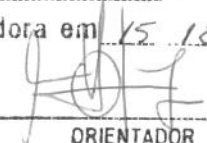


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Este exemplar corresponde a redação final
da tese defendida por José Altamiro
C. Mota dos Santos e aprovada
pela comissão julgadora em 15.12.19.94


ORIENTADOR

Dissertação Apresentada à
Faculdade de Engenharia Mecânica
Como Requisito Parcial à Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

**DETERMINAÇÃO DA FRENTE DE UM
BANCO DE FLUIDO NÃO-NEWTONIANO EM UM
RESERVATÓRIO COM POÇO PARCIALMENTE
COMPLETADO**

59/94

Autor: José Altamiro Carrilho Mota dos Santos
Orientador: Osvaldo Vidal Trevisan

Dezembro de 1994

DE 3C
UNIVERSIDADE:
Unicamp
Sa 59d
Ex.
23/11
433/95
D 2
R\$ 13,00
23/02/95

1-00065514-5

FICHA CATALOGRAFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA CENTRAL - UNICAMP

Santos, Jose Altamiro Carrilho Mota dos
Sa59d Determinacao da frente de um banco de fluido nao-newtoniano em
um reservatorio com poço parcialmente completado / Jose Altamiro
Carrilho Mota dos Santos. - -Campinas, SP : [s.n.], 1994.

Orientador : Osvaldo Vidal Trevisan.

Dissertacao (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas,
Faculdade de Engenharia Mecanica.

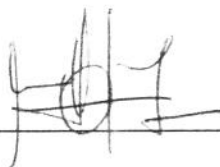
1. Escoamento. 2. Fluidos nao-newtonianos. 3. Reservatorios
subterraneos. 4. Petroleo. I. Trevisan, Osvaldo Vidal.
II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia
Mecanica. III. Titulo.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

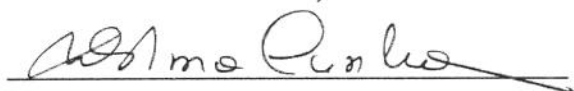
A dissertação “Determinação da Frente de um Banco de Fluido Não-Newtoniano em um Reservatório com Poço Parcialmente Completado”, elaborada por José Altamiro Carrilho Mota dos Santos foi aceita pela Subcomissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 15 de dezembro de 1994

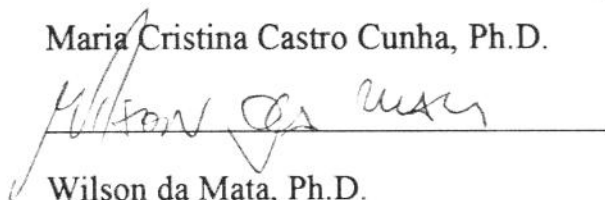
Banca Examinadora:



Osvair Vidal Trevisan, Ph.D.



Maria Cristina Castro Cunha, Ph.D.



Wilson da Mata, Ph.D.

A MINHA ESPOSA DINA,
AOS MEUS FILHOS STARLYNN,
DANIELLE, ERON E DAYANE E
AOS MEUS PAIS WASHINGTON E ELIZETE.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por nos ter dado sabedoria para compreendermos as ciências.

Ao professor Dr. OSVAIR VIDAL TREVISAN, pela orientação, ajuda, dedicação e incentivo à realização do trabalho.

Aos colegas de curso de mestrado, pela amizade e apoio.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Petróleo da Universidade Estadual de Campinas, pela dedicação.

À PETROBRÁS, pela oportunidade.

RESUMO

A produção de água juntamente com óleo, devido à formação de cone de água, acarreta grandes prejuízos, em virtude da redução da produção de óleo e da queda de pressão do reservatório, além de gastos adicionais para o descarte desta água, um agente altamente poluidor.

Um dos métodos usados para diminuir a produção de água, devido à formação do cone, é a injeção de fluido não-newtoniano no reservatório, no intuito de criar uma barreira de baixa permeabilidade.

É de suma importância o conhecimento da posição da frente do banco de fluido no reservatório, para que se possa avaliar o volume necessário a ser injetado e determinar a melhor posição para o canhoneio do poço.

A formulação do problema é feita através da equação diferencial parcial não-linear para escoamento do fluido modelo de potência em meio poroso. Da solução independente deste problema, obtém-se, o campo de velocidade, usado como parâmetro em uma outra equação (difusão-convecção) diferencial parcial linear, relativa ao transporte de polímero dentro do reservatório.

Em virtude da equação do movimento ser não-linear e ainda não existir solução analítica para o caso de duas dimensões, a solução numérica para o problema foi obtida através do uso de diferenças-finitas, usando um algoritmo totalmente implícito.

A solução do campo de pressão, transformada em campo de velocidade, é comparada com as soluções analíticas para o escoamento de fluido não-newtoniano em uma direção e em duas direções para fluido newtoniano.

Após as comparações, acima citadas, foi constatado que o movimento dentro do banco de fluido injetado está em regime permanente, independentemente, portanto, da viscosidade para fluido newtoniano e dos índices de comportamento e de consistência para fluido modelo de potência. Por isto, a solução do problema é feita de forma semi-analítica, através de expressão conhecida para tempo longo. Por sua vez, a equação de transporte de polímero é resolvida numericamente.

Palavras-chaves: escoamento, fluidos não-newtonianos, reservatórios subterrâneos, petróleo.

ABSTRACT

Water production due to water coning means great losses, inducing reduction in oil production and additional pressure drop in the reservoir, not mentioning the costs for disposal of the produced water - a major pollutant.

One method used to decrease water production from coning is the injection of a non-newtonian fluid into the near wellbore region of the reservoir, for the formation of a permeability barrier to water flow.

It is important for the engineer to determine the position of the fluid bank front in the reservoir, in order to evaluate the amount of injection fluid needed and to choose the wellbore segment to be perforated.

The problem formulation is carried out from the partial differential equation accounting for the flow of a power law fluid in porous media. The velocity field yielded by the solution of this equation is used in the diffusion-convection differential equation that describes the transport of polymer in the reservoir.

Due to the non-linear characteristic of the first equation, the solution is sought via a finite-difference numerical method employing a fully implicit algorithm.

The solution obtained, in terms of pressure and velocity fields, is compared against available analytical solutions for the non-newtonian flow in one dimension and for the newtonian flow in two dimensions.

The study shows that the fluid flow in the core of the fluid bank is essentially in the steady-state regime, therefore the velocity field is independent of viscosity characteristics of the fluid - viscosity per se in newtonian fluids and behavior/consistency indexes in power law fluids. The complete solution for the problem is conveniently sought by a semi-analytical procedure, combining analytical long-term solutions for the velocity fields and numerical solution for the polymer transport equation.

ÍNDICE

	Página
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	3
2.1. FLUIDO MODELO DE POTÊNCIA.....	3
2.2. A LEI DE DARCY.....	4
2.3. A EQUAÇÃO DA COMPRESSIBILIDADE.....	5
2.4. A EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DA MASSA.....	7
2.5. A EQUAÇÃO DO MOVIMENTO.....	10
2.6. A EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DE POLÍMERO.....	19
2.6.1. A FORMULAÇÃO DA EQUAÇÃO.....	19
2.6.2. O NÚMERO DE PECLET.....	22
3. O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS.....	24
3.1. DERIVADA-PRIMEIRA COM ESPAÇAMENTOS DIFERENTES.....	24
3.2. DERIVADA-SEGUNDA COM ESPAÇAMENTOS DIFERENTES.....	25
3.3. DISCRETIZAÇÃO AVANÇADA DA DERIVADA-PRIMEIRA.....	25
3.4. DISCRETIZAÇÃO ATRASADA DA DERIVADA-PRIMEIRA.....	26
3.5. AS DERIVADAS APROXIMADAS.....	26
4. A DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DO MOVIMENTO.....	29
4.1. A EQUAÇÃO DO MOVIMENTO.....	29
4.2. MATRIZ JACOBIANA.....	31
5. A DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DO TRANSPORTE.....	34

6. METODOLOGIA DE CÁLCULO.....	39
6.1. A SOLUÇÃO NUMÉRICA (INJPOL.FOR).....	39
6.1.1. ENTRADA DE DADOS.....	39
6.1.2. CÁLCULOS PRELIMINARES.....	39
6.1.3. SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DO MOVIMENTO.....	39
6.1.4. SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DO TRANSPORTE.....	40
6.1.5. SAÍDA DE DADOS.....	40
6.1.6. FLUXOGRAMA.....	41
6.2. A SOLUÇÃO SEMI-ANALÍTICA (INJFLU.FOR).....	42
6.2.1. ENTRADA DE DADOS.....	42
6.2.2. CÁLCULOS PRELIMINARES.....	42
6.2.3. SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DO TRANSPORTE.....	42
6.2.4. SAÍDA DE DADOS.....	42
6.2.5. FLUXOGRAMA.....	43
7. RESULTADOS E COMENTÁRIOS.....	44
7.1. ESCOAMENTO RADIAL DE UM FLUIDO MODELO DE POTÊNCIA.....	44
7.2. RESULTADOS DO ESCOAMENTO UNIDIMENSIONAL.....	46
7.3. ESCOAMENTO DE UM FLUIDO NEWTONIANO EM UM RESERVATÓRIO COM POÇO PARCIALMENTE COMPLETADO.....	85
7.3.1. SOLUÇÃO PARA TEMPO CURTO.....	86

7.3.2. RESULTADOS PARA O ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL EM TEMPO CURTO	86
7.3.3. SOLUÇÃO PARA TEMPO LONGO.....	90
7.3.3.1. CÁLCULO DA VELOCIDADE RADIAL.....	91
7.3.3.2. CÁLCULO DA VELOCIDADE VERTICAL	93
7.3.4. RESULTADOS PARA O ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL EM TEMPO LONGO.....	94
8. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	121
8.1. CONCLUSÕES	121
8.2. RECOMENDAÇÕES.....	121
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	123
APÊNDICE A - MANUAL DE USO DO PROGRAMA (INJFLU.FOR)	125
APÊNDICE B - LISTAGEM DO PROGRAMA (INJFLU.FOR)	130

LISTA DE TABELAS

	Página
7.1. Dados do teste das figuras (7.1) a (7.4), variando o t_D	46
7.2. Dados do teste das figuras (7.5) a (7.8), variando o índice de comportamento	52
7.3. Dados do teste da figura (7.9), variando a tolerância de pressão.....	58
7.4. Dados do teste das figuras (7.10) a (7.12), variando o tempo de bombeio ($k_r = 5$ md).....	61
7.5. Dados do teste da figura (7.13), variando o tempo de bombeio ($k_r = 200$ md).....	66
7.6. Dados do teste das figuras (7.14) e (7.15), variando a tolerância de pressão.....	69
7.7. Dados do teste das figuras (7.16) a (7.21), variando o índice de comportamento	73
7.8. Dados do teste da figura (7.22), variando o índice de comportamento	82
7.9. Dados do teste das figuras (7.23) e (7.24), variando o número de pontos da malha de discretização.....	87
7.10. Dados do teste das figuras (7.25) a (7.27), variando o número de pontos da malha de discretização	94
7.11. Dados do teste da figura (7.28), variando o índice de consistência.....	99
7.12. Dados do teste das figuras (7.29) a (7.32), soluções numérica e semi-analítica	102
7.13. Dados do teste das figuras (7.33) e (7.34), soluções numérica e semi-analítica	109
7.14. Dados do teste das figuras (7.35) e (7.36), soluções semi-analítica e estimada de campo	113
7.15. Dados do teste da figura (7.37), discretizações centrada e avançada-atrasada.....	117

LISTA DE FIGURAS

	Página
2.1. Volume arbitrário	7
2.2. Elemento de área	8
2.3. Esquema de um poço completado parcialmente	11
2.4. Perfil de concentração variando o número de Peclet	23
3.1. Malha de discretização	26
6.1. Fluxograma do programa (INJPOL.FOR)	41
6.2. Fluxograma do programa (INJFLU.FOR)	43
7.1. Perfis de pressão para tempo de bombeio de 0,15 horas	48
7.2. Perfis de pressão para tempo de bombeio de 0,2 horas	49
7.3. Perfis de pressão para tempo de bombeio de 0,3 horas	50
7.4. Perfis de pressão para tempo de bombeio de 3 horas	51
7.5. Perfis de pressão para $n = 1$	54
7.6. Perfis de pressão para $n = 0,9$	55
7.7. Perfis de pressão para $n = 0,7$	56
7.8. Perfis de pressão para $n = 0,5$	57
7.9. Perfis de pressão para diferentes tolerâncias de pressão	60
7.10. Perfis de velocidades radiais para tempos diversos, solução numérica	63
7.11. Perfis de velocidades radiais para tempos diversos, solução analítica	64
7.12. Perfis de velocidades radiais para tempos diversos, soluções numérica e analítica	65
7.13. Perfis de velocidades radiais para tempos diversos, solução numérica	68

7.14	Distribuição de polímero para diferentes tolerâncias de pressão	71
7.15	Perfis de pressão para diferentes tolerâncias de pressão	72
7.16	Perfis de velocidades radiais para índices de comportamento diversos, solução analítica.....	75
7.17	Perfis de velocidades radiais para índices de comportamento diversos, solução numérica.....	76
7.18	Perfis de velocidades radiais para índices de comportamento e de consistência diversos, solução analítica.....	78
7.19	Perfis de velocidades radiais para índices de consistência diversos, solução analítica.....	79
7.20	Perfis de velocidades radiais para índices de consistência diversos, solução analítica.....	80
7.21	Perfis de velocidades radiais para índices de consistência diversos, solução analítica.....	81
7.22	Distribuição de polímero para índices de comportamento diversos, solução numérica.....	84
7.23	Perfis de velocidades radiais para tempo curto ($r = 50$ divisões).....	88
7.24	Perfis de velocidades radiais para tempo curto ($r = 150$ divisões).....	89
7.25	Posição da frente para $n = 1$ e $n = 0,6$, solução numérica ($r = 15$ divisões)	96
7.26	Posição da frente para $n = 1$ e $n = 0,6$, solução numérica ($r = 25$ divisões)	97
7.27	Posição da frente para $n = 1$ e $n = 0,6$, solução numérica ($r = 30$ divisões)	98
7.28	Posição da frente para índices de consistência diversos.....	101
7.29	Posição da frente, soluções numérica e semi-analítica.....	104
7.30	Posição da frente, soluções numérica e semi-analítica.....	105
7.31	Perfis de velocidades radiais, soluções numérica e semi-analítica.....	107
7.32	Perfis de velocidades radiais, soluções numérica e semi-analítica.....	108

7.33. Posição da frente, soluções numérica e semi-analítica, tempo de 1 hora	111
7.34. Posição da frente, soluções numérica e semi-analítica, tempo de 3 horas.....	112
7.35. Posição da frente, soluções semi-analítica e estimada de campo, tempo de 1 hora	115
7.36. Posição da frente, soluções semi-analítica e estimada de campo, tempo de 10 horas.....	116
7.37. Posição da frente, solução semi-analítica com discretizações centrada e avançada-atrasada.....	119

NOMENCLATURA

- A - área (m^2)
- c - compressibilidade do fluido (Pa^{-1})
- c_f - compressibilidade da formação (Pa^{-1})
- c_t - compressibilidade total (Pa^{-1})
- D_p - diâmetro da partícula (m)
- v_o - velocidade superficial (m/s)
- $E_i(x)$ - integral exponencial com argumento x
- e - 2,7182818...
- F - termo fonte ($kg / m^3 \cdot s$)
- H - índice de consistência ($Pa \cdot s^n$)
- h - espessura do reservatório (m)
- h_f - espessura do canhoneado (m)
- $I_\nu(x)$ - função de Bessel modificada de primeira espécie, ordem ν e argumento x
- $K_\nu(x)$ - função de Bessel modificada de segunda espécie, ordem ν e argumento x
- k - permeabilidade (m^2)
- \vec{K} - tensor de difusividade
- K_l - coeficiente de difusão longitudinal (m^2/s)
- K_{lr} - coeficiente de difusão longitudinal na direção radial (m^2/s)
- K_{lz} - coeficiente de difusão longitudinal na direção vertical (m^2/s)
- k_m - permeabilidade média (m^2)
- k_r - permeabilidade radial (m^2)
- k_z - permeabilidade vertical (m^2)

L - comprimento do meio poroso (m)
 \vec{N} - vetor fluxo de massa ($\text{kg} / \text{m}^2 \cdot \text{s}$)
 \vec{n} - vetor unitário normal
 n - índice de comportamento
 Np_e - número de Peclet
 P - pressão (Pa)
 P_D - pressão adimensional
 P_e - pressão estática da formação (Pa)
 P_o - pressão de referência (Pa)
 q_w - vazão de bombeio (m^3/s)
 r - raio (m)
 r_D - raio adimensional
 RD - raio de drenagem (m)
 r_e - raio externo do reservatório (m)
 r_{eD} - raio adimensional externo do reservatório
 r_w - raio do poço (m)
 s - variável da transformada de Laplace
 t - tempo (s)
 t_D - tempo adimensional
 V - volume (m^3)
 v - velocidade (m/s)
 v_o - velocidade superficial (m/s)
 v_r - velocidade radial (m/s)
 v_z - velocidade vertical (m/s)

- W - concentração (kg/m^3)
- w - concentração de polímero (kg/kg)
- z - distância vertical da barreira inferior a um ponto qualquer dentro do reservatório (m)
- z_f - distância da barreira inferior ao centro da região canhoneada (m)
- $\dot{\gamma}$ - taxa de cisalhamento (s^{-1})
- ϕ - porosidade
- δ - distância vertical do ponto de pressão à extremidade mais próxima do intervalo canhoneado (m)
- η_r - difusividade (m^2/s)
- μ - viscosidade do fluido newtoniano ($\text{Pa} \cdot \text{s}$)
- μ_{app} - viscosidade aparente do fluido modelo de potência ($\text{Pa} \cdot \text{s}$)
- μ_{eff} - viscosidade efetiva do fluido modelo de potência ($\text{Pa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{1-n}$)
- π - 3,1415927...
- ρ - massa específica (kg/m^3)
- ρ_o - massa específica a uma dada pressão P_o (kg/m^3)
- τ - tensão de cisalhamento (Pa)
- ∇ - operador divergente
- ΔA - elemento de área (m^2)

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O problema da produção de água associada ao óleo pode ser resultado da formação de um cone de água abaixo da zona portadora de óleo, devido à mobilidade da água ser maior do que a mobilidade do óleo e à permeabilidade da formação no sentido vertical.

No intuito de reduzir a quantidade de água produzida juntamente com o óleo, realizam-se injeções de fluidos poliméricos ou de água com silicato de sódio, próximas ao contato óleo/água, na tentativa de criar uma faixa de baixa permeabilidade dentro do reservatório, dificultando, assim, a subida de água até a região canhoneada.

O dimensionamento do banco de fluido polimérico a ser injetado no reservatório é feito considerando-se a não-existência de permeabilidade no sentido vertical, de modo que a configuração espacial estabelecida pelo fluido após o término da injeção seria um cilindro furado (furo do poço), com altura igual à do intervalo canhoneado para injeção. Dependendo dos valores assumidos pelas permeabilidades vertical e horizontal, este modelo pode levar a erros grosseiros no dimensionamento do volume de fluido a ser injetado, causando, assim, insucesso na operação, em virtude da posição da extremidade do banco de polímero estar bem aquém do necessário, não contendo, portanto, a passagem de água para os canhoneados de produção.

A literatura nada fala sobre o escoamento de fluido não-newtoniano, no caso do poço parcialmente completado com anisotropia do reservatório nas direções vertical e radial. Para o caso de escoamento radial puro, Chi U. Ikoku e Henry J. Ramey resolveram a equação do movimento para fluido modelo de potência. Alain C. Gringarten resolveu a equação do movimento para fluido newtoniano no caso do poço parcialmente completado.

O presente trabalho resolve este problema, numericamente, considerando ou não a permeabilidade vertical. A apresentação deste trabalho será dividida em quatro partes: a primeira parte refere-se à solução numérica da equação do movimento para escoamento de fluido modelo de potência em um reservatório com poço parcialmente completado. Assume-se por hipótese que:

- Existem barreiras impermeáveis e paralelas no topo e na base do reservatório;
- A vazão é constante em toda extensão do canhoneado;

- O reservatório é horizontal e infinito, preenchido com o mesmo fluido que se quer injetar;
- As permeabilidades vertical e horizontal são constantes em toda extensão do reservatório;
- São desprezados os seguintes efeitos: gravitacional, de estocagem, de película e de temperatura;
- A pressão estática do reservatório é conhecida.

Para solução da equação do movimento, usa-se o método de Newton-Raphson⁽¹⁾. Já a solução do sistema penta-diagonal é obtida através do método iterativo de Gauss-Seidel⁽¹⁾.

Como resultado da equação do movimento, tem-se o campo de pressão, com o qual é calculado o campo de velocidade do fluido.

A segunda parte refere-se à solução numérica da equação da concentração de polímero, ou seja, a equação de transporte de polímero (difusão-convecção), cuja solução é obtida através de discretização centrada ou avançada-atrasada totalmente implícita, sendo os coeficientes desta equação formados pelas velocidades calculadas anteriormente. É gerado, então, um sistema linear penta-diagonal, que por sua vez, é resolvido pelo método iterativo de Gauss-Seidel⁽¹⁾.

Como resultado da equação de transporte de polímero, tem-se o campo de concentração, que, por sua vez, determina as linhas de mesma concentração por interpolação linear, ficando, desta forma, caracterizados o formato e a posição espacial da frente do banco de fluido no reservatório.

A terceira parte consiste na comparação de resultados dos campos de velocidades obtidos da solução numérica proposta neste trabalho com soluções analíticas para casos mais simples. Primeiro compara-se os resultados com a solução analítica^(2,10) proposta por Chi U. Ikoku e Henry J. Ramey⁽²⁾ para o escoamento de fluido não-newtoniano em meio poroso, considerando apenas o sentido radial em uma formação totalmente completada. Os resultados são também verificados com a solução analítica^(3,11,12,13) proposta por Alain C. Gringarten⁽³⁾ para o escoamento de fluido newtoniano em meio poroso, considerando as permeabilidades radial e vertical em reservatório com poço parcialmente completado.

A quarta parte é consequência da terceira, cujas comparações mostraram que o campo de velocidade dentro do banco de fluido injetado está em regime permanente, ou seja, a velocidade independe da viscosidade. Logo, pode-se utilizar a solução analítica (para tempo longo) de Gringarten ao invés da solução numérica, facilitando a obtenção do campo de velocidade.

CAPÍTULO II

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

2.1 - FLUIDO MODELO DE POTÊNCIA

O fluido modelo de potência é do tipo não-newtoniano, ou seja, é definido como fluido que não exibe uma proporcionalidade direta entre a tensão cisalhante e a taxa de cisalhamento.

Este fluido foi modelado por Ostwald de Wael^(4,5,6,7,8,9), cuja relação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\tau = H \cdot \left(\frac{dv_r}{dr} \right)^n, \quad (2.1)$$

onde:

H - índice de consistência, $\text{Pa} \cdot \text{s}^n$;

n - índice de comportamento, adimensional.

As duas constantes empíricas encontradas experimentalmente (H , n na equação acima representam a relação entre a tensão cisalhante e taxa de cisalhamento. O índice de comportamento “ n ” em fluidos pseudo-plásticos assume valores entre 0 e 1; nos dilatantes, valores maiores que 1. Este modelo inclui também o modelo newtoniano, quando o “ n ” é igual a 1. Neste caso, tem-se que o índice de consistência “ H ” é igual a viscosidade “ μ ”.

Quanto mais próximo de zero estiver o valor do índice de comportamento, mais este fluido se distancia do comportamento de um fluido newtoniano; e quanto maior o valor do índice de consistência, mais viscoso é o fluido.

Para o fluido newtoniano, a viscosidade é definida como uma relação direta da tensão cisalhante e da taxa de cisalhamento:

$$\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dr} \quad (2.2)$$

ou,

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}. \quad (2.3)$$

Esta equação define a viscosidade do fluido newtoniano, onde:

τ - tensão cisalhante, Pa;

$\dot{\gamma} = \frac{dv}{dr}$ - taxa de cisalhamento, s^{-1} ;

μ - viscosidade, Pa·s.

A viscosidade para o fluido modelo de potência é chamada de viscosidade aparente (μ_{app}). Esta não apresenta uma relação linear entre a tensão cisalhante e a taxa de cisalhamento, sendo definida por:

$$\mu_{app} = H \cdot (\dot{\gamma})^{n-1}. \quad (2.4)$$

2.2 - LEI DE DARCY

A modelagem do escoamento de um fluido em um meio poroso homogêneo e isotrópico foi desenvolvido a partir dos experimentos de Darcy⁽¹⁵⁾. Este escoamento pode ser também modelado a partir de configurações simples, resultando em expressões que incorporem os parâmetros geométricos do meio poroso, como é o caso da expressão clássica de Blake-Kozeny^(2,6):

$$v_o = \frac{D_p^2 \cdot \phi^3 \cdot \Delta P}{150 \cdot \mu \cdot (1 - \phi)^2 \cdot L}, \quad (2.5)$$

onde:

v_o = velocidade superficial;

D_p = diâmetro da partícula;

ϕ = porosidade;

μ = viscosidade;

$\frac{\Delta P}{L}$ = gradiente de pressão.

A equação que descreve a permeabilidade do meio poroso é:

$$k = \frac{D_p^2 \cdot \phi^3}{150 \cdot (1 - \phi)^2} \quad (2.6)$$

Combinando as equações (2.5) e (2.6), tem-se a expressão de Darcy para fluxo de fluido newtoniano, conforme equação abaixo:

$$v_o = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\Delta P}{L} \quad (2.7)$$

A expressão de Blake-Kozeny, descrita acima, pode ser generalizada para o escoamento de fluido modelo de potência em meio poroso unidimensional:

$$v_o = \frac{n \cdot \phi}{(3 \cdot n + 1)} \cdot \left(\frac{D_p \cdot \phi}{3 \cdot (1 - \phi)} \right)^{\frac{n+1}{n}} \cdot \left(\frac{6 \cdot \Delta P}{25 \cdot H \cdot L} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.8)$$

Substituindo a equação (2.6) na equação (2.8), tem-se uma equação equivalente à de Darcy para o fluido modelo de potência:

$$v_o = \left(\frac{k}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\Delta P}{L} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.9)$$

sendo “ μ_{eff} ” a viscosidade efetiva^(2,6,8,5,14), conforme equação abaixo:

$$\mu_{eff} = \frac{H}{12} \cdot \left(9 + \frac{3}{n} \right)^n \cdot (150 \cdot k \cdot \phi)^{\frac{1-n}{2}} \quad (2.10)$$

2.3 - A EQUAÇÃO DA COMPRESSIBILIDADE

A equação da compressibilidade é uma equação de estado que descreve o comportamento dos líquidos. A compressibilidade isotérmica “ c ” do líquido é definida por:

$$c = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dP} \quad (2.11)$$

Em uma certa faixa de pressão, o valor médio desta compressibilidade é encontrado a partir dos volumes de líquidos ocupados em dois valores distintos de pressão, conforme equação abaixo:

$$\bar{c} = -\frac{1}{\bar{V}} \cdot \frac{V_2 - V_1}{P_2 - P_1}. \quad (2.12)$$

Para uma massa de fluido constante, tem-se:

$$dm = d(\rho \cdot V) = \rho \cdot dV + V \cdot d\rho = 0, \quad (2.13)$$

ou seja,

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dV}{V}. \quad (2.14)$$

Substituindo a equação (2.14) na equação (2.11), tem-se, então, a compressibilidade do líquido em função da massa específica, dada pela equação abaixo:

$$c = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dP}. \quad (2.15)$$

Considerando-se a compressibilidade do líquido constante, pode-se integrar esta equação:

$$\int_{P_0}^P c \cdot dP = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho}, \quad (2.16)$$

resultando em:

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{c \cdot (P - P_0)}, \quad (2.17)$$

sendo ρ_0 a massa específica do líquido a uma determinada pressão P_0 .

A equação (2.17) pode ser representada de outra forma, expandindo o termo exponencial:

$$\rho = \rho_0 \cdot \left[1 + c \cdot (P - P_0) + \frac{c^2 \cdot (P - P_0)^2}{2!} + \frac{c^3 \cdot (P - P_0)^3}{3!} + \dots \right]. \quad (2.18)$$

Os termos de segunda ordem em diante podem ser desprezados, visto que a compressibilidade dos líquidos possui valor muito pequeno para pequenos intervalos de pressão. Assim, a equação (2.18) toma a seguinte forma:

$$\rho = \rho_o \cdot [1 + c \cdot (P - P_o)] \quad . \quad (2.19)$$

A compressibilidade da rocha é definida por:

$$c_f = \frac{1}{V_p} \cdot \frac{dV_p}{dP} \quad (2.20)$$

ou ainda, em termos da porosidade,

$$c_f = \frac{1}{\phi} \cdot \frac{d\phi}{dP} \quad (2.21)$$

2.4 - A EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DA MASSA

Considere o volume poroso arbitrário V de área A , no qual está ocorrendo o fluxo de um fluido, conforme figuras 2.1 e 2.2.

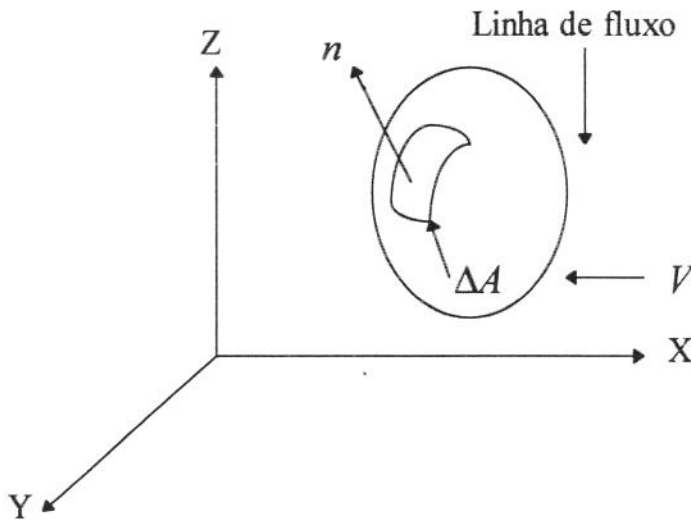


Figura 2.1 - Volume arbitrário.

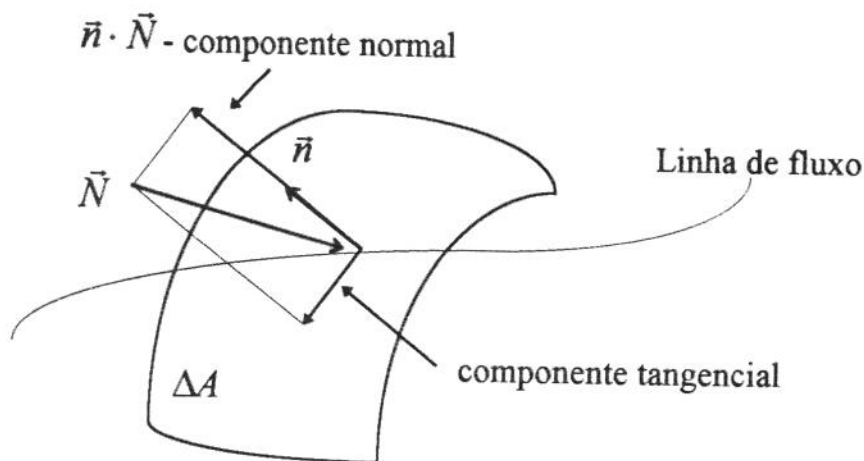


Figura 2.2 - Elemento de área.

A figura 2.2 mostra um elemento de área (ΔA) do volume V . Do centro do elemento, parte para fora um vetor unitário normal \bar{n} . A soma de todos os elementos de área é igual a área A do volume V . Quando $\Delta A \rightarrow 0$, esta soma torna-se uma integral de superfície.

A equação da conservação da massa⁽¹⁴⁾ no volume V é:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Taxa de} \\ \text{acumulo} \\ \text{em } V \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Massa} \\ \text{que entra} \\ \text{em } V \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Massa} \\ \text{que sai} \\ \text{de } V \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Massa} \\ \text{consumida ou} \\ \text{gerada em } V \end{array} \right), \quad (2.22)$$

onde tem-se que a taxa de acumulação é igual a:

$$\frac{\delta}{\delta t} (\text{massa total em } V) = \frac{\delta}{\delta t} \left(\int_V W \cdot dV \right), \quad (2.23)$$

sendo W a massa por unidade de volume. Neste caso, o volume é fixo. Logo, tem-se:

$$\frac{\delta}{\delta t} \left(\int_V W \cdot dV \right) = \int_V \frac{\delta W}{\delta t} \cdot dV. \quad (2.24)$$

Sendo \bar{N} o vetor fluxo de massa por unidade de área versus tempo, este vetor pode ser decomposto em dois componentes: normal e tangencial à \bar{n} . Entretanto, somente a componente normal $\bar{n} \cdot \bar{N}$ está atravessando o elemento de área ΔA . A taxa do fluxo de massa através de ΔA é dada por:

$$\left(\begin{array}{c} \text{TAXA DE MASSA} \\ \text{ATRAVÉS} \\ \text{DE } \Delta A \end{array} \right) = -\vec{n} \cdot \vec{N} \cdot \Delta A. \quad (2.25)$$

O sinal negativo aparece devido aos vetores \vec{n} e \vec{N} terem direções opostas. Somando todas as áreas infinitesimais, tem-se que:

$$\left(\begin{array}{c} \text{TAXA LÍQUIDA DE} \\ \text{MASSA ATRAVÉS} \\ \text{DE } \Delta A \end{array} \right) = -\int_A \vec{n} \cdot \vec{N} \cdot dA. \quad (2.26)$$

Sendo a integral em toda superfície de V , os fluxos de entrada e de saída estão incluídos na equação (2.26).

A taxa líquida de consumo ou de geração (fonte) em V é dada por:

$$\left(\begin{array}{c} \text{TAXA LÍQUIDA} \\ \text{DA FONTE} \\ \text{EM } V \end{array} \right) = -\int_V F \cdot dV, \quad (2.27)$$

onde F tem unidade de massa por volume versus tempo.

O termo F pode ser geração ($F > 0$), consumo ($F < 0$) ou sem termo fonte ($F = 0$).

Substituindo as equações (2.24), (2.26) e (2.27) na equação (2.22), tem-se a equação da conservação:

$$\int_V \frac{\delta W}{\delta t} \cdot dV + \int_A \vec{n} \cdot \vec{N} \cdot dA = \int_V F \cdot dV. \quad (2.28)$$

Pelo teorema da divergência, transforma-se a integral de superfície da equação (2.28) em uma integral de volume:

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{N} \cdot dV = \int_A \vec{n} \cdot \vec{N} \cdot dA. \quad (2.29)$$

O “ N ” pode ser escalar, vetor ou tensor. O símbolo $\vec{\nabla}$ é o operador divergente cuja forma depende do sistema de coordenadas.

Substituindo a equação (2.29) na equação (2.28), tem-se:

$$\int_V \left(\frac{\delta W}{\delta t} + \nabla \cdot \vec{N} - F \right) \cdot dV = 0. \quad (2.30)$$

Como V é arbitrário, então o integrando é igual a zero.

$$\frac{\delta W}{\delta t} + \nabla \cdot \vec{N} - F = 0. \quad (2.31)$$

A equação (2.31) é a equação da conservação da massa na forma diferencial.

As formas assumidas pelo operador diferencial divergente nas coordenadas retangulares e cilíndricas são, respectivamente:

a) Coordenadas retangulares:

$$\nabla \cdot \vec{N} = \frac{\delta N_x}{\delta x} + \frac{\delta N_y}{\delta y} + \frac{\delta N_z}{\delta z}; \quad (2.32)$$

b) Coordenadas cilíndricas:

$$\nabla \cdot \vec{N} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta(r \cdot N_r)}{\delta r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta N_\theta}{\delta \theta} + \frac{\delta N_z}{\delta z}. \quad (2.33)$$

2.5 - A EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

A equação do movimento de fluido, no contexto do trabalho, descreve o escoamento de um fluido modelo de potência em um reservatório com poço parcialmente completado, considerando as permeabilidades vertical e horizontal constantes ao longo de todo o reservatório.

A formulação matemática do movimento do fluido pode ser obtida através da combinação das seguintes equações: definição do fluido modelo de potência, equação de Darcy, expressão de Blake-Kozeny, definição da compressibilidade e equação da conservação da massa.

A figura 2.3 mostra o esquema de um reservatório com poço parcialmente completado:

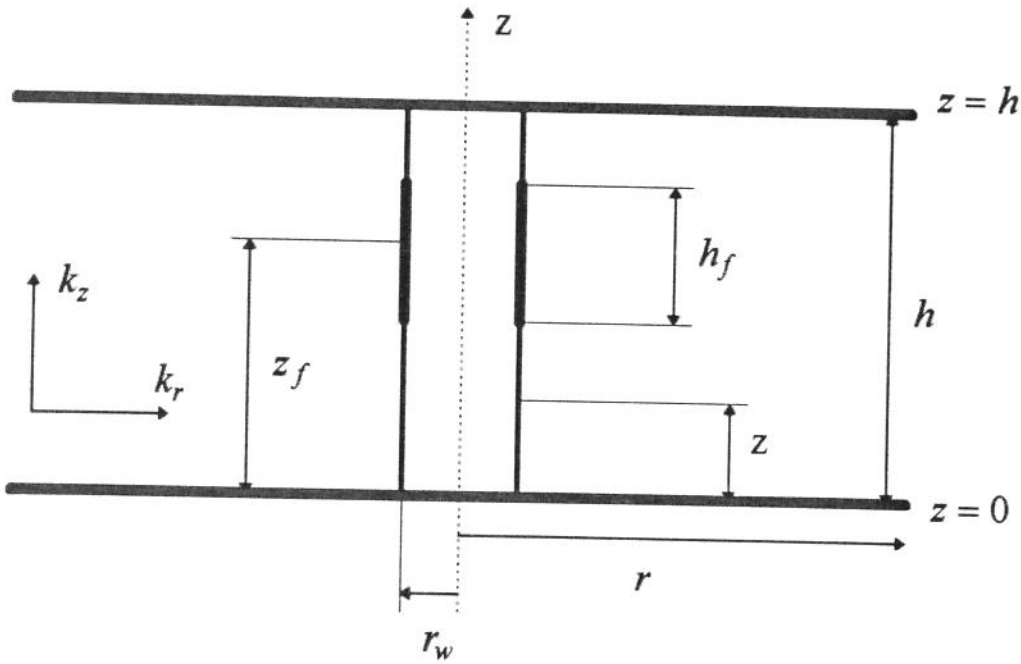


Figura 2.3 - Esquema de um poço parcialmente completado.

Assume-se por hipótese que:

- O fluido é do tipo modelo de potência;
- Este fluido é pseudo-plástico ($0 < n \leq 1$);
- O fluido é ligeiramente compressível;
- O efeito da gravidade é desprezível;
- Os gradientes de pressão são pequenos;
- A formação tem permeabilidades vertical e horizontal constantes em toda a extensão do reservatório;
- A espessura do reservatório é constante;
- Existem barreiras impermeáveis superior e inferior;
- Não existe termo fonte, associado à adsorção ou à reação do fluido e do meio.

Nestes termos, a condição inicial e as condições de contorno ficam:

- A pressão no tempo inicial é igual a pressão estática da formação:

$$P(r, z, 0) = P_e; \quad (2.34)$$

- Não existe fluxo através das barreiras impermeáveis:

$$\frac{\delta P}{\delta z}(r, z = 0, t) = \frac{\delta P}{\delta z}(r, z = h, t) = 0 \text{ para } r \text{ e } t \text{ qualquer;} \quad (2.35)$$

- A pressão no final do reservatório é igual a pressão estática ou inicial:

$$P(r = \infty, z, t) = P_e; \quad (2.36)$$

- Não existe fluxo na(s) parte(s) não-canhoneada(s) do poço:

$$\frac{\delta P}{\delta r}(r_w, z > z_f + h_f / 2, t) = \frac{\delta P}{\delta r}(r_w, z < z_f - h_f / 2, t) = 0; \quad (2.37)$$

- A vazão é constante ao longo de toda a seção canhoneada:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{kr}{\mu_{eff}} 2\pi r \int_{z_f - h_f / 2}^{z_f + h_f / 2} \frac{\delta P(r, z, t)}{\delta r} \cdot dz = q, \quad (2.38)$$

$$q_w = q \cdot h_f. \quad (2.39)$$

A equação da continuidade para escoamento em meio poroso nas direções radial e vertical pode ser escrita usando a equação da conservação da massa (2.31) e o operador para aplicação em coordenadas cilíndricas (2.33), com as seguintes observações:

- Termo fonte $F = 0$ (não há geração ou consumo de massa);
- Não há vazão na direção θ , então, $v_\theta = 0$, o que implica $\vec{N}_\theta = 0$;
- $W = \phi \cdot \rho$;
- $\vec{N}_r = \rho \cdot \vec{v}_r$;
- $\vec{N}_z = \rho \cdot \vec{v}_z$;
- $\vec{\nabla} \cdot \vec{N} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta(r \cdot \rho \cdot v_r)}{\delta r} + \frac{\delta(\rho \cdot v_z)}{\delta z}$.

Das equações acima, tem-se:

$$\frac{\delta(\phi \cdot \rho)}{\delta t} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta(r \cdot \rho \cdot v_r)}{\delta r} + \frac{\delta(\rho \cdot v_z)}{\delta z} = 0. \quad (2.40)$$

Usando a equação da velocidade de Darcy para fluido não-newtoniano (2.9), tem-se:

$$v_r = -\frac{k_r}{\mu(v_r)} \cdot \frac{\delta P}{\delta r} \quad (2.41)$$

e

$$v_z = -\frac{k_z}{\mu(v_z)} \cdot \frac{\delta P}{\delta z}, \quad (2.42)$$

onde

$$\mu(v) = \mu_{eff} \cdot v^{n-1}. \quad (2.43)$$

Substituindo a equação (2.43) nas equações (2.41) e (2.42), tem-se:

$$v_r = \left(-\frac{k_r}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.44)$$

e

$$v_z = \left(-\frac{k_z}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta z} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (2.45)$$

Como a viscosidade é uma grandeza escalar, a permeabilidade na equação (2.10) é tomada como uma média das permeabilidades vertical e radial:

$$k_m = \sqrt{k_r \cdot k_z}. \quad (2.46)$$

Entretanto, na parede do poço, a viscosidade efetiva (μ_{eff}) é calculada usando apenas a permeabilidade radial (k_r), visto que, neste caso, só existe fluxo radial.

Substituindo as equações (2.44) e (2.45) na equação (2.40), tem-se:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} \left[r \cdot \rho \cdot \left(-\frac{k_r}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] + \frac{\delta}{\delta z} \left[\rho \cdot \left(-\frac{k_z}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta z} \right)^{\frac{1}{n}} \right] = -\frac{\delta}{\delta t} (\phi \cdot \rho). \quad (2.47)$$

Expandindo a equação (2.47), tem-se:

$$\begin{aligned}
& \frac{\rho}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} \left[r \cdot \left(-\frac{k_r}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] + \left(-\frac{k_r}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{\delta \rho}{\delta r} + \\
& \rho \cdot \frac{\delta}{\delta z} \left(-\frac{k_z}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta z} \right)^{\frac{1}{n}} + \left(-\frac{k_z}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta z} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{\delta \rho}{\delta z} = \\
& -\phi \cdot \frac{\delta \rho}{\delta t} - \rho \cdot \frac{\delta \phi}{\delta t}.
\end{aligned} \tag{2.48}$$

Usando a equação (2.15), tem-se que:

$\delta \rho = c \cdot \rho \cdot \delta P$. Portanto:

$$\frac{\delta \rho}{\delta r} = c \cdot \rho \cdot \frac{\delta P}{\delta r}, \tag{2.49}$$

$$\frac{\delta \rho}{\delta z} = c \cdot \rho \cdot \frac{\delta P}{\delta z} \text{ e} \tag{2.50}$$

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} = c \cdot \rho \cdot \frac{\delta P}{\delta t}. \tag{2.51}$$

Então, a equação (2.48) toma a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
& \frac{\rho}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} \left[r \cdot \left(-\frac{k_r}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] + \left(-\frac{k_r}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot c \cdot \rho \cdot \frac{\delta P}{\delta r} + \\
& + \rho \cdot \frac{\delta}{\delta z} \left(-\frac{k_z}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta z} \right)^{\frac{1}{n}} + \left(-\frac{k_z}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta z} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot c \cdot \rho \cdot \frac{\delta P}{\delta z} = \\
& -\phi \cdot c \cdot \rho \cdot \frac{\delta P}{\delta t} - \rho \cdot \frac{\delta \phi}{\delta t}.
\end{aligned} \tag{2.52}$$

Dividindo a equação (2.52) por ρ , tem-se:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} \left[r \cdot \left(-\frac{k_r}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] + \left(-\frac{k_r}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot c \cdot \frac{\delta P}{\delta r} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\delta}{\delta z} \left(-\frac{k_z}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta z} \right)^{\frac{1}{n}} + \left(-\frac{k_z}{\mu_{eff}} \cdot \frac{\delta P}{\delta z} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot c \cdot \frac{\delta P}{\delta z} = \\
& -\phi \cdot c \cdot \frac{\delta P}{\delta t} - \frac{\delta \phi}{\delta t}.
\end{aligned} \tag{2.53}$$

Sendo kr / μ_{eff} e kz / μ_{eff} constantes, vem:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{kr}{\mu_{eff}} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} \left[r \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \right\} + c \cdot \left(\frac{kr}{\mu_{eff}} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right) \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{1}{n}} + \\
& + \left(\frac{kz}{\mu_{eff}} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{\delta}{\delta z} \left(-\frac{\delta P}{\delta z} \right)^{\frac{1}{n}} + c \cdot \left(\frac{kz}{\mu_{eff}} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{\delta P}{\delta z} \right) \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta z} \right)^{\frac{1}{n}} = \\
& -\phi \cdot c \cdot \frac{\delta P}{\delta t} - \frac{\delta \phi}{\delta t}.
\end{aligned} \tag{2.54}$$

A compressibilidade total do sistema fluido-rocha é definida como:

$$c_t = c + c_f \tag{2.55}$$

e

$$\frac{\delta \phi}{\delta t} = \frac{\delta \phi}{\delta P} \cdot \frac{\delta P}{\delta t}. \tag{2.56}$$

Usando a equação (2.21), tem-se que:

$$\frac{\delta \phi}{\delta P} = \phi \cdot c_f. \tag{2.57}$$

Substituindo a equação (2.57) na equação (2.56), tem-se:

$$\frac{\delta \phi}{\delta t} = \phi \cdot c_f \cdot \frac{\delta P}{\delta t}. \tag{2.58}$$

Agora substituindo a equação (2.58) na equação (2.54), o membro direito da equação (2.54) fica igual a:

$$-\phi \cdot c \cdot \frac{\delta P}{\delta t} - c_f \cdot \phi \cdot \frac{\delta P}{\delta t}. \tag{2.59}$$

Colocando $\phi \cdot \frac{\delta P}{\delta t}$ em evidência, tem-se:

$$-\phi \cdot (c + c_f) \cdot \frac{\delta P}{\delta t}. \quad (2.60)$$

Substituindo a equação (2.55) na equação (2.60), tem-se:

$$-\phi \cdot c_l \cdot \frac{\delta P}{\delta t}. \quad (2.61)$$

Manipulando a equação (2.54) com a substituição do membro direito pelo termo (2.61), tem-se:

$$\left(\frac{kr}{\mu_{eff}} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} \left[r \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] + c \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right\} + \left(\frac{kz}{\mu_{eff}} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[\frac{\delta}{\delta z} \left(-\frac{\delta P}{\delta z} \right)^{\frac{1}{n}} + c \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta z} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] = -\phi \cdot c_l \cdot \frac{\delta P}{\delta t}. \quad (2.62)$$

Foi assumido que os gradientes de pressão são pequenos, “c” tem valor pequeno e a potência da expressão abaixo tem valor maior do que 2. Portanto, pode-se afirmar que:

$$c \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{n+1}{n}} = c \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta z} \right)^{\frac{n+1}{n}} = 0. \quad (2.63)$$

Então, a equação (2.62) torna-se igual a:

$$\left(\frac{kr}{\mu_{eff}} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} \left[r \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \right\} + \left(\frac{kz}{\mu_{eff}} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[\frac{\delta}{\delta z} \left(-\frac{\delta P}{\delta z} \right)^{\frac{1}{n}} \right] = -\phi \cdot c_l \cdot \frac{\delta P}{\delta t}. \quad (2.64)$$

Desenvolvendo as derivadas da equação acima em relação a “r” e a “z”, tem-se:

$$\left(\frac{kr}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ \frac{1}{r} \cdot \left[r \cdot \frac{\delta}{\delta r} \left(-\frac{\delta P}{\delta r}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(-\frac{\delta P}{\delta r}\right)^{\frac{1}{n}} \right] \right\} +$$

$$+ \left(\frac{kz}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[\frac{\delta}{\delta z} \left(-\frac{\delta P}{\delta z}\right)^{\frac{1}{n}} \right] = -\phi \cdot c_t \cdot \frac{\delta P}{\delta t}. \quad (2.65)$$

Derivando novamente em relação a “r”, tem-se:

$$\left(\frac{kr}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ \frac{1}{r} \cdot \left\{ r \cdot \left[\frac{1}{n} \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta r}\right)^{\frac{1}{n}-1} \cdot \left(-\frac{\delta^2 P}{\delta r^2}\right) \right] + \left(-\frac{\delta P}{\delta r}\right)^{\frac{1}{n}} \right\} \right\} +$$

$$+ \left(\frac{kz}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[\frac{1}{n} \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta z}\right)^{\frac{1}{n}-1} \cdot \left(-\frac{\delta^2 P}{\delta z^2}\right) \right] = -\phi \cdot c_t \cdot \frac{\delta P}{\delta t}. \quad (2.66)$$

ou

$$\left(\frac{kr}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[\frac{1}{n} \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta r}\right)^{\frac{1-n}{n}} \cdot \left(-\frac{\delta^2 P}{\delta r^2}\right) + \frac{1}{r} \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta r}\right)^{\frac{1}{n}} \right] +$$

$$+ \left(\frac{kz}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[\frac{1}{n} \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta z}\right)^{\frac{1-n}{n}} \cdot \left(-\frac{\delta^2 P}{\delta z^2}\right) \right] = -\phi \cdot c_t \cdot \frac{\delta P}{\delta t}. \quad (2.67)$$

Fazendo $n=1$, tem-se a equação do movimento para fluido newtoniano:

$$\left(\frac{kr}{\mu}\right) \cdot \left[\left(-\frac{\delta^2 P}{\delta r^2}\right) + \frac{1}{r} \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta r}\right) \right] +$$

$$+ \left(\frac{kz}{\mu}\right) \cdot \left(-\frac{\delta^2 P}{\delta z^2}\right) = -\phi \cdot c_t \cdot \frac{\delta P}{\delta t}. \quad (2.68)$$

O sinal negativo que aparece nos termos das derivadas provém das equações (2.41) e (2.42), significando que a direção da velocidade é oposta à direção do gradiente de pressão.

Na equação (2.67), os termos das derivadas-primeira em “r” e “z” podem assumir valores imaginários, dependendo do valor de “n”. Para evitar esta possibilidade, o problema foi equacionado da seguinte forma:

$$\left(-\frac{\delta P}{\delta r}\right) = \text{sinal}\left(-\frac{\delta P}{\delta r}\right) \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta r}\right| = -\text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta r}\right) \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta r}\right|, \quad (2.69)$$

$$\left(-\frac{\delta P}{\delta z}\right) = \text{sinal}\left(-\frac{\delta P}{\delta z}\right) \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta z}\right| = -\text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta z}\right) \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta z}\right| \text{ e} \quad (2.70)$$

$$d[\text{sinal}(f) \cdot |f|] = \text{sinal}(f) \cdot \text{sinal}(f) \cdot d(f) = d(f).^* \quad (2.71)$$

Então, substituindo as equações (2.69) e (2.70) na equação (2.65), tem-se:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{kr}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ \frac{1}{r} \cdot \left[r \cdot \frac{\delta}{\delta r} \left[-\text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta r}\right) \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta r}\right|^{\frac{1}{n}} \right] + \left[-\text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta r}\right) \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta r}\right|^{\frac{1}{n}} \right] \right\} + \\ & + \left(\frac{kz}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ \frac{\delta}{\delta z} \left[-\text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta z}\right) \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta z}\right|^{\frac{1}{n}} \right] \right\} = -\phi \cdot ct \cdot \frac{\delta P}{\delta t} \end{aligned} \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{kr}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ \frac{1}{r} \cdot \left[-r \cdot \text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta r}\right) \cdot \frac{\delta}{\delta r} \left|\frac{\delta P}{\delta r}\right|^{\frac{1}{n}} - \text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta r}\right) \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta r}\right|^{\frac{1}{n}} \right] \right\} + \\ & + \left(\frac{kz}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[-\text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta z}\right) \cdot \frac{\delta}{\delta z} \left|\frac{\delta P}{\delta z}\right|^{\frac{1}{n}} \right] = -\phi \cdot ct \cdot \frac{\delta P}{\delta t} \end{aligned} \quad (2.73)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{kr}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ \frac{1}{r} \cdot \left[-r \cdot \text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta r}\right) \cdot \frac{1}{n} \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta r}\right|^{\frac{1-n}{n}} \cdot \text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta r}\right) \cdot \frac{\delta^2 P}{\delta r^2} - \right. \right. \\ & \left. \left. \text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta r}\right) \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta r}\right|^{\frac{1}{n}} \right] \right\} + \left(\frac{kz}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[\text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta z}\right) \cdot \left(-\frac{1}{n}\right) \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta z}\right|^{\frac{1-n}{n}} \cdot \right. \end{aligned}$$

* A equação (2.71) será usada na formação do jacobiano

$$\text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta z}\right) \cdot \left(\frac{\delta^2 P}{\delta z^2}\right) = -\phi \cdot c_t \cdot \frac{\delta P}{\delta t} \quad (2.74)$$

$$\left(\frac{kr}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left\{ \frac{1}{r} \cdot \left[-r \cdot \frac{1}{n} \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta r}\right|^{\frac{1-n}{n}} \cdot \frac{\delta^2 P}{\delta r^2} - \text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta r}\right) \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta r}\right|^{\frac{1}{n}} \right] \right\} +$$

$$+ \left(\frac{kz}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(-\frac{1}{n} \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta z}\right|^{\frac{1-n}{n}} \cdot \frac{\delta^2 P}{\delta z^2} \right) = -\phi \cdot c_t \cdot \frac{\delta P}{\delta t} \quad (2.75)$$

Multiplicando a equação (2.75) por (-1), tem-se:

$$\left(\frac{kr}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[\frac{1}{n} \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta r}\right|^{\frac{1-n}{n}} \cdot \left(\frac{\delta^2 P}{\delta r^2}\right) + \frac{1}{r} \cdot \text{sinal}\left(\frac{\delta P}{\delta r}\right) \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta r}\right|^{\frac{1}{n}} \right] +$$

$$+ \left(\frac{kz}{\mu_{eff}}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{1}{n} \cdot \left|\frac{\delta P}{\delta z}\right|^{\frac{1-n}{n}} \cdot \frac{\delta^2 P}{\delta z^2} \right) = \phi \cdot c_t \cdot \frac{\delta P}{\delta t} \quad (2.76)$$

A equação (2.76) é a equação que governa o escoamento de um fluido não-newtoniano em um meio poroso com permeabilidades vertical e horizontal diversas.

2.6 - A EQUAÇÃO DE TRANSPORTE DO POLÍMERO

A equação de transporte (convecção-difusão) é uma equação diferencial parcial linear, aplicada para determinação da concentração de polímero no reservatório, no qual existe escoamento nos sentidos radial e vertical.

As velocidades nas direções radial e vertical são calculadas pela equação (2.76).

2.6.1 - FORMULAÇÃO DA EQUAÇÃO

Na formulação do transporte do polímero admite-se:

- As hipóteses usadas na equação do movimento;
- A constância do tensor dispersante \vec{K} .

A condição inicial e as condições de contorno são:

- A concentração no tempo inicial é igual a zero:

$$w(r, z, 0) = 0; \quad (2.77)$$

- Nas barreiras impermeáveis, tem-se:

$$\frac{\delta w}{\delta z}(r, z = 0, t) = \frac{\delta w}{\delta z}(r, z = h, t) = 0; \quad (2.78)$$

- A concentração no final do reservatório é igual a concentração inicial:

$$w(r = \infty, z, t) = 0; \quad (2.79)$$

- Na parte não-canhoneada das paredes do poço, tem-se:

$$\frac{\delta w}{\delta r}(r_w, z > z_f + hf/2, t) = \frac{\delta w}{\delta r}(r_w, z < z_f - hf/2, t) = 0; \quad (2.80)$$

- A concentração na parte canhoneada das paredes do poço assume valor unitário:

$$w(r_w, z_f - hf/2 < z < z_f + hf/2, t) = 1. \quad (2.81)$$

Usando a equação (2.31) para fase única; fazendo W igual à concentração C e \vec{N} igual ao fluxo de polímero; considerando que não há fonte, ou seja, $F = 0$ e adicionando o termo de difusividade $\vec{\nabla} \cdot (-\phi \cdot \rho \cdot \vec{K} \cdot \vec{\nabla} w)$, tem-se, então, a equação do transporte de polímero:

$$\frac{\delta C}{\delta t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{N} + \vec{\nabla} \cdot (-\phi \cdot \rho \cdot \vec{K} \cdot \vec{\nabla} w) = F, \quad (2.82)$$

onde:

$$C = \phi \cdot \rho \cdot w;$$

$$\vec{N} = \rho \cdot w \cdot \vec{V};$$

F - termo fonte;

$$\vec{K} = Kl - \text{constante.}$$

Desenvolvendo os termos do membro esquerdo da equação, tem-se:

$$\frac{\delta C}{\delta t} = \frac{\delta(\phi \cdot \rho \cdot w)}{\delta t} = \phi \cdot \rho \cdot \frac{\delta w}{\delta t} + w \cdot \frac{\delta(\phi \cdot \rho)}{\delta t} \quad (2.83)$$

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{N} &= \nabla(\rho \cdot w \cdot \vec{V}) = \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} \cdot \vec{i}_r + \frac{\delta}{\delta z} \cdot \vec{i}_z \right) \cdot \rho \cdot w \cdot (v_r \cdot \vec{i}_r + v_z \cdot \vec{i}_z) = \\ & \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} (\rho \cdot r \cdot v_r \cdot w) + \frac{\delta}{\delta z} (\rho \cdot v_z \cdot w)\end{aligned}\quad (2.84)$$

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{N} &= v_r \cdot r \cdot \rho \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta w}{\delta r} + \rho \cdot v_z \cdot \frac{\delta w}{\delta z} + \\ & w \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} (\rho \cdot r \cdot v_r) + w \cdot \frac{\delta}{\delta z} (\rho \cdot v_z).\end{aligned}\quad (2.85)$$

Substituindo na equação (2.82), tem-se:

$$\begin{aligned}\phi \cdot \rho \cdot \frac{\delta w}{\delta t} + w \cdot \frac{\delta}{\delta t} (\phi \cdot \rho) + v_r \cdot r \cdot \rho \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta w}{\delta r} + \rho \cdot v_z \cdot \frac{\delta w}{\delta z} + \\ w \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} (\rho \cdot r \cdot v_r) + w \cdot \frac{\delta}{\delta z} (\rho \cdot v_z) + \\ \nabla \cdot (-\phi \cdot \rho \cdot \vec{K} \cdot \nabla w) = 0.\end{aligned}\quad (2.86)$$

Rearranjando os termos da equação, tem-se:

$$\begin{aligned}\phi \cdot \rho \cdot \frac{\delta w}{\delta t} + \rho \cdot v_r \cdot \frac{\delta w}{\delta r} + \rho \cdot v_z \cdot \frac{\delta w}{\delta z} + \\ w \cdot \left[\frac{\delta}{\delta t} (\phi \cdot \rho) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} (\rho \cdot r \cdot v_r) + \frac{\delta}{\delta z} (\rho \cdot v_z) \right] \\ \nabla \cdot (-\phi \cdot \rho \cdot \vec{K} \cdot \nabla w) = 0.\end{aligned}\quad (2.87)$$

No entanto, o termo entre colchetes da equação (2.87) é igual a equação (2.40), que, por sua vez, é igual a zero. Conseqüentemente, tem-se:

$$\begin{aligned}\phi \cdot \rho \cdot \frac{\delta w}{\delta t} + \rho \cdot v_r \cdot \frac{\delta w}{\delta r} + \rho \cdot v_z \cdot \frac{\delta w}{\delta z} + \\ \nabla \cdot (-\phi \cdot \rho \cdot \vec{K} \cdot \nabla w) = 0.\end{aligned}\quad (2.88)$$

O último termo desta equação é o Laplaciano de w , já que o tensor de difusividade foi considerado constante. Tem-se, então:

$$\nabla \cdot (-\phi \cdot \rho \cdot \vec{K} \cdot \nabla w) = -\phi \cdot \rho \cdot K_l \cdot \nabla^2 w =$$

$$\begin{aligned}
 & -\phi \cdot \rho \cdot Kl \cdot \left(\frac{\delta^2 w}{\delta r^2} + \frac{\delta^2 w}{\delta z^2} \right) = \\
 & -\rho \cdot \phi \cdot Kl_r \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta r^2} - \rho \cdot \phi \cdot Kl_z \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta z^2}.
 \end{aligned} \tag{2.89}$$

Substituindo a equação (2.89) na equação (2.88), tem-se:

$$\begin{aligned}
 & \phi \cdot \rho \cdot \frac{\delta w}{\delta t} + \rho \cdot v_r \cdot \frac{\delta w}{\delta r} + \rho \cdot v_z \cdot \frac{\delta w}{\delta z} - \\
 & \phi \cdot \rho \cdot Kl_r \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta r^2} - \phi \cdot \rho \cdot Kl_z \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta z^2} = 0.
 \end{aligned} \tag{2.90}$$

Dividindo todos os termos da equação acima por ρ , tem-se:

$$\begin{aligned}
 & \phi \cdot \frac{\delta w}{\delta t} + v_r \cdot \frac{\delta w}{\delta r} + v_z \cdot \frac{\delta w}{\delta z} - \\
 & \phi \cdot Kl_r \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta r^2} - \phi \cdot Kl_z \cdot \frac{\delta^2 w}{\delta z^2} = 0.
 \end{aligned} \tag{2.91}$$

A equação (2.91) é diferencial parcial linear, cujos coeficientes v_r e v_z são calculados pela equação (2.76), por solução numérica.

2.6.2 - O NÚMERO DE PECKET

O número de Peclet⁽¹⁴⁾ é definido como:

$$NPe = \frac{v \cdot L}{\phi \cdot Kl}. \tag{2.92}$$

Este número é a relação entre o transporte convectivo e o transporte difusivo. Quando o número de Peclet tende para o infinito, a dispersão tende para zero. É um parâmetro importante e define o caráter do transporte do fluido. Também influencia sobre a solução numérica.

A figura do gráfico (2.4) mostra o comportamento da dispersão com o número de Peclet, quando a discretização centrada é utilizada:

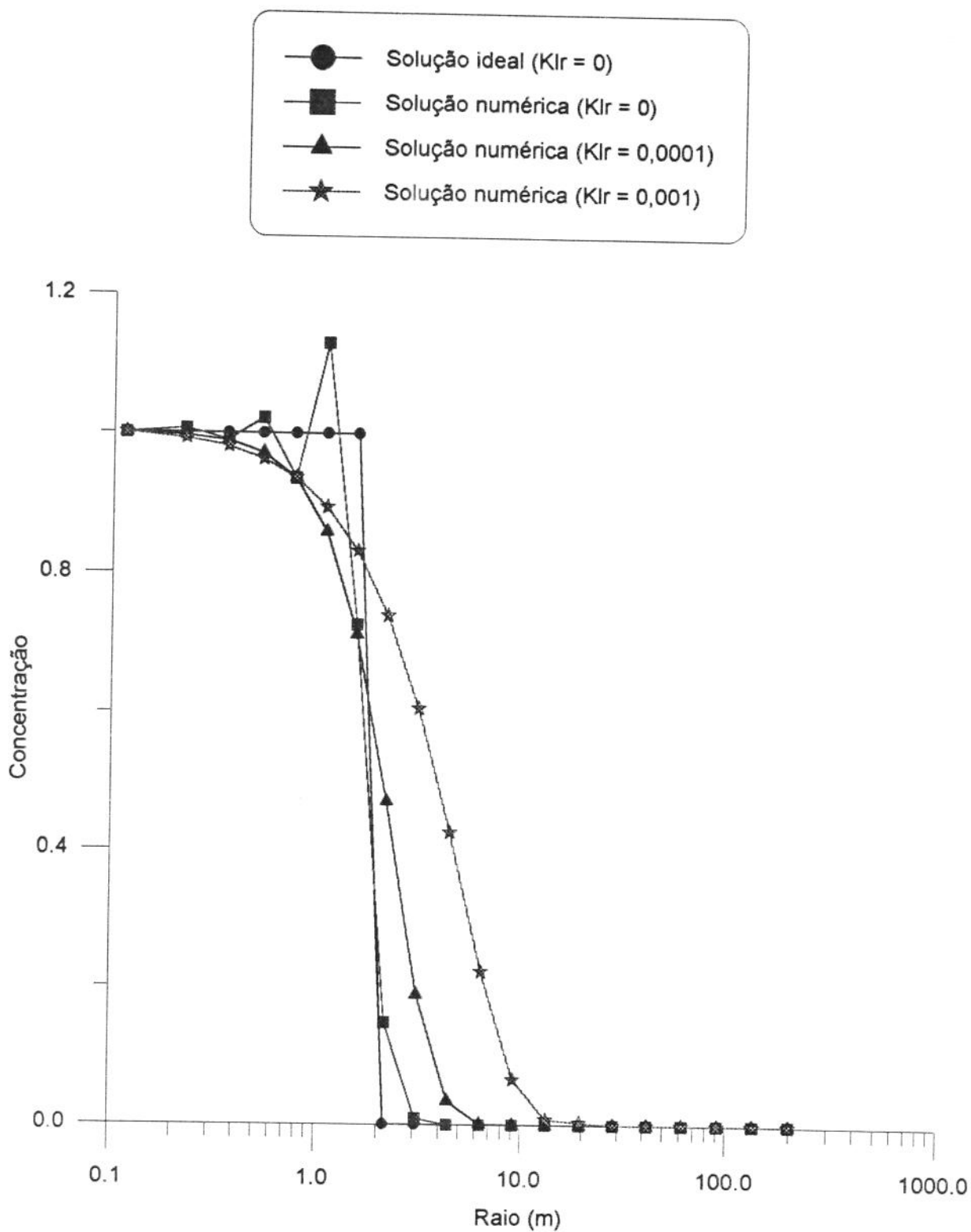


Figura 2.4 - Perfil de concentração variando o número de Peclet.

CAPÍTULO III

O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

As equações diferenciais apresentadas não têm soluções analíticas conhecidas, por isto, o método numérico é utilizado.

As derivadas que aparecem nas equações diferenciais são discretizadas através do método das diferenças finitas, pelo uso da série de Taylor⁽¹⁾, que faz as aproximações das derivadas, dando informações sobre a função num ponto qualquer ou nas proximidades deste ponto.

Seja $y(x)$ uma função que tem derivadas até a ordem $(n+1)$, em x . Esta função pode ser expandida pela série de Taylor:

$$y(x+h) = y(x) + h \cdot y'(x) + \frac{h^2}{2!} \cdot y''(x) + \dots + \frac{h^n}{n!} \cdot y^n(x) + \frac{h^{n+1}}{(n+1)!} \cdot y^{(n+1)}(\xi), \quad x < \xi < (x+h). \quad (3.1)$$

O último termo da série acima corresponde ao erro, em virtude da aproximação de $y(x+h)$ pelo polinômio de grau n .

3.1 - DERIVADA-PRIMEIRA COM ESPAÇAMENTOS DIFERENTES

Usa-se a série de Taylor (equação 3.1) para aproximar-se $y(x-h_1)$ e $y(x+h_2)$ de um polinômio de grau 2.

$$y(x+h_2) = y(x) + h_2 \cdot y'(x) + \frac{h_2^2}{2!} \cdot y''(x) + \frac{h_2^3}{3!} \cdot y'''(\xi_2) \quad \text{e} \quad (3.2)$$

$$y(x-h_1) = y(x) - h_1 \cdot y'(x) + \frac{h_1^2}{2!} \cdot y''(x) - \frac{h_1^3}{3!} \cdot y'''(\xi_1). \quad (3.3)$$

Multiplicando a equação (3.2) por (h_1^2) e a equação (3.3) por $(-h_2^2)$, tem-se:

$$h_1^2 \cdot y(x+h_2) = h_1^2 \cdot y(x) + h_1^2 \cdot h_2 \cdot y'(x) + \frac{h_1^2 \cdot h_2^2}{2!} \cdot y''(x) + \frac{h_1^2 \cdot h_2^3}{3!} \cdot y'''(\xi_2) \quad \text{e} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned}
 -h_2^2 \cdot \mathcal{Y}(x-h_1) &= -h_2^2 \cdot \mathcal{Y}(x) + h_2^2 \cdot h_1 \cdot y'(x) - \frac{h_2^2 \cdot h_1^2}{2!} \cdot y''(x) + \\
 &\frac{h_2^2 \cdot h_1^3}{3!} \cdot y'''(\xi_1).
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Subtraindo a equação (3.5) da equação (3.4), tem-se:

$$\begin{aligned}
 h_1^2 \cdot \mathcal{Y}(x+h_2) - h_2^2 \cdot \mathcal{Y}(x-h_1) &= (h_1^2 - h_2^2) \cdot \mathcal{Y}(x) + \\
 (h_1^2 \cdot h_2 + h_2^2 \cdot h_1) \cdot y'(x) &+ \frac{(h_1^2 \cdot h_2^3 + h_2^2 \cdot h_1^3)}{3!} \cdot y'''(\xi).
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

Então:

$$\begin{aligned}
 y'(x) &= \frac{h_1^2 \cdot \mathcal{Y}(x+h_2) - h_2^2 \cdot \mathcal{Y}(x-h_1) - (h_1^2 - h_2^2) \cdot \mathcal{Y}(x)}{h_1^2 \cdot h_2 + h_2^2 \cdot h_1} + \\
 &\frac{h_1^2 \cdot h_2^3 + h_2^2 \cdot h_1^3}{(h_1^2 \cdot h_2 + h_2^2 \cdot h_1) \cdot 3!} \cdot y'''(\xi),
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

para algum ξ no intervalo $(x-h_1, x+h_2)$.

3.2 - DERIVADA-SEGUNDA COM ESPAÇAMENTOS DIFERENTES

Multiplicando a equação (3.2) por h_1 , a equação (3.3) por h_2 e somando termo a termo as equações resultantes do produto, tem-se:

$$\begin{aligned}
 y''(x) &= 2 \cdot \left[\frac{h_1 \cdot \mathcal{Y}(x+h_2) + h_2 \cdot \mathcal{Y}(x-h_1) - (h_1 + h_2) \cdot \mathcal{Y}(x)}{h_1 \cdot h_2 \cdot (h_1 + h_2)} \right] - \\
 &\frac{h_2 - h_1}{3} \cdot y'''(\xi).
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

3.3 - DISCRETIZAÇÃO AVANÇADA DA DERIVADA-PRIMEIRA

Usa-se a série de Taylor (equação 3.1), para aproximar-se $y(x+h)$ de um polinômio de grau 1. Com isso, tem-se:

$$\mathcal{Y}(x+h) = \mathcal{Y}(x) + h \cdot y'(x) + \frac{h^2}{2!} \cdot y''(\xi).
 \tag{3.9}$$

Manipulando a equação (3.9), obtêm-se a fórmula avançada e seu erro, descritos logo abaixo:

$$y'(x) = \frac{y(x+h) - y(x)}{h} - \frac{h}{2} \cdot y''(\xi). \quad (3.10)$$

3.4 - DISCRETIZAÇÃO ATRASADA DA DERIVADA-PRIMEIRA

Semelhante ao item (3.3), porém, para $y(x-h)$, obtêm-se a fórmula atrasada e seu erro, segundo equação abaixo:

$$y'(x) = \frac{y(x) - y(x-h)}{h} + \frac{h}{2} \cdot y''(\xi) \quad (3.11)$$

3.5 - AS DERIVADAS APROXIMADAS

Pode-se, portanto, usar as aproximações das equações (3.7), (3.8), (3.10) e (3.11) para as seguintes derivadas, conforme a seguinte malha de discretização:

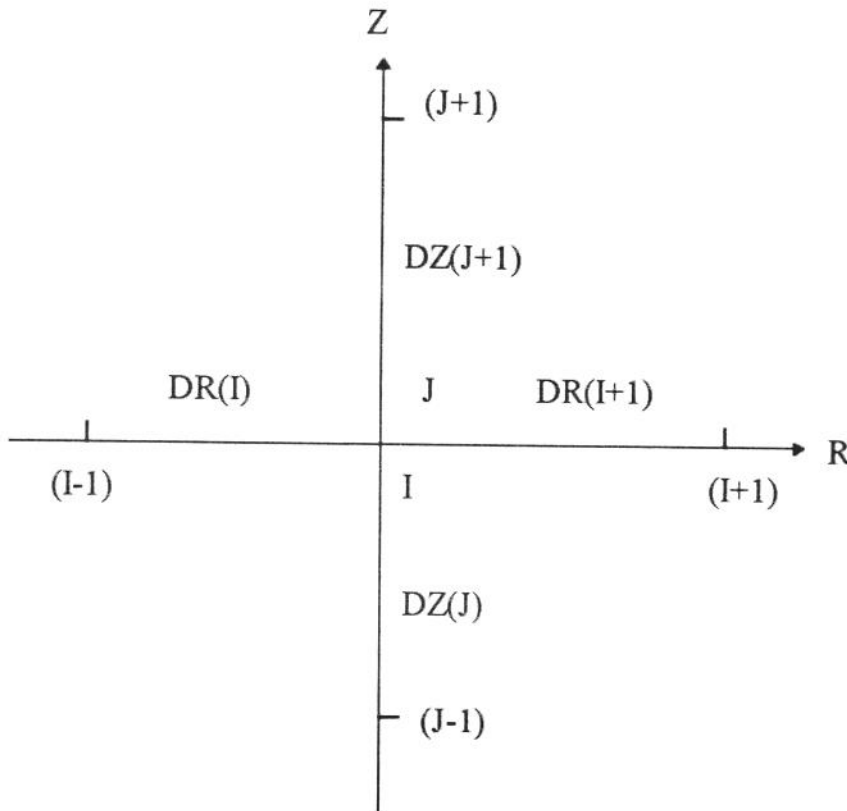


Figura 3.1 - Malha de discretização.

$$\frac{\delta P}{\delta r} = \{DR(I)^2 \cdot P(I+1, J, 2) - DR(I+1)^2 \cdot P(I-1, J, 2) -$$

$$\begin{aligned} & [DR(I)^2 - DR(I+1)^2] \cdot P(I, J, 2) \} / \\ & \{DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)]\}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta P}{\delta z} &= \{DZ(J)^2 \cdot P(I, J+1, 2) - DZ(J+1)^2 \cdot P(I, J-1, 2) - \\ & [DZ(J)^2 - DZ(J+1)^2] \cdot P(I, J, 2)\} / \\ & \{DZ(J) \cdot DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]\}, \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 P}{\delta r^2} &= 2 \cdot \{DR(I) \cdot P(I+1, J, 2) + DR(I+1) \cdot P(I-1, J, 2) - \\ & [DR(I) + DR(I+1)] \cdot P(I, J, 2)\} / \\ & \{DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)]\}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 P}{\delta z^2} &= 2 \cdot \{DZ(J) \cdot P(I, J+1, 2) + DZ(J+1) \cdot P(I, J-1, 2) - \\ & [DZ(J) + DZ(J+1)] \cdot P(I, J, 2)\} / \\ & \{DZ(J) \cdot DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]\}, \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\frac{\delta P}{\delta t} = \left[\frac{P(I, J, 2) - P(I, J, 1)}{DT} \right], \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta w}{\delta r} &= \{DR(I)^2 \cdot w(I+1, J, 2) - DR(I+1)^2 \cdot w(I-1, J, 2) - \\ & [DR(I)^2 - DR(I+1)^2] \cdot w(I, J, 2)\} / \\ & \{DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)]\}, \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\frac{\delta w}{\delta r} = \frac{w(I, J, 2) - w(I-1, J, 2)}{DR(I)}, \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta w}{\delta z} &= \{DZ(J)^2 \cdot w(I, J+1, 2) - DZ(J+1)^2 \cdot w(I, J-1, 2) - \\ & [DZ(J)^2 - DZ(J+1)^2] \cdot w(I, J, 2)\} / \end{aligned}$$

$$\{DZ(J) \cdot DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]\}, \quad (3.19)$$

$$\frac{\delta w}{\delta z} = \frac{w(I, J, 2) - w(I, J-1, 2)}{DZ(J)}, \quad (3.20)$$

$$\frac{\delta w}{\delta z} = \frac{w(I, J+1, 2) - w(I, J, 2)}{DZ(J+1)}, \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 w}{\delta r^2} &= 2 \cdot \{DR(I) \cdot w(I+1, J, 2) + DR(I+1) \cdot w(I-1, J, 2) - \\ &[DR(I) + DR(I+1)] \cdot w(I, J, 2)\} / \\ &\{DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)]\}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 w}{\delta z^2} &= 2 \cdot \{DZ(J) \cdot w(I, J+1, 2) + DZ(J+1) \cdot w(I, J-1, 2) - \\ &[DZ(J) + DZ(J+1)] \cdot w(I, J, 2)\} / \\ &\{DZ(J) \cdot DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]\} \text{ e} \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\frac{\delta w}{\delta t} = \left[\frac{w(I, J, 2) - w(I, J, 1)}{DT} \right]. \quad (3.24)$$

Sabendo que $P(I, J, 2)$ e $w(I, J, 2)$ são a pressão e a concentração, respectivamente, no nível avançado de tempo $(K+1)$, e que $P(I, J, 1)$ e $w(I, J, 1)$, a pressão e a concentração no nível atrasado de tempo (K) , vem:

$$P(I, J, 2) = P(I, J, K+1);$$

$$w(I, J, 2) = w(I, J, K+1);$$

$$P(I, J, 1) = P(I, J, K);$$

$$w(I, J, 1) = w(I, J, K).$$

CAPÍTULO IV

A DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

A discretização da equação do movimento (2.76) é centrada para as derivadas-primeira e derivadas-segunda da pressão em relação a "r" e "z". Já para a derivada-primeira da pressão em relação ao tempo, a discretização usada é do tipo avançada.

4.1 - A EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

Chamando $F(r, z, t)$ a função difusão e denominando:

$$TR = \left(\frac{kr}{\mu_{eff}} \right)^{\frac{1}{n}},$$

$$TZ = \left(\frac{kz}{\mu_{eff}} \right)^{\frac{1}{n}},$$

$$A = \frac{1}{n},$$

$$B = \frac{1-n}{n} \text{ e}$$

$$E = \phi \cdot ct;$$

a equação (2.76) torna-se:

$$F(r, z, t) = -E \cdot \frac{\delta P}{\delta t} + TR \cdot A \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta r} \right|^B \cdot \frac{\delta^2 P}{\delta r^2} + \frac{TR}{r} \cdot \text{senal} \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right) \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta r} \right|^A +$$
$$TZ \cdot A \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta z} \right|^B \cdot \frac{\delta^2 P}{\delta z^2}. \quad (4.1)$$

Substituindo as equações (3.12), (3.13), (3.14), (3.15) e (3.16) na equação (4.1), tem-se:

$$\begin{aligned}
F(r, z, t) = & -E \cdot \left[\frac{P(I, J, 2) - P(I, J, 1)}{DT} \right] + \\
& TR \cdot A \cdot \left\{ DR(I)^2 \cdot P(I+1, J, 2) - DR(I+1)^2 \cdot P(I-1, J, 2) - \right. \\
& \left. [DR(I)^2 - DR(I+1)^2] \cdot P(I, J, 2) \right\} / \\
& \left\{ DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)] \right\}^B \cdot \\
& \{ 2 \cdot DR(I) \cdot P(I+1, J, 2) + 2 \cdot DR(I+1) \cdot P(I-1, J, 2) - \\
& 2 \cdot [DR(I) + DR(I+1)] \cdot P(I, J, 2) \} / \\
& \left\{ DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)] \right\} + \\
& \frac{TR}{R(I)} \cdot \text{sinal} \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right) \cdot \left\{ DR(I)^2 \cdot P(I+1, J, 2) - \right. \\
& \left. DR(I+1)^2 \cdot P(I-1, J, 2) - [DR(I)^2 - DR(I+1)^2] \cdot P(I, J, 2) \right\} / \\
& \left\{ DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)] \right\}^A + \\
& TZ \cdot A \cdot \left\{ DZ(J)^2 \cdot P(I, J+1, 2) - DZ(J+1)^2 \cdot P(I, J-1, 2) - \right. \\
& \left. [DZ(J)^2 - DZ(J+1)^2] \cdot P(I, J, 2) \right\} / \\
& \left\{ DZ(J) \cdot DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)] \right\}^B \cdot \\
& \{ 2 \cdot DZ(J) \cdot P(I, J+1, 2) + 2 \cdot DZ(J+1) \cdot P(I, J-1, 2) - \\
& 2 \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)] \cdot P(I, J, 2) \} /
\end{aligned}$$

$$\{DZ(J) \cdot DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]\}. \quad (4.2)$$

4.2 - MATRIZ JACOBIANA

Os elementos da matriz Jacobiana são as derivadas parciais da equação (4.2). As expressões destas derivadas são:

$$\begin{aligned} \frac{\delta F(r, z, t)}{\delta P(I-1, J, 2)} &= TR \cdot A \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta r} \right|^B \cdot \left(\frac{2}{DR(I) \cdot [DR(I) \cdot DR(I+1)]} \right) + \\ &TR \cdot A \cdot \left(\frac{\delta^2 P}{\delta r^2} \right) \cdot B \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta r} \right|^{B-1} \cdot \text{sinal} \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right) \cdot \\ &\left(\frac{-DR(I+1)}{DR(I) \cdot [DR(I) + DR(I+1)]} \right) + \frac{TR}{R(I)} \cdot \text{sinal} \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right) \cdot A \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta r} \right|^{A-1} \cdot \\ &\text{sinal} \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right) \cdot \left(\frac{-DR(I+1)}{DR(I) \cdot [DR(I) + DR(I+1)]} \right), \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta F(r, z, t)}{\delta P(I, J-1, 2)} &= TZ \cdot A \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta z} \right|^B \cdot \left(\frac{2}{DZ(J) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]} \right) + \\ &TZ \cdot A \cdot \left(\frac{\delta^2 P}{\delta z^2} \right) \cdot B \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta z} \right|^{B-1} \cdot \text{sinal} \left(\frac{\delta P}{\delta z} \right) \cdot \\ &\left(\frac{-DZ(J+1)}{DZ(J) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]} \right), \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta F(r, z, t)}{\delta P(I, J, 2)} &= -\frac{E}{DT} + TR \cdot A \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta r} \right|^B \cdot \left(\frac{-2}{DR(I) \cdot DR(I+1)} \right) + \\ &TR \cdot A \cdot \left(\frac{\delta^2 P}{\delta r^2} \right) \cdot B \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta r} \right|^{B-1} \cdot \text{sinal} \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right) \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{-[DR(I)^2 - DR(I+1)^2]}{DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)]} \right) + \\
& \frac{TR}{R(I)} \cdot \text{sinal} \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right) \cdot A \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta r} \right|^{A-1} \cdot \text{sinal} \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right) \cdot \\
& \left(\frac{-[DR(I)^2 - DR(I+1)^2]}{DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)]} \right) + \\
& TZ \cdot A \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta z} \right|^B \cdot \left(\frac{-2}{DZ(J) \cdot DZ(J+1)} \right) + \\
& TZ \cdot A \cdot \left(\frac{\delta^2 P}{\delta z^2} \right) \cdot B \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta z} \right|^{B-1} \cdot \text{sinal} \left(\frac{\delta P}{\delta z} \right) \cdot \\
& \left(\frac{-[DZ(J)^2 - DZ(J+1)^2]}{DZ(J) \cdot DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]} \right), \tag{4.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\delta F(r, z, t)}{\delta P(I, J+1, 2)} &= TZ \cdot A \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta z} \right|^B \cdot \left(\frac{2}{DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]} \right) + \\
& TZ \cdot A \cdot \left(\frac{\delta^2 P}{\delta z^2} \right) \cdot B \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta z} \right|^{B-1} \cdot \text{sinal} \left(\frac{\delta P}{\delta z} \right) \cdot \\
& \left(\frac{DZ(J)}{DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]} \right) e \tag{4.6}
\end{aligned}$$

$$\frac{\delta F(r, z, t)}{\delta P(I+1, J, 2)} = TR \cdot A \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta r} \right|^B \cdot \left(\frac{2}{DR(I+1) \cdot [DR(I) \cdot DR(I+1)]} \right) +$$

$$TR \cdot A \cdot \left(\frac{\delta^2 P}{\delta r^2} \right) \cdot B \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta r} \right|^{B-1} \cdot \text{sinal} \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right).$$

$$\left(\frac{DR(I)}{DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)]} \right) + \frac{TR}{R(I)} \cdot \text{sinal} \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right) \cdot A \cdot \left| \frac{\delta P}{\delta r} \right|^{A-1}.$$

$$\text{sinal} \left(\frac{\delta P}{\delta r} \right) \cdot \left(\frac{DR(I)}{DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)]} \right). \quad (4.7)$$

CAPÍTULO V

A DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DO TRANSPORTE

A discretização da equação (2.91) do transporte de polímero utilizada é uma discretização centrada para as derivadas-primeira e derivadas-segunda da concentração em relação a "r" e "z". Já para a derivada-primeira da concentração em relação ao tempo, a discretização usada é do tipo avançada.

Neste trabalho, a equação do transporte é uma equação diferencial parcial linear, cuja resolução pode ser obtida através do emprego do método de Gauss-Seidel⁽¹⁾ para solução do sistema de equações gerado.

Substituindo as equações (3.17), (3.19), (3.22), (3.23) e (3.24) na equação (2.91), tem-se:

$$\begin{aligned} & \phi \cdot \left[\frac{w(I, J, 2) - w(I, J, 1)}{DT} \right] + \\ & VR(I, J, 2) \cdot \{ DR(I)^2 \cdot w(I+1, J, 2) - DR(I+1)^2 \cdot w(I-1, J, 2) - \\ & [DR(I)^2 - DR(I+1)^2] \cdot w(I, J, 2) \} / \\ & \{ DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)] \} + \\ & VZ(I, J, 2) \cdot \{ DZ(J)^2 \cdot w(I, J+1, 2) - DZ(J+1)^2 \cdot w(I, J-1, 2) - \\ & [DZ(J)^2 - DZ(J+1)^2] \cdot w(I, J, 2) \} / \\ & \{ DZ(J) \cdot DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)] \} - \\ & 2 \cdot \phi \cdot Kl_r \cdot \{ DR(I) \cdot w(I+1, J, 2) + DR(I+1) \cdot w(I-1, J, 2) - \\ & [DR(I) + DR(I+1)] \cdot w(I, J, 2) \} / \\ & \{ DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)] \} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2 \cdot \phi \cdot Kl_z \cdot \{DZ(J) \cdot w(I, J+1, 2) + DZ(J+1) \cdot w(I, J-1, 2) - \\
& [DZ(J) + DZ(J+1)] \cdot w(I, J, 2)\} / \\
& \{DZ(J) \cdot DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]\} = 0. \tag{5.1}
\end{aligned}$$

Rearranjando os termos da equação (5.1), tem-se:

$$\begin{aligned}
& -w(I-1, J, 2) \cdot \{VR(I, J, 2) \cdot DR(I+1)^2 + 2 \cdot \phi \cdot Kl_r \cdot DR(I+1)\} / \\
& \{DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)]\} - \\
& w(I, J-1, 2) \cdot \{VZ(I, J, 2) \cdot DZ(J+1)^2 + 2 \cdot \phi \cdot Kl_z \cdot DZ(J+1)\} / \\
& \{DZ(J) \cdot DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]\} + \\
& w(I, J, 2) \cdot \{(\phi/DT) + \{2 \cdot \phi \cdot Kl_r \cdot (DR(I+1) + DR(I)) - \\
& VR(I, J, 2) \cdot [DR(I)^2 - DR(I+1)^2]\} / \\
& \{DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)]\} + \\
& \{2 \cdot \phi \cdot Kl_z \cdot (DZ(J+1) + DZ(J)) - \\
& VZ(I, J, 2) \cdot (DZ(J)^2 - DZ(J+1)^2)\} / \\
& \{DZ(J) \cdot DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]\} + \\
& w(I, J+1, 2) \cdot \{VZ(I, J, 2) \cdot DZ(J)^2 - 2 \cdot \phi \cdot Kl_z \cdot DZ(J)\} / \\
& \{DZ(J) \cdot DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]\} + \\
& w(I+1, J, 2) \cdot \{VR(I, J, 2) \cdot DR(I)^2 + 2 \cdot \phi \cdot Kl_r \cdot DR(I)\} /
\end{aligned}$$

$$\{DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)]\} =$$

$$(\phi/DT) \cdot w(I, J, 1). \quad (5.2)$$

Desta forma, têm-se os coeficientes da equação (5.2), que são os termos que multiplicam o $w(I-1, J, 2)$, $w(I, J-1, 2)$, $w(I, J, 2)$, $w(I, J+1, 2)$ e $w(I+1, J, 2)$ respectivamente, e o termo independente desta equação que é igual a $(\phi/DT) \cdot w(I, J, 1)$.

Outra forma de discretizar a equação (2.91) é usar diferença atrasada para os termos $\delta w/\delta r$ e $\delta w/\delta z$, se a velocidade vertical (v_z) for maior ou igual a zero. Para velocidade vertical (v_z) menor que zero, usa-se discretização avançada.

Substituindo as equações (3.18), (3.20) ou (3.21), (3.22), (3.23) e (3.24) na equação (2.91), tem-se:

$$\phi \cdot \left(\frac{w(I, J, 2) - w(I, J, 1)}{DT} \right) + VR(I, J, 2) \cdot \left(\frac{w(I, J, 2) - w(I-1, J, 2)}{DR(I)} \right)$$

$$+VZ(I, J, 2) \cdot \left(\frac{w(I, J, 2) - w(I, J-1, 2)}{DZ(J)} \right) \text{ se } (VZ \geq 0) \text{ ou}$$

$$+VZ(I, J, 2) \cdot \left(\frac{w(I, J+1, 2) - w(I, J, 2)}{DZ(J+1)} \right) \text{ se } (VZ < 0)$$

$$-2 \cdot \phi \cdot Kl_r \cdot \{DR(I) \cdot w(I+1, J, 2) + DR(I+1) \cdot w(I-1, J, 2) -$$

$$[DR(I) + DR(I+1)] \cdot w(I, J, 2)\} /$$

$$\{DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)]\} -$$

$$2 \cdot \phi \cdot Kl_z \cdot \{DZ(J) \cdot w(I, J+1, 2) + DZ(J+1) \cdot w(I, J-1, 2) -$$

$$[DZ(J) + DZ(J+1)] \cdot w(I, J, 2)\} /$$

$$\{DZ(J) \cdot DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)]\} = 0. \quad (5.3)$$

Fazendo:

$$DR3 = DR(I) \cdot DR(I+1) \cdot [DR(I) + DR(I+1)],$$

$$DR7 = DR(I) + DR(I+1),$$

$$DZ3 = DZ(J) \cdot DZ(J+1) \cdot [DZ(J) + DZ(J+1)] \text{ e}$$

$DZ7 = DZ(J) + DZ(J+1)$; e rearranjando os termos da equação (5.3) para $VZ(I, J, 2) \geq 0$, tem-se:

$$\begin{aligned} & -w(I-1, J, 2) \cdot \left(\frac{VR(I, J, 2)}{DR(I)} + 2 \cdot Kl_r \cdot \phi \cdot \frac{DR(I+1)}{DR3} \right) \\ & -w(I, J-1, 2) \cdot \left(\frac{VZ(I, J, 2)}{DZ(J)} + 2 \cdot Kl_z \cdot \phi \cdot \frac{DZ(J+1)}{DZ3} \right) + \\ & w(I, J, 2) \cdot \left(\frac{\phi}{DT} + \frac{VR(I, J, 2)}{DR(I)} + \frac{VZ(I, J, 2)}{DZ(J)} + 2 \cdot Kl_r \cdot \phi \cdot \frac{DR7}{DR3} + 2 \cdot Kl_z \cdot \phi \cdot \frac{DZ7}{DZ3} \right) \\ & -w(I, J+1, 2) \cdot \left(2 \cdot Kl_z \cdot \phi \cdot \frac{DZ(J)}{DZ3} \right) \\ & -w(I+1, J, 2) \cdot \left(2 \cdot Kl_r \cdot \phi \cdot \frac{DR(I)}{DR3} \right) = \frac{\phi}{DT} \cdot w(I, J, 1). \end{aligned} \quad (5.4)$$

Rearranjando os termos da equação (5.3) para $VZ(I, J, 2) < 0$, tem-se:

$$-w(I-1, J, 2) \cdot \left(\frac{VR(I, J, 2)}{DR(I)} + 2 \cdot Kl_r \cdot \phi \cdot \frac{DR(I+1)}{DR3} \right)$$

$$\begin{aligned}
& -w(I, J-1, 2) \cdot \left(2 \cdot Kl_z \cdot \phi \cdot \frac{DZ(J+1)}{DZ3} \right) + \\
& w(I, J, 2) \cdot \left(\frac{\phi}{DT} + \frac{VR(I, J, 2)}{DR(I)} - \frac{VZ(I, J, 2)}{DZ(J+1)} + 2 \cdot Kl_r \cdot \phi \cdot \frac{DR7}{DR3} + 2 \cdot Kl_z \cdot \phi \cdot \frac{DZ7}{DZ3} \right) \\
& + w(I, J+1, 2) \cdot \left(\frac{VZ(I, J, 2)}{DZ(J+1)} - 2 \cdot Kl_z \cdot \phi \cdot \frac{DZ(J)}{DZ3} \right) \\
& - w(I+1, J, 2) \cdot \left(2 \cdot Kl_r \cdot \phi \cdot \frac{DR(I)}{DR3} \right) = \frac{\phi}{DT} \cdot w(I, J, 1). \tag{5.5}
\end{aligned}$$

Desta forma, têm-se os coeficientes das equações (5.4) e (5.5), que são os termos que multiplicam o $w(I-1, J, 2)$, $w(I, J-1, 2)$, $w(I, J, 2)$, $w(I, J+1, 2)$ e $w(I+1, J, 2)$ respectivamente, e o termo independente desta equação que é igual a $(\phi / DT) \cdot w(I, J, 1)$.

As matrizes formadas pelas equações (5.2), (5.4) e (5.5) são penta-diagonais, resolvíveis pelo método iterativo de Gauss-Seidel⁽¹⁴⁾.

CAPÍTULO VI

METODOLOGIA DE CÁLCULO

A solução do problema foi encaminhada pelo desenvolvimento de dois programas, elaborados em linguagem FORTRAN, utilizados neste trabalho:

- INJPOL.FOR, a solução numérica;
- INJFLU.FOR, a solução semi-analítica.

6.1 - A SOLUÇÃO NUMÉRICA (INJPOL.FOR)

Este programa é composto de cinco partes:

- Entrada de dados;
- Cálculos preliminares;
- Solução numérica da equação do movimento;
- Solução numérica da equação do transporte;
- Saída de dados.

6.1.1 - ENTRADA DE DADOS

A entrada de dados (em unidades de campo) é feita de modo interativo com o programa. Finalizada esta etapa, é exibida na tela do vídeo uma tabela com estes dados. Se houver necessidade, existe a possibilidade de alteração do valor numérico de qualquer dado da tabela.

6.1.2 - CÁLCULOS PRELIMINARES

Compreendem a transformação das unidades dos dados de entrada (unidades de campo) em unidades coerentes (SI - Sistema Internacional de Unidades), além dos cálculos para formação da malha de discretização, tanto radial como verticalmente.

6.1.3 - SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

O primeiro passo é o cálculo dos coeficientes da matriz jacobiana pelo uso das equações (4.3), a (4.7) e do termo independente pela equação (4.2). Realizados estes cálculos, monta-se, então, a matriz.

Subseqüente à construção da matriz jacobiana, aplica-se o método iterativo de Gauss-Seidel⁽¹⁾ para resolvê-la, conforme algoritmo abaixo:

Método de Gauss-Seidel:

Dados: A - (matriz), b - (termo independente), x^o - (proposta de solução inicial) e M (número máximo de iterações).

Para k = 0, 1, 2, ..., M

Para i = 1, 2, 3, ..., n

$$x_i^{(k+1)} = \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} \cdot x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} \cdot x_j^k \right) / a_{ii} \quad (6.1)$$

A solução do problema pelo algoritmo (6.1) fornece o campo de pressão dentro do reservatório para cada incremento de tempo, com o qual são realizados os cálculos para determinação dos campos de velocidades radial e vertical pelas equações (2.44) e (2.45) respectivamente.

6.1.4 - SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DO TRANSPORTE

De posse destes campos de velocidades, são calculados os coeficientes e os termos independentes da matriz formada a partir da equação do transporte do polímero. Monta-se, então, esta matriz penta-diagonal, cuja solução é obtida também pelo método de Gauss-Seidel. Esta solução é o campo de concentração de polímero dentro do reservatório a cada incremento de tempo. Completado o tempo total de bombeio, as coordenadas da frente do banco de polímero são calculadas na concentração especificada nos dados de entrada.

Neste programa, a discretização da equação do transporte é centrada nas duas direções (radial e vertical).

6.1.5 - SAÍDA DE DADOS

A saída de dados deste programa ocorre na forma de relatórios e arquivos numéricos. Estes últimos contêm os dados necessários para construção dos gráficos.

6.1.6 - FLUXOGRAMA

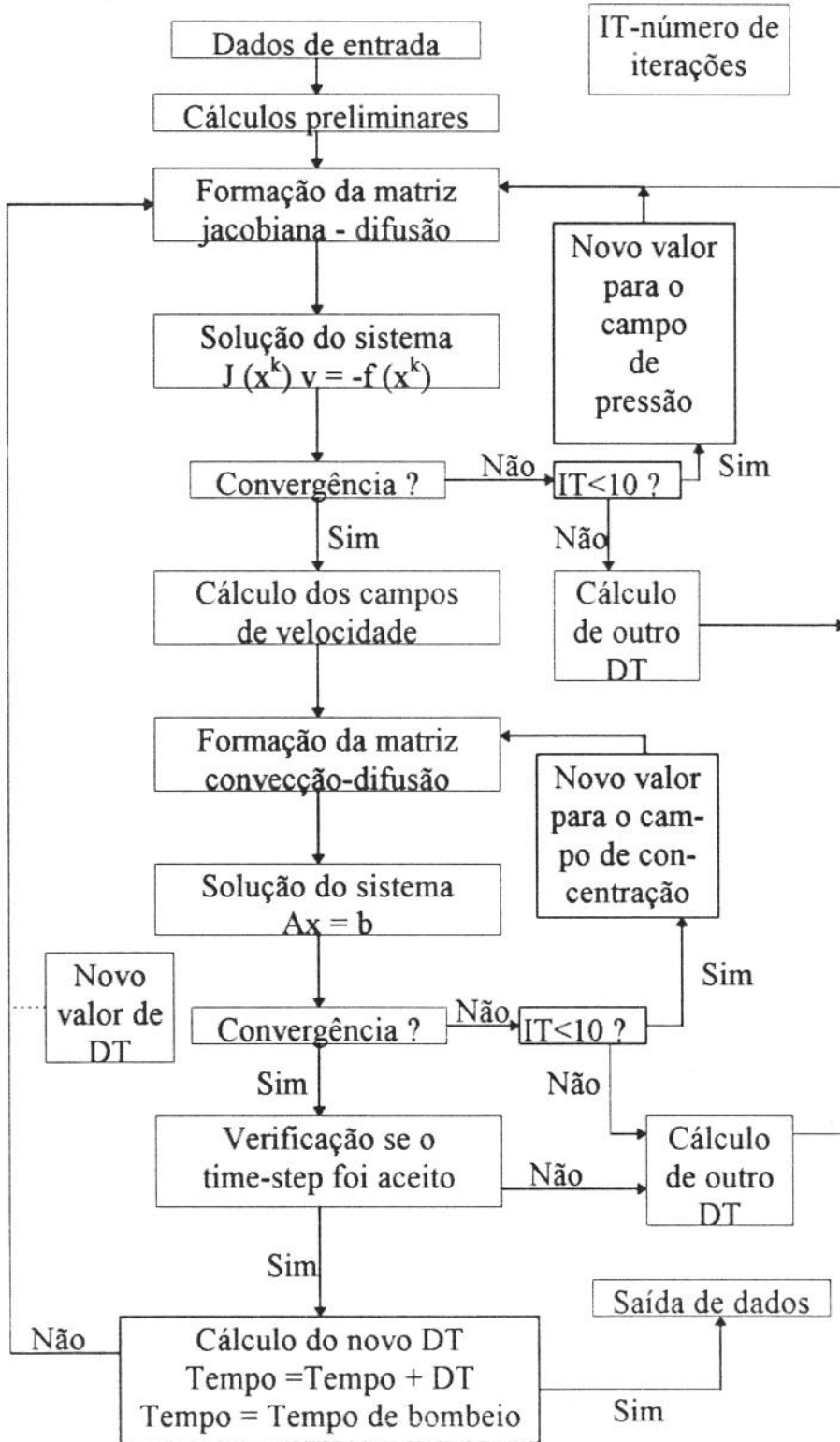


Figura 6.1 - Fluxograma do programa INJPOL.FOR.

6.2 - A SOLUÇÃO SEMI-ANALÍTICA (INJFLU.FOR)

No capítulo VII, mostra-se que a velocidade dentro do banco de fluido injetado independe da viscosidade do fluido. Logo, usa-se a equação (7.21) para tempo longo (aproximação de Gringarten) no lugar da equação (2.76), para o cálculo do campo de velocidade, pois a utilização desta última equação demanda muito tempo de computação.

Este programa é composto de quatro partes:

- Entrada de dados;
- Cálculos preliminares;
- Solução numérica da equação do transporte;
- Saída de dados.

6.2.1 - ENTRADA DE DADOS

Idem ao item (6.1.1).

6.2.2 - CÁLCULOS PRELIMINARES

Idem ao item (6.1.2), incluindo o cálculo do campo de velocidade pelas equações (7.28) e (7.33).

6.2.3 - SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DO TRANSPORTE

Idem ao item (6.1.4), sendo que, neste programa, a discretização da equação do transporte é avançada ou atrasada no sentido vertical e atrasada no sentido radial. Para os testes de comparação com o programa INJPOL.FOR, INJFLU.FOR foi modificado para que a discretização da equação do movimento fosse centrada nos dois sentidos, radial e vertical.

6.2.4 - SAÍDA DE DADOS

Idem ao item (6.1.5), acrescentando que, neste programa, a posição da frente do banco de fluido injetado é calculada numa concentração tal que o volume da “panqueca”^{*} formada seja igual ao volume do fluido injetado.

^{*} Formato geométrico do banco de fluido no reservatório

6.2.5 - FLUXOGRAMA

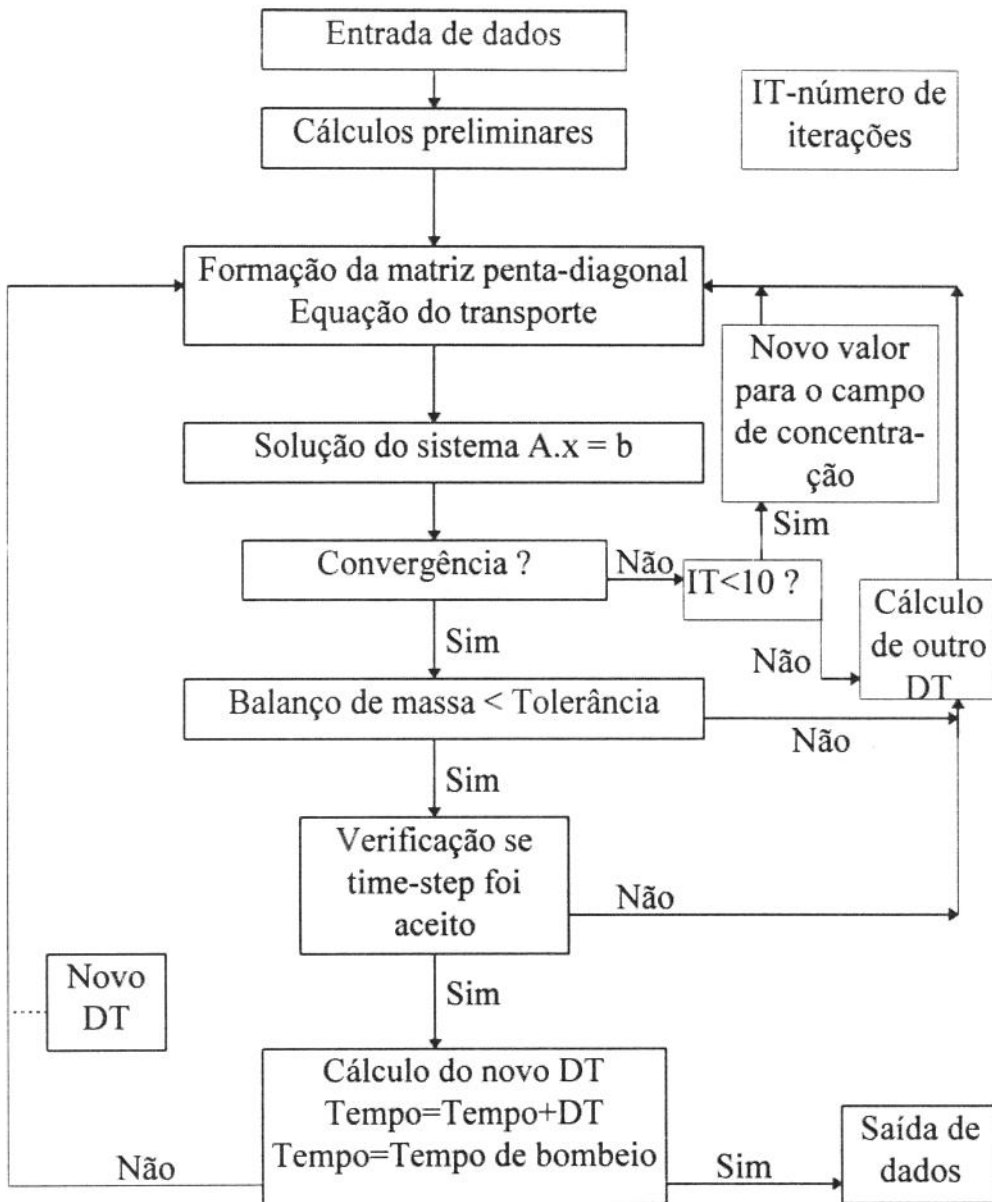


Figura 6.2 - Fluxograma do programa INJFLU.FOR.

CAPÍTULO VII

RESULTADOS E COMENTÁRIOS

Neste capítulo serão realizadas comparações entre a solução numérica da equação do movimento para fluido modelo de potência com soluções analíticas para escoamento radial de fluido modelo de potência, e para escoamento bidimensional de fluido newtoniano em reservatório com poço parcialmente completado.

7.1 - ESCOAMENTO RADIAL DE UM FLUIDO MODELO DE POTÊNCIA

Este item refere-se ao caso em que o escoamento se realiza somente na direção radial, ou seja, não há gradiente vertical de pressão.

A solução analítica proposta por Ikoku⁽²⁾ para escoamento radial de fluido modelo de potência será comparada com a solução deste simulador no caso em que a espessura do canhoneio é igual a espessura da formação.

A equação do movimento para escoamento radial de um fluido não-newtoniano modelo de potência é:

$$\frac{\delta^2 P}{\delta r^2} + \frac{n}{r} \cdot \frac{\delta P}{\delta r} = c_t \cdot \phi \cdot n \cdot \left(\frac{\mu_{eff}}{k_r} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(-\frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{n-1}{n}} \cdot \frac{\delta P}{\delta t}. \quad (7.1)$$

Para linearizar a equação (7.1), Ikoku usou a seguinte aproximação para a equação (2.44):

$$\left(-\frac{\delta P}{\delta r} \right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{\mu_{eff}}{k_r} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot v_r \cong \left(\frac{\mu_{eff}}{k_r} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{q_w}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot r}. \quad (7.2)$$

Substituindo a equação (7.2) na equação (7.1), realiza-se, então, a linearização da equação (7.1), segundo fórmula abaixo:

$$\frac{\delta^2 P}{\delta r^2} + \frac{n}{r} \cdot \frac{\delta P}{\delta r} = G \cdot r^{1-n} \cdot \frac{\delta P}{\delta t}, \quad (7.3)$$

onde:

$$G = \frac{n \cdot \phi \cdot c_t \cdot \mu_{eff}}{k_r} \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot h}{q} \right)^{1-n}. \quad (7.4)$$

Logo abaixo, são definidos os seguintes termos adimensionais:

Pressão adimensionalizada:

$$P_D = \frac{P - P_e}{\left(\frac{q}{2 \cdot \pi \cdot h}\right)^n \cdot \frac{\mu_{eff} \cdot r_w^{1-n}}{k_r}}; \quad (7.5)$$

Raio adimensionalizado:

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad \text{e} \quad r_{eD} = \frac{r_e}{r_w}; \quad (7.6)$$

Tempo adimensionalizado:

$$t_D = \frac{t}{G \cdot r_w^{3-n}}. \quad (7.7)$$

A forma dimensionalizada da equação diferencial parcial linear resultante é:

$$\frac{\delta^2 P_D}{\delta r_D^2} + \frac{n}{r_D} \cdot \frac{\delta P_D}{\delta r_D} = r_D^{1-n} \cdot \frac{\delta P_D}{\delta t_D}, \quad (7.8)$$

cuja solução no campo de Laplace para reservatório de raio infinito é:

$$\bar{P}(r_D, s) = \frac{r_D^{(1-n)/2} \cdot K_{(1-n)/(3-n)} \left[\frac{2}{3-n} \cdot \sqrt{s} \cdot r_D^{(3-n)/2} \right]}{s^{3/2} \cdot K_{2/(3-n)} \left[\frac{2}{3-n} \cdot \sqrt{s} \right]}, \quad (7.9)$$

e, para reservatório de raio finito com pressão constante na fronteira é:

$$\begin{aligned} \bar{P}(r_D, s) = & (r_D^{(1-n)/2} / s^{3/2}) \cdot \\ & \left\{ I_{(1-n)/(3-n)} \left[\frac{2}{3-n} \cdot \sqrt{s} \cdot r_{eD}^{(3-n)/2} \right] \cdot K_{(1-n)/(3-n)} \left[\frac{2}{3-n} \cdot \sqrt{s} \cdot r_D^{(3-n)/2} \right] - \right. \\ & \left. K_{(1-n)/(3-n)} \left[\frac{2}{3-n} \cdot \sqrt{s} \cdot r_{eD}^{(3-n)/2} \right] \cdot I_{(1-n)/(3-n)} \left[\frac{2}{3-n} \cdot \sqrt{s} \cdot r_D^{(3-n)/2} \right] \right\} / \\ & \left\{ I_{2/(n-3)} \left[\frac{2}{3-n} \cdot \sqrt{s} \right] \cdot K_{(1-n)/(3-n)} \left[\frac{2}{3-n} \cdot \sqrt{s} \cdot r_{eD}^{(3-n)/2} \right] + \right. \end{aligned}$$

$$K_{2/(3-n)} \left[\frac{2}{3-n} \cdot \sqrt{s} \right] \cdot I_{(1-n)/(3-n)} \left[\frac{2}{3-n} \cdot \sqrt{s} \cdot r_{eD}^{(3-n)/2} \right] \}, \quad (7.10)$$

onde:

I e K - representam as funções de Bessel modificadas de primeira e segunda espécie respectivamente, com ordem $[(1-n)/(3-n)]$, $[2/(3-n)]$ e $[2/(n-3)]$, cujos argumentos estão nos colchetes da equação (7.10);

s - variável da transformada de Laplace;

n - índice de comportamento.

Usando as equações (7.5), (7.6), (7.7) e o algoritmo de Stehfest⁽¹⁶⁾ para inversão das equações (7.9) e (7.10), encontra-se o campo real de pressão.

A seguir, são apresentados os resultados tirados da simulação numérica, que serão comparados com a solução analítica proposta por Ikoku⁽²⁾.

7.2 - RESULTADOS DO ESCOAMENTO UNIDIMENSIONAL

A tabela (7.1) mostra os dados que foram usados para a construção dos gráficos das figuras (7.1), (7.2), (7.3) e (7.4).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	ver nas figuras	hora
Permeabilidade radial	5	md
Permeabilidade vertical	5	md
Compressibilidade total	3,4E-6	1/psi
Pressão estática do reservatório	2000	psi
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m
Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	10	m

Espessura do canhoneado	10	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	5	m
Índice de consistência	1,45E-7	psi · s ⁿ
Índice de comportamento	0,8	
Vazão de bombeio	0,5	bpm
Difusividade radial	0,0001	m ² /s
Difusividade vertical	0,0001	m ² /s
Concentração de polímero na frente do banco	0,5	fração
Tolerância de pressão	3	pascal

Tabela 7.1 - Dados do teste das figuras (7.1) a (7.4), variando o t_D .

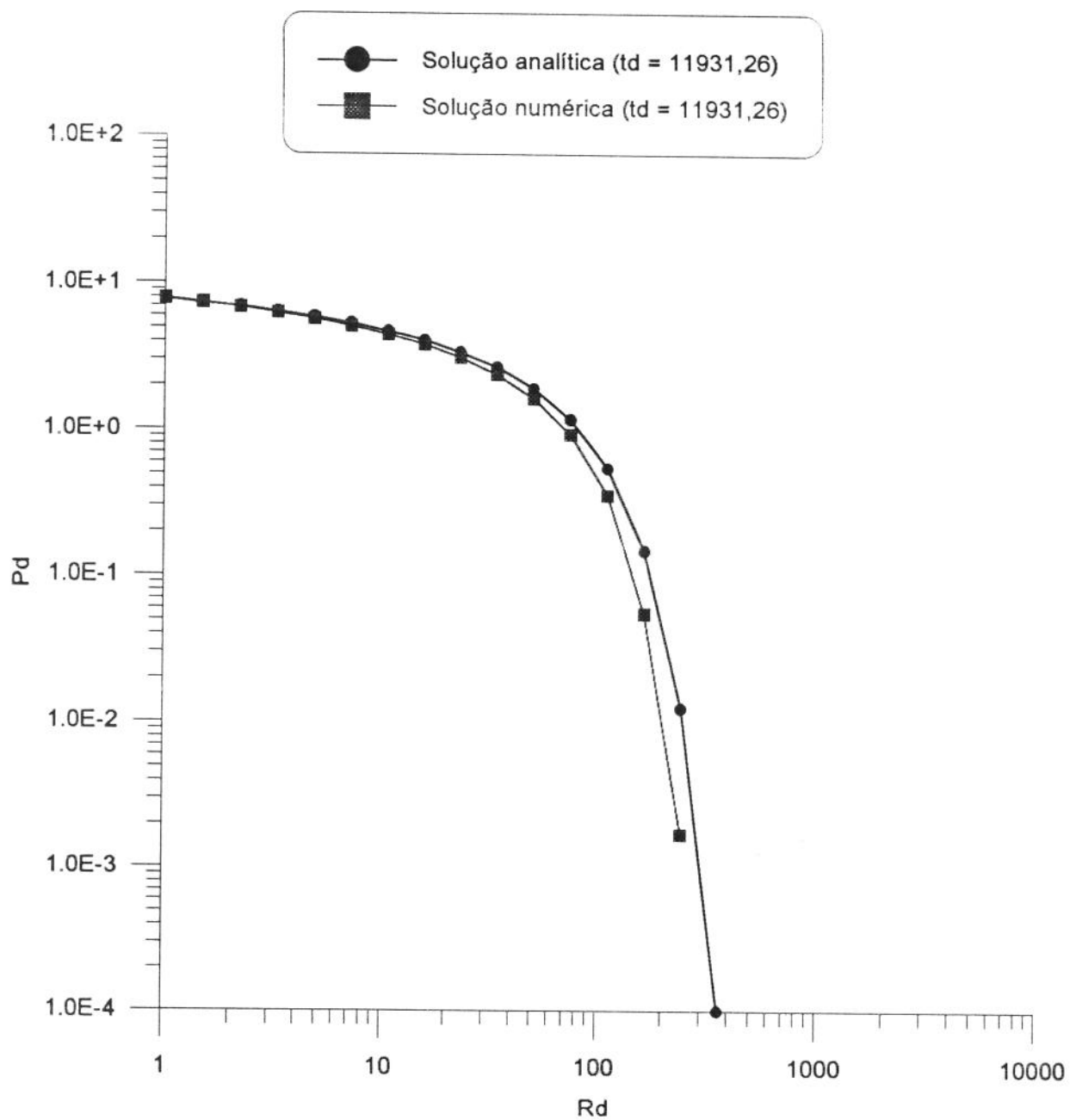


Figura 7.1 - Perfis de pressão para tempo de bombeio de 0,15 horas.

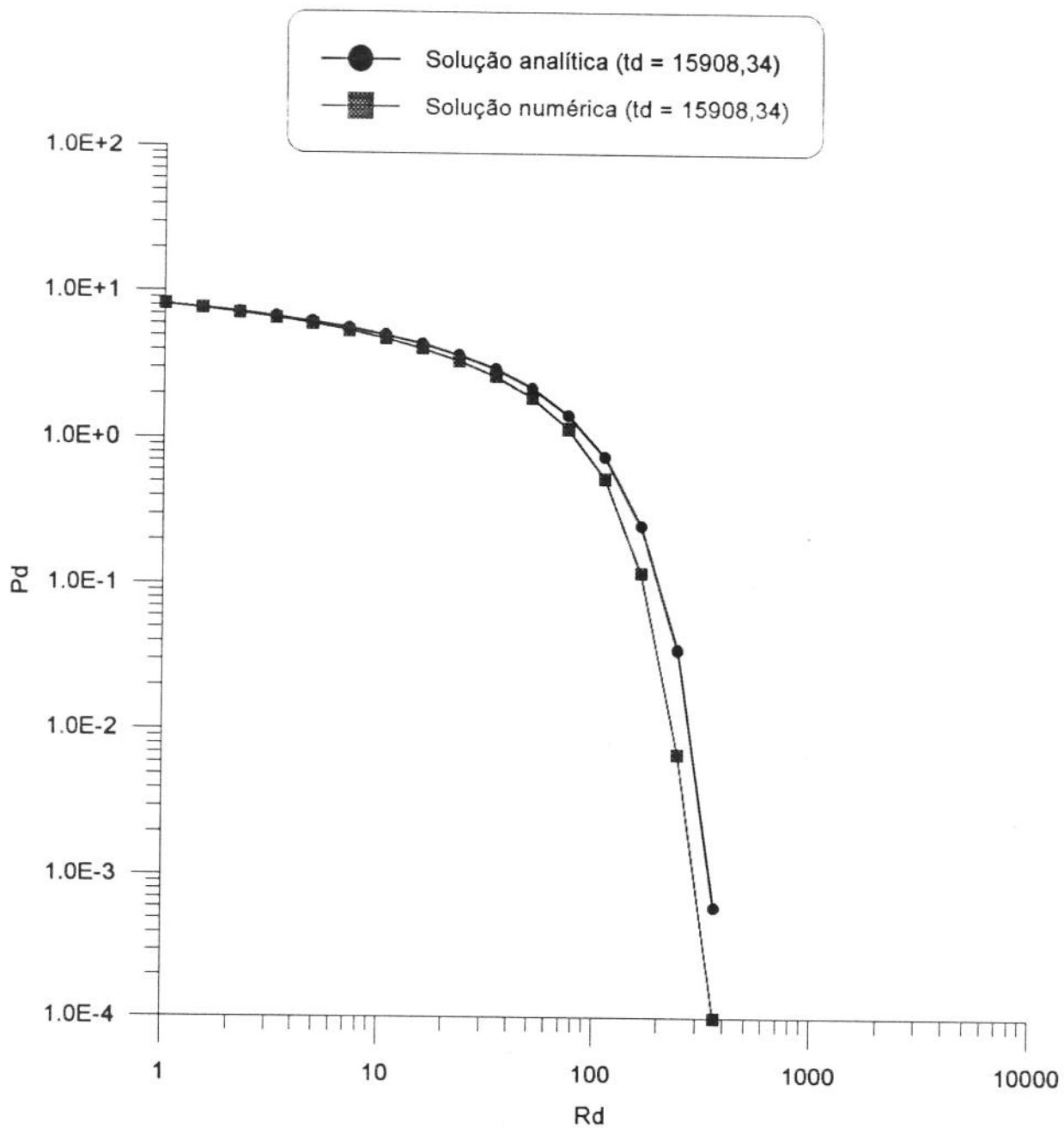


Figura 7.2 - Perfis de pressão para tempo de bombeio de 0,2 horas.

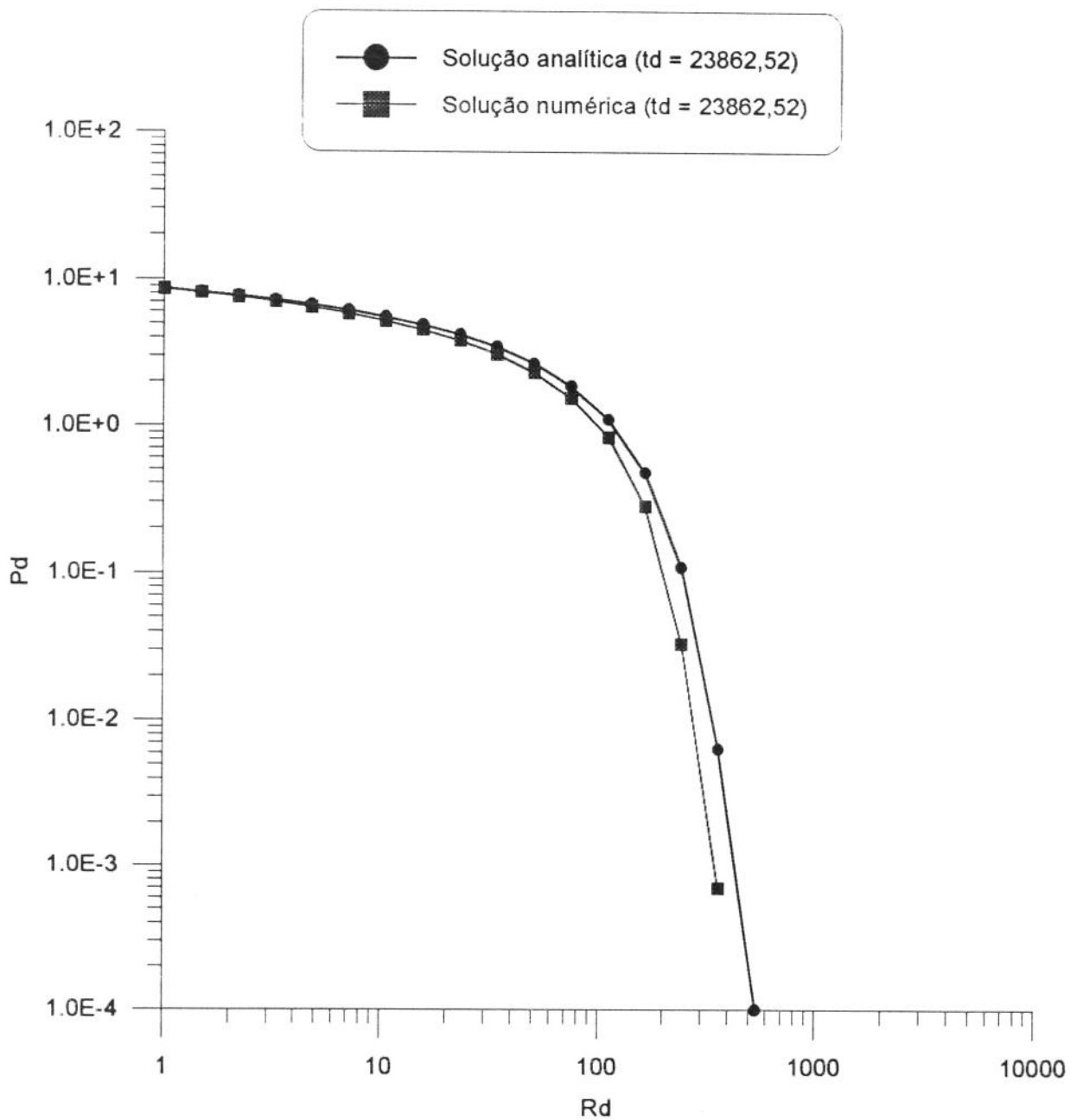


Figura 7.3 - Perfis de pressão para tempo de bombeio de 0,3 horas.

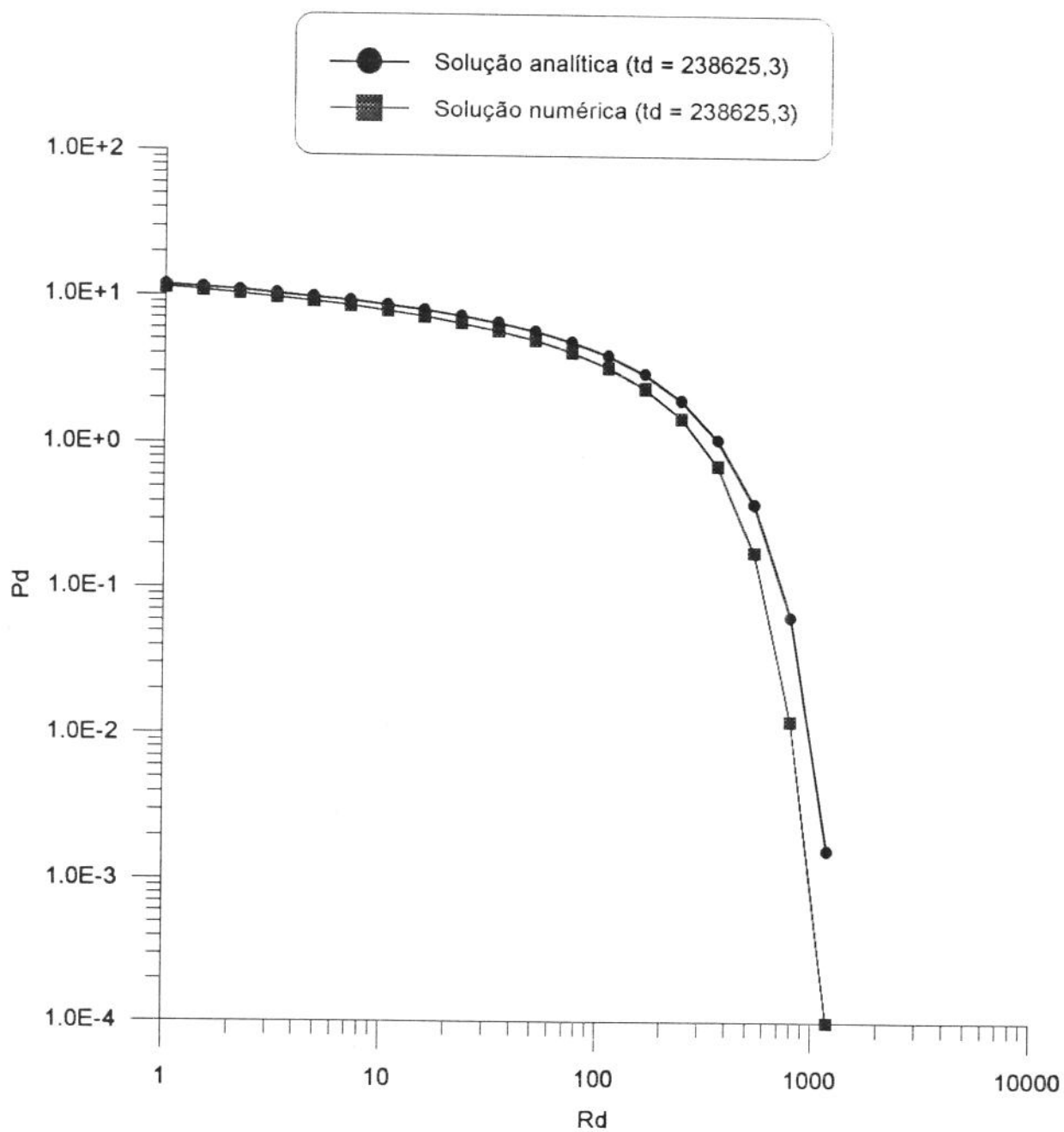


Figura 7.4 - Perfis de pressão para tempo de bombeio de 3 horas.

Os gráficos das figuras mostram que a curva de pressão da solução numérica tem a mesma forma da curva de pressão da solução analítica, sendo que a solução analítica apresenta valores maiores que os da solução numérica, principalmente em pontos distantes do poço. Este comportamento é esperado em virtude da aproximação feita por Ikoku⁽²⁾ (equação 7.2) para linearizar a equação (7.1), não considerando a compressibilidade do sistema. Resultados semelhantes foram apresentados por Ikoku em seu trabalho⁽²⁾.

A tabela (7.2) mostra os dados que foram usados para construção dos gráficos das figuras (7.5), (7.6), (7.7) e (7.8).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	0,3	hora
Permeabilidade radial	200	md
Permeabilidade vertical	5	md
Compressibilidade total	3,4E-6	1/psi
Pressão estática do reservatório	2000	psi
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m
Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	20	m
Espessura do canhoneado	20	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	10	m
Índice de consistência	2,9E-7	psi · s ⁿ
Índice de comportamento	ver nas figuras	
Vazão de bombeio	0,5	bpm
Difusividade radial	0,0001	m ² /s
Difusividade vertical	0,0001	m ² /s

Concentração de polímero na frente do banco	0,5	fração
Tolerância de pressão	1	pascal

Tabela 7.2 - Dados do teste das figuras (7.5) a (7.8), variando o índice de comportamento.

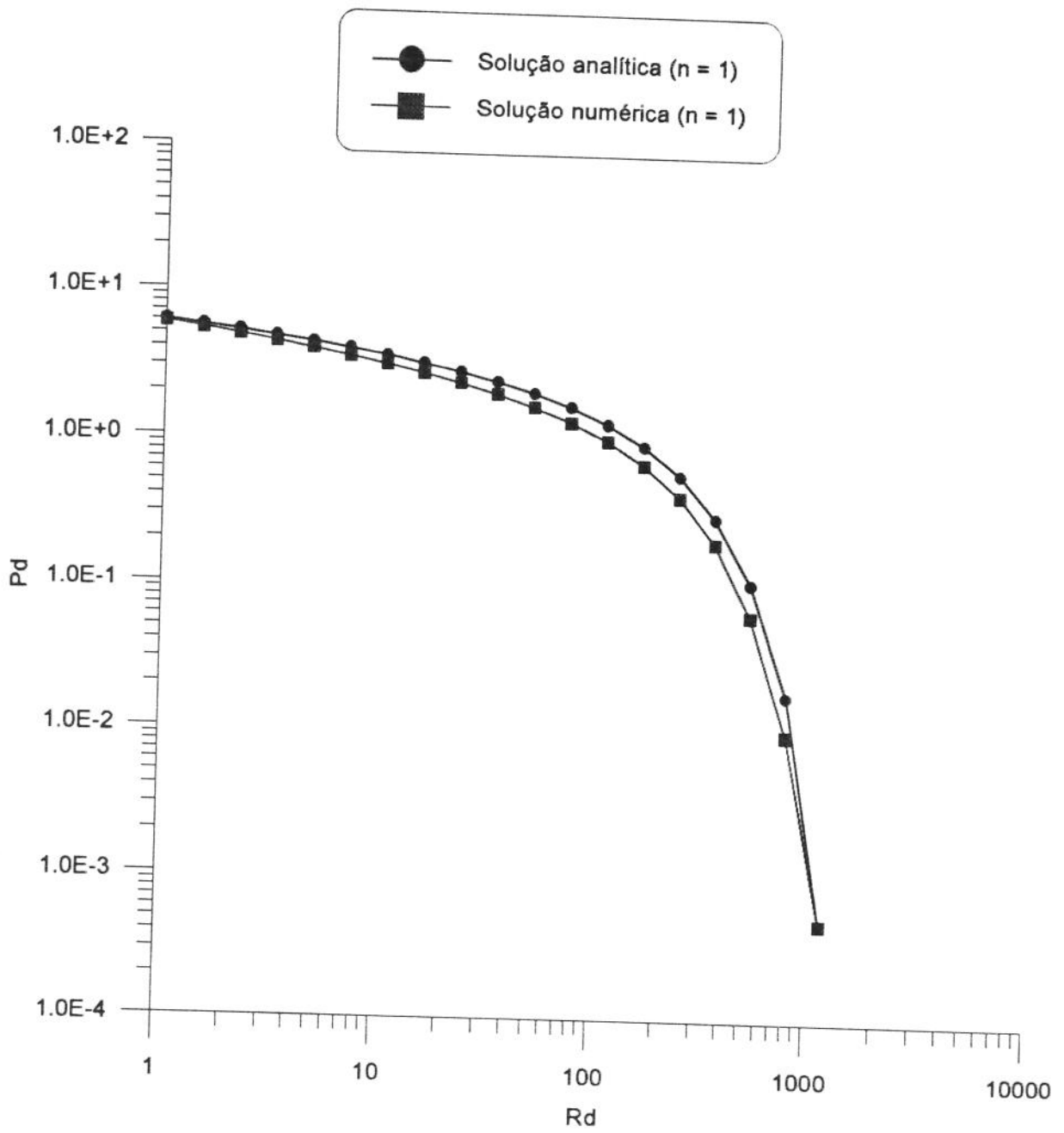


Figura 7.5 - Perfis de pressão para $n = 1$.

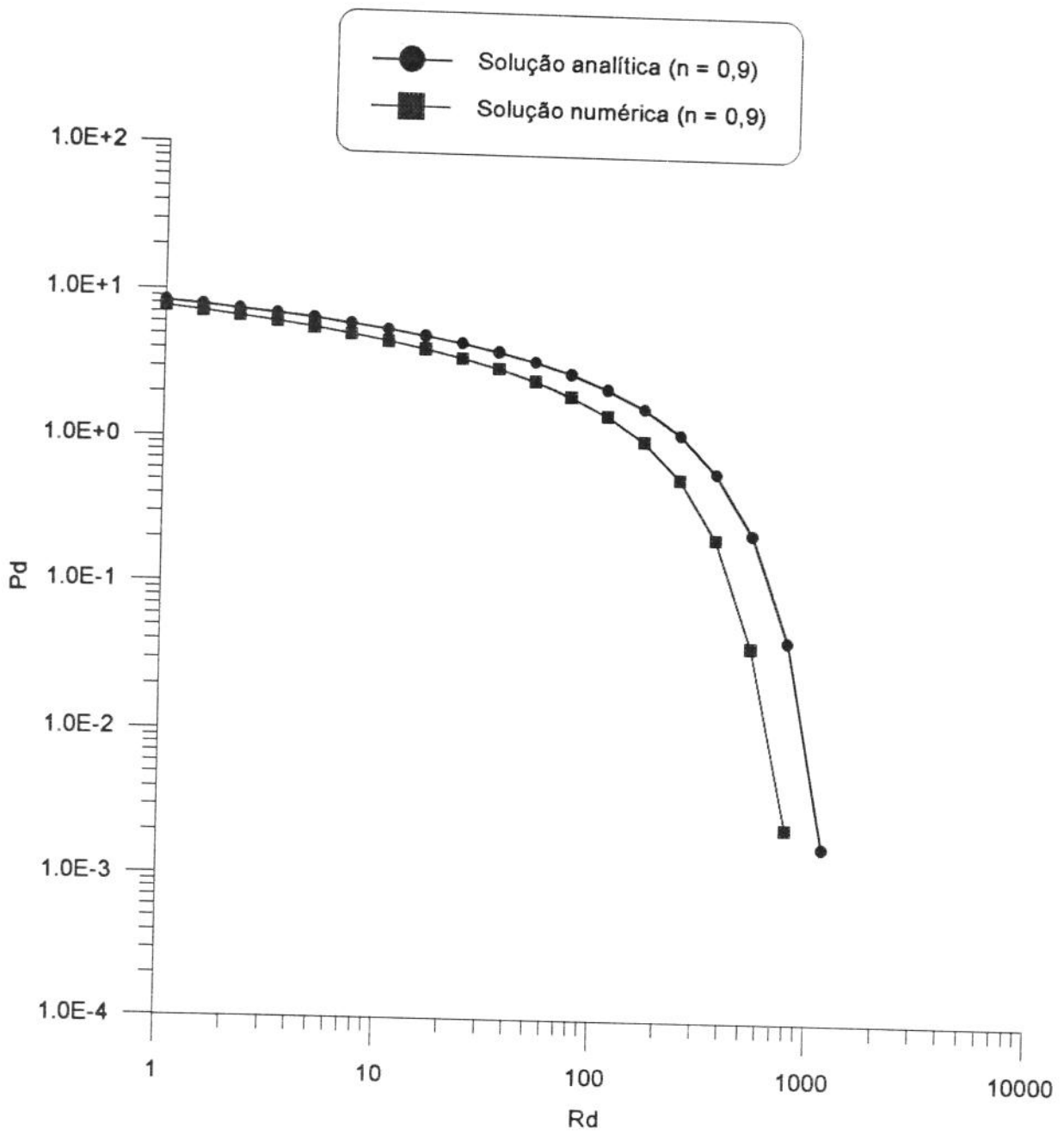


Figura 7.6 - Perfis de pressão para $n = 0,9$.

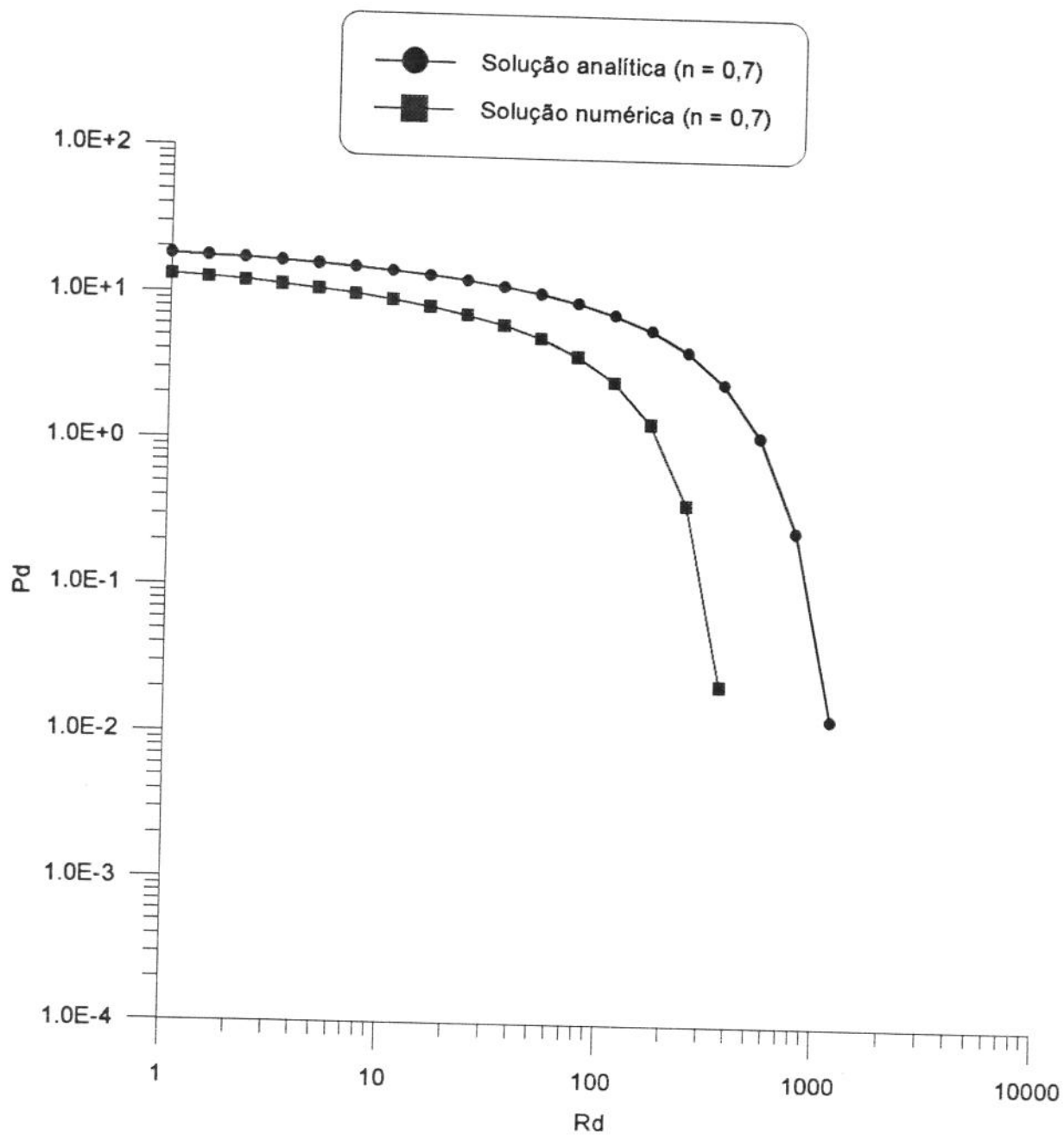


Figura 7.7 - Perfis de pressão para $n = 0,7$.

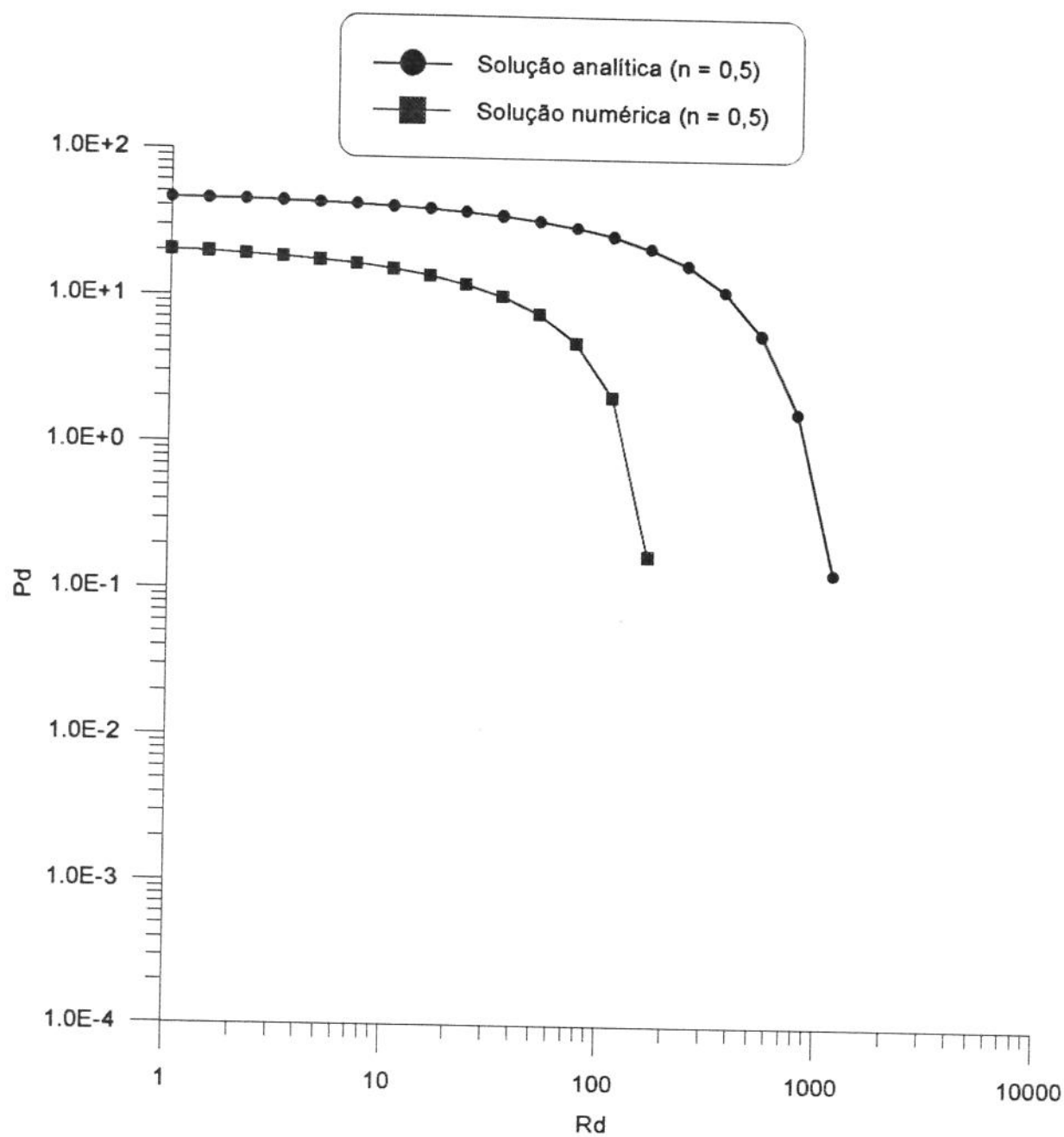


Figura 7.8 - Perfis de pressão para $n = 0,5$.

Os gráficos das figuras (7.5), (7.6), (7.7) e (7.8) mostram que a forma das curvas de pressão da solução numérica se assemelham ao esboço da curva da solução analítica. Nota-se que as curvas de pressão da solução analítica apresentam valores de pressão maiores que os das curvas da solução numérica, fato previamente esperado, devido à linearização da equação (7.1).

À medida que o índice de comportamento tende a zero, a não-linearidade da equação (2.76) aumenta, ocasionando uma elevação na diferença entre as soluções analítica e numérica. Resultados semelhantes foram obtidos por Ikoku em seu trabalho. Porém, esta diferença pode ser reduzida com a diminuição da tolerância de pressão (ver figura 7.9).

A tabela (7.3) mostra os dados que foram usados para construção dos gráficos da figura (7.9).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	0,3	hora
Permeabilidade radial	200	md
Permeabilidade vertical	200	md
Compressibilidade total	3,4E-6	1/psi
Pressão estática do reservatório	2000	psi
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m
Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	20	m
Espessura do canhoneado	20	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	10	m
Índice de consistência	2,9E-7	psi · s ⁿ
Índice de comportamento	0,5	
Vazão de bombeio	0,5	bpm

Difusividade radial	0,0001	m ² /s
Difusividade vertical	0,0001	m ² /s
Concentração de polímero na frente do banco	0,5	fração
Tolerância de pressão	ver na fi- gura	pascal

Tabela 7.3 - Dados do teste da figura (7.9), variando a tolerância de pressão.

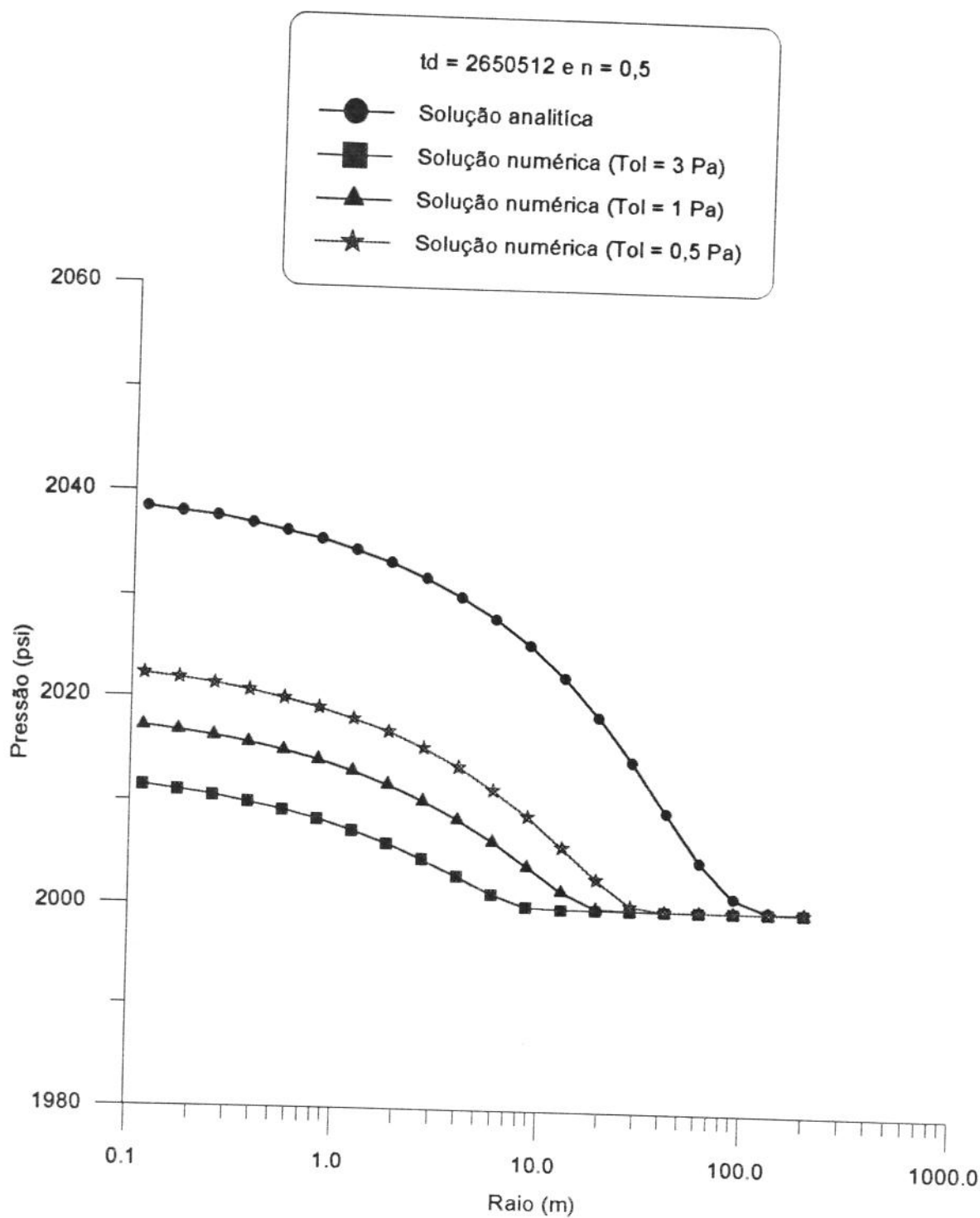


Figura 7.9 - Perfis de pressão para diferentes tolerâncias de pressão.

Como é esperado, a curva de pressão da solução analítica assume valores superiores aos da curva da solução numérica.

Analisando a figura (7.9), observa-se: à medida que a tolerância de pressão diminui, a solução numérica se aproxima da solução analítica.

A tabela (7.4) mostra os dados que foram usados para a construção dos gráficos das figuras (7.10), (7.11) e (7.12).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	ver nas figuras	hora
Permeabilidade radial	5	md
Permeabilidade vertical	5	md
Compressibilidade total	3,4E-6	1/psi
Pressão estática do reservatório	2000	psi
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m
Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	10	m
Espessura do canhoneado	10	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	5	m
Índice de consistência	1,45E-7	psi · s ⁿ
Índice de comportamento	0,8	
Vazão de bombeio	0,5	bpm
Difusividade radial	0,0001	m ² /s
Difusividade vertical	0,0001	m ² /s
Concentração de polímero na frente do banco	0,5	fração

Tolerância de pressão	3	pascal
-----------------------	---	--------

Tabela 7.4 - Dados do teste das figuras (7.10) a (7.12), variando o tempo de bombeio ($k_r = 5$ md).

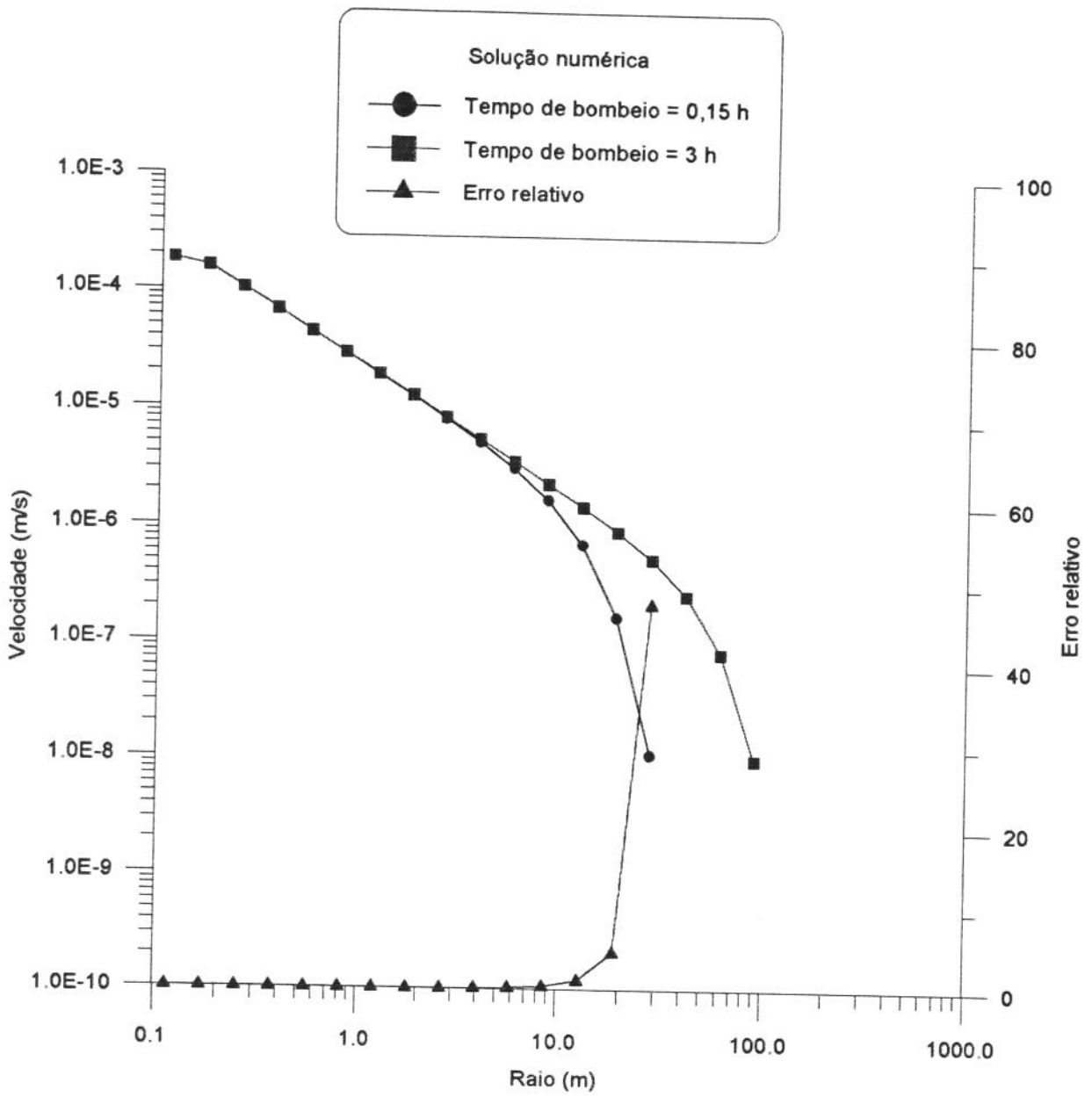


Figura 7.10 - Perfis de velocidades radiais para tempos diversos, solução numérica.

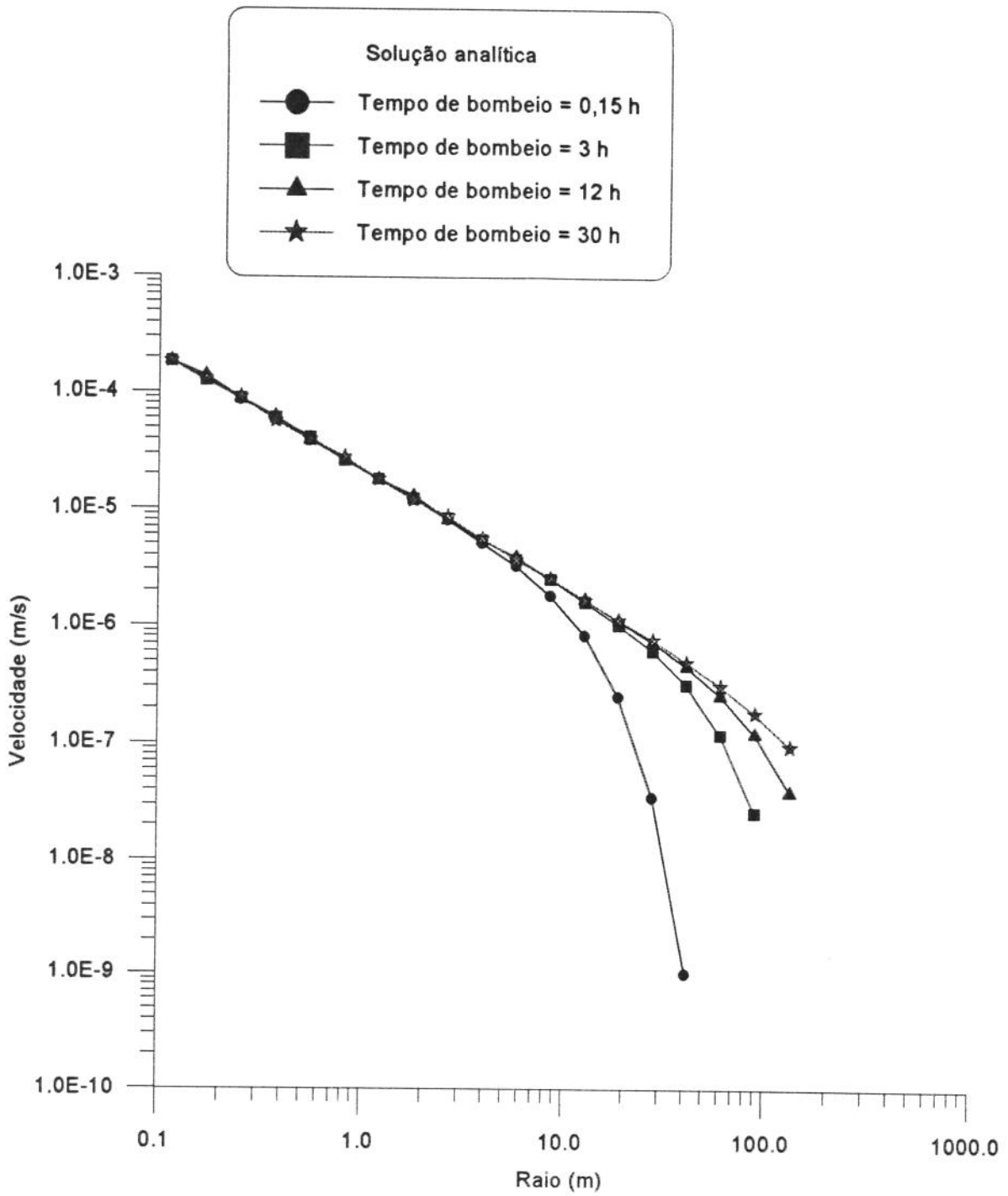


Figura 7.11 - Perfis de velocidades radiais para tempo diversos, solução analítica.

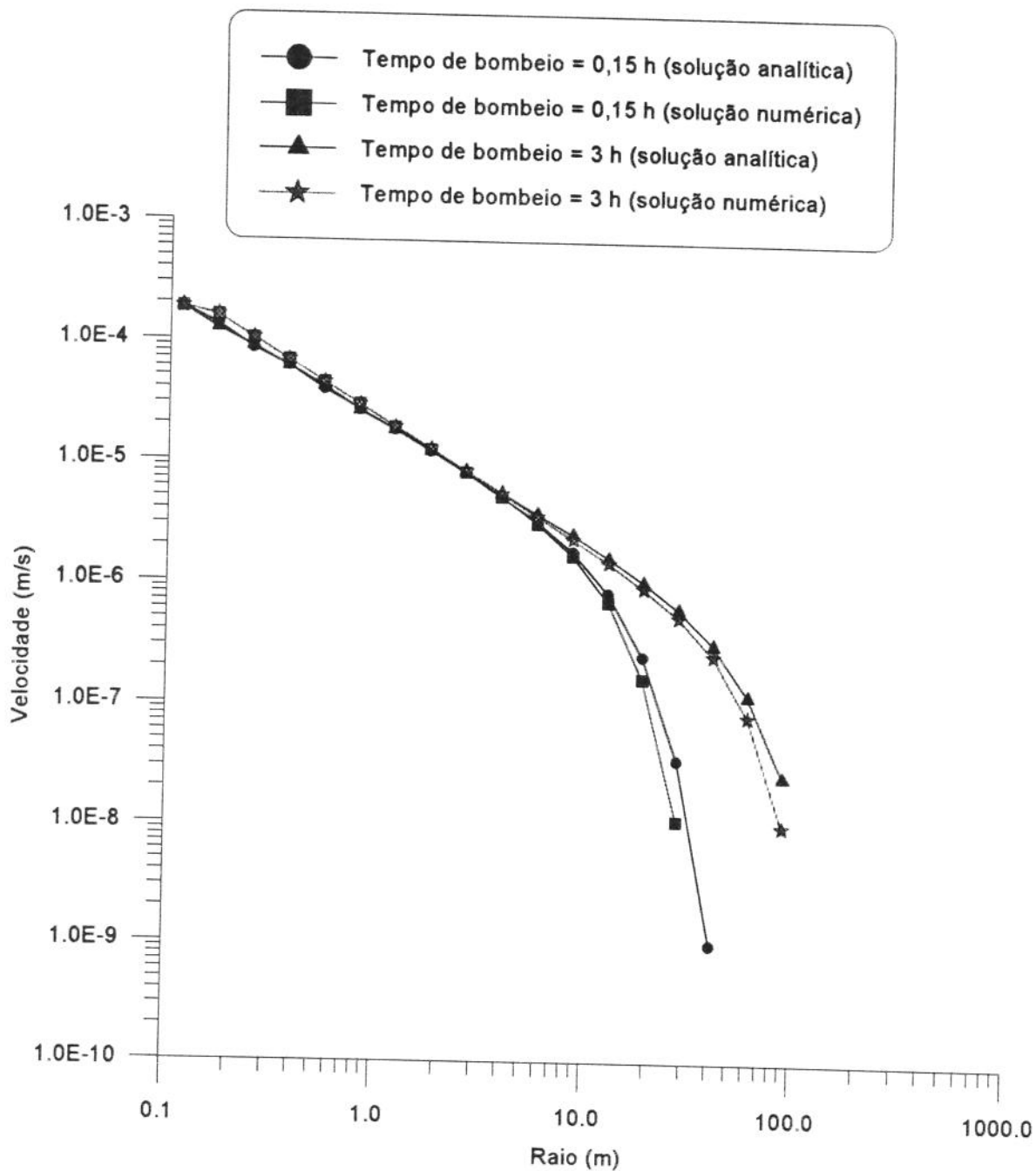


Figura 7.12 - Perfis de velocidades radiais para tempos diversos, soluções numérica e analítica.

Analisando a figura (7.10), verifica-se que o campo de velocidades é similar para os dois tempos de bombeio até 10 metros do poço. A frente do banco do polímero na concentração de 0,5 para um tempo de bombeio de 3 horas localiza-se a 1,727 metros do poço, o que significa que a totalidade do banco de polímero está submetida a um campo constante de velocidades. Com um transporte essencialmente convectivo a concentração depende somente da velocidade atrás do banco de polímero. Portanto, a mudança do campo de velocidade após 10 metros do poço não tem influência sobre a posição do banco de polímero dentro do reservatório.

A solução numérica da equação não linear do movimento é um processo demorado, devido aos pequenos incrementos de tempo admitidos necessários à convergência. Contudo, de acordo com o exposto acima, não é necessária a solução desta equação, em todos os intervalos de tempo, até o fim do bombeio. Com isto, no caso da figura (7.10), a solução para a equação do movimento poderia ser feita até o tempo de 0,15 horas e, a partir deste tempo, considerar o campo de velocidade constante.

A figura (7.11) foi construído utilizando-se resultados obtidos da solução analítica, apresentando o mesmo formato da figura (7.10) feito a partir da solução numérica.

A figura (7.12) é a comparação dos campos de velocidades obtidos das soluções analítica e numérica. Nesta figura, é notória a proximidade entre os valores assumidos pelas duas soluções.

A tabela (7.5) mostra os dados que foram usados para construção dos gráficos da figura (7.13).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	ver nas figuras	hora
Permeabilidade radial	200	md
Permeabilidade vertical	200	md
Compressibilidade total	3,4E-6	1/psi
Pressão estática do reservatório	2000	psi
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m

Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	10	m
Espessura do canhoneado	10	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	5	m
Índice de consistência	1,45E-7	psi · s ⁿ
Índice de comportamento	0,8	
Vazão de bombeio	0,5	bpm
Difusividade radial	0,0001	m ² /s
Difusividade vertical	0,0001	m ² /s
Concentração de polímero na frente do banco	0,5	fração
Tolerância de pressão	1	pascal

Tabela 7.5 - Dados do teste da figura (7.13), variando o tempo de bombeio ($k_r = 200$ md).

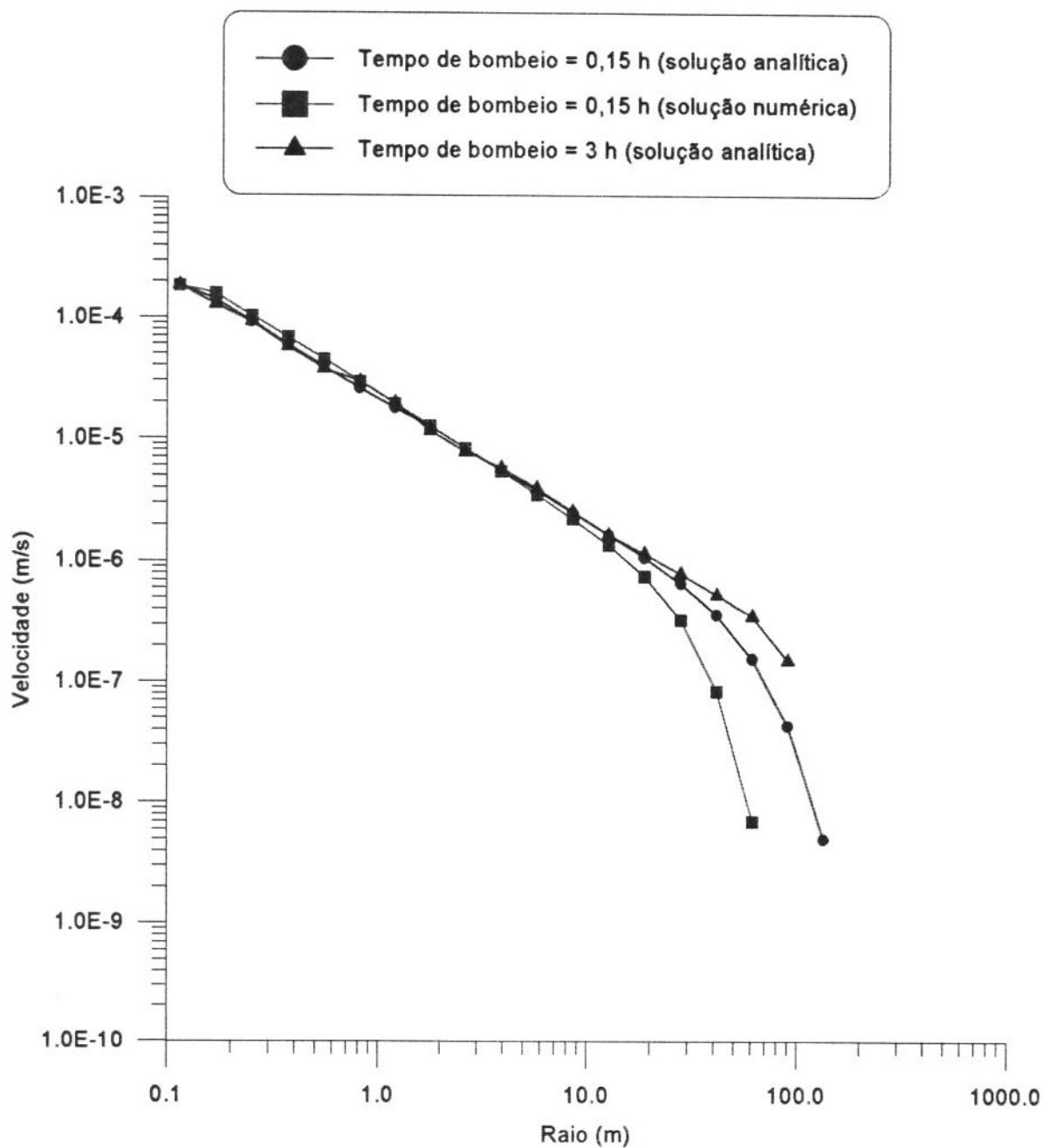


Figura 7.13 - Perfis de velocidades radiais para tempos diversos, solução numérica.

A figura (7.13) é construído com os mesmos dados usados para a confecção da figura (7.10), com exceção dos valores da permeabilidade radial e da tolerância de pressão. Neste caso, o aumento da permeabilidade radial ocasiona um campo de velocidade constante até 20 metros do poço, sendo o dobro do apresentado na figura (7.10) para um tempo de bombeio de 0,15 horas. Vale também aqui as considerações mencionadas sobre a figura (7.10).

A tabela (7.6) mostra os dados que foram usados para a construção dos gráficos das figuras (7.14) e (7.15).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	ver nas figuras	hora
Permeabilidade radial	200	md
Permeabilidade vertical	200	md
Compressibilidade total	3,4E-6	1/psi
Pressão estática do reservatório	2000	psi
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m
Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	10	m
Espessura do canhoneado	10	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	5	m
Índice de consistência	1,45E-7	psi · s ⁿ
Índice de comportamento	0,8	
Vazão de bombeio	0,5	bpm
Difusividade radial	0,0001	m ² /s
Difusividade vertical	0,0001	m ² /s

Concentração de polímero na frente do banco	0,5	fração
Tolerância de pressão	1	pascal

Tabela 7.6 - Dados do teste das figuras (7.14) e (7.15), variando a tolerância de pressão.

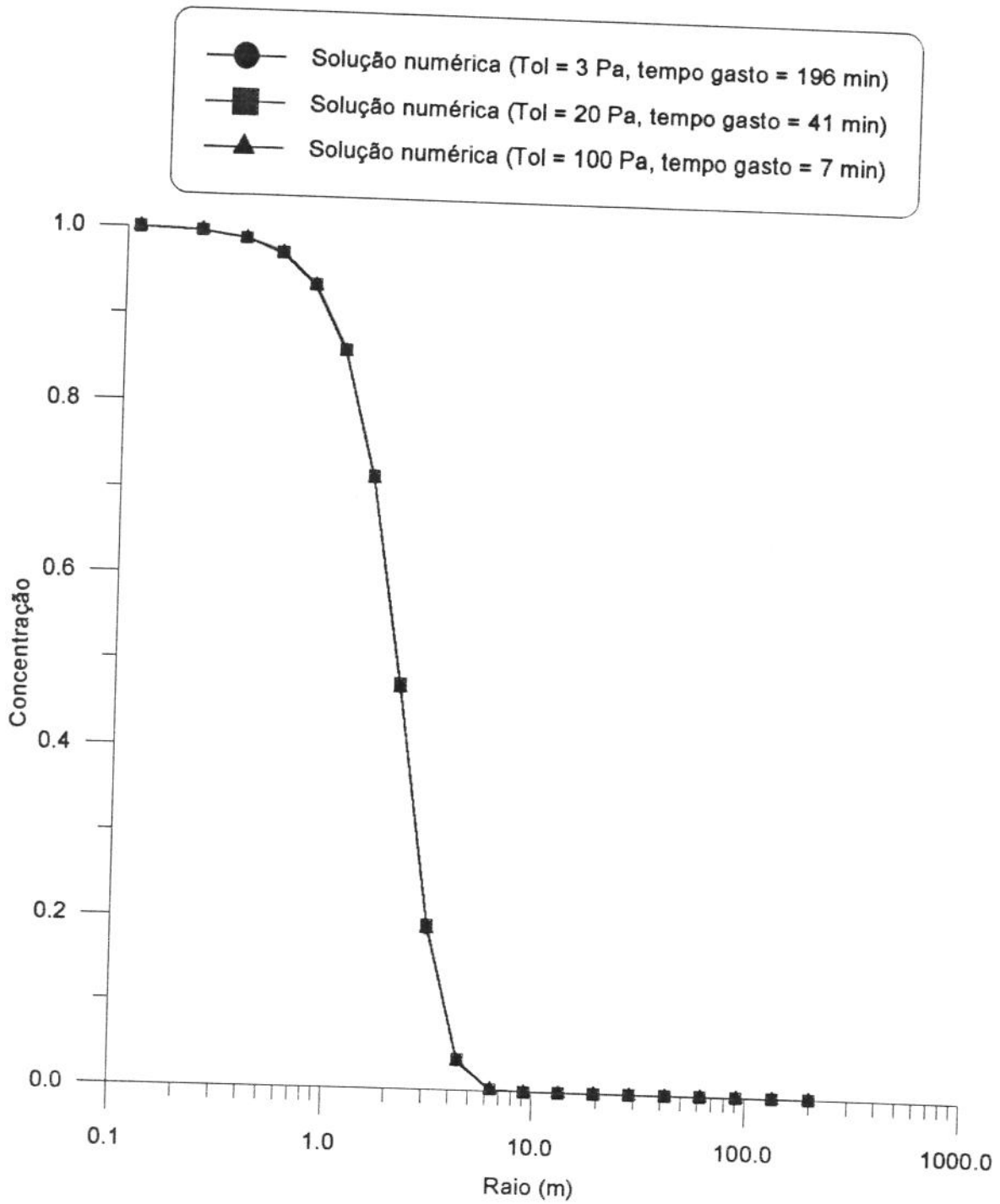


Figura 7.14 - Distribuição de polímero para diferentes tolerâncias de pressão.

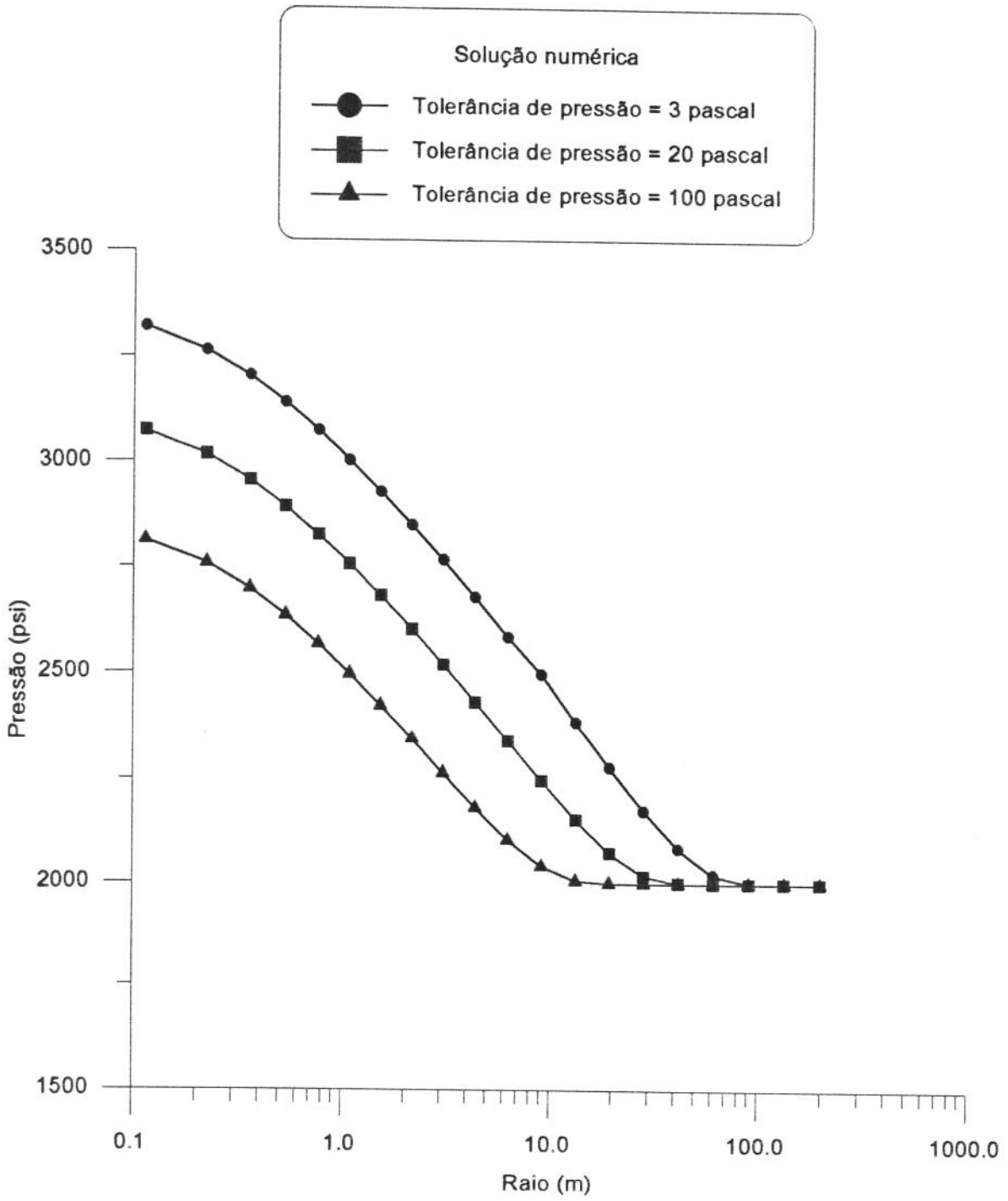


Figura 7.15 - Perfis de pressão para diferentes tolerâncias de pressão.

A figura (7.14) mostra que a distribuição de concentração é semelhante para as três soluções com as diferentes tolerâncias de pressão, traduzindo que o campo de concentração, que é determinado pela equação do transporte de polímero através do uso do campo de velocidade, independe do valor do campo de pressão, estando atrelado somente ao formato deste campo. Portanto, pode-se usar tolerância de alto valor, sem que haja prejuízo na resposta do campo de concentração. Desta forma, reduz-se o tempo gasto de computação, conforme revela a legenda da figura (7.14).

A figura (7.15) mostra que o campo de pressão assume valores distintos quando são utilizados diferentes valores para a tolerância. Entretanto, a forma permanece idêntica, isto é, a derivada a cada ponto para um determinado valor do raio nas três curvas é a mesma, implicando em iguais velocidades.

A tabela (7.7) mostra os dados que foram usados para a construção dos gráficos das figuras (7.16) a (7.21).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	3	hora
Permeabilidade radial	5	md
Permeabilidade vertical	5	md
Compressibilidade total	3,4E-6	1/psi
Pressão estática do reservatório	2000	psi
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m
Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	10	m
Espessura do canhoneado	10	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	5	m
Índice de consistência	1,45E-7	psi · s ⁿ
Índice de comportamento	ver nas fi-	

	guras	
Vazão de bombeio	0,5	bpm
Difusividade radial	0,0001	m ² /s
Difusividade vertical	0,0001	m ² /s
Concentração de polímero na frente do banco	0,5	fração
Tolerância de pressão	3	pascal

Tabela 7.7 - Dados do teste das figuras (7.16) a (7.21), variando o índice de comportamento.

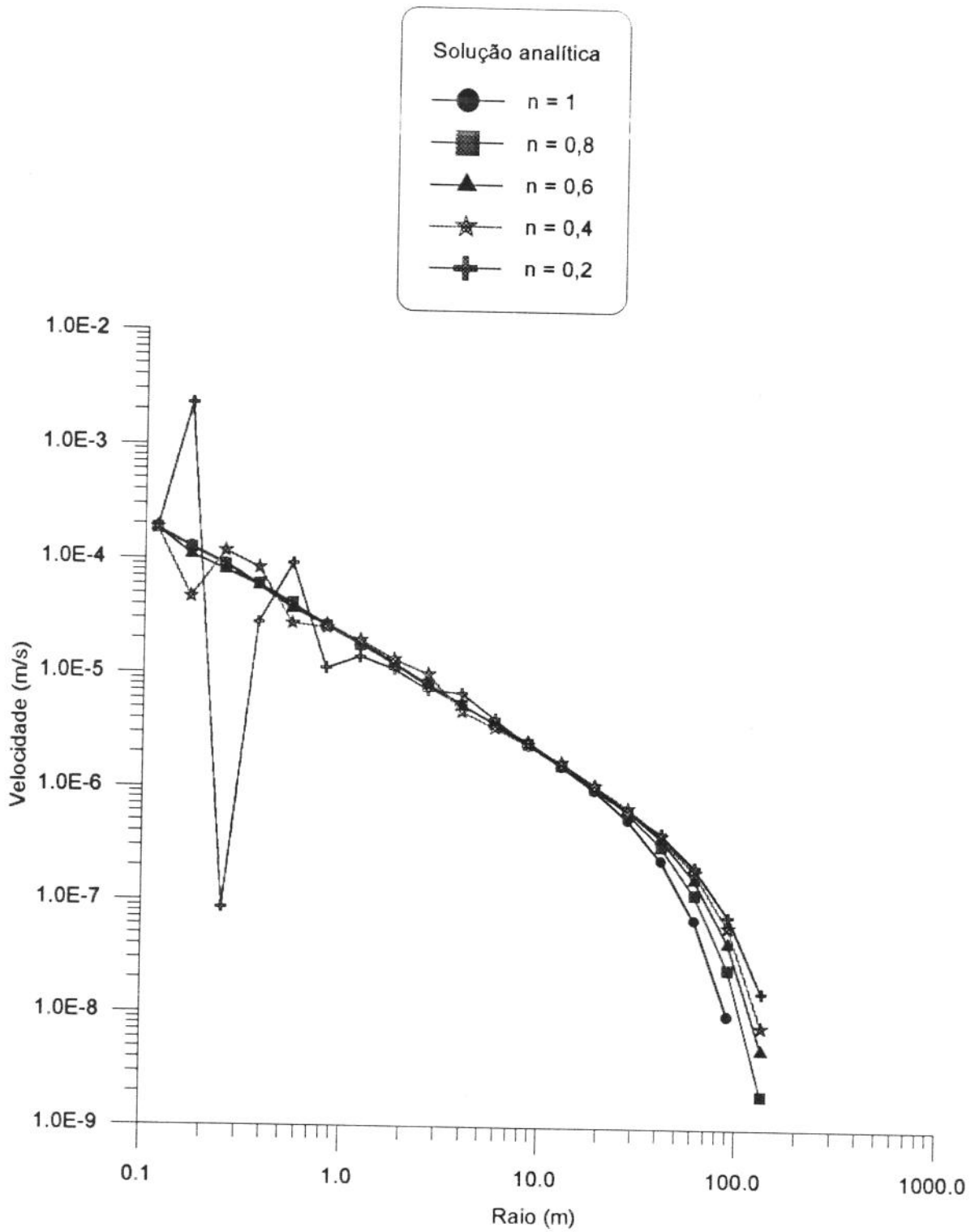


Figura 7.16 - Perfis de velocidades radiais para índices de comportamento diversos, solução analítica.

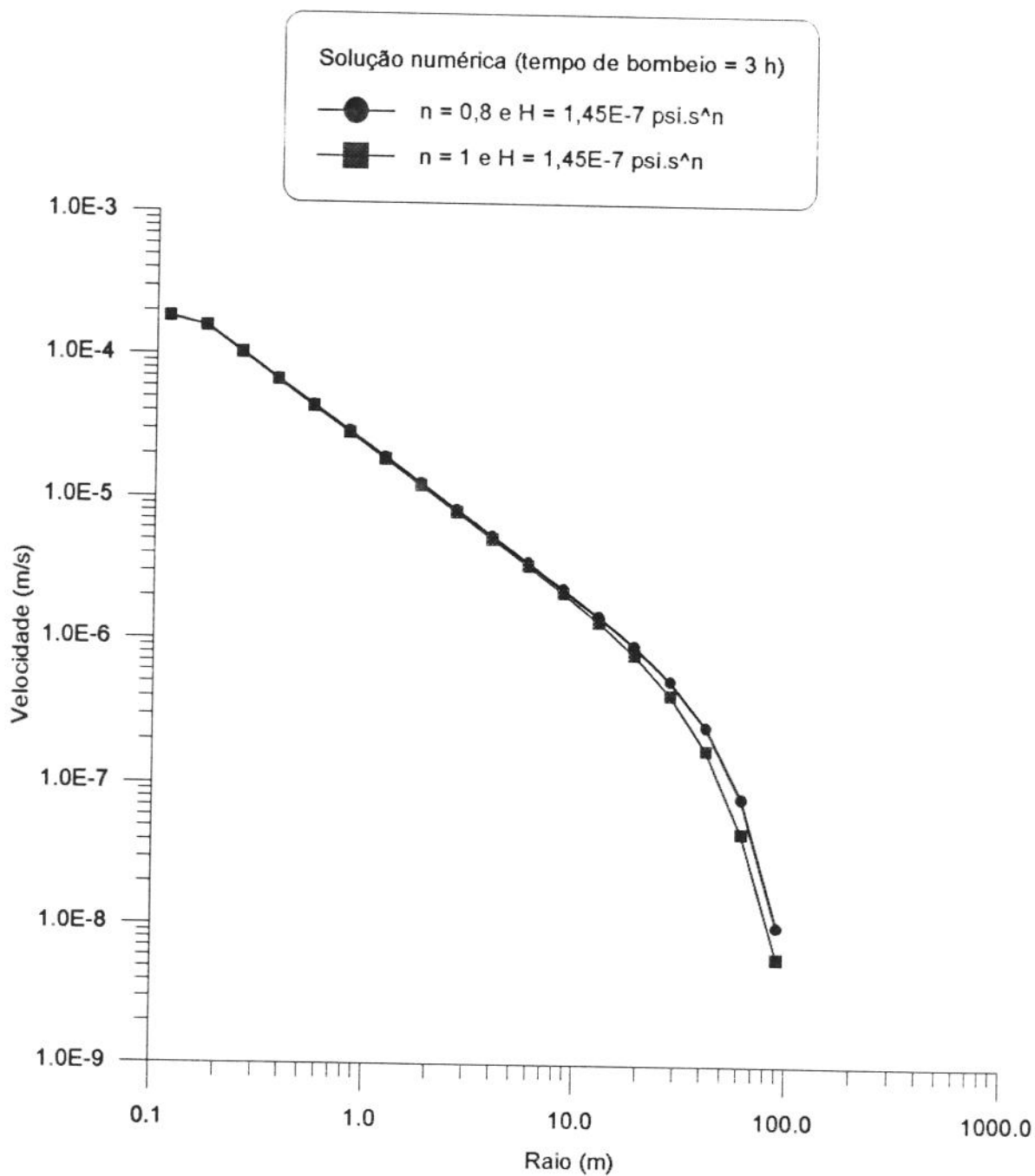


Figura 7.17 - Perfis de velocidades radiais para índices de comportamento diversos, solução numérica.

A figura (7.16) mostra que quando o índice de comportamento tende a zero, o campo de velocidade assume valores incoerentes. Quando o índice de comportamento assume valores superiores a 0,6, os valores de velocidade são muito semelhantes até cerca de 10 metros dentro do poço, indicando que o campo de velocidade independe do índice de consistência nesta região. A partir desta região, a diferença entre as velocidades é muito pequena.

A figura (7.17) mostra as curvas de velocidade quase que sobrepostas até 10 metros do poço, indicando o mesmo comportamento da figura (7.16), confeccionado a partir de dados da solução analítica.

Os dados que serão utilizados para a construção dos gráficos das figuras (7.18), (7.19), (7.20) e (7.21) são os mesmos da tabela (7.7), exceto pelos valores do índice de consistência (ver valores nas legendas das figuras). Em todos estas figuras, as curvas serão construídas baseadas na solução analítica proposta por Ikoku.

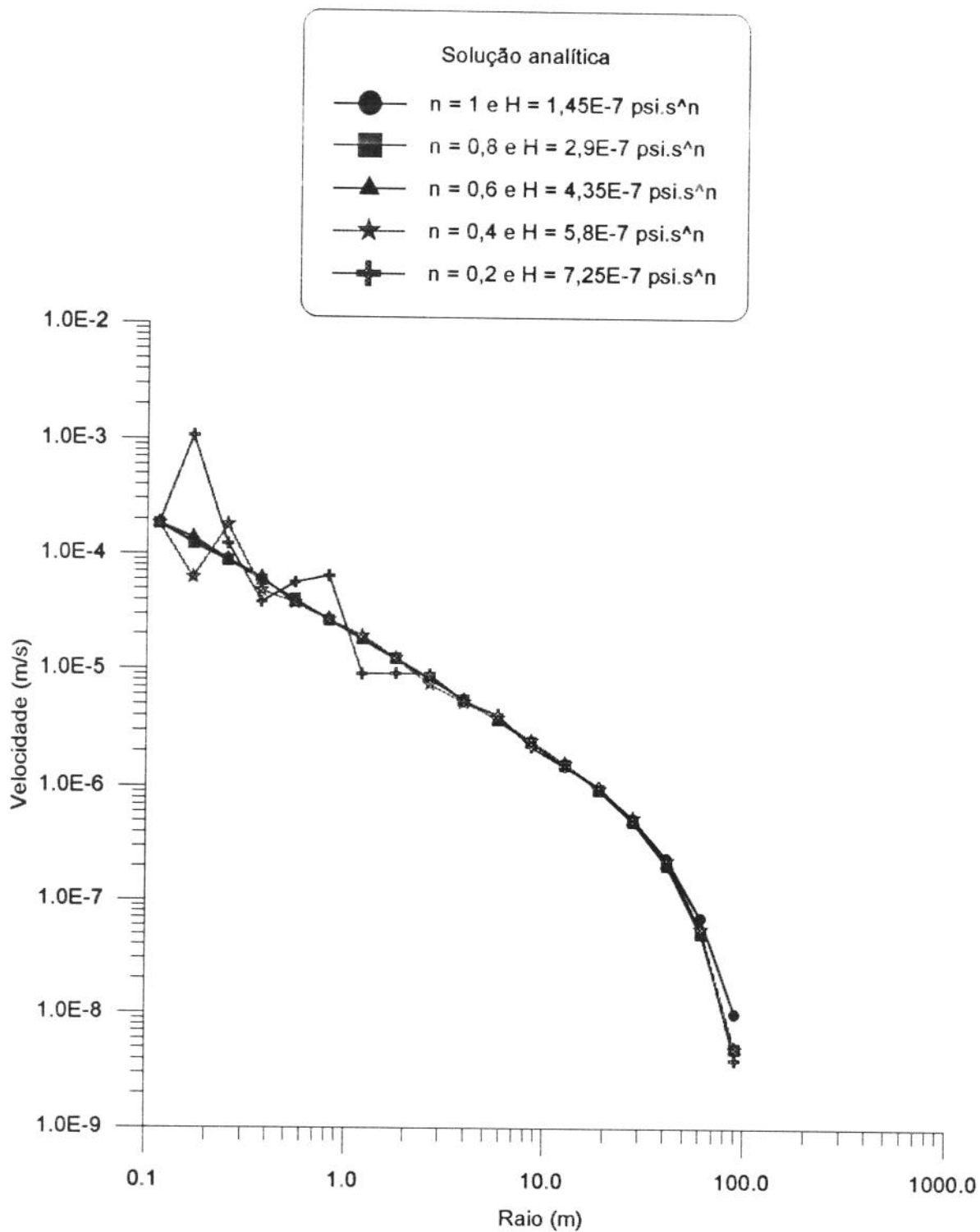


Figura 7.18 - Perfis de velocidades radiais para índices de comportamento e de consistência diversos, solução analítica.

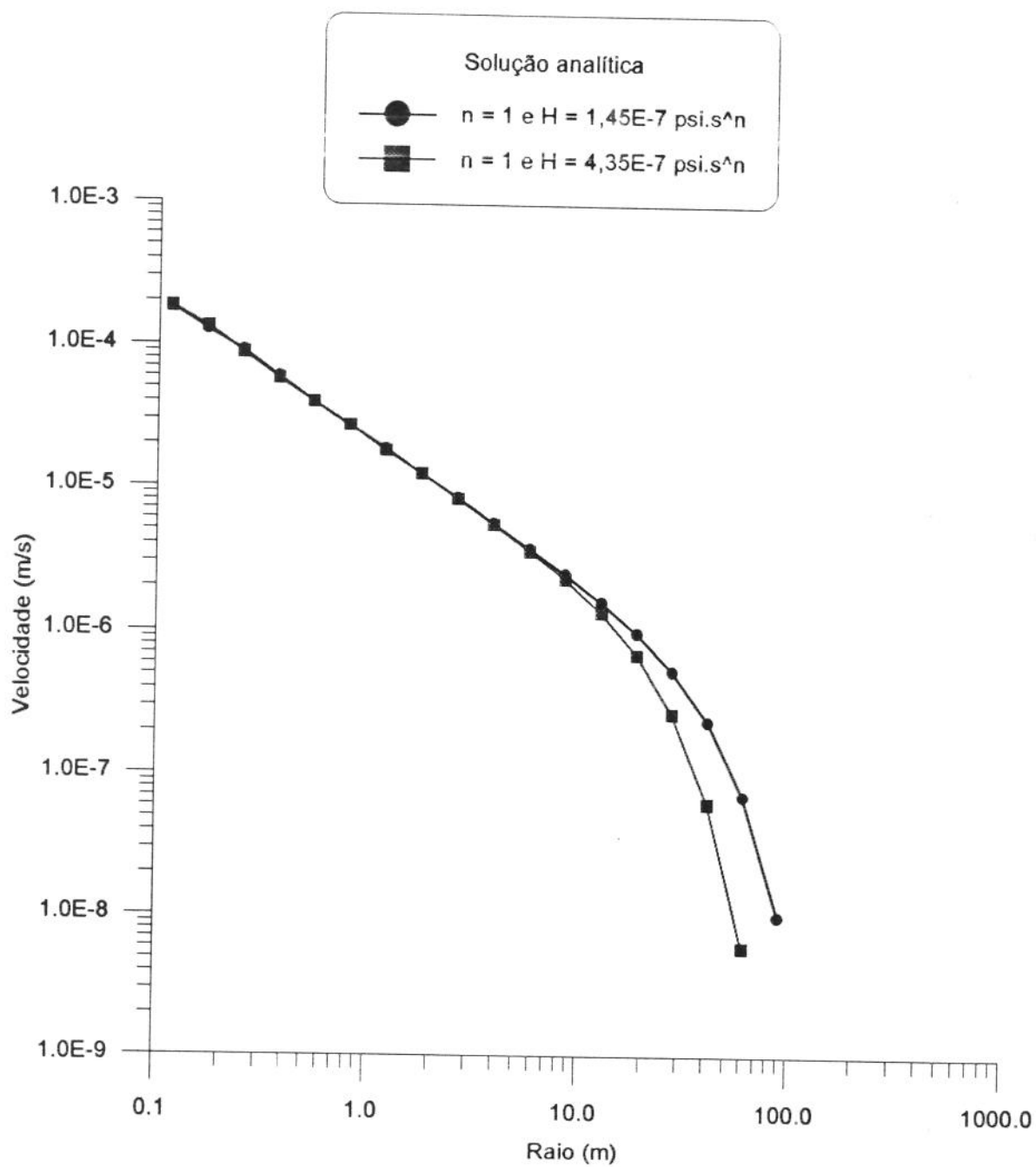


Figura 7.19 - Perfis de velocidades radiais para índices de consistência diversos, solução analítica.

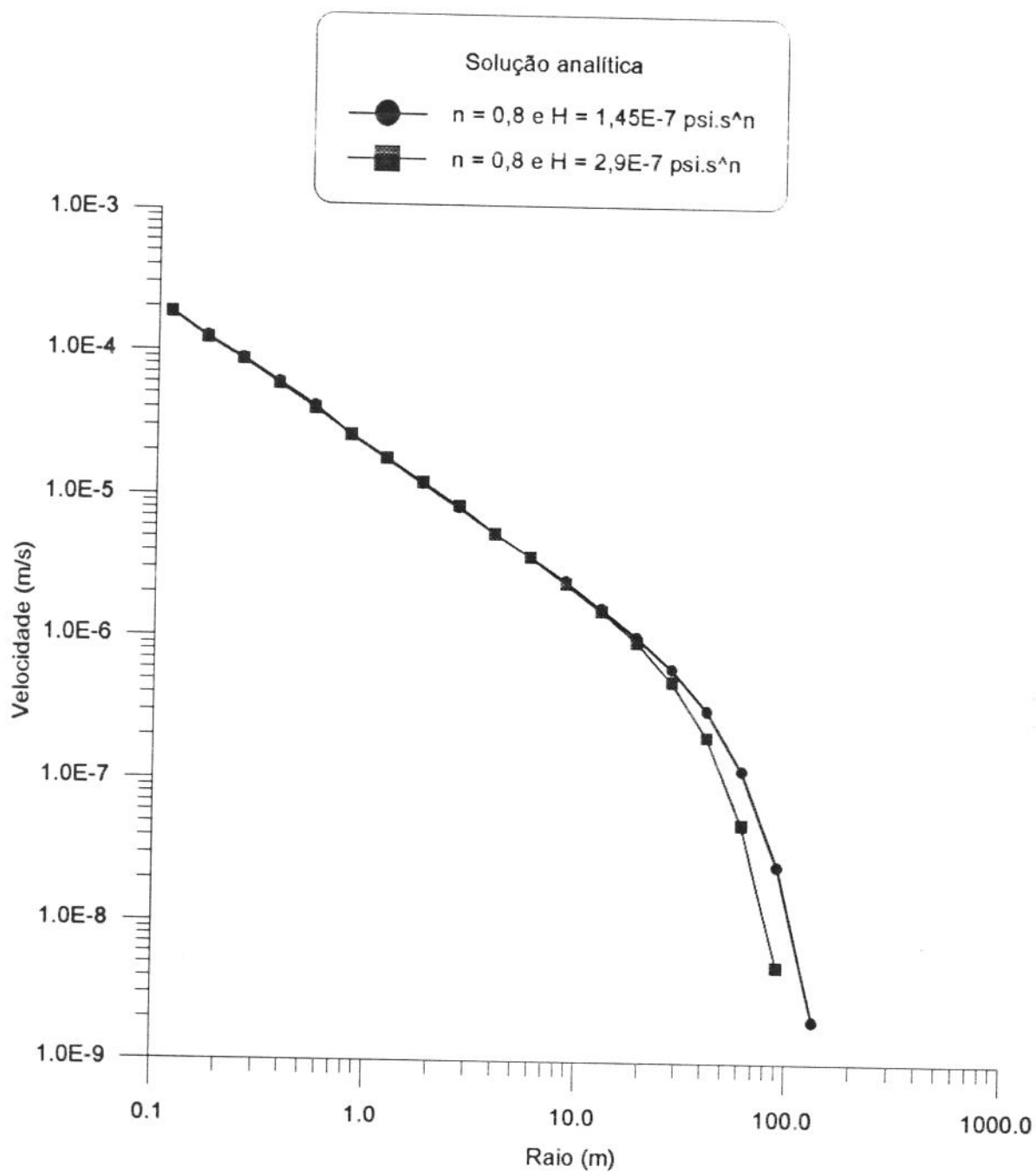


Figura 7.20 - Perfis velocidades radiais para índices de consistência diversos, solução analítica.

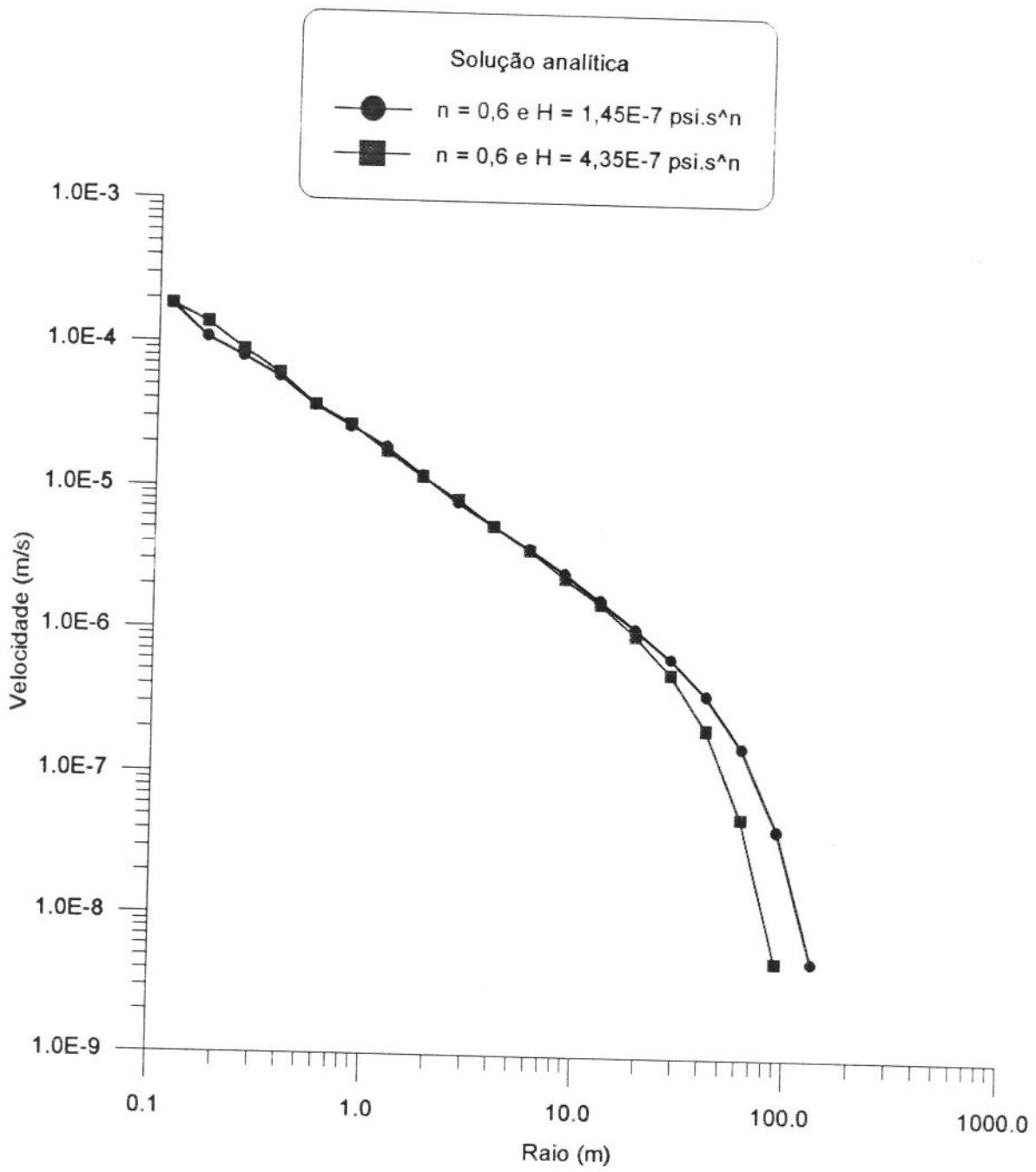


Figura 7.21 - Perfis de velocidades radiais para índices de consistência diversos, solução analítica.

A figura (7.18) mostra que para valores do índice de comportamento próximos de zero, o campo de velocidade assume valores incoerentes. Entretanto, para valores acima de 0,6, as curvas se confundem, apesar dos valores assumidos pelos índices de comportamento e de consistência serem totalmente diferentes. Isto revela que o campo de velocidade tem muito pouca dependência dos valores dos índices de comportamento e de consistência.

Os gráficos das figuras (7.19), (7.20) e (7.21) mostram os mesmos comportamentos descritos no parágrafo acima.

A tabela (7.8) mostra os dados que foram usados para a construção dos gráficos da figura (7.22).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	0,15	hora
Permeabilidade radial	5	md
Permeabilidade vertical	5	md
Compressibilidade total	3,4E-6	1/psi
Pressão estática do reservatório	2000	psi
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m
Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	10	m
Espessura do canhoneado	10	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	5	m
Índice de consistência	1,45E-7	psi · s ⁿ
Índice de comportamento	ver nas figuras	
Vazão de bombeio	0,5	bpm
Difusividade radial	0,0001	m ² /s

Difusividade vertical	0,0001	m ² /s
Concentração de polímero na frente do banco	0,5	fração
Tolerância de pressão	3	pascal

Tabela 7.8 - Dados do teste da figura (7.22), variando o índice de comportamento.

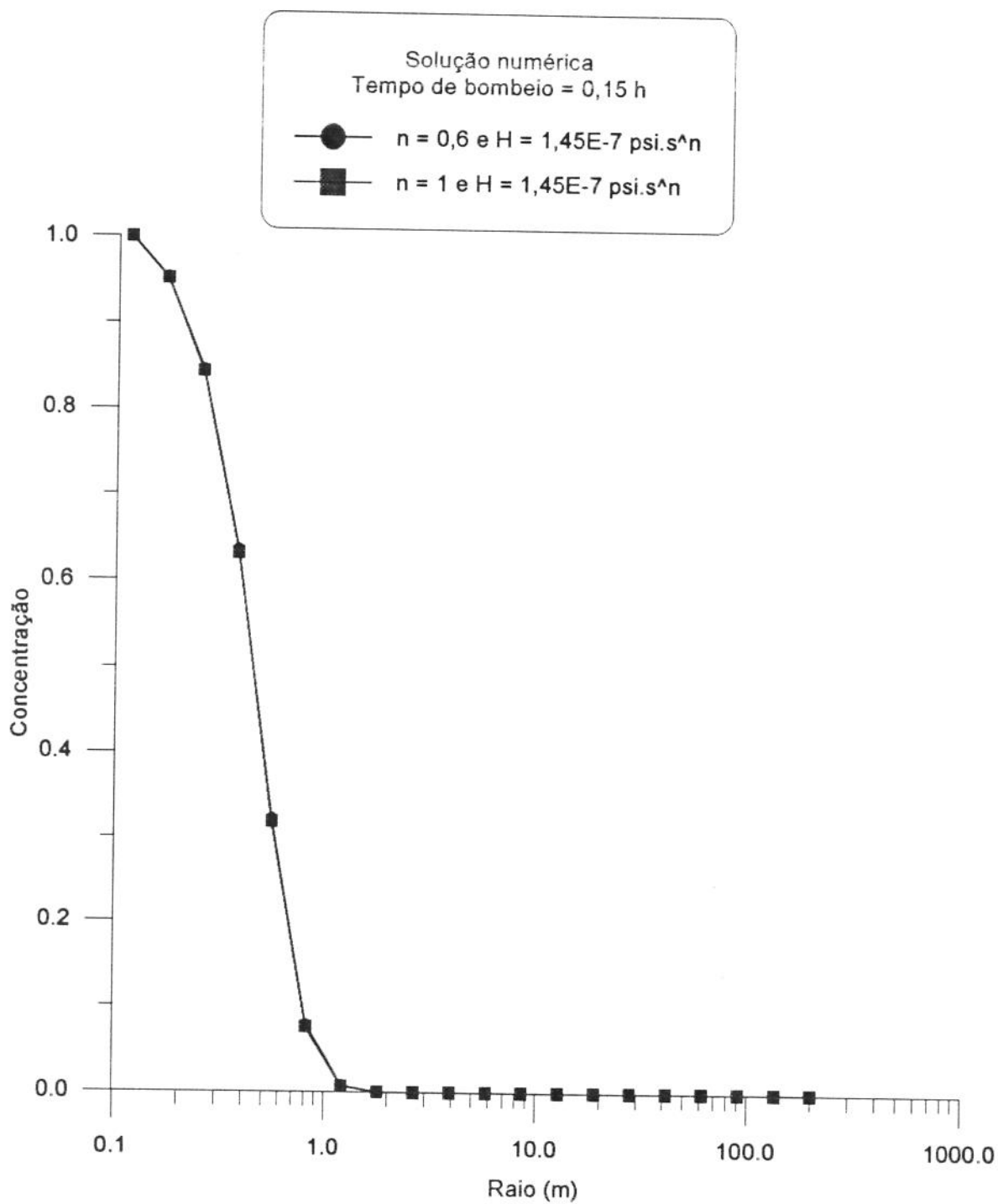


Figura 7.22 - Distribuição de polímero para índices de comportamento diversos, solução numérica.

A figura (7.22) mostra que o campo de concentração assume os mesmos valores para índices de comportamento distintos, indicando, assim, que o campo de velocidade não depende da variação do índice de comportamento.

7.3 - ESCOAMENTO DE UM FLUIDO NEWTONIANO EM UM RESERVATÓRIO COM POÇO PARCIALMENTE COMPLETADO

Este item refere-se ao escoamento de um fluido newtoniano em um reservatório com poço parcialmente completado, homogêneo e uniformemente anisotrópico, de raio infinito e com barreiras impermeáveis nas partes superior e inferior (ver figura 2.3).

A equação que descreve este fluxo é:

$$\frac{k_r}{\phi \cdot \mu \cdot c_l} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\delta}{\delta r} \left(r \cdot \frac{\delta P}{\delta r} \right) + \frac{k_z}{\phi \cdot \mu \cdot c_l} \cdot \frac{\delta^2 P}{\delta z^2} = \frac{\delta P}{\delta t} \quad (7.11)$$

É assumido as seguintes condições:

$$\bullet P(r, z, t) = P_e, \text{ para todo } r \text{ e } z; \quad (7.12)$$

$$\bullet P(\infty, z, t) = P_e, \text{ para todo } t; \quad (7.13)$$

$$\bullet \lim_{r \rightarrow 0} \frac{k}{\mu} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \int_{z_f - h_f/2}^{z_f + h_f/2} \frac{\delta P}{\delta r} \cdot dz = q \quad (7.14)$$

Este sistema pode ser visualizado como a intersecção de uma linha fonte vertical infinita com uma placa-fonte horizontal infinita de espessura h_f em um reservatório de espessura h .

A solução deste problema foi desenvolvida por Gringarten⁽³⁾:

$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot \pi \cdot k_r \cdot h}{q_w \cdot \mu} \cdot \Delta P(r, z, t) = & -\frac{1}{2} \cdot E_i \cdot \left(-\frac{r^2}{4 \cdot \eta_r \cdot t} \right) + \\ & + \frac{2 \cdot h}{\pi \cdot h_f} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \text{sen} \left(n \cdot \pi \cdot \frac{h_f}{2 \cdot h} \right) \cdot \cos \left(n \cdot \pi \cdot \frac{z_f}{h} \right) \cdot \cos \left(n \cdot \pi \cdot \frac{z}{h} \right) \cdot \\ & \int_{r^2}^{\infty} \frac{\exp \left[-u - \frac{\left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \right)^2 \cdot \frac{k_z}{k_r}}{4 \cdot u} \right]}{4 \cdot \eta_r \cdot t} \cdot \frac{du}{u} \end{aligned} \quad (7.15)$$

onde:

$$\eta_r = \frac{k_r}{\phi \cdot \mu \cdot c_t} \quad (7.16)$$

e

$$u = \frac{r^2}{4 \cdot \eta_r \cdot t} \quad (7.17)$$

A equação (7.15) representa a distribuição de pressão; que é igual a distribuição criada por um reservatório com poço totalmente completado, o qual depende exclusivamente de “r” e “t”, além de um *pseudo-skin* que depende, por sua vez, de “r”, “z” e “t”; criada por um reservatório com poço parcialmente completado.

7.3.1 - SOLUÇÃO PARA TEMPO CURTO

Quando o tempo tende para zero, o termo que representa o *pseudo-skin* (segundo termo do membro direito da equação 7.15) torna-se desprezível e o problema torna-se, o mesmo de uma configuração de reservatório com espessura h_f e um poço totalmente completado.

Portanto, a solução pode ser aproximada para:

$$\Delta P(r, z, t) = \frac{q_w \cdot \mu}{4 \cdot \pi \cdot k_r \cdot h_f} \cdot E_i \left(-\frac{r^2}{4 \cdot \eta_r \cdot t} \right) \quad (7.18)$$

Esta aproximação é válida quando:

$$\frac{k_z \cdot t}{\phi \cdot \mu \cdot c_t \cdot \delta^2} \leq \frac{1}{20}, \quad (7.19)$$

onde δ representa a distância vertical do ponto de pressão à extremidade mais próxima do intervalo canhoneado.

7.3.2 - RESULTADOS PARA O ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL EM TEMPO CURTO

A tabela (7.9) mostra os dados que foram usados para a construção dos gráficos das figuras (7.23) e (7.24).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	0,0001	hora
Permeabilidade radial	200	md
Permeabilidade vertical	2	md
Compressibilidade total	3,4E-6	1/psi
Pressão estática do reservatório	2000	psi
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m
Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	10	m
Espessura do canhoneado	10	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	5	m
Índice de consistência	1,45E-6	psi · s ⁿ
Índice de comportamento	1	
Vazão de bombeio	0,5	bpm
Difusividade radial	0,000001	m ² /s
Difusividade vertical	0,000001	m ² /s
Concentração de polímero na frente do banco	0,5	fração
Tolerância de pressão	20	pascal

Tabela 7.9 - Dados do teste das figuras (7.23) e (7.24), variando o número de pontos da malha de discretização.

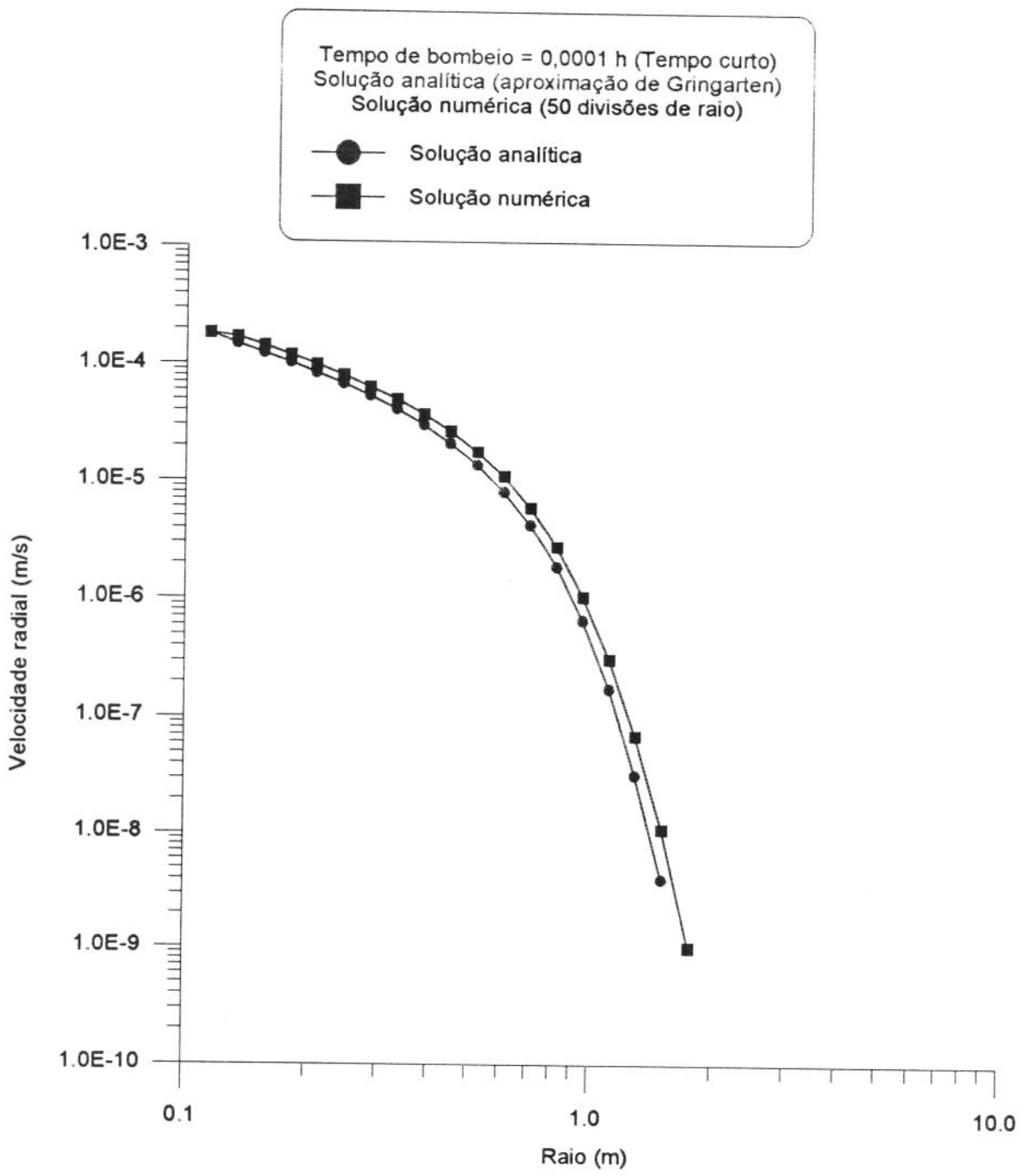


Figura 7.23 - Perfis de velocidades radiais para tempo curto.

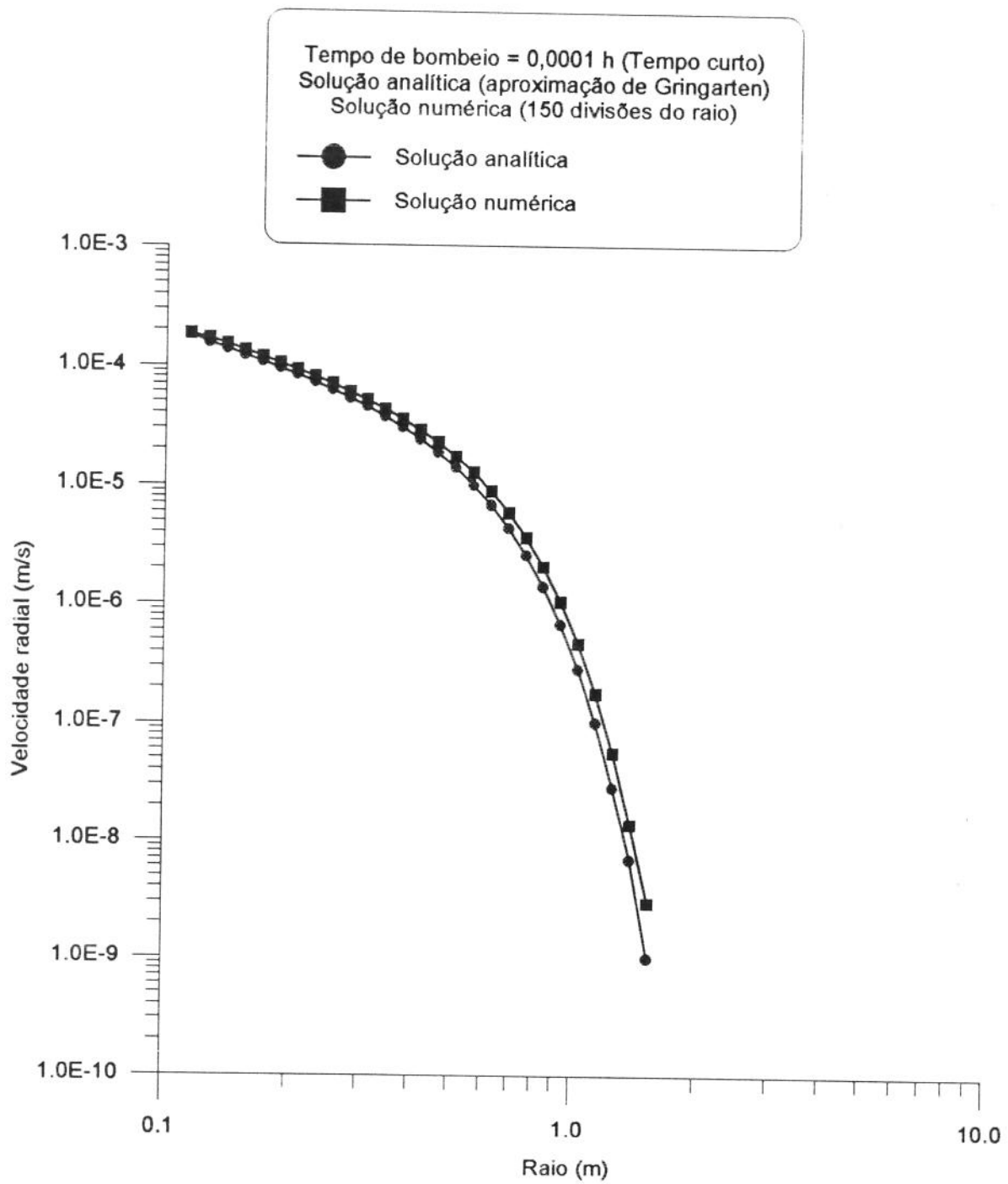


Figura 7.24 - Perfis de velocidades radiais para tempo curto.

Observando os gráficos das figuras (7.23) e (7.24), nota-se que: à medida que aumenta-se o número de divisões do raio, mais a velocidade calculada numericamente se aproxima da solução analítica dada pela equação (7.18).

7.3.3 - SOLUÇÃO PARA TEMPO LONGO

Quando o tempo tende para o infinito, a integral exponencial da equação (7.15) pode ser aproximada para:

$$\int_0^{\infty} \exp \left[-u - \frac{\left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \right)^2 \cdot \frac{k_z}{k_r}}{4 \cdot u} \right] \cdot \frac{du}{u} = 2 \cdot K_0 \left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}} \right), \quad (7.20)$$

devido ao limite inferior de integração da integral exponencial (equação 7.15) tender a zero.

Portanto, a solução da equação (7.11) para tempo longo pode ser aproximada para:

$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot \pi \cdot k_r \cdot h}{q_w \cdot \mu} \cdot \Delta P(r, z, t) &= \frac{1}{2} \cdot \left(\ln \frac{k_r \cdot t}{\phi \cdot \mu \cdot c_t \cdot r^2} + 0,80907 \right) + \\ &\frac{4 \cdot h}{\pi \cdot h_f} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \text{sen} \left(n \cdot \pi \cdot \frac{h_f}{2 \cdot h} \right) \cdot \cos \left(n \cdot \pi \cdot \frac{z_f}{h} \right) \cdot \cos \left(n \cdot \pi \cdot \frac{z}{h} \right) \cdot \\ &K_0 \left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}} \right). \end{aligned} \quad (7.21)$$

$$P(r, z, t) = \frac{q_w \cdot \mu}{4 \cdot \pi \cdot k_r \cdot h} \cdot \ln \left(\frac{k_r \cdot t}{\phi \cdot \mu \cdot c_t \cdot r^2} \right) + \frac{0,80907 \cdot q_w \cdot \mu}{4 \cdot \pi \cdot k_r \cdot h} + \frac{2 \cdot q_w \cdot \mu}{\pi \cdot \pi \cdot k_r \cdot h_f} \cdot$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \text{sen} \left(n \cdot \pi \cdot \frac{h_f}{2 \cdot h} \right) \cdot \cos \left(n \cdot \pi \cdot \frac{z_f}{h} \right) \cdot \cos \left(n \cdot \pi \cdot \frac{z}{h} \right) \cdot$$

$$K_o \left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}} \right) + Pe, \quad (7.22)$$

O termo que representa o *pseudo-skin* na equação (7.21) torna-se desprezível quando K_o é desprezível. Isto ocorre para todo valor de “ r ” maior que:

$$r_i = 2 \cdot h \cdot \sqrt{\frac{k_r}{k_z}}, \quad (7.23)$$

implicando que a distribuição de pressão, depois de r_i (raio de influência), comporta-se como se a zona produtora fosse totalmente completada.

A solução aproximada dada pela equação (7.21) é válida quando são satisfeitas as duas condições abaixo:

$$\frac{k_r \cdot t}{\phi \cdot \mu \cdot c_t \cdot r^2} \geq 25 \quad (7.24)$$

e

$$\frac{k_z \cdot t}{\phi \cdot \mu \cdot c_t \cdot h^2} \geq \frac{1}{2}. \quad (7.25)$$

7.3.3.1 - CÁLCULO DA VELOCIDADE RADIAL

Derivando-se a equação (7.22) em relação a r , tem-se a velocidade radial, conforme abaixo:

Fazendo $\beta = \frac{k_r \cdot t}{\phi \cdot \mu \cdot c_t}$, tem-se:

$$P(r, z, t) = \frac{q_w \cdot \mu}{4 \cdot \pi \cdot k_r \cdot h} \cdot \ln\left(\frac{\beta}{r^2}\right) + \frac{0,80907 \cdot q_w \cdot \mu}{4 \cdot \pi \cdot k_r \cdot h} + \frac{2 \cdot q_w \cdot \mu}{\pi \cdot \pi \cdot k_r \cdot h_f}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \text{sen}\left(n \cdot \pi \cdot \frac{h_f}{2 \cdot h}\right) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z_f}{h}\right) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z}{h}\right).$$

$$K_0\left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}\right) + Pe. \quad (7.26)$$

Fazendo $u = \frac{\beta}{r^2}$, implica que:

$$\frac{du}{dr} = \frac{r^2 \cdot 0 - \beta \cdot 2 \cdot r}{r^4} = -\frac{2 \cdot \beta \cdot r}{r^4} = -\frac{2 \cdot \beta}{r^3}.$$

Logo:

$$\frac{d}{dr} \ln(u) = \frac{1}{u} \cdot \frac{du}{dr} = \frac{r^2}{\beta} \cdot \left(-\frac{2 \cdot \beta}{r^3}\right) = -\frac{2}{r}.$$

A derivada da função de Bessel é:

$$\frac{d}{dr} \left[K_0\left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}\right) \right] = -\left(\frac{n \cdot \pi}{h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}\right) \cdot K_1\left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}\right).$$

Então, a derivada da equação (7.26) em relação a r é:

$$-\frac{k_r}{\mu} \cdot \frac{\delta P}{\delta r} = \frac{q_w}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot h} + \frac{2 \cdot q_w}{\pi \cdot h_f \cdot h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \text{sen}\left(n \cdot \pi \cdot \frac{h_f}{2 \cdot h}\right) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z_f}{h}\right) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z}{h}\right) \cdot K_1\left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}\right). \quad (7.27)$$

Mas,

$$v_r = -\frac{k_r}{\mu} \cdot \frac{\delta P}{\delta r}, \text{ portanto:}$$

$$v_r(r, z, t) = \frac{q_w}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot h} + \frac{2 \cdot q_w}{\pi \cdot h_f \cdot h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \text{sen}\left(n \cdot \pi \cdot \frac{h_f}{2 \cdot h}\right) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z_f}{h}\right) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z}{h}\right) \cdot K_1\left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}\right). \quad (7.28)$$

7.3.3.2 - CÁLCULO DA VELOCIDADE VERTICAL

Derivando-se a equação (7.22) em relação a z , tem-se a velocidade vertical:

$$\frac{\delta P(r, z, t)}{\delta z} = -\frac{q_w \cdot \mu \cdot 2}{\pi \cdot \pi \cdot k_r \cdot h_f}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \text{sen}\left(n \cdot \pi \cdot \frac{h_f}{2 \cdot h}\right) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z_f}{h}\right) \cdot \left(n \cdot \pi \cdot \frac{1}{h}\right) \cdot \text{sen}\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z}{h}\right) \cdot$$

$$K_0\left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}\right) \quad (7.29)$$

$$\frac{\delta P(r, z, t)}{\delta z} = -\frac{\mu \cdot q_w \cdot 2 \cdot \pi}{k_r \cdot \pi \cdot \pi \cdot h_f \cdot h}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \text{sen}\left(n \cdot \pi \cdot \frac{h_f}{2 \cdot h}\right) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z_f}{h}\right) \cdot \text{sen}\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z}{h}\right) \cdot$$

$$K_0\left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}\right) \quad (7.30)$$

$$\frac{\delta P(r, z, t)}{\delta z} = -\frac{\mu}{k_r} \cdot \frac{2 \cdot q_w}{\pi \cdot h_f \cdot h}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \text{sen}\left(n \cdot \pi \cdot \frac{h_f}{2 \cdot h}\right) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z_f}{h}\right) \cdot \text{sen}\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z}{h}\right) \cdot$$

$$K_0\left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}\right) \quad (7.31)$$

Multiplicando ambos os lados da equação (7.31) por $-(k_z/\mu)$, tem-se:

$$-\frac{k_z}{\mu} \cdot \frac{\delta P(r,z,t)}{\delta z} = \frac{k_z}{k_r} \cdot \frac{2 \cdot q_w}{\pi \cdot h_f \cdot h} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \text{sen}\left(n \cdot \pi \cdot \frac{h_f}{2 \cdot h}\right) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z_f}{h}\right) \cdot \text{sen}\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z}{h}\right) \cdot K_0\left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}\right) \quad (7.32)$$

Mas,

$$v_z = -\frac{k_z}{\mu} \cdot \frac{\delta P}{\delta z}, \text{ portanto:}$$

$$v_z(r,z,t) = \frac{k_z}{k_r} \cdot \frac{2 \cdot q_w}{\pi \cdot h_f \cdot h} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \text{sen}\left(n \cdot \pi \cdot \frac{h_f}{2 \cdot h}\right) \cdot \cos\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z_f}{h}\right) \cdot \text{sen}\left(n \cdot \pi \cdot \frac{z}{h}\right) \cdot K_0\left(\frac{n \cdot \pi \cdot r}{h} \cdot \sqrt{\frac{k_z}{k_r}}\right) \quad (7.33)$$

As equações (7.28) e (7.33) mostram que a velocidade independe da viscosidade e da compressibilidade total.

7.3.4 - RESULTADOS PARA O ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL EM TEMPO LONGO

A tabela (7.10) mostra os dados usados para construção dos gráficos das figuras (7.25), (7.26) e (7.27).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	1	hora

Permeabilidade radial	100	md
Permeabilidade vertical	50	md
Compressibilidade total	3,4E-6	1/psi
Pressão estática do reservatório	2000	psi
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m
Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	20	m
Espessura do canhoneado	4	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	10	m
Índice de consistência	1,45E-7	psi · s ⁿ
Índice de comportamento	ver nas figuras	
Vazão de bombeio	0,5	bpm
Difusividade radial	1,0E-6	m ² /s
Difusividade vertical	1,0E-6	m ² /s
Concentração de polímero na frente do banco	0,5	fração
Tolerância de pressão	20	pascal

Tabela 7.10 - Dados do teste das figuras (7.25) a (7.27), variando o número de pontos da malha de discretização.

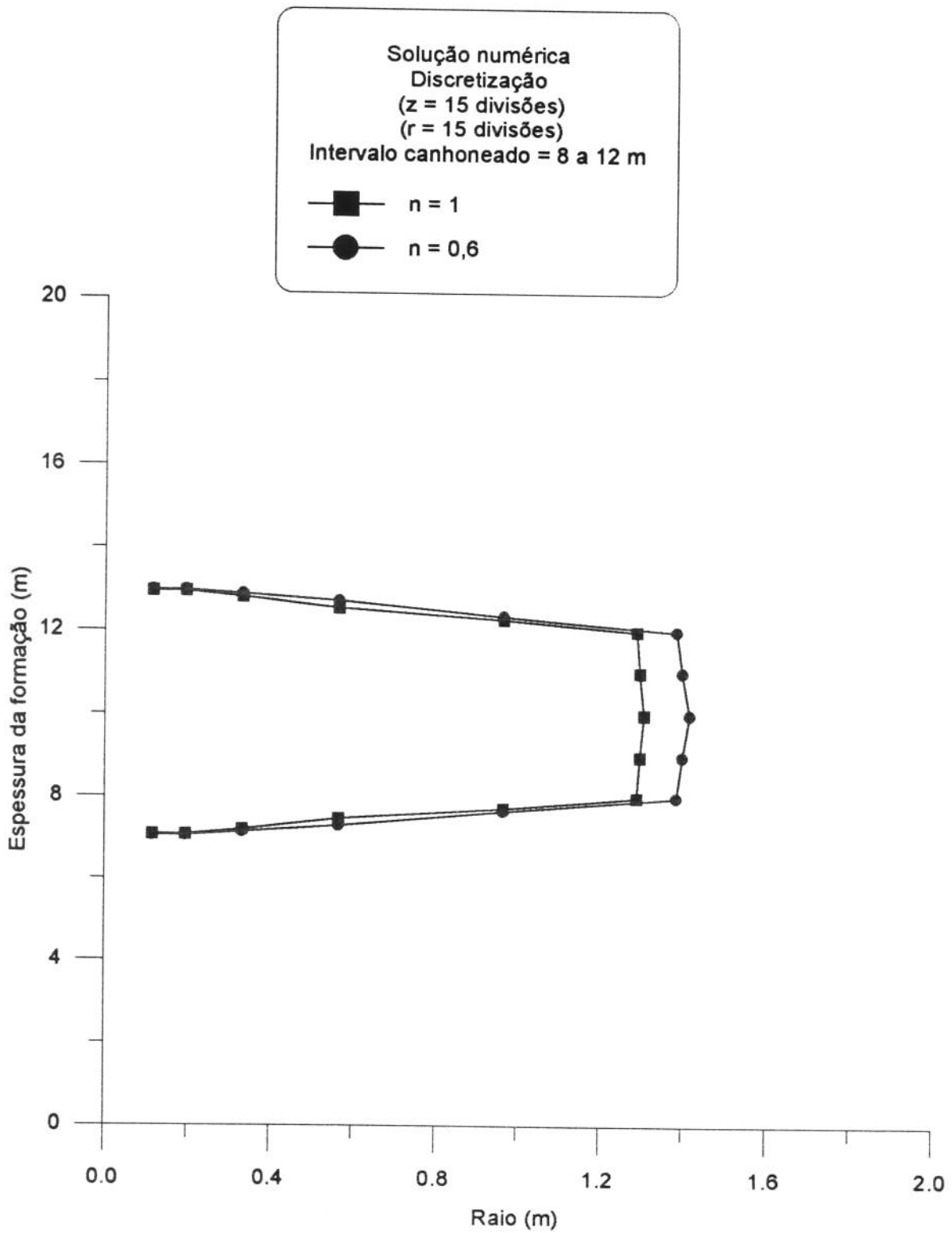


Figura 7.25 - Posição da frente para $n = 1$ e $n = 0,6$, solução numérica.

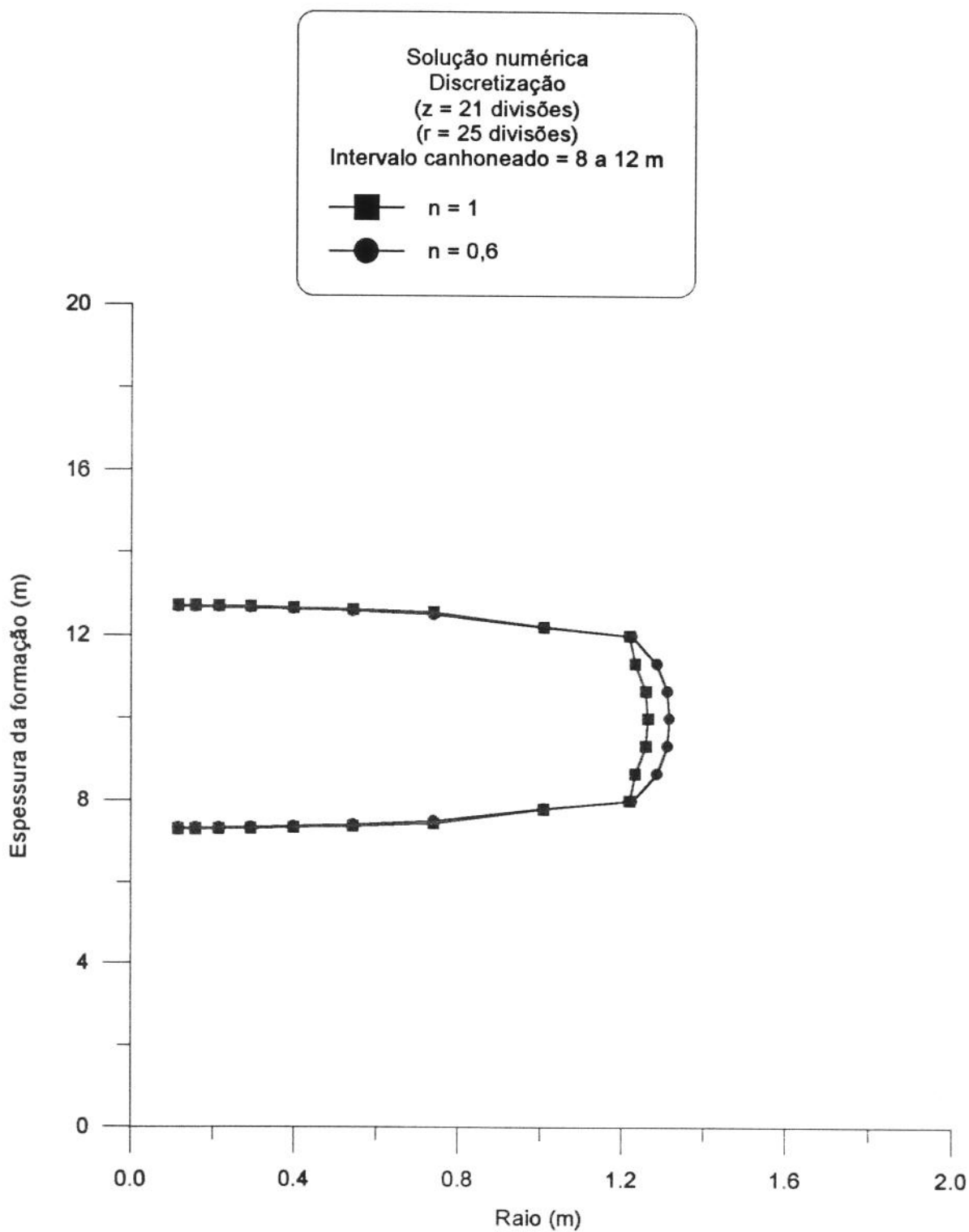


Figura 7.26 - Posição da frente para $n = 1$ e $n = 0,6$, solução numérica.

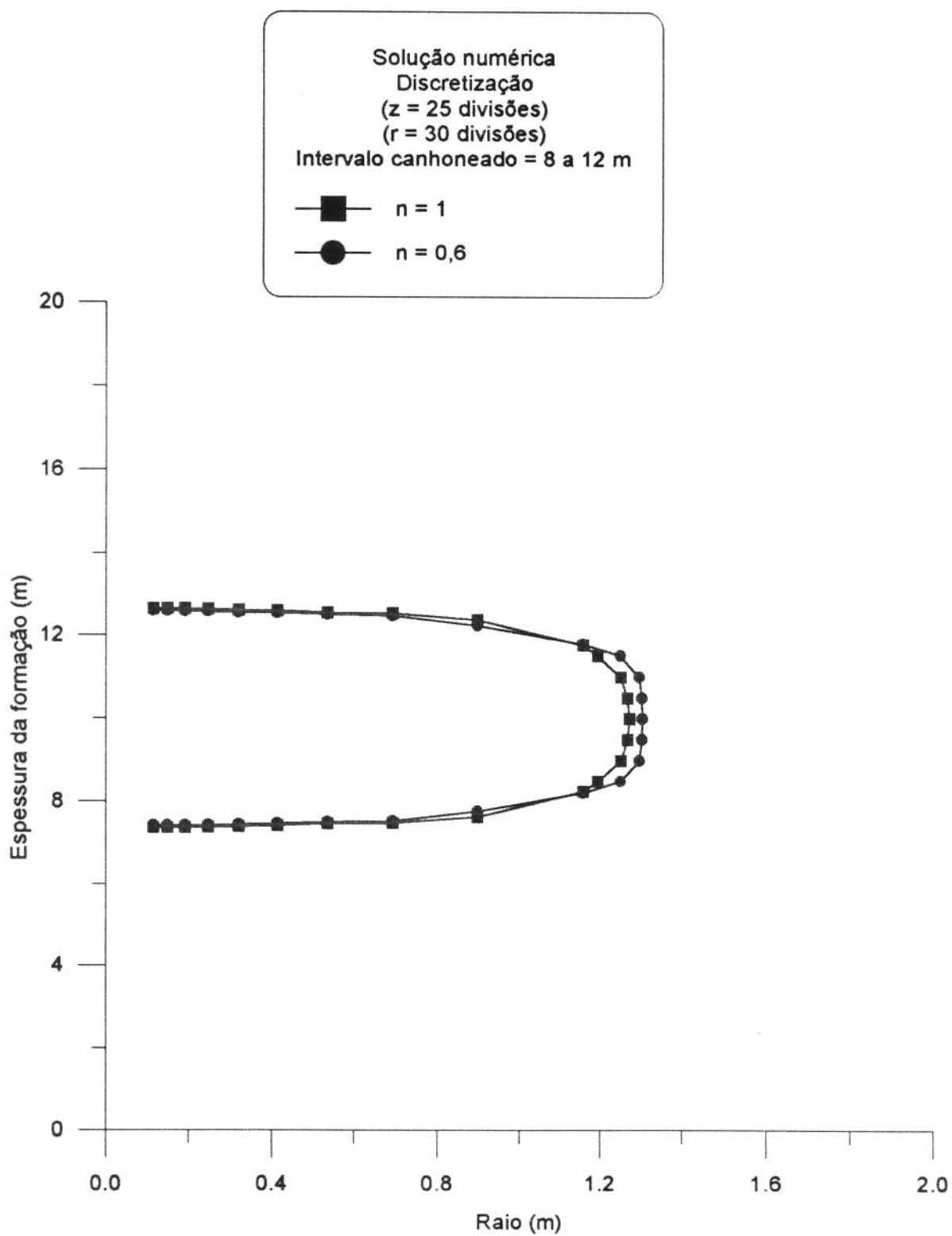


Figura 7.27 - Posição da frente para $n = 1$ e $n = 0,6$, solução numérica.

Analisando os gráficos da figura (7.25), verifica-se que a posição da frente do banco de fluido, para o índice de comportamento igual a 0,6, está mais avançada em relação ao raio, quando compara-se com $n = 1$, apresentando uma diferença máxima em $z = 10$ m de 7,83% (11,1 cm).

Passando a figura (7.26), verifica-se que as duas curvas da frente do banco já se apresentam mais próximas, com uma diferença máxima em $z = 10$ m de 3,75% (5,2 cm).

Aumentando ainda mais o número de pontos da malha de discretização, verifica-se na figura (7.27) que a diferença diminui entre as duas curvas, apresentando uma diferença máxima de 2,37% (3,1 cm).

Após analisar os gráficos das figuras (7.25), (7.26) e (7.27), conclui-se que a posição da frente do banco de fluido (velocidades radial e vertical) independe do índice de comportamento para escoamento em duas direções, de modo análogo ao que acontece para escoamento em uma só direção.

A tabela (7.11) mostra os dados usados para construção dos gráficos da figura (7.28).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	1	hora
Permeabilidade radial	50	md
Permeabilidade vertical	10	md
Compressibilidade total	3,4E-6	1/psi
Pressão estática do reservatório	2000	psi
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m
Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	20	m
Espessura do canhoneado	4	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	10	m

Índice de consistência	ver na figura	$\text{psi} \cdot \text{s}^n$
Índice de comportamento	1	
Vazão de bombeio	0,5	bpm
Difusividade radial	1,0E-6	m^2/s
Difusividade vertical	1,0E-6	m^2/s
Concentração de polímero na frente do banco	0,5	fração
Tolerância de pressão	500	pascal

Tabela 7.11 - Dados do teste da figura (7.28), variando o índice de consistência.

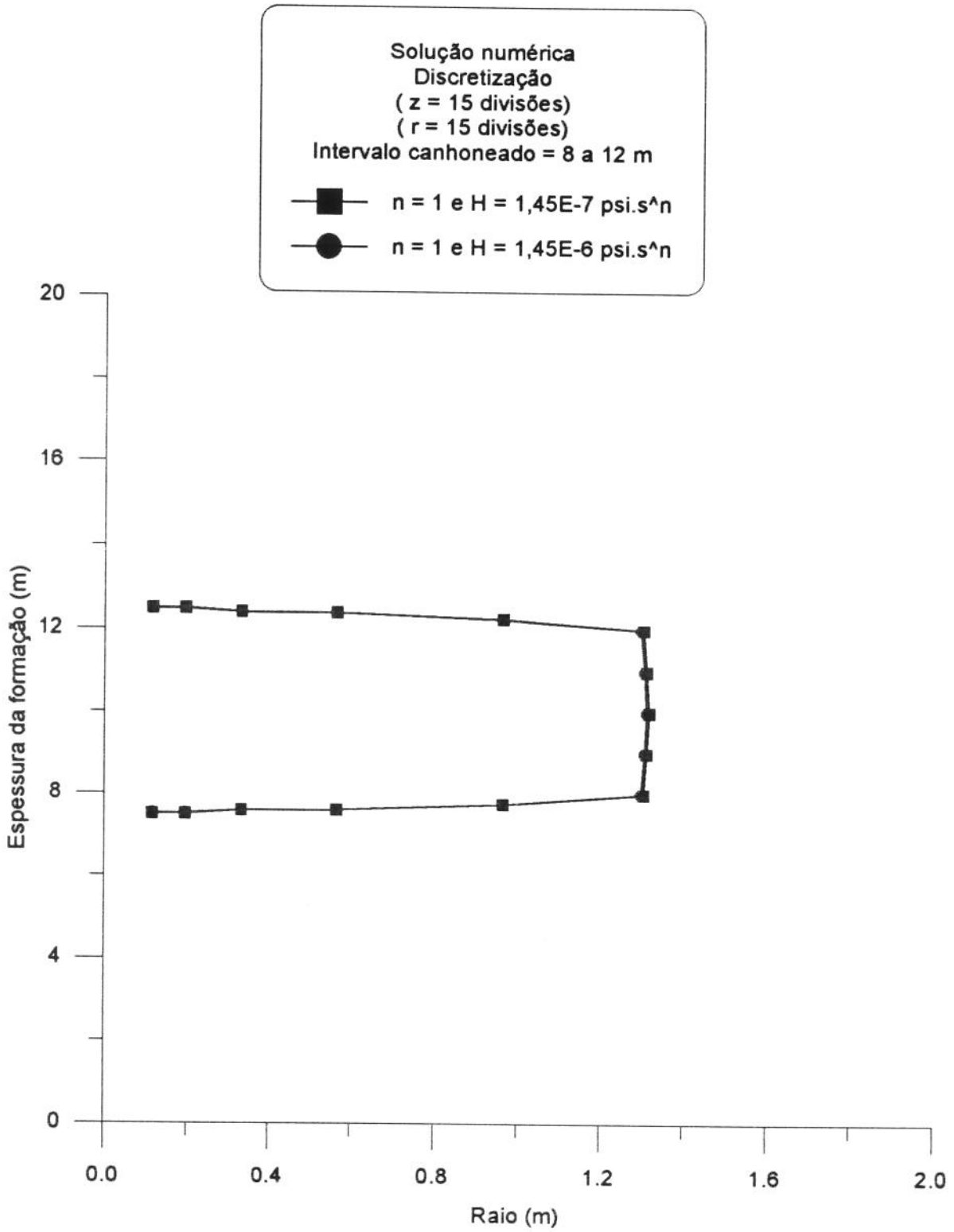


Figura 7.28 - Posição da frente para índices de consistência diversos.

Como as duas curvas da figura (7.28) são idênticas, mostra-se, portanto, que a posição da frente do banco de fluido independe da viscosidade em escoamento bidimensional.

A tabela (7.12) mostra os dados usados para construção dos gráficos das figuras (7.29) a (7.32).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	1	hora
Permeabilidade radial	100	md
Permeabilidade vertical	50	md
Compressibilidade total	3,4E-6	1/psi
Pressão estática do reservatório	2000	psi
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m
Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	20	m
Espessura do canhoneado	4	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	10	m
Índice de consistência	1,45E-7	psi · s ⁿ
Índice de comportamento	ver nas figuras	
Vazão de bombeio	0,5	bpm
Difusividade radial	1,0E-6	m ² /s
Difusividade vertical	1,0E-6	m ² /s
Concentração de polímero na frente do banco	0,5	fração
Tolerância de pressão	20	pascal

Tabela 7.12 - Dados do teste das figuras (7.29) a (7.32), soluções numérica e semi-analítica.

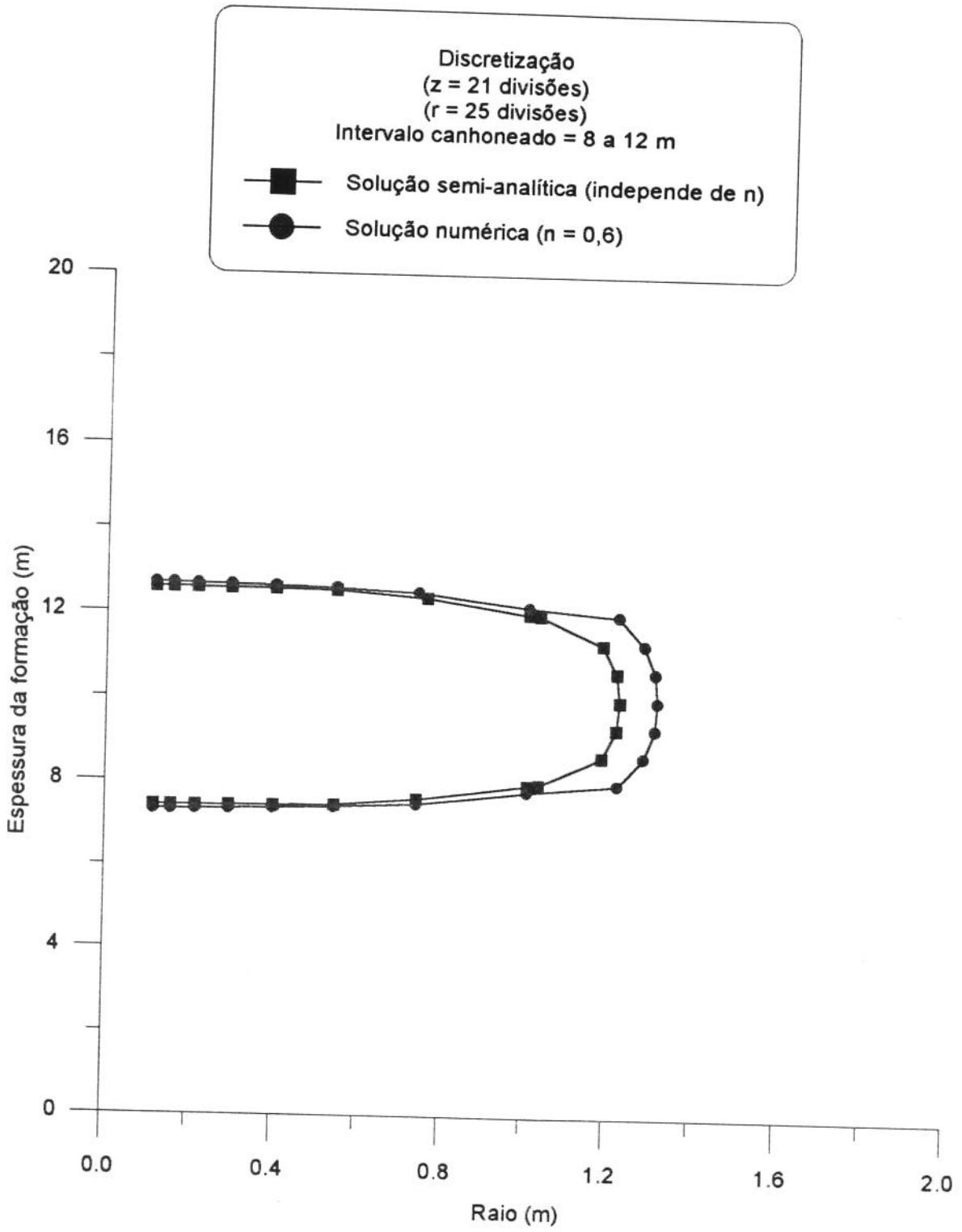


Figura 7.29 - Posição da frente, soluções numérica e semi-analítica.

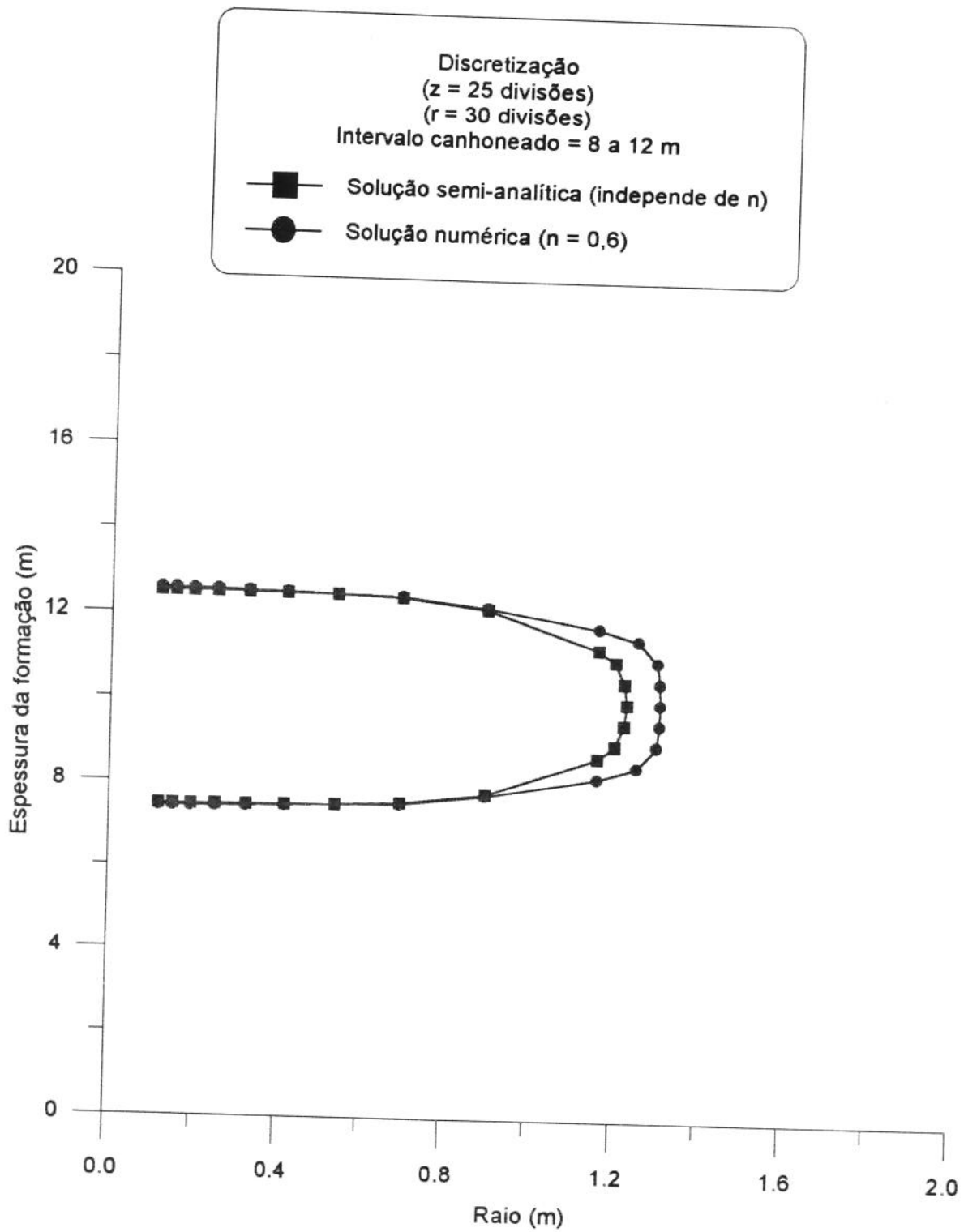


Figura 7.30 - Posição da frente, soluções numérica e semi-analítica.

Observando os gráficos das figuras (7.29) e (7.30), pode-se constatar que: quanto maior o número de pontos da malha de discretização, mais próximas tornam-se as soluções numérica e analítica. Demonstra-se, assim, que as velocidades dentro do banco de fluido independem da viscosidade.

As duas figuras seguintes (7.31) e (7.32), cujos dados estão inseridos na tabela (7.12), reforçam ainda mais a idéia acima.

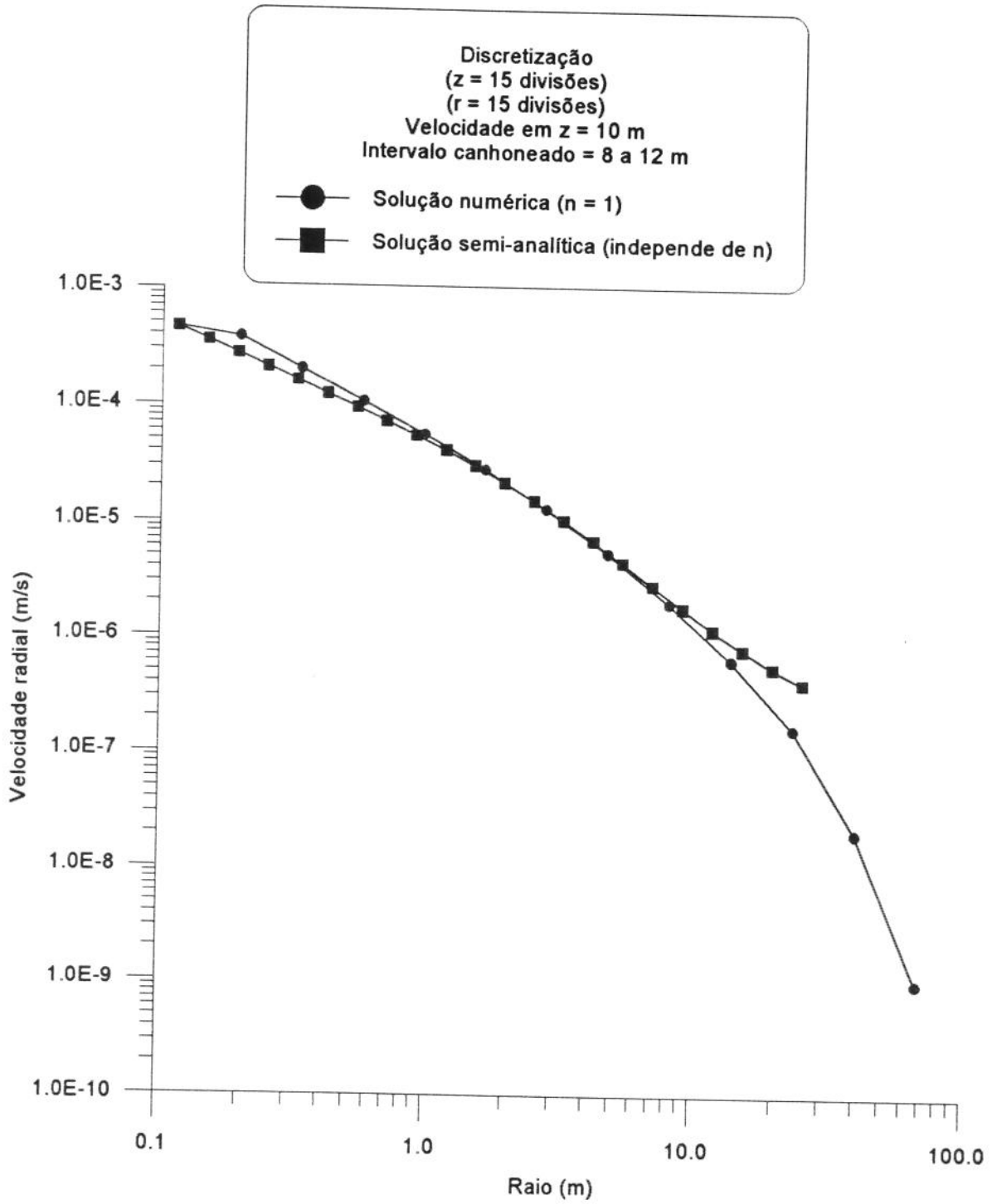


Figura 7.31 - Perfis de velocidades radiais, soluções numérica e semi-analítica.

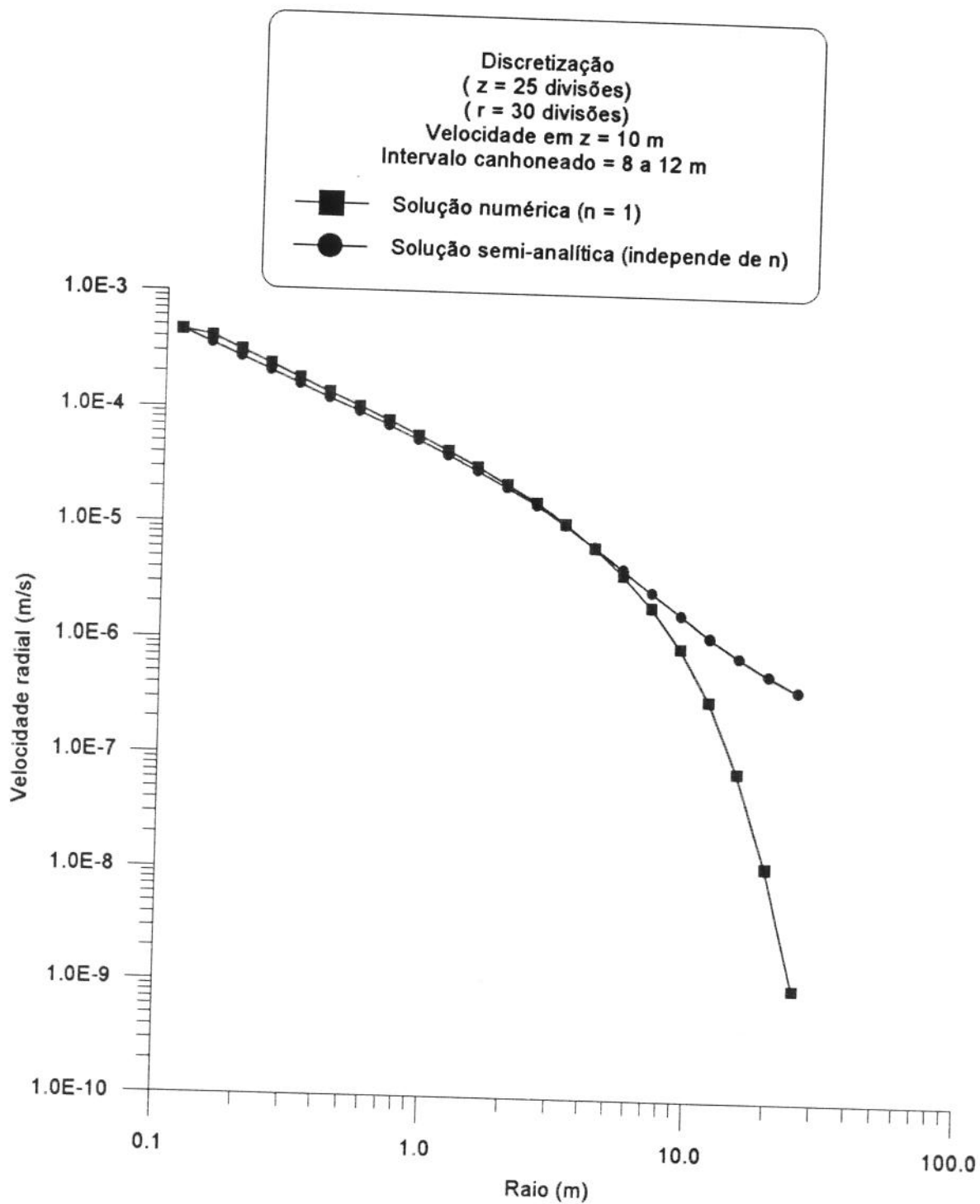


Figura 7.32 - Perfis de velocidades radiais, soluções numérica e semi-analítica.

Verificando-se os gráficos das figuras (7.31) e (7.32), nota-se o seguinte: à medida que o número de pontos da malha de discretização aumenta, a curva de velocidade da solução numérica se aproxima da curva de velocidade da solução analítica.

Nestas figuras, a curva de velocidade da solução analítica exhibe mudança de comportamento (valores de velocidade incoerentes), a partir do raio de 6 metros, visto que a inequação (7.24) não é atendida para esta faixa de valores do raio.

A tabela (7.13) mostra os dados usados para a construção dos gráficos das figuras (7.33) e (7.34).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	ver nas figuras	hora
Permeabilidade radial	100	md
Permeabilidade vertical	50	md
Compressibilidade total	3,4E-6	1/psi
Pressão estática do reservatório	2000	psi
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m
Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	20	m
Espessura do canhoneado	4	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	2	m
Índice de consistência	1,45E-7	psi · s ⁿ
Índice de comportamento	1	
Vazão de bombeio	0,5	bpm
Difusividade radial	1,0E-6	m ² /s

Difusividade vertical	1,0E-6	m ² /s
Concentração de polímero na frente do banco	0,5	fração
Tolerância de pressão	20	pascal

Tabela 7.13 - Dados do teste das figuras (7.33) e (7.34), soluções numérica e semi-analítica.

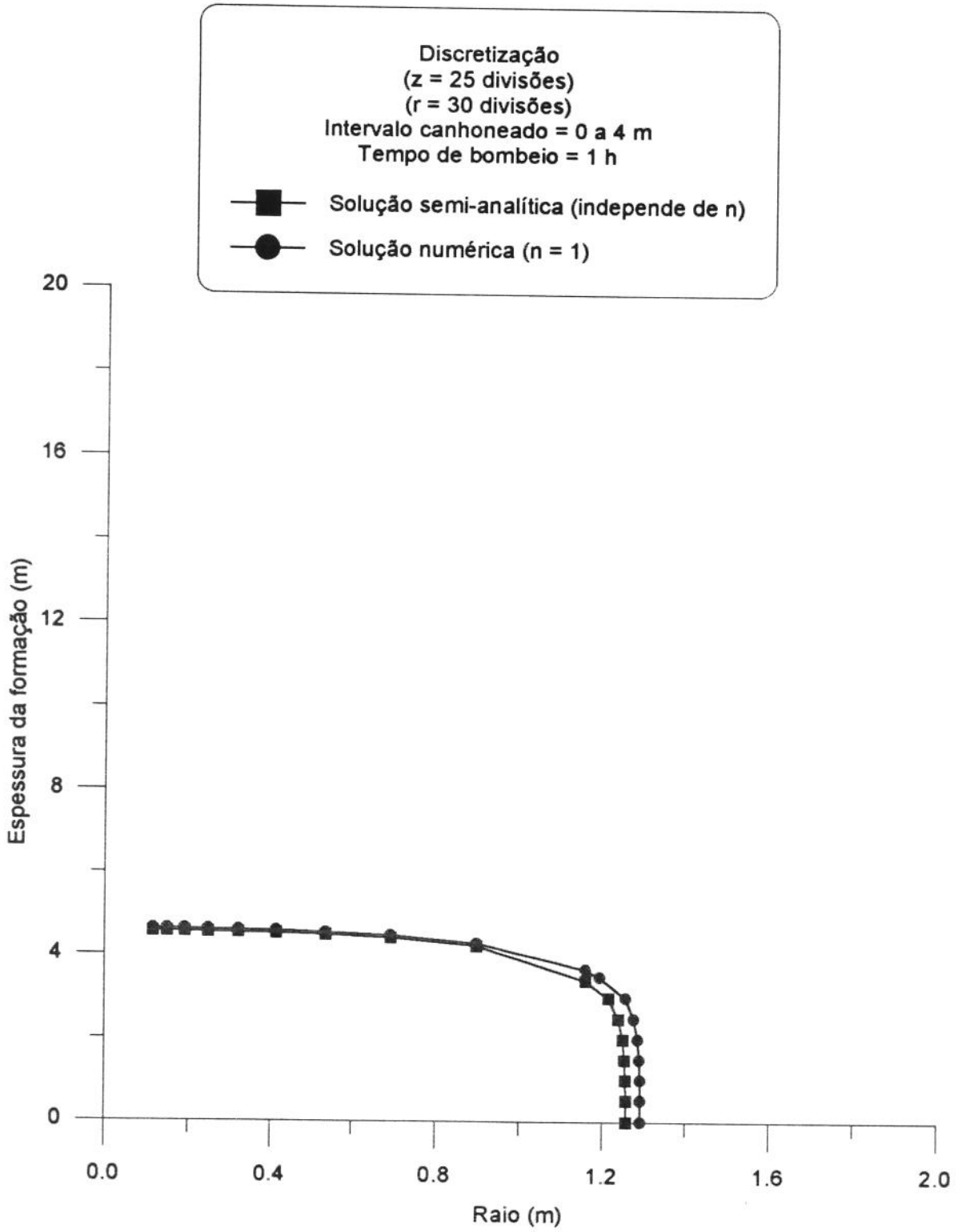


Figura 7.33 - Posição da frente, solução numérica e semi-analítica, tempo de 1 hora.

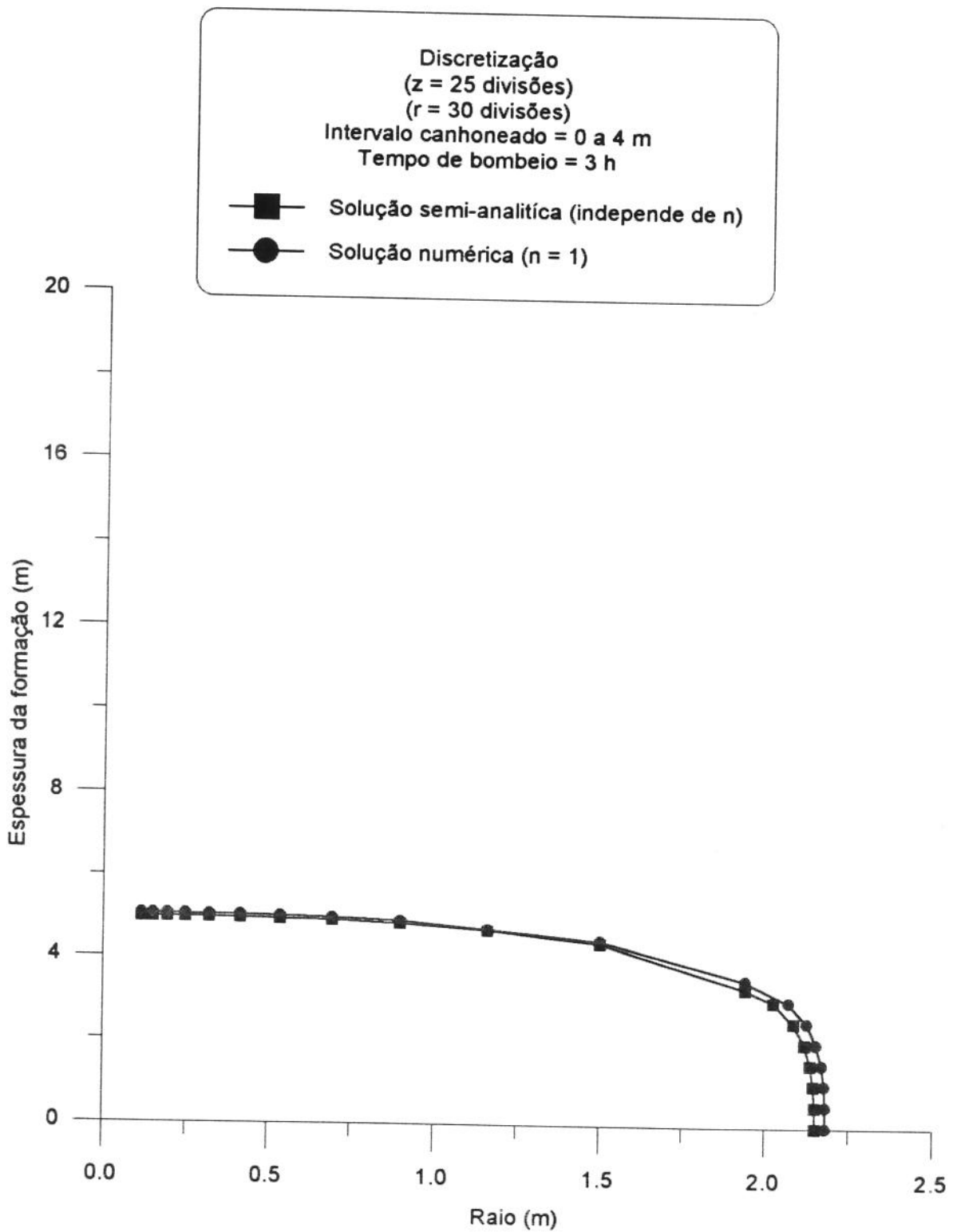


Figura 7.34 - Posição da frente, soluções numérica e semi-analítica, tempo de 3 horas.

Novamente, os gráficos das figuras (7.33) e (7.34) apontam a proximidade entre as posições da frente do banco de fluido nas soluções numérica e analítica.

O objetivo de todas estas comparações é a comprovação de que a velocidade dentro do banco de fluido injetado em um reservatório independe da viscosidade para fluido modelo newtoniano e dos índices de consistência e de comportamento para fluido modelo de potência, tanto para o escoamento em uma só direção (radial), como para o escoamento em duas direções (radial e vertical). Isto acontece devido ao fato da pressão ser transmitida por processo difusivo e do banco de fluido ser movido por processo convectivo.

De acordo com os comentários mencionados acima, pode-se, então, calcular o campo de velocidade pelas equações (7.28) e (7.33), que são soluções analíticas, ao invés do emprego da equação (2.76), cuja solução é numérica e demanda muito tempo de computação.

A tabela (7.14) mostra os dados usados para construção dos gráficos das figuras (7.35) e (7.36).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	ver nas figuras	hora
Permeabilidade radial	100	md
Permeabilidade vertical	50	md
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m
Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	20	m
Espessura do canhoneado	4	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	10	m
Vazão de bombeio	1	bpm
Difusividade radial	0	m ² /s
Difusividade vertical	0	m ² /s

Tabela 7.14 - Dados do teste das figuras (7.35) e (7.36), soluções semi-analítica e estimada de campo.

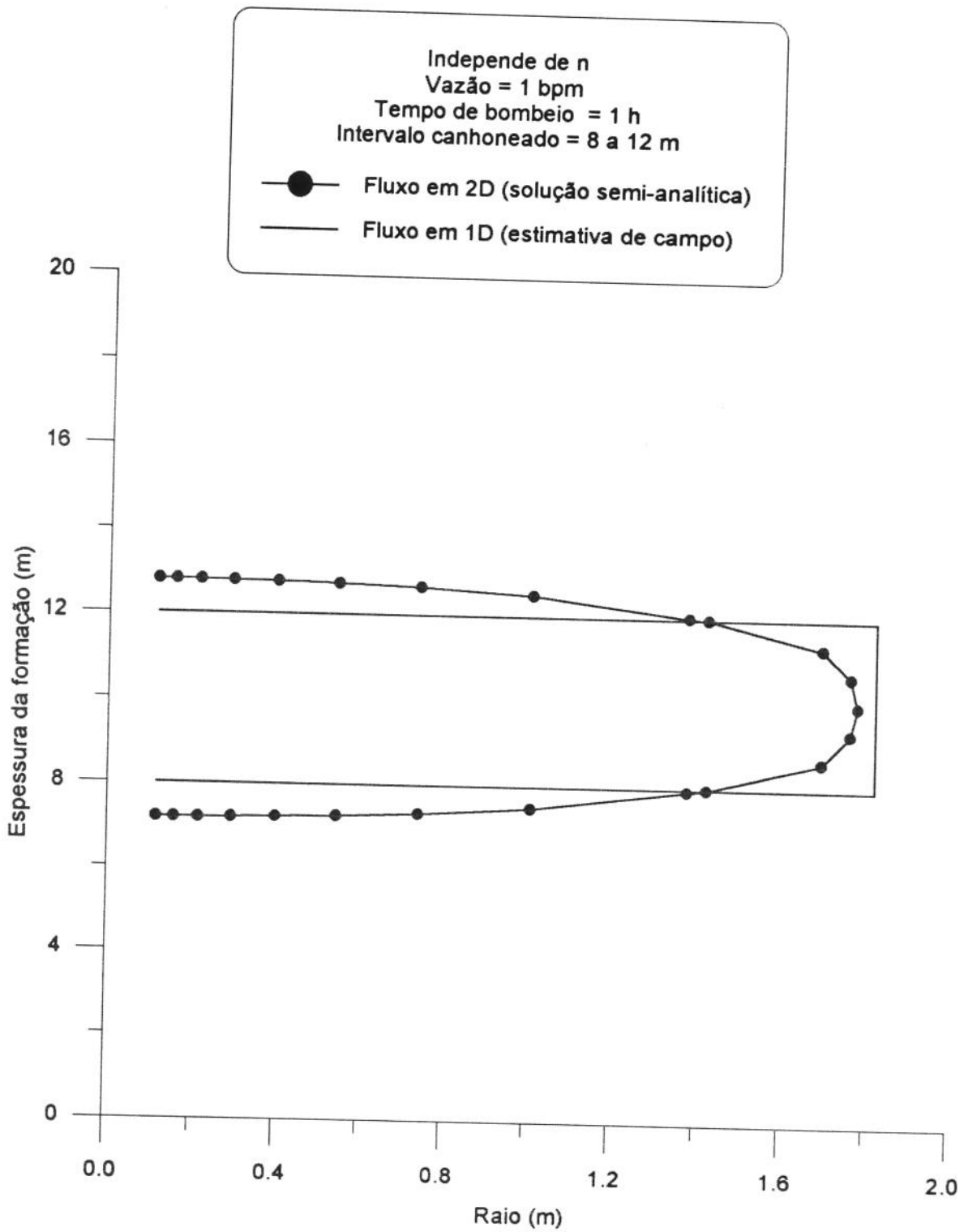


Figura 7.35 - Posição da frente, soluções semi-analítica e estimada de campo, tempo de 1 hora.

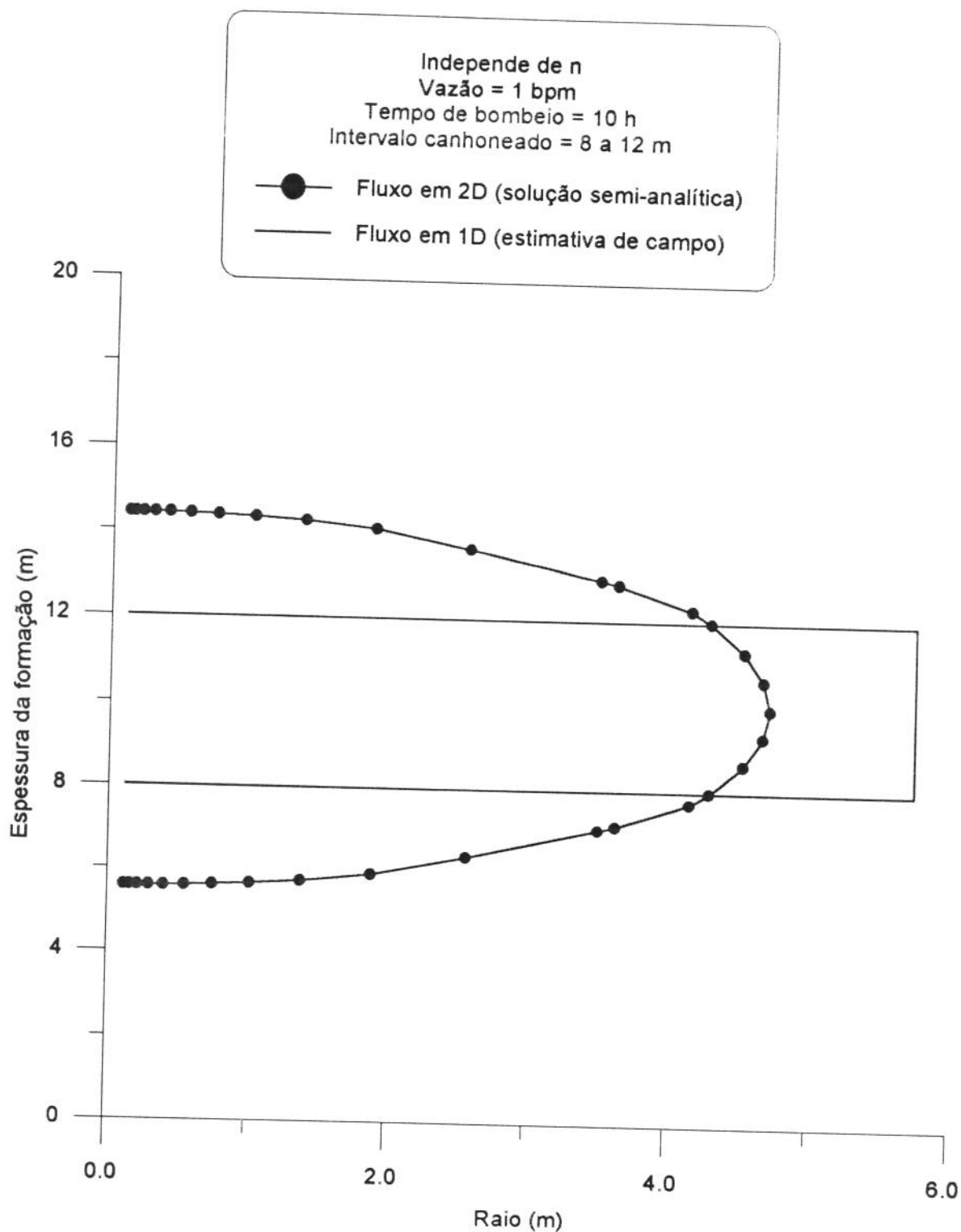


Figura 7.36 - Posição da frente, soluções semi-analítica e estimada de campo, tempo de 10 horas.

Os gráficos das figuras (7.35) e (7.36) foram construídos através das equações analíticas (7.28) e (7.33), relacionadas com o cálculo do campo de velocidade e da equação do transporte de polímero com discretização avançada/atrasada. Analisando-os, nota-se que a posição da frente do banco de fluido calculada em duas direções torna-se cada vez mais diferente da posição da frente do banco estimada no campo (onde é considerado escoamento somente na direção radial), à proporção que o tempo de bombeio aumenta.

A posição da frente do banco de fluido é determinada pelo programa INJFLU.FOR numa concentração de polímero tal que o volume de fluido injetado é igual ao volume da “panqueca” no reservatório. A concentração de polímero para o gráfico da figura (7.35) é de 0,454 e para o gráfico da figura (7.36), 0,445.

A tabela (7.15) mostra os dados para a construção dos gráficos da figura (7.37).

VARIÁVEL	VALOR	UNIDADE
Tempo de bombeio	1	hora
Permeabilidade radial	100	md
Permeabilidade vertical	50	md
Porosidade	0,23	fração
Raio do poço	0,1143	m
Raio de drenagem	200	m
Espessura do reservatório	20	m
Espessura do canhoneado	4	m
Distância da barreira inferior ao meio da região canhoneada	10	m
Vazão de bombeio	0,5	bpm
Difusividade radial	0	m ² /s
Difusividade vertical	0	m ² /s
Concentração de polímero na frente do banco	0,5	fração

Tabela 7.15 - Dados do teste da figura (7.37), discretizações centrada e avançada-atrasada.

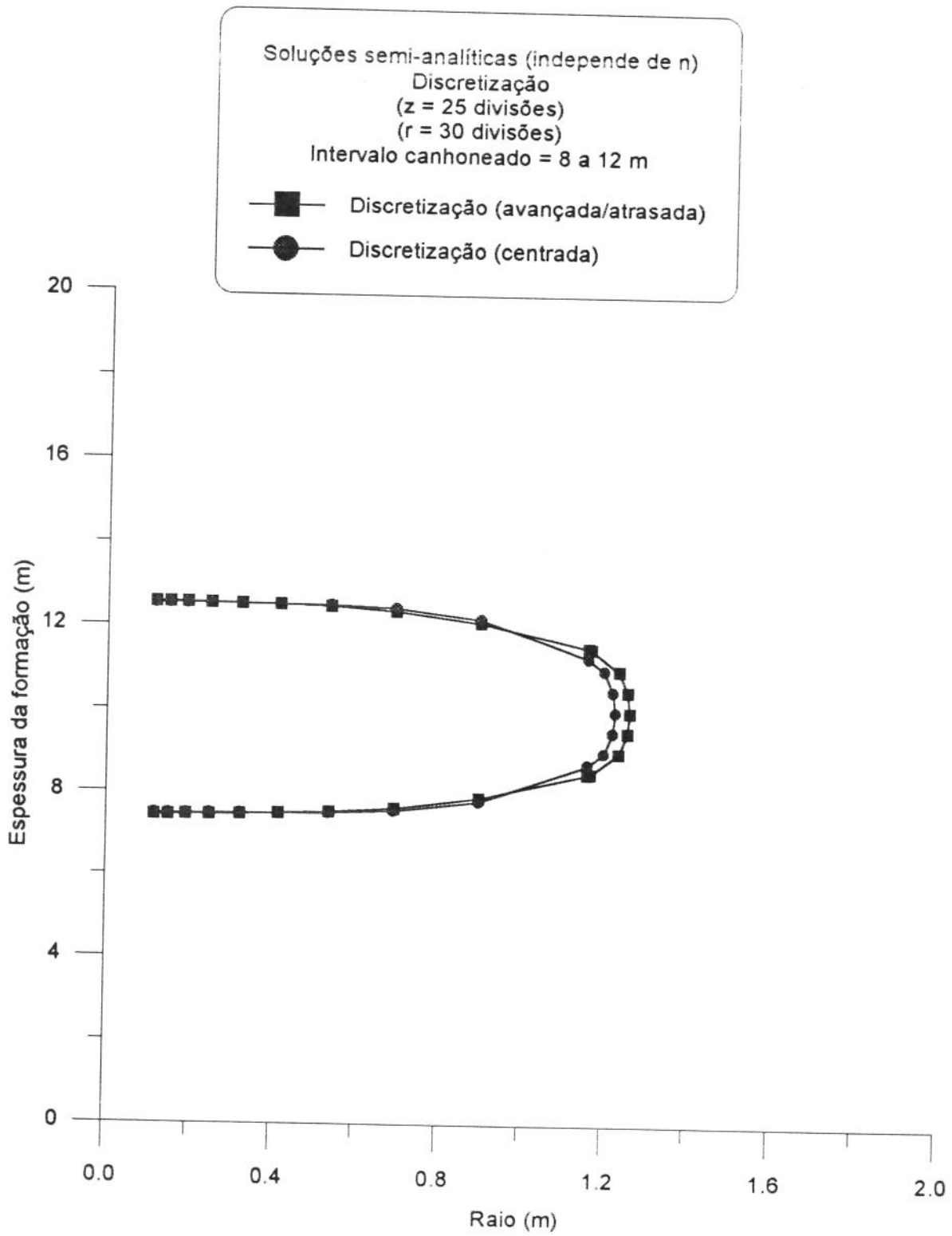


Figura 7.37 - Posição da frente, solução semi-analítica com discretizações centrada e avançada-atrasada.

A figura (7.37) apresenta uma diferença máxima, em $z = 10$ m, entre as duas curvas, de 2,77% (3,5 cm).

A solução da equação do transporte do polímero por discretização avançada/atrasada não apresenta as oscilações, presentes na solução por discretização centrada. Isto acontece, devido à condição “*up-wind*”^{*}, ou seja, ao valor da concentração de polímero na frente do banco de fluido somente depender da concentração a montante.

Segue em anexo o programa de computador (INJFLU.FOR), que calcula a posição da frente do banco usando a equação para tempo longo e a equação do transporte de polímero com discretização avançada/atrasada.

* a favor do vento

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

8.1 - CONCLUSÕES

Dentro das hipóteses assumidas no desenvolvimento deste trabalho, conclui-se que:

- A velocidade dentro de um banco de fluido injetado em um reservatório independe da viscosidade, quando o fluido é newtoniano; e dos índices de consistência e de comportamento, para fluido modelo de potência,

- O campo de velocidade pode ser calculado pelas equações (7.28) e (7.33) para tempo longo (Gringarten) no lugar de ser calculado pela equação (2.76) do movimento, que necessita de solução numérica.

- A solução numérica da equação do transporte de polímero apresenta respostas aproximadas nos dois casos:

- a) discretização centrada em relação a r e a z ;

- b) discretização avançada em relação a z para $v_z < 0$, atrasada para $v_z \geq 0$ e atrasada em relação a r (v_r é sempre positiva).

- Para um mesmo tempo de bombeio, quanto maior o quociente entre as permeabilidades vertical e horizontal, menor é a distância que o banco de fluido avança no sentido radial.

- O método proposto neste trabalho para determinação da posição da frente do banco de fluido em um reservatório parcialmente completado tem solução rápida e mais próxima da realidade do que a estimativa feita em campo, principalmente para longo tempo de bombeio e elevados valores do quociente entre as permeabilidades vertical e horizontal.

8.2 - RECOMENDAÇÕES

- Para processamento computacional mais rápido, usar o método de Crank-Nicolson⁽¹⁾ para solução da equação (2.76) do movimento.

- Comparar a solução da equação (2.91) do transporte de polímero pelo método totalmente implícito com a solução pelo método das características⁽¹⁾.

- Comparar os resultados da posição da frente do banco calculada pelo método proposto neste trabalho com resultados obtidos em simuladores para fluido modelo de potência de duas ou mais fases.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Cunha, C.: "Método Numérico para Engenharia e Ciências Aplicadas," Editora Unicamp, 1993.
2. Ikoku, C. U. e Ramey, Jr. H. J.: "Transient Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Porous Media," SPE 7139 AIME Stanford U., junho/1979, 164-174.
3. Gringarten, A. C.: "The Use of Source and Green's Function in the Solution of Unsteady Flow Problems in Reservoirs," relatório da Stanford U. 1972.
4. Savins, J. G.: "Non-Newtonian Flow Through Porous Media," Ind. and Eng. Chem., outubro/1969, 18-47.
5. Gorarty, W. B., Levy, G. L. e Fox, V. G.: "Viscoelastic Effects in Polymer Flow Through Porous Media," SPE 4025, outubro/1972.
6. Christopher, R. H. e Middleman, S.: "Power-Law Flow Through a Packed Tube," Ind. and Eng. Chem., novembro/1965, 422-426.
7. Mc Kinley R. H., Jahns H. O. e Harris W. W.: "Non-Newtonian Flow in Porous Media," A.I.Ch.E. Journal, janeiro/1966, 17-20.
8. Marshall R. J. e Metzner A. B.: "Flow of Viscoelastic Fluids Through Porous Media," Ind. and Eng. Chem., agosto/1967, 393-400.
9. Vongvuthipornchai S. e Raghavan R.: "Well Test Analysis of Data Dominated by Storage and Skin, Non-Newtonian Power-Law Fluids," SPE 14454, setembro/1985.
10. Odeh A. S. e Yang H. T.: "Flow of Non-Newtonian Power-Law Fluids Through Porous Media," Soc. Pet. Eng. J., junho/1979, 155-163.
11. Clegg, M. W. e Mills M.: "A Study of the Behavior of Partially Penetrating Wells," SPE 2054, junho/1969, 189-203.
12. Nisle, R. G.: "The Effect of Partial Penetration on Pressure Build-Up in Oil Wells," AIME, dezembro/1958, 85-90.
13. Odeh, A. S.: "Steady-State Flow Capacity of Wells with Limited Entry to Flow," Soc. Pet. Eng. J., março/1968, 43-51.
14. Lake, L. W.: "Enhanced Oil Recovery," Editora Prentice-Hall, 1989.

15. Aziz, K. e Settari, A.: "Petroleum Reservoir Simulation," Applied Science Publishers London and New York, 1979.

16. Stehfest, H.: "Numerical Inversion of Laplace Transforms," Communication of the ACM, janeiro/1970, 47-48.

APÊNDICE A - MANUAL DE USO DO PROGRAMA INJFLU.FOR

ENTRADA DE DADOS

A entrada de dados (em unidades usadas no campo) é feita de modo interativo com o programa.

DADOS DE ENTRADA	VARIÁVEL	UNIDADE
Tempo de bombeio	TB	h
Permeabilidade radial	AKR	md
Permeabilidade vertical	AKZ	md
Porosidade	PO	decimal
Raio do poço	RW	m
Raio de drenagem	RD	m
Espessura do reservatório	HH	m
Espessura do canhoneio	HF	m
Distância de $Z = 0$ até ao centro da região canhoneada	ZF	m
Vazão de bombeio	QW	bpm
Difusividade longitudinal radial	DKLX	m^2/s
Difusividade longitudinal vertical	DKLZ	m^2/s
Número de divisões dentro do canhoneio	NEDC	
Usar grid automático SIM = 1 ou NÃO = 2	IGRI	

- A variável “ZF” representa a distância da barreira impermeável inferior ao centro da região canhoneada (ver figura 2.3);

- As variáveis “DKLX” e “DKLZ”, quando multiplicadas pela porosidade, representam os coeficientes dos termos difusivos da equação (2.91). Quando estas variáveis assumem valores iguais a zero, o número de Peclet (ver

equação 2.92) é infinito, e os termos difusivos desaparecem da equação (2.91), tornando o processo totalmente convectivo;

- O parâmetro (IMAX - 1) representa o número de divisões do raio do reservatório;

- O parâmetro (JMAX - 1) representa o número de divisões da espessura do reservatório;

- A variável "NEDC" representa o número de divisões da região canhoneada; (JMAX - 1) diminuído de "NEDC", o número de divisões da região não-canhoneada;

É recomendado usar:

a) JMAX = 25, para reservatório com até 20 metros de espessura. Para reservatórios de maior espessura, JMAX = 1,25 * espessura do reservatório em metros, arredondado para valor inteiro maior, de preferência ímpar;

b) IMAX = 30, para reservatório com até 200 metros de raio. Para reservatórios de maior raio, IMAX = 0,15 * raio do reservatório em metros, arredondando para valor inteiro maior;

c) NEDC = 8, para região canhoneada de até 4 metros. Para regiões canhoneadas maiores, NEDC = 2 * espessura da região canhoneada.

Observações:

- Valores altos de "IMAX" e "JMAX" necessitam grande capacidade de memória;

- A mudança dos valores de "IMAX" e "JMAX" é feita no programa fonte. A alteração destes variáveis exige recompilação do programa.

- Se a variável "IGRI" assume valor igual a 1, o programa fará automaticamente a malha em relação à espessura do reservatório. Se igual a 2, dever-se-á entrar com os valores das coordenadas Z(J). A malha formada automaticamente em relação à espessura do reservatório tem divisões iguais dentro da região canhoneada, enquanto que na(s) região(ões) não-canhoneada(s), a divisão é realizada de forma logarítmica a partir da(s) extremidade(s) do canhoneio. Por sua vez, a divisão da malha radial é feita sempre de modo automático logaritmicamente.

Terminada a entrada de dados, a relação destes dados aparece em linhas numeradas na tela do vídeo e o programa pergunta se é desejado fazer a mudança de algum(ns) valor(es) destes dados.

Abaixo, representa-se o esquema da relação dos dados:

DADOS DE ENTRADA:

LINHA 1 - TB - TEMPO DE BOMBEIO (HORA) = 10

LINHA 2 - AKR - PERMEABILIDADE RADIAL (MD) = 100

⋮

LINHA 14 - IGRI - AUTOMÁTICO = 1, MANUAL = 2 = 1

QUER MUDAR ALGUM VALOR DOS DADOS DE ENTRADA?

CASO POSITIVO, DIGITE 1/CASO NEGATIVO, DIGITE 2 = ?

Caso você digite o número 2, o programa continuará.

Caso contrário, aparecerá na tela do vídeo a mensagem abaixo:

DIGITE O NÚMERO DA LINHA A SER ALTERADA = ?

O processo acima repete-se até não ser mais necessário mudar valor dos dados de entrada.

CÁLCULOS PRELIMINARES

• Transformações das unidades do dados de entrada em unidades coerentes (SI):

a) $TB(s) = TB(h) * 3600;$

b) $AKR(m^2) = AKR(md) * 9,87E-16;$

c) $QW(m^3/s) = QW(bpm) * (0.159/60).$

• Cálculo da malha de discretização:

a) $IMAX = 30$ (divisões do raio de drenagem);

b) $JMAX = 25$ (divisões da espessura da formação).

• Cálculo das velocidades radial $VR(I,J)$ e vertical $VZ(I,J)$:

Para estes cálculos, são usadas as equações (7.28) e (7.33).

CÁLCULOS PARA SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DE POLÍMERO

- “DT” igual a 0,00001 segundos, por imposição;
- Cálculo dos coeficientes da matriz penta-diagonal;
- Montagem da matriz;
- Solução da matriz aproximada inicialmente de zero;
- Solução da matriz pelo método iterativo de Gauss-Seidel.(O número máximo de iterações para um determinado “DT” é igual a 10) - [PARAMETER(K2MAX = 10)].

O sistema é considerado resolvido se, em todos os pontos da malha, a diferença absoluta de concentração entre iterações consecutivas for menor que 0,0001 - [PARAMETER(TOLW=0,0001)].

Após a solução do sistema, é feito um balanço de massa na equação do transporte de polímero. Este deve assumir valores absolutos menores que 1,0E-5 em todos os pontos da malha. Caso contrário, os cálculos anteriores serão repetidos com um novo “DT” de valor igual à metade do “DT” anterior. Em seguida, verifica-se se o delta de tempo (DT) usado foi aceito.

Em cada ponto da malha, é calculada a diferença entre concentrações em níveis de tempo consecutivos. Se esta diferença (DWMAX) exceder a um limite pré-fixado: 0.02 - [PARAMETER(DWLIM = 0.02)], os cálculos anteriores serão resolvidos novamente com um novo “DT”, menor que o anterior, conforme fórmula abaixo:

$$DT = DT * DWLIM / DWMAX.$$

Caso o “DWMAX” seja sempre inferior ao “DWLIM”, o programa continua utilizando novos incrementos de tempo iguais a:

$$DT = 0,3 * DT * DWLIM / DWMAX.$$

Se o “DWMAX” for menor que 0,001, então o “DT” assume o seguinte valor:

$$DT = DT / 0,3.$$

Se o DT for aceito, é realizada a seguinte operação:

$$TEMPO = TEMPO + DT.$$

Este processo se repete até que as variáveis “TEMPO” e “TB” se igualem.

SAÍDA DE DADOS

São cinco os arquivos de saída de dados:

- SAIDA.DAT - o arquivo SAIDA.DAT é uma saída que inclui todos os outros arquivos de saída em forma de relatório;
- CONCE.DAT - é um arquivo numérico, que exhibe o campo de concentração $[W(r,z,t)]$. Seu objetivo é a construção de gráficos;
- VELOR.DAT - é um arquivo numérico, que exhibe o campo de velocidade radial $[VR(r,z,t)]$. Seu objetivo é a construção de gráficos;
- VELOZ.DAT - é um arquivo numérico, que exhibe o campo de velocidade vertical $[VZ(r,z,t)]$. Seu objetivo é a construção de gráficos;
- BANCO.DAT - é um arquivo numérico, que exhibe as coordenadas $[RX,ZY]$ da posição da frente do banco de fluido injetado na formação para o tempo total de bombeio. A concentração da frente do banco de fluido é calculada tal que o volume da panqueca seja igual ao volume injetado.

APÊNDICE B - LISTAGEM DO PROGRAMA (INJFLU.FOR)

PROGRAM INJFLU

C

IMPLICIT REAL *8 (A-H,O-Z)

C

PARAMETER(IMAX=25)
PARAMETER(JMAX=21)
PARAMETER(N1=IMAX+1)
PARAMETER(N2=JMAX+1)
PARAMETER(N3=(IMAX-1)*(JMAX-1))
PARAMETER(N4=IMAX*JMAX)
PARAMETER(K2MAX=10)
PARAMETER(TOLW=.0001)
PARAMETER(DWLIM=0.02)
PARAMETER(PI=3.1415927)
PARAMETER(CONCC=0.5)
PARAMETER(DELZ=0.0)

C IMAX - NUMERO DE DIVISOES DO RAO DE DRENAGEM
C JMAX - NUMERO DE DIVISOES DO DA ESPESSURA DO RESERVATORIO
C K2MAX - NUMERO MAXIMA DE ITERACOES PERMITIDAS
C TOLW - TOLERANCIA ADIMITIDA NA SOLUCAO DA MATRIZ
C DWLIM - LIMITE MAXIMO PERMITIDO PARA O AUMENTO DE
C CONCENTRACAO ENTRE DOIS ESTAGIOS DE TEMPO CONSECUTIVOS.
C CONCC - CONCENTRACAO DE POLIMERO USADA COMO VALOR INICIAL
C PARA O CALCULO DO VOLUME DA PANQUECA.
C DELZ - VALOR DOS DELTAS Z'S ENCOSTADOS NAS BARREIRAS
INFERIOR E
C SUPERIOR.

C

DIMENSION W(N1,N2,2), W1(N3,N3), WA(N4)

```
DIMENSION WX2(N3), WV(N3), WX(N3)
DIMENSION TIND(N3)
DIMENSION R(N1), DR(N1)
DIMENSION Z(JMAX), DZ(JMAX)
DIMENSION RX(N3), ZY(N3)
DIMENSION VR(IMAX,JMAX), VZ(IMAX,JMAX)
DIMENSION RPONTOS(4*IMAX,3), RNOVOS(4*IMAX,3)
DIMENSION VOL(200)
```

```
C
*****
***
```

```
DATA P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7/0.5D0,0.87890594D0,0.51498869D0,
*-0.15084934D0,0.26587333D-1,0.301532D-2,0.32411D-3/
DATA Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6,Q7,Q8,Q9/0.39894228D0,-0.3988024D-1,
*-0.362018D-2,0.163801D-2,-0.1031555D-1,0.2282967D-1,-0.2895312D-1,
*0.1787654D-1,-0.420059D-2/
```

```
DATA P11,P22,P33,P44,P55,P66,P77/1.0D0,0.15443144D0,-0.67278579D0,
*-0.18156897D0,-0.1919402D-1,-0.110404D-2,-0.4686D-4/
DATA Q11,Q22,Q33,Q44,Q55,Q66,Q77/1.25331414D0,0.23498619D0,
*-0.3655620D-1,0.1504268D-1,-0.780353D-2,0.325614D-2,-0.68245D-3/
```

```
DATA PP1,PP2,PP3,PP4,PP5,PP6,PP7/1.0D0,3.5156229D0,3.0899424D0,
*1.2067492D0,0.2659732D0,0.360768D-1,0.45813D-2/
DATA QQ1,QQ2,QQ3,QQ4,QQ5,QQ6,QQ7,QQ8,QQ9/0.39894228D0,0.1328592D-1
*,0.225319D-2,-0.157565D-2,0.916281D-2,-0.2057706D-1,0.2635537D-1,
*-0.1647633D-1,0.392377D-2/
```

```
DATA PP11,PP22,PP33,PP44,PP55,PP66,PP77/-0.57721566D0,0.42278420D0
*,0.23069756D0,0.3488590D-1,0.262698D-2,0.10750D-3,0.74D-5/
DATA QQ11,QQ22,QQ33,QQ44,QQ55,QQ66,QQ77/1.25331414D0,-0.7832358D-1
*,0.2189568D-1,-0.1062446D-1,0.587872D-2,-0.251540D-2,0.53208D-3/
```

```
C
*****
***
```

```
OPEN(10,FILE='BANCO.DAT')
OPEN(20,FILE='SAIDA.DAT')
OPEN(40,FILE='CONCE.DAT')
OPEN(50,FILE='VELOR.DAT')
OPEN(60,FILE='VELOZ.DAT')
```

```
C
*****
***
```

```

LINHA=0
WRITE(*,1715)
1715  FORMAT(1X, 'DADOS DE ENTRADA: ',/,/,/)
1  WRITE(*,(1X,A\)) ' TB-TEMPO DE BOMBEIO(HORAS).....='
  READ(*,*) TB
  IF (LINHA.NE.0) GOTO 1909
2  WRITE(*,(1X,A\)) ' AKR-PERMEABILIDADE RADIAL(MD).....='
  READ(*,*) AKR
  IF (LINHA.NE.0) GOTO 1909
3  WRITE(*,(1X,A\)) ' AKZ-PERMEABILIDADE VERTICAL(MD).....='
  READ(*,*) AKZ
  IF (LINHA.NE.0) GOTO 1909
4  WRITE(*,(1X,A\)) ' PO-POROSIDADE(DECIMAL).....='
  READ(*,*) PO
  IF (LINHA.NE.0) GOTO 1909
5  WRITE(*,(1X,A\)) ' RW-RAIO DO POCO(METRO).....='
  READ(*,*) RW
  IF (LINHA.NE.0) GOTO 1909
6  WRITE(*,(1X,A\)) ' RD-RAIO DE DRENAGEM(METRO).....='
  READ(*,*) RD
  IF (LINHA.NE.0) GOTO 1909
7  WRITE(*,(1X,A\)) ' HH-ESPESSURA DO RESERVATORIO(METRO).....='
  READ(*,*) HH
  IF (LINHA.NE.0) GOTO 1909
8  WRITE(*,(1X,A\)) ' HF-ESPESSURA DO CANHONEIO(METRO).....='
  READ(*,*) HF
  IF (LINHA.NE.0) GOTO 1909
9  WRITE(*,(1X,A\)) ' ZF-DISTANCIA Z=0 AO MEIO CANHONEIO(METRO)=
  READ(*,*) ZF
  IF (LINHA.NE.0) GOTO 1909
10 WRITE(*,(1X,A\)) ' QW-VAZAO DE BOMBEIO(BARRIL/MINUTO).....='
  READ(*,*) QW
  IF (LINHA.NE.0) GOTO 1909
11 WRITE(*,(1X,A\))'DKLX-DIFUSIVIDADE LONGITUDINAL RADIAL.....='
  READ(*,*) DKLX
  IF (LINHA.NE.0) GOTO 1909
12 WRITE(*,(1X,A\))'DKLZ-DIFUSIVIDADE LONGITUDINAL VERTICAL...='
  READ(*,*) DKLZ
  IF (LINHA.NE.0) GOTO 1909
13 WRITE(*,(1X,A\))'NEDC-NUMERO DE DIVISOES DO CANHONEADO.....='
  READ(*,*) NEDC
  IF (LINHA.NE.0) GOTO 1909
14 WRITE(*,(1X,A\))'IGRI-USAR GRID AUTOMATICO SIM=1, NAO=2....='
  READ(*,*) IGRI

WRITE(*,1507)
1507  FORMAT(///// )
1909  WRITE(*,2105)

```

2105 FORMAT(1X, 'DADOS DE ENTRADA:!',/,/)

WRITE(*,*) 'LINHA- 1, TB -TEMPO DE BOMBEIO(HORA).....=',TB

WRITE(*,*) 'LINHA- 2, AKR-PERMEABILIDADE RADIAL(MD).....=',AKR

WRITE(*,*) 'LINHA- 3, AKZ-PERMEABILIDADE VERTICAL(MD).....=',AKZ

WRITE(*,*) 'LINHA- 4, PO -POROSIDADE(DECIMAL).....=',PO

WRITE(*,*) 'LINHA- 5, RW -RAIO DO POCO(METRO).....=',RW

WRITE(*,*) 'LINHA- 6, RD -RAIO DE DRENAGEM(METRO).....=',RD

WRITE(*,*) 'LINHA- 7, HH -ESPESSURA DO RESERVATORIO(METRO)=' ,HH

WRITE(*,*) 'LINHA- 8, HF -ESPESSURA DO CANHONEIO(METRO)...=',HF

WRITE(*,*) 'LINHA- 9, ZF -ALT.DE Z=0 AO MEIO CANH(METRO)..=',ZF

WRITE(*,*) 'LINHA-10, QW -VAZAO DE BOMBEIO(BBL/MIN).....=',QW

WRITE(*,*) 'LINHA-11,DKLX-DIFUSIVIDADE RADIAL.....=',

\$ DKLX

WRITE(*,*) 'LINHA-12,DKLZ-DIFUSIVIDADE VERTICAL.....=',

\$ DKLZ

WRITE(*,*) 'LINHA-13,NEDC-NUMERO DE DIVISOES DO CANHONEADO=' ,

\$ NEDC

WRITE(*,*) 'LINHA-14,IGRI-AUTOMATICO=1 , MANUAL=2.....=',

\$ IGRI

WRITE(*,37)

37 FORMAT(//)

C

LINHA=0

WRITE(*,*) 'QUER MUDAR ALGUM VALOR DOS DADOS DE ENTRADA'

WRITE(*,'(1X,A\))' 'CASO POSITIVO DIGITE 1 / CASO NEGATIVO DIGITE ='

READ(*,*) MUDAR

IF (MUDAR.EQ.2) GOTO 25

WRITE(*,'(1X,A\))' ' DIGITE O NUMERO DA LINHA A SER ALTERADA ='

READ(*,*) LINHA

GOTO (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14) LINHA

C

.....CALL GETTIM (IHR,IMIN,ISEC,I100TH)

C

.....WRITE(*,*) '***** CALCULANDO *****'

WRITE(20,*) ' DADOS DE ENTRADA:'
WRITE(20,*) ' '

WRITE(20,*) ' 1. TB -TEMPO DE BOMBEIO(HORA).....=',TB

WRITE(20,*) ' 2. AKR-PERMEABILIDADE RADIAL(MD).....=',AKR

WRITE(20,*) ' 3. AKZ-PERMEABILIDADE VERTICAL(MD).....=',AKZ

WRITE(20,*) ' 4. PO -POROSIDADE(DECIMAL).....=',PO

WRITE(20,*) ' 5. RW -RAIO DO POCO(METRO).....=',RW

WRITE(20,*) ' 6. RD -RAIO DE DRENAGEM(METRO).....=',RD

WRITE(20,*) ' 7. HH -ESPESSURA DO RESERVATORIO(METRO)=' ,HH

WRITE(20,*) ' 8. HF -ESPESSURA DO CANHONEIO(METRO)...=',HF

WRITE(20,*) ' 9. ZF -ALT. DE Z=0 AO MEIO CANH(METRO)..=',ZF

WRITE(20,*) ' 10. QW -VAZAO DE BOMBEIO(BBL/MIN).....=',QW

WRITE(20,*) ' 11.DKLX-DIFUSIVIDADE RADIAL.....=',
\$ DKLX

WRITE(20,*) ' 12.DKLZ-DIFUSIVIDADE VERTICAL.....=',
\$ DKLZ

WRITE(20,*) ' 13.NEDC-NUMERO DE DIVISOES DO CANHONEADO=',
\$ NEDC

WRITE(20,*) ' 14.IGRI-AUTOMATICO=1, MANUAL=2.....=',
\$ IGRI

C

C TRANSFORMACOES DAS UNIDADES USUAIS EM UNIDADES COERENTES

```

C   TEMPO DE (HORA) PARA (SEGUNDO)
    TB=TB*3600.
C   PERMEABILIDADE DE (MD) PARA (M**2)
    AKR=AKR*9.87D-16
    AKZ=AKZ*9.87D-16
C   VAZAO DE (BBL/MIN) PARA (M**3/SEGUNDO)
    QW=QW*(.159/60.)

```

```

C
*****
***

```

```

C   INICIO DOS CALCULOS PRELIMINARES

```

```

    CONC=CONCC
    VOLINJ=QW*TB
    CRD=PDR*(IMAX-1)
    RD=RD-CRD
    DX=(ABS(ALOG(RW))+ABS(ALOG(RD)))/(IMAX-1)

```

```

C
*****
***

```

```

C   CALCULO DO RAO E INCREMENTO DO RAO

```

```

    WRITE(20,*) '
    WRITE(20,*) '   RAO E INCREMENTO DO RAO(METROS)'
    WRITE(20,*) '

```

```

    DO I=1,IMAX
        DRR=ALOG(RW)+(I-1)*DX
        R(I)=EXP(DRR)
        IF (I.NE.1)THEN
            R(I)=R(I)+PDR*(I-1)
            DR(I)=R(I)-R(I-1)
        ENDIF
        WRITE(20,222) I,R(I),I,DR(I)
222    FORMAT(6X,'R(',I3,')=',F9.3,3X,'DR(',I3,')=',F12.7)
    END DO

```

```

C
*****
***

```

```

    IF (IGRI.EQ.2) GOTO 1119

```

```

C   CALCULO DA ALTURA(Z) E DO INCREMENTO DA ALTURA(DZ)

```


C NUMERO DE ESPACO DENTRO DO CANHONEIO DADO DE ENTRADA=NEDC

C ESPACO DENTRO DO CANHONEIO=EDC

EDC=HF/NEDC

C ESPACO TOTAL ABAIXO DO CANHONEIO=ETBC

ETBC= ZF-HF/2

C ESPACO TOTAL ACIMA DO CANHONEIO=ETCC

ETCC= HH-(ZF+HF/2)

C NUMERO DE ESPACOS ABAIXO DO CANHONEIO=NEBC

IF (ETBC.GT.0) THEN

NEBC= INT((ETBC*((JMAX-1)-NEDC))/(ETBC+ETCC))

ENDIF

C NUMERO DE ESPACOS ACIMA DO CANHONEIO=NECC

IF (ETCC.GT.0) THEN

NECC=INT(ETCC*((JMAX-1)-NEDC)/(ETBC+ETCC))

ENDIF

C SOMA DOS ESPACOS=ISOMESP

ISOMESP=NEDC+NEBC+NECC

C SOBRA DE ESPACOS=ISEP

ISEP=(JMAX-1)-ISOMESP

IF (ISEP.NE.0) THEN

IF (ETBC.GT.ETCC) THEN

NECC=NECC+ISEP

ELSE

NEBC=NEBC+ISEP

ENDIF

ENDIF

IF (DABS(ZF-HH/2).LE.0.00001) THEN

NEBC=((JMAX-1)-NEDC)/2

NECC=NEBC

ENDIF

```
IF (ETBC.LT.1.5*EDC) THEN
  NEBC=1
  NECC=(JMAX-1)-NEDC-NEBC
ENDIF
```

```
IF (ETCC.LE.1.5*EDC) THEN
  NECC=1
  NEBC=(JMAX-1)-NEDC-NECC
ENDIF
```

```
IF (ETBC.LE.0.00001) THEN
  NEBC=0
  NECC=(JMAX-1)-NEDC
ENDIF
```

```
IF (ETCC.LE.0.00001) THEN
  NECC=0
  NEBC=(JMAX-1)-NEDC
ENDIF
```

```
IF ((ETBC.LE.0.00001).AND.(ETCC.LE.0.00001)) THEN
  NEBC=0
  NECC=0
  NEDC=JMAX-1
  EDC=HH/NEDC
ENDIF
```

```
ISNEBC=0
DO I=1,NEBC
  ISNEBC=ISNEBC+I
END DO
```

```
ISNECC=0
DO I=1,NECC
  ISNECC=ISNECC+I
END DO
```

C DELTA DE ESPACO ABAIXO DO CANHONEIO=DBC

```
IF(ISNEBC.NE.0) THEN
  DBC=ETBC/ISNEBC
ENDIF
```

C DELTA DE ESPACO ACIMA DO CANHONEIO=DCC

```
IF(ISNECC.NE.0) THEN
```

```
DCC=ETCC/ISNECC  
ENDIF
```

C CALCULO DE Z E DZ

```
Z(1)=0  
DZ(1)=0
```

```
IF (NEBC.NE.0) THEN  
  DO J=2,(NEBC+1)  
    Z(J)=((NEBC+1)-(J-1))*DBC+Z(J-1)  
    DZ(J)=Z(J)-Z(J-1)  
  END DO  
ENDIF
```

```
DO J=(NEBC+2), ((NEDC-1)+(NEBC+2))  
  Z(J)=EDC+Z(J-1)  
  DZ(J)=EDC  
END DO
```

```
IF (NECC.NE.0) THEN  
  I=0  
  DO J=((NEBC+1)+(NEDC+1)),((NECC-1)+(NEBC+1)+(NEDC+1))  
    I=I+1  
    Z(J)=I*DCC+Z(J-1)  
    DZ(J)=I*DCC  
  END DO  
ENDIF
```

```
IF (DELZ.EQ.0.0) GOTO 22222
```

C BASE

```
DZ(3)=DZ(3)+DZ(2)-DELZ  
Z(2)=DELZ  
DZ(2)=DELZ
```

C TOPO

```
DZ(JMAX-1)=DZ(JMAX-1)+DZ(JMAX)-DELZ  
DZ(JMAX)=DELZ  
Z(JMAX-1)=Z(JMAX)-DELZ
```

```
22222 GOTO 3221
```

C ENTRADA DOS VALORES DE Z(J) E DZ(J).

```
1119 WRITE(*,1795)  
1795 FORMAT(1X, 'DADOS DE ENTRADA:',/,/,/)  
WRITE(*,*) 'NUMEROS DE PONTOS DA BASE AO TOPO DA FORMACAO=',  
$ JMAX-1
```

```

WRITE(*,*) '
Z(1)=0
DZ(1)=0
DO J=2,JMAX
  WRITE(*,'(1X,A)') ' Z='
  READ(*,*) Z(J)
  DZ(J)=Z(J)-Z(J-1)
END DO

```

```

3221 WRITE(20,*) '
WRITE(20,*) ' ALTURA E INCREMENTO DA ALTURA(METROS)'
WRITE(20,*) '

```

```

DO J=1,JMAX
  WRITE(20,7547) J,Z(J),J,DZ(J)
7547 FORMAT(6X,'Z(',I3,')=' ,F9.3,3X,'DZ(',I3,')=' ,F12.7)
END DO

```

C PROCURA DA BASE E TOPO DO CANHONEADO

```

DO J=1,JMAX
  IF (DABS(Z(J)-(ZF-HF/2))).LE..000001) THEN
    JINF=J
  ENDIF

  IF (DABS(Z(J)-(ZF+HF/2))).LE..000001) THEN
    JSUP=J
  ENDIF
END DO

```

```

C
*****
***

```

C CALCULO DA VELOCIDADE NOS PONTOS (I,J)

C -----

```

DO 501 I=1,IMAX

```

```

DO 502 J=1,JMAX

```

C =====> CALCULO DA VELOCIDADE RADIAL.

C -----

```

SOMAR=0

```

```

K=0

```

```

10015 K=K+1

```

C SOMATORIO SENO E COSSENO

```
AB1=(K*HF)/(4.*HH)
ABB1=(AB1-INT(AB1))*2.*PI
AAB1=SIN(ABB1)
```

```
AB2=(K*ZF)/(2.*HH)
ABB2=(AB2-INT(AB2))*2.*PI
AAB2=COS(ABB2)
```

```
AB3=(K*Z(J))/(2.*HH)
ABB3=(AB3-INT(AB3))*2.*PI
AAB3=COS(ABB3)
```

C CALCULO DA FUNCAO DE BESSEL K1(X)

```
X=(K*PI*R(I)/HH)*SQRT(AKZ/AKR)
IF(X.GT.2) GOTO 1111
```

```
IF (ABS(X).LT.3.75) THEN
  Y=(X/3.75)**2
  BESSI1=X*(P1+Y*(P2+Y*(P3+Y*(P4+Y*(P5+Y*(P6+Y*P7))))))
ELSE
  AX=ABS(X)
  Y=3.75/AX
  BESSI1=(EXP(AX)/SQRT(AX))*(Q1+Y*(Q2+Y*(Q3+Y*(Q4+Y*(Q5+Y*(Q6+Y*
*(Q7+Y*(Q8+Y*Q9))))))))
  IF(X.LT.0.)BESSI1=-BESSI1
ENDIF
```

```
1111 IF (X.LE.2.0) THEN
  Y=X*X/4.0
  BESSK1=(LOG(X/2.0)*BESSI1)+(1.0/X)*(P11+Y*(P22+Y*(P33+Y*(P44+Y*
*(P55+Y*(P66+Y*P77))))))
ELSE
  Y=2.0/X
  BESSK1=(EXP(-X)/SQRT(X))*(Q11+Y*(Q22+Y*(Q33+Y*(Q44+Y*(Q55+Y*
*(Q66+Y*Q77))))))
ENDIF
```

```
SOMAR=SOMAR+AAB1*AAB2*AAB3*BESSK1
```

```
IF(BESSK1.LE.1D-40) GOTO 10001
```

```
GOTO 10015
```

10001 VR(I,J)=(QW/(PI*HH))*(1/(2*R(I))+(2/HF)*SQRT(AKZ/AKR)*SOMAR)

IF(I.EQ.1) THEN
VR(I,J)=(QW/(2*PI*HF))*(1/R(I))
ENDIF

IF((I.EQ.1).AND.((J.GT.JSUP).OR.(J.LT.JINF))) THEN
VR(I,J)=0.0
ENDIF

IF ((J.EQ.1).OR.(J.EQ.JMAX)) THEN
VR(I,J)=0.0
ENDIF

C =====> CALCULO DA VELOCIDADE VERTICAL.
C -----

SOMAZ=0

K=0

20015 K=K+1

C SOMATORIO SENO E COSSENO

AB1=(K*HF)/(4.*HH)
ABB1=(AB1-INT(AB1))*2.*PI
AAB1=SIN(ABB1)

AB2=(K*ZF)/(2.*HH)
ABB2=(AB2-INT(AB2))*2.*PI
AAB2=COS(ABB2)

AB3=(K*Z(J))/(2.*HH)
ABB3=(AB3-INT(AB3))*2.*PI
AAB3=SIN(ABB3)

C CALCULO DA FUNCAO DE BESSEL K0(X)

X=(K*PI*R(I)/HH)*SQRT(AKZ/AKR)
IF(X.GT.2) GOTO 2222

IF (ABS(X).LT.3.75) THEN
Y=(X/3.75)**2
BESSI0=PP1+Y*(PP2+Y*(PP3+Y*(PP4+Y*(PP5+Y*(PP6+Y*PP7))))
ELSE
AX=ABS(X)

```

Y=3.75/AX
BESSI0=(EXP(AX)/SQRT(AX))*(QQ1+Y*(QQ2+Y*(QQ3+Y*(QQ4+Y*(QQ5+Y*
*(QQ6+Y*(QQ7+Y*(QQ8+Y*QQ9))))))))
ENDIF

```

```

2222 IF (X.LE.2.0) THEN
  Y=X*X/4.0
  BESSK0=(-LOG(X/2.0)*BESSI0)+(PP11+Y*(PP22+Y*(PP33+Y*(PP44+Y*
*(PP55+Y*(PP66+Y*PP77))))))
ELSE
  Y=(2.0/X)
  BESSK0=(EXP(-X)/SQRT(X))*(QQ11+Y*(QQ22+Y*(QQ33+Y*(QQ44+Y*
*(QQ55+Y*(QQ66+Y*QQ77))))))
ENDIF

```

```
SOMAZ=SOMAZ+AAB1*AAB2*AAB3*BESSK0
```

```
IF(BESSK0.LE.1D-40) GOTO 20001
```

```
GOTO 20015
```

```
20001 VZ(I,J)=((2*QW*AKZ)/(HF*PI*HH*AKR))*SOMAZ
```

```
IF((J.EQ.1).OR.(J.EQ.JMAX)) THEN
  VZ(I,J)=0.0
ENDIF

```

```
IF((J.EQ.2).OR.(J.EQ.JMAX-1)) THEN
  VZ(I,J)=0.0
ENDIF

```

```
IF((ABS(ZF-HH/2.).LE.0.0001).AND.(ABS(Z(J)-ZF).LE.0.0001)) THEN
  VZ(I,J)=0.0
ENDIF

```

```
502 CONTINUE
```

```
501 CONTINUE
```

```
C FINAL DOS CALCULOS PRELIMINARES
```

```
C
```

```
*****
***
```

C SOLUCAO NUMERICA DA EQUACAO DO TRANSPORTE DE POLIMERO

C

C CONDICAO DA CONCENTRACAO INICIAL.

```
DO I=1,IMAX
  DO J=1,JMAX
    W(I,J,1)=0.0
  END DO
END DO
```

C

C PRIMEIRO DT

```
ITEMPO=0.0
TEMPO=0.0
DT=.00001
```

C


```
240 IF (TEMPO.GT. TB) THEN
    TEMPO=TEMPO-DT
    DT=TB-TEMPO
    TEMPO=TEMPO+DT
    ITEMPO=1
ENDIF
```

```
260 L=0
DO 601 I=2,IMAX-1

    DR3=DR(I)*DR(I+1)*(DR(I)+DR(I+1))
    DR7=DR(I+1)+DR(I)

    DO 602 J=2,(JMAX-1)
        DZ3=DZ(J)*DZ(J+1)*(DZ(J)+DZ(J+1))
        DZ7=DZ(J+1)+DZ(J)
        L=L+1
```

C CALCULO DOS COEFICIENTES DA MATRIZ

IF (VZ(I,J).GE.0.0) THEN

COF1=-VR(I,J)/DR(I)-(2.*PO*DKLX*DR(I+1)/DR3)
COF2=-VZ(I,J)/DZ(J)-(2.*PO*DKLZ*DZ(J+1)/DZ3)
COF3=PO/DT+VR(I,J)/DR(I)+VZ(I,J)/DZ(J)+
\$ 2.*PO*DKLX*DR7/DR3+2.*PO*DKLZ*DZ7/DZ3
COF4=-(2.*PO*DKLZ*DZ(J)/DZ3)
COF5=-(2.*PO*DKLX*DR(I)/DR3)
COF6=PO/DT

ELSE

COF1=-VR(I,J)/DR(I)-(2.*PO*DKLX*DR(I+1)/DR3)
COF2=-(2.*PO*DKLZ*DZ(J+1)/DZ3)
COF3=PO/DT+VR(I,J)/DR(I)-VZ(I,J)/DZ(J+1)+
\$ 2.*PO*DKLX*DR7/DR3+2.*PO*DKLZ*DZ7/DZ3
COF4=VZ(I,J)/DZ(J+1)-(2.*PO*DKLZ*DZ(J)/DZ3)
COF5=-(2.*PO*DKLX*DR(I)/DR3)
COF6=PO/DT

ENDIF

C

C CONDICÕES DE CONTORNO

IF ((I.EQ.2).AND.(J.EQ.2).AND.

\$ ((J.GT.JSUP).OR.(J.LT.JINF))) THEN

C1=0

C2=0

C3=COF1+COF2+COF3

C4=COF4

C5=COF5

C6=COF6*W(I,J,1)

ENDIF

C

IF ((I.EQ.2).AND.(J.EQ.2).AND.

\$ ((J.LE.JSUP).AND.(J.GE.JINF))) THEN

C1=0

C2=0

C3=COF2+COF3

C4=COF4

C5=COF5

C6=COF6*W(I,J,1)-COF1

ENDIF

C

IF ((I.EQ.2).AND.(J.EQ.JMAX-1).AND.

\$ ((J.GT.JSUP).OR.(J.LT.JINF))) THEN

```
C1=0
C2=COF2
C3=COF1+COF3+COF4
C4=0
C5=COF5
C6=COF6*W(I,J,1)
```

```
ENDIF
```

C

```
IF ((I.EQ.2).AND.(J.EQ.JMAX-1).AND.
$ ((J.LE.JSUP).AND.(J.GE.JINF))) THEN
```

```
C1=0
C2=COF2
C3=COF3+COF4
C4=0
C5=COF5
C6=COF6*W(I,J,1)-COF1
```

```
ENDIF
```

C

```
IF ((I.EQ.2).AND.(J.NE.2).AND.(J.NE.JMAX-1).AND.
$ ((J.GT.JSUP).OR.(J.LT.JINF))) THEN
```

```
C1=0
C2=COF2
C3=COF1+COF3
C4=COF4
C5=COF5
C6=COF6*W(I,J,1)
```

```
ENDIF
```

```
IF ((I.EQ.2).AND.(J.NE.2).AND.(J.NE.JMAX-1).AND.
$ ((J.LE.JSUP).AND.(J.GE.JINF))) THEN
```

```
C1=0
C2=COF2
C3=COF3
C4=COF4
C5=COF5
C6=COF6*W(I,J,1)-COF1
```

```
ENDIF
```

```
IF ((I.NE.2).AND.(I.NE.IMAX-1).AND.(J.EQ.2)) THEN
```

```
C1=COF1
C2=0
C3=COF2+COF3
C4=COF4
C5=COF5
C6=COF6*W(I,J,1)
```

```
ENDIF
```

```

IF ((I.NE.2).AND.(I.NE.IMAX-1).AND.(J.EQ.JMAX-1)) THEN
  C1=COF1
  C2=COF2
  C3=COF3+COF4
  C4=0
  C5=COF5
  C6=COF6*W(I,J,1)
ENDIF

```

```

IF ((I.EQ.IMAX-1).AND.(J.EQ.2)) THEN
  C1=COF1
  C2=0
  C3=COF2+COF3
  C4=COF4
  C5=0
  C6=COF6*W(I,J,1)
ENDIF

```

```

IF ((I.EQ.IMAX-1).AND.(J.EQ.JMAX-1)) THEN
  C1=COF1
  C2=COF2
  C3=COF3+COF4
  C4=0
  C5=0
  C6=COF6*W(I,J,1)
ENDIF

```

```

IF ((I.EQ.IMAX-1).AND.(J.NE.2).AND.(J.NE.JMAX-1)) THEN
  C1=COF1
  C2=COF2
  C3=COF3
  C4=COF4
  C5=0
  C6=COF6*W(I,J,1)
ENDIF

```

```

IF ((I.NE.2).AND.(I.NE.IMAX-1).AND.(J.NE.2).AND.
$ (J.NE.JMAX-1)) THEN
  C1=COF1
  C2=COF2
  C3=COF3
  C4=COF4
  C5=COF5
  C6=COF6*W(I,J,1)
ENDIF

```

```

C
*****
***

```

C POSICIONAMENTO DOS COEFICIENTES DA MATRIZ

IF (I.EQ.2) GOTO 6110
W1(L,((I-1)+J+((I-1)-1)*(JMAX-3)-JMAX))=C1

6110 IF (J.EQ.2) GOTO 6120
W1(L,(I+(J-1)+(I-1)*(JMAX-3)-JMAX))=C2

6120 W1(L,(I+J+(I-1)*(JMAX-3)-JMAX))=C3

IF (J.EQ.JMAX-1) GOTO 6130
W1(L,(I+(J+1)+(I-1)*(JMAX-3)-JMAX))=C4

6130 IF (I.EQ.IMAX-1) GOTO 6140
W1(L,((I+1)+J+((I+1)-1)*(JMAX-3)-JMAX))=C5

6140 TIND(L)=C6

602 CONTINUE

601 CONTINUE

L=0

C

C APROXIMACAO INICIAL DA SOLUCAO DA MATRIZ

DO I0=1,((IMAX-2)*(JMAX-2))
WX2(I0)=0
END DO

C

**

C SOLUCAO DA MATRIZ - METODO ITERATIVO GAUSS-SEIDEL

K2=0

1150 K2=K2+1
WSOMA1=0
WSOMA2=0

DO I=1,(IMAX-2)*(JMAX-2)

DO J=1,(I-1)
WSOMA1=WSOMA1+W1(I,J)*WV(J)
END DO

```

DO J=(I+1),(IMAX-2)*(JMAX-2)
  WSOMA2=WSOMA2+W1(I,J)*WX2(J)
END DO

```

```

WV(I)=(1/W1(I,I))*(TIND(I)-WSOMA1-WSOMA2)
WSOMA1=0
WSOMA2=0
END DO

```

```

IWSOM3=0
IF (K2.EQ.K2MAX) THEN
  DT=DT/2.
  GOTO 260
ENDIF

```

```

DO I=1,(IMAX-2)*(JMAX-2)
  AB=ABS(WV(I)-WX2(I))

```

```

    IF (AB.LT.TOLW) THEN
      WX(I)=WV(I)
      IWSOM3=IWSOM3+1
      WX2(I)=WV(I)
    ELSE
      WX2(I)=WV(I)
    ENDIF

```

```

END DO

```

```

IF (IWSOM3.NE.(IMAX-2)*(JMAX-2)) THEN
  GOTO 1150

```

```

ELSE

```

```

C BALANCO DE MASSA DA EQUACAO DO TRANSPORTE DE POLIMERO
C -----

```

```

  L1=0
  DO I1=2,IMAX-1
    DO J1=2,JMAX-1
      L1=L1+1
      W(I1,J1,2)=WX(L1)
    END DO
  END DO
ENDIF

```

```

DO 1201 I2=2,(IMAX-1)
DO 1201 J2=2,(JMAX-1)

```

```

  W(I2,J2,2)=W(I2,J2,2)

```

```

IF (J2.EQ.2) THEN

```

```
W(I2,J2-1,2)=W(I2,J2,2)
ENDIF
```

```
IF (J2.EQ.JMAX-1) THEN
W(I2,J2+1,2)=W(I2,J2,2)
ENDIF
```

```
IF (I2.EQ.IMAX-1) THEN
W(I2+1,J2,2)=0
ENDIF
```

```
IF ((I2.EQ.2).AND.((J2.GT.JSUP).OR.(J2.LT.JINF))) THEN
W(I2-1,J2,2)=W(I2,J2,2)
ENDIF
```

```
IF ((I2.EQ.2).AND.((J2.LE.JSUP).AND.(J2.GE.JINF))) THEN
W(I2-1,J2,2)=1
ENDIF
```

1201 CONTINUE

```
DO 8801 I=2,(IMAX-1)
```

```
DR3=DR(I)*DR(I+1)*(DR(I)+DR(I+1))
DR7=DR(I+1)+DR(I)
```

```
DO 8801 J=2,(JMAX-1)
```

```
DZ3=DZ(J)*DZ(J+1)*(DZ(J)+DZ(J+1))
DZ7=DZ(J+1)+DZ(J)
```

```
TDWDT=(PO/DT)*(W(I,J,2)-W(I,J,1))
TDWDR=VR(I,J)*(W(I,J,2)-W(I-1,J,2))/DR(I)
IF (VZ(I,J).GE.0.0) THEN
TDWDZ=VZ(I,J)*(W(I,J,2)-W(I,J-1,2))/DZ(J)
ELSE
TDWDZ=VZ(I,J)*(W(I,J+1,2)-W(I,J,2))/DZ(J+1)
ENDIF
```

```
D2WD2R=PO*DKLX*(2.*(DR(I)*W(I+1,J,2)-DR7*W(I,J,2)+DR(I+1)
$ *W(I-1,J,2)))/DR3
D2WD2Z=PO*DKLZ*(2.*(DZ(J)*W(I,J+1,2)-DZ7*W(I,J,2)+DZ(J+1)
$ *W(I,J-1,2)))/DZ3
```

```
FUNCAO=TDWDT+TDWDR+TDWDZ-D2WD2R-D2WD2Z
IF (DABS(FUNCAO).GT.1.D-5) THEN
DT=DT/2.
GOTO 260
```

```
      ENDIF
8801  CONTINUE
```

```
C
*****
***
```

```
C   CALCULO DO NOVO DELTA DE TEMPO
```

```
C
*****
***
```

```
C   PROCURA DO DWMAX
C   -----
```

```
      IB=0
      DO 737 I=2,IMAX-1
      DO 737 J=2,JMAX-1
         IB=IB+1
         WA(IB)=DABS(W(I,J,2)-W(I,J,1))
737  CONTINUE
```

```
      DWMAX=WA(1)
      DO N=2,IB
         IF (WA(N).GE.DWMAX) THEN
            DWMAX=WA(N)
         ENDIF
      END DO
```

```
C
*****
***
```

```
C   VERIFICACAO SE TIME STEP FOI ACEITO
C   -----
```

```
      IF(DWMAX.LE.DWLIM) THEN
         DT=0.3*DT*DWLIM/DWMAX
         GOTO 4769
      ELSE
         DT=DT*DWLIM/DWMAX
         GOTO 260
      ENDIF
```

```
4769  IF (DWMAX.LT.0.001) THEN
      DT=DT/.3
```

ENDIF

C

DO 217 I2=2,(IMAX-1)
DO 217 J2=2,(JMAX-1)

 W(I2,J2,1)=W(I2,J2,2)

IF (J2.EQ.2) THEN
 W(I2,J2-1,1)=W(I2,J2,2)
ENDIF

IF (J2.EQ.JMAX-1) THEN
 W(I2,J2+1,1)=W(I2,J2,2)
ENDIF

IF (I2.EQ.IMAX-1) THEN
 W(I2+1,J2,1)=0
ENDIF

IF ((I2.EQ.2).AND.((J2.GT.JSUP).OR.(J2.LT.JINF))) THEN
 W(I2-1,J2,1)=W(I2,J2,2)
ENDIF

IF ((I2.EQ.2).AND.((J2.LE.JSUP).AND.(J2.GE.JINF))) THEN
 W(I2-1,J2,1)=1
ENDIF

217 CONTINUE

DO I2=1,IMAX
 DO J2=1,JMAX
 IF (I2.EQ.IMAX) THEN
 W(I2,J2,2)=0
 ELSE
 W(I2,J2,2)=W(I2,J2,1)
 ENDIF
 END DO
END DO

IF(ITEMPO.EQ.1) GOTO 777
TEMPO=TEMPO+DT

GOTO 240

C


```
777 WRITE(20,*) '          '  
    WRITE(20,*) ' CAMPO DE CONCENTRACAO:'  
    WRITE(20,*) '          '  
  
    DO 199 I3=1,IMAX  
    WRITE(20,*) '          '  
    DO 199 J3=1,JMAX
```

C SAIDA DE DADOS DA CONCENTRACAO DO POLIMERO EM FORMA DE RELATORIO

```
C NOME DO ARQUIVO - SAIDA.DAT  
  WRITE (20,7776)R(I3),Z(J3),TB/3600,W(I3,J3,2)  
7776 FORMAT(6X,'W(',F7.2,' ; ',F7.2,' ; ',F7.4,')=',F16.9)
```

C SAIDA DE DADOS DA CONCENTRACAO DO POLIMERO PARA GRAFICO 3D.

```
C NOME DO ARQUIVO - CONCE.DAT  
  WRITE (40,7777)R(I3),Z(J3),W(I3,J3,2)  
7777 FORMAT(6X,F7.2,2X,F7.2,2X,F16.3)
```

199 CONTINUE

```
    ICJ=0  
    JCI=0
```

C


```
    WRITE(20,*) '          '  
    WRITE(20,*) ' FRENTE DO BANCO DE POLIMERO:'  
    WRITE(20,*) '          '  
21000 L=0  
    KSOMT=0  
    IR=0  
    DO 9991 I=2,IMAX  
    DO 9991 J=2,JMAX-2  
    A1=W(I,J,2)  
    B1=W(I,J+1,2)  
  
    IF (((A1.LT.CONC).AND.(B1.GE.CONC)).OR.  
$ ((A1.GE.CONC).AND.(B1.LT.CONC))) THEN  
    L=L+1  
    RX(L)=R(I)
```

```

    ZY(L)=(((B1-CONC)*(Z(J+1)-Z(J))-(B1-A1)*Z(J+1))
$ /(B1-A1))*(-1)
    ENDIF
9991  CONTINUE

```

```

4549  IR=IR+1
    DO 9992 J=2,JMAX-1
    A1=W(IR,J,2)
    IF (A1.GE.CONC) THEN
    KSOMT=KSOMT+1
    ENDIF
9992  CONTINUE

```

```

    IF (KSOMT.EQ.0) THEN
    III=IR
    GOTO 9649
    ELSE
    KSOMT=0
    GOTO 4549
    ENDIF

```

```

9649  DO 5757 J=2,JMAX-1
    A1=W(III-1,J,2)
    B1=W(III,J,2)
    IF (A1.LT.CONC) THEN
    GOTO 5757
    ELSE
    L=L+1
    ZY(L)=Z(J)
    RX(L)=(((A1-CONC)*(R(III-1)-R(III))-(A1-B1)*R(III-1))
$ /(A1-B1))*(-1)
    ENDIF
5757  CONTINUE

```

C COLOCACAO DOS PONTOS DA FRENTE DO BANCO EM ORDEM
CRESCENTE

```

    DO I=1,L
    RPONTOS(I,1)=RX(I)
    RPONTOS(I,2)=ZY(I)
    RPONTOS(I,3)=0
    END DO

```

```

    NINDICE=1

```

```

7100  INDICE=999
    RMAIOR=999999999.

```

```

DO 7200 I=1,L
  IF (RPONTOS(I,3).NE.0) GOTO 7200
  IF (RPONTOS(I,2).GT.RMAIOR) GOTO 7200
  RMAIOR=RPONTOS(I,2)
  INDICE=I
7200 CONTINUE

```

```

IF (INDICE.EQ.999) GOTO 7300
RNOVOS(NINDICE,1)=RPONTOS(INDICE,1)
RNOVOS(NINDICE,2)=RPONTOS(INDICE,2)
RPONTOS(INDICE,3)=1
NINDICE=NINDICE+1
GOTO 7100

```

```

C
*****
***

```

```

C  CALCULO DO VOLUME DA PANQUECA

```

```

7300 IF (ABS(ZF-HH/2.).LE.0.0001) GOTO 15001

IF (ABS(ZF-HF/2.).LE.0.0001) GOTO 15002

IF (ABS((HH-ZF)-HF/2.).LE.0.0001) GOTO 15003

IF ((ZF.GT.HH/2.).AND.(ABS((HH-ZF)-HF/2.).GT.0.0001)) GOTO 15004

IF ((ZF.LT.HH/2.).AND.(ABS(ZF-HF/2.).GT.0.0001)) GOTO 15004

```

```

C
*****
***

```

```

C  CANHONEIO NO MEIO DA FORMACAO

```

```

15001 VOLUME=0.0

DO I=1,L
  IF (I.EQ.1) THEN
    ALTMED=ZF-RNOVOS(I,2)
    VOL(I)=PI*(RNOVOS(I,1)**2.-RW**2.)*ALTMED*PO
    GOTO 15011
  ENDIF

  IF ((RNOVOS(I,1)-RNOVOS(I-1,1)).LT.0.0) GOTO 15021

  ALTMED=((ZF-RNOVOS(I,2))+(ZF-RNOVOS(I-1,2)))/2.
  VOL(I)=PI*(RNOVOS(I,1)**2.-RNOVOS(I-1,1)**2.)*ALTMED*PO

```

```

15011 VOLUME=VOLUME+VOL(I)*2.

15021 END DO

      GOTO 20000
C
*****
***
C   CANHONEIO NA BASE

15002 VOLUME=0.0

      DO I=1,L
      IF (I.EQ.L) THEN
      ALTMED=RNOVOS(I,2)
      VOL(I)=PI*(RNOVOS(I,1)**2.-RW**2.)*ALTMED*PO
      GOTO 15012
      ENDIF

      ALTMED=(RNOVOS(I,2)+RNOVOS(I+1,2))/2.
      VOL(I)=PI*(RNOVOS(I,1)**2.-RNOVOS(I+1,1)**2.)*ALTMED*PO
15012 VOLUME=VOLUME+VOL(I)

      END DO
      GOTO 20000
C
*****
***
C   CANHONEIO NO TOPO

15003 VOLUME=0.0

      DO I=1,L
      IF (I.EQ.1) THEN
      ALTMED=HH-RNOVOS(I,2)
      VOL(I)=PI*(RNOVOS(I,1)**2.-RW**2.)*ALTMED*PO
      GOTO 15013
      ENDIF

      ALTMED=((HH-RNOVOS(I,2))+(HH-RNOVOS(I-1,2)))/2.
      VOL(I)=PI*(RNOVOS(I,1)**2.-RNOVOS(I-1,1)**2.)*ALTMED*PO
15013 VOLUME=VOLUME+VOL(I)
      END DO
      GOTO 20000
C
*****
***
C   CANHONEIO ENTRE O MEIO/TOPO E MEIO/BASE

```

15004 VOLUME=0.0

```
DO I=1,L
IF (I.EQ.1) THEN
ALTMED=ZF-RNOVOS(I,2)
VOL(I)=PI*(RNOVOS(I,1)**2.-RW**2.)*ALTMED*PO
GOTO 15014
ENDIF
```

```
IF (RNOVOS(I,1).GT.RNOVOS(I-1,1)) THEN
ALTMED=((ZF-RNOVOS(I,2))+(ZF-RNOVOS(I-1,2)))/2.
VOL(I)=PI*(RNOVOS(I,1)**2.-RNOVOS(I-1,1)**2.)*ALTMED*PO
GOTO 15014
ENDIF
```

```
IF (RNOVOS(I,1).LT.RNOVOS(I-1,1)) THEN
ALTMED=((RNOVOS(I,2)-ZF)+(RNOVOS(I-1,2)-ZF))/2.
VOL(I)=PI*(RNOVOS(I-1,1)**2.-RNOVOS(I,1)**2.)*ALTMED*PO
ENDIF
```

15014 VOLUME=VOLUME+VOL(I)
END DO

```
ALTMED=RNOVOS(L,2)-ZF
VOLU=PI*(RNOVOS(L,1)**2.-RW**2.)*ALTMED*PO
VOLUME=VOLUME+VOLU
```

C

C COMPARACAO ENTRE VOLUME CALCULADO E INJETADO

20000 DVOL=VOLINJ-VOLUME

```
IF(ABS(DVOL).LE.0.001) GOTO 22000
```

```
IF (DVOL.GT.0.0) THEN
ICJ=JCI+1
IF (ICJ.GT.1) GOTO 22000
CONC=CONC-0.0001
GOTO 21000
```

ELSE

```
CONC=CONC+0.00001
JCI=JCI+1
GOTO 21000
```

ENDIF

```

22000 DO I=1,L
C   SAIDA DE DADOS DA FRENTE DO BANCO DE FLUIDO FORMA DE
RELATORIO
C   NOME DO ARQUIVO - SAIDA.DAT
WRITE(20,*) R(',I,')=',RNOVOS(I,1)
WRITE(20,*) Z(',I,')=',RNOVOS(I,2)
WRITE(20,*) '
C   SAIDA DE DADOS DA FRENTE DO BANCO DE FLUIDO PARA GRAFICO
2D.
C   NOME DO ARQUIVO - BANCO.DAT
WRITE(10,7778)RNOVOS(I,1),RNOVOS(I,2)
7778  FORMAT(6X,F7.3,2X,F7.3)
END DO
WRITE(20,*) VOLUME INJETADO.....(M**3)=',VOLINJ
WRITE(20,*) VOLUME DA PANQUECA.....(M**3)=',VOLUME
WRITE(20,*) CONCENTRACAO DA FRENTE DO BANCO(M**3)=',CONC
C
*****
***

WRITE(20,*) '
WRITE(20,*) CAMPO DE VELOCIDADE:'
WRITE(20,*) '

DO 5199 I3=1,IMAX
WRITE(20,*) '
DO 5199 J3=1,JMAX
C   SAIDA DE DADOS DE VELOCIDADE EM FORMA DE RELATORIO
C   NOME DO ARQUIVO - SAIDA.DAT
WRITE (20,7976)R(I3),Z(J3),VR(I3,J3),R(I3),Z(J3),VZ(I3,J3)
7976  FORMAT(6X,'VR(',F7.2,',',F7.2,')=',F12.9,6X,
$ 'VZ(',F7.2,',',F7.2,')=',F12.9)

C   SAIDA DE DADOS DE VELOCIDADE RADIAL PARA GRAFICO 3D
C   NOME DO ARQUIVO - VELOR.DAT
WRITE (50,7977)R(I3),Z(J3),VR(I3,J3)
7977  FORMAT(6X,F7.2,2X,F7.2,2X,F12.9)

C   SAIDA DE DADOS DE VELOCIDADE VERTICAL PARA GRAFICO 3D
C   NOME DO ARQUIVO - VELOZ.DAT
WRITE (60,7978)R(I3),Z(J3),VZ(I3,J3)
7978  FORMAT(6X,F7.2,2X,F7.2,2X,F12.9)

5199  CONTINUE

C
*****
***

```

```

WRITE(20,*) '          '
WRITE(20,*) ' DADOS DE CONTROLE:'
WRITE(20,*) '          '
WRITE(20,*) ' DWMAX=',DWMAX
WRITE(20,*) ' TEMPO=',TEMPO
WRITE(20,*) '          '
CALL GETTIM (IIHR,IIMIN,IISEC,II100TH)
IF ((II100TH-II100TH).LT.0) THEN
II100TH=II100TH+100
IISEC=IISEC-1
ENDIF
II100TH=II100TH-II100TH
IF (IISEC.LT.ISEC) THEN
IISEC=IISEC+60
IIMIN=IIMIN-1
ENDIF
IISEC=IISEC-ISEC
IF (IIMIN.LT.IMIN) THEN
IIMIN=IIMIN+60
IIHR=IIHR-1
ENDIF
IIMIN=IIMIN-IMIN
IF (IIHR.LT.IHR) THEN
IIHR=IIHR+24
ENDIF
IIHR=IIHR-IHR
WRITE(20,*) '          '
WRITE(20,*) ' TEMPO DE COMPUTACAO:'
WRITE(20,*) ' HORAS =',IIHR
WRITE(20,*) ' MINUTOS =',IIMIN
WRITE(20,*) ' SEGUNDOS=',IISEC
WRITE(20,*) ' I100TH =',II100TH
STOP
END

```

```

C
*****
***

```