

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM VEÍCULO COM
ULTRAVOLANTE PARA ARMAZENAMENTO DE ENERGIA

Francisco Paulo Lépore Neto

Trabalho apresentado à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

- CAMPINAS -

1979

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

AGRADECIMENTOS

À UNICAMP, Departamento de Engenharia Mecânica e ao GEPROM.

Ao professor Hans Ingo Weber^x pela indispensável orientação.

A meus amigos Angelo Accetti Junior, Clóvis de Albuquerque Rosa, Jaime Szajner e Luiz Roberto Xavier Ribeiro.

À Izaura pela grande colaboração.

COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM VEÍCULO COM ULTRAVOLANTE PARA ARMAZENAMENTO DE ENERGIA

RESUMO

É investigado um modelo matemático de veículo sobre pneus, com dois eixos, que possui um ultra-volante para recuperação da energia de frenagem.

A influência da posição do volante sobre o veículo é analisada em termos dos efeitos giroscópicos e dos esforços resultantes nos mancais da unidade de armazenamento, determinando-se o comportamento dinâmico do sistema em função das perturbações induzidas no veículo e das reações nos mancais do volante, geradas pelas irregularidades da pista.

Foi construído um modelo experimental para o veículo com volante, que comprova os resultados analíticos obtidos a partir do modelo matemático adotado.

DYNAMICAL BEHAVIOUR OF A VEHICLE
WITH A FLYWHEEL FOR ENERGY STORAGE

ABSTRACT

A mathematical model for a two-axle vehicle with rubber tyres which has a flywheel, for energy recovery during braking, is investigated.

The influence of the flywheel position on the vehicle is analysed with respect to gyroscopic effects and resultant loads on the storage unit bearings, with an evaluation of dynamical behaviour of the system as a function of perturbation induced, on the vehicle, and reactions on the flywheel bearings, caused by road roughness.

An experimental model of a vehicle with a flywheel was built, which validated the analytical results obtained from the mathematical model.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

1.1. ARMAZENAMENTO DE ENERGIA	1
1.2. CARACTERÍSTICAS DE PROJETO DE UNIDADES DE ARMAZENAMENTO COM VOLANTE	7
1.3. OBJETIVOS DO TRABALHO	12

CAPÍTULO 2. MODELO FÍSICO E MATEMÁTICO

2.1. CARACTERÍSTICAS DO MODELO FÍSICO	14
2.2. MODELO MATEMÁTICO	16
2.2.1. SISTEMAS DE REFERÊNCIA E COORDENADAS GENERALIZADAS	16
2.2.2. CINEMÁTICA DO MOVIMENTO	21
2.2.3. ENERGIA DO SISTEMA	23
2.3. CASO GERAL DE EXCITAÇÃO HARMÔNICA	28

CAPÍTULO 3. RESULTADOS ANALÍTICOS

3.1. MOVIMENTO DO VEÍCULO	32
3.2. ESFORÇOS NOS MANCAIS DO VOLANTE	44
3.3. NATUREZA ALEATÓRIA DA EXCITAÇÃO DAS RODAS ..	53

CAPÍTULO 4. MODELO FÍSICO E MATEMÁTICO PARA O VOLANTE COM SUSPENSÃO PRÓPRIA

4.1. CARACTERÍSTICAS DO MODELO FÍSICO	59
4.2. MODELO MATEMÁTICO	60
4.3. CONCLUSÕES	66

CAPÍTULO 5. MODELO EXPERIMENTAL	
5.1. MODELO EXPERIMENTAL DO VEÍCULO COM VOLANTE	67
5.2. MODELO DO VEÍCULO	68
5.3. VOLANTE DO MODELO EXPERIMENTAL	81
5.4. EXCITAÇÃO DO MODELO EXPERIMENTAL	89
5.5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS PARA O MOVIMENTO SEGUNDO γ	90
5.6. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS	97
CAPÍTULO 6. CONCLUSÕES	101
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	107
APÊNDICE I	109
APÊNDICE II	115
APÊNDICE III	123

Capítulo 1. INTRODUÇÃO

1.1. Armazenamento de energia

Os sistemas mecânicos para transmissão de potência caracterizam-se, de uma forma geral, por um funcionamento cíclico ou intermitente. Em virtude deste fato, o fluxo de energia através do sistema não é constante e podem ocorrer picos de demanda no ciclo de operação.

A maior parte dos conversores de energia, usados nos sistemas mecânicos, apresentam maior eficiência quando fornecem potência em condições de torque e rotação praticamente constantes. Este é o caso de um motor a explosão.

O problema de ajustar uma condição ótima de funcionamento do conversor acoplado a uma demanda variável no tempo, pode ser resolvido por meio de um dispositivo com capacidade de absorver os excessos de energia disponíveis e restituí-la, adequadamente, ao sistema, quando necessário.

Num motor a explosão ou numa prensa excêntrica, o elemento armazenador de energia é um volante. No primeiro caso ele suaviza o funcionamento irregular inerente ao mecanismo biela-manivela, enquanto no segundo exemplo, fornece a energia necessária para a conformação de uma peça numa pequena fração do ciclo de operação da máquina.

Dependendo das fases de conversão que existem no sistema, a energia pode ser armazenada sob a forma fluida, elétrica, térmica ou mecânica. Esta classificação é feita de acordo com a manifestação da potência no armazenador, isto é, como pressão e vazão, tensão e corrente, fluxo de calor e diferença de temperatura, ou torque e rotação, respectivamente.

As características importantes para um sistema armazenador de energia podem ser sumarizadas em três aspectos:

- grande capacidade de armazenamento por unidade de massa do sistema, definindo sua energia específica,
- alta capacidade de fornecimento da energia armazenada por unidade de massa do sistema, definindo sua potência específica.

- baixo custo global em termos do ciclo de vida útil do sistema e dos equipamentos periféricos necessários para sua operação.

Exemplificando, um vaso de pressão pode armazenar fluidos compressíveis, assim como um reservatório elevado pode armazenar líquidos. No primeiro caso usa-se um compressor para alimentar o sistema e uma turbina para retirar a energia armazenada.

No segundo exemplo, uma bomba e uma turbina hidráulicas são suficientes para operar o sistema.

Nestas duas aplicações a energia específica fica limitada pela resistência estrutural dos reservatórios.

Sob forma elétrica, a energia pode ser armazenada em baterias eletroquímicas, em bobinas de indução, ou mesmo em capacitores.

As baterias de chumbo-ácido vêm sendo amplamente usadas em veículos com sistema de armazenamento, pois apresentam razoável energia específica. Entretanto, sua aplicação em sistemas de potência fica limitada pela baixa capacidade em termos de potência específica.

Com a aplicação da tecnologia de baixas temperaturas será possível construir bobinas de indução com super condutores. Nestas condições este sistema de armazenamento apresentará grande energia e potência específicas.

Os volantes de grande inércia vêm sendo utilizados desde a antiguidade como armazenadores mecânicos de energia, seja na forma de discos, seja como massa distribuída em aros fixados a um eixo através de raios. A quantidade de energia armazenada é proporcional ao produto entre a inércia da massa girante e o quadrado da velocidade angular.

As recentes pesquisas aeroespaciais levaram ao desenvolvimento de materiais reforçados com fibras de alta resistência e baixa densidade, novos tipos de mancais de baixo atrito, além de novas possibilidades na conversão de energia.

Com isto, nos últimos anos, voltou-se uma atenção especial para os sistemas de armazenamento por volante, tanto em aplicações veiculares, como nas estacionárias.

Desta forma, pode-se construir volantes que operam com segurança até o limite de velocidade que é imposto pelas perdas de atrito com o ar e nos mancais, e também pelo tipo de conversão de potência escolhida. É comum utilizar rotações em torno de

30.000 rpm, condição em que a densidade energética do volante é da mesma ordem que a de uma bateria chumbo-ácido.

Entretanto, a potência específica do volante é no mínimo três vezes maior que a admissível para a bateria, além do sistema apresentar uma vida útil, no mínimo cinco vezes mais elevada.

Estes fatos tornam o sistema com volante competitivo, inclusive em aplicações veiculares, o que vem motivar o presente trabalho, no sentido de analisar os efeitos introduzidos no veículo através do volante.

A tabela (1.1) compara diferentes sistemas de armazenamento pelo critério da energia específica [1].

Tabela (1.1) - Valores aproximados para a energia específica máxima de alguns sistemas de armazenamento.

Armazenador	Características e material	Energia Específica kj/kg
vaso de pressão	aço, $\sigma = 2500 \text{ kg/cm}^2$	8
reservatório de líquido	usando desnível geográfico igual a 200 m	1
mola de torção	aço, $\tau = 200 \text{ kg/cm}^2$	0.03
bateria eletroquímica	chumbo ácido	70
volante [3]	aço, $\sigma = 2500 \text{ kg/cm}^2$	16
volante [3]	fibra de vidro comercial	86
volante [3]	kevlar-49	134

A aplicação de volante em veículos, como armazenador mecânico de energia, teve início na década de 40, com a construção do ônibus suíço, Oerlikon, que esteve em operação na África até meados de 1960.

Nesta concepção, a tração era puramente elétrica e a energia totalmente fornecida por um volante montado no ônibus, que era recarregado durante as paradas.

Nos EUA [2], na década de 70, foi testado, em operação normal, um veículo metroviário equipado com volante, que fornecia a energia necessária para acelerá-lo até sua velocidade de regime. Ao terminar a fase de aceleração, a alimentação dos motores elé-

tricos provinha do terceiro trilho. Ao se aproximar de uma estação, o carro era freado dinamicamente e a energia gerada acionava um motor acoplado ao volante que tinha sua rotação elevada até aproximadamente 11000 rpm. Como a rotação nominal máxima do volante era 12000 rpm, a diferença era fornecida pela rede de alimentação externa durante a parada.

Nesta aplicação, o benefício direto foi uma redução de até 40% no consumo de energia. Indiretamente, pode-se salientar que, numa instalação metroviária com veículos com volante, há uma redução da potência necessária a ser instalada, pois os picos de demanda dos veículos são fornecidos pelos volantes. A energia de frenagem, que é atualmente dissipada em bancos de resistências, deixaria de aquecer os túneis e portanto seria possível diminuir o nível de ventilação.

Mesmo comparado aos sistemas metroviários mais modernos que possuem regeneração elétrica, quando a rede está receptiva, com volantes há um aproveitamento, em média 10% melhor da energia de frenagem.

Este sistema com volante foi aperfeiçoado e atualmente se encontra em testes nos EUA uma nova geração de armazenador incorporado a um trem unidade, o ACT 1, destinado a transporte em média distância

Também nos EUA foi iniciada, em concorrência, a construção de dois projetos para ônibus com volantes. Em um caso usa-se um motor diesel como fonte primária e um volante com conversor elétrico como fonte secundária; em outro caso somente o volante é usado como fonte de energia, sendo recarregado a cada 3 milhas.

Na Alemanha [4] estão sendo testados, em concorrência, dois ônibus urbanos movidos hibridamente com motor diesel e volante. O motor funciona no ponto de melhor rendimento e os picos de energia são fornecidos pelo volante.

No Japão, [5] tem-se construído veículos elétricos de pequeno porte para a entrega de correspondência e encomendas. Nestes, a transmissão de energia do volante para o veículo e vice-versa, utiliza dispositivos que apresentam taxa de redução continuamente variável.

As concepções modernas de veículos com volante [6], diferem entre si, no que diz respeito ao sistema de tração, que pode ser elétrico, mecânico ou híbrido; e quanto ao tipo de transmissão de potência, que pode ser puramente elétrica, mista elétri

ca-mecânica, ou puramente mecânica.

No caso de um trólebus pode-se utilizar a transmissão puramente elétrica. Assim, tem-se duas máquinas elétricas ligadas, uma ao volante e outra ao eixo do veículo, operando ora como motor e ora como gerador.

Para o mesmo veículo, pode-se usar um sistema de transmissão no qual parte da energia é transferida eletricamente através de duas máquinas elétricas, e a outra parte mecanicamente, através de uma caixa de engrenagens planetárias que faz o papel de uma transmissão de taxa continuamente variável.

Uma transmissão planetária pode ser entendida como uma caixa de engrenagens com três eixos. A entrada de torque e rotação por um dos eixos pode ser controlada pela segunda entrada de modo que a saída, no terceiro eixo, seja a desejada.

No caso da transmissão de energia ser puramente mecânica, pode-se usar uma caixa planetária associada a uma transmissão hidrostática. Esta transmissão é constituída por duas máquinas hidráulicas a pistão, de deslocamento variável, que operam tanto como motor, quanto como bomba.

Desta forma, é possível transferir a energia do volante para o veículo e vice-versa, mesmo com uma rotação subindo enquanto a outra diminui.

No Brasil, há um grupo de pesquisas que trabalha em dois protótipos de veículo com volante [7], correspondendo aos casos da transmissão puramente elétrica e mista elétrica-mecânica.

A aplicação de volantes em veículos se justifica, quando suas condições de operação têm características comparáveis às esquematizadas na Figura (1.1).

Os pontos A e B representam as paradas obrigatórias do ônibus que, na fase 1, está trafegando com sua velocidade nominal.

Ao se aproximar da parada A, na fase 2, o veículo deve desacelerar e sua energia cinética pode ser dissipada nos freios ou armazenada no volante. Neste caso, durante a fase 3, o pico de energia necessário para a aceleração pode ser fornecido pelo volante.

Para um trólebus, ligado à rede elétrica ou para um veículo a bateria, o volante reduz a demanda de corrente necessária nas partidas.

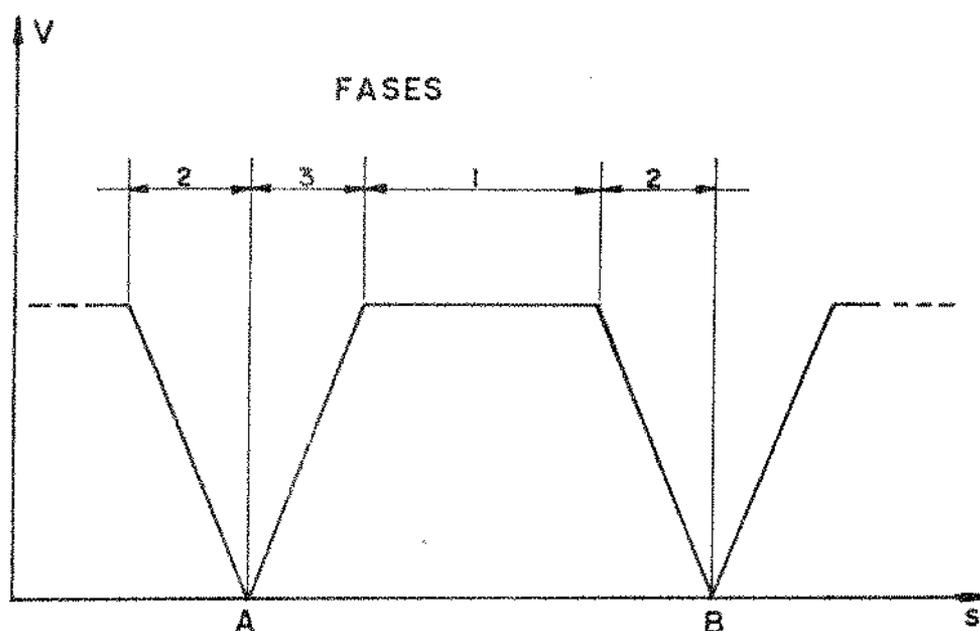


Fig. 1.1. Perfil de velocidade de um veículo de transporte urbano, tipo ônibus.

No caso de um ônibus diesel com volante, pode-se dimensionar o motor com potência mais baixa, sendo suficiente para manter o veículo trafegando em sua velocidade nominal.

Estas concepções de veículos são conhecidas como híbridas e no projeto o volante é dimensionado normalmente para suportar de um a três ciclos de aceleração.

Se o veículo tem apenas o volante como fonte de energia, este deve ter capacidade para a aceleração até a velocidade máxima e para mantê-la durante o percurso, devendo ser recarregado em algumas paradas. É comum se pensar numa autonomia de 3 a 5 km para um veículo com esta concepção.

Numa aplicação estacionária, o requisito de baixo peso para o sistema de armazenamento, indispensável num veículo, deixa de ser primordial.

Se a fonte primária de energia é intermitente, como no caso de geradores eólicos ou solares, pode-se usar um volante que armazena os picos e fornece a energia, quando esta não for disponível diretamente.

Por outro lado, se um complexo industrial tem equipamentos que consomem picos de energia, pode-se usar unidades de armazenamento por volante para suprir estes picos. Desta forma, ocor-

re uma regularização do consumo evitando o pagamento dos custos sobre os picos de demanda de energia.

Quando um volante está girando, aparece um efeito giroscópico que se manifesta sempre que se tenta mudar a posição angular do seu eixo de rotação.

Numa aplicação veicular, este efeito age sobre o veículo alterando seu comportamento dinâmico e gerando reações adicionais nos mancais do volante.

Nas aplicações atuais de volantes em veículos, geralmente utiliza-se uma carroceria de linha, onde os espaços já estão comprometidos com diversos equipamentos. Portanto, o volante nem sempre pode ser instalado numa posição em que seu efeito sobre o veículo seja mínimo.

A bibliografia existente [8] analisa o caso de volantes com eixo de rotação vertical e sua influência na manobrabilidade do veículo.

É necessário analisar a influência do posicionamento do volante sobre o chassis do veículo, respeitando as condições de projeto dos demais componentes do sistema. Como o volante pode ser instalado com eixo de rotação numa inclinação qualquer, deve-se prever, em cada caso, qual será sua influência no movimento do veículo e quais serão as reações nos seus mancais.

1.2. Características de projeto de unidades de armazenamento com volante.

A escolha das características do armazenador adequado a uma aplicação particular deve ser precedida de uma análise detalhada do sistema em que se pretende instalar a unidade de armazenamento.

Numa aplicação veicular os pré-requisitos básicos para o volante e seus periféricos são a alta energia e potência específicas.

Os dados externos que influem no projeto correspondem às condições de operação de um veículo em termos de:

- a. Peso em ordem de marcha;
- b. Percurso básico, definindo-se distâncias entre paradas, inclinação máxima das rampas, etc;
- c. Fonte primária de energia: rede elétrica, motor a ex

plosão, baterias eletroquímicas ou uma combinação dos anteriores.

- d. Performance desejada: velocidade e aceleração máximas a serem fornecidas pelo volante, número de acelerações durante um ciclo de operação.
- e. Resistência ao movimento: atrito aerodinâmico, de rolamento etc.

Estas características próprias do veículo permitem definir:

- f. A quantidade de energia que o volante deve fornecer ao veículo, estabelecida por $\Delta E = 1/2 I. (\Omega^2_{mx} - \Omega^2_{mi})$, onde I é o momento de inércia de rotação do volante e Ω_{mx} e Ω_{mi} são as rotações máxima e mínima.
- g. A potência necessária para cumprir a performance desejada.

A partir da potência a ser manipulada pelo sistema, escolhe-se o tipo de transmissão que pode ser puramente elétrico, eletro-mecânico, ou puramente mecânico. Esta escolha define a concepção da unidade de armazenamento de energia, ficando estabelecida qual a faixa de rotações adequada para o volante.

Pode-se, finalmente projetar o volante, adotando-se um tipo de material [9] e uma forma construtiva [10] que alie a alta energia específica a um custo razoável.

O uso de vácuo na câmara onde gira o volante permite sua operação em velocidades bastante elevadas, sem acarretar aumento nas perdas por atrito aerodinâmico [11]. Entretanto, as perdas nos mancais [12] só podem diminuir com o uso de dispositivos especiais. Estes fatos acabam elevando o custo final do sistema.

A influência do volante sobre o comportamento dinâmico do veículo, se faz através da sua quantidade de movimento angular, caracterizada pelo produto $I.\Omega_{mx}$, conforme será mostrado no capítulo 2.

Para uma quantidade fixa de energia armazenada, a quantidade $I.\Omega_{mx}$ fica menor, à medida que se aumenta Ω_{mx} , em função da diminuição da inércia do volante. Este fato pode ser observado na Figura (1.2.1).

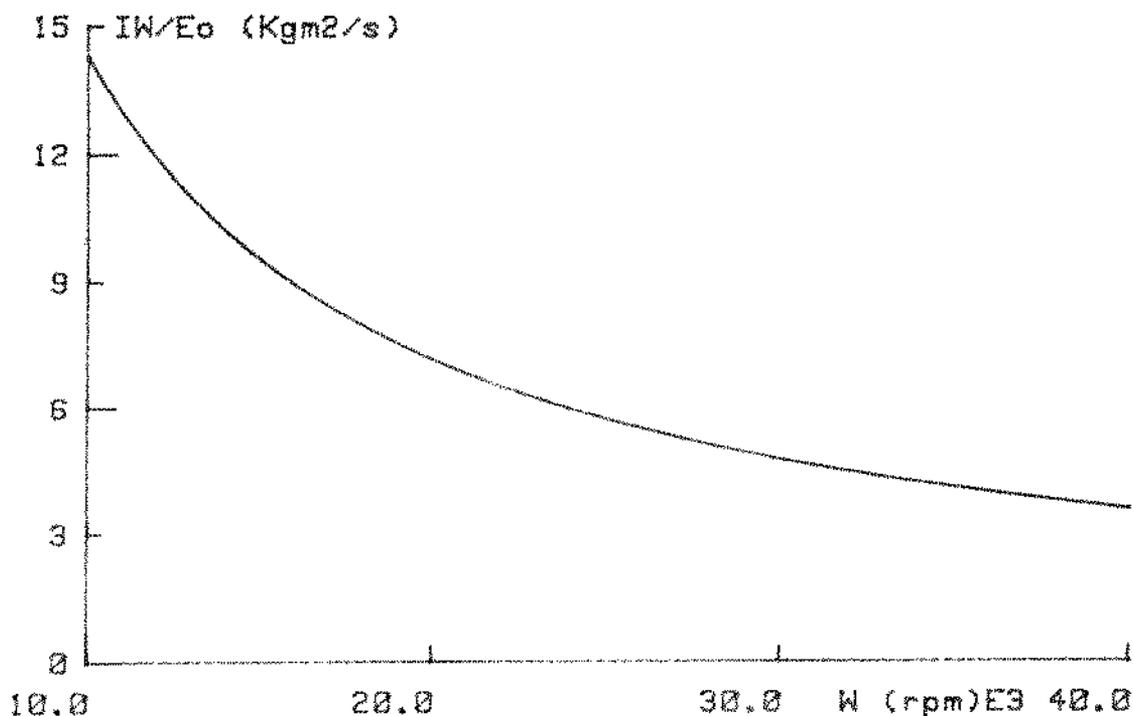


Fig. 1.2.1. Quantidade de movimento angular do volante em função de Ω .

O desenvolvimento tecnológico deverá possibilitar, no futuro, a construção de volantes girando a altíssimas rotações, podendo armazenar grandes quantidades de energia em pequenas massas.

No projeto de uma unidade estacionária os pontos de decisão são, em grande parte, semelhantes aos encontrados na unidade veicular.

As características da demanda devem ser analisadas quanto à intensidade, duração e frequência dos picos a serem cobertos pela unidade de armazenamento.

Nesta aplicação, a diferença fundamental é que o volante não precisa ser construído com mínimo peso. Deve-se buscar materiais e formas geométricas de baixo custo [10].

O presente trabalho é dirigido a uma aplicação de volantes em um ônibus de transporte coletivo, tipo trólebus, que usa o conceito de transmissão puramente elétrico [7].

A Figura (1.2.2) mostra o esquema do sistema composto pelo veículo e volante, que apresenta um perfil de velocidade semelhante ao da Figura (1.1).

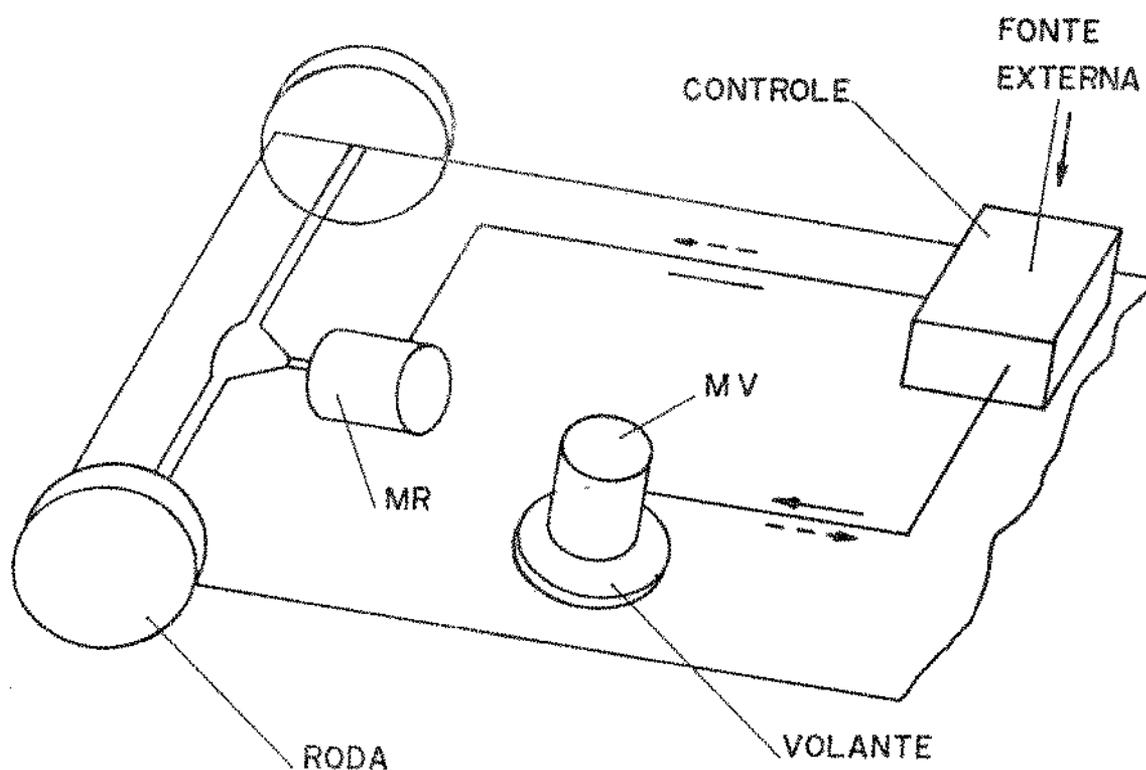


Fig. 1.2.2. Ônibus de transporte urbano com volante e transmissão elétrica.

Neste sistema, a transmissão de energia é feita através de duas máquinas elétricas de corrente contínua M_V e M_R , que tem campos independentes, sendo a primeira ligada ao volante e a segunda às rodas.

Com o volante na máxima rotação, o fluxo da potência de le para o veículo é controlado através de alterações introduzidas nas correntes de campo das máquinas elétricas. Nesta situação, a máquina M_V opera como gerador e alimenta M_R que funciona como motor.

Desta forma se processa a fase de aceleração do veículo até que seja alcançada uma velocidade definida por V , às custas da energia armazenada no volante.

Durante a fase de regime, a energia necessária, para

manter o veículo trafegando com sua velocidade nominal, é fornecida pela rede externa que alimenta a máquina M_R .

Na fase de frenagem, o veículo é desacelerado pela máquina M_R , que passa a funcionar como gerador, alimentando M_V que opera como motor, elevando a rotação do volante, enquanto o veículo vai parando. Assim, a energia cinética que o ônibus tem, quando em velocidade nominal pode ser armazenada no volante, estando disponível para a próxima aceleração.

Em virtude das perdas e das características de funcionamento deste tipo de transmissão, não é possível regenerar toda a energia disponível no veículo e, conseqüentemente, o volante não tem sua velocidade máxima restaurada pela frenagem. Durante a parada pode-se usar a rede externa para alimentar a máquina M_V , de modo a completar a carga energética do volante.

A tabela (1.2) define as características do ônibus escolhido para modelo neste trabalho.

Tabela (1.2) - Características do ônibus e de sua operação.

Parâmetro	símbolo	valor numérico
massa em ordem de marcha	m_B	13400 kg
distância entre eixos	ℓ	5,95 m
bitola	$2a$	2,5 m
velocidade máxima obtida com o volante	V	70 km/h
aceleração máxima	a	1,3 m/s^2
resistência ao movimento em asfalto [13]	R	15 kg/ton
resistência aerodinâmica [13]	A	≈ 0 até 70 km/h
nº de acelerações fornecidas pelo volante durante um ciclo de operação	n	1
momentos de inércia:		
- em relação a x	K_B	36083,1 kgm^2
- em relação a y	J_B	6994 kgm^2
- em relação a z	I_B	42423,7 kgm^2
suspensão: [14]		
- molas dianteiras	k_d	278730,3 N/m
- amortecedores dianteiros	c_d	10233,4 Ns/m
- molas traseiras	k_t	515785,2 N/m
- amortecedores traseiros	c_t	18950,8 Ns/m
- rigidez torcional	k_T	2.66×10^6 Nm/rd
- amortecimento torcional	c_T	33576 Nms/rd

Para este veículo, a quantidade de energia que o volante deve fornecer na fase de aceleração é 3,74 Kjoules. As máquinas elétricas usadas neste tipo de transmissão têm características de funcionamento que impõem uma faixa de rotações para o volante entre Ω_{mx} e $\Omega_{mi} = 0,7.\Omega_{mx}$.

Tendo em vista o custo e a disponibilidade tecnológica para confecção do volante, propõe-se sua construção usando aço liga especial com uma forma geométrica cilíndrica.

Se a velocidade máxima de rotação do volante é fixada em 12.000 rpm, as perdas por atrito com o ar não são muito elevadas e pode-se usar mancais de rolamento comerciais.

Nestas condições, a energia máxima armazenada no volante é 7,49 Kjoules, sendo sua inércia igual a $9,48 \text{ kgm}^2$.

Em função das tensões admissíveis para o material, determina-se o raio e a espessura do volante iguais a 0,25 m e 0,2 m, respectivamente. Assim, sua massa fica igual a 303 kg, o que representa apenas 2,3% da massa do veículo.

1.3. Objetivos do trabalho

O projeto de uma unidade de armazenamento com volantes, para aplicação veicular, deve considerar, também, a interação veículo-volante, em termos do comportamento dinâmico do sistema, principalmente no que diz respeito ao movimento do veículo e as reações nos mancais do volante.

Neste trabalho escolheu-se, inicialmente, um modelo físico de quatro graus de liberdade para representar um ônibus com o volante preso rigidamente a ele.

Formulou-se as equações de movimento do sistema para diferentes posições (\bar{x} , \bar{y} , \bar{z}) e inclinações (α , β) do eixo de rotação do volante em relação ao chassis do veículo.

Considerou-se que a excitação sobre o veículo é provocada por movimentos defasados aplicados nas rodas e que estes são representados por deslocamentos e velocidades de caráter harmônico.

Foram desenvolvidos dois programas computacionais, um que determina as amplitudes dos movimentos do veículo e outro que calcula as reações nos mancais do volante, em função da frequência e defasamentos da excitação, para quaisquer valores dos parâmetros (\bar{x} , \bar{y} , \bar{z}) e (α , β).

Foi proposto um segundo modelo físico, no qual o volante tem eixo de rotação vertical e é preso ao veículo através de uma suspensão elástica amortecida. Para este caso, formulou-se as equações de movimento do sistema com seis graus de liberdade para analisar a influência de diferentes posições $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$. A solução destas equações fica como sugestão para um trabalho posterior.

A partir dos resultados numéricos construiu-se um modelo experimental que apresenta os mesmos graus de liberdade adotados na análise teórica.

O modelo experimental, que representa o veículo, foi construído mantendo-se as relações geométricas e de inércia coerentes com as do ônibus escolhido como referência neste estudo.

A suspensão do modelo ficou definida em função das molas helicoidais disponíveis no mercado.

A inércia, massa e rotação do volante usado no modelo, foram determinadas de modo que os acréscimos nas amplitudes dos movimentos do veículo, causados pelo efeito giroscópico, se mantivessem os mesmos.

Capítulo 2. MODELO FÍSICO E MATEMÁTICO

2.1. Características do modelo Físico

Os objetivos principais deste trabalho são: determinar o comportamento dinâmico do veículo, em termos dos movimentos produzidos na carroceria; e as reações adicionais nos mancais do volante, que aparecem quando a excitação é aplicada nas rodas por deslocamentos e velocidades harmônicas.

Pode-se adotar um modelo simplificado para o veículo, Figura (2.2.1), considerando a carroceria como um corpo rígido montado em suspensões elásticas e amortecidas, com comportamento linear, independentes nas quatro rodas.

As massas suspensas das rodas e elementos da suspensão podem ser desprezadas.

A justificativa para as simplificações, usadas no modelo, provém do fato de se estar analisando o efeito de um novo elemento montado no veículo e não se deseja que a influência do volante possa ser mascarada pela presença de um número excessivo de graus de liberdade.

Encontra-se, na literatura [14], [15], [16], uma série muito grande de modelos físicos para veículos e a tendência geral é detalhar mais a parte do veículo que está sendo analisada.

Desta forma, consegue-se diminuir a complexidade adicional, que seria encontrada na solução das equações do movimento, e principalmente na análise dos resultados.

Por outro lado, o modelo adotado permite analisar o caso de uma unidade estacionária de armazenamento por volante, instalada no pátio de uma indústria. Neste caso, pode-se determinar as características da suspensão da unidade, de modo a minimizar as reações nos mancais, quando a excitação vem através do piso.

A Figura (2.2.1) apresenta o modelo adotado, com o volante fixado rigidamente numa posição genérica $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ e com seu eixo de rotação inclinado em relação aos eixos principais de inércia do veículo.

O efeito giroscópico do volante se manifesta quando se tenta alterar a orientação do vetor quantidade de movimento angular. Por esta razão, as translações nas direções transversal, x , e longitudinal, y , não têm que ser, necessariamente, consideradas

no escopo deste trabalho.

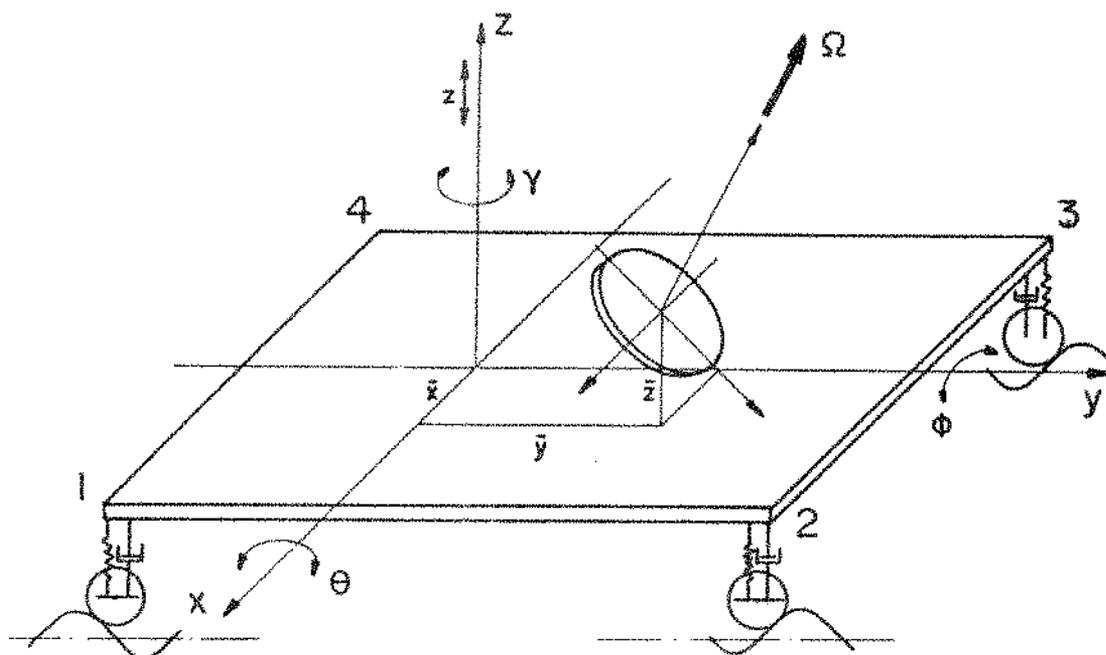


Fig.2.2.1. Modelo Físico do veículo com volante.

Desta forma, o modelo considerado se limita a quatro graus de liberdade, definidos por coordenadas generalizadas z , θ , ϕ e γ , correspondendo aos movimentos vertical, balanço transversal, balanço longitudinal e guinagem.

A suspensão adotada neste modelo é constituída por molas de comportamento linear e amortecedores viscosos, com características diferentes nas rodas dianteiras e traseiras, sendo representadas por k_d , c_d e k_t , c_t , respectivamente.

O efeito da suspensão no movimento de guinagem, em torno do eixo z , é considerado em separado e se pronuncia através de uma mola e um amortecedor trabalhando em torção, representados por k_T e c_T , relacionados com parâmetros k_d , c_d , k_t e c_t .

A excitação, no modelo, provém de deslocamentos e velocidades, de caráter harmônico, aplicadas às rodas e que geram as forças externas que atuam no corpo do veículo. São considerados defasamentos nas excitações de cada roda.

2.2. Modelo Matemático

2.2.1. Sistemas de referência e coordenadas generalizadas

A Figura (2.2.2) mostra o modelo adotado com os sistemas de eixos que são usados para a formulação das equações de movimento.

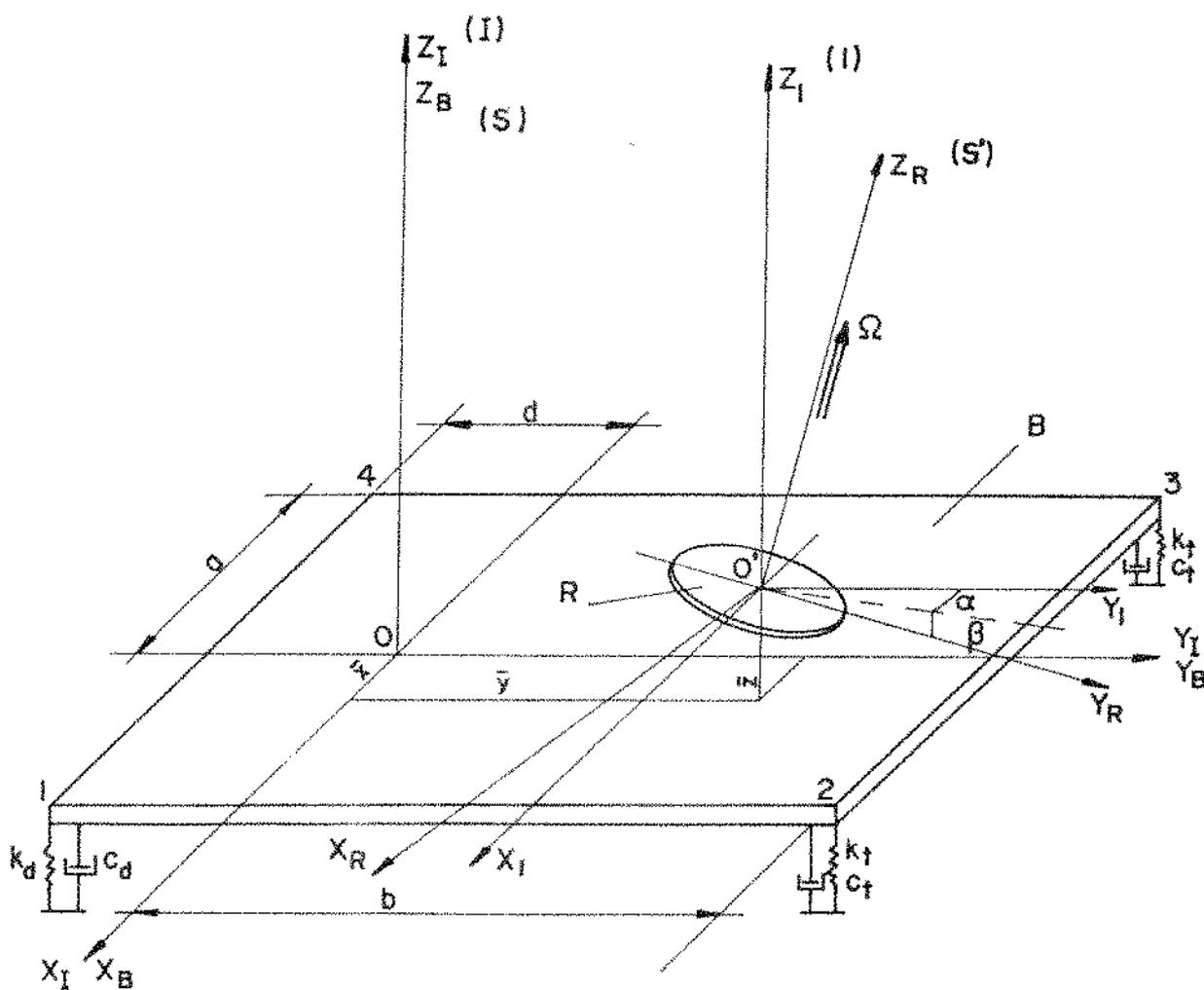


Fig. 2.2.2. Sistemas de referência.

O veículo tem massa m_B e momentos principais de inércia K_B , J_B e I_B , em relação a x , y e z , respectivamente, enquanto o volante tem massa m_R e momentos principais de inércia $K_R = J_R$ e I_R em relação a x_R , y_R e z_R , respectivamente.

Na Figura (2.2.2) tem-se:

B - veículo representado por corpo rígido;

O - centro de massa de B;

- R - volante montado em eixo e mancais rígidos;
 O' - centro de massa de R;
- 1, 2, 3 e 4 - pontos de fixação da suspensão;
 a, b, d - posições dos pontos 1, 2, 3 e 4 em relação a O;
 \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} - coordenadas do centro de massa do volante;
 k_d e c_d - constantes de mola e de amortecimento da suspensão dianteira;
 k_t e c_t - constantes de mola e de amortecimento da suspensão trazeira;
- $I(x_I, y_I, z_I)$ - sistema inercial de coordenadas;
 $S(x_B, y_B, z_B)$ - sistema de coordenadas fixo ao corpo B, com origem O;
 $S'(x_R, y_R, z_R)$ - sistema de coordenadas fixo ao volante R, com origem O';
 $l(x_1, y_1, z_1)$ - sistema de coordenadas fixo ao corpo B, transladado de \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} em relação a S, com origem O';
 α , β - posição angular do eixo de rotação do volante em relação ao sistema l.

As coordenadas generalizadas que descrevem o movimento do corpo B, são:

- z - movimento vertical do centro de massa de B;
 θ - balanço transversal em torno do eixo transversal;
 ϕ - balanço longitudinal, em torno do eixo longitudinal;
 γ - guinagem, rotação em torno do eixo vertical.

Com o veículo na posição de equilíbrio estático, o sistema S coincide com o referencial inercial I. A partir de um deslocamento do ponto O na direção z e de rotações sucessivas θ , ϕ e γ , o sistema S assume uma posição genérica em relação ao inercial, conforme mostra a Figura (2.2.3).

A partir da posição de equilíbrio estático o sistema S ocupa posições sucessivas passando pelos sistemas 1', 2 e 3.

O sistema $l'(x_{1'}, y_{1'}, z_{1'})$ é obtido por uma translação segundo z.

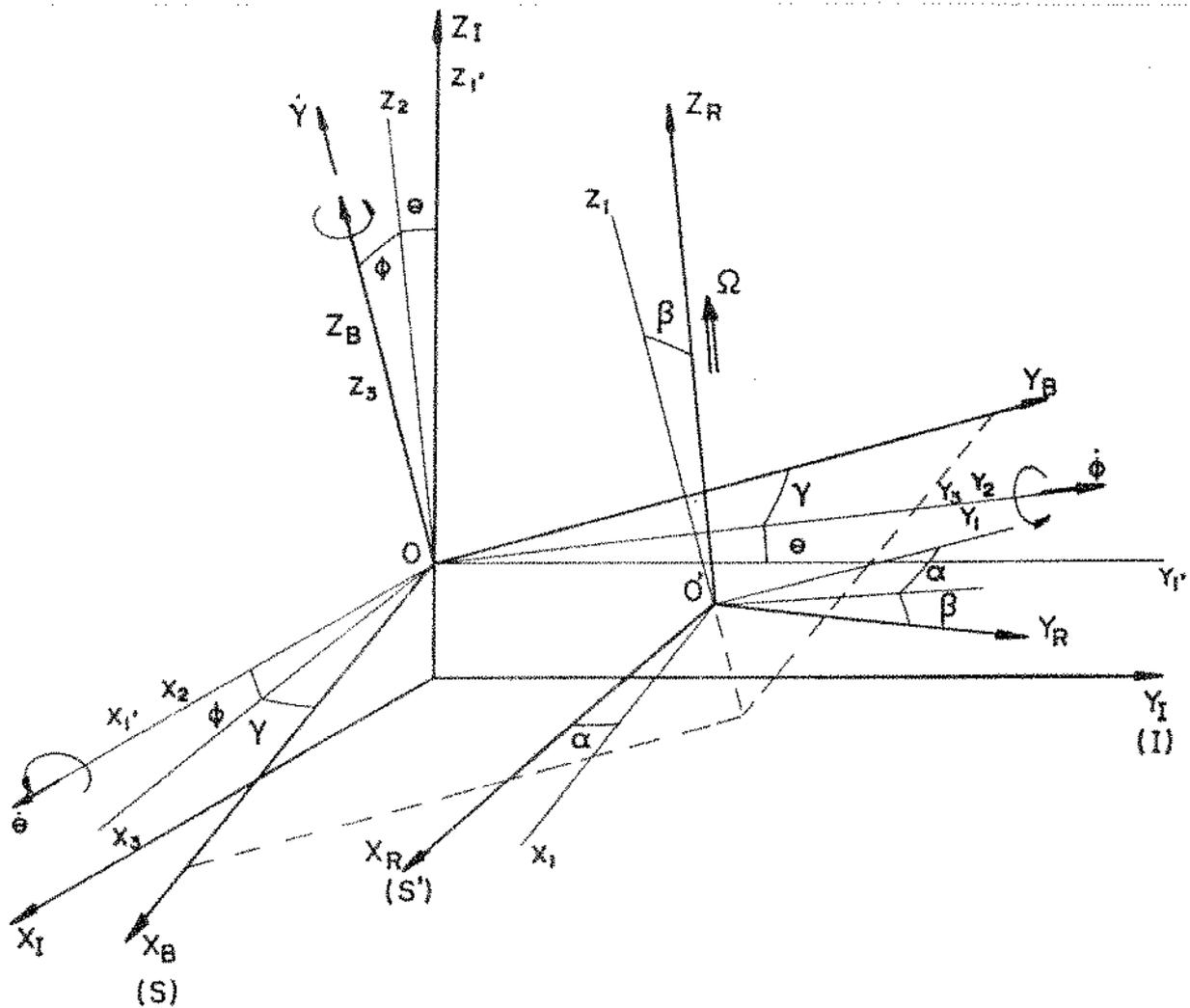


Fig. 2.2.3. Posição genérica dos sistemas S e S' em relação a I.

O sistema 2(x_2, y_2, z_2) é obtido por uma rotação θ em torno de x_1 , no sentido indicado pelo vetor $\hat{\theta}$.

O sistema 3(x_3, y_3, z_3) é obtido por uma rotação ϕ em torno de y_2 , no sentido indicado pelo vetor $\hat{\phi}$.

Finalmente S(x_B, y_B, z_B) assume a posição genérica por uma rotação γ em torno de z_3 , no sentido indicado pelo vetor $\hat{\gamma}$.

O volante, que está fixo ao veículo, modifica sua posição segundo o sistema 1(x_1, y_1, z_1) que tem origem no centro de massa O' .

A posição angular do volante em relação ao veículo fica definida pelas relações entre os sistemas S' e 1, conforme mostra a Figura (2.2.4).

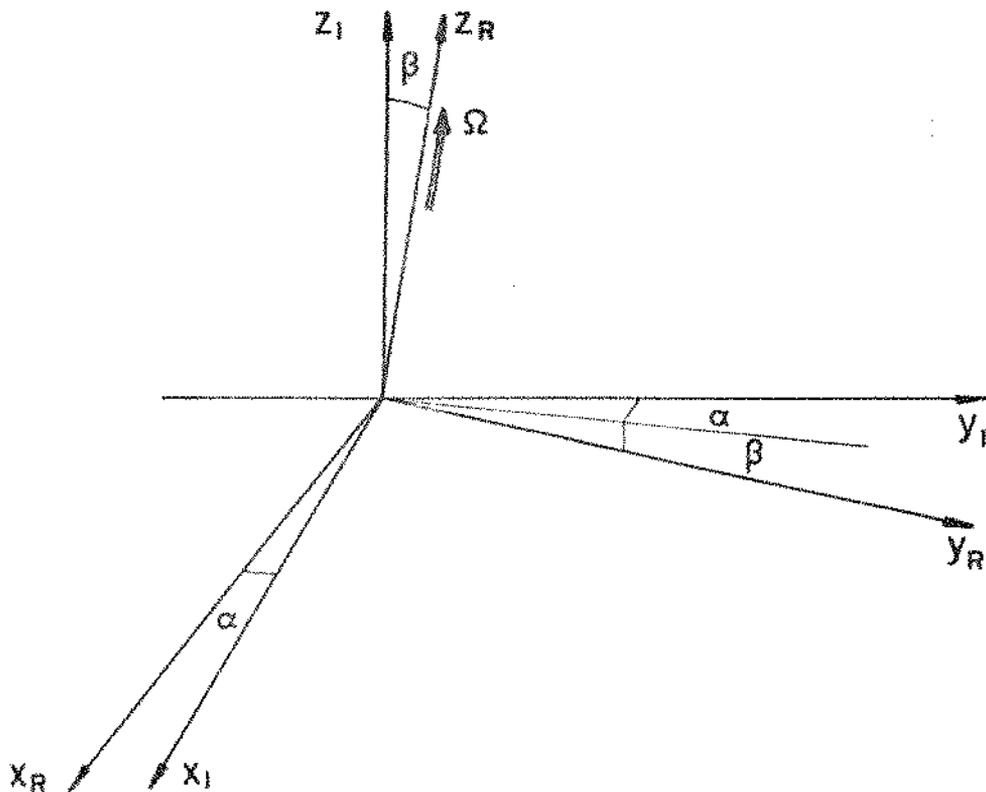


Fig. 2.2.4. Posição angular do volante.

Representando por ${}^Y\mathbb{T}^X$ a matriz de transformação de um sistema X para um sistema Y, de modo que $\underline{y} = {}^Y\mathbb{T}^X \underline{x}$ e $\underline{x} = ({}^Y\mathbb{T}^X)^{-1} \underline{y} = {}^X\mathbb{T}^Y \underline{y}$, onde \underline{x} e \underline{y} são vetores escritos nos sistemas X e Y respectivamente, pode-se escrever:

Para os sistemas 3 e 3:

$${}^3\mathbb{T}^3 = \begin{vmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 \\ s\gamma & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{e} \quad {}^3\mathbb{T}^3 = \begin{vmatrix} c\gamma & s\gamma & 0 \\ -s\gamma & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2.2.1)$$

Para os sistemas 3 e 1':

$${}^{1'}\mathbb{T}^3 = \begin{vmatrix} c\phi & 0 & s\phi \\ s\phi s\theta & c\theta & -c\phi s\theta \\ -s\phi c\theta & s\theta & c\phi c\theta \end{vmatrix} \quad \text{e} \quad {}^3\mathbb{T}^{1'} = \begin{vmatrix} c\phi & s\phi s\theta & -s\phi c\theta \\ 0 & c\theta & s\theta \\ s\phi & -c\phi s\theta & c\phi c\theta \end{vmatrix} \quad (2.2.2)$$

Para os sistemas S e I:

$$\underline{S}_T^I = S_T^3 \cdot \underline{3}_T^I = \begin{vmatrix} c\gamma c\phi & c\gamma s\phi s\theta + s\gamma c\theta & -c\gamma s\phi c\theta + s\gamma s\theta \\ -s\gamma c\phi & -s\gamma s\phi s\theta + c\gamma c\theta & s\gamma s\phi c\theta + c\gamma s\theta \\ s\phi & -c\phi s\theta & c\phi c\theta \end{vmatrix}$$

e

$$\underline{I}_T^S = \begin{vmatrix} c\phi c\gamma & -c\phi s\gamma & s\theta \\ s\phi s\theta c\gamma + c\theta s\gamma & -s\gamma s\phi s\theta + c\theta c\gamma & -c\phi s\theta \\ -s\phi c\theta c\gamma + s\theta s\gamma & s\phi c\theta s\gamma + s\theta c\gamma & c\phi c\theta \end{vmatrix} \quad (2.2.3)$$

Para os sistemas S' e I:

$$\underline{I}_T^{S'} = \begin{vmatrix} c\alpha & s\alpha c\beta & s\alpha s\beta \\ -s\alpha & c\alpha c\beta & c\alpha s\beta \\ 0 & -s\beta & c\beta \end{vmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{S}'_T^I = \begin{vmatrix} c\alpha & -s\alpha & 0 \\ c\beta s\alpha & c\alpha c\beta & -s\beta \\ s\beta s\alpha & s\beta c\alpha & c\beta \end{vmatrix} \quad (2.2.4)$$

Nas equações (2.2.1) até (2.2.4) representou-se:

$\cos\alpha = c\alpha$, $\sin\alpha = s\alpha$, $\cos\theta = c\theta$, $\sin\phi = s\phi$, $\cos\gamma = c\gamma$,
etc.

O tensor de inércia do volante R, é representado por \underline{S}'_I^R , onde o índice superior da direita indica o corpo e o da esquerda mostra em qual sistema ele foi escrito.

$$\underline{S}'_I^R = \begin{vmatrix} J_R & 0 & 0 \\ 0 & J_R & 0 \\ 0 & 0 & I_R \end{vmatrix} \quad (2.2.5)$$

Usando a equação (2.2.4) pode-se escrever:

$$\underline{I}_I^R = \underline{I}_T^{S'} \cdot \underline{S}'_I^R \cdot \underline{I}_T^{S'}$$

$$\underline{I}_I^R = \begin{vmatrix} J_R + s^2\alpha s^2\beta(I_R - J_R) & s\alpha c\alpha s^2\beta(I_R - J_R) & s\alpha s\beta c\beta(I_R - J_R) \\ s\alpha c\alpha s^2\beta(I_R - J_R) & J_R + s^2\beta c^2\alpha(I_R - J_R) & s\beta c\beta c\alpha(I_R - J_R) \\ s\alpha s\beta c\beta(I_R - J_R) & s\beta c\beta c\alpha(I_R - J_R) & I_R - s^2\beta(I_R - J_R) \end{vmatrix}$$

Se o volante for posicionado com eixo de rotação vertical, isto é, para $\beta=0$ e qualquer α , a equação (2.2.5) se reduz a:

$$\underline{I}_I^R = \text{diag} \{ J_R \quad J_R \quad I_R \}$$

Quando $\alpha=0$ e $\beta=\pi/2$, tem-se o volante com eixo de rotação longitudinal e neste caso:

$${}^1\underline{I}^R = \text{diag} | J_R \quad I_R \quad J_R |$$

Para $\alpha=\beta=\pi/2$ tem-se o volante com eixo de rotação transversal e:

${}^1\underline{I}^R = \text{diag} | I_R \quad J_R \quad J_R |$, onde $\text{diag} | |$ representa uma matriz diagonal com os termos I_{ii} apresentados em ordem crescente de i .

O tensor de inércia para o veículo B, escrito no sistema S é:

$${}^S\underline{I}^B = \text{diag} | K_B \quad J_B \quad I_B | \quad (2.2.6)$$

2.2.2 Cinemática do movimento

Representando o vetor velocidade do centro de massa de B por \underline{v}^B pode-se escrever:

$$\underline{v}^B = \{ 0 \quad 0 \quad \dot{z} \}^T$$

$${}^S\underline{v}^B = S_T^I \cdot \underline{v}^B = \begin{pmatrix} \dot{z} (s\gamma s\theta - c\gamma s\phi c\theta) \\ \dot{z} (c\gamma s\theta + s\gamma s\phi c\theta) \\ \dot{z} c\phi c\theta \end{pmatrix} \quad (2.2.7)$$

A velocidade angular de B pode ser obtida por observação de suas componentes em direções particulares, como mostrado a seguir:

$${}^S\underline{\omega}^B = S_{\dot{\theta}}^* + S_{\dot{\phi}}^* + S_{\dot{\gamma}}^*$$

Pode-se escrever:

$${}^1\underline{\dot{\theta}}^* = \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad {}^3\underline{\dot{\phi}}^* = \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\phi} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad S_{\dot{\gamma}}^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix}$$

Usando as matrizes de transformação definidas nas equações (2.2.1), (2.2.2), (2.2.3) e como ${}^1\underline{\dot{\theta}}^* = S_{\dot{\theta}}^*$, tem-se:

$$\underline{S}_{\dot{\theta}} = \begin{pmatrix} \dot{\theta} c \phi c \gamma \\ -\dot{\theta} c \phi s \gamma \\ \dot{\theta} s \phi \end{pmatrix}, \quad \underline{S}_{\dot{\phi}} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} s \gamma \\ \dot{\phi} c \gamma \\ 0 \end{pmatrix},$$

então no sistema S, que é solidário a B, obtêm-se:

$$\underline{S}_{\omega}^B = \begin{pmatrix} \dot{\theta} c \phi c \gamma + \dot{\phi} s \gamma \\ -\dot{\theta} c \phi s \gamma + \dot{\phi} c \gamma \\ \dot{\theta} s \phi + \dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (2.2.8)$$

A velocidade do centro de massa do volante pode ser calculada, tendo em vista que O' é um ponto fixo sobre o corpo rígido B. Então:

$$\underline{S}_{V}^R = \underline{S}_{V}^B + \underline{S}_{\omega}^B \times \underline{S}_{r}$$

onde \underline{S}_{V}^B é dada pela equação (2.2.7), \underline{S}_{ω}^B pela (2.2.8) e $\underline{S}_{r} = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix}$, sendo \bar{x} , \bar{y} e \bar{z} constantes no sistema S.

Finalmente, a velocidade do centro de massa do volante fica:

$$\underline{S}_{V}^R = \begin{pmatrix} \dot{z}(s\gamma s\theta - c\gamma s\phi c\theta) - (\bar{z}s\gamma c\phi + s\phi\bar{y})\dot{\theta} + \bar{z}c\gamma\dot{\phi} - \bar{y}\dot{\gamma} \\ \dot{z}(c\gamma s\theta + s\gamma s\phi c\theta) + (s\phi\bar{x} - c\phi c\gamma\bar{z})\dot{\theta} - \bar{z}s\gamma\dot{\phi} + \bar{x}\dot{\gamma} \\ \dot{z}(c\phi c\theta) + (\bar{y}c\phi c\gamma + c\phi s\gamma\bar{x})\dot{\theta} + (\bar{y}s\gamma - c\gamma\bar{x})\dot{\phi} \end{pmatrix} \quad (2.2.9)$$

A velocidade angular do volante:

$$\underline{S}_{\omega}^R = \underline{1}_{\omega}^R = \underline{1}_{\Omega} + \underline{1}_{\dot{\phi}} + \underline{1}_{\dot{\theta}} + \underline{1}_{\dot{\gamma}}$$

Como $\underline{S}'_{\Omega} = \{0 \quad 0 \quad \Omega\}^T$, da equação (2.2.4), tem-se:

$$\underline{1}_{\Omega} = \underline{1}_{T} S'_{\Omega} = \begin{pmatrix} \Omega s \alpha s \beta \\ \Omega c \alpha s \beta \\ \Omega c \beta \end{pmatrix}$$

Sendo $\underline{1}_{\dot{\theta}} = \underline{S}_{\dot{\theta}}$, $\underline{1}_{\dot{\phi}} = \underline{S}_{\dot{\phi}}$ e $\underline{1}_{\dot{\gamma}} = \underline{S}_{\dot{\gamma}}$, usando os resultados obtidos na determinação de \underline{S}_{ω}^B tem-se:

$$\underline{S}_{\omega}^R = \begin{pmatrix} \Omega s \alpha s \beta + s \gamma \dot{\phi} + c \phi c \gamma \dot{\theta} \\ \Omega c \alpha s \beta + c \gamma \dot{\phi} - c \phi s \gamma \dot{\theta} \\ \Omega c \beta + s \phi \dot{\theta} + \dot{\gamma} \end{pmatrix}$$

ou:

$$\underline{S}'_{\omega R} = \begin{pmatrix} \dot{\phi}(c\alpha s\gamma - c\gamma s\alpha) + \dot{\theta}(c\alpha c\phi c\gamma + s\alpha c\phi s\gamma) \\ \dot{\phi}(s\gamma c\beta s\alpha + c\alpha c\beta c\gamma) + \dot{\theta}(c\phi c\gamma c\beta s\alpha - c\alpha c\beta c\phi s\gamma - s\beta s\phi) - s\beta \dot{\gamma} \\ \dot{\phi}(s\beta s\alpha s\gamma + s\beta c\alpha c\gamma) + \dot{\theta}(s\beta s\alpha c\phi c\gamma - s\beta c\alpha c\phi s\gamma + c\beta s\phi) + c\beta \dot{\gamma} + \dot{\Omega} \end{pmatrix} \quad (2.2.10)$$

2.2.3. Energia do Sistema

Estando definida a cinemática do veículo e do volante, pode-se determinar a energia armazenada no sistema, nas formas potencial e cinética, além da energia dissipada nos amortecedores.

A energia cinética do veículo é definida por:

$$T^B = \frac{1}{2} \underline{S}_{\omega B} \cdot \underline{S}_{I B} \cdot \underline{S}_{\omega B} + \frac{1}{2} m_B \underline{I}_V^B \cdot \underline{I}_V^B \quad (2.2.11)$$

Para o volante:

$$T^R = \frac{1}{2} \underline{S}'_{\omega R} \cdot \underline{S}'_{I R} \cdot \underline{S}'_{\omega R} + \frac{1}{2} m_R \underline{S}_V^R \cdot \underline{S}_V^R \quad (2.2.12)$$

Considerando-se um referencial na posição de equilíbrio estático e desprezando o efeito da massa do volante, quando comparada a do veículo, pode-se afirmar que a energia potencial do sistema se resume naquela armazenada nas molas da suspensão.

A Figura (2.2.2) mostra os pontos 1, 2, 3 e 4 que indicam as posições de fixação da suspensão.

Os vetores que definem a posição destes pontos são:

$$\underline{S}_1 = \begin{pmatrix} a \\ -d \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{S}_2 = \begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{S}_3 = \begin{pmatrix} -a \\ b \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{S}_4 = \begin{pmatrix} -a \\ -d \\ 0 \end{pmatrix}$$

Usando a equação (2.2.3) e lembrando que a transformação do sistema 1' para o inercial, corresponde a uma translação na direção z, tem-se:

$$\underline{I}_1 = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 - y_2 \\ z + z_1 - z_2 \end{pmatrix}, \quad \underline{I}_2 = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ y_1 + y_2 \\ z + z_1 + z_2 \end{pmatrix}$$

$$\underline{I}_3 = \begin{bmatrix} -x_1 - x_2 \\ -y_1 + y_2 \\ z - z_1 + z_2 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{I}_4 = \begin{bmatrix} -x_1 + x_2 \\ -y_1 - y_2 \\ z - z_1 - z_2 \end{bmatrix} \quad (2.2.13)$$

Nas equações (2.2.13) tem-se:

$$\begin{aligned} x_1 &= a c \phi c \gamma, & x_2 &= d c \phi s \gamma \\ y_1 &= a (s \phi s \theta c \gamma + c \theta s \gamma), & y_2 &= d (c \theta c \gamma - s \theta s \phi s \gamma) \\ z_1 &= a (s \theta s \gamma - s \phi c \theta c \gamma), & z_2 &= d (c \theta s \gamma s \phi + s \theta c \gamma) \end{aligned}$$

As deflexões verticais dos pontos da suspensão são:

$$\begin{aligned} z'_1 &= z + z_1 - z_2, & z'_2 &= z + z_1 + z_2 \\ z'_3 &= z - z_1 + z_2 & \text{e} & \quad z'_4 = z - z_1 - z_2 \end{aligned} \quad (2.2.14)$$

As deflexões horizontais, nas direções x e y podem ser compostas, de modo a caracterizar um comportamento em torção para a suspensão. Deste modo, a energia potencial fica:

$$V = \frac{1}{2} k_d z_1'^2 + \frac{1}{2} k_d z_4'^2 + \frac{1}{2} k_t z_2'^2 + \frac{1}{2} k_t z_3'^2 + \frac{1}{2} k_T \gamma^2 \quad (2.2.15)$$

Usando as equações (2.2.6), (2.2.7) e (2.2.8) na (2.2.11), a energia cinética de B fica:

$$\begin{aligned} T^B &= \frac{1}{2} m_B \dot{z}^2 + \frac{1}{2} [K_B (\dot{\theta} c \phi c \gamma + \dot{\phi} s \gamma)^2 + J_B (\dot{\phi} c \gamma - \dot{\theta} c \phi s \gamma)^2 + \\ &+ I_B (\dot{\theta} s \phi + \dot{\gamma})^2] \end{aligned} \quad (2.2.16)$$

A partir das equações (2.2.5), (2.2.9) e (2.2.10), substituindo-as em (2.2.12), a energia cinética do volante resulta:

$$\begin{aligned} T^R &= \frac{1}{2} \{ J_R [\dot{\phi} (c \alpha s \gamma - c \gamma s \alpha) + \dot{\theta} (c \alpha c \phi c \gamma + s \alpha c \phi s \gamma)]^2 + \\ &+ J_R [\dot{\phi} (s \gamma c \beta s \alpha + c \alpha c \beta c \gamma) + \dot{\theta} (c \phi c \gamma c \beta s \alpha - c \alpha c \beta c \phi s \gamma - s \beta s \phi) + \\ &- s \beta \dot{\gamma}]^2 + I_R [\dot{\Omega} + \dot{\phi} (s \beta s \alpha s \gamma + s \beta c \alpha c \gamma) + \dot{\theta} (s \beta s \alpha c \phi c \gamma + \\ &- s \beta c \alpha c \phi s \gamma + c \beta s \phi) + c \beta \dot{\gamma}]^2 \} + \frac{1}{2} m_R \{ [\dot{z} (s \gamma s \theta - c \gamma s \phi c \theta) + \\ &+ \dot{\phi} c \gamma \bar{z} - (\bar{z} s \gamma c \phi + s \phi \bar{y}) \dot{\theta} - \bar{y} \dot{\gamma}]^2 + [\dot{z} (c \gamma s \theta + s \gamma s \phi c \theta) + \\ &- \bar{z} s \gamma \dot{\phi} + (\bar{x} s \phi - c \phi c \gamma \bar{z}) \dot{\theta} + \bar{x} \dot{\gamma}]^2 + [\dot{z} c \phi c \theta + \\ &+ (s \gamma \bar{y} - c \gamma \bar{x}) \dot{\phi} + c \phi (c \gamma \bar{y} + s \gamma \bar{x}) \dot{\theta}]^2 \} \end{aligned} \quad (2.2.17)$$

A energia dissipada nos amortecedores [17] pode ser calculada a partir das velocidades dos pontos de fixação da suspensão. A partir das equações (2.2.13) tem-se:

$$\dot{I}_{\underline{V}_1} = \frac{d}{d_t} (I_{\underline{1}}), \quad \dot{I}_{\underline{V}_2} = \frac{d}{d_t} (I_{\underline{2}}), \quad \dot{I}_{\underline{V}_3} = \frac{d}{d_t} (I_{\underline{3}}) \quad e$$

$$\dot{I}_{\underline{V}_4} = \frac{d}{d_t} (I_{\underline{4}})$$

As componentes na direção z, das velocidades dos pontos 1, 2, 3 e 4 compõem a expressão da energia dissipada nos amortecedores. Da mesma forma considerada anteriormente, as componentes em x e y se combinam gerando um efeito de amortecimento torcional, representado por c_T . Então:

$$ED = \frac{1}{2} [c_d \dot{z}_1^2 + c_t \dot{z}_2^2 + c_d \dot{z}_3^2 + c_t \dot{z}_4^2] + \frac{1}{2} c_T \dot{\gamma}^2$$

Como na equação de movimento, derivada por Lagrange, os termos provenientes do amortecimento são obtidos pela derivada parcial, em relação às velocidades generalizadas, pode-se pré-linearizar as funções \dot{z}_i . Então ED tem a forma:

$$ED = c_d (\dot{z}^2 + a^2 \dot{\phi}^2 + d^2 \dot{\theta}^2 - 2d\dot{z}\dot{\theta}) + c_t (\dot{z}^2 + a^2 \dot{\phi}^2 + b^2 \dot{\theta}^2 + 2b\dot{z}\dot{\theta}) + c_T \dot{\gamma}^2 \quad (2.2.18)$$

A partir das equações (2.2.15), (2.2.16), (2.2.17) e (2.2.18) obtém-se as equações de movimento para o sistema, veículo e volante, usando a formulação de Lagrange [17].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial V}{\partial q} + \frac{\partial ED}{\partial \dot{q}} = Q_q \quad (2.2.19)$$

Na equação (2.2.19) $T = T^B + T^R$ é a energia cinética total do sistema, V a potencial e ED a função dissipação. O parâmetro q representa cada uma das coordenadas generalizadas e Q_q a força generalizada não conservativa que atua sobre o sistema.

Quando $q = z$, aplicando (2.2.19), e linearizando o resultado, tem-se:

$$(m_B + m_R)\ddot{z} + m_R\ddot{\bar{y}}\bar{\theta} - m_R\ddot{\bar{x}}\bar{\phi} + 2(c_d + c_t)\dot{z} + 2(bc_t - dc_d)\dot{\bar{\theta}} + 2(k_d + k_t)z + (bk_t - dk_d)\bar{\theta} = Q_z \quad (2.2.20)$$

Para $q = \theta$, obtêm-se:

$$m_R\ddot{\bar{y}}\ddot{z} + [K_B + J_R + (I_R - J_R)s^2\beta s^2\alpha + m_R(\bar{y}^2 + \bar{z}^2)]\ddot{\bar{\theta}} + [(I_R - J_R)s\alpha c\alpha s^2\beta - m_R\bar{x}\bar{y}]\ddot{\bar{\phi}} + [(I_R - J_R)s\alpha s\beta c\beta - m_R\bar{x}\bar{z}]\ddot{\bar{\gamma}} + 2(bc_t - dc_d)\dot{z} + 2(d^2c_d + b^2c_t)\dot{\bar{\theta}} + I_R\Omega c\beta\dot{\bar{\phi}} - I_R\Omega s\beta c\alpha\dot{\bar{\gamma}} + 2(bk_t - dk_d)z + 2(d^2k_d + b^2k_t)\bar{\theta} = Q_\theta \quad (2.2.21)$$

Para $q = \phi$, tem-se:

$$-m_R\ddot{\bar{x}}\ddot{z} + [(I_R - J_R)s\alpha c\alpha s^2\beta - m_R\bar{x}\bar{y}]\ddot{\bar{\theta}} + [J_B + J_R + (I_R - J_R)s^2\beta c^2\alpha + m_R(\bar{x}^2 + \bar{z}^2)]\ddot{\bar{\phi}} + [(I_R - J_R)s\beta c\beta c\alpha - m_R\bar{y}\bar{z}]\ddot{\bar{\gamma}} - I_R\Omega c\beta\dot{\bar{\theta}} + I_R\Omega s\beta s\alpha\dot{\bar{\gamma}} + 2a^2(c_d + c_t)\dot{\bar{\phi}} + 2a^2(k_d + k_t)\bar{\phi} = Q_\phi \quad (2.2.22)$$

Para $q = \gamma$, tem-se:

$$[(I_R - J_R)s\beta c\beta s\alpha - m_R\bar{x}\bar{y}]\ddot{\bar{\theta}} + [(I_R - J_R)s\beta c\beta c\alpha - m_R\bar{y}\bar{z}]\ddot{\bar{\phi}} + [J_B + J_R + (I_R - J_R)c^2\beta + m_R(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)]\ddot{\bar{\gamma}} - I_R\Omega s\beta s\alpha\dot{\bar{\theta}} + I_R\Omega s\beta c\alpha\dot{\bar{\phi}} + 2c_T\dot{\bar{\gamma}} + 2k_T\bar{\gamma} = Q_\gamma \quad (2.2.23)$$

Considerando que o modelo fica horizontal, quando está em equilíbrio estático, é necessário que se cumpra a relação:

$$bk_t = dk_d \quad (2.2.24)$$

As equações de movimento do sistema podem ser representadas matricialmente por:

$$[M] \{\ddot{q}\} + [C] \{\dot{q}\} + [K] \{q\} = \{Q\} \quad , \quad (2.2.25)$$

onde o vetor

$$q = \{z \quad \theta \quad \phi \quad \gamma\}^T \quad \text{e} \quad Q = \{Q_z \quad Q_\theta \quad Q_\phi \quad Q_\gamma\}^T$$

A matriz de inércia $[M]$ tem elementos m_{ij} definidos por:

$$\begin{aligned} m_{11} &= m_B + m_R \\ m_{12} &= m_{21} = m_R\bar{y} \\ m_{13} &= m_{31} = -m_R\bar{x} \\ m_{14} &= m_{41} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_{22} &= K_B + J_R + (I_R - J_R) s^2 \beta s^2 \alpha + m_R (\bar{y}^2 + \bar{z}^2) \\
m_{23} &= m_{32} = (I_R - J_R) s \alpha c \alpha s^2 \beta - m_R \bar{x} \bar{y} \\
m_{24} &= m_{42} = (I_R - J_R) s_\alpha s_\beta c_\beta - m_R \bar{x} \bar{z} \\
m_{33} &= J_B + J_R + (I_R - J_R) s^2 \beta c^2 \alpha + m_R (\bar{x}^2 + \bar{z}^2) \\
m_{34} &= m_{43} = (I_R - J_R) s \beta c \beta c \alpha - m_R \bar{y} \bar{z} \\
m_{44} &= I_B + J_R + (I_R - J_R) c^2 \beta + m_R (\bar{x}^2 + \bar{y}^2)
\end{aligned}$$

Na matriz [C] aparecem os termos de amortecimento e os de acoplamento giroscópico que a tornam ante simétrica.

$$\begin{aligned}
c_{11} &= 2(c_t + c_d) \\
c_{12} &= 2(bc_t - dc_d) \\
c_{13} &= c_{14} = c_{31} = c_{41} = 0 \\
c_{22} &= 2(d^2 c_d + b^2 c_t) \\
c_{23} &= I_R \Omega c \beta \\
c_{24} &= -I_R \Omega s \beta c \alpha \\
c_{32} &= -I_R \Omega c \beta \\
c_{33} &= 2a^2 (c_d + c_t) \\
c_{34} &= I_R \Omega s \beta s \alpha \\
c_{42} &= I_R \Omega s \beta c \alpha \\
c_{43} &= -I_R \Omega s \beta s \alpha \\
c_{44} &= 2c_T
\end{aligned}$$

A partir de (2.2.24) a matriz [K] fica diagonal e os elementos k_{ii} são:

$$\begin{aligned}
k_{11} &= 2(k_d + k_t) \\
k_{22} &= 2(d^2 k_d + b^2 k_t) \\
k_{33} &= 2a^2 (k_d + k_t) \\
k_{44} &= 2k_T
\end{aligned}$$

As equações de movimento do sistema se acoplam dinamicamente através da matriz de inércia [M]. Este efeito é causado pela massa do volante, quando posicionada fora do ponto O.

Por outro lado, o acoplamento giroscópico aparece na matriz [C] através dos termos que contêm o produto $I_R \Omega$.

Para o volante instalado com eixo vertical, sendo $\beta = 0$ e qualquer α , a equação em γ fica desacoplada quando \bar{x} e \bar{y} são nulos ou $\bar{z}=0$.

As equações em z e θ se acoplam pelas características da suspensão, enquanto θ e ϕ são acopladas pelo efeito giroscópico.

Para o caso do volante com eixo transversal, ou seja, $\alpha=\beta=\pi/2$, quando $\bar{z}=0$ a equação em γ fica acoplada pelo efeito giroscópico com a equação em ϕ .

Quando o volante tem eixo longitudinal, sendo $\alpha=0$ e $\beta=\pi/2$, se $\bar{z}=0$, o efeito giroscópico acopla as equações em γ e θ .

Levando em conta apenas o efeito giroscópico, pode-se concluir que o melhor posicionamento para o volante é no centro de massa do veículo e com eixo de rotação vertical. Desta forma, não aparecem movimentos segundo γ , por causa do volante.

Mesmo no caso do veículo dobrar uma esquina ou fazer uma curva plana estes movimentos não seriam percebidos pelo volante.

Deve-se atentar para o fato de nem sempre ser possível instalar o volante na vertical, dependendo do tipo de transmissão de energia usado.

2.3. Caso geral de excitação harmônica.

Pretende-se analisar o veículo com volante quando a excitação é introduzida através das rodas por meio de deslocamentos e velocidades harmônicas.

A Figura (2.3.1) mostra uma situação onde há defasamentos entre os deslocamentos Z_1 , Z_2 , Z_3 e Z_4 das quatro rodas do veículo.

O parâmetro f_1 define a fase entre o movimento introduzido nas rodas 1 e 2, enquanto f_2 indica a diferença de fase entre 1 e 4.

Considerando deslocamentos harmônicos de amplitude A e frequência ω , têm-se:

$$\begin{aligned} Z_1 &= A e^{i\omega t} , & Z_2 &= A e^{i(\omega t - f_1)} , \\ Z_3 &= A e^{i(\omega t - f_2)} & e & Z_4 = A e^{i(\omega t - f_1 - f_2)} \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

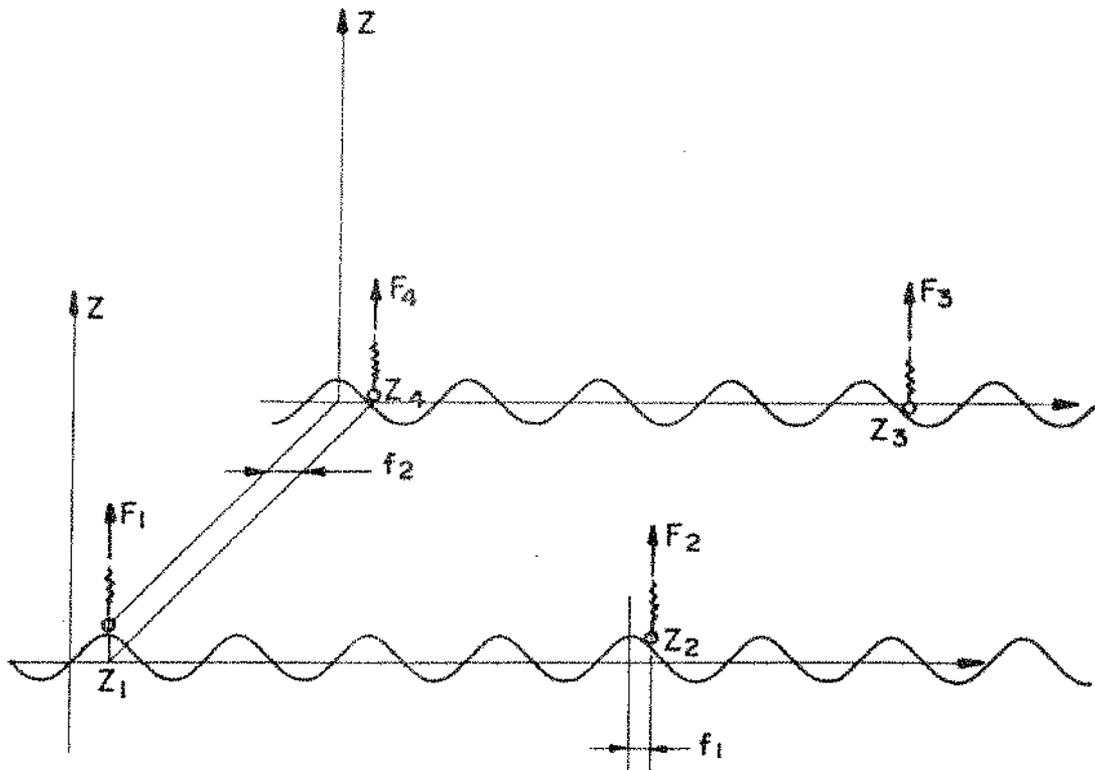


Fig. 2.3.1. Defasamento entre as excitações nas rodas.

As velocidades associadas a estes deslocamentos podem ser obtidas por derivação de Z_i no tempo, com $i=1,4$. Desta forma, $\dot{Z}_i = d(Z_i)/dt$.

As forças generalizadas não conservativas são determinadas pelo princípio do trabalho virtual [17]. Os deslocamentos Z_i e as velocidades \dot{Z}_i geram as forças F_i , que agem no veículo, nos pontos 1, 2, 3 e 4. Estas forças são transmitidas ao veículo através da suspensão e podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} F_1 &= k_d Z_1 + c_d \dot{Z}_1, & F_2 &= k_t Z_2 + c_t \dot{Z}_2 \\ F_3 &= k_t Z_3 + c_t \dot{Z}_3 & \text{e} & \quad F_4 = k_d Z_4 + c_d \dot{Z}_4 \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

Para o cálculo do trabalho virtual destas forças, é necessário conhecer os deslocamentos dos pontos 1, 2, 3 e 4 que estão apresentados nas equações (2.2.14), por z'_1 , z'_2 , z'_3 e z'_4 . Os deslocamentos virtuais são obtidos por diferenciação, sendo:

$$\delta z'_1 = \delta z - a\delta\phi - d\delta\theta$$

$$\begin{aligned}
 \delta z'_2 &= \delta z - a\delta\phi + b\delta\theta \\
 \delta z'_3 &= \delta z + a\delta\phi + b\delta\theta \\
 \delta z'_4 &= \delta z + a\delta\phi - d\delta\theta
 \end{aligned}
 \tag{2.3.3}$$

Então, o trabalho virtual das forças F_i é obtido usando as equações (2.3.2) e (2.3.3), resultando:

$$\begin{aligned}
 \delta W &= (F_1 + F_2 + F_3 + F_4)\delta z + a(F_3 + F_4 - F_1 - F_2)\delta\phi + \\
 &+ [b(F_2 + F_3) - d(F_1 + F_4)]\delta\theta + 0\delta\gamma
 \end{aligned}
 \tag{2.3.4}$$

Como as forças generalizadas são os coeficientes das variações das coordenadas generalizadas, têm-se:

$$\begin{aligned}
 Q_z &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \\
 Q_\theta &= b(F_3 + F_2) - d(F_1 + F_4) \\
 Q_\phi &= a(F_3 + F_4 - F_1 - F_2) \\
 Q_\gamma &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.3.5}$$

Substituindo as equações (2.3.1) e (2.3.2) em (2.3.5), obtêm-se as expressões para as forças generalizadas não conservativas. Estas grandezas são complexas e podem ser representadas por uma parte real Q_{qr} e uma imaginária Q_{qi} .

Desta forma, $Q = Q_r + iQ_i$, cujas componentes são:

$$\begin{aligned}
 Q_{zr}/A &= P_1 \cdot P_2 + sf_2 \cdot P_3 \\
 Q_{zi}/A &= P_1 \cdot P_3 - sf_2 \cdot P_2 \\
 Q_{\theta r}/A &= P_1 \cdot P_5 + sf_2 \cdot P_6 \\
 Q_{\theta i}/A &= P_1 \cdot P_6 - sf_2 \cdot P_5 \\
 Q_{\phi r}/A &= a(P_4 \cdot P_2 + sf_2 \cdot P_3) \\
 Q_{\phi i}/A &= a(P_4 \cdot P_3 - sf_2 \cdot P_2) \\
 Q_{\gamma r}/A &= Q_{\gamma i} = 0
 \end{aligned}$$

com

$$\begin{aligned}
 P_1 &= 1+cf_2 \\
 P_2 &= k_d+k_t cf_1+\omega c_t sf_1 \\
 P_3 &= \omega(c_d+c_t cf_1) - k_t sf_1 \\
 P_4 &= cf_2-1 \\
 P_5 &= -dk_d+bk_t cf_1+b\omega c_t sf_1 \\
 P_6 &= \omega(bc_t cf_1-dc_d) - bk_t sf_1
 \end{aligned} \tag{2.3.6}$$

As equações de movimento (2.2.25) com o vetor \underline{Q} definido por (2.3.6) permitem determinar a resposta em frequência do sistema, para diferentes posições e inclinações do volante sob condições gerais para a fase da excitação harmônica aplicada nas rodas.

Capítulo 3. RESULTADOS ANALÍTICOS

3.1. Movimento do veículo

O modelo matemático desenvolvido no segundo capítulo permite calcular as amplitudes dos movimentos do ônibus com volante para o caso da excitação harmônica, definida pelas expressões (2.3.6).

O vetor solução das equações (2.2.25) tem a forma:

$$\underline{q} = \underline{X} e^{i\omega t} \quad , \quad (3.1.1)$$

onde $X = \{Z \ \theta \ \phi \ \gamma\}^T$, representa as amplitudes dos movimentos segundo as coordenadas z , θ , ϕ e γ , e ω é a frequência da excitação.

Substituindo-se (3.1.1) em (2.2.25) obtém-se o sistema de equações algébricas:

$$[A] \{X\} = \{Q\} \quad (3.1.2)$$

A matriz $[A]$ é complexa e pode ser representada por $[A_r] + i[A_i]$, sendo $[A_r]$ sua parte real e $[A_i]$ a imaginária, que têm componentes $a_{r,ij}$ e $a_{i,ij}$ definidos por:

$$a_{r1.1} = 2(k_d + k_t) - (m_R + m_B)\omega^2$$

$$a_{r1.2} = -m_R \bar{y} \omega^2$$

$$a_{r1.3} = m_R \bar{x} \omega^2$$

$$a_{r1.4} = 0$$

$$a_{r2.1} = a_{r1.2}$$

$$a_{r2.2} = 2(b^d(k_d + k_t) - [K_B + J_R + (I_R - J_R) s^2 \beta s^2 \alpha + m_R (\bar{y}^2 + \bar{z}^2)]) \omega^2$$

$$a_{r2.3} = [m_R \bar{x} \bar{y} - (I_R - J_R) s \alpha c \alpha s^2 \beta] \omega^2$$

$$a_{r2.4} = [m_R \bar{x} \bar{z} - (I_R - J_R) s \alpha s \beta c \beta] \omega^2$$

$$a_{r3.1} = a_{r1.3}$$

$$a_{r3.2} = a_{r2.3}$$

$$a_{r3.3} = 2a^2(k_d + k_t) - [J_B + J_R + (I_R - J_R) s^2 \beta c^2 \alpha + m_R (\bar{x}^2 + \bar{z}^2)] \omega^2$$

$$a_r^{3.4} = [m_R \bar{y}z - (I_R - J_R) c \alpha s \beta c \beta] \omega^2$$

$$a_r^{4.1} = 0$$

$$a_r^{4.2} = a_r^{2.4}$$

$$a_r^{4.3} = a_r^{3.4}$$

$$a_r^{4.4} = 2k_T - [I_B + J_R + (I_R - J_R) c^2 \beta + m_R (\bar{x}^2 + \bar{y}^2)] \omega^2$$

$$a_i^{1.1} = 2(c_d + c_t) \omega$$

$$a_i^{1.2} = 2(bc_t - dc_d) \omega$$

$$a_i^{1.3} = 0$$

$$a_i^{1.4} = 0$$

$$a_i^{2.1} = a_i^{1.2}$$

$$a_i^{2.2} = 2(d^2 c_d + b^2 c_t) \omega$$

$$a_i^{2.3} = I_R \Omega c \beta \omega$$

$$a_i^{2.4} = -I_R \Omega s \beta c \alpha \omega$$

$$a_i^{3.1} = 0$$

$$a_i^{3.2} = -a_i^{2.3}$$

$$a_i^{3.3} = 2a^2 (c_d + c_t) \omega$$

$$a_i^{3.4} = I_R \Omega s \beta s \alpha \omega$$

$$a_i^{4.1} = 0$$

$$a_i^{4.2} = -a_i^{2.4}$$

$$a_i^{4.3} = -a_i^{3.4}$$

$$a_i^{4.4} = 2c_T \omega$$

O vetor excitação \underline{Q} tem partes real, Q_r , e imaginária, Q_i , definidas pelas expressões (2.3.6).

A solução de (3.1.2) pode ser obtida pré-multiplicando-se, ambos os membros, por $[\underline{A}]^{-1}$ que é a inversa da matriz $[\underline{A}]$.

$$[A]^{-1}[A]\{X\} = [A]^{-1}\{Q\}$$

$$\{X\} = [A]^{-1}\{Q\} \quad (3.1.3)$$

Têm-se $[A] = [A_r] + i[A_i]$. Definindo-se $[A]^{-1} = [C] + i[D]$ e como $[A]^{-1}[A] = [I] + i[O]$, onde $[I]$ é a matriz identidade e $[O]$ a matriz nula, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} [C] &= \left[[A_r] + [A_i][A_r]^{-1}[A_i] \right]^{-1} & e \\ [D] &= -\left[[A_i] + [A_r][A_i]^{-1}[A_r] \right]^{-1} \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

Desta forma, calcula-se a solução de (3.1.3):

$$\{X\} = \{X_r\} + i\{X_i\},$$

sendo

$$\begin{aligned} \{X_r\} &= [C]\{Q_r\} - [D]\{Q_i\} & e \\ \{X_i\} &= [D]\{Q_r\} + [C]\{Q_i\} \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

As equações (3.1.5) permitem determinar os módulos e as fases dos movimentos do veículo.

Desenvolveu-se um programa computacional, para a calculadora HP 9845, que, a partir dos dados característicos do ônibus e seu volante, calcula $|Z/A|$, $|O/A|$, $|\Phi/A|$ e $|\gamma/A|$, para diferentes valores dos parâmetros $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ e (α, β) , com qualquer condição de defasamento, f_1 e f_2 , da excitação.

Os valores numéricos dos parâmetros, que definem as características do veículo, são os apresentados na tabela (1.2). O volante tem momentos de inércia $I_R = 9,48 \text{kgm}^2$ e $J_R = 4,74 \text{kgm}^2$, massa $m_R = 303 \text{kg}$ e gira com $\Omega = 12.000 \text{rpm}$.

A tabela (3.1) apresenta todas as combinações analisadas através do computador, em termos dos parâmetros de posição e orientação do volante e das condições de excitação.

Como o modelo apresenta simetria em relação ao eixo y , não é necessário analisar também as posições do volante em que \bar{x} é negativo.

Numa primeira análise verificou-se a influência de $(\bar{x}, \bar{y}$ e $\bar{z})$, para as três orientações do eixo do volante, sobre o movimento do veículo, quando $f_1 = 3\pi/2$ e $f_2 = 0$.

Tabela (3.1) - Combinações dos parâmetros usados para o cálculo das amplitudes

Orientação do eixo de rotação (rd)		Posição do volante (m)			Fase de excitação (rd)	
		\bar{z}	\bar{x}	\bar{y}	f_1	f_2
VERTICAL	$\alpha=\pi, \beta=0$	-1	0	0	0	0
LONGITUDINAL	$\alpha=0, \beta=\pi/2$	0	1	0	$3\pi/2$	0
			1	2	π	0
TRANSVERSAL	$\alpha=\pi/2, \beta=\pi/2$	1	1	-3	$\pi/2$	0
					π	$\pi/2$

Os movimentos, segundo θ e z , não são afetados tanto pelo posicionamento ($\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$) como pela orientação do eixo de rotação do volante (α, β). As Figuras (3.1.1) e (3.1.2) mostram $[Z/A]$ e $[\theta/A]$ em função da frequência ω .

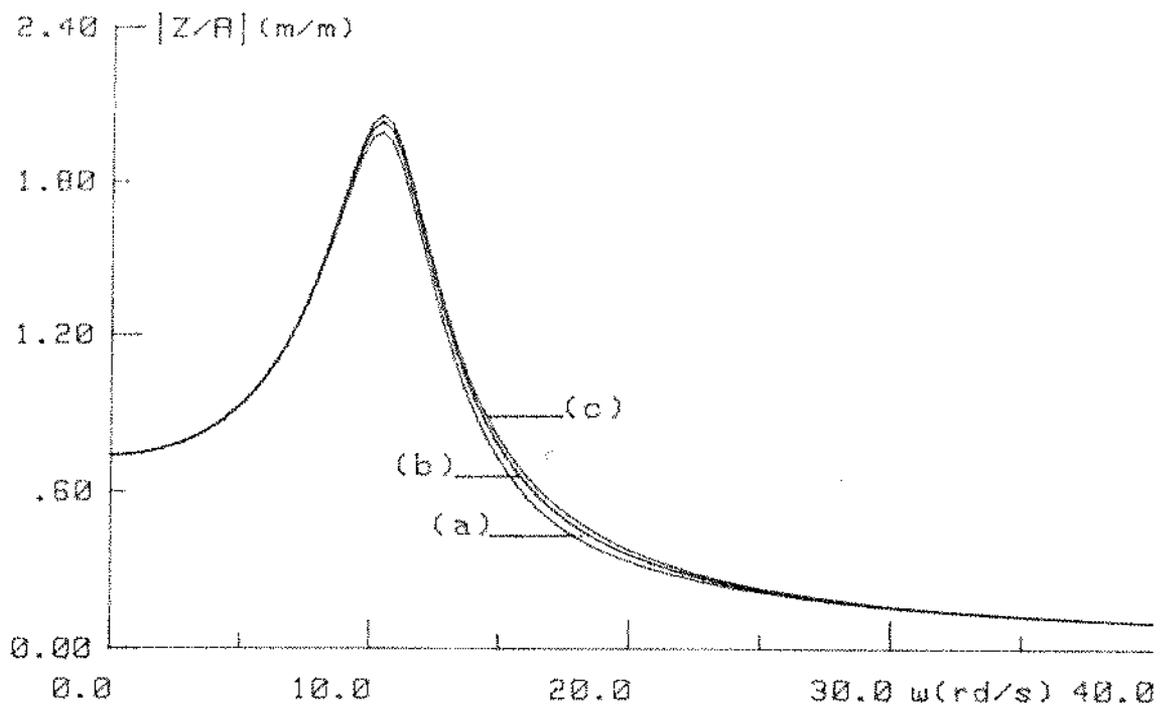


Fig. 3.1.1. $|Z/A|$ com qualquer (α, β) , $f_1=3\pi/2$ e $f_2=0$ sendo (a) para (1,-3,1), (b) para (0,0,0) e (c) para (1,2,0).

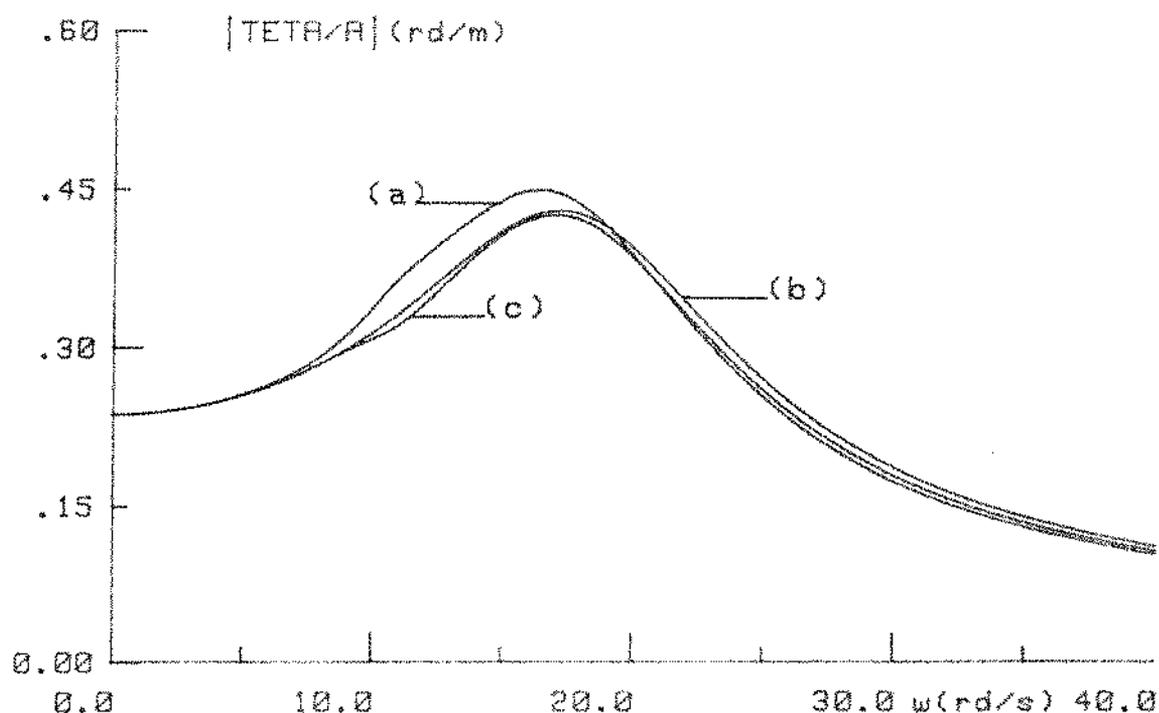


Fig. 3.1.2. $|\Theta/A|$ com qualquer (α, β) , $f_1 = 3\pi/2$, $f_2 = 0$, sendo (a) para $(1, -3, 1)$, (b) para $(0, 0, 0)$ e (c) para $(1, 2, 0)$.

Os movimentos, segundo ϕ e γ apresentam maiores amplitudes quando o volante está mais afastado do centro de gravidade do veículo.

Quando o volante tem eixo de rotação vertical, a amplitude ϕ/A é aproximadamente 25% maior que aquelas obtidas para eixos transversal ou longitudinal. Nestes dois últimos casos, se o volante é posicionado no centro de massa do veículo, obtém-se $\phi/A = 0$.

As Figuras (3.1.3) e (3.1.4) apresentam a amplitude $|\phi/A|$ para diferentes posições do volante.

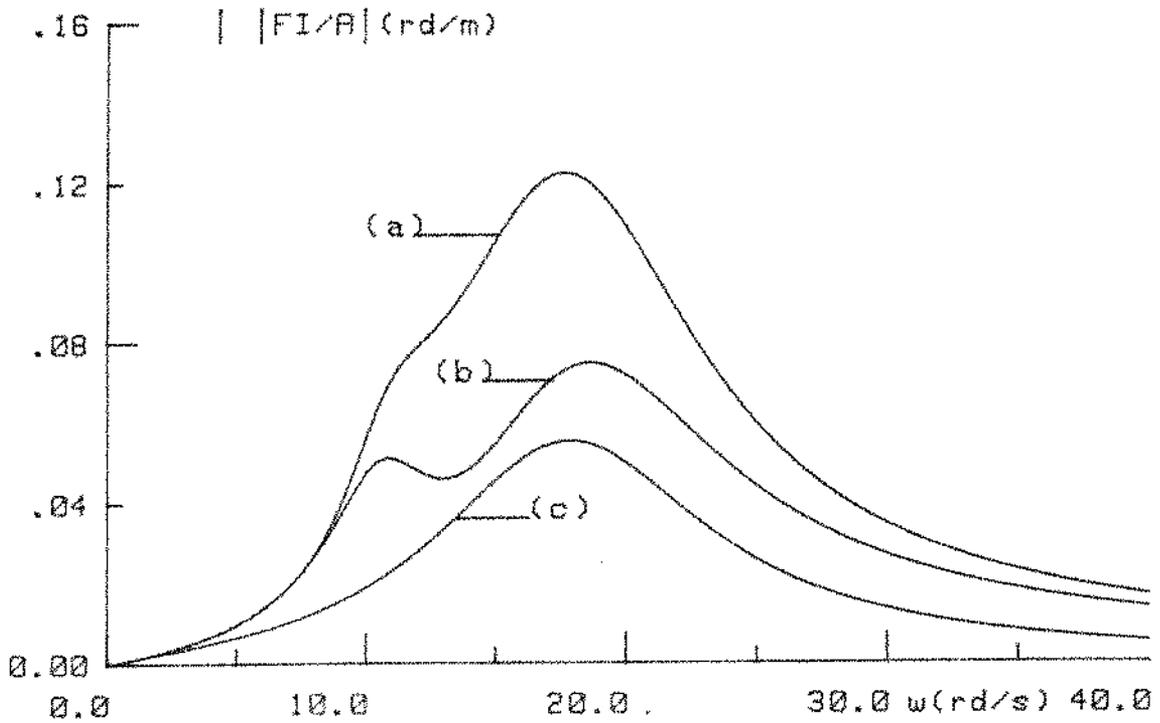


Fig. 3.1.3. $|\Phi/A|$ para volante vertical, $f_1=3\pi/2$, $f_2=0$, sendo, (a) para $(1,-3,-1)$, (b) para $(1,2,-1)$ e (c) para $(0,0,-1)$.

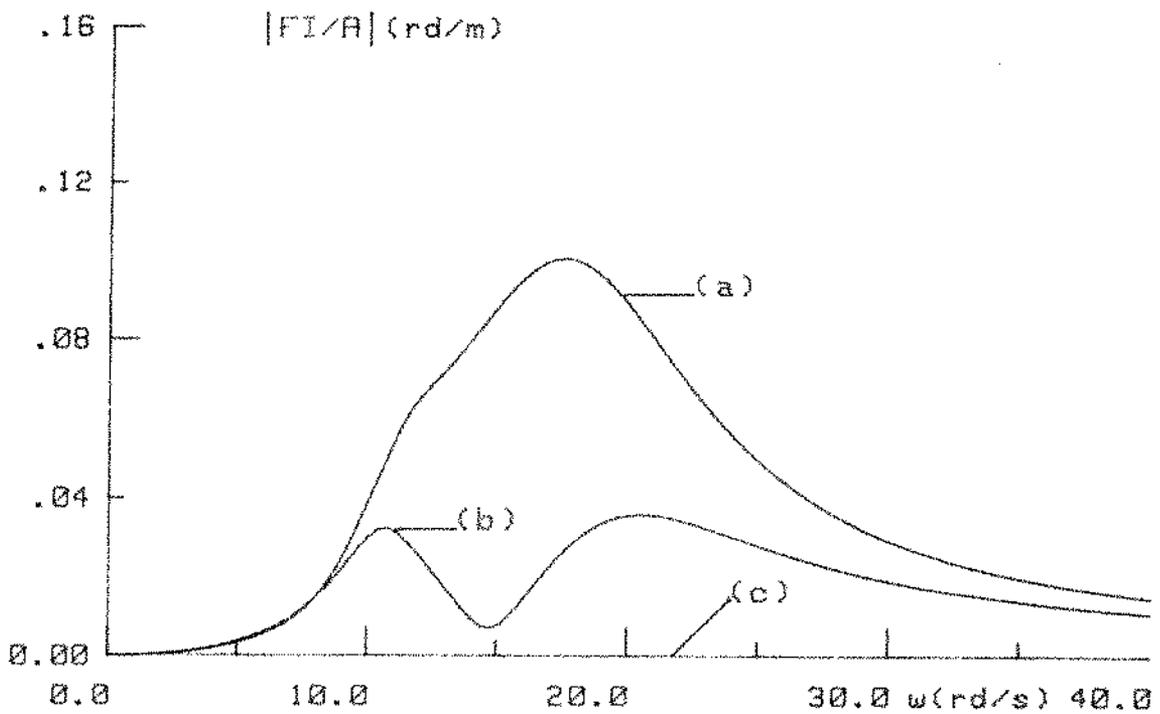


Fig. 3.1.4. $|\Phi/A|$ para volante de eixo transversal ou longitudinal, $f_1=3\pi/2$, $f_2=0$, sendo (a) para $(1,-3,1)$, (b) para $(1,2,1)$ e (c) para $(0,0,1)$.

O movimento, segundo γ , é sempre nulo se o eixo de rotação do volante é vertical, ou quando este é colocado no centro de massa do veículo.

Como a excitação ocorre basicamente segundo θ , pois $f_1 = 3\pi/2$ e $f_2 = 0$, as amplitudes $|\gamma/A|$ são maiores quando o eixo de rotação do volante é longitudinal. Este fato é mostrado na Figura (3.1.5).

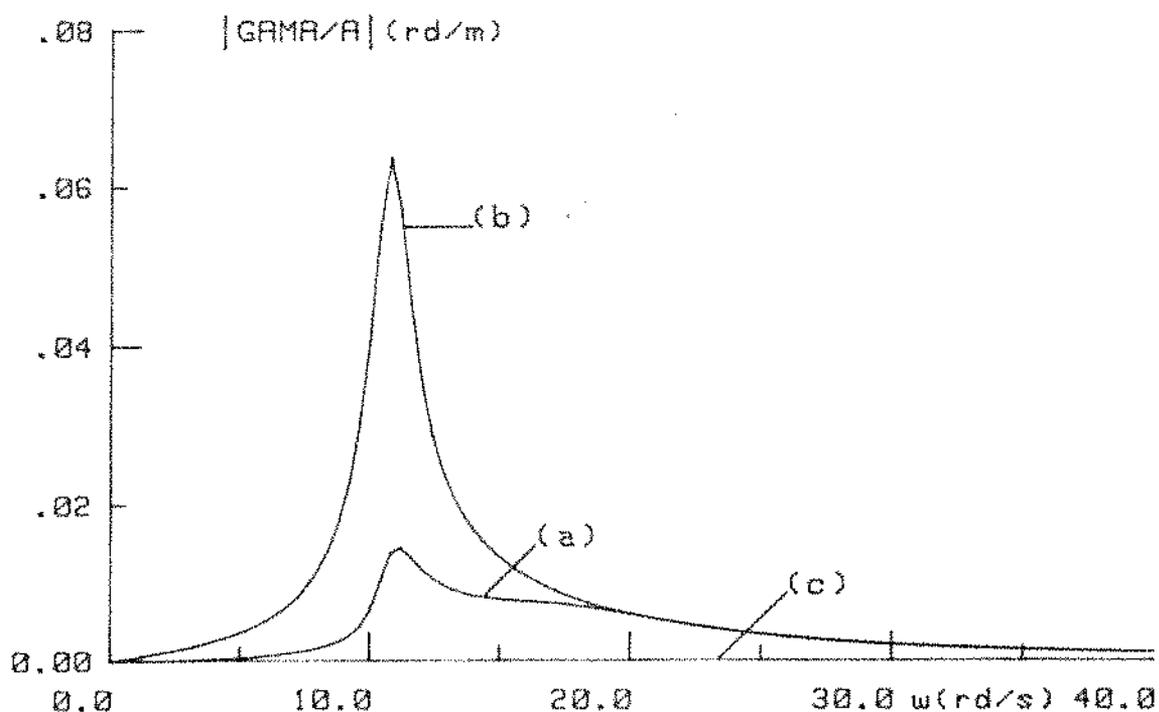


Fig. 3.1.5. $|\gamma/A|$, com $f_1 = 3\pi/2$ e $f_2 = 0$, com volante na posição $(1, -3, -1)$, sendo (a) para transversal, (b) para longitudinal e (c) para vertical.

Na Figura (3.1.6) mostra-se a influência de \bar{z} na amplitude $|\gamma/A|$ para o volante com eixo transversal.

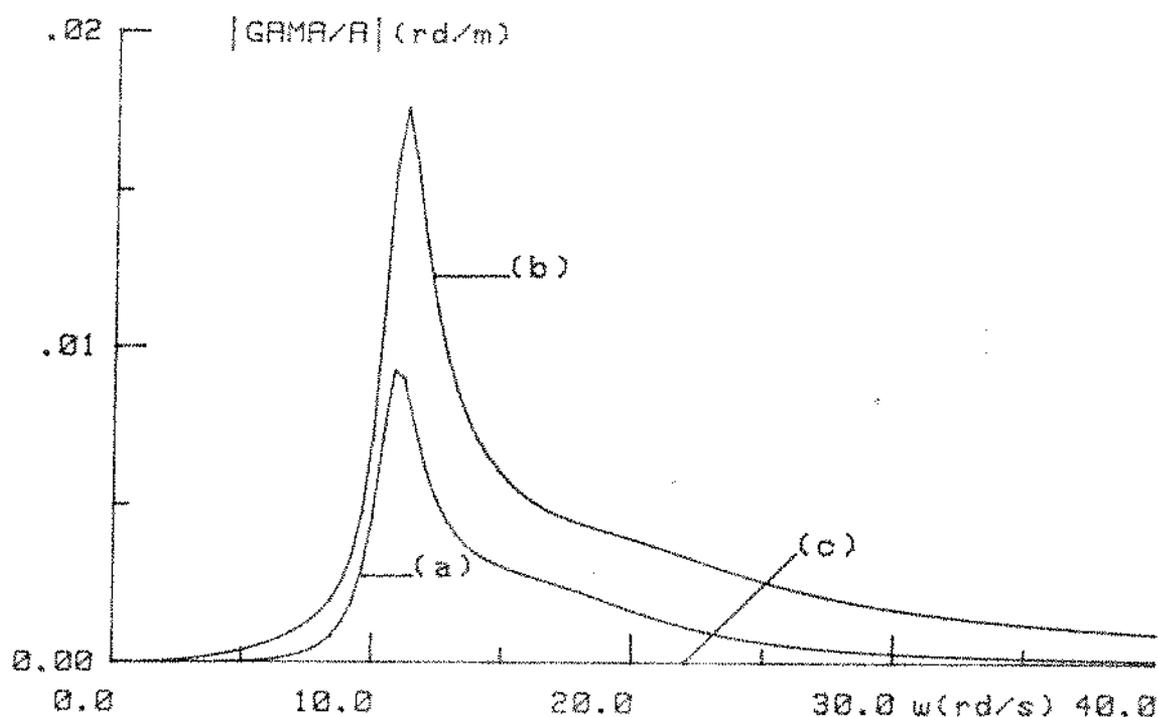


Fig. 3.1.6. $|\gamma/A|$, com $f_1=3\pi/2$ e $f_2=0$, volante transversal, sendo (a) para (1,-3,1), (b) para (1,2,-1) e (c) para (0,0,0).

Os resultados desta análise preliminar podem ser resumidos na tabela (3.2).

Tabela (3.2) - Amplitudes máximas dos movimentos do veículo com volante para $f_1=3\pi/2$ e $f_2=0$.

Amplitudes Máximas	Volante com eixo de rotação e posição					
	VERTICAL		TRANSVERSAL		LONGITUDINAL	
	(0,0,0)	fora do CG	(0,0,0)	fora do CG	(0,0,0)	fora do CG
$ Z/A $	2,25	2,25	2,25	2,25	2,25	2,25
$ \theta/A $	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
$ \phi/A $	0,06	0,13	0	0,1	0	0,1
$ \gamma/A $	0	0	0	0,023	0	0,07

Para esta condição de excitação, se o volante tem seu eixo de rotação na vertical, elimina-se o movimento do veículo segundo γ e as amplitudes $|\phi/A|$ aumentam muito pouco, comparadas

com aquelas resultantes para os eixos longitudinal ou transversal.

Esta primeira análise permite reconhecer que, quando o volante é colocado no centro de massa do veículo e tem eixo de rotação vertical, sua influência será mínima.

3.1.1. Influência da fase da excitação

As diferenças de fase entre as excitações das rodas, de finidas por f_1 e f_2 , influem no movimento do veículo, dependendo do posicionamento angular do volante.

Nesta análise escolhe-se uma posição $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \equiv (1, -3, 1)$, para a qual os efeitos do volante são mais pronunciados e verifica-se a influência do par (f_1, f_2) , com valores $(0, 0)$, $(0, \pi)$, (π, π) e $(\pi, \pi/2)$. quando o volante tem seu eixo VERTICAL, TRANSVERSAL e LONGITUDINAL.

Os movimentos segundo z e θ não são afetados pelo posicionamento do volante; entretanto, as amplitudes $|Z/A|$ e $|\theta/A|$ atingem valores máximos quando $f_1=f_2=0$ e $f_1=\pi, f_2=0$, respectivamente.

A Figura (3.1.7) mostra as diferenças de fase entre as excitações das rodas, no caso de $f_1=f_2=\pi$. Nesta condição, o veículo é excitado simultaneamente segundo θ e ϕ .

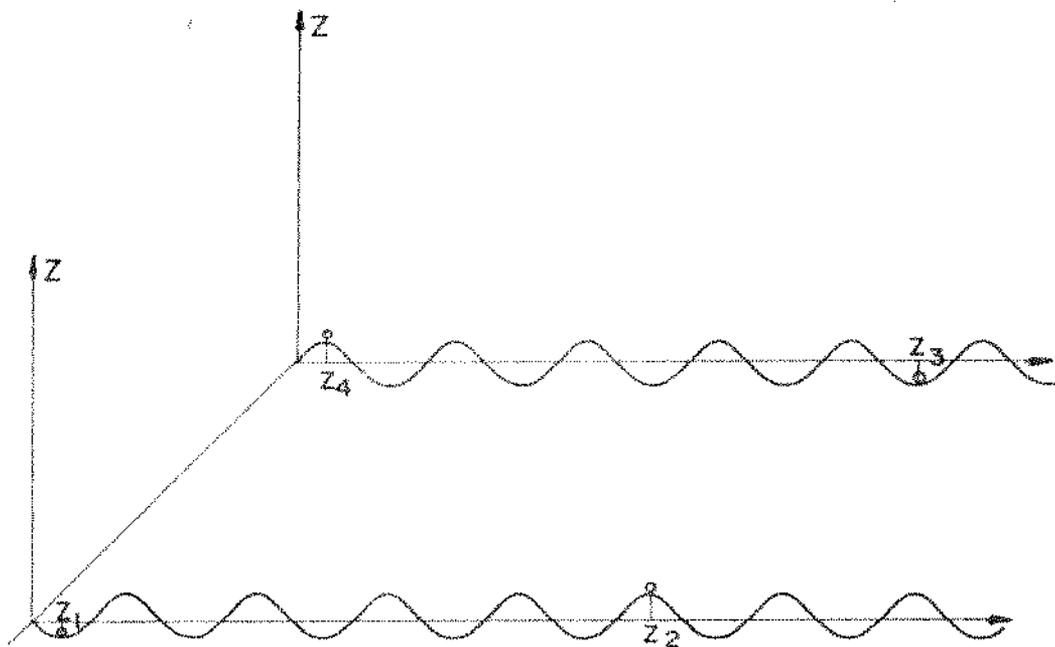


Fig. 3.1.7. Fase entre as excitações nas rodas para $f_1=f_2=\pi$.

A Tabela (3.3) apresenta os resultados numéricos obtidos para as amplitudes máximas do movimento do veículo para as três inclinações do eixo de rotação do volante, para $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (1, -3, 1)$ sob diferentes condições de excitação, sendo $|Z/A|$ em (m/m) e as demais em (rd/m).

Tabela (3.3) - Influência da fase de excitação sobre o movimento do veículo.

f_1	f_2	Amplitude Máxima	sem volante	Volante com eixo de rotação		
				VERTICAL	TRANSVERSAL	LONGITUDINAL
0	, π (ϕ)	Z/A	0,0	0,068	0,068	0,069
		θ/A	0,0	0,061	0,049	0,049
		ϕ/A	1,448	1,474	1,475	1,478
		γ/A	0,0	0,166	0,256*	0,164
π	, 0 (θ)	Z/A	0,815	0,754	0,755	0,756
		θ/A	0,608	0,626	0,628	0,628
		ϕ/A	0,0	0,136*	0,104	0,104
		γ/A	0,0	0,017	0,020	0,085
π	, π ($+\phi$ θ)	Z/A	0,0	0,020	0,020	0,021
		θ/A	0,0	0,018	0,015	0,015
		ϕ/A	0,432	0,440	0,440	0,441
		γ/A	0,0	0,049	0,076*	0,049
π	, $\pi/2$ (ϕ , $+\theta$)	Z/A	0,576	0,541	0,542	0,542
		θ/A	0,43	0,432	0,435	0,435
		ϕ/A	0,306	0,380	0,038	0,038
		γ/A	0,0	0,035	0,042	0,094
0	0 (z)	Z/A	2,754	2,754	2,754	2,754
		θ/A	0,0	0,032	0,032	0,032
		ϕ/A	0,0	0,057	0,055	0,055
		γ/A	0,0	0,006	0,011*	0,008

As amplitudes $|Z/A|$ e $|\theta/A|$ não são influenciadas pelo posicionamento do volante. $|Z/A|$ é máximo para $f_1=f_2=0$, enquanto $|\theta/A|$ atinge maiores valores quando $f_1=\pi$ e $f_2=0$.

A presença do volante faz aparecer pequenas amplitudes $|Z/A|$ e $|\theta/A|$, mesmo quando a excitação não as provoca diretamente.

casos de $f_1=0$, $f_2=\pi$ e $f_1=\pi$, $f_2=\pi$.

A influência do volante se faz sentir principalmente no movimento γ , pois este não ocorre na sua ausência.

O acoplamento dos movimentos do veículo, causado pelo efeito giroscópico do volante é maior quando a excitação gera diretamente momentos, que tentam alterar a orientação do seu eixo de rotação. Este fato é confirmado, na Tabela (3.3), para o caso de eixo transversal e $f_1=0$, $f_2=\pi$ e também quando o eixo é longitudinal sendo, $f_1=\pi$ e $f_2=\pi/2$.

O volante com eixo de rotação vertical provoca maiores amplitudes $|\gamma/A|$ quando a excitação é segundo ϕ , com $f_1=0$ e $f_2=\pi$.

Quando o eixo de rotação é transversal, $|\gamma/A|$ é máximo para $f_1=0$ e $f_2=\pi$, sendo esta a condição crítica.

Para o volante longitudinal, $|\gamma/A|$ atinge maiores valores quando se excita segundo θ .

Os asteriscos da Tabela (3.3) indicam condições mais desfavoráveis do posicionamento angular (α, β) quando comparadas com as amplitudes de movimento do veículo sem o volante.

A Figura (3.1.8) mostra $|Z/A|$ e $|\theta/A|$ em função de ω , para $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})=(1, -3, 1)$, sendo $f_1=0$ e $f_2=\pi$; deve-se notar que nestas condições, sem o volante, estas amplitudes são nulas.

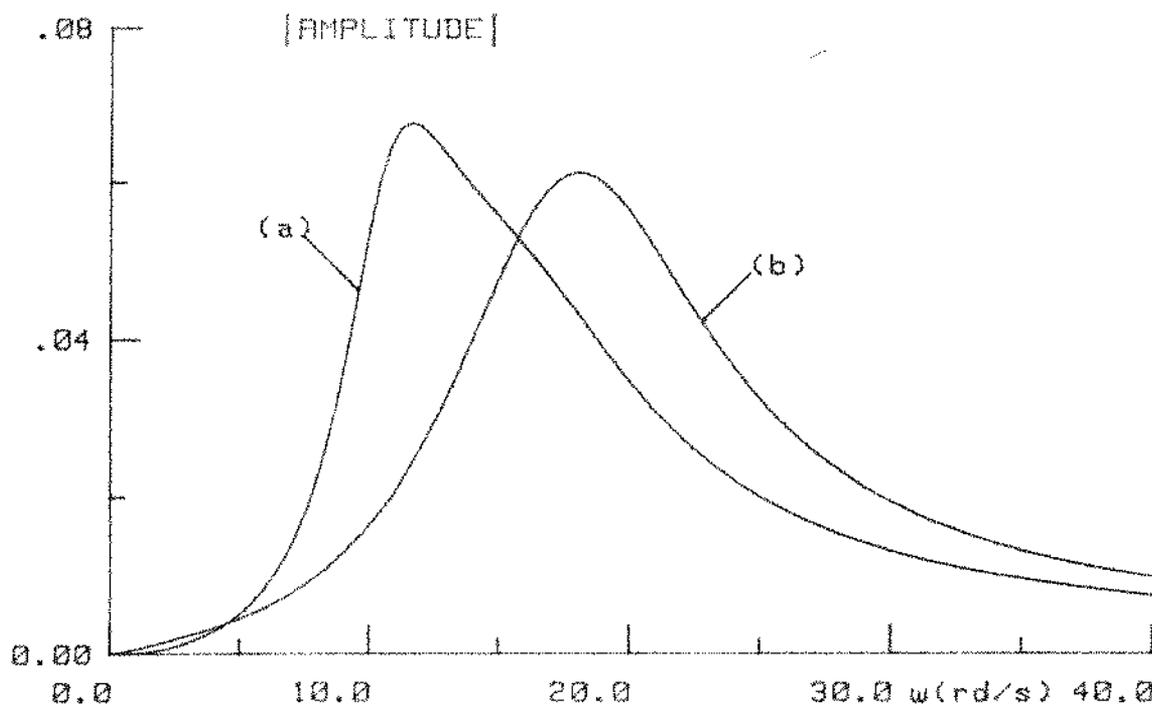


Fig. 3.1.8. Amplitudes para volante vertical, $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})=(1, -3, 1)$, $f_1=0$, $f_2=\pi$, sendo (a) para $|Z/A|$ em (m/m), e (b) para $|\theta/A|$ em (rd/m).

A Figura (3.1.9) mostra o efeito do posicionamento angular do volante na amplitude $|\gamma/A|$.

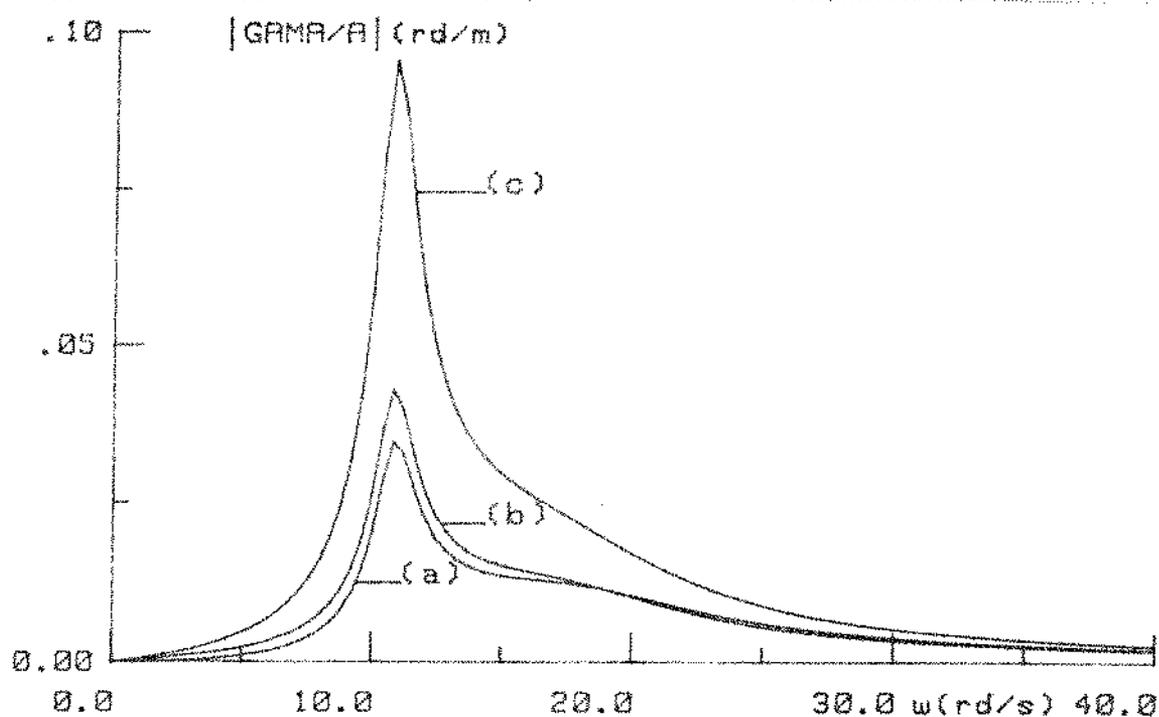


Fig. 3.1.9. $|\gamma/A|$, para $f_1=\pi$ e $f_2=\pi/2$, $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})=(1, -3, 1)$, sendo (a) para volante vertical, (b) transversal e (c) longitudinal.

A influência da fase de excitação nos movimentos segundo ϕ e γ podem ser observados nas Figuras (3.1.10) e (3.1.11).

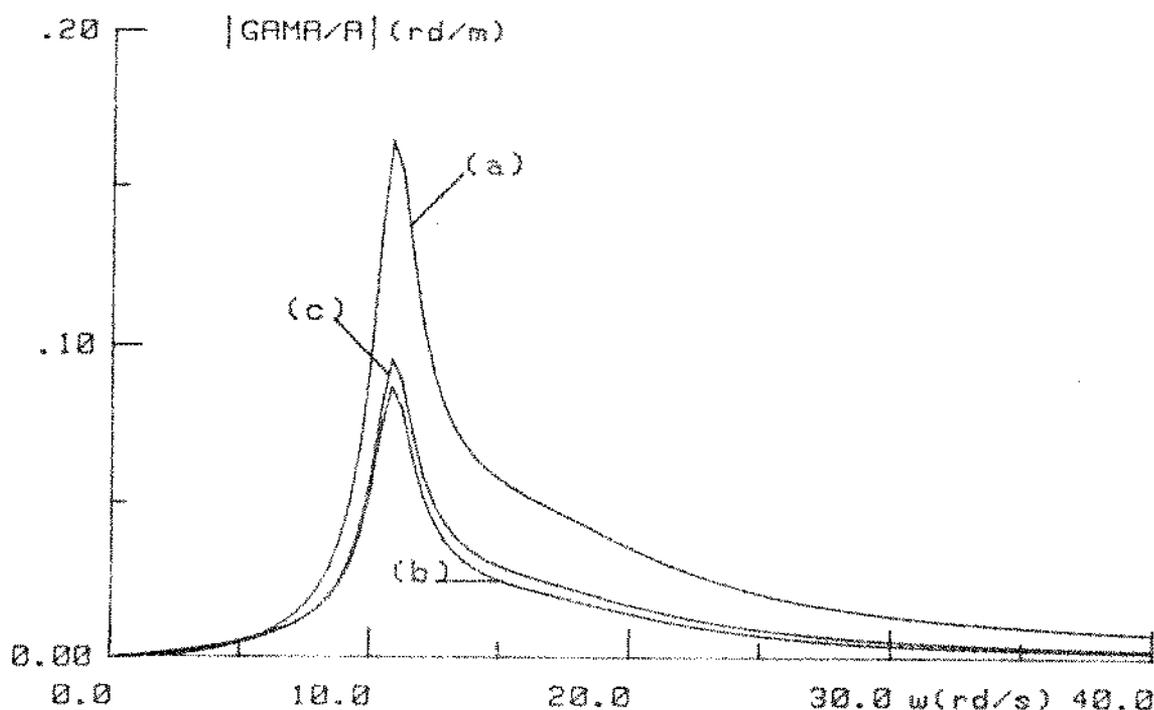


Fig. 3.1.10. $|\gamma/A|$ para volante com eixo longitudinal, $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})=(1, -3, 1)$, sendo (a) para $f_1=0$ e $f_2=\pi$, (b) para $f_1=\pi$ e $f_2=0$, (c) para $f_1=\pi$ e $f_2=\pi/2$.

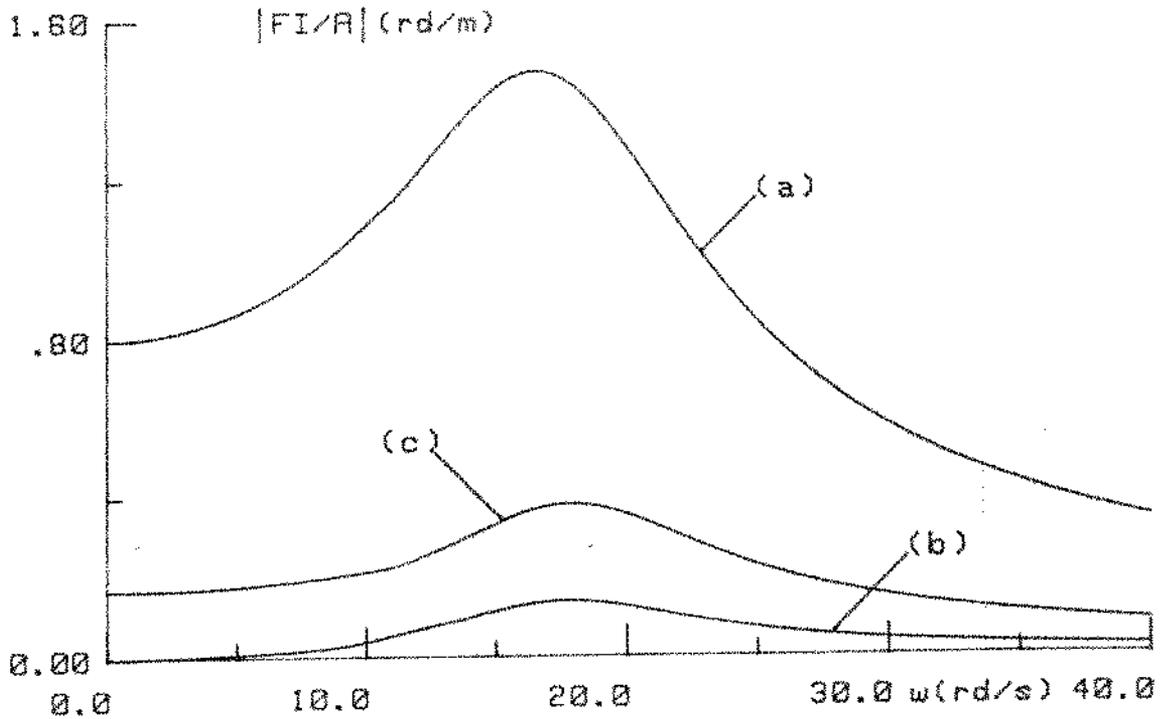


Fig. 3.1.11. $|\phi/A|$ para volante com eixo vertical $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (1, -3, 1)$, sendo (a) para $f_1 = 0$ e $f_2 = \pi$, (b) para $f_1 = \pi$ e $f_2 = 0$, (c) para $f_1 = \pi$ e $f_2 = \pi/2$.

Pode-se concluir que a posição ideal para o volante é o centro de massa do veículo, estando seu eixo de rotação na direção vertical.

Como, em princípio, esta condição é impraticável, usando a metodologia apresentada pode-se escolher a posição mais favorável para o volante entre as que estão disponíveis no veículo.

Desta forma, pode-se calcular as amplitudes dos movimentos do veículo para cada aplicação particular.

3.2. Esforços nos mancais do volante.

Os esforços nos mancais do volante são gerados pelas acelerações impostas pelo movimento do veículo. Como o movimento é harmônico, representando-se as coordenadas generalizadas pela variável q , tem-se:

$$q = Ae^{i\omega t}, \quad \dot{q} = i\omega Ae^{i\omega t} \quad \text{e} \quad \ddot{q} = -\omega^2 Ae^{i\omega t}$$

ou

$$|\ddot{q}| = \omega^2 |q| \quad \text{e} \quad |\dot{q}| = \omega |q| \quad (3.2.1)$$

A partir das equações (3.2.1) é possível calcular as reações nos mancais, conhecendo-se as amplitudes de movimento do veículo.

Os mancais absorvem as forças provenientes da aceleração do centro de massa do volante e os momentos gerados por sua aceleração angular.

A equação (2.2.9) estabelece a velocidade do centro de massa do volante, escrita no sistema de referências S, que linearizada é:

$$\underline{S}_{V^R} = \begin{pmatrix} \bar{z}\dot{\phi} - \bar{y}\dot{\gamma} \\ \bar{x}\dot{\gamma} - \bar{z}\dot{\theta} \\ \dot{z} + \bar{y}\dot{\theta} - \bar{x}\dot{\phi} \end{pmatrix} \quad (3.2.2)$$

Em relação ao referencial inercial $\underline{I}_{V^R} = \underline{I}_T^S \cdot \underline{S}_{V^R}$,

A matriz de transformação \underline{I}_T^S é dada pela equação (2.2.3) e quando linearizada fica:

$$\underline{I}_T^S = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma & \phi \\ \gamma & 1 & 0 \\ -\phi & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Então, a partir de (3.2.2) tem-se:

$$\underline{I}_{V^R} = \begin{pmatrix} \bar{z}\dot{\phi} - \bar{y}\dot{\gamma} \\ \bar{x}\dot{\gamma} - \bar{z}\dot{\theta} \\ \dot{z} + \bar{y}\dot{\theta} - \bar{x}\dot{\phi} \end{pmatrix}$$

A aceleração do centro de massa do volante é obtida pela derivada da sua velocidade em relação ao tempo:

$$\underline{I}_a^R = \frac{d}{dt} (\underline{I}_{V^R}) = \begin{pmatrix} \bar{z}\ddot{\phi} - \bar{y}\ddot{\gamma} \\ \bar{x}\ddot{\gamma} - \bar{z}\ddot{\theta} \\ \ddot{z} + \bar{y}\ddot{\theta} - \bar{x}\ddot{\phi} \end{pmatrix}$$

Para o sistema S', solidário ao volante, tem-se

$$\underline{S}'_a^R = \underline{S}'_T^S \cdot (\underline{S}_T^S)^T \cdot \underline{I}_a^R = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix},$$

sendo:

$$\begin{aligned}
a_1 &= (\bar{z}\ddot{\phi} - \bar{y}\ddot{\gamma})c\alpha - (\bar{x}\ddot{\gamma} - \bar{z}\ddot{\theta})s\alpha \\
a_2 &= (\bar{z}\ddot{\phi} - \bar{y}\ddot{\gamma})c\beta s\alpha + (\bar{x}\ddot{\gamma} - \bar{z}\ddot{\theta})c\alpha c\beta - (\bar{z} + \bar{y}\ddot{\theta} - \bar{x}\ddot{\phi})s\beta \\
a_3 &= (\bar{z}\ddot{\phi} - \bar{y}\ddot{\gamma})s\beta s\alpha + (\bar{x}\ddot{\gamma} - \bar{z}\ddot{\theta})s\beta c\alpha + (\bar{z} + \bar{y}\ddot{\theta} - \bar{x}\ddot{\phi})c\beta
\end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Aplicando a primeira lei de Newton, obtêm-se o vetor R_c gerado pela aceleração do centro de massa do volante:

$$\underset{\sim}{S}'_{R_c} = m_R \underset{\sim}{S}'_{a^R} = \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix}$$

sendo,

$$r_x = m_R a_1, \quad r_y = m_R a_2 \quad \text{e} \quad r_z = m_R a_3 \quad (3.2.4)$$

A velocidade angular do volante, dada pela equação (2.2.10) quando linearizada, é:

$$\underset{\sim}{S}_{\omega^R} = \begin{pmatrix} \Omega s\alpha s\beta + \dot{\theta} \\ \Omega c\alpha s\beta + \dot{\phi} \\ \Omega c\beta + \dot{\gamma} \end{pmatrix}$$

Para o referencial inercial, a velocidade angular $\underset{\sim}{I}_{\omega^R} = \underset{\sim}{I}_T^S \cdot \underset{\sim}{S}_{\omega^R}$, é:

$$\underset{\sim}{I}_{\omega^R} = \begin{pmatrix} \dot{\theta} + \Omega s\alpha s\beta - \gamma \Omega c\alpha s\beta + \phi \Omega c\beta \\ \gamma \Omega s\alpha s\beta + \Omega c\alpha s\beta + \dot{\phi} + \theta \Omega c\beta \\ \dot{\gamma} - \phi \Omega s\alpha s\beta + \theta \Omega c\alpha s\beta + \Omega c\beta \end{pmatrix} \quad (3.2.5)$$

A aceleração angular do volante é obtida derivando-se (3.2.5) em relação ao tempo:

$$\underset{\sim}{I}_{\dot{\omega}^R} = \frac{d}{dt} (\underset{\sim}{I}_{\omega^R}) = \begin{pmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 \end{pmatrix},$$

sendo:

$$\begin{aligned}
\dot{\omega}_1 &= \ddot{\theta} - \dot{\gamma} \Omega c\alpha s\beta + \dot{\phi} \Omega c\beta \\
\dot{\omega}_2 &= \dot{\gamma} \Omega s\alpha s\beta + \ddot{\phi} + \dot{\theta} \Omega c\beta \\
\dot{\omega}_3 &= \dot{\gamma} - \dot{\phi} \Omega s\alpha s\beta + \dot{\theta} \Omega c\alpha s\beta
\end{aligned} \quad (3.2.6)$$

Para o sistema S' , solidário ao volante, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \underline{S}'_I R &= \underline{S}'_I S \cdot \underline{S}'_I R = \underline{S}'_I S \cdot (\underline{S}'_I I \cdot \underline{I}'_I R) = \\
 &= \begin{pmatrix} c\alpha\dot{\omega}_1 - s\alpha\dot{\omega}_2 \\ s\alpha c\beta\dot{\omega}_1 + c\alpha c\beta\dot{\omega}_2 - s\beta\dot{\omega}_3 \\ s\alpha s\beta\dot{\omega}_1 + c\alpha s\beta\dot{\omega}_2 + c\beta\dot{\omega}_3 \end{pmatrix} \quad (3.2.7)
 \end{aligned}$$

Aplicando a segunda lei de Newton obtêm-se o vetor momento que age sobre o volante:

$$\underline{S}'_I M = \underline{S}'_I R \cdot \underline{S}'_I R = \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix},$$

sendo:

$$\begin{aligned}
 m_x &= J_R (c\alpha\dot{\omega}_1 - s\alpha\dot{\omega}_2) \\
 m_y &= J_R (s\alpha c\beta\dot{\omega}_1 + c\alpha c\beta\dot{\omega}_2 - s\beta\dot{\omega}_3) \\
 m_z &= I_R (s\alpha s\beta\dot{\omega}_1 + c\alpha s\beta\dot{\omega}_2 + c\beta\dot{\omega}_3) \quad (3.2.8)
 \end{aligned}$$

As equações (3.2.4) e (3.2.8) determinam os esforços que agem sobre os mancais do volante, de acordo com a Figura (3.2.1).

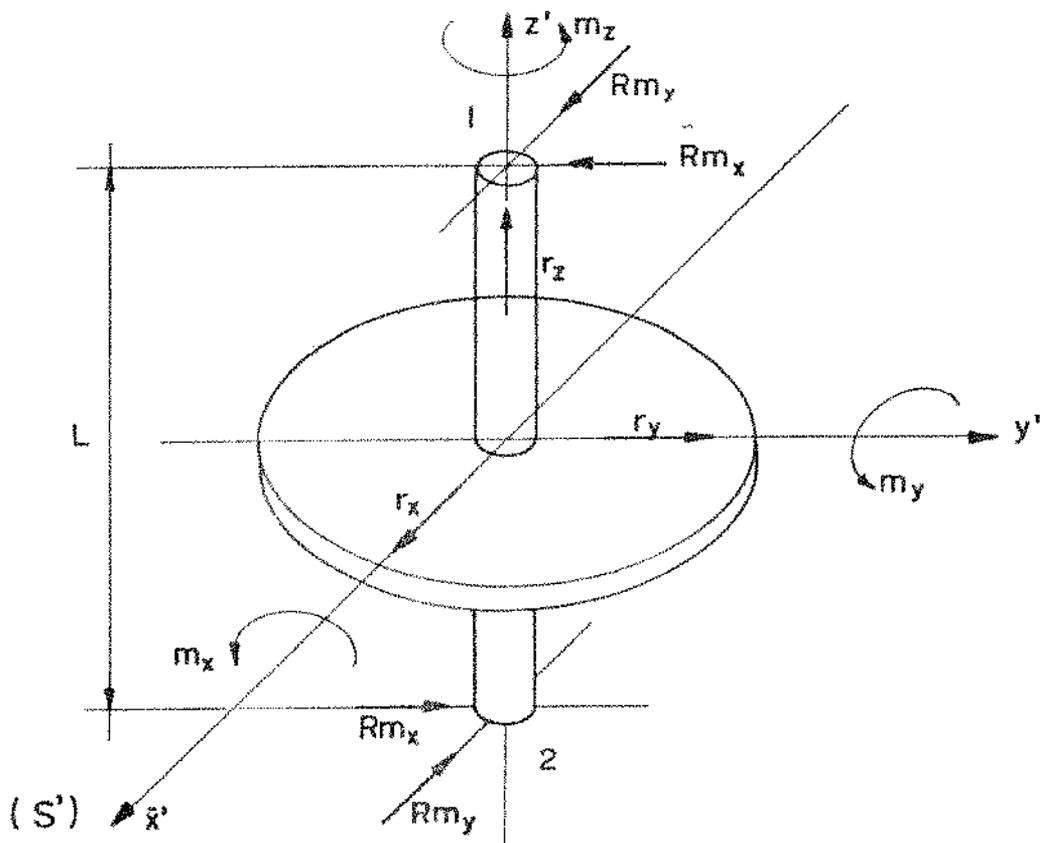


Fig. 3.2.1. Esforços nos mancais do volante.

Na Figura (3.2.1), R_{mx} indica o esforço nos mancais 1 e 2, espaçados de L , gerados pelo momento mx , enquanto R_{my} representa o efeito de my .

Desta forma, o esforço axial nos mancais é:

$$R_a = r_z \quad (3.2.9)$$

Para o mancal 1, tem-se:

$$\text{na direção } x': \quad \frac{r_x}{2} + R_{my} = \frac{r_x}{2} + \frac{my}{L}$$

$$\text{na direção } y': \quad \frac{r_y}{2} - R_{mx} = \frac{r_y}{2} - \frac{mx}{L}$$

Então, o esforço radial, resultante do mancal 1, fica:

$$R_1 = \sqrt{\left(\frac{r_x}{2} + \frac{my}{L}\right)^2 + \left(\frac{r_y}{2} - \frac{mx}{L}\right)^2} \quad (3.2.10)$$

Da mesma forma, obtêm-se o esforço radial resultante no mancal 2:

$$R_2 = \sqrt{\left(\frac{r_x}{2} - \frac{my}{L}\right)^2 + \left(\frac{r_y}{2} + \frac{mx}{L}\right)^2} \quad (3.2.11)$$

As equações (3.2.9), (3.2.10) e (3.2.11) permitem o cálculo dos esforços, a partir das amplitudes dos movimentos z , θ , ϕ e γ , de acordo com as equações (3.2.1).

Foi desenvolvido um programa computacional, para a calculadora HP 9845 que, a partir dos valores das amplitudes $|Z/A|$, $|\theta/A|$, $|\phi/A|$ e $|\gamma/A|$ calcula as reações $|R_a/A|$, $|R_1/A|$ e $|R_2/A|$ para diferentes valores dos parâmetros $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ e (α, β) e qualquer defasamento, f_1 e f_2 , da excitação. A listagem deste programa está no apêndice II.

A tabela (3.4) apresenta os valores máximos dos esforços $|R_a/A|$, $|R_1/A|$ e $|R_2/A|$ para o volante com eixo de rotação vertical, transversal e longitudinal, com $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (1, -3, 1)$, sob diferentes condições de excitação.

Tabela (3.4) - Esforços nos mancais do volante, $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (1, -3, 1)$

f_1	f_2	Esforços (kN/m)	Volante com eixo de rotação		
			VERTICAL	TRANSVERSAL	LONGITUDINAL
0 (ϕ)	π	$ R_a/A $	176,45	175,37	1,61
		$ R_1/A $	497,87	496,78	120,49
		$ R_2/A $	486,34	488,68	127,40
π (θ)	0	$ R_a/A $	197,47	13,97	66,71
		$ R_1/A $	229,15	120,83	219,23
		$ R_2/A $	199,0	95,21	232,28
π ($+\phi, \theta$)	π	$ R_a/A $	52,67	52,35	0,48
		$ R_1/A $	148,60	148,28	35,97
		$ R_2/A $	145,16	145,86	38,03
π ($\phi, +\theta$)	$\pi/2$	$ R_a/A $	171,10	45,26	45,47
		$ R_1/A $	227,67	172,24	129,97
		$ R_2/A $	165,72	129,08	181,41

Para a excitação, segundo ϕ , isto é $f_1=0$ e $f_2=\pi$, os esforços são maiores quando o volante tem eixo vertical ou transversal, sendo estas as condições críticas.

Para o volante longitudinal, a pior situação é a da excitação segundo θ , com $f_1=\pi$ e $f_2=0$. Os esforços nos mancais do volante vertical são sempre maiores que nos das posições transversal ou longitudinal, embora, em termos de influência no movimento do veículo, esta seja a melhor posição.

O efeito da posição do volante, em termos de $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, nos esforços, é semelhante ao caso do movimento. Para o volante, próximo do centro de massa do veículo, são menores os esforços em seus mancais.

A influência do posicionamento angular do volante sobre os esforços nos mancais é apresentado nas Figuras (3.2.2), (3.2.3) e (3.2.4), para $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (1, -3, 1)$, sendo $f_1=\pi$ e $f_2 = \pi/2$.

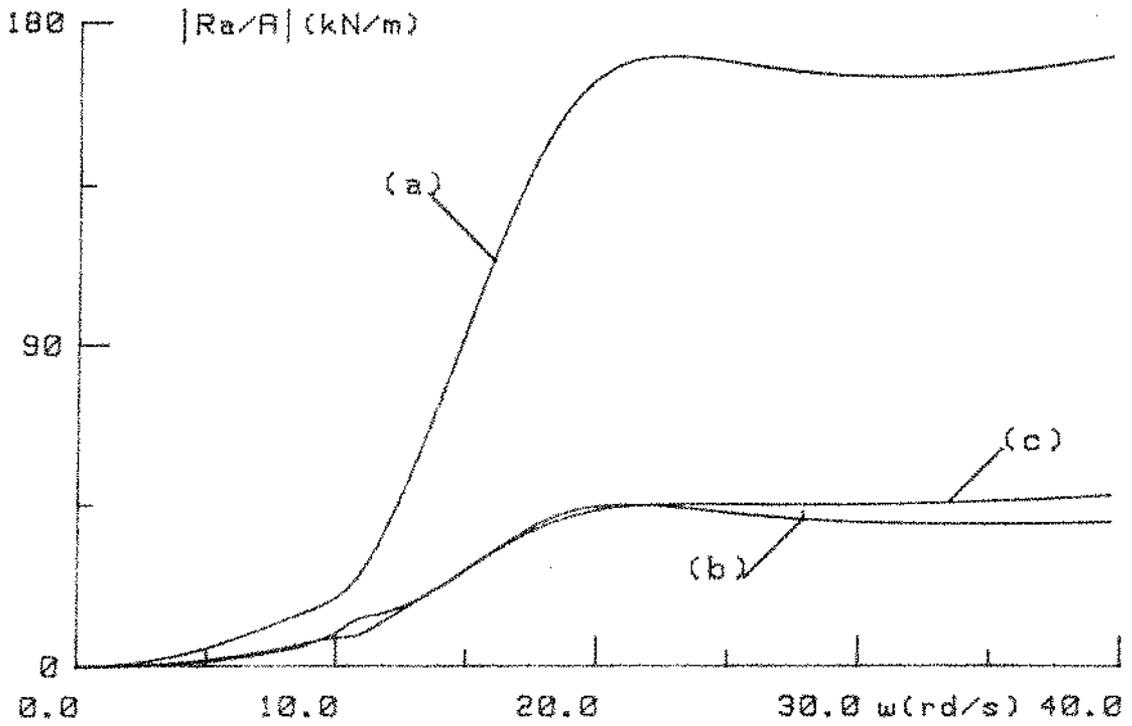


Fig. 3.2.2. $|R_a/A|$ para $f_1 = \pi$ e $f_2 = \pi/2$ e $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (1, -3, 1)$ sendo (a) para volante vertical, (b) para volante transversal e (c) para volante longitudinal.

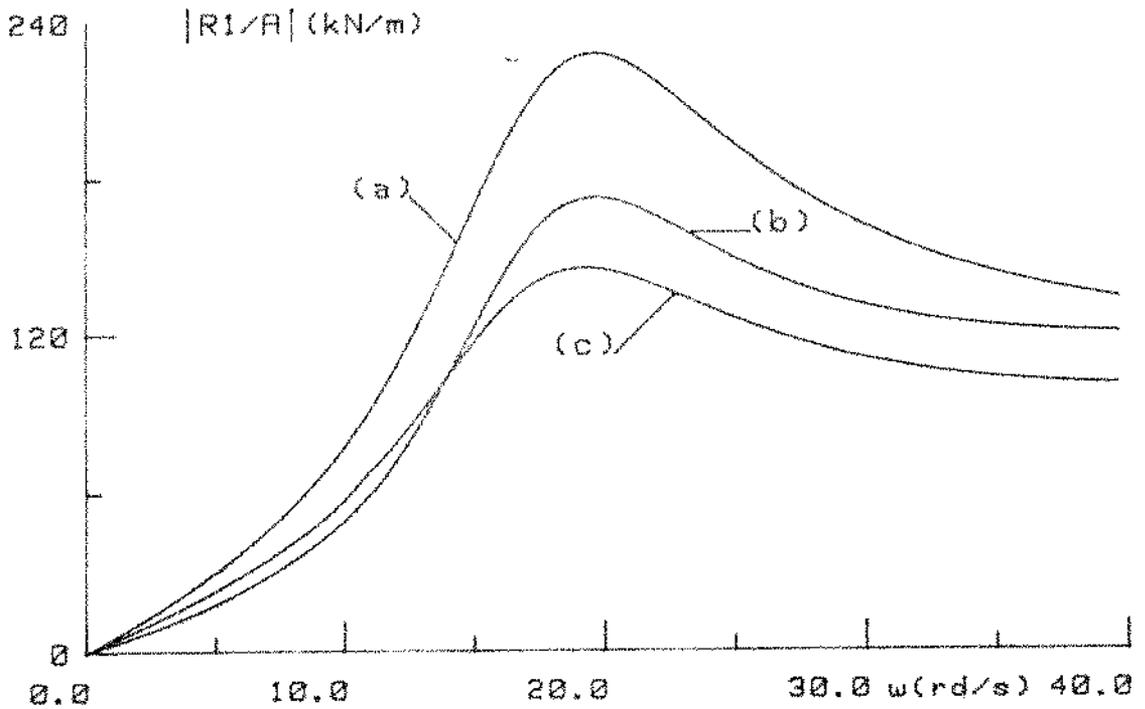


Fig. 3.2.3. $|R_1/A|$ para $f_1 = \pi$ e $f_2 = \pi/2$ e $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (1, -3, 1)$, sendo (a) para volante vertical, (b) para volante transversal e (c) para volante longitudinal.

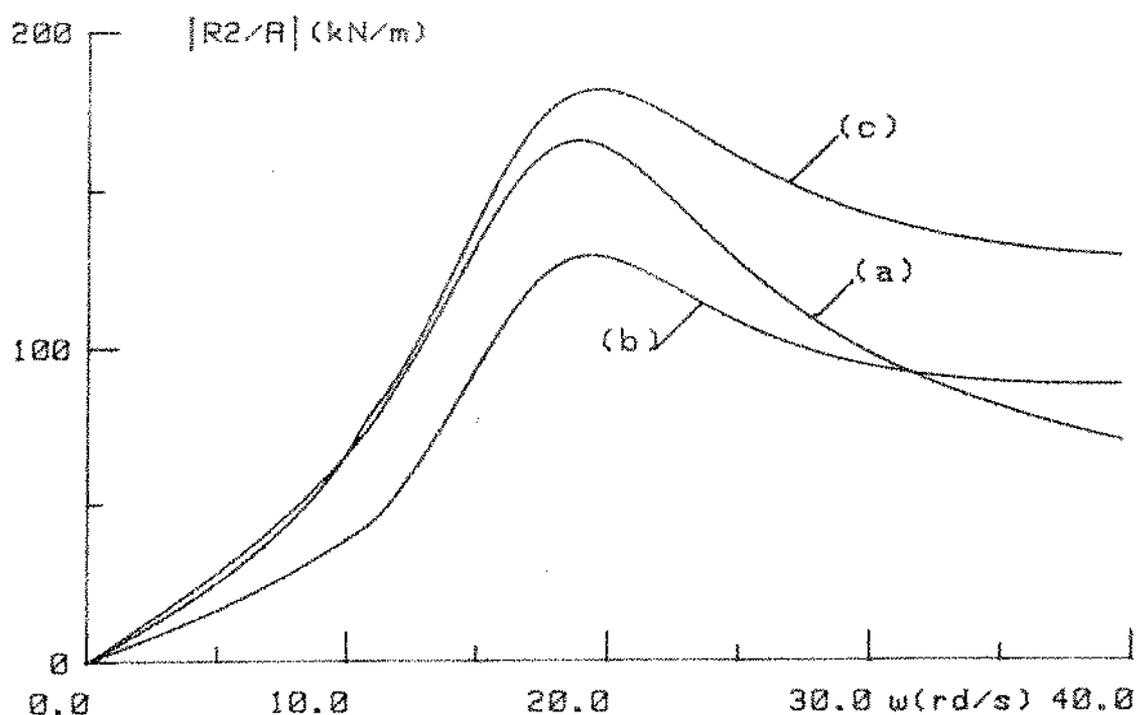


Fig. 3.2.4. $|R_2/A|$ para $f_1 = \pi$ e $f_2 = \pi/2$ e $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (1, -3, 1)$, sendo (a) para volante vertical, (b) para transversal e (c) para longitudinal.

A posição do volante segundo $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ influe nos esforços de acordo com as Figuras (3.2.5), (3.2.6) e (3.2.7).

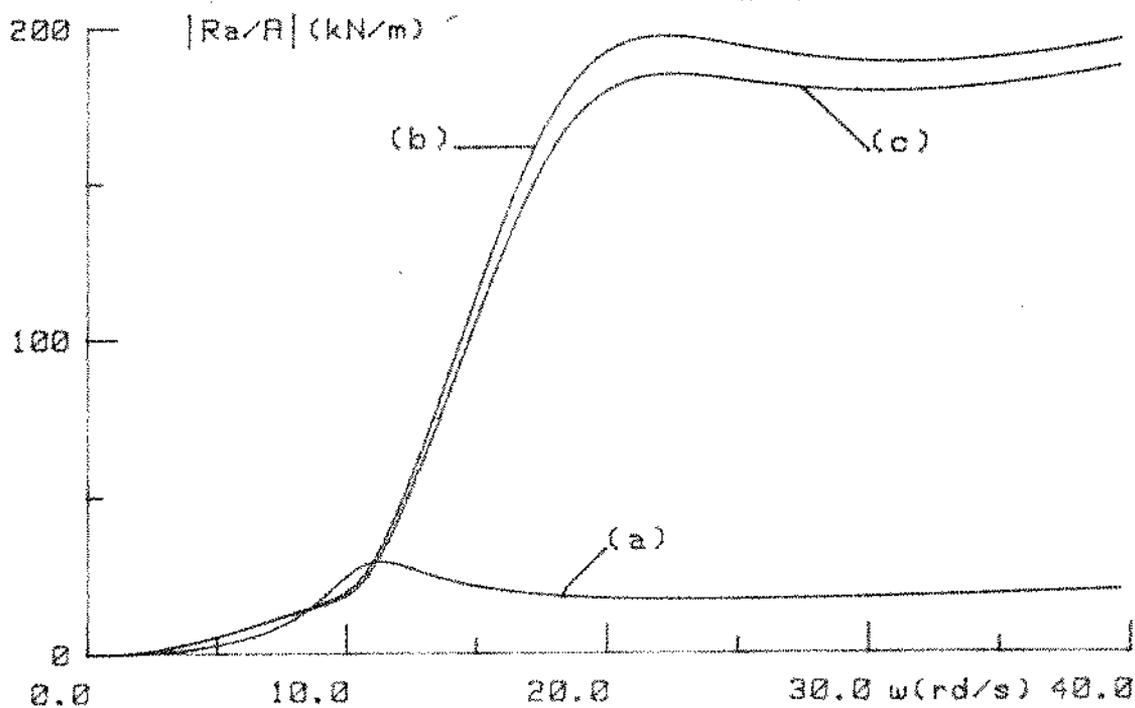


Fig. 3.2.5. $|R_a/A|$ para volante vertical, $f_1 = \pi$ e $f_2 = 0$, sendo (a) para $(0, 0, 0)$, (b) para $(1, -3, 1)$, e (c) para $(0, -3, 0)$.

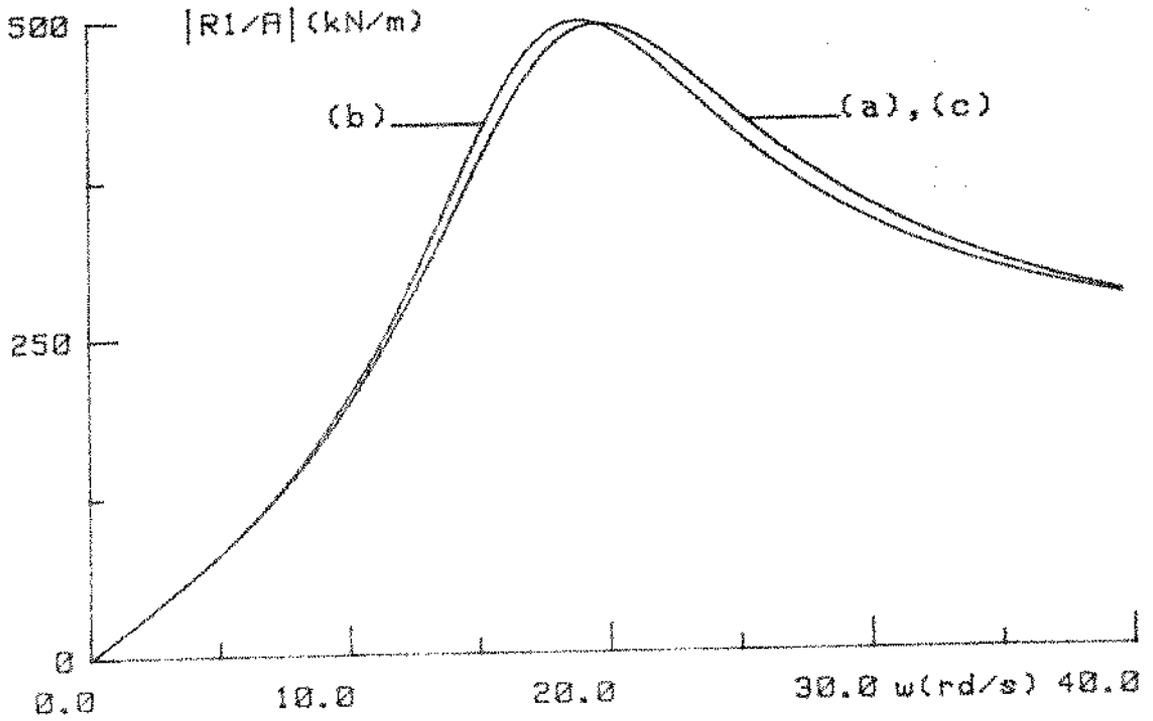


Fig. 3.2.6. $|R_1/A|$ para volante vertical, $f_1=0$, $f_2=\pi$, sendo (a) para $(0,0,0)$, (b) para $(1,-3,1)$ e (c) para $(0,-3,0)$.

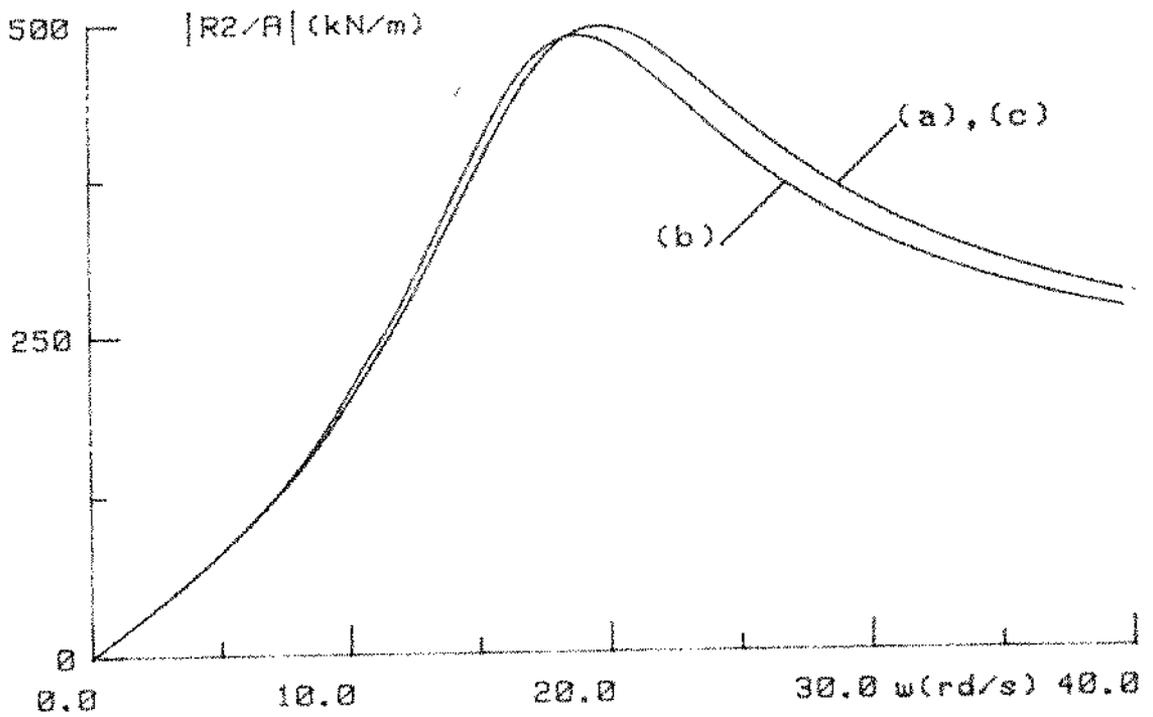


Fig. 3.2.7. $|R_2/A|$ para volante transversal, $f_1=0$, $f_2=\pi$, sendo (a) para $0,0,0$, (b) para $(1,-3,1)$ e (c) para $(0,-3,0)$.

As curvas, que representam os esforços nos mancais, mostram um comportamento sempre crescente quando a frequência da excitação aumenta. Isto ocorre porque, para uma amplitude de excitação constante, está-se injetando cada vez mais energia no sistema, à medida que a frequência sobe.

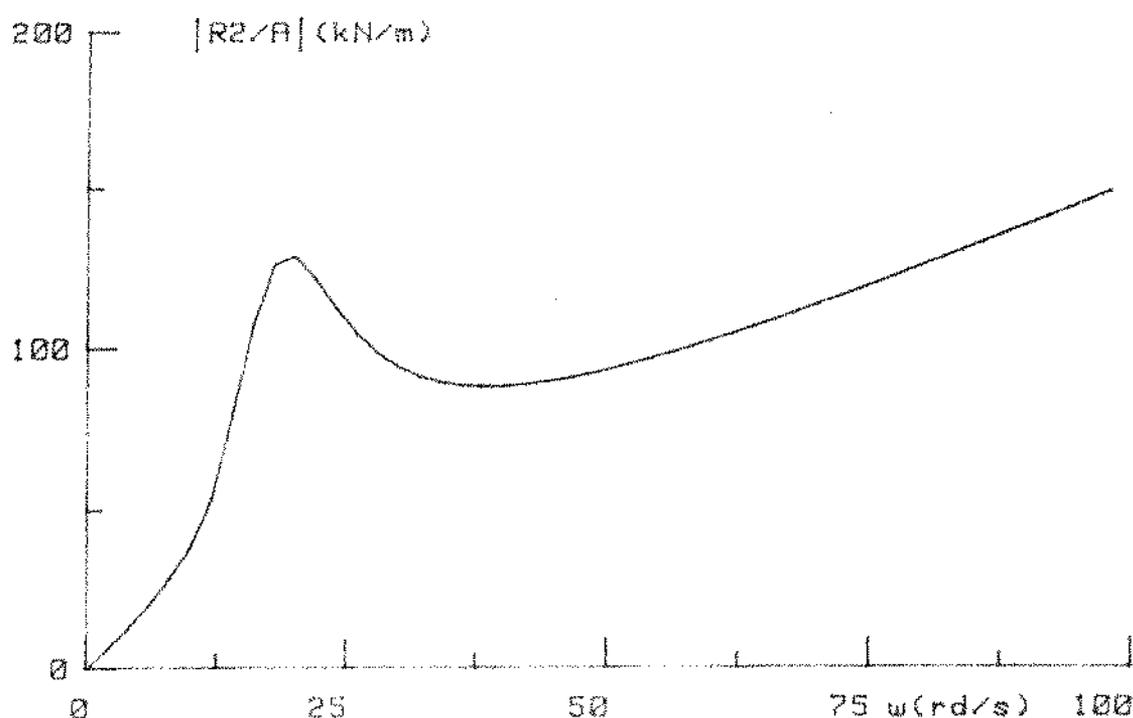


Fig. 3.2.8. $|R_2/A|$ para volante transversal, $f_1=0$, $f_2=\pi/2$, $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (1, -3, 1)$.

Desta forma, não se pode considerar estes esforços como reais no caso do projeto dos mancais do volante.

As excitações que agem nas rodas do veículo provêm das irregularidades do piso, cujas amplitudes em frequências altas são normalmente pequenas.

3.3. Natureza aleatória da excitação das rodas.

Os valores obtidos no item (3.2), para os esforços dos mancais do volante, crescem indefinidamente com a frequência da excitação, pois naqueles casos a amplitude A foi mantida constante e independente de ω .

A excitação das rodas, Z_i e \dot{Z}_i , são provocadas pelas irregularidades do piso na qual o veículo trafega. Até aqui considerou-se Z_i como uma função harmônica, quando, na realidade, seu

comportamento é aleatório [18].

As características do perfil do solo, em cada tipo de pista, são normalmente determinadas em termos da função densidade espectral das irregularidades.

Considerando-se que o perfil do solo pode ser descrito por uma variável aleatória $z(x)$, com comportamento estacionário e ergódico, e sendo $z_n(x)$ uma das suas componentes harmônicas associada a um comprimento de onda λ_n , pode-se escrever:

$$z_n(x) = A_n \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi x}{\lambda_n} \right) = A_n \operatorname{sen} (\Omega_n x) \quad (3.3.1)$$

Na equação (3.3.1) Ω_n define a frequência espacial de $z_n(x)$ e pode ser expressa em radianos por metro ou ciclos por metro.

As informações obtidas na literatura [13] e [19] indicam quais os valores esperados para a amplitude A_n em cada frequência Ω_n , de acordo com o tipo de pista.

Estes dados são apresentados em curvas da densidade de espectral $S(\Omega) = f(\Omega)$, como os da Figura (3.3.1.a).

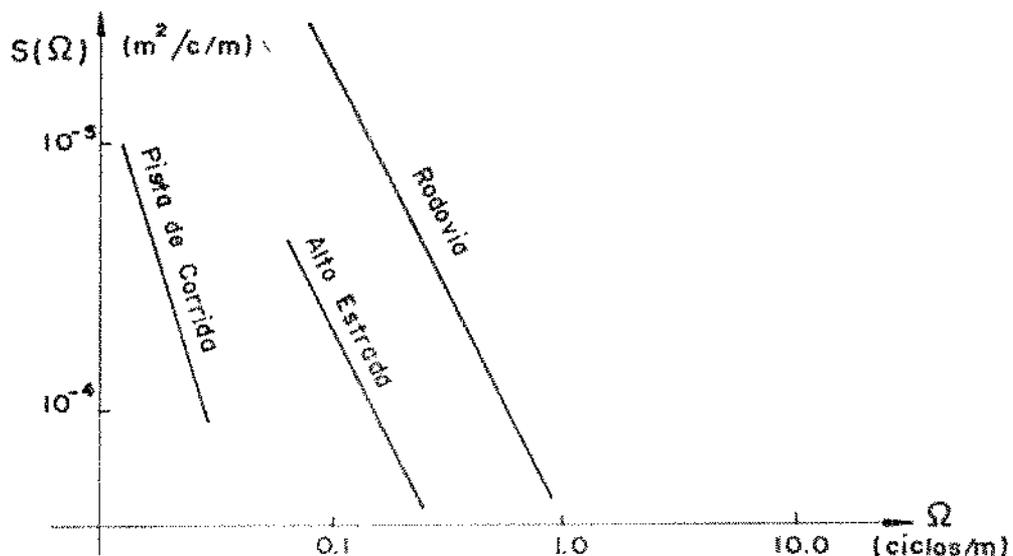


Fig.3.3.1.a. Densidade espectral em função da frequência espacial para diferentes tipos de pistas.

De um modo geral a função S é proporcional ao inverso da

frequência Ω , sendo $S(\Omega) = C \cdot \Omega^{-N}$.

Pode-se obter o valor médio quadrático da amplitude, \bar{A} , a partir da função $S(\Omega)$, [20]:

$$\bar{A}^2 = \int_0^{\infty} S(\Omega) d\Omega \quad (3.3.2)$$

Numa certa banda de frequência, definida por Ω_1 e Ω_2 , pode-se calcular \bar{A}_{12}^2 a partir de (3.3.2), sendo:

$$\bar{A}_{12}^2 = \int_{\Omega_2}^{\Omega_1} S(\Omega) d\Omega \quad (3.3.3)$$

A raiz quadrada da média quadrática fornece o valor RMS para a amplitude em cada banda de frequências.

A frequência espacial está relacionada com a frequência temporal através da velocidade do veículo:

$$\omega(H_z) = \Omega(\text{ciclos/m}) \cdot V(\text{m/s}) \quad \text{e} \quad S(\omega) = S(\Omega)/V \quad (3.3.4)$$

O valor médio da amplitude da excitação em cada frequência, dentro da faixa de interesse, pode ser obtido a partir da função $S(\Omega)$ usando a equação (3.3.3).

Considerando $S(\Omega) = C\Omega^{-N}$ e se $\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1$ define uma banda de terço de oitava, com $\Omega_2 = 1,12\Omega_c$ e $\Omega_1 = 0,89\Omega_c$, sendo Ω_c a frequência central, tem-se:

$$\bar{A}^2 = \int_{0,89\Omega}^{1,12\Omega} C\Omega^{-N} d\Omega \quad ,$$

$$A_{\text{RMS}}(\Omega) = \left[\frac{C}{N-1} \Omega^{1-N} (0,89^{(1-N)} - 1,12^{(1-N)}) \right]^{1/2} \quad (3.3.5)$$

Usando a equação (3.3.5) para o caso de uma estrada com cascalho, sendo $C = 4,4 \times 10^{-6}$ e $N = 2,1$, tem-se:

$$A_{\text{RMS}}(\Omega) = 1,01 \times 10^{-3} \Omega^{-0,55}$$

A figura (3.3.1.b) mostra a função A_{RMS} para a frequência em radianos por segundo, considerando que o veículo trafega com uma velocidade média $V = 12,5$ m/s.

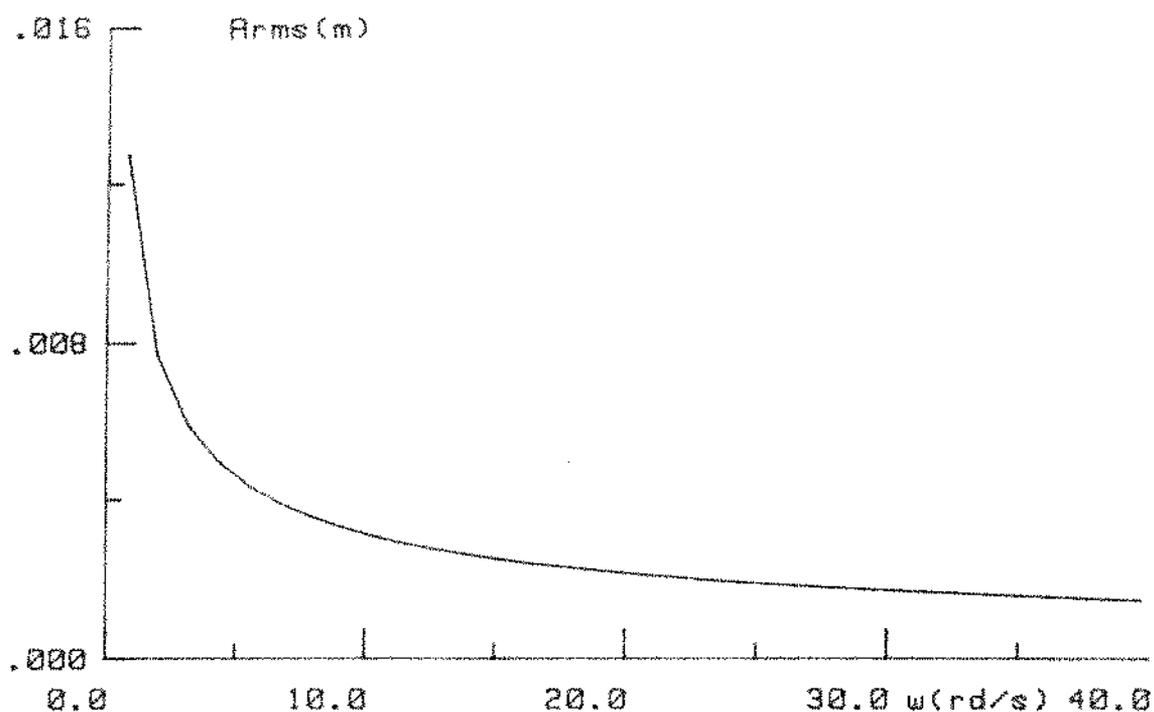


Fig.3.3.1.b. A_{rms} em função de ω para $C=4.4 \times 10^{-6}$ e $N=2.1$.

Neste trabalho pode-se adotar a função $A_{rms}=0,5 \omega^{-1}$, como sendo representativa do perfil do solo. Neste caso, obtém-se a amplitude em metros quando ω está em radianos por segundo.

As Figuras (3.3.2), (3.3.3) e (3.3.4) mostram o efeito da posição angular do volante sobre os esforços, para $f_1=\pi$, $f_2=\pi/2$ e $(x,y,z)=(1,-3,1)$, sendo $A_{rms}=0,5 \omega^{-1}$.

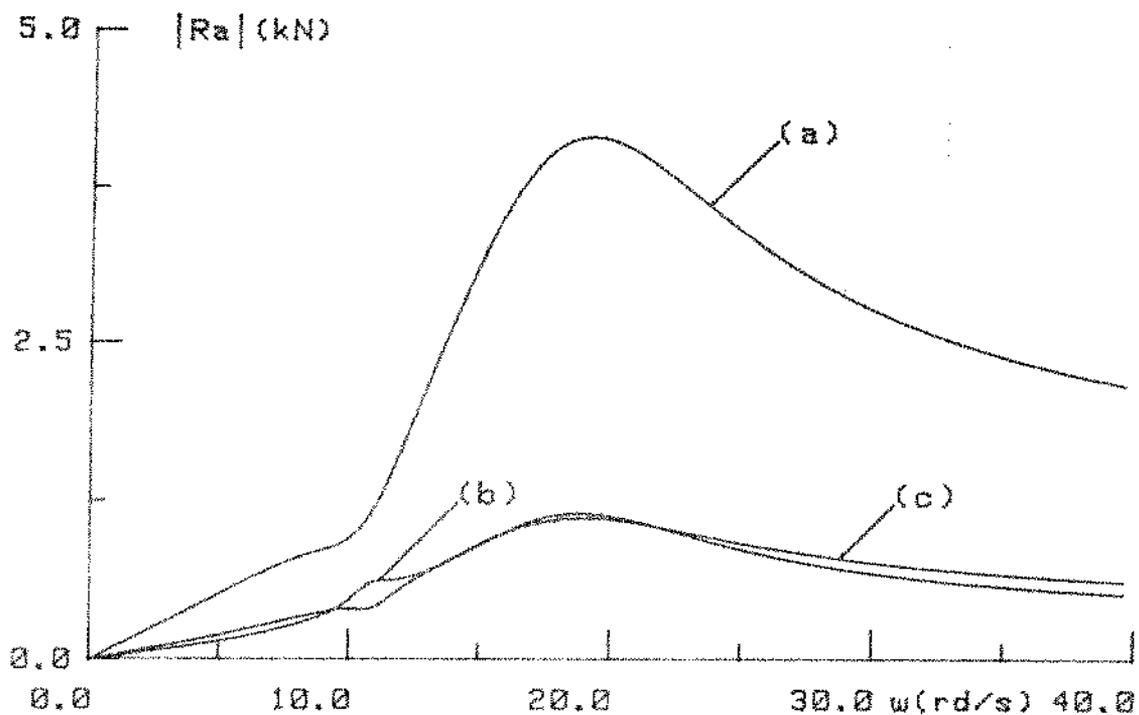


Fig. 3.3.2. $|R_a|$, para $f_1 = \pi$, $f_2 = \pi/2$, $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (1, -3, 1)$, sendo (a) para volante vertical, (b) para transversal e (c) para longitudinal.

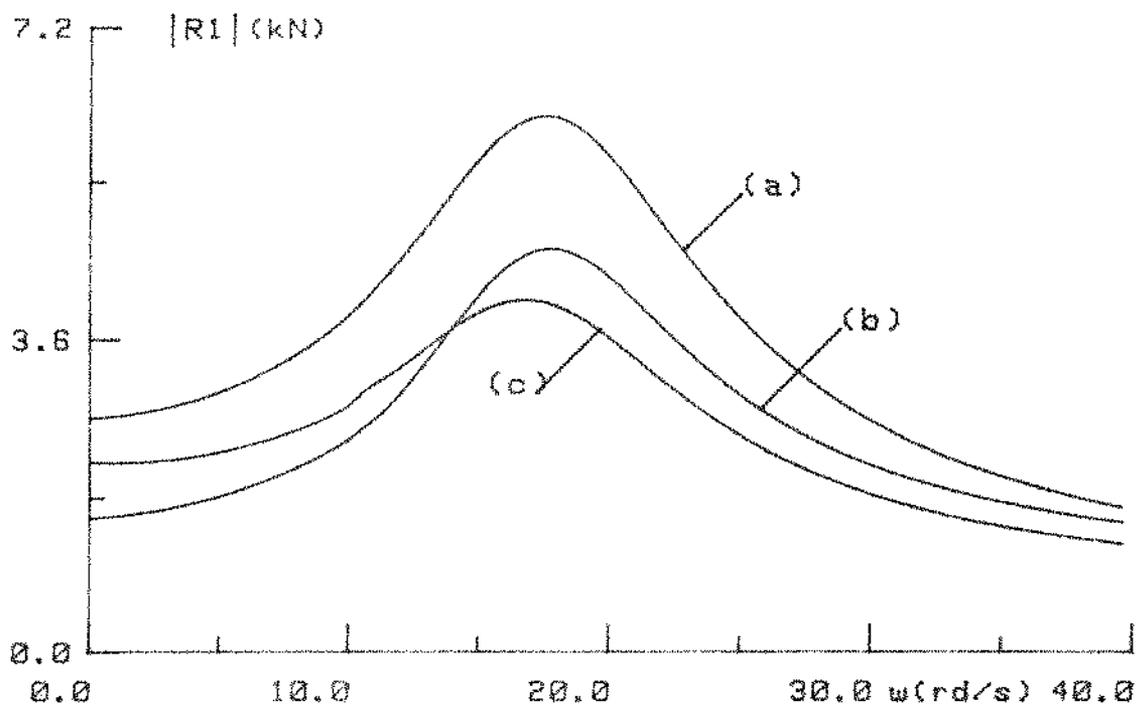


Fig. 3.3.3. $|R_1|$, para $f_1 = \pi$, $f_2 = \pi/2$, $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (1, -3, 1)$, sendo (a) para volante vertical, (b) para transversal e (c) para longitudinal.

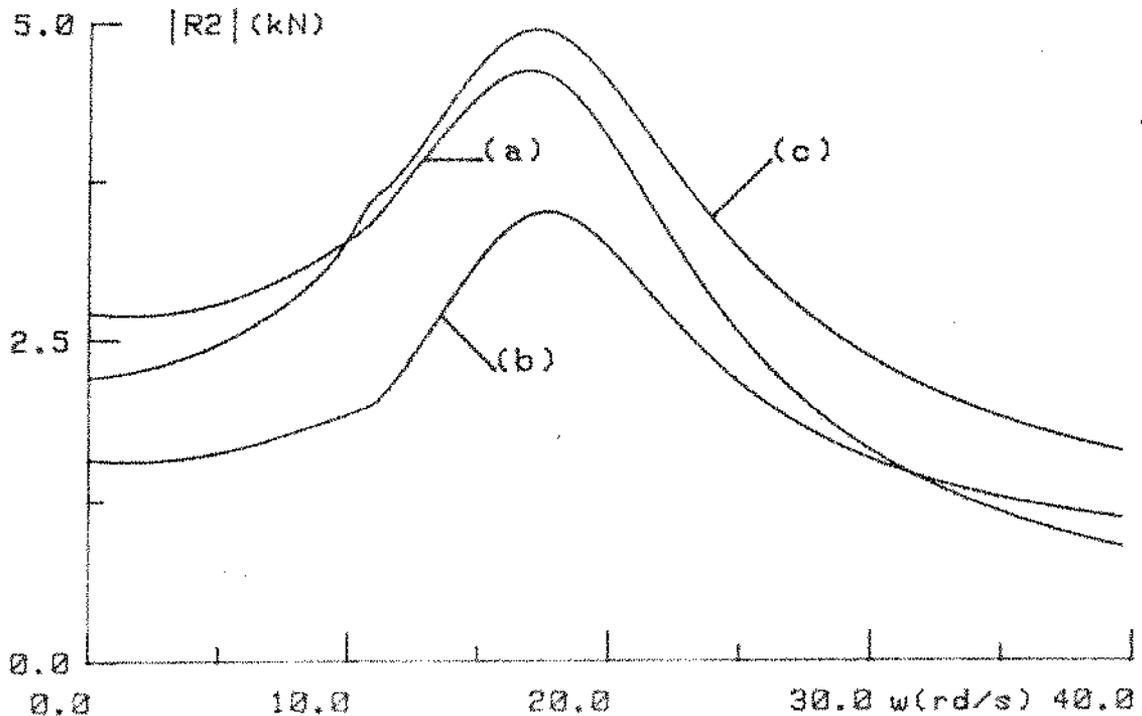


Fig. 3.3.4. $|R_2|$, para $f_1 = \pi$, $f_2 = \pi/2$, $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (1, -3, 1)$, sendo (a) para volante vertical, (b) para transversal e (c) para longitudinal.

A condição mais desfavorável para o volante vertical é quando $f_1 = 0$ e $f_2 = \pi$. Neste caso $R_a = 4010\text{N}$, $R_1 = 13102\text{N}$ e $R_2 = 12798\text{N}$, sendo estes os valores usados no projeto dos mancais.

3.4. Conclusões

A influência do volante no movimento do veículo não é muito forte pois, na condição mais desfavorável, quando $f_1 = 0$ e $f_2 = \pi$, sendo seu eixo de rotação transversal, tem-se $|\gamma/A|_{\max} = 14,67 \text{ graus/m}$. Se $A_{\text{rms}} = 0,5 \omega^{-1}$, sendo $\omega = 11 \text{ rd/s}$, temos $|\gamma| = 0,67^\circ$.

Deve-se procurar colocar o volante o mais próximo possível do centro de massa do veículo, de modo a minimizar os efeitos sobre o movimento e os esforços nos mancais.

Quando o eixo de rotação do volante é vertical, tem-se a melhor condição em termos de movimento, porém, esta posição provoca os maiores esforços nos mancais, principalmente os da direção axial definidos por R_a .

Como o volante tem seu eixo de rotação sempre na vertical, não é necessário considerar os movimentos do veículo e do volante segundo γ , ou seja, rotações em torno de z e z_1 , respectivamente.

As coordenadas generalizadas que descrevem o movimento do veículo são z , θ e ϕ , definidas de forma idêntica no capítulo 2.

Para o volante, consideram-se apenas os movimentos definidos pelas coordenadas generalizadas z' , α e β , sendo que \bar{z} estabelece a posição do ponto O' em relação ao veículo e, neste caso, α e β indicam rotações em torno dos eixos x' e y' , respectivamente.

O sistema veículo-volante apresenta seis graus de liberdade com as coordenadas z , θ e ϕ para o veículo e z' , α e β para o volante.

4.2. Modelo matemático.

Para formular as equações de movimento do sistema, define-se os seguintes sistemas de referência:

- $I(x_I, y_I, z_I)$ - sistema inercial de coordenadas
- $S(x, y, z)$ - sistema de coordenadas fixo ao corpo B, com origem O .
- $S'(x_R, y_R, z_R)$ - sistema de coordenadas fixo ao volante R, com origem O' .
- $l(x_1, y_1, z_1)$ - sistema de coordenadas fixo a B, trasladado de $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$, em relação ao S, com origem O_1 .

Com o sistema na posição de equilíbrio estático, o sistema S coincide com o referencial inercial I e o sistema S' coincide com I.

A partir de um deslocamento do ponto O na direção z e de rotações sucessivas θ e ϕ , o sistema S assume uma posição genérica em relação ao inercial, sendo acompanhado pelo sistema l. O sistema S' é deslocado inicialmente na direção z_1 e sofre rotações sucessivas α e β , conforme mostra a Figura (4.2.1).

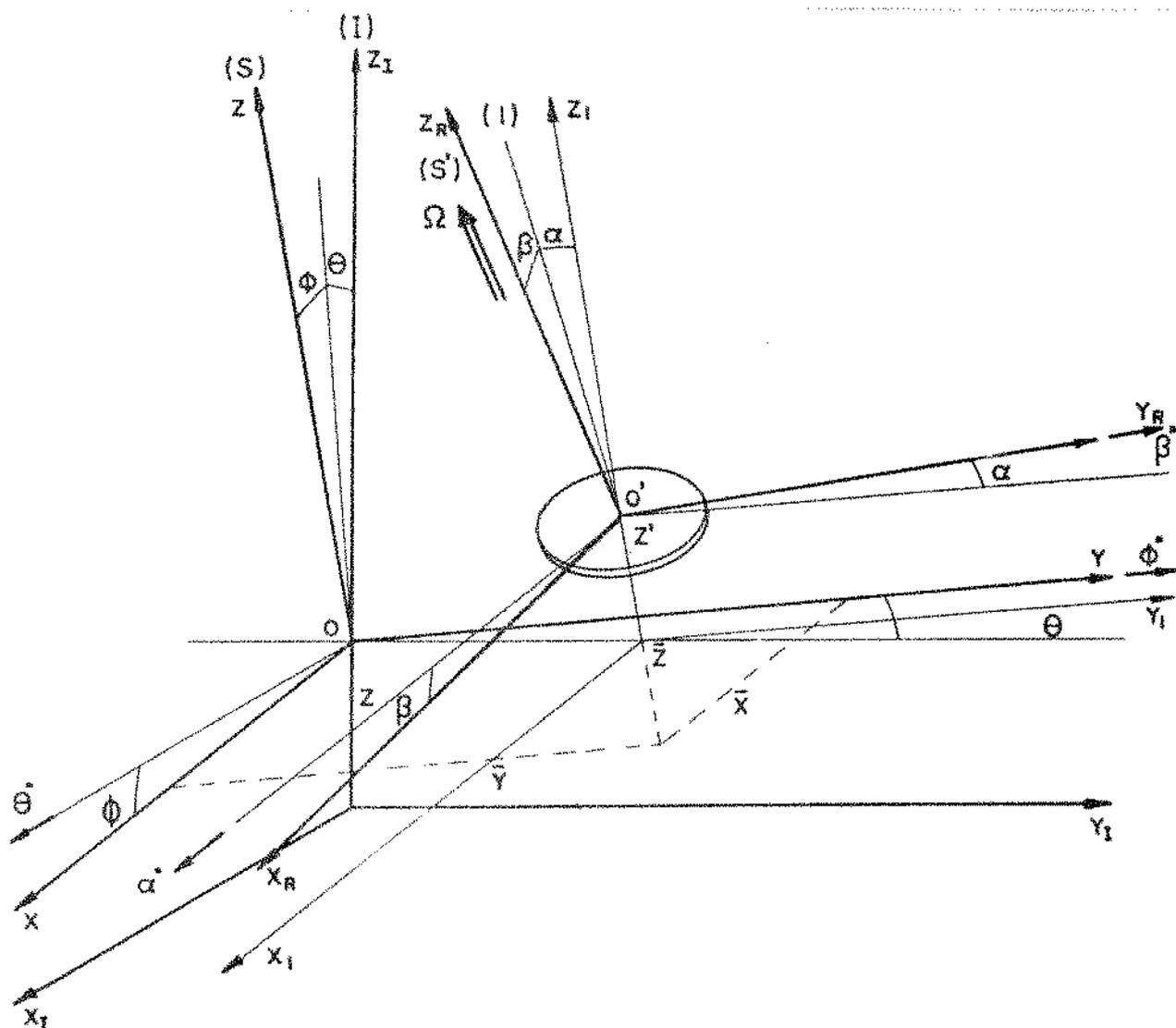


Fig. 4.2.1. Posição genérica dos sistemas de coordenadas.

Utilizando o mesmo procedimento usado no capítulo 2, ob-
têm-se as matrizes de transformação entre os sistemas de coordena-
das e, a partir delas, pode-se determinar as velocidades dos cen-
tros de massa de B e R, definidas por \underline{v}^B e \underline{v}^R , assim como as velo-
cidades angulares $\underline{\omega}^B$ e $\underline{\omega}^R$, sendo:

$$\underline{S}_{V^B} = \begin{bmatrix} -s\phi c\theta \dot{z} \\ s\theta \dot{z} \\ c\phi c\theta \dot{z} \end{bmatrix} \quad (4.2.1)$$

$$\underline{S}_{V^R} = \begin{bmatrix} -s\phi c\theta \dot{z} - \bar{y}s\phi \dot{\theta} + \bar{z}\dot{\phi} \\ s\theta \dot{z} + (\bar{x}s\phi - \bar{z}c\phi) \dot{\theta} \\ c\phi c\theta \dot{z} + \bar{y}c\phi \dot{\theta} - \bar{x}\dot{\phi} + \dot{z}^* \end{bmatrix} \quad (4.2.2)$$

$$S_{\omega}^{rR} = \begin{pmatrix} \dot{\alpha}c\beta + \dot{\theta}(c\beta c\phi - s\beta cas\phi) + \dot{\phi}s\beta sa \\ \dot{\beta} + \dot{\theta}sas\phi + \dot{\phi}ca \\ \dot{\alpha} + \dot{\alpha}s\beta + \dot{\theta}(s\beta c\phi + c\beta cas\phi) - \dot{\phi}c\beta sa \end{pmatrix} \quad (4.2.3)$$

e

$$S_{\omega}^{B} = \begin{pmatrix} c\phi\dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ s\phi\dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (4.2.4)$$

A partir das equações (4.2.1) até (4.2.4) pode-se calcular a energia cinética para o veículo T^B e para o volante T^R :

$$T^B = \frac{1}{2} S_{\omega}^{B} \cdot S_{\underline{I}}^{B} \cdot S_{\omega}^{B} + \frac{1}{2} m_B I_{V}^{B} \cdot I_{V}^{B}$$

e

$$T^R = \frac{1}{2} S_{\omega}^{rR} \cdot S_{\underline{I}}^{rR} \cdot S_{\omega}^{rR} + \frac{1}{2} m_R S_{V}^{rR} \cdot S_{V}^{rR} \quad (4.2.5)$$

De modo análogo ao capítulo 2, determina-se a energia potencial armazenada nas molas das suspensões do veículo e do volante.

Para o veículo, tem-se:

$$V^B = \frac{1}{2} k_d z_1'^2 + \frac{1}{2} k_d z_4'^2 + \frac{1}{2} k_t z_2'^2 + \frac{1}{2} k_t z_3'^2$$

sendo:

$$z_1' = z - as\phi c\theta - ds\theta$$

$$z_2' = z - as\phi c\theta + bs\theta$$

$$z_3' = z + as\phi c\theta + bs\theta$$

$$z_4' = z + as\phi c\theta - ds\theta$$

A energia potencial armazenada nas molas da suspensão do volante é calculada a partir das deflexões δ_{ri} , com $i=1,4$.

Na Figura (4.2.2), R_1 , até R_4 indicam os pontos de fixação da suspensão do volante, enquanto os pontos 5, 6, 7 e 8 representam suas projeções sobre o veículo.

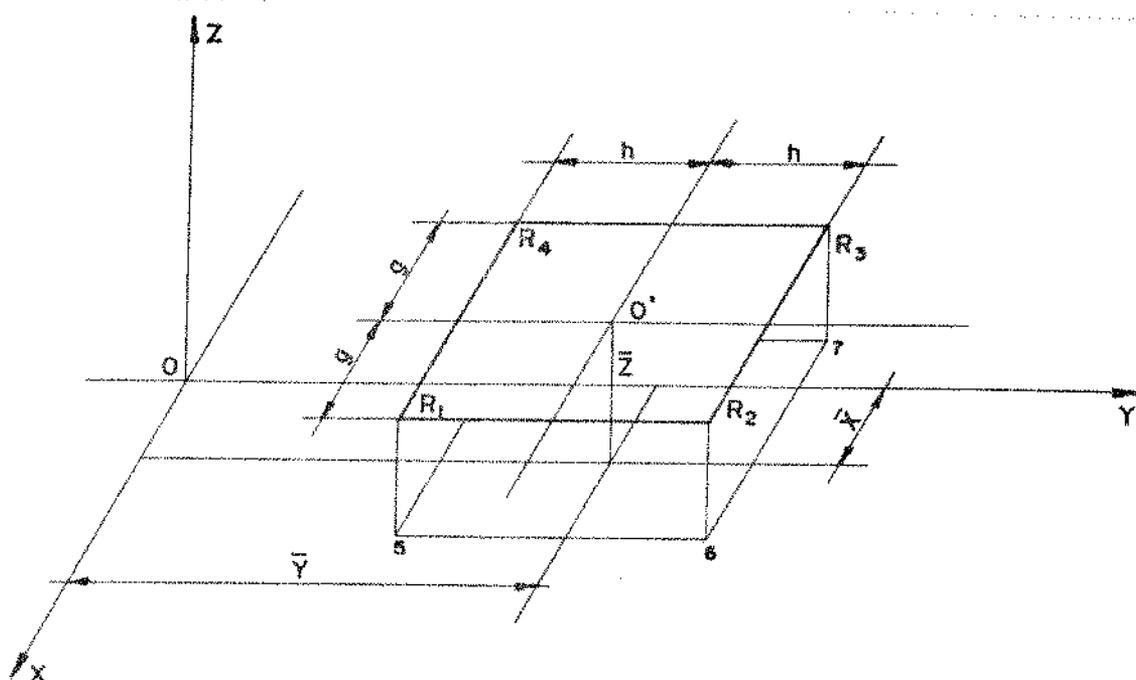


Fig. 4.2.2. Geometria da suspensão do volante.

Sendo z_{ri} , com $i=1,4$, a componente na direção z do vetor deslocamento do ponto R_i e z_j , com $j=5,8$, a componente do vetor deslocamento dos pontos j , pode-se calcular a deflexão nas molas k_r por:

$$\delta_{r1} = z_{r1} - z_5$$

$$\delta_{r2} = z_{r2} - z_6$$

$$\delta_{r3} = z_{r3} - z_7$$

$$\delta_{r4} = z_{r4} - z_8$$

sendo:

$$\delta_{r1} = g(1-c\beta)s\phi c\theta + s\theta(gs\beta s\alpha - hc\alpha + g) + c\phi c\theta(\bar{z} + z' - hs\alpha - gs\beta c\alpha)$$

$$\delta_{r2} = g(1-c\beta)s\phi c\theta + s\theta(gs\beta s\alpha + hc\alpha - g) + c\phi c\theta(\bar{z} + z' + hs\alpha - gs\beta c\alpha)$$

$$\delta_{r3} = g(1-c\beta)s\phi c\theta + s\theta(-gs\beta s\alpha + hc\alpha - h) + c\phi c\theta(\bar{z} + z' + hs\alpha + gs\beta c\alpha)$$

e

$$\delta_{r4} = g(1-c\beta)s\phi c\theta + s\theta(-gs\beta s\alpha - hca+h) + c\phi c\theta(\bar{z}+z'-hs\alpha+gs\beta c\alpha) \quad (4.2.7)$$

Usando as equações (4.2.7) determina-se a expressão da energia elástica armazenada nas molas da suspensão do volante:

$$V^R = \frac{1}{2} k_r (\delta_{r1}^2 + \delta_{r2}^2 + \delta_{r3}^2 + \delta_{r4}^2) \quad (4.2.8)$$

A energia dissipada nos amortecedores da suspensão do veículo é dada por:

$$ED^B = \frac{1}{2} (c_d \dot{z}_1^2 + c_t \dot{z}_2^2 + c_d \dot{z}_3^2 + c_t \dot{z}_4^2) \quad (4.2.9)$$

sendo \dot{z}'_i , com $i=1,4$, fornecidos pelas derivadas em relação ao tempo das expressões (4.2.6).

Para a suspensão do volante:

$$ED^R = \frac{1}{2} (c_d \dot{\delta}_{r1}^2 + c_t \dot{\delta}_{r2}^2 + c_d \dot{\delta}_{r3}^2 + c_t \dot{\delta}_{r4}^2) \quad (4.2.10)$$

sendo $\dot{\delta}_{ri}$, com $i=1,4$, fornecidos pelas derivadas em relação ao tempo, das expressões (4.2.7).

Desta forma, pode-se estabelecer as equações de movimento do sistema segundo a formulação de Lagrange, sendo:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q\},$$

com

$$\{q\} = \{z \ \theta \ \phi \ z' \ \alpha \ \beta\}^T \quad e$$

$$\{Q\} = \{Q_z \ Q_\theta \ Q_\phi \ Q_{z'} \ Q_\alpha \ Q_\beta\}^T$$

A matriz de inércia $[M]$ tem elementos m_{ij} definidos por:

$$m_{11} = m_B + m_R$$

$$m_{12} = m_{21} = m_R \bar{y}$$

$$m_{13} = m_{31} = -m_R \bar{x}$$

$$m_{14} = m_{41} = m_R$$

$$m_{15} = m_{51} = 0$$

$$m_{16} = m_{61} = 0$$

$$m_{22} = K_B + J_R + m_R (\bar{y}^2 + \bar{z}^2)$$

$$m_{23} = m_{32} = -m_R \overline{xy}$$

$$m_{24} = m_{42} = m_R \overline{y}$$

$$m_{34} = m_{43} = -m_R \overline{x}$$

$$m_{35} = m_{53} = 0$$

$$m_{36} = m_{63} = J_R$$

$$m_{44} = m_R$$

$$m_{45} = m_{54} = 0$$

$$m_{46} = m_{64} = 0$$

$$m_{55} = J_R$$

$$m_{56} = m_{65} = 0$$

$$m_{66} = J_R$$

A matriz $[C]$ tem elementos c_{ij} definidos por:

$$c_{11} = 2(c_d + c_t)$$

$$c_{12} = c_{21} = 2(bc_d - dc_d)$$

$$c_{1j} = c_{j1} = 0, \quad \text{para } j=3,6$$

$$c_{22} = 2(d^2 c_d + b^2 c_t)$$

$$c_{23} = I_R \Omega$$

$$c_{24} = c_{42} = 0$$

$$c_{25} = c_{52} = 0$$

$$c_{26} = I_R \Omega$$

$$c_{32} = -I_R \Omega$$

$$c_{33} = 2a^2 (c_d + c_t)$$

$$c_{34} = c_{43} = 0$$

$$c_{35} = -I_R \Omega$$

$$c_{36} = c_{63} = 0$$

$$c_{44} = 4c_r$$

$$c_{45} = c_{54} = 0$$

$$c_{46} = c_{64} = 0$$

$$c_{53} = I_R \Omega$$

$$c_{55} = 4c_r h^2$$

$$c_{56} = I_R \Omega$$

$$c_{62} = -I_R \Omega$$

$$c_{65} = -I_R \Omega$$

$$c_{66} = 4c_r g^2$$

Quando se impõe a condição $bk_t = dk_d$, a matriz $[K]$ fica diagonal e seus elementos são:

$$k_{11} = 2(k_d + k_t)$$

$$k_{22} = 2(b^2 k_t + d^2 k_d)$$

$$k_{33} = 2a^2 (k_d + k_t)$$

$$k_{44} = 4k_r$$

$$k_{55} = 4k_r h^2$$

$$k_{66} = 4k_r g^2$$

As forças externas generalizadas são calculadas de modo análogo ao do capítulo 2, sendo Q_z , Q_θ e Q_ϕ definidas pelas equações (2.3.5) e (2.3.6) e $Q_{z'}$, Q_α e Q_β iguais a zero.

A partir destas equações de movimento, pode-se analisar qual a melhor suspensão (k_r , c_r) para o volante, de modo a minimizar os esforços em seus mancais, sem comprometer a estabilidade do veículo.

A solução deste problema fica como sugestão para um futuro trabalho.

4.3. Conclusões

Como o volante tem eixo vertical, nesta análise não é fundamental considerar os movimentos do veículo e do volante segundo γ , ou seja, as rotações em torno de z e z' .

As equações segundo z e z' são acopladas pela matriz de massa $[M]$, e quando o volante está no centro de massa do veículo, estes movimentos não se acoplam com θ , ϕ , α ou β .

O efeito giroscópico do volante provoca os acoplamentos da equação em θ , com as em ϕ e β e da equação em ϕ com θ e α .

Capítulo 5. MODELO EXPERIMENTAL

5.1. Modelo experimental do veículo com volante

A análise experimental desenvolvida procura determinar a representatividade do modelo teórico, de quatro graus de liberdade, adotado no segundo capítulo. Pretende-se verificar quantitativamente a influência do volante no movimento do modelo, para o caso de uma excitação harmônica aplicada sobre ele.

O modelo foi projetado de modo a possibilitar, em futuros ensaios, a determinação das reações nos mancais do volante sob diferentes condições de excitação. Esta concepção permite fixar o volante na placa de forma rígida ou usando uma suspensão elástica. Nos dois casos é possível posicioná-lo aleatoriamente sobre a placa.

A Figura (5.1.1) mostra o modelo construído de modo a permitir os movimentos segundo as coordenadas z , θ , ϕ e γ .

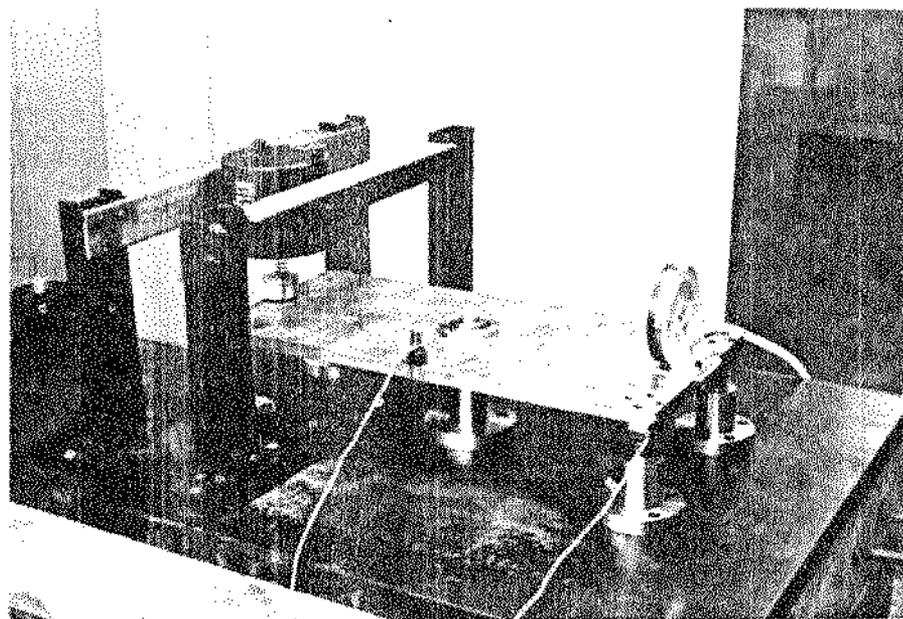


Fig. 5.1.1. Modelo experimental do veículo com volante.

5.2. Modelo do Veículo

Para simular o veículo construiu-se uma placa rígida de aço suportada elasticamente por quatro molas helicoidais, conforme mostra a Figura (5.2.1).

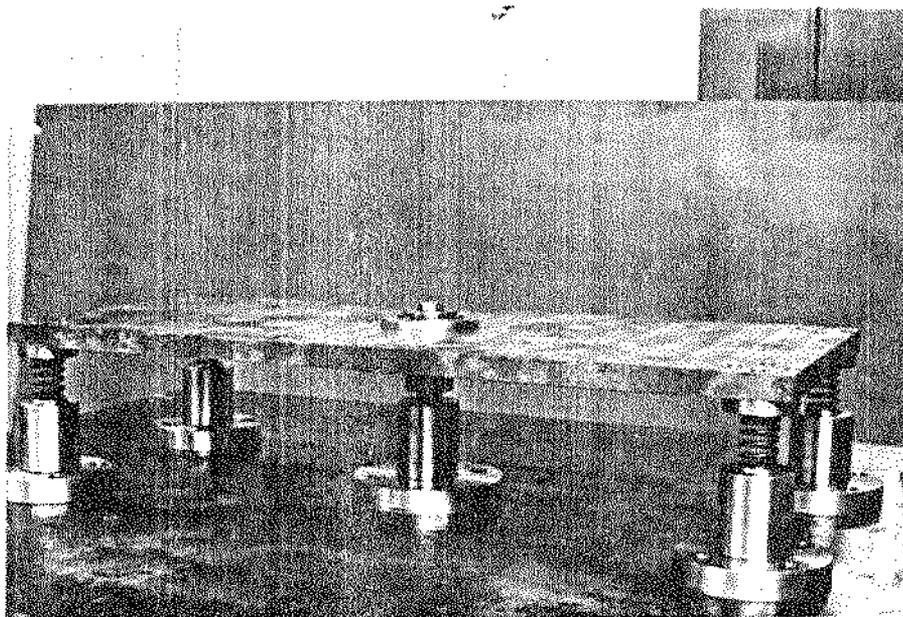


Fig. 5.2.1. Modelo do veículo

As molas, que representam a suspensão, são fixadas à placa por meio de dispositivos especiais e à uma base inercial através de colunas de aço suficientemente rígidas.

A Figura (5.2.2) mostra o detalhe da suspensão do modelo.

Como o modelo matemático não considera os movimentos lateral e longitudinal do veículo, segundo as direções x e y , respectivamente, foi necessário eliminá-los no modelo experimental.

Instalou-se, no centro da placa, um dispositivo composto por dois rolamentos axiais montados internamente a uma rótula.

Os rolamentos de esferas deslizam sobre um eixo vertical, que está rigidamente preso na base inercial. Desta forma, permite-se apenas o movimento da placa segundo z , vinculando-se x e y .

Os movimentos angulares do modelo, segundo θ , ϕ e γ , são garantidos pela montagem dos rolamentos na pista interna da rótula, enquanto a externa é fixada à placa.

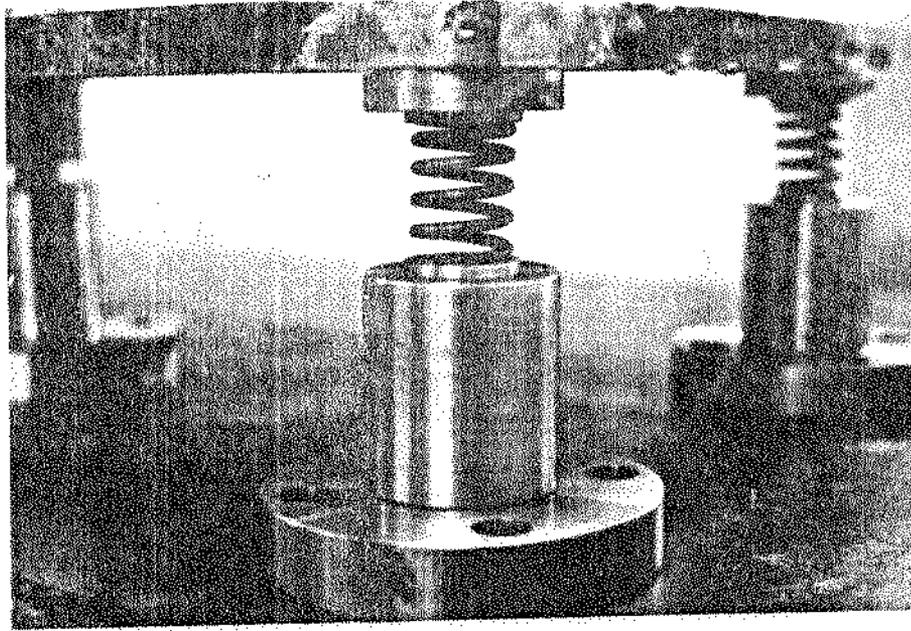


Fig. 5.2.2. Suspensão do modelo.

A Figura (5.2.3) mostra o dispositivo construído e um detalhe, em corte, dos rolamentos e da rótula.

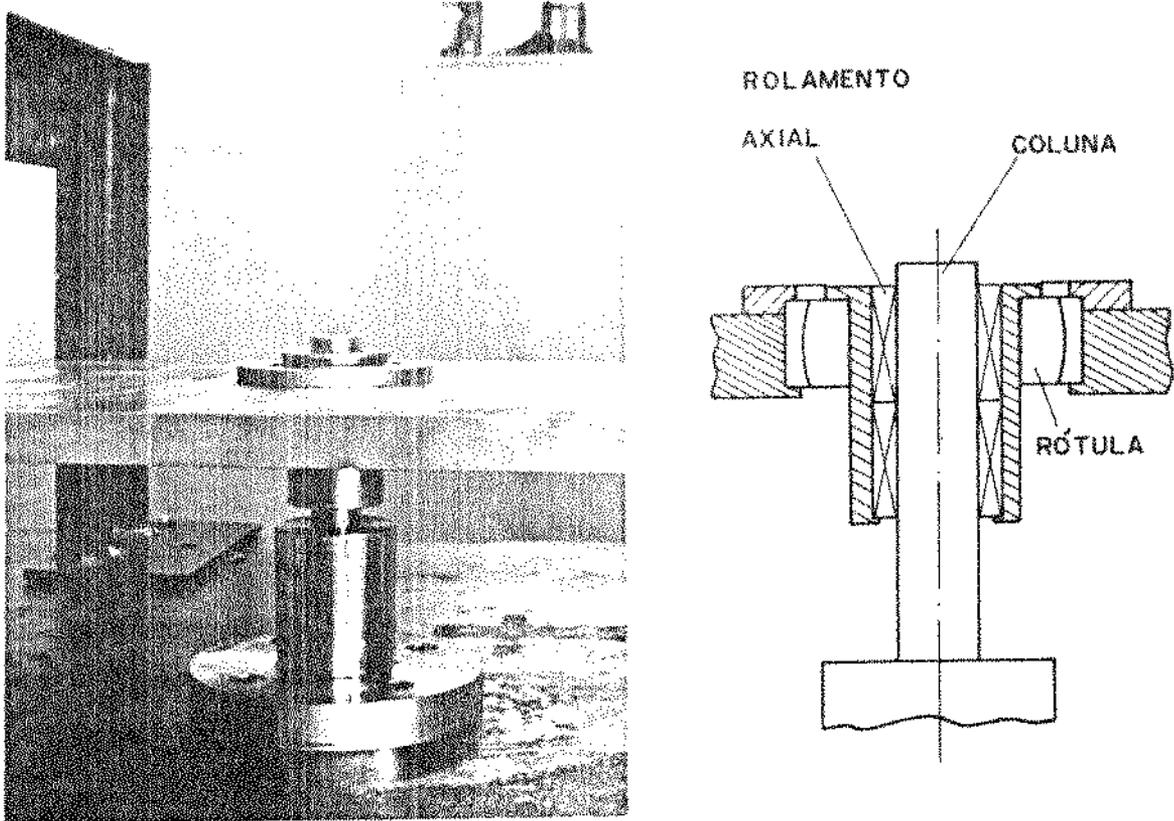


Fig. 5.2.3. Dispositivo para vincular os movimentos x e y .

As dimensões da placa foram escolhidas procurando manter a proporção existente para as distâncias entre os pontos de fixação da suspensão do veículo usado no modelo teórico. Desta forma, adotam-se $2a = 0,243$ m e $2 = b+d = 0,59$ m.

Os parâmetros massa, inércias e frequências naturais foram definidos a partir das molas disponíveis no mercado e das características de resposta em frequência dos equipamentos usados para a excitação e medição dos movimentos do modelo.

No apêndice I são apresentados os desenhos de fabricação do modelo do veículo.

Como o excitador usado nos experimentos opera a partir de 5 Hz, foi necessário projetar o modelo com frequências naturais acima deste valor, embora, num veículo real, elas sejam muito menores.

As características do modelo construído foram determinadas a partir da montagem experimental esquematizada na Figura (5.2.4).

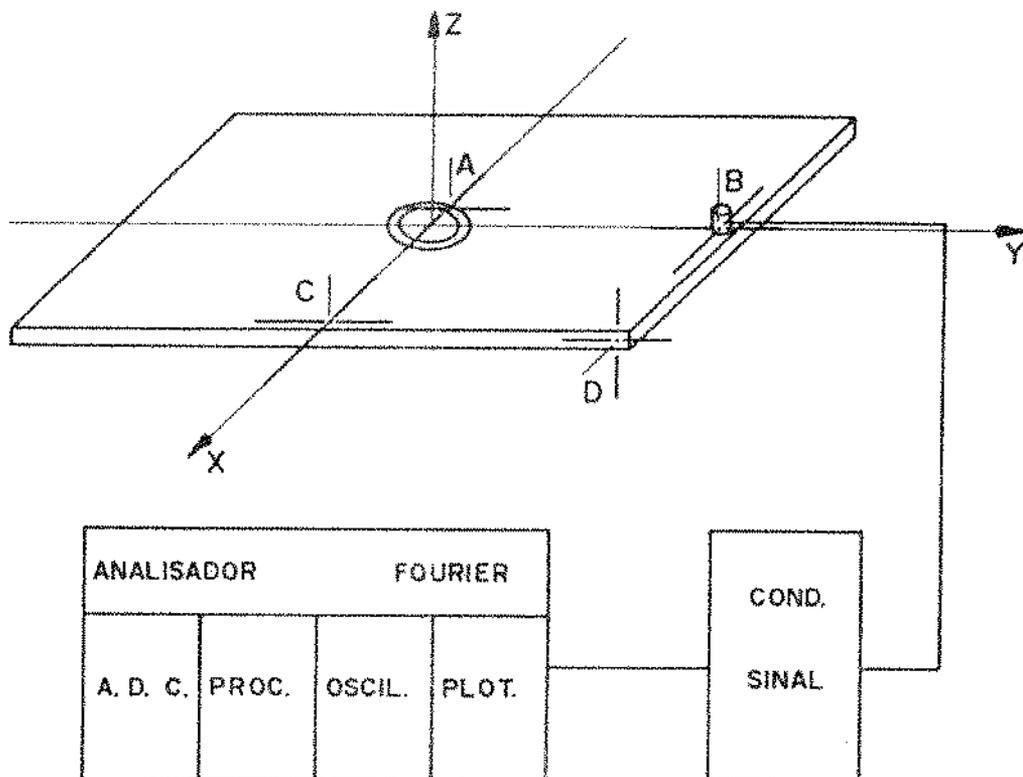


Fig. 5.4.2. Montagem para determinação das características do modelo.

As frequências naturais e os amortecimentos associados a cada modo de vibração foram determinados usando o analisador de Fourier, HP 5451C, que adquire e processa o sinal gerado pelo acelerômetro.

O transdutor foi instalado nas posições A, B, C e D e em cada caso foram aplicadas condições iniciais que excitam, independentemente, os modos do modelo segundo z , θ , ϕ e γ . A tabela (5.1) mostra as condições de cada teste e o posicionamento adequado do acelerômetro.

Tabela (5.1) - Condições dos testes do modelo.

Testes	Condições iniciais aplicadas	Posição do acelerômetro	Modo excitado	Resultados nas figuras
1	$z=z_0, \theta=\phi=\gamma=0$	A	z	(5.2.6) a e b
2	$z=0, \theta=\theta_0, \phi=\gamma=0$	B	θ	(5.2.7) a e b
3	$z=0, \phi=\phi_0, \theta=\gamma=0$	C	ϕ	(5.2.8) a e b
4	$z=\phi=\theta=0, \gamma=\gamma_0$	D	γ	(5.2.9) a e b

Em cada teste, o sinal analógico do acelerômetro, $z(t)$, é inicialmente condicionado para alimentar o conversor analógico-digital, ADC, onde é convenientemente amostrado durante um tempo total T , a intervalos ΔT , com uma resolução em frequência Δf .

A Figura (5.2.5) mostra o fluxo do sinal que entra no analisador de Fourier.

O sinal digitalizado, $\bar{z}(t)$, é armazenado no bloco de dados nº0, da memória do processador. Transferindo-o para o bloco nº1, pode-se preservá-lo para análise posterior visando a determinação do decremento logarítmico. Fazendo a transformada de Fourier de $\bar{z}(t)$, obtém-se a função $\bar{z}(\omega)$ que permite determinar o conteúdo em frequência do sinal analisado. Assim, obtém-se o valor das frequências naturais.

No teste nº1 obtém-se a curva $\bar{z}(t)$ mostrada na Figura (5.2.6.a) a partir da qual pode-se calcular o valor do decremento logarítmico.

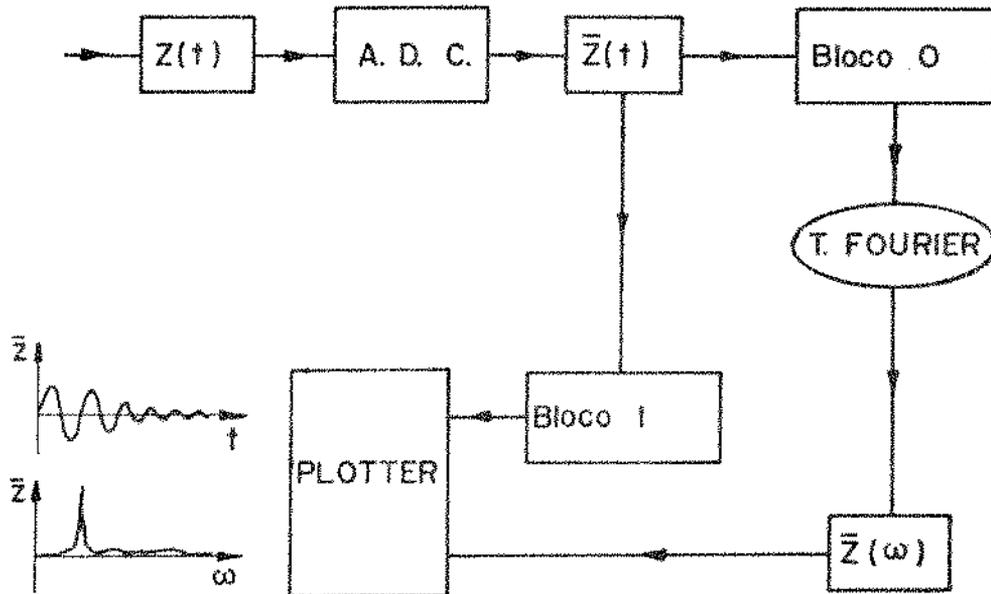


Fig. 5.2.5. Processamento do sinal de aceleração dos pontos do modelo.

Efetuada a transformada de Fourier de $\bar{z}(t)$, obtém-se a função $\bar{z}(\omega)$ mostrada na Figura (5.2.6.b), o que permite determinar a frequência natural ω_z .

De modo idêntico obtém-se o valor do decremento logarítmico e da frequência natural para os demais modos.

A Figura (5.2.7.a) mostra o sinal $\bar{\theta}(t)$ e a Figura (5.2.7.b) sua transformada $\bar{\theta}(\omega)$. Neste teste não foi possível aplicar convenientemente as condições iniciais que excitassem apenas o modo θ . O mesmo efeito pode ser observado nas Figuras (5.2.8) a e b, que caracterizam o modo ϕ .

No teste nº4, a Figura (5.2.9.a) indica o sinal $\bar{\gamma}(t)$ a partir do qual pode-se calcular o valor do decremento logarítmico e a figura (5.2.9.b) mostra $\bar{\gamma}(\omega)$.

Deve-se observar que as amplitudes das curvas apresentadas não têm significado quantitativo, principalmente para comparação entre os diferentes modos, pois nos testes não foi possível correlacionar os valores das condições iniciais aplicadas ao modelo.

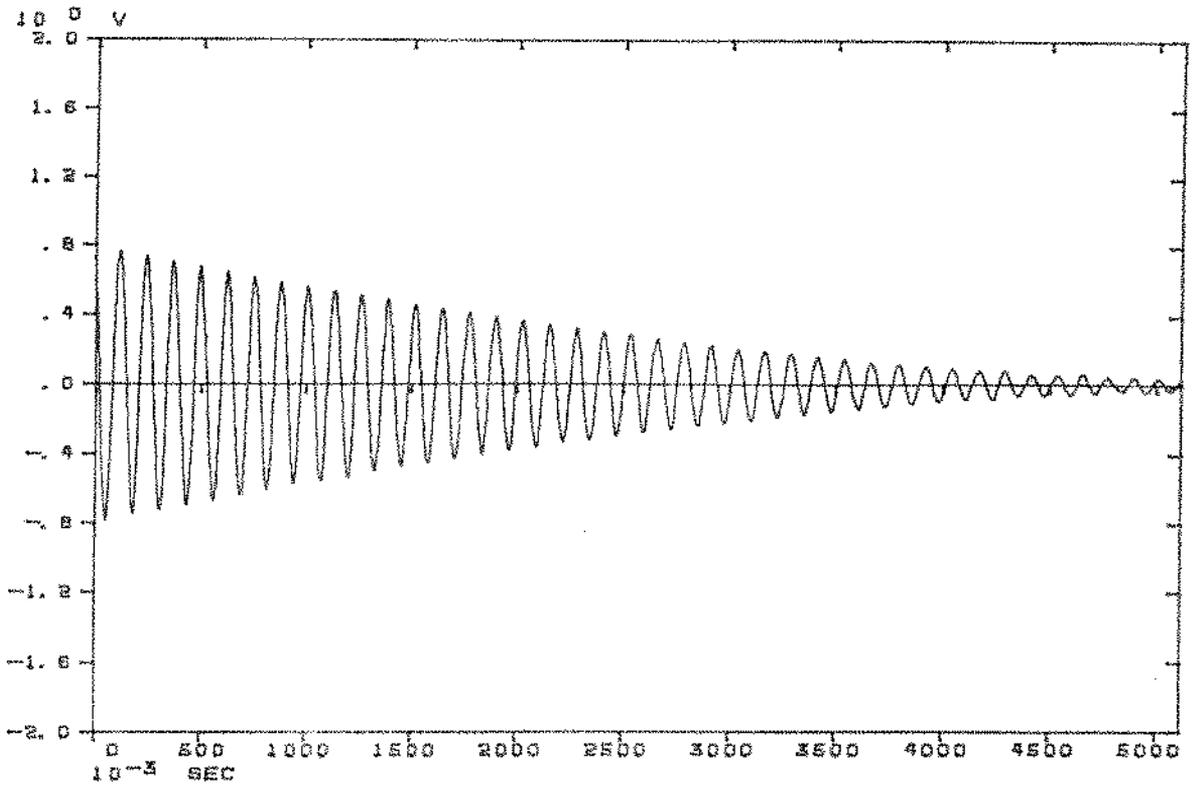


Fig. 5.2.6.a. $\bar{z}(t)$, teste n° 1.

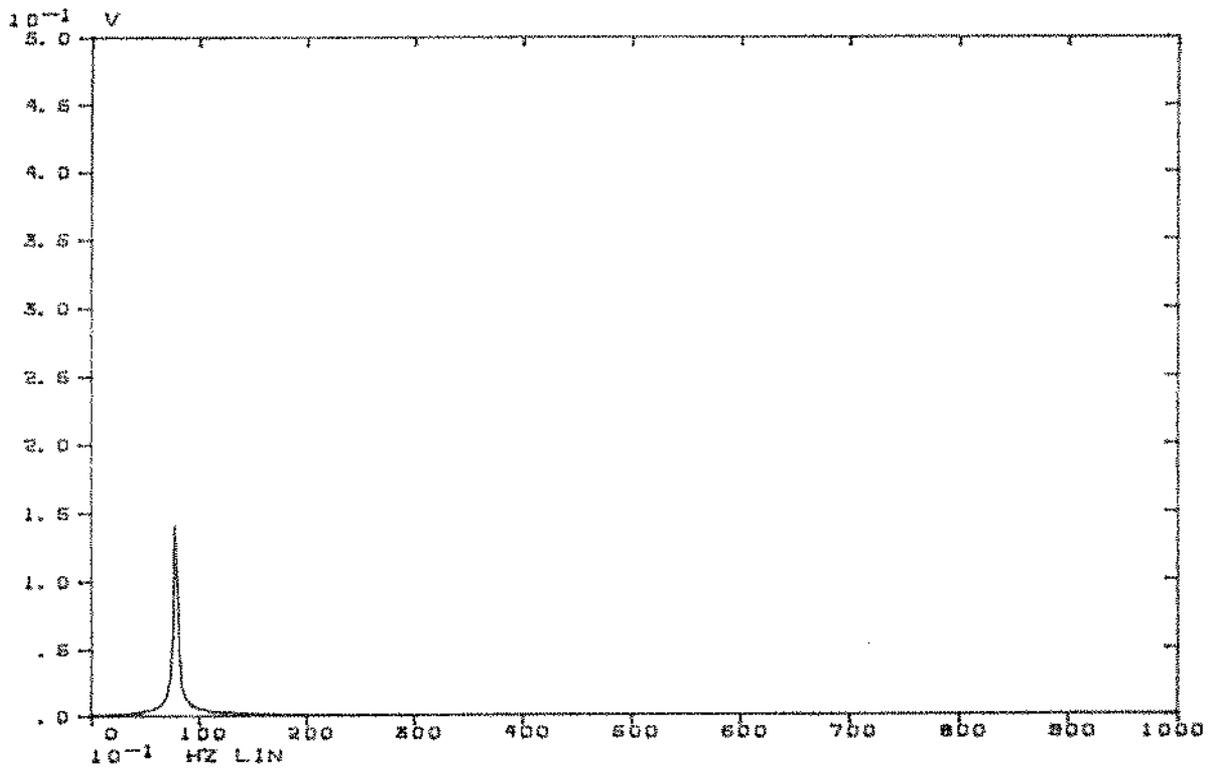


Fig. 5.2.6.b. $\bar{z}(\omega)$, teste n° 1.

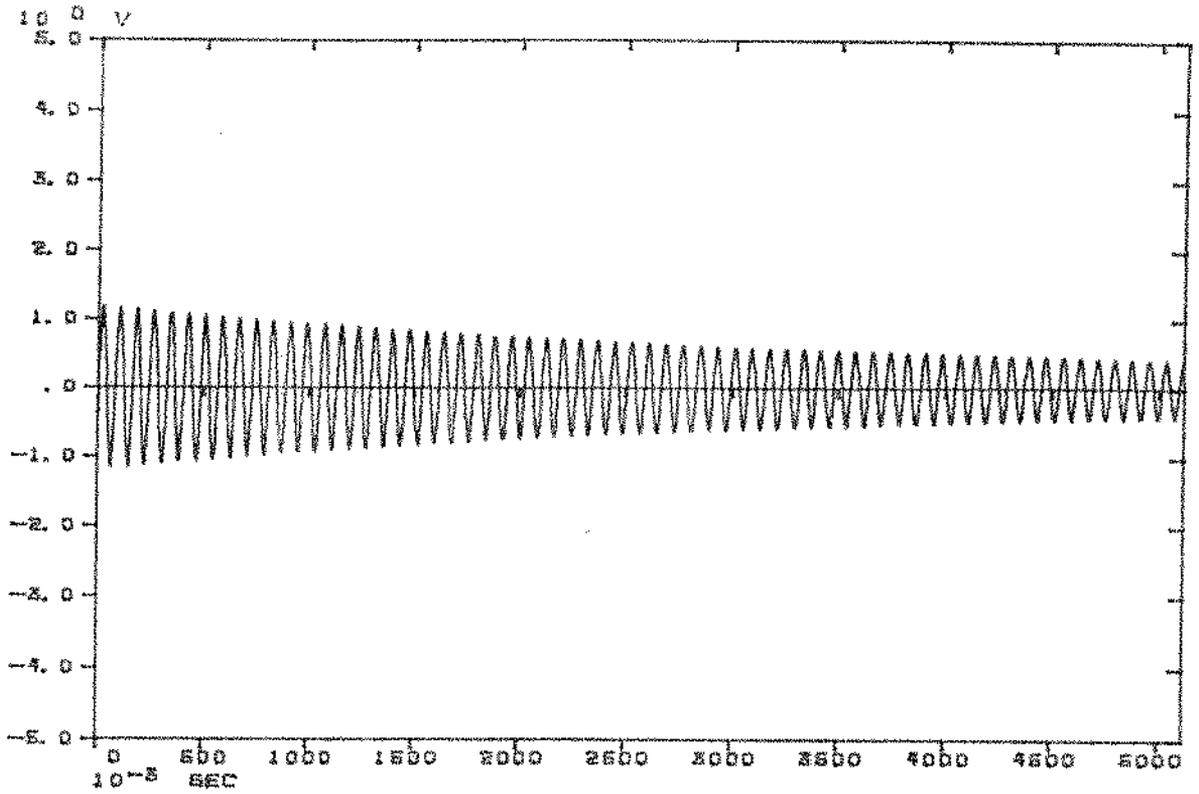


Fig. 5.2.7.a. $\bar{\theta}(t)$, teste n° 2.

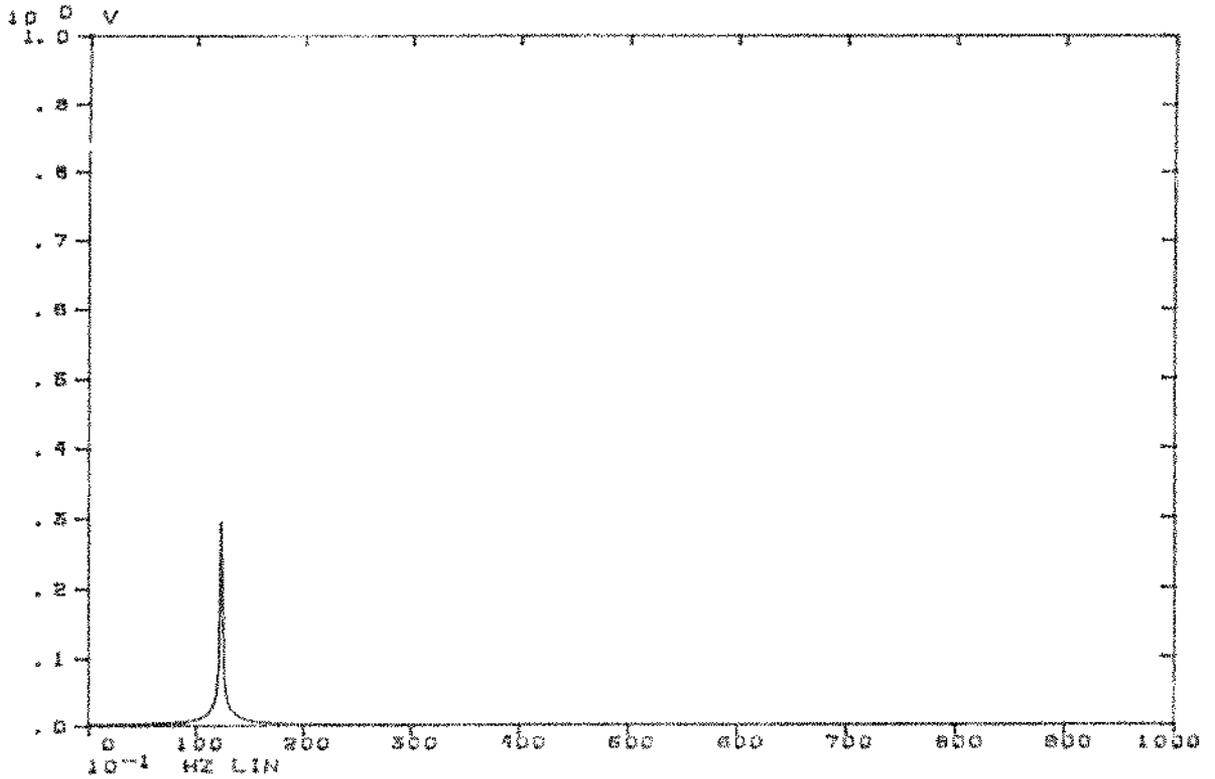


Fig. 5.2.7.b. $\bar{\theta}(\omega)$, teste n° 2.

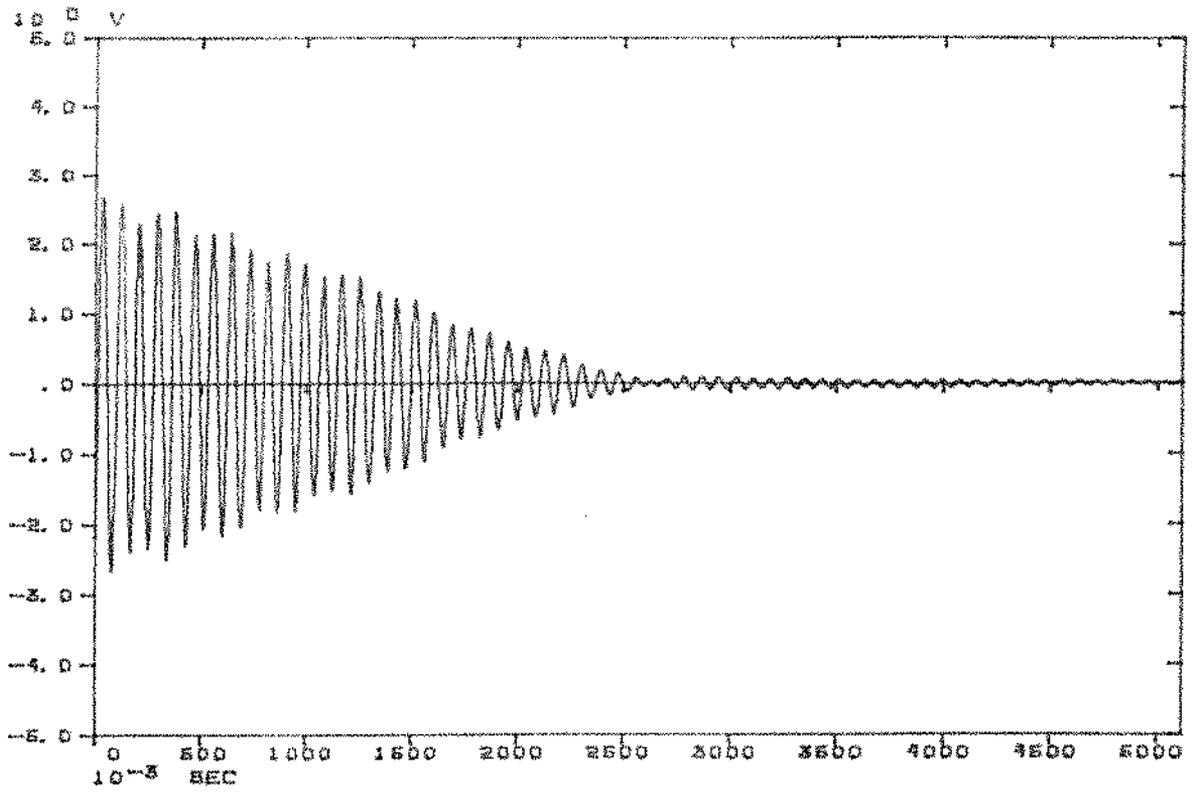


Fig. 5.2.8.a. $\bar{\phi}(t)$, teste n° 3.

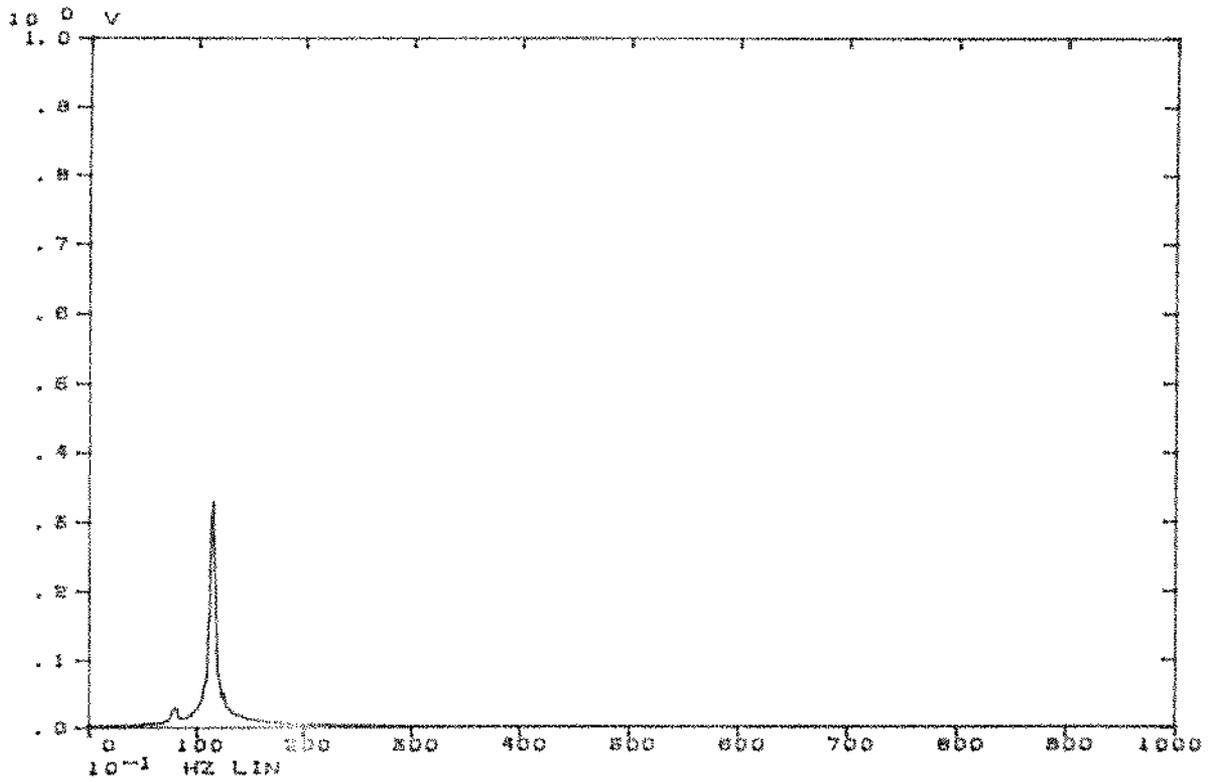


Fig. 5.2.8.b. $\bar{\phi}(\omega)$, teste n° 3.

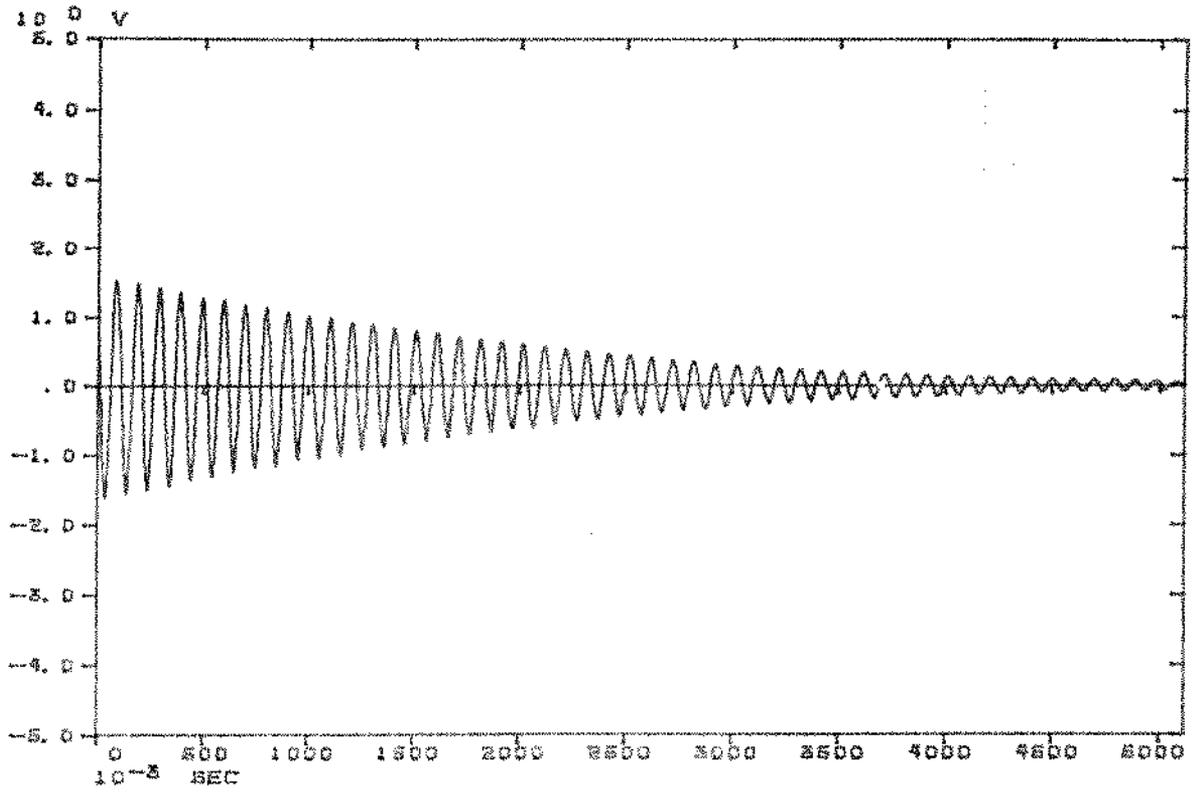


Fig. 5.2.9.a. $\bar{\gamma}(t)$, teste n° 4.

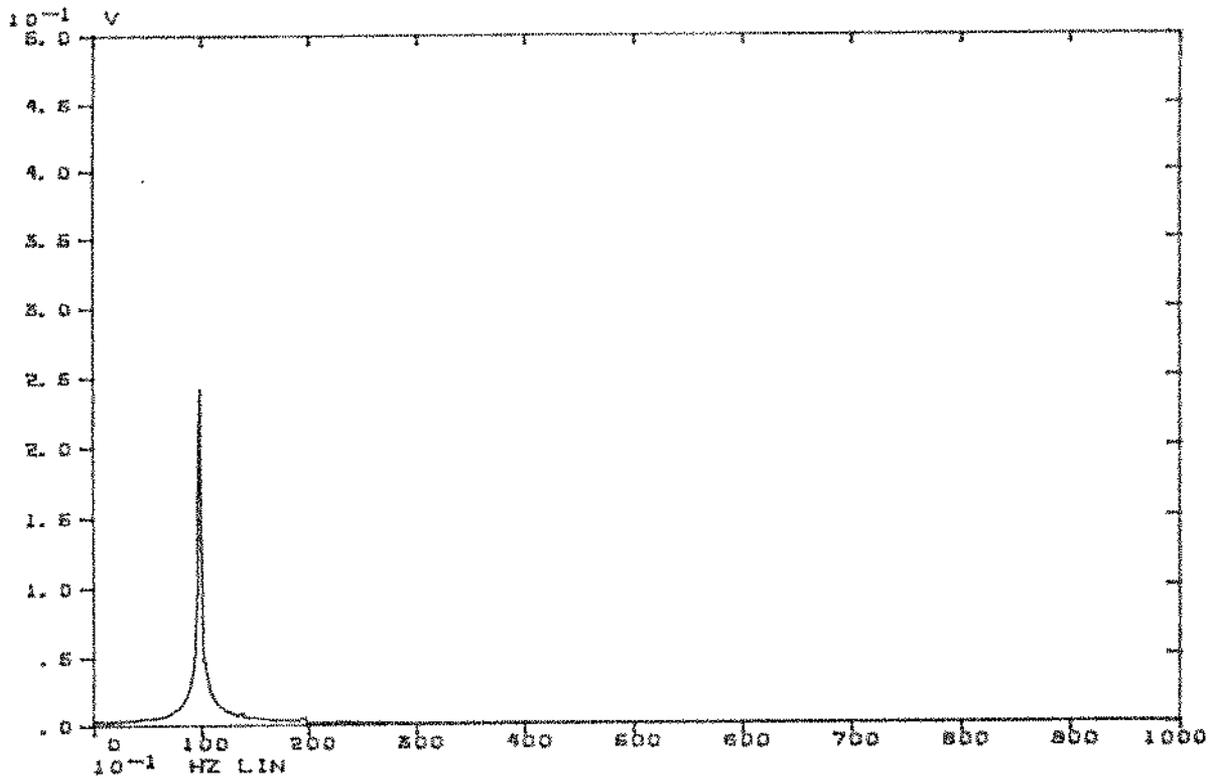


Fig. 5.2.9.b. $\bar{\gamma}(\omega)$, teste n° 4.

A massa do modelo, m_B , foi determinada por meio de uma célula de carga.

A constante elástica, equivalente da suspensão, foi obtida por dois métodos, um estático usando pesos conhecidos e medindo-se a deflexão das molas, e outro dinâmico que usa os resultados do teste nº 1. Conhecendo-se o valor da frequência natural ω_z e o valor de m_B , calculou-se

$$k_e = 4k_B = \omega_z^2 \cdot m_B$$

As inércias do modelo, K_B e J_B , em relação aos eixos principais x e y , foram calculadas a partir dos valores das frequências naturais ω_θ e ω_ϕ , obtidas nos testes nºs. 2 e 3, e usando as equações (5.1.1), uma vez que o amortecimento da suspensão é pequeno.

$$\omega_\theta \equiv \sqrt{\frac{d^2 k_e}{K_B}} \quad e \quad \omega_\phi \equiv \sqrt{\frac{a^2 k_e}{J_B}} \quad (5.2.1)$$

Nas equações (5.2.1), k_e é a constante elástica equivalente da suspensão, d e a representam as distâncias dos pontos de fixação das molas aos eixos x e y , respectivamente.

A inércia I_B , em relação ao eixo z , foi obtida a partir de duas medidas de frequência natural. Na primeira usou-se o resultado, ω_γ , do teste nº 4.

Adicionando ao modelo uma inércia conhecida I_1 , sua frequência natural é alterada, assumindo o valor de $\omega_{\gamma 1}$, que é obtido efetuando-se um teste semelhante ao nº 4.

Como o amortecimento é pequeno:

$$\omega_\gamma = \sqrt{\frac{k_T}{I}} \quad e \quad \omega_{\gamma 1} = \sqrt{\frac{k_T}{I_B + I_1}} \quad (5.2.2)$$

Usando as equações (5.2.2) calcula-se a inércia I_B e a constante elástica equivalente de torção, k_T , associada à suspensão do modelo.

A tabela (5.2) mostra os valores numéricos dos parâmetros do modelo experimental determinados a partir dos testes.

Tabela (5.2) - Valores dos parâmetros do modelo sem volante.

Parâmetro	Valor numérico	Método de Determinação
m_B	28,667 kg	célula de carga
K_B	0,986 kgm	teste nº 2
J_B	0,194 kgm	teste nº 3
I_B	1,470 kgm	teste nº 4, ω_γ e $\omega_{\gamma 1}$
$4k_B$	69917,7 n/m	teste nº 1 e m_B
$4c_B$	21,52 Ns/m	teste nº 1, $\bar{z}(t)$
$2k_T$	5481,61 Nm/rd	teste nº 4, ω_γ e $\omega_{\gamma 1}$
$2c_T$	2,023 Nms/rd	teste nº 4, $\bar{\gamma}(t)$
ω_z	49,4 rd/s (7,86 Hz)	teste nº 1, $\bar{z}(\omega)$
ω_θ	78,5 rd/s (12,5 Hz)	teste nº 2, $\bar{\theta}(\omega)$
ω_ϕ	72,8 rd/s (11,6 Hz)	teste nº 3, $\bar{\phi}(\omega)$
ω_γ	61,0 rd/s (9,71 Hz)	teste nº 4, $\bar{\gamma}(\omega)$
a	0,1213 m	medida
b=d	0,295 m	medida

A partir dos valores definidos na tabela (5.2) pode-se verificar a representatividade do modelo teórico desenvolvido no segundo capítulo, comparando as frequências naturais teóricas e experimentais. Usando o programa MODELO, apresentado no apêndice II, pode-se traçar as curvas de resposta em frequência do modelo associadas a cada modo de vibração, desde que se apliquem excitações adequadas a cada caso.

A Figura (5.2.10) mostra a amplitude $|Z/A|$ do modelo sem volante para o caso de $f_1=f_2=0$. Para estas fases da excitação o sistema vibra apenas na direção z.

Na Figura (5.2.11) apresenta-se a amplitude $|G/A|$ para $f_1=\pi$ e $f_2=0$, o que produz excitação apenas segundo θ .

A amplitude $|\phi/A|$ está mostrada na Figura (5.2.12), para $f_1=0$ e $f_2=\pi$, o que produz excitação apenas segundo ϕ .

Para promover a excitação do modo γ no modelo, foi necessário alterar as forças generalizadas aplicadas ao sistema. Neste caso, aplica-se uma força harmônica de módulo F_0 na direção do eixo x e num dos vértices da placa.

A Figura (5.2.13) mostra a amplitude $|\gamma/F_0|$ para o caso da excitação apenas segundo γ .

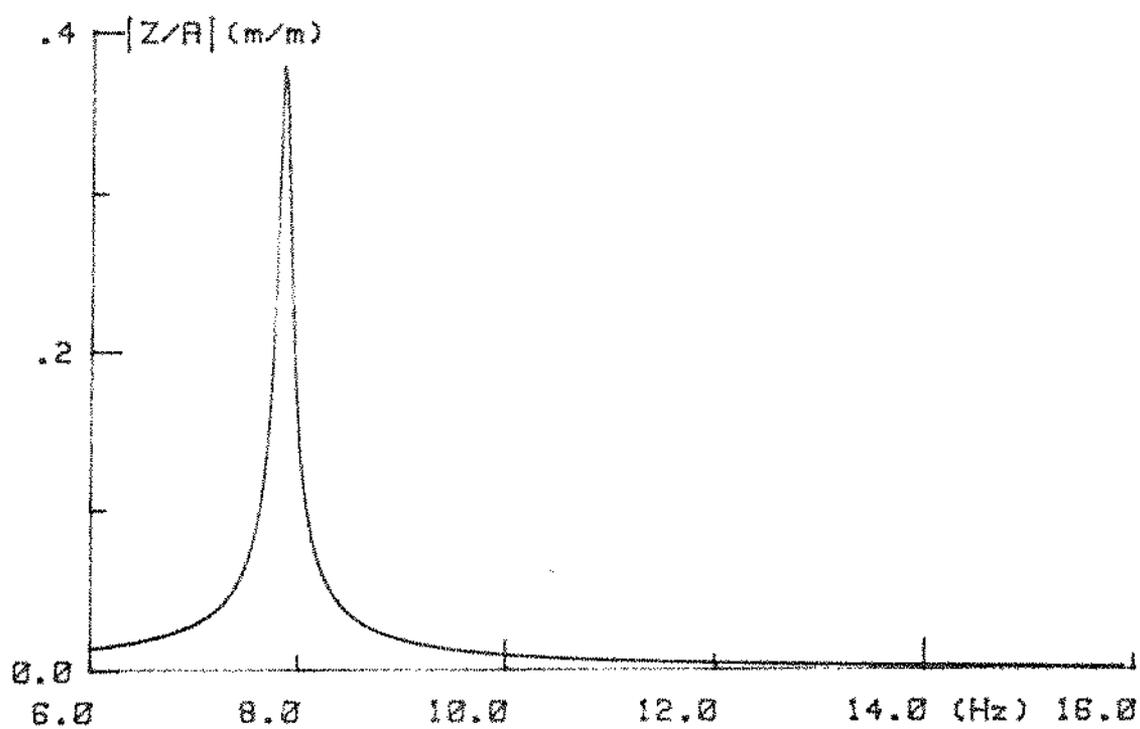


Fig. 5.2.10. Amplitude $|Z/A|$, para $f_1=f_2=0$, do modelo sem volante.

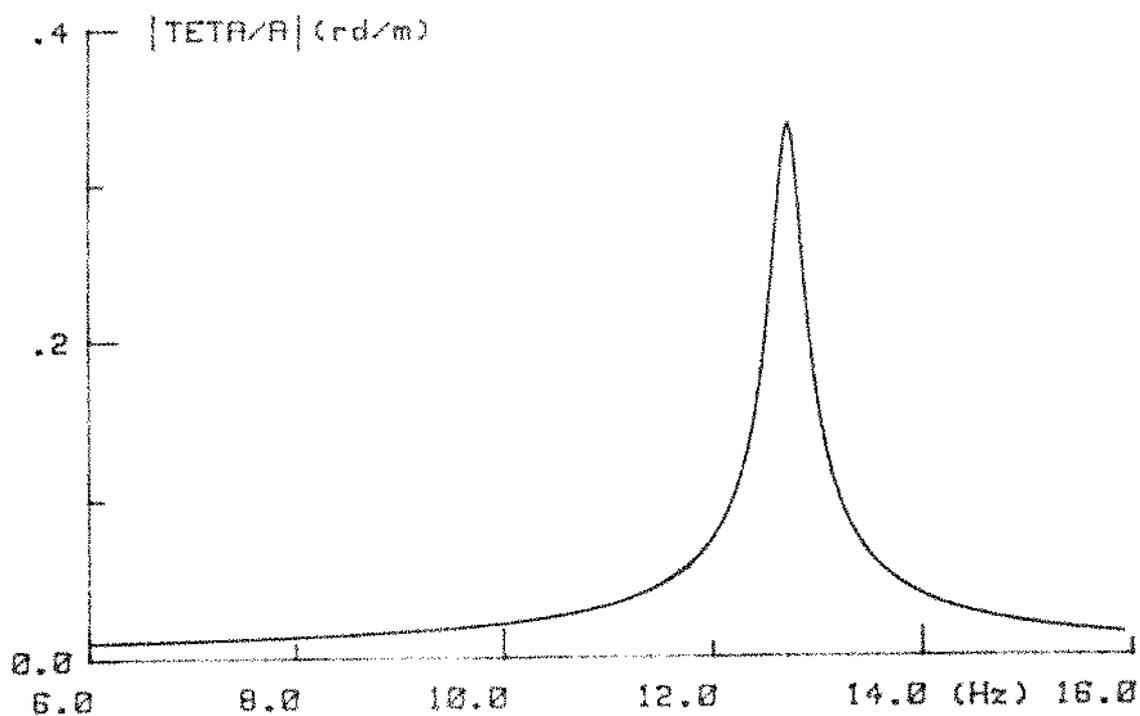


Fig. 5.2.11. Amplitude $|\Theta/A|$, para $f_1=\pi$ e $f_2=0$, do modelo sem volante.

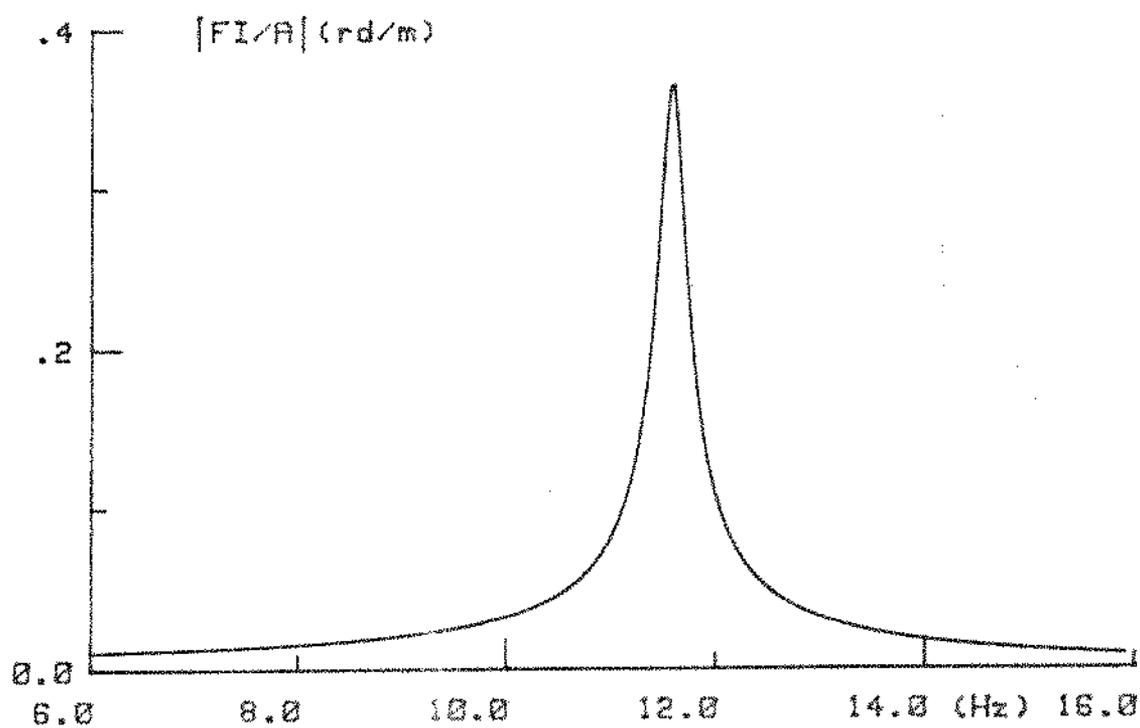


Fig. 5.2.12. Amplitude $|\dot{\varphi}/A|$, para $f_1=0$ e $f_2=\pi$, do modelo sem volante.

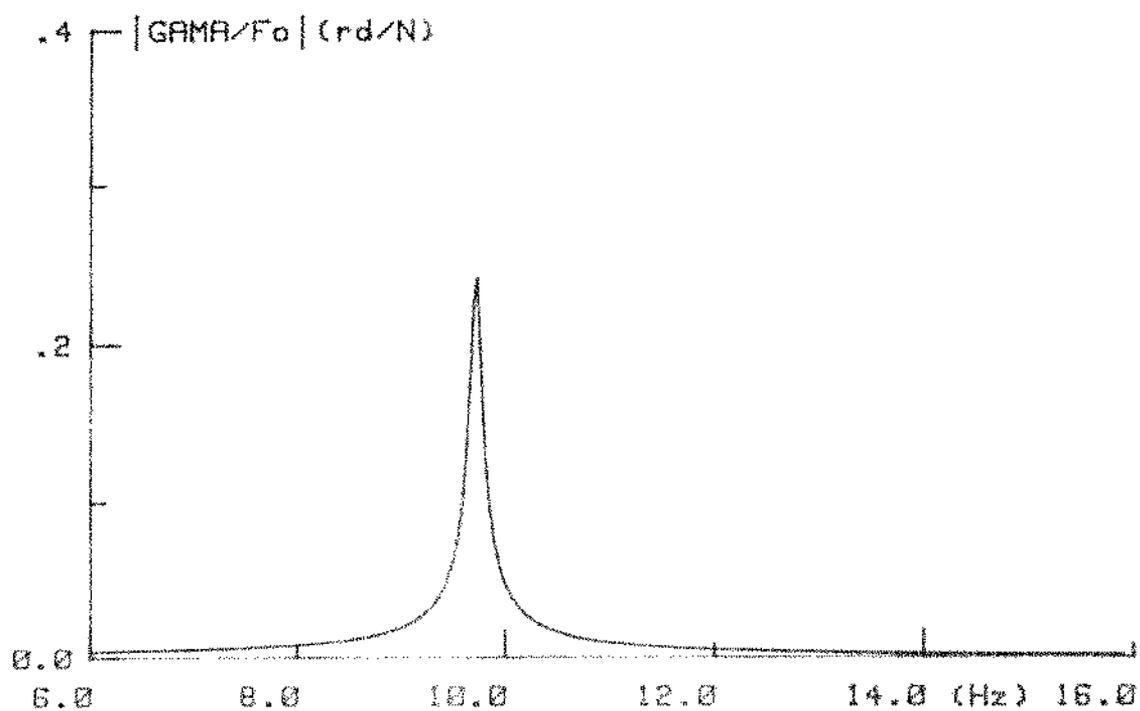


Fig. 5.2.13. Amplitude $|\gamma/F_0|$ do modelo sem volante.

Os valores das amplitudes mostradas nas Figuras (5.2.10) a (5.2.13) não estão corretamente escaladas, uma vez que nesta análise o interesse principal é a comparação entre as frequências naturais determinadas experimentalmente com as teóricas obtidas pelo programa MODELO.

Esta comparação é apresentada na tabela (5.3), onde os desvios são calculados em relação aos valores experimentais.

Tabela (5.3) - Frequências naturais do modelo sem volante.

Frequência Natural	Teórica (Hz)	Experimental (Hz)	Desvio (%)
ω_z	7,87	7,86	+ 0,13
ω_θ	12,71	12,50	+ 1,68
ω_ϕ	11,60	11,60	0,00
ω_γ	9,75	9,71	+ 0,50

Os pequenos valores dos desvios podem ser justificados em virtude da boa coerência entre os modelos teórico e experimental e devido a precisão do método experimental, principalmente no tocante à aquisição e processamento dos dados.

5.3. Volante do modelo experimental

A escolha das características do volante para o modelo experimental é fundamentada [21] na definição de uma certa escala para os parâmetros mais significativos do sistema veículo-volante.

A massa, a inércia e a rotação máxima do volante devem ser tais que sua influência, nos movimentos do modelo experimental, seja a mesma que ocorre no veículo real, de acordo com os resultados apresentados no terceiro capítulo.

A análise das equações de movimento do veículo com volante e os resultados do terceiro capítulo evidenciam que o acoplamento entre os modos de vibração do sistema é causado pelo produto $I_R \Omega$, que define a quantidade de movimento angular do volante, sendo que esta influência aumenta com $I_R \Omega$.

Por exemplo: para a excitação aplicada com $f_1 = \pi$ e $f_2 = 0$,

o movimento das rodas dianteiras é defasado de 180° em relação ao das trazeiras, e a energia externa é introduzida no veículo basicamente segundo a coordenada θ .

Esta excitação pode ser considerada como um momento externo, aplicado em torno do eixo x, que tenta alterar a direção do vetor quantidade de movimento angular do volante. Se o volante tem eixo longitudinal, este vetor está na direção y e o efeito giroscópico se manifesta através de um momento de reação em torno de x e de momentos de ação em torno de y e z. Desta forma, a energia introduzida segundo θ é transferida para os modos de ϕ e γ .

A quantidade de energia transferida a cada modo depende dos momentos de inércia do veículo em relação aos eixos x, y e z.

Pode-se afirmar que o primeiro parâmetro importante a ser usado na determinação da escala adequada do volante do modelo é a sua quantidade de movimento angular por unidade de inércia do veículo.

Usando os valores numéricos das inércias do veículo real, definidas na tabela (1.2), e sabendo que seu volante tem momento de inércia $I_R = 9,48 \text{ kgm}^2$ e que sua rotação máxima é $\Omega = 12.000 \text{ rpm}$, pode-se definir:

$$\frac{I_R \Omega}{K_B} = 0,33 \text{ (a)}, \quad \frac{I_R \Omega}{J_B} = 1,70 \text{ (b)}, \quad \text{e} \quad \frac{I_R \Omega}{I_B} = 0,28 \text{ (c)} \quad (5.3.1)$$

Se, na construção do volante do modelo experimental forem mantidas as relações (5.3.1), pode-se esperar que seu efeito giroscópico se pronuncie do mesmo modo que no veículo real.

Para os valores das inércias do modelo, definidas na tabela (5.2), as relações (5.3.1) a, b e c permitem determinar respectivamente $I_R \Omega = 0,3254$; $0,3298$ e $0,4116$.

Adotando um valor médio entre os calculados, para representar a quantidade de movimento angular do volante do modelo, tem-se:

$$I_R \Omega = 0,36 \quad (5.3.2)$$

As equações (5.3.2) não permite determinar individualmente os valores de I_R e Ω . Entretanto, o efeito do volante no movimento do veículo pode ser quantificado pela relação entre os picos de amplitude, calculados através do programa do apêndice II, quando $\Omega = 12.000 \text{ rpm}$ e $\Omega = 0$. Por exemplo: a relação γ_{12}/γ_0 indica

a influência do volante no movimento do veículo segundo a coordenada γ desde que sejam mantidas as mesmas condições de excitação e posicionamento.

A Figura (5.3.3) mostra as amplitudes $|\gamma/A|$ do veículo real, para o volante com eixo longitudinal, sendo a excitação aplicada segundo θ . Nestas condições, a relação entre os picos de amplitude, na frequência ω_γ , calculados para $\Omega=12.000$ rpm e $\Omega=0$ é $\gamma_{12}/\gamma_0=4,42$.

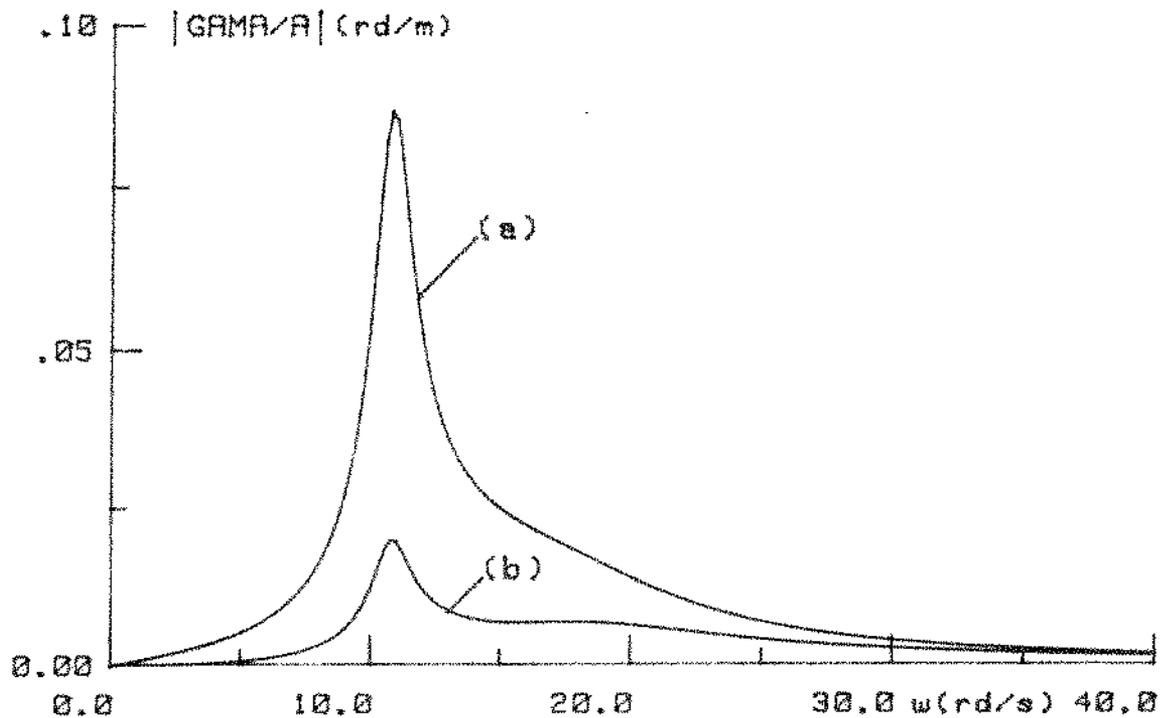


Fig. 5.3.3. Efeito do volante na amplitude $|\gamma/A|$, do veículo para $f_1=, f_2=0$, $\alpha=0$, $\beta=\pi/2$, $\bar{x}=1$, $\bar{y}=-3$, $\bar{z}=1$, sendo (a) para $\Omega=12.000$ rpm e (b) para $\Omega=0$.

Os modos, segundo as coordenadas z e θ , são pouco afetados pelo volante.

Como neste caso o eixo de rotação do volante é longitudinal, seu efeito sobre o modo ϕ também é pequeno, conforme mostra a Figura (5.3.4).

No caso do volante longitudinal, com excitação segundo θ , basta analisar sua influência no modo γ e usar a relação $\gamma_{12}/\gamma_0=4,42$ para determinar o volante adequado para o modelo.

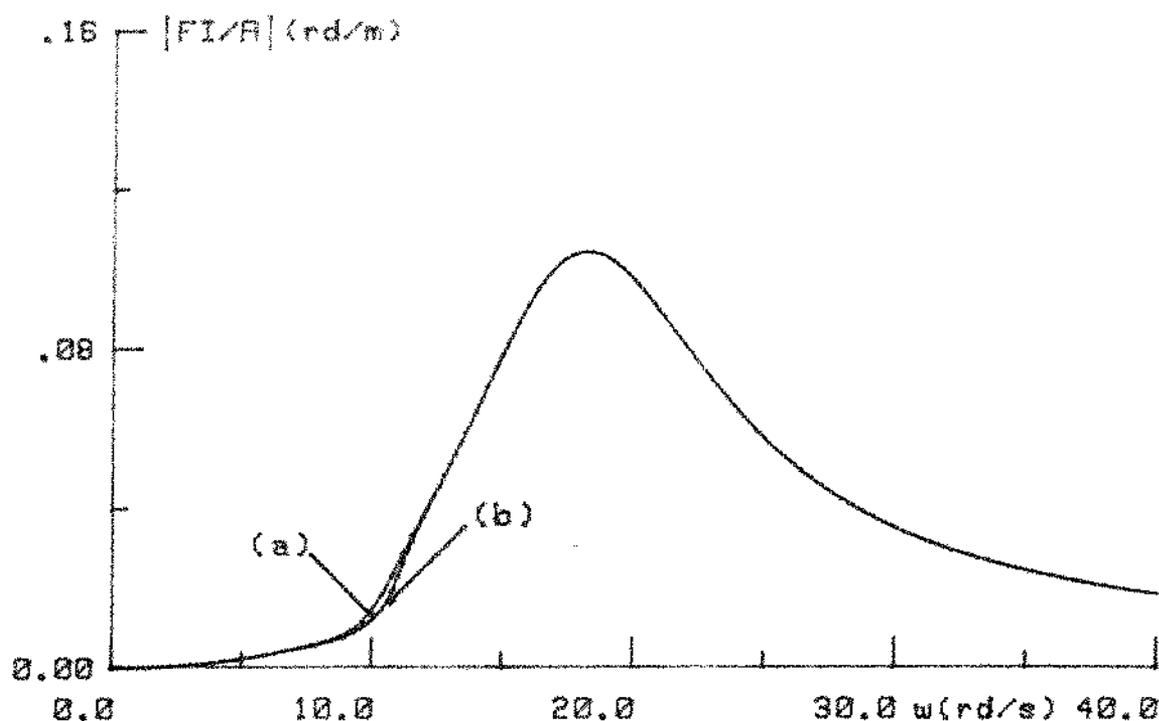


Fig. 5.3.4. Efeito do volante na amplitude $|\phi/A|$, do veículo para $f_1=\pi$, $f_2=0$, $\alpha=0$, $\beta=\pi/2$, $\bar{x}=1$, $\bar{y}=-3$, $\bar{z}=1$, sendo (a) para $\Omega=12.000$ rpm e (b) para $\Omega=0$.

Usando o programa MODELO, listado no apêndice II, pode-se determinar qual o par (I_R, Ω) que influe no movimento do modelo, de modo que $\gamma_\Omega/\gamma_0=4,42$ e cujo produto $I_R\Omega=0,36$. Nesta análise deve-se manter o volante com eixo de rotação longitudinal, a excitação segundo θ .

A posição do volante no modelo deve ser a mesma usada no veículo, mantidas as relações de escala geométrica. A Figura (5.3.5) mostra o efeito do volante no modelo com $\Omega=22.468,9$ rpm e $I_R=1,53 \times 10^{-4}$ kgm². Com estes valores a relação γ_Ω/γ_0 , calculada na frequência ω_γ tem o mesmo valor que no veículo e o produto $I_R\Omega=0,36$.

Pode-se observar que a energia introduzida segundo θ é transferida, mais significativamente, para o modo γ quando a frequência da excitação for igual a ω_γ e ω_θ .

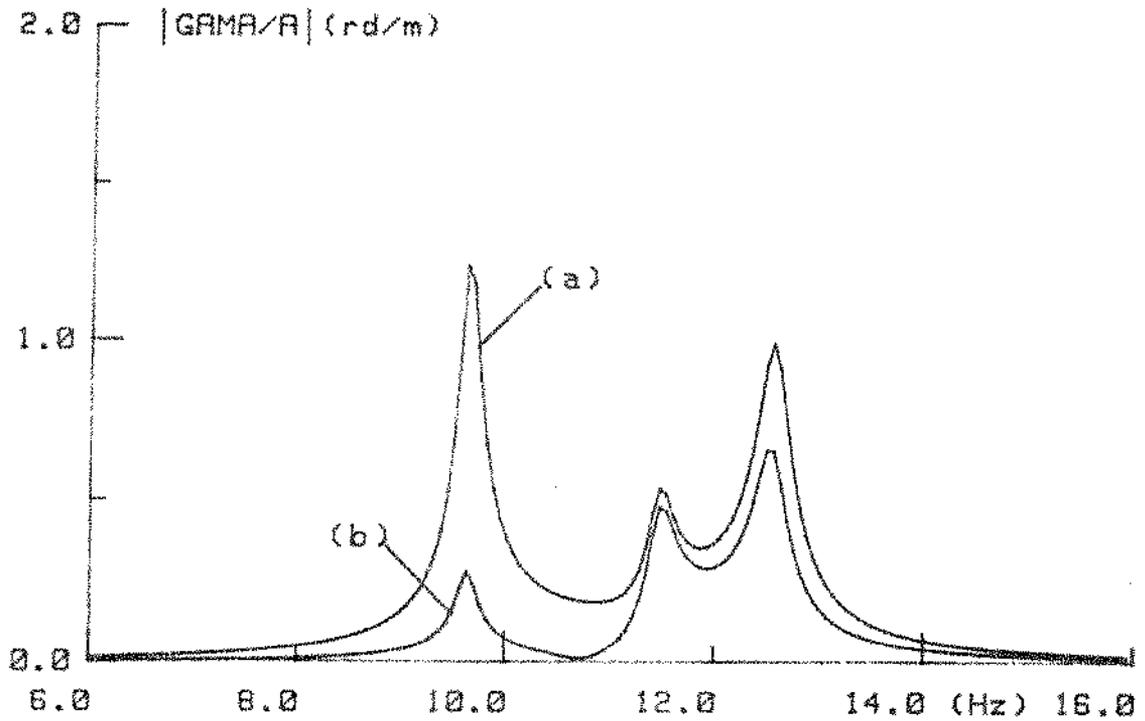


Fig 5.3.5. Efeito do volante na amplitude $|\gamma/A|$ do modelo para $f_1=\pi$, $f_2=0$, $\alpha=0$, $\beta=\pi/2$, $\bar{x}=.1\text{m}$, $\bar{y}=-.3\text{m}$ e $\bar{z}=.064\text{ m}$, sendo (a) para $\Omega=22.468,9\text{ rpm}$ e (b) para $\Omega=0$.

Na tabela (5.4) são apresentadas as características do volante para o modelo experimental.

Tabela (5.4) - Volante do modelo.

Parâmetro	valor numérico
m_R	0,1213 kg
I_R	$1,53 \times 10^{-4}$ kgm ²
J_R	$7,69 \times 10^{-5}$ kgm ²
$\Omega_{(mx)}$	22.468,9 rpm

A Figura (5.3.6) mostra o volante construído em alumínio e montado num suporte de acrílico.

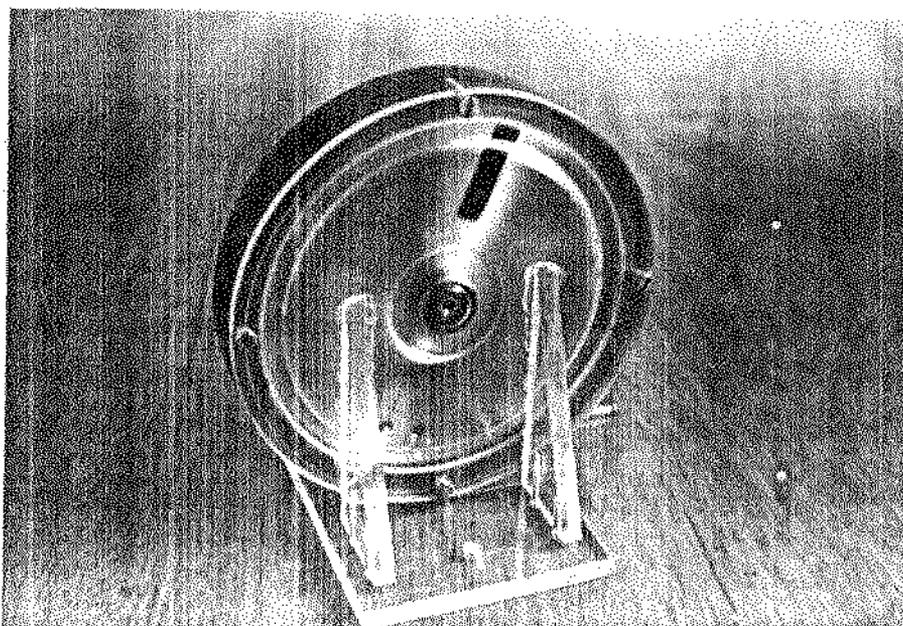


Fig. 5.3.6. Volante do modelo experimental.

O volante tem diâmetro de 100 mm e espessura de 5,6 mm, sendo montado no suporte através de dois rolamentos de esferas. O acionamento é por ar comprimido, sendo que as pás foram escavadas na periferia do volante. A Figura (5.3.7) mostra o volante e as pás usadas para o acionamento, enquanto os furos resultaram da operação de balanceamento.

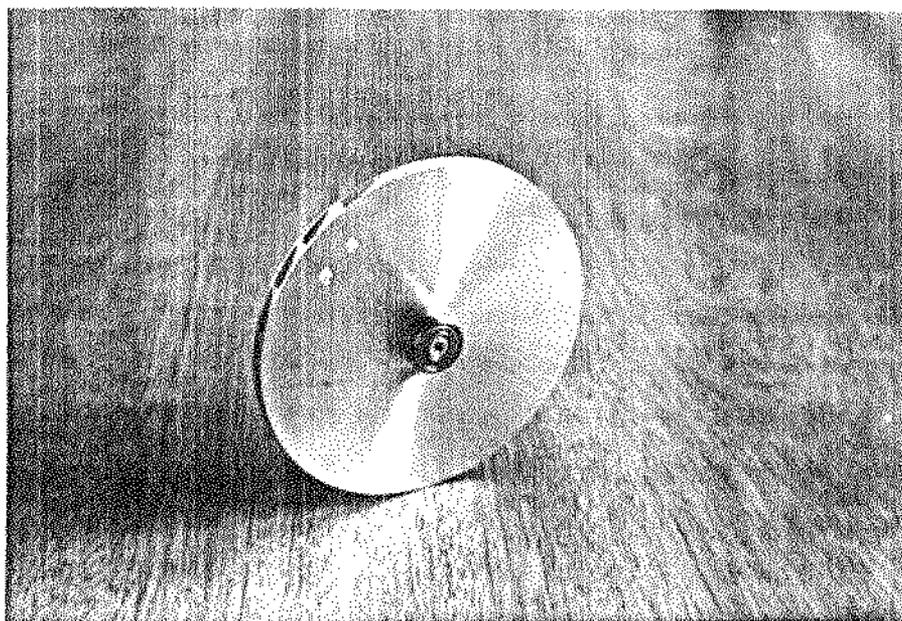


Fig. 5.3.7. Rotor do volante.

Esta construção foi escolhida pois torna possível a operação do volante a velocidades de até 45.000 rpm, sem adicionar massa ou inércia de um motor. O suporte de plástico, mostrado na Figura (5.3.8), foi usado para minimizar o efeito da massa adicional sobre o modelo.

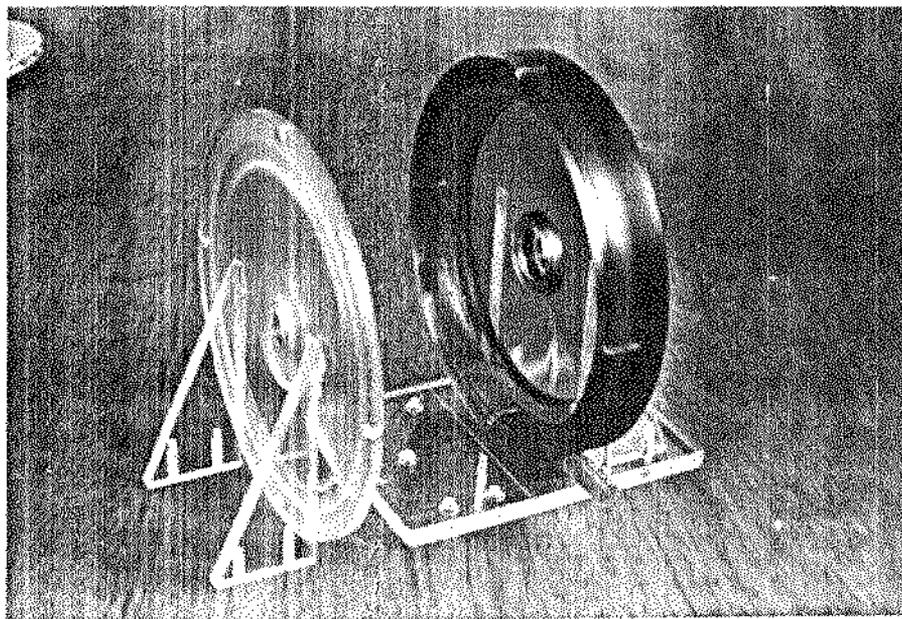


Fig. 5.3.8. Suporte do volante.

Os desenhos de fabricação do modelo do veículo e de seu volante estão no apêndice I.

Para analisar a influência do volante no movimento segundo ϕ , deve-se posicioná-lo com eixo de rotação vertical, pois nesta condição seu efeito é mais significativo.

A Figura (5.3.9) mostra o efeito do volante sobre o veículo caracterizado pela relação $\phi_{12}/\phi_0 = 1,31$.

Com o volante de características definidas na tabela (5.4), instalado no modelo, obtêm-se a relação $\phi_{\Omega}/\phi_0 = 1,20$, conforme mostra a Figura (5.3.10).

Embora a equação (5.3.2) seja cumprida, não é possível manter, no modelo e no veículo, a mesma relação ϕ_{Ω}/ϕ_0 , pois neste caso o volante foi posicionado com eixo vertical e suas características foram definidas para o modo γ .

Desta forma, com o volante especificado, os resultados da análise experimental são poderão ser comparados aos teóricos para o movimento segundo γ com volante de eixo longitudinal.

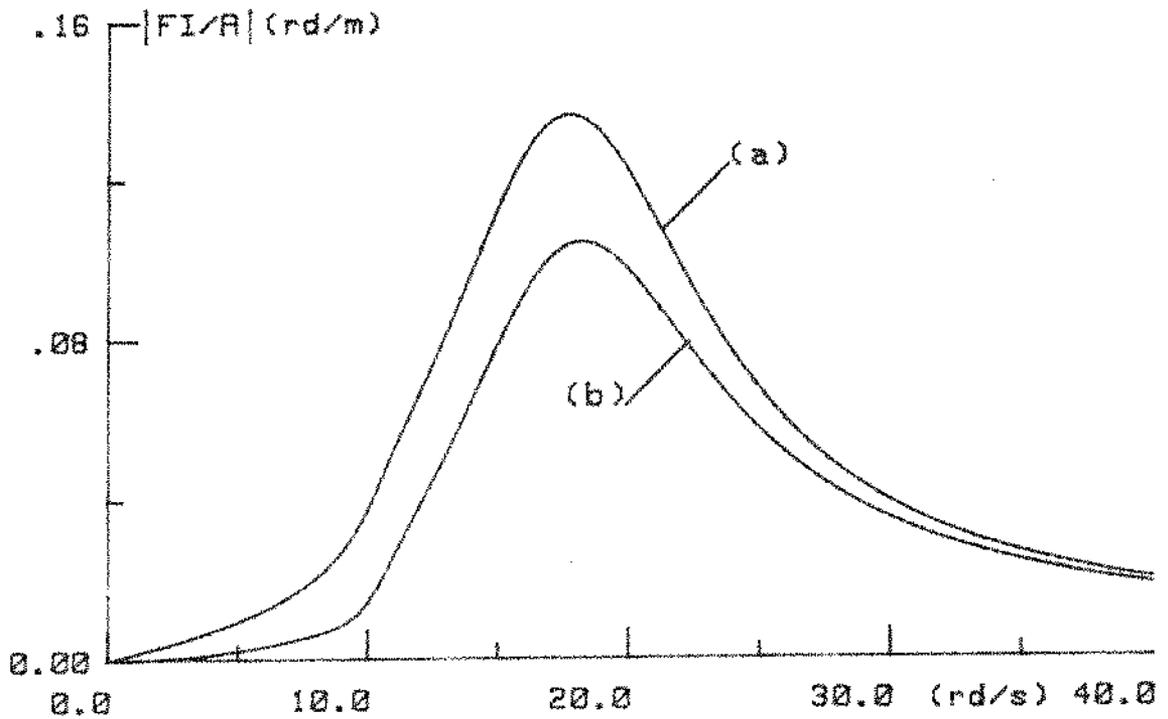


Fig. 5.3.9. Efeito do volante na amplitude $|\phi/A|$ do veículo, para $f_1 = \pi$, $f_2 = 0$, $\alpha = \beta = 0$, $\bar{x} = 1\text{m}$, $\bar{y} = -3\text{m}$, $\bar{z} = 1\text{m}$, sendo (a) para $\Omega = 12.000$ rpm e (b) para $\Omega = 0$.

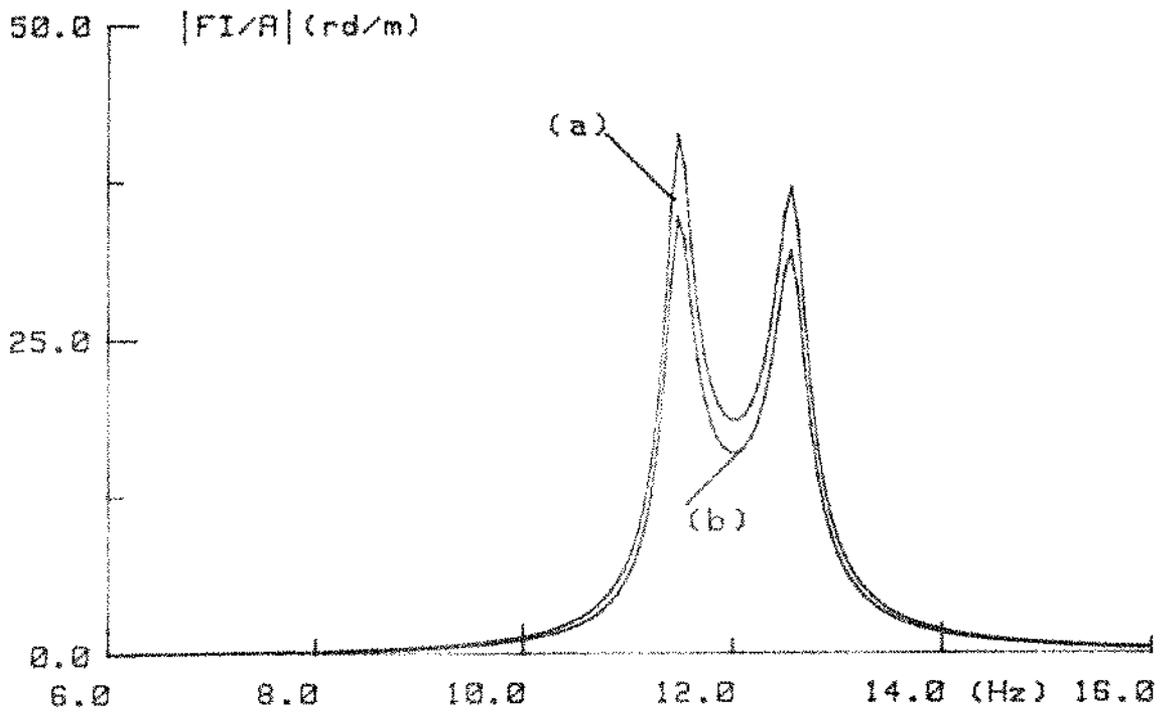


Fig. 5.3.10. Efeito do volante na amplitude $|\phi/A|$ do modelo, para $f_1 = \pi$, $f_2 = 0$, $\alpha = \beta = 0$, $\bar{x} = .1\text{m}$, $\bar{y} = -.3\text{m}$, $\bar{z} = .064\text{m}$, sendo (a) para $\Omega = 22.468,9$ rpm e (b) para $\Omega = 0$.

5.4. Excitação do modelo experimental

No início do trabalho pretendia-se usar para a excitação do modelo dois cilindros hidráulicos, que seriam fixados aos dispositivos inferiores da suspensão dianteira e trazeira. Desta forma, seria possível reproduzir perfeitamente o modelo teórico proposto.

Como este equipamento não estava operacional por ocasião das experiências, foi necessário alterar as condições de excitação do modelo.

Usou-se um excitador eletro-mecânico alimentado por um gerador de sinal com varredura em frequência e um amplificador de potência. Este sistema mostrado na Figura (5.4.1) possibilita a geração de uma força do tipo $F=F_0 \text{sen}\omega t$, com amplitude controlada, sendo possível manter F_0 constante durante a varredura da frequência.

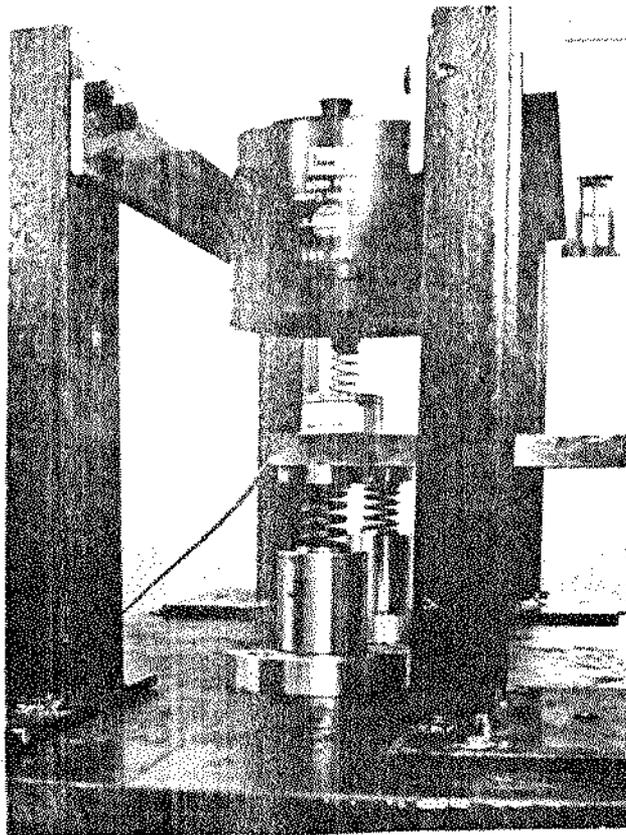


Fig. 5.4.1. Excitação do modelo.

Para não vincular os movimentos do modelo montou-se uma mola helicoidal entre a cabeça do excitador e a célula de carga fixada ao modelo. A Figura (5.4.2) mostra o dispositivo de aplicação da força.

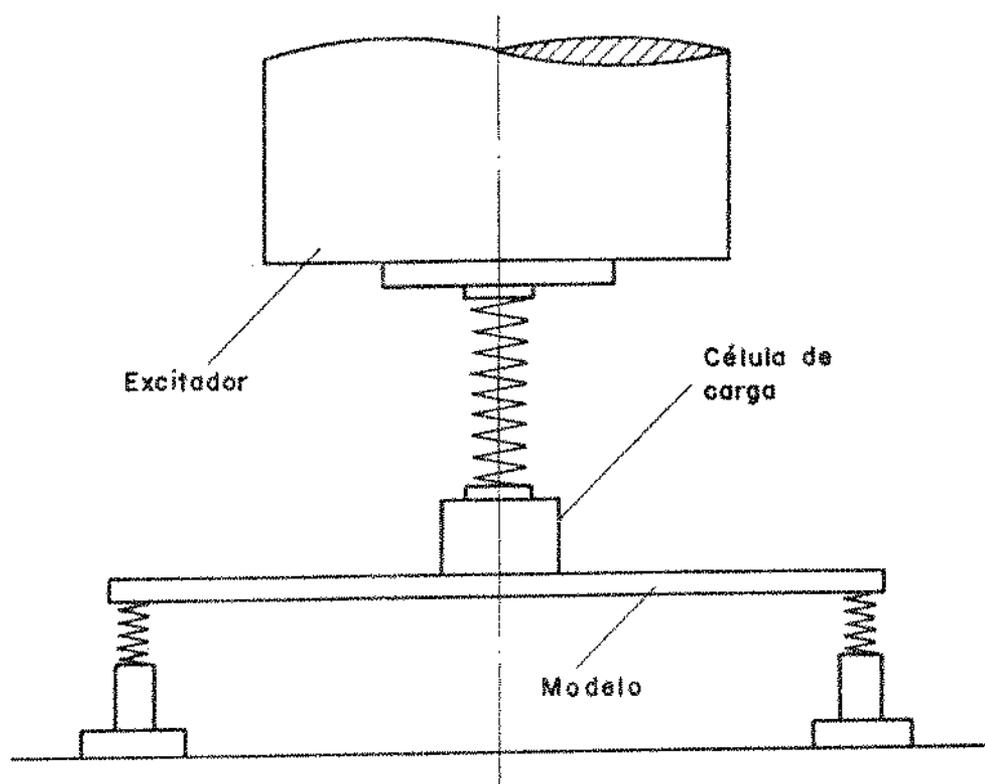


Fig. 5.4.2. Dispositivo de aplicação da força

A constante da mola foi escolhida suficientemente baixa de modo a não influir significativamente nas características dinâmicas do modelo.

O controle da amplitude da força é feito em malha fechada, usando-se o sinal da célula de carga como realimentação para o gerador de sinal. A Figura (5.4.3) mostra o esquema do sistema de excitação.

Em função das novas condições de excitação, será necessário alterar as forças externas generalizadas, determinadas no segundo capítulo para o modelo teórico, visando a comparação dos resultados experimentais com os teóricos.

5.5. Resultados experimentais para o movimento segundo γ .

O objetivo desta análise é obter, experimentalmente, a influência do volante no movimento γ do modelo. Como foi definido no item 5.3, este efeito pode ser quantificado pela relação $\gamma_{\Omega} / \gamma_0$, sendo γ_{Ω} o pico de amplitude obtido com o volante girando na sua rotação máxima e γ_0 quando $\Omega=0$.

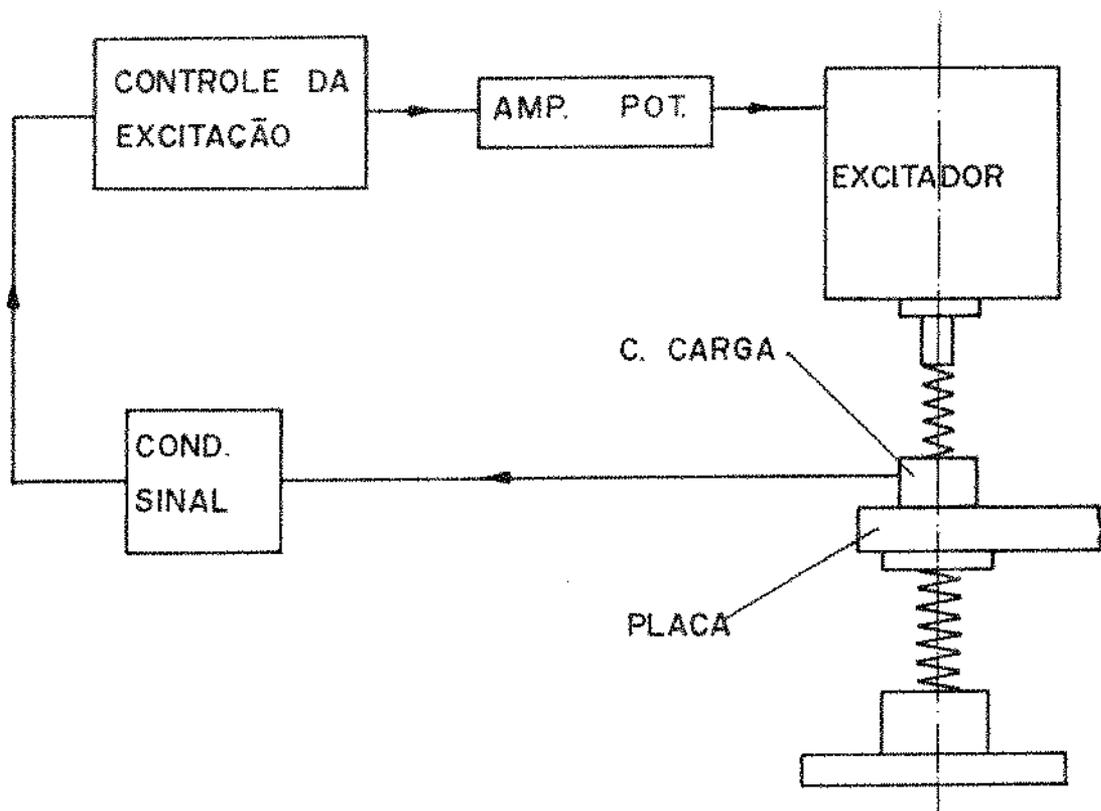


Fig. 5.4.3. Controle da excitação.

O movimento que se deseja medir é obtido por meio de sensores, instalados convenientemente na placa, enquanto a frequência da excitação, ω , varia numa faixa que contém todas as frequências naturais do modelo.

Mantidas as condições de excitação e o posicionamento do volante, obtém-se, num primeiro teste, a resposta em frequência, $\gamma_{\Omega} = f(\omega)$, com o volante girando com $\Omega = 22.500$ rpm. Num segundo teste, o volante fica parado, resultando a função $\gamma_0 = f(\omega)$.

Comparando os picos das duas curvas, na frequência correspondente ao modo γ , pode-se calcular a relação $\gamma_{\Omega} / \gamma_0$ e compará-la com o valor determinado teoricamente.

Em cada teste, o volante, os sensores e a excitação foram mantidos nas posições indicadas na Figura (5.5.1).

As coordenadas dos pontos indicados na Figura (5.5.1) e os equipamentos neles instalados estão na tabela (5.2). Deve-se observar que o sistema de referência usado é o mesmo do modelo teórico.

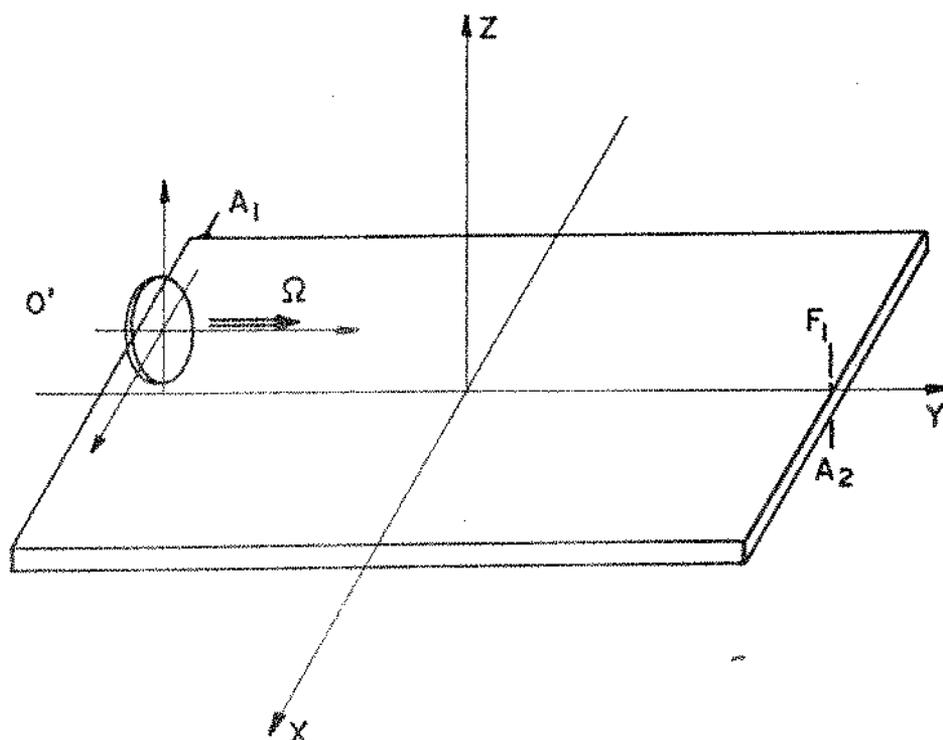


Fig. 5.5.1. Posição dos equipamentos sobre a placa.

Tabela (5.5) - Posição dos instrumentos e do volante.

Ponto	Coordenadas (m)	Equipamentos
A ₁	(-0.15, -0.31, 0)	acelerômetro ENDEVCO-GD36-2262/25, sensibilidade 21,4 mV/g, ±25 g
A ₂	(0.0, 0.30, 0)	acelerômetro ENDEVCO-GA55-2262/25, sensibilidade 20,5 mV/g, ±25 g
F ₁	(0.0, 0.30, 0)	célula de carga BLH-U2M1 sensibilidade 6,80 mV/N, ±100 lb
O'	(0.0, -0.30, 0.064)	centro de massa do volante

Os acelerômetros são piezoresistivos e a máxima sensibilidade transversal é 0,9% da longitudinal. A₁ é montado na direção x, e A₂ na direção z.

A faixa de frequências usada nos testes vai de 0 a 15Hz

de modo a englobar todas as ressonâncias importantes do modelo. Nestas condições, a placa é praticamente rígida e pode-se afirmar que o acelerômetro A_1 indica o movimento γ e A_2 o movimento θ .

A aquisição e processamento dos sinais de movimento gerado pelos sensores é feita usando o analisador de Fourier apresentado anteriormente.

Com o volante girando a 22.500 rpm, aparece um sinal de alta frequência, que deve ser filtrado para que se obtenha apenas o movimento introduzido pela excitação.

A Figura (5.5.2) mostra o esquema da montagem experimental usada na determinação da resposta em frequência do modelo.

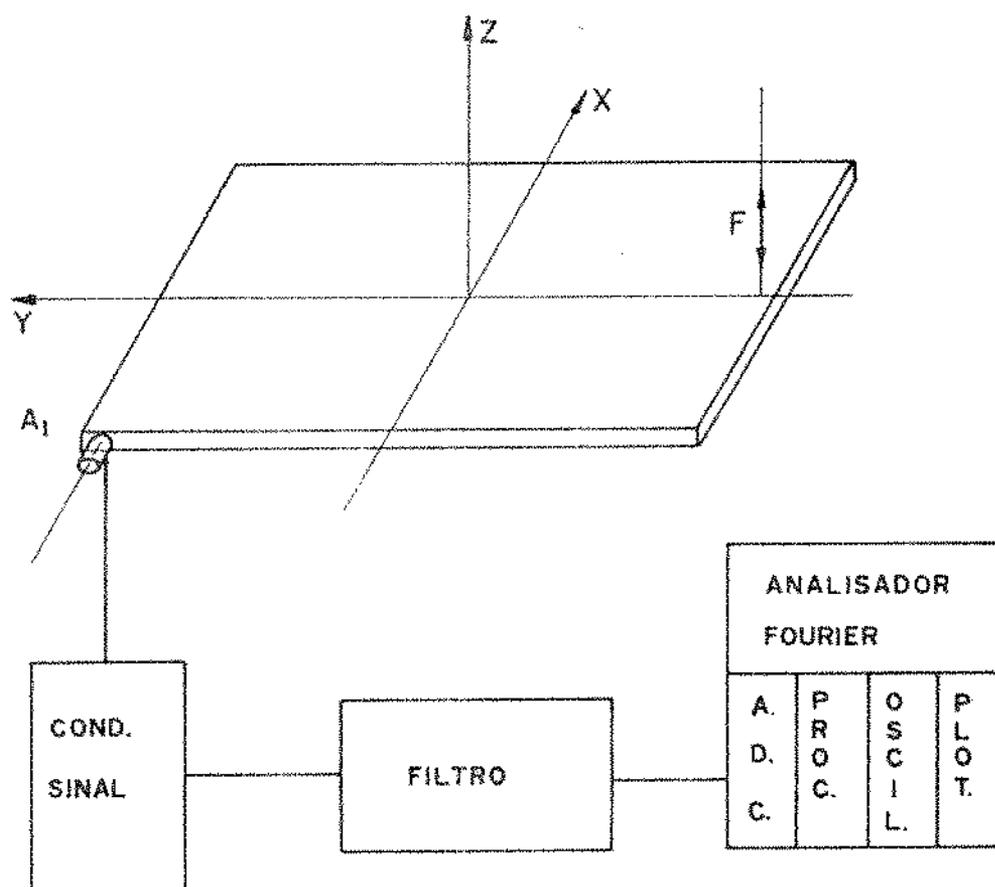


Fig. 5.5.2. Aquisição do sinal de movimento.

Os controles do conversor analógico-digital, ADC, na entrada do analisador, são ajustados de modo que o tempo total da amostragem, T , fique superior ao tempo de varredura imposto pela excitação.

Ao se escolher T , fica fixada a resolução em frequência, Δf , cujo valor indica a mínima diferença perceptível para o analisador.

A máxima frequência analisada, F_{mx} , depende da escolha do tamanho do bloco de dados, N , onde será gravado o sinal digital. Como na primeira metade do bloco fica armazenada a parte real do sinal e na segunda, sua parte imaginária, F_{mx} é definida pelo produto $(N/2) \cdot \Delta f$.

Os ensaios efetuados com o modelo podem ser separados em duas categorias.

No primeiro teste, a varredura em frequência da excitação, cobre todas as ressonâncias do modelo. Como a menor frequência natural é $\omega_2 = 7,86$ Hz e a mais alta é $\omega_6 = 12,5$ Hz usou-se uma varredura entre 7 e 13 Hz, numa taxa de 0,065 Hz/s, o que implica num tempo total de 92,3 segundos.

Ajustando o ADC para $T=100s$ e usando $N=4096$, obtém-se $\Delta f=0,01$ Hz e $F_{mx}=20,48$ Hz, que são valores adequados para este primeiro teste.

Como o modo de maior interesse tem frequência natural ω_γ na vizinhança de 10 Hz, no segundo teste usou-se uma faixa de frequências entre 9,5 e 10,8 Hz, de modo que apenas o modo γ fosse analisado.

Nestas condições, é possível usar uma taxa de 0,014 Hz/s para a varredura da excitação, o que corresponde a um tempo total de 93 segundos.

Mantendo os ajustes do ADC consegue-se uma maior precisão nos resultados, pois foi diminuída a taxa de varredura.

Nos dois testes a aquisição de dados é iniciada por um sinal externo gerado por ocasião do começo da varredura. Assim, obtém-se um perfeito sincronismo entre a excitação e a gravação do sinal, sem perda de informações.

Os resultados no primeiro teste estão na Figura (5.5.3). Como a varredura da frequência da excitação foi entre 7 e 13 Hz, pode-se considerar válidos apenas os sinais dentro deste intervalo.

A curva azul corresponde ao caso em que $\Omega=0$, enquanto a vermelha foi obtida para o volante girando com $\Omega=22.500$ rpm.

A presença de picos de amplitude nas frequências dos modos z , ϕ e θ , além do esperado para o modo γ , ocorre devido ao acoplamento destes movimentos provocado pela presença da massa do volante fora do centro de massa da placa e pelo erro de posicionamento da força de excitação.

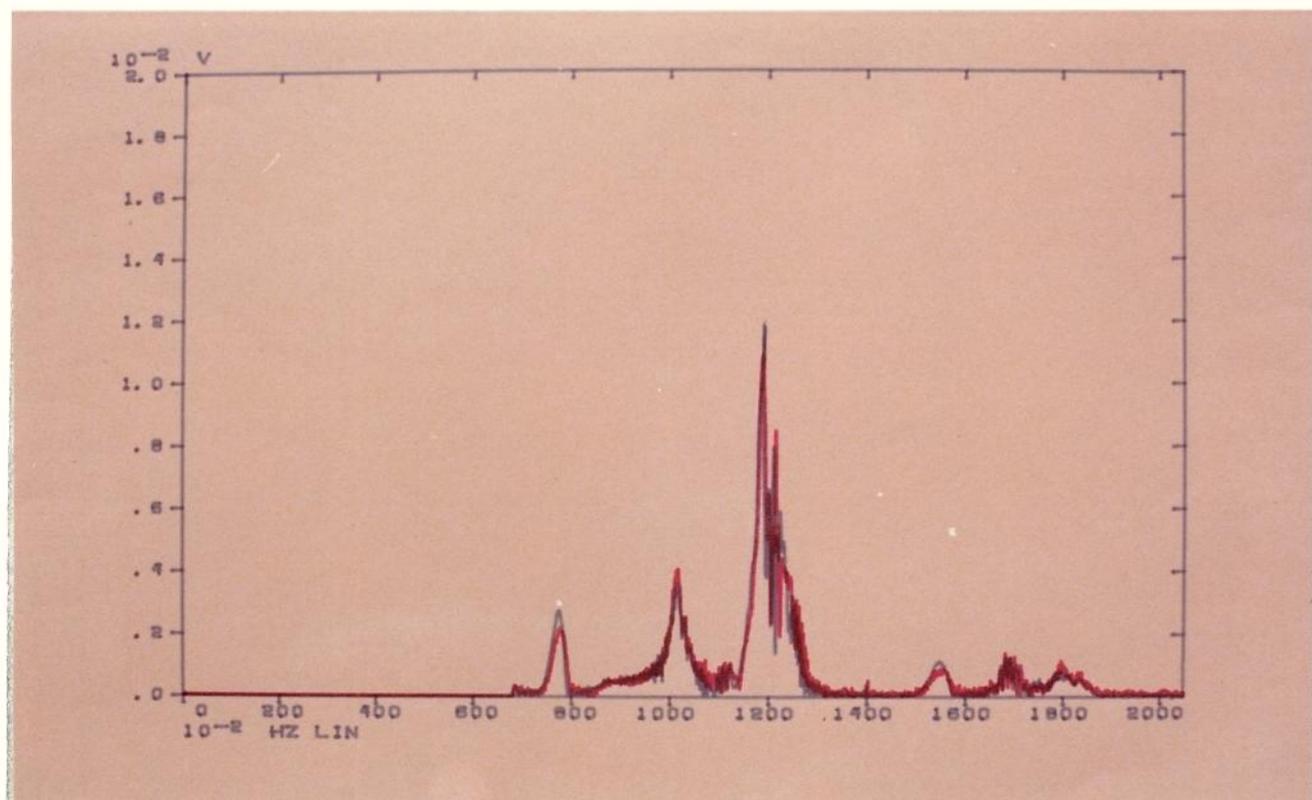


Fig. 5.5.3. Efeito do volante na amplitude $|\gamma|$ do modelo experimental para $\alpha=0$, $\beta=\pi/2$, $\bar{x}=0,1m$, $\bar{y}=-0,3m$, $\bar{z}=0,064$, sendo a curva azul para $\Omega=0$ e a vermelha para $\Omega=22.500$ rpm, com varredura entre 7 e 13 Hz.

A ressonância abaixo de 8 Hz está associada ao modo z e observa-se uma pequena redução nesta amplitude quando o volante gira.

Ao redor dos 12 Hz aparecem as ressonâncias em ϕ e θ . Como estas frequências são muito próximas e a taxa de varredura não é suficientemente pequena, não se consegue separá-las na figura.

A maior amplitude mostrada na Figura (5.5.3) está na frequência do modo θ . Isto não indica que os movimentos θ e γ sejam fortemente acoplados nesta frequência. As amplitudes elevadas aparecem porque a excitação é aplicada basicamente segundo θ e o acelerômetro A_1 tem certa sensibilidade transversal. Com o volante parado ou girando não se verifica diferença significativa nestas amplitudes.

Na frequência de 10 Hz aparece o efeito do volante no modo γ , indicando um acréscimo na amplitude medido pela relação $\gamma_\Omega/\gamma_0 = 1,16$.

Como a taxa de varredura da frequência da excitação, usada neste teste, é alta comparada com a resolução do analisador e como as ressonâncias são agudas, devido ao baixo amortecimento do modelo, os resultados ficam mascarados e isto explica a proximidade das duas curvas.

Como o interesse principal é observar o efeito do volante no modo γ , foi realizado o segundo teste, no qual a taxa de varredura foi reduzida em 4,5 vezes em relação à do primeiro teste.

Ao se fixar os limites inferior e superior para a frequência de excitação, o único modo observado é segundo γ .

O efeito do volante fica determinado na Figura (5.5.4), onde a relação $\gamma_{\Omega}/\gamma_0=1,31$.

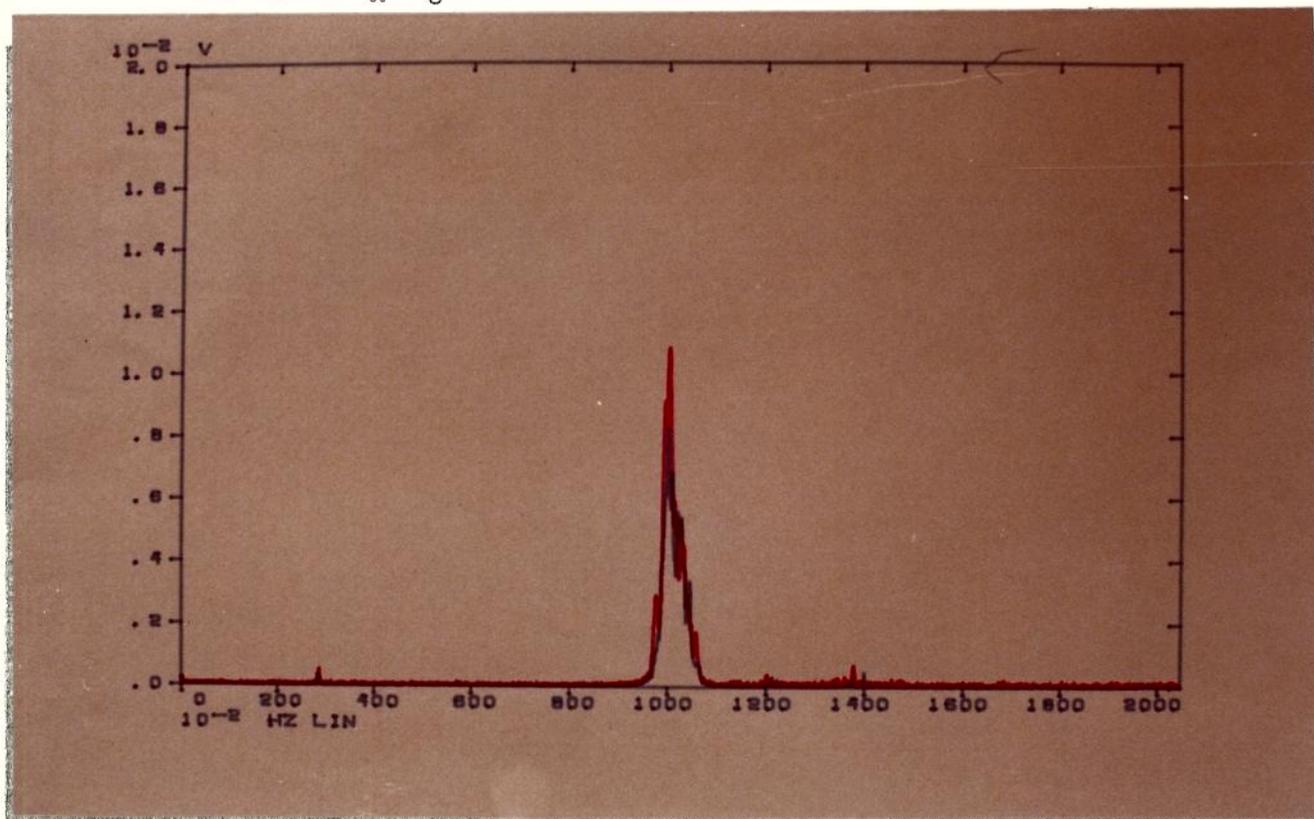


Fig. 5.5.4. Efeito do volante na amplitude $|\gamma|$ para $\alpha=0$, $\beta=\pi/2$, $\bar{x}=0,1m$, $\bar{y}=-0,3m$, $\bar{z}=0,064m$, com varredura entre 9,5 e 10,8 Hz a uma taxa de 0,014 Hz/s sendo a curva vermelha para $\Omega=22.500$ rpm e a azul para $\Omega=0$.

A amplitude obtida para $\Omega=0$ existe em função do erro de posicionamento angular da força de excitação. A Figura (5.5.5) mostra o desvio angular da célula de carga, em relação à direção de z , cujo valor medido é 0,7 graus.

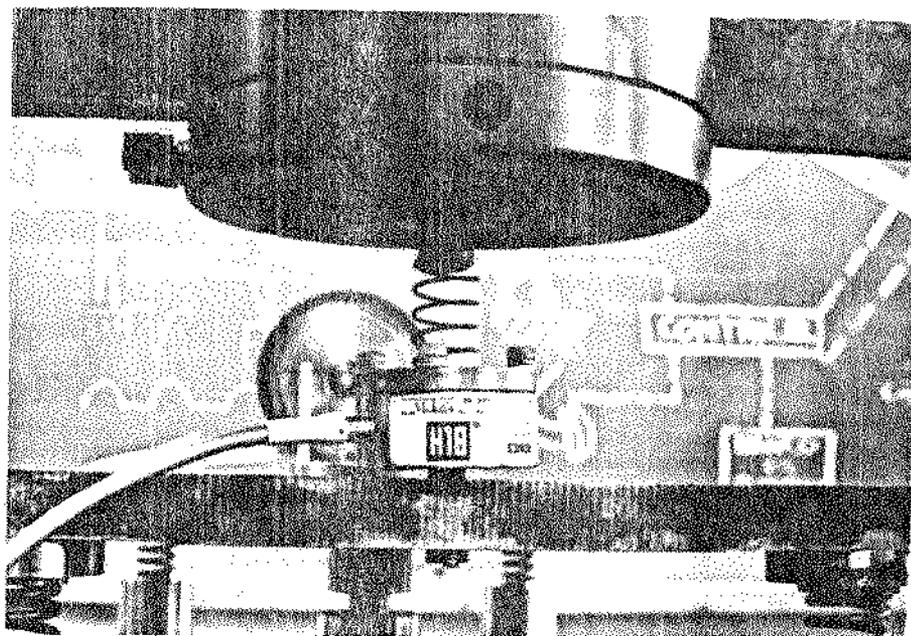


Fig. 5.5.5. Desvio angular da força de excitação aplicada através da célula de carga.

5.6. Comparação dos resultados

A análise teórica do segundo capítulo prevê uma excitação aplicada através das molas da suspensão do veículo. O programa MODELO usa os parâmetros do modelo experimental, mas as condições de excitação são semelhantes às do veículo.

Os resultados experimentais foram obtidos para uma força de excitação aplicada no ponto F_1 da placa.

A comparação dos resultados teóricos e experimentais só será possível quando são mantidas as mesmas condições para a excitação.

Desta forma, foi necessário alterar o modelo teórico, recalculando as forças externas generalizadas. A Figura (5.6.1) mostra a posição da força $F=F_0 \sin \omega t$, que atua no modelo com um desvio angular ϕ_1 em relação ao eixo z .

Nas condições da Figura (5.6.1), usando o princípio do trabalho virtual, determina-se o vetor $\underline{Q} = \{Q_z, Q_\theta, Q_\phi, Q_\gamma\}^T$, cujas componentes são definidas nas equações (5.6.1).

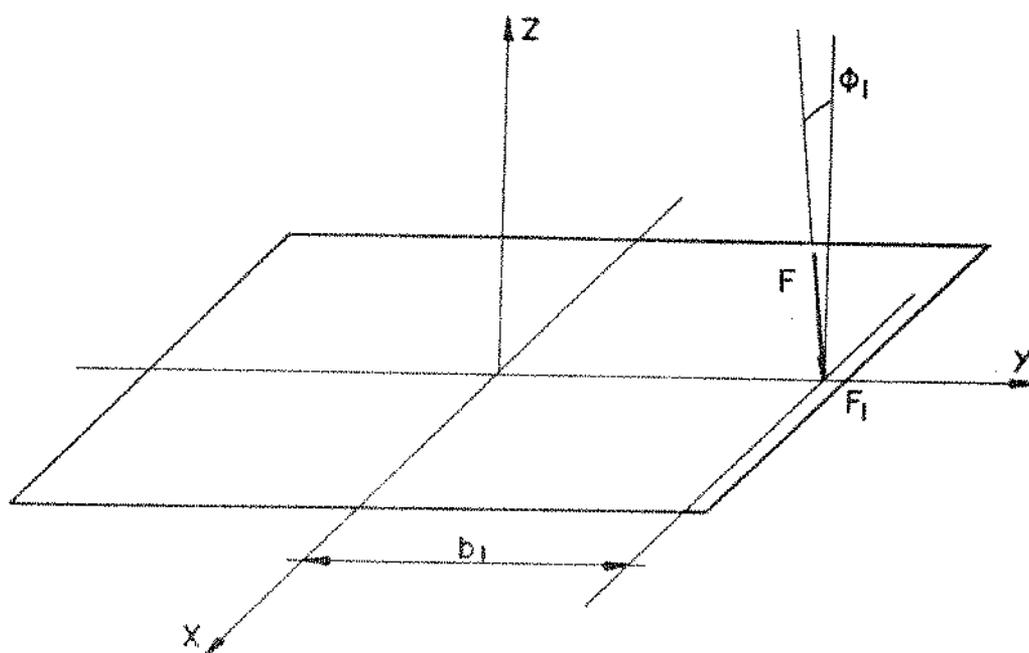


Fig. 5.6.1. Nova excitação para o modelo teórico.

$$\begin{aligned}
 Q_z &= -F \cos \phi_1 \\
 Q_\theta &= -F b_1 \cos \phi_1 \\
 Q_\phi &= 0 \\
 Q_\gamma &= F b_1 \sin \phi_1
 \end{aligned}
 \tag{5.6.1}$$

Alterando as expressões $Q(i, j)$ no programa MODELO, de acordo com as equações (5.6.1), obtém-se o resultado da Figura (5.6.2) para as mesmas condições dos testes experimentais.

Na frequência de ressonâncias do modo γ obtém-se a relação $\gamma_\Omega/\gamma_0=1,38$.

A comparação entre os resultados teóricos da Figura (5.6.2) e os experimentais, da Figura (5.5.4), mostra uma variação de +5,4% nos valores da relação γ_Ω/γ_0 , com base no valor experimental.

A curva teórica, com o volante girando, apresenta um segundo pico na frequência do modo θ , ao redor de 12,5 Hz. Isto indica que ocorre transferência de energia no modo θ para o γ , nesta frequência.

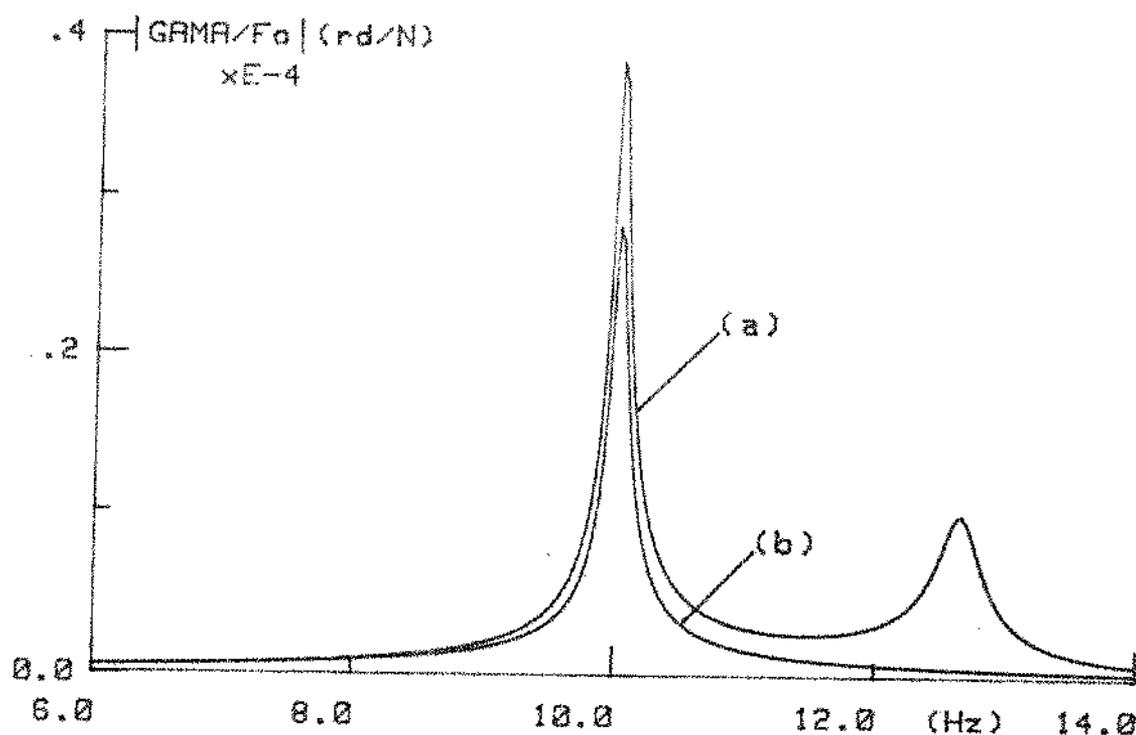


Fig. 5.6.2. Efeito do volante na amplitude $|\gamma/F_0|$, para $\alpha=0$, $\beta=\pi/2$, $\phi_1=0,7^\circ$, $\bar{x}=0,1m$, $\bar{y}=-0,3m$, $\bar{z}=0,064m$, sendo (a) para $\Omega=22.500$ rpm e (b) para $\Omega=0$.

Não foi possível observar este fato nos resultados experimentais da Figura (5.5.4), em virtude do limite superior da frequência de varredura ser $10,8 Hz$.

Mesmo na Figura (5.4.3), onde a varredura é feita entre 7 e 13 Hz , este efeito fica mascarado em função da alta taxa de variação da frequência usada no ensaio. Além disto, como a excitação é aplicada segundo θ , na sua ressonância as amplitudes são muito grandes, o que produz um sinal no acelerômetro A_1 devido à sua sensibilidade transversal. Com as altas amplitudes aparecem efeitos não lineares na faixa de frequências em torno de $12,5 Hz$.

Os resultados apresentados nas Figuras (5.4.3) e (5.4.4) são valores médios obtidos a partir de seis medidas experimentais.

Os resultados dos testes de 1 a 6 ficam armazenados nos blocos de dados de 1 a 6, respectivamente, na memória do processador.

A média é obtida somando-se os canais dos seis blocos e o resultado é reescalado dividindo-se o bloco pelo escalar 6.

O modelo experimental foi construído de modo a permitir a análise da influência do volante para diferentes inclinações do seu eixo de rotação.

Assim, usando a metodologia apresentada no item 5.5. , pode-se obter resultados semelhantes aos das Figuras (5.5.3) e (5.5.4), para os casos de volante com eixo de rotação vertical ou transversal.

Entretanto, como se deseja comparar os resultados teóricos com os experimentais, para cada posição angular do volante os valores de I_R e Ω serão diferentes, desde que é necessário cumprir a relação (5.3.2) e manter a mesma influência em termos dos picos de amplitude obtidos com e sem volante.

Por exemplo, para o volante com eixo de rotação transversal, sendo a excitação segundo θ , não ocorre diferença no movimento do modelo com $\Omega=0$ ou com o volante girando. O efeito no movimento só pode ser observado se a excitação for segundo ϕ e neste caso aparecem movimentos segundo θ e γ .

Este ensaio não foi realizado pois implicava na construção de um novo dispositivo para sustentar o excitador e as informações obtidas para o movimento , com volante longitudinal , foram suficientes para mostrar a influência do volante e indicar a representatividade do modelo experimental proposto.

Capítulo 6. CONCLUSÕES

O desenvolvimento deste trabalho mostra que os modelos propostos nos capítulos 2 e 5 foram suficientes para analisar a influência do volante, usado para armazenamento de energia, no comportamento dinâmico do veículo.

Embora a comparação entre os resultados teóricos e experimentais tenha sido obtida para uma condição especial de excitação, pela qual se excitam diretamente os modos z e θ , foi possível determinar quantitativamente o efeito do volante no movimento segundo γ .

Para estas condições encontrou-se uma boa correlação entre os modelos teórico e experimental.

Os valores das frequências naturais calculadas a partir do modelo matemático representam satisfatoriamente aqueles obtidos experimentalmente, como mostrado no item 5.2. Este é outro fato que reforça a compatibilidade entre os dois modelos adotados.

O critério usado na determinação da escala adequada para o volante do modelo mostrou-se suficientemente preciso, pois a influência do volante, prevista teoricamente, foi reproduzida nos ensaios experimentais.

Esta análise mostra que o movimento do veículo é pouco afetado pela presença do volante.

A condição mais desfavorável, encontrada no terceiro capítulo, ocorre quando a excitação está aplicada segundo ϕ , com o eixo de rotação do volante na transversal, sendo este posicionado fora do centro de massa do veículo. Neste caso, o pico de amplitude máxima ocorre na frequência de 11 rd/s, sendo $[\gamma]=0,67$ graus.

Esta condição crítica não pode ser generalizada para qualquer veículo, pois o nível do acoplamento entre os movimentos depende das relações entre seus momentos de inércia.

Por exemplo, se J_B é o menor dos momentos principais de inércia, uma excitação segundo ϕ provocará maiores acelerações $\ddot{\phi}$ e, conseqüentemente, serão aplicados maiores momentos sobre o volante, tentando alterar a direção do seu vetor quantidade de movimento angular.

Com seu eixo de rotação transversal, o volante transfere um momento de reação que é aplicado ao veículo segundo a coordenada γ . Desta forma, se acoplam os movimentos ϕ e γ .

Num outro caso, se a excitação ocorre segundo θ , tendo o volante eixo longitudinal, as acelerações $\ddot{\theta}$ serão menores que as $\ddot{\phi}$ do caso anterior, pois $K_B > J_B$. Assim, o momento aplicado no volante será menor, o mesmo ocorrendo com aquele transferido para o veículo, segundo a coordenada γ . Isto resulta num pico de amplitude máxima $|\gamma| = 0,22$ graus.

A influência do volante no movimento do veículo é pequena mesmo nas condições mais desfavoráveis de excitação associadas ao posicionamento do volante. Entretanto, as reações em seus mancais, geradas pelo acoplamento giroscópico, apresentam valores apreciáveis e devem ser consideradas no dimensionamento da unidade de armazenamento.

Quando o volante tem eixo de rotação transversal ou vertical, sendo a excitação aplicada segundo ϕ , os esforços radiais atingem valores máximos, sendo $|R_1| = 13102\text{N}$, $|R_2| = 12798\text{N}$, enquanto para a direção axial $|R_a| = 4010\text{N}$.

Esta situação crítica para os esforços nos mancais foi encontrada para as mesmas condições de excitação e posicionamento do volante presentes no caso mais desfavorável do movimento segundo γ . Este fato indica que, quanto maior for o acoplamento entre os movimentos, maiores serão os esforços introduzidos nos mancais do volante.

Com o volante posicionado no centro de massa do veículo, tanto as amplitudes do movimento como os esforços em seus mancais, apresentam valores menores e em alguns casos são nulos. Como esta posição nem sempre é realizável deve-se tentar acomodar a unidade de armazenamento o mais próximo possível do centro de massa do veículo.

Nos casos em que a excitação ocorre principalmente em uma determinada direção, deve-se posicionar o volante de modo a diminuir o acoplamento entre os movimentos.

Por exemplo, se a excitação ocorre segundo θ , deve-se colocar o eixo de rotação do volante na direção transversal, enquanto que, se a excitação for segundo ϕ , o eixo de rotação longitudinal provocará menores amplitudes de movimento e de esforços.

Estes resultados podem ser comparados com o caso em que o veículo com volante é obrigado a percorrer uma curva plana horizontal com raio de curvatura r , numa velocidade de translação V .

A Tabela (6.1) mostra os momentos aplicados sobre o vo

lante para três posições angulares do seu eixo de rotação. No apêndice III é apresentado o método de análise usado na obtenção destes resultados.

Tabela (6.1) - Momentos aplicados ao volante do veículo durante uma curva.

Momentos	Volante com eixo de rotação		
	VERTICAL	TRANSVERSAL	LONGITUDINAL
Mx	$J_R (\ddot{\theta} - \dot{\phi}\Omega)$	$I_R \ddot{\theta}$	$J_R (\ddot{\theta} + \dot{\gamma}\Omega)$
My	$J_R (\ddot{\phi} + \dot{\theta}\Omega)$	$J_R (\ddot{\phi} - \dot{\gamma}\Omega)$	$I_R \ddot{\phi}$
Mz	$I_R \ddot{\gamma}$	$J_R (\ddot{\gamma} + \dot{\phi}\Omega)$	$J_R (\ddot{\gamma} - \dot{\theta}\Omega)$

No caso da curva plana horizontal, $\theta = \phi = \dot{\theta} = \dot{\phi} = 0$ e a única perturbação no movimento ocorre segundo γ e a velocidade angular $\underline{I}_{\underline{\gamma}}^* = \{0 \quad 0 \quad -V/r\}$ é aplicada ao volante.

Se a velocidade do veículo é constante, os momentos sobre o volante podem ser calculados a partir das expressões da tabela (6.1), lembrando que $\ddot{\gamma} = 0$.

Desta forma, quando o volante tem eixo vertical todos os momentos são nulos, o que indica que, durante a curva, o veículo não sente a presença do volante.

Para o volante com eixo de rotação transversal, encontra-se $M_x = M_z = 0$ e $M_y = J_R V/r$. O sinal positivo indica que o momento de reação aplicado no veículo tenta tombá-lo para fora da curva.

Numa curva de raio $r = 50\text{m}$, para o veículo trafegando a 80 km/h , com o volante de eixo transversal, encontra-se $M_y = 2647\text{Nm}$ o que provoca uma reação em seus mancais igual a $R_y = 8272\text{N}$.

O momento de reação que o volante aplica no veículo pode provocar seu tombamento. Considerando que o limite estável é definido pela condição na qual a reação nas rodas internas à curva se anulam, obtém-se o momento crítico de tombamento.

$$M_{yc} = m_B (ga - V^2 h/r)$$

Na expressão do momento crítico, m_B é a massa do veículo, $2a$ é a bitola e h indica a altura do seu centro de massa.

Para as mesmas condições de curva e para o veículo do capítulo 2 calcula-se $M_{yc} = 128640\text{Nm}$. Como $M_y = 2647\text{Nm}$ pode-se afirmar que não ocorre o tombamento.

Esta análise, desenvolvida para o veículo com volante percorrendo uma curva plana, é bastante simplificada pois não se considerou o efeito das inércias e da suspensão do veículo. Entretanto, os valores aqui encontrados para os esforços nos mancais do volante são menores que aqueles determinados para o caso da excitação introduzida pelo solo.

O modelo desenvolvido neste trabalho pode ser usado no projeto de uma unidade estacionária para armazenamento mecânico de energia com volante.

Neste caso, as excitações sobre a unidade provêm de vibrações conduzidas através do solo e induzidas por equipamentos instalados na vizinhança do volante.

A Figura (6.1) mostra o esquema de uma unidade estacionária que se encontra em construção nos laboratórios do GEPROM da UNICAMP.

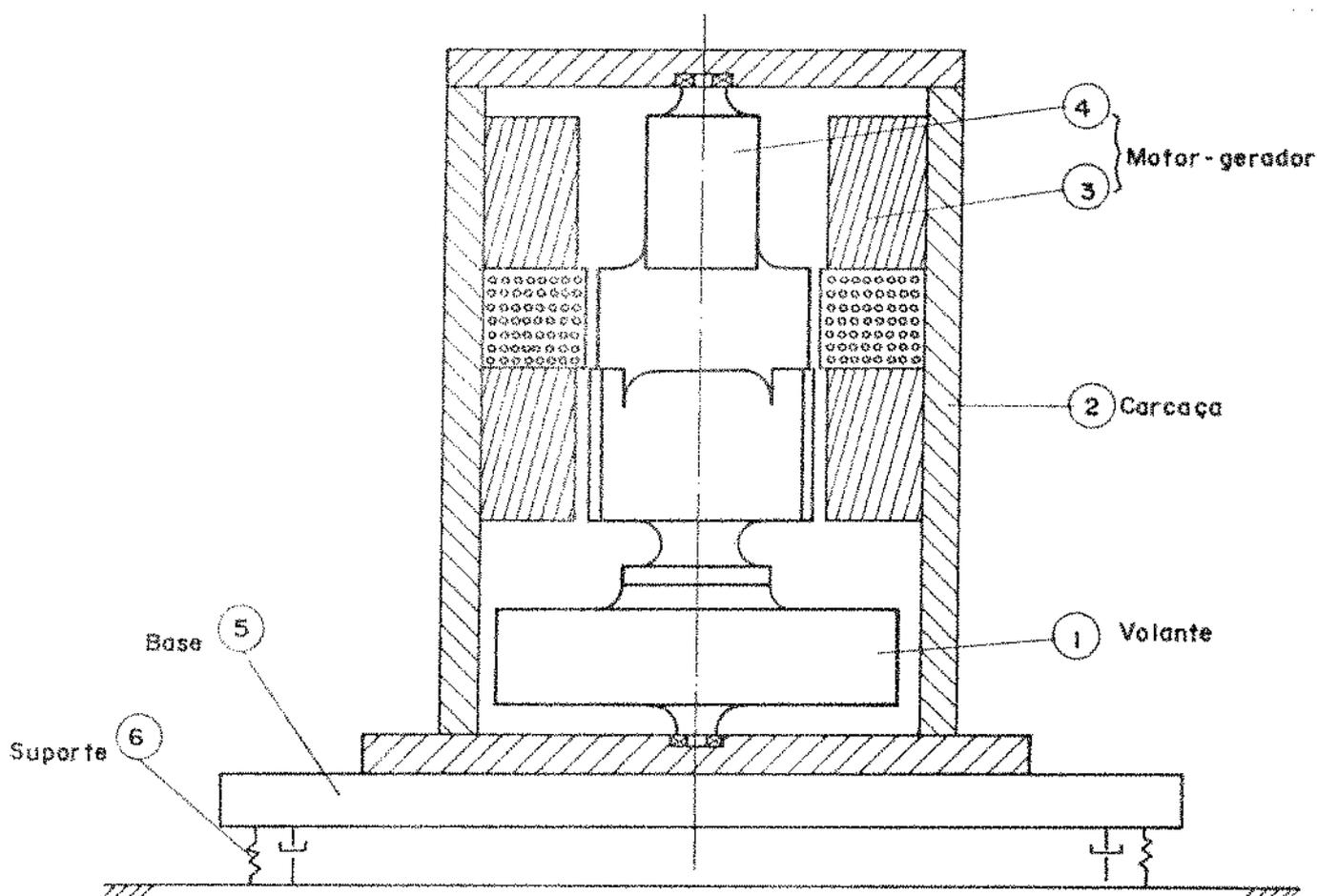


Fig. 6.1. Unidade Estacionária de Armazenamento Mecânico de Energia por Volante.

O projeto prevê uma rotação máxima de até 20000 rpm para o volante que deve girar com eixo vertical no interior de uma carcaça selada, de modo a permitir o vácuo interno.

Para esta aplicação, os parâmetros do modelo matemático definidos por m_B , K_B , J_B e I_B são estabelecidos a partir das características dos elementos 2+3+5 que compõem a estrutura que suporta o volante e o rotor da máquina elétrica.

A massa e as inércias dos componentes 1+4 definem os parâmetros m_R , K_R , J_R e I_R , enquanto a suspensão, 6, caracteriza k_d , k_s , c_t e c_r .

Assim, é possível determinar-se analiticamente as amplitudes de movimento e as reações nos mancais da unidade em função da excitação aplicada através do solo.

Os programas computacionais Movimento e Reação permitem calcular $|Z/A|$, $|\theta/A|$, $|\phi/A|$, $|\gamma/A|$ e $|R_a/A|$, $|R_1/A|$, $|R_2/A|$. Pode-se tentar minimizar os esforços nos mancais pela escolha de uma suspensão adequada para a unidade.

Outra conclusão importante indica que se pode usar altas rotações para o volante, uma vez que, para uma determinada quantidade de energia armazenada, o produto $I_R \Omega$ diminui com o aumento de Ω . Assim, a rotação máxima do volante fica limitada apenas pelas perdas aerodinâmicas e nos mancais, pela resistência mecânica e pelo custo do material do volante.

Sendo $I_R \Omega$, menor, diminuem as amplitudes do movimento do veículo e os esforços nos mancais do volante.

As conclusões deste trabalho mostram a necessidade de estudos futuros, tanto na parte teórica como na experimental.

O modelo matemático formulado no quarto capítulo considera uma suspensão própria para o volante. Sua solução permitirá determinar quais os valores ideais para os parâmetros k_r e c_r visando minimizar os esforços sobre os mancais do volante.

Outra sugestão é investigar a resposta do sistema veículo-volante para uma excitação aleatória e também para o caso de impulsos aplicados às rodas.

Ainda teoricamente pode-se formular modelos físicos mais completos para o veículo, considerando as massas das rodas e da suspensão. Quanto ao volante, pode-se considerar a presença de uma excitação adicional proveniente de um desbalanceamento residual.

A parte experimental pode ser melhorada no que diz respeito à excitação. Usando atuadores hidráulicos fixados às partes

inferiores das molas de suspensão será possível simular adequadamente o modelo matemático proposto no segundo capítulo.

Usando o mesmo modelo experimental construído é possível analisar o efeito de uma excitação aleatória ou a resposta a um impulso aplicado ao modelo.

Pode-se alterar o modelo do volante construindo mancais especiais, de modo que se possa instalar extensômetros para medir os esforços neles aplicados. A Figura (6.2) mostra um possível esquema para a determinação dos esforços nos mancais.

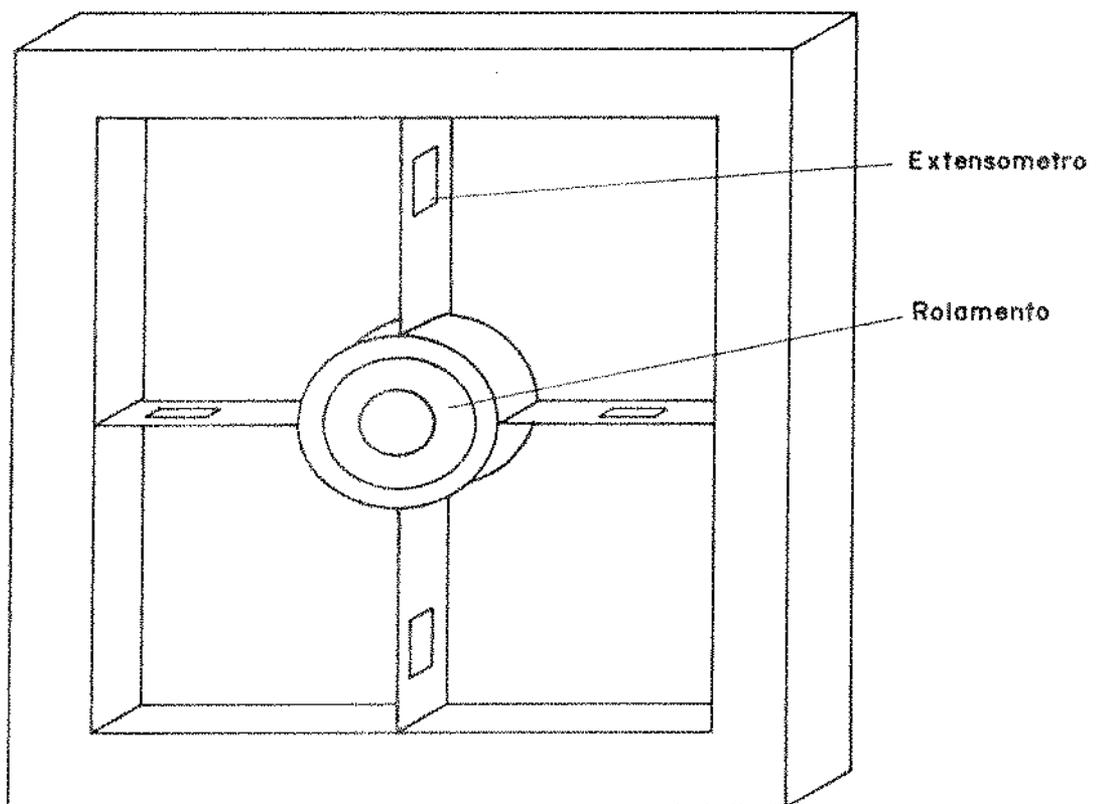


Fig. 6.2. Método experimental para a determinação dos esforços nos mancais.

O modelo experimental permite que se simule o caso de uma unidade estacionária.

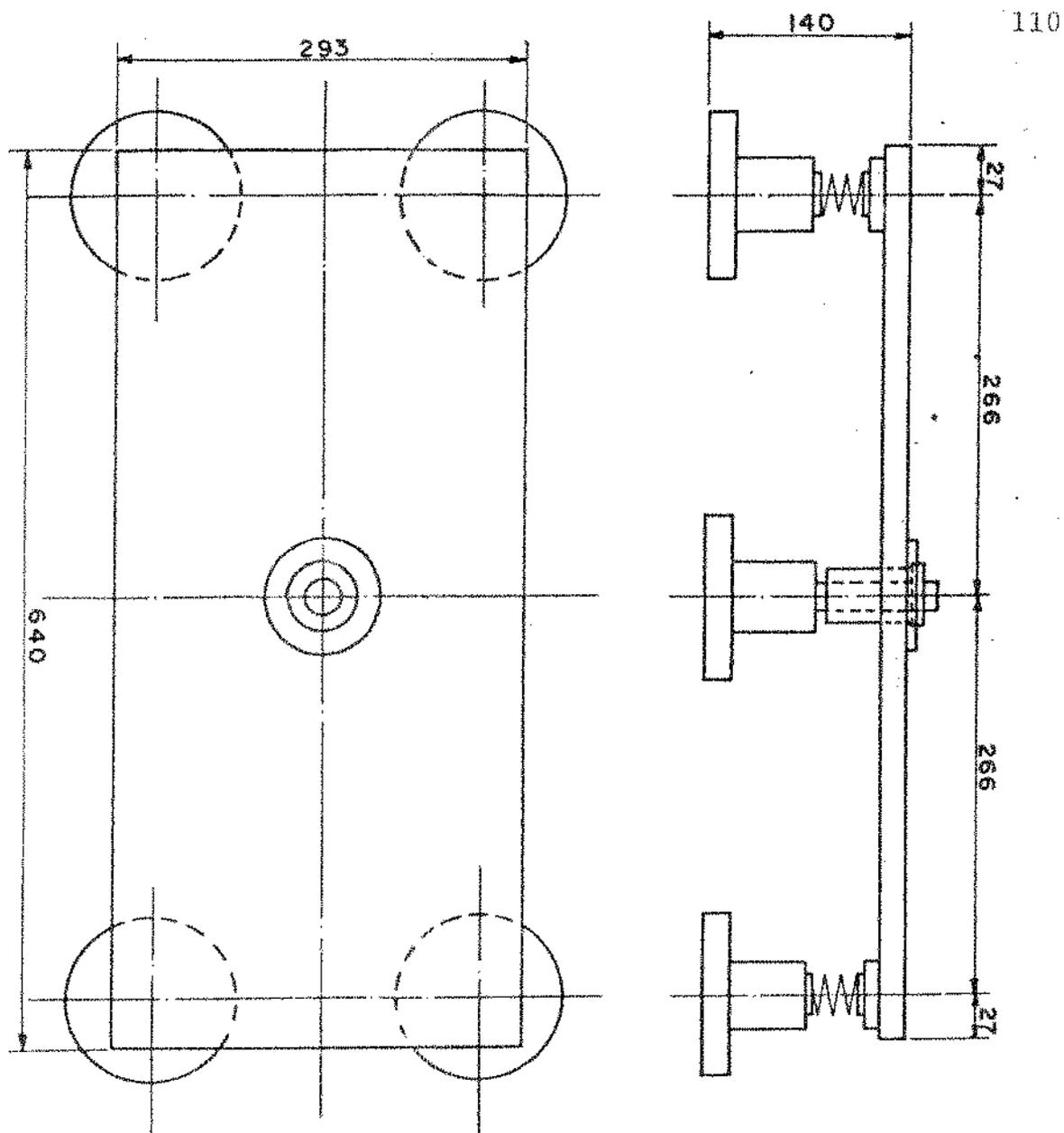
Neste caso as relações entre $I_R \Omega$ e os momentos de inércia K_B , J_B e I_B devem ser recalculados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

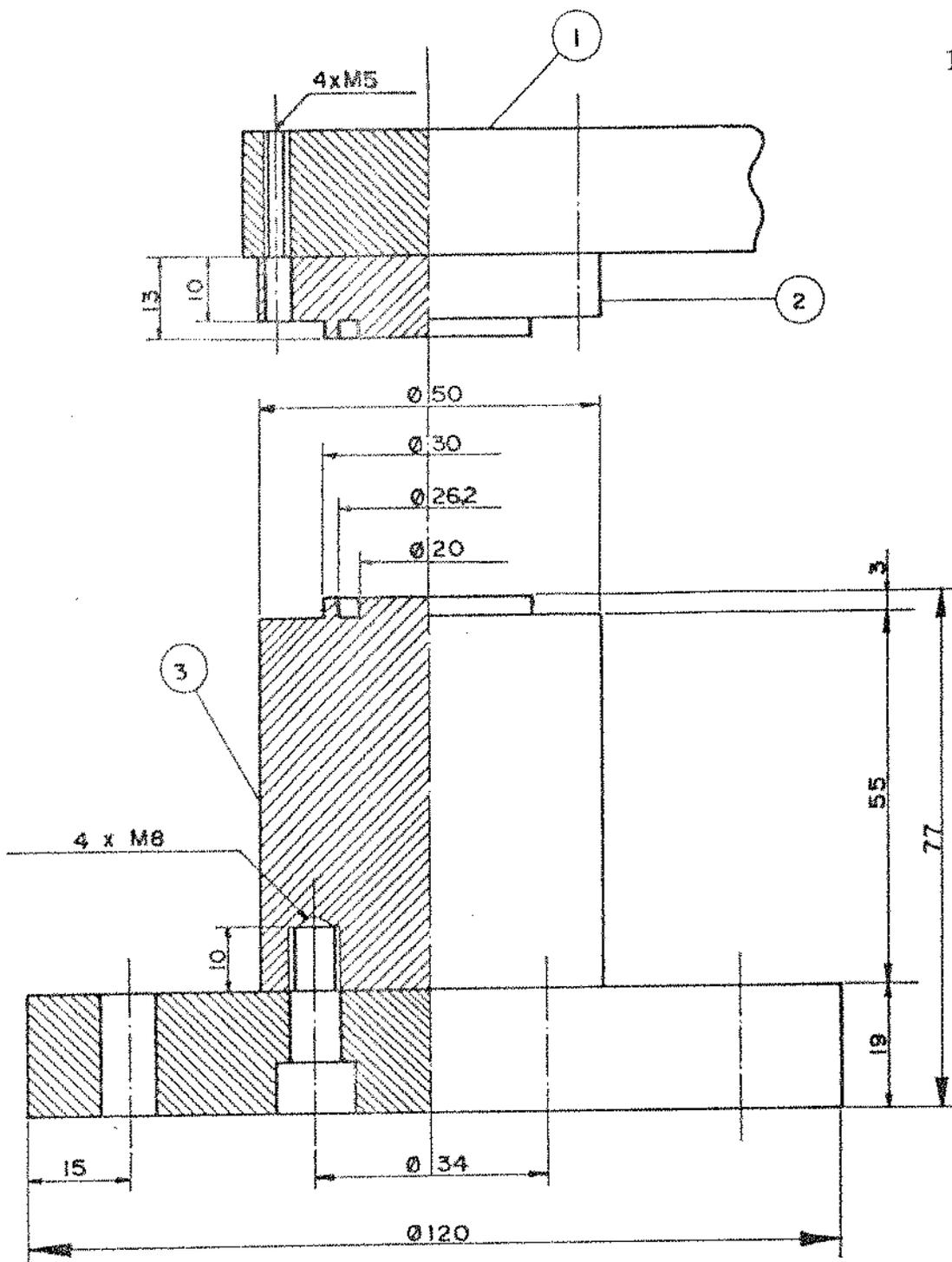
- [1] Holmes, R.; "The characteristics of Mechanical Engineering Systems", Pergamon Press, 1977, pp. 105.
- [2] Lawson, L.J.; Smith, A.K.; "Study of a Flywheel Energy Storage", Technical Report, Dept. of UMTA, 1977.
- [3] Rabenhorst, D.W.; "Composite Flywheel Development Program Progress Report", Mar/Sept. 1976, Johns Hopkins Lab, 5 DO-4616, APL, JHU.
- [4] Hagin, F.; Merker, P.; "Antriebssysteme mit Brems-Energie-Rückgewinnung", Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg, 1979.
- [5] Otaki, H.; "Carro com volante", UDC 62093-562:229.113, Laboratório de Pesquisas Mecânicas, Japão, 1977.
- [6] Post, R.F.; Post, S.F.; "Flywheels", Scientific American, Dec. 1973.
- [7] Weber, H.I.; Szajner, J.; "Armazenamento Mecânico de Energia em Ultravolantes: Uma nova Concepção de Ônibus Elétrico", Anais do I CBE, vol. B, 1978.
- [8] Yoshida, S.; "Estabilidade e Manobrabilidade de Veículo com Volante", UDC 62093-562:229.113, Laboratório de Pesquisas Mecânicas, 1977.
- [9] Lépore, F.P.; Rosa, C.A.; "Projeto de uma Unidade de Armazenamento Mecânico de Energia", Anais do I CBE, vol.B, 1978.
- [10] Rabenhorst, D.W.; "Low cost Flywheel Energy Storage System Demonstration", 14th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, Boston, Aug. 1979.
- [11] Oliveira, U.C.; "Uma Contribuição ao Estudo de Perda por Atrito em Sistemas de Armazenamento de Energia por Ultravolantes", UNICAMP, Tese de Mestrado, Set. 1979.

- [12] Anwar, I.; "Seals Studies for Advanced Flywheel System" , Sandia Lab. Report, F-C4931, Dec. 1978.
- [13] Wong, J.Y.; "Theory of Ground Vehicles", John Wiley & Sons, 1978.
- [14] Mitschke, M.; "Dynamik der Kraftfahrzeuge, Springer-Verlag, 1972.
- [15] Lugner, P.; "The Influence of Structure of Automobile Models and Tyre Characteristics on the Theoretical Results of Steady-State and Transient Vehicle Performance", 5th VSD, 2nd IUTAM Symposium, pp. 21, 1977.
- [16] Schiehlen, W.O.; "Dynamical Analysis of Suspension Systems", 5th VSD, 2nd IUTAM Symposium, pp. 222, 1977.
- [17] Meirovitch, L.; "Analytical Methods in Vibrations", Macmillan Co, 1967.
- [18] Robson, J.D.; Kamash, K.M.; "Road Surface Description in Relation to Vehicle Response", 2nd IUTAM Symposium, 1977.
- [19] Sattaripour, A.; "The Effect of Road Roughness on Vehicle Behaviour", 2nd IUTAM Symposium, pp. 229, 1977.
- [20] Newland, D.E.; "An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis", Longman, 1975.
- [21] Shuring, D.J.; "Scale Models in Engineering", Pergamon Press, 1977.

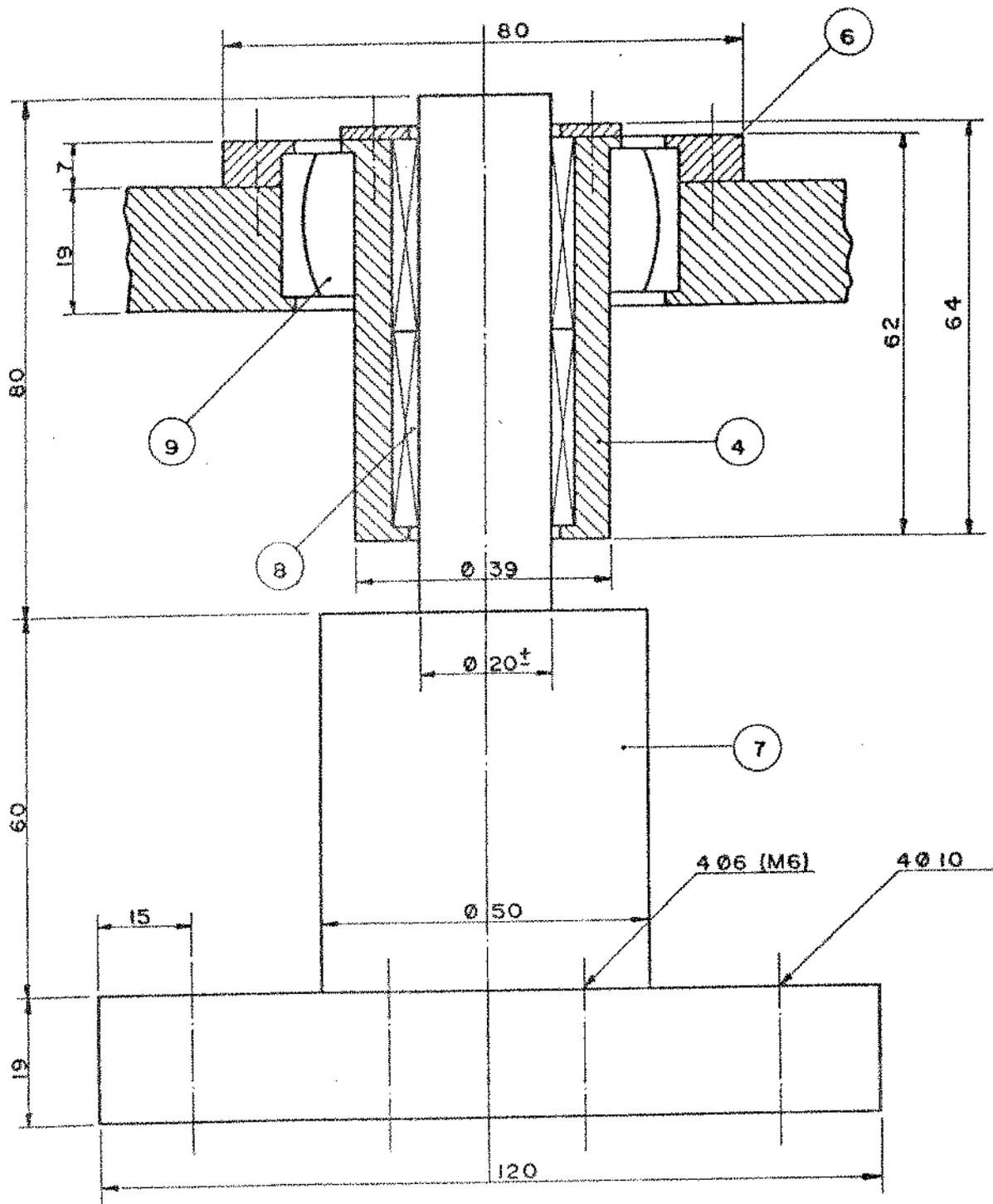
APENDICE I



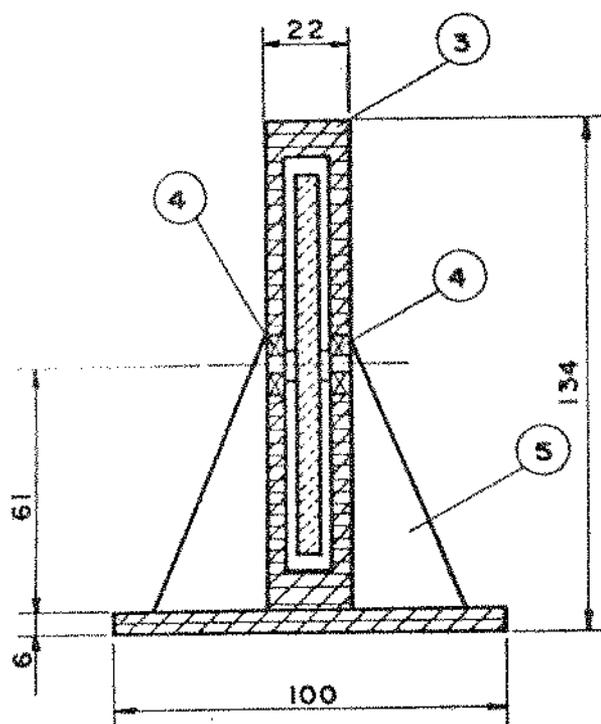
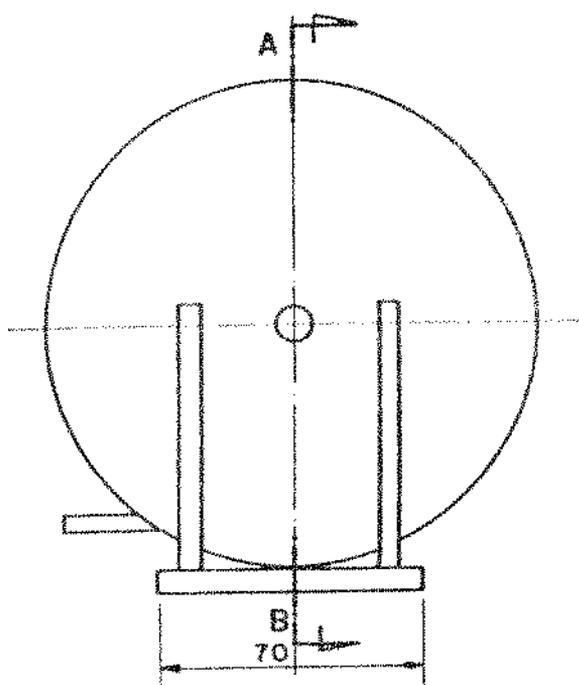
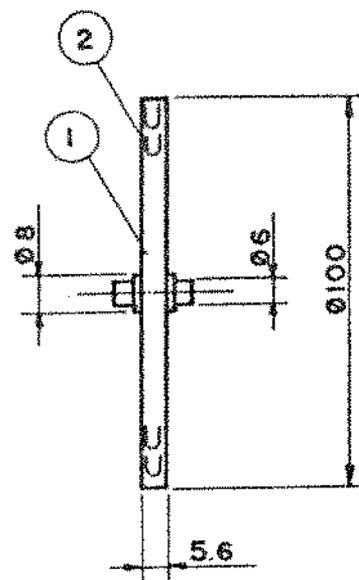
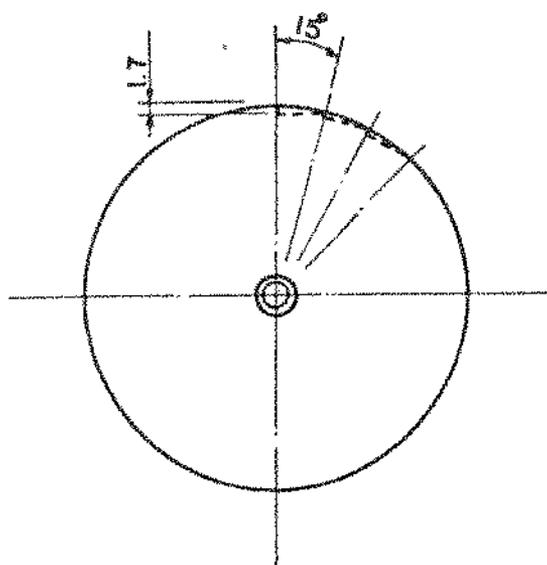
10	Mola Helicoidal	4
9	Rótula	1
8	Rolamento Axial	1
7	Coluna Central	1
6	Trava da Rótula	1
5	Trava Axial	1
4	Suporte Axial	1
3	Coluna	4
2	Fixação da Mola	4
1	Placa de Aço	1
Nº	Descrição	Q.
MODELO EXPERIMENTAL		Esc.
CONJUNTO		1:5



3	Coluna	4
2	Fixação da mola	4
1	Placa de aço	1
Nº	DESCRIMINAÇÃO	Q.



9	Rótula	1
8	Rolamento Axial	1
7	Coluna Central	1
6	Trava da Rótula	1
4	Suporte Axial	1
Nº	Descrição	Q.



5	Suporte, Acrílico	1
4	Rolamentos	2
3	Coixa, Acrílico	1
2	Pas	24
1	Volante de Alumínio	1
Nº	Descrição	Q.
VOLANTE DO MODELO		Esc. 1:2

APÉNDICE II


```

312  ! ***** SOLUCAO DO SISTEMA "IAIX = 0" *****!
315  MAT Pr5=C+Dr
316  MAT Pr6=D-Pr
317  MAT Pr7=Pr5-Pr6
318  MAT Pr7=B+Pr
319  MAT Pr9=C+Dr
320  MAT Xr=Pr7+Pr9
321  Zaa=SQR(Xr(1,1)-2*(Xr(1,1))^2)
322  Tetara=SQR(Xr(2,1)-2*(Xr(2,1))^2)
323  Fisa=SQR(Xr(3,1)-2*(Xr(3,1))^2)
324  Gamasa=SQR(Xr(4,1)-2*(Xr(4,1))^2)
326  PLOT Om,Fisa
327  NEXT Om
329  PENCH
329  PENCH
330  END
332  Leixos: 1
338  AXES 1, .375, 0, 0, 5, 2, 5
340  CSIZE 3
341  LDIR 0
342  LOGS 8
343  FOR X1=Xmin TO Xmax STEP Xmax/4
344  MOVE X1, Ymin+.09375
345  LABEL USING "ADD,DB":X1
346  NEXT X1
357  CSIZE 3
358  LDIR 0
359  LOGS 8
360  FOR Y1=Ymin TO Ymax STEP Ymax/4
361  MOVE Xmin, Y1
362  LABEL USING "ADD,DIC":Y1
363  NEXT Y1
367  RETURN

```



```

1  !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! PROGRAMA MODELO !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
2  ! CALCULO DAS AMPLITUDES |Z/A|, |TETA/A|, |FI/A|, |GAMA/A| !
3  ! *****!
4  ! ***** DADOS DO MODELO EXPERIMENTAL *****!
5  NB=20.67
6  NB=.985
7  JB=.194
8  ID=1.857
9  R=.1213
10 E=.9
11 hAK
12 Kd1=17479.43
13 Ctr=Idi
14 Cdi=5.38
15 Ctr=Cdi
16 Cto=1.012
17 Mto=5218.955
18 ! ***** DADOS DO VOLANTE DO MODELO *****!
19 Nr=.1324
20 Ir=1.93E-4
21 Jr=7.69E-5
22 Vcm=2146.7E+0
23 ! ***** PARAMETROS A SELECIONAR *****!
24 INPUT "POSICAO DA FORCA DE EXCITACAO B1 =",B1
25 INPUT "DESALINHAMENTO DA FORCA DE EXCITACAO F11 =",F11
26 INPUT "SE Eixos = 0 DESENHA OS EIXOS, > 0 NAO",Eixos
27 INPUT "COR DA PENHA:1=PRETA, 2=VERDE, 3=VERM., 4=AZUL",P
28 INPUT "X",X
29 INPUT "Y",Y
30 INPUT "Z",Z
31 INPUT "ALFA",Alfa
32 INPUT "BETA",Beta
33 Dm=100
34 Dcm=.4
35 OPTION BASE 1
36 DIM Nr(4,4),Ar(4,4),Cr(4,4),Dr(4,4),Ra(4,4),Rb(4,4),Pr1(4,4),Pr2(4,4),Pr3(4,4)
37 ,Pr4(4,4),Sum1(4,4),Sum2(4,4),B1(4,4)
38 DIM Cr(4,1),Or(4,1),Dr(4,1),R1(4,1),Pr5(4,1),Pr6(4,1),Pr7(4,1),Pr8(4,1)
39 PLOTTER IS 2,5,"POST-0"
40 FEN F
41 LOCATE 10,110,20,75
42 Xmin=6
43 Xma=16
44 Ymin=0
45 Ymax=.6
46 SCALE Xmin,Xmax,Ymin,Ymax
47 IF Eixos=0 THEN 125
48 GOSUB Leixos

```

```

128 ! ***** DEFINICAO DA MATRIZ A *****
129 FOR Om=50 TO Omx STEP DOm
130 Ar(1,1)=2*(Cdi+Ktr)/(Hb+Mr)+Om^2
135 Ar(1,2)=-Mr*Y*Om^2
136 Ar(1,3)=Mr*X*Om^2
140 Ar(1,4)=0
145 Ar(2,1)=Ar(1,2)
150 Ar(2,2)=2*B+D+(Cdi+Ktr)/(Hb+Jr+(Cr-Jr)*SIN(Beta)+SIN(Rifa))^2+Mr*(Y^2+Z^2)+Om^2
155 Ar(2,3)=(Mr*X*Y-(Cr-Jr)*SIN(Rifa)+COS(Rifa)*SIN(Beta)^2)+Om^2
160 Ar(2,4)=(Mr*X*Z-(Cr-Jr)*SIN(Rifa)+SIN(Beta)*COS(Beta))+Om^2
165 Ar(3,1)=Ar(1,3)
170 Ar(3,2)=Ar(2,3)
175 Ar(3,3)=2*Ar^2+(Cdi+Ktr)/(Hb+Jr+(Cr-Jr)*SIN(Beta)+COS(Rifa))^2+Mr*(X^2+Z^2)+Om^2
180 Ar(3,4)=(Mr*Y*Z-(Cr-Jr)*COS(Rifa)*SIN(Beta)*COS(Beta))+Om^2
185 Ar(4,1)=Ar(1,4)
190 Ar(4,2)=Ar(2,4)
195 Ar(4,3)=Ar(3,4)
200 Ar(4,4)=2*H+L+(Hb+Jr+(Cr-Jr)*COS(Beta))^2+Mr*(X^2+Y^2+Z^2)+Om^2
205 Ri(1,1)=2*(Cdi+Ctr)+Om
210 Ri(1,2)=2*(B+Ctr-D+Cdi)+Om
215 Ri(1,3)=0
220 Ri(1,4)=0
225 Ri(2,1)=Ri(1,2)
230 Ri(2,2)=2*(B+2*Cdi+L+2+Ctr)+Om
235 Ri(2,3)=Ir*Vom*(COS(Lta)+Om
240 Ri(2,4)=-Ir*Vom*SIN(Beta)*COS(Rifa)+Om
245 Ri(3,1)=Ri(1,3)
250 Ri(3,2)=-Ri(2,3)
255 Ri(3,3)=2*Ar^2+(Cdi+Ctr)+Om
260 Ri(3,4)=Ir*Vom*SIN(Beta)*SIN(Rifa)+Om
265 Ri(4,1)=0
270 Ri(4,2)=-Ri(2,4)
275 Ri(4,3)=-Ri(3,4)
280 Ri(4,4)=2*Ctr+Om
281 MAT Ra=INV(Ar)
282 MAT Ia=INV(Ri)
287 MAT Pr1=Ar+Ra
290 MAT Pr2=Pr1+Ri
295 MAT Sum1=Ar+Pr2
299 MAT C=INV(Sum1)
303 MAT Pr3=Ar+Ia
304 MAT Pr4=Pr3+Ar
305 MAT Sum2=Ar+Pr4
306 MAT D1=INV(Sum2)
307 D1=D1*-1)
308 ! ***** DEFINICAO DO VETOR ENCITALHO *****
309 Or(1,1)=-COS(F1)
310 Or(2,1)=-B1+COS(F1)
311 Or(3,1)=0
312 Or(4,1)=-B1*SIN(F1)
313 Oi(1,1)=0
314 Oi(2,1)=0
315 Oi(3,1)=0
316 Oi(4,1)=0

```

```

312 1 ***** SOLUCAO DO SISTEMA "IRM = 0" *****
313 MAT Pr5=C*Or
314 MAT Pr6=D*Or
315 MAT Kr=Pr5-Pr6
316 MAT Pr7=D*Or
317 MAT Pr8=C*Or
318 MAT Xi=Pr7+Pr8
319 Zaa=SQR(Kr(1,1)^2+Xi(1,1)^2)
320 Xaaba=SQR(Kr(2,1)^2+Xi(2,1)^2)
321 Fisa=SQR(Kr(3,1)^2+Xi(3,1)^2)
322 Gaaaba=SQR(Kr(4,1)^2+Xi(4,1)^2)
323 Omh=Om/(2+PI)
324 PLOT Omh,Gaaaba+100
325 NEXT Om
326 PENDP
327 PEN 0
328 END
329 Letxcat: 1
330 AXES 2, 15, 6, 0.2, 2.5
331 CSIZE 9
332 LDIR 0
333 LOGS 8
334 FOR X1=Xmin TO Xmax STEP Xmax/8
335 MOVE X1,Ymin-.0075
336 LABEL USING "MD.D";X1
337 NEXT X1
338 MOVE 15,-.0075
339 LABEL USING "4A";"CRD="
340 CSIZE 9
341 LDIR 0
342 LOGS 8
343 FOR Y1=Ymin TO Ymax STEP Ymax/2
344 MOVE Xmin,Y1
345 LABEL USING "MD.DX";Y1
346 NEXT Y1
347 MOVE 11,Ymax
348 LABEL USING "15A";"|GMH/Po|CRD/R"
349 MOVE 10,Ymax+15.16
350 LABEL USING "4A";"XE=4"
351 RETURN

```

APENDICE III

ESFORÇOS NOS MANCAIS DO VOLANTE PARA O VEÍCULO NUMA CURVA.

Quando o veículo percorre uma curva, o volante tem sua posição perturbada por movimentos que tentam alterar a direção do vetor quantidade de movimento angular.

Esta excitação pode ser considerada em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações angulares impostos pelo movimento do veículo, que geram momentos aplicados ao volante.

Estes momentos provocam reações nos mancais e podem perturbar o movimento do próprio veículo.

Apresenta-se, a seguir, uma análise que permite calcular estes momentos em função de diferentes posições angulares do eixo de rotação do volante, quando o veículo percorre uma curva plana, horizontal, com uma velocidade V .

- Volante com eixo de rotação vertical.

Os momentos que atuam sobre o volante são obtidos a partir da segunda lei de Newton:

$$\underline{I}_M = \underline{I}_R \cdot \underline{\dot{\omega}}$$

Adotando um sistema inercial de referência $I(x_I, y_I, z_I)$ e outro $R(x_R, y_R, z_R)$, fixo ao volante, pode-se determinar sua velocidade angular $\underline{\omega}$ para o caso de rotações θ , ϕ e γ aplicadas em torno dos eixos x_I , y_I e z_R , respectivamente, como mostrado na Figura (A.1).

As matrizes de transformação entre os sistemas I e R podem ser linearizadas, sendo:

$$\underline{I}_I^R = \begin{vmatrix} 1 & \gamma & -\gamma \\ -\gamma & 1 & \theta \\ \phi & -\theta & 1 \end{vmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{R}_I^R = \begin{vmatrix} 1 & -\gamma & \phi \\ \gamma & 1 & -\theta \\ -\phi & \theta & 1 \end{vmatrix}$$

O vetor velocidade angular do volante pode ser escrito em termos de suas componentes.

$$\underline{\dot{\omega}} = \underline{\dot{\Omega}} + \underline{\dot{\theta}} + \underline{\dot{\phi}} + \underline{\dot{\gamma}}$$

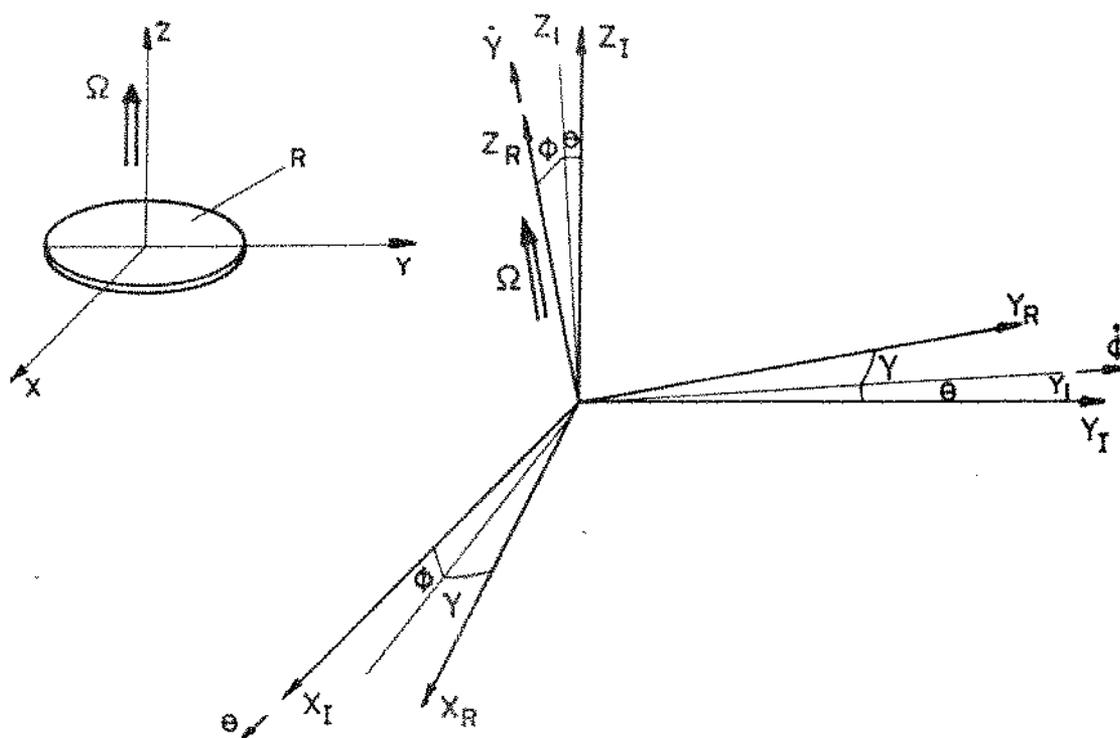


Fig. A.1. Sistemas de referências.

Usando as matrizes de transformação obtêm-se:

$$\underline{I}_{\underline{\omega}} = \begin{pmatrix} \dot{\theta} - \phi \Omega \\ \dot{\phi} + \theta \Omega \\ \dot{\gamma} + \Omega \end{pmatrix}$$

O tensor de inércia para o volante é:

$$\underline{I}_{\underline{I}_R} = \begin{vmatrix} J_R & 0 & (J_R - I_R)\phi \\ 0 & J_R & -(J_R - I_R)\theta \\ (J_R - I_R)\phi & -(J_R - I_R)\theta & I_R \end{vmatrix}$$

Aplicando a segunda lei de Newton e observando que $\underline{\dot{\omega}} = \frac{d}{dt}(\underline{I}_{\underline{\omega}})$ tem-se:

$$\underline{I}_{\underline{M}_v} = \begin{pmatrix} J_R(\dot{\theta} - \dot{\phi}\Omega) \\ J_R(\dot{\phi} + \dot{\theta}\Omega) \\ I_R \dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (a)$$

- Volante com eixo de rotação transversal.

Os momentos que atuam sobre o volante são obtidos de modo análogo ao anterior, sendo que neste caso ${}^R\Omega = \{\Omega \ 0 \ 0\}^T$ e ${}^R I_R = \text{diag} | I_R \ J_R \ J_R |$.

Desta forma o vetor momento fica definido por:

$${}^I M_T = \begin{pmatrix} I_R \ddot{\theta} \\ J_R (\ddot{\phi} - \dot{\gamma} \Omega) \\ J_R (\ddot{\gamma} + \dot{\phi} \Omega) \end{pmatrix} \quad (b)$$

- Volante com eixo de rotação longitudinal.

Neste caso,

$${}^R \Omega = \{0 \ \Omega \ 0\}^T,$$

$${}^R I_R = \text{diag} | J_R \ I_R \ J_R | \quad e$$

$${}^I M_L = \begin{pmatrix} J_R (\ddot{\theta} + \dot{\gamma} \Omega) \\ I_R \ddot{\phi} \\ J_R (\ddot{\gamma} - \dot{\theta} \Omega) \end{pmatrix} \quad (c)$$

Quando o veículo percorre uma curva plana horizontal de raio de curvatura r , com uma velocidade V , a perturbação sobre o volante é caracterizada apenas pelos movimentos γ , $\dot{\gamma}$ e $\ddot{\gamma}$.

Se V e r são constantes, tem-se $\ddot{\gamma} = 0$ e:

$${}^I \dot{\gamma} = \{0 \ 0 \ -V/r\}$$

Assim, se o volante tem eixo vertical ${}^I M = \{0\}$ o que indica que não há influência do movimento do veículo no volante.

Quando o eixo de rotação é transversal o momento sobre o volante se reduz à componentes $M_y = J_R V \Omega / r$ que está aplicada em torno do eixo y com sentido positivo. Isto indica que o volante reage sobre o veículo forçando-o para fora da curva.

No caso do volante longitudinal o momento ${}^I M_L = \{-J_R \Omega V / r \ 0 \ 0\}$ apresenta apenas a componente em torno de x , com sentido negativo, o que indica que o volante força o veículo contra as rodas traseiras.

A Figura (A.2) mostra os momentos de reação sobre o veículo para volante de eixo transversal e longitudinal, durante a curva.

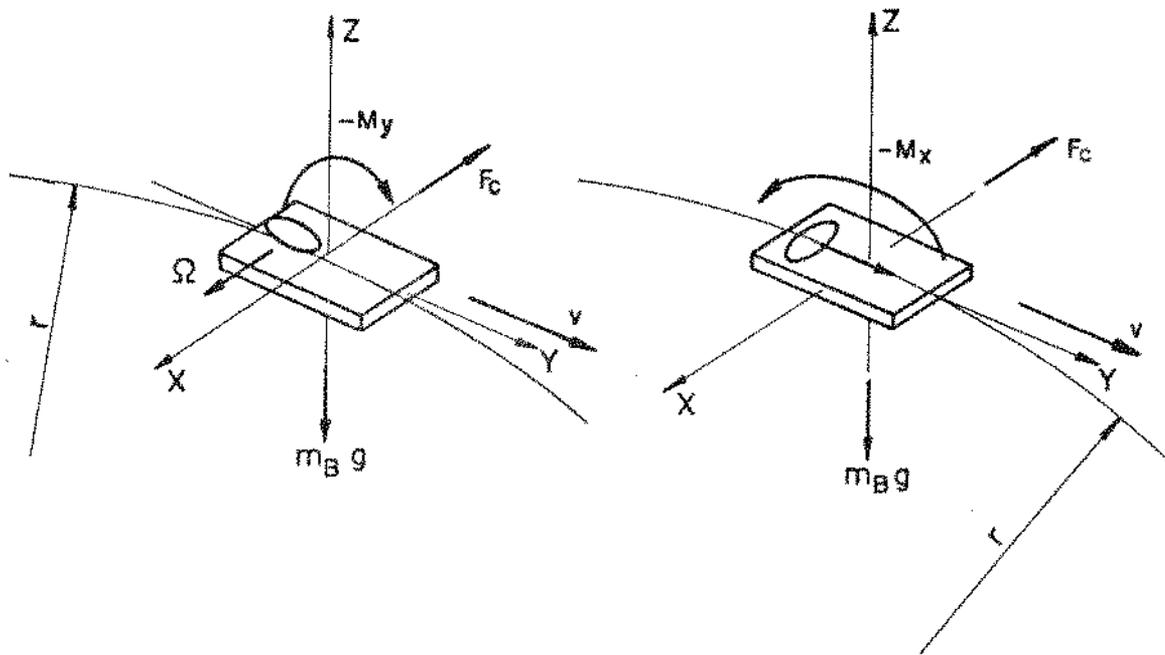


Fig. A.2. Momentos sobre o veículo.

Sendo L a distância entre os mancais do volante, os esforços neles aplicados durante a curva são:

$$R_y = M_y/L, \text{ para eixo transversal e}$$

$$R_x = M_x/L, \text{ para eixo longitudinal.}$$

O momento de reação que o volante aplica no veículo pode provocar seu tombamento.

Por exemplo, no caso de volante transversal, M_y tenta girar o veículo para fora da curva.

Este problema pode ser equacionado estaticamente sendo que a instabilidade ocorre quando as reações R_i , aplicadas nas rodas internas à curva, se anulam pelo efeito da força centrífuga F_c e do momento giroscópico M_y .

A partir da Figura (A.3), calculando os momentos em relação ao ponto E, obtêm-se:

$$R_i = (m_B g a - M_y - F_c) / 2a$$

Impondo a condição $R_i=0$, o momento crítico de tombamento fica:

$$M_{yc} = m_B g a - F_c \cdot h$$

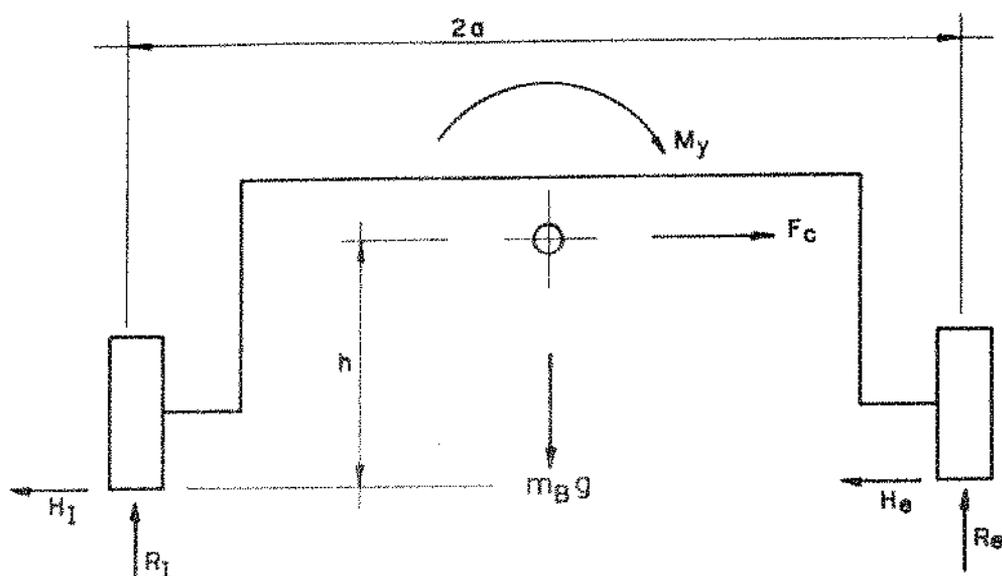


Fig. A.3. Esforços no centro de gravidade do veículo e reações nas rodas durante a curva.

Como a força centrífuga $F_c = m_B V^2 / r$, tem-se:

$$M_{yc} = m_B (g a - V^2 h / r)$$

Para o veículo usado no segundo capítulo percorrendo uma curva com $r=50\text{m}$ a uma velocidade constante $V=80\text{ km/h}$ encontra-se $M_y=2647,3\text{Nm}$ o que provoca reações radiais nos mancais do volante iguais a $R_y=8272,6\text{N}$.

Nestas mesmas condições, e sendo $h=0,3\text{m}$, o momento de tombamento é $M_{yc}=128640\text{Nm}$, cujo valor é muito superior ao momento M_y aplicado pelo volante.