UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

A dissertação "Desenvolvimento analítico das curvas IPR a partir de um simulador de reservatórios", elaborada por José Ramiro Cadena Torrico foi aceita pela Subcomissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial para a obtenção do Titulo de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 7 de dezembro de 1995

Banca Examinadora:

Denis José Schiozer, Ph.D.

Sérgio Nascimento Bordalo, Ph.D.

Luiz Eraldo Araujo Ferreira, Ph.D.

"Ser hoje melhor que ontem e amanhâ melhor que hoje" Anônimo.

AOS MEUS PAIS JOSÉ E COSTA, AOS MEUS IRMÃOS LUIS, CHALO E AMALIA, E PARA ELSA COM MUITO CARINHO

AGRADECIMENTOS

A Deus, por realizar meu sonho e por ter dado sabedoria para compreender as ciências.

Ao professor DENIS JOSÉ SCHIOZER, pela orientação, ajuda, paciência, dedicação e incentivo na realização do trabalho.

Ao professor ATTILIO TRIGGIA, pela colaboração e transmissão de sua experiência.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Petróleo da Universidade Estadual de Campinas, pela dedicação e colaboração.

A CEPETRO e PETROBRÁS, pela oportunidade.

Aos colegas de curso de mestrado, pela amizade e apoio.

RESUMO

As curvas IPR permitem estimar o comportamento individual de poços de petróleo de uma maneira simples e prática. Na literatura, existem muitos métodos para estimar estas curvas mas, em geral, são métodos empíricos e consideram somente fluxo bifásico.

O presente trabalho tem por objetivo desenvolver um procedimento de cálculo de curvas IPR analíticas em reservatórios limitados e homogêneos com gás em solução, considerando ou não a fase água como fase móvel, através de um simulador de reservatórios Black-Oil, baseado nos trabalhos de Vogel e Wiggins. Além de apresentar o procedimento, determina-se a influência das variáveis que afetam as curvas IPR e mostra-se os cuidados que se deve ter ao fazer o desenvolvimento de curvas IPR analíticas.

O desenvolvimento é feito através da aplicação de séries de expansão de Taylor nas soluções integrais para equações de fluxo multifásico em meios porosos e, com ajuda de um simulador de reservatórios Black-Oil, gera-se dados dos fluidos produzidos com respeitos as variações de pressão; depois, calcula-se as derivadas da função mobilidade para cada fase com respeito à pressão e os coeficientes das curvas analíticas são obtidas em qualquer estágio de depleção através de uma análise de regressão linear.

As curvas IPR tem diversas aplicações, entre as quais está incluída a otimização da produção através do acoplamento reservatório com poços e sistemas de produção que foi testada neste trabalho. Para isso, foram utilizadas correlações de fluxo multifásico em tubulações e através de restrições.

No procedimento de otimização, apenas valores discretos são considerados e fatores econômicos são usados para otimizar uma função objetivo, que no caso será o valor presente da produção acumulada. Dois casos foram estudados; no primeiro caso, demostrase a influência do diâmetro de tubulação, choke e fatores econômicos para otimizar a produção num determinado período de tempo considerando fluxo bifásico e comparando os resultados satisfatoriamente com o simulador de reservatórios; no segundo caso, considerase também a influência da produção de água e compara-se os resultados com uma conhecida correlação empírica.

Finalmente, de acordo com os cálculos de otimização para ambos os casos,

demonstra-se que as IPR analíticas são funções diretas do estágio de depleção do reservatório e portanto, qualquer aplicação deve calcular o estágio de depleção do reservatório para utilizar a IPR correta.

PALAVRAS CHAVES:

Métodos de simulação Engenharia do petróleo Poços de petróleo Reservatórios

ABSTRACT

Inflow Performance Relationships (IPR) curves represent the behavior of reservoirs in a simple way. There are many empirical methods presented in the literature to determine these curves but most of them consider only two-phase flow.

This work describes a procedure to obtain IPR curves analytically in bounded and homogeneous solution gas drive reservoirs. IPR curves for two and three-phase flow are developed from Black-Oil reservoir simulator results. This work also shows the difficulties related to the development of analytical IPR and describes the variables wich affect this development.

First, Taylor series expansion is applied to the solution integrals of multiphase flow equation through porous medium. Data of the produced fluids are computed with variations in pressure by using a Blak-Oil reservoir simulator. With these data, mobility function derivatives are calculated for every phase with respect to variations in pressure. From the mobility function and their derivatives, analytical coefficients are obtained at any stage of depletion by using linear regression.

IPR curves have many useful applications. One possible application is production optimization by coupling the reservoir, well and surface facilities to choose the best value of production parameters such as tubing diameter and choke size. Multiphase flow correlations are used to calculate pressure drop in production facilities.

In the optimization procedure, only discrete values of production parameters are considered. Economical factors are used to optimize the objective function wich is the present value of cumulative production. Two and three-phase flow are considered. Results are compared very good with results obtained from a simulation of reservoirs with production facilities in the first case, and from known empirical method in the second case.

After, the development of the optimization routine it is shown that the analytical IPR's developmented is direct function of the stage of reservoir depletion and therefore, any aplication must be calculate the stage of reservoir depletion before utilizing the correct analytical IPR.

KEYWORDS:

Simulation methods Petroleum engineer Oil wells Reservoirs

AGRADECIMENTOSiii
RESUMOiv
ABSTRACTvi
LISTA DE TABELASx
LISTA DE FIGURAS
NOMENCLATURA
1. INTRODUÇÃO1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA
3. DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO DA IPR ANALÍTICA
3.1- Reservatório de óleo com gás em solução considerando a fase água fixa7
3.2- Reservatório de óleo com gás em solução considerando a água como fase móvel. 12
4. ESTUDO DOS FATORES QUE AFETAM A IPR 17
4.1- Fatores primários
4.2- Fatores secundários
5. APLICAÇÃO DO MODELO
5.1- Caso 1: Poço que produz de um reservatório com gás em solução sem produção de
água (fluxo bifásico)21
5.2- Caso 2: Poço que produz de um reservatório com gás em solução e produção de
água (fluxo trifásico)41
6. OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO MEDIANTE ACOPLAMENTO POÇO-
RESERVATÓRIO61
6.1- Caso 1
6.2- Caso 2
7. COMENTÁRIOS, CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES
7.1- Comentários
7.2- Conclusões
7.3 - Recomendações
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS
APÊNDICE A - Demostração das equações integrais de fluxo91
APÊNDICE B - Dados Utilizados na Simulação101

INDICE

APÊNDICE C - Correlações de fluxo multifásico vertical, horizontal/inclinad	lo e a través
de restrições	
APÊNDICE D - Descrição do Valor Presente	
APÊNDICE E - Descrição dos programas computacionais	111
APÊNDICE F - Obtenção dos coeficientes na analítica IPR para fluxo multif	fásico 113

LISTA DE TABELAS

Página

Tabela B.1: Características do Reservatório e poço	101
Tabela B.2: Propriedades PVT do óleo saturado, gás e água	101
Tabela B.3: Permeabilidades relativas óleo - gás	102
Tabela B.4: Facilidades do sistema de produção	102
Tabela B.5: Características do Reservatório e poço	103
Tabela B.6: Propriedades PVT do óleo saturado, gás e água	103
Tabela B.7: Permeabilidades relativas óleo - gás	104
Tabela B.8: Permeabilidades relativas óleo - água	104
Tabela B.9: Facilidades do sistema de produção	105
Tabela C.1:Correlações de fluxo multifásico vertical	106

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1: Curva IPR para formação estratificada19
Figura 5.1: Seqüência do cálculo da analítica IPR e do acoplamento poço- reservatório 20
Figura 5.2: Localização do poço na região do reservatório no sistema Cartesiano21
Figura 5.3: Função mobilididade do óleo para diferentes estágios de depleção durante o
fluxo bifásico, CASO 122
Figura 5.4: Função mobilidade em função da pressão normalizada para diferentes
estágios de depleção durante o fluxo bifásico, CASO 123
Figura 5.5: Função mobilidade para diferentes vazões no mesmo estágio de depleção
durante o fluxo bifásico, CASO 125
Figura 5.6: Função mobilidade do óleo para Np/N = 1% de depleção e diferentes
vazões de fluxo, CASO 126
Figura 5.7: Função mobilidade do óleo para Np/N=10% de depleção e diferentes
vazões de fluxo, CASO 127
Figura 5.8: Função mobilidade para diferentes valores de "s" no mesmo estágio de
depleção e para uma mesma vazão de fluxo, CASO 1
Figura 5.9: Função mobilidade do óleo para Np/N=1% de depleção, e considerando fluxo
bifásico
Figura 5.10: Comparação da analítica IPR para Np/N=1% de depleção com diferentes
vazões de fluxo, CASO 1
Figura 5.11: Função mobilidade do óleo para Np/N=10% de depleção, e considerando
fluxo bifásico, CASO 1
Figura 5.12:Comparação da analítica IPR para Np/N=10% de depleção com diferentes
vazões de fluxo, CASO 134
Figura 5.13: Comparação das analíticas IPR para Np/N = 1% e 10% de depleção coma IPR
de Vogel, CASO 1
Figura 5.14: Diferença relativa de vazões calculadas com a IPR de Vogel e a IPR analítica,
em função da pressão para diferentes estágios de depleção, CASO 1
Figura 5.15: Curvas IPR analíticas para diferentes estágios de depleção, CASO 1

Figura 5.16: Função mobilidade do oleo para $Np/N=1\%$ de depleção, sem atingir uma faixa
considerável da pressão normalizada, CASO 1
Figura 5.17: Comparação da IPR analítica para Np/N=1% de depleção considerando e não
uma faixa adequada da pressão normalizada, CASO 140
Figura 5.18: Localização do poço no reservatório no sistema Cartesiano, CASO 241
Figura 5.19: Função mobilidade do óleo em função da pressão normalizada para diferentes
estágios de depleção durante o fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de
água, CASO 2
Figura 5.20: Função mobilidade da água para diferentes estágios de depleção durante o
fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de água, CASO 243
Figura 5.21: Função mobilidade do óleo para diferentes vazões de fluxo no mesmo estágio
de depleção durante o fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de água,
CASO 2
Figura 5.22: Função mobilidade da água para diferentes vazões de fluxo no mesmo estágio
de depleção durante o fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de água,
CASO 2
Figura 5.23: Função mobilidade do óleo para diferentes valores de dano no mesmo estágio
de depleção durante o fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de água.
de depleção distante o mano unasteo, constatentado do 70 de Satisfação interiar de agua,
CASO 2

Figura 5.29: Função mobilidade do óleo e água para Np/N=8% de depleção considerando
fluxo trifásico, CASO 2
Figura 5.30: Comparação das curvas analíticas IPR da fase óleo para dois estágios de
depleção durante o fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de água,
CASO 2
Figura 5.31: Comparação das curvas analíticas IPR da fase água para dois estágios de
depleção durante o fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de água,
CASO 2
Figura 5.32: Curvas analíticas de IPR da fase óleo para diferentes estágios de depleção,
CASO 2
Figura 5.33: Curvas Analíticas de IPR da fase água para diferentes estágios de depleção,
CASO 2
Figura 6.1: Esquema típico de um poço vertical produtor com seus componentes básicos 61
Figura 6.2: Comportamento da produção para 4 diferentes diâmetros de tubulação e sem
considerar choke na cabeça de poço, CASO 164
Figura 6.3: Comportamento do valor presente considerando um fator de desconto anual de
27% para o tempo de produção considerado, CASO 1
Figura 6.4: Comportamento do valor presente obtido do simulador de reservatórios,
CASO 1
Figura 6.5: Comparação dos diferentes métodos para o cálculo do valor presente
considerando um diâmetro de tubulação de 2.375", CASO 1
Figura 6.6: Relação do VP acumulado como diâmetro de tubulação e choke obtidos com o
simulador de reservatórios e a IPR analítica para o tempo de produção de 4 anos e
considerando fator de desconto anual de 27%, CASO 169
Figura 6.7: Comportamento da produção do óleo para quatro diferentes diâmetros de
tubulação e sem considerar choke na cabeça de poço, CASO 271
Figura 6.8: Comportamento do valor presente em função ao tempo de produção previsto,
CASO 2
Figura 6.9: Sensibilidade no cálculo do valor presente para diferentes intervalos de tempo,
CASO 2
Figura 6.10: Comparação no calculo do valor presente acumulado da IPR analítica com a
IPR composta segundo Brown75

Figura 6.11: Comparação das vazões de fluxo de óleo e água calculadas com a IPR
analítica e segundo Brown76
Figura 6.12:Efeito da presença de água considerando ou não choke na cabeça de poço para
o mesmo diâmetro de tubulação, CASO 277
Figura 6.13: Relação do valor presente acumulado com o diâmetro de tubulação e choke
obtido com a IPR analítica para o tempo de produção de 4 anos e considerando fator de
desconto anual de 27%, CASO 278
Figura 7.1: Curva IPR adimensional, Caso 180
Figura 7.2: Curva IPR dimensional, Caso 1
Figura 7.3: Comparação das vazões de fluxo obtidas com o simulador e com o análise
nodal usando a analítica IPR, CASO 181
Figura 7.4 Diferentes intervalos de tempo correspondentes a cada vazão de produção 83
Figura 7.5: Comparação das vazões de fluxo obtidas com o simulador de reservatórios
e através do análise nodal usando os coeficientes de Vogel na IPR, CASO 185
Figura C.1: Vazão de líquido através de um choke como função da pressão a montante para
uma pressão a jusante constante
Figura D.1: Desconto do capital de retorno no ponto médio correspondente a cada intervalo
de tempo
Figura E.1: Programa que calcula os coeficientes da curva Analítica IPR111
Figura E.2: Programa que cálcula a vazão de equilibrio através do acoplamento
poço-reservatório

NOMENCLATURA

LISTA DE SÍMBOLOS

А	:	área da seção transversal, [m²]
\mathbf{B}_{j}	:	fator de volume da formação da fase j, [m ³ res/m ³ std]
С	:	variável adimensional, [fração] ou quantidade de produção, [m ³]
c	:	compresibilidade, [kPa ⁻¹]
D	:	variável adimensional, [fração]
h	:	espessura da formação, [m]
IP	:	Índice de produtividade, [m ³ /d/kPa]
k	:	permeabilidade absoluta, [m ²]
k _{rj}	:	permeabilidade relativa da fase j, [fração]
Ν	:	volume de óleo no reservatório, [m ³]
N_p	:	volume acumulado de óleo produzido, [m ³]
р	:	pressão, [kPa]
p_D	:	pressão adimensional, [fração]
$\overline{\mathbf{p}}$:	pressão média, [kPa]
Р	:	preço do óleo, [U\$]
q_{j}	:	vazão de produção de fluido da fase j, [m³/d]
R	:	fator de desconto, [fração]
R_s	:	razão de solubilidade, [m ³ std/m ³ std]
RGO	:	razão gás-óleo de produção [m ³ std/m ³ std]
r _D	:	raio adimensional, [fração]
r _e	:	raio de drenagem, [m]
$r_{\rm w}$:	raio do poço, [m]
$\mathbf{S}_{\mathbf{j}}$:	saturação da fase j, [fração]
S	:	fator de dano ou película, [fração]
t _D	:	tempo adimensional, [fração]
t	:	tempo, [s]
t _{pss}	:	tempo de pseudo-estabilização, [s]
Т	:	temperatura, [^o K]

- V : volume, $[m^3]$
- VP : valor presente, [U\$]

LETRAS GREGAS

- Δ : operador de diferenças ou incremento
- ∂ : operador diferencial parcial
- ∇ : operador divergente
- ∏ : relação de pressões, [fração]
- φ : porosidade, [fração]
- μ_j : viscocidade da fase j, [Pa.s]
- ρ_j : massa específica da fase j, [kg/m³]
- γ_g : densidade relativa do gás, [fração]
- θ : angulo da tubulação do poço com a horizontal, [fração]

ÍNDICES INFERIORES

ch	: choke
D	: adimensional
e	: externo
f	: fundo ou final
g	: gás
i	: inicial
j	: fase óleo ou água
max	: máximo
0	: óleo
r	: relativo
res	: resevatório
S	: solubilidade
sep	: separação
t	: total
TH	: trecho horizontal
TV	: trecho vertical

- w : água ou poço
- wh : condições de cabeça de poço
- wf : condições de fundo poço
- x,i : direção x
- y,j : direção y
- z,k : direção z

ÍNDICES SUPERIORES

inflow : entrada do nó

n : termo enésimo

outflow: saída do nó

1. INTRODUÇÃO

A estimativa do comportamento individual da produção dos poços de petróleo permite determinar um método ótimo de produção, efetuar um projeto adequado de elevação artificial, projetar tratamentos eficazes de estimulação e prever o comportamento da produção para propósitos de planejamento. Cada uma destas atividades é muito importante para uma operação eficiente na exploração dos poços e de acompanhamento de reservatórios. Em muitos destes casos, a utilização de simuladores numéricos de reservatórios poderia resultar num tempo de computação muito elevado e, por este motivo, pode-se utilizar curvas de IPR para representar o comportamento de reservatórios.

Quando estima-se o comportamento de um poço de óleo, o primeiro parâmetro que deve ser conhecido é a diferença de pressão do reservatório e a pressão dinâmica de fundo ("drawdown"), a qual é utilizada para vencer as forças retentoras ou forças que tendem a evitar o fluxo através do reservatório, sendo as principais forças as capilares e as viscosas nos poros da rocha.

A pressão do reservatório decresce com o tempo de produção, isto é, com a produção acumulada durante a vida do reservatório, e para uma pressão do reservatório, existem elementos na equação de Darcy¹ que permanecem constantes, os quais dependem das características da formação e dos fluidos produzidos. Então, devido à variação não muito rápida da pressão do reservatório com o tempo, pode-se afirmar que, para pressões de fluxo de fundo maiores que a pressão de saturação e para um determinado período de tempo, estes termos permanecem aproximadamente constantes, sendo um indicativo da produtividade do poço o que é chamado "índice de produtividade (IP)". Em conseqüência disso, a equação de Darcy pode ser escrita da seguinte forma:

$$q = IP(\overline{p}r - pwf)$$
 OU $IP = \frac{q}{(\overline{p}r - pwf)}$

Para fluxo de uma só fase em condições estabilizadas, ou seja, acima da pressão de saturação, o IP dos poços é assumido constante ou linear, como é o caso dos reservatórios com influxo de água ativa, enquanto que para o fluxo bifásico, isto é,

quando a pressão de fluxo em frente aos canhoneados estiver abaixo da pressão de saturação, existe gás saindo de solução dentro do reservatório. Com isto, a saturação de gás próximo ao poço aumentará com o conseqüente aumento na permeabilidade relativa ao gás. Isto, provocará uma diminução na permeabilidade relativa ao óleo, e diminução no IP, ou seja, quanto menor a pressão dinâmica de fundo, maior a saturação de gás próximo ao poço, menor permeabilidade relativa ao óleo e portanto, menor o IP. Como conseqüência, a IP não chega a ser linear como é o caso dos reservatórios com gás em solução.

Muitos pesquisadores estudaram este tipo de reservatórios, desenvolvendo curvas IPR de uma maneira empírica para determinar o comportamento dos poços de petróleo considerando fluxo bifásico. No presente trabalho, o desenvolvimento destas curvas é analítico, considera também fluxo trifásico que é desenvolvido a partir de um simulador de reservatórios Black-Oil.

A apresentação deste trabalho será dividida em quatro partes: A primeira parte refere-se ao desenvolvimento matemático da IPR analítica proposta para reservatórios limitados, com gás em solução considerando a fase água fixa e também móvel. A segunda parte consiste em determinar a influência das variáveis que afetam a forma das curvas IPR, classificando para isso fatores primários e secundários. A terceira parte é a aplicação do modelo proposto, onde se explica o procedimento de cálculo e os cuidados que se deve ter ao fazer o desenvolvimento. Fluxo bifásico e trifásico são considerados e para ambos os casos, calcula-se os coeficientes da curva IPR analítica a partir de uma regressão linear da função da mobilidade com respeito as quedas da pressão no reservatório. A quarta parte apresenta uma aplicação do modelo proposto com a otimização da produção nos dois casos considerados para um determinado período de tempo, através do acoplamento reservatório com um poço produtor e seu sistema de produção. Para isto, são utilizados correlações de fluxo multifásico em tubulações, considerando restrições na cabeça de poço (choke) e levando em conta fatores econômicos. Para os dois casos, os resultados obtidos são comparados satisfatoriamente com resultados de conhecidos métodos empíricos ou com o simulador de reservatórios.

¹ A equação de Darcy é utilizada para representar o fluxo de fluidos em meios porosos

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os primeiros pesquisadores que apresentaram métodos de cálculo para determinar o índice de produtividade foram Evinger e Muskat^[13]. A partir da equação de Darcy^[10], considerando fluxo homogêneo através de um meio poroso, eles desenvolveram gráficos que relacionam a vazão, permeabilidade por unidade de espessura de areia produtora em função à diferencial de pressão no reservatório para diferentes razões gás-líquido(RGL's) de produção. Nestas curvas, eles observaram também que o IP diminui com a pressão em reservatórios com alta e baixa pressões, indicando que o gás livre diminui a produtividade do poço, e além disso, sugeriram um método para estimar a redução da produtividade baseando-se no fluxo em estado estável para sistema de fluxo radial. Este método, entretanto, não foi utilizado na indústria devido ao conhecimento requerido das propriedades das rochas e dos fluidos.

Gilbert^[16] apresentou métodos de análise utilizando gráficos da vazão de produção como função das pressões dinâmicas de fundo para um poço. Ele foi o primeiro em denominar estes gráficos como curvas de comportamento da produção ("Inflow Performance Relationships").

Weller^[33] desenvolveu um método para calcular o comportamento da depleção em reservatórios com gás em solução, o que é aplicável para todas as condições de saturação considerando o fluxo em estado estável e sem assumir a Relação gás-óleo (RGO) constante. Com estas soluções, ele fez gráficos da pressão dinâmica de fundo em função da vazão de fluxo para estimar a produtividade do poço.

Vogel^[32] apresentou uma relação empírica para determinar curvas IPR em poços produzindo de reservatórios com gás em solução e fluxo abaixo do ponto de bolha para uma variedade de propriedades PVT e permeabilidades relativas baseado em resultados de simulação numérica. Ele fez algumas suposições, tais como reservatório circular e fluxo uniforme radial com uma saturação de água constante, desprezou a segregação gravitacional e considerou somente fluxo bifásico. Em seu estudo, mostrou o gráfico de pressão de fundo em função da vazão de fluxo e, considerando a recuperação acumulada, mostrou que a curva muda gradativamente de forma devido à depleção do reservatório com o tempo de produção. Além disso, Vogel construiu a "IPR adimensional", onde a pressão

para cada ponto sobre a curva IPR é dividida pela máxima pressão (também chamada pressão de fechamento) e a correspondente vazão de produção é dividida pela máxima vazão de produção (100% "drawdown") para a mesma curva. Ele também observou que a forma da curva exibe características similares aos reservatórios analisados que tem diferentes viscosidades, diferentes espaçamentos entre poços, para poços que apresentam dano (com efeito "skin") e poços fraturados. Desta forma ele considerou a curva como uma solução geral para reservatórios com gás em solução, mas a solução particular depende das caraterísticas individuais de cada reservatório e das pressões de fluxo abaixo do ponto de bolha. Este método é muito utilizado na atualidade porque os dados necessários são apenas as vazões de fluxo, as pressões dinâmicas de fundo e a pressão média do reservatório.

Standing^[29] observou que o trabalho de Vogel assume uma eficiência de fluxo de 100% e não leva em conta os poços que foram danificados ou estimulados. Então, ele apresentou curvas para diferentes eficiências de fluxo e pressões adimensionais. Entretanto, suas curvas não são adequadas para casos de baixa pressão de fluxo e alta eficiência do fluxo.

Fetkovich^[15] apresentou uma correlação empírica para construir IPR baseada em dados de testes de poços. Sua IPR tem a mesma forma que a equação empírica para o cálculo da produção nos poços de gás, que é: $q=c(p_e^2 p_{wf}^2)^n$, onde para a obtenção das constantes "c" e "n" usa-se o método isocronal ou fluxo depois de fluxo ("flow after flow"). Este método consiste em medir a pressão de surgência para várias vazões no poço e de acordo com estes dados, calcula-se a variável "c" que dá uma idéia da capacidade do poço, e a variável "n" que indica se o poço tem dano. Observa-se que, neste método, pelo menos três testes do poço devem ser considerados. Torna-se claro também que os efeitos de alta velocidade de fluxo ou efeito de turbulência afetam o cálculo da vazão máxima de fluxo.

Os pesquisadores Jones, Blount e Glaze^[19] sugeriram que o fluxo radial para gás e óleo pode ser representado por outra forma da equação de fluxo já conhecida de maneira que possa mostrar a existência de restrições na entrada do poço. Com este método os autores calculam as perdas na pressão de surgência causadas pela turbulência nos reservatórios. Além disso, os autores estimam o grau de dano da formação, o grau de

turbulência e se os poços têm boa completação.

Couto^[9] apresentou uma metodologia para desenvolver as curvas IPR e calcular a eficiência de fluxo a partir de dois testes efetuados no poço com base nos trabalhos de Vogel e Standing. O método é aplicável para qualquer forma de área de drenagem em qualquer estágio de completação e de depleção do reservatório.

Brown^[6] apresentou um método proposto pela Petrobras para determinar a IPR em poços de óleo com produção de água. Este método, determina uma IPR composta usando uma combinação através de uma IP constante para a produção de água com a IPR de Vogel no caso do óleo.

Sukarno^[31] desenvolveu outro método para determinar as curvas IPR para poços de óleo produzindo água, a partir de um simulador de fluxo trifásico. Este método é o resultado de uma regressão não linear aos resultados gerados do simulador e esta baseado na fração de água produzida relativa ao volume total de fluido.

Wiggins^{[34],[35]} apresentou uma base teórica para o desenvolvimento da IPR de Vogel (baseado na natureza física do sistema de fluxo multifásico) que contribui para um melhor entendimento do comportamento pressão-produção para um poço individual. A IPR analítica foi desenvolvida usando um simulador de reservatórios para fluxo multifásico e considerando-se o reservatório homogêneo, abaixo do ponto de bolha, tendo água também como fase móvel. O regime de fluxo de interesse acontece no final do período de fluxo infinito onde existe uma queda de pressão considerável no limite do reservatório.

Na parte de otimização, Caroll^[8] desenvolveu uma técnica de otimização nãolinear para determinar o comportamento da produção a qual é função de algumas variáveis que considerou contínuas (como por exemplo diâmetro de tubulação).

O presente trabalho esta baseado principalmente nos estudos de Vogel^[32] e Wiggins^{[34],[35]}. Inicialmente, apresenta-se um procedimento de cálculo para desenvolver as curvas IPR analiticamente, considerando fluxo bi e trifásico. Mostra-se que os coeficientes da equação IPR analítica têm uma base matemática e não são parâmetros arbitrários de aproximação. Posteriormente, mostra-se os cuidados e limitações da metodologia e finalmente faz-se uma aplicação das curvas analíticas IPR através da otimização da produção para os dois casos analisados, considerando que as variáveis que afetam o

comportamento da produção são variáveis descontínuas, isto é, variáveis discretas.

3. DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO DA IPR ANALÍTICA

3.1- Reservatório de óleo com gás em solução considerando a fase água

fixa

Para desenvolver a IPR neste tipo de reservatórios assume-se o seguinte:

- reservatório homogêneo, cilíndrico, limitado (sem fluxo no limite),
- efeitos capilares e da gravidade são ignorados,
- reservatório acima do ponto de bolha (não existe gás livre no início),
- as leis de fluxo multifásico da equação de Darcy são aplicáveis,
- condições isotérmicas,
- não existe reação entre os fluidos do reservatório e as rochas da formação produtora,
- não existe solubilidade do gás na água, e
- penetração completa na parede do poço

De acordo com as condições acima, o modelo matemático que descreve o fluxo multifásico de fluidos em meios porosos pode ser obtido combinando-se princípios físicos convenientes à conservação da massa, isto é, a lei de Darcy^[10] para o fluxo de fluidos com uma apropriada equação de estado.

A forma geral destas equações para o fluxo de óleo é:

$$\nabla \left\{ \frac{kk_{ro}}{\mu_0 B_0} \nabla P \right\} = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\phi S_0}{B_0} \right\}$$
(3.1)

e, para o fluxo de gás:

$$\nabla \left\{ \left(\frac{kk_{rg}}{\mu_g B_g} + \frac{kk_{ro} R_{so}}{\mu_o B_o} \right) \nabla p \right\} = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\phi S_g}{B_g} + \frac{\phi S_o R_{so}}{B_o} \right\}$$
(3.2)

A equação diferencial parcial para a fase óleo considerando-se o fluxo radial pode ser escrito em termos da pressão externa no limite do reservatório (p_e) e da pressão no raio do poço (p_{wf}), com a segunda integral desta equação como:

$$q_{o(t)} = \left[\frac{2\pi kh}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{1}{2} + s}\right]_{p_{wf}}^{p_e} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp$$
(3.3)

e em termos da pressão média do reservatório a equação fica:

$$q_{o(t)} = \left[\frac{2\pi kh}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{3}{4} + s}\right]_{p_{wf}}^{\overline{p}_r} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp$$
(3.4)

A demostração das equações integrais de fluxo (3.3) e (3.4) encontram-se no Apêndice A. Esta equação em forma geral pode ser escrita como:

$$q_{0}(t) = C_{w} \int_{Pwf}^{\overline{p}_{r}(t)} \frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} dp$$
(3.5)

onde C_w é uma constante que depende da geometria da área de produção e do regime de fluxo. Então, em termos do limite externo (p_e) e do limite interno (p_{wf}) , a equação anterior pode ser expressa como:

$$q_{o(t)} = C_w \int_{Pwf}^{p_e} \frac{k_{ro}}{\mu_0 B_0} dp$$
(3.6)

Para um raio genérico, a constante C_w passa a ser chamada C e a vazão fica:

$$q_{o(t)} = C \int_{P}^{P_e} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp$$
(3.7)

Agora, considerando-se que $\Delta p = p_e - p$, e a derivada é $dp = -d(\Delta p)$, então,

a Eq. (3.7) fica:

$$q_{o(t)} = C \int_{0}^{\Delta p} \frac{k_{ro}}{\mu_0 B_0} d(\Delta p)$$
(3.8)

Para normalizar, esta equação é dividida por $\,p_e\,$ para obter:

$$q_{o(t)} = C \cdot pe \int_{0}^{\frac{\Delta p}{pe}} \frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} d\left(\frac{\Delta p}{p_{e}}\right)$$
(3.9)

Mantendo o tempo constante, a vazão de fluxo poderá ser escrita como função da queda de pressão somente, então a Eq. (3.9) pode ser expandida perto de zero com a série de Taylor da forma:

$$q_{o(t)} = q_{o(o)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_o^{(n)}(0)}{n!} (\Pi)^n$$
(3.10)

onde:

$$\Pi = \frac{\Delta p}{pe}$$
(3.11)

Avaliando-se os termos na Eq. (3.9) tem-se:

onde $q_0^{n}(0)$ é a enésima derivada de q_0 com respeito a Π e o termo $\left[\frac{k_{ro}}{\mu_0 B_0}\right]_{\Pi=0}^{n-1}$ é a n-1 derivada da função mobilidade avaliada a Π igual a zero.

Considerando-se que os cinco primeiros termos são suficientes para estimar a Eq. (3.9) para qualquer tempo, obtem-se então:

$$q_{o}(\Pi) = C \cdot p_{e} \left\{ \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0} \Pi + \frac{1}{2!} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} \Pi^{2} + \frac{1}{3!} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime} \Pi^{3} + \frac{1}{4!} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime\prime} \Pi^{4} \right\} + \varepsilon$$
(3.13)

sendo ε o erro resultante do truncamento da série depois dos cinco primeiros termos.

Nesta equação, pode-se estimar a vazão de fluxo para qualquer pressão de fluxo quando a pressão limite é igual a p_e . Agora, para calcular a máxima vazão de fluxo, a pressão de fluxo deverá ser igual a zero, isto é Π =1, e a Eq. (3.13) fica:

$$q_{o,max} = q_{o}(1) = C \cdot p_{e} \left\{ \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0} + \frac{1}{2!} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} + \frac{1}{3!} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime \prime} + \frac{1}{4!} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime \prime \prime} \right\}$$
(3.14)

Vogel^[32] recomenda que para qualquer tempo a relação da vazão de fluxo para uma máxima vazão pode ser determinado a partir da relação de pressões. Então, a Eq. (3.13) pode ser dividida pela Eq. (3.14) obtendo:

$$\frac{q_{o}(\Pi)}{q_{o,max}} = \begin{cases} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\Pi} + \frac{1}{2} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} \Pi^{2} + \frac{1}{6} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime} \Pi^{3} + \frac{1}{24} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime\prime} \Pi^{4} \\ \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} + \frac{1}{2} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} + \frac{1}{6} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime} + \frac{1}{24} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime\prime} \end{cases} \end{cases}$$

$$(3.15)$$

Pode-se observar, a partir desta equação, que a relação implica em uma não depêndencia da geometria de fluxo, do tipo de fluxo ou presença de dano na zona de IPR, mas só das constantes que tem esta equação. Então, o valor de Π pode ser escrito na Eq. (3.10) como:

$$\Pi = \frac{\Delta p}{p_e} = \frac{p_e - p}{p_e} = 1 - \frac{p}{p_e}$$
(3.16)

Substituindo esta equação em (3.15) e desenvolvendo através de polinômios em grupos de termos similares após algumas manipulações algébricas obtém-se um polinômio de quarto grau onde a vazão de fluxo é função da pressão e alguns coeficientes. Se esse procedimento for feito para o raio do poço onde ($r = r_w$) e ($p = p_{wf}$) essa equação fica:

$$\frac{q_{o}}{q_{o,max}} = 1 + \frac{C_{1}}{D} \frac{p_{wf}}{p_{e}} + \frac{C_{2}}{D} \left(\frac{p_{wf}}{p_{e}}\right)^{2} + \frac{C_{3}}{D} \left(\frac{p_{wf}}{p_{e}}\right)^{3} + \frac{C_{4}}{D} \left(\frac{p_{wf}}{p_{e}}\right)^{4}$$
(3.17)

onde os coeficientes são definidos como:

$$C_{1} = -\left\{ \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0} + \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} + \frac{1}{2} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime \prime} + \frac{1}{6} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime \prime \prime} \right\}$$
(3.18)

$$C_{2} = \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o} B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} + \frac{1}{2} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o} B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime \prime} + \frac{1}{4} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o} B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime \prime \prime} \right\}$$
(3.19)

$$C_{3} = -\left\{\frac{1}{6} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}}\right]_{\Pi=0}^{\prime \prime} + \frac{1}{6} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}}\right]_{\Pi=0}^{\prime \prime \prime}\right\}$$
(3.20)

$$C_{4} = \frac{1}{24} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o} B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{///}$$
(3.21)

$$D = \left\{ \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0} + \frac{1}{2} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} + \frac{1}{6} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime} + \frac{1}{24} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime\prime} \right\}$$
(3.22)

Essas constantes são funções da definição de Π , isto é, funções do lugar geométrico (ou raio) onde Π é calculado. É importante observar que as constantes das Eqs. (3.18) a (3.22) são obtidas com $\Pi = 0$ para o raio do poço, ou seja, $p_e = p_{wf}$.

Portanto, a Eq. (3.17) tem a mesma forma que a IPR de Vogel, o que indica que os coeficientes nesta relação têm uma base física e não são parâmetros arbitrários de aproximação, como é sugerido por muitos pesquisadores. Então, a curva analítica IPR pode ser utilizada para descrever qualquer reservatório do qual se possa estimar a função

mobilidade e suas derivadas com respeito à pressão.

Uma dificuldade na utilização da Eq. (3.17) é a necessidade de se estimar a pressão externa no limite p_e , onde esta pressão é dificil de ser obtida com algum grau de precisão, embora, uma estimativa eficaz da pressão média do reservatório é conseguida a partir dos analises de testes de pressão. Então, a IPR analítica pode ser desenvolvida na Eq. (3.5) da mesma maneira que a Eq. (3.17), a menos que tenha como limite superior de integração a variável p_e , portanto a IPR obtida será:

$$\frac{q_{o}}{q_{o,max}} = 1 + \frac{C_{1}}{D} \frac{p_{wf}}{\overline{p}_{r}} + \frac{C_{2}}{D} \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}_{r}}\right)^{2} + \frac{C_{3}}{D} \left(\frac{P_{wf}}{\overline{p}_{r}}\right)^{3} + \frac{C_{4}}{D} \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}_{r}}\right)^{4}$$
(3.23)

Sendo os coeficientes os mesmos definidos nas Eqs. (3.18) a (3.22), mas Π para qualquer raio genérico é definido por:

$$\Pi = \frac{\overline{p}_r - p}{\overline{p}_r} \tag{3.24}$$

3.2- Reservatório de óleo com gás em solução considerando a água como fase móvel

Para desenvolver-se a IPR proposta neste tipo de reservatório, assume-se as mesmas considerações que no item 3.1, e além disso, considera-se a água como fase móvel presente inicialmente. Assim a forma geral das equações para fluxo de óleo, água e gás são respectivamente:

<u>Óleo</u>

$$\nabla \left\{ \frac{kk_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} \nabla p \right\} = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\phi S_{o}}{B_{o}} \right\}$$
(3.25)

<u>Água</u>

$$\nabla \left\{ \frac{\mathbf{k}\mathbf{k}_{\mathrm{rw}}}{\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{w}}\mathbf{B}_{\mathrm{w}}} \nabla \mathbf{p} \right\} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\boldsymbol{\phi}\mathbf{S}_{\mathrm{w}}}{\mathbf{B}_{\mathrm{w}}} \right)$$
(3.26)

<u>Gás</u>

$$\nabla \left\{ \left(\frac{kk_{rg}}{\mu_g B_g} + \frac{kk_{ro} R_{so}}{\mu_o B_o} \right) \nabla p \right\} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_g}{B_g} + \frac{\phi S_o R_{so}}{B_o} \right)$$
(3.27)

sendo estas equações escritas desprezando-se os efeitos capilares gravitacionais e a solubilidade do gás na água.

A segunda integral da equação diferencial parcial de óleo para o fluxo radial pode ser escrita em termos da pressão externa no limite externa (p_e) e da pressão no raio do poço (p_{wf}) , como:

$$q_{o(t)} = \left[\frac{2\pi kh}{\ln(\frac{r_e}{r_W}) - \frac{1}{2} + s}\right]_{p_{wf}}^{p_e} \frac{k_{ro}}{\mu_0 B_0} dP$$
(3.28)

ou em termos da pressão média do reservatório $\,\overline{p}_r\,$, como:

$$q_{o(t)} = \left[\frac{2\pi kh}{\ln(\frac{r_e}{r_W}) - \frac{3}{4} + s}\right]_{p_{wf}}^{\overline{p}_r} \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} dp$$
(3.29)

para a fase água, as soluções podem ser escritas como:

$$q_{w(t)} = \left[\frac{2\pi kh}{\ln(\frac{r_e}{r_w}) - \frac{1}{2} + s}\right]_{p_{wf}}^{p_e} \frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} dp$$
(3.30)

ou em termos da pressão média do reservatório, como:

$$q_{w(t)} = \left[\frac{2\pi kh}{\ln(\frac{r_e}{r_w}) - \frac{3}{4} + s}\right] \int_{p_{wf}}^{\overline{p}_r} \frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} dp$$
(3.31)

As Eqs. (3.28) a (3.32) podem ser escritas de forma geral como:

$$q_{j(t)} = C_w \int_{p_{wf}}^{p_r(t)} \frac{k_{rj}}{\mu_j B_j} dp$$
(3.32)

onde C_w é uma constante que depende da geometria da área de produção e do regime de fluxo, e o subscrito j é referente à fase óleo ou fase água. No Apêndice A encontra-se a demostração das equações integrais de fluxo.

Em termos da pressão média do reservatório a Eq. (3.32) pode ser escrita como:

$$q_{j(t)} = C_w \int_{p_{wf}}^{\overline{p}_r} \frac{k_{rj}}{\mu_j B_j} dp$$
(3.33)

Para um raio genérico, a constante C_w passa a ser chamada C e a vazão de fluxo

$$q_{j(t)} = C \int_{p}^{\overline{p}_{r}} \frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} dp$$
(3.34)

Seguindo a mesma derivação do ponto anterior, tem-se que:

$$\Pi = \frac{\Delta p}{p_e} = \frac{\overline{p}_r - p}{\overline{p}_r}$$
(3.35)

então substituindo na Eq. (3.34) tem-se:

fica:

$$q_{o(t)} = C \cdot p_e \int_{p}^{\overline{p}_r} \frac{k_{rj}}{\mu_j B_j} dp$$
(3.36)

Mantendo o tempo constante, a vazão de fluxo pode ser escrita como função apenas da queda de pressão e, portanto a Eq. (3.36) pode ser expandida na vizinhança de zero na série do Taylor da mesma maneira que no item 3.1 obtendo:

$$q_{j}(\Pi) = C \cdot p_{e} \left\{ \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0} \Pi + \frac{1}{2} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}\beta_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} \Pi^{2} + \frac{1}{6} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime} \Pi^{3} + \frac{1}{24} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime\prime} \Pi^{4} \right\} + \varepsilon$$
(3.37)

onde ϵ é o erro resultante do truncamento da série depois do quinto termo.

A Eq. (3.37) permite estimar a máxima vazão de fluxo para qualquer pressão de fluxo (p) no tempo quando a pressão do reservatório é igual a $\overline{p}r$. Agora, para estimar a vazão máxima de fluxo, o termo p deve ser igual a zero, pelo que Π é igual 1 e portanto a Eq. (3.37) fica:

$$q_{j,max} = q_{j}(1) = C \cdot \overline{p}_{r} \left\{ \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0} + \frac{1}{2} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} + \frac{1}{6} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime \prime} + \frac{1}{24} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime \prime \prime} \right\}$$
(3.38)

Então, a relação das Eqs. (3.37) e (3.38) é:

$$\frac{q_{j}(\Pi)}{q_{j,max}} = \begin{cases} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\Pi} + \frac{1}{2} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} \Pi^{2} + \frac{1}{6} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime} \Pi^{3} + \frac{1}{24} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime\prime} \Pi^{4} \\ \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} + \frac{1}{2} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} + \frac{1}{6} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime} + \frac{1}{24} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime\prime} \end{cases}$$

$$(3.39)$$

É interessante observar que nesta relação não existe dependência da geometria de fluxo, tipo de fluxo ou da presença de uma zona de dano sobre a IPR como foi observado no item 3.1, então, avaliando-se esta equação por expansão dos polinômios e agrupando em termos similares como foi feito na obtenção da Eq. (3.17), obtém-se:

$$\frac{q_j}{q_{j,max}} = 1 + \frac{C_1}{D} \frac{p_{wf}}{\overline{p}_r} + \frac{C_2}{D} \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}_r}\right)^2 + \frac{C_3}{D} \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}_r}\right)^3 + \frac{C_4}{D} \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}_r}\right)^4$$
(3.40)

Sendo os coeficientes definidos como:

$$C_{1} = -\left\{ \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0} + \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} + \frac{1}{2} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime} + \frac{1}{6} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime\prime} \right\}$$
(3.41)

$$C_{2} = \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} + \frac{1}{2} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime \prime} + \frac{1}{4} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime \prime \prime} \right\}$$
(3.42)

$$C_{3} = -\left\{\frac{1}{6} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}}\right]_{\Pi=0}^{\prime\prime} + \frac{1}{6} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}}\right]_{\Pi=0}^{\prime\prime\prime}\right\}$$
(3.43)

$$C_{4} = \frac{1}{24} \left[\frac{k_{ro}}{\mu_{o} B_{o}} \right]_{\Pi=0}^{///}$$
(3.44)

$$D = \left\{ \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0} + \frac{1}{2} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime} + \frac{1}{6} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime} + \frac{1}{24} \left[\frac{k_{rj}}{\mu_{j}B_{j}} \right]_{\Pi=0}^{\prime\prime\prime} \right\}$$
(3.45)

A Eq. (3.40) é uma IPR analítica que pode ser utilizada para descrever qualquer reservatório onde se possa estimar a função mobilidade e suas derivadas com respeito à pressão. Com esta base, é possível estudar o sistema trifásico.

4. ESTUDO DOS FATORES QUE AFETAM A IPR

Este capítulo tem como objetivo mostrar e classificar a influência dos principais fatores que afetam o desenvolvimento das IPR.

4.1- Fatores primários

São fatores que afetam a função mobilidade e que repercutem implicitamente na curva da IPR.

A IPR de Vogel é uma relação generalizada para uma ampla faixa de propriedades do reservatório, vazões de produção e estágios de depleção. Isto é, Vogel^[32] não se interessou em individualizar fatores que afetam a curva do IPR. Ele procurou desenvolver uma relação simples que dá resultados razoáveis sobre uma ampla faixa de condições de operação. Para o caso da analítica IPR, mostra-se que os coeficientes são dependentes da função mobilidade, sendo este termo uma função explícita da pressão e saturação, os quais para o fluxo bifásico podem ser afetados por três fatores primários: depleção, vazão de produção e a presença de uma zona de permeabilidade alterada, enquanto que para o fluxo trifásico, além destas variáveis, também poderá ser afetada pela saturação inicial de água.

a) Efeito da depleção

O estudo de Vogel^[32] não menciona claramente este efeito mas apresenta evidência de que a depleção afeta a forma da curva IPR. Depois, Klins e Majcher^[20] também mostraram que a depleção do reservatório pode afetar significativamente a forma da curva IPR. Para o caso da analítica IPR, estas observações mostram que a função mobilidade é afetada pelo estágio de depleção do reservatório. Isto, também foi observado por Camacho e Raghavan^[7] quando eles relataram que o exponente "n " na equação do potencial da produção ("deliverability") é função do tempo ou depleção. Neste trabalho, demonstra-se claramente que a depleção afeta significativamente a forma dos perfis da função mobilidade tanto para fluxo bifásico como para fluxo trifásico (Capítulo 5).

b) Efeito da vazão

A vazão de fluxo tem mínima influência no perfil do gráfico da função mobilidade, como pode-se demonstrar no presente estudo. Isto implica que todas as vazões num estágio de depleção podem ser estimados de um simples perfil (Capítulo 5).

c) <u>Efeitos de dano</u>

Os pesquisadores Klins - Majeler^[20], Camacho e Raghavan^[7], reportaram que a presença de uma zona alterada perto da parede do poço pode afetar o perfil da pressão nessa região mas na forma da curva IPR tem muito pouca influência, como pode-se demonstrar também no presente trabalho (Capítulo 5). Neste caso, o efeito de dano é considerado desprezível.

d) Saturação inicial de água

Para o caso do fluxo trifásico, esta variável afeta significativamente a forma das curvas IPR pois a fase água e móvel. Isto é, quanto maior este valor, maior será a tendência da curva à linearidade como será demonstrado posteriormente (Capítulo 5).

4.2- Fatores secundários

Os fatores chamados aqui de secundários são fatores que afetam a IPR independentemente da função mobilidade. Estes fatores não serão levados em conta neste trabalho, mas alguns deles podem ser:

a) Formação estratificada

São formações que contém estratos ou capas de diferentes permeabilidades, e portanto cada uma destes tem diferentes valores da função mobilidade. Nind^[23] observou que para este tipo de formações podem ser determinadas uma IPR composta em função a um análise individual de cada camada (Fig. 4.1).

b) <u>Relação gás-óleo</u>

A relação gás-óleo de produção é função direta do "drawdown" que acontece no reservatório. Isto, devido a que haverá um incremento do gás a medida que depleta o reservatório incrementando na permeabilidade efetiva do gás com decremento na permeabilidade efetiva ao óleo, afetando portanto a função mobilidade ao óleo.



Figura 4.1: Curva IPR para formação estratificada [23]
5. APLICAÇÃO DO MODELO

Neste capítulo serão desenvolvidos curvas analíticas IPR para fluxo bi e trifásico. Para ambos os casos, o simulador de reservatórios META^[22] gera dados de mobilidade dos fluidos produzidos com respeito as variações de pressão que acontecem dentro de cada bloco. Com base nos resultados do simulador, são calculados os coeficientes da curva analítica IPR através de uma regressão polinomial de terceira ordem e as derivadas da mobilidade com respeito à pressão (Capítulo 3 e Apêndice D).

A figura seguinte apresenta um diagrama de blocos para esquematizar a seqüência de cálculo que foi utilizada.





5.1- Caso 1: Poço que produz de um reservatório com gás em solução sem produção de água (fluxo bifásico)

O modelo descrito acima foi aplicado ao Caso 1, onde os dados de simulação, as caraterísticas do reservatório e os dados de análise PVT do óleo e gás são apresentados no Apêndice B. A Fig. 5.2 mostra a localização do poço produtor num extremo do reservatório no sistema Cartesiano (malha de 49 x 49 blocos).



Figura 5.2: Localização do poço na região do reservatório no sistema Cartesiano Verificação dos fatores que afetam a função mobilidade para fluxo bifásico

• <u>Depleção</u>

A Fig. 5.3 apresenta curvas da função mobilidade do óleo para diferentes estágios de depleção durante o fluxo bifásico limitado, onde cada ponto da curva representa o valor da pressão média correspondente a cada bloco. Desta figura, observa-se que, para maiores depleções, a função mobilidade do óleo diminui com o valor da pressão, portanto, as curvas de menor depleção têm maiores inclinações que as curvas de menor depleção. Este fato também pode ser verificado na Fig. 5.4, onde a função mobilidade do óleo é plotada em função da variável adimensional Π (definida no Capítulo 3). Portanto, os resultados



Figura 5.3: Função mobilididade do óleo para diferentes estágios de depleção durante o fluxo bifásico, CASO 1.



Figura 5.4: Função mobilidade em função da pressão normalizada para diferentes estágios de depleção durante o fluxo bifásico, CASO 1.

mostram que diferentes IPR analíticas podem ser desenvolvidas para cada estágio de depleção. O número de blocos em que é dividido o reservatório, o tamanho desses e a localização do poço no sistema Cartesiano, devem ser escolhidos para que se possa cobrir toda a faixa possível da variável adimensional Π visto que esta curva será utilizada na regressão polinomial para obter-se as IPR analíticas. Se uma pequena faixa de Π for coberta, a curva analítica de IPR pode não ser suficiente para representar a vida produtiva do reservatório e poderá apresentar resultados estranhos como será visto no final deste item.

• <u>Vazão de produção</u>

Para verificar que os efeitos da vazão pouco afetam a forma da curva IPR, foi construída a Fig. 5.5 onde a função mobilidade do óleo é plotada em função da pressão média de cada bloco, para um mesmo estágio de depleção e diferentes vazões de fluxo. Observa-se que as curvas se sobrepõem. Uma verificação mais completa foi desenvolvida por Wiggins^{[9],[10]}, que efetuou um análise completa de comparação de um determinado reservatório para diferentes estágios de depleção fazendo uma regressão polinomial para cada vazão de fluxo perto da máxima vazão. As curvas polinomiais foram integradas e avaliadas desde a pressão dinâmica de fundo até a pressão limite externa para estimar a área sob o perfil da função mobilidade. Estas áreas foram comparadas e observou-se uma diferença máxima de 1.69%, o qual confirma que a vazão não tem forte efeito sobre o perfil da função mobilidade e sua avaliação na IPR analítica.

Um ponto importante a ser ressaltado é que mesmo não afetando a curva IPR, a vazão de fluxo que será utilizada no simulador deverá ser alta, de maneira que a função mobilidade possa cobrir a maior faixa da variável adimensional Π para que a regressão polinomial seja o mais representativo possível do que acontece no reservatório produtor, principalmente para baixas depleções.

As Figs. 5.6 e 5.7, foram desenvolvidas para dois estágios de depleção e vazões de fluxo diferentes. Na Fig. 5.6, pode-se observar que para um estágio de depleção baixo (1%) e para uma baixa vazão de fluxo (6.36 m³/d), não se consegue atingir uma faixa adequada da variável adimensional Π , mas para maiores vazões de fluxo (9.54, 12.72 e 15.89 m³/d)



Figura 5.5: Função mobilidade para diferentes vazões no mesmo estágio de depleção durante o fluxo bifásico, CASO 1.



Figura 5.6: Função mobilidade do óleo para Np/N = 1% de depleção e diferentes vazões de fluxo, CASO 1.



Figura 5.7: Função mobilidade do óleo para Np/N=10% de depleção e diferentes vazões de fluxo, CASO 1.

é possível atingir esta faixa. Entretanto, pode-se observar pela Fig. 5.7, que para uma maior depleção (10%) todas as vazões de fluxo atingem valores adequados da variável Π.

• Fator de dano ("skin")

Para verificar que o fator de dano ("skin") não afeta significativamente o perfil da função mobilidade foi construída a Fig. 5.8, onde para um determinado estágio de depleção (4%), uma certa vazão, e diferentes valores do fator de dano observa-se que a forma da curva não é muito afetada, isto é, que o dano não tem grande influência sobre a curva analítica da IPR. Wiggins^{[9],[10]}, estudou os efeitos do fator de dano para diferentes reservatórios com diferentes valores do fator de dano e observou uma diferença máxima da função mobilidade de 1.78%.

Desenvolvimento das curvas analíticas de IPR

A IPR analítica para fluxo bifásico do Caso 1 é desenvolvido a partir da Fig.5.9, a qual apresenta a função da mobilidade normalizada para uma depleção de 1% e uma vazão de fluxo fixa. A partir desta curva é determinada uma regressão polinomial de terceiro grau dada por:

$$\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} = 0.376674 - 0.630414\Pi + 0.521487\Pi^2 - 0.196299\Pi^3$$
(5.1)

Desta relação, os coeficientes da IPR analítica são calculadas a partir de suas derivadas com respeito à pressão usando as Eqs. (3.17) a (3.21), obtendo:

$$\frac{q_{o}}{q_{o,max}} = 1 - 0.38367 \left(\frac{pwf}{\overline{p}r}\right) - 0.47346 \left(\frac{pwf}{\overline{p}r}\right)^{2} + 0.12066 \left(\frac{pwf}{\overline{p}r}\right)^{3} - 0.26353 \left(\frac{pwf}{\overline{p}r}\right)^{4}$$
(5.2)

Neste cálculo, deve-se ter cuidado ao escolher a vazão de fluxo, porque pode-se observar na Fig. 5.10 que para uma vazão menor (6.36 m³/d), a forma da curva IPR e os coeficientes mudam muito, mas para vazões maiores (9.54, 12.72 e 15.89 m³/d) a forma da curva da IPR mantém-se praticamente constante.



Figura 5.8: Função mobilidade para diferentes valores de "s" no mesmo estágio de depleção e para uma mesma vazão de fluxo, CASO 1.



Figura 5.9: Função mobilidade do óleo para Np/N=1% de depleção, e considerando fluxo bifásico, CASO 1.



Figura 5.10:Comparação da analítica IPR para Np/N=1% de depleção com

diferentes vazões de fluxo, CASO 1.



Figura 5.11: Função mobilidade do óleo para Np/N=10% de depleção, e considerando fluxo bifásico, CASO 1.

Da mesma maneira, para outro estágio de depleção maior (10%), foi calculada a curva analítica IPR para fluxo bifásico. A Fig. 5.11 apresenta a função mobilidade normalizada, sendo sua equação de regressão polinomial de terceira ordem a seguinte:

$$\frac{k_{ro}}{\mu_0 B_0} = 0.271418 - 0.322031\Pi + 0.103952\Pi^2 + 0.011706\Pi^3$$
(5.3)

e a IPR analítica fica:

$$\frac{q_{o}}{q_{o,max}} = 1 - 0.43955 \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}r}\right) - 0.26695 \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}r}\right)^{2} - 0.31326 \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}r}\right)^{3} + 0.01977 \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}r}\right)^{4}$$
(5.4)

Como no cálculo anterior, neste caso também deve-se ter cuidado ao escolher a vazão de fluxo pelo mesmo motivo citado anteriormente (Fig. 5.12).

A Fig. 5.13 compara as curvas IPR analíticas para 1% e 10% de depleção com a IPR de Vogel; pode-se observar as diferenças entre as três curvas, como também pode-se deduzir que a diferença aumenta para estágios mais avançados de depleção, chegando a ser maior para altas vazões de fluxo, isto é, perto da vazão máxima.

A Fig. 5.14 compara as diferenças entre a relação de vazões calculadas com a IPR de Vogel e as IPR analíticas para os diferentes estágios de depleção com respeito aos valores da relação de pressões. Observa-se que os maiores erros relativos são encontadas em altas vazões de fluxo, correspondentes a pequenas diferenças entre a pressão dinâmica de fundo e a pressão do reservatório, isto é, pequenos "drawdowns", e também para altas depleções com maior "drawdown". No presente caso, o máximo erro relativo encontrado foi de 13.43% correspondente a um estágio de depleção de 1%.

A Fig. 5.15 mostra as curvas analíticas IPR dimensionais para diferentes estágios de depleção, onde se observa a queda da produtividade devido à produção. Neste estudo, encontrou-se que curvas analíticas IPR podem ser desenvolvidas até certos níveis de

depleção, isto é, que as IPR analíticas são válidas até um determinado estágio de depleção, sendo para o Caso 1 válido até 17% de depleção. Isto, decorre do fato de que para maiores depleções a função mobilidade e, fundamentalmente. o valor da variável adimensional Π vão diminuindo, a regressão polinomial não chega a ser adequada e, portanto, obtém-se



Figura 5.12: Comparação da analítica IPR para Np/N=10% de depleção com diferentes vazões de fluxo, CASO 1.



Figura 5.13: Comparação das analíticas IPR para Np/N = 1% e 10% de depleção com a IPR de Vogel, CASO 1.



Figura 5.14:Diferença relativa de vazões calculadas com a IPR de Vogel e a IPR analítica, em função da pressão para diferentes estágios de depleção, CASO 1.



Figura 5.15: Curvas IPR analíticas para diferentes estágios de depleção, CASO 1.

resultados inconsistentes. Embora da Fig. 5.15 possa se observar que quando a IPR atinge 17% de depleção, a vazão máxima correspondente é muito baixa e, portanto, para essa depleção, a IPR analítica representaria a última curva IPR desenvolvida para o reservatório deste caso analisado.

Finalmente, as Figuras 5.16 e 5.17 mostram o erro que se pode cometer ao fazer a regressão polinomial quando não se atinge uma faixa considerável da pressão normalizada Π e a IPR analítica obtida. Por isso a vazão utilizada deve ser escolhida com cuidado para que isto não ocorra.



Figura 5.16: Função mobilidade do óleo para Np/N=1% de depleção, sem atingir uma faixa considerável da pressão normalizada, CASO 1.



Figura 5.17: Comparação da IPR analítica para Np/N=1% de depleção considerando

e não uma faixa adequada da pressão normalizada, CASO 1.

5.2- Caso 2: Poço que produz de um reservatório com gás em solução e produção de água (fluxo trifásico)

Da mesma maneira que para o Caso 1, o modelo de cálculo desenvolvido é aplicado para o Caso 2, onde os dados de análise PVT do óleo, gás e água também são apresentados no Apêndice B.

O reservatório foi subdividido numa malha Cartesiana retangular (Fig. 5.18) com maior número de blocos com relação ao anterior caso (56 x 56 blocos), com o objetivo de cobrir uma maior faixa de valores da variável adimensional Π para obter uma curva analítica IPR mais representativa como será explicado posteriormente. Foi utilizado também um refinamento no bloco do poço pelo mesmo motivo.



Figura 5.18: Localização do poço no reservatório no sistema Cartesiano, Caso 2. Verificação dos fatores que afetam a função mobilidade para fluxo trifásico

<u>Depleção</u>

As Figs. 5.19 e 5.20 mostram, respectivamente, as curvas de mobilidade das fases óleo e água com relação à variável adimensional Π . Destas figuras pode-se observar que as curvas mudam para cada depleção como no Caso 1, tendo as curvas de menor depleção

maior inclinação respeito as curvas com maior depleção. Destes resultados, pode- se dizer



Figura 5.19: Função mobilidade do óleo em função da pressão normalizada para diferentes estágios de depleção durante o fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de água, CASO 2.



Figura 5.20: Função mobilidade da água para diferentes estágios de depleção durante o fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de água, CASO 2.

que diferentes curvas analíticas IPR podem ser desenvolvidos para cada fase e para cada

estágio de depleção considerado.

• <u>Vazão de produção</u>

Das Figs. 5.21 e 5.22, onde são plotadas as funções mobilidade das fases óleo e água em função da pressão média de cada bloco para um mesmo estágio de depleção e com diferentes vazões de fluxo, observa-se que as curvas praticamente se sobrepõem. Wiggins^{[34],[35]} observou uma diferença máxima entre vazões de fluxo de 1.73% para a fase óleo e de 1.74% para a fase água.

Como no caso anterior, é importante apontar que para desenvolver as curvas analíticas de IPR para cada fase, a vazão de óleo que será fornecida no simulador deverá ser a mais alta possível, principalmente para baixas depleções devido à maior variação da variável adimensional Π para tempos menores.

• Fator de dano ("skin")

As Figs. 5.23 e 5.24 mostram que, ao plotar a função mobilidade das fases com respeito a pressão média de cada bloco para um mesmo estágio de depleção, com uma certa vazão e para diferentes valores do fator de dano, a forma da curva não é afetada em nenhuma das duas fases.

• Saturação inicial de água

Para avaliar qualitativamente os efeitos da saturação inicial de água, as Figs. 5.25 e 5.26 foram construídas para saturações iniciais de água de 30%, 50% e 70%. Como podese ver em ambas as figuras, as curvas IPR tendem a ser mais lineares a medida que a saturação aumenta, demonstrando que a saturação inicial de água afeta significativamente a forma da curva IPR.



Figura 5.21:Função mobilidade do óleo para diferentes vazões de fluxo no mesmo estágio de depleção durante o fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de água, CASO 2.



Figura 5.22: Função mobilidade da água para diferentes vazões de fluxo no mesmo estágio de depleção durante o fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de água, CASO 2.



Figura 5.23: Função mobilidade do óleo para diferentes valores de dano no mesmo estágio de depleção durante o fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de água, CASO 2.



Figura 5.24: Função mobilidade da água para diferentes valores de dano no mesmo estágio de depleção durante o fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de água, CASO 2.



Figura 5.25: Curvas analíticas de IPR da fase óleo para diferentes valores de saturação inicial de água durante o fluxo trifásico, CASO 2.



Figura 5.26: Curvas analíticas de IPR da fase água para diferentes valores de saturação inicial de água durante o fluxo trifásico, CASO 2.

Desenvolvimento das curvas analíticas de IPR

Considerando uma baixa depleção (1%) e uma vazão de fluxo fixa, a IPR analítica é desenvolvido a partir da Fig. 5.27. Nesta figura, observa-se que é muito importante atingir uma faixa adequada da variável adimensional Π , pois pode-se verificar uma variação brusca de inclinação das curvas a partir de um valor aproximado de Π igual a 0.7, e para fazer um ajuste polinomial adequado a variável Π deve-se atingir pelo menos o valor de 0.9 para que a curva IPR seja representativa; caso contrário, resultados estranhos serão obtidos como já foi explicado no Caso 1. Para atingir estes valores da variável Π no simulador de reservatórios, a malha foi refinada nas proximidades do poço.

Para a fase óleo, a regressão polinomial de terceiro grau é dado por:

$$\frac{k_{ro}}{\mu_0 B_0} = 2.639415 - 6.153034\Pi + 9.598707\Pi^2 - 6.043622\Pi^3$$
(5.5)

Desta relação, os coeficientes da IPR analítica são calculados com as derivadas da função mobilidade com respeito a pressão, usando as Eqs.(3.39) a (3.43), obtendo:

$$\frac{q_{o}}{q_{o,max}} = 1 - 0.03313 \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}r}\right) - 2.03205 \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}r}\right)^{2} + 2.27240 \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}r}\right)^{3} - 1.20721 \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}r}\right)^{4}$$
(5.6)

Para a fase água, a regressão polinomial é dada por:

$$\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} = 0.764792 - 0.358442\Pi + 0.782304\Pi^2 - 1.027312\Pi^3$$
(5.7)

obtendo:

$$\frac{q_{w}}{q_{w,max}} = 1 - 0.27368 \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}r}\right) - 1.59095 \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}r}\right)^{2} + 1.30030 \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}r}\right)^{3} - 0.43566 \left(\frac{p_{wf}}{\overline{p}r}\right)^{4}$$
(5.8)

Da Fig. 5.27 pode-se observar também que o ajuste polinomial de terceiro grau tem imprecisão, especialmente para o caso do óleo (coeficiente de regressão igual a 0.980). Então, pode-se fazer uma regressão polinomial de maior ordem como é mostrado na Fig.5.28, com o qual se obtem um melhor ajuste (coeficiente de regressão igual a 0.996).



Figura 5.27: Função mobilidade do óleo para Np/N=1% de depleção, considerando fluxo trifásico, CASO 2.



Figura 5.28: Função mobilidade do óleo e água para Np/N=1% de depleção, considerando uma regressão polinomial de quarto grau, CASO 1.

Desta regressão, obtem-se equações IPR analíticas de quinto grau, sendo para o

caso do óleo dado por:

$$\frac{q_{o}}{q_{o,max}} = 1 - 0.33740 \left(\frac{p_{wf}}{\bar{p}r}\right) + 0.62349 \left(\frac{p_{wf}}{\bar{p}r}\right)^{2} - 4.58469 \left(\frac{p_{wf}}{\bar{p}r}\right)^{3} + 5.78854 \left(\frac{p_{wf}}{\bar{p}r}\right)^{4} - 2.48994 \left(\frac{p_{wf}}{\bar{p}r}\right)^{5}$$
(5.9)

e para a fase água:

$$\frac{q_{w}}{q_{w,max}} = 1 - 0.33656 \left(\frac{pwf}{\overline{p}r}\right) - 1.05764 \left(\frac{pwf}{\overline{p}r}\right)^{2} - 0.03783 \left(\frac{pwf}{\overline{p}r}\right)^{3} + 0.89217 \left(\frac{pwf}{\overline{p}r}\right)^{4} - 0.46013 \left(\frac{pwf}{\overline{p}r}\right)^{5}$$

$$(5.10)$$

Para um estágio de depleção maior (8%), a curva analítica de IPR é desenvolvida a partir da Fig. 5.29, onde observa-se uma menor variação das inclinações das curvas das fases óleo e água com respeito as curvas obtidas com menor depleção (1%), portanto a regressão polinomial de terceiro grau ajusta-se satisfatoriamente (coeficiente de regressão igual a 0.998). Além disso, uma menor vazão de fluxo pode ser utilizada para obter uma curva estabilizada com menor valor da variável adimensional Π .

Para a fase óleo, a regressão polinomial é dado por:

$$\frac{k_{ro}}{\mu_0 B_o} = 2.400754 - 4.716124\Pi + 7.357001\Pi^2 - 5.177483\Pi^3$$
(5.11)

e a analítica IPR fica:

$$\frac{q_{o}}{q_{o,max}} = 1 - 0.11315 \left(\frac{pwf}{\overline{p}r}\right) - 2.30481 \left(\frac{pwf}{\overline{p}r}\right)^{2} - 2.26972 \left(\frac{pwf}{\overline{p}r}\right)^{3} - 1.07805 \left(\frac{pwf}{\overline{p}r}\right)^{4} (5.12)$$



Figura 5.29: Função mobilidade do óleo e água para Np/N=8% de depleção, considerando fluxo trifásico, CASO 2.

Da mesma maneira, para a fase água os coeficientes da regressão polinomial são dados por:
$$\frac{k_{\rm rw}}{\mu_{\rm w}B_{\rm w}} = 0.743255 - 0.200316\Pi + 0.447694\Pi^2 - 0.851340\Pi^3$$
(5.13)

obtendo:

$$\frac{q_{w}}{q_{w,max}} = 1 - 0.24037 \left(\frac{p_{wf}}{\bar{p}r}\right) - 1.60394 \left(\frac{p_{wf}}{\bar{p}r}\right)^{2} + 1.21159 \left(\frac{p_{wf}}{\bar{p}r}\right)^{3} - 0.36727 \left(\frac{p_{wf}}{\bar{p}r}\right)^{4} (5.14)$$

As Figs. 5.30 e 5.31 comparam as curvas analíticas das fases óleo e água para 1% e 8% de depleção. Pode-se observar que para este caso particular, a curva de maior depleção está acima da curva de menor depleção, ao contrário do que se observa para o fluxo bifásico. Isto ocorre devido ao aumento da fração de água a medida que se depleta o reservatório. Wiggins^{[34],[35]} estudou diversos tipos de reservatórios encontrando erros máximos de 8% para a fase óleo e 10.9% para a fase água comparado com seu simulador de reservatórios.

As Figs. 5.32 e 5.33 mostram as curvas analíticas de IPR dimensionais para diferentes estágios de depleção das fases óleo e água, onde pode-se observar a queda da produtividade devido à produção de ambas as fases. Para este caso, as curvas analíticas IPR desenvolvidas são validas até 24% de depleção pois as vazões máximas de fluxo calculadas são baixas neste ponto.



Figura 5.30:Comparação das curvas analíticas IPR da fase óleo para dois estágios de depleção durante o fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de água, CASO 2.



Figura 5.31:Comparação das curvas analíticas IPR da fase água para dois estágios de depleção durante o fluxo trifásico, considerando 50% de saturação inicial de água, CASO 2.



Figura 5.32: Curvas analíticas de IPR da fase óleo para diferentes estágios de depleção, CASO 2.



Figura 5.33: Curvas Analíticas de IPR da fase água para diferentes estágios de depleção, CASO 2.

6. OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO MEDIANTE ACOPLAMENTO POÇO-RESERVATÓRIO

O presente capítulo mostra uma das possíveis aplicações das curvas analíticas IPR desenvolvidas no capítulo anterior e tem como objetivo efetuar uma otimização da produção através do acoplamento do sistema reservatório com o sistema de produção, o qual é representado por um poço vertical produtor com suas facilidades de produção como é mostrado na Fig.6.1. Nesta Figura, observa-se o diagrama de um poço com todos seus componentes básicos que serão considerados no presente trabalho.



Figura 6.1: Esquema típico de um poço vertical produtor com seus componentes básicos^[17].

A queda de pressão total do sistema a qualquer tempo, é a pressão média do fluido no reservatório menos a pressão final do fluido (separador), isto é, $\overline{p}_r - p_{sep}$. Esta queda de pressão é a soma de todas as quedas de pressão que acontecem em todos os componentes do sistema considerado e varia com a vazão de produção, que por sua vez será controlada pelos componentes selecionados. Isto implica que a seleção e tamanho dos componentes individuais no sistema de produção são muito importantes devido à interligação com os demais componentes, e portanto influencia na vazão de produção e queda de pressão no reservatório.

Com estas considerações, vai-se estabelecer uma metodologia de cálculo para achar valores ótimos de certos componentes do sistema de produção para um tempo de produção considerado, e com estes valores pode-se maximizar uma função objetivo, que no caso será o valor presente^{[8],[21]} da produção acumulada, cuja explicação se encontra no Apêndice D, ao qual vamos nos referir por VP daqui para a frente.

Procedimento de cálculo para otimizar a função objetivo

Selecionar um nó (no caso a pressão dinâmica no fluido do poço) e calcular a queda de pressão na entrada e saida deste nó a partir dos nós extremos (separador e reservatório).

• pressão na entrada do nó ("Inflow"):

$$\overline{p}_{r} - \Delta p_{res} = p_{wf}$$
 (Sistema Reservatório) (6.1)

• pressão na saída do nó ("Outflow"):

$$p_{sep} + \Delta p_{TH} + \Delta p_{ch} + \Delta p_{TV} = p_{wf}$$
 (Sistema de produção) (6.2)

O cálculo do nó na entrada ("Inflow") é feito com a equação da IPR analítica (Capítulo 6) e o cálculo do nó na saída ("Outflow") é feito com ajuda das correlações de fluxo multifásico^{[4],[6]} horizontal, vertical e de fluxo multifásico através do choke^[27], os quais estão descritos no Apêndice C. Este cálculo é iterativo assumindo diferentes vazões de fluxo até chegar a:

$$p_{wf}^{inf low} \cong p_{wf}^{outflow}$$
 (6.3)

Neste ponto, obtém-se a vazão de equilíbrio ou a vazão na qual o sistema vai produzir para cada intervalo de tempo considerado.

Com os valores das vazões de equilíbrio obtidas, calcula-se o volume de produção acumulado para o tempo de produção previsto, e isto, transforma-se em termos econômicos utilizando a variável VP, a qual determina o valor ou quantidade de dinheiro que representa hoje a produção acumulada do reservatório (através do programa computacional OPTIM.FOR que é explicado no Apêndice E).

Com esta metodologia de cálculo, os dois casos analisados no capítulo anterior são otimizados.

6.1- Caso 1

Os dados do Caso 1 (características do reservatório, do fluido produzido e dados do poço produtor com suas facilidades de produção) são mostrados no Apêndice B. Para a otimização, considera-se um tempo de produção de 1440 dias (4 anos), divididos em intervalos de 90 dias. Este tempo foi escolhido pois após 4 anos a vazão de óleo é muito pequena, isto é, próxima da vazão de abandono.

Considera-se também diâmetros de tubulação e diâmetros de choke comerciais, isto é, diâmetros descontínuos que são os valores disponíveis, isto é, tamanhos de tubulação e *chokes* que são padronizados segundo a API ("Americam Petroleum Institute")^[1]. Isto é feito pois de nada adiantaria escolher valores para os parâmetros escolhidos e não encontrá-los na prática. A otimização fica assim mais facil e muito mais rápida.

Para o cálculo da variável VP, considera-se o custo do barril de óleo segundo o preço internacional médio (U\$ 18). Enquanto, que o fator de desconto anual utilizado foi de 27% considerando os juros, inflação, impostos e outros fatores que são explicados no Apêndice D.

A Fig. 6.2 mostra o comportamento da vazão de produção para o tempo considerado, com 4 diâmetros comerciais de tubulação diferentes e sem considerar choke na cabeça de poço, opção pela qual obtém-se as maiores vazões de produção. Nesta figura, pode-se observar que para os maiores diâmetros de tubulação (0.073 e 0.088 m), tem-se um comportamento de fluxo instável, especialmente para a maior tubulação (0.088 m). Isto ocorre devido a problemas de escorregamento no fluxo provocando quedas de pressão na coluna (por isso este diâmetro foi excluido do análise).

63



Figura 6.2: Comportamento da produção para 4 diferentes diâmetros de tubulação e sem considerar choke na cabeça de poço, CASO 1.

Na Fig.6.3 observa-se o comportamento do VP em função do tempo de produção previsto para os três diâmetros de tubulação considerados, onde se mostra que o maior

valor do VP corresponde ao diâmetro de 0.060 m . Desta figura, também pode-se observar que para tempos menores ao previsto, por exemplo 700 dias, o melhor valor do VP corresponderia a outro diâmetro de tubulação (0.073 m). Portanto, para a otimização é muito importante determinar tempos adequados para efetuar este tipo de análise ou considerar um tempo de abandono estimado.

A Fig. 6.4 mostra o resultado do VP obtido de um simulador de reservatórios acoplado com o poço produtor baseado no trabalho de Schiozer^[28]. Nesta figura, pode-se observar que as curvas têm o mesmo comportamento que as calculadas com a IPR analítica e que o melhor valor do VP acumulado corresponde também ao mesmo diâmetro de tubulação obtidos dos gráficos anteriores.

A Fig. 6.5 compara a curva do VP acumulado obtido do simulador de reservatórios com a IPR analítica para o mesmo diâmetro de tubulação. Pode-se observar a diferença que existe entre as curvas chega a ser 6.41% ao final do período de tempo. É importante notar que com estes métodos de cálculo obteve-se o mesmo diâmetro de tubulação. Outro fator importante é que o tempo computacional requerido quando se usa o simulador é muito maior do que o tempo requerido utilizando a IPR analítica.

Finalmente, a Fig. 6.6 mostra os gráficos que relacionam o VP acumulado com duas variáveis otimizadas: diâmetro de tubulação e choke obtidos com a IPR analítica e com o simulador de reservatórios. Pode-se verificar que o maior valor do VP corresponde ao diâmetro de tubulação de 0.060 m e sem considerar choke na cabeça de poço.



Figura 6.3:Comportamento do valor presente considerando um fator de desconto anual de 27% para o tempo de produção considerado, CASO 1.



Figura 6.4: Comportamento do valor presente obtido do simulador de reservatórios, CASO 1.



Figura 6.5: Comparação dos diferentes métodos para o cálculo do valor presente considerando um diâmetro de tubulação de 2.375", CASO 1.





Figura 6.6: Relação do VP acumulado como diâmetro de tubulação e choke obtidos com o simulador de reservatórios e a IPR analítica para o tempo de produção de 4 anos e considerando fator de desconto anual de 27%, CASO 1.

6.2- Caso 2

Os dados deste caso estão descritos no Apêndice B e para efetuar a otimização da mesma maneira que no caso anterior, considera-se um tempo total de produção de 1440 dias (4 anos), divididos em intervalos de 90 dias. Neste tempo, a vazão de óleo e muito pequena, isto é, próxima da vazão de abandono. Para o cálculo do VP, os dados do preço do barril de óleo e o fator de desconto anual considerados são os mesmos que os do Caso 1.

Para o cálculo da vazão de equilíbrio, teve-se que transformar os coeficientes analíticos das curvas IPR de cada fase a coeficientes totais através de relações analíticas encontradas entre ambas curvas, as quais são demonstradas no Apêndice F. Com estes coeficientes, calcula-se a vazão total de equilíbrio e transforma-se em vazões individuais de óleo e água dada a pressão de fundo dinâmica encontrada no cálculo da vazão total para cada intervalo de tempo considerado.

A Fig.6.7 mostra o comportamento da vazão de óleo em função do tempo para quatro diferentes diâmetros comerciais de tubulação sem considerar choke na cabeça de poço, opção pela qual obtém-se as maiores produções de óleo. Pode-se observar, nesta figura, um comportamento estável de fluxo para os três primeiros diâmetros de tubulação no tempo previsto, mas para a tubulação de maior diâmetro (0.1016 m), observa-se um comportamento de fluxo instável depois de 1220 dias aproximadamente, até quase chegar a amortecer ao final do tempo considerado devido a problemas de escorregamento dos fluidos produzidos o que provoca grandes quedas de pressão na coluna de fluxo; por este motivo, este diâmetro não será levado em conta na presente análise.

A Fig.6.8 mostra o comportamento do VP em função ao tempo, onde pode-se concluir que o melhor valor de VP corresponde ao diâmetro de tubulação de 0.088 m.

A Fig.6.9 mostra a sensibilidade no cálculo do VP considerando diferentes intervalos de tempo e portanto diferentes coeficientes na equação da IPR analítica em função aos diâmetros de tubulação anteriormente considerados. Pode-se observar diferenças pequenas entre cada uma destas curvas (máximo erro relativo de 0.32%). Observa-se também que para cada uma destas curvas, o melhor VP corresponde ao diâmetro de tubulação de 0.088 m.

70



Figura 6.7: Comportamento da produção do óleo para quatro diferentes diâmetros de tubulação e sem considerar choke na cabeça de poço, CASO 2.



Figura 6.8: Comportamento do valor presente em função ao tempo de produção ... previsto, CASO 2.



Figura 6.9: Sensibilidade no cálculo do valor presente para diferentes intervalos de tempo, CASO 2.

A Fig. 6.10 compara o calculo do VP entre a IPR analítica e a IPR composta desenvolvida por Brown^[6]. É importante mencionar que as duas IPR neste caso usam a

depleção obtida através do simulador e por isso os resultados são tão similares. Caso contrario a IPR de Brown não representaria tais resultados pois o nivel de depleção do reservatório seria desconhecido. Isso está melhor explicado na seção 7.1.

Nesta figura, observa-se as pequenas diferenças entre ambas curvas, sendo o maior erro relativo em relação a Brown igual a 3.21%, correspondente a um baixo "drawdown". Isto, é verificado com a Fig. 6.11, onde pode-se observar as diferenças entre as vazões de equilíbrio das duas fases obtidos pelos dois métodos. Neste ponto, é importante observar que o método de Brown considera o corte de água constante, enquanto a IPR analítica considera variável.

A Fig. 6.12 mostra o efeito do corte de água considerando ou não choke na cabeça de poço para o diâmetro de tubulação de 0.088 m (3.500") escolhido das análises anteriores. Pode-se observar que o menor corte de água obtido é mais favorável para o choke mais reduzido; entretanto, ao final do tempo previsto esta diferença diminui chegando a ser mínima ao final dos 4 anos. Então, pode-se escolher o choke de maior diâmetro ou também não considerar choke para obter uma melhor produção de óleo. É importante notar que este modelo de cálculo, não leva em conta o problema de conificação de água ou de produção de areia, o qual será possível evitar colocando choke na cabeça de poço. Portanto, na decisão final para a melhor escolha dos componentes do sistema de produção, todas estas considerações deverão ser levadas em conta.

Finalmente, a Fig. 6.13 mostra o gráfico que relaciona o VP com as variáveis a ser otimizadas: diâmetro de tubulação e choke obtidos com a IPR analítica, onde confirmase que o maior valor de VP corresponde ao diâmetro de 0.088 m (3.500") e sem considerar choke na cabeça de poço.



Figura 6.10: Comparação no calculo do valor presente acumulado da IPR analítica com a IPR composta segundo Brown.



Figura 6.11: Comparação das vazões de fluxo de óleo e água calculadas com a IPR analítica e segundo Brown.



Figura 6.12:Efeito do corte de água considerando ou não choke na cabeça de poço para o mesmo diâmetro de tubulação, CASO 2.



Figura 6.13: Relação do valor presente acumulado com o diâmetro de tubulação e choke obtido com a IPR analítica para o tempo de produção de 4 anos e considerando fator de desconto anual de 27%, CASO 2.

7. COMENTÁRIOS, CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

7.1- Comentários

Neste ponto é importante descrever um aspecto que deve ser enfatizado na

utilização de IPR dinâmicas. Depois da aplicação de IPR na otimização de parâmetros de produção, verifica-se que é importante considerar os seguintes aspectos em qualquer aplicação das curvas IPR:

I) As curvas analíticas IPR desenvolvidas são curvas dinâmicas que mudam em função da depleção, isto é, que para cada estágio de depleção corresponde uma determinada curva analítica IPR.

II) As curvas IPR não podem ser expressas como função do tempo a não ser que se conheça a produção acumulada pois dessa maneira pode-se relacionar tempo com estágio de depleção.

Mais importante do que os coeficientes obtidos analiticamente na construção das curvas IPR é a pressão média do reservatório para cada estágio de depleção. O motivo para isso é simples. Os coeficientes não variam muito pois a curva IPR é adimensional e os pontos terminais (pontos A e B da Fig. 7.1) são fixos para qualquer estágio de depleção. Entretanto se \overline{p}_r mudar, teremos uma curva bem diferente (ver Fig. 7.2) para cada estágio de depleção.

III) Os casos analisados no Capítulo 6 utilizaram IPR como funcão do tempo pois as IPR foram obtidas com uma vazão próxima da vazão obtida na otimização (Fig. 7.3). Se isso não ocorrer, deve-se utilizar os procedimentos descritos abaixo.

IV) Estes procedimentos mostram como adequar a depleção obtida através de análise nodal à produção obtida através do simulador com a qual as IPR foram construídas.



Figura 7.1: Curva IPR adimensional, Caso 1.



Figura 7.2: Curva IPR dimensional, Caso 1.



Figura 7.3: Comparação das vazões de fluxo obtidas com o simulador e com o análise nodal usando a analítica IPR, CASO 1.

• Utilização das Curvas IPR como função da depleção

1) No desenvolvimento das curvas IPR:

a) Calcular as curvas analíticas IPR para cada estágio de depleção

Ex: IPR(1%), IPR(3%), IPR(5%),, IPR(n%)

b) Assumir que cada IPR calculada vale para um certo intervalo de depleção
Ex: IPR(1%) vale de 0% a 2% de depleção, IPR(3%) vale de 2% a 4% de depleção, etc.

2) No desenvolvimento das aplicações:

a) Iniciar o procedimento com a primeira IPR

b) Calcular o estágio de depleção a cada passo, ou calcular o intervalo de tempo necessário para chegar no intervalo adequado a próxima IPR.

c) Usar a IPR adequada para o estágio de depleção

Exemplo: Otimização da produção acumulada até 10% de depleção

Procedimento 1 (ver Fig. 7.4)

1) Calcular IPR(1%), IPR(3%), IPR(5%), IPR(7%), IPR(9%)

2) Com IPR (1%) calcular a vazão de equilíbrio (q_1) usando análise nodal (conforme explicação no Capítulo 6)

3) Repetir o processo abaixo até o tempo ou depleção desejada

a) Calcular o intervalo de tempo para chegar até onde a IPR é valida (0 a 2%, 2 a 4%, 4 a 6% e 8 a 10%) em função ao volume poroso do reservatório (V_T) influenciado por o área de drenagem do poço produtor.

$$\Delta t_{i} = 0.02(V_{T}\phi(1-S_{w})) / q_{i}B_{o}$$
(7.1)

b) Calcular o tempo final (t_f) e tempo médio (t_m) após este intervalo de tempo

$$\mathbf{t}_{\mathrm{m}} = \mathbf{t}_{\mathrm{i}} + \Delta \mathbf{t}_{\mathrm{i}} / 2 \tag{7.2}$$

$$\mathbf{t}_{\mathbf{f}} = \mathbf{t}_{\mathbf{i}} + \Delta \mathbf{t}_{\mathbf{i}} \tag{7.3}$$

c) Calcular o valor Presente (VP) da produção acumulada neste intervalo de tempo

$$VP_{i} = \frac{q_{i}\Delta t_{i}P}{\left(1 + R_{diario}\right)^{t_{m}}}$$
(7.4)

d) Partir para a próxima IPR voltando ao início do item 3

4) O VP acumulado é a somatória de todos os intervalos de tempo.



Figura 7.4 Diferentes intervalos de tempo correspondentes a cada vazão de produção Procedimento 2

1) Calcular IPR(1%), IPR(3%), IPR(5%), IPR(7%), IPR(9%)

2) Indexar as IPR (coeficientes e a pressão média do reservatório) a cada intervalo de estágio de depleção (IPR(1%) vale de 0% a 2% de depleção, IPR(3%) vale de 2% a 4% de depleção, etc).

3) Com IPR (1%) calcular a vazão de equilíbrio (q₁) usando análise nodal (conforme explicação no Capítulo 6)

4) Repetir o processo abaixo até o tempo ou depleção desejada

a) Calcular com o Δt desejado, o novo estágio de depleção (n)

b) Para o cálculo da próxima vazão de equilíbrio (q_1) utilizar a IPR indexada à depleção calculada (n_i)

c) Calcular o tempo final e tempo médio após este intervalo de tempo

$$\mathbf{t}_{\mathrm{m}} = \mathbf{t}_{\mathrm{i}} + \Delta \mathbf{t}_{\mathrm{i}} / 2 \tag{7.4}$$

$$\mathbf{t}_{\mathbf{f}} = \mathbf{t}_{\mathbf{i}} + \Delta \mathbf{t}_{\mathbf{i}} \tag{7.5}$$

d) Calcular o valor presente(VP) da produção acumulada neste intervalo de tempo

$$VP_{i} = \frac{q_{i}\Delta t_{i}P}{\left(1 + R_{diario}\right)^{t_{m}}}$$
(7.6)

e) Partir para o próximo intervalo de tempo voltando ao início do item 3

5) O VP acumulado é a somatória de todos os intervalos de tempo

V) Mostra-se também que se o estágio de depleção é conhecido, até uma curva IPR mais simples pode ser utilizada desde que a relação entre \overline{p}_r e a depleção seja determinada a

partir de um simulador (Fig. 7.5).

VI) A grande desvantagem destes métodos mais simples é que eles não consideram o fluxo trifásico com fração de água variável para cada estágio de depleção, além de apresentar erros maiores para o fluxo bifásico.



Figura 7.5: Comparação das vazões de fluxo obtidas com o simulador de reservatórios e através do análise nodal usando os coeficientes de Vogel na IPR, CASO 1.

7.2- Conclusões

A pesquisa realizada durante a execução deste trabalho possibilitou a conclusão

dos seguintes itens:

• Um procedimento analítico de cálculo foi desenvolvido para determinar as curvas analíticas de IPR em reservatórios limitados e homogêneos, com gás em solução considerando ou não a fase água como fase móvel a partir de um simulador de reservatórios Black-Oil.

• As curvas analíticas de IPR podem ser desenvolvidas para qualquer estágio de depleção ou tempo considerado, desde que se conheça as permeabilidades relativas e propriedades PVT dos fluidos produzidos.

• Para o caso do fluxo bifásico a depleção é a única variável que afeta de forma significativa a curva IPR. Para fluxo trifásico além da depleção, a IPR e também afetada pela saturação inicial de água.

• A vazão de fluxo e o fator de dano não tem grande influência na forma da curva IPR, tanto em fluxo bifásico como em fluxo trifásico, o que confirma as observações feitas por Camacho e Raghavan, e Klins e Majcher no fluxo bifásico, e por Wiggins em fluxo trifásico.

No caso de fluxo bifásico, a função mobilidade deverá cobrir uma faixa adequada da variável adimensional Π (pelo menos 70%), e para o caso do fluxo trifásico esta faixa a ser coberta deverá ser ainda maior (pelo menos 90%), especialmente para estágios de depleção baixos ou tempos pequenos, para que as curvas analíticas de IPR possam representar de maneira adequada o comportamento do reservatório.

• A otimização da produção através do acoplamento poço-reservatório com o uso das curvas analíticas de IPR no caso de fluxo bifásico é comparado satisfatoriamente com o simulador de reservatórios. Na escolha de parâmetros de produção, por exemplo, a utilização da IPR analítica leva à mesma escolha. Da mesma maneira acontece no fluxo trifásico, onde se compara satisfatoriamente com o método de Brown. Embora, este último considere o corte de água constante, enquanto que a IPR analítica considera variável. Portanto, a IPR analítica se apresenta como uma boa alternativa para fluxos de duas ou três fases.

• No modelo de otimização desenvolvido, além de otimizar diâmetros de

tubulação e *chokes*, pode-se otimizar outros parâmetros, como por exemplo diâmetro de linha de surgência, pressão de separação, etc., visto que o método utiliza valores discretos e qualquer combinação de parâmetros pode ser utilizada.

7.3 - Recomendações

• Problemas e cuidados no desenvolvimento da analítica IPR:

– A vazão de fluxo que será fornecida no simulador deve ser a maior possível para atingir uma faixa adequada da variável adimensional Π . Uma malha mais refinada pode ser usada para aumentar a faixa da variável Π . Com vazão alta e malha refinada o valor de Π necessário é alcançado mais facilmente.

– Quando o ajuste polinomial de terceiro grau não é satisfatório, pode-se efetuar um ajuste polinomial de quarto grau e gerar equações analíticas de IPR de quinto grau para representar de melhor maneira o comportamento do reservatório. Isto, é mais recomendável no caso de fluxo trifásico para baixas depleções.

 Para uma melhor aplicação das curvas analíticas IPR na parte de otimização, a depleção obtida com o análise nodal deverá ser adequado com o simulador de reservatórios através dos procedimentos descritos no ponto 7.1.

• Trabalhos futuros a partir desta pesquisa:

– A partir de um simulador de reservatórios, é possível gerar as curvas IPR para um conjunto de poços que formem parte de um reservatório, determinando primeiramente para cada poço o raio de influência dentro do reservatório que cumpra com as condições em que foi desenvolvido o presente modelo.

– Este modelo deve ser investigado para situações mais reais, onde se apresentam heterogeneidades no reservatório, presença de gás inicial livre, efeitos de gravidade, completação parcial, reservatório não limitado e influxo de água.

Para o caso de fluxo trifásico, a conificação de água deve ser levado em conta.
 Isto deve ser implementado no simulador de reservatórios para um melhor aproveitamento nas correlações de *chokes* de produção.

 Nos exemplos estudados neste trabalho verifican-se que a IPR é função da depleção no caso bifásico e também da saturação inicial de água no trifásico; devem ser investigados para a influência no modelo outros fatores tais como: diferentes curvas de permeabilidade relativa, hetereogenidade, efeitos de "finger" de água e gás, cono de água e gás, etc.

• Futuras aplicações do modelo descrito:

– Este modelo poderá ser aplicável na etapa de completação do poço, para planejar adequadamente a melhor maneira de completação com os diversos *chokes*, tubulações disponíveis e outros parâmetros que influem no processo de produção. O modelo pode ser usado para efetuar recomendações num poço produtor já existente.

 No caso do fluxo trifásico, a otimização com o uso das curvas analíticas IPR, a vazão de água estimada poderá dar uma melhor idéia da quantidade de água a ser manipulada no processo de separação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] American Petroleum Institute: "Recomended Practice for Field Inspection of new casing, tubing and Drill Pipe", SAJ (RP5A5), Fourth Edition, May 1989.

[2] Aziz, K. and Settari A.: "Petroleum Reservoir Simulation", Applied Science Publishers, London, 1979.

[3] Azis, K., Govier, G.W., and Fogarasi, M.: "Pressure Drop in wells Producing Oil and Gas", J. Canadian Petroleum Tech., Jul. 1972, 38-48.

[4] Beggs, D.H.: "Production Optimization Using Nodal Analysis", OGCI PublicationsOil & Gas Consultants International Inc.) Tulsa, 1991.

[5] Brill, J.P. and Beggs. D.H.: "A study of Two-Phase Flow in Inclined Pipe", JPT, May 1973.

[6] Brown, Kermith E.: "Production Optimization of Oil and Gas wells by nodal systems analysis", Technology of Artificial Lift Methods 4, Pennwell Publishing Co., Tulsa 1984.

[7] Camacho V., R.G. and Raghavan, R.: "Inflow Performance Relationships for Solution Gas-Drive Reservoirs", JPT, May 1989.

[8] Caroll, J.A.: "**Multivariate Production System Optimization**", MS Thesis, Department of Petroleum Engineering, Stanford University, Stanford 1990.

[9] Couto, Luiz Evanio Dias: "General Inflow Performance Relationship for Solution Gas Reservoir Wells", JPT, Feb.1982.

[10] Darcy, H.: "Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon ", Victor Dalmont, Paris, 1856, 590-594.

[11] Dukler, A.E. et. al.: "Gas Liquid Flow in Pipelines, I. Research Results", AGA - API PROJECT NX-28, May 1969.

[12] Eaton, B.H. et.al.: "The Prediction of Flow Patterns, Liquid Holdup and Pressure Loses Ocurring During Continuos Two-Phase Flow in Horizontal Pipes ", Trans. AIME, 1967.

[13] Evinger, H.H. and Muskat, J.M.: "Calculation of Theorical Productivity Factors", Trans. AIME (1942) 146, 126-139.

[14] Flanigan, O.: "Effect of Uphill Flow on Pressure Drop in Design of Two-Phase Gathering Systems", OGJ, May. 10, 1958.

[15] Fetkovich, M.J.: "The Isochronal Testing of Oil Wells", paper SPE 4529, Sept. 1973.

[16] Gilbert, W.E.: "Flowing and Gas Lift Well Performance", API Drilling and Production Practice, 1954, Dallas, Texas, 126-157.

[17] Gilbert, W.E.: "A Nodal Approach for Applying Systems analysis to the Flowing and Artificial Lift Oil or Gas Well", paper SPE 8025, 1979.

[18] Hagendorn, A.R., and Brown, K.E.: "Experimental Study of Pressure Gradients Occuring During Continuos Two-Phase Flow in Small Diameter Vertical Conduits", JPT Apr. 1965.

[19] Jones, L.G., Blount, E.M. and Glaze, O.H.: "Use of short Term Multiple Rate Flow Tests to Predict Performance of Wells Having Turbulences ", paper SPE 6133, 1976.

[20] Klins, M.A. and Majcher, M.W.: "Inflow Performance Relationships for Damaged or Improved Wells Producing Under Solution-Gas Drive", paper SPE 19852, 1989.

[21] MaCray, Arthur W.: "Petroleum Evaluations and Economic Decisions", Prentice Hall Inc., 1975, 16-20.

[22] Nacul Evandro C.: "META Users manual v. 1.2", Petroleum Engineer Department; Stanford University, Sept. 1991.

[23] Nind TEW.: "Principles of Oil Well Production ", 2da.Ed. NY, 1981.

[24] Orkiszewski J.: "Predicting Two-phase Pressure Drops in Vertical Pipes", JPT 1967, 829-838.

[25] Peaceman D.W.: "Interpretation of Well Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation ", SPEJ June 1978.

[26] Poettman, F.H., and Carpenter, P.G.: "The Multiphase Flow of Gas, Oil and Water Through Vertical Flow Strings ", Drill. & Prod. Practices, 1952.

[27] Sachdeva, R.Schmidt, Brill, J.P and Blais, R.M.: "Two - Phase Flow Through Chokes", paper SPE 15667, 1986.

[28] Schiozer, D.J.: "Simultaneous Simulation of Reservoir and Surface Facilities",Ph.D. dissertation, Department of Petroleum Engineering, Stanford University, 1994.

[29] Standing, M. B.: "Inflow Performance Relationships for Damaged Wells Producing by Solution Gas Drive ", JPT, Nov. 1970, 1141-1142.

[30] Stone H.L.: "Estimation of the Three-Phase Relative Permeability and Residual Oil Data", J.Cdn.Pet. Tech. (Oct-Dec.1973).

[31] Sukarno, P.: "Inflow Performance Relationship Curves in Two-Phase and Three-Phase Flow Conditions", PhD dissertation, U. of Tulsa, OK 1986.

[32] Vogel, J.V.: "Inflow Performance Relationship for Solution Gas Drive Wells", JPT, Jan. 1968, 83-92.

[33] Weller, W. T.: "Reservoir Performance During Two - Phase Flow ", JPT Feb.1966.[34] Wiggins, M.L., Russel, J.E., e Jennings J.W.: "Analytical Development of Vogel Type

Inflow Performance Relationships ", paper SPE 23580, 1992.

[35] Wiggins, M.L., Russel, J.E., e Jennings J.W.: "Analytical Inflow Performance Relationships for Three-Phase Flow in Bounded Reservoirs", paper SPE 24055, 1992.

APÊNDICE A - Demostração das equações integrais de fluxo

Considerando um reservatório cilíndrico da seguinte forma:


sendo o volume em função do raio igual a:

$$V(r) = \pi (r^2 - r_w^2)h$$
 (A.1)

e diferenciando temos que:

$$dV = 2\pi r h dr \tag{A.2}$$

Integrando entre os limites r_w até r_e tem-se:

$$\int_{r_W}^{r_e} dV = 2\pi r h \int_{r_W}^{r_e} r dr$$

$$V_T = \pi (r_e^2 - r_w^2) h$$
(A.3)

Considerando fluxo radial sob condições semi-estáveis, a distribuição radial da pressão tem a seguinte forma:



Se o fluxo radial é influenciado por fronteiras, temos a seguinte equação diferencial parcial expressa em variáveis adimensionais:

$$\frac{1}{r_{D}}\frac{\partial}{\partial r_{D}}\left(r_{D}\frac{\partial p_{D}(r_{D},t_{D})}{\partial r_{D}}\right) = \frac{\partial p_{D}}{\partial t_{D}}$$
(A.4)

para $1 < r_D < r_e$ e $t_D > t_{pss}$

Sendo:
$$r_{D} = \frac{r}{r_{W}}$$
; $p_{D} = \frac{2\pi kh}{q\mu}(p_{i} - p_{(r,t)})$ $e t_{D} = \frac{kt}{\phi\mu c_{t}r_{W}^{2}}$

Com as seguintes condições de contorno iniciais e finais, considerando vazão constante:

$$\left(r_{\rm D}\frac{\partial p_{\rm D}(r_{\rm D}, t_{\rm D})}{\partial r_{\rm D}}\right)_{r_{\rm De}} = 0 \tag{A.5}$$

$$\left(r_{\rm D}\frac{\partial p_{\rm D}(r_{\rm D},t_{\rm D})}{\partial r_{\rm D}}\right)_{r_{\rm D}} = 1 \tag{A.6}$$

Partindo do lado direito da Eq. (A.4) temos que:

$$\frac{\partial \mathbf{p}_{\mathrm{D}}}{\partial \mathbf{t}_{\mathrm{D}}} = \frac{\partial \mathbf{p}_{\mathrm{D}}}{\partial \mathbf{t}_{\mathrm{DA}}} \times \frac{\partial \mathbf{t}_{\mathrm{DA}}}{\partial \mathbf{t}_{\mathrm{D}}} \tag{A.7}$$

Sendo:
$$t_{DA} = \frac{kt}{\phi \mu c_t A}$$
 (A.8)

Para regime semi-permanente, isto é, onde a queda de pressão em qualquer ponto

do reservatório é constante tem-se que:

$$\frac{\partial p_{\rm D}}{\partial t_{\rm D}} = 2\pi \tag{A.9}$$

e:

$$\frac{\partial t_{DA}}{\partial t_D} = \frac{r_w^2}{A} = \frac{r_w^2}{\pi (r_e^2 - r_w^2)}$$
(A.10)

Substituindo as Eqs. (A.9) e (A.10) em (A.7) obtêm-se:

$$\frac{\partial p_{D}}{\partial t_{D}} = 2\pi \times \frac{r_{w}^{2}}{\pi (r_{e}^{2} - r_{w}^{2})} = \frac{2}{\left(\frac{r_{e}^{2}}{r_{w}^{2}} - 1\right)}$$
$$\frac{\partial p_{D}}{\partial t_{D}} = \frac{2}{r_{De}^{2} - 1} \qquad \text{para } t_{D} \ge t_{Dpss} \qquad (A.11)$$

Portanto, a Eq. (A.4) fica:

$$\frac{1}{r_{\rm D}}\frac{\partial}{\partial r_{\rm D}}\left(r_{\rm D}\frac{\partial p_{\rm D}}{\partial r_{\rm D}}\right) = \frac{2}{r_{\rm De}^2 - 1} = \text{cte.}$$
(A.12)

Integrando de rD até rDe tem-se:

$$\int_{r_{D}}^{r_{De}} \frac{\partial}{\partial r_{D}} \left(r_{D} \frac{\partial p_{D}}{\partial r_{D}} \right) = \frac{2}{r_{De}^{2} - 1} \int_{r_{D}}^{r_{De}} r_{D} dr_{D}$$
(A.13)

$$\left(r_{\rm D}\frac{\partial p_{\rm D}}{\partial r_{\rm D}}\right)_{r_{\rm De}} - r_{\rm D}\frac{\partial p_{\rm D}}{\partial r_{\rm D}} = \frac{2}{r_{\rm De}^2 - 1} \times \frac{(r_{\rm De}^2 - r_{\rm D}^2)}{2}$$
(A.14)

Observa-se que:

$$\left(r_{\rm D}\frac{\partial p_{\rm D}}{\partial r_{\rm D}}\right)_{r_{\rm De}} = 0$$
 (pela condição contorno)

Substituindo na Eq. (A.14) e dividindo por r_D obtêm-se que:

$$\frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{1}{r_{De}^2 - 1} \times \frac{(r_D^2 - r_{De}^2)}{r_D}$$
$$\frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{1}{(r_{De}^2 - 1)} \left(r_D - \frac{r_{De}^2}{r_D} \right)$$
$$\partial p_D = \frac{1}{(r_{De}^2 - 1)} \left(r_D - \frac{r_{De}^2}{r_D} \right) \partial r_D$$

Integrando novamente de $r_{\rm D}\,$ até $\,r_{\rm De}\,$ tem-se que:

$$p_{D}(r_{De}, t_{D}) - p_{D}(r_{D}, t_{D}) = \frac{1}{(r_{De}^{2} - 1)} \left[\frac{r_{D}^{2}}{2} - r_{De}^{2} \ln(r_{D}) \right]_{r_{D}}^{r_{De}}$$
$$p_{D}(r_{De}, t_{D}) - p_{D}(r_{D}, t_{D}) = \frac{1}{(r_{De}^{2} - 1)} \left[\frac{r_{De}^{2} - r_{D}^{2}}{2} - r_{De}^{2} \ln\left(\frac{r_{De}}{r_{D}}\right) \right]$$
(A.15)

Integrando de novo a Eq. (A.13) de 1 até rd tem-se:

$$\int_{1}^{r_{D}} \frac{\partial}{\partial r_{D}} \left(r_{D} \frac{\partial p_{D}}{\partial r_{D}} \right) = \frac{2}{r_{De}^{2} - 1} \int_{1}^{r_{D}} r_{D} dr_{D}$$

$$\left(r_{D} \frac{\partial p_{D}}{\partial r_{D}} \right)_{r_{D}} - r_{D} \frac{\partial p_{D}}{\partial r_{D}} = \frac{2}{r_{De}^{2} - 1} \times \frac{(r_{D}^{2} - 1)}{2}$$
(A.16)

Observa-se pela condição (A.6) que:

$$\left(r_{\rm D} \frac{\partial p_{\rm D}}{\partial r_{\rm D}}\right)_{r_{\rm D}} = 1$$

Substituindo na Eq. (A.16) tem-se que:

$$1 - r_{\rm D} \frac{\partial p_{\rm D}}{\partial r_{\rm D}} = \frac{(r_{\rm D}^2 - 1)}{(r_{\rm De}^2 - 1)}$$
(A.17)

Dividindo por rd e multiplicando por ∂r_D obtem-se que:

$$\int_{1}^{r_{D}} \frac{1}{r_{D}} \partial r_{D} - \int_{1}^{r_{D}} \partial p_{D} = \frac{1}{r_{De}^{2} - 1} \int_{1}^{r_{D}} \left(\frac{r_{D}^{2} - 1}{r_{D}} \right) \partial r_{D}$$

$$\int_{1}^{r_{D}} \frac{1}{r_{D}} \partial r_{D} - \int_{1}^{r_{D}} \partial p_{D} = \frac{1}{r_{De}^{2} - 1} \left[\int_{1}^{r_{D}} r_{D} \partial r_{D} - \int_{1}^{r_{D}} \frac{1}{r_{D}} \partial r_{D} \right]$$

$$\ln(r_{D}) - \left[p_{D}(r_{D}, t_{D}) - p_{D}(1, t_{D}) \right] = \frac{1}{r_{De}^{2} - 1} \left[\frac{r_{D}^{2} - 1}{2} - \ln(r_{D}) \right]$$

$$p_{D}(r_{D}, t_{D}) - p_{D}(1, t_{D}) = -\ln(r_{D}) + \frac{1}{2} \frac{(r_{D}^{2} - 1)}{(r_{De}^{2} - 1)} - \frac{1}{(r_{De}^{2} - 1)} \ln(r_{D})$$
(A.18)

Da Eq. (A.15) para $r_D = 1$ tem-se que:

$$p_{D}(r_{De}, t_{D}) - p_{D}(1, t_{D}) = \frac{1}{(r_{De}^{2} - 1)} \left[\frac{r_{De}^{2} - 1}{2} - r_{De}^{2} \ln(r_{De}) \right]$$
$$p_{D}(r_{De}, t_{D}) - p_{D}(1, t_{D}) = \frac{1}{2} - \frac{r_{De}^{2}}{(r_{De}^{2} - 1)} \ln(r_{De})$$

Considerando que $r_{De} >> 1$, então $\frac{r_{De}^2}{r_{De}^2 - 1} \approx 1$, portanto a equação anterior fica como:

$$p_D(r_{De}, t_D) - p_D(1, t_D) = \frac{1}{2} - \ln(r_{De})$$
 (A.19)

Da Eq. (A.18) para rD =rDe tem-se que:

$$p_{D}(r_{De}, t_{D}) - p_{D}(1, t_{D}) = -\ln(r_{De}) + \frac{1}{2} \frac{(r_{De}^{2} - 1)}{(r_{De}^{2} - 1)} - \frac{1}{(r_{De}^{2} - 1)} \ln(r_{De})$$
$$p_{D}(r_{De}, t_{D}) - p_{D}(1, t_{D}) = -\ln(r_{De}) + \frac{1}{2} - \frac{1}{(r_{De}^{2} - 1)} \ln(r_{De})$$

De novo, considerando que $r_{De} >> 1$, então: $\frac{1}{r_{De}^2 - 1} ln(r_{De}) \cong 0$, portanto a

equação anterior fica:

$$p_D(r_{De}, t_D) - p_D(1, t_D) = \frac{1}{2} - \ln(r_{De})$$
 (A.20)

Usando $p_D(1,t_D) = p_{wD}(1,t_D) + s$ na Eq. (A.19) ou (A.20) tem-se que:

$$p_D(r_{De}, t_D) - p_D(1, t_D) = \frac{1}{2} - \ln(r_{De}) - s$$
 (A.21)

Em variáveis reais o termo do lado esquerdo da anterior equação fica como:

$$p_{D}(r_{De}, t_{D}) - p_{D}(1, t_{D}) = \frac{2\pi kh}{qB\mu} \left[p_{i} - p(r_{e}, t) - \left[p_{i} - p(r_{w}, t) \right] \right]$$

$$p_{\rm D}(r_{\rm De}, t_{\rm D}) - p_{\rm D}(1, t_{\rm D}) = -\frac{2\pi kh}{qB\mu} [p(r_{\rm e}, t) - p(r_{\rm w}, t)]$$

Diferenciando ambos termos:

$$\Delta p_{\rm D}(r_{\rm De},l) = -\frac{2\pi kh}{qB\mu} \left[\Delta p(r_{\rm e},r_{\rm w}) \right]$$

na forma diferencial a anterior equação fica como:

$$\mathrm{d}p_{\mathrm{D}} = -\frac{2\pi \mathrm{k}\mathrm{h}}{\mathrm{q}\mathrm{B}\mathrm{\mu}}\mathrm{d}\mathrm{p}$$

Integrando entre seus limites para ambas equações e considerando que o termo ${k\over B\mu}$ é função da pressão obtem-se:

$$\int_{1}^{r_{\text{De}}} dp_{\text{D}} = -\frac{2\pi h}{q} \int_{p_{\text{wf}}}^{p_{\text{e}}} \frac{k}{\mu B} dp$$
(A.22)

Transformando o lador direito da Eq.(A.21) em variáveis reais tem-se:

$$\frac{1}{2} - \ln(r_{De}) - s = \frac{1}{2} - \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - s$$
(A.23)

Igualando as Eqs.(A.22) e (A.23) obtêm-se:

$$\frac{1}{2} - \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - s = -\frac{2\pi\hbar}{q} \int_{p_{wf}}^{p_e} \frac{k}{\mu B} dp$$
(A.24)

Então, a vazão de fluxo para a fase óleo é dada pela equação:

$$q_{o} = \frac{2\pi h}{\left(ln\left(\frac{r_{e}}{r_{w}}\right) - \frac{1}{2} + s\right)} \int_{p_{wf}}^{p_{e}} \frac{k_{o}}{\mu_{o}B_{o}} dp$$
(A.25)

Considerando que por definição a permeabilidade efetiva ao óleo é : $k_0 = kk_{ro}$; então a equação anterior finalmente fica como:

$$q_{o} = \frac{2\pi kh}{\left(ln\left(\frac{r_{e}}{r_{w}}\right) - \frac{1}{2} + s\right)} \int_{p_{wf}}^{p_{e}} \frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} dp$$
(A.26)

A Eq. (A.26) é transformada em função da pressão média através da definição da pressão média volumétrica, a qual é definido pela equação:

$$\overline{p}_{r} = \frac{r_{e}}{\int_{r_{W}}^{r_{e}} dv}$$
(A.27)

Substituindo as Eqs. (A.2) e (A.3) obtêm-se que:

$$\overline{p}_{r} = \frac{\int_{w}^{r_{e}} p2\pi hrdr}{\pi (r_{e}^{2} - r_{w}^{2})h}$$

Eliminando os termos constantes e iguais tem-se:

$$\overline{p}_{r} = \frac{2}{\pi (r_{e}^{2} - r_{w}^{2})} \int_{r_{w}}^{r_{e}} prdr$$
(A.28)

Transformando esta equação em variáveis adimensionais e integrando de 1 até rDe obtêm-se:

$$\overline{p}_{D}(t_{D}) = \frac{2}{(r_{De}^{2} - 1)} \int_{1}^{r_{De}} p_{D}(r_{D}, t_{D}) r_{D} dr_{D}$$
(A.29)

Substituindo a equação (A.18) na anterior equação e considerando que $r_{De} >> 1$, tem-se que:

$$\overline{p}_{D}(t_{D}) = \frac{2}{(r_{De}^{2} - 1)} \int_{1}^{r_{De}} \left[p_{D}(1, t_{D}) - \ln(r_{D}) + \frac{1}{2} \left(\frac{r_{D}^{2} - 1}{r_{De}^{2} - 1} \right) \right] r_{D} dr_{D}$$
(A.30)

Desenvolvendo a integral obtêm-se que:

$$\overline{p}_{D}(t_{D}) = \frac{2}{(r_{De}^{2} - 1)} \left[\int_{1}^{r_{De}} p_{D}(1, t_{D}) r_{D} dr_{D} - \int_{1}^{r_{De}} r_{D} \ln(r_{D}) dr_{D} + \int_{1}^{r_{De}} \frac{1}{2(r_{De}^{2} - 1)} \left[\int_{1}^{r_{De}} r_{D}^{3} dr_{D} - \int_{1}^{r_{De}} r_{D} dr_{D} \right] \right]$$
(A.31)

Integrando por partes e fatorando o termo $\left(\frac{r_{De}^2 - 1}{2}\right)$, tem-se:

$$\overline{p}_{D}(t_{D}) = \frac{2}{(r_{De}^{2} - 1)} x \left(\frac{r_{De}^{2} - 1}{2}\right) \left[p_{D}(1, t_{D}) - \ln(r_{De}) + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2(r_{De}^{2} - 1)} \right]$$
(A.32)

Lembrando que $r_{De} >> 1$, então o termo $\frac{1}{2(r_{De}^2 - 1)} \cong 0$, portanto a anterior equação fica como:

$$\overline{p}_{D}(t_{D}) - p_{D}(1, t_{D}) = -\ln(r_{De}) + \frac{3}{4}$$
 (A.33)

Usando $p_D(1,t_D) = p_{wD}(1,t_D) + s$, na anterior equação obtêm-se:

$$\overline{p}_{D}(t_{D}) - p_{wD}(1, t_{D}) = \frac{3}{4} - \ln(r_{De}) - s$$
 (A.34)

Transformando em variáveis reais e fazendo o mesmo procedimento que na Eq.(A.21) até a Eq. (A.25) a vazão de óleo é dado por:

$$q_{o} = \frac{2\pi h}{\left(\ln\left(\frac{r_{e}}{r_{w}}\right) - \frac{3}{4} + s\right)} \int_{p_{wf}}^{\overline{p}_{r}} \frac{k_{o}}{\mu_{o}B_{o}} dp$$
(A.35)

Considerando que por definição a permeabilidade efetiva ao óleo é : $k_0 = kk_{ro}$; então a equação anterior finalmente fica como:

$$q_{o} = \frac{2\pi kh}{\left(ln\left(\frac{r_{e}}{r_{w}}\right) - \frac{3}{4} + s\right)} \int_{p_{wf}}^{\overline{p}_{r}} \frac{k_{ro}}{\mu_{o}B_{o}} dp$$
(A.37)

Da mesma maneira para a fase água, a Eq. (A-37) fica como:

$$q_{w} = \frac{2\pi kh}{\left(ln\left(\frac{r_{e}}{r_{w}}\right) - \frac{3}{4} + s\right)} \int_{p_{wf}}^{\overline{p}_{r}} \frac{k_{rw}}{\mu_{w}B_{w}} dp$$
(A.38)

Desta maneira foram demonstradas as equações integrais de fluxo (A.37 e A.38) que são equações básicas para desenvolver as IPR analíticas em fluxo bi e trifásico.

APÊNDICE B - Dados Utilizados na Simulação

Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos de duas maneiras: a primeira que corresponde as caracteristicas dos reservatórios foram tomadas do trabalho de Wiggins^{[9],[10]}, e a correspondente as propriedades dos fluidos e as variáveis dependentes da saturação através de correlações conhecidas na literatura do petróleo^{[5],[6]}.

<u>CASO 1</u>

Dados do Reservatório	Unidade	Valor
Porosidade	fração	0.18
Permeabilidade absoluta (x, y e z)	m^2	1.5×10^{-2}
Saturação inicial de água	fração	0.12
Saturação crítica de gás_	fração	0.05
Compresibilidade da rocha	kPa ⁻¹	5.3x 10 ⁻⁷
Densidade do óleo	kg/m ³	903.697
Densidade do gás	kg/m ³	0.734
Pressão inicial do Reservatório	kPa	17237.00
Pressão de saturação	kPa	17099.10
Temperatura	°K	338.55
Espessura da areia	m	7.62
Dados do poço		
Raio do poço	m	0.099
Raio de drenagem	m	330.71

Tabela B.1: Características do Reservatório e poço

FLUIDO		ÓLEO		Á G	U A	G	Á S
Pressão	B ₀ 3, 3	μ	R _{SO}	B _w	μ_{w}	Bg	μ _g
kPa	m³/m³	10 ⁻⁹ Pa.s	m [°] /m [°]	m³/m³	10 ⁻⁹ Pa.s	m^3/m^3	10 ⁻ ° Pa.s
101.3	1.042	9.921	2.5	1.0199	0.480	1.171584	0.0124
1241.0	1.047	9.237	18.1	1.0197	0.480	0.094337	0.0125
3309.5	1.060	7.945	53.7	1.0192	0.480	0.034516	0.0128
4688.4	1.070	7.166	80.2	1.0189	0.480	0.023991	0.0131
6067.4	1.080	6.471	108.4	1.0186	0.480	0.018272	0.0134
7446.3	1.092	5.855	137.8	1.0183	0.480	0.014691	0.0138
14341.1	1.155	3.699	299.6	1.0169	0.480	0.007313	0.0162
17099.0	1.184	3.136	369.4	1.0163	0.480	0.006116	0.0174
17788.4	1.192	3.160	387.2	1.0161	0.480	0.005883	0.0177
19857.0	1.214	3.231	441.6	1.0157	0.480	0.005297	0.0187
21373.7	1.231	3.283	482.2	1.0153	0.480	0.004952	0.0195

Tabela B.2: Propriedades PVT do óleo saturado, gás e água

Sg	k _{rg}	k _{ro}
0.000	0.000	1.000
0.001	0.000	1.000
0.020	0.000	0.997
0.050	0.005	0.980
0.120	0.025	0.700
0.200	0.075	0.350
0.250	0.125	0.200
0.300	0.190	0.090
0.400	0.410	0.021
0.450	0.600	0.010
0.500	0.720	0.001
0.600	0.870	0.000
0.700	0.940	0.000
0.850	0.980	0.000
1.000	1.000	0.000

Tabela B.3: Permeabilidades relativas óleo - gás

Dados do Sistema de produção	Unidade	Valor
Trecho Horizontal		
Pressão de separação Temperatura de separação Comprimento da linha Inclinação Diâmetro Rugosidade do tubo	kPa_ °K m graus m m	275.79 300.00 1524.01 0.00 5.1x10 ⁻³ 1.7x 10 ⁻⁴
Trecho Vertical		
Temperatura na cabeça do poço Profundidade na metade dos canhoneados Inclinação Rugosidade do tubo	°K m graus ft	294.11 1623.08 90.00 4.5x 10 ⁻⁵

Tabela B.4: Facilidades do sistema de produção

<u>CASO 2</u>

Dados do Reservatório	Unidade	Valor
Porosidade	fração	0.12
Permeabilidade absoluta (x, y e z)	m^2	1.0×10^{-2}
Saturação inicial de água	fração	0.50
Saturação crítica de gás_	fração	0.00
Compresibilidade da rocha	kPa ⁻¹	6.5x 10 ⁻⁷
Densidade do óleo	kg/m ³	801.34
Densidade do gás	kg/m ³	0.821
Densidade da água	kg/m ³	1066.73
Pressão inicial do Reservatório	kPa	24131.60
Pressão de saturação	kPa	23359.58
Temperatura	°K	352.44
Espessura da areia	m	3.04
Dados do poço		
Raio do poco	m	0.099
Raio de drenagem	m	274.32

Tabela B.5: Características do Reservatório e poço

FLUIDO		ÓLEO		Á G	U A	G	Á S
Pressão kPa	m ³ /m ³	μ ₀ 10 ⁻³ Pa.s	R _{so} scf/stb	$\frac{B_w}{m^3/m^3}$	μ _w 10 ⁻³ Pa.s	Bg m ³ /m ³	μ _g 10 ⁻³ Pa.s
101.3	1.083	1.107	1.1	1.0306	0.622	0.130497	0.0130
1405.1	1.101	0.943	33.3	1.0305	0.626	0.083875	0.0132
2844.7	1.119	0.803	72.2	1.0300	0.631	0.044520	0.0135
4283.7	1.144	0.700	133.3	1.0298	0.634	0.033484	0.0136
5790.2	1.169	0.626	188.8	1.0296	0.637	0.023702	0.0138
6968.5	1.198	0.574	238.8	1.0290	0.641	0.018037	0.0139
8635.0	1.227	0.520	311.1	1.0286	0.644	0.013130	0.0142
9907.1	1.255	0.476	372.2	1.0282	0.648	0.010773	0.0149
11078.5	1.283	0.448	433.3	1.0275	0.653	0.009636	0.0155
12349.8	1.315	0.419	500.0	1.0270	0.656	0.008496	0.0158
13789.5	1.344	0.400	561.1	1.0266	0.659	0.007579	0.0167
16768.0	1.415	0.368	700.0	1.0256	0.664	0.006062	0.0179
19579.7	1.473	0.338	766.7	1.0246	0.670	0.004999	0.0195
20684.2	1.516	0.319	838.9	1.0243	0.671	0.004733	0.0201
22257.0	1.555	0.309	1052.2	1.0241	0.672	0.004353	0.0210

Tabela B.6: Propriedades PVT do óleo saturado, gás e água

Sg	k _{rg}	k _{ro}
0.000	0.000	1.000
0.050	0.059	0.928
0.100	0.111	0.876
0.200	0.228	0.757
0.250	0.285	0.709
0.300	0.338	0.657
0.400	0.444	0.547
0.450	0.500	0.500
0.500	0.555	0.447
0.600	0.661	0.338
0.650	0.718	0.285
0.700	0.774	0.229
0.750	0.827	0.174
0.800	0.889	0.120
0.900	1.000	0.000

Tabela B.7: Permeabilidades relativas óleo - gás

$\mathbf{S}_{\mathbf{W}}$	k _{rw}	k _{ro}
0.100	0.000	1.000
0.200	0.123	0.883
0.300	0.246	0.755
0.350	0.311	0.688
0.400	0.374	0.626
0.500	0.500	0.500
0.550	0.557	0.442
0.600	0.610	0.383
0.700	0.746	0.247
0.750	0.807	0.178
0.800	0.855	0.126
0.850	0.918	0.064
0.900	1.000	0.000

Tabela B.8: Permeabilidades relativas óleo - água

Dados do Sistema de produção	Unidade	Valor
Trecho Horizontal		
Pressão de separação Temperatura de separação Comprimento da linha Inclinação Diâmetro Rugosidade do tubo	kPa °K m graus m ft	275.79300.001219.213.000.0761.7x 10-4
Trecho Vertical		
Temperatura na cabeça do poço Profundidade na metade dos canhoneados Inclinação Rugosidade do tubo	°K m graus m	294.11 1828.82 90.00 4.5x 10 ⁻⁵

Tabela B.9: Facilidades do sistema de produção

APÊNDICE C - Correlações de fluxo multifásico vertical, horizontal/inclinado e a través de restrições

No processo de otimização do sistema de produção, os cálculos das quedas de pressão na coluna de produção, na linha de surgência e através de restrições ("*choke*") são

muito importantes. As correlações de fluxo multifásico utilizadas no presente trabalho, são conhecidas na literatura do petróleo^{[19],[20]}, e portanto, as correlações serão descritas de forma simplificada.

C.1 Fluxo vertical

As correlações utilizadas no presente trabalho são resumidas na seguinte tabela:

Correlação	Considerações
Poetmann and Carpenter ^[26]	Sem escorregamento, sem regime de fluxo
Hagendorn and Brown ^[18]	Com escorregamento, sem regime de fluxo
Orkiszewski ^[24]	Com escorregamento e regime de fluxo
Aziz, Govier and Fogarasi ^[3]	Com escorregamento e regime de fluxo

Tabela C.1: Correlações de fluxo multifásico vertical^[28]

C.2 Fluxo horizontal e inclinado

As correlações utilizadas no presente trabalho são:

- Poettman and Carpenter^[26],
- Beggs and Brill^[5],
- Dukler^[11],
- Eaton^[12], e
- Panhandle-Flanigan^[14].

C.3 Fluxo através de restrições ("chokes")

Na maioria dos poços de óleo e gás, os "*chokes*" de produção são instalados na cabeça de poço para:

• controlar a vazão de fluxo e desta maneira obter uma eficiente e racional produção do

reservatório,

- proteger ao reservatório e equipamento superficial das mudanças de pressão,
- prevenir a produção de areia devido a um excessivo "drawdown',
- prevenir a conificação de água e gás.

Geralmente, o fluxo através dos "*chokes*" são classificados em fluxo crítico e fluxo subcrítico, como mostra-se na Fig.C.1. O fluxo crítico ocorre quando a velocidade do fluxo é igual ou superior à velocidade do som no meio, e quando isto ocorre, as variações na pressão a montante não alteram a pressão a jusante. No fluxo subcrítico, as flutuações na pressão a montante alteram a pressão jusante.



Figura C.1: Vazão de líquido através de um choke como função da pressão a montante para uma pressão a jusante constante^[27].

Na literatura atual, não existem boas correlações de fluxos através de "*chokes*" especialmente para fluxo subcrítico. Além disso, o valor da relação crítica entre a pressão a montante e a pressão a jusante, que é usado para delimitar os dois tipos de fluxo, é difícil de se determinar.

O modelo escolhido neste trabalho foi o de Sachdeva^{[27]} pelas razões descritas em Schiozer^{[28]}.

APÊNDICE D - Descrição do Valor Presente

Na escolha dos parâmetros de produção, pode-se otimizar a produção acumulada

de óleo durante um certo período. Entretanto, a maneira mais correta seria trazer o valor desta produção para o valor da produção atual. Isto é feito através do conceito do valor presente (VP).

O VP é uma variável econômica que esta relacionada com uma taxa de juros devido a uma quantia de dinheiro investida pelo uso de um capital para efetuar um determinado projeto ^[21].

Se considerarmos uma quantia de dinheiro P que será investida durante n anos a uma taxa de juros r, então ao final do período o capital haverá incrementado em $P(1+r)^n$. Portanto, pode-se dizer que P é o VP de $P(1+r)^n$ que serão recebidos em n anos, ou o VP de uma soma de dinheiro I_n recebida em n anos é:

$$VP = \frac{I_n}{\left(1+r\right)^n} \tag{D.1}$$

onde r são os juros por ano expressos em fração, e a quantidade $1/(1+r)^n$ é chamado fator de desconto.

Considerando um fluxo de n quantidades de produção: C_1, C_2, \ldots, C_n ; correspondentes a n segmentos de tempo em que é dividido o tempo total considerado do projeto. Então, estas quantidades de produção são trazidas ao presente considerando uma produção constante em cada intervalo de tempo e descontando no ponto médio de cada intervalo de tempo como mostra a Fig.D.1.

No caso de intervalos de tempo constantes, isto é: $\Delta t_1 = \Delta t_2 = ... = \Delta t_n$, o valor presente é expresso pela equação:

$$PV = \sum_{n=1}^{N} \left[\frac{C_n P_n}{(1+R)^{((2n-1)/2)\Delta t}} \right]$$
(D.2)

onde P_n é o preço da produção por unidade de volume para o tempo n.



Figura D.1: Desconto do capital de retorno no ponto médio correspondente a cada intervalo de tempo^[8].

Considerando um intervalo de tempo trimestral como nos casos 1 e 2, o fator de desconto trimestral (R_t) é calculado a partir do fator de desconto anual (R_{an}) com a equação:

$$R_{t} = (1 + R_{an})^{1/4} - 1$$
 (D.3)

e o VP será:

$$PV = \sum_{n=1}^{N} \left[\frac{C_n P_n}{(1+R_t)^{(2n-1)/2}} \right]$$
(D.4)

No caso de Δt variável como a saída do simulador, a expressão fica:

$$PV = \sum_{n=1}^{N} \left[\frac{C_n P_n}{(1+R_d)^{(t_{i-1}+\Delta t_i/2)}} \right]$$
(D.5)

onde N é o numero de intervalos de tempo, R_d é o fator de desconto diario e, t e Δt são expressos em dias.

APÊNDICE E - Descrição dos programas computacionais

Neste apêndice são descritos os programas computacionais utilizados no presente trabalho . O programa CALIPR (Fig. E.1) calcula os coeficientes da curva IPR analítica e o programa OPTIM (Fig. E.2) calcula as vazões de equilíbrio entre a IPR analítica com o fluxo multifásico vertical, horizontal e considerando restrições para diferentes estágios de depleção.



.....Figura E.1: Programa que calcula os coeficientes da curva Analítica IPR









poço-reservatório.

$$\bigcirc$$



Figura E.2 (Continuação)

APÊNDICE F - Obtenção dos coeficientes na analítica IPR para

fluxo multifásico

Partindo das IPR analíticas para as fases óleo e água:

$$\frac{q_{0}}{q_{0,max}} = 1 + C_{10} \left(\frac{p_{wf}}{p_{e}}\right) + C_{20} \left(\frac{p_{wf}}{p_{e}}\right)^{2} + C_{30} \left(\frac{p_{wf}}{p_{e}}\right)^{3} + C_{40} \left(\frac{p_{wf}}{p_{e}}\right)^{4}$$
(F.1)

$$\frac{q_{w}}{q_{w,max}} = 1 + C_{1W} \left(\frac{p_{wf}}{p_{e}}\right) + C_{2W} \left(\frac{p_{wf}}{p_{e}}\right)^{2} + C_{3W} \left(\frac{p_{wf}}{p_{e}}\right)^{3} + C_{4W} \left(\frac{p_{wf}}{p_{e}}\right)^{4}$$
(F.2)

Fazendo:

$$x = \frac{p_{wf}}{p_e}$$
(F.3)

as equações (F.1) e (F.2) ficam:

$$q_o = (1 + C_{1O}x + C_{2O}x^2 + C_{3O}x^3 + C_{4O}x^4)q_{o,max}$$
 (F.4)

$$q_{w} = (1 + C_{1W}x + C_{2W}x^{2} + C_{3W}x^{3} + C_{4W}x^{4})q_{w,max}$$
(F.5)

Sabendo que:

$$q_t = q_0 + q_w \tag{F.6}$$

e substituindo as equações (F.4) e (F.5) em (F.6), obtém-se:

$$q_{t} = (1 + C_{10}x + C_{20}x^{2} + C_{30}x^{3} + C_{40}x^{4})q_{o,max} + (1 + C_{1W}x + C_{2W}x^{2} + C_{3W}x^{3} + C_{4W}x^{4})q_{w,max}$$
(F.7)

Após algumas manipulações algébricas e levando em conta que:

$$q_{t,max} = q_{o,max} + q_{w,max}$$
(F.8)

Obtém-se:

$$q_{t} = q_{t,max} + (C_{10}q_{o,max} + C_{1W}q_{w,max})x + (C_{20}q_{o,max} + C_{2W}q_{w,max})x^{2} + (C_{30}q_{o,max} + C_{3w}q_{w,max})x^{3} + (C_{40}q_{o,max} + C_{4w}q_{w,max})x^{4}$$
(F.9)

Finalmente, dividindo a equação (F.9) por $q_{t,max}$ tem-se:

$$\frac{q_t}{q_{t,max}} = 1 + C_{1T}x + C_{2T}x^2 + C_{3T}x^3 + C_{4T}x^4$$
(F.10)

Onde os coeficientes totais são:

$$C_{1T} = \frac{C_{1O}q_{o,max} + C_{1W}q_{w,max}}{q_{t,max}}$$
(F.11)

$$C_{2T} = \frac{C_{2O}q_{o,max} + C_{2W}q_{w,max}}{q_{t,max}}$$
(F.12)

$$C_{3T} = \frac{C_{3O}q_{o,max} + C_{3W}q_{w,max}}{q_{t,max}}$$
(F.13)

$$C_{4T} = \frac{C_{4O}q_{o,max} + C_{4W}q_{w,max}}{q_{t,max}}$$
(F.14)

q