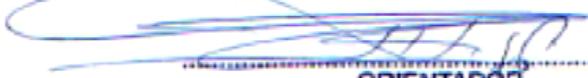


ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR *Obed Alexander*  
*Córdova Lobatón* E APROVADA  
PELA COMISSÃO JULGADORA EM *15.12.2011*

  
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**OBED ALEXANDER CÓRDOVA LOBATÓN**

**Otimização Térmica e Econômica de Bomba  
de Calor para Aquecimento de Água,  
Utilizando Programação Quadrática  
Sequencial e Simulação Através do Método de  
Substituição Newton Raphson**

Campinas, 2011.

Obed Alexander Córdova Lobatón

**Otimização Térmica e Econômica de Bomba de Calor para Aquecimento de Água, Utilizando Programação Quadrática Sequencial e Simulação através do Método de Substituição-Newton Raphson**

**Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.**

**Orientador:** Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo

**Curso:** Mestrado em Engenharia Mecânica

**Área de concentração:** Térmicas e fluidos

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

C812o Córdova Lobatón, Obed Alexander  
Otimização térmica e econômica de bomba de calor  
para aquecimento de água, utilizando programação  
quadrática sequencial e simulação através do método de  
substituição Newton Raphson / Obed Alexander  
Córdova Lobatón. --Campinas, SP: [s.n.], 2011.

Orientador: José Ricardo Figueiredo.  
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Bomba de Calor. 2. Otimização. 3. Simulação. 4.  
Trocadores de calor. I. Figueiredo, José Ricardo. II.  
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Thermal and economic optimization of heat pump for heating  
water, using sequential quadratic programming and simulation  
by substitution-newton-raphson method.

Palavras-chave em Inglês: Heat pump, Optimization, Simulation, Heat exchanger

Área de concentração: Térmicas e fluidos

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Silvia Azucena Nebra de Pérez, Luiz Machado

Data da defesa: 15-12-2011

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDAD ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**  
**DEPARTAMENTO DE ENERGIA**  
**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Otimização Térmica e Econômica de Bomba de Calor para Aquecimento de  
Água, Utilizando Programação Quadrática Sequencial e Simulação através do  
Método de Substituição-Newton-Raphson**

Autor: Obed Alexander Córdoba Lobatón

Orientador: Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



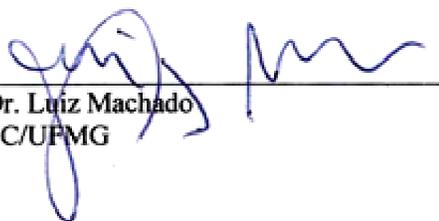
---

Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo  
FEM/UNICAMP



---

Prof. Dra. Silvia Azucena Nebra de Pérez  
NIPE/UNICAMP



---

Prof. Dr. Luiz Machado  
DEMEC/UFMG

Campinas, 15 de Dezembro de 2011

Este trabalho é dedicado à minha mãe Rosita, pelo esforço a cada dia, por me mostrar a magia do mundo, com aqueles olhos cheios de ternura que se endureciam quando eu precisava de uma lição; a força de luta e teu amor me guiaram e me deram asas para voar. Ao meu Pai Sixto, pelo carinho depositado, pelo ensino de ser forte e corajoso ante as dificuldades deste mundo. Ao meu irmão Jorge pelo carinho e pela força de luta e apoio incondicional durante esta longa caminhada de estudos. Aos meus sobrinhos George e Nicole. À minha namorada Gina, pelo amor e carinho nos momentos alegres e adversos.

*Para aquelas pessoas que fazem meu coração sorrir... Deus, amigos e familiares.*

## Agradecimentos

Este trabalho não teria se concretizado sem a ajuda de diversas pessoas e instituições, às quais presto minha homenagem.

Primeiramente a Deus, pois sem Ele, nada seria possível.

Ao meu orientador Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo que me orientou de maneira estupenda, entendendo as minhas dificuldades no início do curso e me apoiando durante esse caminho da pesquisa, com tranquilidade e dedicação.

Aos professores Luiz Machado, Silvia Nebra de Pérez, Rogério do Santos, pelas contribuições e sugestões feitas para este trabalho.

Aos meus pais Sixto e Rosa, pelos anos de esforço e exemplos de determinação para uma vida melhor. Ao meu irmão Jorge pelo constante apoio desde criança.

À minha namorada Gina, por ter vivenciado comigo passo a passo todos os detalhes deste trabalho, por ter me dado todo o apoio que necessitava nos momentos difíceis e por tornar a minha vida cada vez mais feliz.

Aos meus amigos e colegas do departamento de energia. Reynaldo, Bruno, João, Chris, Roberto, Marco, Danilo, Jéssica, Natália, Bruna, Regiane, Vicente, Glauber, Luiz, Juan. A meu amigo Johnathan pela oportunidade e amizade.

Às secretárias da comissão da pós-graduação: Carol, Denise, Alessandra, Silvana; obrigado pela amizade e ajuda desde o começo.

Aos meus amigos de casa (L4-A) pela ótima convivência de irmãos: Arthur (“De boa”), Fabrício (“Vigarista”), Matteus (“Quéissoafhein?”) e Tiago (“Kalango”). Sinceramente palavras não são suficientes para descrever a grandiosidade dos seus corações.

A todos meus amigos da comunidade Peruana, pela amizade e momentos gratos em comemorações e conversas cheias de sentimentos inesquecíveis.

Às pessoas que fizeram a diferença em minha vida... Às pessoas que, quando olho para trás, sinto muitas saudades e que apóiam com muita força, mesmo estando longe. Às pessoas que me aconselharam quando me senti sozinho frente a um problema... Às pessoas com quem compartilho alegria e amizade verdadeira (Peruanos, Colombianos e Brasileiros).

Para todos meus amigos brasileiros, pelo apoio desde meu primeiro dia neste país maravilhoso, ensinando muito sobre a cultura brasileira e compartilhando momentos gratos que ficam para sempre no coração.

*"A ciência permanecerá sempre a  
satisfação do desejo mais alto da nossa  
natureza, a curiosidade; fornecerá  
sempre ao homem o único meio que ele  
possui de melhorar a própria sorte"*

**Ernest Renan**

## Resumo

O trabalho apresenta metodologias computacionais de otimização e simulação para o desenvolvimento do projeto de um sistema de bomba de calor para aquecimento de água em prédios residenciais, especialmente para uso em banho na região de Campinas. O sistema bomba de calor foi simulado focando o estudo nos trocadores de calor (evaporador e condensador). Cada componente foi otimizado mediante uma análise térmica e econômica que permitiu reduzir custos de investimento e de operação através do desenho e dimensionamento de cada trocador; todo foi feito através de um algoritmo de otimização usando o método de SQP (Programação Quadrática Sequencial) e auxiliado pela função *fmincon* do ambiente MatLab®. Uma vez selecionado o melhor conjunto de elementos de cada trocador de calor, o projeto ótimo foi simulado a diferentes condições de operação através do Método de Substituição-Newton- Raphson.

Os resultados obtidos reafirmam que as bombas de calor permitem uma grande economia de energia quando comparados com outros tipos de aquecimento de água, especialmente, o chuveiro elétrico.

### *Palavras chave*

Bomba de calor, Economia energética, Otimização, Trocadores de calor, Simulação

## **Abstract**

This work presents computational methodologies, of optimization and simulation for design of a heat pump system, for heating water in residential buildings, especially for domestic shower use, in the region of Campinas. The heat pump system was simulated focusing the study on the heat exchangers (evaporator and condenser). Each component was optimized by thermal and economic analysis, by which the design and size of each exchanger were sought so as to reduce investment and operating costs, through an optimization algorithm, using the SQP method (Sequential Quadratic Programming) and assisted by the function *fmincon* from MatLab. Then, after the best set of elements selection of each heat exchanger, the resulting design was simulated under different operating conditions by the Substitution-Newton-Raphson method.

The results confirm that the heat pumps provide significant energy savings when compared with other types of water heating, especially the electric shower.

### *Key Words*

Heat pump, Energy saving, Optimization, Heat Exchanger, Simulation

## Lista de Ilustrações

1.1	Curva de carga horária do consumidor típico da região Sudeste	(3)
2.1	Geração de calor a partir de diversos tecnologias	(12)
2.2	Diagrama de um sistema de uma bomba de calor por compressão de vapor	(15)
4.1	Diagrama pressão entalpia de um ciclo por compressão a vapor	(26)
4.2	Eficiência volumétrica e isentrópica para compressores scroll.	(30)
4.3	Comportamento típico do condensador.	(32)
4.4	Diagrama de um condensador casco tubo (TEMA X)	(33)
4.5	Modelo idealizado de Nusselt	(35)
4.6	Arranjo triangular dos tubos no condensador	(38)
4.7	Área de ação individual de cada tubo do condensador	(39)
4.8	Evaporador típico de tubos aletado de placas planas contínuas	(41)
4.9	Vista lateral do evaporador do projeto	(44)
4.10	Formação de setores da aleta de placa continua	(46)
4.11	Setor equivalente da aleta	(46)
4.12	Configuração geométrica do evaporador	(48)
4.13	Trocador de calor de 4 fileiras (4- row Heat exchanger)	(49)
4.14	Esquema da bomba de calor e distribuição de água aquecida	(54)
5.1	Aspectos Térmicos e econômicos no processo da otimização	(67)
5.2	Função Objetivo (CEA) mínima a diferentes temperaturas do meio ambiente	(81)
5.3	Condições de operação do sistema durante um ano	(83)
5.4	Amostra de distribuição de temperatura ao longo do dia p/c estação do ano	(86)
5.5	Consumo elétrico residencial médio do chuveiro elétrico na região sudeste	(87)
5.6	Temperatura de referencia do reservatório	(87)
5.7	COP da bomba de calor. Dia normal de verão	(88)
5.8	Resultados simulados em um dia normal de verão	(89)
5.9	COP da bomba de calor. Dia normal de outono	(90)
5.10	Resultados simulados em um dia normal de outono	(90)
5.11	COP da bomba de calor. Dia normal de inverno	(91)

5.12	Resultados simulados em um dia normal de inverno	(92)
5.13	COP da bomba de calor. Dia normal de primavera	(93)
5.14	Resultados simulados em um dia normal de primavera	(93)
5.15	Custo equivalente por unidade de aquecimento CEA em cada estação do ano	(94)

## Lista de Tabelas

2.1	Tabela comparativa entre distintas formas de aquecimento de agua	(13)
4.1	Tipos de evaporadores e condensadores	(34)
5.1	Argumentos de entrada e saída do <i>fmincon</i>	(63)
5.2	Variáveis do projeto	(65)
5.3	Especificações do sistema	(69)
5.4	Dados de entrada ao programa de simulação “etapa inicial	(75)
5.5	Resultados da simulação na etapa inicial	(75)
5.6	Configurações e parâmetros dos trocadores de calor para “projeto inicial”	(76)
5.7	Resultados do “projeto inicial”	(77)
5.8	Mínimos e máximos valores das variáveis	(78)
5.9	Intervalos de temperaturas atingidas durante um ano	(82)
5.10	Resultados das variáveis otimizadas	(83)
5.11	Resultados dos parâmetros otimizados	(84)
5.12	Comparação de parâmetros obtidos na etapa inicial e após a otimização	(84)

## Lista de Abreviaturas e Siglas

### *Letras Latinas*

A	Área [m <sup>2</sup> ]; Coeficiente de restrição não linear
b	Coeficiente de restrição linear
Bo	Número de ebulição
CEA	Custo equivalente por unidade de calor [R\$/kWh]
COP	Coeficiente de rendimento
c	Taxa de capacidade calorífica dos fluidos;
Co	Custo por consumo elétrico
C <sub>p</sub>	Calor específico [kJ/kg. K]
Ct	Custo de tubo por metro linear [R\$/m]
D	Diâmetro [m]
<b>d</b>	Direção de busca
d	Derivativo
F	Fator de anuidade
F <sub>rl</sub>	Número de Froude
<i>f</i>	Fator de atrito
<b>f</b>	Função objetivo
G	Velocidade mássica [kg/(s. m <sup>2</sup> )]
g	Gravidade [m/s <sup>2</sup> ];
<b>g</b>	Taxa de inflação anual por custo de energia.
H	Horas de operação por ano
h	Entalpia específica [J/kg];
i	Taxa de juros
j	Fator de Colburn
k	Condutividade térmica [W/mK];
L	Comprimento do tubo [m];
L	Função Lagrangeana
l	Espaçamento entre tubos do condensador [m]
lb	Limite mínimo da variável
lu	Limite máximo da variável
ṁ	Fluxo de massa [kg/s]
N	Número de tubos
NUT	Número de unidades de transferência
Nu	Número de Nusselt
n	Número médio de tubos na coluna vertical
P	Pressão (absoluta) [Pa]
Pr	Número de Prandtl

$\dot{Q}$	Fluxo de calor [W]
$q$	Fluxo de calor específica [J/kg]
$R$	Resistência térmica por incrustamentos [ $m^2K/W$ ]
$Re$	Número de Reynolds
$S$	Espaçamento entre tubos do evaporador [m]
$s$	Entropia [kJ/(kg. K)];
$s$	Espaçamento entre duas aletas [m]
$T$	Temperatura [K]
$t$	Espessura da aleta
$U$	Coefficiente global de transferência de calor [ $W/m^2K$ ]
$V$	Volume [ $m^3$ ]
$VP$	Valor Presente
$\dot{W}$	Fluxo de trabalho [W]
$W_T$	Potência total do sistema [W]
$w$	Potência específica [W/kg]
$x$	Variáveis da função objetivo
$X$	Vetor de variáveis

### ***Letras Gregas***

$\alpha$	Coefficiente de transferência de calor por convecção $W/(m^2K)$ , passo
$\sigma_i$	Vetor multiplicador de Lagrange
$\mu$	Viscosidade [ $(N.s)/m^2$ ], Vetor multiplicador de Lagrange
$\nabla$	Operador nabla
$\Delta$	Varição ou incremento
$\partial$	Derivativa parcial
$\rho$	Densidade [ $kg/m^3$ ]
$v$	Volume específico [ $m^3/kg$ ]
$\xi$	Título da mistura líquido-vapor
$\eta$	Eficiência
$v$	Taxa de deslocamento da câmara scroll [ $m^3/s$ ]
$\varepsilon$	Efetividade de transferência de calor
$\psi$	Função de mérito

### ***Superescritos***

*	Teórico, ótimo
$T$	Transposta da matriz

### ***Subscritos***

$a$	Água
$e$	Evaporador
$c$	Condensador
$sat$	Condição de saturação

<i>sat. liq</i>	Condição de líquido saturado
<i>sat. vap</i>	Condição de vapor saturado
<i>sup</i>	Condição de vapor superaquecido
<i>ad</i>	Adiabático
<i>vol</i>	Volumétrico
<i>amb</i>	Ambiente
<i>reserv</i>	Reservatório
<i>min</i>	Mínimo
<i>max</i>	Máximo
<i>l</i>	Referente à fase líquida, longitudinal
<i>v</i>	Referente à fase de vapor
<i>w</i>	Parede
<i>lv</i>	Fase vapor líquida
<i>o</i>	Lado externo
<i>i</i>	Lado interno
<i>t</i>	Transversal
<i>eq</i>	Igualdade
<i>cc</i>	Casco
<i>ar</i>	Ar
<i>ps</i>	Passagem de ar
<i>a</i>	Aletas
<i>tf</i>	fileira de tubos
<i>ff</i>	Área de escoamento livre (free-flow)
<i>fr</i>	Frontal
<i>inv</i>	Investimento
<i>eletr</i>	Elétrico
<i>cond</i>	Condensador
<i>evap</i>	Evaporador
<i>vent</i>	Ventilador

### ***Abreviações***

<b>FOC</b>	Condição de primeira ordem “first order condition”
<b>CEA</b>	Custo equivalente por unidade de aquecimento
<b>CEPAGRI</b>	Centro de Pesquisas Meteorológicas e Climáticas Aplicadas à Agricultura.
<b>KKT</b>	Condição de Karush Kuhn Tucker
<b>SNR</b>	Substituição-Newton-Raphson
<b>SQP</b>	Programação Quadrática Sequencial
<b>SOC</b>	Condição de segunda ordem “second order condition”
<b>TEMA</b>	Thermal Exchangers Manufactures Association.

# SUMARIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1 Justificativos e objetivos do trabalho .....	2
1.2 Descrição do trabalho e dos capítulos .....	7
<b>2. BOMBA DE CALOR.</b> .....	9
2.1 Geração de água quente.....	10
2.2 Justificativa de geração de água quente a partir da bomba de calor.....	11
2.3 Ar como fonte de calor .....	13
2.4 Bombas de calor por compressão de vapor .....	14
2.4.1 Componentes da bomba de calor .....	15
2.4.1.1 Compressor.....	16
2.4.1.2 Condensador .....	16
2.4.1.3 Válvula de expansão.....	17
2.4.1.4 Evaporador.....	17
<b>3. OTIMIZAÇÃO</b> .....	18
3.1 Introdução.....	18
3.2 O problema geral de otimização.....	19
3.2.1 Problemas irrestritos.....	19
3.2.2 Problemas restritos .....	22
3.2.2.1 Método de Lagrange. (Multiplicadores de Lagrange).....	22
3.2.2.2 Condições de Karush Kuhn Tucker (KKT).....	23
3.3 Técnicas numéricas para otimização com restrições.....	23
<b>4. MODELAGEM TEÓRICA DA BOMBA DE CALOR, CONDIÇÕES E PARAMETROS DO PROJETO</b> .....	25
4.1 Introdução.....	25
4.2 Sistema geral da bomba de calor .....	26
4.3 Condensador .....	31
4.3.1 Comportamento típico do condensador .....	31
4.3.1.1 Condensador do projeto.....	33

4.3.1.2 Características mecânicas básicas do condensador .....	37
4.4 Evaporador .....	39
4.4.1 Comportamento típico do evaporador.....	40
4.4.2 Evaporador do projeto.....	40
4.4.2.1 Características mecânicas básicas do evaporador .....	47
4.5 Características e condições do projeto .....	51
<b>5. FORMULAÇÃO PROPOSTA, METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DA OTIMIZAÇÃO E MODELAMENTO MATEMATICO DA BOMBA DE CALOR.....</b>	<b>55</b>
5.1 Introdução.....	55
5.2 Metodologia de resolução e resultados .....	56
5.2.1 Método da Programação Quadrática Seqüencial (SQP) .....	56
5.2.2 Implementação do método SQP em ambiente Matlab.....	58
5.2.2.1 Solução do problema da programação quadrática.....	60
5.2.2.2 Função “fmincon” do Matlab .....	62
5.2.3 Resolução do Problema de Otimização.....	64
5.2.3.1 Definição de variáveis do projeto.....	65
5.2.3.2 Formulação da função objetivo para otimização térmica e econômica da bomba de calor.....	66
5.2.3.3 Especificações do sistema. ....	69
5.3 Modelagem matemática da bomba de calor .....	70
5.3.1 Método Substituição Newton Raphson (SNR) .....	70
5.3.2 Resultados das simulações .....	73
5.3.2.1 Projeto inicial.....	74
5.3.2.2 Otimização.....	77
5.3.2.3 Simulação .....	85
5.4 Alguns comentários finais.....	95
<b>6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>96</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICA.....</b>	<b>99</b>
<b>APÊNDICES.....</b>	<b>104</b>

# 1 INTRODUÇÃO

A produção doméstica de água aquecida em edifícios modernos é parte crescente do total da demanda da energia térmica. Deste modo, a produção de água quente, normalmente utilizada em água de chuveiro no Brasil, desperta o interesse e passa a ser considerada e avaliada em termos de eficiência energética e econômica. Diversos métodos têm sido utilizados para o aquecimento de água no setor residencial, desde a queima de combustíveis fósseis e uso de resistências elétricas até aproveitamento de outros tipos de energia não convencionais extraídas do meio ambiente ou fontes naturais. No Brasil, o aquecimento de água para banho e uso doméstico é responsável por cerca de 10% de toda a energia elétrica consumida e por grande parte do pico de demanda nos horários nos quais as pessoas utilizam o chuveiro elétrico. Cerca de 80 % de domicílios brasileiros aquecem água para banho utilizando energia elétrica como fonte de aquecimento (*SINPHA, 2011*).

O chuveiro elétrico é um equipamento bastante simples, barato, mas com enorme irreversibilidade termodinâmica, implicando em um alto gasto energético. Não bastando esta baixa eficiência no uso dos recursos energéticos, os horários nos quais as pessoas habitualmente utilizam o chuveiro elétrico causam um aumento na demanda de energia elétrica precisamente quando o sistema elétrico tem seus picos de consumo (*FLORA, 2008*).

Por outro lado, todas as aplicações energéticas têm impactos sobre o meio ambiente e de alguma forma modificam o mundo ao nosso redor. Precisamos compreender esses impactos, e saber lidar com eles, se pretendermos buscar a introdução sistemática de mecanismos de desenvolvimento limpo, sempre de maneira sustentável, para fornecer às pessoas os serviços energéticos de que necessitam (*UDAETA et al, 2004*). No caso em questão, uma das formas, embora pequena, porém útil, é incentivar e substituir o uso de resistências elétricas para aquecimento de água nas residências brasileiras, por fontes energéticas limpas que aliviem os problemas de déficit energética no país nas horas de maior demanda elétrica. Assim é possível atender outras demandas, ou melhor, evitar a queima de combustíveis fósseis para gerar energia.

As bombas de calor oferecem a maneira mais eficiente, em termos energéticos, para fornecer aquecimento em diversas aplicações devido a sua capacidade de utilização de fontes de

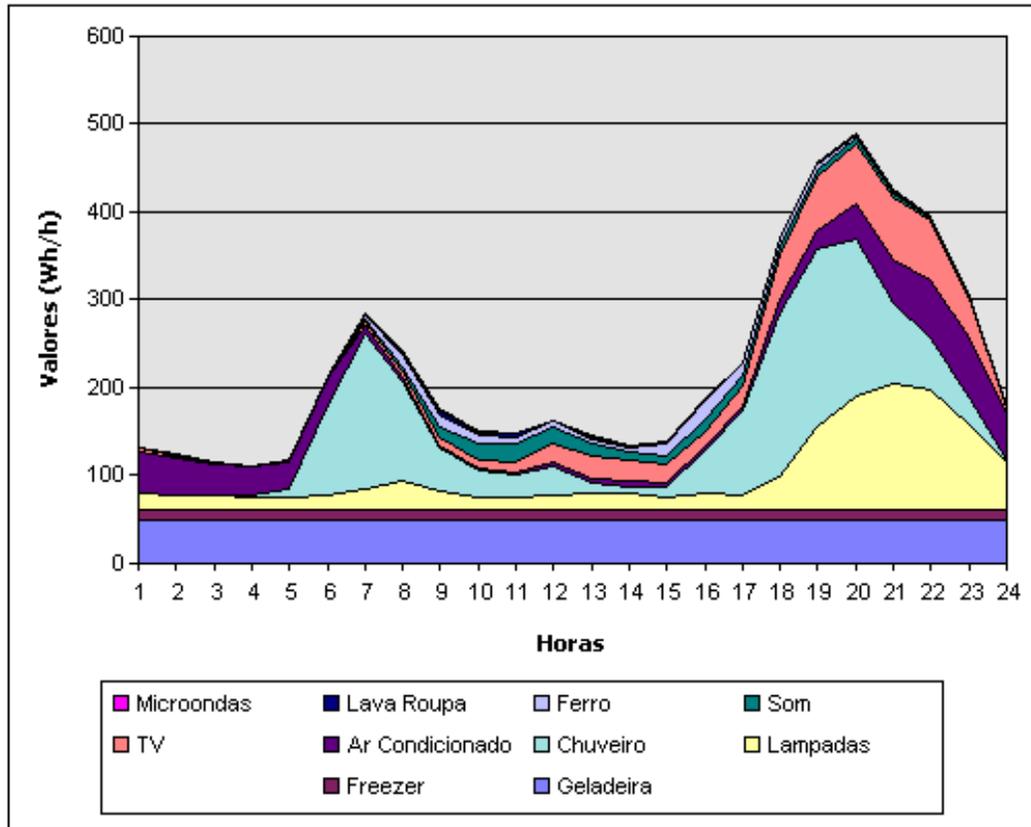
calor renováveis disponíveis. Isso é possível mesmo com as fontes encontradas em temperaturas que nós poderíamos considerar frias tais como a água, o ar, a terra, que contém calor útil visto serem continuamente alimentadas pelo sol. A opção pelo uso de bombas de calor para o aquecimento de água de chuveiro nos permite uma economia de energia elétrica, postergando a necessidade de novas usinas, reduzindo impactos ambientais e emissões de gases do efeito estufa. A bomba de calor assume, nos dias de hoje, uma alternativa energética apetecível para a função de aquecimento central de águas sanitárias em prédios residenciais; neste contexto, apesar de ser mais caro e maior que um resistor, é bem mais eficiente, permitindo obter economia financeira e energética em longo prazo.

### **1.1 Justificativas e objetivos do trabalho.**

A proporção do consumo de energia em aquecimento de água em prédios é aproximadamente um terço do total. Hoje em dia, com mais interesse, tanto a economia de energia em prédios quanto a eficiência energética no aquecimento de água são tratadas com maior atenção. (GUO J.J et al. 2011).

O consumo energético residencial foi analisado no trabalho de FLORA (2008) onde, através do software de simulação SINPHA, dados de consumo residencial no Brasil são avaliados, em especial na região sudeste. O consumo elétrico residencial incluindo os eletrodomésticos utilizados pode ser observado na Figura 1.1 A figura mostra que o maior consumo elétrico se dá entre as seis e as oito horas da manhã, também entre as dezessete e vinte e duas horas. Assim também podemos observar que o consumo por chuveiro elétrico é responsável pela maior parte do consumo residencial especialmente nos horários de pico.

Os sistemas de aquecimento de água são responsáveis por uma parcela significativa do consumo de energia do país, sendo que a eficiência do uso desta energia está relacionada com a qualidade dos projetos e de alternativas construtivas que possibilitam racionalizar o uso dos recursos naturais.



Fonte: SINPHA - ELETROBRAS

*Figura 1.1. Curva de carga horária do consumidor típico da região Sudeste*

CHAGURI JUNIOR (2009) considera que um sistema predial de aquecimento de água central coletivo tem certas vantagens sobre sistema predial de aquecimento de água individual. O primeiro permite uma redução considerável de custos, quando a demanda é atendida em condições determinadas pela temperatura e a vazão de água quente e fria. Verifica-se, assim, a flexibilidade na atenção à demanda, satisfazendo ao consumidor, sem necessidade de intervenções na infraestrutura, nem gastos monetários ou energéticos adicionais (sistema predial de aquecimento de água individual a gás, por exemplo), sendo suficiente apenas o ajuste de temperatura da água quente fornecida. Assim, é possível a distribuição do consumo ao longo do tempo, evitando o consumo excessivo de eletricidade em horários de pico.

Outras das vantagens notórias de um sistema central coletivo em relação à água quente são: a disponibilidade de uma temperatura sempre superior à de conforto; assim como, a ausência de manutenção por parte do condômino ficando esta a cargo do condomínio (*FLORA 2008*).

As bombas de calor são uma alternativa atraente para o aquecimento de água num sistema central coletivo, especialmente nos prédios residenciais como citaremos neste trabalho. Os sistemas centrais coletivos comercializados usualmente têm muito a ver com queima de combustível como caldeiras ou então resistências elétricas (efeito Joule).

Os sistemas de bombas de calor tornam-se imperativos na economia de energia; melhoram a eficiência energética, enquanto os custos de energia continuam crescendo no mercado mundial. Assim, tornam-se componentes-chave nos sistemas de economia de energia e mostram um grande potencial para este fim. Melhorar o desempenho, a confiabilidade, aspectos econômicos e os impactos ambientais têm sido uma preocupação constante nos últimos anos (*CHUA, K.J. et al, 2010*), embora seja muito antigo, desde que proposto por *Carnot* em 1824, o interesse nas bombas de calor como recuperador de energia parece ter ressuscitado e atraído a atenção dos pesquisadores, com o aquecimento global e pela atenção mundial na frente.

As bombas de calor custam mais do que sistemas convencionais de aquecimento, como por exemplo, as resistências elétricas, mas elas são pagas em até um terço da vida útil com a redução do custo de funcionamento. Não produzem localmente emissões de dióxido de carbono que contribuem ao aquecimento global, e são frequentemente considerados como uma grande desvantagem aos tipos de aquecimento tradicionais como aquecimento a gás ou lenha. Por outro lado, estudos práticos vêm demonstrando o potencial das bombas de calor para reduzir os gases de efeito estufa, particularmente as emissões de CO<sub>2</sub> no campo de aquecimento e geração de calor. O impacto positivo depende do meio ambiente e da utilização adequada do tipo de bomba de calor para cada aplicação. (*CHUA K.J. et al, 2010*).

No Brasil, pela condição de país tropical, na maior parte do ano as temperaturas são as mais propícias para uso das bombas de calor com o ar como fonte de calor, motivando, assim, a busca contínua de melhoras em sistemas já conhecidos, e a adaptação destes às condições próprias do país. *MORRISON et al. (2004)* indicam que o efeito da temperatura ambiente no desempenho do sistema é mais significativo do que o efeito da temperatura inicial da água

durante o processo de aquecimento, sendo uma boa prática a ser aplicada no Brasil para o setor residencial.

Este trabalho visa apresentar uma alternativa para a produção de água quente em prédios residenciais especialmente para uso em banho. Portanto, estudaremos a bomba de calor simulando o sistema em funcionamento, dando ênfase aos trocadores de calor (evaporador e condensador) e otimizando cada componente, então, mediante uma análise *Térmica e econômica* que permita reduzir custos de investimento e de operação, através do projeto e do dimensionamento de cada componente por meio de um algoritmo de otimização, o melhor conjunto de elementos de cada componente será selecionado. A ideia também é que o desempenho seja ótimo nas diversas condições ambientais de funcionamento do equipamento. Para isto, o sistema da bomba de calor é equacionado através de um sistema de equações não linear, o qual será resolvido através do método de Substituição-Newton-Raphson proposto por *FIGUEIREDO et al.(2002)*, enquanto a otimização será resolvida pelo método de Programação Quadrática Sequencial do Toolbox de otimização do ambiente MatLab.

O objetivo principal é a implementação de um método computacional de baixo custo a fim de calcular de maneira rápida e ótima quando se requeira dimensionar uma bomba de calor para uso em aquecimento de água de chuveiro em sistemas coletivos, neste caso, prédios residenciais, de acordo com certas condições e características de demandas.

Outro objetivo é investigar se a proposta de usar bombas de calor como fonte de aquecimento de água é econômica para uso em prédios desta região do país, uma vez que, tecnicamente, ela é possível e energeticamente sua vantagem é óbvia. Tecnicamente é possível, em comparação às outras formas de aquecimento de água de chuveiro ao longo do tempo. No mercado, as bombas de calor se caracterizam por terem uma amortização rápida do investimento do equipamento, devido à poupança imediata nos custos de energia, particularmente, no caso de incremento dos preços de gás e óleo. Por outro lado, o equipamento tem longa durabilidade com custos de manutenção reduzidos e a exploração majoritária de uma fonte energética limpa e abundante como o ar, preservando, assim, o meio ambiente.

*WALL G. (1985)* apresenta a aplicação de termo-economia para a otimização do ciclo de uma bomba de calor de simples estágio; o método é adequado para aplicação em processos termodinâmicos e estudo de perdas em análise exérgica e mostrou que o custo marginal de uma

variável arbitrária pode ser calculado. Ele tomou como variáveis de decisão para serem otimizadas as eficiências do compressor, efetividades do evaporador e do condensador, mediante equacionamento termodinâmico ligado a custos e posteriormente adaptado ao método de Lagrange para sua resolução. Parâmetros como o custo de eletricidade, temperaturas e fluxo de calor produzido variaram entre as diversas otimizações, apresentando resultados para distintos valores dos parâmetros. Em termos econômicos e energéticos os resultados mostraram que o método aplicado num modelo ideal traz melhoras aos sistemas deste tipo.

*WALL G. (1991)* reportou um aplicativo da otimização termodinâmica para sistemas de bomba de calor. A função objetivo do estudo foi o custo total do ciclo de vida, incluindo eletricidade e os custos de capital. Ele atribuiu várias funções de custos para cada componente e utilizando o método de multiplicadores de Lagrange obteve o mínimo valor da função objetivo.

*SANAYE, (2004)*, apresenta um método térmico e econômico para o desenho ótimo de uma unidade de ar condicionado com sistema de refrigeração por compressão de vapor. O método proposto cobre os dois aspectos: térmico e econômico, do desenho do sistema e a seleção dos seus componentes. O sistema proposto inclui um compressor alternativo, condensador e evaporador de tubos aletados e ventilador axial e outro centrífugo. As temperaturas de evaporação e condensação, as áreas das superfícies de troca de calor (área frontal e número de tubos) e as potências dos ventiladores e do compressor foram as variáveis do projeto. A função objetivo para a otimização foi o custo total por unidade de carga térmica do sistema, incluindo o custo de investimento para os componentes, assim como os custos de eletricidade. Para encontrar os parâmetros de projeto do sistema não linear com restrições, a função objetivo foi minimizada pelo método dos Multiplicadores de Lagrange; no total, 13 variáveis de otimização foram resolvidas com 10 restrições e 3 graus de liberdade (temperaturas de evaporação, condensação e fluxo volumétrico de ar). Como aplicação do método, Sayane exemplificou uma unidade com carga térmica de 28 a 42 kW, que foi simulada sobre diversas condições variando as temperaturas de evaporação e condensação; para isto, foram fixados os diâmetros dos tubos utilizados no evaporador e no condensador, o número de aletas por metro de comprimento de tubo, e o fluxo volumétrico de ar no ventilador centrífugo. Por outro lado, o aspecto econômico de projeto engloba os custos de investimento de cada componente e as taxas de juros, assim como a taxa de inflação por custo de eletricidade ao longo da vida útil do equipamento.

Existem trabalhos feitos na UNICAMP em relação a bombas de calor com fins de aquecer água em prédios residências para chuveiros com sistema central coletivo, por exemplo, *FLORA (2009)* desenvolveu uma simulação computacional para análise dos componentes de uma bomba de calor focando-se no estudo do controle de um compressor de velocidade variável no aquecimento de água para banho em prédios residenciais, através de um inversor de frequência; do mesmo modo, analisou o sistema de armazenamento e distribuição da água, obtendo resultados econômicos e energeticamente favoráveis quando comparado com o aquecimento através de chuveiros elétricos amplamente utilizados nas residências brasileiras, demonstrando assim que a bomba de calor é um sistema tecnicamente interessante para este fim.

Posteriormente, *MÜHLEN (2009)* deu continuidade ao trabalho de Flora, no qual desenvolveu um modelo detalhado do funcionamento de cada trocador de calor da bomba de calor, visando chegar a um sistema viável, com comportamento razoavelmente previsível em funcionamento ao longo do ano para o clima de Campinas. Abordando esses dois trabalhos prévios nasce a iniciativa de continuar implementado melhorias no sistema em estudo.

## **1.2 Descrição do trabalho e dos capítulos**

Na sequência do trabalho, o capítulo 2 apresenta uma breve descrição das bombas de calor por compressão de vapor, bem como o princípio de funcionamento e a justificativa de gerar água quente para uso em prédios residências especificamente em chuveiros, tomando como fonte de calor o ar ambiente. O capítulo 3 apresenta o problema geral de otimização para casos não lineares com restrições. Por outro lado, é apresentada uma descrição sucinta das condições de otimalidade, o método dos Multiplicadores de Lagrange e as condições de Kuhn –Tucker para otimização. O capítulo 4 apresenta a modelagem teórica da bomba de calor juntamente com as condições e parâmetros do projeto através de equacionamento obtido da literatura; os tipos de componentes a ser usados são propostos neste capítulo. O capítulo 5 aborda a formulação proposta e a metodologia de resolução da modelagem, neste capítulo é apresentada uma breve descrição do método da Programação Quadrática Sequencial e o método de Substituição-Newton-

Raphson, para finalmente apresentar resultados e alguns comentários finais. O capítulo 6 apresenta as conclusões e sugestões para trabalhos futuros decorrentes do presente trabalho. Por fim, é apresentada a bibliografia e alguns apêndices que complementam os assuntos abordados neste trabalho.

## 2 BOMBA DE CALOR

A *bomba de calor* é uma máquina térmica que extrai calor de uma fonte térmica e transfere esta energia para outra fonte, de maior temperatura e em diferente proporção. No sentido físico, (ASHRAE, 2005) todos os equipamentos de refrigeração, incluindo condicionadores de ar, chillers com ciclos de refrigeração, são bombas de calor. Em engenharia, o termo *bomba de calor* está reservado para o equipamento que aquece para propósitos e aplicações convenientes, como é o caso deste trabalho.

O princípio de funcionamento das bombas de calor provém do postulado de *Carnot 1824*, dos conceitos de irreversibilidade e pela concepção teórica posterior de *Lord Kelvin*. Um gás que evoluciona em ciclos é comprimido e expandido depois, do qual se obtém frio e calor. O gás em baixa temperatura passa através de um compressor, incrementando a pressão e assim a entalpia. Depois o gás passa pelo trocador de calor, chamado condensador, entrega o calor para a fonte quente, onde ele muda seu estado para líquido. Ele é então passado através de uma válvula de expansão, onde retorna à pressão inicial e é resfriado. Em seguida, passa por outro trocador de calor, chamado evaporador, onde absorve calor do foco frio. O fluido evaporado retorna ao compressor, fechando o ciclo

A tecnologia das bombas de calor é amplamente utilizada para aquecimento de ambientes residenciais e comerciais a partir de fontes renováveis como o ar, água, ou o solo. Elas também são usadas para o aquecimento de água e de climatização, simultaneamente no caso das bombas de calor de duplo efeito (resfriamento e aquecimento).

A “*International Sustainable Energy Organization for Renewable Energy and Energy Efficiency*” (ISEO) diz que as bombas de calor competem de maneira satisfatória com equipamentos de queima de combustíveis fósseis e aquecedores elétricos diretos. Também aborda o grande potencial de contribuição das bombas de calor na redução das emissões de CO<sub>2</sub> e faz uma estimativa de que é possível reduzir até 6% das emissões globais de CO<sub>2</sub>, usando bombas de calor no mundo todo. Por outro lado, a quota de mercado de bombas de calor em prédios residenciais construídas na Suíça, por exemplo, mostra que a tecnologia é interessante com

relação à economia. No Brasil esta alternativa pode ser de grande aporte na redução do consumo elétrico nas horas de maior demanda.

## 2.1 Geração de água quente

A geração de água quente consiste no processo de transferência de calor a partir de uma fonte energética para obtenção de água a uma dada temperatura, podendo haver reservatório do volume a ser aquecido ou não. A transferência de calor pode-se realizar de modo direto ou não.

No setor residencial, *MÜHLEN (2009)* sustenta que a geração de água quente pode visar o conforto do usuário, mas também pode ser considerada uma necessidade vital em lugares de latitudes altas onde os invernos são extremos. No Brasil e demais países tropicais, a água quente traz qualidade de vida, principalmente no banho, porém vigora o uso de resistores elétricos, que geram consumo elétrico elevado.

A disponibilidade de água quente para uso hidrosanitário é de suma importância em setores residenciais, considerada como necessidade básica (*BORGES, 2000*), e está diretamente relacionada ao consumo de água para banho, alterando, conforme as características de uso e preferências, apenas a proporção e a vazão de água quente e fria. Com isso, em grande parte das residências existe (em) sistema (as) de aquecimento de água com o objetivo de fornecer água na temperatura de conforto para banho, a qual, segundo *Kieling (1996,)* fica em torno de 36 °C a 40 °C. Em trabalhos realizados por *ILHA (1991)*, a temperatura de banho medida foi de 34 °C.

Contudo, há outras aplicações de água quente além do abastecimento de água no uso de chuveiro, podendo se utilizadas em pias de cozinha, tanques, máquinas de lavar roupa, lavadores de pratos, entre outros ligados também à climatização.

O mercado residencial de aquecimento de água para banho no Brasil tem em sua grande maioria o chuveiro elétrico como dispositivo responsável para esta função, pelo baixo custo de aquisição e instalação (*CHAGURI JUNIOR, 2009*).

Segundo *SANTOS et. al (2001)*, devido ao fato que “*No passado, a eletrotermia foi incentivada no Brasil, pois havia abundância de geração hidrelétrica e o petróleo importado era caro. Atualmente, a eletrotermia representa um ônus para setor elétrico*”, o chuveiro elétrico teve

no passado e ainda tem hoje uma grande importância na acessibilidade ao conforto de água quente para a maior parte da população brasileira.

*ILHA (1994)* classifica os sistemas prediais de água quente em individual, central privado, e central coletivo. O sistema individual consiste na alimentação de um único ponto de utilização, sem necessidade de uma rede de água quente. O sistema central privado consiste basicamente em um equipamento responsável pelo aquecimento de água e uma rede de tubulações que distribui água a vários pontos de utilização pertencentes a uma mesma unidade, por exemplo, um apartamento. Finalmente, o sistema central coletivo é constituído por uma unidade geradora de água quente e uma rede de tubulações que alimenta os pontos de mais de uma unidade, por exemplo, um prédio residencial.

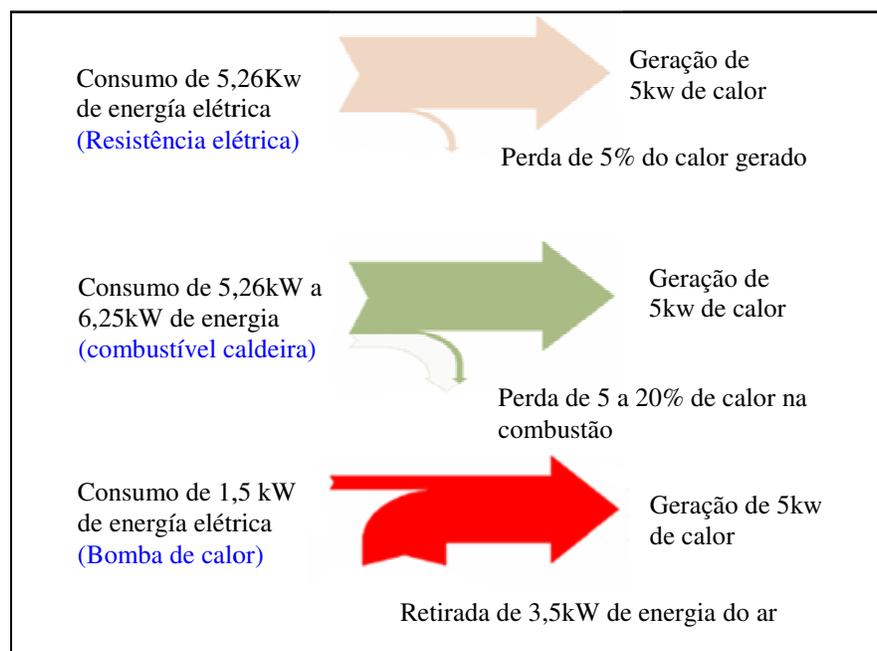
Os equipamentos para o aquecimento de água podem funcionar conforme uma variedade de fontes de energia, podendo ser gás combustível tais como o gás natural (GN), ou o gás liquefeito de petróleo (GLP), ou ainda eletricidade, lenha, carvão e óleo combustível. Para uso residencial, os combustíveis sólidos e liquefeitos são pouco utilizados devido à necessidade de espaço disponível para armazenamento, manipulação, etc. As bombas de calor nascem como uma alternativa muito atrativa para aquecer água de forma limpa e a baixo custo. Será tema de interesse para este trabalho apenas o sistema central coletivo de aquecimento de água, devido aos seus diversos benefícios, principalmente a questão de custos em longo prazo e a diminuição da emissão de gases de efeito estufa.

As bombas de calor para a produção de água quente são equipamentos do futuro, de grande durabilidade e garantem o fornecimento de água sanitária durante o ano todo a preços muito reduzidos; tomando 70% da energia que é gratuita do meio ambiente (ar, água, terra, etc), neste caso, para o trabalho, a partir do ar. Principalmente em climas tropicais e em épocas de verão, a bomba de calor que utiliza o ar como fonte de calor atinge um COP superior à de outras bombas de calor com diversas fontes de calor como água ou o solo.

## **2.2 Justificativa de geração de água quente a partir da bomba de calor.**

A bomba de calor para aquecimento de água tem um COP superior a outras formas de aquecimento de água, gerando em média de 2.5 a 4 vezes a quantidade de energia empregada no

acionamento do sistema. No seguinte esquema, o diferencial tecnológico da resistência elétrica, um aquecedor ou caldeira e uma bomba de calor são mostrados (BALDASSIN, 2008).



Fonte: BALDASSIN (2008)

**Figura2.1.** Geração de calor a partir de diversas tecnologias.

As bombas de calor operam recuperando calor de uma fonte externa, por exemplo, o ar, o que permite utilizar uma quantidade reduzida de energia para seu funcionamento podendo alcançar reduções no consumo de energia de até 80%. Um quadro comparativo entre as distintas formas de aquecimento de água é apresentado na Tabela 1.1

As vantagens da bomba de calor são visíveis: tecnologia limpa, alta eficiência energética, consumo reduzido de energia, operação segura e confiável, baixos custos de operação e manutenção, entre outras. O uso de bombas de calor para diferentes aplicações, particularmente para aquecimento de água está crescendo há anos. A consciência ecológica das pessoas e o alto preço do gás e gásóleo influenciaram os consumidores.

**Tabela 1.1** Tabela comparativa entre distintas formas de aquecimento de água. BALDASSIN (2008)

	Resistência elétrica	Aquecedor caldeira	Coletor solar	Bomba de calor
Confiabilidade	↗	↗	↘	↗
Custo de operação	↗	↗	↘	↘
Custo de manutenção	↘	↗	↘	↘
Investimento inicial	↘	↗	↗	↗

Fonte: BALDASSIN (2008)

### 2.3 Ar como fonte de calor

O ar do meio ambiente é uma fonte universal de calor que pode ser utilizada em diversas aplicações como são neste caso as bombas de calor. O ar se encontra em quantidades, praticamente ilimitadas em relação à maior parte das aplicações, independentemente da localização geográfica. Na Tabela 2 do capítulo 8 do livro *ASHRAE (2008)*, o ar ambiente, classificado como uma fonte de calor boa e um bom dissipador de calor, tem disponibilidade universal proporcionada de maneira contínua e gratuita, com custo de operação e manutenção baixo nos equipamentos no qual está presente. Entre as limitações que consideraremos desvantagens, temos que a temperatura do ar ambiente pode mudar, sendo que em baixas temperaturas a capacidade de aquecimento e o coeficiente de desempenho da bomba de calor caem consideravelmente. Por outro lado, é importante tentar evitar a formação de gelo nas superfícies do equipamento por onde o ar circula.

A bomba de calor com o ar como fonte de calor, permite vislumbrar uma significativa melhoria na eficiência energética no aquecimento de água residencial (*BOURKE G, 2010*). Bourke apresenta a modelagem do consumo de energia de uma bomba de calor Ar - Água e concorda com outros artigos publicados, em que o ar, como fonte de calor para uma bomba de calor, melhora as eficiências energéticas em determinados climas e condições ambientais propícias para o uso, como é o caso do Brasil.

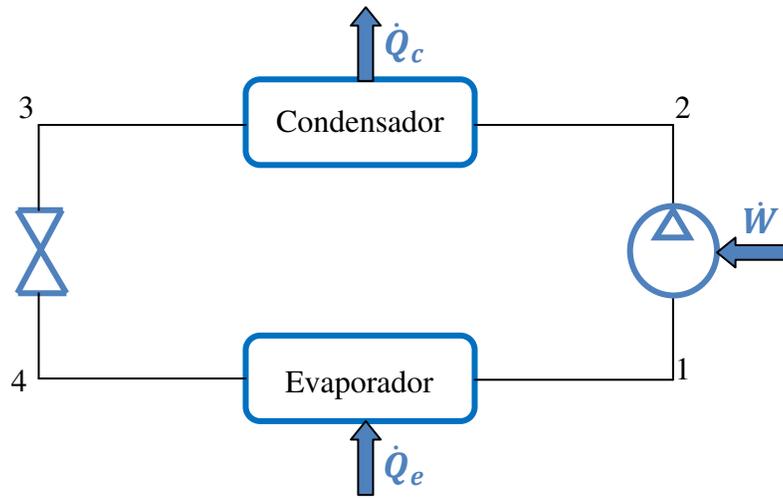
## **2.4 Bombas de calor por compressão de vapor**

A bomba de calor funciona, em princípio, como um ciclo frigorífico, mas trabalha em condições completamente diferentes. Embora os equipamentos possam ser os mesmos, os objetivos são diferentes; a bomba de calor transfere energia do nível mais baixo de temperatura para o nível mais alto, sendo aproveitado o calor rejeitado do nível mais alto de temperatura. Para isto, o ciclo de refrigeração por compressão a vapor requer a ação de trabalho externo, como é mostrado na Figura 2.2, e os processos que ocorrem são:

- 1-2 Compressão adiabática
- 2-3 Rejeição isotérmica de calor que será aproveitado (condensação)
- 3-4 Expansão adiabática.
- 4-1 Recebimento isotérmico de calor da fonte primária (evaporação)

Neste ciclo o vapor é comprimido, condensado, tendo posteriormente sua pressão diminuída de modo que o fluido refrigerante possa evaporar a baixa pressão.

Os componentes presentes deste sistema, de maneira simplificada são: compressor, condensador, evaporador e válvula de expansão, entre outros componentes secundários por onde circula um fluido de trabalho, para a presente pesquisa é considerado como fluido de trabalho o R134a.



**Figura 2.2.** Diagrama de um sistema de uma bomba de calor por compressão de vapor

No regime permanente, a taxa a qual a energia é fornecida para a região quente ( $\dot{Q}_c$ ) é a soma da potência térmica fornecida ao fluido de trabalho no evaporador ( $\dot{Q}_e$ ) e a potência de acionamento fornecida ao sistema ( $\dot{W}$ ) pelo compressor.

$$\dot{Q}_c = \dot{Q}_e + \dot{W} \quad (1)$$

O coeficiente de desempenho do ciclo da bomba de calor, COP, é definido como a razão entre o efeito de aquecimento e a potência de acionamento líquida necessária para alcançar esse efeito (MORAN E SHAPIRO, 1995):

$$COP = \frac{\dot{Q}_c}{\dot{W}} \quad (2)$$

#### 2.4.1 Componentes da bomba de calor

### **2.4.1.1 Compressor**

O compressor faz circular o refrigerante através do sistema num ciclo contínuo. O compressor descarrega o gás refrigerante quente e a alta pressão no condensador. Para fins deste trabalho utilizamos o compressor *scroll* devido a suas vantagens em seu desempenho comparadas a outros compressores, principalmente a sua controlabilidade por meio do alternador de frequência.

#### ***Compressor scroll***

Este compressor é uma máquina de deslocamento positivo e movimento rotativo que faz uso de duas partes espiraladas que se entrelaçam. O refrigerante é comprimido pela variação de volume causada pela espiral giratória entrelaçada. Os compressores deste tipo são herméticos e permitem a aspiração e descarga simultânea do refrigerante sem a necessidade de válvulas.

Este tipo de compressor é amplamente utilizado em sistemas de ar condicionado, bombas de calor e refrigeração de uso comercial e residencial. Sua capacidade varia de 3 a 50 kW. O movimento rotativo do scroll permite um baixo nível de ruído durante seu funcionamento. Também é importante mencionar a alta eficiência volumétrica que possui. Por outro lado, ao ser um compressor de velocidade controlável, permite maior economia energética (*Flora 2009*). Este fator é importante num projeto de bombas de calor com o ar como fonte de calor, devido às mudanças das condições de trabalho causadas pelas mudanças climáticas ao longo do dia e do ano, assim como pelo lugar de instalação das mesmas.

### **2.4.1.2 Condensador**

O condensador é um trocador de calor que rejeita toda a energia do sistema em forma de calor, isto consiste no calor absorvido pelo evaporador mais o equivalente da energia que entra no compressor. O condensador dissipa o calor latente da condensação e o descarrega na água que

será aquecida, fazendo que o refrigerante volte a seu estado líquido e continue no ciclo na válvula de expansão.

#### **2.4.1.3 Válvula de expansão**

Na válvula de expansão ocorre um processo de estrangulamento adiabático irreversível sem realização de trabalho. Tem duas finalidades: reduzir a pressão do refrigerante líquido até a pressão de evaporação e regular a vazão do refrigerante que entra no evaporador.

#### **2.4.1.4 Evaporador**

É um trocador de calor responsável por evaporar o refrigerante absorvendo calor do ar e transmitindo-o para o refrigerante.

Os componentes da bomba de calor serão analisados com mais detalhe no capítulo 4,

### 3 OTIMIZAÇÃO

#### 3.1 Introdução

A otimização consiste em selecionar um conjunto de elementos (variáveis) que aportam positivamente na procura da solução ótima, dentre as possíveis para um determinado problema (função objetivo), obedecendo a um conjunto de condições necessárias e suficientes (restrições) dadas também pelo problema, que deverão ser satisfeitas. A função objetivo é uma função matemática que representa a medida da vantagem ou desvantagem da seleção dos elementos.

Existem diversas classes de problemas que podem ser caracterizados por um subconjunto de relações, as quais chamaremos restrições. A ausência ou não de ditas restrições vai determinar o tipo e o procedimento adequado de solução do problema de otimização. Existem restrições de igualdade e desigualdade, originando os problemas com restrições, se não for o caso o problema é irrestrito. Assim pode-se formulá-lo matematicamente como segue:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar} && f(x) \\ & \text{s. a.} && h_i(x) = 0 && i = 1, 2, \dots, m \\ & && g_i(x) \leq 0 && i = 1, 2, \dots, p \\ & && x_i^l \leq x_i \leq x_i^u && i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \tag{3}$$

Onde  $f, h, g$  são funções definidas no espaço euclidiano,  $x$  é um vetor de  $n$  componentes denominadas variáveis,  $f(x)$  é a função objetivo a ser minimizada com relação às variáveis  $x$  e as restrições ( $h_k, g_j$ ) lineares e não lineares de igualdade e desigualdade.

A ideia de otimizar é encontrar valores das variáveis  $x_i$  que satisfaçam as restrições  $h_i, g_i$  e minimizem a função  $f(x)$  (ARIAS, 2008). Assim é necessária a formação de uma função chamada de Lagrangeana, que representa o modelo matemático descrito acima. A função Lagrangeana do modelo apresentado é:

$$L(x_i, \sigma_i, \mu_i) = f(x) + \sum_{i=1}^m \sigma_i h_i(x_i) + \sum_{i=1}^p \mu_i g_i(x_i) \quad (4)$$

Onde  $L(x_i, \sigma_i, \mu_i)$  é a função Lagrangeana,  $x_i$  são as variáveis de decisão, também conhecidas como primais;  $\sigma_i$  e  $\mu_i$  são os componentes do vetor dos multiplicadores de Lagrange ou variáveis duais das restrições de igualdade e desigualdade respectivamente. A solução do modelo é obtida como um ponto ótimo da função Lagrangeana. Para a resolução da função Lagrangeana foram desenvolvidas muitas técnicas de otimização linear e não linear; muitas dessas, baseadas nas condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Desta forma é possível obter um ponto ótimo  $x^*, \sigma^*, \mu^*$  satisfazendo as condições mencionadas e que serão analisadas a seguir.

## 3.2 O problema geral de otimização

Matematicamente a solução de um problema de otimização se dá satisfazendo as condições *necessárias* e *suficientes* relacionadas ao tipo do problema.

As condições *necessárias* são as relações que devem ser satisfeitas sem dúvida envolvendo os valores das variáveis candidatas para ótimas, já que elas determinam se a solução do problema é factível ou não. Por outro lado, para qualificar os valores das variáveis de ótimas, estas devem satisfazer relações adicionais chamadas condições *suficientes*, (VENKATARAMAN, 2002).

Então diremos que o método analítico para a solução ótima de um problema com restrições ou não obedece a estas condições que permitem o reconhecimento da solução como ótima; estas condições enfatizam técnicas numéricas segundo o tipo do problema, então temos:

### 3.2.1 Problemas irrestritos

Estes tipos de problemas obedecem às seguintes condições:

### *Condição de primeira ordem (FOC)*

Considerando o termo de primeira ordem das séries de expansão de Taylor, a função pode ser aproximada por um plano tangente à solução.

$$df = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n = 0 \quad (5)$$

Em forma matricial

$$df = \left[ \frac{\partial f}{\partial x_1} \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial f}{\partial x_n} \right] [dx_1 \quad dx_2 \quad \dots \quad dx_n]^T = 0 \quad (6)$$

Desde que isto seja mantido para todos os pontos no plano,  $dx_1 \neq 0$ ,  $dx_2 \neq 0$ ,  $dx_n \neq 0$ , Além disso,

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0, \dots, \quad \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0 \quad (7)$$

ou o gradiente da função na solução ótima deve ser zero, isto é:

$$\nabla f(x_1^*, x_2^* \dots x_n^*) = 0 \quad (8)$$

A equação (8) é chamada de *condição de primeira ordem* e expressa a condição necessária para problemas de otimização sem restrições. A equação é usada para identificar a possível solução do problema, mas sozinha não vai determinar o mínimo valor da função. Se a função fosse invertida, então o seu valor iria maximizar-se. É por isso que também é aplicada a problemas de maximização de funções, obtendo valores das variáveis idênticas nas duas soluções.

Considerações adicionais são necessárias para garantir que a solução estabelecida pela *condição de primeira ordem* seja ótima, e a função objetivo atinja o mínimo ou máximo valor, então estabelecemos as *condições de segunda ordem*.

### *Condição de segunda ordem (SOC)*

As *condições de segunda ordem* são consideradas condições suficientes para achar o ótimo. Pode-se inferir que estas condições implicarão a segunda derivada da função objetivo e são obtidas a partir do termo da segunda ordem da expansão de Taylor (Apêndice A.1).

Se  $\mathbf{X}^*$  é a solução, e  $\Delta\mathbf{X}$  representa a variação das variáveis em torno do valor ótimo que vai produzir uma variação em  $\Delta f$  (VENKATARAMAN,2002). Tomando a expansão da série de Taylor até a segunda ordem:

$$\Delta f = f(\mathbf{X}^* + \Delta\mathbf{X}) - f(\mathbf{X}^*) = \nabla f(\mathbf{X}^*)^T \Delta\mathbf{X} + \frac{1}{2} \Delta\mathbf{X}^T \mathbf{H}(\mathbf{X}^*) \Delta\mathbf{X} \quad (9)$$

Empregando as condições necessárias (FOC), o primeiro termo da direita da equação (9) é igual a zero, isto deixa a seguinte desigualdade.

$$\Delta f = \frac{1}{2} \Delta\mathbf{X}^T \mathbf{H}(\mathbf{X}^*) \Delta\mathbf{X} > 0 \quad (10)$$

Onde  $\mathbf{H}(\mathbf{X}^*)$  é a matriz Hessiana da função  $f$  no possível valor ótimo  $\mathbf{X}^*$ . Para que isto aconteça, a matriz  $\mathbf{H}(\mathbf{X}^*)$  deve ser positiva definida, e existem 3 formas de estabelecer o  $\mathbf{H}$  positivo definido:

- i. Para todas as possíveis  $\Delta\mathbf{X}$ ,  $\Delta\mathbf{X}^T \mathbf{H}(\mathbf{X}^*) \Delta\mathbf{X} > 0$ .
- ii. Os autovalores de  $\mathbf{H}(\mathbf{X}^*)$  são todos positivos.
- iii. Os determinantes de todas as submatrizes de  $\mathbf{H}(\mathbf{X}^*)$  que incluem a diagonal principal são todas positivas.

Dessas três, somente as duas últimas podem ser aplicadas na prática.

### 3.2.2 Problemas restritos.

Dentro deste tipo de problemas a função objetivo está condicionada a cumprir, além das condições necessárias e suficientes, as restrições de igualdade e de desigualdade impostas pelo tipo de problema a ser resolvido.

Para a resolução dos problemas de otimização com restrições de igualdade e desigualdade será necessário aplicar métodos de resolução como o método de Lagrange (multiplicadores de Lagrange).

#### 3.2.2.1 Método de Lagrange. (Multiplicadores de Lagrange)

Neste método, o problema é transformado pela introdução de uma função aumentada chamada *Lagrangeana*, como a função objetivo sujeita às mesmas restrições do problema original. O Lagrangeano é definido como a soma da função objetivo original e uma combinação linear das restrições, sendo os coeficientes dessa combinação linear conhecidos como os *Multiplicadores de Lagrange* (equação (4)).

O método dos Multiplicadores de Lagrange é uma formulação elegante para obter a solução de um problema restrito (VENKATARAMAN,2002). Uma curiosidade deste método é que ele introduz variáveis adicionais  $(\sigma_i, \mu_i)$  para a resolução do problema restrito, violando de certa forma uma regra convencional que diz: quanto menor o número de variáveis, maiores chances de obter a solução rapidamente. O Lagrangeano permite a transformação de um problema restrito num problema irrestrito.

Tomando em conta a equação (4), o Lagrangeano é considerado como uma função objetivo irrestrita, então as condições necessárias (FOC) para a solução são:

$$\frac{\partial L(x_i^*, \sigma_i^*, \mu_i^*)}{\partial x_i} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\frac{\partial L(x_i^*, \sigma_i^*, \mu_i^*)}{\partial \sigma_i} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (11)$$

$$\frac{\partial L(x_i^*, \sigma_i^*, \mu_i^*)}{\partial \mu_i} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, r$$

La condição do método de Lagrange é uma condição necessária, mas não uma condição suficiente.

### 3.2.2.2 Condições de Karush Kuhn Tucker (KKT)

As condições de primeira ordem (FOC) associadas aos problemas de otimização geral são denominadas condições de Karush Kuhn Tucker e são as condições necessárias para obter uma solução ótima ( $\mathbf{X}^*$ ) do problema, as quais foram estabelecidas nos parágrafos prévios.

As equações de KKT formam a base de muitos algoritmos de programação não linear. Estes algoritmos tentam calcular os multiplicadores de Lagrange diretamente. Métodos quase Newton garantem a convergência acumulando informações de segunda ordem considerando as equações de KKT e com um procedimento tipo Newton de atualização de matriz Hessiana.

As soluções baseadas em condições de Newton utilizam estas condições de primeira ordem para pontos ótimos (KKT). Em geral são equações não lineares que requerem métodos iterativos de solução. E os métodos de Newton são favorecidos por suas propriedades de convergência quadrática (*BOGGS E TOLLE, 1999*).

## 3.3 Técnicas numéricas para otimização com restrições

Devido ao tipo de problema deste trabalho focaremos nos métodos e/ou algoritmos para um problema de otimização com restrições tanto de desigualdade como de igualdade. O estudo da bomba de calor envolve muitas relações termodinâmicas e de transferência de calor não lineares

quando modelada. Além disso, têm-se múltiplas opções para um determinado projeto; o que incrementa, de certo modo, o grau de dificuldade em obter solução ótima.

O primeiro que devemos garantir é que o desenho seja factível (satisfazer todas as restrições), e segundo que este seja o ótimo (satisfazer as condições de Kuhn-Tucker). Levando em conta sempre que a factibilidade é muito mais importante que a otimalidade (VENKATARAMAN,2002).

A convergência da solução do problema dependerá de uma boa inicialização dos Multiplicadores de Lagrange e dos valores iniciais de cada variável. Duas abordagens distintas são usadas para manipular este tipo de problemas. A primeira é denominada de abordagem *indireta*, que resolve os problemas a partir de uma transformação em problemas sem restrições. A segunda abordagem é a *direta*, que manipula as restrições sem transformá-las.

VENKATARAMAN (2002) apresenta dois métodos indiretos para solução de problemas de otimização com restrições: Método da Função de Penalidade Exterior (EPF) e o método dos Multiplicadores de Lagrange Aumentado (ALM). Na abordagem direta, temos quatro métodos: Programação Linear Sequencial (SLP), Programação Quadrática Sequencial (SQP), Método da Redução da Gradiente Generalizada (GRG) e o Algoritmo de Restauração da Gradiente Sequencial (SGRA).

Para fins deste trabalho, utilizaremos o Método da Programação Quadrática Sequencial, devido a sua robustez, que inclui elementos de não linearidade e rápida convergência, que serão detalhados no capítulo 5.

## 4 MODELAGEM TEÓRICA DA BOMBA DE CALOR, CONDIÇÕES E PARÂMETROS DO PROJETO

### 4.1 Introdução

O presente capítulo apresenta o modelo teórico adotado para a representação do sistema de uma bomba de calor com ênfase nos trocadores de calor.

O modelo consiste em uma variação daquele empregado por *Figueiredo et. al* (2002) que simula um sistema de refrigeração por compressão a vapor usando diferentes representações das propriedades termodinâmicas do R134a, aplicando o método de Substituição-Newton-Raphson. Este método foi posteriormente adaptado para uma bomba de calor por *Flora* (2008) onde foram utilizados coeficientes globais estimados de transferência de calor focando-se, principalmente, no estudo do controle de velocidade do compressor scroll para a bomba de calor utilizada no aquecimento de água de chuveiro para prédio residencial.

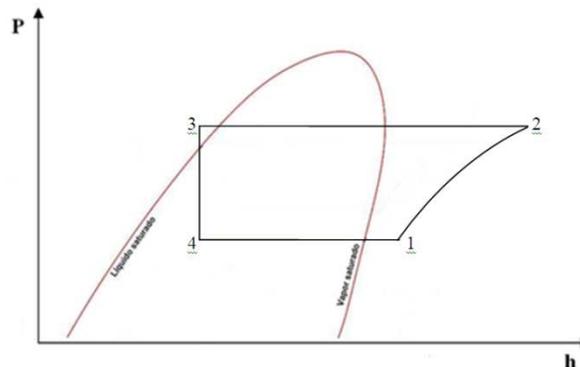
Em relação ao projeto dos autores mencionados, foram acrescentadas as equações de cálculo dos coeficientes de transferência de calor do evaporador e do condensador. Assim, também foram apresentados aspectos de projeto desses dois componentes, selecionando o tipo de trocador adequado às características de demanda propostas no aquecimento de água predial.

Primeiramente, será apresentado o sistema geral da bomba de calor com equações gerais que envolvem relações padrão de termodinâmica e transferência de calor que incluem o equacionamento das propriedades termodinâmicas do fluido refrigerante (R134a) baseadas nas funções específicas de Helmholtz ou energia livre de Helmholtz. Apresenta-se a modelagem do compressor scroll, o condensador de casco e tubos, o evaporador de expansão direta de tubos com aletas de placas planas contínuas. A modelagem requer um reservatório onde a água aquecida é armazenada, então o tamanho do reservatório é assumido. Posteriormente, dá-se ênfase e apresentam-se as equações matemáticas do evaporador e do condensador separadamente.

Finalmente, a última seção deste capítulo dá a conhecer as condições nas quais a bomba de calor é projetada.

## 4.2 Sistema geral da bomba de calor

O sistema modelado consiste em um de simples estágio envolvendo relações básicas de termodinâmica, transferência de calor e cinemáticas em regime permanente. (FIGUEIREDO *et al.*, 2002). Modela-se um compressor scroll, um condensador de casco e tubo, a válvula de expansão e um evaporador de tubos com aletas de placas contínuas, sendo detalhados os trocadores de calor. Para fins do trabalho, é considerada a existência de um reservatório para armazenamento da água aquecida e posterior distribuição no sistema predial de água aquecida a qual será mantida a uma temperatura  $T_{reserv}$  oscilando em torno de um valor médio de 55°C e sempre acima de 50°C.



**Figura 4.1.** Diagrama pressão entalpia de um ciclo por compressão a vapor

Desprezando as variações de energia potencial e cinética entre a entrada e a saída dos componentes o balanço de energia em cada componente é:

$$h_2 - h_1 = -w \quad (12)$$

$$h_2 - h_3 = -q_c \quad (13)$$

$$h_1 - h_4 = q_e \quad (14)$$

$$h_3 = h_4 \quad (15)$$

Onde  $h$  representa a entalpia específica do refrigerante.

O trabalho específico e as relações de transferência de calor podem ser representados através da vazão mássica:

$$\dot{m}w = \dot{W} \quad (16)$$

$$\dot{m}q_c = \dot{Q}_c \quad (17)$$

$$\dot{m}q_e = \dot{Q}_e \quad (18)$$

$\dot{m}$  é o fluxo de massa,  $\dot{W}$  é a potência fornecido no compressor,  $\dot{Q}_c$  é o fluxo de calor no condensador e  $\dot{Q}_e$  é o fluxo de calor absorvido no evaporador.

Supondo que as perdas de pressão nos tubos e nos acessórios do evaporador e do condensador são desprezíveis

$$P_1 = P_4 \quad (19)$$

$$P_2 = P_3 \quad (20)$$

Onde  $P$  representa a pressão.

Assume-se que a saída do líquido refrigerante após a passagem do condensador é líquido saturado, assim:

$$P_3 = P_{sat}(T_3) \quad (21)$$

$$h_3 = h_{sat.liq}(T_3) \quad (22)$$

Assumindo condições de saturação após a passagem pelo evaporador:

$$P_1 = P_{sat}(T_1) \quad (23)$$

$$h_1 = h_{sup}(T_1) \quad (24)$$

$$s_1 = h_{sup}(T_1) \quad (25)$$

$$v_1 = h_{sup}(T_1) \quad (26)$$

Na saída do compressor temos vapor superaquecido, assim:

$$T_2 = T_{sup}(P_2, h_2) \quad (27)$$

$$v_2 = v_{sup}(P_2, h_2) \quad (28)$$

Após a passagem pela válvula de expansão há uma mistura:

$$h_4 = h_{sat.liq}(T_4) + \xi \left( h_{sat.vap}(T_4) - h_{sat.liq}(T_4) \right) \quad (29)$$

Onde  $\xi$  é o título da mistura líquido-vapor.

O fluido de trabalho na saída do evaporador é superaquecido, representado pelo ponto 1 (Figura 4.1). No caso é utilizada uma válvula de expansão termostática para controlar o superaquecimento, o que implica que:

$$T_1 = T_{sat.vap} + \Delta T \quad (30)$$

Onde  $T_{sat.vap}$  é a temperatura de evaporação no ponto 4, e  $\Delta T$  é o incremento de temperatura no superaquecimento. Para o caso consideramos  $\Delta T = 6 \text{ }^\circ\text{C}$  (SANAYE *et. al*, 2004).

FLORA (2009) propõe a seguinte aproximação para a eficiência isentrópica  $\eta_{ad}$  ou adiabática do compressor, a partir da Figura 4.2 proposta por ELSON *et al*. (1990) para o R22 e uma temperatura de saída do compressor de  $50^\circ\text{C}$ ; analisado para diversas condições e válida em uma ampla faixa de relação de pressões (2 a 8), sendo que as condições de demanda típicas variam entre 2,5 a 3,5 para equipamentos de ar condicionado e bombas de calor.

$$\eta_{ad} = 0,01 \left( -4,5 \frac{P_2}{P_1} + 85,5 \right) \quad (31)$$

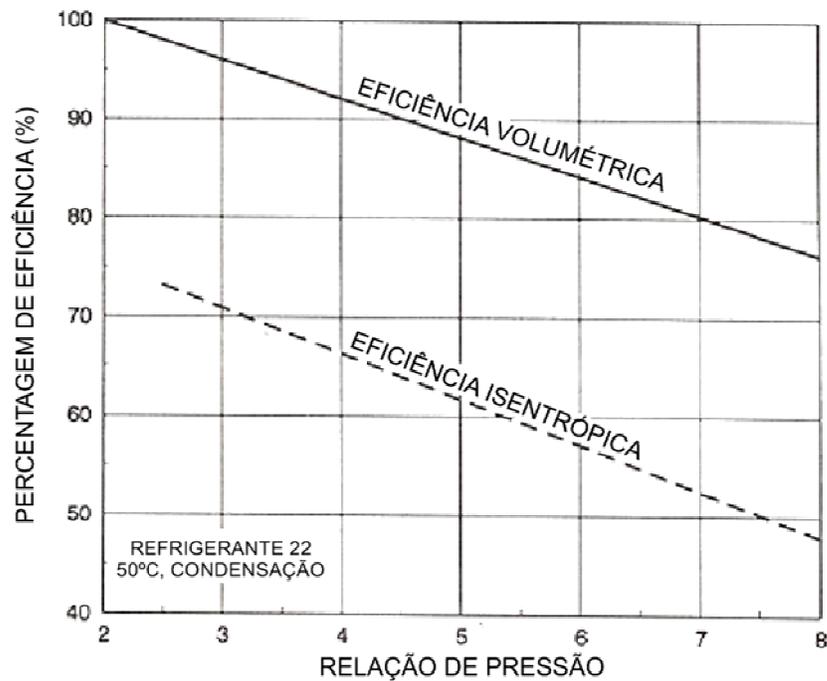
Com a eficiência adiabática  $\eta_{ad}$  temos que:

$$w = \frac{w^*}{\eta_{ad}} \quad (32)$$

Onde:

$$w^* = h_1 - h_2^* \quad (33)$$

$$h_2^* = h_{sup}(P_2, s_1) \quad (34)$$



**Figura 4.2.** Eficiência volumétrica e isentrópica para compressores scroll ASHRAE(2008)

A eficiência volumétrica de um compressor scroll é definida como o volume de fluxo que é sugado na entrada, dividido pelo deslocamento do compressor scroll, e pode ser aproximada pela equação proposta por FLORA (2009), baseada na Figura 4.2, (ELSON *et al.* 1990) e válida para relações de pressões entre 2 e 8.

$$\eta_{vol} = 0,01 \left( -4 \frac{P_2}{P_1} + 108 \right) \quad (35)$$

E a vazão mássica é calculada assim:

$$\dot{m} = \eta_{vol} \frac{v_{cam}}{v_1} \quad (36)$$

Onde  $v_{cam}$  Taxa de deslocamento da câmara scroll e  $v_1$  é o volume específico no ponto 1.

Finalmente, temos que a taxa de transferência de calor do evaporador e do condensador são modeladas com o método de efetividade para cada componente com mudança de fase.

$$\dot{Q}_e = (\varepsilon \dot{m} c)_e (T_4 - T_{amb}) + \dot{m} (h_1 - h_{sat.vap}) \quad (37)$$

$$\dot{Q}_c = (\varepsilon \dot{m} c)_c (T_{reserv} - T_3) \quad (38)$$

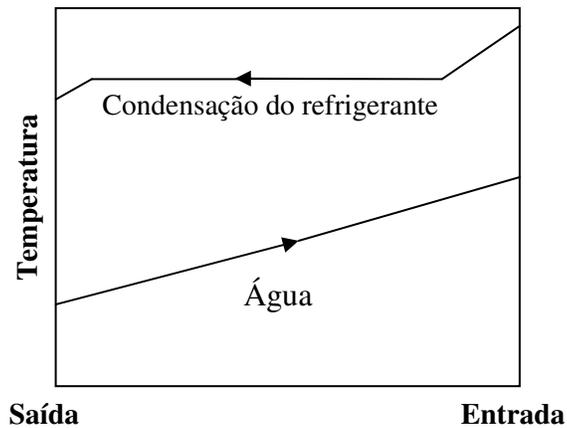
Onde  $\varepsilon$  é efetividade do trocador do calor,  $c$  representa a taxa de capacidade calorífica do fluido.

### 4.3 Condensador

O condensador é usado para rejeitar o calor equivalente ao trabalho de compressão e o calor absorvido pelo evaporador. O fluido refrigerante recém saído do compressor na forma de vapor (geralmente superaquecido) é resfriado até o ponto de saturação e condensado, transferindo todo o calor sensível e latente para a água que será aquecida para armazenamento e posterior uso nos chuveiros.

#### 4.3.1 Comportamento típico do condensador

Para explicar o comportamento do condensador será usado o perfil de temperatura. Como segue na Figura 4.3 para um trocador de escoamento em contracorrente:



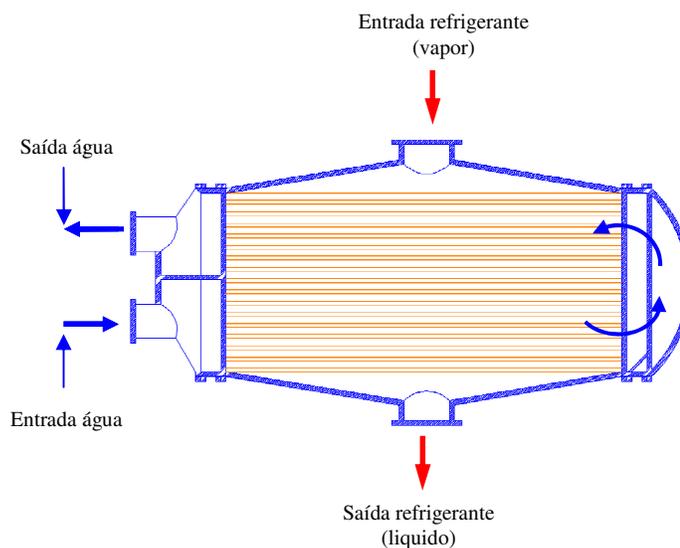
**Figura 4.3.** Comportamento típico do condensador

Considerando que a condensação ocorre pelo lado externo ao feixe de tubos, descrevemos o comportamento típico do condensador. O estado do refrigerante que entra no condensador é superaquecido e, em muitos casos, perto do estado da saída do compressor dependendo da queda de pressão nas conexões entre os dois componentes. O refrigerante é resfriado até o ponto de saturação. Logo depois a condensação ocorre sobre a superfície externa do feixe de tubos, assim, o refrigerante muda de título, desde o 100% até 0%. Depois do ponto onde o vapor todo é condensado, o refrigerante escorre para a parte inferior do condensador já ligeiramente sub-resfriado até a saída do condensador e entrada na válvula de expansão. Este sub-resfriamento é uma ocorrência normal no condensador e serve para a desejável função de garantir líquido na entrada da válvula de expansão. Embora haja um pequeno ganho de eficiência com o sub-resfriamento, o que é ótimo para um sistema, na prática é utilizado para garantir somente líquido na entrada do dispositivo de expansão (*DE CASTRO*). Porém, para fins deste trabalho, este efeito será desprezado.

### 4.3.1.1 Condensador do projeto.

O condensador consiste num trocador de casco e tubo com vapor de R134a condensando-se no lado do casco e a água de resfriamento passando internamente no feixe de tubos. Esta configuração é mostrada na Tabela 4.1 onde se observa que os condensadores mais utilizados com certas configurações têm um melhor desempenho e outras são raramente utilizadas. Em refrigeração e ar condicionado os condensadores de casco e tubos são usados quando o segundo fluido é líquido como a água. (KACAÇ *et al.* 1988).

Os trocadores de calor de casco e tubos são os equipamentos mais comuns em processos químicos industriais e comerciais. Este extenso uso pode ser justificado pela versatilidade, robustez e confiança. Apesar dos avanços tecnológicos de outros tipos de trocadores de calor, o tipo casco e tubos vai manter uma posição central em atividades industriais nos próximos anos. (COSTA E QUEIROZ *et al.*, 2008).



**Figura 4.4.** Diagrama de um condensador casco tubo (TEMA X)

**Tabela 4.1.** Tipos de Evaporadores e Condensadores

Componente	Refrigerante	Fluido de serviço
<b>Condensador</b>	Dentro dos tubos	Gás por fora
	Fora dos tubos	Líquido por fora *
		Gás por dentro *
<b>Evaporador</b>	Dentro dos tubos	Líquido por dentro
		Gás por fora
	Fora dos tubos	Líquido por fora
		Gás por dentro*
		Líquido por dentro

(\*) Raramente utilizado

**Fonte:** *Refrigeração e Ar Condicionado* Wilbert F. Stoeckers, Jerold W. Jones 1985

Foi utilizado o método da efetividade para o cálculo do calor trocado entre o líquido refrigerante e a água, dada por:

$$q = \varepsilon C_{\min}(T_{hi} - T_{ci}) \quad (39)$$

Onde o  $C_{\min}$  corresponde à corrente de menor capacidade calorífica entre as duas correntes envolvidas. Como há mudança de fase do refrigerante, o  $C_{\min}$  corresponde ao fluido de resfriamento, neste caso a água. Para o cálculo da efetividade:

$$\varepsilon = 1 - e^{(-NUT)} \quad (40)$$

O número de unidades de transferência  $NUT$  de calor é dado por:

$$NUT = \frac{UA}{C_{min}} \quad (41)$$

O coeficiente de transferência de calor no filme de condensado  $\alpha$  sobre um tubo horizontal é baseada na equação de *Nusselt (1916)*.

$$\alpha = 0.729 \left[ \frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3 h_{lv}}{D_c \mu_l (T_{sat} - T_w)} \right]^{1/4} \quad (42)$$

Na prática, o condensado não escoar na forma idealizada de Nusselt mostrada na Figura 4.5a, existe um considerável salpico do refrigerante provocando ondulações e formação de pequenas lagunas que inundam de um tubo para o seguinte, dependendo da configuração de tubo a tubo (arranjo do feixe) Figura 4.5b, *Kern em 1965 (KAKAÇ,1991)* sugere que o coeficiente decresce pausadamente com o número de tubos alinhados verticalmente e sugeriu a seguinte expressão para um feixe de tubos horizontais.

$$\alpha_n = \alpha \cdot n^{-1/6} \quad (43)$$

Onde  $n$  pode ser aproximado a partir do número total de tubos do arranjo do condensador alcançando uma boa aproximação

$$n \cong \frac{\sqrt{Nc}}{2} \quad (44)$$



(a)



(b)

**Figura 4.5** Modelo Idealizado de Nusselt

Salpicos, ondulações e turbulência

Para o cálculo do coeficiente de transferência de calor dentro dos tubos, foi utilizada a correlação proposta por *Gnielinski* (1976) que é válida para uma ampla faixa de número de Reynolds, incluindo parte da região de transição (*INCROPERA et al, 2007*).

$$Nu_D = \frac{(f/8)(Re_D - 1000)Pr}{1 + 12,7(f/8)^{1/2} (Pr^{2/3} - 1)} \quad (45)$$

Para o cálculo do fator  $f$  de atrito que consideramos para tubos lisos, usamos a correlação desenvolvida por *Petukhov* (*INCROPERA et al, 2007*) abaixo:

$$f = (0,790 \ln Re_D - 1,64)^{-2} \quad (46)$$

Onde os números de Reynolds e Prandtl são dados por:

$$Re_D = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (49)$$

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k} \quad (50)$$

Logo, o coeficiente de transferência de calor dentro dos tubos é:

$$\alpha_a = \frac{Nu_D k_a}{D} \quad (51)$$

Outro ponto a levar em conta neste trabalho é o fator de resistência por incrustações nos tubos. Incrustação define-se como a acumulação de substâncias indesejáveis nas superfícies dos trocadores de calor (*KAKAÇ, 1991*). *TABOREK (1972)* considerou as incrustações como um dos maiores problemas não resolvidos em transferência de calor contra o qual ainda lutamos para aproximar os efeitos sobre o projeto geral dos trocadores de calor. A acumulação deste material resulta em um menor desempenho das superfícies que trocam calor e poderia ter uma influência significativa no projeto do trocador de calor. Os efeitos mais comuns são a diminuição da transferência de calor e o aumento da perda de pressão. Geralmente as incrustações se depositam no interior e exterior dos tubos circulares, é evidente que as incrustações adicionam uma camada

de isolamento nas superfícies de transferência de calor. Deste modo adicionam-se resistências térmicas no interior e no exterior dos tubos.

Para fins deste projeto, utilizamos as tabelas proporcionadas por *ROHSENOW (1998)* para determinar as resistências térmicas devido às incrustações nas superfícies interna e externa dos tubos do condensador e do evaporador.

Finalmente o coeficiente global de transferência de calor baseado na área externa dos tubos e dado por:

$$U_{C_o} = \left[ \frac{D_{oc}}{D_{ic}\alpha_a} + \frac{D_{oc}}{D_{ic}} Ri_c + \frac{D_{oc}}{k_c} \ln \left( \frac{D_{oc}}{D_{ic}} \right) + Ro_c + \frac{1}{\alpha_n} \right]^{-1} \quad (52)$$

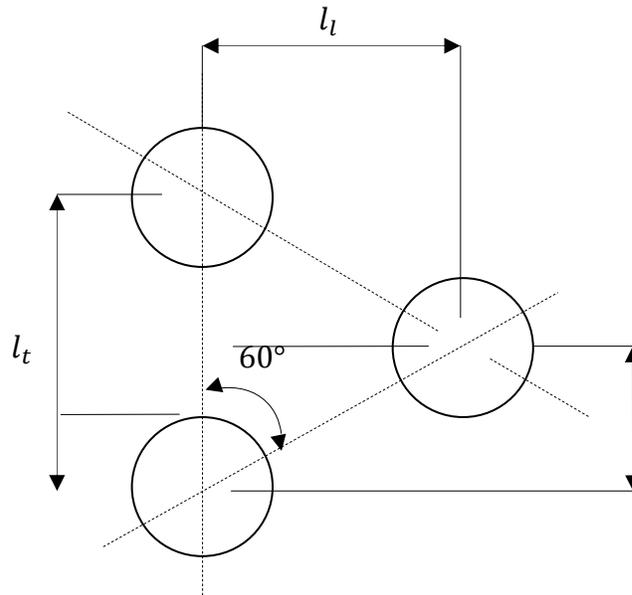
#### 4.3.1.2 Características mecânicas básicas do condensador

As características mecânicas de um trocador de calor têm um impacto direto no desempenho térmico, isto porque uma mudança no desenho mecânico vai afetar o fluxo do fluido no trocador e conseqüentemente na troca de calor. Existem muitas possibilidades do arranjo mecânico de um trocador. A fim de evitar uma situação confusa a “*Tubular Exchanger Manufacturers Association*” (TEMA) tem classificado os tipos de arranjos mecânicos dos trocadores de calor de casco e tubo.

O tipo de trocador casco e tubo escolhido é o TEMA X (Apêndice B) que é usado normalmente para vapores condensando-se a baixas pressões, este tipo de trocador tem, no lado do casco, o escoamento cruzando o feixe dos tubos e não tem chicanas.

A disposição do feixe de tubos é de grande importância no desenho termo-hidráulico do trocador de calor. Existem três tipos de formações dos tubos empregados em trocadores de calor casco e tubo, i.e triangular equilátera (60°), quadrada (90°) e quadrada escalonada (45°). O arranjo triangular permite uma melhor robustez e melhor acomodação do feixe de tubos no casco (*HEWITT, 1994*), enquanto o arranjo quadrado simplifica algumas operações de limpeza e manutenção pela geometria apresentada. No projeto, adotamos o arranjo triangular, como é

mostrado na Figura 4.6. Uma boa prática para a disposição dos tubos requer um passo mínimo de 1,25 vezes o diâmetro externo do tubo (HEWITT, 1994).



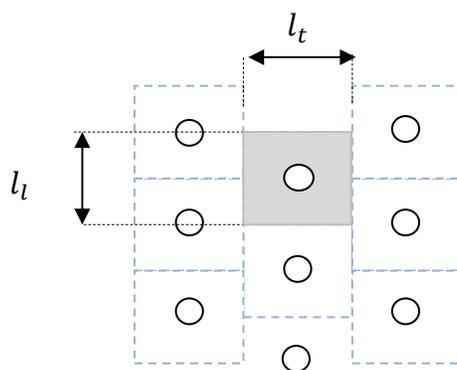
**Figura 4.6.** Arranjo triangular dos tubos no condensador

Onde:

$l_t = 1.25D_{oc}$  é o espaçamento transversal entre os tubos e  $l_l = 0.866l_t$ , é o espaçamento longitudinal. O diâmetro do casco do trocador pode ser aproximado por:

$$D_{cc} \approx \sqrt{\frac{4N_c A_i}{\pi}} + D_{oc} \quad (53)$$

Onde  $A_i$  mostrado na Figura 4.7 é a área de ação individual de cada tubo é dado por  $A_i = l_t l_l$



**Figura 4.7.** Área de ação individual de cada tubo do condensador

Finalmente temos que a área total de transferência de calor no lado exterior aos tubos será definida pela seguinte expressão:

$$A_c = \pi D_{oc} L_c N_c$$

Onde  $D_{oc}$  é o diâmetro externo do condensador,  $L_c$  é o comprimento do tubo do condensador e  $N_c$  é o número de tubos.

#### 4.4 Evaporador

É o componente, em uma bomba de calor, encarregado de evaporar o líquido refrigerante retirando calor do espaço a ser resfriado e transmitindo para o refrigerante.

Quanto a seu sistema de alimentação, os evaporadores podem ser classificados em evaporadores secos e inundados. Nos evaporadores secos, ou de expansão direta, o refrigerante entra no evaporador através de uma válvula de expansão, geralmente do tipo termostática, sendo gradualmente vaporizado e superaquecido ao ganhar calor em seu escoamento pelo interior dos tubos. Estes evaporadores são bastante utilizados com fluidos frigoríficos halogenados, especialmente em instalações de capacidades não muito elevadas. (DE CASTRO). A maioria dos

evaporadores utilizados em refrigeração, ar condicionado e bombas de calor são do tipo de expansão direta . (*STOECKER et al, 1985*).

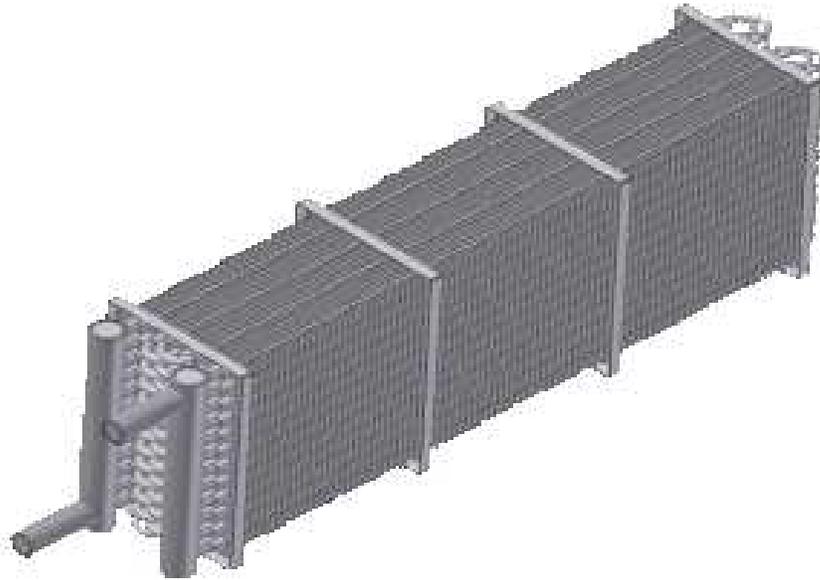
Nos evaporadores inundados, o líquido, após ser admitido por uma válvula de expansão do tipo bóia, escoar através dos tubos da serpentina, removendo calor do meio a ser resfriado. Ao receber calor no evaporador, uma parte do refrigerante evapora, formando uma mistura de líquido e vapor, a qual, ao sair do evaporador, é conduzida até um separador de líquido. Estes evaporadores são muito usados em sistemas frigoríficos que utilizam amônia como refrigerante, porém seu emprego é limitado em sistemas com refrigerantes halogenados devido à dificuldade de se promover o retorno do óleo ao cárter do compressor. Exigem grandes quantidades de refrigerante e também possuem um maior custo inicial (*DE CASTRO*).

#### **4.4.1 Comportamento típico do evaporador.**

O refrigerante entra no evaporador em estado saturado, geralmente a um título de vapor aproximado de 10% (*KAKAÇ, 1991*). A fase líquida do refrigerante é vaporizada conforme ele flui através dos tubos do trocador. Em alguns evaporadores o refrigerante sai como vapor saturado (evaporadores de tipo inundado), em outros casos, e geralmente, o refrigerante é superaquecido antes da saída (evaporadores de expansão direta). O vapor superaquecido na saída prevê deterioração precoce do compressor e garante o máximo efeito do refrigerante.

#### **4.4.2 Evaporador do projeto.**

Neste projeto adotamos um evaporador de expansão direta do tipo evaporador de serpentinas com tubos aletados de placas planas contínuas, no qual o refrigerante escoar por dentro dos tubos e o ar escoar pelo lado de fora. Devido à necessidade de controlar o superaquecimento na saída do evaporador, faz-se necessário o uso de uma válvula de expansão termostática. O evaporador é representado na Figura 4.8.



**Figura 4.8.** *Evaporador típico de tubos aletados de placas planas contínuas*

Da mesma forma que no condensador, adotamos o método da efetividade para o cálculo de troca de calor Eq. (39), (40) e (41).

Para o cálculo do coeficiente de transferência de calor entre o refrigerante e o ar foi utilizada a correlação proposta por *KANDLIKAR (1990)*, que considera vaporização nucleada, de convecção e estratificada, isto é:

$$\frac{\alpha_{lv}}{\alpha_l} = C_1(C_0)^{C_2}(25F_{rl})^{C_5} + C_3(Bo)^{C_4}F_{fl} \quad (54)$$

Onde se  $C_0 < 0,65$  então:

$$C_1 = 1,1360 \quad C_4 = 0,7$$

$$C_2 = -0,9 \quad C_5 = 0,3$$

$$C_3 = 667,2$$

E se  $C_0 > 0,65$  então:

$$C_1 = 0,6683 \quad C_4 = 0,7$$

$$C_2 = -0,2 \quad C_5 = 0,3$$

$$C_3 = 1058$$

Separar o procedimento anterior nas duas regiões resulta numa descontinuidade em  $C_0 = 0,65$ . Esta descontinuidade é eliminada permitindo a transição de uma região para outra, na interseção das correlações respectivas (KANDLIKAR, 1990), este fenômeno também foi testado por SHAH *et al.* (1985)

O número de ebulição e o número de Froude e a convecção  $C_0$  podem ser calculados como:

$$Bo = \frac{q''}{Gh_{lg}} \quad (55)$$

$$F_{rl} = \frac{G^2}{\rho_l^2 g D_{ie}} \quad (56)$$

$$C_0 = \left(\frac{1-x}{x}\right)^{0,8} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l}\right)^{0,5} \quad (57)$$

O coeficiente convectivo do refrigerante é função do título  $x$  que varia ao longo do comprimento do tubo. KAKAÇ e SADIK (1991) propõem uma excelente aproximação do coeficiente convectivo médio utilizando um título médio  $x = 0,5$ , sem a necessidade de subdividir

o comprimento do tubo em seções para atualizar o título em cada seção. Neste trabalho foi utilizado critério de usar o título médio para calcular o coeficiente convectivo médio.

E finalmente o  $\alpha_l$  é o coeficiente de transferência de calor somente de líquido baseado na equação de Dittus-Boelter

$$\alpha_l = 0,023 \left( \frac{G(1-x)D_{ie}}{\mu_l} \right)^{0,8} \frac{P_{rl}^{0,4} k_l}{D_{ie}} \quad (58)$$

Os possíveis efeitos da estratificação do fluxo horizontal são tomados em conta pelo número de Froude e os coeficientes de  $C_1$  a  $C_5$  foram especificados na equação (54).

Neste projeto o fluido refrigerante absorve calor do ar atmosférico. Em dias mais frios, justamente quando é necessária mais potência para elevar a temperatura da água, a temperatura do ar está mais próxima da do refrigerante, necessitando de um trocador de calor de maior área ou eficácia. Contrariamente a isto, em dias quentes a potência requerida diminui precisando de um trocador menor. Por esta razão o trocador deve ser projetado para operar em condições médias que tenham alcance para os limites de temperaturas altas e baixas. No caso este trocador será dimensionado após o processo de otimização, no capítulo 5.

O aproveitamento do ar resfriado não faz parte do projeto, portanto não projetamos uma carcaça ou casco para o evaporador, apenas os tubos intensamente aletados. Utilizaremos, contudo, um modelo de aletas externas de placas contínuas. A densidade das aletas para aletas de placas planas contínuas varia desde 250 a 800 aletas/m.

No cálculo do fator de Colburn  $j$ , empregado para o cálculo do coeficiente de transferência de calor do lado do ar do evaporador, utilizou-se a equação proposta por *Gray e Webb* (KAKAÇ e SADIK, 1991).

$$j = 0,14 Re_{max}^{-0,328} \left( \frac{S_t}{S_l} \right)^{-0,502} \left( \frac{S}{D_{oe}} \right)^{0,0312} \quad (59)$$

Onde  $S_t$  = espaçamento transversal entre tubos;  $S_l$  = espaçamento longitudinal entre tubos;  $s$  = espaçamento entre duas aletas.

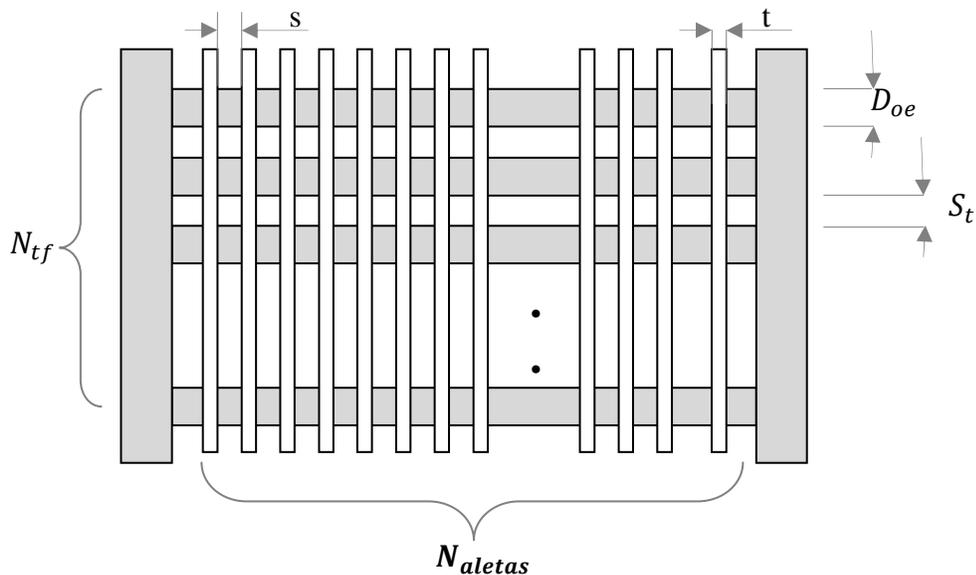
$$Re_{max} = \frac{G_{ar} D_{oe}}{\mu_{ar}} \quad (60)$$

O  $Re_{max}$  é calculado utilizando-se a velocidade mássica  $G_{ar} \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{s}} \right)$  isto é, o fluxo mássico dividido pela mínima área de passagem do fluxo.

$$G_{ar} = \frac{\dot{m}_{ar}}{A_{ps}} \quad (61)$$

A área de passagem é a área lateral livre por onde passa o fluxo cruzado de ar, impulsionado por um ventilador, e pode ser aproximada pela seguinte expressão, cujos termos são definidos na Figura 4.9.

$$A_{ps} = (N_{aletas} - 1)(N_{tf} - 1)(S_t - D_{oe})(s - t) \quad (61)$$



**Figura 4.9.** Vista lateral do evaporador do projeto

Logo, o coeficiente de troca de calor do lado do ar pode ser calculado a partir do fator  $j$ :

$$j = StPr^{2/3} = \frac{\alpha_{ar}}{\rho V_{ar} C_p} Pr^{2/3}$$
$$\alpha_{ar} = \frac{j \rho_{ar} V_{ar} C_{par}}{Pr_{ar}^{2/3}} \quad (62)$$

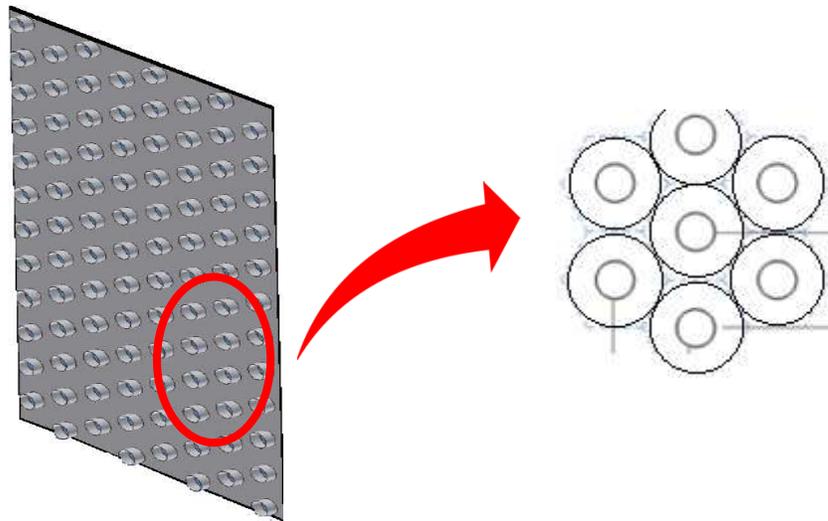
### ***Eficiência da aleta***

A aleta plana de placa contínua pode ser aproximada como uma aleta circular para cada tubo. A análise do comportamento térmico deste tipo de aletas se torna complexa por ser de área de seção transversal não uniforme (*INCROPERA et al, 2007*). Estas aletas têm solução exata através das funções de Bessel modificada de ordem zero. Sem embargo *ROHSENOW et al. (1998)* propõe outra aproximação através do método do setor o qual será apresentado para fins do presente trabalho.

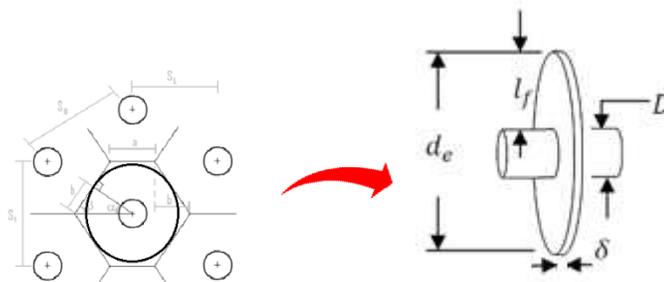
### ***Aletas planas de placas contínuas usadas no evaporador***

As aletas de placas contínuas são folhas de metal, geralmente alumínio, que tem orifícios convenientemente alinhados pelos quais atravessa o feixe de tubos do trocador, onde cada tubo tem um setor de ação sobre a placa. Cada setor é uma aleta hexagonal ou retangular dependendo do arranjo dos tubos. (Figura 4.10 e Figura 4.11). A eficiência para aletas planas e contínuas é obtida através do método do setor (*SHAH et al. 1985*). Neste método, a placa plana continua atravessada pelos tubos é dividida em  $N$  setores devido à existência  $N$  tubos. Cada setor é considerado como uma aleta circular  $r_e$  igual ao comprimento da linha central do setor (Figura

11), conseqüentemente a eficiência das aletas é calculada usando a fórmula da aleta circular (ROHSENOW *et al.* 1998).



**Figura 4.10.** Formação de setores da aleta de placa contínua



**Figura 4.11.** Setor equivalente da aleta

$$\eta_o = 1 - \frac{N_a A_a}{A} (1 - \eta_a) \quad (63)$$

$$\eta_a = \begin{cases} a(m\ell_e)^{-b} & \text{para } \Phi > 0,6 + 2,257(r^*)^{-0,445} \\ \frac{\tanh \Phi}{\Phi} & \text{para } \Phi \leq 0,6 + 2,257(r^*)^{-0,445} \end{cases} \quad (64)$$

Onde:  $a = (r^*)^{-0,246}$  ;  $\Phi = m\ell_e(r^*)^n$  ;  $n = \exp(0,13m\ell_e - 1,3863)$

$$b = \begin{cases} 0,9107 + 0,0893r^* & \text{para } r^* \leq 2 \\ 0,9706 + 0,17125 \ln r^* & \text{para } r^* > 2 \end{cases}$$

$$m = \left( \frac{2\alpha_{ar}}{k_f \delta} \right)^{1/2} \quad \ell_e = \ell_f + \frac{\delta}{2} \quad r^* = \frac{d_e}{D_{oe}}$$

Finalmente o coeficiente global de troca de calor do evaporador baseado na área externa dos tubos é dado por:

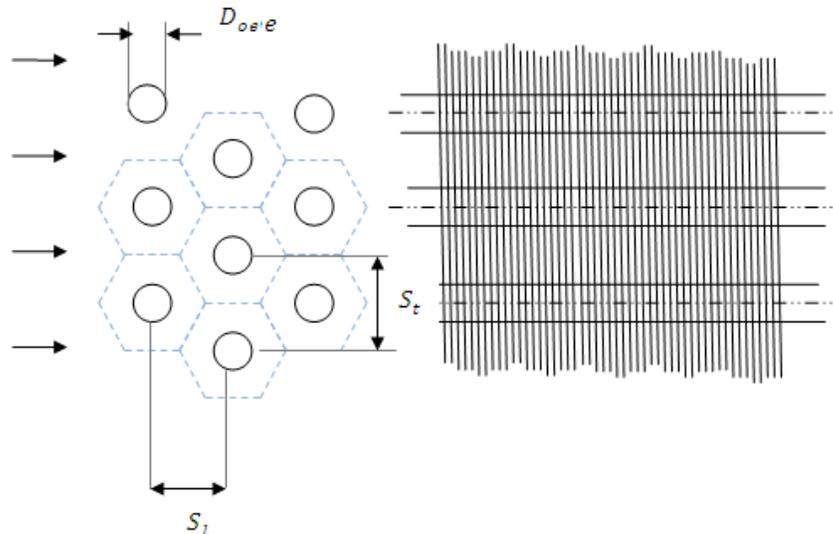
$$Ue_o = \left[ \frac{D_{oe}}{D_{ie}\alpha_l} + \frac{D_{oe}}{D_{ie}} Ri_e + \frac{D_{oe}}{k_e} \ln \left( \frac{D_{oe}}{D_{ie}} \right) + Ro_e + \frac{1}{\eta_o \alpha_{ar}} \right]^{-1} \quad (52)$$

#### 4.4.2.1 Características mecânicas básicas do evaporador

Do mesmo modo que no condensador, as características mecânicas do trocador influenciam no desempenho térmico. O tipo de evaporador escolhido consiste em um trocador de tubos (serpentina) aletados com placas planas contínuas, mostradas na Figura 4.12, com o ar fluindo sobre a superfície externa aos tubos. Este tipo de evaporador é usado para diversas aplicações e

tem uma ampla gama de dimensões e características para uma mesma aplicação. As dimensões e algumas características do trocador serão escolhidas após serem otimizadas no capítulo 5.

A configuração e disposição dos tubos são mostradas na seguinte Figura 4.12:

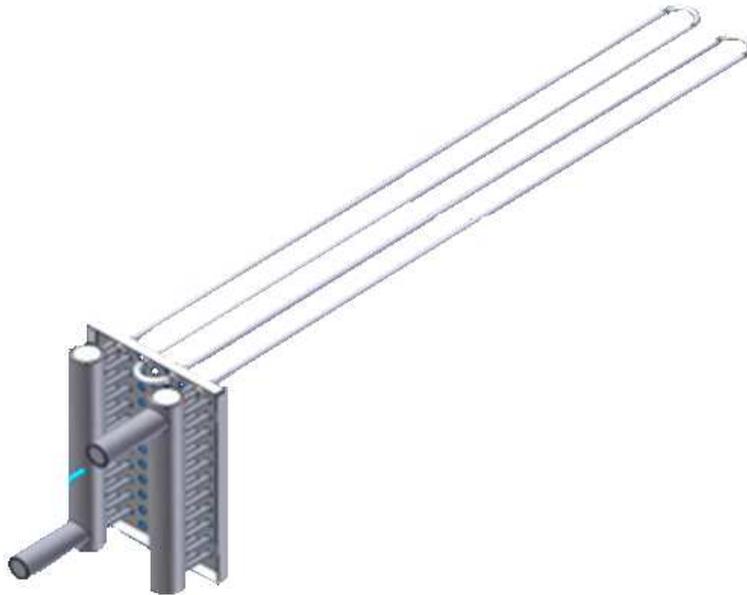


**Figura 4.12.** Configuração geométrica do evaporador

O espaçamento ou passo transversal  $S_t$  é definido por  $S_t = mD_{oe}$ , medidos entre os centros dos tubos onde, por geometria, o espaçamento longitudinal é  $S_l = S_t \cos 60$ , o fator de espaçamento  $m$  é uma constante do feixe de tubos arranjados alternadamente em forma triangular equilátero. (INCROPERA *et al*, 2007). A constante  $m$  é adimensional e encontra-se tabulada nos diversos textos de transferência de calor para os diferentes números de Nusselt e alinhamentos dos tubos. O  $m$  varia entre 1,25 a 3,5, sendo um fator importantíssimo no cálculo do coeficiente de transferência de calor no lado do ar, em razão que define a magnitude da esteira turbulenta das primeiras camadas de tubos. Por isso este coeficiente será uma das variáveis na otimização termo-econômica apresentada no capítulo 5.

A maioria dos estudos feitos acerca da transferência de calor no lado do ar em trocadores de calor de serpentinas com aletas planas contínuas foram para trocadores de 4 fileiras (four-row

heat exchanger) McQuinston (1971), Tree (1971), Reech (1973-1975), Kays e Lomdom (1984). Adotamos este tipo de configuração para o projeto (Figura 4.13).



**Figura 4.13.** Trocador de calor de 4 fileiras (4- row Hea)

Devido à baixa condutividade térmica do ar, ele será impulsionado por um ventilador e estará no lado externo do evaporador intensamente aletado. O ventilador incrementa a pressão de ingresso do ar através das aletas para superar a queda de pressão no evaporador. As curvas de desempenho do ventilador são usualmente expressas em termos de variação de pressão  $\Delta P_f$ , e a taxa de fluxo de ar passando pelo ventilador  $\dot{V}_{ar}$ .

Devido à taxa de fluxo de ar ser uma função da queda de pressão, a potência de consumo do ventilador está dada por:

$$W_f = c_1 \Delta P_f^2 + c_2 \Delta P_f + c_3 \quad (53)$$

Os valores das constantes  $c_1$  a  $c_3$  para um ventilador centrífugo podem ser obtidas diretamente do fabricante para uma determinada taxa de fluxo de ar (SANAYE, *et al*, 2004)

A queda de pressão sobre um trocador de calor compacto de tubos aletados é expressa por KAYS E LONDON, (1964).

$$\Delta P_f = \frac{G^2 v_i}{2} \left\{ (1 + \sigma^2) \left[ \frac{v_o}{v_i} - 1 \right] + f \frac{A_e}{A_{ff}} \frac{v_m}{v_i} \right\} \quad (54)$$

Onde as variáveis são:

$G$ , a velocidade mássica

$$G = \frac{\dot{m}_{ar}}{A_{ff}} = \frac{\rho_{ar} V_{ar}}{\sigma A_{fr}} \quad (55)$$

$\sigma$ , relação de área de passagem livre  $A_{ff}$  e a área frontal  $A_{fr}$

$$\sigma = \frac{A_{ff}}{A_{fr}} \quad (56)$$

$f$ , é o coeficiente de atrito expresso por (SANAYE, *et al*, 2004)

$$f = 0.1243 Re^{-0.2059} \quad (57)$$

$v_i, v_o, v_m$  são os volumes específicos na entrada, na saída e a média aritmética dos outros dois anteriores.

$$v_m \cong \frac{v_i + v_o}{2} \quad (58)$$

Finalmente temos que a área de troca de calor externa aos tubos do evaporador é aproximada por:

$$A_e \approx \pi D_{oe} N_e L_e + N_{aletas} N_e A_{eq} - \pi D_{oe} t N_{aletas} N_e \quad (59)$$

Onde  $L_e$  é o comprimento do tubo do evaporador,  $N_e$  é o número de tubos do evaporador,  $A_{eq}$  é a área equivalente de cada aleta hexagonal obtida através do método do setor (*Shah 1985*), e  $N_{aletas}$  é o número de aletas do evaporador.

#### 4.5 Características e condições do projeto

Adotamos a bomba de calor como sistema predial de aquecimento de água central coletivo. A bomba de calor em estudo será aplicada no aquecimento de água de chuveiro para prédios residenciais projetados para a cidade de Campinas SP, onde a temperatura oscila entre 5 °C e 34 °C ao longo do ano (*Cepagri Unicamp*). Para o desenvolvimento deste projeto, adotamos as seguintes premissas: consideramos um prédio de 10 andares com 4 apartamentos por andar e 4 pessoas em média por apartamento, totalizando 160 pessoas que tomam banho na média durante uns 6 a 8 minutos a uma vazão de 4,5 lt/s, sendo a temperatura de banho igual a 34 °C (*ILHA, 1991*).

Para se ter uma idéia da ordem de grandeza da capacidade de aquecimento necessária, se inicia um cálculo simplificado para condições de contorno médias para as quais o equipamento deve operar propriamente, e atingir a temperatura de água desejada. Para fins deste trabalho iremos supor a existência de um reservatório que irá armazenar a água aquecida.

*FLORA (2009)* estimou a oscilação da temperatura da água quente no reservatório, em base ao consumo médio diário, de água utilizada para banho na região sudeste. Através de um balanço térmico, com variação de temperatura do meio ambiente, e as vazões de água quente, fria e de retorno foi determinada dita temperatura do reservatório. Este parâmetro foi utilizado no controle da velocidade de rotação do compressor da bomba de calor estudada por ele, concluindo que a distribuição do gasto de energia ao longo do dia permite ao sistema elétrico maior

homogeneidade no consumo de energia, evitando sobrecarga nas horas de maior demanda, considerando que a energia elétrica utilizada para aquecimento de água para banho, mostra-se como um dos maiores picos de consumo concentrado.

O reservatório é um elemento fundamental neste tipo de projetos, uma vez que ele determina a inércia térmica do sistema em conjunto (*FLORA, 2008*). Se o tanque for muito grande, ele terá altas perdas de calor com o meio ambiente, em tanto se for muito pequeno, implicará na necessidade de os componentes da bomba de calor sejam maiores, causando um maior gasto de investimento e operação no projeto todo. Para fins de este trabalho é adotado um reservatório de 5000 litros que foi projetado por *FLORA (2008)*, já que permite uma razoável inércia térmica e não implica em grandes perdas de calor.

*FLORA (2009)* determinou a evolução da temperatura no reservatório e nos circuitos em base ao gasto de água quente durante um dia. Para tal fim, usou a primeira lei da termodinâmica:

$$\rho V c \frac{dT_{reserv}}{dt} = \dot{m}_q c (T_{amb} - T_{reserv}) + \dot{m}_b c (T_{ret} - T_{reserv}) + \dot{Q}_c - \dot{Q}_{perdas}$$

Onde  $\rho$  é a densidade da água,  $V$  é o volume do tanque de armazenamento da água,  $c$  é o calor específico da água,  $\dot{m}_q$  é a massa de água quente a ser distribuída,  $\dot{m}_b$  é a massa de água que volta para o reservatório após circulação,  $T_{ret}$  é a temperatura da água retornando ao reservatório,  $\dot{Q}_c$  é o calor fornecido pelo condensador,  $\dot{Q}_{perdas}$  é o calor perdido no sistema geral. Flora estimou as vazões da água de retorno e de reabastecimento, baseado na curva de consumo elétrico do chuveiro na região sudeste. A evolução da temperatura estimada é apresentada no capítulo 5.

O compressor irá trabalhar 18 horas entre as 5 e as 23hrs quando a demanda de consumo de água quente é maior, contribuindo para evitar ruídos molestos aos moradores durante a madrugada.

Para isto começamos calculando a demanda diária total de água de banho, em que cada pessoa gasta aproximadamente em média 8 minutos (*ILHA, 1991*).

$$Demanda\ individual = 4.5 \frac{kg}{min} \times 8min = 36 \frac{kg\ de\ agua}{pessoa.\ d\acute{a}}$$

$$Demanda\ total = 160\ pessoas \times 36 \frac{kg\ de\ agua}{pessoa} = 5760 \frac{kg\ de\ agua}{d\acute{a}}$$

Tendo este resultado pode-se calcular a energia térmica necessária,

$$Q = C_p m \Delta T \quad (60)$$

Onde  $m$  neste caso é a demanda total de água utilizada para banho e a água deve ser aquecida desde uma temperatura de 20°C.

$$Q \cong 4180 \times 5760 \times (55 - 20)$$

$$Q \approx 843MJ$$

Finalmente a potência requerida é a energia térmica dividida pelo tempo de funcionamento do equipamento.

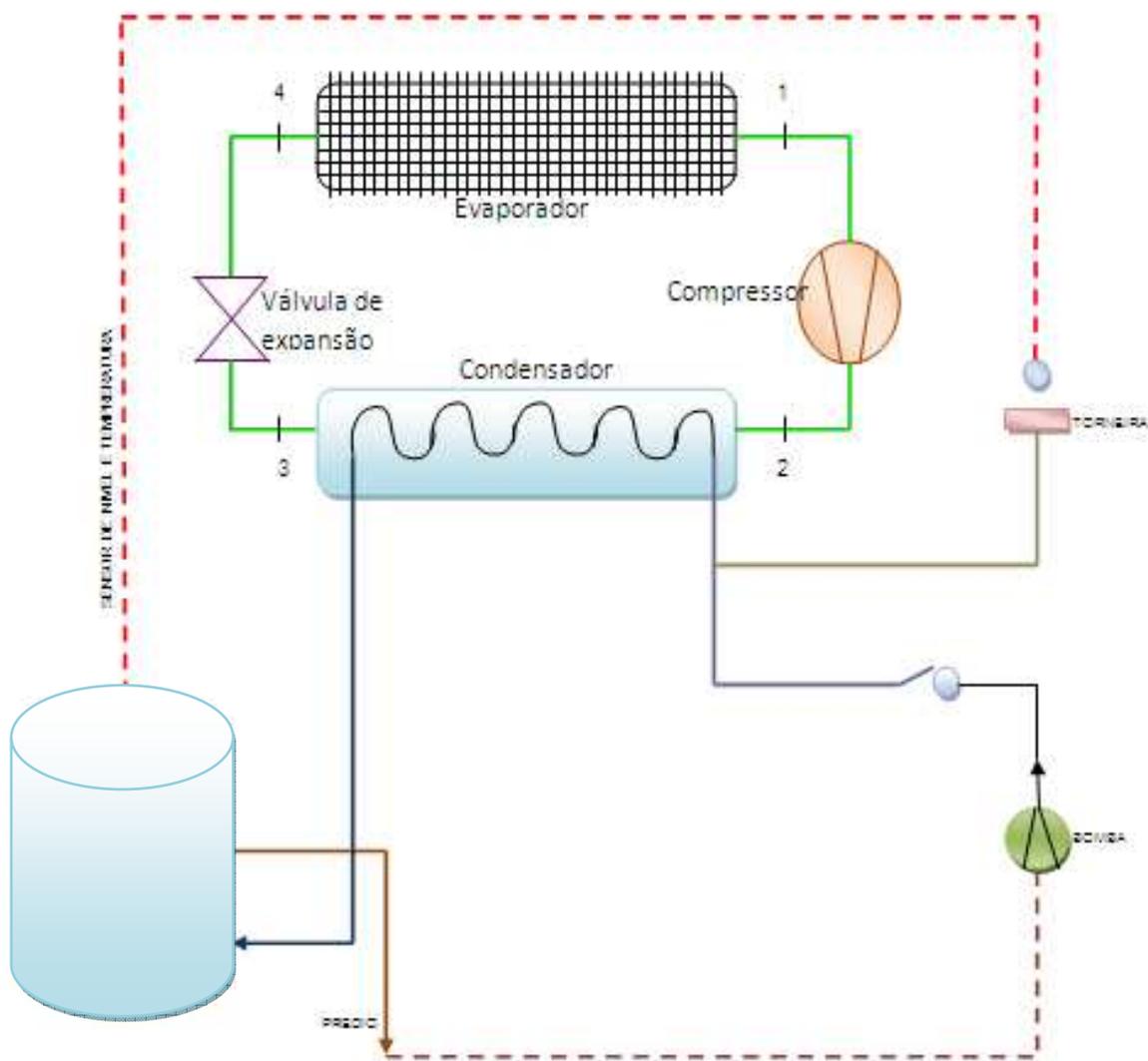
$$\dot{Q} \cong \frac{843MJ}{18hrs \times 3600} \cong 13005W$$

Considerando um 10% para perdas de calor no sistema, a capacidade de aquecimento no condensador da bomba de calor é:

$$Q_{projeto} \approx 14300W$$

Finalmente diremos que o calor trocado entre o fluido refrigerante e a água será de 14,3kW a bomba de calor será projetada para atender esta demanda térmica ao longo do ano em diversas condições ambientais para a cidade de Campinas.

Na Figura 4.14 é apresentado um esquema do conjunto bomba de calor e reservatório, sendo de interesse para este trabalho, apenas a bomba de calor.



**Figura 4.14.** Esquema da bomba de calor e distribuição de água aquecida

## 5 FORMULAÇÃO PROPOSTA, METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DA OTIMIZAÇÃO E MODELAMENTO MATEMÁTICO DA BOMBA DE CALOR

### 5.1 Introdução

O modelo aqui apresentado pretende reproduzir o funcionamento do sistema, de modo a aumentar sua eficiência e poder detectar algumas das características de funcionamento dos componentes e sua repercussão no sistema geral da bomba de calor, no projeto térmico e geométrico para uma demanda estabelecida através da formulação de um problema de otimização não linear.

Posteriormente, aborda-se a modelagem do sistema para as distintas condições ambientais nas quais deve operar a bomba de calor. Devido à existência de várias alternativas de desenho que possam satisfazer um fim particular, é necessário otimizar o projeto térmico, usualmente em termos de custos.

O projeto consiste em aplicar o método desenvolvido por *FIGUEIREDO (2002)* na modelagem do ciclo de refrigeração por compressão de vapor, em uma bomba de calor, após uma otimização termo-econômica do dimensionamento térmico e geométrico dos trocadores de calor, proposto nesta pesquisa, aplicando programação não linear com o uso do algoritmo de Programação Quadrática Sequencial, auxiliado pela ferramenta “*fmincon*” do ambiente Optimtool do MaLlab.

Na modelagem do sistema de refrigeração por compressão a vapor, Figueiredo usa o método de Substituição-Newton-Raphson usando diferentes representações de propriedades termodinâmicas do refrigerante R134a, e mostra que o método é uma ferramenta computacional eficiente para modelagem de muitos sistemas da engenharia que envolvem equacionamento não linear, especialmente em sistemas termodinâmicos.

## 5.2 Metodologia de resolução e resultados

O método proposto será resolvido usando a função *fmincon* do ambiente MatLab através do toolbox “optimtool”. A formulação proposta neste trabalho é aplicada para o sistema da bomba de calor para aquecimento de água de chuveiro para prédio residencial. É importante mencionar que a formulação proposta envolve uma otimização de variáveis do projeto térmico e geométrico dos trocadores de calor através da programação não linear das equações (1-32), que são as restrições do problema. Assim, é possível quantificar e qualificar os efeitos de cada variável e/o componente no sistema geral, identificando os efeitos que o beneficiam ou prejudicam quanto ao rendimento e custos para, finalmente, tomar decisões a respeito.

### 5.2.1 Método da Programação Quadrática Sequencial (SQP)

Um dos métodos mais recentes desenvolvidos para resolução de problemas não lineares com restrições é o método da Programação Quadrática Sequencial (SQP), o método mais difundido na busca por mínimos locais, sugerido, inicialmente, por Wilson, em 1963, e considerado por alguns autores como sendo o melhor para este tipo de problemas (*SINGIRESU, 1996*).

No contexto de otimização restrita, a ideia essencial do SQP é a obtenção de uma direção de busca resolvendo-se um subproblema quadrático com a função Objetivo Quadrática e as restrições lineares, constituindo uma generalização dos métodos quase Newton para minimização irrestrita (*RODRIGUES, 2009*). Segundo *BOGGS E TOLLE (1999)* a SPQ é uma extensão do método quase - Newton, o qual resolve mediante repetidas soluções de aproximação quadrática das condições de primeira ordem (KKT). Dito de outro modo, o problema inicial não linear com restrições é transformado em outro subproblema mais fácil, de resolução iterativa sem restrições. Para isto as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) apresentadas no capítulo três são necessárias e suficientes para uma solução global do problema. Em cada iteração uma

aproximação é feita para a matriz Hessiana da função Lagrangeana, para tal fim vai-se atualizando pelo método quase Newton, gerando, deste modo, um subproblema quadrático, obtendo, assim, uma nova iteração. Um problema de programação quadrática é um caso especial de programação não linear, onde a função objetivo é uma função quadrática e as restrições são lineares. A aproximação quadrática é baseada numa expansão da série de Taylor. O subproblema quadrático surge da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar} && q(d) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{H}_k \mathbf{d} + \nabla f(X_k)^T \mathbf{d} \\
 & && \\
 & \text{s. a} && \\
 & && \nabla h_i(X_k)^T \mathbf{d} + h_i(X_k) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (61) \\
 & && \nabla g_j(X_k)^T \mathbf{d} + g_j(X_k) \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}$$

A solução é a direção de procura  $\mathbf{d}$ , e  $\mathbf{H}_k$  é uma aproximação da matriz Hessiana da função Lagrangeana definida na equação (4). Note-se que no subproblema de otimização, as funções e suas derivadas são facilmente avaliadas, e nele estão incluídas todas as restrições do problema original. A solução do subproblema quadrático é então utilizada para formar uma nova iteração.

Aqui,  $k$  representa a iteração atual. Para a solução do subproblema quadrático (61),  $\mathbf{d}_k$ , um novo ponto  $X_{k+1}$  deve ser encontrado por meio de uma busca unidirecional, busca em linha (line search) (RODRIGUES, 2009).

$$X_{k+1} = X_k + \alpha \mathbf{d}_k \quad \alpha \in (0,1), \quad (62)$$

Tal que uma função de mérito tenha um valor mínimo nesse novo ponto. A função Lagrangeana é comumente usada como função de mérito. A função de mérito serve para medir o progresso do algoritmo e verificar se o ponto  $X_{k+1}$  é melhor que  $X_k$ . Enquanto a otimalidade não

for obtida, as aproximações  $\mathbf{H}_k$  para a matriz Hessiana são atualizadas segundo formula do BFGS (Broyden, Fletcher, Goldfarb e Shanno), como mencionado anteriormente. Por outro lado,  $\alpha$  representa o comprimento do passo e é determinado empregando métodos de busca unidimensional para diminuir a função de mérito; comumente é usado o método das repetidas divisões por dois (ARIAS, 2008), para calcular o  $\alpha$ .

O algoritmo do SQP surge da seguinte forma:

1. Para começar com a iteração em  $k = 0$ , os valores iniciais  $x_0$  e dos multiplicadores  $\sigma_0$  e  $\mu_0$  são dados, da mesma forma, assume-se que  $\mathbf{H}(x_0) = \mathbf{I}$ .
2. Para a iteração  $k = k + 1$ , tem-se que:
  - a) Calcular os gradientes  $\nabla f(x_k), \nabla h(x_k), \nabla g(x_k)$ , e a Hessiana  $\mathbf{H}(x_k)$ .
  - b) Dar solução ao problema quadrático (QP).  
Encontrar o vetor de direção de procura  $\mathbf{d}$  e os vetores dos multiplicadores de Lagrange do problema quadrático, baseando-se nas condições de otimalidade deste.
  - c) Determinar o comprimento do passo  $\alpha_k$ , através de um método de procura unidimensional que gere uma redução significativa na função mérito.
  - d) Atualizar a aproximação  $x_{k+1}$ .
  - e) Verificar a convergência.

### 5.2.2 Implementação do método SQP em ambiente Matlab

A implementação SQP consiste em três estágios principais (RODRIGUES, 2009):

- Atualização da Matriz Hessiana
- Solução do problema quadrático e nova direção de busca
- Função de mérito

A cada iteração uma aproximação positiva e definida da Hessiana, da função de Lagrange é obtida através do método BFGS (Broyden, Fletcher, Goldfarb e Shanno), (VENKATARAMAN, 2002). O método BFGS converge à matriz Hessiana, e por isso é considerado uma excelente substituição da Matriz Hessiana (POWELL 1977).

A matriz Hessiana  $H$  é representada por (MATHWORKS,2011):

$$H_{k+1} = H_k + \frac{q_k q_k^T}{q_k^T y} - \frac{H_k^T H_k}{y^T H_k y} \quad (63)$$

Onde  $y = X_{k+1} - X_k$ , e

$$\begin{aligned} q_k = & \nabla f(X_{k+1}) + \sum_{i=1}^m \sigma_i \nabla h_i(X_{k+1}) + \sum_{i=1}^n \mu_i \nabla g_i(X_{k+1}) \\ & - \nabla f(X_k) - \sum_{i=1}^m \sigma_i \nabla h_i(X_k) - \sum_{i=1}^n \mu_i \nabla g_i(X_k) \end{aligned} \quad (62)$$

A matriz Hessiana será positiva e definida mantendo o produto  $q_k^T y$  sempre positivo, quando não for assim  $q_k$  será modificado, elemento a elemento, de modo a contribuir para que se tenha  $q_k^T y > 0$ . Para ser possível esta modificação é preciso adicionar um vetor  $\mathbf{v}$  multiplicado por um vetor  $\mathbf{w}$ , isto é:

$$q_k = q_k + \mathbf{v}\mathbf{w}$$

Sendo que se

$$(q_k)_i \mathbf{w} < 0$$

$$\mathbf{v}_i = \nabla g_i(X_{k+1}) \cdot g_i(X_{k+1}) - \nabla g_i(X_k) \cdot g_i(X_k)$$

E se

$$(q_k)_i \cdot y_i < 0$$

$$v_i = 0$$

E  $w$  é incrementado sistematicamente até  $q_k^T y > 0$  (seja positivo)

### 5.2.2.1 Solução do problema da programação quadrática

A cada iteração do método SQP é resolvido um problema QP na forma:

*minimizar*

$$q(d) = \frac{1}{2} d^T H d + c^T d$$

*s. a*

$$A_i d = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_e \quad (63)$$

$$A_i d \leq b_i, \quad i = m_e + 1, \dots, m$$

O método usado no “Toolbox” do MatLab é uma estratégia de conjunto ativo, conhecido como o método da projeção, que foi modificado para a Programação Linear (LP) e Programação Quadrática (QP).

O procedimento de solução envolve duas fases, a primeira consiste em calcular um ponto factível (se existir); a segunda fase consiste na geração de uma sequência iterativa de pontos factíveis que convergem para a solução (*MATHWORKS, 2011*).

A solução obtida mediante este método da projeção é a direção de busca  $\mathbf{d}$ , e é utilizada na determinação do novo vetor solução (ARIAS, 2008). O comprimento de passo  $\alpha$  é determinado assim:

$$\alpha = \min \left\{ \frac{-(A_i X_k - b_i)}{A_i d_k} \right\} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (64)$$

E é calculado de forma proporcional a um decréscimo substancial na função de mérito, com  $A_i > 0$ .

A função de mérito usado pelo MatLab é : (MATHWORKS ,2011):

$$\psi(X) = f(X) + \sum_{i=1}^{m_e} r_i g_i(X) + \sum_{i=m_e+1}^m r_i \max [0, g(X)] \quad (65)$$

Onde  $r$  é um parâmetro de penalidade recomendado por POWELL (1978).

$$r_i = (r_{k+1})_i = \max \left\{ \lambda_i, \frac{1}{2} ((r_k)_i + \lambda_i) \right\} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (66)$$

Isto permite uma contribuição positiva das restrições que estão inativas na solução do QP, que recentemente é ativada; a penalidade  $\mathbf{r}$  inicialmente assume-se:

$$r_i = \frac{\|\nabla f(X)\|}{\|\nabla g_i(X)\|} \quad (67)$$

### 5.2.2.2 Função “fmincon” do Matlab

O “Toolbox” do MatLab proporciona, entre outras, uma função denominada “**fmincon**” que encontra o mínimo restrito de uma função escalar de um conjunto de variáveis, a partir de uma estimativa inicial. Isto é, geralmente associado à otimização não linear restrita ou programação não linear, e propõe a seguinte formulação (*MATHWORKS,2011*):

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & c(x) \leq 0 \\ & c_{eq}(x) = 0 \\ & Ax \leq b \\ & A_{eq}x = b_{eq} \\ & lb \leq x \leq ub \end{aligned} \tag{68}$$

Onde  $x$ ,  $b$ ,  $b_{eq}$ ,  $lb$ ,  $ub$  são vetores,  $A$  e  $A_{eq}$  são matrizes. O vetor  $x$  representa as variáveis de decisão do projeto a ser otimizado,  $c(x)$  e  $c_{eq}(x)$  são funções que retornam vetores e representam as funções de restrições não lineares de desigualdade e igualdade,  $Ax \leq b$  e  $A_{eq}x = b_{eq}$  são as funções de restrições lineares de desigualdade e igualdade, respectivamente, e  $f(x)$  é a função objetivo que retorna num escalar com a função ótima minimizada.

A sintaxe da formulação da função **fmincon** no programa MatLab é dado por :

```
>>[ x, fval, exitflag, output, lambda, grad, hessian ]=fmincon ( fun, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, nonlcon, options, P1, P2, ...)
```

As seguintes tabelas mostram em resumo os argumentos de entrada e saída respectivamente.

**Tabela 5.1.** Argumentos de entrada do *fmincon*

Argumentos de Entrada	Descrição
<i>A, b</i>	São os coeficientes das restrições lineares de desigualdade $Ax \leq b$ , onde $A$ é matriz e $b$ é um vetor
<i>Aeq, beq</i>	São os coeficientes das restrições lineares de igualdade $A_{eq}x = b_{eq}$ , onde $A_{eq}$ é matriz e $b_{eq}$ é um vetor.
<i>fun</i>	É um arquivo que contém a função objetivo $f(x)$ e devolve um escalar que representa o valor da solução ótima do $x$ .
<i>lb, ub</i>	São vetores que representam os limites superiores e inferiores, respectivamente, das variáveis independentes $x$ . E $lb \leq x \leq ub$ , normalmente tem as mesmas dimensões de $x$ .
<i>nonlcon</i>	É a função que contém $c(x)$ e $c_{eq}(x)$ e definem as restrições não lineares de desigualdade e igualdade, respectivamente, e retorna os valores dos respectivos vetores
<i>options</i>	A estrutura das opções define parâmetros usados pela função de otimização. O programa apresenta valores predeterminados que ficam ao critério do programador, por exemplo, a tolerância pretendida para critério de parada para o valor da função objetivo. Temos: <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Tolfun</b> critério de parada relativo ao valor da função objetivo.</li> <li>• <b>Tolcon</b> critério de parada relativo à tolerância das restrições.</li> <li>• <b>TolX</b> critério de parada relativo à tolerância dos valores de <math>x</math>.</li> </ul>
<i>P1, P2</i>	Argumentos adicionais para determinadas <i>funções</i> .

**Tabela 5.1.** Argumentos de saída do *fmincon*

Argumentos de Saída	Descrição
<i>x</i>	É o vetor solução das variáveis, independentes da solução no ponto ótimo
<i>fval</i>	Corresponde ao valor da função no ponto ótimo.
<i>exitflag</i>	É uma condição de saída, então temos que se: <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>exitflag</i>&gt;0, (se for positiva) quer dizer que a função convergiu para a solução de <i>x</i> .</li> <li>• <i>exitflag</i>=0, (se for nulo) quer dizer que o número máximo de iterações foi atingido.</li> <li>• <i>exitflag</i>&lt;0, (negativo) quer dizer que a função não convergiu</li> </ul>
<i>output</i>	Contém informação relativa aos resultados da otimização, como número de iterações efetuadas ao número de avaliações da função objetivo e o algoritmo usado.
<i>lambda</i>	É uma estrutura contendo os multiplicadores de Lagrange da solução <i>x</i> no ponto ótimo.
<i>grad</i>	Devolve o valor do Gradiente da função objetivo na solução <i>x</i> ótimo.
<i>hessian</i>	Devolve o valor da Hessiana da função objetivo na solução <i>x</i> ótimo.

Assim, para solucionar o problema de desenho, abordado neste trabalho, deve-se adequar a formulação do problema à estrutura da função *fmincon* que foi apresentada.

### 5.2.3 Resolução do problema de otimização

Antes de iniciar o algoritmo proposto neste trabalho, determinamos e definimos, primeiramente, aquelas variáveis que serão otimizadas em relação à função objetivo em termos econômicos, os quais atuarão como nosso avaliador de vantagem ou desvantagem quanto às características térmicas e econômicas da bomba de calor. Nesta parte são apresentadas algumas especificações técnicas.

### 5.2.3.1 Definição de variáveis do projeto.

O modelo matemático a otimizar compreende um conjunto de variáveis primais ou principais, sendo que os demais parâmetros do sistema da bomba de calor estão em função da combinação destas variáveis que serão otimizadas (Tabela 5.2).

**Tabela 5.2.** Variáveis do projeto

$T_1$	$x_1$	Temperatura de evaporação
$v_1$	$x_2$	Volume específico na saída do evaporador e entrada no compressor
$T_2$	$x_3$	Temperatura de saída do compressor (superaquecimento)
$v_2$	$x_4$	Volume específico na saída do compressor e entrada no condensador
$T_2^*$	$x_5$	Temperatura isentrópica na saída do compressor
$v_2^*$	$x_6$	Volume isentrópico na saída do compressor
$T_3$	$x_7$	Temperatura de condensação
$\nu_{cam}$	$x_8$	Taxa de deslocamento do compressor
$D_{oc}$	$x_9$	Diâmetro externo dos tubos do condensador
$N_c$	$x_{10}$	Número de tubos do condensador
$L_c$	$x_{11}$	Comprimento de cada tubo do condensador
$D_{oe}$	$x_{12}$	Diâmetro externo dos tubos do evaporador
$N_{aletas}$	$x_{13}$	Número de aletas por metro de comprimento de tubo do evaporador
$m$	$x_{14}$	Coefficiente adimensional de espaçamento de tubos
$mass_{ar}$	$x_{15}$	Vazão mássica de ar que entra no evaporador
$Le$	$x_{16}$	Comprimento dos tubos do evaporador

$N_{tf}$	$x_{17}$	Número de tubos da parte frontal do evaporador
$N_e$	$x_{18}$	Número de tubos do evaporador
$A_{fr}$	$x_{19}$	Área frontal do evaporador (lado ativo)
$A_e$	$x_{20}$	Área externa total de troca de calor no evaporador
$A_c$	$x_{21}$	Área externa total de troca de calor no condensador

### 5.2.3.2 Formulação da função objetivo para otimização térmica e econômica da bomba de calor

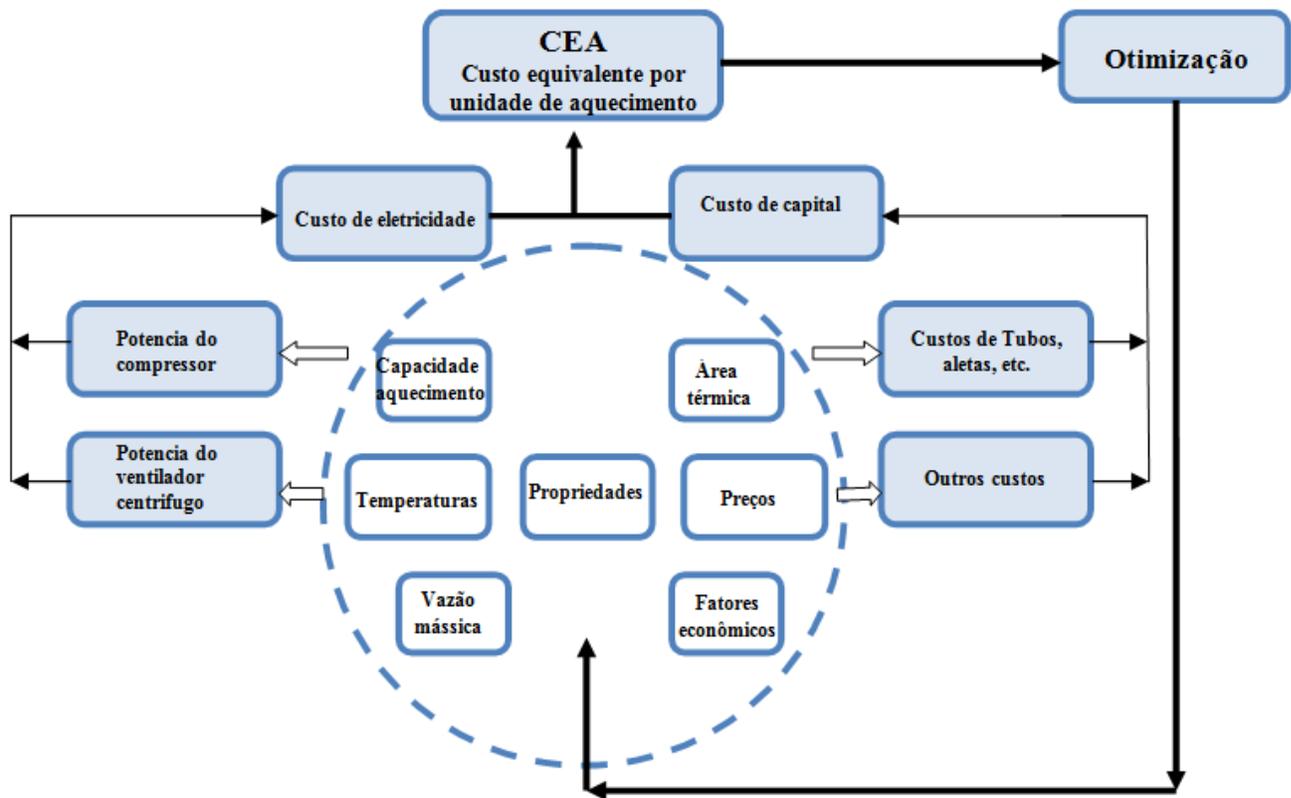
A função objetivo  $CEA$ , mostrada na Figura 5.1, contém o custo de investimento e os custos de eletricidade por unidade de capacidade de aquecimento necessária para atender a demanda, no ciclo de vida do sistema (bomba de calor), assim:

$$CEA = \frac{F \cdot VP_{total}}{\dot{Q}_c H_{ano}} \quad (69)$$

Onde  $CEA$  é o custo equivalente de aquecimento expresso em  $R\$/kWh$ , o  $VP_{total}$  é o valor presente do custo total,  $\dot{Q}_c$  é a capacidade de aquecimento do sistema necessária para atender à demanda de água quente e  $F$  é o fator de anuidade expresso por (KENNETH E LLOYD, 1993):

$$F = \frac{i}{1 - (1 + i)^{-k}} \quad (70)$$

$i$  e  $k$  são a taxa de juros e número de anos de operação, respectivamente.



*Figura 5.1. Aspectos térmicos e econômicos no processo da otimização*

O  $VP_{total}$  contém os custos de investimento no ano zero e os custos de eletricidade durante a vida útil do equipamento em valor presente.

$$VP_{total} = VP_{inv} + VP_{eletr} \quad (71)$$

O  $VP_{inv}$  é o valor presente do custo de investimento que inclui o custo de investimento do compressor, evaporador, condensador, ventilador, válvula de expansão, refrigerante, conexões e a estrutura do sistema.

$$VP_{inv} = VP_{comp} + VP_{evap} + VP_{cond} + VP_{vent} + VP_{outros} \quad (72)$$

Para um intervalo específico de capacidades de aquecimento do condensador, um compressor e um ventilador centrífugo específicos são selecionados a custos oferecidos pelos fabricantes, contrariamente os custos dos trocadores de calor estão sujeitos às variações na área de troca de calor, e da geometria de cada componente.

Os custos de investimento para a transferência de calor que inclui as áreas de troca para o condensador e o evaporador estão dados por:

$$VP_{evap} = Ct_e N_e L_e + Ct_{aletas} A_{placa} N_{aletas} \quad (73)$$

$$VP_{cond} = Ct_c N_c L_c + C_{carr} \quad (74)$$

O consumo de eletricidade da bomba de calor é determinado pelas potências do compressor e do ventilador. Por outro lado, o custo da eletricidade  $VP_{eletr}$  cresce de forma não uniforme em cada ano durante a vida útil do sistema, isto devido à taxa de inflação do custo de energia elétrica. (Sayyaadi, 2010); então, o valor presente do custo de eletricidade por consumo de energia é:

$$VP_{eletr} = \frac{Co (1 + g_{eletr})}{i - g_{eletr}} \left( 1 - \left( \frac{1 + g_{eletr}}{1 + i} \right)^k \right) \quad (75)$$

Onde  $g_{eletr}$  é a taxa de inflação anual por custo de energia elétrica, e

$$Co = C_{eletr} H_{ano} W_T \quad (76)$$

é o custo por consumo elétrico da potência total  $W_T$  requerida para acionamento do sistema, que é a soma do custo por consumo do compressor e do ventilador:

$$\dot{W}_T = W + W_f \quad (77)$$

### 5.2.3.3 Especificações do sistema

As especificações do sistema em estudo, assim como os fatores econômicos que envolvem o projeto, são apresentadas na seguinte Tabela 5.3:

**Tabela 5.3.** Especificações do sistema

Parâmetro	Tipo ou valor	Parâmetro	Tipo ou valor
<b>Compressor</b>		Área de transferência	Variável
Tipo	Scroll	Carga térmica	Variável
Refrigerante	R134a	Arranjo dos tubos	Triangular 60°
Potência	Variável	Diâmetro externo	Variável
<b>Evaporador</b>		Número de tubos $N_c$	Variável
Tipo	Expansão direta	Longitude de tubo $L_c$	Variável
Temperatura $T_1$	Variável	Diâmetro do casco	Variável
Área de transferência	Variável	<b>Fatores econômicos *</b>	
Carga térmica	Variável	Taxa de juros $i$	12 % ano
Arranjo	Triangular 60°	Taxa de inflação $g_{elect}$	6,5% ano
Tipo aletas	Placa plana contínua	Horas de operação anual	6570
Diâmetro externo	Variável	Anos de vida útil $k$	15 anos
Espessura de aletas	0,25 mm	Custo de eletricidade $C_{electr}$	0.32883R\$/Kwh
Espaço entre aletas	Variável	Custo dos tubos evap. $Ct_c$	R\$/metro linear
Número de tubos $N_e$	Variável	Custo dos tubos cond. $Ct_e$	R\$/metro linear
Longitude de tubo $L_e$	Variável	Custo compressor scroll	4727,6 R\$
Nro de fileiras (Row)	4	Custo do ventilador	510 R\$
<b>Condensador</b>		Custo carcaça cond.	17 R\$/m <sup>2</sup>
Tipo	Casco e tubos	Outros acessórios	2000 R\$
Temperatura $T_3$	Variável		

\* As fontes dos fatores econômicos são mostrados no Apêndice D



O primeiro passo deste método (SNR) é a escolha de um conjunto reduzido de  $n$  variáveis efetivas  $x_j$  que serão chamadas de  $y_i$ :

$$\begin{aligned} x_{j(1)} &= y_1 \\ x_{j(2)} &= y_2 \\ &\dots \dots \dots \\ x_{j(n)} &= y_n \end{aligned} \tag{79}$$

Onde  $j(i)$  é uma função de reorganização. As  $n$  variáveis  $x_{j(i)}$  devem ser escolhidas de modo que as  $N - n$  variáveis restantes possam ser obtidas explicitamente, mediante a substituição, rearranjando  $N - n$  equações do sistema.

$$\begin{aligned} x_{j(n+1)} &= g_{j(n+1)}(x_{j(1)}, \dots, x_{j(n)}) \\ x_{j(n+2)} &= g_{j(n+2)}(x_{j(1)}, \dots, x_{j(n)}, x_{j(n+1)}) \\ &\dots \dots \dots \\ x_{j(N)} &= g_{j(N)}(x_{j(1)}, \dots, x_{j(n)}, x_{j(n+1)}, \dots, x_{j(N)}) \end{aligned} \tag{80}$$

As identidades (79) e as equações de substituição (80) definem a função  $x = x(y)$  que determina as variáveis fisicamente relevantes  $\mathbf{x}$  enquanto satisfaz as equações de substituição (80). As  $n$  equações restantes vão nos fornecer resíduos apresentados à continuação com os índices reorganizados por conveniência de programação.

$$\begin{aligned} f_1 &= f_{j(1)}(x_{j(1)}, \dots, x_{j(n)}, x_{j(n+1)}, \dots, x_{j(N)}) \\ &\dots \dots \dots \\ f_1 &= f_{j(1)}(x_{j(1)}, \dots, x_{j(n)}, x_{j(n+1)}, \dots, x_{j(N)}) \end{aligned} \tag{81}$$

Esses resíduos são forçados a desaparecer durante o procedimento Newton-Raphson, através de uma manipulação das variáveis efetivas  $\mathbf{y}$ . O método de substituição de Newton Raphson (SNR) consiste em escrever uma sub-rotina para  $\mathbf{f}(\mathbf{y})$  na forma  $f(\mathbf{x}(\mathbf{y}))$ .

Na modelagem, para a resolução do sistema da bomba de calor em questão, utilizaremos oito variáveis efetivas.

$$\mathbf{y} = [T_1, v_1, T_2, v_2, T_2^*, v_2^*, T_3, \dot{m}]^{-1} \quad (82)$$

Fazemos então o rearranjo das equações apresentadas para a bomba de calor (1 e 2 ; 12 -60) e temos assim:

$$P_1^* = P_{sup}(T_1, v_1^{-1}) \quad (83)$$

$$s_1^* = s_{sup}(T_1, v_1^{-1}) \quad (84)$$

$$P_2^* = P_{sup}(T_2^*, v_2^{*-1}) \quad (85)$$

$$h_2^* = h_{sup}(T_2^*, v_2^{*-1}) \quad (86)$$

$$s_2^* = s_{sup}(T_2^*, v_2^{*-1}) \quad (87)$$

$$P_2 = h_{sup}(T_2, v_2^{-1}) \quad (88)$$

$$h_2 = h_{sup}(T_2, v_2^{-1}) \quad (89)$$

$$P_2^* = P_2 \quad (90)$$

$$P_1^* = P_1 \quad (91)$$

$$s_2^* = s_1 \quad (92)$$

As quais serão resolvidas utilizando uma rotina com o método Newton-Raphson com estimação numérica da matriz Jacobiana. As propriedades termodinâmicas do fluido refrigerante foram baseadas nas funções específicas de Helmholtz ou energia livre de Helmholtz e também foram implementadas no ambiente de programação MatLab.

### 5.3.2 Resultados das simulações

O projeto foi executado em três etapas. Na primeira foram especificadas as condições médias de operação do sistema, como a temperatura do ar ambiente da região em que o sistema iria operar, uma estimativa da diferença de temperaturas nos trocadores (evaporador e condensador), a temperatura da água a ser atingida para armazenamento e posterior distribuição, entre outras. Estes dados foram fornecidos ao programa de modelagem (NR) na etapa inicial a qual foi denominada “Projeto”. Assim, através de um modelo termodinâmico e de transferência de calor obteve-se dimensões aproximadas dos componentes em termos do produto da efetividade pela capacidade térmica horária ( $\epsilon \dot{m} c$ ). Aqui tem-se uma ideia do porte de cada trocador de calor.

Na etapa subsequente, fez-se uma primeira especificação geométrica para cada trocador, de forma a promover a obtenção dos parâmetros  $\epsilon \dot{m} c$  desejados em função do coeficiente global de transferência de calor e área de transferência, e vazões mássicas do fluido de serviço. São desenvolvidas duas sub-rotinas, uma para cada trocador de calor, introduzindo a série de parâmetros construtivos de dimensionamento e geometria que foi detalhada no capítulo 4 para cada trocador.

Estes parâmetros construtivos dos trocadores são escolhidos arbitrariamente, baseados em informações empíricas de outros trocadores já existentes, mas considerando que sejam razoavelmente factíveis em relação ao dimensionamento obtido na etapa “Projeto”. A escolha destes parâmetros foi feita segundo normas de manufatura comercial (que se possa encontrar no mercado) como tipo de tubos, material do tubo, comprimentos dos tubos, diâmetros disponíveis, etc.

Desse modo, estes dados são fornecidos novamente ao programa de simulação (NR), com as duas novas sub-rotinas para os trocadores de calor, que agora é usado na modalidade “Simulação”. Esta simulação modela o funcionamento do sistema geral obtendo-se o coeficiente de rendimento (COP), a potência térmica do evaporador e a potência total requerida, entre outros, que agora foram reavaliados em função dos novos parâmetros introduzidos a cada trocador.

Na terceira etapa, são determinados os parâmetros que serão fixados e os que serão variáveis, procurados para minimizar o custo total do equipamento por unidade de calor fornecido pelo sistema. Este é otimizado através da função *fmincon* do ambiente MaLab, mediante o método SQP para programação não linear restrita. Foram determinadas também as restrições de cada variável e as restrições combinadas das variáveis (Tabela 5.8), segundo o equacionado no capítulo anterior. A otimização foi realizada a partir de um extenso intervalo de condições às quais o equipamento poderia se submeter ao longo da vida útil, desde condições extremas até as mais favoráveis, sendo considerada ou adotada como ótima aquela na qual a máquina opera sob condições de funcionamento de maior frequência.

Na última etapa é estudado o comportamento do sistema em diferentes condições de operação para o qual foram substituídos os parâmetros “ótimos” no programa de simulação (NR), que agora serão mantidos fixos. Finalmente, avalia-se os dados de saída e, depois de modelado, comparamos os resultados de nossa otimização com o que foi feito na etapa 2 .

### **5.3.2.1 Projeto inicial**

A Tabela 5.4 apresenta as condições ambientais e operacionais fornecidas como dados de entrada ao programa de simulação na etapa inicial, para obter dimensões aproximadas dos componentes.

**Tabela 5.4.** Dados de entrada ao programa de simulação “etapa inicial”

Parâmetro	Valor
Temperatura média armazenamento de água aquecida (°C)	55
Temperatura média de ar ambiente (°C)	24
Diferença de temperatura no condensador (°C), ( $\Delta T_c = (T_3 - T_{reserv})$ )	10
Diferença de temperatura no evaporador (°C), ( $\Delta T_e = (T_{amb} - T_4)$ )	10
Potência projetada do condensador (W)	14300

A temperatura de água a ser atingida para armazenamento e a potência projetada no condensador foram definidas na seção 4.5. A temperatura do ar ambiente escolhida para o projeto é a temperatura média anual para Campinas, SP, para onde é projetada a bomba de calor. As diferenças de temperaturas no evaporador e no condensador foram fixadas em 10 °C para a simulação inicial. Estes dados foram fornecidos ao programa.

A partir dessas condições de projeto, são obtidos o porte de cada trocador de calor do sistema em termos globais, o produto  $(\epsilon mc)_e$  para o evaporador, e  $(\epsilon mc)_c$  para o condensador. Foram definidas, assim, as configurações e áreas aproximadas de transferência de calor. Estes resultados são mostrados na Tabela 5.5.

**Tabela 5.5.** Resultados da simulação na etapa inicial

Parâmetro	Evaporador	Condensador	Compressor
$\epsilon mc$ (W/K)	981,03	1430	-
Potência (W)	9810,3	14300	4490,5
Eficiência volumétrica	-	-	0,90
Eficiência adiabática	-	-	0,66
COP do sistema: 3,18			

Uma vez tendo ideia das dimensões dos trocadores de calor, definimos aspectos construtivos geométricos de cada um deles, nessas condições já são calculados os coeficientes de transferência de calor. A Tabela 5.6 apresenta as configurações e parâmetros para cada componente.

**Tabela 5.6.** Configurações e parâmetros dos trocadores de calor para “projeto inicial”

<b>Parâmetro</b>	<b>Evaporador</b>	<b>Condensador</b>
Configuração	Feixe de tubos aletados*	Casco e Tubos
Diâmetro nominal dos tubos (m)	0, 0127 (1/2’’) )	0, 01905 (3/4’’) )
Número de tubos	48	50
Comprimento dos tubos (m)	1	1,5
Número de aletas	512	-
Fator de espaçamento entre tubos	1,5	1,25
Área de transferência de calor (m <sup>2</sup> )	8,5	5
Área Frontal (m <sup>2</sup> )	0,25	-
Massa do ar (kg/s)	1,5	-

\* aletas planas de placas contínuas

Os diâmetros nominais dos tubos do evaporador e do condensador foram selecionados segundo norma ASTM B280 de tubos de cobre para ar condicionado e refrigeração (Apêndice C), que são comercialmente oferecidos em comprimentos de 6m. O número de aletas por metro de comprimento varia desde 110 a 820, sendo as mais empregadas as entre 315 e 512 por metro (KAKAÇ, 1991).

Com estes parâmetros, e incluídas as sub-rotinas dos trocadores de calor, foi simulado o sistema para o caso da temperatura média anual em Campinas (24°C), obtendo-se os resultados mostrados na Tabela 5.7.

**Tabela 5.7.** Resultados do “projeto inicial”

<b>Parâmetros</b>	<b>Valor</b>
Coeficiente de rendimento (COP)	2,15
Custo equivalente por unidade de potência do condensador (R\$/kW-h)	0, 223
Investimento (R\$)	10595,3
Custo operação em 15 anos (R\$)	145 283,2
Fluxo de calor no evaporador (W)	10366
Potência do compressor(W)	3934,2
Potência do ventilador(W)	2720,3
Eficiência adiabática do compressor	0,6
Eficiência volumétrica do compressor	0,92
Vazão do R134a (kg/s)	0, 088
$\dot{m}c$ (evaporador) (W/K)	820,16
$\dot{m}c$ (condensador) (W/K)	1463,2

Foram apresentados os resultados de funcionamento do equipamento sob condições de operação de um dia normal. Adotou-se a temperatura média anual na região, sabendo que é possível também operar sobre condições extremas de frio ou calor. Para outras temperaturas do ambiente, o trabalho do compressor e a potência térmica do evaporador variam, assim como há uma variação no coeficiente de rendimento do equipamento.

### **5.3.2.2 Otimização**

Nesta seção determinamos os parâmetros a serem fixados e aqueles que desejamos otimizar. A Tabela 5.3 mostra as especificações do sistema, assinalando as variáveis de otimização. A função objetivo determinada na equação (69) será o guia na busca do “ótimo”. O mesmo equacionamento usado na modelagem teórica da bomba de calor é usado para esta etapa (equações 1-2 e 12 - 60). Primeiro montamos as restrições do problema que se deve satisfazer como condições necessárias e suficientes para encontrar a solução ótima e factível.

A restrição de cada variável é determinada pelo valor máximo e mínimo que possa adquirir convenientemente após a etapa “projeto inicial”, ou por natureza própria da variável, assim como se é contínua ou discreta. A Tabela 5.8 mostra as variáveis com seus valores máximos e mínimos.

**Tabela 5.8.** Mínimos e máximos valores das variáveis

Variável	Mínimo	Máximo	Unidades	Observações	Tipo
$T_i$	-100	100	°C	Para o R134a	Contínua
$v_i$	0	Infinito	$m^3/kg$	livre	Contínua
$v_{cam}$	0	0,02	$m^3$		Contínua
$D_{oc}$	3/8	2 1/8	in	ASTM B280	Discreta
$N_c$	1	Infinito		livre	Discreta
$L_c$	1	6	m	1; 1,5; 2; 3; e 6 m	Discreta
$D_{oe}$	1/8	3/8	in	ASTM B280	Discreta
$N_{aletas}$	110	812			Discreta
$L_e$	1	6	m	1; 1,5; 2; 3; e 6 m	Discreta
$N_e$	1	infinito			Discreta
$m$	1,25	3,5	m	Kays & Lomdom (1964)	Contínua
$N_{tf}$	0	Infinito		livre	Discreta
$A_{fr}$	0,25	2	m	Espaço disponível	Contínua
$A_e$	3	9	$m^2$	Projeto inicial	Contínua
$A_c$	4	8	$m^2$	Projeto inicial	Contínua

As restrições do sistema estão dadas pelas equações descritas na modelagem teórica da bomba de calor. As funções de restrição não linear de igualdade e desigualdade do problema são mostradas na continuação.

$$\begin{array}{l}
\min f(x) = \text{CEA}(x) \\
s.a \\
\begin{array}{l}
p_2 - p_3 = 0 \\
p_2 - p_2^* = 0 \\
s_2^* - s_1 = 0 \\
p_1 - p_4 = 0 \\
w\eta_{ad} - w^* = 0 \\
N_e - 4N_{tf} = 0 \\
\dot{Q}_c - \dot{Q}_{projeto} = 0 \\
\dot{Q}_e - (\varepsilon\dot{m}c)_e(T_1 - T_{amb}) = 0 \\
\dot{Q}_c - (\varepsilon\dot{m}c)_c(T_{reserv} - T_3) = 0 \\
T_i^{min} \leq T_i \leq T_i^{max} \quad i = 1, 2 \dots 5 \\
v_i^{min} \leq v_i \leq v_i^{max} \quad i = 1, 2 \dots 5 \\
v_{cam}^{min} \leq v_{cam} \leq v_{cam}^{max} \\
D_{oc}^{min} \leq D_{oc} \leq D_{oc}^{max} \\
N_c^{min} \leq N_c \leq N_c^{max} \\
L_c^{min} \leq L_c \leq L_c^{max} \\
D_{oe}^{min} \leq D_{oe} \leq D_{oe}^{max} \\
N_{aletas}^{min} \leq N_{aletas} \leq N_{caletas}^{max} \\
m^{min} \leq m \leq m^{max} \\
mass_{ar}^{min} \leq mass_{ar} \leq mass_{ar}^{max} \\
L_e^{min} \leq L_e \leq L_e^{max} \\
N_e^{min} \leq N_e \leq N_e^{max} \\
N_{tf}^{min} \leq N_{tf} \leq N_{tf}^{max} \\
A_{fr}^{min} \leq A_{fr} \leq A_{fr}^{max} \\
A_e^{min} \leq A_e \leq A_e^{max} \\
A_c^{min} \leq A_c \leq A_c^{max}
\end{array}
\end{array}
\left. \begin{array}{l}
\right\} f(x) = 0 \\
\left. \begin{array}{l}
\right\} C_{eq}(x) = 0 \\
\left. \begin{array}{l}
\right\} lb \leq x \leq ub
\end{array}
\right.
\end{array}$$

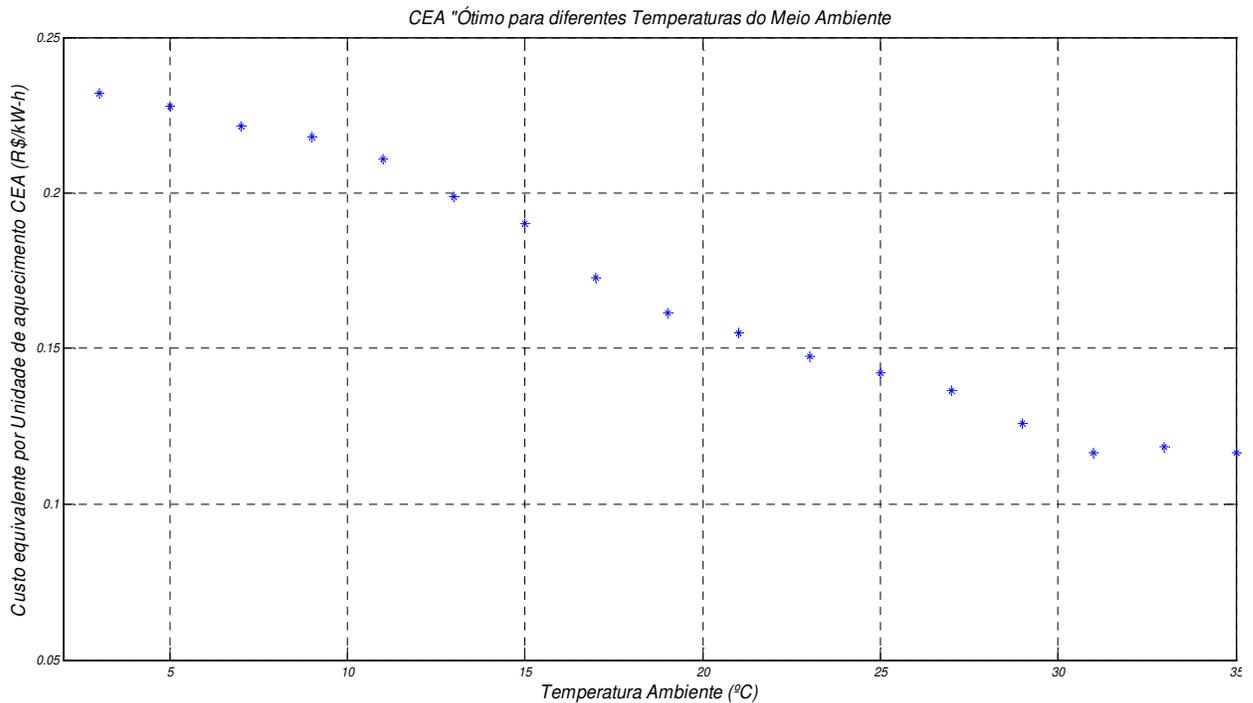
- $p_2 - p_3 = 0$ ; considerando que não existe perda de carga no condensador, as pressões devem ser iguais e são determinadas pelas propriedades do refrigerante em função das variáveis primais: temperatura e/o volume específico determinadas pelas equações de estado, baseadas na energia livre de Helmholtz.
- $p_2 - p_2^* = 0$ ; são as pressões no ponto de saída real e ideal do compressor, respectivamente.

- $s_2^* - s_1 = 0$ ; em um processo adiabático as entropias nos pontos  $s_2^*$ (ideal) e  $s_1$  devem ser iguais.
- $p_1 - p_4 = 0$ ; desprezando a queda de pressão no evaporador, o ponto  $p_4$  é determinado com as propriedades do líquido saturado, enquanto o  $p_1$  é determinado pelas propriedades do vapor superaquecido do refrigerante.
- $w\eta_{ad} - w^* = 0$ ; a potência específica (real)  $w$  do compressor multiplicado pela eficiência adiabática do compressor deve ser igual à potência ideal  $w^*$  do compressor. A eficiência adiabática  $\eta_{ad}$  é determinada pela equação (31)
- $N_e - 4N_{tf} = 0$ ; o número de tubos  $N_e$  do evaporador é quatro vezes o número de tubos da parte frontal  $N_{tf}$  do evaporador, devido à adoção da configuração de 4 fileiras (four-row heat exchanger) McQuinston (1971), Tree (1971), Reech (1973-1975), Kays e Lodom (1984) (Secção 4.4.2.1)
- $\dot{Q}_c - \dot{Q}_{projeto} = 0$ ; o calor que deve produzir a bomba de calor tem que ser igual ao calor projetado neste trabalho.
- $\dot{Q}_e - (\varepsilon\dot{m}c)_e(T_1 - T_{amb}) = 0$  e  $\dot{Q}_c - (\varepsilon\dot{m}c)_c(T_{reserv} - T_3) = 0$ ;  $\dot{Q}_e$  e  $\dot{Q}_c$  são determinados pelo equacionamento termodinâmico, enquanto  $(\varepsilon\dot{m}c)_e(T_1 - T_{amb})$  e  $(\varepsilon\dot{m}c)_c(T_{reserv} - T_3)$  são determinados por aspectos construtivos dos trocadores e as relações de transferência de calor. A efetividade  $\varepsilon$  de cada trocador é determinada pela equação (40).

Uma vez determinados estes parâmetros e fornecidos os valores iniciais  $x(0)$  para cada variável, o sistema é otimizado através do *fmincon* do Toolbox do ambiente MatLab, descrito na seção 5.2.2.2 deste capítulo. A tolerância e os critérios de parada são determinados automaticamente no mesmo programa.

- 'MaxFunEvals', 1e8,
- 'MaxIter', 1e8,
- 'TolX', 1e-006,
- 'TolFun', 1e-006,
- 'TolCon', 1e-006

A Figura 5.2 mostra os resultados da otimização feita para diferentes temperaturas do ambiente. As funções objetivo mínimas em cada ponto foram baseadas na faixa entre temperatura mínima registrada em Campinas (3°C) e máxima (35°C) em 2011. Cada ponto representa o CEA mínimo, obtido depois de fazer as múltiplas combinações de opções de cada variável em cada caso, dito de outra forma tem-se um projeto diferente com CEA minimizado para cada ponto de temperatura ambiente.



**Figura 5.2.** Função objetivo (CEA) mínima em diferentes temperaturas do ambiente

Os valores ótimos das variáveis para o projeto são mostrados na Tabela 5.10, o ponto ótimo escolhido foi baseado na máquina projetada para as condições de operação mais frequentes durante um ano. A máquina irá a operar sobre certas condições de temperatura em diferentes épocas do ano, sendo um intervalo destas condições, em que a máquina opera maior tempo.

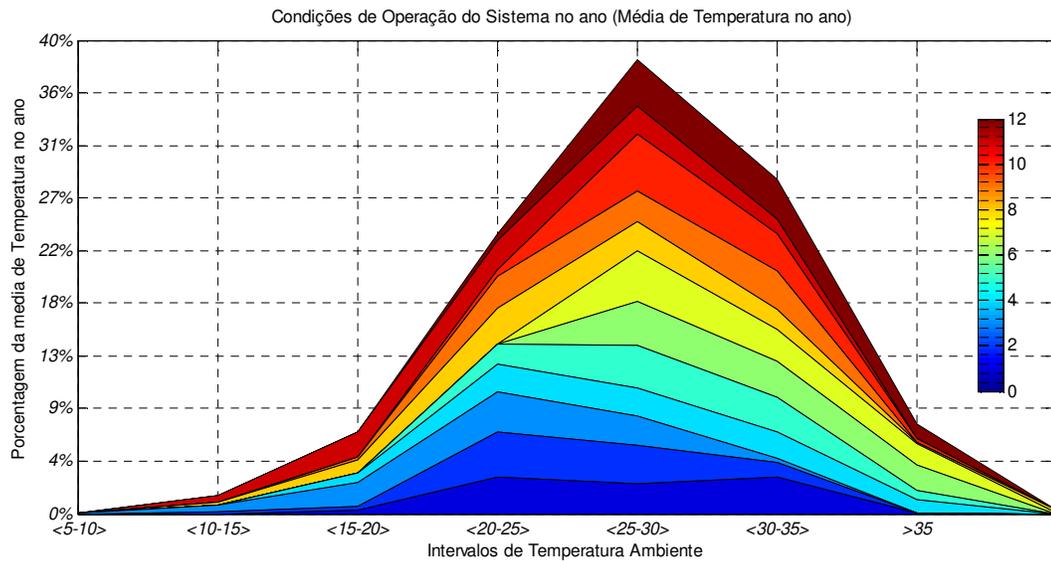
As condições de temperatura foram proporcionados pelo Centro de Pesquisas Meteorológicas e Climáticas Aplicadas a Agricultura (*Cepagri –Unicamp*), estas foram medidas a cada 10 minutos durante um ano, de outubro de 2010 a setembro de 2011.

Para saber qual é o intervalo de condições no qual a máquina irá operar com maior frequência, se processaram os dados cedidos pelo *Cepagri*. Uma vez estabelecidos os intervalos de temperatura, determinou-se a quantidade de vezes que cada medição atingiu cada intervalo, entre às 5h00 e as 23h00 de cada dia durante um ano. Os resultados são mostrados na Tabela 5.9, onde a quantidade de vezes que cada medição atingiu o intervalo é expressa em porcentagens.

**Tabela 5.9.** Intervalos de temperaturas atingidas durante um ano

Intervalo	<0-5>	<5-10>	<10-15>	<15-20>	<20-25>	<25-30>	<30-35>	>35
	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C
Outubro (2010)	0	0	2,78	30,79	29,77	36,50	0,15	0
Novembro (2010)	0	0	2,63	34,39	28,50	34,39	0,09	0
Dezembro (2010)	0	0	0	6,17	43,83	36,98	13,02	0
Janeiro (2011)	0	0	0	0,30	48,02	31,05	19,75	0,89
Fevereiro (2011)	0	0	0	0,29	41,98	33,23	24,51	0
Março (2011)	0	0	0	6,02	53,64	35,63	4,71	0
Abril (2011)	0	0	0	18,49	39,91	32,96	8,64	0
Mai (2011)	0	0	8,79	26,45	26,14	26,03	12,60	0
Junho (2011)	0,21	6,76	23,18	28,35	27,13	14,37	0,00	0
Julho (2011)	0,40	6,48	22,81	38,67	27,84	3,61	0,19	0
Agosto (2011)	0,27	2,80	12,80	33,84	27,74	18,93	0,70	2,90
Setembro (2011)	0,00	1,42	4,31	42,77	36,98	13,91	0,62	0
Total (%)	0,07	1,41	6,52	22,31	<b>35,69</b>	26,44	7,24	0,31

Na Figura 5.3, observamos que a máquina irá operar maior tempo durante o ano sob as condições de temperatura do meio ambiente entre 20 e 25 °C, é aqui que a máquina é projetada com os parâmetros obtidos após da otimização. Devido à máquina ter sido projetada para condições médias, ela é capaz de atender satisfatoriamente condições ambientais adversas (baixas temperaturas do meio ambiente) como será observado na simulação para estas condições.



**Figura 5.3.** Condições de operação do sistema durante um ano

Os resultados das variáveis otimizadas, para as condições de maior operação estabelecidas, são apresentadas na Tabela 5.10.

**Tabela 5.10.** Resultados das variáveis otimizadas

Variável	Valor ótimo	Descrição
$D_{oc}$	0, 01905 (3/4)"	Diâmetro do tubo do condensador
$N_c$	40	Número de tubos do condensador
$L_c$	2	Comprimento de tubo do condensador
$D_{oe}$	0,00792 (5/16)"	Diâmetro do tubo do evaporador
$N_{aletas}$	315	Número de aletas no evaporador
$L_e$	3	Comprimento de tubo do evaporador
$N_e$	32	Número de tubos do evaporador
$m$	3	Fator de espaçamento entre tubos
$N_{tf}$	8	Número de tubos na fileira principal
$A_{fr}$	0,7	Área frontal
$A_e$	7,94	Área de transferência de calor do evaporador
$A_c$	4,29	Área de transferência de calor do condensador

A Tabela 5.11 apresenta os parâmetros obtidos após o processo de otimização, o custo de investimento da máquina foi maior, mas a diferença entre os custos de operação durante 15 anos são reduzidos notoriamente (Tabela 5.12).

**Tabela 5.11.** Resultados dos parâmetros otimizados

<b>Parâmetros “ótimos”</b>	<b>Valor</b>
Coeficiente de rendimento (COP)	3,3
Custo equivalente por unidade de potência do condensador (R\$/kW-h)	0, 145
Investimento (R\$)	11041
Custo de operação em 15 anos (R\$)	93069,2
Fluxo de calor no evaporador (W)	10559
Potência do compressor(W)	3741,2
Potência do ventilador(W)	597,3
Eficiência adiabática do compressor	0,68
Eficiência volumétrica do compressor	0,93

**Tabela 5.12.** Comparação de parâmetros obtidos na etapa inicial e após a otimização

<b>Parâmetros</b>	<b>Projeto inicial</b>	<b>Otimizado</b>
Coeficiente de rendimento (COP)	2,15	3,3
Custo equivalente por unidade de potência do condensador, (R\$/kW-h)	0, 223	0, 145
Investimento (R\$)	10595, 3	11041
Custo de operação em 15 anos (R\$)	145283, 2	93069, 2
Fluxo de calor no evaporador (W)	2	10559
Potência do compressor(W)	10366	3741, 2
Potência do ventilador(W)	3934, 2	597, 3
Eficiência adiabática do compressor	2720, 3	0, 68
Eficiência volumétrica do compressor	0, 6	0, 93
	0, 92	

Para fazer uma comparação rápida entre os custos de usar chuveiro para aquecimento de água para banho e a bomba de calor projetada, adotamos as seguintes premissas:

Supondo que o chuveiro de uma residência possui potência equivalente a 5400 W, e o morador toma dois banhos ao dia, gastando 12 minutos em cada banho, podemos calcular o valor mensal gasto, considerando que a central elétrica da cidade cobra R\$ 0,32 por kWh.

$$\text{Tempo de banho dia} = 12 \text{ min} \times 2 \text{ vezes} = 24 \text{ minutos}$$

$$\text{Tempo de banho mês} = 24 \times 30 = 720 \text{ minutos} = 12 \text{ horas}$$

$$\text{Potência do chuveiro} = 5400 \text{ W} = 5,4 \text{ kW}$$

$$\text{Consumo} = \text{Potência} \times \text{tempo} = 5,4 \times 12 = 64,8 \text{ kWh}$$

$$\text{Valor Pago usando chuveiro} = \text{Valor (kWh)} \times \text{Consumo} = 0,32 \times 64,8 = \text{R\$ } 20,74/\text{mês.}$$

Dentro destas condições, uma pessoa tem um gasto mensal de R\$ 20,74. Agora, considerando que a bomba de calor oferece um custo equivalente de aquecimento de 0,145 R\$ por kWh, incluindo também os custos de investimento que serão pagos ao longo da vida útil da máquina, então, uma pessoa, usando a bomba de calor, teria um gasto de:

$$\text{Valor Pago usando BC} = 0,14 \times 64,8 = 9 \text{ R\$/mês.}$$

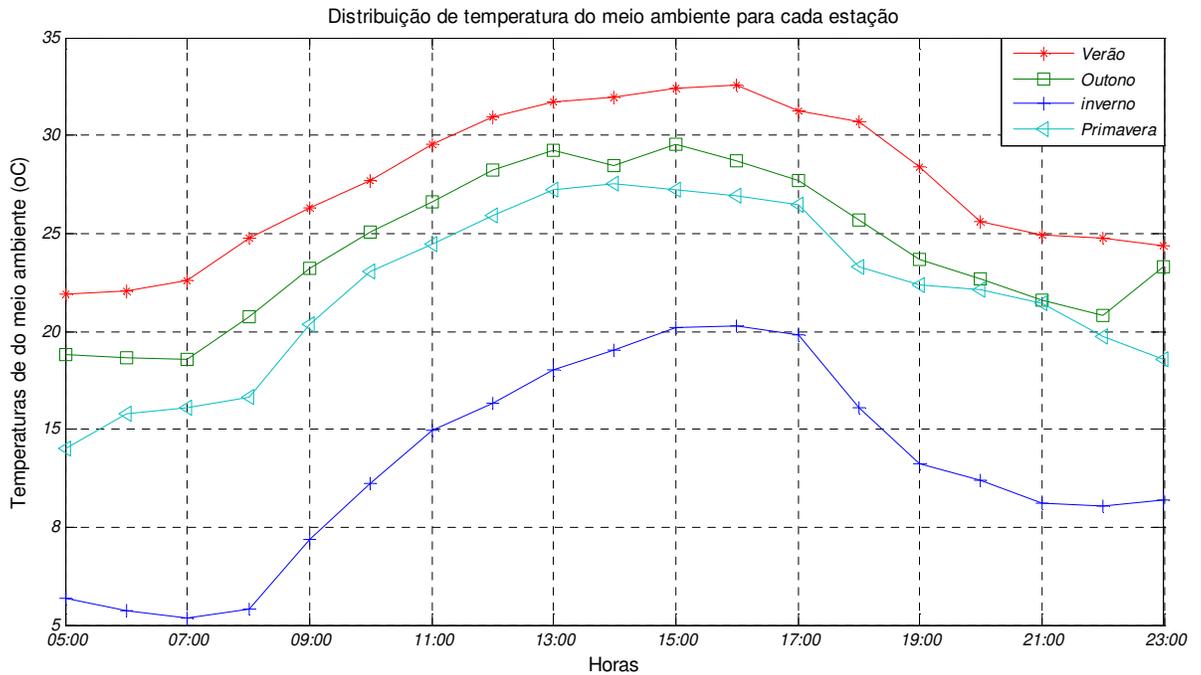
Conforme o esperado os benefícios da bomba de calor são notórios quando comparados com outras formas de aquecimento de água como o chuveiro elétrico.

### **5.3.2.3 Simulação**

Uma vez obtidos os parâmetros ótimos, o programa é implementado com essas novas características obtidas e será simulado em sua etapa final, em 4 condições distintas. A partir disto analisaremos o COP da máquina em funcionamento, o calor trocado pelo evaporador, a potência do compressor e as suas eficiências (adiabática e volumétrica).

Adotamos, como amostra de simulação, a variação de temperatura do meio ambiente ao longo de um dia arbitrário e representativo de cada estação do ano. Analisaremos o sistema

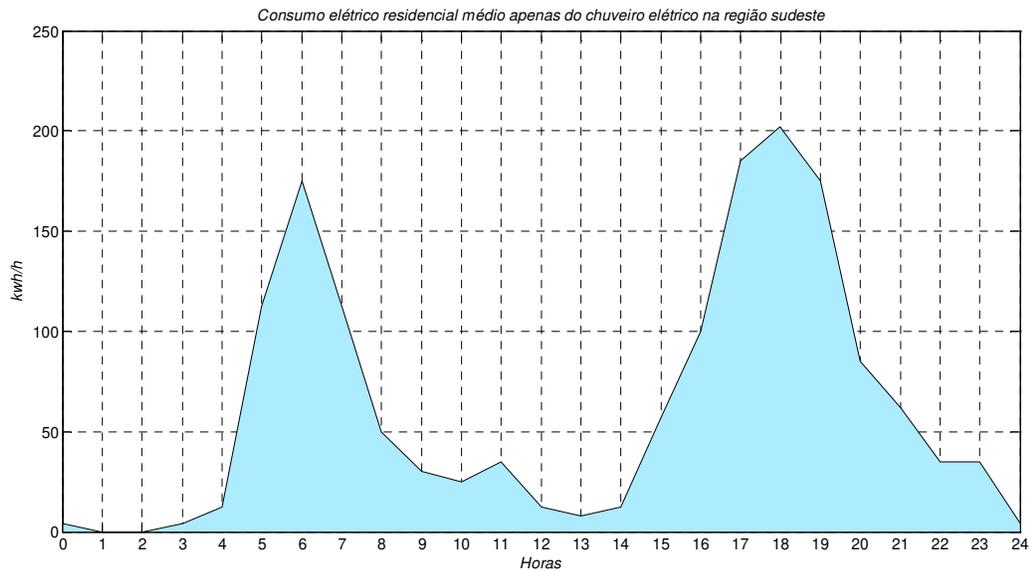
durante as 18 horas propostas de funcionamento da máquina entre às 05h00 e às 23h00. (Figura 5.4).



**Figura 5.4.** Amostra de distribuição de temperatura ao longo do dia para cada estação do ano

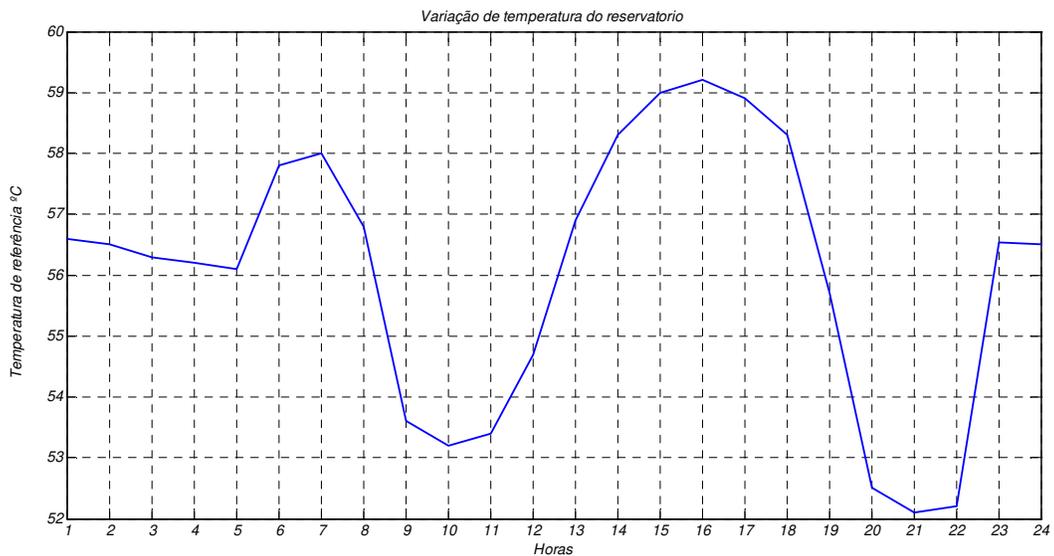
Operar a máquina durante 18 horas por dia é vantajoso, mas é necessário prover o total da demanda de água aquecida durante as 24 horas do dia (Figura 5.5), levando a um pequeno incremento na potência do compressor para suprir esta demanda.

A temperatura de referência do reservatório será variada, baseada no comportamento da demanda média do consumo (seção 4.5), que prioriza um controle de referência variada de acordo com os tempos e picos de utilização (Flora, 2008). Esta estratégia permite uma maior tolerância do sistema nos horários de maior demanda de eletricidade na região (Figura 5.6)



**Figura 5.5.** Consumo elétrico residencial médio apenas do chuveiro elétrico na região Sudeste (Flora, 2008)

A Figura 5.6 apresenta a temperatura de referência no reservatório, ao longo do dia, que servirá para simular o sistema em diferentes condições. A média desta temperatura é de 55°C, sendo sempre maior que 50 °C e menor que 60 °C.

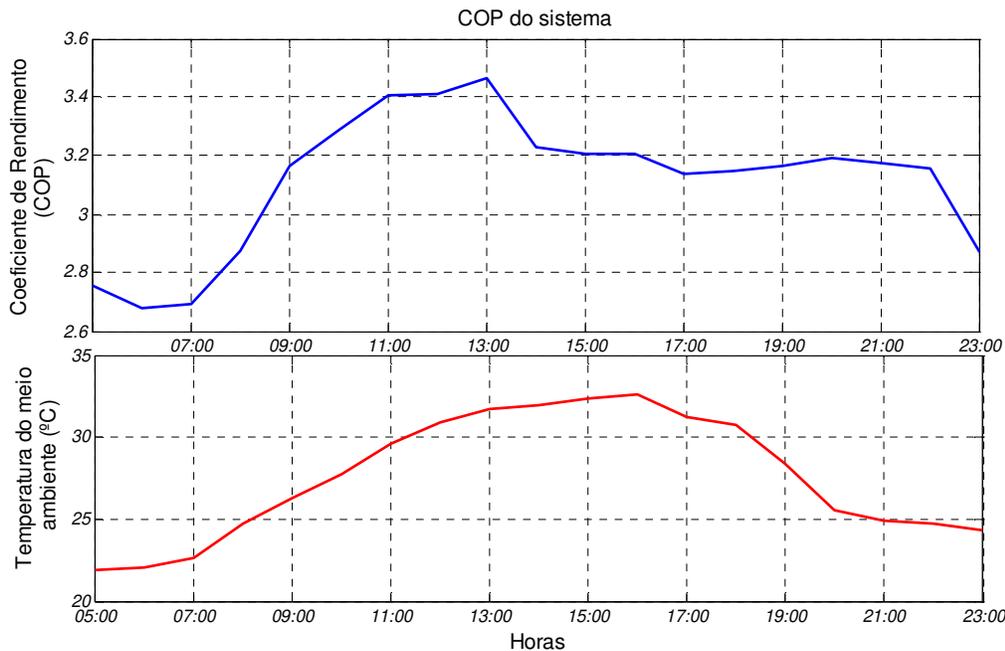


**Figura 5.6.** Temperatura de referência do reservatório

## 1ª Simulação

Para a primeira simulação adotamos um dia, arbitrário, típico de verão (Fevereiro de 2011), quando a temperatura máxima registrada é de 33°C e a mínima de 22 °C.

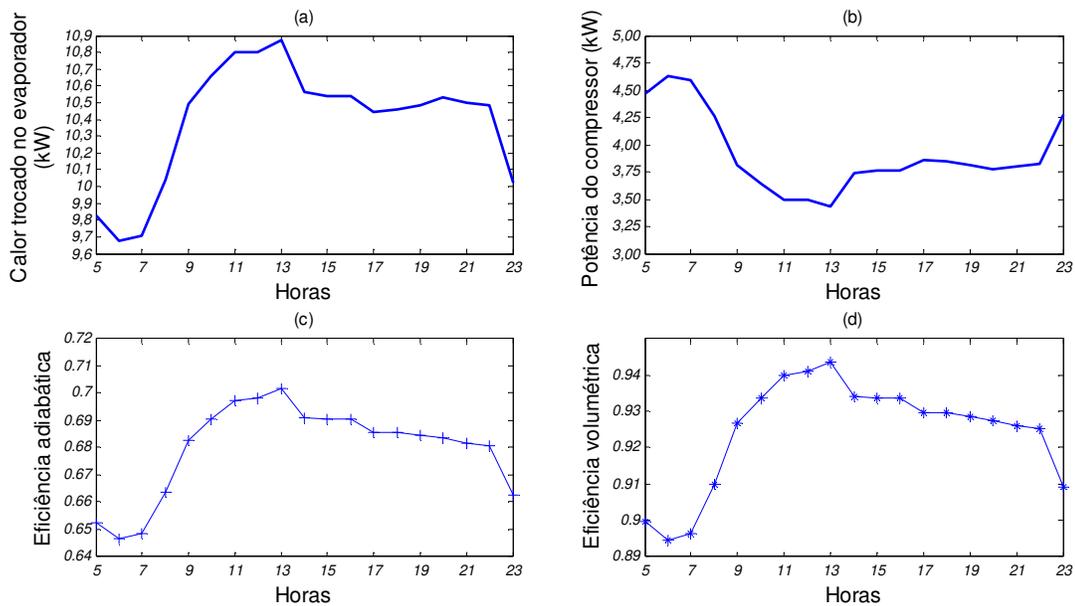
O COP do sistema para esta primeira simulação é mostrado na Figura 5.7. Os resultados obtidos giram em torno de 3,2 na maior parte do dia; bastante satisfatório, já que foi considerado, não só o consumo elétrico do compressor, mas também o consumo do ventilador que fornece o ar para evaporador.



**Figura 5.7.** COP da bomba de calor. Dia normal de verão

Observa-se na Figura 5.7 que a bomba de calor tem uma brusca diminuição de COP entre às 13h00 e às 17h00, isto devido ao fato que se assumiu ter um controle que procure manter uma rotação do compressor constante, que foi desenvolvida no trabalho de *Flora, (2008)*. Por outro lado, a temperatura variável de referência do reservatório oferece ao sistema uma tolerância aos horários de pico, devido ao uso do reservatório (comparar Figura 5.5 e Figura 5.6).

Os resultados do calor trocado no evaporador e a potência do compressor são mostrados na Figura 5.8. Esta época do ano é muito favorável para o desempenho da bomba de calor, a potência requerida no compressor é mínima quando comparada com o calor total fornecido no condensador, isto definitivamente viabiliza uma economia energética.

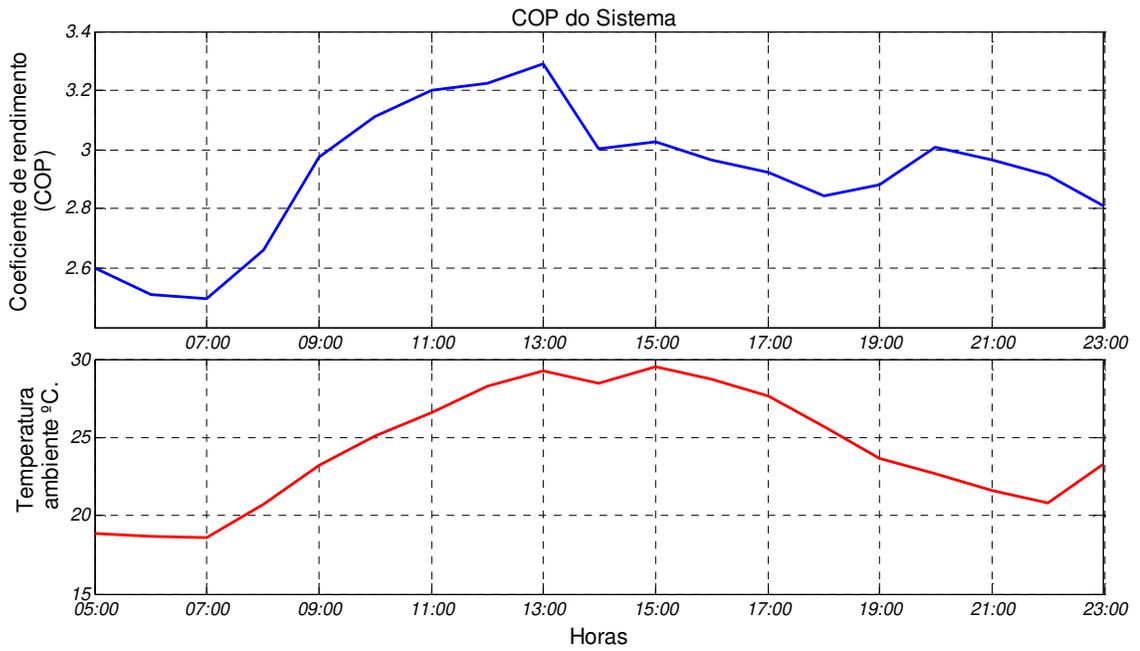


**Figura 5.8.** Resultados simulados em um dia normal de verão

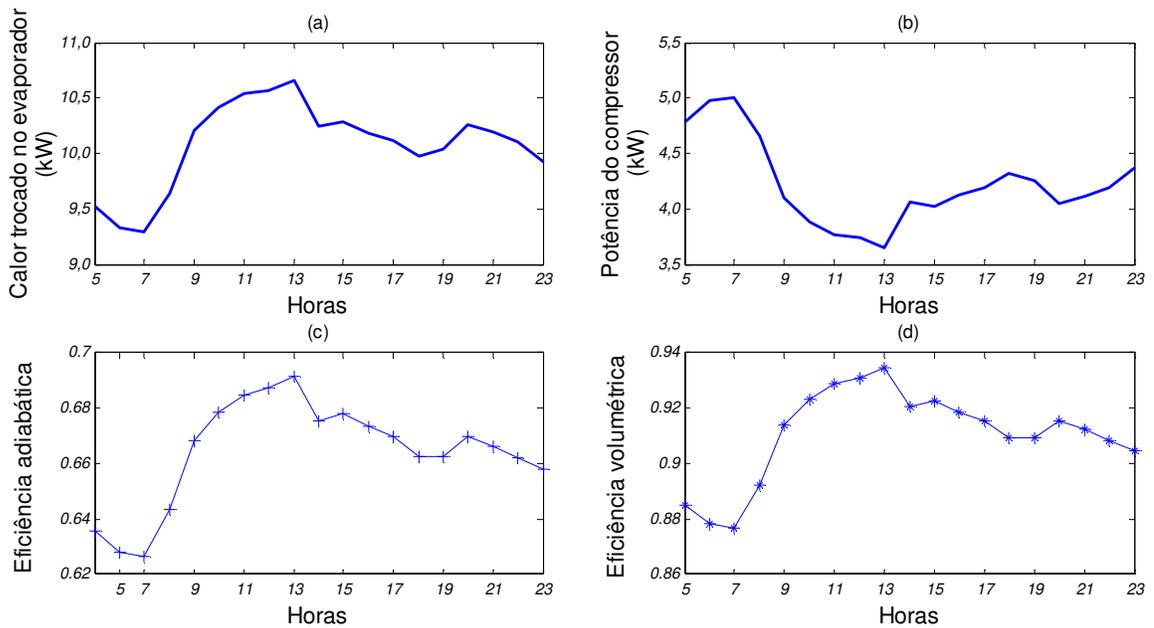
## 2ª Simulação

Para esta simulação adotamos um dia arbitrário típico de outono (abril de 2011), quando a temperatura varia entre 19 e 29 °C. O COP se vê diminuído em comparação à simulação anterior (Figura 5.9).

A mesma temperatura de referência no reservatório adotada (Figura 5.6) é empregada para esta simulação de acordo com o tempo e picos de demanda. Os resultados são apresentados nas Figuras 5.10 e 5.11.



**Figura 5.9.** COP da bomba de calor. Dia normal de outono



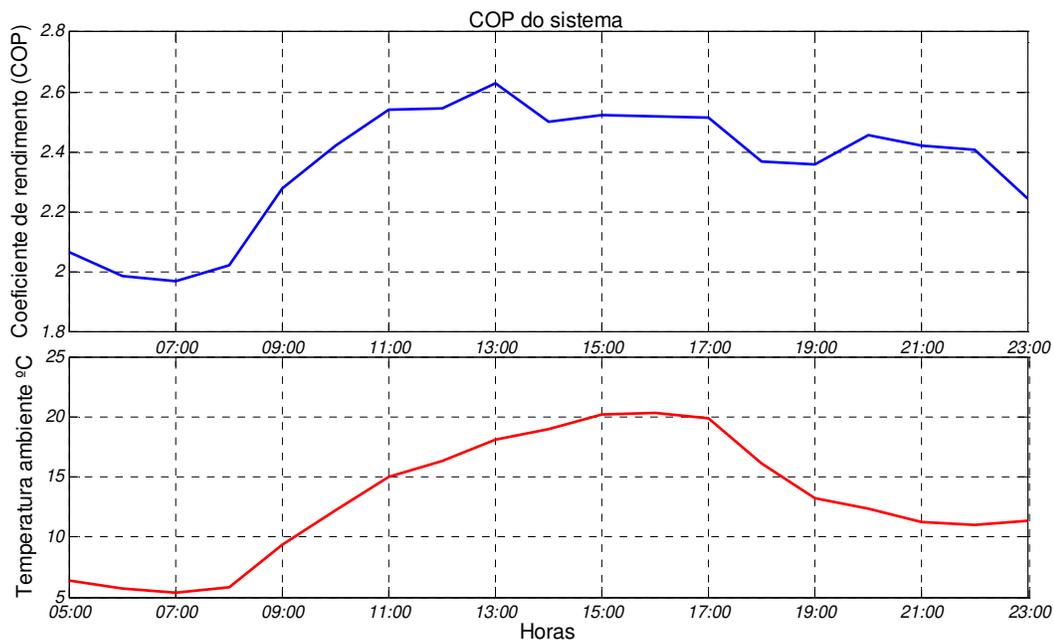
**Figura 5.10.** Resultados simulados em um dia normal de outono

### 3ª Simulação

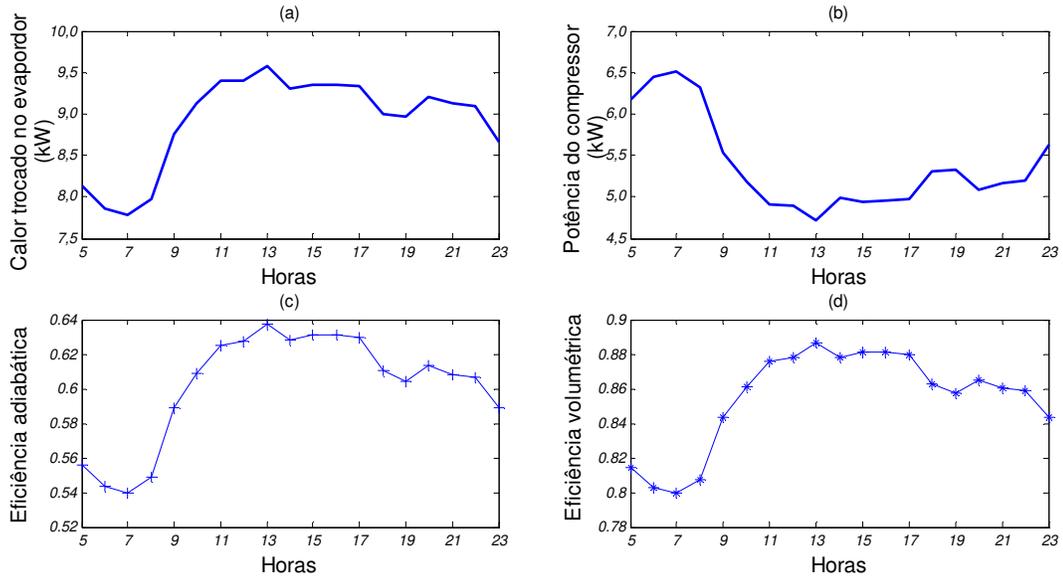
Esta simulação representa o período mais crítico, pelas condições desfavoráveis para o funcionamento da bomba de calor. Um dia arbitrário representativo de inverno (junho de 2011) é tomado como referência para a simulação, quando a temperatura máxima é ligeiramente acima de 21°C, chegando a temperaturas baixas de até 5 °C.

O COP médio do sistema no dia é bastante menor que os resultados da primeira simulação, mesmo assim, continua sendo satisfatório, apesar das condições mais severas nas quais a máquina opera. Isto demonstra que as bombas de calor também poderiam ser empregadas em climas mais frios. (Figura 5.11).

A potência requerida no compressor é aumentada pelas condições de operação mencionadas. As eficiências, adiabática e volumétrica do compressor também são afetadas, ficando diminuídas em relação às outras simulações. Estes resultados são apresentados na Figura 5.12.



*Figura 5.11. COP da bomba de calor. Dia normal de inverno*

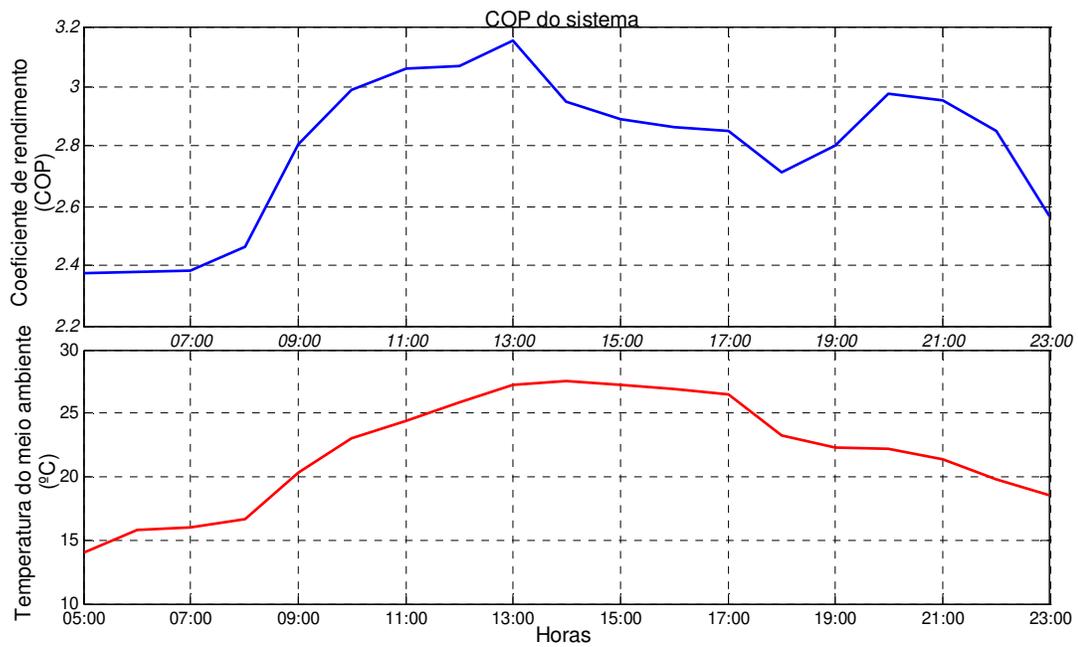


**Figura 5.12.** Resultados simulados em um dia normal de inverno

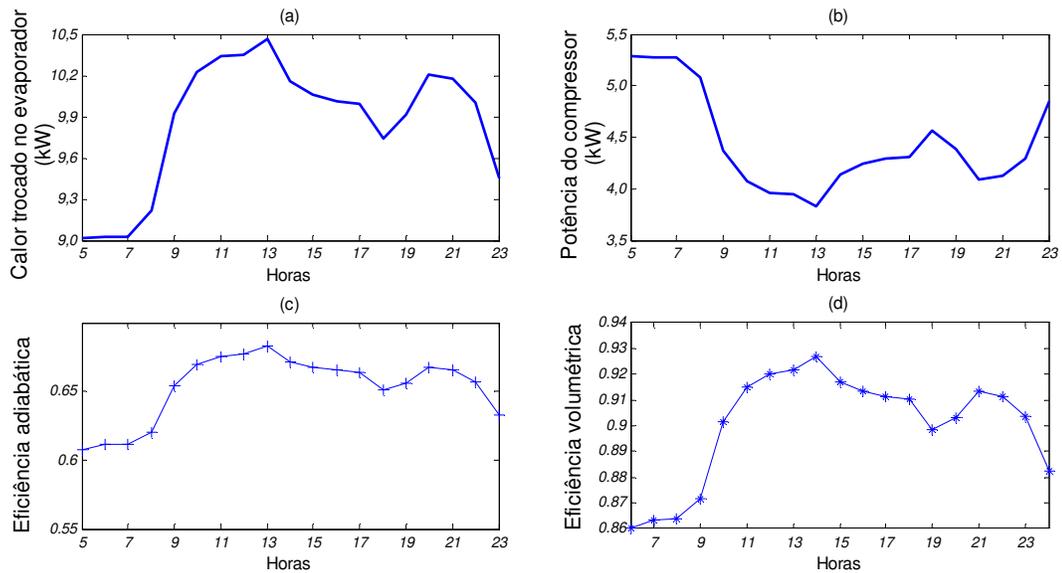
#### 4ª Simulação

Nesta última simulação é adotada a variação de temperatura ao longo de um dia normal de primavera (Outubro 2010); a temperatura média máxima é de 28°C e a mínima de 14 °C. A Figura 5.6 é utilizada novamente para a variação da temperatura de referência do reservatório.

O COP mostrado na Figura 5.13 tem um comportamento parecido ao da 1ª simulação. A maior parte do tempo a temperatura ambiente se mantém acima de 20°C, a qual favorece o bom desempenho do sistema.



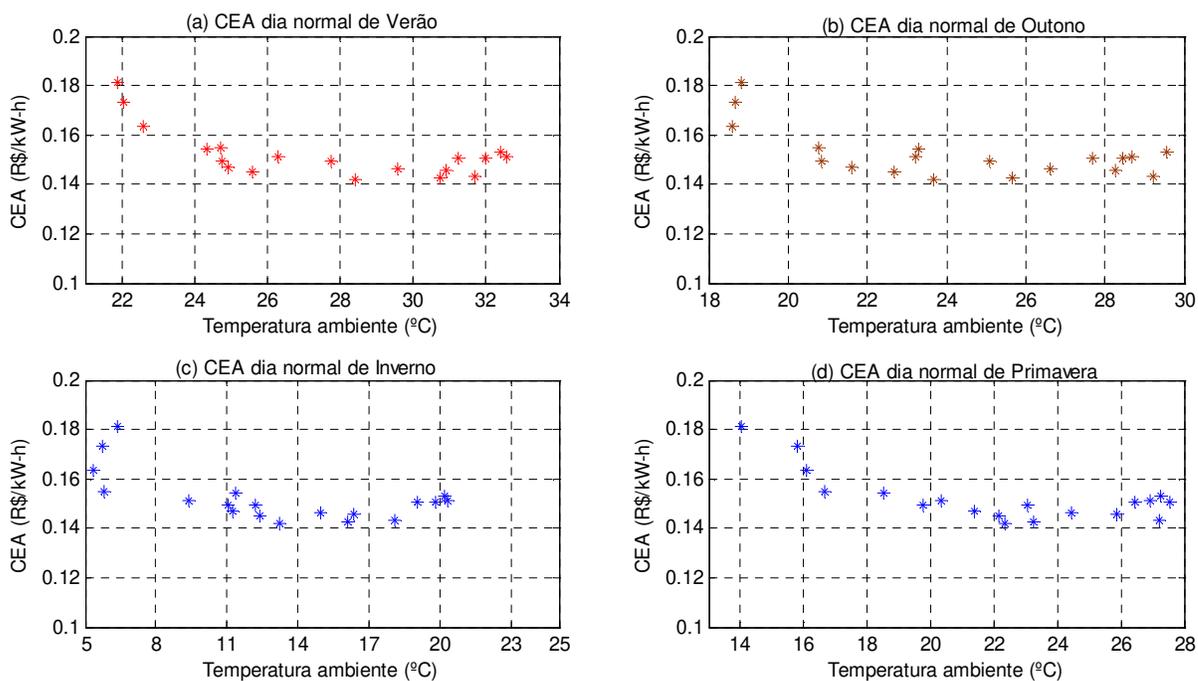
**Figura 5.13.** COP da bomba de calor. Dia normal de primavera



**Figura 5.14.** Resultados simulados em um dia normal primavera

Finalmente, a Figura 5.15 mostra a variação do custo equivalente por unidade de aquecimento (CEA) em função das temperaturas em cada dia simulado. Observa-se que, apesar da variação da temperatura, o CEA tende a ser sempre uniforme, isto porque o controle assumido tende a manter uma rotação uniforme no compressor ao longo do dia. É importante mencionar a economia notável que se tem quando a bomba de calor é usada para aquecimento de água. O CEA médio é de 0,145 R\$/kWh, enquanto o custo de eletricidade residencial é de 0,329R\$/kWh para Campinas, segundo a *CPFL energia Paulista*.

As pequenas variações no custo equivalente por unidade de aquecimento (CEA) no começo de operação da bomba de calor e a baixas temperaturas ambiente são justificadas pelo trabalho do compressor nas horas de maior requerimento; levando a um custo de operação maior e consequentemente o CEA é incrementado.



**Figura 5.15.** Custo equivalente por unidade de aquecimento CEA em cada estação do ano

#### 5.4 Alguns comentários finais

Antes do processo de simulação e otimização, é essencial ser criterioso quando o valor inicial de  $x(0)$  de cada variável é escolhido, para assim garantir a convergência do método aplicado. Da mesma forma deve-se usar critério ao limitar e restringir as variáveis, ou combinação de variáveis, no caso da otimização, para garantir a factibilidade da função objetivo.

Um resultado importante obtido nas simulações é o COP, embora satisfatório, encontra-se abaixo do COP teórico. O COP é ligeiramente diminuído devido ao superaquecimento na saída do evaporador, que faz aumentar a potência no compressor. Por outro lado, as condições de operação do sistema foram baseadas em condições reais, assim, os resultados aproximam-se muito da realidade.

No Apêndice E, são mostrados os resultados simulados da bomba de calor, em 24 horas e com uma temperatura de referência no reservatório constante em 55 °C. Como esperado, a máquina opera contribuindo para a diminuição do pico de consumo de eletricidade, o que não acontece quando a temperatura de referência é variada.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### Conclusões

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia computacional, de otimização e simulação, para um projeto de um sistema de bomba de calor para aquecimento de água, mediante uma análise térmica e econômica; que permitiu reduzir os custos de investimento e operação.

Para a modelagem do sistema, desenvolveu-se um programa computacional, que inclui, ainda, sub-rotinas para o cálculo das propriedades termofísicas do refrigerante e demais fluidos envolvidas no sistema. O programa envolve relações termodinâmicas e de transferência de calor detalhadas para cada componente do sistema. Assim, foi possível determinar parâmetros relacionados ao sistema que permite verificar suas vantagens.

A função *fmincon* do MatLab (que usa a Programação Quadrática Sequencial como método de otimização) foi usada para resolver o problema de otimização não linear com restrições. O equacionamento utilizado na modelagem do sistema foi empregado e adaptado no *fmincon* do MatLab. Foi utilizada, ainda, uma estratégia de transformar algumas variáveis discretas em contínuas, evitando o uso de programação inteira mista de difícil solução, que normalmente é usada nos casos quando existem variáveis de tipo contínuo e discreto.

A metodologia proposta mostra uma grande flexibilidade para poder incluir variáveis de controle, incrementar as restrições, permitindo a análise do comportamento e a contribuição sobre o sistema em estudo, podendo mudar convenientemente cada tipo de componente do sistema.

Através da otimização do sistema é possível dimensionar e projetar adequadamente os componentes para reduzir os custos no investimento e na operação da máquina, torna-a viável. No trabalho os resultados foram satisfatórios, conseguiu-se diminuir o custo equivalente por unidade de aquecimento (CEA) de  $0,223 \text{ R\$/kW-h}$  para  $0,145 \text{ R\$/kW-h}$ , melhorando o COP de  $2,15$  para  $3,3$  quando a máquina foi simulada nas mesmas condições ambientais. Dada a variação de temperatura de referência do reservatório ao longo do dia, o controle assumido, desenvolvido

por *Flora (2008)*, mostrou-se interessante por permitir uma redução do consumo de energia elétrica nas horas de maior demanda.

A utilização de bombas de calor permite uma grande economia de energia, quando comparada com outros tipos de aquecimento de água, em especial, o chuveiro elétrico. A bomba de calor é um sistema economicamente interessante que reduz notoriamente o custo por unidade de kW gerado. Obtiveram-se resultados bastante interessantes: usando o chuveiro elétrico o custo para aquecer água é de  $0,32R\$/kWh$ , enquanto que, usando uma bomba de calor, o custo equivalente de aquecimento é de  $0,145R\$/kwh$ , tendo diminuído o gasto mensal para propósitos de geração de água quente. Mesmo em condições adversas (dias frios), o desempenho do sistema é satisfatório, devido à otimização do sistema planejada para atender um vasto intervalo de temperaturas do ambiente.

Geralmente, a bomba de calor resulta mais custosa que outros sistemas, no momento de sua aquisição e instalação; mas ela é muito econômica operando. Isto em longo prazo é rentável e ecológico. Deste modo temos que, após a otimização, o custo de investimento inicial viu-se incrementado de  $R\$10,595.30$  para  $R\$11,041.00$ , mas foi retribuído com a diminuição do custo de operação da máquina de  $R\$145,283.20$  para  $R\$93,069.20$  durante os anos de vida útil da máquina. Por outro lado, num sistema predial de aquecimento coletivo de água, pode ser adquirido por várias pessoas, permitindo diluir os custos no momento do investimento.

### **Sugestões para trabalhos futuros**

Devido à flexibilidade do sistema, surge a possibilidade de implementar mudanças, como: novas correlações para as propriedades termodinâmicas, termofísicas, ou bem como outras correlações de transferência de calor, etc. que permitam comparar resultados. Por outro lado também surge a possibilidade de implementar mudanças nos tipos de trocadores ou testar outros tipos de compressores que possam melhorar o desempenho da máquina tornando-a mais eficiente.

Existe a possibilidade de abordar o estudo das irreversibilidades do sistema, que poderia ser aplicada a partir de este programa, direciona-as a outras funções objetivo.

Outro ponto importante que deveria ser tratado é a questão de projetar o tamanho do reservatório adequado para a demanda do projeto; já que o reservatório cumpre uma função muito importante no sistema geral (geração e distribuição de água aquecida) contribuindo na economia da energia.

É necessário estimar, também, as perdas de calor no sistema, desde a geração, armazenamento e distribuição da água quente

O modelo adotado no presente trabalho considerou somente a bomba de calor para aquecimento de água, mas é possível aproveitar o ar resfriado em outras aplicações como a climatização, por exemplo, aumentando consideravelmente a utilidade da bomba de calor. Trabalhos futuros deverão incluir modelos de duplo efeito para aquecimento e resfriamento.

Quanto ao método de simulação, mais do que estabelecer um projeto definido de um sistema de bomba de calor, este trabalho apresenta muita flexibilidade e potencialidade do programa de simulação (Substituição-Newton-Raphson) acompanhado do método de otimização apresentado.

Com o uso de outras técnicas de otimização os resultados poderiam ser confrontados. A otimização multiobjetivo apresenta-se como uma das formas mais exatas dentre os tipos de otimização de sistemas que existem. Deste modo é possível levantar várias funções objetivo ao mesmo tempo, por exemplo, minimizar custos e maximizar eficiência, ou minimizar perdas no sistema, etc.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARIAS, D.A.; *Maximização da Margem de Estabilidade Sujeito à Minimização do Custo de Produção da Energia Elétrica utilizando Formulação em Dois Níveis*. 2008. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP, Campinas.

ASHRAE Handbook *Fundamentals*, Atlanta, GA, USA American Society of Heating Refrigerating and Air Conditioning Engineers, 2005.

ASHRAE Handbook *HVAC System and Equipment*, Atlanta, GA, USA American Society of Heating Refrigerating and Air Conditioning Engineers, 2008.

BALDASSIN, RICARDO JR. 2008. In **5º congresso brasileiro sobre eficiência energética e cogeração de energia**. São Paulo- Brazil.

BOGGS P., TOLLE J. *Sequential Quadratic Programming for Large – Scale Nonlinear Optimization*, **Journal of Computational and Applied Mathematics**. v134, p. 123-137. 1999.

BORGES, T. P. DE F. *Síntese Otimizada De Sistemas De Aquecimento Solar De Agua*. 2000. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

BOURKE, G., E BANSAL, P. *Energy consumption modeling of air source electric heat pump water heaters*. **Applied Thermal Engineering**. v30(13), p.1769-1774. 2010.

CHAGURI JUNIOR, JOSE JORGE. *Sistemas prediais de aquecimento de água a gás: Parâmetros de dimensionamento e gerenciamento*. 2009. 104p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós Graduação em Energia EP/FEA/IEE/IF, Universidade de São Paulo.

CHUA, K.J.; CHOU, S.K.; YANG, W.M. *Advances in heat pump systems: A review*. **Applied Energy Journal**. v.87, p. 3611-3624, 2010.

COSTA, ANDRE L.H E QUEIROZ, EDUARDO M. *Design Optimization of Shell-and Tube Heat Exchangers*. **Applied Thermal Engineering**. v 28 (14e15), p. 1798-1805, 2008.

DE CASTRO, JOSÉ. *Apostila: Refrigeração*, Faculdade de Engenharia Mecânica UNIVASF 2008.

ELSON, J., G. HUNDY, AND K. MONNIER. *Scroll compressor design and application characteristics for air conditioning, heat pump, and refrigeration applications*. Proceedings of the **Institute of Refrigeration**.v2 p.1-10.1990.

FIGUEIREDO, J.R., SANTOS, R.G., FAVARO, C., SILVA, A.F.S., SBRAVATI, A. *Substitution-Newton-Raphson Method Applied to the Modeling of a Vapour Compression Refrigeration System Using Different Representations of the Thermodynamic Properties of R-134A*. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**. v.24, p. 158-168, 2002.

FLORA B.F. *Controle de um Compressor de Velocidade Variável em uma Bomba de Calor para Aquecimento de Água de Banho em um Prédio* 2008. 85p. Trabalho de Graduação - Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP

FLORA B.F, FIGUEIREDO J.R. *Heat Pumps for Heating Water for Domestic Purposes Using a Varying Speed Compressor Control*. 2010. **In: Conference on Control Methodologies and Technology for Energy Efficiency (IFAC-2010)**. Portugal, 2010 International Federation of Automatic Control, Portugal, 2010.

GUO, J.J.; WU, J.Y.; WANG, R.Z.; LI, S. *Experimental research and operation optimization of an air-source heat pump water heater*. **Applied Energy Journal** v.88, p. 4128-4138, 2011.

HEWITT, G. F. , SHIRES,G.L., BATT,T.R. *Process heat transfer* . Boca Raton: CRC, 1994.

ILHA, M.S DE O.; GONÇALVES, O.M.; KAVASSAKI, Y. *Estudo de parâmetros relacionados com a utilização de água quente em edifícios residenciais*. 1991 p.185. Dissertação (Mestrado) Escola Politécnica da USP, São Paulo.

\_\_\_\_\_. *Sistemas Prediais De Agua Quente*.  
São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1994 (texto técnico, Departamento de Engenharia de construção civil.

INCROPERA, F. P. e DEWITT, D. P. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 6.ed. John Willey & Sons. 997p, 2007.

KAKAÇ, SADIK; BERGLES, ARTHUR E.; AND OLIVEIRA FERNANDES E. *Two-Phase Flow Heat Exchangers: Thermal-Hydraulic Fundamentals and Design*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1988.

KAKAÇ, SADIK . *Boilers, Evaporators and Condensers*. J. Wiley, New York ,1991.

KANDLIKAR, S.G. *A New Correlation for Saturated Two-Phase Flow Boiling Heat Transfer Inside Horizontal and Vertical Tubes*. **Transaction of the ASME**. v112, p. 219-228. 1990.

KAYS, W. M. E LONDON, A. L. *Compact Heat Exchangers*. 2. ed. McGraw-Hill, New York, 1964.

KENNETH, K. HUMPHREYS; LLOYD M. *Project And Cost Engineers' Handbook*. 3ra Ed. Marcel Dekker inc, AACE international New York, 1993.

MORAN, M.J. E SHAPIRO, H.N., *Fundamentals of engineering thermodynamics*. Jhon Wiley& Sons, New York. 1995.

MORRISON G.L., ANDERSON T, BEHNIA M. *Seasonal performance rating of heat pump water heaters*. **Solar Energy Journal**. v76, p.147–52, 2004.

MÜHLEN, LUIS SERGIO WILKE. *Modelagem de evaporador, condensador e compressor tipo scroll de bomba de calor para aquecimento central de água de chuveiro em prédio residencial*. 2009. 31p. Trabalho de Graduação - Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP.

POWELL, M.J.D. *A fast Algorithm for non linear constrained Calculations A fast Algorithm for non linear constrained Calculations*, University of Cambridge, England, 1977.

RODRIGUES DOS SANTOS, M.A. *Otimização de Bomba-Turbina Utilizando Programação Quadrática Sequencial Algoritmos Genéticos*. 2009. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Ijatubá, Ijatubá.

ROHSENOW, W. M.; HARTNETT, J. P. e CHO, Y. I. *Handbook of Heat Transfer*. 3.3ed. McGraw-Hill, 1998.

SANAYE S., MALEKMOHAMMAD H.R., *Thermal and economical optimization of air conditioning units with vapor compression refrigeration system*. **Applied Thermal Engineering**. v24, p. 1807-1825, 2004.

SAYYAADI, H., NEJATOLAH, M., *Multi-objective optimization of a cooling tower assisted vapor compression refrigeration system*. **International Journal of Refrigeration**. V34, p. 243-256, 2010.

SHAH, R.K., ROSENOW, W.M, HARNETT, J.P. E GÁNIC, E.N. “*Compact Heat Exchangers*” in *Handbook of Heat transfer applications*, 2d ed., McGraw-Hill, New York,1985.

SINGIRESU,R.S. *Engineering optimization - theory and practice*, 3a ed., John Wiley & sons, 1996.

STOECKER, W,F, e JONES, J W, *Refrigeração e Ar Condicionado*. McGraw Hill Ltda. São Paulo, 481p, 1985.

STOECKER, W,F. *Design of Thermal Systems*.3.ed. McGraw Hill Ltda. New York, 565p, 1989.

TABOREK, J., AOKI, T.,RITTER, R.B.,e PALEN, J.W. *Predictive method for fouling Behavior*. **Chemical Engineering Progress**. v68, p.69-78. 1972.

TUBULAR EXCHANGER MANUFACTURERS ASSOCIATION, INC. **TEMA 8<sup>th</sup> ed.** 25 North Broadway, Tarrytown, Ney York, 1999. 294 p.

UDAETA, MIGUEL EDGAR MORALES GRIMONI, JOSÉ AQUILES BAESSO; GALVÃO, LUIZ CLAUDIO RIBEIRO. *Iniciação a Conceitos de Sistemas Energéticos para o Desenvolvimento Limpo*. São Paulo –Edusp, 2004. 312p.

VENKATARAMAN, P. *Applied optimization with matlab programming*. Jhon Wiley& Sons, New York. 2002.

WALL, G. *Thermoeconomic Optimization of a heat pump System*. **Energy Journal** v11, p. 957-967, 1985.

WALL, G. *On the optimization of refrigeration machinery*, **International Journal of Refrigeration**. v14, p. 336–340, 1991.

\_\_\_\_\_ On site : Centro de Pesquisas Meteorológicas e Clamáticas Aplicadas a Agricultura. CEPAGRI –UNICAMP. Disponível em <http://www.cpa.unicamp.br/>.

\_\_\_\_\_ On site Mathworks of Matlab, 2011. Optimization Toolbox. Disponível em Mathworks MATLAB and Simulink for Technical Computing <http://www.mathworks.com/>. \_Acessado em agosto de 2011.

\_\_\_\_\_ On site SALVADOR ESCODA S.A. Aire acondicionado, Ventilación, calefacción, Refrigeración y aislamientos. Tarifas Escoda. Disponível em <http://www.salvadorescoda.com>. Acessado em Outubro de 2011.

\_\_\_\_\_ SINPHA - Sistema de Informação de Posses e Hábitos de Uso de Aparelhos Elétricos, simulador disponível pela PROCEL através do centro brasileiro de informação de eficiência energética para informações de consumo. - <http://www.eletrabras.com/pci/main.asp>. Acessado em Setembro de 2011.

# APÊNDICE A - CONCEITOS MATEMÁTICOS BÁSICOS NA OTIMIZAÇÃO

## A.1 Teorema da series de Taylor para uma ou mais variáveis

A Séries de Taylor é um mecanismo muito útil para aproximar o valor da função  $f(x)$  ao ponto  $(x_p + \Delta x)$  se a função é totalmente conhecida no ponto  $x_p$ , a Expansão é para um  $n$  finito:

$$f(x_p + \Delta x) = f(x_p) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_p} (\Delta x) + \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x_p} (\Delta x)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n f}{dx^n} \right|_{x_p} (\Delta x)^n \quad (A)$$

A equação (A) é dada por uma soma variável e geralmente truncada nos primeiros dois ou três termos, levando em conta que a aproximação vai ter um erro cujo grado depende de qual termo foi truncado. Deste modo, usamos a expansão de Taylor para duas ou múltiplas variáveis, truncando-a no segundo termo.

$$f(x_p + \Delta x, y_p + \Delta y) = f(x_p, y_p) + \left[ \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_p, y_p} \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{x_p, y_p} \Delta y \right] + \frac{1}{2} \left[ \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{x_p, y_p} (\Delta x)^2 + 2 \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right|_{x_p, y_p} \Delta x \Delta y + \left. \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right|_{x_p, y_p} (\Delta y)^2 \right]$$

As séries foram expandidas até o termo quadrático, organizando em vetores e matrizes, a expansão de primeira ordem fica em termos de Gradiente e o termo da expansão de segunda ordem em termos da matriz Hessiana. Para  $n$  variáveis, onde  $\mathbf{X}$  é o vetor das variáveis, e  $\mathbf{H}$  é a matriz Hessiana

$$f(\mathbf{X}_p + \Delta\mathbf{X}) = f(\mathbf{X}_p) + \nabla f(\mathbf{X}_p)^T \Delta\mathbf{X} + \frac{1}{2} \Delta\mathbf{X}^T H(\mathbf{X}_p) \Delta\mathbf{X}$$

**A.2 Gradiente.** Em uma função de uma variável a derivada é associada com o declive de uma reta. Em duas ou mais variáveis a derivada está associada ao Gradiente. A gradiente é um vetor e qualquer ponto representa a *direção na qual a função vai aumentar mais rapidamente*. Examinando o objetivo convencional da programação não linear, minimização da função objetivo, a gradiente tem uma importante papel no desenvolvimento dos métodos de resolução dos problemas de otimização. A gradiente é composta pelas derivadas parciais organizadas num vetor:

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}^T$$

**A.3 Jacobina.** A jacobina define uma maneira útil de organizar os gradientes de diversas funções. Por exemplo, em programação temos, além da função objetivo, as funções que determinam as restrições lineares e não lineares de igualdade e desigualdade. Então, usando três variáveis e duas funções, definimos a Jacobina assim:

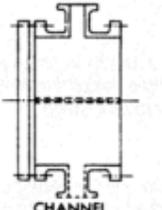
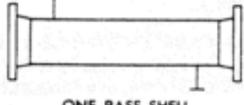
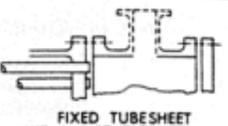
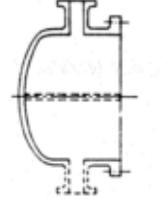
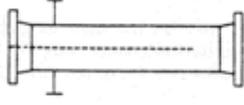
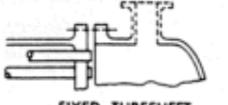
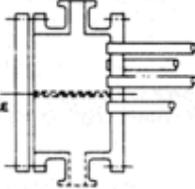
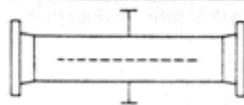
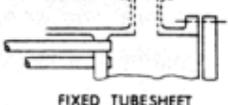
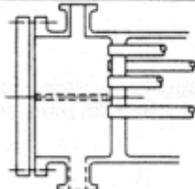
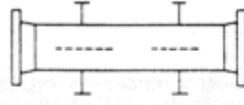
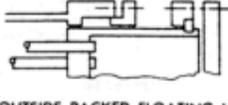
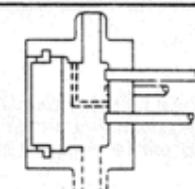
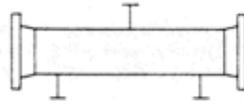
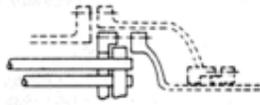
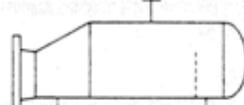
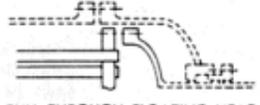
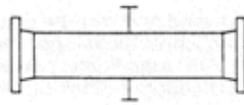
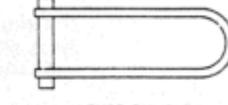
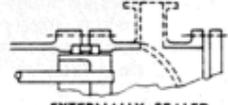
$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial z} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} & \frac{\partial g}{\partial z} \end{bmatrix}$$

**A.4 Hessiana.** A matriz Hessiana é a matriz das segundas derivadas da função de diversas variáveis.

$$[H] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix}$$

# APÊNDICE B - NOMENCLATURA DOS TROCADORES DE CALOR

## TEMA 2008 (STANDARDS OF TUBULAR EXCHANGER MANUFACTURERS ASSOCIATION)

	FRONT END STATIONARY HEAD TYPES		SHELL TYPES		REAR END HEAD TYPES
<b>A</b>	 CHANNEL AND REMOVABLE COVER	<b>E</b>	 ONE PASS SHELL	<b>L</b>	 FIXED TUBESHEET LIKE "A" STATIONARY HEAD
<b>B</b>	 BONNET (INTEGRAL COVER)	<b>F</b>	 TWO PASS SHELL WITH LONGITUDINAL BAFFLE	<b>M</b>	 FIXED TUBESHEET LIKE "B" STATIONARY HEAD
<b>C</b>	 REMOVABLE TUBE BUNDLE ONLY CHANNEL INTEGRAL WITH TUBE- SHEET AND REMOVABLE COVER	<b>G</b>	 SPLIT FLOW	<b>N</b>	 FIXED TUBESHEET LIKE "N" STATIONARY HEAD
<b>N</b>	 CHANNEL INTEGRAL WITH TUBE- SHEET AND REMOVABLE COVER	<b>H</b>	 DOUBLE SPLIT FLOW	<b>P</b>	 OUTSIDE PACKED FLOATING HEAD
<b>D</b>	 SPECIAL HIGH PRESSURE CLOSURE	<b>J</b>	 DIVIDED FLOW	<b>S</b>	 FLOATING HEAD WITH BACKING DEVICE
		<b>K</b>	 KETTLE TYPE REBOILER	<b>T</b>	 PULL THROUGH FLOATING HEAD
		<b>X</b>	 CROSS FLOW	<b>U</b>	 U-TUBE BUNDLE
				<b>W</b>	 EXTERNALLY SEALED FLOATING TUBESHEET

# APÊNDICE C - ESPECIFICAÇÃO STANDARD, TUBO DE COBRE PARA AR CONDICIONADO E REFRIGERAÇÃO (DESIGNAÇÃO B280 -08 ASTM).

**TABLE 1 Standard Dimensions and Weights, and Tolerances in Diameter and Wall Thickness for Straight Lengths**

NOTE 1—Applicable to drawn temper tube only.

Standard Size, in.	Outside Diameter, in. (mm)	Wall Thickness, in. (mm)	Weight, lb/ft (kg/m)	Tolerances	
				Average <sup>A</sup> Outside Diameter, Plus and Minus, in. (mm)	Wall <sup>B</sup> Thickness, Plus and Minus, in. (mm)
3/8	0.375 (9.52)	0.030 (0.762)	0.126 (0.187)	0.001 (0.025)	0.003 (0.08)
1/2	0.500 (12.7)	0.035 (0.889)	0.198 (0.295)	0.001 (0.025)	0.004 (0.09)
5/8	0.625 (15.9)	0.040 (1.02)	0.285 (0.424)	0.001 (0.025)	0.004 (0.10)
3/4	0.750 (19.1)	0.042 (1.07)	0.362 (0.539)	0.001 (0.025)	0.004 (0.11)
7/8	0.875 (22.3)	0.045 (1.14)	0.455 (0.677)	0.001 (0.025)	0.004 (0.11)
1 1/8	1.125 (28.6)	0.050 (1.27)	0.655 (0.975)	0.0015 (0.038)	0.004 (0.13)
1 1/4	1.375 (34.9)	0.055 (1.40)	0.884 (1.32)	0.0015 (0.038)	0.006 (0.14)
1 5/8	1.625 (41.3)	0.060 (1.52)	1.14 (1.70)	0.002 (0.051)	0.006 (0.15)
2 1/8	2.125 (54.0)	0.070 (1.78)	1.75 (2.60)	0.002 (0.051)	0.007 (0.18)
2 1/2	2.625 (66.7)	0.080 (2.03)	2.48 (3.69)	0.002 (0.051)	0.008 (0.20)
3 1/8	3.125 (79.4)	0.090 (2.29)	3.33 (4.96)	0.002 (0.051)	0.009 (0.23)
3 5/8	3.625 (92.1)	0.100 (2.54)	4.29 (6.38)	0.002 (0.051)	0.010 (0.25)
4 1/8	4.125 (105)	0.110 (2.79)	5.38 (8.01)	0.002 (0.051)	0.011 (0.28)

<sup>A</sup> The average outside diameter of a tube is the average of the maximum and minimum outside diameters as determined at any one cross section of the tube.

<sup>B</sup> The tolerances listed represent the maximum deviation at any point.

**TABLE 2 Standard Dimensions and Weights, and Tolerances in Diameter and Wall Thickness for Coil Lengths**

Standard Size, in.	Outside Diameter, in. (mm)	Wall Thickness, in. (mm)	Weight, lb/ft (kg/m)	Tolerances	
				Average <sup>A</sup> Outside Diameter, Plus and Minus, in. (mm)	Wall <sup>B</sup> Thickness, Plus and Minus, in. (mm)
1/8	0.125 (3.18)	0.030 (0.762)	0.0347 (0.0516)	0.002 (0.051)	0.003 (0.08)
3/16	0.187 (4.75)	0.030 (0.762)	0.0575 (0.0856)	0.002 (0.051)	0.003 (0.08)
1/4	0.250 (6.35)	0.030 (0.762)	0.0804 (0.120)	0.002 (0.051)	0.003 (0.08)
5/16	0.312 (7.92)	0.032 (0.813)	0.109 (0.162)	0.002 (0.051)	0.003 (0.08)
3/8	0.375 (9.52)	0.032 (0.813)	0.134 (0.199)	0.002 (0.051)	0.003 (0.08)
1/2	0.500 (12.7)	0.032 (0.813)	0.182 (0.271)	0.002 (0.051)	0.003 (0.08)
5/8	0.625 (15.9)	0.035 (0.889)	0.251 (0.373)	0.002 (0.051)	0.004 (0.11)
3/4	0.750 (19.1)	0.035 (0.889)	0.305 (0.454)	0.0025 (0.064)	0.004 (0.11)
7/8	0.875 (22.3)	0.045 (1.14)	0.455 (0.677)	0.003 (0.076)	0.004 (0.11)
1 1/8	1.125 (28.6)	0.050 (1.27)	0.655 (0.975)	0.0035 (0.089)	0.005 (0.13)
1 1/4	1.375 (34.9)	0.055 (1.40)	0.884 (1.32)	0.004 (0.10)	0.006 (0.15)
1 5/8	1.625 (41.3)	0.060 (1.52)	1.14 (1.70)	0.0045 (0.11)	0.006 (0.15)

<sup>A</sup> The average outside diameter of a tube is the average of the maximum and minimum outside diameters as determined at any one cross section of the tube.

<sup>B</sup> The tolerances listed represent the maximum deviation at any point.

## APÊNDICE D - FATORES ECONÔMICOS PARA A BOMBA DE CALOR

### D.1 Fatores econômicos considerados para o projeto da bomba de calor

Fator	Valor	Unidades	Material	Fonte
Taxa de juros	12% ao ano	-	-	
Taxa de inflação por custo de energia	6% ao ano	-	-	<a href="http://www.oglobo.globo.com/blogs/adriano/posts/2011/05/02/a-inflacao-a-energia-378018.asp">www.oglobo.globo.com/blogs/adriano/posts/2011/05/02/a-inflacao-a-energia-378018.asp</a>
Custo de eletricidade em Campinas	0.32	R\$/kW-h		www.cpfl.com.br
Anos de vida útil da máquina	15	-	-	www.lighttech.com.br
Custo dos tubos do evaporador	Apêndice D.2	€/m	Cobre	SALVADOR ESCODA S.A. www.salvadorescoda.com/tarifas/index.htm
Custo dos tubos do condensador	Apêndice D.2	€/m	Cobre	SALVADOR ESCODA S.A. www.salvadorescoda.com/tarifas/index.htm
Custo do Ventilador	510.2	R\$	-	www.aeromack.com.br/
Custo do compressor scrool	4727,6	R\$	-	Danfoss Compressores <a href="http://www.danfoss.com">www.danfoss.com</a>
Custo das folhas de alumínio para aletas	17	R\$/m <sup>2</sup>	alumínio	www.aaluminum.com www.aluminovo.com.br/
Custo da carcaça do condensador	29,12	R\$.Kg/m <sup>2</sup>	Aço	<a href="http://www.Induscon.com.br">www.Induscon.com.br</a> <a href="http://www.unicom.etc.br/produtos/chapas-de-aco">www.unicom.etc.br/produtos/chapas-de-aco</a> www.worldsteelprices.com

**D2. Preços dos tubos de cobre para ar condicionado e refrigeração (SALVADOR ESCODA.S.A). Preços atualizados em setembro de 2011**

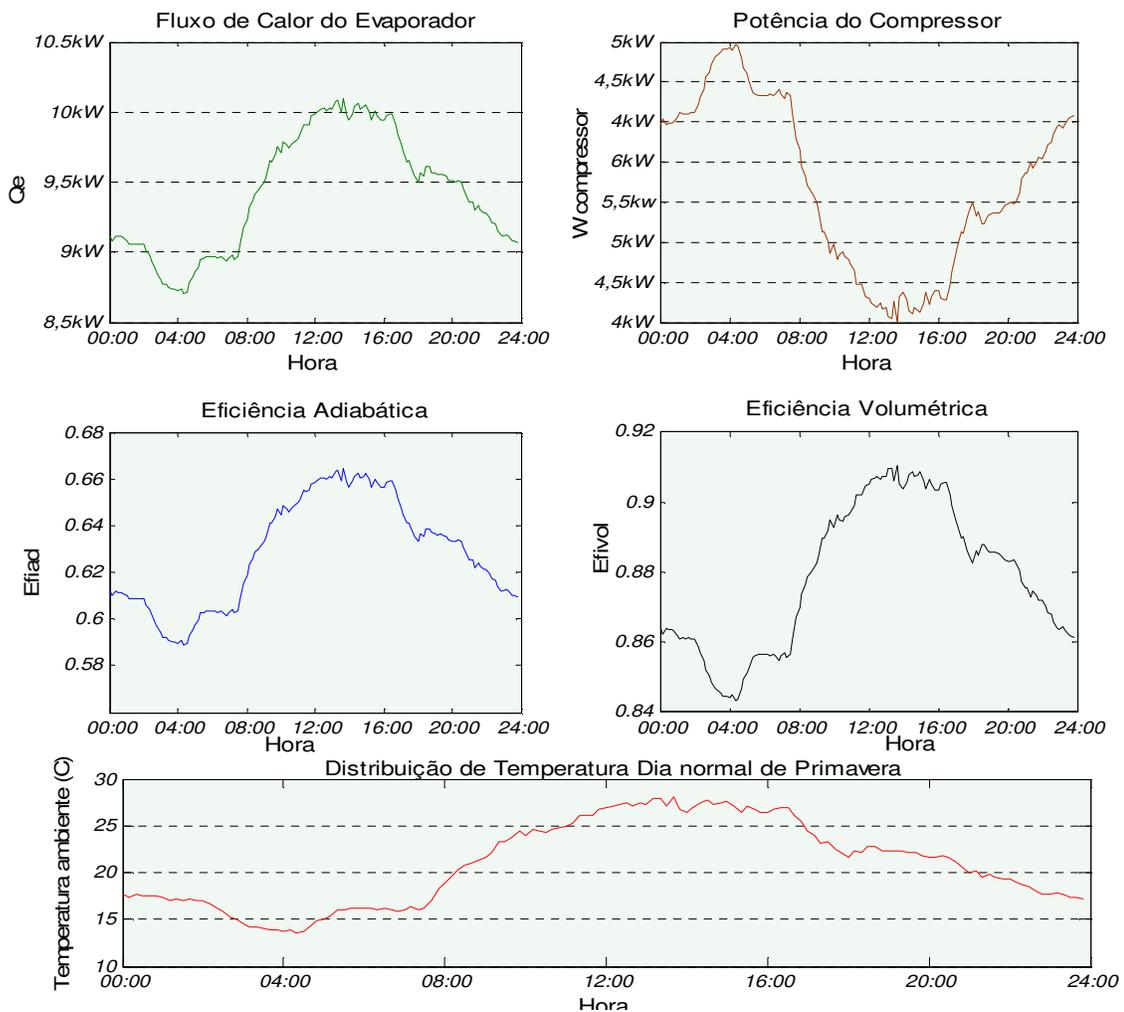
[www.salvadorescoda.com/tarifas/Accesorios\\_Splits\\_Tarifa\\_PVP\\_SalvadorEscoda.pdf](http://www.salvadorescoda.com/tarifas/Accesorios_Splits_Tarifa_PVP_SalvadorEscoda.pdf)

DESCRIÇÃO	PREÇO €/m
M.tubo cobre barra 3/8" (0,80)	<b>3,79</b>
M.tubo cobre barra 1/2" (0,80)	<b>5,15</b>
M.tubo cobre barra 5/8" (0,80)	<b>6,49</b>
M.tubo cobre barra 5/8" (1,0)	<b>7,77</b>
M.tubo cobre barra 3/4" (1,0)	<b>9,15</b>
M.tubo cobre barra 7/8" (1,0)	<b>10,71</b>
M.tubo cobre barra 1" (1,00)	<b>12,35</b>
M.tubo cobre barra 1-1/8 (1,0)	<b>13,99</b>
M.tubo cobre barra 1-1/8(1,25)	<b>15,85</b>
M.tubo cobre barra 1-3/8(1,25)	<b>21,45</b>
M.tubo cobre barra 1-5/8(1,25)	<b>25,57</b>
M.tubo cobre barra 3/4(0,8)	<b>7,81</b>
M.tubo cobre barra 3-1/8(1,65)	<b>68,00</b>
M.tubo cobre barra 3-1/8 (2,5)	<b>86,93</b>
M.tubo cobre barra 3-5/8 (2,5)	<b>106,48</b>
Rollo cobre frigorifico 5/16 x 0,76 mm	<b>45,43</b>
Rollo 50m. Tubo cobre de 1/4" x 0,8	<b>115,26</b>
Rollo 50m. Tubo cobre de 3/8" x 0,8	<b>178,61</b>
Rollo 50m. Tubo cobre de 1/2" x 0,8	<b>241,14</b>
Rollo 50m. Tubo cobre de 5/8" x 0,8	<b>305,44</b>
Rollo 50m. Tubo cobre de 3/4" x 1	<b>437,42</b>

# APÊNDICE E - SIMULAÇÃO DA BOMBA DE CALOR PARA UM DIA NORMAL REPRESENTATIVO DE CADA ESTAÇÃO DO ANO; CONSIDERANDO COMO CONSTANTE A TEMPERATURA DO RESERVATÓRIO (55°C).

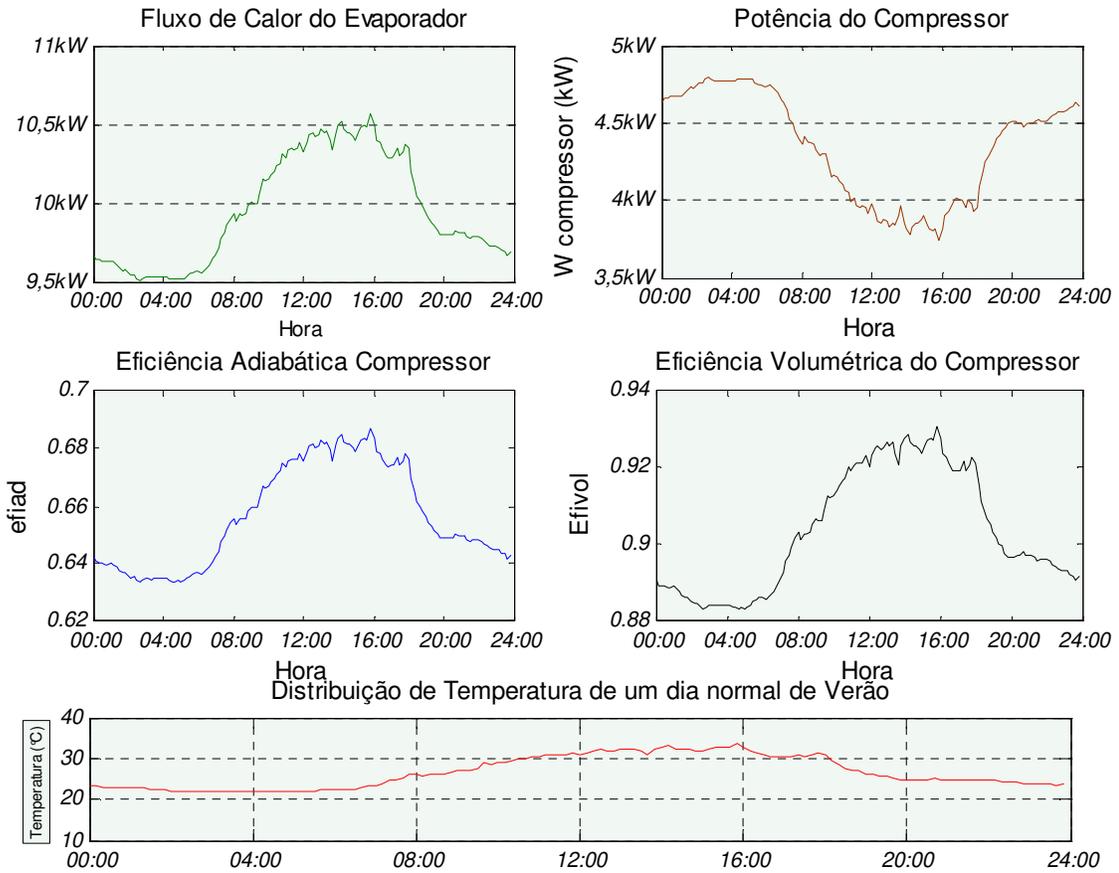
## E.1 Dia normal de primavera

### Dia normal de primavera



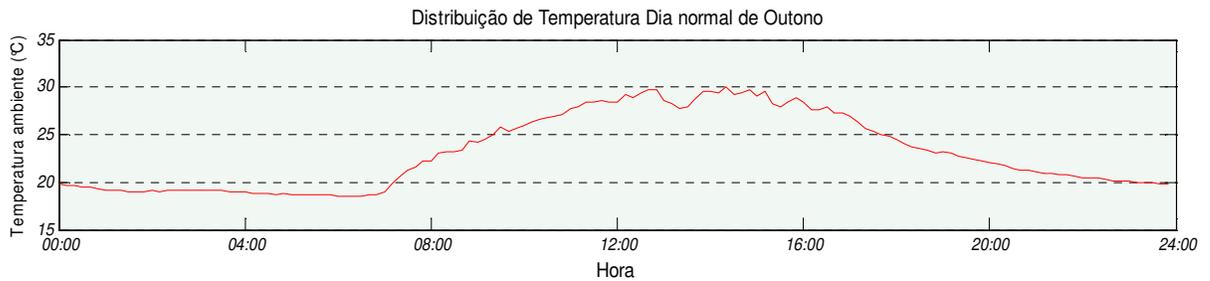
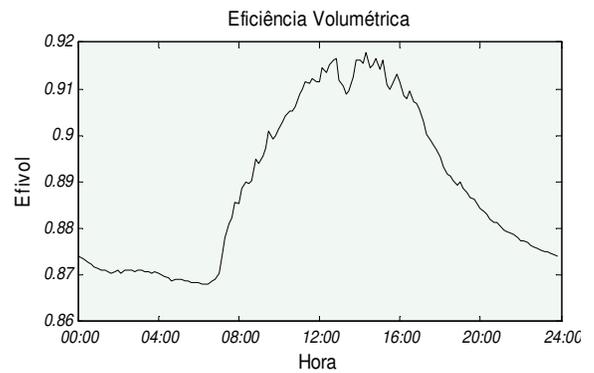
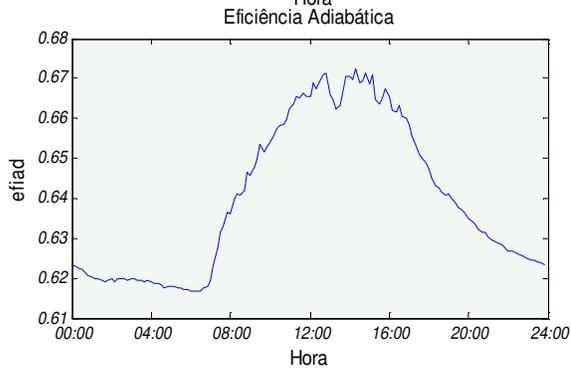
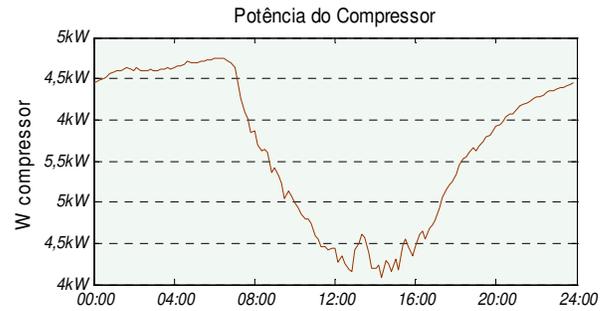
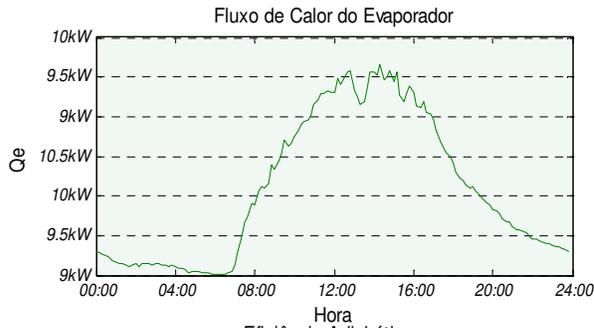
## E.2 Dia normal de verão

### Dia normal de verão



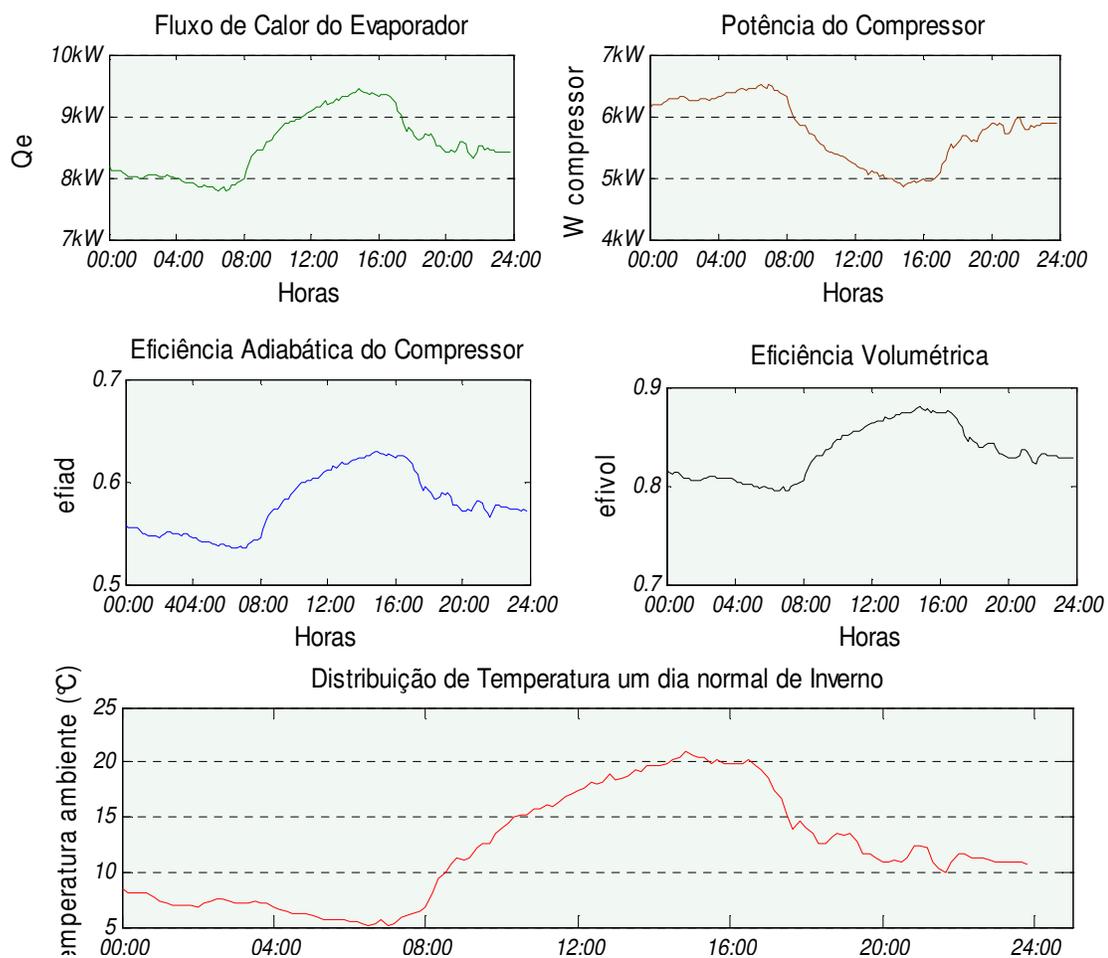
### E.3 Dia normal de outono

#### Dia normal de outono



#### E.4 Dia normal de inverno.

##### Dia normal de inverno.



### E. 5 Comparação de coeficiente de rendimento da bomba de calor operando nas quatro estações do ano

