

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
E INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
CIÊNCIA E ENGENHARIA DE PETRÓLEO

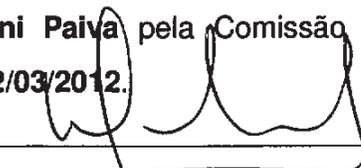
HERNANI PETRONI PAIVA

Simulação da Recuperação de Petróleo em Reservatórios Naturalmente Fraturados

CAMPINAS

2012

Este exemplar corresponde à redação
final da dissertação defendida por **Hernani
Petroni Paiva** pela Comissão julgadora
em **02/03/2012**.



Orientador

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
E INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
CIÊNCIA E ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Simulação da Recuperação de Petróleo em Reservatórios Naturalmente Fraturados

Autor: **Hernani Petroni Paiva**

Orientador: **Prof. Dr. Denis José Schiozer**

Curso: **Ciências e Engenharia de Petróleo**

Área de Concentração: **Reservatórios e Gestão**

Dissertação de mestrado acadêmico apresentada à Comissão de Pós Graduação em Ciências e Engenharia de Petróleo da Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências, como requisito para a obtenção de título de Mestre em Ciências e Engenharia de Petróleo.

Campinas, 2012

SP-Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

P166s Paiva, Hernani Petroni
Simulação da recuperação de petróleo em
reservatórios naturalmente fraturados / Hernani Petroni
Paiva. --Campinas, SP: [s.n.], 2012.

Orientador: Denis José Schiozer.
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto
de Geociências.

1. Engenharia de petróleo - Métodos de simulação. 2.
Dinâmica dos fluidos - Simulação por computador. 3.
Rochas - Fratura. 4. Reservatórios - Modelos
matemáticos. 5. Recuperação secundário do petróleo. I.
Schiozer, Denis José. II. Universidade Estadual de
Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto
de Geociências. III. Título.

Título em Inglês: Simulation of petroleum recovery in naturally fractured
reservoirs

Palavras-chave em Inglês: Petroleum engineering - Simulation methods, Fluid
dynamics - Computer simulation, Rocks - Fracture,
Reservoirs - Mathematical models, Secondary
recovery of oil

Área de concentração: Reservatórios e Gestão

Titulação: Mestre em Ciências e Engenharia de Petróleo

Banca examinadora: Osvaldo Vidal Trevisan, Daniel Nunes de Miranda Filho

Data da defesa: 02-03-2012

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

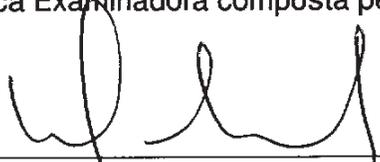
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
E INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
CIÊNCIA E ENGENHARIA DE PETRÓLEO
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Simulação da Recuperação de Petróleo em Reservatórios Naturalmente Fraturados

Autor: **Hernani Petroni Paiva**

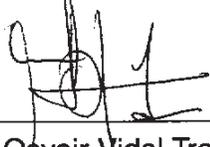
Orientador: **Prof. Dr. Denis José Schiozer**

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



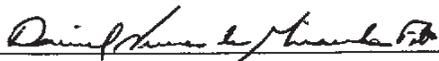
Prof. Dr. Denis José Schiozer, Presidente

DEP/FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Osvaldo Vidal Trevisan

DEP/FEM/UNICAMP



Dr. Daniel Nunes de Miranda Filho

PETROBRAS

Campinas, 2 de Março de 2012.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a:

Affonso Gonçalves Reis, o **Mestre Affonso**

In Memoriam (1916-2011)

ao Mestre com carinho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a:

Minha família, minha esposa **Andréa Midori Yanagui Paiva**, e meus pais **Rosalina Petroni Paiva** e **Edwal Francisco Paiva Filho** pelo incentivo e compreensão.

Mauro Koji Mihaguti pelo apoio e oportunidade.

Meus colegas da PETROBRAS e da UNICAMP pelos ensinamentos e discussões, especialmente ao **Mauro Ida**.

Universidade Estadual de Campinas -**UNICAMP** pela estrutura e condições disponibilizadas e aos funcionários do DEP e CEPETRO pela assistência oferecida.

Petróleo Brasileiro S.A. - **PETROBRAS** pelo suporte financeiro.

Agradeço em especial a:

Daniel Nunes de Miranda Filho por acreditar no trabalho dedicando generosamente tempo e interesse para ajudar-me a realizá-lo. Este trabalho não teria sido possível sem sua ajuda.

RESUMO

PAIVA, Hernani Petroni. *Simulação da Recuperação de Petróleo em Reservatórios Naturalmente Fraturados*. Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2012. 148 p. Dissertação de Mestrado.

A recuperação de petróleo em reservatórios naturalmente fraturados apresenta-se como um risco de projeto, sobretudo em sistemas molháveis ao óleo ou com molhabilidade intermediária, já que a simulação utilizando deslocamento por injeção de água indica significativa redução da recuperação. As fraturas representam descontinuidades do meio poroso e possuem efeito capilar e condutividade hidráulica distintos, o que altera sensivelmente o comportamento do escoamento no reservatório, e também os mecanismos físicos envolvidos no processo de recuperação. A simulação de reservatórios fraturados é geralmente realizada com o modelo de dupla porosidade, que está implementado nos principais simuladores comerciais. Neste modelo os processos físicos envolvidos na recuperação são representados pela função de transferência entre matriz e fratura. No entanto, os simuladores comerciais utilizam diferentes funções de transferências com diferentes modelos para representar o processo de recuperação. Neste trabalho, foi construído um simulador de dupla porosidade no qual foram implementadas as funções de transferência de Kazemi et al. (1976), Sabathier et al. (1998) e Lu et al. (2008) para comparação dos resultados de recuperação utilizando deslocamento por injeção de água em sistemas molháveis ao óleo ou com molhabilidade intermediária. A comparação entre as funções de transferência foi realizada para diferentes combinações de processos físicos, mostrando que há significativo aumento de recuperação em sistemas molháveis ao óleo ou com molhabilidade intermediária, especialmente em reservatórios totalmente descontínuos quando o deslocamento ocorre por embebição concorrente, coerentemente com o resultado experimental de Firoozabadi (2000). As funções de transferência implementadas, associadas ao modelo de dupla porosidade,

foram também comparadas a simuladores comerciais e a um modelo de fraturas discretas refinado, obtendo-se, entretanto, resultados distintos, mostrando que os diferentes modelos de função de transferência fornecem diferentes resultados. A injeção de água mostrou-se um método de recuperação efetivo mesmo em reservatórios totalmente descontínuos em sistemas molháveis ao óleo ou com molhabilidade intermediária quando há deslocamento por embebição concorrente com gradientes de pressão nos blocos de matriz suficientemente elevados. Os resultados são sensíveis aos parâmetros de caracterização e variam de acordo com o processo físico utilizado. Portanto, a caracterização de reservatórios naturalmente fraturados deve ser realizada levando-se em consideração os fenômenos físicos e os modelos utilizados para representá-los.

Palavras-Chave: Simulação Numérica, Reservatórios Fraturados, Dupla Porosidade, Função de Transferência, Processos Físicos de Recuperação, Injeção de Água, Molhabilidade.

ABSTRACT

PAIVA, Hernani Petroni. *Simulation of Petroleum Recovery in Naturally Fractured Reservoirs*. Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2012. 148 p. Dissertação de Mestrado.

The naturally fractured reservoir recovery is a project risk specially in oil-wet or intermediate-wet systems because of the simulations results under waterflood displacement. Fractures are porous medium discontinuities with distinct capillarity and hydraulic conductivity properties that change the reservoir flow behaviour as well the physical mechanisms acting in petroleum recovery. Double-porosity models are generally used in fractured reservoir simulation and have been implemented in the major commercial reservoir simulators. The physical processes acting in petroleum recovery are represented in double-porosity models by matrix-fracture transfer functions. Commercial simulators have their own transfer function implementations, and as a result different kinetics and final recoveries are attained. In this work, a double porosity simulator was built with Kazemi et al. (1976), Sabathier et al. (1998) and Lu et al. (2008) transfer function implementations and their recovery results compared using waterflood displacement in oil-wet or intermediate-wet systems. The results of transfer function comparisons show recovery improvements in oil-wet or intermediate-wet systems under different physical processes combination, particularly in fully discontinuous porous medium when concurrent imbibition takes place, coherent with Firoozabadi (2000) experimental results. Furthermore, the implemented transfer functions, related to a double-porosity model, were compared to double-porosity commercial simulators models, as well a discrete fracture model with refined grid, showing differences between them. Waterflood can be an effective recovery method even in fully discontinuous media for oil-wet or intermediate-wet systems where concurrent imbibition takes place with high enough pressure gradients across the matrix blocks. These results are sensitive to reservoir characterization parameters whose sensitiveness depends on the physical process employed. Naturally fractured reservoir

characterization must consider the physical phenomena occurring during recovery and the models used to represent them.

Keywords: Numerical Simulation, Fractured Reservoirs, Double-Porosity, Transfer Function, Recovery Physical Process, Waterflood, Wettability.

SUMÁRIO

	Página
Resumo	vi
Abstract	viii
Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xxi
Lista de Nomenclaturas	xxii
1 Introdução	1
1.1 Motivação	3
1.2 Objetivo	3
1.3 Estrutura da Dissertação	4
2 Fundamentação Teórica	5
2.1 Molhabilidade	5
2.1.1 Definição	5
2.1.2 Classificação de Molhabilidade	5
2.1.3 Medição de Molhabilidade	7
2.2 Simulação de Reservatórios Fraturados	10
2.3 Modelo de Dupla-Porosidade	11
2.4 Processos de Recuperação em Reservatórios Fraturados	14

2.5	Deslocamento por Embebição	17
2.6	Continuidade Capilar	18
2.7	Classificação de Reservatórios Fraturados	20
3	Revisão Bibliográfica	24
3.1	Função de Transferência	24
3.1.1	Tipo Warren e Root	27
3.1.2	Tipo não Warren e Root	36
4	Metodologia	53
4.1	Metodologia Geral	53
4.2	Simulação e Análise	54
4.3	Malha de Simulação e Condição de Contorno	56
4.4	Classificação e Casos Simulados	58
4.5	Implementação do Modelo de Dupla Porosidade	62
4.6	Implementação das Funções de Transferência	62
4.7	Hipóteses e Considerações	64
5	Resultados e Discussão	66
5.1	Modelo de Dupla Porosidade	66
5.1.1	Comparação do Simulador	66
5.1.2	Redução de Dois Meios para Um Meio	80
5.1.3	Esquema Numérico e Tempo de Processamento	81
5.1.4	Efeito Capilar nas Fraturas	83
5.1.5	Efeito da Molhabilidade	86
5.2	Funções de Transferência	89

5.2.1	Processo de Recuperação e Molhabilidade	89
5.2.2	Processo de Recuperação e Funções de Transferência	92
5.2.3	Análise de Sensibilidade	106
5.2.4	Desempenho de Reservatórios Fraturados	124
5.3	Resumo dos Resultados	144
6	Conclusão	147
7	Apêndice	149
	Apêndice A: Curvas de Permeabilidade Relativa e Pressão Capilar	149
	Apêndice B: Modelo Numérico de Dupla-Porosidade	153
	Apêndice C: Condições Iniciais e de Contorno	169
	Apêndice D: Critério de Convergência	170
	Referências	171

LISTA DE FIGURAS

	Página
2.1 Método do Ângulo de Contato a) Gota Sésil b) Gota Sésil Modificado . . .	8
2.2 Métodos de Medição	9
2.3 Células de Diferentes Meios Sobrepostas	13
2.4 Sudação: Equilíbrio Capilar/Gravitacional	16
2.5 Embebição a) Contra-corrente b) Concorrente	17
2.6 Curva de Pressão Capilar: Processo Espontâneo e Forçado	18
2.7 Continuidade Capilar	19
2.8 Classificação de Fratura (Nelson,2001)	20
2.9 Classificação de Fratura (Gilman et al.,2011)	23
3.1 Esquema: Fraturas como Condição de Cortorno da Matriz	24
3.2 a) Barenblatt et al. (1960)	26
3.3 b) Warren e Root (1963)	26
3.4 Esquema: Coluna de Fluidos Segregados	30
3.5 Esquema: Discretização em Subdomínio	31
3.6 Fluxo Viscoso Convencional	32
3.7 Fluxo Viscoso Gilman e Kazemi (1988)	32
3.8 Esquema: Fraturas como Condição de Contorno da Matriz	33

3.9	Esquema: Interpolação da Fratura na Face do Bloco de Matriz	36
4.1	Esquema da Metodologia	55
4.2	Grid 5x3x3	56
4.3	Malha Refinada	57
4.4	Classificação dos Casos Simulados: Gráfico de Gilman	61
5.1	Φ_1 : Pressão (Caso r0p0c0)	67
5.2	Φ_1 : Saturação de Água (Caso r0p0c0)	67
5.3	Φ_{2K1} : Pressão Matriz (Caso r1p1c1)	68
5.4	Φ_{2K1} : Saturação de Água Matriz (Caso r1p1c1)	68
5.5	Φ_{2K1} : Pressão Fratura (Caso r1p1c1)	69
5.6	Φ_{2K1} : Saturação de Água Fratura (Caso r1p1c1)	69
5.7	Φ_{2K2} : Pressão Matriz (Caso r2p1c1)	70
5.8	Φ_{2K2} : Saturação de Água Matriz (Caso r2p1c1)	70
5.9	Φ_{2K2} : Pressão Fratura (Caso r2p1c1)	71
5.10	Φ_{2K2} : Saturação de Água Fratura (Caso r2p1c1)	71
5.11	Φ_{2K1} : Pressão Matriz (Caso r9p1c1)	72
5.12	Φ_{2K1} : Saturação de Água Matriz (Caso r9p1c1)	72
5.13	Φ_{2K1} : Pressão Fratura (Caso r9p1c1)	73
5.14	Φ_{2K1} : Saturação de Água Fratura (Caso r9p1c1)	73
5.15	Φ_1 : Produção de Água e Óleo (Caso r0p0c0)	74
5.16	Φ_{2K1} : Produção de Água e Óleo (Caso r1p1c1)	74
5.17	Φ_{2K2} : Produção de Água e Óleo (Caso r2p1c1)	75
5.18	Φ_{2K1} : Produção de Água e Óleo (Caso r9p1c1)	75

5.19 (1-FR) - Fator de Recuperação (Casos r10p1c1,r9p1c1,r2p1c1,r1p1c1, r0p0c0)	76
5.20 $\Phi 2K1$: Pressão Matriz (Caso r9p1c1)	77
5.21 $\Phi 2K1$: Saturação de Água Matriz (Caso r9p1c1)	77
5.22 $\Phi 2K1$: Pressão Matriz (Caso r9p1c1)	78
5.23 $\Phi 2K1$: Saturação de Água Matriz (Caso r9p1c1)	78
5.24 $\Phi 2K1$: Produção de Água e Óleo (Caso r9p1c1)	79
5.25 Fluido e Rocha Compressível (Casos r6p1c2,r5p1c1,r2p1c2,r1p1c1,r0p0c0)	80
5.26 Fluido e Rocha Incompressível (Casos r6p3c2,r5p3c1,r2p3c2,r1p3c1, r0p4c0)	81
5.27 Tempo de Processamento x Tempo Simulado (Casos r12p3c2, r11p3c1, r0p4c0)	82
5.28 Tempo de Processamento x Número de Iterações (Casos r12p3c2, r11p3c1, r0p4c0)	83
5.29 $\Phi 2K1$: Efeito Capilar nas Fraturas em Diferentes Sistemas Fraturados (Ca- sos r11p2c1,r11p1c1,r1p2c1,r1p1c1)	84
5.30 $\Phi 2K2$: Efeito Capilar nas Fraturas em Diferentes Sistemas Fraturados (Ca- sos r12p2c2,r12p1c2,r2p2c2,r2p1c2)	84
5.31 $\Phi 2K1$: Efeito Capilar Desprezível nas Fraturas em Diferentes Sistemas Fra- turados (Casos r11p2c1,r5p2c1,r7p2c1,r1p2c1,r0p0c0)	85
5.32 $\Phi 2K2$: Efeito Capilar Desprezível nas Fraturas em Diferentes Sistemas Fra- turados (Casos r12p2c2,r6p2c2,r8p2c2,r2p2c2,r0p0c0)	86
5.33 $\Phi 2K1$: Efeito de Molhabilidade em Diferentes Sistemas Fraturados (Casos r11p6c1,r11p2c1,r5p6c1,r5p2c1,r7p6c1,r7p2c1,r1p6c1,r1p2c1,r0p5c0,r0p0c0)	87

5.34 $\Phi 2K2$: Efeito de Molhabilidade em Diferentes Sistemas Fraturados (Casos r12p6c2,r12p2c2,r6p6c2,r6p2c2,r8p6c2,r8p2c2,r2p6c2,r2p2c2,r0p5c0,r0p0c0)	87
5.35 Molhável à Água e Alta permeabilidade de Fratura (r7p2c1)	90
5.36 Molhável à Água e Baixa permeabilidade de Fratura (r1p2c1)	90
5.37 Molhabilidade Intermediária e Alta permeabilidade de Fratura (r7p6c1)	91
5.38 Molhabilidade Intermediária e Baixa permeabilidade de Fratura (r1p6c1)	91
5.39 Efeito Capilar: Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c1)	93
5.40 Efeito Capilar: Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c1)	94
5.41 Efeito Capilar: Parâmetros de Correção - Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c1)	95
5.42 Efeito Capilar: Parâmetros de Correção - Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c1)	95
5.43 Efeito Capilar/Gravitacional: Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c1)	96
5.44 Efeito Capilar/Gravitacional: Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c1)	97
5.45 Efeito Capilar/Gravitacional e Viscoso: Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c1)	98
5.46 Efeito Capilar/Gravitacional e Viscoso: Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c1)	99
5.47 Efeito Gravitacional: Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c1)	100
5.48 Efeito Gravitacional: Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c1)	100
5.49 Efeito Capilar e Viscoso: Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c1)	101
5.50 Efeito Capilar e Viscoso: Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c1)	102
5.51 Comparação Modelo Refinado: Alta Permeabilidade de Fratura (Caso r9p6c1)	103

5.52 Comparação Modelo Refinado: Baixa Permeabilidade de Fratura (Caso r3p6c1)	103
5.53 Ajuste do Caso Refinado: Alta Permeabilidade de Fratura (Caso r9p6c1) .	104
5.54 Ajuste do Caso Refinado: Baixa Permeabilidade de Fratura (Caso r3p6c1)	105
5.55 Efeito Permeabilidade da Matriz com Alta Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar (Casos r16p6c1,r17p6c1,r7p6c1,r18p6c1)	107
5.56 Efeito Permeabilidade de Matriz com Baixa Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar (Casos r13p6c1,r14p6c1,r1p6c1,r15p6c1)	107
5.57 Efeito Permeabilidade da Matriz com Alta Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar e Gravitacional (Casos r16p6c1,r17p6c1,r7p6c1,r18p6c1)	108
5.58 Efeito Permeabilidade de Matriz com Baixa Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar e Gravitacional (Casos r13p6c1,r14p6c1,r1p6c1,r15p6c1) . .	109
5.59 Efeito Permeabilidade da Matriz com Alta Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar, Gravitacional e Viscoso (Casos r16p6c1,r17p6c1,r7p6c1,r18p6c1)	110
5.60 Efeito Permeabilidade de Matriz com Baixa Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar, Gravitacional e Viscoso (Casos r13p6c1,r14p6c1,r1p6c1,r15p6c1)	110
5.61 Efeito Permeabilidade da Matriz com Alta Permeabilidade de Fratura: Efeito Gravitacional (Casos r16p6c1,r17p6c1,r7p6c1,r18p6c1)	111
5.62 Efeito Permeabilidade de Matriz com Baixa Permeabilidade de Fratura: Efeito Gravitacional (Casos r13p6c1,r14p6c1,r1p6c1,r15p6c1)	112
5.63 Efeito Permeabilidade da Matriz com Alta Permeabilidade de Fratura: Efeito Viscoso (Casos r16p6c1,r17p6c1,r7p6c1,r18p6c1)	113
5.64 Efeito Permeabilidade de Matriz com Baixa Permeabilidade de Fratura: Efeito Viscoso (Casos r13p6c1,r14p6c1,r1p6c1,r15p6c1)	113

5.65 Efeito Permeabilidade da Matriz com Alta Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar e Viscoso (Casos r16p6c1,r17p6c1,r7p6c1,r18p6c1)	114
5.66 Efeito Permeabilidade de Matriz com Baixa Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar e Viscoso (Casos r13p6c1,r14p6c1,r1p6c1,r15p6c1)	115
5.67 Efeito de Porosidade de Fraturas com Alta Permeabilidade de Fratura (Casos r7p6c1,r26p6c1,r27p6c1,r28p6c1)	116
5.68 Efeito de Porosidade de Fraturas com Baixa Permeabilidade de Fratura (Casos r1p6c1,r23p6c1,r24p6c1,r25p6c1)	116
5.69 Efeito de Densidade de Fraturas com Alta Permeabilidade de Fratura (Casos r9p6c1,r22p6c1,r7p6c1,r21p6c1)	117
5.70 Efeito de Densidade de Fraturas com Baixa Permeabilidade de Fratura (Casos r4p6c1,r20p6c1,r1p6c1,r19p6c1)	118
5.71 Efeito de Velocidade de Deslocamento com Alta Permeabilidade de Fratura (Casos r7p6c6,r7p6c5,r7p6c1,r7p6c4)	119
5.72 Efeito de Velocidade de Deslocamento com Baixa Permeabilidade de Fratura (Casos r1p6c6,r1p6c5,r1p6c1,r1p6c4)	119
5.73 IFP - Efeito de Direção com Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c4)	121
5.74 IFP - Efeito de Direção com Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c4)	122
5.75 IFP - Efeito de Direção com Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c4)	122
5.76 IC - Efeito de Direção com Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c4)	123
5.77 Classificação dos Casos: Gráfico de Gilman	124
5.78 IFP - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar	125
5.79 IC - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar	125
5.80 IFP - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar e Gravitacional	126

5.81 IC - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar e Gravitacional	127
5.82 IFP - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar, Gravitacional e Viscoso	128
5.83 IC - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar, Gravitacional e Viscoso	128
5.84 IFP - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Gravitacional	129
5.85 IC - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Gravitacional	130
5.86 IFP - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Viscoso	131
5.87 IFP - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar e Viscoso .	131
5.88 IC - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar e Viscoso . .	132
5.89 Recuperação em Reservatórios Naturalmente Fraturados (Allan e Sun, 2003)	133
5.90 IFP: Fator de Recuperação Final	134
5.91 IC: Fator de Recuperação Final	135
5.92 Gráfico de Gilman $k_{fm} \times \varpi_{\phi}$: Efeito Capilar	136
5.93 Gráfico de Gilman $\Lambda_A \times \varpi_{\phi}$: Efeito Capilar	137
5.94 Gráfico de Gilman $\Lambda_A \times k_{fm}$: Efeito Capilar	138
5.95 Gráfico de Gilman $k_{fm} \times \varpi_{\phi}$: Efeito Capilar e Gravitacional	139
5.96 Gráfico de Gilman $\Lambda_A \times \varpi_{\phi}$: Efeito Capilar e Gravitacional	140
5.97 Gráfico de Gilman $\Lambda_A \times k_{fm}$: Efeito Capilar e Gravitacional	140
5.98 Gráfico de Gilman $k_{fm} \times \varpi_{\phi}$: Efeito Capilar, Gravitacional e viscoso	141
5.99 Gráfico de Gilman $\Lambda_A \times \varpi_{\phi}$: Efeito Capilar, Gravitacional e Viscoso	142
5.100 Gráfico de Gilman $\Lambda_A \times k_{fm}$: Efeito Capilar, Gravitacional e Viscoso	142
7.1 KRPC1: Curva Pressão Capilar com Molhabilidade à Água	149

7.2	KRPC1: Curva de Permeabilidade Relativa com Molhabilidade à Água . . .	150
7.3	KRPC2: Curva de Pressão Capilar com Efeito Capilar Desprezível	150
7.4	KRPC2: Curva de Permeabilidade Relativa com Efeito Capilar Desprezível	151
7.5	KRPC3: Curva de Pressão Capilar com Molhabilidade Intermediária	151
7.6	KRPC3: Curva de Permeabilidade Relativa com Molhabilidade Intermediária	152
7.7	Jacobiano Ordenado Naturalmente por Meio	166
7.8	Jacobiano Ordenado Naturalmente por Célula	166

LISTA DE TABELAS

	Página
4.1 Propriedades do Sistema Fraturado e Matriz	58
4.2 Propriedades de Rocha e Fluido	60
4.3 Condição de Contorno	60
5.1 Molhabilidade pelo Método de Amott	86

LISTA DE NOMENCLATURAS

Letras Latinas

- A - área da projeção da superfície de controle em relação aos eixos cartesianos [L^2]
- b - constante adimensional
- B - fator volume de formação [L^3/L^3]
- D - coeficiente de difusão [L^2/T]
- c - compressibilidade [T/ML]
- f - fluxo fracionário
- F - fator de ajuste da função de transferência IC
- h - altura do contato entre fases medido em relação a base do bloco de matriz [L]
- H - altura do bloco de matriz [L]
- J - pressão capilar adimensionalizada
- k - permeabilidade absoluta [L^2]
- K - tensor de permeabilidade absoluta
- l - comprimento de sub-bloco de matriz [L]
- L - comprimento característico do bloco do grid [L]
- n - numero de células ou blocos
- P - pressão [M/LT^2]
- q - vazão volumétrica [L^3/T]
- r - recuperação de óleo condições de reservatório [L^3/L^3]
- R - resíduo da aproximação de diferenças finitas [L^3/T]
- S - saturação
- t - tempo [T]
- v - velocidade da fase perpendicular a superfície de controle [L/T]
- V - volume [L^3]

- w - ponderador das propriedades de interface
- x - comprimento em um eixo da base ortogonal de referência [L]
- y - comprimento em um eixo da base ortogonal de referência [L]
- z - comprimento em um eixo da base ortogonal de referência [L]
- Z - profundidade em relação a um potencial de referência [L]

Letras Gregas

- γ - peso específico [M/T²L²]
- δ - parâmetro da função de transferência IC
- ϵ - parâmetro de estabilidade da função de transferência IC
- η - constante de declínio da taxa de variação da embebição [1/T]
- θ - tempo transladado [T]
- \varkappa - raio adimensionalizado da equação de Warren e Root
- ι - tempo adimensionalizado da equação de Warren e Root
- λ - mobilidade da fase [L/MT]
- Λ - razão entre velocidade de transferência matriz-fratura em relação às fraturas
- μ - viscosidade [ML/T]
- ϕ - porosidade
- Ξ - parâmetro de ajuste da função de transferência IC
- ϖ - capacitância relativa do sistema fraturado
- ρ - massa específica da fase [M/L³]
- ς - tensão superficial [M/T²]
- τ - função de transferência entre o sistema poroso e fraturado [L³/T]
- Φ - potencial de escoamento [M/LT²]
- χ - concentração do componente na fase [mol/mol]
- Ψ - pressão adimensional da equação de Warren e Root
- Ω - taxa de variação da embebição [1/T]

Símbolos

- c_f - compressibilidade de poros [T/ML]
 d_f - densidade de fratura [1/L]
 CI - constante de integração
 D_x - operador diferencial
 F_c - Fator de Correção $0 \leq F_c \leq 1$
 F_R - Fator de recuperação [std m³/ std m³]
 F_s - Fator de sinal $F_s = \{-1, 1\}$
 k_{fm} - razão entre permeabilidade de fratura e de matriz
 k_r - permeabilidade relativa
 N_{gc} - razão entre forças gravitacionais e capilares
 N_p - volume de óleo produzido acumulado em condição de superfície [L^3]
 P_c - pressão capilar [M/LT²]
 r_w - raio do poço [L]
 R_s - razão de Solubilidade do componente gás na fase óleo [L^3/L^3]
 t_{D_g} - tempo adimensionalizado com termo gravitacional
 t_{D_c} - tempo adimensionalizado com termo capilar
 t_{D_1} - tempo adimensional de início produção do fluido deslocante
 t_1 - tempo de início produção do fluido deslocante
 γ^* - peso específico dos fluidos na fratura ponderado pelas saturações
 τ^* - função de transfrência matriz-fratura fluxo mássico [M/T]
 σk - fator de forma [L^2/L^2]
 Δ - operador Laplaciano ou indica variação de uma grandeza
 ∇ - operador gradiente
 $\nabla \cdot$ - operador divergente

Subescrito

α	- fase
β	- fase deslocante
ξ	- componente
o	- óleo
w	- água
g	- gás
f	- fratura ou sistema fraturado
c	- célula
m	- célula vizinha
b	- bloco
sb	- sub-bloco
sd	- sub-célula
s	- face de um bloco ou célula
vc	- volume de controle
sc	- superfície de controle
1	- primário
2	- secundário
x, y, z	- direção da base ortogonal
i, j, k	- posição da célula na malha Cartesiana
0	- condição inicial
cr	- valor crítico
u	- valor último obtido para tempo suficientemente longo
r	- valor residual
ir	- valor irreductível
in	- valor inicial
t	- total

- D - adimensional
- fa - frente de avanço
- e - fronteira externa

Sobrescrito

- o - condição de referência de pressão e temperatura
- \wedge - meio fraturado
- $'$ - derivada
- \sim - entre meio fraturado e poroso
- $*$ - condição de equilíbrio capilar/gravitacional
- n - iteração linear
- ν - iteração não-linear
- ref - referência
- V - vertical
- H - horizontal
- ps - pseudo-curva
- max - valor máximo
- $..$ - valor normalizado ou efetivo da fase livre

Siglas e Nomes

- CMG - *Computing Modelling Group*: Fabricante de *Software*
- ECLIPSE 100/200 - Simulador de Reservatórios *Black-Oil trademark@GEOQUEST*
- GEOQUEST - Fabricante de *Software*
- IC - *Imperial College, University of London*
- IFP - *Institut Français du Pétrole*
- IMEX - Simulador de Reservatórios *Black-Oil trademark@CMG*
- USBM - *United States Bureau of Mines*

1 Introdução

A representação das heterogeneidades em reservatórios de petróleo é um dos principais desafios na modelagem do escoamento de fluidos e influencia diretamente no ajuste de histórico e na confiabilidade das curvas de previsão de produção.

As fraturas são importantes heterogeneidades frequentemente encontradas em rochas carbonáticas. Elas alteram sensivelmente o escoamento de fluidos, uma vez que possuem condutividade hidráulica e efeito capilar distintos da matriz, caracterizando descontinuidades do meio poroso.

O comportamento capilar é controlado pela estrutura porosa do meio, bem como pela molhabilidade do sistema rocha-fluido. A molhabilidade é resultante do equilíbrio entre as fases obtido pela formação de uma interface, ou de um filme adsorvido na superfície da rocha no caso fluido-rocha, e é determinada por: geometria dos poros, composição dos fluidos, composição e característica mineralógica da rocha em determinada condição de temperatura e pressão, bem como pelo histórico dos processos de superfície ocorridos na rocha.

As fraturas geralmente possuem baixa capacidade de armazenamento de óleo em comparação com o meio poroso, mas em contrapartida apresentam alta condutividade hidráulica, cuja efetividade depende do grau de intercomunicação entre as fraturas. Assim, em um reservatório com um sistema fraturado altamente intercomunicado, o meio poroso ou matriz torna-se separado em blocos. A continuidade capilar dos blocos de matriz pode ser estabelecida tanto por meio de pontos de contato através das fraturas, quanto por meio de pontes constituídas pelos filmes adsorvidos, mas neste último caso a espessura da fratura deve ser suficientemente pequena para que as pontes se formem.

A injeção de água é um método de recuperação convencional largamente utilizado, no entanto, em reservatórios fraturados, a alta condutividade das fraturas pode reduzir a eficiência de varrido, formando canais preferenciais de escoamento, característica que é intensificada pela descontinuidade do meio poroso e molhabilidade do sistema rocha-fluido ao óleo. A alta condutividade da fratura reduz o gradiente de pressão exercido no bloco de matriz, reduzindo portanto o deslocamento de óleo por água, que é essencial

na efetividade da recuperação, haja vista que o óleo está principalmente armazenado no meio poroso. Assim, se o gradiente de pressão ao longo do bloco de matriz for desprezível, o deslocamento do óleo por água ocorre apenas por embebição de água na matriz através de processo espontâneo que se encerra quando o equilíbrio capilar é alcançado. A saturação de equilíbrio capilar, entretanto, resulta em menor recuperação final em sistemas com molhabilidade intermediária ou preferência de molhabilidade ao óleo em relação a sistemas fortemente molháveis à água. Contudo, o deslocamento de óleo por água na matriz pode ser realizada por embebição forçada através dos processos de drenagem gravitacional e deslocamento viscoso.

O processo de drenagem gravitacional refere-se ao equilíbrio hidrostático entre as fases no meio poroso e na fratura. A coluna de água na fratura exerce uma pressão na base do bloco de matriz superior à coluna de óleo na matriz, o que provoca a embebição de água na matriz. Esse efeito é tão maior quanto maior for a altura do bloco de matriz. O processo de deslocamento viscoso refere-se ao gradiente de pressão exercido ao longo do bloco de matriz resultado das perdas de energia no escoamento pelas fraturas.

A continuidade capilar está diretamente relacionada aos processos de drenagem gravitacional e deslocamento viscoso. A continuidade capilar permite que a drenagem gravitacional atue em toda espessura de um conjunto de blocos de matriz e não apenas na altura dos blocos individuais. Além disso, permite que haja deslocamento viscoso mesmo com alta intercomunicação das fraturas, estabelecendo um gradiente de pressão no meio poroso.

A simulação dos reservatórios fraturados é convencionalmente realizada utilizando-se o modelo de dupla porosidade, que é implementado nos principais simuladores comerciais. O modelo de dupla porosidade considera que o reservatório é constituído por dois meios, poroso e fraturado, independentes, mas intercomunicados entre si através de termos fonte/sumidouro chamados de funções de transferência.

As funções de transferência são uma simplificação 0-D (modelo de tanque) dos fenômenos envolvidos no processo de recuperação, evitando uma maior discretização da malha para representá-los. Dessa maneira, o comportamento da curva de recuperação está intimamente relacionado aos modelos utilizados nas funções de transferência e,

portanto, à representação dos processos físicos envolvidos.

1.1 Motivação

Uma nova fronteira exploratória foi recentemente descoberta no Brasil, na Bacia de Santos, com estimativas de grandes volumes de óleo em rochas carbonáticas, em que reservatórios naturalmente fraturados e sistemas rocha-fluido com molhabilidade intermediária a preferencialmente molhável ao óleo podem ser encontrados.

Os simuladores comerciais disponíveis à indústria do petróleo utilizam, em geral, o modelo de dupla porosidade para simular reservatórios fraturados, mas possuem funções de transferência distintas, e conseqüentemente diferentes modelos para representar os fenômenos físicos envolvidos na recuperação.

A injeção de água é o principal método de recuperação utilizado na Bacia de Campos, no entanto, a previsão da efetividade desse método depende da representação adequada principalmente dos fenômenos físicos, que são considerados nos modelos de dupla porosidade através das funções de transferência.

1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é avaliar o comportamento do modelo de dupla porosidade na previsão de recuperação de óleo através da injeção de água em reservatórios carbonáticos naturalmente fraturados com molhabilidade intermediária a molhável preferencialmente ao óleo, comparando resultados obtidos com funções de transferência distintas e relacionando-se os fenômenos físicos envolvidos e parâmetros de caracterização.

1.3 Estrutura da Dissertação

No capítulo 1 é realizada a introdução do trabalho, onde é inserida a problemática do tema, incluindo a motivação, objetivos e a organização da dissertação.

No capítulo 2 é apresentada a fundamentação teórica, na qual são colocados os conceitos de molhabilidade e descritos os principais modelos de reservatórios fraturados, assim como os processos de recuperação que ocorrem neste tipo de reservatório.

No capítulo 3 é apresentada a revisão bibliográfica, onde consta descrição das principais funções de transferência disponíveis na literatura.

No capítulo 4 é apresentada a metodologia do trabalho, incluindo a descrição dos casos simulados, os parâmetros de caracterização considerados e as funções de transferência utilizadas, bem como a implementação do modelo de dupla porosidade e das funções de transferência.

No capítulo 5 é realizada a validação do simulador de dupla porosidade construído, e a comparação das funções de transferência considerando os parâmetros de caracterização descritos no capítulo 4.

No capítulo 6 é realizado o resumo das conclusões obtidas.

2 Fundamentação Teórica

Neste capítulo são descritos os conceitos essenciais ao entendimento do trabalho, ou seja, os fundamentos sobre molhabilidade, incluindo-se classificação e métodos de medição. Além disso, descrevem-se os principais conceitos do modelo numérico de dupla porosidade utilizado para simular reservatórios naturalmente fraturados.

2.1 Molhabilidade

2.1.1 Definição

A molhabilidade é um fenômeno de superfície que é caracterizado pelo equilíbrio entre diferentes fases através da formação de uma interface que define a separação entre elas. Esse processo, sendo um fenômeno de superfície, é controlado por interações elétricas de dupla camada (*Electric Double Layer Interaction*) através da qual há a separação de cargas elétricas ao longo da superfície da interface, gerando uma diferença de potencial elétrico. A molhabilidade é então definida pela formação de um filme, que é adsorvido na interface por uma das fases, resultado dessas interações elétricas através de forças de van der Waals, entre elas forças de London, Keesom e Debye.

2.1.2 Classificação de Molhabilidade

A molhabilidade é classificada conforme a área da superfície que é molhada por determinado fluido, assim como a distribuição dos fluidos molhantes nessa superfície, particularmente, à superfície dos poros de rochas reservatórios.

A molhabilidade resultante de interações elétricas depende da natureza e das características físico-químicas das fases envolvidas, portanto, não pode ser atribuída a uma das fases apenas, outrossim ao sistema. Além disso, a molhabilidade pode ser alterada quando as características físico-químicas das fases são alteradas.

O sistema de maior interesse na engenharia de reservatórios é o sistema água/óleo/rocha, uma vez que a fase gás será não molhante na presença dos outros dois fluidos. A molhabilidade é classificada neste sistema como:

1. Molhabilidade à Água
2. Molhabilidade ao Óleo
3. Molhabilidade Fracional
4. Molhabilidade Intermediária
5. Molhabilidade Mista
6. Molhabilidade Neutra

Molhabilidade à Água. O sistema é considerado molhável à água quando uma área maior que 50% da superfície da rocha é molhada por água. A água neste sistema ocupa principalmente os menores poros, formando uma fase contínua. Assim, uma rocha preferencialmente molhável à água mas saturada com óleo irá embeber água espontaneamente quando colocada em contato com essa fase.

Molhabilidade ao Óleo. O sistema é considerado molhável ao óleo quando uma área maior que 50% da superfície da rocha é molhada por óleo. O óleo neste sistema ocupa principalmente os menores poros, formando uma fase contínua. Assim, uma rocha preferencialmente molhável ao óleo mas saturada com água irá embeber óleo espontaneamente quando colocada em contato com essa fase.

Molhabilidade Fracional. O sistema possui molhabilidade fracional se as fases óleo e água forem distribuídas aleatoriamente pela superfície da rocha fortemente adsorvidas, conforme definido por Brown e Fatt (1956). A molhabilidade fracional é também chamada de molhabilidade heterogênea ou dalmatiana.

Molhabilidade Intermediária. O sistema apresenta molhabilidade intermediária quando há apenas leve preferência da fase água ou fase óleo em molhar a rocha, no entanto, a molhabilidade é homogênea na superfície da rocha, diferentemente da molhabilidade fracional.

Molhabilidade Mista. O sistema possui molhabilidade mista quando os poros menores são molháveis à água enquanto os poros maiores são molháveis ao óleo, ambos formando fases contínuas, conforme definido por Salathiel (1973). Anderson (1986b) refere-se à molhabilidade mista como um tipo especial de molhabilidade fracional.

Molhabilidade Neutra. O termo molhabilidade neutra, segundo Anderson (1986b), refere-se ao sistema que não possui forte preferência por água e tampouco óleo, ou seja, molhabilidade intermediária. Donaldson e Alam (2008), por sua vez, dizem que molhabilidade neutra é um termo geral que refere-se tanto a molhabilidade fracional quanto a molhabilidade mista.

2.1.3 Medição de Molhabilidade

Os métodos mais aceitos para medição de molhabilidade, segundo Anderson (1986b), são:

1. Método do Ângulo de Contato
2. Método Amott
3. Método USBM

Ângulo de Contato A molhabilidade é obtida pela medição do ângulo de contato macroscópico formado por um fluido espalhado sobre uma superfície sólida na condição de equilíbrio. A medição do ângulo de contato na indústria do petróleo é geralmente realizada com o esquema da gota séssil, onde uma única gota de água é colocada sobre uma

superfície lisa horizontal e o sistema é imerso em óleo, ou o esquema da gota séssil modificado, onde uma única gota de água é colocada entre superfícies lisas horizontais e o sistema também é imerso em óleo, conforme mostrado na Figura 2.1. Assim, se a gota de água imersa em óleo se espalhar sobre a superfície na condição de equilíbrio formando um ângulo $\theta < 90^\circ$, o sistema mostra-se com molhabilidade preferencial à água, que é tão maior quanto menor o ângulo. Mas, caso a gota de água assumira uma geometria que reduza a superfície de contato na condição de equilíbrio formando um ângulo $\theta > 90^\circ$, o sistema apresenta preferência a molhabilidade ao óleo, que é tão maior quanto maior o ângulo. No caso do esquema da gota séssil modificado realiza-se uma perturbação deslocando uma das superfícies horizontalmente, formando-se após o equilíbrio um ângulo de contato de avanço (θ_a) e um ângulo de contato de recuo (θ_r) devido efeito de histerese, conforme mostrado na Figura 2.1.

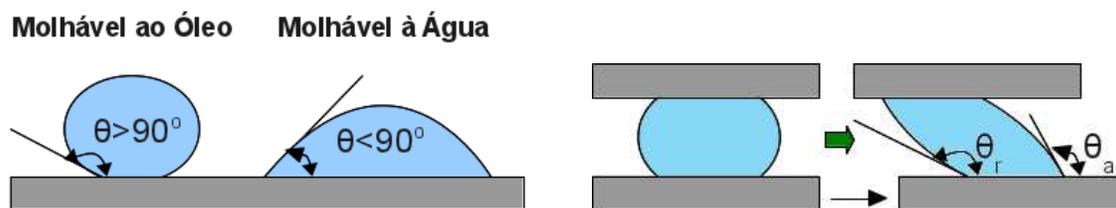


Figura 2.1: Método do Ângulo de Contato a) Gota Séssil b) Gota Séssil Modificado

O método do ângulo de contato não leva em consideração a rugosidade da superfície, heterogeneidade e geometria da rocha reservatório, já que é realizado em superfícies lisas, planas e homogêneas.

Método Amott. O deslocamento é realizado medindo-se os volumes de água e óleo que são embebidos espontaneamente com uma célula de embebição, e em seguida realizado um processo forçado com uma centrífuga ou bomba. As medições são realizadas no processo de embebição e drenagem separadamente. No processo de embebição inicia-se a medição com a amostra na saturação irreduzível de água, que é imersa em água para realização do deslocamento espontâneo ao final do qual injeta-se água para realização do deslocamento forçado. O processo de drenagem é realizado após o processo de

embebição com a amostra na saturação irreduzível de óleo, que nesse caso é imersa em óleo durante o deslocamento espontâneo, e o deslocamento forçado realizado injetando-se óleo. A molhabilidade é calculada pelo índice de Amott-Harvey:

$$I_{AH} = I_w - I_o \quad (2.1)$$

onde $I_w = \frac{S_2 - S_1}{S_4 - S_1}$ e $I_o = \frac{S_4 - S_3}{S_4 - S_1}$, conforme Figura 2.2. O índice de Amott-Harvey varia no intervalo $-1 \leq I_{AH} \leq 1$, sendo $I_{AH} = -1$ fortemente molhável a óleo e $I_{AH} = 1$ fortemente molhável a água.

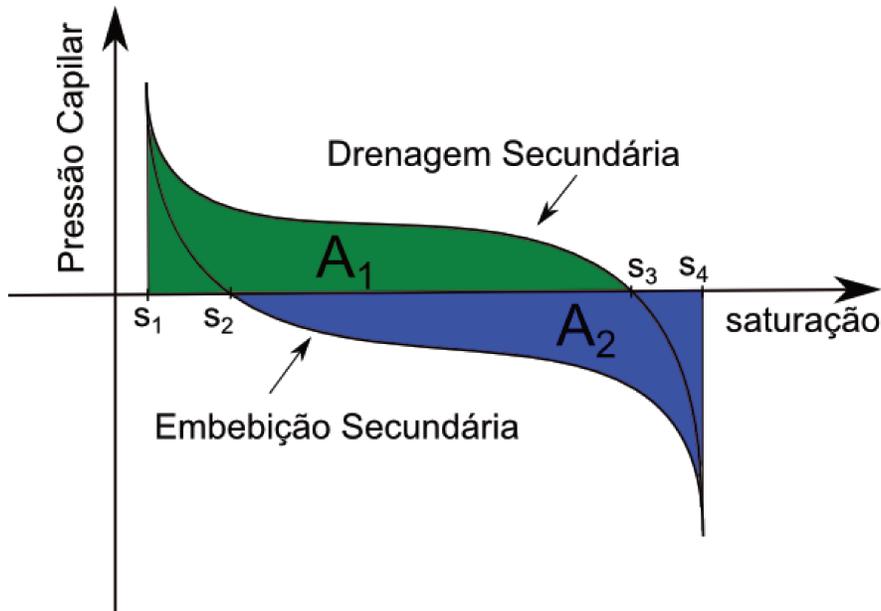


Figura 2.2: Métodos de Medição

Segundo Morrow (1990), uma deficiência desse teste consiste em não distinguir diferentes graus de forte molhabilidade à água, já que todos fornecem valores muito próximos da unidade. Anderson (1986b), por sua vez, ressalta a dificuldade de medição de molhabilidade próxima à molhabilidade neutra, já que o método apresenta pouca sensibilidade, pois nesse caso não se observa embebição espontânea.

Método USBM. O método USBM (*United States Bureau of Mines*) é realizado com um teste de deslocamento através de um centrífuga medindo-se os volumes e as pressões

durante os processos de embebição e drenagem. A molhabilidade é calculada pelo índice USBM:

$$I_{USBM} = \text{Log}\left(\frac{A_1}{A_2}\right) \quad (2.2)$$

onde A_1 e A_2 são as áreas sobre a curva de pressão capilar, representadas na Figura 2.2. As áreas sobre as curvas de pressão capilar de embebição e drenagem representam o trabalho externo realizado durante o deslocamento, que em um sistema fechado com um processo reversível corresponde à variação da energia livre de Helmholtz (Morrow, 1969). O índice varia no intervalo $-\infty \leq I_{USBM} \leq +\infty$, contudo, segundo Abdallah et al. (2007), a maioria das medidas permanecem no intervalo $-1 \leq I_{USBM} \leq +1$, sendo $I_{USBM} = -1$ fortemente molhável a óleo e $I_{USBM} = 1$ fortemente molhável a água.

A medição poder ser realizada mais rapidamente que o método de Amott, já que todo o processo de deslocamento é realizado em uma centrífuga, porém pelo mesmo motivo só pode ser realizado em amostras pequenas (*plug*). O método USBM, diferentemente do método de Amott, apresenta sensibilidade em molhabilidades próximas à molhabilidade neutra, mas por outro lado, segundo Anderson (1986b) não distingue molhabilidade fracional de molhabilidade mista, o que é possível de ser obtido com o método de Amott.

2.2 Simulação de Reservatórios Fraturados

A simulação de reservatórios fraturados deve incluir o efeito das fraturas. A representação dessas fraturas explicitamente na malha de simulação requer um grande número de células com utilização de refinamento, o que torna inviável em termos práticos a simulação de casos reais. Modelos ou métodos foram desenvolvidos para lidar com essa dificuldade, sendo os principais utilizados:

1. Modelo de Múltiplos Domínios
2. Modelo de Fraturas Discretas
3. Pseudo-Curvas

Modelo de Múltiplos Domínios. Os meios são discretizados independentemente e conectados através de termos fonte/sumidouro. O modelo de dupla-porosidade (Φ_2) é um caso particular do modelo de múltiplos domínios, onde há dois domínios, ou meios, poroso e fraturado. Os domínios podem ainda ser discretizados em um subdomínio, mas neste caso a discretização dos meios não é a mesma. Neste modelo consideram-se fraturas de dimensões inferiores ao tamanho da célula através da homogeneização das propriedades.

Modelo de Fraturas Discretas. As fraturas são representadas discretamente através de células. Os meios podem ser independentes, mas comunicados através de conexões apropriadas para evitar um grande aumento do número de células devido à utilização de refinamento ou então através de uma única malha não-estruturada. No último caso, frequentemente utiliza-se uma aproximação numérica pelo método dos elementos finitos. Neste modelo consideram-se fraturas com dimensões das células utilizadas e, por conseguinte, a representação é mais adequada para fraturas de dimensões maiores.

Pseudo-Curvas. As fraturas são representadas através de pseudo-curvas de pressão capilar e permeabilidade relativa utilizando-se o modelo numérico de apenas um domínio - o meio poroso (Φ_1). Este modelo é adequado quando a transferência entre matriz e fratura é muito rápida de tal forma que o sistema matriz-fratura se comporte como um único meio.

2.3 Modelo de Dupla-Porosidade

Barenblatt et al. (1960) desenvolveram o modelo de dois meios, ou domínios, ou dupla porosidade (Φ_2) para reservatórios fraturados, separando-o em um sistema fraturado e a rocha matriz, independentes, mas intercomunicados. Esses meios são sobrepostos fisicamente no mesmo espaço, assim em cada ponto do espaço há uma dupla de cada variável (pressão, saturação, composição, e etc...) referentes aos meios poroso e fratu-

rado. Segundo Barenblatt et al. (1960), as variáveis representam valores médios ao redor de um ponto, que devem ser obtidos em uma escala suficientemente grande, para que sejam representativos de um grande número de blocos, bem como um grande número de poros, mas em volumes relativamente pequenos para que seja válida a hipótese do contínuo e, conseqüentemente, a análise diferencial.

Este modelo foi generalizado para escoamento multifásico por Kazemi et al. (1976) em um sistema isotérmico utilizando modelo termodinâmico β , conforme Equação 2.3:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \left(\frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha B_\alpha} K \nabla \Phi_\alpha \right) V_{vc} + \tau_\alpha + q_\alpha = V_{vc} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_\alpha}{B_\alpha} \right) \\ \nabla \cdot \left(\frac{\hat{k}_{r\alpha}}{\hat{\mu}_\alpha \hat{B}_\alpha} \hat{K} \nabla \hat{\Phi}_\alpha \right) V_{vc} - \tau_\alpha + \hat{q}_\alpha = V_{vc} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\hat{\phi} \hat{S}_\alpha}{\hat{B}_\alpha} \right) \end{cases} \quad (2.3)$$

onde: $V_{vc} = \Delta x \Delta y \Delta z$. A conservação de massa é realizada para cada meio independentemente e a intercomunicação dos meios é realizada por termos fonte/sumidouro, de tal forma que a massa que sai de um meio entra no outro.

Nos sistemas fraturados em que os blocos de matriz comunicam-se fisicamente entre si, há transferência de massa entre eles. Neste caso o modelo é chamado de dupla porosidade permeabilidade dupla ($\Phi 2K2$). Todavia, em sistemas em que o meio poroso é totalmente descontínuo, ou seja, no qual não há transferência de massa entre blocos de matriz, o modelo é chamado de dupla porosidade permeabilidade simples ($\Phi 2K1$), e a equação 2.3 é reescrita como:

$$\begin{cases} \tau_\alpha + q_\alpha = V_{vc} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_\alpha}{B_\alpha} \right) \\ \nabla \cdot \left(\frac{\hat{k}_{r\alpha}}{\hat{\mu}_\alpha \hat{B}_\alpha} \hat{K} \nabla \hat{\Phi}_\alpha \right) V_{vc} - \tau_\alpha + \hat{q}_\alpha = V_{vc} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\hat{\phi} \hat{S}_\alpha}{\hat{B}_\alpha} \right) \end{cases} \quad (2.4)$$

No modelo de dupla porosidade os meios poroso e fraturado são sobrepostos fisicamente no espaço e a discretização desse espaço produz duas malhas iguais uma para cada meio também sobrepostas no espaço. Assim, cada célula de matriz possui uma célula de fratura correspondente, conforme mostrado na figura 2.3.

No modelo de subdomínio, por sua vez, os meios poroso e fraturado são sobrepostos e o espaço é discretizado formando duas malhas iguais, porém uma das malhas é

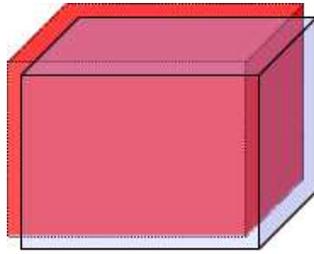


Figura 2.3: Células de Diferentes Meios Sobrepostas

subdiscretizada em subespaços, ou subdomínios, coincidentes com cada célula da malha. Assim, a malha da matriz é subdiscretizada em um subdomínio, e todas as células de matriz nesse subdomínio estão associadas a uma única célula de fratura da malha correspondente. Portanto, no modelo de subdomínio a matriz e fratura não possuem a mesma discretização e, por conseguinte, não possuem o mesmo número de variáveis bem como equações.

As fraturas estão fisicamente no interior do volume do espaço definido por cada célula da malha, mas são representadas pela célula da malha que as contém fisicamente. As células de fratura devem, portanto, possuir propriedades equivalentes ao do sistema fratura, ou seja, as propriedades são homogeneizadas. A descrição detalhada do modelo numérico de dupla porosidade é realizada no Apêndice B.

2.4 Processos de Recuperação em Reservatórios Fraturados

Nos reservatórios fraturados ocorrem processos de recuperação particulares, devido à descontinuidade do meio poroso, assim como as características de condutividade hidráulica e capilar das fraturas. Os principais processos de recuperação em reservatórios fraturados são:

1. Difusão
2. Expansão de Fluidos
3. Embebição
4. Drenagem Gravitacional
5. Deslocamento Viscoso
6. Convecção Natural

Difusão. A difusão, ou mais especificamente difusão molecular, envolve transferência de massa entre a matriz e fratura devido à diferença de concentração de um componente em determinada fase entre os meios. Este fenômeno não é considerado no modelo termodinâmico β , também chamado *Black-Oil*.

Expansão de Fluidos. A expansão de fluidos refere-se ao deslocamento de fluidos entre os meios causado pela variação de volume das fases devido à diferença de pressão entre eles. A produção de óleo da matriz para a fratura ocorre devido à redução da pressão na fratura, que causa aumento de volume do óleo na matriz, o qual se expande provocando, conseqüentemente, deslocamento para a fratura. Por isso, este mecanismo é mais significativo em sistemas depletivos.

Embebição. A embebição refere-se ao processo espontâneo de deslocamento que ocorre na matriz para que o meio poroso e as fraturas alcancem o equilíbrio capilar. Assim, em um sistema onde o bloco de matriz é cercado por fraturas saturadas com água, há invasão dessa água na matriz e o deslocamento de óleo para a fratura. Esse processo ocorre com o potencial da fase óleo na matriz e fratura iguais, e prossegue até que o equilíbrio capilar seja alcançado. Portanto, quanto mais forte a molhabilidade ao óleo do sistema, menor a saturação de água na condição de equilíbrio, logo, menor o volume de óleo deslocado da matriz para a fratura.

Drenagem Gravitacional. A drenagem gravitacional está relacionada ao equilíbrio hidrostático entre as colunas de fluidos da matriz e da fratura das fases contínuas e móveis, ou seja, à diferença de saturação entre os meios. Assim, em um sistema onde o bloco de matriz é cercado por fraturas saturadas com água, há um desequilíbrio hidrostático na base do bloco, já que a pressão exercida pela coluna de água na fratura é superior àquela exercida pela coluna de óleo na matriz, causando, portanto, deslocamento de óleo por água em sentido ascendente. O mesmo processo ocorre para drenagem gravitacional gás/óleo, mas o deslocamento nesse caso é descendente e o gás entra pelo topo do bloco de matriz. A entrada de água na base do bloco de matriz, todavia, é controlada pelo comportamento capilar da matriz, assim, para sistemas molháveis ao óleo ou com molhabilidade intermediária o processo alcança o equilíbrio em uma saturação inferior à máxima saturação de água ($1 - S_{or}$). A saturação de equilíbrio ocorre através de deslocamento forçado provocado pelo desequilíbrio hidrostático, após término da embebição espontânea, que se encerra quando a pressão capilar é suficientemente grande para restabelecer o equilíbrio estático entre os meios com diferentes saturações.

Deslocamento Viscoso. O deslocamento viscoso é um processo que ocorre devido à diferença de pressão ao longo do bloco de matriz, que pode ser estabelecido pelo gradiente de pressão na fratura. A redução da condutividade da fratura causa diminuição da difusividade da pressão no meio que, por sua vez, provoca aumento do gradiente de pressão ao longo do reservatório. Assim, quanto menor a condutividade de fratura, maior

o efeito viscoso. A comunicação entre blocos de matriz permite que seja estabelecido um gradiente de pressão no meio poroso, favorecendo o deslocamento viscoso mesmo em sistemas fraturados altamente intercomunicados.

Convecção Natural. A convecção natural corresponde ao movimento espontâneo dos fluidos causado pela variação da densidade de determinada fase ao longo do reservatório, e consequente desequilíbrio da coluna hidrostática, devido à variação de composição ou temperatura. As fraturas verticais facilitam o movimento de convecção acelerando o processo até que o equilíbrio hidrostático seja restabelecido. Este mecanismo não é considerado em sistemas termodinâmicos isotérmicos ou β , já que, respectivamente, não se consideram a variação de temperatura e a composição das fases.

A recuperação é obtida por determinado processo de recuperação ou combinação de diferentes processos, que pode variar em função da direção de deslocamento, uma vez que os processos originários do fenômeno gravitacional (Drenagem Gravitacional e Convecção Natural) ocorrem apenas na direção vertical. Uma combinação particularmente importante é a do processo de embebição e drenagem gravitacional, também chamado processo de sudação. Essa combinação ocorre apenas na direção vertical, visto que a drenagem gravitacional ocorre apenas nessa direção. A sudação reflete o equilíbrio capilar/gravitacional entre o bloco de matriz e as fraturas, conforme mostrado na Figura 2.4.

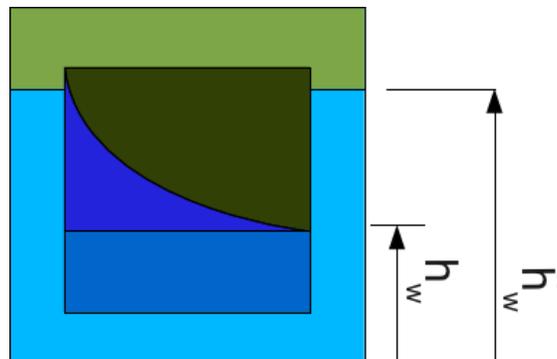


Figura 2.4: Sudação: Equilíbrio Capilar/Gravitacional

O equilíbrio capilar gravitacional ocorre em duas etapas: na primeira etapa há a invasão do fluido deslocante, no caso água, até que a diferença de equilíbrio dos níveis de determinada fase seja alcançada entre a matriz e a fratura; na segunda etapa ocorre uma redistribuição de saturação na matriz que respeite o equilíbrio capilar/gravitacional.

2.5 Deslocamento por Embebição

O processo embebição pode ocorrer através de deslocamento concorrente ou contra-corrente conforme Figura 2.5. No deslocamento concorrente o fluido deslocante (água) entra na matriz provocando a saída do fluido deslocado (óleo) na mesma direção, mas em sentido oposto, o que ocorre em todas as direções se o bloco de matriz estiver imerso no fluido deslocante. No deslocamento concorrente, por sua vez, o fluido deslocado sai da matriz na mesma direção e sentido que o fluido deslocante entra nela.

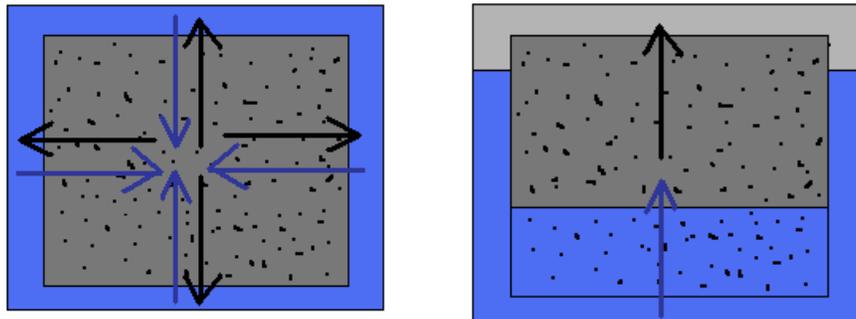


Figura 2.5: Embebição a) Contra-corrente b) Concorrente

O processo de embebição contracorrente está relacionado ao processo de embebição espontânea, ao passo que o processo de embebição concorrente está relacionado ao processo de embebição forçada. Os processos espontâneo e forçado são mostrados na curva de pressão capilar na Figura 2.6.

A embebição de água na matriz inicia-se por um processo espontâneo em um deslocamento contracorrente que se encerra quando é alcançado o equilíbrio capilar entre a matriz e a fratura. Terminado o processo espontâneo, a embebição prossegue através de um processo forçado em um deslocamento concorrente até que a máxima saturação do

fluido deslocante na matriz seja alcançada, ou seja, $(1 - S_{or})$.

O deslocamento forçado é especialmente importante em reservatórios fraturados com sistemas molháveis ao óleo ou molhabilidade intermediária, já que nestes casos a saturação de equilíbrio capilar, obtido com o processo espontâneo, é inferior à máxima saturação do fluido deslocante $(1 - S_{or})$, sendo tão menor quanto maior a preferência de molhabilidade ao óleo.

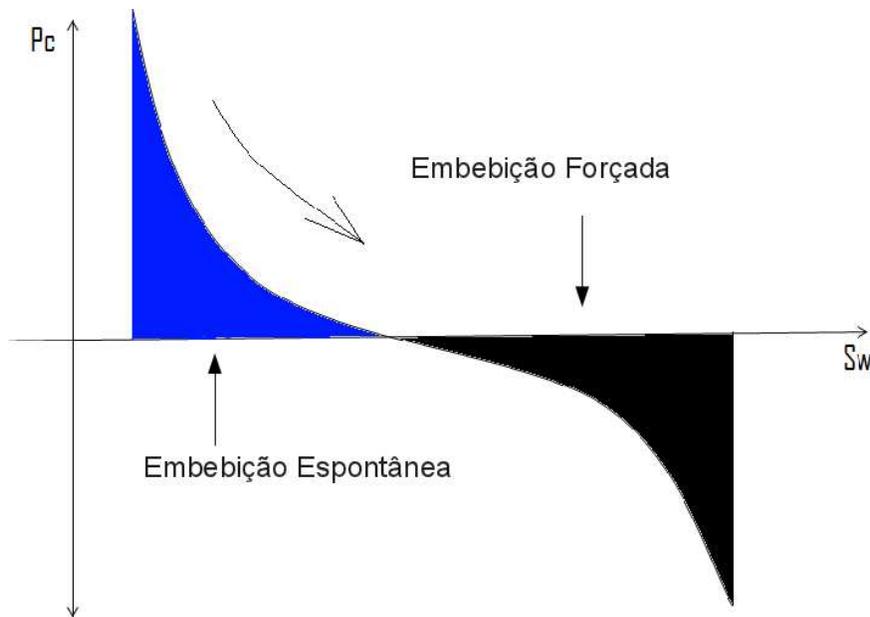


Figura 2.6: Curva de Pressão Capilar: Processo Espontâneo e Forçado

Firoozabadi (2000) mostrou que em sistemas fraturados fracamente molháveis à água é possível, através de deslocamento concorrente, obter-se recuperação superior a sistemas fortemente molháveis à água por deslocamento contracorrente se uma diferença de pressão suficientemente grande for aplicada ao longo do bloco de matriz.

2.6 Continuidade Capilar

A capilaridade consiste em um fenômeno de superfície, associado à molhabilidade, que ocorre devido a interações elétricas entre uma superfície sólida e duas ou mais fases fluidas e controla a distribuição dessas fases no conduto capilar, relacionando-se, portanto,

com a habilidade das fases em moverem-se relativamente entre si. Estas interações elétricas manifestam-se em escala bastante reduzida, assim, o fenômeno capilar se torna apreciável em condutos de dimensões bastante reduzidas como os poros da rocha reservatório (ordem de grandeza de $1 \mu\text{ m}$).

A continuidade capilar refere-se à ocorrência do fenômeno capilar ao longo do reservatório. Este fenômeno está presente no meio poroso, contudo, pode ser interrompido nas fraturas, que separam os blocos de matriz, pois possuem espessura com dimensão geralmente muito superior ao diâmetro dos poros da matriz.

A continuidade capilar interrompida pelas fraturas pode ser estabelecida através de pontos de contato entre os blocos ou através da formação de pontes entre os filmes adsorvidos às superfícies dos blocos caso a espessura das fraturas seja suficientemente pequena.

Horie et al. (1990) mostram que em uma coluna formada por blocos de matriz separados obtém-se uma recuperação final por drenagem gravitacional gás/óleo equivalente àquela obtida por um único bloco de mesmo tamanho se for estabelecida continuidade capilar, mas caso contrário observa-se uma redução bastante significativa da recuperação, conforme mostrado na Figura 2.7.

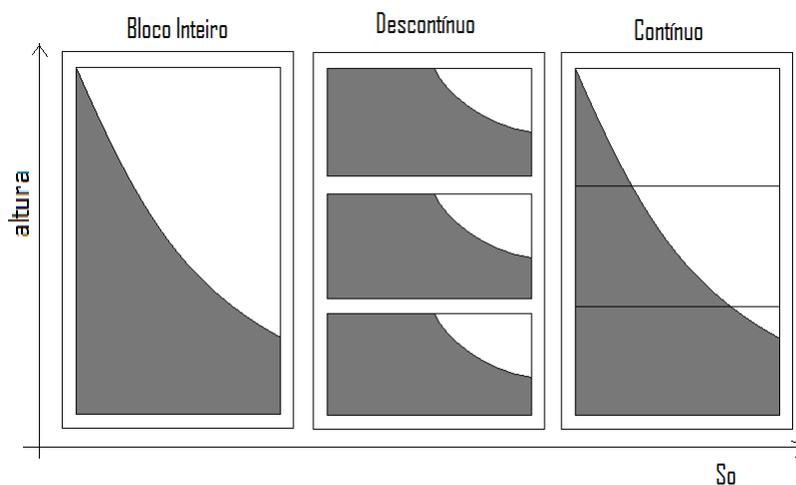


Figura 2.7: Continuidade Capilar

No caso em que se estabelece continuidade capilar entre os blocos, o equilíbrio capilar/gravitacional é realizado em toda a espessura porosa e não apenas de um bloco

individual, o que favorece o processo de drenagem gravitacional, posto que aumenta o efeito gravitacional.

A continuidade capilar permite ainda que sejam estabelecidos gradientes de pressão ao longo do meio poroso mesmo em um sistema fraturado altamente intercomunicado, favorecendo o processo de deslocamento viscoso.

2.7 Classificação de Reservatórios Fraturados

Nelson (2001) desenvolveu uma classificação prática baseada na classificação de Hubbert e Willis (1955) para agrupar tipos de reservatórios de acordo com a contribuição do sistema fraturado ao desempenho do reservatório, conforme mostrado na Figura 2.8.

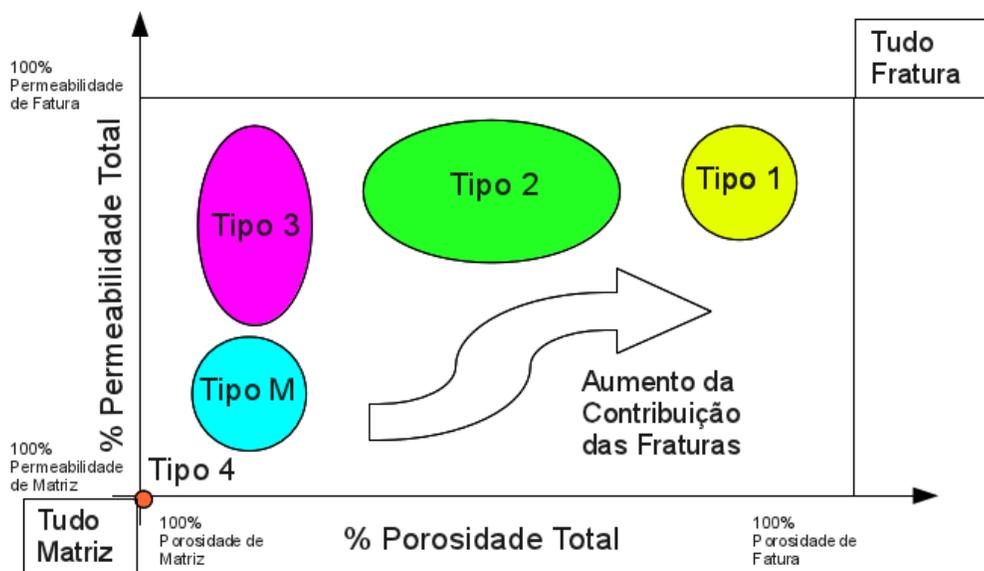


Figura 2.8: Classificação de Fratura (Nelson,2001)

Nesta classificação os reservatórios são agrupados em cinco tipos:

Tipo 1 As fraturas fornecem essencialmente a porosidade e a permeabilidade do reservatório.

Tipo 2 As fraturas fornecem essencialmente a permeabilidade do reservatório. Segundo

Bratton et al. (2006), este tipo de reservatório possui baixa porosidade e permeabilidade de matriz.

Tipo 3 As fraturas aumentam a permeabilidade de um reservatório já produtivo. Segundo Bratton et al. (2006) estes reservatórios possuem alta porosidade de matriz e, por isso, podem produzir sem auxílio das fraturas, que aumentam a permeabilidade.

Tipo 4 As fraturas não contribuem com porosidade nem permeabilidade, mas criam significativas anisotropias através da formação de barreiras.

Tipo M Segundo Bratton et al. (2006) estes reservatórios possuem alta porosidade e permeabilidade de matriz, e as fraturas podem contribuir com o aumento de permeabilidade, mas geralmente criam barreiras ao escoamento.

O tipo 4 é colocado próximo à origem no gráfico porque a contribuição das fraturas à permeabilidade do reservatório é negativa.

Gilman et al. (2011) modificaram o gráfico de Nelson (Figura 2.8) para acrescentar o comportamento da transferência de massa matriz-fratura associando-se parâmetros adimensionais da solução de Warren e Root (1963) ao problema de dupla porosidade.

Warren e Root reescreveram a equação de Barenblatt et al. (1960) para escoamento monofásico em regime pseudo-permanente como:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\hat{k}_{ox}}{\hat{\mu}_o} \frac{\partial^2 \hat{P}}{\partial x^2} + \frac{\hat{k}_{oy}}{\hat{\mu}_o} \frac{\partial^2 \hat{P}}{\partial y^2} + \frac{\hat{k}_{oz}}{\hat{\mu}_o} \frac{\partial^2 \hat{P}}{\partial z^2} - \phi c_t \frac{\partial P}{\partial t} = \hat{\phi} \hat{c}_t \frac{\partial \hat{P}}{\partial t} \\ \phi c_t \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\sigma k}{\mu_o} (\hat{P} - P) \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

onde $c_t \simeq c_o + \frac{c_f + S_{win} c_w}{1 - S_{win}}$ e $\hat{c}_t \simeq c_o$, e $\tau_o = \frac{\sigma k}{\mu_o} (\hat{P} - P)$. Adimensionalizando-se a equação 2.5, obtém-se a equação 2.6:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\varkappa} \frac{\partial}{\partial \varkappa} \left(\varkappa \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \varkappa} \right) + \frac{1}{\varkappa^2} \frac{\partial^2 \hat{\psi}}{\partial \theta^2} - (1 - \varpi) \frac{\partial \psi}{\partial \iota} = \varpi \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \iota} \\ (1 - \varpi) \frac{\partial \psi}{\partial \iota} = \Lambda (\hat{\psi} - \psi) \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

onde

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{2\pi\bar{k}H}{q_o\mu_o B_o}(P_{in} - P); & \varkappa &= \sqrt{\frac{x^2}{\hat{k}_{xy}r_w^2} + \frac{\hat{k}_{xy}y^2}{r_w^2}}; & \theta &= \text{tg}^{-1}\left(\frac{\hat{k}_{xy}y}{x}\right) \\ \iota &= \frac{\bar{k}t}{\varpi\mu_o r_w^2}; & \bar{k} &= \sqrt{\hat{k}_{ox}\hat{k}_{oy}}; & \hat{k}_{xy} &= \sqrt{\frac{\hat{k}_x}{\hat{k}_y}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

sendo os parâmetros ϖ e Λ definidos como:

$$\left. \begin{aligned} \varpi &= \frac{\hat{c}_t\hat{\phi}}{\hat{c}_t\hat{\phi} + c_t\phi} \\ \Lambda &= \frac{\sigma k r_w^2}{\bar{k}} \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

Gilman et al. (20122) definiram então três parâmetros combinando o gráfico de Nelson e os parâmetros ϖ e Λ de Warren e Root. A compressibilidade dos meios não é um parâmetro normalmente conhecido, assim considera-se $\hat{c}_t = c_t$, logo, define-se:

$$\varpi_\phi = \frac{\hat{\phi}}{\hat{\phi} + \phi} \quad (2.9)$$

que representa a capacitância relativa do sistema fraturado. Substituindo r_w no parâmetro Λ pela área de drenagem do poço A_d , define-se:

$$\Lambda_A = \frac{\sigma k A_d}{\bar{k}} \quad (2.10)$$

que representa a contribuição relativa do fluxo matriz fratura em relação ao fluxo pelas fraturas, ou seja, a velocidade de transferência da matriz-fratura em relação à velocidade de escoamento na fratura. A relação entre a condutividade das fraturas e da matriz é definida como razão de permeabilidade entre meios ou índice de fratura:

$$k_{fm} = \frac{\hat{k}}{k} \quad (2.11)$$

A capacitância relativa da fratura ϖ_ϕ e o índice de fratura k_{fm} são utilizados no gráfico de Gilman (Figura 2.9) para quantificar os eixos do gráfico de Nelson. O parâmetro Λ_A divide o gráfico de Gilman em regiões que identificam intervalos com valores discretos desse parâmetro.

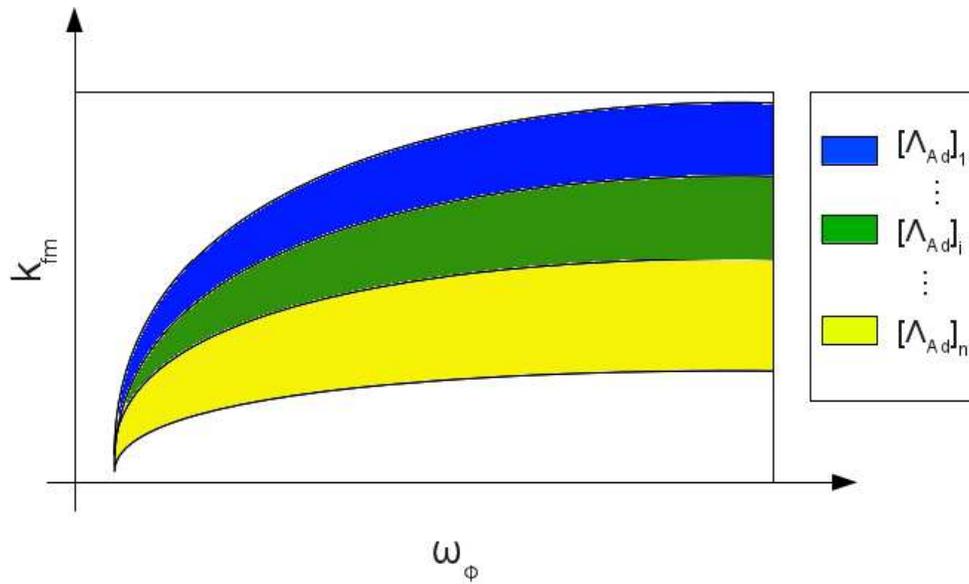


Figura 2.9: Classificação de Fratura (Gilman et al.,2011)

Gilman (2011), assim, associou a classificação de desempenho de sistemas fraturados de Nelson (2001) a parâmetros adimensionais propostos por Warren e Root (1963) para solução analítica do problema de dupla porosidade, fornecendo maior embasamento analítico à classificação de Nelson e adicionando também a velocidade de transferência entre matriz-fratura à essa classificação.

3 Revisão Bibliográfica

Neste capítulo são descritas as principais funções de transferência utilizadas nos modelos de dupla porosidade, considerando-se a evolução da representação dos fenômenos físicos envolvidos no processo de recuperação. As funções de transferência são divididas em dois grandes grupos: tipo Warren e Root e não Warren e Root.

3.1 Função de Transferência

A comunicação entre os meios no modelo de dupla porosidade ocorre através da função de transferência que atua como fonte de um meio e sumidouro de outro.

A função de transferência é um modelo 0-D para representar a transferência de massa entre a matriz e as fraturas simplificada em um volume de controle sem discretizar a célula da malha em um subdomínio.

Considera-se que as fraturas constituem condições de contorno para os processos físicos ocorridos em blocos de matriz, conforme Figura 3.1

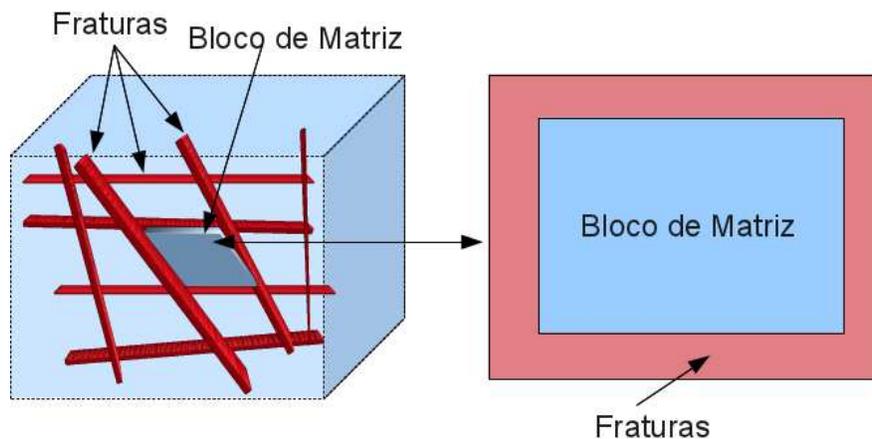


Figura 3.1: Esquema: Fraturas como Condição de Contorno da Matriz

Em um problema multifásico as condições de contorno podem ser impostas em condição de imersão total ou parcial. No caso de imersão total há apenas uma fase móvel nas fraturas que definem a unidade do bloco, enquanto no caso de imersão parcial

há mais de uma fase móvel. Frequentemente a condição de imersão parcial é aplicada considerando-se a segregação instantânea das fases como em Saidi (1983), Litvak(1985) e Sonier(1986).

Coats (1989) coloca que as funções de transferência matriz-fratura possuem duas características fundamentais: 1) a relação de equilíbrio entre a célula de matriz e fratura da malha; 2) a natureza do transiente no qual o equilíbrio é alcançado. A primeira característica refere-se à curva de pressão capilar que representa o equilíbrio capilar-gravitacional ao longo de todo o volume de controle e não apenas no centro da célula expresso com valores médios de pressão e saturação. A segunda característica refere-se ao tempo necessário para que os blocos de matriz dentro do volume de controle alcancem o equilíbrio, ou seja, considera a variação de pressão e saturação dentro da célula ao longo do tempo.

As funções de transferências podem ser comparadas considerando-se:

1. Tempo de Imersão (Cinética)
2. Método (Experimental ou Analítico)

A cinética do processo termodinâmico refere-se ao tempo necessário para que sucessivos estados termodinâmicos sejam alcançados caminhando até o equilíbrio ou o estado de menor energia. Há funções que desprezam a cinética do processo assumindo-se que o equilíbrio entre matriz e fratura é obtido instantaneamente. Elas, assim, tendem a resultar em maiores valores de recuperação no tempo inicial de imersão. As funções que consideram a cinética do processo termodinâmico são conseqüentemente dependentes do tempo de imersão. No caso de imersão parcial, as condições de contorno do bloco de matriz, ou seja as pressões e saturações na fratura, são geralmente consideradas constantes.

As funções de transferência podem ser obtidas com métodos analíticos modelando-se os fenômenos envolvidos no processo de transferência de massa ou experimentalmente ajustando-se funções analíticas aos dados experimentais. As funções de transferência experimentais são obtidas para determinado sistema rocha-fluido sob condição de con-

torno específica. Dessa forma, a extrapolação desse comportamento para outras condições pode não ser válido. As funções analíticas, por sua vez, pretendem ser genéricas, já que dependem dos parâmetros de rocha e fluido, assim como das variáveis do problema. As funções experimentais podem ainda ser incorporadas às funções analíticas através de convolução representada em pseudo-curvas de pressão capilar (Kazemi et al., 1992).

As funções analíticas são obtidas modelando-se os fenômenos físicos envolvidos no processo de recuperação de reservatórios fraturados. Essas funções podem ser divididas em dois grandes grupos:

1 Funções do Tipo Warren e Root

2 Funções do Tipo não-Warren e Root

As funções de transferência do tipo Warren e Root consideram a idealização do modelo 0-D propostas por Warren e Root (1963), que por sua vez é uma forma regular da idealização proposta por Barenblatt et al. (1960), conforme Figuras 3.2 e 3.3.

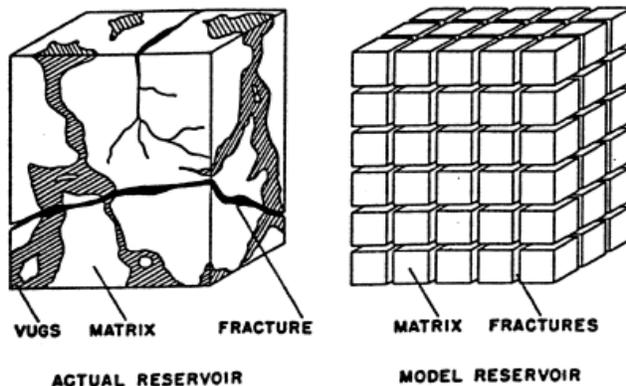
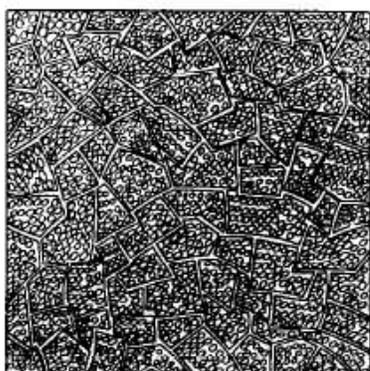


Figura 3.2: a) Barenblatt et al. (1960)

Figura 3.3: b) Warren e Root (1963)

Nesta representação considera-se que todos os blocos de matriz e fraturas possuam a mesma pressão e saturação, assim como propriedades de rocha e fluido, em um determinado volume de controle como, por exemplo, uma célula da malha. A pressão e a saturação de cada bloco de matriz e fratura são valores médios do volume de con-

trole para cada meio calculados em algum ponto em seu interior, geralmente no baricentro. A transferência de massa é modelada pelo fluxo através da superfície de controle utilizando-se a relação constitutiva da equação de Darcy, assumindo-se regime de fluxo pseudo-permanente.

As funções de transferências que modelam o comportamento da resposta do volume de controle, independentemente de uma idealização da estrutura matriz-fratura para cada processo físico, não são classificadas como funções de transferência do tipo Warren e Root, sendo, por conseguinte, chamadas do tipo não-Warren e Root.

3.1.1 Tipo Warren e Root

Barenblatt et al. (1960) considerou que a transferência entre matriz e fratura dependeria da viscosidade μ_o , da diferença de pressão entre os meios ($P_o - \hat{P}_o$), e de determinada característica geométrica da rocha, em uma relação semelhante à equação de Darcy:

$$\tau_o = \sigma k \frac{1}{\mu_o B_o} (P_o - \hat{P}_o) \quad (3.1)$$

onde $\sigma k = \frac{k}{l^2}$ é o fator de forma e l é uma dimensão característica de um único bloco de matriz.

Warren e Root (1963), utilizando a idealização representada na Figura 3.3, reescreveu o fator geométrico proposto por Barenblatt et al. (1960), chamando-o fator de forma, como:

$$\sigma k = \frac{4N(N+2)}{l^2} k \quad (3.2)$$

onde $N = \{1, 2, 3\}$ é o número de planos de intersecção das fraturas e l é a relação entre o volume e a média das faces nas três direções de um sub-bloco de matriz:

$$l = \frac{3l_x l_y l_z}{l_x l_y + l_y l_z + l_x l_z}$$

A função de transferência proposta por Barenblatt, e por isso, a utilizada por Warren e Root, considera apenas um fenômeno de recuperação: a expansão de fluidos.

Kazemi et al. (1976) estenderam a função de transferência de Barenblatt para escoamento multifásico utilizando o conceito de potencial de escoamento:

$$\tau_\alpha = \frac{k_{r\alpha}}{B_\alpha \mu_\alpha} \sigma k V (\Phi_\alpha - \hat{\Phi}_\alpha) \quad (3.3)$$

onde $\Phi_\alpha = P_o \mp P_{c\alpha} - \gamma_\alpha Z$. O fator de forma utilizado por Kazemi et al.(1976) é uma extensão do fator de forma de Warren e Root para um modelo numérico tridimensional utilizando-se diferenças finitas em um reservatório isotrópico como:

$$\sigma k = 4 \left(\frac{1}{l_x^2} + \frac{1}{l_y^2} + \frac{1}{l_z^2} \right) k \quad (3.4)$$

E posteriormente generalizaram para um caso anisotrópico:

$$\sigma k = 4 \left(\frac{k_x}{l_x^2} + \frac{k_y}{l_y^2} + \frac{k_z}{l_z^2} \right) \quad (3.5)$$

O efeito gravitacional é desprezado por Kazemi et al. (1976), pois o ponto do volume de controle onde é calculada a profundidade coincide para os dois meios. Todavia, a função de transferência de Kazemi adiciona o fenômeno físico de embebição através do termo de pressão capilar, além do fenômeno de expansão de fluidos existente na função de transferência de Barenblatt, e Warren e Root.

Essa função de transferência pode ser escrita de maneira mais formal estendendo-a para um modelo composicional com as equações de conservação de massa e relação constitutiva. Assim, dada uma superfície de controle, pode-se escrever o fluxo de massa que atravessa essa superfície como:

$$\tau_\xi^* = \oint_{SC} \sum_\alpha \chi_{\xi\alpha} \rho_\alpha \vec{v}_\alpha \cdot d\vec{A} \simeq \sum_\alpha \chi_{\xi\alpha} \rho_\alpha v_\alpha A \quad (3.6)$$

Substituindo a equação de Darcy generalizada como uma relação constitutiva,

$$v_\alpha = - \frac{k k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \frac{\Delta \tilde{\Phi}_\alpha}{L} \quad (3.7)$$

na equação 3.6, onde $\Delta \tilde{\Phi}_\alpha = \hat{\Phi}_\alpha - \Phi_\alpha$, obtém-se:

$$\tau_\xi^* = - \sum_\alpha \chi_{\xi\alpha} \rho_\alpha \frac{k k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \frac{A}{L} \Delta \tilde{\Phi}_\alpha \quad (3.8)$$

Mas $V = AL$ e $\rho_\alpha = \frac{\rho_\alpha^o}{B_\alpha}$, então:

$$\tau_\xi^* = - \sum_{\alpha} \chi_{\xi\alpha} \rho_\alpha^o \frac{k_{r\alpha}}{B_\alpha \mu_\alpha} \frac{k}{L^2} V \Delta \tilde{\Phi}_\alpha \quad (3.9)$$

Para um modelo termodinâmico *Blackoil* trifásico, fazendo $\tau = \frac{\tau^*}{\rho_\alpha^o}$, obtém-se:

$$\begin{cases} \tau_o = - \frac{k_{ro}}{B_o \mu_o} \sigma k V \Delta \tilde{\Phi}_o \\ \tau_w = - \frac{k_{rw}}{B_w \mu_w} \sigma k V \Delta \tilde{\Phi}_w \\ \tau_g = - \frac{k_{rg}}{B_g \mu_g} \sigma k V \Delta \tilde{\Phi}_g - R_s \frac{k_{ro}}{B_o \mu_o} \sigma k V \Delta \tilde{\Phi}_o \end{cases} \quad (3.10)$$

Zhang et al. (1996) considerando que todos os blocos de matriz idênticos e com mesmo potencial de escoamento mostraram que:

$$\frac{1}{L^2} = \frac{1}{V} \sum_k \frac{A_k}{l_k} \quad (3.11)$$

Lim e Aziz (1994) consideraram o regime transiente na transferência matriz-fratura alterando apenas o fator de forma:

$$\sigma k = \pi^2 \left(\frac{k_x}{l_x^2} + \frac{k_y}{l_y^2} + \frac{k_z}{l_z^2} \right) \quad (3.12)$$

Este fator de forma foi obtido analiticamente para escoamento monofásico a partir da solução para regime transiente de um bloco de matriz, cujas condições de contorno são as fraturas.

Gilman e Kazemi (1983) adicionaram o efeito gravitacional definindo diferentes profundidades para as células associadas de matriz e fratura. Contudo, conforme discutido por Sonier (1988), a contribuição do termo gravitacional permanece constante, sendo, segundo ele, "estático".

Litvak (1986) observou que o fenômeno gravitacional em reservatórios fraturados, descrito por Reiss (1980) e van Golf-Racht (1982), não depende apenas da profundidade, mas também do grau de imersão de um bloco de matriz delimitado por fraturas conforme Figura 3.1, ou seja da saturação da matriz e da fratura. Considerando segregação gravitacional na fratura e matriz, obteve:

$$\tau_\alpha = \frac{k_{r\alpha}}{B_\alpha \mu_\alpha} \sigma k \sum_{sb}^{n_{sb}} V_{sb} [(\Phi_\alpha - \hat{\Phi}_\alpha) - F_s(\gamma_\alpha - \gamma_o)(h_{sb} - \hat{h}_{sb})], \quad \hat{h} \in [0, l_z] \text{ e } h \in [0, l_z] \quad (3.13)$$

ou

$$\tau_\alpha = F_{c\alpha} \frac{k_{r\alpha}}{B_\alpha \mu_\alpha} \sigma k (V_{sb} n_{sb}) [(\Phi_\alpha - \hat{\Phi}_\alpha) - F_s (\gamma_\alpha - \gamma_o) (h_{sb} - l_z)], \quad h \in [0, l_z] \quad (3.14)$$

onde F_s é um fator para corrigir o sinal de acordo com a fase que molha preferencialmente a rocha: molhável ao óleo, $F_s = -1$; molhável à fase α , $F_s = 1$. Litvak considerou imersão parcial da célula da malha através do fator de correção F_c , que corresponde à fração de blocos de matriz em uma célula que está em condição de imersão total e, dessa maneira, leva em conta a variação de saturação no interior da célula da malha. No entanto, ele não especifica como é calculado o nível de fluido na fratura, que é utilizado no cálculo do fator F_c .

Sonier et al. (1986) adicionaram o efeito gravitacional através da variação relativa da coluna hidráulica de cada fase na matriz e na fratura supondo segregação gravitacional. A coluna hidráulica de cada fase é escrita em função da saturação e, por isso, segundo

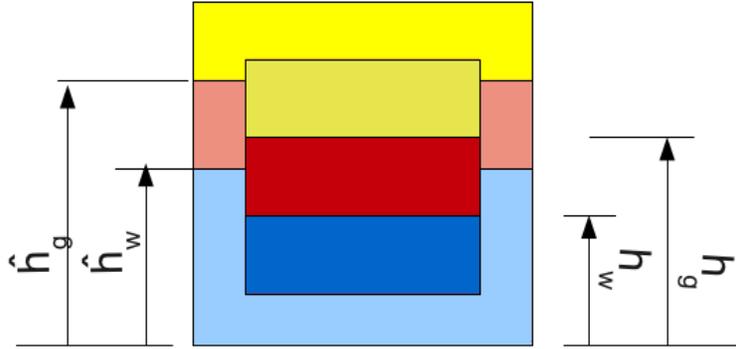


Figura 3.4: Esquema: Coluna de Fluidos Segregados

eles o efeito gravitacional é considerado "dinamicamente".

$$\begin{cases} \tau_o &= -\frac{k_{r_o}}{B_o \mu_o} \sigma k V [(\hat{\Phi}_o - \Phi_o) - \bar{\gamma}_o \{(\hat{h}_w - h_w) - (\hat{h}_g - h_g)\}] \\ \tau_w &= -\frac{k_{r_w}}{B_w \mu_w} \sigma k V [(\hat{\Phi}_w - \Phi_w) + \bar{\gamma}_w (\hat{h}_w - h_w)] \\ \tau_g &= -\frac{k_{r_g}}{B_g \mu_w} \sigma k V [(\hat{\Phi}_g - \Phi_g) + \bar{\gamma}_g (\hat{h}_g - h_g)] \end{cases}, \quad h \in [0, l_z] \quad (3.15)$$

onde

$$\begin{cases} h_w &= \frac{(S_w - S_{w_{cr}})}{(1 - S_{or} - S_{w_{cr}})} l_z \\ h_g &= \left(1 - \frac{(S_g - S_{g_{cr}})}{(1 - S_{or} - S_{g_{cr}})}\right) l_z \end{cases} \quad (3.16)$$

Eles assumiram que todos os blocos de matriz possuem a mesma pressão e saturação, assim como as fraturas em qualquer parte da célula. Conseqüentemente, este modelo não considera o avanço da frente de saturação em uma célula de matriz.

Sonier et al. (1988), todavia, reescreveram as equações com o efeito gravitacional utilizando a diferença de peso específico tal como Litvak (1986).

$$\begin{cases} \tau_o &= -\frac{k_{r_o}}{B_o \mu_o} \sigma k V [(\hat{\Phi}_o - \Phi_o) - \frac{1}{2}(\bar{\gamma}_w - \bar{\gamma}_o)(\hat{h}_w - h_w) - \frac{1}{2}(\bar{\gamma}_o - \bar{\gamma}_g)(\hat{h}_g - h_g)] \\ \tau_w &= -\frac{k_{r_w}}{B_w \mu_w} \sigma k V [(\hat{\Phi}_w - \Phi_w) + \frac{1}{2}(\bar{\gamma}_w - \bar{\gamma}_o)(\hat{h}_w - h_w)] \\ \tau_g &= -\frac{k_{r_g}}{B_g \mu_w} \sigma k V [(\hat{\Phi}_g - \Phi_g) + \frac{1}{2}(\bar{\gamma}_o - \bar{\gamma}_g)(\hat{h}_g - h_g)] \end{cases}, \quad h \in [0, l_z] \quad (3.17)$$

Segundo Gilman e Kazemi (1988) os modelos de Litvak (1986), Sonier (1986) e Sonier (1988) realizam um balanço de materiais simples sem levar em conta a natureza temporal da segregação gravitacional. Eles, então, adicionaram o efeito gravitacional discretizando o meio poroso em um subdomínio, considerando segregação total nas fraturas. Um esquema de uma célula da malha composta por uma célula de fratura sobreposta por uma célula de matriz discretizada em sub-células é mostrado na Figura: 3.5.

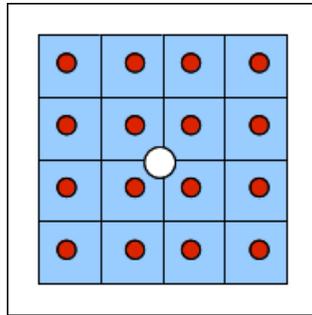


Figura 3.5: Esquema: Discretização em Subdomínio

A discretização da célula da matriz permite que o centro de cada subcélula esteja em

diferente profundidade em relação ao centro da célula da fratura e assim adiciona o efeito gravitacional no interior da célula da malha.

Neste modelo as equações de cada subcélula são adicionadas ao sistema de equações do problema que, ao ser resolvido, fornece as pressões e as saturações para cada subcélula. A função de transferência entre as subcélulas do meio poroso e a célula de fratura são calculados da seguinte forma:

$$\tau_{\alpha_{c_{sd}}} = -\frac{k_{r\alpha}}{B_{\alpha}\mu_{\alpha}}\sigma kV(\hat{\Phi}_{\alpha_c} - \Phi_{\alpha_{c_{sd}}}) \quad (3.18)$$

onde $\tau_{\alpha_c} = \sum_{sd} \tau_{\alpha_{c_{sd}}}$. Este método fornece resultados que reproduzem com acuidade o comportamento simulado através do modelo de porosidade simples refinado, contudo, envolve significativo aumento do esforço computacional.

Gilman e Kazemi (1988) ainda incorporaram o efeito de deslocamento viscoso considerando a variação de pressão na fratura ao longo de cada bloco de matriz igual ao gradiente de pressão médio das células de fratura vizinhas conforme Figuras 3.6 e 3.7.

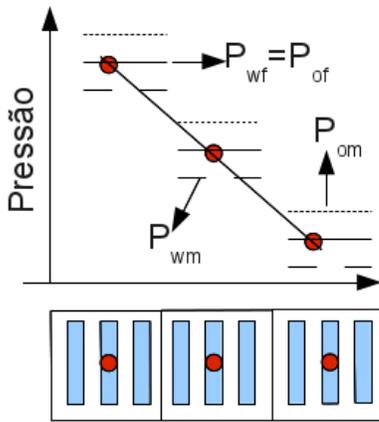


Figura 3.6: Fluxo Viscoso Convencional

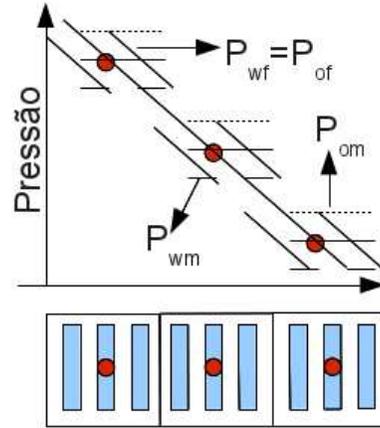


Figura 3.7: Fluxo Viscoso Gilman e Kazemi (1988)

$$\begin{aligned} \tau_{\alpha} = \frac{4k}{L^2} \{ & [(\bar{w}_{x_{\alpha}} + \bar{w}_{y_{\alpha}} + \bar{w}_{z_{\alpha}})\hat{\lambda}_{\alpha} + (3 - \bar{w}_{x_{\alpha}} - \bar{w}_{y_{\alpha}} - \bar{w}_{z_{\alpha}})\lambda_{\alpha}](\hat{\Phi}_{\alpha} - \Phi_{\alpha}) \\ & + [\bar{w}_{x_{\alpha}}(1 - \bar{w}_{x_{\alpha}})D_x\hat{\Phi}_{x_{\alpha}} + \bar{w}_{y_{\alpha}}(1 - \bar{w}_{y_{\alpha}})D_y\hat{\Phi}_{y_{\alpha}} + \bar{w}_{z_{\alpha}}(1 - \bar{w}_{z_{\alpha}})D_z\hat{\Phi}_{z_{\alpha}}](\hat{\lambda}_{\alpha} - \lambda_{\alpha})L \} \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde $\lambda_{\alpha} = \frac{k_{r\alpha}}{B_{\alpha}\mu_{\alpha}}$, $D_x = \frac{d}{dx}$ é um operador diferencial, e $\bar{w}_{\alpha_x} = \frac{1}{2}(w_{\alpha_{x+}} + w_{\alpha_{x-}})$ é um ponderador médio das propriedades da interface das células. O gradiente nas fraturas é

obtido calculando-se a média dos gradientes das células vizinhas em cada direção.

$$D_x \hat{\Phi}_{\alpha_x} = \left| \frac{\hat{\Phi}_{\alpha_{i+1,j,k}} - \hat{\Phi}_{\alpha_{i,j,k}}}{\Delta x_{i+1,j,k} + \Delta x_{i,j,k}} \right| + \left| \frac{\hat{\Phi}_{\alpha_{i,j,k}} - \hat{\Phi}_{\alpha_{i-1,j,k}}}{\Delta x_{i,j,k} + \Delta x_{i-1,j,k}} \right| \quad (3.20)$$

Neste modelo assume-se que o gradiente ao longo de cada bloco de matriz seja o mesmo para todos em cada direção em determinada célula. Os ponderadores médios em cada direção são calculados pela diferença de potencial na fratura e na matriz:

$$\bar{w}_{\alpha_x} = \begin{cases} 1 & \text{se } \hat{\Phi}_{\alpha_x} - \Phi_{\alpha_x} > +D_x \hat{\Phi}_{\alpha_x} \frac{L}{2} \\ 0 & \text{se } \hat{\Phi}_{\alpha_x} - \Phi_{\alpha_x} < -D_x \hat{\Phi}_{\alpha_x} \frac{L}{2} \\ \frac{1}{2} & \text{se } \hat{\Phi}_{\alpha_x} - \Phi_{\alpha_x} \leq +D_x \hat{\Phi}_{\alpha_x} \frac{L}{2} \\ \frac{1}{2} & \text{se } \hat{\Phi}_{\alpha_x} - \Phi_{\alpha_x} \geq -D_x \hat{\Phi}_{\alpha_x} \frac{L}{2} \end{cases} \quad (3.21)$$

Quandalle e Sabathier (1989) mostraram que a transferência de cada bloco de matriz é composto pela contribuição das 6 faces, seguindo a idealização de Warren e Root na Figura 3.3, então:

$$\tau_{\xi} = n \sum_{s=1}^6 \tau_{\xi_s} \quad (3.22)$$

onde $n = \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{l_x l_y l_z}$. Eles consideram que os blocos de matriz possuem as mesmas propriedades, assim como pressão e saturação, e que se comportam como se estivessem localizados no centro da célula da malha, independentemente.

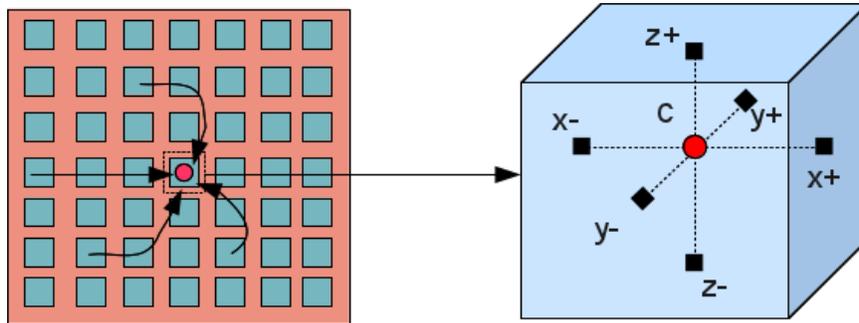


Figura 3.8: Esquema: Fraturas como Condição de Contorno da Matriz

Neste modelo a transferência de massa ocorre em cada uma das faces do bloco, sendo

a matriz representada por um nó \mathbf{c} no centro do bloco e as fraturas por um nó no baricentro de cada face \mathbf{s} , onde $s = \{x^+, x^-, y^+, y^-, z^+, z^-\}$. Dessa forma, a contribuição de cada face pode ser escrita como:

$$\tau_{\alpha_s} = -\frac{A_s}{\frac{l_s}{2}} k \left(\frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha B_\alpha} \right)_s (\hat{\Phi}_{\alpha_s} - \Phi_{\alpha_c})^{ref} \quad (3.23)$$

A contribuição de cada face é computada considerando-se os potenciais calculados no baricentro da face com referência ao centro da célula. Considerando que $\hat{\Phi}_{\alpha_s}$ é o mesmo para todas as faces, ou seja, $\hat{\Phi}_{\alpha_s} \simeq \hat{\Phi}_{\alpha_c}$, é possível reduzir-se a função de transferência de Quandalle e Sabathier(1989) à de Kazemi et al.(1976):

$$\frac{1}{l_x l_y l_z} \sum_{s=1}^6 \frac{A_s}{\frac{l_s}{2}} k = \frac{2}{l_x l_y l_z} \left(\frac{l_y l_z}{\frac{l_x}{2}} k_x + \frac{l_x l_z}{\frac{l_y}{2}} k_y + \frac{l_x l_y}{\frac{l_z}{2}} k_z \right) = 4 \left(\frac{k_x}{l_x^2} + \frac{k_y}{l_y^2} + \frac{k_z}{l_z^2} \right)$$

As únicas faces que possuem seu baricentro em uma profundidade diferente do nó \mathbf{c} e, conseqüentemente uma referência diferente, são $s = z^+$ e $s = z^-$. Assim, a transferência pode ser dividida em duas componentes, uma horizontal e outra vertical:

$$\tau_\xi = n \left[\left(\sum_{s=1}^4 \tau_{\xi_s} \right)^H + \left(\sum_{s=5}^6 \tau_{\xi_s} \right)^V \right] \quad (3.24)$$

A diferença de potencial entre o nó da fratura e da matriz pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$(\hat{\Phi}_{\alpha_s} - \Phi_{\alpha_c})^{ref} = (\hat{\Phi}_{\alpha_c} - \Phi_{\alpha_c})^{ref} + (\hat{\Phi}_{\alpha_s} - \hat{\Phi}_{\alpha_c})^{ref} \quad (3.25)$$

A mudança de referencial é feita com a seguinte transformação:

$$\begin{cases} \Phi_\alpha^{ref} &= \Phi_\alpha - \gamma_\alpha(Z_s - Z_c) \\ \hat{\Phi}_\alpha^{ref} &= \hat{\Phi}_\alpha - \hat{\gamma}^*(Z_s - Z_c) \end{cases} \quad (3.26)$$

onde $\hat{\gamma}^* = \hat{S}_o \hat{\gamma}_o + \hat{S}_w \hat{\gamma}_w + \hat{S}_g \hat{\gamma}_g$. Fazendo a transformação, obtém-se:

$$\begin{aligned} (\hat{\Phi}_{\alpha_s} - \Phi_{\alpha_c})^{ref} &= \{[(\hat{P}_{o_c} - \hat{P}_{c_{o\alpha_c}} - \hat{\gamma}_{\alpha_c} \hat{Z}_c - \hat{\gamma}_c^*(Z_s - Z_c)) - (P_{o_c} - P_{c_{o\alpha_c}} - \gamma_{\alpha_c} Z_c - \gamma_{\alpha_c}(Z_s - Z_c))]\} + \\ &\quad \{[(\hat{P}_{o_c} - \hat{P}_{c_{o\alpha_c}} - \hat{\gamma}_{\alpha_c} \hat{Z}_c - \hat{\gamma}_c^*(Z_s - Z_c)) - (\hat{P}_{o_c} - \hat{P}_{c_{o\alpha_c}} - \hat{\gamma}_{\alpha_c} \hat{Z}_c - \hat{\gamma}_c^*(Z_s - Z_c))]\} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Separando-se os efeitos e adicionando-se fatores de ajuste para cada um, tem-se:

$$(\hat{\Phi}_{\alpha_s} - \Phi_{\alpha_c})^{ref} = [(\hat{P}_{o_c} - P_{o_c}) - F_c^c(\hat{P}_{c_{o\alpha_c}} - P_{c_{o\alpha_c}}) + F_c^g(\gamma_\alpha - \hat{\gamma}^*)(Z_s - Z_c) + F_c^v[(\hat{\Phi}_{\alpha_s} - \hat{\Phi}_{\alpha_c}) - (\gamma_\alpha - \hat{\gamma}^*)(Z_s - Z_c)] \quad (3.28)$$

Fazendo-se $F_c^c = F_c^g = F_c^v = 1$, obtém-se ainda:

$$(\hat{\Phi}_{\alpha_s} - \Phi_{\alpha_c})^{ref} = (\hat{\Phi}_{\alpha_s} - \Phi_{\alpha_c}) \quad (3.29)$$

A diferença de potenciais é independente do referencial, o que é condição necessária para um sistema conservativo.

A Equação 3.28 foi publicada por Sabathier et al. (1998), porém, esta abordagem denominada de método IFP por Bourbiaux (2010), foi escrita originalmente por Quandalle e Sabathier (1989) da seguinte forma:

$$(\hat{\Phi}_{\alpha_s} - \Phi_{\alpha_c})^{ref} = [(\hat{P}_{o_c} - P_{o_c}) - F_c^c(\hat{P}_{c_{o\alpha_c}} - P_{c_{o\alpha_c}}) + F_c^g(\gamma_\alpha - \hat{\gamma}^*)(Z_s - Z_c) + F_c^v[(\hat{\Phi}_{\alpha_s} - \hat{\Phi}_{\alpha_c}) + \hat{\gamma}^*(Z_s - Z_c)] \quad (3.30)$$

Fazendo-se $F_c^c = F_c^g = F_c^v = 1$, neste caso, obtém-se:

$$(\hat{\Phi}_{\alpha_s} - \Phi_{\alpha_c})^{ref} = (\hat{\Phi}_{\alpha_s} - \Phi_{\alpha_c}) + \gamma_\alpha(Z_s - Z_c) \quad (3.31)$$

Portanto, neste caso a diferença de potenciais da Equação 3.30 depende do referencial utilizado, conseqüentemente, o sistema é não conservativo.

O termo $(\hat{\Phi}_s - \hat{\Phi}_c)$, nas equações 3.28 e 3.30, é obtido interpolando-se os valores das células do meio fraturado vizinhas.

Considera-se o gradiente médio do potencial entre as células vizinhas, assim:

$$\frac{(\hat{\Phi}_s - \hat{\Phi}_c)}{l_x/2} = \frac{1}{2} \left[\frac{(\hat{\Phi}_{c+1} - \hat{\Phi}_c)}{\Delta x_{c+1}} - \frac{(\hat{\Phi}_{c-1} - \hat{\Phi}_c)}{\Delta x_{c-1}} \right] \quad (3.32)$$

Portanto:

$$(\hat{\Phi}_s - \hat{\Phi}_c) = \left(\frac{l_x}{4\Delta x_{c+1}\Delta x_{c-1}} \right) \left[\Delta x_{c-1}(\hat{\Phi}_{c+1} - \hat{\Phi}_c) - \Delta x_{c+1}(\hat{\Phi}_{c-1} - \hat{\Phi}_c) \right] \quad (3.33)$$

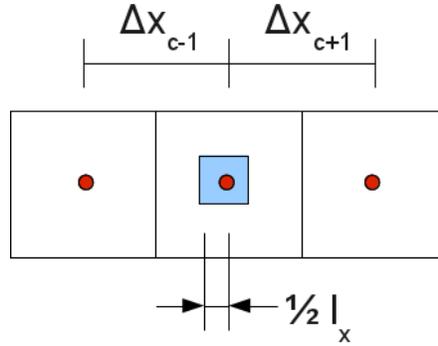


Figura 3.9: Esquema: Interpolação da Fratura na Face do Bloco de Matriz

3.1.2 Tipo não Warren e Root

As funções de transferência do tipo não Warren e Root são obtidas através da modelagem dos fenômenos físicos envolvidos sem considerar a idealização (Figura 3.3) proposta por Warren e Root (1963). A modelagem é realizada para um bloco de matriz assumindo-se as fraturas como condição de contorno do problema que é geralmente escrito a partir das equações de conservação, considerando, assim, a cinética de recuperação.

Aronofsky et al. (1958) consideram que o comportamento do processo de recuperação com deslocamento de óleo por água segue duas hipóteses: 1) é uma função monótona contínua do tempo que converge para uma assíntota finita em tempos suficientemente longos; 2) Os parâmetros do processo, assim como as condições de contorno, mantêm-se constantes durante todo o processo, obtendo, assim, para um bloco de matriz:

$$r = \frac{V_o(t)}{V_o(t_0)} = r_u(1 - e^{-\eta t}) \quad (3.34)$$

onde η é uma constante que representa a taxa de declínio da produção de óleo. Mas,

$\frac{dr}{dt} = \frac{\tau_o B_o}{(1-S_{w_{in}})\phi V}$ e $r_u = \frac{(1-S_{or}-S_{w_{in}})\phi V}{(1-S_{w_{in}})\phi V}$, assim:

$$\tau_o = \frac{(1 - S_{or} - S_{w_{in}})\phi V}{B_o} \eta e^{-\eta t} \quad (3.35)$$

Tomando-se uma coluna vertical de secção constante, A, tal que os blocos da coluna são imersos em água sucessivamente, deslocando água verticalmente, obtém-se:

$$V_o(t) = A \int_0^{V_o(\Theta)} (1 - e^{-\eta(\Theta-t)}) dV_o \quad (3.36)$$

onde Θ é parâmetro temporal tal que $t \leq \Theta$. Assumindo-se os fluidos incompressíveis $V_o(t) = V_w(t) = h_w(t)A$:

$$r = \frac{r_u}{h_w(\Theta)} \int_0^\Theta (1 - e^{-\eta(\Theta-t)})v_w(t)dt \quad (3.37)$$

onde $h'_w(t) = v_w$. Ainda se supondo segregação total $h = S_w L$, onde L é a altura de cada bloco de matriz, ou o espaçamento entre as fraturas, obtém-se:

$$\tau_o = \frac{(1 - S_{or} - S_{win})\phi V}{B_o} \frac{1}{S_w(\Theta)L} \int_0^\Theta [\eta e^{-\eta(\Theta-t)} \frac{S_w}{dt} L + (1 - e^{-\eta(\Theta-t)})v'_w(t)]dt \quad (3.38)$$

Se a velocidade v_w é constante então a expressão reduz-se a:

$$\tau_o = \frac{(1 - S_{or} - S_{win})\phi V}{B_o} \frac{1}{S_w(\Theta)} \int_0^\Theta \eta e^{-\eta(\Theta-t)} \frac{S_w}{dt} dt \quad (3.39)$$

Aronofsky et al (1958) propuseram que os parâmetros r_u e η podem ser obtidos por ajuste de histórico utilizando-se a Equação 3.37 e, então, a previsão de produção realizada.

de Swann (1976) observou que no modelo de Aronofsky (1958) o bloco de matriz produz com condição de contorno constante de imersão total. Ele, assim, propôs uma convolução através da solução da condição de contorno variável por função degrau. A produção de óleo, considerando-se a variação da saturação na fratura, é obtida fazendo a convolução da Equação 3.35 de Aronofsky (1958) com a variação da saturação na fratura.

$$\tau_o = \frac{(1 - S_{or} - S_{win})\phi V}{B_o} \eta \int_0^t e^{-\eta(t-\Theta)} \frac{\hat{S}_w}{d\Theta} d\Theta \quad (3.40)$$

onde Θ é uma variável temporal. Nesse modelo de de Swaan (1976) considera apenas o fenômeno de embebição, desprezando os efeitos gravitacionais. É interessante notar que a Equação 3.39 é semelhante à Equação 3.40, mas a Equação de Aronofsky (1958) considera a variação da saturação na matriz e não na fratura, o que sugere a adição de efeito gravitacional.

Kazemi et al. (1992) mostraram que se a translação da função na convolução de de Swaan (Equação 3.40) for suficientemente pequena, $t \simeq t - \Theta$, então reduz-se a:

$$\tau_o = \frac{(1 - S_{or} - S_{win})\phi V}{B_o} \eta \int_0^t e^{-\eta t} \frac{\hat{S}_w}{d\Theta} d\Theta \quad (3.41)$$

Portanto:

$$\tau_o = \hat{S}_w \frac{(1 - S_{or} - S_{win})\phi V}{B_o} \eta e^{-\eta t} \quad (3.42)$$

Nesta equação considera-se a saturação da fratura constante ao longo do tempo, que é um caso particular da equação de de Swann. Fazendo $\hat{S}_w = 1$, obtém-se ainda a Equação 3.35 de Aronofsky (1958).

Integrando-se a vazão de óleo em condição de reservatório no tempo para obter a produção acumulada e dividindo-se pelo volume inicial de óleo, obtém-se:

$$r = \hat{S}_w \int \frac{(1 - S_{or} - S_{win})\phi V}{B_o} \eta e^{-\eta t} dt = \hat{S}_w \frac{r_u(-e^{-\eta t})}{B_o} + CI \quad (3.43)$$

mas $r(t=0) = 0 \Rightarrow CI = \hat{S}_w \frac{r_u}{B_o}$, logo dividindo-se pelo volume inicial:

$$r = \hat{S}_w r_u (1 - e^{-\eta t}) \quad (3.44)$$

Conclui-se que Kazemi et al. (1992) consideraram que a recuperação de óleo é proporcional à saturação na fratura e utilizaram a mesma equação de Aronofsky (1958). Reescrevendo a Equação 3.44, obtém-se:

$$\frac{r}{r_u} = \frac{(S_w - S_{win})}{(1 - S_{or} - S_{win})} = \hat{S}_w (1 - e^{-\eta t}) \quad (3.45)$$

ou

$$S_w = S_{win} + (1 - S_{or} - S_{win})\hat{S}_w(1 - e^{-\eta t}) \quad (3.46)$$

ainda

$$e^{-\eta t} = 1 - \frac{(S_w - S_{win})}{\hat{S}_w(1 - S_{or} - S_{win})} \quad (3.47)$$

A equação de conservação de massa do componente água pode ser escrita para um sistema incompressível como:

$$\tau_w = \frac{\phi V}{B_w} \frac{dS_w}{dt} \quad (3.48)$$

Derivando-se a Equação 3.47 e substituindo na Equação 3.48, obtém-se:

$$\tau_w = \frac{\phi V}{B_w} (1 - S_{or} - S_{win}) \left[\hat{S}_w \eta e^{-\eta t} + \frac{d\hat{S}_w}{dt} (1 - e^{-\eta t}) \right] \quad (3.49)$$

como $t \rightarrow 0 \Rightarrow (1 - e^{-\eta t}) = 0$ e $t \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{d\hat{S}_w}{dt} = 0$ a equação é simplificada fazendo $\frac{d\hat{S}_w}{dt}(1 - e^{-\eta t}) \simeq 0$, então:

$$\tau_w = \frac{\phi V}{B_w}(1 - S_{or} - S_{win})\hat{S}_w\eta e^{-\eta t} \quad (3.50)$$

Substituindo a Equação 3.47 na Equação 3.50:

$$\tau_w = \frac{\phi V}{B_w}\eta[\hat{S}_w(1 - S_{or} - S_{win}) - (S_w - S_{win})] \quad (3.51)$$

O sistema é incompressível, visto que apenas forças capilares são consideradas no modelo e, por isso, a pressão de óleo mantém-se constante e igual para o os meios poroso e fraturado. A equação de conservação de massa é, dessa maneira, escrita para um deslocamento contracorrente, como:

$$\tau_w B_w + \tau_o B_o = 0 \quad (3.52)$$

Seja $\tau_\alpha = -\frac{\lambda_\alpha}{B_\alpha}\sigma kV(\hat{\Phi}_\alpha - \Phi_\alpha)$, onde $\lambda_\alpha = \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha}$ e $\Phi_\alpha = P_o - P_c - \gamma_\alpha Z$, então:

$$(\hat{P}_o - P_o) = \left(\frac{\lambda_w}{\lambda_w + \lambda_o}\right)(\hat{P}_{c_{ow}} - P_{c_{ow}}) \quad (3.53)$$

logo

$$\tau_o = -\frac{\sigma kV}{B_o}\left(\frac{\lambda_o\lambda_w}{\lambda_w + \lambda_o}\right)(\hat{P}_{c_{ow}} - P_{c_{ow}}) \quad (3.54)$$

Substituindo as equações 3.51 e 3.54 na Equação 3.52:

$$(\hat{P}_{c_{ow}} - P_{c_{ow}}) = -\eta\frac{\phi}{\sigma k}\left(\frac{\lambda_w + \lambda_o}{\lambda_o\lambda_w}\right)[\hat{S}_w(1 - S_{or} - S_{win}) - (S_w - S_{win})] \quad (3.55)$$

sendo $(\hat{P}_{c_{ow}}^{ps} - P_{c_{ow}}^{ps}) = (\hat{P}_{c_{ow}} - P_{c_{ow}})$, então:

$$\begin{cases} \hat{P}_{c_{ow}}^{ps} &= -\eta\frac{\phi}{\sigma k}\left(\frac{\lambda_w + \lambda_o}{\lambda_o\lambda_w}\right)\hat{S}_w(1 - S_{or} - S_{win}) \\ P_{c_{ow}}^{ps} &= -\eta\frac{\phi}{\sigma k}\left(\frac{\lambda_w + \lambda_o}{\lambda_o\lambda_w}\right)(S_w - S_{win}) \end{cases} \quad (3.56)$$

As pseudo-pressões capilares são, então, utilizadas na Equação 3.10, onde $\Phi = P_o - P_c^{ps} - \gamma Z$. Neste modelo semi-empírico Kazemi et al. (1992) consideraram apenas efeitos capilares, além da expansão de fluidos.

Kazemi et al. (1992), alternativamente ao uso de pseudo-curvas, sugeriram que a convolução de de Swann(1976) (Equação 3.40) fosse resolvida numericamente, obtendo-se:

$$\begin{cases} \tau_o &= r_u \eta V \sum_{n_j=0}^n \left[\Delta_t \left(\frac{\hat{S}_o}{B_o} \right) \prod_{n_k=n_j}^n e^{-\eta \Delta t n_k} \right] \\ \tau_w &= r_u \eta V \sum_{n_j=0}^n \left[\Delta_t \left(\frac{\hat{S}_w}{B_w} \right) \prod_{n_k=n_j}^n e^{-\eta \Delta t n_k} \right] \end{cases} \quad (3.57)$$

Segundo Kazemi et al. (1992), a solução numérica possui a vantagem de não requerer a solução de pressão e saturação na matriz, contudo, não garante o balanço de materiais em casos trifásicos, o que é obtido utilizando-se as pseudocurvas.

Di Donato e Blunt (2003) reduziram a Equação 3.51 de Kazemi et al. (1992) para o caso $\hat{S}_w = 1$, ou seja, a Equação de Aronofsky (1958), nomeando-a função de transferência linear:

$$\tau_w = \frac{\phi V}{B_w} \eta (1 - S_{or} - S_w) \quad (3.58)$$

Di Donato e Blunt (2003) observaram que na Equação 3.51 a recuperação final é proporcional à saturação na fratura, o que segundo eles é válido apenas quando a transferência ocorre por deslocamento de uma frente de saturação ($\hat{S}_w = 1$) atravessando o bloco de matriz. Eles consideraram a pressão capilar na fratura desprezível em relação ao meio poroso.

Tavassoli et al. (2005) desenvolveram um modelo unidimensional, o processo de embebição de água em um sistema incompressível fracamente molhável à água, em que a água desloca óleo verticalmente, sendo injetado na base do meio poroso. Este modelo é baseado no modelo de Barenblatt (1990), que leva em conta apenas o efeito capilar em sistemas molháveis à água, mas além do efeito capilar adiciona o efeito gravitacional e estende a análise a sistemas fracamente molháveis à água. Tavassoli et al. (2005), bem como Barenblatt (1990), consideram apenas o efeito capilar presente no deslocamento por embebição contracorrente em processo espontâneo. A equação de conservação de massa para o componente óleo na forma integral é escrita como:

$$\oint_{sc} \rho_o \vec{v}_o \cdot d\vec{A} + \frac{d}{dt} \int_{vc} \rho_o S_o \phi dV = 0 \quad (3.59)$$

A equação é reescrita para um sistema incompressível em volume de controle variável tal que $S_o|_{vc} = 1$ como:

$$\oint_{sc} \vec{v}_o \cdot d\vec{A} + \phi \frac{dV_{vc}}{dt} = 0 \quad (3.60)$$

A condição para $S_o|_{vc} = 1$ é $\frac{dV_{vc}}{dt} = -\frac{v_w}{\phi} A$, portanto:

$$v_o + v_w = 0 \quad (3.61)$$

Este é um resultado particular válido para deslocamento em contracorrente. Substituindo a equação de Darcy $v_o = -k\lambda_g(\frac{\partial P_o}{\partial z} - \gamma_o)$ e $v_w = -k\lambda_w(\frac{\partial P_w}{\partial z} - \frac{\partial P_c}{\partial z} - \gamma_w)$, sendo $\lambda_\alpha = \frac{k\tau_\alpha}{\mu_\alpha}$ e $\lambda_t = \sum_\alpha \lambda_\alpha$, obtém-se:

$$v_w = k \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \left(\frac{\partial P_c}{\partial z} - \Delta\gamma_{ow} \right) \quad (3.62)$$

onde $\Delta\gamma_{ow} = (\gamma_o - \gamma_w)$. Escrevendo-se a equação de conservação de massa do componente água na forma forte, ou diferencial, para um sistema incompressível, obtém-se:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left[k \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \left(\frac{\partial P_c}{\partial z} - \Delta\gamma_{ow} \right) \right] = 0 \quad (3.63)$$

As condições de contorno e inicial utilizadas foram: $t \leq t_1$

$$\begin{cases} v_w(x_{fa}, t) &= -k \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \Delta\gamma_{ow} \\ v_w(0, t) &= \left(P'_c|_{S_w^*} \frac{\partial S_w}{\partial z} \Big|_{z=0} - \Delta\gamma_{ow} \right) \\ S_w(z, 0) &= S_{w_{in}} \end{cases} \quad (3.64)$$

As condições de contorno e inicial utilizadas foram: $t > t_1$

$$\begin{cases} v_w(L, t) &= 0 \\ v_w(0, t) &= k \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \left(P'_c|_{S_w^*} \frac{\partial S_w}{\partial z} \Big|_{z=0} - \Delta\gamma_{ow} \right) \\ \bar{S}_w(z, t_1) &= \frac{S_w^*}{3} \end{cases} \quad (3.65)$$

onde $P'_c = \frac{\partial P_c}{\partial S_w}$, $P_c(S_w^*) = 0$, e t_1 é o tempo decorrido até a frente de saturação de água alcançar a face externa do meio poroso. Portanto, a solução é dividida em um tempo

inicial, $t \leq t_1$, e um tempo final, $t > t_1$. Reescrevendo-se a equação diferencial na forma fraca, ou integral:

$$\int_{vc} \left\{ \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left[k \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \left(\frac{\partial P_c}{\partial z} - \Delta \gamma_{ow} \right) \right] \right\} dV = 0 \quad (3.66)$$

Fazendo $\bar{S}_w = \int_0^L S_w dz$, e realizando a integração:

$$\phi \frac{\partial \bar{S}_w}{\partial t} + \left[k \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \left(\frac{\partial P_c}{\partial z} - \Delta \gamma_{ow} \right) \right] \Big|_0^L = 0 \quad (3.67)$$

Utilizando a normalização da pressão capilar proposta por Leverett:

$$P_c = \varsigma \sqrt{\frac{\phi}{k}} J(S_w) \quad (3.68)$$

onde J é a pressão capilar adimensionalizada. Assim como $\frac{\partial P_c}{\partial z} = \frac{\partial P_c}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial z} = -\varsigma \sqrt{\frac{\phi}{k}} J' \frac{\partial S_w}{\partial z}$ e $v(L, t) = 0$.

$$\phi \frac{\partial \bar{S}_w}{\partial t} + \left[k \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \Big|_{S_w^*} \left(\varsigma \sqrt{\frac{\phi}{k}} J'^* \frac{\partial S_w}{\partial z} \Big|_{z=0} + \Delta \gamma_{ow} \right) \right] = 0 \quad (3.69)$$

onde $J^* = J(S_w^*)$. Definindo a relação entre as forças gravitacional e capilar como:

$$2N_{gc} = \frac{\Delta \gamma_{ow} L}{\varsigma \sqrt{\frac{\phi}{k}} J'^*(S_w^* - S_{w_{in}})} \quad (3.70)$$

então:

$$\phi \frac{\partial \bar{S}_w}{\partial t} + \varsigma \sqrt{\frac{\phi}{k}} J'^* \left[k \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \left(\frac{\partial S_w}{\partial z} \Big|_{z=0} + \frac{1}{L} 2N_{gc} (S_w^* - S_{w_{in}}) \right) \right] = 0 \quad (3.71)$$

Utilizando-se os termos adimensionalizados:

$$\begin{cases} S &= \frac{S_w - S_{w_{in}}}{1 - S_{or} - S_{w_{in}}} \\ z_D &= \frac{z}{L} \\ t_D &= \varsigma \sqrt{\frac{k}{\phi}} J'^* \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \Big|_{S_w^*} \frac{1}{L^2} t = \Omega t \end{cases} \quad (3.72)$$

Escrevendo a equação diferencial adimensionalizada:

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial t_D} + \left[\frac{\partial S}{\partial z_D} \Big|_{z_D=0} + 2N_{gc} S^* \right] = 0 \quad (3.73)$$

Supondo que a equação diferencial 3.73 possua uma solução quadrática:

$$S(z_D, t) = S^* - A(t)z_D + B(t)z_D^2 \quad (3.74)$$

A solução para o tempo inicial, ou seja, até a frente de saturação alcançar a face externa do meio poroso, é obtida considerando-se que o efeito capilar é desprezível, dessa forma, constitui um deslocamento tipo Buckley-Leverett com saturação da frente constante. Os parâmetros A e B são obtidos utilizando-se as condições de contorno 3.64 e, assim, reescreve-se a equação diferencial:

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial t_D} = -2 \left(N_{cg} S^* - \frac{\bar{S}}{3} \right) \quad \text{se } t_D \leq t_{D_1} \quad (3.75)$$

onde t_{D_1} é o tempo necessário para a frente de avanço da água alcançar a face externa do meio poroso. Resolvendo-se a equação diferencial, obtém-se:

$$\ln \left(1 - \frac{3N_{cg}\bar{S}}{S^*} \right) + \frac{3N_{cg}\bar{S}}{S^*} = -6N_{cg}^2 t_D \quad \text{se } t_D \leq t_{D_1} \quad (3.76)$$

Para tempos curtos o logaritmo pode ser aproximado $\ln \left(1 - \frac{3N_{cg}\bar{S}}{S^*} \right) \simeq - \left(\frac{3N_{cg}\bar{S}}{S^*} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{3N_{cg}\bar{S}}{S^*} \right)^2$, obtendo-se assim:

$$\bar{S} \simeq S^* \sqrt{\frac{4}{3} t_D} \quad (3.77)$$

Para tempos longos o logaritmo pode ser aproximado $\ln \left(1 - \frac{3N_{cg}\bar{S}}{S^*} \right) + \frac{3N_{cg}\bar{S}}{S^*} \simeq \ln \left(1 - \frac{3N_{cg}\bar{S}}{S^*} \right)$, obtendo-se assim:

$$\bar{S} \simeq \frac{1}{3} \frac{S^*}{N_{cg}} (1 - e^{-6N_{cg} t_D}) \quad (3.78)$$

A solução para o tempo final, ou seja, após a frente de saturação alcançar a face externa do meio poroso, é obtida calculando-se os parâmetros A e B com as condições de contorno 3.65 e, assim, a equação diferencial é escrita como:

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial t_D} = - [3(\bar{S} - S^*) - N_{gc} S^* + 2N_{gc} S^*] \quad (3.79)$$

No tempo final, considera-se que o equilíbrio gravitacional-capilar já foi alcançado na face externa do meio poroso e, portanto, o processo de drenagem ocorre devido à redistribuição de saturação para obtenção do equilíbrio capilar, logo, o efeito gravitacional é

desprezível. A equação diferencial é, assim, reescrita considerando $N_{gc} \simeq 0$:

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial t_D} = -3(\bar{S} - S^*) \quad (3.80)$$

Resolvendo-se a equação diferencial, obtém-se:

$$\bar{S} = S^* \left[1 - \frac{2}{3} e^{-3(t_D - t_{D1})} \right] \quad (3.81)$$

ou

$$2S^* e^{-3(t_D - t_{D1})} = -3(\bar{S} - S^*) \quad (3.82)$$

Tavassoli et al. (2005) compararam os resultados obtidos com dados experimentais obtidos por Zhou et al. (2002) para embebição contracorrente, mostrando que a Equação 3.81 ajusta-se bem aos dados experimentais na maior parte do processo, à exceção de tempos bem curtos.

Aplicando-se o mesmo procedimento usado por Kazemi et al. (1992) reescreve-se a Equação 3.48 utilizando-se a saturação média normalizada como:

$$\tau_w = \frac{\phi V}{B_w} \frac{dS_w}{dt} = \frac{\phi V}{B_w} (1 - S_{or} - S_{win}) \frac{d\bar{S}}{dt_D} \frac{dt_D}{dt} \quad (3.83)$$

Derivando-se a Equação 3.81 e substituindo na Equação 3.84 com a definição 3.72:

$$\tau_w = \frac{\phi V}{B_w} (1 - S_{or} - S_{win}) \Omega 2 e^{-3(t_D - t_{D1})} \quad (3.84)$$

Substituindo-se a Equação 3.82 com a definição 3.72, obtendo a seguinte função de transferência:

$$\tau_w = \frac{\phi V}{B_w} 3\Omega (S_w^* - \bar{S}_w) \quad (3.85)$$

Hagoort (1980) desenvolveu um modelo analítico para o processo de drenagem gravitacional, considerando deslocamento unidimensional vertical de óleo por gás em um sistema incompressível, sendo o gás injetado no topo no reservatório. Escrevendo-se a equação da continuidade para os componentes óleo e gás em um sistema incompressível e imiscível:

$$\begin{cases} \phi \frac{\partial S_o}{\partial z} + \frac{\partial v_o}{\partial z} = 0 \\ \phi \frac{\partial S_g}{\partial z} + \frac{\partial v_g}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (3.86)$$

Somando-se as equações e fazendo $S_o + S_g = 1$, obtém-se que a soma das velocidades é constante, portanto, a velocidade total é:

$$v_t = v_o + v_g \quad (3.87)$$

Substituindo a equação de Darcy $v_g = -k\lambda_g(\frac{\partial P_o}{\partial z} + \frac{\partial P_c}{\partial z} - \gamma_g)$ e $\frac{\partial P_o}{\partial z} = -\frac{v_o}{k\lambda_o} + \gamma_o$, sendo $\lambda_\alpha = \frac{k r_\alpha}{\mu - \alpha}$, na Equação 3.87, obtém-se:

$$v_t = v_o + \frac{\lambda_g}{\lambda_o} v_o - k\lambda_g(\gamma_o - \gamma_g) - k\lambda_g \frac{\partial P_c}{\partial z} \quad (3.88)$$

Portanto, definindo o fluxo fracionário como $f_o = \frac{v_o}{v_t}$:

$$f_o = \frac{1}{v_t} \frac{\frac{\lambda_o}{\lambda_g} + k\lambda_o(\gamma_o - \gamma_g) + k\lambda_o \frac{\partial P_c}{\partial z}}{\left(1 + \frac{\lambda_o}{\lambda_g}\right)} \quad (3.89)$$

A equação da continuidade para o componente óleo para um sistema incompressível é reescrita como:

$$\phi \frac{\partial S_o}{\partial t} + v_t \frac{\partial f_o}{\partial z} = 0 \quad (3.90)$$

Mas $\frac{\partial f_o}{\partial z} = \frac{\partial f_o}{\partial S_o} \frac{\partial S_o}{\partial z} = f'_o \frac{\partial S_o}{\partial z}$, então:

$$\frac{\partial S_o}{\partial t} + \frac{v_t}{\phi} f'_o \frac{\partial S_o}{\partial z} = 0 \quad (3.91)$$

Como supõe-se que a saturação em uma secção perpendicular a direção de escoamento seja constante $dS_o = \frac{\partial S_o}{\partial t} dt + \frac{\partial S_o}{\partial z} dz = 0$, assim:

$$\frac{\partial S_o}{\partial t} + \frac{v_t}{\phi} f'_o \frac{\partial S_o}{\partial z} = \frac{\partial S_o}{\partial t} + \frac{\partial S_o}{\partial z} \frac{dz}{dt} \quad (3.92)$$

Por semelhança, obtém-se:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{v_t}{\phi} f'_o \Rightarrow z = \frac{v_t}{\phi} f'_o t \quad (3.93)$$

Considerando o efeito capilar desprezível e $\lambda_g \gg \lambda_o$, a Equação 3.89 reduz-se a:

$$f_o = \frac{1}{v_t} k\lambda_o(\gamma_o - \gamma_g) \quad (3.94)$$

Hagoort (1980) considerou que a curva de permeabilidade relativa obedece a um modelo de potência, ou ao modelo de Corey: $k_{r_o} = k_{r_o}^{max} \bar{S}_o^b$, onde $k_{r_o}^{max} = k_{r_o}|_{\bar{S}_o=1}$, $\bar{S}_o = \frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{or} - S_{win}}$, e b uma constante de ajuste. Assim:

$$f'_o = \frac{1}{v_t} k \frac{k_{r_o}^{max}}{\mu_o} b \frac{S_o^{b-1}}{(1 - S_{or} - S_{win})} (\gamma_o - \gamma_g) \quad (3.95)$$

Substituindo na Equação 3.93, obtém-se:

$$\bar{S}_o = \left(\frac{z \ddot{\phi} \mu_o}{b k_{r_o}^{max} \Delta \gamma_{og} t} \right)^{\frac{1}{b-1}} \quad (3.96)$$

ou

$$S_o = S_{or} + (1 - S_{or} - S_{win}) \left(\frac{z \phi (1 - S_{or} - S_{win}) \mu_o}{b k_{r_o}^{max} \Delta \gamma_{og} t} \right)^{\frac{1}{b-1}} \quad (3.97)$$

onde $\Delta \gamma_{og} = (\gamma_o - \gamma_g)$ e $\ddot{\phi} = \phi (1 - S_{or} - S_{win})$. A produção acumulada é calculada por balanço de materiais:

$$N_p B_o = (1 - S_{win} - \bar{S}_o) \phi V \quad (3.98)$$

onde $z_{fa} \bar{S}_o = \int_0^{(1-S_{win})} z dS_o$, e $S_{oe} = S_o(L, t)$, sendo L a espessura do meio poroso medido a partir do topo, portanto:

$$N_p B_o = \begin{cases} v_t A t & \text{se } t \leq t_1 \\ (1 - S_{win} - S_{oe}) \phi V + f_{oe} v_t A t & \text{se } t > t_1 \end{cases} \quad (3.99)$$

Assim, obtém-se:

$$r = \begin{cases} r_u \frac{v_t A t}{(1 - S_{or} - S_{win}) \phi V} = r_u \ddot{t}_{Dg} & \text{se } t \leq t_1 \\ r_u \left[1 - \left(1 - \frac{1}{b} \right) \left(\frac{1}{b \ddot{t}_{Dg}} \right)^{\frac{1}{b-1}} \right] & \text{se } t > t_1 \end{cases} \quad (3.100)$$

onde $t_{Dg} = \frac{k k_{r_o}^{max} \Delta \gamma_{og} t}{\mu_o \phi L}$ e $\ddot{t}_{Dg} = \frac{t_{Dg}}{(1 - S_{or} - S_{win})}$

Di Donato et al. (2006) desenvolveram um modelo unidimensional para drenagem gravitacional considerando que o processo possui duas etapas distintas. A primeira etapa, ou tempo inicial, é caracterizada por variações acentuadas de saturação, já que a frente de saturação do gás avança até alcançar o equilíbrio gravitacional/capilar. A segunda

etapa, ou tempo final, inicia-se após o equilíbrio gravitacional/capilar ser alcançado e é caracterizado pela redistribuição de saturação na zona invadida pelo gás para alcançar o equilíbrio capilar. A profundidade de equilíbrio, ou a zona invadida pelo gás, não é alterada após atingido o equilíbrio capilar/gravitacional.

Di Donato et al. (2006) supuseram que a primeira etapa é representada pela solução de Hagoort (1980) para o tempo inicial, ou seja, até a frente de saturação alcançar a face externa do meio poroso. No entanto, considerando a face externa na profundidade H da zona invadida pelo gás, ao invés da espessura total L do meio poroso.

Portanto a solução para o tempo inicial é:

$$\left. \frac{r}{r_u} \right|_H = \ddot{t}_{Dg} \quad \text{se } t \leq t_1 \quad (3.101)$$

onde $t_{Dg} = \frac{kk_{ro}^{max} \Delta\gamma_{og}}{\mu_o \phi H} t$ e $\ddot{t}_{Dg} = \frac{t_{Dg}}{(1-S_{or}-S_{win})}$

Di Donato et al. (2006) assumiram que a solução da segunda etapa pode ser dividida em dois casos: a) processo dominado gravitacionalmente e b) processo dominado capilarmente. No caso dominado gravitacionalmente considerou-se uma solução semelhante à de Hagoort (1980) para o tempo final, mas diferentemente o efeito capilar não foi desprezado. O fluxo fracionário de óleo (Equação 3.94) é então reescrito como:

$$f_o = \frac{1}{v_t} k \lambda_o \left[(\gamma_o - \gamma_g) + \frac{\partial P_c}{\partial z} \right] \quad (3.102)$$

Assim, seguindo o mesmo desenvolvimento utilizando por Hagoort (1980), obtém-se a solução para tempo final dominado gravitacionalmente:

$$\left. \frac{r}{r_u} \right|_H = \left[1 - \left(1 - \frac{1}{b} \right) \left(\frac{1}{b \ddot{t}_D} \right)^{\frac{1}{b-1}} \right] \quad \text{se } t > t_1 \quad (3.103)$$

onde $t_D = t_{Dg} + t_{Dc}$ e $\ddot{t}_D = \frac{t_D}{(1-S_{or}-S_{win})}$, sendo $t_{Dg} = \frac{kk_{ro}^{max} \Delta\gamma_{og}}{\mu_o \phi H} t$ e $t_{Dc} = \frac{k_{ro}^{max}}{\mu_o} \sqrt{\frac{k}{\phi} \frac{\zeta J^*}{H^2}} t$

No caso dominado capilarmente utilizou-se a mesma solução de Tavassoli et al. (2005) para o tempo final também dominado capilarmente. Mas neste caso a fase que molha preferencialmente a rocha no caso gás/óleo é o óleo, por isso o problema é escrito em função da saturação de óleo. Escrevendo-se a equação de conservação de massa do componente óleo na forma forte, ou diferencial, para um sistema incompressível e imiscível-

vel, obtém-se:

$$\phi \frac{\partial S_o}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left[k \frac{\lambda_o \lambda_g}{\lambda_t} \left(\frac{\partial P_c}{\partial z} + \Delta \gamma_{go} \right) \right] = 0 \quad (3.104)$$

As condições de contorno e inicial utilizadas foram: $t > t_1$

$$\begin{cases} v_o(0, t) = 0 \\ v_o(H, t) = k \frac{\lambda_o \lambda_g}{\lambda_t} \left(P_c' \Big|_{S_o^*} \frac{\partial S_o}{\partial z} \Big|_{z=0} + \Delta \gamma_{go} \right) \\ \bar{S}_o(z, t_1) = \frac{S_o^*}{3} \end{cases} \quad (3.105)$$

Utilizando-se os termos adimensionalizados:

$$\begin{cases} S = \frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{or} - S_{win}} \\ z_D = \frac{z}{H} \\ t_D = \varsigma \sqrt{\frac{k}{\phi} J^{t*}} \frac{\lambda_o \lambda_g}{\lambda_t} \Big|_{S_o^*} \frac{1}{H^2} t = \Omega t \end{cases} \quad (3.106)$$

Escreve-se a equação diferencial adimensionalizada:

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial t_D} + \left[\frac{\partial S}{\partial z_D} \Big|_{z_D=1} + 2N_{gc} S^* \right] = 0 \quad (3.107)$$

Supondo que a Equação diferencial 3.109 possua uma solução quadrática:

$$S(z_D, t) = S^* - A(t)(1 - z_D) + B(t)(1 - z_D)^2 \quad (3.108)$$

Resolvendo a equação diferencial obtém-se:

$$\frac{r}{r_u} \Big|_H = 1 - e^{-3t_{Dc}} \quad (3.109)$$

Contudo, segundo Di Donato et al. (2006) o expoente da Equação 3.109 não fornece bons resultados comparados a resultados numéricos, por isso a equação foi reescrita:

$$\frac{r}{r_u} \Big|_H = 1 - e^{-3 \left[\frac{t_{Dc}}{b} + 2N_{cg} t_{Dg} \right]} \quad (3.110)$$

onde $2N_{cg} = \frac{\Delta \gamma_{go} H}{\varsigma \sqrt{\frac{\phi}{k} J^{t*}}} = \frac{H}{L-H}$

Di Donato et al. (2006) não mostraram como o resultado foi obtido, mas justificaram

a escolha dizendo que a Equação 3.110 fornece resultados bem ajustados ao resultado numérico.

As soluções foram obtidas apenas para a zona invadida pelo gás, mas como a saturação de óleo é constante na zona não invadida, tem-se que a saturação média da zona invadida é uma fração da saturação média de todo o meio poroso. Esta fração corresponde à relação entre a profundidade da zona invadida e a espessura total do meio poroso, portanto à S_g^* . Assim:

$$\frac{r}{r_u} \Big|_H = S_g^* \frac{r}{r_u} \quad (3.111)$$

Di Donato et al. (2006) utilizaram as soluções de tempo final (equações 3.103 e 3.110) para descrever a transferência de massa entre o meio poroso e as fraturas.

$$\frac{r}{r_u} = S_g^* \left[1 - \left(1 - \frac{1}{b} \right) \left(\frac{1}{bt_D} \right)^{\frac{1}{b-1}} \right] \quad \text{se } t > t_1 \quad (3.112)$$

e

$$\frac{r}{r_u} = S_g^* \left[1 - e^{-3 \left[\frac{t_{Dc}}{b} + 2N_{cg} t_{Dg} \right]} \right] \quad \text{se } t > t_1 \quad (3.113)$$

Aplicando-se o mesmo procedimento usado por Kazemi et al. (1992), obtém-se a função de transferência para processo dominado gravitacionalmente:

$$\tau_g = \frac{\phi V}{B_g} \Omega \left[\frac{b}{b-1} (S_g^* - \bar{S}_g) \right]^b \quad (3.114)$$

e para processo dominado capilarmente,

$$\tau_g = \frac{\phi V}{B_g} \Omega' (S_g^* - \bar{S}_g) \quad (3.115)$$

onde $\Omega' = \frac{1}{b} \frac{k k_{ro}^{max} \Delta \gamma_{og}}{\mu_o \phi H} + 2N_{cg} \frac{k_{ro}^{max}}{\mu_o} \sqrt{\frac{k}{\phi} \frac{S_g^*}{H^2}}$.

Lu et al. (2008) supuseram que a transferência de massa entre matriz e fratura é resultado da contribuição individual dos processos de recuperação e, portanto, a soma da contribuição de cada processo. Os processos de expansão de fluidos, difusão e deslocamento de fluidos (efeito capilar/gravitacional) foram considerados através de

modelos analíticos utilizando-se fatores de correção para representar os tempos inicial e final para cada processo de recuperação.

$$\tau_{\xi}^* = \sum_{\alpha} \left[\tau_{\xi\alpha}^{*d} + \chi_{\xi\alpha} \rho_{\alpha} \left(\tau_{\alpha}^e + \sum_{\beta \neq \alpha} \tau_{\alpha\beta}^s \right) \right] \quad (3.116)$$

onde os subscritos correspondem aos processos: d difusão, e expansão de fluidos, s deslocamento de fluidos (capilar/gravitacional).

O mecanismo de difusão molecular obedece a uma relação semelhante à equação de Darcy, mas a diferença de potencial ocorre devido à diferença de concentração, neste caso, entre matriz e fraturas de um componente em uma determinada fase. Adicionando um fator de correção Ξ para ajustar os tempos iniciais e finais, obtém-se:

$$\tau_{\xi\alpha}^{*d} = -\Xi^d \sigma D_{\xi\alpha} V \rho_{\alpha} (\hat{\chi}_{\xi\alpha} - \chi_{\xi\alpha}) \quad (3.117)$$

onde

$$\Xi^d = \frac{|\hat{\chi}_{\xi\alpha}^{n+1} - \chi_{\xi\alpha}^0| + |\chi_{\xi\alpha}^{n+1} - \chi_{\xi\alpha}^0|}{\max\{\epsilon \chi_{\xi\alpha}^{n+1}, |\chi_{\xi\alpha}^{n+1} - \chi_{\xi\alpha}^0|\}} \quad (3.118)$$

onde $0,01 \leq \epsilon \leq 0,1$ é um parâmetro de ajuste utilizado para fornecer estabilidade no início da simulação. Desprezando o termo de difusão, a equação 3.116 pode ser reescrita para um sistema termodinâmico β como:

$$\tau_{\xi} = \sum_{\alpha} \left[\tau_{\alpha}^e + \sum_{\beta \neq \alpha} \tau_{\alpha\beta}^s \right] \quad (3.119)$$

O termo de expansão de fluidos é obtido utilizando função de transferência de Barenblatt et al. (1960) Equação 3.1 com um fator de correção Ξ para ajustar os tempos iniciais e finais.

$$\tau_{\alpha}^e = -\Xi^e \sigma k V \frac{k_{r\alpha}}{\mu_{\alpha} B_{\alpha}} (\hat{P}_o - P_o) \quad (3.120)$$

onde

$$\Xi^e = \frac{|\hat{P}_o^{n+1} - P_o^0| + |P_o^{n+1} - P_o^0|}{\max\{\epsilon P_o^{n+1}, |P_o^{n+1} - P_o^0|\}} \quad (3.121)$$

O termo de deslocamento de fluidos (efeito capilar/gravitacional) é obtido utilizando as funções de transferência de Tavassoli et al. (2005) no caso de deslocamento de óleo por

água, e de Di Donato et al. (2006) no caso de drenagem gravitacional (gás/óleo). Assim como nos termos de difusão e expansão de fluidos utilizou-se um fator de correção Ξ para ajustar os tempos iniciais e finais, e adicionalmente uma função $F(S_\alpha)$ para permitir imersão parcial do meio poroso na fratura. Lu et al. (2008) dividiram o deslocamento de fluidos tal como Quandalle e Sabathier (1989) em uma componente horizontal e outra vertical, assim:

$$\tau_\xi = \tau_\xi^H + \tau_\xi^V \quad (3.122)$$

Deslocamento de óleo por água:

$$\tau_w^{sD} = \Xi^s \frac{\phi V}{B_w} 3\Omega^D \left[S_{w_{in}} - \bar{S}_w + F(\hat{S}_w)(S_w^{*D} - S_{w_{in}}) \right] \quad (3.123)$$

onde $D = \{H, V\}$ e

$$\begin{cases} \Xi^s &= \frac{|S_w^{*D} - S_w^0| + |S_w^{n+1} - S_w^0|}{\max\{\epsilon S_w^{n+1}, |S_w^{n+1} - S_w^0|\}} \\ F &= \frac{1 - e^{-\sqrt{\frac{k}{k}} \hat{S}_w}}{1 - e^{-\sqrt{\frac{k}{k}}}} \end{cases} \quad (3.124)$$

Fazendo $\Xi^s = F = 1$ obtém-se a Equação 3.85 de Tavassoli et al. (2005), sendo entretanto Ω^D definido como:

$$\begin{cases} \Omega^H &= \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \Big|_{S_w^*} \frac{1}{L^2} \varsigma \sqrt{\frac{k}{\phi}} J^{*} \\ \Omega^V &= \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \Big|_{S_w^*} \left[\frac{1}{h^{*2}} \varsigma \sqrt{\frac{k}{\phi}} J^{*} + \frac{k|\Delta\gamma|}{\phi h^*} \right] \end{cases} \quad (3.125)$$

onde h^* é a altura da zona invadida por água e $\Delta\gamma = \gamma_w - \gamma_o$. Se o efeito gravitacional for desprezível $h^* = L$. Lu et al. (2008) não justificaram como obtiveram Ω^V , no entanto, utilizando a definição de pressão capilar normalizada de Leverett, reescreve-se Ω^D , como:

$$\begin{cases} \Omega^H &= \frac{1}{\phi} \sigma k \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \Big|_{S_w^*} P'_{c_{ow}} \Big|_{S_w^*} \\ \Omega^V &= \frac{1}{\phi} \sigma k \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \Big|_{S_w^*} \left[P'_{c_{ow}} \Big|_{S_w^*} - |\Delta\gamma| h^* \right] \end{cases} \quad (3.126)$$

onde $\sigma k = \frac{k}{L^2}$ e $\Delta\gamma = \gamma_w - \gamma_o$ ou ainda:

$$\begin{cases} \Omega^H &= \frac{1}{\phi} \sigma k \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \Big|_{S_w^*} P'_{c_{ow}} \Big|_{S_w^*} \\ \Omega^V &= \frac{1}{\phi} \sigma k \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \Big|_{S_w^*} P'_{c_{ow}} \Big|_{S_w^*} \end{cases} \quad (3.127)$$

Dessa forma o termo de deslocamento de fluidos na Equação 3.123 pode ser reescrito como:

$$\tau_w^{sD} = \Xi^s \frac{V}{B_w} 3\sigma k \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \Big|_{S_w^*} P'_{c_{ow}} \Big|_{S_w^*} \left[S_{win} - \bar{S}_w + F(\hat{S}_w)(S_w^{*D} - S_{win}) \right] \quad (3.128)$$

Deslocamento de óleo por gás:

$$\tau_g^{sD} = \Xi^s \frac{\phi V}{B_g} 3\Omega^D \left[S_{gin} - \bar{S}_g + F(\hat{S}_g)(S_g^{*D} - S_{gin}) \right]^b \quad (3.129)$$

onde $D = \{H, V\}$ e Ω^D é definido como:

$$\begin{cases} \Omega^H &= 0 \\ \Omega^V &= \frac{\lambda_o \lambda_g}{\lambda_t} \Big|_{S_o^*} \left[\frac{1}{h^{*2}} \varsigma \sqrt{\frac{k}{\phi}} J'^* + \frac{k|\Delta\gamma|}{\phi h^*} \right] \end{cases} \quad (3.130)$$

onde $\Delta\gamma = \gamma_o - \gamma_g$ ou ainda:

$$\begin{cases} \Omega^H &= 0 \\ \Omega^V &= \frac{1}{\phi} \sigma k \frac{\lambda_o \lambda_g}{\lambda_t} \Big|_{S_o^*} P'_{c_{go}} \Big|_{S_o^*} \end{cases} \quad (3.131)$$

sendo os fatores de correção Ξ^s e F :

$$\begin{cases} \Xi^s &= 1 - (1 - \delta) \frac{S_g^{*D} - \bar{S}_g}{S_g^{*D} - S_{gin}} \quad \text{onde} \quad \delta = k \frac{\lambda_o \lambda_g}{\lambda_t} \Big|_{S_o^*} \frac{S_g^{*D}}{S_g^{*D} - S_{gin}} \frac{|\Delta\gamma|}{\Omega^D \phi h^*} \\ F &= \frac{1 - e^{-\sqrt{\frac{k}{\phi}} \hat{S}_g}}{1 - e^{-\sqrt{\frac{k}{\phi}}}} \end{cases} \quad (3.132)$$

onde $\Delta\gamma = \gamma_o - \gamma_g$. Fazendo $\Xi^s = F = 1$ e $3 = \left(\frac{b}{b-1}\right)^b$ obtém-se a Equação 3.115 de Di Donato et al. (2006) para processo dominado gravitacionalmente.

O termo de deslocamento de fluidos na Equação 3.129 pode ser, então, reescrito como:

$$\tau_g^{sD} = \Xi^s \frac{V}{B_g} 3\sigma k \frac{\lambda_o \lambda_g}{\lambda_t} \Big|_{S_o^*} P'_{c_{go}} \Big|_{S_o^*} \left[S_{gin} - \bar{S}_g + F(\hat{S}_g)(S_g^{*D} - S_{gin}) \right]^b \quad (3.133)$$

4 Metodologia

Neste capítulo são descritas as implementações numéricas efetuadas e os métodos de validação utilizados. Além disso, são descritos os casos simulados, as comparações realizadas e os aspectos analisados.

4.1 Metodologia Geral

A avaliação do processo de recuperação por injeção de água em reservatórios naturalmente fraturados com molhabilidade intermediária ou preferencialmente molhável ao óleo foi realizada utilizando-se o modelo de dupla porosidade.

O modelo de dupla porosidade foi implementado em um simulador construído e validado por comparação com resultados obtidos com um simulador comercial, assumindo-se que ele tenha sido adequadamente testado e validado com resultados experimentais e analíticos.

Este simulador foi construído e validado para possibilitar a implementação das funções de transferência de Kazemi et al. (1976), Quandalle e Sabathier (1989) e Lu et al. (2008), visto que a segunda está implementada em apenas um dos principais simuladores comerciais, e a terceira ainda não está implementada em nenhum deles. As duas primeiras são classificadas como do tipo Warren e Root e a terceira como do tipo não Warren e Root. A primeira delas doravante será nomeada função de transferência Kazemi; a segunda, função de transferência IFP (*Institut Français du Pétrole*); e a terceira, função de transferência IC (*Imperial College*).

As funções de transferência incorporam os fenômenos físicos envolvidos no processo de recuperação através de diferentes abordagens que são comparadas e analisadas. Contudo, a função de transferência representa apenas os processos que ocorrem em uma célula da malha. Por isso, a análise da recuperação em toda a malha deve considerar também o comportamento do modelo de dupla porosidade. A metodologia foi, portanto, dividida em duas etapas:

1. Análise do Modelo de Dupla Porosidade
2. Análise das Funções de Transferência

Na primeira etapa são realizadas comparações do modelo de dupla porosidade, tanto permeabilidade simples quanto dupla ($\Phi 2K1$ e $\Phi 2K2$), utilizando-se a função de transferência de Kazemi apenas. Nesta etapa analisa-se o esforço computacional do modelo de dupla porosidade, o efeito capilar nas fraturas e o efeito de molhabilidade.

Na segunda etapa são realizadas comparações das funções de transferência e a representação dos fenômenos físicos envolvidos na recuperação. Nesta etapa, considera-se que o efeito capilar nas fraturas é desprezível e se utiliza apenas o modelo de dupla porosidade permeabilidade simples ($\Phi 2K1$), ou seja, um caso totalmente descontínuo.

4.2 Simulação e Análise

A recuperação de petróleo em reservatórios fraturados ocorre através de processos físicos que estão relacionados a parâmetros de caracterização de reservatório. A análise da recuperação, desse modo, deve considerar os parâmetros de caracterização no modelo numérico de simulação, assim como a representação dos processos físicos.

A construção dos casos de simulação é realizada combinando-se os parâmetros de caracterização de reservatório e as funções de transferência. A análise é realizada considerando-se os processos de recuperação envolvidos em um deslocamento linear unidimensional de água por óleo na direção horizontal ou vertical. A metodologia de construção dos casos de simulação e análise é mostrada na Figura 4.1.

Os casos simulados foram comparados realizando-se uma análise de sensibilidade dos seguintes parâmetros: continuidade capilar, velocidade de transferência matriz-fratura, molhabilidade e condutividade hidráulica da fratura.

A continuidade capilar é levada em conta através da comunicação entre as células de matriz da malha, ou seja, utilizando-se os modelos $\Phi 2K1$, no qual as células da matriz são isoladas, ou $\Phi 2K2$, onde há comunicação entre as células da matriz, assim como do

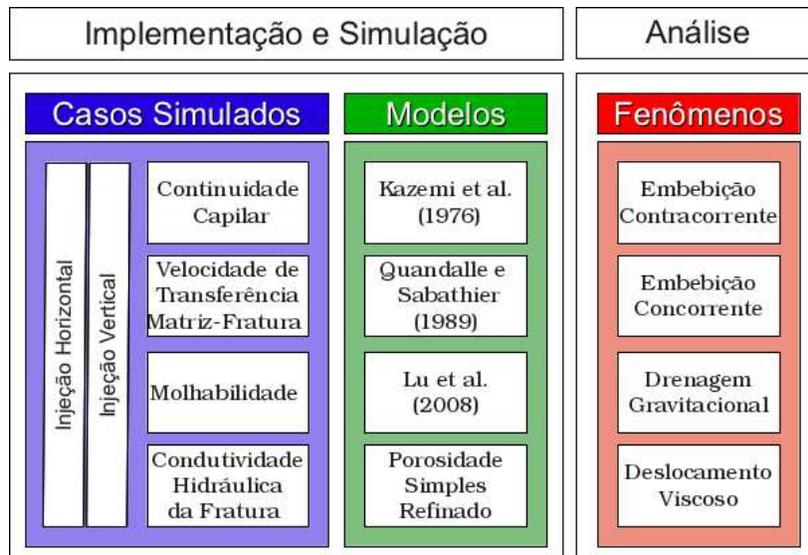


Figura 4.1: Esquema da Metodologia

efeito capilar na fratura, que é desprezível quando os blocos de matriz são descontínuos.

A velocidade de transferência matriz-fratura é considerada alterando-se o espaçamento de fratura, ou densidade de fratura, ou alterando-se a permeabilidade da matriz, uma vez que a transferência, seja entrando ou saindo da matriz, não depende da permeabilidade de fratura.

A molhabilidade é considerada através de curvas de pressão capilar e permeabilidade relativa obtidas na literatura para forte molhabilidade à água e molhabilidade intermediária. Essas curvas foram obtidas por Graue et al. (2002) utilizando Chalk da formação Rørdal com características mineralógicas selecionadas. A molhabilidade foi produzida através de técnica de envelhecimento, obtendo-se, assim, curvas de diferente molhabilidade, mas estrutura porosa semelhante, portanto, permitindo comparação.

A condutividade hidráulica é considerada através da permeabilidade de fratura da célula de simulação. Esta é uma grandeza homogeneizada não se referindo, pois, ao valor de permeabilidade medido através de experimento de superfícies planas paralelas.

Os fenômenos físicos envolvidos no processo de recuperação matriz-fratura são considerados através da função de transferência. Os fenômenos físicos analisados são: embebição, drenagem gravitacional e deslocamento viscoso, sendo a difusão e a convecção natural desprezadas. O processo de embebição está associado à curva de pressão

capilar, e conseqüentemente à molhabilidade, enquanto a drenagem gravitacional está associada à altura dos blocos de matriz e o deslocamento viscoso, por sua vez, à condutividade hidráulica da fratura.

As funções de transferência Kazemi , IFP e IC, foram implementadas e comparadas ao resultado obtido por simulação em porosidade simples de um modelo refinado com fraturas discretas e também aos resultados obtidos com os simuladores comerciais GEOQUEST/E100 e CMG/IMEX.

4.3 Malha de Simulação e Condição de Contorno

As simulações foram realizadas em um reservatório simples homogêneo, um romboedro regular de dimensão de 500x300x30 m em uma malha Cartesiana de dimensão 5x3x3 células de 100x100x10 m, conforme Figura 4.2.

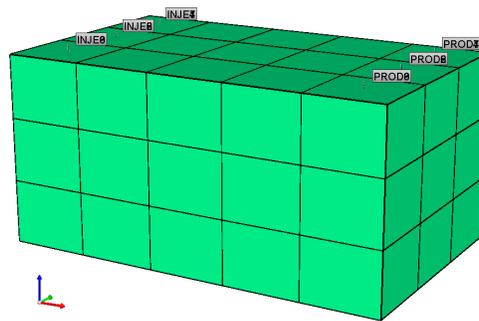


Figura 4.2: Grid 5x3x3

As condições de contorno utilizadas no problema foram de von Neumann na face de entrada, e de Dirichlet na face de saída, oposta à face de entrada. Essas condições foram impostas ao problema utilizando-se poços monocometados, injetando-se água com vazão constante na face de entrada (condição de von Neumann) e produzindo com pressão constante no centro da face de saída (condição de Dirichlet).

Esta malha foi utilizada em todas as simulações, exceto nas comparações entre deslocamento horizontal e vertical, e na simulação de fraturas discretas.

A simulação de fraturas discretas foi realizada representando-se as fraturas através

de células em uma malha Cartesiana. As fraturas foram modeladas formando-se um conjunto de planos ortogonais conforme idealização de Warren e Root (1963), separando blocos de matriz de 10x10x1 m. Os blocos de matriz foram, então, refinados em 3x3x3 células, conforme Figura 4.3.

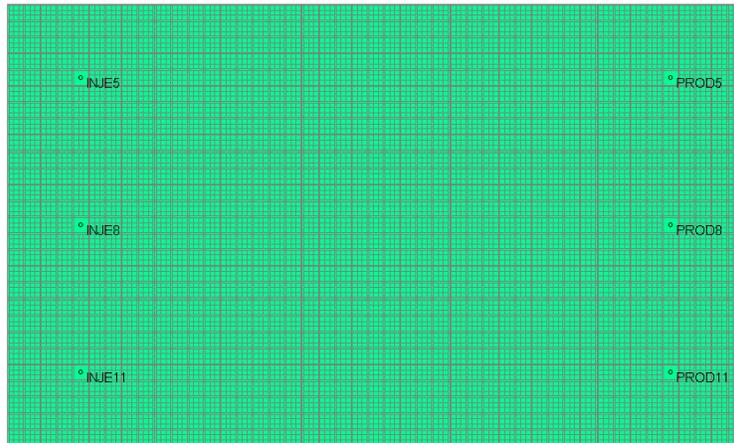


Figura 4.3: Malha Refinada

A malha refinada representa a malha 5x3x3 células com a idealização do sistema de fratura utilizada nas funções de transferência do tipo Warren e Root. Esta malha, logo, possui a mesma dimensão de 500x300x30 m da malha da Figura 4.2, e também o mesmo volume poroso de matriz e fratura, mas diferentemente é simulada com modelo de porosidade simples usando as mesmas condições de contorno.

A comparação entre os deslocamento horizontal e vertical foi realizada em uma malha 5x3x5 células, adicionando mais duas camadas para aplicação das condições de contorno através de poços. A dimensão das células foi reduzida para 10x10x10 m para que o reservatório tivesse as mesmas dimensões vertical e horizontal. Neste caso foram utilizadas as mesmas condições de contorno, mas a vazão de injeção foi reduzida para se obter a mesma velocidade de escoamento.

4.4 Classificação e Casos Simulados

Os casos foram construídos de acordo com os parâmetros de caracterização estabelecidos na metodologia de simulação e análise. Esses parâmetros foram combinados em três grupos:

1. **r**: refere-se à permeabilidade de matriz e fratura, e densidade de fraturas
2. **p**: refere-se às propriedades de fluido e rocha
3. **c**: refere-se às condições de contorno utilizadas

A composição desses parâmetros constitui um caso de simulação. Os casos empregados são descritos nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3.

As propriedades do sistema fraturado e matriz são mostrados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Propriedades do Sistema Fraturado e Matriz

Casos	Modelo	ϕ_1	ϕ_2	k [mD]	\hat{k} [mD]	$d_f 10^{-2}$ [1/m]	w_ϕ	k_{fm}	Λ_A
r0	$\Phi 1$	0.1	-	100	-	-	-	-	-
r1	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	100	100	2	0,1	1	$2,4 \times 10^4$
r2	$\Phi 2K2$	0.09	0.01	100	100	2	0,1	1	$2,4 \times 10^4$
r3	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	100	100	10	0,1	1	$6,0 \times 10^5$
r4	$\Phi 2K2$	0.09	0.01	100	100	10	0,1	1	$6,0 \times 10^5$
r5	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	100	100	20	0,1	1	$2,4 \times 10^6$
r6	$\Phi 2K2$	0.09	0.01	100	100	20	0,1	1	$2,4 \times 10^5$
r7	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	100	1000	2	0,1	10	$2,4 \times 10^3$
r8	$\Phi 2K2$	0.09	0.01	100	1000	2	0,1	10	$2,4 \times 10^3$
r9	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	100	1000	10	0,1	10	$6,0 \times 10^4$
r10	$\Phi 2K2$	0.09	0.01	100	1000	10	0,1	10	$6,0 \times 10^4$
r11	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	100	1000	20	0,1	10	$2,4 \times 10^5$

Casos	Modelo	ϕ_1	ϕ_2	k [mD]	\hat{k} [mD]	$d_f 10^{-2}$ [1/m]	w_ϕ	k_{fm}	Λ_A
r12	$\Phi 2K2$	0.09	0.01	100	1000	20	0,1	10	$2,4 \times 10^5$
r13	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	1	100	2	0,1	100	$2,4 \times 10^2$
r14	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	10	100	2	0,1	10	$2,4 \times 10^3$
r15	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	1000	100	2	0,1	0,1	$2,4 \times 10^5$
r16	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	1	1000	2	0,1	1000	$2,4 \times 10^1$
r17	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	10	1000	2	0,1	100	$2,4 \times 10^2$
r18	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	1000	1000	2	0,1	1	$2,4 \times 10^4$
r19	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	100	100	1	0,1	1	$6,0 \times 10^3$
r20	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	100	100	4	0,1	1	$9,6 \times 10^4$
r21	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	100	1000	1	0,1	10	$6,0 \times 10^2$
r22	$\Phi 2K1$	0.09	0.01	100	1000	4	0,1	10	$9,6 \times 10^4$
r23	$\Phi 2K1$	0.095	0.005	100	100	2	0,05	1	$2,4 \times 10^4$
r24	$\Phi 2K1$	0.099	0.001	100	100	2	0,01	1	$2,4 \times 10^4$
r25	$\Phi 2K1$	0.0999	0.0001	100	100	2	0,001	1	$2,4 \times 10^4$
r26	$\Phi 2K1$	0.095	0.005	100	1000	2	0,05	10	$2,4 \times 10^3$
r27	$\Phi 2K1$	0.099	0.001	100	1000	2	0,01	10	$2,4 \times 10^3$
r28	$\Phi 2K1$	0.0999	0.0001	100	1000	2	0,001	10	$2,4 \times 10^3$
Gilman 1	$\Phi 2K1$	0.1149	0.0004	2,53	19,07	14,3	0,003	29,7	$3,2 \times 10^3$
Gilman 2	$\Phi 2K1$	0.2364	0.0038	3,51	65,90	19,5	0,018	49,7	$2,4 \times 10^3$
Gilman 3	$\Phi 2K1$	0.1250	0.0054	54,80	464	23,4	0,046	66,6	$7,8 \times 10^3$
Gilman 4	$\Phi 2K1$	0.0280	0.0037	0,01	1,99	8,2	0,087	411,5	$4,7 \times 10^1$
Gilman 7	$\Phi 2K1$	0.1449	0.0058	1,38	52,6	9,7	0,039	29,3	$2,9 \times 10^2$
Valhall	$\Phi 2K1$	0.4	0.0025	5	150	4	0,006	30	$1,3 \times 10^5$
Spraberry	$\Phi 2K1$	0.1	0.005	0,3	200	50	0,048	666,7	$3,6 \times 10^3$
Lisburne	$\Phi 2K1$	0.1	0.005	40	600	3,3	0,048	15	$4,3 \times 10^1$

As propriedades de rocha e fluido são apresentadas na Tabela 4.2:

Tabela 4.2: Propriedades de Rocha e Fluido

Casos	Modelo	Fluido		Rocha			
		matriz	fratura	matriz	fratura	$c_{f_1}[1/kPa]$	$c_{f_2}[1/kPa]$
p0	Φ1	PVT1	-	KRPC1	-	100×10^{-8}	-
p1	Φ2	PVT1	PVT1	KRPC1	KRPC1	100×10^{-8}	100×10^{-8}
p2	Φ2	PVT1	PVT1	KRPC1	KRPC2	100×10^{-8}	100×10^{-8}
p3	Φ2	PVT2	PVT2	KRPC1	KRPC1	0	0
p4	Φ1	PVT2	-	KRPC1	-	0	-
p5	Φ1	PVT1	-	KRPC3	-	100×10^{-8}	-
p6	Φ2	PVT1	PVT1	KRPC3	KRPC2	100×10^{-8}	100×10^{-8}

As condições de contorno são apresentadas na Tabela 4.3:

Tabela 4.3: Condição de Contorno

Casos	Modelo	Neumann [m3/d]		Dirichlet [kPa]	
		matriz	fratura	matriz	fratura
c0	Φ1	200	-	30000	-
c1	Φ2	-	200	-	30000
c2	Φ2	180	20	30000	30000
c3	Φ2	-	2	-	30000
c4	Φ2	-	20	-	30000
c5	Φ2	-	2000	-	30000
c6	Φ2	-	20000	-	30000

As propriedades de fluido e rocha, e as condições de contorno dos casos Gilman 1, Gilman 2, Gilman 3, Gilman 4, Gilman 7, Valhall, Sparaberry e Lisburne foram mantidas iguais em todas as simulações: p6c1.

Os dados de fluidos foram obtidos na PVT do Campo de Namorado, que é um tipo de óleo 27° API relativamente leve, e os dados de rocha nas curvas de permeabilidade

relativa e pressão capilar do Chalk Rørdal (Graue et al., 2002) mostradas no Apêndice A. Os parâmetros do sistema fraturados foram assumidos, sendo utilizados alguns valores médios de campos reais (Gilman et al., 2011), e valores disponíveis na literatura dos campos de Valhall, Spraberry e Lisburne.

O comportamento dos reservatórios fraturados considerados nos casos simulados foi classificado utilizando-se o gráfico de Gilman, conforme Figura 4.4.

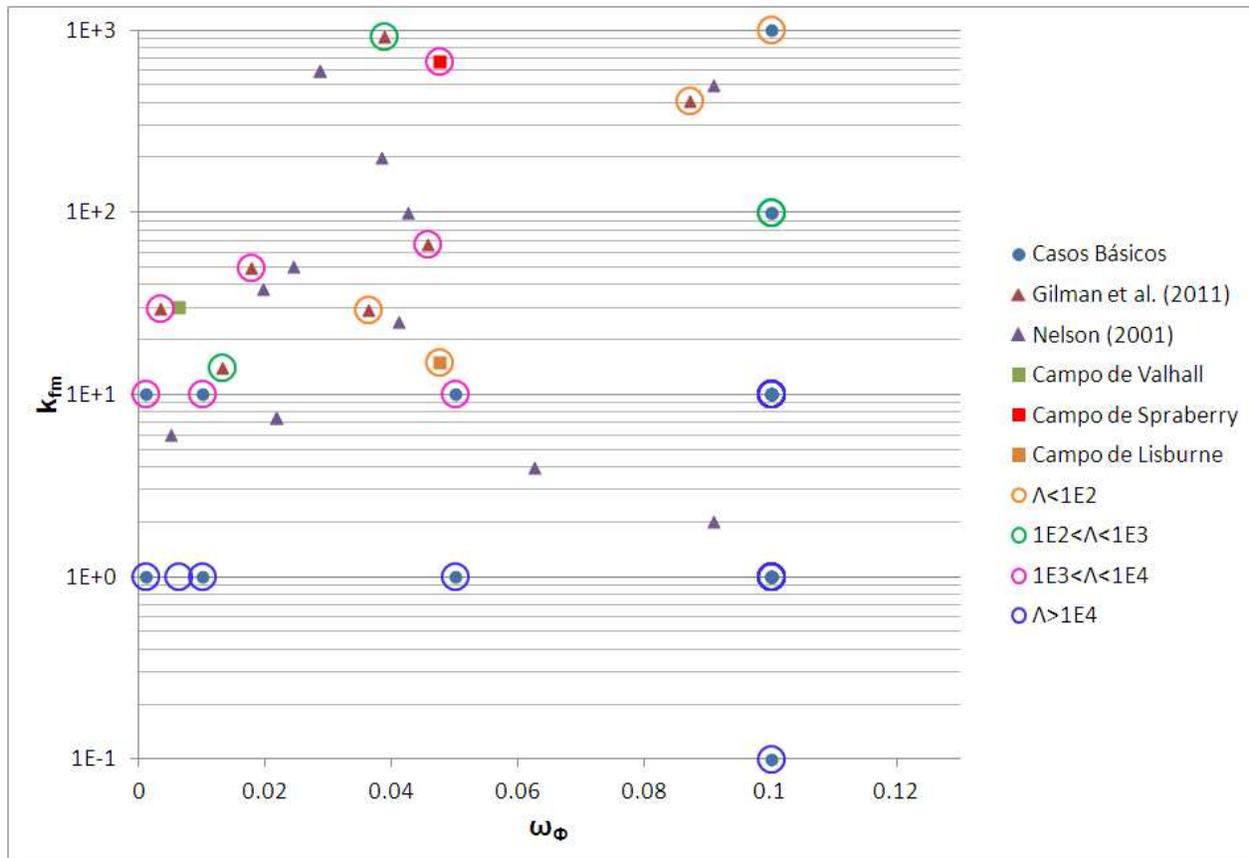


Figura 4.4: Classificação dos Casos Simulados: Gráfico de Gilman

Os eixos do gráfico de Gilman expressam as grandezas ω_ϕ e k_{fm} , que são a quantificação dos eixos do gráfico de Nelson. Os casos simulados foram analisados de acordo com o desempenho do sistema fraturado seguindo a classificação de Nelson (2001), e associando-se adicionalmente os parâmetros ω_ϕ capacidade relativa da fratura e Λ_A fluxo interporoso utilizados na análise de teste de pressão segundo modelo de Warren e Root (1963).

Assim, o gráfico de Gilman mostra que os casos simulados cobrem uma grande variedade de tipos de reservatórios fraturados e, conseqüentemente, as análises realizadas não são restritas a algum tipo determinado de sistema fraturado, podendo, portanto, ser generalizados.

4.5 Implementação do Modelo de Dupla Porosidade

As simulações do reservatório fraturado foram realizadas com o modelo de dupla porosidade utilizando-se um simulador tridimensional, trifásico com modelo termodinâmico β .

Este simulador foi concebido em diferenças finitas em um esquema totalmente implícito com solução simultânea dos meios fraturado e poroso.

A aproximação em diferenças finitas foi realizada centrada no espaço e atrasada no tempo, utilizando-se ponderação de ponto único à montante das propriedades de interface, não-linearidades fortes e fracas, inclusive da função de transferência.

O termo de acumulação é calculado através de uma expansão conservativa e as permeabilidades trifásicas calculadas com o modelo de Stone II modificado. A descrição detalhada do modelo numérico utilizado é realizada no Apêndice B.

4.6 Implementação das Funções de Transferência

A função de transferência de Kazemi et al (1976) foi implementada totalmente implícita utilizando a equação 3.10 conforme descrito no Apêndice B.

A função de transferência de Sabathier et al. (1998) foi implementada com a equação 3.10 substituindo os potenciais da equação 3.28. Os efeitos de expansão de fluidos e capilar foram considerados implicitamente tal como na função de transferência Kazemi. Os termos gravitacional e viscoso foram implementados explicitamente conforme recomendação de Quandalle e Sabathier (1989).

A implementação da função de transferência de Lu et al. (2008) foi realizada reescrevendo-a em função do potencial de escoamento tal como nas funções de transferência do tipo Warren e Root.

Os efeitos gravitacional e capilar são reescritos como uma pseudo-curva de pressão capilar aplicando-se o procedimento de Kazemi et al. (1992). Considera-se, portanto, que o efeito de descolamento de fluidos (capilar e gravitacional) é um processo incompressível, visto que os efeitos de compressibilidade são considerados no termo de expansão de fluidos. Assim, para um processo de embebição contracorrente obtém-se substituindo as equações 3.54 e 3.128 na equação 3.52:

$$(\hat{P}_{c_w} - P_{c_w}) = \Xi^s \frac{\lambda_t}{\lambda_o \lambda_w} \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \Big|_{S_w^*} 3 P'_{c_{ow}}{}^D \Big|_{S_w^*} \left[S_{win} - \bar{S}_w + F(\hat{S}_w)(S_w^{*D} - S_{win}) \right] \quad (4.1)$$

onde $D = \{H, V\}$ e

$$\begin{cases} P_{c_w}{}^H &= P'_{c_{ow}} \Big|_{S_w^*} \\ P_{c_w}{}^V &= \left[P'_{c_{ow}} \Big|_{S_w^*} - |\Delta\gamma| h^* \right] \end{cases} \quad (4.2)$$

sendo $\Delta\gamma = \gamma_w - \gamma_o$ e h^* a altura da zona invadida por água. A transferência de massa do componente óleo ocorre na face de entrada, já que o deslocamento é contracorrente.

Tavassoli (2005) considerou que na face de entrada a saturação permanece constante $S_w = S_w^*$, assim considera-se que $\frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} = \frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_t} \Big|_{S_w^*}$, portanto:

$$(\hat{P}_{c_w} - P_{c_w}) = \Xi^s 3 P'_{c_{ow}}{}^D \Big|_{S_w^*} \left[S_{win} - \bar{S}_w + F(\hat{S}_w)(S_w^{*D} - S_{win}) \right] \quad (4.3)$$

O potencial $\Delta\Phi_\alpha = \Xi^e \Delta P_o - \Delta P_{c_\alpha} - \gamma_\alpha \Delta Z$ é calculado utilizando-se a equação 4.3, sendo então substituído na equação 3.10. Os fatores de correção Ξ e F foram calculados explicitamente.

O efeito viscoso foi acrescentado utilizando-se o mesmo modelo da função de transferência IFP, que é somado à diferença de potencial, obtendo-se:

$$\Delta\Phi_\alpha = \Xi^e \Delta P_o - \Delta P_{c_\alpha} - \gamma_\alpha \Delta Z + F_c^v [(\hat{\Phi}_{\alpha_s} - \hat{\Phi}_{\alpha_c}) - (\gamma_\alpha - \hat{\gamma}^*)(Z_s - Z_c)] \quad (4.4)$$

Além disso, adicionaram-se os fatores de ajuste do efeito capilar e gravitacional tal como na função de transferência IFP na Equação 4.2, obtendo-se:

$$\begin{cases} P_{c_w}{}^H &= F_c^c P'_{c_{ow}} \Big|_{S_w^*} \\ P_{c_w}{}^V &= \left[F_c^c P'_{c_{ow}} \Big|_{S_w^*} - F_c^g |\Delta\gamma| h^* \right] \end{cases} \quad (4.5)$$

Lu et al. (2008) dividiu o deslocamento em uma componente vertical e outra horizontal inspirado em Quandalle e Sabathier (1989). Essas componentes foram obtidas calculando-se os potenciais em cada face do bloco de matriz tal como na função de transferência IFP. Além disso, Lu et al. (2008) utilizaram um fator de forma $\sigma = \frac{\pi^2}{4L^2}$, mas foi considerado o mesmo fator geométrico obtido pela função de transferência IFP, que é uma generalização do fator de forma de Kazemi et al. (1976).

A saturação de equilíbrio capilar/gravitacional S_w^{*V} é obtida conforme descrição realizada por Baurbioux (2010):

$$S_w^{*V} = \frac{1}{\Delta\gamma h^*} \int_{-\Delta\gamma h^*}^0 S_w(P_{c_w}) dP_{c_w} \quad (4.6)$$

onde $\Delta\gamma = \gamma_w - \gamma_o$. A integral foi resolvida numericamente e implementada usando-se a regra dos trapézios.

A saturação de equilíbrio capilar S_w^{*H} , por sua vez é obtida conforme descrito por Lu et al. (2008) como $S_w^{*H} = \min\{S_w(P_{c_w} = 0), S_w^{*V}\}$.

4.7 Hipóteses e Considerações

A recuperação em reservatórios fraturados depende da modelagem dos fenômenos físicos envolvidos que, por sua vez, estão associados aos parâmetros de caracterização de reservatórios. O reservatório é considerado homogêneo para facilitar a interpretação dos resultados obtidos e a relação dos processos físicos e os parâmetros de caracterização são avaliados através de uma análise de sensibilidade. Assim, pretende-se estabelecer entendimento sobre o comportamento dos processos físicos e, dessa maneira, um alicerce para a caracterização de reservatórios fraturados dentro do modelo de dupla porosidade que não é tratada neste trabalho.

Os parâmetros de caracterização utilizados no modelo de reservatórios são considerados obtidos na mesma escala da malha de simulação, e representativos no modelo de dupla porosidade, portanto, o efeito de escala não é considerado. A permeabilidade de fratura considerada é relativa ao valor homogeneizado e representativa da célula da malha não se referindo, conseqüentemente, ao valor obtido em ensaio de placas

paralelas.

A variação das propriedades petrofísicas em função da pressão e temperatura não é considerada nas simulações. A variação da permeabilidade das fraturas, devido ao efeito geomecânico, pode ser um efeito relevante na recuperação, que é considerado indireta e estaticamente na análise de sensibilidade desse parâmetro. A compressibilidade de fraturas é considerada igual à matriz por simplicidade.

A avaliação do comportamento dos modelos utilizados para representar os processos físicos é realizada por comparação através de um deslocamento linear em um reservatório simples. Essas comparações não pretendem avaliar o modelo que representa melhor os fenômenos envolvidos, outrossim mostrar a importância da modelagem desses fenômenos, sobretudo em reservatórios molháveis a óleo, e as diferenças entre resultados obtidas com modelos distintos. A simulação do reservatório com fraturas discretas refinado é utilizado como uma comparação alternativa e, embora seja um procedimento largamente aceito como referência, é uma comparação entre dois modelos e, por isso, deve ser analisada com ressalvas.

O desacoplamento dos processos físicos nos modelos da função de transferência é considerado válido e, assim, a combinação de cada processo físico pode ser realizada para composição do processo de recuperação.

5 Resultados e Discussão

Neste capítulo são descritos os resultados obtidos com o modelo de dupla porosidade utilizando diferentes funções de transferência conforme descrito na metodologia e é realizada a discussão. Os resultados do modelo de dupla porosidade e a relação com os parâmetros de caracterização são apresentados inicialmente, e em seguida as comparações entre funções de transferência distintas.

5.1 Modelo de Dupla Porosidade

5.1.1 Comparação do Simulador

Os resultados do simulador construído foram comparados àqueles obtidos com simulador comercial CMG/IMEX. As comparações foram realizadas em cada variável simulada, pressão de óleo e saturação de água em cada meio, assim como em relação ao comportamento global através da curva de recuperação e também a produção de fluidos proporcionada pela condição de contorno. As variáveis simuladas foram comparadas tomando-se os valores ao longo do tempo de cada célula em um conjunto de células no centro da malha ao longo da direção de escoamento.

As condições de contorno foram aplicadas utilizando-se poços monocompletados, realizando assim um deslocamento linear no reservatório fazendo uso de água como fluido deslocante. Injetou-se $200 \text{ m}^3/d$ de água em cada célula de uma extremidade totalizando uma vazão de $1800 \text{ m}^3/d$, enquanto na extremidade oposta manteve-se a pressão constante de 30 MPa no datum que passa no centro da célula vertical intermediária. Nos casos de dupla porosidade as condições de contorno foram aplicadas apenas as células da fratura, uma vez que o simulador comercial utilizado (CMG/IMEX 2010.10) não permite completações de poços nas células da matriz.

A comparação da pressão e saturação do modelo Φ_1 é mostrada nas Figuras 5.1 e 5.2, respectivamente.

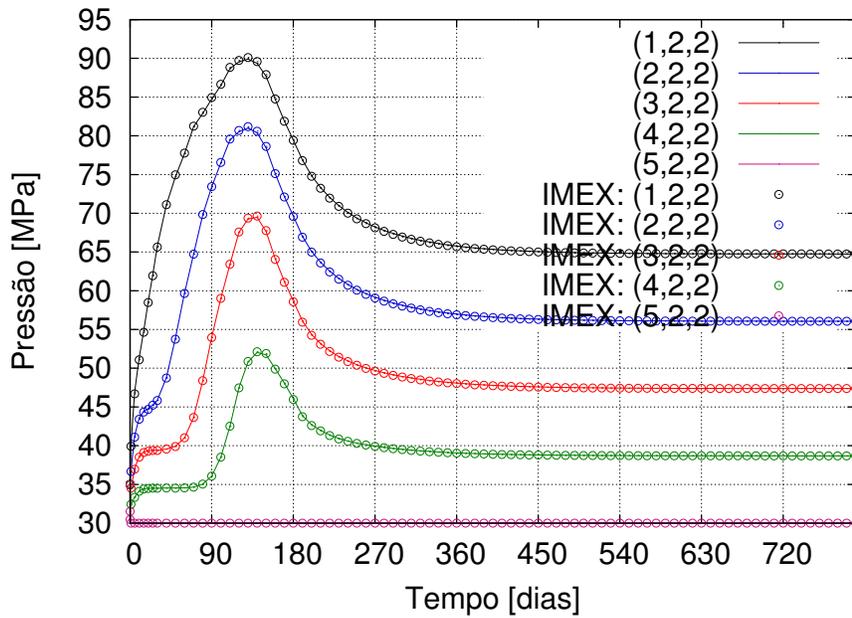


Figura 5.1: Φ_1 : Pressão (Caso r0p0c0)

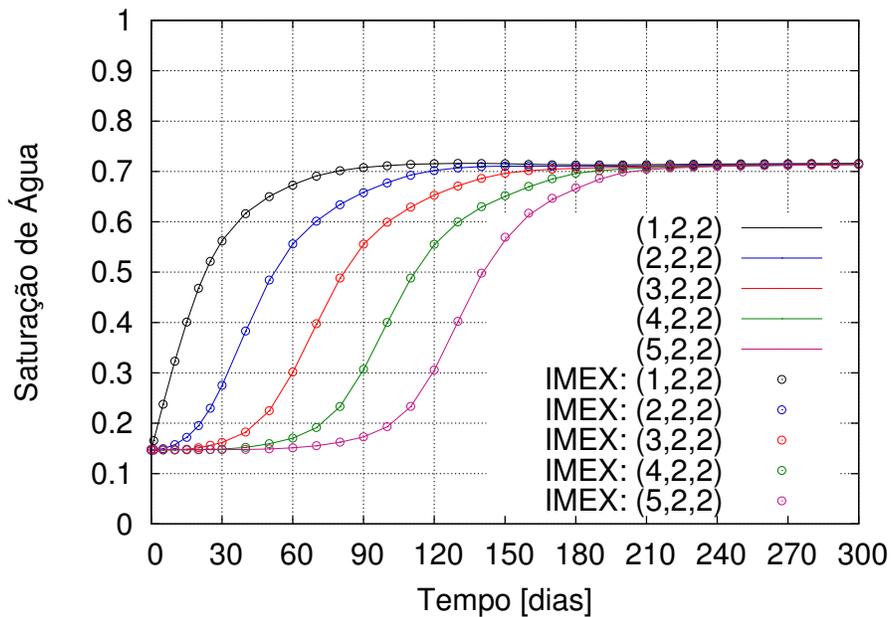


Figura 5.2: Φ_1 : Saturação de Água (Caso r0p0c0)

A comparação da pressão e saturação da matriz do modelo $\Phi 2K1$ com baixa condutividade de fratura é mostrada nas Figuras 5.3 e 5.4, respectivamente.

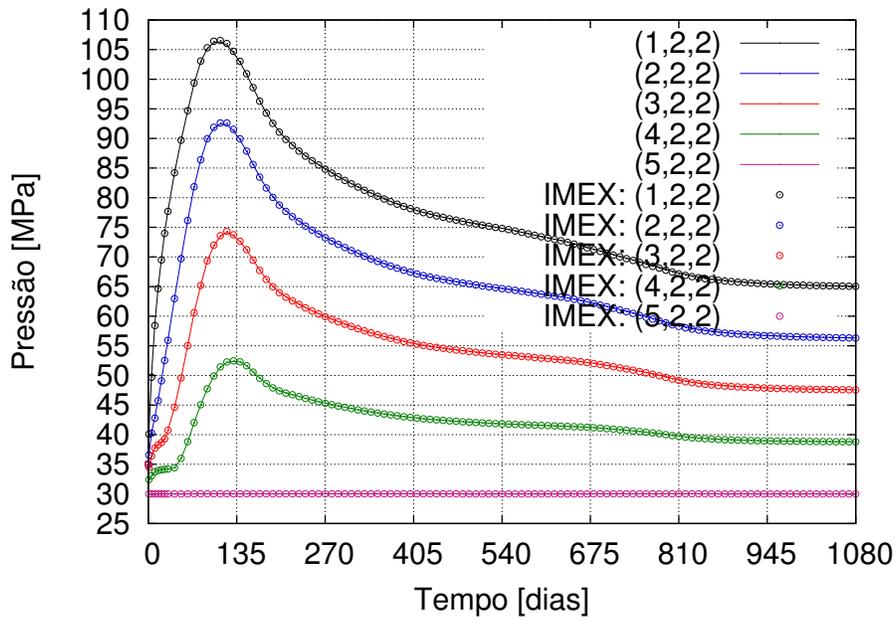


Figura 5.3: $\Phi 2K1$: Pressão Matriz (Caso r1p1c1)

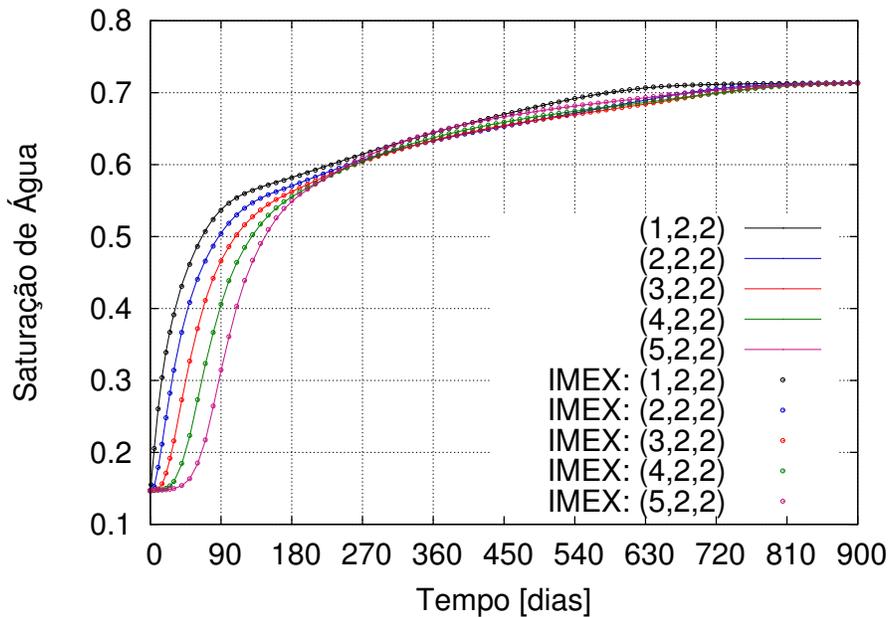


Figura 5.4: $\Phi 2K1$: Saturação de Água Matriz (Caso r1p1c1)

A comparação da pressão e saturação da fratura do modelo $\Phi 2K1$ com baixa condutividade de fratura é mostrada nas Figuras 5.5 e 5.6, respectivamente.

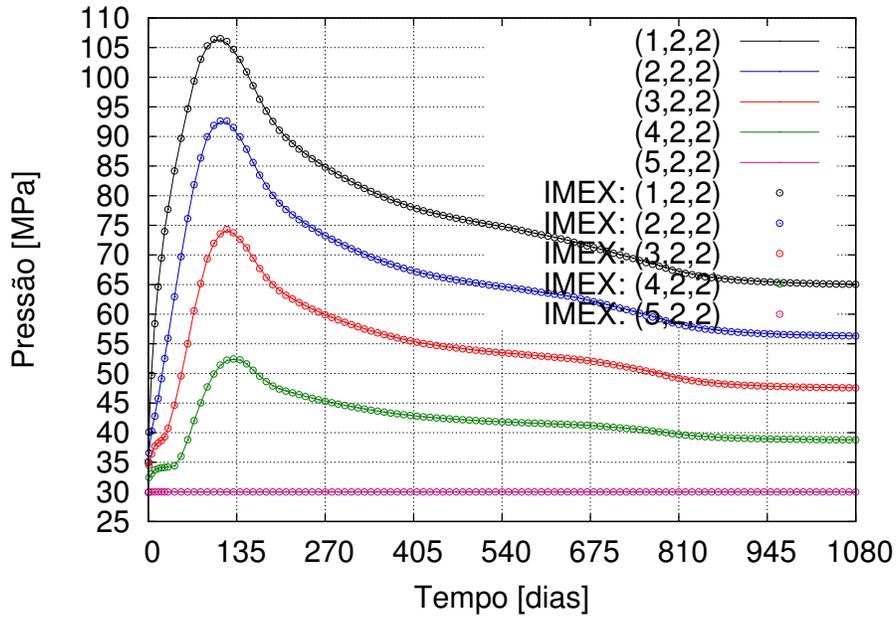


Figura 5.5: $\Phi 2K1$: Pressão Fratura (Caso r1p1c1)

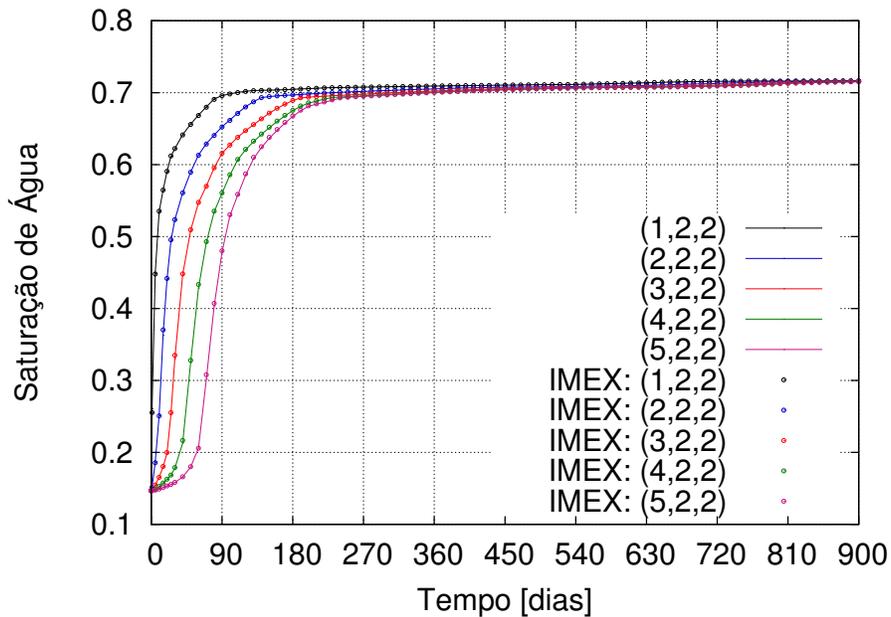


Figura 5.6: $\Phi 2K1$: Saturação de Água Fratura (Caso r1p1c1)

A comparação da pressão e saturação da matriz do modelo $\Phi 2K2$ com baixa condutividade de fratura é mostrada nas Figuras 5.7 e 5.8, respectivamente.

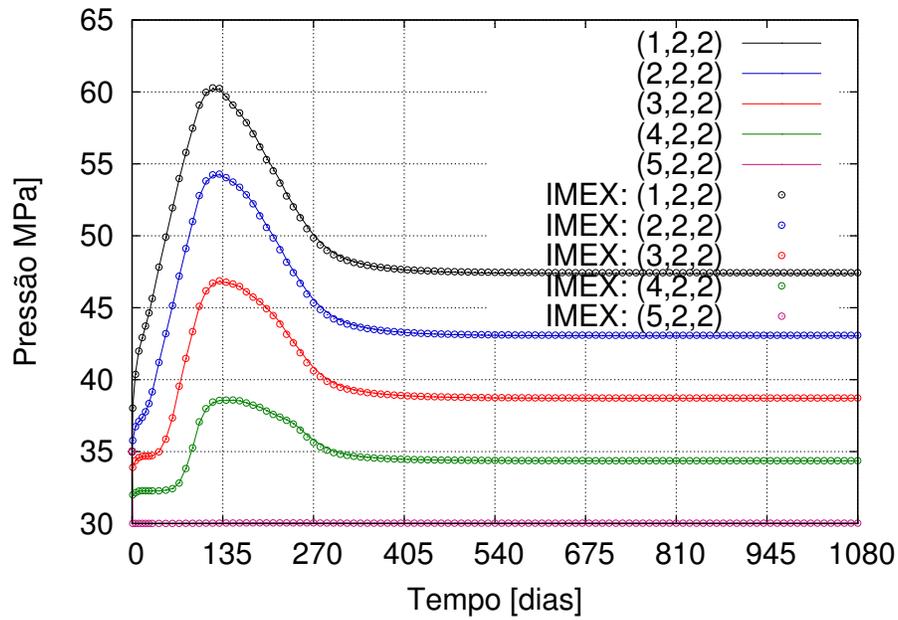


Figura 5.7: $\Phi 2K2$: Pressão Matriz (Caso r2p1c1)

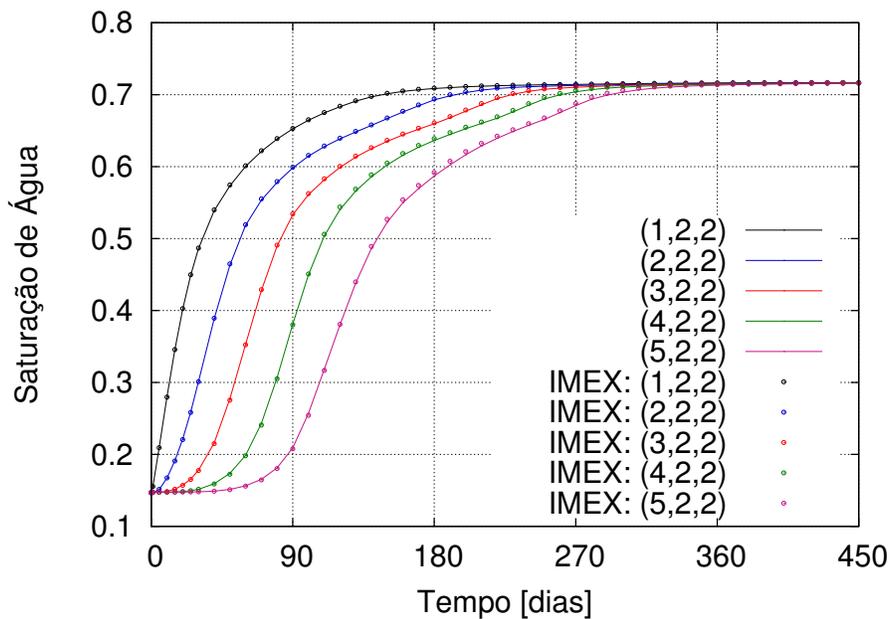


Figura 5.8: $\Phi 2K2$: Saturação de Água Matriz (Caso r2p1c1)

A comparação da pressão e saturação da fratura do modelo $\Phi 2K2$ com baixa condutividade de fratura é mostrada nas Figuras 5.9 e 5.10, respectivamente.

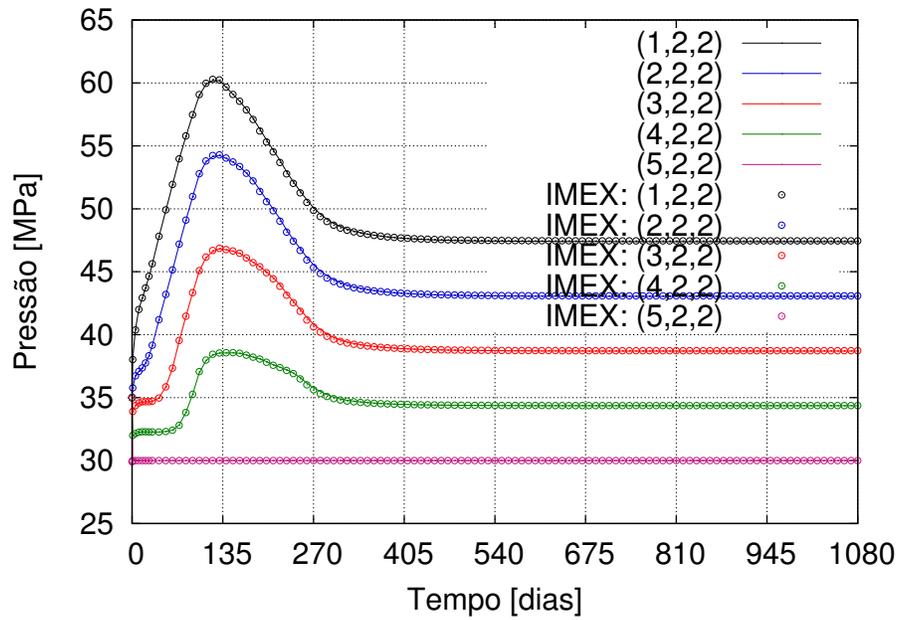


Figura 5.9: $\Phi 2K2$: Pressão Fratura (Caso r2p1c1)

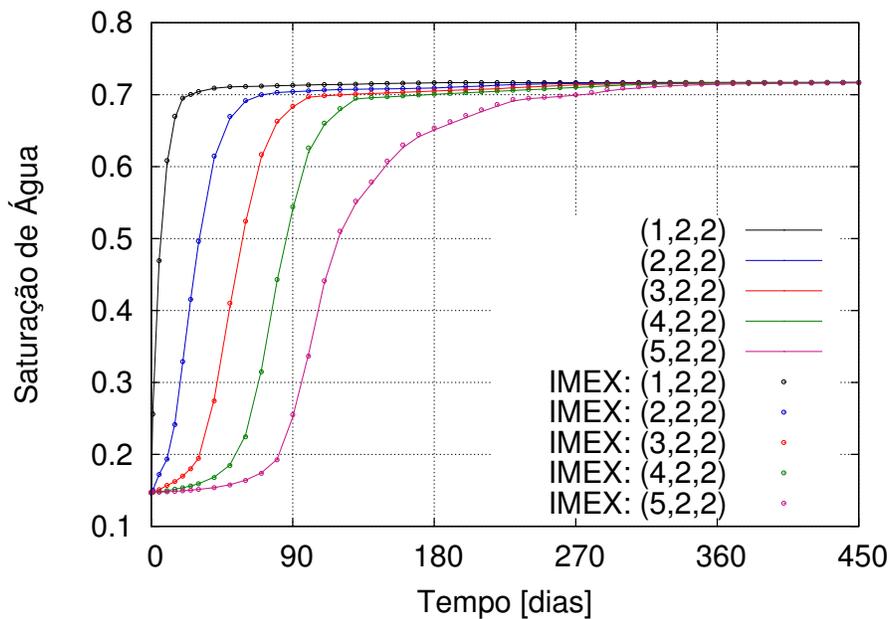


Figura 5.10: $\Phi 2K2$: Saturação de Água Fratura (Caso r2p1c1)

A comparação da pressão e saturação da matriz do modelo $\Phi 2K1$ com alta condutividade de fratura é mostrada nas Figuras 5.11 e 5.12, respectivamente.

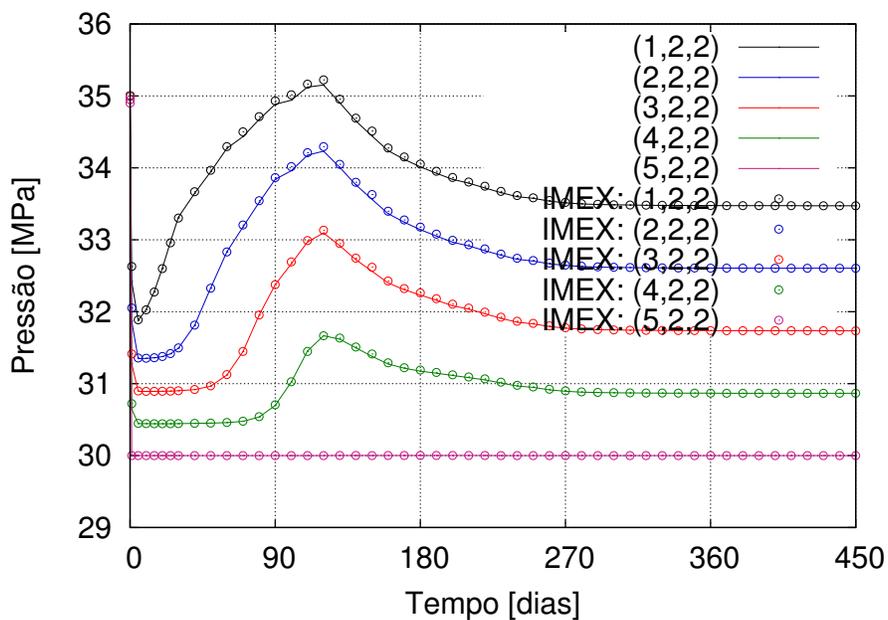


Figura 5.11: $\Phi 2K1$: Pressão Matriz (Caso r9p1c1)

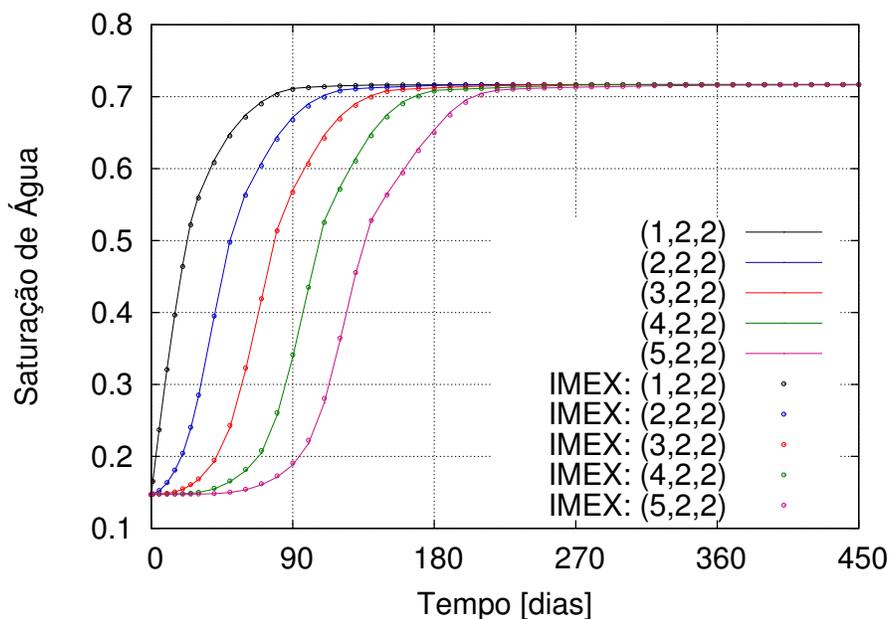


Figura 5.12: $\Phi 2K1$: Saturação de Água Matriz (Caso r9p1c1)

A comparação da pressão e saturação da fratura do modelo $\Phi 2K1$ com alta condutividade de fratura é mostrada nas Figuras 5.13 e 5.14, respectivamente.

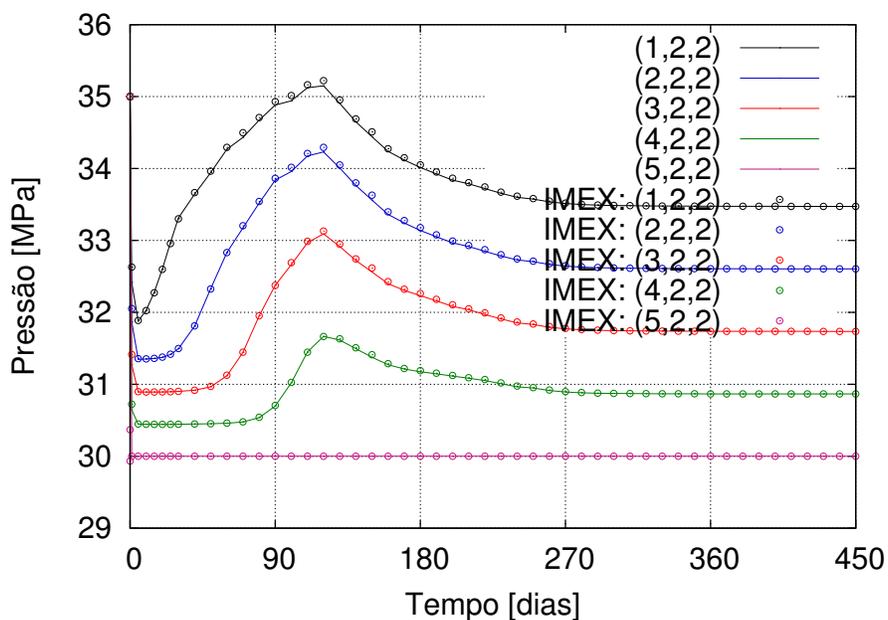


Figura 5.13: $\Phi 2K1$: Pressão Fratura (Caso r9p1c1)

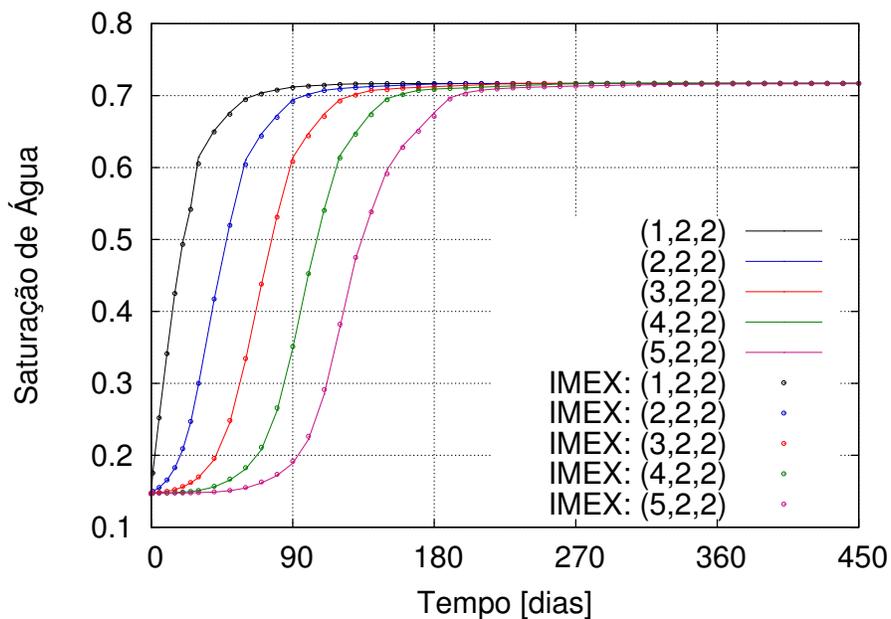


Figura 5.14: $\Phi 2K1$: Saturação de Água Fratura (Caso r9p1c1)

A comparação da produção de fluidos no modelo $\Phi 1$ é mostrada na Figura 5.15.

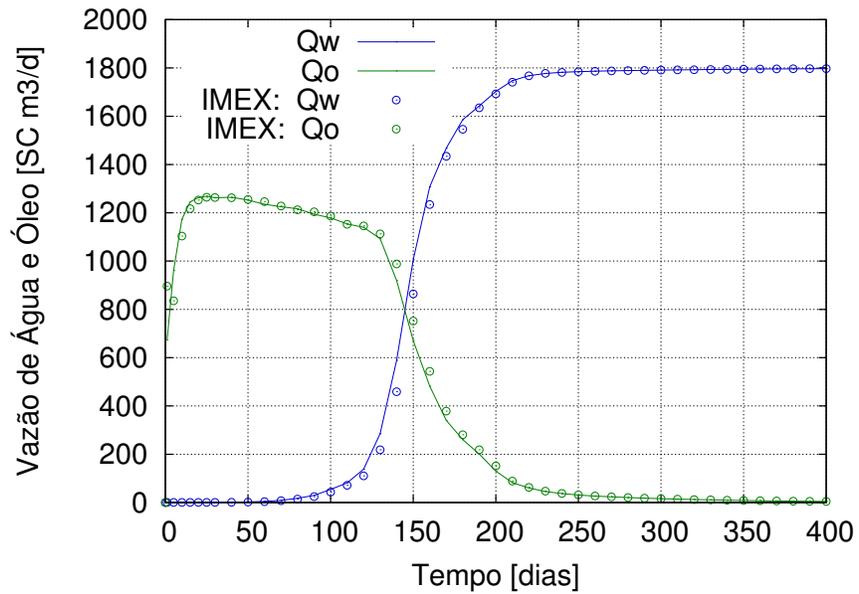


Figura 5.15: $\Phi 1$: Produção de Água e Óleo (Caso r0p0c0)

A comparação da produção de fluidos no modelo $\Phi 2K1$ é mostrada na Figura 5.16.

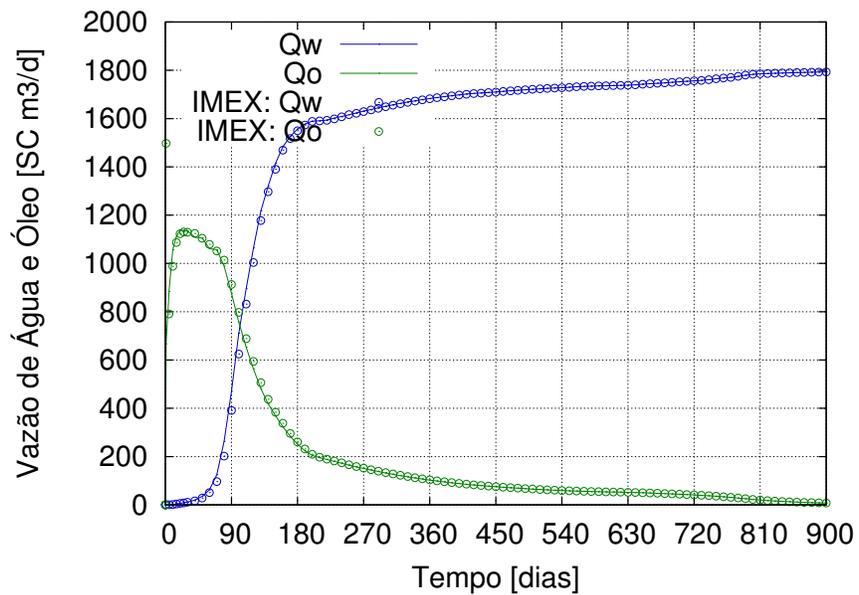


Figura 5.16: $\Phi 2K1$: Produção de Água e Óleo (Caso r1p1c1)

A comparação da produção de fluidos no modelo $\Phi 2K2$ é mostrada na Figura 5.17.

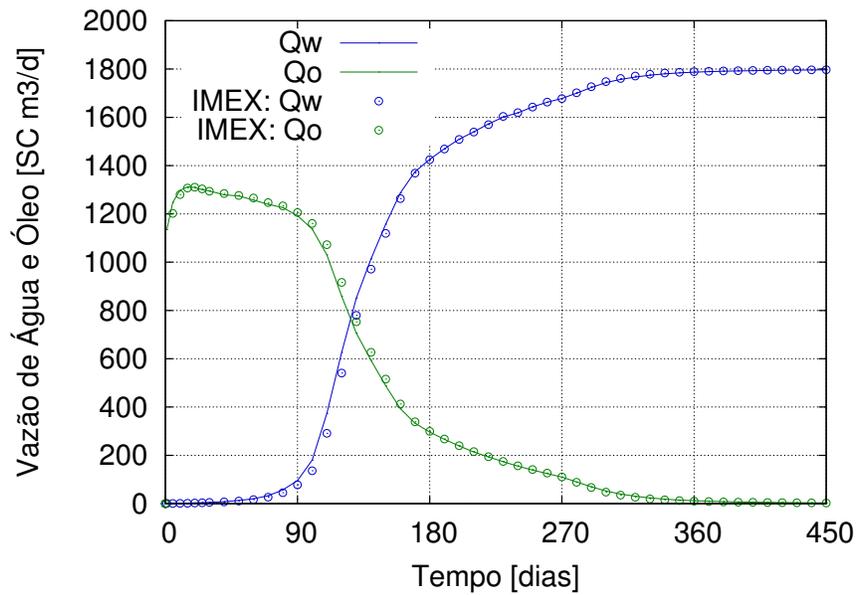


Figura 5.17: $\Phi 2K2$: Produção de Água e Óleo (Caso r2p1c1)

A comparação da produção de fluidos no modelo $\Phi 2K1$ com alta condutividade de fratura é mostrada na Figura 5.18.

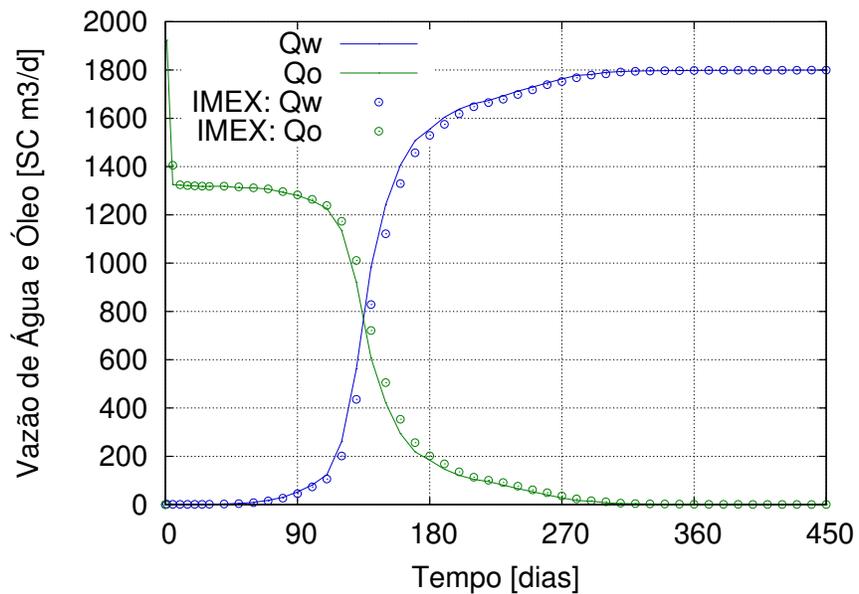


Figura 5.18: $\Phi 2K1$: Produção de Água e Óleo (Caso r9p1c1)

O comportamento médio das variáveis é mostrado através da recuperação do reservatório, conforme Figura 5.19:

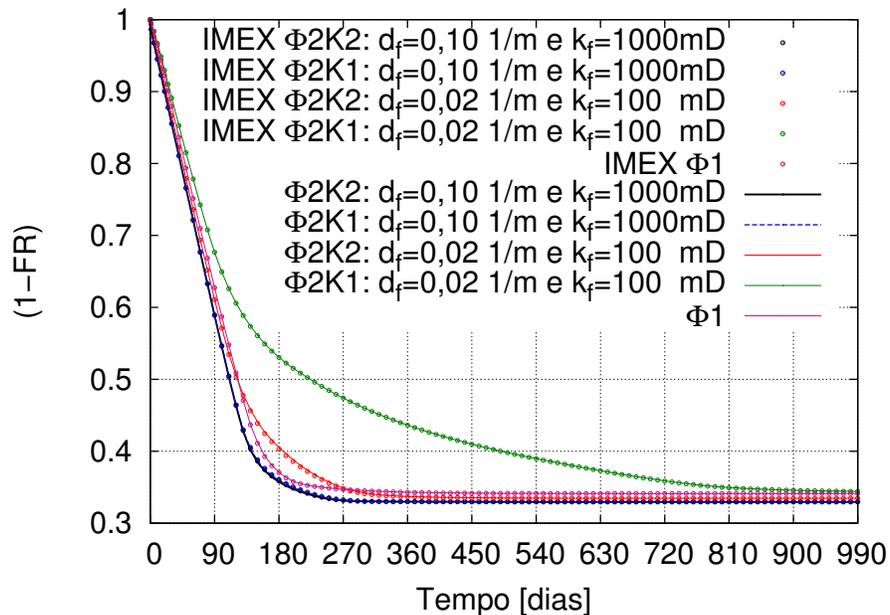


Figura 5.19: (1-FR) - Fator de Recuperação (Casos r10p1c1,r9p1c1,r2p1c1,r1p1c1, r0p0c0)

Uma boa aderência entre o resultado do simulador comercial e o desenvolvido foi obtida tanto para as variáveis simuladas quanto para o comportamento global, representado pela curva de recuperação. Contudo, pequenas diferenças foram observadas na produção de fluidos, quando há crescimento acentuado da produção de água, especialmente no caso de alta condutividade de fratura.

O simulador comercial CMG/IMEX foi utilizado com solução totalmente implícita, no entanto, notou-se sensibilidade da solução em relação a um passo de tempo máximo. O caso de alta condutividade de fratura foi então simulado variando-se o passo de tempo máximo no simulador CMG/IMEX totalmente implícito.

A comparação da pressão e saturação da matriz do modelo $\Phi 2K1$ com alta condutividade de fratura é mostrada nas Figuras 5.20 e 5.21, respectivamente.

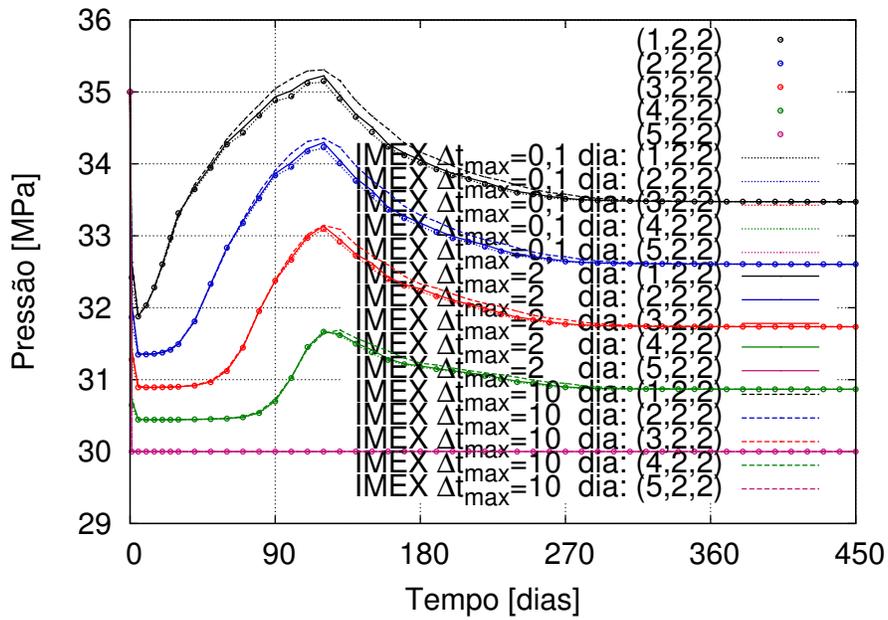


Figura 5.20: $\Phi 2K1$: Pressão Matriz (Caso r9p1c1)

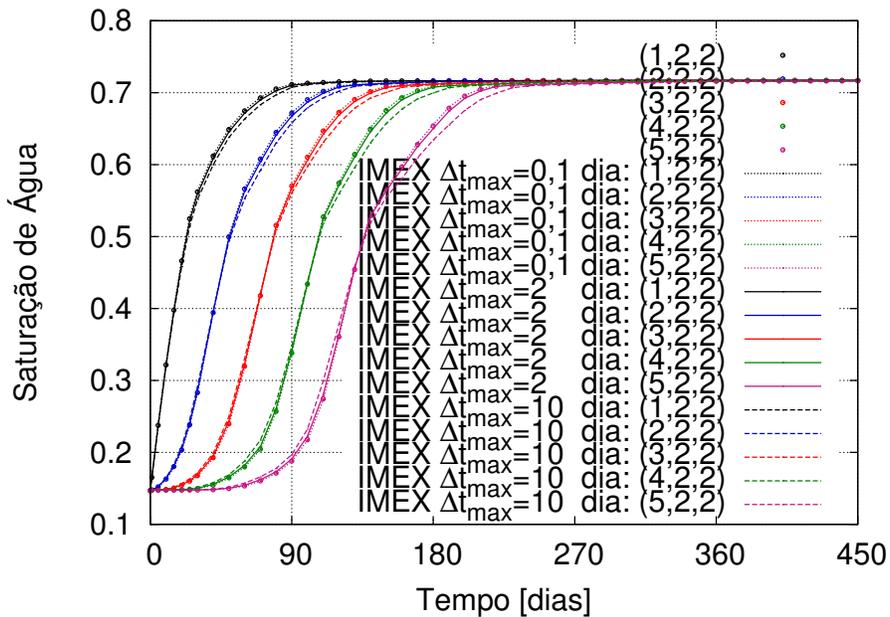


Figura 5.21: $\Phi 2K1$: Saturação de Água Matriz (Caso r9p1c1)

A comparação da pressão e saturação da fratura do modelo $\Phi 2K1$ com alta condutividade de fratura é mostrada nas Figuras 5.22 e 5.23, respectivamente.

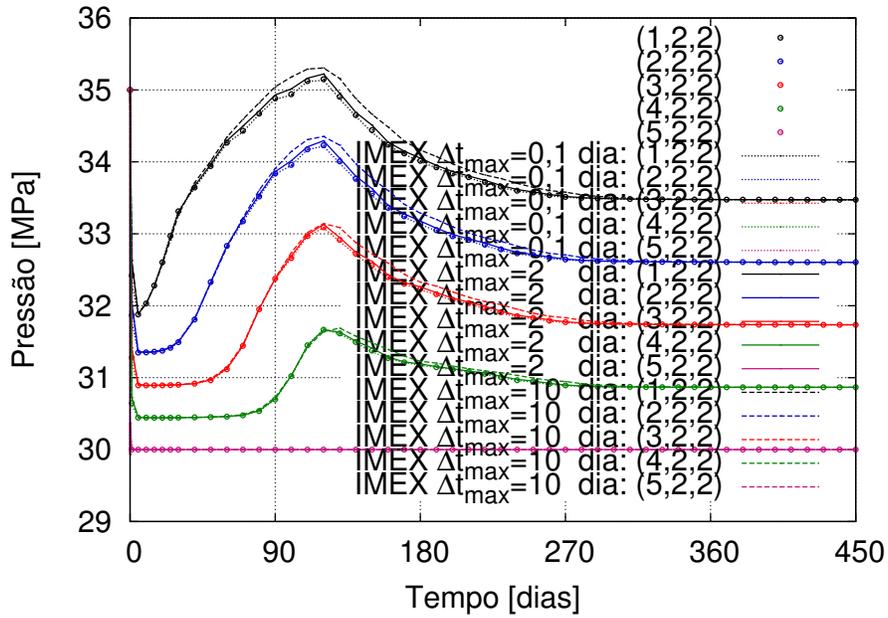


Figura 5.22: $\Phi 2K1$: Pressão Matriz (Caso r9p1c1)

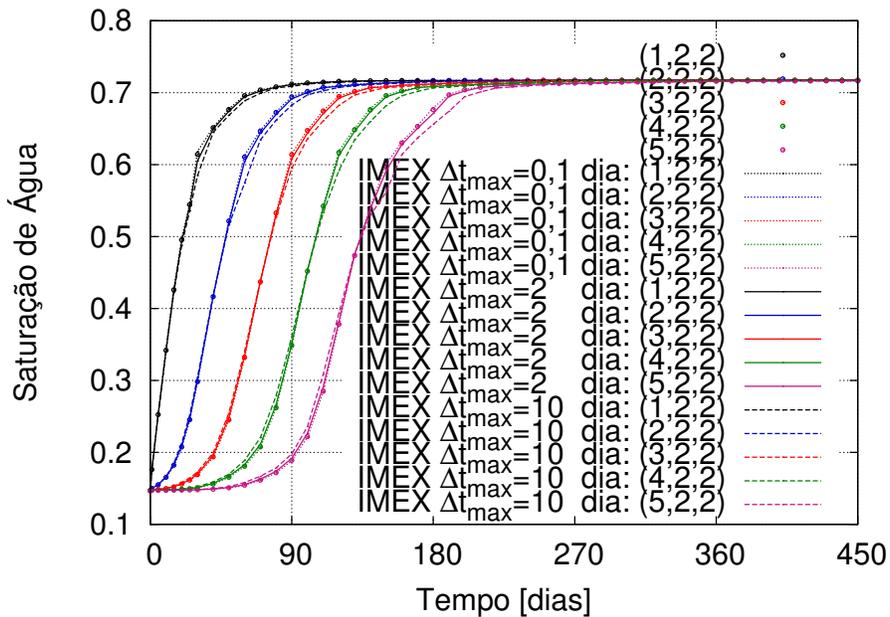


Figura 5.23: $\Phi 2K1$: Saturação de Água Matriz (Caso r9p1c1)

A comparação da produção de fluidos no modelo $\Phi 2K1$ com alta condutividade de fratura é mostrada na Figura 5.24.

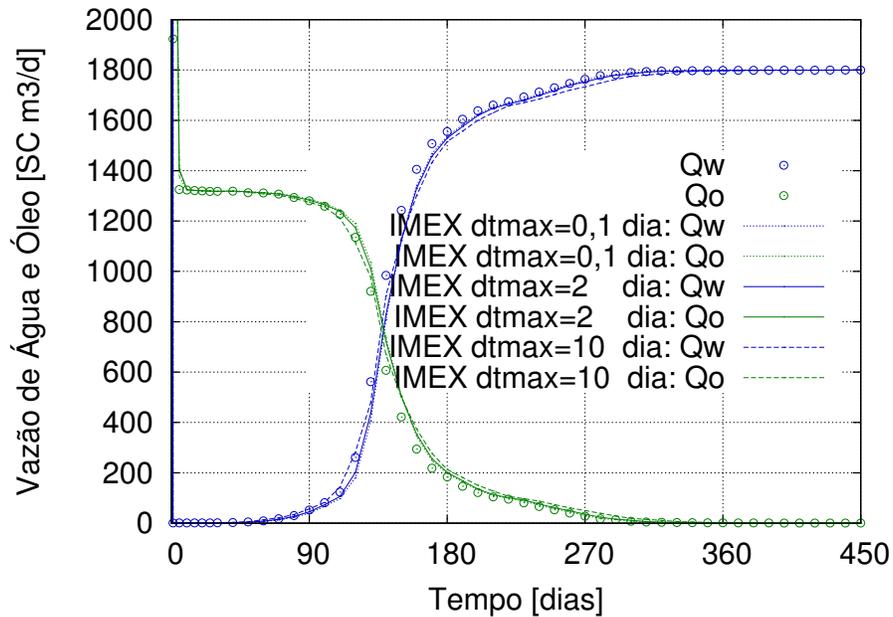


Figura 5.24: $\Phi 2K1$: Produção de Água e Óleo (Caso r9p1c1)

O resultado do simulador CMG/IMEX se aproxima do resultado obtido pelo simulador construído à medida que é reduzido o passo de tempo máximo (Figuras 5.22 e 5.23), mostrando que é um resultado mais robusto que do simulador comercial. No entanto, a diferença na produção de fluidos não pôde ser explicada pela redução do passo de tempo máximo (Figura 5.24), já que as diferenças são mantidas, especialmente, quando há rápido crescimento da produção de água, o que indica um efeito dispersivo. Há, entretanto, diferença nos critérios utilizados para controle dos resíduos. O IMEX controla os resíduos através da norma $L1$ ¹, enquanto o simulador construído utiliza o mesmo critério empregado no simulador comercial ECLIPSE 100 descrito no Apêndice D.

Assumindo-se que o simulador comercial foi satisfatoriamente testado e seus resultados comparados com dados experimentais e modelos analíticos obtendo-se bons resultados, conclui-se que o simulador desenvolvido funciona corretamente e portanto está validado.

¹ $|R_{c\xi}|_1 = \sum_{\xi} |R_{c\xi}|$

5.1.2 Redução de Dois Meios para Um Meio

A redução do modelo de dois meios ao modelo um meio significa reproduzir os resultados de um modelo $\Phi 1$ utilizando-se o modelo $\Phi 2$, o que é equivalente a somar as equações diferenciais de cada meio do modelo $\Phi 2$ de tal forma que resulte em uma única equação de um modelo $\Phi 1$.

No modelo $\Phi 2K2$ implementou-se a condição de contorno de von Neumann nos dois meios injetando-se água nos dois meios com vazão ponderada pelas porosidades. No modelo $\Phi 2K1$ toda a injeção foi realizada na fratura, uma vez que o termo de transferência na matriz é nulo.

As propriedades dos dois meios foram consideradas iguais, inclusive as curvas permeabilidade relativa e pressão capilar, exceto a porosidade para que os dois modelos tenham o mesmo volume.

O comportamento da recuperação dos modelos $\Phi 2K1$ e $\Phi 2K2$ é mostrado na Figura 5.25 para um sistema compressível e na Figura 5.26 para um sistema incompressível.

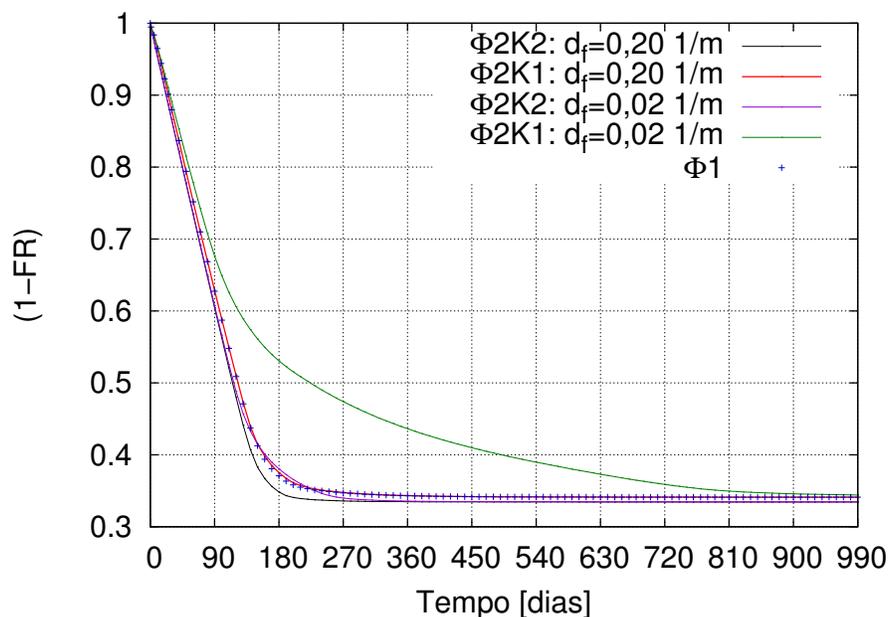


Figura 5.25: Fluido e Rocha Compressível (Casos r6p1c2,r5p1c1,r2p1c2,r1p1c1,r0p0c0)

O modelo $\Phi 2K1$ é capaz de reproduzir o mesmo comportamento do modelo $\Phi 1$, quando o número de fraturas é suficientemente grande, ou seja, a transferência entre a matriz e

fratura é suficientemente rápida para que os dois meios permaneçam em equilíbrio. O modelo $\Phi 2K2$, por sua vez, não é capaz de reproduzir o modelo $\Phi 1$ e, além disso, obtém uma recuperação final ligeiramente superior.

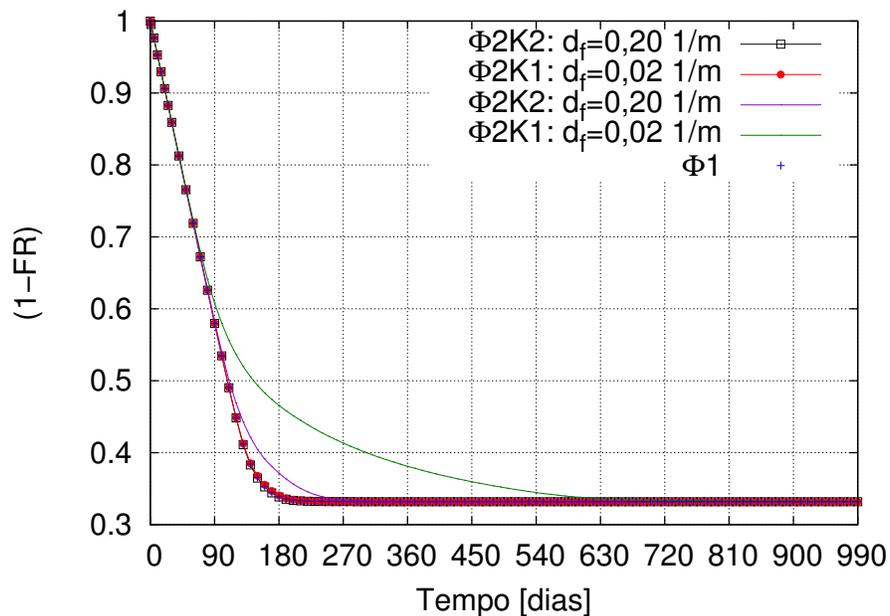


Figura 5.26: Fluido e Rocha Incompressível (Casos r6p3c2,r5p3c1,r2p3c2,r1p3c1, r0p4c0)

No entanto, conforme Figura 5.26, quando o sistema é incompressível, tanto os modelos de $\Phi 2K1$ quanto $\Phi 2K2$ são capazes de reproduzir o modelo de porosidade simples, quando a transferência entre os meios é suficientemente rápida.

Isto pode ser explicado pelas diferentes variações de pressão ocorridas nos dois meios, pois embora tenham a mesma compressibilidade de rocha, possuem diferentes volumes porosos que, conseqüentemente, causam diferentes variações de saturação.

5.1.3 Esquema Numérico e Tempo de Processamento

A solução numérica foi obtida com o pacote SCIPY, que consiste na rotina DGESV do LAPACK otimizado com ATLAS. A rotina DGESV é uma implementação do método direto LU com pivoteamento parcial através de troca de linhas.

No modelo de dupla-porosidade foram comparados dois esquemas possíveis numerando-se as células em ordem natural por meio - esquema 1 - ou por célula - esquema 2 - conforme Figuras 7.7 e 7.8. Essa comparação é apresentada para os modelos $\Phi 2K1$ e $\Phi 2K2$ considerando-se os casos reduzidos ao modelo $\Phi 1$, assim como este caso de referência, conforme mostrado nas Figuras 5.27 e 5.28:

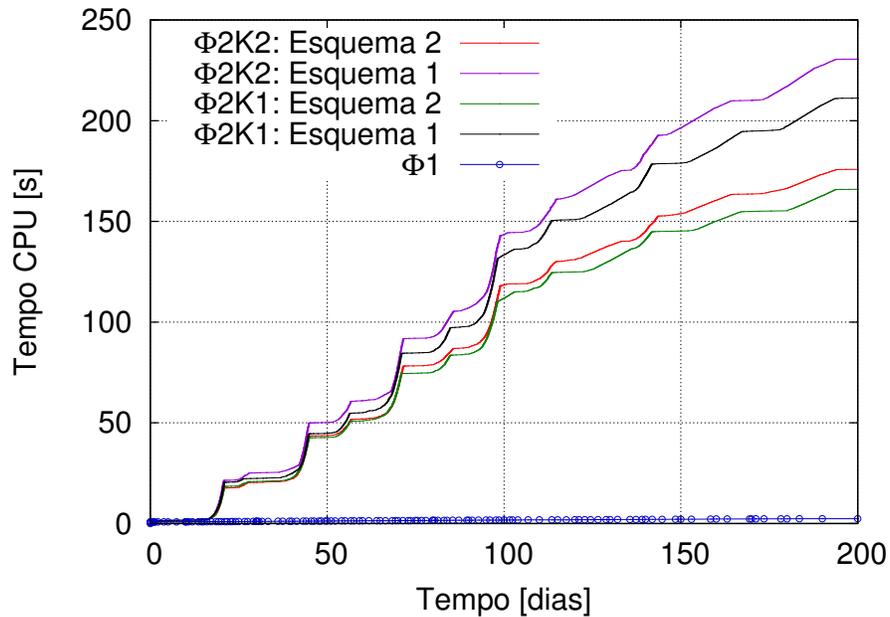


Figura 5.27: Tempo de Processamento x Tempo Simulado (Casos r12p3c2, r11p3c1, r0p4c0)

O tempo de processamento obtido com o esquema 2 é menor tanto para o modelo $\Phi 2K1$ quanto para o $\Phi 2K2$, e ambos são extremamente mais lentos que o modelo $\Phi 1$, cerca de 60 vezes. Isto se deve ao menor número de iterações do modelo de $\Phi 1$ em relação ao modelo $\Phi 2$ que, por consequência, requer menor tamanho de passo de tempo médio neste esquema totalmente implícito. Além disso, o esquema 2 reduz a largura da banda e aparentemente torna a matriz com maior dominância diagonal, reduzindo o esforço de pivoteamento.

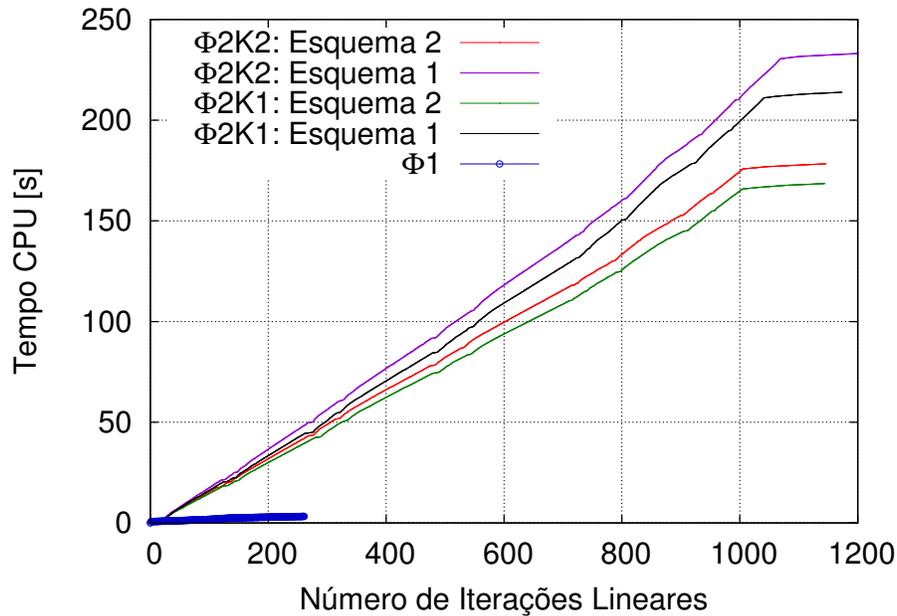


Figura 5.28: Tempo de Processamento x Número de Iterações (Casos r12p3c2, r11p3c1, r0p4c0)

5.1.4 Efeito Capilar nas Fraturas

As fraturas possuem comportamento de escoamento distinto do meio poroso, todavia, é possível mostrar que para um regime laminar o escoamento pode ser modelado pela equação de Darcy tal como o meio poroso. Mas em um escoamento multifásico os efeitos capilares na fratura são diferentes do meio poroso, podendo ser até desprezíveis, resultando assim em curvas de pressão capilar e, conseqüentemente, permeabilidade relativa diferentes do meio poroso.

O comportamento do modelo de dupla porosidade nos casos extremos quando o efeito capilar nas fraturas é o mesmo que no meio poroso e, quando não há efeito capilar, é mostrado nas Figuras 5.29 e 5.30.

A comparação foi realizada considerando-se dois casos: um com fratura de baixa condutividade e transferência lenta entre matriz e fratura (r_1 e r_2), e outro com fratura de alta condutividade e rápida transferência entre matriz e fratura (r_{11} e r_{12}).

O efeito capilar nas fraturas é mais pronunciado no modelo $\Phi 2K1$ que no $\Phi 2K2$, assim como o efeito da condutividade da fratura e tempo de transferência entre matriz e fratura,

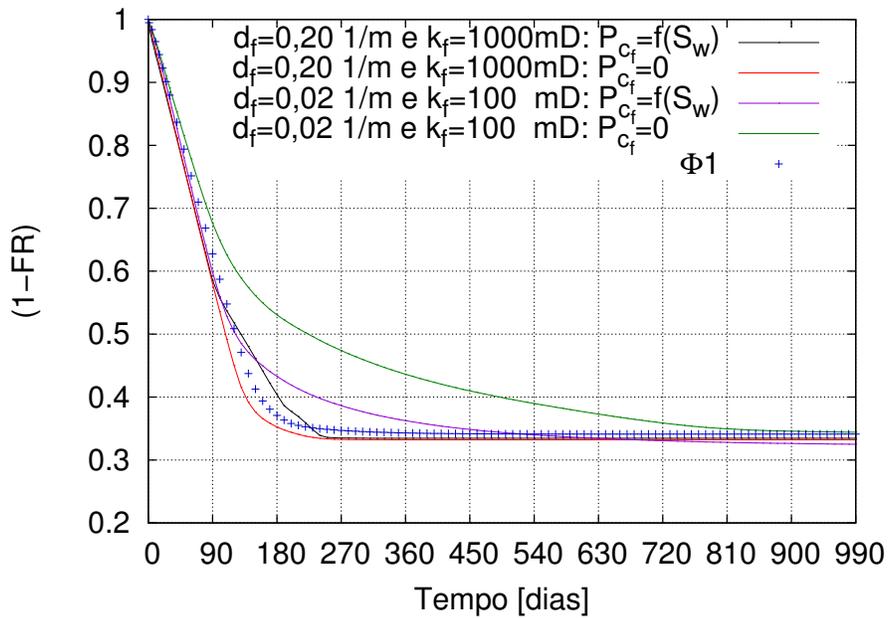


Figura 5.29: $\Phi 2K1$: Efeito Capilar nas Fraturas em Diferentes Sistemas Fraturados (Casos r11p2c1,r11p1c1,r1p2c1,r1p1c1)

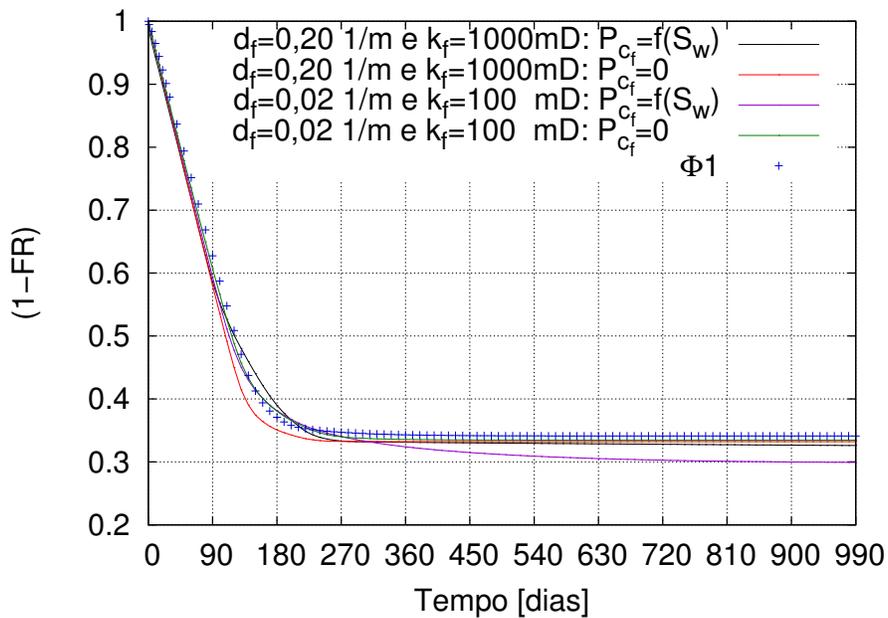


Figura 5.30: $\Phi 2K2$: Efeito Capilar nas Fraturas em Diferentes Sistemas Fraturados (Casos r12p2c2,r12p1c2,r2p2c2,r2p1c2)

o que é coerente com o fato de o modelo $\Phi 2K2$ considerar continuidade capilar.

Nota-se, também, que em ambos os modelos há um aumento considerável da recuperação final quando o efeito capilar na fratura é desprezível, mas apenas quando há baixa condutividade das fraturas e transferência matriz-fratura lenta (r_1 e r_2). Este resultado é compatível com o esperado, uma vez que a ausência de efeito capilar e a alta condutividade nas fraturas resultam em escoamento preferencial pelas fraturas, ampliando a segregação gravitacional dos fluidos. A água, que é o fluido deslocante, escoar preferencialmente pelas fraturas na base do reservatório, permitindo que o óleo permaneça na parte superior. Assim, a velocidade de escoamento é muito superior à velocidade de transferência, apesar do termo de transferência ser grande, resultando em uma menor recuperação, conforme mostrado nas Figuras 5.31 e 5.32:

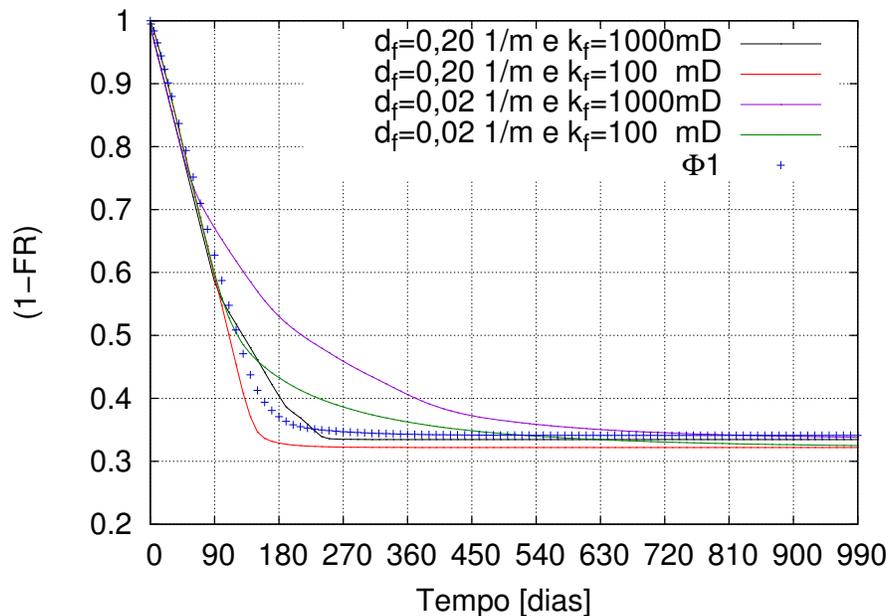


Figura 5.31: $\Phi 2K1$: Efeito Capilar Desprezível nas Fraturas em Diferentes Sistemas Fraturados (Casos r11p2c1,r5p2c1,r7p2c1,r1p2c1,r0p0c0)

Nas Figuras 5.31 e 5.32, observa-se também que no caso onde há baixa condutividade e rápida transferência matriz-fratura, obtém-se recuperação mais rápida no modelo $\Phi 2K2$, e quando há alta condutividade e lenta transferência matriz-fratura obtém-se recuperação mais lenta tanto para o modelo $\Phi 2K2$ quanto para o $\Phi 2K1$.

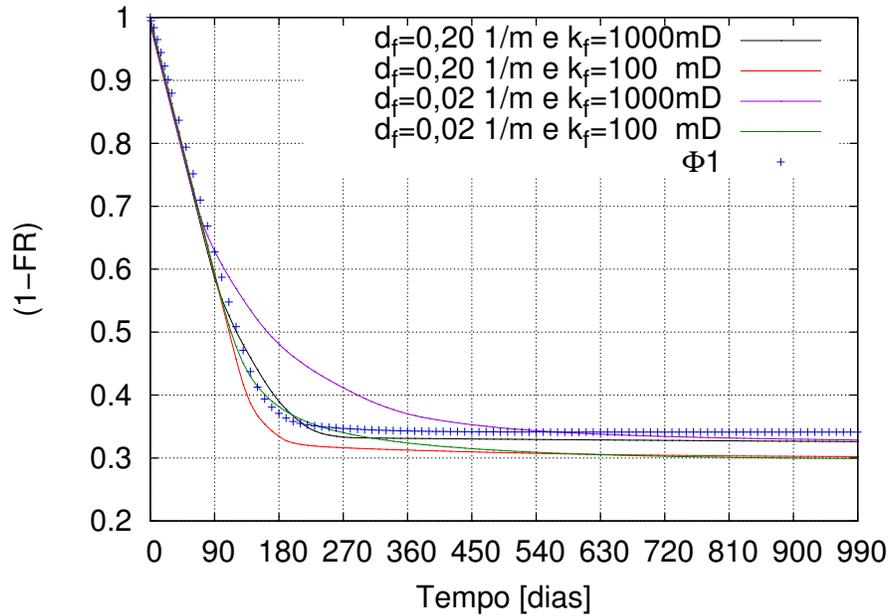


Figura 5.32: $\Phi 2K2$: Efeito Capilar Desprezível nas Fraturas em Diferentes Sistemas Fraturados (Casos r12p2c2,r6p2c2,r8p2c2,r2p2c2,r0p0c0)

5.1.5 Efeito da Molhabilidade

O efeito da molhabilidade foi considerado através das curvas de permeabilidade relativa e da pressão capilar KRPC1 e KRPC3, Apêndice A. Estas curvas foram obtidas para um Chalk de Rørdal em amostras com características mineralógicas e geometria de poros semelhantes, porém com diferentes molhabilidades. As diferentes molhabilidades foram criadas através de técnica de envelhecimento de óleo com e sem fluxo utilizando-se elevada temperatura. (Graue, et al., 2002).

A molhabilidade foi medida utilizando-se o Método de Amott, conforme Tabela 5.1:

Tabela 5.1: Molhabilidade pelo Método de Amott

Curva	Molhabilidade	I_w	I_o	I_{AH}
KRPC1	Água	0,900	0,00	0,900
KRPC3	Intermediária	0,300	0,06	0,294

O comportamento da recuperação para os modelos de dupla e simples porosidade é mostrado nas Figuras 7.5 e 7.6.

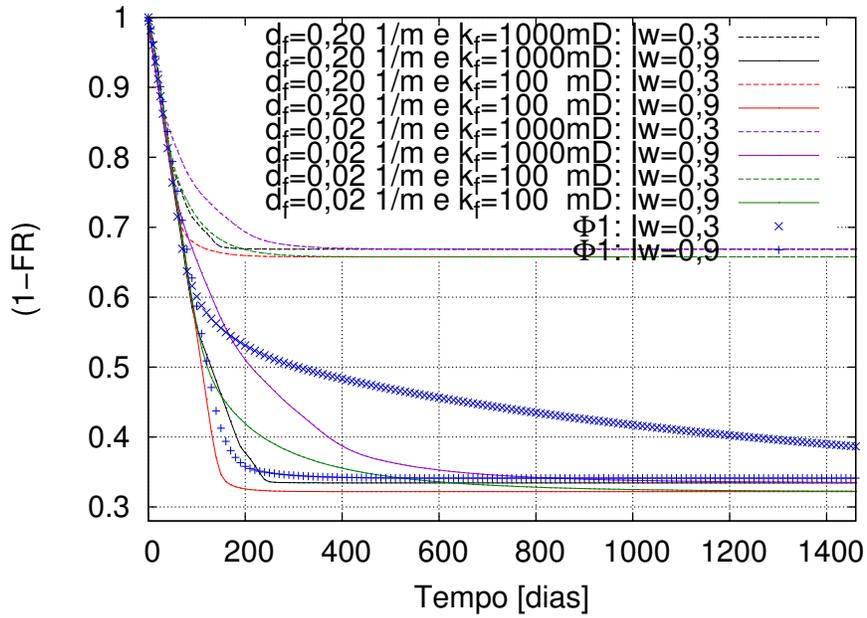


Figura 5.33: Φ_2K1 : Efeito de Molhabilidade em Diferentes Sistemas Fraturados (Casos r11p6c1,r11p2c1,r5p6c1,r5p2c1,r7p6c1,r7p2c1,r1p6c1,r1p2c1,r0p5c0,r0p0c0)

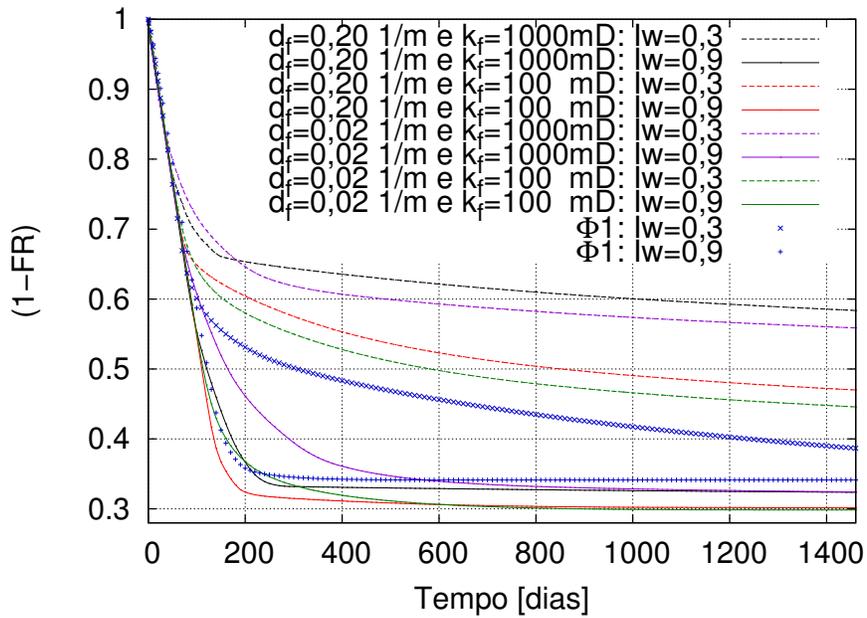


Figura 5.34: Φ_2K2 : Efeito de Molhabilidade em Diferentes Sistemas Fraturados (Casos r12p6c2,r12p2c2,r6p6c2,r6p2c2,r8p6c2,r8p2c2,r2p6c2,r2p2c2,r0p5c0,r0p0c0)

A molhabilidade intermediária resulta em uma recuperação mais lenta tanto no modelo $\Phi 1$, quanto no modelo $\Phi 2$, embora no primeiro caso resulte em uma recuperação final maior, o que é coerente com os resultados obtidos por Donaldson, et al. (1971).

Nos modelos de $\Phi 2$ as fraturas foram simuladas considerando-se o efeito capilar desprezível, assim, as curvas com diferentes molhabilidades foram aplicadas apenas à matriz. Nos dois modelos, $\Phi 2k1$ e $\Phi 2K2$, obteve-se recuperação mais lenta para molhabilidade intermediária, no entanto, o modelo $\Phi 2k1$ possui também redução muito significativa na recuperação final. Isto ocorre devido à descontinuidade capilar, pois a diferença de pressão de óleo na fratura e na matriz é muito pequena ou inexistente, dessa forma, máxima saturação de água na matriz é atingida ao término da embebição espontânea na matriz.

5.2 Funções de Transferência

5.2.1 Processo de Recuperação e Molhabilidade

A função de transferência de Kazemi et al. (1976) considera os processos de recuperação de expansão de fluidos e o efeito capilar, ao passo que a função de transferência IFP (Sabathier et al., 1998), além desses processos, inclui também o efeito gravitacional e viscoso. Os processos são adicionados com um fator de ajuste individual, que possibilita a combinação desses efeitos separadamente, à exceção da expansão de fluidos, que é sempre presente (F_c - efeito capilar; F_g - efeito gravitacional e F_v - efeito viscoso). A função de transferência IFP reduz-se a Kazemi, quando apenas o efeito capilar é presente, além da expansão de fluidos.

Os processos de recuperação foram combinados usando-se a função de transferência IFP e se comparando os resultados em relação ao efeito de molhabilidade e condutividade de fratura. A comparação é realizada considerando-se o caso totalmente descontínuo, ou seja, $\Phi 2K1$ sem efeito capilar nas fraturas, pois é o caso mais crítico para recuperação de sistemas com molhabilidade intermediária, ou molháveis ao óleo.

O comportamento do sistema fortemente molhável à água é mostrado nas Figuras 5.35 e 5.36.

Na Figura 5.35 observa-se que a maior e mais rápida recuperação é obtida quando o efeito viscoso está presente, embora a mesma recuperação final seja também obtida considerando-se os efeitos capilar/gravitacional. Nota-se que a maior recuperação final é superior ao valor obtido pela função de transferência Kazemi.

Na Figura 5.36 observa-se um comportamento semelhante ao da Figura 5.35, contudo o efeito viscoso é mais pronunciado, já que a permeabilidade da fratura é baixa, o que resulta em um aumento da recuperação final. Mas neste caso as curvas que consideram o efeito viscoso obtêm uma recuperação final superior àquela que considera apenas os efeitos capilar/gravitacional.

O comportamento do sistema com molhabilidade intermediária é mostrado nas Figuras 5.37 e 5.38.

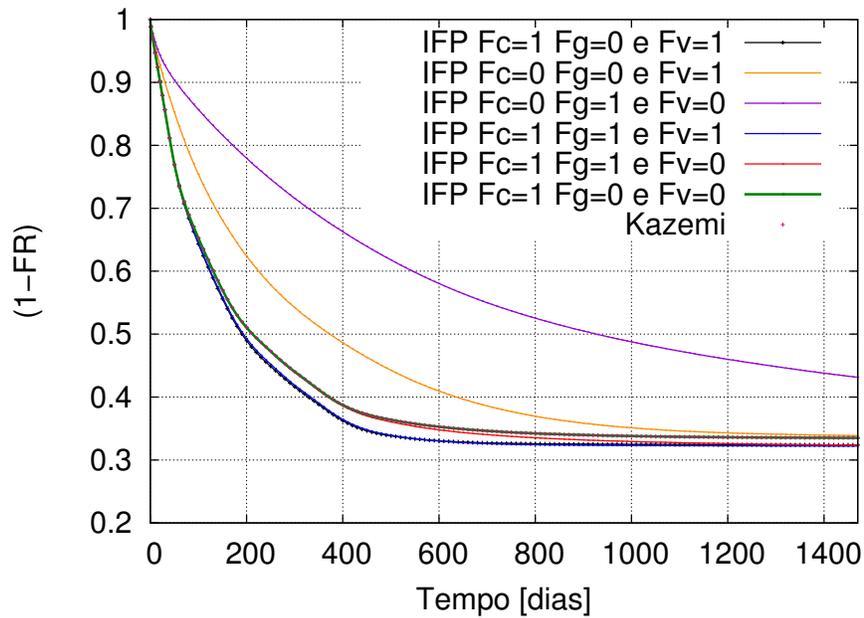


Figura 5.35: Molhável à Água e Alta permeabilidade de Fratura (r7p2c1)

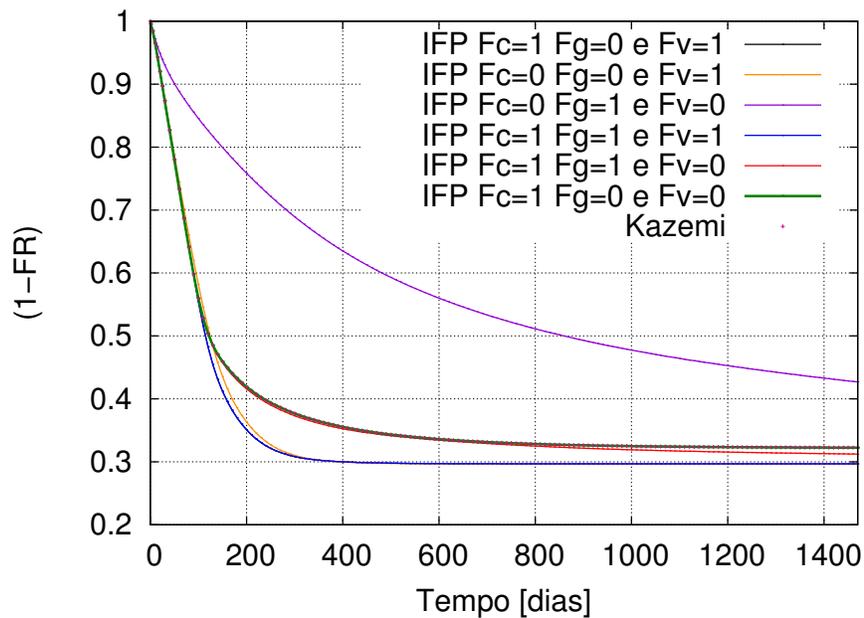


Figura 5.36: Molhável à Água e Baixa permeabilidade de Fratura (r1p2c1)

Assim como no caso molhável à água, as maiores recuperações são obtidas quando o efeito viscoso está presente. Nota-se na Figura 5.37 que a adição do efeito gravitacional, e também do viscoso ao efeito capilar resulta em recuperação final superior àquela obtida

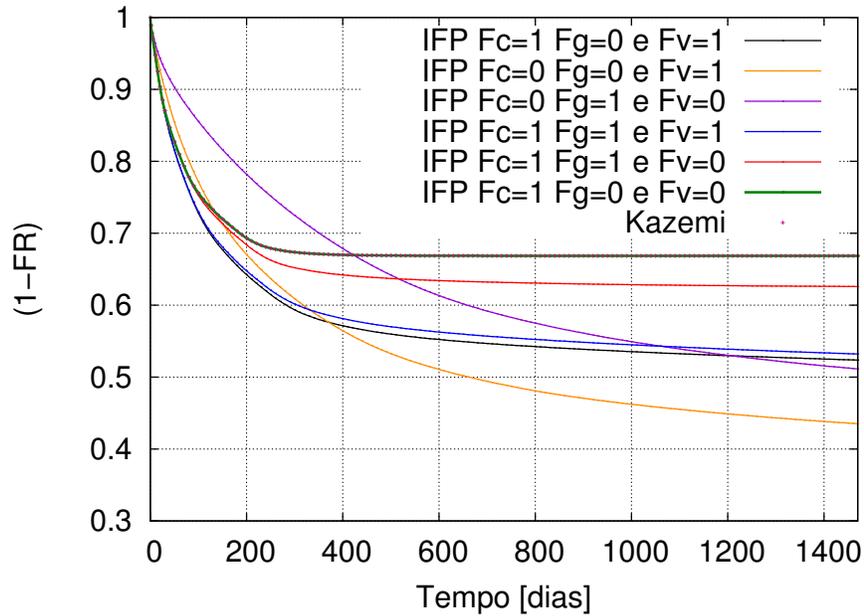


Figura 5.37: Molhabilidade Intermediária e Alta permeabilidade de Fratura (r7p6c1)

pela função de transferência Kazemi. Além disso, a maior recuperação é obtida quando apenas o efeito viscoso está presente, e a segunda maior recuperação quando apenas o efeito gravitacional está presente, embora a recuperação seja mais lenta no início.

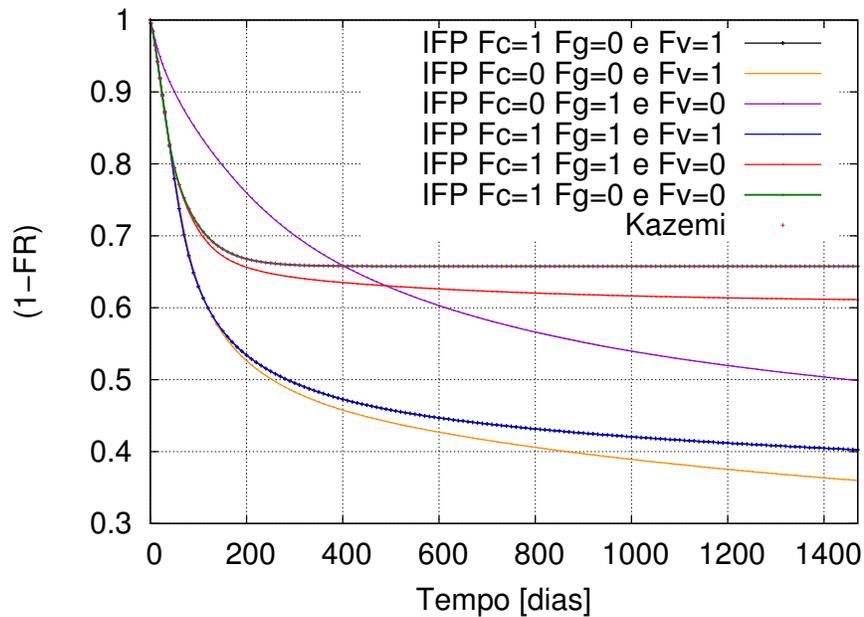


Figura 5.38: Molhabilidade Intermediária e Baixa permeabilidade de Fratura (r1p6c1)

Na Figura 5.38 observa-se um comportamento semelhante ao da Figura 5.37, contudo o efeito viscoso é mais pronunciado, já que a permeabilidade da fratura é baixa. A recuperação final obtida nos casos que consideram o efeito viscoso é significativamente superior àquela obtida com a função de transferência Kazemi.

O aumento da recuperação em relação à função de transferência Kazemi obtido especialmente no sistema com molhabilidade intermediária pode ser explicado pela incorporação de embebição concorrente, e não apenas de embebição contracorrente existente no modelo de Kazemi et al. (1976).

A incorporação da embebição concorrente ocorre devido à adição dos efeitos gravitacional e viscoso, que permanecem atuando mesmo após o equilíbrio capilar ser alcançado, o que neste caso corresponde à saturação para qual a pressão capilar na matriz é nula. Dessa maneira, a recuperação ocorre não apenas pelo processo de embebição espontânea, mas também pelo processo de embebição forçada (Figura 2.6), o que permite significativo aumento da recuperação em sistemas com molhabilidade intermediária ou molháveis ao óleo totalmente descontínuos.

Esse resultado é coerente com o resultado experimental obtido por Firoozabadi (2000) para deslocamento de óleo por água em um meio fraturado. Neste experimento foi obtido recuperação em um sistema fracamente molhável à água por embebição concorrente superior àquela obtida para sistema fortemente molhável à água por embebição contracorrente aplicando-se um gradiente de pressão suficientemente grande.

5.2.2 Processo de Recuperação e Funções de Transferência

Três funções de transferências foram implementadas e comparadas em relação a cada processo de recuperação. Foram selecionadas as funções de transferência de Kazemi et al. (1976), IFP (Sabathier et al., 1998) e IC (Lu et al., 2008), sendo as duas primeiras classificadas como do tipo Warren e Root e a terceira classificada como do tipo não Warren e Root.

A função de transferência de Kazemi et al (1976) considera apenas os efeitos de expansão de fluidos e capilar. A função de transferência IFP inclui expansão de fluidos,

efeito capilar, gravitacional e viscoso. A função de transferência IC, originalmente além da expansão de fluidos e efeito capilar, adiciona o efeito gravitacional, mas não possui efeito viscoso.

A função de transferência IC foi implementada considerando-se o efeito capilar-gravitacional como uma pseudocurva de pressão capilar seguindo o procedimento utilizado por Kazemi et al. (1992). Nessa função de transferência a transferência de massa é separada em uma componente vertical e outra horizontal, o que é obtido calculando-se a contribuição de cada face de um bloco de matriz da mesma forma como na função de transferência IFP, mas a curva de pressão capilar é substituída pela pseudocurva de pressão capilar. O termo viscoso da função de transferência IFP foi adicionado à IC para comparação, aproveitando-se a mesma estrutura de cálculo, uma vez que a função de transferência IC não possui efeito viscoso.

Nas Figuras 5.39 e 5.40 são comparadas as funções de transferência incluindo-se apenas os fenômenos de expansão de fluidos e pressão capilar.

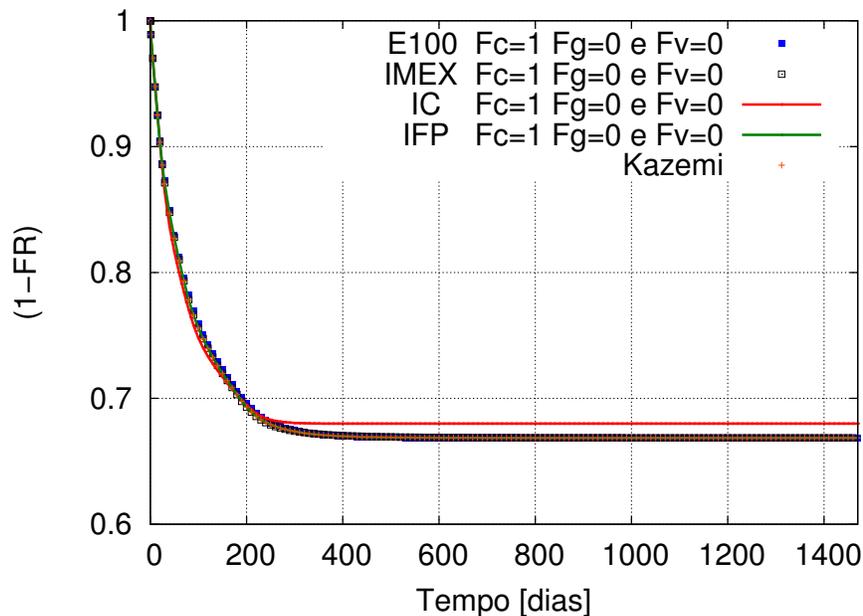


Figura 5.39: Efeito Capilar: Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c1)

A função de transferência IC inclui na pseudocurva de pressão capilar o efeito gravitacional na direção vertical, contudo, para análise apenas do efeito capilar, o termo

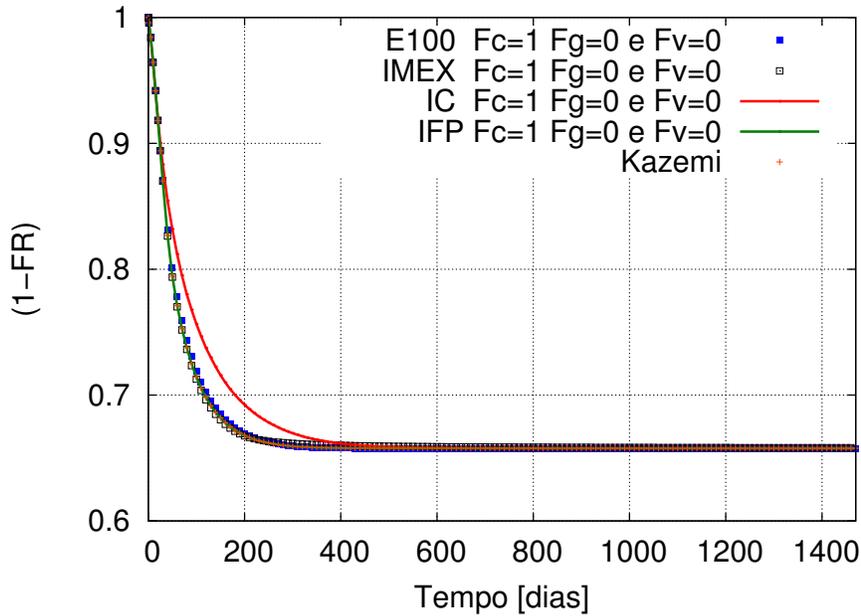


Figura 5.40: Efeito Capilar: Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c1)

gravitacional embutido na pseudocurva de pressão capilar foi removido. A saturação de equilíbrio foi considerada $(S_w^*)^V = (S_w^*)^H = P_c^{-1}(0)$ para ajustar a recuperação final apenas ao efeito capilar, já que o termo gravitacional embutido na pseudocurva de pressão capilar altera apenas a cinética de recuperação.

A mesma recuperação final é obtida pelas funções de transferência na Figura 5.40, quando a condutividade da fratura é baixa, embora a função de transferência IC apresente uma cinética de recuperação mais lenta. Na Figura 5.39, onde a condutividade de fratura é alta obtém-se uma cinética de recuperação próxima do resultado obtido para a função Kazemi e IFP, que neste caso são iguais. Entretanto, nesta circunstância, a recuperação final da função de transferência IC é inferior às demais, devido à ação do fator de correção F .

A função de transferência IC utiliza dois fatores de correção Ξ e F para ajustar a cinética de recuperação. A influência dos fatores de correção na recuperação com a função de transferência IC é mostrada nas Figuras 5.41 e 5.42. O fator Ξ acelera a cinética de recuperação, enquanto o fator F a atrasa. Entretanto, observa-se que na Figura 5.41, onde há alta condutividade da fratura, o fator F resulta em redução da recuperação final.

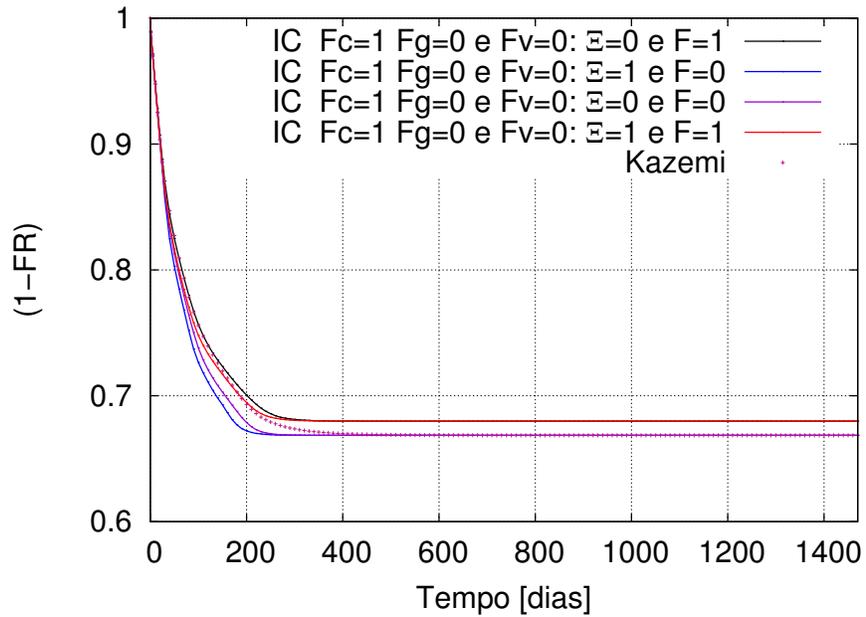


Figura 5.41: Efeito Capilar: Parâmetros de Correção - Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c1)

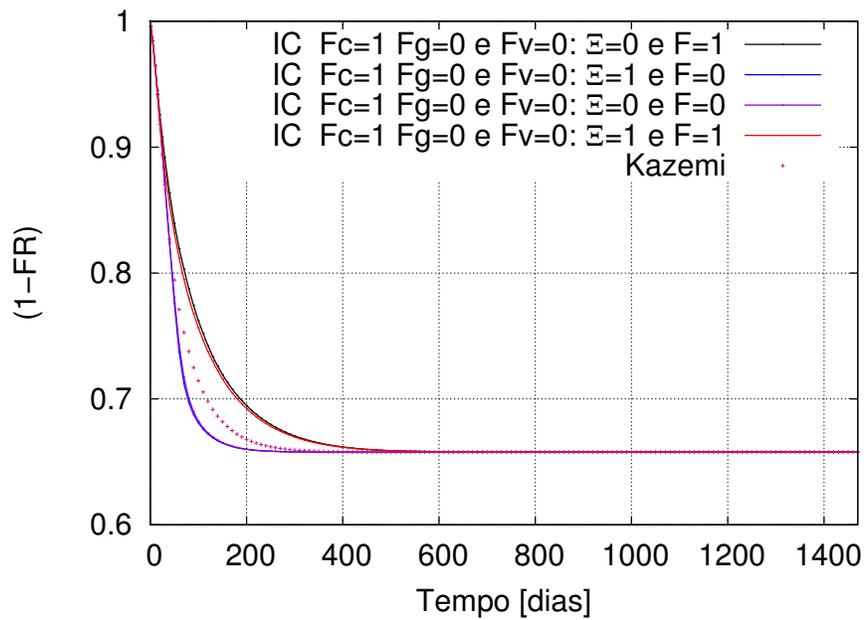


Figura 5.42: Efeito Capilar: Parâmetros de Correção - Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c1)

O Fator Ξ fornece altos valores iniciais e tende a 1 quando a pressão da fratura e da matriz são iguais ou estão em equilíbrio. O modelo de porosidade dupla, no entanto, resulta em uma sucessão de estados de equilíbrio, portanto, diferenças de pressão entre matriz e fratura são obtidas apenas durante o processo iterativo.

O fator F , por sua vez, permite que haja transferência de massa tanto matriz-fratura quanto fratura-matriz, assumindo-se que o efeito capilar na fratura é muito menor que no meio poroso. Lu et al. (2008), todavia, considerou a pressão e a saturação da fratura constante, o que não acontece no modelo de dupla porosidade.

Nas Figuras 5.43 e 5.44 são comparadas as funções de transferência incluindo apenas os fenômenos de expansão de fluidos, capilar e gravitacional.

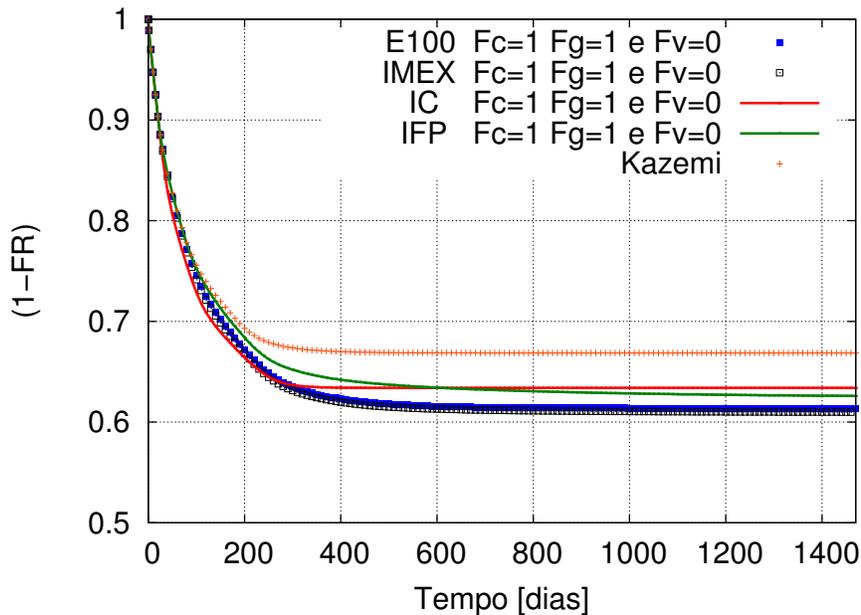


Figura 5.43: Efeito Capilar/Gravitacional: Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c1)

O efeito gravitacional na função de transferência IFP é adicionado utilizando-se o termo de gravidade no cálculo do potencial. Na função de transferência IC, no entanto, o efeito gravitacional é adicionado através do termo gravitacional embutido na pseudocurva de pressão capilar e da saturação de equilíbrio capilar/gravitacional S_w^{r*V} . O termo gravitacional embutido na função de transferência IC altera apenas a cinética de recuperação, ao passo que a recuperação final é ajustada pela saturação de equilíbrio capilar/gravitacional

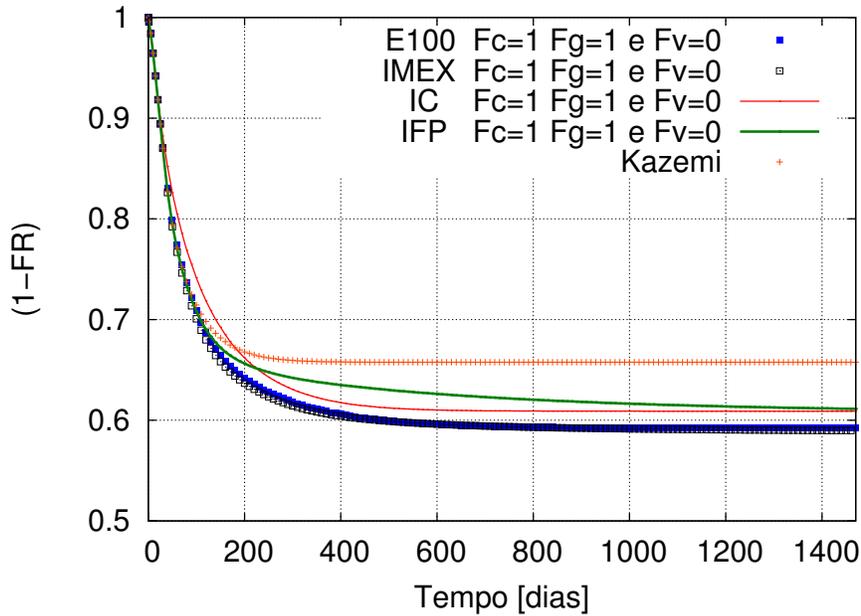


Figura 5.44: Efeito Capilar/Gravitacional: Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c1)

$$S_w^* V.$$

A função de transferência IFP nas Figuras 5.43 e 5.44 apresenta comportamento idêntico à Kazemi, enquanto o processo é dominado capilarmente, mas diferentemente a recuperação prossegue após o término da embebição espontânea devido à ação do termo gravitacional, que permanece atuante mesmo após alcançado o equilíbrio capilar entre matriz e fratura.

A função de transferência IC apresenta uma cinética de recuperação distinta da função Kazemi e IFP, sendo no caso de alta condutividade de fratura (Figura 5.43) mais rápida no período inicial e mais lenta no período final ao contrário do que ocorre no caso de baixa condutividade de fratura (Figura 5.44). A recuperação final obtida pela função de transferência IC na Figura 5.44 (baixa condutividade de fratura), é a mesma que pela IFP, entretanto um pouco inferior na Figura 5.43 (alta condutividade de fratura) devido ao fator de correção F tal como na Figura 5.39 quando há apenas o efeito capilar.

A recuperação final na função de transferência IC é obtida quando a saturação de equilíbrio capilar/gravitacional é alcançada, diferentemente da função de transferência IFP, na qual o potencial de escoamento torna-se nulo devido ao cancelamento dos termos capilar

e gravitacional. Contudo, aplicando-se o procedimento de Kazemi et al. (1992) obtém-se equivalência entre as duas abordagens.

Os simuladores comerciais Schlumberger ECLIPSE 100 e CMG IMEX foram utilizados para comparação. Os dois simuladores forneceram resultados bastante semelhantes, sendo a cinética de recuperação do E100 pouco mais rápida, assim como a recuperação ligeiramente superior.

O resultado dos simuladores comerciais foram diferentes daqueles obtidos tanto para a função de transferência IFP como IC, sendo a cinética de recuperação mais rápida bem como a recuperação final superior. Essas diferenças podem ser explicadas pelo método adotado para adição do termo gravitacional. O E100 utiliza o método proposto por Sonier et al. (1988) para adição do efeito gravitacional, assim como o IMEX. No entanto, o IMEX não divide o efeito gravitacional entre a fase óleo e a fase deslocante, no caso água, e também considera a altura $\hat{h}_w = \frac{1}{2}$ do nível de água na fratura constante.

Nas Figuras 5.45 e 5.46 são comparadas as funções de transferência incluindo os fenômenos de expansão de fluidos, capilar, gravitacional e viscoso.

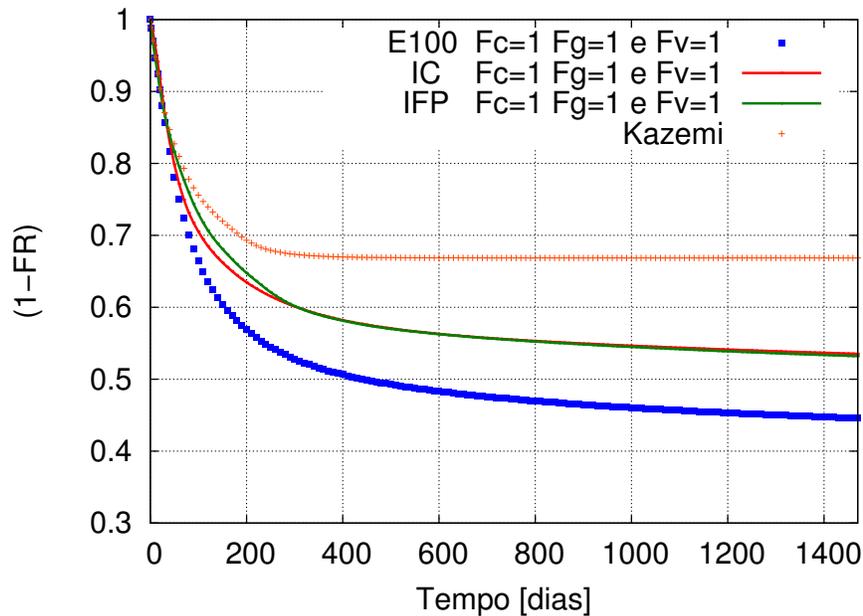


Figura 5.45: Efeito Capilar/Gravitacional e Viscoso: Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c1)

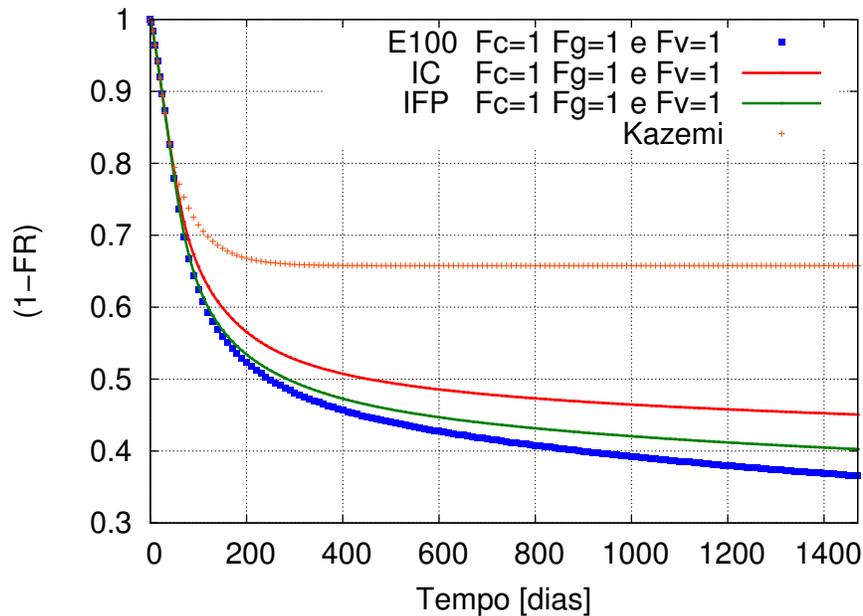


Figura 5.46: Efeito Capilar/Gravitacional e Viscoso: Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c1)

As funções IFP e IC apresentam o mesmo comportamento, sendo quase idênticas no caso de alta condutividade de fratura (Figura 5.45), exceto por um pequeno período. No entanto, no caso de baixa condutividade de fratura (Figura 5.46), onde o efeito viscoso é mais pronunciado, observa-se uma maior recuperação da função de transferência IFP após o término do processo dominado capilarmente, embora o termo viscoso utilizado na função de transferência IC seja o mesmo.

O simulador Schlumberger ECLIPSE 100 foi o único simulador comercial utilizado para comparação, visto que o CMG IMEX não possui efeito viscoso. O simulador E100 resulta em maior recuperação final comparado às funções de transferência IFP e IC. Esta diferença é justificada pela utilização de diferentes métodos para adição do efeito gravitacional e viscoso. O simulador E100 utiliza o método de Sonier et al. (1988) para representar o efeito gravitacional, e o método de Gilman e Kazemi (1988) para representar o efeito viscoso.

Nas Figuras 5.47 e 5.48 são comparadas as funções de transferência incluindo-se apenas os fenômenos de expansão de fluidos e gravitacional.

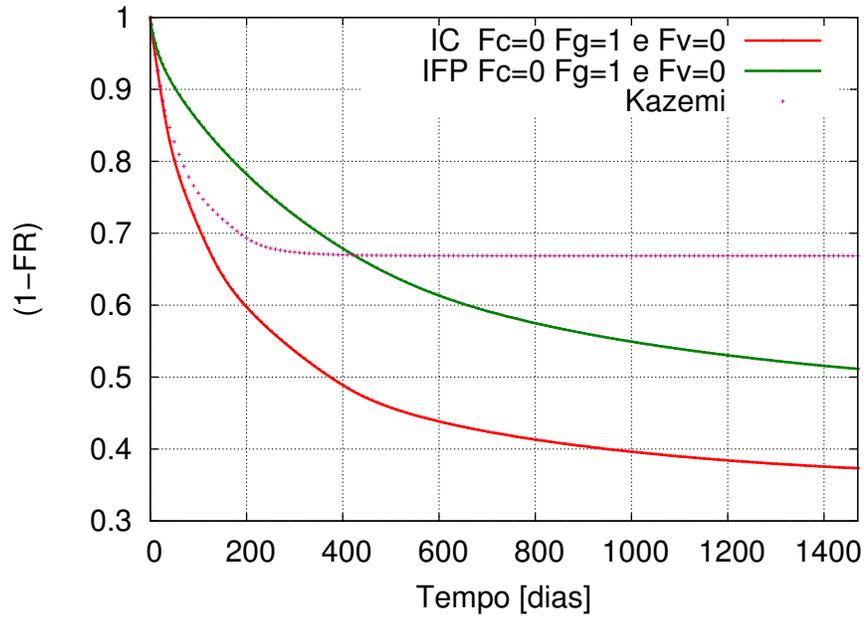


Figura 5.47: Efeito Gravitacional: Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c1)

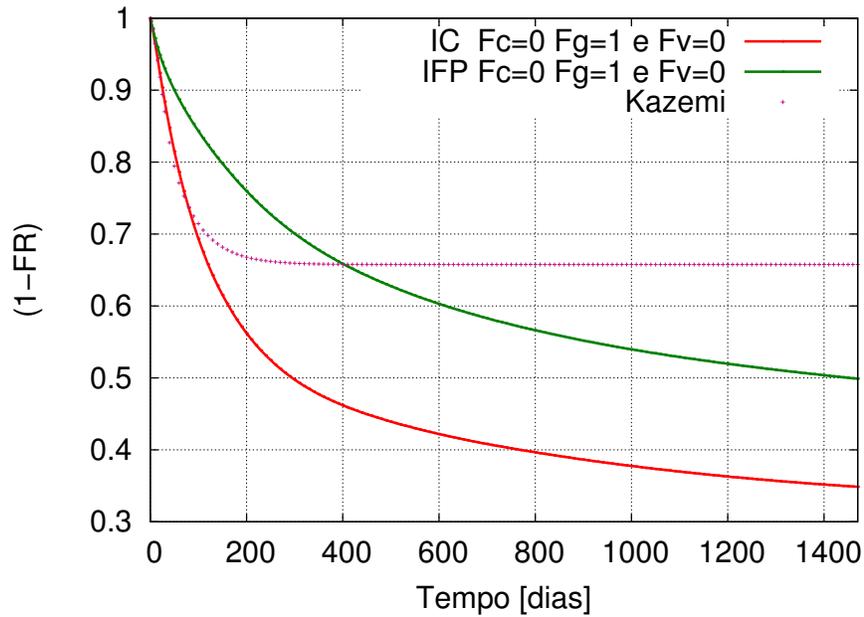


Figura 5.48: Efeito Gravitacional: Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c1)

A saturação de equilíbrio S_w^{*V} na função de transferência IC é obtida pelo equilíbrio capilar/gravitacional. No entanto, como o efeito capilar é desprezado, considera-se que $S_w^{*V} = 1 - S_{or}$.

A função de transferência IFP nas Figuras 5.47 e 5.48 resulta em uma cinética de recuperação mais lenta, já que a transferência de massa ocorre apenas pelas faces perpendiculares à direção vertical, assim como na função de transferência IC, que apesar disso resulta em uma recuperação mais rápida ajustando-se no início a função de transferência Kazemi. A recuperação prossegue até que a saturação de óleo residual seja obtida, já que o efeito capilar na matriz é considerado desprezível, considerando que toda a malha seja varrida pela injeção de água, havendo, portanto, um significativo aumento da recuperação final.

Nas Figuras 5.49 e 5.50 são comparadas as funções de transferência incluindo-se apenas os fenômenos de expansão de fluidos, capilar e viscoso.

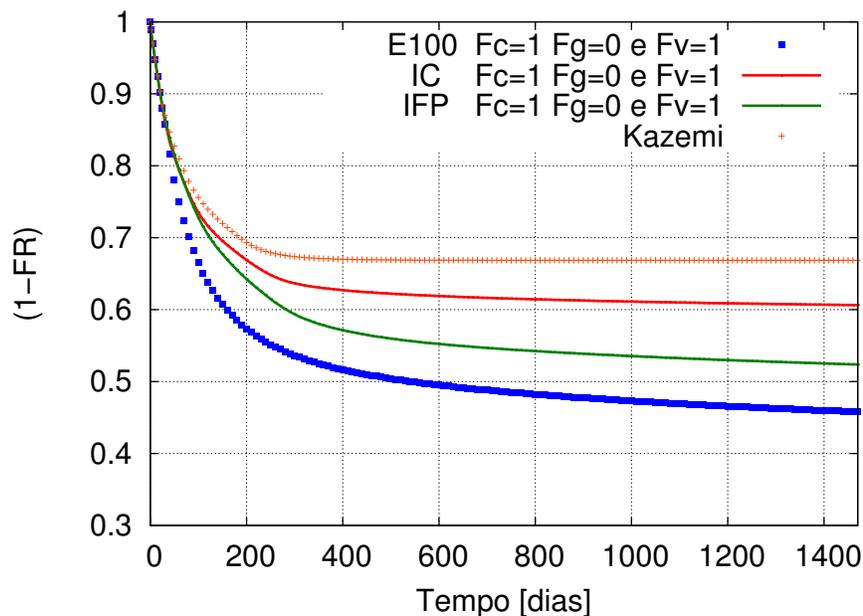


Figura 5.49: Efeito Capilar e Viscoso: Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c1)

O comportamento observado nas Figuras 5.49 e 5.50 é semelhante àquele encontrado nas Figuras 5.45 e 5.46, no entanto, no caso de alta condutividade de fratura, na ausência de efeito gravitacional observa-se na função de transferência IC uma menor recuperação final, bem como uma cinética mais lenta após término do processo dominado capilarmente.

O simulador comercial Schlumberger ECLIPSE 100 foi utilizado para comparação ape-

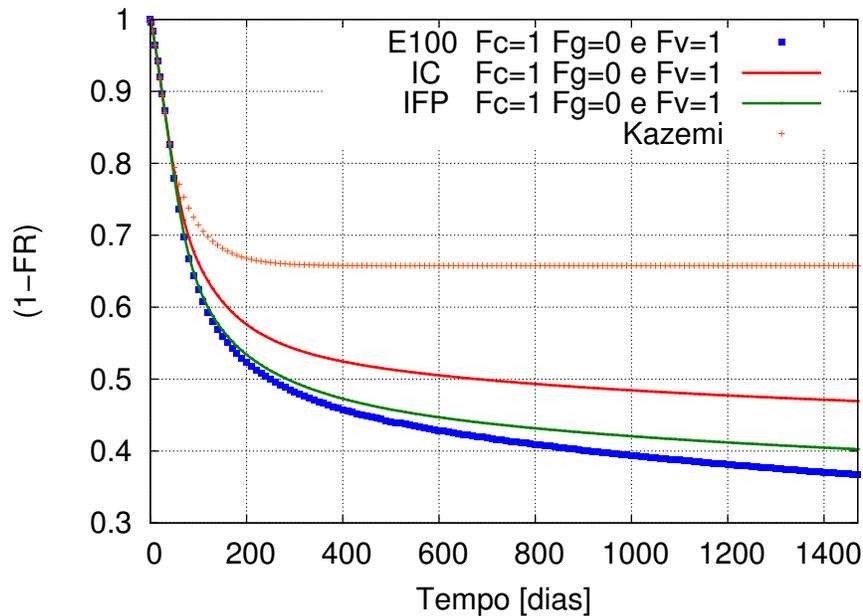


Figura 5.50: Efeito Capilar e Viscoso: Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c1)

nas, visto que o CMG IMEX não possui efeito viscoso. O simulador E100 resulta em maior recuperação final comparado às funções de transferência IFP e IC. Esta diferença é justificada pela utilização de diferentes métodos para adição do efeito viscoso. O simulador E100 utiliza o método de Gilman e Kazemi (1988) para representar o efeito viscoso.

As funções de transferências foram, então, comparadas com a simulação das fraturas discretas em um modelo de porosidade simples seguindo esquema de Warren e Root (Figura 3.3). As comparações foram realizadas utilizando-se uma densidade de fratura de 10×10^{-2} [fraturas/m] considerando alta e baixa condutividade de fratura, conforme mostrado nas Figuras 5.51 e 5.52.

O modelo de porosidade simples refinado apresentou uma maior recuperação tanto no caso de alta quanto de baixa condutividade de fratura. Este aumento de recuperação deve-se à representação dos efeitos gravitacional e viscoso, visto que os modelos IFP, IC e também dos simuladores comerciais ajustam-se bem ao resultado do modelo de fraturas discretas refinado no início da recuperação quando o processo é dominado capilarmente. O aumento de recuperação no caso de baixa condutividade de fratura (Figura 5.52) é apenas um pouco superior ao obtido no caso de alta condutividade de fratura

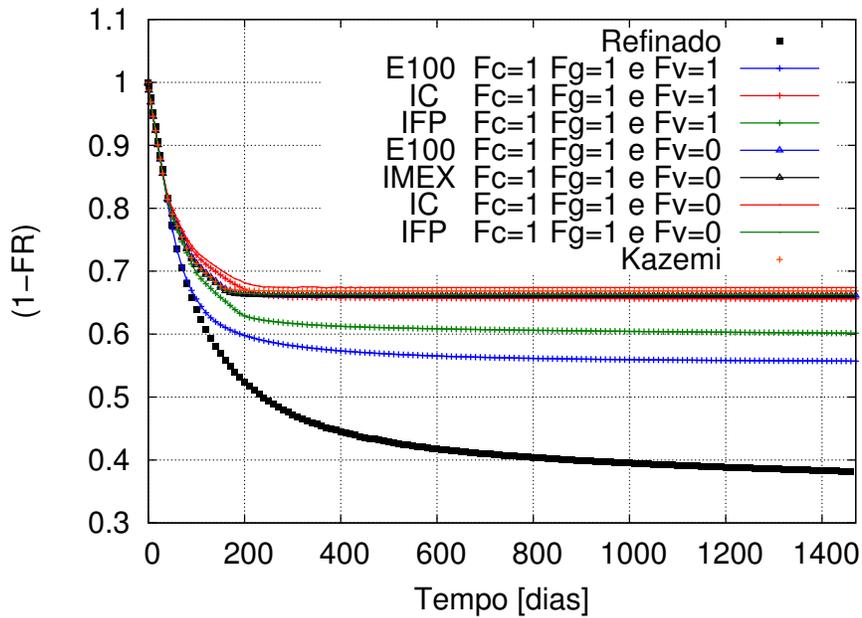


Figura 5.51: Comparação Modelo Refinado: Alta Permeabilidade de Fratura (Caso r9p6c1)

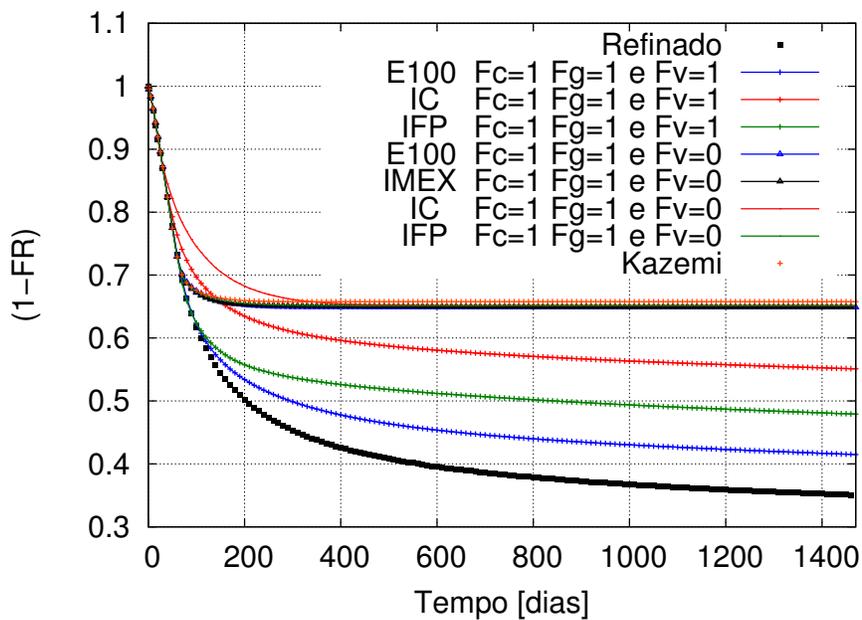


Figura 5.52: Comparação Modelo Refinado: Baixa Permeabilidade de Fratura (Caso r3p6c1)

(Figura 5.51), mostrando que o efeito gravitacional é também bastante relevante.

A curva obtida pelo Eclipse 100 é a que mais se aproxima do resultado refinado utilizando-se o efeito gravitacional de Sonier et al. (1988) e o efeito viscoso de Gilman e Kazemi (1988). No caso de alta condutividade de fratura (Figura 5.51) o efeito viscoso da função de transferência IFP mostrou-se pouco significativo, diferentemente do modelo de Gilman e Kazemi (1988) e do resultado obtido pelo modelo de fraturas discretas refinado.

As funções de transferência IFP e IC foram, então, ajustadas ao resultado do modelo refinado através dos fatores de ajuste, e no modelo IC se alterando também o valor da saturação de equilíbrio S_w^* . Os ajustes obtidos com as funções de transferência IFP e IC ao modelo refinado para os casos de alta e baixa permeabilidade de fratura são apresentados nas Figuras 5.53 e 5.54:

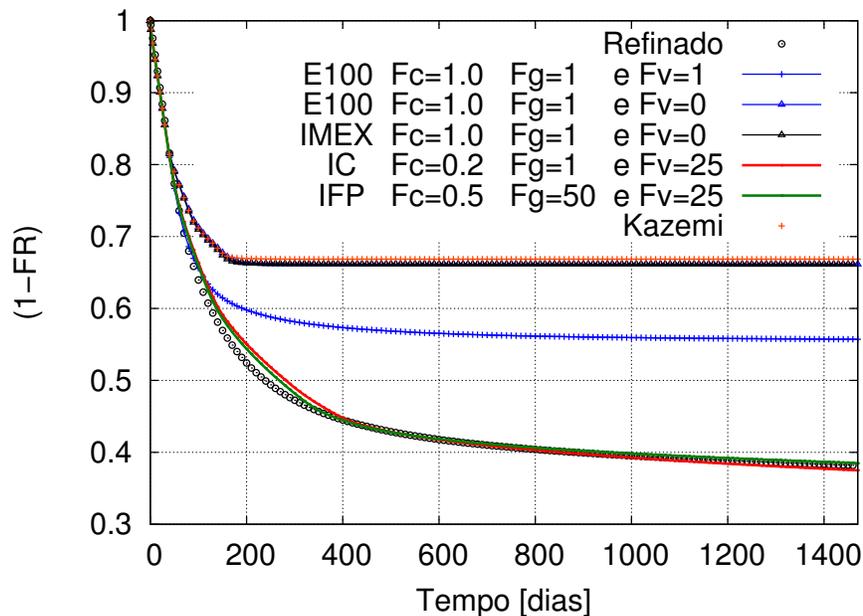


Figura 5.53: Ajuste do Caso Refinado: Alta Permeabilidade de Fratura (Caso r9p6c1)

Na Figura 5.53 (alta condutividade de fratura) as funções de transferência IC e IFP apresentaram ajustes razoavelmente bons, principalmente no início e no final do processo. Neste ajuste nota-se a preponderância do efeito viscoso que foi implementado com o mesmo modelo nessas duas funções de transferência, obtendo-se, assim, resultados bastante semelhantes.

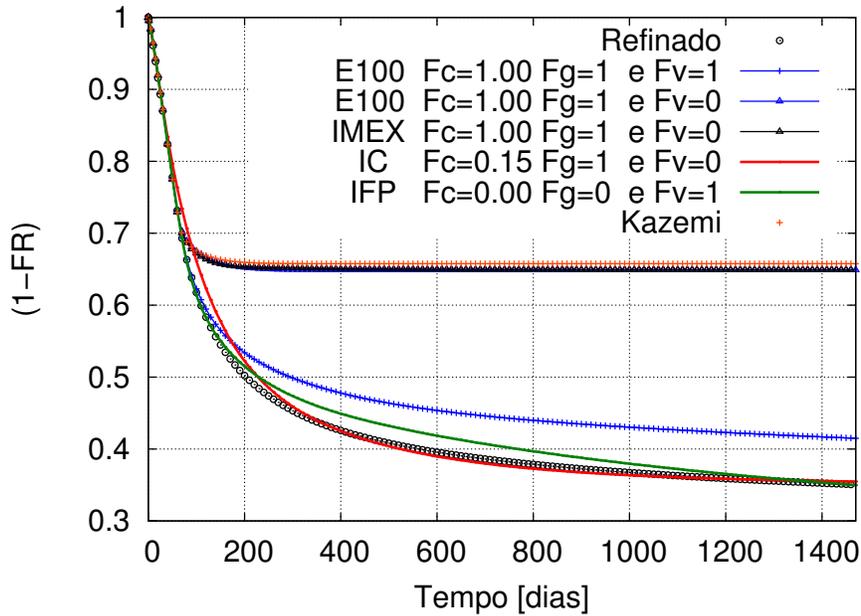


Figura 5.54: Ajuste do Caso Refinado: Baixa Permeabilidade de Fratura (Caso r3p6c1)

Na Figura 5.54 (baixa condutividade de fratura) a função de transferência IC apresentou melhor ajuste, especialmente no final do processo. Este ajuste foi obtido alterando-se a saturação de equilíbrio para $S_w^* = 1 - S_{or}$ e se reduzindo o efeito capilar com o fator de ajuste, mostrando-se que o efeito gravitacional neste caso é preponderante.

A comparação entre o modelo de dupla porosidade e o modelo de fraturas discretas refinado deve ser entendida como uma comparação entre dois modelos, o que não é, portanto, suficiente para determinar qual função de transferência representa melhor os fenômenos físicos envolvidos na recuperação.

A representação discretas de fraturas é convencionalmente utilizada para a comparação do modelo de dupla porosidade. Contudo, embora as fraturas sejam representadas discretamente, as dimensões das células utilizadas são geralmente superiores às das fraturas, pois caso contrário seria necessário um grande número de células de dimensões bastante reduzidas, conseqüentemente, as propriedades utilizadas nas fraturas são homogêneas mesmo utilizando fraturas discretas. Assim, a utilização dos mesmos valores das propriedades das fraturas no modelo de dupla porosidade e de fraturas discretas não é exatamente equivalente, o que pode gerar diferenças entre os resultados.

A função de transferência IFP foi implementada considerando-se os termos gravitacional e viscoso explicitamente conforme recomendação de Quandalle e Sabathier (1989). Este mesmo esquema foi utilizado na função de transferência IC.

Na função de transferência IC considerou-se a zona invadida h^* a própria altura do bloco de matriz, portanto $h^* = lz$. Além disso, considerou-se $\epsilon = 0,15$ para obter estabilidade, embora Lu et al. (2008) tenham definido $0,01 \leq \epsilon \leq 0,1$. Contudo, este parâmetro foi definido para garantir estabilidade, portanto, considera-se razoável adotar um valor que forneça estabilidade.

Os fatores de correção Ξ e F foram implementados de maneira explícita por simplicidade. E embora o termo de pressão capilar na função de transferência IC seja "linearizado", não foi observado menor tempo de processamento, devido aos fatores de correção.

5.2.3 Análise de Sensibilidade

A análise de sensibilidade dos parâmetros de caracterização e condição de contorno na recuperação considerando-se as funções de transferências Kazemi, IFP e IC são apresentadas com diferentes processos de recuperação.

5.2.3.1 Permeabilidade de Matriz O efeito da permeabilidade de matriz e, consequentemente a velocidade de transferência entre matriz e fratura, foram analisados para cada processo de recuperação comparando-se as três funções de transferência: Kazemi, IFP e IC.

As comparações são apresentadas para alta e baixa condutividade de fratura nas Figuras 5.55 e 5.56, considerando-se o efeito de expansão de fluidos e o efeito capilar.

A diminuição da permeabilidade da matriz nas Figuras 5.55 e 5.56 torna a cinética de recuperação mais lenta, especialmente quando a condutividade da fratura é baixa. As funções de transferência IC apresentam uma cinética mais rápida que IFP, exceto quando há alta permeabilidade de matriz. Além disso, a função de transferência IC fornece nos casos de baixa permeabilidade de matriz recuperação final superior à IFP, e

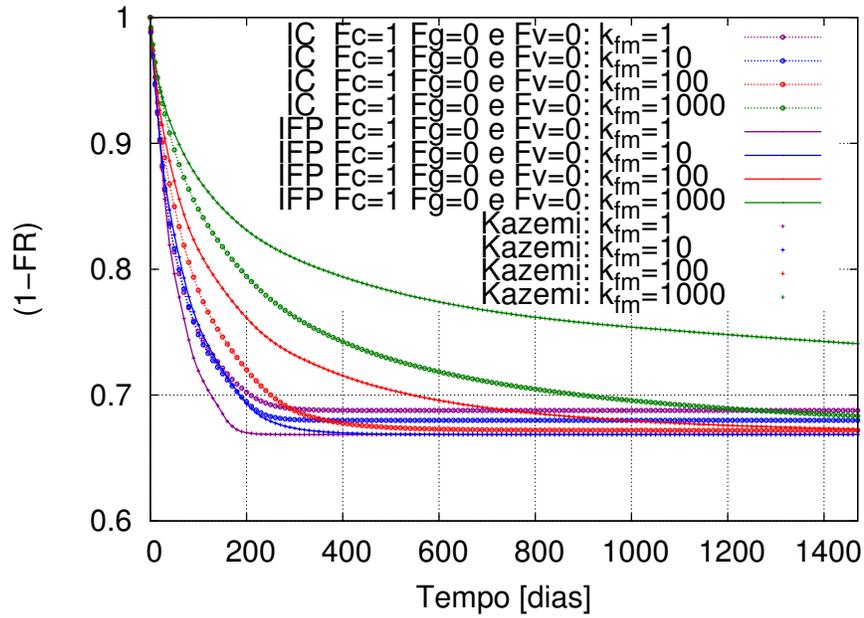


Figura 5.55: Efeito Permeabilidade da Matriz com Alta Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar (Casos r16p6c1,r17p6c1,r7p6c1,r18p6c1)

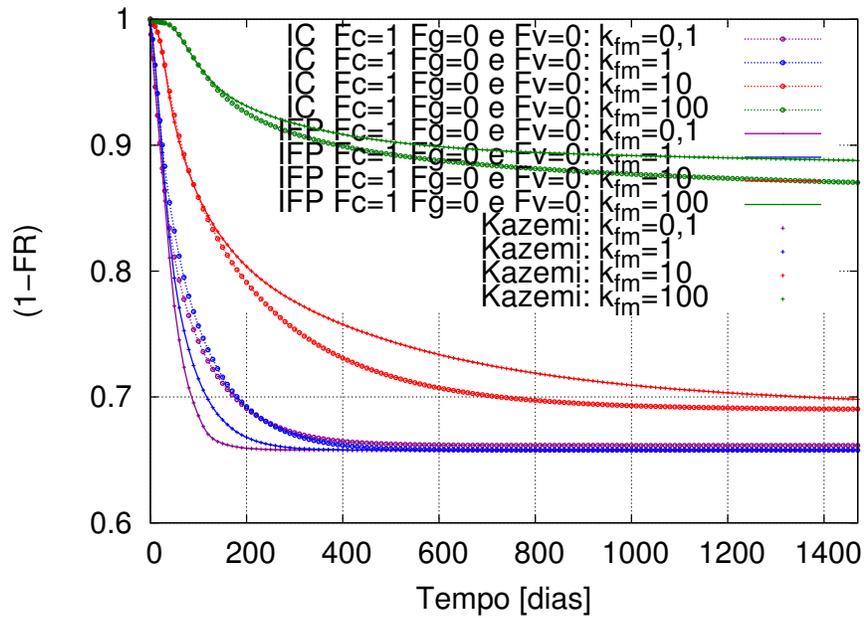


Figura 5.56: Efeito Permeabilidade de Matriz com Baixa Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar (Casos r13p6c1,r14p6c1,r1p6c1,r15p6c1)

o comportamento inverso é observado quando a permeabilidade de matriz é alta. Este comportamento é coerente com o efeito do fator de correção F , que depende do contraste de permeabilidade entre os meios, já que através dele considera-se no modelo IC imersão parcial, permitindo a transferência de massa tanto da matriz para a fratura como da fratura para a matriz.

As comparações são apresentadas para alta e baixa condutividade de fratura nas Figuras 5.57 e 5.58, considerando o efeito de expansão de fluidos, efeito capilar e gravitacional.

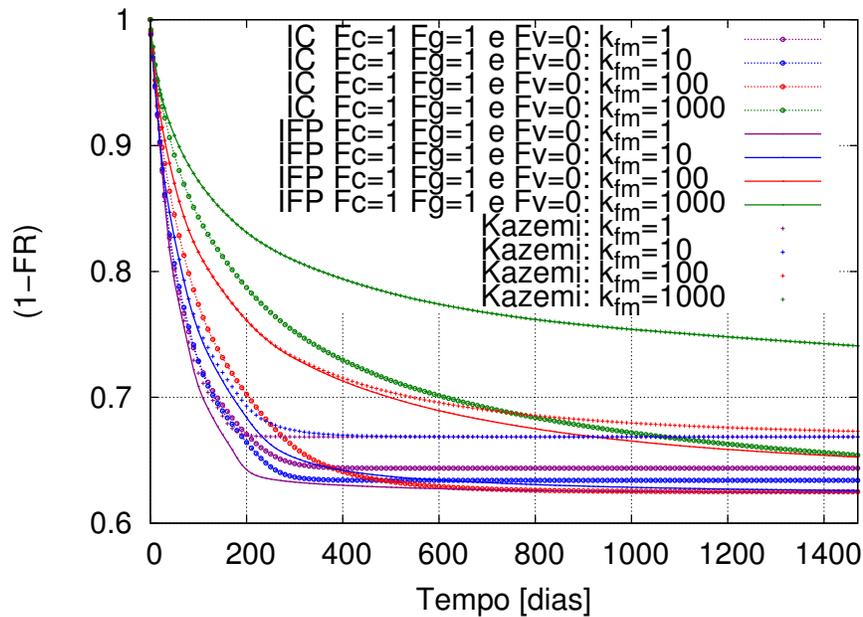


Figura 5.57: Efeito Permeabilidade da Matriz com Alta Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar e Gravitacional (Casos r16p6c1,r17p6c1,r7p6c1,r18p6c1)

A adição do efeito gravitacional permite obter aumento de recuperação por embebição forçada, uma vez que as forças gravitacionais continuam atuando mesmo após o equilíbrio capilar ser alcançado.

Nota-se nas Figuras 5.57 e 5.58 que o efeito gravitacional na função de transferência IFP é mais pronunciado quando a permeabilidade da matriz é alta, sendo pouco relevante quando a permeabilidade é muito baixa. O mesmo comportamento é observado na função de transferência IC, quando a condutividade da fratura é baixa, entretanto, um

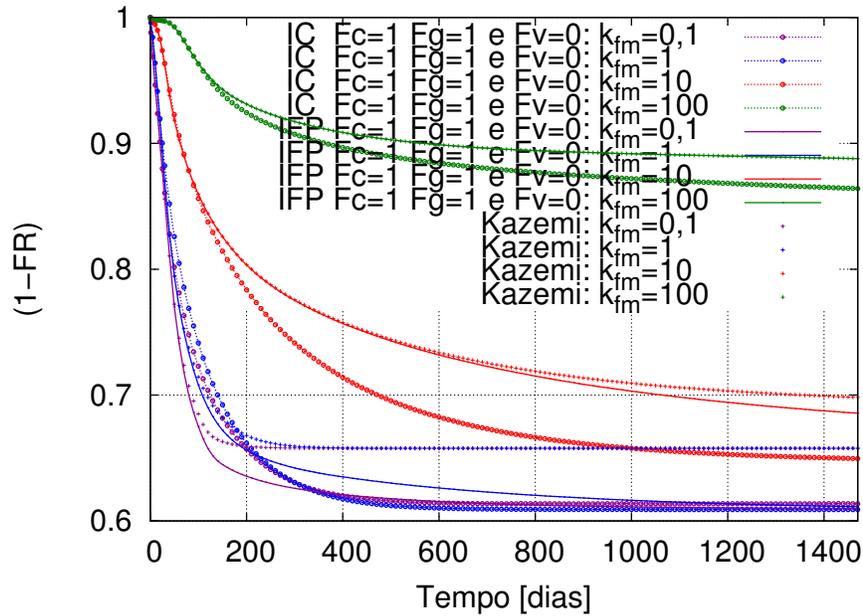


Figura 5.58: Efeito Permeabilidade de Matriz com Baixa Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar e Gravitacional (Casos r13p6c1,r14p6c1,r1p6c1,r15p6c1)

comportamento oposto ocorre quando a condutividade de fratura é alta, ou seja, o efeito de gravidade é mais pronunciado para baixos valores de permeabilidade de matriz.

A recuperação final obtida com a função de transferência IC é superior à observada na IFP, exceto quando a permeabilidade de matriz é igual ou superior de fratura e a condutividade da fratura é alta, conforme Figuras 5.57 e 5.58. Este comportamento é acompanhado por uma cinética de recuperação mais rápida, exceto para valores de permeabilidade de matriz maiores ou iguais aos de fratura.

As comparações são apresentadas para alta e baixa condutividade de fratura nas Figuras 5.59 e 5.60, considerando o efeito de expansão de fluidos, efeito capilar, gravitacional e viscoso.

A recuperação final nas Figuras 5.59 e 5.60 aumenta conforme a permeabilidade da matriz aumenta tanto para a função de transferência IFP quanto para a IC, à exceção desta última, no caso de baixa condutividade de fratura e permeabilidade de matriz igual ou superior à da fratura.

No caso de alta condutividade de fratura (Figura 5.59) o efeito viscoso é menos pronun-

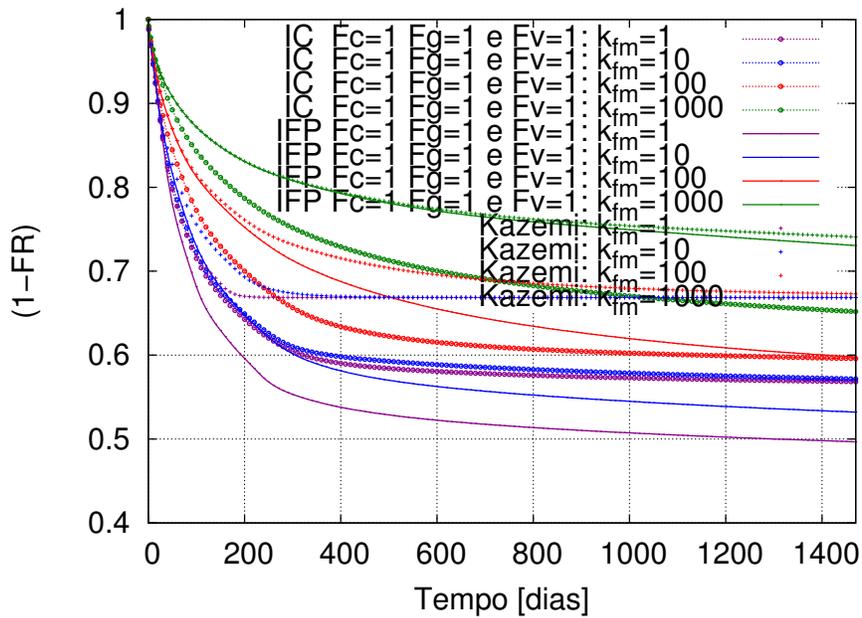


Figura 5.59: Efeito Permeabilidade da Matriz com Alta Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar, Gravitacional e Viscoso (Casos r16p6c1,r17p6c1,r7p6c1,r18p6c1)

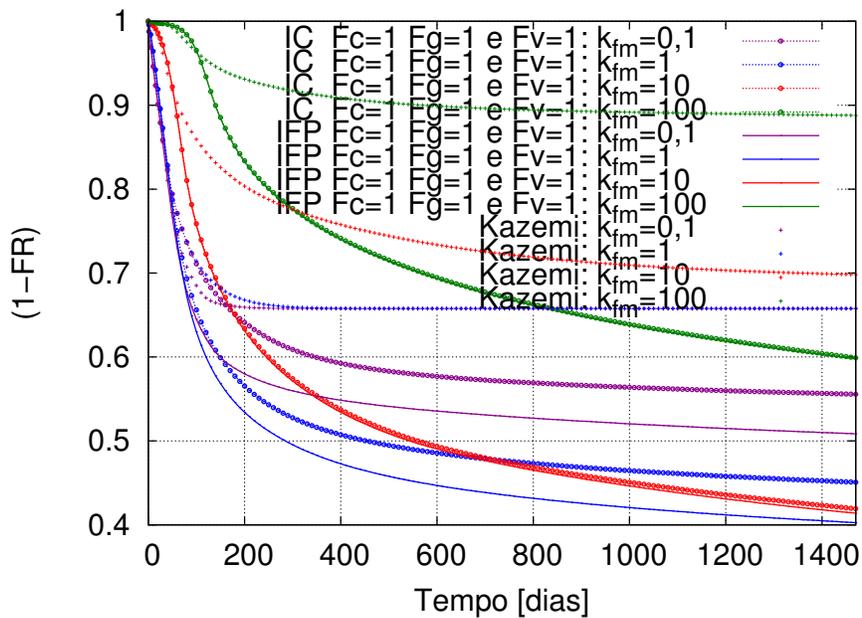


Figura 5.60: Efeito Permeabilidade de Matriz com Baixa Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar, Gravitacional e Viscoso (Casos r13p6c1,r14p6c1,r1p6c1,r15p6c1)

ciado, sendo, assim, dominado gravitacionalmente após o equilíbrio capilar ser alcançado. Na função de transferência IC, a recuperação prossegue até a saturação de equilíbrio capilar-gravitacional ser alcançada, porém este comportamento não ocorre na função de transferência IFP, mostrando que o efeito viscoso é relativamente mais importante nesta última. No caso de baixa condutividade de fratura (Figura 5.60) o efeito viscoso é claramente mais significativo, sendo os resultados das duas funções de transferências iguais, pois utilizam termos viscosos iguais, exceto quando a permeabilidade de matriz é igual ou superior à da fratura. O aumento de recuperação final neste caso é bastante significativo nas duas funções de transferência.

As comparações são apresentadas para alta e baixa condutividade de fratura nas Figuras 5.61 e 5.62, considerando o efeito de expansão de fluidos, e gravitacional.

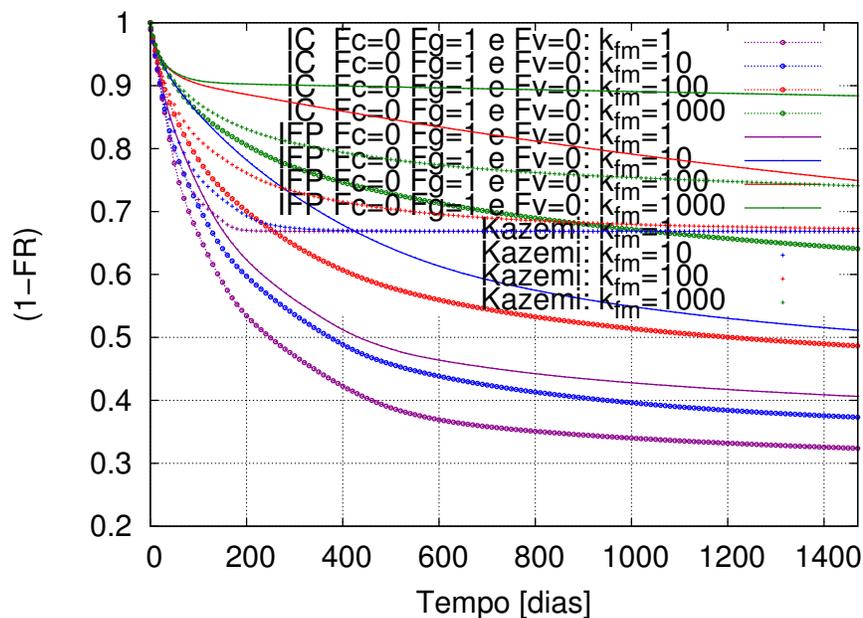


Figura 5.61: Efeito Permeabilidade da Matriz com Alta Permeabilidade de Fratura: Efeito Gravitacional (Casos r16p6c1,r17p6c1,r7p6c1,r18p6c1)

Há recuperação contínua quando apenas o efeito gravitacional está presente, além da expansão de fluidos, que é tão maior quanto a permeabilidade de matriz. No entanto, quando a condutividade da fratura é baixa (Figuras 5.62) observa-se na função de transferência IFP que a cinética é consideravelmente mais lenta que a observada na função

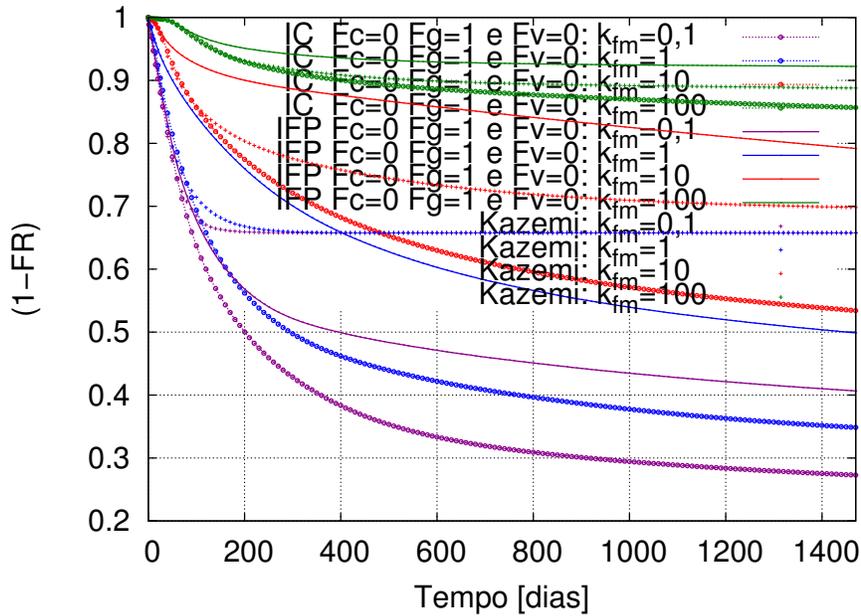


Figura 5.62: Efeito Permeabilidade de Matriz com Baixa Permeabilidade de Fratura: Efeito Gravitacional (Casos r13p6c1,r14p6c1,r1p6c1,r15p6c1)

de transferência Kazemi, que considera expansão de fluido e efeito capilar apenas.

A função de transferência IC nas Figuras 5.61 e 5.62 fornece cinética mais rápida de recuperação e recuperação final superior à IFP, mostrando que o termo gravitacional é relativamente mais importante na primeira, coerentemente com o observado anteriormente. Além disso, no caso de baixa condutividade de fratura a função de transferência IC se ajusta à Kazemi no período inicial do processo, embora o efeito capilar não esteja presente na primeira.

As comparações são apresentadas para alta e baixa condutividade de fratura nas Figuras 5.63 e 5.64, considerando o efeito de expansão de fluidos, e viscoso.

Há recuperação contínua quando apenas o efeito viscoso está presente, além da expansão de fluidos, que é tão maior quanto a permeabilidade de matriz. A cinética de recuperação da função de transferência IFP é mais lenta que a Kazemi no caso de alta permeabilidade de fratura (Figura 5.63), exceto quando a permeabilidade da matriz é tão alta quanto a da fratura. No caso de baixa condutividade de fratura (Figura 5.64) a cinética de recuperação da função de transferência IFP é mais lenta que a Kazemi, apenas

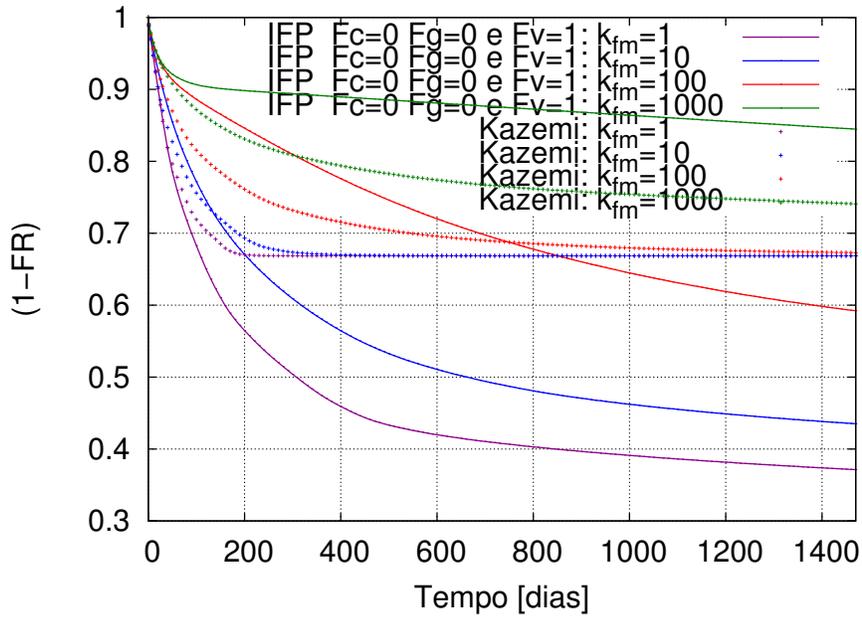


Figura 5.63: Efeito Permeabilidade da Matriz com Alta Permeabilidade de Fratura: Efeito Viscoso (Casos r16p6c1,r17p6c1,r7p6c1,r18p6c1)

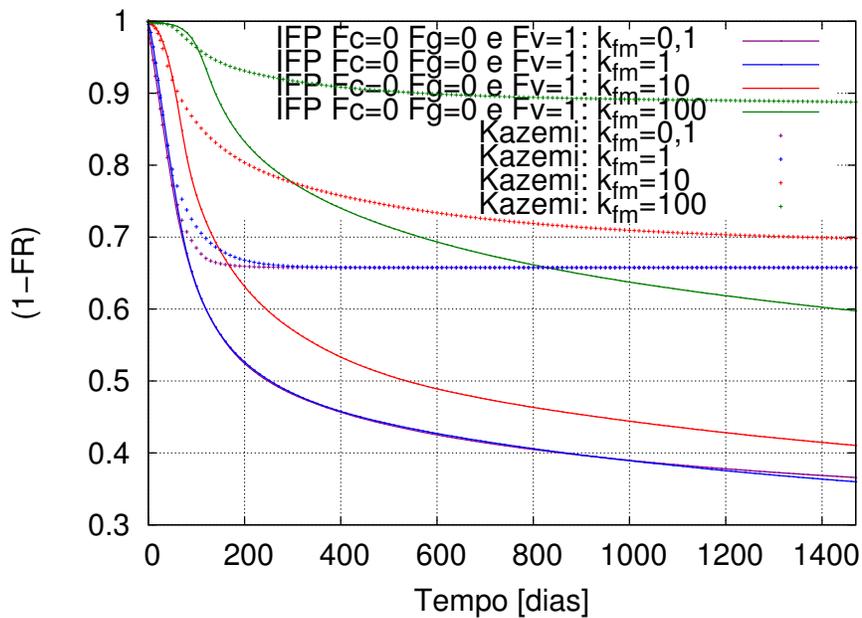


Figura 5.64: Efeito Permeabilidade de Matriz com Baixa Permeabilidade de Fratura: Efeito Viscoso (Casos r13p6c1,r14p6c1,r1p6c1,r15p6c1)

no início do processo para baixa permeabilidade de matriz. A função de transferência IC não foi considerada, uma vez que neste caso é exatamente igual à IFP.

As comparações são apresentadas para alta e baixa condutividade de fratura nas Figuras 5.65 e 5.66, considerando o efeito de expansão de fluidos, capilar e viscoso.

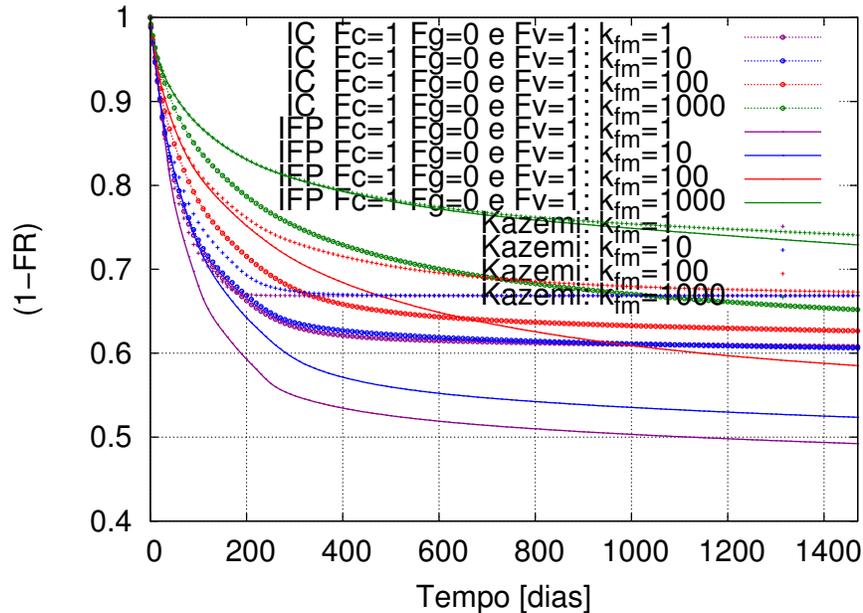


Figura 5.65: Efeito Permeabilidade da Matriz com Alta Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar e Viscoso (Casos r16p6c1,r17p6c1,r7p6c1,r18p6c1)

O aumento de permeabilidade de matriz nas Figuras 5.65 e 5.66 produz aumento da recuperação final, exceto no caso de baixa condutividade de fratura, quando a permeabilidade da matriz é igual ou superior à da fratura. No entanto, no caso de alta condutividade de fratura (Figura 5.65) esse aumento de recuperação final na função de transferência IC ocorre até a permeabilidade de matriz ser suficientemente grande, mostrando que o efeito capilar é relativamente mais importante do que na função de transferência IFP. No caso de baixa condutividade de fratura (Figura 5.66), por outro lado, o efeito viscoso é mais pronunciado tanto na função de transferência IC como na IFP, resultando, portanto, em resultados bastante semelhantes, exceto quando a permeabilidade de matriz é igual ou maior que a da fratura.

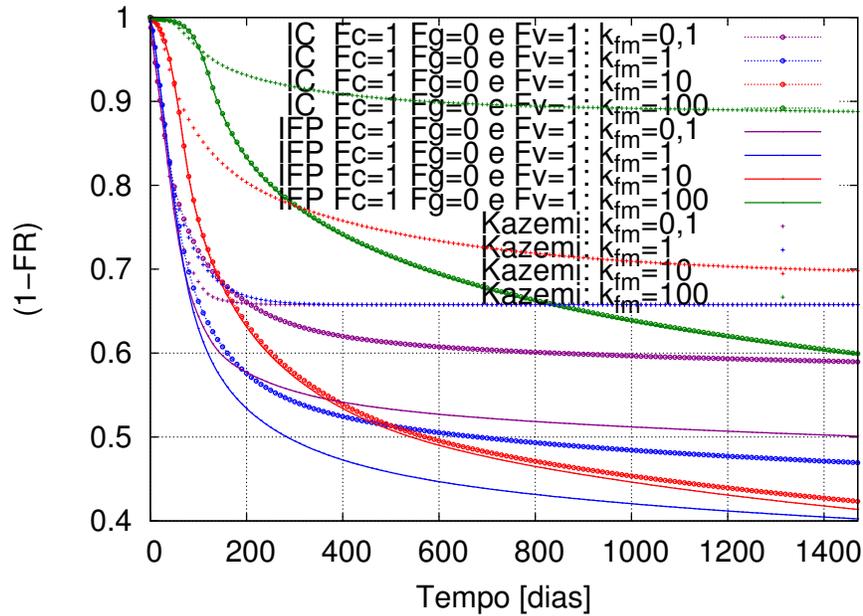


Figura 5.66: Efeito Permeabilidade de Matriz com Baixa Permeabilidade de Fratura: Efeito Capilar e Viscoso (Casos r13p6c1,r14p6c1,r1p6c1,r15p6c1)

5.2.3.2 Porosidade de Fratura O efeito da capacitância relativa da fratura w_ϕ , ou porosidade da fratura, foi analisado comparando-se as três funções de transferência: Kazemi, IFP e IC. Na função de transferência IFP consideraram-se todos os processos de recuperação (expansão de fluidos, capilar, gravitacional e viscoso), enquanto na IC, apenas a expansão de fluidos, efeito capilar e gravitacional.

As comparações são apresentadas para alta e baixa condutividade de fratura nas Figuras 5.67 e 5.68.

O aumento da porosidade relativa da fratura causa aumento da recuperação sem, entretanto, modificar a cinética de recuperação, conforme Figuras 5.67 e 5.68. Este aumento, todavia, não é linear, ou seja, valores inferiores a 1% não apresentaram diferença significativa, mas os valores superiores a este apresentaram aumento de recuperação significativamente maiores, cujas diferenças são progressivamente maiores.

5.2.3.3 Densidade de Fraturas O efeito da densidade de fratura foi analisado comparando-se as três funções de transferência: Kazemi, IFP e IC. Na função de trans-

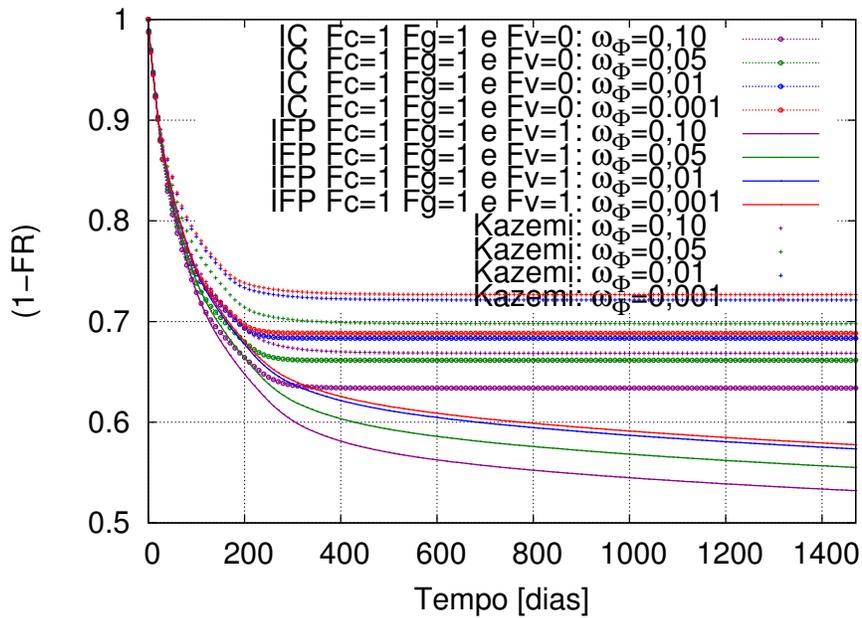


Figura 5.67: Efeito de Porosidade de Fraturas com Alta Permeabilidade de Fratura (Casos r7p6c1,r26p6c1,r27p6c1,r28p6c1)

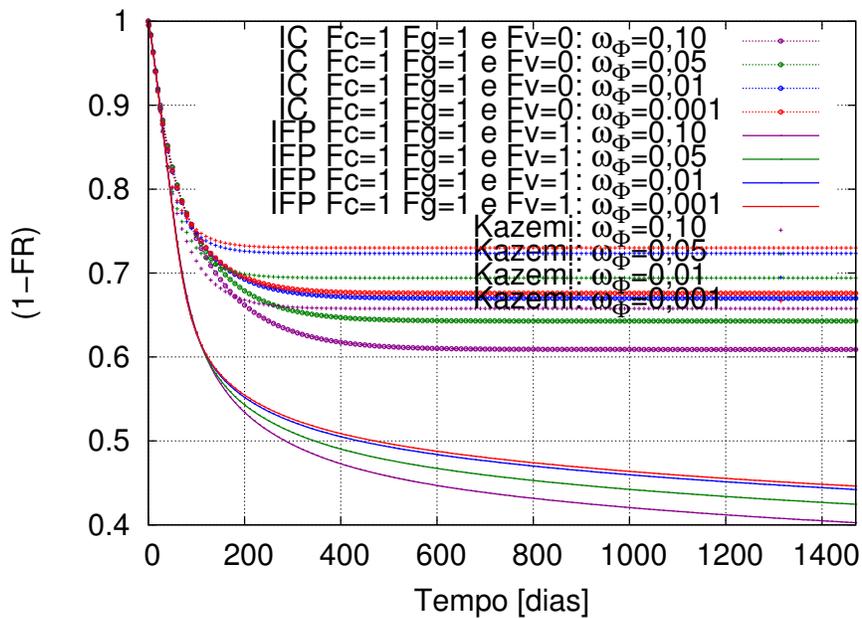


Figura 5.68: Efeito de Porosidade de Fraturas com Baixa Permeabilidade de Fratura (Casos r1p6c1,r23p6c1,r24p6c1,r25p6c1)

ferência IFP consideraram-se todos os processos de recuperação (expansão de fluidos, capilar, gravitacional e viscoso), enquanto na IC apenas a expansão de fluidos, efeito capilar e gravitacional.

As comparações são apresentadas para alta e baixa condutividade de fratura nas Figuras 5.69 e 5.70.

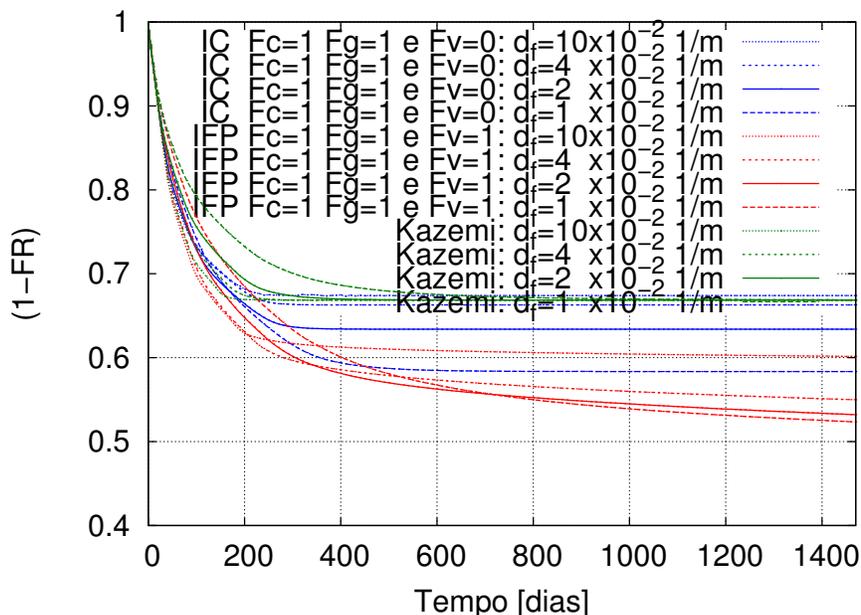


Figura 5.69: Efeito de Densidade de Fraturas com Alta Permeabilidade de Fratura (Casos r9p6c1,r22p6c1,r7p6c1,r21p6c1)

O aumento da densidade de fraturas nas Figuras 5.69 e 5.70 causa aceleração da cinética de recuperação, especialmente no caso de alta condutividade de fratura. A densidade de fraturas também causa alteração da recuperação final, já que determina a altura do bloco de matriz. Assim, quanto menor a densidade de fratura, maior o bloco de matriz, conseqüentemente, maior o efeito gravitacional e, logo, a recuperação final.

No caso de alta condutividade de fratura (Figura 5.69), conforme a densidade de fratura diminui, aumenta a recuperação final, mas se reduz a cinética de recuperação no período inicial, especialmente para a função de transferência IFP.

Nas Figuras 5.69 e 5.70, a função de transferência IFP apresenta maior recuperação final, já que está considerando o efeito viscoso diferentemente da IC, especialmente no

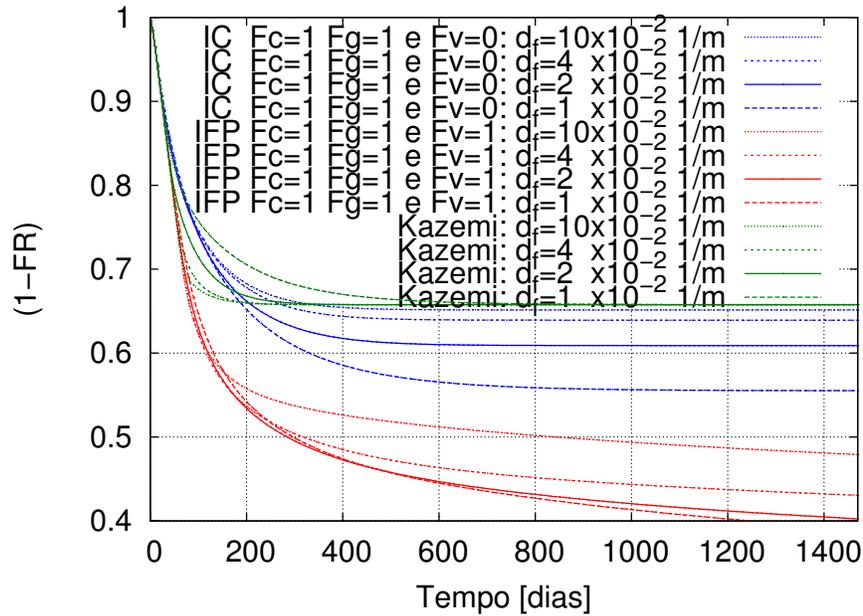


Figura 5.70: Efeito de Densidade de Fraturas com Baixa Permeabilidade de Fratura (Casos r4p6c1,r20p6c1,r1p6c1,r19p6c1)

caso de baixa condutividade de fratura. Nota-se também que a função de transferência IC apresenta menor sensibilidade ao fator de forma, devido à atuação dos fatores de correção.

5.2.3.4 Velocidade de Deslocamento O efeito da velocidade de deslocamento foi analisado comparando-se três funções de transferência: Kazemi, IFP e IC. Na função de transferência IFP consideraram-se todos os processos de recuperação (expansão de fluidos, capilar, gravitacional e viscoso), enquanto na IC apenas a expansão de fluidos, efeito capilar e gravitacional.

As comparações são apresentadas para alta e baixa condutividade de fratura nas Figuras 5.71 e 5.72.

Nas funções de transferência Kazemi e IC observa-se, nas Figuras 5.71 e 5.72, que a recuperação final aumenta conforme aumenta a velocidade de deslocamento, mas até determinado limite a partir do qual há redução da recuperação final embora inicialmente a recuperação seja mais rápida. Essa redução da recuperação não é resultante do au-

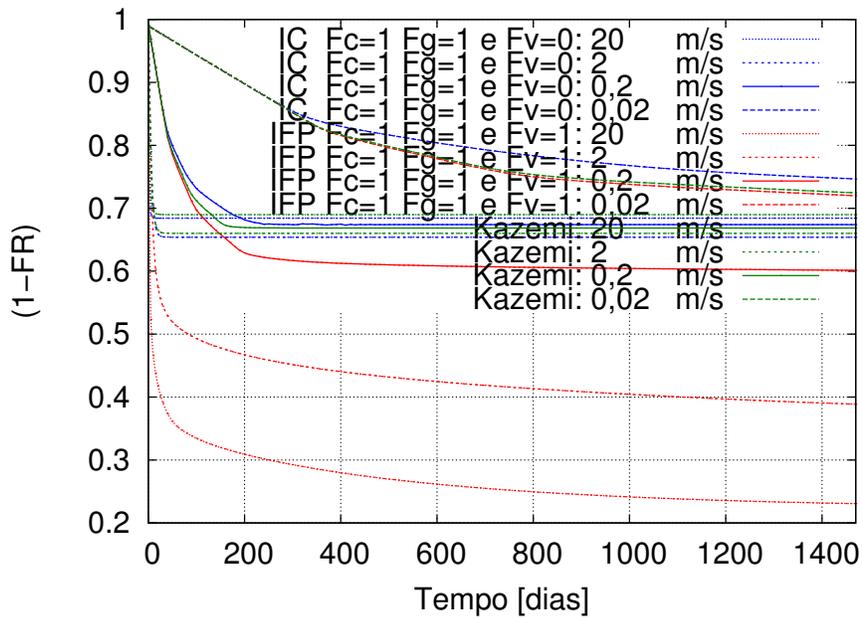


Figura 5.71: Efeito de Velocidade de Deslocamento com Alta Permeabilidade de Fratura (Casos r7p6c6,r7p6c5,r7p6c1,r7p6c4)

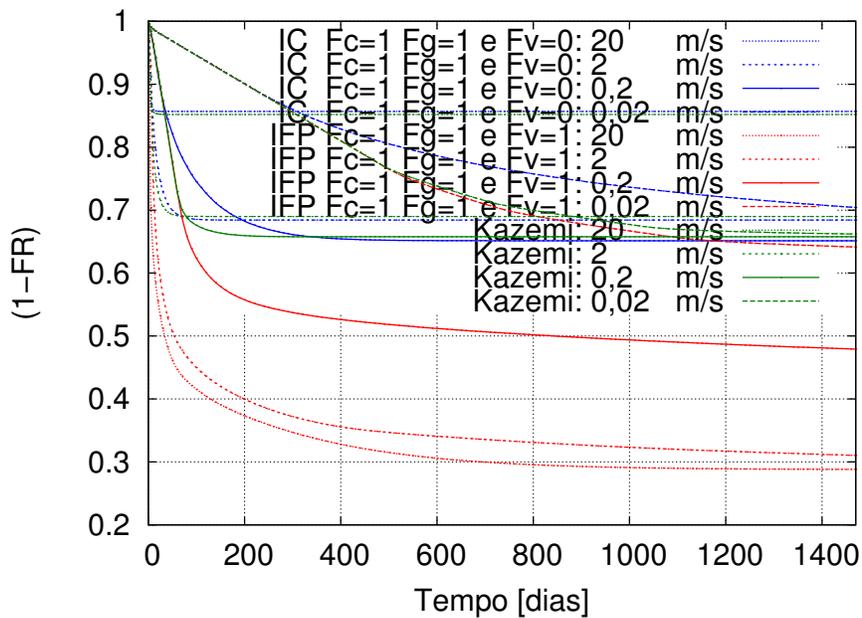


Figura 5.72: Efeito de Velocidade de Deslocamento com Baixa Permeabilidade de Fratura (Casos r1p6c6,r1p6c5,r1p6c1,r1p6c4)

mento da saturação de óleo final, mas sim, devido ao aumento do volume poroso do reservatório causado pelo aumento da pressão do reservatório face ao aumento da velocidade, especialmente no caso de baixa condutividade de fratura, uma vez que se produz com pressão constante.

Na função de transferência IFP, entretanto, o aumento da velocidade de deslocamento provoca aumento contínuo da velocidade de recuperação, devido a presença do processo de deslocamento viscoso, já que há aumento do gradiente de pressão com aumento da velocidade. Contudo, observa-se que na maior velocidade de deslocamento utilizada obtém-se na função de transferência IFP maior recuperação final no caso de alta condutividade de fratura do que no caso de baixa condutividade de fratura, o que ocorre devido ao aumento do volume poroso, uma vez que no caso de baixa condutividade de fratura (Figura 5.72) a saturação de óleo final é menor que no caso de alta condutividade de fratura (Figura 5.71).

O aumento da velocidade de deslocamento gera aumento da velocidade de recuperação e causa aumento da recuperação final devido melhoria do varrido vertical, quando não provoca a antecipação da produção de água através de canalização. Há, portanto, uma relação de compromisso entre a velocidade de escoamento horizontal e vertical, assim como entre a velocidade de escoamento e velocidade de transferência entre matriz e fratura.

5.2.3.5 Direção do Deslocamento No processo de recuperação, o comportamento da direção de deslocamento, horizontal e vertical, foi avaliado com as funções de transferência IFP e IC, que foram utilizadas considerando-se diferentes combinações dos processos de recuperação capilar, gravitacional e viscoso, além da expansão de fluidos.

A malha original de 5x3x3 células não permite realizar o deslocamento verticalmente, já que o número de células nessa direção é insuficiente. Utilizou-se então uma malha de 5x3x5 células de dimensão 10x10x10 m, adicionando-se assim mais duas camadas ao reservatório. A redução da dimensão da célula foi realizada para que a malha seja equivalente nas direções vertical e horizontal. As mesmas condições de contorno foram aplicadas, todavia, a injeção de água na face de entrada foi realizada com vazão de 300

m³/d para que a mesma velocidade de escoamento ocorra, uma vez que a dimensão da célula foi reduzida. O deslocamento vertical é realizado injetando-se água na base do reservatório.

Nas Figuras 5.73 e 5.74 são comparadas as recuperações obtidas por deslocamento horizontal e vertical utilizando-se as funções de transferência IFP, considerando baixa e alta condutividade de fratura.

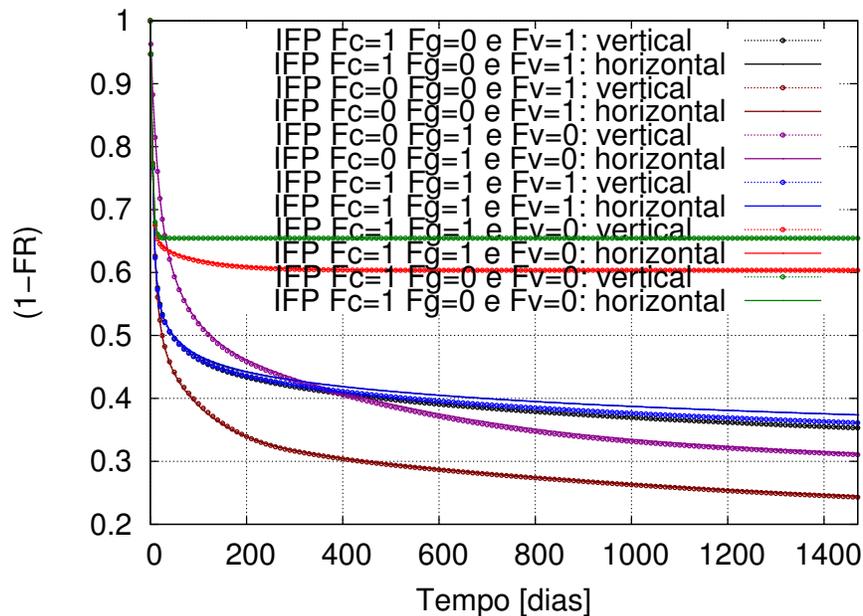


Figura 5.73: IFP - Efeito de Direção com Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c4)

O deslocamento vertical resulta quase no mesmo comportamento do deslocamento horizontal, conforme Figura 5.73 (baixa condutividade de fratura), utilizando-se a função de transferência IFP, apresentando um pequeno aumento de recuperação quando estão presentes juntos os processos capilar, gravitacional e viscoso.

Há, contudo, aumento de recuperação no caso de alta condutividade de fratura (Figura 5.74) do deslocamento vertical em relação ao horizontal em todos os processos, devido ao efeito de segregação da água na fratura, que atrasa a chegada de água, o que melhora o varrido e portanto causa aumento de recuperação.

Nas Figuras 5.75 e 5.76 são comparadas as recuperações obtidas por deslocamento horizontal e vertical utilizando-se as funções de transferência IC, considerando baixa e

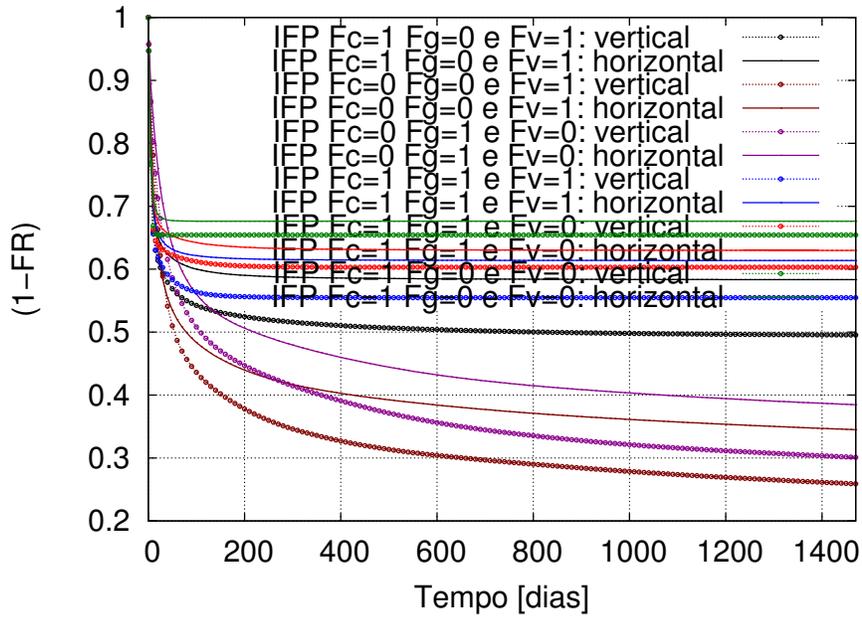


Figura 5.74: IFP - Efeito de Direção com Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c4)

alta condutividade de fratura.

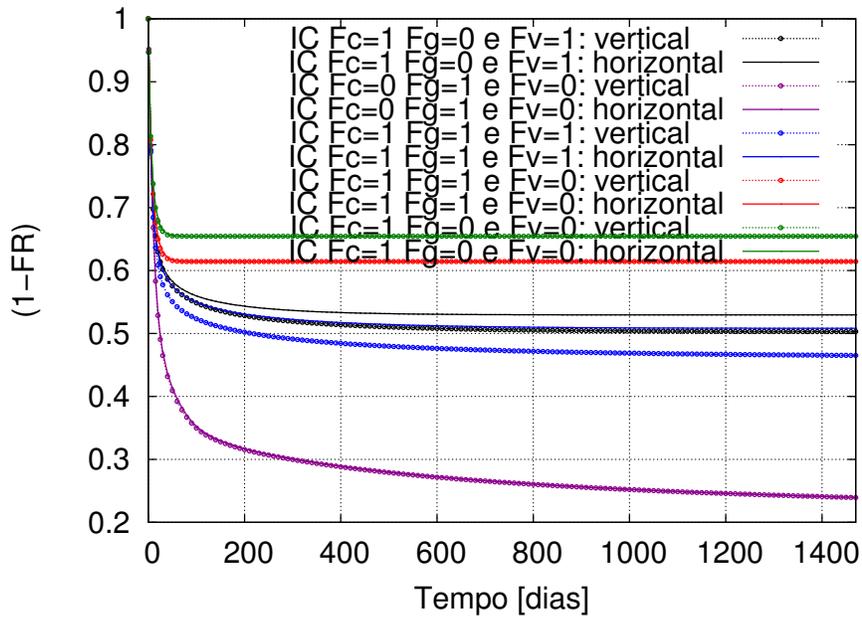


Figura 5.75: IFP - Efeito de Direção com Baixa Condutividade de Fratura (Caso r1p6c4)

A função de transferência IC apresenta comportamento semelhante ao da IFP para todos processos de recuperação, conforme Figuras 5.75 e 5.76. Mas, no caso de baixa condu-

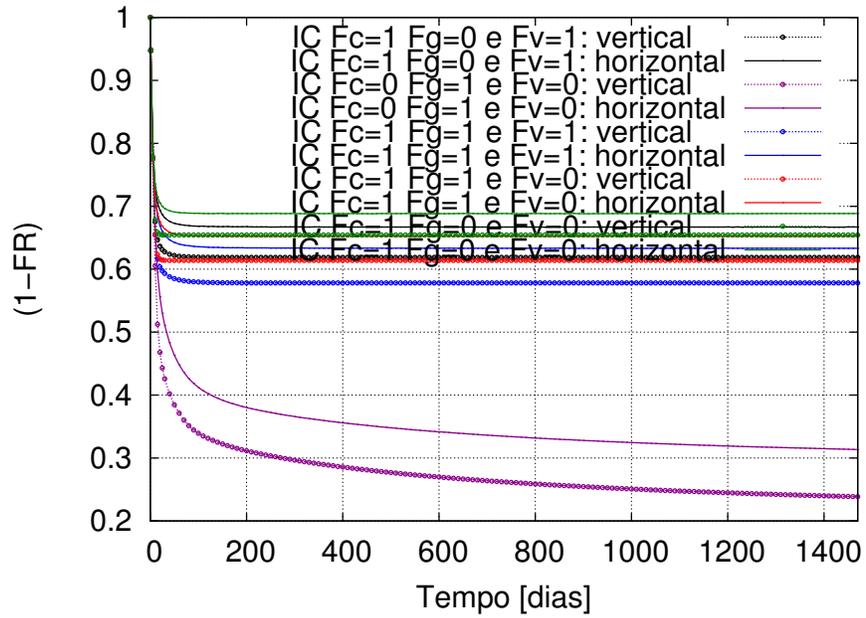


Figura 5.76: IC - Efeito de Direção com Alta Condutividade de Fratura (Caso r7p6c4)

tividade de fratura há pequeno aumento de recuperação no deslocamento vertical para os processos que consideram o efeito viscoso.

5.2.4 Desempenho de Reservatórios Fraturados

Os processos de recuperação foram analisados para casos encontrados na literatura com diferentes propriedades de matriz-fratura utilizando as funções de transferência IFP e IC. Os casos simulados foram classificados de acordo com o gráfico de Gilman conforme mostrado na Figura 5.77.

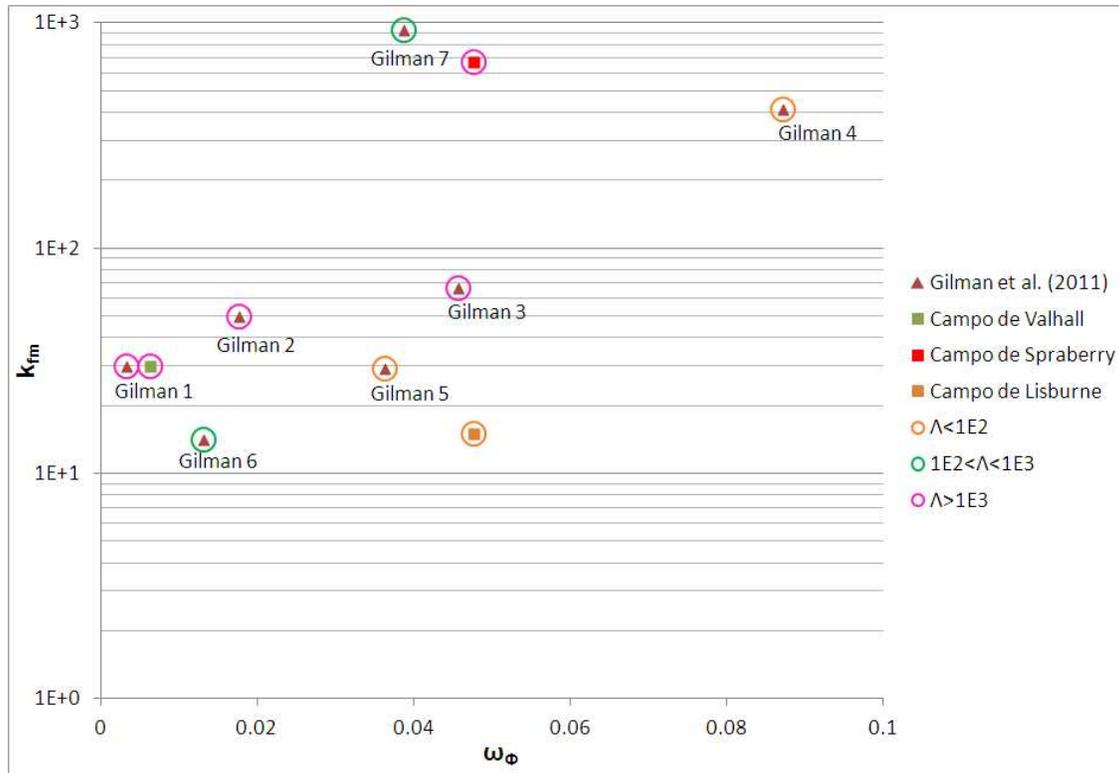


Figura 5.77: Classificação dos Casos: Gráfico de Gilman

Nas Figuras 5.78 e 5.79 são comparadas as recuperações obtidas com dados de campos reais disponíveis na literatura utilizando-se as funções de transferência IFP e IC e se considerando os efeitos de expansão de fluidos e capilar.

Nos casos simulados observa-se nas Figuras 5.78 e 5.79 que a recuperação final depende principalmente da capacitância relativa da fratura combinada à permeabilidade da matriz. O caso Gilman 4 possui a maior porosidade relativa da fratura e a menor permeabilidade da matriz, resultando na menor recuperação final. No entanto, a maior recuperação final é obtida nos casos Spraberry e Lisburne que possuem a segunda

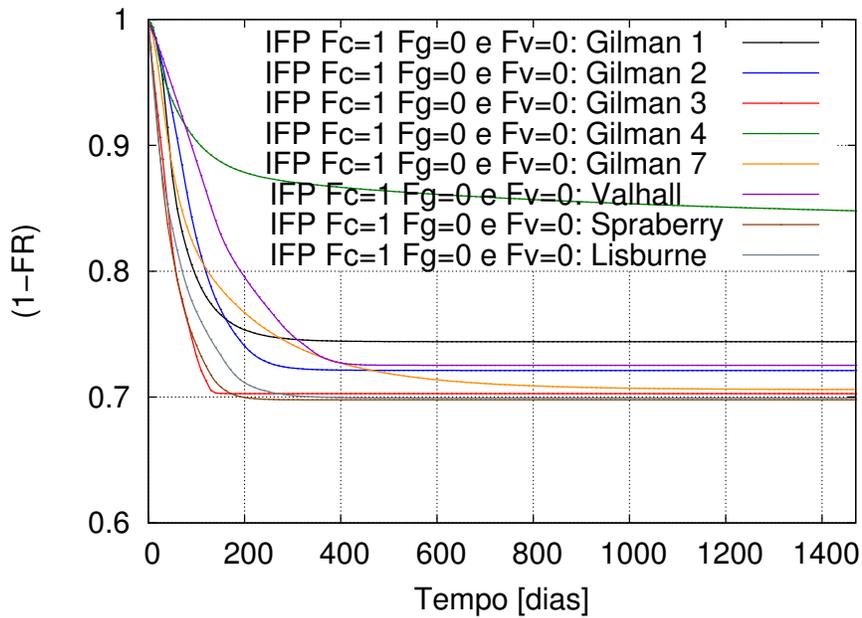


Figura 5.78: IFP - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar

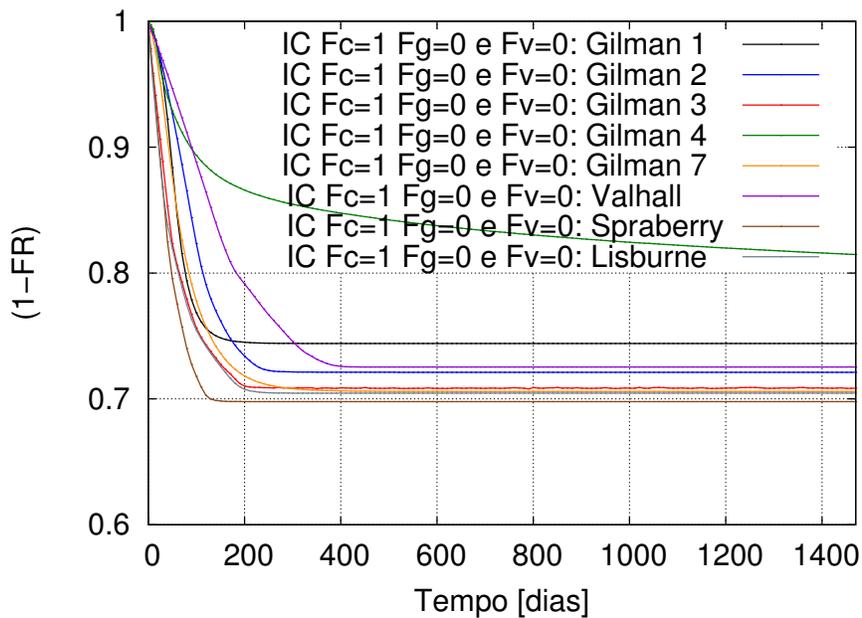


Figura 5.79: IC - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar

maior porosidade relativa, embora no caso Spraberry a permeabilidade da matriz seja também bastante baixa. O caso Lisburne, todavia, apresenta a segunda maior recuperação final com função de transferência IC devido à atuação do fator F causada pela alta

permeabilidade da fratura.

A cinética de recuperação, por outro lado, nas Figuras 5.78 e 5.79, depende, além da porosidade relativa da fratura e permeabilidade da matriz, também da permeabilidade da fratura. Os casos Spraberry e Lisburne possuem cinética de recuperação rápida com mesma porosidade relativa e alta permeabilidade de fratura, embora Spraberry tenha permeabilidade de matriz relativamente baixa. O caso Valhall, por outro lado, possui cinética de recuperação lenta, embora a permeabilidade de matriz e fratura não sejam tão baixas, o que ocorre com a porosidade relativa. Na função de transferência IC (Figura 5.79) o caso de Gilman 7 apresenta uma cinética mais rápida que na IFP (Figura 5.78), já o caso Gilman 3, mais lenta.

Nas Figuras 5.80 e 5.81 são comparadas as recuperações obtidas com dados de campos reais disponíveis na literatura utilizando-se as funções de transferência IFP e IC e considerando-se os efeitos de expansão de fluidos, capilar e gravitacional.

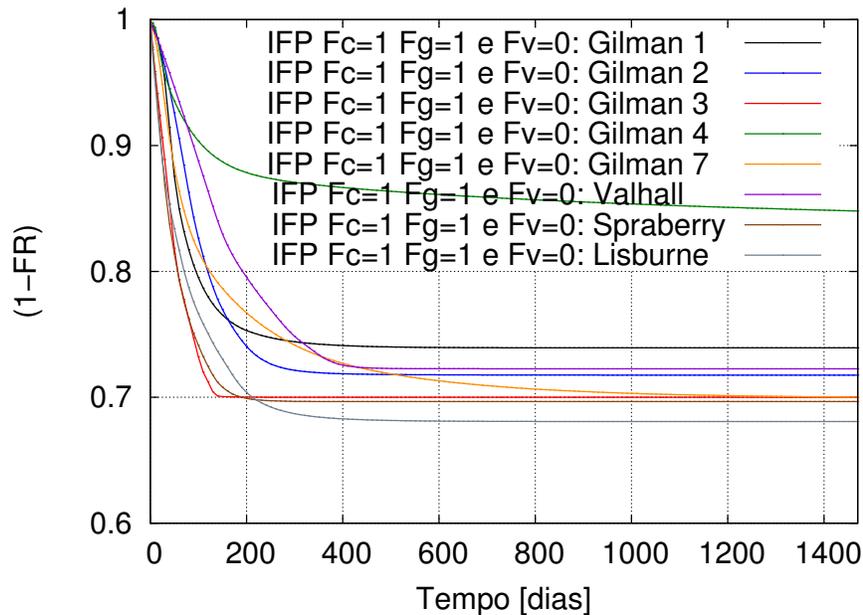


Figura 5.80: IFP - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar e Gravitacional

No caso Lisburne nota-se nas Figuras 5.80 e 5.81 aumento da recuperação final devido adição do efeito gravitacional, que também ocorre nos outros casos, mas não tão

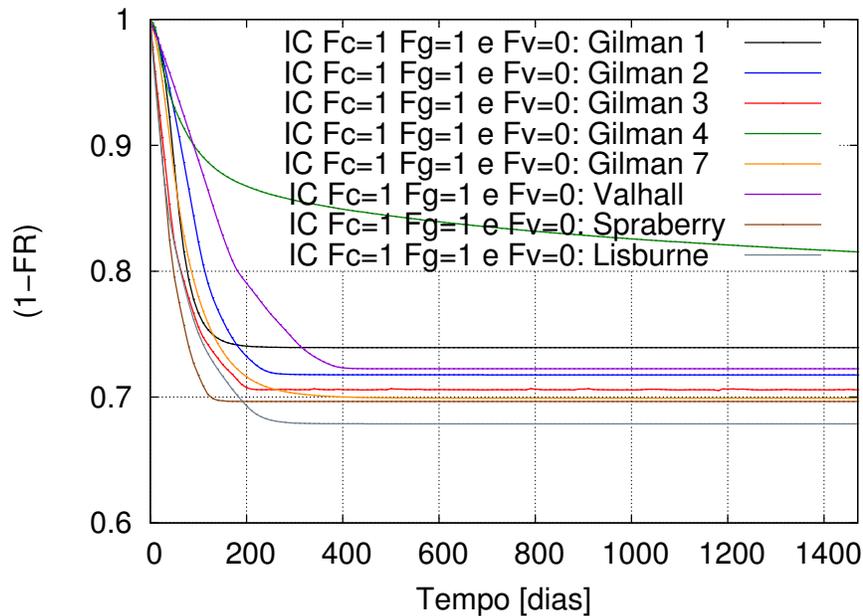


Figura 5.81: IC - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar e Gravitacional

significativamente. Este aumento de recuperação pode ser explicado pela ampliação do efeito gravitacional devido maior altura do bloco de matriz, ou seja, maior espaçamento entre fraturas, ou menor densidade de fraturas.

Nas Figuras 5.82 e 5.83 são comparadas as recuperações obtidas com dados de campos reais disponíveis na literatura utilizando-se as funções de transferência IFP e IC e se considerando os efeitos de expansão de fluidos, capilar, gravitacional e viscoso.

A adição do efeito viscoso nas 5.82 e 5.83 produz aumento da recuperação em todos os casos, mas particularmente nos casos de baixa permeabilidade de matriz, em especial os casos Gilman 1,4 e 7. No entanto, no caso Valhall onde há também baixa permeabilidade de matriz, o aumento de recuperação é menos significativo, o que também ocorre nos casos Gilman 3 e Spraberry. No modelo de deslocamento viscoso a diferença de potencial é proporcional à dimensão do bloco de matriz, assim como nestes casos há blocos de matriz de menor dimensão, o aumento de recuperação devido ao efeito viscoso é menor também.

A adição do efeito viscoso na função de transferência IC (Figura 5.83) produz menor aumento de recuperação que na IFP (Figura 5.82), apesar do termo viscoso ser exata-

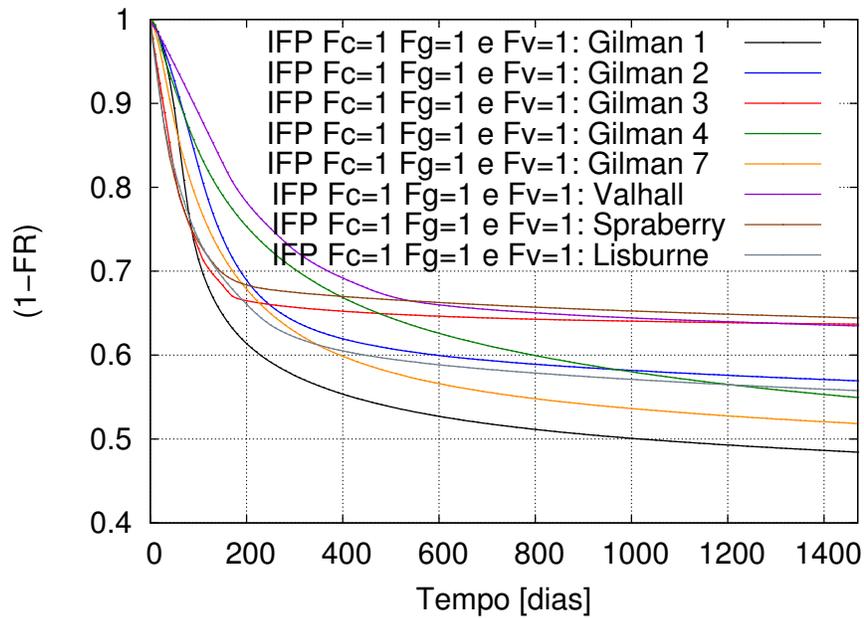


Figura 5.82: IFP - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar, Gravitacional e Viscoso

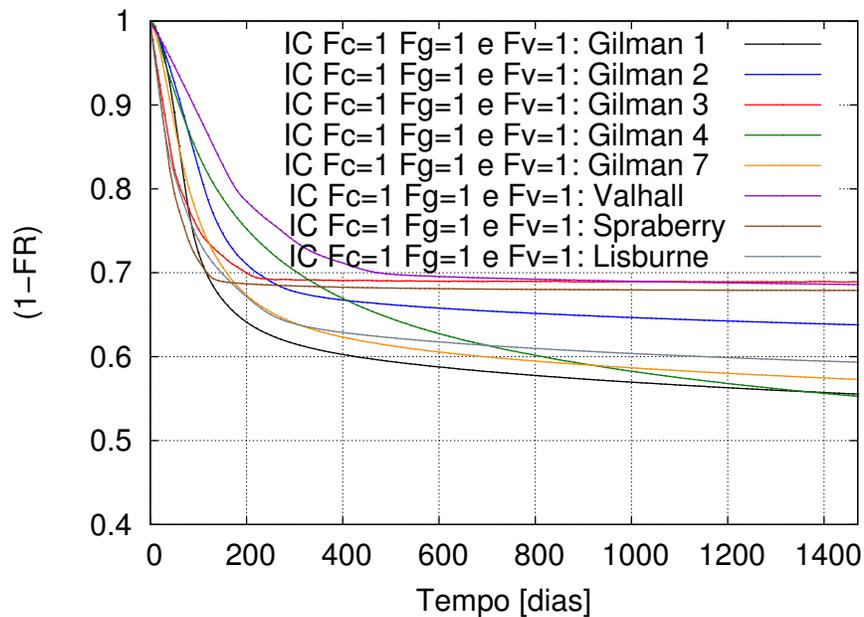


Figura 5.83: IC - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar, Gravitacional e Viscoso

mente o mesmo. Contudo, observa-se na Figura 5.83 que no caso Gilman 4 a redução do aumento de recuperação causada pelo efeito viscoso é pouco significativa, já que neste caso a permeabilidade da fratura é particularmente baixa, embora a relação k_{fm} seja alta, $k_{fm} \simeq 400$, o que também ocorre no caso Spraberry.

Nas Figuras 5.84 e 5.85 são comparadas as recuperações obtidas com dados de campos reais disponíveis na literatura utilizando-se as funções de transferência IFP e IC e se considerando os efeitos de expansão de fluidos e gravitacional.

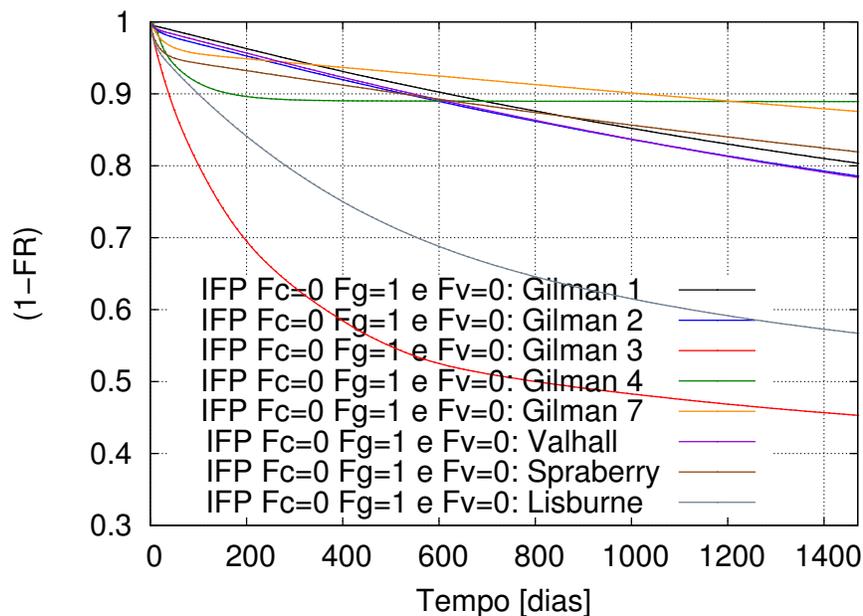


Figura 5.84: IFP - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Gravitacional

A cinética de recuperação quando apenas o efeito gravitacional está presente é mais lenta, conforme mostrado nas Figuras 5.84 e 5.85, haja vista que ela ocorre apenas por duas faces do bloco de matriz, resultando, assim, em um fator de forma inferior.

Na função de transferência IFP (Figura 5.84) obtém-se no caso Gilman 3 recuperação final com apenas o efeito gravitacional superior à obtida considerando também efeito capilar e viscoso, e no caso Lisburne recuperação pouco inferior. Nos demais casos, entretanto, apenas o efeito gravitacional não é suficiente para se obter resultados favoráveis. Os casos Gilman 3 e Lisburne combinam permeabilidade de matriz relativamente alta com porosidade relativa de fratura alta.

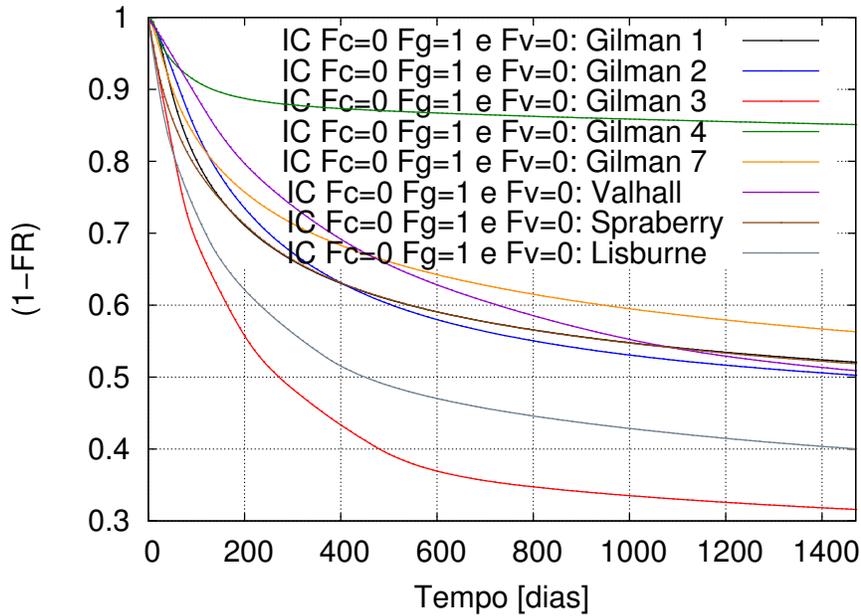


Figura 5.85: IC - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Gravitacional

Na função de transferência IC (Figura 5.85) a recuperação final com apenas o efeito gravitacional é superior à obtida, considerando-se também os efeitos capilar e viscoso em todos os casos, exceto no caso Gilman 4, que possui permeabilidade de matriz bastante baixa. No modelo IC a diferença de potencial é proporcional a $(\bar{S}_w - S_w^*V)$ e à permeabilidade da matriz, desse modo, a recuperação prossegue até que $\bar{S}_w = S_w^*V$, sendo a cinética controlada pela permeabilidade da matriz. Por isso, a função de transferência IC apresenta resultados favoráveis, inclusive para valores baixos de permeabilidade de matriz, diferentemente da IFP, cuja diferença de potencial é proporcional a uma coluna hidráulica $(\hat{\gamma}^* - \gamma)(Z_s - Z_c)$.

Na Figura 5.86 são comparadas as recuperações obtidas com dados de campos reais disponíveis na literatura utilizando-se a função de transferência IFP e se considerando os efeitos de expansão de fluidos e viscoso.

A recuperação final obtida para todos os casos com apenas o efeito viscoso é superior à obtida também com efeito capilar e gravitacional. As maiores recuperações foram obtidas nos casos que combinam alta permeabilidade de matriz, baixa permeabilidade de fratura e grande dimensão dos blocos de matriz.

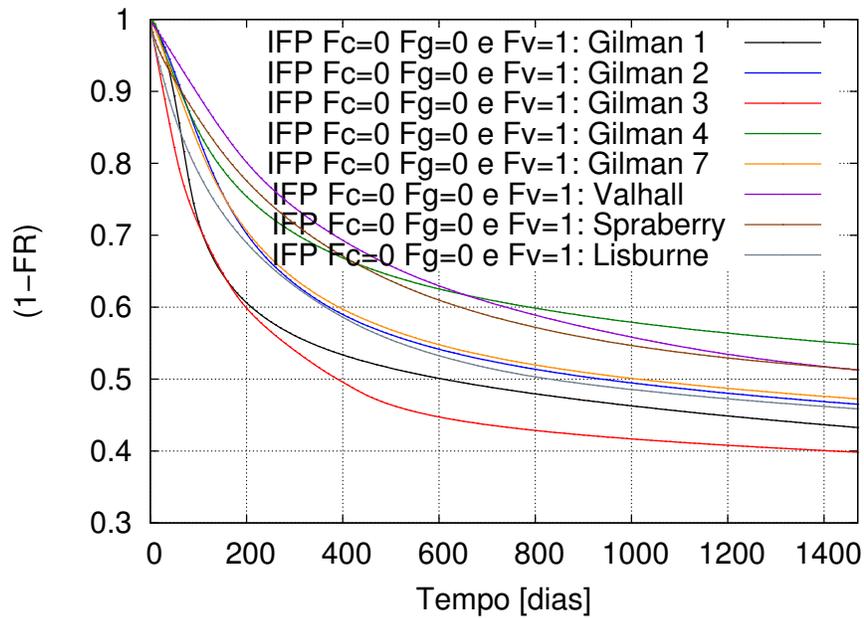


Figura 5.86: IFP - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Viscoso

Nas Figuras 5.87 e 5.88 são comparadas as recuperações obtidas com dados de campos reais disponíveis na literatura utilizando-se as funções de transferência IFP e IC e se considerando os efeitos de expansão de fluidos, capilar, e viscoso.

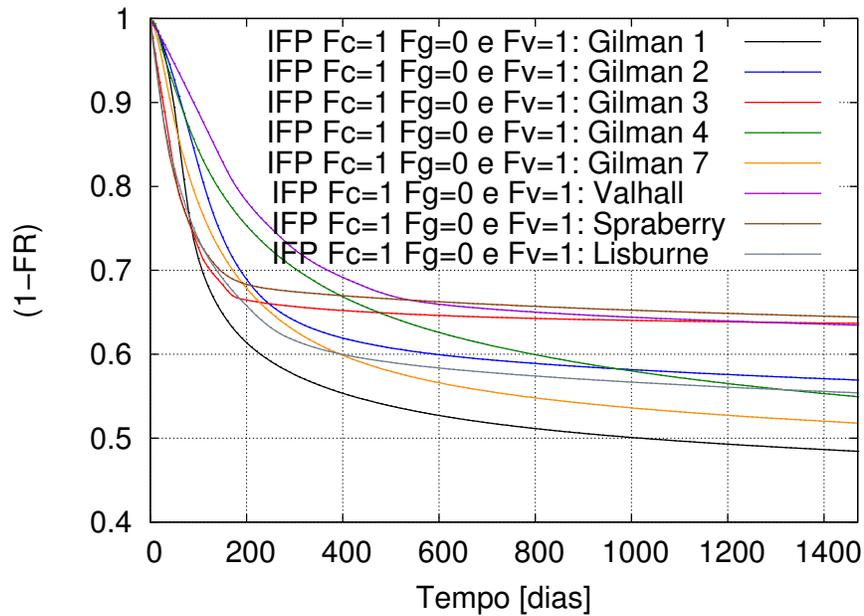


Figura 5.87: IFP - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar e Viscoso

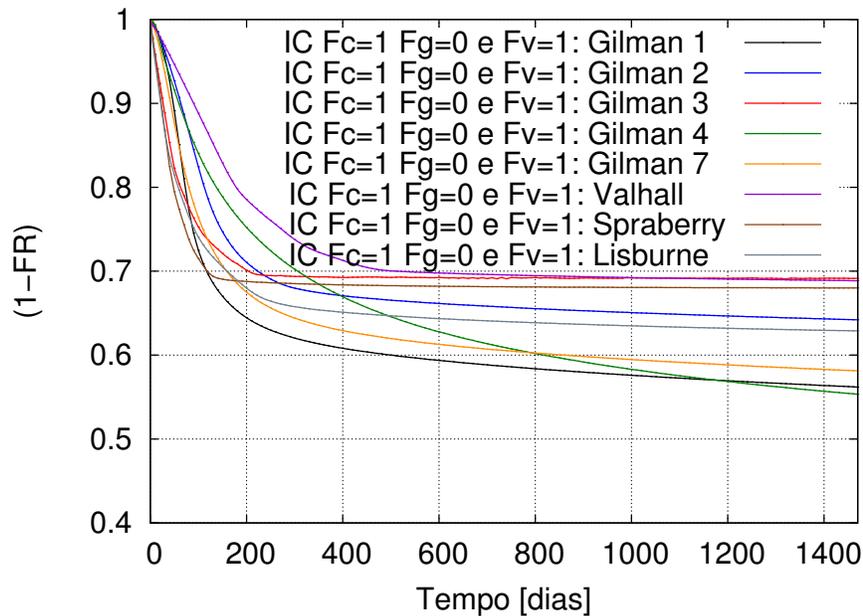


Figura 5.88: IC - Classificação de Reservatórios Fraturados: Efeito Capilar e Viscoso

Em todos os casos na Figura 5.87, o comportamento da recuperação na função de transferência IFP é o mesmo que o obtido na Figura 5.82, que também considera o efeito gravitacional. Na função de transferência IC (Figura 5.88), todavia, há redução da recuperação final em relação à obtida na Figura 5.83, que também considera o efeito gravitacional, exceto no caso Gilman 4, que é mais significativa no caso Lisburne, pois possui maior altura do bloco de matriz. O caso Gilman 4 possui baixa permeabilidade de fratura, o que favorece a atuação do deslocamento viscoso.

A função de transferência IFP apresenta maior recuperação final que a função de transferência IC em todos os casos quando estão presentes apenas os efeitos capilar e viscoso, conforme Figuras 5.87 e 5.88. Na função de transferência IC (Figura 5.88) há um aumento relativo de recuperação em relação à IFP (Figura 5.87) nos casos Gilman 4 e Spraberry, que apresentam as menores permeabilidades de matriz.

A recuperação final obtida com os casos encontrados na literatura utilizando as funções de transferência IFP e IC com diferentes processos físicos foram comparados a valores de campos reais obtidos em reservatórios fraturados publicados por Allan e Sun (2003) utilizando diferentes métodos de recuperação.

Os dados de Allan e Sun (2003) mostram valores de recuperação final variando entre 10 a 60 %, que coincide com o intervalo enunciado por Firoozabadi (2000), conforme mostrado na Figura 5.89. As maiores recuperações foram obtidas através de deslocamento de óleo por água, seja por injeção de água ou atuação de aquífero obtendo, inclusive, valores superiores a 50%, embora os valores mais frequentes sejam entre 20 e 30% para todos os métodos de recuperação utilizados nesses campos.

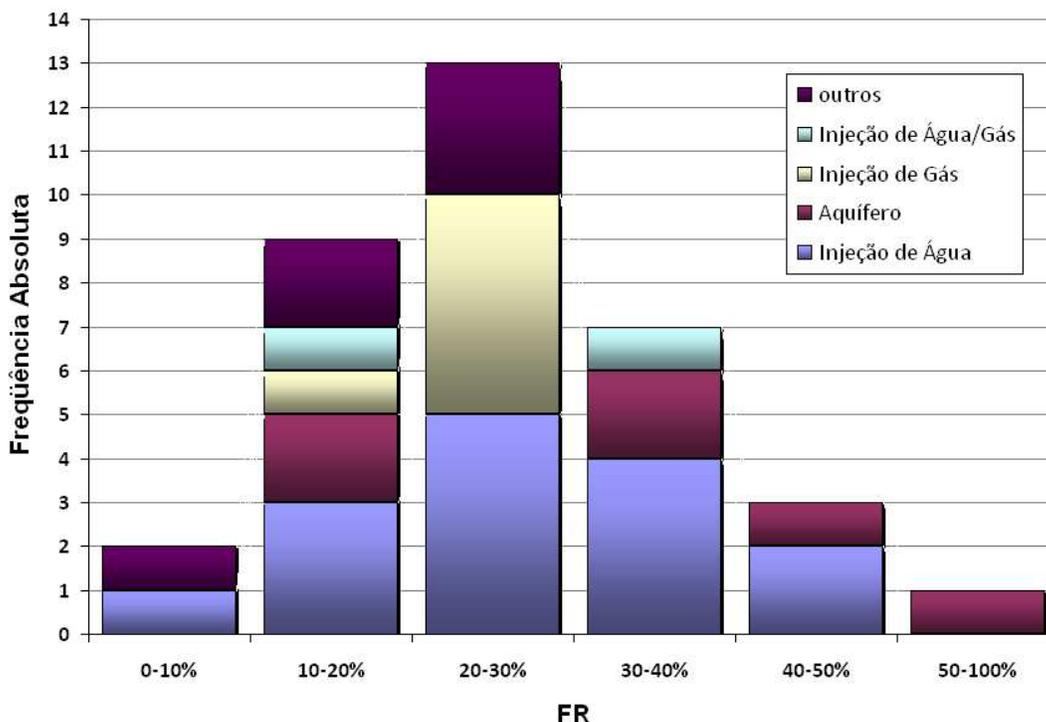


Figura 5.89: Recuperação em Reservatórios Naturalmente Fraturados (Allan e Sun, 2003)

Os valores de recuperação publicados por Allan e Sun (2003), assim como os resultados obtidos por simulação dos casos de Gilman et al. (2011) são apresentados graficamente, nas Figuras 5.90 e 5.91, possuindo os mesmos valores nos dois eixos, sendo portanto dispostos em uma reta de 45°. No caso de Allan e Sun (2003) os valores das propriedades do sistema fraturado e matriz não foram encontrados para realizar simulações comparativas. Os casos de Gilman et al. (2011), por sua vez, são valores médios de campos reais, logo, não possuem valores medidos de recuperação final.

Os valores reais dos campos de Valhall, Spraberry e Lisburne foram, entretanto, com-

parados aos valores simulados com as funções de transferência IFP e IC, utilizando diferentes processos físicos de recuperação, conforme mostrado nas Figuras 5.90 e 5.91.

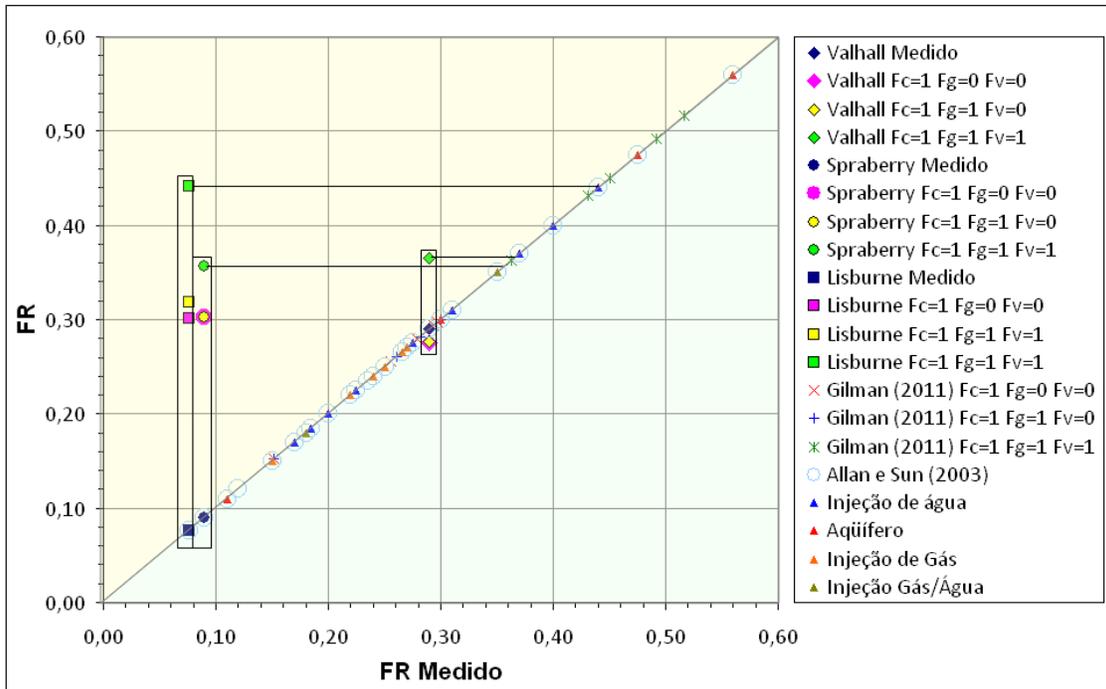


Figura 5.90: IFP: Fator de Recuperação Final

As comparações foram realizadas através de simulações realizadas utilizando uma malha regular simples, aplicando-se um deslocamento linear com condições de contorno específicas, bem como propriedades de fluidos e curvas de permeabilidade relativa e pressão capilar, descritos no Capítulo 4, Metodologia. Portanto, apenas as propriedades do sistema fraturado e matriz são comparáveis, sendo tanto o projeto de drenagem do campo, como as estratégias de produção desprezados.

As simulações das propriedades do sistema fraturado e matriz do campo de Valhall apresentaram resultados bastante próximos ao valor medido especialmente no caso em que se consideram os efeitos capilar e gravitacional ($F_c=1$ e $F_g=1$), além da expansão de fluidos. Adicionando-se também o efeito de deslocamento viscoso ($F_c=1$, $F_g=1$ e $F_v=1$) obtém-se significativo aumento de recuperação, que resulta em uma maior diferença em relação ao valor medido, principalmente, no caso em que a função de transferência IFP é utilizada. Contudo, os valores de recuperação obtidos considerando o efeito viscoso per-

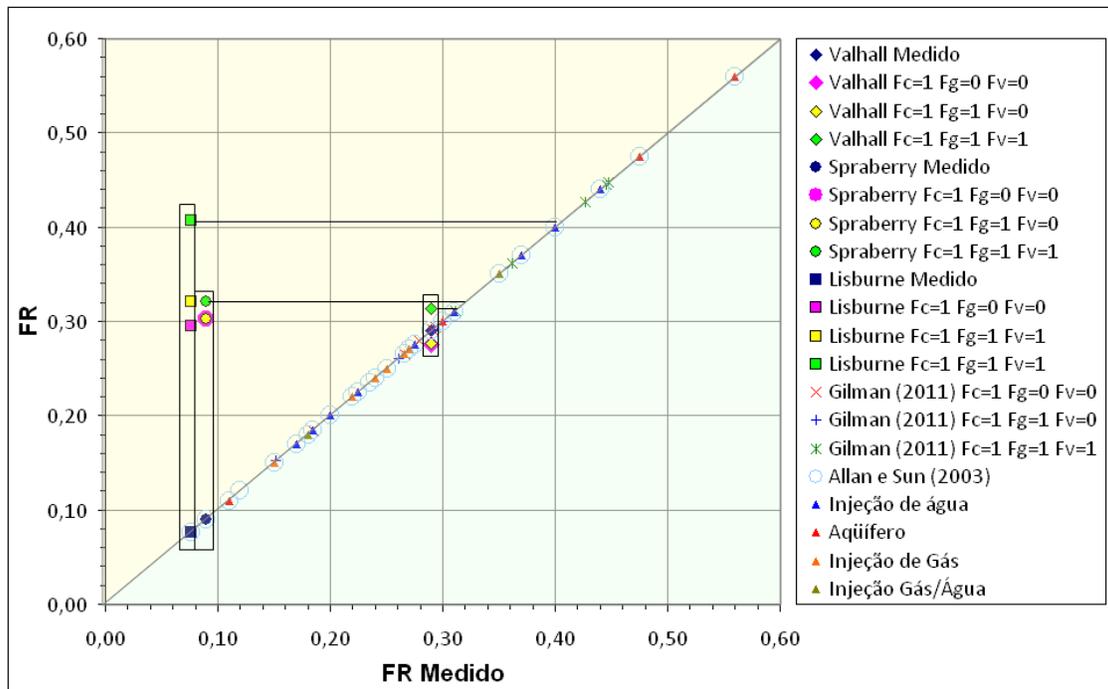


Figura 5.91: IC: Fator de Recuperação Final

macem no intervalo de 30-40% de recuperação, que na Figura 5.89 apresenta frequência relativa significativa, especialmente se forem considerados apenas os campos que utilizam o método de recuperação por injeção de água.

As simulações do sistema fraturado e matriz dos campos de Spraberry e Lisburne apresentaram valores muito superiores àqueles medidos. O campo de Lisburne foi produzido apenas através de mecanismo primário, enquanto o campo Spraberry obteve baixa eficiência de recuperação por injeção de água após ser produzido por mecanismo primário, porém ambos obtiveram recuperação inferior a 10%. A recuperação obtida por simulação, por sua vez, apresentou valores entre 28-32%, à exceção do caso Lisburne com efeito de deslocamento viscoso, que obteve valores acima de 40% de recuperação, todavia todos os valores permanecem em intervalos (Figura 5.89) com significativa frequência relativa.

A relação entre o desempenho, expresso pelo fator de recuperação, e as características do sistema fraturado é realizada através dos parâmetros adimensionais do gráfico de Gilman. O fator de recuperação (FR) é expresso graficamente dentro de espaços formados pelos parâmetros k_{fm} , w_ϕ e Λ_A , sendo para isso dividido em intervalos, conforme

mostrado nas Figuras 5.92 a 5.100. A análise do desempenho de recuperação dos sistemas fraturados foi realizada para as funções de transferência IFP e IC indistintamente, visto que elas produziram resultados dentro do mesmo intervalo em cada processo de recuperação.

O desempenho do sistema fraturado considerando o efeito capilar foi analisado utilizando o gráfico de Gilman com os valores de recuperação simulados obtidos para os casos de Gilman et al. (2011), e os campos de Valhall, Lisburne e Spraberry, separados em intervalos identificados com cores diferentes, conforme mostrado nas Figuras 5.92 a 5.94.

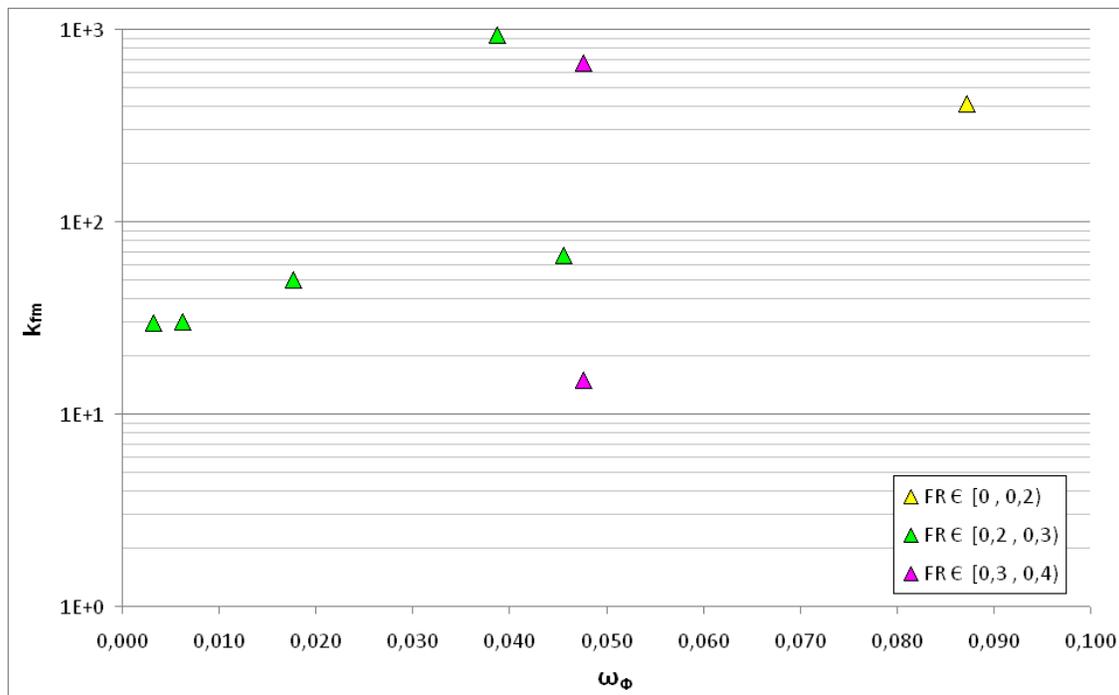


Figura 5.92: Gráfico de Gilman $k_{fm} \times \omega_\phi$: Efeito Capilar

Na Figura 5.92 observa-se uma tendência de crescimento do índice de fratura k_{fm} conforme se aumenta a capacitância relativa ω_ϕ , também observada na Figura 4.4, onde são também inseridos dados de campos publicados por Nelson (2001). A recuperação obtida considerando apenas o efeito capilar aumenta conforme aumenta a capacitância relativa atingindo os maiores valores entre 30-40%, independentemente da razão entre a permeabilidade do sistema fraturado e matriz. Este resultado, contudo, é coerente, haja vista que

nas fraturas considerou-se o efeito capilar desprezível. Porém, aumentando-se a capacitância relativa, após alcançados os maiores valores de recuperação, obtém-se o sistema fraturado com a menor recuperação, considerando apenas o efeito capilar. Sugere-se, dessa forma, que há uma faixa de capacitância relativa, onde são obtidos os maiores valores de recuperação, embora o menor valor de recuperação corresponda ao caso Gilman 4, que possui permeabilidade da matriz bastante reduzida.

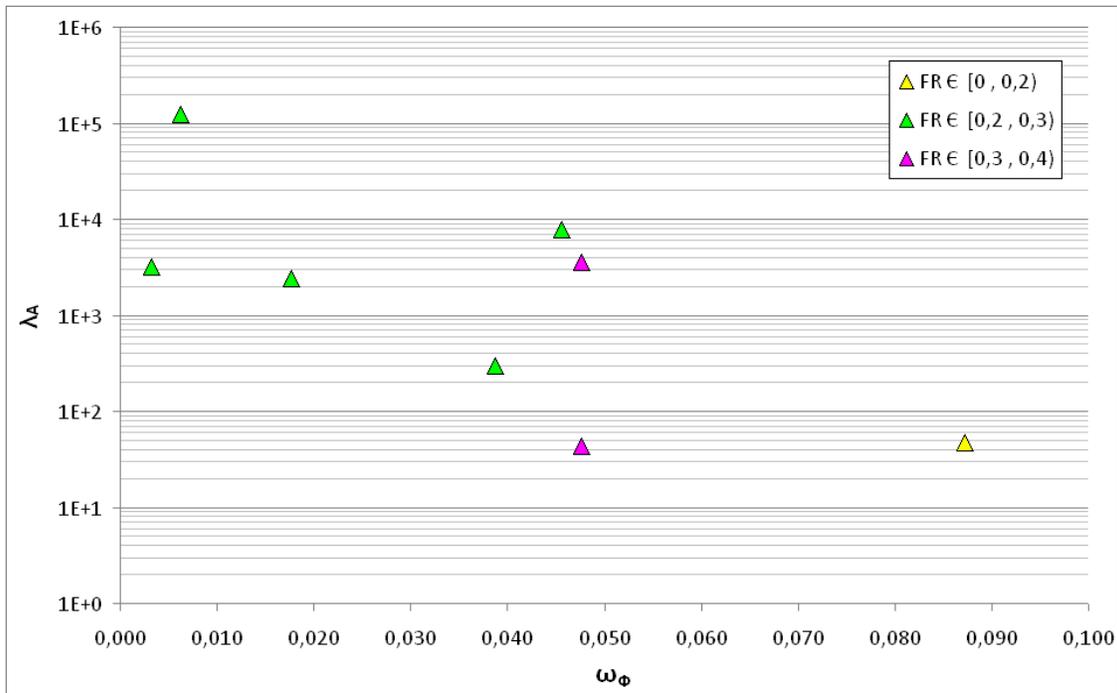


Figura 5.93: Gráfico de Gilman $\Lambda_A \times \omega_\phi$: Efeito Capilar

Na Figura 5.93 observa-se redução do fluxo interporoso Λ_A conforme aumenta-se a capacitância relativa ω_ϕ , assim como aumento da recuperação, considerando apenas o efeito capilar. Os maiores valores de recuperação são obtidos no intervalo entre 30-40%, sendo o menor valor obtido para o sistema fraturado com maior capacitância relativa, que sugere, assim como na Figura 5.92, que há um intervalo da capacitância relativa, no qual obtém-se a maior recuperação. Possivelmente, os valores do fluxo interporoso no intervalo de maior recuperação estão associados à velocidade de injeção e, consequentemente, ao efeito de canalização e eficiência de varrido.

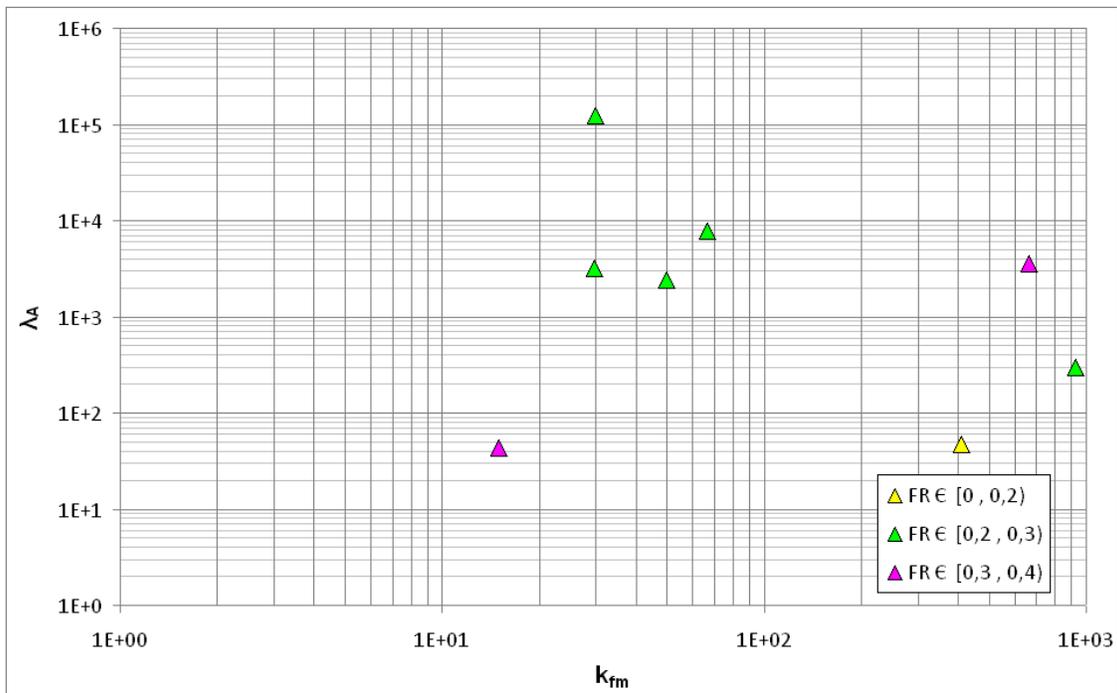


Figura 5.94: Gráfico de Gilman $\Lambda_A \times k_{fm}$: Efeito Capilar

Na Figura 5.94 observa-se uma tendência de redução do parâmetro de fluxo interporoso Λ_A com aumento do índice de fratura k_{fm} , mas um padrão dos valores de recuperação nesse espaço não é evidenciado, considerando-se apenas o efeito capilar. No entanto, as maiores recuperações (30-40%) são obtidas para valores intermediários e inferiores de fluxo interporoso, e a menor recuperação (0-20%) para valores inferiores de fluxo interporoso. Por outro lado, os valores intermediários de recuperação (20-30%) são obtidos para os valores superiores de fluxo interporoso. Além disso, o índice de fratura não apresenta relação notória com a recuperação, considerando-se apenas o efeito capilar.

O desempenho do sistema fraturado considerando o efeito capilar e gravitacional foi analisado utilizando o gráfico de Gilman com os valores de recuperação simulados obtidos para os casos de Gilman et al. (2011), e os campos de Valhall, Lisburne e Spraberry, separados em intervalos identificados com cores diferentes, conforme mostrado nas Figuras 5.95 a 5.97.

Na Figura 5.95, observa-se um padrão entre os parâmetros índice de fratura k_{fm} e

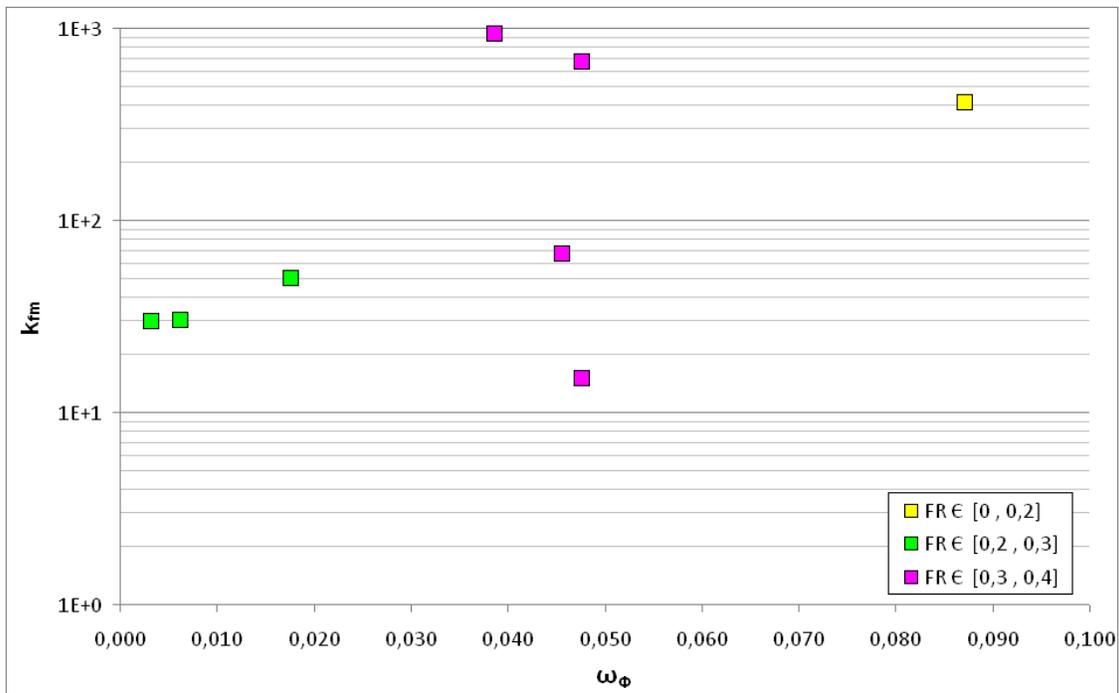


Figura 5.95: Gráfico de Gilman $k_{fm} \times \varpi_\phi$: Efeito Capilar e Gravitacional

capacitância relativa ϖ_ϕ semelhante ao da Figura 5.92, mas neste caso considera-se além do efeito capilar, também o gravitacional, e dessa forma aumenta-se a frequência de recuperação no intervalo de 30-40%, tornando-se mais fácil o relacionamento dos maiores valores de recuperação com o intervalo intermediário de capacitância relativa, porém sem guardar uma correlação aparente com o índice de fratura.

Na Figura 5.96, observa-se um padrão entre os parâmetros de fluxo interporoso Λ_A e capacitância relativa ϖ_ϕ semelhante ao da Figura 5.93, mas neste caso considera-se além do efeito capilar, também o gravitacional, aumentando-se, assim, a frequência de recuperação no intervalo de 30-40%, evidenciando a relação entre os maiores valores de recuperação com o intervalo intermediário de capacitância relativa, bem como o fluxo interporoso.

Na Figura 5.97, observa-se tendência da redução do fluxo interporoso com o aumento do índice de fratura, no entanto um padrão de recuperação nesse espaço não é evidenciado, considerando além do efeito capilar, também o gravitacional. Contudo, observa-se mais claramente do que na Figura 5.94, que os maiores valores de recuperação (30-

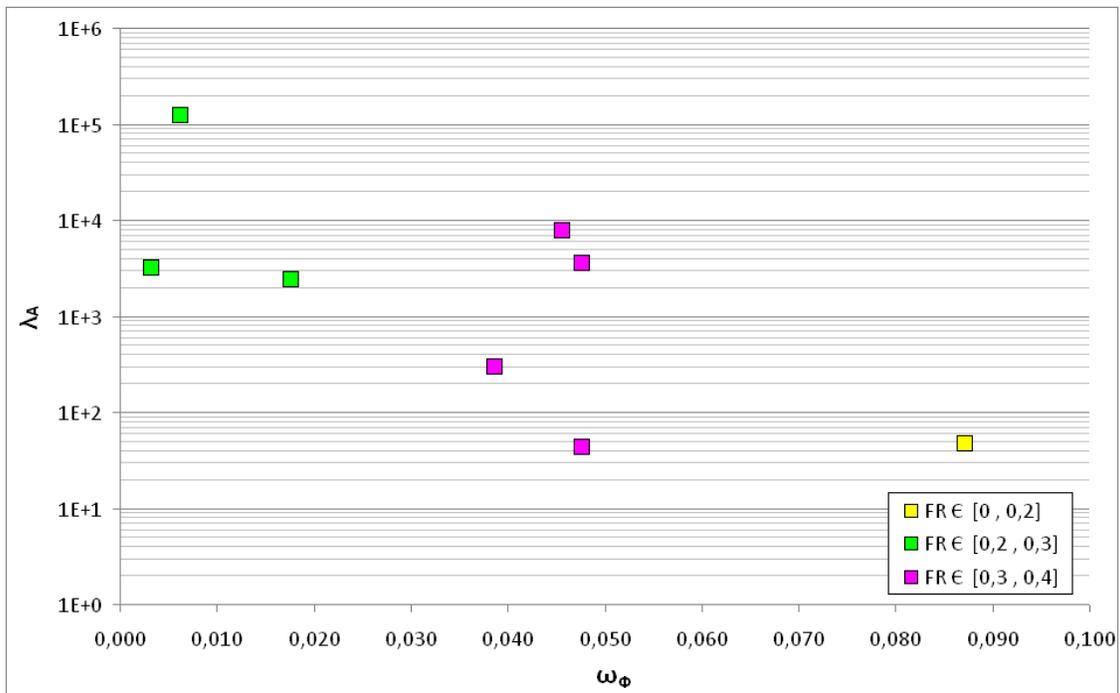


Figura 5.96: Gráfico de Gilman $\Lambda_A \times \varpi_\phi$: Efeito Capilar e Gravitacional

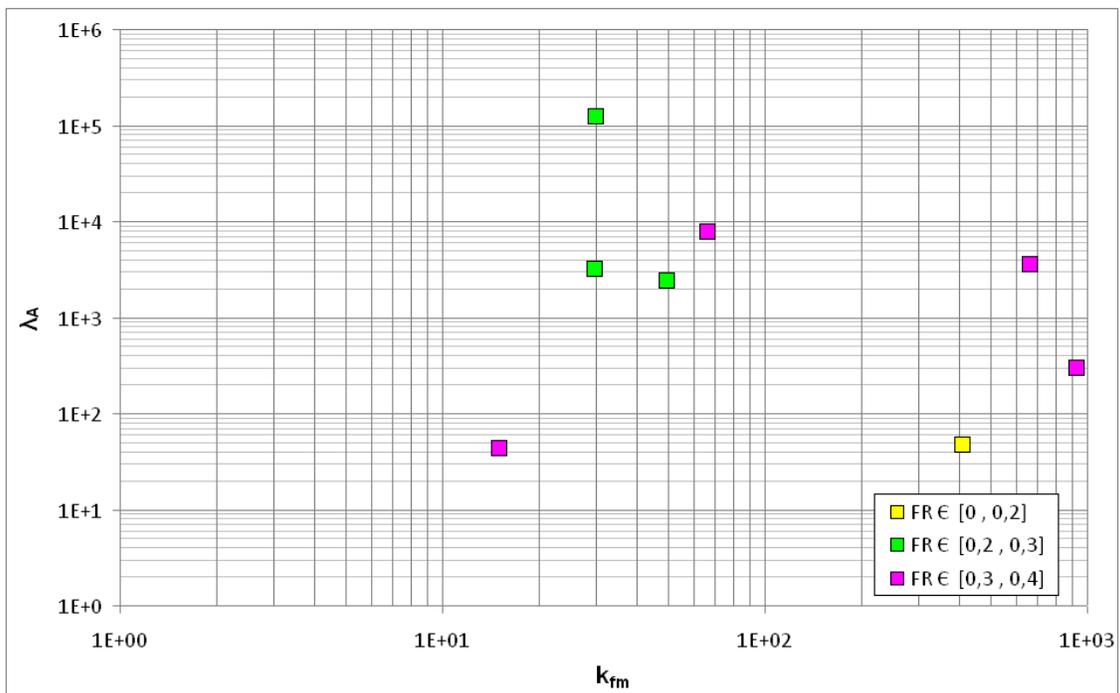


Figura 5.97: Gráfico de Gilman $\Lambda_A \times k_{fm}$: Efeito Capilar e Gravitacional

40%) concentram-se em um intervalo intermediário do fluxo interporoso, embora nesse intervalo haja também valores de recuperação no intervalo de 20-30%.

O desempenho do sistema fraturado considerando o efeito capilar, gravitacional e viscoso foi analisado utilizando o gráfico de Gilman com os valores de recuperação simulados obtidos para os casos de Gilman et al. (2011), e os campos de Valhall, Lisburne e Spraberry, separados em intervalos identificados com cores diferentes, conforme mostrado nas Figuras 5.98 a 5.100.

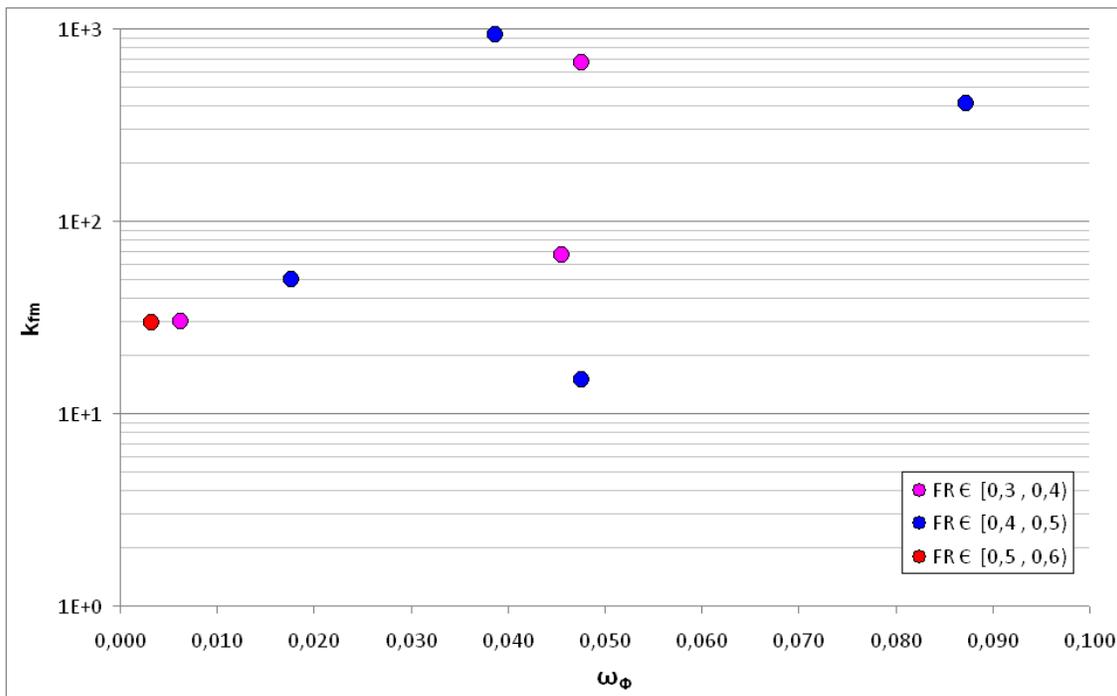


Figura 5.98: Gráfico de Gilman $k_{fm} \times \omega_\phi$: Efeito Capilar, Gravitacional e viscoso

Na Figura 5.98, obtém-se um padrão de recuperação no espaço formado pelos parâmetros índice de fratura k_{fm} e capacitância relativa ω_ϕ distinto daqueles mostrados nas Figuras 5.92 e 5.95, pois neste caso além dos efeitos capilar e gravitacional são considerados o efeito viscoso, obtendo-se, portanto, valores de recuperação superiores.

Na Figura 5.99, observa-se que o padrão de recuperação no espaço formado pelos parâmetros fluxo interporoso Λ_A e capacitância relativa ω_ϕ indica que para uma mesma capacitância relativa obtêm-se os maiores valores de recuperação para valores inferiores de fluxo interporoso. Nota-se, também que a maior recuperação é obtida para o menor

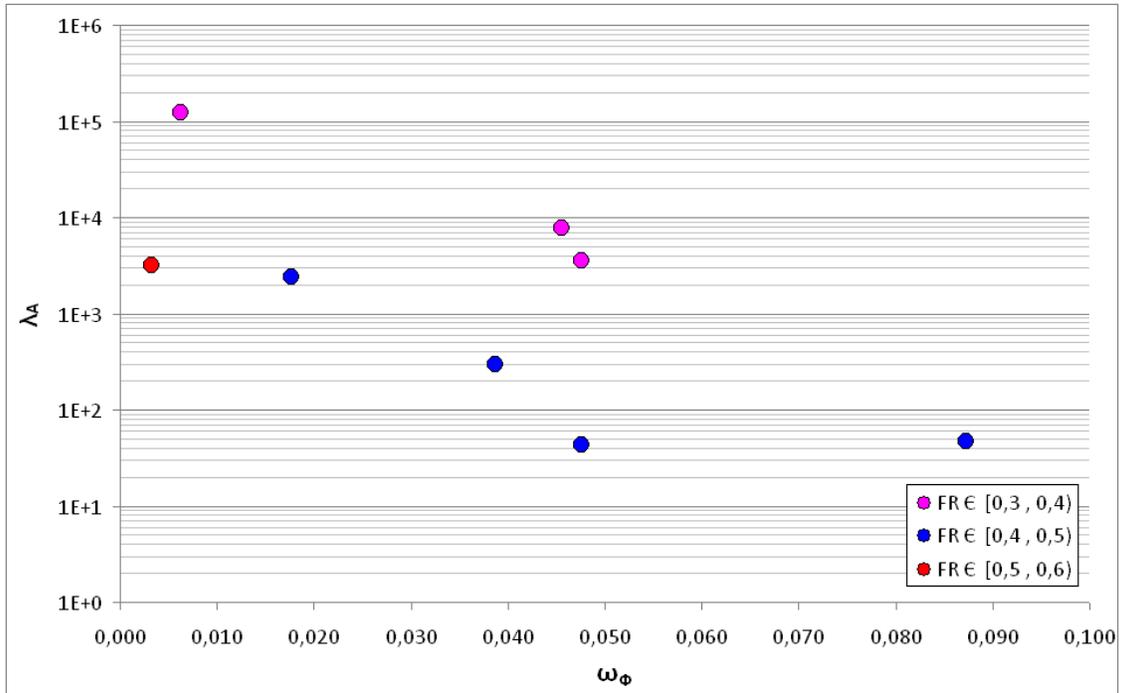


Figura 5.99: Gráfico de Gilman $\Lambda_A \times \varpi_\phi$: Efeito Capilar, Gravitacional e Viscoso

valor de capacitância relativa, diferentemente do observado nas Figuras 5.93 e 5.96.

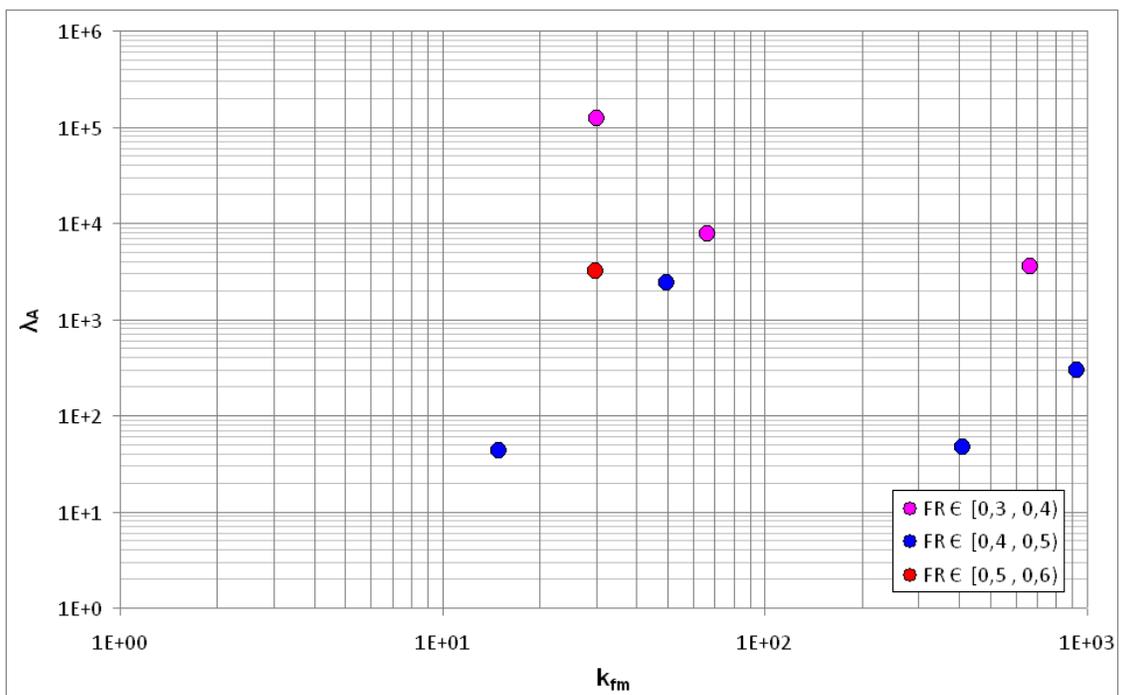


Figura 5.100: Gráfico de Gilman $\Lambda_A \times k_{fm}$: Efeito Capilar, Gravitacional e Viscoso

Na Figura 5.100, não se observa um padrão evidente de recuperação do espaço formado pelos parâmetros de fluxo interporoso Λ_A e índice de fratura k_{fm} , embora note-se que os menores valores de recuperação são encontrados em valores superiores do fluxo interporoso, enquanto o maior valor de recuperação é obtido com valores intermediários do fluxo interporoso. Além disso, diferentes intervalos de recuperação são obtidos independentemente do índice de fratura, embora a maior recuperação seja obtida com índice de fratura inferior.

5.3 Resumo dos Resultados

O modelo de dois meios foi reduzido a um modelo de meio único, mostrando que quando a transferência entre matriz e fratura for suficientemente rápida tal que os dois meios permaneçam em equilíbrio, o reservatório comporta-se como um meio único.

O modelo de dupla porosidade mostrou um aumento muito significativo de tempo computacional em relação ao modelo de porosidade simples. A comparação foi realizada no caso reduzido, obtendo-se, conseqüentemente, a mesma resposta.

O esquema do Jacobiano numerado por células em ordem natural apresentou melhor desempenho em tempo computacional para um método de solução do sistema linear direto por fatoração LU numerado por meio também em ordem natural.

O efeito capilar nas fraturas e a comunicação entre blocos de matriz são os parâmetros que controlam a continuidade capilar do meio poroso. A cinética de recuperação é mais rápida quando o efeito capilar nas fraturas é desprezível e, quando a condutividade da fratura for suficientemente baixa, há aumento da recuperação final. O aumento da condutividade da fratura favorece a segregação de água nas fraturas, que percola pela base do reservatório, reduzindo a eficiência de varrido. O modelo $\Phi 2K1$ mostrou-se mais sensível ao efeito capilar nas fraturas, já que é descontínuo, no entanto, a maior recuperação foi obtida no modelo $\Phi 2k2$, devido à continuidade do meio poroso que permite contribuição da matriz para o deslocamento no reservatório.

Reservatórios descontínuos, ou seja, $\Phi 2K1$ com efeito capilar desprezível nas fraturas, apresentam redução dramática de recuperação final em reservatórios molháveis ao óleo ou com molhabilidade intermediária, quando apenas os processos de recuperação de expansão de fluidos e capilar estão presentes. Neste caso a recuperação é realizada por deslocamento contracorrente em processo espontâneo que se encerra quando o equilíbrio capilar entre a matriz e fratura é alcançado, particularmente, na saturação em que a pressão capilar na matriz é nula.

Contudo, mesmo no caso em que apenas os processos de expansão de fluidos estão presentes, o modelo $\Phi 2K2$ resulta em recuperação compatível com o modelo de porosidade simples, embora a cinética de recuperação seja mais lenta, devido ao des-

locamento pela matriz proporcionado pela continuidade capilar do meio poroso. Neste caso específico obtém-se recuperação final superior do sistema com molhabilidade intermediária àquela obtida para o sistema fortemente molhável à água no modelo $\Phi 2K2$.

A adição dos processos gravitacional e de deslocamento viscoso, além dos processos de expansão de fluidos e capilar, ao processo de recuperação possibilita que haja significativo aumento da recuperação final em um caso totalmente descontínuo, particularmente em sistemas molháveis ao óleo ou com molhabilidade intermediária. Os processos gravitacional e de deslocamento viscoso permitem que haja deslocamento concorrente por embebição forçada de água na matriz, estabelecendo um gradiente de pressão ao longo do bloco de matriz, o que proporciona aumento de recuperação em relação ao processo de embebição espontânea apenas.

As funções de transferência Kazemi, IFP e IC, e também os resultados obtidos com os simuladores comerciais IMEX e ECLIPSE 100/200, apresentam comportamento de recuperação distintos quando se compara cada processo de recuperação resultante de diferentes combinações dos processos físicos: expansão de fluidos, capilar, gravitacional e deslocamento viscoso. No processo em que estão presentes os efeitos de expansão de fluidos, capilar e gravitacional, os simuladores comerciais apresentam resultados bastante semelhantes, pois utilizam o mesmo modelo de efeito gravitacional.

O resultado do modelo de fraturas discretas refinado com idealização de Warren e Root resultou em uma recuperação superior à obtida com o modelo de dupla porosidade utilizando as funções de transferência Kazemi, IFP, e IC, além dos resultados obtidos pelos simuladores comerciais IMEX e ECLIPSE 100/200. O simulador comercial ECLIPSE 100/200 obteve resultado mais próximo do modelo de fraturas discretas refinado, principalmente devido ao modelo de deslocamento viscoso utilizado, que não está implementado no CMG IMEX. No entanto, essa é uma comparação entre dois modelos, e por isso não é suficiente para afirmar qual o resultado mais acurado.

A utilização, contudo, dos fatores de ajuste nas funções de transferência IC e IFP permite obter resultados razoavelmente bem ajustados ao modelo refinado e mais próximos que o obtido com o simulador ECLIPSE 100/200.

As funções de transferência Kazemi, IFP e IC apresentaram diferentes sensibilidades

em relação aos parâmetros de caracterização permeabilidade de matriz, porosidade de fratura, densidade de fraturas, bem como em relação às condições de contorno expressas pela velocidade e pela direção de deslocamento. As permeabilidades de matriz e fratura são parâmetros particularmente sensíveis. O aumento da velocidade de deslocamento aumenta a cinética de recuperação e pode aumentar a recuperação devido ao deslocamento viscoso, caso não resulte em antecipação da produção de água. O deslocamento vertical aumenta a recuperação final em sistemas com alta permeabilidade de fratura em virtude do atraso da produção de água.

A simulação com dados de sistemas fraturados e matriz de campos reais em reservatórios totalmente descontínuos mostra que o deslocamento de óleo por água em embebição concorrente resulta em significativo aumento de recuperação em diferentes combinações de propriedades do sistema fraturado e da matriz. As funções de transferência IFP e IC possuem contribuições relativamente diferentes dos fenômenos físicos adicionados ao processo de recuperação. As permeabilidades de matriz e fratura e a porosidade relativa das fraturas são parâmetros particularmente importantes no comportamento de recuperação ao se utilizar diferentes fenômenos físicos. O processo de deslocamento viscoso é o que adiciona maior recuperação por embebição concorrente, sendo dependente da permeabilidade da fratura e da dimensão do bloco de matriz.

6 Conclusão

O modelo numérico de dupla porosidade foi reproduzido e implementado computacionalmente com sucesso para simulação de reservatórios fraturados construindo-se um simulador totalmente implícito trifásico tridimensional com modelo termodinâmico β que foi adequadamente comparado com um simulador comercial.

O modelo de dupla porosidade mostrou um aumento significativo de tempo computacional em relação ao modelo de porosidade simples. Portanto, a utilização do modelo de dupla porosidade para aplicações práticas deve ser justificada tecnicamente.

A molhabilidade associada à continuidade capilar do meio poroso são as características mais relevantes na recuperação de reservatórios fraturados, particularmente em reservatórios descontínuos, pois, neste caso, há dramática redução de recuperação caso o deslocamento ocorra por embebição contracorrente, o que pode inviabilizar projetos.

O deslocamento por embebição concorrente resulta em significativo aumento da recuperação, especialmente em sistemas molháveis ao óleo ou com molhabilidade intermediária. A embebição concorrente pode ser obtida através dos processos gravitacional e de deslocamento viscoso.

As funções de transferência Kazemi, IFP e IC, e também os resultados obtidos com os simuladores comerciais IMEX e ECLIPSE 100 apresentam comportamento de recuperação distintos comparando-se cada processo de recuperação resultante de diferentes combinações dos processos físicos: expansão de fluidos, capilar, gravitacional e deslocamento viscoso.

O modelo de fraturas discretas refinado apresentou uma maior recuperação comparado ao modelo de dupla porosidade. As funções de transferência IFP e IC, associadas a um simulador de dupla porosidade e submetidas a condições de contorno variáveis, apresentaram resultados razoavelmente bem ajustados ao modelo de fraturas discretas refinado, mas apenas quando são utilizados os fatores para ajustar as contribuições de cada processo físico. No entanto, essa é uma comparação entre dois modelos, por isso, não é suficiente para afirmar qual o resultado mais acurado.

As diferentes contribuições proporcionadas pela adição de efeitos físicos ao processo

de recuperação observadas nas funções de transferência IFP e IC sugerem que a hipótese do desacoplamento dos processos físicos e consequente combinação linear não é verdadeira.

A classificação do desempenho de reservatórios fraturados é extremamente importante para projetos reais, especialmente a associação com parâmetros obtidos em soluções analíticas das equações diferenciais do modelo de dupla porosidade. Os parâmetros adimensionais fornecem importante informação, no entanto, os valores absolutos das propriedades devem também ser levados em consideração na análise de desempenho dos reservatórios.

A injeção de água é um método de recuperação efetivo em reservatórios fraturados mesmo no caso mais desfavorável, ou seja, meio poroso totalmente descontínuo e molhabilidade ao óleo ou intermediária. Mas, neste caso é necessário que haja deslocamento por embebição concorrente com gradientes de pressão ao longo do bloco de matriz suficientemente elevados.

A modelagem dos fenômenos físicos envolvidos na recuperação e expressos nas funções de transferência é fundamental na simulação da recuperação de reservatórios fraturados. O entendimento conceitual desses fenômenos assim como da modelagem constitui o alicerce para a caracterização de reservatórios fraturados para fins práticos de projetos de recuperação de petróleo.

7 Apêndice

Apêndice A: Curvas de Permeabilidade Relativa e Pressão Capilar

Três conjuntos de curvas foram utilizados: molhável a água (KRPC1), molhabilidade intermediária (KRPC3) e sem efeito capilar (KRPC2).

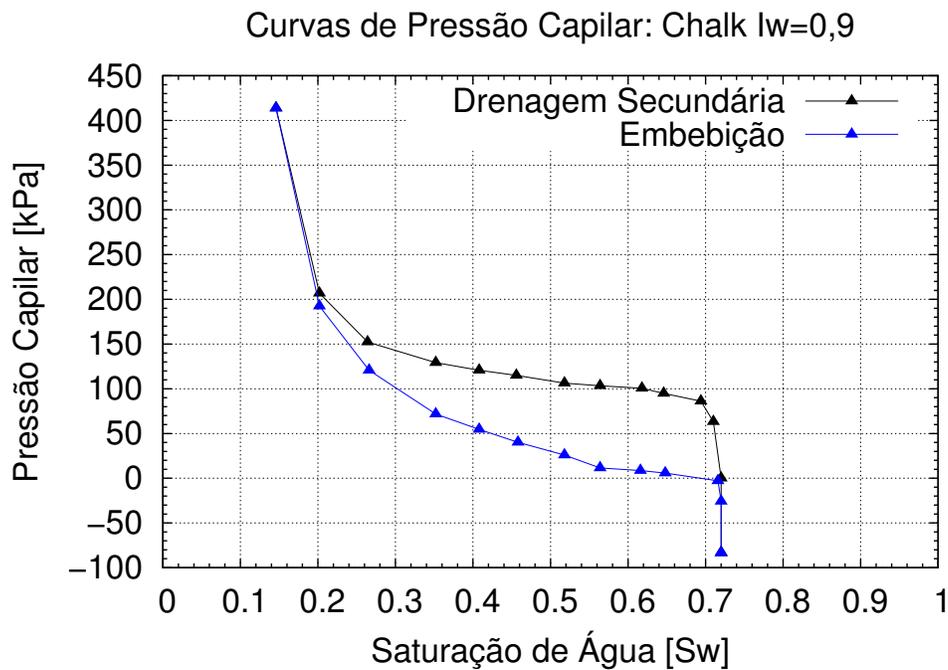


Figura 7.1: KRPC1: Curva Pressão Capilar com Molhabilidade à Água

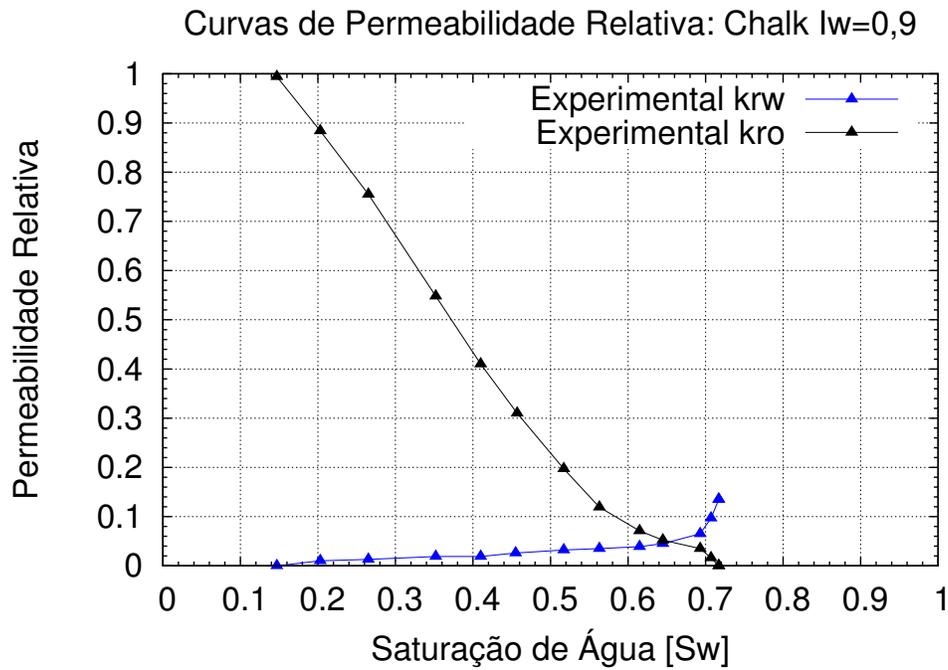


Figura 7.2: KRPC1: Curva de Permeabilidade Relativa com Molhabilidade à Água

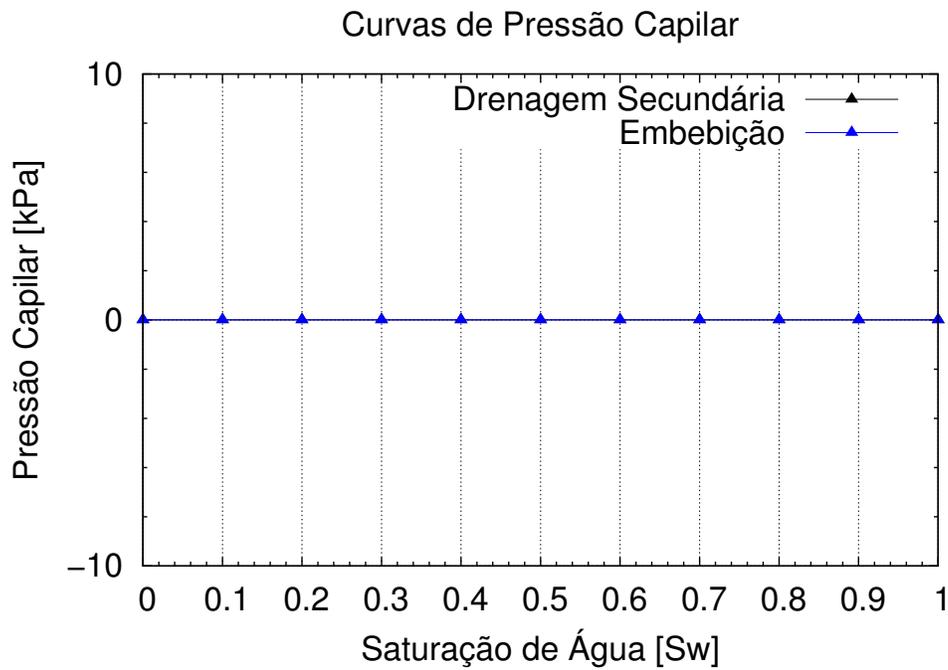


Figura 7.3: KRPC2: Curva de Pressão Capilar com Efeito Capilar Desprezível

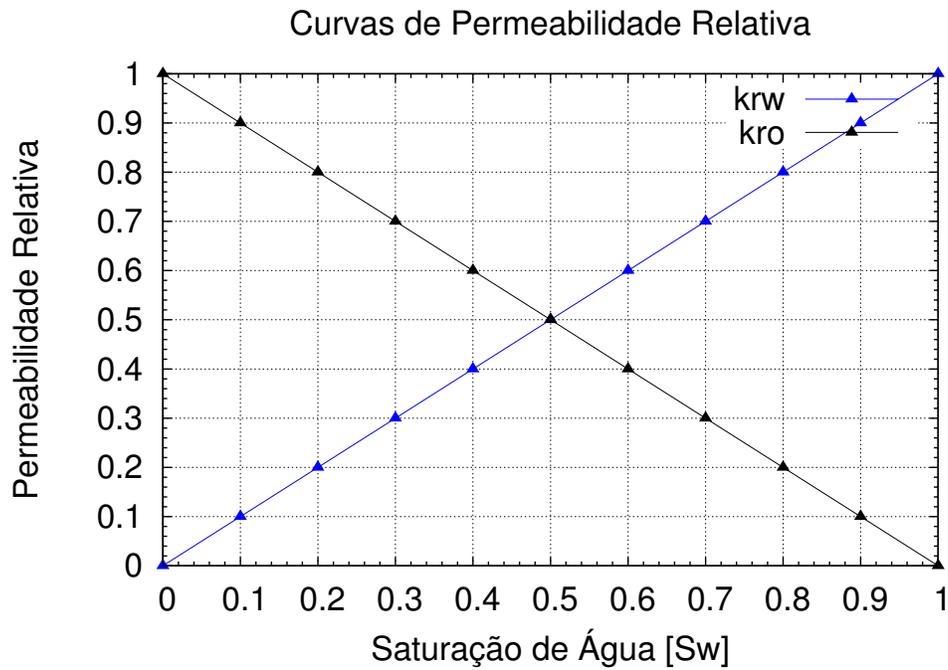


Figura 7.4: KRPC2: Curva de Permeabilidade Relativa com Efeito Capilar Desprezível

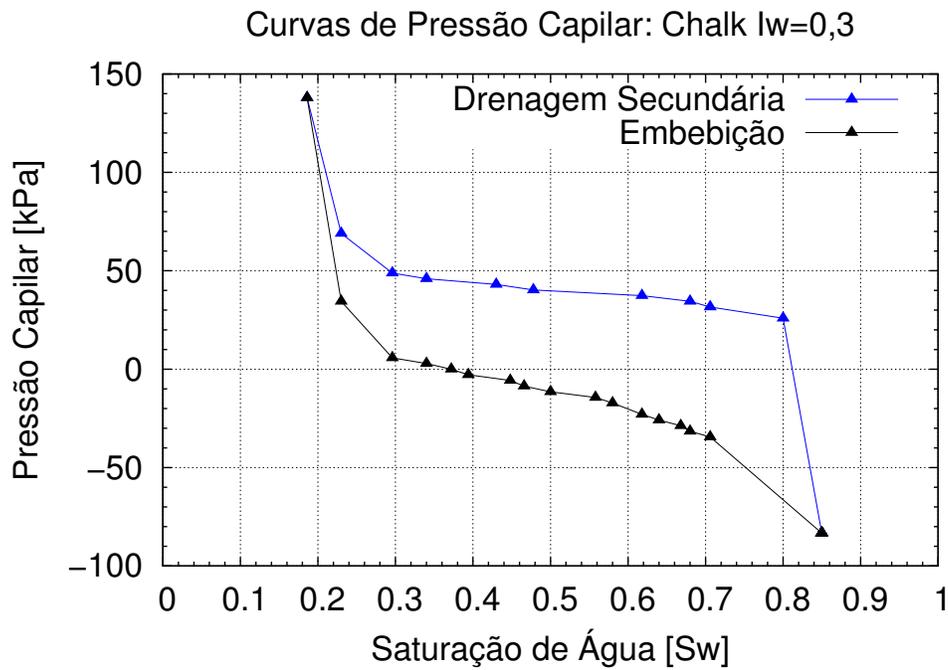


Figura 7.5: KRPC3: Curva de Pressão Capilar com Molhabilidade Intermediária

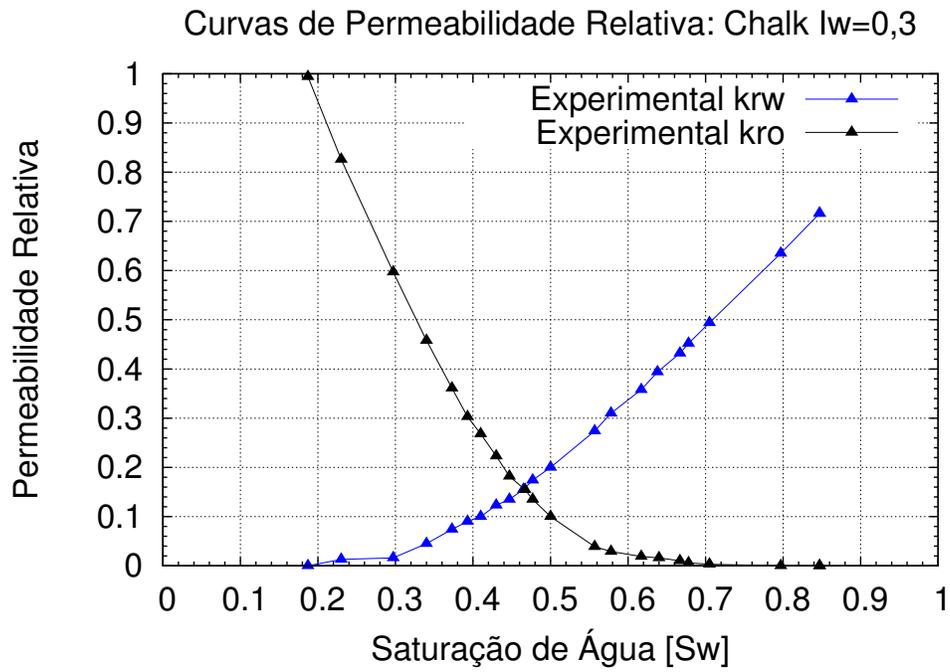


Figura 7.6: KRPC3: Curva de Permeabilidade Relativa com Molhabilidade Intermediária

Apêndice B: Modelo Numérico de Dupla-Porosidade

Equação Diferencial

Estendendo a equação proposta por Barenblatt et al. (1960) para um sistema trifásico usando o modelo termodinâmico β ou *Black-oil* em um sistema de coordenadas Cartesiano, obtém-se as seguintes equações para cada componente em cada meio:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \left[\frac{\partial}{\partial x} \left[k_x A_x \frac{k_{r_o}}{B_o \mu_o} \left(\frac{\partial P_o}{\partial x} - \gamma_o \frac{\partial Z}{\partial x} \right) \right] \Delta x + \right. \\
 \left[\frac{\partial}{\partial y} \left[k_y A_y \frac{k_{r_o}}{B_o \mu_o} \left(\frac{\partial P_o}{\partial y} - \gamma_o \frac{\partial Z}{\partial y} \right) \right] \Delta y + \right. \\
 \left. \left[\frac{\partial}{\partial z} \left[k_z A_z \frac{k_{r_o}}{B_o \mu_o} \left(\frac{\partial P_o}{\partial z} - \gamma_o \frac{\partial Z}{\partial z} \right) \right] \Delta z + \tau_o + q_o = V_b \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\phi(1 - S_w - S_g)}{B_o} \right] \right. \\
 \left[\frac{\partial}{\partial x} \left[k_x A_x \frac{k_{r_w}}{B_w \mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} - \frac{\partial P_{c_{ow}}}{\partial x} - \gamma_w \frac{\partial Z}{\partial x} \right) \right] \Delta x + \right. \\
 \left[\frac{\partial}{\partial y} \left[k_y A_y \frac{k_{r_w}}{B_w \mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial y} - \frac{\partial P_{c_{ow}}}{\partial y} - \gamma_w \frac{\partial Z}{\partial y} \right) \right] \Delta y + \right. \\
 \left. \left[\frac{\partial}{\partial z} \left[k_z A_z \frac{k_{r_w}}{B_w \mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial z} - \frac{\partial P_{c_{ow}}}{\partial z} - \gamma_w \frac{\partial Z}{\partial z} \right) \right] \Delta z + \tau_w + q_w = V_b \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\phi S_w}{B_w} \right] \right. \\
 \left[\frac{\partial}{\partial x} \left[k_x A_x \frac{k_{r_g}}{B_g \mu_g} \left(\frac{\partial P_g}{\partial x} + \frac{\partial P_{c_{go}}}{\partial x} - \gamma_g \frac{\partial Z}{\partial x} \right) \right] \Delta x + \right. \\
 \left[\frac{\partial}{\partial y} \left[k_y A_y \frac{k_{r_g}}{B_g \mu_g} \left(\frac{\partial P_g}{\partial y} + \frac{\partial P_{c_{go}}}{\partial y} - \gamma_g \frac{\partial Z}{\partial y} \right) \right] \Delta y + \right. \\
 \left. \left[\frac{\partial}{\partial z} \left[k_z A_z \frac{k_{r_g}}{B_g \mu_g} \left(\frac{\partial P_g}{\partial z} + \frac{\partial P_{c_{go}}}{\partial z} - \gamma_g \frac{\partial Z}{\partial z} \right) \right] \Delta z + \tau_g + q_g = V_b \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\phi S_g}{B_g} + \frac{\phi R_s(1 - S_w - S_g)}{B_o} \right] \right.
 \end{array} \right. \quad (7.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
\left[\frac{\partial}{\partial x} \left[\hat{k}_x A_x \frac{\hat{k}_{r_o}}{B_o \mu_o} \left(\frac{\partial \hat{P}_o}{\partial x} - \gamma_o \frac{\partial Z}{\partial x} \right) \right] \right] \Delta x + \\
\left[\frac{\partial}{\partial y} \left[\hat{k}_y A_y \frac{\hat{k}_{r_o}}{B_o \mu_o} \left(\frac{\partial \hat{P}_o}{\partial y} - \gamma_o \frac{\partial Z}{\partial y} \right) \right] \right] \Delta y + \\
\left[\frac{\partial}{\partial z} \left[\hat{k}_z A_z \frac{\hat{k}_{r_o}}{B_o \mu_o} \left(\frac{\partial \hat{P}_o}{\partial z} - \gamma_o \frac{\partial Z}{\partial z} \right) \right] \right] \Delta z - \tau_o + \hat{q}_o = V_b \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\hat{\phi}(1 - \hat{S}_w - \hat{S}_g)}{B_o} \right] \\
\left[\frac{\partial}{\partial x} \left[\hat{k}_x A_x \frac{\hat{k}_{r_w}}{B_w \mu_w} \left(\frac{\partial \hat{P}_o}{\partial x} - \frac{\partial \hat{P}_{c_{ow}}}{\partial x} - \gamma_w \frac{\partial Z}{\partial x} \right) \right] \right] \Delta x + \\
\left[\frac{\partial}{\partial y} \left[\hat{k}_y A_y \frac{\hat{k}_{r_w}}{B_w \mu_w} \left(\frac{\partial \hat{P}_o}{\partial y} - \frac{\partial \hat{P}_{c_{ow}}}{\partial y} - \gamma_w \frac{\partial Z}{\partial y} \right) \right] \right] \Delta y + \\
\left[\frac{\partial}{\partial z} \left[\hat{k}_z A_z \frac{\hat{k}_{r_w}}{B_w \mu_w} \left(\frac{\partial \hat{P}_o}{\partial z} - \frac{\partial \hat{P}_{c_{ow}}}{\partial z} - \gamma_w \frac{\partial Z}{\partial z} \right) \right] \right] \Delta z - \tau_w + \hat{q}_w = V_b \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\hat{\phi} \hat{S}_w}{B_w} \right] \\
\left[\frac{\partial}{\partial x} \left[\hat{k}_x A_x \frac{\hat{k}_{r_g}}{B_g \mu_g} \left(\frac{\partial \hat{P}_o}{\partial x} + \frac{\partial \hat{P}_{c_{go}}}{\partial x} - \gamma_g \frac{\partial Z}{\partial x} \right) \right] \right] \Delta x + \\
\left[\frac{\partial}{\partial y} \left[\hat{k}_y A_y \frac{\hat{k}_{r_g}}{B_g \mu_g} \left(\frac{\partial \hat{P}_o}{\partial y} + \frac{\partial \hat{P}_{c_{go}}}{\partial y} - \gamma_g \frac{\partial Z}{\partial y} \right) \right] \right] \Delta y + \\
\left[\frac{\partial}{\partial z} \left[\hat{k}_z A_z \frac{\hat{k}_{r_g}}{B_g \mu_g} \left(\frac{\partial \hat{P}_o}{\partial z} + \frac{\partial \hat{P}_{c_{go}}}{\partial z} - \gamma_g \frac{\partial Z}{\partial z} \right) \right] \right] \Delta z - \tau_g + \hat{q}_g = V_b \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\hat{\phi} \hat{S}_g}{B_g} + \frac{\hat{\phi} R_s (1 - \hat{S}_w - \hat{S}_g)}{B_o} \right]
\end{array} \right. \quad (7.2)$$

Diferenças Finitas

A solução das equações diferenciais para o modelo de reservatório de dois meios ou de dupla porosidade pode ser obtida numericamente utilizando o método das diferenças finitas.

Seja $f_f = f(x, y, z) = \xi_x^* \frac{\partial \eta}{\partial x}$ a aproximação central no espaço é:

$$\left(\frac{\partial f_f}{\partial x} \right)_{i,j,k} \simeq \frac{f_{f_{i+1/2,j,k}} - f_{f_{i-1/2,j,k}}}{\Delta x_{i,j,k}} \equiv \Delta_x (f_f)_{i,j,k} \quad (7.3)$$

assim definindo $\xi_x = \frac{\xi_x^*}{\Delta x}$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f_f}{\partial x}\right)_{i,j,k} \Delta x_{i,j,k} &\simeq \left(\frac{\xi_x^*}{\Delta x}\right)_{i+1/2,j,k} (\eta_{i+1,j,k} - \eta_{i,j,k}) \\ &+ \left(\frac{\xi_x^*}{\Delta x}\right)_{i-1/2,j,k} (\eta_{i-1,j,k} - \eta_{i,j,k}) \equiv \Delta_x(\xi_x \Delta_x \eta)_{i,j,k} \end{aligned} \quad (7.4)$$

então:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f_f}{\partial x}\right)_{i,j,k} \Delta x_{i,j,k} + \left(\frac{\partial f_f}{\partial y}\right)_{i,j,k} \Delta y_{i,j,k} + \left(\frac{\partial f_f}{\partial z}\right)_{i,j,k} \Delta z_{i,j,k} &\simeq \\ \Delta_x(\xi_x \Delta_x \eta)_{i,j,k} + \Delta_y(\xi_y \Delta_y \eta)_{i,j,k} + \Delta_z(\xi_z \Delta_z \eta)_{i,j,k} \end{aligned} \quad (7.5)$$

ainda definindo $\psi_c = \{(i, j, k - 1), (i, j - 1, k), (i - 1, j, k), (i + 1, j, k), (i, j + 1, k), (i, j, k + 1)\}$ e $c = \{(i, j, k)\}$, obtém-se com a notação CVDF (Abou-Kassen et al., 2006):

$$\sum_{m \in \psi_c} \xi_{c,m} (\eta_m - \eta_c) \equiv \Delta(\xi \Delta \eta)_{i,j,k} \equiv \Delta_x(\xi_x \Delta_x \eta)_{i,j,k} + \Delta_y(\xi_y \Delta_y \eta)_{i,j,k} + \Delta_z(\xi_z \Delta_z \eta)_{i,j,k} \quad (7.6)$$

Seja $f_a = f(t) = UVXY$ a aproximação avançada no tempo:

$$\left(\frac{\partial f_a}{\partial t}\right)_{i,j,k} \simeq \frac{f_{a,i,j,k}^{n+1} - f_{a,i,j,k}^n}{\Delta t_{i,j,k}} \equiv \frac{1}{\Delta t} \Delta_t f_{a,i,j,k} \quad (7.7)$$

fazendo uma expansão conservativa obtém-se:

$$\Delta_t f_a = (VXY)^n \Delta_t U + U^{n+1} (XY)^n \Delta_t V + (UV)^{n+1} Y^n \Delta_t X + (UVX)^{n+1} \Delta_t Y \quad (7.8)$$

Definido a transmissibilidade da fase α como:

$$T_{\alpha_x} = \frac{k_x A_x}{\Delta x} \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha B_\alpha} \quad (7.9)$$

Reescreve-se a equação diferencial em diferenças finitas na forma implícita como:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{m \in \psi_c} \left[T_o^{n+1} (\Delta_m P_o^{n+1} - \bar{\gamma}_{o_c,m}^n \Delta Z) \right] &= \frac{V_{bc}}{\Delta t} \Delta_t \left[\frac{\phi(1 - S_w - S_g)}{B_o} \right]_c - \tau_{o_c}^{n+1} - q_{o_c}^{n+1} + R_{o_c}^{n+1} \\ \sum_{m \in \psi_c} \left[T_w^{n+1} (\Delta_m P_o^{n+1} - \Delta_m P_{c_{ow}}^{n+1} - \bar{\gamma}_{w_c,m}^n \Delta Z) \right] &= \frac{V_{bc}}{\Delta t} \Delta_t \left[\frac{\phi S_w}{B_w} \right]_c - \tau_{w_c}^{n+1} - q_{w_c}^{n+1} + R_{w_c}^{n+1} \\ \sum_{m \in \psi_c} \left[T_w^{n+1} (\Delta_m P_o^{n+1} + \Delta_m P_{c_{go}}^{n+1} - \bar{\gamma}_{g_c,m}^n \Delta Z) + (T_o R_s)_{c,m}^{n+1} (\Delta P_o^{n+1} - \bar{\gamma}_{o_c,m}^n \Delta Z) \right] &= \\ \frac{V_{bc}}{\Delta t} \Delta_t \left[\frac{\phi S_g}{B_g} + \frac{\phi R_s (1 - S_w - S_g)}{B_o} \right]_c &- \tau_{g_c}^{n+1} - q_{g_c}^{n+1} + R_{g_c}^{n+1} \end{aligned} \right. \quad (7.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
\sum_{m \in \psi_c} \left[\hat{T}_o^{n+1} (\Delta_m \hat{P}_o^{n+1} - \bar{\gamma}_{o_c, m}^n \Delta Z) \right] = \frac{V_{b_c}}{\Delta t} \Delta t \left[\frac{\hat{\phi} (1 - \hat{S}_w - \hat{S}_g)}{B_o} \right]_c + \tau_{o_c}^{n+1} - \hat{q}_{o_c}^{n+1} + \hat{R}_{o_c}^{n+1} \\
\sum_{m \in \psi_c} \left[\hat{T}_w^{n+1} (\Delta_m \hat{P}_o^{n+1} - \Delta_m \hat{P}_{c_{ow}}^{n+1} - \bar{\gamma}_{w_c, m}^n \Delta Z) \right] = \frac{V_{b_c}}{\Delta t} \Delta t \left[\frac{\hat{\phi} \hat{S}_w}{B_w} \right]_c + \tau_{w_c}^{n+1} - \hat{q}_{w_c}^{n+1} + \hat{R}_{w_c}^{n+1} \\
\sum_{m \in \psi_c} \left[\hat{T}_w^{n+1} (\Delta_m \hat{P}_o^{n+1} + \Delta_m \hat{P}_{c_{go}}^{n+1} - \bar{\gamma}_{g_c, m}^n \Delta Z) + (\hat{T}_o R_s)_{c, m}^{n+1} (\Delta_m \hat{P}_o^{n+1} - \bar{\gamma}_{o_c, m}^n \Delta Z) \right] = \\
\frac{V_{b_c}}{\Delta t} \Delta t \left[\frac{\hat{\phi} \hat{S}_g}{B_g} + \frac{\hat{\phi} R_s (1 - \hat{S}_w - \hat{S}_g)}{B_o} \right]_c + \tau_{g_c}^{n+1} - \hat{q}_{g_c}^{n+1} + \hat{R}_{g_c}^{n+1}
\end{array} \right. \quad (7.11)$$

A expansão conservativa do termo de acumulação, derivada temporal, é obtida na 7.8, definindo-se $U \equiv \phi$, $V \equiv \frac{1}{B_\alpha}$, $X \equiv R_s$ e $Y \equiv S_\alpha$, onde α refere-se a fase ou componente.

$$\Delta t \frac{\phi S_\alpha}{B_\alpha} = \left[\frac{\phi'}{B_\alpha^n} + \phi^{n+1} \left(\frac{1}{B_\alpha} \right)' \right] S_\alpha^n \Delta t P_o + \left(\frac{\phi}{B_\alpha} \right)^{n+1} \Delta t S_\alpha \quad (7.12)$$

$$\begin{aligned}
\Delta t \frac{\phi R_s S_o}{B_o} = & \left\{ \left[\frac{\phi'}{B_o^n} + \phi^{n+1} \left(\frac{1}{B_o} \right)' \right] R_s^n + \left(\frac{\phi}{B_o} \right)^{n+1} R_s' \right\} S_o^n \Delta t P_o \\
& + \left(\frac{\phi}{B_o} \right)^{n+1} R_s^{n+1} \Delta t S_o
\end{aligned} \quad (7.13)$$

Reescrevendo as equações 7.10 e 7.11 em função dos resíduos e fazendo as expansão conservativa do termo de acumulação, obtém-se:

$$\left\{ \begin{array}{l}
R_{o_c}^{n+1} = \sum_{m \in \psi_c} \left[T_o^{n+1} (\Delta_m P_o^{n+1} - \bar{\gamma}_{o_c, m}^n \Delta Z) \right] \\
\quad - C_{op_c} \Delta t P_{o_c} - C_{ow_c} \Delta t S_{w_c} - C_{og_c} \Delta t S_{g_c} + \tau_{o_c}^{n+1} + q_{o_c}^{n+1} \\
R_{w_c}^{n+1} = \sum_{m \in \psi_c} \left[T_w^{n+1} (\Delta_m P_o^{n+1} - \Delta_m P_{c_{ow}}^{n+1} - \bar{\gamma}_{w_c, m}^n \Delta Z) \right] \\
\quad - C_{wp_c} \Delta t P_{o_c} - C_{ww_c} \Delta t S_{w_c} - C_{wg_c} \Delta t S_{g_c} + \tau_{w_c}^{n+1} + q_{w_c}^{n+1} \\
R_{g_c}^{n+1} = \sum_{m \in \psi_c} \left[T_w^{n+1} (\Delta_m P_o^{n+1} + \Delta_m P_{c_{go}}^{n+1} - \bar{\gamma}_{g_c, m}^n \Delta Z) + (T_o R_s)_{c, m}^{n+1} (\Delta_m P_o^{n+1} - \bar{\gamma}_{o_c, m}^n \Delta Z) \right] \\
\quad - C_{gp_c} \Delta t P_{o_c} - C_{gw_c} \Delta t S_{w_c} - C_{gg_c} \Delta t S_{g_c} + \tau_{g_c}^{n+1} + q_{g_c}^{n+1}
\end{array} \right. \quad (7.14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
\hat{R}_{o_c}^{n+1} = \sum_{m \in \psi_c} \left[\hat{T}_o^{n+1} (\Delta_m \hat{P}_o^{n+1} - \bar{\gamma}_{o_c, m}^n \Delta Z) \right] \\
\quad - \hat{C}_{op_c} \Delta_t \hat{P}_{o_c} - \hat{C}_{ow_c} \Delta_t \hat{S}_{w_c} - \hat{C}_{og_c} \Delta_t \hat{S}_{g_c} - \tau_{o_c}^{n+1} + \hat{q}_{o_c}^{n+1} \\
\hat{R}_{w_c}^{n+1} = \sum_{m \in \psi_c} \left[\hat{T}_w^{n+1} (\Delta_m \hat{P}_o^{n+1} - \Delta_m \hat{P}_{c_{ow}}^{n+1} - \bar{\gamma}_{w_c, m}^n \Delta Z) \right] \\
\quad - \hat{C}_{wp_c} \Delta_t \hat{P}_{o_c} - \hat{C}_{ww_c} \Delta_t \hat{S}_{w_c} - \hat{C}_{wg_c} \Delta_t \hat{S}_{g_c} - \tau_{w_c}^{n+1} + \hat{q}_{w_c}^{n+1} \\
\hat{R}_{g_c}^{n+1} = \sum_{m \in \psi_c} \left[\hat{T}_w^{n+1} (\Delta_m \hat{P}_o^{n+1} + \Delta_m \hat{P}_{c_{go}}^{n+1} - \bar{\gamma}_{g_c, m}^n \Delta Z) + (\hat{T}_o R_s)_{c, m}^{n+1} (\Delta_m \hat{P}_o^{n+1} - \bar{\gamma}_{o_c, m}^n \Delta Z) \right] - \\
\quad \hat{C}_{gp_c} \Delta_t \hat{P}_{o_c} - \hat{C}_{gw_c} \Delta_t \hat{S}_{w_c} - \hat{C}_{gg_c} \Delta_t \hat{S}_{g_c} - \tau_{g_c}^{n+1} + \hat{q}_{g_c}^{n+1}
\end{array} \right. \quad (7.15)$$

onde:

$$\begin{aligned}
C_{op} &= \frac{V_b}{\Delta t} \left[\frac{\phi'}{B_o^n} + \phi^{n+1} \left(\frac{1}{B_o} \right)' \right] (1 - S_w^n - S_g^n) \\
C_{ow} &= -\frac{V_b}{\Delta t} \left(\frac{\phi}{B_o} \right)^{n+1} \\
C_{og} &= -\frac{V_b}{\Delta t} \left(\frac{\phi}{B_o} \right)^{n+1} \\
C_{wp} &= \frac{V_b}{\Delta t} \left[\frac{\phi'}{B_w^n} + \phi^{n+1} \left(\frac{1}{B_w} \right)' \right] S_w^n \\
C_{ww} &= \frac{V_b}{\Delta t} \left(\frac{\phi}{B_w} \right)^{n+1} \\
C_{wg} &= 0
\end{aligned} \quad (7.16)$$

$$\begin{aligned}
C_{gp} &= \frac{V_b}{\Delta t} \left\{ \left(\left[\frac{\phi'}{B_o^n} + \phi^{n+1} \left(\frac{1}{B_o} \right)' \right] R_s^n + \left(\frac{\phi}{B_o} \right)^{n+1} R_s' \right) (1 - S_w^n - S_g^n) \right. \\
&\quad \left. + \left[\frac{\phi'}{B_g^n} + \phi^{n+1} \left(\frac{1}{B_g} \right)' \right] S_g^n \right\} \\
C_{gw} &= -\frac{V_b}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi}{B_o} \right)^{n+1} R_s^{n+1} \right] \\
C_{gg} &= \frac{V_b}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi}{B_g} \right)^{n+1} - \left(\frac{\phi}{B_o} \right)^{n+1} R_s^{n+1} \right]
\end{aligned}$$

$$\text{sendo: } \phi' = \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{P_{o_c}^{n+1} - P_{o_c}^n}, \quad R_s' = \frac{R_s^{n+1} - R_s^n}{P_{o_c}^{n+1} - P_{o_c}^n}, \quad \left(\frac{1}{B_\alpha} \right)' = \frac{\left(\frac{1}{B_\alpha} \right)^{n+1} - \left(\frac{1}{B_\alpha} \right)^n}{P_{o_c}^{n+1} - P_{o_c}^n} \quad \forall \alpha \in \{o, w, g\}$$

Método de Newton-Raphson

Utilizando o método de Newton-Raphson para linearização do sistema de equações 7.14 e 7.15, obtém-se a seguinte aproximação dos resíduos:

$$\begin{aligned}
 R_{\alpha_c}^{n+1} \simeq R_{\alpha_c}^{n+1(\nu+1)} \simeq R_{\alpha_c}^{n+1(\nu)} + \sum_{m \in \psi_c} & \left[\left(\frac{\partial R_{\alpha_c}}{\partial P_{o_m}} \right)^{(\nu)} \delta P_{o_m} + \left(\frac{\partial R_{\alpha_c}}{\partial S_{w_m}} \right)^{(\nu)} \delta S_{w_m} + \left(\frac{\partial R_{\alpha_c}}{\partial S_{g_m}} \right)^{(\nu)} \delta S_{g_m} \right] + \\
 & \left[\left(\frac{\partial R_{\alpha_c}}{\partial P_{o_c}} \right)^{(\nu)} \delta P_{o_c} + \left(\frac{\partial R_{\alpha_c}}{\partial S_{w_c}} \right)^{(\nu)} \delta S_{w_c} + \left(\frac{\partial R_{\alpha_c}}{\partial S_{g_c}} \right)^{(\nu)} \delta S_{g_c} \right] + \\
 \sum_{m \in \psi_c} & \left[\left(\frac{\partial R_{\alpha_c}}{\partial \hat{P}_{o_m}} \right)^{(\nu)} \delta \hat{P}_{o_m} + \left(\frac{\partial R_{\alpha_c}}{\partial \hat{S}_{w_m}} \right)^{(\nu)} \delta \hat{S}_{w_m} + \left(\frac{\partial R_{\alpha_c}}{\partial \hat{S}_{g_m}} \right)^{(\nu)} \delta \hat{S}_{g_m} \right] + \\
 & \left[\left(\frac{\partial R_{\alpha_c}}{\partial \hat{P}_{o_c}} \right)^{(\nu)} \delta \hat{P}_{o_c} + \left(\frac{\partial R_{\alpha_c}}{\partial \hat{S}_{w_c}} \right)^{(\nu)} \delta \hat{S}_{w_c} + \left(\frac{\partial R_{\alpha_c}}{\partial \hat{S}_{g_c}} \right)^{(\nu)} \delta \hat{S}_{g_c} \right]
 \end{aligned} \tag{7.17}$$

onde: $\delta P_{o_u} = P_{o_u}^{n+1(\nu+1)} - P_{o_u}^{n+1(\nu)}$, $\delta S_{w_u} = S_{w_u}^{n+1(\nu+1)} - S_{w_u}^{n+1(\nu)}$, $\delta S_{g_u} = S_{g_u}^{n+1(\nu+1)} - S_{g_u}^{n+1(\nu)}$, $\forall u \in \psi_c \cup \{c\}$

e,

$$\begin{aligned}
 \hat{R}_{\alpha_c}^{n+1} \simeq \hat{R}_{\alpha_c}^{n+1(\nu+1)} \simeq \hat{R}_{\alpha_c}^{n+1(\nu)} + \sum_{m \in \psi_c} & \left[\left(\frac{\partial \hat{R}_{\alpha_c}}{\partial \hat{P}_{o_m}} \right)^{(\nu)} \delta \hat{P}_{o_m} + \left(\frac{\partial \hat{R}_{\alpha_c}}{\partial \hat{S}_{w_m}} \right)^{(\nu)} \delta \hat{S}_{w_m} + \left(\frac{\partial \hat{R}_{\alpha_c}}{\partial \hat{S}_{g_m}} \right)^{(\nu)} \delta \hat{S}_{g_m} \right] + \\
 & \left[\left(\frac{\partial \hat{R}_{\alpha_c}}{\partial \hat{P}_{o_c}} \right)^{(\nu)} \delta \hat{P}_{o_c} + \left(\frac{\partial \hat{R}_{\alpha_c}}{\partial \hat{S}_{w_c}} \right)^{(\nu)} \delta \hat{S}_{w_c} + \left(\frac{\partial \hat{R}_{\alpha_c}}{\partial \hat{S}_{g_c}} \right)^{(\nu)} \delta \hat{S}_{g_c} \right] + \\
 \sum_{m \in \psi_c} & \left[\left(\frac{\partial \hat{R}_{\alpha_c}}{\partial P_{o_m}} \right)^{(\nu)} \delta P_{o_m} + \left(\frac{\partial \hat{R}_{\alpha_c}}{\partial S_{w_m}} \right)^{(\nu)} \delta S_{w_m} + \left(\frac{\partial \hat{R}_{\alpha_c}}{\partial S_{g_m}} \right)^{(\nu)} \delta S_{g_m} \right] + \\
 & \left[\left(\frac{\partial \hat{R}_{\alpha_c}}{\partial P_{o_c}} \right)^{(\nu)} \delta P_{o_c} + \left(\frac{\partial \hat{R}_{\alpha_c}}{\partial S_{w_c}} \right)^{(\nu)} \delta S_{w_c} + \left(\frac{\partial \hat{R}_{\alpha_c}}{\partial S_{g_c}} \right)^{(\nu)} \delta S_{g_c} \right]
 \end{aligned} \tag{7.18}$$

onde: $\delta \hat{P}_{o_u} = \hat{P}_{o_u}^{n+1(\nu+1)} - \hat{P}_{o_u}^{n+1(\nu)}$, $\delta \hat{S}_{w_u} = \hat{S}_{w_u}^{n+1(\nu+1)} - \hat{S}_{w_u}^{n+1(\nu)}$, $\delta \hat{S}_{g_u} = \hat{S}_{g_u}^{n+1(\nu+1)} - \hat{S}_{g_u}^{n+1(\nu)}$, $\forall u \in \psi_c \cup \{c\}$

As derivadas do resíduo do meio poroso em relação às variáveis do meio poroso são:

$$\left(\frac{\partial R_{o_c}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial T_{o_c,m}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} + T_{o_c,m}^{(\nu)} \right] \quad (7.19)$$

$$\left(\frac{\partial R_{o_c}}{\partial S_{w_m}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial T_{o_c,m}}{\partial S_{w_m}}\right)^{(\nu)} \right] \quad (7.20)$$

$$\left(\frac{\partial R_{o_c}}{\partial S_{g_m}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial T_{o_c,m}}{\partial S_{g_m}}\right)^{(\nu)} \right] \quad (7.21)$$

$$\left(\frac{\partial R_{w_c}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} - \Delta_m P_{c_{ow}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial T_{w_c,m}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} + T_{w_c,m}^{(\nu)} \right] \quad (7.22)$$

$$\left(\frac{\partial R_{w_c}}{\partial S_{w_m}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} - \Delta_m P_{c_{ow}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial T_{w_c,m}}{\partial S_{w_m}}\right)^{(\nu)} \right] \quad (7.23)$$

$$- T_{w_c,m}^{(\nu)} \left(\frac{\partial P_{c_{owm}}}{\partial S_{w_m}}\right) \right] \quad (7.24)$$

$$\left(\frac{\partial R_{w_c}}{\partial S_{g_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad (7.25)$$

$$\left(\frac{\partial R_{g_c}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} - \Delta_m P_{c_{go}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{g_c,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial T_{g_c,m}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} + T_{g_c,m}^{(\nu)} + \right. \\ \left. (\Delta_m P_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial (T_o R_s)_{c,m}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} + (T_o R_s)_{c,m}^{(\nu)} \right] \quad (7.26)$$

$$\left(\frac{\partial R_{g_c}}{\partial S_{w_m}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial (T_o R_s)_{c,m}}{\partial S_{w_m}}\right)^{(\nu)} \right] \quad (7.27)$$

$$\left(\frac{\partial R_{g_c}}{\partial S_{g_m}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} - \Delta_m P_{c_{go}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{g_c,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial T_{g_c,m}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} + T_{g_c,m}^{(\nu)} \left(\frac{\partial P_{c_{gom}}}{\partial S_{g_m}}\right) \right. \\ \left. + (\Delta_m P_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial (T_o R_s)_{c,m}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} \right] \quad (7.28)$$

$$\left(\frac{\partial R_{o_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} = \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial T_{o_c,m}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} - T_{o_c,m}^{(\nu)} \right] \right. \\ \left. - C_{op_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial q_{o_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \tau_{o_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} \right\} \quad (7.29)$$

$$\left(\frac{\partial R_{o_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} = \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial T_{o_c,m}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} \right] \right. \\ \left. - C_{ow_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial q_{o_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \tau_{o_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} \right\} \quad (7.30)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial R_{o_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} &= \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c, m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial T_{o_c, m}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} \right] \right. \\ &\quad \left. - C_{og_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial q_{o_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \tau_{o_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \quad (7.31)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial R_{w_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} &= \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} - \Delta_m P_{c_{ow}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c, m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial T_{w_c, m}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} - T_{w_c, m}^{(\nu)} \right] \right. \\ &\quad \left. - C_{wp_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial q_{w_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \tau_{w_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \quad (7.32)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial R_{w_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} &= \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} - \Delta_m P_{c_{ow}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c, m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial T_{w_c, m}}{\partial S_{w_m}}\right)^{(\nu)} + T_{w_c, m}^{(\nu)} \left(\frac{\partial P_{c_{ow_c}}}{\partial S_{w_c}}\right) \right] \right. \\ &\quad \left. - C_{ww_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial q_{w_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \tau_{w_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \quad (7.33)$$

$$\left(\frac{\partial R_{w_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} = \left\{ -C_{wg}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial q_{w_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \tau_{w_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} \right\} \quad (7.34)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial R_{g_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} &= \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} + \Delta_m P_{c_{go}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{g_c, m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial T_{g_c, m}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} - T_{g_c, m}^{(\nu)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\Delta_m P_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c, m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial (T_o R_s)_{c, m}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} - (T_o R_s)_{c, m}^{(\nu)} \right] \right. \\ &\quad \left. - C_{gp_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial q_{g_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \tau_{g_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \quad (7.35)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial R_{g_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} &= \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c, m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial (T_o R_s)_{c, m}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} \right] \right. \\ &\quad \left. - C_{gw_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial q_{g_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \tau_{g_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \quad (7.36)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial R_{g_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} &= \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m P_o^{(\nu)} + \Delta_m P_{c_{go}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{g_c, m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial T_{g_c, m}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - T_{g_c, m}^{(\nu)} \left(\frac{\partial P_{c_{go_c}}}{\partial S_{g_c}}\right) + (\Delta_m P_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c, m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial (T_o R_s)_{c, m}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} \right] \right. \\ &\quad \left. - C_{gg_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial q_{g_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \tau_{g_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \quad (7.37)$$

As derivadas do resíduo do meio fraturado em relação às variáveis do meio fraturado são:

$$\left(\frac{\partial \hat{R}_{oc}}{\partial \hat{P}_{om}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial \hat{T}_{oc,m}}{\partial \hat{P}_{om}}\right)^{(\nu)} + \hat{T}_{oc,m}^{(\nu)} \right] \quad (7.38)$$

$$\left(\frac{\partial \hat{R}_{oc}}{\partial \hat{S}_{wm}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial \hat{T}_{oc,m}}{\partial \hat{S}_{wm}}\right)^{(\nu)} \right] \quad (7.39)$$

$$\left(\frac{\partial \hat{R}_{oc}}{\partial \hat{S}_{gm}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial \hat{T}_{oc,m}}{\partial \hat{S}_{gm}}\right)^{(\nu)} \right] \quad (7.40)$$

$$\left(\frac{\partial \hat{R}_{wc}}{\partial \hat{P}_{om}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \Delta_m \hat{P}_{cow}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial \hat{T}_{wc,m}}{\partial \hat{P}_{om}}\right)^{(\nu)} + \hat{T}_{wc,m}^{(\nu)} \right] \quad (7.41)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \hat{R}_{wc}}{\partial \hat{S}_{wm}}\right)^{(\nu)} &= \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \Delta_m \hat{P}_{cow}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial \hat{T}_{wc,m}}{\partial \hat{S}_{wm}}\right)^{(\nu)} \right. \\ &\quad \left. - \hat{T}_{wc,m}^{(\nu)} \left(\frac{\partial \hat{P}_{cowm}}{\partial \hat{S}_{wm}}\right) \right] \end{aligned} \quad (7.42)$$

$$\left(\frac{\partial \hat{R}_{wc}}{\partial \hat{S}_{gm}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad (7.43)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \hat{R}_{gc}}{\partial \hat{P}_{om}}\right)^{(\nu)} &= \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \Delta_m \hat{P}_{cgo}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{gc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial \hat{T}_{gc,m}}{\partial \hat{P}_{om}}\right)^{(\nu)} + \hat{T}_{gc,m}^{(\nu)} + \right. \\ &\quad \left. (\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial (\hat{T}_o R_s)_{c,m}}{\partial \hat{P}_{om}}\right)^{(\nu)} + (\hat{T}_o R_s)_{c,m}^{(\nu)} \right] \end{aligned} \quad (7.44)$$

$$\left(\frac{\partial \hat{R}_{gc}}{\partial \hat{S}_{wm}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial (\hat{T}_o R_s)_{c,m}}{\partial \hat{S}_{wm}}\right)^{(\nu)} \right] \quad (7.45)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \hat{R}_{gc}}{\partial \hat{S}_{gm}}\right)^{(\nu)} &= \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \Delta_m \hat{P}_{cgo}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{gc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial \hat{T}_{gc,m}}{\partial \hat{P}_{om}}\right)^{(\nu)} + \hat{T}_{gc,m}^{(\nu)} \left(\frac{\partial \hat{P}_{cgo}}{\partial \hat{S}_{gm}}\right) \right. \\ &\quad \left. + (\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial (\hat{T}_o R_s)_{c,m}}{\partial \hat{P}_{om}}\right)^{(\nu)} \right] \end{aligned} \quad (7.46)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \hat{R}_{oc}}{\partial \hat{P}_{oc}}\right)^{(\nu)} &= \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial \hat{T}_{oc,m}}{\partial \hat{P}_{oc}}\right)^{(\nu)} - \hat{T}_{oc,m}^{(\nu)} \right] \right. \\ &\quad \left. - \hat{C}_{op_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \hat{q}_{oc}}{\partial \hat{P}_{oc}}\right)^{(\nu)} - \left(\frac{\partial \tau_{oc}}{\partial \hat{P}_{oc}}\right)^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \quad (7.47)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \hat{R}_{oc}}{\partial \hat{S}_{w_c}} \right)^{(\nu)} &= \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial \hat{T}_{oc,m}}{\partial \hat{S}_{w_c}} \right)^{(\nu)} \right] \right. \\ &\quad \left. - \hat{C}_{ow_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \hat{q}_{oc}}{\partial \hat{S}_{w_c}} \right)^{(\nu)} - \left(\frac{\partial \tau_{oc}}{\partial \hat{S}_{w_c}} \right)^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \quad (7.48)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \hat{R}_{oc}}{\partial \hat{S}_{g_c}} \right)^{(\nu)} &= \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial \hat{T}_{oc,m}}{\partial \hat{S}_{g_c}} \right)^{(\nu)} \right] \right. \\ &\quad \left. - \hat{C}_{og_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \hat{q}_{oc}}{\partial \hat{S}_{g_c}} \right)^{(\nu)} - \left(\frac{\partial \tau_{oc}}{\partial \hat{S}_{g_c}} \right)^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \quad (7.49)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial \hat{P}_{oc}} \right)^{(\nu)} &= \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \Delta_m \hat{P}_{c_{ow}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial \hat{T}_{w_c,m}}{\partial \hat{P}_{om}} \right)^{(\nu)} - \hat{T}_{w_c,m}^{(\nu)} \right] \right. \\ &\quad \left. - \hat{C}_{wp_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \hat{q}_{w_c}}{\partial \hat{P}_{oc}} \right)^{(\nu)} - \left(\frac{\partial \tau_{w_c}}{\partial \hat{P}_{oc}} \right)^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \quad (7.50)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial \hat{S}_{w_c}} \right)^{(\nu)} &= \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \Delta_m \hat{P}_{c_{ow}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial \hat{T}_{w_c,m}}{\partial \hat{S}_{w_m}} \right)^{(\nu)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \hat{T}_{w_c,m}^{(\nu)} \left(\frac{\partial \hat{P}_{c_{ow}}}{\partial \hat{S}_{w_c}} \right) \right] - \hat{C}_{ww_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \hat{q}_{w_c}}{\partial \hat{S}_{w_c}} \right)^{(\nu)} - \left(\frac{\partial \tau_{w_c}}{\partial \hat{S}_{w_c}} \right)^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \quad (7.51)$$

$$\left(\frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial \hat{S}_{g_c}} \right)^{(\nu)} = \left\{ -\hat{C}_{wg}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \hat{q}_{w_c}}{\partial \hat{S}_{g_c}} \right)^{(\nu)} - \left(\frac{\partial \tau_{w_c}}{\partial \hat{S}_{g_c}} \right)^{(\nu)} \right\} \quad (7.52)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial \hat{P}_{oc}} \right)^{(\nu)} &= \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} + \Delta_m \hat{P}_{c_{go}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{gc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial \hat{T}_{g_c,m}}{\partial \hat{P}_{om}} \right)^{(\nu)} - \hat{T}_{g_c,m}^{(\nu)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial (\hat{T}_o R_s)_{c,m}}{\partial \hat{P}_{om}} \right)^{(\nu)} - (\hat{T}_o R_s)_{c,m}^{(\nu)} \right] \right. \\ &\quad \left. - \hat{C}_{gp_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \hat{q}_{g_c}}{\partial \hat{P}_{oc}} \right)^{(\nu)} - \left(\frac{\partial \tau_{g_c}}{\partial \hat{P}_{oc}} \right)^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \quad (7.53)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial \hat{S}_{w_c}} \right)^{(\nu)} &= \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial (\hat{T}_o R_s)_{c,m}}{\partial \hat{S}_{w_c}} \right)^{(\nu)} \right] \right. \\ &\quad \left. - \hat{C}_{gw_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \hat{q}_{g_c}}{\partial \hat{S}_{w_c}} \right)^{(\nu)} - \left(\frac{\partial \tau_{g_c}}{\partial \hat{S}_{w_c}} \right)^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \quad (7.54)$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial \hat{S}_{g_c}}\right)^{(\nu)} = & \left\{ \sum_{m \in \psi_c} \left[(\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} + \Delta_m \hat{P}_{c_{go}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{g_c, m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial \hat{T}_{g_c, m}}{\partial \hat{S}_{g_c}}\right)^{(\nu)} \right. \right. \\
& - \hat{T}_{g_c, m}^{(\nu)} \left(\frac{\partial \hat{P}_{c_{go}}}{\partial \hat{S}_{g_c}}\right) + (\Delta_m \hat{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{o_c, m}^n \Delta_m Z) \left(\frac{\partial (\hat{T}_o R_s)_{c, m}}{\partial \hat{S}_{g_c}}\right)^{(\nu)} \left. \right] \\
& \left. - \hat{C}_{g_c}^{(\nu)} + \left(\frac{\partial \hat{q}_{g_c}}{\partial \hat{S}_{g_c}}\right)^{(\nu)} - \left(\frac{\partial \tau_{g_c}}{\partial \hat{S}_{g_c}}\right)^{(\nu)} \right\} \quad (7.55)
\end{aligned}$$

As derivadas do resíduo do meio poroso em relação às variáveis do meio fraturado são:

$$\left(\frac{\partial R_{o_c}}{\partial \hat{P}_{o_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad \left(\frac{\partial R_{o_c}}{\partial \hat{S}_{w_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad \left(\frac{\partial R_{o_c}}{\partial \hat{S}_{g_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad (7.56)$$

$$\left(\frac{\partial R_{w_c}}{\partial \hat{P}_{o_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad \left(\frac{\partial R_{w_c}}{\partial \hat{S}_{w_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad \left(\frac{\partial R_{w_c}}{\partial \hat{S}_{g_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad (7.57)$$

$$\left(\frac{\partial R_{g_c}}{\partial \hat{P}_{o_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad \left(\frac{\partial R_{g_c}}{\partial \hat{S}_{w_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad \left(\frac{\partial R_{g_c}}{\partial \hat{S}_{g_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad (7.58)$$

$$\left(\frac{\partial R_{o_c}}{\partial \hat{P}_{o_c}}\right)^{(\nu)} = \left(\frac{\partial \tau_{o_c}}{\partial \hat{P}_{o_c}}\right)^{(\nu)} \quad \left(\frac{\partial R_{o_c}}{\partial \hat{S}_{w_c}}\right)^{(\nu)} = \left(\frac{\partial \tau_{o_c}}{\partial \hat{S}_{w_c}}\right)^{(\nu)} \quad \left(\frac{\partial R_{o_c}}{\partial \hat{S}_{g_c}}\right)^{(\nu)} = \left(\frac{\partial \tau_{o_c}}{\partial \hat{S}_{g_c}}\right)^{(\nu)} \quad (7.59)$$

$$\left(\frac{\partial R_{w_c}}{\partial \hat{P}_{o_c}}\right)^{(\nu)} = \left(\frac{\partial \tau_{w_c}}{\partial \hat{P}_{o_c}}\right)^{(\nu)} \quad \left(\frac{\partial R_{w_c}}{\partial \hat{S}_{w_c}}\right)^{(\nu)} = \left(\frac{\partial \tau_{w_c}}{\partial \hat{S}_{w_c}}\right)^{(\nu)} \quad \left(\frac{\partial R_{w_c}}{\partial \hat{S}_{g_c}}\right)^{(\nu)} = \left(\frac{\partial \tau_{w_c}}{\partial \hat{S}_{g_c}}\right)^{(\nu)} \quad (7.60)$$

$$\left(\frac{\partial R_{g_c}}{\partial \hat{P}_{o_c}}\right)^{(\nu)} = \left(\frac{\partial \tau_{g_c}}{\partial \hat{P}_{o_c}}\right)^{(\nu)} \quad \left(\frac{\partial R_{g_c}}{\partial \hat{S}_{w_c}}\right)^{(\nu)} = \left(\frac{\partial \tau_{g_c}}{\partial \hat{S}_{w_c}}\right)^{(\nu)} \quad \left(\frac{\partial R_{g_c}}{\partial \hat{S}_{g_c}}\right)^{(\nu)} = \left(\frac{\partial \tau_{g_c}}{\partial \hat{S}_{g_c}}\right)^{(\nu)} \quad (7.61)$$

As derivadas do resíduo do meio fraturado em relação às variáveis do meio poroso são:

$$\left(\frac{\partial \hat{R}_{o_c}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad \left(\frac{\partial \hat{R}_{o_c}}{\partial S_{w_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad \left(\frac{\partial \hat{R}_{o_c}}{\partial S_{g_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad (7.62)$$

$$\left(\frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad \left(\frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial S_{w_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad \left(\frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial S_{g_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad (7.63)$$

$$\left(\frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial P_{o_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad \left(\frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial S_{w_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad \left(\frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial S_{g_m}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad (7.64)$$

$$\left(\frac{\partial \hat{R}_{o_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} = -\left(\frac{\partial \tau_{o_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} \quad \left(\frac{\partial \hat{R}_{o_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} = -\left(\frac{\partial \tau_{o_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} \quad \left(\frac{\partial \hat{R}_{o_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} = -\left(\frac{\partial \tau_{o_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} \quad (7.65)$$

$$\left(\frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} = -\left(\frac{\partial \tau_{w_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} \quad \left(\frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} = -\left(\frac{\partial \tau_{w_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} \quad \left(\frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} = -\left(\frac{\partial \tau_{w_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} \quad (7.66)$$

$$\left(\frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} = -\left(\frac{\partial \tau_{g_c}}{\partial P_{o_c}}\right)^{(\nu)} \quad \left(\frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} = -\left(\frac{\partial \tau_{g_c}}{\partial S_{w_c}}\right)^{(\nu)} \quad \left(\frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} = -\left(\frac{\partial \tau_{g_c}}{\partial S_{g_c}}\right)^{(\nu)} \quad (7.67)$$

Fazendo os resíduos nulos, obtém-se a seguinte aproximação:

$$\begin{cases} R_{\alpha_c}^{n+1(\nu+1)} \simeq R_{\alpha_c}^{n+1} = 0 \\ \hat{R}_{\alpha_c}^{n+1(\nu+1)} \simeq \hat{R}_{\alpha_c}^{n+1} = 0 \end{cases} \quad (7.68)$$

Escrevendo essa aproximação matricialmente:

$$\mathbf{J}^{(\nu)} \delta \vec{\mathbf{X}} = -\vec{\mathbf{R}}^{(\nu)} \quad (7.69)$$

Definindo:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{ppc,u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_{o_c}}{\partial P_{o_u}} & \frac{\partial R_{o_c}}{\partial S_{w_u}} & \frac{\partial R_{o_c}}{\partial S_{g_u}} \\ \frac{\partial R_{w_c}}{\partial P_{o_u}} & \frac{\partial R_{w_c}}{\partial S_{w_u}} & \frac{\partial R_{w_c}}{\partial S_{g_u}} \\ \frac{\partial R_{g_c}}{\partial P_{o_u}} & \frac{\partial R_{g_c}}{\partial S_{w_u}} & \frac{\partial R_{g_c}}{\partial S_{g_u}} \end{bmatrix} \quad J_{pfc,u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_{o_c}}{\partial \hat{P}_{o_u}} & \frac{\partial R_{o_c}}{\partial \hat{S}_{w_u}} & \frac{\partial R_{o_c}}{\partial \hat{S}_{g_u}} \\ \frac{\partial R_{w_c}}{\partial \hat{P}_{o_u}} & \frac{\partial R_{w_c}}{\partial \hat{S}_{w_u}} & \frac{\partial R_{w_c}}{\partial \hat{S}_{g_u}} \\ \frac{\partial R_{g_c}}{\partial \hat{P}_{o_u}} & \frac{\partial R_{g_c}}{\partial \hat{S}_{w_u}} & \frac{\partial R_{g_c}}{\partial \hat{S}_{g_u}} \end{bmatrix} \quad \delta X_{p_c} = \begin{bmatrix} \delta P_{o_c} \\ \delta S_{w_c} \\ \delta S_{g_c} \end{bmatrix} \quad R_{p_c} = \begin{bmatrix} R_{o_c} \\ R_{w_c} \\ R_{g_c} \end{bmatrix} \\ J_{ffc,u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{R}_{o_c}}{\partial \hat{P}_{o_u}} & \frac{\partial \hat{R}_{o_c}}{\partial \hat{S}_{w_u}} & \frac{\partial \hat{R}_{o_c}}{\partial \hat{S}_{g_u}} \\ \frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial \hat{P}_{o_u}} & \frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial \hat{S}_{w_u}} & \frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial \hat{S}_{g_u}} \\ \frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial \hat{P}_{o_u}} & \frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial \hat{S}_{w_u}} & \frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial \hat{S}_{g_u}} \end{bmatrix} \quad J_{ffc,u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{R}_{o_c}}{\partial P_{o_u}} & \frac{\partial \hat{R}_{o_c}}{\partial S_{w_u}} & \frac{\partial \hat{R}_{o_c}}{\partial S_{g_u}} \\ \frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial P_{o_u}} & \frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial S_{w_u}} & \frac{\partial \hat{R}_{w_c}}{\partial S_{g_u}} \\ \frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial P_{o_u}} & \frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial S_{w_u}} & \frac{\partial \hat{R}_{g_c}}{\partial S_{g_u}} \end{bmatrix} \quad \delta X_{f_c} = \begin{bmatrix} \delta \hat{P}_{o_c} \\ \delta \hat{S}_{w_c} \\ \delta \hat{S}_{g_c} \end{bmatrix} \quad R_{f_c} = \begin{bmatrix} \hat{R}_{o_c} \\ \hat{R}_{w_c} \\ \hat{R}_{g_c} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (7.70)$$

onde os índices p e f referem-se aos meios poroso e fraturado, e $u \in \psi_c \cup \{c\}$.

Assim a equação 7.69 pode ser escrita de duas formas principais, considerando N e N' o número de células do sistema poroso e fraturado, respectivamente, e $\tilde{N} = N + N'$, com células numeradas em ordem natural:

1. Montando a matriz por meio contínuo:

$$\left[\begin{array}{c|cc} & 1 & \dots & N & 1' & \dots & N' \\ \hline 1 & & & & & & \\ \vdots & & & & & & \\ N & & & & & & \\ \hline 1' & & & & & & \\ \vdots & & & & & & \\ N' & & & & & & \end{array} \right]^{(\nu)} \begin{bmatrix} \delta X_p \\ \delta X_f \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_p \\ R_f \end{bmatrix}^{(\nu)} \quad (7.71)$$

2. Montando a matriz por célula do grid:

$$\left[\begin{array}{c|c} & 1 \dots \tilde{N} \\ \hline 1 & \\ \vdots & \\ \tilde{N} & \end{array} \right]^{(\nu)} \begin{bmatrix} \delta \tilde{X} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \tilde{R} \end{bmatrix}^{(\nu)} \quad (7.72)$$

onde:

$$\tilde{J}_{c,m} = \begin{bmatrix} J_{pp_{c,m}} & J_{pf_{c,m}} \\ J_{fp_{c,m}} & J_{ff_{c,m}} \end{bmatrix} \quad \delta \tilde{X}_c = \begin{bmatrix} \delta X_{p_c} \\ \delta X_{f_c} \end{bmatrix} \quad \delta \tilde{R}_c = \begin{bmatrix} R_{p_c} \\ R_{f_c} \end{bmatrix} \quad (7.73)$$

Nos esquemas considerados obtém-se uma matrix J, ou Jacobiano do resíduo total, com as seguinte estruturas, respectivamente, em um grid 3x3x1:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	
1	$J_{1,1}$	$J_{1,2}$		$J_{1,4}$						$J_{1,1'}$									
2	$J_{2,1}$	$J_{2,2}$	$J_{2,3}$		$J_{2,5}$						$J_{2,2'}$								
3		$J_{3,2}$	$J_{3,3}$			$J_{3,6}$						$J_{3,3'}$							
4	$J_{4,1}$			$J_{4,4}$	$J_{4,5}$		$J_{4,7}$						$J_{4,4'}$						
5		$J_{5,2}$		$J_{5,4}$	$J_{5,5}$	$J_{5,6}$		$J_{5,8}$						$J_{5,5'}$					
6			$J_{6,3}$		$J_{6,5}$	$J_{6,6}$			$J_{6,9}$						$J_{6,6'}$				
7				$J_{7,4}$			$J_{7,7}$	$J_{7,8}$								$J_{7,7'}$			
8					$J_{8,5}$		$J_{8,7}$	$J_{8,8}$	$J_{8,9}$								$J_{8,8'}$		
9						$J_{9,6}$		$J_{9,8}$	$J_{9,9}$									$J_{9,9'}$	
1'	$J_{1',1}$									$J_{1',1'}$	$J_{1',2'}$		$J_{1',4'}$						
2'		$J_{2',2}$								$J_{2',1'}$	$J_{2',2'}$	$J_{2',3'}$		$J_{2',5'}$					
3'			$J_{3',3}$								$J_{3',2'}$	$J_{3',3'}$			$J_{3',6'}$				
4'				$J_{4',4}$						$J_{4',1'}$			$J_{4',4'}$	$J_{4',5'}$		$J_{4',7'}$			
5'					$J_{5',5}$						$J_{5',2'}$		$J_{5',4'}$	$J_{5',5'}$	$J_{5',6'}$		$J_{5',8'}$		
6'						$J_{6',6}$						$J_{6',3'}$		$J_{6',5'}$	$J_{6',6'}$				$J_{6',9'}$
7'							$J_{7',7}$						$J_{7',4'}$			$J_{7',7'}$	$J_{7',8'}$		
8'								$J_{8',8}$								$J_{8',7'}$	$J_{8',8'}$	$J_{8',9'}$	
9'									$J_{9',9}$							$J_{9',6'}$	$J_{9',8'}$	$J_{9',9'}$	

Figura 7.7: Jacobiano Ordenado Naturalmente por Meio

	1	1'	2	2'	3	3'	4	4'	5	5'	6	6'	7	7'	8	8'	9	9'	
1	$J_{1,1}$	$J_{1,1'}$	$J_{1,2}$				$J_{1,4}$												
1'	$J_{1',1}$	$J_{1',1'}$		$J_{1',2'}$				$J_{1',4'}$											
2	$J_{2,1}$		$J_{2,2}$	$J_{2,2'}$	$J_{2,3}$				$J_{2,5}$										
2'		$J_{2',1'}$	$J_{2',2}$	$J_{2',2'}$		$J_{2',3'}$				$J_{2',5'}$									
3			$J_{3,2}$		$J_{3,3}$	$J_{3,3'}$					$J_{3,6}$								
3'				$J_{3',2'}$	$J_{3',3}$	$J_{3',3'}$						$J_{3',6'}$							
4	$J_{4,1}$						$J_{4,4}$	$J_{4,4'}$	$J_{4,5}$				$J_{4,7}$						
4'		$J_{4',1'}$					$J_{4',4}$	$J_{4',4'}$		$J_{4',5'}$				$J_{4',7'}$					
5			$J_{5,2}$				$J_{5,4}$		$J_{5,5}$	$J_{5,5'}$	$J_{5,6}$				$J_{5,8}$				
5'				$J_{5',2'}$				$J_{5',4'}$	$J_{5',5}$	$J_{5',5'}$		$J_{5',6'}$				$J_{5',8'}$			
6					$J_{6,3}$				$J_{6,5}$		$J_{6,6}$	$J_{6,6'}$						$J_{6,9}$	
6'						$J_{6',3'}$				$J_{6',5'}$	$J_{6',6}$	$J_{6',6'}$							$J_{6',9'}$
7							$J_{7,4}$						$J_{7,7}$	$J_{7,7'}$	$J_{7,8}$				
7'								$J_{7',4'}$					$J_{7',7}$	$J_{7',7'}$		$J_{7',8'}$			
8									$J_{8,5}$				$J_{8,7}$		$J_{8,8}$	$J_{8,8'}$	$J_{8,9}$		
8'										$J_{8',5'}$				$J_{8',7'}$	$J_{8',1}$	$J_{8',8'}$		$J_{8',9'}$	
9											$J_{9,6}$				$J_{9,8}$		$J_{9,9}$	$J_{9,9'}$	
9'												$J_{9',6'}$				$J_{9',8'}$	$J_{9',9}$	$J_{9',9'}$	

Figura 7.8: Jacobiano Ordenado Naturalmente por Célula

onde $J_{i,j} = J_{ppc,m}$, $J_{i,j'} = J_{pfc,m}$, $J_{i',j'} = J_{ffc,m}$, $J_{i',j} = J_{fpc,m}$

Os dois esquemas apresentam estrutura em banda hepta diagonal semelhante àquela de um sistema de porosidade simples. O esquema 1 apresenta uma maior largura de banda que o esquema 2 e os termos da função de transferência estão dispostos nos

blocos-diagonais dos quatro quadrantes da matriz, sendo que dois deles possuem apenas os termos da função de transferência. Assim, calculando-se explicitamente a função de transferência, fazendo τ_α^n , ou seja, $J_{pf} = J_{fp} = 0$, o sistema pode ser desacoplado em dois problemas um para cada meio.

Os termos do jacobiano relativos ao termo de transferência para a função de transferência de Kazemi (1976) são:

$$\left(\frac{\partial \tau_{oc}}{\partial P_{oc}} \right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial \tilde{T}_{oc,m}}{\partial P_{oc}} \right)^{(\nu)} + \tilde{T}_{oc,m}^{(\nu)} \right] \quad (7.74)$$

$$\left(\frac{\partial \tau_{oc}}{\partial S_{wc}} \right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial \tilde{T}_{oc,m}}{\partial S_{wc}} \right)^{(\nu)} \right] \quad (7.75)$$

$$\left(\frac{\partial \tau_{oc}}{\partial S_{gc}} \right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial \tilde{T}_{oc,m}}{\partial S_{gc}} \right)^{(\nu)} \right] \quad (7.76)$$

$$\left(\frac{\partial \tau_{wc}}{\partial P_{oc}} \right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \Delta_m \tilde{P}_{c_{ow}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial \tilde{T}_{wc,m}}{\partial P_{om}} \right)^{(\nu)} + \tilde{T}_{wc,m}^{(\nu)} \right] \quad (7.77)$$

$$\left(\frac{\partial \tau_{wc}}{\partial S_{wc}} \right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \Delta_m \tilde{P}_{c_{ow}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial \tilde{T}_{wc,m}}{\partial S_{wm}} \right)^{(\nu)} - \tilde{T}_{wc,m}^{(\nu)} \left(\frac{\partial P_{c_{owc}}}{\partial S_{wc}} \right) \right] \quad (7.78)$$

$$\left(\frac{\partial \tau_{wc}}{\partial S_{gc}} \right)^{(\nu)} = 0 \quad (7.79)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \tau_{gc}}{\partial P_{om}} \right)^{(\nu)} &= \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} + \Delta_m \tilde{P}_{c_{go}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{gc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial \tilde{T}_{gc,m}}{\partial P_{om}} \right)^{(\nu)} + \tilde{T}_{gc,m}^{(\nu)} + \right. \\ &\quad \left. (\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial (\tilde{T}_o \tilde{R}_s)_{c,m}}{\partial P_{om}} \right)^{(\nu)} + (\tilde{T}_o \tilde{R}_s)_{c,m}^{(\nu)} \right] \end{aligned} \quad (7.80)$$

$$\left(\frac{\partial \tau_{gc}}{\partial S_{wc}} \right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial (\tilde{T}_o \tilde{R}_s)_{c,m}}{\partial S_{wc}} \right)^{(\nu)} \right] \quad (7.81)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \tau_{gc}}{\partial S_{gc}} \right)^{(\nu)} &= \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} + \Delta_m \tilde{P}_{c_{go}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{gc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial \tilde{T}_{gc,m}}{\partial S_{gc}} \right)^{(\nu)} + \tilde{T}_{gc,m}^{(\nu)} \left(\frac{\partial P_{c_{goe}}}{\partial S_{gc}} \right) + \right. \\ &\quad \left. (\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial (\tilde{T}_o \tilde{R}_s)_{c,m}}{\partial S_{gc}} \right)^{(\nu)} \right] \end{aligned} \quad (7.82)$$

$$(7.83)$$

$$\left(\frac{\partial \tau_{oc}}{\partial \hat{P}_{oc}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial \tilde{T}_{oc,m}}{\partial \hat{P}_{oc}}\right)^{(\nu)} - \tilde{T}_{oc,m}^{(\nu)} \right] \quad (7.84)$$

$$\left(\frac{\partial \tau_{oc}}{\partial \hat{S}_{wc}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial \tilde{T}_{oc,m}}{\partial \hat{S}_{wc}}\right)^{(\nu)} \right] \quad (7.85)$$

$$\left(\frac{\partial \tau_{oc}}{\partial \hat{S}_{gc}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial \tilde{T}_{oc,m}}{\partial \hat{S}_{gc}}\right)^{(\nu)} \right] \quad (7.86)$$

$$\left(\frac{\partial \tau_{wc}}{\partial \hat{P}_{oc}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \Delta_m \tilde{P}_{c_{ow}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial \tilde{T}_{wc,m}}{\partial \hat{P}_{om}}\right)^{(\nu)} - \tilde{T}_{wc,m}^{(\nu)} \right] \quad (7.87)$$

$$\left(\frac{\partial \tau_{wc}}{\partial \hat{S}_{wc}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \Delta_m \tilde{P}_{c_{ow}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial \hat{T}_{wc,m}}{\partial \hat{S}_{wm}}\right)^{(\nu)} + \tilde{T}_{wc,m}^{(\nu)} \left(\frac{\partial \hat{P}_{c_{owc}}}{\partial \hat{S}_{wc}}\right) \right] \quad (7.88)$$

$$\left(\frac{\partial \tau_{wc}}{\partial \hat{S}_{gc}}\right)^{(\nu)} = 0 \quad (7.89)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \tau_{gc}}{\partial \hat{P}_{oc}}\right)^{(\nu)} &= \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} + \Delta_m \tilde{P}_{c_{go}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{gc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial \tilde{T}_{gc,m}}{\partial \hat{P}_{om}}\right)^{(\nu)} - \tilde{T}_{gc,m}^{(\nu)} + \right. \\ &\quad \left. (\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial (\tilde{T}_o \tilde{R}_s)_{c,m}}{\partial \hat{P}_{om}}\right)^{(\nu)} - (\tilde{T}_o \tilde{R}_s)_{c,m}^{(\nu)} \right] \end{aligned} \quad (7.90)$$

$$\left(\frac{\partial \tau_{gc}}{\partial \hat{S}_{wc}}\right)^{(\nu)} = \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial (\tilde{T}_o \tilde{R}_s)_{c,m}}{\partial \hat{S}_{wc}}\right)^{(\nu)} \right] \quad (7.91)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \tau_{gc}}{\partial \hat{S}_{gc}}\right)^{(\nu)} &= \left[(\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} + \Delta_m \tilde{P}_{c_{go}}^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{gc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial \tilde{T}_{gc,m}}{\partial \hat{S}_{gc}}\right)^{(\nu)} - \tilde{T}_{gc,m}^{(\nu)} \left(\frac{\partial \hat{P}_{c_{goe}}}{\partial \hat{S}_{gc}}\right) \right. \\ &\quad \left. + (\Delta_m \tilde{P}_o^{(\nu)} - \bar{\gamma}_{oc,m}^n \Delta_m \tilde{Z}) \left(\frac{\partial (\tilde{T}_o \tilde{R}_s)_{c,m}}{\partial \hat{S}_{gc}}\right)^{(\nu)} \right] \end{aligned} \quad (7.92)$$

Apêndice C: Condições Iniciais e de Contorno

As condições iniciais e de contorno da equação diferencial para o modelo de dois meios em diferenças finitas são:

Condição Inicial:

$$\begin{cases} \Phi_{\alpha}(t = 0, x, y, z) = \Phi_{\alpha_0} \\ \hat{\Phi}_{\alpha}(t = 0, x, y, z) = \hat{\Phi}_{\alpha_0} \end{cases} \quad (7.93)$$

Condição de Contorno de Dirichlet:

$$\begin{cases} \Phi_{\alpha}|_{sc} = g(t) \\ \hat{\Phi}_{\alpha}|_{sc} = \hat{g}(t) \end{cases} \quad (7.94)$$

Condição de Contorno de von Neumann:

$$\begin{cases} \rho_{\alpha}^{\circ} T_{\alpha} \Delta \Phi_{\alpha}|_{sc} = \varphi(t) \\ \hat{\rho}_{\alpha}^{\circ} \hat{T}_{\alpha} \Delta \hat{\Phi}_{\alpha}|_{sc} = \hat{\varphi}(t) \end{cases} \quad (7.95)$$

Apêndice D: Critério de Convergência

O critério de convergência utilizado, obtido no simulador comercial GEOQUEST/ECLIPSE 100, considera tanto o resíduo mínimo como o balanço de materiais a cada iteração.

Balanço de Materiais:

$$MB_{\alpha} = \bar{B}_{\alpha} \Delta t \frac{\sum_c R_{c\alpha}}{\sum_c V_b \phi_c} \quad (7.96)$$

Resíduo Normalizado:

$$CNV_{\alpha} = \bar{B}_{\alpha} \Delta t \max \left\{ \left| \frac{R_{c\alpha}}{V_b \phi_c} \right| \right\} \quad (7.97)$$

Ao término da simulação é ainda realiza uma verificação do balanço de materiais global:

$$C_{MB_{\alpha}} = \frac{\sum_c V_b \left[\left(\frac{S_{\alpha} \phi}{B_{\alpha}} \right)^{n+1} - \left(\frac{S_{\alpha} \phi}{B_{\alpha}} \right)^0 \right]}{\sum_{m=1}^{n+1} \Delta t^m \sum_c q_{\alpha}^m} \quad (7.98)$$

O valor padrão utilizado ECLIPSE 100 para balanço de materiais $MB = 1 \times 10^{-6}$ e para o resíduo $CNV = 1 \times 10^{-3}$, mas os casos foram rodados considerando $MB = 1 \times 10^{-7}$ e $CNV = 1 \times 10^{-4}$.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDALLAH, W. et al. Fundamentals of wettability. *Oilfield Review*, v. 19, n. 2, p. 44–61, 2007.

ABOU-KASSEN, J. H.; ALI, S. M. F.; ISLAM, M. R. *Petroleum Reservoir Simulation: A Basic Approach*. Houston: Gulf Professional Publishing, 2006.

ABUSHAIKHA, A. S. A.; GOSELIN, O. Matrix-fracture transfer function in dual-medium flow simulation: Review, comparison and validation. In: SPE. *Europec/EAGE Conference and Exhibition*. Rome, 2008.

AL-KOBAISI, M. H. et al. A critical review for proper use of water/oil/gas transfer function for dual-porosity and dual-permeability reservoirs: Part ii. v. 12, n. 2, p. 211–217, 2009.

ALLAN, J.; SUN, Q. S. Controls on recovery factor in fractured reservoirs: Lessons learned from 100 fractured fields. In: SPE. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. Denver, 2003.

ANDERSON, W. G. Wettability literature survey - part 1: Rock/oil/brine interactions and the effects of core handling on wettability. *Journal Petroleum Technology*, v. 38, n. 10, p. 1125–1144, 1986.

ANDERSON, W. G. Wettability literature survey - part 2: Wettability measurement. *Journal Petroleum Technology*, v. 38, n. 11, p. 1246–1262, 1986.

ANDERSON, W. G. Wettability literature survey - part 3: The effect of wettability on electrical properties of porous media. *Journal Petroleum Technology*, v. 38, n. 12, p. 1371–1378, 1986.

ANDERSON, W. G. Wettability literature survey - part 4: The effects wettability on capillary pressure. *Journal Petroleum Technology*, v. 39, n. 10, p. 1283–1300, 1987.

ANDERSON, W. G. Wettability literature survey - part 5: The effects wettability on relative permeability. *Journal Petroleum Technology*, v. 39, n. 11, p. 1453–1468, 1987.

ANDERSON, W. G. Wettability literature survey - part 6: The effects wettability on waterflooding. *Journal Petroleum Technology*, v. 39, n. 12, p. 1605–1622, 1987.

ARONOFSKY, J. S.; MASSÉ, L.; NATANSON, S. G. A model for the mechanism of oil recovery from the porous matrix due to water invasion in fractured reservoirs. *AIME Petroleum Transactions*, v. 213, p. 17–19, 1958.

BALOGUN, A. et al. Verification and proper use of water/oil transfer function for dual-porosity and dual-permeability reservoirs. Kingdom of Bahrain, March 2007.

BARENBLATT, G. I. *Theory of Fluid Flows Throgh Natural Rocks*. English Edition. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1990.

BARENBLATT, G. I.; ZHELTOV, I. P.; KOCHINA, I. N. Basic concepts in the theory of seepage in homogeneous liquids in fissured rocks. *PMM (Soviet Applied Mathematics and Mechanics)*, v. 24, n. 5, 1960.

BOURBIAUX, B. Understanding the oil recovery challenge of water drive fractured reservoirs. In: SPE. *International Petroleum Technology Conference*. London, 2009.

BOURBIAUX, B. Fractured reservoir simulation: a challenging and rewarding issue. *Oil & Gas Science and Technology*, v. 65, n. 2, p. 227–238, 2010.

BRATTON, T. et al. The nature of naturally fractured reservoirs. *Oilfield Review*, v. 18, n. 2, p. 4–23, 2006.

BROWN, R. J. S.; FATT, I. Measurements of fractional wettability of oil fields rocks by the nuclear magnetic relaxation method. In: AIME. *Fall Meeting of the Petroleum Engineers of AIME*. Los Angeles, 1956.

COATS, K. H. Implicit compositional simulation of single-porosity and dual-porosity reservoirs. In: SPE. *Symposium on Reservoir Simulation*. Houston, 1989.

de SWAAN, A. Theory of waterflooding in fractured reservoirs. *SPE Journal*, v. 18, p. 117–122, 1978.

DEJAM, M.; GHAZANFARI, M. H.; MASIHI, M. Theoretical modeling of reinfiltration process in naturally fractured reservoirs: A comparative study on traveling liquid bridges and continuum film flow approaches. In: SPE. *SPE/EAGE Reservoir Characterization and Simulation Conference*. Abu Dhabi, 2009.

Di DONATO, G.; BLUNT, M. J. Streamline-based dual-porosity simulation of reactive transport and flow in fractured reservoirs. *Water Resources Research*, v. 40, 2004.

Di DONATO, G. et al. Multirate-transfer dual-porosity modeling of gravity drainage and imbibition. *SPE Journal*, v. 12, n. 1, p. 77–88, 2007.

Di DONATO, G.; TAVASSOLI, W.; BLUNT, M. J. Analytical and numerical oil recovery by gravity drainage. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 54, n. 1-2, p. 55–69, 2006.

DONALDSON, E.; THOMAS, R. D. Microscopic observation of oil displacement in water-wet and oil-wet systems. In: AIME. *Fall Meeting of the Petroleum Engineers of AIME*. New Orleans, 1971.

DONALDSON, E. C.; ALAM, W. *Wettability*. Houston: Gulf Professional Publishing, 2008.

ERTEKIN, T.; ABOU-KASSEN, J. H.; KING, G. R. *Basic Applied Reservoir Simulation*. Richardson: SPE, 2001.

FIROOZABADI, A. Recovery mechanisms in fractured reservoirs and field performance. *Journal Canadian Petroleum Technology*, v. 39, n. 11, 2000.

GILMAN, J. R. An efficient finite-difference method for simulating phase segregation in the matrix blocks in double-porosity reservoirs. *SPE Reservoir Engineering*, v. 1, n. 4, p. 403–413, 1986.

GILMAN, J. R.; KAZEMI, H. Improvements in simulation of naturally fractured reservoirs. *SPE Journal*, v. 23, n. 4, p. 695–707, 1983.

GILMAN, J. R.; KAZEMI, H. Improved calculations for viscous and gravity displacement in matrix blocks in dual-porosity simulators. *Journal of Petroleum Technology*, v. 40, n. 1, p. 60–70, 1988.

GILMAN, J. R. et al. A new classification plot for naturally fractured reservoirs. In: *SPE. Canadian Unconventional Resources Conference*. [S.l.], 2011.

GRAUE, A. et al. Alteration of wettability and wettability heterogeneity. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 33, n. 1-3, p. 3–17, 2002.

HAGOORT, J. Oil recovery by gravity drainage. *SPE Journal*, v. 20, n. 3, p. 139–150, 1980.

HORIE, T.; FIROOZABADI, A.; ISHIMOTO, K. Laboratory studies of capillary intercation in fracture/matrix systems. *SPE Reservoir Engineering*, v. 5, n. 3, p. 353–360, 1990.

HUBBERT, M. K.; WILLIS, D. G. Important fractured reservoirs in the united states. In: *World Petroleum Congress Proceedings*. [S.l.: s.n.], 1955. p. 58–81.

KAZEMI, H.; GILMAN, J. R.; EISHARKAWY, A. M. Analytical and numerical solution of oil recovery from fractured reservoirs with empirical transfer functions. *SPE Reservoir Engineering*, v. 7, n. 2, p. 475–480, 1992.

KAZEMI, H. et al. Numerical simulation of water-oil flow in naturally fractured reservoirs. *SPE Journal*, v. 16, n. 6, p. 317–326, 1976.

LEMONIER, P.; BOURBIAUX, B. Simulation of naturally fractured reservoirs. state of the art. part 1. *Oil & Gas Science and Technology*, v. 65, n. 2, p. 239–262, 2010.

LEMONIER, P.; BOURBIAUX, B. Simulation of naturally fractured reservoirs. state of the art. part 2. *Oil & Gas Science and Technology*, v. 65, n. 2, p. 263–286, 2010.

LIM, K. T.; AZIZ, K. Matrix-fracture transfer shape factor for dual-porosity simulators. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 13, n. 3-4, p. 169–178, 1995.

LITVAK, B. Simulation and characterization of naturally fractured reservoirs. In: *Proceedings of the Reservoir Characterization Technical Conferences*. Dallas: Academic Press, 1983.

LU, H. *Investigation of Recovery Mechanisms in Fractured Reservoirs*. 2007. 197pp. Tese (Doutorado) — Imperial College, University of London, London, 2007.

LU, H.; BLUNT, M. J. General fracture/matrix transfer functions for mixed-wet systems. In: SPE. *Europec/EAGE Conference and Exhibition*. London, 2007.

LU, H.; Di DONATO, G.; BLUNT, M. J. General transfer function for multiphase flow. In: SPE. *Annual Technical Conference and Exhibition*. San Antonio, 2006.

LU, H.; Di DONATO, G.; BLUNT, M. J. General transfer function for multiphase flow in fractured reservoirs. *SPE Journal*, v. 13, n. 3, p. 289–297, 2008.

MORROW, N. R. Physics and thermodynamics of capillary action in porous media. In: ACS. *Flow Through Porous Media*. Washington DC, 1969.

MORROW, N. R. Wettability and its effects on oil recovery. *Journal Petroleum Technology*, v. 42, n. 12, p. 1476–1484, 1990.

NELSON, R. A. *Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs*. 2. ed. Houston: Gulf Professional Publishing, 2001.

QUANDALLE, P.; SABATHIER, J. C. Typical features of a multipurpose reservoir simulator. *SPE Reservoir Engineering*, v. 4, n. 4, p. 475–480, 1989.

RAMIREZ, B. et al. A critical review for proper use of water/oil/gas transfer function for dual-porosity and dual-permeability reservoirs: Part i. *SPE Reservoir Evaluation and Engineering*, v. 12, n. 2, p. 200–210, 2009.

- REISS, L. H. *The Reservoir Engineering Aspects of Fractured Formations*. Paris: Editions Technip, 1980.
- ROSSEN, R. H.; CHEN, E. I. C. Simulation of gas/oil drainage and water/oil imbibition in naturally fractured reservoirs. *SPE Reservoir Engineering*, v. 4, n. 4, p. 464–470, 1989.
- SABATHIER, J. C. et al. A new approach of fractured reservoirs. In: SPE. *International Petroleum Conference and Exhibition of Mexico*. Villahermosa, 1998.
- SAIDI, A. M. Simulation of naturally fractured reservoirs. In: SPE. *SPE Reservoir Simulation Symposium*. California, 1983.
- SALATHIEL, R. A. Oil recovery by surface film drainage in mixed-wettability rocks. *Journal Petroleum Technology*, v. 25, n. 10, p. 1216–1224, 1973.
- SONIER, F.; EYMARD, R. A new simulator for naturally fractured reservoirs. In: SPE. *Symposium on Reservoir Simulation*. San Antonio, 1987.
- SONIER, F.; SOULLARD, P.; BLASKOVICH, F. T. Numerical simulation of naturally fractured reservoirs. *SPE Reservoir Engineering*, v. 3, n. 4, p. 1114–1122, 1988.
- TAVASSOLI, Z.; ZIMMERMAN, W.; BLUNT, M. Analysis of counter-current imbibition with gravity in weakly water-wet systems. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 48, n. 1-2, p. 94–104, 2005.
- TAVASSOLI, Z.; ZIMMERMAN, W.; BLUNT, M. J. Analytic analysis for oil recovery during counter-current imbibition in strongly water-wet systems. *Transport in Porous Media*, v. 58, n. 1-2, p. 173–189, 2005.
- van GOLF-RACHT, T. D. *Fundamentals of Fractured Reservoir Engineering*. Amsterdam: Elsevier Scientific Publishing Company, 1982. (Developments in Petroleum Science 12).
- WARREN, J. E.; ROOT, P. J. The behavior of naturally fractured reservoirs. *SPE Journal*, v. 3, n. 3, p. 245–255, 1963.

ZHANG, X.; MORROW, N. R.; MA, S. Experimental verification of a modified scaling group for spontaneous imbibition. *SPE Reservoir Engineering*, v. 11, n. 4, p. 280–285, 1996.

ZHOU, D.; LIA, L.; KOVSCEK, A. R. Scaling of counter-current imbibition processes in low-permeability porous media. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 33, n. 1-3, p. 61–74, 2002.