esc., MPa		
		a °C	C	m	K	n	
1100 Al (99%)	250 - 550	300	60	0,08	140	0,25	340
Ti - 6Al - 4V	790 - 1000	900	140	0,04			700 - 825

5.4.2 Comparação da Simulação com o Experimento

O teste de anel

Noções Básicas

O fator de atrito, m , no forjamento é comumente medido realizando o teste de compressão de anel. A forma e característica do teste foram abordados na seção 4.1.3 e visualizadas na figura 4.3. Observa-se que a variação que ocorre no diâmetro interno do anel durante a compressão é uma boa indicação das condições de atrito na interface peça-matriz.

O teste de compressão de anel para determinar o fator de atrito é fácil de ser realizado, e a técnica exige somente a medição do diâmetro interno do anel forjado. Podendo ser aplicado sob diferentes condições, o que possibilita a avaliação do atrito na interface para vários lubrificantes sob condições de produção reais ou próximas das reais. Por isso é usado para determinação simultânea do atrito e da tensão de escoamento na operação de forjamento.

As primeiras análises teóricas do teste de anel [Altan et al., 1979] ignoravam o barrilamento das superfícies livres comprometendo a correlação entre os estudos teóricos e experimentais. Análises matemáticas considerando o barrilamento, escoamento não uniforme do material, foram aplicadas com sucesso na determinação do atrito e tensão de escoamento [Lee et al., 1972]. Recentemente, o método de elementos finitos rígido-plástico e principalmente o rígido-viscoplástico tem sido aplicado para simular o teste de anel com resultados excelentes [Kobayashi, 1982].

Análise da Deformação na Compressão de Anel

O valor do atrito na interface é obtido pela comparação dos valores teóricos e experimentais do diâmetro interno do anel comprimido. Similarmente, a curva carga-

deslocamento para determinar a tensão de escoamento. Para tanto, uma análise baseada no método de elementos finitos rígido-viscoplástico adotado é comparada com o experimento.

Neste modelo foram consideradas as variações locais na tensão de escoamento e deformação. Para análise pretendida, o programa de computador desenvolvido permite simular o teste de compressão de anel para prever a mudança no diâmetro inicial e os perfis de barrilamento da superfície livre. As simulações comparadas com os experimentos, conduzidos com anéis de alumínio 1100 recozido, foram em geral de boa concordância exceto para atritos muito altos [Lee et al., 1972] (método do limite superior).

Aplicação do Teste de Anel para Determinar o Fator de Atrito

Através da simulação determina-se as dimensões do anel para várias reduções na altura e diferentes fatores de atrito. Estes resultados são representados graficamente pelas assim denominadas "curvas de calibração", traçando o percentual de variação do mínimo diâmetro interno em função da redução percentual da altura do anel para vários fatores de atrito m . Os gráficos para duas geometrias diferentes de anel (Diâmetro Externo: Diâmetro Interno: Altura) de 6:3:2 e 6:3:1,5 são mostradas nas figuras 5.11 e 5.12.

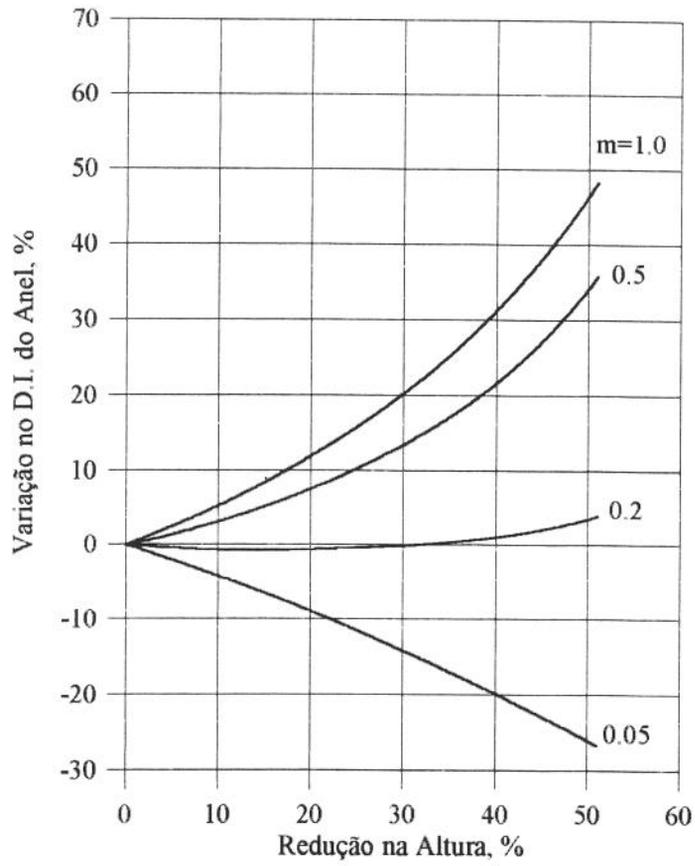


Figura 5.11 Curvas de calibração teóricas usadas para a determinação do atrito do recalque de anel para a relação 6:3:2 (DE:DI:Altura) calculadas com o MEF.

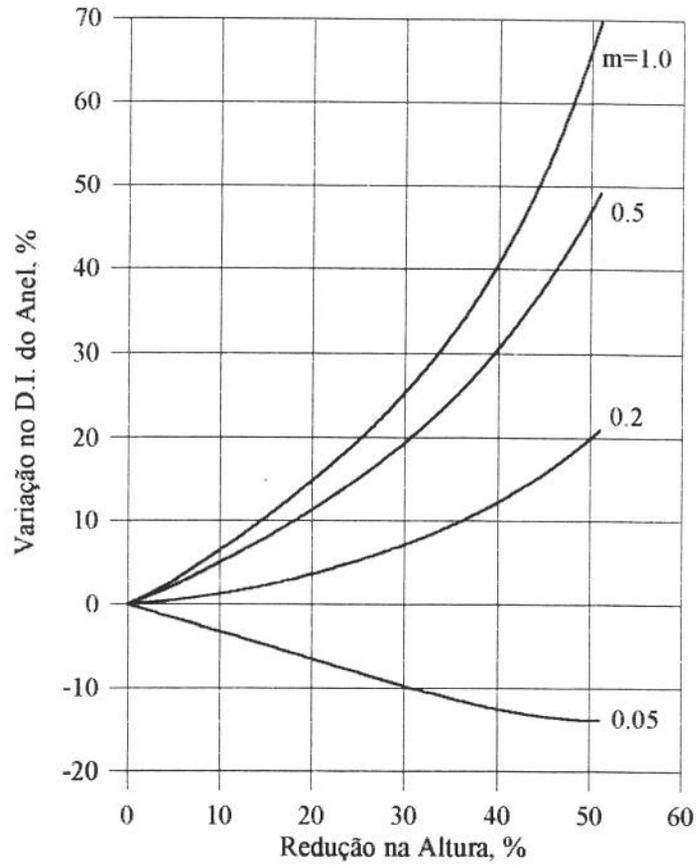


Figura 5.12 Curvas de calibração teóricas usadas para a determinação do atrito do recalque de anel para a relação 6:3:1 (DE:DI:Altura) calculadas com o MEF.

As condições experimentais e verdadeiras de forjamento de anéis devem ser semelhantes para determinar o fator de atrito na interface peça-matriz. Seguindo a mesma relação DE: DI: Altura usada na curva de calibração (fig.5.11) o teste é conduzido para várias reduções de altura pré-determinadas lubrificando-se o anel ou a matriz, ou ambos, com o lubrificante em estudo. A altura final e o diâmetro mínimo do furo no barrilamento interno são medidos cuidadosamente para cada redução e os valores adequadamente representados na curva de calibração equivalente. O fator de atrito, m , correspondente a condição na interface é então estimado comparando a curva experimental resultante com as teóricas de calibração. Este procedimento é ilustrado na figura 5.13. Anéis de alumínio (DE 18 mm x DI 9 mm x Altura 6 mm) são forjados a quente para aproximadamente 10, 20, 30 e 40 % de sua altura original sem lubrificação (seco). O gráfico das curvas de calibração foi traçado para a relação 6:3:2. Observa-se que o fator de atrito, m , é aproximadamente 1,0 para a condição a seco. Para cada geometria inicial da amostra diferentes das vistas (6:3:2, 6:3:1), usada no experimento de forjamento de anel, corresponde uma nova montagem de curvas de calibração.

O mesmo procedimento é observado no trabalho de Lee et al. (1972) sendo os resultados comparativos de sua simulação e deste trabalho com o experimento por ele levantado representado na figura 5.14. Observa-se uma sensível melhora nos resultados teóricos obtidos pelo MEF em relação ao método do limite superior na comparação com o experimento para grandes deformações.

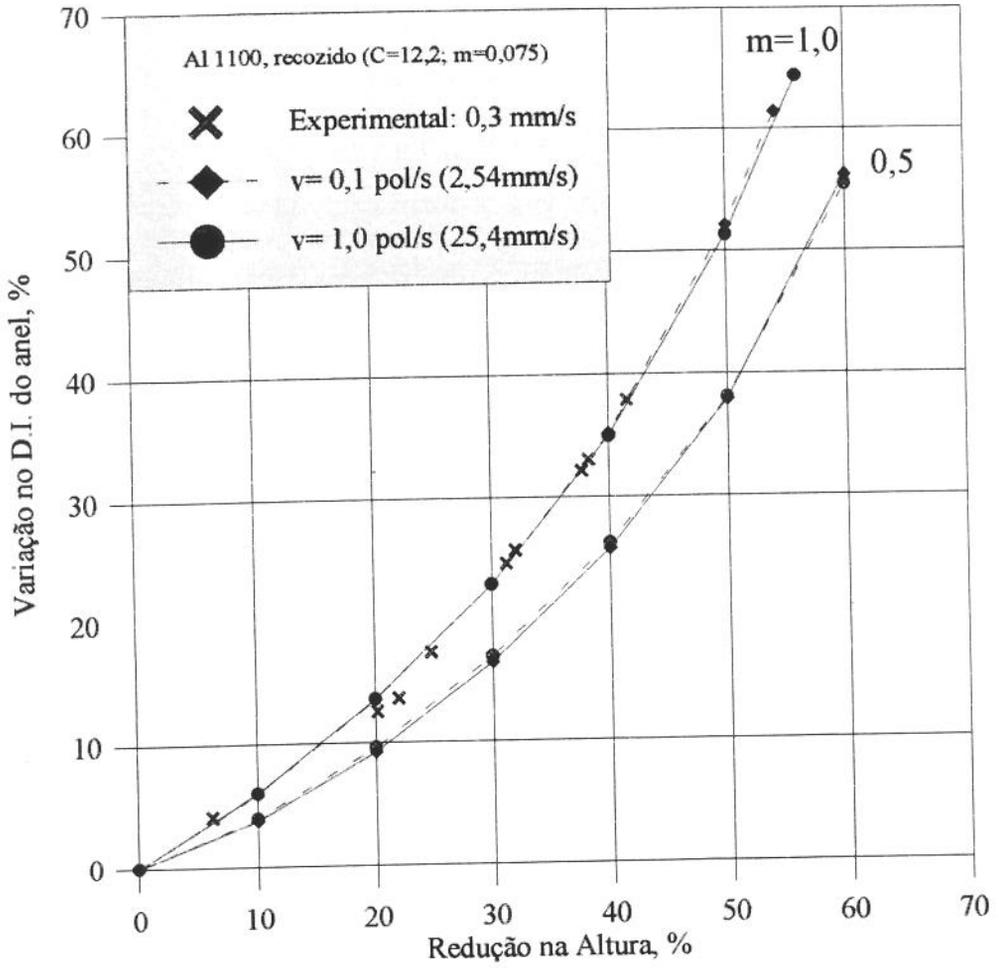


Figura 5.13 Curvas de calibração teóricas usadas para um anel com a relação 6:3:2 e resultados experimentais para forjamento de anéis para duas condições de atrito.

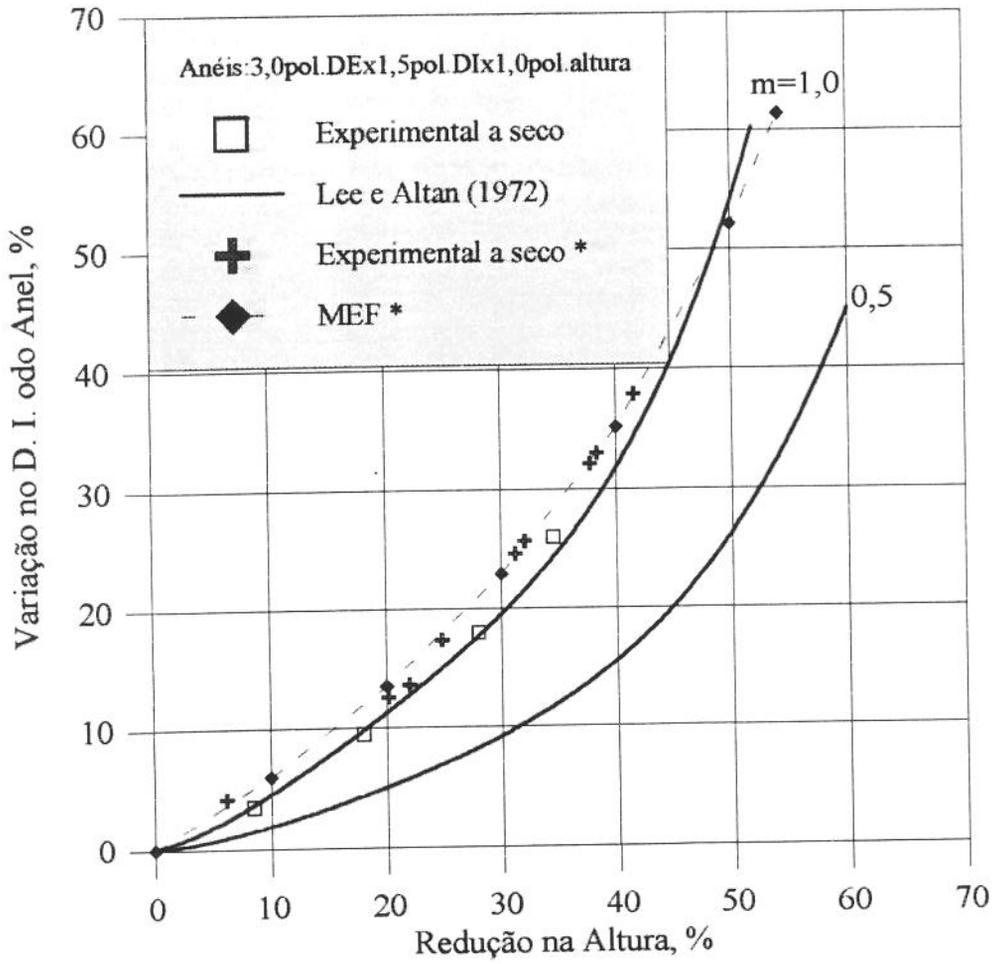


Figura 5.14 Curvas de calibração teóricas usadas para um anel com a relação 6:3:2 e resultados experimentais para forjamento de anéis para duas condições de atrito. O * se refere à resultados do presente trabalho.

5.5 DESEMPENHO DOS ELEMENTOS LINEAR E QUADRÁTICO

Os resultados das simulações ilustrados e analisados nas seções anteriores são abordados nesta seção em termos da influência da definição da malha adotada e do desempenho dos elementos isoparamétricos linear e quadrático.

5.5.1 Malha de Elementos Finitos

A influência do refinamento da malha sobre os resultados da simulação do recalque de cilindro e anel é mostrada.

Forma do barrilamento

As figuras 5.15 e 5.16 identificam duas malhas distintas para comparação do recalque de anéis e cilindros. Na compressão de cilindros observa-se com mais nitidez a formação do duplo barrilamento (fig. 5.1) com o refinamento da malha.

O refinamento da malha para a compressão de anéis mostrado na figura 5.16 indentifica a grande influência deste parâmetro sobre a forma da deformação, pois não é possível identificar o dobramento ("folding") para a malha grosseira.

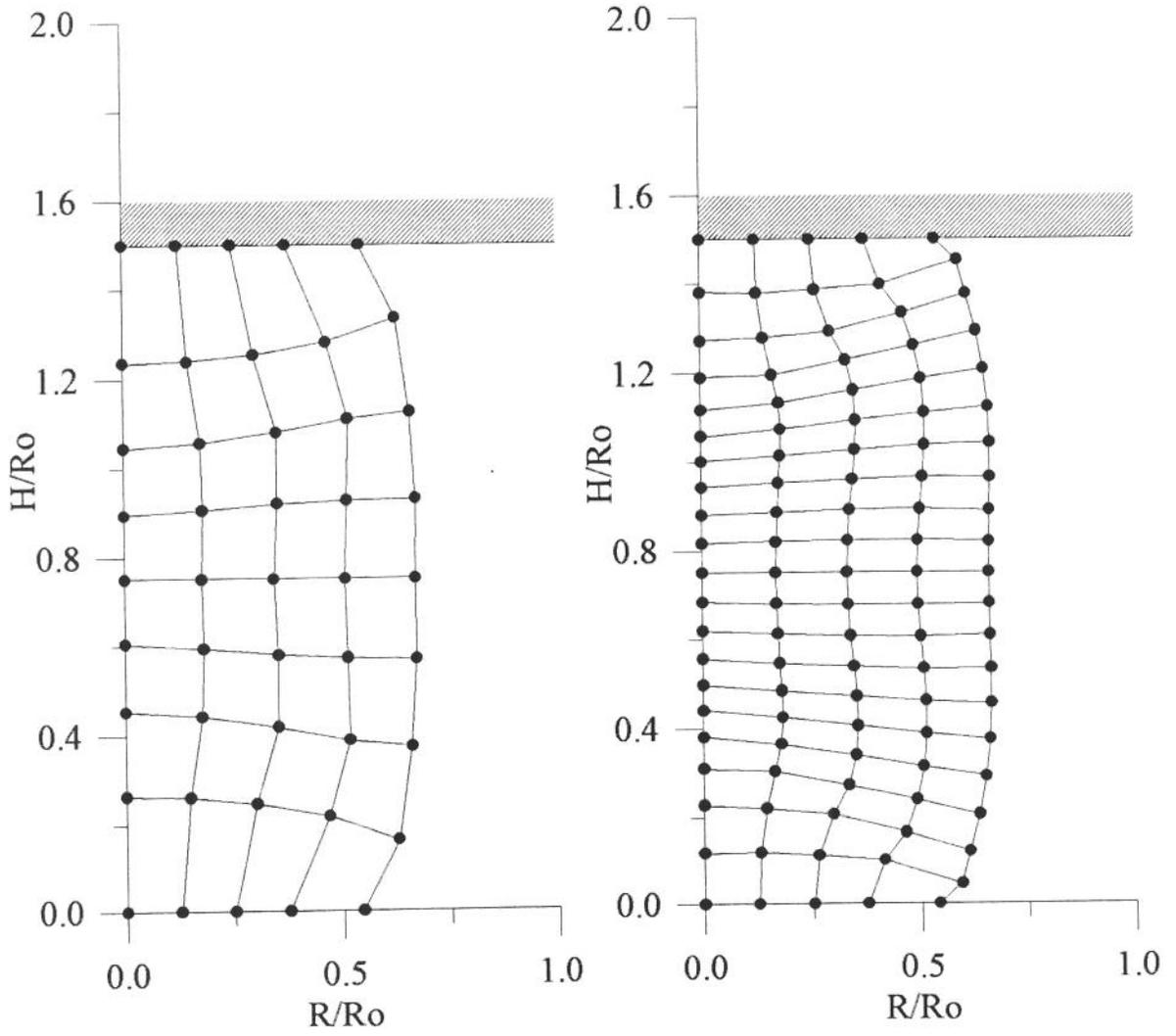


Figura 5.15 Comparação das malhas de elementos finitos para recalque de cilindros.

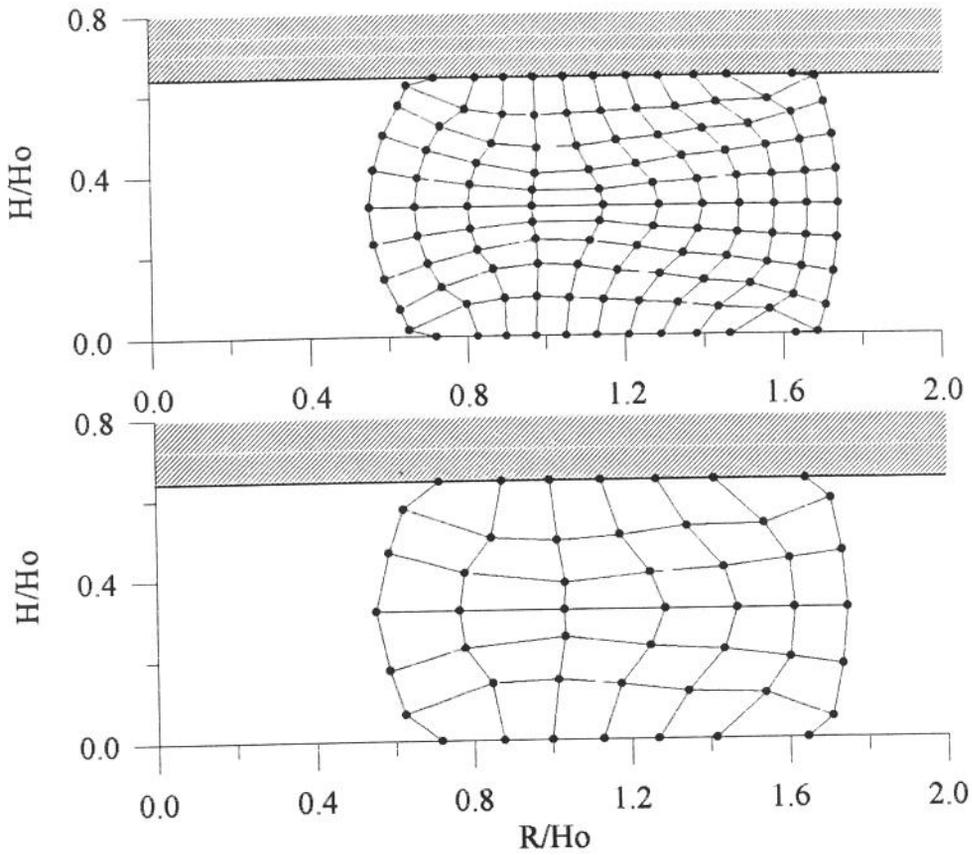


Figura 5.16 Comparação das malhas de elementos finitos para recalque de anéis.

Comparação da simulação com o experimento

Da figura 5.5 da seção 5.3.1 observa-se que uma malha grosseira foi usada para comparação com o resultado experimental. Na figura 5.17 identificamos uma melhoria sensível nos resultados da simulação com o refinamento da malha na comparação com o experimento para a compressão de cilindros.

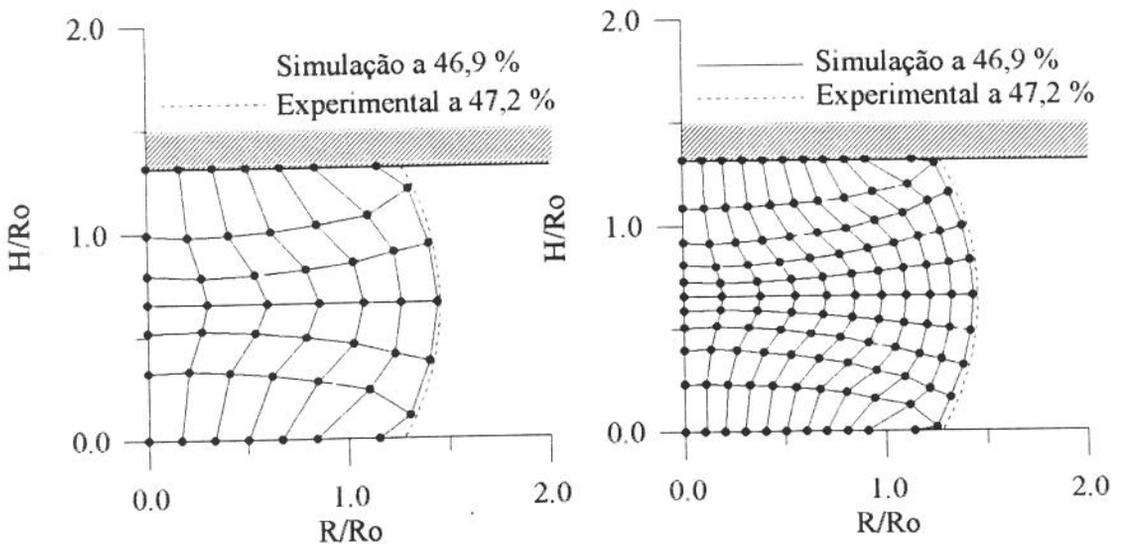


Figura 5.17 Comparação das malhas de elementos finitos com o resultado experimental para recalque de cilindros.

Também foi usada uma malha grosseira para comparação com o resultado experimental na simulação do recalque de anéis (figura 5.9). Na figura 5.18 identificamos uma melhoria sensível nos resultados da simulação com o refinamento da malha na comparação com o experimento apenas no diâmetro externo.

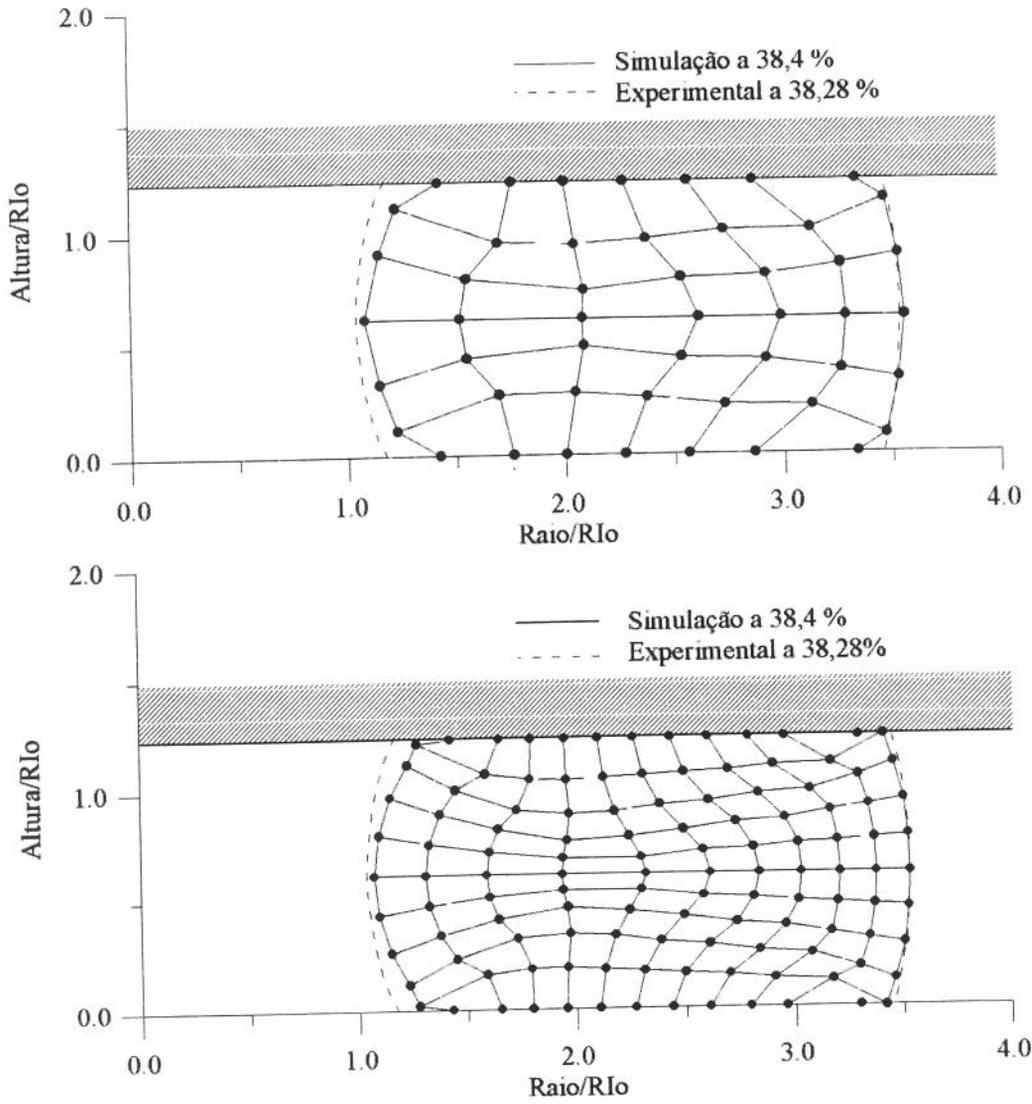


Figura 5.18 Comparação das malhas de elementos finitos com o resultado experimental para recalque de anéis.

Curvas de calibração

A figura 5.19 representa a curva de calibração do teste de anel para o fator de atrito $m=1,0$. Os resultados experimentais são superpostos com duas condições de simulação observando-se a condição desfavorável do refinamento da malha uniforme. Isto se deve a distorção que a malha sofre para grandes deformações sendo o refinamento um agravante, exigindo uma redefinição da malha [Zienkiewicz, 1988].

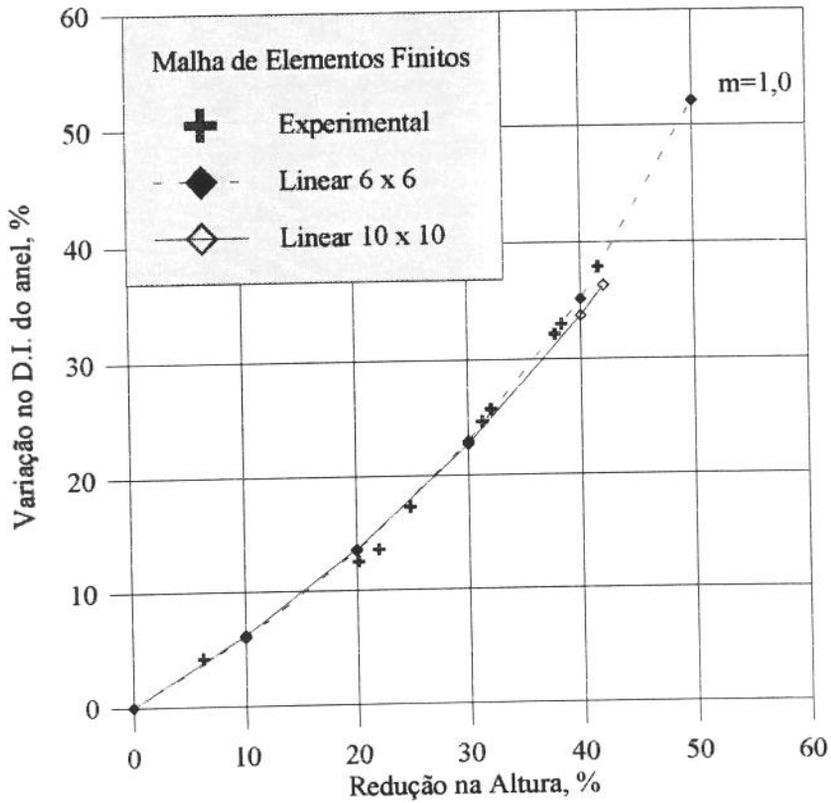


Figura 5.19 Curvas de calibração teóricas usadas para um anel com a relação 6:3:2 e resultados experimentais para duas malhas distintas e uma condição de atrito.

5.5.2 Elemento Linear x Quadrático

A influência do tipo de elemento sobre os resultados da simulação do recalque de cilindro e anel é mostrada.

Forma do barrilamento

Na comparação da simulação com elementos linear e quadrático no recalque de cilindros, figura 5.20, a diferença na geometria deformada é insignificante. O que também é observado no recalque de anéis, figura 5.21, sendo que um dobramento menor se forma na superfície livre externa na simulação com elementos quadráticos.

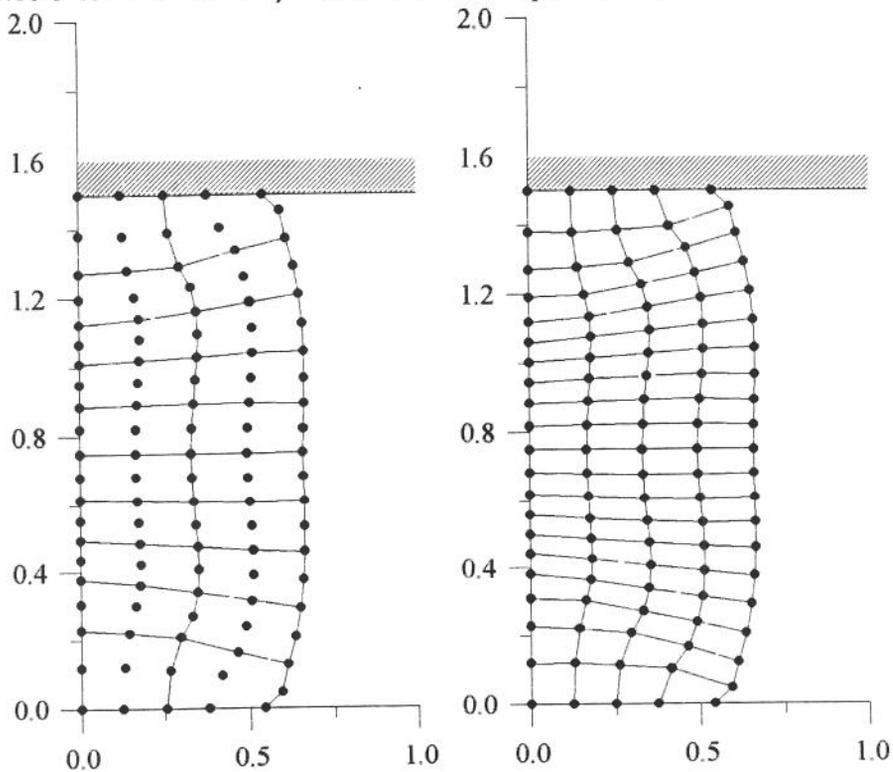


Figura 5.20 Comparação das malhas de elementos finitos linear e quadrática para recalque de cilindros.

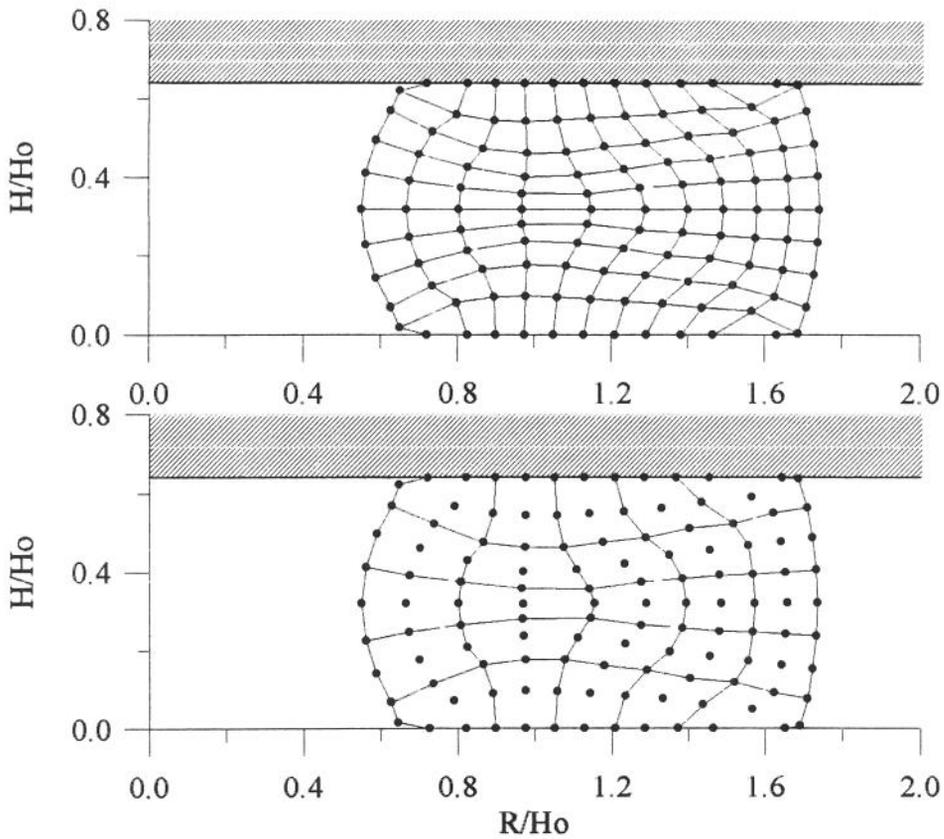


Figura 5.21 Comparação das malhas de elementos finitos linear e quadrática para recalque de anéis.

Distorção da malha

A figura 5.22 compara os resultados da simulação do recalque de cilindros para duas malhas distintas que mostra grande distorção (apêndice 2) para o elemento superior direito tanto para a malha com elemento linear quanto com o quadrático. Apesar do programa não lidar com o dobramento podemos identificá-lo nas duas simulações com elementos distintos para o instante próximo ao de contato com a matriz superior.

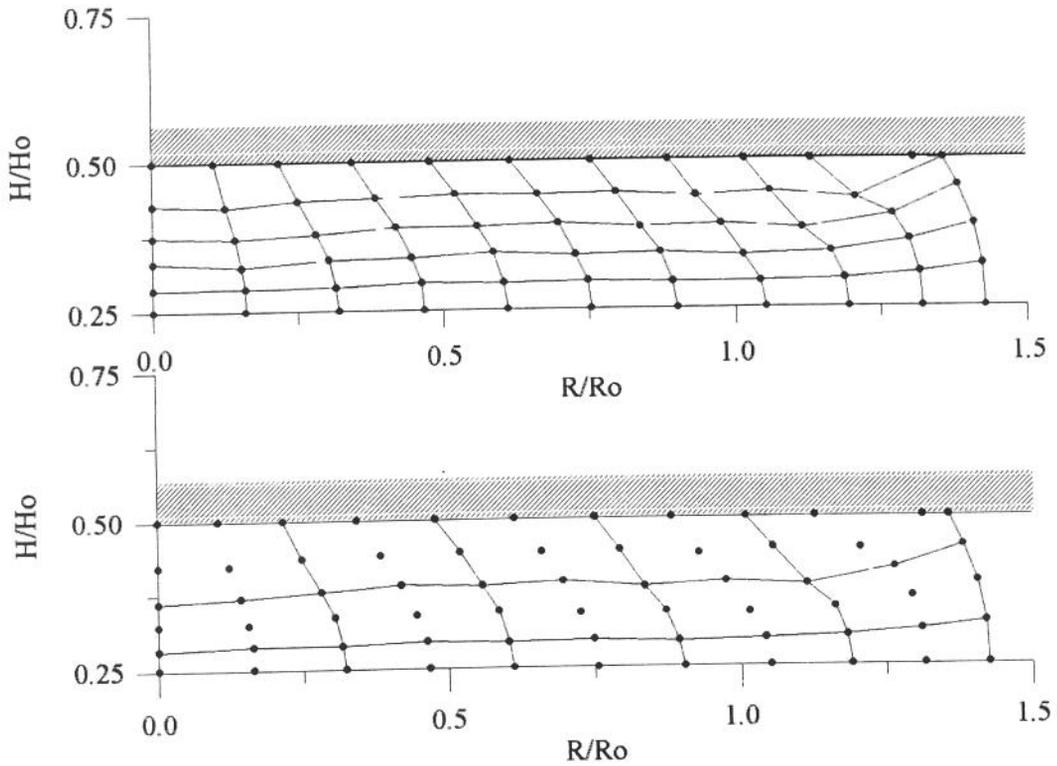


Figura 5.22 Distorções da malha na compressão simples a 50% de redução na altura para malhas de elementos finitos linear e quadrática.

Comparação da simulação com o experimento

É praticamente imperceptível a diferença na simulação de compressão de cilindros para uma malha com o mesmo número de nós e os dois tipos de elementos com relação ao resultado experimental (fig. 5.23). Porém se observarmos com atenção a simulação com elementos lineares o maior diâmetro está mais próximo do experimental.

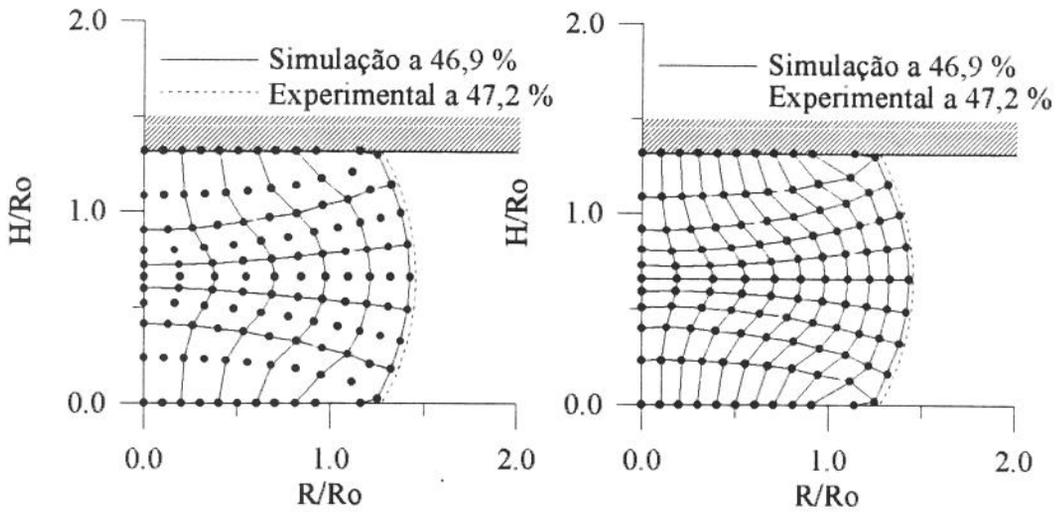


Figura 5.23 Comparação das malhas de elementos finitos linear e quadrática com o resultado experimental no recalque de cilindros.

Na figura 5.24 observa-se que apenas o dobramento na face interna do anel pode ser identificado como uma diferença mais acentuada na comparação do uso de elementos distintos. O comprimento do dobramento menor é característico do elemento quadrático para a superfície externa.

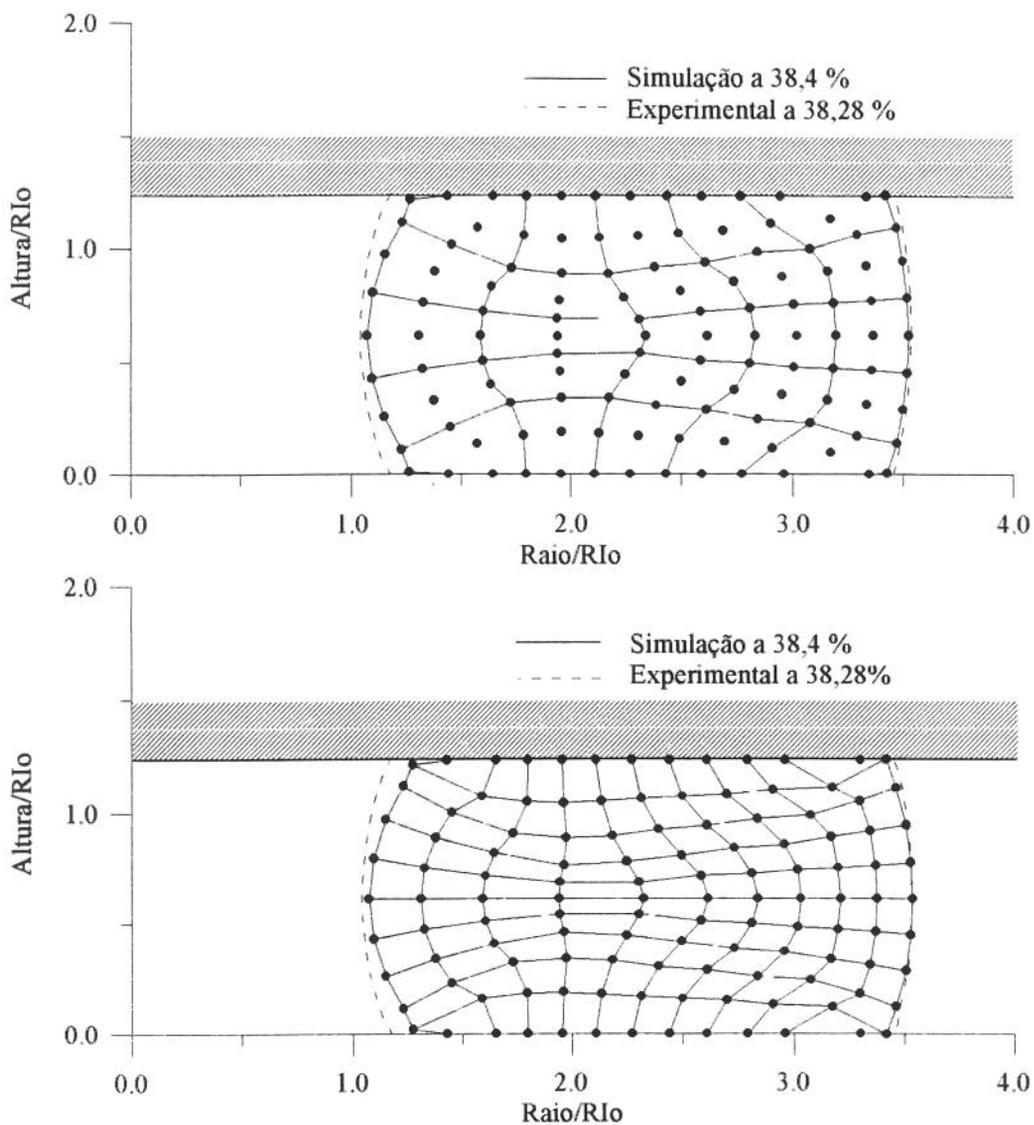


Figura 5.24 Comparação das malhas de elementos finitos linear e quadrática com o resultado experimental.

A condição desfavorável do refinamento da malha uniforme já foi mostrada na figura 5.19. Na figura 5.25 repetimos esta condição com a superposição com os resultados experimentais e observamos que a malha refinada de elementos quadráticos fornece resultados ainda piores para grandes deformações.

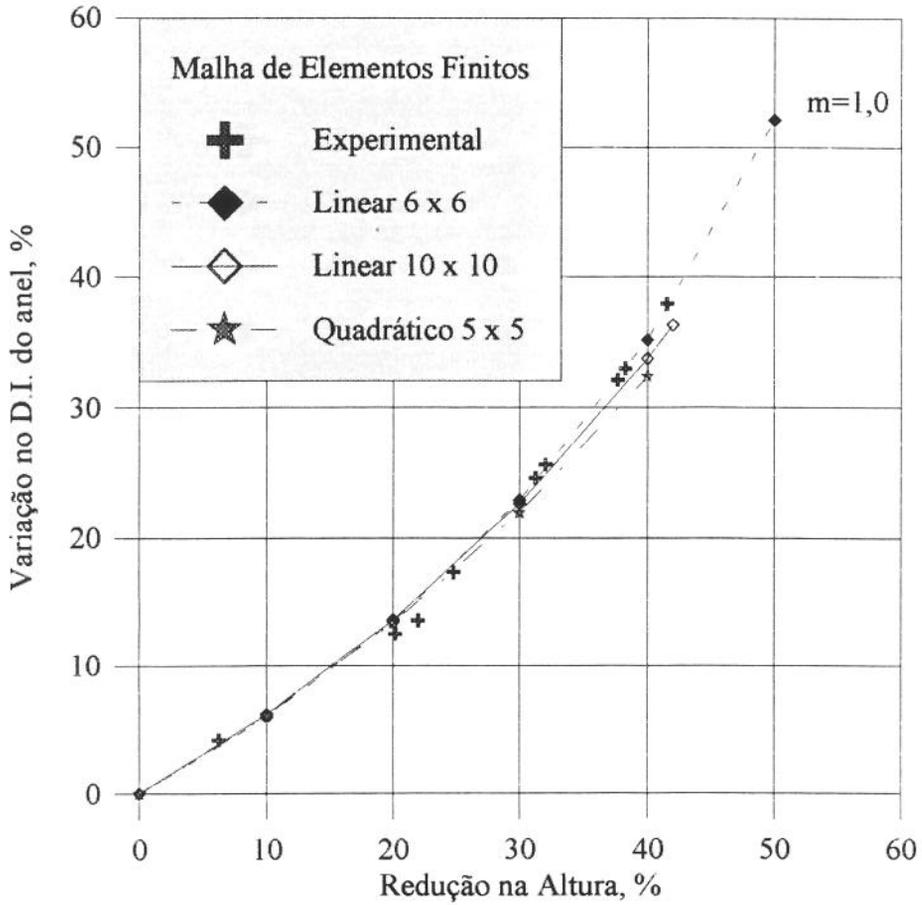


Figura 5.25 Curvas de calibração teóricas usadas para um anel com a relação 6:3:2 e resultados experimentais para forjamento de anéis para uma condição de atrito.

Tempo de computação

O tempo de computador necessário para uma única iteração depende principalmente do número total de graus de liberdade da malha de elementos finitos. Um problema de recalque de cilindros foi testado usando diferentes quantidades de número de nós para uma malha regular. O tempo de computação é traçado na figura 5.26 para dez iterações e duas condições de atrito. Um pequeno aumento no número total de nós numa malha custará um tempo de computação desproporcionalmente longo. O elemento linear exige um tempo de computação idêntico para as duas condições de atrito o emprego do elemento quadrático na simulação em questão é extremamente desfavorável em termos de tempo de computação com relação ao elemento linear. Seu desempenho piora para a condição de atrito maior $m=0,6$.

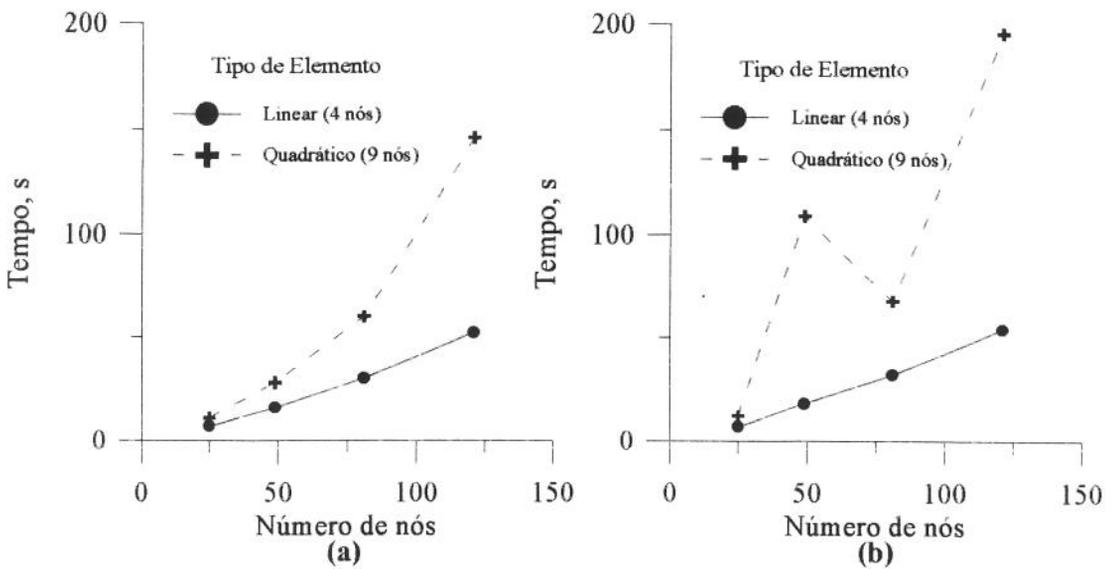


Figura 5.26 Tempo de simulação para 10 iterações em função do número total de nós para (a) $m=0,3$ e (b) $m=0,6$.

⇒ *CAPÍTULO 6*

Conclusões e Sugestões

A aproximação de elementos finitos para materiais rígido-viscoplásticos tratando-os como fluidos viscosos não-Newtonianos é proposto. Para tanto foi desenvolvido um programa de computador para simular o teste de anel e o forjamento de recalque de um cilindro para prever o perfil de barrilamento e carga durante o recalque e determinar as curvas de calibração no recalque de anéis para avaliar o fator de atrito m de um teste de anel. Este programa pode ser usado para amostras de diversas dimensões e materiais. Elementos finitos quadrangulares isoparamétricos linear e quadrático foram empregados nas análises e cujos resultados foram comparados com os da literatura e experimentais disponíveis.

Com o presente método comprovou-se que a forma de barrilamento, no estudo do barrilamento no recalque de cilindros, é influenciada pela razão altura-diâmetro inicial e pelas condições de atrito.

No recalque de anéis verificou-se que o diâmetro interno aumenta no caso de baixo atrito e decresce no caso de alto atrito. Esta dependência no comportamento do escoamento do metal no atrito é extensivamente usado no teste de lubrificantes, condições de lubrificação, e para determinar o fator de atrito na interface.

Os resultados das simulações são sensíveis a variação de uma série de parâmetros a exemplo do refinamento da malha, tipo de elemento, velocidade do processo, etc. Sendo as limitações do programa o emprego de malhas regulares de até 100 elementos lineares, e, velocidades de processo reduzidas exigem um tempo de computador elevado devido ao grande número de iterações necessárias para atingir a deformação desejada dentro de um incremento de tempo adequado.

O custo computacional não é justificável para a análise simples de recalque de cilindros e anéis no uso de elementos quadrangulares isoparamétricos quadráticos. Sendo conveniente empregar para estas análises elementos lineares de economia comprovada e precisão satisfatória.

Os trabalhos subsequentes podem ser desenvolvidos a partir deste enfoque inicial. Todos os resultados apresentados foram obtidos com malhas regulares que para grandes

Os trabalhos subsequentes podem ser desenvolvidos a partir deste enfoque inicial. Todos os resultados apresentados foram obtidos com malhas regulares que para grandes deformações sofrem distorções que comprometem a precisão dos resultados. Para tanto sugere-se avaliar o efeito da distorção dos elementos linear e quadrático na convergência à resultados mais precisos. É interessante desenvolver um estimador de erros para a formulação empregada que leva a uma previsão do refinamento exigido da malha para uma dada precisão, acrescido de um gerador de malha adequado para um eficiente processo adaptativo.

Para que muitas vezes seja possível chegar ao resultado esperado é imprescindível a redefinição automática da malha para a simulação de elementos finitos de processos de forjamento mais complicados. Portanto, ainda na análise bidimensional, a continuidade do trabalho se mostra atrativa com a incorporação das técnicas citadas no código computacional existente visando a simulação do processo de forjamento de precisão com matrizes de formas arbitrárias. E, uma análise integrada faz-se necessária com o desenvolvimento de experimentos mais controlados e elaborados que venham a validar de forma abrangente o modelo adotado.

⇒ *CAPÍTULO 7*

Referências

- Altan, T. and Knoerr, M., "Application of the 2D finite element method to simulation of cold-forging processes", XIII Seminário Nacional de Forjamento, pp. 183-210, 1993.
- Altan, T. and Nichols, D. E., "Use of Standardized Copper Cylinders for Determining Load and Energy in Forging Equipment", Journal of Engineering for Industry, pp. 769-774, 1972.
- Altan, T., Lahoti, G. D., and Nagpal, V., "Systems Approach in Massive Forming and Application to Modeling of Forging Processes", J. Applied Metal Working, vol. 1, no. 1, pp. 29-40, 1979.
- Altan, T., Semiatin, S. L. and Lahoti, G. D., "Determination of Flow Stress Data for Practical Metal Forming Analysis", Annals of the CIRP, Vol. 30, pp. 129-134, 1981.
- Anand, V. B., "Computer Graphics and Geometric Modeling for Engineers", John Wiley & Sons, Inc., 1993.
- Atzema, E. H. and Hétiirk, J., "Incremental Formulations of Rigid-Plastic and Elastic-Plastic Constitutive Equations for Simulation of Forming Processes", Proceedings of the Third International Conference of Computational Plasticity, pp. 1065-1076, 1992.
- Biner, S. B., "A Procedure for Determination of Strain Distribution During Simulation of Metal Forming Using Model Material Techniques", Transaction of the ASME, Journal of Engineering for Industry, vol. 114, pp. 94-99, 1992.
- Blazynski, T. Z., "Plasticity and Modern Metal-Forming Technology", Ed. Elsevier Applied Science, 1989.

- Bresciani, E. F., Zavaglia, C. A. C., Button, S. T., Gomes, E., Nery, F. A. C., "Conformação Plástica dos Metais", Editora da UNICAMP, 4ª Edição, 1991.
- Böer, C. R., Hyalstad, H., and Schröder, G., "Choosing Optimal Forging Conditions in Isothermal and Hot-Die Forging", J. Applied Metal Working, vol. 3, no. 4, pp. 421-431, 1985.
- Chandrupatla, T. R. and Belegundo, A. D., "Introduction to Finite Element in Engineering", Prentice-Hall International Editions, 1991.
- Chen, W. F. and Han, D. J., "Plasticity for Structural Engineers", Springer-Verlag New York Inc., 1988.
- Chenot, J. L., "Finite Element Modelling of Metal Forming: Recent Achievements and Future Challenges", Computacional Plasticity, Proceedings of the Third International Conference held in Barcelona, Spain, pp. 1019-1035, 1992.
- Dieter, G. E., "Mechanical Metallurgy", SI Metric Edition, McGraw-Hill, 1988.
- Douglas, J. R. and Altan, T., "Flow Stress Determination for Metals at Forging Rates and Temperatures", Transactions of the ASME, pp. 66-76, 1975.
- Duggirala, R., "Design of Forging Dies for Forming Flashless Ring Gear Blanks Using Finite Element Methods", J. Materials Shaping Technology, vol. 7, no. 1, pp. 33-47, 1989.

- Duggirala, R., "Using the Finite Element Method in Metal-Forming Processes", JOM, pp. 24-27, 1990.
- Ettouney, O. M. and Stelson, K. A., "An Aproximate Model to Calculate Foldover and Strains During Cold Upsetting of Cylinders Part I: Formulation and Evaluation of the Foldover Model", Transactions of the ASME, vol. 112, pp. 260-266, 1990.
- Ettouney, O. M., and Stelson, K. A., "An Aproximate Model to Calculate Foldover and Strains During Cold Upsetting of Cylinders Part II: Use of the Foldover Model to Estimate Friction", Transactions of the ASME, Vol. 112, pp. 267- 271, 1990.
- Flaska, W. G., Paro, J. A. and Kirijouri, S. O. J., "Computer-Aided Forging Design Using Model Material Simulation", Journal of Materials Processing Technology, no. 24, pp. 403-409, 1990.
- Gegel, H. L. and Malas, J. C., "Forging Processes Design", METALS HANDBOOK Forming and Forging ASM International, 9th Ed., Vol. 14, pp. 407-442, 1989.
- Grossman, Stanley I., "Calculus", fifth edition, Saunders College Publishing, 1992.
- Gunasekera, J. S., Gegel, H. L., Malas, J. C., Doraivelu, S. M. and Morgan, J. T., "Computer-Aided Processes Modelling of Hot Forging and Extrusion of Aluminium Alloys", Annals of CIRP, vol. 31, pp. 131-144, 1982.

- Haque, I., Jackson, J. E., Gangjee, T. and Raikarm, A., "Empirical and Finite Element Approaches to Forging Die Design: A State-of-the-Art Survey", *J. Materials Shaping-Technology*, vol. 5, no. 1, 1987.
- Hinton, E. and Owen, D. R. J., "Finite Element Programing", Academic Press, 1977.
- Houlston, R., Vickers, G. W., and Anderson, D. L., "A Finite Element and Experimental Study of Rigid-Plastic Compression", *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 23, pp. 1407-1437, 1986.
- Howson, T. E. and Delgado, H. E., "Computer Modeling Metal Flow in Forging", *JOM*, pp. 32-34, 1989.
- Hu, Z., Pillinger, I., Hartley, P. and Sturgess, C. E. N., "Finite-Element Simulation of Bulk Forming Processes Including Die Deformation", *Proceedings of the Third International Conference of Computational Plasticity*, pp. 1053-1063, 1992.
- Kobayashi, S. , "A Review on the Finite-Element Method and Metal Forming Processes Modeling", *J. Applied Metal Working*, vol. 2, no. 3, pp. 163-169, 1982.
- Kobayashi, S., Oh, S. I. and Altan, T., "Metal Forming and the Finite-Element-Method", Oxford University Press, 1989.

- Kuhlman, G. W. and Aluminium Company of America, "Forging of Aluminium Alloys", METALS HANDBOOK - Forming and Forging ASM International, 9th Ed., vol. 14, pp. 241-254, 1989.
- Lange, K., Wakosch, W. and Körner, E., "Aplicación de CAE/CAD en útiles para conformación", Alambre, n. 39, p. 35-40, 1989.
- Leal, C. V. G. e Button, S. T., "Qualificação de Produtos Obtidos pelo Processo de Forjamento de Precisão", 1º Relatório Parcial de Bolsa de Iniciação Científica Programa PIBIC CNPq/UNICAMP, 1992.
- Lee, N. S. and Bathe, K. J., "Effects of Element Distortions on the Performance of Isoparametric Elements", International Journal of Numerical Methods in Engineering, vol. 36, pp. 3553-3576, 1993.
- Lee, C. H., and Altan, T., "Influence of Flow Stress and Friction Upon Metal Flow in Upset Forging of Rings and Cylinders", Journal of Engineering for Industry, pp. 775-782, 1972.
- Lowe, T. C., "Computer Simulation of Deformation Processing", Journal of Metals, vol. 40, No. 4, pp. 6-11, 1988.
- Mailessi, S. A. and Weinmann, K., "Image analysis applications in metal forging research", Máquinas e Metais, n. 310, novembro 1991.

- Martins, P. A. F., Rodrigues, J. M. C. e Marques, M. J. M. B., "Simulação Numérica e Experimental de Operações de Forjamento a Frio", XIII Seminário Nacional de Forjamento, pp. 234-255, 1993.
- Meidert, M. Knoerr, M., Westphal, K. and Altan, T. , "Numerical and physical modelling of cold forging of bevel gears", XIII Seminário Nacional de Forjamento, pp. 396-414, 1993.
- Mesquita, N. G. de Mattos de, e Melo, I. V. de, "Fatores de influência sobre as superfícies de peças forjadas", Máquinas e Metais, nº 330, junho de 1993.
- Oh, S. I., "Finite Element Analysis of Metal Forming Processes with Arbitrarily Shaped Dies", Int. J. Mech. Sci., Vol. 24, No. 8, pp. 479-493, 1982.
- Peric, D., "On a Class of Constitutive Equations in Viscoplasticity: Formulation and Computational Issues", Int. Journal of Numerical Methods in Engineering, vol. 36, pp. 1365-1393, 1993.
- Pillinger, I., Hartley, P., Sturgess, C. E. N. and Rowe, G. W., "Finite-Element Modelling of Metal Flow in Three-Dimensional Forming", Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 25, pp. 87-97, 1988.
- Price, J. W. H. and Alexander, J. M., "A Study of Isothermal Forming or Creep Forming of Titanium Alloy", 4th North American Metalworking Research Conference Proceedings, pp. 46-53, 1976.

- Reddy, J. N., "An Introduction to the Finite Element Method", 2nd Edition, McGraw-Hill International Editions, Engineering Mechanics Series, 1993.
- Rodrigues, J. M. C., Martins, P. A. F. e Marques, M. J. M., "Estudo do Forjamento a Quente de um Corpo de Granada através do Método do Limite Superior", XIII Seminário Nacional de Forjamento, pp.59-68, 1993.
- Roll, K., e Tekkaya, A. E., "Simulación de procesos en la técnica de la conformación por el método de los elementos finitos - Situación y tendencias evolutivas - Parte I", Alambre, vol.2, nº 36, pp. 67-72, 1986.
- Rowe, G. W., Sturgess, C. E. N., Hartley, P. and Pillinger, I., "Finite-element plasticity and metalforming analysis", Cambridge University Press, First published, 1991.
- Schey, S. A., "Introduction to Manufacturing Processes", Second Edition, 1987.
- Segerlind, L. J., "Applied Finite Element Analysis", John Wiley & Sons, Inc, Second Edition, 1984.
- Semiatin, S. L. and Lahoti, G. D., "The Forging of Metals", Scientific American, pp. 98-106, August, 1981.
- Shah, S. and Wyman-Gordon Company, "Isothermal Hot Forging", METALS HANDBOOK - Forming and Forging ASM International, 9th Ed., vol. 14, pp. 150-157, 1989.

- Shames, I. H. and Cozzarelli, F. A., "Elastic and Inelastic Stress Analysis", Prentice-Hall International Edition, 1992.
- Shipley, R. J. and Textron Inc., "Precision Forging", METALS HANDBOOK - Forming and Forging ASM International, 9th Ed., vol. 14, pp. 158-175, 1989.
- Schmoeckel, D., "Evolución en los procedimientos de producción para aplicación de la técnica de la conformación, Parte I", Alambre, vol. 3, nº 31, pp. 98-101, 1981.
- Schmoeckel, D., "Evolución en los procedimientos de producción para aplicación de la técnica de la conformación, Parte I", Alambre, vol. 3, nº 1, pp. 96-101, 1981.
- Sobroff, A. M. and Douglas, J. R., "Application of CAD/CAM Techniques to Close Tolerance Forging of Spiral Bevel Gears", Annals of the CIRP, vol. 31, pp. 141-144, 1982.
- Subramanian, T. L. and Akgerman, N., "Computer-Aided Preform Design for Precision Isothermal Forging", 5th North American MetalWorking Research Conference Proceeding, pp. 198-203, 1977.
- Subramanian, T. L. and Altan, T., "Application of Computer-Aided Techniques to Precision-Closed-Die Forging", Annals of the CIRP, vol. 27, pp. 123-127, 1978.
- Wanheim, T., Sreiber, M. P., Gronbaek and Danckert, J., "Physical Modelling of Metal Forming Process", J. Applied Metal Working, vol. 1, no. 3, pp. 5-14, 1980.

- Wilson, W. R., "Friction and Lubrication in Bulk Metal-Forging Processes", J. Applied Metal Working, vol. 1, no. 1, 1979.
- Zienkiewicz, O. C., and Taylor, R. L., "THE FINITE ELEMENT METHOD - Basic Formulation and Linear Problems", vol. 1, Fourth Edition, McGraw-Hill, 1989.
- Zienkiewicz, O. C., and Taylor, R. L., "THE FINITE ELEMENT METHOD - Solid and Fluid Mechanics Dynamics and Non-linearity", vol. 2, Fourth Edition, McGraw-Hill, 1991.

⇒ APÊNDICES

Apêndice 1

AVALIAÇÃO DA MATRIZ TAXA DE DEFORMAÇÃO [B] PARA ELEMENTO QUADRANGULAR 2-D

A avaliação da matriz taxa de deformação, ou de X_α e Y_α , requer a diferenciação das funções de forma com relação a coordenada global. Visto que as funções de forma são expressas no sistema de coordenadas natural, é necessário expressar as derivadas globais em relação as derivadas com relação a coordenada natural. Considere a transformação de coordenadas dada pela eq. 3.36, onde as funções de forma são definidas no sistema de coordenadas naturais.

$$\begin{aligned}x(\xi, \eta) &= \sum_{\alpha} N_{\alpha} x_{\alpha} \\y(\xi, \eta) &= \sum_{\alpha} N_{\alpha} y_{\alpha}\end{aligned}\tag{A1.1}$$

onde (x_{α}, y_{α}) são coordenadas do α -ésimo nó. Então, as derivadas das funções de forma com relação ao sistema de coordenadas natural podem ser expressas, usando a regra de transformação, como

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \mathbf{J} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} \end{Bmatrix}\tag{A1.2}$$

onde \mathbf{J} é a matriz do Jacobiano da transformação de coordenadas, dado por

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}\tag{A1.3}$$

Então as derivadas da eq.3.43a podem ser obtidas por

$$\begin{Bmatrix} X_\alpha \\ Y_\alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_\alpha}{\partial x} \\ \frac{\partial N_\alpha}{\partial y} \end{Bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_\alpha}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_\alpha}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (\text{A1.4})$$

onde \mathbf{J}^{-1} é a inversa de \mathbf{J} .

Para a família de elementos retangular, X_α e Y_α na eq. 3.45 pode ser escrita como

$$\begin{Bmatrix} X_\alpha \\ Y_\alpha \end{Bmatrix} = \frac{1}{|\mathbf{J}|} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial y}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_\alpha}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_\alpha}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (\text{A1.5})$$

onde $|\mathbf{J}|$ é o determinante da matriz do Jacobiano da eq.A1.1 e é expresso por

$$|\mathbf{J}| = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (\text{A1.6})$$

Para elementos de ordem superior, é fácil obter X_α e Y_α numericamente de acordo com a eq. A1.4.

Apêndice 2

INTEGRAÇÃO ATRAVÉS DA REGRA DE SIMPSON

Há um grande número de funções contínuas para as quais uma antiderivada não pode ser expressas em termos de funções contínuas. Nestes casos não podemos usar o teorema fundamental de cálculo para avaliar e definir a integral. Porém, é muito importante aproximar o valor de tal integral. Por esta razão muitos métodos foram idealizados para aproximar o valor de uma integral definida para tantas casas decimais quantas forem julgadas necessárias. Todas estas técnicas são denominadas de *integração numérica*. Discute-se a *regra de Simpson* que é um método razoável para estimar a integral definida baseado no trabalho de Grossman (1992).

Observe os três esquemas na figura A2.1. Na figura A2.1(a) a área abaixo da curva $y=f(x)$ ao longo do intervalo $[x_i, x_{i+2}]$ é aproximado por retângulos, onde a altura de cada retângulo é o valor da função no ponto final de um intervalo. Na figura A2.1(b) a aproximação trapezoidal é destacada para esta área. O "topo" do primeiro trapezóide é a linha reta unindo os *dois* pontos $(x_i, f(x_i))$ e $(x_{i+1}, f(x_{i+1}))$ e o "topo" do segundo trapezóide é dado de maneira análoga. Na figura A2.1(c) aproximamos a área requerida pelo desenho de uma figura onde o "topo" é uma parábola passando pelos *três* pontos $(x_i, f(x_i))$, $(x_{i+1}, f(x_{i+1}))$, e $(x_{i+2}, f(x_{i+2}))$. Este método fornece uma aproximação melhor para a área abaixo da curva. Primeiro devemos calcular a área destacada na figura A2.1(c).

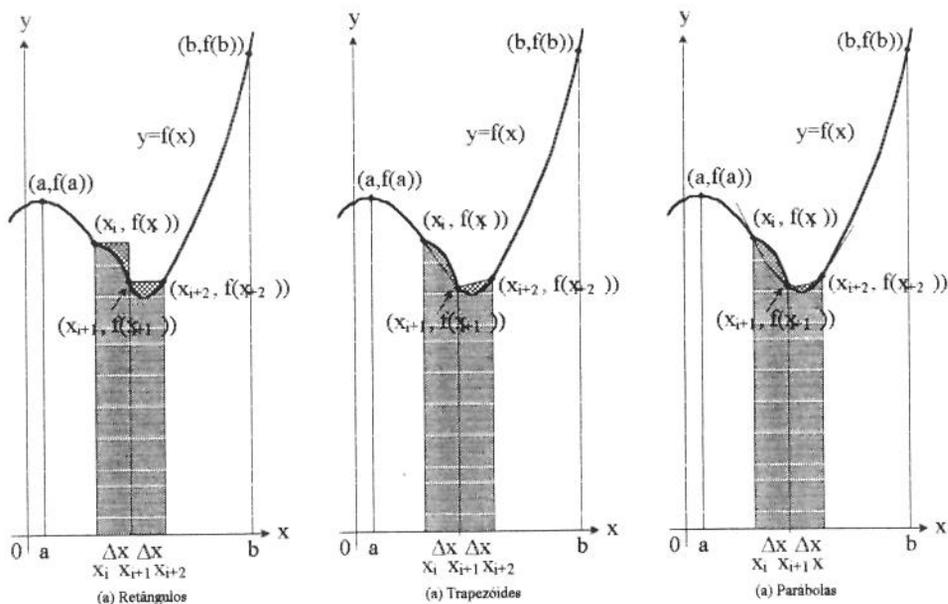


Figura A2.1 Aproximando áreas usando retângulos, trapezóides, e parábolas.

A área A_{i+2} contornada pela parábola passando através dos pontos $(x_i, f(x_i))$, $(x_{i+1}, f(x_{i+1}))$, e $(x_{i+2}, f(x_{i+2}))$, as linhas $x=x_i$ e $x=x_{i+2}$, e o eixo-x (onde $x_{i+1} - x_i = x_{i+2} - x_{i+1} = \Delta x$) é dada por

$$A_{i+2} = \frac{1}{3} \Delta x [f(x_i) + 4f(x_{i+1}) + f(x_{i+2})] \quad (\text{A2.1})$$

Seja n um número *par* e supor que o intervalo $[a, b]$ é dividido em n subintervalos de comprimentos iguais $\Delta x = (b-a)/n$. Daí da equação A2.1, temos

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &\approx A_2 + A_4 + A_6 + \dots + A_n \\ &= \frac{1}{3} \Delta x [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)] \\ &\quad + \frac{1}{3} \Delta x [f(x_2) + 4f(x_3) + f(x_4)] \\ &\quad + \dots + \frac{1}{3} \Delta x [f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)] \end{aligned} \quad (\text{A2.2})$$

ou

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &\approx \frac{1}{3} \Delta x [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + 2f(x_4) \\ &\quad + \dots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)] \end{aligned} \quad (\text{A2.3})$$

A aproximação na (A2.3) é denominada de **regra de Simpson** (ou a **regra parabólica**) para aproximar uma integral definida.

Há muitos outros métodos que podem ser usados para aproximar integrais definidas. Por exemplo, há métodos nos quais os pontos x_0, x_1, \dots, x_n não são igualmente espaçados. Um desses métodos é conhecido como **quadratura de Gauss**. Este método muito útil será discutido no próximo apêndice.

Apêndice 3

INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

Considere um problema de avaliar numericamente uma integral unidimensional na forma

$$I = \int_{-1}^1 f(\xi) d\xi \quad (\text{A3.1})$$

A aproximação da **quadratura de Gauss** para avaliar I é dada abaixo. Este método tem se mostrado como o mais útil no trabalho de elementos finitos e sua formulação é encontrada facilmente na literatura [Chandrupatla et al., 1991; Reddy, 1993; Zienkiewicz, 1989]. A extensão para integrais bi e tridimensionais é facilmente obtida.

Considere a aproximação de n -pontos

$$I = \int_{-1}^1 f(\xi) d\xi \approx w_1 f(\xi_1) + w_2 f(\xi_2) + \dots + w_n f(\xi_n) \quad (\text{A3.2})$$

onde w_1, w_2, \dots, w_n são os **pesos** e $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ pontos de amostragem ou **pontos de Gauss**. A idéia por trás da quadratura Gaussiana é de selecionar n pontos de Gauss e n pesos tal que a Eq. A3.2 forneça uma resposta exata para polinômios $f(\xi)$ de maior grau possível. São discutidos abaixo as aproximações de um-ponto e dois-pontos para compreender o método.

Fórmula de um-ponto. Considere a fórmula com $n = 1$ como

$$\int_{-1}^1 f(\xi) d\xi \approx w_1 f(\xi_1) \quad (\text{A3.3})$$

Visto que há dois parâmetros, w_1 e ξ_1 , consideramos exigência que a fórmula na Eq. A3.3 seja exata quando $f(\xi)$ é um polinômio de ordem 1. Assim, se $f(\xi) = a_0 + a_1 \xi$, então exigimos

$$\text{Erro} = \int_{-1}^1 (a_0 + a_1 \xi) d\xi - w_1 f(\xi_1) = 0 \quad (\text{A3.4a})$$

ou

$$\text{Erro} = 2a_0 - w_1(a_0 + a_1 \xi_1) = 0 \quad (\text{A3.4b})$$

ou

$$\text{Erro} = a_0(2 - w_1) - w_1 a_1 \xi_1 = 0 \quad (\text{A3.4c})$$

Da Eq. A3.4c, observa-se que o erro é zerado se

$$w_1 = 2 \quad \xi_1 = 0 \quad (\text{A3.4c})$$

Temos então para qualquer f genérico

$$\int_{-1}^1 f(\xi) d\xi \approx 2f(0) \quad (\text{A3.3})$$

que é observado como sendo a conhecida *regra do ponto médio* (figura A3.1).

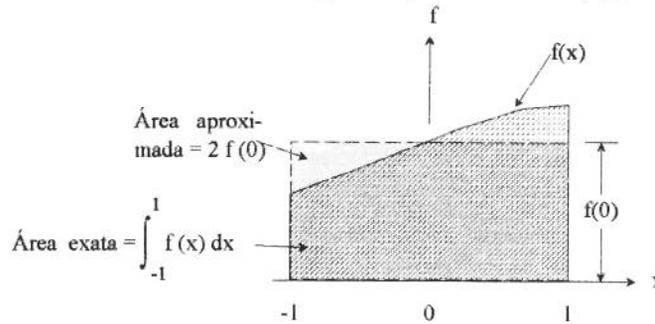


Figura A3.1 Quadratura de Gauss de um-ponto.

Fórmula de dois-pontos. Considere a fórmula com $n = 2$ como

$$\int_{-1}^1 f(\xi) d\xi \approx w_1 f(\xi_1) + w_2 f(\xi_2) \quad (\text{A3.4})$$

Temos quatro parâmetros para escolher: w_1 , w_2 , ξ_1 e ξ_2 . Por isso podemos esperar que a fórmula na Eq. A3.5 seja exata para um polinômio cúbico. Assim, escolhendo $f(\xi) = a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2 + a_3\xi^3$ resulta

$$\text{Erro} = \left[\int_{-1}^1 (a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2 + a_3\xi^3) d\xi \right] - [w_1 f(\xi_1) + w_2 f(\xi_2)] \quad (\text{A3.5})$$

Exigindo erro zero resulta

$$\begin{aligned} w_1 + w_2 &= 2 \\ w_1 \xi_1 + w_2 \xi_2 &= 0 \\ w_1 \xi_1^2 + w_2 \xi_2^2 &= 2/3 \\ w_1 \xi_1^3 + w_2 \xi_2^3 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A3.6})$$

Estas equações não-lineares tem a única solução

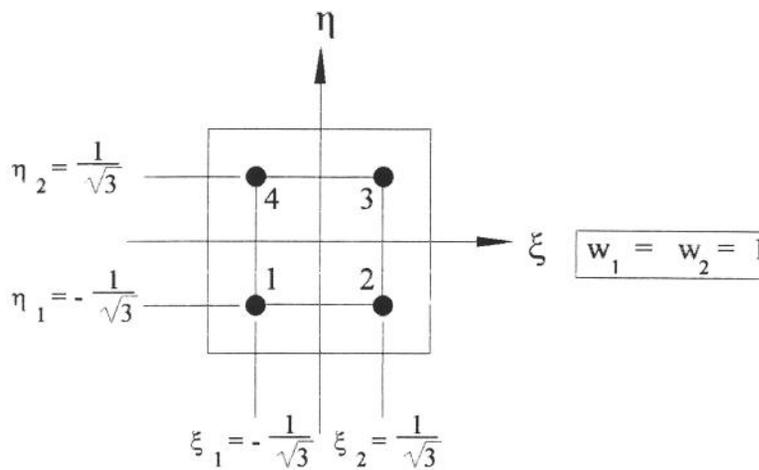
$$w_1 = w_2 = 1 \quad - \xi_1 = \xi_2 = 1/\sqrt{3} = 0,5773502691... \quad (\text{A3.7})$$

Podemos concluir deste resultado que a quadratura Gaussiana para n -pontos fornece uma resposta exata se f é um polinômio de ordem $(2n - 1)$ ou menor. A tabela A3.1 fornece os valores de w_i e ξ_i para as fórmulas de quadratura de Gauss de ordens $n = 1$ até $n = 6$. Note que os pontos de Gauss estão localizados simetricamente com relação a origem e possuem os mesmos pesos. Além disso, o grande número de dígitos dados na Tabela A3.1 devem ser usados no cálculos para precisão, i. é, use dupla precisão no computador. Zienkiewicz et al. (1989) e Owen et al. (1989) fornecem tabelas com os coeficientes de posição e peso de até 15 (quinze) dígitos de precisão.

Os pontos de Gauss para a regra de dois pontos usada em elementos quadriláteros são mostrados na figura A3.2.

Tabela A3.1 Pontos de Gauss e pesos para a quadratura de Gauss.

Número de pontos, n	Localização, ξ_i	Pesos, w_i
1	0,0	2,0
2	$\pm 1/\sqrt{3} = \pm 0,5773502692$	1,0
3	$\pm 0,7745966692$	0,5555555556
	0,0	0,8888888889
4	$\pm 0,8611363116$	0,3478548451
	$\pm 0,3399810436$	0,6521451549
5	$\pm 0,9061798459$	0,2369268851
	$\pm 0,5384693101$	0,4786286705
	0,0	0,5688888889
6	$\pm 0,9324695142$	0,1713244924
	$\pm 0,6612093865$	0,3607615730
	$\pm 0,2386191861$	0,4679139346



$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) d\xi d\eta \approx w_1^2 f(\xi_1, \eta_1) + w_2 w_1 f(\xi_2, \eta_1) + w_2^2 f(\xi_2, \eta_2) + w_1 w_2 f(\xi_1, \eta_2)$$

Figura A3.2 Quadratura de Gauss em duas dimensões usando a regra 2 x 2.

Integrais Bidimensionais

A extensão da quadratura Gaussiana para integrais bidimensionais na forma

$$I = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (\text{A3.8})$$

é facilmente obtida, visto que

$$\begin{aligned} I &\approx \int_{-1}^1 \left[\sum_{i=1}^n w_i f(\xi_i, \eta) \right] d\eta \\ &\approx \sum_{j=1}^n w_j \left[\sum_{i=1}^n w_i f(\xi_i, \eta_j) \right] \end{aligned} \quad (\text{A3.9})$$

Comentários sobre a distorção de elementos quadriláteros. Em algumas situações, principalmente na simulação de processos de conformação, não podemos evitar ou obter quadriláteros distorcidos do tipo mostrados na figura A3.3, onde os quadriláteros se degeneram em triângulos. A integração numérica permitirá o uso de tais elementos mas os erros são maiores que para elementos regulares. Códigos padrões normalmente permitem o uso de tais elementos [Chandrupatla et al., 1991]. Os efeitos das distorções de elementos sobre o desenho de elementos isoparamétricos podem ser encontrados no trabalho de Lee et al. (1993).

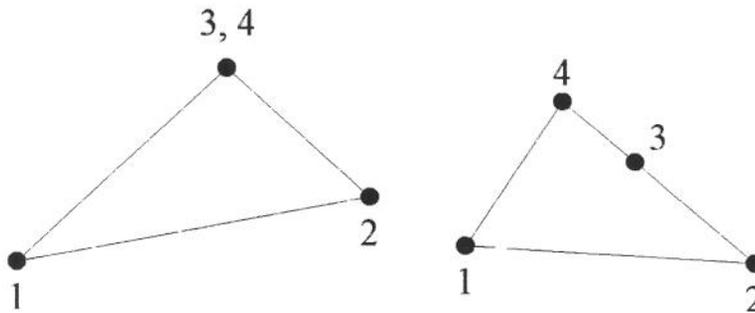


Figura A3.3 Elementos quadriláteros de quatro nós distorcidos.

Apêndice 4

EXEMPLO DE SOLUÇÃO

Condições de Simulação

Foi simulada uma compressão simples de um cilindro circular pelo programa DIPS. Foram usadas as seguintes condições computacionais.

Dimensão inicial do tarugo	diâmetro de 2,0 pol. (50,8 mm) altura de 1,0 pol. (25,4 mm)
Velocidade da matriz	-1,0 pol./s (25,4 mm/s)
Fator de atrito	0,5
Tensão de escoamento	$10,0\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}\right)^{0,1}$ Kpsi ($68,9\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}\right)^{0,1}$ MPa)
Redução total na altura	40 %
Tamanho do incremento	2% da altura inicial
Número total de nós	25
Número total de elementos (lineares)	16

Arquivo de Entrada

Segue as listagens dos arquivos de entrada, MAT.DAT e DIPS.DAT, respectivamente.

MAT.DAT

'ACO' :nome do material
10 0.1 :constantes empíricas (C,m)

DIPS.DAT

RECALQUE SIMPLES M=0.5

0 20 .02
.01 10000

1

: Deformação Axissimétrica

1					: Elemento Linear
.5					: Fator de Atrito
25					: Número de Nós
1	0.0000	1.0000			: Coordenada dos Nós
2	0.2500	1.0000			
3	0.5000	1.0000			
4	0.7500	1.0000			
5	1.0000	1.0000			
6	0.0000	0.7500			
7	0.2500	0.7500			
8	0.5000	0.7500			
9	0.7500	0.7500			
10	1.0000	0.7500			
11	0.0000	0.5000			
12	0.2500	0.5000			
13	0.5000	0.5000			
14	0.7500	0.5000			
15	1.0000	0.5000			
16	0.0000	0.2500			
17	0.2500	0.2500			
18	0.5000	0.2500			
19	0.7500	0.2500			
20	1.0000	0.2500			
21	0.0000	0.0000			
22	0.2500	0.0000			
23	0.5000	0.0000			
24	0.7500	0.0000			
25	1.0000	0.0000			
16					: Número de Elementos
1	6	7	2	1	: Conectividade do Elemento
2	7	8	3	2	
3	8	9	4	3	
4	9	10	5	4	
5	11	12	7	6	

6 12 13 8 7
 7 13 14 9 8
 8 14 15 10 9
 9 16 17 12 11
 10 17 18 13 12
 11 18 19 14 13
 12 19 20 15 14
 13 21 22 17 16
 14 22 23 18 17
 15 23 24 19 18
 16 24 25 20 19

1 1 3
 2 0 3
 3 0 3
 4 0 3
 5 0 3
 6 1 0
 11 1 0
 16 1 0
 21 1 1
 22 0 1
 23 0 1
 24 0 1
 25 0 1

: Código da Condição de Contorno

1 0.0000 -1.0000
 2 0.0000 -1.0000
 3 0.0000 -1.0000
 4 0.0000 -1.0000
 5 0.0000 -1.0000
 25 0.0000 0.0000

: Condições de Contorno de Velocidade

Arquivo de Saída

O arquivo de saída, DIPS.OUT, contém a solução de 20 passos de solução. Listamos como exemplo de saída de dados o 20º passo (40 % de redução na altura).

DIPS.OUT

SAIDA DO D I P S

RECALQUE SIMPLES M=0.5

SOLUCAO NO PASSO NUMERO = 20

COORDENADAS DOS NOS

NUM. NO	COORD-X	COORD-Y
1	.0000000	.6000000
2	.2539333	.6000000
3	.5183240	.6000000
4	.7739461	.6000000
5	1.1417572	.6000000
6	.0000000	.3924766
7	.2869400	.3802143
8	.5691376	.4023207
9	.8917992	.4077725
10	1.2311768	.5210101
11	.0000000	.2249196
12	.3335209	.2248486
13	.6637572	.2373209
14	1.0026870	.2919173
15	1.2807303	.3639948
16	.0000000	.1097141
17	.3752439	.0951748
18	.7403535	.1229732
19	1.0537857	.1484054
20	1.3246827	.1858872
21	.0000000	.0000000

22	.3950873	.0000000
23	.7622312	.0000000
24	1.0712774	.0000000
25	1.3397564	.0000000

VELOCIDADE E FORÇA NODAL

NUM. NO	VELOCIDADE-X	VELOCIDADE-Y	FORÇA-X	FORÇA-Y
1	.0000000	-1.0000000	-.0206875	-.1677586
2	.0437979	-1.0000000	-.1886367	-.8241910
3	.1519569	-1.0000000	-.3876530	-1.3597889
4	.1729627	-1.0000000	-.7469869	-2.9630664
5	.5416425	-1.0000000	-.5531770	-3.5269540
6	.0000000	-.7072642	.0223128	.0000000
7	.2230729	-.8702976	.0000000	.0000000
8	.3263151	-.7339528	.0000000	.0000000
9	.5934171	-.9273950	.0000000	.0000000
10	.7952777	-.4386022	.0000000	.0000000
11	.0000000	-.4869947	.0064332	.0000000
12	.3308603	-.4962942	.0000000	.0000000
13	.5852482	-.6170857	.0000000	.0000000
14	.9387955	-.4774356	.0000000	.0000000
15	.9290602	-.2414988	.0000000	.0000000
16	.0000000	-.1617452	.0011770	.0000000
17	.3894094	-.3021661	.0000000	.0000000
18	.8407301	-.2710012	.0000000	.0000000
19	1.0508778	-.2204649	.0000000	.0000000
20	1.0492029	-.1039841	.0000000	.0000000
21	.0000000	.0000000	.0176605	.4883287
22	.4347542	.0000000	.0000000	2.0703478
23	.9119912	.0000000	.0000000	2.9388945
24	1.0836234	.0000000	.0000000	2.4279434
25	1.0880547	.0000000	.0000000	.9162445

COMPONENTES DA TAXA DE DEFORMACAO

NUM. ELEM.	E11	E22	E33	E12	EBAR
1	.4919680	-.9911124	.4983249	-.6992830	1.0699415
2	.4167980	-.8793185	.4618371	-.4733243	.9209535
3	.5242645	-.9809368	.4561981	-1.6141929	1.3535180
4	1.0649782	-1.5920689	.5262706	-.7081970	1.6726414
5	.9060665	-1.8160041	.9090080	-.5109956	1.8395074
6	.6390598	-1.4431207	.8034319	-.7441677	1.5085071
7	1.0832694	-1.8777307	.7938189	-1.2571772	2.0198582
8	.6799434	-1.4303273	.7501391	.2617544	1.4387785
9	1.0362324	-2.0744121	1.0373155	-.3150728	2.0820858
10	1.0826309	-2.1202155	1.0368596	-.7569890	2.1647166
11	.9887737	-1.9961117	1.0068925	-.3869081	2.0084516
12	.1053803	-.9713722	.8658839	.1472039	1.0693482
13	1.0914827	-2.1855956	1.0932757	-.3355013	2.1938847
14	1.3118481	-2.4726071	1.1600388	-.1449800	2.4753358
15	.6322994	-1.7276973	1.0950221	-.1351938	1.7498481
16	.0186934	-.9268227	.9080991	.0679963	1.0602847

COMPONENTES DA TENSAO

NUM. ELEM.	S11	S22	S33	S12	SBAR
1	-5.1079488	-14.4115141	-5.0680711	-2.1933486	10.0678331
2	-3.8402211	-13.1457025	-3.5168619	-1.6991183	9.9179924
3	-2.0789623	-9.7205874	-2.4245226	-4.0974772	10.3073353
4	-3.7311220	-14.8803664	-5.9915950	-1.4858338	10.5278645
5	-5.8046074	-16.2898081	-5.7932767	-.9841573	10.6284554
6	-3.3456703	-12.9338137	-2.5887605	-1.7133928	10.4196885
7	-2.5878880	-13.0726453	-3.6128182	-2.2258015	10.7283291
8	.8193627	-9.3209738	1.1566691	.6288951	10.3704928
9	-5.0713687	-15.7892852	-5.0676367	-.5428013	10.7609314

10	-3.6473496	-14.3030969	-3.7996290	-1.2592366	10.8028938
11	-.9356362	-11.5589785	-.8711504	-.6885117	10.7222551
12	-.4178479	-7.1758359	4.3552769	.4619457	10.0672746
13	-4.7825323	-15.5547014	-4.7766387	-.5514174	10.8173624
14	-3.3326132	-14.4920278	-3.7802609	-.2137550	10.9487216
15	-1.2097692	-10.7184405	.6545885	-.2723548	10.5754787
16	-.1837077	-6.1636564	5.4413682	.2150225	10.0587091

DEFORMACAO EFETIVA TOTAL
 NUM. ELEM. DEFORMACAO EFETIVA

1	.1663797
2	.1902884
3	.3207200
4	.5611966
5	.4400718
6	.4484356
7	.5676680
8	.4973954
9	.7078062
10	.6981112
11	.6199799
12	.4176815
13	.8752587
14	.8085517
15	.6054830
16	.4199183