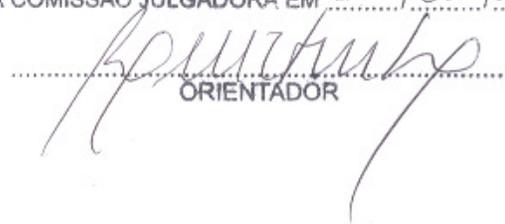


ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR Christiano Garcia da  
Silva Santim..... E APROVADA  
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 27 / 10 / 2012.

  
.....  
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Christiano Garcia da Silva Santim

**Simulação Computacional da Fusão de PCMs  
no Interior de uma Cavidade Retangular e de  
um Cilindro Horizontal**

Campinas, 2012.

Christiano Garcia da Silva Santim

# **Simulação Computacional da Fusão de PCMs no Interior de uma Cavidade Retangular e de um Cilindro Horizontal**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Térmica e Fluidos  
Orientador: Luiz Fernando Milanez

Campinas  
2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Sa59s Santim, Christiano Garcia da Silva  
Simulação computacional da fusão de PCMs no interior de uma cavidade retangular e de um cilindro horizontal / Christiano Garcia da Silva Santim. -- Campinas, SP: [s.n.], 2012.

Orientador: Luiz Fernando Milanez.  
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Calor-convecção natural. 2. Análise numérica. 3. Calor - Transmissão. I. Milanez, Luiz Fernando. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Computational simulation of melting of PCMs within a rectangular cavity and a horizontal cylinder

Palavras-chave em Inglês: Heat - natural convection, Numerical analysis, Heat - Transmission

Área de concentração: Térmica e Fluidos

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Carlos Alberto Carrasco Altemani, Oscar Maurício Hernandez Rodriguez

Data da defesa: 27-02-2012

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENERGIA

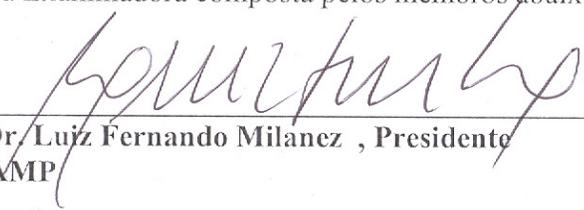
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADEMICO

**Simulação Computacional da Fusão de PCMs  
no Interior de uma Cavidade Retangular e de  
um Cilindro Horizontal**

Autor: Christiano Garcia da Silva Santim

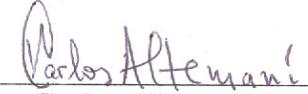
Orientador: Luiz Fernando Milanez

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



---

Prof. Dr. Luiz Fernando Milanez, Presidente  
UNICAMP



---

Prof. Dr. Carlos Alberto Carrasco Altemani  
UNICAMP



---

Prof. Dr. Oscar Mauricio Hernandez Rodriguez  
EESC - USP

Campinas, 27 de fevereiro de 2012.

Dedico este trabalho aos meus pais, os quais sempre me apoiaram, e aos meus irmãos Luciano e Thiago.

## **Agradecimentos**

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Aos meus pais pelo apoio incondicional em todos os momentos da minha vida.

Aos meus irmãos Luciano e Thiago.

Ao meu orientador Luiz Fernando Milanez, pela confiança depositada em mim.

Aos professores do DE e DETF.

Aos meus amigos Thiago Antonini, Danilo Carvalho, Luis Gerardo, Hugo Valladares, Roberto MacIntyer, Alexander Cordova, Luiz Eduardo, Marco Antônio Sampaio, Fabíola Figueiredo e Ismael de Marchi.

*“O homem com a consciência tranqüila, e a vida nas mãos,  
vence quaisquer obstáculos”*

## Resumo

O presente trabalho trata do estudo numérico da fusão de materiais de mudança de fase (PCMs-Phase Change Materials) no interior de uma cavidade retangular e de um cilindro horizontal, usando-se de um aquecimento isotérmico na parede de tais geometrias, utilizando-se de um código CFD. Inicialmente o material sólido encontra-se sub-resfriado. O objetivo é verificar a influência do aquecimento no processo de fusão, bem como o efeito do sub-resfriamento neste. Algumas hipóteses simplificadoras foram assumidas no modelo matemático. As propriedades termofísicas dos PCMs foram consideradas constantes, exceto para a densidade, onde a aproximação de Boussinesq foi utilizada e, para a fusão do gelo, empregou-se a relação proposta por Gebhart e Mollendorf (1977). O problema foi resolvido usando uma formulação matemática baseada no método da entalpia-porosidade, o qual permite o uso de uma grade espacial fixa. As grades computacionais utilizadas foram selecionadas após verificar-se que os resultados não variavam mais com o refinamento. O fluxo total de calor na superfície interna das paredes também foi obtido para os sistemas, bem como perfis de temperatura, linhas de correntes e perfis das frentes de fusão. Correlações para os tempos totais de fusão dos PCMs em função dos números adimensionais de Stefan e Rayleigh também foram apresentados. Os resultados numéricos foram comparados a resultados experimentais disponíveis na literatura, apresentando boa concordância.

*Palavras Chave:* Fusão de PCMs; mudança de fase; calor latente; sistemas térmicos; convecção natural; geometrias retangular e cilíndrica.

## Abstract

The present work deals with the numerical study of melting of PCMs inside a rectangular cavity with all isothermally heated walls and inside a horizontal cylinder with isothermally heated wall, utilizing a CFD code. Initially the solid material is sub-cooled. The objective is to verify the influence of the heating in the melting process as well as the sub-cooling effect. Some simplifying hypotheses were assumed in the mathematical model. The thermophysical properties of phase change material were considered constants, except for the density where the Boussinesq approximation was utilized and, for the ice melting, a relation proposed by Gebhart and Mollendorf (1977) was employed. The problem was solved by using a mathematical formulation based on the enthalpy-porosity method, which allows the use of a fixed spatial grid. The computational grid used was selected after checking that the results did not vary with more refinement. The total heat flux on the inner surfaces was obtained for the systems, as well as several temperature profiles, streamlines and melting front positions. Correlations for the total PCM melting time as a function of the dimensionless numbers of Stefan and Rayleigh were presented. Numerical results were compared with experimental results suitable in the literature showing be in good agreement.

*Key Words:* Melting of PCMs; phase change; latent heat; thermal systems; natural convection; rectangular and cylindrical geometries.

## Lista de Ilustrações

- Figura 2. 1. Comparação dos perfis das frentes de fusão obtidas experimentalmente por Gau e Viskanta (1986) e numericamente por Webb e Viskanta (1986) para vários instantes de tempo com  $Ra = 2,2 \times 10^5$ ,  $Ste = 0,042$ , Razão de aspecto (A) = 0,5 e  $Pr = 0,021$ . 10
- Figura 2.2. Perfis das frentes de fusão obtidos numericamente por Webb e Viskanta (1986) para vários instantes de tempo ( $Ste = 0,042$ , Razão de aspecto (A) = 0,5 e  $Pr = 0,021$ ). (a)  $Ra = 2,2 \times 10^5$ ; (b)  $Ra = 2,2 \times 10^6$ . 11
- Figura 2.3. Função corrente e campo de temperaturas obtidos numericamente por Brent *et al.* (1988) para  $t = 3$ min. ( $Ste = 0,039$ , Razão de aspecto = 0,714 e  $Ra = 6 \times 10^5$ ). (a) Linhas de corrente; (b) Campo de temperaturas. 13
- Figura 2.4. Função corrente e campo de temperaturas obtidos numericamente por Brent *et al.* (1988) para  $t = 6$ min. ( $Ste = 0,039$ , Razão de aspecto = 0,714 e  $Ra = 6 \times 10^5$ ). (a) Linhas de corrente; (b) Campo de temperaturas. 13
- Figura 2.5. Comparação dos perfis das frentes de fusão obtidas experimentalmente por Gau e Viskanta (1986) e numericamente por Brent *et al.* (1986) para vários instantes de tempo com  $Ra = 6 \times 10^5$ ,  $Ste = 0,039$  e Razão de aspecto = 0,714. 14
- Figura 2.6. Perfis das frentes de fusão obtidas experimentalmente por Bathelt *et al.* (1979) para vários instantes de tempo. (a)  $Ste = 0,587$ ; (b)  $Ste = 0,881$ ; (c)  $Ste = 1,175$ . 17
- Figura 2.7. Crescimento da região fundida ao redor de um cilindro horizontal aquecido isotermicamente. Resultados numéricos de Prusa e Yao (1984b) (□) e Rieger *et al.* (1982) (○), para  $Ste = 0,02$ ,  $Ra = 37.500$  e  $Pr = 50$ . 21
- Figura 2.8. Variação dos perfis da frente de fusão com o tempo, para  $Ste = 0,56$  e  $T = 277$ K. Isotermas à esquerda e linhas de fluxo à direita (Ho e Chen (1986)). 22
- Figura 2.9. Variação dos perfis da frente de fusão com o tempo, para  $Ste = 0,126$  e  $T = 283$ K. Isotermas à esquerda e linhas de fluxo à direita (Ho e Chen (1986)). 23
- Figura 2.10. Linhas de fluxo e isotermas na parcela de líquido fundido, e perfis da frente de fusão para diferentes tempos adimensionais (Saitoh e Hirose (1982)). 25

Figura 2.11. Perfis superpostos da frente de fusão para diferentes tempos adimensionais (resultado numérico obtido por Saitoh e Hirose (1982)).	26
Figura 2.12. Perfis superpostos da frente de fusão para diferentes tempos adimensionais (resultado experimental obtido por Saitoh e Hirose (1982)).	26
Figura 2.13. Linhas de fluxo (à esquerda) e isotermas (à direita) na parcela de líquido fundido, e perfis da frente de fusão para diferentes diâmetros do cilindro (Saitoh e Hirose (1982)).	27
Figura 2.14. Fração de calor armazenado em função do tempo adimensional, para diferentes diâmetros (Saitoh e Hirose (1982)).	28
Figura 2.15. Fração de calor armazenada em função da temperatura da superfície do cilindro, para um mesmo diâmetro (resultado numérico obtido por Saitoh e Hirose (1982)).	28
Figura 2.16. Comparação das frentes de fusão obtidas por Saitoh e Hirose (1982) e Pannu <i>et al.</i> (1980). (a) Resultados numéricos obtidos por Saitoh e Hirose (1982); (b) Resultado numérico obtido por Pannu <i>et al.</i> (1980).	29
Figura 2.17. Comparação das frentes de fusão obtidas por Saitoh e Hirose (1982), Pannu <i>et al.</i> (1980) e Rieger <i>et al.</i> (1983). (a) Resultados numéricos obtidos por Pannu <i>et al.</i> (1980); (b) Resultado numérico obtido por Saitoh e Hirose (1982); (c) Resultados numéricos obtidos por Rieger <i>et al.</i> (1983).	31
Figura 2.18. Perfis das frentes de fusão para vários instantes de tempo adimensionais (Rieger <i>et al.</i> (1983)).	32
Figura 2.19. Perfis das frentes de fusão para vários tempos adimensionais (Rieger <i>et al.</i> (1983)).	33
Figura 2.20. Malha do esquema proposto (Ho e Viskanta (1984c)).	35
Figura 2.21. Superposição das frentes de fusão obtidas experimentalmente em diferentes tempos por Ho e Viskanta (1984c).	36
Figura 2.22. Malha usada por Ro e Kim (1994).	38
Figura 2.23. <i>Full transient solution</i> desenvolvida por Ro e Kim (1994) para $\tau = 0,029$ .	39
Figura 2.24. Tipos de soluções em estado estacionário para $Ra = 1,2 \times 10^6$ e para a mesma geometria da Figura 2.23.	40
Figura 2.25. Mapa do fenômeno de bifurcação durante o processo de fusão para valores de $Ra = 1,2 \times 10^6$ , $Ste = 0,133$ e $Sc = 0,004$ .	40

Figura 2.26. Ramificação de soluções durante o processo de fusão para valores de $Ra = 3,6 \times 10^5$ , $Ste = 0,045$ e $Sc = 0,004$ .	41
Figura 2.27. Fenômeno de bifurcação durante o processo de fusão para valores de $Ra = 1,2 \times 10^6$ , $Ste = 0,133$ e $Sc = 0,004$ .	42
Figura 2.28. Comparação das frentes de fusão para três tempos adimensionais.	43
Figura 2.29. Grade utilizada para baixos valores de Rayleigh (à esquerda) e grade utilizada para altos valores de Rayleigh (à direita).	44
Figura 2.30. Isotermas (à esquerda) e linhas de corrente (à direita). Resultado numérico obtido por Chung <i>et al.</i> (1997) com $Ste = 0,045$ , $Ra = 1,0 \times 10^4$ e $Sc = 0,004$ .	45
Figura 2. 31. Isotermas (à esquerda) e linhas de corrente (à direita). Resultado numérico obtido por Chung <i>et al.</i> (1997) com $Ste = 0,045$ , $Ra = 3,6 \times 10^5$ e $Sc = 0,004$ .	45
Figura 2.32. Isotermas (à esquerda) e linhas de corrente (à direita). Resultado numérico obtido por Chung <i>et al.</i> (1997) com $Ste = 0,045$ , $Ra = 1,0 \times 10^6$ e $Sc = 0,004$ .	46
Figura 2.33. Isotermas (à esquerda) e linhas de corrente (à direita). Resultado numérico obtido por Chung <i>et al.</i> (1997) com $Ste = 0,045$ , $Ra = 1,0 \times 10^7$ e $Sc = 0,004$ .	46
Figura 2.34. Linhas de corrente (à esquerda) e contornos de temperatura (à direita) para alguns instantes de tempo adimensional. (a) $\tau = 0,0245$ ; (b) $\tau = 0,0612$ ; (c) $\tau = 0,0857$ ; (d) $\tau = 0,1102$ (Khodadadi e Zhang (2001)).	50
Figura 2.35. Linhas de corrente (à esquerda) e contornos de temperatura (à direita) para diferentes tempos adimensionais. (a) $\tau = 0,026$ ; (b) $\tau = 0,077$ ; (c) $\tau = 0,102$ ; (d) $\tau = 0,128$ (Khodadadi e Zhang (2001)).	51
Figura 2.36. Esquema proposto da cápsula esférica com a disposição dos termopares (Tan <i>et al.</i> (2009)).	53
Figura 2.37. Perfis da frente de fusão do n-octadecano no interior da cápsula esférica, para vários instantes de tempo (Tan <i>et al.</i> (2009)).	53
Figura 2.38. Linhas de corrente e isotermas ( <i>filled</i> ) para vários instantes de tempo (Tan <i>et al.</i> (2009)).	54
Figura 2.39. Comparação entre as medidas experimentais e os resultados numéricos. (a) Termopar A (0,433 diâmetros abaixo do centro); (b) Termopar B (0,369 diâmetros abaixo do centro); (c) Termopar D (0,123 diâmetros abaixo do centro da esfera); (d) Termopar G (0,246 diâmetros acima do centro).	55

Figura 2.40. Regiões ao longo do eixo de simetria termicamente estáveis e instáveis (Tan <i>et al.</i> (2009)).	56
Figura 4.1. Algoritmo simplificado da solução numérica.	68
Figura 4.2. Grades espaciais utilizadas. (a) 45 x 32 (Validação do código); (b) 89 x 64 (caso I).	70
Figura 4.3. Verificação da influência do grau de refinamento na fração líquida de gálio em função do tempo.	70
Figura 4.4. Verificação da influência do passo de tempo na fração líquida de estanho (caso I).	71
Figura 4.5. Verificação da influência do esquema de discretização espacial na fração líquida de estanho.	72
Figura 4.6. Grades espacial de 50 x 50 (usada nos casos IV e V).	73
Figura 4.7. Modelo físico do problema estudado por Brent <i>et al.</i> (1988).	74
Figura 4.8. Comparação entre as linhas de corrente e frentes de fusão obtidas por Brent <i>et al.</i> (1988) e pelo presente trabalho. (a) $t = 360s$ ; (b) $\tau = 600s$ ; (c) $1140s$ .	75
Figura 4.9. Modelo físico do problema (caso IV).	76
Figura 4.10. Comparação entre as frentes de fusão obtidas numericamente (presente trabalho) e de maneira experimental (Rieger e Beer (1986)) com $T_{hot} = 283 K$ . (a) $\tau = 0,045$ ; (b) $\tau = 0,080$ .	77
Figura 4.11. Comparação entre os resultados obtidos de maneira numérica pelo presente trabalho e por Rieger e Beer (1986) com $T_{hot} = 283 K$ e $R = 0,032m$ (linhas de corrente a esquerda e isothermas a direita). (a) $\tau = 0,050$ ; (b) $\tau = 0,100$ .	77
Figura 5.1. Modelo físico do caso I.	80
Figura 5.2. Fração líquida em função do tempo para três números de Stefan.	82
Figura 5.3. Distribuição de temperatura ao longo da linha central ( $y = 0,03175m$ ) com $T_{hot} = 520K$ e sub-resfriamento de $1K$ .	82
Figura 5.4. Linhas de corrente e isothermas em $t = 62s$ para $Ste = 0,065$ . (a) Linhas de corrente; (b) Isothermas.	84
Figura 5.5. Linhas de corrente e isothermas em $t = 250s$ para $Ste = 0,065$ . (a) Linhas de corrente; (b) Isothermas.	84
Figura 5.6. Linhas de corrente e isothermas em $t = 600s$ para $Ste = 0,065$ . (a) Linhas de corrente; (b) Isothermas.	84
Figura 5.7. Linhas de corrente e isothermas em $t = 1110s$ para $Ste = 0,065$ . (a) Linhas de corrente; (b) Isothermas.	85

Figura 5.8. Comparação das posições das frentes de fusão para vários números de Stefan. (a) $Ste = 0,065$ , sub-resfriamento de 1K; (b) $Ste = 0,043$ , sub-resfriamento de 1K; (c) $Ste = 0,022$ , sub-resfriamento de 5K; (d) $Ste = 0,022$ , sub-resfriamento de 1K.	85
Figura 5.9. Tempo total de fusão do estanho em função do número de Rayleigh.	86
Figura 5.10. Tempo total de fusão do estanho em termos do número de Stefan.	87
Figura 5.11. Efeito do sub-resfriamento na fusão do estanho.	88
Figura 5.12. Modelo físico do problema (caso II).	89
Figura 5.13. Frentes de fusão para diferentes números de Stefan. (a) $t = 167, 383$ e $607$ ; (b) $t = 89, 147$ e $248$ s; (c) $t = 59, 113$ e $200$ s.	90
Figura 5.14. Linhas de corrente (esquerda) e isothermas (direita) para $Ste = 0,022$ . (a) $t = 167$ s; (b) $t = 383$ s; (c) $t = 607$ s.	91
Figura 5.15. Vetores de velocidade no instante $t = 167$ s para $Ste = 0,022$ .	91
Figura 5.16. Fração de estanho fundido em função do tempo para três números de Stefan.	92
Figura 5.17. Efeito do sub-resfriamento inicial do estanho para $Ste = 0,065$ .	93
Figura 5. 18. Tempo total de fusão do estanho em função do número de Stefan.	93
Figura 5.19. Modelo físico do caso III.	94
Figura 5.20. Frentes de fusão para diferentes números de Stefan. (a) $t = 2510, 5010$ e $8676$ s; (b) $t = 3350, 5182, 6031$ e $7437$ s; (c) $t = 1604, 2604$ e $4604$ s.	95
Figura 5.21. Linhas de corrente (esquerda) e isothermas (direita) para $Ste = 0,076$ . (a) $t = 2510$ s; (b) $t = 5010$ s; (c) $t = 8676$ s.	96
Figura 5.22. Linhas de corrente (esquerda) e isothermas (direita) para $Ste = 0,100$ . (a) $t = 3350$ s; (b) $t = 5182$ s; (c) $t = 6031$ s.	97
Figura 5.23. Linhas de corrente (esquerda) e isothermas (direita) para $Ste = 0,126$ . (a) $t = 1604$ s; (b) $t = 2604$ s; (c) $t = 4604$ s.	98
Figura 5.24. Fração líquida em função do tempo para diferentes temperaturas na parede.	98
Figura 5.25. Calor latente absorvido em função do tempo.	99
Figura 5.26. Tempo total de fusão em termos do número de Stefan.	99
Figura 5.27. Efeito do sub-resfriamento para dois números de Stefan.	100
Figura 5.28. Distribuição do fluxo de calor na superfície interna das paredes para dois graus de sub-resfriamento ( $Ste = 0,126$ ). (a) Parede vertical; (b) Parede superior; (c) Parede inferior.	102

Figura 5. 29. Distribuição do fluxo de calor na superfície interna das paredes para dois graus de sub-resfriamento ( $Ste = 0,076$ ). (a) Parede vertical; (b) Parede superior; (c) Parede inferior.	103
Figura 5. 30. Frentes de fusão para $Ste = 0,076$ em $t = 8676s$ . (a) Sub-resfriamento de 1K; (b) Sub-resfriamento de 5K.	104
Figura 5. 31. Modelo físico do problema (caso IV).	105
Figura 5.32. Frentes de fusão para diferentes números de Stefan. (a) $t = 2077$ e $3505s$ ; (b) $t = 1575$ e $2612s$ ; (c) $t = 1312$ e $2229s$ .	106
Figura 5.33. Linhas de corrente e isotermas para $Ste = 0,076$ . (a) $t = 2077s$ ; (b) $t = 3505s$ .	106
Figura 5.34. Linhas de corrente e isotermas para $Ste = 0,100$ . (a) $t = 1575s$ ; (b) $t = 2612s$ .	107
Figura 5.35. Linhas de corrente e isotermas para $Ste = 0,126$ . (a) $t = 1312s$ ; (b) $t = 2229s$ .	108
Figura 5.36. Distribuição do fluxo de calor na superfície interna das paredes com sub-resfriamento de 1K (metade do cilindro). (a) $Ste = 0,076$ ; (b) $Ste = 0,100$ ; (c) $Ste = 0,126$ .	109
Figura 5.37. Fração líquida em função do tempo para diferentes valores de temperatura na parede.	110
Figura 5.38. Fração líquida em função do tempo adimensional para diferentes valores de temperatura na parede.	111
Figura 5.39. Calor latente absorvido em função do tempo.	111
Figura 5.40. Tempo total de fusão do gelo em função de $Ste$ .	112
Figura 5.41. Modelo físico do problema (caso V).	113
Figura 5.42. Frentes de fusão para diferentes números de Stefan. (a) $t = 139, 377$ e $610s$ ; (b) $t = 100, 245$ e $341s$ ; (c) $t = 74, 130$ e $205s$ .	114
Figura 5.43. Linhas de corrente (esquerda) e isotermas (direita) para $Ste = 0,022$ ( $Ra = 1,26 \times 10^4$ ). (a) $t = 139s$ ; (b) $t = 377s$ ; (c) $t = 610s$ .	115
Figura 5.44. Fração de estanho líquido em função do tempo para três números de Stefan.	115
Figura 5.45. Efeito do sub-resfriamento na fração de estanho fundido para $Ste = 0,065$ .	116
Figura 5.46. Tempo total de fusão do estanho em função do número de Rayleigh.	116
Figura 5.47. Tempo total de fusão do estanho em função do número de Stefan.	117

## Lista de Tabelas

Tabela 5.1. Propriedades termofísicas do estanho puro a 505K.	81
Tabela 5.2. Parâmetros de simulação.	89
Tabela 5.3. Esquemas de discretização.	89
Tabela 5.4. Comparação entre os tempos de fusão do estanho no interior da cavidade (caso II) e do cilindro (caso V) para o mesmo volume de encapsulamento.	118

## Lista de Abreviaturas e Siglas

### *Letras Latinas*

<b>T</b> - temperatura	[K]
<b>H</b> - entalpia total	[J kg <sup>-1</sup> ]
<b>h</b> - entalpia sensível	[J kg <sup>-1</sup> ]
<b>L</b> - calor latente	[J kg <sup>-1</sup> ]
<b>A</b> - razão de aspecto	
<b>Q</b> - calor latente	[J]
<b>c<sub>p</sub></b> - calor específico	[J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
<b>r</b> - coordenada radial	[m]
<b>k</b> - condutividade térmica	[W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
<b>y</b> - coordenada vertical	[m]
<b>x</b> - coordenada horizontal	[m]
<b>t</b> - tempo	[s]
<b>S<sub>p</sub></b> - função porosidade	
<b>S<sub>c</sub></b> - número de sub-resfriamento	
<b>S</b> - termo fonte	
<b>P</b> - pressão efetiva	[kg m <sup>-1</sup> s <sup>-2</sup> ]
<b>C</b> - constante da frente de fusão	[kg m <sup>-3</sup> s <sup>-1</sup> ]
<b>V<sub>l</sub></b> - volume de líquido	[m <sup>3</sup> ]
<b>V<sub>o</sub></b> - volume total dos sistemas	[m <sup>3</sup> ]
<b>g</b> - aceleração da gravidade	[m s <sup>-2</sup> ]
<b>Ste</b> - número de Stefan	
<b>Ra</b> - número de Rayleigh	
<b>Pr</b> - número de Prandtl	
<b>Fo</b> - número de Fourier	
<b>f</b> - fração líquida no sistema	

<b>rsp</b> - coeficiente de temperatura em $T = 277,029325\text{K}$	
<b>u</b> - componente da velocidade na direção $x$	$[\text{m s}^{-1}]$
<b>v</b> - componente da velocidade na direção $y$	$[\text{m s}^{-1}]$
<b>u<sub>r</sub></b> - componente da velocidade na direção radial	$[\text{m s}^{-1}]$
<b>v<sub>θ</sub></b> - componente da velocidade na direção angular	$[\text{m s}^{-1}]$

### ***Letras Gregas***

<b>μ</b> - viscosidade dinâmica	$[\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}]$
<b>θ</b> - coordenada angular	
<b>ρ</b> - densidade	$[\text{kg m}^{-3}]$
<b>v</b> - vetor velocidade	
<b>ν</b> - viscosidade cinemática	$[\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$
<b>γ</b> - porosidade em cada elemento	$[\Delta H / L]$
<b>τ<sub>fusão</sub></b> - tempo total de fusão	$[\text{s}]$
<b>β</b> - coeficiente de expansão térmica	$[\text{K}^{-1}]$
<b>τ</b> - tempo adimensional	
<b>α</b> - difusividade térmica	$[\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$

### ***Subscritos***

<b>e</b> - entalpia
<b>b</b> - empuxo
<b>br</b> - empuxo radial
<b>bθ</b> - empuxo angular
<b>i</b> - inicial
<b>m</b> - ponto de fusão
<b>ref</b> - valor de referência
<b>r</b> - valor de referência em $T = 277,029325\text{K}$
<b>hot</b> - condição de parede aquecida
<b>l</b> - líquido

**s** - sólido

**H** - incorpora a componente hidrostática

**abs** - absorvido

### ***Abreviações***

**PCM** - Material de mudança de fase (*Phase Change Material*)

**CFD** - Fluidodinâmica computacional (*Computational Fluid Dynamics*)

### ***Siglas***

**SIMPLE** - *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*

**PRESTO** - *PREssure STaggering Option*

**UDF** - *User Defined Function*

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2 REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>5</b>
2.1 Introdução	5
2.2 Estudos experimentais e teóricos de fusão envolvendo convecção natural	6
2.2.1 Fusão no interior de geometrias retangulares	6
2.2.2 Fusão ao redor de um cilindro horizontal	16
2.2.3 Fusão no interior de um cilindro horizontal	24
2.2.4 Fusão no interior de geometrias esféricas	48
<b>3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA .....</b>	<b>57</b>
3.1 Hipóteses simplificadoras	57
3.2 Formulação matemática em coordenadas cartesianas	58
3.3 Formulação matemática em coordenadas cilíndricas	64
<b>4 MODELO NUMÉRICO .....</b>	<b>67</b>
4.1 Geração das grades computacionais	69
4.2 Validação do código CFD	73
4.2.1 Validação do código para fusão no interior de uma cavidade	74
4.2.2 Validação do código para fusão no interior de um cilindro horizontal	75
<b>5 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>79</b>
5.1 Simulação computacional da fusão de PCMs no interior de uma cavidade retangular	79
5.2 Simulação computacional da fusão de PCMs no interior de um cilindro horizontal	104
<b>6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>119</b>
6.1 Introdução	119
6.2 Influência do aquecimento isotérmico	119
6.3 Efeito do sub-resfriamento	121
<b>Referências .....</b>	<b>123</b>

# 1 INTRODUÇÃO

O estudo acerca do fenômeno de mudança de fase iniciou-se em meados do século XIX, mais especificamente com Lamé e Clapeyron (1831), segundo citação de Yao e Prusa (1989) e, a partir de então, despertou o interesse de vários pesquisadores. Indubitavelmente os processos envolvendo mudança de fase desempenharam um papel importante na formação do planeta Terra. Estes são encontrados na natureza, sendo alguns benéficos ao homem, e outros, maléficos. Uma ação benéfica de tal fenômeno insere-se no contexto da estabilidade climática, devido ao congelamento e descongelamento das águas nas regiões polares. No período de inverno, a neve que se acumula no topo das montanhas em algumas localidades do planeta, é tida como uma das principais fontes de água para as nossas necessidades. Exemplos de efeitos catastróficos causados pelo fenômeno de mudança de fase são as erupções vulcânicas, uma vez que o magma, o qual é formado pela fusão de rochas localizadas abaixo da superfície terrestre (camadas profundas), é expelido pelos vulcões causando danos ao meio que o circunda. Cabe salientar que neste caso, a lava arrefecida gera normalmente um solo bastante fértil. A compreensão dos mecanismos de tais fenômenos é de suma importância, uma vez que, desta forma, torna-se possível utilizá-los de uma melhor maneira em prol da humanidade, assim como controlar os danos causados por estes.

O fenômeno de mudança de fase possui diversas aplicações no ramo da engenharia, tais como na fabricação de vidro e de ligas metálicas, no processamento de metais (fundição e soldagem, por exemplo), no congelamento de alimentos (visando um maior período de conservação destes), no controle térmico de aeronaves, na preservação de células biológicas por criogenia, nos sistemas de armazenamento de energia térmica na forma de calor latente, entre outros. Neste trabalho, dentre as aplicações apresentadas, enfatizar-se-ão os sistemas de armazenamento de energia térmica na forma de calor latente. Tais sistemas consistem basicamente num processo cíclico de solidificação e fusão. Para se ter a transferência de tal energia do material de mudança de fase (PCM - *Phase Change Material*) para o meio, emprega-se um fluido de trabalho adequado. É importante ressaltar que quando o PCM for água, tal sistema de armazenamento de energia térmica pode ser chamado de banco de gelo, ou até mesmo de armazenador de frio. Tais sistemas são de grande valia no campo da refrigeração, uma vez que

a energia pode ser armazenada como frio nos horários de baixa demanda energética, sendo posteriormente liberada nos períodos de alta demanda (horários de pico), evitando assim, possíveis colapsos energéticos (no Brasil a energia elétrica possui custo variável, sendo que os valores mais elevados desta ocorrem nos horários de pico). Normalmente, estes armazenadores de calor latente encontram-se empregados no condicionamento do ar em prédios, residências, escritórios e indústria em geral.

Os armazenadores de energia térmica na forma de calor latente envolvem alguns mecanismos de transferência de calor, tais como: transferência de calor por condução nas fases sólida e líquida e transferência de calor por convecção na fase líquida. É importante ressaltar que durante cerca de um século, os estudos acerca do fenômeno de mudança de fase consideravam apenas a condução como mecanismo de transferência de calor.

Problemas envolvendo mudança de fase podem ser formulados de duas maneiras, baseando-se a modelagem na temperatura ou na entalpia. Utilizando-se da formulação baseada na temperatura, na qual aplica-se a equação da energia separadamente para as duas fases (líquida e sólida), têm-se a necessidade de que a frente de fusão seja conhecida de maneira explícita, o que torna a resolução do problema complexa. Sendo assim, necessita-se do uso de técnicas para a imobilização da fronteira móvel, das quais pode-se citar a Transformada de Landau, proposta por Landau (1950), e a técnica de coordenadas ajustadas ao corpo (*body fitted*), como fora proposto por Thompson *et al.* (1974). Cabe salientar que tal técnica é similar a Transformada de Landau, diferindo apenas no fato de que, na Transformada de Landau, o novo sistema de coordenadas é obtido das equações algébricas, ao passo que, na técnica de coordenadas ajustadas ao corpo, utiliza-se das equações diferenciais para determinar o novo domínio. Tais técnicas consistem numa mudança de coordenadas com o intuito de se transformar um domínio que possua determinada fronteira irregular e móvel, (no caso dos problemas de mudança de fase, a interface sólido-líquido) num novo domínio com fronteiras regulares e imóveis (fixas no tempo).

Já na formulação baseada na entalpia, onde se tem a presença da variável entalpia ao invés da temperatura na equação da energia, pode-se utilizar uma grade fixa para o domínio. Neste tipo de formulação não se faz necessário o conhecimento prévio da posição da interface sólido-líquido

para a resolução da equação de transferência de calor, uma vez que a interface é calculada posteriormente por meio da distribuição de entalpia do PCM. A equação da energia é válida para todo o domínio.

Sabe-se que a substituição das fontes primárias de energia por fontes renováveis deve ocorrer assim que possível, já que os recursos disponibilizados pela natureza são finitos e, em alguns países já se apresentam escassos. É neste contexto que o trabalho proposto se insere, uma vez que a energia é um fator crítico na economia mundial, já que está presente na indústria, agricultura, comércio e através de seu uso é possível extrair, fabricar, processar materiais convertendo-os em produtos para o consumo.

Tem-se encontrado na literatura uma grande gama de estudos relacionados ao fenômeno de fusão em geometrias esféricas, utilizando-se de códigos computacionais CFD (Fluent6.2, ANSYS Fluent12.0, entre outros), diferentemente do que ocorre para geometrias cilíndricas e retangulares.

Propôs-se, portanto, neste trabalho, o estudo numérico da fusão do gelo e do estanho no interior de uma cavidade retangular e no interior de um cilindro horizontal, utilizando-se do código CFD ANSYS Fluent12.0 e dos geradores de malhas Gambit e ANSYS ICEM CFD. O trabalho fora dividido em cinco casos, sendo que os três primeiros tratam da fusão no interior de uma cavidade retangular e os dois últimos, da fusão no interior de um cilindro horizontal. O trabalho objetiva verificar a influência do aquecimento isotérmico (aplicado nas paredes de tais geometrias) no processo de fusão, além do efeito do sub-resfriamento inicial do material sólido neste. Como resultados apresentar-se-ão, no Capítulo 5, linhas de corrente, isotermas e frentes de fusão, ou seja, as principais características do processo de fusão. Utilizando-se a água como PCM, parâmetros como o fluxo de calor na superfície interna das paredes, além do calor latente absorvido em função do tempo durante o processo, também serão obtidos. Correlações para o tempo de fusão total dos PCMs serão apresentadas em função dos números adimensionais de Rayleigh ( $Ra$ ) e Stefan ( $Ste$ ). Em suma, do desenvolvimento do presente trabalho, buscou-se disponibilizar parâmetros fundamentais para o dimensionamento de armazenadores de energia

térmica na forma de calor latente, utilizando-se da água como PCM, e para o processamento de metais, empregando-se o estanho.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 Introdução

O primeiro estudo analítico acerca de problemas com mudança de fase, fora publicado por Lamé e Clapeyron no ano de 1831, segundo citação de Yao e Prusa (1989). Em tal trabalho os autores estudaram a solidificação de um líquido, mantido na temperatura de mudança de fase e concluíram que a formação da crosta (parcela sólida) era proporcional a raiz quadrada do tempo, mas não determinaram o valor da constante de proporcionalidade.

Em meados da década de 60, no século XIX, Neumann resolveu de forma exata o problema mais geral de mudança de fase, o qual consistia na solidificação de um material com o líquido superaquecido (temperatura inicial do líquido maior que a temperatura de mudança de fase), numa geometria plana unidimensional com condição de contorno de temperatura constante; de maneira análoga, no estudo da fusão, inicialmente o sólido encontra-se sub-resfriado, ou seja, a temperatura inicial do sólido é menor que a temperatura de mudança de fase. Os resultados obtidos por Neumann só foram publicados aproximadamente 50 anos depois (1912).

Em 1889, Stefan estudou o problema de mudança de fase em geometrias planas finitas e infinitas, com temperatura inicial diferente da temperatura de mudança de fase do material. Em 1891, Stefan, num outro artigo, publicou um estudo referente à formação de gelo polar. Em tal trabalho unidimensional, o autor pôde concluir que, na condição de solidificação isotérmica, a frente de fusão variava com a raiz quadrada do tempo, corroborando a solução previamente deduzida por Neumann. Devido à importância dada às contribuições dos trabalhos desenvolvidos por Stefan, problemas de mudança de fase regidos apenas pelo mecanismo de transferência de calor de condução, onde o meio encontra-se na temperatura de mudança de fase, foram denominados de “Problemas de Stefan”.(Yao e Prusa (1989)).

Posterior aos estudos de Neumann e Stefan, uma vasta quantidade de artigos foram publicados referentes ao problema de mudança de fase, em geometrias diversas, considerando apenas a condução como mecanismo de transferência de calor para várias condições inicial e de contorno (vide Carslaw e Jaeger (1959), Muehlbauer e Sunderland (1965), Rubinstein (1971) e Crank (1984)).

O interesse em se verificar a influência da convecção nos processos de mudança de fase iniciou-se de forma experimental em meados do século XX, mas só teve significado a partir de 1977 (até então a influência da convecção nos processos de mudança de fase era meramente especulativa). Desde então, sabe-se que, na maioria das situações físicas que envolvem mudança de fase, pequenas variações na temperatura da fase líquida, podem originar o processo de convecção natural. Alguns trabalhos experimentais, os quais serão apresentados mais adiante, mostram a grande importância da troca de calor por convecção nos processos de mudança de fase. Destes trabalhos, mais especificamente os que tratam do fenômeno de fusão, pode-se verificar que o mecanismo de condução é predominante apenas no início do processo, até o momento em que é formada uma fina camada de líquido fundido adjacente à superfície aquecida. Decorrido um determinado tempo, com o aumento da espessura da camada de líquido fundido, a convecção passa a ser o mecanismo de troca de calor predominante no processo de fusão.

## **2.2 Estudos experimentais e teóricos de fusão envolvendo convecção natural**

### **2.2.1 Fusão no interior de geometrias retangulares**

Os estudos de fusão no interior de geometrias retangulares considerando os efeitos convectivos iniciaram-se com Hale e Viskanta (1978) de maneira experimental. Tal estudo teve como objetivo evidenciar a influência da convecção natural no processo de fusão em tal geometria. Para tanto, foram obtidos os perfis de temperatura, frentes de fusão, além de se conseguir também os valores dos coeficientes de transferência de calor na interface líquido-sólido

(frente de fusão). O fluido de trabalho utilizado fora a parafina n-octadecano, com ponto de fusão de 301,2K.

Okada (1984) analisou numericamente o processo de fusão da parafina n-octadecano a partir do aquecimento de uma das paredes verticais. No trabalho proposto, o autor considerou a parede esquerda aquecida, ao passo que a outra parede vertical fora considerada distante o bastante desta para que não influenciasse no processo de fusão. As paredes horizontais (superior e inferior do recipiente retangular) foram consideradas adiabáticas. O material de mudança de fase fora considerado sólido inicialmente (na sua temperatura de fusão). Formulou-se o problema em termos da função de corrente e vorticidade. Soluções foram obtidas para números de Rayleigh maiores que  $5 \times 10^6$  e razões de aspecto (largura sobre altura, neste caso) de até 3. As equações governantes do problema foram discretizadas pelo método de diferenças finitas. Utilizou-se da transformação de coordenadas para que a fronteira móvel (interface líquido-sólido) pudesse ser imobilizada. Os resultados obtidos de forma analítica em tal estudo, tais quais, perfis da frente de fusão e distribuição de temperatura na região de líquido fundido, foram comparados pelos obtidos de maneira experimental pelo mesmo autor em Okada (1983). Além destes resultados, o autor apresentou também uma relação entre o número de Nusselt médio ao longo da parede vertical aquecida e o tempo adimensional.

Ho e Viskanta (1984a) estudaram, experimental e numericamente, a fusão do n-octadecano numa cavidade retangular. A técnica do gráfico de sombras fora usada para medir os coeficientes de transferência de calor locais na superfície aquecida. O movimento da frente de fusão (interface líquido-sólido) fora verificado fotograficamente. Através dos resultados obtidos experimentalmente evidenciou-se que, exceto nos estágios iniciais do processo de fusão, as taxas de fusão e de transferência de calor foram bastante afetadas pela convecção natural na porção líquida. Para o estudo numérico, formulou-se o problema em termos da função de corrente e vorticidade. O método de diferenças finitas fora utilizado na discretização das equações governantes. Discretizadas as equações utilizou-se do método ADI (*Alternating Directional Implicit*) para formular o sistema de equações algébricas lineares resultante, de forma a se obter matrizes tridiagonais. Feito isto, os autores obtiveram a solução numérica através do uso do método TDMA (*Tri Diagonal Matrix Algorithm*). Uma combinação das aproximações *quasi-*

*stationary* e *quasi-steady* fora aplicada. Inicialmente empregou-se a aproximação *quasi-stationary*, a qual consiste na não consideração do movimento da interface líquido-sólido nos cálculos do campo de temperaturas e linhas de corrente, ou seja, a interface é determinada explicitamente de um campo de temperaturas conhecido no tempo anterior. Posteriormente usou-se a aproximação *quasi-steady*, a qual é ainda mais simplificadora que a aproximação utilizada anteriormente, uma vez que nesta despreza-se os termos transientes nas equações governantes do problema. Utilizou-se de uma grade não estruturada de 13 x 21, sendo que esta possuía uma maior densidade de elementos nos contornos. Segundo os autores, a discrepância encontrada na comparação dos resultados numéricos com os experimentais, fora gerada provavelmente pelo emprego de uma grade espacial grosseira e também pelo fato de a expansão volumétrica ter sido desprezada no estudo numérico.

Ho e Viskanta (1984b) estudaram experimentalmente a fusão e solidificação do n-octadecano no interior de uma cavidade retangular, considerando um aquecimento isotérmico da parede horizontal inferior e condução nas duas paredes verticais. No caso, a parede horizontal superior fora considerada adiabática. Neste estudo o gráfico de sombras fora empregado para a medição dos coeficientes de transferência de calor locais na parede horizontal aquecida e, como fora feito no trabalho anterior dos mesmos autores, o movimento da interface líquido-sólido fora relatado fotograficamente. Cabe salientar que tanto na solidificação, quanto na fusão do PCM, as paredes verticais, com o decorrer do tempo, passam a desempenhar um comportamento isotérmico. Novamente os autores puderam notar que o movimento do líquido fundido, induzido pela força de empuxo (convecção natural), teve grande influência nos perfis da frente de fusão, taxa de fusão e na transferência de calor durante o processo de fusão. Durante o processo de fusão também verificou-se a formação de vórtices na superfície inferior, comportamento este bastante similar ao encontrado no estudo anterior dos mesmos autores no qual as vorticidades também ocorreram nas regiões adjacentes as superfícies aquecidas isotermicamente. O efeito do sub-resfriamento do material sólido também fora investigado em tal trabalho.

Gadgil e Gobin (1984) estudaram numericamente a fusão de um PCM no interior de um recipiente retangular aquecido de um dos lados. Tal problema fora formulado em termos das variáveis primitivas. Em tal estudo, iniciou-se a simulação computacional com o uso da solução

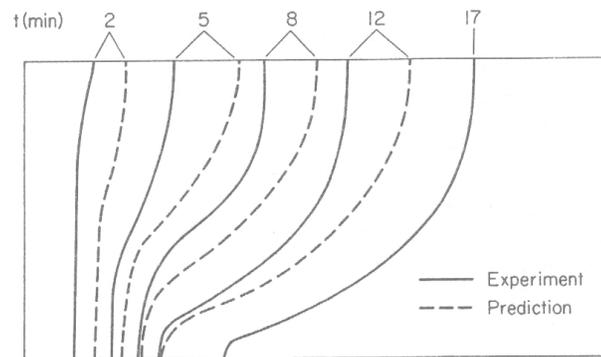
clássica de Stefan (fusão levando-se em conta somente condução pura) até que uma pequena quantidade de PCM, adjacente à parede vertical aquecida, fosse fundida. O restante da simulação fora realizado dividindo-se o processo de fusão em um elevado número de passos *quasi-static*. Em cada passo obtêm-se uma nova posição da frente de fusão (interface sólido-líquido) de forma explícita. Os resultados obtidos mostraram boa concordância com os resultados experimentais de Hale e Viskanta (1978).

Bénard *et al.* (1985) estudaram, experimental e numericamente, o processo de fusão no interior de recipientes retangulares. Tal estudo apresentou resultados experimentais da fusão do n-octadecano no interior de um recipiente retangular aquecido por uma das paredes verticais, os quais serviram para validar o estudo numérico apresentado por Gadgil e Gobin (1984). Além disso, uma profunda análise de problemas de fusão envolvendo convecção proporcionou a criação de correlações algébricas simples, as quais predizem o tempo de desenvolvimento do processo de fusão, por exemplo. Cabe salientar que o problema numérico fora formulado a partir das variáveis primitivas.

Gau e Viskanta (1986) estudaram experimentalmente os processos de fusão e solidificação do gálio (pureza de 99,6%) com ponto de fusão igual a 302,78K, num recipiente retangular com uma das paredes verticais aquecida. Tal metal puro fora escolhido pelos autores pelo fato de ser um metal com propriedades termofísicas bem estabelecidas, ponto de fusão próximo da temperatura ambiente e por ser um metal importante tecnologicamente, uma vez que este pode ser combinado com outros elementos puros para formar materiais industriais, tais como semicondutores, células solares, dispositivos magnéticos, etc. Em tal estudo os autores propuseram correlações entre o volume de metal fundido e alguns parâmetros adimensionais, assim como fora feito com os coeficientes de transferência de calor. Perfis de temperatura (obtidos através de termopares) foram obtidos, viabilizando, assim, uma melhor análise da influência da convecção natural nos processos de fusão e solidificação.

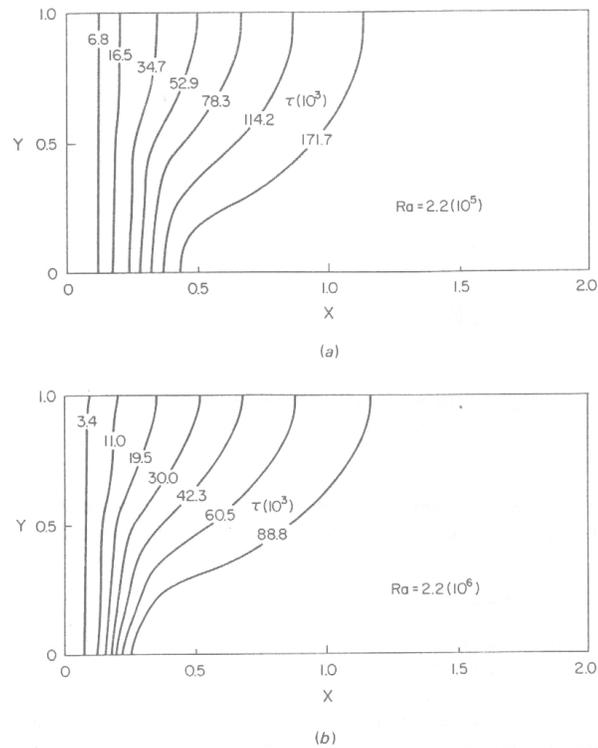
Webb e Viskanta (1986) estudaram numericamente a de fusão do gálio num recipiente retangular, com uma das paredes verticais aquecida isotermicamente. O problema fora formulado em termos das variáveis primitivas. Utilizou-se de uma aproximação *quasi-steady* visando a

imobilização da fronteira móvel (interface sólido-líquido). O sistema de equações diferenciais que governam tal modelo fora discretizado por volumes finitos. Uma grade de 20 x 24 nós nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente, fora empregada. Os parâmetros utilizados na simulação computacional foram os mesmos empregados no estudo experimental feito por Gau e Viskanta (1986). Na Figura 2.1 é apresentada uma comparação das posições da frente de fusão entre ambos os trabalhos.



**Figura 2. 1.** Comparação dos perfis das frentes de fusão obtidas experimentalmente por Gau e Viskanta (1986) e numericamente por Webb e Viskanta (1986) para vários instantes de tempo com  $Ra = 2,2 \times 10^5$ ,  $Ste = 0,042$ , Razão de aspecto ( $A$ ) = 0,5 e  $Pr = 0,021$ .

Como pode-se verificar na Figura 2.1, existe uma certa discrepância entre ambos os resultados. Os perfis são bastante semelhantes, mas o resultado numérico adianta-se um pouco ao experimental. Há duas razões para isto. A primeira delas é o fato de que, no estudo experimental, o sólido encontrava-se inicialmente sub-resfriado de 275K. Tal sub-resfriamento fora relevante neste caso, uma vez que a parede aquecida encontrava-se apenas a 281K acima da temperatura de fusão do metal. A segunda razão reside na dificuldade de se manter a parede vertical aquecida na temperatura desejada. Na Figura 2.2 são apresentados os avanços da frente de fusão, para dois valores de Rayleigh. Os perfis apresentados na figura mostram que, quanto maior o número de Rayleigh, menor será o tempo para se fundir um mesmo volume de metal. Em tal estudo investigou-se, também, a influência do número de Rayleigh nos campos de velocidade e temperatura, evidenciando-se o importante papel que a convecção natural desempenha no processo de fusão.

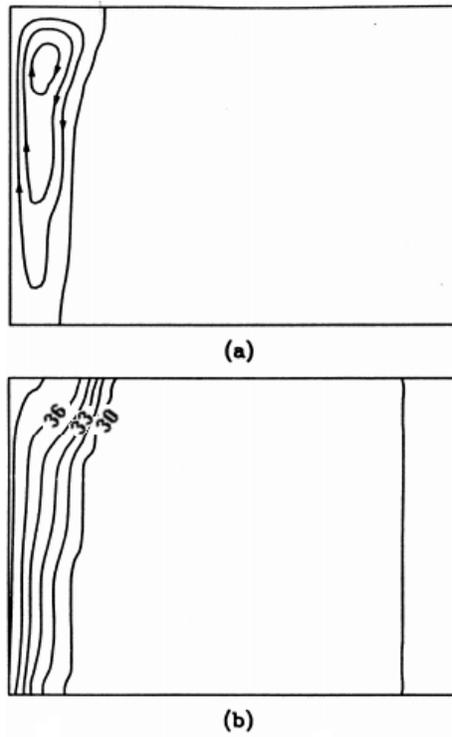


**Figura 2.2.** Perfis das frentes de fusão obtidos numericamente por Webb e Viskanta (1986) para vários instantes de tempo ( $Ste = 0,042$ , Razão de aspecto ( $A$ ) = 0,5 e  $Pr = 0,021$ ). (a)  $Ra = 2,2 \times 10^5$ ; (b)  $Ra = 2,2 \times 10^6$ .

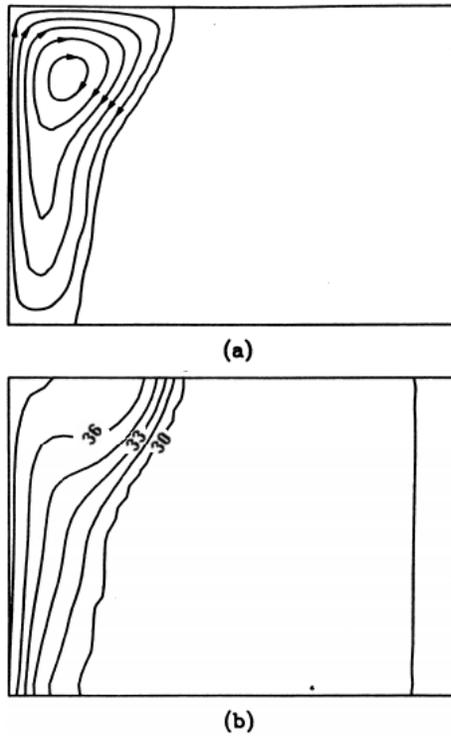
Voller e Prakash (1987) desenvolveram uma solução numérica baseada na entalpia-porosidade. Tal formulação matemática permite o emprego de uma grade fixa, ou seja, por tal formulação, a transformação de coordenadas devido ao movimento da frente de fusão não se faz mais necessária.

Brent *et al.* (1988) aplicaram a formulação matemática baseada na entalpia-porosidade na fusão do gálio puro, no interior de uma cavidade retangular. Como já fora citado no parágrafo anterior, tal técnica possui a vantagem de se trabalhar com uma grade fixa, sem utilizar-se do método da transformação de coordenadas. O algoritmo SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) fora empregado para o acoplamento pressão-velocidade. O método de diferenças finitas fora implementado na discretização das equações governantes, para se conseguir as equações algébricas. Para se obter a solução numérica, utilizou-se do método TDMA. A grade empregada pelos autores em tal trabalho possuía 42 x 32 nós nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente. Um passo de tempo de 5s fora empregado no início do processo, período no

qual têm-se uma mudança brusca de temperatura na região próxima a parede mais quente. Decorrido cerca de quatro passos de tempo, tal valor fora elevado para 10s. A constante da frente de fusão fora considerada igual a  $1,6 \times 10^6$  (tal valor normalmente é empregado entre  $10^4$  e  $10^7$ , segundo o guia do usuário do ANSYS Fluent12.0). Os fatores de sub-relaxação usados em tal simulação numérica foram de 0,5 para as duas equações do momento, 0,6 para a equação da pressão e 0,9 para a equação da energia. As propriedades termofísicas do gálio foram consideradas constantes, exceto para a densidade, onde utilizou-se a aproximação de Boussinesq. Cabe salientar que a condutividade térmica do gálio no estado sólido é altamente anisotrópica, entretanto, no processo de fusão, tal comportamento não é considerado relevante, uma vez que as propriedades físicas do metal no estado líquido é que terão maior influência no processo. A cavidade retangular possuía uma razão de aspecto (altura sobre largura) de 0,714. A parede esquerda fora aquecida a uma temperatura constante de 311K, ao passo que a parede direita fora mantida a uma temperatura constante igual à temperatura a qual o gálio, inicialmente em estado sólido, fora submetido (301,3K). A temperatura de fusão do gálio fora considerada igual a 302,78K. Nas Figuras 2.3 e 2.4, a seguir, são apresentadas linhas de corrente e perfis de temperatura da fusão do gálio, para dois instantes de tempo. A Figura 2.3 mostra que, em  $t = 3\text{min}$ , a transferência de calor por convecção começa a se desenvolver. Tal fato pode ser verificado pela distribuição de temperatura na camada de metal fundido, localizada na região superior esquerda da cavidade retangular. A presença de um vórtice em tal região também caracteriza a presença de convecção.

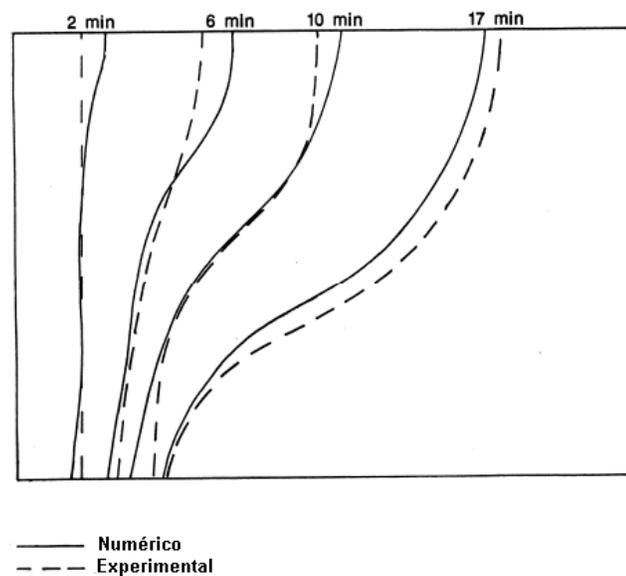


**Figura 2.3.** Função corrente e campo de temperaturas obtidos numericamente por Brent *et al.* (1988) para  $t = 3$  min. ( $Ste = 0,039$ , Razão de aspecto =  $0,714$  e  $Ra = 6 \times 10^5$ ). (a) Linhas de corrente; (b) Campo de temperaturas.



**Figura 2.4.** Função corrente e campo de temperaturas obtidos numericamente por Brent *et al.* (1988) para  $t = 6$  min. ( $Ste = 0,039$ , Razão de aspecto =  $0,714$  e  $Ra = 6 \times 10^5$ ). (a) Linhas de corrente; (b) Campo de temperaturas.

Os gráficos apresentados na Figura 2.4 mostram que a transferência de calor por convecção natural se intensificou com o decorrer do tempo (vide a maior irregularidade da frente de fusão). Em tal trabalho, os autores apresentaram perfis de temperatura e linhas de corrente também para os tempos de 10min, 17min e 19min. Na Figura 2.5 é apresentada uma comparação dos perfis das frentes de fusão obtidos neste estudo com os obtidos experimentalmente por Gau e Viskanta (1986). A comparação dos perfis da frente de fusão mostra que o modelo matemático baseado no método da entalpia-porosidade aproximou-se bastante, tanto na morfologia quanto na posição, dos resultados experimentais obtidos por Gau e Viskanta (1986), diferentemente do que havia ocorrido com Webb e Viskanta (1986), os quais haviam obtido bastante semelhança na morfologia da interface líquido-sólido, mas uma discrepância considerável na posição desta.



**Figura 2.5.** Comparação dos perfis das frentes de fusão obtidas experimentalmente por Gau e Viskanta (1986) e numericamente por Brent *et al.* (1986) para vários instantes de tempo com  $Ra = 6 \times 10^5$ ,  $Ste = 0,039$  e Razão de aspecto = 0,714.

Gong e Mujumdar (1998) estudaram a fusão de um PCM puro no interior de um recipiente retangular de razão de aspecto 0,5, aquecido pela parede inferior (a parede horizontal superior e as paredes verticais foram consideradas adiabáticas), usando o método SUPG (*Streamline Upwind Petrov-Galerkin*) em combinação com um método de grade fixa baseado nas variáveis primitivas. Os autores validaram o modelo comparando seus resultados com aqueles obtidos por

Gau e Viskanta (1986) e por Lacroix (1992). Os resultados apresentados mostraram que diferentes padrões de fluxo são obtidos para diferentes valores do número de Rayleigh. Para elevados valores de Rayleigh, estruturas complexas de fluxo foram obtidas.

Gong *et al.* (1999) analisaram numericamente o processo de fusão de um PCM no interior de uma cavidade retangular com uma das paredes verticais aquecidas isotermicamente utilizando o mesmo modelo empregado por Gong e Mujumdar (1998). Para melhorar a taxa de transferência de calor durante a segunda metade do processo de fusão, os autores propuseram a inversão do recipiente retangular. Os resultados obtidos evidenciaram que a taxa de transferência de calor pôde ser aumentada de 52,4, 56,5 e 60,1% na segunda metade do processo simplesmente por tal inversão para os casos com Rayleigh igual a  $7,11 \times 10^5$ ,  $2,844 \times 10^6$  e  $5,688 \times 10^6$ , respectivamente.

Le Quéré e Gobin (1999) apresentaram uma análise escalar dos parâmetros que influenciam nas instabilidades do fluxo no processo de fusão no interior de uma cavidade retangular aquecida por uma das paredes verticais (a outra parede fora mantida na temperatura de fusão do PCM e as horizontais consideradas adiabáticas). Valores do número de Prandtl iguais a 0,02 (gálio ou estanho) e 50 (octadecano) foram empregados. Para cada valor do número de Prandtl, dois valores de Rayleigh foram testados. Os autores observaram que para elevados valores de  $Ra$  (razão de aspecto maior do que 10), instabilidades multicelulares são esperadas na fusão de substâncias puras com baixo valor de Prandtl, as quais influenciam fortemente na taxa de transferência de calor e na morfologia da interface sólido-líquido. Já para valores de Prandtl elevados, múltiplas células somente poderiam aparecer no fluxo para valores bastante elevados de Rayleigh, uma vez que, segundo os autores, no presente trabalho a instabilidade que poderia ser obtida em tal fluxo não ficou clara, sendo necessária, portanto, uma investigação experimental mais detalhada.

Hannoun *et al.* (2003) tentaram esclarecer a controvérsia acerca do processo de fusão do gálio e do estanho no interior de uma cavidade retangular aquecida por uma das paredes verticais e resfriada pela outra. Várias questões foram discutidas sobre a influência de alguns parâmetros (densidade das grades espaciais, esquemas de discretização, obtenção da independência da grade

nos resultados) na estrutura do fluxo no processo de fusão nesta geometria. Estudos experimentais anteriores também foram discutidos. Na análise numérica, três esquemas de discretização (a montante de primeira ordem, Híbrido e Central) e várias densidades de grade foram testadas. Os autores afirmaram que a estrutura do fluxo deve ser multicelular para o caso estudado.

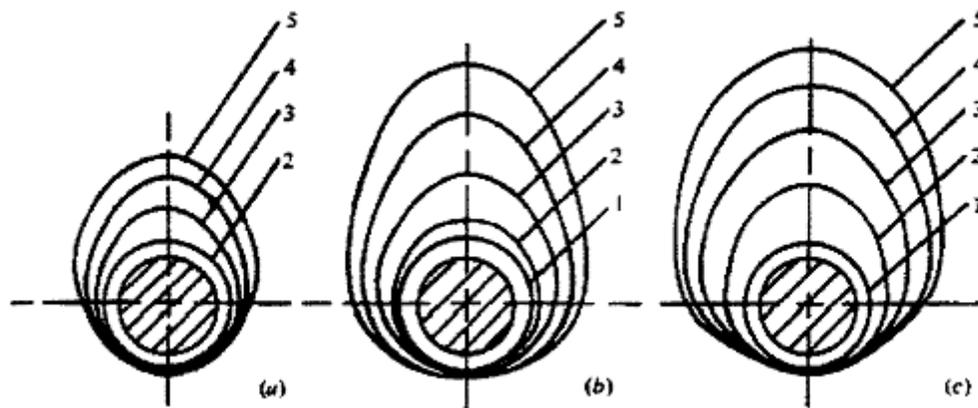
Vidalain *et al.* (2009) apresentaram um modelo numérico aplicável a problemas de mudança de fase baseado nas equações da condução nas fases sólida e líquida. O modelo prediz a posição da interface sólido-líquido e o comportamento térmico global do sistema, sem recorrer à completa solução das equações de Navier-Stokes. O efeito da convecção natural é levado em conta pelo emprego de uma condutividade térmica mais desenvolvida, a qual depende da estrutura do fluxo e dos números adimensionais. Os autores testaram e confrontaram o modelo proposto com soluções obtidas por um código CFD para dois problemas específicos e, em ambos os casos, as predições do modelo proposto apresentaram boa concordância com os resultados obtidos pelo código CFD.

### **2.2.2 Fusão ao redor de um cilindro horizontal**

Os estudos experimentais acerca do processo de fusão de um PCM ao redor de um cilindro horizontal aquecido, iniciaram-se com Sparrow *et al.* (1978). No trabalho proposto, os autores utilizaram uma mistura eutética de hidróxido de sódio (NaOH) e nitrato de sódio (NaNO<sub>3</sub>), como material de mudança de fase. Cabe salientar que, em tal trabalho, o cilindro fora aquecido por um fluxo de calor constante. Ao passo que o experimento fora sendo realizado, os autores desenvolveram um outro trabalho, em paralelo, no qual fora considerado apenas a convecção natural no material líquido, sem levar-se em conta o fenômeno de mudança de fase. Tal trabalho paralelo fora desenvolvido para efeito de comparação dos resultados. Ao fim dos experimentos pôde-se observar que os coeficientes de transferência de calor por convecção obtidos em ambos, possuíam um perfil bastante semelhante. Pôde-se observar também que o comportamento de tais perfis diferiram com relação ao comportamento obtido para o caso onde somente o mecanismo de

condução está presente no processo. Tal fato evidencia que, no processo de fusão, além da condução, um outro mecanismo de transferência de calor está presente, que, no caso, trata-se da convecção natural. Outra evidência de que outro mecanismo, além da condução, estaria presente no processo de fusão, fora verificado nos perfis das frentes de fusão. Tais perfis são circulares, concêntricos ao eixo do cilindro, quando só existe o mecanismo de condução, mas, no trabalho em questão, os autores obtiveram perfis assimétricos, com uma espécie de “pluma” na região acima do cilindro. Tal assimetria tende a ser mais intensa à medida que o processo de fusão se desenvolve e, deve inexistir no estágio inicial do processo, quando somente o mecanismo de transferência de calor por condução está presente.

Bathelt *et al.* (1979), realizou um trabalho experimental bastante semelhante ao desenvolvido por Sparrow *et al.* (1978), confirmando os resultados obtidos por estes. No trabalho em questão, os autores utilizaram a parafina n-octadecano como material de mudança de fase. Os perfis das interfaces líquido-sólido foram obtidos fotograficamente, os quais são apresentados na Figura 2.6, para os tempos adimensionais de  $\tau = 0,96$  (1),  $\tau = 1,92$  (2),  $\tau = 3,84$  (3),  $\tau = 5,76$  (4) e  $\tau = 7,68$  (5).



**Figura 2.6.** Perfis das frentes de fusão obtidas experimentalmente por Bathelt *et al.* (1979) para vários instantes de tempo. (a)  $Ste = 0,587$ ; (b)  $Ste = 0,881$ ; (c)  $Ste = 1,175$ .

Como pode-se verificar na Figura 2.6, o volume de líquido fundido é maior na parte superior do cilindro, região na qual a transferência de calor se desenvolve por convecção.

Sparrow *et al.* (1977) estudaram numericamente o fenômeno de fusão ao redor de um cilindro horizontal aquecido, incorporando os efeitos da convecção natural. Uma formulação em termos das variáveis primitivas fora usada para a se determinar o campo de velocidades presente no líquido fundido. Os autores utilizaram uma transformação de coordenadas visando imobilizar a fronteira (interface sólido-líquido) móvel. O uso da transformação de coordenadas resulta no aparecimento de termos adicionais nas equações governantes do plano transformado. Tais termos estão relacionados com a curvatura da interface no plano físico. Cabe salientar que, em tal trabalho, os autores desprezaram tais termos adicionais, fazendo com que seu método fosse limitado ao caso onde o raio da interface variava somente suavemente na direção axial. Para a discretização das equações diferenciais governantes utilizou-se do método de diferenças finitas implícito, ao passo que a interface fora obtida explicitamente. Os resultados obtidos pelos autores estavam de acordo com a predição experimental, uma vez que fora encontrado um maior volume de líquido fundido na parte superior do cilindro.

Abdel-Wahed *et al.* (1979) estudaram experimentalmente o processo de fusão ao redor de um cilindro horizontal aquecido, considerando o efeito de sub-resfriamento. Tal trabalho consistiu numa extensão do trabalho desenvolvido por Sparrow *et al.* (1978). Dois experimentos foram executados, um para condição inicial de sub-resfriamento do sólido e, outro, para o sólido não sub-resfriado. Através de fotografias obtiveram-se os perfis das frentes de fusão, para ambos os experimentos. Analisando os resultados, os autores puderam concluir que, para um mesmo intervalo de tempo, o volume de líquido fundido era substancialmente menor quando da condição de sub-resfriamento.

Kemink e Sparrow (1981), de forma experimental, observaram os efeitos do sub-resfriamento do material sólido, no processo de fusão ao redor de um cilindro vertical aquecido. Através de tal estudo eles puderam verificar que o sub-resfriamento tende a atrasar o momento em que a convecção natural passa a ser o mecanismo de transferência de calor dominante no processo de fusão. Os coeficientes de transferência de calor com o sub-resfriamento foram 10-15% mais baixos do que os encontrados na fusão do material saturado. Tal resultado é diretamente oposto ao obtido quando considera-se apenas a condução como mecanismo de transferência de calor dominante.

Yao e Chen (1980) trataram os efeitos da convecção natural como uma perturbação no processo de fusão com condução dominante. Sendo assim, a solução do problema fica concentrada no período inicial de tempo, período no qual a condução domina o processo de fusão e, fica limitada a baixos valores de Rayleigh e Stefan. O material sólido fora assumido como estando em sua temperatura de saturação, inicialmente. Para a imobilização da fronteira móvel utilizou-se da técnica de transformação de coordenadas. Diferentemente de Sparrow *et al.* (1977), no presente trabalho, os autores consideraram todos os termos adicionais provenientes de tal transformação. Devido a este fato, tal trabalho foi o primeiro a utilizar, de maneira correta, a transformação de coordenadas num problema multidimensional de Stefan, com efeitos convectivos.

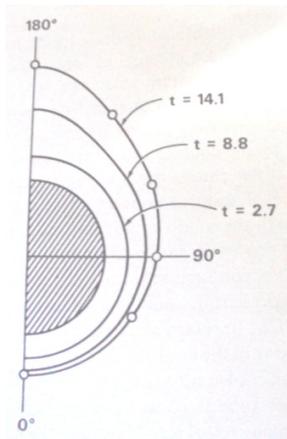
Yao e Cherney (1981) resolveram um problema semelhante ao de Yao e Chen (1980), incorporando o efeito de sub-resfriamento do material sólido. O método integral fora utilizado. Sem considerar os efeitos de sub-resfriamento, os autores obtiveram resultados em boa concordância com os anteriormente obtidos por Yao e Chen (1980). Dos resultados obtidos em tal trabalho, os autores puderam concluir que são cinco os fatores que influencia no processo de fusão, sendo eles: Números de Rayleigh, Stefan e Prandtl, relação entre as difusividades térmicas do material nas fases sólida e líquida e a taxa de sub-resfriamento.

Embora todos os termos adicionais, provenientes da transformação de coordenadas para a imobilização da fronteira móvel, foram empregados por Yao e Chen (1980) e Yao e Cherney (1981), não foi possível verificar o uso geral de tal transformação para geometrias altamente irregulares, uma vez que tais soluções foram obtidas para pequenos intervalos de tempo no início do processo. Já Prusa e Yao (1983), conseguiram tal verificação em seu trabalho numérico para determinar a transferência de calor por convecção natural em regiões anulares excêntricas.

Rieger *et al.* (1982) utilizaram a técnica de coordenadas ajustadas ao corpo para a imobilização da fronteira móvel (*body fitted*), como fora proposto por Thompson *et al.* (1974). Vale lembrar que tal técnica é similar a Transformada de Landau, diferindo apenas no fato de que, na Transformada de Landau, o novo sistema de coordenadas é obtido das equações

algébricas, ao passo que, na técnica de coordenadas ajustas ao corpo, utiliza-se das equações diferenciais para determinar o novo domínio.

Prusa e Yao (1984a e 1984b) também estudaram o fenômeno de fusão ao redor de um cilindro horizontal aquecido. Os efeitos da convecção natural foram incorporados ao modelo. Em ambos os trabalhos, utilizou-se o método de transformação de coordenadas para a imobilização da fronteira móvel. A solução numérica fora obtida pelo método de diferenças finitas. O campo de velocidades no líquido fundido fora determinado pelo uso de uma formulação em função de corrente e vorticidade. A condição de velocidade nula na interface líquido-sólido fora usada. Considerou-se também que, no estágio inicial, o material de mudança de fase estava na sua temperatura de saturação. Prusa e Yao (1984a) usaram como condição de contorno, fluxo de calor constante na parede do cilindro, ao passo que Prusa e Yao (1984b), usaram como condição de contorno, temperatura constante na parede do cilindro. Usando ambos os métodos, numérico e de perturbação, os autores concluíram que o processo de fusão poderia ser subdividido em três estágios. No estágio inicial, o perfil da frente de fusão possui o aspecto de um anel concêntrico. Isto porque neste estágio, existe convecção, mas, esta, ainda exerce um papel insignificante no processo. Portanto, pode-se dizer que a condução é o mecanismo de transferência de calor dominante nesta etapa e que o processo de fusão é função apenas do número de Stefan. No segundo estágio ( $t = 2,7$ ), ou estágio de transição, o perfil da frente de fusão ainda é bastante próximo de um anel concêntrico, mas, agora, os mecanismos de condução e convecção possuem aproximadamente a mesma magnitude. As taxas de transferência de calor local começam a se tornarem não uniforme. No último estágio ( $t > 3$ ), observa-se um maior volume de líquido fundido na região superior ao cilindro aquecido, do que na região inferior. A fusão abaixo do cilindro diminui a um nível muito baixo. Neste estágio do processo, a convecção natural passa a exercer um papel dominante na transferência de calor e, o perfil da frente de fusão, a taxa de transferência de calor e o campo de temperaturas são fortemente influenciados pelos valores do número de Rayleigh. Tais estágios do processo de fusão ao redor de um cilindro horizontal aquecido são apresentados de maneira gráfica, na Figura 2.7.



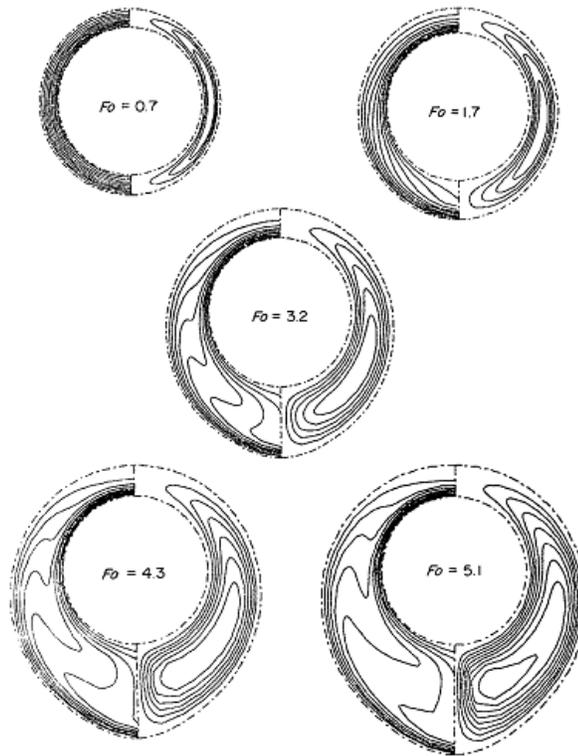
**Figura 2.7.** Crescimento da região fundida ao redor de um cilindro horizontal aquecido is termicamente. Resultados numéricos de Prusa e Yao (1984b) (□) e Rieger *et al.* (1982) (o), para  $Ste = 0,02$ ,  $Ra=37.500$  e  $Pr = 50$ .

Da Figura 2.7, percebe-se que os resultados numéricos obtidos por Prusa e Yao (1984b) estão em boa concordância com os resultados obtidos por Rieger *et al.* (1982). Os autores também concluíram que a duração dos dois primeiros estágios diminui com o aumento dos valores dos números de Stefan e Rayleigh.

Ho e Chen (1986) estudaram o fenômeno de fusão ao redor de um cilindro horizontal is termicamente aquecido, considerando os efeitos convectivos na fase líquida. A água foi usada como material de mudança de fase. Sabe-se que a água possui um comportamento anômalo em torno de 277K (sua densidade alcança um valor máximo). Devido a tal fato, empregou-se a relação de Gebhart e Mollendorf (1977). Tal relação descreve o comportamento não linear da densidade da água em relação à temperatura (faixa de temperatura de 273 a 293K).

Para a obtenção da solução numérica utilizou-se do método de diferenças finitas na discretização das equações governantes. O método ADI foi usado para formular o sistema de equações algébricas lineares resultante, de forma a se obter matrizes tridiagonais. Feito isto, os autores obtiveram a solução numérica através do emprego do método TDMA. Para se determinar o campo de velocidades na parcela de líquido fundido, empregou-se uma formulação em função de corrente e vorticidade. As simulações numéricas foram realizadas considerando-se a parede do cilindro (raio = 25,4mm) aquecida is termicamente nas temperaturas de 277, 279, 281, 282 e

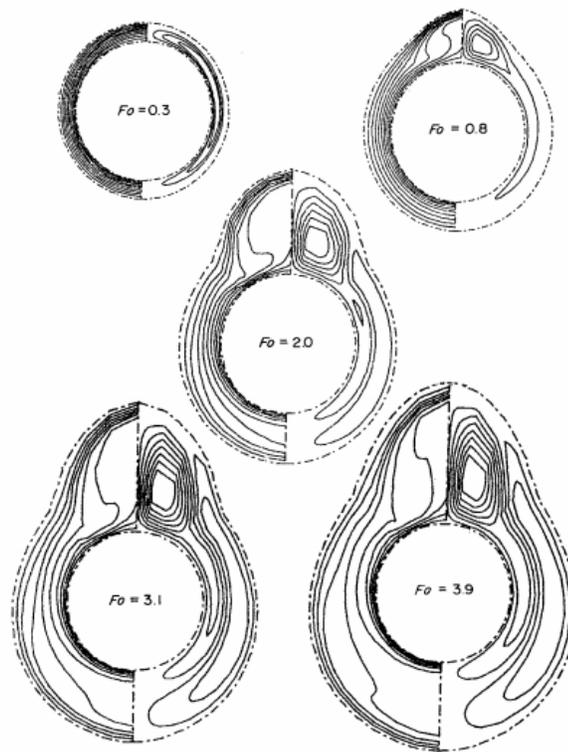
283K. Na Figura 2.8 são apresentados alguns perfis da frente de fusão para cinco intervalos de tempo adimensional. Neste caso, o cilindro é aquecido isotermicamente a 277K, com  $Ste = 0,56$ .



**Figura 2.8.** Variação dos perfis da frente de fusão com o tempo, para  $Ste = 0,56$  e  $T = 277K$ . Isotermas à esquerda e linhas de fluxo à direita (Ho e Chen (1986)).

A Figura 2.8 mostra que no tempo adimensional  $Fo = 0,7$ , o mecanismo de transferência de calor dominante é a condução, uma vez que a distribuição de temperatura ao redor do cilindro é simétrica, na forma de anéis concêntricos. À medida que o tempo aumenta, aumenta também a influência do mecanismo de convecção na transferência de calor. Sendo assim, a distribuição de temperatura ao redor do cilindro deixa de ser simétrica. Neste caso, é importante verificar que o comportamento dos perfis da frente de fusão é o oposto do que se espera para fluidos com comportamento normal. Isto deve-se ao fato de a água possuir sua densidade máxima na temperatura de 277K. Como a temperatura da parede está nesta temperatura, a parcela de líquido fundida mais próxima à parede tende a se dirigir para a região inferior do cilindro (por ser mais densa) ao passo que a camada de líquido mais próxima da interface líquido-sólido tende a mover-se para cima (por ser menos densa). A partir de  $Fo = 3,2$  origina-se uma pluma térmica na frente

de fusão localizada na região inferior do cilindro. Por conseguinte, o crescimento da frente de fusão nesta região é favorecido. Em contrapartida, no topo do cilindro há um retardamento no crescimento da frente de fusão. Apesar do comportamento anômalo da água pode-se perceber que há a formação de uma frente de fusão com aspecto de pêra, mas, neste caso de  $T = 277\text{K}$ , o maior volume se encontra abaixo do cilindro. Na Figura 2.9, são apresentados perfis da frente de fusão, sendo que, neste caso,  $T = 283\text{K}$  e  $Ste = 0,126$ .



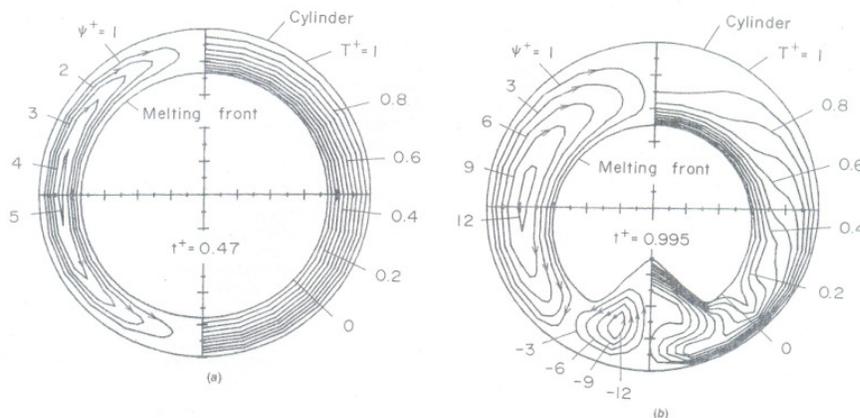
**Figura 2.9.** Variação dos perfis da frente de fusão com o tempo, para  $Ste = 0,126$  e  $T = 10^\circ\text{C}$ . Isotermas à esquerda e linhas de fluxo à direita (Ho e Chen (1986)).

Como pode-se verificar na Figura 2.9, na temperatura de  $283\text{K}$ , obtêm-se o perfil de pêra, perfil este que seria o esperado para qualquer outro material com um comportamento normal (típico). Os resultados obtidos por Ho e Chen (1986), tal como o volume de líquido fundido, por exemplo, foram comparados com os resultados de White (1984), obtendo uma boa concordância.

### 2.2.3 Fusão no interior de um cilindro horizontal

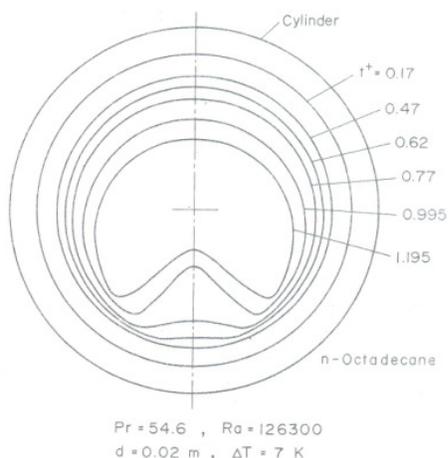
O processo de fusão de um material de mudança de fase no interior de um cilindro horizontal isotérmico é um problema de certa forma conhecido, o qual tem sido investigado tanto experimentalmente quanto numericamente ao longo dos anos. Este problema tem sido um assunto interessante devido as divergências dos resultados que têm sido relatados. Pannu *et al.* (1980), usando parafina como material de mudança de fase, obtiveram um perfil da frente de fusão côncavo no ponto de estagnação da porção superior do material sólido. Saitoh e Hirose (1982) relataram, tanto experimentalmente quanto numericamente, que com o progresso da fusão do material sólido, a interface sólido-líquido possui uma característica de concavidade, a qual ocorre na porção inferior do material sólido e, não na superior, como havia sido verificado por Pannu *et al.* (1980). Já Rieger *et al.* (1983), Ho e Viskanta (1984c) além de Yoo e Ro (1986) conseguiram uma interface sólido-líquido convexa para tal região, tanto experimentalmente quanto numericamente. Em seus estudos, Saitoh e Hirose (1982) estudaram os fenômenos de fusão e solidificação no interior de um cilindro horizontal. Para tanto utilizaram como material de mudança de fase o n-octadecano, pelo fato de suas propriedades termofísicas serem relativamente estáveis, além de sua fase líquida ser transparente, e a água (nos casos de elevados valores do número de Rayleigh). Realizou-se um esforço especial para a obtenção das soluções para elevados valores do número de Rayleigh. Para este fim, adotou-se de três ferramentas: Visando diminuir o tempo da simulação computacional, utilizou-se o método de diferenças finitas explícito. Para eliminar o movimento bidimensional complexo da fronteira, adotou-se a transformada de Landau. Para suprir a forte instabilidade numérica adotou-se uma técnica de suavização das variáveis dependentes baseada no método de aproximação pelos mínimos quadrados. Desta forma conseguiu-se uma função de sexta ordem para a frente de fusão, vorticidade e temperatura, possibilitando assim a simulação computacional para elevados valores do número de Rayleigh. Cabe salientar que em todas as simulações considerou-se o centro do material sólido fixo, entretanto, sabe-se que na prática o centro do sólido move-se devido ao efeito gravitacional. Nicolas e Bayazitoglu (1980) analisaram o problema de fusão incluindo o efeito gravitacional na resolução da equação da condução de calor na fase líquida). A formulação das equações governantes fora feita em termos de função de corrente e vorticidade. O estudo

mostrou como resultados: perfis de temperatura, frente de fusão para vários tempos adimensionais, além dos aspectos do fluxo da convecção natural dentro do cilindro horizontal. No trabalho em questão, Saitoh e Hirose (1982) compararam seus resultados obtidos para o n-octadecano com os resultados de um trabalho anterior, desenvolvido por eles mesmos de forma experimental. Cabe salientar que alguns parâmetros dos trabalhos eram diferentes, já que no realizado experimentalmente, fora usado um diâmetro de 0,0448m ao passo que no numérico, o diâmetro utilizado fora de 0,02m. Os valores dos números de Prandtl, Rayleigh e da variação de temperatura também variaram do experimento para o trabalho numérico. No trabalho experimental os valores utilizados foram de  $Pr = 50,6$ ,  $Ra = 2,914.000$  e  $\Delta T = 13K$ , ao passo que no numérico utilizou-se um valor de  $Pr = 54,6$  e  $Ra = 126.300$  e  $\Delta T = 7K$ . A pureza do n-octadecano usado no trabalho experimental era de 99,86%. Desta forma, sabe-se que uma comparação estrita não pode ser feita, mas, de qualquer maneira, é importante notar a concavidade do contorno da frente de fusão na parte inferior do cilindro. Na Figura 2.10 são apresentados os perfis da frente de fusão para diferentes tempos adimensionais, obtidos numericamente.



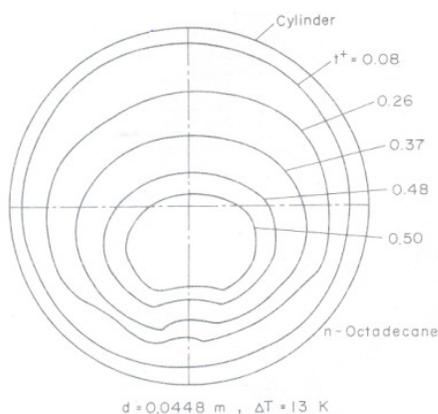
**Figura 2.10.** Linhas de fluxo e isotermas na parcela de líquido fundido, e perfis da frente de fusão para diferentes tempos adimensionais (Saitoh e Hirose (1982)).

Na Figura 2.11, são apresentadas frentes de fusão superpostas, obtidas numericamente, desde o tempo adimensional de 0,17 até 1,195.



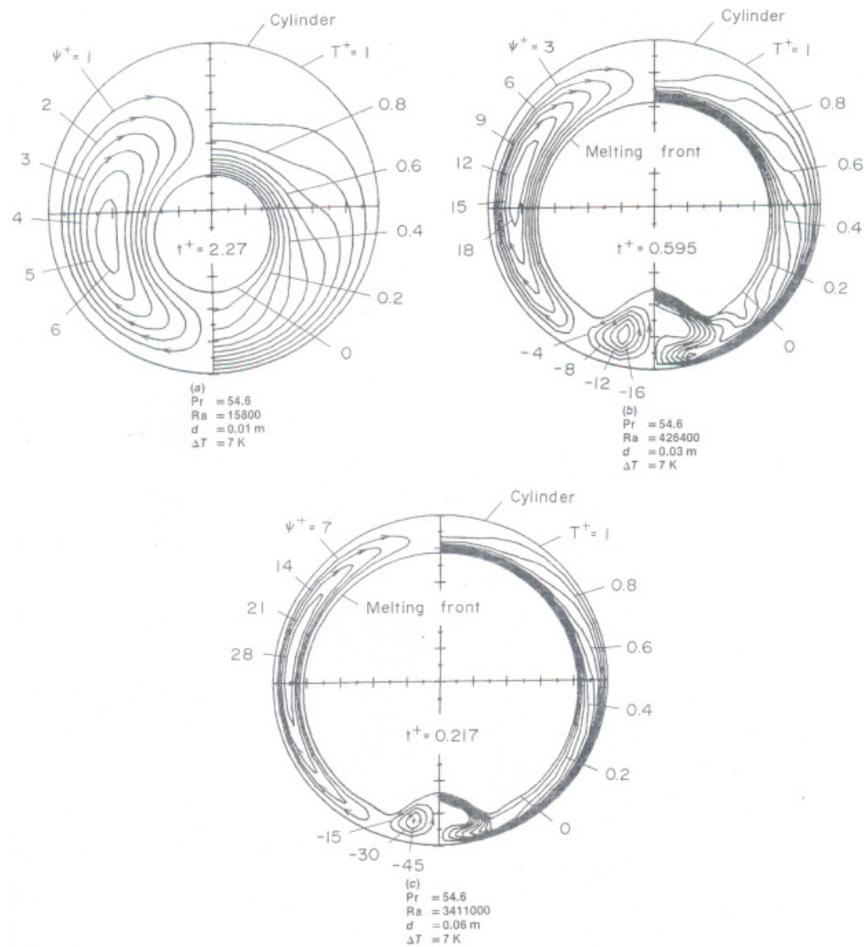
**Figura 2.11.** Perfis superpostos da frente de fusão para diferentes tempos adimensionais (resultado numérico obtido por Saitoh e Hirose (1982)).

Já na Figura 2.12, logo abaixo, são apresentadas as frentes de fusão superpostas obtidas experimentalmente, para diferentes tempos adimensionais, os quais variaram de 0,08 até 0,50.



**Figura 2.12.** Perfis superpostos da frente de fusão para diferentes tempos adimensionais (resultado experimental obtido por Saitoh e Hirose (1982)).

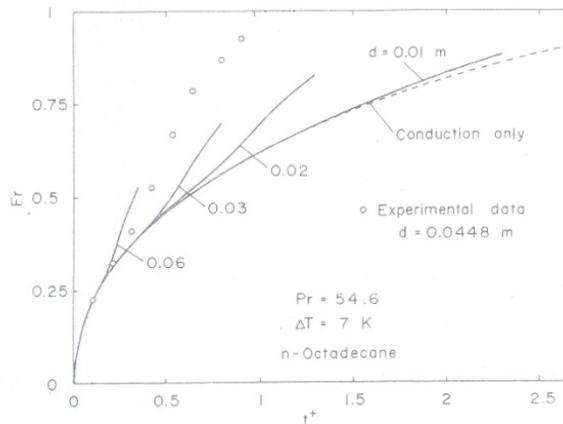
Analisando as Figuras 2.11 e 2.12, pode-se notar que a concavidade da interface sólido-líquido no trabalho experimental é menos intensa, comparada à predição numérica. Deste modo, devido a ocorrência de um vórtice tridimensional na direção axial, a taxa de transferência de calor na parcela inferior do cilindro fora menor no estudo experimental do que a obtida no estudo numérico, o qual fora feito em 2D. Os autores também apresentaram resultados, para diferentes diâmetros do cilindro, os quais são apresentados na Figura 2.13.



**Figura 2.13.** Linhas de fluxo (à esquerda) e isothermas (à direita) na parcela de líquido fundido, e perfis da frente de fusão para diferentes diâmetros do cilindro (Saitoh e Hirose (1982)).

Como pode-se observar na figura acima, diâmetros muito pequenos não geram vórtice na parcela inferior de líquido fundido e, por conseguinte, neste local, não há a formação de um perfil côncavo na frente de fusão.

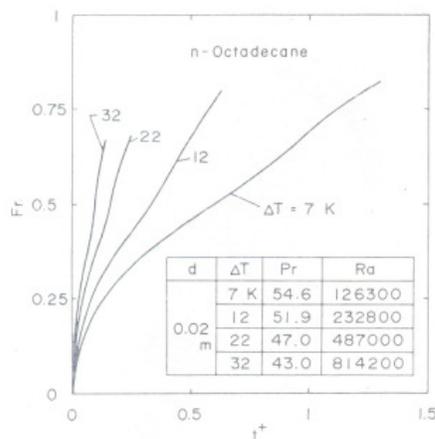
Na Figura 2.14 é apresentada a fração de calor armazenado em função do tempo, para diferentes diâmetros do cilindro.



**Figura 2.14.** Fração de calor armazenado em função do tempo adimensional, para diferentes diâmetros (Saitoh e Hirose (1982)).

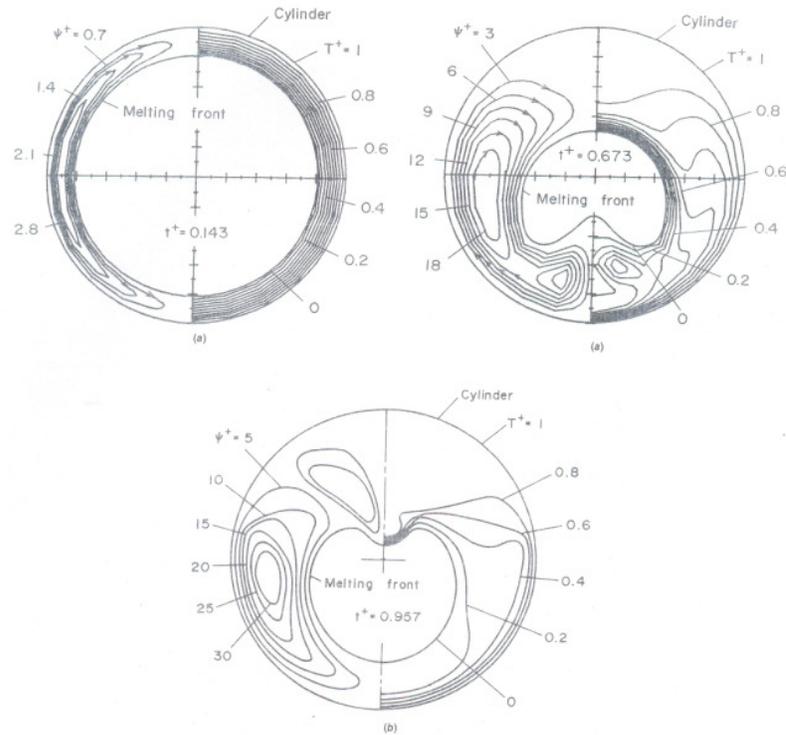
Analisando a Figura 2.14, pôde-se verificar uma moderada semelhança qualitativa dos resultados obtidos experimental e numericamente. Pôde-se perceber também que, na medida em que se aumenta o diâmetro do cilindro, mais rapidamente obtêm-se uma maior fração de calor armazenada. Isto ocorre pelo fato de a intensidade da convecção natural na camada fundida aumentar com o aumento do diâmetro do cilindro. Desta forma, pode-se notar o importante papel que a convecção natural desempenha neste problema.

Não obstante isto, os autores também concluíram que, para um mesmo diâmetro, à medida que a temperatura da superfície do cilindro aumenta, a fração de calor armazenada cresce rapidamente (vide Figura 2.15, a seguir).



**Figura 2.15.** Fração de calor armazenada em função da temperatura da superfície do cilindro, para um mesmo diâmetro (resultado numérico obtido por Saitoh e Hirose (1982)).

Alguns dos resultados obtidos foram comparados aos apresentados por Pannu *et al.* (1980). Tal comparação é apresentada na Figura 2.16.

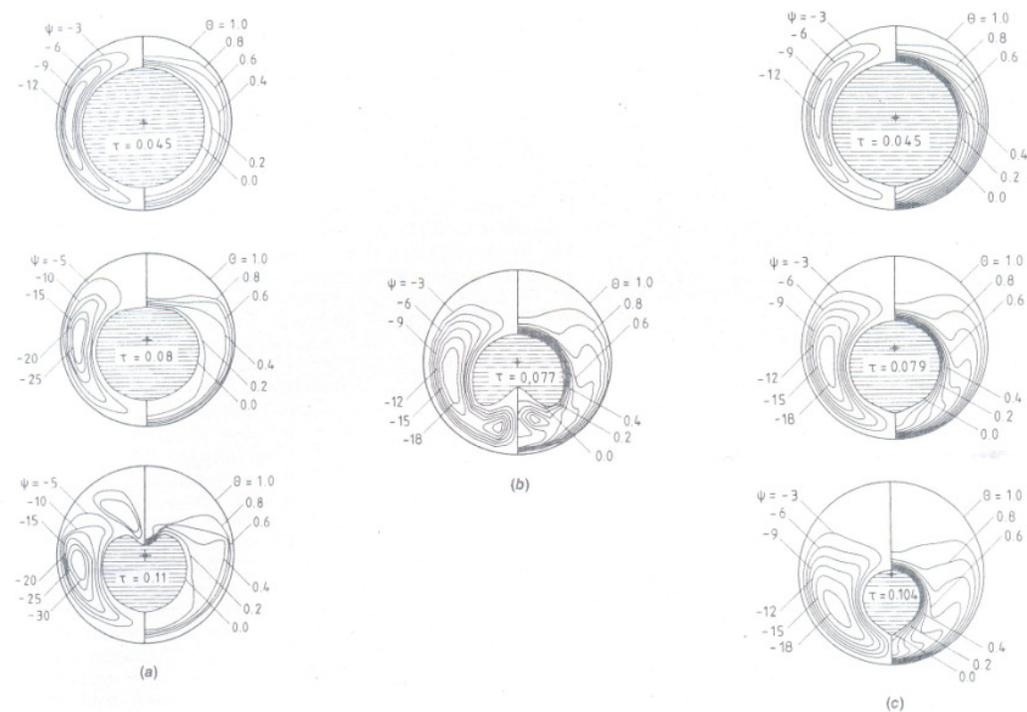


**Figura 2.16.** Comparação das frentes de fusão obtidas por Saitoh e Hirose (1982) e Pannu *et al.* (1980). (a) Resultados numéricos obtidos por Saitoh e Hirose (1982); (b) Resultado numérico obtido por Pannu *et al.* (1980).

Como pode-se verificar na Figura 2.16, os resultados obtidos por Saitoh e Hirose (1982) diferiram tanto quantitativamente quanto qualitativamente do resultado obtido por Pannu *et al.* (1980), como já fora citado anteriormente. Concluiu-se, portanto, que o estudo de Pannu *et al.* (1980) poderia conter erros, uma vez que Saitoh e Hirose (1982) afirmaram que a concavidade da frente de fusão da parte inferior do material sólido, deve-se a instabilidade térmica que ocorre neste local. Além disso, Saitoh e Hirose (1982) também afirmaram que não é natural o aparecimento de um vórtice na região estratificada acima do sólido, como fora obtido por Pannu *et al.* (1980).

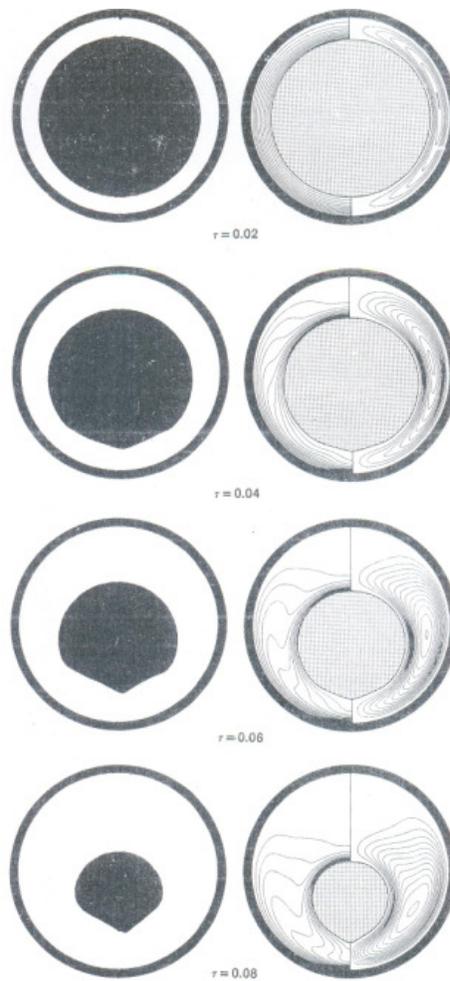
Rieger *et al.* (1983) realizaram simulações numéricas e um estudo experimental na faixa de  $10^5 < Ra < 10^6$ . O problema consistiu basicamente de um cilindro aquecido de forma isotérmica e preenchido com n-octadecano como material de mudança de fase. Os resultados numéricos obtiveram boa concordância com os experimentais, diferindo bastante dos resultados anteriormente obtidos por Pannu *et al.* (1980) e Saitoh e Hirose (1982). Para a realização do modelo numérico foram feitas algumas considerações. Rieger *et al.* (1983) consideraram as propriedades termofísicas do material constantes, exceto a densidade, uma vez que sua variação fora considerada apenas no termo relativo à força de empuxo nas equações de Navier-Stokes (aproximação de Boussinesq). A variação da densidade durante o fenômeno de fusão, além da dissipação viscosa, foram consideradas desprezíveis. O fluido fora considerado newtoniano e incompressível e o escoamento como laminar e bidimensional. Para conseguir a solução numérica das equações governantes transformadas e suas respectivas condições de contornos, discretizou-se tais equações usando-se somente aproximações de diferença central. O método totalmente implícito, proposto por Stone (1968) foi o escolhido para a resolução das equações. Tal método fora aplicado por Rieger *et al.* (1982), Projahn *et al.* (1980) e Rieger e Projahn (1981) noutros problemas de transferência de calor, nos quais mais detalhes podem ser obtidos. Conciliando-se precisão com tempo computacional de simulação, uma grade contendo 21 x 31 nós fora escolhida.

Na Figura 2.17 é apresentada uma comparação dos resultados obtidos por Rieger *et al.* (1983), Pannu *et al.* (1980) e Saitoh e Hirose (1982), para valores de  $Ra = 2 \times 10^5$ ,  $Pr = 145$  e  $Ste = 0,115$ . Diferentemente de Pannu *et al.* (1980) e de Saitoh e Hirose (1982), os resultados obtidos por Rieger *et al.* (1983) não mostraram a formação de vórtices, nem acima da fase sólida (como aparecera nos resultados de Pannu *et al.* (1980)) e nem abaixo (como fora obtido por Saitoh e Hirose (1982)). Sendo assim, a interface sólido-líquido de tal estudo possui uma certa convexidade na parte inferior do material sólido. Cabe salientar que para tempos adimensionais bastante baixos ( $\tau = 0,045$  e  $\tau = 0,08$ ), os resultados de Pannu *et al.* (1980) foram bastante semelhantes. A discrepância observada em tal estudo ocorreu para o tempo de  $\tau = 0,11$  e deve ter sido causada pelo fato de a malha utilizada ter sido bastante grosseira (10 x 10).



**Figura 2.17.** Comparação das frentes de fusão obtidas por Saitoh e Hirose (1982), Pannu *et al.* (1980) e Rieger *et al.* (1983). (a) Resultados numéricos obtidos por Pannu *et al.* (1980); (b) Resultado numérico obtido por Saitoh e Hirose (1982); (c) Resultados numéricos obtidos por Rieger *et al.* (1983).

Como resultados experimentais, Rieger *et al.* (1983), apresentaram fotografias. Na Figura 2.18, são apresentados quatro perfis das frentes de fusão ( $\tau = 0,02$ ,  $\tau = 0,04$ ,  $\tau = 0,06$  e  $\tau = 0,08$ ) para os valores de  $Ra = 4 \times 10^5$  e  $Ste = 0,04$ . Cabe salientar que à esquerda são apresentados os resultados experimentais, ao passo que à direita são apresentados os resultados numéricos (isotermas à esquerda e linhas de corrente à direita).

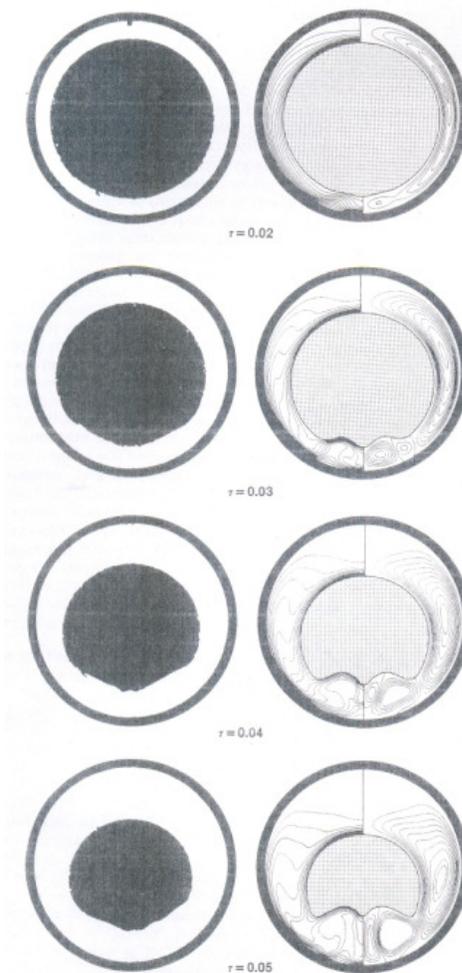


**Figura 2.18.** Perfis das frentes de fusão para vários instantes de tempo adimensionais (Rieger *et al.* (1983)).

A variação dos contornos da frente de fusão com o tempo, assim como a disposição das isotermas, revela uma maior taxa de fusão na região superior do material sólido, a qual deve-se ao vórtice formado durante o processo (causado pela diferença de densidade na região líquida), uma vez que tal vórtice transfere o calor da parede para o sólido mais rapidamente nesta região. Isto faz com que a interface sólido-líquido mova-se mais rapidamente para baixo. Somente no início do processo de fusão é que a transferência de calor por condução predomina no sistema. Cabe ressaltar que tal período de tempo depende do número de Rayleigh. Após este pequeno período de tempo, a transferência de calor por convecção vai ganhando importância até se tornar o mecanismo predominante de transferência de calor.

Pode-se perceber também que os resultados experimentais estão em boa concordância com os numéricos. Como já fora citado anteriormente, na parte inferior do material sólido, durante a realização do trabalho experimental, houve a formação de vórtices tridimensionais. Tal fato pode ser a causa de, no resultado experimental, obter-se um perfil mais acentuado do material sólido.

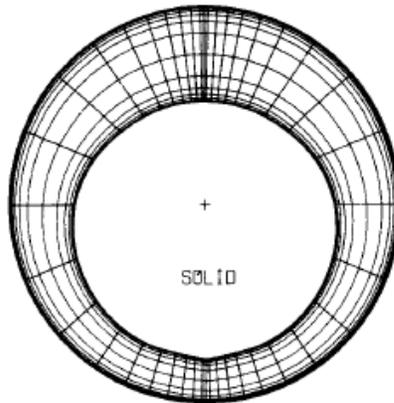
Já na Figura 2.19 são apresentados quatro perfis das frentes de fusão ( $\tau = 0,02$ ,  $\tau = 0,03$ ,  $\tau = 0,04$  e  $\tau = 0,05$ ) para os valores de  $Ra = 1 \times 10^6$  e  $Ste = 0,1$ . Cabe salientar que à esquerda são apresentados os resultados experimentais, ao passo que à direita são apresentados os resultados numéricos (isotermas à esquerda e linhas de corrente à direita).



**Figura 2.19.** Perfis das frentes de fusão para vários tempos adimensionais (Rieger *et al.* (1983)).

O desenvolvimento de vórtices secundários também fora verificado nas simulações numéricas com  $Ra = 10^6$  e  $Ste = 0,1$ . Analisando os contornos das frentes de fusão nos perfis acima, pode-se perceber uma pequena diferença. O fato de o modelo matemático empregado ser bidimensional pode ser a principal causa de tal diferença. Todavia, algumas características do processo de fusão, como o volume e a posição do material de mudança de fase, foram razoavelmente resolvidos. Os autores examinaram especificamente as características do regime do fluxo para  $Ra = 10^6$ , afirmando que a alteração do fluxo *quasi-steady* para o fluxo transitório de fase era uma das características marcantes de tal regime.

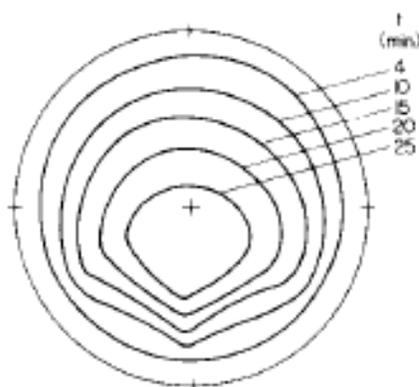
Ho e Viskanta (1984c) estudaram o fenômeno de fusão no interior de um cilindro horizontal de forma experimental e analítica. Cabe salientar que a ênfase no trabalho fora dada para a parte experimental. Eles resolveram iniciar o problema com um sub-resfriamento do sólido, que consiste num abaixamento substancial da temperatura com relação ao ponto de fusão deste. A técnica do gráfico de sombras foi utilizada para medir os coeficientes de transferência de calor local na superfície aquecida. O movimento da interface sólido-líquido durante a mudança de fase fora mostrado fotograficamente. Os resultados experimentais reafirmaram o papel dominante causado pelo movimento de convecção natural do fluido durante o fenômeno de fusão no interior do tubo. Como material de mudança de fase os autores utilizaram n-octadecano 99% puro nos experimentos. Tal material fora usado pelo fato de a sua temperatura de fusão ser próxima à temperatura ambiente do laboratório. Sua fase líquida é transparente a radiação visível e, desta forma, fora possível observar o estudo fotograficamente e medir opticamente. Além disso, as propriedades termofísicas do n-octadecano são relativamente estáveis. A solução numérica foi resolvida utilizando-se o método de diferenças finitas. A malha usada no estudo numérico de Ho e Viskanta (1984c) foi de 13 x 21 nós nos eixos radial e angular, respectivamente (vide Figura 2.20, a seguir).



**Figura 2.20.** Malha do esquema proposto (Ho e Viskanta (1984c)).

Analisando a figura acima pode-se perceber uma maior densidade da malha nas regiões da interface líquido-sólido e na superfície aquecida do cilindro. Uma das maiores dificuldades encontradas no estudo numérico de Ho e Viskanta (1984c) foi o fato de a fronteira líquido-sólido ser fixa, mas com posição desconhecida, uma vez que esta depende do campo de temperaturas na fase líquida, o qual também é desconhecido. Vale lembrar que um esquema iterativo, para encontrar a posição desconhecida da interface, fora utilizado num estudo anterior para um determinado problema bidimensional de mudança de fase (Duda *et al.* (1975)). Para problemas transitórios, envolvendo convecção, sabe-se que a escolha do passo no tempo depende diretamente da grade utilizada e do número de Rayleigh. Para um número de Rayleigh de  $1,2 \times 10^6$  o passo no tempo empregado no trabalho proposto fora de  $4,0 \times 10^{-6} (\Delta Fo)$ .

Na Figura 2.21 é apresentada a variação da interface líquido-sólido com o tempo para  $Ste = 0,133$  e  $Sc = 0,004$ . O parâmetro  $Sc$  é definido como um número adimensional que reflete o grau de sub-resfriamento, sendo representado como  $Sc = c_p (T_m - T_i) / L$ .



**Figura 2.21.** Superposição das frentes de fusão obtidas experimentalmente em diferentes tempos por Ho e Viskanta (1984c).

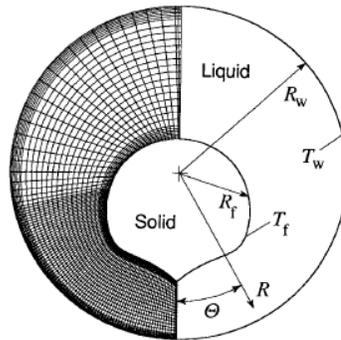
A existência de um vórtice com forte circulação na parte inferior do cilindro afetou significativamente o padrão de fusão bem como as características da transferência de calor na parede aquecida do cilindro. O sub-resfriamento inicial do sólido afetou, não somente a taxa de fusão, mas também os coeficientes de transferência de calor local. Já a simulação numérica da fusão dentro do cilindro horizontal foi incapaz de prever o vórtice que fora observado experimentalmente na parte inferior do cilindro. Nesta região o fluxo é tridimensional. Segundo Ho e Viskanta (1984c) novos algoritmos deveriam ser desenvolvidos visando uma solução numérica mais real dos problemas de fronteira móvel.

Rieger e Beer (1986) estudaram, experimental e numericamente, a fusão do gelo no interior de um cilindro horizontal, considerando a parede do cilindro aquecida isotermicamente. No trabalho experimental, os autores empregaram um raio de 0,030m, e temperaturas de 279, 281, 283 e 288K no aquecimento isotérmico da parede do cilindro. No estudo numérico, dois raios foram utilizados: 0,032m e 0,016m. Os valores de temperatura na parede foram os mesmos empregados nos experimentos. Os resultados obtidos numericamente para o raio de 0,032m foram comparados com os resultados experimentais, apresentando uma boa concordância. Para o tratamento da interface móvel e irregular, os autores empregaram a técnica de coordenadas ajustadas ao corpo (*body fitted*), método proposto por Thompson *et al.* (1974). Como resultados, foram apresentadas linhas de corrente, isotermas e frentes de fusão, as quais evidenciaram o comportamento anômalo da densidade da água. Os autores também apresentaram posições da

interface sólido-líquido para diferentes ângulos do perímetro, como função do tempo adimensional e gráficos da fração mássica em função do tempo adimensional, para todos os casos. Pelos resultados obtidos, os autores concluíram que a menor taxa de transferência de calor no processo de fusão do gelo ocorre nas proximidades da temperatura de 281K.

Ro e Kim (1994), motivados pelos diferentes resultados obtidos por Saitoh e Hirose (1982), os quais obtiveram perfis côncavos, Rieger *et al.* (1983), cujos perfis obtidos foram convexos, assim como os obtidos por Ho e Viskanta (1984c) e Yoo e Ro (1986), resolveram tentar esclarecer a principal causa da discrepância de tais resultados. Segundo eles, a multiplicidade de soluções, a qual é denominada de fenômeno de bifurcação, deve-se ao fato de que a solução do sistema de equações diferenciais não-lineares de Navier-Stokes pode ser obtida de várias maneiras. Tal situação ocorre quando a instabilidade térmica desempenha um papel de suma importância na determinação da estrutura do fluxo convectivo. Esta afirmação tem sido confirmada numericamente por Cheddadi *et al.* (1992) e Choi e Choi (1992) e experimentalmente por Krishnamurti (1970 e 1973). Park e Chang (1992) também analisaram numericamente o fenômeno da bifurcação. Usando uma formulação baseada na entalpia, aplicaram uma pequena perturbação ao campo de vorticidade, quando a camada de líquido fundido alcançara cerca de 3% do diâmetro do tubo. Desta forma, obtiveram duas famílias de soluções para elevados números de Rayleigh. O fluxo padrão de uma das ramificações da solução fora bicelular, sendo a outra ramificação, trichelular. Todavia, suas análises não explicaram as observações experimentais, as quais mostraram que, à medida que o processo de fusão ocorria, as multi-células começavam a se unir, de maneira que, decorrido determinado tempo, uma única célula se formara, permanecendo desta forma até os estágios finais do processo de fusão. De fato, o formato de “pêra” do material sólido observado nos experimentos de Rieger *et al.* (1983) e Ho e Viskanta (1984c), estava diretamente ligado à formação e destruição de um par de vórtices secundários localizados na parcela inferior do cilindro.

Na Figura 2.22 é apresentada a malha empregada por Ro e Kim (1994).



**Figura 2.22.** Malha usada por Ro e Kim (1994).

A malha apresentada acima é composta de  $31 \times 105$  pontos nodais nas direções radial e angular, respectivamente. A escolha de uma grade com este aspecto fora baseada no fato de que um maior número de nós na direção angular fora de grande valia em simulações de Cheddali *et al.* (1992). O modelo matemático fora formulado em termos das variáveis primitivas. Para a afixação da interface sólido-líquido, a qual varia com o tempo, utilizou-se o método de coordenadas ajustadas ao corpo (*body-fitted*).

Como fora citado anteriormente, Saito e Hirose (1982), Rieger *et al.* (1983) e Ho e Viskanta (1984c), utilizaram as mesmas equações governantes, assim como as mesmas condições de contorno, no problema de mudança de fase no interior de um cilindro horizontal aquecido. Todavia, os resultados não conferiram. Cabe salientar que Saito e Hirose (1982) e Ho e Viskanta (1984c) consideraram um regime *quasi-steady* em seus estudos numéricos, ao passo que Rieger *et al.* (1983), assim como Ro e Kim (1994), não o fizeram. Motivados por tal discrepância de resultados, Ro e Kim (1994) inicialmente modificaram a malha, aumentando os pontos nodais na direção angular.

A Figura 2.23 apresenta as linhas de corrente à esquerda e isothermas à direita, para  $Ra = 1,2 \times 10^6$ ,  $Ste = 0,133$  e  $Sc = 0,004$ .

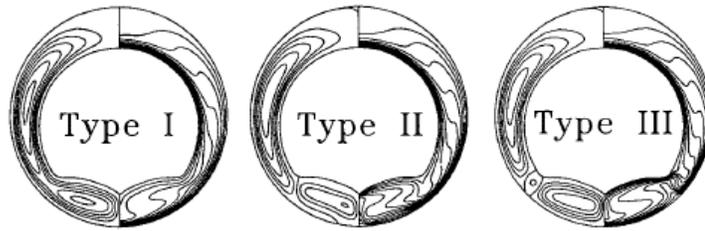


**Figura 2.23.** *Full transient solution* desenvolvida por Ro e Kim (1994) para  $\tau = 0,029$ .

Embora não seja mostrado na figura acima, a *full transient solution*, desenvolvida por Ro e Kim (1994), revelou que o fluxo padrão fora inicialmente unicelular, devido à predominância da condução no estágio inicial de fusão. Posteriormente, o fluxo transformou-se em tricelular (vide Figura 2.23). Segundo os autores, tal característica tricelular persistiu até os estágios finais próximos à fusão completa. Tal resultado é bastante similar ao encontrado por Rieger *et al.* (1983), mas diferencia-se do resultado experimental encontrado por Ho e Viskanta (1984c), no qual ocorre uma transição do fluxo tricelular para unicelular no estado moderado de fusão. Já no estudo numérico efetuado por Ho e Viskanta (1984c), não houve o aparecimento de multi-células no sistema. Isto deve-se, provavelmente, ao uso de uma malha grosseira (13 x 21).

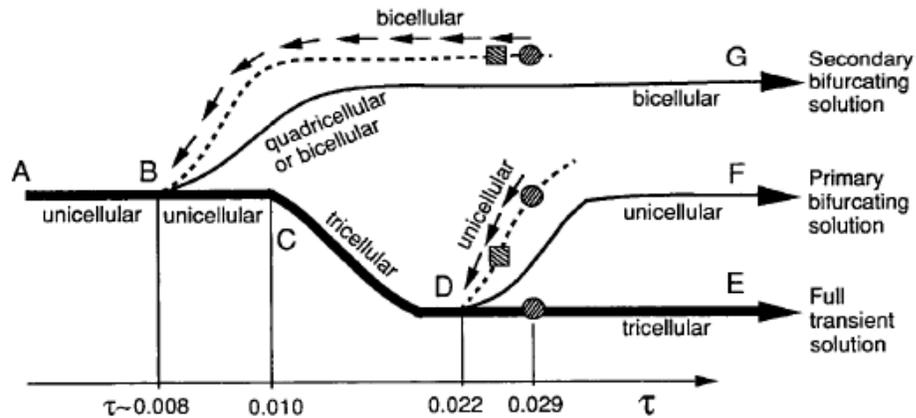
Sendo assim, Ro e Kim (1994) concluíram que o uso de grades grosseiras na simulação numérica impede a predição de fluxos multicelulares. Concluíram também que o fluxo tricelular padrão desenvolve-se durante a maior parte do processo de fusão, inexistindo no estágio inicial e final do mesmo.

Ro e Kim (1994) compararam as múltiplas soluções obtidas em regime estacionário, as quais foram utilizadas como soluções iniciais nas simulações, para o mesmo valor do número de Rayleigh e mesma geometria utilizados na Figura 2.23, com seus respectivos resultados pela *full transient solution* (vide Figura 2.24, a seguir).



**Figura 2.24.** Tipos de soluções em estado estacionário para  $Ra = 1,2 \times 10^6$  e para a mesma geometria da Figura 2.23.

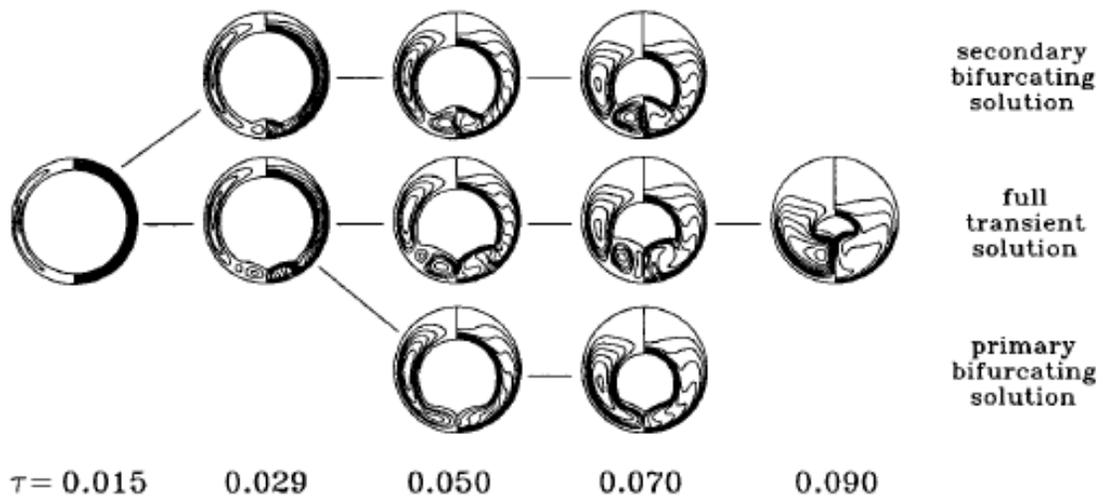
Mediante análise da Figura 2.24, pode-se notar uma grande semelhança do perfil tipo III com o apresentado na Figura 2.23 (*full transient solution*). Na Figura 2.25 é apresentado um mapa do fenômeno da bifurcação, obtido por Ro e Kim (1994).



**Figura 2.25.** Mapa do fenômeno de bifurcação durante o processo de fusão para valores de  $Ra = 1,2 \times 10^6$ ,  $Ste = 0,133$  e  $Sc = 0,004$ .

Os círculos hachurados representam as soluções convergidas em estado permanente, as quais servem como dados de entrada para se conseguir novas soluções (em estado estacionário), sendo estas denotadas pelos quadrados hachurados. Partindo de uma solução inicial dos tipos I e III, chegar-se á ao ponto D (primeiro ponto de bifurcação). Isto significa que, após a convergência final, ambos os perfis iniciais (tipos I e III) possuíram o mesmo fluxo padrão tricelular. O segundo ponto de bifurcação é designado pelo ponto B na Figura 2.25.

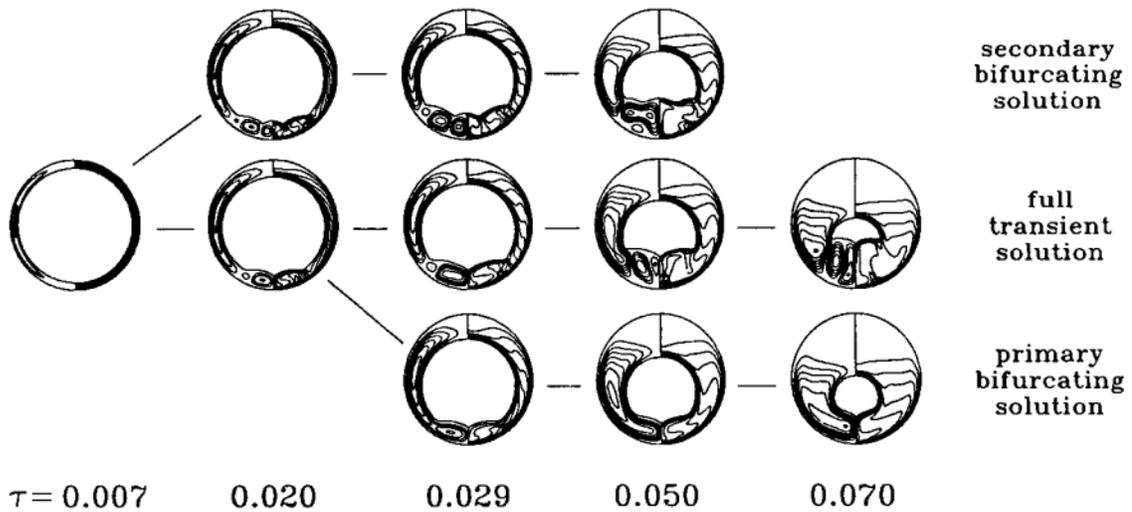
A Figura 2.26 apresenta, além da *full transient solution*, mais duas ramificações de soluções para  $Ra = 3,6 \times 10^5$ ,  $Ste = 0,045$  e  $Sc = 0,004$ . Os tempos adimensionais nos quais ocorrem as bifurcações são aproximadamente  $\tau = 0,016$  e  $\tau = 0,032$ .



**Figura 2.26.** Ramificação de soluções durante o processo de fusão para valores de  $Ra = 3,6 \times 10^5$ ,  $Ste = 0,045$  e  $Sc = 0,004$ .

Pela análise da Figura 2.26, pode-se verificar que o fenômeno da bifurcação pode ocorrer em dois diferentes tempos. Em  $\tau$  aproximadamente igual a 0,016 pode haver a transformação do fluxo de unicelular para bicelular, ao passo que em  $\tau$  aproximadamente igual a 0,032 a mudança do fluxo pode ser de tricelular para unicelular. Da figura acima nota-se também que na *full transient solution*, as linhas de corrente passam de três vórtices para apenas um, em  $\tau = 0,090$ . É importante ressaltar que em estudos numéricos anteriores, tais como os de Saitoh e Hirose (1982), Rieger *et al.* (1983) e Ho e Viskanta (1984c), jamais tal tempo adimensional fora alcançado. Comparando-se os perfis de linhas de corrente da figura com os obtidos pelos autores mencionados acima, pode-se dizer que a solução da bifurcação primária se assemelha bastante com a obtida experimentalmente por Ho e Viskanta (1984c), estando de acordo também com as obtidas por Rieger *et al.* (1983), tanto para  $Ra = 10^5$  quanto para  $Ra = 10^6$ . Já a solução da bifurcação secundária está bastante semelhante qualitativamente com a obtida por Saitoh e Hirose (1982), tanto experimentalmente quanto numericamente.

A Figura 2.27, apresenta, além da *full transient solution*, mais duas ramificações de soluções para  $Ra = 1,2 \times 10^6$ ,  $Ste = 0,133$  e  $Sc = 0,004$ . Os instantes de tempo adimensionais nos quais ocorrem as bifurcações são aproximadamente  $\tau = 0,008$  e  $\tau = 0,022$ .

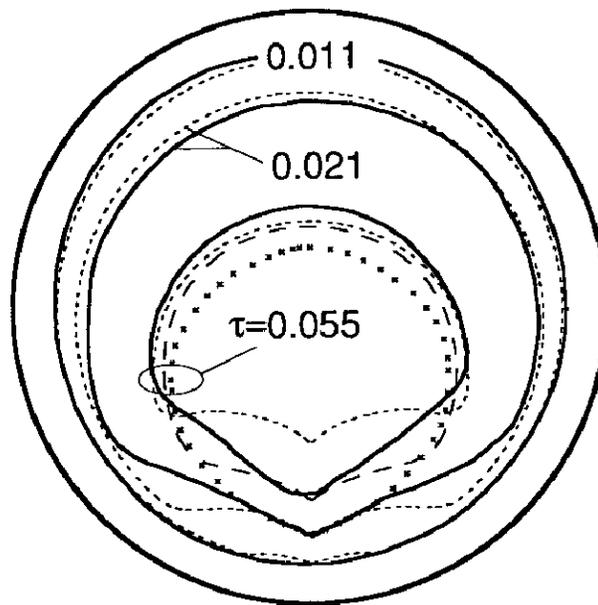


**Figura 2.27.** Fenômeno de bifurcação durante o processo de fusão para valores de  $Ra = 1,2 \times 10^6$ ,  $Ste = 0,133$  e  $Sc = 0,004$ .

Analisando a Figura 2.27, pode-se verificar que a solução da bifurcação primária é bastante similar à da Figura 2.26. É importante ressaltar que para valores baixos do número de Rayleigh não há o fenômeno de bifurcação nas soluções. Ro e Kim (1994) puderam verificar tal fato quando consideraram  $Ra = 10^3$ ,  $Ste = 0,045$  e  $Sc = 0,004$ , mas, no trabalho em questão, omitiram tal resultado. Segundo os autores, as linhas de corrente do fluxo permaneceram unicelular para todos os tempos considerados. Além disso, a frente de fusão apresentou o mesmo aspecto até próximo do tempo de completa fusão.

Comparando-se as Figuras 2.26 e 2.27, Ro e Kim (1994) também puderam concluir que, quanto maior for o número de Rayleigh, menor será o tempo para se alcançar as bifurcações.

A Figura 2.28, mostra os perfis da interface sólido-líquido nos tempos adimensionais de  $\tau = 0,011$ ,  $\tau = 0,021$  e  $\tau = 0,055$ , para  $Ra = 1,2 \times 10^6$ ,  $Ste = 0,133$  e  $Sc = 0,004$ . As linhas sólidas representam os dados experimentais obtidos por Ho e Viskanta (1984c), ao passo que as linhas formadas por pequenas cruzes representam os resultados das simulações numéricas obtidas pelos mesmos. As linhas pontilhadas representam os resultados obtidos pela *full transient solution* utilizada por Ro e Kim (1994) e as linhas tracejadas os resultados da bifurcação primária.



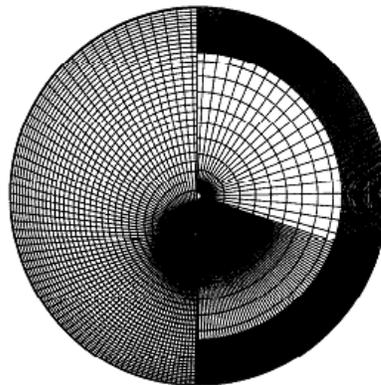
**Figura 2.28.** Comparação das frentes de fusão para três tempos adimensionais.

Como pode-se verificar na Figura 2.28, a solução da bifurcação primária se assemelha mais com os dados experimentais obtidos por Ho e Viskanta (1984c) do que com os resultados obtidos pela *full transient solution*, obtidos por Ro e Kim (1994), no estudo em questão. Os dados experimentais mostram claramente um aspecto de pêscoço para o material sólido em  $\tau = 0,055$ . Cabe salientar que Rieger *et al.* (1983), para um  $\tau = 0,05$ , número de Rayleigh aproximadamente igual a  $10^6$  e número de Stefan aproximadamente igual a 0,1, obtiveram um resultado semelhante. No caso, o aspecto do material sólido era o de uma pêscoço um pouco mais achatada.

Em vista dos fatos, os autores concluíram que uma simulação em 3D abordaria de maneira mais real a transição do fluxo com o tempo. Tal estudo seria necessário devido à existência de uma instabilidade térmica de natureza tridimensional atuante na parcela de líquido fundido no sistema.

Mesmo obtendo um progresso significativo em seus estudos, apurando a existência de múltiplas soluções no problema específico de fusão no interior de um cilindro horizontal, Ro e Kim (1994) não conseguiram explicar, de maneira efetiva, a origem da contrariedade de tais resultados e, é nesse contexto, que Chung *et al.* (1997) motivaram suas pesquisas. Uma revisão dos trabalhos desenvolvidos anteriormente (neste contexto) revelou dois aspectos comuns entre

eles. O valor do número de Rayleigh sempre fora considerado numa faixa limitada e, tais problemas dependeram, quase sempre, somente do método de transformação de coordenadas para o controle da fronteira líquido-sólido móvel. O estudo em questão amplia a faixa no número de Rayleigh visando investigar a transição do fluxo durante o processo de fusão no interior de um cilindro horizontal, enfatizando a instabilidade térmica neste, além do complicado fluxo padrão multicelular. Segundo Chung *et al.* (1997), a questão (aumento do número de Rayleigh) é fundamentada no estudo da convecção natural num anel concêntrico do estudo de Fant *et al.* (1990). A formulação entalpia-porosidade é empregada com termos fontes apropriados para se tratar da mudança de fase. Tal estudo destina-se a reavaliar o processo de fusão no interior de um cilindro horizontal, enfatizando o fato de que algumas características de tal processo, tal qual o aspecto da interface líquido-sólido (frente de fusão), sob a condição de convecção natural dominante, é essencialmente determinada pelo fluxo inicial padrão e pelo progresso do regime transitório. Particularmente, os autores focaram-se na estrutura do fluxo multicelular e na instabilidade térmica nos estágios iniciais do processo de fusão para elevados valores do número de Rayleigh, uma vez que, até então, tal análise ainda não havia sido tentada. Na Figura 2.29 é apresentado um esquema da grade computacional utilizada por Chung *et al.* (1997) em seus estudos.



**Figura 2.29.** Grade utilizada para baixos valores de Rayleigh (à esquerda) e grade utilizada para altos valores de Rayleigh (à direita).

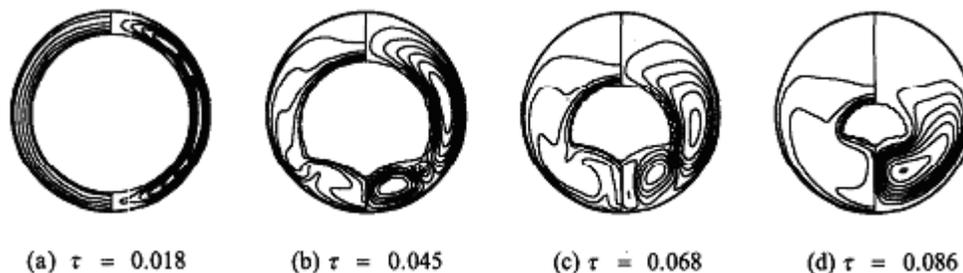
Em tal estudo, os autores usaram como material de mudança de fase o n-octadecano. A variação das propriedades entre as fases líquida e sólida fora considerada desprezível. As equações governantes do problema foram discretizadas pelo método de volumes finitos. O algoritmo SIMPLE fora usado para a correção da pressão. A dependência da grade

computacional fora testada para vários graus de refinamento, tais quais, 36 x 42, 36 x 52, 36 x 62 e 36 x 72. Segundo os autores, a grade de maior confiabilidade fora a de 36 x 72 pontos nas direções radial e angular, respectivamente (para baixos valores do número de Rayleigh). Para elevados valores do número de Rayleigh, uma grade de 41 x 81 pontos nas direções radial e angular, respectivamente, fora usada, a fim de resolver o fluxo, o qual é mais complexo neste caso. Da Figura 2.29, pode se notar uma maior densidade da malha (maior grau de refinamento) nas regiões próximas à parede do cilindro e, também na região inferior deste. Em suas simulações numéricas, os autores consideraram uma grande faixa de valores de Rayleigh ( $10^4$ ,  $3,6 \times 10^5$ ,  $10^6$ ,  $5 \times 10^6$ ,  $10^7$  e  $3 \times 10^7$ ). Segundo eles, não havia, até então, qualquer resultado disponível na literatura para  $Ra \geq 5 \times 10^6$ . Para  $Ra = 10^4$  (valor baixo do número de Rayleigh), o fluxo desenvolvido na parcela líquida fundida fora unicelular (vide Figura 2.30, a seguir).



**Figura 2.30.** Isotermas (à esquerda) e linhas de corrente (à direita). Resultado numérico obtido por Chung *et al.* (1997) com  $Ste = 0,045$ ,  $Ra = 1,0 \times 10^4$  e  $Sc = 0,004$ .

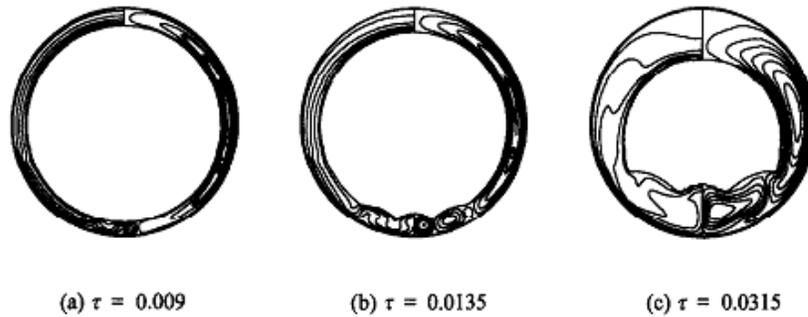
Na Figura 2.31, são apresentados alguns perfis da frente de fusão para diferentes instantes de tempo adimensional, usando-se  $Ra = 3,6 \times 10^5$ ,  $Sc = 0,004$  e  $Ste = 0,045$ .



**Figura 2.31.** Isotermas (à esquerda) e linhas de corrente (à direita). Resultado numérico obtido por Chung *et al.* (1997) com  $Ste = 0,045$ ,  $Ra = 3,6 \times 10^5$  e  $Sc = 0,004$ .

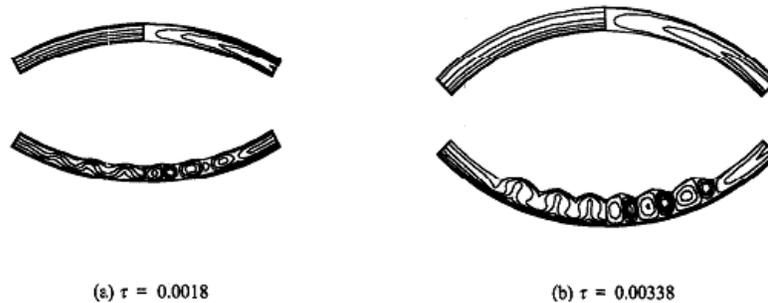
Como pode-se observar na Figura 2.31, o fluxo inicialmente é unicelular. No estágio intermediário tal fluxo torna-se tricelular, voltando a ser unicelular, no estágio final. Tal resultado confere com o obtido por Ro e Kim (1994) e Park e Chang (1992).

Na Figura 2.32, utilizou-se  $Ra = 1 \times 10^6$ , mantendo-se os números de sub-resfriamento ( $Sc$ ) e de Stefan constantes.



**Figura 2.32.** Isotermas (à esquerda) e linhas de corrente (à direita). Resultado numérico obtido por Chung *et al.* (1997) com  $Ste = 0,045$ ,  $Ra = 1,0 \times 10^6$  e  $Sc = 0,004$ .

Os resultados apresentados na Figura 2.32 foram obtidos utilizando-se um valor do número de Rayleigh relativamente alto ( $10^6$ ). No estágio inicial, ocorre uma transição do fluxo, o qual passa de bicelular para tetracelular. Posteriormente os quatro vórtices se emergem formando apenas dois novamente. Tal resultado confere com o obtido por Ro e Kim (1994) quando estes usaram  $Ra = 1,2 \times 10^6$ . Já para valores elevados de Rayleigh, os autores obtiveram perfis de linhas de corrente e isothermas, nos quais pôde-se notar forte recirculação na região inferior do cilindro, tais como os apresentados na Figura 2.33. Cabe salientar que tal análise limitou-se aos estágios iniciais do processo de fusão.



**Figura 2.33.** Isotermas (à esquerda) e linhas de corrente (à direita). Resultado numérico obtido por Chung *et al.* (1997) com  $Ste = 0,045$ ,  $Ra = 1,0 \times 10^7$  e  $Sc = 0,004$ .

A partir dos resultados obtidos, os autores puderam concluir que, o método da entalpia é um eficiente método de solução, particularmente quando se encontra certa dificuldade para gerar a grade computacional. Chung *et al.* (1997) afirmaram que para baixos valores do número de Rayleigh, o fluxo existente na camada líquida entre a interface (frente de fusão) e a parede do cilindro apresenta um estado estável devido ao fato de o fluxo base já ter sido totalmente desenvolvido antes do início da convecção de Benard. Para valores intermediários do número de Rayleigh, os autores concluíram que o campo de temperaturas e as forças de viscosidade estão equilibradas num estado estável e, desta forma, estão propensas a tomar diferentes padrões, caso haja variações e/ou distúrbios, tanto no estudo experimental, quanto no numérico. Já para elevados valores do número de Rayleigh, os autores verificaram que a frente de fusão possui um perfil quase regular na parte inferior, com movimentos de rotação do fluxo multicelular alternados (sentido horário - anti-horário). Segundo os autores, tal fenômeno é muito similar à convecção de Benard.

Souza e Vielmo (2005) estudaram numericamente o processo de fusão da água no interior de um cilindro horizontal, utilizando de aquecimento isotérmico na parede do cilindro. O raio considerado em tal estudo fora de 0,032m. Os resultados apresentados foram comparados com os obtidos por Rieger e Beer (1986), apresentando boa concordância. As propriedades termofísicas do material de mudança de fase foram consideradas constantes, exceto para a densidade, onde utilizou-se a aproximação de Boussinesq. O comportamento do coeficiente de expansão volumétrica fora baseado na expressão proposta por Vasseur *et al.* (1983). Para a integração das equações governantes utilizou-se do método de volumes finitos. O esquema de discretização espacial utilizado para as equações da energia e quantidade de movimento fora o Lei de Potência (*Power Law*). O sistema de equações algébricas resultantes fora resolvida pelo esquema TDMA. Para a resolução do acoplamento pressão-velocidade os autores utilizaram do método SIMPLEC. A grade espacial utilizada possuía 40 x 40 nós e fora empregada após constatar-se a independência de tal grade nos resultados. Como resultados, os autores apresentaram linhas de corrente, isotermas e frentes de fusão em vários instantes de tempo, para dois valores de temperatura na parede (277 e 281K), além de apresentarem a variação do número de Nusselt local na superfície interna da parede do cilindro, em função do ângulo (para vários instantes de tempo), e a variação do número de Nusselt médio em função do volume de material fundido.

#### 2.2.4 Fusão no interior de geometrias esféricas

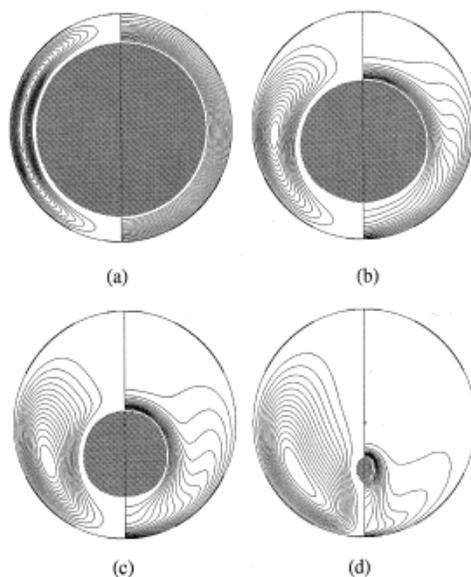
Os estudos acerca do fenômeno de fusão no interior de cápsulas esféricas iniciaram-se no início da década de 70 (século XX), quando Grimado e Boley (1970) apresentaram um método numérico para a solução de um problema de fusão no interior de uma esfera, no qual fora considerado apenas o mecanismo de transferência de calor por condução. Moore e Bayazitoglu (1982) analisaram, numérica e experimentalmente, o processo de fusão natural de um material de mudança de fase no interior de uma cápsula esférica. Seus resultados mostraram que o sólido tende a se deslocar para a parte inferior da esfera à medida que ocorre o fenômeno de fusão no interior desta (assume-se no caso que a densidade da fase sólida é maior que a densidade da fase líquida). Tal movimento do sólido para baixo causa o aparecimento de um fluxo convectivo na região acima deste. Além disso, determinou-se vários perfis de temperatura e posições da interface líquido-sólido para vários valores do número de Stefan e Fourier e concluiu-se que os efeitos convectivos em tal sistema só podem ser desprezados para pequenos valores do número de Stefan.

Roy e Sengupta (1987) obtiveram uma solução analítica para a taxa de fusão da superfície inferior do material sólido. Depois, Roy e Sengupta (1990) estudaram os efeitos da convecção natural numa camada fina de líquido fundido presente na porção inferior da esfera assim como também numa camada fina de líquido fundido presente na parcela superior da esfera, durante o processo de fusão natural no interior da esfera. As duas regiões foram analisadas separadamente mas condições de acoplamento apropriadas foram utilizadas na interface sólido-líquido. Como resultado os autores observaram que uma quantidade significativa de fusão ocorreu na superfície superior devido ao efeito da convecção natural, a qual fora desprezada nos estudos anteriores referentes a tal assunto. Cabe salientar que a convecção citada pelos trabalhos anteriores a este, tratava-se daquela ocasionada pelo movimento do sólido devido a sua diferença de densidade. Fomin e Saitoh (1999) investigaram a fusão de contato de um sólido no interior de uma cápsula esférica, com temperatura variável na parede, tanto numericamente quanto analiticamente. Um modelo matemático completo fora resolvido numericamente utilizando-se o método de imobilização da fronteira. Em tal trabalho implementou-se o método de perturbação para se

conseguir soluções analíticas aproximadas para cálculos da espessura da camada de líquido fundido, taxa de fusão e tempo de fusão. Uma aproximação desenvolvida por Bareiss e Beer (1984), para um cilindro horizontal, foi aplicada na construção do modelo matemático aproximado da fusão de contato no interior de uma cápsula esférica (com a temperatura da parede não sendo constante). As principais características e parâmetros adimensionais que descrevem o processo de fusão para este caso foram encontradas. Encontrou-se também soluções analíticas para encontrar-se a espessura da camada de líquido fundido, a taxa de fusão do sólido no interior da cápsula, além de uma solução analítica para o tempo de fusão. Os resultados obtidos analiticamente mostraram boa concordância quando comparados com a solução numérica do modelo matemático completo (erro entre 10-15%, aproximadamente). Os autores concluíram por resultados computacionais que, desprezando-se os efeitos da convecção longitudinal na camada de líquido, obtêm-se um valor superestimado da taxa de fusão no sistema.

Cho e Choi (2000) apresentaram leituras de temperaturas dentro de cápsulas esféricas, as quais continham n-tetradecano, uma mistura de n-tetradecano (40%) e n-hexadecano (60%) e água. Os fenômenos de fusão e solidificação para vários materiais de mudança de fase e para várias posições da cápsula, dentro do sistema de armazenamento de energia térmica, foram relatados. Khodadadi e Zhang (2001) estudaram numericamente o efeito da convecção ocasionada pelo empuxo no processo de fusão dentro de um recipiente esférico. Para a discretização das equações utilizou-se o método de volumes finitos. A formulação para o problema de mudança de fase foi baseada na entalpia e o efeito da mudança de fase na convecção foi modelado pela Lei de Darcy para o tratamento de meio poroso. Em tal trabalho mostrou-se que a convecção devido ao empuxo aumenta devido ao crescimento da região de fusão ao longo do tempo. Verificou-se também que a fusão no topo do recipiente esférico ocorre de maneira mais rápida se comparada ao fundo (região inferior) de tal recipiente. Além disso, mantendo-se o número de Rayleigh fixado, pôde-se verificar a influência do número de Prandtl no processo de fusão. Os valores utilizados para o número de Prandtl foram de 0,03, 1 e 50 os quais geraram padrões de fusão completamente diferentes no sistema. Os resultados obtidos foram comparados de maneira qualitativa com estudos experimentais realizados utilizando-se cera como material de mudança de fase, para elevados valores do número de Prandtl. Na Figura 2.34, são apresentados alguns perfis de frentes de fusão para diferentes tempos

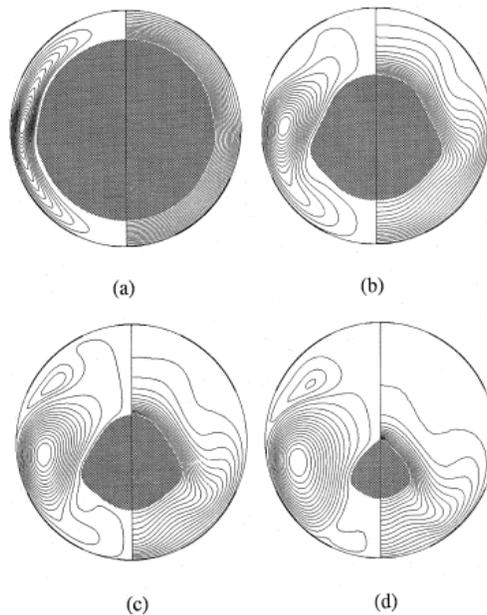
adimensionais, usando-se  $Ra = 1,428 \times 10^5$ ,  $Ste = 0,0267$ ,  $Pr = 0,03$ , raio ( $R$ ) = 0,015m e  $\Delta T = 50^\circ\text{C}$ .



**Figura 2.34.** Linhas de corrente (à esquerda) e contornos de temperatura (à direita) para alguns instantes de tempo adimensional. (a)  $\tau = 0,0245$ ; (b)  $\tau = 0,0612$ ; (c)  $\tau = 0,0857$ ; (d)  $\tau = 0,1102$  (Khodadadi e Zhang (2001)).

Da Figura 2.34, verifica-se que no início do processo de fusão (Figura 2.34a), a distribuição de temperatura se dá na forma de anéis concêntricos. Tal fato indica que em tal estágio, a transferência de calor por condução exerce um papel predominante no processo de fusão. À medida que o tempo decorre, percebe-se que os contornos de temperatura começam a se desviar do comportamento padrão (anéis concêntricos), indicando assim, que a troca de calor por convecção inicia-se (vide Figura 2.34b). Analisando a Figura 2.34c, pode-se perceber que a convecção, neste instante de tempo, já tem um papel bastante importante no processo de fusão. Já o perfil presente na Figura 2.34d, onde verifica-se que  $r/R = 0,2$  abaixo do centro da esfera, sugere que o processo de fusão é mais intenso na parcela superior (topo) da esfera.

Já na Figura 2.35, são apresentados alguns perfis de frentes de fusão para diferentes tempos adimensionais, usando-se  $Ra = 1,143 \times 10^6$ ,  $Ste = 0,0267$ ,  $Pr = 0,03$ , raio ( $R$ ) = 0,03m e  $\Delta T = 50\text{K}$ .

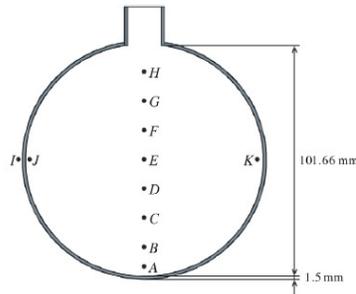


**Figura 2.35.** Linhas de corrente (à esquerda) e contornos de temperatura (à direita) para diferentes tempos adimensionais. (a)  $\tau = 0,026$ ; (b)  $\tau = 0,077$ ; (c)  $\tau = 0,102$ ; (d)  $\tau = 0,128$  (Khodadadi e Zhang (2001)).

Analisando a Figura 2.35, pode-se verificar que no estágio inicial do processo de fusão, a condução de calor é o mecanismo predominante na transferência de calor. À medida que o processo de fusão continua, o fluido aquecido próximo da superfície sobe para o topo substituindo o fluido mais frio, o qual desce, no sentido da gravidade, fazendo com que a transferência de calor por condução, já existente no sistema, cresça. Isto faz com que a parcela superior de material sólido funda mais rapidamente que o restante. Quando o fluido mais frio, o qual estava “descendo”, alcança a parcela inferior do material sólido, têm-se que, o mecanismo de convecção neutraliza a transferência de calor por condução da parede para a porção de material ainda não fundido. Devido a tal fato, a taxa de fusão do material sólido na porção inferior da esfera ocorre de maneira mais vagarosa com relação a qualquer outra região no interior da esfera. No período próximo ao da fusão completa do material sólido, este, se encontra a  $r/R = 0,3$  abaixo do centro da esfera, sugerindo que, o processo de fusão na porção superior da esfera é mais intenso que no caso anterior. Sendo assim, pode-se concluir que a variação do número de Rayleigh, com Prandtl fixado, também influi na característica da frente de fusão (interface líquido-sólido).

Eames e Adref (2002) descreveram e avaliaram os resultados de um estudo experimental destinado a caracterização dos processos de fusão e solidificação da água contida em elementos esféricos, do tipo que são frequentemente encontrados em leitos de armazenamento térmico usados na construção de sistemas de ar condicionado. Relações semi-empíricas para a massa de gelo instantânea no interior da esfera fora fornecida além de um novo método de se traçar a interface líquido-sólido (água-gelo neste caso) durante o processo de solidificação. Mais informações dos seus resultados experimentais encontrados neste trabalho foram relatadas por Adref e Eames (2002). Ettouney *et al.* (2005) realizaram um trabalho experimental, tanto para a fusão, quanto para a solidificação de uma cera comercial, no interior de cápsulas esféricas de cobre. Em cada cápsula foram colocados 10 termopares dispostos ao longo de dois eixos normais entre si. Para o processo de fusão do material de mudança de fase cada cápsula fora aquecida por um fluxo de ar disposto verticalmente com sentido para cima dentro de um tubo. Não fora possível a obtenção de fotos da interface líquido-sólido neste arranjo, mas a frente de fusão pôde ser inferida pela leitura dos termopares. Regin *et al.* (2006) apresentou um estudo experimental e numérico de uma cápsula esférica preenchida com parafina (cera). A faixa de temperatura de fusão de tal material encontra-se entre 325,9-334,6K. Em suas simulações numéricas considerou-se convecção dentro da fase líquida, expansão volumétrica induzida pelo fenômeno de fusão, afundamento do material sólido, além do fenômeno da fusão de contato. Os resultados numéricos foram comparados com os obtidos experimentalmente e apresentaram boa concordância. Tan (2008) investigou o fenômeno de fusão do n-octadecano confinado e não confinado. Várias combinações de sub-resfriamento inicial e de temperaturas de parede foram consideradas. Além de fornecer fotografias do fluxo, medidas de temperatura também foram coletadas por termopares. As temperaturas registradas no caso de fusão em confinamento foram usadas para comparar com os resultados obtidos por Tan *et al.* (2009), os quais investigaram, experimental e numericamente, o papel do empuxo no desencadeamento da convecção durante o processo de fusão de materiais de mudança de fase dentro de uma cápsula esférica (material sólido confinado). Para tanto, analisou-se o movimento da frente de fusão, além da fração líquida decorrente da fusão do material de mudança de fase ao longo do tempo. O material de mudança de fase empregado fora a parafina n-octadecano. A formulação para o problema de mudança de fase fora baseada na entalpia. Para o estudo numérico utilizou-se o método de volumes finitos na

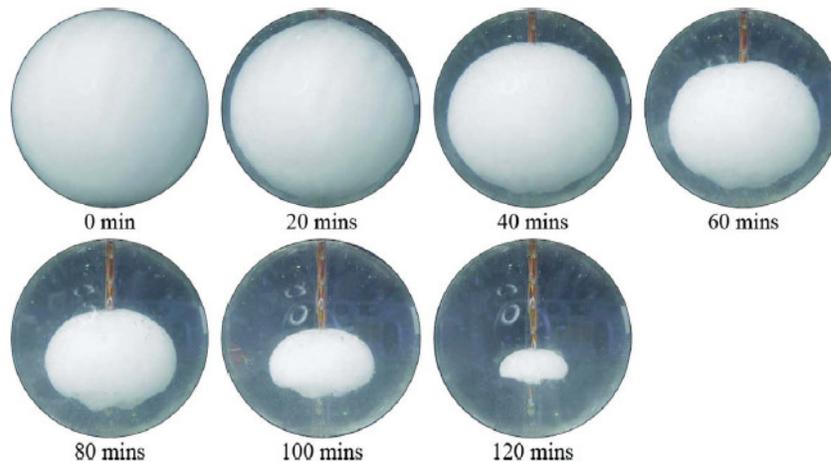
discretização das equações. As simulações foram feitas no código CFD Fluent. Na Figura 2.36, é apresentada a disposição dos termopares na cápsula esférica, utilizada no estudo experimental.



**Figura 2.36.** Esquema proposto da cápsula esférica com a disposição dos termopares (Tan *et al.* (2009)).

A parede da cápsula esférica utilizada fora de vidro, e a temperatura na superfície externa desta, fora equivalente a 313K (constante durante todo o experimento).

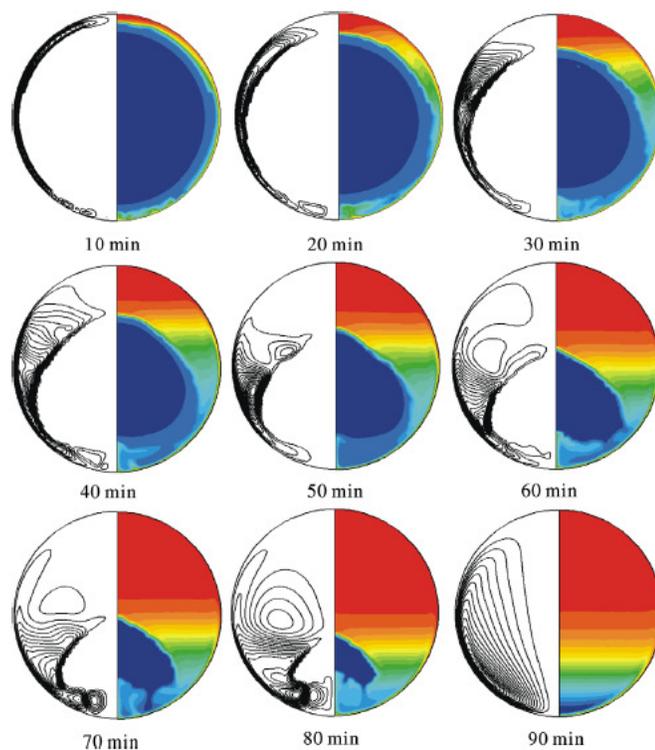
Na Figura 2.37, são apresentadas frentes de fusão para os tempos inicial ( $t = 0$ ), de 20min, 40min, 60min, 80min 100min e 120min. Cabe salientar que em  $t = 0$ , a parafina em estado sólido estava subresfriada de 1K da sua temperatura de fusão (ponto de fusão do n-octadecano é equivalente a 301,2°C). Os números de Prandtl, Stefan e Rayleigh utilizados neste experimento foram de 59,5, 0,113 e  $2,63 \times 10^8$ , respectivamente.



**Figura 2.37.** Perfis da frente de fusão do n-octadecano no interior da cápsula esférica, para vários instantes de tempo (Tan *et al.* (2009)).

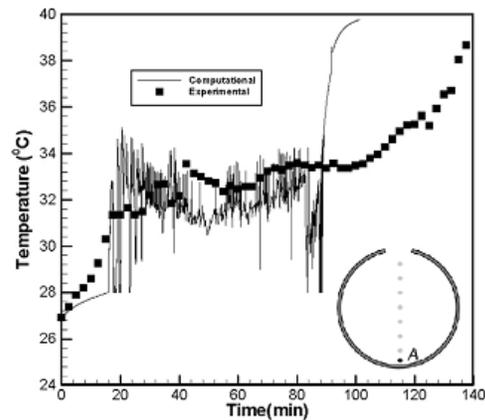
No estudo numérico utilizou-se o método SIMPLE para a resolução das equações governantes. Uma grade híbrida com 7636 elementos quadriláteros e triangulares fora

empregada. A adoção de uma grade com maior grau de refinamento na direção radial permitiu o emprego de passos de tempo maiores. No caso, empregou-se o passo de tempo de 0,1s para a integração das derivadas temporais. O esquema Lei de Potência fora empregado para resolver as equações de energia e quantidade de movimento e o método PRESTO! (*PREssure STaggering Option*) fora adotado para a correção da pressão. Os fatores de relaxação das componentes da velocidade, pressão, energia térmica e fração de líquido foram de 0,1, 0,1, 1 e 0,9 respectivamente. O critério de convergência admitido fora de  $10^{-6}$  para a energia. Segundo os autores a solução convergiu entre 200 e 400 iterações para cada passo de tempo. Na Figura 2.38, são apresentados vários perfis da frente de fusão do n-octadecano, desde o instante de tempo  $t = 10\text{min}$  até  $t = 90\text{min}$ , sendo os perfis plotados num passo de 10min.

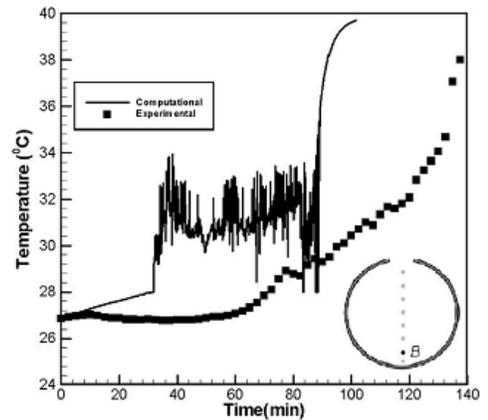


**Figura 2.38.** Linhas de corrente e isotermas (*filled*) para vários instantes de tempo (Tan *et al.* (2009)).

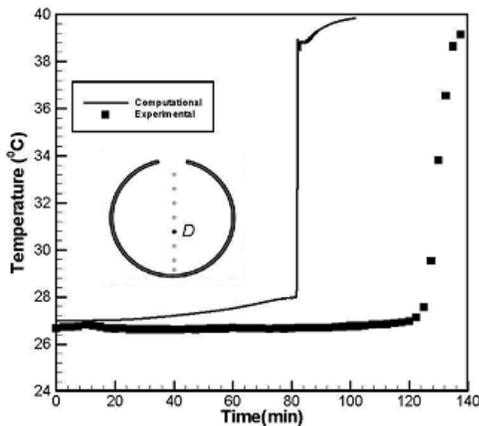
Na Figura 2.39 são apresentadas comparações entre as medidas experimentais de distribuição de temperatura (em função do tempo) e os resultados obtidos pela simulação numérica. Cabe salientar que tais comparações foram feitas para os termopares A, B, D e G.



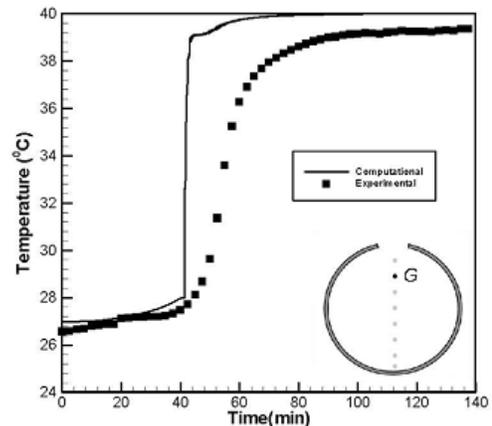
(a) Termopar A



(b) Termopar B



(c) Termopar D

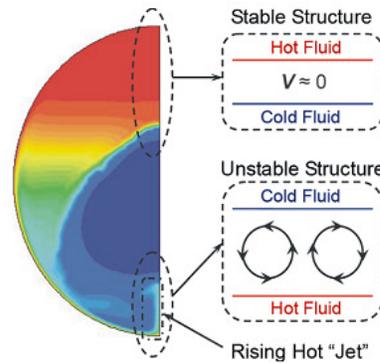


(d) Termopar G

**Figura 2. 39.** Comparação entre as medidas experimentais e os resultados numéricos. (a) Termopar A (0,433 diâmetros abaixo do centro); (b) Termopar B (0,369 diâmetros abaixo do centro); (c) Termopar D (0,123 diâmetros abaixo do centro da esfera); (d) Termopar G (0,246 diâmetros acima do centro).

Como pode-se verificar nos resultados apresentados acima, a partir do tempo de 16min (aproximadamente) inicia-se uma certa instabilidade da distribuição de temperatura na parte inferior da esfera (captada pelo termopar A) a qual deve-se à formação de uma camada de fluido instável a qual suporta flutuações caóticas. Tal instabilidade pôde ser verificada tanto experimentalmente quanto numericamente. A partir de cerca de 94min já não há mais instabilidade em tal região, uma vez que não existe mais material sólido nesta. Tal instabilidade da distribuição de temperatura também pôde ser captada pelo termopar B. Por outro lado, os termopares D e G, já não apresentam tal instabilidade. Comparando-se os dados obtidos pelo termopar D com os resultados numéricos, para este mesmo ponto, pode-se notar que não há

convergência. Já no ponto G, os resultados experimentais e numéricos possuem uma razoável concordância. Em vista disto, pode-se concluir que, a instabilidade da distribuição de temperatura no interior da esfera, diminui da porção inferior para a superior, fato este que é demonstrado de maneira gráfica, na Figura 2.40.



**Figura 2.40.** Regiões ao longo do eixo de simetria termicamente estáveis e instáveis (Tan *et al.* (2009)).

Os autores concluíram que para este caso, a fusão ocorre mais rapidamente na região superior da esfera, o que pôde ser verificado tanto numericamente quanto experimentalmente. Na parcela inferior da esfera, a discrepância observada na comparação do resultado numérico e experimental pode ter sido ocasionada pelo fato de que na análise experimental fixou-se o sólido, inibindo desta forma, a troca de calor do sólido com a parede da esfera nesta região. Tal discrepância diminui da parte inferior da esfera para a superior.

## 3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A simulação computacional foi realizada com o uso do código CFD ANSYS Fluent12.0, utilizando-se do modelo *Solidification/Melting*, o qual emprega uma formulação matemática baseada na entalpia porosidade. Esta formulação permite o uso de uma grade espacial fixa. A fração líquida é computada a cada iteração, baseada num balanço de entalpia. A região na qual as fases líquida e sólida do material coexistem é modelada como um “pseudo” meio poroso, no qual a porosidade (valor igual a fração líquida) aumenta de 0 a 1 à medida que o material liquefaz. Quando o material encontra-se completamente solidificado num elemento da grade espacial, a porosidade se torna zero e, por conseguinte, as velocidades também caem para o valor nulo.

### 3.1 Hipóteses simplificadoras

Algumas hipóteses simplificadoras foram assumidas no presente trabalho, as quais são apresentadas abaixo.

- Modelo bidimensional e regime não estacionário;
- escoamento laminar;
- Propriedades constantes. Adotou-se a aproximação de Boussinesq no tratamento do termo relativo ao empuxo nas equações de Navier-Stokes (utilizando-se o estanho como PCM). Para os casos onde empregou-se o gelo como material de mudança de fase, a relação não linear dada por Gebhart e Mollendorf (1977) foi empregada.

### 3.2 Formulação matemática em coordenadas cartesianas

As equações governantes do problema são apresentadas a seguir, em coordenadas cartesianas, na forma dimensional e conservativa.

#### Equação da conservação de Energia

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u c_p T) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v c_p T) = \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) + S_e. \quad (3.1)$$

A entalpia sensível de uma determinada substância pode ser representada pela Equação 3.2.

$$h = c_p T. \quad (3.2)$$

Inserindo a Equação 3.2 na Equação 3.1, obtêm-se

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u h) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v h) = \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) + S_e. \quad (3.3)$$

A entalpia do material,  $H$ , é computada como sendo a soma da entalpia sensível e a diferença de entalpia,  $\Delta H$ :

$$H = h + \Delta H, \quad (3.4)$$

onde  $\Delta H$ , o qual é função da temperatura e está associado com a fração líquida na região porosa, pode ser representado numa forma geral como

$$\Delta H = f(T) = L \quad T \geq T_l, \quad (3.5)$$

$$\Delta H = f(T) = L\gamma \quad T_l > T \geq T_s, \quad (3.6)$$

$$\Delta H = f(T) = 0 \quad T < T_s, \quad (3.7)$$

onde  $\gamma$  representa a fração líquida em cada elemento e  $L$  representa o calor latente do material.

Desta forma, a fração líquida  $\gamma$  (mesmo valor da porosidade), pode ser representada por

$$\gamma = \frac{\Delta H}{L} = 1 \quad T \geq T_l, \quad (3.8)$$

$$\gamma = \frac{\Delta H}{L} \quad T_l > T \geq T_s, \quad (3.9)$$

$$\gamma = \frac{\Delta H}{L} = 0 \quad T < T_s. \quad (3.10)$$

Rearranjando a Equação 3.4, tem-se que

$$h = H - \Delta H. \quad (3.11)$$

Substituindo a Equação 3.11 na Equação 3.3, obtêm-se

$$\frac{\partial(\rho H)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u H) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v H) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + S_e, \quad (3.12)$$

onde  $S_e$  pode ser representado como

$$S_e = \frac{\partial(\rho \Delta H)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u \Delta H) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \Delta H). \quad (3.13)$$

No caso da mudança de fase ser isotérmica, ou seja,  $T_s = T_l = T_m$  (temperatura de fusão), os dois últimos termos da Equação 3.13 desaparecem e  $\Delta H$  será definido pelas Equações (3.14) e (3.15), de acordo com Voller e Prakash (1987) e Brent *et al.* (1988).

$$f(T) = L \quad T > T_m, \quad (3.14)$$

$$f(T) = 0 \quad T < T_m . \quad (3.15)$$

Sendo assim, a fração líquida em cada elemento pode ser representada por

$$\gamma = \frac{\Delta H}{L} = 1 \quad T > T_m , \quad (3.16)$$

$$\gamma = \frac{\Delta H}{L} = 0 \quad T < T_m . \quad (3.17)$$

Cabe salientar que a fração líquida influenciará no valor dos termos fontes nas equações da quantidade de movimento, as quais serão apresentadas mais adiante.

### **Equação da Continuidade**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (3.18)$$

### **Equações da Quantidade de Movimento**

#### Direção x

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) - \frac{\partial P}{\partial x} + S_x , \quad (3.19)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade dinâmica,  $P$  é a pressão e  $S_x$  é um termo fonte que será definido mais adiante.

#### Direção y

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right) - \frac{\partial P}{\partial y} + S_y - \rho g , \quad (3.20)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade e  $S_y$  é um termo fonte, o qual também será definido posteriormente.

Das relações termodinâmicas de Maxwell, pode-se definir uma equação (Eq. (3.21)) de estado termodinâmico que relaciona a massa específica à temperatura e pressão, para uma determinada substância.

$$\rho = \rho(T, P). \quad (3.21)$$

Para pequenas variações da massa específica, é aceitável expandir a função acima em torno de uma situação de referência, por meio de uma série de Taylor, chegando-se a

$$\rho \cong \rho_{ref} + \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P (T - T_{ref}) + \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T (P - P_{ref}) + \dots \quad (3.22)$$

onde  $\rho_{ref}$  é a densidade de referência,  $P_{ref}$  é a pressão de referência e  $T_{ref}$  representa a temperatura de referência.

Para líquidos, pode-se considerar:

$$\left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T \rightarrow 0. \quad (3.23)$$

O coeficiente de expansão térmica, a pressão constante, pode ser definido como:

$$\beta = -\frac{1}{\rho_{ref}} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P. \quad (3.24)$$

Considerando a Equação 3.23 e substituindo a Equação 3.24 na Equação 3.22, obtêm-se

$$\rho = \rho_{ref} \left[ 1 - \beta (T - T_{ref}) \right]. \quad (3.25)$$

A equação acima (aproximação de Boussinesq), a qual só é válida quando  $\beta (T - T_{ref}) \ll 1$ , fora implementada no código CFD por meio de uma UDF (*User Defined Function*) que, por definição, é uma função definida pelo usuário em linguagem de programação C. Pelo fato do código ANSYS Fluent12.0 utilizar variáveis próprias na execução de suas tarefas, também fora necessário o aprendizado destas para manipular as UDFs de maneira satisfatória. Neste trabalho o emprego de UDFs se deu na aproximação de Boussinesq, no uso da relação dada por Gebhart e Mollendorf (1977) e na consideração de sub-resfriamento inicial dos PCMs. A relação dada por Gebhart e Mollendorf (1977) para a variação da densidade, nos casos em que utilizou-se gelo como PCM, é dada pela Equação 3.26, a seguir.

$$\rho = \rho_r \left( 1 - rsp |T - T_r|^{1,894816} \right), \quad (3.26)$$

onde  $\rho_r$  representa a densidade na temperatura  $T_r = 277,029325\text{K}$  (tal grau de precisão é realisticamente impossível de ser obtido) e  $rsp$ , o coeficiente de temperatura ( $rsp = 9,297173 \times 10^{-6} / \text{K}$ ).

Inserindo a Equação 3.25 na Equação 3.20, obtêm-se

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial P_H}{\partial y} + S_y + \rho_{ref} g \beta (T - T_{ref}), \quad (3.27)$$

onde o termo  $\frac{\partial P_H}{\partial y}$  representa a pressão total e pode ser representado como

$$\frac{\partial P_H}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial y} + \rho_{ref} g, \quad (3.28)$$

na qual o termo  $\rho_{ref}g$  representa a pressão hidrostática por unidade de comprimento. Como na direção  $x$  não existe atuação do campo gravitacional, o termo referente à pressão na Equação (3.19) não engloba a parcela hidrostática.

Os termos fontes  $S_x$  e  $S_y$ , presentes nas Equações 3.19 e 3.27, respectivamente, são usados para modificar as equações da quantidade de movimento na região porosa (Voller e Prakash, 1987). Assumindo que o fluxo em tal região é governado pela lei de Darcy, ou seja:

$$\mathbf{v} = -\left(\frac{K}{\mu}\right)\nabla P, \quad (3.29)$$

onde  $K$  é a permeabilidade, a qual é função da porosidade e  $\mathbf{v}$  é um vetor velocidade ( $\mathbf{v} = (u,v)$ ). À medida que a porosidade diminui, a permeabilidade e as velocidades também diminuem, resultando num valor igual a zero quando os elementos presentes na região porosa se encontrarem no estado sólido. Numericamente, este comportamento pode ser representado, definindo-se os termos fontes  $S_x$  e  $S_y$ , como

$$S_x = S_p u, \quad (3.30)$$

$$S_y = S_p v, \quad (3.31)$$

onde  $S_p$  (função porosidade) aumenta de zero a um valor elevado, à medida que a fração líquida diminui. Na região porosa, à medida que a porosidade diminui, o valor dos termos fontes aumenta de tal maneira que tais valores começam a dominar os termos transitório, convectivo e difusivo, forçando-os a “imitar” a lei de Carman-Kozeny (equação derivada da lei de Darcy), a qual é apresentada abaixo.

$$\nabla P = -C \frac{(1-\gamma)^2}{\gamma^3} \mathbf{v}. \quad (3.32)$$

A Equação 3.32 sugere a seguinte forma para a função porosidade ( $S_p$ ).

$$S_p = -C \frac{(1-\gamma)^2}{\gamma^3 + \varepsilon}, \quad (3.33)$$

onde  $C$  é a constante da frente de fusão, a qual mede a amplitude de amortecimento (esta constante possui valor elevado, geralmente  $10^4 - 10^7$ ) e  $\varepsilon$  representa um número de baixo valor (0,001), o qual é considerado para evitar divisão por zero. Shatikian *et al.* (2005) analisaram numericamente a influência do valor da constante  $C$  durante a fusão de um PCM em um armazenador de calor provido de aletas internas, as quais possuíam aberturas para a entrada de ar na região superior. Para tanto, utilizaram de dois valores:  $10^5$  e  $1,6 \times 10^6$  (valor empregado por Brent *et al.* (1988) e Pal e Joshi (2001)). De acordo com os autores, a diferença nos resultados não foi significativa. No presente trabalho, dois valores foram testados:  $10^6$  e  $1,6 \times 10^6$ . Nos casos em que simulou-se a fusão dos PCMs no interior de uma cavidade retangular, preferiu-se o valor de  $1,6 \times 10^6$  para a constante da frente de fusão, uma vez que com tal valor a convergência para cada passo de tempo foi alcançada mais rapidamente. Já para as simulações computacionais da fusão no interior de um cilindro horizontal, empregou-se o valor de  $10^6$ , já que com  $1,6 \times 10^6$  a convergência fora prejudicada. Tal fato pode ser explicado pela oscilação a que fica sujeita a solução quando o valor da constante é muito alto.

### 3.3 Formulação matemática em coordenadas cilíndricas

As equações governantes do problema são apresentadas a seguir, em coordenadas cilíndricas, na forma dimensional e conservativa.

#### Equação da conservação de Energia

$$\frac{\partial(\rho H)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho u_r H)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v_\theta H)}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial(rkT)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2(kT)}{\partial \theta^2} + S_e, \quad (3.34)$$

onde  $u_r$  é a velocidade radial,  $v_\theta$  é a velocidade angular e  $S_e$  é um termo fonte, o qual pode ser representado como

$$S_e = \frac{\partial(\rho\Delta H)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial(r\rho u_r \Delta H)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2(\rho v_\theta \Delta H)}{\partial \theta^2}. \quad (3.35)$$

### **Equação da Continuidade**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\rho u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta) = 0. \quad (3.36)$$

### **Equações da Quantidade de Movimento**

#### Direção radial

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u_r)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (\rho u_r^2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u_r v_\theta) - \frac{\rho v_\theta^2}{r} = -\frac{\partial P_H}{\partial r} + \\ + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(r u_r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right] + S_r + S_{br} \end{aligned}, \quad (3.37)$$

onde  $S_{br}$  e  $S_r$  podem ser definidos pelas Eqs. (3.38) e (3.39), respectivamente

$$S_{br} = \rho_{ref} g \beta \cos \theta (T - T_{ref}), \quad (3.38)$$

$$S_r = S_p u_r. \quad (3.39)$$

Direção angular

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(\rho u_r v_\theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho v_\theta^2) + \frac{\rho u_r v_\theta}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial P_H}{\partial \theta} + \\ + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (r v_\theta)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right] - S_\theta + S_{b\theta} \end{aligned} \quad (3.40)$$

onde  $S_{b\theta}$  e  $S_\theta$  podem ser definidos pelas Eqs. (3.41) e (3.42), respectivamente

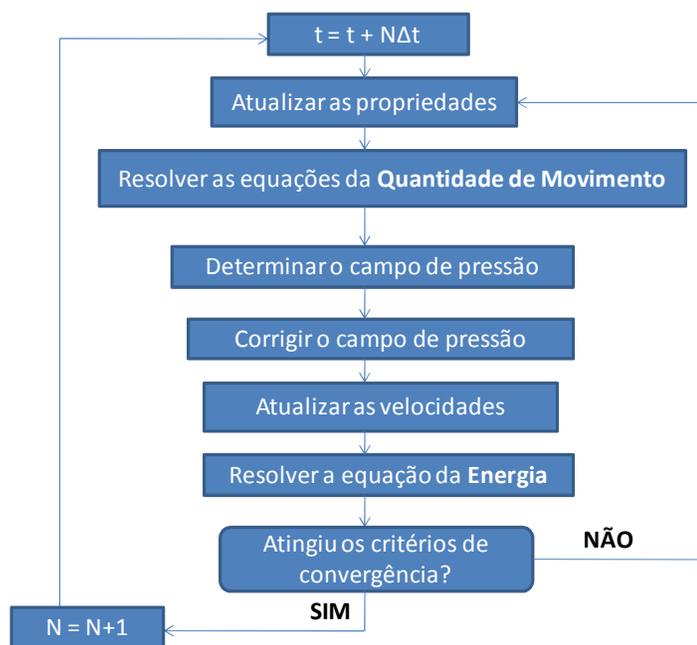
$$S_{b\theta} = \rho_{ref} g \beta \sin \theta (T - T_{ref}), \quad (3.41)$$

$$S_\theta = S_p v_\theta. \quad (3.42)$$

## 4 MODELO NUMÉRICO

No presente estudo empregou-se o código CFD ANSYS Fluent12.0, o qual utiliza o método numérico de Volumes Finitos. Tal método consiste em dividir o domínio de cálculo em volumes de controle e integrar as equações governantes, no volume e no tempo, obtendo-se, assim, um sistema algébrico de equações. Para efetuar o acoplamento entre pressão e velocidade utilizou-se do método SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) de Patankar (1980). Para a interpolação dos gradientes de pressão utilizou-se do esquema PRESTO! (*PREssure STaggering Option*), o qual utiliza de um balanço discreto da continuidade para um volume de controle inercial sobre a face para computar a pressão nesta (procedimento semelhante aos esquemas *staggered-grid* usados em malhas estruturadas, apresentados por Patankar(1980)), e, para os gradientes de velocidades e temperatura, o esquema Lei de Potência (Patankar, 1980) fora empregado. Cabe salientar que, somente para a validação do modelo proposto para fusão em cavidade e, no desenvolvimento do primeiro caso proposto (fusão do estanho numa cavidade aquecida pelo lado), empregou-se o esquema a montante (Patankar, 1980). Pelo fato de não haver diferença significativa entre os esquemas Lei de Potência (*Power Law*) e a montante na análise da fração líquida em função do grau de refinamento e, devido ao esquema Lei de Potência ter apresentado um gasto computacional menor, preferiu-se tal método de discretização para as equações da quantidade de movimento e energia na simulação dos casos propostos restantes. Para a discretização temporal utilizou-se o esquema de primeira ordem implícito.

A resolução do sistema algébrico resultante se dá por Gauss-Seidel ponto-a-ponto em conjunto com o método *Algebraic Multi-Grid* (AMG), proposto por Hutchinson e Raithby (1986). A seguir, na Figura 4.1, é apresentado um algoritmo simplificado da solução numérica.



**Figura 4.1.** Algoritmo simplificado da solução numérica.

É importante ressaltar que, problemas de mudança de fase, por possuírem fronteira móvel, são, de certa forma, complexos. Para evitar a complexidade de se imobilizar a fronteira pela técnica de mudança de coordenadas, por exemplo, utilizou-se do método da entalpia-porosidade na formulação dos problemas propostos, método este disponibilizado pelo próprio software, o qual permite o uso de uma grade fixa. As simulações computacionais foram realizadas num microcomputador com processador Intel® Pentium® Dual CPU T3400 2,16GHz e 1,93GB de RAM. Cada 1s computacional fora equivalente a aproximadamente 50, 230, 10, 12 e 280s na execução dos casos I, II, III, IV e V, respectivamente.

O presente estudo fora dividido em cinco casos, a saber:

I - Fusão do estanho no interior de uma cavidade retangular considerando uma das paredes verticais aquecida isotermicamente e todas as outras adiabáticas;

II - Fusão do estanho no interior de uma cavidade retangular considerando todas as paredes aquecidas isotermicamente;

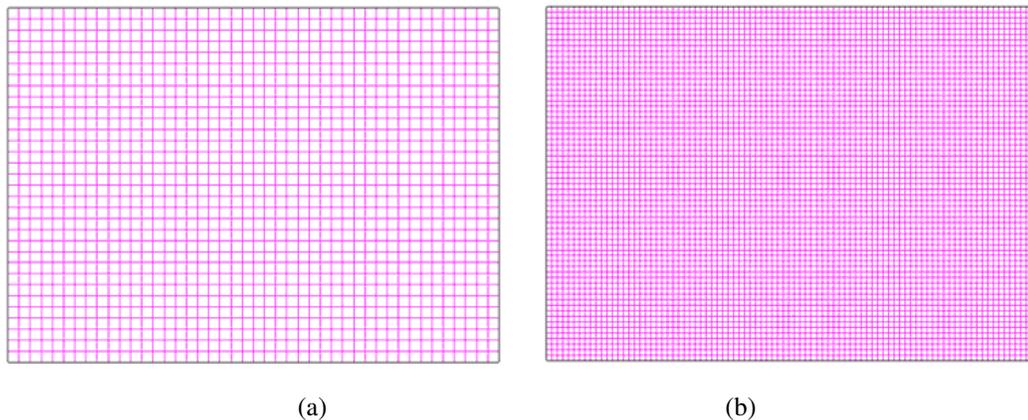
III - Fusão do gelo no interior de uma cavidade retangular com todas as paredes aquecidas de maneira isotérmica;

IV - Fusão do gelo no interior de um cilindro horizontal isotermicamente aquecido;

V - Fusão do estanho no interior de um cilindro horizontal isotermicamente aquecido;

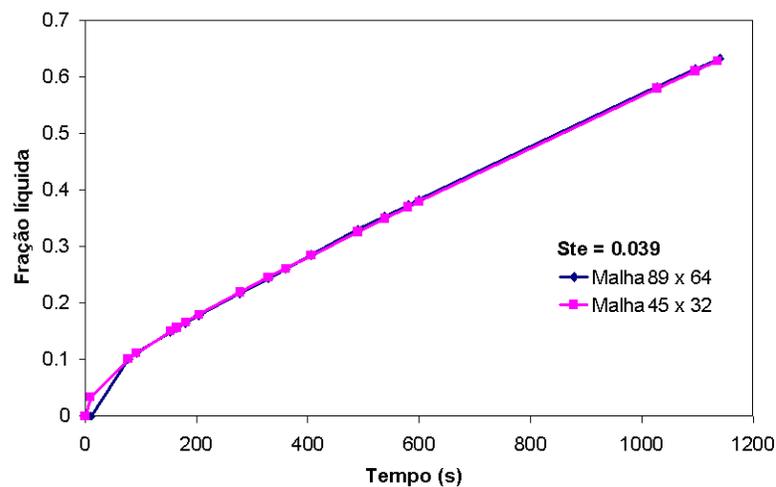
#### **4.1 Geração das grades computacionais**

Através da revisão bibliográfica pôde-se perceber que códigos CFD, bastante utilizados nas mais diversas aplicações de engenharia, têm sido bastante empregados para simulações computacionais de processos de fusão no interior de geometrias esféricas, diferentemente do que ocorre para as geometrias retangulares e cilíndricas. Sendo assim, resolveu-se selecionar tais geometrias para análise, como fora citado anteriormente. Definida as geometrias de trabalho, iniciou-se a construção das grades espaciais utilizando-se dos softwares Gambit versão 2.2.30 e ANSYS ICEM CFD versão 11.0. Em tal etapa várias simulações foram executadas na busca de grades que pudessem fornecer resultados confiáveis sem demandar custo computacional excessivo (de maneira semelhante tratou-se da escolha do passo de tempo). As grades foram escolhidas quando os resultados das simulações não variavam mais com o grau de refinamento destas. Na Figura 4.2 são apresentados dois graus de refinamento da grade espacial gerada para a cavidade retangular.



**Figura 4.2.** Grades espaciais utilizadas. (a) 45 x 32 (Validação do código); (b) 89 x 64 (caso I).

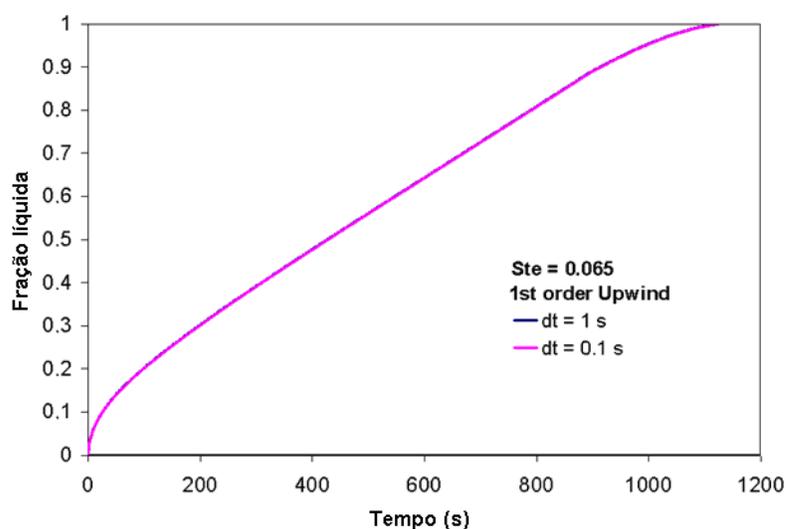
A grade mais grosseira possui a mesma densidade de nós que a usada por Brent *et al.* (1988) e, portanto, serviu para a validação do modelo proposto para cavidade, uma vez que em tal artigo, os autores mencionaram que tal grade fora escolhida após a verificação de não variação dos resultados a partir do grau de refinamento. A Figura 4.3 mostra análise semelhante, feita no presente trabalho, para verificação.



**Figura 4.3.** Verificação da influência do grau de refinamento na fração líquida de gálio em função do tempo.

Como pode-se notar na Figura 4.3, a variação da fração líquida (note que esta não chega ao valor 1 devido às condições de contorno do problema de referência) em função do grau de refinamento da grade espacial é mínima (a análise fora feita para 19 instantes de tempo distribuídos de maneira não uniforme). Vale ressaltar que o passo de tempo utilizado na validação

da fusão no interior de cavidade fora de 1s, sendo este valor escolhido após verificação de que passos de tempo de 5, 3 e 2s (valores testados) não levaram à convergência da solução. A Figura 4.4 apresenta a influência do passo de tempo numa simulação do caso I, o qual será descrito no Capítulo 5. Cabe citar que, no presente trabalho, com exceção da Figura 4.3, em todos os gráficos em que se obteve a fração líquida em função do tempo, esta fora computada para cada passo de tempo (curvas com grande quantidade de pontos), por meio de uma saída em linguagem C, implementada no código CFD ANSYS Fluent12.0.

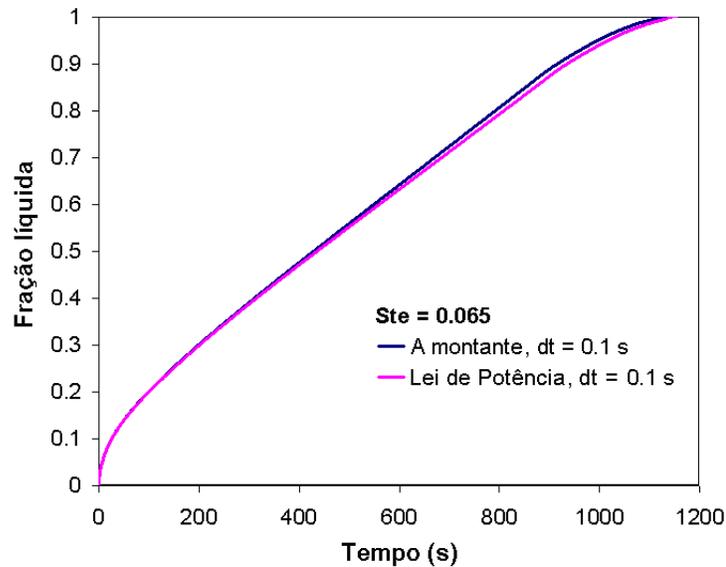


**Figura 4.4.** Verificação da influência do passo de tempo na fração líquida de estanho (caso I).

Pode-se notar que a diferença é desprezível, uma vez que as curvas estão praticamente sobrepostas. Em todas as simulações, salvo a validação do modelo de fusão no interior de uma cavidade, utilizou-se o passo de tempo de 0,1s. Escolheu-se tal passo de tempo pelo fato de a solução convergir rapidamente com este, diferentemente de quando utilizava-se do passo de 1s. Com este fora necessário um número maior de iterações (variando para cada caso) para se alcançar os critérios de convergência ( $10^{-8}$ ,  $10^{-5}$  e  $10^{-4}$  para a equação da energia, velocidades e continuidade, respectivamente), resultando num tempo final de simulação maior.

No presente trabalho, a influência dos esquemas de discretização espacial utilizados nas equações da quantidade de movimento e energia também fora verificada (novamente numa

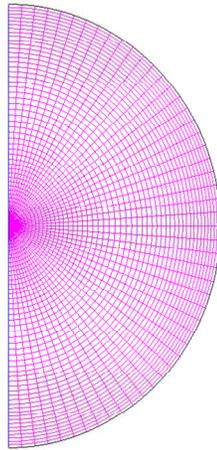
simulação do caso I). Dois esquemas foram testados: a montante de primeira ordem e Lei de Potência. Tal análise é apresentada na Figura 4.5.



**Figura 4.5.** Verificação da influência do esquema de discretização espacial na fração líquida de estanho.

Analisando a Figura 4.5, pode-se observar uma variação muito pequena da fração líquida de estanho utilizando-se dos esquemas a montante e Lei de Potência. Das simulações feitas para tal análise, percebeu-se que, empregando o esquema Lei de Potência, a convergência era alcançada mais rapidamente e, sendo assim, este esquema foi o escolhido para o restante das simulações.

Já a escolha da grade espacial para as simulações dos casos IV e V baseou-se no fato de que Souza e Vielmo (2005), utilizando de uma grade 40 x 40 (considerando a simetria do problema), obtiveram resultados semelhantes aos apresentados por Rieger e Beer (1986), os quais também empregaram uma grade 40 x 40 em sua análise numérica. Sendo assim, escolheu-se uma malha com densidade de nós próxima àquelas empregadas por Rieger e Beer (1986) e Souza e Vielmo (2005), a qual fora composta de 50 nós, tanto na direção radial como na angular, para a validação do modelo proposto no presente estudo para fusão no interior de um cilindro horizontal (vide Figura 4.6).



**Figura 4.6.** Grade espacial de 50 x 50.

## 4.2 Validação do código CFD

Etapa bastante importante na construção deste trabalho, uma vez que, fora neste estágio que definiu-se a grande maioria dos parâmetros da simulação computacional, tal como, o valor da constante da frente de fusão, fatores de sub-relaxação das equações governantes, métodos de discretização destas, método de solução do acoplamento pressão-velocidade, esquema usado para a correção da pressão, entre outros.

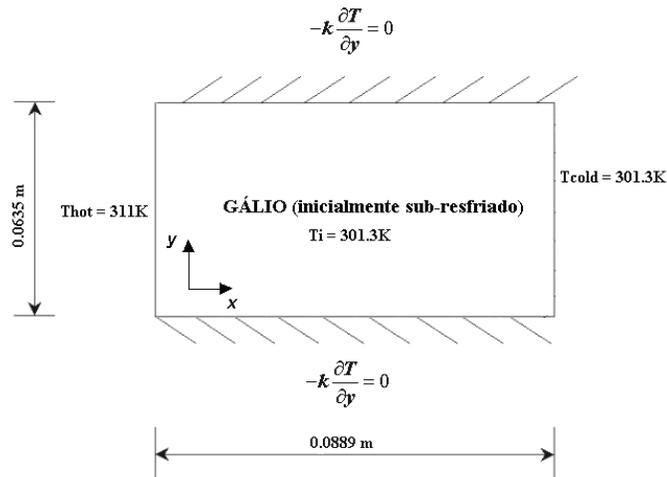
Os resultados obtidos numericamente por Brent *et al.* (1988) para a fusão do gálio puro no interior de uma cavidade retangular com temperaturas prescritas em ambas as paredes verticais (os quais apresentaram boa concordância com os resultados experimentais obtidos por Gau e Viskanta (1986)), serviram para comparação com o modelo proposto no presente trabalho para geometria retangular. Já para a validação do modelo de fusão em geometria cilíndrica proposto, os resultados obtidos por Rieger e Beer (1986) serviram para comparação.

Vale lembrar que o código CFD ANSYS Fluent12.0 é empregado amplamente no ramo da engenharia, e já fora validado pela literatura. Neste trabalho, propôs-se uma validação que

comprove a correta utilização do código para problemas de fusão considerando os efeitos convectivos no interior de uma geometria retangular e de um cilindro horizontal.

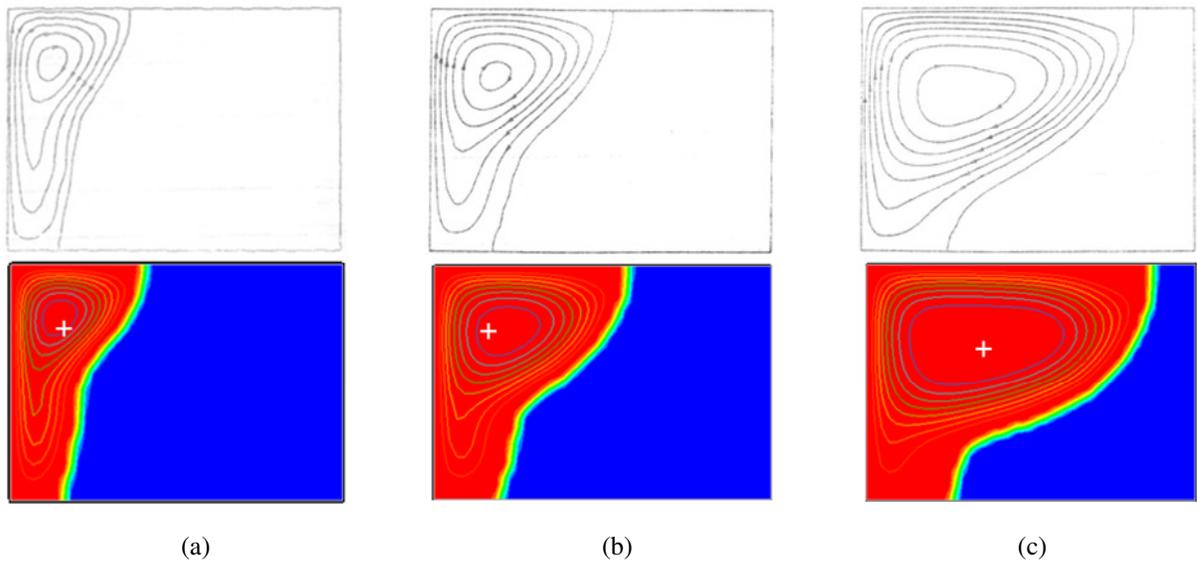
#### 4.2.1 Validação do código para fusão no interior de uma cavidade

Para tal validação, empregou-se as mesmas propriedades do material de mudança de fase (gálio, ponto de fusão = 302,78K) utilizadas por Brent *et al.* (1988). A Figura 4.7 apresenta o modelo físico do problema.



**Figura 4.7.** Modelo físico do problema estudado por Brent *et al.* (1988).

A Figura 4.8 mostra a comparação entre as linhas de corrente e a frente de fusão obtidas no presente estudo e as obtidas por Brent *et al.* (1988). O sinal positivo define o sentido do vórtice como sendo horário (tal consideração serve para todo o trabalho).

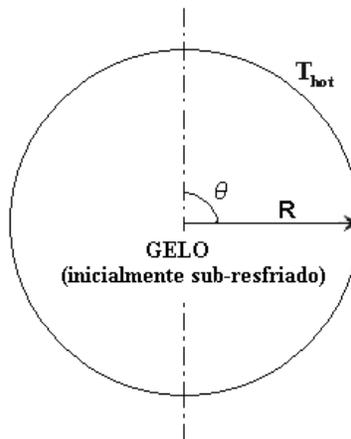


**Figura 4.8.** Comparação entre as linhas de corrente e frentes de fusão obtidas por Brent *et al.* (1988) e pelo presente trabalho. (a)  $t = 360s$ ; (b)  $\tau = 600s$ ; (c)  $1140s$ .

Da Figura 4.8 podemos notar que o resultado numérico do presente estudo (gráficos coloridos) está em boa concordância com o resultado numérico obtido por Brent *et al.* (1988). É importante citar que a região em azul trata-se da região sólida (fração líquida possui valor nulo), ao passo que a região em vermelho refere-se à região líquida ( $\gamma = 1$ ). Para a análise dos casos propostos no presente trabalho, preferiu-se utilizar da grade mais refinada para a simulação do caso I, mesmo tendo verificado anteriormente que a fração líquida fora quase desprezível com o aumento do grau de refinamento da grade (para os casos II e III empregou-se uma grade com mesma densidade de nós, mas considerou-se a simetria do problema). Tomou-se tal decisão pelo fato de o tempo computacional gasto com a grade espacial mais refinada, ter sido bastante próximo àquele gasto com a grade de menor grau de refinamento.

#### 4.2.2 Validação do código para fusão no interior de um cilindro horizontal

Para validar o código CFD ANSYS Fluent12.0 para os casos de fusão no interior de um cilindro horizontal, os resultados obtidos, experimental e numericamente por Rieger e Beer (1986), serviram para comparação. A Figura 4.9 apresenta o modelo do problema.



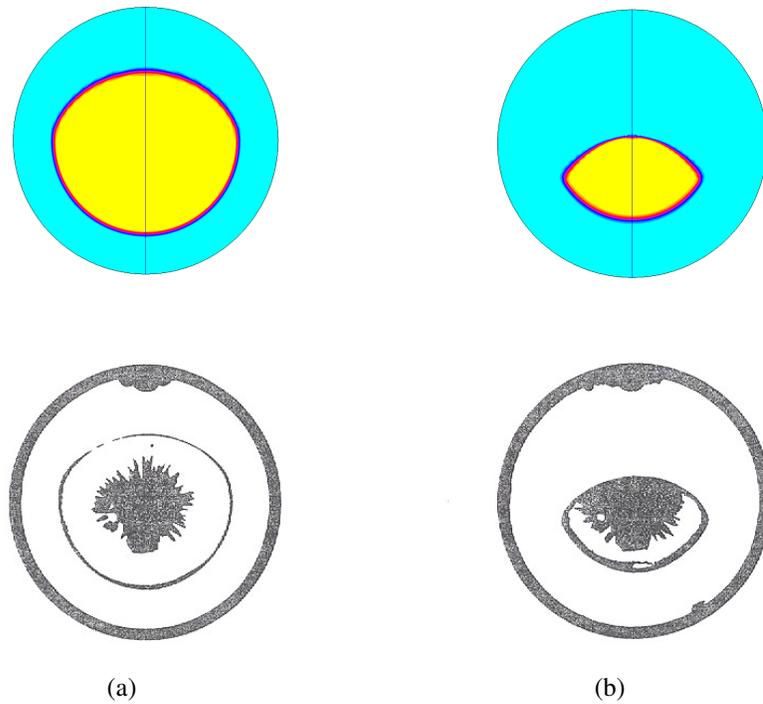
**Figura 4.9.** Modelo físico do problema.

Vale lembrar que Souza e Vielmo (2005) também usaram os resultados obtidos por Rieger e Beer (1986) para validarem o seu modelo. A diferença entre os modelos usados por tais autores fora apresentada no Capítulo 2 desta dissertação.

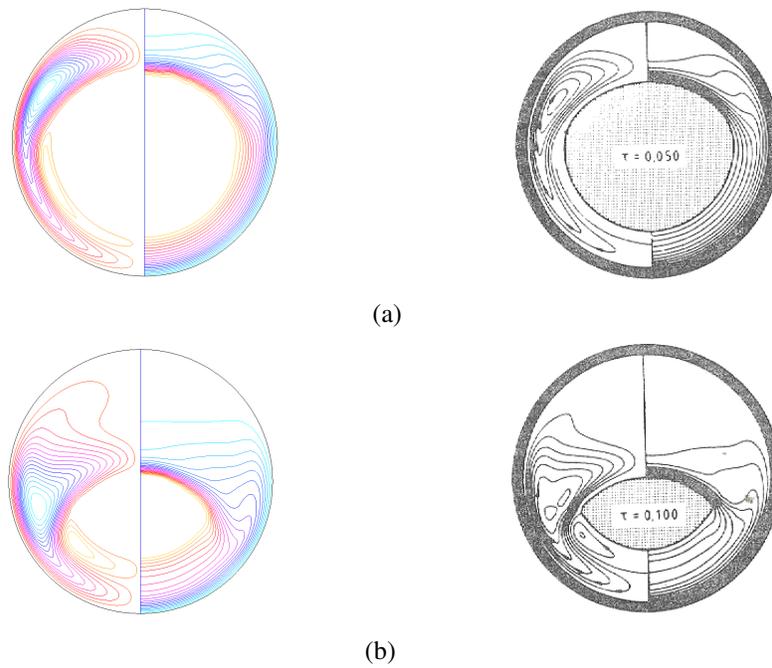
Cabe citar que o caso IV, o qual será apresentado no capítulo seguinte, também trata da fusão do gelo no interior de um cilindro horizontal, mas, em tais simulações, considerou-se um valor diferente para o raio.

Na Figura 4.10 as frentes de fusão do gelo obtidas numericamente no presente trabalho são comparadas às encontradas, de maneira experimental, por Rieger e Beer (1986) para um aquecimento isotérmico da parede do cilindro de 283K. Cabe salientar que os resultados experimentais foram obtidos para um cilindro de raio igual a 0,030m ao passo que, o raio utilizado na análise numérica, fora igual a 0,032m (valor também escolhido por Rieger e Beer (1986) em suas análises numéricas).

Da figura 4.10 pode-se notar que os resultados apresentam boa concordância. A Figura 4.11 apresenta a comparação entre os resultados numéricos (linhas de corrente e isoterms) obtidos por Rieger e Beer (1986) e os obtidos pela presente análise numérica.



**Figura 4.10.** Comparação entre as frentes de fusão obtidas numericamente (presente trabalho) e de maneira experimental (Rieger e Beer (1986)) com  $T_{\text{hot}} = 283\text{K}$ . (a)  $\tau = 0,045$ ; (b)  $\tau = 0,080$ .



**Figura 4.11.** Comparação entre os resultados obtidos de maneira numérica pelo presente trabalho e por Rieger e Beer (1986) com  $T_{\text{hot}} = 283\text{K}$  e  $R = 0,032\text{m}$  (linhas de corrente a esquerda e isotermas a direita). (a)  $\tau = 0,050$ ; (b)  $\tau = 0,100$ .

Como pode-se observar na Fig. 4.11, os resultados numéricos estão em boa concordância. Portanto, o emprego do código CFD ANSYS Fluent12.0 para a simulação dos problemas propostos pode ser feito de maneira satisfatória. Cabe citar que, para as simulações dos casos IV e V, utilizou-se de grades com a mesma densidade de nós empregada nesta seção, ou seja, de 50 x 50. O raio do cilindro empregado na realização do caso IV foi de 0,016m, enquanto que, no desenvolvimento do caso V empregou-se um raio de 0,04239m.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

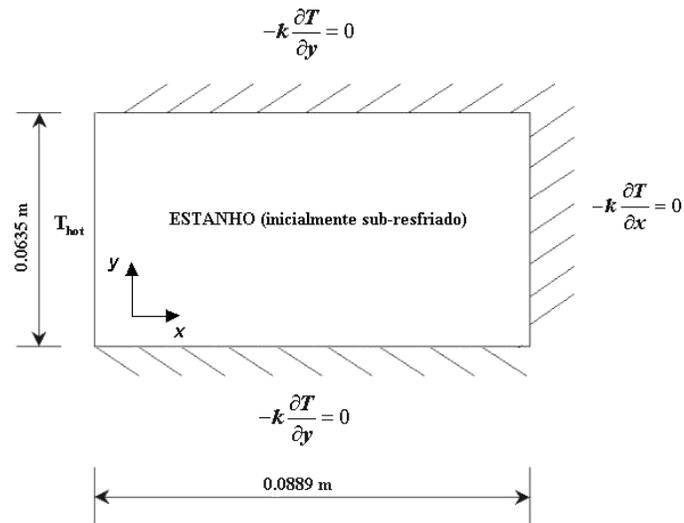
Neste capítulo serão apresentados os resultados das simulações numéricas. Além disso, serão citados os parâmetros utilizados em cada simulação. Como já fora mencionado anteriormente no Capítulo 4, o trabalho fora subdividido em cinco casos. Os três primeiros casos tratam da fusão de PCMs no interior de uma cavidade retangular, ao passo que, os dois últimos, tratam da fusão dos mesmos no interior de um cilindro horizontal.

### 5.1 Simulação computacional da fusão de PCMs no interior de uma cavidade retangular

Nesta seção, utilizando-se de uma cavidade retangular de razão de aspecto igual a 0,714 e três diferentes temperaturas (279, 281 e 283K utilizando-se água como PCM e 510, 515 e 520K para o estanho), buscou-se analisar a influência do aquecimento isotérmico no processo de fusão dos PCMs. Em todos os casos verificou-se a influência do sub-resfriamento inicial dos PCMs no processo de fusão. Para os casos I e II, três graus de sub-resfriamento foram testados (1, 5 e 15K), ao passo que para o caso III, testou-se dois graus (1 e 5K). A influência do grau de sub-resfriamento inicial do PCM no fluxo de calor das superfícies internas da parede, além da variação do calor latente absorvido em função do tempo, também foram analisadas para o caso III.

#### **Caso I: Fusão do estanho no interior de uma cavidade retangular considerando uma das paredes verticais aquecida isotermicamente e todas as outras adiabáticas**

A Figura 5.1 apresenta o modelo físico do problema proposto neste primeiro caso, onde somente uma das paredes verticais é aquecida.



**Figura 5.1.** Modelo físico do caso I.

O código ANSYS Fluent12.0 disponibiliza dois métodos de solução, sendo que um é baseado na pressão e o outro na densidade. O método de solução baseado na pressão pode resolver as equações de maneira acoplada ou segregada. No presente trabalho empregou-se o método de solução segregado. Para o acoplamento pressão-velocidade utilizou-se do algoritmo SIMPLE. Na discretização das equações de conservação da quantidade de movimento e energia utilizou-se o esquema a montante. Para a interpolação da pressão empregou-se o esquema PRESTO!. A grade computacional espacial fora composta por 89 x 64 nós nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente, e esta fora selecionada após verificar-se que os resultados não apresentavam variação à medida que aumentava-se o grau de refinamento (resultados independentes da densidade da grade). O critério de convergência para a equação da energia fora de  $10^{-8}$  e, para as velocidades e continuidade  $10^{-5}$  e  $10^{-4}$ , respectivamente. Cabe salientar que aplicou-se tal critério de convergência a todas as simulações efetuadas neste trabalho. As propriedades termofísicas do estanho empregadas nas simulações computacionais deste caso I foram retiradas de Milanez (1982) e são apresentadas na Tab. 5.1, a seguir.

**Tabela 5.1.** Propriedades termofísicas do estanho puro a 505K.

$c_p$ (J/kg.K <sup>-1</sup> )	260
$k$ (W/m.K <sup>-1</sup> )	46
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	7200
$L$ (J/kg)	60000
$\mu$ (kg/m.s <sup>-1</sup> )	1.91x10 <sup>-3</sup>
$\beta$ (1/K)	2.2x10 <sup>-5</sup>

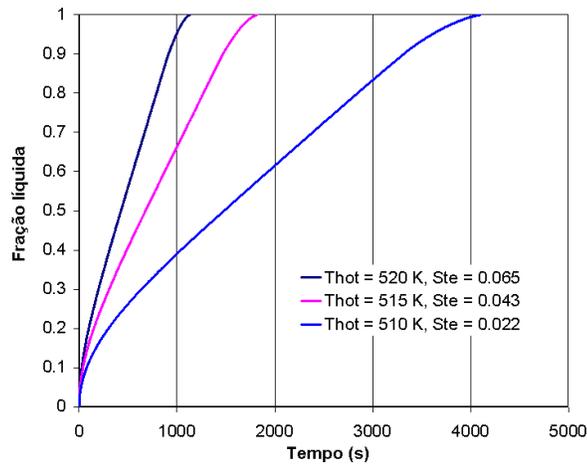
A Figura 5.2 apresenta a variação da fração líquida em função do tempo para três números de Stefan. O número adimensional de Stefan ( $Ste$ ), o qual expressa a razão entre o calor sensível e o calor latente do material de mudança de fase, é definido como

$$Ste = \frac{c_p (T_{hot} - T_m)}{L}. \quad (5.1)$$

A fração líquida pode ser representada de acordo com a Eq. (5.2), abaixo.

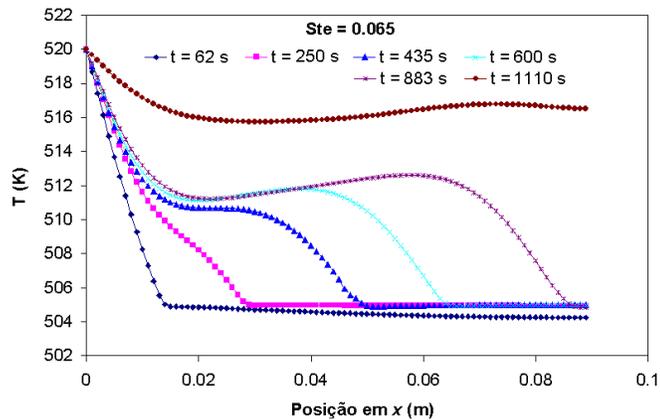
$$f = \frac{V_l}{V_o}. \quad (5.2)$$

Analisando a Fig. 5.2 pode-se notar que, quanto maior for o número de Stefan, menor será o tempo necessário para que todo o estanho seja fundido. Com o aquecimento isotérmico da parede vertical de 510K ( $Ste = 0,022$ ), o tempo total de fusão do metal foi de 4104s, ou seja, 2287s a mais em relação ao aquecimento da parede de 515K ( $Ste = 0,043$ ), e 3004s quando comparado ao aquecimento de 520K ( $Ste = 0,065$ ). Pode-se verificar também que a curva da fração de estanho fundido aumenta monotonicamente para todos os casos considerados.



**Figura 5.2.** Fração líquida em função do tempo para três números de Stefan.

A Figura 5.3 mostra a distribuição de temperatura em  $y = 0,03175\text{m}$ , para vários instantes de tempo, com  $Ste = 0,065$ .



**Figura 5.3.** Distribuição de temperatura ao longo da linha central ( $y = 0,03175\text{m}$ ) com  $T_{hot} = 520\text{K}$  e sub-resfriamento de 1K.

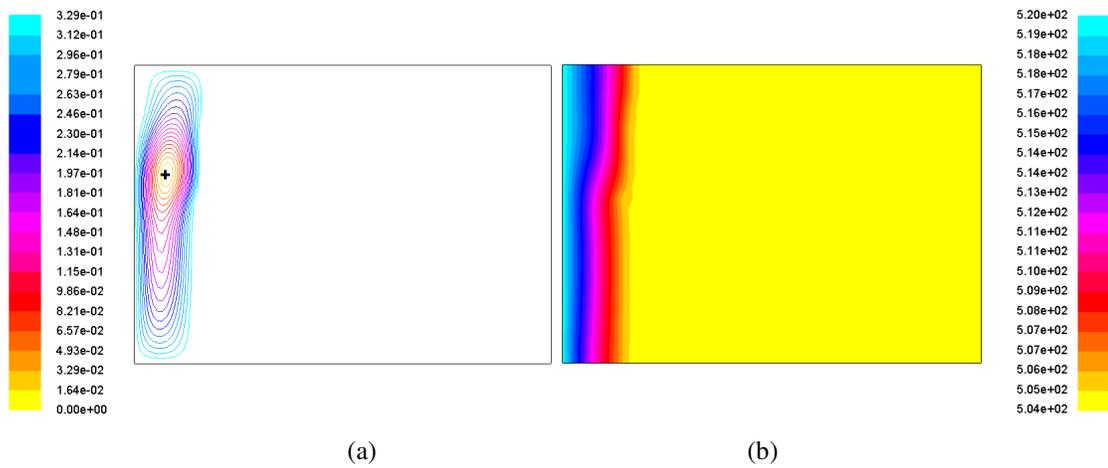
Da figura 5.3 nota-se que, no instante  $t = 62\text{s}$  a distribuição de temperatura na região contendo estanho fundido em  $y = 0,03175\text{m}$  é praticamente linear. Tal comportamento é típico de quando a condução atua como o mecanismo de transferência de calor dominante no sistema, mas, como pode-se notar na Fig. 5.4 através das linhas de corrente e isotermas, uma célula de convecção (vórtice) começa a se desenvolver na região superior esquerda da cavidade neste instante (o sinal positivo representa sentido horário, em contrapartida, o sinal negativo, o qual será visto adiante, representa sentido anti-horário e, tal convenção de sinal, fora aplicada a toda dissertação). Na medida em que o processo de fusão se desenvolve, têm-se um aumento gradual

da influência da convecção natural no sistema. O movimento do líquido fundido, o qual é produzido pelo empuxo, resulta numa distribuição de temperatura não linear. Na Figura 5.3 observa-se que tal fato ocorre para os instantes de tempo superiores a 62s. Cabe salientar que na Figura 5.8, mais adiante, serão apresentadas frentes de fusão para cada número de Stefan considerado no presente trabalho e, através destas, também será possível verificar a influência da convecção natural em suas morfologias.

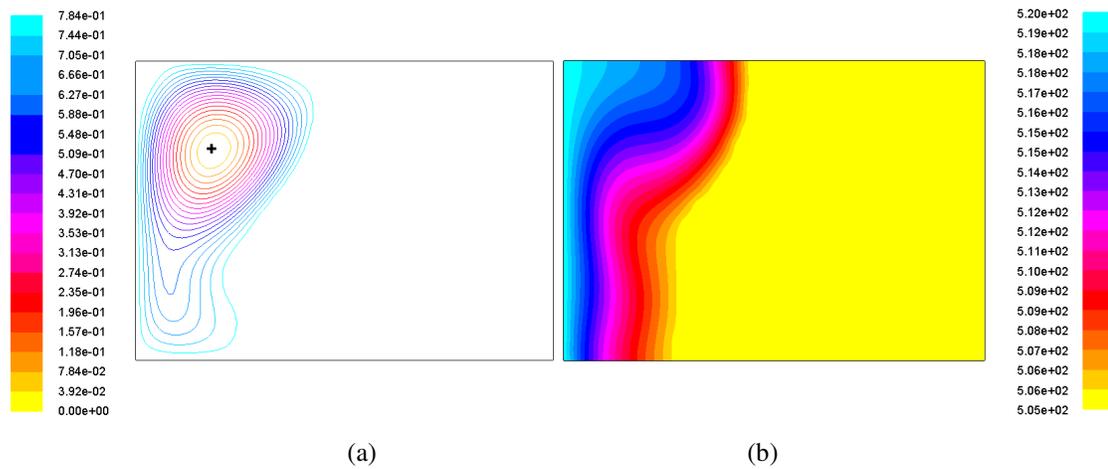
A Figura 5.5 apresenta as linhas de fluxo e o campo de temperaturas no instante  $t = 250s$ . Pode-se observar que o valor máximo das linhas de corrente elevou-se, mostrando que houve uma intensificação da convecção natural no processo, ou seja, a convecção natural passou a influenciar de maneira mais acentuada o transporte de energia, proveniente da parede aquecida, para a frente de fusão. O perfil da frente de fusão pode ser explicado pela diferença de densidade do líquido fundido, sendo que o fluido de maior temperatura tende a se concentrar na região superior da cavidade, enquanto que o fluido mais frio, tende a mover-se de maneira descendente. Tal movimento pode ser verificado nas Figs 5.4 a 5.7 pela formação de um vórtice, o qual possui sentido horário.

A Figura 5.6 mostra que o processo de fusão do estanho, no instante  $t = 600s$ , é governado principalmente pela convecção natural. O valor máximo das linhas de corrente é de 1,06. A distribuição de temperaturas exhibe claramente a presença de fluido mais quente na região superior da cavidade, fazendo com que a frente de fusão desta região se mova mais rapidamente, se comparada à inferior

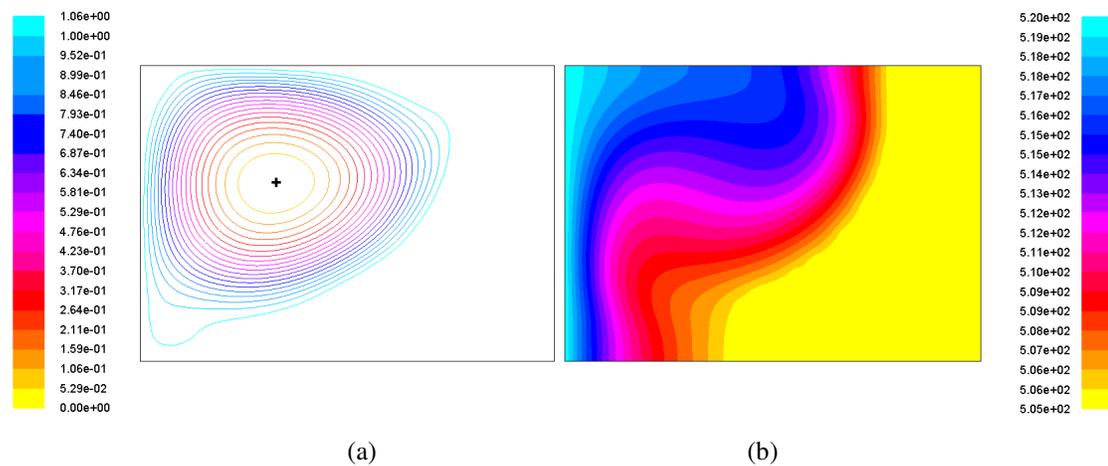
A Figura 5.7 apresenta as isotermas e as linhas de fluxo no instante  $t = 1110s$ . Dois vórtices aparecem (além do vórtice já desenvolvido), um em cada canto superior da cavidade retangular, como pode-se observar na Fig. 5.7a. Tais vórtices possuem sentido anti-horário. Em contrapartida, o vórtice central possui sentido horário. Estando o estanho completamente fundido, os valores das linhas de corrente tendem a diminuir uma vez que o gradiente de temperatura diminui cada vez mais.



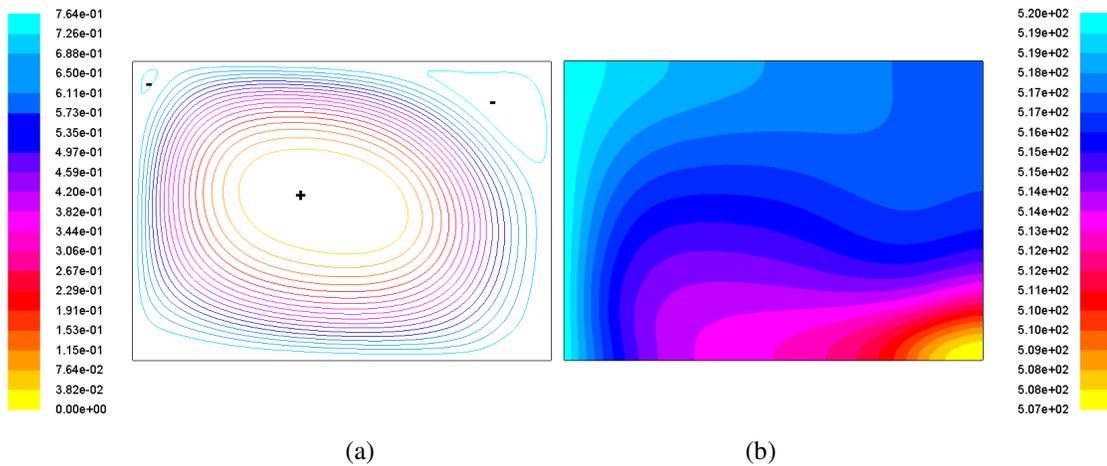
**Figura 5.4.** Linhas de corrente e isothermas em  $t = 62s$  para  $Ste = 0,065$ . (a) Linhas de corrente; (b) Isothermas.



**Figura 5.5.** Linhas de corrente e isothermas em  $t = 250s$  para  $Ste = 0,065$ . (a) Linhas de corrente; (b) Isothermas.

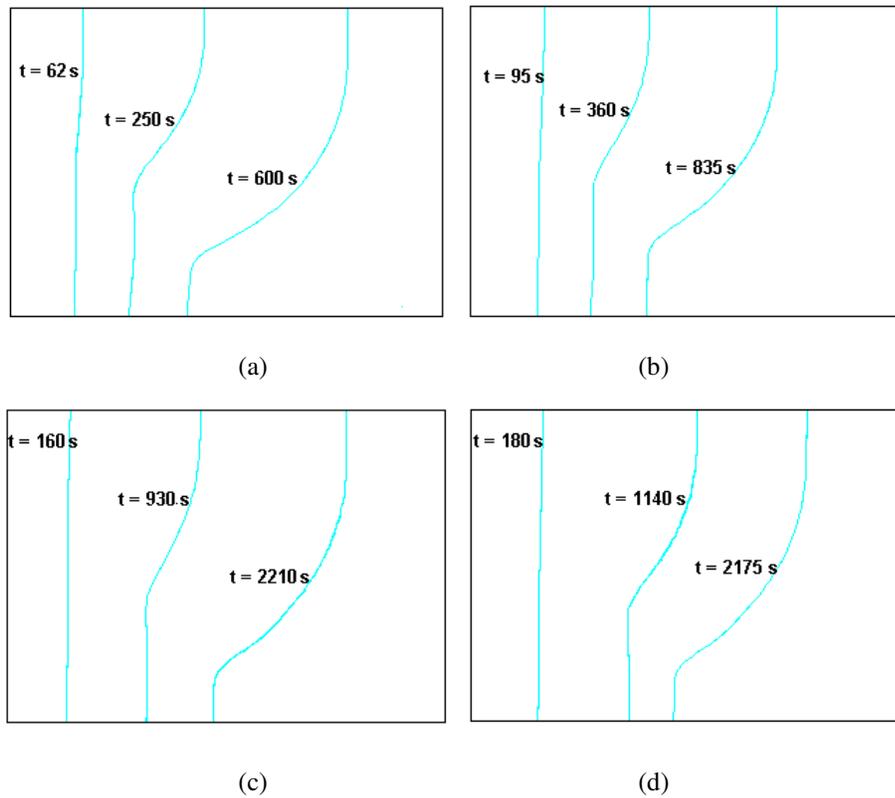


**Figura 5.6.** Linhas de corrente e isothermas em  $t = 600s$  para  $Ste = 0,065$ . (a) Linhas de corrente; (b) Isothermas.



**Figura 5.7.** Linhas de corrente e isothermas em  $t = 1110s$  para  $Ste = 0,065$ . (a) Linhas de corrente; (b) Isothermas.

A Figura 5.8 apresenta algumas posições das frentes de fusão do estanho para três diferentes valores do número de Stefan.



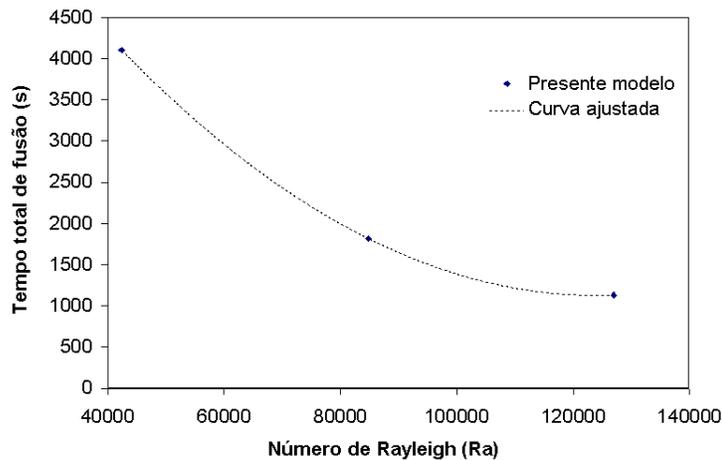
**Figura 5.8.** Comparação das posições das frentes de fusão para vários números de Stefan. (a)  $Ste = 0,065$ , sub-resfriamento de 1K; (b)  $Ste = 0,043$ , sub-resfriamento de 1K; (c)  $Ste = 0,022$ , sub-resfriamento de 5K; (d)  $Ste = 0,022$ , sub-resfriamento de 1K.

Da Figura 5.8 observa-se que, quanto maior o número de Stefan, mais rápido será o deslocamento da frente de fusão. Os perfis das frentes de fusão mostram a influência da convecção natural no processo de fusão. No estágio inicial do processo de fusão nota-se pouca influência da convecção natural, (neste estágio a condução é o mecanismo de transferência de calor predominante), uma vez que as frentes de fusão são quase regulares. No decorrer do processo, percebe-se que a região superior das frentes de fusão move-se de maneira mais rápida que a região inferior, evidenciando uma maior influência da convecção natural. O efeito do sub-resfriamento não pode ser observado pela comparação das Figs 5.8c e Fig. 5.8d, uma vez que as posições da frente de fusão não foram obtidas para os mesmos instantes de tempo. Tal efeito do sub-resfriamento poderá ser verificado na Figura 5.11.

A Figura 5.9 mostra o tempo total de fusão do estanho em termos do número adimensional de Rayleigh ( $Ra$ ). O número de Rayleigh pode ser definido como

$$Ra = \frac{g\beta(T_{hot} - T_m)y^3}{v\alpha}, \quad (5.3)$$

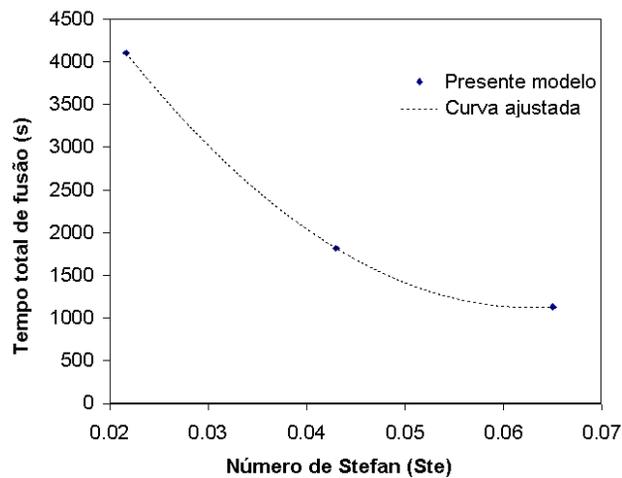
onde  $y$  refere-se à altura da cavidade (representa o comprimento característico de tal geometria neste caso). Quando a fusão ocorrer no interior de um cilindro horizontal, o raio deste será utilizado na Eq. (5.3) como comprimento característico.



**Figura 5.9.** Tempo total de fusão do estanho em função do número de Rayleigh.

Observando a Figura 5.9, nota-se que, na medida em que eleva-se o número de Rayleigh, o tempo gasto para se alcançar a fusão completa do material tende a decrescer. Verifica-se também que, para valores do número de Rayleigh maiores que  $1,2 \times 10^5$ , a tendência é que o tempo para que seja alcançada a fusão total do estanho diminua a uma taxa bem menor àquela encontrada para valores de  $Ra < 1,2 \times 10^5$ .

A Figura 5.10 apresenta o tempo total de fusão do estanho em função do número de Stefan. O efeito do número de Stefan no processo de fusão é bastante similar ao encontrado para o número de Rayleigh.



**Figura 5.10.** Tempo total de fusão do estanho em termos do número de Stefan.

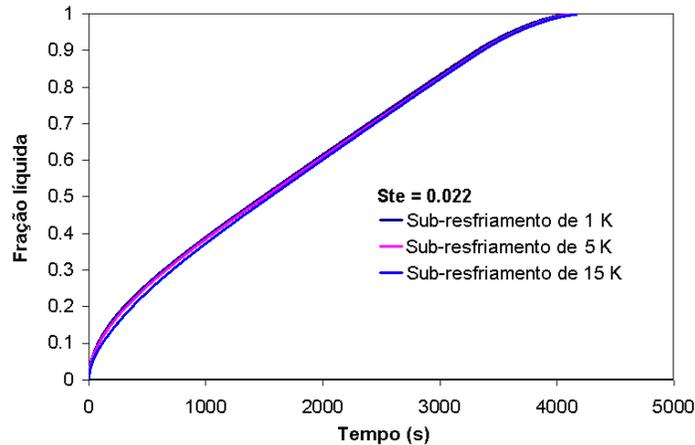
Correlações do tempo total de fusão do estanho em função dos números adimensionais de Stefan e Rayleigh são apresentadas abaixo, pela Eq. (5.4) e Eq. (5.5) respectivamente, nas faixas  $0,022 \leq Ste \leq 0,065$  e  $4,24 \times 10^4 \leq Ra \leq 1,27 \times 10^5$ .

$$\tau_{fusão} = 1774740,7631(Ste)^2 - 224262,9115(Ste) + 8178,8095. \quad (5.4)$$

$$\tau_{fusão} = 4,3674 \times 10^{-7} (Ra)^2 - 0,10949(Ra) + 7961,3054, \quad (5.5)$$

onde  $\tau_{fusão}$  representa o tempo total de fusão.

A Figura 5.11 mostra a variação da fração líquida em função do tempo para três diferentes graus de sub-resfriamento, considerando  $Ste = 0,022$  ( $T_{hot} = 510K$ ).

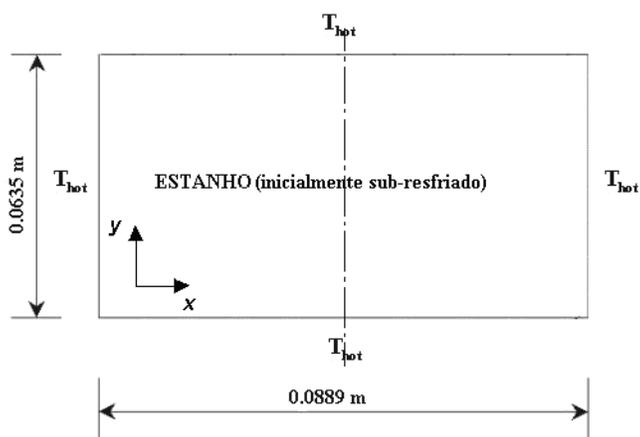


**Figura 5.11.** Efeito do sub-resfriamento na fusão do estanho.

Da Figura 5.11, verifica-se que, quando o sólido é inicialmente sub-resfriado de 15K, o tempo total para sua fusão completa, sendo neste caso de 4190s, é quase o mesmo que, quando sub-resfriado de 5K (4144s) e quando sub-resfriado de 1K (4104s). A fração de líquido fundido comporta-se de maneira semelhante no decorrer do processo independentemente do grau de sub-resfriamento, ou seja, as taxas de fusão das três curvas são bastante similares (curvas possuem a mesma inclinação) e, sendo assim, conclui-se que o sub-resfriamento inicial do sólido não causa efeito significativo no processo de fusão do estanho no interior da cavidade retangular estudada, na faixa de sub-resfriamento considerada.

## **Caso II: Fusão do estanho no interior de uma cavidade retangular considerando todas as paredes aquecidas isotermicamente**

Este segundo caso é semelhante ao primeiro (cavidade retangular de mesma razão de aspecto), mas, agora, todas as paredes encontram-se aquecidas. Sendo assim, pôde-se aplicar a condição de simetria ao problema, demandando, desta maneira, menos gasto computacional. O modelo físico do problema é apresentado na Fig. 5.12.



**Figura 5.12.** Modelo físico do problema (caso II).

Os parâmetros de simulação empregados neste caso são apresentados na Tab. 5.2.

**Tabela 5.2.** Parâmetros de simulação.

Grade espacial	44 x 63 nós (em $x$ e $y$ , respectivamente)
Razão de aspecto	0,714
Acoplamento pressão-velocidade	SIMPLE
$C$ (constante da frente de fusão)	$1,6 \times 10^6$

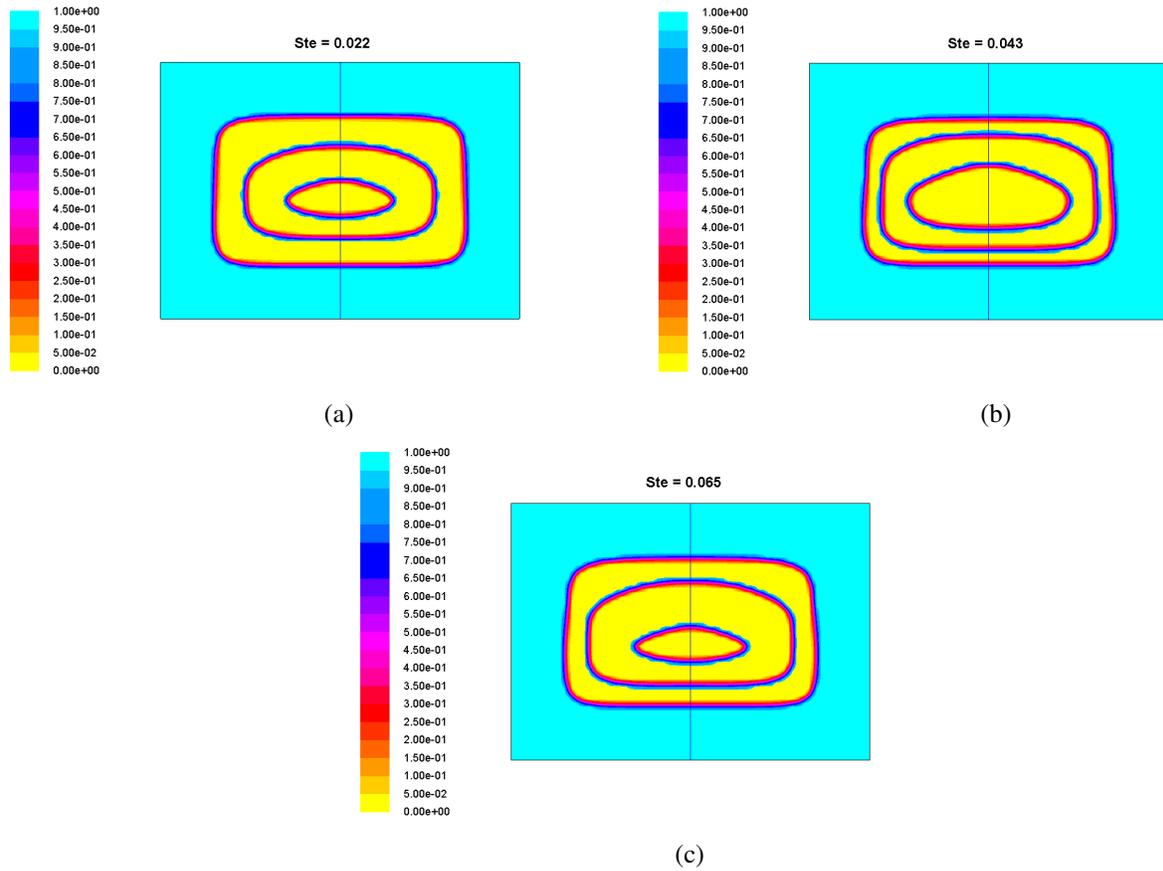
Na Tabela 5.3 são apresentados os esquemas de discretização utilizados para as simulações deste caso.

**Tabela 5.3.** Esquemas de discretização.

Pressão	PRESTO!
Quantidade de Movimento	Lei de Potência
Energia	Lei de Potência
Tempo	Primeira ordem implícito

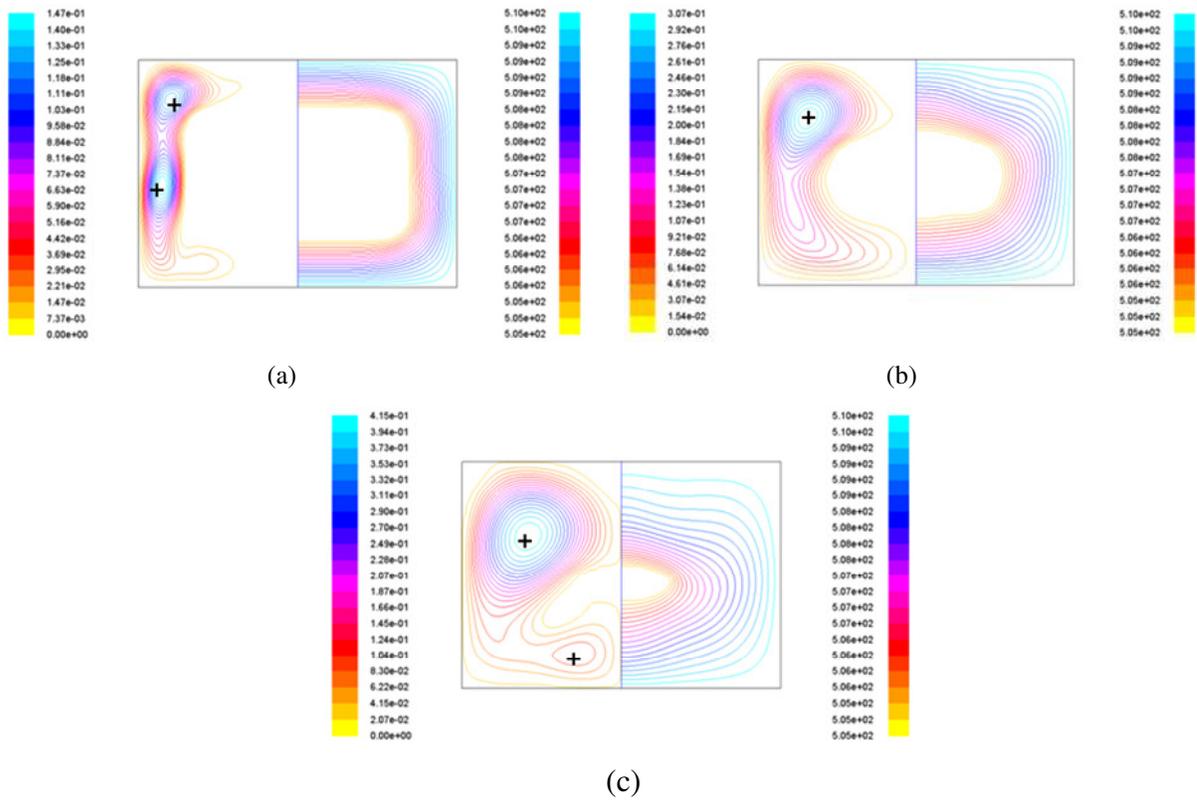
Observa-se na Tabela 5.3 que os esquemas de discretização espacial para as equações da quantidade de movimento e da energia são diferentes dos que foram utilizados nas simulações computacionais do caso I. A explicação para que tal mudança fosse efetuada consta no Capítulo 4 desta dissertação.

A Figura 5.13 apresenta a morfologia das frentes de fusão em três estágios do processo de fusão do estanho, para três diferentes números de Stefan: 0,022, 0,043 e 0,065 (aquecimento isotérmico das paredes de 510, 515 e 520K, respectivamente).



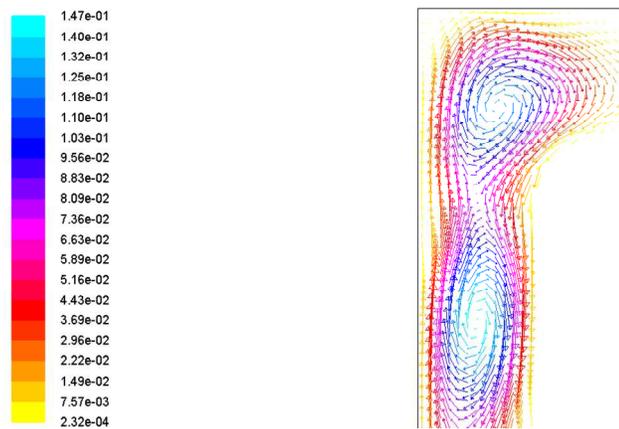
**Figura 5.13.** Frentes de fusão para diferentes números de Stefan. (a)  $t = 167, 383$  e  $607$ ; (b)  $t = 89, 147$  e  $248$ s; (c)  $t = 59, 113$  e  $200$ s.

Mediante análise da Figura 5.13, verifica-se que, independentemente do valor do número de Stefan, a morfologia das frentes de fusão são bastante semelhantes no decorrer do processo e, sendo assim, apresentar-se-ão, somente para  $Ste = 0,022$ , as características deste (Fig. 5.14). É importante ressaltar que, quanto maior o valor do número de Stefan na faixa investigada, mais rapidamente ocorre a fusão do estanho.



**Figura 5.14.** Linhas de corrente (esquerda) e isotermas (direita) para  $Ste = 0,022$ . (a)  $t = 167s$ ; (b)  $t = 383s$ ; (c)  $t = 607s$ .

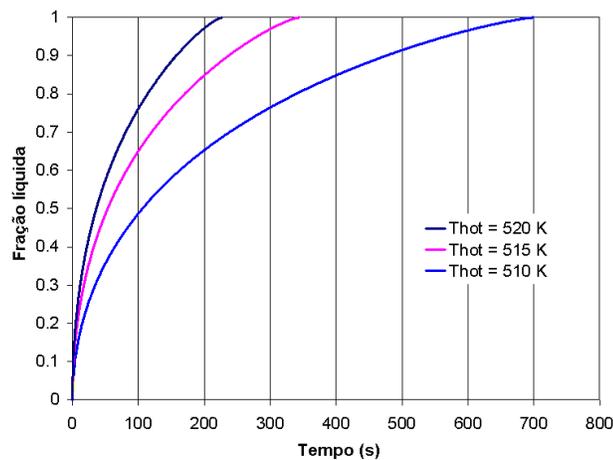
Da Figura 5.14, percebe-se que os dois vórtices em sentido horário, presentes no estágio inicial, unem-se formando um único vórtice (de maior intensidade), o qual aumenta a taxa de fusão na região superior da cavidade (fica nítido pela análise das isotermas as quais evidenciam que a concentração de fluido mais quente é maior nesta região). Na Fig. 5.15 são apresentados os vetores de velocidade correspondentes à Fig. 5.14a.



**Figura 5.15.** Vetores de velocidade no instante  $t = 167s$  para  $Ste = 0,022$ .

Através desta ferramenta (vetores de velocidade) é possível identificar o sentido dos vórtices. Como já fora citado, o sinal positivo refere-se ao sentido horário enquanto que o sinal negativo, ao sentido anti-horário.

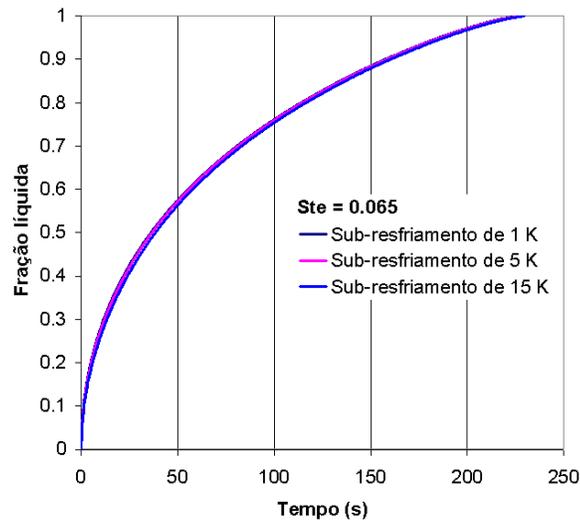
A Figura 5.16 apresenta a fração de estanho fundido durante o processo, para três diferentes aquecimentos isotérmicos aplicados às paredes.



**Figura 5.16.** Fração de estanho fundido em função do tempo para três números de Stefan.

Analisando a Figura 5.16, observa-se que o perfil das curvas é monotônico e bastante similar entre si. Novamente percebe-se que, à medida que o número de Stefan aumenta, o tempo para fundir totalmente o estanho presente no interior da cavidade, diminui.

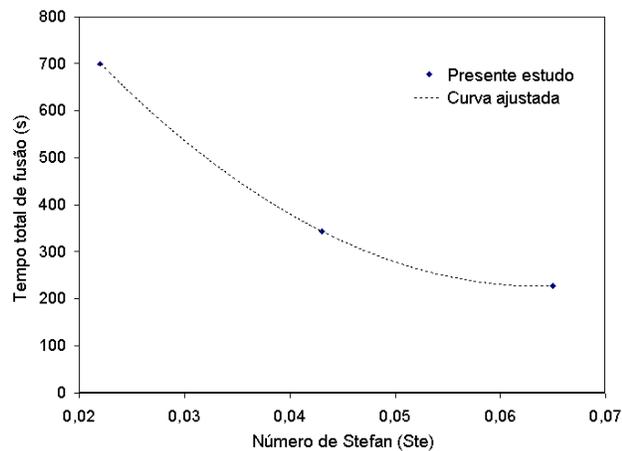
Neste caso, assim como no desenvolvimento do caso I em que o estanho fora empregado como material de mudança de fase, três graus de sub-resfriamento inicial foram utilizados (1, 5 e 15K). Na Fig. 5.17 é apresentado o efeito de tal sub-resfriamento na fração de estanho fundido em função do tempo, para  $Ste = 0,065$ .



**Figura 5.17.** Efeito do sub-resfriamento inicial do estanho para  $Ste = 0,065$ .

Da Figura 5.17, verifica-se que a influência do sub-resfriamento inicial do estanho é desprezível neste caso, assim como também fora constatado na análise deste parâmetro para o caso I.

A Figura 5.18 apresenta o comportamento do tempo total de fusão do estanho em função do número de Stefan.



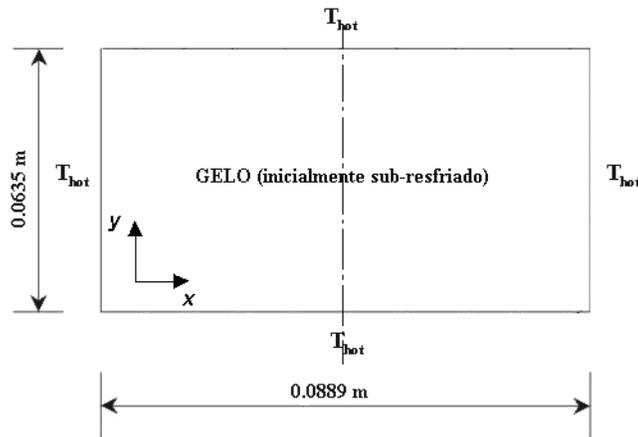
**Figura 5. 18.** Tempo total de fusão do estanho em função do número de Stefan.

A Equação 5.6 apresenta a correlação do tempo levado para que todo o estanho seja fundido, em função do número de Stefan.

$$\tau_{fusão} = 270563(Ste)^2 - 34539(Ste) + 1328,9, \quad (5.6)$$

**Case III: Fusão do gelo no interior de uma cavidade retangular com todas as paredes aquecidas de maneira isotérmica**

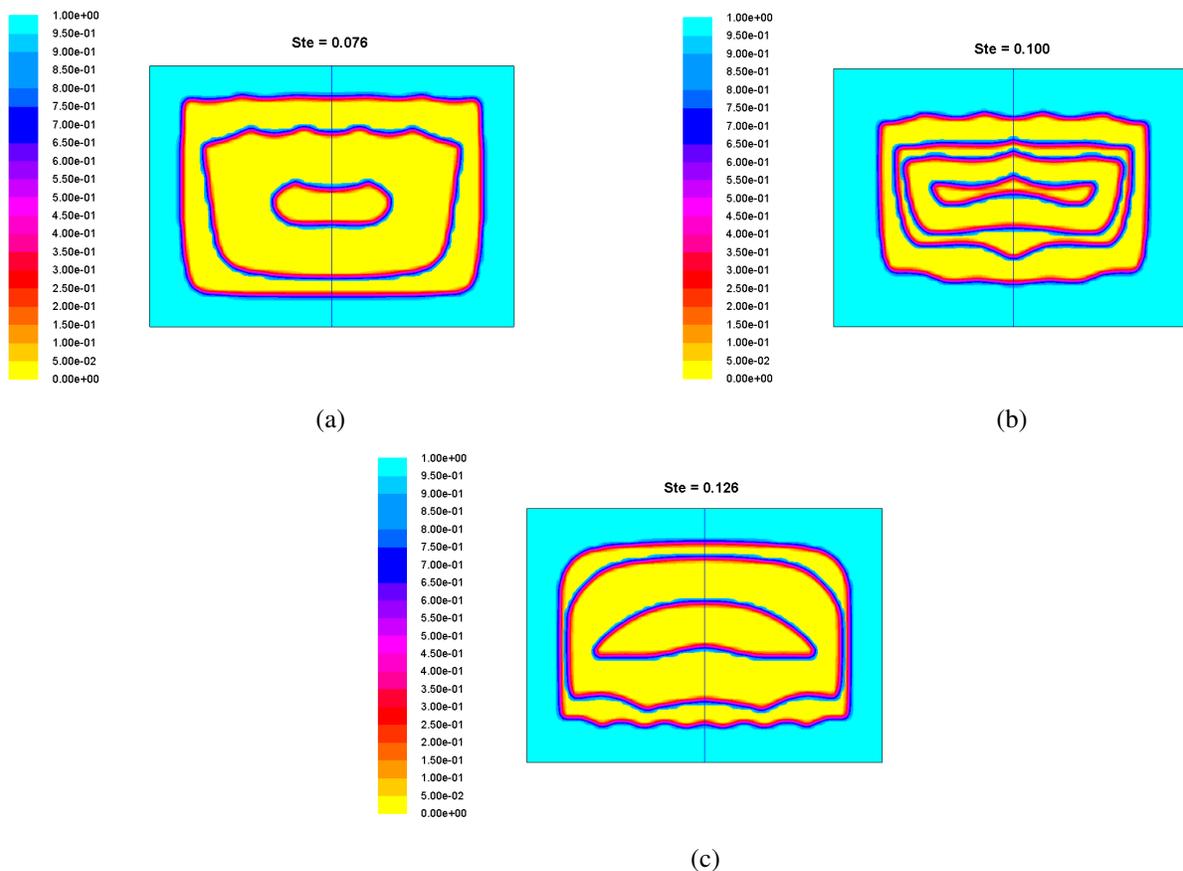
A Figura 5.19 apresenta o modelo físico do problema proposto neste terceiro caso, onde todas as paredes da cavidade são isotermicamente aquecidas.



**Figura 5.19.** Modelo físico do caso III.

Na execução deste caso utilizou-se dos mesmos parâmetros de simulação e esquemas de discretização empregados no desenvolvimento do caso II. Como citado anteriormente (Capítulo 3), nas simulações em que empregou-se o gelo como PCM (casos III e IV), utilizou-se de uma UDF que levaria em conta a relação dada por Gebhart e Mollendorf (1977), para a variação da densidade.

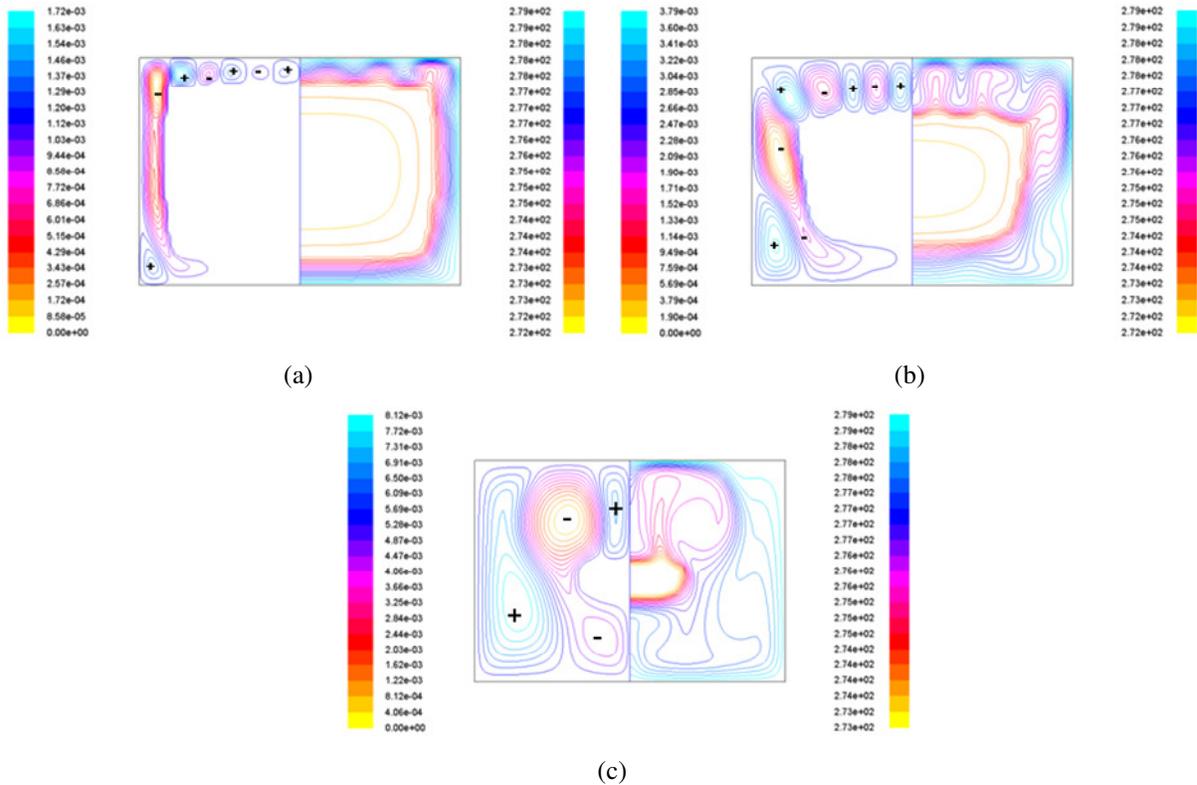
A Figura 5.20 mostra várias frentes de fusão sobrepostas para valores de Stefan iguais a 0,076, 0,100 e 0,126 (aquecimento isotérmico das paredes de 279, 281 e 283K, respectivamente) em vários instantes de tempo. Percebe-se que a morfologia das frentes de fusão se modifica, à medida que o processo se desenvolve, para os três números de Stefan investigados.



**Figura 5.20.** Frentes de fusão para diferentes números de Stefan. (a)  $t = 2510, 5010$  e  $8676s$ ; (b)  $t = 3350, 5182, 6031$  e  $7437s$ ; (c)  $t = 1604, 2604$  e  $4604s$ .

As Figuras 5.21 a 5.23 apresentam isotermas e linhas de corrente para números de Stefan iguais a 0,076, 0,100 e 0,126, respectivamente. Analisando a Figura 5.21, pode-se notar uma estrutura de fluxo bastante complexa em todos os estágios do processo de fusão para  $Ste = 0,076$  (aquecimento de 279K na parede). Em  $t = 2510s$  notam-se células de recirculação na região superior da cavidade, assim como em  $t = 5010s$ . Verifica-se também que a concentração de água com temperatura mais elevada é maior na região inferior da cavidade nos três instantes de tempo investigados, inferindo que na região superior da cavidade o gradiente de temperatura é maior (fato este que será evidenciado mais adiante, na Figura 5.28). A formação de um vórtice no sentido anti-horário na região superior esquerda da cavidade no tempo de 2510s é devido ao fato de a densidade da água ser maior na região próxima a parede. Comportamento semelhante será apresentado na Figura 5.33, onde a temperatura de aquecimento do cilindro possui o mesmo valor aplicado neste caso, ou seja, 279K.

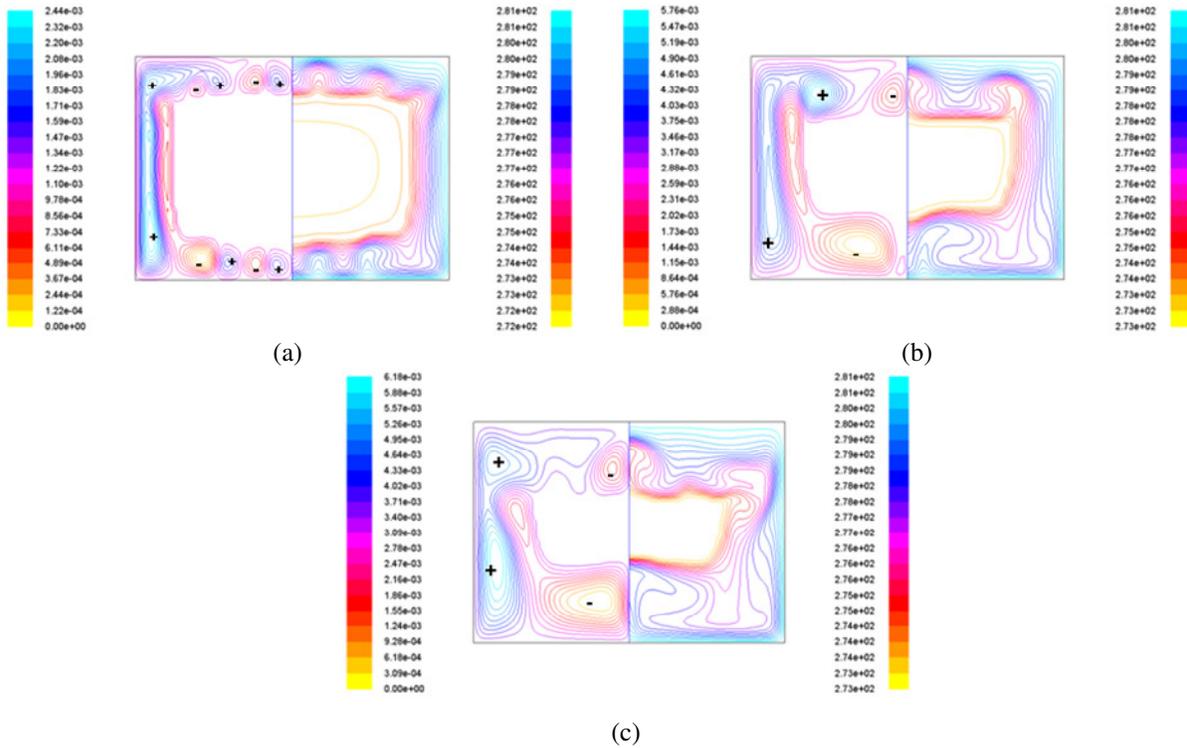
Cabe salientar que, para “fluidos normais”, o comportamento seria diferente, ou seja, o fluido mais quente tenderia a subir, enquanto que o de menor temperatura tenderia a descer pela diferença de densidade.



**Figura 5.21.** Linhas de corrente (esquerda) e isothermas (direita) para  $Ste = 0,076$ . (a)  $t = 2510s$ ; (b)  $t = 5010s$ ;  
(c)  $t = 8676s$ .

Mediante análise da Figura 5.22, verifica-se que o aquecimento de 281K aplicado nas paredes da cavidade também provoca um fluxo de bastante complexidade na região de material fundido. Nota-se que, tanto na região superior, como na inferior da cavidade, existe a mesma quantidade de vórtices nos três instantes de tempo analisados. Neste caso, no estágio inicial da fusão do gelo não há formação de vórtice no sentido anti-horário nas proximidades da parede vertical, uma vez que agora o maior valor de densidade da água não encontra-se mais neste local, como ocorrera para  $Ste = 0,076$ . É importante mencionar que, em todas as simulações deste trabalho, o PCM fora considerado fixo, ou seja, este fora fixado ao centro dos sistemas. Sendo assim, a condução de calor é predominante no sistema somente no estágio inicial do processo de fusão. À medida que a camada de líquido aumenta, a convecção natural passa a exercer um papel

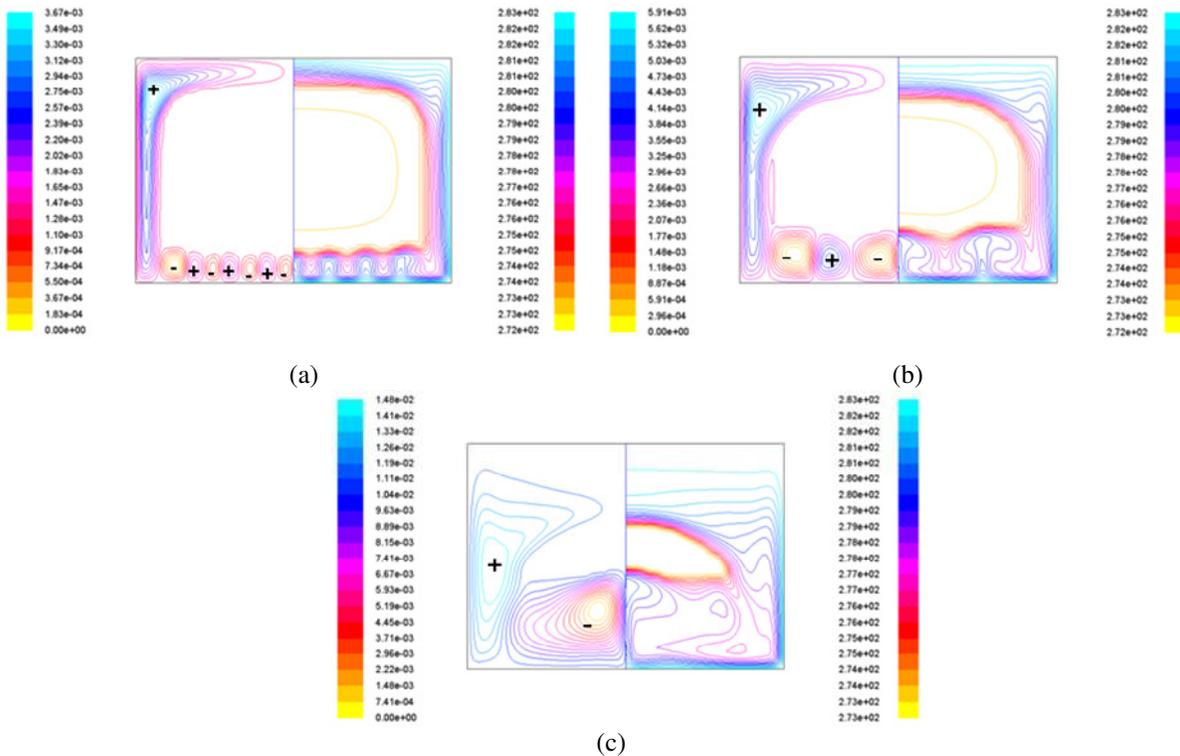
dominante, influenciando diretamente na transferência de calor do sistema, nas taxas de fusão e nas morfologias da frente de fusão.



**Figura 5.22.** Linhas de corrente (esquerda) e isothermas (direita) para  $Ste = 0,100$ . (a)  $t = 3350s$ ; (b)  $t = 5182s$ ;  
(c)  $t = 6031s$ .

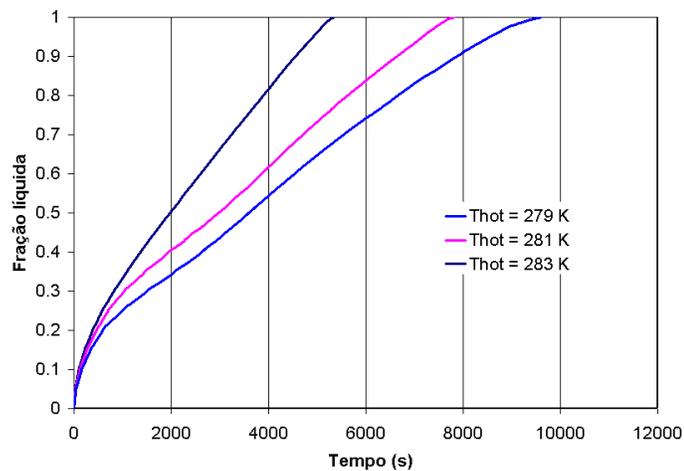
Da Figura 5.23 observa-se um vórtice com sentido horário, inicialmente com núcleo próximo à região superior esquerda da cavidade ( $t = 1604s$ ), o qual é o principal responsável, durante todo o processo, por transferir o calor da parede para o gelo. Nota-se claramente pela análise das isothermas que, nos três instantes de tempo investigados, a maior concentração do fluido de temperatura mais elevada encontra-se na região superior da cavidade. Pela diferença de densidade, caso o sólido não estivesse fixado, este tenderia a um movimento descendente (cabe citar que comportamento similar será observado na Figura 5.35). As células de recirculação observadas na região inferior da cavidade influenciarão no fluxo de calor na superfície interna da parede inferior (o qual será maior nesta região devido ao maior gradiente de temperatura). Comparando-se as Figuras 5.21, 5.22 e 5.23, percebe-se que, com o aumento da temperatura da parede, a convecção começa a atuar mais cedo no processo de fusão e as forças de empuxo

necessárias para promover a movimentação da água são mais intensas devido ao gradiente de temperatura nos sistemas ser mais elevado.



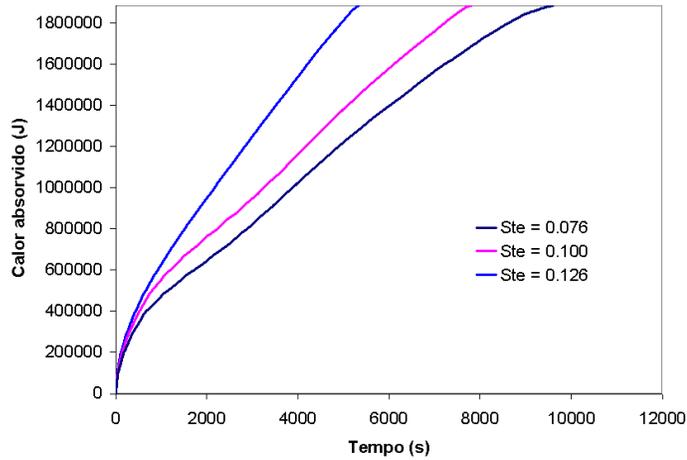
**Figura 5.23.** Linhas de corrente (esquerda) e isotermas (direita) para  $Ste = 0,126$ . (a)  $t = 1604s$ ; (b)  $t = 2604s$ ; (c)  $t = 4604s$ .

A Figura 5.24 apresenta a fração líquida em função do tempo dimensional, para diferentes valores do número de Stefan.



**Figura 5.24.** Fração líquida em função do tempo para diferentes temperaturas na parede.

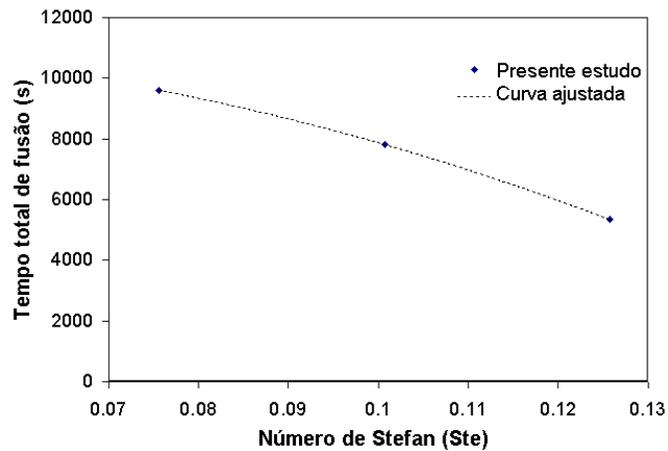
Da figura 5.24, pode-se observar que, quanto maior o for o aquecimento das paredes, menor será o tempo de fusão total do gelo. Já a figura 5.25 mostra a quantidade de calor latente absorvido no decorrer do processo.



**Figura 5.25.** Calor latente absorvido em função do tempo.

Nota-se que os perfis das curvas são similares aos obtidos na Fig. 5.24, como esperado.

A Figura 5.26 apresenta a relação entre o tempo total de fusão do gelo e o número de Stefan.

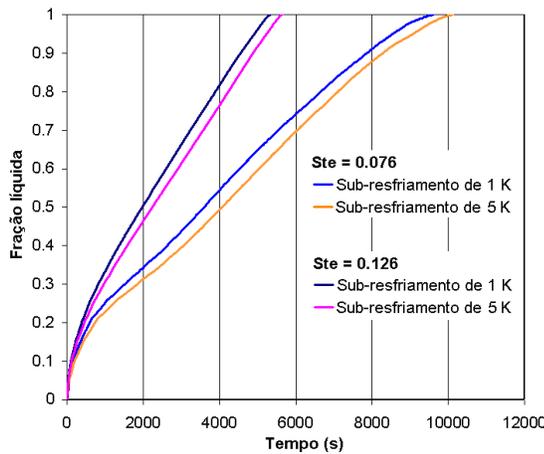


**Figura 5.26.** Tempo total de fusão em termos do número de Stefan.

Da figura 5.26 observa-se que o tempo total de fusão do gelo diminui com o aumento do número de Stefan. Da mesma, obtêm-se uma correlação entre o tempo total de fusão do gelo e o número adimensional de Stefan, a qual é dada por

$$\tau_{fusão} = -551123(Ste)^2 + 25945(Ste) + 10795 . \quad (5.7)$$

A Figura 5.27 apresenta o efeito do sub-resfriamento inicial do gelo no processo de fusão para dois diferentes valores do número de Stefan. Deve-se citar que tal procedimento só fora possível pela inserção de uma UDF no código CFD.



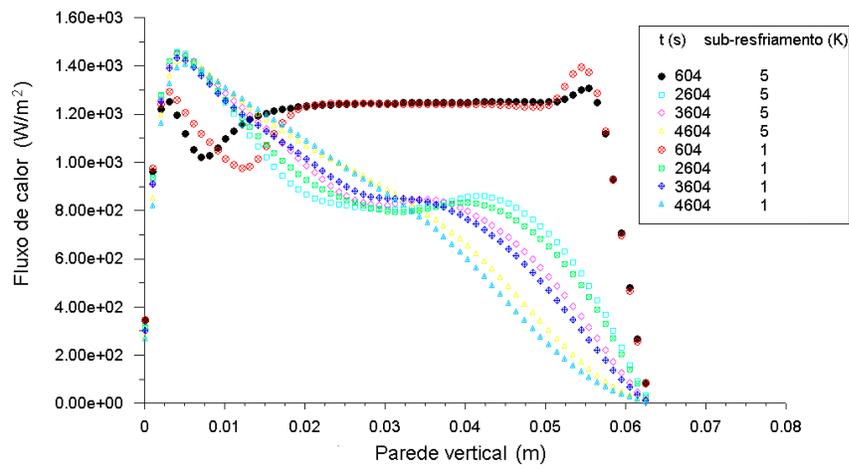
**Figura 5.27.** Efeito do sub-resfriamento para dois números de Stefan.

Pela análise da Fig. 5.27, pode-se notar que a influência do sub-resfriamento inicial do gelo no processo, aumenta na medida em que o número de Stefan diminui. Verifica-se também que, quanto menor for o grau de sub-resfriamento, menor será também o tempo para a completa fusão do gelo no interior da cavidade (para o mesmo número de Stefan). O efeito do sub-resfriamento no processo de fusão pode ser observado com maior nitidez por meio da análise do fluxo de calor na região da superfície interna das paredes da cavidade.

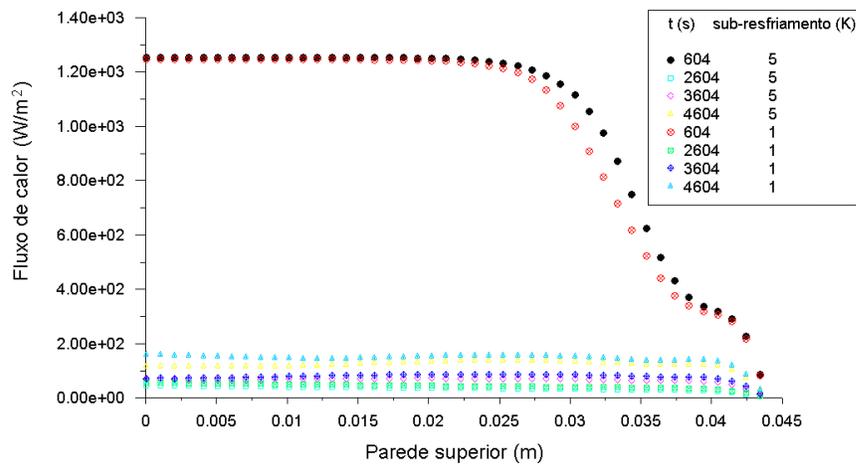
A Figura 5.28 apresenta o fluxo de calor na superfície interna de cada parede da cavidade retangular para  $Ste = 0,126$  ( $T_{hot} = 283K$ ) e para dois graus de sub-resfriamento (1 e 5K). Análise semelhante é apresentada na Fig. 5.29 para  $Ste = 0,076$  ( $T_{hot} = 279K$ ). Devido à simetria do problema, os resultados foram obtidos para metade da cavidade. Para facilitar a análise dos

resultados, ou seja, do fluxo de calor (eixo  $y$ ) em cada ponto da superfície interna da parede (eixo  $x$ ), adotou-se o sentido oeste-leste, para as paredes horizontais e sul-norte, para as paredes verticais da cavidade.

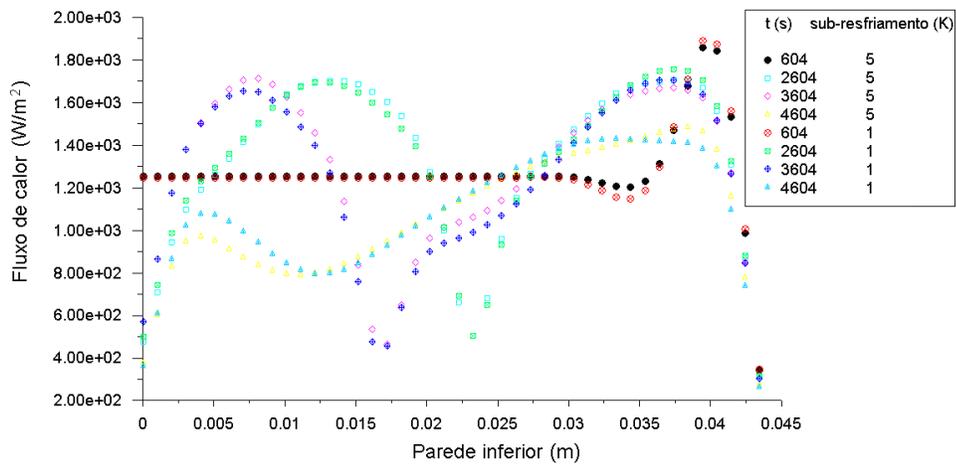
Da Fig. 5.28, pode-se verificar que o maior valor do fluxo de calor ocorre na região inferior da cavidade. Já a figura 5.29 mostra que, ao contrário do que fora observado na Fig. 5.28, o fluxo de calor na superfície interior das paredes da cavidade é maior na região superior desta. Além disso, pode-se perceber que o grau de sub-resfriamento para  $Ste = 0,076$  afeta significativamente o fluxo de calor nas paredes, comportamento este que já era esperado pela análise da Fig. 5.27. A discrepância notada na Fig. 5.29b, foi causada pela diferença no aspecto das frentes de fusão obtidas pelos diferentes graus de sub-resfriamento na região superior do sólido, no tempo de 8676s (vide Figura 5.30).



(a)

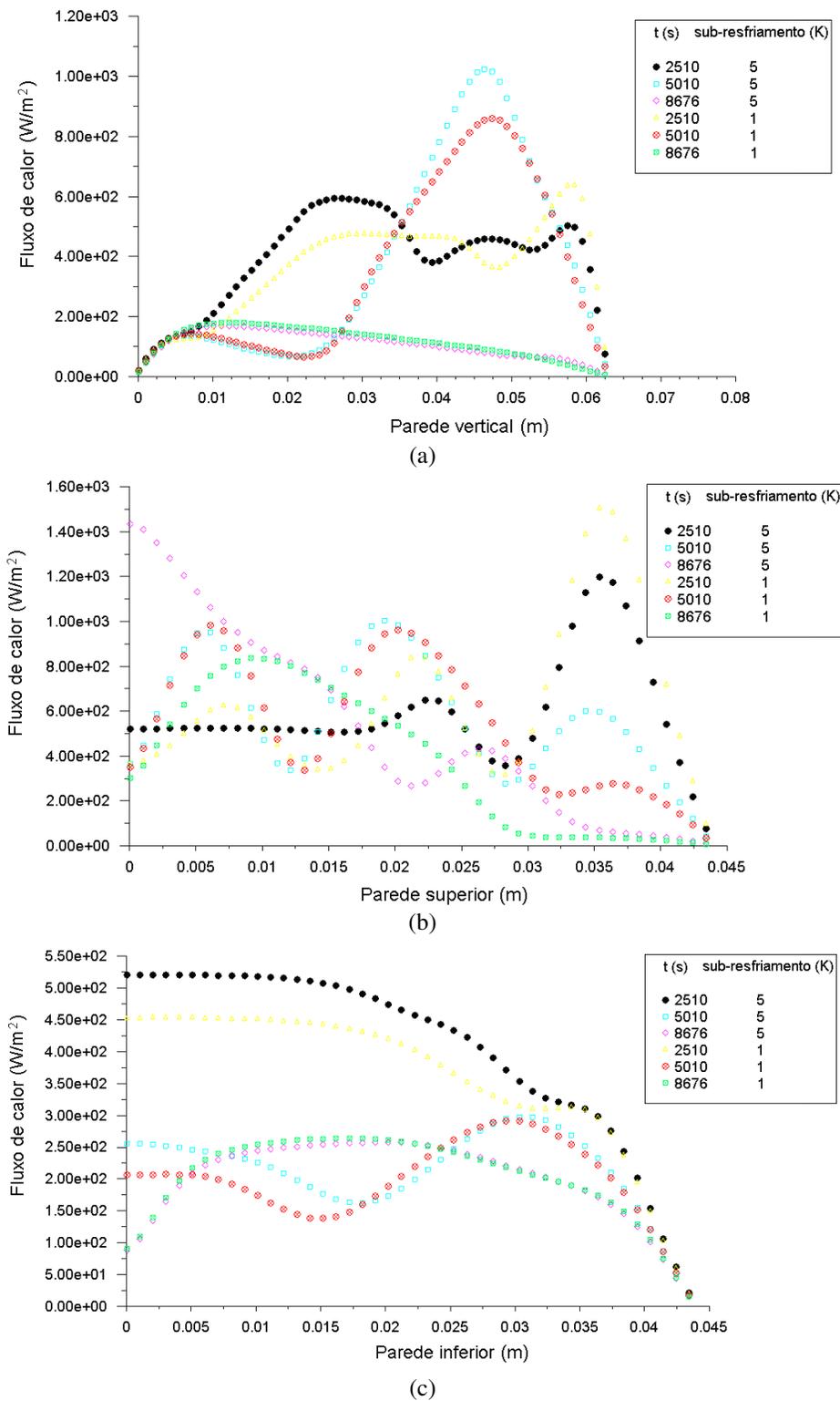


(b)

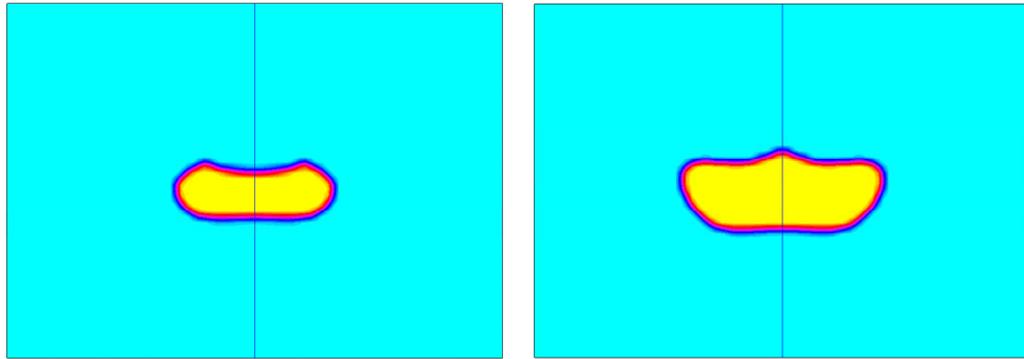


(c)

**Figura 5. 28.** Distribuição do fluxo de calor na superfície interna das paredes para dois graus de sub-resfriamento ( $Ste = 0,126$ ). (a) Parede vertical; (b) Parede superior; (c) Parede inferior.



**Figura 5. 29.** Distribuição do fluxo de calor na superfície interna das paredes para dois graus de sub-resfriamento ( $Ste = 0,076$ ). (a) Parede vertical; (b) Parede superior; (c) Parede inferior.



**Figura 5. 30.** Frentes de fusão para  $Ste = 0,076$  em  $t = 8676s$ . (a) Sub-resfriamento de 1K; (b) Sub-resfriamento de 5K.

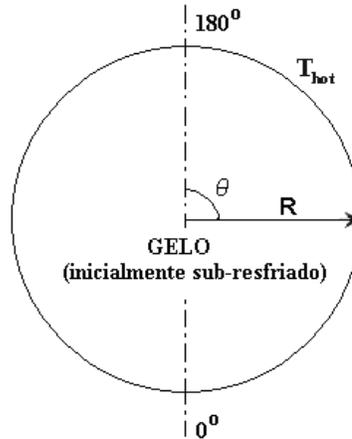
## 5.2 Simulação computacional da fusão de PCMs no interior de um cilindro horizontal

Nesta seção dois casos foram desenvolvidos. Nas simulações do caso IV utilizou-se de um raio de 0,016m. Já para o caso V, o raio do cilindro escolhido para análise fora de 0,04239m, visando o mesmo volume de encapsulamento de estanho utilizado no estudo da fusão deste, no interior da cavidade retangular de razão de aspecto 0,714 (caso II), para que uma comparação entre o tempo, e a taxa, de fusão do estanho no interior das duas geometrias pudesse ser feita. Similarmente aos casos anteriores, nesta seção também utilizou-se de três diferentes temperaturas na parede (aquecimento isotérmico), sendo estas de 279, 281 e 283K, empregando-se água como PCM, e de 510, 515 e 520K utilizando-se do estanho. O efeito do sub-resfriamento fora analisado no caso V, fazendo-se uso de dois diferentes graus de sub-resfriamento (1 e 5K).

### **Case IV: Fusão do gelo no interior de um cilindro horizontal isotermicamente aquecido**

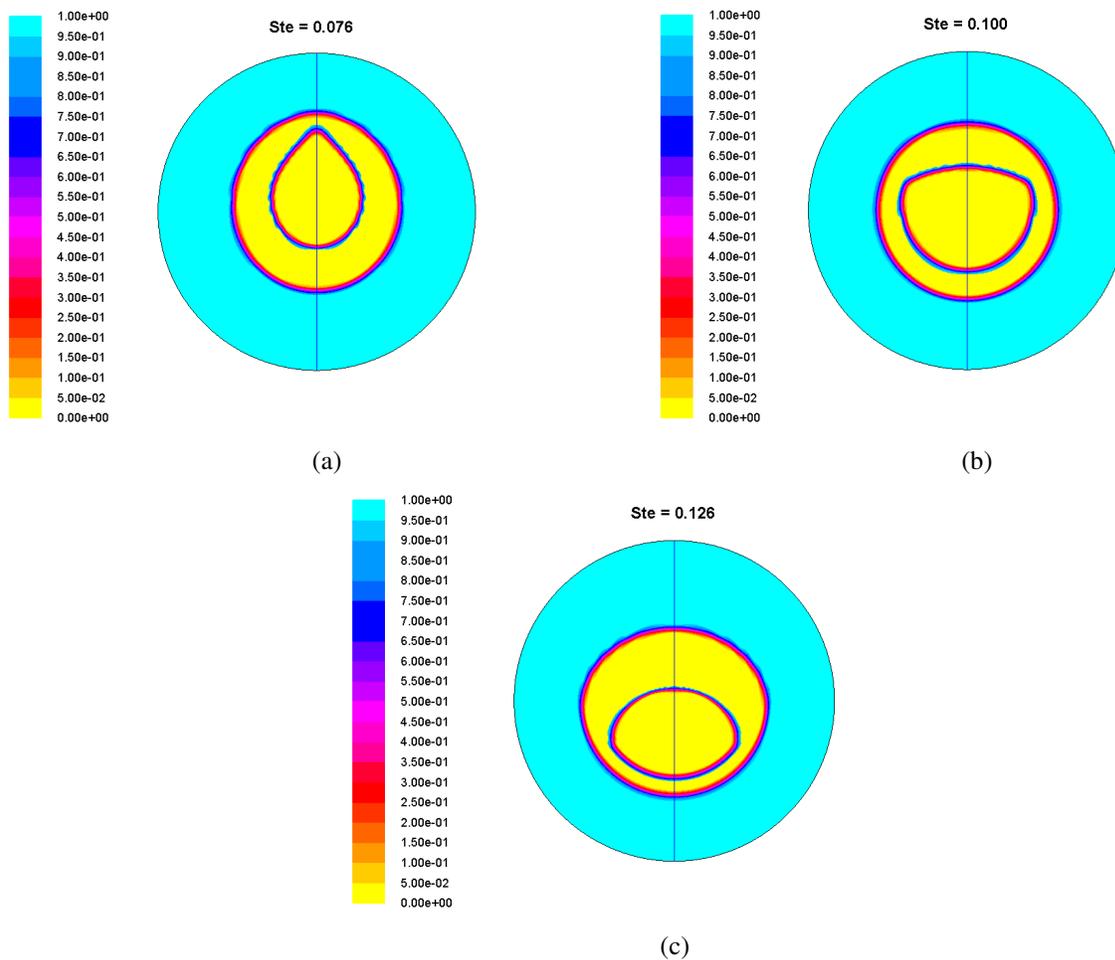
Neste caso, os parâmetros de simulação foram os mesmos empregados na validação da fusão de PCMs no interior de um cilindro horizontal (validação esta, efetuada também usando-se água como material de mudança de fase), mas, vale lembrar que, para a validação utilizou-se de

um raio de 0,032m, ao passo que, no desenvolvimento deste caso, escolheu-se um raio de 0,016m. A constante da frente de fusão empregada neste caso e no seguinte, possuía um valor de  $1 \times 10^6$ . O modelo físico do problema é apresentado na Figura 5.31.

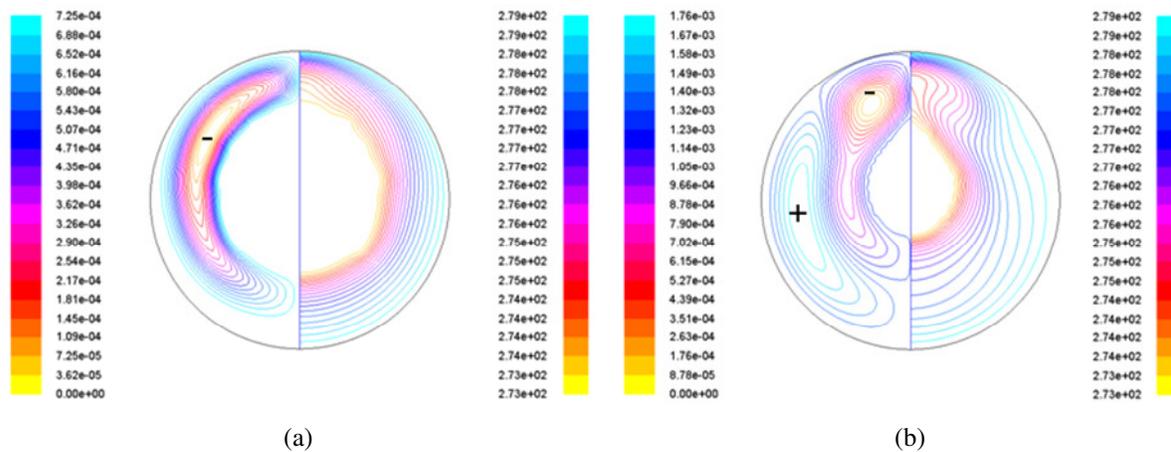


**Figura 5. 31.** Modelo físico do problema (caso IV).

Na Figura 5.32 são apresentadas frentes de fusão em dois estágios do processo de fusão para três diferentes valores do número de Stefan. Pela análise de tal figura fica evidente o comportamento anômalo da água. Sabe-se que, geralmente, nos processos de fusão, o sólido tende a mover-se descendente, mas, neste caso, para um aquecimento isotérmico de 279K na parede do cilindro, percebe-se nitidamente que o gelo tenderia a um movimento ascendente, caso não estivesse fixado. Em contrapartida, para um aquecimento isotérmico da parede de 283K, o sólido tenderia a descer, permanecendo na região central num aquecimento de 281K, comportamento semelhante ao que pôde ser verificado nas simulações do caso III. Para uma análise mais clara do processo de fusão, obtiveram-se as isotermas e as linhas de corrente para os três valores de Stefan apresentados acima. Tais características do processo são apresentadas nas Figs. 5.33 a 5.35.

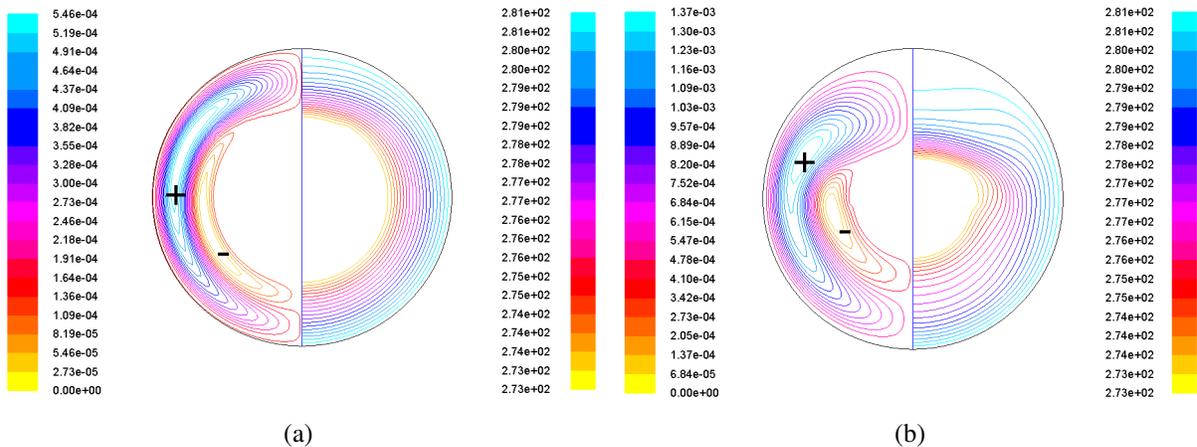


**Figura 5.32.** Frentes de fusão para diferentes números de Stefan. (a)  $t = 2077$  e  $3505$ s; (b)  $t = 1575$  e  $2612$ s; (c)  $t = 1312$  e  $2229$ s.



**Figura 5.33.** Linhas de corrente e isotermas para  $Ste = 0,076$ . (a)  $t = 2077$ s; (b)  $t = 3505$ s.

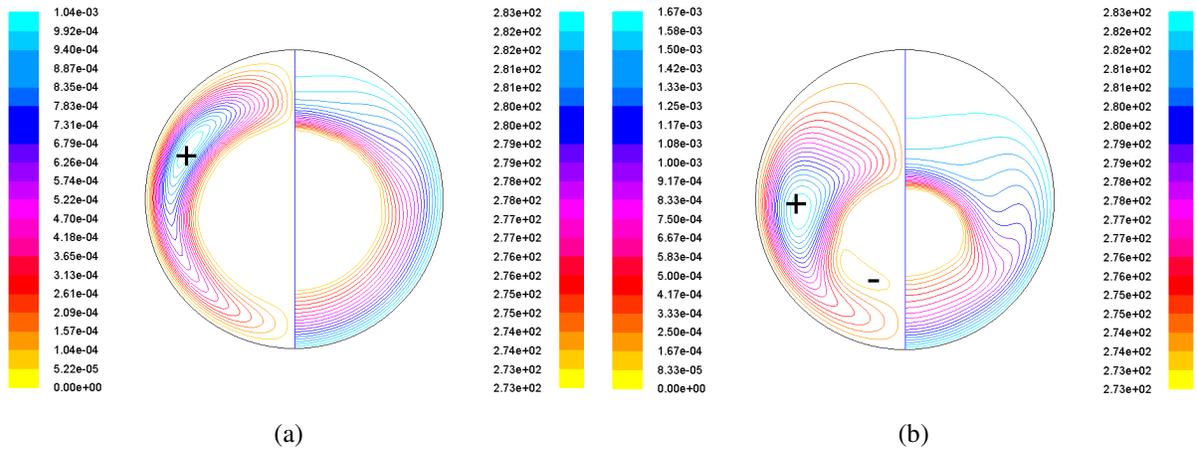
As linhas de corrente apresentadas na Figura 5.33 mostram que, a convecção natural, inicialmente, se dá por um vórtice com sentido anti-horário, comportamento similar ao observado na Figura 5.21. À medida que o processo de fusão se desenvolve, um segundo vórtice aparece no sistema (região inferior). Este segundo vórtice é o principal responsável pela transferência de calor da parede para o gelo. Note que a maior concentração de água com temperatura mais elevada se encontra na região inferior do cilindro, fato este evidenciado pelas isotermas (vide Figura 5.33b). Fica nítido, portanto, o comportamento anômalo da densidade da água quando o sistema fica submetido a um aquecimento isotérmico de 279K na parede. É importante ressaltar que, caso o sólido não fosse fixado ao centro do sistema, este tenderia a um movimento ascendente.



**Figura 5.34.** Linhas de corrente e isotermas para  $Ste = 0,100$ . (a)  $t = 1575s$ ; (b)  $t = 2612s$ .

A Figura 5.34 apresenta linhas de corrente e isotermas em dois estágios do processo de fusão, utilizando-se de um aquecimento isotérmico de 281K na parede do cilindro. Como observou-se no desenvolvimento do caso III, para a mesma temperatura na parede, as taxas de fusão do gelo aparentam ser similares nas regiões superior e inferior do sistema, tendendo suavemente a uma fusão mais rápida na região superior (nesta região encontra-se uma maior quantidade do fluido com temperatura mais elevada). Cabe salientar que é o vórtice mais próximo à parede (vórtice com sentido horário) que leva o calor desta para o material sólido.

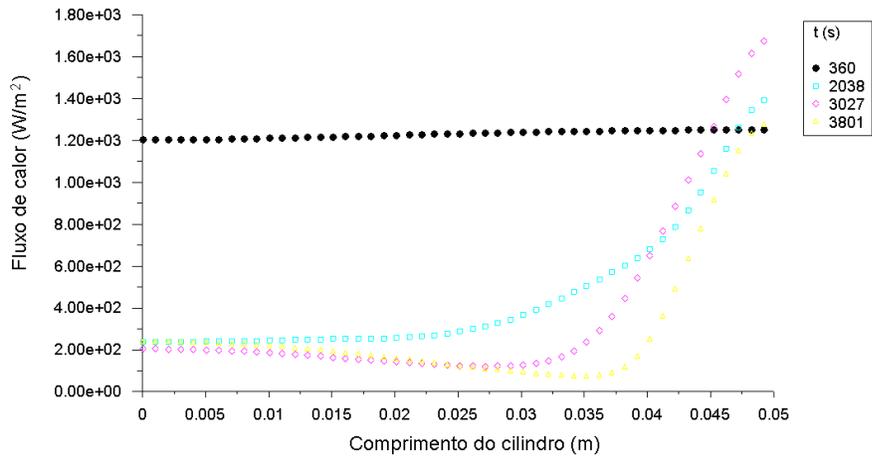
A Figura 5.35 é apresentada a seguir, e mostra as características do processo de fusão do gelo (em dois instantes de tempo) para um aquecimento isotérmico da parede de 283K.



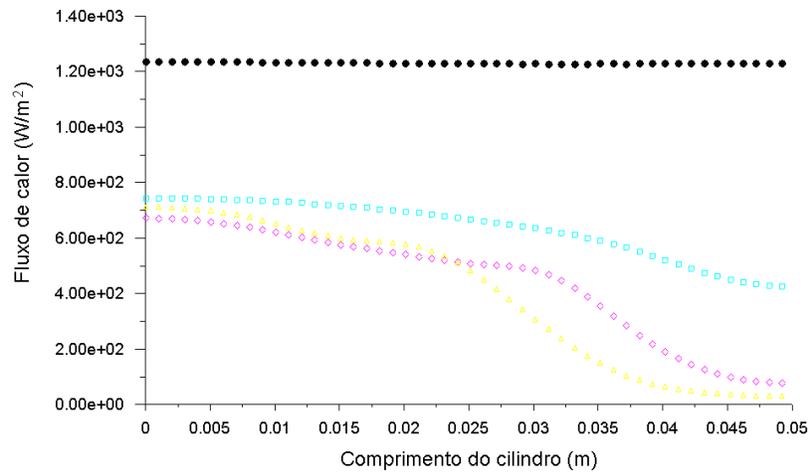
**Figura 5.35.** Linhas de corrente e isothermas para  $Ste = 0,126$ . (a)  $t = 1312s$ ; (b)  $t = 2229s$ .

Neste caso, o sentido da célula de convecção (sentido horário), apresentada na Figura 5.35a, é definido pelo movimento ascendente do fluido de maior temperatura na região próxima à parede e pelo movimento descendente do fluido de menor temperatura na região próxima a interface sólido-líquido. Tal vórtice é o principal agente na transferência de calor da parede do cilindro para o sólido. Desta maneira, pode-se verificar que o fluido mais quente concentra-se, em sua maior parte, na região superior do cilindro, onde ocorre a maior taxa de fusão. Cabe citar que, caso o sólido não estivesse fixado ao centro do sistema, este tenderia a um movimento descendente (movimento comum na maioria dos fluidos). Comportamento semelhante pôde ser observado na Figura 5.23.

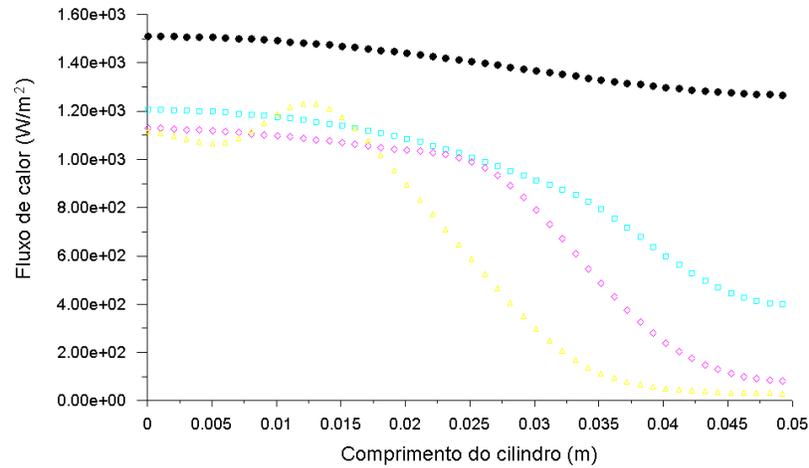
A Figura 5.36 mostra a distribuição do fluxo de calor na superfície interna da parede do cilindro para três diferentes valores do número de Stefan. O eixo  $x$  varia de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ .



(a)



(b)

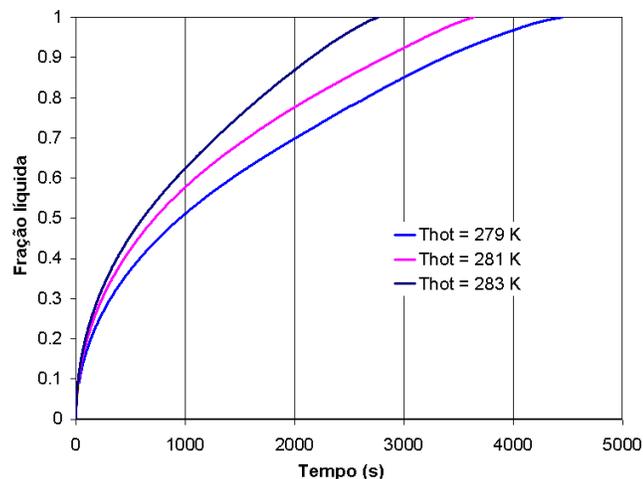


(c)

**Figura 5.36.** Distribuição do fluxo de calor na superfície interna das paredes com sub-resfriamento de 1K (metade do cilindro). (a)  $Ste = 0,076$ ; (b)  $Ste = 0,100$ ; (c)  $Ste = 0,126$ .

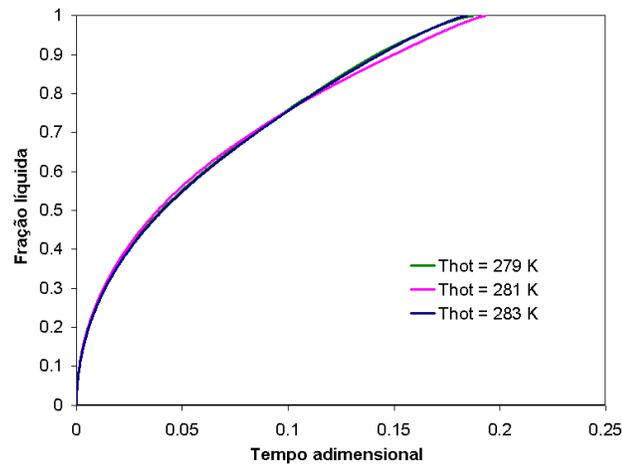
Pela análise da Figura 5.36 é possível observar mais nitidamente onde o fluxo de calor na superfície interna da parede do cilindro é maior, durante o processo de fusão do gelo. Para  $Ste = 0,076$ , o fluxo de calor na superfície interna da parede é maior na região superior do cilindro, enquanto que para  $Ste = 0,126$  este é maior na região inferior. Para  $Ste = 0,100$ , o fluxo de calor na superfície interna da parede é maior na região inferior, mas, a diferença entre o maior e menor valor é mais suave, se comparado ao caso com  $Ste = 0,126$ . Além disso, percebe-se também que, à medida que o processo de fusão se desenvolve, o fluxo de calor na superfície interna da parede do cilindro tende a diminuir, independente do número de Stefan. Isto deve-se ao fato de o gradiente de temperatura próximo à parede diminuir também ao longo do processo.

A Figura 5.37 representa a fração de água em função do tempo para três diferentes aquecimentos isotérmicos da parede.



**Figura 5.37.** Fração líquida em função do tempo para diferentes valores de temperatura na parede.

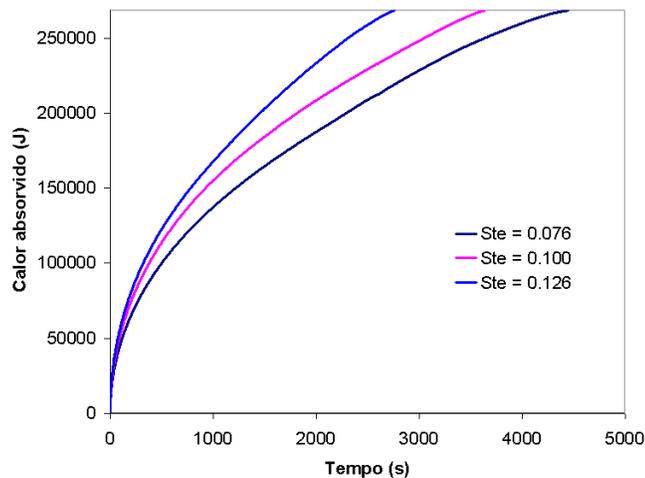
Da figura 5.37, verifica-se que, embora a curva referente ao aquecimento de 283K não esteja tão perto das outras duas, a inclinação das curvas são similares, indicando que as taxas de fusão são praticamente as mesmas, na medida em que a fusão do gelo ocorre. Para uma melhor análise do gráfico apresentado na figura acima, resolveu-se adimensionalizar a variável tempo. Tal gráfico é apresentado na Figura 5.38.



**Figura 5.38.** Fração líquida em função do tempo adimensional para diferentes valores de temperatura na parede.

Dos resultados exibidos na Figura 5.38, pode-se verificar que a menor taxa de fusão é alcançada quando a parede é aquecida de 281K. Rieger e Beer (1986) relataram que a transferência de calor torna-se mínima utilizando-se tal temperatura de aquecimento, estando, portanto, em boa concordância com o presente estudo.

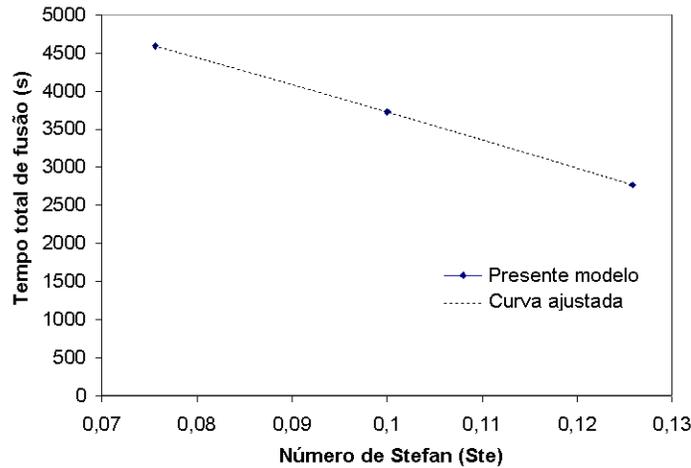
A Figura 5.39 disponibiliza a evolução da quantidade de calor latente absorvida durante o processo de fusão do gelo, para três diferentes aquecimentos isotérmicos na parede: 279, 281 e 283K.



**Figura 5.39.** Calor latente absorvido em função do tempo.

Pela análise da Figura 5.39, observa-se que, quanto maior for o número de Stefan, menor será o tempo para se alcançar a fusão total do gelo. Percebe-se também que os perfis das curvas são bastante similares aos apresentados na Fig. 5.37.

A Figura 5.40, apresenta o tempo de fusão para fundir totalmente o gelo em função do número adimensional de Stefan.



**Figura 5.40.** Tempo total de fusão do gelo em função de  $Ste$ .

Analisando a Figura 5.40 pode-se afirmar que, quanto maior o número de Stefan, menor será o tempo para a fusão completa do gelo (tal comportamento é similar ao da Fig. 5.26, apresentada na Seção 5.1). Da figura, pode-se obter uma correlação entre o tempo total de fusão e o número adimensional de Stefan, a qual é apresentada como segue

$$\tau_{fusão} = -33158(Ste)^2 - 29684(Ste) + 7025,9. \quad (5.8)$$

### **Caso V: Fusão do estanho no interior de um cilindro horizontal isotermicamente aquecido**

Neste caso empregou-se um cilindro de raio 0,04239m visando um mesmo volume de encapsulamento de estanho usado no caso II, para que fosse possível fazer uma comparação do

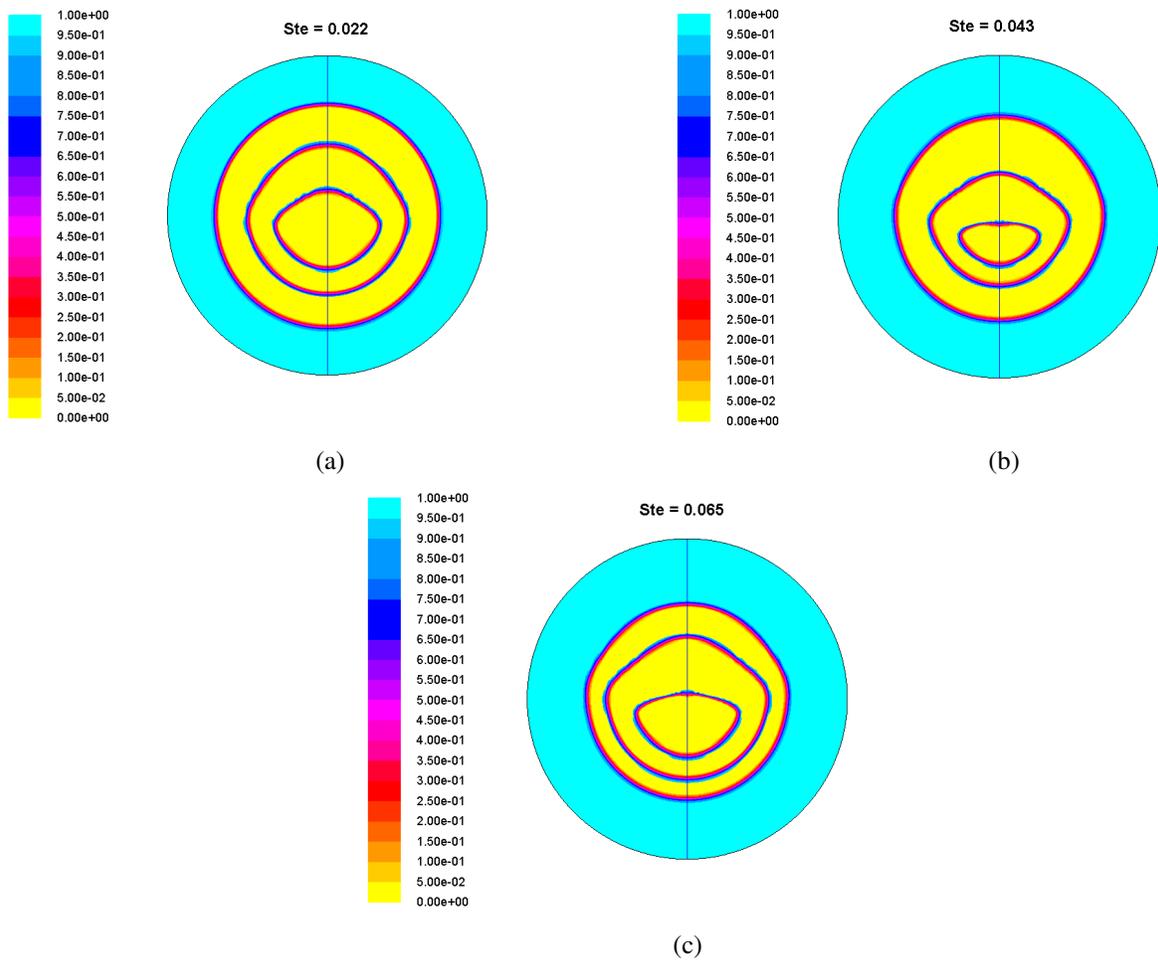
tempo da fusão do PCM no interior destas geometrias (comparação esta que será apresentada ao fim deste caso). Na Fig. 5.41 é apresentado o modelo físico do problema.



**Figura 5.41.** Modelo físico do problema (caso V).

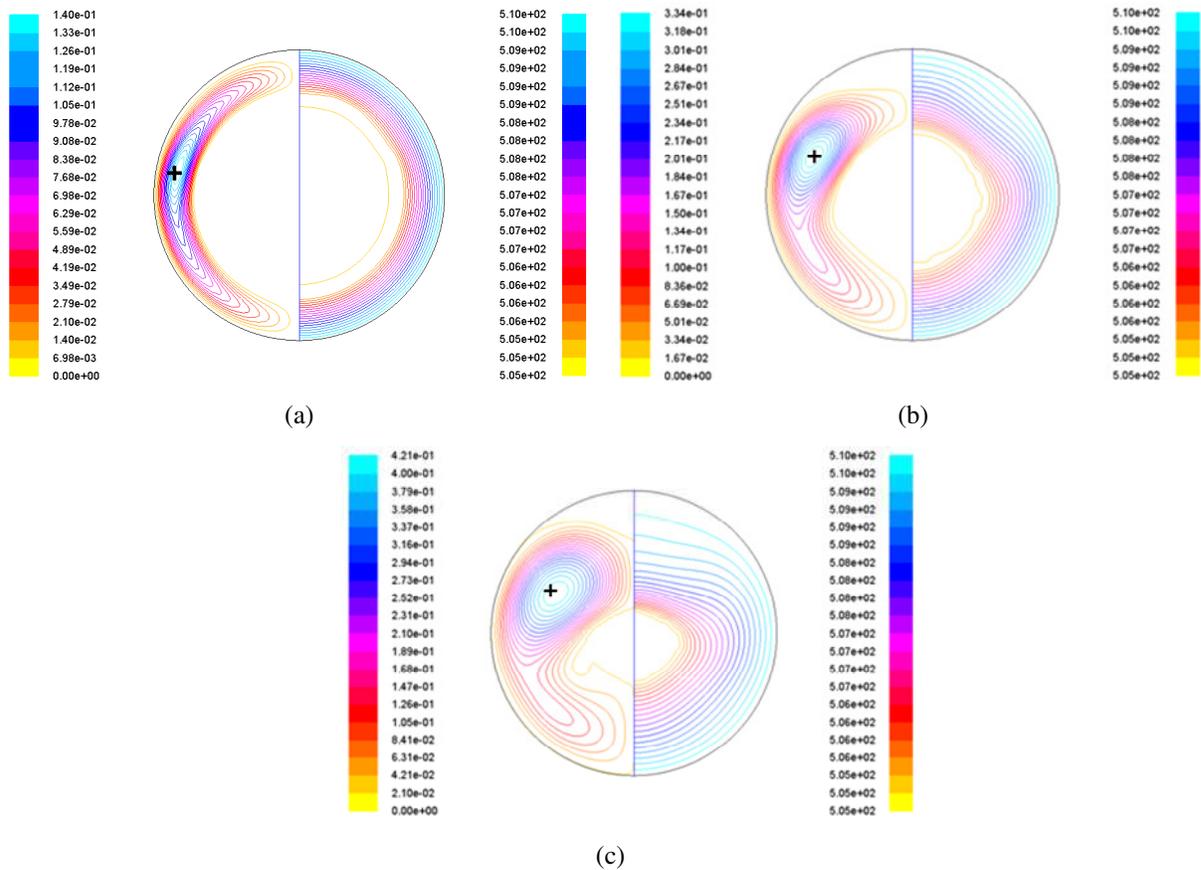
Na Figura 5.42 são apresentados perfis das frentes de fusão do estanho para números de Stefan de 0,022, 0,043 e 0,065 (aquecimento isotérmico na parede do cilindro de 510, 515 e 520K, respectivamente). Percebe-se que, novamente, como ocorrera anteriormente no desenvolvimento do caso II, o perfil das frentes de fusão são bastante semelhantes, independentemente do número de Stefan e, o tempo para que o estanho seja totalmente fundido no interior do cilindro horizontal, diminui com o aumento de  $Ste$  como também acontecerá no caso II.

Devido à semelhança entre os perfis mostrados na Fig. 5.42, preferiu-se apresentar as características do processo de fusão (linhas de corrente e isoterma) apenas para  $Ste = 0,022$  (Figura 5.43).



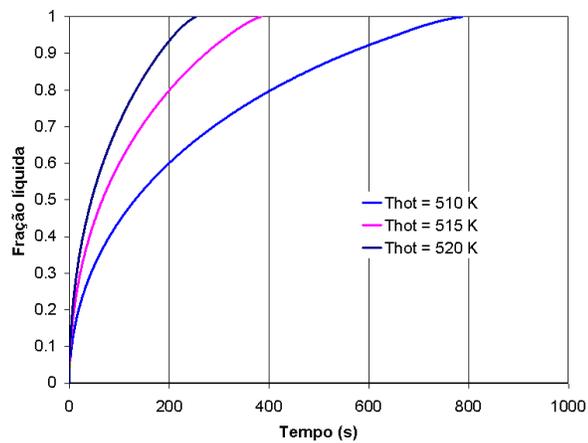
**Figura 5.42.** Frentes de fusão para diferentes números de Stefan. (a)  $t = 139, 377$  e  $610$ s; (b)  $t = 100, 245$  e  $341$ s; (c)  $t = 74, 130$  e  $205$ s.

Analisando a Figura 5.43, verifica-se que a estrutura do fluxo é unicelular em todos os estágios investigados do processo de fusão do estanho. O vórtice formado possui sentido horário, devido ao movimento ascendente do fluido quente, localizado próximo à parede do cilindro, e descendente do fluido frio (próximo a interface sólido-líquido). Observa-se também que na região superior do cilindro a concentração de fluido com temperatura mais elevada é maior do que na região inferior (vide isotermas das Figuras 5.43b e 5.43c). Tal comportamento está em boa concordância com os resultados apresentados na literatura para baixos valores de Rayleigh.



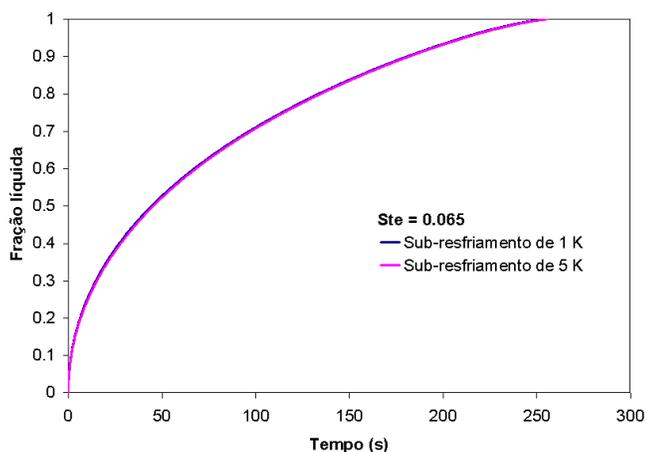
**Figura 5.43.** Linhas de corrente (esquerda) e isothermas (direita) para  $Ste = 0,022$  ( $Ra = 1,26 \times 10^4$ ). (a)  $t = 139s$ ; (b)  $t = 377s$ ; (c)  $t = 610s$ .

A Figura 5.44 apresenta a fração líquida de estanho no cilindro em função do tempo, para três valores do número de Stefan.



**Figura 5.44.** Fração de estanho líquido em função do tempo para três números de Stefan.

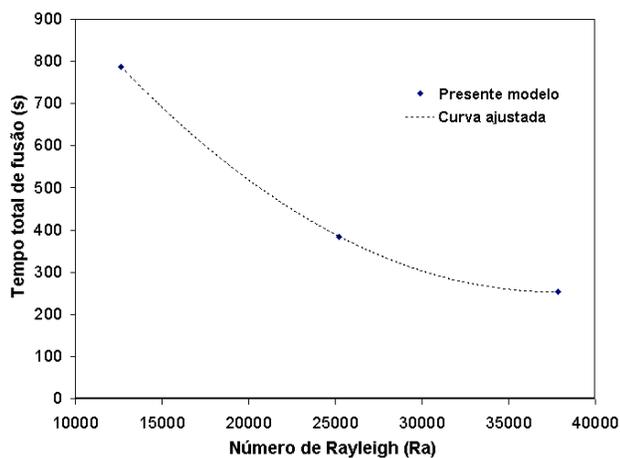
Da Figura 5.44 nota-se que, quanto maior for o aquecimento da parede do cilindro, menor será o tempo para fundir todo o estanho presente no sistema. Percebe-se também que a inclinação das curvas são bastante similares às obtidas na análise do caso II (vide Fig. 5.16). Na Fig. 5.45, a seguir, é apresentado o efeito do sub-resfriamento inicial do estanho sólido no processo de fusão, para  $Ste = 0,065$ .



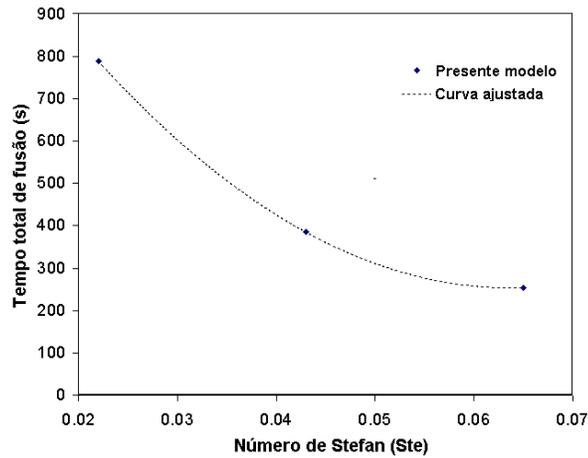
**Figura 5.45.** Efeito do sub-resfriamento na fração de estanho fundido para  $Ste = 0,065$ .

Mediante análise da Figura 5.45, observa-se que o sub-resfriamento inicial do estanho não influenciou significativamente na taxa de fusão (para  $Ste = 0,065$ ), assim como ocorrera nos outros dois casos em que se utilizou do estanho como PCM (casos I e II).

As Figuras 5.46 e 5.47 apresentam o comportamento do tempo total de fusão do estanho em função dos números adimensionais de Rayleigh e Stefan, respectivamente.



**Figura 5.46.** Tempo total de fusão do estanho em função do número de Rayleigh.



**Figura 5.47.** Tempo total de fusão do estanho em função do número de Stefan.

Analisando as Figs. 5.46 e 5.47, pode-se observar que o tempo para se alcançar a completa fusão do estanho diminui à medida que ambos os números adimensionais aumentam. Os perfis das curvas apresentados em tais figuras apresentam comportamento semelhante e mostram que, a tendência, para valores maiores que  $Ra = 3,78 \times 10^4$  e  $Ste = 0,065$ , é que o tempo para fusão total do estanho diminua a uma taxa bem menor. A seguir, nas Eqs (5.9) e (5.10), são apresentadas correlações do tempo total de fusão do estanho em função dos números adimensionais de Rayleigh e Stefan, respectivamente.

$$\tau_{fusão} = 8,554 \times 10^{-7} (Ra)^2 - 6,432 \times 10^{-2} (Ra) + 1463. \quad (5.9)$$

$$\tau_{fusão} = 307812 (Ste)^2 - 39198 (Ste) + 1501,4. \quad (5.10)$$

Na Tabela 5.4, apresenta-se uma comparação entre os tempos para a fusão completa do estanho no interior de uma cavidade retangular de razão de aspecto 0,714 (caso II) e no interior de um cilindro horizontal de raio igual a 0,04239m (caso V), para o mesmo volume de estanho encapsulado.

**Tabela 5.4.** Comparação entre os tempos de fusão do estanho no interior da cavidade (caso II) e do cilindro (caso V) para o mesmo volume de encapsulamento.

T (K)	t (s) - Cavidade	t (s) - Cilindro	Diferença
510	700	788	88
515	344	385	41
520	227	254	27

Da Tabela 5.4, verifica-se que a fusão total do estanho ocorre mais rapidamente quando este encontra-se encapsulado na cavidade retangular. Observa-se também que, quanto maior for o aquecimento nas paredes das geometrias, menor será o tempo para que se alcance a fusão completa do PCM e, menor será também a diferença dos tempos de fusão entre as geometrias.

## **6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

### **6.1 Introdução**

No presente estudo analisou-se a fusão do gelo e do estanho no interior de uma cavidade retangular e de um cilindro horizontal utilizando-se do aquecimento isotérmico na parede dos sistemas, buscando-se verificar a influência de tal aquecimento no processo de fusão, assim como o efeito do sub-resfriamento inicial dos materiais sólidos neste. Para uma melhor análise, o trabalho fora dividido em cinco casos, os quais foram descritos previamente.

### **6.2 Influência do aquecimento isotérmico**

Dos resultados obtidos mediante análise dos cinco casos propostos pôde-se observar que, nos estágios iniciais do processo de fusão, o mecanismo de transferência de calor predominante é o de condução. Na medida em que o processo se desenvolve, a convecção natural se torna o principal mecanismo de transferência de calor no sistema. Os perfis obtidos das linhas de corrente, isotermas e frentes de fusão foram de suma importância nas análises, uma vez que evidenciaram a influência da convecção natural durante o processo. Ao desenvolver-se o primeiro caso proposto, definido pela fusão do estanho no interior de uma cavidade retangular aquecida por uma das paredes verticais, notou-se, pelas linhas de corrente, um fluxo unicelular durante o processo de fusão, o qual fora responsável pelo aspecto da frente de fusão e pela distribuição de temperatura na fração de estanho fundido. Uma estrutura multicelular de fluxo fora verificada somente quando o material encontrou-se totalmente fundido. Portanto, neste caso, o fluxo multicelular não influenciou na taxa de fusão do estanho e nem na morfologia da frente de fusão. Da revisão da literatura pôde-se verificar que a análise da fusão de PCMs (gálio e estanho, por exemplo) no interior de uma cavidade retangular aquecida pelo lado, tem apresentado resultados controversos ao longo dos anos e isto deve-se a vários fatores, dentre eles a densidade da grade

espacial. Como o intuito deste trabalho não insere-se nesta discussão, seria importante uma abordagem mais abrangente neste tema futuramente.

Das simulações computacionais da fusão do estanho no interior de uma cavidade retangular com todas as paredes aquecidas (caso II), pôde-se verificar que a estrutura do fluxo fora similar para os três valores de Stefan abordados, diferentemente do que fora observado nas simulações do caso III, onde verificou-se que o aquecimento isotérmico nas paredes da cavidade afetou diretamente na morfologia das frentes de fusão. As análises do caso III, assim como do caso IV (fusão do gelo no interior de um cilindro horizontal), mostraram o comportamento anômalo da densidade da água por volta da temperatura de 277K. De tais análises pôde-se concluir que, para  $T_{hot} > 281K$ , o gelo tende a um movimento descendente. Neste caso, a água com maior temperatura concentra-se, em sua maior parte, na região superior dos sistemas, ao passo que, para  $T_{hot} < 281K$ , o sólido tende a mover-se de maneira ascendente e, agora, a maior concentração de fluido quente ocorre na região inferior, evidenciando o comportamento anômalo da água. O tempo total de fusão do gelo, em ambos os casos, diminui à medida que o número de Stefan aumenta.

A execução do caso V (fusão do estanho no interior de um cilindro horizontal) teve como principal propósito a comparação do tempo total de fusão, para o mesmo volume de estanho encapsulado no desenvolvimento do caso II, e, como fora observado na Tabela 5.4, o menor tempo de fusão do PCM ocorre quando este está inserido na cavidade retangular. É importante ressaltar que as simulações do caso V representam análises com baixos valores de Rayleigh e, assim como observado em Chung *et al.* (1997), a estrutura de fluxo obtida nas simulações fora unicelular. É importante salientar que, assim como ocorre no caso I, este problema de fusão de PCMs no interior de cilindros horizontais também vem apresentando resultados controversos na literatura, para valores elevados de Rayleigh (quando o PCM não se trata do gelo), como fora apresentado no Capítulo 2 desta dissertação. Sendo assim, seria de grande valia um estudo numérico, mais especificamente a criação de um código-fonte aberto, que possibilite a análise da fusão de PCMs, tais como o n-octadecano (por se tratar de um material de fácil manuseio em estudos experimentais) no interior de um cilindro horizontal, viabilizando também a implementação de diferentes condições de contorno, alcançando-se assim, uma análise mais

abrangente. A realização de estudos experimentais utilizando-se de outras condições de contorno, além do aquecimento isotérmico, não pode ser descartada, uma vez que a grande maioria dos estudos de fusão no interior de cilindros horizontais, sejam eles experimentais ou numéricos, têm utilizado, em sua grande maioria, a condição de temperatura prescrita na parede.

Correlações para o tempo total de fusão dos materiais de mudança de fase foram apresentadas em função do número de Stefan  $e$ , somente no desenvolvimento dos casos I e V, estas foram obtidas também em função do número de Rayleigh. O calor absorvido pelo gelo durante o processo de fusão também fora apresentado, para as duas geometrias empregadas neste trabalho e, é de grande valia no dimensionamento de sistemas térmicos, assim como os resultados apresentados de fração líquida do gelo em função do tempo.

### **6.3 Efeito do sub-resfriamento**

Nas simulações do primeiro caso, onde empregou-se três diferentes graus de sub-resfriamento (1, 5 e 15K), pôde-se concluir através dos resultados que o efeito do sub-resfriamento fora desprezível, para  $Ste = 0,022$  (valor abordado para análise).

No estudo da fusão do estanho no interior de uma cavidade com todas as paredes aquecidas de maneira isotérmica, onde também empregou-se os mesmos graus de sub-resfriamento aplicados ao caso I, verificou-se que, novamente o sub-resfriamento inicial do material sólido não influenciou no processo de fusão, para o número de Stefan abordado (0,065). Seria interessante verificar se a influência seria significativa no processo de fusão caso uma cavidade de maiores proporções com a mesma razão de aspecto de 0,714, ou com outra razão de aspecto, fosse empregada. Nesta mesma geometria, empregando-se o gelo como PCM e, analisando dois graus de sub-resfriamento (1 e 5K) para dois números de Stefan (0,076 e 0,126), pôde-se notar que o efeito do sub-resfriamento inicial do gelo cresce na medida em que o número adimensional de Stefan diminui. Conclui-se também que, para os valores investigados no presente trabalho,

empregando-se um mesmo valor de Stefan, quanto maior for o grau de sub-resfriamento, maior será o tempo para a completa fusão do gelo no interior da cavidade.

O efeito do sub-resfriamento inicial do gelo no processo de fusão no interior de um cilindro horizontal não foi abordado neste trabalho. Sugere-se, portanto, que tal problema seja simulado computacionalmente em trabalhos futuros. Indubitavelmente a realização de estudos experimentais para os casos desenvolvidos nesta dissertação, levando-se em conta o sub-resfriamento inicial dos materiais de mudança de fase seria de suma importância para comparação com os resultados numéricos aqui obtidos.

Dos resultados obtidos pelo desenvolvimento do caso V, concluiu-se que, o sub-resfriamento inicial do estanho de 1 e 5K praticamente não influenciou no processo de fusão, para  $Ste = 0,065$ , assim como ocorrera nas análises anteriores em que empregou-se estanho como PCM.

## Referências

ABDEL-WAHED, R.M.; RAMSEY, J.W.; SPARROW, E.M. Photographic study of melting about an embedded horizontal heating cylinder. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.22, n.1, p.171-173, 1979.

ADREF, K.T.; EAMES, I.W. Experiment on charging and discharging of spherical thermal (ice) storage elements. **Int. J. Energy Res.**, v.26, p.949-964, 2002.

BAREISS, M.; BEER, H. An analytical solution of the heat transfer process during melting of an unfixed solid phase change material inside a horizontal tube. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.27, p.739-746, 1984.

BATHELT, A.G.; VISKANTA, R.; LEIDENFROST, W. An experimental investigation of natural convection in the melted region around a heated horizontal cylinder. **Journal of Fluid Mechanics**, v.90, part 2, p.227-239, 1979.

BÉNARD, C.; GOBIN, D.; MARTINEZ, F. Melting in rectangular enclosures: Experiments and numerical simulations. **ASME Journal of Heat Transfer**, v.107, p.794-802, 1985.

BRENT, D.; VOLLER, V.R.; REID, K.J. Enthalpy-porosity technique for modelling convection diffusion phase change: Application to the melting of a pure metal. **Numerical Heat Transfer**, v.13, p.297-318, 1988.

CARSLAW, H.S.; JAEGER, J.C. **Conduction of heat in solids**. London and New York: Oxford Univ. Press, 2 ed, p.283-353, 1959.

CHEDDADI, A.; CALTAGIRONE, J.P.; MOJTABI, A.; VAFAI, K. Free two-dimensional convective bifurcation in a horizontal annulus. **Journal of Heat Transfer**, v.114, p.99-106, 1992.

CHO, K.; CHOI, S.H. Thermal characteristics of paraffin in a spherical capsule during freezing and melting processes. . **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.43, p.3183-3196, 2000.

CHOI, D.K.; CHOI, D.H. Dual solution for mixed convection in a horizontal tube under circumferentially non-uniform heating. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.35, p.2053-2056, 1992.

CHUNG, J.D.; LEE, J.S.; YOO, H. Thermal instability during the melting process in an isothermally heated horizontal cylinder. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.40, n.16, p.3899-3907, 1997.

CRANK, J. **Free and moving boundary problems**. London and New York: Oxford Univ. Press (Clarendon), 1984. 425p.

DUDA, J.L.; MALONE, M.F.; NOTTER, R.H.; VENTRAS, J.S. Analysis of two-dimensional diffusion-controlled moving boundary problems. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.18, n.7, p.901-910, 1975.

EAMES, I.W.; ADREF, K. T. Freezing and melting of water in spherical enclosures of the type used in thermal (ice) storage systems. **Appl. Therm. Eng.**, v.22, p.733-745, 2002.

ETTOUNEY, H.; EL-DESSOUKY, H.; AL-ALI A., Heat transfer during phase change of paraffin wax stored in spherical shells. **J. Solar Energy Eng.**, v.127, p.357-365, 2005.

FANT, D.B.; PRUSA, J.; ROTHMAYER, A.P. Unsteady multicellular natural convection in a narrow horizontal cylindrical annulus. **ASME Journal of Heat Transfer**, v.112, p.379-387, 1990.

FOMIN, S.A.; SAITOH, T.S. Melting of unfixed material in spherical capsule with non-isothermal wall. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.42, p.4197-4205, 1999.

GADGIL, A.; GOBIN, D. Analysis of two dimensional melting in rectangular enclosures in presence of convection. **ASME Journal of Heat Transfer**, Vol.106, p.20-26, 1984.

GAU, C.; VISKANTA, R. Melting and solidification of a pure metal on a vertical wall. **Journal of Heat Transfer**, v.108, p.174-181, 1986.

GEBHART, B.; MOLLENDORF, J. A new density relation for pure and saline water. **Deep-Sea Research**, v.124, p.831-848, 1977.

GONG, Z.-X.; MUJUMDAR, A.S. Flow and heat transfer in convection-dominated melting in a rectangular cavity heated from below. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.41, p.2573-2580, 1998.

GONG, Z.-X.; DEVAHASTIN, S.; MUJUMDAR, A.S. Enhanced heat transfer in free convection-dominated melting in a rectangular cavity with an isothermal vertical wall. **Applied Thermal Engineering**, v.19, p.1237-1251, 1999.

GRIMADO, P.B.; BOLEY, B.A. A numerical solution for the symmetric melting of spheres. **Int. J. Numer. Meth. Eng.**, v.2, p.175-188, 1970.

HALE JR., N.W.; VISKANTA, R. Photographic observation of the solid-liquid interface motion during melting of a solid heated from an isothermal vertical wall. **Lett. Heat Mass Transfer**, v.5, p.329-337.

HANNOUN, N.; ALEXIADES, V.; MAI, T.Z. Resolving the controversy over tin and gallium melting in a rectangular cavity heated from the side. **Numerical Heat Transfer**, Part B, v.44, p.253-276, 2003.

HO, C.-J.; CHEN, S. Numerical simulation of melting of ice around a horizontal cylinder. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.29, n.9, p.1359-1369, 1986.

HO, C.J.; VISKANTA, R. Heat transfer during melting from an isothermal vertical wall. **ASME Journal of Heat Transfer**, v.106, p.12-19, 1984a.

HO, C.J.; VISKANTA, R. Inward solid-liquid phase-change heat transfer in a rectangular cavity with conducting vertical walls. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.27, n.7, p.1055-1065, 1984b.

HO, C.J.; VISKANTA, R. Heat transfer during inward melting in a horizontal tube. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.21, p.705-716, 1984c.

HUTCHINSON, B.R.; RAITHBY, G.D. A multigrid method based on the additive correction strategy. **Numerical Heat Transfer**, v.9, p.511-537, 1986.

KEMINK, R.G.; SPARROW, E.M. Heat transfer coefficients for melting about a vertical cylinder with or without subcooling and for open or closed containment. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.24, n.10, p.1699-1710, 1981.

KHODADADI, J.M.; ZHANG, Y. Effects of buoyancy-driven convection on melting within spherical containers. . **International Journal of Heat and Mass Transfer** , v.44, p.1605-1618, 2001.

KRISHNAMURTI, R. On the transition to turbulent convection. **J. Fluid Mech**, 42, p.295-307, 1970.

KRISHNAMURTI, R. Some further studies on the transition to turbulent convection. **J. Fluid Mech.**, 60, p.285-303, 1973.

LACROIX, M. Predictions of natural convection-dominated phase change problems by the vorticity-velocity formulation of the Navier–Stokes equations. **Numerical Heat Transfer**, Part B, v.22, p.79–93, 1992.

LAMÉ, G.; CLAPEYRON, B.P. Mémoire sur la solidification par refroidissement d'un globe liquide. **Ann. Chem. Phys.**, v.47, p.250-256, 1831.

LANDAU, H.G. Heat conduction in a melting solid. **Quarterly Applied Mathematics**, v.8, n.1, p.81-94, 1950.

LE QUÉRÉ, P.; GOBIN, D. A note on possible flow instabilities in melting from the side. **International Journal of Thermal Science**, v.38, p. 595-600, 1999.

LUNARDINI, V.J. **Heat transfer in cold climate**. New York: Van Nostrand-Reinhold Co., 1981. 731p.

LUNARDINI, V.J. **Heat transfer with freezing and thawing**. Amsterdam: Elsevier Science Publishing Co., 1991. 437p.

MILANEZ, Luiz Fernando. **Desenvolvimento teórico e verificação experimental de modelos para a solidificação em geometria esférica**. 1982. 221p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, Campinas, SP, Brasil.

MOORE, F.E.; BAYAZITOGU, Y. Melting within a spherical enclosure. **Journal of Heat Transfer**, 104, p.19-23, 1982.

MUEHLBAUER J.C.; SUNDERLAND J.E. Heat conduction with a freezing or melting. **Appl. Mech. Rev.**, v.18, 951p, 1965.

NICHOLAS, D.; BAYAZITOGU, Y. Heat transfer and melting front within a horizontal cylinder. **ASME Journal of Solar Engineering**, v.102, p.229-232, 1980.

OKADA, M. Melting from a vertical plate between insulated top and bottom surfaces. **Proc. ASME/JSME Thermal Engng. Joint. Conf.**, v.1, p.281-288, 1983.

OKADA, M. Analysis of heat transfer during melting from a vertical wall. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.27, p.2057-2066, 1984.

PAL, D.; JOSHI, Y.K. Melting in a side heated tall enclosure by a uniformly dissipating heat source. **Int. J. Heat Mass Transfer**, v.44, p. 375-387, 2001.

PANNU, J.; JOGLEKAR, G.; RICE, P.A. Natural convection to cylinders of phase change material used for thermal storage. **AIChE Symposium Series**, 1980, p.47-55.

PARK, C.E.; CHANG, K.-S. Bifurcating solutions of inward melting in a horizontal tube. In: **Transport Phenomena in Heat and Mass Transfer** (Edited by J.A. Reizes), 1992. p.704-714.

PATANKAR, S.V. **Numerical heat transfer and fluid flow**. Washington, DC: Hemisphere, 1980.

PROJAHN, U.; RIEGER, H.; BEER, H. Numerical analysis of laminar natural convection between concentric and eccentric cylinders. **Numerical Heat Transfer**, v.4, p.131-146, 1980.

PRUSA, J.; YAO, L.S. Natural convection heat transfer between eccentric horizontal cylinders. **Journal of Heat Transfer**, 105, 108, 1983.

PRUSA, J.; YAO, L.S. Melting around a horizontal heated cylinder: Part I - Perturbation and numerical solutions for constant heat flux boundary condition. **ASME Journal of Heat Transfer**, v.106, n.2, p.376-384, may, 1984a.

PRUSA, J.; YAO, L.S. Melting around a horizontal heated cylinder: Part II – Numerical solution for isothermal boundary condition. **ASME Journal of Heat Transfer**, v.106, n.2, p.469-472, may, 1984b.

REGIN, A. F.; SOLANKI, S.C.; SAINI, J.S. Experimental and numerical analysis of melting of PCM inside a spherical capsule. In: **Proc. of the 9th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference** (CD ROM), Paper AIAA 2006-3618, San Francisco, CA, 2006, 12p.

RIEGER, H.; BEER, H. The melting process of ice inside a horizontal cylinder: Effects of density anomaly. **Transactions of the ASME**, v.108, p.166-173, 1986.

RIEGER, H.; PROJAHN, U. Laminar natural convection heat transfer in a horizontal gap, bounded by an elliptic and a circular cylinder. **Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on Numerical Methods in Thermal Problems**, Venice, 1981, p.1036-1047.

RIEGER, H.; PROJAHN, U.; BEER, H. Analysis of the heat transport mechanisms during melting around a horizontal circular cylinder. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.25, p.137-147, 1982.

RIEGER, H.; PROJAHN, U.; BAREISS, M.; BEER, H. Heat transfer during melting inside a horizontal tube. **ASME Journal of Heat Transfer**, v.105, p.226-234, 1983.

RO, S.T.; KIM, C.-J. Bifurcation phenomenon during the fixed-solid-mode melting inside a horizontal cylinder. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.37, p.1101-1109, 1994.

ROY, S.K.; SENGUPTA, S. The melting process in spherical enclosures, **Journal of Heat Transfer**, v.109, p.460-462, 1987.

ROY, S.K.; SENGUPTA, S. Gravity-assisted melting in a spherical enclosure: effects of natural convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.33, p.1135-1147, 1990.

RUBINSTEIN, L.I. The Stefan problem. **Am. Math. Soc. Transl. Math. Monogr.**, v.27, 1971.

SAITOH, T.; HIROSE, K. High Rayleigh number solutions to problems of latent heat thermal energy storage in a horizontal cylinder capsule. **ASME Journal of Heat Transfer**, v.104, p.545-553, 1982.

SHATIKIAN, V.; ZISKIND, G.; LETAN, R. Numerical investigation of a PCM-based heat sink with internal fins. **Int. J. Heat Mass Transfer**, v.48, p.3689-3706, 2005.

SILVA, Maria das Graças Enrique. **Estudo numérico da fusão ao redor de um cilindro horizontal incluindo os efeitos convectivos**. 2001. 135p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, Campinas, SP, Brasil.

SOUZA, S.I.S.; VIELMO, H.A. Numerical analysis of water melting and solidification in the interior of tubes. **J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.**, vol.27, n.2, p.119-131, 2005.

SPARROW, E.M.; PARANKAR, S.V.; RAMADHYANI, S. Analysis of melting in the presence of natural convection in the melt region. **ASME Journal of Heat Transfer**, v.99, p.520-526, november, 1977.

SPARROW, E.M.; SCHMIDT, R.R.; RAMSEY, J.W. Experiments on the role of natural convection in the melting of solids. **ASME Journal of Heat Transfer**, v.100, p.11-16, february, 1978.

STONE, H.L. Iterative solution of implicit approximations of multidimensional partial differential equations. **SIAM Journal of Numerical Analysis**, v.5, p.530-558, 1968.

TAN, F.L. Constrained and unconstrained melting inside a sphere, **Int. Comm. Heat Mass Transfer**, 35, p.466-475, 2008.

TAN, F.L.; HOSSEINIZADEH, S.F.; KHODADADI, J.M.; FAN, L. Experimental and computational study of constrained melting of phase change materials (PCM) inside a spherical capsule. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.52, p.3464-3472, 2009.

THOMPSON, J.F.; THAMES, F.C.; MASTIN, C.W. Automatic numerical generation of body-fitted curvilinear coordinate system for field containing any number of arbitrary two-dimensional bodies. **J. Comp. Phys.**, 15, 299, 1974.

VASSEUR, P.; ROBILLARD, L.; SHEKAR, B.C. Natural convection heat transfer of water within a horizontal cylindrical annulus with density inversion effects. **Journal of Heat Transfer**, vol.105, pp. 117-123, 1983.

VIDALAIN, G.; GOSSELIN, L.; LACROIX, M. An enhanced thermal conduction model for the prediction of convection dominated solid-liquid phase change. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.52, p.1753-1760, 2009.

VOLLER, V.R.; PRAKASHI, C. A fixed-grid numerical modeling methodology for convection-diffusion mushy region phase-change problems. **Int. J. Heat Mass Transfer**, v.30, p.1709-1720, 1987.

WEBB, B.W.; VISKANTA, R. Analysis of heat transfer during melting of a pure metal from an isothermal vertical wall. **Numerical Heat and Mass Transfer**, v.9, p.539-558, 1986.

WHITE, D.A. **Melting of ice and freezing of water around a horizontal cylinder**, M.S. Thesis, Purdue University, W. Lafayette, Indiana (1984).

YAO, L.S.; PRUSA, J. Melting and freezing. **Advances in heat transfer**, v.19, p.1-95, 1989.

YAO, L.S.; CHEN, F.F. Effects of natural convection in the melted region around heated horizontal cylinder. **ASME Journal of Heat Transfer**, v.102, p.667-672, november, 1980.

YAO, L.S.; CHERNEY, W. Transient phase-change around a horizontal cylinder. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.24, n.12, p.1971-1981, 1981.

YOO, H.S.; RO, S.T. Numerical analysis of the phase change processes by coordinate transformations. **Transactions of KSME**, v.10, p.585-592, 1986.