

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO DA RESPOSTA DINÂMICA DO PROCESSO DE FUSÃO-SOLIDI-
FICAÇÃO EM ARMAZENADORES DE CALOR LATENTE

Orientador: Pro^f. Karim Abdel Fatt^h Ismail, Ph.D.

Silvia Azucena Nebra

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual de Campinas, para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

CAMPINAS - 1980

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

A G R A D E C I M E N T O S

A FINEP - Financiadora de Estudos e Projetos

Projeto - Energia Solar - IF 589

Projeto - Energia Solar - B 255

Kamal Abdel Radi Ismail

Joaquim Severino de Paiva Netto

Isaias de Carvalho Macedo

Bernardino Pereira

Nelson Murcia

Antonio Umberto Benetti Queiroz

Guilherme de Camargo Donalísio

Taka Ota Perroni

Wilton Furquin

Meus Colegas

Ao Pessoal da Oficina do Grupo de Energia

Pessoal do Departamento de Engenharia Mecânica

A minha família

que de uma forma ou de outra colaboraram na execução deste trabalho.

ESTUDO DA RESPOSTA DINÂMICA DO PROCESSO FUSÃO-SOLIDI- FICAÇÃO EM ARMAZENADORES DE CALOR LATENTE

RESUMO

Neste trabalho estuda-se a resposta dinâmica de um sistema armazenador de calor latente, com o material armazenado encapsulado em tubos leitos de alumínio, com uma distribuição circular à usada em trocadores de calor convencionais. Foi desenvolvido um modelo analítico-numérico para o processo de fusão-solidificação num cilindro. A condutividade térmica do cilindro foi considerada à temperatura constante. Os resultados obtidos, respectivamente para efeitos de simulação e de cálculos operacionais do sistema de armazenamento.

ABSTRACT

This research was devoted to the study of the dynamic response of latent heat storage system with the latent heat material encapsulated in long aluminium tubes with a distribution similar to that used in conventional heat exchangers. In this study an analytical numerical model was developed for the fusion solidification process for the case of a cylinder the working fluid was considered both of constant and variable temperature respectively to simulate the operational conditions of a storage system.

Í N D I C E

Pág.

CAPÍTULO I

ARMAZENAMENTO DE ENERGIA	1
--------------------------------	---

CAPÍTULO II

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROCESSO DE FUSÃO-SOLIDIFICAÇÃO	10
1. CASO UNIDIMENSIONAL	10
2. CASO COM GEOMETRIA CILÍNDRICA	13
3. O MODELO APROXIMADO DE LONDON E SEBAN	16
4. SOLUÇÃO NUMÉRICA DE LUH C. TAO	21

CAPÍTULO III

SOLUÇÃO NUMÉRICA PROPOSTA	25
1. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	25
2. O CÔMPUTO NUMÉRICO	30
3. ANÁLISE DO ERRO	33
4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	36
5. CONCLUSÕES	58

CAPÍTULO IV

ESTUDO DINÂMICO DE UM ARMAZENADOR DE CALOR LATENTE ..	59
1. O PROCESSO DE FUSÃO-SOLIDIFICAÇÃO NUM TUBO DE UM ARMAZENADOR DE CALOR LATENTE - FORMULAÇÃO	60
2. SIMULAÇÃO NUMÉRICA PROPOSTA	63
3. ETAPA FINAL DO PROCESSO DE SIMULAÇÃO	67
4. SEQUÊNCIA DE CÁLCULO	69

CAPÍTULO V

PROJETO DE UM ARMAZENADOR DE CALOR LATENTE	71
1. DADOS DO PROJETO	71
2. PARÂMETROS CARACTERÍSTICOS DO SISTEMA	71
3. RESULTADOS OBTIDOS	77
4. ESTIMAÇÃO DO EFEITO DA ESTRUTURA METÁLICA DO ARMA ZENADOR E SUAS PERDAS TÉRMICAS	81

CAPÍTULO VI

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES	87
BIBLIOGRAFIA	89
NOMENCLATURA	96

CAPÍTULO I

ARMAZENAMENTO DE ENERGIA

Como já foi explicitado [63] até há poucos anos atrás o baixo custo dos combustíveis fósseis como o gás natural e o petróleo levou a uma filosofia industrial e comercial na qual a poupança de energia tinha pouca importância. Entretanto, a crise do petróleo iniciada em 1973 com a elevação violenta no preço e a tomada de consciência do limite das jazidas, levou a uma urgente preocupação na conservação de energia e no desenvolvimento de fontes alternativas.

Essencialmente um armazenador num sistema atua equilibrando o desbalanceamento que geralmente ocorre entre disponibilidade e necessidade de energia. Assim ele permite por exemplo, poupar energia que de outra forma seria jogada fora, e também o uso de fontes como a Energia Solar, intermitentes e não constantes. *

Existem muitas maneiras de armazenar energia, entre elas podemos citar as seguintes:

1. Armazenamento por bombeamento hidroelétrico.
2. Armazenamento por ar comprimido.
3. Sistemas de armazenamento por energia química, os quais, poderiam incluir baterias e também energia hidrogênica.
4. Sistemas de armazenamento inercial.
5. Armazenamento por super condutividade magnética.
6. Sistemas químicos "closed loop" (por calor de reação).
7. Armazenamento por energia térmica.

Dentro do armazenamento por energia térmica podemos ainda distinguir dois tipos:

- a) Armazenamento por calor sensível, ou seja através da elevação da temperatura de uma substância em geral ,

líquida ou sólida.

- b) Armazenamento por calor latente, ou seja através da fusão ou vaporização de um material adequado.

No que diz respeito ao projeto de um armazenador é fundamental a definição da faixa de temperatura na qual ele trabalhará. Pode-se tentar uma classificação assim:

- Armazenamento a baixa temperatura, abaixo de 100°C .
- Armazenamento a temperatura média, de 100 a 300°C .
- Armazenamento a alta temperatura, acima de 300°C .

Um armazenador pode funcionar fazendo parte de inúmeros sistemas, praticamente em qualquer que precise armazenar energia para ser utilizada um tempo depois, logicamente, sempre que seja possível projetar um que cumpra às condições requeridas.

Em particular, no caso de sistemas para captar e aproveitar a energia do sol, o armazenador pode cumprir a importante função de "corrigir", por assim dizer, o caráter não constante da energia solar, balançando ao menos em parte a disponibilidade com a necessidade de energia.

A Fig. 2 se reporta um exemplo de como ele pode ser instalado dentro de um sistema de potência [64].

O ponto central no projeto de armazenadores por calor latente e o estudo do processo de fusão-solidificação que se opera dentro dele, já que é este o que controla a transferência de energia entre a substância armazenadora e o fluido de trabalho. Por sua vez este processo depende fundamentalmente de:

- características térmicas da substância que muda de fase (calor específico, condutibilidade, calor de fusão).
- características térmicas do fluido de trabalho (condutibilidade, calor específico) e do escoamento do mesmo (vazão, densidade).
- geometria do sistema.

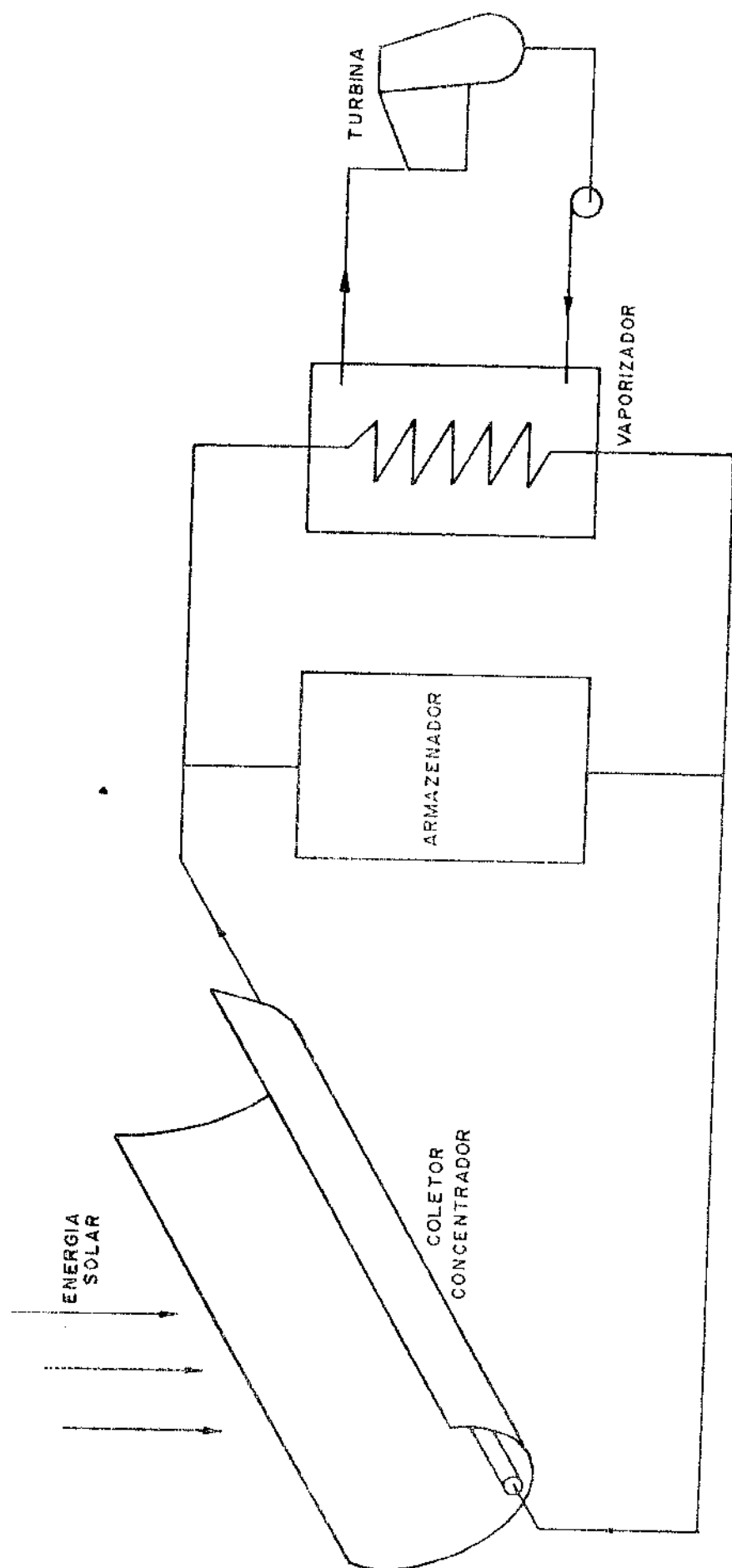


FIG. (1) POSIÇÃO DO ARMAZENADOR NUM SISTEMA DE POTÊNCIA COM ENERGIA SOLAR

Características Térmicas da Substância que Muda de Fase

As características desejáveis nesta substância seriam [63]:

- Calor de fusão (alto)
- Calor específico (alto)
- Coeficiente de transferência de calor (alto)
- Variação de volume durante a troca de fase (baixo)
- Coeficiente de expansão da fase sólida (baixo)
- Estabilidade térmica (alta)
- Corrosão (ausente se possível)
- Perigo (ausente se possível)

Na verdade, como se verá logo na hora de definir os parâmetros característicos do sistema, é uma combinação destas características com outras do fluido de trabalho e da geometria do sistema as que realmente definirão o comportamento do armazenador.

Encontram-se na literatura bastante trabalhos referidos ao estudo das características térmicas de substâncias segundo a faixa de temperatura de interesse. Neste ponto é bom lembrar que o ponto de fusão da substância determina a faixa de trabalho do armazenador. Nossa pesquisa foi dirigida a materiais com pontos de fusão nas faixas de baixa e média temperatura.

Dentro da faixa que denominamos de baixas temperaturas tem-se pesquisado a fusão de sais hidratados [1] tais como o sal de Glauber (Sulfato de Sódio hidratado) com ponto de fusão entre $29,5 - 37,8^{\circ}\text{C}$, e outras [2] com pontos de fusão na faixa de $28,9$ a $48,9^{\circ}\text{C}$. Outros sais com pontos de fusão mais altos são estudados por Lorsch e colaboradores [3], na faixa dos 29 a 117°C . Neste último trabalho também se reportam outros possíveis materiais como parafinas, acetamida e seus eutéticos, além de outros compostos químicos, todos eles com pontos de fusão abaixo dos 100°C .

Mais recentemente foram reportados trabalhos novamente sobre o sulfato de sódio hidratado [4] e sobre sais inorgânicos e seus eutéticos [5].

Os compostos químicos em geral apresentam em maior ou menor grau o problema de degradação logo após vários ciclos repetidos de fusão-solidificação, além de alguns deles apresentarem problemas de corrosão. Por isso estudou-se a possibilidade de trabalhar com algum elemento químico. Dentro da faixa de temperatura de interesse um elemento muito conveniente é o enxofre já que ele é barato e suas propriedades térmicas são bem conhecidas [6] [7] [8], embora sua densidade de armazenamento não seja muito alta como pode-se ver na Tabela 1, onde se reportam as características térmicas de materiais de interesse.

Pode-se ainda mencionar uma "curiosidade histórica", a mais antiga referência encontrada [9].

TABELA Nº 1

Características térmicas de materiais de interesse para o armazenamento de energia por calor latente ((*) apresenta problemas de nucleação, (**) é corrosivo)

MATERIAL	PONTO DE FUSÃO (°C)	CALOR DE FUSÃO (KJ/kg)	DENSIDADE DE ARMAZENAMENTO (MJ/m ³)
Na ₂ HPO ₄ · 12H ₂ O (*)	36	280	422
Na ₂ S ₂ O ₃ · 5H ₂ O (*)	45-48	200	344
CaCl ₂ · 6H ₂ O (*)	29	170	286
MgCl ₂ · 6H ₂ O (**)	117	172	269
Ca(NO ₃) ₂ · 4H ₂ O (*)	47	142	259
Mg(NO ₃) ₂ · 6H ₂ O (**)	95	160	234
Zn(NO ₃) ₂ · 6H ₂ O			
Al(NO ₃) ₂ · 9H ₂ O (**)			
Eutéticos (%)			
Ca(NO ₃) ₂ · 4H ₂ O (45)	25	130	251
Zn(NO ₃) ₂ · 6H ₂ O (55)			
Ca(NO ₃) ₂ · 4H ₂ O (67)	30	136	228
Mg(NO ₃) ₂ · 6H ₂ O (33)			
Mg(NO ₃) ₂ · 6H ₂ O (18)	32	130	249
Zn(NO ₃) ₂ · 6H ₂ O (82)			
Ca(NO ₃) ₂ · 4H ₂ O (72)	35	139	240
Al(NO ₃) ₂ · 9H ₂ O (28)			
Mg(NO ₃) ₂ · 6H ₂ O (53)	61	148	249
Al(NO ₃) ₂ · 9H ₂ O (47)			

Cera	61.8	177	
C_8H_{18} (parafina)	100.7	62.4	
$C_{33}H_{68}$ (parafina)	71.1	226	
$C_3H_8O_3$ (glicerol)	18	199	251
Acetamida	80	252	
Eutéticos de Acetamida (%)			
ácido esteárico (83)	65.4	213	
ácido palmítico (81)	59.1	177	
ácido palmítico (89)	57.2	172	
ácido (89)	48.7	199	
ácido laurico (91)	39.4	183	
Enxofre (S)	119	38.5	77

Características Térmicas do Fluidos de Trabalho

As características desejáveis no fluido de trabalho as sim como os fluidos que podem ser utilizados [7] são tópicos mui to conhecidos da teoria de trocadores de calor. Inclusive as ca racterísticas do fluido de trabalho devem ser consideradas junto as do escoamento. Embora pode-se tentar uma enumeração:

- Coeficiente de transferência convectivo (alto)
- Condutibilidade (alta)
- Calor específico (alto)
- Estabilidade térmica (alta)
- Corrosão (ausente se possível)
- Perigo (ausente se possível)

No projeto realizado se optou por óleo de silicone cu-
jas características se darão logo no capítulo que trata especifi-
camente sobre o projeto.

de se aproveita como armazenador um extrato natural de areia com água como fluido de trabalho; [13] fica dentro da mesma idéia de aproveitamento do solo como armazenador, assim como [14] e [15].

Três interessantes trabalhos [16], [17] e [18] são referidos ao estudo da resposta transiente de um armazenador de calor sensível, os dois primeiros referidos a uma geometria retangular, ou seja, placas da substância armazenadora separadas por canais de secção retangular, e o último referido a uma geometria cilíndrica com fluido circulando, por cilindros ocos, no centro, e também por fora dos tubos. Seria interessante a realização do mesmo tipo de estudo para armazenadores de calor latente.

São também de interesse os projetos propostos no trabalho [19], um de leito compacto e dois com cilindros ocos recheados do material armazenador, um destes últimos é a mesma idéia que será desenvolvida logo após, neste trabalho, só que para calor latente.

No que se refere a sistemas de armazenamento por calor latente as propostas de desenho são bem menos variadas e mais difíceis de encontrar na literatura. Tubos cilíndricos recheados da substância armazenadora são propostos em [20] e [21], latas retangulares recheadas em [22] e além disto em [23] propõe-se um sistema completamente diferente com fluido circulando em contato direto com a substância armazenadora e em [24] um sistema combinado de um coletor solar com um armazenador com mudança de fase num só bloco.

Como foi mencionado antes, no presente trabalho se estudará um armazenador de calor latente com a geometria de um trocador de calor de tubos, convencional, (Fig. 2), sendo que dentro dos tubos, hermeticamente fechados encontra-se a substância que muda de fase enquanto o fluido de trabalho circula pela carcaça.

A pesquisa da resposta dinâmica encontrável neste tipo de armazenador inclui uma série de aspectos, tanto teóricos quanto experimentais.

Essencialmente essa resposta depende do processo de fusão ou solidificação que está-se produzindo dentro dele. Foi necessário então desenvolver inicialmente um modelo teórico que estuda-se o dito processo, o qual foi apoiado por um modelo experimental.

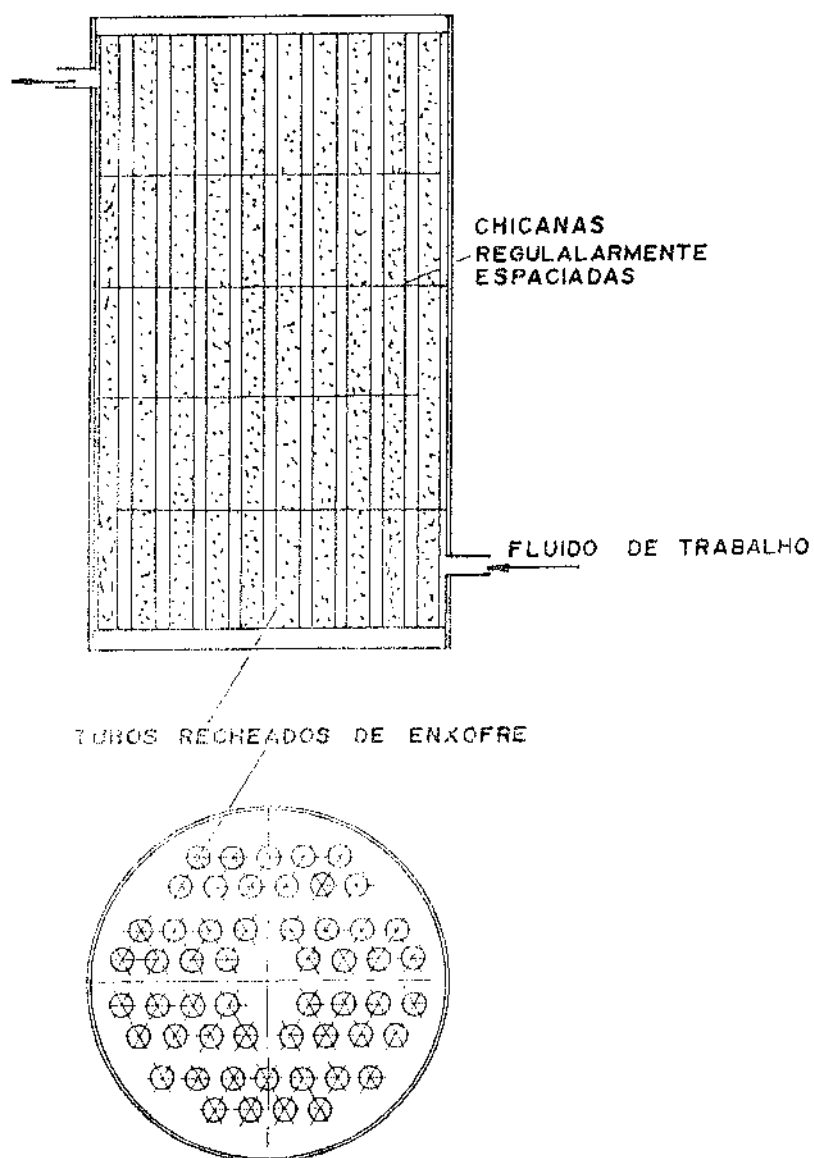


FIG.(2) ESQUEMA DO ARMAZENADOR PROPOSTO

Foi realizado um modelo de laboratório, em vidro, usando parafina como substância armazenadora, e os resultados e conclusões gerais foram reportados em [60].

O primeiro modelo teórico desenvolvido [61], [62], considerava só o caso com fluido a temperatura externa constante.

Logo foi desenvolvido o caso com temperatura do fluido de trabalho variável, que permite a simulação do que seria um tubo do armazenador.

Este último modelo permitiu finalmente o cálculo de um projeto de armazenador em tamanho protótipo.

CAPÍTULO II

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROCESSO DE FUSÃO - SOLIDIFICAÇÃO

Em termos gerais o problema de mudança de estado de uma substância apresenta consideráveis dificuldades matemáticas [25] que são ainda maiores ao tentar a solução de casos com fluxo radial numa geometria cilíndrica e transferência de calor de tipo Newtoniano na fase externa.

Historicamente este é conhecido como o "Problema de Stefan" [26], embora a solução exata do caso unidimensional para certas condições de contorno tenha sido obtida por Franz Neumann anos antes.

O aspecto essencial deste processo é a existência de uma interfase móvel de separação entre duas fases e cujo movimento não é pré-determinado senão que depende do resto das condições no caso. Justamente a condição de contorno que reflete a absorção ou liberação de calor nela e a que faz com que todo o problema seja não linear elevando assim automaticamente o grau de dificuldade do mesmo.

Este tipo de problema matemático apresenta-se em várias áreas da ciência [27] embora os que primeiro estudaram foram os que estavam interessados na fabricação de barras de gelo [28], alimentos congelados e na produção de lingotes na metalurgia. Esta diversidade faz com que seja mais difícil a pesquisa bibliográfica, sobretudo levando em conta que a área de armazenadores com mudança de fase está nos seus primórdios, ficando nela ainda muito trabalho a ser feito em termos de síntese e de soluções de problemas específicos [29].

1. CASO UNIDIMENSIONAL

O caso unidimensional, ver Fig. 1, tem sido vastamente estudado, fora as soluções exatas existentes para placas semi-infinitas [25] têm sido desenvolvidas muitas outras, aproximadas usando diversos métodos; um bom resumo da maioria deles pode ser

encontrado em [27].

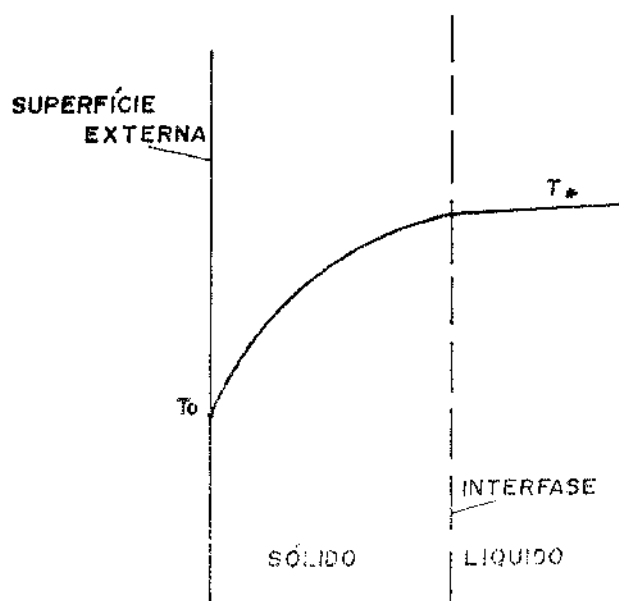


FIG. (3) SOLIDIFICAÇÃO DE UMA PLACA SEMI-INFINITA

Além disto, pode-se também mencionar o trabalho de Evans e colaboradores [30] que estudaram a recristalização de uma placa metálica infinita com uma fonte de calor uniforme num dos lados e uma superfície isolante de outro lado, supondo que a placa se encontra inicialmente à temperatura de fusão, o método empregado e o de desenvolvimento em série de Taylor da posição da frente de fusão em função do tempo, e da temperatura em função da posição e do tempo.

Kreith e Romic [31] resolveram o problema do sólido semi-infinito para diferentes condições de contorno: taxa de calor constante, temperatura constante, transferência de calor do tipo Newtoniano, num dos lados e para arranjo constante da frente de fusão, condição esta última sob a qual também é resolvido o caso do cilindro e a esfera. O método empregado foi o de desenvolvimento em série da temperatura em função do raio. Em todos os casos supõe-se como condição inicial uma única fase à temperatura de fusão: também apresenta uma analogia elétrica aplicável ao sólido semi-infinito.

Goodman e colaboradores [32], [34] aplicaram o método

do balanço integral do calor para diferentes condições de contorno, muito bem explicada sua aplicação ao caso unidimensional, supondo uma distribuição de temperatura dada por uma curva de segundo grau em x . No primeiro trabalho no caso de um sólido se mi-infinito e no segundo a uma chapa.

Murray e Landis [33], resolvem o problema da fusão-solidificação por diferenças finitas, só que introduzindo uma idéia muito interessante, de uma grelha que se "estica" avançando junto com a frente de fusão; os resultados são comparados aos obtidos com uma grelha fixa.

Hrycak [35], também utiliza o método de balanço integral do calor para uma chapa semi-infinita com resfriamento de tipo Newtoniano num dos lados, supõe-se uma distribuição linear de temperatura na zona sólida e parabólica na zona líquida. Compara os resultados com a solução exata de Neumann.

Hills [36], desenvolve equações gerais para resolver o caso unidimensional baseado no método do "perfil - integral generalizado", as equações são aplicadas a alguns casos particulares de condições de contorno e iniciais. Em [37] se reporta uma pesquisa experimental, do mesmo autor e colaboradores, cujos resultados são comparados aos teóricos do trabalho anterior e outros trabalhos.

Marshall [38], propõe um refinamento às soluções por diferenças finitas tentando resolver os defeitos dos tipos de cálculo até esse momento proposto na literatura, mediante três modelos: o que denomina "explícito - implícito de temperatura em excesso", o unidimensional equivalente e o quase - estável.

Nas referências [39] e [40] reportam-se refinamentos de métodos já conhecidos: o do balanço integral do calor (ver referência [32]).

Podem-se ainda encontrar bastante referências ao que se denomina "o inverso do problema de Stefan", que é quando se colocam condições ao avanço da frente de fusão do tipo por exemplo; velocidade constante, ou outro tipo de dependência temporal. Pode-se ainda mencionar que a condição de velocidade constante aplicada a geometrias radiais leva a resultados esquisitos, como em [31].

2. CASO COM GEOMETRIA CILÍNDRICA

A bibliografia neste caso é bem menos ampla que o anterior e estreita-se ainda mais se se pretende tratar a fusão-solidação com uma condição de contorno de tipo Newtoniano e não de temperatura ou fluxo de calor constante. Além disto, sempre é considerado como condição inicial, uma única fase à temperatura de fusão.

Como é conhecido [25], não existe uma solução exata deste caso, nem de nenhuma em geometria cilíndrica. As idéias gerais dos trabalhos são as de estender métodos empregados no caso unidimensional ao caso cilíndrico; neste sentido o que a autora do presente trabalho encontrou é que essas "extensões" não são óbvias, nem simples, e muitas vezes nem possíveis.

A pesquisa bibliográfica feita mostrou que a proposta de solução mais antiga foi feita por London e Seban [41], inclusive com comprovação experimental [42], nela se despreza o calor entregue pelo sólido na forma de calor sensível, embora esta simplificação possa parecer "forte", esta solução continua sendo interessante para certos valores dos parâmetros do sistema, e serve como caso limite para checar outras soluções. Logo após se dará uma explanação completa dela.

A única tentativa de solução exata e um caso cilíndrico foi feita por Frank [43], mediante a definição de uma variável de similaridade, ele resolve o caso de um cristal cilíndrico que cresce num meio à temperatura uniforme. A autora deste trabalho tentou usar esta mesma idéia para o caso de uma interfase cilíndrica avançando em sentido oposto, ou seja da borda ao interior do cilindro, os resultados obtidos não foram satisfatórios, aparentemente a variável de similaridade definida não é mais válida neste caso, embora explorar esta solução fica como uma proposta de trabalho aberta.

Longwell [44], desenvolve um método gráfico aplicável a várias geometrias e condições de contorno, inclusive o autor dá um exemplo de aplicação a uma geometria cilíndrica com uma condição de transferência de calor de tipo Newtoniano na superfície, ele checa sua solução com a aproximada de London e Seban [41]. No fundo a formulação se baseia em diferenças finitas. Também é resolvido o caso esférico.

Poots [45], utiliza os métodos integrais aproximados já conhecidos de camada limite em dinâmica dos fluidos. É resolvido o caso cilíndrico com temperatura constante na borda do cilindro, é estendida a aplicação do método de Karman - Polhausen já estendido ao caso unidimensional por Goodman [32], e uma modificação do mesmo devida a Tani [46]. Os resultados são comparados com os obtidos por Allen e Severn [47]. A autora deste trabalho tentou estender a formulação do método integral ao caso de transferência de calor Newtoniana na borda do cilindro, embora a complicação das equações que ia obtendo a fez optar por uma formulação, relativamente mais simples que é a do método de diferenças finitas, método que já era conhecido, que dava bons resultados [52].

Baxter [48], reporta um método de simulação analógica com condições de resfriamento de tipo Newtoniano na superfície do cilindro. É utilizado o método de Dusenberre e Eyres na formulação, denominado de "temperatura de fluxo entálpico", [49], [50] [51]. Os resultados são comparados com os obtidos por London e Seban [41].

Tao [52], emprega o método de diferenças finitas, resolvendo por computador com uma condição de resfriamento Newtoniana na superfície do cilindro.

Habib [53], trata o caso de um cilindro com temperatura constante na superfície, considerando como mecanismos de condução do calor, além de condução, também radiação. O método empregado é o integral.

Riley e colaboradores [54], estudaram o caso de fusão cilíndrica e esférica com temperatura constante na superfície. São obtidas soluções de tipo assintótico para calor latente grande comparado ao calor sensível. Obtém desenvolvimentos em série da temperatura e o tempo adimensionais em função de coordenadas especiais adimensionais e os parâmetros do sistema. Como as séries obtidas não resolvem o caso para a frente de fusão perto do centro, propõe-se uma outra solução para a fase final do problema. Compara-se os resultados com trabalhos anteriores [52]. Acha-se útil que os autores tivessem comparado seus resultados à teoria aproximada de London e Seban [41], já que como se verá depois no presente trabalho essa teoria fornece uma boa aproximação assintótica, sobretudo merece qualificar-se de boa considerando sua simplicidade.

Shamsudar e Sparrow [55], utilizaram um método devido a Megerlin [56], que consiste no desenvolvimento em série da temperatura em função de variáveis espaciais e da velocidade da frente de fusão. É obtida uma expressão para a velocidade da frente de fusão em função da posição da mesma, daí é possível obter o perfil de temperaturas e a variação da posição da frente de fusão no tempo. São estudadas dois tipos de condições de contorno: com taxa de calor constante e com transferência Newtoniana na superfície do cilindro. São calculadas curvas para o caso assintótico, quando o calor sensível é bem menor que o calor latente. O autor não compara seus resultados com outros anteriores. Achou-se que como no caso anterior deveria ter sido feita a comparação com as equações aproximadas [41], ainda mais levando em conta que as equações propostas, com a simplificação que os autores indicam que fizeram nos seus cálculos, se reduzem às do caso aproximado já desenvolvido anteriormente por London e Seban.

Em nenhum dos trabalhos em geometria cilíndrica é considerada a possibilidade de uma temperatura diferente à de fusão como condição inicial. Só foi encontrado um estudo que considera este efeito [56], para o caso da fusão de um sólido sub-resfriado que circunda um cilindro mantido à temperatura constante, maior que à de fusão.

Da pesquisa bibliográfica efetuada conclui-se que eram interessantes para efeitos de comparação dos resultados novos obtidos neste trabalho os métodos de London e Seban [41] e o de Tao [52], é por isso que eles são reportados em detalhe a continuação, expressando-os em nossas variáveis e parâmetros característicos. E ainda no caso da solução aproximada, incluindo algumas equações que não estão no original, no intuito de fazer logo uma pesquisa cuidadosa da validade do método de cálculo, em relação a faixas de valores dos parâmetros característicos do sistema. Este último ponto foi considerado de muito interesse para futuros cálculos práticos. Um estudo desse tipo ainda não foi reportado na literatura, e as equações de [41] são muito mais simples que qualquer dos outros métodos reportados posteriormente.

3. O MODELO APROXIMADO DE LONDON E SEBAN

O sistema a ser estudado é esquematizado na Fig. 2. Para efeito de clareza na exposição vamos descrever a solidificação, muito embora as equações sejam igualmente válidas para a fusão admitindo nesse caso que o mecanismo de transferência de calor dominante na fase líquida seja a condução.

Vamos supor um cilindro infinito ($R/L \ll 1$), inicialmente cheio de líquido à temperatura de fusão.

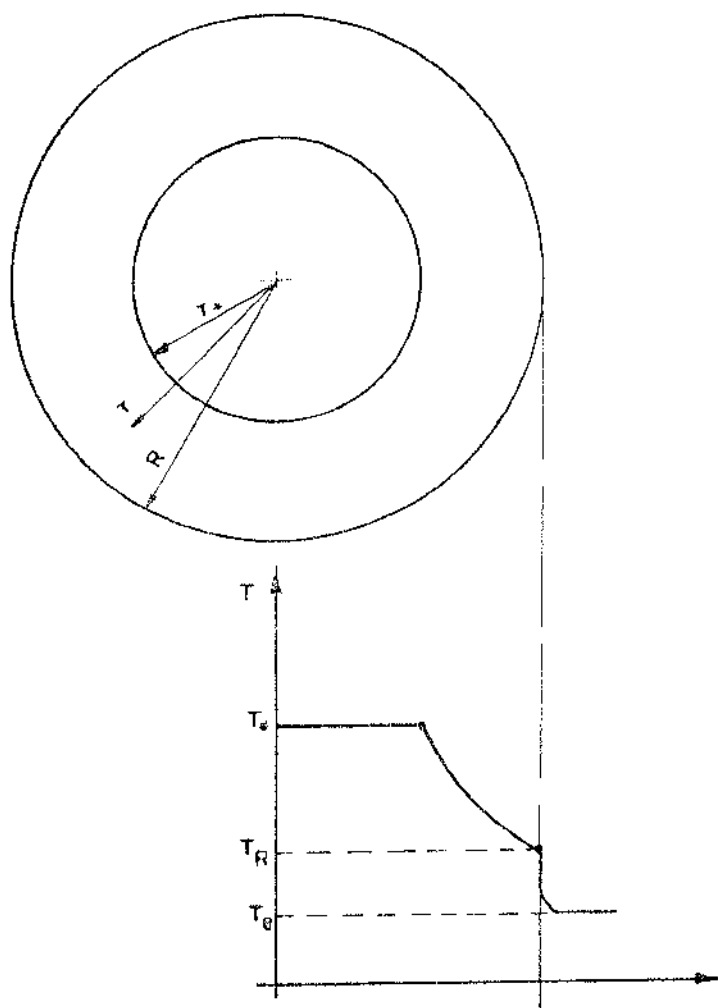


FIG.(4) ESQUEMA DO SISTEMA — DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NA SEÇÃO

O cilindro é resfriado em contato com um líquido a temperatura constante T_c . A transferência de calor entre a parede do cilindro e o líquido é controlada pelo coeficiente de transferência convectivo h , constante.

A transferência de calor se efetua a partir da frente de fusão até o fluido de trabalho, vamos supor que esse fluxo de calor é controlado por duas resistências térmicas: a oferecida pela parede de sólido que se vai formando e a de tipo convectivo do lado de fora do cilindro. Se a resistência oferecida pela parede do tubo cilíndrico (metálico em geral) não for desprezível em relação a do tipo convectivo, ela deverá ser também incluída; para efeito de simplicidade das equações vamos supor que é desprezível, sua inclusão posterior não acarreta nenhuma dificuldade.

Vamos supor que o calor sensível devido ao subresfriamento que a parede de sólido pode entregar é desprezível comparado ao calor latente. Ou seja, consideramos que [41], [54], [55]:

$$\frac{C_p(T_* - T_e)}{\lambda} \ll 1 \quad (2.1)$$

Esta suposição implica que a parede sólida transfere calor como se estivesse em equilíbrio, portanto a resistência térmica correspondente será:

$$R_s = \frac{1}{2\pi k} \ln \frac{R}{r_*} \quad (2.2)$$

correspondentemente a resistência térmica convectiva será:

$$R_h = \frac{1}{2\pi R h} \quad (2.3)$$

então o fluxo calorífico será:

$$Q_R = \frac{(T_* - T_c)}{R_s + R_h} \quad (2.4)$$

Por outro lado o fluxo de calor necessário para solidificar um volume ($2\pi r dr$) num tempo (dt) é:

$$Q_* = -2\pi\rho\lambda r_* \frac{dr_*}{dt} \quad (2.5)$$

Igualando (3) e (5) temos:

$$-2\pi\rho\lambda r_* \frac{dr_*}{dt} = \frac{T_* - T_e}{\frac{1}{2\pi k} \ln \frac{R}{r_*} + \frac{1}{2\pi R h}} \quad (2.6)$$

Reordenando para integrar:

$$\left[\frac{R^2}{k} \ln\left(\frac{r_*}{R}\right) - \frac{R}{h} \right] \rho\lambda \frac{r_*}{R} d\left(\frac{r_*}{R}\right) = (T_* - T_e) dt \quad (2.7)$$

e integrando entre limites convenientes:

$$\frac{(T_* - T_e)}{\rho\lambda} t \Big|_0^t = \frac{R^2}{2k} \left(\frac{r_*}{R}\right)^2 \left[\ln\left(\frac{r_*}{R}\right) - \frac{1}{2} \right] \Big|_1^{(r_*/R)} - \frac{R}{2h} \left(\frac{r_*}{R}\right)^2 \Big|_1^{(r_*/R)} \quad (2.8)$$

o que resolvido é:

$$\left[\frac{(T_* - T_e)k}{\rho\lambda R^2} \right] t = \frac{1}{2} \left(\frac{r_*}{R}\right)^2 \left[\ln\left(\frac{r_*}{R}\right) - \frac{1}{2} \right] + \frac{k}{2hR} \left[1 - \left(\frac{r_*}{R}\right)^2 \right] + \frac{1}{4} \quad (2.9)$$

No que segue, afastaremos-nos do trabalho original [41].

Neste ponto é conveniente introduzir as seguintes variáveis adimensionais:

$$\zeta = \frac{r}{R} \quad (2.10)$$

$$\tau = \frac{\alpha t}{R^2} \quad (2.11)$$

e os parâmetros:

$$\text{Stefan} = \frac{C_p(T_* - T_c)}{\lambda} \quad (2.12)$$

$$\text{Biot} = \frac{hR}{k} \quad (2.13)$$

o que levado a (2.9) dá:

$$\text{Stefan } \tau = \frac{1}{2} \zeta_*^2 \ln \zeta_* + \left(\frac{1}{2 \text{ Biot}} + \frac{1}{4} \right) (1 - \zeta_*^2) \quad (2.14)$$

de onde de imediato se pode obter o tempo de solidificação completa:

$$\tau = \frac{1}{\text{Stefan}} \left(\frac{1}{2 \text{ Biot}} + \frac{1}{4} \right) \quad (2.15)$$

De (2.15) é evidente que os dois parâmetros: Stefan e Biot vão determinar o comportamento do sistema. Isto é lógico se se pensar que o número de Stefan nos dá um balanço das energias em forma sensível e latente que o sistema pode entregar e o Biot nos caracteriza o que poderíamos chamar [41] "resistência superficial generalizada", como se verá depois, dele depende fundamentalmente o ΔT que se tem entre os pontos $\zeta = \zeta_*$ e $\zeta = 1$, ou seja entre a frente de fusão e a borda (interna) do cilindro.

Do ponto de vista de um armazenador o que interessa é o fluxo de calor, e seu comportamento no tempo. As equações anteriores não fornecem uma expressão explícita de q_R em função de t , mas só de q_R em função de r_* .

$$Q_R = \frac{(T_* - T_c)}{\frac{1}{2\pi k} \ln \frac{R}{r_*} + \frac{1}{2\pi R h}} \quad (2.4')$$

a qual pode ser colocada em forma adimensional, definindo:

$$\phi_R = \frac{q_R}{(k\lambda/C_p R)} \quad \text{ou} \quad \phi_R = \frac{Q_R}{(2\pi k\lambda/C_p)} \quad (2.16)$$

sendo que $2\pi Rq_R = Q_R$. Então, de (2.4') e (2.16) temos:

$$\phi_R = \frac{\text{Stefan}}{\frac{1}{\text{Biot}} - \ln \zeta_*} \quad (2.17)$$

E levando em conta que neste modelo $r_*q_* = Rq_R$, pode-se calcular o calor adimensional entregue na frente de fusão:

$$\phi_* = \frac{1}{\zeta_*} \frac{\text{Stefan}}{(\frac{1}{\text{Biot}} - \ln \zeta_*)} \quad (2.18)$$

Como em (2.14) não é possível obter uma expressão explícita de ζ_* em função de τ , se deseja desenhar as curvas de ϕ_R em função de τ é necessário trabalhar conjuntamente com (2.14) e (2.17).

O perfil de temperaturas será dado por:

$$T = T_e + Rq_R \left[\frac{\ln R/r}{k} + \frac{1}{Rh} \right] \quad (2.19)$$

é bem mais fácil escrevê-lo em forma adimensional, definindo:

$$\theta = \frac{T - T_e}{T_* - T_e} \quad (2.20)$$

de (2.19) e (2.20) é imediato que:

$$\theta = \frac{\frac{1}{\text{Biot}} - \ln \zeta}{\frac{1}{\text{Biot}} - \ln \zeta_*} \quad (2.21)$$

Os gráficos correspondentes às equações (2.14), (2.17) e (2.21) para distintos valores dos parâmetros do sistema são

realizados conjuntamente com os da solução proposta neste trabalho, já que eles são utilizados para comparar. Também se realizará conjuntamente uma discussão dos resultados.

4. SOLUÇÃO NUMÉRICA DE LUH C. TAO

O sistema, é outra vez o esquematizado na Fig. 1. E também supõe-se um cilindro infinito cheio de líquido à temperatura de fusão, resfriado externamente por um fluido de trabalho que escoia a temperatura constante.

Como em 2, vamos considerar duas resistências térmicas, só que agora leva-se também em conta o calor que, está sendo entregue pela substância já solidificada, não fazendo então nenhuma suposição a respeito do número de Stefan, como em (2.1).

As equações gerais que descrevem o problema são:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho C_p} \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) \quad r_* < r < R \quad (2.22)$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{k}{\rho \lambda} \frac{\partial T}{\partial r} \quad r = r_* \quad (2.23)$$

$$-\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{h}{k} (T_R - T_c) \quad r = R \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} T &= T_* \quad \text{para } t=0, \text{ em } 0 < r < R \\ &\quad \text{para } t>0, \text{ em } 0 \leq r \leq r_* \end{aligned} \quad (2.25)$$

Além do dito antes, estamos supondo que a substância tem uma única temperatura de fusão (não uma faixa), e que tem k , C_p e ρ constantes.

É conveniente adimensionalizar as equações anteriores. Antes disso é bom dizer que o tempo adimensionalizado adotado neste trabalho difere do adotado por Tao, devido ao qual se fizeram as adaptações pertinentes nas equações, além de adotar o inverso do número de Biot como parâmetro, então nós usaremos a notação:

$$\beta = 1/\text{Biot} \quad (2.26)$$

As equações serão agora:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \quad \text{para } \zeta_* < \zeta < 1 \quad (2.27)$$

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \text{Stefan} \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \quad \text{em } \zeta = \zeta_* \quad (2.28)$$

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = \frac{\theta}{\beta} \quad \text{em } \zeta = 1 \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \theta &= 1 & \text{para } \tau=0 & \quad 0 \leq \zeta \leq 1 \\ & & \text{para } \tau>0 & \quad 0 \leq \zeta \leq \zeta_* \end{aligned} \quad (2.30)$$

Usando expressões conhecidas do cálculo de diferenças finitas [57] tem-se que a equação (2.27) pode ser escrita como:

$$\frac{\theta_{n,m+1}^* - \theta_{n,m}}{\Delta \tau} = \frac{1}{2n(\Delta \zeta)^2} \left[(2n+1)\theta_{n-1,m} - 4n\theta_{n,m} + (2n-1)\theta_{n+1,m} \right] \quad (2.31)$$

onde n = número de incrementos radiais, não nulo.
 m = número de incrementos no tempo.

Pela conhecida condição de estabilidade [57], deve ser:

$$\frac{\Delta \tau}{(\Delta \zeta)^2} \leq \frac{1}{2} \quad (2.32)$$

O que permite escrever (2.31) como:

$$\theta_{n,m+1}^* = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{1}{2n}\right) \theta_{n-1,m} + \left(1 - \frac{1}{2n}\right) \theta_{n+1,m} \right] \quad (2.33)$$

A equação (2.33) se transforma em:

$$\frac{\Delta\zeta}{\Delta\tau} = \text{Stefan} \frac{\sum_{i=m}^{m+M} (\theta_{n-1,i} - \theta_{n,i})}{\Delta\zeta} \quad \text{em } \zeta=\zeta_* \quad (2.34)$$

Onde M é o número de incrementos $\Delta\tau$ necessário para que a frente se movimente uma distância $\Delta\zeta$. Levando em conta (2.32) a (2.34) se escreverá como:

$$\sum_{i=m}^{m+M} (\theta_{n-1,i} - \theta_{m,i}) = \frac{2}{\text{Stefan}} \quad (2.35)$$

A condição de contorno (2.29):

$$-(\theta_N - \theta_{N-1}) = \frac{\theta_N}{\beta} \cdot \Delta\zeta$$

e reordenando:

$$\theta_N = \frac{\theta_{N-1}}{1 + \frac{\Delta\zeta}{\beta}} \quad (2.36)$$

onde $N = 1/\Delta\zeta$.

Início da Computação

Para iniciar a computação Tao utilizou a equação solução aproximada do caso unidimensional semi-infinito [41], [28].

Assim o tempo τ necessário para que inicialmente a interfase avance $\Delta\zeta_*$ seria, [52]:

$$\tau = \frac{\beta^2}{\text{Stefan}} \left(1 - \sqrt{1 - 2(1 + \text{Stefan})\Delta\zeta_*/\beta} \right) / (1 + \text{Stefan}) \quad (2.37)$$

E a temperatura no contorno do cilindro foi calculada inicialmente segundo:

$$\theta = 1 - \frac{\text{Stefan}}{\beta^2} \tau \quad \text{em } \zeta=1 \quad (2.38)$$

Sequência de Cálculo

- Com (2.37) calcula-se o tempo necessário para que a interfase chegue ao ponto $1-\Delta\zeta$.
- Com (2.38) calcula-se $\Theta_{N,0}$
- Fazendo $\Theta_{N-2,0} = 1$, com (2.33) calcula-se $\Theta_{N-1,1}$, para um incremento de tempo posterior.
- Com (2.36) calcula-se $\Theta_{N,1}$
- Esta iteração continua até que (2.35) é satisfeita e é obtido $M\Delta\tau$, tempo necessário para que a interfase se movimente de $1-\Delta\zeta$ a $1-2\Delta\zeta$.
- Então fazendo $\Theta_{N-3} = 1$ se reinicia o ciclo iterando (2.33) e (2.34) até satisfazer (2.35).
- O processo é repetido até que ζ_* atinge o centro do cilindro ($\zeta_*=0$).

Se o último incremento de tempo no ajuste iterativo para obter M fosse fracional, Tao fez um ajuste proporcional dos últimos incrementos de temperatura.

Finalmente os erros inerentes ao cálculo computacional foram estimados comparando os resultados obtidos em termos de τ para diferentes incrementos $\Delta\zeta$ tomando Stefan=1 e $\beta=0$.

Os resultados numéricos obtidos por ele serão reportados conjuntamente com os do presente trabalho para efeitos de comparação.

CAPÍTULO III

SOLUÇÃO NUMÉRICA PROPOSTA

1. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema a ser resolvido é o mesmo que o tratado em II.4, a diferença é que vamos propor um tratamento analítico, e consequentemente numérico, diferente.

Assim a equação de partida é:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho C_p} \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) \quad r_* < r < R \quad (3.1)$$

e as condições de contorno e iniciais são:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{k}{\rho \lambda} \frac{\partial T}{\partial r} \quad r=r_* \quad (3.2)$$

$$-\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{h}{k} (T_R - T_o) \quad r=R \quad (3.3)$$

$$T=T_* \quad \begin{array}{l} \text{para } t=0, \text{ em } 0 < r < R \\ \text{para } t>0, \text{ em } 0 \leq r \leq r_* \end{array} \quad (3.4)$$

Neste caso também trabalharemos com variáveis adimensionais só que a espacial será ligeiramente diferente da adotada até agora:

$$Z = 1 - \zeta = 1 - \frac{r}{R} \quad (3.5)$$

o tempo será como em (2.11), a temperatura como em (2.20), e os parâmetros adimensionais Stefan e Biot continuam os mesmos.

O novo esquema do sistema segundo as variáveis adotadas é dado na Fig. 3.

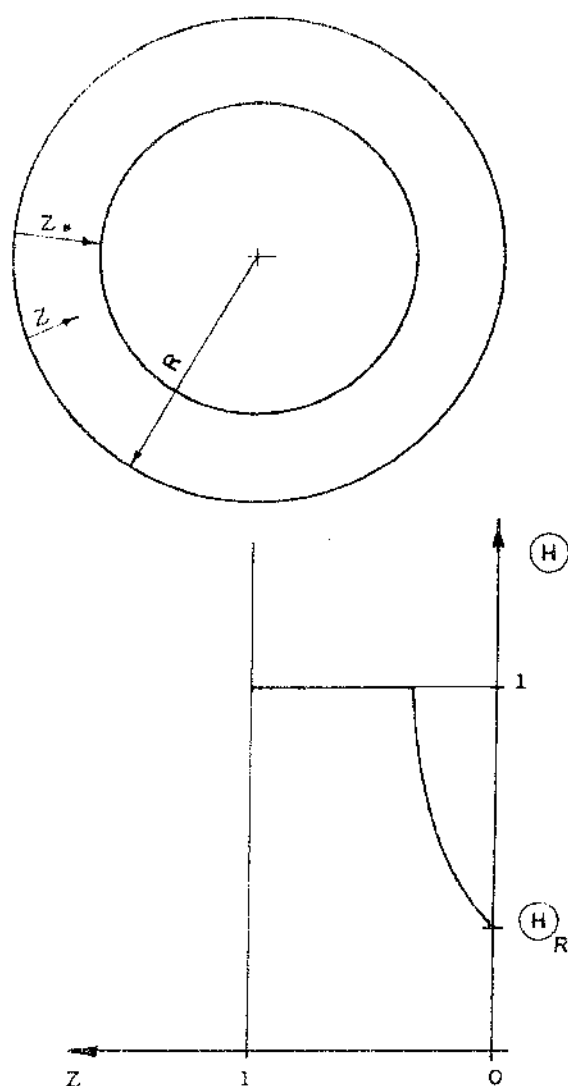


FIG. (5) ESQUEMA DO SISTEMA E DO PERFIL DE TEMPERATURA ADIMENSIONAL

Então o conjunto de equações (3.1) a (3.4) agora adimensionalizadas seria:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{Z-1} \frac{\partial \theta}{\partial Z} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \quad \text{para } 0 < Z < Z_* \quad (3.6)$$

$$\text{Stefan.} \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{dZ_*}{d\tau} \quad \text{para } Z=Z_* \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = \text{Biot.} \theta \quad \text{para } Z=0 \quad (3.8)$$

$$\theta = 1 \quad \text{para } Z=Z_* \quad (3.9)$$

$$\tau \geq 0$$

Os lineamentos do método empregado foram tomados de [33], ou seja, o método proposto por Murray e Landis para o caso unidimensional foi adaptado ao caso cilíndrico.

Usar-se-á a derivada substancial:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{\partial\theta}{\partial Z} \bigg|_n \frac{dZ}{d\tau} + \frac{\partial\theta}{\partial\tau} \bigg|_n \quad (3.10)$$

Adotar-se-á um tipo de malha "móvel" onde o ponto $n=0$ estará situado em $Z=0$ e o ponto $n=N$ estará situado em $Z=Z_*$, ou seja na própria frente de fusão.

À medida que a frente de fusão vai-se deslocando no tempo a malha se "estica" tendo os pontos cada vez mais distanciados entre si, já que N é fixo.

• Um ponto qualquer da malha será:

$$Z_n = \frac{n}{N} Z_* \quad (3.11)$$

Diferenciando esta expressão em relação ao tempo:

$$\frac{dZ_n}{d\tau} = \frac{n}{N} \frac{dZ_*}{d\tau} \quad (3.12)$$

e substituindo segundo (3.11) em (3.12), é imediato que:

$$\frac{dZ_n/d\tau}{Z_n} = \frac{dZ_*/d\tau}{Z_*} \quad (3.13)$$

Estamos agora em condições de reescrever a equação de partida (3.6) usando (3.10) e (3.13):

$$\frac{d\theta}{d\tau}\bigg|_n = \frac{\partial\theta}{\partial Z}\bigg|_n \frac{Z}{Z_*} \frac{dZ_*}{d\tau} = \frac{1}{Z-1} \frac{\partial\theta}{\partial Z}\bigg|_n + \frac{\partial^2\theta}{\partial Z^2}\bigg|_n$$

o que reordenando é:

$$\frac{d\theta}{d\tau}\bigg|_n = \left[\frac{Z}{Z_*} \frac{dZ_*}{d\tau} - \frac{1}{1-Z} \right] \frac{\partial\theta}{\partial Z}\bigg|_n + \frac{\partial^2\theta}{\partial Z^2}\bigg|_n \quad (3.14)$$

Introduzindo (3.11) em (3.14) e expressando a equação assim obtida em diferenças finitas ficamos com:

$$\begin{aligned} \frac{\theta_{n,m+1} - \theta_{n,m}}{\Delta\tau} = & \left[\frac{n}{N} \left(\frac{dZ_*}{d\tau} \right)_m - \frac{1}{1 - \frac{n}{N}(Z_*)_m} \right] \left[\frac{\theta_{n+1,m} - \theta_{n-1,m}}{2(Z_*)_m/N} \right] + \\ & + \frac{\theta_{n-1,m} - 2\theta_{n,m} + \theta_{n+1,m}}{\left[(Z_*)_m/N \right]^2} \end{aligned}$$

Note-se que embora pudéssemos usar a notação $Z_{N,m}$ em vez de $(Z_*)_m$ preferimos esta última por ser mais indicativa do aspecto conceitual do método proposto.

Para efeitos da computação posterior é conveniente reordenar a expressão acima:

$$\begin{aligned} \theta_{n,m+1} = & \left[\frac{n}{2(Z_*)_m} \left(\frac{dZ_*}{d\tau} \right)_m + \left[\frac{N}{(Z_*)_m} \right]^2 \left(1 - \frac{1}{2 \left(\frac{(Z_*)_m}{N} - n \right)} \right) \right] \\ \Delta\tau \theta_{n+1,m} + & \left[\left[\frac{N}{(Z_*)_m} \right]^2 \left(1 + \frac{1}{2 \left(\frac{(Z_*)_m}{N} - n \right)} \right) - \frac{n}{2(Z_*)_m} \left(\frac{dZ_*}{d\tau} \right)_m \right] \\ \Delta\tau \theta_{n-1,m} + & \left[1 - 2 \left[\frac{N}{(Z_*)_m} \right]^2 \Delta\tau \right] \theta_{n,m} \end{aligned} \quad (3.15)$$

A equação (3.7) em diferenças finitas será:

$$\left(\frac{dz_*}{d\tau}\right)_m = \text{Stefan} \left[\frac{\theta_{N-2,m} - 4\theta_{N-1,m} + 3\theta_{N,m}}{2(z_*)_m/N} \right] \quad (3.16)$$

a (3.9) é simplesmente:

$$\theta_{N,m} = 1 \quad (3.17)$$

A equação (3.16) será usada para calcular o avanço da frente de fusão assim:

$$(z_*)_{m+1} = (z_*)_m + \text{Stefan} \left[\frac{\theta_{N-2,m} - 4\theta_{N-1,m} + 3}{2(z_*)_m/N} \right] \Delta\tau \quad (3.18)$$

A equação (3.8) fica:

$$\frac{-3\theta_{0,m} + 4\theta_{1,m} - \theta_{2,m}}{2(z_*)_m/N} = \text{Biot } \theta_{0,m}$$

e será usada para calcular $\theta_{0,m}$ na forma:

$$\theta_{0,m} = \frac{4\theta_{1,m} - \theta_{2,m}}{2\text{Biot}(z_*)_m/N + 3} \quad (3.19)$$

Para efeito do cálculo de armazenadores o que realmente importa é o calor transferido, assim:

$$q_R = -k \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_R = h(T_R - T_e)$$

Para expressá-lo em forma adimensional usarei o fluxo de calor adimensional definido em (2.16), pode ver-se facilmente que:

$$\phi_R = \text{Stefan} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{Z=0} = \text{Stefan Biot } \theta_{Z=0} \quad (3.20)$$

na frente de fusão o fluxo de calor entregue ao sólido seria:

$$q_* = -k \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_*} = \lambda \rho \left(\frac{\partial r_*}{\partial t} \right)$$

que em termos adimensionais seria:

$$\phi_* = \text{Stefan} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{Z=Z_*} = \frac{dZ_*}{d\tau} \quad (3.21)$$

Para efeito de comparar com o modelo aproximado de London e Seban [41] é bom calcular a relação:

$$\eta = \frac{q_* r_*}{q_R R} \quad (3.22)$$

ou seja, em termos adimensionais:

$$\eta = \frac{\left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{Z=Z_*}}{\left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{Z=0}} (1-Z_*) \quad (3.23)$$

ou

$$\eta = \frac{\phi_*}{\phi_R} (1-Z_*) \quad (3.24)$$

No modelo de London e Seban é $\eta=1$ para todo τ .

2. O CÔMPUTO NUMÉRICO

i - Condição de Estabilidade

A condição de estabilidade nestas equações é expressa pela desigualdade:

$$\frac{\Delta\tau N^2}{Z_*^2} \leq \frac{1}{2} \quad (2.25)$$

que pode ser obtida facilmente a partir da inspeção da equação (3.15) dentro do procedimento usual nestes casos [57].

Para valores razoáveis de $(Z_*)_0$ e N , o $\Delta\tau$ pode ser pequeno demais, por exemplo, para $(Z_*)_0 = 0,01$ e $N = 20$, tem-se:

$$\Delta\tau = \frac{1}{2} \left(\frac{0,01^2}{20} \right) = 2,5 \times 10^{-6} \quad (3.26)$$

como a realização de um cálculo com um $\Delta\tau$ assim considerou-se que levaria a um número excessivo de iterações, decidiu-se aproveitar o fato que o "passo" no espaço era variável: $(Z_*)/N$, optando-se por um passo também variável em tempo, calculado em cada iteração a partir da igualdade em (3.25).

Adotando-se este valor variável para $\Delta\tau$ as equações a diferenças finitas simplificam-se assim:

a (3.15) fica:

$$\begin{aligned} \Theta_{n,m+1} = & \left[\frac{n(Z_*)_m}{4N^2} \left(\frac{dZ_*}{d\tau} \right)_m + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2 \left(\frac{N}{(Z_*)_m} - n \right)} \right) \right] \Theta_{n+1,m} + \\ & + \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2 \left(\frac{N}{(Z_*)_m} - n \right)} \right) - \frac{n(Z_*)_m}{4N^2} \left(\frac{dZ_*}{d\tau} \right)_m \right] \Theta_{n-1,m} \quad (3.27) \end{aligned}$$

e a (3.18):

$$(Z_*)_{n+1} = (Z_*)_n + \text{Stefan} \left[\frac{\Theta_{N-2,m} - 4\Theta_{N-1,m} + 3}{4N/(Z_*)_n} \right] \quad (3.28)$$

Além do problema de estabilidade o método pode apresen-

tar problema de flutuações, que aparecem quanto maiores são Stefan e Biot e menor é N , ou seja, podem ser eliminadas tomando N maior.

ii - Sequência de Cálculo

- Parte-se de valores iniciais de $(Z_*)_0$ e $\theta_{1,0}$; $\theta_{2,0}$; $\theta_{3,0}$; ...; $\theta_{N-1,0}$.
- Calcula-se $\theta_{0,0}$ de (3.19).
- Calcula-se $(\frac{dZ_*}{dt})_0$ de (3.16).
- Calcula-se ϕ_R , ϕ_* e n de (3.20), (3.21) e (3.24).
- Calcula-se $\Delta\tau$ com (3.25) e o tempo acumulado.
- Com o $\Delta\tau$ calculado, e $(Z_*)_0$ e $(\frac{dZ_*}{dt})_0$, aplicando sucessivamente (3.15) calcula-se o novo perfil de temperaturas: $\theta_{1,1}$; $\theta_{2,1}$; $\theta_{3,1}$; ...; $\theta_{N-1,1}$.
- com (3.18) determina-se a nova posição da frente de fusão um $\Delta\tau$ após = $(Z_*)_1$.
- Repete-se esta sequência até obter o valor $Z_* = 1$.

iii - O problema dos valores iniciais

Pela forma das equações o cálculo precisa ser iniciado a partir de algum valor de Z_* e de uma dada distribuição de temperaturas, o procedimento adotado explica-se logo a seguir.

Deu-se um valor arbitrário (pequeno) a Z_* , por exemplo $Z_*=0,01$.

E para calcular o perfil de temperaturas partiu-se de:

$$\theta_{1,0} = \theta_{2,0} = \theta_{3,0} = \dots = \theta_{N,0} = 1,$$

calculando $\theta_{0,0}$ de (3.19).

Esta escolha, seguindo a sequência explicada anteriormente implica que $(\frac{dZ_*}{dt})$ é mantido nulo durante $(N-1)$ sequências, enquanto progressivamente o perfil de temperaturas está sendo lentamente modificado segundo (3.15) e (3.19). No momento em

que $\theta_{N-2,m} \neq \theta_{N-1,m} \neq 1$, vê-se em (3.16) que a frente de fusão começa a deslocar-se e o cálculo segue normalmente.

3. ANÁLISE DO ERRO

Seguindo o critério aconselhado em [58] também utilizado por Tao [52] foram comparados os resultados obtidos para diferentes valores de N . Nas tabelas N° 2 e 3 reportam-se os diferentes valores do tempo adimensional para diferentes posições da frente de fusão e diferentes valores de N (número de pontos na malha). Entre cada par de colunas de valores de τ é calculada a diferença relativa percentual assim:

$$e\% = \left(\frac{\tau_i - \tau_j}{\tau_j} \right) \times 100 \quad (3.29)$$

em baixo indica-se o intervalo de variação deste erro e um valor médio do mesmo, calculado para cada coluna.

Ao comparar estas tabelas com a correspondente de Tao [52] pode-se ver logo a diferença entre os dois métodos.

O mais evidente é que o erro cresce em sentido inverso em ambos os métodos, enquanto no caso de Tao vai decrescendo com o tempo, no aqui proposto vai crescendo com o tempo. Embora no caso de Tao este decréscimo é mais acentuado já que na malha de maior passo vai de 35,3 a 0,03%; em troca, no aqui proposto o intervalo vai de 0,41 a 3,8%.

Levando em conta os percentuais de erro obtido e o tempo de computação escolheu-se para efetuar o cálculo os valores:

$$\begin{array}{ll} \text{Para Stefan} = 1 \text{ e } 10 & N = 20 \\ \text{Stefan} = 0,1 & N = 10 \end{array}$$

TABELA Nº 2 - EFEITO DE N NO TEMPO COMPUTADO PARA STEFAN=10, BIOT=100

Z _*	τ N=5	ε%	τ N=10	ε%	τ N=20	ε%	τ N=40
0.1	0.0018382	0.92	0.0018213	0.19	0.0018179	0.064	0.0018167
0.2	0.0067149	0.41	0.0066874	0.29	0.0066683	0.085	0.0066626
0.3	0.014474	0.79	0.014359	0.30	0.014316	0.085	0.014304
0.4	0.024815	0.85	0.024607	0.29	0.024535	0.082	0.024515
0.5	0.037349	0.53	0.037151	0.26	0.037054	0.078	0.037025
0.6	0.052033	0.72	0.051662	0.25	0.051533	0.076	0.051494
0.7	0.068242	0.78	0.067712	0.28	0.067522	0.086	0.067464
0.8	0.085567	0.97	0.084742	0.43	0.084375	0.13	0.084264
0.9	0.10356	1.66	0.10187	0.91	0.10103	0.29	0.10075
1.0	0.12238	3.8	0.11788	2.2	0.11531	1.22	0.11391

intervalo = 0.41 a 3.8 0.19 a 2.2 0.064 a 1.22
ε̄ = 1.1% 0.54% 0.22%

TABELA Nº 3 - EFEITO DE N NO TEMPO COMPUTADO PARA STEFAN=1, RIOT=10

Z _*	τ N=5	ε%	τ N=10	ε%	τ N=20	ε%	τ N=40
0.1	0.016225	0.12	0.016448	0.037	0.016251	0.0080	0.016250
0.2	0.045286	0.22	0.045385	0.099	0.045088	0.013	0.045415
0.3	0.084199	0.28	0.084438	0.066	0.084494	0.016	0.084507
0.4	0.13145	0.31	0.13186	0.069	0.13195	0.016	0.13197
0.5	0.18551	0.26	0.18599	0.050	0.18609	0.011	0.18611
0.6	0.24470	0.11	0.24497	0.0041	0.24496	0.005	0.24495
0.7	0.30719	0.21	0.30653	0.12	0.30616	0.041	0.30604
0.8	0.37081	0.79	0.36789	0.41	0.36639	0.081	0.36610
0.9	0.43338	1.9	0.42534	0.90	0.42153	0.34	0.42012
1.0	0.49181	2.7	0.47887	3.4	0.46301	1.2	0.45763

intervalo = 0.12 a 2.7 0.0041 a 3.4 0.0050 a 1.2

$\bar{\epsilon}$ = 0.69% 0.52% 0.17%

Quanto menor é o número de Stefan os tempos de computação tornam-se maiores, devido a que os perfis de temperatura vão mudando lentamente.

4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Em todos os casos tratados os gráficos foram feitos para um Stefan fixo e Biot variando de 1 a 1000.

Os valores de Stefan estudados foram 0,1; 1 e 10.

A Fig. 6, mostra a posição da frente de fusão em função do tempo para distintos valores de Stefan e Biot. Em linha cheia está a solução numérica proposta no presente trabalho, em linha pontilhada a solução aproximada [41] e também pontos lidos no trabalho de L. Tao [52]. Neste último caso pode-se dizer que a concordância é boa. Pode-se observar também que para valores baixos do número de Stefan a concordância com a solução aproximada é pelo menos interessante, este fato foi observado em todas as variáveis estudadas.

Como era de se esperar o tempo de fusão completa é menor quanto maior o número de Stefan e o número de Biot.

A Fig. 7 mostra a velocidade de avanço da frente de fusão em função da posição da mesma. O ponto de início das curvas não foi desenhado em todos os casos, embora seu valor seja bem conhecido:

$$\frac{dZ_*}{dt} = \text{Stefan} \cdot \text{Biot} \quad \text{para } Z_* = 0 \quad (3.30)$$

Foram utilizadas escalas diferentes para Biot = 1000, que se indicam do lado direito das figuras. Como se observa o processo é

muito acelerado no início, depois com aceleração diminuindo até atingir o valor nulo, para crescer de novo depois. No caso de $Biot=1$ o ponto mínimo coincide com a origem de coordenadas, exceto para $Stefan=10$ na solução numérica. Além disto na solução aproximada a velocidade cresce indefinidamente na proximidade de $Z_*=1$.

O ponto mínimo de velocidade da solução aproximada pode-se calcular a partir de (2.18):

$$\frac{d\zeta_*}{d\tau} = -\left(\frac{1}{\zeta_*}\right) \left(\frac{Stefan}{\frac{1}{Biot} - \ln \zeta_*} \right) \quad (3.31)$$

fazendo o cálculo da derivada:

$$\frac{d\left(\frac{d\zeta_*}{d\tau}\right)}{d\zeta_*} = - \frac{Stefan}{\zeta_*^2 \left(\frac{1}{Biot} - \ln \zeta_* \right)} \left[\frac{1}{\frac{1}{Biot} - \ln \zeta_*} - 1 \right] \quad (3.32)$$

e igualando a zero, é:

$$\zeta_* = e^{\frac{1}{Biot} - 1} \quad \text{para} \quad \frac{d\left(\frac{d\zeta_*}{d\tau}\right)}{d\zeta_*} = 0 \quad (3.33)$$

o ponto mínimo na solução numérica aparece mais perto do centro que no caso da solução aproximada.

Considerou-se de interesse pesquisar a velocidade de avanço da frente de fusão já que ela eventualmente poderia ser aproximada à equação de alguma curva padrão, aproximação que pode simplificar muito o problema.

A Fig. 3 mostra o fluxo de calor adimensional entre - que (ou absorvido) na borda do cilindro em função do tempo. Foram utilizadas escalas diferentes para cada valor do número de Biot.

Como estas curvas são as mais importantes no caso de um estudo de armazenamento, foi elaborado um quadro comparativo da diferença percentual entre a solução numérica e a aproximada

para Stefan=0.1, para os valores extremos de Biot.

TABELA Nº 4 - COMPARAÇÃO DAS SOLUÇÕES EXATA E APROXIMADA
PARA STEFAN=0.1, BIOT=1.

Z_*	ϕ_R NUMÉRICO	ϕ_R APROXIMADO	$\epsilon\%$	$(\zeta^2)\%$
0	-	0.1	-	100
0.1	0.090511	0.09047	0.044	81
0.2	0.08191	0.08176	0.18	64
0.3	0.07402	0.07371	0.42	49
0.4	0.06671	0.06619	6,6	36
0.5	0.05985	0.05906	1.3	25
0.6	0.05336	0.05218	2,2	16
0.7	0.04712	0.04537	3.7	9
0.8	0.04109	0.03832	6,7	4
0.9	0.02129	0.03028	42.2	1
1.0	0.02970	0	100.0	0

O objetivo das tabelas 4 e 5 é mostrar que a solução aproximada é uma boa opção nos casos em que Stefan < 0,1. As duas colunas da direita devem ser consideradas conjuntamente, en quanto a primeira delas nos dá a diferença relativa percentual das soluções, a última nos dá percentualmente um valor aproximado do calor, sobretudo latente, que ainda fica no sistema para ser entregue.

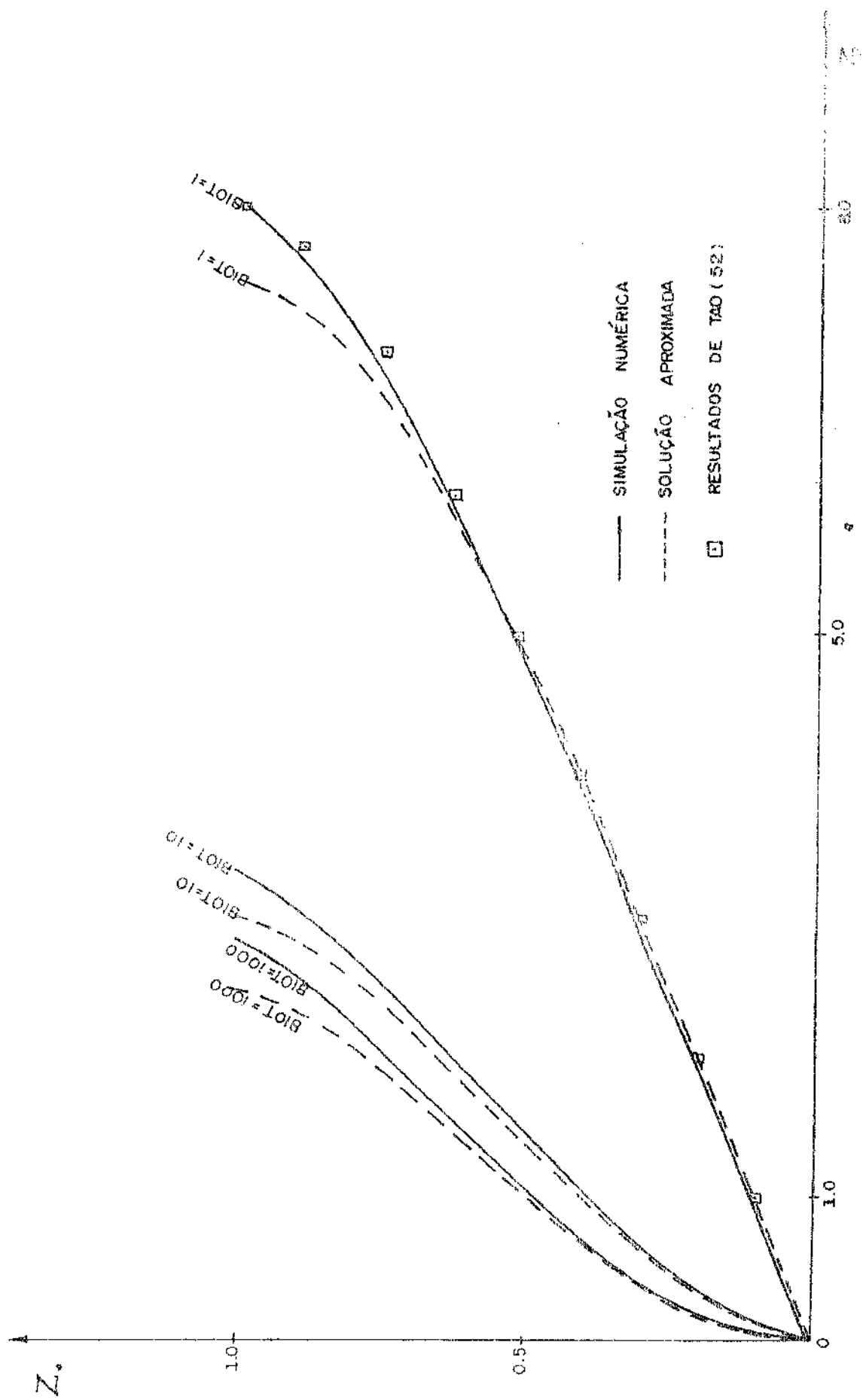
TABELA Nº 5 - COMPARAÇÃO DAS SOLUÇÕES EXATA E APROXIMADA
PARA STEFAN=0.1, BIOT=1000

Z_*	ϕ_R NUMÉRICO	ϕ_R APROXIMADO	$\epsilon \%$	$(\zeta^2) \%$
0	-	100	-	100
0.1	0.9571	0.9402	1.8	81
0.2	0.4552	0.4461	2.0	64
0.3	0.2860	0.2796	2.2	49
0.4	0.2006	0.1954	2.6	36
0.5	0.1487	1.1441	3.1	25
0.6	0.1134	0.1090	3.9	16
0.7	0.08759	0.08299	5.3	9
0.8	0.06742	0.06210	7.9	4
0.9	0.05088	0.04311	15.3	1
1.0	0.03712	-	100	0

O que se pode concluir delas é que o erro ao adotar a solução aproximada é mais preocupante quanto falta apenas cerca de 4% de calor a ser entregue. Por outro lado, este erro não mostra muita sensibilidade em relação ao número de Biot.

Na Fig. 9 foi mostrado o parâmetro η em função da posição da frente de fusão.. Este parâmetro nos dá uma medida da influência do calor sensível no processo global. Como pode-se observar esta influência é maior para Stefan e Biot maiores.

As Fig. 10 e 11 são perfis de temperatura. Na Fig. 10 observa-se a relação curvatura dos perfis-número de Stefan, já que a curvatura muda para Stefan > 1. Por outro lado quanto maior o Biot os perfis descem mais. Na Fig. 11.a pode-se observar que para Stefan = 0.1 os perfis correspondem praticamente aos de equilíbrio supostos na solução aproximada.



FIG(6a) VARIAÇÃO DA POSIÇÃO DA FRENTE DE FUSÃO NO TEMPO STEFAN 0.1

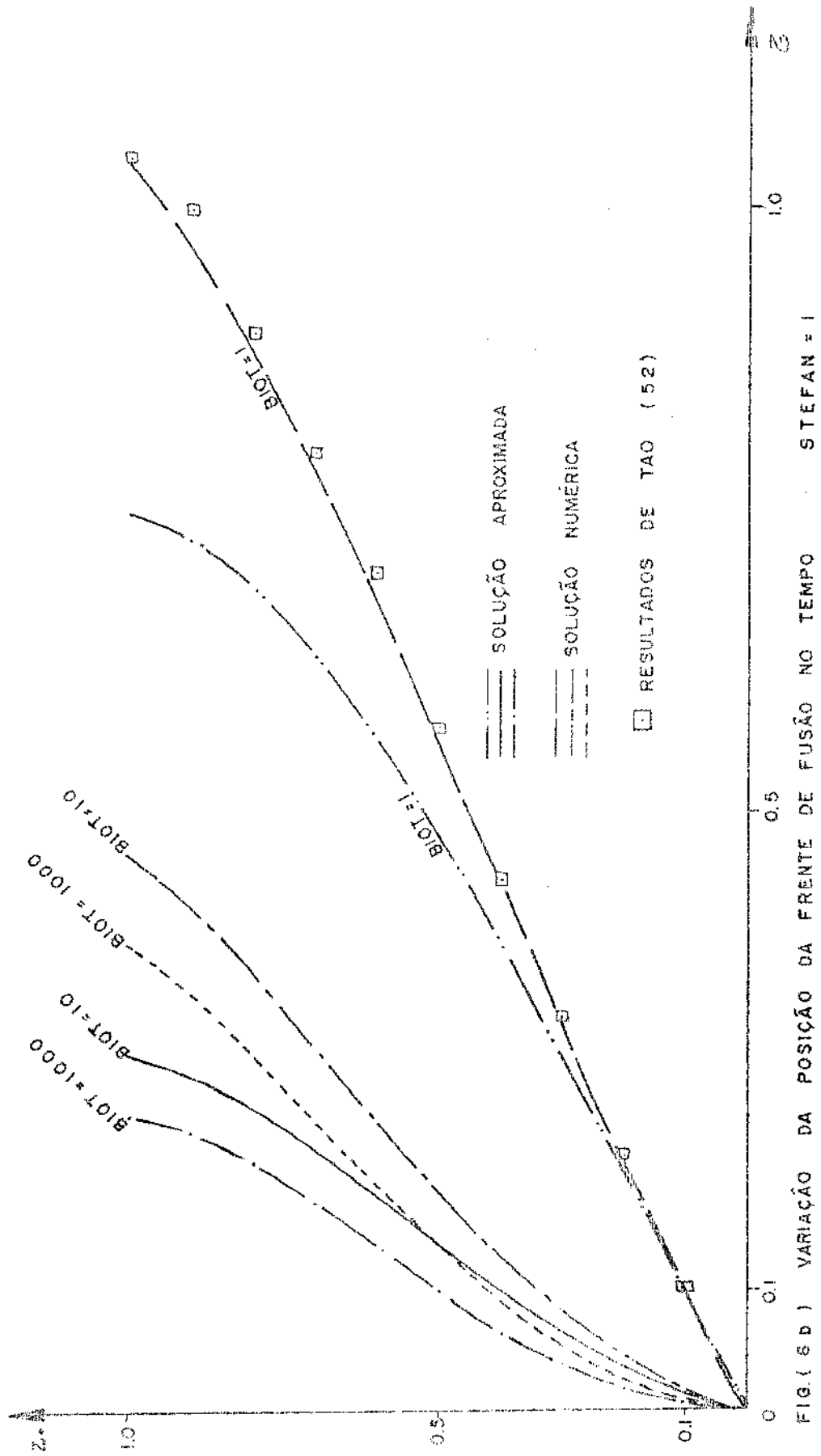


FIG (6D) VARIAÇÃO DA POSIÇÃO DA FRENTE DE FUSÃO NO TEMPO STEFAN = 1

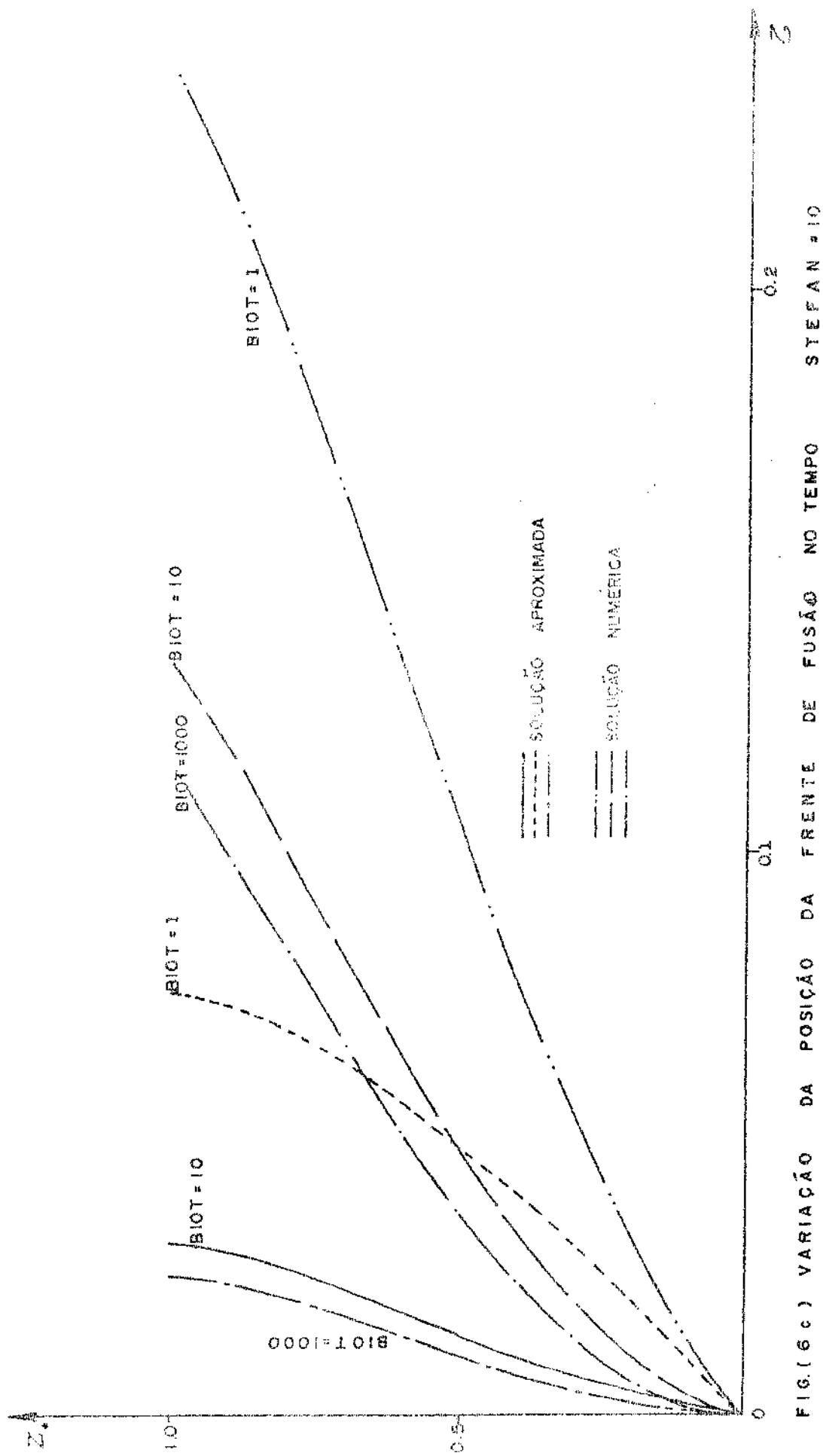


FIG.(6c) VARIACÃO DA POSIÇÃO DA FRENTE DE FUSÃO NO TEMPO STEFA N = 10

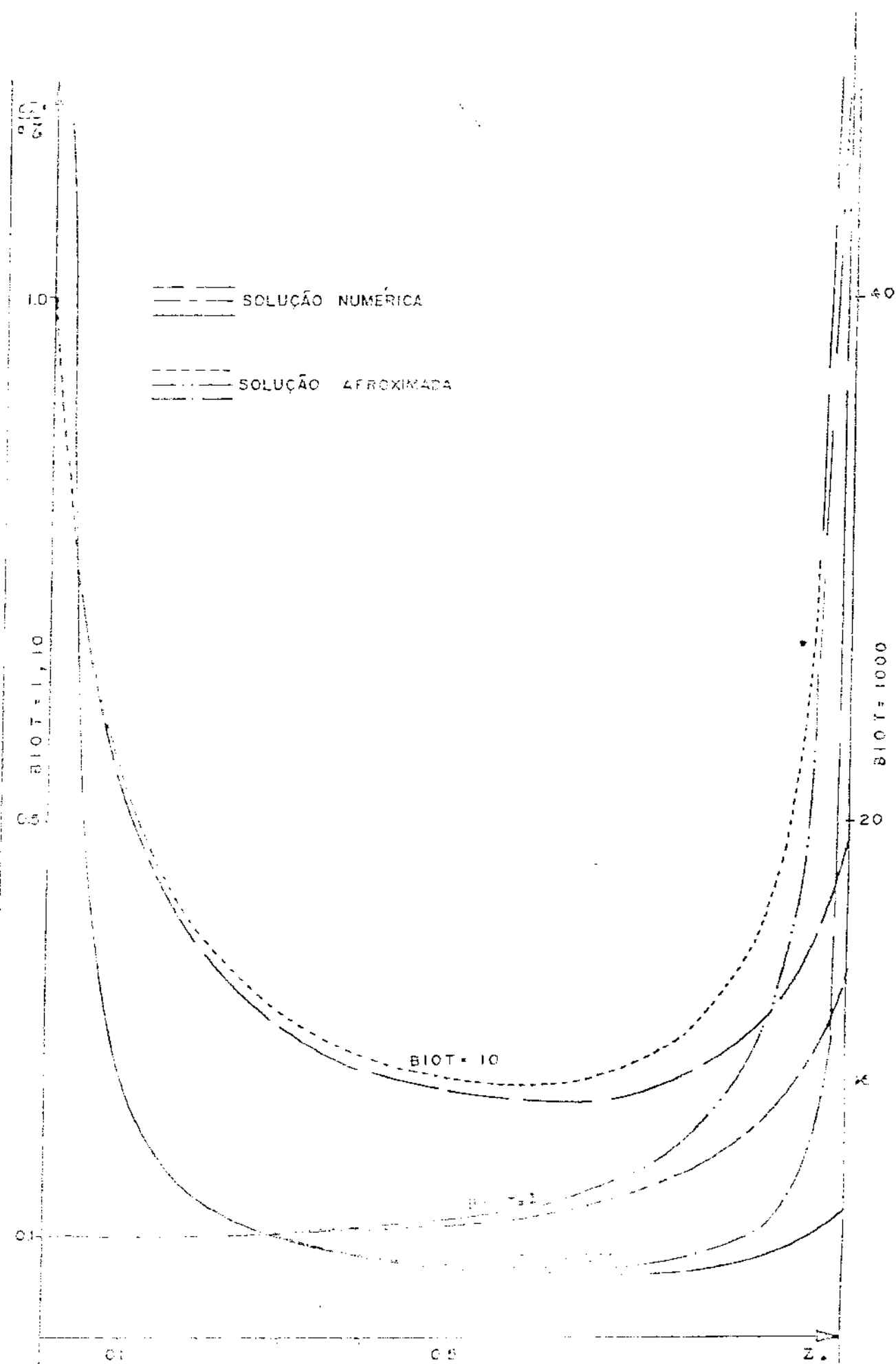


FIG. 7a - VARIACÃO DA VELOCIDADE DE AVANÇO DA FRENTE DE FUSÃO EM FUNÇÃO DA POSIÇÃO $STEFAN = 0.1$

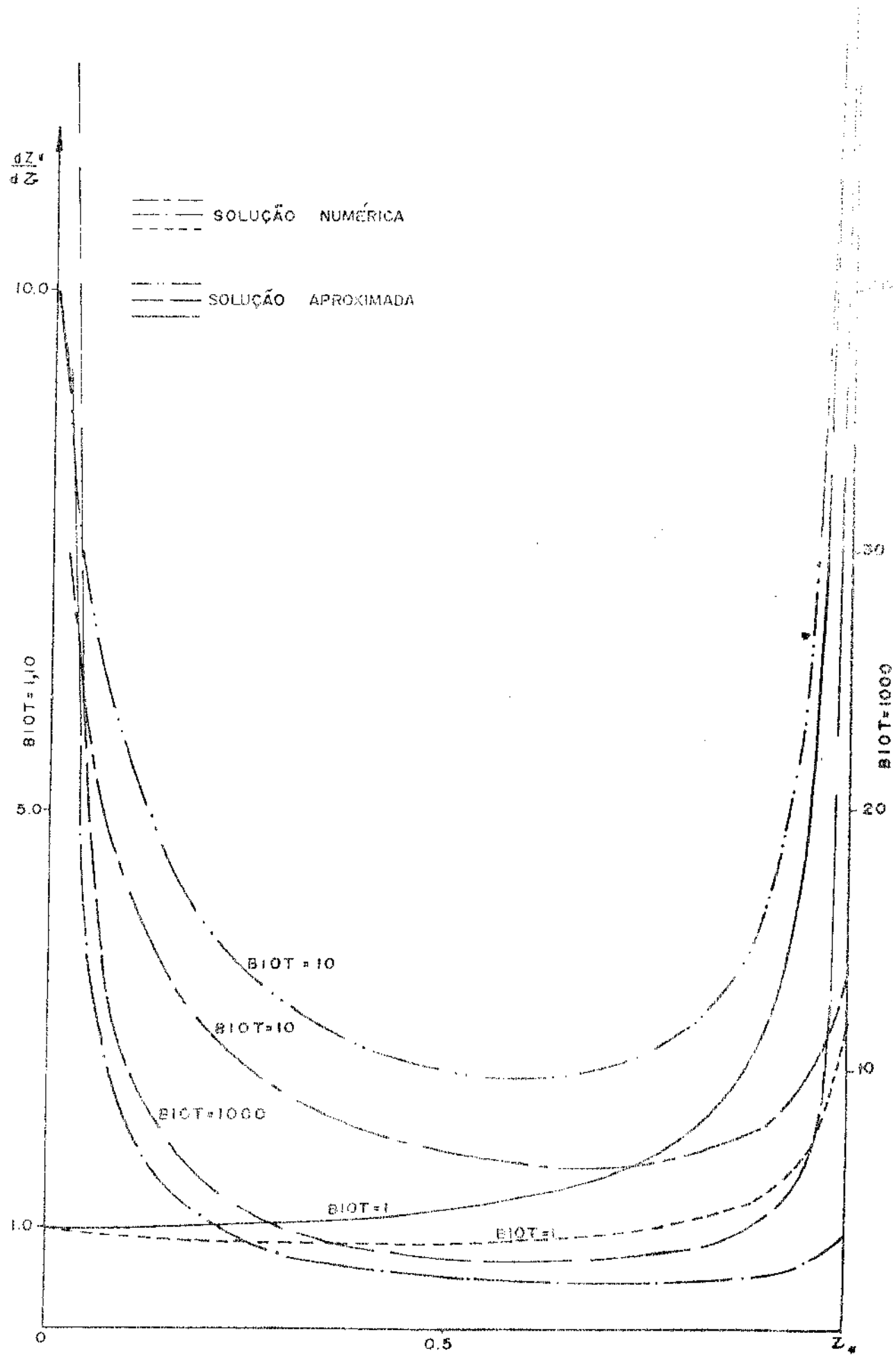


FIG. (7 b) VARIACÃO DA VELOCIDADE DE AVANÇO DA FRENTE DE FUSÃO EM FUNÇÃO DA POSIÇÃO STEFAN = 1

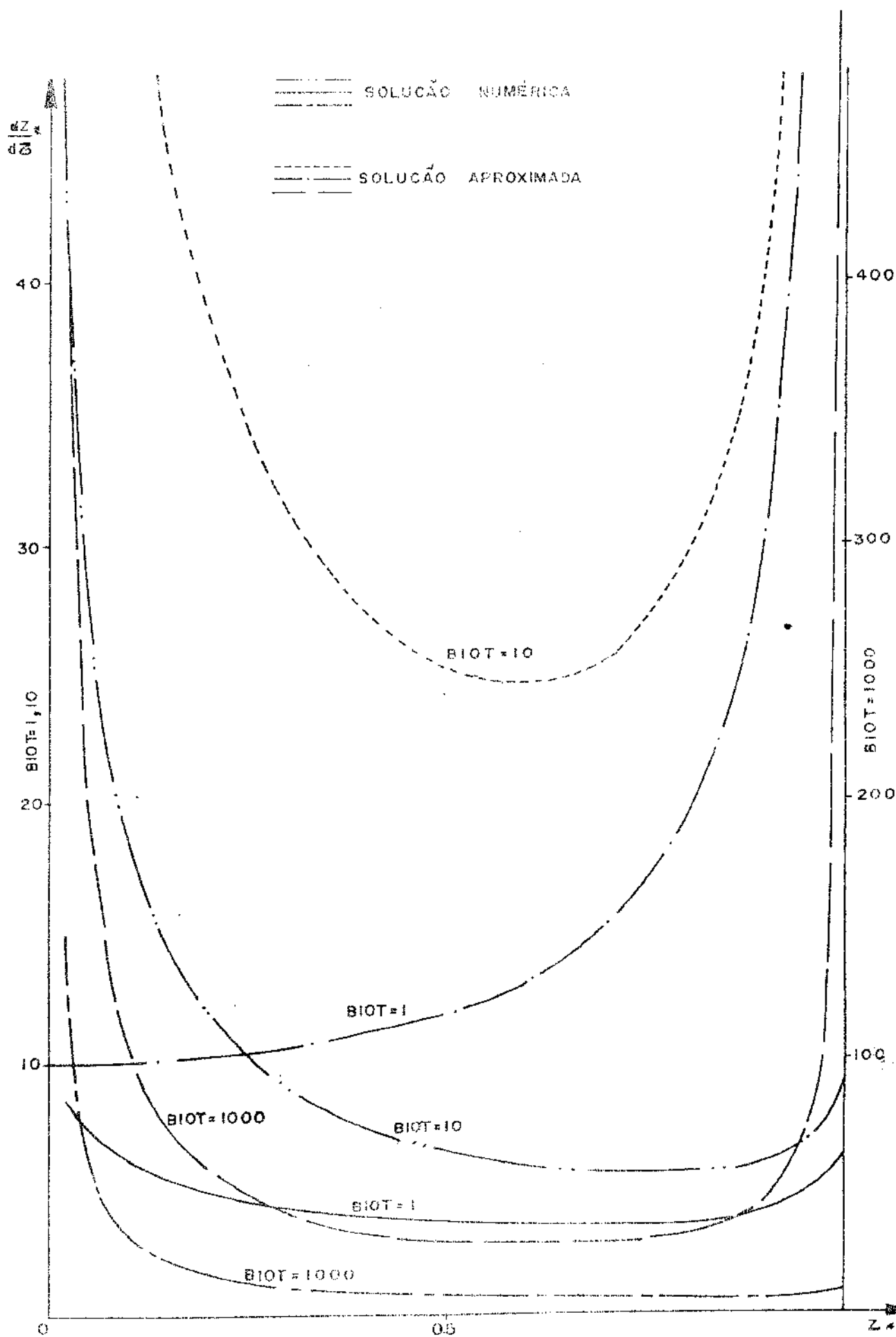


FIG. (7c) VARIACÃO DA VELOCIDADE DE AVANÇO DA FRENTA DE FUSÃO EM FUNÇÃO DA POSIÇÃO STEFAN=10

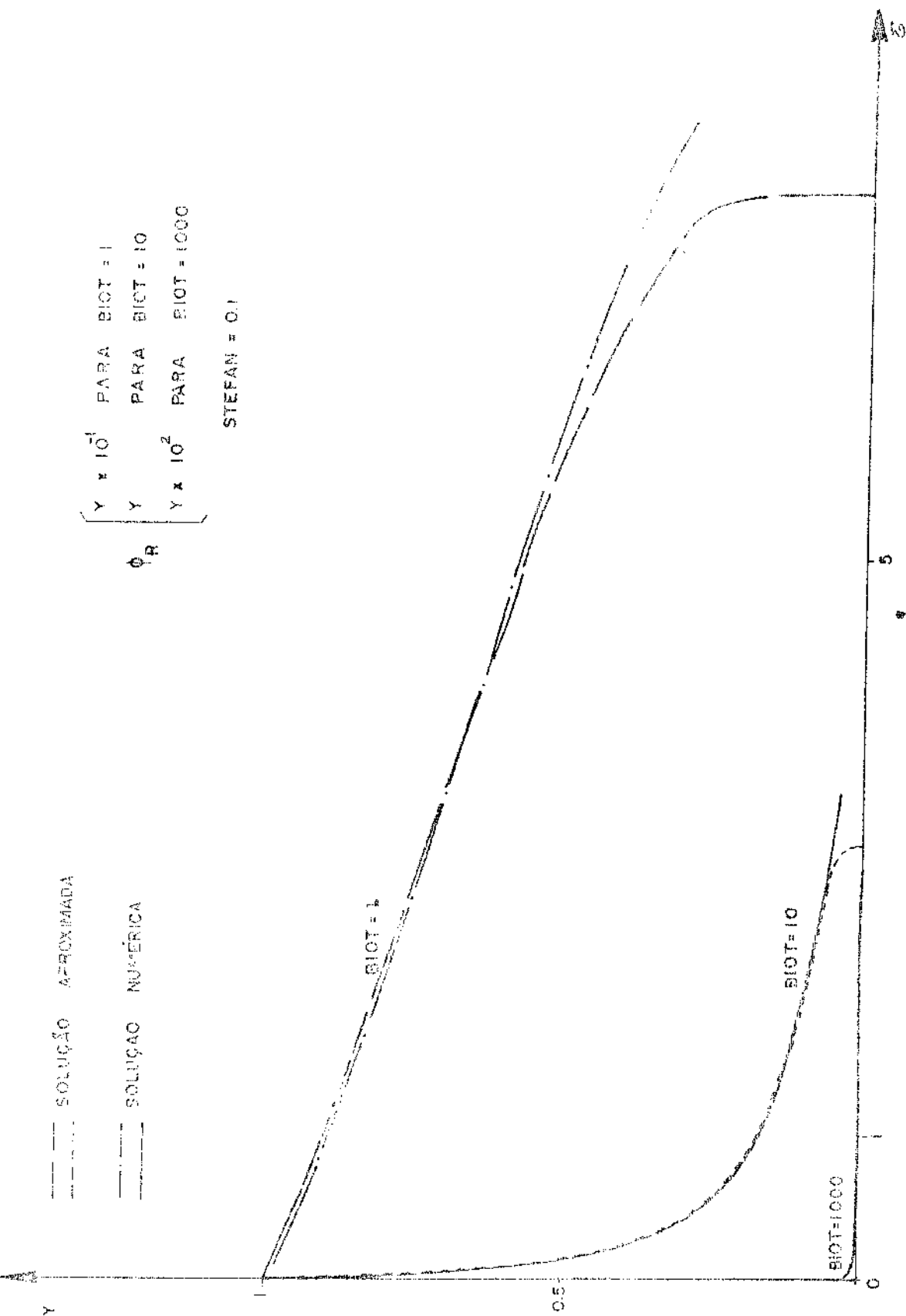


FIG. (8 a) ϕ_R FLUXO DE CALOR ADIMENSIONAL NA BORDA DO CILINDRO EM FUNÇÃO DE Z , PARA ADIMENSIONAL STEFAN = 0.1

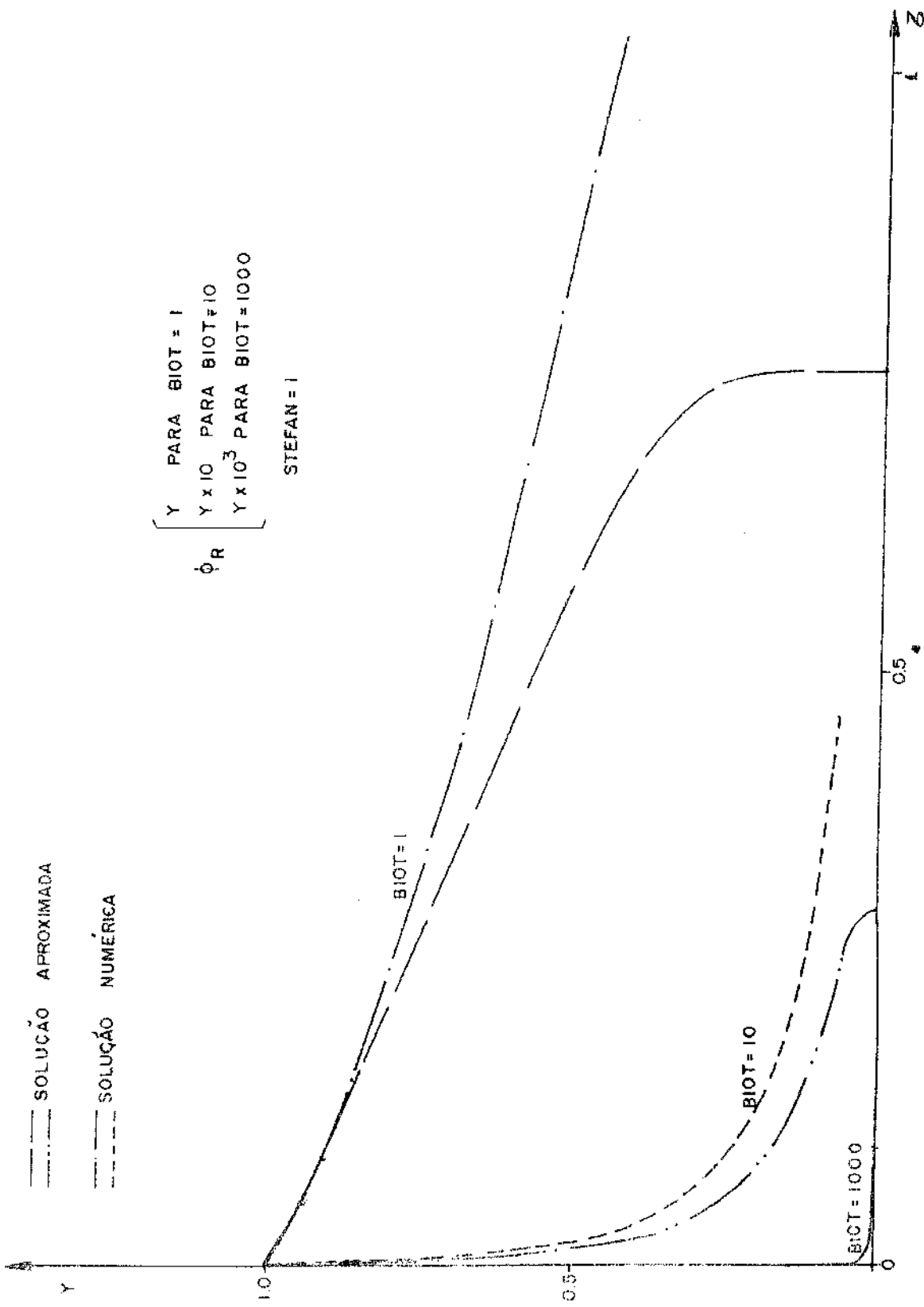
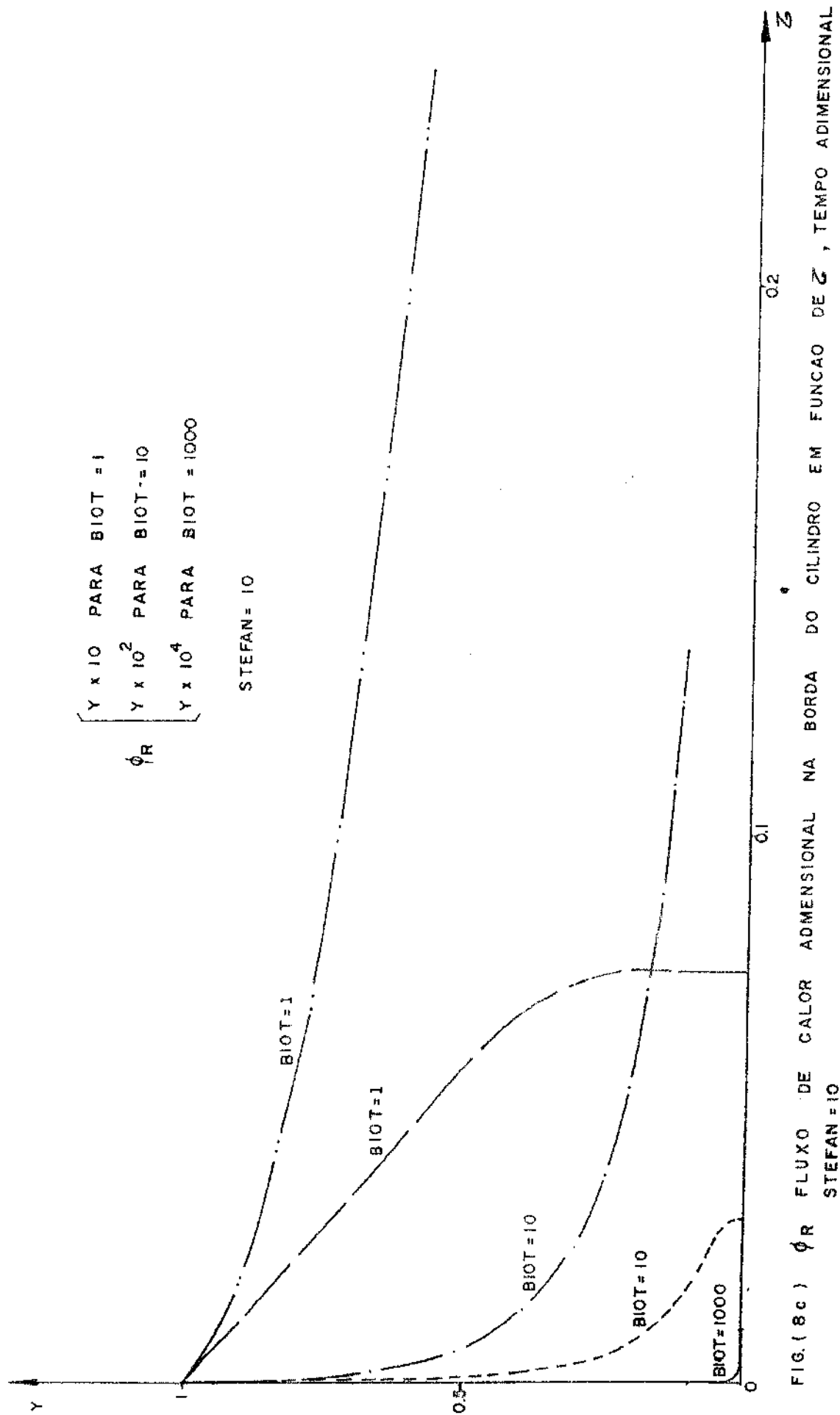


FIG. (8b) ϕ_R FLUXO DE CALOR ADIMENSIONAL NA BORDA DO CILINDRO EM FUNÇÃO DE z , TEMPO ADIMENSIONAL STEFAN = 1



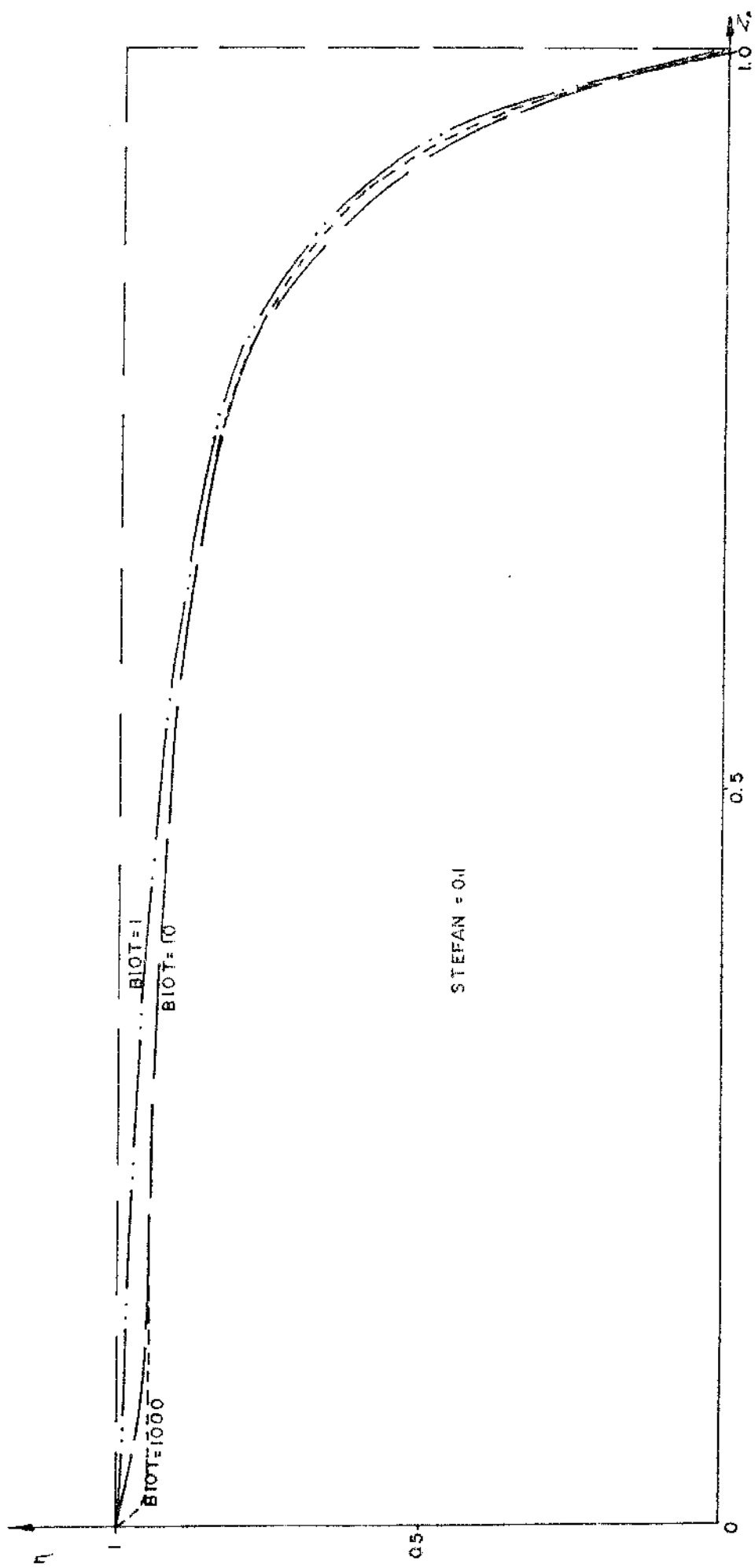
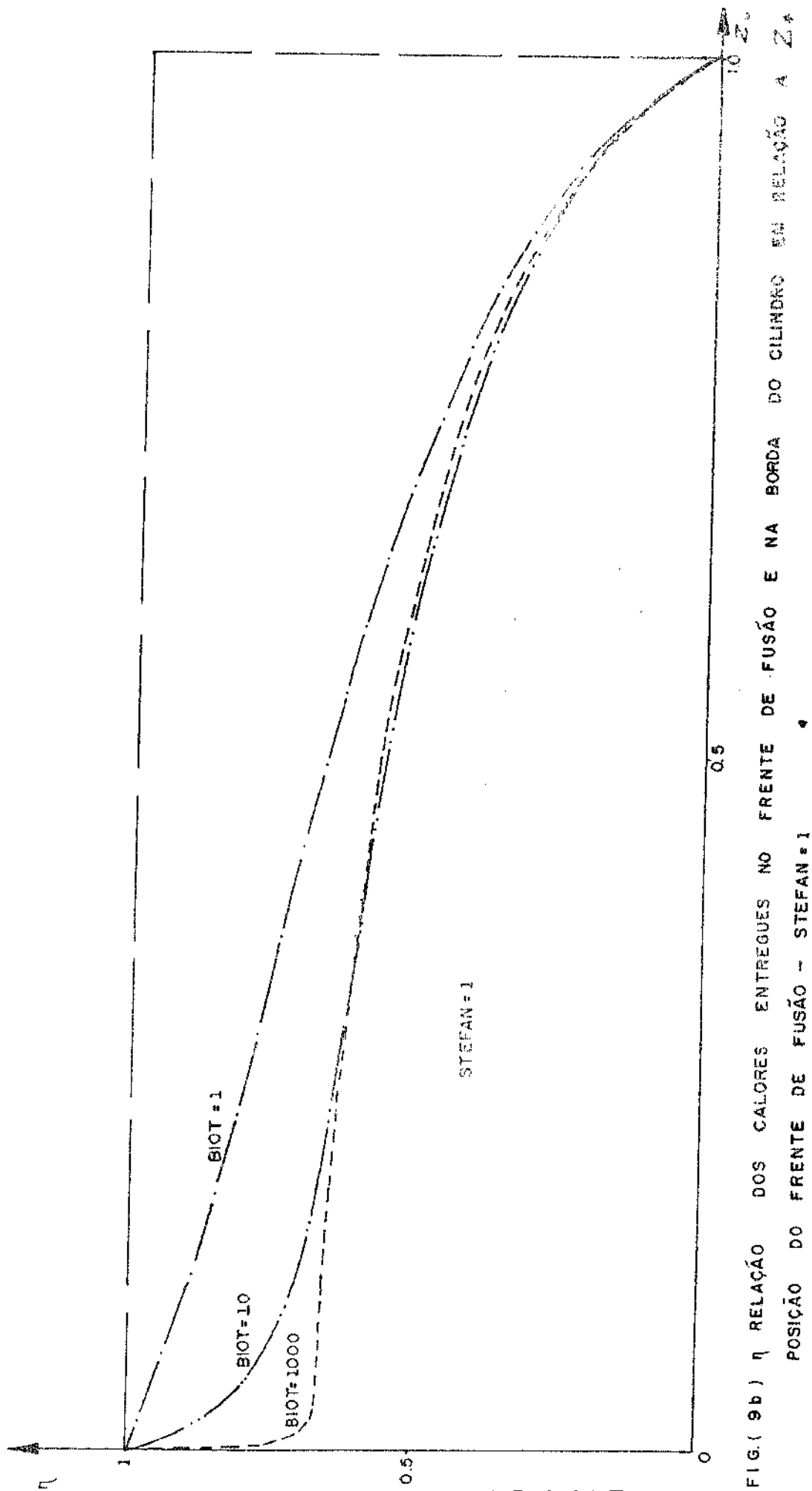


FIG.(9a) η RELAÇÃO DOS CALORES ENTREGUE NO FRENTE DE FUSÃO E NA BORDA DO CILINDRO EM RELAÇÃO A Z .
 POSIÇÃO DO FRENTE DE FUSÃO - $STEFAN = 0.1$



FIG(9b) q RELAÇÃO DOS CALORES ENTREGUES NO FRETE DE FUSÃO E NA BORDA DO CILINDRO EM RELAÇÃO A Z POSIÇÃO DO FRETE DE FUSÃO - $STEFAN=1$

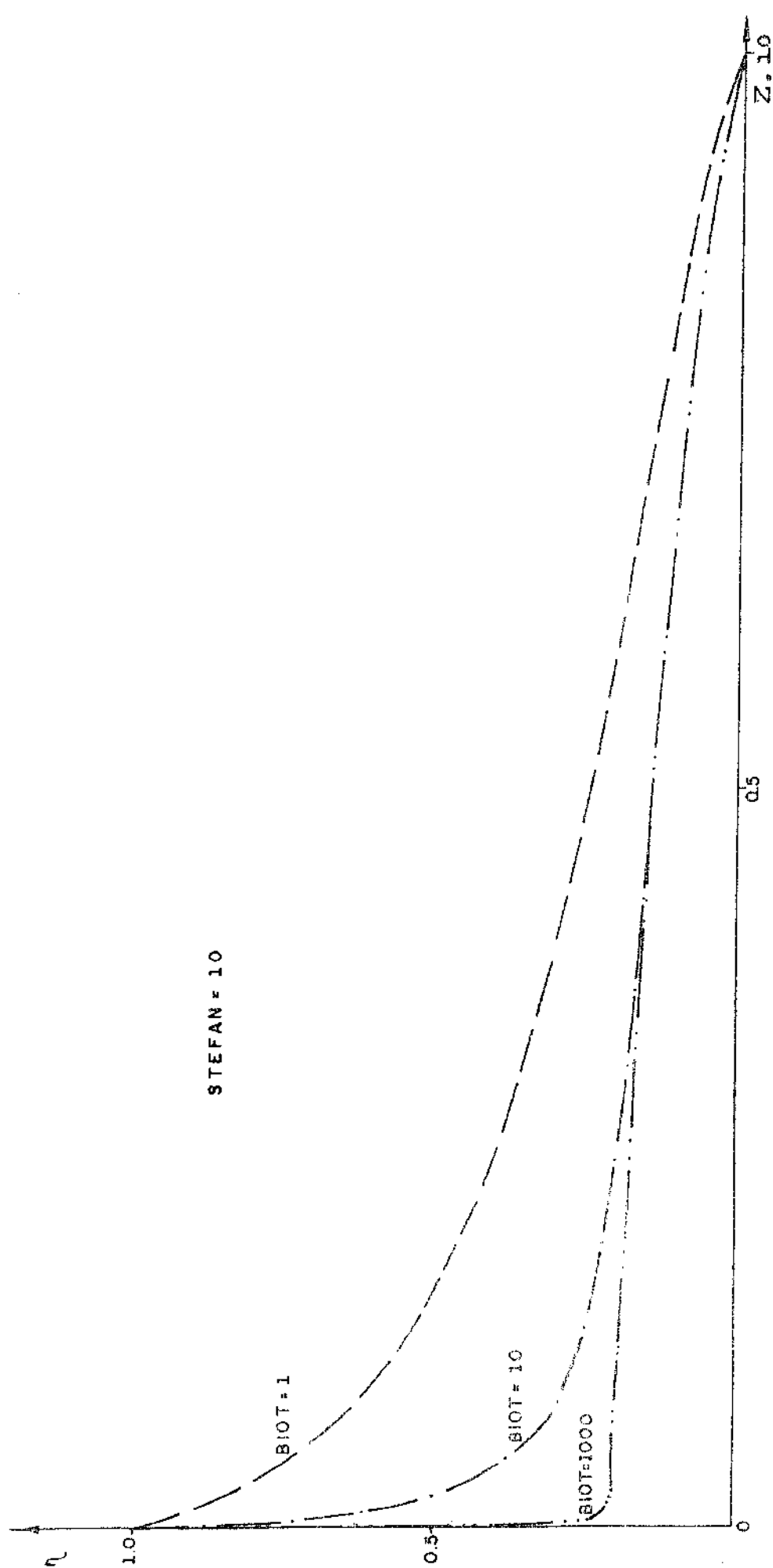


FIG. (9c) η RELAÇÃO DOS CALORES ENTREGUES NO FRETE DE FUSÃO E NA BORDA DO CILINDRO EM RELAÇÃO A Z ,
 POSIÇÃO DO FRETE DE FUSÃO - STEFAN = 10

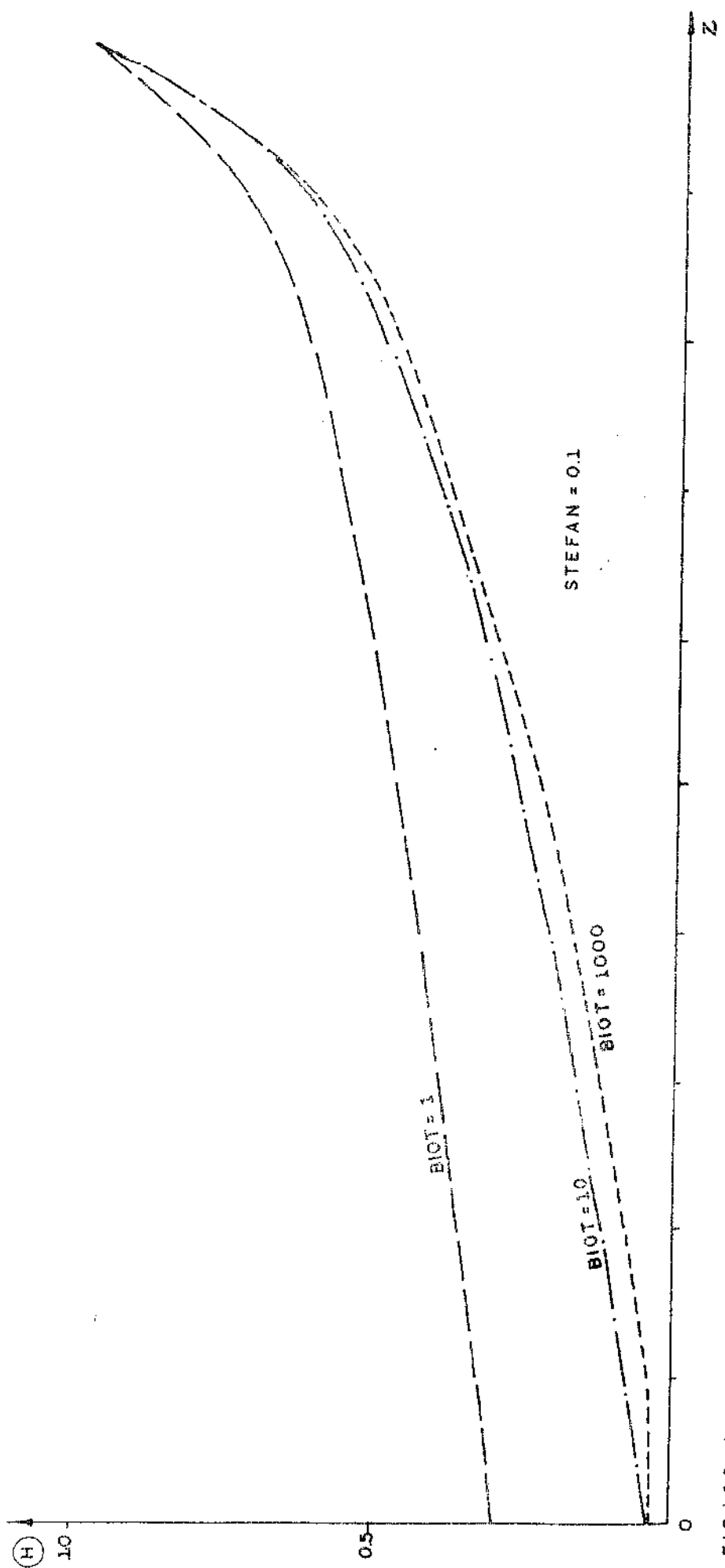


FIG.(10a) PERFIS FINAIS DE TEMPERATURA PARA DISTINTOS VALORES DO NUMERO DE BIOT - STEFAN = 0.1

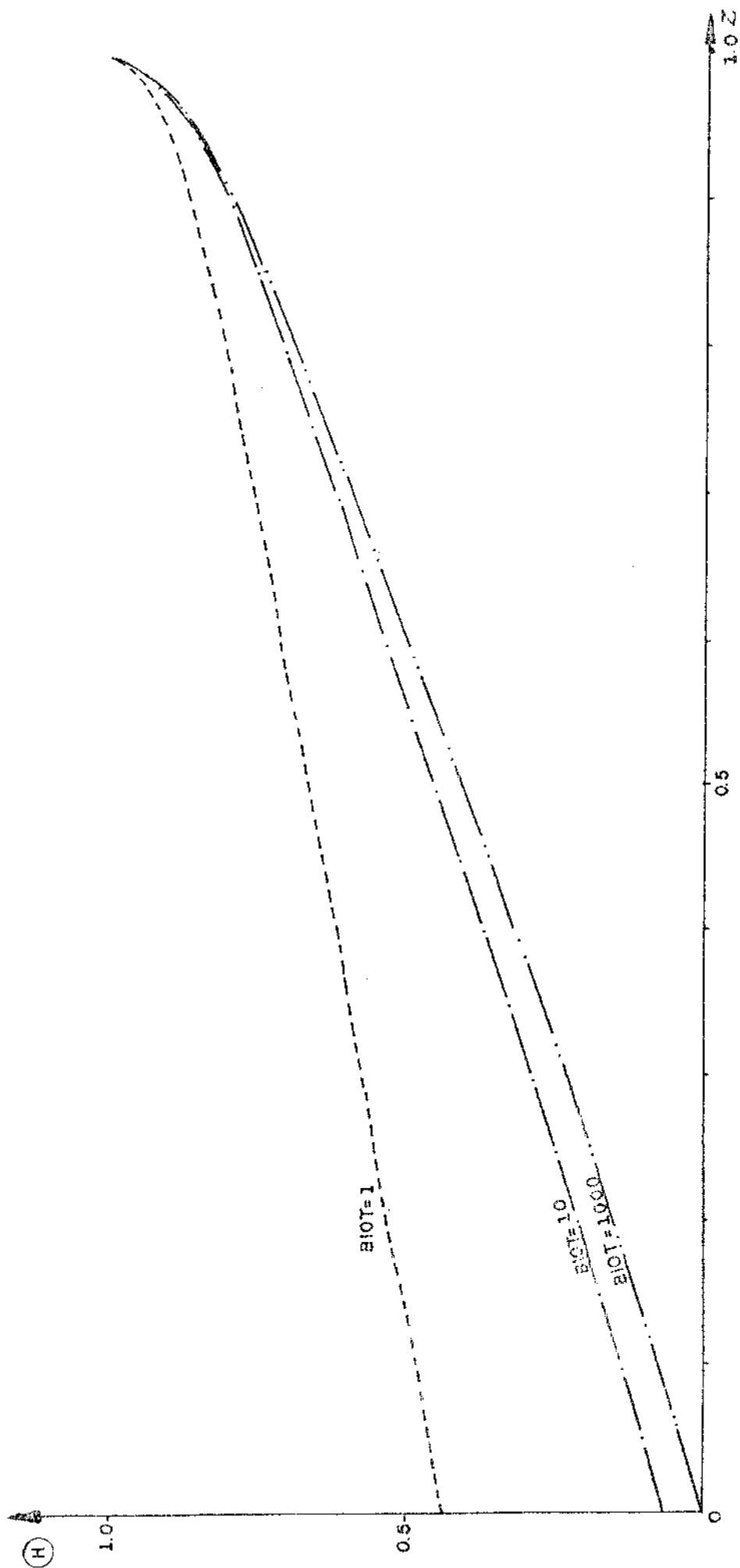


FIG.(10b) PERFIS FINAIS DE TEMPERATURA PARA DISTINTOS VALORES DO NUMERO DE BIOT - STEFAN=1

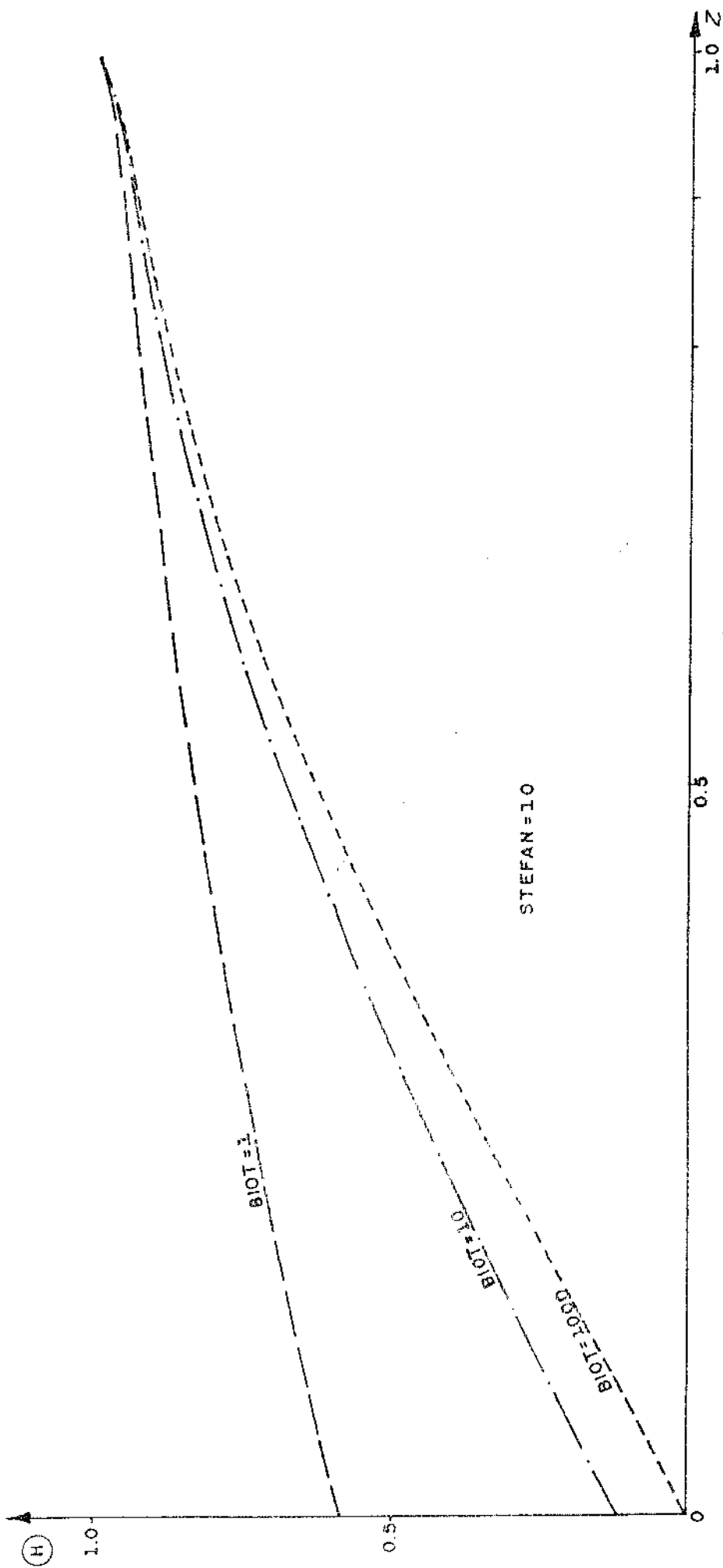


FIG.(10c) PERFIS FINAIS DE TEMPERATURA PARA DISTINTOS VALORES DO NÚMERO DE BIOT - STEFAN = 10

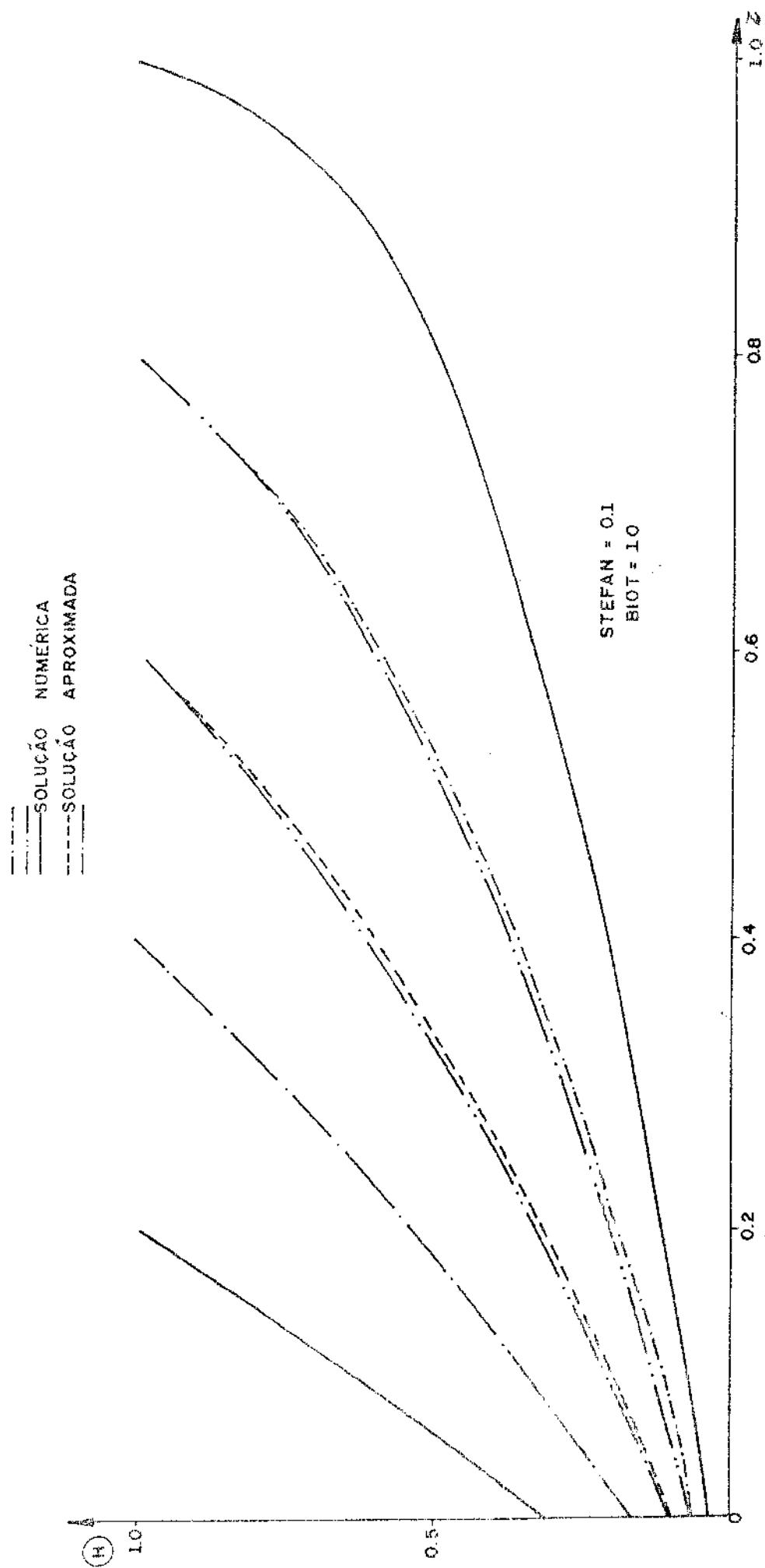
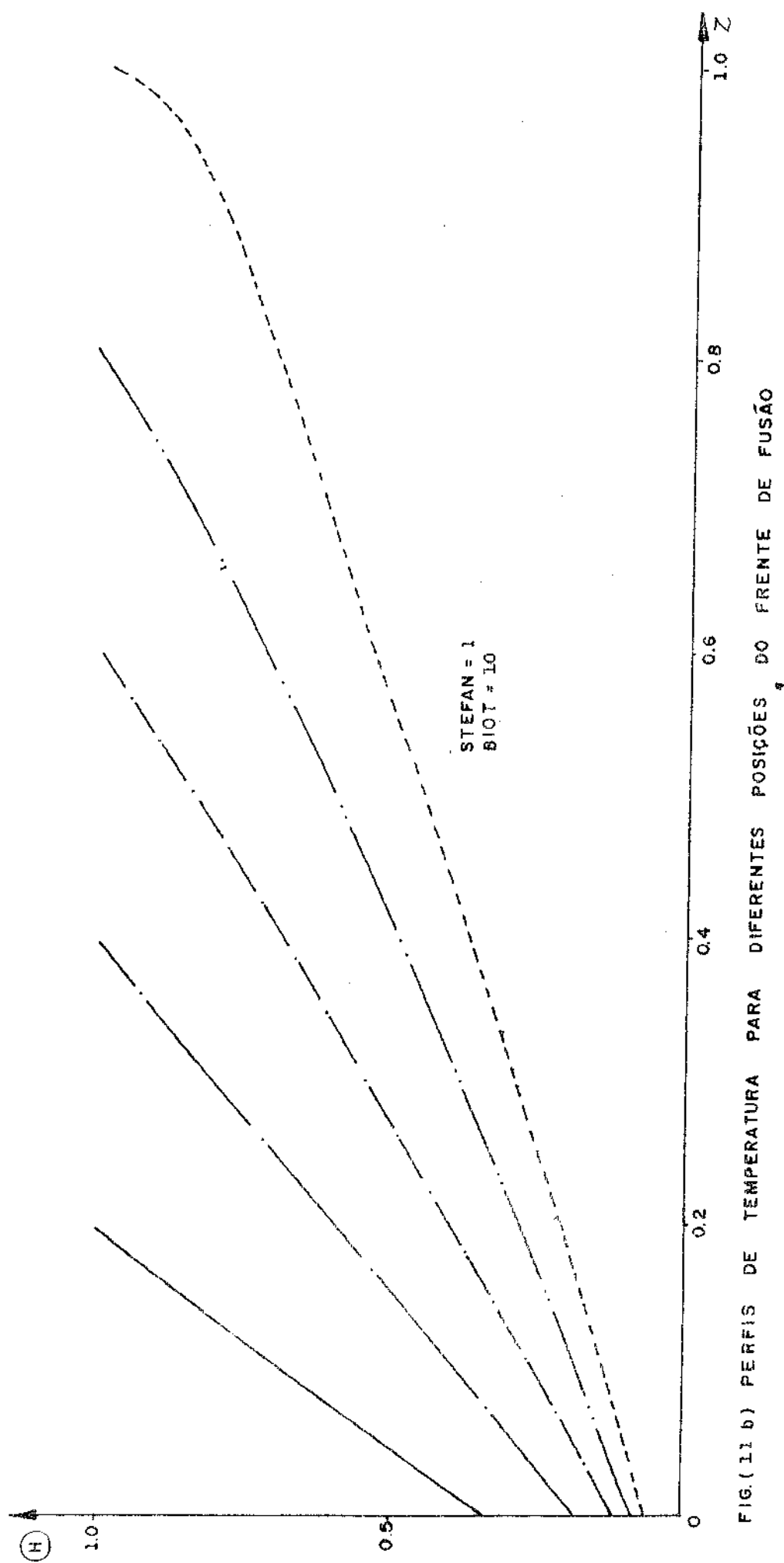
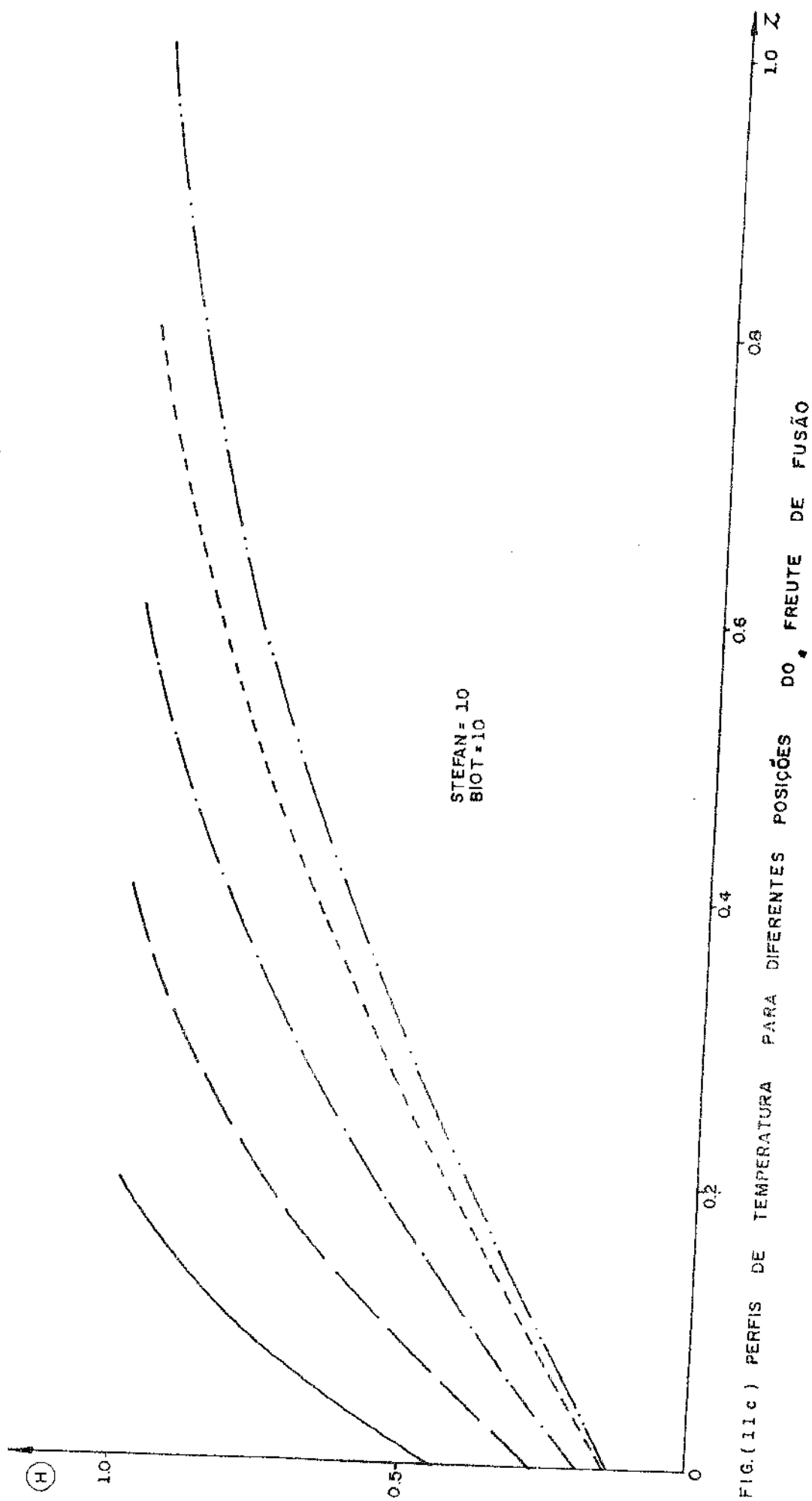


FIG.(11a) PERFIS DE TEMPERATURA PARA DIFERENTES POSIÇÕES DO FRENT DE FUSÃO





5. CONCLUSÕES

A respeito do método de cálculo apresentado neste capítulo, pode-se dizer que ele é mais simples em termos da computação já que a "grelha móvel" acompanha a frente de fusão no seu deslocamento, em troca uma grelha fixa implica um ajuste em cada iteração para determinar com mais exatidão a posição da frente.

Além disto, consideramos que ele deve dar uma melhor aproximação dos perfis de temperatura, logo no início (lembrar que o perfil é o tempo todo descrito pelos N pontos escolhidos no cálculo). Este é um fato importante se o que interessa estudar é o comportamento da taxa de calor entregue, no tempo, que como pode ser verificado nos gráficos é muito grande no início e logo decresce rapidamente no tempo, razão pela qual é crítico ter uma boa descrição dos perfis de temperatura no início do cálculo.

A faixa de valores do número de Stefan estudada considerou-se que cobria todos os casos de interesse prático. Podem existir casos de interesse para Stefan < 0.1 , embora não foram obtidos valores por considerar-se que eles são muito bem descritos pela solução aproximada de London e Seban [41].

Além disto pode-se fazer ainda a seguinte reflexão: das as condições iniciais colocadas em nosso cálculo a solução aproximada é estritamente válida para o instante inicial, então é aconselhável usá-la para dar os valores iniciais de Z_* , τ e o perfil de temperaturas no caso de um cálculo numérico do tipo que aqui foi realizado.

Finalmente nos gráficos do fluxo de calor pode-se visualizar um dos problemas tecnológicos que apresenta esta geometria de armazenador de calor latente, o calor não é entregue em nenhum momento à uma taxa constante, senão que a taxa diminui com o tempo quase seguindo uma exponencial decrescente, efeito que é ainda maior quanto maior é o número de Biot.

CAPÍTULO IV

ESTUDO DINÂMICO DE UM ARMAZENADOR DE CALOR LATENTE

Como foi dito na introdução o objetivo mais importante do presente trabalho é estudar a resposta dinâmica de um armazenador de calor latente que tenha a geometria de um trocador de calor convencional, sendo que dentro dos tubos hermeticamente fechados se encontra a substância que muda de fase enquanto o fluido de trabalho circula pela carcaça (Cap. I - Fig. 2).

A respeito da formulação teórica deste tipo de armazenador só foi encontrada na literatura a referência [20], na qual se reporta parte de um estudo feito na URSS para um armazenador com a mesma geometria que o nosso só que dentro de uma condição de funcionamento particular: o armazenador se encontra deitado e a frente de fusão avança no sentido do comprimento dos tubos. Neste caso pode-se supor para o sistema um comportamento pseudo-estacionário. Como se verá logo esta é uma condição de funcionamento muito particular, e eles não indicam para que faixa de valores das constantes do sistema se tem uma resposta desse tipo.

Para efeito de uma primeira abordagem do problema serão realizadas algumas simplificações:

- a "situação física" no interior de cada tubo numa mesma seção é a mesma, mudando sim de seção para seção.
- o fluido de trabalho muda sua temperatura também só de seção para seção.
- a troca de calor na parede externa do tubo pode ser expressada mediante um único (médio) coeficiente de transferência convectivo, h .
- se o efeito da parede do tubo não for despreciable, ele pode ser incluída junto com o meio fluido por meio de h .
- as propriedades do fluido de trabalho não consideram variações.

- o efeito da carcaça é desprezível.
- as perdas são desprezíveis.

Estas duas últimas simplificações são avaliadas no final do próximo capítulo.

As suposições com respeito ao processo de fusão propriamente dito já foram enunciadas no capítulo anterior, elas são:

- Supomos uma única fase inicial dentro do cilindro à temperatura de fusão, ou seja, estamos desprezando o efeito de um (possível) superaquecimento (ou sub-resfriamento) do material armazenador.
- Além disso, supomos propriedades constantes na substância armazenadora, e uma única temperatura de fusão.

No modelo desenvolvido no capítulo anterior foi suposto um fluido resfriador à temperatura constante, para obter uma boa descrição do problema do armazenador será necessário retirar essa condição.

1. O PROCESSO DE FUSÃO-SOLIDIFICAÇÃO NUM TUBO DE UM ARMAZENADOR DE CALOR LATENTE - FORMULAÇÃO

Vamos supor que a transferência de calor obedeça essencialmente ao seguinte mecanismo (Fig. 12):

- No interior do tubo a transferência de calor opera na direção do raio e não na vertical.
- No fluido de trabalho existe mistura perfeita na seção, sendo que a temperatura só varia na vertical.

A transferência de calor será então:

$$dQ = \omega C_{p_f} dT_e \quad (4.1)$$

onde:

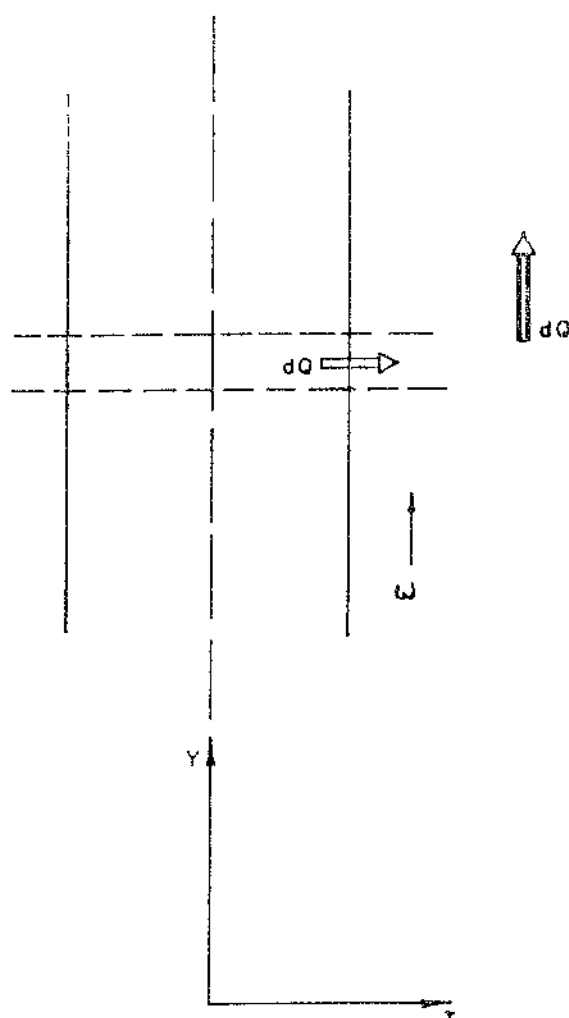


FIG.(12) ESQUEMA DE COMO OPERA A TRANSFERENCIA DE CALOR

ω = vazão mássica do fluido de trabalho correspondente ao tubo.

C_{pf} = calor específico do fluido de trabalho

e também:

$$dQ = 2\pi rk \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) R dy \quad (4.2)$$

Igualando (4.1) e (4.2) obtemos:

$$\omega C_{pf} dT_e = 2\pi Rk \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) R dy \quad (4.3)$$

é conveniente adimensionalizar esta equação segundo as variáveis já definidas, e:

$$\chi = y/L \quad (4.4)$$

onde: L = comprimento do tubo

$$\theta = T/T_* \quad (4.5)$$

A equação (4.3) pode ser escrita então como:

$$d\theta_e = \left[\frac{2\pi kL}{\omega C_{pf}} \right] \left(\frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \right)_{\zeta=1} d\chi \quad (4.6)$$

A expressão entre colchetes é um parâmetro característico do sistema que, no que segue será indicado como:

$$\gamma = \frac{2\pi kL}{\omega C_{pf}} \quad (4.7)$$

As equações correspondentes ao processo de fusão são as mesmas (3.1) a (3.4) do capítulo III só que agora T_e não será mais constante, este fato introduz algumas modificações na adimensionalização das equações, que agora sera de (3.1):

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{\zeta} \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} \quad \text{para } \zeta_* < \zeta < 1 \quad (4.8)$$

de (3.2):

$$\frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = \frac{1}{Ste} \frac{\partial \zeta}{\partial \tau} \quad \text{para } \zeta = \zeta_* \quad (4.9)$$

onde:

$$Ste = \frac{C_p T_*}{\lambda} \quad (4.10)$$

de (3.3):

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = \text{Biot} (\theta - \theta_e) \quad \text{para } \zeta = 1 \quad (4.11)$$

de (3.4):

$$\theta = 1 \quad \text{para } \zeta = \zeta_* \quad (4.12)$$

2. SIMULAÇÃO NUMÉRICA PROPOSTA

Da mesma forma seguida anteriormente se usará a deriva da substancial:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{\partial\theta}{\partial\zeta} \bigg|_n \frac{\partial\zeta}{\partial\tau} + \frac{\partial\theta}{\partial\tau} \bigg|_n \quad (4.13)$$

Neste caso as pontas da malha móvel serão:

$$n = 0 \quad \text{para } \zeta = \zeta_*$$

$$n = N \quad \text{para } \zeta = 1$$

A expressão correlativa a (3.13) será agora:

$$\frac{d\zeta/d\tau}{1-\zeta} \bigg|_n = \frac{d\zeta_*/d\tau}{1-\zeta_*} \bigg|_0 \quad \text{para } \zeta_* < \zeta < 1 \quad (4.14)$$

Combinando (4.13) com (4.8) temos:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{\partial\theta}{\partial\zeta} \frac{\partial\zeta}{\partial\tau} = \frac{1}{\zeta} \frac{\partial\theta}{\partial\zeta} + \frac{\partial^2\theta}{\partial\zeta^2} \quad (4.15)$$

e usando a (4.14) na (4.15) temos:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \left[\frac{1}{\zeta} + \frac{1-\zeta}{1-\zeta_*} \frac{d\zeta_*}{d\tau} \right] \frac{\partial\theta}{\partial\zeta} + \frac{\partial^2\theta}{\partial\zeta^2} \quad \text{em } \zeta_* < \zeta < 1 \quad (4.16)$$

neste caso o tamanho do espaçamento será $\bar{\Delta} = \frac{1-\zeta_*}{N}$ onde temos:

$$\left(\frac{d\zeta_*}{d\tau}\right)_{s,m} = \frac{(\zeta_*)_{s,m+1} - (\zeta_*)_{s,m}}{\Delta\tau} \quad \text{em } \zeta = \zeta_* \quad n=0 \quad (4.21)$$

e a (4.12) será:

$$\theta_{N,s,m} = 1 \quad (4.22)$$

Ainda a (3.6) escrever-se-á

$$\frac{\theta_{e,s+1,m} - \theta_{e,s,m}}{\Delta\chi} = -\gamma \left[\frac{3\theta_{N,s,m} - 4\theta_{N-1,s,m} + \theta_{N-2,s,m}}{2(1-(\zeta_*)_{s,m}/N)} \right] \quad (4.23)$$

Para efeito do cálculo no computador as equações anteriores escrever-se-ão:

$$\begin{aligned} \theta_{n,s,m+1} = & \left[\left(\frac{N}{1-\zeta_{*,s,m}} \right)^2 + \frac{N}{2(1-\zeta_{*,s,m}) \left[\zeta_{*,s,m} + \frac{n}{N}(1-\zeta_{*,s,m}) \right]} + \right. \\ & \left. + \frac{N}{2(1-\zeta_{*,s,m})} \left(1 - \frac{n}{N} \right) \left(\frac{d\zeta_*}{d\tau} \right)_{s,m} \right] \Delta\tau \cdot \theta_{n+1,s,m} + \\ & + \left[\left(\frac{N}{1-\zeta_{*,s,m}} \right)^2 - \frac{N}{2(1-\zeta_{*,s,m}) \left[\zeta_{*,s,m} + \frac{n}{N}(1-\zeta_{*,s,m}) \right]} - \right. \\ & \left. - \frac{N}{2(1-\zeta_{*,s,m})} \left(1 - \frac{n}{N} \right) \left(\frac{d\zeta_*}{d\tau} \right)_{s,m} \right] \Delta\tau \theta_{n-1,s,m} + \\ & + \left[1 - 2 \left(\frac{N}{1-\zeta_{*,s,m}} \right)^2 \Delta\tau \right] \theta_{n,m} \end{aligned} \quad (4.18')$$

$$\theta_{N,s,m} = \frac{2\text{Biot} \frac{(1-\zeta_{*,s,m})}{N}}{3 + 2\text{Biot} \frac{(1-\zeta_{*,s,m})}{N}} \theta_{e,s,m} - \theta_{N-2,s,m} + 4\theta_{N-1,s,m} \quad (4.19')$$

$$\zeta = \zeta_* + \frac{n}{N}(1-\zeta_*) \quad (4.17)$$

levando em conta (4.17) podem-se expressar em diferenças finitas as equações anteriores.

A (4.16) seria:

$$\begin{aligned} \frac{\theta_{n,s,m+1} - \theta_{n,s,m}}{\Delta\tau} = & \left[\frac{1}{(\zeta_*)_{s,m} + \frac{n}{N}(1-(\zeta_*)_{s,m})} + \right. \\ & \left. + \left(1 - \frac{n}{N}\right) \left(\frac{d\zeta_*}{d\tau}\right)_{s,m} \right] \left[\frac{\theta_{n+1,s,m} - \theta_{n-1,s,m}}{2(1-(\zeta_*)_{s,m})/N} \right] + \\ & + \frac{\theta_{n-1,s,m} - 2\theta_{n,x,m} + \theta_{n+1,s,m}}{\left[(1-(\zeta_*)_{s,m}/N)\right]^2} \quad (4.18) \end{aligned}$$

para $\zeta_* < \zeta < 1$

$N > n > 0$

As condições de contorno serão agora, de (4.11):

$$\begin{aligned} - \left[\frac{\theta_{N-2,s,m} - 4\theta_{N-1,s,m} + 3\theta_{N,s,m}}{2(1-(\zeta_*)_{s,m})/N} \right] &= \text{Biot}(\theta_{N,s,m} - \theta_{e,s,m}) \\ &\text{em } n=N \\ &\zeta=1 \end{aligned} \quad (4.19)$$

A (3.9) será:

$$\left(\frac{d\zeta_*}{d\tau}\right)_{s,m} = \text{Sto} \left[\frac{-3 + 4\theta_{1,s,m} - \theta_{2,s,m}}{2(1-(\zeta_*)_{s,m})/N} \right] \quad (4.20)$$

que será usada para calcular o avanço da frente de fusão levando em conta que:

$$\zeta_{*,s,m+1} = \zeta_{*,s,m} + \left(\frac{d\zeta_*}{d\tau} \right)_{s,m} \Delta\tau \quad (4.21')$$

$$\theta_{e,s+1,m} = \theta_{e,s,m} - \gamma \left[\frac{3\theta_{N,s,m} - 4\theta_{N-1,s,m} + \theta_{N-2,s,m}}{2(1-\zeta_{*,s,m})/N} \right] \quad (4.23')$$

Usando as mesmas equações que antes o calor transferido da borda do tubo ao fluido em cada secção será:

$$\phi_{R,s,m} = \text{Ste.Biot.} (\theta_{o,s,m} - \theta_{e,s,m}) \quad (4.24)$$

e o calor adimensional transferido na frente de fusão será:

$$\phi_{*,s,m} = \left(\frac{d\zeta_*}{d\tau} \right)_{s,m} \quad (4.25)$$

e também

$$\eta_{s,m} = \frac{\phi_{*,s,m}}{\phi_{R,s,m}} \zeta_{*,s,m} \quad (4.26)$$

O calor total adimensional transferido ao longo dos tu bos pode-se calcular segundo:

$$Q_m = \Omega C_{p_f} (T_{e,o,m} - T_{e,s,m}) \quad (4.27)$$

Que pode ser adimensionalizado assim:

$$\phi_m = \theta_{e,o,m} - \theta_{e,s,m} \quad (4.28)$$

onde

$$\phi_m = \frac{Q_m}{(\Omega C_{p_f} T_*)} \quad (4.29)$$

sendo que Ω é o fluxo mássico total que circula no armazenador.

Na verdade determinar a variação deste ϕ_m no tempo para distintos valores das constantes características do sistema é o objetivo final do presente trabalho. Os resultados obtidos são mostrados e discutidos no capítulo seguinte.

3. ETAPA FINAL DO PROCESSO DE SIMULAÇÃO

O ponto final no cálculo é marcado pelo fato que seja $\zeta_{*,s,m} = 0$, ou seja que o processo de mudança de fase acabe na última das secções, embora possa acontecer que em secções anteriores ele já tenha acabado, neste caso o conjunto de equações que descreve a troca de calor não será mais o mesmo.

O conjunto de equações válido nessa etapa será:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{\zeta} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} \quad \text{para } 0 < \zeta < 1 \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = \text{Biot}(\theta_e - \theta) \quad \text{para } \zeta = 1 \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = 0 \quad \text{para } \zeta = 0 \quad (4.32)$$

A malha agora será de tamanho fixo:

$$\zeta_{n,s,m} = \frac{n}{N}$$

Estas equações podem também ser escritas a diferenças finitas, assim:

$$\begin{aligned} \frac{\theta_{n,s,n+1} - \theta_{n,s,n}}{\Delta \tau} = & \left[\frac{N}{n} \right] \left[\frac{\theta_{n+1,s,m} - \theta_{n,l,s,m}}{2/N} \right] + \\ & + \frac{\theta_{n-1,s,m} - 2\theta_{n,s,m} + \theta_{n+1,s,m}}{(1/N)^2} \end{aligned} \quad (4.33)$$

para o $0 < \zeta < 1$

$0 < n < N$

$$\frac{\theta_{N-2,s,m} - 4\theta_{N-1,s,m} + 3\theta_{N,s,m}}{2/N} = \text{Biot}(\theta_{e,s,m} - \theta_{N,s,m}) \quad (4.34)$$

$$\theta_{2,m} - 4\theta_{1,m} + 3\theta_{0,m} = 0 \quad (4.35)$$

Preparado para o cálculo o conjunto fica:

$$\begin{aligned} \theta_{n,s,m+1} = & \left[N^2 \left(1 + \frac{1}{2n} \right) \right] \Delta\tau \theta_{n+1,s,m} + \\ & + \left[N^2 \left(1 - \frac{1}{2n} \right) \right] \Delta\tau \theta_{n-1,s,m} + \\ & - \left[1 - 2N^2 \Delta\tau \right] \theta_{n,s,m} \end{aligned} \quad (4.33')$$

$$\theta_{N,s,m} = \frac{2\text{Biot} \theta_{e,s,m} (1/N) + 4\theta_{N-1,s,m} - \theta_{N-2,s,m}}{\frac{2\text{Bi}}{N} + 3} \quad (4.34')$$

$$\theta_{0,s,m} = \frac{4\theta_{1,s,m} - \theta_{2,s,m}}{3} \quad (4.35')$$

É quase desnecessário dizer que a equação (4.32) surge por simples simetria. Também será necessário mudar a equação (4.23) que agora será:

$$\frac{\theta_{e,s+1,m} - \theta_{e,s,m}}{\Delta\tau} = - \gamma \left[\frac{3\theta_{N,s,m} - 4\theta_{N-1,s,m} + \theta_{N-2,s,m}}{2/N} \right] \quad (4.36)$$

e também:

$$\theta_{e,s+1,m} = \theta_{e,s,m} = \gamma \left[\frac{3\theta_{N,s,m} - 4\theta_{N-1,s,m} + \theta_{N-2,s,m}}{2/N} \right] \quad (4.36')$$

4. SEQUÊNCIA DE CÁLCULO

Como no caso do Cap. III é necessário partir de valores iniciais:

$\zeta_{*,s,0}$ e $\theta_{1,s,0}$; $\zeta_{2,s,0}$; ... ; $\zeta_{N-1,s,0}$ para cada secção;

além de ter definido o valor $\theta_{e,0,m}$, ou seja da temperatura do fluido na entrada do armazenador durante o tempo todo.

- Computa-se $\theta_{N,0,0}$ de (4.19')

- Computa-se $\left(\frac{d\zeta_*}{dt}\right)_{0,0}$ de (4.20)

- Computa-se $\phi_{R,0,0}$; $\phi_{*,0,0}$ e $\eta_{0,0}$ de (4.24), (4.25) e (4.26)

- Computa-se $\theta_{e,1,0}$ de (4.23').

= Voltando ao ponto inicial se repete a sequência até chegar na última secção. Neste ponto pode-se computar a taxa de calor total de (4.28).

Esta primeira parte só completa as condições iniciais, a parte propriamente iterativa computa-se assim:

1- Computa-se Δt de acordo com critérios que veremos logo a seguir.

a) Para a 1ª. secção computa-se a nova posição da frente de fusão com (4.21').

b) Determina-se nova distribuição de temperaturas no centro do cilindro com (4.18') e (4.19').

c) Computa-se a nova velocidade de avanço da frente de fusão $\left(\frac{d\zeta_*}{dt}\right)_{0,1}$ com (4.20).

d) Computam-se $\phi_{R,0,1}$; $\phi_{*,0,1}$ e $\eta_{0,1}$ com (4.24), (4.25) e (4.26).

- e) Computa-se a temperatura do fluido de trabalho na seção seguinte com (4.23').
2. Repete-se o cálculo de a), b), ... c) até atingir a última seção onde obviamente só se computará a), b), c), 3).
3. Computa-se a taxa de calor total entregue pelo arranador com (4.28').
4. Retoma-se o cálculo no ponto 1.

No momento em que, numa seção, se atinge o valor $\varepsilon_* = 0$ a sequência a) ... c) simplifica-se assim:

- a) Computa-se a nova distribuição de temperaturas de (4.35'), (4.34') e (4.35').
- b) Computa-se $q_{R,s,m}$ de (4.24').
- c) computa-se a temperatura do fluido de trabalho com (4.36').

O cálculo termina quando, na última seção, se atinge o valor $\varepsilon_* = 0$.

A condição de estabilidade neste caso seria:

$$\frac{\Delta \tau^2}{(1 - \varepsilon_*)^2} < \frac{3}{2}$$

são que neste caso em cada iteração o cálculo é feito com o intervalo $(1 - \varepsilon_*)$ menor de todas as seções, ou seja, o correspondente à última delas.

Com respeito aos valores iniciais o critério adotado é o mesmo que foi descrito no Capítulo III.

CAPÍTULO V

PROJETO DE UM ARMAZENADOR DE CALOR LATENTE

Neste capítulo retoma-se as idéias expostas no Capítulo I junto à formulação matemática do Capítulo IV.

As características deste projeto foram definidas levando em conta uma série de considerações:

- Escolheu-se para o armazenador a mesma geometria de um trocador de calor (Cap. I, Fig. 2) na idéia de aproveitar dentro do possível a tecnologia já desenvolvida para trocadores.

- Como se desejava trabalhar na faixa de temperatura média, embora perto dos 100°C , escolheu-se o enxofre como substância armazenadora, por ser barato e não apresentar problemas de degradação com o tempo.

- Escolheu-se o óleo de silicone como fluido de trabalho em razão da faixa de temperaturas de operação e de sua disponibilidade.

- As dimensões deste projeto correspondem as de um protótipo experimental, bem menor ainda do que seria um de escala industrial.

- As variáveis operacionais tais como a vazão e temperatura do fluido na entrada foram escolhidas num compromisso entre as possibilidades de controle do sistema experimental e as faixas de valores interessantes de pesquisar.

1. DADOS DO PROJETO

Os dados geométricos e térmicos do armazenador encontram-se na Tabela N° 6.

2. PARÂMETROS CARACTERÍSTICOS DO SISTEMA

Como se viu no Capítulo IV estes tipos de sistema de armazenamento são determinados por quatro parâmetros caracterís-

TABELA Nº 6 - DADOS CARACTERÍSTICOS DO ARMAZENADOR ESTUDADO

DADOS DA CARCAÇA

Material	ferro
Diâmetro externo	0,36m
Espessura das paredes	0,0024m
Altura	1,20m
Massa tampa	6,6 kg
corpo	19,9 kg
total	26,5 kg

ESTRUTURA CHICANAS - SUPORTE DOS TUBOS

Material	Alumínio
Distância entre chicanas	0,195m
Massa total	10,2 kg

DADOS DOS TUBOS

Material	Alumínio
Diâmetro externo	0,0254m
Diâmetro interno	0,022m
Comprimento total	1,03m
Comprimento livre	1,00m
Número	87
Disposição	três bolilhos
Distância entre centros	0,03175m
Massa média vazio c/n	0,4122 kg
Massa média cheio c/n	1,0646 kg

SUBSTÂNCIA ARMAZENADORA

Recheio dos tubos	enxofre industrial
Densidade sólido	2,046
Densidade líquido (120 a 160 °C)	1,819
Temperatura de fusão	120 °C
Calor específico	0,741 KJ/kg °C
Calor de fusão	38,5 KJ/kg
Condutividade	0,168 W/m °C

FLUIDO DE TRABALHO

na carcaça	óleo de silicone
Temperatura na entrada	110 °C
Densidade (115 °C)	0,822
Calor específico (115 °C)	2,177 KJ/kg °C
Vazão	1m ³ /hora
Viscosidade (115 °C)	2,466x10 ⁻³ N s/m ²
Condutividade (115 °C)	0,1252 W/m °C

ticos:

$$\text{Biot} = \frac{hR}{k} \quad (5.1)$$

$$\text{Ste} = \frac{C_p T_*}{\lambda} \quad (5.2)$$

$$\gamma = \frac{2\pi k h}{\omega C_p f} \quad (5.3)$$

$$\theta_{e,o,m} = \frac{T_o}{T_*} \quad (5.4)$$

Como considerou-se de maior interesse o processo de descarga do sistema, os cálculos foram realizados para ele supondo o fluido resfriador entrando a 110°C e o material fundido à temperatura de fusão 120°C . Embora, como já foi dito em capítulos anteriores as equações colocadas são válidas tanto para a fusão como para a solidificação, então a discussão que segue é válida também para a etapa de carga do sistema, supondo que nele inicialmente o material esteja sólido a 120°C e o fluido entre nele a 130°C . Só se deve considerar uma ligeira variação nos parâmetros: número de Biot e γ do sistema, devido à variação das propriedades do fluido que para a descarga foram tomadas a 115°C e na carga deveriam tomar-se a 125°C .

Na determinação dos parâmetros só falta ainda o h de transferência na camada limite, ele foi calculado na base das equações de Kern [59] para coeficientes do lado da carcaça num trocador de calor.

Seguindo a nomenclatura de Kern (para facilitar):

$$a_s = \frac{DI \times C' \times B}{P_T}$$

$$a_s = \frac{13,98 \times 0,25 \times 7,677}{1,25} \times 645,16 \times 10^{-6} = 0,01385 \text{ m}^2$$

$$G_s = \frac{W}{a_s} = \frac{1\text{m}^3/\text{h} \times 820\text{kg}/\text{m}^3}{0.01386\text{m}^2} \times \frac{1\text{h}}{3600\text{seg}} = 16,45 \frac{\text{kg}}{\text{seg m}^2}$$

$$d_e = \frac{4 \times (1/2 \times (1,25)^2 \times 0,86 - \pi \times 1^2/8)}{\pi \times 1/2} \times 0,0254$$

$$d_e = 0,01806\text{m}$$

$$\text{Rey}_s = \frac{0,01806\text{m} \times 16,45 \text{ kg}/\text{segm}^2}{2,466 \times 10^{-3} \text{ N seg}/\text{m}^2} = 120$$

$$j_H = 5,8$$

$$\left(\frac{C_{p_f}\mu}{k_f}\right)^{1/3} = \left(\frac{2,177 \times 10^3 \text{ J}/\text{kg}^\circ\text{C} \times 2,466 \times 10^{-3} \text{ N seg}/\text{m}^2}{0,1252 \text{ W}/\text{m}^\circ\text{C}}\right)^{1/3}$$

$$= 3,500$$

de onde, finalmente:

$$h = j_H \frac{k}{d_e} \left(\frac{C_{p_f}\mu}{k_f}\right)^{1/3}$$

$$h = 5,8 \times \frac{0,1252 \text{ W}/\text{m}^\circ\text{C}}{0,01806\text{m}} \times 3,5 = 139,95 \text{ W}/\text{m}^2^\circ\text{C}$$

e já pode calcular-se:

$$\text{Biot} = \frac{hR}{k} = \frac{139,95 \text{ W}/\text{m}^2^\circ\text{C} \times 0,011\text{m}}{0,168 \text{ W}/\text{m}^\circ\text{C}} = 9,164$$

No cálculo do Biot foi considerado só o efeito da camada limite já que o efeito da parede de alumínio é desprezível comparado a ele, isto pode ser demonstrado facilmente:

$$R_{\text{camada limite}} = \frac{1}{h} = 7.1454 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{C/W}$$

$$R_{\text{Alumínio}} = \frac{R_e \ln (R_e/R_i)}{k_{\text{Al}}}$$

$$R_{\text{Al}} = \frac{0,00127 \text{ m} \ln (25,3/22)}{204,07 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}} = 8.698 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{C/W}$$

É evidente que $R_{\text{Al}} \ll R_{\text{camada limite}}$

Os valores dos outros parâmetros do sistema são:

$$\text{Ste} = \frac{0,741 \times 10^3 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C} \times 120^{\circ}\text{C}}{38,5 \times 10^3 \text{ J/kg}}$$

$$\text{Ste} = 2,3096$$

$$\gamma = \frac{2\pi \times 0,168 \text{ W/m}^{\circ}\text{C} \times 1 \text{ m}}{2,6253 \times 10^{-3} \text{ kg/seg} \times 2,177 \times 10^3 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}}$$

$$\gamma = 0,1783$$

$$\theta_{e,o,m} = \frac{110^{\circ}\text{C}}{120^{\circ}\text{C}} = 0,9167$$

Além disto, pode-se calcular o valor dos grupos de constantes que aparecem nas variáveis adimensionais definidas, assim:

$$\frac{R^2}{\alpha} = \frac{R^2 C_p \rho}{k} = \frac{(0,011)^2 \text{ m}^2 \times 0,741 \times 10^3 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C} \times 2,046 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}{0,168 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}}$$

$$\frac{R^2}{\alpha} = 1,092 \times 10^3 \{\text{seg}\} = 0,3033 |h|$$

$$\frac{k\lambda}{C_p R} = \frac{0,168 \text{ W/m}^{\circ}\text{C} \times 38,5 \times 10^3 \text{ J/kg}}{0,741 \times 10^3 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C} \times 0,011 \text{ m}}$$

$$\frac{k\lambda}{C_p R} = 7,935 \times 10^2 \text{ W}$$

$$\Omega C_{pf} T_* = 0,2284 \text{ KG/seg} \times 2,177 \times 10^3 \text{ J/kg}^\circ\text{C} \times 120^\circ\text{C}$$

$$\Omega C_{pf} T_* = 5,967 \times 10^6 \text{ W}$$

Também pode ser de interesse computar o valor de:

$$\text{Stefan}_o = \frac{C_p(T_* - T_o)}{\lambda} \quad (5.5)$$

$$\text{Stefan}_o = \frac{0,741 \times 10^3 \text{ J/kg}^\circ\text{C} \times 10^\circ\text{C}}{38,5 \times 10^3 \text{ J/kg}}$$

$$\text{Stefan}_o = 0,1925$$

Este valor do número de Stefan e o Biot, antes calculado, permitem enquadrar nosso sistema dentro do estudo geral feito no Capítulo III.

Um dado importante num armazenador é sua capacidade total de armazenamento:

$$\text{Massa total de enxofre} = 0,6524 \text{ kg} \times 87 = 56,7588 \text{ kg}$$

$$\text{Calor total armazenável} = 56,7588 \text{ kg} \times 38,5 \text{ KJ/kg}$$

$$= 2185,2 \text{ KJ}$$

$$= 0,607 \text{ kwh}$$

Além disto deve levar-se em conta que neste tipo de sistemas é por assim dizer "inevitável" ter uma certa quantidade de calor na forma de calor sensível, no próprio enxofre e também nos tubos e a carcaça. Num funcionamento normal essa quantidade de calor deverá ser pequena e geralmente não será considerada nos cálculos do projeto.

3. RESULTADOS OBTIDOS

Como no Capítulo III se fez um estudo detalhado das características do processo de fusão, agora se fará referência só àqueles aspectos especificamente novos que aparecem no armazenador.

A simulação foi realizada segundo o método descrito no Capítulo IV.

Nas Fig. 13 e 14 fez-se o gráfico de avanço da frente de fusão no tempo. Na Fig. 13 só para a primeira e última seções, na 14 se dá uma visão da posição ao longo do tubo para diferentes tempos; pode-se observar que a frente forma um cone truncado dentro do tubo para virar simplesmente um cone na etapa final.

Na Fig. 15 traçou-se o gráfico da taxa de calor entregue pelo armazenador no tempo. Nesta figura pode-se apreciar algo que já havíamos anotado antes: para uma ampla faixa dos parâmetros característicos do sistema, a resposta dele tem a forma de uma exponencial decrescente limitada no seu máximo valor pela temperatura de fusão do material e o mínimo pela temperatura do fluido na entrada.

Para efeito de visualizar melhor o fenômeno vamos colocar algumas quantidades em forma dimensional, assim:

tempo total de descarga = 43,13 min

taxa inicial = 4,117 kW

taxa final = 0,1828 kw

temperatura do fluido na entrada = 110°C

do fluido na saída no início da descarga = 118,3°C

no fim da descarga = 110,4°C

A variável ϕ representada na Fig. 15 indica também o incremento de temperatura (relativo à de fusão) que experimenta o fluido de trabalho no armazenador.

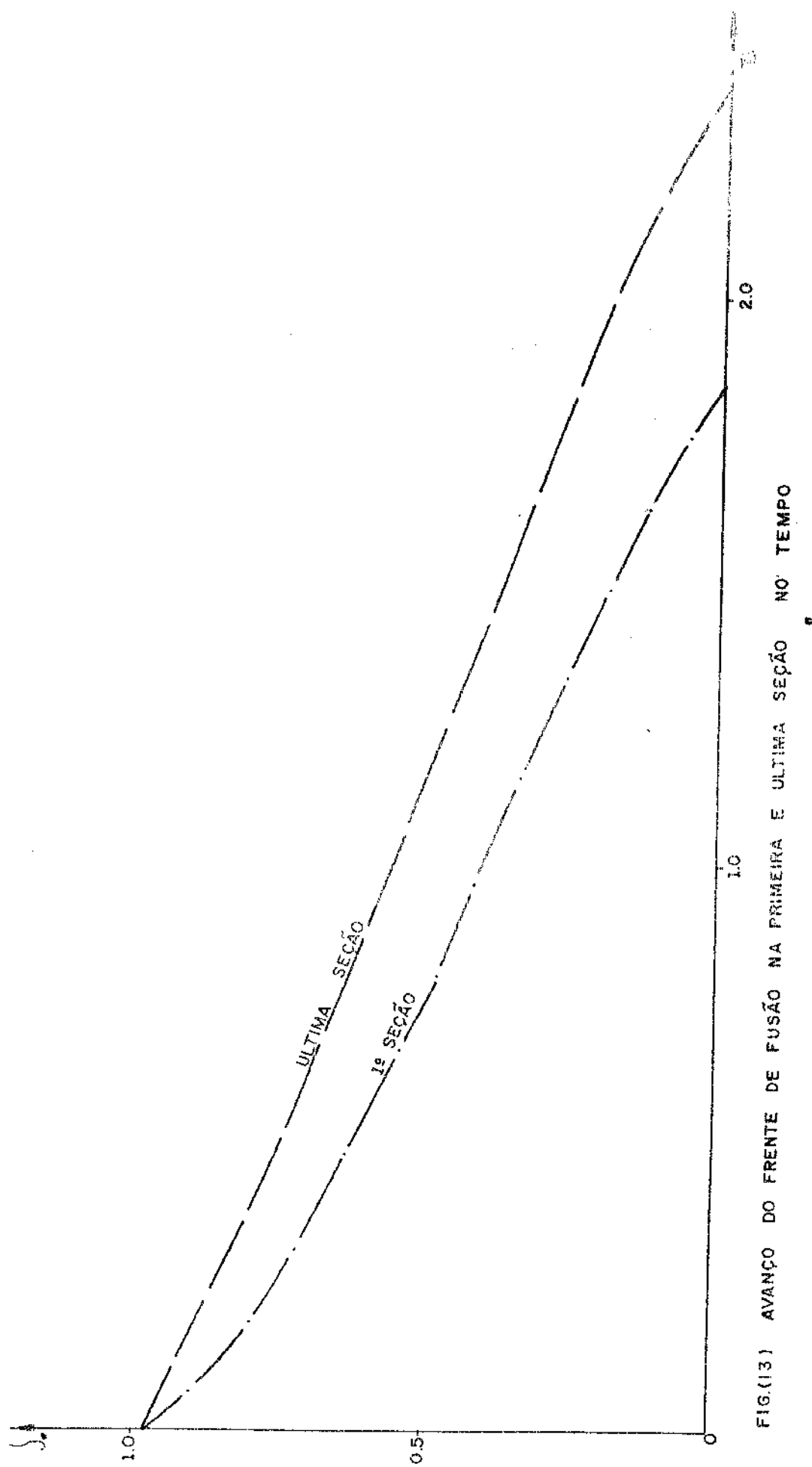


FIG.(13) AVANÇO DO FRENTE DE FUSÃO NA PRIMEIRA E ULTIMA SEÇÃO NO TEMPO

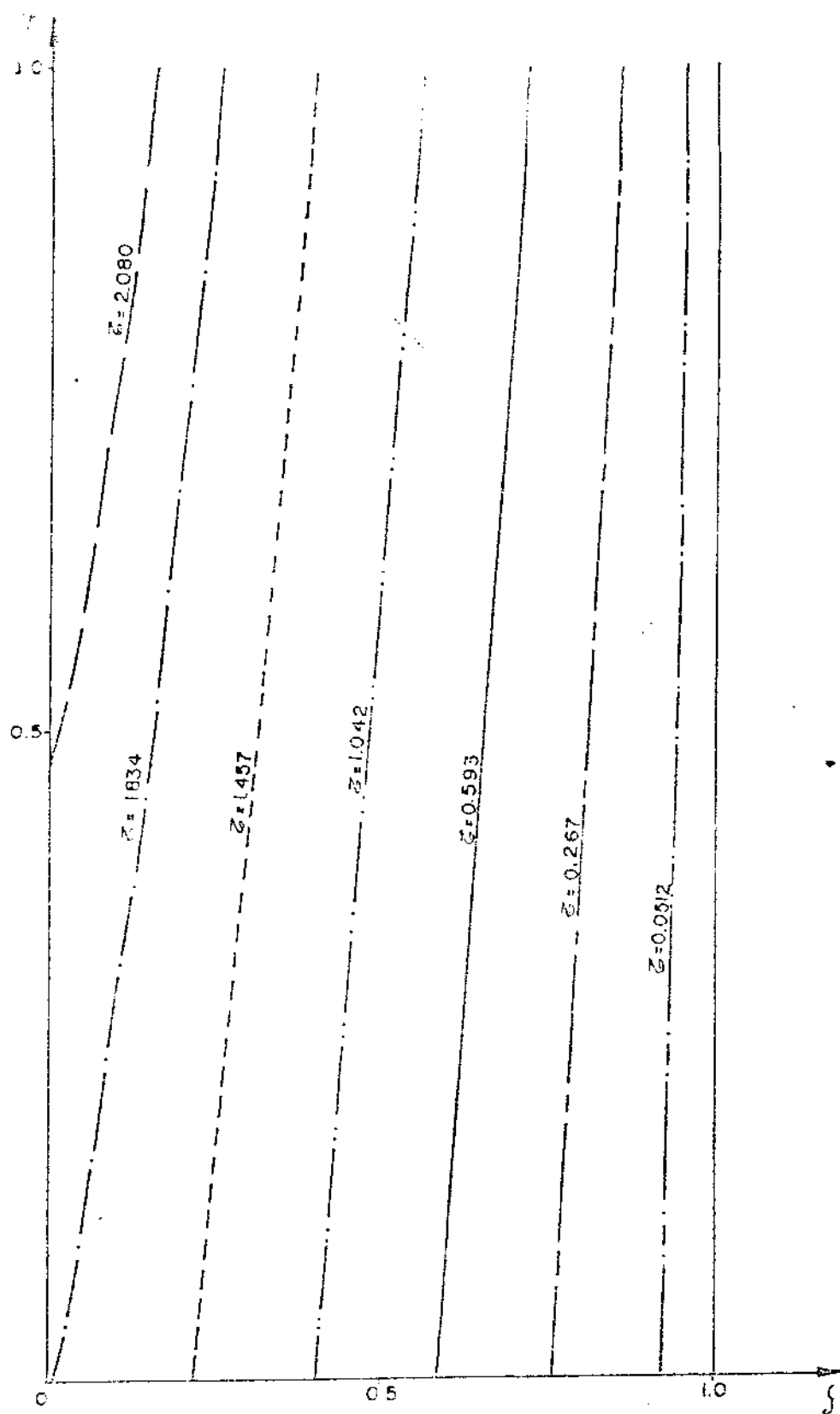


FIG (14) POSIÇÃO DO FRENT DE FUSÃO AO LONGO DO TUBO PARA DISTINTOS VALORES DO TEMPO

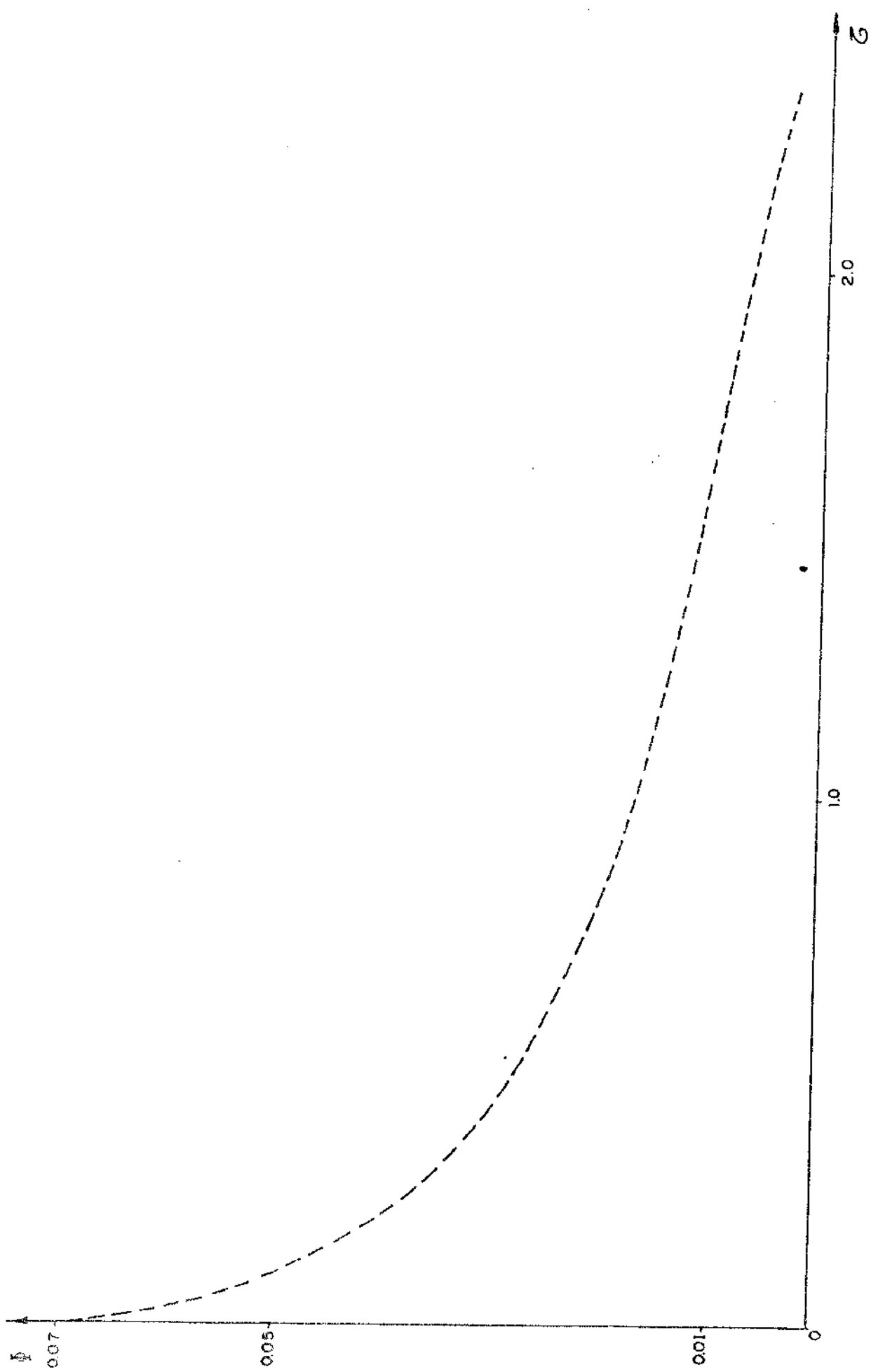


FIG. (15) TAXA DE CALOR ENTREGUE PELO ARMAZENADOR NO TEMPO

4. ESTIMAÇÃO DO EFEITO DA ESTRUTURA METÁLICA DO ARMAZENADOR E SUAS PERDAS TÉRMICAS

Sendo que os armazenadores trabalham sempre em regime transitório a estrutura metálica do sistema (tubos e carcaça) inevitavelmente absorve calor no período de carga, e logo após a entrega no período de descarga. Dependendo do tamanho e da faixa de temperaturas de trabalho do armazenador, este efeito pode ser desprezível no cálculo de projetos industriais. Geralmente para um armazenador operando em calor latente as dimensões capacidade térmica e faixa de temperatura de operação são tais que o calor sensível da estrutura é pequeno comparado ao calor latente do armazenador. No caso do projeto aqui apresentado, de tamanho de laboratório, operando a uma faixa de temperatura na ponce larga é talvez interessante mostrar o efeito da estrutura metálica e sua possível influência na resposta do sistema considerado em sua totalidade.

Como a influência da massa da carcaça depende muito mais da escala que a dos tubos, faremos o tratamento separado para cada caso.

Calor máximo que pode ser armazenado na carcaça:

$$mC_p\Delta T = 26,5 \text{ kg} \times 0,452 \text{ KJ/kg}^{\circ}\text{C} \times 10^{\circ}\text{C} = 119,8 \text{ KJ}$$

Relação:

$$\frac{\text{Calor sensível carcaça}}{\text{Calor latente enxofre}} = \frac{119,8 \text{ KJ}}{2185,2 \text{ KJ}} \times 100 = 5,5\%$$

Calor máximo que pode ser armazenado nos tubos, chicanas e estrutura do alumínio:

$$(10,2 + 0,4122 \times 87) \text{ kg} \times 0,8958 \text{ KJ/kg}^{\circ}\text{C} \times 10^{\circ}\text{C} = 412,62 \text{ KJ}$$

Relação

$$\frac{\text{Calor sensível Alumínio}}{\text{Calor latente enxofre}} = \frac{412,62 \text{ KJ}}{2185,2 \text{ KJ}} \times 100 = 18,9\%$$

Os percentuais mostram que ao menos a estrutura metálica de alumínio deve ser levada em conta.

Uma forma relativamente simples de estimar este efeito pode basear-se nas seguintes considerações:

- inicialmente a estrutura metálica se encontra à temperatura de fusão.

- por serem os metais bons condutores do calor supomos que a cada instante de tempo toda a estrutura tem a mesma temperatura.

- vamos supor que toda a estrutura está o tempo todo em contato com um fluido a 110°C .

Sob estas suposições a equação aplicável seria [28]:

$$Q = h A_s (T_o - T_{\infty}) e^{-\frac{h A_s}{M C_p} t} \quad (5.6)$$

onde:

A_s = área de contato metal-fluido

M = massa metálica

C_p = calor específico do metal

Além de fazer os cálculos para a estrutura de alumínio faremos os da carcaça só para efeitos de ilustração.

Para o alumínio temos:

$$A_{sAl} = \pi \times 0,0254\text{m} \times 1,03\text{m} \times 87 = 7,1506\text{m}^2$$

(não consideramos a área da estrutura-suporte, pequena é muito difícil de calcular).

A taxa inicial do alumínio seria:

$$Q_{oAl} = 139,95 \text{ W/m}^2\text{C} \times 7,1506\text{m}^2 \times 10^{\circ}\text{C} = 10,0073 \text{ kw}$$

e a constante de tempo:

$$\frac{h A_s}{M C_p} = \frac{139,95 \text{ W/m}^2\text{°C} \times 7,1506 \text{ m}^2}{46,06 \text{ kg} \times 0,8958 \times 10^3 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}} = 2,425 \times 10^{-2} \text{ 1/seg}$$

Para a carcaça de ferro temos:

$$A_{s\text{Ferro}} = \pi \times 0,3552 \times 1,20 \text{ m}^2 + \frac{\pi(0,3552)^2}{4} \times 2 \text{ m}^2 = 1,5372 \text{ m}^2$$

A taxa inicial seria:

$$Q_{\text{ofe}} = h A_s (T_o - T_*) = 139,95 \text{ W/m}^2\text{°C} \times 1,5372 \text{ m}^2 \times 10^{\circ}\text{C} = 2,1514 \text{ kw}$$

A constante de tempo seria:

$$\frac{h A_s}{C_p M} = \frac{139,95 \text{ W/m}^2\text{°C} \times 1,5372 \text{ m}^2}{0,452 \times 10^3 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C} \times 26,5 \text{ kg}} = 1,7961 \times 10^{-2} \text{ 1/seg}$$

Na Fig. 16 realizou-se um gráfico comparativo das curvas da taxa de calor entregue pelo enxofre fundido, a estrutura metálica de alumínio e a carcaça.

As curvas referentes as partes metálicas devem ser olhadas com certa reserva já que se trata de um simples cálculo estimativo. De qualquer forma achamos que podem ser tiradas três conclusões importantes:

- A importância ou não das partes metálicas no referente a troca de calor num projeto variará de caso para caso dependendo do valor dos percentuais que calculamos no início desta estimativa, que são uma comparação das capacidades caloríficas das distintas partes do sistema.

- É muito diferente a influência exercida pela carcaça da exercida pelos tubos. Sendo que a primeira pode exercer alguma influência no início do processo; a influência dos tubos será bem maior e mais prolongada no tempo, bem mais prolongada que a que aparece nesta estimativa feita na base de hipóteses muito simplificadoras.

- Em abstrato a conclusão que a influência dos tubos é importante, deve ser estudada a maneira de incluí-los nas

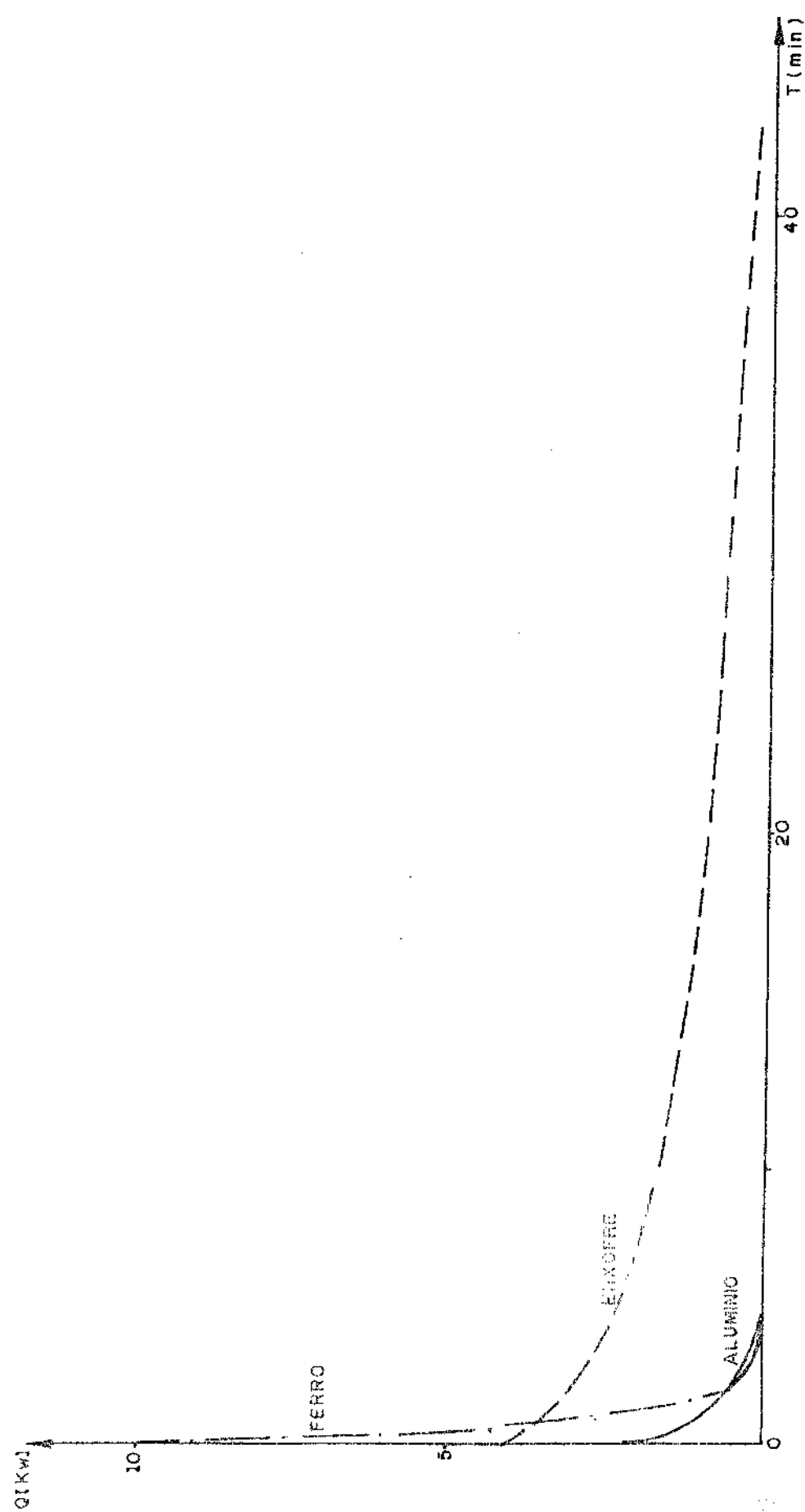


FIG.(16) VARIAÇÃO NO TEMPO DA TAXA DE CALOR ENTREGUE PELO ENXOFRE, O FERRO E O ALUMINIO

equações reportadas no Capítulo IV.

Análise das Perdas

Uma primeira estimativa das perdas pode ser feita supondo que:

- O sistema é isolado com uma camada de lã de vidro de 2" de espessura.
- Esta camada se comporta em estado estacionário.
- Não consideramos a camada limite de ar ambiente.

Temos a equação:

$$Q = \frac{A k}{e} (T_* - T_a)$$

substituindo valores:

$$A = \pi \times 0,36\text{m} \times 1,20\text{m} + \pi \left(\frac{0,36}{4} \right)^2 \times 2\text{m}^2$$

$$k_{\text{lã vidro}} = 4,2778 \times 10^{-2} \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$Q = \frac{1,561\text{m}^2 \times 4,2778 \times 10^{-2} \text{ W/m}^\circ\text{C} \times 100^\circ\text{C}}{5,08 \times 10^{-2}\text{m}}$$

$$Q = 131 \text{ W} = 0,131 \text{ kw}$$

Se considerarmos a camada de ar externa, esta cifra diminuirá um pouco. Embora ela represente apenas 3% da taxa inicial de calor entregue pelo enxofre, ela fica logo bem mais significativa, sendo comparável à taxa final.

Em resumo no cálculo dum projeto de armazenador devem ser considerados e bem analisados os seguintes fatores técnicos mais importantes:

- Escolha da geometria adequada de acordo com a capacidade de armazenamento e a rapidez da resposta desejável.

- Capacidade de armazenamento em calor latente e seu valor relativo ao calor sensível das partes metálicas.

- Faixa de temperatura de operação deste tipo de armazenador que varia ligeiramente em torno da temperatura de fusão.

- Isolamento térmico adequado para evitar perdas significativas.

CAPÍTULO VI

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

O desenvolvimento de uma tecnologia de armazenadores de calor latente está ainda tão no começo, e é tão pouca a informação acessível a respeito que o presente trabalho, conjuntamente com os anteriores [60], [61], [62] pode-se dizer que constituem apenas uma primeira abordagem que permitiu indicar os problemas que precisam ser estudados com mais tempo. As pesquisas teóricas e experimentais realizadas, permitem-nos enumerar alguns deles.

No que diz respeito ao próprio processo de fusão:

- O superaquecimento ou subresfriamento inicial se apresenta nos casos práticos e seria bom desenvolver um modelo matemático que considerasse a transferência de calor, que se operaria neste caso nas duas fases dentro do cilindro, justamente para avaliar a importância deste efeito.

- Foi observado experimentalmente que o coeficiente de transferência de calor h , é muito menor no caso da solidificação que na fusão, isto pode explicar-se pelo efeito de contato entre o enxofre sólido dentro do cilindro e a parede do mesmo, efeito que não aparece na fusão.

- É provável que existam efeitos convectivos na fase líquida no interior do cilindro tanto na fusão como na solidificação. Em particular foi encontrado por nós um fato que só seria explicável por transferência de calor do tipo convectivo: durante a solidificação a fase líquida interna encontrava-se superaquecida no início e muito rapidamente sua temperatura desceu à temperatura de fusão.

Indubitavelmente que este tipo de pesquisa deverá continuar apoiando-se tanto em desenvolvimento experimentais como teóricos.

No campo de aplicação também abrem-se outras possibilidades:

- Levantamento de dados de armazenadores a partir de

possíveis aplicações. Para efetuar cálculos de projetos usando este modelo matemático, os dados fundamentais requeridos seriam: faixa de temperatura de trabalho, taxa de calor entregue no tempo e capacidade total.

- Pesquisa de diferentes materiais e geometrias. A este respeito é útil assinalar que o processo de fusão é particular dentro dos problemas de condução do calor e que apresenta considerável dificuldade matemática, razão pela qual qualquer projeto na área exige modelos matemáticos e análises físicas cuidadosas e delicadas.

- A análise do projeto calculado no presente trabalho mostrou uma taxa de calor variável. Para algumas aplicações industriais pode ser preciso uma taxa constante, isto implicará variar os parâmetros do sistema ou a adoção de geometrias mais complicadas para obter essa taxa de calor constante.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Hodgins, J.W. and Hoffman, T.W. - "The Storage and Transfer of Low Potential Heat. I. Glaubert's Salt as a Heat Storage Material" - Canadian Journal of Technology, Vol. 33, pag. 293 a 302, 1955.
- [2] Telkes, Maria - "Solar Energy Storage" - ASHRAE Journal, Swptember 1974, pag. 38 a 44.
- [3] Lorsch, Harold G.; Kauffman, Kenneth W. and Denton, Jesse C. "Thermal Energy Storage for Solar Heating and off peak Air Conditioning" - Energy Conversion, Vol. 15, pag. 1 a 8 - Pergamon Press, 1955.
- [4] Biswas, Dipak R. - "Thermal Energy Storage using Sodium Sulfate decahydrate and water" - Solar Energy Vol. 19, pag. 99 a 100, Pergamon Press, 1977.
- [5] Verma, Arun; Johnson, Keith E. and Sherman, E.O. - "Thermal Energy Storage in Inorganic Salts" - The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 54, August, 1976.
- [6] Lange, N.A. - Handbook of Chemistry - McGraw-Hill Book Company - 10ª Edição, 1967.
- [7] Perry, J.H. - Chemical Engineer's Handbook, McGraw-Hill Book Company - 4a. Edição, 1968.
- [8] International Critical Tables by the National Research Council of the E.U.A. - McGraw-Hill Book Company - 1933.
- [9] Anonymus, "Bottled Caloric" - Boston Journal of Chemical and Pharmacy, Vol. I, No. 1, 1 July, 1866.
- [10] Schonholzer, Ernst - "Hygienic Clean Winter Space Heating with Solar and Hydroelectric Energy Accumulated During the Summer and Stored in Insulated Reservoirs" - Solar Energy Vol. 12, pags. 379-385 - Pergamon Press, 1969.

- [11] Baibutear, K.B. and Yakubov, Yu. K. - "Heat Storage in Solar Hot Boxes" - *Geliotekhnika*, Vol. 5, No. 5 - pages. 44-46, 1969.
- [12] Rabbimov, R.T.; Umarov, G. Ya and Zakhidov, R.A. - "Storage of Solar Energy in a Sandy - Gravel Ground" - *Geliotekhnika* Vol. 7, No. 5, pag. 57-64, 1971.
- [13] Shelton, Jay - "Underground Storage of Heat in Solar Heating Systems" - *Solar Energy*, Vol. 17, pag. 137-143 - Pergamon Press, 1975.
- [14] Riaz, M.; Blackshear, P.L. and Pfannkuch, H.O. - "High Temperature Energy Storage in Native Rocks" - *Sharing The Sun Solar Technology in the Seventies - Joint Conference-International Solar Energy Society - August 15-20, 1976 - Vol. 8 - Pag. 123-137.*
- [15] Molz, Fred J.; Warman, James C.; Jones Thomas E. and Cook, George E. - "Experimental Study of the Subsurface Transport of Water and heat as related to the storage of solar energy" - *Sharing the Sun Solar Technology in the Seventies - Joint Conference - International Solar Energy Society - August 15-20, 1976 - Vol. 8 - Pag. 238 a 244.*
- [16] Schmidt, F.W. and Szego, J. - "Transient Response of Solid Sensible Heat Thermal Storage Units - Single Fluid - Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME - Pag. 471 a 477 - Agosto de 1976.
- [17] Szego, J. and Schmidt, F.W. - "Analisis of the Effects of Finite Conductivity in the Single Blow Heat Storage Unit" - *Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME - Vol. 100, pag. 740 a 742 - November 1978.*
- [18] Schmidt, F.W. and Szego, J. - "Transient Response of a Hollow Cylindrical - Cross - Section Solid Sensible Heat ; Storage Unit - Single Fluid" - *Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME - Vol. 100 - Pag. 737 a 739 - November 1978.*

- [19] Bauerle, G.; Chung, D.; Ervin, G.; Goun J. and Springer, T.
"Storage of Solar Energy by Inorganic Oxide/Hydroxides -
Sharing the Sun Solar Technology in the Seventies - Joint
Conference - International Solar Energy Society - August
15-20, 1976 - Vol. 8 - Pag. 192 a 218.
- [20] Matveev, V.M. - "Aproximate Calculation of Heat Transfer in
the Heat Storage System of a Solar Power Installation" -
Geliotechnika - Vol. 7, N° 5, pag. 43 a 48, 1971.
- [21] Asselman, G.A.A. - "Thermal Energy Storage Unit based on
Lithium Fluoride" - Energy Conversion, Vol. 16 - pag. 35-47.
Pergamon Press, 1976.
- [22] Nemecek, J.J.; Simons, D.E. and Chubb, T.A. - "Demand Sensi
tive Energy Storage in Molten Salts" - Sharing the Sun
Solar Technology in the Seventies - Joint Conference - In
ternational Solar Energy Society - August - 15-20, 1976 -
Vol. 8 - Pag. 95 a 106.
- [23] Edie, D.D. and Melsheimer, S.S. - "An immiscible Fluid -
Heat of fusion energy storage system" - Sharing the Sun
Solar technology in the Seventies - Joint Conference - In
ternational Solar Energy Society - August - 15-20, 1976 -
Vol. 8 - Pag. 262 a 272.
- [24] Kuliev, A.Z.; Gryadunov, A.I.; Rzaev, P.F. and Sultanov, N.
P. - "Temperature Distribution in a System incorporating a
Heat - Storing Material - Geliotekhnika, Vol. 11, N°s. 3/4,
pag. 58-62, 1975.
- [25] Carslaw, H.S. and Jaeger, J.C. - "Conduction of Heat in
Solids" - Second Edition - Cap. XI - Oxford University
Press, 1959.
- [26] Stefan, Ann. Phys. n. Chem. (Wiedemann) N.F. 42 pags. 269-
286, 1891.
- [27] Ockendon, J.R. and Hodgkins, W.R. - "Moving Boundary
Problems in Heat Flow and Diffusion" Part I: Applications
- Oxford University Press, 1975.

- [28] Kreith, Frank - "Princípios da Transmissão de Calor" - Tradução da 3ª Edição Americana - Cap. 10 - Editora Edgard Blücher Ltda. - SP - Brasil, 1977.
- [29] Green, R.M.; Ottosen, D.K.; Bartel, J.J. and Bramlette, T. T. - "High Temperature Thermal Energy Storage" - Sharing the Sun Solar Technology in the Seventies - Joint Conference - International Solar Energy Society - August - 15-20, 1976, Vol. 8 - Pag. 30 a 35.
- [30] Evans II, G.W.; Isaacson, E. and MacDonald, J.K.L. - "Stefan - Like Problems" - Quarterly Applied Mathematics, 8, Pag. 512-19, 1960.
- [31] Kreith, F. and Tonie, F.R. - "A Study of the Thermal Diffusion Equation with Boundary Conditions Corresponding to Solidification or Melting of Materials Initially at the Fusion Temperature" - Proceedings of the Physical Society, Vol. 68B, Pag. 277-78, 1955.
- [32] Goodman, T.A. - "The Heat - Balance Integral and Its Application to Problems Involving a change of Phase" - Transactions of the ASME - Vol. 80 - Pags. 335-42, 1958.
- [33] Murray, William D. and Landis, Fred - "Numerical and Analytic Solutions of Transient Heat - Conduction Problems Involving Melting or Freezing" - Journal of Heat Transfer - Transactions of ASME - Pag. 106 a 112, Mai, 1958.
- [34] Goodman, Theodore A. and Allen, John, J. - "The Melting of Finite Slabs" - Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, pag. 101 a 106, Maio, 1960.
- [35] Brydak, Peter - "Solidification with Newton's Cooling at the Surface" - J. Appl. Mech. Journal, Vol. 36, No. 1, pag. 5 a 11, 1969.
- [36] Hales, A.L. - "A Generalized Integral - Profile Solution for the Analysis of Unidirectional Heat Flow during Solidification" - Transactions of the Metallurgical Society of AIME, Vol. 243, Pag. 1471 a 1475, July 1969.

- [37] Hills, A.W.D. and Moore, M.R. - "The Solidification of Pure Metals Under Unidirectional Heat Flow Conditions - I - Solidification with zero superheat" - Transactions of the Metallurgical Society of AIME, Vol. 245, pag. 1481 a 1492, July 1969.
- [38] Marshall, R.H. - "A One Dimensional Model of a Solar Heat Store Using a Change of phase material" - Solar Energy Unit, University College, Newport Road, Cardiff, U.K. - Comunicação pessoal.
- [39] Bell, G.E. - "A Refinement of the Heat Balance Integral Method Applied to a Melting Problem" - Int. J. Heat Transfer - Vol. 21, pags. 1357 - 1362 - Pergamon Press, 1978.
- [40] El-Genk, Mohamed S. and Cronenberg, August W. "Some Improvements to the Solution of Stefan - Like Problems" - Int. J. Heat Mass Transfer - Vol. 22, pags. 167-170 - Pergamon Press, 1978.
- [41] London, A.L. and Seban, R.A. - "Rate of Ice formation" - Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME - Vol. 65 - Pag. 771 a 778 - 1943.
- [42] Seban, R.A. and London, A.L. - "Experimental Confirmation of Predicted Water - Freezing Rates" - Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME - Pag. 39 a 44 - January, 1945.
- [43] Frank, F.C. - "Radially Symetric phase growth controlled by diffusion" - Proceedings of the Royal Society - A-201 Pag. 586 a 599 - 1950.
- [44] Longwele, P.A. - "A Graphical Method for Solution of Freezing Problems" - A. I. Ch. E. Journal, Vol. 4, Nº 1, Pag. 53 a 57, 1958.
- [45] Poots, G. - "On the Application of Integral Methods to the Solution of Problems Involving the Solidification of Liquids Initially at Fusion Temperature" - International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 5, pags. 525-531, Per-

gamon Press, 1962.

- [46] Tani, I. - J. Aero. Sci., 21, 487 (1954).
- [47] Allen, D.N. de G. and Severn, R.T., Quart. J. Mech. Appl. Math., 15, 53 (1962).
- [48] Baxter, D.C. - "The Fusion Times of Slabs and Cylinders" - Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME, Vol. 84 (4) - Pag. 317 a 326, 1962 (Serie C).
- [49] Dusenberre, G.M. - "Numerical Methods for Transient Heat Flow", Trans. ASME, Vol. 67, pag. 703-710, 1945.
- [50] Dusenberre, G.M. - "A Note on Latent Heat in Digital Computer Calculations" - ASME Paper No. 58 - HT-7.
- [51] Eyres, N.R. et al. - "The Calculation of Variable Heat Flow in Solids" - Phil. Trans. Royal Society, Vol. 240A, pag. 1-57. August, 1946.
- [52] Tao, Luh C. - "Generalized Numerical Solutions of Freezing a Saturated Liquid in Cylinders and Spheres" - A.I. Ch. E. Journal, Vol. 13, N° 1, pag. 165 a 169, January, 1967.
- [53] Habib, I.S. - "Solidification of a Semitransparent Cylindrical Medium by Conduction and Radiation" - Journal of Heat Transfer- Transactions of the ASME - Pag. 37 a 41, February, 1973.
- [54] Riley, D.S.; Smith, F.T. and Poots, G. - "The Inward Solidification of Spheres and Circular Cylinders" - Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 17, pag. 1507 a 1516, Pergamon Press, 1974.
- [55] Shamsundar, N. and Sparrow, E.M. - "Storage of Thermal Energy by Solid-Liquid Phase Change Temperature Drop and Heat Flux" - Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME - Pag. 541 a 543 - November, 1974.

- [56] Sparrow, E.M.; Ramadhyani, S. and Parankar, S.V. - "Effect of Subcooling on Cylindrical Melting" - Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME - Vol. 100, pag. 395-402 - August 1978.
- [57] Carslaw, H.S. and Jaeger, J.C. - "Conduction of Heat in Solids" - Second Edition - Cap. XVIII - Oxford University Press, 1959.
- [58] Mickley, Harold, S.; Sherwood, Thomas K. and Reed, Charles E. - "Applied Mathematics In Chemical Engineering" - Cap. 10 - McGraw-Hill Book Co. - Second Edition - 1957.
- [59] Donald Q. Kern - "Processos de transferência de Calor" - Companhia Editorial Continental S.A. - México - 5a. Impresão em espanhol - 1972.
- [60] Nebra, S.A. e Ismail K.A.R. - "Armazenador de Calor Latente" - 1º Congresso Brasileiro de Energia - Rio de Janeiro, Dezembro 1978 - Paper B-14 - Pags. 518 a 529.
- [61] Nebra, S.A. e Ismail K.A.R. - "Estudo Analítico - Numérico de um Armazenador de Calor Latente" - Symposium de Termofluidos - Concepción- Chile - 1º a 3 de Agosto 1979.
- [62] Nebra, S.A. e Ismail, K.A.R. - "Estudo Analítico-Numérico de um Armazenador de Calor Latente" - V Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - Campinas - 12a15 de dezembro de 1979 - Paper Nº A - 13 - Pag. 224 a 235.
- [63] Ismail, K.A.R. - "Armazenamento de Energia Solar: Material e Técnicas" - A ser impresso na revista "Ciência e Cultura".
- [64] Ismail, K.A.R. - Comunicação pessoal.

NOMENCLATURA

r	=	raio genérico
R	=	raio interno do cilindro
y	=	comprimento genérico, na direção do eixo do cilindro
L	=	comprimento do cilindro (dos tubos no armazenador)
t	=	tempo
T	=	temperatura
R_s	=	resistência térmica da parede de sólido
R_h	=	resistência térmica devida ao efeito convectivo no contato superfície do cilindro-fluido de trabalho
q	=	fluxo de calor
Q	=	taxa de calor por unidade de comprimento do cilindro
Q_m	=	taxa de calor entregue pelo armazenador
w	=	vazão mássica do fluido de trabalho correspondente a um tubo
Ω	=	vazão mássica total do fluido de trabalho
n, N	=	número de incrementos radiais
s, S	=	número de incrementos ao longo do tubo
m	=	número de incrementos em tempo
k	=	coeficiente de condutibilidade térmica da substância armazenada
C_p	=	calor específico da substância armazenadora
λ	=	calor latente de mudança de fase
h	=	coeficiente convectivo de transferência de calor na parede do cilindro.
ρ	=	densidade da substância armazenadora
ϵ	=	k/C_{pf}
C_{pf}	=	calor específico do fluido de trabalho

Parâmetros Adimensionais Característicos

$$\text{Stefan} = \text{número de Stefan} = C_p(T_* - T_e)/\lambda$$

$$\text{Biot} = \text{número de Biot} = hR/k$$

$$\text{Ste} = C_p T_* / \lambda$$

$$\gamma = Z\pi kL / \omega C_p R$$

$$\beta = L/\text{Biot}$$

Variáveis Adimensionais

$$\zeta = r/R$$

$$Z = 1 - \zeta = 1 - r/R$$

$$\chi = y/L$$

$$\tau = \alpha t/R^2 \text{ (número de Fourier)}$$

$$\theta = (T - T_e)/(T_* - T_e)$$

$$\theta_* = T/T_*$$

$$\phi = q/(k\lambda/C_p R) = QW(2\pi k\lambda/C_p)$$

$$\phi_m = Q_m/(\omega C_p T_*)$$

$$n = \text{relação dos fluxos de calor} = Q_*/Q_R$$

$$e\% = \text{diferença percentual relativa} = \left(\frac{x_i - x_j}{x_j}\right) \times 100$$

Subíndices

$$* = \text{indica o valor da variável na frente de fusão.}$$

$$R = \text{indica o valor da variável no contorno (interno) do cilindro}$$

$$e = \text{indica o valor da variável referente ao lado externo do cilindro, do lado do fluido de trabalho.}$$