

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Tese de: MESTRADO

Título da Tese: "MODELAMENTO DO TRANSPORTE DE ENERGIA RADIANTE EM FORNALLHAS CILÍNDRICAS ATRAVÉS DA APROXIMAÇÃO DOS ESFÉRICOS HARMÔNICOS COMBINADA COM UM MODELO DE GÁS REAL"

Autor: EDUARDO BALSTER MARTINS

Orientador: LEONARDO GOLDSTEIN JR.

Aprovado por

Leonardo Goldstein Jr.

Prof. Dr. LEONARDO GOLDSTEIN JR. ,Presidente

[Signature]
Prof. Dr. MARCIUS FANTOZZI GIORGETTI

[Signature]
Prof. Dr. MARIO ROBERTO GRANZIERA

Prof. Dr.

Prof. Dr.

Campinas, ²¹/₁₁ de dezembro 1989.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À REDAÇÃO FINAL DA TESE
DEFENDIDA POR EDUARDO BALSTER MARTINS E APROVADA
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 21/12/89.

Leonardo Goldstein Jr.
PROF. DR. LEONARDO GOLDSTEIN JR.

Orientador

MODELAMENTO DO TRANSPORTE DE ENERGIA
RADIANTE EM FORNALHAS CILÍNDRICAS
ATRAVÉS DA APROXIMAÇÃO DOS
ESFÉRICOS HARMÔNICOS
COMBINADA COM UM
MODELO DE GÁS
REAL

É com a experiência
que se reconhece se
o ouro é puro.

LEONARDO DA VINCI

Este trabalho é dedicado a

LUÍS INÁCIO LULA DA SILVA

Agradecimentos

Ao Prof. Leonardo Goldstein Jr., orientador desta tese, pela dedicação e o incentivo.

A Ana Célia, Arai, Carlos Alberto, Cláudia, George, Mané e Rubens pela ajuda com o Software e o Hardware.

A Élci, João e Cris pela edição do texto.

Ao Magno e Aurélio pela confecção dos desenhos.

índice

Capítulo 1	Introdução.....	1
Capítulo 2	Análise dos métodos de equacionamento do transporte de energia radiante em fornalhas.....	10
2.1	Introdução.....	10
2.2	Equacionamento a partir dos princípios fundamentais.....	12
2.3	Métodos aproximados para o tratamento da radiação.....	18
2.3.1	Método das zonas.....	18
a)	Utilização do método das zonas no cálculo do termo fonte da equação da energia.....	26
b)	A utilização do método das zonas no cálculo de distribuições de temperatura e fluxo de calor para a parede a partir de distribuições conhecidas do coeficiente de absorção, das velocidades e da liberação de calor de combustão.....	27
2.3.2	Métodos baseados no enfoque de campo de radiação.....	28
a)	Métodos de fluxo.....	29
*	Aproximação de Schuster-Schwarzschild.....	29
*	Aproximação de Milne-Eddington.....	31
*	Aproximação de Schuster-Hamaker.....	33
*	Método de dois fluxos de Roesler para fornalhas cilíndricas.....	34
*	Teste do método de dois fluxos de Roesler.....	48
*	Os métodos multi fluxo.....	52
b)	Método dos esféricos harmônicos — A aproximação P_1	64
*	A aplicabilidade da P_1 a problemas de transferência de	

calor.....	70
c) Um modelo de dois fluxos baseado na aproximação P_1 para o transporte de calor radiante em fornalhas cilíndricas.....	91
 Capítulo 3 Modelamento do transporte de calor radiante em fornalhas cilíndricas baseado na aproximação P_1 , adaptado para acomodar as características de um gás real.....	100
3.1 Tratamento da radiação de banda.....	100
3.1.1 Condições de contorno.....	107
3.2 Tratamento da radiação de janela.....	110
3.3 A resolução das equações do campo de radiação.....	114
 Capítulo 4 O Teste do modelo proposto.....	119
4.2 O escoamento.....	121
4.2.1 O modelo de jato confinado.....	123
4.2.2 A resolução do escoamento em jatos confinados segundo Craya e Curtet.....	124
4.2.3 Resultados experimentais para o campo de escoamento de jatos confinados.....	142
4.3 Determinação da parcela referente à combustão no termo fonte da equação da energia.....	146
4.4 O transporte turbulento de energia térmica.....	154
4.5 A troca de energia por convecção entre as paredes e o gás.....	158
4.6 A forma discretizada da equação da energia.....	159
 Capítulo 5 Análise dos resultados.....	162
5.1 Análise dos campos de temperatura e das distribuições de fluxo de calor esperados.....	162
5.2 Análise dos resultados obtidos pelo método proposto neste trabalho.....	174
5.2.1 Análise dos resultados para as fornalhas com escoamento uniforme e com perfil parabólico de velocidades.....	175
a) Análise da distribuição de fluxo de calor na parede	

fria	175
b) Análise do campo de temperatura	182
5.2.2 Análise dos resultados para fornalhas com escoamento tipo	
jato confinado.	189
a) Análise da distribuição de fluxo de calor na parede	
fria.....	189
b) Análise do campo de temperatura.....	203
5.3 Análises de sensibilidade.....	216
 Capítulo 6 Conclusões e sugestões para futuros trabalhos.....	218
6.1 Conclusões.....	218
6.2 Trabalhos futuros.....	218
 Apêndice A A discretização das equações da radiação.....	220
 Apêndice B Cálculo dos fatores de forma.....	223
 Apêndice C Programas.....	235
 Apêndice D Tabela de Símbolos.....	
 Apêndice E Bibliografia.....	

índice de tabelas

Número	Descrição	Página
2.1	Coeficientes da equação 2.5	14
2.2	Coeficientes da expressão geral para as aproximações de 2 fluxos	34
2.3	Coeficientes das equações de troca do método de Roesler	43
4.1	Distribuição da queima em porcentagem de combustível queimado para $Th = 0,128$ ao longo das zonas de 1 a 8 da figura 4.9	153
5.1	Valores dos desvios na distribuição de fluxo de calor para os casos com escoamento uniforme e com perfil parabólico de velocidade	202

Lista de Figuras

Número	Descrição	Página
2.1	Escoamento com recirculação em fornalha cilíndrica com um queimador	11
2.2	Intensidade de Radiação	15
2.3	Coordenadas para integração formal da equação da transferência	17
2.4	Divisão da fornalha em zonas	18
2.5	Arranjos geométricos para cálculo dos fatores de troca	19
2.6	Emissão de um gás real	23
2.7	Modelamento de uma banda de emissão de um gás real	23
2.8	Variação angular da intensidade de radiação para as aproximações de Schuster-Schwarzschild e Milne-Eddington	30
2.9	Exemplo de campo de radiação	35
2.10	Volume de controle para balanço de energia no gás de processo, no método de Roesler	44
2.11	Diagrama esquemático de um aquecedor de gás processo usado para teste do método de Roesler	49

Número	Descrição	Página
2.12 a 2.18	Gráficos para comparação entre o método das zonas e o método de Roesler	50 a 52
2.19	Esquema de fornalha da IFRF	54
2.20 a 2.23	Gráficos de resultados da aplicação do método multi-fluxo de Spalding a uma fornalha experimental	55
2.24 e 2.25	Concentrações axiais em chamas não confinadas de hidrogênio e de hidrogênio-propano	57
2.26	Curva da função erro para a concentração flutuante em chamas turbulentas	58
2.27	Divisão do ângulo sólido em quatro setores de acordo com o método de Lowes	62 e 63
2.28 e 2.29	Resultados da aplicação do método multi-fluxo de Lowes a uma fornalha experimental	64
2.30	Definição de coordenadas para a expansão da intensidade de radiação em série de esféricos-harmônicos	65
2.31	Esquema para estabelecimento das condições de contorno da P1	68
2.32	Sistema de coordenadas para a integração da equação da transferência	71
2.33	Estabelecimento de condição para a definição de regime denso de radiação	76

Número	Descrição	Página
2.34	Geometrias de teste para a aproximação P_1	82
2.35 a 2.39	Resultados de teste da aproximação P_1 em regime ralo	84 a 89
2.40	Coordenadas para a integração de 1, para a obtenção de q_r^+ em sistema cilíndrico aximétrico	92
2.41 a 2.44	Resultados de teste do método dos dois fluxos de Siddall, baseado na aproximação P_1	98
3.1	Variação de a_{gl} e a_{el} com a temperatura	104
3.2	Esquema das fronteiras da fornalha	107
3.3	Esquema para obtenção da condição de contorno da P_1	108
3.4	Divisão da superfície da cavidade em zonas	110
3.5	A radiosidade B e a irradiação H	111
4.1	O jato confinado	123
4.2	A recirculação num jato confinado	124
4.3 e 4.4	Resultados da resolução de Craya e Curtet do problema do jato confinado	139
4.5	Perfil reduzido de velocidade de jato	140
4.6	A recirculação em jatos confinados	141

Número	Descrição	Página
4.6a	Flutuação da concentração de fluido de ejetor	147
4.7	O fator de não-mistura	149
4.8	Composição de uma amostra de gás antes e depois de se considerar a combustão	151
4.9	Divisão da fornalha em zonas segundo Sarofim	152
4.10	Distribuição radial da combustão numa secção	154
4.11	Locais onde foram avaliados termos de troca turbulenta no equacionamento de Sarofim para os casos de $Th = 0,128$	156
4.12	Uma cela típica e os termos a serem incluídos no balanço de energia	159
5.1 a 5.4	Distribuições de fluxo de calor na parede para fornalhas com escoamento uniforme e com perfil parabólico de velocidade, a partir do método das zonas	163 a 166
5.5	Perfis de temperatura ao longo do eixo para fornalhas com escoamento uniforme e com perfil parabólico de velocidades, a partir do método das zonas	168
5.6 e 5.7	Perfis de temperatura em diferentes posições axiais para fornalhas com escoamento uniforme e com perfil parabólico de velocidades, para diferentes taxas de	

Número	Descrição	Página
	queima, a partir do método das zonas	169 e 170
5.8	Perfis de temperatura ao longo do eixo para fornalhas com escoamentos tipo jato-confinado, a partir do método das zonas	171
5.9	Perfis radiais de temperatura para fornalhas com escoamento tipo jato-confinado, a partir do método das zonas	173
5.10	Perfis de temperatura para diferentes posições radiais em fornalhas com escoamento tipo jato-confinado para diferentes taxas de queima, a partir do método das zonas	174
5.11 a 5.14	Distribuições de fluxo de calor na parede para fornalhas com escoamento uniforme e com perfil parabólico de velocidades, a partir do método proposto	176 a 179
5.15 a 5.20	Perfis de temperatura para diferentes posições radiais em fornalhas com escoamento uniforme e com perfil parabólico de velocidade, a partir do método proposto	183 a 188
5.21 a 5.32	Distribuição de fluxo de calor na parede em fornalhas com escoamento tipo jato-confinado, a partir do método proposto	190 a 201
5.33 a 5.44	Perfis de temperatura para três posições radiais em fornalhas com escoamento tipo jato-confinado, a partir do método pro-	

Número	Descrição	Página
	posto	204 a 215
A.1	Uma cela típica para discretização das equações da radiação	219
A.2	Tipos de celas na discretização das equações da radiação	219
B.1	Divisão da superfície interna da fornalha em zonas	221
B.2 a B.6	Configurações geométricas no cálculo dos fatores de forma	222 a 228

Sumário

É proposto um método de modelamento do transporte de energia radiante a ser aplicado em cavidades cilíndricas. Este método combina a aproximação de 1ª ordem do método dos esféricos harmônicos com o modelo de gás real de Hottel [1967] para o tratamento da energia radiante de banda. A energia radiante de janela é tratada pelo método das radiosidades.

O método proposto é aplicado na determinação da distribuição de fluxo de calor na parede e do campo de temperatura do gás e dos refratários num conjunto de fornalhas para as quais estes valores foram determinados por Sarofim [1961], através do método das zonas de Hottel [1959]. Estes resultados são utilizados para avaliação do método proposto.

Cinco padrões de escoamento são admitidos para as fornalhas calculadas. O primeiro tem perfil uniforme de velocidade, o segundo perfil parabólico de velocidade e os outros três são do tipo jato-confinado com diferentes taxas de recirculação. Para os três últimos são utilizados, nos cálculos de transporte de calor, os perfis de velocidade levantados experimentalmente por Becker [1961]. O trabalho de Becker é baseado na teoria de Craya-Curtet [1955,1957], que é apresentada em detalhe.

A liberação de energia da combustão é assumida distribuída proporcionalmente ao fluxo de massa no início da fornalha para os casos de escoamento uniforme e de perfil parabólico de velocidade. Nos casos em que o escoamento é do tipo jato-confinado é utilizado o padrão calculado por Sarofim a partir da teoria de não mistura de Hawthorne [1949], que é também apresentada.

Uma análise dos resultados obtidos é feita a fim de se determinar a influência do tamanho da fornalha, da taxa de queima e do padrão de escoamento sobre os resultados do método proposto.

Abstract

A radiative heat transfer model for cylindrical enclosures was proposed. This model combines the spherical harmonics first order approximation with Hottel's [1967] real gas model, for the treatment of band radiation. Window radiation was treated by the method of radiosities.

The present model was used to calculate the wall heat flux distribution and gas and refractories temperatures, for a number of cylindrical furnaces. For these furnaces, results obtained by Sarofim [1961] by means of Hottel's Zonal Method were available. These results were used to assess the performance of the proposed model.

Five flow patterns were admitted. The first was plug flow, the second a parabolic velocity profile while the other three approximated the patterns obtained for a turbulent jet firing axially into a duct. Three distinct recirculating rates were admitted.

For the confined jet flow patterns the experimental velocity profiles obtained by Becker [1961] were assumed. Becker's work was based on Craya and Curtet's theory [1955,1957], which is presented in detail.

The combustion heat release distribution along the furnace was assumed proportional to the gas mass flux across the furnace section for the plug flow and parabolic velocity profiles. For the confined jet flow patterns the combustion heat release distribution was the same calculated by Sarofim applying Hawthorne's unmixedness theory, which is also presented.

An analysis of the results obtained was done to determine the furnace diameter, firing rate, and flow patterns influences on the proposed model performance.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

O modelamento do transporte de calor e massa em uma fornalha industrial consiste num dos problemas mais trabalhosos da área de fenômenos de transporte. Isto se deve à complexidade de vários aspectos do sistema, entre os quais os mais importantes são:

- * O modo predominante de transporte de energia é a radiação térmica. Assim, é necessário incluir-se no termo-fonte da equação da energia uma parcela referente à troca líquida de energia radiante entre o elemento de volume considerado e o restante da fornalha. Devido à forma integral deste termo de troca de energia radiante, a equação da energia assume uma forma integro-diferencial de difícil tratamento por qualquer processo, analítico ou numérico. Uma dificuldade adicional, referente ainda ao processo de transporte de energia radiante, deve-se à forte dependência entre o coeficiente de absorção de um gás típico de fornalha e o comprimento de onda da radiação, o que desaconselha a utilização do modelo de gás cinza, onde se supõe que esta dependência não exista.

- * Devido ao caráter turbulento do escoamento dos gases, ocorrem flutuações nas concentrações locais de combustível e comburente, o que influencia fortemente o processo de mistura e, por conseqüência, o processo de combustão.

- * O escoamento dos gases ao longo da fornalha tem, em geral, características complexas, podendo apresentar altas taxas de recirculação.

A análise aprofundada de cada um destes aspectos ensejaria a realização de vários trabalhos, cujos resultados poderiam ser acoplados posteriormente. No presente trabalho é dada ênfase ao modelamento do transporte de energia por radiação no interior de

fornalhas cilíndricas.

O estudo dos modelos para o transporte de energia radiante em cavidades preenchidas por um meio participante, encontrados na literatura, sugere a existência de dois grandes grupos, que diferem um do outro na interpretação dada à natureza do transporte de energia radiante.

Nos modelos do primeiro grupo a atenção do observador volta-se para as diferentes porções do gás e para as diferentes porções da superfície interna da cavidade, e este preocupa-se, em última análise, em verificar o destino da energia radiante emitida a partir de cada um destes corpos materiais considerados. Entre os modelos deste grupo o mais importante é o que dá origem ao método das zonas de Hottel [1958], o qual engloba conceitualmente os modelos primitivos da câmara Isotérmica de Lobo e Evans [1939] e o da fornalha longa, cuja descrição pode ser encontrada, por exemplo, em Hottel [1967].

Nos modelos do segundo grupo, a atenção do observador não se dirige mais para os corpos materiais que no interior da cavidade trocam energia radiante entre si, mas volta-se para uma entidade física não explicitada nos modelos do primeiro grupo: o campo de radiação. O campo de radiação é definido em cada ponto da cavidade pelas componentes do vetor fluxo de calor radiante. O conhecimento deste campo de radiação permitiria o cálculo imediato do influxo líquido de energia radiante num elemento de volume qualquer no interior da cavidade, bem como da distribuição de fluxo de calor radiante nas fronteiras, o que tornaria definidos os termos relativos à radiação no termo-fonte e nas condições de contorno da equação da energia. Cumpre notar que a determinação do campo de radiação não pode, a princípio, ser feita previamente à resolução da equação da energia, visto que o campo de radiação é dependente da temperatura. No entanto, quando se faz uso de processos iterativos, para resolução da equação da energia, que partem de um campo de temperatura arbitrado, isto é justamente o que ocorre.

O Método das Zonas, que é o único entre os do primeiro grupo a

que vamos nos referir aqui, parte de uma divisão do gás presente na cavidade em zonas de volume e da divisão das superfícies internas em zonas de superfície. Estas zonas são assumidas isotérmicas. São escritas equações de troca de energia radiante para todos os pares de zonas. A resolução destas equações permite a obtenção das chamadas áreas de troca total para todos os pares de zonas. Estas áreas de troca total são os coeficientes de proporcionalidade entre a troca líquida de energia radiante entre as zonas de cada par e a diferença entre os poderes emissivos de corpo negro às temperaturas das mesmas zonas. A troca de energia a que se refere aqui é a troca total, que inclui a energia trocada diretamente e a trocada através de múltiplas reflexões nas paredes. Estes coeficientes são então utilizados na formulação de balanços globais de energia para todas as zonas. A resolução do sistema de equações não lineares resultante desses balanços permite a determinação da temperatura de cada zona. Está incluída neste processo de cálculo uma etapa inicial, ainda não citada, de determinação das áreas de troca direta, que são os fatores de proporcionalidade entre a troca líquida direta entre duas zonas e a diferença entre os poderes emissivos de corpo negro das mesmas zonas. Estes termos são utilizados nas equações de troca radiante que calculam as áreas de troca total. A obtenção destas áreas de troca direta, quando não há a disponibilidade de tabelas com valores já calculados, é uma das restrições à utilização do método das zonas, visto serem estes cálculos bastante laboriosos. Uma outra restrição é a incompatibilidade da divisão em zonas com a grade utilizada na resolução numérica das outras equações, além da equação da energia, que descrevem o sistema. Em geral a grade utilizada na resolução destas equações implica num número de zonas que torna o método inviável em termos de custo computacional.

O Método das Zonas, quando aplicado a casos em que o campo de escoamento e de concentrações é previamente conhecido, tem mostrado produzir resultados muito bons. Isto se deve principalmente ao fato de que está implícito em sua formulação o caráter integral da troca de energia por radiação, ou seja, cada porção do gás ou das superfícies troca energia com todo o resto do sistema e não apenas com suas vizinhanças. Desta forma o método consegue levar em consideração os

efeitos resultantes de não uniformidades acentuadas do sistema, o que não ocorre com as versões mais simplificadas dos métodos do segundo grupo. Esta confiabilidade do Método das Zonas permite que ele seja usado como referência para se testar a qualidade de novos métodos.

Quando se opta pelo enfoque de campo de radiação a dificuldade principal consiste na determinação da dependência angular da intensidade de radiação em cada ponto da cavidade, o que, se fosse obtido, permitiria imediatamente o cálculo do campo de radiação. Isto exige, a princípio, a integração da equação da transferência - que descreve a variação espacial da intensidade de radiação - em todas as direções para cada ponto da cavidade, o que é impraticável. A fim de se contornar esta dificuldade, todos os métodos baseados no enfoque do campo de radiação partem de alguma simplificação com relação à dependência angular da intensidade de radiação.

Os primeiros trabalhos neste sentido foram realizados por Schuster [1905], Schwarzschild [1906], Milne [1930], Hamaker [1947] e Eddington [1959], astrofísicos interessados na determinação da composição de estrelas a partir da radiação observada. A camada mais externa de uma estrela pode ser aproximada satisfatoriamente por uma camada plana com simetria azimutal. Admite-se que a intensidade de radiação é uniforme sobre cada um dos hemisférios em que se divide o ângulo sólido total por um plano perpendicular à direção predominante de propagação da energia radiante através da camada plana. A partir desta hipótese, três diferentes aproximações foram formuladas para a equação da transferência. São elas as aproximações de Schuster-Schwarzschild, Milne-Eddington e Schuster-Hamaker. Estas três aproximações são apresentadas por Siddall [1974] num formato único, sob a denominação de método dos dois fluxos.

Campos de radiação mais complexos podem ser modelados a partir da subdivisão do ângulo sólido total em torno de um ponto num número maior de setores, considerando-se uniforme a intensidade de radiação em cada setor. No limite, quando se divide o ângulo sólido em setores infinitesimais, reproduz-se o equacionamento exato.

Roesler [1967] foi o primeiro pesquisador a aplicar as idéias dos astrofísicos para o modelamento de fornalhas. Elaborou um modelo de

dois fluxos a ser aplicado em fornalhas cilíndricas para processamento de nafta. Seu modelo prevê o transporte de energia tanto na direção axial como na direção radial e utiliza um modelo de gás que acomoda a dependência do coeficiente de absorção do gás com o comprimento de onda da radiação.

Gibson e Monahan [1971] adaptaram a aproximação de Milne-Eddington para um sistema cilíndrico axissimétrico onde se supõe transporte radiante apenas na direção radial. As equações assim obtidas foram utilizadas na predição do transporte radiante a partir de uma nuvem de combustível pulverizado, numa fornalha cilíndrica.

Lockwood e Spalding [1971] adaptaram a aproximação de Schuster-Hamaker para um sistema cilíndrico axissimétrico onde se admite transporte radiante tanto na direção radial como na direção axial, produzindo um sistema de equações diferenciais que envolvem os fluxos radiantes nos sentidos positivo e negativo das coordenadas radial e axial. Este modelo foi utilizado por Gosman e Lockwood [1972] no equacionamento de uma fornalha experimental de grande porte.

Siddall e Selçuk [1976] apresentaram uma aproximação semelhante, baseada na aproximação de Schuster-Schwarzschild. As quatro equações diferenciais desta aproximação, envolvendo os fluxos positivo e negativo nas direções axial e radial, foram reduzidas a duas equações que envolvem os fluxos médios, positivo e negativo numa secção transversal. Num trabalho posterior, Selçuk, Siddall e Beér [1976] utilizaram esta aproximação no equacionamento de uma fornalha experimental de grande porte.

Lowes et alli [1974] deduziram uma aproximação de quatro fluxos para a equação da transferência, válida para sistemas cilíndricos axissimétricos onde, ao contrário das anteriores, ocorre acoplamento entre os fluxos axiais e radiais e são acomodadas as características não cinzas do gás, enquanto naquelas o gás é considerado cinza. Esta aproximação foi utilizada no equacionamento de uma fornalha experimental de grande porte.

Aproximações mais sofisticadas da equação da transferência podem ser obtidas através dos métodos dos esféricos harmônicos, dos momentos e das ordenadas discretas. A princípio podem ser obtidas aproximações com a precisão que se desejar, a par de uma conseqüente complicação matemática, o que faz com que apenas algumas aproximações sejam

viáveis na prática.

Os três métodos produzem aproximações que são equivalentes no caso de geometrias planares, mas cujos resultados diferem levemente quando estendidas para situações multidimensionais.

No método dos momentos a intensidade de radiação é expandida numa série de Taylor em termos dos cossenos diretores, o que implica numa separação entre a dependência angular e a espacial da intensidade de radiação. Esta série é truncada e o número de termos que são mantidos na série define a ordem da aproximação. A expressão assim obtida é substituída na equação da transferência, a qual é integrada sobre todo o ângulo sólido. Após algumas manipulações matemáticas, a equação da transferência fica aproximada por um sistema de equações diferenciais onde as incógnitas são momentos de diversas ordens da intensidade de radiação. A partir da obtenção destes momentos pela resolução das equações é possível obter-se o campo de radiação.

O método dos esféricos harmônicos segue procedimento semelhante, com a diferença de que agora a intensidade de radiação é expandida numa série de esféricos harmônicos.

No método das ordenadas discretas, a integral sobre todo o ângulo sólido da intensidade de radiação multiplicada por um dos cossenos diretores, que daria, se calculada, uma das componentes do campo de radiação, é substituída por uma quadratura que utiliza um número finito de direções. Se for utilizada uma quadratura gaussiana obtém-se uma versão mais precisa da aproximação.

As aproximações baseadas nestes três métodos tem sido aplicadas para um grande número de sistemas mais simplificados, a fim de se avaliar sua precisão. A sua aplicação a fornalhas, no entanto, tem sido restrita. Siddall e Selçuk [1976] desenvolveram um método, baseado na primeira aproximação do método dos esféricos harmônicos, que através de algumas hipóteses simplificadoras assume a forma de um método de dois fluxos. Khalil [1981] utilizou o método das ordenadas discretas no modelamento de fornalhas cilíndricas de grande porte.

As vantagens dos métodos baseados no enfoque do campo de radiação são basicamente duas. A primeira é a maior simplicidade de suas expressões matemáticas, quando comparados com o método das zonas e a segunda, e sem dúvida, a principal, a facilidade de adaptação de suas

equações, visto serem sempre equações diferenciais, aos procedimentos numéricos de resolução das outras equações que descrevem o sistema

O presente trabalho está baseado na primeira aproximação do método dos esféricos harmônicos, comumente chamada de aproximação P1, mas pode ser facilmente adaptado para utilizar qualquer outra aproximação baseada no enfoque de campo.

Cess [1966] verificou teoricamente que a aproximação P1 falha quando é utilizada para descrever o campo de radiação numa cavidade preenchida por um gás opticamente pouco espesso e com paredes com temperatura não uniforme. Danner e Sibulkin [1969] mostram que isto se deve à inabilidade da P1 em descrever campos de radiação que se desviem acentuadamente da condição de isotropia. Por outro lado a P1 reproduz com exatidão o regime de radiação denominado regime denso, encontrado em cavidades onde a espessura óptica característica do sistema é muito maior que o caminho livre médio da radiação. O regime de radiação no interior de uma fornalha está numa região intermediária entre os limites denso e ralo (ou pouco espesso) e portanto pode estar ainda dentro da faixa de regimes de radiação que a P1 reproduz satisfatoriamente. Por outro lado, em alguns casos, dependendo do padrão de escoamento dos gases e do padrão de combustão, pode-se encontrar no interior da fornalha acentuados gradientes de temperatura, condição que trabalha no sentido de afastar o campo de radiação da condição de isotropia.

Em vista da complexidade e da variabilidade das condições no interior de fornalhas não é possível inferir, a partir de resultados obtidos para sistemas mais simples, os limites práticos de aplicabilidade da P1 nestes equipamentos. Neste trabalho um modelo de radiação baseado na P1, adaptado para acomodar as características não cinzas do gás, é aplicado a um amplo conjunto de fornalhas de teste, para as quais são calculadas as distribuições de temperatura e de fluxo de calor na parede fria. Este mesmo conjunto de fornalhas foi modelado por Sarofim [1961] utilizando o Método das Zonas. Em vista da confiabilidade deste método, os resultados de Sarofim são utilizados como referência para comparação com os resultados deste trabalho.

No modelo de radiação utilizado o campo é dividido em quatro

bandas. Com três delas o gás interage, apresentando para cada uma um coeficiente de absorção diferente. Para a quarta banda o gás é transparente. A radiação pertencente a esta banda tem origem na emissão das paredes. Os coeficientes de absorção do gás para a radiação de cada banda, bem como os pesos de cada banda na emissão do gás e na emissão da parede são obtidos a partir do modelo de gás real de Hottel, que é o mesmo utilizado no trabalho de Sarofim.

As equações da P1 para radiação monocromática são integradas sobre cada uma das bandas para o qual o gás é participante. A radiação para a qual o gás é transparente é tratada através do método das radiosidades, descrito, por exemplo, por Sparrow e Cess [1966].

As fornalhas de teste são fornalhas cilíndricas com parede lateral cinza resfriada a 1460°R . As paredes das extremidades são refratárias que ao mesmo tempo que permitem a livre passagem do gás apresentam uma superfície uniforme para incidência da radiação. São considerados diâmetros de 1 a 4 pés. A razão entre o comprimento e o diâmetro é 8/3. O combustível utilizado é $(\text{CH}_2)_n$ com 15% de excesso de ar, o qual é pré-aquecido a 1460°R . As taxas de queima variam entre 10^4 e 16×10^4 Btu/h.pé² de área de parede fria. São utilizados cinco tipos diferentes de escoamento. O primeiro é pistonado, o segundo apresenta perfil parabólico de velocidade e os outros três são do tipo jato confinado. Estes últimos são caracterizados por um único parâmetro adimensional, o número de Craya-Curtet (Ct) ou por uma variante dele, o número de estrangulamento (Th). Este parâmetro é dependente exclusivamente das condições cinemática e dinâmica na entrada da fornalha. Os números de Craya-Curtet utilizados cobrem uma ampla faixa de taxas de recirculação que vai de 0,075 a 10,91 vezes a taxa de escoamento total de gás. Becker [1961] investigou extensivamente estes escoamentos e obteve expressões experimentais para os perfis de velocidade em função do número de Craya-Curtet. Estas expressões foram utilizadas no trabalho de Sarofim e também neste. Nas fornalhas onde o escoamento é do tipo pistonado e naquelas com perfil parabólico de velocidade, a combustão é admitida ocorrer no primeiro oitavo da fornalha numa taxa distribuída radialmente de forma proporcional à taxa de escoamento. Nas fornalhas onde o escoamento é do tipo jato confinado, Sarofim utiliza os resultados obtidos por

Becker [1961] para as concentrações e as flutuações de concentração de uma espécie de difusão lenta, para calcular, a partir das idéias de Hawthorne [1949], as taxas locais de queima. Os mesmos resultados foram utilizados neste trabalho.

Estas fornalhas constituem-se em sistemas de teste de alta qualidade para modelos de radiação, visto apresentarem grande semelhança com o real, abrangerem uma ampla gama de tamanhos, tipos de escoamento e taxas de queima e, ainda, fornecerem com mais detalhe, do que o que se tem em geral de sistemas experimentais, os padrões de escoamento, as taxas de combustão e os coeficientes de convecção. Tomou-se o cuidado, no equacionamento destas fornalhas pelo presente modelo, de reproduzir-se com a máxima fidelidade as condições impostas por Sarofim em seu equacionamento, a não ser, é claro, no que se refere às características distintivas dos dois modelos de radiação. Assim, qualquer discrepância observada entre os resultados pode ser creditada exclusivamente ao modelo de radiação.

Capítulo 2

ANÁLISE DOS MÉTODOS DE EQUACIONAMENTO DO TRANSPORTE DE ENERGIA RADIANTE EM FORNALHAS

2.1 Introdução

Neste capítulo dois objetivos são visados. O primeiro é fazer uma análise dos dois grupos de métodos utilizados no equacionamento do transporte de calor radiante em fornalhas, visando esclarecer detalhes importantes para a compreensão do método que é proposto a partir do Capítulo 3. O segundo objetivo é reunir material que possa ser utilizado posteriormente em cursos ou em pesquisas que venham a ser realizadas nesta área, tarefa necessária, visto que a literatura disponível é bastante dispersa.

Acredito que o primeiro objetivo citado é cumprido aqui. Quanto ao segundo, pode-se dizer que um primeiro passo foi dado.

A geometria cilíndrica axissimétrica foi escolhida, não só por sua importância, mas também por ser a geometria das fornalhas utilizadas para testar o modelo de radiação proposto no Capítulo 3.

Basicamente dois modelos de fornalhas são considerados entre os métodos apresentados. No primeiro, mais simplificado, admite-se que as velocidades, concentrações e temperaturas são uniformes sobre cada secção transversal e que a combustão se completa numa porção inicial da fornalha, obedecendo a uma lei de variação simples ao longo do comprimento. No segundo tem-se um queimador único no centro de uma das extremidades, o qual lança um jato de uma mistura ar-combustível. Ar secundário é arrastado para o interior do jato turbulento. Pode ocorrer recirculação dos gases, quando então o escoamento assume um padrão semelhante ao da Figura 2.1.

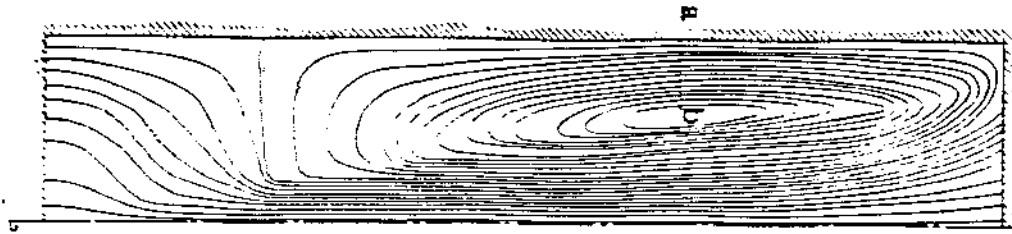


Figura 2.1 Escoamento com recirculação em fornalha cilíndrica com um queimador

Os parâmetros conhecidos em geral são:

- a) dimensões,
- b) emissividade de parede fria;
- c) emissividade do refratário;
- d) temperatura da parede fria;
- e) poder calorífico do combustível;
- f) calor específico dos produtos de combustão;
- g) excesso de ar;
- h) pré aquecimento do ar e do combustível;
- i) vazão de combustível

As variáveis tecnologicamente importantes buscadas são a distribuição de temperatura do gás e a distribuição do fluxo de calor na parede fria. A obtenção destas grandezas está, no entanto, vinculada ao conhecimento do escoamento e do padrão de combustão.

Na seção seguinte os fenômenos de transporte de calor e massa são equacionados a partir dos princípios básicos. O termo relativo à radiação é identificado na equação da energia e em seguida é desenvolvido de forma rigorosa a fim de se identificar as dificuldades em seu tratamento.

Nas outras seções são analisados os dois grupos de métodos aproximados de equacionamento da radiação. Exemplos significativos

selecionados da literatura são apresentados a fim de ilustrar a sua aplicação. Uma análise mais aprofundada é feita, na parte final deste capítulo, do método dos esféricos harmônicos, visto ser este método a base do modelo proposto no Capítulo 3.

2.2 Equacionamento a partir dos princípios fundamentais

Os princípios fundamentais que governam o sistema são:

- a) conservação da massa,
- b) segunda lei de Newton;
- c) conservação da energia e
- d) conservação das espécies químicas.

A formulação matemática destes princípios produz um sistema de equações diferenciais nas variáveis v_r , v_z , p , h , m_f , m_o , m_p , onde v_r e v_z são as componentes da velocidade, p é a pressão, h a entalpia de estagnação e m_f , m_o e m_p as concentrações de combustível, de oxidante e de produtos da combustão, respectivamente.

Este sistema de equações apresenta dificuldades na obtenção da pressão, pois não existe uma equação óbvia para a obtenção do campo de pressões. Na realidade este campo está indiretamente especificado pela equação da continuidade: se o campo de pressões correto é introduzido na equação da quantidade de movimento, o campo de velocidades obtido a partir da sua resolução deverá satisfazer a equação da continuidade.

Uma forma de contornar esta dificuldade no caso bidimensional é a introdução da vorticidade (ω) e da função corrente (ψ) no sistema de equações. Desta forma as componentes de velocidade e a pressão são eliminadas do sistema e substituídas por ω e ψ .

A vorticidade e a função corrente são definidas como segue:

$$\omega = \left[\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \right] , \quad (2.1)$$

$$\rho v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad e \quad (2.2)$$

$$\rho v_r = - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} , \quad (2.3)$$

onde ρ é a densidade

Destas definições obtém-se uma relação entre ω e ψ , importante para o processo de cálculo a ser delineado adiante

$$\omega = - \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right] \quad (2.4)$$

O sistema de equações que descreve a fornalha cilíndrica passa a constar das seguintes equações:

- a) equação da vorticidade, obtida pela introdução de (2.1) nas equações do movimento,
- b) equação que relaciona vorticidade e função corrente (2.4);
- c) equação da energia e
- d) equações de conservação das espécies químicas.

Todas estas equações podem ser colocadas num formato único, o que facilita o processo de resolução.

Esta forma genérica é a que segue, onde φ representa uma variável genérica, que pode ser ω , ψ , h , m_f , m_o ou m_p :

$$a \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\varphi \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\varphi \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ r b \frac{\partial}{\partial z} (c \varphi) \right\} - \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r b \frac{\partial}{\partial r} (c \varphi) \right\} + r d = 0 \quad (2.5)$$

onde a, b, c e d são coeficientes, em geral dependentes da posição, dados na Tabela 2.1

Tabela 2.1 - Coeficientes da Equação (2.5)

φ	a	b	c	d
m_j	1	$\Gamma_{j\text{ef}}$	1	$-S_j$
h	1	$\Gamma_{h\text{ef}}$	1	S_h
ω/r	r^2	r^2	μ_{ef}	$-r \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\overline{V_r^2} + \overline{V_r^2}}{2} \right) \frac{\partial \rho}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\overline{V_z^2} + \overline{V_r^2}}{2} \right) \frac{\partial \rho}{\partial z} \right]$
ψ	0	$1/\rho r^2$	1	$-\omega/r$

Os termos $\Gamma_{j\text{ef}}$, $\Gamma_{h\text{ef}}$ e μ_{ef} na Tabela 2.1 são termos de transporte onde o subscrito ef (efetivo) indica que neste modelo o escoamento turbulento é tratado como se fosse laminar, porém com propriedades de transporte dependentes da posição. Desta forma os efeitos da turbulência sobre o transporte de massa, calor e momento são incorporados aos coeficientes Γ_j , Γ_h e μ , definidos como segue:

$\mu \rightarrow$ viscosidade dinâmica;

$\Gamma_j \rightarrow$ coeficiente de difusão da espécie j vezes a densidade da mistura e

$\Gamma_h \rightarrow$ condutividade térmica dividida pelo calor específico da mistura a pressão constante.

A fim de se obter os valores de μ_{ef} , $\Gamma_{j\text{ef}}$ e $\Gamma_{h\text{ef}}$ dependentes da posição, é necessário que se adote um modelo de turbulência. Um modelo aceitável neste contexto é o de Kolmogorov e Prandtl, onde as propriedades da turbulência local são descritas por duas grandezas: K , a energia cinética do movimento flutuante e l , a escala de turbulência. Kolmogorov [1942] e Prandtl [1945] propuseram uma equação para K e Rotta [1951] propôs uma equação para l . Estas equações são similares à equação genérica (2.5).

Os termos de transporte são obtidos a partir dos valores locais

Os termos "d" na Tabela 2.1 são denominados termos fonte. S_j na equação de m_j é a medida da taxa de criação por reação química da espécie j , por unidade de volume. S_h na equação da energia corresponde à soma de duas parcelas:

$$S_h = S_c + S_r$$

onde S_c é a taxa de energia liberada por reação química por unidade de volume e S_r é a troca líquida de energia por radiação por unidade de volume

Para um sistema de coordenadas cilíndricas temos:

$$S_r = - \left\{ \frac{\partial q_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r q_{re}) \right] \right\} \quad (2.6)$$

onde q_{re} é a densidade de fluxo líquido de energia radiante na direção da coordenada denotada pelo subscrito e ($e = z$ ou $e = r$)

q_{re} pode ser obtida pela integração, sobre todo o ângulo sólido e sobre todos os comprimentos de onda, da intensidade de radiação monocromática (I_λ). A intensidade de radiação monocromática é a medida do fluxo líquido de energia transportada por radiação de comprimento de onda pertencente a um intervalo $d\lambda$ em torno de λ , dentro de um ângulo sólido $d\omega$ em torno de uma direção $\vec{R}$ especificada, por unidade de ângulo sólido (expressão (2.7), de acordo com a Figura 2.2).

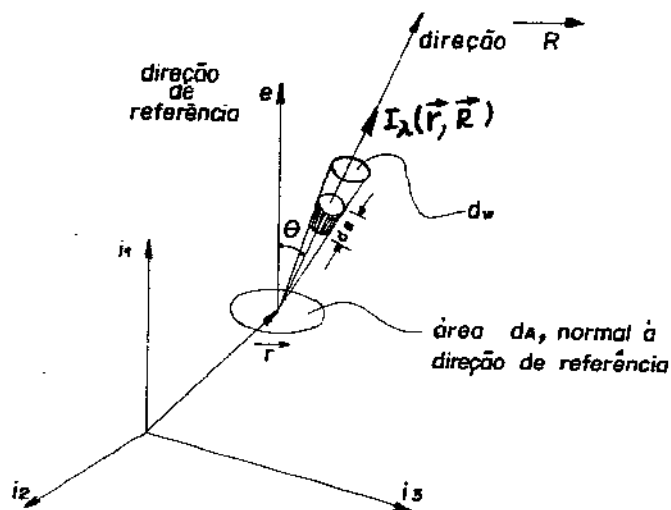


Figura 2.2 Intensidade de Radiação

$$I_{\lambda}(\vec{r}, \vec{R}) = \lim_{d\lambda, dA, d\omega, dt \rightarrow 0} \left(\frac{dQ_{\lambda}}{d\lambda \, dA \, \cos\theta \, d\omega \, dt} \right) \quad (2.7)$$

Assim,

$$q_{re}(\vec{r}) = \int_{\omega=4\pi} I(\vec{r}, \vec{R}) \, l_e \, d\omega \quad (2.8)$$

onde

$$I(\vec{r}, \vec{R}) = \int_{\lambda=0}^{\infty} I_{\lambda}(\vec{r}, \vec{R}) \, d\lambda \quad (2.9)$$

e l_e é o cosseno diretor relativo à direção de referência.

A intensidade de radiação monocromática I_{λ} obedece à equação da transferência (2.10), que é um balanço de energia radiante levado a cabo num elemento de volume como o indicado na Figura 2.2:

$$(\vec{R} \cdot \vec{\nabla}) I_{\lambda} = -K_{\lambda} I_{\lambda} + K_{\lambda} I_{b\lambda}, \quad (2.10)$$

onde K_{λ} é o coeficiente monocromático de absorção volumétrica do meio e $I_{b\lambda}$ a intensidade de radiação monocromática de corpo negro à temperatura do gás.

Na equação da transferência, o termo do lado esquerdo representa a derivada direcional da intensidade de radiação na direção $\vec{R}$. O primeiro termo do lado direito representa a contribuição da absorção do meio para a derivada direcional de I_{λ} e o segundo termo representa a contribuição da emissão do meio para a derivada direcional de I_{λ} .

A equação da transferência só pode ser integrada formalmente, visto comparecer nela a temperatura do meio, a qual só pode ser obtida pela resolução da equação da energia.

Vamos utilizar, para esta integração formal da equação da transferência, as coordenadas indicadas na Figura 2.3.

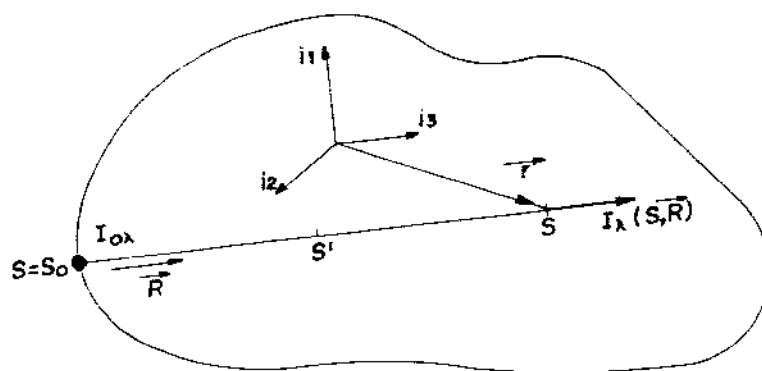


Figura 2.3 Coordenadas para integração formal da equação da transferência.

A equação (2.10) escrita na coordenada "S" torna-se

$$\frac{dI_{\lambda}(S, \vec{R})}{dS} = -K_{\lambda} I_{\lambda}(S, \vec{R}) + K_{\lambda} I_{b\lambda} \quad (2.10a)$$

Para a condição de contorno,

$$I_{\lambda}(S, \vec{R}) = I_{o\lambda} \quad \text{em} \quad S = S_o, \quad (2.10b)$$

a integração de 2.10a dá

$$I_{\lambda}(S, \vec{R}) = I_{o\lambda} \exp \left[-\int_{S_o}^S K_{\lambda}(S') dS' \right] + \int_{S_o}^S K_{\lambda}(S') I_{b\lambda} \exp \left[-\int_{S'}^S K_{\lambda}(S'') dS'' \right] dS' \quad (2.11)$$

O primeiro termo do segundo membro corresponde à contribuição da radiação $I_{o\lambda}$ vinda da fronteira do sistema, atenuada pela absorção do meio. Esta atenuação é dada pelo fator exponencial, onde a integral é a medida da profundidade óptica do ponto S. Esta profundidade óptica corresponde ao número de caminhos livres médios entre a fronteira e o ponto S. O segundo termo corresponde à contribuição da radiação emitida pelo gás num ponto S' , integrada desde a fronteira até o ponto

5. Esta radiação é também atenuada pelo meio. O fator exponencial, de novo dá conta deste efeito

A expressão (2.11) dá uma idéia da grande complexidade que pode apresentar a variação angular da intensidade de radiação em cada ponto, dentro de uma cavidade que apresente não uniformidades acentuadas, como é o caso de algumas fornalhas. Isto dificulta o estabelecimento de hipóteses simplificadoras que tornem praticável a integração na expressão (2.8). Assim, quando se substitui (2.8) em (2.6) e esta na equação da energia, obtém-se uma equação integro-diferencial de dificuldade quase insuperável.

2.3 Métodos aproximados para o tratamento da radiação

Como já delineado no capítulo introdutório, os métodos para o tratamento do transporte de energia radiante podem ser divididos em dois grandes grupos. No primeiro estão aqueles que procuram equacionar a troca de energia radiante entre porções materiais em que se divide o sistema. Deste grupo, o método mais importante é o Método das Zonas, desenvolvido por Hottel e seus colaboradores. No segundo grupo estão os métodos que procuram determinar o campo de radiação existente no interior da cavidade em estudo.

2.3.1 Método das zonas

Neste método o gás e as paredes da fornalha são divididos em zonas de acordo com a Figura 2.4

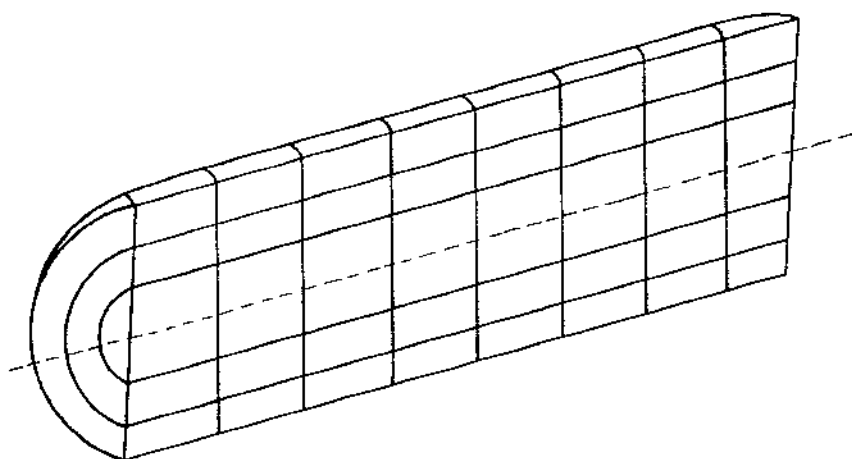


Figura 2.4 Divisão da fornalha em zonas

Assume-se inicialmente a hipótese simplificadora de que todas as zonas de gás e de superfície são isotérmicas.

A troca líquida de energia radiante entre duas zonas, com um gás cinza participante entre elas, depende da configuração geométrica das duas zonas, do coeficiente de absorção do gás presente entre elas e da diferença entre os poderes emissivos de corpo negro das duas zonas.

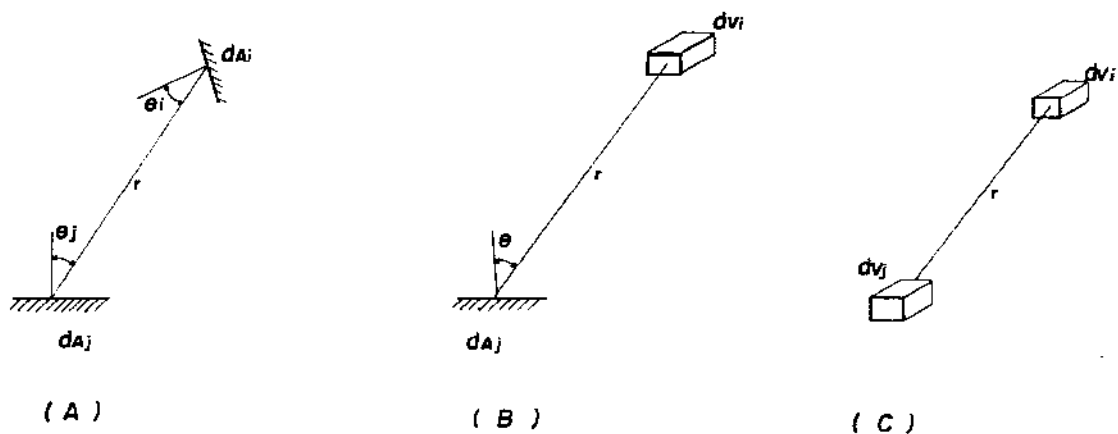


Figura 2.5 Arranjos geométricos para cálculo dos fatores de troca

Consideremos o fluxo de energia radiante de um volume elementar dV_i de gás com coeficiente de absorção K , para um elemento de superfície negra dA_j , como mostrado na Figura 2.5b.

O fluxo de i para j é dado por

$$Q_{dV_i \rightarrow dA_j} = 4KdV_i E_{gi} \tau(r) \frac{dA_j \cos\theta_j}{4\pi r^2} \quad (2.12)$$

onde:

- * $4KdV_i E_{gi}$ é a taxa de emissão de energia pelo volume elementar dV_i , onde E_{gi} é o poder emissivo de corpo negro (σT_i^4) do elemento de volume dV_i .

* $\tau(r) = e^{-Kr}$ é o fator de atenuação do fluxo de energia radiante em seu trajeto até o elemento de área dA_j , devida à absorção do meio.

* $\frac{dA_j \cos \theta_j}{4\pi r^2}$ é a fração da energia emitida por dV_i que atingiria dA_j se o meio fosse transparente.

O fluxo de um volume finito V_i para uma superfície finita A_j é dado por integração de (2.12):

$$\dot{Q}_{i \rightarrow j} = E_{gi} \int_{A_j} \int_{V_i} \frac{4K \cos \theta_j e^{-Kr}}{4\pi r^2} dV_i dA_j \quad (2.13)$$

O fluxo de energia radiante de S_j para V_i pode ser obtido de forma análoga. O fluxo líquido entre S_j e V_i é dado por:

$$\dot{Q}_{i \rightleftharpoons j} = \left[\int_{A_j} \int_{V_i} \frac{4K \cos \theta_j e^{-Kr}}{4\pi r^2} dV_i dA_j \right] (E_{gi} - E_{sj}) \quad (2.14)$$

A integral dupla na expressão anterior é a constante de proporcionalidade que relaciona o fluxo líquido de energia radiante entre as zonas i e j e a diferença entre os poderes emissivos das duas zonas. Esta constante de proporcionalidade tem a dimensão de área e é designada por $\overline{gs}$, recebendo o nome de área de troca direta.

$$\overline{gs} = \int_{A_j} \int_{V_i} \frac{4K \cos \theta_j e^{-Kr}}{4\pi r^2} dV_i dA_j \quad (2.15)$$

Esta constante depende, exclusivamente da forma do sistema e de KB onde K é o coeficiente de absorção do meio e B uma dimensão característica. Erkkü [1959] apresenta os valores de $\overline{gs}$, $\overline{ss}$ e $\overline{gg}$ em função de KB para algumas configurações geométricas.

O fluxo de uma zona para outra constituiu-se, em parte, da energia que chega diretamente, a partir da primeira, na segunda. O

resto constitui-se da energia que partindo da primeira zona atinge a segunda por múltiplas reflexões.

Seja H_i o fluxo que chega numa zona de superfície i . Uma fração $\alpha_i H_i$ é absorvida e uma fração $\rho_i H_i$ é refletida. A superfície emite radiação num fluxo $\varepsilon_i E_{si}$. Assim o fluxo que deixa a superfície (radiosidade) é dado por:

$$B_i = \varepsilon_i E_{si} + \rho_i H_i \quad (2.16)$$

onde E_{si} é o poder emissivo de corpo negro da superfície i .

A energia absorvida pela parede é dada pela diferença entre o fluxo que chega e o que sai da superfície.

$$q_{ri} = H_i - B_i \quad (2.17)$$

Se a superfície é cinza

$$q_{ri} = \varepsilon_i H_i - \varepsilon_i E_{si} = \frac{\varepsilon_i}{\rho_i} (B_i - E_{si}) \quad (2.18)$$

Numa cavidade, a energia que chega numa zona de superfície, $A_i H_i$, é a soma dos produtos dos fluxos que saem de cada uma das outras zonas pelas respectivas áreas de troca direta com relação à zona de superfície i em questão.

Assim:

$$A_i H_i = \sum_j \overline{s_j s_i} B_j + \sum_j \overline{g_j s_i} E_{gj} \quad (2.19)$$

onde E_{gj} é o poder emissivo de corpo negro na temperatura da zona gasosa j . Combinando (2.19) com (2.16), obtemos:

$$\sum_j (\overline{s_j s_i} - \delta_{ij} A_i / \rho_i) B_j = - A_i \varepsilon_i E_{si} / \rho_i - \sum_j \overline{g_j s_i} E_{gj} \quad (2.20)$$

Podemos obter equações similares para todas as outras zonas de superfície. Se a temperatura de cada zona for conhecida, cada equação dará diretamente a radiosidade da superfície correspondente.

As temperaturas das zonas, porém, não são conhecidas. Estas equações podem, no entanto, ser utilizadas para o cálculo das áreas de troca total pelo seguinte procedimento:

Considera-se uma determinada zona de gás i , por exemplo, como a única zona que está emitindo. Todas as outras zonas são admitidas, por assim dizer, "apagadas". Supõe-se que a zona que está "acesa" tem poder emissivo de corpo negro $E_{gi} = 1$; para todas as outras zonas $E_{si} = E_{sj} = 0$.

O fluxo de energia radiante que deixa cada zona de superfície j como resultado da emissão da zona de gás i acesa é designado por $g_{i,j} B_j$ e pode ser obtido pela resolução da equação (2.20). Obtidos estes valores, pode-se calcular o fluxo líquido de energia radiante em cada zona de superfície j , estando "acesa" apenas a zona de gás i , através de (2.18), obtendo-se:

$$i \left[\dot{Q}_j \right] = (g_{i,j} B_j - E_{sj}) A_j \epsilon_j / \rho_j \quad (2.21)$$

O fluxo total entre i e j é, em geral, proporcional a $(E_{gi} - E_{sj})$ e a constante de proporcionalidade ($\overline{GS}$), chamada área de troca total, é dada por:

$$\overline{GS} = \frac{i \left[\dot{Q}_j \right]}{(E_{gi} - E_{sj})} = \frac{(g_{i,j} B_j - E_{sj}) A_j \epsilon_j / \rho_j}{(E_{gi} - E_{sj})} = g_{i,j} B_j A_j \epsilon_j / \rho_j, \quad (2.22)$$

lembrando que, neste caso, $E_{gi} = 1$ e $E_{sj} = 0$.

Argumentos semelhantes podem ser utilizados para o cálculo das áreas de troca total do tipo $\overline{SS}$ e $\overline{GG}$.

Neste cálculo de áreas de troca total é admitido que o gás é cinza, o que equivale a supor que ele tem um coeficiente de absorção independente do comprimento de onda e da temperatura. A emissão do gás real, no entanto, se dá por bandas, como esquematizado na Figura 2.6.

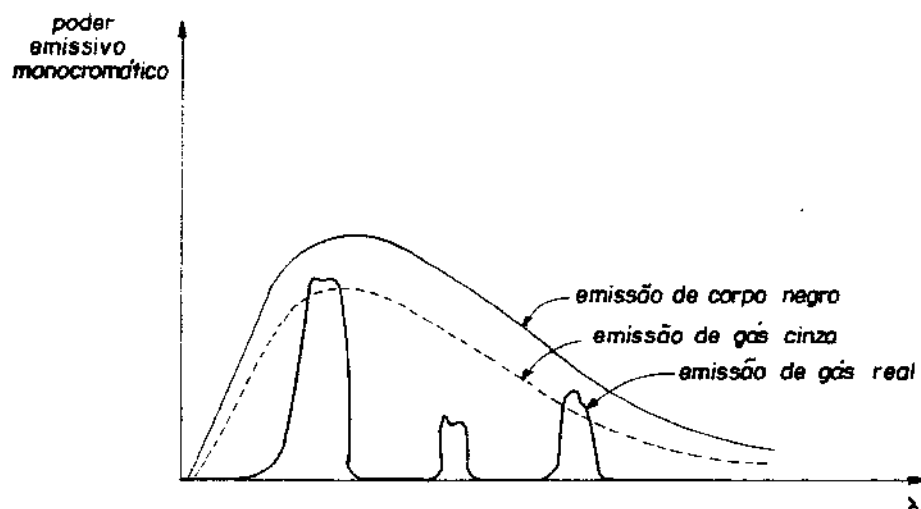


Figura 2.6 Emissão de gás real

Consideremos que cada banda "1" do espectro de emissão do gás real corresponde a uma fração do espectro de um gás cinza, como esquematizado na Figura 2.7.

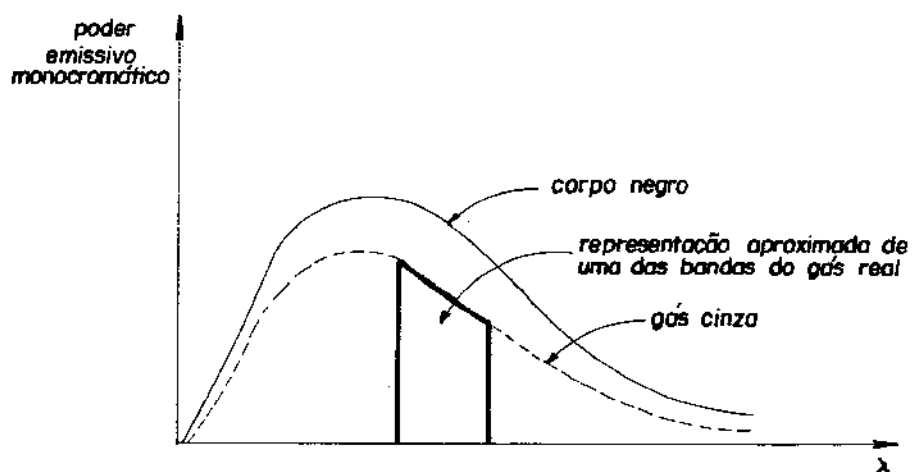


Figura 2.7 Modelamento de uma banda de emissão de um gás real

A definição de emitância de um volume uniforme de gás para um comprimento de raio L é

$$\varepsilon_g(T_g, P, L) = \frac{\int_0^{\infty} e_{\lambda b}(\lambda, T_g) [1 - e^{-K_{\lambda} L}] d\lambda}{\sigma T_g^4} \quad (2.23)$$

onde $e_{\lambda b}(\lambda, T_g)$ é o poder emissivo monocromático de corpo negro à temperatura do gás. Para o modelo de gás onde o espectro de emissão é constituído por frações de espectros de emissão de gases cinzas com diferentes coeficientes de absorção temos:

$$\varepsilon_g(T_g, P, L) = \sum_{l=1}^n \int_{\text{banda } l} e_{\lambda b}(\lambda, T_g) [1 - e^{-K_{\lambda} L}] d\lambda \quad (2.24)$$

De onde obtemos, dada a constância de K_{λ} para cada banda

$$\varepsilon_g(T_g, P, L) = \sum_{l=1}^n [1 - e^{-(K_{gl} L)}] \frac{\int_{\text{banda } l} e_{\lambda b}(\lambda, T_g) d\lambda}{\sigma T_g^4} \quad (2.25)$$

onde K_{gl} é o coeficiente de absorção do gás para a l^{a} banda.

As n frações do tipo $\frac{\int_{\text{banda } l} e_{\lambda b}(\lambda, T_g) d\lambda}{\sigma T_g^4}$ representam a contribuição de cada banda do espectro de emissão do gás real na emissão de um corpo negro na temperatura do gás

Vamos utilizar a seguinte nomenclatura,

$$\frac{\int_{\text{banda } l} e_{\lambda b}(\lambda, T_g) d\lambda}{\sigma T_g^4} = a_{gl}(T_g) \quad (2.26)$$

de tal forma que a emitância do gás real fica aproximada pela série

$$\varepsilon_g = \sum_{l=1}^n [a_{gl}(T_g)] [1 - e^{-(\kappa_{gl}L)}] \quad (2.27)$$

A absorptância do gás, α_{gs} difere da emissividade visto estar relacionada com a temperatura da fonte (T_s):

$$\alpha_{g,s} = \sum_{l=1}^n [a_{sl}(T_s)] [1 - e^{-(\kappa_{gl}L)}] \quad (2.28)$$

onde $a_{sl}(T_s)$ é um termo de definição semelhante a a_{gl} e dado por

$$a_{s,l}(T_s) = \frac{\int e_{\lambda b}(\lambda, T_s) d\lambda}{\sigma T_s^4} \quad (2.29)$$

quando a fonte é um emissor cinza ou negro.

Para um gás real é necessário redefinir a troca de energia entre as zonas, já que a troca líquida entre elas não é mais proporcional à diferença dos poderes emissivos de corpo negro das zonas. Quando o espectro de emissão do gás real é considerado composto de frações de espectros de emissão de gases cinza, o fluxo radiante entre duas zonas torna-se a soma das contribuições independentes de cada banda do espectro.

Assim, a troca líquida entre uma zona de gás i e uma zona de superfície j é dada por

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\nu_i \rightleftharpoons A_j} = & \left\{ \sum_{l=1}^n [a_{gl}(T_i)] [\overline{G_i S_j}]_l \right\} E_{gi} - \\ & - \left\{ \sum_{l=1}^n [a_{sl}(T_j)] [\overline{S_j G_i}]_l \right\} E_{sj} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Os termos entre chaves são designados por $\overline{G_i S_j}$ e $\overline{S_j G_i}$ e são chamados de áreas de fluxo direcionado. A flexa indica o sentido do fluxo.

Expressões similares são obtidas para $\overrightarrow{SS}$ e $\overrightarrow{GG}$

a) Utilização do método das zonas no cálculo do termo fonte da equação da energia

Steward e Tennankore [1979] realizaram a simulação matemática de uma câmara de combustão cilíndrica alimentada com propano, através do acoplamento do método das zonas com um esquema de diferenças finitas para a resolução das equações diferenciais que descrevem o sistema, i.e., das equações 2.5.

Este acoplamento foi realizado através do termo S_R , que é parte do termo fonte da equação da energia, como visto anteriormente. S_R é calculado através do método das zonas e substituído na equação da energia, a qual é resolvida pelo método de diferenças finitas, estabelecido por Spalding et alli [1969], juntamente com as outras equações que descrevem o sistema.

O cálculo de S_R pelo método das zonas exige, no entanto, o conhecimento da temperatura de cada zona, as quais só podem ser obtidas pela resolução da equação da energia. É necessário utilizar-se então um esquema iterativo. Os resultados da n-ésima iteração na resolução das equações de diferenças finitas são utilizados para o cálculo de S_R pelo método das zonas. Este valor de S_R é utilizado na (n + 1)-ésima iteração na resolução das equações de diferenças finitas.

O termo S_R representa a troca líquida específica de energia por radiação de um dado elemento de volume do gás com o resto da cavidade. Este valor, para uma zona de gás k é dado por

$$S_R V_K = \sum_j \left[\overrightarrow{S_j G_K} \sigma T_j^4 + \sum_i \overrightarrow{G_i G_K} \sigma T_i^4 - 4 \sum_{l=1}^n a_{gl} K_{gl} \sigma T_K^4 V_K \right] \quad (2.31)$$

onde $\sum_j$ indica a somatória sobre todas as zonas de superfície e $\sum_i$ a somatória sobre todas as zonas de volume.

As zonas de volume para o cálculo de S_R são maiores que as celas da grade utilizada no esquema de diferenças finitas para resolução das

equações diferenciais. Para contornar esta situação, a temperatura de uma zona (T_k) é adotada como uma média quártica das temperaturas nos nós da grade que estão dentro da referida zona

$$T_k^4 = \frac{\sum_i V_i T_i^4}{\sum_i V_i} \quad (2.32)$$

O trabalho de Steward e Tennankore veio demonstrar a viabilidade de se fazer um acoplamento entre o método das zonas e um esquema de diferenças finitas para a resolução das equações diferenciais que modelam o sistema. No entanto, a comparação dos resultados obtidos por este procedimento com dados experimentais vem mostrar, segundo os autores, a necessidade de um aprimoramento do modelo de turbulência através do qual se calculam as propriedades de transporte e a taxa de combustão, duas questões a serem tratadas adiante com maior detalhe.

b) A utilização do método das zonas no cálculo de distribuições de temperatura e de fluxo de calor para a parede a partir de distribuições conhecidas do coeficiente de absorção, das velocidades e da liberação de calor de combustão.

A utilização do método das zonas apresentada na secção anterior não corresponde à sua forma clássica, largamente utilizada. Neste procedimento são escritas equações de balanço total de energia para todas as zonas de superfície e para todas as zonas de volume.

O balanço de energia para uma zona A_i de superfície é:

$$\sum_j \overrightarrow{S_j S_i} E_{sj} + \sum_j \overrightarrow{G_j S_i} E_{gj} - \left(\sum_j \overrightarrow{S_i S_j} + \sum_j \overrightarrow{S_i G_j} \right) E_{si} + h_i A_i (T_{gk} - T_{si}) = \dot{Q}_i \quad (2.33)$$

onde T_{gk} é a temperatura da zona de gás contígua à zona de superfície A_i e $\dot{Q}_i$ é o fluxo útil extraído de A_i .

Para uma zona de volume V_i , o balanço de energia é:

$$\sum_j \overrightarrow{G_{j \rightarrow i}} E_{gj} + \sum_j \overrightarrow{S_{j \rightarrow i}} E_{s,j} - \left(\sum_j \overrightarrow{G_i \rightarrow j} + \sum_j \overrightarrow{G_i \leftarrow j} \right) E_{gi} + \dot{Q}_{ei} + \dot{Q}_{qi} = 0 \quad (2.34)$$

onde $\dot{Q}_{ei}$ é igual à taxa de decréscimo da entalpia sensível do gás fluindo através da zona de gás, mais a difusão líquida de calor de todas as zonas contíguas, mais o calor de convecção vindo de zonas de superfície contíguas à zona de gás e $\dot{Q}_{qi}$ é a taxa de decréscimo de entalpia química do gás que escoia através da zona, menos a difusão líquida de entalpia química para fora da zona, ou seja $\dot{Q}_{qi}$ é a taxa de liberação de energia devido à combustão dentro da zona.

As equações de energia para todas as zonas de volume e superfície formam um sistema de equações algébricas não lineares. Este sistema pode ser resolvido por uma técnica iterativa que combina os métodos de Gauss-Seidel e Newton-Raphson.

Este cálculo viabiliza-se a partir do conhecimento prévio da distribuição do fluxo de massa e do padrão de combustão. Estes valores são usualmente obtidos fazendo-se suposições baseadas na experiência prévia ou usando-se modelos em pequena escala.

O método das zonas tem sido utilizado em cálculos de fornalhas, tanto em trabalhos de pesquisa como em projetos. Comparações de resultados obtidos por este método com dados experimentais atestam a sua qualidade. No entanto, é um método computacionalmente caro e que exige cálculos laboriosos para obtenção das áreas de troca direta quando se pretende trabalhar com geometrias para as quais estes valores não estão disponíveis na literatura aberta.

2.3.2 Métodos baseados no enfoque de campo de radiação

Neste grupo de métodos, como já delineado no capítulo introdutório procuram-se as componentes do campo de radiação presente

na cavidade em estudo. Tais componentes são dadas pela expressão (2.8). A obtenção destas componentes é complicada pela dependência angular da intensidade de radiação, visto que todas as possíveis direções teriam de ser levadas em consideração no equacionamento.

Assim, hipóteses simplificadoras são adotadas com respeito à distribuição angular da intensidade de radiação. Diferentes métodos surgem a partir de diferentes hipóteses.

a) Métodos de fluxo

Os métodos de fluxo têm suas origens nos trabalhos realizados por astrofísicos a partir do começo do século no equacionamento do transporte de energia numa atmosfera estelar. A porção externa de uma estrela pode ser aproximada por uma camada plana onde o transporte líquido de energia por radiação é essencialmente unidimensional.

*Aproximação de Schuster-Schwarzschild

A aproximação de Schuster-Schwarzschild é deduzida para uma lâmina de gás cinza entre duas placas planas paralelas onde o transporte de energia por radiação pode ser considerado unidimensional. É adotada uma hipótese simplificadora com relação à distribuição angular da intensidade de radiação, de acordo com a Figura 2.8, onde

$$I(x, \theta) = I^+(x) \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq \pi/2$$

$$I(x, \theta) = I^-(x) \quad \text{para } \pi/2 < \theta \leq \pi$$

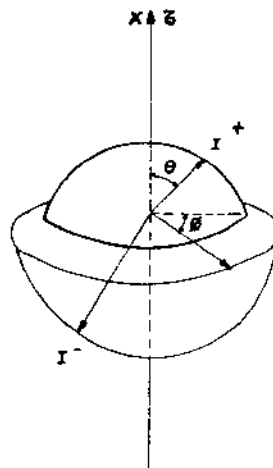


Figura 2.8 Variação angular da intensidade de radiação, para as aproximações de Schuster-Schwarzschild e Milne-Eddington.

Seja a equação da transferência (2.10)

$$(\vec{R} \cdot \vec{\nabla}) I_{\lambda} = -K_{\lambda} I_{\lambda} + K_{\lambda} I_{b\lambda} \quad (2.10)$$

Para a camada plana da Figura 2.8 esta equação torna-se:

$$\cos\theta \frac{\partial I_{\lambda}(x, \theta)}{\partial x} = -K_{\lambda} I_{\lambda}(x, \theta) + K_{\lambda} I_{b\lambda}(x) \quad (2.35)$$

Integrando sobre todos os comprimentos de onda temos, para um gás cinza (K_{λ} independente de λ)

$$\cos\theta \frac{\partial I(x, \theta)}{\partial x} = -KI(x, \theta) + KI_b(x) \quad (2.36)$$

Substituindo a coordenada x pela coordenada óptica $\tau = \int_0^x K dx$ e chamando $\cos\theta$ de μ , vem:

$$\mu \frac{\partial I(\tau, \mu)}{\partial \tau} + I(\tau, \mu) = I_b(\tau) \quad (2.37)$$

Multiplicando a equação da transferência por $d\omega$ e integrando sobre o hemisfério superior, vem:

$$\begin{aligned} \frac{dI^+(\tau)}{d\tau} - \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \cos\theta \sin\theta \, d\phi d\theta + I^+(\tau) \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \sin\theta \, d\phi d\theta = \\ = I_b(\tau) \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \sin\theta \, d\phi d\theta \end{aligned} \quad (2.38)$$

De onde temos:

$$\pi \frac{d(I^+(\tau))}{d\tau} + 2\pi I^+(\tau) = 2\pi I_b(\tau) \quad (2.39)$$

Para radiação com intensidade invariante sobre um hemisfério, caso de $I^+(\tau)$ e $I_b(\tau)$, sabe-se que:

$$\pi I^+(\tau) = q_r^+(\tau) \quad (2.40a)$$

e

$$\pi I_b(\tau) = E(\tau) \quad (2.40b)$$

Assim, obtém-se a equação para o fluxo de calor radiante segundo o sentido positivo do eixo de coordenadas.

$$\frac{d}{d\tau} q_r^+(\tau) + 2 q_r^+(\tau) = 2 E(\tau) \quad (2.41a)$$

Analogamente, para o fluxo no sentido negativo, tem-se:

$$-\frac{d}{d\tau} q_r^-(\tau) + 2 q_r^-(\tau) = 2 E(\tau) \quad (2.41b)$$

*Aproximação de Milne-Eddington

A aproximação de Milne-Eddington utiliza a mesma hipótese simplificadora de variação angular da intensidade de radiação adotada

na aproximação de Schuster-Schwarzschild (Figura 2.8)

Equação da transferência:

$$\mu \frac{\partial I(\tau, \mu)}{\partial \tau} + I(\tau, \mu) = I_b(\tau) \quad (2.42)$$

Multiplicando esta equação por $d\omega$ (diferencial de ângulo sólido) e integrando sobre todo o ângulo sólido obtém-se

$$\frac{dq_r(\tau)}{d\tau} + G(\tau) = 4\pi I_b(\tau) \quad (2.43)$$

onde

$$q_r(\tau) = \int_{\omega=4\pi} \mu I d\omega \quad (2.43a)$$

$$G(\tau) = \int_{\omega=4\pi} I d\omega \quad (2.43b)$$

Multiplicando a equação da transferência por $\mu d\omega$ e integrando novamente sobre todo o ângulo sólido vem:

$$\frac{dM}{d\tau} = -q_r(\tau) \quad , \quad \text{onde} \quad (2.44)$$

$$M = \int_{\omega=4\pi} \mu^2 I d\omega \quad (2.44a)$$

Introduzindo a hipótese simplificadora, as grandezas q_r , G e M podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} q_r(\tau) &= 2\pi \int_{-1}^1 \mu I(\tau, \mu) d\mu = 2\pi \left[\int_{-1}^0 \mu I^-(\tau) d\mu + \int_0^1 \mu I^+(\tau) d\mu \right] = \\ &= \pi \left[I^+(\tau) - I^-(\tau) \right] \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} G(\tau) &= 2\pi \int_{-1}^1 I d\mu = 2\pi \left[\int_{-1}^0 I^-(\tau) d\mu + \int_0^1 I^+(\tau) d\mu \right] = \\ &= 2\pi \left[I^+(\tau) + I^-(\tau) \right] \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned}
 M(\tau) &= 2\pi \int_{-1}^1 \mu^2 I(\tau, \mu) d\mu = 2\pi \left[\int_{-1}^0 \mu^2 I^-(\tau) d\mu + \int_0^1 \mu^2 I^+(\tau) d\mu \right] = \\
 &= \frac{2\pi}{3} [I^+(\tau) + I^-(\tau)]
 \end{aligned} \quad (2.47)$$

ou ainda:

$$q_r(\tau) = q_r^+(\tau) - q_r^-(\tau) \quad (2.48)$$

$$G(\tau) = 2 [q_r^+(\tau) + q_r^-(\tau)] \quad (2.49)$$

$$M(\tau) = \frac{2}{3} [q_r^+(\tau) + q_r^-(\tau)] \quad (2.50)$$

Substituindo as expressões (2.48) e (2.49) em (2.43) e a seguir (2.48) e (2.50) em (2.44) obtém-se

$$\frac{d}{d\tau} [q_r^+(\tau) - q_r^-(\tau)] + 2 [q_r^+(\tau) + q_r^-(\tau)] = 4\pi I_0 \quad (2.53)$$

e

$$\frac{2}{3} \frac{d}{d\tau} [q_r^+(\tau) + q_r^-(\tau)] = - [q_r^+(\tau) - q_r^-(\tau)] \quad (2.54)$$

Rearranjando estas expressões obtém-se as equações para os fluxos $q_r^+(\tau)$ e $q_r^-(\tau)$:

$$\frac{dq_r^+(\tau)}{d\tau} = - \frac{7}{4} q_r^+(\tau) - \frac{1}{4} q_r^-(\tau) + 2E \quad (2.55a)$$

$$- \frac{dq_r^-(\tau)}{d\tau} = - \frac{1}{4} q_r^+(\tau) - \frac{7}{4} q_r^-(\tau) + 2E \quad (2.55b)$$

*Aproximação de Schuster-Hamaker

Nesta aproximação assume-se que a radiação viaja paralelamente ao eixo x. As equações para $q_r^+(\tau)$ e $q_r^-(\tau)$ são:

$$\frac{dq_r^+(\tau)}{d\tau} = -q_r^+ + E \quad (2.56a)$$

$$-\frac{dq_r^-(\tau)}{d\tau} = -q_r^- + E \quad (2.56b)$$

As três aproximações apresentadas podem ser escritas numa forma geral, segundo Siddall [1974]:

$$\frac{dq_r^+}{d\tau} = 2aE - (a+b)q_r^+ - (a-b)q_r^- \quad (2.57a)$$

$$-\frac{dq_r^-}{d\tau} = 2aE - (a-b)q_r^+ - (a+b)q_r^- \quad (2.57b)$$

onde a e b são dados na Tabela 2.2

Tabela 2.2 Coeficientes da expressão geral para as aproximações de 2 fluxos

	Milme-Eddington	Schuster-Schwarzschild	Schuster-Hamaker
a	1	1	1/2
b	3/4	1	1/2

Método de dois fluxos de Roesler para fornalhas cilíndricas.

As três aproximações apresentadas foram desenvolvidas para o cálculo do transporte de energia radiante em camadas planas unidimensionais. Numa fornalha cilíndrica o transporte de energia se dá tanto na direção axial como na direção radial, de forma que as equações de fluxo apresentadas acima não podem ser utilizadas diretamente nestas fornalhas. Por outro lado, a simplicidade matemática destas aproximações incentivou a pesquisa no sentido de se utilizar o mesmo enfoque dado pelos astrofísicos ao transporte de energia por radiação em atmosferas estelares, no projeto de fornalhas.

O conceito básico embutido nas aproximações astrofísicas é o de feixe de radiação. A Figura 2.9 apresenta um exemplo de campo de radiação numa geometria não planar, modelado por feixes de radiação.

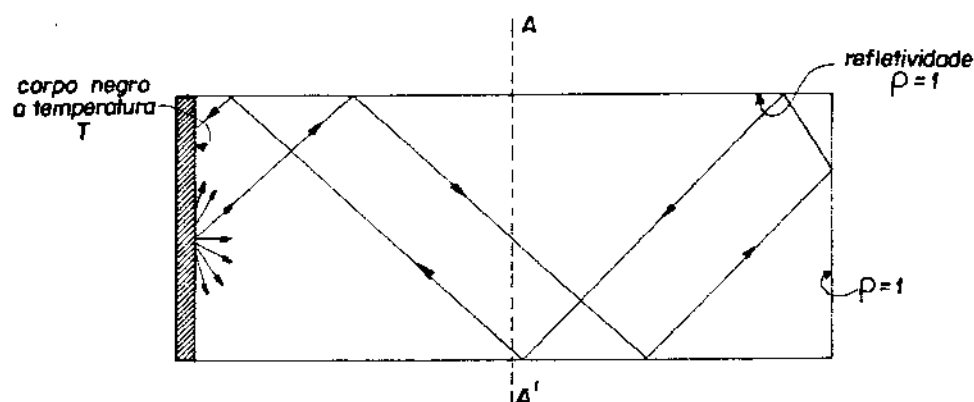


Figura 2.9 Exemplo de campo de radiação

Nesta figura tem-se uma cavidade cilíndrica vazia onde a parede lateral e uma das extremidades são constituídas de espelhos perfeitos ($\rho = 1$). A outra extremidade é constituída de um corpo negro à temperatura T . A cavidade é desta forma preenchida por radiação em equilíbrio com o corpo negro. Este campo de radiação pode ser visualizado em uma secção transversal qualquer AA' por dois feixes de raios. Um deles reúne todos os raios que atravessam a secção AA' no sentido positivo de x e o outro reúne os raios que atravessam a mesma secção no sentido negativo de x . Estes feixes correspondem a fluxos q_r^+ e q_r^- iguais a σT^4 .

Um campo de radiação mais complexo existe dentro de uma cavidade vazia de formato qualquer, onde a distribuição de temperatura na parede não é uniforme. Para que o campo de radiação seja modelado aproximadamente por feixes semelhantes ao do exemplo anterior, em cada ponto da cavidade, o ângulo sólido total deve ser dividido adequadamente em vários setores. As grandezas que então descreveriam o campo neste local seriam as intensidades médias dos feixes de radiação compreendidos em cada um dos setores. A divisão do ângulo sólido total em um número cada vez maior de setores produziria no limite uma representação exata do campo.

O primeiro trabalho em que se utilizou este conceito no cálculo de fornalhas foi realizado por Roesler [1967], no projeto de fornalhas com escoamento em paralelo, utilizadas no processamento de nafta.

Em vista da importância do trabalho de Roesler no lançamento das bases para a utilização de métodos de fluxo no equacionamento de fornalhas, é feita uma exposição detalhada de seu método.

Descrição da geometria da fornalha e representação das propriedades do gás

Trata-se de uma fornalha vertical, onde os tubos estão distribuídos uniformemente ao longo da secção transversal. Vários queimadores são distribuídos, também uniformemente, nos espaços entre os tubos na parte superior da fornalha.

O escoamento da nafta, em paralelo com os gases de combustão, implica num acentuado gradiente de temperatura destes gases. Os gradientes transversais de temperatura e velocidade são desprezados.

A geometria da fornalha é descrita por quatro parâmetros:

- * a altura da fornalha - h
- * a profundidade de penetração da chama - L_c
- * a superfície externa dos tubos por unidade de volume livre da fornalha - 2γ
- * a superfície do refratário por unidade de volume livre - 2δ

O volume livre da fornalha refere-se ao espaço entre e ao redor dos tubos.

A não ser na região correspondente a $x < L_c$ o escoamento é admitido sem recirculação. A região de chama exige tratamento especializado.

O escoamento em massa do gás de combustão é constante para todas as secções transversais, e é caracterizado por N_1 , que representa a descarga por unidade de área da secção livre.

O calor específico do gás de combustão "c" é admitido constante e avaliado com base numa estimativa da temperatura média do gás. O valor

de "c" é utilizado no cálculo da temperatura adiabática de chama T_{adiab} . Assim $q^* = N_1 c T_{\text{adiab}}$ é uma medida da energia introduzida na fornalha.

A emitância do gás é expressa através de um modelo análogo ao da expressão (2.27)

$$\epsilon_g = \sum_{l=1}^n a_{gl} (1 - e^{-K_{gl} L}) \quad (2.58)$$

Ao contrário de Hottel, no entanto, Roesler descarrega a dependência de ϵ_g com a temperatura no termo K_{gl} , enquanto o termo a_{gl} é adotado como função da composição do gás.

Note-se que Roesler foi o primeiro a interpretar a expressão (2.58) para a emitância do gás como resultante da decomposição do campo de radiação em bandas, ou cores, para usar o termo cunhado por ele. Antes dele, a expressão (2.58) era interpretada por Hottel como resultante da hipótese de que o gás real é modelado por uma mistura de gases cinza e um gás transparente.

Roesler utiliza a representação mais simples possível do campo de radiação, que consiste em distinguir duas cores, a radiação de banda e a radiação de janela. A radiação de banda interage com o gás, contrariamente à de janela.

Assim, a emitância do gás fica dada pela expressão

$$\epsilon = a (1 - e^{-K_g L}) \quad (2.59)$$

onde "a" corresponde à fração da energia emitida por um corpo negro na forma de radiação de banda e K_g é o termo de absorção, cuja dependência com relação à temperatura é assumida na forma

$$2K_g = \frac{b T_{\text{adiab}}}{T} \quad (2.60)$$

onde

T - temperatura local e

b - fator dependente da composição do gás

Desta forma, as propriedades do gás com relação à radiação são

descritas por apenas dois termos, a e b

A primeira vista este esquema pode parecer simplificado, mas é suficiente que produza valores realistas para ϵ dentro dos limites práticos de temperatura e comprimento do raio. Para isto procede-se da forma seguinte: utilizando-se de gráficos empíricos de $\epsilon(L, T)$, fartamente divulgados na literatura de radiação aplicada à engenharia, e adotando-se para T o valor médio usado na avaliação de c, obtêm-se valores de ϵ para dois valores escolhidos de L. Um dos valores de L deve ser um comprimento de raio típico do sistema, como por exemplo a distância média entre os tubos. Um outro valor de L deve ser maior que qualquer comprimento de raio possível dentro da fornalha, como por exemplo o dobro de sua altura (2h). Estes dois valores de emitância são utilizados para se obter k_g e "a" a partir de (2.59). Com k_g , T e T_{adiab} obtém-se b a partir de (2.60). Para se obter os valores de ϵ , Roesler utilizou cartas de emissividade combinada de $\text{CO}_2\text{-H}_2\text{O}$ apresentadas por Hottel [1961].

A expressão para a emissão de radiação de um volume diferencial de gás cinza é dada por

$$dQ_r = 4 K \sigma T^4 dV \quad (2.61)$$

onde K é o coeficiente de absorção volumétrico do gás.

O gás real que está sendo considerado emite como um gás cinza, porém apenas em determinados trechos do espectro. Estes trechos correspondem a uma fração "a" da emissão de um gás cinza à mesma temperatura do gás real. Assim, a emissão de radiação de um volume diferencial do gás real é dada por

$$dQ_r = 4 a K_g \sigma T^4 dV \quad (2.62)$$

A nafta, dentro dos tubos, sofre uma reação catalítica. A termodinâmica e a cinética desta reação são extremamente complicadas, mas não terão de ser detalhadas, em vista da sistemática adotada. Independentemente do que ocorre no interior dos tubos, no que diz respeito ao projeto térmico, a face externa dos tubos funciona como um sorvedouro de calor. Assim, basta que se especifiquem duas funções $T_f(U)$ e $R(U)$, onde $T_f(U)$ representa a temperatura média do gás de

processo e $R(U)$ a resistência global à transferência de calor entre o gás de processo e a superfície externa dos tubos. A variável U corresponde à energia interna do gás de processo, que é uma função crescente do comprimento x da fornalha.

Os valores de $T_f(U)$ e $R(U)$ são conhecidos a partir das condições estabelecidas para o processo.

O fluxo de massa do gás de processo é descrito por N_2 , que corresponde à descarga de gás por unidade de área da secção transversal livre, o que permite simplificações nas expressões de balanço de energia.

Para completar a descrição da fornalha resta definir as propriedades radiantes das suas superfícies sólidas.

A superfície dos tubos é cinza e tem emissividade ϵ_t . A superfície do refratário é cinza e tem emissividade ϵ_r .

É importante ressaltar neste ponto o fenômeno batizado por Roesler de "mudança de cor" (color-shift) da radiação. Como exemplo deste fenômeno consideremos o que ocorre quando um feixe de radiação de banda incide no refratário. Uma fração $(1 - \epsilon_r)$ do que incide no refratário é refletida ainda como radiação de banda. A fração restante (ϵ_r) é absorvida e reemitida como radiação de espectro contínuo, sendo uma parte ($a \epsilon_r$) radiação de banda e outra parte ($d \epsilon_r$), onde $d = 1 - a$, radiação de janela. Assim, do total de radiação de banda incidente no refratário, uma fração $(1 - \epsilon_r) + a \epsilon_r$ permanece como radiação de banda e o restante, $d \epsilon_r$, torna-se radiação de janela. O gás não pode interagir diretamente com a radiação de janela, mas pode fazê-lo através das paredes sólidas. Considerando-se que a radiação de janela é uma componente considerável do campo de radiação, desprezar o efeito de mudança de cor pode levar a sérios erros.

As equações de troca de energia

Pode-se fazer uma analogia útil entre esta fornalha e um trocador de calor convencional. Num trocador de calor temos duas correntes de fluido a temperaturas diferentes que trocam calor ao longo do comprimento do trocador. Aqui temos seis "correntes de calor" que interagem ao longo do comprimento da fornalha. Quatro delas correspondem a feixes de Schuster-Schwarzschild. Dois deles para

representar a componente de banda do campo de radiação e outros dois para representar a componente de janela. As outras duas correntes de calor se referem aos escoamentos do gás de combustão e do gás de processo respectivamente.

As seis correntes são:

$E(x)$ - energia transportada pelo gás de combustão

$F(x)$ - radiação de banda para cima;

$C(x)$ - radiação de banda para baixo;

$A(x)$ - radiação de janela para cima;

$B(x)$ - radiação de janela para baixo;

$D(x)$ - calor transportado pelo gás de processo.

O desenvolvimento de cada uma das correntes ao longo do eixo da fornalha é descrito por uma equação diferencial que envolve as correntes com as quais ela interage. Por exemplo, o desenvolvimento de $E(x)$ é dado por uma equação de troca da forma

$$\frac{dE}{dx} = f(E, F, C) \quad (2.63)$$

A e B não aparecem do lado direito desta equação por que apenas a radiação de banda interage diretamente com o gás. O mesmo ocorre com a corrente D, porque o modelo não considera a troca de calor por convecção entre o gás de combustão e a parede externa dos tubos.

Há duas condições gerais a serem obedecidas:

$$* \frac{d}{dx}(E + F - C + A - B + D) = 0, \quad (2.64)$$

uma exigência do balanço de energia.

* uma condição de simetria entre as equações para F e C e entre as equações para A e B. Isto se deve ao fato de que, por exemplo, os feixes F e C diferem no sentido, mas não em natureza física em cada ponto.

A forma dos termos e os coeficientes nas equações de troca podem

ser obtidos apelando-se para as leis do equilíbrio termodinâmico, o que pode ser formulado da seguinte maneira: se as equações de troca forem corretamente formuladas, elas devem se manter válidas para o estado de equilíbrio, onde todas as temperaturas e intensidades de radiação são uniformes ao longo da fornalha. Neste estado as derivadas das seis correntes devem se anular. Algebricamente isto só poderá ocorrer por cancelamento dos termos dentro da equação.

Alguns termos, entre os mais importantes das equações de troca, são deduzidos abaixo. Os outros podem ser deduzidos de forma semelhante e todos eles são apresentados na Tabela 2.3.

a) Interação entre a radiação de banda e o gás

Na equação para $\frac{dF}{dx}$ deve haver um termo que descreva a reabsorção da radiação pelo gás. A quantidade reabsorvida é proporcional à intensidade do feixe F. Assim:

$$\frac{dF}{dx} = \dots - \beta F \dots \quad (2.65)$$

onde β é um coeficiente a ser determinado.

A equação deve também conter um termo devido à emissão de radiação de banda pelo gás. No equilíbrio estes dois termos devem se cancelar. Porém, no equilíbrio, F é dado por $a\sigma T^4$. Assim o termo $-\beta F$, já presente na equação, tornar-se-á $-\beta a\sigma T^4$ no equilíbrio. Portanto o termo referente à emissão deve ser $\beta a\sigma T^4$, o que faz com que (2.51) assumam a forma

$$\frac{dF}{dx} = \dots - \beta F + \beta a\sigma T^4 \dots \quad (2.66)$$

restando determinar-se o coeficiente β

O termo de emissão deve estar de acordo com a equação (2.62). Esta equação dá o valor da emissão total de um elemento de volume. Do que for emitido por um elemento de volume, metade entra no feixe F e metade no feixe C.

O volume de um elemento de área transversal unitária é dx . Assim, o termo de emissão, de acordo com a equação (2.62), é

$$\frac{dF}{dx} = \dots 2\alpha K_g \sigma T^4 \dots \quad (2.67)$$

Comparando (2.67) e (2.66) temos

$$\beta a \sigma = 2\alpha K_g \sigma \quad (2.68)$$

De onde

$$\beta = 2K_g \quad (2.69)$$

b) Interação entre a radiação de banda e as paredes dos tubos

Na equação para $\frac{dF}{dx}$ deve haver um termo que represente a absorção de radiação pelos tubos:

$$\frac{dF}{dx} = \dots - \gamma \varepsilon_t F \dots \quad (2.70)$$

onde ε_t é a emissividade da parede dos tubos.

A equação deve apresentar também um termo referente à emissão pelos tubos. Para que no equilíbrio os dois termos se cancelem devemos ter

$$\frac{dF}{dx} = \dots \gamma \varepsilon_t a \sigma T_t^4 - \gamma \varepsilon_t F \dots \quad (2.71)$$

onde T_t é a temperatura de pele dos tubos e γ um coeficiente a ser determinado.

Considere-se agora um trecho dx da fornalha. Seja dA_t a área externa dos tubos neste trecho diferencial da fornalha. De acordo com a lei de Stefann-Boltzman, a energia de banda emitida por esta porção da superfície externa dos tubos é $dA_t \varepsilon_t a \sigma T_t^4$. Disto, metade entra em F e metade entra em C. Lembrando que F representa o fluxo de energia radiante de banda que atravessa de baixo para cima uma unidade de área livre da seção transversal tem-se:

$$F = \dots + \frac{dA_t \varepsilon_t a \sigma T_t^4}{2A_t} + \dots \quad (2.72)$$

ou

$$\frac{dF}{dx} = \dots + \frac{dA_l \varepsilon_l a \sigma T_l^4}{2A_l dx} + \dots \quad (2.73)$$

onde $A_l dx$ é o volume livre no trecho dx .

Comparando (2.73) e (2.71) temos que o coeficiente γ corresponde à metade da área dos tubos por unidade de volume livre, como já havia sido adiantado anteriormente.

Na Tabela 2.3 são apresentados os coeficientes para as equações para as seis correntes.

Tabela 2.3 Coeficientes das equações de troca

	T^4	F	C	A	B	T_l^4
$\frac{dE}{dx}$	$-2\beta\sigma a$	β	β	0	0	0
$\frac{dF}{dx}$	$\beta\sigma a$	$-\beta - \varepsilon_l \gamma - \varepsilon_r \delta$ $+ a \varepsilon_r \delta/2$	$a \varepsilon_r \delta/2$	$a \varepsilon_r \delta/2$	$a \varepsilon_r \delta/2$	$a \varepsilon_l \sigma \gamma$
$-\frac{dC}{dx}$	$\beta\sigma a$	$a \varepsilon_r \delta/2$	$-\beta - \varepsilon_l \gamma - \varepsilon_r \delta$ $+ a \varepsilon_r \delta/2$	$a \varepsilon_r \delta/2$	$a \varepsilon_r \delta/2$	$a \varepsilon_l \sigma \gamma$
$\frac{dA}{dx}$	0	$d\varepsilon_r \delta/2$	$d\varepsilon_r \delta/2$	$-\varepsilon_l \gamma - \varepsilon_r \delta$ $+ d\varepsilon_r \delta/2$	$d\varepsilon_r \delta/2$	$d\varepsilon_l \sigma \gamma$
$-\frac{dB}{dx}$	0	$d\varepsilon_r \delta/2$	$d\varepsilon_r \delta/2$	$d\varepsilon_r \delta/2$	$-\varepsilon_l \gamma - \varepsilon_r \delta$ $+ d\varepsilon_r \delta/2$	$d\varepsilon_l \sigma \gamma$
$\frac{dD}{dx}$	0	$\varepsilon_l \gamma$	$\varepsilon_l \gamma$	$\varepsilon_l \gamma$	$\varepsilon_l \gamma$	$-2\sigma \varepsilon_l \gamma$

Relações subsidiárias

Precisa-se obter agora duas relações adicionais entre as quantidades T e T_l e as variáveis dependentes Q, F, C, A, B e D , afim de que o sistema de 6 equações a 8 incógnitas torne-se determinado.

a) Relação entre T e E

Do que já foi estabelecido antes:

$$T = \frac{E}{cN_1} \quad (2.74)$$

b) Relação entre T_l e D

Seja um volume de controle que envolva o gás de processo contido num trecho de comprimento dx da fornalha, Figura 2.10

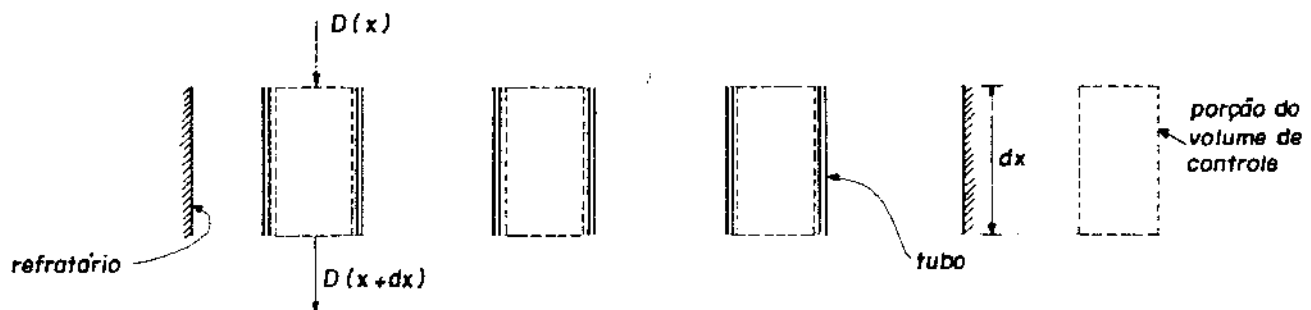


Figura 2.10 Volume de controle para balanço de energia no gás de processo

Fazendo um balanço de energia no gás de processo temos

$$[D(x) - D(x + dx)] A_l + \frac{T_l - T_f}{R} 2\gamma A_l dx = 0 \quad (2.75)$$

O primeiro termo de (2.75) é o influxo líquido de entalpia no volume de controle e o segundo termo o calor transportado através da parede do tubo, proveniente do gás da fornalha.

Dividindo ambos os termos por $A_l dx$ temos

$$-\frac{dD}{dx} + 2\gamma \frac{T_l - T_f}{R} = 0 \quad (2.76)$$

Retomando a equação para $\frac{dD}{dx}$ (Tabela 2.3)

$$\frac{dD}{dx} = \epsilon_l \gamma (F + C + A + B) - 2\epsilon_l \gamma \sigma T_l^4 \quad (2.77)$$

combinando (2.76) e (2.77) temos

$$\frac{T_l - T_f}{R} = \varepsilon_l \left[\frac{F + C + A + B}{2} - \sigma T_l^4 \right] \quad (2.78)$$

Condições de contorno e condições iniciais

Se F e A são conhecidos no topo da fornalha ($x = 0$), então C e B podem ser obtidos de:

$$C = (1 - \varepsilon_r)F + a\varepsilon_r(F + A) \quad (2.79)$$

$$B = (1 - \varepsilon_r)A + d\varepsilon_r(F + A) \quad (2.80)$$

Se C e B são conhecidos no fundo da fornalha, então F e A podem ser obtidos de:

$$F = (1 - \varepsilon_r)C + a\varepsilon_r(C + B) \quad (2.81)$$

$$A = (1 - \varepsilon_r)B + d\varepsilon_r(C + B) \quad (2.82)$$

* Condição para $D(x)$ na entrada da fornalha ($x = 0$)

É definida pela energia interna do gás de processo através de $U(0)$ e N_2 , conhecidos.

* Condição para $E(x)$ na entrada da fornalha ($x = 0$)

Não se pode admitir que todo o gás entra na fornalha já queimado e na temperatura adiabática de chama, o que, se fosse válido, levaria à seguinte condição inicial para $E(x)$

$$E(0) = E_{\text{adiab}} = N_1 c T_{\text{adiab}} \quad (2.83)$$

Medidas experimentais mostram que o pico de temperatura do gás está abaixo da temperatura adiabática de chama. No topo da fornalha encontram-se as chamas na forma de jatos turbulentos que recirculam lentamente os produtos de combustão. Além disto o processo de mistura e queima do combustível e do ar não é instantâneo, de forma que a

liberação do calor da combustão ocorre ao longo de uma região finita.

A maneira encontrada para contornar esta dificuldade, sem abandonar o modelo unidimensional de escoamento é a seguinte.

Considera-se que a temperatura do gás da fornalha na posição $x = 0$ seja T_o ; assim, o valor de $E(x)$ para $x = 0$ será

$$E(0) = N_1 c T_o \quad (2.84)$$

Este valor não leva em conta todo o input de calor da fornalha. O déficit corresponde a

$$Q = N_1 c (T_{ad} - T_o) \quad (2.85)$$

Para se obter um balanço correto de calor, esta quantidade deve ser adicionada à corrente $E(x)$. Isto é feito adicionando-se à equação para $\frac{dE}{dx}$ um termo fonte q_c que obedece à condição:

$$\int q_c dx = 0 \quad (2.86)$$

Resta fazer uma estimativa de T_o e de q_c . É razoável supor que os gases que recirculam lentamente no topo da fornalha estão em equilíbrio com o campo local de radiação. Assim, deve-se ter que

$$a\sigma T_o^4 = \frac{F_o + C_o}{2} \quad (2.87)$$

ou

$$T_o = \left[\frac{F_o + C_o}{2a\sigma} \right]^{1/4} \quad (2.88)$$

Retomando a equação para $\frac{dE}{dx}$, conforme a Tabela 2.3, vem:

$$\frac{dE}{dx} = -2\beta\sigma a T^4 + \beta F + \beta C \quad (2.89)$$

Combinando (2.87) e (2.89), adotando-se $x = 0$ nesta última:

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{x=0} = 0 \quad \text{ou} \quad \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=0} = 0 \quad (2.90)$$

A expressão (2.90) pode ser obtida também considerando-se que o teto da fornalha é adiabático.

Quanto à especificação da função q_c Roesler observa que qualquer função contínua e suave, corretamente normalizada no intervalo $0 < x < L$ pode ser utilizada, como por exemplo:

$$q_c(x,1) = 6 \frac{Q}{L_c} \left(\frac{x}{L_c} - \frac{x^2}{L_c^2} \right) \quad \text{para } 0 \leq x < L_c$$

$$q_c = 0 \quad \text{para } x > L_c \quad (2.91)$$

Observe-se que a função q_c satisfaz à condição $q_c = 0$ em $x = 0$, o que não perturba a condição (2.90).

O caráter arbitrário da função q_c pesa muito pouco nos resultados finais. Na realidade, qualquer forma plausível da função (2.91) daria resultados satisfatórios. Isto se deve ao fato de que as variáveis tecnológicas importantes como a temperatura de pele dos tubos e os fluxos de radiação estão relacionados com $q_c(x)$ por um processo duplo de integração, de forma que as variações locais de $q_c(x)$ são "filtradas". Uma função $q_c(x)$ constante no intervalo $0 < x < L$ foi utilizada nos cálculos, como teste destes argumentos e não foi verificada mudança considerável nos resultados.

As seis equações diferenciais obtidas constituem problemas de valor de contorno, mas podem ser resolvidas por um processo iterativo como falsos problemas de valor inicial.

Inicialmente Roesler tentou integrar as seis equações diferenciais do topo da fornalha para baixo. Todas as tentativas, com vários métodos diferentes, falharam devido a instabilidades. Estas dificuldades desapareceram totalmente quando as equações relativas aos feixes de radiação para cima foram integradas de acordo com o seu sentido de propagação. Ao que parece o que ocorreu nas primeiras tentativas é semelhante ao que se passa quando se tenta integrar a equação diferencial da condução no sentido do passado, invertendo-se a

seta da causalidade.

O método de Roesler foi utilizado durante anos no projeto de centenas de fornalhas do tipo considerado e através da comparação dos resultados obtidos para fornalhas de diferentes geometrias chegou-se à conclusão que fornalhas deste tipo são sistemas muito estáveis. Se os cálculos para uma dada fornalha são repetidos para valores levemente modificados para os parâmetros ópticos as mudanças nas variáveis tecnológicas importantes são insignificantes. Fisicamente isto se deve à forte dependência da intensidade de radiação com a temperatura.

Por fim, deve ser citado que alguns efeitos de menor importância são omitidos neste tratamento. Entre eles estão a transferência de calor por condução ao longo do gás e convecção entre o gás de combustão e a parede externa dos tubos e o efeito denominado por Roesler de espalhamento óptico. Os dois primeiros, como ficou constatado através do cálculo, representam uma parte desprezível do transporte global de calor. O terceiro pode ser entendido da forma seguinte: Observando-se as equações para as correntes de radiação na Tabela 3.2 ou, de forma mais compreensível, através da expressão (2.78) verifica-se que há um fluxo de radiação incidindo na superfície dos tubos igual a $(F + C + A + B)/2$. Deste fluxo incidente uma fração ϵ_t é absorvida e uma fração $(1 - \epsilon_t)$ é refletida. Desta interação dos feixes de radiação com a superfície dos tubos apenas a fração ϵ_t absorvida foi considerada nas equações. A fração $(1 - \epsilon_t)$ que é espalhada por reflexão, retornando parte para o feixe de origem e entrando o resto no feixe de mesma cor mas de sentido oposto, foi considerada implicitamente permanecer toda no feixe de origem. Esta restrição pode ser levantada, desde que se conheçam as propriedades ópticas do refratário e da superfície dos tubos em função do ângulo de incidência da radiação. No entanto isto é em geral bastante difícil visto que nem as propriedades globais ϵ_t e ϵ_r são bem conhecidas; mais ainda, estas propriedades variam com o tempo de operação da fornalha.

Teste do método dos dois fluxos de Roesler

Selçuk, Siddall e Beér [1975] realizaram um teste do método de

Roesler aplicando-o a um aquecedor de gás de processo multipasso conforme a Figura 2.11 e comparando os resultados obtidos com os dados experimentais disponíveis e com os resultados obtidos pela aplicação do método das zonas ao mesmo aquecedor.

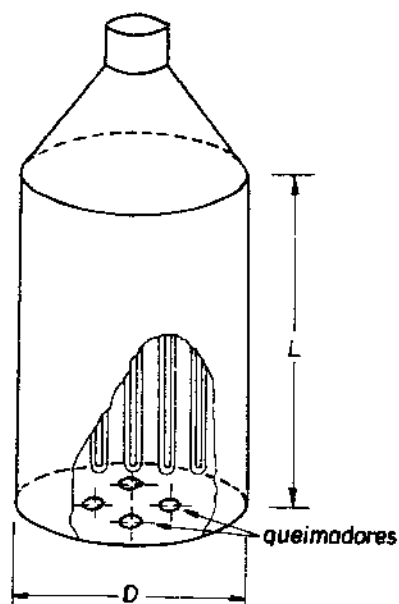


Figura 2.11 Diagrama esquemático do aquecedor de gás de processo.

A combustão é efetuada em queimadores colocados no fundo do aquecedor. O gás de combustão troca energia radiante com os tubos situados à frente de uma parede refratária. Os tubos são arranjados em N conjuntos de n passos cada um.

Assumiu-se, como estabelecido no método de Roesler, uniformidade de velocidade, temperatura e concentrações numa secção transversal.

A superfície refratária coberta pelos tubos foi substituída por uma superfície cinza imaginária equivalente.

As propriedades térmicas e ópticas do gás do aquecedor foram avaliadas com base na temperatura média do gás, sugerida pela empresa que opera o aquecedor, na composição do gás de processo e do gás de combustão suposto totalmente queimado. Os mesmos valores foram utilizados tanto para o método de Roesler como para o método das zonas.

Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 2.12 a 2.18 para dois comprimentos de chama (L_c). $L_c = 0$ significa que o gás entra todo queimado no aquecedor na temperatura adiabática de chama.

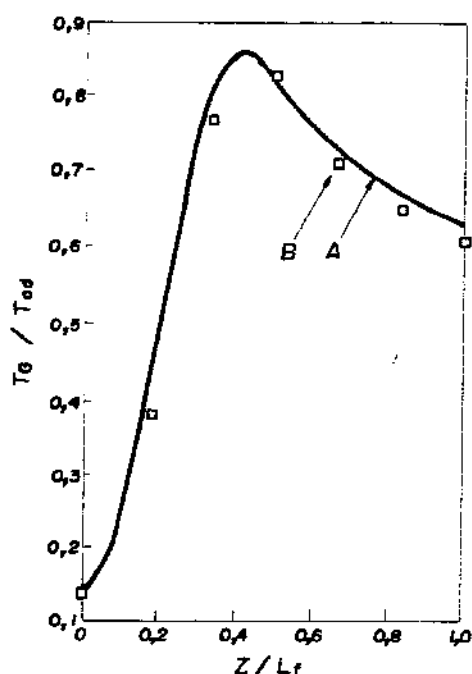


Figura 2.12 Distribuição de temperatura adimensional do gás de fornalha para $L_c = 0,48L_f$

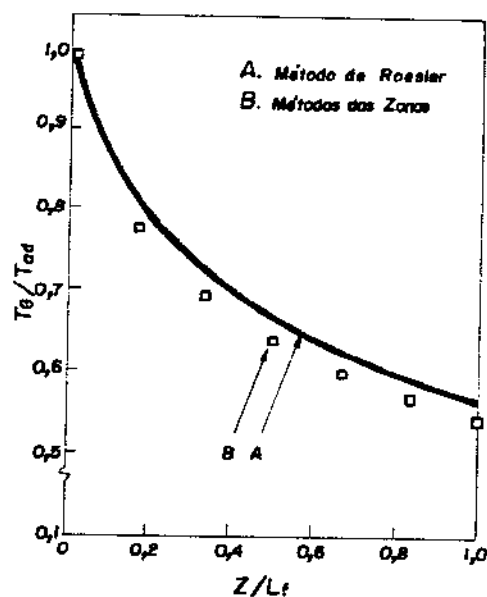


Figura 2.13 Distribuição de temperatura adimensional do gás de fornalha para $L_c = 0$

Os valores obtidos pelo método de Roesler para a temperatura do gás, tanto para $L_c = 0$ e $L_c = 0,48L_f$, onde L_f é o comprimento do aquecedor, são um pouco superiores aos obtidos pelo método das zonas, mas a concordância é boa. A temperatura de saída do gás, medida no aquecedor em operação, é $0,610T_{ad}$ (T_{ad} = temperatura adiabática de chama). A temperatura de saída calculada pelos dois métodos aproxima-se bastante do valor medido. O método das zonas é o que dá o melhor resultado.

Na Figura 2.14 são comparadas as temperaturas obtidas pelos dois métodos na superfície do tubo do último passo. As temperaturas de pico concordam bem e estão dentro dos limites medidos no aquecedor.

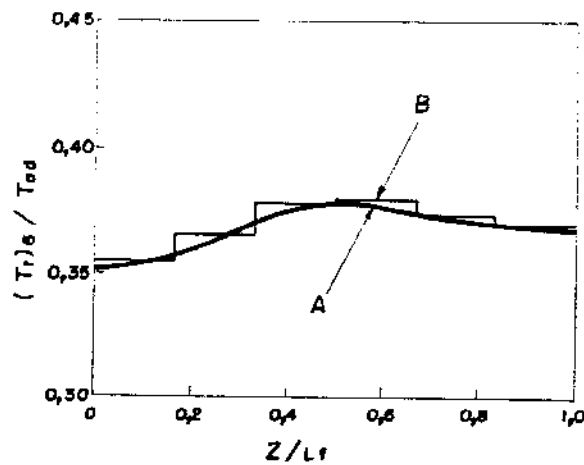


Figura 2.14 Distribuição de temperatura adimensional na superfície do tubo do último passo para $L_c = 0,48L_f$

Nas Figuras 2.15 e 2.16 são comparadas as temperaturas da parede lateral refratária para $L_c = 0$ e $L_c = 0,48L_f$ obtidas pelos dois métodos. Mais uma vez os resultados concordam bem.

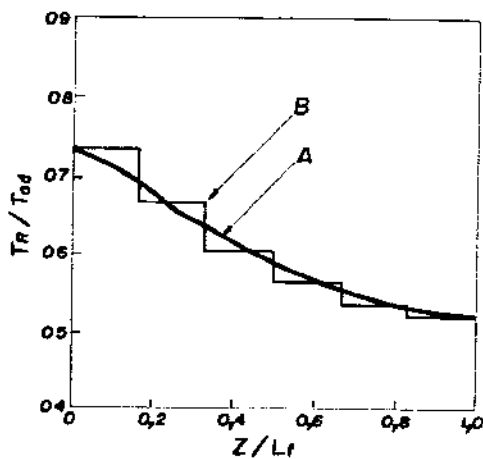


Figura 2.15 Distribuição adimensional da temperatura na parede lateral refratária $L_c = 0$

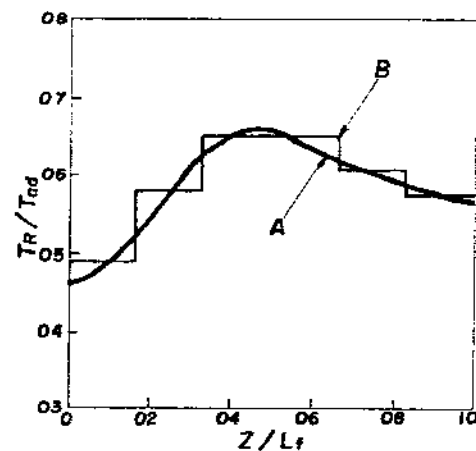


Figura 2.16 Distribuição adimensional da temperatura na parede lateral refratária $L_c = 0,48L_f$

As distribuições de temperatura do gás de processo não foram apresentadas em forma gráfica, em vista da pequena variação desta temperatura ao longo do comprimento de aquecedor. Isto se deve ao elevado valor de $(m_g c_g / M_g C_g)$, onde as minúsculas referem-se ao

gás de processo e as maiúsculas ao gás de fornalha. No entanto alguns valores importantes são fornecidos. A temperatura de saída prevista pelo método de Roesler é de $0,357T_{ad}$ e $0,359T_{ad}$ a prevista pelo método das zonas. A temperatura medida no aquecedor foi $0,359T_{ad}$. A temperatura média em todos os passos numa dada altura varia muito pouco com a posição, sendo $0,332T_{ad}$ para o método de Roesler e $0,333T_{ad}$ para o método das zonas.

Nas Figuras 2.17 e 2.18 são comparados os fluxos médios de calor para os tubos calculados pelos dois métodos para $L_c = 0$ e $L_c = 0,48L_f$. Mais uma vez os resultados estão em bom acordo.

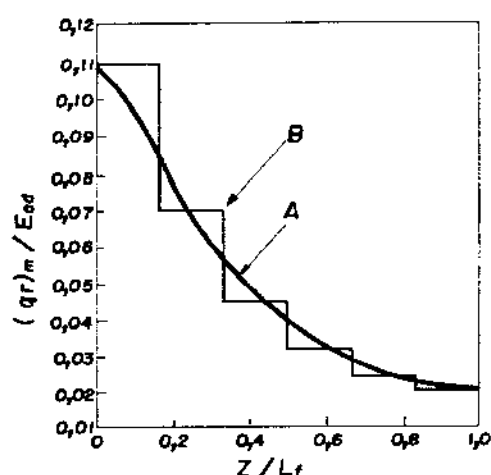


Figura 2.17 Distribuição do fluxo de calor líquido adimensional a superfície dos tubos $L_c = 0$

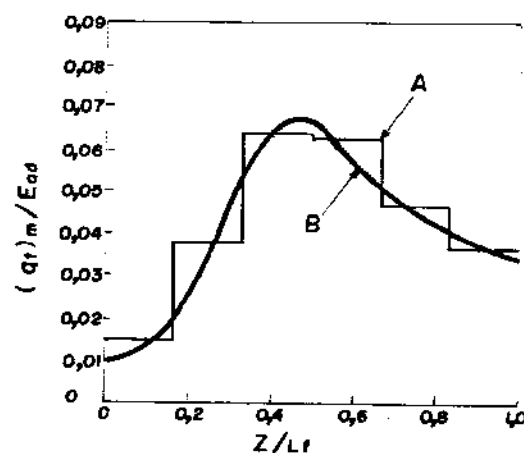


Figura 2.18 Distribuição do fluxo de calor líquido adimensional para a superfície dos tubos $L_c = 0,48L_f$

Estes resultados mostram que o método de Roesler pode ser bastante útil na avaliação dos efeitos da variação dos parâmetros do aquecedor sobre as temperaturas e a distribuição de fluxo de calor, sempre que for razoável supor unidimensionalidade do escoamento.

Os métodos multi-fluxo

Um aperfeiçoamento de aproximações de dois fluxos da equação da transferência como a de Schuster-Schwarzchild e outras vem da divisão

do ângulo sólido num número maior de setores, admitindo que a intensidade de radiação tem um valor constante em cada setor. Este processo, levado ao limite, onde o ângulo sólido é dividido em setores infinitesimais, é equivalente ao equacionamento integral apresentado em 2.2.

Aproximação de 4 fluxos de Spalding

Uma aproximação de quatro fluxos é proposta por Spalding e é válida para um sistema cilíndrico axi-simétrico. Ela resulta de uma extensão das aproximações de Schuster-Hamaker e Schuster-Schwarzschild (que são válidas para transporte unidimensional de radiação) para uma situação axissimétrica onde se supõe ocorrer transporte de radiação tanto na direção axial como na direção radial.

Num ponto genérico (r, z) distinguem-se quatro fluxos de energia radiante, a saber, q_z^+ e q_z^- , fluxos de energia radiante nos sentidos positivo e negativo da coordenada z e q_r^+ e q_r^- , fluxos de energia radiante nos sentidos positivo e negativo da coordenada r .

As equações aproximadas para os quatro fluxos são:

$$\frac{dq_z^+}{dz} = -a q_z^+ + a E_b \quad (2.92a)$$

$$\frac{dq_z^-}{dz} = a q_z^- - a E_b \quad (2.92b)$$

$$\frac{d}{dr}(r q_r^+) = r [-a q_r^+ + q_r^-/r + a E_b] \quad (2.92c)$$

$$\frac{d}{dr}(r q_r^-) = r [a q_r^- + q_r^+/r - a E_b] \quad (2.92d)$$

Nestas equações o coeficiente a é igual a K , coeficiente de absorção do meio, se a radiação é admitida paralela, e igual a $2K$ se admitida isotrópica.

Estas equações para os quatro fluxos foram utilizadas por Gosman e Lockwood [1972] na simulação de uma fornalha de secção retangular com um único queimador, através da resolução das equações diferenciais

que descrevem o sistema (equação 2.5 e Tabela 2.1) pelo método estabelecido por Spalding et alii [1969]. As equações dos quatro fluxos foram utilizadas para o cálculo da parte relativa à radiação do termo fonte da equação da energia:

$$S_R = - \left[\partial q_2 / \partial z + r^{-1} (\partial (r q_r) / \partial r) \right] \quad (2.93)$$

A fornalha equacionada está esquematizada na Figura 2.19. Esta fornalha foi testada na IFRF (International Flame Research Foundation).

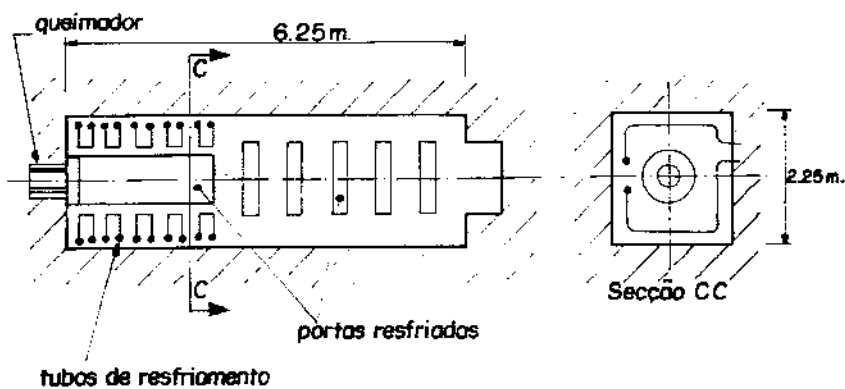


Figura 2.19 Esquema da fornalha da IFRF

Nas Figuras 2.20 a 2.22 são comparados os valores calculados e os medidos de temperatura do refratário, transferência de calor para as superfícies frias e distribuição radial de temperatura. Na Figura 2.23 são apresentados o padrão de escoamento observado e o calculado.

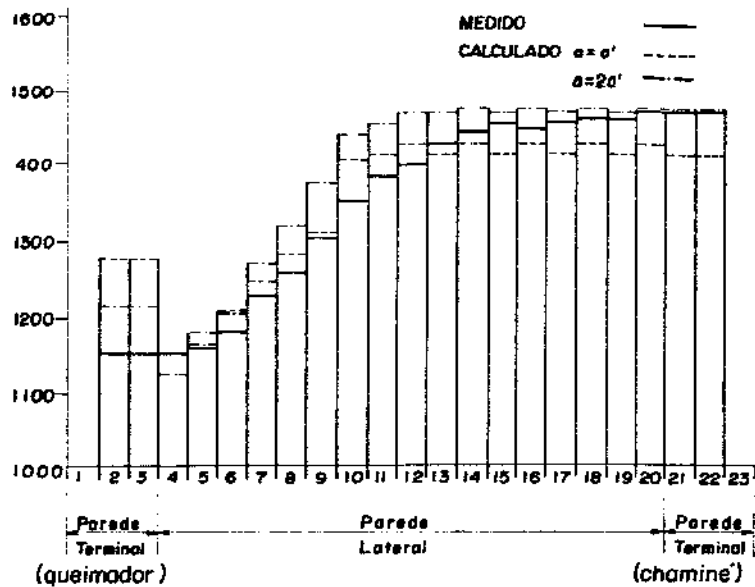


Figura 2.20 Valores medidos e calculados para a temperatura do refratário

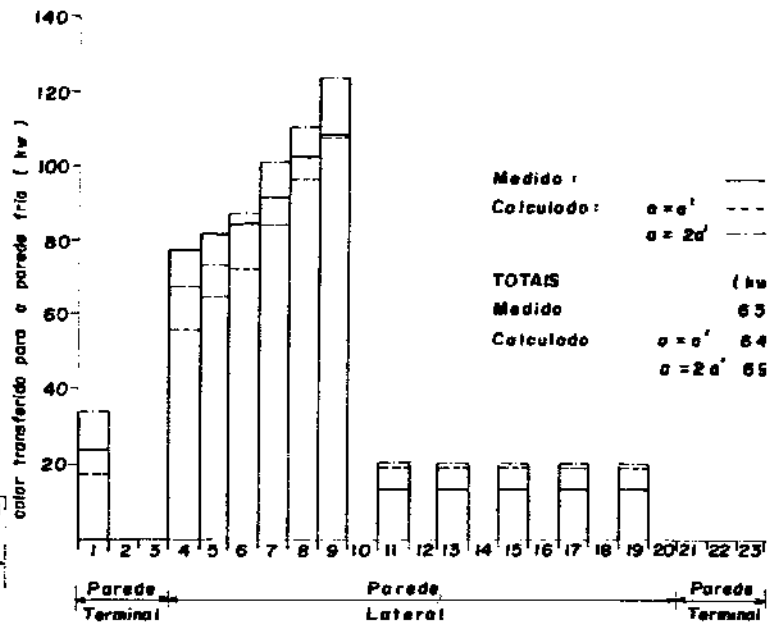


Figura 2.21 Valores medidos e calculados para os fluxos de calor na parede resfriada

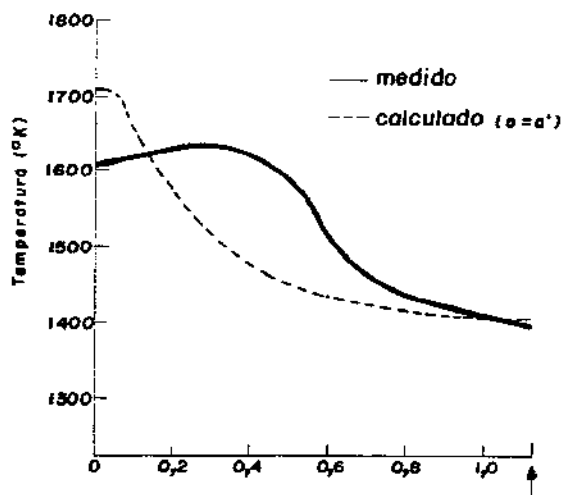


Figura 2.22 Valores medidos e calculados para o perfil radial de temperatura

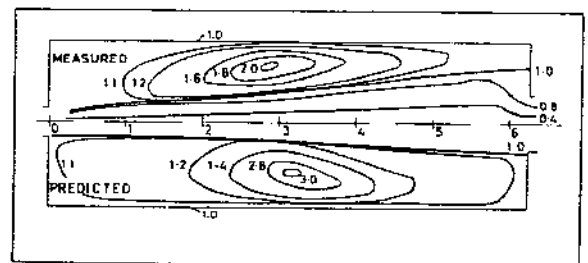


Figura 2.23 Comparação dos padrões de escoamento calculado e medido

As discrepâncias observadas, notadamente na distribuição de temperatura na direção radial têm, segundo os autores, origem em três fontes de erro:

a) Inadequação do modelo físico adotado e (ou) desvios na simetria axial do escoamento, o que levaria a predições inexatas para os campos de escoamento, de entalpia e das concentrações de espécies químicas;

b) Inadequação do modelo do fluxo para o transporte de radiação;

c) Inadequação do modelo de combustão.

A contribuição de a) deve ser pequena, visto que na região próxima ao eixo, onde as discrepâncias são mais acentuadas, o escoamento real se aproxima bastante da situação axissimétrica, tendo inclusive caráter de jato, e sabe-se que o escoamento em jato é bem modelado pelo método aplicado neste trabalho.

Segundo os autores, ainda, o fato b) não deve ser o responsável principal pelos desvios do modelo, visto que, devido às variações predominantemente radiais na temperatura na região do jato, o processo de transporte de energia por radiação é próximo do unidimensional. E sabe-se que um modelo de fluxo como este funciona bem em situações unidimensionais.

Desta forma, o fator principalmente responsável pelas discrepâncias observadas deve ser o modelo de combustão. Estamos aqui diante dos efeitos do fenômeno denominado de "não mistura" (unmixedness). A fim de esclarecer esta importante questão nos reportamos ao trabalho de Hawtorne, Weddel e Hottel [1949].

Estes autores realizaram um trabalho experimental no sentido de obter informações sobre os processos de mistura e combustão em chamas na forma de jatos turbulentos em atmosfera aberta. Apresentamos nas Figuras 2.24 e 2.25 alguns de seus resultados.

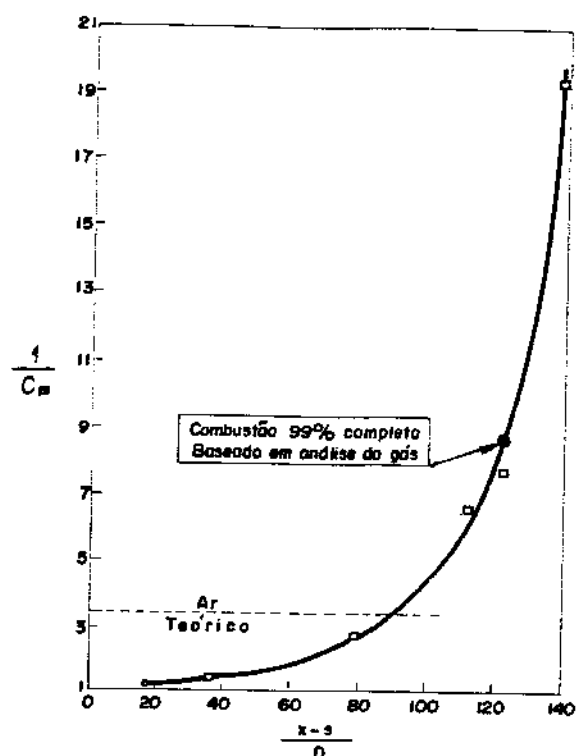


Figura 2.24 Concentrações axiais em chamas não confinadas de hidrogênio

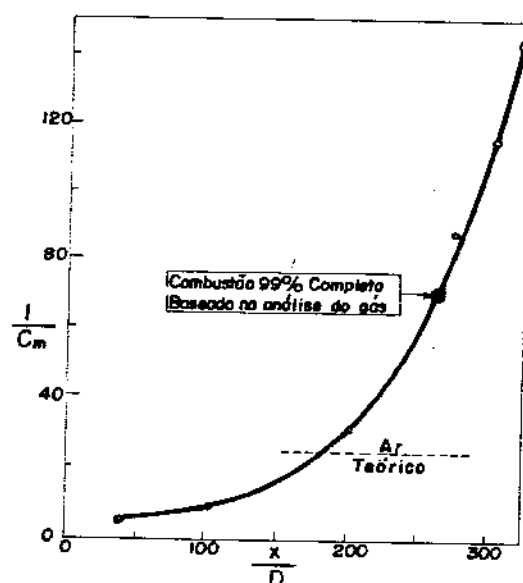


Figura 2.25 Concentrações axiais em chamas não confinadas de hidrogênio-propano

Nestes gráficos é plotado o inverso da chamada "concentração de fluido de ejetor" (nozzle-fluid concentration) ($1/C_m$) em função da distância axial a partir do ponto onde o escoamento torna-se turbulento, distância esta medida em diâmetros do ejetor (D). O subscrito "m" na concentração indica que as amostras de gás foram tomadas em posições ao longo do eixo.

Este valor de concentração (C_m) é uma quantidade derivada, baseada na conversão de uma amostra de gás coletada no local à sua composição antes de qualquer reação ter ocorrido, fazendo-se então a identificação da fração da amostra convertida que originou-se do ejetor. $1/C_m$ é assim a relação (mol de gás misturado) / (mol de gás originado do ejetor).

Nas Figuras 2.22b e 2.22c os pontos pretos indicam a posição

axial onde se observou que 99% da combustão havia se completado. Estes pontos indicam que este grau de completude da combustão não se dá senão após ter sido induzida para dentro do jato uma quantidade de ar cerca de 2 ou 3 vezes aquela correspondente à mistura estequiométrica, indicada pelas linhas pontilhadas.

A razão deste fenômeno pode ser entendida a partir das seguintes considerações. A concentração de fluido de ejetor C é, num processo turbulento, uma grandeza média no tempo. O seu valor instantâneo C_i pode ser decomposto na componente média C e na componente flutuante C' . Assim, temos

$$C_i = C + C' \quad (2.93)$$

Hawtorne et alii admitem que a componente flutuante da concentração C' em chamas obedece à função erro, a exemplo do que ocorre com a componente flutuante da velocidade na turbulência sotrópica. A Figura 2.26 ilustra esta relação.

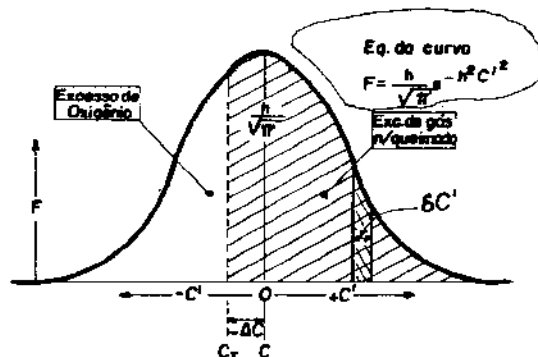


Figura 2.26 Curva da função erro para a concentração flutuante em chamas turbulentas.

A ordenada F para um dado valor de C' representa a frequência relativa de ocorrência de uma flutuação da magnitude de C' .

$$F = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 C'^2} \quad (2.94)$$

O valor máximo da curva, $h/\sqrt{\pi}$, está relacionado com $\sqrt{\overline{C'^2}}$, o valor médio quadrático de C' , através de

$$\frac{1}{\sqrt{2} h} = \sqrt{\overline{C'^2}} \quad (2.95)$$

Na Figura 2.26, C_T indica a concentração de fluido de ejetor correspondente à mistura estequiométrica e C corresponde à concentração média no tempo de fluido de ejetor num dado local. C seria, assim, igual à concentração obtida a partir de uma amostra coletada no local, dado que um coletor, por não ter resposta infinitamente rápida revelará apenas valores médios no tempo.

A reação de combustão é extremamente rápida, ocorrendo quase instantaneamente a partir do momento em que combustível e oxidante entram em contato íntimo. Assim, num dado ponto e num dado instante, os gases consistem de combustível e produtos de combustão, ou oxigênio e produtos de combustão. Não é possível a coexistência de combustível e oxidante num dado ponto em termos instantâneos. Assim, ao se tomar uma amostra num certo local, é fácil perceber - lembrando que este processo de coleta tem duração superior a escala de tempo da flutuação da concentração - que em determinados momentos durante a coleta entrará dentro do coletor uma mistura de oxigênio não queimado com produtos de combustão, e em outros momentos entrará no coletor uma mistura de oxigênio não queimado com produtos de combustão, dependendo da concentração instantânea estar flutuando a direita de C_T ou a esquerda de C_T (Figura 2.26).

Desta forma percebemos que apesar de o combustível e o oxidante não coexistirem instantaneamente, as suas concentrações médias podem ser, e geralmente são, ambas finitas, fato que o modelo simplificado de combustão adotado por Gosmann e Lockwood não consegue prever. Este modelo trabalha apenas com concentrações médias no tempo, não admitindo, em termos médios, a coexistência de combustível e oxidante num determinado local, o que implica numa combustão mais rápida do que ocorre na realidade.

O efeito do fenômeno de não mistura influi sobre a distribuição de temperatura por dois caminhos. Em primeiro lugar, a temperatura média no tempo num dado local está entre o valor que se obtém supondo-se queima total, o que é admitido no modelo simplificado adotado pelos autores, e o valor que se obteria se não houvesse reação alguma neste local. Em segundo lugar, mesmo que se conheça o valor real da temperatura média no tempo num dado local, o valor do poder emissivo calculado a partir deste valor de temperatura não seria correto, visto não haver linearidade entre o poder emissivo e a temperatura. Para se levar em conta este efeito seria necessário o conhecimento da variação temporal da temperatura.

Haverá oportunidade, mais à frente neste trabalho, de se discutir em maior profundidade o fenômeno da não mistura, o qual será inclusive quantificado, o que será feito, como se pode intuir do que foi exposto, através de $\sqrt{C \cdot 2}$, o valor médio quadrático da flutuação da concentração.

O método de Lowes

Lowes et alli [1974] desenvolveram um modelo de quatro fluxos, mais elaborado que o de Spalding, para um sistema cilíndrico axissimétrico. Neste modelo, o campo de radiação é dividido em n bandas da forma como apresentado em 2.3.1.

A equação da transferência (2.10) integrada sobre todo o espectro fica

$$\sum_{l=1}^n \left(\vec{n} \cdot \vec{\nabla} \right) I_l = \sum_{l=1}^n \left[-K_{gl} I_l + a_{gl} K_{gl} \frac{\sigma T_g^4}{\pi} \right] \quad (2.96)$$

onde a_{gl} é dado por (2.26).

Num ponto genérico (r, z) da cavidade cilíndrica, o ângulo sólido total é dividido em quatro quadrantes e admite-se uniforme a intensidade de radiação em cada um deles, como indicado na Figura 2.27.

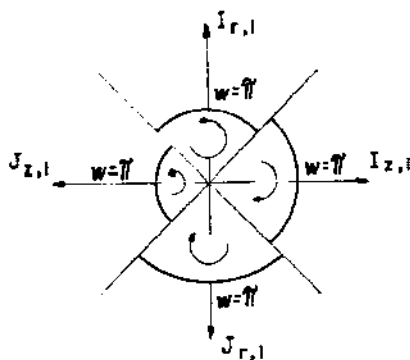


Figura 2.27 Divisão do ângulo sólido em quatro setores de acordo com o método de Lowes.

A integração da equação da transferência sobre todos os setores produz:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \frac{\sqrt{2\pi}}{2} \left(I_{r,l} - J_{r,l} \right) + \frac{I_{r,l} - J_{r,l}}{r} \frac{\sqrt{2\pi}}{4} = \\ = -K_{gl} \pi \left(I_{r,l} + J_{r,l} \right) + 2a_{gl} K_{gl} \sigma T_g^4 \end{aligned} \quad (2.97a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \frac{\sqrt{2\pi}}{2} \left(I_{r,l} + J_{r,l} \right) + \frac{(I_{r,l} + J_{r,l} - I_{z,l} - J_{z,l})}{r} \frac{\sqrt{2\pi}}{4} = \\ = -K_{gl} \pi \left(I_{r,l} - J_{r,l} \right) \end{aligned} \quad (2.97b)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \frac{\sqrt{2\pi}}{2} \left(I_{z,l} - J_{z,l} \right) + \frac{I_{r,l} - J_{r,l}}{r} \frac{\sqrt{2\pi}}{4} = \\ = -K_{gl} \pi \left(I_{z,l} + J_{z,l} \right) + 2a_{gl} K_{gl} \sigma T_g^4 \end{aligned} \quad (2.97c)$$

$$\frac{d}{dz} \frac{\sqrt{2\pi}}{2} \left(I_{z,l} + J_{z,l} \right) = -K_{gl} \pi \left(I_{z,l} - J_{z,l} \right) \quad (2.97d)$$

O fluxo radial de energia radiante é dado por

$$q_r = \sum_{l=1}^n \frac{\sqrt{2\pi}}{2} (I_{r,l} - J_{r,l}) \quad (2.98a)$$

e a densidade de fluxo axial por

$$q_z = \sum_{l=1}^n \frac{\sqrt{2\pi}}{2} (I_{z,l} - J_{z,l}) \quad (2.98b)$$

Segundo os autores, a superioridade deste modelo sobre o de Spalding está no acoplamento entre o fluxo axial e o fluxo radial, o que está implícito na equação (2.97b).

A fim de que o teste do modelo fosse mais efetivo, os autores não acoplaram as equações (2.97) às outras equações que completam a descrição de uma fornalha. Valores experimentais de temperaturas e concentrações obtidos pela IFRF (International Flame Research Foundation), para uma fornalha de grande porte, foram utilizados como input. A distribuição de fluxo de calor na parede fria foi obtida utilizando-se três diferentes modelos de gás. Os resultados são mostrados na Figura 2.28 onde são comparados com os valores experimentais.

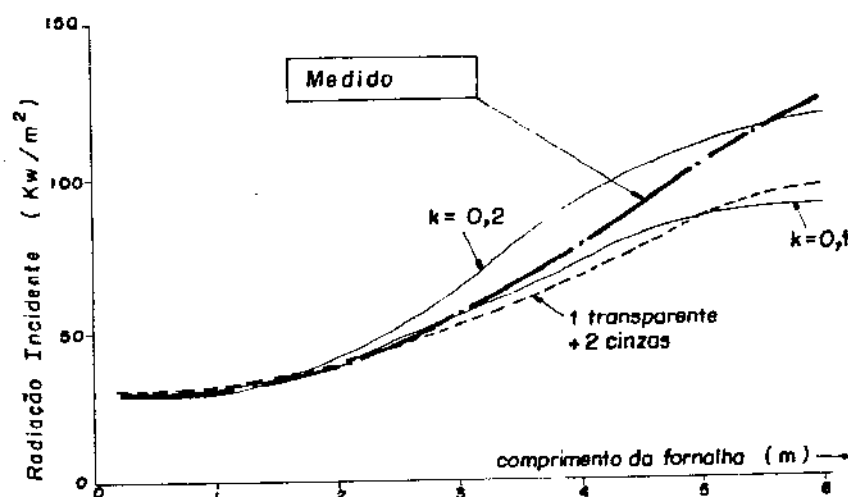


Figura 2.28 Predição do fluxo de radiação incidente na parede lateral de acordo com o modelo de 4 fluxos de Lowes

A fim de que fossem filtrados os efeitos produzidos nos resultados exclusivamente por desvios do real nas condições de contorno e nas hipóteses a respeito das características de emissão e atenuação dos gases, a distribuição de fluxo de calor na parede foi calculada pelo Método das Zonas. Os mesmos dados de entrada foram utilizados. Os resultados são mostrados na Figura 2.29.

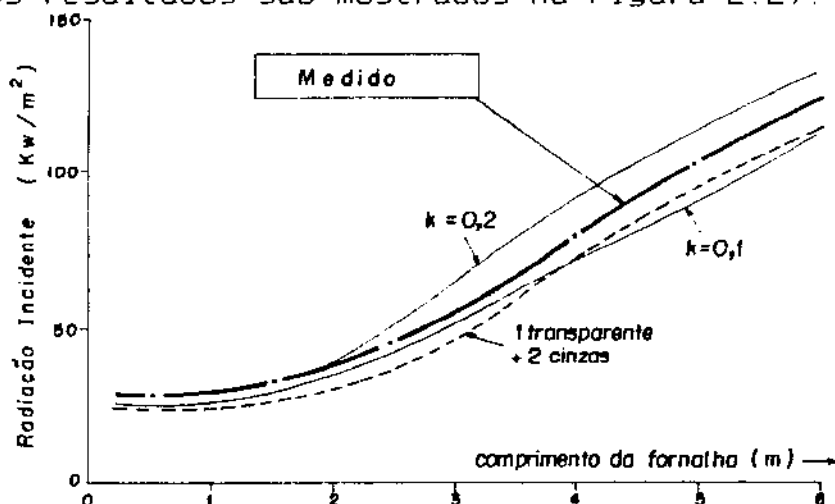


Figura 2.29 Predição do fluxo de radiação incidente usando-se o Método das Zonas

Os resultados obtidos pelo método das zonas podem ser considerados, segundo os autores, como uma solução exata da situação em questão. Assim, uma comparação dos resultados nas Figuras 2.28 e (2.29) viria mostrar que os erros produzidos exclusivamente por desvios do real embutidos nas hipóteses, a partir das quais derivam-se as equações (2.97), seriam menores do que aqueles que se deduziria da análise dos resultados da Figura 2.28.

Os desvios com relação aos resultados do método das zonas indicam, ainda segundo os autores, que os efeitos das paredes das extremidade, uma quente e outra fria não são acomodados pelo modelo de 4 fluxos, resultando em sobre-predição junto aos queimadores e uma sub-predição junto a chaminé. Sugerem que uma modificação da distribuição da intensidade de radiação dentro de cada quadrante, de forma a se eliminar as transições bruscas entre os quadrantes, possa melhorar os resultados.

b) MÉTODO DOS ESFÉRICOS HARMÔNICOS - A APROXIMAÇÃO P₁

Métodos matemáticos desenvolvidos inicialmente por astrofísicos e utilizados posteriormente nos trabalhos de pesquisa em transporte de nêutrons permitem a obtenção de soluções com diferentes graus de aproximação para a equação da transferência. São eles o método dos momentos, o método das ordenadas discretas e o dos esféricos harmônicos. Krook [1955] demonstrou que os três métodos são equivalentes, em sua primeira aproximação, para geometrias planares. Apresentam, no entanto, pequenas diferenças nos seus resultados para geometrias multidimensionais.

Um destes métodos, o dos esféricos harmônicos, é apresentado e discutido detalhadamente a seguir.

A intensidade de radiação é expandida numa série de esféricos harmônicos:

$$I(\vec{r}, \vec{R}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l A_l^m(\vec{r}) Y_l^m(\vec{R}) \quad (2.99)$$

onde $A_l^m(\vec{r})$ são funções a serem encontradas e $Y_l^m(\vec{r})$ são os esféricos harmônicos. Estes estão relacionados às funções associadas de Legendre, $P_l^m(\cos\theta)$ da forma seguinte:

$$Y_l^m(\vec{R}) = C_l^m e^{im\phi} P_l^m(\cos\theta) \quad (2.100a)$$

$$Y_l^{-m}(\vec{R}) = (-1)^m C_l^m e^{-im\phi} P_l^m(\cos\theta) = (-1)^m \overline{Y_l^m(\vec{R})} \quad (2.100b)$$

onde $C_l^m = \left[\frac{(1-m!)}{(1+m!)} \right]^{1/2}$ e $\overline{Y_l^m(\vec{R})}$ é o complexo conjugado de $Y_l^m(\vec{R})$

Na Figura 2.30 definem-se $\vec{r}$, $\vec{R}$, ϕ e θ

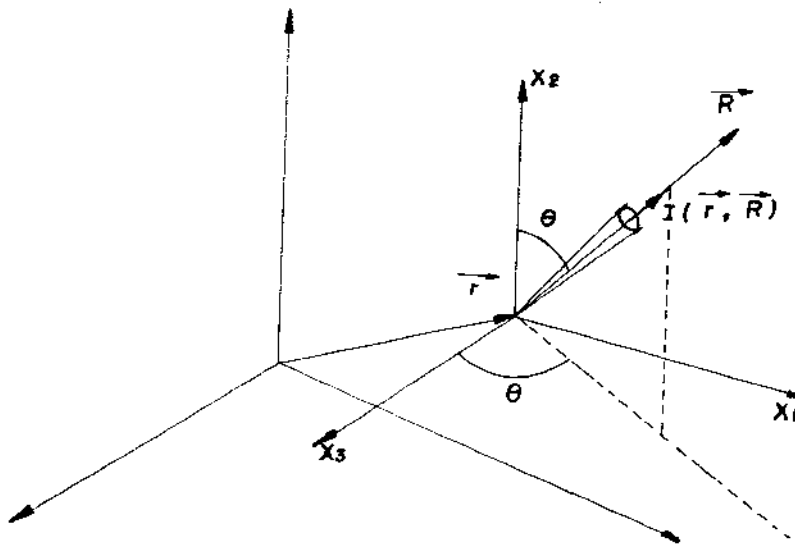


Figura 2.30 Definição de $\vec{r}$, $\vec{R}$, θ e ϕ

A expansão da intensidade de radiação é então substituída na equação da transferência. A equação resultante é multiplicada por $\overline{Y_l^m}(\vec{R})$ e integrada sobre todo o ângulo sólido. Aplicando-se as propriedades de ortogonalidade e recorrência dos esféricos harmônicos obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & \frac{[(1+m+2)(1+m+1)]^{1/2}}{2(2l+3)} \left[\frac{\partial A_{l+1}^{m+1}}{\partial x_3} + i \frac{\partial A_{l+1}^{m+1}}{\partial x_1} \right] - \\
 & \frac{[(1-m)(1-m-1)]^{1/2}}{2(2l-1)} \left[\frac{\partial A_{l-1}^{m+1}}{\partial x_3} + i \frac{\partial A_{l-1}^{m+1}}{\partial x_1} \right] - \\
 & \frac{[(1-m+2)(1-m+1)]^{1/2}}{2(2l+3)} \left[\frac{\partial A_{l+1}^{m-1}}{\partial x_3} - i \frac{\partial A_{l+1}^{m-1}}{\partial x_1} \right] + \\
 & \frac{[(1+m)(1+m-1)]^{1/2}}{2(2l-1)} \left[\frac{\partial A_{l-1}^{m-1}}{\partial x_3} - i \frac{\partial A_{l-1}^{m-1}}{\partial x_1} \right] -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{[(1+m+1)(1-m+1)]^{1/2}}{(2l+3)} \frac{\partial A_{l+1}^m}{\partial x_2} - \\
& - \frac{[(1+m)(1-m)]^{1/2}}{(2l-1)} \frac{\partial A_{l-1}^m}{\partial x_2} - \\
& - KA_l^m + K \frac{\sigma T^4}{\pi} \delta_{0m} \delta_{0l} = 0
\end{aligned} \tag{2.101}$$

Esta expressão representa um sistema de infinitas equações diferenciais para um número infinito de funções desconhecidas A_l^m . Este sistema é equivalente à equação da transferência.

Pode-se obter uma aproximação de ordem N truncando-se a série da expansão (2.99) após $l = N$. É sabido da teoria de transporte de nêutrons que uma aproximação de ordem ímpar é mais precisa que a aproximação de ordem par que a sucede. Uma aproximação de ordem N tem sido comumente denominada aproximação P-N.

Para a primeira aproximação, a equação (2.101) com $A_l^m = 0$ para $l \geq 2$ dá:

$$l = 0, m = 0$$

$$\begin{aligned}
& \frac{2^{1/2}}{6} \left[\frac{\partial A_1^1}{\partial x_3} + i \frac{\partial A_1^1}{\partial x_1} \right] - \frac{2^{1/2}}{6} \left[\frac{\partial A_1^{-1}}{\partial x_3} - i \frac{\partial A_1^{-1}}{\partial x_1} \right] - \\
& - \frac{1}{3} \frac{\partial A_1^0}{\partial x_2} - KA_0^0 + K \frac{\sigma T^4}{\pi} = 0
\end{aligned} \tag{2.102a}$$

$$l = 1, m = -1$$

$$- \frac{1}{2^{1/2}} \left[\frac{\partial A_0^0}{\partial x_3} + i \frac{\partial A_0^0}{\partial x_1} \right] - KA_1^{-1} = 0 \tag{2.102b}$$

$$l = 1, m = 0$$

$$- \left[\frac{\partial A_0^0}{\partial x_2} + KA_1^0 \right] = 0 \tag{2.102c}$$

$$l = 1, m = 1$$

$$\frac{1}{2^{1/2}} \left[\frac{\partial A_0^0}{\partial x_3} - i \frac{\partial A_0^0}{\partial x_1} \right] - \alpha A_1^1 = 0 \quad (2.102d)$$

Estas equações podem ser reescritas em termos do fluxo incidente total num ponto, $G(\vec{r})$ e dos fluxos líquidos de radiação $q_i(\vec{r})$ nas direções coordenadas, que são definidos por

$$G(\vec{r}) = \int_{\omega=4\pi} I(\vec{r}, \vec{R}) d\Omega \quad (2.103a)$$

$$q_i(\vec{r}) = \int_{\omega=4\pi} l_i I(\vec{r}, \vec{R}) d\Omega \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.103b)$$

Se a série truncada para $I(\vec{r}, \vec{R})$ é substituída nestas expressões e são utilizadas as propriedades de ortogonalidade dos esféricos harmônicos, obtém-se.

$$G(\vec{r}) = 4\pi A_0^0(\vec{r}) \quad (2.104a)$$

$$q_1(\vec{r}) = -i \left[2(2)^{1/2} \frac{\pi}{3} \right] \left[A_1^{-1}(\vec{r}) + A_1^1(\vec{r}) \right] \quad (2.104b)$$

$$q_2(\vec{r}) = \frac{4\pi}{3} A_1^0(\vec{r}) \quad (2.104c)$$

$$q_3(\vec{r}) = \left[2(2)^{1/2} \frac{\pi}{3} \right] \left[A_1^{-1}(\vec{r}) - A_1^1(\vec{r}) \right] \quad (2.104d)$$

Em vista das equações (2.104), a equação (2.102a) torna-se, em notação indicial:

$$\frac{\partial q_j}{\partial x_j} = -K (G - 4\sigma T^4) \quad (2.105a)$$

e as equações (2.102b, c, d) tornam-se

$$\frac{\partial G}{\partial x_i} = -3Kq_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.105b)$$

Se G é eliminado nestas equações obtém-se

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{1}{K} \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \right] - 3Kq_i - 16\sigma T^3 \frac{\partial T}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.106)$$

As equações (2.105) ou, alternativamente, as equações (2.106) constituem a aproximação P_1 . Por outro lado, com ajuda das equações (2.104), obtém-se para a intensidade de radiação a expressão:

$$I(\vec{r}, \vec{R}) = \left[\frac{1}{4\pi} \right] \left[G(\vec{r}) + 3q_1 \sin\phi \sin\theta + 3q_2 \cos\theta + \right. \\ \left. + 3q_3 \cos\phi \sin\theta \right] = \frac{1}{4\pi} \left[G(\vec{r}) + 3\vec{q} \cdot \vec{R} \right] \quad (2.107)$$

Esta última expressão será útil na formulação da condição de contorno necessária para a aproximação P_1 , que é obtida a seguir.

Consideremos uma parede plana localizada em $x_2 = 0$, Figura 2.31, com um volume infinito de gás no semi-espaco superior.

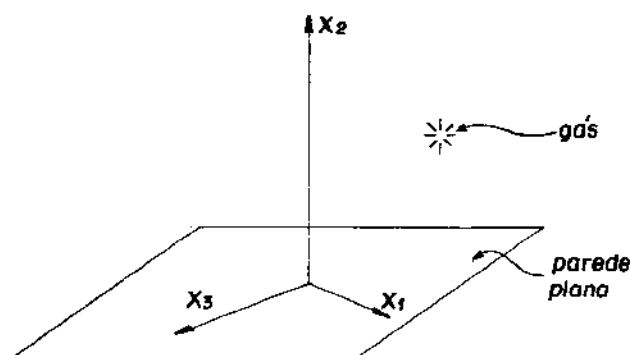


Figura 2.31 Volume de gás sobre uma parede plana

O fluxo de calor que sai da parede é $q_2^+(x_1, 0, x_3)$ dado por

$$q_2^+(x_1, 0, x_3) = \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\phi=0}^{2\pi} I(x_1, 0, x_3, \phi, \theta) \cos\theta \sin\theta \, d\theta \, d\phi \quad (2.108)$$

Substituindo a série truncada (2.107) em (2.108) temos

$$q_2^+(x_1, 0, x_3) = G(x_1, 0, x_3)/4 + q_2(x_1, 0, x_3)/2 \quad (2.109)$$

que é uma expressão aproximada para q_2^+ . O valor exato de q_2^+ , supondo-se que a parede é cinza e reflete difusamente, pode ser obtido através de

$$q_2^+(x_1, 0, x_3) = \varepsilon_\omega \sigma T_\omega^4(x_1, x_3)^{(*)1} + (1 - \varepsilon_\omega) \left[q_2^+(x_1, 0, x_3) - q_2(x_1, 0, x_3) \right] \quad (2.110)$$

de onde obtemos

$$q_2^+(x_1, 0, x_3) = \sigma T_\omega^4(x_1, x_3) + \left[1 - \frac{1}{\varepsilon_\omega} \right] q_2(x_1, 0, x_3) \quad (2.111)$$

Igualando a expressão exata para $q_2^+(x_1, 0, x_3)$ à sua expressão aproximada (2.109), obtém-se a condição de contorno aproximada:

$$G(x_1, 0, x_3)/4 = \sigma T_\omega^4(x_1, x_3) + \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\varepsilon_\omega} \right] q_2(x_1, 0, x_3) \quad (2.112)$$

a ser usada com as equações (2.105).

¹ (*) Observe-se que $T(x_1, x_3)$ se refere a temperatura na parede, enquanto $T(x_1, 0, x_3)$ se refere à temperatura num ponto do gás imediatamente sobre a parede.

Esta condição de contorno pode ser colocada numa forma mais conveniente para a análise, substituindo-se nela o valor de $G(x_1, 0, x_3)$ obtido a partir de (2.105a). A expressão (2.112) fica então:

$$\left(\frac{1}{\varepsilon_w} - \frac{1}{2} \right) q_2(x_1, 0, x_3) - \frac{1}{4K} \left(\frac{\partial q_j}{\partial x_j} \right)_{x_2=0} =$$

$$= \sigma T_w^4(x_1, x_3) - \sigma T_w^4(x_1, 0, x_3) \quad (2.113)$$

Se a condução molecular contínua é incluída na formulação de um problema, a exigência de continuidade de temperatura na parede faz com que o segundo termo de (2.113) seja nulo. Se a condução não é levada em conta, o segundo membro de (2.113) representa o chamado "salto de temperatura" na parede. O fato de que a temperatura do gás junto à parede pode ser diferente da temperatura da parede pode ser entendido da seguinte maneira: o fluxo radiante passando através de um plano imaginário próximo à parede consiste do fluxo vindo da parede e do fluxo vindo da parte do gás que em média está a um caminho livre médio de distância da parede. Assim, a temperatura média da radiação que passa através do plano junto à parede está entre a temperatura da parede e a temperatura do gás a um caminho livre médio da parede.

A aplicabilidade da P_1 a problemas de transferência de calor

Trabalhos como o de Cess [1966] e o de Dennar e Sibulkin [1969] têm sido realizados a fim de se determinar os limites de aplicabilidade da P_1 a problemas de transferência de calor radiante. Estes trabalhos vieram mostrar que a aplicabilidade da P_1 está sujeita a restrições, ao contrário do que se pensava anteriormente, como por exemplo em Cheng [1964, 1965], quando se dizia que as equações (2.105) reduzem-se ao limite ralo (o que nem sempre é correto) e ao limite denso e que, por isto, devem ser válidas para qualquer regime de radiação.

A fim de se esclarecer esta questão é necessário abrir-se um parêntese para a introdução do conceito de regimes de radiação

Os regimes de radiação

Considere-se a equação da transferência na seguinte forma

$$\frac{\partial I_{\lambda}}{\partial r} = K_{\lambda} \left[I_{\lambda} - I_{b\lambda} \right] \quad (2.114)$$

onde $I_{b\lambda}$ representa a intensidade de radiação monocromática de corpo negro, K_{λ} o coeficiente de absorção volumétrico monocromático do meio e r uma coordenada definida de acordo com a Figura 2.32

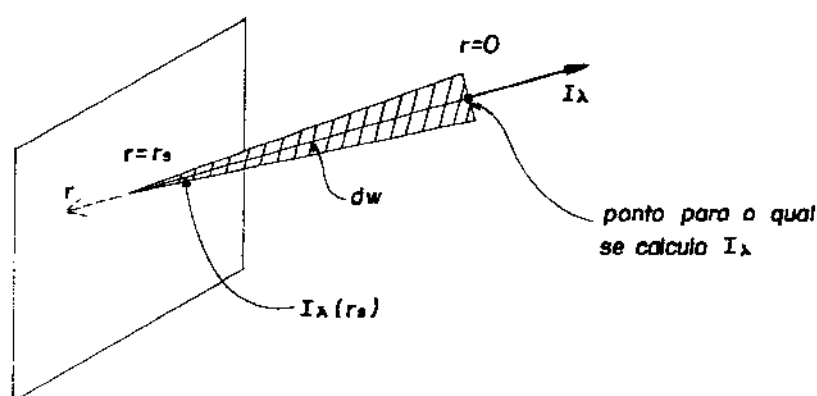


Figura 2.32 Sistema de coordenadas para a integração da equação da transferência

Com a condição de contorno

$$I_{\lambda} = I_{\lambda}(r_s) \quad \text{em } r = r_s \quad (2.115)$$

a solução formal da equação da transferência pode ser obtida na forma:

$$I_{\lambda}(r) = I_{\lambda}(r_s) e^{-\tau_{\lambda}(r_s)} + \int_0^{r_s} K_{\lambda} I_{b\lambda}(r) e^{-\tau_{\lambda}(r)} dr \quad (2.116)$$

onde a espessura óptica τ_{λ} é dada por

$$\tau_{\lambda}(r) \equiv \int_r^{\infty} K_{\lambda} dr' \quad (2.117)$$

Em vista de I_{λ} ser dependente de $I_{b\lambda}$, I_{λ} só pode ser obtida

através de (2.116) se o campo de temperatura do gás é conhecido. A expressão para I_λ consta de duas contribuições: o primeiro termo do lado direito corresponde à contribuição da radiação emitida pela fronteira e atenuada por um fator $e^{-\tau_\lambda(r_s)}$ devido à absorção do meio. O segundo termo corresponde à emissão do meio, integrada sobre todo o volume hachurado na Figura 2.32 e que é atenuada pelo fator $e^{-\tau_\lambda(r)}$, variável de acordo com o local onde ocorreu a emissão.

I_λ pode ser escrita, levando-se em consideração que $K_\lambda dr = d\tau_\lambda$, na forma seguinte:

$$I_\lambda(r) = I_\lambda(r_s) e^{-\tau_\lambda(r_s)} + \int_0^{\tau_\lambda(r_s)} I_{b\lambda} e^{-\tau_\lambda(r)} d\tau_\lambda \quad (2.118)$$

Suponhamos agora uma situação onde a intensidade de radiação I_λ é muito menor que o seu valor de equilíbrio $I_{b\lambda}$, ou seja:

$$I_\lambda \ll I_{b\lambda} \quad (2.119)$$

Neste caso a equação da transferência (2.114) pode ser escrita, da seguinte forma:

$$\frac{\partial I_\lambda}{\partial r} = -K_\lambda I_{b\lambda} \quad (2.120)$$

Se na região $0 \leq r \leq r_s$ a desigualdade (2.119) é válida, a solução formal da equação da transferência torna-se:

$$I_\lambda = I_\lambda(r_s) + \int_0^{r_s} K_\lambda I_{b\lambda} dr \quad (2.121)$$

A interpretação física desta situação é a seguinte: A taxa na qual a energia radiante pertencente ao intervalo de comprimento de onda $d\lambda$ em torno de λ e que viaja dentro do ângulo sólido $d\omega$ é emitida por unidade de volume diferencial do gás é

$$K_\lambda I_{b\lambda} d\omega d\lambda \quad (2.122)$$

e a taxa de energia que, nas mesmas condições, é absorvida é

$$K_{\lambda} I_{\lambda} d\omega d\lambda \quad (2.123)$$

Assim, a suposição (2.119) equivale a considerar que o processo de emissão domina sobre o processo de absorção. Chama-se este regime de radiação de regime dominado pela emissão ("emission dominated").

Uma comparação da solução (2.121) com a (2.116) mostra que as duas concordam se

$$\tau_{\lambda}(r_s) = \int_0^{r_s} K_{\lambda} dr \ll 1 \quad (2.124)$$

Diz-se, quando esta condição é válida, que o gás é opticamente ralo ("optically thin") e que o regime de radiação é ralo.

Quando o gás é ralo, a intensidade de radiação num ponto qualquer é a soma da contribuição $\int_0^{r_s} K_{\lambda} I_{b\lambda} dr$ que resulta da emissão espontânea de todos os pontos ao longo da direcção em questão, contribuição esta que não é atenuada, visto o gás ser ralo, mais a intensidade $I_{\lambda}(r_s)$ da fronteira, também não atenuada.

Não basta, porém, o gás ser ralo para que se tenha o regime dominado pela emissão (ou seja, $I_{\lambda} \ll I_{b\lambda}$).

Se o gás é ralo, temos pela equação (2.118)

$$I_{\lambda}(r) = I_{\lambda}(r_s) + \int_0^{\tau_{\lambda}(r_s)} I_{b\lambda} d\tau_{\lambda} \quad (2.125)$$

Se impomos a condição $I_{\lambda} \ll I_{b\lambda}$, temos

$$I_{\lambda}(r_s) + \int_0^{\tau_{\lambda}(r_s)} I_{b\lambda} d\tau_{\lambda} \ll I_{b\lambda} \quad (2.126)$$

Em vista de $\tau_{\lambda}(r_s) \ll 1$, temos que $\int_0^{\tau_{\lambda}(r_s)} I_{b\lambda} d\tau_{\lambda}$ é pequeno e,

portanto, de (2.126) decorre:

$$I_{\lambda}(r_s) \ll I_{b\lambda} \quad (2.127)$$

Assim, para que se tenha um regime de radiação dominado pela emissão, numa cavidade que contém um gás, é necessário que o gás seja ralo e que $I_{\lambda}(r_s) \ll I_{b\lambda}$, o que ocorrerá se as paredes que limitam o gás estiverem a temperaturas consideravelmente abaixo da temperatura do gás.

No extremo oposto ao regime ralo temos o regime denso, que é o regime de radiação no qual I_{λ} difere muito pouco do valor de equilíbrio, $I_{b\lambda}$.

Por simplicidade, vamos considerar apenas pontos suficientemente longe da fronteira, em termos de profundidade óptica, de forma que a contribuição para $I_{\lambda}(r)$ de $I_{\lambda}(r_s)$ seja desprezível. A solução formal torna-se

$$I_{\lambda}(r=0) = \int_0^{r_s} K_{\lambda} I_{b\lambda} e^{-\tau_{\lambda}(r)} dr \quad (2.128)$$

ou

$$I_{\lambda}(r=0) = \int_0^{\infty} I_{b\lambda} e^{-\tau_{\lambda}(r)} d\tau_{\lambda} \quad (2.129)$$

Estas equações são válidas para uma dada frequência e direção.

Supõe-se agora que o regime é tal que à medida que nos afastamos do ponto 0 (ponto em questão, Figura 2.33) $I_{b\lambda}$ varia, mas de forma tal que quando chegamos em pontos como L, suficientemente longe de 0 para que $\tau_{\lambda}(r)$ já possa ser considerada grande, o valor de $I_{b\lambda}(r)$ variou de apenas uma pequena fração do valor de $I_{b\lambda}$ em $r = 0$, ou seja:

$$\frac{1}{I_{b\lambda_0}} \left| \left[\frac{\partial I_{b\lambda}}{\partial \tau_{\lambda}} \right]_{r=0} \right| \ll 1 \quad (2.130)$$

Por outro lado temos que

$$\begin{aligned}
\frac{1}{I_{b\lambda_0}} \left[\frac{\partial I_{b\lambda}}{\partial \tau_\lambda} \right] \tau_\lambda &= \frac{1}{I_{b\lambda_0}} \left[\frac{dI_{b\lambda}}{dT} \right]_0 \left[\frac{\partial T}{\partial \tau_\lambda} \right]_0 \tau_\lambda = \\
&= \frac{1}{K_{\lambda_0} I_{b\lambda_0}} \left[\frac{dI_{b\lambda}}{dT} \right]_0 \left[\frac{\partial T}{\partial r} \right]_0 \tau_\lambda
\end{aligned} \quad (2.131)$$

Expandindo $I_{b\lambda}$ numa série de Taylor em torno de $\tau_\lambda = 0$

$$\begin{aligned}
I_{b\lambda}[\tau_\lambda(r)] &= I_{b\lambda_0} + \left[\frac{\partial I_{b\lambda}}{\partial \tau_\lambda} \right]_0 \tau_\lambda + \dots \\
&= I_{b\lambda_0} \left[1 + \frac{1}{I_{b\lambda_0}} \left[\frac{\partial I_{b\lambda}}{\partial \tau_\lambda} \right]_0 \tau_\lambda + \dots \right]
\end{aligned} \quad (2.132)$$

Em vista de (2.130) retemos apenas os dois primeiros termos desta expansão.

Introduzindo (2.131) em (2.132) e o resultado em (2.129) obtém-se

$$I_{\lambda_0} = I_{b\lambda_0} \left[\int_0^\infty e^{-\tau_\lambda} d\tau_\lambda + \frac{1}{K_{\lambda_0} I_{b\lambda_0}} \left[\frac{dI_{b\lambda}}{dT} \right]_0 \left[\frac{\partial T}{\partial r} \right]_0 \int_0^\infty \tau_\lambda e^{-\tau_\lambda} d\tau_\lambda \right] \quad (2.133)$$

Realizando as integrações tem-se

$$I_{\lambda_0} = I_{b\lambda_0} \left[1 + \frac{1}{K_{\lambda_0} I_{b\lambda_0}} \left[\frac{dI_{b\lambda}}{dT} \right]_0 \left[\frac{\partial T}{\partial r} \right]_0 \right] \quad (2.134)$$

Levando em conta (2.130) podemos observar que I_{λ_0} difere muito pouco de $I_{b\lambda_0}$.

Do que foi exposto conclui-se que a suposição inicial de que o regime é tal que I_λ difere muito pouco de $I_{b\lambda}$, exige que apenas radiação proveniente de pontos para os quais $I_{b\lambda}$ difere pouco de $I_{b\lambda_0}$ atinja o ponto em questão ($r = 0$). Um regime em que isto ocorre é

considerado regime denso.

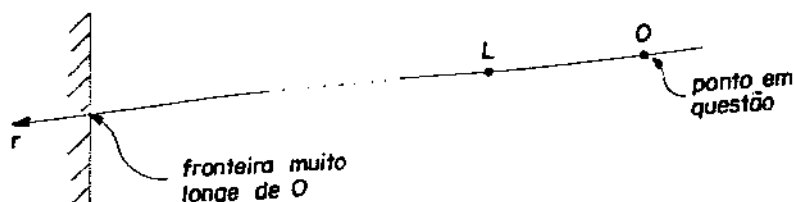


Figura 2.33

Se a equação para I_λ (2.134) vale para todas as direções e frequências, o vetor fluxo de calor radiante é

$$q_{ri} = \int_0^\infty \left[I_{b\lambda} \int_{4\pi} l_i d\Omega + \frac{1}{K_\lambda} \frac{dI_{b\lambda}}{dT} \int_{4\pi} l_i \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) d\omega \right] d\lambda \quad (2.135)$$

De onde temos

$$q_{ri} = - \frac{4\pi}{3} \left(\int_0^\infty \frac{1}{K_\lambda} \frac{dI_{b\lambda}}{dT} d\lambda \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.136)$$

Utilizando a função de Planck

$$I_{b\lambda}(T) = \frac{2h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (2.137)$$

a integral na expressão (2.136) torna-se

$$\int_0^\infty \frac{1}{K_\lambda} \frac{dI_{b\lambda}}{dT} d\lambda = \frac{4}{\pi} \frac{\sigma T^3}{K_R} \quad (2.138)$$

onde K_R , o coeficiente médio de absorção de Rosseland, é definido por

$$\frac{1}{K_R} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{K_\lambda} \frac{dI_{b\lambda}}{dT} d\lambda}{\int_0^\infty \frac{dI_{b\lambda}}{dT} d\lambda} = \frac{\pi}{4\sigma T^3} \int_0^\infty \frac{1}{K_\lambda} \frac{dI_{b\lambda}}{dT} d\lambda \quad (2.139)$$

A expressão final para q_{ri} em termos de K_R fica:

$$q_{ri} = - \frac{16\sigma T^3}{3K_R} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.140)$$

que é comumente chamada de "aproximação de Rosseland". Limite de Rosseland é um termo mais correto, visto ser esta expressão exata para a situação assintótica denominada regime denso.

Todos os regimes de radiação estão situados entre os dois regimes extremos: o denso e o ralo e, como caso particular do regime ralo tem-se o regime dominado pela emissão.

É razoável supor que uma aproximação da equação da transferência que nos limites reproduza o regime denso e o regime ralo deva funcionar bem nos regimes intermediários. A análise da aproximação P_1 que segue é feita sob este ponto de vista.

Substituindo a coordenada métrica pela coordenada óptica na expressão da P_1 (2.106) e em sua condição de contorno (2.113) tem-se, respectivamente:

$$\frac{\partial^2 q_j}{\partial \tau_i \partial \tau_j} - 3 q_i = 4\sigma \frac{\partial T^4}{\partial \tau_i} \quad (2.141)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\varepsilon_\omega} - \frac{1}{2} \right) q_2(\tau_1, 0, \tau_3) - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial q_j}{\partial \tau_j} \right)_{\tau_2=0} &= \\ &= \sigma T_\omega^4(\tau_1, \tau_3) - \sigma T^4(\tau_1, 0, \tau_3) \end{aligned} \quad (2.142)$$

Seja L uma dimensão característica do meio; a espessura óptica

característica correspondente do meio será $\tau_0 = KL$.

Através de uma análise de ordem de grandeza das expressões (2.141) e (2.142) tem-se que os termos do primeiro membro de (2.141) têm, em relação ao segundo membro, as seguintes ordens de grandeza:

$$\left(\frac{1}{\varepsilon_\omega} - \frac{1}{2} \right) q_2(\tau_1, 0, \tau_3) = \mathcal{O}\left(\frac{1}{\tau_0} \right) \quad (2.143)$$

$$= \frac{1}{4} \left[\frac{\partial q_j}{\partial \tau_j} \right]_{\tau_2=0} = \mathcal{O}\left(\frac{1}{\tau_0^2} \right) \quad (2.144)$$

O termo $\frac{\partial^2 q_j}{\partial \tau_i \partial \tau_j}$ de (2.142) tem, com relação a q_i a ordem de grandeza:

$$\frac{\partial^2 q_i}{\partial \tau_i \partial \tau_j} = \mathcal{O}\left(\frac{1}{\tau_0^2} \right) \quad (2.145)$$

No limite denso, quando $\tau_0 \rightarrow \infty$ a aproximação P_1 se reduz a

$$q_i = - \frac{4\sigma}{3} \frac{\partial T^4}{\partial \tau_i} \quad (2.146)$$

que é o limite de Rosseland para um gás cinza, ou seja, com $K_R = K$.

A condição de contorno exige continuidade na parede. Se apenas o termo de $\mathcal{O}\left(\frac{1}{\tau_0} \right)$ é retido na condição de contorno (2.142) temos

$$\sigma T_\omega^4(\tau_2, \tau_3) - \sigma T^4(0, \tau_2, \tau_3) = \left(\frac{1}{\varepsilon_\omega} - \frac{1}{2} \right) q_1(0, \tau_2, \tau_3) \quad (2.147)$$

que dá conta do salto de temperatura na parede se a condução molecular não for incluída no problema.

Vamos passar para o outro limite e verificar se a aproximação P_1 reproduz também o limite ralo.

No limite ralo temos $\tau_0 \ll 1$, de forma que (2.141), em vista de (2.145) torna-se

$$\frac{\partial^2 q_j}{\partial \tau_i \partial \tau_j} = 4\sigma \frac{\partial T^4}{\partial \tau_i} \quad (2.148)$$

que integrando, dá:

$$\frac{\partial q_j}{\partial \tau_j} = 4\sigma T^4 + \mathbb{C} \quad (2.149)$$

onde $\mathbb{C}$ é uma constante de integração.

É necessário que seja satisfeita a condição de contorno (2.142) que pode ser colocada na forma

$$q_2^+(x_1, 0, x_3) = \sigma T^4(x_1, 0, x_3) - \frac{1}{4K} \left[\frac{\partial q_j}{\partial x_j} \right]_{x_2=0} + \frac{1}{2} q_2(x_1, 0, x_3) \quad (2.150)$$

onde se levou em consideração a expressão (2.110), reproduzida abaixo e remunerada

$$q_2^+(x_1, 0, x_3) = \varepsilon_\omega \sigma T_\omega^4(x_1, x_3) + (1 - \varepsilon_\omega) [q_2^+(x_1, 0, x_3) - q_2(x_1, 0, x_3)] \quad (2.151)$$

substituindo (2.149) em (2.150) tem-se

$$\mathbb{C} = 4q_2^+(x_1, 0, x_3) - 2q_2(x_1, 0, x_3) \quad (2.152)$$

Para um meio opticamente ralo limitado por N superfícies temos N equações de tipo de (2.152), uma para cada superfície. Para que (2.149) corresponda ao limite ralo da aproximação P_1 é preciso que $\mathbb{C}$ seja constante em todo o meio. Isto impõe uma restrição à aplicabilidade da P_1 em regime ralo, ou seja, a equação (2.152) deve produzir o mesmo valor de $\mathbb{C}$ para as N superfícies limitantes do meio. Nos casos em que porventura isto não ocorra a P_1 não reproduz corretamente o regime ralo.

Se introduzimos (2.152) em (2.151) obtemos

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_{\omega}}{2} \right) \mathbb{C} = (2 + \varepsilon_{\omega}) q_2^+ - \varepsilon_{\omega} \sigma T_{\omega}^4 \quad (2.153)$$

de onde se conclui que para a constância de $\mathbb{C}$, é necessário que as superfícies sejam isotérmicas e a radiosidade q_2^+ seja uniforme.

Vamos analisar inicialmente se a aproximação P_1 reproduz corretamente o regime dominado pela emissão que é, como se viu, um caso particular do regime ralo. Para tanto, vamos usar as equações (2.105a,b) da P_1 :

$$\frac{\partial q_{rj}}{\partial x_j} = -K(G - 4\sigma T^4) \quad (2.154a)$$

$$\text{e} \quad \frac{\partial G}{\partial x_i} = -3Kq_i \quad (2.154b)$$

Introduzindo as variáveis adimensionais

$$\begin{aligned} \overline{x_i} &= \frac{x_i}{L} ; & \overline{G} &= \frac{G}{\sigma T_r^4} ; \\ \overline{K} &= \frac{K}{K_r} ; & \overline{q_{ri}} &= \frac{q_{ri}}{\sigma T_r^4} \quad \text{e} \\ \overline{T} &= \frac{T}{T_r} , \end{aligned}$$

onde L é um comprimento característico, K_r e T_r são valores de referência característicos, as equações da P_1 ficam:

$$\frac{\partial \overline{q_{rj}}}{\partial \overline{x_j}} = -(K_r L) \overline{K} (\overline{G} - 4(\overline{T})^4) \quad (2.156a)$$

$$\text{e} \quad \frac{\partial \overline{G}}{\partial \overline{x_i}} = -(K_r L) 3\overline{K} \overline{q_{ri}} \quad (2.156b)$$

Fazendo $K_r L \ll 1$, que é condição necessária para que se tenha o

regime dominado pela emissão, vemos através de (2.156b) que $\bar{G}$ é desprezível em relação a $\overline{q_{rj}}$, de modo que pode ser eliminado em (2.156a) que se torna

$$\frac{\partial \overline{q_{rj}}}{\partial x_j} = 4(K_r L) \bar{K}(\bar{T})^4 \quad (2.157)$$

que, ao ser convertida às variáveis dimensionais, fica

$$\frac{\Sigma \partial q_{rj}}{\partial x_j} = 4K\sigma T^4 \quad (2.158)$$

Por outro lado o termo $\frac{\partial q_{rj}}{\partial x_j}$ vale:

$$\frac{\partial q_{rj}}{\partial x_j} = \int_0^\infty \int_0^{4\pi} I_j \frac{\partial I_\lambda}{\partial x_j} d\omega d\lambda, \quad (2.159)$$

introduzindo a equação da transferência temos:

$$\frac{\partial q_{rj}}{\partial x_j} = - \int_0^\infty K_\lambda \left[\int_0^{4\pi} I_\lambda d\omega - 4\pi I_{b\lambda} \right] d\lambda \quad (2.160)$$

se a condição $I_\lambda \ll I_{b\lambda}$, que caracteriza o regime dominado pela emissão, vale para todas as frequências e direções, $\partial q_{rj} / \partial x_j$ depende apenas das condições no local e será igual à taxa volumétrica de emissão espontânea; como a emissão espontânea é isotrópica temos que (2.160) torna-se:

$$\frac{\partial q_{rj}}{\partial x_j} = 4\pi \int_0^\infty K_\lambda I_{b\lambda} d\lambda \quad (2.161)$$

Esta relação pode ser escrita na forma

$$\frac{\partial q_{rj}}{\partial x_j} = 4K_p \sigma T^4 \quad (2.162)$$

onde K_p é denominado coeficiente médio de absorção de Planck, definido

por

$$K_p = \frac{\int_0^{\infty} K_{\lambda} I_{b\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{b\lambda} d\lambda} = \frac{\pi}{\sigma T^4} \int_0^{\infty} K_{\lambda} I_{b\lambda} d\lambda \quad (2.163)$$

Comparando (2.158) com (2.162) vemos que a P_1 reproduz o regime dominado pela emissão através de (2.158) quando K é feito igual a K_p .

Se compararmos (2.158) com (2.149) vê-se que no regime dominado pela emissão $C = 0$, independentemente da geometria. A aproximação P_1 é válida, portanto, para regimes dominados pela emissão em sistemas de qualquer geometria.

Para situações no limite ralo que não são dominadas pela emissão deve-se levar em consideração, em cada caso, a restrição imposta por (2.153), que deve ser obedecida para que a P_1 reproduza a situação em questão. A aplicabilidade da P_1 para este regime é analisada a seguir para três geometrias distintas: camada plana, cavidade cilíndrica circular e espaço anular entre cilindros concêntricos, ilustradas na Figura 2.34.

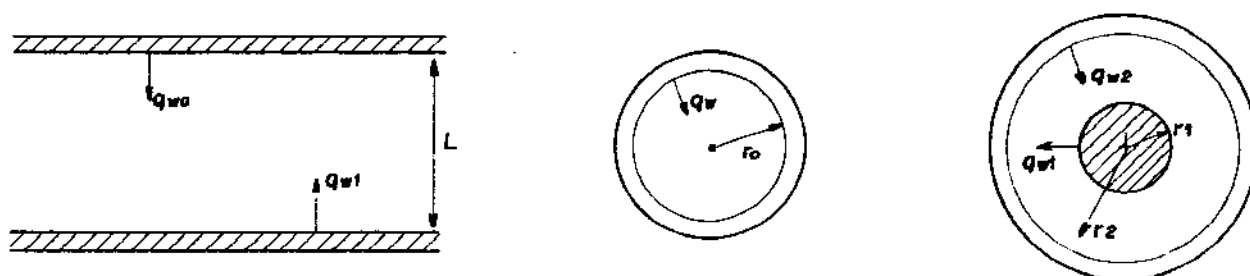


Figura 2.34 Geometrias de teste da aproximação P_1

No caso de limite ralo, o fluxo de calor por radiação em cada superfície pode ser obtido como se o meio fosse transparente, utilizando-se técnicas convencionais.

Assim, para o caso da camada plana, temos:

$$q_{\omega 1} = -q_{\omega 2} = B_1 - B_2 \quad (2.164)$$

utilizando (2.152), vem:

$$C_{\omega 1} = C_{\omega 2} = 2B_1 + 2B_2 \quad (2.165)$$

A restrição a respeito da constância de C é obedecida e neste caso a P_1 se reduz ao limite ralo corretamente. É interessante notar adicionalmente que a P_1 apresenta bons resultados para a camada plana em toda a faixa de espessuras ópticas. Ver, p. e., Ozisik [1973].

No caso de um meio que emite e absorve, contido numa cavidade cilíndrica infinitamente longa, em vista de ser isotérmica a superfície limitante e ser uniforme a radiosidade, a restrição a respeito de C é obedecida e a aproximação P_1 deve reproduzir corretamente o limite ralo.

No caso específico em que há geração uniforme de energia dentro da cavidade cilíndrica pode-se mostrar que a aproximação P_1 dá o seguinte resultado:

$$\frac{q_{\omega}}{\sigma(T_{\omega}^4 - T_c^4)} = \frac{1}{3\tau_o/16 + 1/2 - 1/\tau_o} \quad (2.166)$$

onde T_c é a temperatura no eixo e $\tau_o = kD$ é a espessura óptica característica do sistema. Quando este resultado é comparado com o que é obtido pelo método de Monte Carlo (Figura 2.35) verifica-se que para esta geometria cilíndrica a P_1 dá bons resultados em toda a faixa de espessuras ópticas.

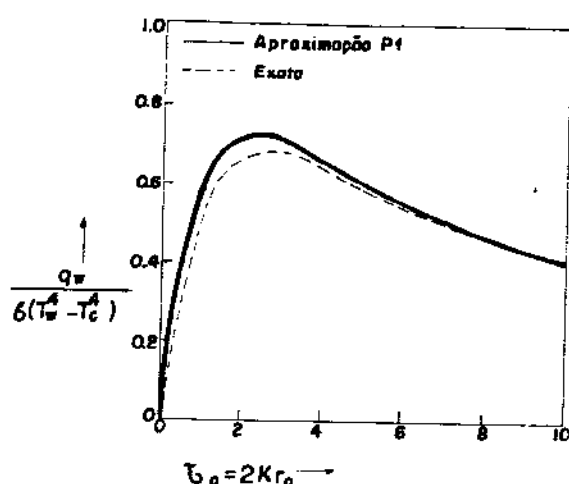


Figura 2.35 Comparação dos resultados para um cilindro circular com geração uniforme de calor.

Estes dois exemplos fazem crer segundo Cess [1966] que nas geometrias em que a P_1 se reduz ao limite ralo corretamente, ela dará bons resultados para qualquer regime intermediário entre o ralo e o denso, já que ela reproduz sempre o regime denso.

Como terceiro exemplo, considerem-se duas superfícies cilíndricas infinitamente longas e concêntricas. No limite ralo, a teoria das cavidades dá

$$q_{\omega 1} = B_1 - B_2 \quad (2.167a)$$

$$e \quad q_{\omega 2} = \frac{r_1}{r_2} (B_2 - B_1) \quad (2.167b)$$

A Equação (2.152), em vista de (2.167a, b) dá

$$C_{\omega 2} = 2 \left(\frac{r_1}{r_2} \right) B_1 + 2 \left(2 - \frac{r_1}{r_2} \right) B_2 \quad (2.168a)$$

$$e \quad C_{\omega 1} = 2B_1 + 2B_2 \quad (2.168b)$$

Com exceção do caso em que as duas superfícies cilíndricas estão

à mesma temperatura a restrição de que C deve ter o mesmo valor nas duas superfícies não é satisfeita. Este é um exemplo em que a P_1 não se reduz ao limite ralo corretamente. Mais ainda, a diferença entre $C_{\omega 1}$ e $C_{\omega 2}$ aumenta com valores crescentes de r_2/r_1 . No caso em que as superfícies são negras e a radiação é o único modo de transferência de energia dentro do meio, a aproximação P_1 dá:

$$\frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{q_{\omega 1}} = \frac{3\tau_0}{4(r_2/r_1 - 1)} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{r_1}{r_2} + 1 \right) \quad (2.169)$$

A comparação deste resultado com a solução exata mostra que os valores coincidem muito bem quando $r_2/r_1 \rightarrow 1$, o que corresponde à camada plana. Porém no caso geral, como era de se esperar, a precisão da P_1 diminui à medida que a espessura óptica diminui, efeito que é tanto mais acentuado quanto maior é $\frac{r_2}{r_1}$ (Figura 2.36).

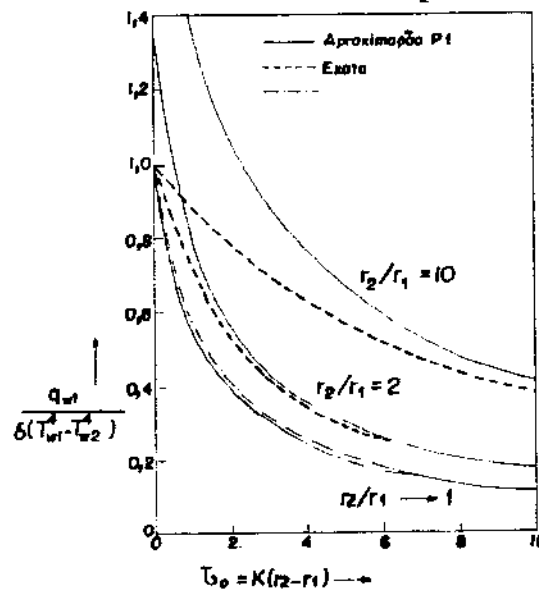


Figura 2.36 Comparação de resultados para dois cilindros concêntricos

Em resumo tem-se que a aproximação P_1 em geral não reproduz corretamente o limite ralo quando as superfícies que envolvem o gás radiante não estão todas à mesma temperatura. Uma exceção a este resultado, além dos casos de regime dominado pela emissão em sistemas

de qualquer geometria, é o caso de um gás limitado por duas paredes planas a diferentes temperaturas. Neste caso a P_1 reduz-se corretamente ao limite ralo.

Dennar e Sibulkin [1969] fornecem uma explicação física para estes fatos, deduzidos por Cess numa base matemática. Nesse trabalho o método dos momentos, que é equivalente ao dos esféricos harmônicos, como já citado anteriormente, a não ser pelas condições de contorno, é aplicado ao caso de duas superfícies esféricas concêntricas, negras, sem geração de energia. Na Figura 2.37 são apresentados os resultados obtidos comparados com resultados numéricos exatos, que vêm corroborar as afirmações de Cess. A precisão dos resultados decresce quando a relação entre os raios das esferas diminui e a solução exata e a aproximada não concordam no limite ralo.

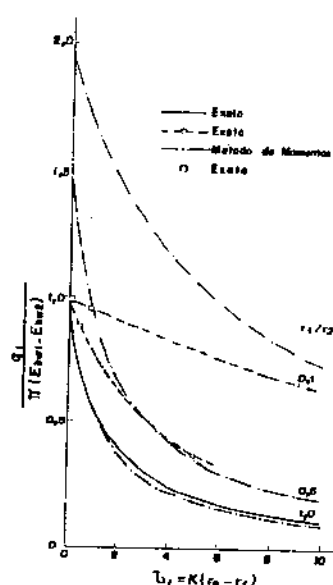


Figura 2.37 Variação do fluxo de calor com a espessura óptica para esferas concêntricas negras sem geração interna de calor

A explicação física para a falha da aproximação P_1 é dada com base nos momentos de intensidade de radiação, definidos através de

$$I_o(\vec{r}) = \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{R}) d\omega \quad (2.170a)$$

$$I_{1x_i}(\vec{r}) = \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{R}) l_i d\omega \quad (2.170b)$$

$$I_{2x_i x_j}(\vec{r}) = \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{R}) l_i l_j d\omega \quad (2.170c)$$

$$I_{nx_i x_j}(\vec{r}) = \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{R}) l_i l_j^{n-1} d\omega \quad \text{para } n \geq 2 \quad (2.170n)$$

onde $\vec{r}$ e $\vec{R}$ são definidos na Figura 2.6 e l_i representa os cossenos diretores de $\vec{R}$. Os três primeiros momentos da intensidade de radiação tem significados físicos dados pelas relações abaixo, onde u_r representa a densidade de energia radiante, q_i o fluxo de calor radiante na direção i e p_{ij} dá o tensor de pressão de radiação:

$$u_r(\vec{r}) = (1/c) \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{R}) d\omega \quad (2.171a)$$

$$q_i(\vec{r}) = \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{R}) l_i d\omega \quad (2.171b)$$

$$p_{ij}(\vec{r}) = 1/c \int_{4\pi} I(\vec{r}, \vec{R}) l_i l_j d\omega \quad (2.171c)$$

Como indica Cheng [1964], está implícita na P_1 a relação

$$I_{2x_i x_j}(\vec{r}) = [I_o(\vec{r})/3] \delta_{ij} \quad (2.172)$$

o que equivale, de acordo com (2.171), a

$$p_{ij}(\vec{r}) = [u_r(\vec{r})/3] \delta_{ij} \quad (2.173)$$

Esta relação entre a pressão de radiação e a densidade de

radiação é válida quando o gás se encontra em equilíbrio radiante (ver Vincent e Kruger [1965]). Assim a aproximação P_1 assume que as quantidades P_{ij} e u_r estão relacionadas de forma tal como se o gás estivesse em equilíbrio radiante, o que corresponderia a um campo de radiação isotrópico.

Em vista do que foi exposto, é de se esperar que a aproximação P_1 falhe em situações onde o campo de radiação se afaste consideravelmente da condição de isotropia.

Numa situação onde temos uma cavidade de forma qualquer com paredes todas à mesma temperatura, contendo um gás ralo (Figura 2.38a), a intensidade de radiação é isotrópica em qualquer ponto da cavidade, o que explica o sucesso da P_1 neste caso. No caso de um gás ralo entre duas paredes planas (Figura 2.38b) a temperaturas diferentes, a radiação é semi isotrópica e pode-se verificar facilmente que a relação (2.172) ainda é válida; como já indicado anteriormente a P_1 reproduz com fidelidade esta situação. Finalmente, numa situação representada por duas superfícies esféricas concêntricas com um gás ralo entre elas, estando as duas a temperaturas diferentes, a radiação é anisotrópica e a relação (2.172) não é mais obedecida. Isto explica a falha da P_1 neste caso.

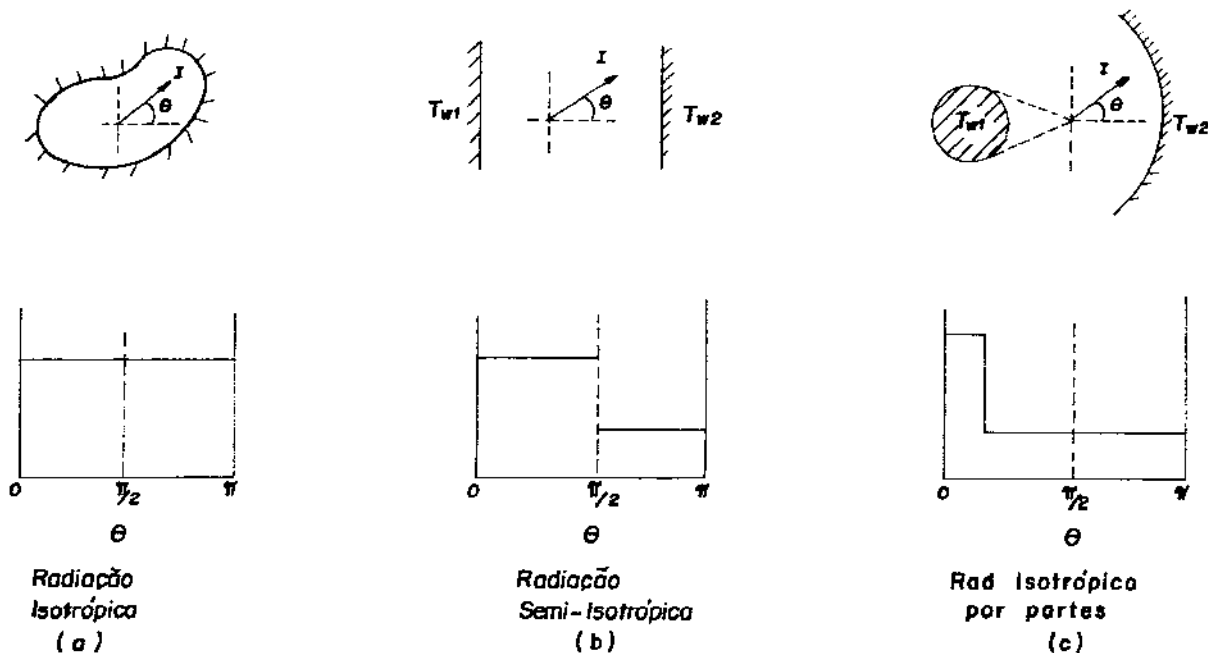


Figura 2.38 Exemplos de distribuição de intensidade de radiação no limite ralo.

Dennar e Sibulkin estudaram ainda a aplicação da P_1 para o caso de esferas concêntricas negras à mesma temperatura com geração interna de energia. A Figura 2.39 mostra os resultados obtidos, comparados com soluções exatas.

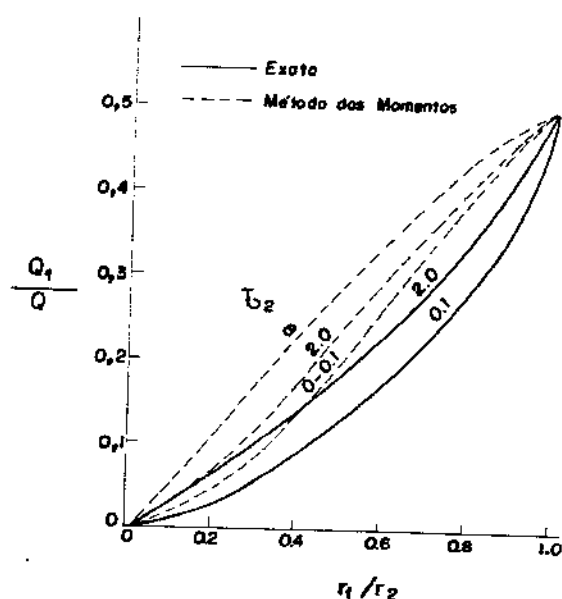


Figura 2.39 Variação do fluxo de calor total com a relação entre os raios para esferas concêntricas, negras à mesma temperatura com geração interna de energia.

Verifica-se que a não ser para os casos triviais de $\frac{r_1}{r_2} = 0$ (superfície esférica única) e $\frac{r_1}{r_2} = 1$ (camada plana) a precisão da P_1 não é boa. Este resultado é bastante negativo, visto que era de se esperar que a P_1 desse bons resultados em casos como este em que os efeitos da parede são ausentes ou desprezíveis.

Modificações da aproximação P_1 — Observações sobre a aproximação P_3

Bayazitoglu e Higenyi [1978] realizaram um estudo sobre a aplicabilidade da aproximação P_3 para geometrias plana, cilíndrica e esférica e compararam seus resultados com os resultados da P_1 , com os das chamadas soluções modificadas da P_1 e com os do método de "médias regionais", todos eles sendo confrontados com os resultados exatos.

A aproximação P_3 produz uma distribuição angular de intensidade de radiação que se afasta da hipótese de quase-isotropia. Isto faz com que seus resultados sejam melhores que os da P_1 , apesar de falhar nos casos em que a P_1 também falha em regime ralo.

Entre as soluções modificadas da P_1 tem-se, por exemplo, a de Modest e Stevens [1978], que usa a P_1 e o tratamento exato para obter fatores geométricos que melhoram a solução, e a de Olfe [1968], que analisa a contribuição do poder emissivo da parede de forma exata e utiliza a aproximação P_1 para equacionar a contribuição da emissão do gás.

O método regional de Chou e Tien [1968] divide o campo de radiação em subregiões e aproxima os momentos da intensidade de radiação por seus valores médios. A subdivisão é feita de forma a levar em conta os efeitos de curvatura.

As soluções modificadas e o método regional têm a vantagem sobre a P_3 de dar bons resultados para toda a faixa de espessuras ópticas. No entanto estes métodos introduzem termos integrais que removem o elemento de simplicidade obtidos pelas aproximações P_1 e P_3 .

A P_3 apresenta, segundo Bayazitoglu e Higenyi, apesar de suas limitações, vantagens sobre os métodos modificados, entre as quais a simplicidade e a possibilidade de extensão a situações multidimensionais, o que é bastante trabalhoso no caso dos métodos modificados. Mais ainda, a P_3 permite com facilidade a incorporação do fenômeno do espalhamento e, finalmente, em sistemas complexos onde a radiação, a convecção e a condução estão acopladas, a P_3 é mais adequada em vista da natureza diferencial dos efeitos de acoplamento.

c) Um modelo de dois fluxos baseado na aproximação P_1 para o transporte de calor radiante em fornalhas cilíndricas

Este modelo de dois fluxos, elaborado por Siddall e Selçuk [1975], é na realidade um pseudo modelo de dois fluxos, pois se baseia na aproximação P_1 , que dá conta do transporte de calor multidimensional e é aplicado a sistemas cilíndricos axissimétricos com transporte radiante tanto na direção axial como radial, o que requereria usualmente um modelo de 4 fluxos.

Considerem-se as equações da aproximação P_1 em coordenadas cilíndricas para um meio cinza

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rq_r) + \frac{\partial q_z}{\partial z} = K(4E_G - G) \quad (2.174a)$$

$$\frac{\partial G}{\partial r} = -3Kq_r \quad (2.174b)$$

$$\frac{\partial G}{\partial z} = -3Kq_z \quad (2.174c)$$

onde K é o coeficiente de absorção do meio, E_G o poder emissivo de corpo negro para a temperatura do gás, G o fluxo de radiação total incidente num ponto e q_i ($i = r, z$) o fluxo líquido de energia radiante no sentido da coordenada i .

Além das equações para os fluxos de calor (2.174), a aproximação P_1 fornece também uma expressão para a variação angular da intensidade de radiação (Equação 2.107):

$$I(r, \vec{R}) = \frac{1}{4\pi} \left[G(r) + 3\vec{q} \cdot \vec{R} \right] \quad (2.175)$$

Integrando $I(r, \vec{R})$ sobre um hemisfério, como indicado na Figura 2.40, obtem-se uma expressão para q_r^+ , o fluxo de energia no sentido positivo da coordenada r .

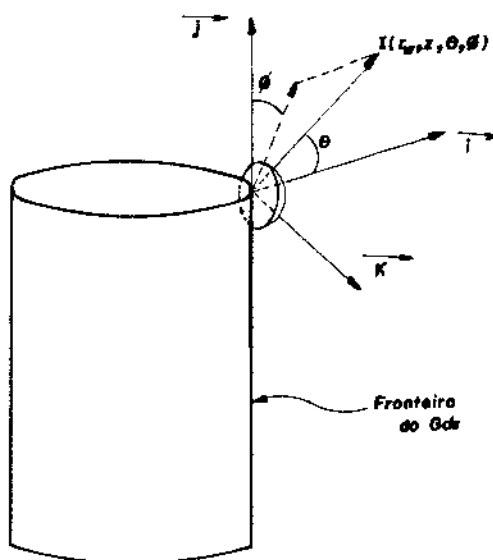


Figura 2.40 Coordenadas para integração de I para obtenção de q_r^+

$$q_r^+ = \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{4\pi} \left[G + (3q_r \vec{i} + 3q_z \vec{j}) \cdot (\cos\theta \vec{i} + \sin\theta \cos\phi \vec{j} + \sin\theta \sin\phi \vec{k}) \right] \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi \quad (2.176)$$

Fazendo a integração tem-se

$$q_r^+ = \frac{G}{4} + \frac{q_r}{2} \quad (2.177a)$$

De forma análoga,

$$q_z^+ = \frac{G}{4} + \frac{q_z}{2} \quad (2.177b)$$

Considerando que

$$q_i = q_i^+ - q_i^- \quad \text{onde } i = r \text{ ou } z \quad (2.178)$$

tem-se, por combinação desta última expressão com 2.177 (a,b) que

$$\bar{q}_r = \frac{\bar{G}}{4} - \frac{q_r}{2} \quad (2.179a)$$

$$\bar{q}_z = \frac{\bar{G}}{4} - \frac{q_z}{2} \quad (2.180)$$

Estas expressões são aplicadas a seguir a uma fornalha cilíndrica com vários queimadores em uma das extremidades. A parede fria lateral é cinza e as paredes das extremidades são refratárias.

Admitem-se as seguintes hipóteses:

- a) O campo de temperaturas é axissimétrico;
- b) O meio é cinza;
- c) As concentrações e as velocidades são uniformes em cada secção transversal.

Multiplicando-se as Equações (2.174a) e (2.174c) por $rdrd\theta$ e integrando sobre toda a área transversal temos

$$\frac{d\bar{q}_z}{dZ} = K(4\bar{E}_G - \bar{G}) - \frac{2}{r_\omega} (q_{r\omega}) \quad (2.181)$$

$$\frac{d\bar{G}}{dZ} = -3Ka\bar{q}_z \quad (2.182)$$

onde $q_{r\omega}$ representa o fluxo radial líquido de calor radiante para a parede cinza da fornalha e as barras representam valores médios sobre a secção transversal da fornalha. Por exemplo,

$$\bar{q}_z = \frac{1}{\pi r_\omega^2} \int_{r=0}^{r=r_\omega} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} q_r r dr d\theta \quad (2.183)$$

onde r_ω é o raio interno da fornalha.

Será assumida agora uma hipótese simplificadora cujo sentido se

esclarecerá em breve. Esta hipótese diz respeito ao comportamento de G com r . É razoável supor que a variação de G com r para uma dada posição axial possa ser aproximada por um polinômio. Os coeficientes deste polinômio podem ser obtidos impondo-se condições a que a função G deve obedecer, quais sejam:

- a) Simetria axial;
- b) Condição de contorno na parede cinza;
- c) Condição pela qual a função proposta reproduz o valor médio de G na secção transversal.

Em vista de serem três as condições que podem ser impostas a G , apenas três podem ser os coeficientes a determinar na expressão da variação de G com r , o que leva a assumir-se variação parabólica de G com r .

Impondo-se as condições indicadas acima, obtemos:

$$G(r) = \frac{-2\bar{G} + 4\varepsilon_{\omega}E_{\omega} + (8 - 4\varepsilon_{\omega})q_{r\omega}^+}{r_{\omega}^2} r^2 + 2\varepsilon_{\omega}E_{\omega} +$$

$$+ \left[4 - 2\varepsilon_{\omega}\right]q_{r\omega}^+ + 2\bar{G} - 4\varepsilon_{\omega}E_{\omega} - (8 - 4\varepsilon_{\omega})q_{r\omega}^+ \quad (2.184)$$

onde ε_{ω} é a emissividade da parede fria e E_{ω} o poder emissivo de corpo negro à temperatura da parede fria.

A vantagem de se fazer esta suposição com relação a G é que ela torna possível exprimir-se o fluxo de calor na parede fria em função dos fluxos axiais, como se vê a seguir.

Se a expressão para G é substituída em (2.174b) e r é feito igual a r_{ω} , obtém-se uma aproximação para o fluxo de calor na parede lateral

$$q_{r\omega} = \frac{4\varepsilon_{\omega}}{16 + 3K\varepsilon_{\omega}r_{\omega} - 8\varepsilon_{\omega}} (\bar{G} - 4E_{\omega}) \quad (2.185)$$

que pode ser rearranjada para dar

$$q_{r\omega} = \frac{Cr_{\omega}}{2} \left[\bar{G} - 4E_{\omega} \right] \quad (2.186)$$

$$\text{onde} \quad C = \frac{4}{3Kr_{\omega}(B - 1/2)} \quad (2.187a)$$

$$\text{e} \quad B = 1 + 4 \frac{\left(\frac{2}{\epsilon_{\omega}} - 1\right)}{3K\epsilon_{\omega}} \quad (2.187b)$$

Substituindo esta expressão para $q_{r\omega}$ em (2.181), o fluxo radial é eliminado do sistema de Equações, que agora contém apenas o fluxo médio axial $\overline{q_z}$.

Assim, mediando as Equações (2.178) e (2.180) temos

$$\overline{q_z} = \overline{q_z^+} - \overline{q_z^-} \quad (2.188)$$

$$\text{e} \quad \overline{G} = 2(\overline{q_z^+} + \overline{q_z^-}) \quad (2.189)$$

Substituindo (2.186), (2.188) e (2.189) em (2.181) e (2.182) e rearranjando obtém-se

$$\frac{d\overline{q_z^+}}{dz} = 2K\overline{E_g} + 2C\epsilon_{\omega} - \left(\frac{7}{4}K + C\right) \overline{q_z^+} - \left(\frac{1}{4}K + C\right) \overline{q_z^-} \quad (2.190)$$

e

$$-\frac{d\overline{q_z^-}}{dz} = 2K\overline{E_g} + 2C\epsilon_{\omega} - \left(\frac{7}{4}K + C\right) \overline{q_z^-} - \left(\frac{1}{4}K + C\right) \overline{q_z^+} \quad (2.191)$$

Estas equações justificam a classificação deste modelo como um de dois fluxos, visto que os únicos fluxos de energia radiante que surgem explicitamente no equacionamento final são $\overline{q_z^+}$ e $\overline{q_z^-}$. No entanto, o modelo prevê a existência de um fluxo líquido de energia radiante para a parede, que é calculado por (2.186) e (2.189) a partir dos valores obtidos para $\overline{q_z^+}$ e $\overline{q_z^-}$.

As Equações (2.190) e (2.191) dependem do conhecimento do valor

de $\bar{E}_g$ para serem integradas. Assim é necessário juntar ao sistema um balanço global de energia. Num volume diferencial da fornalha tem-se

$$\frac{d\bar{q}_g}{dZ} = - \frac{d\bar{q}_z}{dZ} - \frac{2}{r_w} q_{rw} - \frac{2}{r_w} h(\bar{T} - \bar{T}_w) + \frac{\dot{m}_F}{A} Q \frac{df}{dZ} \quad (2.192)$$

onde:

* $\bar{q}_g$ é o fluxo médio de entalpia sensível do gás de fornalha através da secção transversal, dado por

$$\bar{q}_g = \frac{\dot{m}_g}{A} C_g (T_g - T_b) \quad (2.193)$$

onde $\dot{m}_g$ é a vazão do gás de fornalha, C_g o seu calor específico e T_b uma temperatura de referência para a medida da entalpia;

* $\dot{m}_F$ é a taxa de entrada de combustível na fornalha;

* f é a fração de combustível já queimado na altura Z ;

* Q é o calor de combustão do combustível e

* h é o coeficiente de transferência de calor por convecção

Utilizando-se as Equações (2.181), (2.185) e (2.189) a Equação (2.192) transforma-se em:

$$\frac{d\bar{q}_g}{dZ} = 2K(\bar{q}_z^+ + \bar{q}_z^- - 2\bar{E}_g) - \frac{2}{r_w} h(\bar{T} - \bar{T}_w) + \frac{\dot{m}_F Q}{A} \frac{df}{dZ} \quad (2.194)$$

As Equações (2.190), (2.191) e (2.194), juntamente com a relação (2.193) podem ser resolvidas com as seguintes relações subsidiárias:

a) Condições de contorno radiantes

Em vista de serem refratárias as paredes das extremidades tem-se:

$$\bar{q}_z^+ = \bar{q}_z^- \quad \text{em } Z = 0 \quad \text{e } Z = L \quad (2.195)$$

b) Padrão de combustão de acordo com o padrão polinomial sugerido

por Roesler [1967]

$$f = 3 \left(\frac{z}{L_f} \right)^2 - 2 \left(\frac{z}{L_f} \right)^3 \quad \text{para } 0 \leq z \leq L_f$$

$$\text{e } f = 1 \quad \text{para } L_f \leq z \leq L,$$

(2.196)

onde L_f é o comprimento da chama.

c) Relação entre $\bar{T}_G$ e $\bar{E}_G$

Pode-se provar (Siddall e Selçuk [1975]) que a relação

$$\bar{T}_G = \left(\frac{\bar{E}_G}{\sigma} \right)^{1/4} \quad (2.197)$$

é válida neste caso com boa aproximação para uma dada secção. Selçuke Siddall aplicaram este método a uma situação levemente modificada em relação à apresentada aqui e compararam os resultados com os obtidos pelo método das zonas

A fornalha adotada por Siddall e Selçuk apresenta uma fileira de tubos dispostos ao longo da parede circular refratária, substituídos por uma parede cinza equivalente.

Os resultados obtidos e sua comparação com os do método das zonas são mostrados nas Figuras 2.41 a 2.44.

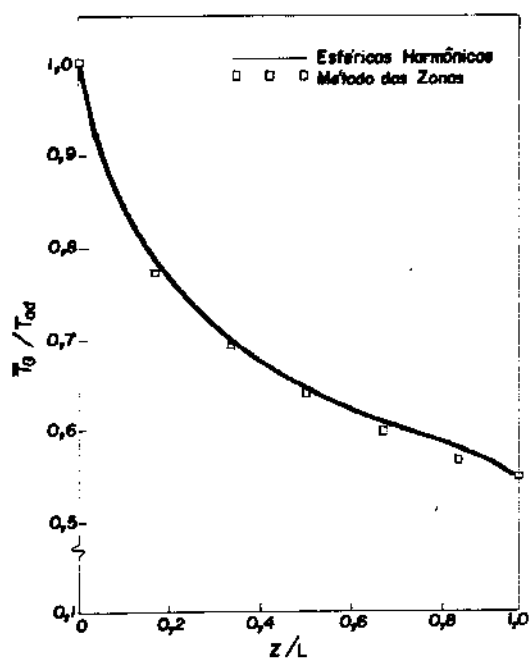


Figura 2.41 Comparação das distribuições de temperatura do gás para $L_f = 0$

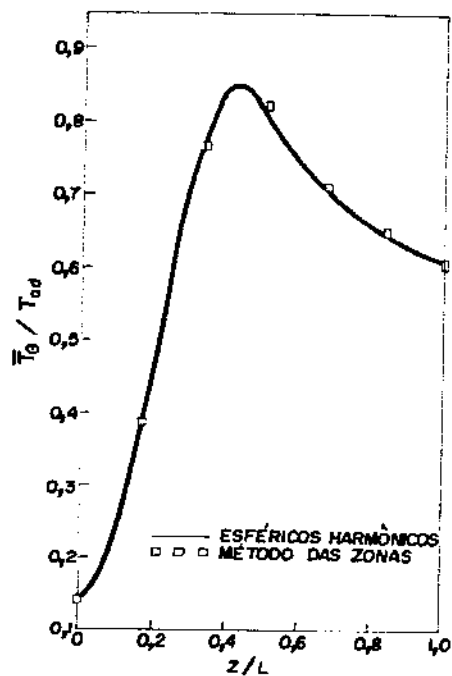


Figura 2.42 Comparação das distribuições do gás para $L_f = 0,48L$

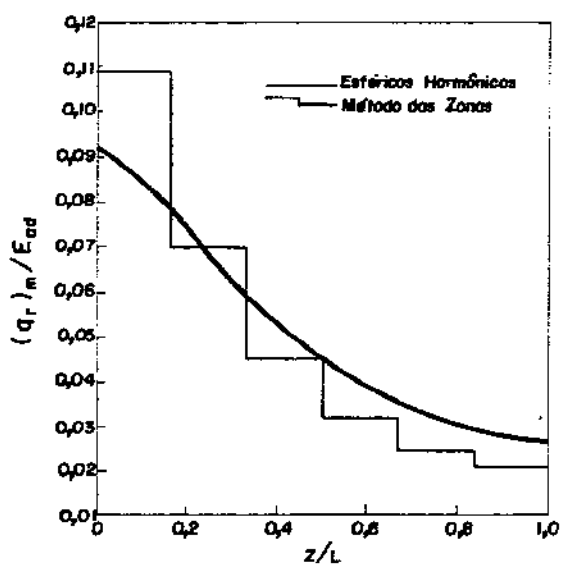


Figura 2.43 Comparação dos fluxos de calor para os tubos para $L_f = 0$

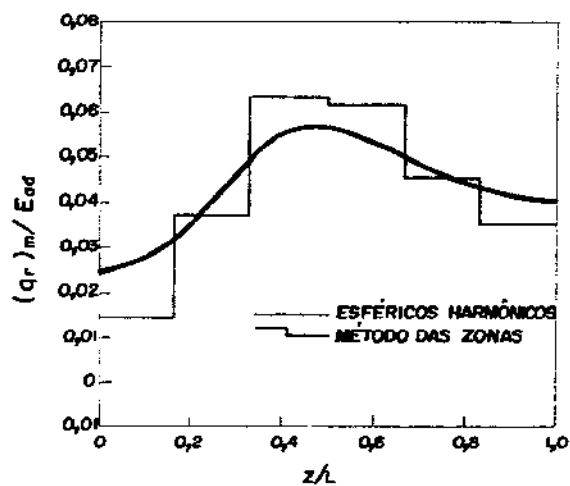


Figura 2.44 Comparação dos fluxos de calor para os tubos para $L_f = 0,48L$

A análise dos resultados vem mostrar uma concordância bastante

boa entre os resultados obtidos pelo presente método e o método das zonas. A sua simplicidade e economia computacional, segundo os autores, indicam que este método pode ser útil para projetistas na predição do comportamento térmico de fornalhas axissimétricas onde a uniformidade da velocidade e das concentrações das espécies químicas numa secção transversal qualquer pode ser assumida.

É importante considerar, no entanto, que este modelo pressupõe que o gás é cinza, o que está bastante longe da realidade de uma fornalha. Uma modificação do método, no sentido de acomodar as características reais do gás, se faz necessária.

Capítulo 3

MODELAMENTO DO TRANSPORTE DE CALOR RADIANTE EM FORNALHAS CILÍNDRICAS BASEADO NA APROXIMAÇÃO P_1 , ADAPTADA PARA ACOMODAR AS CARACTERÍSTICAS DE UM GÁS REAL

Neste capítulo é apresentado um modelo do transporte de calor radiante em fornalhas cilíndricas, que utiliza:

a) Uma combinação da aproximação P_1 com o modelo de gás de Hottel (apresentado no Capítulo 2) para equacionar o transporte de energia radiante de banda (energia radiante para a qual o gás é participante) e

b) O método das radiosidades para equacionar a troca, entre as paredes, de energia radiante de janela (energia radiante para a qual o gás é não participante)

O modelo é planejado para ser aplicado a um conjunto de fornalhas resolvidas por Sarofim [1961] pelo Método das Zonas. As razões pelas quais se escolheu este conjunto de fornalhas para teste do modelo proposto foram a confiabilidade dos resultados obtidos pelo método das zonas e a existência de padrões de escoamento e de combustão previamente estabelecidos para estas fornalhas. Desta maneira não há necessidade de se acoplar a equação da energia e as equações que descrevem o campo de radiação com as equações do movimento e da conservação das espécies químicas, de forma que as discrepâncias observadas entre os resultados poderão ser creditadas exclusivamente ao método proposto para equacionamento do campo de radiação.

3.1 Tratamento da radiação de banda

A emissividade e a absortividade de um gás isotérmico são definidas por

$$\epsilon_g = \frac{1}{\sigma T_g^4} \int_{\lambda=0}^{\infty} \left(1 - e^{-K(\lambda, T_g)L}\right) E_g(\lambda, T_g) d\lambda \quad (3.1a)$$

$$\alpha_g = \frac{1}{\sigma T_s^4} \int_{\lambda=0}^{\infty} \left(1 - e^{-K(\lambda, T_g)L}\right) E_s(\lambda, T_g) d\lambda \quad (3.1b)$$

onde T_g é a temperatura do gás, K o coeficiente monocromático de absorção (dependente do comprimento de onda da radiação, da temperatura e da composição do gás), L é o comprimento médio do raio, E_g o poder emissivo monocromático de corpo negro à temperatura do gás, T_s a temperatura da superfície que emite radiação a ser absorvida pelo gás e E_s é análogo a E_g .

No Capítulo 2 foi apresentada uma proposta, devida a Hottel [1954], para descrição da emissividade e absortividade de um gás real. Em termos mais gerais do que o já apresentado no Capítulo 2, Hottel sugere que um gráfico de emissividades (ou de absortividades) de um gás real, levantado experimentalmente, pode ser aproximado, com o grau de precisão que se desejar, por uma série exponencial da forma

$$\epsilon_g(T_g) = \sum_{l=1}^n \left[a_{gl}(T_g) (1 - e^{-K_l(T_g)L}) \right], \quad \sum_{l=1}^n a_{gl}(T_g) = 1 \quad (3.2a)$$

e

$$\alpha_g(T_g, T_s) = \sum_{l=1}^n \left[a_{sl}(T_g, T_s) (1 - e^{-K_l(T_g, T_s)L}) \right], \quad \sum_{l=1}^n a_{sl}(T_g, T_s) = 1 \quad (3.2b)$$

O uso extensivo destas expressões, segundo Sarofim [1961], indica que a emissividade e a absortividade de um gás real podem ser descritas com boa aproximação, para uma faixa extensa de L , com a utilização de apenas três termos das séries de exponenciais.

Os valores de a_{gl} , a_{sl} , K_l podem ser obtidos para T_g e T_s dados,

a partir de um número suficiente de valores para ϵ_g e α_g levantados experimentalmente, através dos processos convencionais de ajuste. Ver Hottel [1967].

A observação dos valores obtidos desta forma para a_{gl} e K_l para diferentes valores de T_g mostra, (Sarofim [1961]), que os valores de K_l são muito menos sensíveis à temperatura que os valores de a_{gl} . Isto sugere uma modificação de (3.2a) no sentido de "descarregar" toda a dependência de ϵ_g com relação à temperatura nos termos a_{gl} , de forma que os valores de K_l passam a ser considerados constantes para um dado gás, dentro de uma dada faixa de temperaturas. A expressão para a emissividade torna-se:

$$\epsilon_g = \sum_{l=1}^n \left[a_{gl}(T_s) (1 - e^{-K_l L}) \right] \quad (3.2c)$$

A observação das expressões (3.1a) e (3.1b) sugere (Sarofim [1961]) que os coeficientes de absorção na expressão (3.2b) são governados apenas pelas propriedades do gás, de tal forma que na hipótese de se utilizar um número bastante grande de termos nas séries exponenciais para α_g e ϵ_g (o que aproximaria a descrição empírica de α_g e ϵ_g de suas definições exatas) os coeficientes de absorção na expressão (3.2b) para α_g serão aproximadamente iguais aos coeficientes de absorção na expressão (3.2c) para a emissividade. Assim, a expressão para a absortividade pode ser escrita, com boa aproximação na forma:

$$\alpha_g = \sum_{l=1}^n \left[a_{sl}(T_g, T_s) (1 - e^{-K_l L}) \right] \quad (3.2d)$$

A observação da variação da absortividade de um gás com a temperatura do gás (Sarofim [1961]) mostra que α_g é fracamente dependente de T_g , de forma que (3.2d) pode ser reduzida a

$$\alpha_g = \sum_{l=1}^n \left[a_{sl} (T_s) (1 - e^{-K_l L}) \right] \quad (3.2e)$$

A explicação física para esta insensibilidade dos coeficientes a_{sl} , em relação à variação da temperatura do gás que absorve a radiação emitida pela parede, está no fato de que a_{sl} é essencialmente uma medida da importância da região do espectro de emissão da parede que inclui os comprimentos de onda (para os quais o coeficiente de absorção do gás é K_l), relativamente ao espectro total da emissão da parede. Lembrando da lei de Planck, que mostra o deslocamento da distribuição espectral de energia com a temperatura, entende-se que o peso de uma determinada faixa do espectro no total da emissão depende basicamente da temperatura da fonte.

As expressões (3.2c) e (3.2e) são assim as formas finais para descrição da emissividade e absortividade de um gás real.

No caso de gases não isotérmicos, de interesse para o presente estudo, os valores de K_l podem ser obtidos para uma temperatura dominante do sistema e então os valores de a_{gl} e a_{sl} são ajustados para n valores de absortividade e emissividade dentro da faixa de temperaturas de interesse.

A Figura 3.1 apresenta uma ilustração das constantes K_l , a_{gl} e a_{sl} obtidas por Sarofim [1961] para uma mistura equimolar de CO_2 - H_2O à temperatura dominante de 2500°R , com $P_{\text{H}_2\text{O}} = P_{\text{CO}_2} = 0,115 \text{ atm}$.

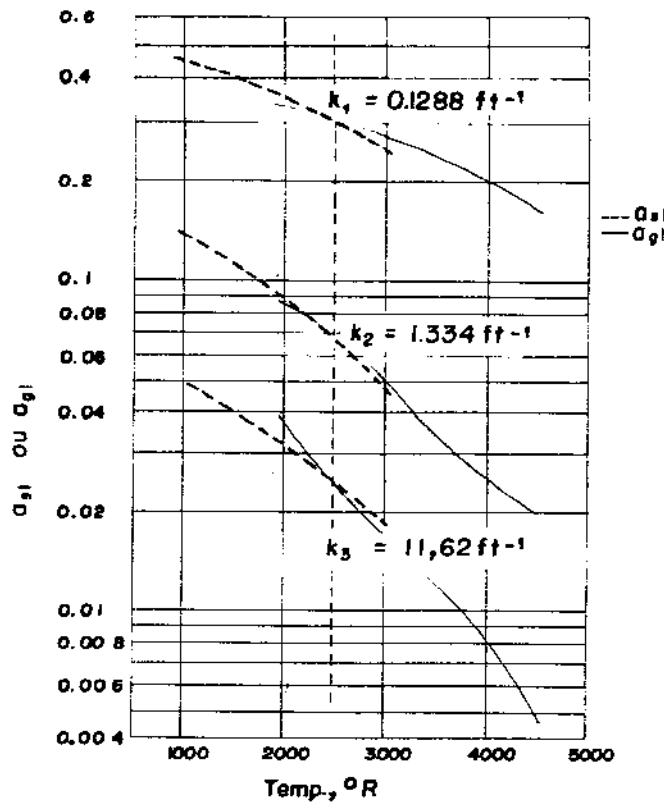


Figura 3.1 variação de a_{gl} e a_{gl} com a temperatura

As expressões (3.2c) e (3.2e) para descrição da absorptividade e da emissividade de um gás real são inteiramente empíricas, mas pode-se dar a elas uma interpretação física, já delineada no Capítulo 2, a saber: Admitir-se esta descrição para a emissividade e a absorptividade de um gás equivale a assumir que o espectro de emissão do gás pode ser dividido em $(n-1)$ bandas, onde cada uma delas equivale a uma fração do espectro de emissão de um gás cinza com coeficiente de absorção K_l . A emissão relativa a esta banda corresponderia a uma fração a_{gl} da emissão total do gás cinza imaginário. Desta maneira a_{gl} seria uma medida da "força" da contribuição da respectiva banda na emissão global do gás. Esta interpretação equivale a assumir

$$a_{gl}(T_g) = \frac{\int_{\text{banda}} E_{\lambda_b}(\lambda, T_g) d\lambda}{\sigma T_g^4} \quad (3.3a)$$

onde E_{λ_b} é o poder emissivo monocromático de corpo negro à temperatura do gás. Esta expressão é equivalente à expressão (2.2b).

Interpretação semelhante pode ser dada aos fatores a_{sl} da série da absorvidade, através da expressão

$$a_{sl}(T_s) = \frac{\int_{\text{banda}} E_{\lambda b}(\lambda, T_s) d\lambda}{\sigma T_s^4} \quad (3.3b)$$

Da Figura 3.1 observa-se que os valores de a_{gl} e a_{sl} só coincidem para a temperatura dominante na qual os valores de K_l foram obtidos. As pequenas diferenças entre estes valores para outras temperaturas se deve ao fato de que para estes casos o gás absorve radiação proveniente de uma superfície à temperatura diferente da temperatura do próprio gás.

3.1.1 Adaptação da P1 para um gás real

Se a dedução da aproximação P1 feita no capítulo anterior, a partir da equação da transferência para um gás cinza, integrada sobre todo o espectro, é repetida a partir da equação

$$(\mathbf{R} \cdot \nabla) I_\lambda = -K_\lambda I_\lambda + K_\lambda I_{b\lambda} \quad (3.4)$$

para radiação monocromática obtêm-se, para um sistema cilíndrico axissimétrico, as expressões

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_{\lambda r}) + \frac{\partial q_{\lambda z}}{\partial z} = K_\lambda (4\pi I_{b\lambda} - G_\lambda) \quad (3.5a)$$

$$\frac{\partial G_\lambda}{\partial r} = -3K_\lambda q_{\lambda r} \quad (3.5b)$$

$$\frac{\partial G_\lambda}{\partial z} = -3K_\lambda q_{\lambda z} \quad (3.5c)$$

onde $q_{\lambda i}$ representa o fluxo líquido de energia radiante monocromática

na direcção denotada pelo subscrito i e G_λ é a radiação monocromática total incidente num ponto, dada por

$$G_\lambda = \int_{\omega=4\pi} I_\lambda(\vec{r}, \vec{R}) d\omega \quad (3.6)$$

As equações (3.5) são integradas sobre cada uma das bandas em que se dividiu a parte do campo para a qual o gás é participante, obtendo-se

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_{lr}) + \frac{\partial q_{lz}}{\partial z} = 4K_l \int_{l^{\text{a}} \text{ banda}} \pi I_{b\lambda} d\lambda - K_l G_l \quad (3.7a)$$

$$\frac{\partial G_l}{\partial r} = -3K_l q_{lr} \quad (3.7b)$$

$$\frac{\partial G_l}{\partial z} = -3K_l q_{lz} \quad (3.7c)$$

com $l = 1, n-1$

Nas equações (3.7) o subscrito l denota quantidades integradas sobre a l^{a} banda.

Introduzindo (3.3a) em (3.7), as equações da P_1 para a l^{a} banda ficam

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_{lr}) + \frac{\partial q_{lz}}{\partial z} = 4K_l a_{gl} \sigma T_g^4 - K_l G_l \quad (3.8a)$$

$$\frac{\partial G_l}{\partial r} = -3K_l q_{lr} \quad (3.8b)$$

$$\frac{\partial G_l}{\partial z} = -3K_l q_{lz} \quad (3.8c)$$

3.1.2 Condições de contorno

Os sistemas a serem equacionados são fornalhas cilíndricas, com temperatura e emissividade especificadas para a parede fria lateral e refratários nas extremidades com emissividade especificada, conforme esquema da Figura 3.2

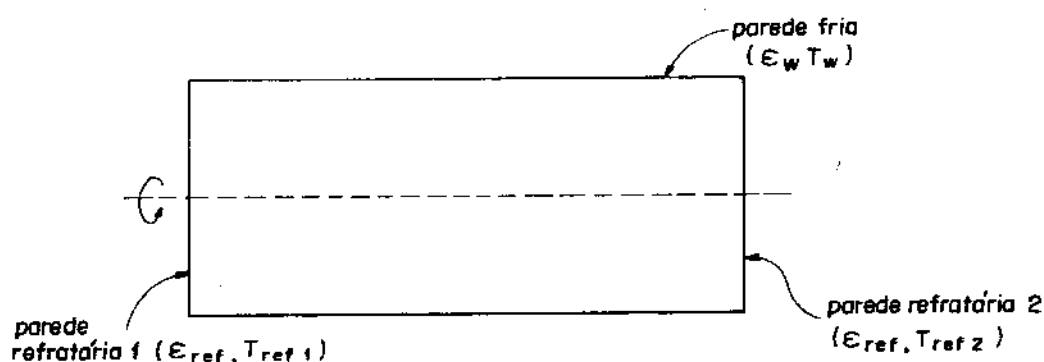


Figura 3.2 Esquema das fronteiras da fornalha

A distribuição angular da intensidade de radiação, aproximada pela P_1 , é dada pela expressão (2.87) aqui reproduzida para a 1ª banda

$$I_1(\vec{r}, \vec{R}) = \frac{1}{4\pi} \left[G_1(\vec{r}) + 3\vec{q}_1 \cdot \vec{R} \right] \quad (3.9)$$

O fluxo de energia radiante, pertencente à 1ª banda, que sai da parede refratária 1, é aproximado pela P_1 através da integração de (3.9) sobre o hemisfério indicado na Figura 3.3.

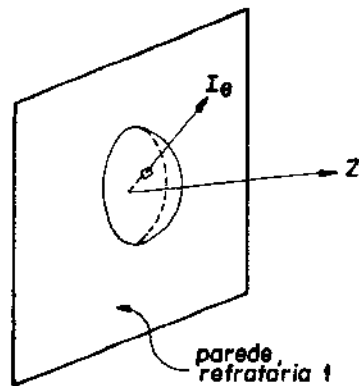


Figura 3.3 Esquema para obtenção da condição de contorno da P1.

A expressão que se obtém para q_{lz}^+ é análoga à (2.89):

$$q_{lz}^+(0,r) = G_l(0,r)/4 + q_{lz}(0,r)/2 \quad (3.10)$$

O valor exato de q_{lz}^+ é dado por

$$q_{lz}^+(0,r) = a_{sl} \sigma T_{ref1}^4(r) + \left[1 - \frac{1}{\varepsilon_{ref}} \right] q_{lz}(0,r) \quad (3.11)$$

que é uma expressão análoga a (2.90). Observe-se que o fator a_{sl} no termo da emissão da parede indica que apenas a fração da energia pertencente à l^a banda está sendo considerada, em conformidade com a expressão (3.3b).

Igualando-se a expressão exata para $q_{lr}^+(0,r)$ à sua expressão aproximada tem-se:

$$G_l(0,r)/4 = a_{sl} \sigma T_{ref1}^4(r) + \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\varepsilon_{ref}} \right] q_{lz}(0,r) \quad (3.12a)$$

que é a expressão da condição de contorno para a l^a banda no refratário 1.

No refratário 2 tem-se, de forma análoga:

$$G_l(L_f, r)/4 = a_{sl} \sigma T_{ref2}^4(r) + \left(\frac{1}{\varepsilon_{ref}} - \frac{1}{2} \right) q_{lz}(L_f, r) \quad (3.12b)$$

E na parede lateral, a condição de contorno é:

$$G_l(z, r_\omega)/4 = a_{sl} \sigma T_\omega^4(z) + \left(\frac{1}{\varepsilon_{ref}} - \frac{1}{2} \right) q_{lr}(z, r_\omega) \quad (3.12c)$$

As paredes refratárias são consideradas adiabáticas, de forma que toda a energia que elas recebem, por absorção de radiação incidente, e por troca convectiva com o gás vizinho, é reemitida na forma de um espectro contínuo de corpo cinza. Desta maneira a distribuição de temperatura dos refratários fica determinada pela expressão (3.13a) para o refratário 1 e pela expressão (3.13b) para o refratário 2.

$$\varepsilon_{ref} \cdot \sigma \cdot T_{ref1}^4(r) = \varepsilon_{ref} \sum_{l=1}^n q_{lz}^-(0, r) + \left[\text{calor trocado por convecção com o gás vizinho} \right] \quad (3.13a)$$

$$\varepsilon_{ref} \cdot \sigma \cdot T_{ref2}^4(r) = \varepsilon_{ref} \sum_{l=1}^n q_{lz}^+(L_f, r) + \left[\text{calor trocado por convecção com o gás vizinho} \right] \quad (3.13b)$$

Nestas expressões, o primeiro termo do lado direito representa o total de energia radiante absorvida pelo refratário. A somatória é feita sobre as n porções em que se dividiu o campo de radiação. Os fluxos incidentes q_{lz}^- e q_{lz}^+ podem ser obtidos, para as $n-1$ porções do campo para o qual o gás é participante, através das expressões (3.14a) e (3.14b), análogas às expressões (2.153a) e (2.153b)

$$q_{lz}^-(0, r) = \frac{G(0, r)}{4} - \frac{q_z(0, r)}{2} \quad (3.14a)$$

$$q_{lz}^+(L_f, r) = \frac{G(L_f, r)}{4} + \frac{q_z(L_f, r)}{2} \quad (3.14b)$$

com $l = 1, n-1$

Note-se que ainda não foi deduzida nenhuma expressão para o cálculo dos fluxos de radiação de janela incidente sobre os refratários, que aparecem nas expressões (3.13), $q_{nz}^-(0,r)$ e $q_{nz}^+(L_f,r)$. Destes valores depende a distribuição de temperatura dos refratários e por consequência as condições de contorno das equações da P1.

Sendo assim, é necessário, antes de se definir o processo de resolução das equações da P1, equacionar a troca, entre as paredes, da energia radiante de janela, o que é feito a seguir.

3.2 Tratamento da radiação de janela

As paredes internas da cavidade são divididas em zonas como indicado na Figura 3.4. A parede refratária (1) é dividida em N zonas, denominadas $B_1, B_2, \dots, B_N$. A parede refratária (2) é dividida em N zonas, denominadas $D_1, D_2, \dots, D_N$, e a parede lateral é dividida em M zonas denominadas $C_1, C_2, \dots, C_M$.

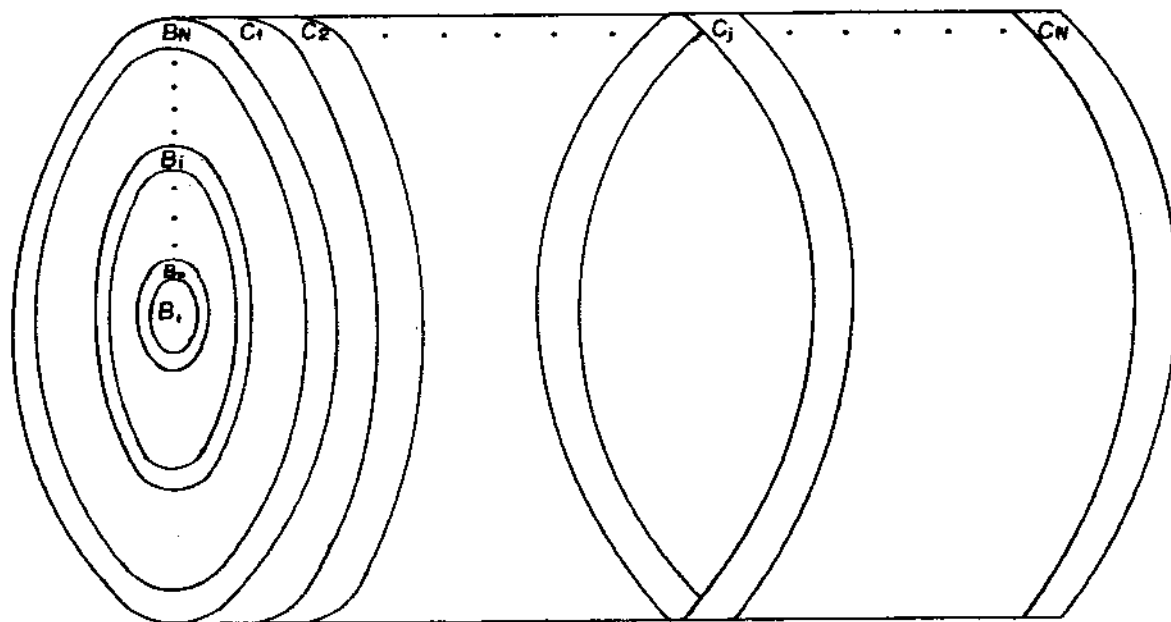


Figura 3.4 Divisão da superfície da cavidade em zonas

As seguintes hipóteses são adotadas:

a) cada zona de superfície é isotérmica

b) cada zona de superfície é cinza

c) a radiação refletida por cada superfície é difusamente distribuída

d) A radiação emitida por qualquer zona de superfície é difusamente distribuída

As hipóteses c e d permitem que toda a radiação que deixa uma zona de superfície possa ser tratada como um único termo. Este termo, denominado radiosidade, engloba o fluxo de energia emitida e o fluxo de energia refletida pela superfície (Figura 3.5).

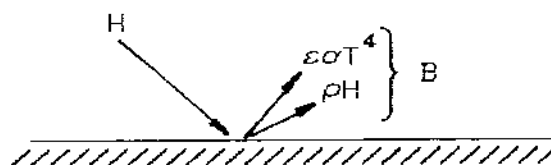


Figura 3.5 A radiosidade B e a irradiância H

e) A radiosidade é uniforme sobre cada zona de superfície. Esta hipótese, juntamente com a hipótese (a), exige que o fluxo de energia incidente, ou irradiância, H, seja uniforme sobre cada zona de superfície.

Para cada uma das zonas c_j em que se divide a parede fria lateral, que tem temperatura uniforme especificada T_w , tem-se

$$B_{c_j}^J = \epsilon_{sn} \epsilon_w \sigma T_w^4 + (1 - \epsilon_w) H_{c_j}^J \quad (3.15)$$

onde $B_{c_j}^J$ representa a "radiosidade de janela" da zona de superfície c_j e $H_{c_j}^J$ representa a "irradiação de janela" da zona de superfície c_j . A radiosidade de janela é a medida do fluxo de energia radiante de janela que deixa a superfície. A irradiação de janela é o fluxo de energia radiante de janela que incide sobre a superfície.

$H_{C_j}^J$ pode ser obtido através de

$$H_{C_j}^J = \left[\sum_{i=1}^N B_{B_i}^J A_{B_i} F_{B_i \rightarrow C_j} + \sum_{p=1}^M B_{C_p}^J A_{C_p} F_{C_p \rightarrow C_j} + \sum_{k=1}^N B_{D_k}^J A_{D_k} F_{D_k \rightarrow C_j} \right] / A_{C_j} \quad (3.16)$$

onde termos do tipo A_{C_j} representam áreas de zonas denotadas pelo subscrito e termos do tipo $F_{B_i \rightarrow C_j}$ representam fatores de forma.

Fazendo-se uso das relações de reciprocidade dos fatores de forma, a expressão (3.16) torna-se

$$H_{C_j}^J = \sum_{i=1}^N B_{B_i}^J F_{C_j \rightarrow B_i} + \sum_{p=1}^M B_{C_p}^J F_{C_j \rightarrow C_p} + \sum_{k=1}^N B_{D_k}^J F_{C_j \rightarrow D_k} \quad (3.17)$$

Substituindo (3.17) em (3.15) tem-se

$$B_{C_j}^J = a_{Sn} \varepsilon_{\omega} \sigma T_{\omega}^4 + (1 - \varepsilon_{\omega}) \left[\sum_{i=1}^N B_{B_i}^J F_{C_j \rightarrow B_i} + \sum_{p=1}^M B_{C_p}^J F_{C_j \rightarrow C_p} + \sum_{k=1}^N B_{D_k}^J F_{C_j \rightarrow D_k} \right] \quad (3.18a)$$

com $j = 1, M$

As radiosidades de janela nas zonas de superfície das paredes refratárias (1) e (2) são dadas respectivamente por:

$$B_{B_i}^J = a_{Sn} \left[\varepsilon_{ref} \left(\sum_{l=1}^{n-1} \bar{q}_{z_l} (B_l) + \sum_{j=1}^M B_{C_j}^J F_{B_i \rightarrow C_j} + \sum_{k=1}^N B_{D_k}^J F_{B_i \rightarrow D_k} \right) + TC \right] + (1 - \varepsilon_{ref}) \left(\sum_{j=1}^M B_{C_j}^J F_{B_i \rightarrow C_j} + \sum_{k=1}^N B_{D_k}^J F_{B_i \rightarrow D_k} \right) \quad (3.18b)$$

com $i = 1, N$

$$B_{D_k}^J = a_{sn} \left[\varepsilon_{ref} \left(\sum_{l=1}^{n-1} \overline{q_{zl}^+}(D_k) + \sum_{j=1}^M B_{C_j}^J F_{D_k \rightarrow C_j} + \sum_{i=1}^N B_{B_i}^J F_{D_k \rightarrow B_i} \right) + TC \right] +$$

$$(1 - \varepsilon_{ref}) \left(\sum_{j=1}^M B_{C_j}^J F_{D_k \rightarrow C_j} + \sum_{i=1}^N B_{B_i}^J F_{D_k \rightarrow B_i} \right) \quad (3.18c)$$

com $k = 1, N$

$$e \quad a_{sn} = 1 - \sum_{l=1}^{n-1} a_{sl}$$

Em (3.18b), $\sum_{l=1}^{n-1} \overline{q_{zl}^+}(B_i)$ corresponde ao fluxo de energia radiante de banda incidente sobre a zona B_i . A barra sobre $\overline{q_{zl}^+}$ indica uma quantidade média sobre a zona B_i .

$Q_1 = \sum_{j=1}^M B_{C_j}^J F_{B_i \rightarrow C_j} + \sum_{k=1}^N B_{D_k}^J F_{B_i \rightarrow D_k}$ corresponde ao fluxo de energia radiante de janela incidente sobre a zona B_i do refratário.

$$\text{Assim, } Q_2 = \varepsilon_{ref} \left(\sum_{l=1}^{n-1} \overline{q_{zl}^+}(B_i) + \sum_{j=1}^M B_{C_j}^J F_{B_i \rightarrow C_j} + \sum_{k=1}^N B_{D_k}^J F_{B_i \rightarrow D_k} \right) \text{ repre-}$$

senta o fluxo de energia radiante absorvidada pela zona B_i do refratário. TC representa a troca líquida de calor por convecção entre a zona B_i do refratário e o gás adjacente. A energia $Q_2 + TC$ é reemitida na forma de radiação de espectro contínuo. Deste total a fração $a_{sn}(Q_2 + TC)$ é reemitida na forma de radiação de janela. Finalmente, o segundo termo do lado direito de (3.18b) corresponde ao fluxo de energia radiante de janela refletida pela zona B_i .

Com a introdução do sistema de radiosidades (3.18), os fluxos de energia radiante de janela incidente respectivamente sobre os refratários 1 e 2, $\overline{q_{nz}^-}(0,r)$ e $\overline{q_{nz}^+}(L,r)$, que permaneciam indeterminados nas expressões (3.13) para as temperaturas dos refratários, podem ser

obtidos agora através de

$$\overline{q_{nz}^-}(B_i) = \sum_{j=1}^M B_{C_j}^J F_{B_i \rightarrow C_j} + \sum_{k=1}^N B_{D_k}^J F_{B_i \rightarrow D_k} \quad (3.19a)$$

$$\overline{q_{nz}^+}(D_k) = \sum_{j=1}^M B_{C_j}^J F_{D_k \rightarrow C_j} + \sum_{i=1}^N B_{B_i}^J F_{D_k \rightarrow B_i} \quad (3.19b)$$

onde as barras indicam quantidades mediadas sobre a zona de refratário indicada entre parênteses

3.3 A resolução das equações do campo de radiação

Na hipótese de ser conhecido o campo de temperaturas no gás, o campo de radiação pode ser obtido, a princípio, pela resolução conjunta das equações (3.8) da P1 para as $n-1$ bandas, com as condições de contorno dadas por (3.12), do sistema de equações para as radiosidades (3.18) e das equações (3.13) para as temperaturas dos refratários, juntamente com as expressões (3.14) e (3.19) para os fluxos de energia radiante incidente sobre os refratários. Naturalmente, as equações diferenciais (3.8) serão aproximadas, através de um esquema de diferenças finitas, fazendo-se uso de uma grade compatível com a divisão da superfície interna em zonas. Desta maneira o desenvolvimento do campo de radiação fica aproximado por um conjunto de equações algébricas.

O campo de temperaturas no gás é em geral desconhecido. Desta maneira as equações da radiação estão acopladas à equação da conservação da energia. Na hipótese de serem conhecidos o padrão de escoamento e o padrão de combustão, o campo de radiação e o campo de temperaturas podem ser obtidos através de um processo iterativo onde, em cada ciclo, numa primeira etapa, são resolvidas as equações da radiação; (fazendo-se uso do campo de temperaturas calculado no ciclo anterior) e, numa segunda etapa, é resolvida a equação da energia onde se utiliza o campo de radiação recém-calculado para determinação da

parcela relativa à troca de energia radiante no termo fonte. Obviamente é necessário arbitrar-se um campo de temperaturas para dar partida ao processo iterativo.

No esquema abaixo é mostrado, com algum detalhe, este processo iterativo

1 -Arbitra-se uma distribuição de temperaturas para o gás e para os refratários

1 - - - - -

2 -Resolvem-se as equações da P1 (3.8) para as (n-1) bandas para as quais o gás é participante, usando o campo de temperaturas arbitrado (se esta for a 1ª iteração) ou o campo calculado na iteração anterior

3 -Resolve-se o sistema de equações (3.18) para as radiosidades. Os termos

$$\sum_{l=1}^{n-1} \overline{q_{zl}^-}(B_i) \quad \text{e} \quad \sum_{l=1}^{n-1} \overline{q_{zl}^+}(D_k)$$

são obtidos através das expressões (3.14a) e (3.14b), a partir dos resultados do passo anterior

4 -Recalculam-se as temperaturas dos refratários através das expressões (3.13), com auxílio das expressões (3.14) e (3.19), fazendo-se uso dos resultados obtidos nos dois passos anteriores

5 -Recalcula-se a distribuição de temperatura do gás através da resolução da equação da conservação da energia, onde se utilizam os resultados obtidos no passo 2 para determinação do termo fonte

Teste
de
Convergência

N
— 1

S
Fim

A equação da conservação da energia, que é resolvida no passo 5 do processo iterativo delineado acima, é aproximada por um sistema de equações algébricas, resultante de balanços globais de energia nas celas da grade utilizada na discretização das equações da P_1 . No próximo capítulo estes processos de discretização são apresentados com maior detalhe.

Considerando que o acoplamento entre as equações da P_1 e a equação da energia se dá através do termo de emissão nas equações da P_1 , onde a temperatura do gás aparece elevada à quarta potência, é de se esperar que o esquema iterativo como um todo se mostre bastante instável, mesmo que não ocorram problemas de divergência localizados dentro de uma das etapas de um ciclo de iteração.

Uma forma de contornar esta dificuldade é utilizar o recurso da subrelaxação, através da introdução de um termo de inércia na equação da energia.

A equação da energia na sua forma discretizada pode ser expressa esquematicamente, para um ponto P da grade de discretização, da seguinte maneira

$$a_p T_p = \sum a_{viz} T_{viz} + b \quad (3.20)$$

onde T_p é a temperatura num ponto P da grade e T_{viz} representa as temperaturas dos pontos vizinhos ao ponto p. a_p , a_{viz} e b são os coeficientes.

O termo de inércia, que provocará a subrelaxação do processo iterativo, é introduzido adicionando-se ao 1º membro o termo $i T_p$ e ao 2º membro o termo $i T_p^*$, onde i é um coeficiente positivo (a ser fixado de maneira a se obter o melhor compromisso entre estabilidade e rapidez de convergência), T_p é a temperatura atual no ponto p, a ser calculada no ciclo corrente de iteração, e T_p^* é a temperatura no ponto P calculada no ciclo de iteração anterior. A equação da energia assume então a forma

$$(a_p + i) T_p = \sum a_{viz} T_{viz} + b + i T_p^* \quad (3.21)$$

é fácil verificar que, em havendo convergência, os termos adicionados aos membros da equação se cancelam.

A Equação (3.21) pode ser colocada, apenas para efeito de análise, na forma

$$a_p T_p + i(T_p - T_p^*) = \sum a_{viz} T_{viz} + b$$

onde é interesse notar que o termo $i(T_p - T_p^*)$ é análogo ao termo transiente na formulação geral da equação da energia. Assim, pode-se interpretar o processo iterativo subrelaxado como equivalente à resolução do caso não estacionário, onde o "chute" inicial para o campo de temperaturas faz o papel de condição inicial do problema. As iterações correspondem a passos no tempo e o campo convergido de temperaturas corresponde ao estado estacionário que seria atingido após um tempo suficientemente longo.

O valor mais adequado para o coeficiente i deve ser obtido através de tentativas, visto não haver regras gerais para a sua escolha.

Finalmente, deve-se observar que nos casos mais gerais onde o escoamento e a combustão não estão estabelecidos a priori, o conjunto de equações tratado até agora se acoplará às equações do movimento (incluindo as resultantes do modelamento da turbulência) e às equações que modelam o processo de combustão. Procedimentos genéricos como o apresentado por Spalding [1969] ou Patankar [1980] para resolução do conjunto das equações podem ser utilizados. No entanto, seja qual for a variante a ser escolhida, o processo de resolução não diferirá, nas suas linhas gerais, do que foi apresentado aqui.

Capítulo 4

O teste do modelo proposto

Como já indicado nos Capítulos 1 e 3, foi escolhido para testar o modelo proposto o conjunto de fornalhas resolvidas por Sarofim [1961] utilizando o método das zonas para equacionamento do transporte de energia radiante.

Neste capítulo estas fornalhas são apresentadas com detalhe, incluindo a descrição dos padrões de escoamento e de combustão e da troca convectiva entre o gás e as paredes.

4.1 O ambiente de teste.

As fornalhas de teste são cilíndricas, com relação de 8/3 entre comprimento e diâmetro, com diâmetros de 1 e 4 pés. A parede fria lateral é considerada cinza, tem temperatura especificada de 1460°R e emissividade 0,8. As paredes terminais são refratários considerados adiabáticos com emissividade 0,5. Um material refratário poroso cumpriria esta função. Estas paredes, ao mesmo tempo que oferecem uma superfície uniforme para incidência da radiação, permitem a livre passagem dos gases. Esta concepção um tanto artificial da cavidade elimina a necessidade de se considerar a interação radiante entre a cavidade e o sistema de saída dos gases.

As fornalhas são alimentadas com $(\text{CH}_2)_n$ com calor de combustão de 19150 Btu/lbm, com 15% de excesso de ar. O combustível e o ar são preaquecidos a 1460°R .

Cinco padrões de escoamento são considerados. O primeiro com perfil uniforme de velocidades, o segundo com perfil parabólico de velocidades, e os outros três aproximando o padrão formado por um jato axial turbulento que é lançado numa corrente uniforme de ar. Estes três últimos escoamentos ficam definidos por um único parâmetro adimensional, o número de estrangulamento, que é dependente exclusivamente das condições na entrada. Números de estrangulamento próximos de zero correspondem a jatos com alta quantidade de movimento

e apresentam altas taxas de recirculação. Os números de estrangulamento considerados para estas fornalhas são 0,023, 0,128 e 0,540 que correspondem a taxas de recirculação de 0,075, 1,44 e 10,91 vezes a vazão total de gás.^{1(*)}

Os efeitos sobre os padrões de escoamento de gradientes de temperatura e transferência de energia são desprezados. São utilizados para os escoamentos do tipo jato axial, os mesmos perfis de velocidades levantados experimentalmente por Becker [1961] em sistemas isotérmicos de densidade uniforme. No trabalho de Sarofim, que visava determinar a influência dos padrões de escoamento no transporte de energia radiante em fornalhas, a utilização de perfis de velocidades obtidos em modelos experimentais a frio pode consistir numa restrição importante. No presente trabalho, no entanto, esta questão é irrelevante, visto que a referência absoluta são exatamente os resultados obtidos por Sarofim.

Nos escoamentos com perfis de velocidades uniforme e parabólico, admite-se que a combustão se completa no primeiro oitavo da fornalha, com a liberação de calor distribuída radialmente na mesma proporção da taxa de escoamento. Nos escoamentos em jato confinado o padrão de combustão foi avaliado a partir das idéias de Hawthorne, já delineadas no Capítulo 2, utilizando dados experimentais obtidos por Becker [1961] para os valores médios de concentração de combustível e para a amplitude de suas flutuações.

A aplicação do modelo de radiação proposto no Capítulo 3 às fornalhas de teste descritas acima implica na resolução conjunta das equações que descrevem o campo de radiação e conservação da energia.

Para discretização da equação da energia é utilizada a formulação de volume de controle (Patankar [1980], onde o domínio de integração é dividido em células e são escritos balanços globais de energia para todas as células. Os termos que surgem nestes balanços são:

^{1(*)} Estes escoamentos podem ser caracterizados, alternativamente, pelo número de Gray-Curtet (Gc), que é função do nº de estrangulamento e será definido em (4.2.3).

a) O influxo líquido de entalpia sensível devido ao movimento do fluido que atravessa as faces das celas. Para a obtenção deste termo nos casos em que o escoamento é do tipo jato confinado é utilizado o campo de velocidades levantado experimentalmente por Becker [1961], descrito no parágrafo 4.2.3.

b) O termo de liberação de energia por combustão. Este termo pode ser obtido a partir do conhecimento do campo de concentração de combustível e da intensidade da flutuação da concentração de combustível em cada ponto, fazendo-se uso da teoria de Hawthorne [1949]. No parágrafo 4.3 o cálculo deste termo é apresentado na forma descrita por Sarofim [1961].

c) O termo referente à troca líquida de energia através das faces radiais das celas devido ao transporte turbulento. Este termo pode ser obtido fazendo-se uso da analogia entre transporte turbulento de energia e transporte turbulento de massa. No parágrafo 4.4 o cálculo deste termo é apresentado na forma descrita por Sarofim, onde dados fornecidos por Becker a respeito do campo de concentrações em jatos confinados são utilizados.

d) Troca convectiva entre o gás e as paredes adjacentes. Este termo é obtido a partir da determinação de coeficientes de transferência de calor por convecção. As expressões para estes termos são apresentadas no parágrafo (4.5.).

e) Troca líquida de energia por radiação entre cada volume de controle considerado e o restante da fornalha. Este termo é obtido a partir da resolução das equações para o campo de radiação vista no Capítulo 3.

No parágrafo (4.6.) a forma final da equação da energia discretizada é apresentada.

4.2 O escoamento.

Entre os três tipos de escoamento admitidos para as fornalhas de teste, aqueles que merecem atenção especial são os escoamentos tipo jato confinado. Quando estes escoamentos são admitidos, utilizam-se, para determinação dos termos convectivos na equação da energia, os perfis de velocidade obtidos experimentalmente por Becker [1961].

Este trabalho experimental de Becker foi baseado no trabalho teórico de Craya e Curtet [1955] e Curtet [1957] que veio demonstrar que o padrão de escoamento em jatos confinados é dependente de um único adimensional, o número de estrangulamento, que é determinado exclusivamente pelas condições na entrada do duto.

A resolução de Craya e Curtet do problema do escoamento em jatos confinados parte das seguintes hipóteses principais:

a) O escoamento é resultante de um escoamento uniforme superposto a um escoamento de jato. Assim, a velocidade axial em cada ponto é dividida em duas parcelas: a velocidade da corrente livre, exterior ao jato e a velocidade de jato

b) o perfil da velocidade de jato adimensionalizada é autopreservado, bem com o perfil da tensão turbulenta.

A formulação das equações da continuidade e da quantidade de movimento, nas formas diferencial e integral, onde são introduzidas as hipóteses a) e b) acima, conduzem a um sistema de 4 equações a 5 incógnitas. A introdução da equação da conservação da energia na sua forma completa, onde termos flutuantes são considerados, tornaria determinado o sistema de equações. No entanto, em vista da complexidade desta equação, sua utilização é inviável em termos práticos. Craya e Curtet optam por introduzir a equação de Bernoulli, aplicada para o escoamento potencial na corrente livre, externa ao jato, e que é arrastada por ele. Esta equação relaciona a pressão e a velocidade na corrente livre num ponto qualquer com a pressão de estagnação da corrente livre na entrada do duto. Através de considerações de ordem de grandeza nas equações do movimento é obtida uma relação aproximada entre a pressão no interior do jato turbulento e a pressão na corrente livre. Esta expressão, juntamente com a equação de Bernoulli para a corrente livre tornam o sistema determinado.

A análise do sistema de equações resultante revela a existência de um parâmetro adimensional de similitude dinâmica para jatos confinados. A resolução numérica destas equações indicam, para valores deste parâmetro a partir de um certo valor crítico, a ocorrência do

fenômeno de recirculação do jato. Nestes casos a teoria não mais é confiável em termos quantitativos, visto que a hipótese de escoamento potencial na corrente livre não é mais aceitável.

A formulação de Craya-Curtet não é utilizada no equacionamento das fornalhas estudadas no presente trabalho. No entanto, em vista de sua importância na compreensão do trabalho experimental de Becker [1961] de levantamento do campo de velocidades nos jatos confinados, ela é apresentada com algum detalhe nos parágrafos 4.2.1 e 4.2.2 a seguir. O leitor que estiver interessado apenas no teste do modelo de radiação proposto pode prescindir da leitura destes parágrafos, passando diretamente para 4.2.3.

4.2.1 O modelo de jato confinado

A Figura 4.1 mostra o modelo de um jato que é lançado axialmente no interior de um duto. A forma mais geral de se representar a origem de um jato é admitir que ele nasce de uma fonte puntual (ponto F na Figura 4.1). Esta origem virtual do jato não coincide com o bocal a partir de onde o jato efetivamente surge, mas encontra-se a uma curta distância dele, à jusante. A origem do sistema de coordenadas (z, r) situa-se em F.

Na seção de entrada, em $z = 0$, a velocidade da corrente induzida é uniforme, a não ser por uma singularidade em $r = 0$, onde a velocidade é infinita.

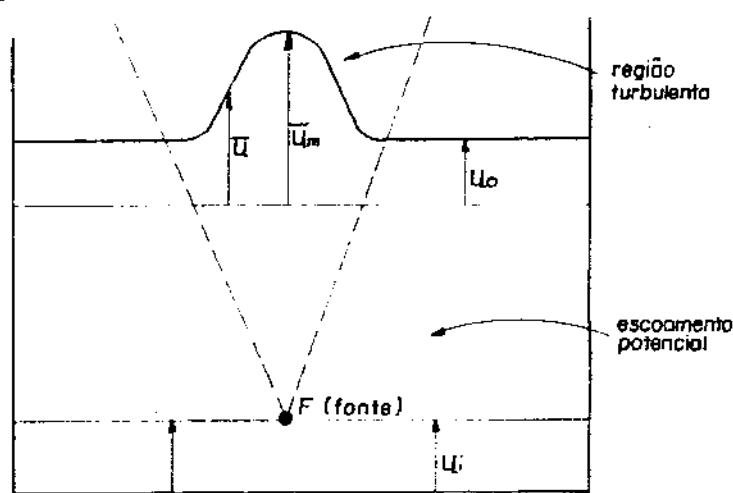


Figura 4.1 O jato confinado

O escoamento ao longo do duto pode ser visualizado, com grande vantagem, como a superposição de um escoamento uniforme ao longo da secção transversal e de um escoamento em jato, que se alimenta do escoamento uniforme através de transporte turbulento, resultando num perfil de velocidades em forma de sino no interior do jato e uniforme fora dele (Figura 4.1)

O jato alarga-se, às custas da corrente induzida, até atingir a parede do duto. No entanto, se a vazão da corrente induzida não for suficiente para alimentar o jato até que ele atinja a parede, a reação dinâmica do sistema será no sentido de trazer fluido um componente flutuante de velocidade da região a jusante do ponto onde a componente axial da velocidade da corrente induzida se anula, numa corrente reversa ao longo da parede do duto, criando assim um vórtice de recirculação. A Figura 4.2 apresenta as linhas de corrente do escoamento de um jato confinado onde ocorre recirculação

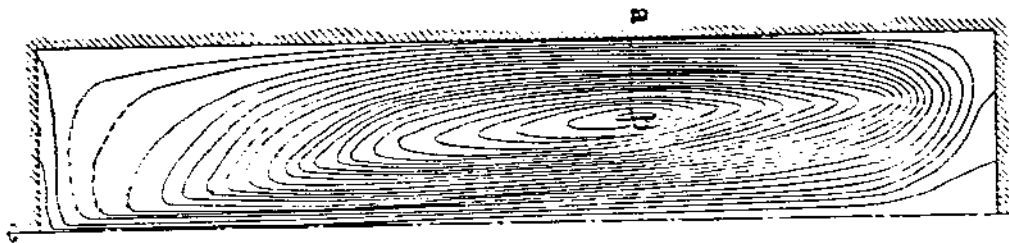


Figura 4.2 A recirculação num jato confinado

4.2.2 A resolução do escoamento em jatos confinados segundo Craya e Curtet

São adotadas as seguintes hipóteses:

- * A densidade é uniforme
- * A temperatura é uniforme
- * O regime é permanente, no sentido de que o influxo e o e fluxo de massa e energia são constantes

* O sistema é axissimétrico no sentido estatístico

Nestas condições a equação diferencial da conservação da massa

assume, em coordenadas cilíndricas a forma

$$r \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial r \bar{v}}{\partial r} = 0 \quad (4.1)$$

onde $\bar{u}$ e $\bar{v}$ são as componentes estacionárias da velocidade na direção z e r respectivamente

Em escala integral a conservação da massa assume a forma

$$\int_0^{r_D} \rho \bar{u} 2\pi r dr = \dot{m}_N + \rho u_I \pi r_D^2$$

de onde tem-se

$$\pi \int_0^{r_D} u dr^2 = \dot{m}_N / \rho + \pi u_I r_D^2 \quad (4.2)$$

onde r_D é o raio do duto, $\dot{m}_N$ é a vazão em massa a partir da fonte (F) e u_I a velocidade da corrente induzida em $z = 0$

A Equação (4.2) corresponde a um balanço de massa num volume de controle limitado pelas superfícies $z = 0$, $z = z$ e $r = r_D$.

Define-se agora uma velocidade característica do sistema, a velocidade cinemática média, u_K , a partir de

$$u_K = (\dot{m}_N / \rho + \pi u_I r_D^2) / \pi r_D^2 \quad (4.3)$$

Introduzindo a definição (4.3) na equação integral da conservação da massa (4.2) e mediando-a no tempo tem-se

$$\int_0^{r_D} \bar{u} dr^2 = u_K r_D^2 \quad (4.4)$$

Na região entre $z = 0$ e a posição axial, digamos z_D , onde o jato encontra a parede é bastante útil, como se verá na sequência, admitir o escoamento como a superposição de uma corrente uniforme com velocidade $u_0(z)$ e uma corrente em jato com velocidade dada por

$$\bar{u}_j = \bar{u}(z, r) - u_o(x) \quad (4.5)$$

Introduzindo (4.5) em (4.4) obtém-se

$$\int_0^{\infty} (\bar{u} - u_o) dr^2 + u_o r_D^2 = u_K r_D^2 \quad (4.6)$$

A integral no primeiro membro de (4.6) representa a vazão da corrente de jato, que se superpõe à vazão $u_o r_D^2$ da corrente livre, resultando na vazão total $u_K r_D^2$.

A vazão da corrente de jato pode ser expressa, em cada secção, pelo produto de uma velocidade característica do jato nesta secção por uma área característica do jato na mesma secção. A velocidade de jato característica adotada é a velocidade máxima, que ocorre no eixo e é dada por

$$\bar{u}_{mj} = \bar{u}_m - \bar{u}_o \quad (4.7)$$

onde $\bar{u}_m$ é a velocidade no eixo.

A área característica do jato fica então dada por

$$r_1^2 = \frac{\int_0^{\infty} (\bar{u} - u_o) dr^2}{\bar{u}_m - u_o} \quad (4.8)$$

e a Equação (4.6) torna-se

$$(\bar{u}_m - u_o) r_1^2 + u_o r_D^2 = u_K r_D^2 \quad (4.9)$$

Racionalizando as variáveis em (4.9) tem-se:

$$\bar{U}_m R_1^2 + U_o = 1 \quad (4.10)$$

onde

$$\bar{U}_m = (\bar{u}_m - u_o)/u_K \quad (4.10a)$$

$$\bar{U}_0 = u_0 / u_K \quad (4.10b)$$

$$R_1 = r_1 / r_D \quad (4.10c)$$

A equação diferencial da conservação da massa (4.1) pode ser colocada numa forma mais conveniente para a análise que será feita adiante, através da integração radial (com a condição de contorno $r\bar{v} = 0$ para $r = 0$), aplicação da regra de Leibniz, separação da velocidade em componente de jato e componente de corrente livre e finalmente, racionalização das variáveis. Sua forma final é

$$\frac{d}{dz} \varepsilon_1 U_m R_1^2 - R^2 \bar{U}_m \frac{d}{dz} R_1^2 + R^2 \frac{d}{dz} U_0 R_1^2 + 2RR_1 \bar{V}_m \bar{U}_m = 0 \quad (4.11)$$

onde $Z = z/r_D \quad (4.11a)$

$$R = r/r_1 \quad (4.11b)$$

$$\bar{V} = v/\bar{v}_m \quad (4.11c)$$

$$\bar{V}_m = \bar{v}_m / (\bar{u}_m - u_0) \quad (4.11d)$$

$$\varepsilon_1 = \int_0^{R^2} \bar{U} dR^2 \quad (4.11e)$$

Em resumo, as equações (4.10) e (4.11) são as formas finais das equações integral e diferencial da conservação da massa.

Considere-se agora que o número de Reynolds é suficientemente grande de maneira que as forças viscosas possam ser desprezadas e que os sistemas a serem analisados são sistemas gasosos de tamanho suficientemente pequeno para que as forças de campo possam também serem desprezadas.

Considerando as hipóteses a) a e) estabelecidas no início deste parágrafo, as equações da quantidade de movimento para as direções z e r são:

$$r \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial z} + \frac{\partial r \bar{u} \bar{v}}{\partial r} + r \frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial z} + \frac{\partial r \bar{u}' v'}{\partial r} + \frac{r}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} = 0 \quad (4.12)$$

$$r \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial r \bar{v}^2}{\partial r} + r \frac{\partial \bar{u}' v'}{\partial z} + \frac{\partial r \bar{v}'^2}{\partial r} - \frac{r}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} = 0 \quad (4.13)$$

onde u' e v' são os termos flutuantes das componentes de velocidade

Considerando que:

f) Devido à estrutura alongada dos jatos, as derivadas radiais de qualquer quantidade, são uma ordem de grandeza maior que as derivadas axiais

g) A componente $\bar{u}$ da velocidade é muito maior que a componente $\bar{v}$

h) As tensões turbulentas normais são comparáveis

i) As tensões turbulentas de cisalhamento são menores que as tensões normais

a Equação (4.13) para a componente radial fica:

$$r \frac{\partial (\rho \bar{v}'^2 + \bar{p} - p_o)}{\partial r} = 0 \quad (4.14)$$

onde a pressão estática $\bar{p}$ foi substituída por

$$\bar{p} = (\bar{p} - p_o) + p_o \quad (4.15)$$

sendo p_o a pressão na corrente livre externa ao jato.

De (4.14) tem-se

$$p_o - \bar{p} = \rho \bar{v}'^2 \quad (4.16)$$

Considerando-se que $\bar{u}'^2$ e $\bar{v}'^2$ têm magnitudes aproximadas, tem-se

$$P_o - \bar{P} = \rho \bar{u}^2 \quad (4.17)$$

Introduzindo (4.17) na equação para a direção z (4.12) tem-se:

$$r \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial z} + \frac{\partial r \bar{u} \bar{v}}{\partial r} + \frac{\partial r \bar{u}' \bar{v}'}{\partial r} + \frac{r}{\rho} \frac{\partial P_o}{\partial z} = 0 \quad (4.18)$$

A componente $\bar{v}$ da velocidade pode ser eliminada de (4.18) utilizando-se a equação diferencial da continuidade (4.1), que integrada radialmente dá:

$$2r\bar{v} = - \int_0^r \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} dr^2 \quad (4.19)$$

Integrando radialmente (4.18) e introduzindo (4.19) tem-se:

$$\int_0^r \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial z} dr^2 - \bar{u} \int_0^r \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} dr^2 + 2r \bar{u}' \bar{v}' + \frac{1}{\rho} \int_0^r \frac{\partial P_o}{\partial z} dr^2 = 0 \quad (4.20)$$

A Equação (4.20) pode ser colocada numa forma semelhante à assumida pela equação diferencial da continuidade (4.11) através de processo semelhante ao que foi utilizado naquele caso, ou seja, decomposição da velocidade em componente de corrente livre e componente de jato, aplicação da regra de Leibniz e racionalização das variáveis. A forma final é:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dz} \varepsilon_2 \sigma_2 \bar{U}_m^2 R_1^2 + 2 \frac{d}{dz} \varepsilon_1 U_o \bar{U}_m R_1^2 + \frac{1}{\varepsilon} R^2 R_1^2 \frac{d}{dz} U_o^2 - \\ & - \bar{U} \bar{U}_m \frac{d}{dz} \varepsilon_1 \bar{U}_m R_1^2 - R^2 \bar{U} \bar{U}_m \frac{d}{dz} U_o R_1^2 - U_o \frac{d}{dz} \varepsilon_1 \bar{U}_m R_1^2 + \\ & + 2 R R_1 \bar{U}_m^2 \frac{\partial \bar{u}'}{\partial r} \frac{\partial \bar{v}'}{\partial r} + R^2 R_1^2 \frac{d}{dz} P_o = 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

onde

$$P_o = P_o / \rho u_k^2 \quad (4.21a)$$

$$\overline{U'V'} = \overline{U'V'} / \overline{U'V'}_m \quad (4.21b)$$

$$\overline{U'V'}_m = \overline{U'V'} / (\overline{U} - u_o)^2 \quad (4.21c)$$

$\overline{U'V'}_m$ é o valor máximo da tensão turbulenta $\overline{U'V'}$ na secção considerada e

$$\varepsilon_n = \frac{\int_0^{R^2} \overline{U}^n dR^2}{\int_0^\infty \overline{U}^n dR^2} \quad (4.21d)$$

$$\sigma_n = \int_0^\infty \overline{U}^n dR^2 \quad (4.21e)$$

Um balanço de forças num volume de controle limitado por $z = 0$, $z = z$ e $r = r_D$ produz

$$\frac{\pi \int_0^{r_D^2} (\rho \overline{U}^2 + \rho \overline{U'^2} + \overline{p}) dr^2}{\pi \rho u_K^2 r_D^2} = \frac{i_N + \pi \rho u_I^2 r_D^2 + \pi p_I r_D^2}{\pi \rho u_K^2 r_D^2} \quad (4.22)$$

onde i_N é o fluxo de quantidade de movimento que emana da fonte F, u_I é a velocidade da corrente induzida em $z = 0$ e p_I é a pressão, considerada uniforme radialmente em $z = 0$.

Introduzindo (4.16) em (4.22), decompondo $\overline{U}$ em componente de jato e componente de corrente livre e racionalizando as variáveis tem-se:

$$\sigma_2 \overline{U}_m^2 R_1^2 + 2U_o \overline{U}_m R_1^2 + U_o^2 + P_o = \frac{i_N + \pi \rho u_I^2 r_D^2 + \pi p_I r_D^2}{\pi \rho u_K^2 r_D^2} \quad (4.23)$$

Define-se agora outra velocidade característica do sistema, a velocidade dinâmica média, u_d , dada por

$$u_d^2 = \frac{1}{\rho r_D^2} \int_0^{r_D^2} (\rho u^2 + \bar{p} - p_{s,i}) r_D^2 dr^2 \quad (4.24)$$

onde $p_{s,i}$ é a pressão de estagnação da corrente induzida na entrada, dada por

$$p_{s,i} = p_i + \frac{1}{2} \rho u_i^2 \quad (4.25)$$

Introduzindo (4.25) em (4.24) tem-se

$$u_d^2 = (i_N + \frac{1}{2} i_i) / \pi \rho r_D^2 \quad (4.26)$$

onde i_i é o fluxo de quantidade de movimento da corrente induzida.

Definida desta maneira, a velocidade dinâmica média corresponde fisicamente à velocidade uniforme de entrada que produziria uma força igual ao excesso do fluxo real de quantidade de movimento ($i_N + i_i$) com relação à força dada por (pressão de estagnação x área da corrente induzida).

A pressão de estagnação da corrente induzida, $p_{s,i}$, foi subtraída da pressão estática $\bar{p}$ na expressão (4.24) da definição de u_d , devido ao fato de que o processo turbulento não depende do nível absoluto de pressão. Em vista disto, a pressão $p_{s,i}$ é subtraída também de ambos os membros de (4.23), que assume a forma

$$\sigma_2 \overline{U_m^2} R_1^2 + 2U_0 \overline{U_m} R_1^2 + U_0^2 + P_0 - p_{s,i} = \frac{1}{2} Th^{-2} \quad (4.27)$$

onde Th , denominado número de estrangulamento, é um adimensional definido por

$$Th = \frac{1}{\sqrt{2}} u_K / u_d \quad (4.28)$$

e, $P_{s,i}$, uma variável racionalizada dada por

$$P_{s,i} = p_{s,i} / \rho u_K^2 \quad (4.29)$$

Até o momento estão estabelecidas quatro equações para o sistema em estudo. São elas as equações diferencial e integral da continuidade, (4.10) e (4.11), e as equações diferencial e integral do equilíbrio dinâmico, (4.21) e (4.27). Estas equações possuem 9 variáveis dependentes, $\overline{U}_m$, U_o , V , R_1 , P_o , $\overline{U'V'}$, ε_1 , ε_2 , σ_2 .

A introdução, a ser feita em breve, do conceito de auto-preservação e também o auxílio de dados experimentais permitirá a eliminação das quatro últimas variáveis. Assim, para que o sistema de equações fique determinado é necessário o estabelecimento de uma quinta equação. Convencionalmente, a equação da energia seria buscada, porém ela assume uma forma tão complexa que, em favor da viabilidade da resolução do problema outra relação entre as variáveis é procurada.

Em vista das condições da corrente livre na entrada (uniforme e irrotacional), o escoamento na parte externa ao jato é potencial, enquanto a velocidade na corrente livre for positiva. Assim, a equação de Bernoulli aplicada a um tubo de corrente nesta região produz

$$P_{s,I}/\rho = P_o/\rho + \frac{1}{2}U_o^2 \quad (4.30)$$

que em variáveis racionalizadas fica

$$P_o - P_{s,I} = -\frac{1}{2}U_o^2 \quad (4.31)$$

Se a Equação (4.31) é utilizada para eliminar os termos de pressão em (4.21) e (4.27), as formas finais das equações diferencial e integral da quantidade de movimento são.

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dz} \varepsilon_2 \sigma_2 \overline{U}_m^2 R_1^2 + \frac{1}{U_o} \frac{d}{dz} \varepsilon_1 U_o^2 \overline{U}_m R_1^2 - \\ & - U \overline{U}_m \frac{d}{dz} \varepsilon_1 \overline{U}_m R_1^2 - R^2 U \overline{U}_m \frac{d}{dz} U_o R_1^2 \\ & + 2 R R_1 \overline{U}_m^2 \overline{U'V'} \overline{U'V'}_m = 0 \end{aligned} \quad (4.32)$$

e

$$\sigma_2 \overline{U}_m^2 R_1^2 + \varepsilon U_o \overline{U}_m R_1^2 + \frac{1}{2}U_o^2 = \frac{1}{2}Th^{-2} \quad (4.33)$$

que, juntamente com as equações integral e diferencial da continuidade (4.10) e (4.11) descrevem o escoamento do jato confinado.

Deve-se notar que a princípio existe uma séria restrição à aplicação deste conjunto de equações aos jatos confinados. Elas são válidas apenas na parte inicial do escoamento, enquanto u_o se mantém positiva. Na região onde o escoamento externo ao jato é reverso e, portanto, turbulento (Figura 4.2) não mais é válida a relação (4.31).

No entanto, por falta de outras alternativas viáveis, as equações são aplicadas inclusive na região de escoamento reverso. Desta maneira é de se esperar que os resultados que se obtenham nesta região fujam da realidade, mas que, de qualquer forma, nos dêem uma idéia do que ocorre aí.

Segundo Becker [1961], existe forte evidência experimental de que o perfil reduzido da velocidade axial, de jato, ou seja, o perfil de $(\bar{u} - u_o)/(\bar{u}_m - u_o)$ é auto-preservado. A auto preservação é uma qualidade que certos escoamentos apresentam de invariância configuracional com relação a posições a jusante.

A invariância do perfil reduzido implica em

$$\frac{\bar{u} - u_o}{\bar{u}_m - u_o} = f(r/r_1) \quad (4.34)$$

ou

$$\bar{U} = f(R) \quad (4.35)$$

Como ε_1 , ε_2 e σ_2 são funções de $\bar{U}$, são invariantes com relação a Z , podendo ser retirados das derivadas na equação diferencial da quantidade de movimento (4.32), que fica:

$$\sigma_2 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \frac{\frac{d}{dZ} \bar{U}_m^2 R_1^2}{\bar{U}_m^2 R_1} - \varepsilon_1 \bar{U} \frac{\frac{d}{dZ} \bar{U}_m R_1^2}{\bar{U}_m R_1} -$$

$$-R^2 \bar{U} \frac{\frac{d}{dZ} \bar{U}_0 R_1^2}{\bar{U}_m R_1} = -2 R \overline{U'V'} \overline{U'V'_m} \quad (4.36)$$

Os coeficientes da Equação (4.36) são todos funções do perfil de $\bar{U}$. Para se fazer uma comparação entre estes coeficientes é utilizado o perfil

$$\bar{U} = e^{-R^2} \quad (4.37)$$

que a prática mostra ajustar-se bem ao que é observado para jatos livres e esteiras.

Utilizando o perfil (4.37), os coeficientes de (4.36) ficam

$$\sigma_2 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) = \frac{1}{2} e^{-R^2} (1 - e^{-R^2}) \quad (4.38a)$$

$$\varepsilon_1 \bar{U} = e^{-R^2} (1 - e^{-R^2}) \quad (4.38b)$$

$$R^2 \bar{U} = R^2 e^{-R^2} \quad (4.38c)$$

Pela inspeção dos coeficientes acima verifica-se que estes são funções similares de R , a menos de constantes de proporcionalidade. Desta maneira o primeiro membro, e, por consequência, também o segundo membro de (4.36) podem ser aproximados por um produto $\phi(R) \psi(Z)$. Isto leva a crer, segundo Craya e Curtet que o perfil da tensão turbulenta normalizada $\overline{U'V'}$ se auto-preserva.

Becker [1961] mostra que, de fato, ou um ou os dois perfis, $\bar{U}$ e $\overline{U'V'}$, não são auto-preservados. Porém a não auto-preservação estaria restrita às bordas do jato, havendo um alto grau de auto-preservação no resto do jato.

Craya e Curtet obtêm uma equação global a partir da integração da Equação (4.36), desde $R = 0$ até a fronteira do jato ($R = 1$):

$$-a \frac{\frac{d}{dZ} \bar{U}_m^2 R_1^2}{\bar{U}_m R_1} + 1 \frac{\frac{d}{dZ} \bar{U}_m R_1^2}{\bar{U}_m R_1} + b \frac{\frac{d}{dZ} \bar{U}_0 R_1^2}{\bar{U}_m R_1} = \sigma(Z) \quad (4.39)$$

onde

$$\sigma(Z) = 2 \int_0^1 \overline{U'V'} \overline{U'V'_m} R \, dR / \int_0^1 \bar{U} \varepsilon_1 \, dR \quad (4.39a)$$

e a e b são obtidos a partir do perfil observado de $\bar{U}$. Em (4.39), $\sigma(Z)$, coeficiente de intensidade de atrito, é função exclusivamente de Z e pode ser determinado introduzindo-se nesta equação as variações observadas para $\bar{U}_m$, U_0 e R_1 .

Existe, com relação ao processo de obtenção da equação global (4.39) e também com relação ao valor do coeficiente b, uma controvérsia entre Becker [1961] e Craya e Curtet. Becker sugere adotar para equação global a que segue

$$-\frac{1}{2} \frac{\frac{d}{dZ} \bar{U}_m^2 R_1^2}{\bar{U}_m^2 R_1} + 1 \frac{\frac{d}{dZ} \bar{U}_m R_1^2}{\bar{U}_m R_1} + b \frac{\frac{d}{dZ} U_0 R_1^2}{\bar{U}_m R_1} = C_T \quad (4.40)$$

onde

$$C_T = 2 R \overline{U'V'} \overline{U'V'_m} f(R) / \bar{U} \quad (4.40a)$$

e $f(R)$ é uma função cuja forma depende do tipo de jato.

O raciocínio de Becker parte do estudo das soluções assintóticas das equações para um jato confinado. Pode-se verificar que na região próxima à fonte F, nos casos em que o parâmetro Th^2 é muito menor que a unidade, a solução analítica das equações para jatos confinados reproduz a solução obtida para jatos livres. Por outro lado, em regiões afastadas da fonte F, nos casos em que $1 - Th^2$ é muito menor que um, reproduz-se a solução obtida para esteiras.

A equação diferencial da quantidade de movimento para jatos livres pode ser obtida a partir de (4.36), levando em conta que para estes jatos $\bar{U}_0$ é nula e que $\bar{U}_m^2 R_1^2$, que dá o fluxo axial racionalizado de quantidade de movimento, é constante. Desta forma o primeiro e o terceiro termos de (4.36) se anulam, e a equação do movimento para um jato livre fica

$$\frac{d}{dz} \overline{U_m} R_1^2 = C_j \overline{U_m} R_1 \quad (4.41)$$

onde

$$C_j = 2 R \overline{U'V'} \overline{U'V'_m} / \overline{U} \varepsilon_1 \quad (4.41a)$$

Por outro lado, a equação diferencial da quantidade de movimento para uma esteira produzida por um obstáculo colocado no interior de um escoamento infinito, pode ser obtida também a partir de (4.36), levando em conta que para uma esteira $\overline{U_m} \ll U_0$, o que implica em tornar desprezíveis o primeiro e o segundo termo de (4.36). Assim, a equação de uma esteira fica

$$\frac{d}{dz} (U_0 R_1^2) = C_\omega \overline{U_m} R_1 \quad (4.42)$$

onde

$$C_\omega = 2 \overline{U'V'} \overline{U'V'_m} / R \overline{U} \quad (4.42a)$$

Em vista de (4.41) e (4.42) verifica-se que a Equação (4.40), proposta por Becker, acomoda os dois casos extremos do comportamento de jatos confinados, desde que $f(R)$ seja feito igual a $1/\varepsilon_1$ no extremo de jato livre e igual a $1/R^2$ no extremo de esteira.

A comparação entre os primeiros membros das equações de Becker (4.40) e de Craya-Curtet (4.39) indica uma discordância para o coeficiente do 3º termo. Curtet obteve, a partir do perfil observado de velocidade, o valor 1,7 para este coeficiente, enquanto que na equação de Becker o valor é 1.

Becker, em seu trabalho de [1961], não chegou a resolver o sistema de equações para jatos confinados na forma alternativa proposta por ele, de forma que no momento não é possível determinar qual das duas formulações é superior.

Prosseguindo com a resolução de Craya-Curtet, o valor de U_0 obtido a partir da equação integral da continuidade (4.10) é substituído na equação integral da quantidade de movimento (4.33) obtendo-se

$$\frac{1}{2} \overline{U_m}^2 R_1^2 + \overline{U_m} R_1^2 - \frac{3}{2} \overline{U_m}^2 R_1^4 = \frac{1}{2} (Th^{-2} - 1) \quad (4.43)$$

onde utilizou-se $\alpha_z = \frac{1}{2}$ (obtido a partir de um perfil assumido $U = e^{-R^2}$).

Observe-se que a quantidade $\overline{U}_m R_1^2$, que em variáveis não racionalizadas assume a forma

$$\overline{U}_m R_1^2 = \frac{\int_0^\infty (\bar{u} - u_o) dr^2}{u_k r_D^2} \quad (4.44)$$

corresponde à razão entre a vazão volumétrica de jato e a vazão total. Desta forma, $\overline{U}_m R_1^2$ é denotado a partir de agora por Q_j e será chamada de vazão volumétrica de jato racionalizada.

Para que se entenda perfeitamente a natureza de Q_j deve-se lembrar que no início desta exposição o escoamento de um jato confinado foi admitido como resultado da superposição de duas componentes de escoamento, uma uniforme com velocidade $u_o(z)$ e outra, chamada de componente de escoamento de jato, com perfil $\bar{u} - u_o$, que é uma função de z e r .

Escrevendo (4.43) em termos de Q_j obtém-se:

$$\frac{1}{2} \frac{Q_j^2}{R_1^2} + Q_j - \frac{3}{2} Q_j^2 = \frac{1}{2} (Th^{-2} - 1) \quad (4.45)$$

O termo $\frac{1}{2} (Th^{-2} - 1)$ é igual ao parâmetro "m" que aparece nos trabalhos originais de Craya-Curtet. A introdução do parâmetro Th deve-se a Becker [1961].

A expressão (4.45) é uma relação entre a vazão volumétrica de jato racionalizada, Q_j , e a espessura efetiva racionalizada do jato, e é válida para qualquer secção transversal. O termo $\frac{1}{2} (Th^{-2} - 1)$, de acordo com a definição de Th dada pela expressão (4.28), é uma constante, dependente exclusivamente das condições na entrada. Desta maneira, Th é um parâmetro de similitude dinâmica para jatos turbulentos confinados.

Se Th é dado e $Q_j(z)$ é conhecida de alguma forma, $R_1(z)$ pode ser obtido a partir de (4.45):

$$R_1 = \frac{Q_j}{\sqrt{3Q_j^2 - 2Q_j + Th^{-2} - 1}} \quad (4.46)$$

Substituindo a definição de Q_j na Equação (4.39) obtém-se

$$-a \frac{d(Q_j^2 / R_1^2)}{Q_j^2 / R_1^3} + \frac{dQ_j}{Q_j / R_1} + b \frac{d[(1 - Q_j) R_1^2]}{Q_j / R_1} = \sigma dZ \quad (4.47)$$

onde σ , função de z , é obtido experimentalmente, como já foi salientado, e R_1 é dado por (4.46).

A integração de (4.47) produz uma família de curvas para Q_j :

$$Q_j = f\left(\int_0^z \sigma dZ, Th\right) \quad (4.48)$$

A partir dos valores de Q_j , a família de curvas

$$R_1 = f'\left(\int_0^z \sigma dz, Th\right) \quad (4.49)$$

pode ser obtida através de (4.46)

A partir da definição de Q_j ($Q_j = U_m R_1^2$) obtém-se U_m , e a equação da continuidade (4.10) dá U_o .

Neste ponto o perfil de velocidade para qualquer posição axial está definido a partir do conhecimento (experimental) da forma do perfil reduzido auto-preservado de velocidade de jato, dos valores calculados de $\overline{U_m}$ e $\overline{U_o}$ para esta posição axial e da vazão total de gás no duto.

As Figuras 4.3 e 4.4 mostram as famílias de curvas (4.48) e (4.49) obtidas por Curtet [1957].

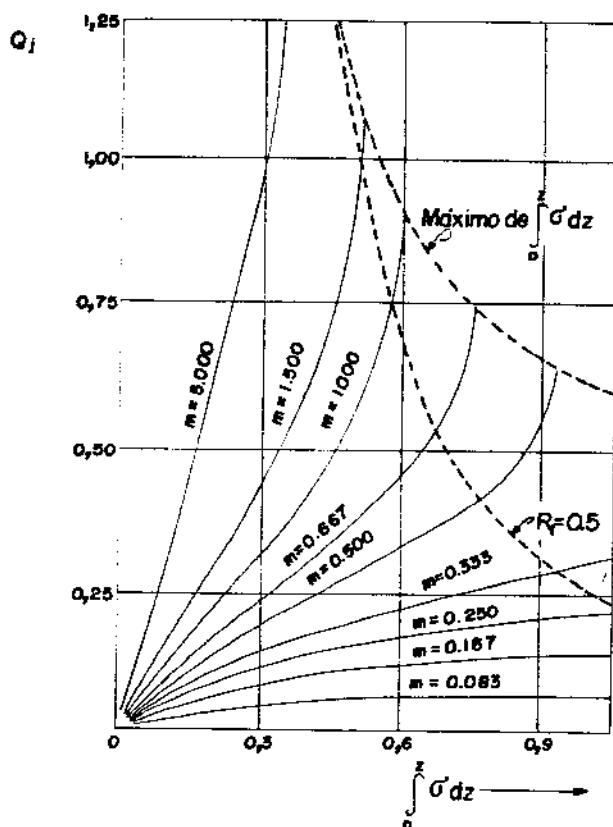


Figura 4.3 A família de curvas $Q_1 = f(\int_0^z \sigma dz, m)$

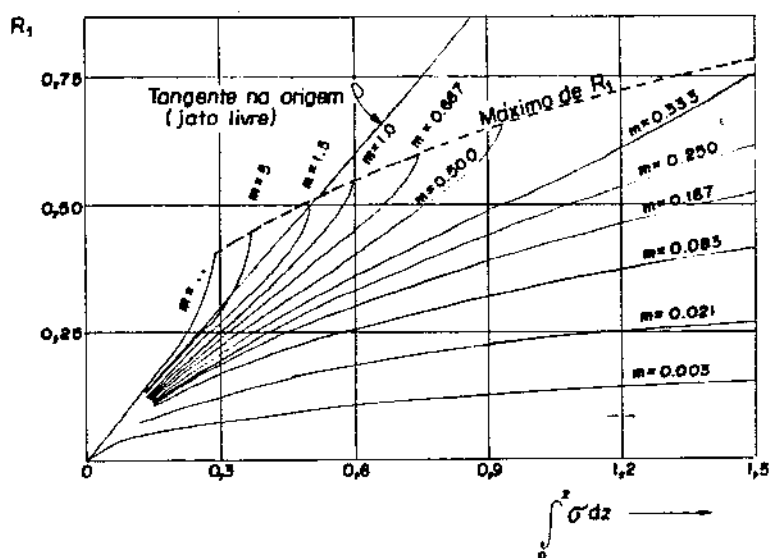


Figura 4.4 A família de curvas $R_1 = f(\int_0^z \sigma dz, m)$

A Figura 4.5 mostra o perfil reduzido de velocidade de jato, obtido experimentalmente por Curtet [1957], que pode ser ajustado satisfatoriamente pelas funções indicadas

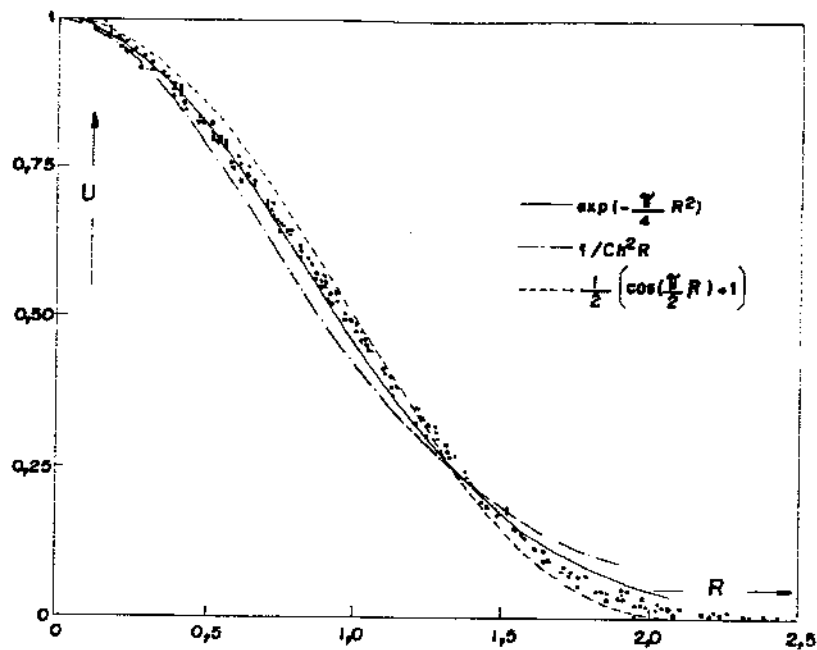


Figura 4.5 Perfil reduzido de velocidade de jato

Verifica-se pela observação deste perfil que para R igual a 2 a velocidade de jato é desprezível. Sendo assim, o raio efetivo racionalizado do jato não pode ser maior que $0,5(r/r_D)$, sendo o máximo, $(R_1)_{\max}$, igual a 0,5, o que ocorre quando o jato atinge a parede do cilindro.

Na Figura 4.3, a curva tracejada correspondente a $R_1 = 0,5$ indica o ponto a partir do qual as curvas para Q_j deixam de ter significado físico, visto que o jato não pode penetrar na parede do cilindro. Como esta impossibilidade não está implícita nas equações, a simples resolução destas produz trechos de curvas sem significado físico.

Ainda na Figura 4.3 verifica-se que a curva para $m = 1,5$ atinge o valor Q_j igual a 1 exatamente na posição onde o jato atinge a parede. Isto significa que todo o fluxo da corrente induzida foi absorvido pelo jato até este ponto. Para valores de m maiores que 1,5, o jato absorve todo o fluxo da corrente induzida antes de atingir a parede. Como ficou explicado na secção (4.2.1), nestes casos a corrente induzida não é suficiente para satisfazer toda a capacidade de absorção do jato, e assim este débito é suprido por uma corrente reversa que trás fluido turbulento de regiões a montante, criando-se um vórtice de recirculação.

Na Figura 4.6 o fenômeno da recirculação pode ser visualizado. Na secção $N - N'$ a componente axial da corrente livre é nula. Neste ponto

completa-se a absorção total da corrente livre pelo jato. Diz-se que o jato está estrangulado. Fluido turbulento proveniente de regiões a jusante é recirculado e reabsorvido pelo jato.

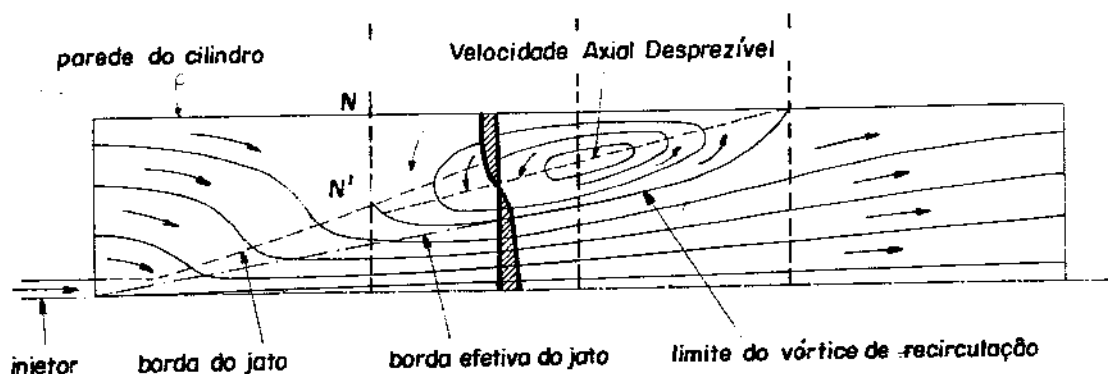


Figura 4.6 A recirculação em jatos confinados

A partir da secção $N - N'$ as equações de Craya - Curtet podem ainda ser aplicadas, mas os seus resultados darão apenas uma visão aproximada dos eventos que ocorrem nesta região, sendo válidos apenas em termos qualitativos, visto que não mais é admissível a hipótese de escoamento potencial na corrente livre, assumida na formulação destas equações.

Apesar desta restrição, a resolução de Craya-Curtet para o problema de jatos confinados é a mais elegante e a menos especulativa de todas as que foram tentadas para este problema. Além disto, a sua resolução é definitiva, no sentido de que revela o número de estrangulamento (Th) como o parâmetro de similitude dinâmica dos jatos turbulentos confinados.

4.2.3 Resultados experimentais para o campo de escoamento de jatos confinados.

São apresentados a seguir os resultados experimentais obtidos por Becker [1961] para o campo de escoamento de jatos-confinados isotérmicos de densidade uniforme. Estes resultados são utilizados no presente trabalho para a determinação dos fluxos de massa através das faces das celas da grade utilizada para a discretização da equação da energia

O campo de escoamento de jatos-confinados fica definido a partir do conhecimento da lei de crescimento radial do jato, da lei de decaimento da velocidade máxima de jato e do perfil reduzido da velocidade de jato. Naturalmente, a forma mais genérica de formulação destas relações é apresentá-las como função do número de estrangulamento (Th), visto que este parâmetro define por si só o escoamento. Becker levantou dados para uma ampla faixa de números de estrangulamento, cobrindo desde valores próximos de zero, que correspondem a jatos com altas taxas de recirculação, até valores próximos de um, onde a recirculação não mais ocorre.

A lei de crescimento radial do jato confinado

Em vista do fato de que os jatos-confinados apresentam desvios do regime de auto-preservação na região da borda, o raio característico escolhido por Becker (e por outros investigadores antes dele) é o chamado $r_{1/2}$, que é o raio no qual a velocidade de jato é metade da velocidade máxima, ou seja

$$r = r_{1/2} \quad \text{em} \quad U = \frac{1}{2}$$

A lei de crescimento deste raio característico é dada por

$$R_{1/2} = \begin{cases} 0,084Z, & Z < 1 \\ 0,084Z^a, & Z > 1 \end{cases} \quad R_{1/2} < 0,35 \quad (4.50)$$

onde

$$R_{1/2} = r_{1/2}/r_D, \quad (4.50a)$$

$$Z = z/r_D \quad (4.50b)$$

e

$$a = 1 + 0,34e^{-16Th^{3/2}} \quad (4.50c)$$

A lei de decaimento da velocidade máxima de jato

O instrumental utilizado por Becker em seu trabalho faz a medida da velocidade quadrática média $\sqrt{\overline{u^2}}$, ao invés de medir a velocidade média $\bar{u}$. No entanto, estas duas grandezas diferem bastante pouco uma da outra. No eixo, por exemplo, este desvio é da ordem de 2,5%.

Os resultados observados para a velocidade de jato no eixo, para uma faixa de Th entre 0,023 e 0,653, são bem descritos por

$$\sqrt{\overline{u_m^2}} \left(\frac{2Th^2}{1-Th^2} \right)^{1/2} = \begin{cases} 13,8/Z, & Z < 1 \\ 13,8/Z^b, & Z > 1 \end{cases} \quad R_{1/2} < 0,35 \quad (4.51)$$

onde

$$\sqrt{\overline{u_m^2}} = \frac{\sqrt{\overline{u_m^2} - u_0^2}}{u_K} \quad (4.51a)$$

e

$$b = 1,02 + 0,16e^{-70Th^2} \quad (4.51b)$$

O perfil reduzido da velocidade de jato

Na região a jusante de $Z = 0,25$ e a montante do local onde o jato encontra a parede, os perfis reduzidos de velocidade de jato, para Th entre 0,023 e 0,45, são bem descritos por

$$\sqrt{\overline{U^2}} = e^{-0,603R} 1,84 \quad (4.52)$$

onde

$$\sqrt{\overline{U^2}} = \frac{\sqrt{\overline{u^2}} - \sqrt{\overline{u_o^2}}}{\sqrt{\overline{u_m^2}} - \sqrt{\overline{u_o^2}}} \quad (4.52a)$$

e

$$R = r/r_{1/2} \quad (4.52b)$$

Cálculo dos fluxos de massa através das faces das celas da grade de discretização da equação da energia.

Para a discretização da equação da energia, que é discutida em detalhe adiante, é utilizada uma grade que corresponde a uma divisão da fornalha em "fatias" na direção axial e em anéis concêntricos na direção radial. Esta divisão é feita compatível com a divisão em zonas no modelo de Sarofim, ou seja, cada zona no modelo de Sarofim corresponde a um número inteiro de celas na presente discretização.

Para o cálculo dos fluxos de massa através das faces das celas é utilizado o mesmo procedimento utilizado por Sarofim; que optou por definir uma velocidade máxima de jato racionalizada modificada, na forma

$$\overline{U}_m' = \frac{\overline{u}_m - \overline{u}_o}{u_d} \quad (*) \quad 1 \quad (4.53)$$

onde u_d é a velocidade dinâmica média, definida por (4.24). Utilizando a definição de Th e a lei de decaimento da velocidade máxima de jato (4.51), obtém-se

¹ Por simplicidade, a simbologia de velocidade média quadrática é excluída a partir deste ponto.

$$\frac{\bar{U}'_m}{(1-Th)^{1/2}} = \begin{cases} 13,8/Z, & Z < 1 \\ 13,8/Z^b, & Z > 1 \end{cases} \quad (4.54)$$

combinando (4.53) e (4.52a) obtém-se

$$\bar{U} = u_d \cdot \bar{U}'_m \cdot \bar{U} + \bar{u}_o \quad (4.55)$$

Um balanço de massa permite a obtenção de $\bar{u}_o$ para cada posição Z de interesse:

$$\dot{m}_t = \pi r_D^2 \int_0^1 \rho \bar{U} d(r/r_D)^2 = \pi u_d \bar{U}'_m r_D^2 \int_0^1 \rho \bar{U} d(r/r_D)^2 + \pi r_D^2 \rho \bar{u}_o \quad (4.56)$$

onde $\dot{m}_t$ é a vazão total de gás na fornalha.

A partir de (4.56), com a introdução da definição de Th, obtém-se uma relação entre u_o e u_d :

$$\frac{u_o}{u_d} = \sqrt{2} Th - \bar{U}'_m \int_0^1 \bar{U} d(r/r_D)^2 \quad (4.57)$$

O fluxo de massa através de uma face axial de uma cela da grade, como fração do fluxo total, é dado por

$$\frac{\dot{m}(i,j)}{\dot{m}_t} = \pi \int_{(r_{i-1}/r_D)^2}^{(r_i/r_D)^2} \frac{r_D^2 \rho \bar{U} d(r/r_D)^2}{\dot{m}_t} \quad (4.58)$$

Introduzindo (4.55) em (4.58) e fazendo uso da definição de Th obtém-se finalmente

$$\frac{\dot{m}(i,j)}{\dot{m}_t} = \frac{\int_{(r_{i-1}/r_D)^2}^{(r_i/r_D)^2} \bar{U} d\left(\frac{r}{r_D}\right)^2 + \left\{ \left(\frac{r_i}{r_D}\right)^2 - \left(\frac{r_{i-1}}{r_D}\right)^2 \right\} \frac{U_D(j)}{U_D}}{Th\sqrt{2}} \quad (4.59)$$

onde os índices i e j indicam a posição da face da cela.

Para as faces axiais onde a velocidade muda de sinal, os fluxos direto e reverso são calculados separadamente.

Os fluxos através das faces radiais são obtidos através de balanços de massa em cada cela.

No apêndice C é apresentado o programa FORTRAN ESCOAMENTO que realiza os cálculos delineados acima.

4.3 Determinação da parcela referente à combustão no termo fonte da equação da energia

No Capítulo 2, na análise do trabalho de Lockwood e Gosman [1972], que utilizam um modelo de quatro fluxos proposto por Spalding, para o equacionamento de uma fornalha real, foi enfatizada a importância do fenômeno da "não mistura" no processo de combustão turbulenta. Neste parágrafo esta discussão é retomada, seguindo-se ainda a linha estabelecida por Hawthorne [1949], que estabelece um modelo para o cálculo do progresso da combustão a partir do conhecimento da intensidade da flutuação da concentração do fluido de ejetor $\sqrt{C'^2}$.

No Capítulo 2, seguindo o estabelecido por Hawthorne [1949] foi assumido que a flutuação da concentração do fluido de ejetor, C' , obedece à função erro, de acordo com a Figura 2.26 reproduzida como Figura 4.6.

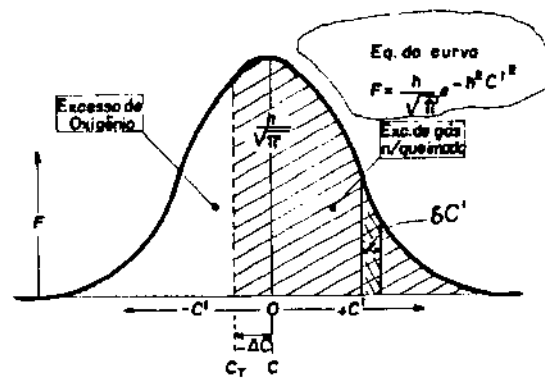


Figura 4.6 Flutuação da concentração

Esta figura corresponde a um local onde a concentração média no tempo do fluido de ejetor, $\bar{C}$,^{(*)2} é superior à concentração estequiométrica C_T . ΔC é a diferença $\bar{C} - C_T$. Neste local a concentração flutua em torno do valor médio $\bar{C}$ com frequência relativa de ocorrência dada pela função erro

$$F = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 C'^2} \quad (4.60)$$

onde

$$h = \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{C'^2}} \quad (4.60a)$$

Se uma amostra de gás é coletada neste local, em vista do tempo finito de coleta do gás, tem-se que, nos momentos em que a concentração estiver flutuando à direita de C_T , combustível não

² Esta concentração é baseada na redução de uma amostra do gás ao que se teria se não tivesse havido combustão e na identificação da fração molar desta amostra reduzida proveniente do ejetor.

queimado estará entrando no recipiente de coleta. Nos instantes em que a concentração estiver flutuando à esquerda de C_T , oxigênio estará entrando no recipiente de coleta.

A quantidade de combustível não queimado que será coletado é proporcional à sua concentração vezes a fração de tempo em que esta concentração prevalece. Assim, a quantidade de combustível coletado é proporcional a

$$\int_{-\Delta C}^{\infty} (C' + \Delta C) F \, dC'$$

Da mesma forma a quantidade de oxigênio que é coletado é proporcional a

$$\int_{-\infty}^{-\Delta C} (C' + \Delta C) F \, dC'$$

Assim, a relação F'' entre a quantidade de oxigênio presente na amostra e a quantidade de oxigênio necessária para a queima total do combustível presente na amostra é dada pela razão entre as duas integrais acima. Pode-se verificar (Hawthorne [1949]) que esta razão é uma função de $\sqrt{C'^2} / \Delta C$, apresentada graficamente na Figura 4.7.

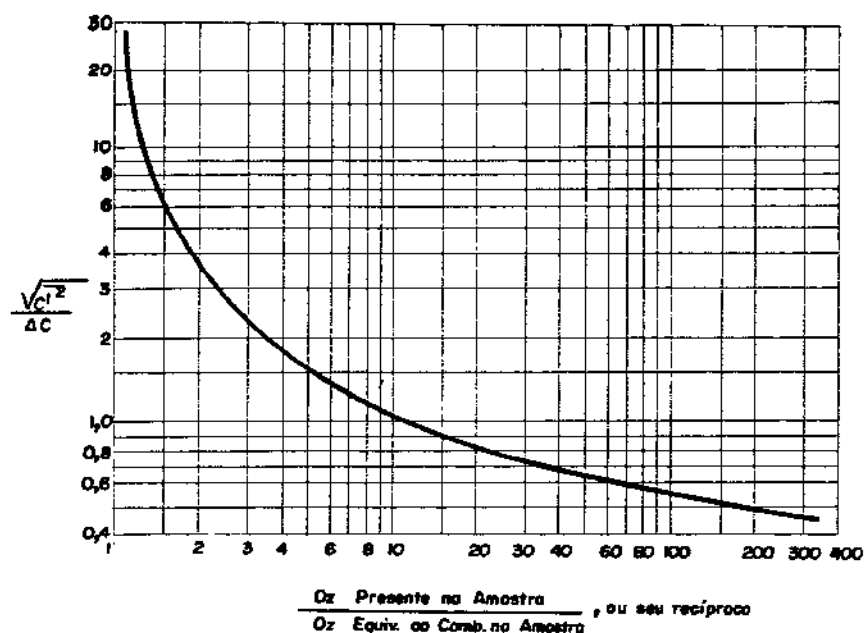


Figura 4.7 O fator de não mistura

Pela análise da Figura 4.7 verifica-se que a grandeza $\sqrt{\frac{C'}{C}}^2$ é um indicador da extensão em que se dá a mistura entre o oxigênio e o combustível. Quanto maior for $\sqrt{\frac{C'}{C}}^2$, maior o grau de não mistura. Hawthorne [1949] denomina $\sqrt{\frac{C'}{C}}^2$ de fator de não mistura local.

Becker [1961], no mesmo trabalho em que fez o mapeamento do campo de escoamento em jatos-confinados, levantou experimentalmente o campo de concentração $\bar{C}$ e o campo de intensidade de flutuação da concentração $\sqrt{\frac{C'}{C}}^2$ de uma espécie de difusão lenta, introduzida na cavidade como fluido de ejeter.

Sarofim utilizou estes resultados para avaliar a porcentagem de combustível queimado em cada zona da fornalha, fazendo uso das idéias de Hawthorne delineadas acima. O seu procedimento é apresentado a seguir.

Para o combustível $(CH_2)_n$ a concentração estequiométrica molar é

dada por

$$C_T = \frac{1}{1 + 7,16n} \quad (4.61)$$

Suponha-se agora que uma amostra hipotética de gás é tomada num ponto qualquer da fornalha. A partir dos resultados obtidos de uma análise desta amostra, poderia determinar-se a concentração de fluido de ejedor que se teria caso não houvesse ocorrido combustão. Esta concentração pode ser expressa por

$$C = \frac{1}{1 + F'7,16n} \quad (4.62)$$

onde o fator F' representa a razão entre o número de moles de oxigênio efetivamente presente antes da combustão e o número de moles de oxigênio equivalente ao combustível (presente antes da combustão).

A diferença ΔC entre a concentração molar média de fluido de ejedor $\bar{C}$ e a concentração molar de fluido de ejedor teórica C_T para combustão completa fica dada por

$$\Delta C = \bar{C} - C_T = \frac{1}{1 + F'7,16n} - \frac{1}{1 + 7,16n} \quad (4.63)$$

Se n é grande, ΔC pode ser aproximada por

$$\Delta C = \frac{1}{7,16n} \left[\frac{1}{F'} - 1 \right] = C_T \left[\frac{1}{F'} - 1 \right] \quad (4.64)$$

O valor de F' é obtido por Sarofim através de (4.62) a partir dos resultados de Becker para a concentração média de fluido de ejedor $\bar{C}$. Em seguida ΔC é determinado através de (4.64).

A intensidade da flutuação da concentração $\sqrt{\overline{C'^2}}$ é dada por Becker e é aproximada para cada secção transversal por

$$\sqrt{\overline{C'^2}} = 0,26\bar{C}_m \quad (4.65)$$

onde $\bar{C}_m$ é a concentração média de fluido de ejedor no eixo.

De (4.64) e (4.65) tem-se:

$$\frac{\sqrt{\overline{C'^2}}}{\Delta C} = \frac{0,26 \overline{C}_m}{C_T \left(\frac{1}{F} - 1 \right)} \quad (4.66)$$

Na Figura 4.8a tem-se esquematicamente a composição da amostra se não houvesse ocorrido combustão. Na Figura 4.8b tem-se a amostra considerando-se a combustão.

X moles	Y moles		X₁ moles	Y₂ moles	Gás
de	de		de	de	de
(CH₂)_n	O₂		(CH₂)_n	O₂	comb

(a)

Figura 4.8 A amostra antes de considerada a combustão (a) e após considerada a combustão (b)

De acordo com o definido nesta figura, o fator F' é dado por

$$F' = \frac{y}{\frac{3}{2} x} \quad (4.67)$$

A razão f entre o número de moles de combustível que permanece não queimado, após a combustão ter ocorrido e o número de moles de combustível originalmente presente é dada, de acordo com o definido na Figura 4.8, por

$$f = \frac{x_1}{x} \quad (4.68)$$

Finalmente, a razão F'' entre o número de moles de oxigênio presente na amostra após a queima ser considerada e o número de moles de oxigênio equivalente ao combustível remanescente na amostra após a queima ser considerada é dada por

$$F'' = \frac{n^o \text{ de moles de O}_2 \text{ remanesc. na amostra}}{n^o \text{ de moles de O}_2 \text{ equiv. ao comb. remanesc.}} = \frac{y - \frac{3}{2} (x - x_1)}{\frac{3}{2} x_1} \quad (4.69)$$

Introduzindo (4.67) e (4.68) em (4.69) tem-se

$$F'' = \frac{\text{nº de moles de } O_2 \text{ remanescente}}{\text{nº de moles de } O_2 \text{ equiv. ao comb. remanes.}} = \frac{F' - (1 - f)}{f} \quad (4.70)$$

O valor da razão F'' definida em (4.70) pode ser obtido através da Figura 4.7, a partir do valor da ordenada dada por (4.66).

A partir do valor desta razão e do valor já calculado de F' obtém-se f através de (4.70).

Finalmente a razão entre a vazão de combustível não queimado numa dada secção e a vazão total de combustível que entra na fornalha pode ser calculada através de

$$\frac{\text{combustível não queimado}}{\text{combustível total}} = \frac{\int_0^1 \pi \rho u f C d(r/r_D)^2}{\int_0^1 \pi \rho u C d(r/r_D)^2} \quad (4.71)$$

Sarofim dividiu as fornalhas em 24 zonas conforme a Figura 4.9.

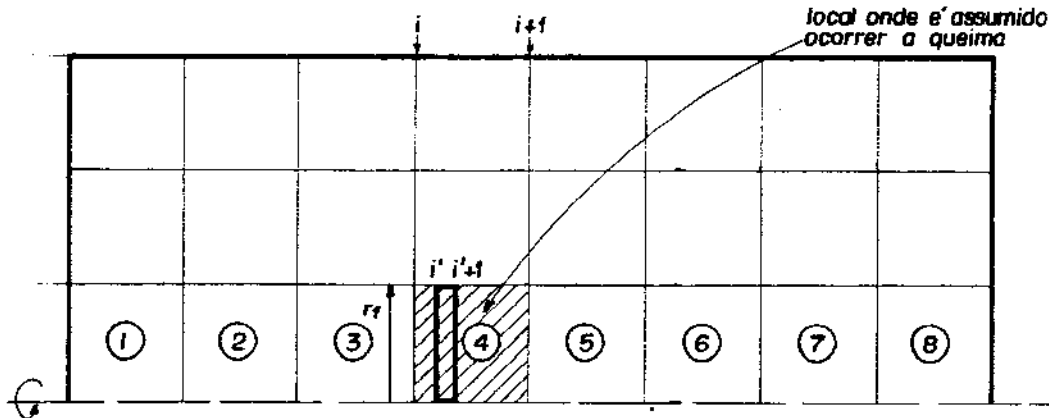


Figura 4.9 Divisão da fornalha em zonas segundo Sarofim [1961]

Se a expressão (4.71) é aplicada para duas secções consecutivas, por exemplo, i e $i+1$, obtém-se a fração de combustível queimado na região entre estas secções. Sarofim admitiu que toda a combustão ocorre nas zonas centrais ao longo do eixo, numeradas de 1 a 8 na Figura 4.9.

A grade utilizada para a discretização das equações do presente método é muito mais refinada que o zoneamento adotado por Sarofim. Devido à falta de informações mais detalhadas sobre os perfis de concentração no trabalho de Becker [1961], não é possível utilizar o mesmo procedimento de Sarofim para o cálculo das frações de combustível queimado em cada cela desta grade mais refinada. Assim, optou-se por se admitir um procedimento alternativo para o cálculo da distribuição da queima, que no entanto reproduz em termos globais a distribuição de Sarofim.

No caso em que, por exemplo, o número de estrangulamento é 0,128, a distribuição da queima obtida por Sarofim é apresentada na tabela (4.1)

Tabela (4.1) Distribuição da queima em porcentagem de combustível queimado para $Th = 0,128$, ao longo das zonas de 1 a 8 da Figura 4.9

Zona	1	2	3	4	5	6	7	8
%	45	17	11	10	10	7	0	0

Um polinômio $p(z)$ pode ser obtido, de forma que $p(z_i)$ represente a fração queimada até a posição axial z_i e que reproduza os valores apresentados na tabela (4.1). Desta maneira obtém-se uma distribuição axial contínua da combustão e que reproduz a distribuição por zonas de Sarofim.

A diferença $p(z_{i'+1}) - p(z_{i'})$, de acordo com a Figura 4.9, dá a fração queimada entre as posições axiais i' e $i'+1$.

Admite-se a seguir, para compatibilidade com a distribuição de Sarofim, que esta fração queimada é distribuída radialmente entre $r = 0$ e $r = r_f$ (Figura 4.9).

A distribuição radial é assumida numa forma semelhante à função $f(r)$ esboçada na Figura 4.10, como a superposição de uma função constante f_0 e uma função $f'(r) = f(r) - f_0$ que é proporcional ao fluxo de massa do gás através da secção transversal em $z = z_{i'}$.

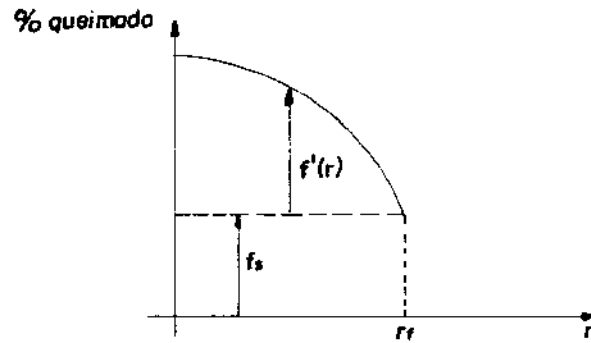


Figura 4.10 Distribuição radial da combustão numa secção

Esta hipótese é referendada pelo trabalho de Roesler [1967] que mostra que a taxa de transferência de calor para a parede fria num dado trecho da fornalha depende fortemente do total de combustível queimado neste trecho e apenas fracamente da distribuição da queima neste mesmo trecho.

Uma análise de sensibilidade desta distribuição é apresentada no Capítulo 5.

4.4 O transporte turbulento de energia térmica.

Na região turbulenta do escoamento é necessário incluir na equação do balanço global de energia um termo referente aos fluxos de energia térmica causados pelas flutuações turbulentas. Num elemento de área perpendicular à direção r este fluxo é dado por

$$q_{tur} = -A\rho c_p \overline{T'v'} \quad (4.72)$$

Sarofim obteve estes fluxos através das faces radiais das zonas fazendo uso de uma hipótese semelhante à de Boussinesq:

$$q_{tur} = -A\varepsilon_H c_p \rho \frac{dT}{dr} \quad (4.73)$$

onde ε_H é um coeficiente de difusividade turbulenta, dado por

$$\varepsilon_H = \overline{v'T'}/dT/dr \quad (4.74)$$

Se dT/dr é substituído por uma diferença central tem-se

$$q_{tur} = \frac{A \varepsilon_H \rho c_p}{B} (T_1 - T_2) \quad (4.75)$$

onde T_1 e T_2 são as temperaturas de zonas contíguas e B é a distância entre os centros das zonas.

A partir da expressão (4.75) a troca turbulenta de energia entre as duas zonas pode ser interpretada como resultado de um fluxo de matéria nos dois sentidos através da interface radial das zonas. Este fluxo é dado por

$$\dot{m}_{tur} = \frac{A \varepsilon_H \rho}{B} \quad (4.76)$$

Introduzindo (4.74) em (4.76) tem-se

$$\dot{m}_{tur} = \frac{A \rho}{B} \frac{\overline{v'T'}}{dT/dr} \quad (4.77)$$

que pode ser transformado em

$$\dot{m}_{tur} = \frac{A \rho}{B} \left[\frac{\overline{v'T'}}{u_{max} T_{max}} \right] \frac{u_{max} r_{1/2}}{\frac{d(T/T_{max})}{d(r/r_{1/2})}} \quad (4.78)$$

Utilizando a analogia entre o transporte de calor e o transporte de massa Sarofim substituiu a temperatura por concentração na expressão (4.78) e calculou o termo $(\overline{v'T'}/u_{max} T_{max})$, considerando jato livre e o restante através dos dados de Becker para concentração em jatos-confinados.

Também neste caso, os dados de Becker são escassos, de forma que não é possível fazer uso do mesmo procedimento para a obtenção de todos os termos turbulentos para a grade exigida pelas equações do presente modelo, notadamente na região inicial do jato. Esta parte do jato está totalmente incluída dentro das zonas centrais de Sarofim (ver Figura 4.9) de forma que o transporte turbulento de energia corresponde a trocas internas às zonas e não precisam ser consideradas no equacionamento feito por ele.

Na Figura 4.11 estão indicadas com duplas flexas as interfaces

onde foi necessário Sarofim avaliar os termos de troca turbulenta de energia para os casos onde $Th = 0,128$.

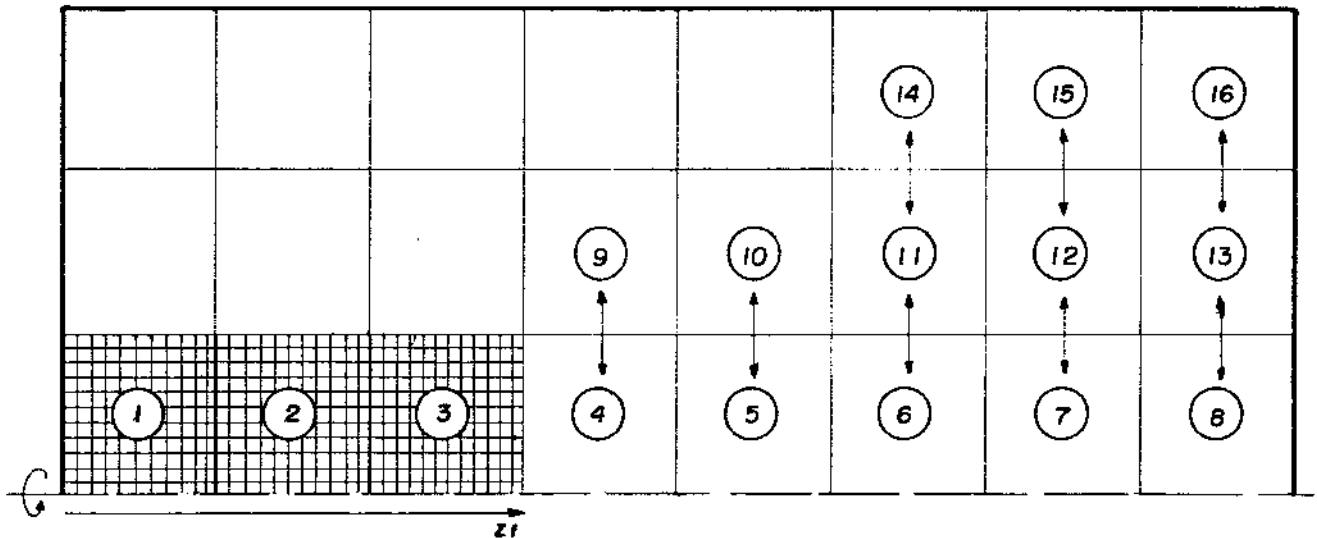


Figura 4.11 Locais onde foram avaliados termos de troca turbulenta no equacionamento de Sarofim para os casos onde $Th = 0,128$

O procedimento adotado no presente trabalho para o cálculo do termo de troca turbulenta de energia entre as células incluídas nas zonas de 1 a 3 (Figura 4.11) é o que segue.

Assume-se, seguindo Sarofim, que o fluxo de energia através de uma interface radial é dado por

$$q_{tur} = \frac{A \varepsilon_H \rho c_p}{h} (T_i - T_{i+1}) \quad (4.79)$$

onde T_i e T_{i+1} são as temperaturas de células contíguas e h é a distância entre os centros das células.

Na impossibilidade de se determinar o coeficiente ε_H a partir dos dados de Brcker, assume-se, seguindo a analogia de Reynolds, que

$$\varepsilon_H = \varepsilon_M \quad (4.80)$$

onde ε_M é a difusividade turbulenta de quantidade de movimento, definida através de

$$\overline{u'v'} = \varepsilon_M \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \quad (4.81)$$

Becker [1961] sugere a seguinte relação entre o perfil reduzido (que é auto-preservado) da tensão turbulenta e o perfil reduzido da velocidade média num jato confinado:

$$\overline{u'v'} / \overline{u'v'_m} / C_\tau = -\frac{1}{4} \bar{u}^{(K-1)} \frac{\partial \bar{u}}{\partial R} \quad (4.82)$$

onde

$$\overline{u'v'} = \frac{\overline{u'v'}}{\overline{u'v'}_{\max}} \quad (4.82a)$$

$$\overline{u'v'_m} = \frac{\overline{u'v'}_{\max}}{(\bar{u}_m - \bar{u}_0)^2} \quad (4.82b)$$

$$\bar{u} = \frac{\bar{u} - \bar{u}_0}{\bar{u}_m - \bar{u}_0} \quad (4.82c)$$

$$R = \frac{r}{r_1} \quad \text{e} \quad r_1^2 = \int_0^\infty \bar{u}^2 dr^2 \quad (4.82d)$$

e C_τ é um coeficiente dependente de z que, em geral, pode ser obtido experimentalmente e K é função de Th , assumindo o valor 1 para Th alto e 1,5 para Th baixo.

Introduzindo (4.82) em (4.81), ε_M pode ser obtido em função do perfil reduzido de velocidade média $\bar{u}$, dado por (4.52). Para C_τ é utilizado um valor médio sugerido por Craya e Curtet [1955] de 0,084.

Para as celas incluídas nas zonas 4 a 16 a troca líquida de energia por transporte turbulento é obtida a partir dos valores calculados por Sarofim que é admitido distribuir-se uniformemente

entre as celas incluídas na zona em questão.

4.5 A troca de energia por convecção entre as paredes e o gás.

Nas equações de balanço global de energia para as zonas, Sarofim incluiu, para as zonas contíguas às paredes da fornalha, um termo de troca de energia por convecção entre o gás presente na zona e a parede vizinha.

Para a troca entre o gás e o refratário este termo é dado por

$$q_c = A h_e (T_g - T_{ref}) \quad (4.83)$$

onde A é a área de troca, T_g a temperatura da zona em questão, T_{ref} a temperatura da zona de refratário e h_e um coeficiente de troca obtido para um escoamento normal a uma placa, utilizando-se a velocidade média do gás.

Para a troca entre o gás e a parede lateral este termo é dado por

$$q_v = A h_v (T_g - T_v) \quad (4.84)$$

Neste caso o coeficiente h_v foi obtido através de

$$Nu = 0,023 (Pr)^{0,4} (Re)^{0,8} \quad (4.85)$$

onde o Reynolds foi avaliado utilizando a velocidade do gás junto a parede e uma dimensão característica de 4 polegadas, distância típica entre tubos numa fornalha real.

Em vista da grande diferença de tamanho entre as zonas utilizadas por Sarofim e as celas da grade utilizada para discretização de equação da energia no presente trabalho, não é interessante utilizar as expressões (4.83) e (4.84) para os cálculos da troca convectiva. Devido ao gradiente acentuado de temperatura junto a parede, a temperatura da cela contígua à parede é bastante inferior à temperatura da zona contígua à parede, o que iria subestimar este termo de troca.

Assim, optou-se, a exemplo do que foi feito com o termo de liberação de energia por combustão e com o termo de troca de energia

por transporte turbulento, utilizar os valores calculados por Sarofim para as zonas contíguas à parede e distribuí-los uniformemente entre as celas incluídas dentro destas zonas.

4.6 A forma discretizada da equação da energia.

A discretização da equação diferencial da conservação da energia é realizada utilizando-se a formulação de volume de controle, que consiste em dividir o domínio de integração em celas e formular equações de balanço de energia para todas as celas.

Na Figura 4.12 é apresentada uma cela típica e os termos a serem incluídos num balanço de energia nesta cela

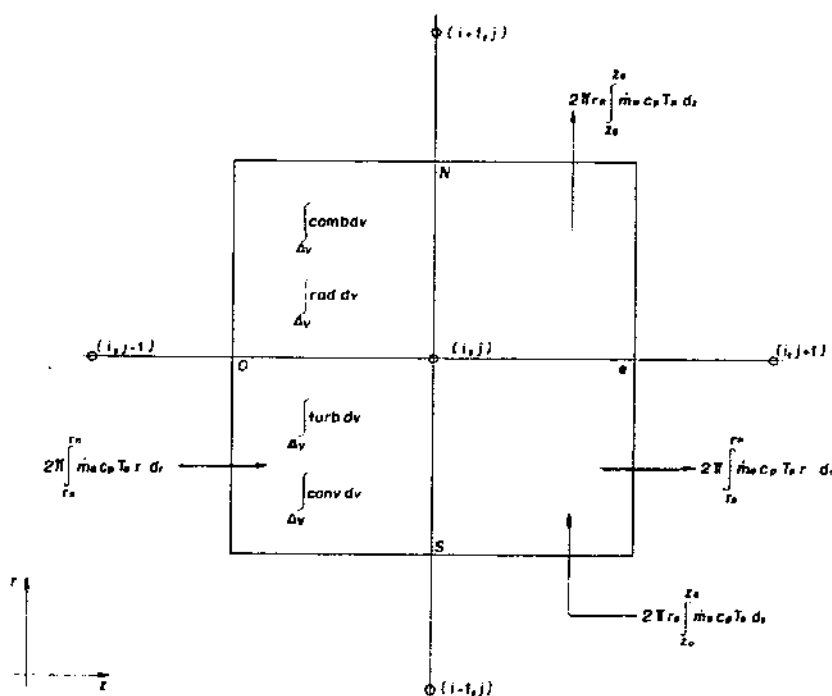


Figura 4.12 Uma cela típica e os termos a serem incluídos no balanço de energia.

Nesta figura, o, e, s, n indicam as faces oeste, este, sul e norte da cela. $\dot{m}_o$, $\dot{m}_e$, $\dot{m}_s$, $\dot{m}_n$ representam as vazões mássicas por unidade de área através da face denotada pelo subscrito. A princípio

estes termos podem variar ao longo de cada face. T_o , T_e , T_s , T_n representam a temperatura do fluido que cruza a face denotada pelo subscrito. Estas temperaturas podem, a princípio, variar ao longo de cada face.

Optou-se, por conveniência, incluir o termo de troca de energia entre a cela e a vizinhança pelo processo turbulento e o termo de troca convectiva entre a cela e as paredes vizinhas (quando houver) no termo fonte, juntamente com o termo de liberação de energia por combustão e o termo de troca líquida de energia por radiação. Isto se deve ao fato de que estes termos, no presente equacionamento, dependem da temperatura média de uma zona que inclui várias celas e, como está exposto nos parágrafos 4.4 e 4.5, a temperatura média de zona utilizada na determinação destes termos é calculada a partir das temperaturas obtidas na iteração anterior.

Na medida em que o tamanho das celas for suficientemente reduzido é razoável supor-se que as vazões mássicas por unidade de área através das faces das celas e a temperatura do fluido que cruza as faces das celas são uniformes sobre cada face.

Em vista de não ser considerado o transporte de energia por condução, por ser desprezível frente aos outros mecanismos de transporte de energia, pode-se utilizar o esquema denominado "upwind" (descrito, por exemplo, por Patankar [1980]) para determinação das temperaturas T_o , T_e , T_s , T_n . Segundo este esquema, quando o número de Peclet é alto, o que equivale a dizer que o processo de transporte de energia por convecção predomina sobre o transporte de energia por condução, a temperatura do fluido que cruza uma das faces da cela pode ser aproximado pela temperatura do fluido no nó da grade imediatamente à montante da face em questão. Assim, assumindo que a cela é suficientemente pequena para se postular uniformidade de temperatura e de velocidade de escoamento em cada face, o termo $m_o T_o$, por exemplo, é dado por

$$m_o T_o = T(i,j-1) \text{ Máx}[m_o, 0] - T(i,j) \text{ Máx}[-m_o, 0] \quad (4.86)$$

onde o termo $\text{Máx}[a,b]$ corresponde ao maior valor entre a e b .

A formulação dos balanços de energia para todas as celas, nos

termos colocados neste parágrafo e nos anteriores leva a um sistema de equações algébricas onde as incógnitas são as temperaturas nos nós (i,j) da grade. A equação para uma cela típica (Figura 4.12) é apresentada abaixo:

$$\begin{aligned}
 & A_{zi} c_p \{ T(i,j-1) \text{ Máx}[m_o, 0] - T(i,j) \text{ Máx}[-m_o, 0] \} \\
 & + A_{zi} c_p \{ -T(i,j) \text{ Máx}[m_e, 0] - T(i,j+1) \text{ Máx}[-m_e, 0] \} \\
 & A_{r(i-1)} c_p \{ T(i-1,j) \text{ Máx}[m_s, 0] - T(i,j) \text{ Máx}[-m_s, 0] \} \\
 & A_{ri} c_p \{ -T(i,j) \text{ Máx}[m_N, 0] + T(i+1,j) \text{ Máx}[-m_N, 0] \} \\
 & + (\text{comb} + \text{rad} + \text{turb} + \text{conv}) \Delta V = 0
 \end{aligned} \tag{4.87}$$

onde A_{zi} , $A_{r(i-1)}$, A_{ri} são as medidas das áreas das faces da cela, "comb" é a taxa volumétrica de liberação de energia por combustão, "rad", "turb" e "conv" são as taxas volumétricas líquidas de troca de energia por radiação, por transporte turbulento e por convecção com as paredes, respectivamente e ΔV é o volume da cela.

Finalmente, tendo em mãos a forma discretizada da equação da energia, esta pode ser introduzida no esquema iterativo formulado no Capítulo 3 para teste do modelo de radiação proposto.

Os resultados obtidos pela aplicação deste modelo às fornalhas de teste são apresentados no capítulo a seguir.

Capítulo 5

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo é feita inicialmente uma análise dos resultados obtidos por Sarofim [1961] para as distribuições de fluxo de calor na parede fria e para os campos de temperatura nas fornalhas que são utilizadas para teste do método proposto neste trabalho. Tal análise tem o objetivo de determinar os efeitos produzidos pela variação dos parâmetros das fornalhas sobre as variáveis procuradas. Estas informações são úteis na determinação dos efeitos da variação destes mesmos parâmetros sobre a qualidade dos resultados produzidos pelo método proposto.

Em seguida os resultados obtidos pela aproximação P_1 são apresentados e comparados com os obtidos por Sarofim pelo método das zonas. Estes resultados são analisados com base no desvio total, o desvio médio e o desvio local máximo na distribuição de fluxo de calor na parede fria. Procura-se determinar, através desta análise, os efeitos da variação da espessura ótica das fornalhas, da taxa de queima e do padrão de escoamento sobre a habilidade da aproximação P_1 em modelar o transporte de energia radiante entre o gás e a parede fria.

Finalmente é apresentada uma análise de sensibilidade dos resultados com relação às hipóteses assumidas para a distribuição radial da liberação de energia por combustão, nos casos em que o escoamento é do tipo jato-confinado e para o transporte turbulento de energia na região inicial dos jatos. Estas hipóteses foram apresentadas e justificadas no capítulo anterior.

5.1. Análise dos campos de temperatura e das distribuições de fluxo de calor esperados

*Distribuição de fluxo de calor na parede nos casos de escoamento uniforme e com perfil parabólico de velocidade. Influência da taxa de queima.

A Figura 5.1 apresenta as distribuições de fluxo de calor na parede lateral para uma fornalha com diâmetro de 4 pés, taxa de queima de 4×10^4 Btu/h pe^2 de área de parede fria, para os escoamentos uniforme e com perfil parabólico de velocidade.

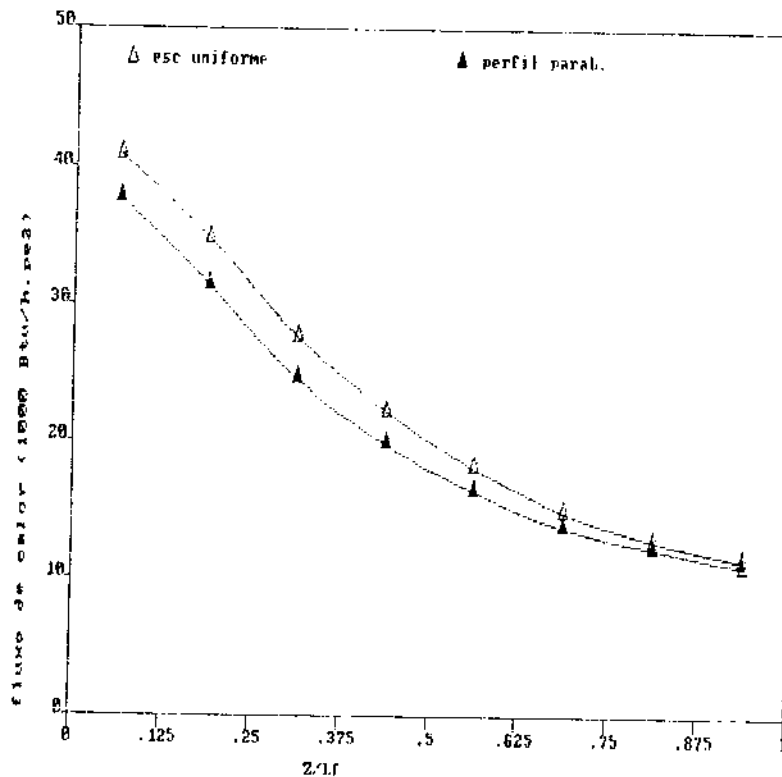


Figura 5.1 Distribuição de fluxo de calor na parede lateral. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 4×10^4 Btu/pé², escoamento uniforme e com perfil parabólico de velocidade.

Nestes casos, onde a combustão se dá ao longo de toda a secção de entrada da fornalha e num trecho relativamente curto ao longo do comprimento (1/8 do total) o fluxo de calor apresenta um máximo na entrada e um decréscimo posterior, devido a uma queda contínua na temperatura do gás ao longo do comprimento da fornalha. A Figura 5.2 mostra que para estes escoamentos um aumento na taxa de queima implica numa queda, ao longo do comprimento, menos acentuada na distribuição de fluxo de calor. Isto se deve a um gradiente de temperatura na

direção axial menos acentuado para altas taxas de queima.

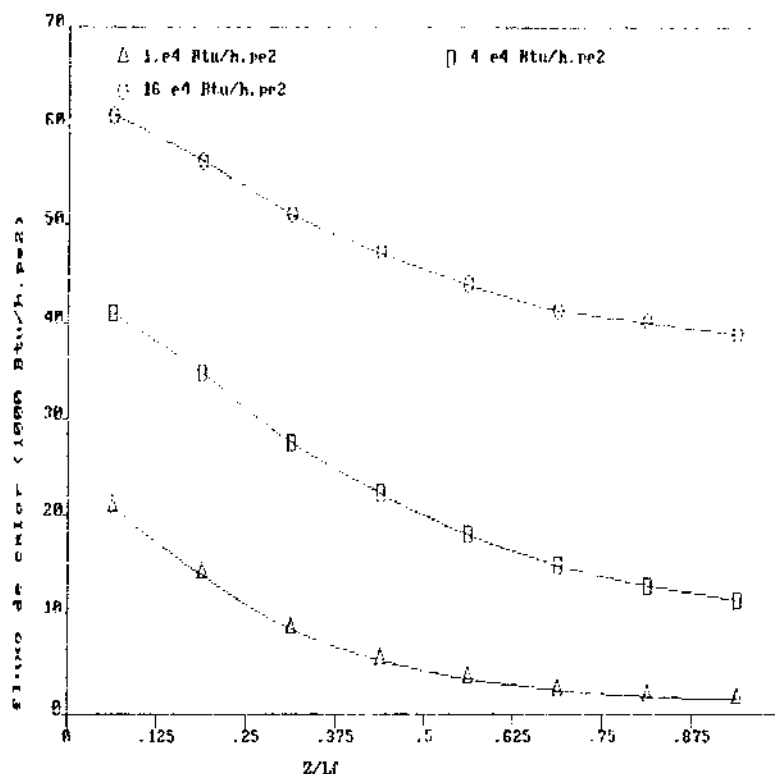


Figura 5.2 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 4 pés, escoamento uniforme, taxas de queima 1×10^4 , 4×10^4 e 16×10^4 Btu/h pé²

*Distribuição de fluxo de calor na parede nos casos de escoamento tipo jato-confinado. Influência da taxa de queima.

Na Figura 5.3 observa-se que para os casos onde o escoamento é do tipo jato-confinado a distribuição de fluxo de calor apresenta um mínimo na entrada, seguido de um crescimento ao longo do comprimento. Observa-se em cada caso a existência de um trecho onde o gradiente do fluxo de calor é mais acentuado.

O reduzido fluxo de calor observado no início da fornalha, para estes casos, explica-se pelo fato de que aí a chama é mais estreita. O crescimento do fluxo de calor ao longo do eixo deve-se ao alargamento

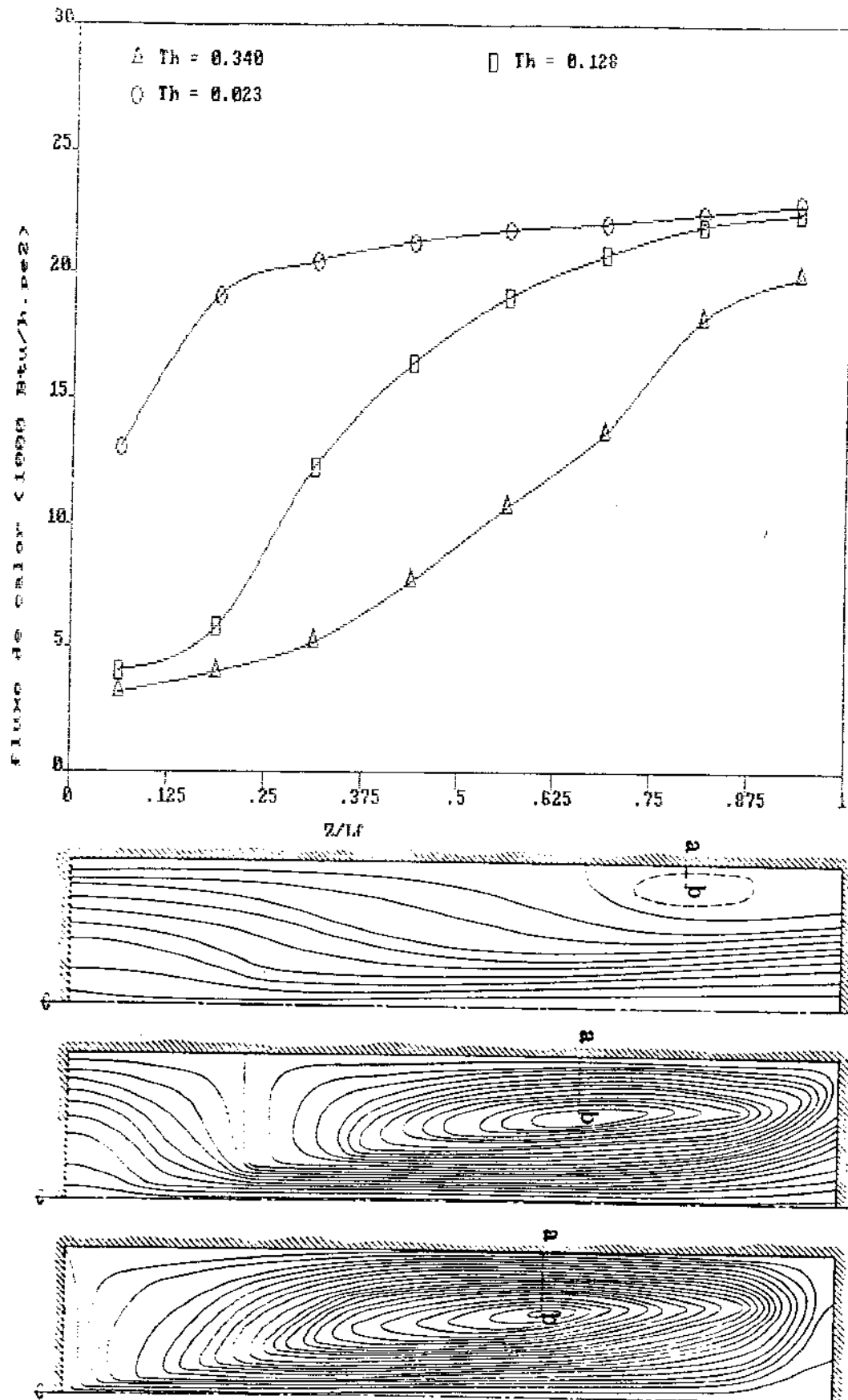


Figura 5.3 Distribuição de fluxo de calor na parede lateral e padrões de escoamento. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 4×10^4 Btu/h pé², escoamentos com n° de estrangulamento 0,340, 0,128 e 0,023

da chama e ao progresso da combustão. O local de gradiente mais acentuado ocorre no início do vórtice de recirculação. Neste local há a transição entre a corrente fria de ar secundário e a corrente quente de gás em escoamento reverso.

O fato de que o fluxo de calor para a parede lateral é bem menor na região da parede vizinha à corrente fria de ar induzido do que na região imediatamente posterior, já em contato com os gases quentes do vórtice de recirculação, vem corroborar as conclusões de Takeuchi [1961] de que o fluxo de calor num determinado local da parede é função principalmente da emissão do gás contíguo a ela.

A Figura 5.4 mostra o efeito do aumento na taxa de queima na distribuição de calor para a fornalha de 4 pés de diâmetro com escoamento com número de estrangulamento 0,128, por exemplo, que corresponde a uma taxa de recirculação média entre os casos estudados.

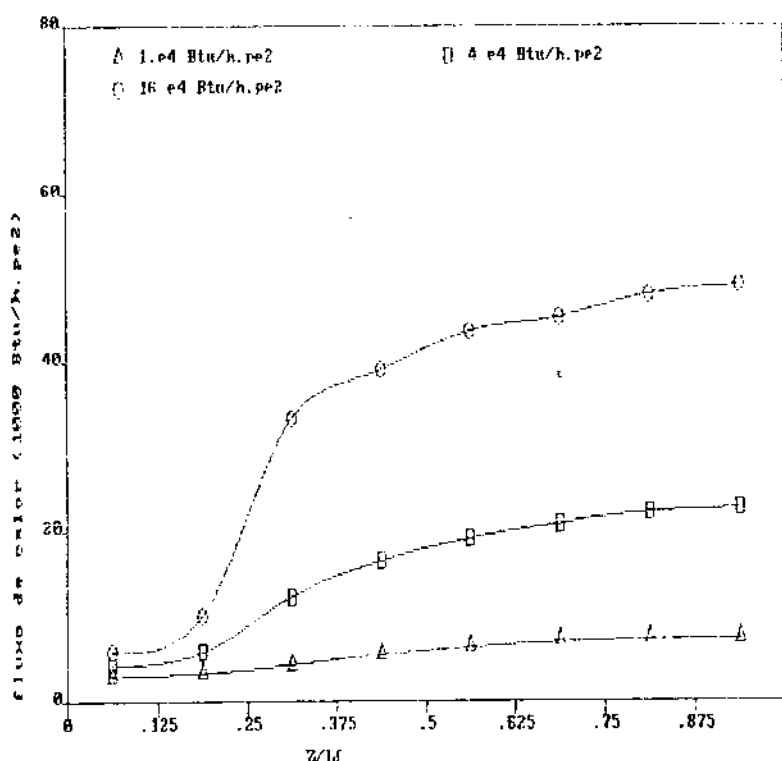


Figura 5.4 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 4 pés, nº de estrangulamento 0,128, taxas de queima 1×10^4 , 4×10^4 e 16×10^4 Btu/h pé²

Observa-se um aumento acentuado no declive da curva de fluxo de calor na região de transição entre a corrente de ar induzido e o vórtice de recirculação. Isto se explica pelo fato de que um aumento na taxa de queima implica num aumento mais acentuado na temperatura do gás no interior do vórtice de recirculação do que na temperatura da corrente de ar.

*Campo de temperatura nos casos com escoamento uniforme e com perfil parabólico de velocidade. Influência da taxa de queima.

A Figura 5.5 mostra os perfis de temperatura ao longo do eixo para a fornalha de 4 pés de diâmetro e taxa de queima de 4×10^4 Btu/h pé².

Nos casos em que o escoamento é uniforme, ou com perfil parabólico de velocidade, casos onde a queima se dá ao longo de toda a largura da fornalha, restrita a um trecho inicial estreito, a temperatura apresenta um máximo na entrada e decresce continuamente ao longo da fornalha. Observando a Figura 5.6 onde são mostrados os

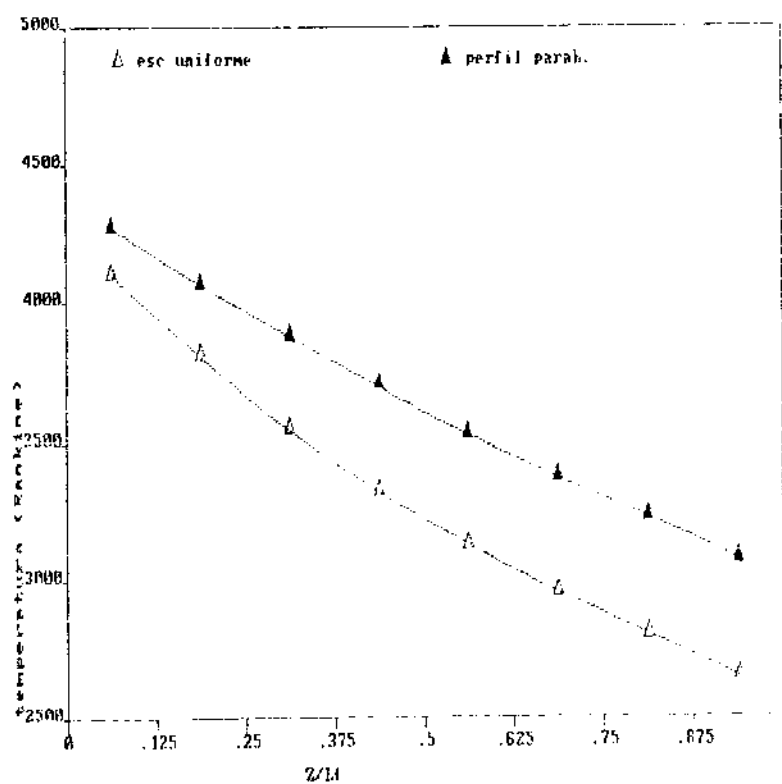


Figura 5.5 Perfis de temperatura ao longo do eixo. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 4×10^4 Btu/h pés², escoamentos uniforme e com perfil parabólico de velocidade.

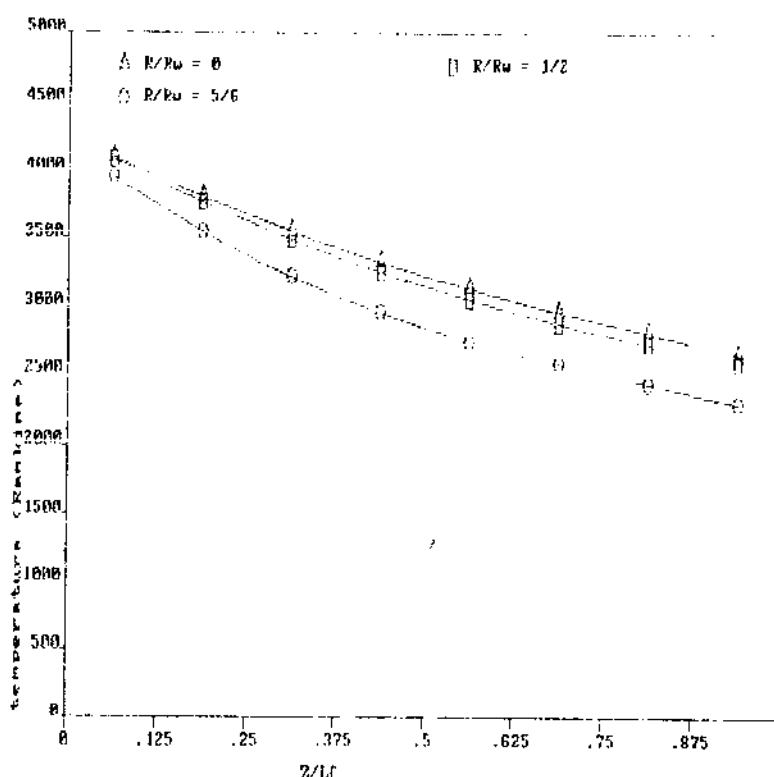


Figura 5.6 Perfis de temperatura para três posições radiais. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 4×10^4 Btu/h pé², escoamento uniforme (r_w = raio da fornalha)

perfis de temperatura ao longo do comprimento da fornalha em três posições axiais para um caso com escoamento uniforme, verifica-se que o gás junto à parede sofre resfriamento mais rápido do que no resto, não só devido à troca convectiva mas principalmente porque aí o gás tem um "visão" melhor da parede do que o gás mais no interior da fornalha. Este efeito é mais acentuado nos casos com escoamento com perfil parabólico de velocidade que, além dos efeitos anteriores, escoam mais lentamente junto à parede.

A Figura 5.7 mostra os perfis de temperatura ao longo do eixo, para três posições radiais numa fornalha de 4 pés de diâmetro, com escoamento uniforme, considerando-se taxas de queima de 4×10^4 Btu/h pé² e 16×10^4 Btu/h pé². A observação destes perfis mostra que um aumento na taxa de queima provoca uma redução nos gradientes de temperatura, tanto na direção radial como na direção axial. O mesmo é observado quando o escoamento tem perfil parabólico de velocidade. É importante

observar, no entanto, que este comportamento não se estende para os casos de escoamento tipo jato-confinado, como se verá adiante.

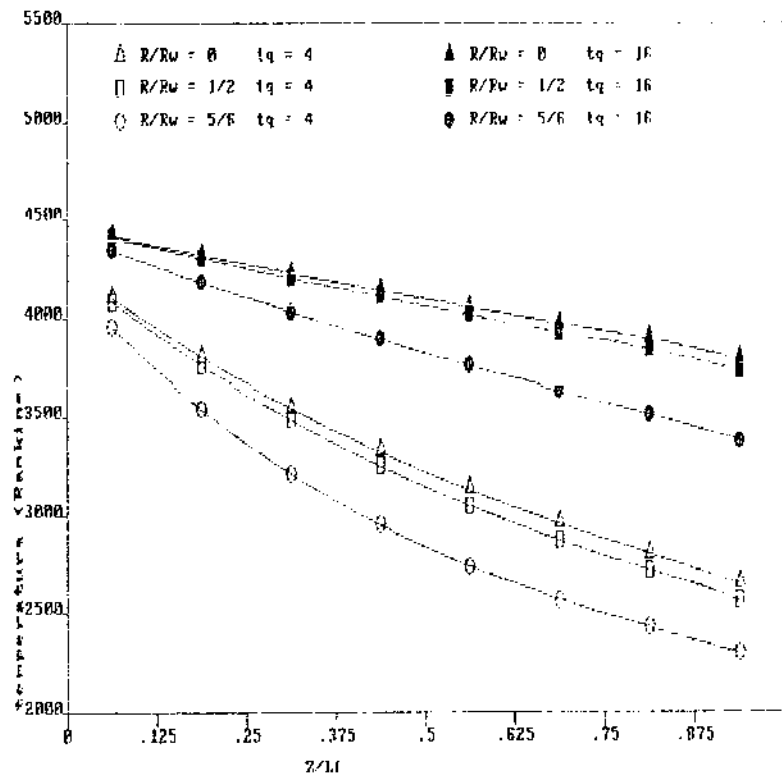


Figura 5.7 Perfis de temperatura para três posições radiais. Diâmetro 4 pés, escoamento uniforme, taxas de queima de 4×10^4 e 16×10^4 Btu/h pé² (r_w = raio da fornalha)

*Campo de temperatura nos casos com escoamento tipo jato-confinado. Influência da taxa de queima e do nº de estrangulamento.

Na Figura 5.8, verifica-se que os perfis de temperatura ao longo do eixo para os casos em que o escoamento é do tipo jato-confinado, apresentam forte dependência com relação ao número de estrangulamento.

Num extremo tem-se o caso com $Th = 0,340$, que corresponde a uma baixa taxa de recirculação e, por consequência, uma chama bastante longa. Neste caso a temperatura apresenta um mínimo na entrada da fornalha, seguido de um crescimento rápido que acompanha o progresso

da combustão e, finalmente, um trecho com gradiente atenuado.

Em outro extremo tem-se o caso com $Th = 0,023$, que corresponde a uma taxa de recirculação bastante alta e chama curta. Neste caso a temperatura apresenta máximo na entrada, seguido de queda brusca e, finalmente, um trecho com gradiente bastante atenuado.

No caso em que $Th = 0,340$ o fator determinante principal do perfil de temperatura é o comprimento da chama, que neste caso é longa. No caso em que $Th = 0,023$ o fator determinante é a alta taxa de recirculação.

Finalmente, no caso em que $Th = 0,128$, que corresponde a uma situação intermediária – comprimento médio de chama e taxa média de recirculação – o perfil de temperatura apresenta influência importante dos dois fatores citados, apresentando-se numa posição intermediária.

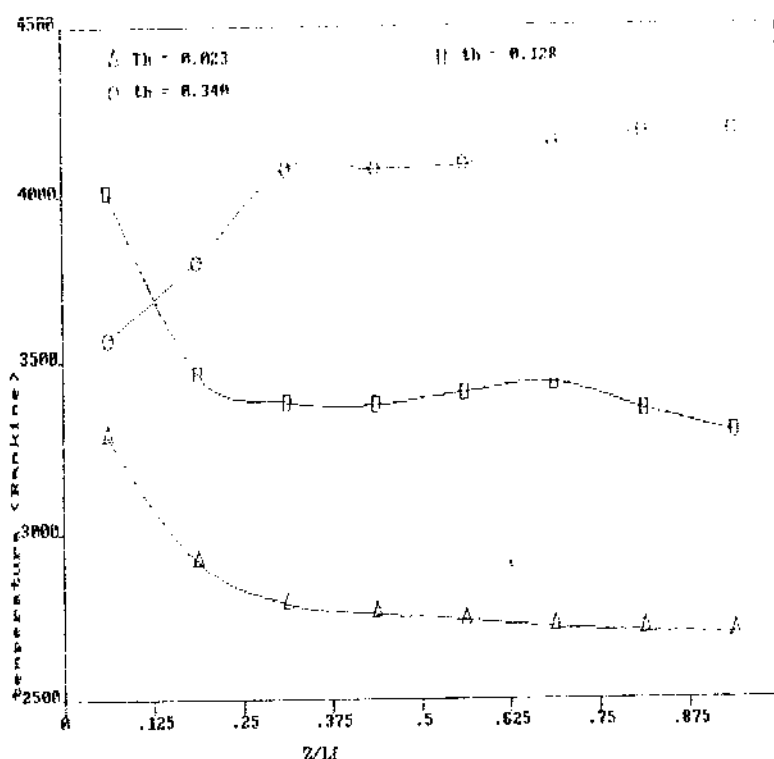


Figura 5.8 Perfis de temperatura ao longo do eixo. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 4×10^4 Btu/h pé², n^{ss} de estrangulamento 0,023, 0,128 e 0,340.

As Figuras 5.9 mostram os perfis radiais de temperatura para uma fornalha de 4 pés de diâmetro, com taxa de queima de 4×10^4 Btu/h pé², em seis posições axiais, para os casos de escoamento tipo jato-confinado.

Os três casos mostram a influência da corrente de ar frio induzida uniformemente ao longo da secção de entrada, em torno do jato central.

A observação dos perfis de temperatura para o caso de $Th = 0,340$ mostram o alargamento da chama, evidenciado pelo alargamento da corrente quente central.

Os resultados para $Th = 0,128$ mostram a atenuação dos gradientes de temperatura – em relação ao que se tem para $Th = 0,340$ – devido ao efeito de uma maior taxa de recirculação. A recirculação mais acentuada ainda no caso de $Th = 0,023$ implica em redução ainda maior destes gradientes.

A Figura 5.10 mostra os perfis axiais de temperatura, para três posições radiais, para uma fornalha de 4 pés de diâmetro, $Th = 0,128$, para taxas de queima de 4×10^4 Btu/h pé² e 16×10^4 Btu/h pé². Estes gráficos mostram que, para este tipo de escoamento, um aumento na taxa de queima acentua os gradientes de temperatura, tanto na direcção axial como na direcção radial.

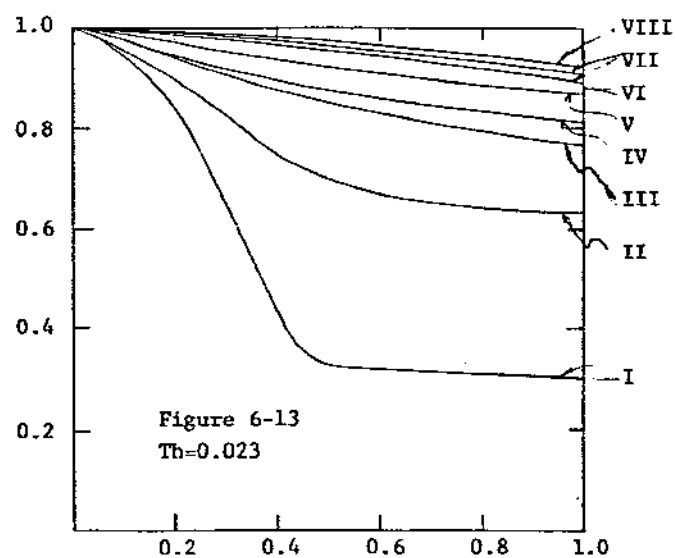
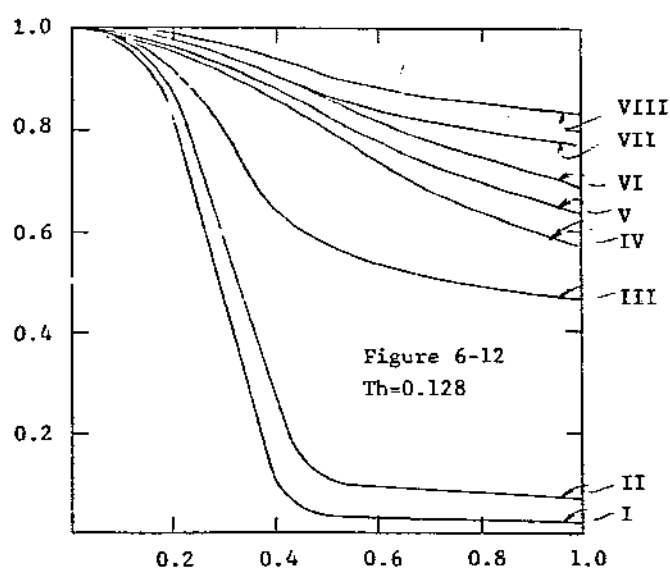
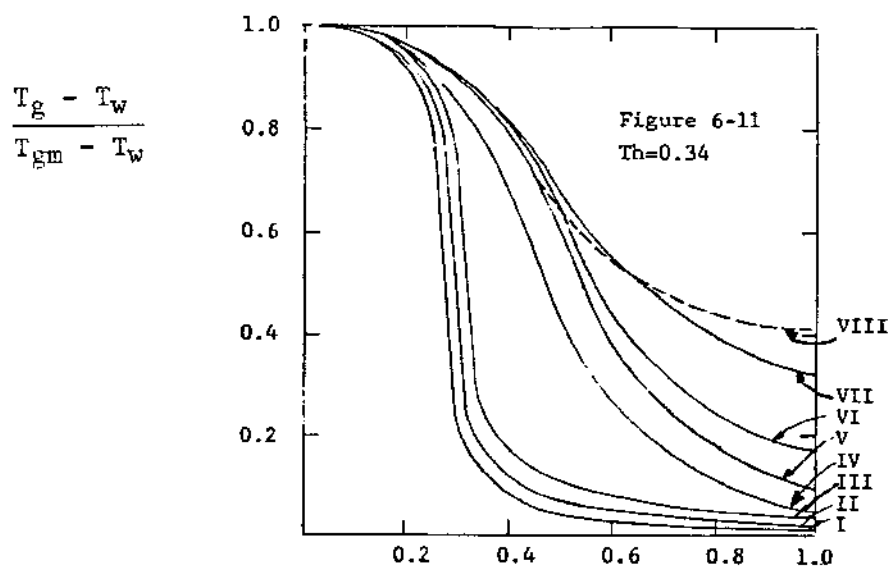


Figura 5.9 Perfis radiais de temperatura em seis posições axiais. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 4×10^4 Btu/h pé², n^{os} de estrangulamento 0,023 0,128 e 0,340

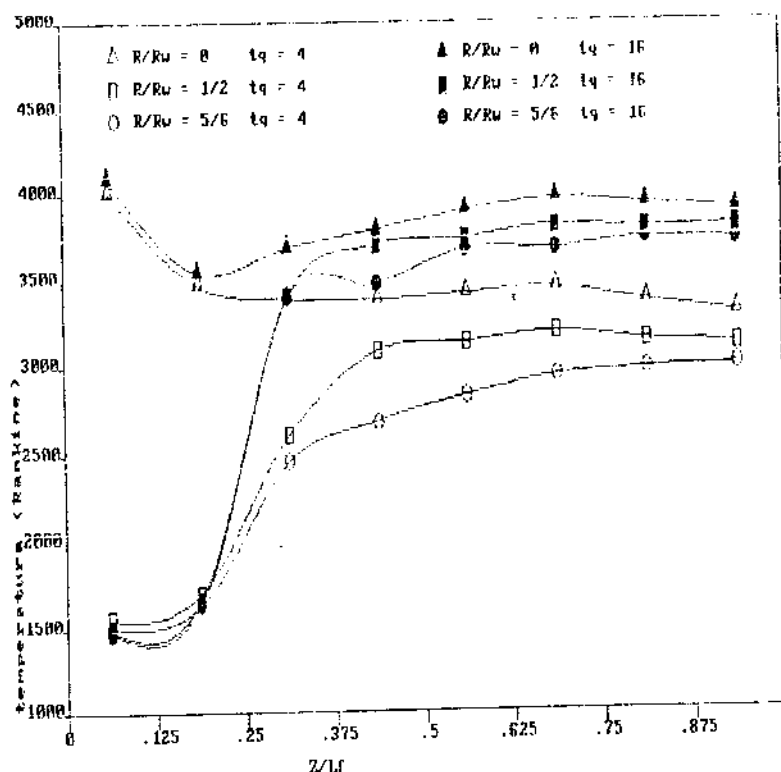


Figura 5.10 Perfis de temperatura para três posições radiais. Diâmetro 4 pés, nº de estrangulamento 0,128, taxas de queima 4×10^4 Btu/h pé² e 16×10^4 Btu/h pé²

5.2 Análise dos resultados obtidos pelo método proposto neste trabalho

A distribuição de fluxo de calor na parede fria e o campo de temperaturas do gás e dos refratários foram obtidos através do programa FORTRAN P1, apresentado no apêndice C. Foi feito uso de subrotinas NAG (Numeric Algorithm Group) para a resolução dos sistemas de equações algébricas resultantes da discretização das equações da P1 e da equação da energia, através do método fortemente implícito (Stone [1968]) e para a integração dos perfis de velocidade para os casos de escoamento tipo jato-confinado. Na fase inicial de desenvolvimento deste programa foi utilizado um computador VAX/VMS. Os resultados finais para os 24 casos estudados foram obtidos num computador IBM-3090/150E.

5.2.1 Análise dos resultados para as fornalhas com escoamento uniforme e com perfil parabólico de velocidades.

Estes casos são analisados conjuntamente, visto terem sido observadas diferenças pouco acentuadas entre os dois grupos.

a) Análise da distribuição de fluxo de calor na parede fria.

Nas Figuras 5.11 e 5.12 são apresentadas as distribuições de fluxo de calor na parede fria para os casos com escoamento uniforme e, nas Figuras 5.13 e 5.14, as distribuições de fluxo de calor para os casos com perfil parabólico de velocidade. Em cada figura estão agrupados os resultados obtidos para um mesmo tamanho de fornalha, com três taxas de queima diferentes. Todos os resultados são comparados com os de Sarofim.

Os valores plotados para os dois métodos correspondem a valores médios para as 8 zonas em que Sarofim dividiu a parede lateral. Estes valores médios foram assumidos como os valores locais no ponto médio de cada zona. Uma interpolação utilizando Splines foi realizada. No entanto estas curvas não foram extrapoladas para além dos pontos extremos no início e no final da fornalha. Observação análoga é válida para os perfis de temperatura apresentados adiante.

Uma observação geral destes resultados mostra que em todos os casos o padrão esperado foi obtido. No entanto, os desvios observados variam de um caso para outro. Três parâmetros podem ser utilizados para se testar a qualidade dos resultados em cada caso. O primeiro é o desvio relativo da taxa total de transferência de calor para a parede. O segundo é a média dos valores absolutos dos desvios relativos nas oito secções da fornalha para as quais se tem os valores calculados por Sarofim. O terceiro é o desvio local máximo entre as oito secções referidas. Estes valores são apresentados na Tabela 5.1 para os casos em questão.

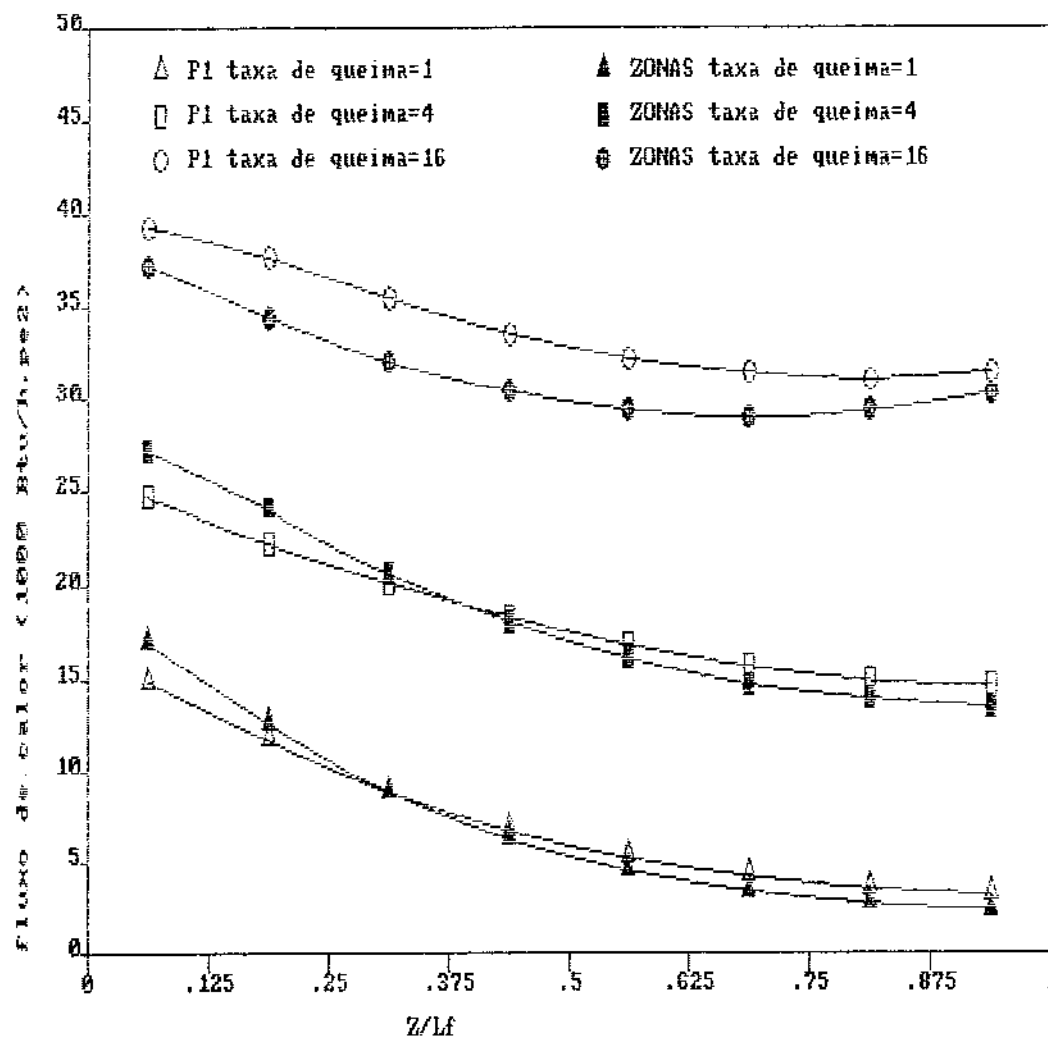


Figura 5.11 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 1 pé, escoamento uniforme, taxas de queima 1×10^4 , 4×10^4 e 16×10^4 Btu/h pé²

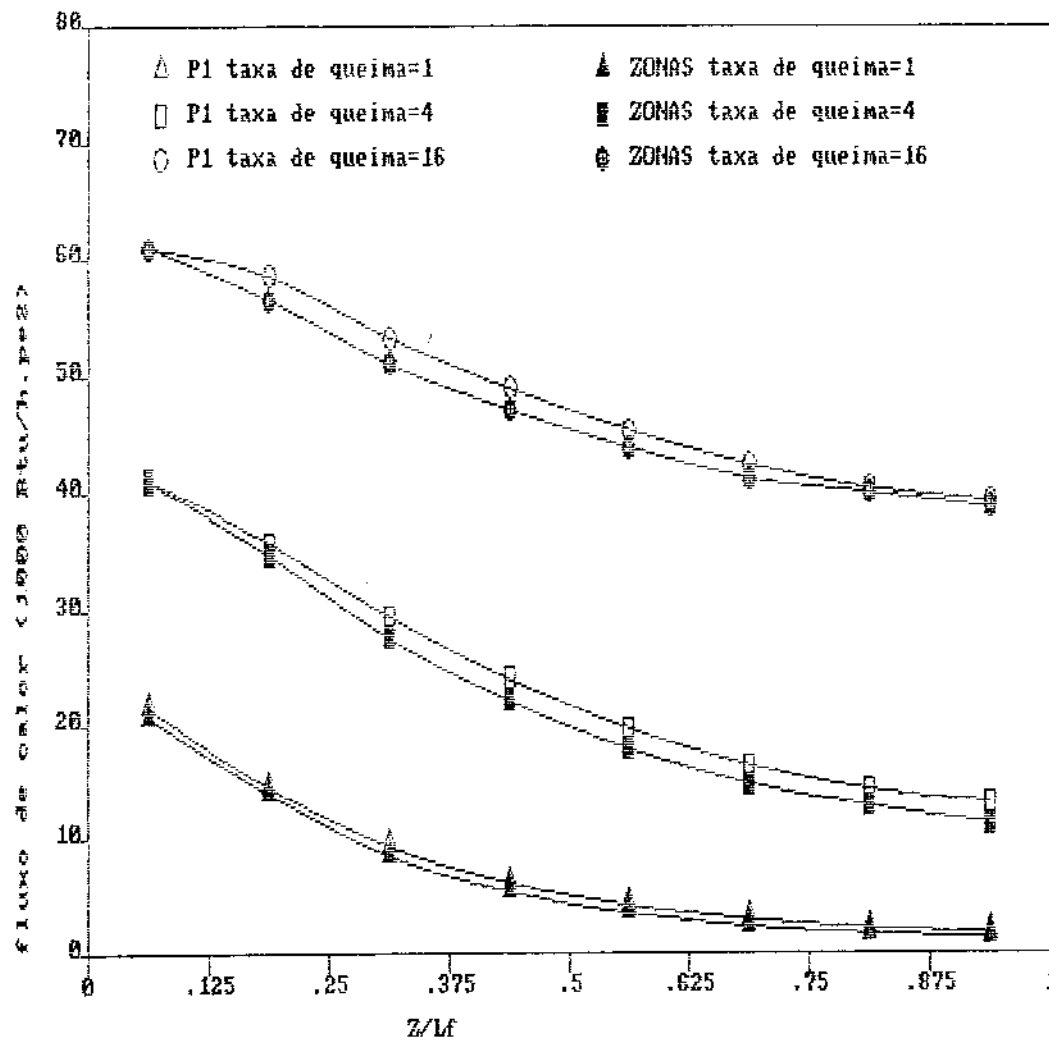


Figura 5.12 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 4 pés, escoamento uniforme, taxas de queima 1×10^4 , 4×10^4 e 16×10^4 Btu/h pé²

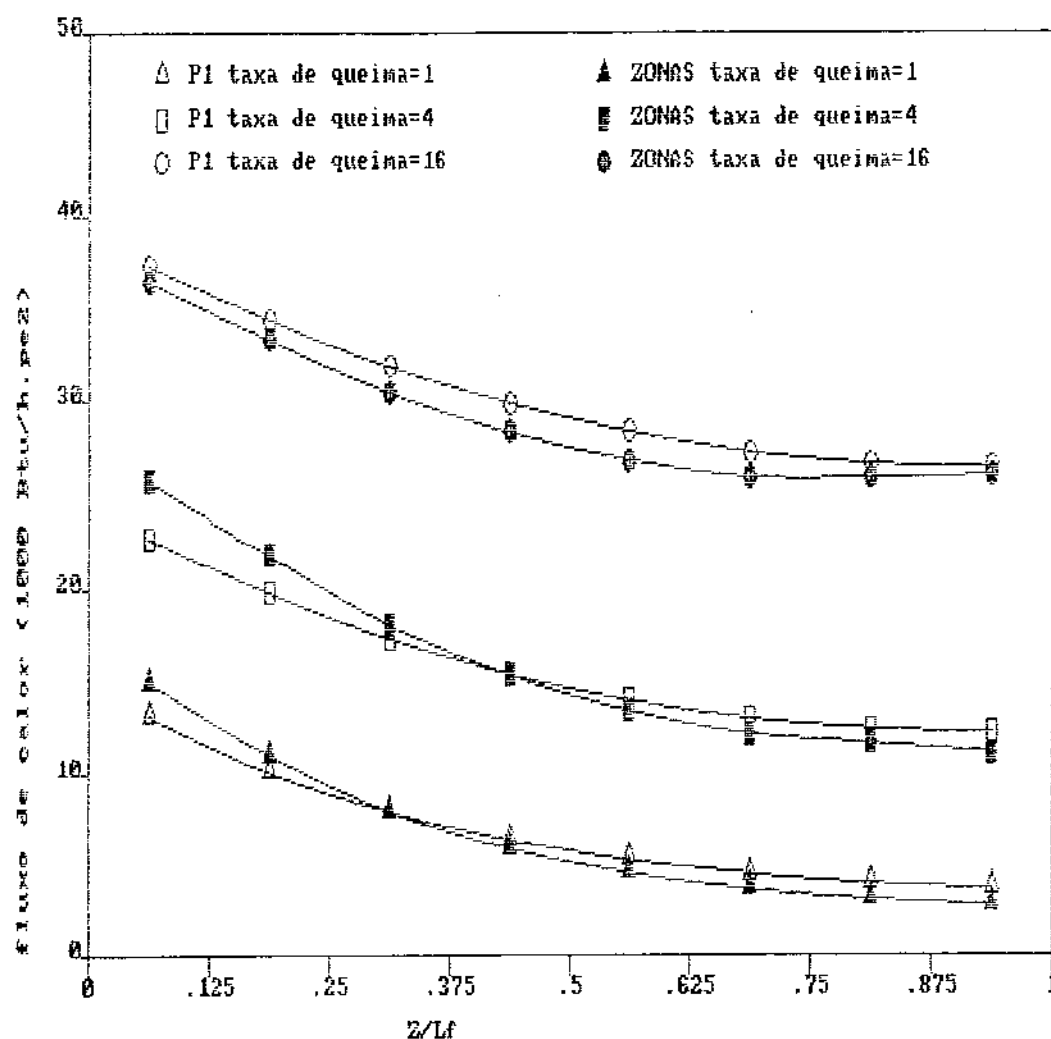


Figura 5.13 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 1 pé, escoamento com perfil parabólico de velocidade, taxas de queima 1×10^4 , 4×10^4 e 16×10^4 Btu/h pé²

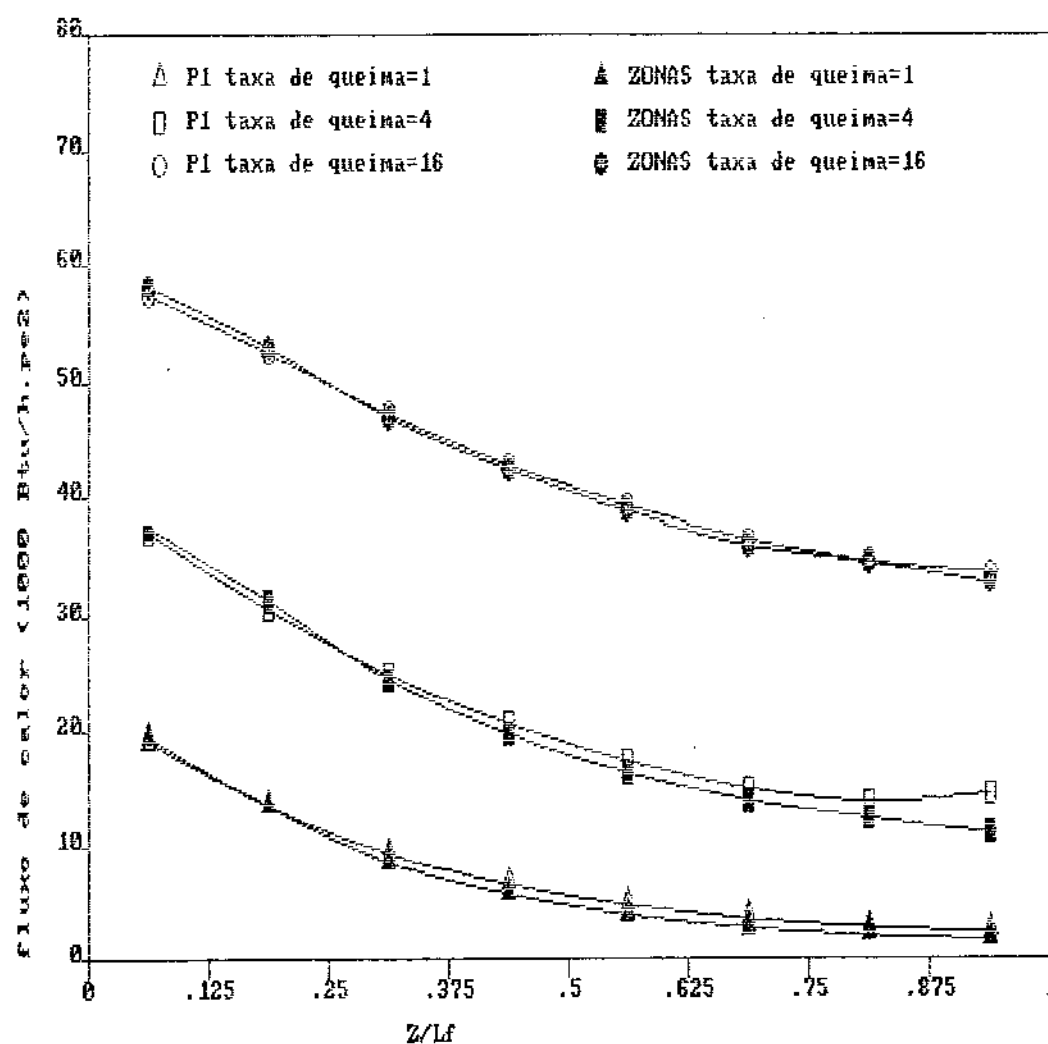


Figura 5.14 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 4 pés, escoamento com perfil parabólico de velocidade, taxas de queima 1×10^4 , 4×10^4 e 16×10^4 Btu/h pé²

Tabela 5.1. Valores dos desvios na distribuição de fluxo de calor para os casos com escoamento uniforme e com perfil parabólico de velocidade.

Diam (pé)	Taxa de queima Btu/h pé ²	Escoamento Uniforme			Perfil parabólico de vel.		
		Desvio Total	Desvio Médio	Desvio local máximo	Desvio Total	Desvio Médio	Desvio local máximo
1	1×10^4	0,93%	16%	34%	1,7%	16%	33%
	4×10^4	0,45%	6%	9%	1,7%	6,6%	11,3%
	16×10^4	8%	8%	10,6%	3,9%	3,9%	5,8%
4	1×10^4	9%	18%	25%	7%	19%	41%
	4×10^4	6,4%	8%	15,7%	4,7%	8,3%	31%
	16×10^4	2,5%	2,6%	4,3%	0,46%	1,2%	2,7%

Do ponto de vista de projeto de fornalhas, o desvio na taxa total de transferência de calor para a parede fria é o parâmetro mais importante visto que é dele que depende, diretamente, o desvio na temperatura de saída do fluido de processo. A média dos valores absolutos dos desvios relativos na distribuição de fluxo de calor é um critério bem mais severo de avaliação da qualidade dos resultados, visto levar em consideração os desvios locais na distribuição de fluxo de calor.

A Tabela 5.1 mostra que os casos onde os desvios absolutos médios são maiores correspondem às fornalhas com taxa de queima de 1×10^4 Btu/h pé². Na fornalha de 1 pé de diâmetro, o gráfico correspondente de fluxo de calor mostra que ocorre sub-predição no trecho inicial da fornalha e sobre-predição no trecho final, de forma tal que os desvios locais praticamente se cancelam, implicando num desvio total muito reduzido. Na fornalha de 4 pés de diâmetro, os desvios relativos maiores ocorrem na região final da fornalha, onde o fluxo de calor para a parede é baixo, implicando, também neste caso, num desvio total inferior ao desvio médio.

Os estudos de aplicabilidade da P₁ (Capítulo 2) indicam que

vários fatores podem influir na qualidade dos resultados obtidos através da utilização desta aproximação. São eles a espessura óptica do sistema, a intensidade dos gradientes de temperatura e a distribuição de temperatura das paredes. Quanto à distribuição de temperatura das paredes, dois aspectos devem ser considerados: o "grau de uniformidade" desta distribuição e a importância da emissão da parede, frente à emissão do próprio gás. Os efeitos da variação destes fatores são os seguintes:

***Espessura óptica**

Quanto maior a espessura óptica, mais próximo o sistema em estudo está do regime denso de radiação. Considerando-se que a P_1 reproduz sem restrições o regime denso, esperam-se melhores resultados em sistemas maiores.

***Intensidade dos gradientes de temperatura**

Está implícita na formulação da aproximação P_1 uma hipótese de quase-isotropia da intensidade de radiação. Em sistemas onde existe gradientes muito acentuados de temperatura, a distribuição angular da intensidade de radiação afasta-se da condição de quase-isotropia e são esperadas discrepâncias nos resultados da P_1 para estes sistemas. Vendo de outra forma, numa região do meio onde existam gradientes acentuados de temperatura o regime de radiação afasta-se do regime denso que, como se viu (Capítulo 2), é o regime onde em cada ponto chega radiação vinda apenas de regiões onde a temperatura difere pouco da temperatura no ponto em questão. Na medida em que se sabe que a P_1 produz resultados melhores para regimes de radiação que se aproximam do regime denso, confirma-se que a P_1 deve produzir resultados piores em locais com acentuados gradientes de temperatura.

***Grau de uniformidade da distribuição de temperatura das paredes**

O trabalho de Cess [1966] mostra que nos sistemas de reduzida espessura óptica (casos mais críticos para a aplicabilidade da P_1) os resultados da P_1 são favorecidos por uma distribuição uniforme da temperatura da parede.

*Importância da emissão da parede frente à emissão do próprio gás

O trabalho de Cess citado acima indica também que a P_1 é favorecida em situações onde a temperatura das paredes é bem inferior à temperatura do gás.

Entre os casos analisados neste parágrafo, à parte a variação no padrão de escoamento, dois parâmetros podem variar de caso para caso: a espessura óptica do sistema e a taxa de queima. Um aumento na taxa de queima, para uma espessura óptica fixada, implica, por um lado, na atenuação dos gradientes de temperatura no gás e, por outro lado, num aumento da temperatura dos refratários das extremidades.

A observação das Figuras 5.11 a 5.14 e da Tabela 5.1 mostra que, para um dado tamanho de fornalha, o desvio médio e o desvio local máximo na distribuição de fluxo de calor para a parede fria diminuem com o aumento da taxa de queima. Isto se deve ao fato de que um aumento na taxa de queima reduz os gradientes de temperatura, notadamente na direção axial, produzindo uma situação mais favorável à aplicação da aproximação P_1 .

Por outro lado, um aumento no diâmetro da fornalha implicaria, a princípio, numa diminuição dos desvios. No entanto isto não ocorre, a não ser para a taxa de queima de 16×10^4 Btu/h pé². A observação dos perfis de temperatura para estes casos (a ser feita no próximo item) mostra que os gradientes de temperatura, para uma dada taxa de queima, são mais acentuados nas fornalhas maiores. Desta maneira o regime de radiação em fornalhas maiores pode estar mais afastado do regime denso do que em fornalhas menores.

b) Análise do campo de temperatura.

Nas Figuras 5.15 a 5.20 são apresentadas as temperaturas médias das zonas segundo a divisão das fornalhas feita por Sarofim (Figura 4.9). Para obtenção destas temperaturas médias foi calculada a somatória, sobre todas as celas contidas numa zona, da entalpia do gás que sai de cada cela. Este total foi dividido pela capacidade térmica média do gás presente na zona em questão.

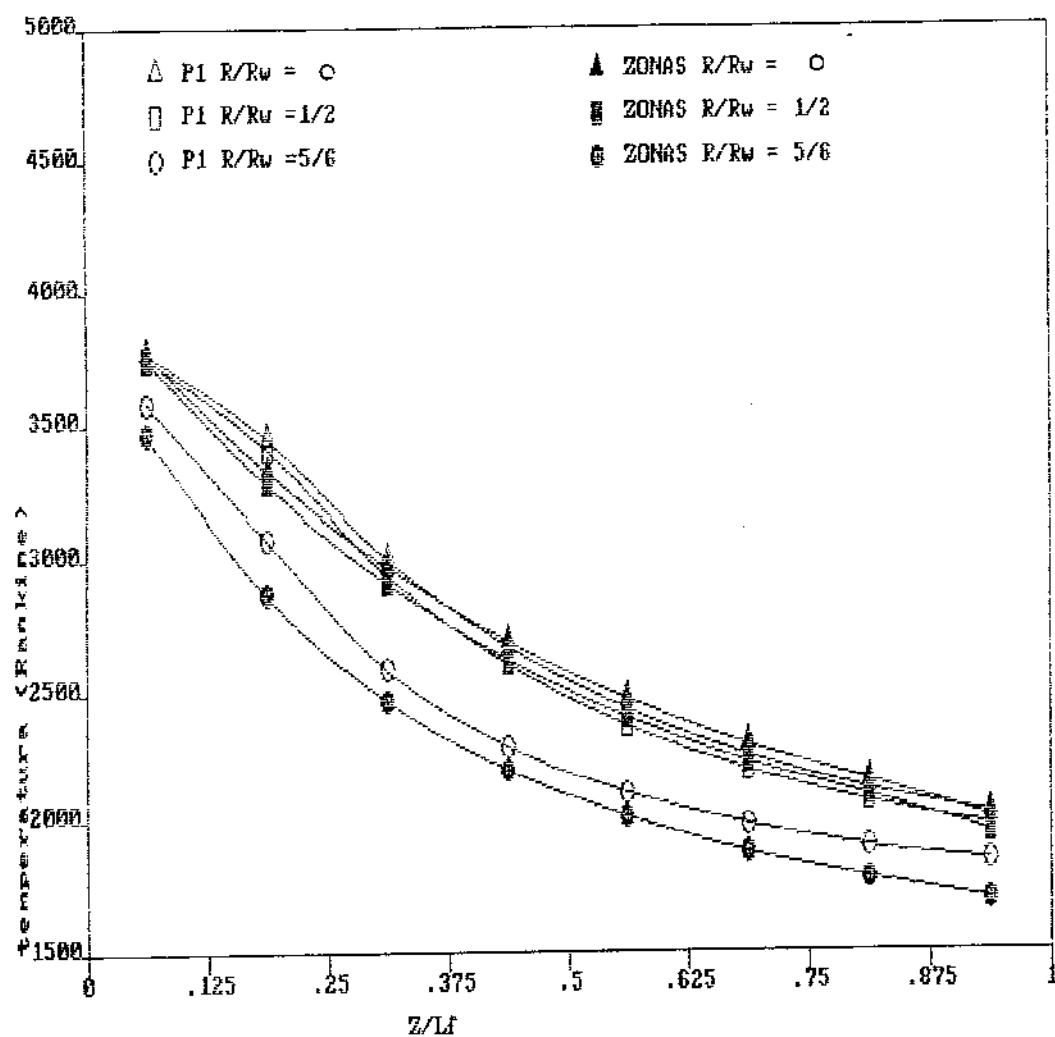


Figura 5.15 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 1 pé, escoamento uniforme taxa de queima 1×10^4 Btu/h pé²

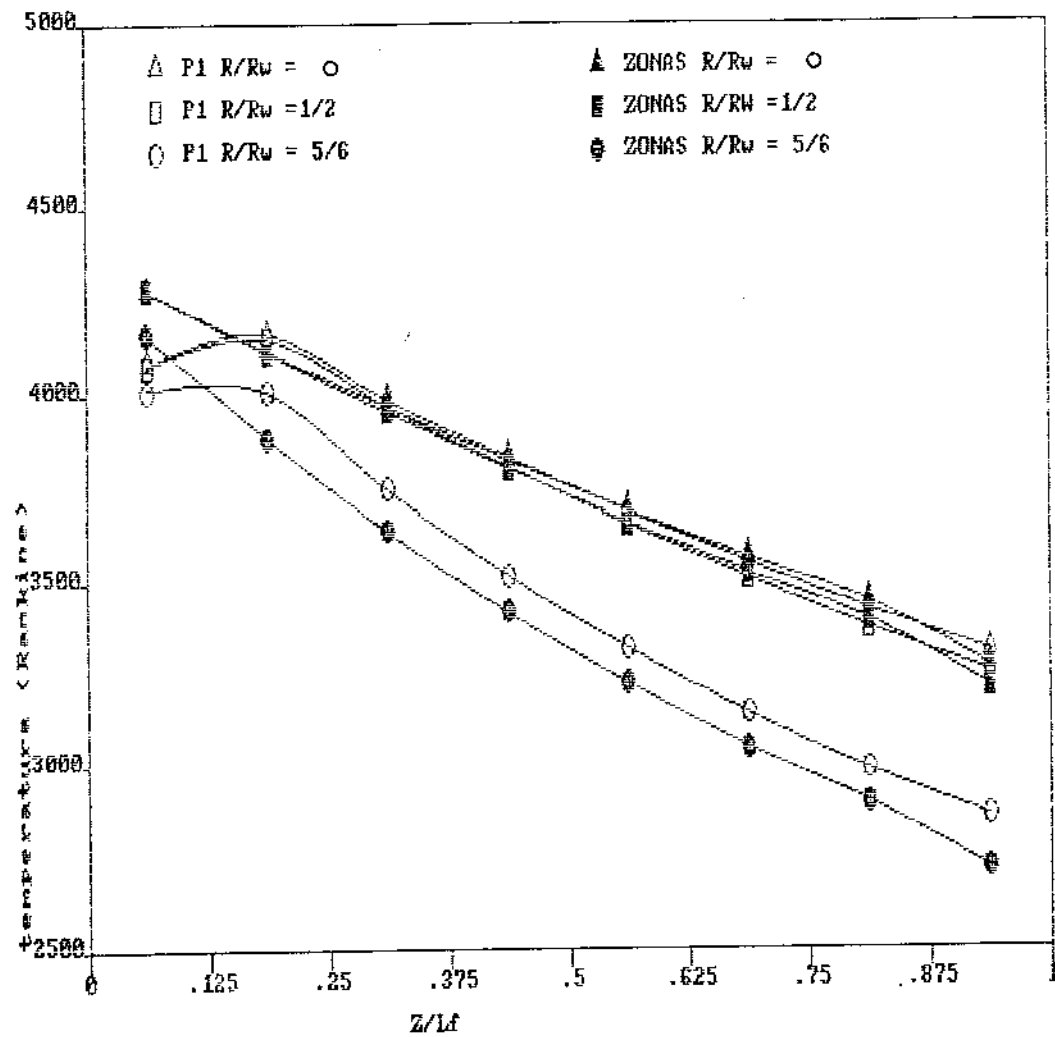


Figura 5.16 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 1 pé, escoamento uniforme taxa de queima 4×10^4 Btu/h pé²

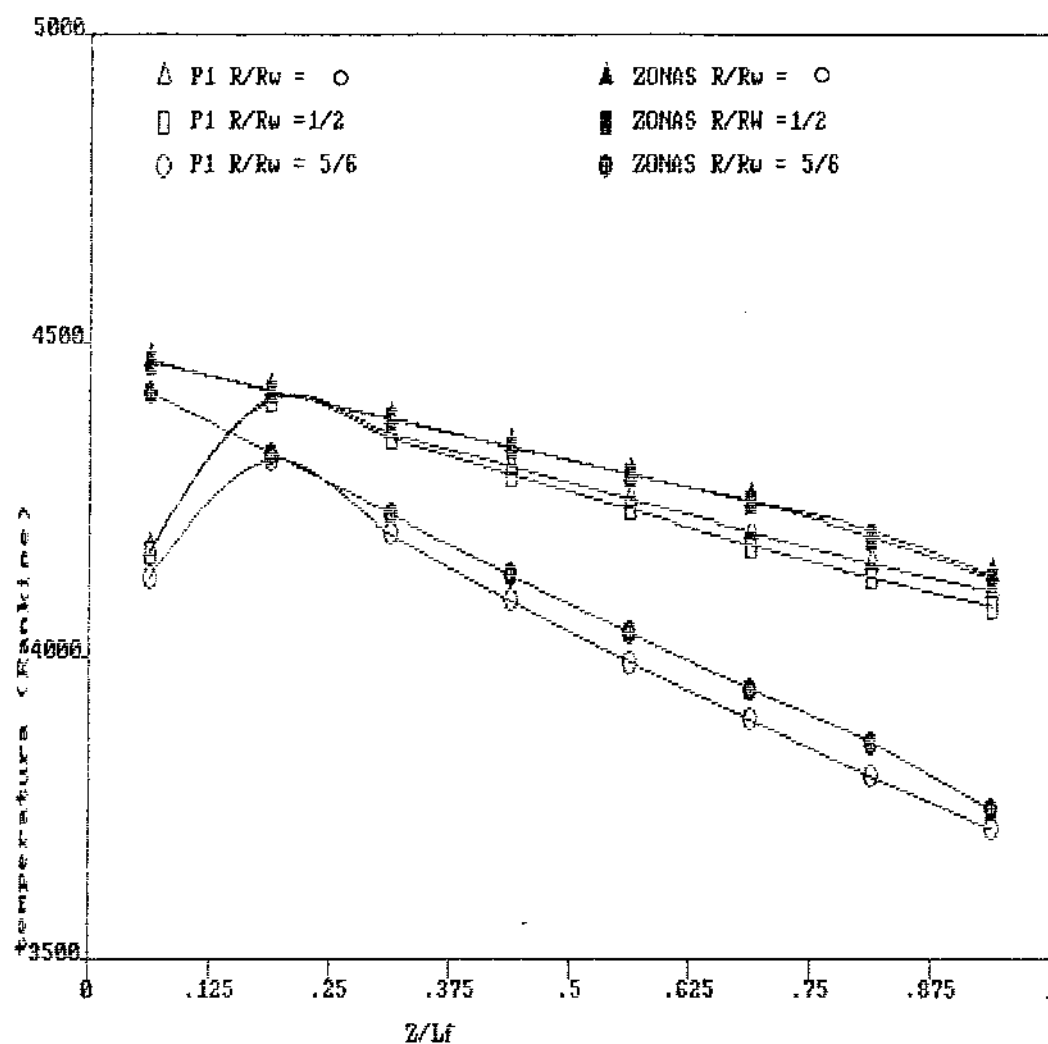


Figura 5.17 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 1 pé, escoamento uniforme taxa de queima 16×10^4 Btu/h pé²

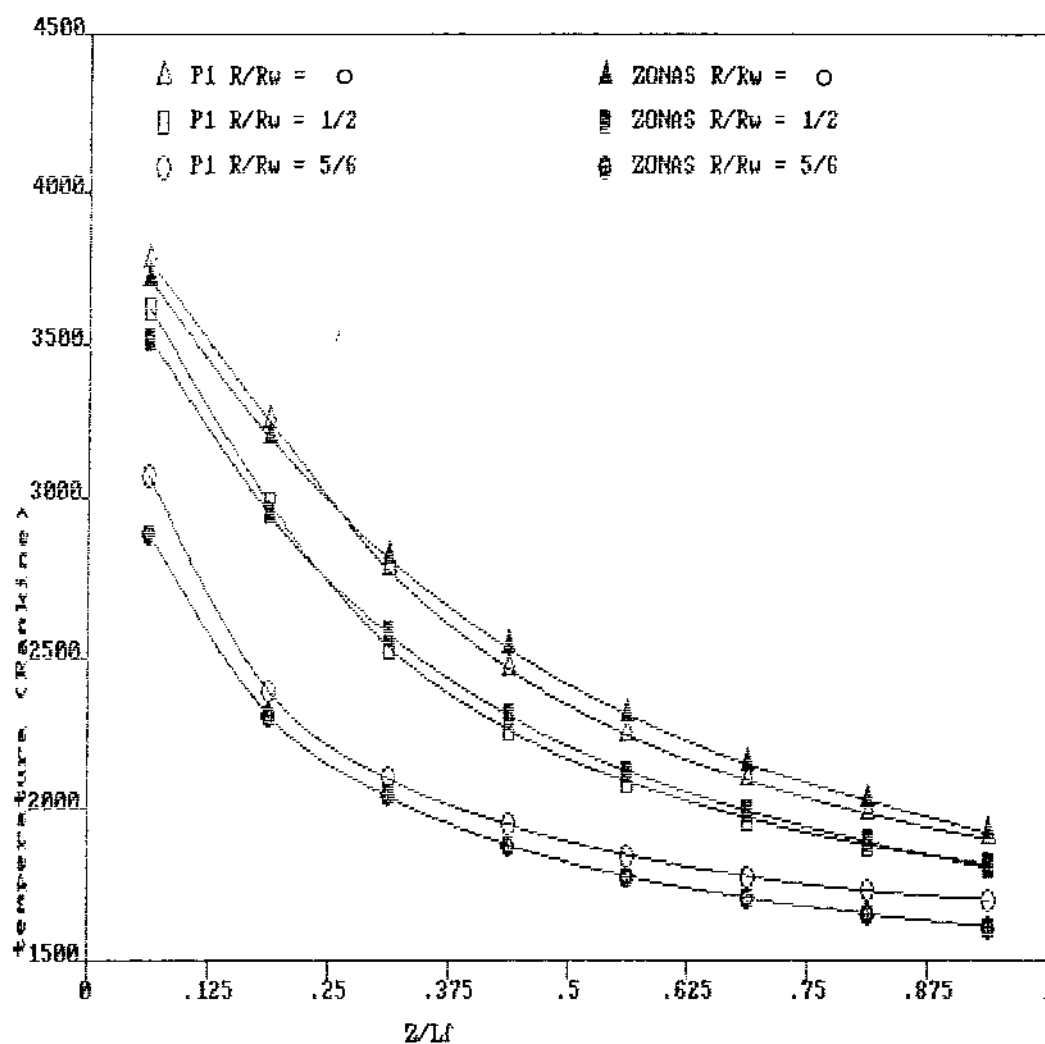


Figura 5.18 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 4 pés, escoamento com perfil parabólico de velocidade taxa de queima 1×10^4 Btu/h pé²

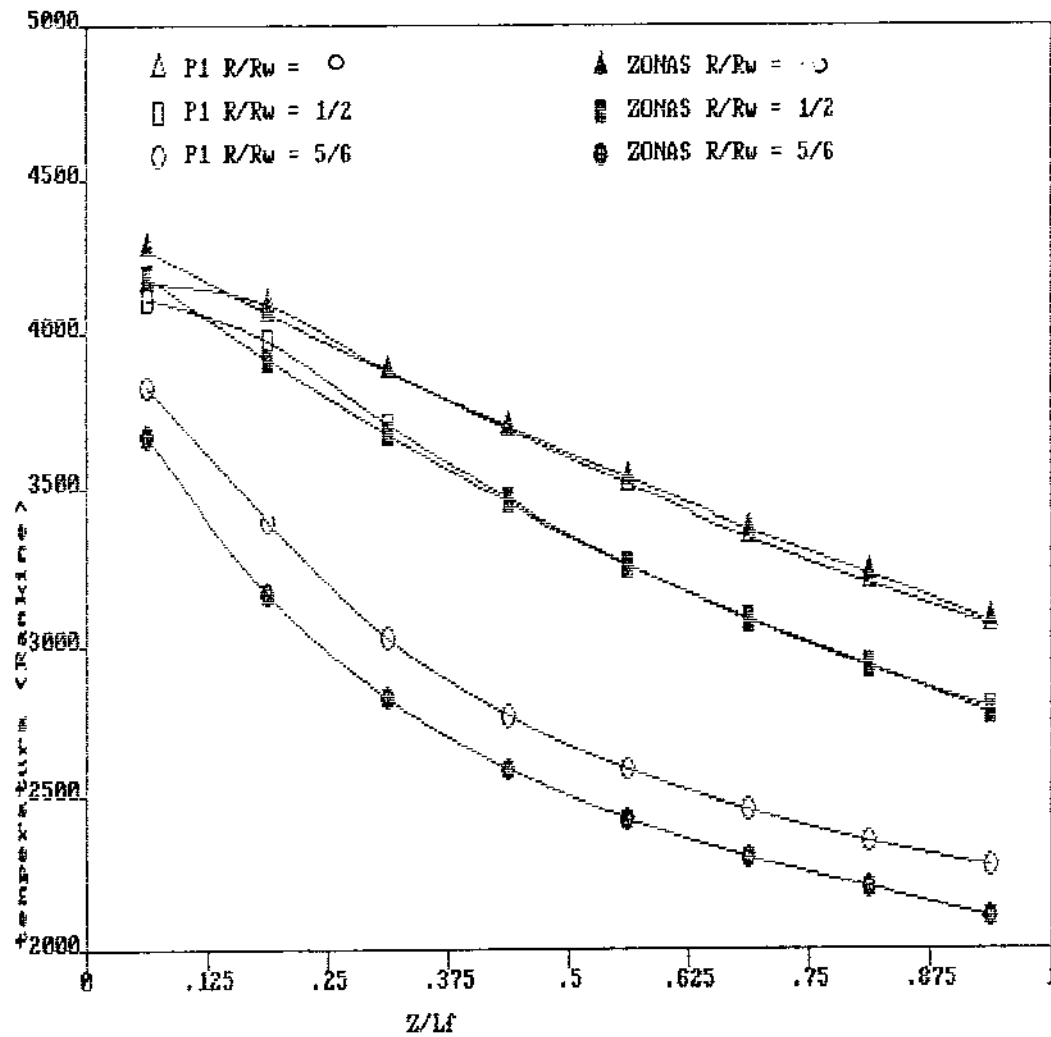


Figura 5.19 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 4 pés, escoamento com perfil parabólico de velocidade taxa de queima 4×10^4 Btu/h pé²

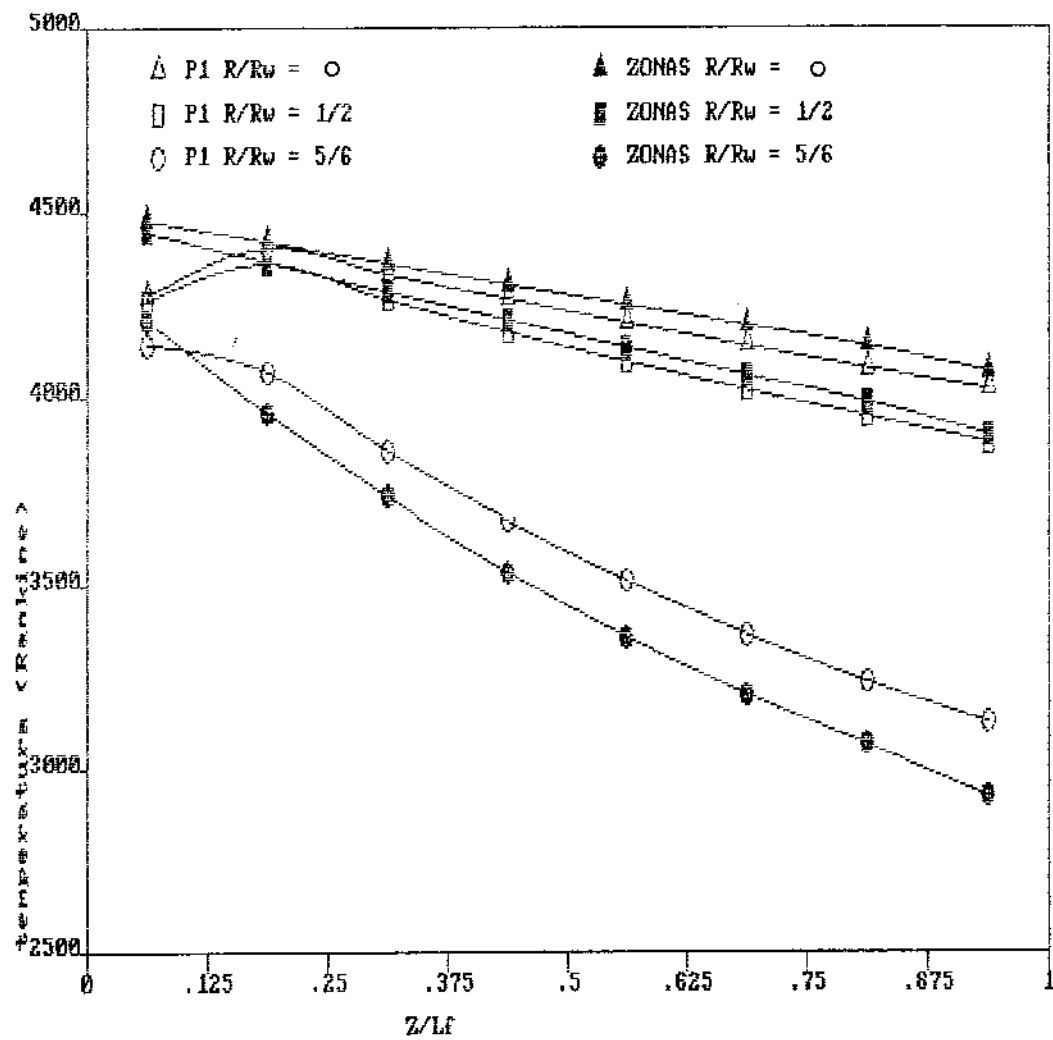


Figura 5.20 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 4 pés, escoamento com perfil parabólico de velocidade taxa de queima 16×10^4 Btu/h pé²

A observação destes gráficos de temperatura mostra que os padrões esperados são reproduzidos, apresentando desvios apenas nas zonas de chama nas fornalhas com alta taxa de queima.

Ocorre sobre-predição nas temperaturas médias das zonas próximas à parede fria, notadamente nos casos de escoamento com perfil parabólico de velocidade e com baixa taxa de queima. Como exceção há a fornalha de 1 pé de diâmetro, taxa de queima de 16×10^4 Btu/h pé² e escoamento uniforme. Neste caso há sub-predição da temperatura do gás junto à parede fria.

5.2.2 Análise dos resultados para as fornalhas com escoamento tipo jato-confinado

a) Análise da distribuição de fluxo de calor na parede fria

Nas Figuras 5.21 a 5.32 são apresentadas as distribuições de fluxo de calor na parede fria para os casos com escoamento tipo jato-confinado. A fim de evitar superposição de curvas, os casos correspondentes a um mesmo diâmetro de fornalha são apresentados em figuras separadas.

A observação destes gráficos mostra que em todos os casos os padrões esperados são obtidos.

Na Tabela 5.2 são apresentados os desvios médios, totais e máximos para os casos em questão.

Através desta tabela verifica-se que, a exemplo do que ocorre com os casos analisados anteriormente, as fornalhas com altos desvios médios na distribuição de fluxo de calor apresentam desvios totais consideravelmente inferiores. Também nestes casos isto ocorre devido a cancelamento de desvios locais.

Nos casos onde o número de estrangulamento é $Th = 0,340$ (correspondente a uma baixa taxa de recirculação) observa-se que para um dado diâmetro de fornalha o desvio médio aumenta com o aumento da taxa de queima. Apenas a fornalha de 4 pés de diâmetro com taxa de queima de 1×10^4 Btu/h pé² foge deste padrão. Neste caso parece ocorrer uma discrepância nos resultados do método das zonas, visto que para esta fornalha a forma da curva afasta-se do padrão comum a todos os outros casos para este número de estrangulamento.

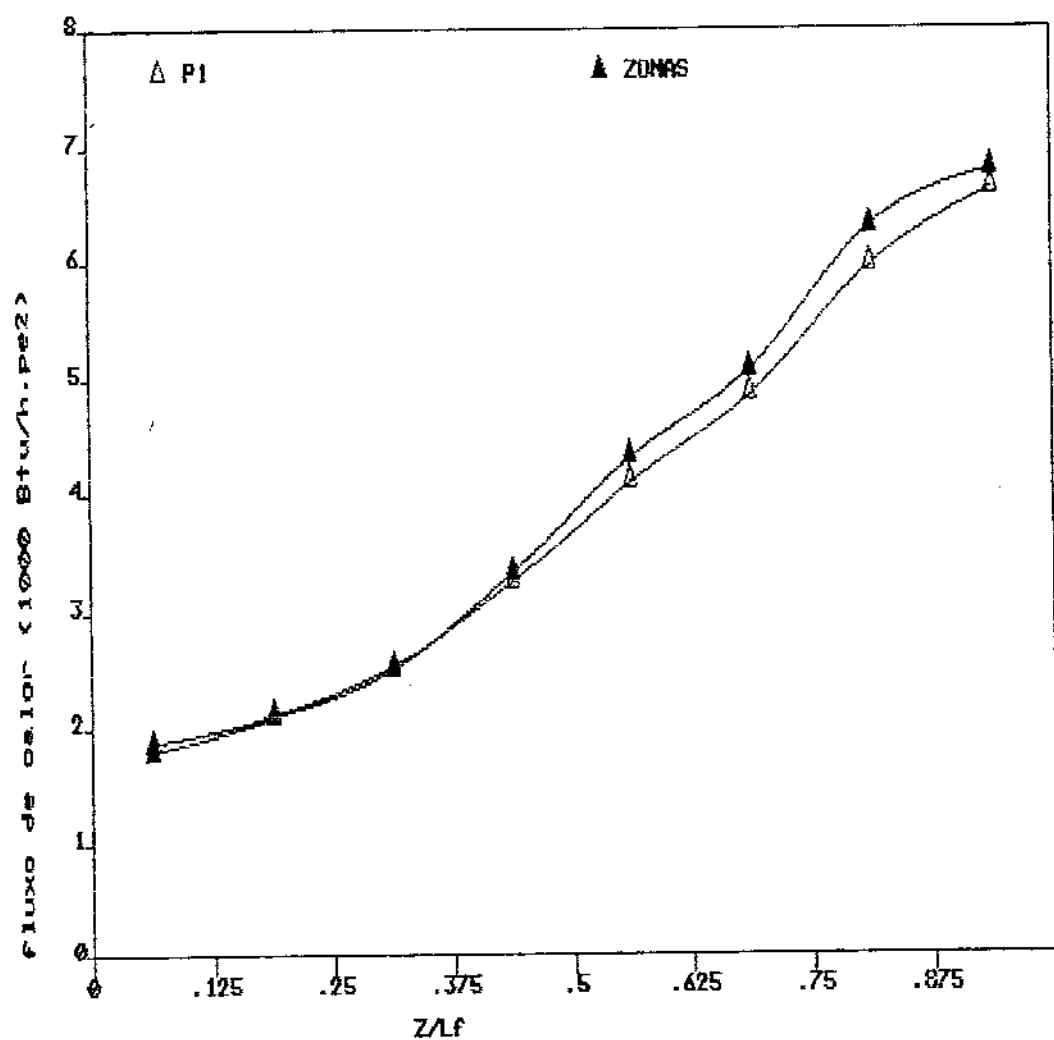


Figura 5.21 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 1 pé, taxa de queima $1 \times 10^4 \text{ Btu/h pé}^2$, nº de estrangulamento 0,340

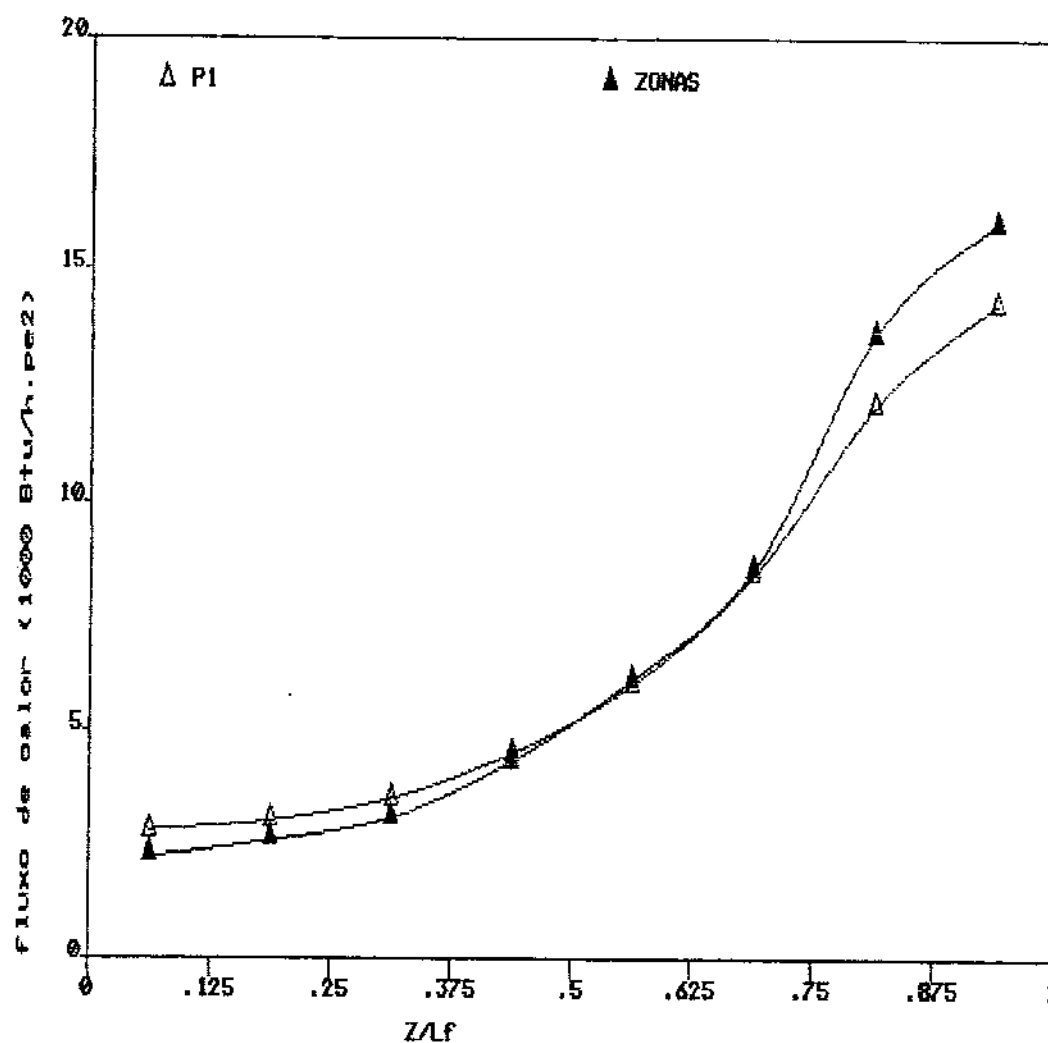


Figura 5.22 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 1 pé, taxa de queima 4×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,340

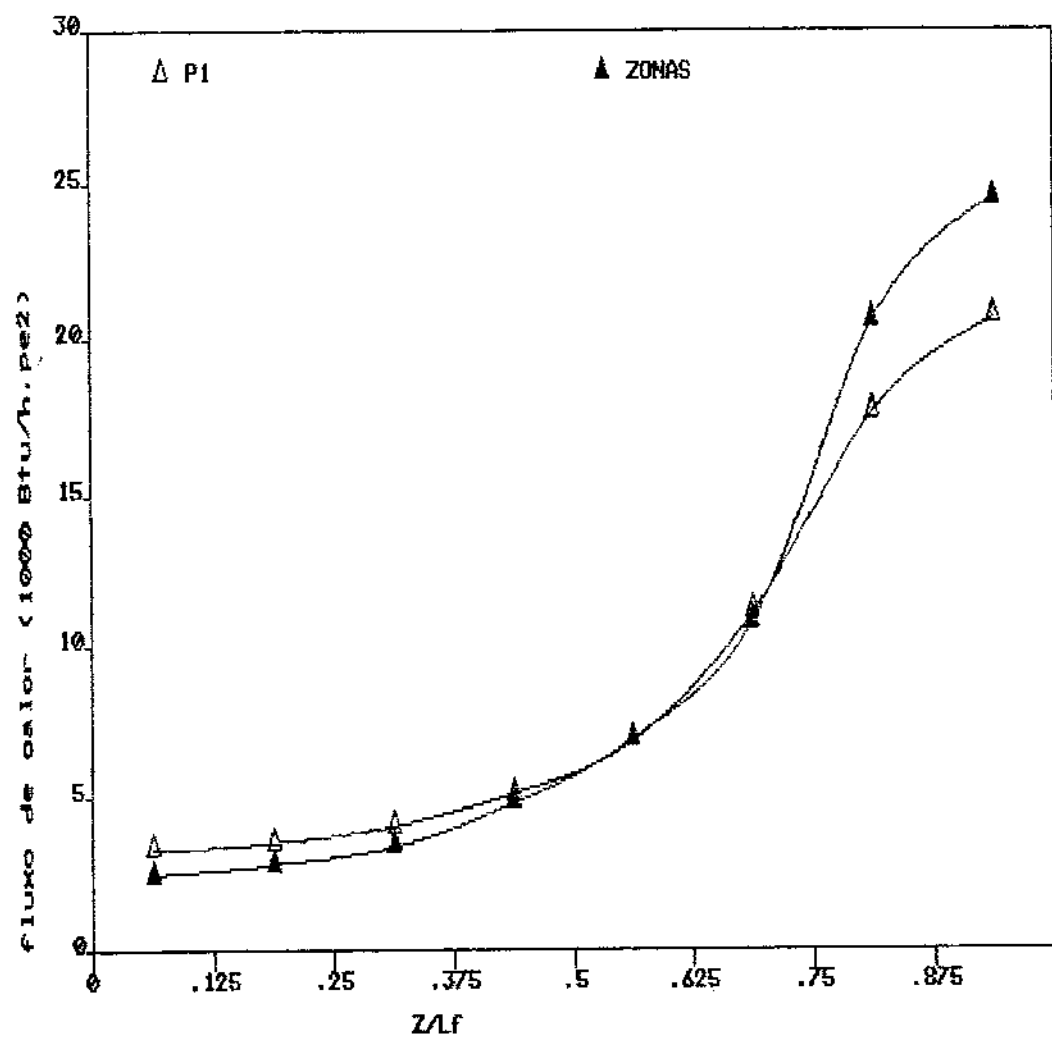


Figura 5.23 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 1 pé, taxa de queima 16×10^4 Btu/h pé², n_0 de estrangulamento 0,340

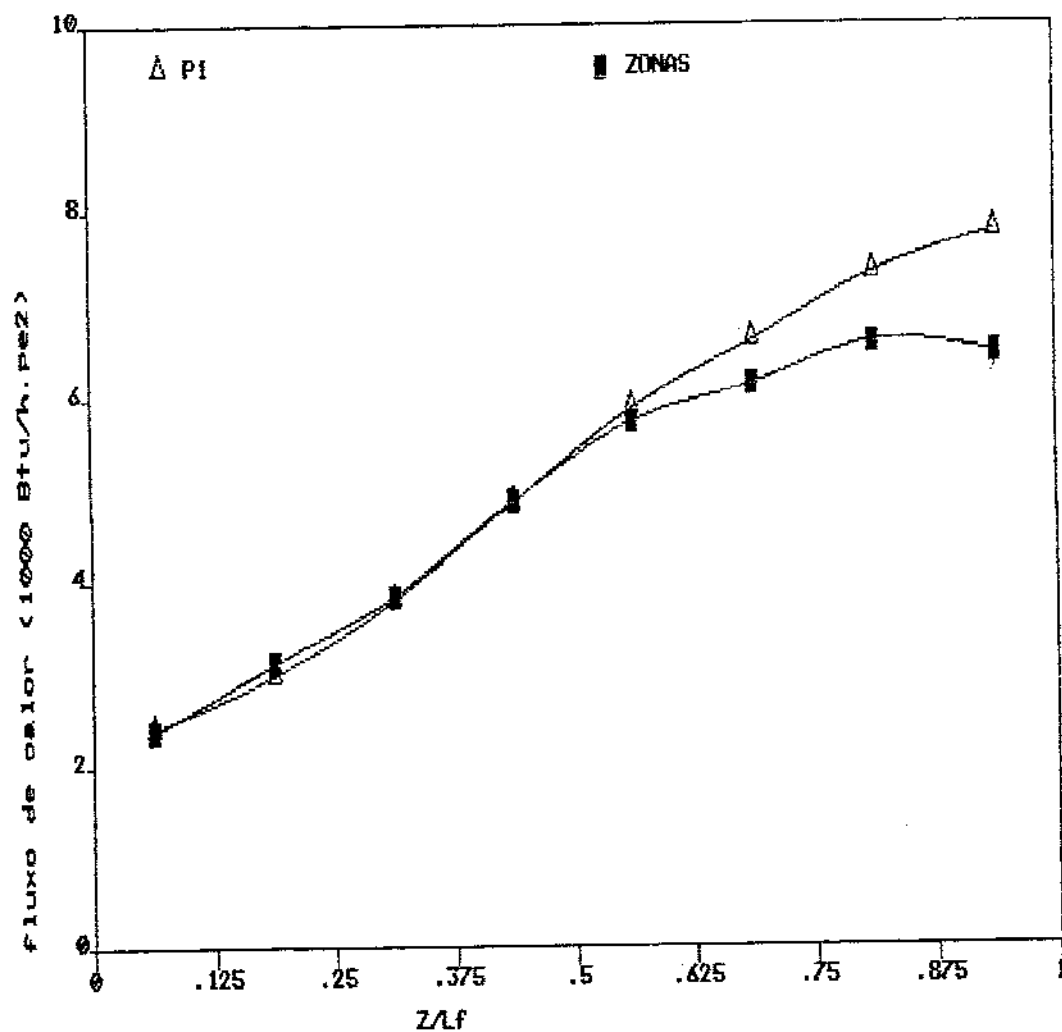


Figura 5.24 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 1×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,340

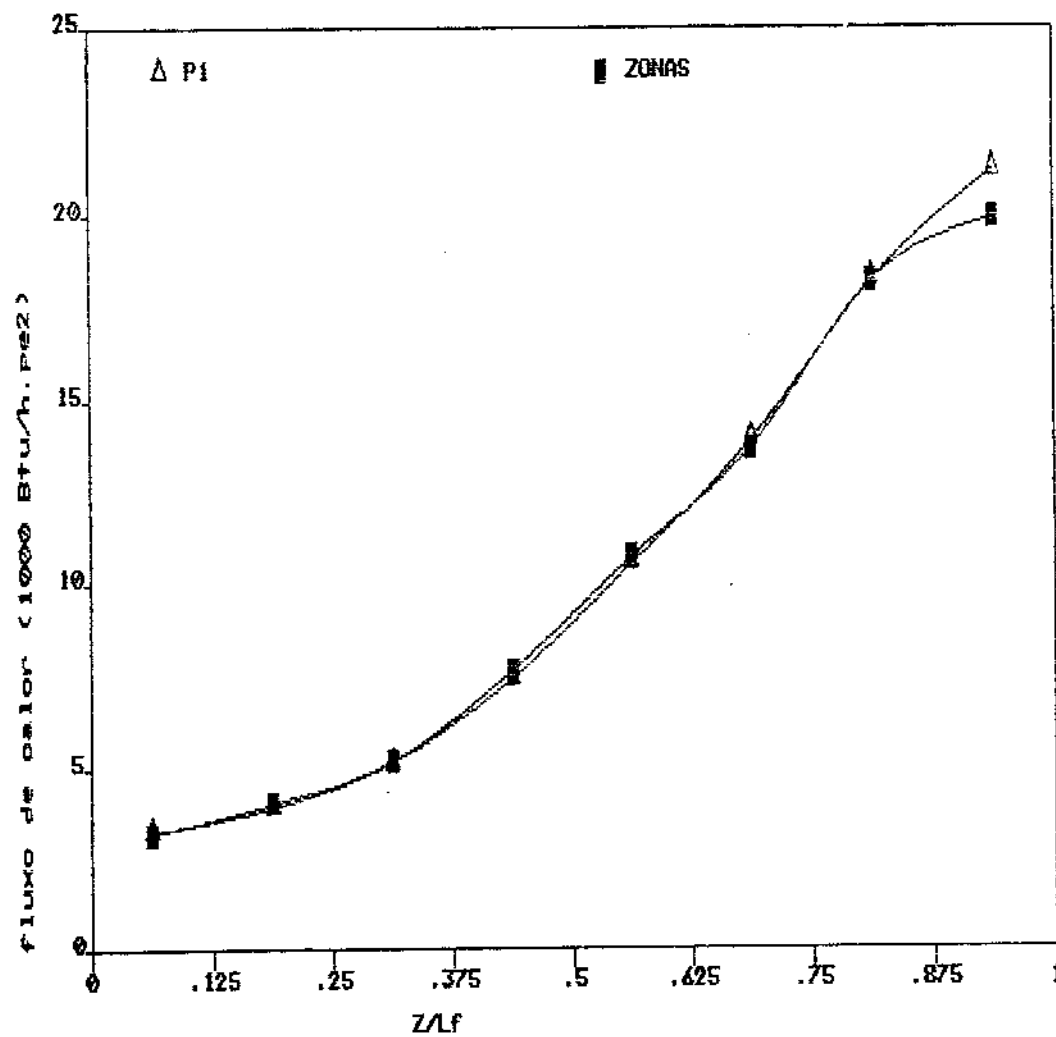


Figura 5.25 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 4×10^4 Btu/h pé², n^o de estrangulamento 0,340

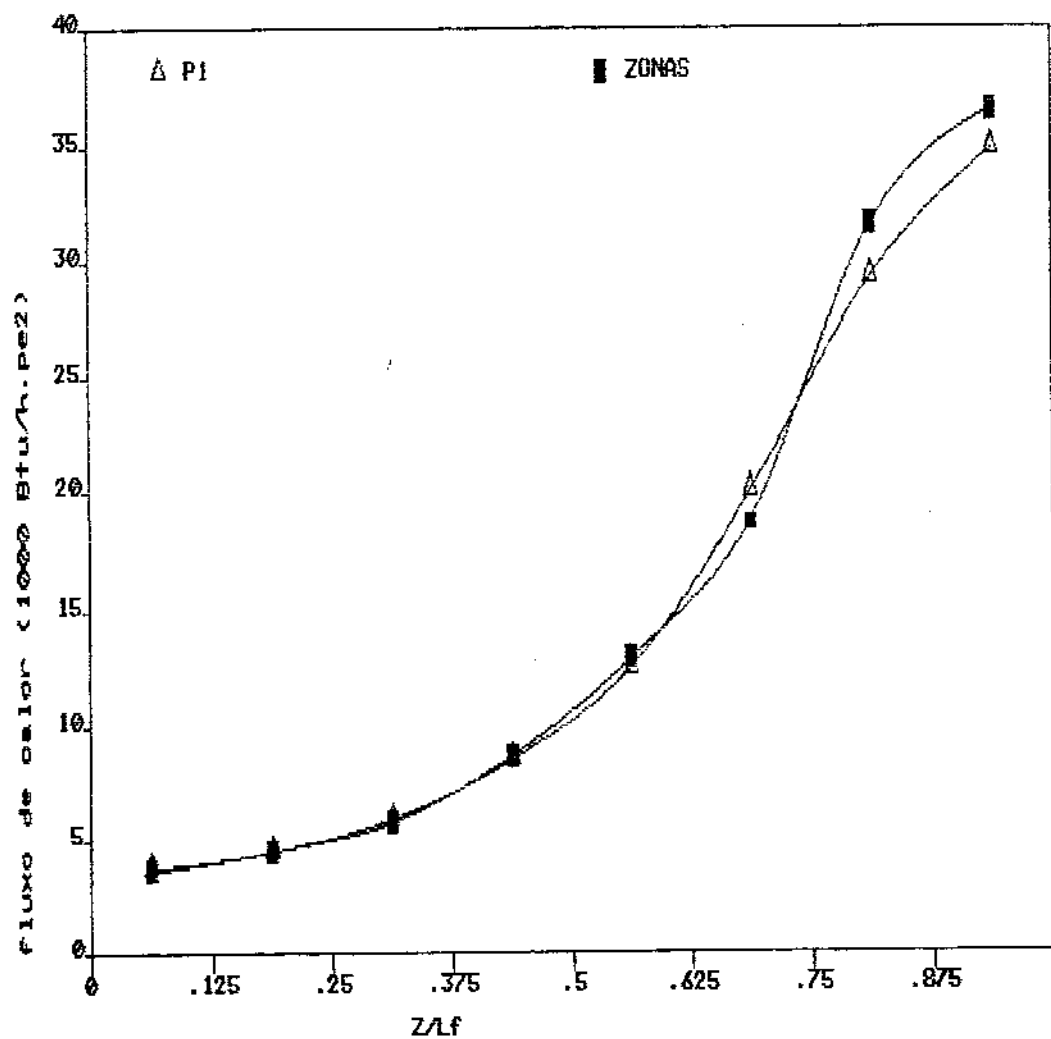


Figura 5.26 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 16×10^4 Btu/h pé², n^o de estrangulamento 0,340

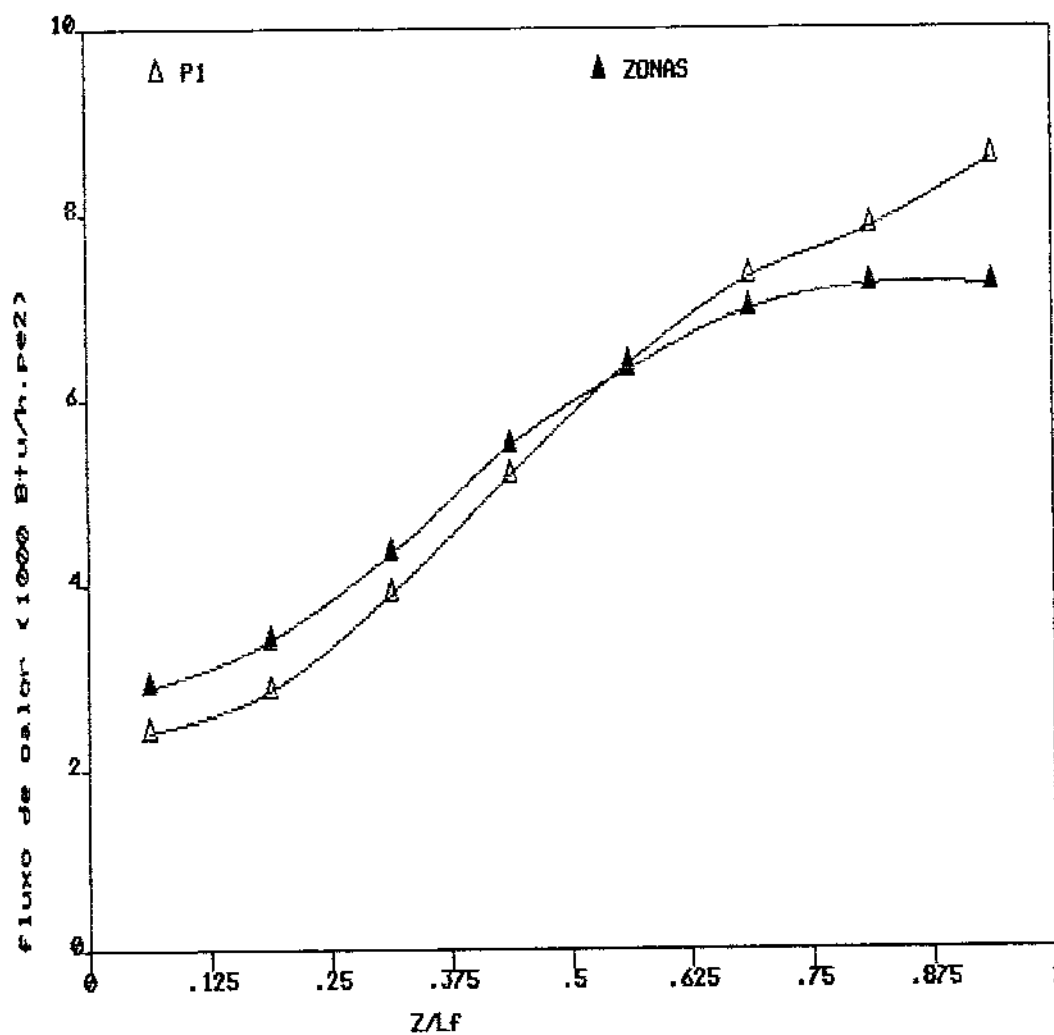


Figura 5.27 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 1×10^4 Btu/h pé², n_D de estrangulamento 0,128

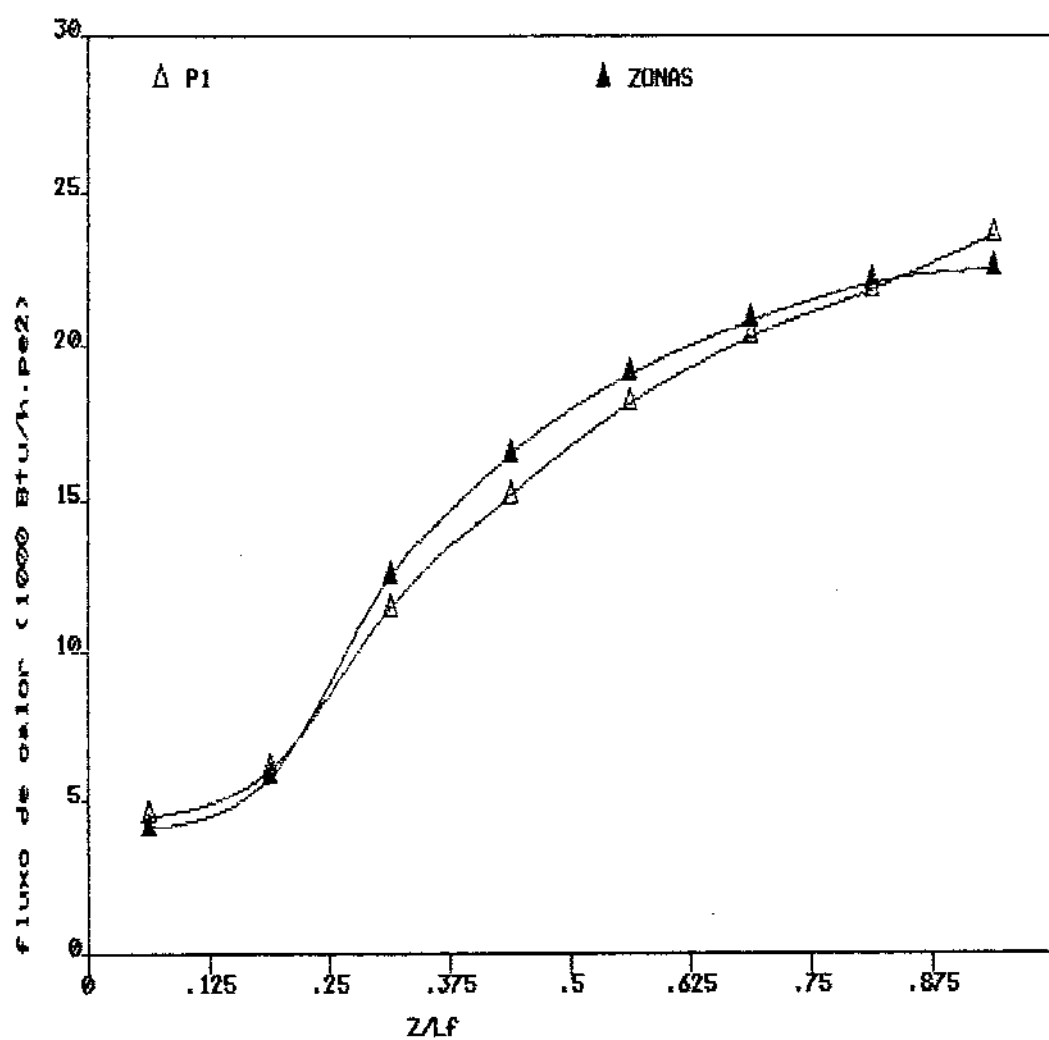


Figura 5.28 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 4×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,128

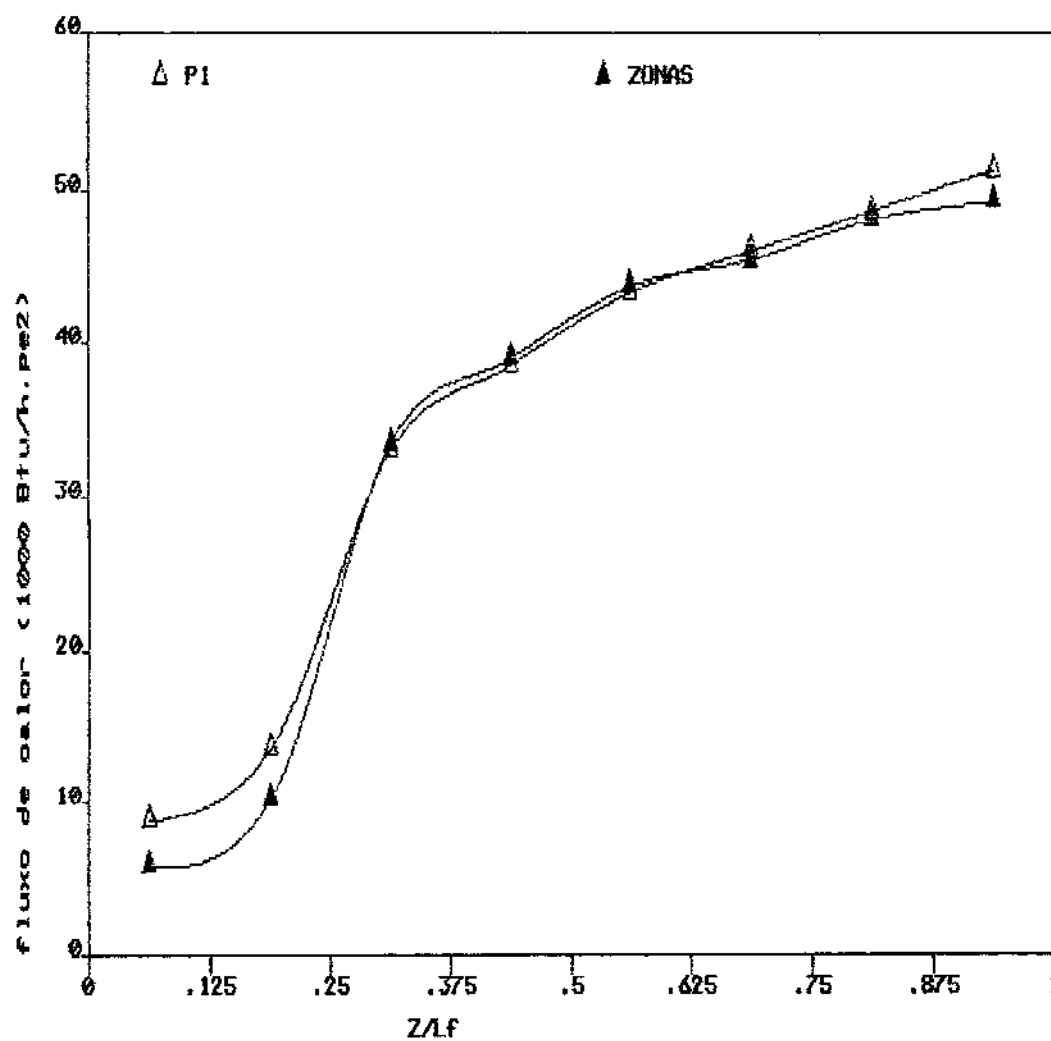


Figura 5.29 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 4 pés, taxa de queima $16 \times 10^4 \text{ Btu/h pé}^2$, n_0 de estrangulamento 0,128

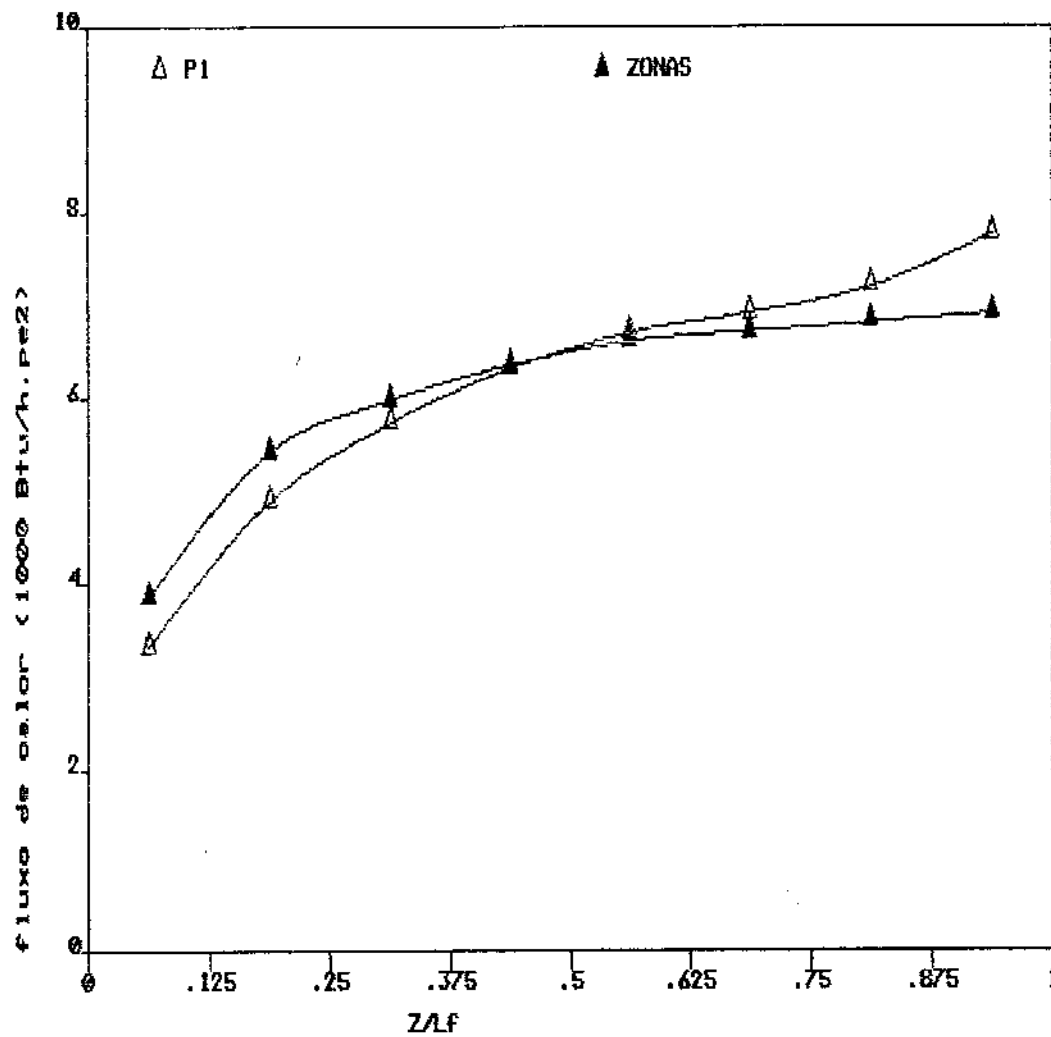


Figura 5.30 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 1×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,023

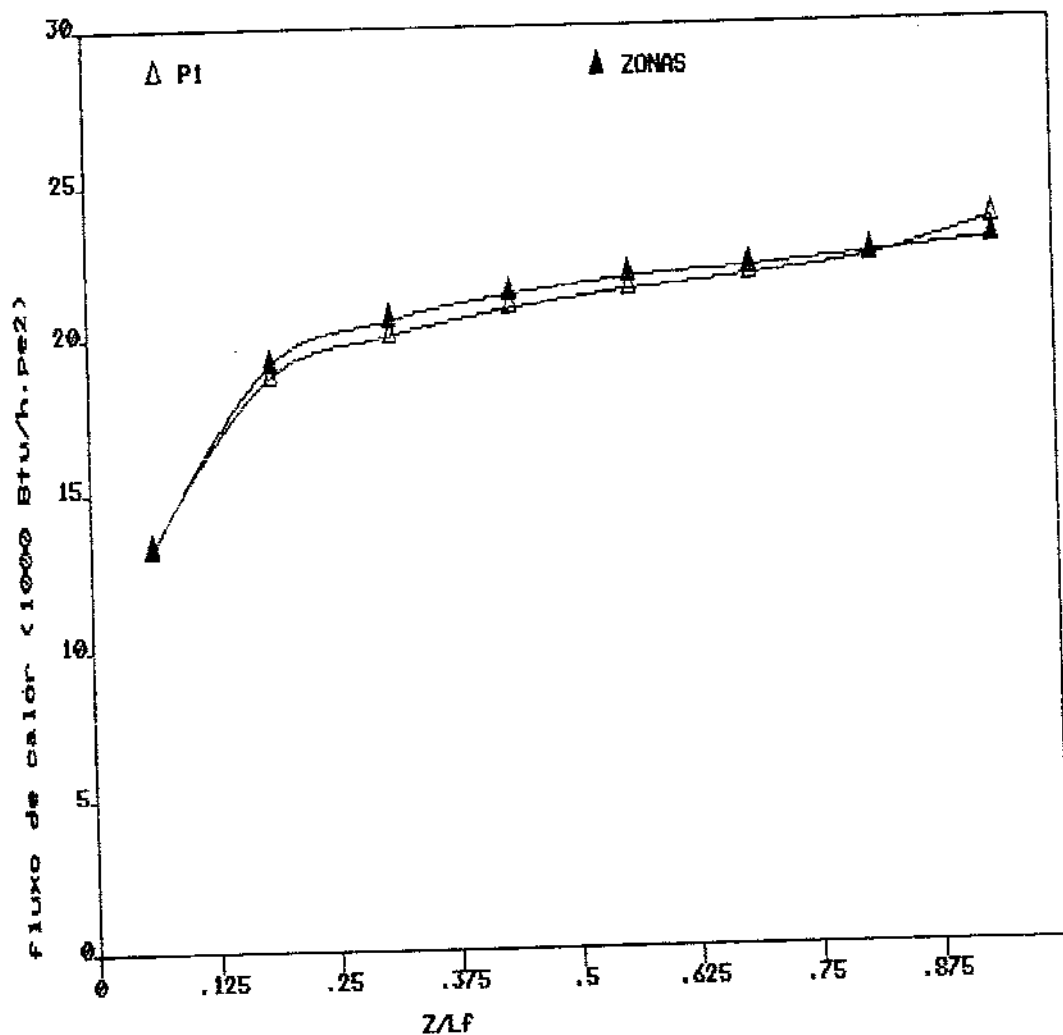


Figura 5.31 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 4×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,023.

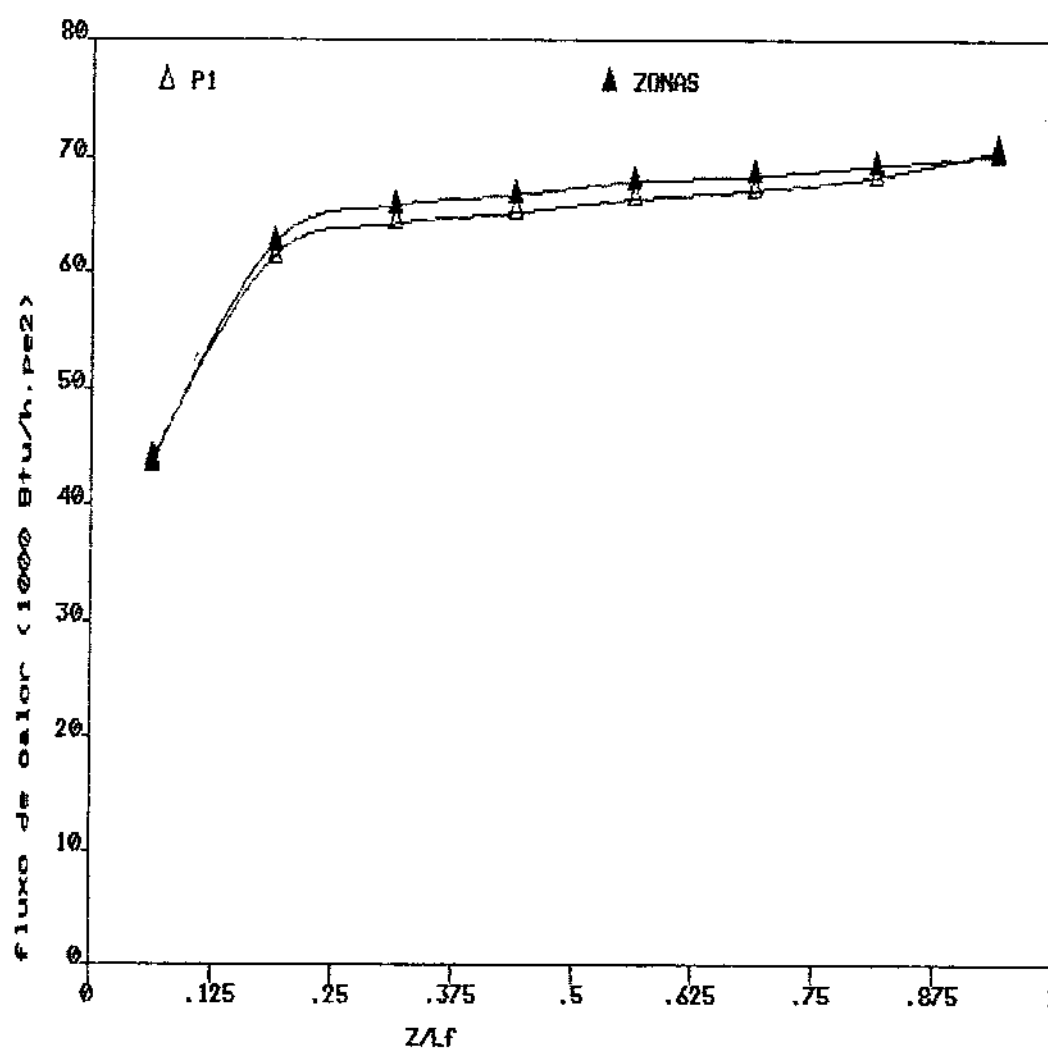


Figura 5.32 Distribuição de fluxo de calor na parede fria. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 16×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,023

Tabela 5.2 Valores dos desvios na distribuição de fluxo de calor para os casos com escoamento uniforme e com perfil parabólico de velocidade

D (pé)	Th	Taxa de queima (Btu/h pé ²)	Desvio Total	Desvio Médio	Desvio local Máximo
1	0,340	1×10^4	-3,0%	3,5%	6,2%
		4×10^4	-3,8%	11%	25,0%
		16×10^4	-6,0%	15,8%	33,6%
4	0,340	1×10^4	6,8%	6,6%	21,0%
		4×10^4	1,4%	2,6%	7,3%
		16×10^4	-2,8%	4,0%	7,4%
	0,128	1×10^4	1,5%	11%	22%
		4×10^4	-2,1%	6,0%	9,4%
		16×10^4	4,1%	12,6%	50%
	0,023	1×10^4	0,4%	8,8%	17,8%
		4×10^4	-1,5%	3,3%	5,3%
		16×10^4	-4,4%	5,3%	7,9%

Este aumento no desvio médio em função do aumento na taxa de queima, para um dado diâmetro, com $Th = 0,340$, deve-se ao aumento nos gradientes axiais de temperatura.

A Tabela 5.2 mostra ainda que para as fornalhas com baixa recirculação ($Th = 0,340$) ocorre uma redução no desvio médio quando se passa do diâmetro de 1 pé para 4 pés (excluindo-se o caso de taxa de queima 1×10^4 Btu/h pé², citado acima). A observação dos perfis de temperatura para estes casos (ver adiante) mostra que para uma dada taxa de queima ocorre redução dos gradientes de temperatura com o aumento do diâmetro. Isto aproxima o regime de radiação do regime denso, onde a aproximação P_1 , em geral, produz melhores resultados.

Nos casos em que o número de estrangulamento é 0,128 (taxa de

recirculação média) e 0,023 (taxa de recirculação alta) não parece haver uma relação simples entre o aumento na taxa de queima e os seus efeitos nos resultados da P_1 . Um aumento na taxa de queima atua sobre os desvios nos resultados da P_1 por duas vias: pelo aumento dos gradientes de temperatura e pelo aumento na temperatura dos refratários (principalmente devido ao aumento na troca convectiva entre ele e o gás). Para estes dois valores do nº de estrangulamento o desvio médio menor ocorre para a taxa de queima intermediária.

Quando se comparam os resultados para estes dois números de estrangulamento ($Th = 0,128$ e $Th = 0,023$), para uma dada taxa de queima, observam-se desvios menores para $Th = 0,023$. A alta taxa de recirculação neste caso promove uma homogenização da temperatura, aproximando a fornalha de uma câmara isotérmica, o que representa uma condição bastante favorável para a aplicação da P_1 .

b) Análise do campo de temperaturas.

Nas Figuras 5.33 a 5.44 são apresentados os gráficos das temperaturas médias das zonas, segundo a divisão das fornalhas feita por Sarofim (Figura 4.9), para os casos com escoamento tipo jato-axial.

A observação destes perfis de temperatura mostra que os padrões esperados são razoavelmente reproduzidos pela P_1 . O desvio mais acentuado ocorre sistematicamente na parte inicial da chama, onde há sub-predição da temperatura. Isto se deve, provavelmente, à existência de um gradiente de temperatura na direção radial muito acentuado na região de transição entre a chama e a corrente fria de ar induzido.

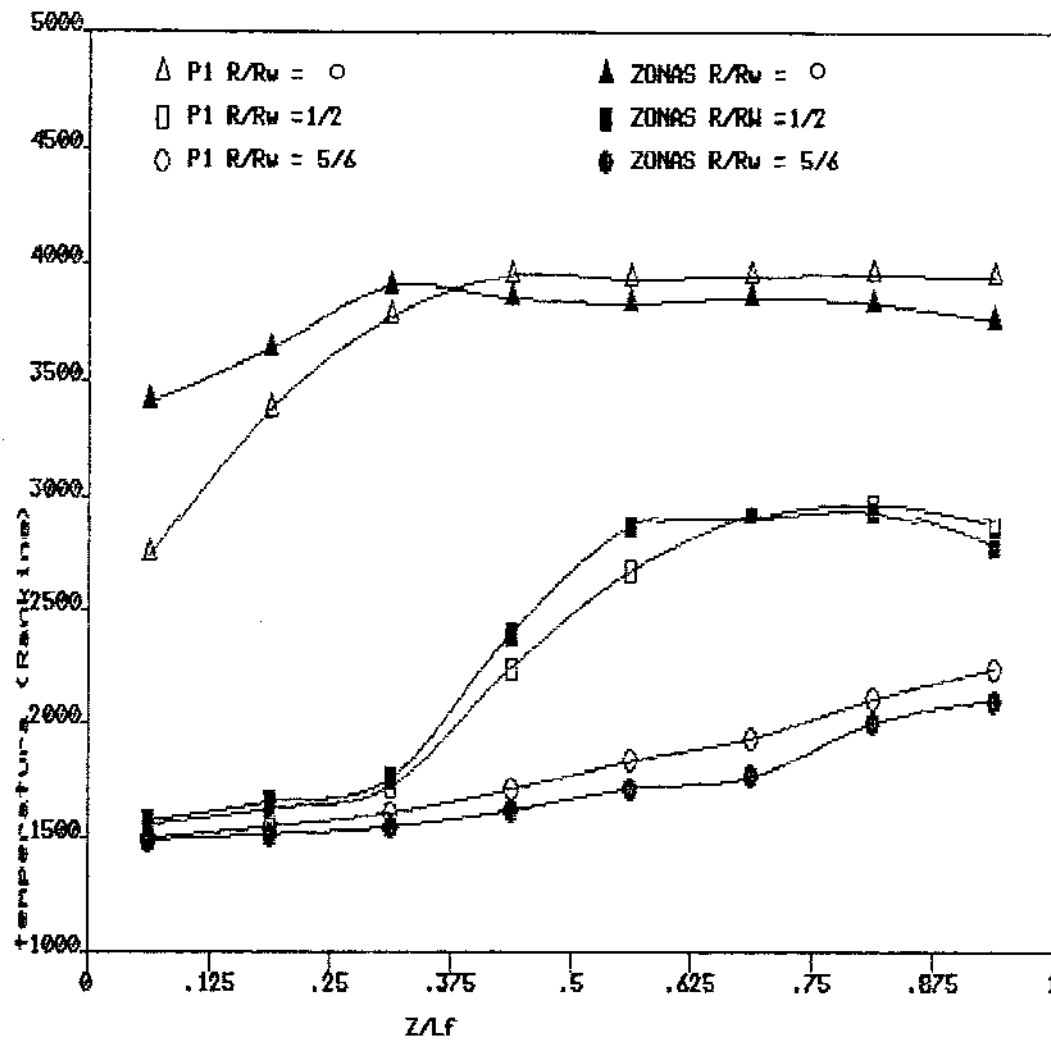


Figura 5.33 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 1 pé, taxa de queima 1×10^4 Btu/h pé², n^o de estrangulamento 0,340

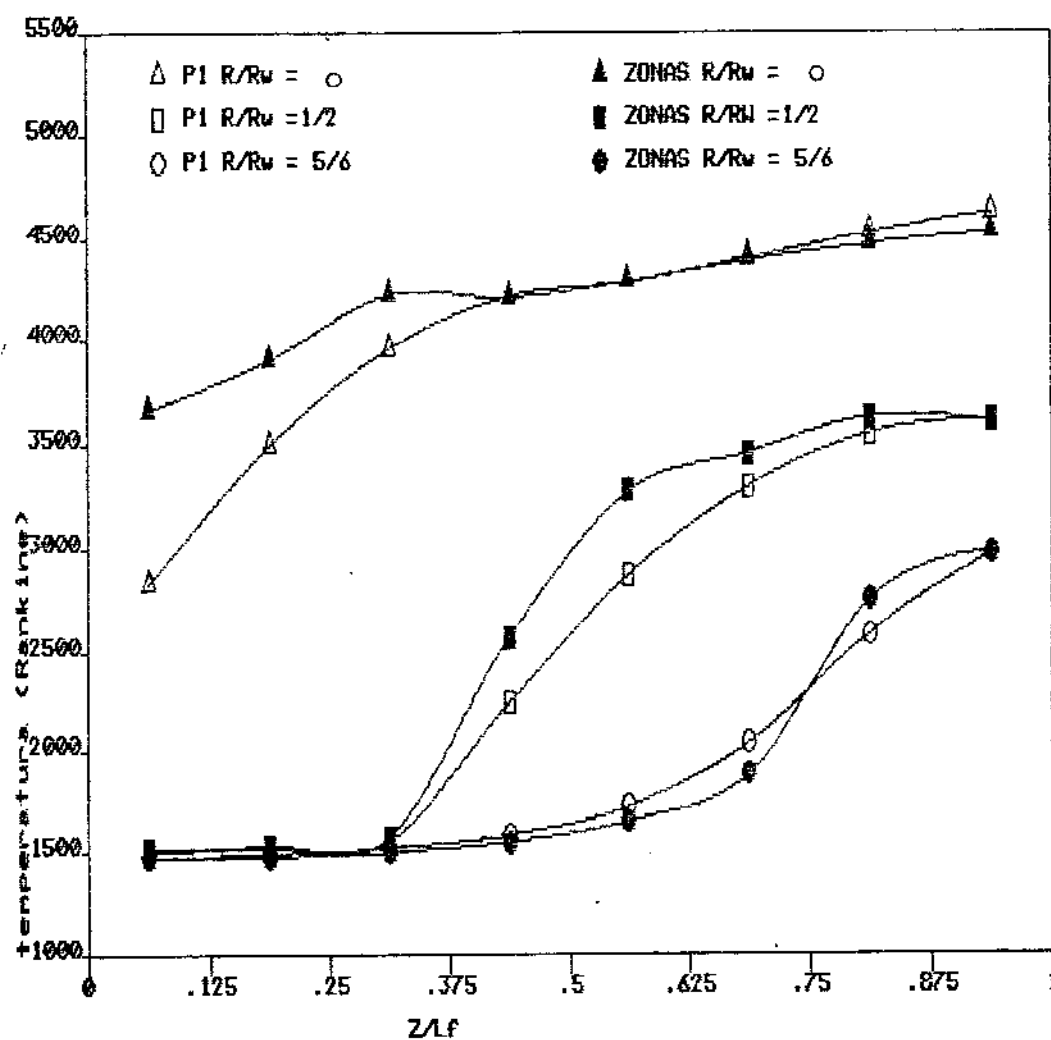


Figura 5.34 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 1 pé, taxa de queima 4×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,340

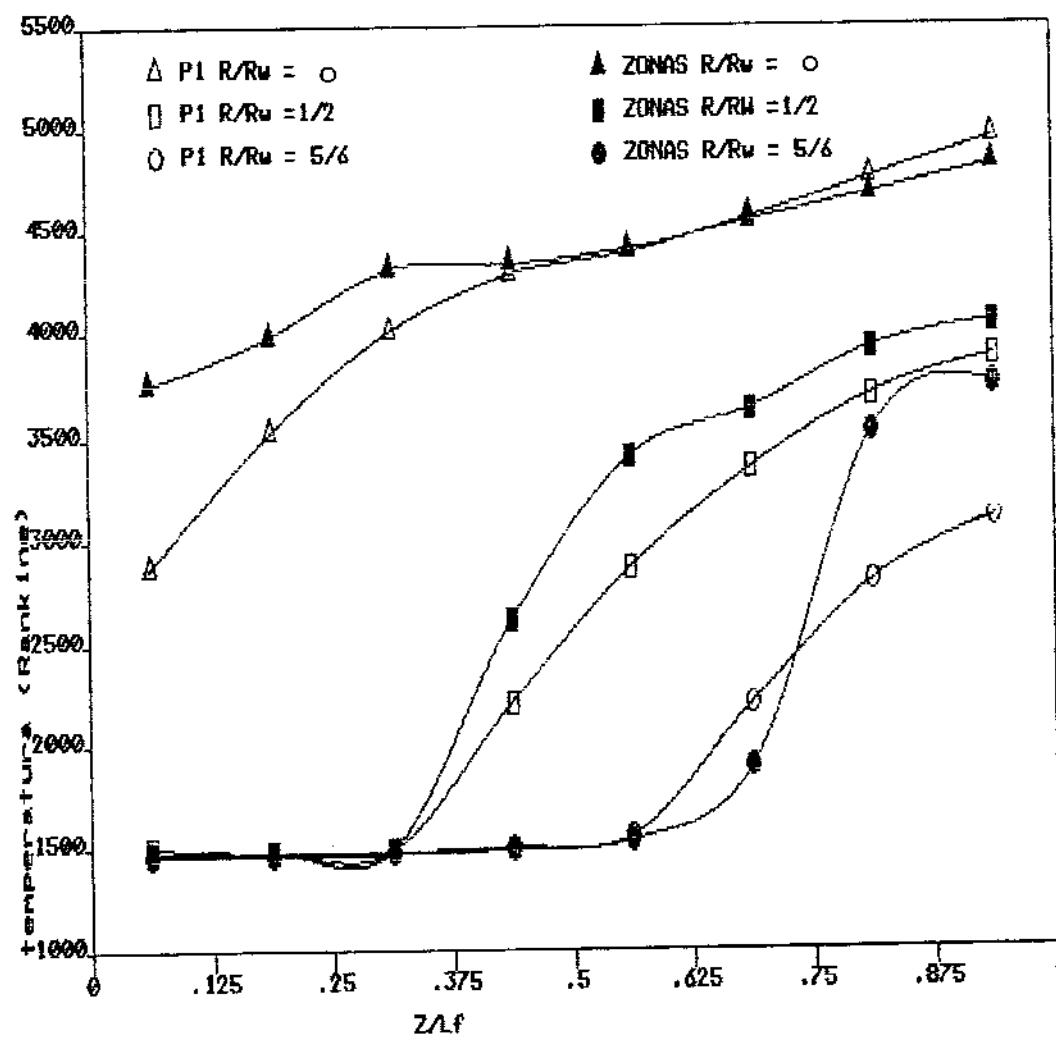


Figura 5.35 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 1 pé, taxa de queima 16×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,340

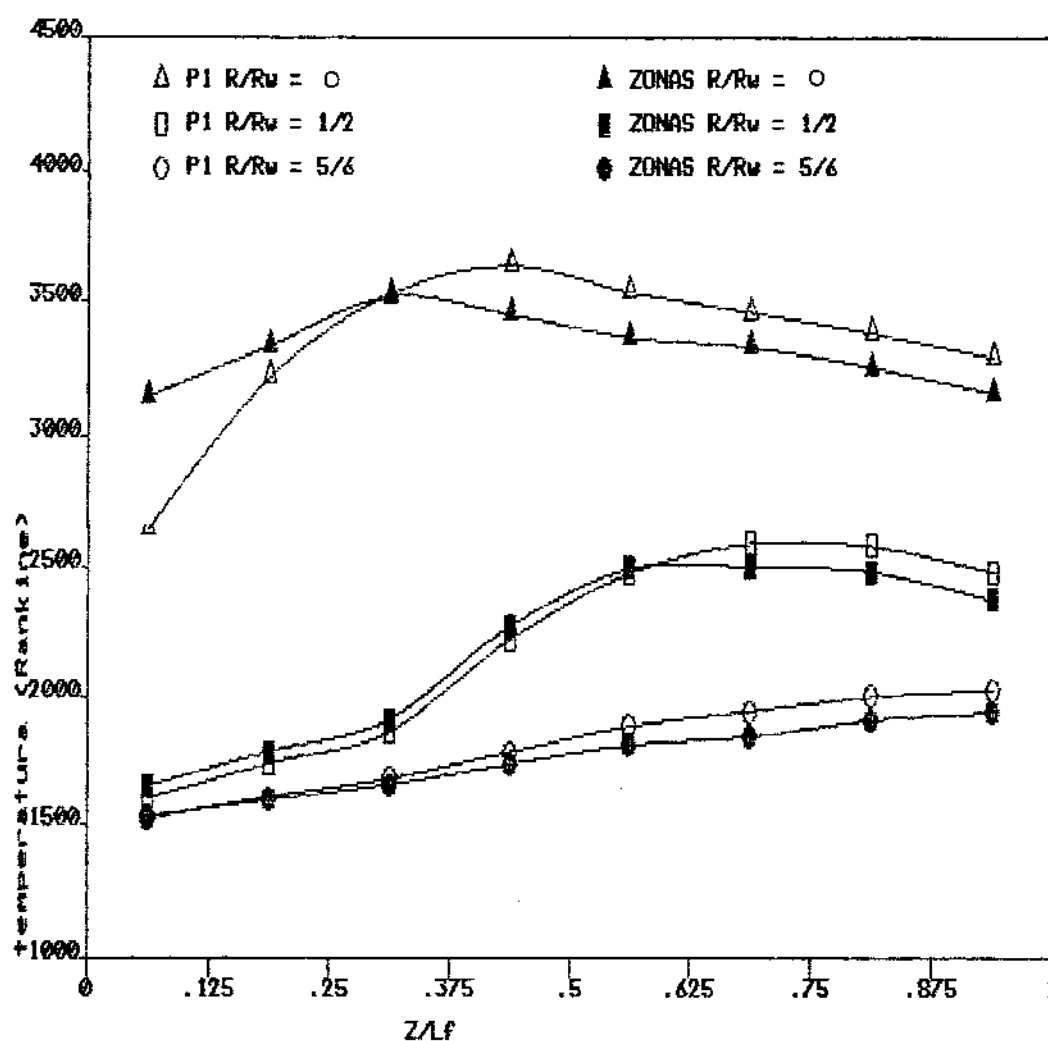


Figura 5.36 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 1×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,340

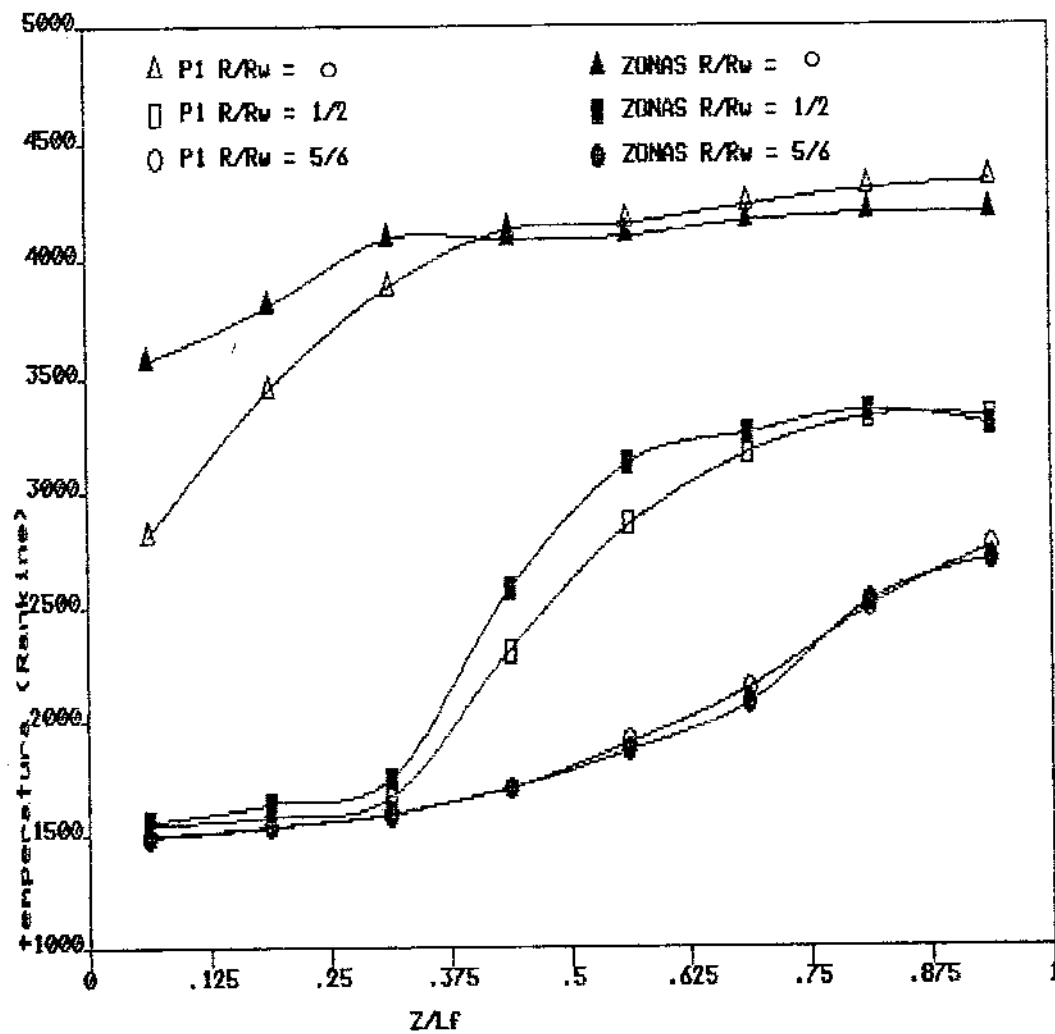


Figura 5.37 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 4×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,340

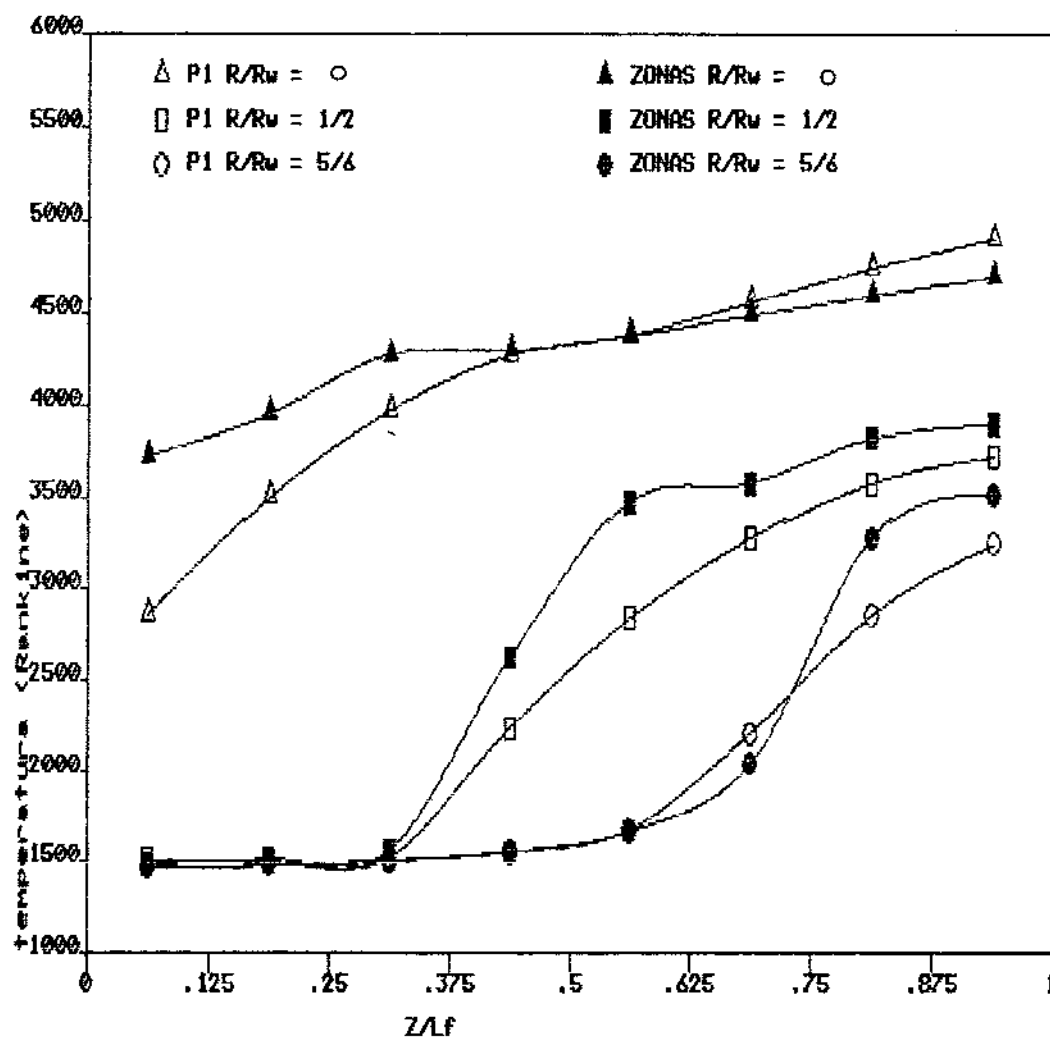


Figura 5.38 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 16×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,340

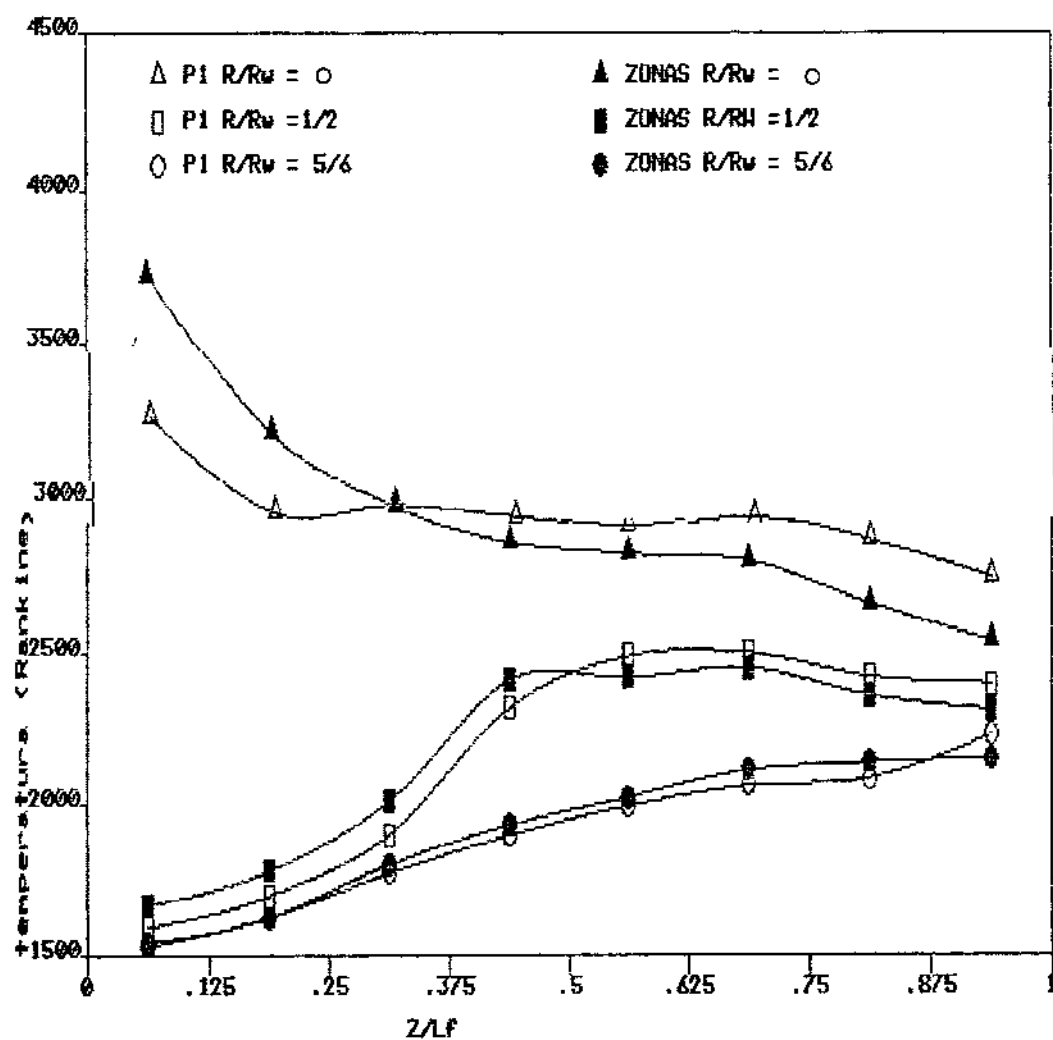


Figura 5.39 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 1×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,128

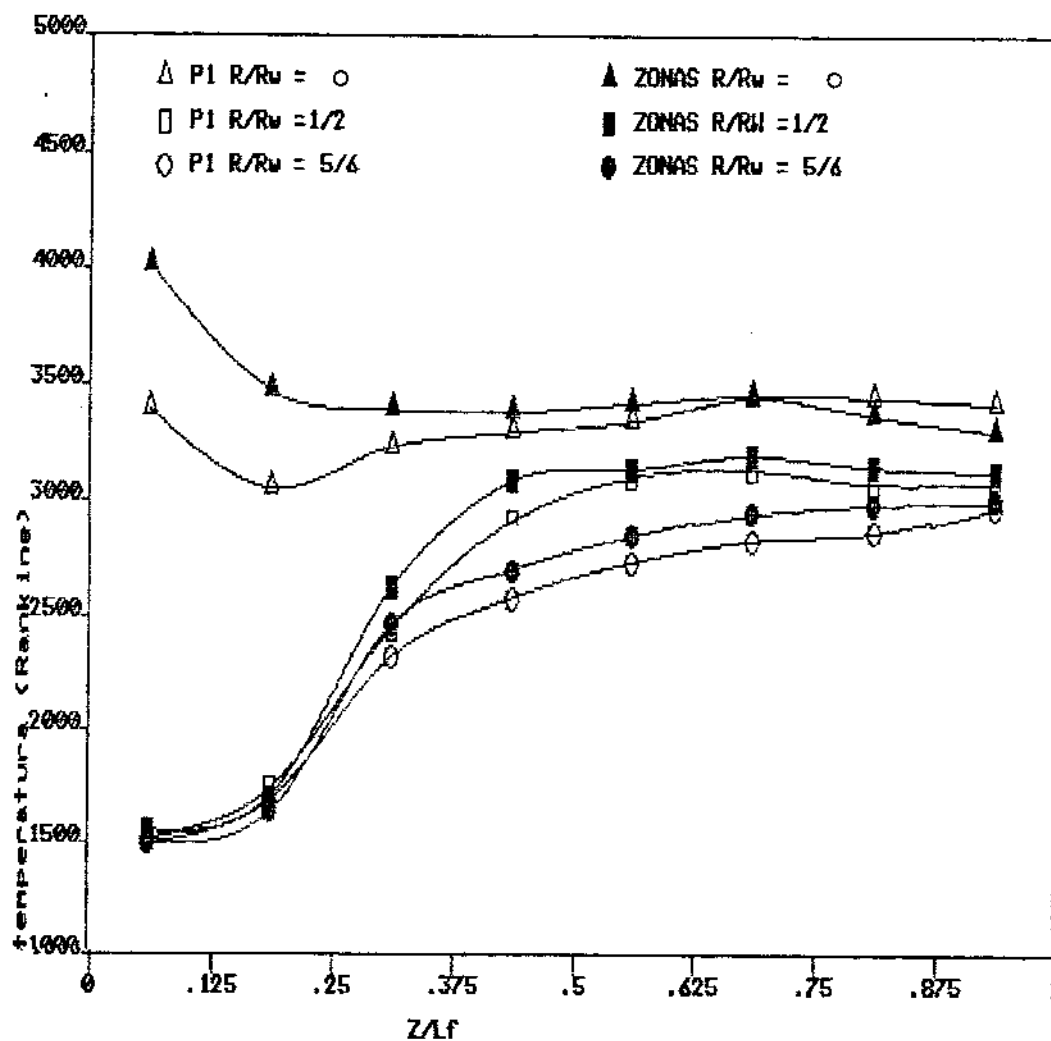


Figura 5.40 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 4×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,128

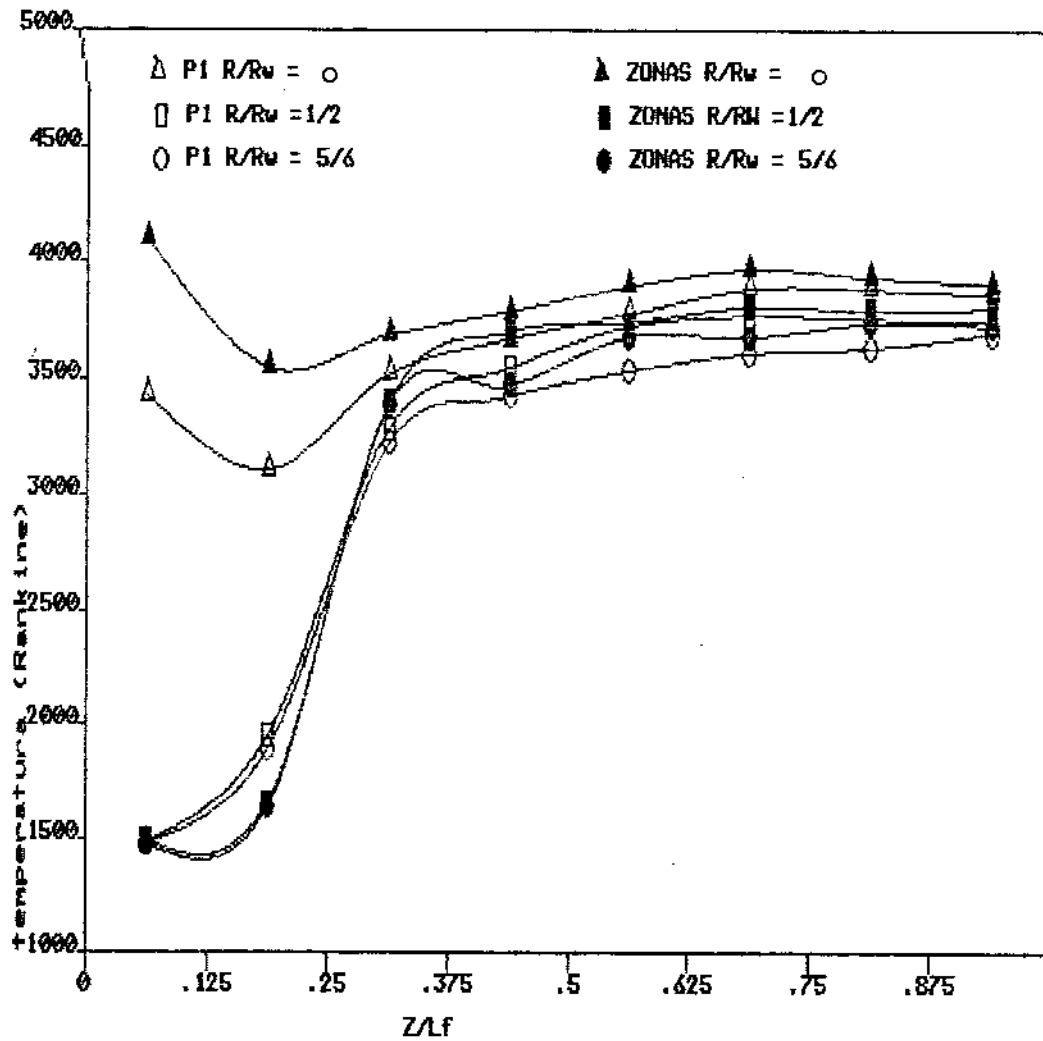


Figura 5.41 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 16×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,128

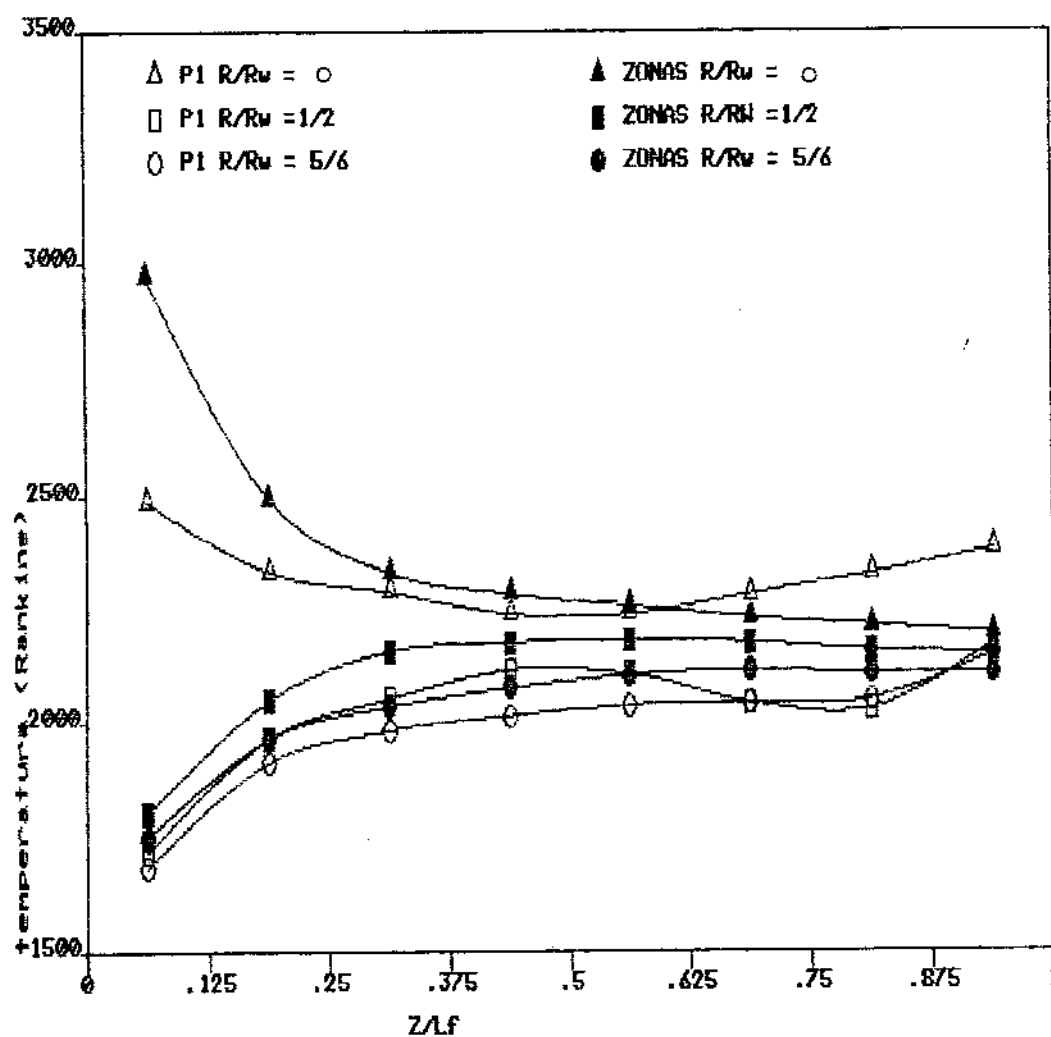


Figura 5.42 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 1×10^4 Btu/h pé², n_0 de estrangulamento 0,023

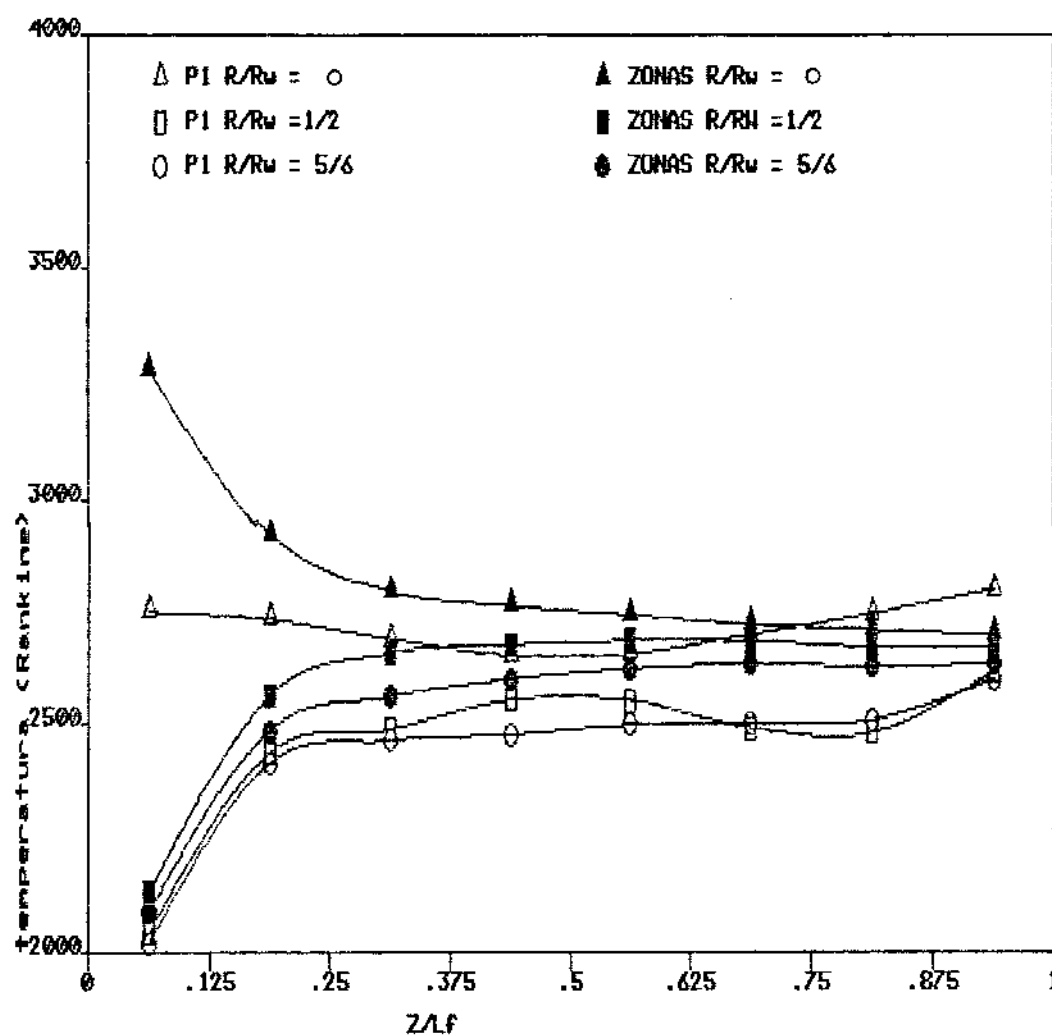


Figura 5.43 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 4×10^4 Btu/h pé², nº de estrangulamento 0,023

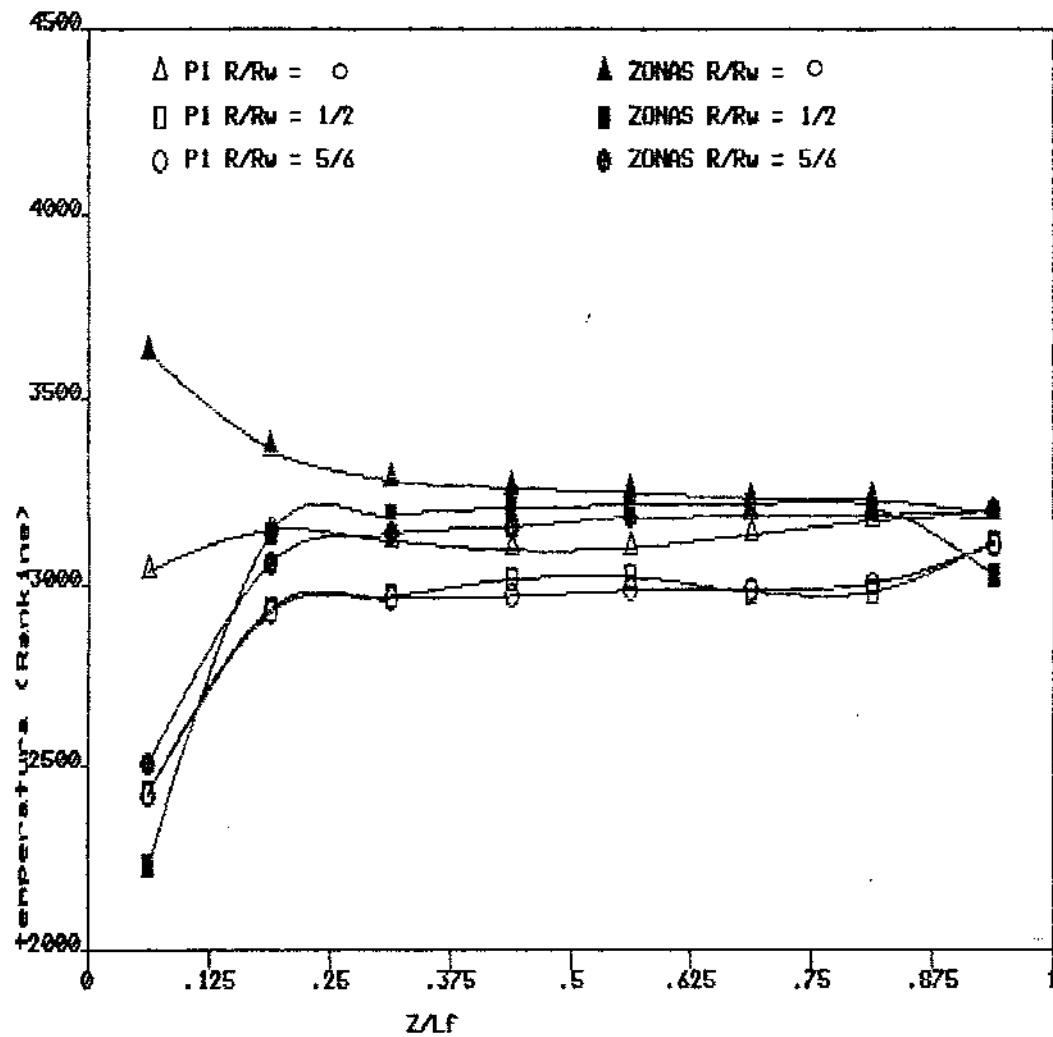


Figura 5.44 Perfis de temperatura para 3 posições radiais. Diâmetro 4 pés, taxa de queima 16×10^4 Btu/h pé², n_0 de estrangulamento 0,023

5.3 Análises de sensibilidade

No equacionamento das fornalhas com escoamento tipo jato-confinado foram assumidas duas hipóteses "a priori". A primeira refere-se à distribuição radial da liberação de energia da combustão e a segunda ao transporte turbulento radial de energia na região inicial do jato.

A distribuição radial de liberação de energia da combustão foi assumida obedecer a uma função como a ilustrada na Figura 4.10. Esta função é dada por

$$f(r) = f_o + f'(r) \quad (5.1)$$

que consiste de uma constante f_o superposta a uma distribuição radial $f'(r)$, que é assumida proporcional ao fluxo de massa através da secção transversal entre $r = 0$ e $r = r_f$, onde r_f corresponde à posição radial do limite da chama. Foi feita uma análise da influência desta distribuição sobre o fluxo de calor na parede fria, variando-se a relação $f_o / \int_{r=0}^{r=r_f} f(r)dr$ entre 0 e 1, com intervalos de 0,1. Observou-se, para a fornalha de 4 pés de diâmetro, com taxa de queima de 4×10^4 Btu/h pé² e $Th = 0,128$ uma variação no desvio médio na distribuição de fluxo de calor de 1,4%, com mínimo para $f_o / \int_{r=0}^{r=r_f} f(r)dr = 0,7$. Este valor foi utilizado em todos os casos com recirculação.

No cálculo do transporte turbulento de energia foi assumido, seguindo a analogia de Reynolds

$$\epsilon_H = \epsilon_M \quad (5.2)$$

onde

$$\epsilon_H = \frac{\overline{v' T'}}{\partial T / \partial r} \quad (5.2a)$$

$$\epsilon_M = \frac{\overline{u' v'}}{\partial u / \partial r} \quad (5.2b)$$

Para analisar a influência desta hipótese sobre a distribuição de fluxo de calor na parede, a fornalha de 4 pés de diâmetro, taxa de queima de 4×10^4 Btu/h pé² e $T_h = 0,128$ foi recalculada assumindo-se

$$\varepsilon_H = \frac{1}{\alpha} \varepsilon_M$$

onde α foi feito variar de 1 a 50. Para $\alpha = 1$ foi obtido o menor desvio médio de fluxo de calor na parede (6%), com relação aos resultados de Sarofim. O desvio cresceu progressivamente atingindo 8,6% para $\alpha = 50$. O valor $\alpha = 1$ foi utilizado em todos os outros casos com recirculação.

Capítulo 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS6.1 Conclusões

Neste trabalho é apresentado e testado um método para equacionamento do transporte de energia radiante em cavidades cilíndricas preenchidas com um meio participante. Este método combina a aproximação de 1ª ordem do método dos esféricos harmônicos com o modelo de gás de Hottel para o tratamento da radiação de banda e utiliza o método das radiosidades para o equacionamento da radiação de janela.

O teste do método consiste em sua aplicação a um conjunto de fornalhas onde diversos tipos de escoamentos, taxas de queima e espessuras ópticas são considerados. Os resultados são comparados com os obtidos por Sarofim [1961] para as mesmas fornalhas através do método das zonas.

Para os casos estudados, os desvios observados na taxa total de transferência de calor para a parede variou de -6,0% a +9%, o que indica que o método pode ser utilizado com segurança quando a taxa total de transferência de calor para a parede é procurada.

Os padrões esperados de distribuição de calor na parede são obtidos em todos os casos, apresentando em alguns deles desvios localizados. Estes desvios em geral ocorrem nas proximidades dos refratários nos casos em que os gradientes axiais de temperatura são mais acentuados.

Os perfis de temperatura esperados são, de um modo geral, obtidos. Uma sub-predição sistemática da temperatura na parte inicial da chama foi observada nos casos com escoamento tipo jato-confinado. Era esperada uma falha da aproximação P_1 nesta região, em vista dos intensos gradientes de temperatura aí existentes.

6.2 Trabalhos Futuros

a) Os desvios locais observados podem ser eliminados ou minimizados se aproximações de ordem superior da equação da

transferência forem utilizadas. O trabalho de Fiveland [1984] com cavidades retangulares preenchidas por um meio cinza indica que a aproximação S-6 proveniente do método das ordenadas discretas é a mais adequada. Esta aproximação pode ser testada para os casos estudados presentemente com facilidade, visto que elas podem ser introduzidas sem dificuldade na estrutura de cálculo aqui utilizada.

b) São disponíveis, e tem sido largamente utilizados, esquemas genéricos, como o de Patankar [1980] e Spalding [1969], para a resolução numérica das equações do movimento, da energia, da conservação das espécies químicas e das equações que modelam a turbulência. Estes esquemas, em suas formas originais, no entanto, não incluem um equacionamento mais rigoroso do transporte de energia radiante, nem dão uma solução satisfatória para a questão da não mistura no cálculo da combustão. O presente método, melhorado pela introdução de uma aproximação de ordem superior da equação da transferência pode ser introduzido num dos procedimentos de cálculo citados, juntamente com o equacionamento proposto por Spalding [1971] para a flutuação da concentração de combustível e nesta forma ser aplicado no equacionamento de sistemas reais. Encontram-se na literatura (p.ex. WU e FRICHER [1971]) informações detalhadas sobre fornalhas experimentais que podem servir como sistemas de teste.

Apêndice A

A discretização das equações da radiação

As equações da P_1 para uma das bandas do campo de radiação são:

$$-\left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_{rl}) + \frac{\partial q_{zl}}{\partial z} \right] = K_l G_l - 4K_l a_{gl} \sigma T_g^4 \quad (A.1)$$

$$\frac{\partial G_l}{\partial r} = -3K_l q_{lr} \quad (A.2)$$

$$\frac{\partial G_l}{\partial z} = -3K_l q_{lz} \quad (A.3)$$

A equação (A.1) corresponde a um balanço de energia radiante num elemento de volume. O primeiro membro desta equação é o influxo líquido de energia radiante da banda l no elemento de volume, por unidade de volume. O primeiro termo do segundo membro é a taxa de absorção de energia radiante da banda l , por unidade de volume do gás presente no elemento de volume. O segundo termo do segundo membro é a taxa de emissão de energia radiante da banda l , por unidade de volume do gás presente no elemento de volume. Os termos q_{zl} e q_{rl} no primeiro membro são obtidos através das equações (A.2) e (A.3).

A discretização destas equações corresponde a formular balanços de energia radiante de banda para as celas utilizadas na discretização da equação do balanço global de energia (Capítulo 4).

Na Figura (A.1) uma cela típica é mostrada. $A_1(i)$, $A_z(i)$ e $A_2(i-1)$ são as áreas das faces da cela. Um balanço de energia radiante da banda l assume a forma da equação (A.4) abaixo, onde o subscrito l foi omitido por simplicidade, e foi considerado, em vista do tamanho reduzido da cela que $q_z(z)$ e $q_r(r)$ são uniformes sobre cada face

$$q_z(z) A_1(i) - q_z(z + \Delta z) A_1(i) + q_r(r) A_2(i-1) - \\ - q_r(r + \Delta r) A_2(i) = K G(i,j) A_1(i) \Delta z -$$

$$- 4Ka\sigma T^4(i,j) A_1(i) \Delta z \quad (A.4)$$

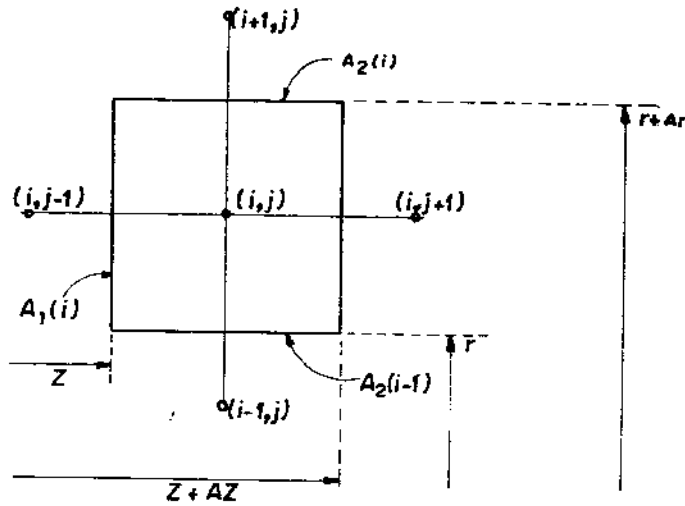


Figura (A.1) Uma cela típica para discretização das equações da radiação

Os fluxos de calor radiante q_z e q_r em (A.4) são obtidos de formas distintas em função da posição da face em questão. Na figura (A.2) estão todos os tipos de celas que precisam ser considerados.

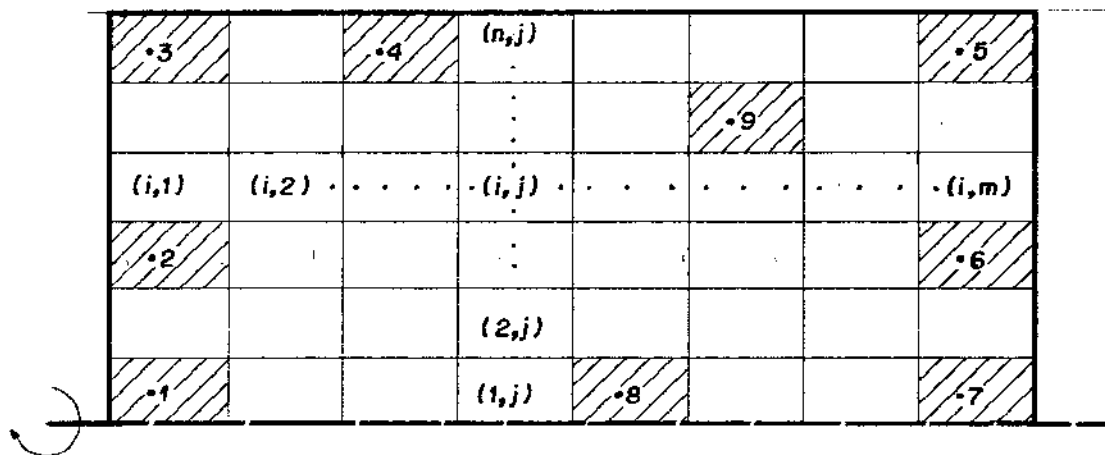


Figura (A.2) Tipos de celas

Para celas do tipo 1, 2 ou 3, na face sobre o refratário 1, q_z é

obtido através da condição de contorno (3.12a):

$$q_z = \left(a\sigma T_{ref}^4(i,1) - \frac{G(i,1)}{4} \right) \frac{2 \varepsilon_{ref}}{2 - \varepsilon_{ref}} \quad (A.5)$$

Para celas do tipo 3, 4 ou 5, na face sobre a parede fria, q_r é obtido através da condição de contorno (3.12c):

$$q_r = (G(N,j)/4 - a\sigma T_w^4) \frac{2 \varepsilon_v}{2 - \varepsilon_v} \quad (A.6)$$

Para celas do tipo 5, 6 ou 7, na face sobre o refratário 2 q_z é obtido através da condição de contorno (3.12b)

$$q_z = (G(i,M)/4 - a\sigma T_{ref}^4(i,2)) \frac{2 \varepsilon_{ref}}{2 - \varepsilon_{ref}} \quad (A.7)$$

Para as faces que estejam no interior do gás, em qualquer cela, os fluxos q_r e q_z são obtidos a partir de (A.2) e (A.3) onde as derivadas são substituídas por diferenças centrais.

Introduzidas estas expressões para os fluxos na equação (A.4), escrita para todas as celas, produz-se um sistema de $M \times N$ equações algébricas lineares, onde as incógnitas são os valores de G para todos os pontos da grade.

Apêndice B

Cálculo dos fatores de forma

A superfície interna da fornalha é dividida em zonas conforme indicado na Figura (B.1).

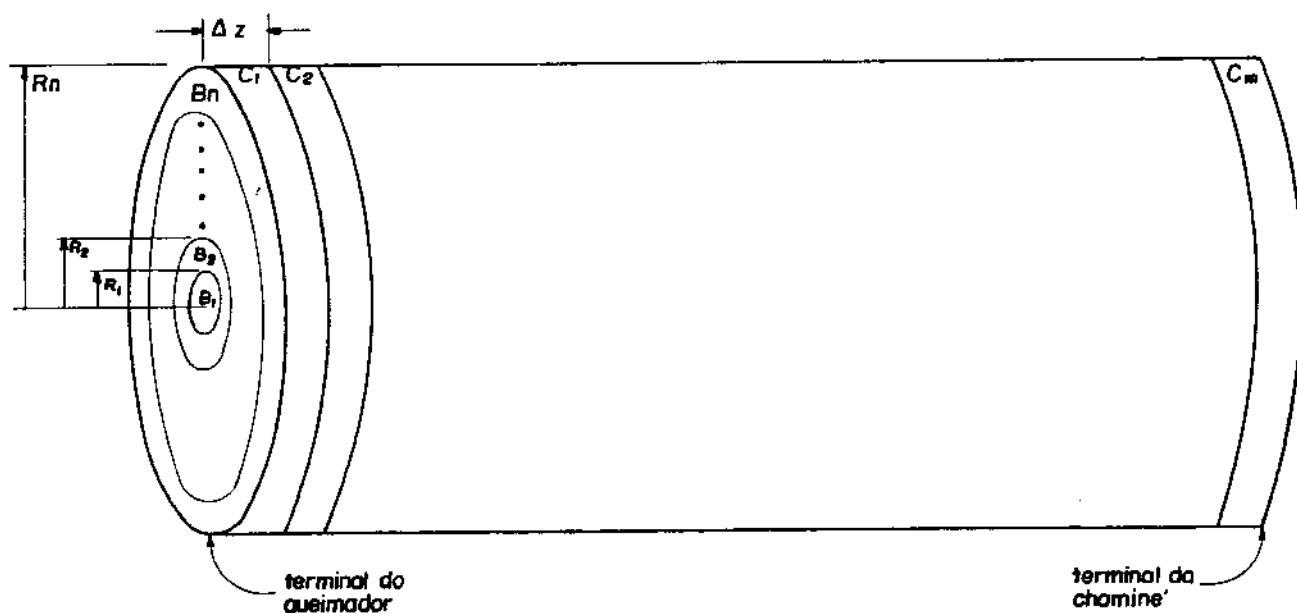


Figura (B.1) Divisão da superfície interna da fornalha em zonas

A parede refratária no terminal do queimador foi dividida em N zonas, resultantes da divisão do raio em N partes iguais. Estas zonas são denominadas $B_1, B_2, \dots, B_N$. A parede refratária no terminal da chaminé foi dividida de forma idêntica e as suas zonas denominadas $D_1, D_2, \dots, D_N$. A parede lateral foi dividida em M zonas iguais denominadas $C_1, C_2, \dots, C_M$.

Para os cálculos dos fatores de forma para todos os pares de zonas que trocam energia entre si, além das relações de reciprocidade dos fatores de forma e das propriedades de simetria, foram utilizadas duas relações básicas. A primeira corresponde ao fator de forma entre dois círculos posicionados em planos paralelos e com centros sobre uma reta perpendicular a estes planos, Figura (B.2)

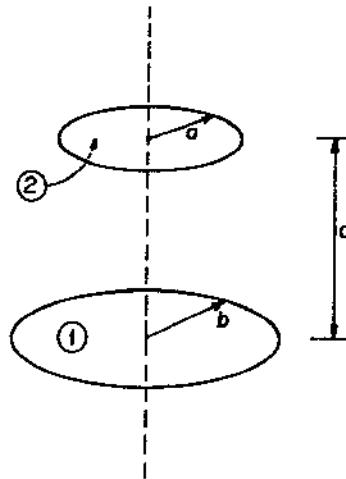


Figura (B.2) 1ª configuração básica para cálculo dos fatores de forma

O fator de forma $F_{A_1 \rightarrow A_2}$ entre o círculo 1 e o círculo 2 é dado por Sparrow e Cess [1966] através da expressão

$$F_{A_1 \rightarrow A_2} = \frac{1}{2} \left(S - \sqrt{S^2 - 4X^2Y^2} \right) \quad (B.1)$$

onde

$$S = 1 + (1 + X^2)Y^2 \quad (B.1a)$$

$$e \quad X = \frac{a}{c} \quad (B.1b)$$

$$Y = \frac{c}{b} \quad (B.1c)$$

A segunda corresponde ao fator de forma entre dois anéis diferenciais posicionados numa superfície cilíndrica como mostra a Figura (B.3)

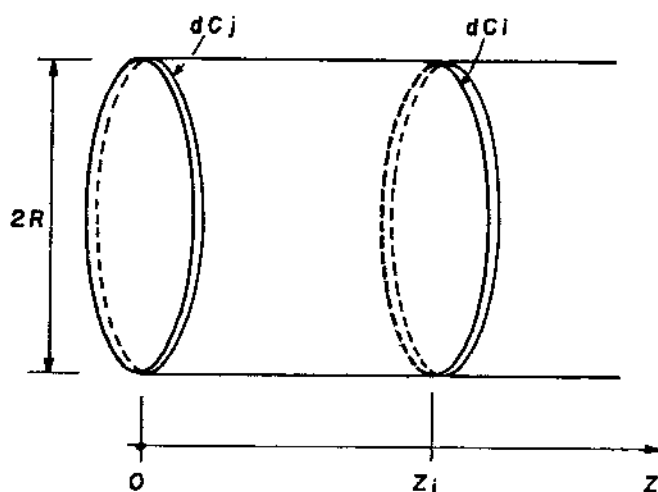


Figura (B.3) 2ª configuração básica para cálculo de fatores de forma

O fator de forma $F_{dc_j \rightarrow dc_i}$ é dado por Sparrow e Cess [] através da expressão

$$F_{dc_j \rightarrow dc_i} = \left[1 - \frac{2Z^3 + 3Z}{2(Z^2 + 1)^{3/2}} \right]_{Z = z_i} dZ \quad (B.2)$$

onde

$$Z = z/2R$$

sendo z a coordenada métrica.

B.1 Cálculos de $F_{B_i \rightarrow C_j}$ e $F_{C_j \rightarrow B_i}$

Há quatro casos a serem considerados nos cálculos de $F_{B_i \rightarrow C_j}$. O primeiro corresponde ao cálculo de $F_{B_1 \rightarrow C_1}$, o segundo ao cálculo de $F_{B_1 \rightarrow C_j}$ com $2 \leq j \leq M$ e o terceiro ao cálculo de $F_{B_i \rightarrow C_1}$ com $2 \leq i \leq N$ e o quarto ao cálculo de $F_{B_i \rightarrow C_j}$ com $2 \leq i \leq N$ e $2 \leq j \leq M$.

* Cálculo de $F_{B_1 \rightarrow C_1}$

O fator de forma $F_{B_1 \rightarrow A_1}$, onde A_1 é a secção transversal que separa a zona C_1 da zona C_2 (Figura B.4) é dado pela expressão (B.1) onde $a = R_N$, $b = R_1$ e $c = \Delta z$.

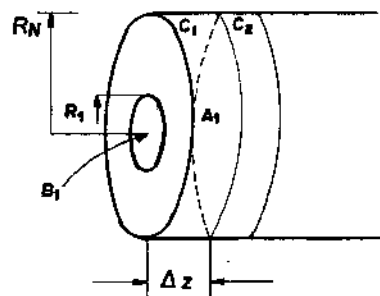


Figura (B.4) Área A_1 , utilizada no cálculo de $F_{B_1 \rightarrow C_1}$

Da energia que parte de B_1 , aquela que não passa por A_1 impinge sobre C_1 . Da exigência de conservação da energia temos

$$F_{B_1 \rightarrow C_1} = 1 - F_{B_1 \rightarrow A_1} \quad (B.3)$$

*Cálculo de $F_{B_1 \rightarrow C_j}$ com $2 \leq j \leq M$

Da exigência de conservação da energia, tem-se que a diferença entre a energia proveniente de B_1 que passa por A_{j-1} e a energia proveniente de B_1 que passa por A_j corresponde à energia proveniente de B_1 e que atinge C_j (Figura B.5).

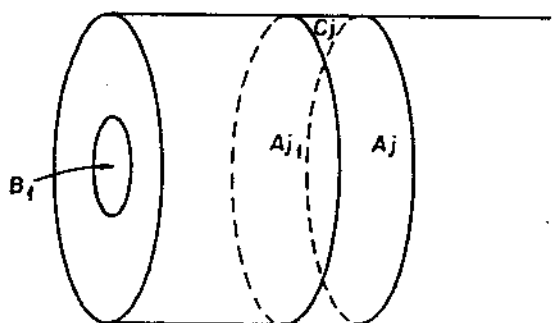


Figura (B.5) Áreas A_{j-1} e A_j utilizadas no cálculo de $F_{B_1 \rightarrow C_j}$

Assim, $F_{B_1 \rightarrow C_j}$ com $2 \leq j \leq M$ é dado por

$$F_{B_1 \rightarrow C_j} = F_{B_1 \rightarrow A_{j-1}} - F_{B_1 \rightarrow A_j} \quad (B.4)$$

onde $F_{B_1 \rightarrow A_{j-1}}$ e $F_{B_1 \rightarrow A_j}$ são calculados por (B.1)

*Cálculo de $F_{B_i \rightarrow C_1}$ com $2 \leq i \leq N$

Supondo que a radiosidade "B" é a mesma em todas as zonas B_i , o que é válido, visto que os fatores de forma independem da radiosidade quando ela é uniforme em cada zona⁽⁴⁾, tem-se a seguinte expressão

$$B A_{B_i} F_{B_i \rightarrow C_1} = B A_{B_1 \dots i} F_{B_1 \dots i \rightarrow C_1} -$$

A hipótese de uniformidade da radiosidade em cada zona foi assumida no cálculo do transporte de energia radiante (Capítulo 3).

$$B_i A_{B_{1...i-1}} F_{B_{1...i-1} \rightarrow C_1} \rightarrow C_1 \quad (B.5)$$

onde

B é a radiosidade

A_{B_i} é a área da zona B_i

$B_{1...i}$ é a zona resultante da junção das zonas desde B_1 até B_i

De (B.5) tem-se

$$F_{B_i \rightarrow C_1} = \frac{R_i^2}{R_i^2 - R_{i-1}^2} F_{B_{1...i} \rightarrow C_1} - \frac{R_{i-1}^2}{R_i^2 - R_{i-1}^2} F_{B_{1...i-1} \rightarrow C_1} \quad (B.6)$$

onde os fatores de forma $F_{B_{1...i} \rightarrow C_1}$ e $F_{B_{1...i-1} \rightarrow C_1}$ são calculados por

$$F_{B_{1...i} \rightarrow C_1} = 1 - F_{B_{1...i} \rightarrow A_1} \quad (B.7a)$$

e

$$F_{B_{1...i-1} \rightarrow C_1} = 1 - F_{B_{1...i-1} \rightarrow A_1} \quad (B.7b)$$

que são expressões análogas à (B.3). Nestas expressões $F_{B_{1...i} \rightarrow A_1}$ e $F_{B_{1...i-1} \rightarrow A_1}$ são calculadas por (B.1).

*Cálculo de $F_{B \rightarrow C}$ com $2 \leq i \leq N$ e $2 \leq j \leq M$

Estes fatores de forma são calculados por uma expressão análoga a (B.6):

$$F_{B_i \rightarrow C_j} = \frac{R_i^2}{R_i^2 - R_{i-1}^2} F_{B_{1...i} \rightarrow C_j} - \frac{R_{i-1}^2}{R_i^2 - R_{i-1}^2} F_{B_{1...i-1} \rightarrow C_j} \quad (B.8)$$

onde $F_{B_{1...i} \rightarrow C_j}$ e $F_{B_{1...i-1} \rightarrow C_j}$ são calculadas por

$$F_{B_{1...i} \rightarrow C_j} = F_{B_{1...i} \rightarrow A_{j-1}} - F_{B_{1...i} \rightarrow A_j} \quad (B.8a)$$

e

$$F_{B_{1...i-1} \rightarrow C_j} = F_{B_{1...i-1} \rightarrow A_{j-1}} - F_{B_{1...i-1} \rightarrow A_j} \quad (B.8b)$$

que são expressões análogas à (B.4). Em (B.8a) e (B.8b) os fatores de forma do tipo $F_{B_{1...i} \rightarrow A_j}$ são calculados por (B.1).

*Cálculo de $F_{C_j \rightarrow B_i}$ para todos os i e todos os j

Os fatores de forma $F_{C_j \rightarrow B_i}$ podem ser calculados diretamente a partir dos fatores de forma $F_{B_i \rightarrow C_j}$ através das relações de reciprocidade, dadas pela expressão

$$A_{B_i} F_{B_i \rightarrow C_j} = A_{C_j} F_{C_j \rightarrow B_i} \quad (B.9)$$

válida quando a radiosidade é uniforme em cada superfície.

B.2 Cálculos de $F_{C_1 \rightarrow C_i}$

O valor de $F_{C_1 \rightarrow C_i}$ pode ser obtido através de uma dupla integração da expressão (B.2) reproduzida abaixo

$$F_{dC_1 \rightarrow dC_i} = \left[1 - \frac{2Z^3 + 3Z}{2(Z^2 + 1)^{3/2}} \right]_{Z=z}^{dZ} \quad (B.2)$$

A integração de (B.2) sobre C_i dá

$$F_{dc_1 \rightarrow c_i} = \int_{z=z_i}^{z=z_i+\Delta z} \left[1 - \frac{2Z^3 + 3Z}{2(Z^2 + 1)^{3/2}} \right] dZ \quad (B.10)$$

cujo cálculo produz

$$F_{dc_1 \rightarrow dc_i} = \Delta z - \frac{1 + 2(Z_i + \Delta Z)^2}{2\sqrt{1 + (Z_i + \Delta Z)^2}} + \frac{1 + 2Z_i^2}{2\sqrt{1 + Z_i^2}} \quad (B.11)$$

A energia radiante que sai de dc_1 e atinge C_i (Figura B.6) é dada por

$$dE_n = B \, 4\pi R^2 \, F_{dc_1 \rightarrow c_i} \, dZ \quad (B.12)$$

onde B é a radiosidade

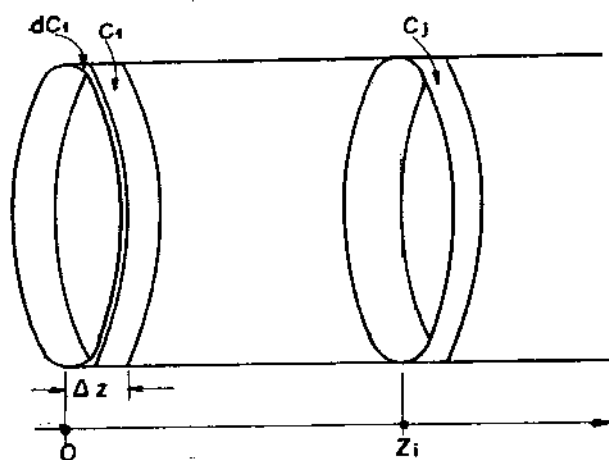


Figura (B.6)

A energia radiante que sai de C_1 e atinge C_i é dada pela integração de (B.12) entre $Z = 0$ e $Z = \Delta Z$

$$E_n = B \, 4\pi R^2 \int_{z=0}^{z=\Delta Z} F_{dc_1 \rightarrow c_i} dZ \quad (B.13)$$

O fator de forma $F_{c_1 \rightarrow c_i}$, de acordo com a definição de fator de forma é dado por

$$F_{c_1 \rightarrow c_i} = \frac{B \, 4\pi R^2 \int_{z=0}^{z=\Delta Z} F_{dc_1 \rightarrow c_i} dZ}{B \, 4\pi R^2 \, \Delta Z} \quad (B.14)$$

Introduzindo (B.11) em (B.14) tem-se

$$F_{c_1 \rightarrow c_i} = \frac{1}{\Delta Z} \int_{z=0}^{z=\Delta Z} \left[\Delta Z \frac{1+2(Z_i - Z + \Delta Z)^2}{2\sqrt{1+(Z_i - Z + \Delta Z)^2}} + \frac{1+2(Z_i - Z)^2}{2\sqrt{1+(Z_i - Z)^2}} \right] dZ \quad (B.15)$$

Realizando-se os cálculos, tem-se

$$F_{c_1 \rightarrow c_i} = \left[\Delta Z + \frac{Z_i}{\Delta Z} \sqrt{1+Z_i^2} + \frac{1}{2\Delta Z} (Z_i - \Delta Z) \sqrt{1+(Z_i - \Delta Z)^2} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2\Delta Z} (Z_i + \Delta Z) \sqrt{1+(Z_i + \Delta Z)^2} \right] \quad (B.16)$$

considerando que

$$Z_i = (i - 1)\Delta Z$$

B(16) fica

$$F_{c_1 \rightarrow c_i} = \left[\Delta Z + (i - 1) \sqrt{B} - \frac{1}{2} (i - 2) \sqrt{A} - \frac{1}{2} i \sqrt{C} \right] \quad (B.17)$$

onde

$$A = (i - 2)^2 \Delta Z^2 + 1 \quad (B.17a)$$

$$B = (i - 1)^2 \Delta Z^2 + 1 \quad (B.17b)$$

$$C = i^2 \Delta Z^2 + 1 \quad (B.17c)$$

com $2 \leq i \leq M$

Os valores de $F_{c_j \rightarrow c_i}$ para $2 \leq i \leq M$ e $1 \leq j \leq M$ com $i \neq j$ podem ser obtidos a partir dos valores calculados para $F_{c_1 \rightarrow c_i}$ por intermédio de (B.17).

Basta verificar que duas zonas C_j e C_i com $i > j$ têm posição relativa idêntica à das zonas C_1 e C_{i-j+1} .

O valor de $F_{c_i \rightarrow c_i}$ não pode ser obtido a partir de (B.17). A conservação da energia impõe

$$F_{c_i \rightarrow c_i} = 1 - 2F_{c_i \rightarrow A_{i-1}} \quad (B.18)$$

onde $F_{c_i \rightarrow A_{i-1}}$ pode ser calculado pela relação de reciprocidade

$$A_{c_i} F_{c_i \rightarrow A_{i-1}} = A_{A_{i-1}} F_{A_{i-1} \rightarrow c_i} \quad (B.19)$$

onde $F_{A_{i-1} \rightarrow c_i}$ é calculado por

$$F_{A_{i-1} \rightarrow c_i} = 1 - F_{A_{i-1} \rightarrow A_i} \quad (B.20)$$

onde foi imposta a conservação da energia e $F_{A_{i-1} \rightarrow A_i}$ é calculado por (B.1)

B.3 Cálculo de $F_{c_i \rightarrow d_j}$ e $F_{d_j \rightarrow c_i}$

Os valores de $F_{c_i \rightarrow d_j}$ e $F_{d_j \rightarrow c_i}$ podem ser obtidos a partir dos valores já calculados de $F_{c_i \rightarrow B_j}$ e $F_{B_j \rightarrow c_i}$ fazendo-se uso da

simetria da cavidade.

B.4 Cálculo de $F_{B_i \rightarrow D_j}$ e $F_{D_j \rightarrow B_i}$

*Cálculo de $F_{B_1 \rightarrow D_1}$

$F_{B_1 \rightarrow D_1}$ é calculado diretamente a partir de (B.1) onde se faz $a = b = R_1$ e $C = L_f$

*Cálculo de $F_{B_1 \rightarrow D_j}$ com $2 \leq j \leq N$

$F_{B_1 \rightarrow D_j}$ com $2 \leq j \leq N$ é calculado através de

$$F_{B_1 \rightarrow D_j} = F_{B_1 \rightarrow D_{1...j}} - F_{B_1 \rightarrow D_{1...j-1}} \quad (B.21)$$

onde $F_{B_1 \rightarrow D_{1...j}}$ e $F_{B_1 \rightarrow D_{1...j-1}}$ são calculados diretamente a partir de (B.1)

*Cálculo de $F_{B_i \rightarrow D_1}$ com $2 \leq i \leq N$

Pela simetria tem-se que

$$F_{D_1 \rightarrow B_i} = F_{B_1 \rightarrow D_i} \quad (B.22)$$

Fazendo-se uso das relações de reciprocidade tem-se

$$A_{B_i} F_{B_i \rightarrow D_1} = A_{D_1} F_{D_1 \rightarrow B_i} \quad (B.23)$$

*Cálculo de $F_{B_i \rightarrow D_j}$ com $2 \leq i \leq N$ e $2 \leq j \leq N$

Supondo, como no cálculo de $F_{B_i \rightarrow C_1}$, que a radiosidade é a mesma em todas as zonas, tem-se

$$B A_{B_i} F_{B_i \rightarrow D_j} = B A_{B_{1...i}} F_{B_{1...i} \rightarrow D_j} -$$

$$- B A_{B_{1...i-1}} F_{B_{1...i-1} \rightarrow D_j} \quad (B.24)$$

onde $F_{B_{1...i} \rightarrow D_j}$ e $F_{B_{1...i-1} \rightarrow D_j}$ são calculados por

$$F_{B_{1...i} \rightarrow D_j} = F_{B_{1...i} \rightarrow D_{1...j}} - F_{B_{1...i} \rightarrow D_{1...j-1}} \quad (B.25)$$

e

$$F_{B_{1...i-1} \rightarrow D_j} = F_{B_{1...i-1} \rightarrow D_{1...j}} - F_{B_{1...i-1} \rightarrow D_{1...j-1}} \quad (B.26)$$

Em (B.25) e (B.26) os fatores de forma que aparecem nos segundos membros são calculados diretamente a partir de (B.1).

*Cálculo de $F_{D_j \rightarrow B_i}$

Os valores de $F_{D_j \rightarrow B_i}$ podem ser obtidos diretamente a partir dos valores calculados de $F_{B_i \rightarrow D_j}$ fazendo-se uso da simetria da cavidade.

Os fatores de forma são calculados pela subrotina FORTRAN FF embutida no programa P1 que calcula os fluxos de calor e a distribuição de temperaturas nas fornalhas de teste do modelo de radiação proposto.

Observe-se que não foi utilizada no cálculo dos fatores de forma a propriedade de que a soma de todos os fatores de forma relativos a uma determinada zona é igual à unidade. Esta relação foi utilizada para testar os resultados obtidos pela subrotina FF.

APÊNDICE C

1ª Parte

Listagem do programa P1 que calcula a distribuição de fluxo de calor na parede e o campo de temperaturas para as fornalhas com escoamento tipo jato confinado.

Para as fornalhas com escoamento uniforme e com perfil parabólico de velocidades foram utilizadas versões simplificadas deste programa.

2ª Parte

Listagem do programa ESCOAMENTO que calcula os fluxos de massa através das faces das alas da grade de discretização para os casos com escoamento tipo jato confinado.

PROGRAMA P1

Este programa calcula a distribuicao de fluxo de calor na parede e o campo de temperatura do gas e dos refratarios em fornalhas cilindricas com escoamento tipo jato confinado, atraves da aproximacao P1 combinada com o modelo de gas de Hottel e o metodo das radiosidades.

DADOS DE ENTRADA

TW - Temperatura da parede fria
 TR - Temperatura de referencia para calculo de entalpias
 TAR - Temperatura do ar na entrada
 EREF - Emissividade do refratario
 EW - Emissividade da parede fria
 SIG - Constante de Stephan-Boltzmann
 FAC - Fracao ar combustivel
 QC - Poder calorifico do combustivel
 N - Numero de divisoes da grade na direcao radial
 M - Numero de divisoes da grade na direcao axial
 NBl - Relacao de grade P1/Sarofim na direcao radial
 NB - Relacao de grade P1/Sarofim na direcao axial
 IX - Variavel para dimensionamento de variaveis na subrotina
 FF
 AC - Parametro de aceleracao da subrotina D03EBF
 IM - Numero maximo de iteracoes na subrotina D03EBF
 ND - Ver D03EBF
 NLM - Ver D03EBF
 EPS - Criterio de convergencia da subrotina Gauss
 ITMAX - Numero maximo de iteracoes em Gauss
 APL(I,J) - Coeficientes dos polinomios para calculo das forcas
 das bandas na serie da emissividade
 AP(I,J) - Coeficientes dos polinomios para calculo das forcas
 das bandas na serie da absortividade
 AKl(I) - Coeficientes de absorcao
 CP(I) - Coeficientes do polinomio que calcula o calor especifico
 medio do gas entre zero absoluto e a temperatura local
 NCH - Numero de zonas que compreende a chama
 CA(I) - Coeficientes do polinomio que da a distribuicao axial
 acumulada de liberacao de energia por combustao
 RW - Raio da fornalha
 TH - Numero de estrangulamento
 FIRA - Taxa de queima
 HR - Coeficiente de troca de calor por conveccao gas-refratario
 HW - Coeficiente de troca de calor por conveccao gas-parede fri
 EK - (EK-1)= Expoente na expressao (4-82)
 FAL - Parte constante na distribuicao radial de liberacao de
 energia de combustao
 TCH1 - Chute inicial para a temperatura do refratario 1
 TCH2 - Chute inicial para a temperatura do refratario 2
 ITUR - Numero da primeira zona axial para a qual Sarofim calcul
 termo de transporte turbulento de energia
 FIN - Termo de subrelaxacao na equacao da energia
 TOL - Criterio de convergencia
 TU(I,J) - Vazao em massa atraves das faces radiais das zonas de
 Sarofim, nos dois sentidos, devido ao transporte
 turbulento

QSAR(I) - Distribuicao de fluxo de calor na parede segundo Sarofim
 TMSA(I,J) - Temperatura das zonas de gas segundo Sarofim
 TRMSA(I,J) - Temperatura das zonas de refratario segundo Sarofim
 JED - Posicao axial, na grade, correspondente ao inicio do vortice de recirculacao
 IR01(J) - Posicao radial, na grade, correspondente ao local de reversao do escoamento, para cada posicao axial na grade
 S2(I,J) - Vazao de gas atraves das faces axiais das celas como fracao da vazao total
 S3(I) - Vazao de gas em escoamento reverso na cela onde ocorre a reversao do escoamento, para cada posicao axial, como fracao da vazao total
 SR(I,J) - Vazao de gas atraves das faces radiais como fracao da vazao total

 VARIAVEIS PRINCIPAIS
 AA(I,J) - Matriz do sistema de radiosidades
 A(I,J), B(I,J), C(I,J), D(I,J), E(I,J), Q(I,J) - Coeficientes das equacoes algebricas resultantes da discretizacao das equacoes da Pl
 AG(K,I,J) - Forca da banda K na temperatura do gas na cela (I,J)
 AR(K,I,J) - Forca da banda K na temperatura da zona (I,J) do refratario
 AW(I) - Forca das bandas na temperatura da parede
 AE(I,J), BE(I,J), CE(I,J), DE(I,J), EE(I,J), QE(I,J) - Coeficientes das equacoes algebricas resultantes da discretizacao da Pl. Ver D03EBF
 AL - Comprimento da fornalha
 COMB(I,J) - Energia liberada por combustao na cela (I,J)
 CONRA(I,J) - Perda de energia da cela (I,J) por troca convectiva com a parede lateral
 CONZA(I,J) - Perda de energia da cela (I,J) por troca convectiva com o refratario
 CH(I) - Ver D03EBF
 CT - Numero de Craya-Curtet
 DIV(I,J) - Ganho liquido de energia radiante da cela (I,J)
 FCO(J) - Fracao de combustivel queimado entre duas seccoes transversais consecutivas da grade
 Gl(K,I,J) - Radiacao total incidente para a banda K em cada cela (I,J)
 HE(I) - Fluxo de energia na entrada para as N celas
 QZL(K,I,J) - Fluxo de energia radiante da banda K atraves das faces axiais das celas
 QRL(K,I,J) - Fluxo de energia radiante da banda K atraves das faces radiais das celas
 QZ(I,J) - Fluxo total de energia radiante atraves das faces axiais das celas
 QR(I,J) - Fluxo total de energia radiante atraves das faces radiais das celas
 QZN(I) - Fluxo incidente de radiacao de banda sobre o refratario l
 QZP(I) - Fluxo incidente de radiacao de banda sobre o refra-

```

C          tario 2
C      QNZN(I) - Fluxo incidente de radiacao de janela sobre o re-
C                fratario 1
C      QNZP(I) - Fluxo incidente de radiacao de janela sobre o re-
C                fratario 2
C      QRAD(I) - Fluxo medio de energia radiante sobre as 8 zonas
C                de superficie da parede lateral
C      QT(I) - Fluxo total medio(radiacao + conveccao)sobre as 8
C                zonas de superficie da parede lateral
C      QRJ(I) - Fluxo de energia radiante de janela na parede la-
C                teral
C      QCZ(I,J) - Fluxo de energia trocada por conveccao nos re-
C                fratarios
C      QCR(I) - Fluxo de energia trocada por conveccao na parede
C                lateral
C      QRJM(I) - Fluxo medio de energia radiante de janela nas 8
C                zonas de superficie da parede lateral
C      QRT(I) - Fluxo total(radiacao + conveccao)na parede lateral
C      RAl(I) - Razao entre a menor area radial de uma cela e a
C                area axial da mesma cela
C      RA2(I) - Razao entre a maior area radial de uma cela e a
C                area axial da mesma cela
C      RE(I) - Ver D03EBF
C      S1L , S2L - Dimensoes das celas
C      TM(I,J) - Temperatura de mistura das zonas
C      TUR(I,J) - Fluxo de massa atraves das faces radiais das celas
C                nos dois sentidos devido ao transporte turbulento
C                na parte inicial do jato
C      TREF(I,J) - Temperatura dos refratarios
C      TURB(I,J) - Ganho liquido de energia por transporte turbulen-
C                to na cela (i,j)
C      T(I,J) - Temperatura da cela (i,j)
C      X(J) - Vetor de radiosidades
C      XIT - Input total de energia
C      XMT - Vazao massica de gas
C

```

```

C*****
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION X(150),F1(50,2),AA(150,150),HE(50)
      DIMENSION TM(3,8),TUR(50,50),QSAR(8),ISA(8)
      DIMENSION G1(3,50,50),TREF(50,2),G(50,50),
*      APL(3,4),S(50,50),CZSA(3,2),CRSA(8)
*      ,RAL(50),RA2(50),TREFM(3,2),TMSA(3,50),TRMSA(3,2)
      DIMENSION AW(3),AP(3,4),AK1(3),AG(3,50,50),AR(3,50,2)
      DIMENSION A(50,50),B(50,50),C(50,50),D(50,50),E(50,50)
*      ,Q(50,50),W1(50,50),W2(50,50),W3(50,50),TURB(50,50)
      DIMENSION QZ(50,50),QR(50,50),QZL(50,50),QRL(3,50,50),DIV(50,
*      50),QZN(50),QZP(50),QNZN(50),QNZP(50),QRAD(8),QT(8)
      DIMENSION QRJ(50),QCZ(50,2),QCR(50,2),QJ(50,50)
      DIMENSION COMB(50,50),FCO(50),CA(9)
*      S2S(50),TU(2,8),QAU(50),QSARR(8),QRFM(8)
*      ,S2(50,50),SR(50,50),CONZA(50,50),CONRA(50,50),QRT(50)
*      ,AE(50,50),BE(50,50),CE(50,50),DE(50,50),
*      EE(50,50),QE(50,50),IRO1(50),S3(50),RE(200),CH(200),CP(3)

```

```

*   DIMENSION FBC(50,50),FBD(50,50),FCB(50,50),FCC(50,50),FCD(50,50)
    ,FDB(50,50),FDC(50,50),FTT(50,50),FTD(50,50),FTA(50,50),RA(50)
    READ(10,*) INP
    READ(10,*) TW,TR,TAR,EREF,EW,SIG,FAC,QC
    READ(10,*) N,M,NB1,NB,IX
    READ(10,*) AC,IM,IC,ND,NIM,EPS,ITMAX
    READ(10,*) ((APL(I,J),I=1,3),J=1,4),((AP(I,J),I=1,3),J=1,4)
    READ(10,*) (AK1(I),I=1,3)
    READ(10,*) (CP(I),I=1,3)
    READ(INP,*) NCH
    READ(INP,*) (CA(I),I=1,NCH)
    READ(INP,*) RW,TH,FIRA,HR,HW,EK,FAL,TCH1,TCH2,ITUR
    READ(INP,*) FIN,TOL
    READ(INP,*) ((TU(I,J),I=1,2),J=ITUR,8)
    READ(INP,*) IESC,NOUT1
    READ(INP,*) (QSAR(I),I=1,8)
    READ(INP,*) ((TMSA(I,J),I=1,3),J=1,8)
    READ(INP,*) ((TRMSA(I,J),I=1,3),J=1,2)
    READ(IESC,*) JED
    READ(IESC,*) (IRO1(J),J=1,M)
    READ(IESC,*) ((S2(I,J),I=1,N),J=1,M+1)
    READ(IESC,*) (S3(J),J=1,M)
    READ(IESC,*) ((SR(I,J),I=1,N+1),J=1,M)

```

C Inicializacao das temperaturas

```

DO 20 I=1,N
DO 20 J=1,M
T(I,J)=2500.
20  CONTINUE
DO 30 I=1,N
TREF(I,1)=TCH1
TREF(I,2)=TCH2
30  CONTINUE

```

C Calculo do padrao de combustao

```

AL=16.*RW/3.
PI=3.141592653
DO 40 I=1,8
QSAR(I)=QSAR(I)/(4.*PI*RW**2/3.)
QSARR(I)=QSAR(I)-HW*(TMSA(3,I)-TW)
40  CONTINUE
CT=((2*TH**2)/(1-TH**2))**0.5
XIT=32.*PI*RW**2*FIRA/3.
AUX=QC+(FAC+1.)*(CP(1)*(TAR**3-TR**3)+CP(2)*(TAR**2-TR**2)
* +CP(3)*(TAR-TR))
XMT=(FAC+1.)*XIT/AUX
SlL=RW/N
S2L=AL/M
IF(TH.GT.0.100) GO TO 60
DO 50 J=1,NB
FCO(J)=3.*((DFLOAT(J)/NB)**2-(DFLOAT(J-1)/NB)**2)-

```

```

* 2.*((DFLOAT(J)/NB)**3-(DFLOAT(J-1)/NB)**3)
50  CONTINUE
    GO TO 80
60  DO 70 J=1,(NCH-1)*NB
    DO 70 I=1,NCH
        FCO(J)=FCO(J)+CA(I)*((J/((NCH-1.)*NB))**I-
* ((J-1)/((NCH-1.)*NB))**I)
70  CONTINUE
80  DO 90 J=1,(NCH-1)*NB
    DO 90 I=1,NB1
        S2S(J)=S2S(J)+S2(I,J)
90  CONTINUE
    DO 100 J=1,(NCH-1)*NB
    DO 100 I=1,NB1
        COMB(I,J)=(FCO(J)*FAL/(PI*RW**2/9.)+(FCO(J)*(1-FAL)*S2(I,J)
* /S2S(J))/(PI*(2*I-1)*S1L**2))*(XIT/AUX)*QC
100 CONTINUE

```

C Calculo dos termos de transporte turbulento de energia na parte
C inicial do jato

```

DO 110 J=1,(ITUR-1)*NB
YY=(S2L/2+(J-1)*S2L)/RW
AT=1.+0.34*DEXP(-16*TH**1.5)
BT=1.02+0.16*DEXP(-70*TH**2)
IF(YY.LT.1.) THEN
    AT=1.
    BT=1.
END IF
DO 110 I=1,NB1-1
R=(I*S1L)/(RW*0.084*YY**AT)
TUR(I,J)=0.06*I*S2L*YY**((AT-BT)*DEXP
* (- (EK-1)*0.693*R**1.84)*XMT/(RW*CT))
110 CONTINUE

```

C Calculo das razoes de area

```

DO 120 I=1,N
RA1(I)=(2.*I-2.)*S2L/((2.*I-1.)*S1L)
RA2(I)=2.*I*S2L/((2.*I-1.)*S1L)
120 CONTINUE

```

C Transformacao das vazoes de gas atraves das faces das celas em
C fluxos

```

DO 130 J=1,M+1
DO 130 I=1,N
S2(I,J)=(S2(I,J)/((2.*I-1)*PI*S1L**2))*XMT
130 CONTINUE
DO 140 J=1,M
DO 140 I=2,N

```

```

140      SR(I,J)=(SR(I,J)/(2.*PI*(I-1)*S1L*S2L))*XMT
      CONTINUE

C      Calculo dos fluxos de energia na entrada

      DO 150 I=1,N
      HE(I)=S2(I,1)*(CP(1)*TAR**3+CP(2)*TAR**2+CP(3)*TAR)
150      CONTINUE
      DO 160 J=1,M
      S3(J)=S3(J)*XMT/((2.*IR01(J)+1)*PI*S1L**2)
160      CONTINUE

C      Chamada da subrotina FF para calculo dos fatores de forma

      DZ=AL/M
      CALL FF(N,M,AL,DZ,RW,FBC,FBD,FCB,FCC,FCD,FDB,FDC,FTT,
*      FTD,FTA,RA,IX)

C      Calculo das forcas das bandas na temperatura da parede lateral

      DO 170 I=1,3
      AW(I)=APL(I,1)+APL(I,2)*TW+APL(I,3)*TW**2+APL(I,4)*TW**3
170      CONTINUE

C      Inicio do processo iterativo

      IDE=0
      DMAX=1.
180      IDE=IDE+1
      IF(IDE.GT.500) GO TO 1000
      DO 350 IP=1,3
      DO 190 I=1,N
      DO 190 J=1,M
      G(I,J)=G1(IP,I,J)
190      CONTINUE
      AK=AK1(IP)

C      Calculo das forcas das bandas na temperatura do gas e dos refra
C      tarios

      DO 200 I=1,N
      DO 200 J=1,M
      TEM=T(I,J)
      IF(T(I,J).LT.2000.)TEM=2000.
      IF(T(I,J).GT.4000.)TEM=4000.
      AG(IP,I,J)=AP(IP,1)+AP(IP,2)*TEM+AP(IP,3)*TEM**2+AP(IP,4)
*      *TEM**3

```

```

200    CONTINUE
      DO 210 I=1,N
      DO 210 J=1,2
      AR(IP,I,J)=APL(IP,1)+APL(IP,2)*TREF(I,J)+APL(IP,3)*TREF(I,J)
*    **2+APL(IP,4)*TREF(I,J)**3
210    CONTINUE

C      Calculo dos coeficientes das equacoes algebricas resultantes da
C      discretizacao das equacoes da P1

      DO 220 I=1,N
      A(I,1)=0.
      E(I,1)=1./(3*AK*S2L**2)
      A(I,M)=E(I,1)
      E(I,M)=0.
220    CONTINUE
      DO 230 J=1,M
      B(1,J)=0.
      D(1,J)=RA2(1)/(3.*AK*S1L*S2L)
      B(N,J)=RA1(N)/(3.*AK*S1L*S2L)
      D(N,J)=0.
230    CONTINUE
      DO 240 I=1,N
      DO 240 J=2,M-1
      A(I,J)=1./(3.*AK*S2L**2)
      E(I,J)=A(I,J)
240    CONTINUE
      DO 250 I=2,N-1
      DO 250 J=1,M
      B(I,J)=RA1(I)/(3.*AK*S1L*S2L)
      D(I,J)=RA2(I)/(3.*AK*S1L*S2L)
250    CONTINUE
      DO 260 I=1,N
      DO 260 J=1,M
      C(I,J)=-A(I,J)-B(I,J)-D(I,J)-E(I,J)-AK
      Q(I,J)=-4.*AK*AG(IP,I,J)*SIG*T(I,J)**4
260    CONTINUE
      DO 270 I=1,N
      C(I,1)=C(I,1)-EREF/(2.*S2L*(2-EREF))
      C(I,M)=C(I,M)-EREF/(2.*S2L*(2-EREF))
      Q(I,1)=Q(I,1)-2.*EREF*AR(IP,I,1)*SIG*TREF(I,1)**4/
*    (S2L*(2.-EREF))
      Q(I,M)=Q(I,M)-2.*EREF*AR(IP,I,2)*SIG*TREF(I,2)**4/
*    (S2L*(2.-EREF))
270    CONTINUE
      DO 280 J=1,M
      C(N,J)=C(N,J)-EW*RA2(N)/(2.*S2L*(2.-EW)
      Q(N,J)=Q(N,J)-2.*EW*RA2(N)*AW(IP)*SIG*Tref(N,J)**4/
*    (S2L*(2.-EW))
280    CONTINUE
      IF(DMAX.GT.1.D-3)THEN
      CC=1.D-3
      CR=1.D-3
      END IF
      IF(DMAX.GT.1.D-2)THEN

```

```

CC=1.D-2
CR=1.D-2
END IF
IF(DMAX.GT.1.D-1)THEN
CC=1.D-1
CR=1.D-1
END IF
IL=1

```

C Chamada da subrotina D03EBF(NAG) para resolver as equacoes da Pl
 C pelo metodo fortemente implicito

```

      CALL D03EBF(N,M,N1M,A,B,C,D,E,Q,G,AC,IM,IC,IU,ND,I,I,CR,CC,RE,
*      CH,W1,W2,W3,IL)

```

C Calculo dos fluxos de energia radiante de banda atraves das
 C faces das celas

```

      DO 290 I=1,N
      DO 290 J=1,M
      G1(IP,I,J)=G(I,J)
290    CONTINUE
      DO 300 I=1,N
      QZL(IP,I,1)=(2.*EREF/(2.-EREF))*(AR(IP,I,1)*SIG*TREF(I,1)**4
*      -G(I,1)/4.)
300    CONTINUE
      DO 310 J=2,M
      DO 310 I=1,N
      QZL(IP,I,J)=(-1./(3.*AK*S2L))*(G(I,J)-G(I,J-1))
310    CONTINUE
      DO 320 I=1,N
      QZL(IP,I,M+1)=(2.*EREF/(2.-EREF))*(G(I,M)/4.
*      -AR(IP,I,2)*SIG*TREF(I,2)**4)
320    CONTINUE
      DO 330 J=1,M
      QRL(IP,1,J)=0.
330    CONTINUE
      DO 340 I=2,N
      DO 340 J=1,M
      QRL(IP,I,J)=(-1./(3.*AK*S1L))*(G(I,J)-G(I-1,J))
340    CONTINUE
      DO 350 J=1,M
      QRL(IP,N+1,J)=(2.*EW/(2.-EW))*(G(N,J)/4.
*      -AW(IP)*SIG*TW**4)
350    CONTINUE
      DO 360 I=1,M
      QAU(I)=QR(N+1,I)
360    CONTINUE
      DO 370 I=1,N
      DO 370 J=1,M+1
      QZ(I,J)=0.
      DO 370 K=1,3
      QZ(I,J)=QZ(I,J)+QZL(K,I,J)

```

```

370    CONTINUE
      DO 380 I=1,N+1
      DO 380 J=1,M
        QR(I,J)=0.
        DO 380 K=1,3
          QR(I,J)=QR(I,J)+QRL(K,I,J)
380    CONTINUE

```

C Calculo do ganho liquido de energia por radiacao para cada
C cela

```

      DO 390 J=1,M
      DO 390 I=1,N
        DIV(I,J)=QZ(I,J)-QZ(I,J+1)+QR(I,J)*RA1(I)-QR(I+1,J)*RA2(I)
390    CONTINUE

```

C Calculo das temperaturas medias das zonas

```

      DO 410 K1=1,3
      DO 410 K2=1,8
        AUX1=0.
        AUX2=0.
        DO 400 I=1+(K1-1)*NB1,K1*NB1
        DO 400 J=1+(K2-1)*NB,K2*NB
          AUX1=AUX1+PI*(2*I-1)*S1L**2*(DMAX1(-S2(I,J),0.D0)+DMAX1
* (S2(I,J+1),0.D0)+DMAX1(-SR(I,J),0.D0)*RA1(I)+DMAX1(SR(I+1,J),
* 0.D0)*RA2(I))*(CP(1)*T(I,J)**3+CP(2)*T(I,J)**2+CP(3)*T(I,J))
          AUX2=AUX2+PI*(2*I-1)*S1L**2*(DMAX1(-S2(I,J),0.D0)+DMAX1
* (S2(I,J+1),0.D0)+DMAX1(-SR(I,J),0.D0)*RA1(I)+DMAX1(SR(I+1,J),
* 0.D0)*RA2(I))*(CP(1)*T(I,J)**2+CP(2)*T(I,J)+CP(3))
400    CONTINUE
        TM(K1,K2)=AUX1/AUX2
410    CONTINUE
      DO 430 J=1,2
      DO 430 K=1,3
        AUX1=0.
        AUX2=0.
        DO 420 I=1+(K-1)*NB1,K*NB1
          AUX1=AUX1+TREF(I,J)*PI*(2*I-1)*S1L**2
          AUX2=AUX2+PI*(2*I-1)*S1L**2
420    CONTINUE
        TREFM(K,J)=(AUX1/AUX2)
430    CONTINUE

```

C calculo das perdas por conveccao para cada cela

```

      DO 440 I=1,3
        CZSA(I,1)=(TMSA(I,1)-TREFM(I,1))*HR
        CZSA(I,2)=(TMSA(I,8)-TREFM(I,2))*HR
440    CONTINUE
      DO 450 J=1,8

```

```

CRSA(J)=(TMSA(3,J)-TW)*HW
450  CONTINUE
DO 460 J=1,2
DO 460 K=1,3
DO 460 I=1+(K-1)*NB1,K*NB1
QCZ(I,J)=CZSA(K,J)
460  CONTINUE
DO 470 K=1,8
DO 470 J=1+(K-1)*NB,K*NB
QCR(J)=CRSA(K)
470  CONTINUE
DO 480 I=1,N
DO 480 J=1,NB
CONZA(I,J)=QCZ(I,1)/NB
480  CONTINUE
DO 490 I=2*NB1+1,N
DO 490 J=M-NB+1,M
CONZA(I,J)=QCZ(I,2)/NB
490  CONTINUE
DO 500 J=1,M
DO 500 I=1,N
IF(I.GT.N-NB1) CONRA(I,J)=12.*QCR(J)/(5.*NB)
500  CONTINUE

```

C Cálculo dos coeficientes das equações do sistema de radiosidades

```

DO 510 J=1,2
DO 510 I=1,N
ARJ=1.-AR(1,I,J)-AR(2,I,J)-AR(3,I,J)
F1(I,J)=1.-(1.-ARJ)*EREF
510  CONTINUE
DO 520 I=1,N
DO 520 J=1,M
AA(I,J+N)=F1(I,1)*FBC(I,J)
520  CONTINUE
DO 530 I=1,N
DO 530 J=1,N
AA(I,J+N+M)=F1(I,1)*FBD(I,J)
530  CONTINUE
DO 540 I=1,M
DO 540 J=1,N
AA(I+N,J)=(1.-EW)*FCB(I,J)/(1.-(1.-EW)*FCC(I,I))
540  CONTINUE
DO 550 I=1,M
DO 550 J=1,M
IF(I.EQ.J) GO TO 550
AA(I+N,J+N)=(1.-EW)*FCC(I,J)/(1.-(1.-EW)*FCC(I,I))
550  CONTINUE
DO 560 I=1,M
DO 560 J=1,N
AA(I+N,J+M+N)=(1.-EW)*FCD(I,J)/(1.-(1.-EW)*FCC(I,I))
560  CONTINUE
DO 570 I=1,N
DO 570 J=1,N
AA(I+N+M,J+N)=F1(I,2)*FDB(I,J)

```

```

570    CONTINUE
      DO 580 I=1,N
      DO 580 J=1,M
      AA(I+M+N,J+N)=F1(I,2)*FDC(I,J)
580    CONTINUE
      DO 600 I=1,N
      ARJ=1.-AR(1,I,1)-AR(2,I,1)-AR(3,I,1)
      QZN(I)=0.
      DO 590 K=1,3
      QZN(I)=QZN(I)+G1(K,I,1)/4.
590    CONTINUE
      QZN(I)=QZN(I)-QZ(I,1)/2.
      AA(I,2*N+M+1)=ARJ*(EREF*QZN(I)+QCZ(I,1))
600    CONTINUE
      AWJ=1.-AW(1)-AW(2)-AW(3)
      DO 610 I=1,M
      AA(I+N,2*N+M+1)=AWJ*EW*SIG*TW**4/(1.-(1.-EW)*FCC(I,I))
610    CONTINUE
      DO 630 I=1,N
      ARJ=1.-AR(1,I,2)-AR(2,I,2)-AR(3,I,2)
      QZP(I)=0.
      DO 620 K=1,3
      QZP(I)=QZP(I)+G1(K,I,M)/4.
620    CONTINUE
      QZP(I)=QZP(I)+QZ(I,M+1)/2.
      AA(I+N,M,2*N+M+1)=ARJ*(EREF*QZP(I)+QCZ(I,2))
630    CONTINUE

```

C Chamada da subrotina GAUSS para resolver o sistema de radiosida
 C des pelo metodo de Gauss-Seidel

```

NG=2*N+M
CALL GAUSS(AA,X,NG,EPS,ITMAX,IPLA,ITER)

```

C Calculo dos fluxos de radiacao de janela incidente sobre os
 C refratarioros

```

      DO 650 I=1,N
      QNZN(I)=0.
      QNZP(I)=0.
      DO 640 J=1,M
      QNZP(I)=QNZP(I)+X(J+N)*FDC(I,J)
      QNZN(I)=QNZN(I)+X(J+N)*FBC(I,J)
640    CONTINUE
      DO 650 J=1,N
      QNZP(I)=QNZP(I)+X(J)*FDB(I,J)
      QNZN(I)=QNZN(I)+X(J+N+M)*FBD(I,J)
650    CONTINUE

```

C Calculo das temperaturas dos refratarioros

```

DO 670 I=1,N
TREF(I,1)=((EREF*(QZN(I)+QNZN(I))+QCZ(I,1))/(EREF*SIG))**.25
TREF(I,2)=((EREF*(QZP(I)+QNZP(I))+QCZ(I,2))/(EREF*SIG))**.25
670 CONTINUE

C      Calculo do ganho liquido de energia por transporte turbulento
C      nas celas contidas nas zonas para as quais Sarofim fez tal
C      calculo

      IF(DMAX.LT.1.D-4) ICHA=1
      IF(ICA.EQ.1) THEN
      BETA=BETA+0.05
      IBE=IBE+1
      END IF
      IF(BETA.GT.1.) BETA=1.
      DO 700 K1=1,3
      DO 700 K2=ITUR,8
      DO 700 J=(K2-1)*NB+1,K2*NB
      AUX=0.
      AUX1=0.
      IF(K1.EQ.1) GO TO 680
      AUX=XMT* $TU(K1-1,K2)*(CP(1)*(TM(K1-1,K2)**3-TM(K1,K2)**3)+$ 
*  $CP(2)*(TM(K1-1,K2)**2-TM(K1,K2)**2)+CP(3)*(TM(K1-1,K2)-$ 
*  $TM(K1,K2)))/NB$ 
      AUX1=XMT* $TU(K1-1,K2)*(CP(1)*(TMSA(K1-1,K2)**3-TMSA(K1,K2)**3)+$ 
*  $CP(2)*(TMSA(K1-1,K2)**2-TMSA(K1,K2)**2)+CP(3)*(TMSA(K1-1,K2)-$ 
*  $TMSA(K1,K2)))/NB$ 
680 IF(K1.EQ.3) GO TO 690
      AUX=AUX+XMT* $TU(K1,K2)*(CP(1)*(TM(K1+1,K2)**3-TM(K1,K2)**3)+$ 
*  $CP(2)*(TM(K1+1,K2)**2-TM(K1,K2)**2)+CP(3)*(TM(K1+1,K2)-$ 
*  $TM(K1,K2)))/NB$ 
      AUX1=AUX1+XMT* $TU(K1,K2)*(CP(1)*(TMSA(K1+1,K2)**3$ 
*  $-TMSA(K1,K2)**3)+CP(2)*(TMSA(K1+1,K2)**2-TMSA(K1,K2)**2)+CP(3)$ 
*  $*(TMSA(K1+1,K2)-TMSA(K1,K2)))/NB$ 
690 DO 700 I=(K1-1)*NB1+1,K1*NB1
      TURB(I,J)=((1.-BETA)*AUX+BETA*AUX1)/(PI*(2.*K1-1)*(S1L*NB1)**2)
700 CONTINUE

C      Calculo dos coeficientes do sistema de equacoes algebricas
C      resultantes da discretizacao da equacao da energia

      DO 710 I=1,N
      DO 710 J=1,M
      FAF1=1.
      IF(J.EQ.1) FAF1=0.
      AE(I,J)=DMAX1(S2(I,J),0.D0)*FAF1
      EE(I,J)=DMAX1(-S2(I,J+1),0.D0)
      IF(I.GT.1) BE(I,J)=DMAX1(SR(I,J),0.D0)*RA1(I)+TUR(I-1,J)/
*  $(PI*(2*I-1)*S1L**2)$ 
      DE(I,J)=DMAX1(-SR(I+1,J),0.D0)*RA2(I)+TUR(I,J)/
*  $(PI*(2*I-1)*S1L**2)$ 
      IF(I.EQ.1) CE(I,J)=-(DMAX1(-S2(I,J),0.D0)+DMAX1(S2(I,J+1),0.D0)
*  $+DMAX1(-SR(I,J),0.D0)*RA1(I)+DMAX1(SR(I+1,J),0.D0)$ 

```

```

* *RA2(I))-TUR(I,J)/(PI*(2*I-1)*S1L**2)
IF(I.GT.1)CE(I,J)=-(DMAX1(-S2(I,J),0.D0)+DMAX1(S2(I,J+1),0.D0)
* +DMAX1(-SR(I,J),0.D0)*RA1(I)+DMAX1(SR(I+1,J),0.D0)
* *RA2(I))-(TUR(I,J)+TUR(I-1,J))/(PI*(2*I-1)*S1L**2)
710 CONTINUE
DO 720 J=JED-1,M-1
EE(IR01(J+1)+1,J)=EE(IR01(J+1)+1,J)-S3(J+1)
720 CONTINUE
DO 730 J=JED,M
CE(IR01(J)+1,J)=CE(IR01(J)+1,J)+S3(J)
730 CONTINUE
DO 770 I=1,N
DO 770 J=1,M
S(I,J)=0.
IF(J.EQ.1)GO TO 740
S(I,J)=S(I,J)+AE(I,J)*(2.*CP(1)*T(I,J-1)**3+CP(2)*T(I,J-1)**2)
740 IF(I.EQ.1) GO TO 750
S(I,J)=S(I,J)+BE(I,J)*(2.*CP(1)*T(I-1,J)**3+CP(2)*T(I-1,J)**2)
750 S(I,J)=S(I,J)+CE(I,J)*(2.*CP(1)*T(I,J)**3+CP(2)*T(I,J)**2)
IF(I.EQ.N) GO TO 760
S(I,J)=S(I,J)+DE(I,J)*(2.*CP(1)*T(I+1,J)**3+CP(2)*T(I+1,J)**2)
760 IF(J.EQ.M) GO TO 770
S(I,J)=S(I,J)+EE(I,J)*(2.*CP(1)*T(I,J+1)**3+CP(2)*T(I,J+1)**2)
770 CONTINUE
DO 810 I=1,N
DO 810 J=1,M
IF(J.EQ.1) GO TO 780
AE(I,J)=AE(I,J)*(CP(3)+2.*CP(2)*T(I,J-1)+3*CP(1)*T(I,J-1)**2)
780 IF(I.EQ.1) GO TO 790
BE(I,J)=BE(I,J)*(CP(3)+2*CP(2)*T(I-1,J)+3*CP(1)*T(I-1,J)**2)
790 CE(I,J)=CE(I,J)*(CP(3)+2*CP(2)*T(I,J)+3*CP(1)*T(I,J)**2)
IF(I.EQ.N) GO TO 800
DE(I,J)=DE(I,J)*(CP(3)+2*CP(2)*T(I+1,J)+3*CP(1)*T(I+1,J)**2)
800 IF(J.EQ.M) GO TO 810
EE(I,J)=EE(I,J)*(CP(3)+2*CP(2)*T(I,J+1)+3*CP(1)*T(I,J+1)**2)
810 CONTINUE
DO 820 I=1,N
QE(I,1)=-(DIV(I,1)+COMB(I,1)+HE(I)-CONZA(I,1)-CONRA(I,1)+
* TURB(I,1)-S(I,1))
DO 820 J=2,M
QE(I,J)=-(DIV(I,J)+COMB(I,J)-CONZA(I,J)-CONRA(I,J)
* +TURB(I,J)-S(I,J))
820 CONTINUE
DO 830 I=1,N
DO 830 J=1,M
CE(I,J)=CE(I,J)+FIN
QE(I,J)=QE(I,J)+FIN*T(I,J)
830 CONTINUE

```

C Chamada da subrotina D03EBF para resolver a equacao da energia
C pelo metodo fortemente implicito

```

IL1=1
CR1=1.D-5
CC1=1.D-5

```

```

CALL D03EBF(N,M,N1M,AE,BE,CE,DE,EE,QE,T,AC,IM,IC,IU,ND
* ,I,I,CRI,CCL,RE,CH,W1,W2,W3,IL1)

```

C Verificacao de convergencia

```

      DMAXC=DMAX
      DMAX=0.
      DO 840 J=1,M
      DMAXA=ABS(QR(N+1,J)-QAU(J))/QR(N+1,J)
      IF(DMAXA.GT.DMAX) DMAX=DMAXA
840   CONTINUE
      IF(IBE.LT.20) GO TO 180
      IF(DMAX.GT.TOL) GO TO 180
C     Calculo dos fluxos de calor na parede lateral
      DO 850 J=1,M
      QRJ(J)=(EW/(1.-EW))*(X(N+J)-AWJ*SIG*TW**4)
      QRT(J)=QR(N+1,J)+QRJ(J)
850   CONTINUE
      DO 860 K1=1,8
      QRJM(K1)=0.
      QRAD(K1)=0.
      DO 860 J=1+(K1-1)*NB,K1*NB
      QRJM(K1)=QRJM(K1)+QRJ(J)/NB
      QRAD(K1)=QRAD(K1)+(QR(N+1,J)+QRJ(J))/NB
860   CONTINUE
      DO 870 I=1,8
      QT(I)=QRAD(I)+CRSA(I)
870   CONTINUE
      RESID=0.
      DO 880 J=1,8
      RESID=RESID+(QRAD(J)+CRSA(J))*2.*PI*RW*AL/8.
880   CONTINUE

```

C Calculo do residuo no balanço de energia

```

      RESID=XIT-RESID
      AUX=0.
      DO 890 I=1,2*NB1
      AUX=AUX+S2(I,M+1)*PI*S1L**2*(2*I-1)*(CP(1)*(T(I,M)**3-TR**3)
* +CP(2)*(T(I,M)**2-TR**2)+CP(3)*(T(I,M)-TR))
890   CONTINUE
      RESID=RESID-AUX
      RESID=RESID+CZSA(1,2)*PI*RW**2/9.+CZSA(2,2)*PI*RW**2/3.
      RESID=(RESID/XIT)*100.

```

C Calculos dos desvios Pi/ZONAS

```

      DESVI=0.
      DEST=0.
      DO 900 I=1,8
      SQSAR=SQSAR+QSARR(I)

```

```

          DEST=DEST+(QRAD(I)-QSARR(I))
          DESVI=DESVI+(ABS(QSARR(I)-QRAD(I))/QSARR(I)/8.)*100.
900      CONTINUE
          DEST=(DEST/SQSAR)*100.

```

C Saída dos resultados

```

          DO 910 I=1,8
          WRITE(NOUT1,*) QT(I),QSAR(I)
910      CONTINUE
          DO 920 I=1,8
          WRITE(NOUT1,*) QRAD(I),QSARR(I)
920      CONTINUE
          DO 930 I=1,8
          WRITE(NOUT1,*) QRJM(I)
930      CONTINUE
          DO 940 I=1,M
          WRITE(NOUT1,*) QRJ(I),QR(N+1,I),QRT(I)
940      CONTINUE
          DO 950 I=1,3
          WRITE(NOUT1,*) TREFM(I,1),TRMSA(I,1)
950      CONTINUE
          DO 960 I=1,3
          WRITE(NOUT1,*) TREFM(I,2),TRMSA(I,2)
960      CONTINUE
          DO 970 I=1,8
          WRITE(NOUT1,*) TM(1,I),TMSA(1,I)
970      CONTINUE
          DO 980 I=1,8
          WRITE(NOUT1,*) TM(2,I),TMSA(2,I)
980      CONTINUE
          DO 990 I=1,8
          WRITE(NOUT1,*) TM(3,I),TMSA(3,I)
990      CONTINUE
          WRITE(NOUT1,*) IDE,DMAX,RESID
          WRITE(NOUT1,*) DESVI,DEST
1000     STOP
          END

```

C A SUBROTINA D03EBF(NAG) UTILIZA O METODO FORTEMENTE IMPLICITO
C DE STONE(1968) PARA CALCULAR A SOLUCAO DE UM SISTEMA DE EQUACOES
C ALGEBRICAS SIMULTANEAS NA FORMA DE UMA MOLECULA DE CINCO PONTOS
C NUMA GRADE BI-DIMENSIONAL

```

SUBROUTINE D03EBF(N1, N2, N1M, A, B, C, D, E, Q, T, APARAM,ITMAX,
* ITCOUN, ITUSED, NDIR, IXN, IYN, CONRES, CONCHN,RESIDS, CHNGS,
* WRKSP1, WRKSP2, WRKSP3, IFAIL)
REAL*8 APARAM, CONCHN, CONRES
INTEGER IFAIL, ITCOUN, ITMAX, ITUSED, IXN, IYN, N1, N1M, N2,NDIR

```

```

      REAL*8 A(N1M,N2), B(N1M,N2), C(N1M,N2), CHNGS(ITMAX),
* D(N1M,N2),E(N1M,N2), Q(N1M,N2), RESIDS(ITMAX), T(N1M,N2),
*WRKSP1(N1M,N2), WRKSP2(N1M,N2), WRKSP3(N1M,N2)
      REAL*8 SRNAME
      REAL*8 DELMAX, RES, RESMAX, TNEUM
      INTEGER I, IERROR, IFAIL1, ITNUM, J
      INTEGER P01AAF
      DATA SRNAME /8H D03EBF /
      IERROR = 0
      ITUSED = 0
      IF (N1.LE.1) GO TO 180
      IF (N2.LE.1) GO TO 180
      IF (N1M.LT.N1) GO TO 200
      TNEUM = 0.0D0
      DO 140 ITNUM=1,ITMAX
        RESMAX = 0.0D0
        DO 80 J=1,N2
          DO 60 I=1,N1
            IF (C(I,J).EQ.0.0D0) GO TO 20
            RES = Q(I,J) - C(I,J)*T(I,J)
            IF (J-1.GE.1) RES = RES - A(I,J)*T(I,J-1)
            IF (I-1.GE.1) RES = RES - B(I,J)*T(I-1,J)
            IF (I+1.LE.N1) RES = RES - D(I,J)*T(I+1,J)
            IF (J+1.LE.N2) RES = RES - E(I,J)*T(I,J+1)
            RESMAX = DMAX1(RESMAX,DABS(RES/C(I,J)))
            WRKSP3(I,J) = RES
            GO TO 40
          20      CONTINUE
            WRKSP3(I,J) = Q(I,J) - T(I,J)
            RESMAX = DMAX1(RESMAX,DABS(WRKSP3(I,J)))
          40      CONTINUE
          60      CONTINUE
          80      CONTINUE
            ITCOUN = ITCOUN + 1
            IFAIL1 = 1
            CALL D03UAF(N1, N2, N1M, A, B, C, D, E, APARAM, ITCOUN,WRKSP3,
* WRKSP1, WRKSP2, IFAIL1)
            IF (IFAIL1.NE.0) GO TO 220
            ITUSED = ITNUM
            IF (NDIR.EQ.0) TNEUM = T(IXN,IYN)
            DELMAX = 0.0D0
            DO 120 J=1,N2
              DO 100 I=1,N1
                T(I,J) = T(I,J) + WRKSP3(I,J) - TNEUM
                DELMAX = DMAX1(DELMAX,DABS(WRKSP3(I,J)))
              100      CONTINUE
            120      CONTINUE
            RESIDS(ITNUM) = RESMAX
            CHNGS(ITNUM) = DELMAX
            IF ((RESMAX.LT.CONRES .AND. (DELMAX.LT.CONCHN)) GO TO 160
          140      CONTINUE
            GO TO 260
          160      CONTINUE
            IFAIL = 0
            RETURN
          180      CONTINUE
            IERROR = 1

```

```

      GO TO 280
200  CONTINUE
      IERROR = 2
      GO TO 280
220  CONTINUE
      IERROR = IFAIL1
      GO TO 280
260  CONTINUE
      IERROR = 5
280  CONTINUE
      IFAIL = P01AAF(IFAIL,IERROR,SRNAME)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE D03UAF(N1, N2, N1M, A, B, C, D, E, APARAM, IT, R,
* WRKSP1, WRKSP2, IFAIL)
      REAL*8 APARAM
      INTEGER IFAIL, IT, N1, N1M, N2
      REAL*8 A(N1M,N2), B(N1M,N2), C(N1M,N2), D(N1M,N2),
* E(N1M,N2), R(N1M,N2), WRKSP1(N1M,N2), WRKSP2(N1M,N2)
      REAL*8 SRNAME
      REAL*8 ALM, ALPHA, CS, RIBJL, RIJB, SB, SBSEIJ, SC,
* SCSFIJ, SD, SEIBJL, SEIJB, SFIBJL, SFIJB, XKS1, XKS2
      INTEGER I, IB, IERROR, IL, IS, J, JB, JL, KS1, KS2, KS, N1M1, N1P
* 1, N2M1, N2P1
      REAL*8 ALP(9)
      INTEGER P01AAF
      DATA ALP(1), ALP(2), ALP(3), ALP(4), ALP(5), ALP(6), ALP(7), ALP(8)
* ) , ALP(9) /1.0D0,0.625D0,0.25D0,0.875D0,0.5D0,0.125D0,0.75D0,
* 0.375D0,0.0D0/
      DATA SRNAME /8H D03UAF /
      IERROR = 0
      IF (N1.LE.1) GO TO 220
      IF (N2.LE.1) GO TO 220
      IF (N1M.LT.N1) GO TO 240
      N1M1 = N1 - 1
      N2M1 = N2 - 1
      N1P1 = N1 + 1
      N2P1 = N2 + 1
      KS = MOD(IT-1,2) + 1
      IF (KS.EQ.0) KS = 2
      KS1 = 2 - KS
      XKS1 = DFLOAT(KS1)
      KS2 = KS - 1
      XKS2 = DFLOAT(KS2)
      IS = MOD(IT-1,18)
      IF (IS.LT.0) IS = IS + 18
      IS = IS/2 + 1
      ALM = 2.D0*APARAM/(DFLOAT(N1M1*N1M1+N2M1*N2M1))
      IF (APARAM.LE.0.0D0) GO TO 260
      IF (ALM.GT.1.0D0) GO TO 280
      ALPHA = 1.D0 - ALM**ALP(IS)
      DO 160 JL=1,N2
          J = KS1*JL + KS2*(N2P1-JL)
          JB = J - KS1 + KS2
          DO 140 I=1,N1
              IB = I - 1
              CS = C(I,J)

```

```

      IF (CS.EQ.0.0D0) GO TO 100
      IF ((JB.EQ.0) .OR. (JB.EQ.N2P1)) GO TO 20
      SEIJB = WRKSP1(I,JB)
      SFIJB = WRKSP2(I,JB)
      RIJB = R(I,JB)
      GO TO 40
20    CONTINUE
      SEIJB = 0.0D0
      SFIJB = 0.0D0
      RIJB = 0.0D0
40    CONTINUE
      IF (I.EQ.1) GO TO 60
      SEIBJL = WRKSP1(IB,J)
      SFIBJL = WRKSP2(IB,J)
      RIBJL = R(IB,J)
      GO TO 80
60    CONTINUE
      SEIBJL = 0.0D0
      SFIBJL = 0.0D0
      RIBJL = 0.0D0
80    CONTINUE
      SB = (XKS1*A(I,J)+XKS2*E(I,J))/(1.D0+ALPHA*SEIJB)
      SC = B(I,J)/(1.D0+ALPHA*SFIJB)
      SBSEIJ = SB*SEIJB
      SCSFIJ = SC*SFIJB
      SD = 1.D0/(-SB*SFIJB-SC*SEIBJL+CS+ALPHA*(SBSEIJ+SCSFIJ))
      WRKSP1(I,J) = (D(I,J)-ALPHA*SBSEIJ)*SD
      WRKSP2(I,J) = (XKS1*E(I,J)+XKS2*A(I,J)-ALPHA*SCSFIJ)*SD
      R(I,J) = (R(I,J)-SB*RIJB-SC*RIBJL)*SD
      GO TO 120
100   CONTINUE
      WRKSP1(I,J) = 0.0D0
      WRKSP2(I,J) = 0.0D0
120   CONTINUE
140   CONTINUE
160   CONTINUE
      DO 200 JL=1,N2
        J = KS1*(N2P1-JL) + KS2*JL
        JB = J + KS1 - KS2
        DO 180 IL=1,N1
          I = N1P1 - IL
          IF ((JB.NE.0) .AND. (JB.NE.N2P1)) R(I,J) = R(I,J) -WRKSP2(I
*      ,J)*R(I,JB)
          IF (I.NE.N1) R(I,J) = R(I,J) - WRKSP1(I,J)*R(I+1,J)
180   CONTINUE
200   CONTINUE
      IFAIL = 0
      RETURN
220   CONTINUE
      IERROR = 1
      GO TO 300
240   CONTINUE
      IERROR = 2
      GO TO 300
260   CONTINUE
      IERROR = 3
      GO TO 300

```

```

280  CONTINUE
      IERROR = 4
300  CONTINUE
      IFAIL = P01AAF(IFAIL,IERROR,SRNAME)
      RETURN
      END
      INTEGER FUNCTION P01AAF(IFAIL, ERROR, SRNAME)
      INTEGER ERROR, IFAIL, NOUT
      REAL*8 SRNAME
      IF (ERROR.EQ.0) GO TO 20
      IF (MOD(IFAIL,10).EQ.1) GO TO 10
      WRITE (NOUT,99999) SRNAME, ERROR
      STOP
10   IF (MOD(IFAIL/10,10).EQ.0) GO TO 20
      WRITE (*,99999) SRNAME, ERROR
20   P01AAF = ERROR
      RETURN
99999 FORMAT (1H0, 38HERROR DETECTED BY NAG LIBRARY ROUTINE , A8,
* 11H - IFAIL = , I5//)
      END

```

C A SUBROTINA FF CALCULA OS FATORES DE FORMA ENTRE AS ZONAS DE
C SUPERFICIE DA FORNALHA ATRAVES DO PROCEDIMENTO DESCRITO NO
C APENDICE B

```

      SUBROUTINE FF(N,M,AL,DZ,RW,FBC,FBD,FCB,FCC,FCD,FDB,FDC,
*FTT,FTD,FTA,R,I)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION FBC(I,I),FBD(I,I),FCB(I,I),FCC(I,I),FCD(I,I),FDB(I,I)
*,FDC(I,I),FTT(I,I),FTD(I,I),FTA(I,I),R(I)
      S1=RW/N
      DO 3 I=1,N
      R(I)=I*S1
3     CONTINUE
      DO 10 I=1,N
      DO 10 J=1,M
      X=RW/(DFLOAT(J)*DZ)
      Y=DFLOAT(J)*DZ/R(I)
      S=1.+(1.+X**2)*Y**2
      FTA(I,J)=0.5*(S-SQRT(S**2-4*X**2*Y**2))
10    CONTINUE
      FBC(1,1)=1.-FTA(1,1)
      DO 20 J=2,M
      FBC(1,J)=FTA(1,J-1)-FTA(1,J)
20    CONTINUE
      DO 25 I=2,N
      FTIC1=1.-FTA(I,1)
      FTAC1=1.-FTA(I-1,1)
      A13=(R(I)**2/(R(I)**2-R(I-1)**2))*FTIC1
      A14=(R(I-1)**2/(R(I)**2-R(I-1)**2))*FTAC1
      FBC(I,1)=A13-A14
25    CONTINUE
      DO 30 I=2,N
      DO 30 J=2,M

```

```

FTICJ=FTA(I,J-1)-FTA(I,J)
FTACJ=FTA(I-1,J-1)-FTA(I-1,J)
A20=(R(I)**2/(R(I)**2-R(I-1)**2))*FTICJ
A21=(R(I-1)**2/(R(I)**2-R(I-1)**2))*FTACJ
FBC(I,J)=A20-A21
30  CONTINUE
    Y=AL/R(1)
    S=2.+Y**2
    FBD(1,1)=0.5*(S-SQRT(S**2-4.))
    FB1TA=FBD(1,1)
    DO 50 I=2,N
        X=R(I)/AL
        Y=AL/R(1)
        S=1.+(1.+X**2)*Y**2
        FB1TI=0.5*(S-SQRT(S**2-4.*X**2*Y**2))
        FBD(1,I)=FB1TI-FB1TA
        FB1TA=FB1TI
50  CONTINUE
    DO 55 J=2,N
        FBD(J,1)=(R(1)**2/(R(J)**2-R(J-1)**2))*FBD(1,J)
55  CONTINUE
    DO 60 J=2,N
        DO 60 I=1,N
            X=R(I)/AL
            Y=AL/R(J)
            S=1.+(1.+X**2)*Y**2
            FTT(J,I)=0.5*(S-SQRT(S**2-4.*X**2*Y**2))
60  CONTINUE
    DO 70 J=2,N
        DO 70 I=2,N
            FTD(J,I)=FTT(J,I)-FTT(J,I-1)
70  CONTINUE
    DO 75 I=1,N
        FTD(1,I)=FBD(1,I)
75  CONTINUE
    DO 80 J=2,N
        DO 80 I=2,N
            A1=(R(J)**2/(R(J)**2-R(J-1)**2))*FTD(J,I)
            A2=(R(J-1)**2/(R(J)**2-R(J-1)**2))*FTD(J-1,I)
            FBD(J,I)=A1-A2
80  CONTINUE
    D=DZ/(2.*RW)
    FCC(1,1)=1.-SQRT(1.+D**2)+D
    DO 90 I=2,M
        A5=(DFLOAT(I-2)*D)**2+1.
        A6=(DFLOAT(I-1)*D)**2+1.
        A7=(DFLOAT(I)*D)**2+1.
        FCC(1,I)=D+(I-1)*SQRT(A6)-0.5*(I-2)*SQRT(A5)-0.5*I*SQRT(A7)
90  CONTINUE
    DO 100 I=2,M-1
        DO 95 J=1,I-1
            FCC(I,J)=FCC(1,I+1-J)
95  CONTINUE
        FCC(1,I)=FCC(1,1)
        DO 100 J=I+1,M
            FCC(I,J)=FCC(1,J-I+1)
100 CONTINUE

```

```

DO 110 J=1,M
FCC(M,J)=FCC(1,M+1-J)
110 CONTINUE
RA=R(1)**2/(2.*RW*DZ)
DO 120 I=1,M
FCB(I,1)=RA*FBC(1,I)
120 CONTINUE
DO 130 I=1,M
DO 130 J=2,N
FCB(I,J)=((R(J)**2-R(J-1)**2)/(2.*RW*DZ))*FBC(J,I)
130 CONTINUE
DO 140 I=1,M
DO 140 J=1,N
FCD(I,J)=FCB(M+1-I,J)
140 CONTINUE
DO 150 I=1,N
DO 150 J=1,N
FDB(I,J)=FBD(I,J)
150 CONTINUE
DO 155 I=1,N
DO 155 J=1,M
FDC(I,J)=FBC(I,M+1-J)
155 CONTINUE
RETURN
END

```

C A SUBROTINA GAUSS UTILIZA O METODO DE GAUSS-SEIDEL PARA RESOL
C UM SISTEMA DE EQUACOES ALGEBRICAS

```

SUBROUTINE GAUSS(A,X,NB,EPS,ITMAX,IFLAG,ITER)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(150,150),X(150)
NPl=NB+1
DO 9 ITER=1,ITMAX
IFLAG=1
DO 7 I=1,NB
XSTAR=X(I)
X(I)=A(I,NPl)
DO 5 J=1,NB
IF(I.EQ.J) GO TO 5
X(I)=X(I)+A(I,J)*X(J)
5 CONTINUE
IF(ABS(XSTAR-X(I)).LE.EPS) GO TO 7
IFLAG=0
7 CONTINUE
IF(IFLAG.NE.1) GO TO 9
GO TO 10
9 CONTINUE
10 RETURN
END

```

PROGRAMA ESCOAMENTO

ESTE PROGRAMA CALCULA OS FLUXOS DE MASSA ATRAVES DAS FACES DAS
 FACES DAS CELAS DA GRADE DE DISCRETIZACAO COMO FRACAO DO FLUXO
 TOTAL
 E FEITO USO DA SUBROTINA D01AJF (NAG) PARA INTEGRACAO DOS PERFIS
 DE VELOCIDADE OBTIDOS POR BECKER [1961]

```

      implicit real*8 (a-h),(o-z)
      dimension x(50),al(50),w(800),iw(102),s1(50),a2(50),
* ru0ud(50),a3(50),r0(50),s2(50,50),ir01(50),
* ifc(50),ifc1(50,50),ifc2(50),s3(50),sr(50,50),su(50)
* ,so(50),si(50),sa(3,9),st(50)
* ,abl(50),ab2(50,50),ab3(50)
      dimension resid(50,50),cp(3)
      common/bl/alf
      external fun
      read(4,*) epsa,epsr,lw,liw,m,n,nbl,rw,iout
      read(4,*) (cp(i),i=1,3),fira,qc,fac,tar,tr
      read(4,*) fr1,fr2,th
      s1l=rw/n
      fau=0.693/(0.084**1.84)
      pi=x0laaf(pi)
      xit=32.*pi*rw**2*fira/3.
      aux=qc+(fac+1.)*(cp(1)*(tar**3-tr**3)+cp2*
* (tar**2-tr**2)+cp(3)*(tar-tr))
      fc=xit/aux
      dfar=fac*fc/(pi*rw*2)
      xmt=(fac+1.)*fc
      s2(1,1)=(fc+dfar*pi*s1l*2)/xmt/1.019260951450893
      do 101 i=2,n
      s2(i,1)=(dfar*pi*(2*i-1)*s1l**2)/xmt/1.019260951450893
101  continue
      do 102 i=1,nbl
      s2(i,m+1)=fr1*(2*i-1)/(nbl**2)
102  continue
      do 103 i=nbl+1,2*nbl
      s2(i,m+1)=fr2*(2*i-1)/(3*nbl**2)
103  continue
      do 10 j=2,m
      x(j)=16.*(j-1)/(3*m)
      a=1.+0.34*dexp(-16*th**1.5)
      b=1.02+0.16*dexp(-70*th**2)
      if(x(j).lt.1)then
      a=1.
      b=1.
      end if
      al(j)=fau/(x(j)**(1.84*a))
      alf=al(j)
      al=0.
      au=1.
      ifail=0
      call d01ajf(fun,al,au,epsa,epsr,res,abser,w,lw,iw
* ,liw,ifail)
      abl(j)=abser
      ifc(j)=ifail

```

```

s1(j)=res
a2(j)=(1.-th**2)**0.5*13.8/(x(j)**b)
ru0ud(j)=dsqrt(2.d0)*th-2.*a2(j)*s1(j)
if(ru0ud(j).ge.0.) go to 10
if(ifla.eq.1) go to 5
jed=j
ifla=1
5  a3(j)=ru0ud(j)/((1-th**2)**0.5*13.8/(x(j)**b))
   r0(j)=(-dlog(-a3(j))/0.693)**(1./1.84)
   r0(j)=r0(j)*0.084*x(j)**a
10  continue
   do 20 j=2,jed-1
     alf=al(j)
     do 20 i=1,n
       al=((i-1)/float(n))
       au=(i/float(n))
       ifail=0
       call d01ajf(fun,al,au,epsa,epsr,res,abser,w,lw,iw,
*  liw,ifail)
       ab2(i,j)=abser
       ifcl(i,j)=ifail
       s2(i,j)=(2.*a2(j)*res+(au**2-al**2)*ru0ud(j))/(th*dsqrt
*  (2.d0))
20  continue
     do 40 j=jed,m
       alf=al(j)
       ir0=idint(r0(j)*n)
       do 30 i=1,ir0
         al=((i-1)/float(n))
         au=(i/float(n))
         ifail=0
         call d01ajf(fun,al,au,epsa,epsr,res,abser,w,lw,iw,
*  liw,ifail)
         ab2(i,j)=abser
         ifcl(i,j)=ifail
         s2(i,j)=(2.*a2(j)*res+(au**2-al**2)*ru0ud(j))/(th*
*  dsqrt(2.d0))
30  continue
       ir0l(j)=ir0
       al=au
       au=(r0(j))
       ifail=0
       call d01ajf(fun,al,au,epsa,epsr,res,abser,w,lw,iw,
*  liw,ifail)
       ab2(ir0+1,j)=abser
       ifcl(ir0+1,j)=ifail
       s2(ir0+1,j)=(2.*a2(j)*res+(au**2-al**2)*ru0ud(j))/(th*
*  dsqrt(2.d0))
       al=au
       au=((ir0+1)/float(n))
       ifail=0
       call d01ajf(fun,al,au,epsa,epsr,res,abser,w,lw,iw,
*  liw,ifail)
       ab3(j)=abser
       ifc2(j)=ifail
       s3(j)=(2.*a2(j)*res+(au**2-al**2)*ru0ud(j))/(th*
*  dsqrt(2.d0))

```

```

do 40 i=ir0+2,n
  al=((i-1)/float(n))
  au=(i/float(n))
  ifail=0
  call d01ajf(fun,al,au,epsa,epsr,res,abser,w,lw,iw,
*   liw,ifail)
  ab2(i,j)=abser
  ifcl(i,j)=ifail
  s2(i,j)=(2.*a2(j)*res+(au**2-al**2)*ru0ud(j))/(th*
*   dsqrt(2.d0))
40  continue
  do 210 j=1,m+1
    su(j)=0.
    do 210 i=1,nbl
      su(j)=su(j)+s2(i,j)
210  continue
    do 300 j=1,m+1
      so(j)=0.
      do 300 i=nbl+1,2*nbl
        so(j)=so(j)+s2(i,j)
300  continue
    do 310 j=1,m+1
      si(j)=0.
      do 310 i=2*nbl+1,n
        si(j)=si(j)+s2(i,j)
310  continue
    do 314 j=1,m+1
      st(j)=0.
      do 313 i=1,n
        st(j)=st(j)+s2(i,j)
313  continue
    st(j)=st(j)+s3(j)
314  continue
    do 50 j=1,m
      sr(1,j)=0.
50  continue
    do 60 j=1,jed-2
      do 60 i=1,n-1
        sr(i+1,j)=s2(i,j)-s2(i,j+1)+sr(i,j)
60  continue
    do 70 j=jed-1,m
      do 70 i=1,n-1
        s2a=s2(i,j)
        s2b=s2(i,j+1)
        if(i.eq.ir01(j)+1) s2a=s2(i,j)+s3(j)
        if(i.eq.ir01(j+1)+1) s2b=s2(i,j+1)+s3(j+1)
        sr(i+1,j)=s2a-s2b+sr(i,j)
70  continue
    do 500 i=1,n
      do 500 j=1,m
        sla=s2(i,j)
        s2a=s2(i,j+1)
        if(i.eq.ir01(j)+1) sla=s2(i,j)+s3(j)
        if(i.eq.ir01(j+1)+1) s2a=s2(i,j+1)+s3(j+1)
        resid(i,j)=sla+sr(i,j)-s2a-sr(i+1,j)
500  continue
    do 510 j=1,9

```

```

do 510 i=1,3
do 510 k=(i-1)*nbl+1,i*nbl
sa(i,j)=sa(i,j)+s2(k,(j-1)*6+1)
510 continue
write(iout,*) jed
write(iout,*) (ir01(j),j=1,m)
write(iout,*) ((s2(i,j),i=1,n),j=1,m+1)
write(iout,*) (s3(j),j=1,m)
80 write(iout,*) ((sr(i,j),i=1,n+1),j=1,m)
continue
stop
end

```

```

real function fun*8(z)
implicit real*8 (a-h),(o-z)
common/bl/alf
fun=z*dexp(-alf*z**1.84)
return
end

```

Apêndice D

Tabela de Símbolos

Devido à quantidade de grandezas envolvidas, um mesmo símbolo pode ser utilizado para designar grandezas diferentes ao longo do texto, porém sem possibilidade de dubiedade.

a	coeficiente na equação genérica 2.5, dado, para cada caso particular, pela tabela 2.1 coeficiente na equação genérica 2.57, dado, para cada caso particular, pela tabela 2.2 força da banda participante no método de Roesler coeficiente genérico na equação de quatro fluxos de Spalding 2.92
a_{gl}	coeficiente na série exponencial que descreve a emissividade do gás
a_{sl}	coeficiente na série exponencial que descreve a absortividade do gás
A	fluxo de energia radiante de janela transportada para cima no método de Roesler
A_j	área da zona j de superfície
A_l	área transversal livre da fornalha no método de Roesler
A_l	área externa dos tubos no método de Roesler
A_l^m	funções a determinar na expansão da intensidade de radiação em esféricos harmônicos
$A_{B_i}, A_{C_p}, A_{D_k}$	áreas das zonas em que se divide a superfície interna

da fornalha

- b coeficiente na equação genérica 2.5, dado, para cada caso particular, pela tabela 2.1
 coeficiente na equação genérica 2.57, dado, para cada caso particular, pela tabela 2.1
 coeficiente na expressão para cálculo de kg no método de Roesler

$B_{C_j}^J$, $B_{B_i}^J$, $B_{D_k}^J$ radiosidades de janela das zonas C_j , B_i , D_k

- B fluxo de energia radiante de janela que se propaga para baixo no método de Roesler

- c coeficiente na equação genérica 2.5, dado, para cada caso particular, pela tabela 2.1

calor específico do gás

- C fluxo de radiação de banda que se propaga para baixo no método de Roesler

- C concentração média no tempo do fluido de ejedor

- C_i concentração instantânea de fluido de ejedor

- C' flutuação da concentração de fluido de ejedor

- d coeficiente na equação genérica 2.5, dado, para cada caso particular, pela tabela 2.1

parcela do campo referente a radiação de janela no método de Roesler

- D fluxo de entalpia sensível transportada pelo gás de processo no método de Roesler

$e_{\lambda b}$	poder emissivo monocromático de corpo negro
E	poder emissivo global de corpo negro
f	fração de combustível já queimada numa determinada posição axial da fornalha
$F_{c_j \rightarrow b_i}, F_{c_j \rightarrow c_p}, F_{c_j \rightarrow d_k}, F_{b_i \rightarrow c_j}, F_{b_i \rightarrow d_k}, F_{d_k \rightarrow b_i}, F_{d_k \rightarrow c}$	fatores de forma
F	fluxo de radiação de banda que se propaga para cima no método de Roesler frequência de ocorrência de flutuação de concentração de fluido de ejetor
$\overline{gg}, \overline{gs}$	área de troca direta. Quando multiplicada pela diferença de poder emissivo das zonas dá a troca direta de radiação
$\overline{GG}, \overline{GS}$	área de troca direcionada. É uma soma ponderada por a_{gl} da área de troca total.
G_l	radiação da banda l incidente num ponto
G	radiação total incidente num ponto
G_λ	radiação monocromática total incidente num ponto
h	entalpia de estagnação
H_i	irradiação da zona i de superfície
$H_{c_j}^j$	irradiação de janela da zona c_j
I_λ	intensidade de radiação monocromática

I_l	intensidade de radiação da banda l
$I_{b\lambda}$	intensidade de radiação monocromática de corpo negro
I	intensidade de radiação de corpo negro integrada sobre todo o espectro
I_b	intensidade de radiação de corpo negro integrada sobre todo o espectro
I_i^+	intensidade de radiação no sentido positivo da direção coordenada denotada pelo subscrito i
I_i^-	intensidade de radiação no sentido negativo da direção coordenada denotada pelo subscrito i
$I_{0i}, I_{1x_1}, I_{2x_1x_2}, \dots, I_{nx_1x_2}$	momentos de intensidade de radiação
K_λ	coeficiente de absorção volumétrico monocromático de radiação
K	coeficiente de absorção volumétrico de radiação para um gás cinza
K_{gl}	coeficiente de absorção para a l^a banda no modelo de gás real
K_R	coeficiente médio de absorção de Rossland
l_o	cosseno diretor referente à direção denotada pelo subscrito
L	comprimento médio do raio
L_o	comprimento da chama

$\dot{m}_N$	vazão mássica no ejetor
m_j	concentração da espécie química denotada pelo subscrito
$\dot{m}$	fluxo de massa
N_1	vazão de gás no método de Roesler
P_{ij}	componente do tensor de pressão de radiação
P_l^m	funções associadas de Legendre
$\bar{p}$	pressão média no jato
P_o	pressão na corrente livre
$P_{s,I}$	pressão de estagnação na corrente livre na entrada do duto
P_I	pressão na corrente livre adimensionalizada
P_o	pressão de estagnação da corrente livre na entrada do duto adimensionalizada
$q_{\lambda i}$	fluxo de energia radiante monocromática na direção denotada pelo subscrito i
q_{li}	fluxo de energia radiante da banda i na direção denotada pelo subscrito i
$q_{lz}^-(0)$	fluxo de radiação da banda l incidente sobre o refratário 1
$q_{lz}^+(L_f)$	fluxo de radiação da banda l incidente sobre o refratário 2

$q_{nz}^{-}(0)$	fluxo de radiação de janela incidente sobre o refratário 1
$q_{nz}^{+}(L_f)$	fluxo de radiação de janela incidente sobre o refratário 2
q_{tur}	fluxo de energia devido ao transporte turbulento através das faces radiais das alas
q_c	fluxo de calor trocado por convecção entre o gás e as paredes
q_{ri}	fluxo de energia radiante na direção denotada pelo subscrito i
q_i^{+}	fluxo de energia radiante no sentido positivo de eixo denotado pelo subscrito
q_i^{-}	fluxo de energia radiante no sentido negativo do eixo denotado pelo subscrito
q_c	taxa de liberação de energia da combustão por unidade de comprimento da fornalha no método de Roesler
q_g	fluxo de entalpia sensível transportada pelo gás no método de Siddall
Q	poder calorífico do combustível no método de Siddall
$\vec{r}$	vetor posição que localiza um ponto genérico no interior de uma cavidade
r_d	raio do duto
r_1	raio característico do jato

$r_{1/2}$	raio característico do jato no trabalho experimental de Becker
$\vec{R}$	vetor que indica uma direção genérica de propagação da radiação
R	resistência térmica, por unidade de área dos tubos, no transporte de energia entre a parede externa dos tubos e o gás de processo no método de Roesler
S_j	termo fonte na equação de conservação da espécie química j
S_n	termo fonte na equação da energia
S_i	parcela relativa à combustão no termo fonte da equação da energia
S_r	parcela relativa à radiação no termo fonte da equação da energia
$\overline{s_i s_j}, \overline{s_i g_j}, \overline{s_i S_j}, \overline{s_i G_j}, \overline{s_i S_j}, \overline{s_i G_j}$	ver $\overline{g_i g_j}, \overline{g_i s_j}, \overline{G_i G_j}, \overline{G_i S_j}, \overline{G_i G_j}$ e $\overline{G_i S_j}$
T	temperatura
T_g	temperatura do gás
T_s	temperatura da superfície
T_{adiab}	temperatura adiabática de chama
Th	número de estrangulamento
T_f	temperatura do fluido de processo no método de Roesler

T_w	temperatura da parede fria
T_t	temperatura dos tubos no método de Roesler
T_{ref}	temperatura do refratário
U	energia interna do fluido de processo no método de Roesler. Conhecida como uma função da distância axial a partir da entrada.
u_r	densidade de radiação
$\bar{u}$	velocidade média na direção axial
u_i	velocidade na corrente livre
u_k	velocidade cinemática média
u_o	velocidade na corrente livre
u'	flutuação em u
u_d	velocidade dinâmica média
$\bar{U}_m$	velocidade de jato máxima adimensionalizada
$\bar{U}_o$	velocidade na corrente livre adimensionalizada
$\bar{U}$	velocidade de jato adimensionalizada
$\bar{v}$	velocidade média na direção radial
v'	flutuação de v
$\bar{V}$	velocidade média na direção radial adimensionalizada
$\bar{V}_m$	velocidade média máxima na direção radial

adimensionalizada

v_i componente de velocidade na direção denotada pelo subscrito

V_i volume da zona i de gás

Símbolos gregos

$\alpha_{g,s}$ absorptividade do gás para radiação proveniente de uma superfície

β dobro do coeficiente de absorção do gás no método de Roesler

γ metade da superfície dos tubos por unidade de volume livre da fornalha no método de Roesler

δ metade da superfície e dos refratários por unidade de volume livre da fornalha no método de Roesler

ϵ_i emissividade da zona i de superfície

ϵ_r emissividade do refratário no método de Roesler

ϵ_t emissividade dos tubos no método de Roesler

ϵ_g emissividade do gás

ϵ_{ref} emissividade do refratário

ϵ_w emissividade da parede fria

ψ função corrente

λ comprimento de onda

φ	propriedade genérica na equação 2.5
ρ_i	refletividade da zona i de superfície
ρ	densidade
σ	constante de Stefan-Boltzmann
μ	viscosidade
Γ_j	coeficiente de difusão da espécie j vezes a densidade da mistura
Γ_h	condutividade térmica dividida pelo calor específico da mistura a pressão constante
ω	vorticidade ângulo sólido
Ω	ângulo sólido

Apêndice E

Bibliografia

BAWAZITOGU, Y., HIGENYI, J., Higher-Order Differential Equations of Radiative Transfer: P₃ Approximation, AIAA Journal, Vol 17, [1978]

BECKER, H.A., Tese de Doutorado em Engenharia Química, Massachusetts Institute of Technology, [1961]

CESS, R.D., On the Differential Approximation in Radiative Transfer, ZAMP, Vol 17, [1966]

CHENG, P., Two Dimensional Radiating Gas Flow by a Moment Method, AIAA Journal, Vol 2, [1964]

CHENG, P., Dynamics of a Radiating Gas with Application to Flow Over a Wavy Wall, AIAA Journal, Vol 4, [1965]

CHOU, Y.S., TIEN, C.L., A Modified Moment Method for Radiative Transfer in Non-planar Systems, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, Vol 8, [1968]

CRAYA, A., CURTET, R. Sur l'évolution d'un jet en espace confiné, Compt. Rend., Vol 241, [1955]

CURTET, R., Contribution à l'étude théorique du mélange des jets de révolution, Compt. Rend., Vol 244, [1957]

DENNARR, E.A., SIBULKIN, M., An Evaluation of the Differential Approximation for Spherically Symetric Radiative Transfer, J. Heat Transfer, Fevereiro, [1969]

EDDINGTON, A.S., The Internal Constitution of Stars, Dover Press, New York, [1959]

ERKKU, H., Tese de Doutorado em Engenharia Química, Massachusetts Institute of Technology, [1959] Citado por Sarofim [1961]

FIVELAND, W.A., Discrete-Ordinates Solutions of the Radiative Transport Equation for Rectangular Enclosures, J. Heat Transfer, Vol 186 [1984]

GIBSON, M.M., MONAHAN, J.A., A Simple Model of Radiation Heat Transfer From a Cloud of Burning Particles in a Confined Gas Stream, I.J. Heat Mass Transfer, Vol 14, [1971]

GOSMAN, A.D., LOCKWOOD, F.C., Incorporation of a Flux Model for Radiation into a Finite Difference Procedure for Furnace Calculations, Fourteenth Symposium (international) on Combustion [1972]

HAMAKER, H.C. Philips Research Repts. Vol 2 [1947]. Citado por Siddall [1974]

HAWTHORNE, W.R., WEDDELL, D.S., HOTTEL, H.C., Mixing and Combustion in Turbulent Gas Jets, Third Symposium on Combustion, Flame and Explosion Phenomena, [1949]

HOTTEL, H.C., Capítulo 4 de "Heat Transmission" de W.H. Mc Adams, Mc Graw Hill, New York [1954]

HOTTEL, H.C., COHEN, E.S., Radiant Heat Exchange in a Gas-filled Enclosure: Allowance for Nonuniformity of Gas Temperature, A.I.Ch.E. Journal, Vol 4, [1958]

HOTTEL, H.C., J. Inst. Fuel Vol 34, 220, [1961]

HOTTEL, H.C., SAROFIM, A.F., Radiative Transfer, Mc Graw Hill, New York, [1967]

KHALIL, E.E., Numerical Computation of Turbulent Reacting Combustor Flows, Capítulo 23 de Numerical Methods in Heat Transfer, John Wiley and Sons [1981]

KOLMOGOROV, A.N. Izv. Akad. Nauk. SSSR ser. phys. No 1-2 [1942].
Citado por Spalding [1969]

KROOK, M., On the Solution of Equation of Transfer, I, Astrophys. J.,
Vol 122, [1955]

LOBO, W.E., EVANS, E.E., Heat Transfer in the Radiant Section of
Petroleum Heaters, Trans. of AIChE, Vol 35, [1939]

LOWES, T.M., BARTELD, H., HEMP, M.P., MICHELFELDER, S., PAI, B.R.,
Prediction, Heat Transfer in Flames, Scripta Books Co., Washington,
D.C. [1974]

MILNE, E.A., Handbuch der Astrophysik, Springer, Berlin, [1930].
Citado por Siddal [1974]

MODEST, M.F., STEVENS, D.S., Two Dimensional Radiative Equilibrium of
a Gray Medium between Concentric Cylinders, Journal of Quantitative
Spectroscopy and Radiative Transfer, Vol 19 [1978]

OZISIK, M.N., Radiative Transfer and Interactions with Conduction and
Convection, John Wiley and Sons, [1973]

OLFE, D.B. Application of the Modified Differential Approximation to
Radiative Transfer in a Gray Medium between Concentric Cylinders and
Sphere, J.Q.S.R.T. Vol 8 [1968]

PRANDTL, L., Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete
Turbulenz, Nachrichten der Akad. Wiss., Göttingen, Mathphys, Van den
Loeck & Ruprecht, Göttingen [1945]. Citado por Spalding [1969]

PATANKAR, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Mc Graw Hill,
[1980]

ROTTA, J.C., Statische Theorie nichthomogener Turbulenz. Z. für
Physic, Vol 129 e Vol 131 [1951]. Citado por Spalding [1969]

- ROESLER, F.C., Theory of Radiative Heat Transfer in co-current tube furnaces, Chemical Engineering Science, Vol 22, [1967]
- SAROFIM, A.F., Tese de Doutorado em Engenharia Quimica, Massachusetts Institute of Technology, [1961]
- SCHUSTER, A., Astrophys. J., Vol 22, [1905]. Citado por SIDDALL [1974]
- SCHWARZSCHILD, K., Nachr. Akad. Wiss. Gottingen Math-Physik Klass 1, [1906]. Citado por SIDDALL [1974]
- SELÇUK, N., SIDDALL, R.G., BEÉR, J.M., A Comparison of Mathematical Models of the Radiative Behaviour of an Industrial Heater, Ch.E.S., Vol 30, [1975]
- SELÇUK, N., SIDDALL, R.G., Two-flux Modelling of Two-dimensional Radiative Transfer in a Large-scale Experimental Furnace, J Inst. Fuel, Setembro, [1976]
- SIDDALL, R.G., Flux Methods for the Analysis of Radiant Heat Transfer, J. Inst. Fuel, Junho [1974]
- SIDDALL, R.G., SELÇUK, N., Two-flux Spherical Harmonic Modelling of Two-dimensional Radiative Transfer in Furnaces, I. J. Heat Mass Transfer, Vol 19, [1976]
- SPALDING, D.B., GOSMAN, A.D., PUN, W.M., RUNCHAL, A.K., WOLFSHTEIN, M., Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows, Academic Press, [1969]
- SPARROW, E.M., CESS, R.D., Radiation Heat Transfer, Wadsworth Publishing Co., Belmont, California [1966]
- STEWART, F.R., TENNANKORE, K.N., Towards a Finite Difference Solution Coupled with the Zone Method for Radiative Transfer for a Cylindrical Combustion Chamber, J. Inst. Fuel, Setembro [1979]

STONE, H.L., Iterative Solution of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations, SIAM J. Numer. Anal., Vol 5, [1968]

TAKEUCHI, C., Tese de Mestrado em Engenharia Quimica, Massachusetts Institute of Technology [1961]. Citado por Sarofim [1961]

VINCENT, W.G., KRUGER, C.H., Physical Gas Dynamics, John Wiley and Sons, New York, [1965]