

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR ANDRÉ GARCIA
LIMA SUETTI E APROVADA
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 23/11/2011



ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

André Garcia Lima Suetti

Estudo do fenômeno “*stick-slip*” aplicado às vibrações de freios automotivos

Campinas, 2011

André Garcia Lima Suetti

Estudo do fenômeno “*stick-slip*” aplicado às vibrações de freios automotivos

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projetos Mecânicos

Orientador: Prof. Dr. Robson Pederiva

Campinas, 2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Su25e Suetti, André Garcia Lima
Estudo do fenômeno stick-slip aplicado às vibrações
de freios automotivos / André Garcia Lima Suetti. --
Campinas, SP: [s.n.], 2011.

Orientador: Robson Pederiva.
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Automóveis - Freios. 2. Fricção. 3. Vibrações. I.
Pederiva, Robson. II. Universidade Estadual de
Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III.
Título.

Título em Inglês: Study of stick-slip phenomenon applied in vibrations of
automotive brakes

Palavras-chave em Inglês: Automobile brakes, Friction, Vibration

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projetos Mecânicos

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Auteliano Antunes dos Santos Júnior, Gilberto Pechoto de
Melo

Data da defesa: 23-11-2011

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

**Estudo do fenômeno “*stick-slip*” aplicado às
vibrações de freios automotivos**

Autor: André Garcia Lima Suetti
Orientador: Prof. Robson Pederiva

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof. Dr. Robson Pederiva, Presidente
FEM - UNICAMP



Prof. Dr. Auteliano Antunes dos Santos Júnior
FEM - UNICAMP



Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo
UNESP – ILHA SOLTEIRA

Campinas, 23 de novembro de 2011

Dedicatória:

À Pete, Tuta, tia Heleninha, Ju, Li, Ro, Tati e Pai.

Agradecimentos

Agradeço a Deus pela oportunidade de alcançar o título de mestre, por Ele estar sempre presente e me levantar em todos os tropeços que já tive em minha vida. Nada desse trabalho eu fiz sozinho. Deus colocou pessoas que me ajudaram em todas as etapas. Entre elas, gostaria de agradecer:

Ao orientador e amigo Prof. Robson, que não olhou para os alicerces frágeis do meu conhecimento e, além de reforçá-los, construiu uma edificação tão grande quanto suas muitas outras. Além de toda a ciência que me ensinou por esse trabalho, foi exemplo de nobreza e bom humor, mostrando que inteligência e humildade devem andar juntas.

À empresa TMD Friction, que apostou e investiu em mim, concedendo uma bolsa de estudos. Disponibilizaram, também, uma máquina para experimentos e corpos-de-prova. Agradeço aos membros da diretoria, engenharia e laboratório físico da TMD, em especial, ao Jaquetto, Nei, Feres, Manzo, Josué e Raul.

Ao Prof. Auteliano, Prof. Milton e Prof. Gilberto pelas correções e por terem aceitado participar da minha banca de qualificação e defesa.

Aos técnicos do DPM-FEM, Mauro, Ferreira, Maurício e André por terem auxiliado na realização dos experimentos. Agradeço, também, ao Mauro por ter recuperado a mídia em que estava uma parte desse trabalho e eu havia perdido.

Aos colegas da Unicamp, Marcos, Jakerson, Fábio, Vinícius, Eder, Fábio da Mercedes, Vinícius Simionatto, Hugo e Diego, pois, sem eles, não sei o que seria dessa dissertação.

Aos meus pais, Celeste e Gilmar, em especial minha mãe, meu modelo de superação e fidelidade aos bons princípios, que sempre esteve presente e me apoiou incondicionalmente. Aos meus irmãos, Rodrigo e Elisa, pelo companheirismo, amizade e apoio.

À minha tia Tuta, magnânima e batalhadora, que me educou, bancou meus estudos quando meus pais não tiveram condições e não mediu esforços para que eu chegasse até aqui.

À minha tia Heleninha, por ter me emprestado seus livros.

À minha esposa Juliana, pela amizade, companhia, ajuda e compreensão à minha ausência ao longo de todo esse curso.

Por fim, aos professores e colegas das disciplinas realizadas, pelo conhecimento que me fizeram adquirir.

*Uns encurvam-se e caem, mas nós nos
levantamos e estamos de pé.
(Sl. 20.8).*

Resumo

SUETTI, André Garcia Lima, *Estudo do fenômeno “stick-slip” aplicado às vibrações de freios automotivos*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2011. 89p. Dissertação (Mestrado)

O interesse da indústria automobilística em projetar freios menos ruidosos vem incentivando pesquisas na área de acústica e vibração. A compreensão de um dos principais fenômenos de excitação de vibração em sistemas com atrito, o *stick-slip*, é de grande importância para o aprofundamento desses estudos, que muitas vezes não consideram uma fonte de excitação bem definida e realimentada, recorrendo a excitações impulsivas ou com frequências aleatórias. O *stick-slip* é uma vibração auto-excitada que pode ocorrer em um corpo fixo que se atrita com outro corpo que está em movimento, fundamentada na diferença entre o coeficiente de atrito estático e dinâmico. Tendo em vista a aplicação da excitação por *stick-slip* em vibrações em sistemas de freio, equacionamentos analíticos são propostos nesse trabalho tendo a dificuldade incrementada gradualmente. Um estudo dos efeitos do amortecimento em sistemas com *stick-slip* é também proposto, apresentando um comportamento que difere de sistemas mecânicos sem realimentação. Com o objetivo de se avaliar esses métodos, realizam-se simulações numéricas e um experimento, que se utiliza de materiais de atrito e disco empregados em freios. Os resultados demonstram a compatibilidade das simulações numéricas e os dados obtidos experimentalmente, o que comprova que os métodos podem ser usados na simulação do problema.

Palavras Chave: Automóveis - Freios, Fricção, Vibrações.

Abstract

SUETTI, André Garcia Lima, *Study of the “stick-slip” phenomenon applied in vibrations of automotive brakes*, Campinas: Mechanical Engineering Faculty, UNICAMP - State University of Campinas, 2011. 89p. Master’s Degree Major Paper.

Interest of the automotive industry in designing quieter brakes has encouraged the researches in the fields of acoustics and vibration. Understanding one of the main phenomena of vibration excitation in systems with friction, stick-slip, is crucial to a deeper study. Many a time these studies do not consider a well-defined and fed back source, falling back on impulsive and random excitations. The stick -slip is a self-excited vibration that may occur when a static body rubs against a dynamic one. It is based on the difference between the static and dynamic friction coefficients. Considering the stick-slip excitation in the braking system vibration, analytical equations with continuous incremental difficulties are proposed herein. A study of the effects of damping in stick -slip systems is also proposed, presenting a kind of behavior that is different from that of mechanical systems without feedback. In order to evaluate these methods, an experimental or sometimes numerical simulation is conducted using friction material and discs used in braking systems. The results are in agreement with the experimental data, proving that the methods can be used in simulations of problems.

Key words: Automobile - Brakes, Friction, Vibration

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Acionamento do sistema de freio (adaptado de SAUERS, 2010).....	2
Figura 1.2 – Sistemas de freio a disco (a) e a tambor (b) (adaptado de PINKALLA, 2010).....	3
Figura 1.3 – Disco sólido e ventilado (OEHLMEYER, 2008).....	4
Figura 1.4 – Diferentes proporções de ingredientes na composição do material de atrito (Chan <i>et al.</i> , 2004).	5
Figura 1.5 – Funções de transferência de um disco de freio típico com fendas radiais (Akay, 2002).	8
Figura 1.6 – Exemplo de comprimentos de onda coincidentes entre pastilha e disco (Trichês <i>et al.</i> , 2004).	8
Figura 2.1 – Representação de experimentos com atrito registrados no caderno de Leonardo da Vinci datados de 1480.....	13
Figura 2.2 – Área real de contato em função do tempo de contato estacionário (Persson, 2000).	15
Figura 2.3 – (a) Experimento utilizado por Jarvis e Mills. (b) <i>Sprag-slip</i> proposto por Spurr.	17
Figura 2.4 – <i>Sprag-slip</i> aplicado ao contato pastilha-disco.	18
Figura 2.5 – Modelo de <i>sprag-slip</i> estudado por Hoffmann <i>et al.</i> (2004).	18
Figura 2.6 – Sistema para explicar o <i>stick-slip</i>	19
Figura 2.7 – Montagem experimental de Balleri <i>et al.</i> (2003).	20
Figura 2.8 – Diversos tipos de ruído de freio e seu conteúdo espectral aproximado (Akay, 2002).	22
Figura 2.9 – Exemplos de modos de flexão de um disco de freio com 4 (a), 6 (b), 7 (c) e 8 (d) diâmetros nodais. (Kang <i>et al.</i> , 2008).	23
Figura 2.10 – Comparação entre MEF (a) e a medição laser (b) de um disco (Chen <i>et al.</i> , 2003).	24
Figura 2.11 – Experimento de Fieldhouse e Newcomb para a geração de <i>squeal</i> (adaptado de Kinkaid <i>et al.</i> , 2003).	25
Figura 2.12 – Montagem experimental de Gianinni <i>et al.</i> (2007).	27
Figura 3.1 – Exemplo do comportamento da força de amortecimento viscoso e por atrito.....	31
Figura 3.2 – Sistema de 1 GL com atrito.	32

Figura 3.3 – Sistema de um GL com amortecimento por atrito	33
Figura 3.4 – Simplificação do sistema de freio para estudo do <i>stick-slip</i>	34
Figura 3.5 – Diagrama do movimento da fase <i>slip</i>	37
Figura 3.6 – Fluxograma da execução do programa.....	39
Figura 3.7 – Exemplo do movimento da partícula com μ_k constante.....	40
Figura 3.8 – Velocidade relativa no <i>stick-slip</i>	41
Figura 3.9 – Exemplos de movimento com $\mu_s = 0,4$ e $\mu_k = 0,3$ (a); $\mu_s = 0,6$ e $\mu_k = 0,3$ (b); $\mu_s = 0,6$ e $\mu_k = 0,5$ (c).	42
Figura 3.10 – Exemplos com $k = 50$ (a), $k = 200$ (b) e $k = 800$ (c),.....	43
Figura 3.11 – Exemplo de transição linear de atrito.	44
Figura 3.12 – Exemplos de curva exponencial de atrito.	45
Figura 3.13 – Simulação de 1 GL com transição exponencial de atrito com $h = 10$	46
Figura 3.14 – <i>Stick-slip</i> com $h = 100$ (a), $h = 15$ (b), $h = 20$ (c) e $h = 5$ (d).....	47
Figura 3.15 – (a) Ângulos de entrada (α) e saída (β) da fase <i>stick</i> . (b) Diagrama de forças para a entrada (b.1) e saída (b.2) da fase <i>stick</i> . (c) Comportamento do deslocamento, velocidade e forças no tempo.	48
Figura 3.16 – Diversas combinações de parâmetros de transição de atrito.....	50
Figura 3.17 – Solução por método de Runge-Kutta com $d = 50$ e $h = 1$	51
Figura 3.18 – Resposta temporal com $h = 0,1$	52
Figura 3.19 – Resposta temporal com $d = 90$ e $h = 10$	52
Figura 3.20 – Sistema 1 GL com amortecimento.	53
Figura 3.21 – Limite de amortecimento no sistema <i>stick-slip</i> . $\zeta = 0,077$ (a) e $\zeta = 0,085$ (b).	55
Figura 3.22 – Limite de amortecimento para uma curva mais suave de atrito.....	56
Figura 3.23 – Limite de c : (a) sistema realimentado pela fase <i>stick</i> . (b) estabilidade sem fase <i>stick</i>	57
Figura 4.1 – Bancada experimental.	58
Figura 4.2 – Foto da montagem experimental.	59
Figura 4.3 – Foto do sistema massa-mola no experimento.	59
Figura 4.4 – Molas utilizadas na montagem experimental.....	61
Figura 4.5 – Sistema montado com mola de 2 mm (a) e mola de 4 mm (b).	61
Figura 4.6 - Espectro do sistema com mola de 2 mm excitado por impulso.	62

Figura 4.7 – Geometria para obtenção de N_0	64
Figura 4.8 - Calibração dos extensômetros: (a) mola de 2 mm, (b) mola de 4 mm.	65
Figura 4.9 – Exemplo da caracterização do atrito.	68
Figura 4.10 – Dispersão e tendência de μ_s de pastilha com N_{01} e sentido positivo (a) e negativo (b).....	70
Figura 4.11 – Dispersão e tendência de μ_s de pastilha com N_{02} e sentido positivo (a) e negativo (b).....	70
Figura 4.12 – Dispersão e tendência de μ_s de lona com N_{01} e sentido positivo (a) e negativo (b).71	
Figura 4.13– Dispersão e tendência de μ_s de lona com N_{02} e sentido positivo (a) e negativo (b). 71	
Figura 4.14 – Eventos de μ_k para pastilha com N_{01} e sentido positivo (a) e negativo (b).....	72
Figura 4.15 – Eventos de μ_k para pastilha com N_{02} e sentido positivo (a) e negativo (b).....	72
Figura 4.16 – Eventos de μ_k para lona com N_{01} e sentido positivo (a) e negativo (b).....	72
Figura 4.17 – Eventos de μ_k para lona com N_{02} e sentido positivo (a) e negativo (b).....	73
Figura 4.18 – Exemplo de aquisição de dados do <i>stick-slip</i>	74
Figura 4.19 – <i>Stick-slip</i> de pastilha com N_{01} e sentido positivo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,151$, $\mu_k = 0,147$ e $V = 0,006$ m/s.	75
Figura 4.20 - <i>Stick-slip</i> de pastilha com N_{01} e sentido negativo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,149$, $\mu_k = 0,145$ e $V = 0,005$ m/s.	76
Figura 4.21 – <i>Stick-slip</i> de pastilha com N_{02} e sentido positivo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,149$, $\mu_k = 0,146$ e $V = 0,007$ m/s.	77
Figura 4.22 – <i>Stick-slip</i> de pastilha com N_{02} e sentido negativo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,150$, $\mu_k = 0,144$ e $V = 0,008$ m/s.	77
Figura 4.23 – <i>Stick-slip</i> de lona com N_{01} e sentido positivo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,165$, $\mu_k = 0,163$ e $V = 0,004$ m/s.	78
Figura 4.24 – <i>Stick-slip</i> de lona com N_{01} e sentido negativo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,249$, $\mu_k = 0,246$ e $V = 0,006$ m/s.	79
Figura 4.25 – <i>Stick-slip</i> de lona com N_{02} e sentido positivo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,186$, $\mu_k = 0,184$ e $V = 0,005$ m/s.	80
Figura 4.26 – <i>Stick-slip</i> de lona com N_{02} e sentido negativo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,247$, $\mu_k = 0,245$ e $V = 0,005$ m/s.	80

Figura 4.27 – Inclinações da fase *stick* devido à variação de V . Exemplos ampliados das condições vistas nas Figuras Figura 4.19 (a) e Figura 4.26 (b). 81

Figura 4.28 – Comparativo entre os valores de μ_s calculados pela caracterização e encontrados no *stick-slip*. (a) Corpo-de-prova de pastilha e sentido positivo, (b) pastilha e sentido negativo, (c) lona e sentido positivo e (d) lona e sentido negativo. 82

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Força de atrito estático como uma função do tempo de contato estacionário (adaptado por Persson, 2000).	14
Tabela 4.1 – Parâmetros para obtenção de μ_s	69
Tabela 4.2 – Caracterização de μ_k	73
Tabela 4.3 – Comparação do atrito estático na caracterização e na simulação numérica.....	83
Tabela 4.4 – Comparação do atrito cinético pela caracterização e simulação numérica.	83

Nomenclatura

Letras Latinas

F	força	[N]
t	tempo	[s]
N, N_0	força Normal	[N]
m	massa	[Kg]
x	deslocamento	[m]
k	coeficiente de rigidez	[N/m]
g	aceleração da gravidade	[m/s ²]
c	coeficiente de amortecimento	[Ns/m]
d, h	parâmetros de controle	
V	velocidade da superfície	[m/s]
v_{rel}	velocidade relativa	[m/s]
y	sinal vindo do extensômetro	[$\mu\epsilon$]
A	amplitude	[m]
x_0	deslocamento inicial	[m]
C	deflexão estática	[m]

Letras Gregas

μ	coeficiente de atrito	
ω	frequência natural angular	[rad/s]
φ	fase	[rad]
ζ	fator de amortecimento	
ΔA	área real de contato	[m ²]
σ	desvio padrão	

Subscritos

a	amortecido
s	estático
k	cinético
e	estacionário
at	atrito
r	rigidez
v	viscoso
cr	crítico
c	amortecimento
max	máximo
$past$	pastilha
$lona$	lona

pos positivo

neg negativo

Al alumínio

aço aço

Abreviaturas

GL grau de liberdade

sgn signum

Índice

1	Introdução	1
1.1	Objetivos	10
2	Revisão bibliográfica	12
2.1	Histórico das pesquisas sobre atrito.....	12
2.2	Mecanismos excitadores de ruído em sistemas com atrito	15
2.2.1	O fenômeno de <i>sprag-slip</i>	16
2.2.2	O fenômeno de <i>stick-slip</i>	19
2.2.3	O fenômeno de martelamento	21
2.3	Nomenclatura dos tipos de ruído e vibração em freios.....	21
2.3.1	<i>Squeal</i> de alta frequência	24
2.3.2	<i>Squeal</i> de baixa frequência.....	26
2.3.3	<i>Groan</i>	27
2.3.4	<i>Judder</i>	28
2.4	Comentários gerais	28
3	Modelagem do <i>stick-slip</i> em um sistema pastilha-disco com um grau de liberdade	30
3.1	Modelo com atrito cinético constante.....	34
3.1.1	Simulação numérica adotando coeficiente de atrito cinético constante	38
3.2	Modelo com transição exponencial entre coeficientes de atrito.....	43
3.3	Modelo com transição contínua entre coeficientes de atrito	49
3.4	Influência do amortecimento.....	53
4	Procedimentos e resultados experimentais.....	58
4.1	Descrição do equipamento	58
4.1.1	Instrumentação	64
4.2	Caracterização do atrito.....	66
4.3	Stick-slip	73
5	Conclusões e trabalhos futuros	84
	Referências bibliográficas.....	86

1 INTRODUÇÃO

O ruído gerado na frenagem de veículos incomoda desde longa data. Já em meados de 1930, uma pesquisa americana apontou o ruído de freio entre os dez mais molestantes sons de uma cidade (AKAI, 2002).

À época, o resultado dessa pesquisa mostrou a gravidade do problema. Hoje nos mostra sua longevidade. Essa dissertação desenvolve um estudo para a compreensão dos fenômenos que geram ruído em uma frenagem e, somada a numerosos outros trabalhos, indica que o assunto ainda é atual.

Devido à grande complexidade, a eliminação de ruído e vibrações em sistemas de freio é um desafio que vem envolvendo tanto o meio acadêmico como o industrial. Enquanto cientistas buscam a compreensão dos fenômenos que podem causar o problema, a indústria se encarrega de encontrar soluções empíricas em seus projetos. Uma parceria entre esses conhecimentos tem gerado resultados muito mais satisfatórios, em que os recursos encontrados na indústria indicam os caminhos para o aprofundamento dos estudos e vice-versa. Essa cooperação de informações é ilustrada pelo presente trabalho, em que a empresa TMD Friction, fabricante de pastilhas e lonas de freio, investiu e colaborou para o conhecimento aqui apresentado.

Primeiramente, cabe um esclarecimento sobre os componentes de freio e suas funções. Durante o movimento de um veículo de passeio, o acionamento do sistema de freio é feito através do pedal, que transfere a força aplicada à bomba de vácuo (*booster* ou servo freio) por uma alavanca. Como ilustrado na Figura 1.1, a bomba de vácuo utiliza-se da descompressão gerada pelo motor do veículo para amplificar a força recebida do pedal e transferí-la para o cilindro mestre. O cilindro mestre, por sua vez, tem a função de pressurizar o fluido de freio contido no reservatório para as duas linhas de tubulação, dianteira e traseira.

Porém, uma pressão menor para as rodas traseiras é necessária para que não ocorram travamentos das rodas, devido à distribuição irregular das forças normais nas rodas dianteiras e traseiras durante a frenagem. Além disso, comumente os veículos têm uma carga maior sobre os eixos dianteiros, posição onde geralmente é montado o motor. A divisão de pressão entre as

linhas é feita pela válvula de combinação, que também faz com que a linha traseira seja pressurizada instantes antes da dianteira, permitindo melhor dirigibilidade do veículo durante a frenagem.

Quando o veículo está estacionado, o freio pode ser acionado por uma alavanca com trava, que transmite a força aplicada para as rodas traseiras através de cabos.

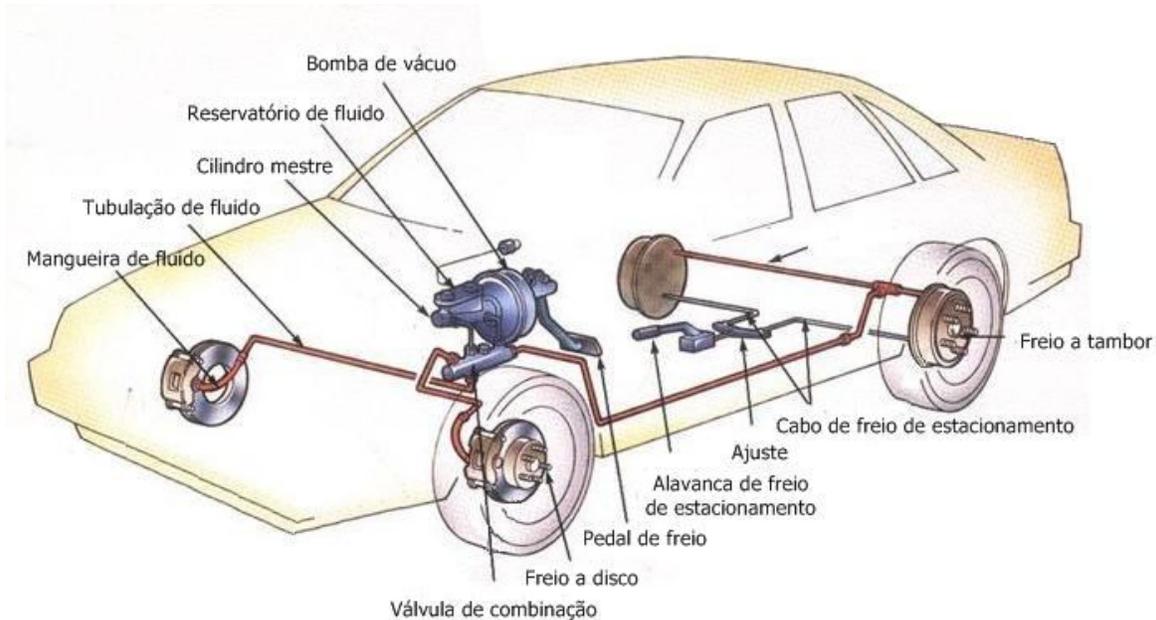


Figura 1.1 – Acionamento do sistema de freio (adaptado de SAUERS, 2010).

O sistema de freio pode ser de dois tipos: a disco ou a tambor (Figura 1.2). Em um sistema a disco, a pressão hidráulica gerada pelo acionamento é convertida em força mecânica no pistão de freio, que comprime um par de pastilhas contra o plano de um disco que se move solidário à roda do veículo. A pinça tem a função de transferir a força para a pastilha que está do lado oposto ao pistão e, nos freios modernos, a pinça é flutuante nos pinos guia, o que a torna autocentrante e autoajustável. Nenhuma mola age no retorno das pastilhas, permitindo que essas fiquem levemente em contato com o disco quando em repouso. Na prática, elas se afastam por qualquer empenamento do disco ou pela força de rigidez do guarda pó. Uma pequena distância entre as

pastilhas e o disco é necessária, pois o pistão tem área muito maior do que o cilindro mestre, permitindo pouco deslocamento e força amplificada.

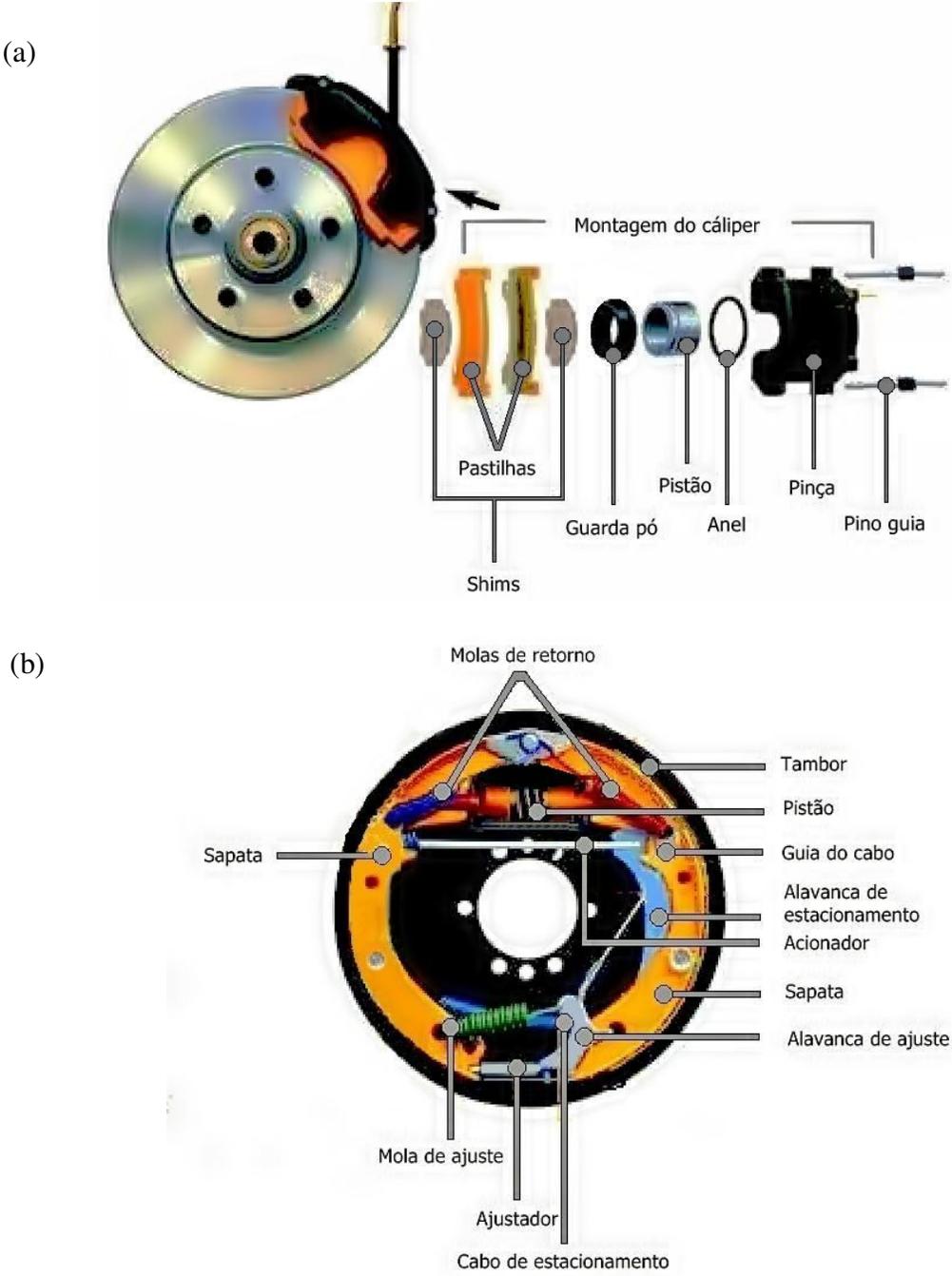


Figura 1.2 – Sistemas de freio a disco (a) e a tambor (b) (adaptado de PINKALLA, 2010).

No freio a tambor, uma ou mais sapatas agem radialmente em um tambor solidário à roda. Um pequeno pistão é suficiente para gerar a força de frenagem, uma vez que um efeito cunha sustenta o atrito. Por esse motivo, diferentemente do freio a disco, molas são necessárias para fazer o conjunto voltar à sua posição de repouso. Outra característica do freio a tambor é a constante necessidade de ajuste da distância entre as sapatas e o tambor. Em muitas aplicações tal ajuste é automático, sendo que uma catraca e uma rosca separam as sapatas conforme o material de atrito desgasta. Para incorporar o freio de estacionamento, só é necessário um sistema de cabos e alavancas. Isso faz com que ele seja mais facilmente aplicado a freios a tambor do que a disco.

O material utilizado nos discos e tambores é, geralmente, ferro fundido cinzento, devido à sua alta resistência ao desgaste aliada ao baixo custo. Os discos de freio podem ser sólidos ou de estrutura ventilada, que permite uma melhor dissipação de calor, uma vez que são constituídos de duas pistas separadas por aletas que permitem a circulação de ar (Figura 1.3).

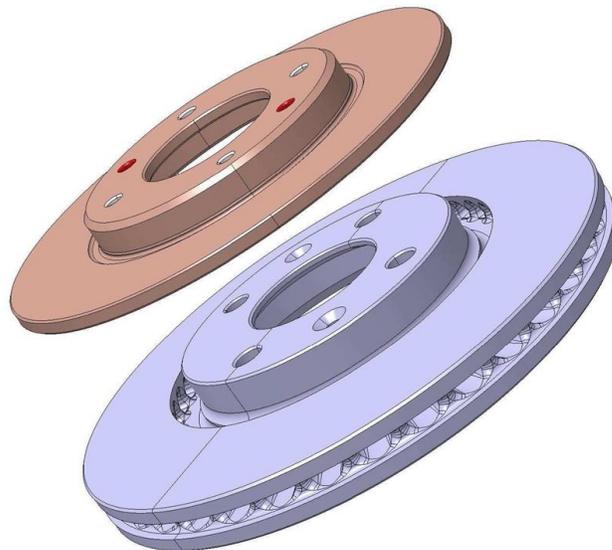


Figura 1.3 – Disco sólido e ventilado (OEHLMEYER, 2008).

O material de atrito presente nas sapatas e pastilhas agrega diversos ingredientes em sua composição com funções específicas. Uma ampla revisão desses materiais foi feita por Chan *et al.* (2004) e resume-se em:

- Aditivos para atrito: são determinantes para as propriedades de atrito e incluem abrasivos e lubrificantes;

- Preenchedores: reduzem o custo de produção e tornam os materiais de atrito economicamente manufaturáveis.
- Elementos ligantes: permitem a compactação e adesão entre os componentes;
- Fibras de reforço: provém resistência mecânica.

Ainda segundo Chan *et al.* (2004), a proporção desses componentes varia de acordo com o fabricante e com o projeto, tendo influência no desempenho, desgaste e geração de ruído. A título de ilustração, duas diferentes proporções de matéria-prima são mostradas na Figura 1.4, utilizadas nas pastilhas de freio protegidas pelas patentes registradas no *United States Patent and Trademark Office* sob os números 6080230 e 6220404. Segundo os autores, no que dizem respeito ao controle do ruído, os materiais que geralmente são utilizados para essa finalidade são *mica* e *vermiculite* – compostos inorgânicos que possuem estrutura trançada e plana.

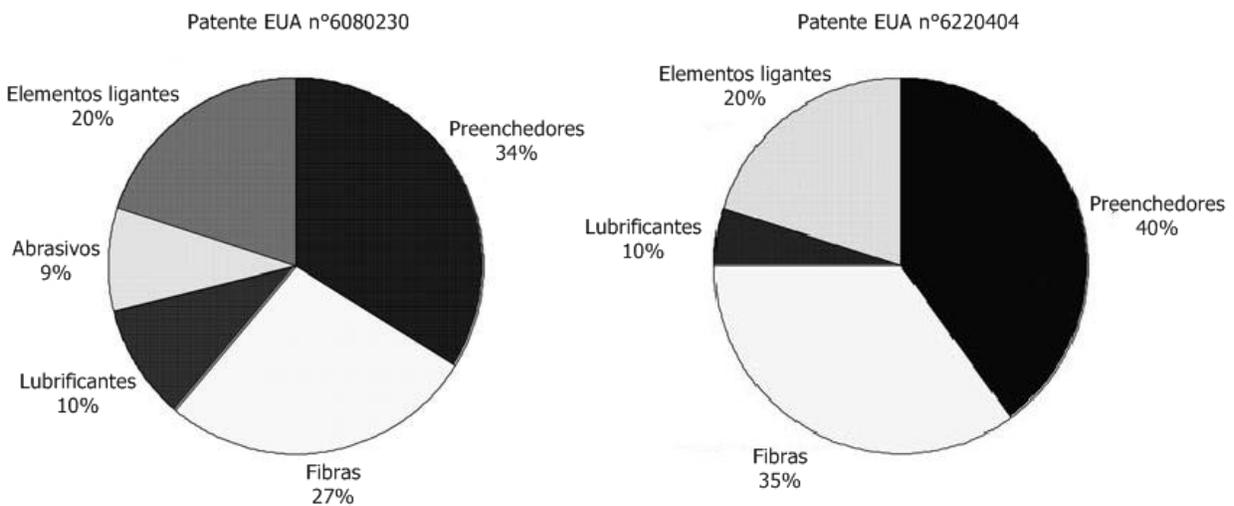


Figura 1.4 – Diferentes proporções de ingredientes na composição do material de atrito (Chan *et al.*, 2004).

A eficiência de um sistema de freio e, conseqüentemente, a segurança dos ocupantes, está fortemente ligada ao projeto do material de atrito. Diversas normas e ensaios de laboratório são desenvolvidos para garantir um comportamento adequado do sistema de freio nas mais variadas condições. Como exemplos desses ensaios, citam-se os testes apresentados pela NBR-7813 e SAE J661a, que caracterizam o comportamento do material de atrito quanto à temperatura e ao desgaste. Montadoras e sociedades de engenharia também elaboram seus procedimentos

experimentais, como o teste de desempenho e ruído SAE J2521 (2003), executado em dinamômetros de inércia com o conjunto de freio completo.

Uma característica comum em pastilhas e lonas de freio é o efeito da perda de coeficiente de atrito com o aumento da temperatura. Esse efeito, que leva o nome de *fade*, pode causar grandes variações no comportamento do veículo quando o freio é solicitado de forma severa. As temperaturas que provocam o *fade* e a queda no atrito variam de material para material.

Além do controle quanto ao *fade*, outras exigências de projeto de material de atrito incluem:

- *capacidade de recuperação do coeficiente de atrito*: as lonas e pastilhas devem elevar o coeficiente de atrito rapidamente quando saírem de uma condição de *fade*.
- *inexistência de fade retardado*: é chamado *fade* retardado a queda do atrito no período de esfriamento do sistema de freio, comportamento indesejado.
- *invariância do coeficiente de atrito em função da velocidade*: o coeficiente de atrito não deve se alterar para altas velocidades do veículo. Com as condições de altas velocidades permitidas nas estradas, é importante que o comportamento do sistema de freio seja previsível.
- *baixa variação do coeficiente em função da umidade*: dias chuvosos e pista molhada não devem interferir significativamente no desempenho.
- *regularidade de atrito ao longo da vida útil*: é importante que as lonas e pastilhas mantenham sempre o mesmo poder de frenagem ao longo de sua vida. As lonas e pastilhas de baixa qualidade, apesar do desempenho satisfatório quando novas, sofrem "ruptura química" (desagregação) durante o seu uso, em virtude da utilização de aglomerantes sem uma boa resistência térmica (SUETTI, 2005).
- *alta durabilidade do material e mínimo desgaste do tambor e disco*: a longa vida das lonas e pastilhas é um diferencial relacionado à economia. O desgaste do tambor

e do disco também deve ser preservado, uma vez que, quando muito finos, podem não suportar o calor e as forças de frenagem.

Além de todas essas características, o projeto de freio deve proporcionar os mínimos níveis de ruído. *Shims* são usualmente inseridos em freios a disco entre a pastilha e o pistão com esse propósito. Geralmente eles são feitos de duas chapas metálicas entrepostas a um componente viscoelástico e sua função é proporcionar certo grau de amortecimento visando minimizar as vibrações no sistema. A seleção da quantidade de amortecimento necessária para os *shims* geralmente é feita através de experimentos em dinamômetros de inércia, mas pode ser obtida, também, através de simulações numéricas como vista em trabalhos como o de Trichês *et al.* (2004).

Também se pode alterar a rigidez da pastilha de freio alterando sua geometria com o intuito de mudar a frequência natural do sistema, como é mostrado no trabalho de Dunlap *et al.* (2009), em que várias configurações de geometria são testadas até que se encontre um desenho que reduza o ruído gerado pelo sistema. Na prática, as alterações são, geralmente, chanfros e canais no material de atrito, feitos depois que a peça está pronta.

Seguindo a mesma linha, modificações na superfície do disco de freio também já foram estudadas com dois enfoques: alterar sua frequência natural e eliminar a simetria circunferencial. Conforme o trabalho apresentado por Akay (2002), canais radiais no disco resultam em bons resultados na alteração das frequências naturais, além de reduzirem sensivelmente a amplitude, como mostra a Figura 1.5. Pode-se ver que, quanto maior forem os canais, mais dispersas e menores serão as amplitudes das frequências naturais do disco.

Essa manipulação das frequências naturais dos componentes mostra-se necessária para deixar distantes os comprimentos de onda gerados pela vibração da pastilha e do disco. Quando esses componentes possuem frequências próximas, eles tendem a vibrar juntos, acoplando os modos entre eles e vibrando em fase (TRICHÊS *et al.*, 2004). Os autores ilustraram a coincidência do comprimento de onda do conjunto pastilha-disco através da Figura 1.6, em que o terceiro modo da pastilha é 6650 Hz e o sexto modo do disco é 7320 Hz, gerando comprimentos de onda de 100 mm e 112 mm, respectivamente.

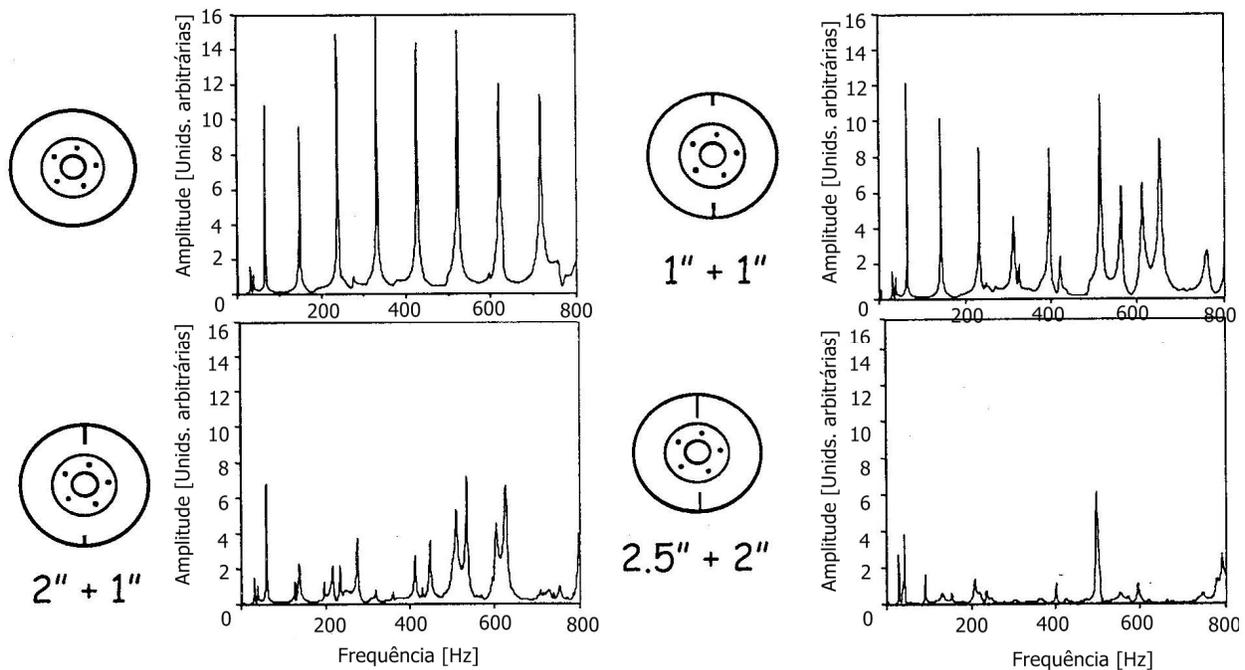


Figura 1.5 – Funções de transferência de um disco de freio típico com fendas radiais (Akay, 2002).

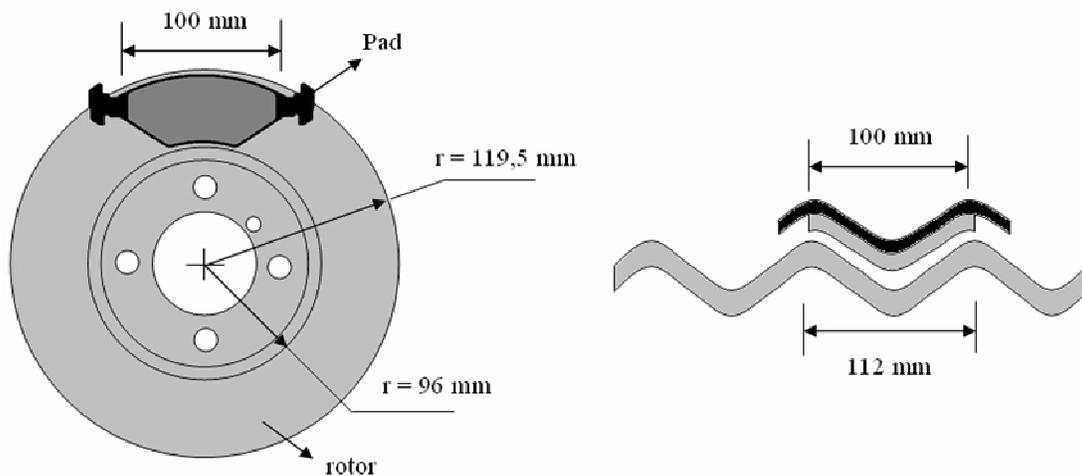


Figura 1.6 – Exemplo de comprimentos de onda coincidentes entre pastilha e disco (Trichês *et al.*, 2004).

Eliminar a simetria circunferencial do disco através de fendas reduz a amplitude de vibração devido à resistência que as fendas provocam a propagação de ondas no plano do disco. Quando a pista do disco é lisa, as ondas geradas por qualquer excitação tendem a percorrer toda a pista, realimentando-se. A impedância à propagação gerada pelas fendas corta esse ciclo.

Alterar a superfície do disco de freio também é eficaz pelo seguinte motivo: devido à geometria da pista ser delgada e extensa, ele é uma fonte sonora eficaz, atuando como um auto-falante (TRICHÊS *et al.*, 2004). Um corpo rígido qualquer que vibra em uma frequência audível com uma alta amplitude nem sempre gera sons com elevada intensidade. É necessário que a superfície desse corpo seja capaz de movimentar grandes quantidades de ar, como é o caso dos discos de freio, gerando pressão sonora (KINSLER *et al.* 2000).

Os exemplos citados acima mostram que os métodos para solução de problemas com ruído em freios geralmente buscam controlar a propagação, realimentação da vibração e a ressonância dos componentes, sem considerar o fenômeno causador do ruído. Os procedimentos analíticos e numéricos comumente adotam uma excitação aleatória do sistema, seja com um impulso unitário ou com uma excitação por ruído branco. Ambos os casos implicam em uma excitação abrangendo uma ampla faixa de frequências.

Entretanto, entender e modelar os mecanismos que excitam vibração nos componentes de freio mostra-se de grande valia, pois, a partir daí, pode-se aplicar esse conhecimento no projeto dos componentes. Conhecendo a faixa da frequência da excitação, por exemplo, buscam-se componentes cujas frequências naturais estejam distantes da frequência de excitação, evitando condições de ressonância.

O atrito tem como função converter a energia cinética de um veículo em energia térmica, desacelerando-o. Foi utilizado como a forma de dissipar a energia cinética já na primeira patente sobre freio a disco – por F. W. Lanchester, 1902, Inglaterra. A utilização do atrito como forma de dissipação de energia cinética é comum a todos os tipos de freios automotivos atuais, sendo responsável por excitar vibrações no sistema. Isso explica a semelhança dos ruídos gerados pelos mais variados tipos de freio. Estamos habituados a conviver com todos os tipos de veículos gerando esse problema, desde motocicletas até caminhões, passando por veículos de passeio e utilitários. Embora os sistemas de freio tenham tido diversas tecnologias agregadas ao longo do tempo, o conceito funcional de um par de materiais de atrito deslizando sobre uma superfície se mantém o mesmo.

Pequenas frações da energia cinética são transformadas em outras formas de energia, entre elas, energia de vibração. Embora vibrações e sons gerados em um sistema com atrito não sejam

fáceis de compreender (AKAI, 2002), uma contribuição para essa área é apresentada nesse trabalho, que trata da modelagem de um dos fenômenos de vibração mais comuns em sistemas com atrito: o *stick-slip*.

O *stick-slip* é uma vibração auto-excitada que pode ocorrer em um corpo fixo que se atrita com outro corpo que está em movimento, fundamentada na variação do coeficiente de atrito com respeito à velocidade relativa entre as superfícies de contato (KINKAID *et al.*, 2003). Na próxima seção serão vistos os objetivos pretendidos nesse trabalho para a compreensão do fenômeno *stick-slip* aplicado a sistemas de freio.

1.1 Objetivos

Devido ao avanço computacional nos últimos anos, diversos trabalhos em ruído e vibração de sistemas de frenagem surgiram com enfoque em modelagem dos componentes de freio utilizando o método de elementos finitos e análise modal.

O método de elementos finitos utiliza elementos discretos para desenvolvimento de equações diferenciais que governam problemas complexos. Através desse método são encontradas soluções em diversas aplicações independente da forma, da estrutura e da condição de carregamento, dentro da precisão aceitável do problema de engenharia.

A análise modal, por sua vez, faz parte do estudo de vibrações e consiste em determinar os parâmetros modais da estrutura, frequências naturais, formas modais e fatores de amortecimento modal. Esses parâmetros formam o modelo modal da estrutura e servem para caracterizar o comportamento dinâmico da mesma. Ambos os métodos buscam conhecer o comportamento do sistema de freio perante excitações desconhecidas e, basicamente, encontram as frequências em que os componentes entrarão em ressonância.

Como a excitação não é geralmente considerada nos métodos de análise convencionais, esse trabalho busca compreender, modelar e validar a ocorrência do *stick-slip* em um sistema simples com um grau de liberdade, para a compreensão do fenômeno básico.

Além de sugerir uma forma conhecida de excitação aos modelos de elementos finitos e análise modal, esse trabalho também permite propor alterações nas variáveis do sistema mecânico que inibam o surgimento de vibrações por *stick-slip*. Como objetivos específicos do trabalho, citam-se:

- Caracterizar os principais tipos de ruído e vibração em um sistema de freio;
- Apresentar um modelo mínimo de *stick-slip* no contato entre pastilha e disco de freio;
- Modelar o *stick-slip* com diferentes transições entre o atrito estático e dinâmico;
- Analisar o efeito do amortecimento em sistemas com *stick-slip*;
- Desenvolver um experimento que valide o modelo mínimo de *stick-slip*.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como foi dito na Introdução, desde a primeira patente de freios automotivos o atrito é utilizado como forma de desacelerar o veículo. Porém, a conversão da energia cinética em térmica não acontece em sua totalidade em sistemas com atrito. Pequenas frações dessa energia transformam-se em energia de vibração, indesejáveis em um sistema de freio, pois podem causar ruído e desconforto. Os tópicos dessa revisão bibliográfica referem-se, então, ao comportamento vibratório em sistemas com atrito em geral e aplicados em freios automotivos.

Esse capítulo descreve, primeiramente, uma revisão das características do atrito necessárias para a compreensão do restante do trabalho. Após isso, os mecanismos que excitam vibrações em sistemas com atrito são apresentados, seguidos dos principais tipos de ruído em freios.

2.1 Histórico das pesquisas sobre atrito

Leonardo da Vinci (1452 - 1519) já havia estudado o atrito através de alguns experimentos, motivado pela importância do atrito na construção de máquinas. As conclusões que ele tirou dos seus estudos foram:

- a) A área de contato não exerce efeito no atrito;
- b) Se a carga sobre um objeto é dobrada, o atrito também dobra;
- c) O atrito depende do material das superfícies, bem como a aspereza;

Dessas conclusões, é interessante notar que essas leis foram deduzidas duzentos anos antes de Newton definir o que é força.

Leonardo nunca tornou público esse conhecimento, mas deixou-o registrado em seu caderno, cujos desenhos são representados pela Figura 2.1. A falta de divulgação levou o cientista Guillaume Amontons (1663-1705) a chegar, em 1699, nas duas primeiras conclusões de da Vinci (adaptado de www.tribology-abc.com).

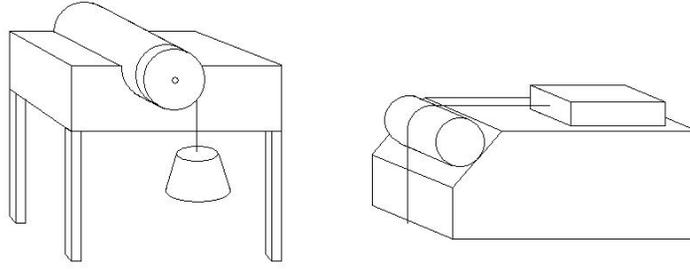


Figura 2.1 – Representação de experimentos com atrito registrados no caderno de Leonardo da Vinci datados de 1480.

Charles Augustin Coulomb (1736-1806), talvez mais conhecido por suas contribuições nos campos da eletricidade e magnetismo, também colaborou para o estudo do atrito, primeiramente fazendo uma distinção clara entre o atrito estático e o dinâmico e investigando a influência de cinco fatores no comportamento do atrito:

- a) Natureza dos materiais em contato e seus acabamentos;
- b) Área de contato;
- c) Força normal;
- d) Tempo em que as superfícies ficam em contato estacionário antes do deslizamento;
- e) Condições ambientes, como temperatura, umidade e pressão.

Coulomb elaborou equações empíricas relacionando a força de atrito às variáveis acima. Esse procedimento é bem ilustrado por seu estudo sobre a influência do tempo t_e de contato estacionário na força de atrito estático F_s que, utilizando-se de dois pedaços secos de carvalho lubrificadas com sebo, coletou os dados apresentados na Tabela 2.1. Concluiu que $F_s = A + Bt_e^\alpha$, onde $\alpha \approx 0,2$. Estudos posteriores mostraram que um equacionamento mais apropriado é (PERSSON, 2000):

$$F_s = B \ln(t_e) + A \quad (2.1)$$

em que B e A são constantes nos dois casos, mostrando uma boa similaridade entre a conclusão experimental de Coulomb e o desenvolvimento teórico.

Tabela 2.1 – Força de atrito estático como uma função do tempo de contato estacionário (adaptado por Persson, 2000).

t_e [min.]	F_s [unidades arbitrárias]
0	5,02
2	7,90
4	8,66
9	9,25
26	10,36
60	11,86
960	15,35

A *Lei do Atrito* também é de autoria de Coulomb, e representa uma síntese dos seus estudos, equacionada por:

$$F = \mu N \quad (2.2)$$

onde F é a força de atrito e N é a força normal à superfície de contato. O coeficiente de atrito μ foi observado por ele como independente de N , da velocidade de deslizamento e da área de contato.

A explicação para o atrito ser independente da (aparente) área de contato só foi elaborada em torno de 1940, quando Bowden e Tabor apontaram que, devido à rugosidade das superfícies, existe uma diferença crucial entre a área de contato aparente e a área real A_r , sendo a área real A_r que determina a magnitude do coeficiente de atrito (adaptado de PERSSON, 2000). Segundo eles, se a área real de contato for proporcional à força normal N , a Lei do Atrito (2.2) é seguida naturalmente. Experimentos realizados também por Persson provaram que, na grande maioria das aplicações, A_r é muito menor do que a área de contato aparente e é proporcional à N .

O vínculo entre o coeficiente de atrito μ e o tempo de contato estacionário t_e também é explicado pela área real de contato. Experimentos realizados por Dieterich e Kilgore (1994) apontaram um aumento da área real de contato entre duas superfícies com o passar do tempo. A Figura 2.2 ilustra um desses experimentos, em que duas placas de plástico rugoso estão

sobrepostas com uma pressão de 10 MPa. A região vermelha é a área real após 1 segundo de contato, enquanto as regiões amarela e azul são as áreas reais de contato depois de 100 e 10.000 segundos, respectivamente.

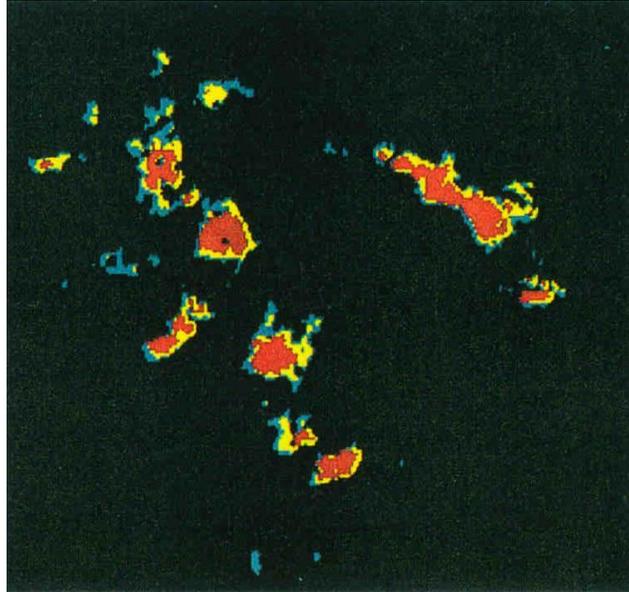


Figura 2.2 – Área real de contato em função do tempo de contato estacionário (Persson, 2000)

As explicações apresentadas acima sintetizam o comportamento macroscópico do atrito para os propósitos desse trabalho. Porém, um estudo mais detalhado deve analisar as estruturas microscópicas presentes nas superfícies, levando em consideração as deformações elásticas e plásticas das estruturas, histerese, desgaste, interações magnéticas, reações químicas e interações moleculares, além das condições de lubrificação que podem ocorrer pelo meio externo ou pela liberação de fluidos pelos materiais.

2.2 Mecanismos excitadores de ruído em sistemas com atrito

Nessa seção são abordados estudos sobre os mecanismos que excitam vibrações em superfícies que se atritam. Akay (2002) apresenta uma visão global da acústica envolvida em sistemas com atrito, comentando a geração de som ocorrida desde instrumentos musicais como o violino até ruídos de grande rejeição aos ouvidos, como é o caso de ruídos de freios. Apresenta exemplos didáticos de sons gerados por atrito e seus possíveis modelos.

Segundo ele, três fenômenos são responsáveis por excitar vibração nos sistemas com atrito. São eles: *sprag-slip*, martelamento e *stick-slip*.

2.2.1 O fenômeno de *sprag-slip*

Conforme um histórico das publicações sobre o tema feito por Kinkaid *et al.* (2003), os primeiros artigos sobre *sprag-slip* foram escritos por Spurr (1962) e por Jarvis e Mills (1963). Jarvis e Mills basearam-se em um experimento feito por Fosberry e Holubecki em 1955 e analisaram o comportamento de um bastão em contato com um disco rotativo, conforme a Figura 2.3(a), enquanto Spurr – Figura 2.3(b) – estudou o fenômeno de *sprag-slip* adotando um esquema parecido.

Spurr fez uma análise estática do problema, analisando o bastão apoiado formando um ângulo agudo contra um plano que se move com velocidade constante. Em um primeiro momento, o plano tende a levar o bastão consigo por força do atrito estático. Porém, devido à geometria formada entre o bastão e o plano, chegará um momento em que a força normal atingirá um valor suficiente para gerar instabilidade no sistema e deformar elasticamente o bastão. Um somatório de momentos foi usado por Spurr para chegar a essa instabilidade, chamada de *spragging*:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow aN = cF_{at} + bL \Rightarrow N = L \frac{b/a}{1 - \mu_s c/a} \Rightarrow N = L \frac{b/a}{1 - \tan(\theta)\mu_s} \quad (2.3)$$

onde $F_{at} = \mu_s N$, sendo μ_s o coeficiente de atrito estático. A instabilidade surge quando F_{at} tende a infinito, portanto:

$$\theta = \arctan(1/\mu_s) \quad (2.4)$$

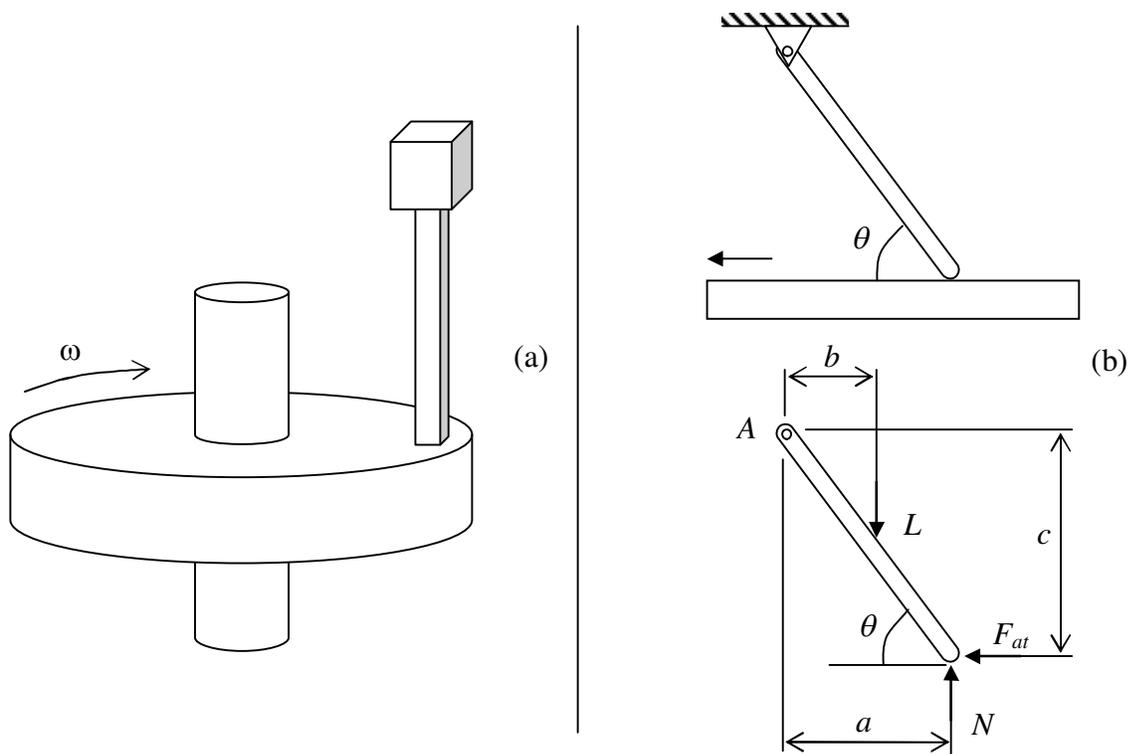


Figura 2.3 – (a) Experimento utilizado por Jarvis e Mills. (b) *Sprag-slip* proposto por Spurr.

Após a deformação gerada pela condição de *spragging*, o bastão volta a sua posição inicial, e a força de atrito estático torna a trazer o bastão junto ao disco, formando o ciclo de vibração. É importante ressaltar que a força de atrito F_{at} utiliza-se somente do atrito estático, não importando o comportamento do atrito dinâmico. Apesar de μ_s ser constante, F_{at} varia pelo fato de N variar ao longo do deslocamento, podendo alcançar valores maiores do que uma condição perfeitamente rígida do sistema.

No mesmo estudo, Spurr sugeriu que ruídos de freio podem ocorrer devido a características geométricas do sistema de freio que permitem o contato de uma posição específica do material de atrito. Ele concluiu que o atrito entre a pastilha e o disco pode ter um ponto instantâneo de contato que, se estiver localizado na região crítica para o *sprag-slip*, pode gerar ruído, como mostra a Figura 2.4.

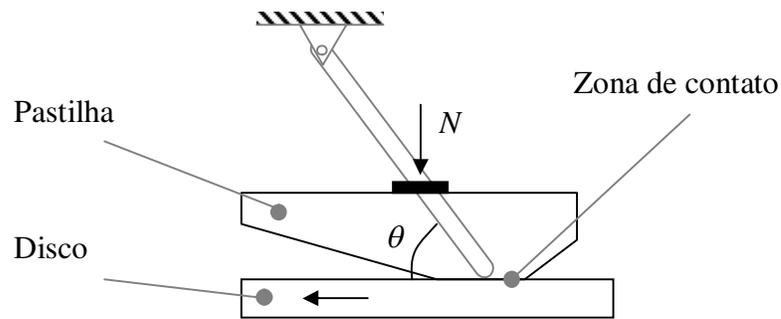


Figura 2.4 – *Sprag-slip* aplicado ao contato pastilha-disco.

Hoffmann *et al.* (2004) estudaram as condições que permitem o início do ciclo *sprag-slip*, utilizando-se do modelo apresentado na Figura 2.5. e chegaram nas condições que o sistema se mantém estável ou não.

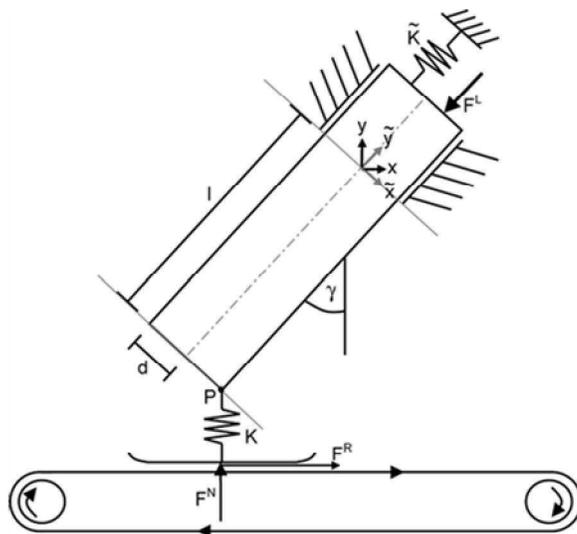


Figura 2.5 – Modelo de *sprag-slip* estudado por Hoffmann *et al.* (2004).

Recentemente, Kang *et al.* (2010) analisaram as condições que permitem uma vibração excitada por *sprag-slip* utilizando um modelo de coeficiente de atrito que varia em função da velocidade de deslizamento, da mesma forma que mostrará a Equação (3.21), no desenvolvimento do presente trabalho.

Outros estudos sobre *sprag-slip* podem ser encontrados na literatura aplicados ao sistema de freio, como o trabalho de Fieldhouse *et al.* (2003), onde foi avaliado o comportamento experimental do contato pastilha-disco variando a posição de aplicação da força normal, sob determinadas condições de temperatura e pressão. As conclusões básicas chegadas por eles foram que a temperatura e a força normal têm influências na estabilidade do sistema e os suportes das pastilhas estão muito relacionados com a ocorrência do *sprag-slip*.

2.2.2 O fenômeno de *stick-slip*

Fundamentada no fato de o coeficiente de atrito cinético ser menor do que o estático, essa teoria é explicada com uma partícula em contato com uma esteira de velocidade constante, conforme a Figura 2.6.

No instante inicial, a força de rigidez é nula e cresce conforme a massa desloca-se solidária à esteira. A força de atrito estático também cresce no sentido inverso para compensar a força de rigidez, até alcançar seu valor máximo. A partir desse instante, a massa passa a escorregar na esteira e o sistema assume o coeficiente de atrito cinético, diminuindo a força de atrito. Agora maior do que a força de atrito, a força de rigidez tende a trazer a massa para a posição inicial. Alcançada a posição inicial, a força de atrito estático tende a carregar novamente a massa, formando um ciclo que se repete com o passar do tempo.

Uma explicação mais detalhada desse fenômeno será vista no próximo Capítulo.

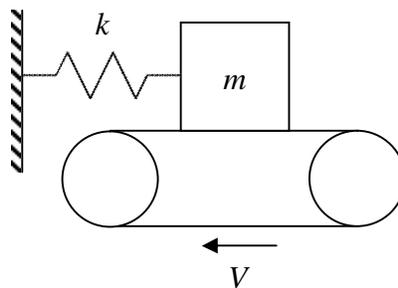


Figura 2.6 – Sistema para explicar o *stick-slip*.

Alguns estudos que tratam do *stick-slip* podem ser encontrados na literatura, como o trabalho de Denny (2004), que traz exemplos didáticos como o deslizar de uma régua escolar sobre os dedos. Ele apresenta, também, o modelo mostrado na Figura 2.6, além de sugerir que o coeficiente de atrito não possui um valor único para todas as velocidades de deslizamento.

Kang *et al.* (2009) desenvolvem o padrão de vibração do *stick-slip* utilizando uma curva não-linear de atrito em função da velocidade de deslizamento como será visto na Equação (3.21) utilizada no presente trabalho. Além de desenvolverem uma adimensionalização das variáveis, apresentam, também, um modelo de dois graus de liberdade que permite o acoplamento de vibração em dois sentidos ortogonais. De Baets *et al.* (2000) estudaram os mecanismos causadores de *stick-slip* em condições de desaceleração, como uma frenagem.

No campo experimental, Balleri *et al.* (2003), desenvolveram uma montagem que conseguiu reproduzir eventos de *stick-slip* ocorridos entre dois discos de atrito, como mostra a Figura 2.7.

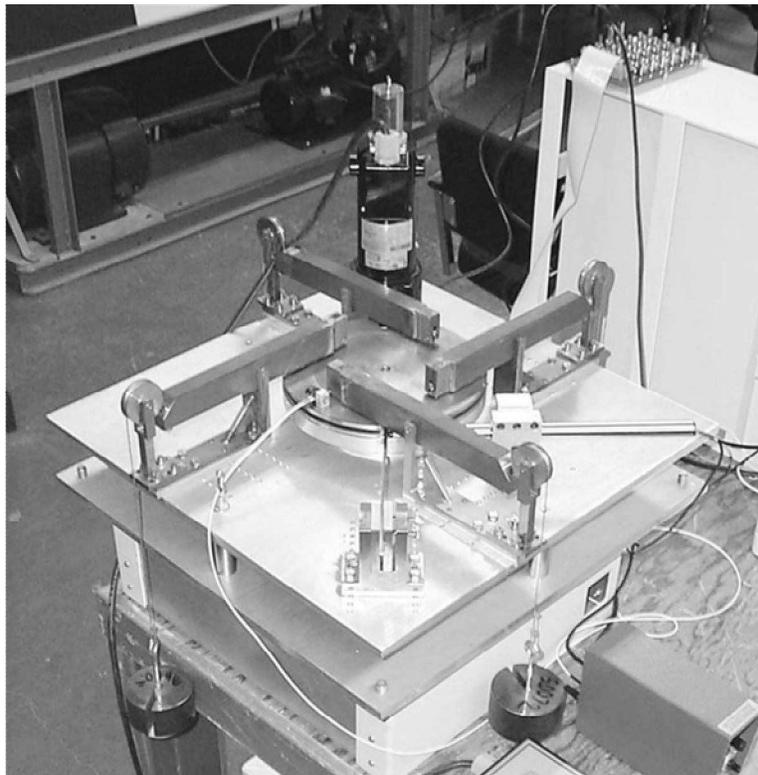


Figura 2.7 – Montagem experimental de Balleri *et al.* (2003).

2.2.3 O fenômeno de martelamento

Embora também seja um excitador de vibrações e esteja presente em alguns tipos de ruído como o *judder* – apresentado mais adiante, o martelamento nada tem a ver com a característica do atrito. Em um sistema de freio a disco, ele é explicado por um modelo de impacto nas pastilhas gerado pelo disco. Durante uma frenagem, ondulações macroscópicas no disco geram forças e deslocamentos no sistema devido ao contato das pastilhas. O problema se agravará se a frequência desse evento for coincidente com uma frequência natural. Devido à grande amplitude dessa vibração, outros sistemas além do sistema de freio podem ser excitados, como suspensão e direção.

2.3 Nomenclatura dos tipos de ruído e vibração em freios

Embora o presente trabalho seja voltado a freios automotivos, vale ressaltar que outros meios de transporte também têm problemas de vibração e ruído com seu sistema de freio. Aeronaves tendem a apresentar ruídos de mais baixa frequência, divididos em: *walk* (5-20 Hz), *chatter* (50-100 Hz) e *whirl* (200-300 Hz) (AKAY, 2002). Freios ferroviários e automotivos têm um espectro mais amplo de ruídos e uma boa revisão é apresentada no trabalho de Pfeifer (2006).

Diversos tipos de ruído foram descobertos ao longo das últimas décadas. Eles podem ser classificados pela frequência que emitem, como mostra a Figura 2.8, sendo divididos em ruídos de baixa, média e alta frequência (AKAY, 2002) ou pelo mecanismo de geração, divididos em *stick-slip*, *sprag-slip* e martelamento (OUYANG *et al.*, 2003). Aqui é apresentada a divisão segundo as frequências, e comentado os quatro principais tipos de ruído.

Os ruídos de baixa frequência ocorrem até 1000 Hz e os exemplos mais típicos são *groan* e *judder*. Esses tipos de ruído são geralmente excitados por um *stick-slip* ou martelamento que têm energia suficiente para transmitir a vibração para componentes da suspensão e do chassi (TRICHÈS *et al.*, 2004).

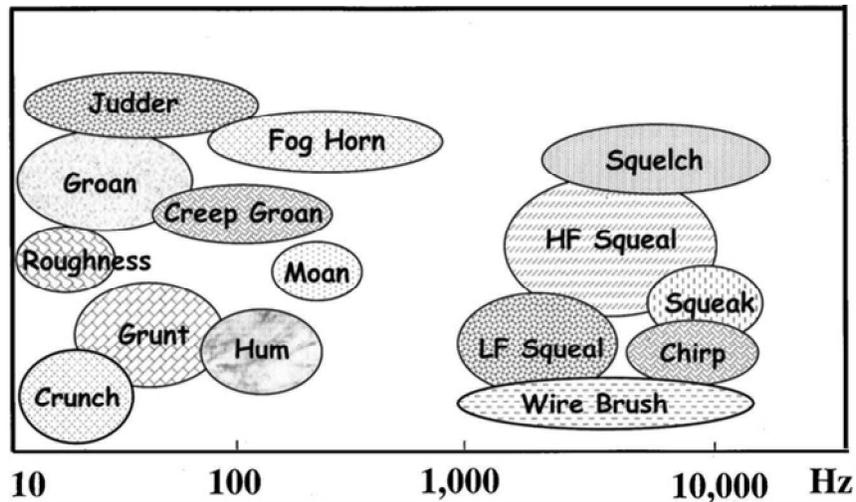


Figura 2.8 – Diversos tipos de ruído de freio e seu conteúdo espectral aproximado (Akay, 2002).

A região chamada de média frequência compreende a faixa entre 1 kHz e 7 kHz, abrangendo, principalmente, o *squeal* de média frequência. A ocorrência dos ruídos durante e acima dessa faixa geralmente é o acoplamento modal de duas ou mais estruturas (DUNLAP *et al.* 1999), tendo como excitação tanto *stick-slip* quanto *sprag-slip*.

Uma das formas utilizada pelos pesquisadores da área para caracterizar o acoplamento modal entre a pastilha e o disco de freio é analisar a quantidade de *diâmetros nodais* no disco de freio durante a vibração. “Diâmetros nodais representam os modos de vibrar de flexão da pista do disco, onde o número de diâmetros nodais representa o número de linhas nodais radiais que o disco tem durante determinado modo de vibrar” (OEHLMEYER, 2008). Um exemplo do comportamento de vibração de um disco de freio, obtido pelo método dos elementos finitos, é mostrado na Figura 2.9 (KANG *et al.*, 2008).

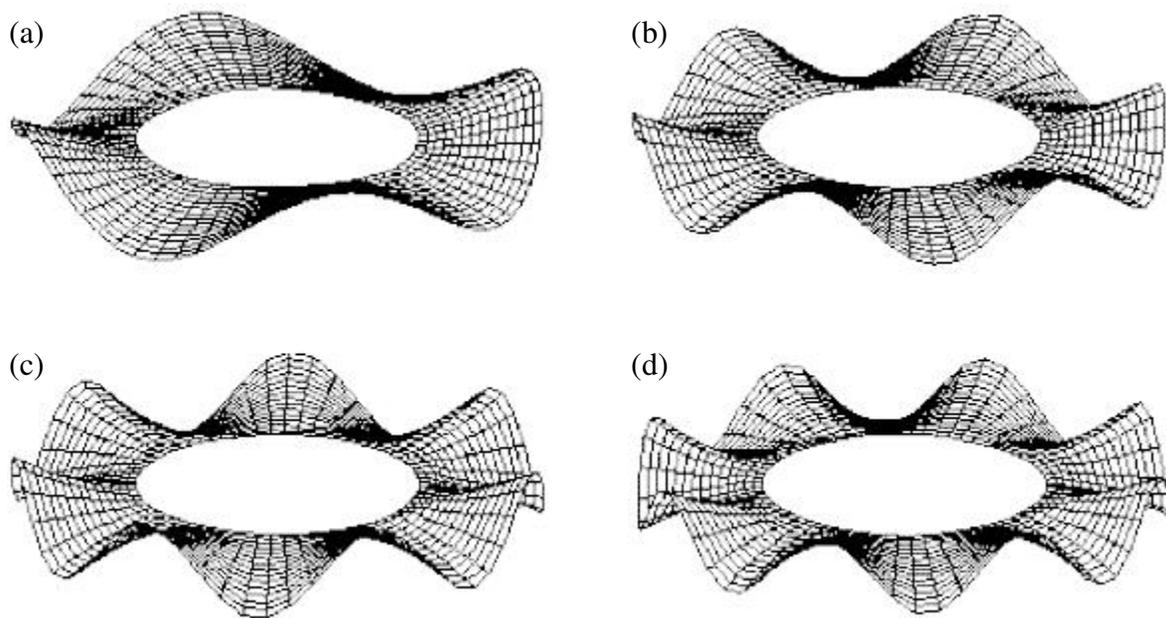


Figura 2.9 – Exemplos de modos de flexão de um disco de freio com 4 (a), 6 (b), 7 (c) e 8 (d) diâmetros nodais. (Kang *et al.*, 2008).

Experimentalmente, uma forma usual de se observar o comportamento vibratório do sistema de freio é usar métodos baseados na metrologia a laser, em que um sensor faz um escaneamento em três dimensões da estrutura analisada. Uma colaboração para a compreensão e aplicação desse sistema de medida é feita por Chen *et al.* (2003), em que, entre outras contribuições, os autores comparam os modos de vibração de um disco de freio obtidas pelo método dos elementos finitos (MEF) e os resultados experimentais obtidos através de metrologia a laser. Um exemplo dessa comparação é mostrado na Figura 2.10, em que a simulação apontou uma frequência natural de 7,1 kHz e o resultado obtido pela medição laser foi 7,0 kHz.

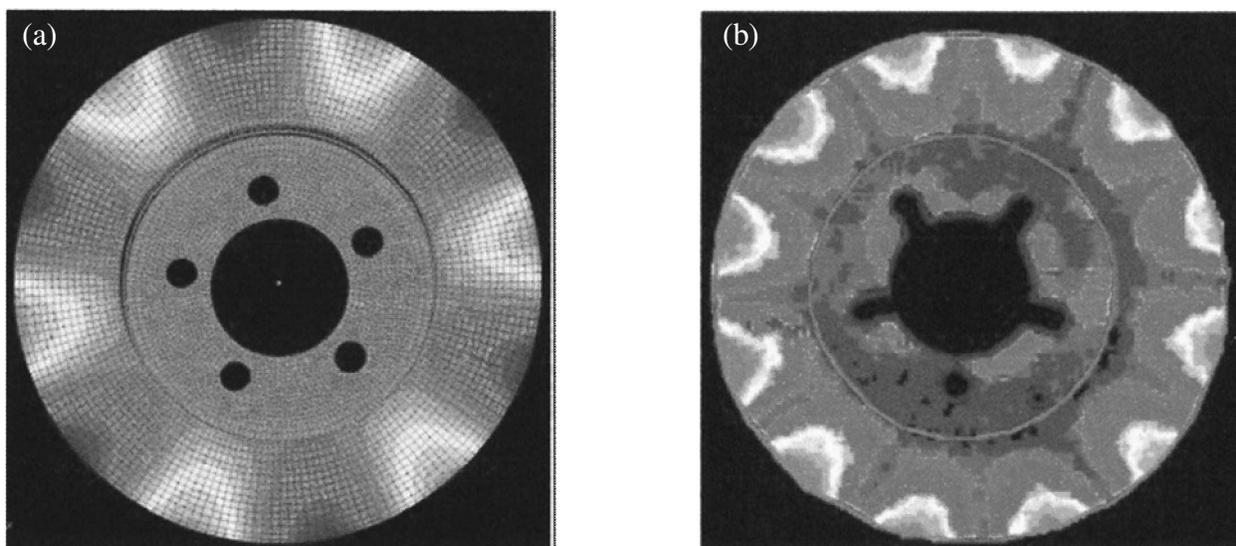


Figura 2.10 – Comparação entre MEF (a) e a medição laser (b) de um disco (Chen *et al.*, 2003).

Os ruídos de alta frequência ocorrem a partir de 7 kHz, cujo principal representante é o *squeal* de alta frequência. Nesses tipos de ruído, o disco tem uma grande participação na ocorrência dos eventos, sendo que a frequência do ruído geralmente se mantém a mesma independentemente da substituição dos outros componentes de freio (DUNLAP *et al.* 1999).

Nas próximas seções estão as características dos quatro principais tipos de ruído e vibração em freios, abrangendo *squeal* de alta e baixa frequência, *groan* e *judder*.

2.3.1 *Squeal* de alta frequência

O *squeal* de alta frequência é, talvez, o mais indesejado ruído em um sistema de freio. Ele geralmente envolve modos de alta ordem do disco de freio, com 5 a 10 diâmetros nodais, gerando frequências que vão de 5 kHz a 16 kHz. Segundo o trabalho publicado por Gianinni e Massi (2008), o comprimento de onda é igual ou menor que o comprimento da pastilha, sugerindo um acoplamento modal entre a pastilha e o disco, fazendo com que esse último vibre em uma de suas frequências naturais.

Um exemplo da visualização da vibração do disco por *squeal* é mostrado na Figura 2.11, que mostra um holograma realizado por Fieldhouse e Newcomb. Na figura, o disco está girando

no sentido anti-horário a 10 RPM, e a superfície do disco apresenta 8 diâmetros nodais. A frequência do ruído é 10750 Hz e os nós estão girando a 1344 Hz (KINKAID *et al.*, 2003).

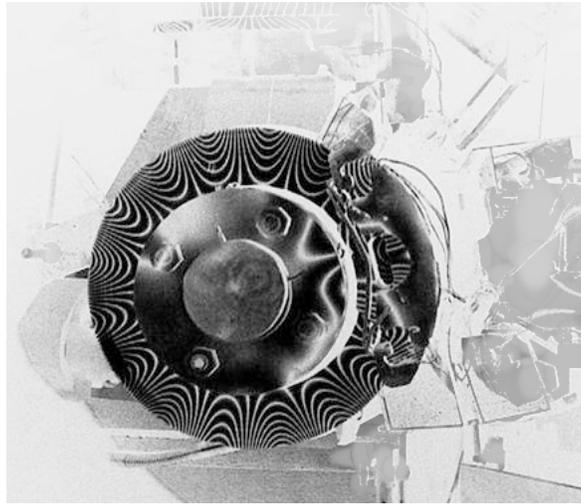


Figura 2.11 – Experimento de Fieldhouse e Newcomb para a geração de *squeal* (adaptado de Kinkaid *et al.*, 2003).

Segundo Kinkaid *et al.* (2003), Lang e Smales recomendaram que esse tipo de problema seja tratado como efeito de *sprag-slip*. Em contrapartida, Trichês e Gerges (2004) sugeriram um *stick-slip* como forma de excitação do fenômeno, embora, segundo eles, seja difícil explicar o porque de a tendência para o *squeal* ser diferente quando o mesmo conjunto pastilhas-disco é usado em outros sistemas de freio.

O desenvolvimento do presente trabalho contribuirá para esclarecer que a ocorrência do *stick-slip* depende da rigidez e amortecimento do sistema. Logo, diferentes sistemas de freio podem ser mais ou menos propensos a gerar vibrações por *stick-slip*.

O trabalho de Kinkaid (2003) ainda expõe 15 diferentes modelos para o estudo do fenômeno de *squeal*. Porém, segundo ele, nenhum modelo ainda conseguiu explicar adequadamente o fenômeno, ressaltando a complexidade do problema. Oehlmeyer (2008), além de fazer uma revisão dos principais modelos de *squeal*, ainda encontrou uma instabilidade analisando os autovalores complexos de um modelo específico do contato pastilha-disco.

Na prática, soluções empíricas para a eliminação do *squeal* são amplamente buscadas, e vão desde lubrificantes inseridos entre os pinos guia e a pinça de freio, até alterações no projeto, como chanfros e canais no disco e pastilha.

2.3.2 *Squeal* de baixa frequência

Diferindo do *squeal* de alta frequência, o *squeal* de baixa frequência envolve de 1 a 4 nós por perímetro sendo que trabalhos de autores como Nishiwaki, Lang e Kido apontam que 50% dos casos de *squeal* de baixa frequência são gerados por vibrações no disco com 3 nós (AKAY, 2002). O comprimento de onda é maior do que o comprimento da pastilha, tornando possíveis as modelagens em que a pastilha seja considerada como uma partícula.

As diferenças qualitativas entre os dois tipos de *squeal* podem ser vistas no trabalho de Gianini *et al.* (2007), em que eles conseguiram reproduzir os dois fenômenos através de uma montagem experimental, como mostra a Figura 2.12. Para investigar o acoplamento modal entre a pastilha e o disco de freio, eles montaram dois corpos-de-prova em uma viga que permitiu a regulagem de distancia entre eles, simulando diferentes comprimentos de pastilhas e, conseqüentemente, diferentes comprimentos de onda no primeiro modo da pastilha.

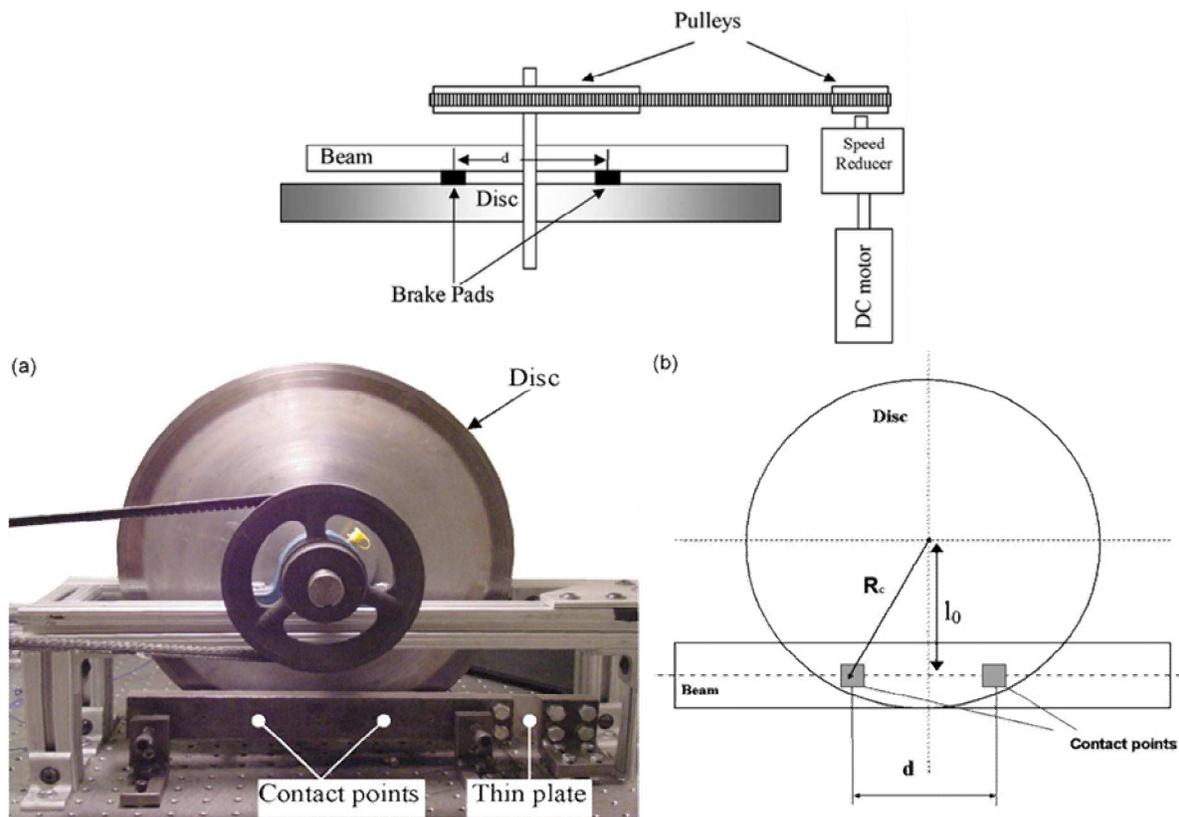


Figura 2.12 – Montagem experimental de Gianinni *et al.* (2007).

Um motor foi utilizado para colocar o disco em movimento e os corpos-de-prova foram forçados contra a face do disco. Um sistema de holografia analisou a vibração gerada pelo disco, de onde os autores obtiveram as conclusões sobre o comportamento do *squeal* de baixa e alta frequência.

2.3.3 Groan

O espectro do *groan* vai de 10 a 30 Hz, com harmônicos chegando a 500 Hz, ocorrendo em baixas velocidades e moderadas forças de frenagem. Experimentos mostram que o *groan* se inicia somente quando a velocidade do disco de freio está abaixo de um certo valor – usualmente 4 RPM e a força normal N excede um valor mínimo por volta de 0,8 kN (HETZLER *et al.*, 2007). A excitação é dada por um *stick-slip* em que o conjunto de freio por completo pode vibrar com elevada amplitude, podendo transferir essa vibração para outros componentes como suspensão e

direção. O disco de freio tem pouca ou nenhuma influência nessa vibração, que depende mais das condições dinâmicas da pinça freio e da pastilha.

Por se tratar de um *stick-slip* bem definido, a compreensão do *groan* pode ser auxiliada pelo presente trabalho. O fato de a velocidade do disco e a força normal N terem um limite para a ocorrência do *stick-slip* é demonstrada durante o desenvolvimento dessa dissertação.

2.3.4 Judder

Certamente gerado por um martelamento (HETZLER *et al.*, 2007), o *judder* desenvolve contínuas pulsações no contato pastilha-disco e manifesta vibrações de alta amplitude e baixa frequência no sistema, múltiplas da velocidade da roda. Como todas as vibrações que o martelamento pode gerar, ele é resultado de uma falta de uniformidade da força de atrito ao longo da pista do disco, podendo ser causada por variações de espessura ou coeficiente de atrito em locais específicos.

Cho *et al.* (2008) também relacionam o problema de *judder* à variações da força N aplicada ao longo da pastilha além do desenvolvimento de “áreas quentes” (inicialmente estudadas por Barber, em 1969) em lugares específicos do disco, gerando distorções térmicas que alteram a superfície. Segundo eles, a vibração por *judder* pode ser destrutiva ao conjunto, causando trincas na superfície do disco/tambor e aumentando o desgaste do material de atrito.

2.4 Comentários gerais

Muitos estudos têm sido feitos para a compreensão dos fenômenos que envolvem o atrito. Pôde-se ver, ao longo do capítulo, que nos últimos três séculos o conhecimento sobre o assunto vem sendo desenvolvido e, desde o século passado, o ruído gerado pelo atrito chama a atenção dos pesquisadores.

Apesar do alto nível dos modelos que representam os ruídos em um sistema de freio, as formas de excitação nem sempre são aplicadas aos modelos, de forma que se faz necessário

estudar o comportamento de mecanismos mais simplificados para uma melhor compreensão do fenômeno, para depois adicioná-los aos modelos.

No próximo capítulo será apresentada uma contribuição para o entendimento do fenômeno *stick-slip*, que está presente em uma grande diversidade dos tipos de vibração e ruídos em freio.

3 MODELAGEM DO *STICK-SLIP* EM UM SISTEMA PASTILHA-DISCO COM UM GRAU DE LIBERDADE

A definição de modelo matemático, ou simplesmente modelo, é uma representação do sistema real, reproduzindo a forma como ocorrem as modificações no mesmo (SODRÉ, 2007). Portanto, um modelo é uma simplificação da realidade, que sintetiza as características principais do estudo em questão, possibilitando a compreensão de forma conveniente.

Diversos modelos analíticos de um sistema de freio podem ser encontrados na literatura, desde modelos simples com um grau de liberdade até modelos complexos envolvendo muitos graus de liberdade, com a intenção de aproximar-se o máximo possível da realidade. Uma revisão de alguns modelos para representação de ruído em freios, com diversos níveis de dificuldade, pode ser vista no trabalho de Oehlmeyer (2008).

Com o avanço dos métodos computacionais nos últimos anos, a discretização numérica dos modelos também está sendo amplamente explorada, pois permite contornar as dificuldades analíticas como, por exemplo, as não-linearidades do comportamento do atrito. Problemas de vibrações com atrito são exemplos típicos de não-linearidade e conseqüentemente são problemas mais complexos.

A não-linearidade do amortecimento por atrito está presente mesmo quando o coeficiente de atrito é considerado único (sem diferenças entre o estático e cinético) e constante (sem variações em função da velocidade), devido à descontinuidade da força de atrito na inversão do sentido da velocidade. Esse comportamento difere-se do amortecimento viscoso (vide Apêndice A), que gera uma força proporcional à velocidade, como mostra a Figura 3.1. Devido ao fato de a força de atrito ser uma força dissipativa e independente do deslocamento e da velocidade, a dissipação por atrito é, muitas vezes, referenciada como sendo do tipo *amortecimento constante*.

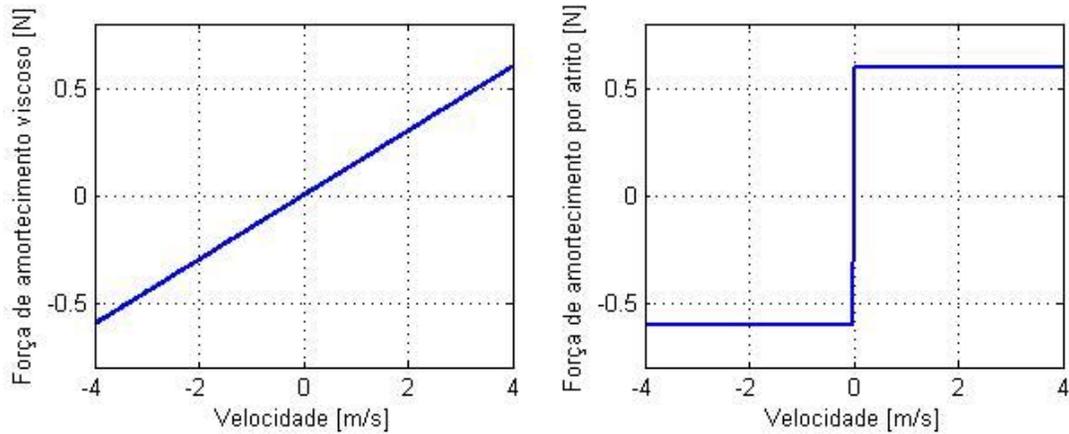


Figura 3.1 – Exemplo do comportamento da força de amortecimento viscoso e por atrito.

A excitação de vibração em um sistema de frenagem é gerada pelo contato entre os corpos através do atrito e um dos fenômenos mais importantes nesse contexto é o *stick-slip*, fazendo-se necessária uma melhor compreensão do fenômeno.

Para se entender o comportamento básico do atrito e sua influência sobre os sistemas dinâmicos, pode-se analisar um sistema com um grau de liberdade, como mostrado na Figura 3.2 (a). Devido ao comportamento não-linear, fazem-se necessários dois diagramas de corpo livre para representar os dois tipos de movimento: um para velocidade positiva (b) e outro, para negativa (c). Uma equação de movimento que contemple as duas condições pode ser escrita como:

$$m\ddot{x} + \mu \cdot mg \cdot \text{sgn}(\dot{x}) + kx = 0 \quad (3.1)$$

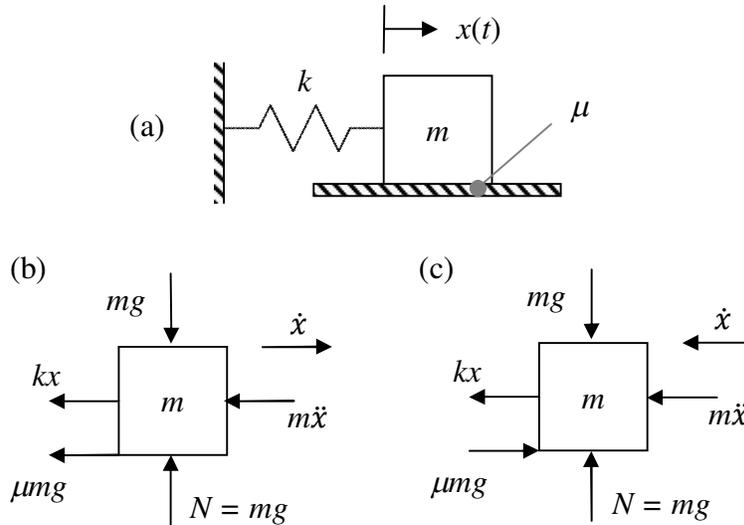


Figura 3.2 – Sistema de 1 GL com atrito.

Onde m é a massa do corpo, k é a rigidez, g é a aceleração da gravidade, μ é o coeficiente de atrito constante e x é o deslocamento. A oposição ao sentido da velocidade relativa aparece na equação pela função $\text{sgn}(\dot{x})$, chamada de função *signum*¹, que extrai o sinal da velocidade. Ela vale, portanto, -1 para $\dot{x} < 0$, 1 para $\dot{x} > 0$ e 0 para $\dot{x} = 0$ (RAO, 2008). A Lei do Atrito diz que a força gerada pelo atrito é proporcional à força normal que age no plano de contato (Equação (2.2)) e vale, portanto, o peso da massa multiplicado pelo coeficiente de atrito: μmg .

É importante notar que o coeficiente de atrito adotado na análise é o cinético. Apesar de a velocidade da massa passar pelo zero a cada inversão de sentido da velocidade, o tempo estacionário da massa com a base é infinitesimalmente pequeno, permitindo assumir o coeficiente de atrito estático igual ao cinético, devido à dependência logarítmica entre o atrito estático e o tempo de contato estacionário, conforme a Equação (2.1). Essa dependência será explorada experimentalmente no próximo capítulo.

Embora represente o sistema mais simples possível com atrito, a Equação (3.1) é diferencial ordinária de segunda ordem não-linear, cuja solução analítica é complicada (RAO, 2008), tornando conveniente a aproximação por métodos numéricos. Uma simulação do sistema

¹ A denominação *signum* (signo) – e não *sign* (sinal) – é utilizada somente para evitar confusões com *sin* (seno).

da Figura 3.2 é mostrada na Figura 3.3, com as variáveis: $m = 0.2$ kg, $k = 50.10^3$ N/m, $g = 9,81$ m/s², e $\mu = 0,9$.

O deslocamento inicial foi adotado $0,1.10^{-3}$ metros, com uma velocidade nula. Pode-se ver, através da linha contínua do gráfico, o comportamento assintótico proporcionado pela dissipação de energia pelo atrito. A envoltória dessa vibração, obtida pela transformada de Hilbert, é mostrada pela linha tracejada e aponta uma redução linear da amplitude, diferindo do comportamento de uma vibração livre com amortecimento viscoso, que apresenta uma dissipação exponencial (vide Apêndice A). Outra característica do sistema em questão é que a massa pode parar fora do seu ponto de origem, dependendo do coeficiente de atrito estático atuante nas superfícies.

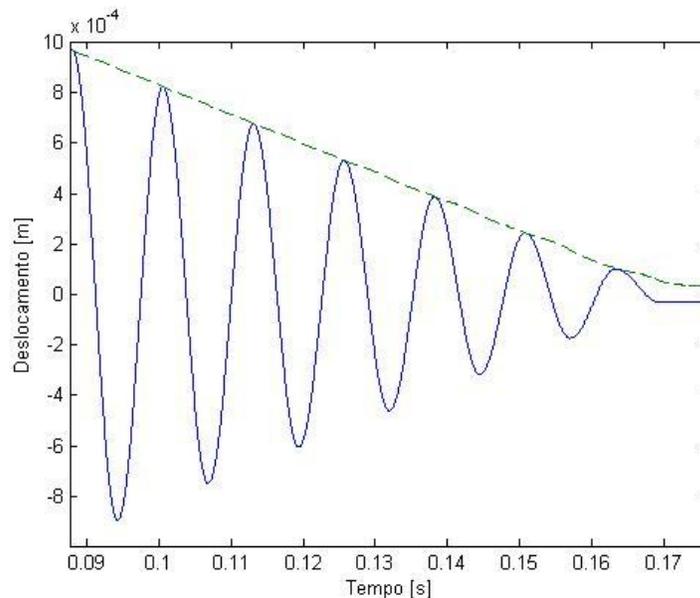


Figura 3.3 – Sistema de um GL com amortecimento por atrito

Conhecidas as características básicas da vibração livre com atrito, um sistema que desenvolve o efeito de *stick-slip* pode ser modelado, como será visto na próxima seção. Será visto que a ocorrência de *stick-slip* é fundamentada na diferença entre os coeficientes de atrito estático e dinâmico e a sequência da modelagem terá a complexidade gradualmente inserida com as etapas: atrito cinético constante, transição exponencial de atrito e curva contínua de atrito.

3.1 Modelo com atrito cinético constante

Para análise do fenômeno *stick-slip* estuda-se o sistema representado na Figura 3.4 (b), que consiste em uma massa ligada a uma mola que está em contato com uma superfície em movimento. Nesse caso, considera-se uma esteira com velocidade V . Por analogia, pode-se associar essa simplificação ao sistema de freio a disco, por exemplo. A massa m representa a pastilha que está sujeita a uma força N_0 contra uma superfície em movimento, o disco de freio. Essa massa, considerada pontual, está presa a um referencial por uma mola de constante k . As variáveis x e \dot{x} são o deslocamento e a velocidade absoluta da massa, respectivamente. O coeficiente de atrito estático é representado por μ_s , e o cinético, por μ_k .

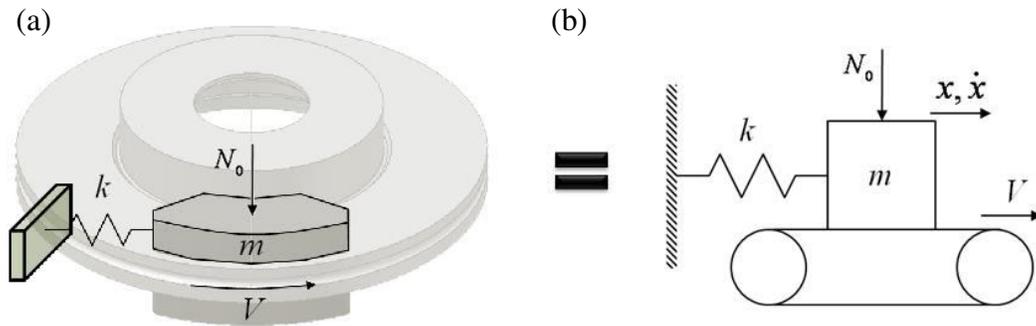


Figura 3.4 – Simplificação do sistema de freio para estudo do *stick-slip*.

Considera-se que, no repouso, a mola não exerce força sobre a massa. Partindo a esteira do repouso, a força de rigidez $F_r = kx$ é nula no instante inicial, permitindo que a esteira carregue a massa através da força de atrito estático. A essa fase do movimento dá-se o nome de *stick* (aderência). A força de rigidez vai crescendo e, igual a ela em módulo, porém em sentido contrário, a força de atrito estático também cresce até um valor máximo $F_{s_max} = \mu_s N_0$. A posição da massa no instante em que F_{s_max} é alcançado é chamada de x_0 e ocorre quando a força de rigidez F_r se iguala à F_{s_max} . Portanto:

$$x_0 = \frac{\mu_s N_0}{k} \quad (3.2)$$

A partir desse instante inicia-se um deslizamento entre a massa e a esteira, marcando a transição entre a fase *stick* e a *slip* (deslizamento). A massa, agora, está submetida à força de atrito cinético, que vale:

$$F_k = \text{sgn}(v_{rel}) \mu_k N_0 \quad (3.3)$$

sendo v_{rel} a velocidade relativa, definida como a diferença entre a velocidade da esteira V e a velocidade da massa \dot{x} :

$$v_{rel} = V - \dot{x} \quad (3.4)$$

O coeficiente de atrito cinético ser menor do que o estático implica em força de atrito cinético menor do que a força de atrito estático, prevalecendo a força de rigidez F_r na posição x_0 . Portanto, a análise do sistema sob essa condição pode ser feita similarmente a um sistema de um grau de liberdade (RAO, 2008). As condições iniciais requeridas para a solução são as condições finais da fase *stick*, portanto, a posição inicial é x_0 e a velocidade inicial é V . A equação de movimento durante a fase *slip* é:

$$m \ddot{x} + kx = F_k \quad (3.5)$$

A massa estará sujeita à força de atrito cinético e, portanto, à fase *slip*, até que sua velocidade \dot{x} se iguale novamente à V em módulo e sentido. É importante esclarecer que, durante a fase *slip*, a força de atrito não inverte de sentido como ocorre no sistema exposto pela Figura 3.2. Isso se dá pelo fato de que a inversão do sentido da força depender da velocidade relativa entre as superfícies. Como a velocidade da esteira V é sempre maior ou igual à velocidade \dot{x} da massa – pois, quando as velocidades se igualam, a fase *stick* se inicia –, a velocidade relativa $v_{rel} = V - \dot{x}$ nunca é negativa, impossibilitando a inversão de sentido da força de atrito. Desse modo, a força de atrito cinético é invariante durante toda a fase *slip*. Esse comportamento pode ser conferido na Figura 3.8 da próxima seção.

Como a força de atrito F_k é invariante no tempo, pode-se fazer uma analogia com o sistema sujeito a uma força constante, como pode ser visto no Apêndice B. Uma força invariante indica

onde é a deflexão estática C do sistema que, nesse caso, será o equilíbrio entre a força de rigidez e a força de atrito cinético. Portanto:

$$kC = \mu_k N_0 \quad (3.6)$$

A solução da Equação (3.5) é:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) + C \quad (3.7)$$

Cuja derivação no tempo resulta na velocidade \dot{x} :

$$\dot{x}(t) = A \omega \cos(\omega t + \varphi) \quad (3.8)$$

Onde ω é a frequência natural angular do sistema:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.9)$$

Aplicando-se essa solução para o problema, pode-se representá-la com o diagrama mostrado na Figura 3.5. Para encontrar o deslocamento x em qualquer instante de tempo, ainda é necessário conhecer o ângulo φ e a amplitude A . Elas podem ser obtidas através de uma posição conhecida do diagrama. Utilizando o instante π/ω , a equação do deslocamento fica:

$$C - (x_0 - C) = A \sin(\pi + \varphi) + C \quad (3.10)$$

Substituindo-se (3.2) e (3.6) em (3.10) chega-se a:

$$A = \frac{N_0(\mu_s - \mu_k)}{k \sin \varphi} \quad (3.11)$$

No instante em estudo, $V = -\dot{x}$ e a Equação (3.8) também pode ser usada para isolar A , servindo como segunda equação do sistema:

$$-V = A \omega \cos(\pi + \varphi) \quad (3.12)$$

Do sistema de equações, o ângulo φ é:

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{N_0 (\mu_s - \mu_k) \omega}{Vk} \right) \quad (3.13)$$

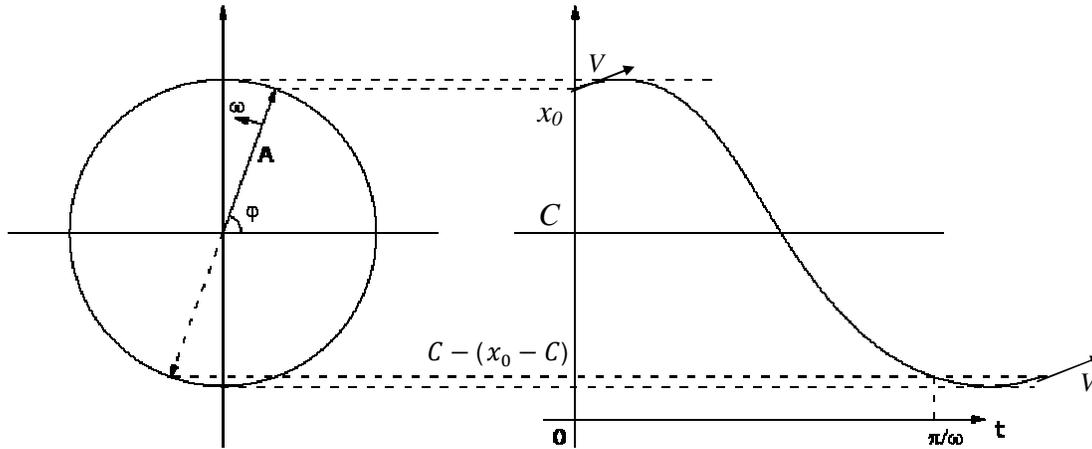


Figura 3.5 – Diagrama do movimento da fase *slip*.

Como dito anteriormente, o deslocamento e a velocidade obedecem às Equações (3.7) e (3.8) até que a velocidade da massa se iguale à velocidade da superfície, fazendo com que não exista mais deslocamento relativo, e o sistema assuma novamente a força de atrito estático. A partir deste momento, uma nova fase *stick* começa, realimentando o ciclo. Na fase *stick*, a velocidade da massa é igual à velocidade da esteira e o deslocamento é um movimento uniforme que se inicia na posição $C - (x_0 - C)$:

$$x(t) = C - (x_0 - C) + Vt \quad (3.14)$$

Da Equação (3.2) e (3.6), pode-se encontrar a distância A_s percorrida pela massa m na fase *stick*:

$$A_s = 2 \frac{N_0}{k} (\mu_s - \mu_k) \quad (3.15)$$

que também pode ser obtida multiplicando a velocidade V pelo tempo decorrido t_s :

$$A_s = Vt_s \quad (3.16)$$

Substituindo (3.16) em (3.15), encontra-se o tempo decorrido na fase *stick*:

$$t_s = 2 \frac{N_0}{kV} (\mu_s - \mu_k) \quad (3.17)$$

Se uma combinação das variáveis envolvidas na amplitude A ou na frequência natural ω gerar um movimento *slip* com pico de velocidade menor do que V , não ocorre *stick-slip*, e a massa passa a deslizar sobre a esteira descrevendo um movimento harmônico – só *slip*. Portanto, há um limite de V para que o *stick-slip* venha a ocorrer, sendo que:

$$A \omega > V \quad (3.18)$$

A Equação (3.3) mostra que a força de atrito cinético F_k é constante para qualquer movimento da massa m , desde que não ocorra a inversão de sentido da velocidade relativa. No sistema em questão, a velocidade relativa v_{rel} é igual a zero na fase *stick* e assume valores positivos durante a fase *slip*. Valores negativos de v_{rel} só seriam obtidos se a velocidade \dot{x} alcançasse valor maior do que V em módulo e sentido, uma condição que nunca ocorre devido ao limite atribuído pela fase *stick*, que impõe a velocidade da esteira à massa quando essa última tender a ter velocidade maior do que a esteira.

A ocorrência de velocidades relativas negativas e, conseqüentemente, força de atrito negativa ocorreria somente se a esteira invertesse seu sentido de deslocamento. Ainda assim, a velocidade relativa seria sempre negativa. Em nenhum dos dois casos ocorreria a inversão de v_{rel} , permitindo considerar F_k invariante no tempo. Devido a essa constatação, todas as simulações desse trabalho serão feitas com sentido positivo de V e, na parte experimental, sempre que a esteira estiver se deslocando no sentido negativo, os gráficos serão invertidos para uma possível comparação com as simulações.

3.1.1 Simulação numérica adotando coeficiente de atrito cinético constante

Todos os programas desse trabalho utilizaram-se do compilador MATLAB® para a geração dos códigos-fonte.

Simular numericamente o comportamento da massa m ao longo do tempo necessita que as fases *stick* e *slip* estejam divididas e o programa analise a condição instantânea para decidir quais

equações utilizar. A Figura 3.6 apresenta o fluxograma do programa, onde se pode ver que a divisão das fases *stick* e *slip* é feita pela avaliação de duas condições: a velocidade e a posição da massa.

A condição de velocidade precisa ser avaliada, pois se a velocidade \dot{x} da massa for igual à velocidade da esteira V , não existe deslocamento relativo entre as superfícies, portanto, a força de atrito atuante é a estática – fase *stick*. Para sair da condição de *stick*, é necessário que a posição x da massa seja maior do que a posição de máxima força de atrito estático, dada por x_0 , Equação (3.2). Deste modo, a fase *slip* se iniciará quando x for maior do que x_0 e terminará quando $\dot{x} = V$. Pode-se ver pelo fluxograma que a fase *stick* utiliza-se da Equação de movimento retilíneo e uniforme (3.14) com velocidade $\dot{x} = V$, enquanto a fase *slip* descreve um movimento oscilatório definido pelas Equações (3.7) e (3.8).

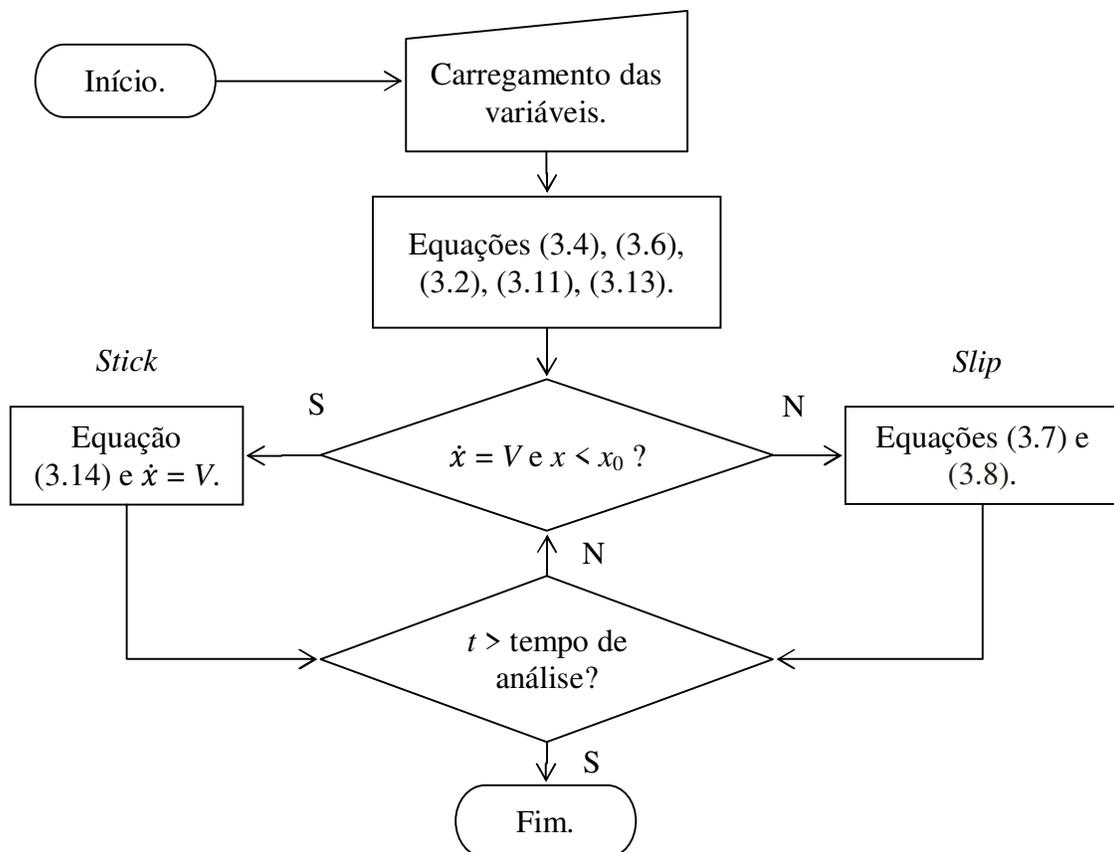


Figura 3.6 – Fluxograma da execução do programa.

Desenvolvido o programa, podem-se inserir quaisquer valores de variáveis para a simulação. Um exemplo com os valores²: $m = 1$ kg, $k = 50$ N/m, $N_0 = 9,81$ N, $V = 1$ m/s, $\mu_s = 0.6$ e $\mu_k = 0.3$ é mostrado na Figura 3.7³, cujos gráficos representam: (a), (b): o deslocamento e a velocidades absolutas da massa m ao longo do tempo, (c): o comportamento da força ao longo do tempo, (d): um gráfico da velocidade em função do deslocamento, também conhecido como espaço de fases, (e): a força de atrito em função do deslocamento x e, por último, (f): o comportamento do atrito em função da velocidade relativa v_{rel} . A análise desses gráficos constata as divisões entre as fases *stick* e *slip*, em que se podem ver regiões onde a velocidade atinge seu limite positivo, igualando-se à velocidade da esteira (fase *slip*), gerando um movimento retilíneo e uniforme da massa nesses períodos.

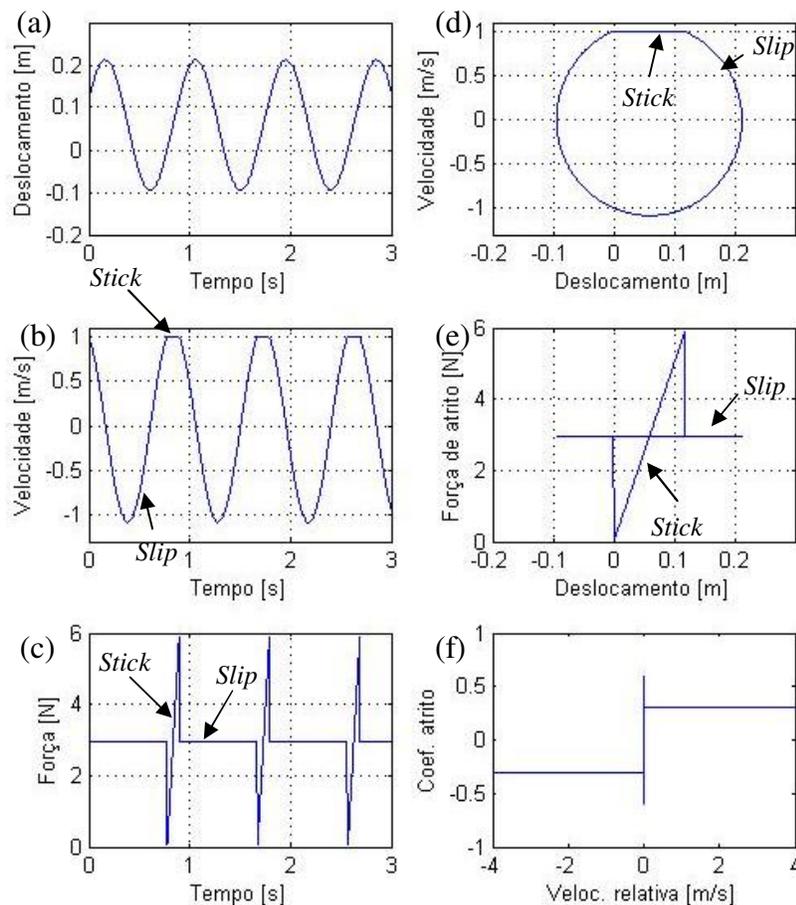


Figura 3.7 – Exemplo do movimento da partícula com μ_k constante.

² Esses valores são válidos para todas as simulações do trabalho, salvo modificações.

³ Ao longo dessa dissertação, todos os gráficos de μ já estão multiplicados por $\text{sgn}(v_{rel})$, mostrando valores negativos. Vários autores da área optam por apresentar o atrito dessa forma para enfatizar que a força de atrito se opõe à velocidade relativa.

A fase *slip* aparece como um movimento senoidal sempre em eventos com menos de um período completo. Através do gráfico (c), pode-se ver o incremento da força de atrito estático F_s na fase *stick* acompanhando a força de rigidez até alcançar seu valor máximo $\mu_s N_0$. Alcançado o valor máximo de F_s , o sistema assume F_k , pois a massa passa a deslizar sobre a esteira. Pode-se ver que F_k se mantém constante durante toda a fase *slip*.

Conforme dito no desenvolvimento analítico, a velocidade relativa v_{rel} é nula durante a fase *stick* e assume valores positivos durante a fase *slip*. Um gráfico de v_{rel} no domínio do tempo pode ser visto na Figura 3.8.

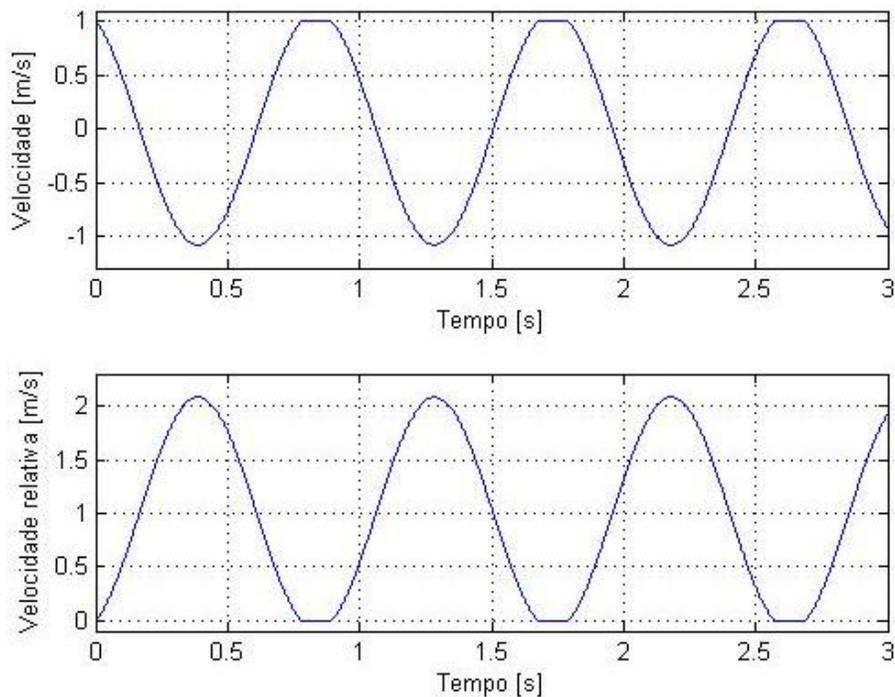


Figura 3.8 – Velocidade relativa no *stick-slip*.

Outras simulações, com diferentes combinações de coeficientes de atrito são mostradas na Figura 3.9. Nota-se que em todos os casos o movimento é centrado na posição de equilíbrio estático, conforme a Equação (3.6). Outra constatação que pode ser observada dos gráficos é que a amplitude A do movimento é proporcional à diferença entre μ_s e μ_k , como mostra a Equação (3.11).

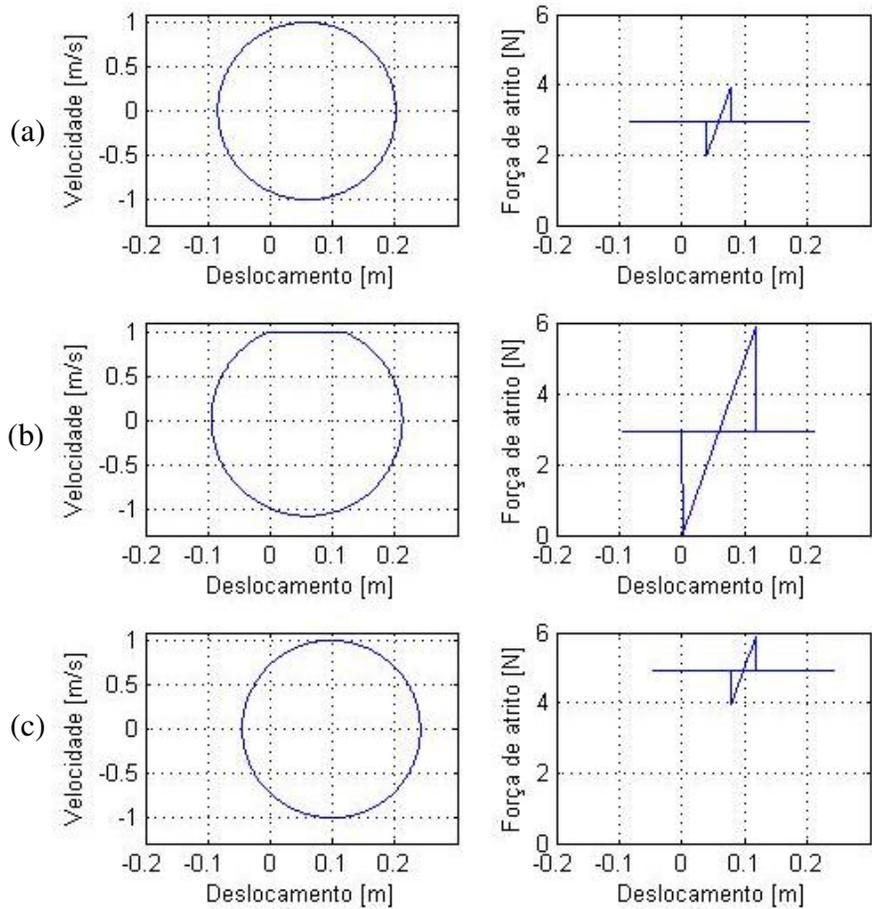


Figura 3.9 – Exemplos de movimento com $\mu_s = 0,4$ e $\mu_k = 0,3$ (a); $\mu_s = 0,6$ e $\mu_k = 0,3$ (b); $\mu_s = 0,6$ e $\mu_k = 0,5$ (c).

Nos casos analisados, a ocorrência do *stick-slip* só foi possível porque a velocidade \dot{x} alcançada pela massa na fase *slip* tem um módulo de amplitude maior do que a velocidade V da esteira, conforme a condição vista na Equação (3.18).

Se o módulo de \dot{x} não alcançasse a velocidade V , a fase *stick* não ocorreria, como pode ser visto pela sequência da Figura 3.10. Em (a) e (b), a rigidez é 50 N/m e 200 N/m, respectivamente, gerando uma amplitude de velocidade na fase *slip* maior do que V . Já em (c), a rigidez é 800 N/m, fazendo com que a velocidade da massa não seja maior do que V . Nesse caso, não existe a fase *stick*, e a massa desliza sobre a esteira durante todo o tempo.

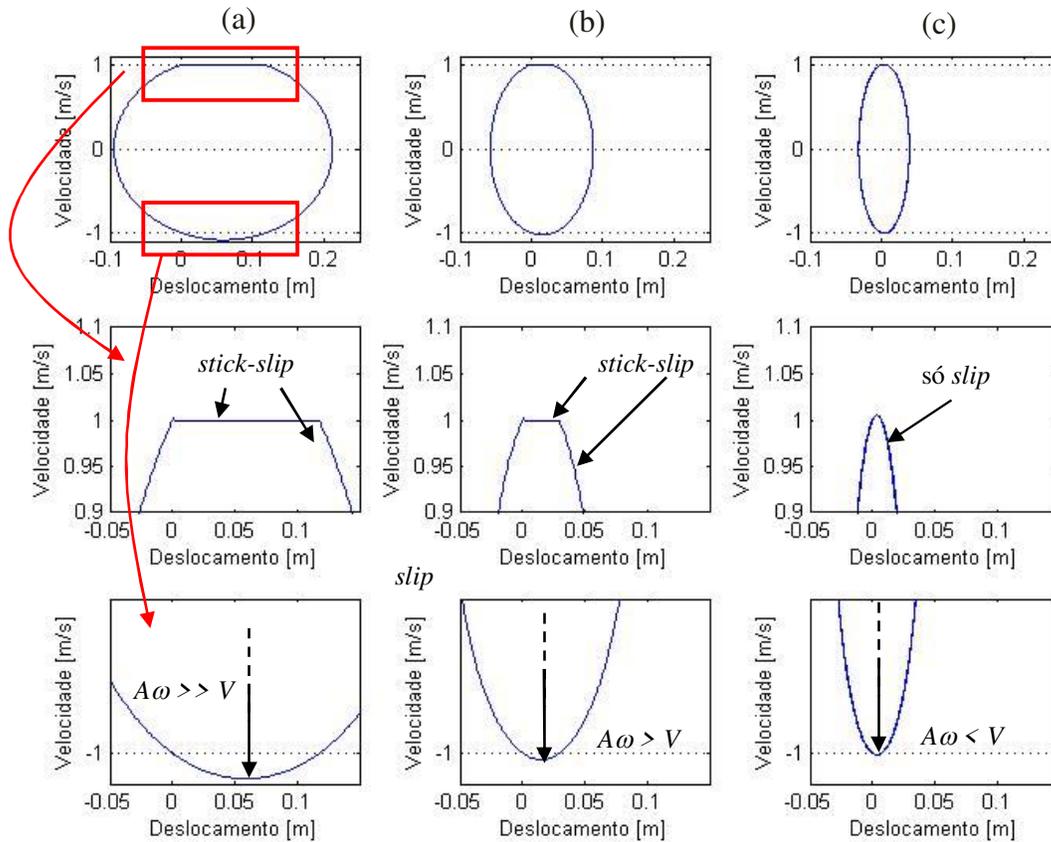


Figura 3.10 – Exemplos com $k = 50$ (a), $k = 200$ (b) e $k = 800$ (c),

Para essas simulações, conforme mostra o gráfico (d) da Figura 3.7, o comportamento do coeficiente de atrito cinético é considerado constante em função da velocidade relativa. Isso implica em uma força de atrito invariante no decorrer do tempo na fase *slip*. Na próxima seção, uma dependência entre o coeficiente de atrito cinético e a velocidade será introduzida, e o comportamento vibratório para essa nova condição será analisado.

3.2 Modelo com transição exponencial entre coeficientes de atrito

Os ensaios de desempenho em materiais de atrito geralmente não caracterizam o comportamento do atrito em função de baixas velocidades de operação, como é necessário para o estudo da vibração por *stick-slip*. Esses ensaios exploram fatores que têm muito maior influência

no comportamento dinâmico geral e dirigibilidade do veículo. Normas como SAE J661^a e NBR 7813 qualificam o produto mediante diversas faixas de temperatura e força de acionamento e, quando aplicável, caracterizam o material para as velocidades de rodagem do veículo.

Nos ensaios de desempenho desconsideram-se as possíveis vibrações do conjunto de freio, adotando-o como sendo perfeitamente rígido. Por esse motivo, a velocidade descrita pelo conjunto é considerada idealmente nula. Porém, em um *stick-slip* no sistema de freio, considera-se o movimento vibratório descrito pelo conjunto, tornando necessário encontrar a velocidade relativa instantânea entre o material de atrito e a pista do disco/tambor.

As velocidades relativas alcançadas na vibração transitam entre de zero (fase *stick*) até poucos milímetros por segundo na fase *slip* (HETZLER *et al.*, 2007). Portanto, tratando-se de velocidades próximas de zero, a simplificação feita na seção anterior que adota a descontinuidade entre a passagem do coeficiente de atrito estático e cinético implica em um possível distanciamento da realidade.

A alternativa mais simples para simular a transição de atrito com valores intermediários é adotar um decaimento linear entre os coeficientes. Isso pode ser feito através da Equação:

$$\mu(v_{rel}) = \mu_k + \frac{(\mu_s - \mu_k)(h - v_{rel})}{h} \quad (3.19)$$

Onde o parâmetro h indica a velocidade relativa em que μ_k é alcançado. Exemplos desse tipo de caracterização são apresentados na Figura 3.11.

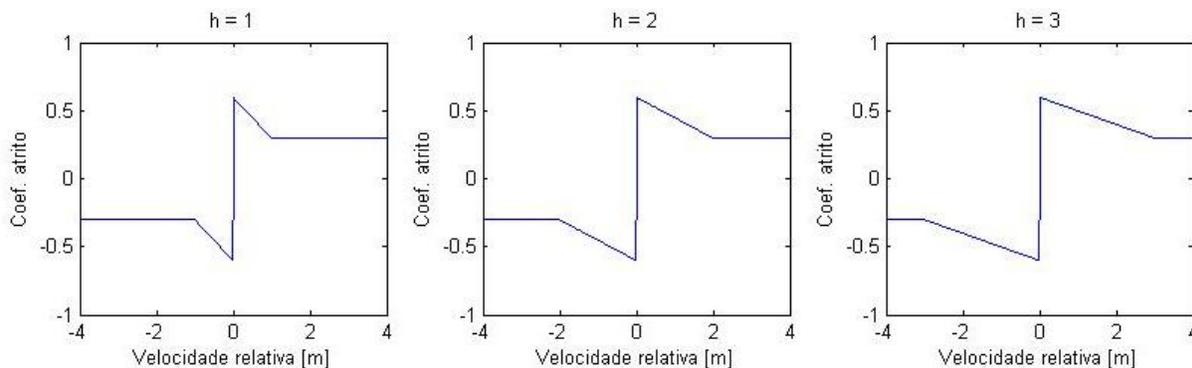


Figura 3.11 – Exemplo de transição linear de atrito.

Contudo, na literatura, normalmente assume-se que o coeficiente de atrito descreve uma função exponencial que começa em μ_s e chega até o valor proposto para o coeficiente cinético de altas velocidades, como mostra a Figura 3.12. Pode-se esperar, também, que diferentes materiais possuam diferentes comportamentos nessa faixa de velocidade.

Para uma caracterização geral de diversos materiais de atrito, uma equação exponencial é proposta no presente trabalho, definida por:

$$\mu(v_{rel}) = (\mu_s - \mu_k)e^{-h(v_{rel})} + \mu_k \quad (3.20)$$

em que o parâmetro h controla a suavidade da transição entre os coeficientes de atrito do material analisado. Exemplos de transição exponencial podem ser vistos na Figura 3.12, que mostra a distinção de comportamento mediante três valores do parâmetro h .

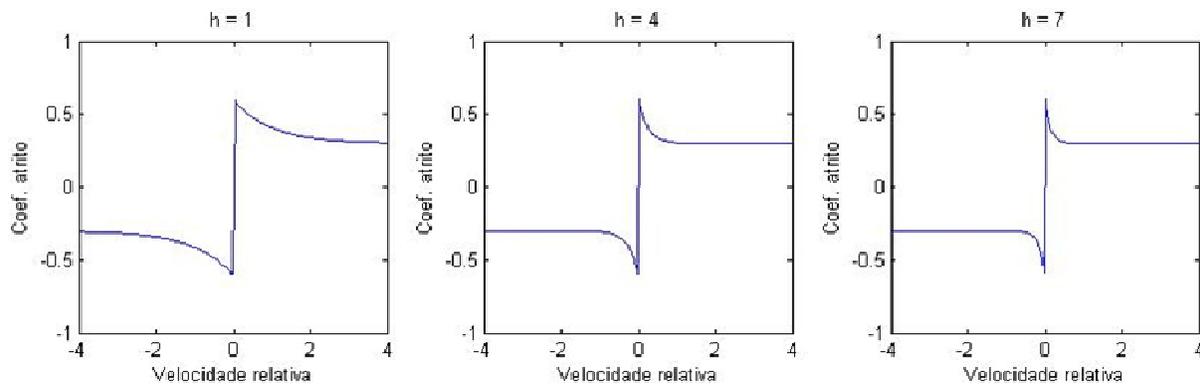


Figura 3.12 – Exemplos de curva exponencial de atrito.

Pode-se observar que maiores valores do parâmetro h da Equação (3.20) implicam em uma transição menos suave entre os coeficientes de atrito. Quando aplicada a uma vibração com *stick-slip*, a transição exponencial de atrito permite supor que a variação de μ em função da velocidade relativa implica em uma distorção do movimento na fase *slip* quando comparado ao modelo de μ constante. Espera-se ainda, que no início e no fim da fase *slip* haja uma maior deformidade, devido às baixas velocidades relativas e, conseqüentemente, maior variação de μ nestes períodos.

Portanto, utilizando-se de um coeficiente de atrito que não é constante, a força de atrito não é invariante no decorrer do tempo: para cada instante da fase *slip* o coeficiente de atrito assume um valor correspondente à velocidade relativa instantânea, causando variações na força de atrito.

Para simular o mesmo sistema da Figura 3.4 considerando o atrito uma função exponencial da velocidade relativa como vista na Equação (3.20), tem-se mais uma não-linearidade: para cada momento da fase *slip* é necessário encontrar o valor de μ_k correspondente à velocidade relativa naquele instante. Um exemplo da simulação é mostrado na Figura 3.13, com o parâmetro $h = 10$;

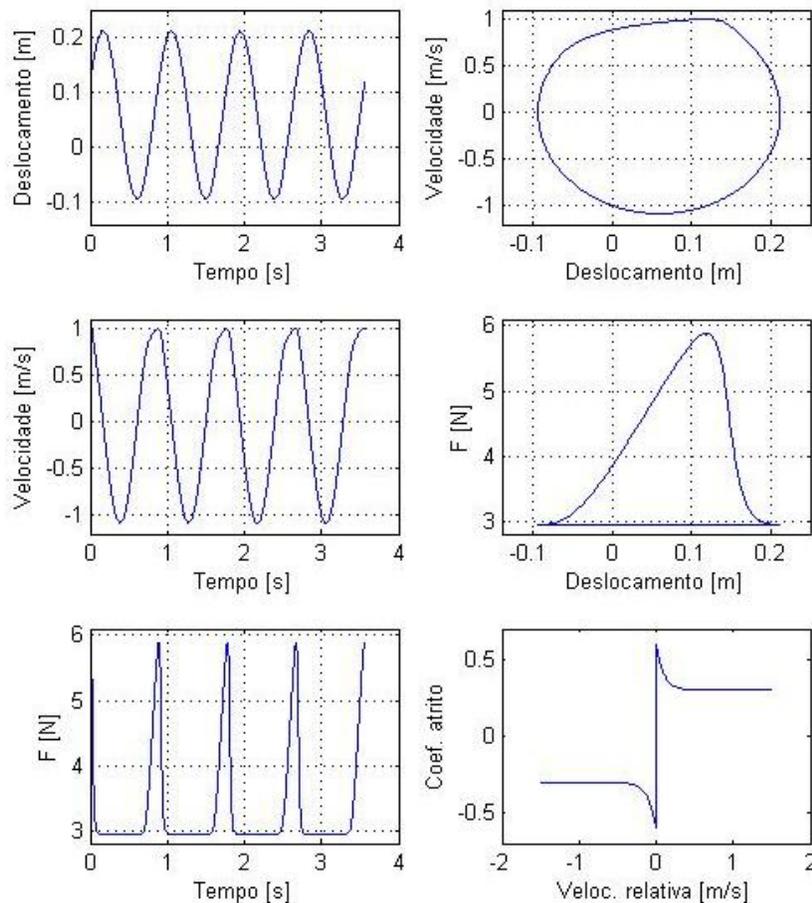


Figura 3.13 – Simulação de 1 GL com transição exponencial de atrito com $h = 10$.

Além do deslocamento e da velocidade da massa ao longo do tempo, a figura também mostra o comportamento da força de atrito no tempo e em função do deslocamento, onde se pode ver que a força de atrito cresce de forma suave até encontrar o valor máximo dado pelo atrito

estático. O gráfico de espaço de fases apresenta a distorção do movimento com relação ao modelo de atrito constante principalmente nas velocidades próximas da velocidade da esteira V . Pode-se ver, também, que a fase *stick* tem uma duração menor nesse caso do que no caso de μ_k correspondente.

Uma sequência de gráficos de espaço de fases para diferentes transições de atrito é apresentada na Figura 3.14, onde se pode ver que transições menos suaves entre os coeficientes de atrito tendem a se assemelhar com o modelo de atrito constante.

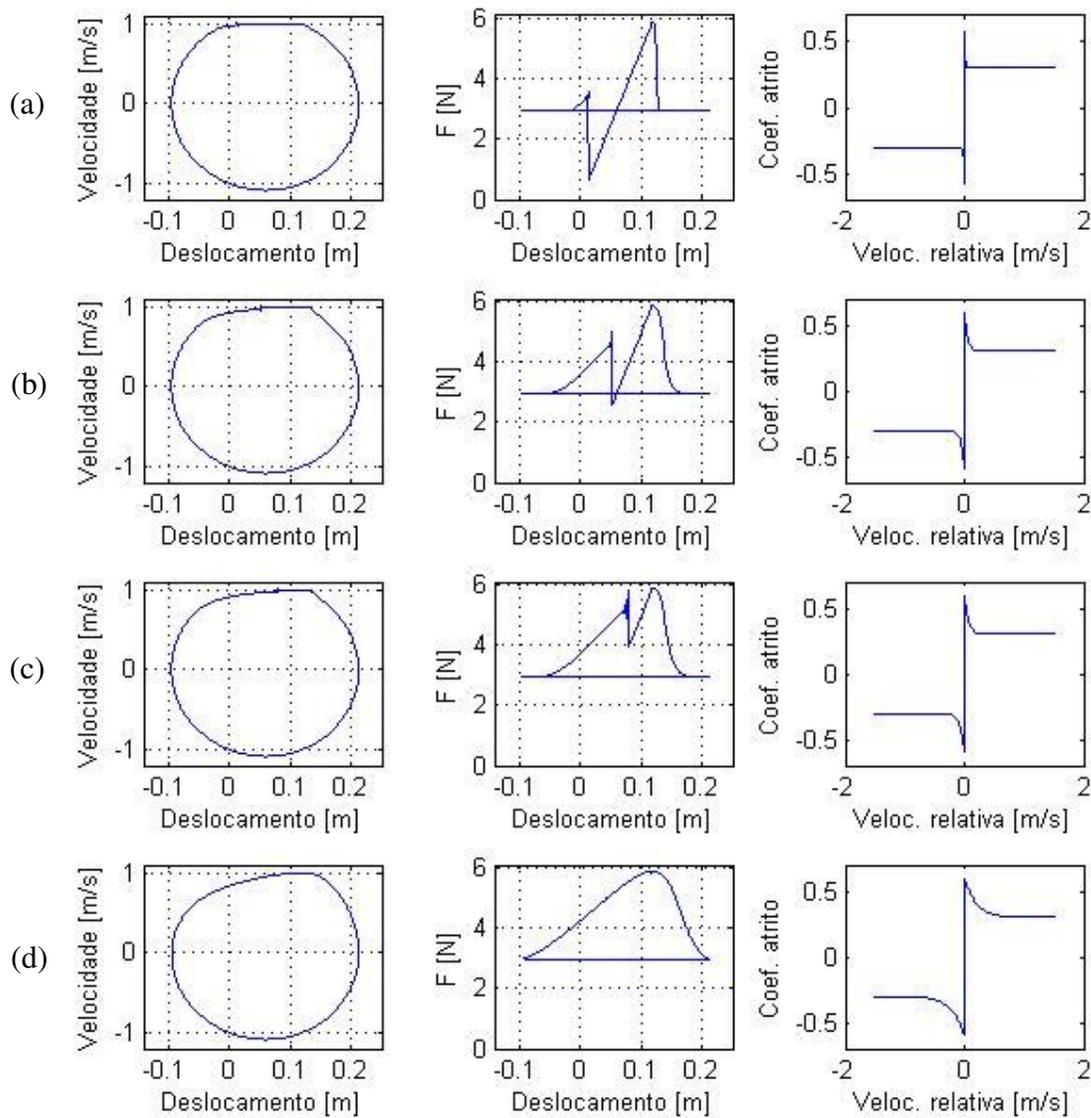


Figura 3.14 – *Stick-slip* com $h = 100$ (a), $h = 15$ (b), $h = 20$ (c) e $h = 5$ (d).

A inclinação nas transições entre as fases *stick* e *slip* é dada pela transição do atrito. Pode-se ver, através da Figura 3.15 (a), que o ângulo α formado na passagem da fase *slip* para a fase *stick* é mais agudo do que o ângulo β que corresponde à passagem de *stick* para *slip*.

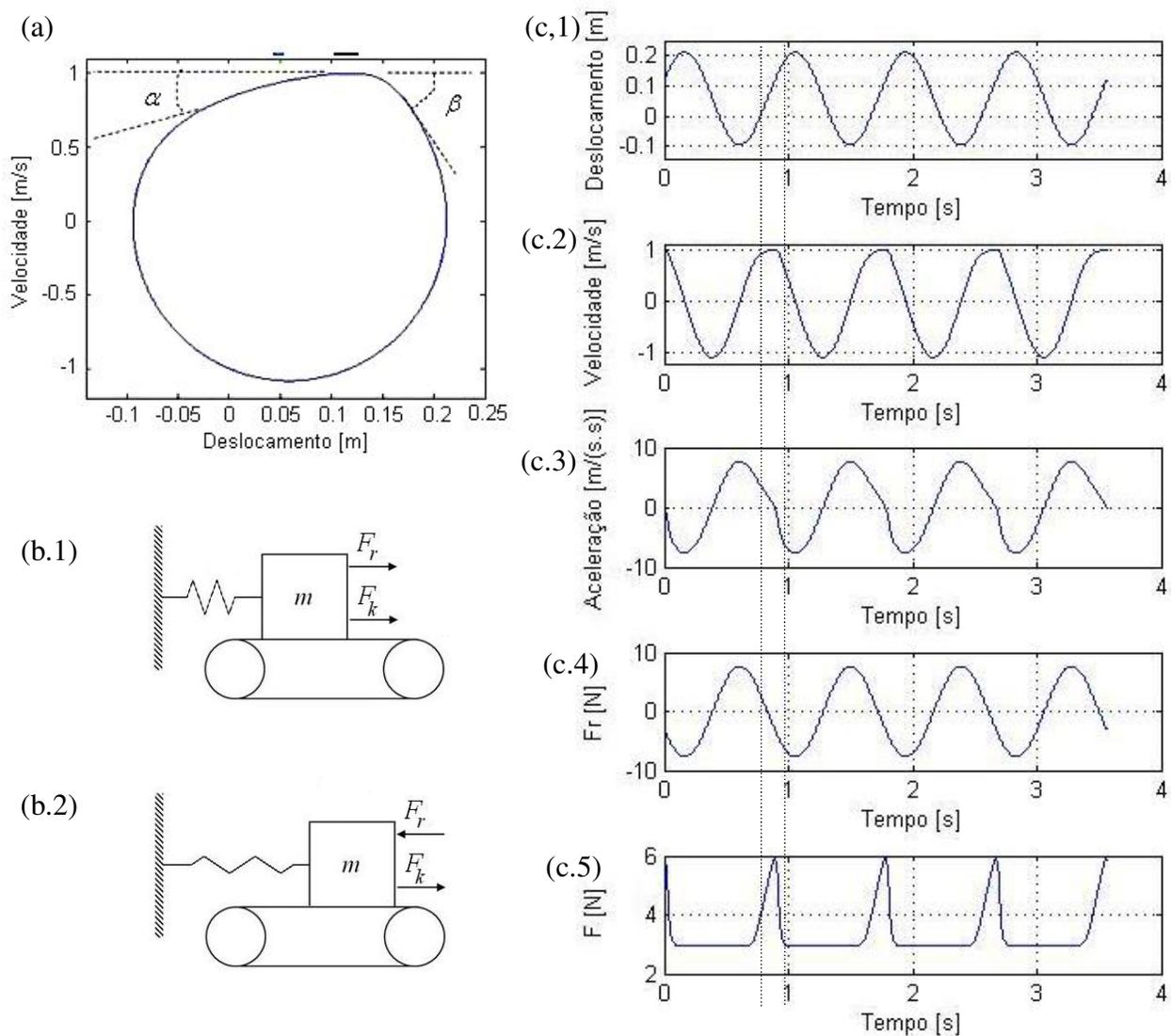


Figura 3.15 – (a) Ângulos de entrada (α) e saída (β) da fase *stick*. (b) Diagrama de forças para a entrada (b.1) e saída (b.2) da fase *stick*. (c) Comportamento do deslocamento, velocidade e forças no tempo.

O diagrama de forças mostrado na Figura 3.15 (b) apresenta as forças atuantes na transição entre as fases *stick* e *slip*. A força de atrito considerada nesses instantes é a força de atrito cinético F_k para velocidades relativas próximas de zero. Nos instantes que precedem a fase *stick* (em

(b.1)), F_k está no mesmo sentido da força de rigidez F_r enquanto, após a fase *stick*, (b.2), elas se opõem.

É interessante observar a taxa de variação ocorrida nos gráficos das forças de rigidez (c.4) e de atrito (c.5) ao longo do tempo. As duas barras tracejadas indicam as regiões de entrada e de saída da fase *stick*. Percebe-se que, na saída, a força de atrito decai mais rapidamente do que na entrada, fazendo com que a velocidade varie a uma taxa maior, implicando em o ângulo de saída β ser maior do que o ângulo de entrada α , como visto no espaço de fases.

3.3 Modelo com transição contínua entre coeficientes de atrito

As equações (3.7) e (3.8) são utilizadas para modelar a fase *slip* em sistemas com um grau de liberdade. Porém, quando se fizerem necessários modelos com mais graus de liberdade, encontrar as equações de movimento torna-se uma trabalhosa tarefa analítica. Métodos de integração numérica foram desenvolvidos com o propósito de resolver equações diferenciais ordinárias. Eles são compostos de algoritmos onde o intervalo de integração é dividido em um número finito e arbitrário (chamados de pontos ou passos de integração), cujo somatório resulta em aproximações ao cálculo analítico.

Para aplicar os integradores numéricos em sistemas mecânicos, é conveniente que o sistema possua uma única equação diferencial para cada grau de liberdade válida para qualquer instante de tempo. Os modelos de atrito constante e exponencial vistos até agora possuem a descontinuidade na equação de movimento gerada pela transição entre as fases *stick* e *slip*, tornando o uso dos integradores menos eficiente. Uma alternativa para contornar esse problema é considerar uma curva de atrito que contemple os valores cinéticos e estáticos, sejam esses positivos ou negativos, gerando uma única equação de movimento por grau de liberdade. Adaptada por Kang *et al.* (2009), uma equação que contempla todo o comportamento do atrito pode ser descrita por:

$$\mu = \left(1 - e^{-d|v-\dot{x}|}\right) \left\{ \mu_k - (\mu_k - \mu_s) e^{-h|v-\dot{x}|} \right\} \quad (3.21)$$

onde os parâmetros d e h controlam a transição do atrito estático para o cinético. Exemplos de combinações desses parâmetros são mostrados na Figura 3.16, onde se pode ver que h controla a suavidade da transição entre os atritos e d interfere na continuidade da curva quando v_{rel} se aproxima de zero.

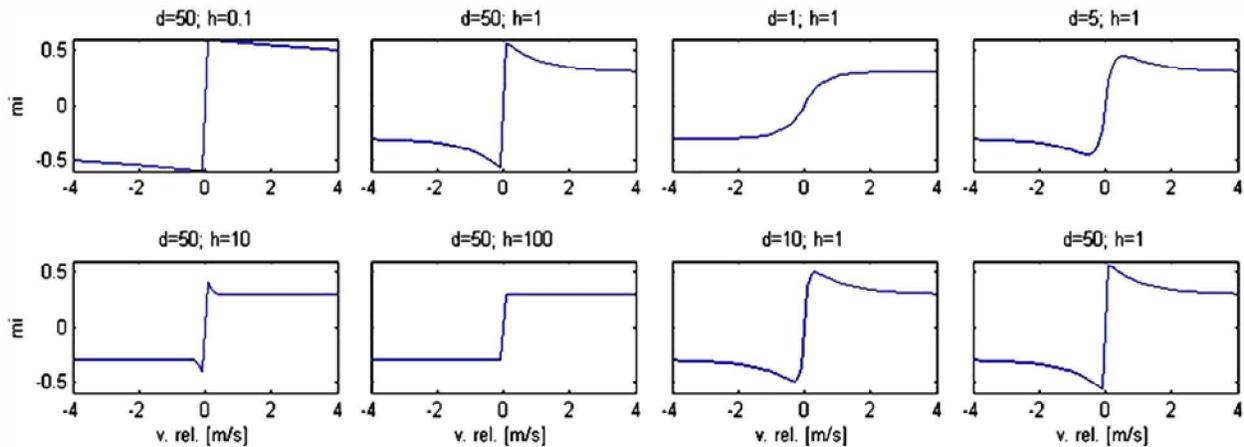


Figura 3.16 – Diversas combinações de parâmetros de transição de atrito.

Utilizando o comportamento de atrito mostrado pela Equação (3.21), os métodos de integração numérica podem ser aplicados na equação de movimento (3.5). Até o fim desse trabalho, o método de integração utiliza-se das equações de Dormand e Prince elaboradas em 1980, adaptadas do método de Runge-Kutta (1900) de quarta e quinta ordens. Esse método é comumente utilizado como método padrão no compilador MATLAB® para resolver grande parte das equações diferenciais. A Figura 3.17 mostra o comportamento temporal do sistema com $d = 50$ e $h = 1$.

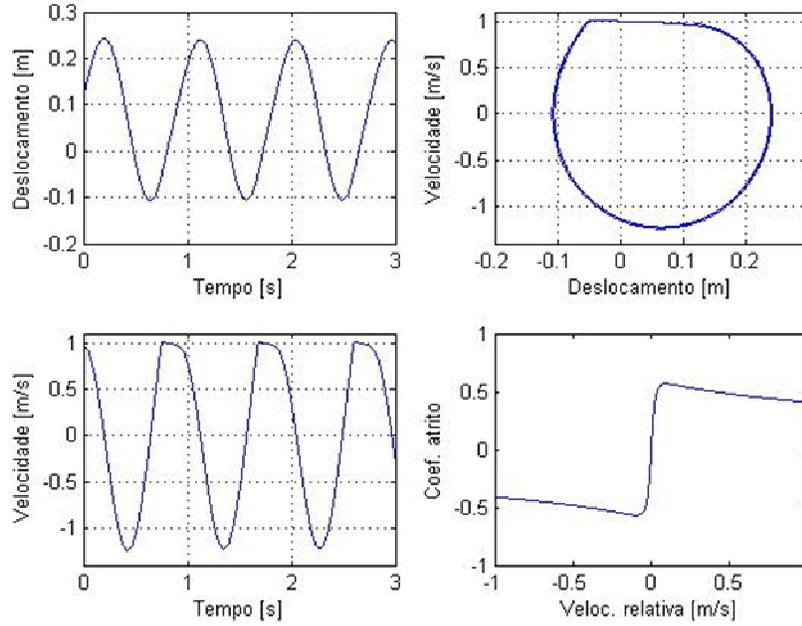


Figura 3.17 – Solução por método de Runge-Kutta com $d = 50$ e $h = 1$.

Alterando o comportamento do atrito, a resposta temporal muda sensivelmente. A Figura 3.18 mostra o sistema com uma transição mais suave do atrito (adotado $h = 0.1$), que implica em uma menor amplitude do movimento e menores distinções entre as fases *stick* e *slip*. Vale ressaltar que nenhuma outra característica do sistema foi alterada senão a inclinação da curva de atrito.

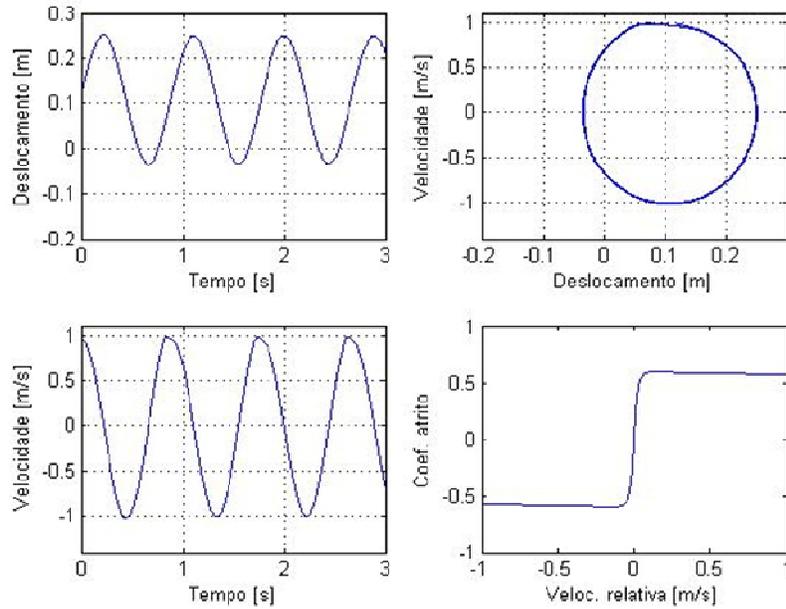


Figura 3.18 – Resposta temporal com $h = 0,1$.

Nas duas simulações acima nota-se uma transição mais suave quando comparada à simulação da Figura 3.13. Os valores dos parâmetros d e h necessários para uma curva de atrito que se assemelhe à utilizada na simulação da Figura 3.13 são $d = 90$ e $h = 10$, resultando nos gráficos da Figura 3.19.

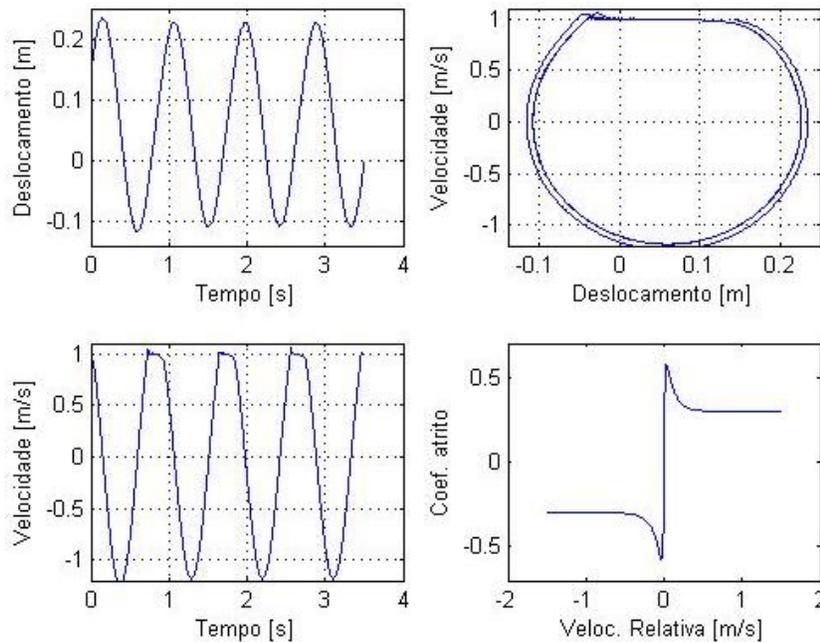


Figura 3.19 – Resposta temporal com $d = 90$ e $h = 10$.

Mesmo que os comportamentos de atrito são parecidos, é notável a diferença entre os gráficos de velocidade das duas simulações e, conseqüentemente, entre os gráficos de espaço de fases. Embora a integração numérica forneça um resultado que se assemelhe em amplitude e frequência à simulação da Figura 3.13, que se utiliza da solução analítica da equação de movimento, variações no padrão da oscilação são geradas nesse processo.

3.4 Influência do amortecimento

É bem sabido que adicionar amortecimento em um sistema mecânico implica em dissipar energia e, conseqüentemente, reduzir sua amplitude de vibração. Porém, em um sistema *stick-slip*, observa-se que valores de amortecimento viscoso abaixo de um limite não reduzem sua vibração, embora alterem o padrão da oscilação. Esse fato é de difícil estudo analítico, mas pode ser compreendido através das simulações apresentadas nas Figura 3.21 e Figura 3.22. O sistema de um grau de liberdade para o estudo é mostrado na Figura 3.20, onde c é a constante de amortecimento. Com $F_\mu = \mu N_0$, a equação de movimento para a integração é:

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + kx = F_\mu \quad (3.22)$$

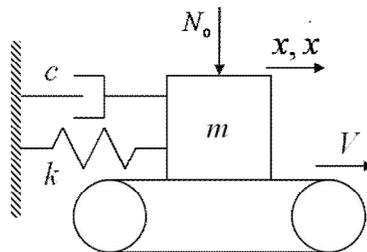


Figura 3.20 – Sistema 1 GL com amortecimento.

A análise de sistemas com amortecimento pode ser vista no Apêndice A. Para uma melhor compreensão do fenômeno, a magnitude do amortecimento será tratada como um fator de amortecimento ζ , definido pela relação:

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad (3.23)$$

onde c_c é a constante de amortecimento crítico, definida pela Equação (3.24):

$$c_c = 2\sqrt{km} \quad (3.24)$$

As simulações da Figura 3.21 mostram o amortecimento limite para causar estabilidade assintótica para o sistema em estudo, com $d = 50$ e $h = 1$. Embora altere o padrão de oscilação com *stick-slip* menos distinto, observável pelo achatamento do gráfico de espaço de fases em (a) e (b)), valores de c abaixo de 1.1 Ns/m ($\zeta = 0,077$) não têm influência perceptível sobre a amplitude de vibração ao longo do tempo. Acrescentar amortecimento acima deste valor tende a estabilizar assintoticamente o sistema. A simulação mostrada em (b) tem um amortecimento pouco acima do anterior, com 1.2 Ns/m ($\zeta = 0,085$), permitindo ao sistema encontrar a estabilidade assintótica.

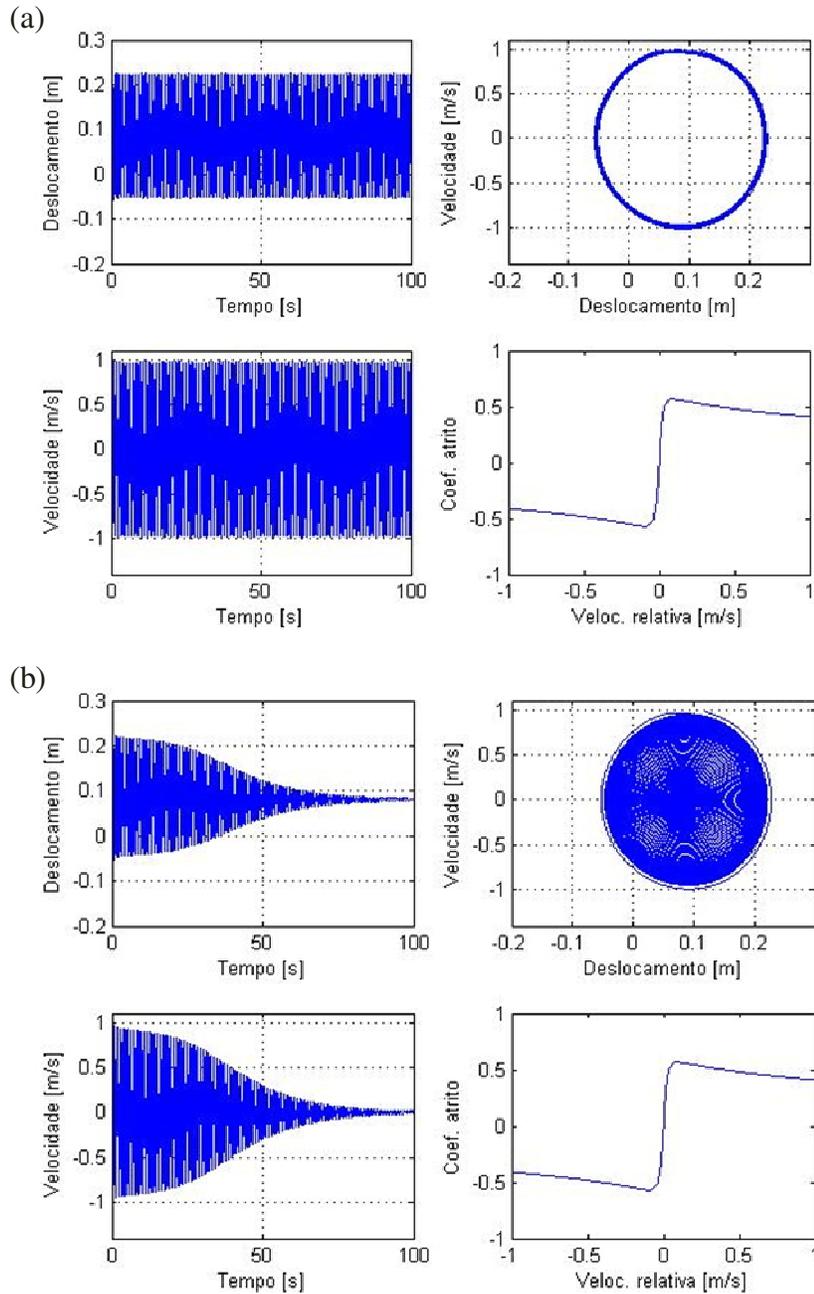


Figura 3.21 – Limite de amortecimento no sistema *stick-slip*. $\zeta = 0,077$ (a) e $\zeta = 0,085$ (b).

O valor limite de amortecimento mostra-se dependente da transição entre o atrito estático e dinâmico: uma transição mais suave necessita de um menor amortecimento viscoso. Isso é explicado através da Equação (3.11) que mostra que a amplitude do movimento é proporcional à diferença entre o coeficiente de atrito estático e o coeficiente de atrito cinético instantâneo. Com

uma transição mais suave, essa diferença é menor, implicando em uma menor amplitude da velocidade e, conseqüentemente, do amortecimento limite. Adotando os mesmos valores da simulação anterior, porém, assumindo $d = 50$ e $h = 0,1$ o limite torna-se 0.3 Ns/m ($\zeta = 0.021$), valor muito abaixo da simulação anterior. É importante notar que o sistema é o mesmo. A única alteração está na transição de atrito.

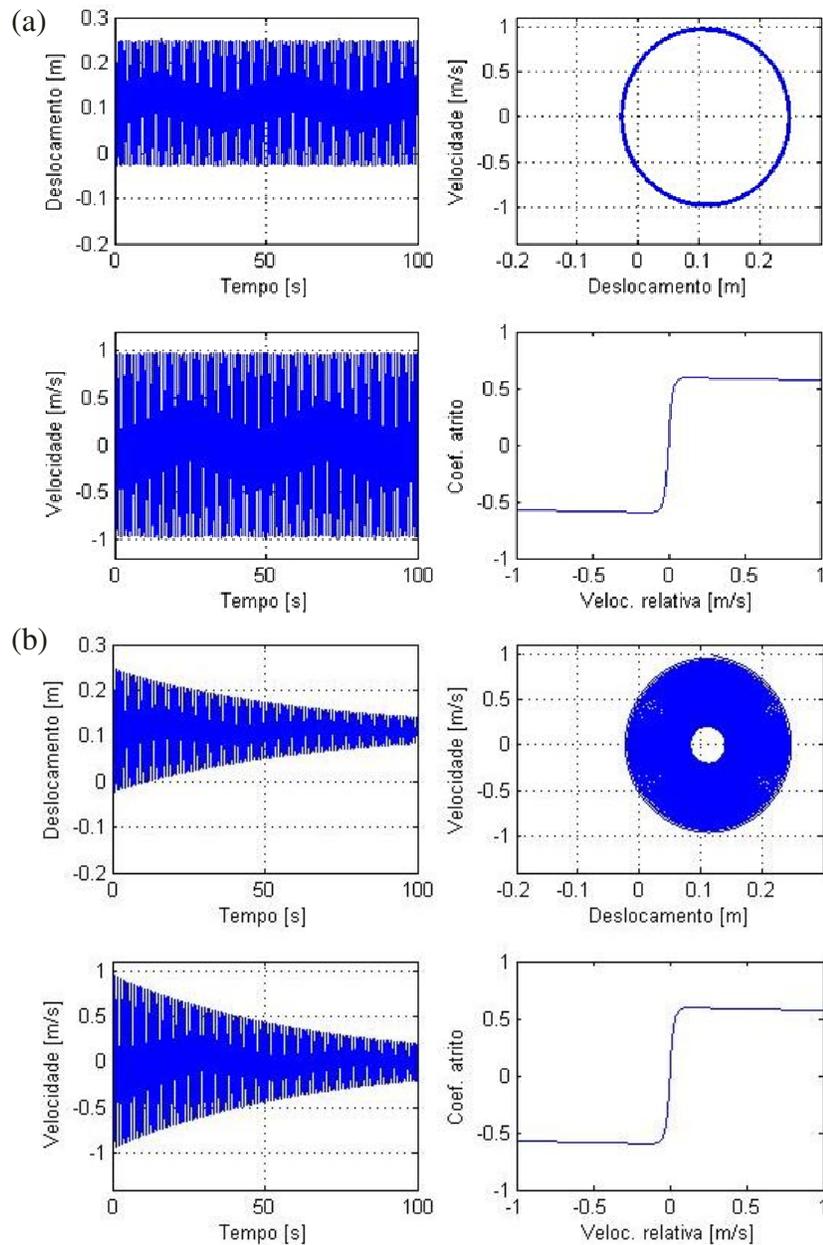


Figura 3.22 – Limite de amortecimento para uma curva mais suave de atrito.

O valor mínimo de amortecimento para provocar a estabilidade assintótica pode ser estimado da seguinte forma: se o valor de c não for suficiente para reduzir a amplitude da velocidade \dot{x} para valores abaixo da velocidade da superfície V já no segundo ciclo, o sistema se realimenta pela fase *stick* e continua estável no ciclo-limite (SUETTI *et al.* 2011). A amplitude não decai com o tempo.

Sendo assim, para encontrar a estabilidade assintótica deve-se procurar o valor de amortecimento que cause uma perda de velocidade suficiente já no segundo ciclo de vibração, como mostra a Figura 3.23.

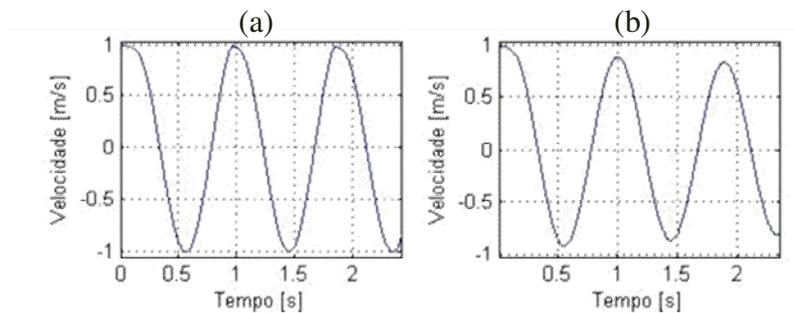


Figura 3.23 – Limite de c : (a) sistema realimentado pela fase *stick*. (b) estabilidade sem fase *stick*.

O gráfico (a) é amortecido, porém a velocidade \dot{x} alcança valores que tangenciam a velocidade da esteira V no segundo ciclo. O resultado disso é um ciclo-limite que nunca decai. Em (b), o amortecimento não permitiu o encontro das velocidades em nenhum instante, resultando em um movimento tendendo à estabilidade assintótica.

4 PROCEDIMENTOS E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Com o intuito de validar experimentalmente o caso mais simples de *stick-slip* proposto na Figura 3.4, uma montagem de laboratório foi projetada utilizando-se de elementos específicos para controlar a massa, rigidez, força normal e atrito. Utilizando-se dessas variáveis, o planejamento dos experimentos constitui-se de caracterização do comportamento do atrito, além de registros e análise de eventos de *stick-slip* para todas as combinações de variáveis. As seções a seguir descrevem os experimentos.

4.1 Descrição do equipamento

A Figura 4.1 apresenta o projeto mecânico da bancada experimental, desenvolvido no programa Autodesk Inventor®. As peças em verde e o corpo-de-prova, mostrado em preto, formam a massa do sistema (com $m = 0,055$ Kg). A chapa em azul foi projetada para exercer a função de mola e disco em cinza escuro equivale à superfície de contato.

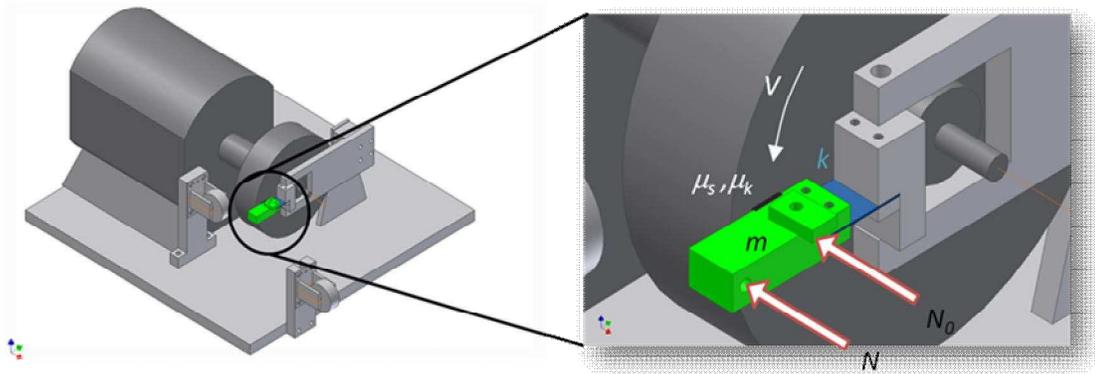


Figura 4.1 – Bancada experimental.

As figuras abaixo mostram fotos da bancada construída, sendo a Figura 4.2 uma visão global do equipamento e a Figura 4.3 um destaque aos componentes que compõem o sistema mecânico.

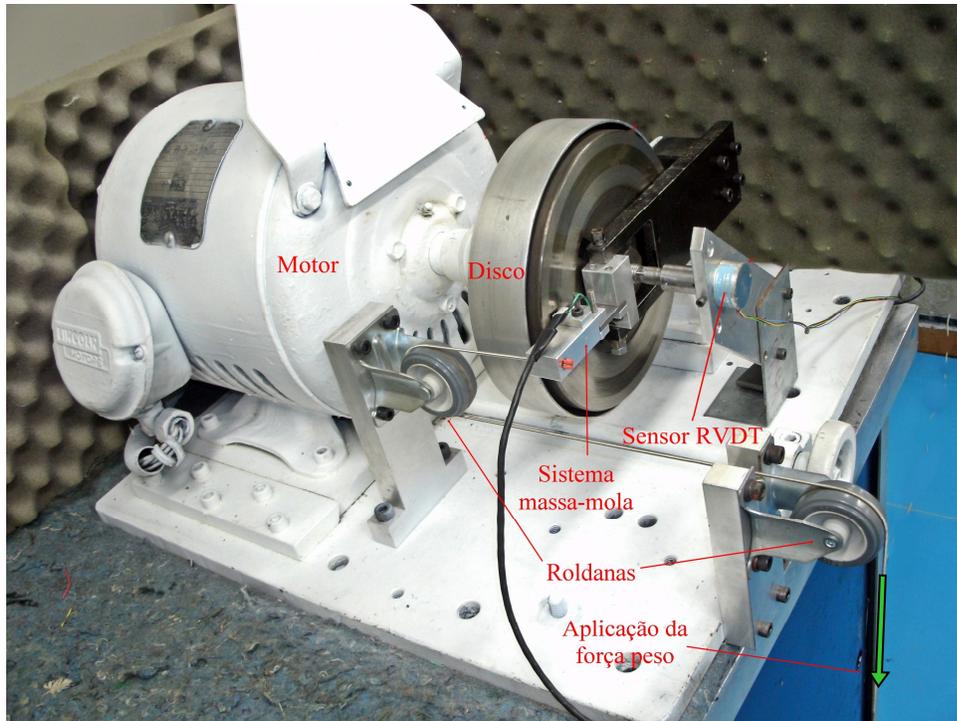


Figura 4.2 – Foto da montagem experimental.

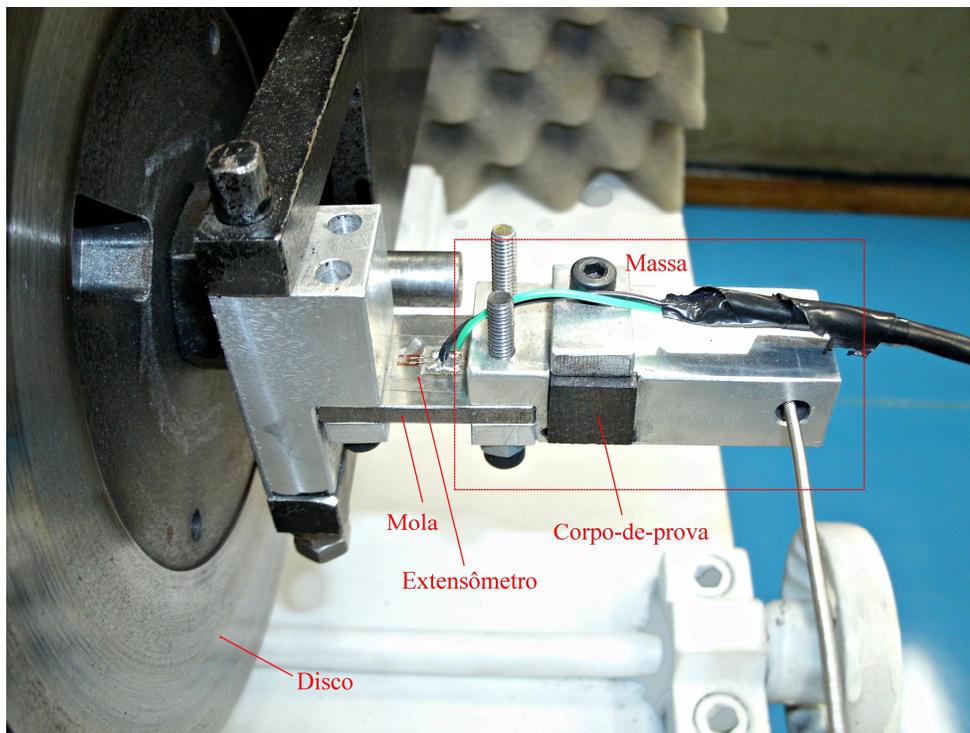


Figura 4.3 – Foto do sistema massa-mola no experimento.

As seguintes adaptações e considerações foram tomadas:

- *Um disco de ferro fundido com a mesma liga de discos de freio foi adotado para exercer a função da esteira.* O ferro fundido é usualmente utilizado em discos e tambores de freios devido à sua alta resistência ao desgaste aliada ao baixo custo. Substituir o deslocamento longitudinal da esteira pelo deslocamento angular do disco resulta em um projeto mais simples e evita variações no coeficiente de atrito devido a possíveis emendas da esteira;
- *A mola longitudinal foi substituída por uma mola torcional.* O ponto de engaste da mola foi projetado para que o deslocamento da partícula acompanhe, aproximadamente, o deslocamento do disco;
- *O material de atrito foi obtido por corpos-de-prova quadrados de uma pastilha e lona de freio.* Estudos feitos por Sanders *et al.* (2001) certificam bons resultados para ensaios com atrito realizados em escala reduzida;
- *A força N_0 foi aplicada com massas conhecidas.* A utilização de forças peso alia bom controle da força ao baixo custo do projeto;
- *O amortecimento do conjunto foi desprezado.*

Na Figura 4.2 pode-se ver o motor, o disco, o sistema massa-mola e o mecanismo de aplicação da força normal, formado por um cabo de aço e duas roldanas. A Figura 4.3 destaca o conjunto massa-mola, composto, basicamente, pelo corpo-de-prova, pela chapa que atua como mola e pelo suporte do corpo-de-prova.

Conforme a Equação (3.11), a amplitude A do *stick-slip* é inversamente proporcional à rigidez k do sistema, por esse motivo duas molas com diferentes materiais e espessuras foram usinadas, sendo uma menos rígida (feita de aço 1010 com 2 mm de espessura) e outra mais rígida (aço 1010 com 4 mm de espessura). A Figura 4.4 apresenta as molas fabricadas.

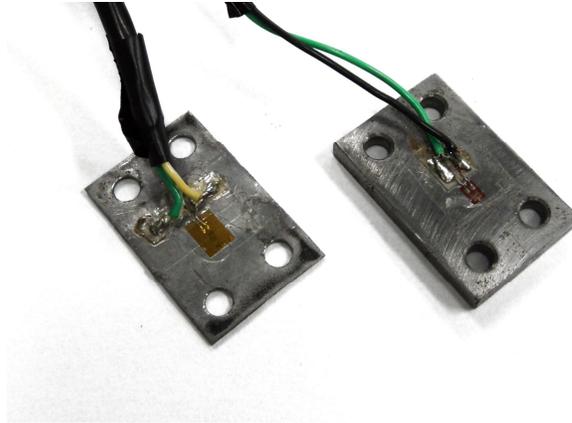


Figura 4.4 – Molas utilizadas na montagem experimental.

A mola menos rígida foi utilizada com o propósito de visualizar o *stick-slip*, enquanto a mola mais rígida foi empregada para levantar a característica do atrito. Uma rigidez alta é necessária na caracterização do atrito para buscar eliminar os efeitos dinâmicos do sistema. A Figura 4.5 mostra o sistema montado com cada mola.

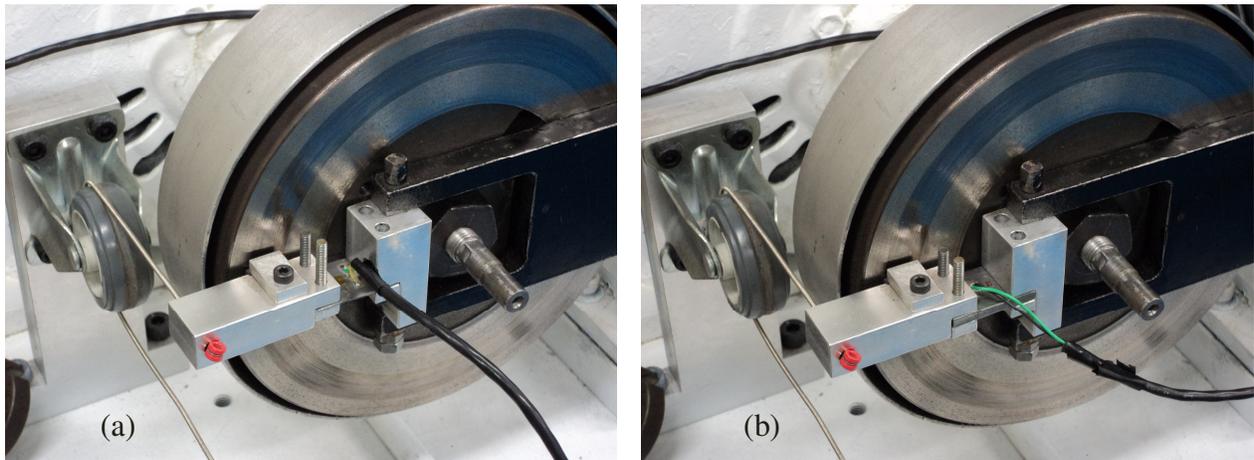


Figura 4.5 – Sistema montado com mola de 2 mm (a) e mola de 4 mm (b).

A quantificação da rigidez de cada mola foi feita através da medição da frequência natural ω do sistema. O método de impacto foi utilizado para excitar a frequência natural, em que um martelo apropriado gera um impulso no sistema e esse responde em suas frequências naturais. A excitação impulsiva é capaz de excitar uma ampla faixa de frequências, pois o espectro de um impulso unitário é uma constante unitária no domínio da frequência (RAO, 2008).

Tendo a frequência natural e a massa do sistema, é possível determinar sua rigidez através da Equação (3.9). O espectro obtido do sistema com mola de 2 mm pode ser observado na Figura 4.6, que indica uma frequência natural de 107,5 Hz e, conseqüentemente, uma rigidez de 25186 N/m. Utilizando-se do mesmo método, o sistema para a caracterização de atrito, com mola de aço, apresentou uma frequência de 300,5 Hz e rigidez de 196070 N/m.

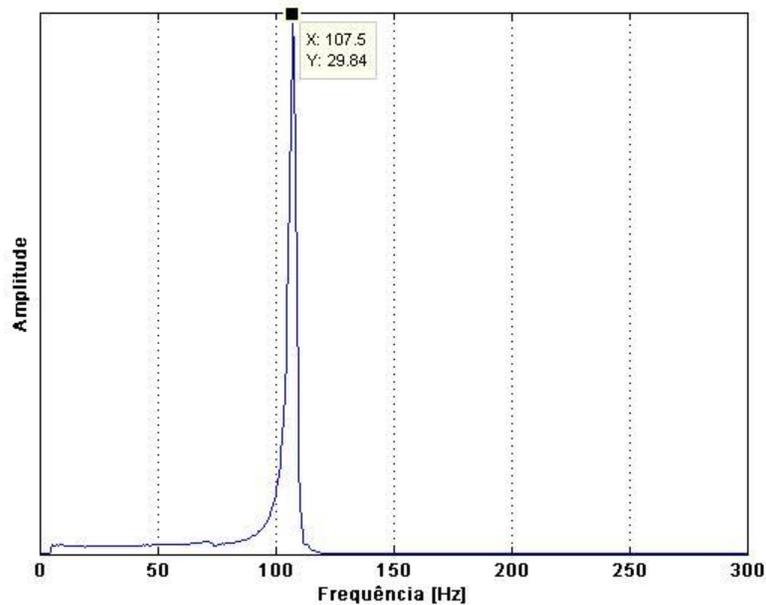


Figura 4.6 - Espectro do sistema com mola de 2 mm excitado por impulso.

Para a aquisição da posição x da massa, um extensômetro foi colado em cada mola, como pode ser visto também na Figura 4.4, fornecendo a deflexão sofrida pela chapa. O processamento do sinal do extensômetro será visto na próxima seção, e os fundamentos de extensometria podem ser vistos no trabalho de Andolfato (2004).

O sensor de RVDT (*rotary variable differential transformer*), mostrado na Figura 4.2, é um transdutor eletromecânico que fornece uma tensão linearmente proporcional ao deslocamento angular de seu eixo. Através dele pôde-se extrair a velocidade V pela derivação do seu sinal no tempo. Esse processo também será detalhado na próxima seção.

Nesse trabalho, caracterizar o material de atrito significa conhecer o coeficiente de atrito estático μ_s e o coeficiente de atrito cinético médio μ_k para as condições ambientes de temperatura,

umidade e pressão. Embora a mola de aço tenha sido feita com o propósito de apresentar uma alta rigidez, o experimento não possibilitou caracterizar a transição entre os coeficientes de atrito devido à interação dinâmica do sistema no processo de medição. Uma mola ainda mais rígida foi testada com esse propósito, mas teve que ser descartada devido à incerteza no levantamento da frequência natural da mesma. Tal incerteza se deu pelo fato de aparecerem vários picos com amplitudes aproximadas no espectro, indicando que outros componentes da montagem estariam vibrando com amplitude próxima à da massa.

Como não foi possível a caracterização da transição entre μ_s e μ_k , o modelo a ser validado pelo experimento é o que sugere μ_k invariante, regido pelas Equações (3.5) a (3.13) na fase *slip* e Equação (3.14) na fase *stick*, ou seja, diferencia-se somente entre os valores estáticos e dinâmicos, mas não tem a dependência com a velocidade relativa.

Pelo fato de o corpo-de-prova ser pequeno ($\frac{1}{2}$ " x $\frac{1}{2}$ "'), os efeitos gerados pelo deslocamento angular do disco foram desprezados, assim como o possível deslizamento da massa fora da circunferência do disco gerado pela flexão da mola. Duas roldanas (vide Figura 4.2) permitiram que a direção da força peso N fosse convertida na mesma direção da força normal N_0 . O módulo de N_0 foi obtido através da geometria de alavanca mostrada na Figura 4.7, pois a aplicação da força peso N não está no mesmo ponto do atrito. A conversão de N em N_0 é encontrada igualando o somatório de momentos no eixo 'z' a zero:

$$N_0 = \frac{Nd}{c} \quad (4.1)$$

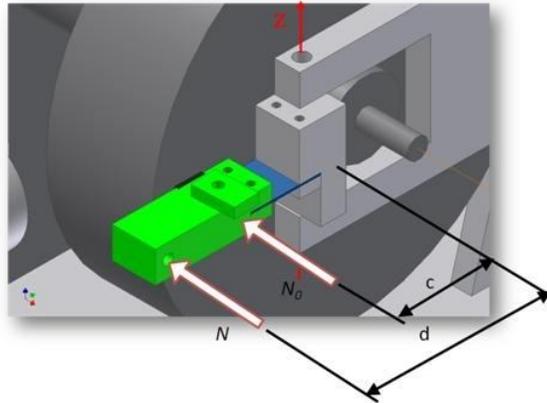


Figura 4.7 – Geometria para obtenção de N_0 .

Conhecidos os componentes mecânicos do equipamento, a próxima seção tratará dos itens eletrônicos, aquisição dos dados e processamento dos sinais adquiridos.

4.1.1 Instrumentação

A velocidade do disco foi primeiramente medida processando os dados de um encoder programável que gera até 8192 pulsos por volta (Sick-Stegmann modelo DRS-61). Outra opção utilizada para essa medição foi um sensor de RVDT (Schaevitz da série R30A) que, como dito anteriormente, gera um sinal contínuo proporcional à posição angular do disco, desde que essa posição se encontre dentro da faixa linear do sensor (no caso, 49°). O sinal coletado foi convertido em deslocamento longitudinal na posição do corpo-de-prova e derivado no tempo para que a velocidade fosse encontrada.

O controle de velocidade do disco foi feito com um inversor de frequência vetorial da marca WEG®, modelo CFW08. O inversor de frequência converte a tensão da rede alternada em uma tensão com amplitude e frequência variáveis, fazendo possível o controle da rotação do motor conforme a necessidade do usuário.

Para medir a posição da massa durante a vibração foram utilizadas técnicas de extensometria (ANDOLFATO, 2004). Um *strain-gage* foi colado em cada mola e calibrado da seguinte forma: uma série de pesos foi adicionada no ponto de atrito, que resultou no gráfico da

Figura 4.8, em que cada ‘degrau’ do gráfico corresponde às forças de 10,2 N, 20,0 N, 29,8 N e 39,6 N, respectivamente.

Como a força de rigidez é dada por $F_r = kx$, o deslocamento no ponto de atrito pôde ser calculado e, através de regressão linear, resultou nas equações:

$$x_{2mm} = 1,2 \cdot 10^{-3} y_{2mm} + 5 \cdot 10^{-5} \quad (4.2)$$

$$x_{4mm} = 2 \cdot 10^{-4} y_{4mm} + 1 \cdot 10^{-6} \quad (4.3)$$

onde x e y são o deslocamento [m] da massa e o sinal medido do extensômetro [mV]. Os subscritos $2mm$ e $4mm$ referem-se às molas utilizadas no levantamento.

O valor *chi* quadrado das Equações (4.2) e (4.3) ficou em 99,97 % e 99,98 %, respectivamente.

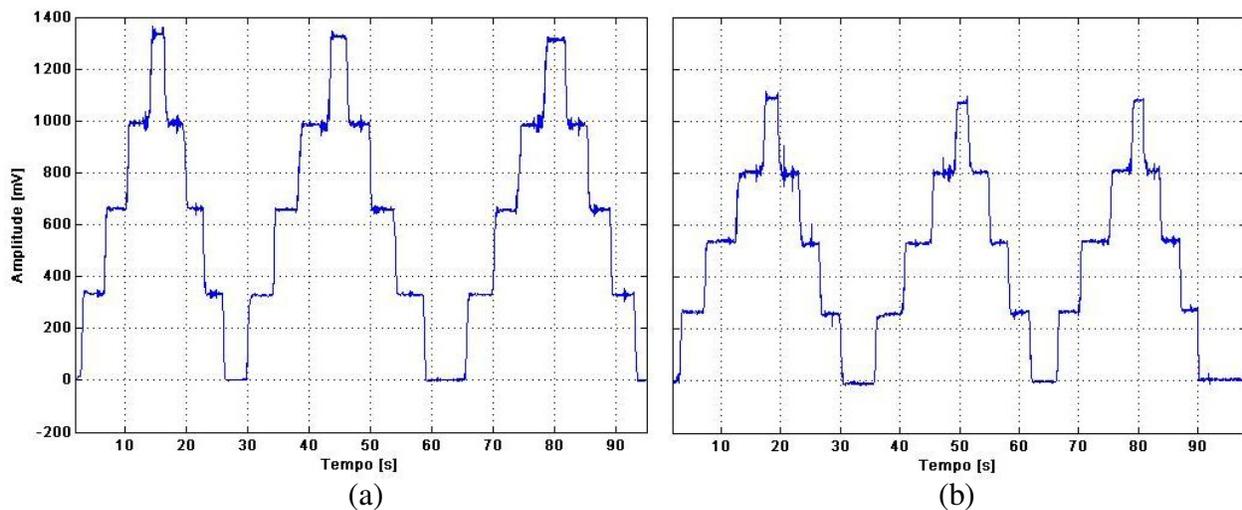


Figura 4.8 - Calibração dos extensômetros: (a) mola de 2 mm, (b) mola de 4 mm.

Os sinais do extensômetro foram condicionados através de uma *bridge box* da KYOWA®, modelo *DB-120*. A *bridge box* é usada para compor a *Ponte de Wheatstone*, permitindo conectar os *strain gage* ao amplificador. Esse modelo de ponte possui três resistores, através dos quais é possível compor a ponte de *Wheatstone*. É aplicável para um (1) *strain gage* (dois e três fios), dois (2) ou quatro (4) *strain gages*. O modelo da ponte deve ser compatível com a resistência dos extensômetros, por exemplo, 120Ω ou 350Ω. (KYOWA, 1987).

O amplificador utilizado tanto para o sinal do extensômetro como para o RVDT foi da marca KYOWA, modelo DPM-6H, que permite coletar seis canais simultâneos. A sensibilidade de saída do amplificador pode ser ajustada em 1V/100 $\mu\epsilon$, 1V/200 $\mu\epsilon$, 1V/500 $\mu\epsilon$, 1V/1000 $\mu\epsilon$ ou 1V/2000 $\mu\epsilon$. Este equipamento apresenta filtro passa baixa com frequências de corte de 10, 30, 100, 300 e 1000 Hz.

O condicionamento do sinal do encoder foi feito com eletrônica desenvolvida pelos técnicos de laboratório do PDM da Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp, em que um *hardware* amplifica e faz o quadramento dos pulsos vindos do encoder.

Com os dados condicionados, uma placa de aquisição foi utilizada para converter o sinal analógico para digital e tornar possível o processamento. A placa de aquisição utilizada foi o modelo NI USB-6251 da National Instruments. Possui 16 entradas analógicas com 16 bits de resolução, além de duas saídas analógicas e duas entradas e saídas digitais. A placa opera com frequência de amostragem máxima de 1,25 MS/s.

Os dados coletados foram processados utilizando programas desenvolvidos no compilador MATLAB®.

4.2 Caracterização do atrito

A execução do experimento consistiu em levantar a característica do atrito e registrar eventos de *stick-slip* no sistema. Para todas as medições, quer seja para caracterização de atrito ou para visualização de *stick-slip*, os seguintes procedimentos foram tomados: o corpo-de-prova foi totalmente assentado na superfície do disco, o disco foi limpo com álcool etílico antes de qualquer medição e as medições foram feitas sempre na temperatura ambiente. O método de assentamento consistiu em manter o corpo-de-prova contra a superfície do disco em movimento com uma força normal de 178 N até que fosse perceptível desgaste em toda a área do material. O sentido de giro utilizado no assentamento sempre foi anti-horário e a velocidade utilizada foi 800 rpm.

Para encontrar μ_s e μ_k , o seguinte procedimento foi feito: o sistema foi montado com a mola mais rígida (196 kN/m) e uma força normal conhecida foi aplicada à massa. O disco partiu do repouso e, girando-se ele com uma alavanca, pequenos deslocamentos foram alcançados, cada um em torno de 0,05 mm, suficiente para a massa deslizar na superfície do disco. Nesse processo, a massa deslocou-se solidária ao disco nos primeiros instantes e também deslizou sobre a superfície do disco, condição suficiente para caracterizar o atrito estático e dinâmico.

Como a rigidez da mola é conhecida, foi possível encontrar a força de atrito que cause a deformação x coletada pelo extensômetro. O coeficiente de atrito μ apresentado na caracterização foi, então, obtido pela divisão entre a força de atrito gerada e a força normal aplicada, conforme a Equação (3.3). Essa caracterização foi feita com uma força normal de 146,7 N (chamada de N_{01}) e 178,4 N (chamada de N_{02}). Ela utilizou-se dos dois corpos de prova (pastilha e lona) e dos dois sentidos de deslocamento (positivo = anti-horário e negativo = horário).

Como já observado por Coulomb e desenvolvido posteriormente, o valor de μ_s depende do tempo em que as superfícies estiveram em contato estacionário, em que, quanto maior o tempo de velocidade relativa nula, maior o valor de μ_s . A Equação (2.1) mostra uma relação logarítmica entre a força de atrito estático e o tempo de contato estacionário t_e . Baseado nessa constatação, as medições de atrito foram feitas com t_{es} distintos para levantar sua influência no comportamento de μ_s .

A Figura 4.9 apresenta um exemplo da caracterização do atrito. Os picos circulos em laranja são os deslocamentos x onde a força de rigidez superou a força de atrito estático máximo permitindo o deslizamento da massa no disco. Tendo esses deslocamentos, o coeficiente μ_s foi encontrado através de:

$$kx = \mu_s N_0 \quad (4.4)$$

O coeficiente de atrito estático obtido de cada medição foi relacionado com o tempo em que a massa ficou em contato com o disco antes da transição entre os coeficientes estático e dinâmico, para posterior análise. Ainda na Figura 4.9, pode-se ver a influência do tempo de contato estacionário t_e no deslocamento x . A velocidade do disco é a mesma da massa durante os períodos de tempo marcados por t_e , indicando que eles estão se deslocando juntos. Os tempos t_{e1}

e t_{e3} são aproximadamente os mesmos, implicando em deslocamentos aproximados. O mesmo ocorre com t_{e2} e t_{e4} , que possuem um tempo maior e, conseqüentemente, geram valores mais altos de deslocamento.

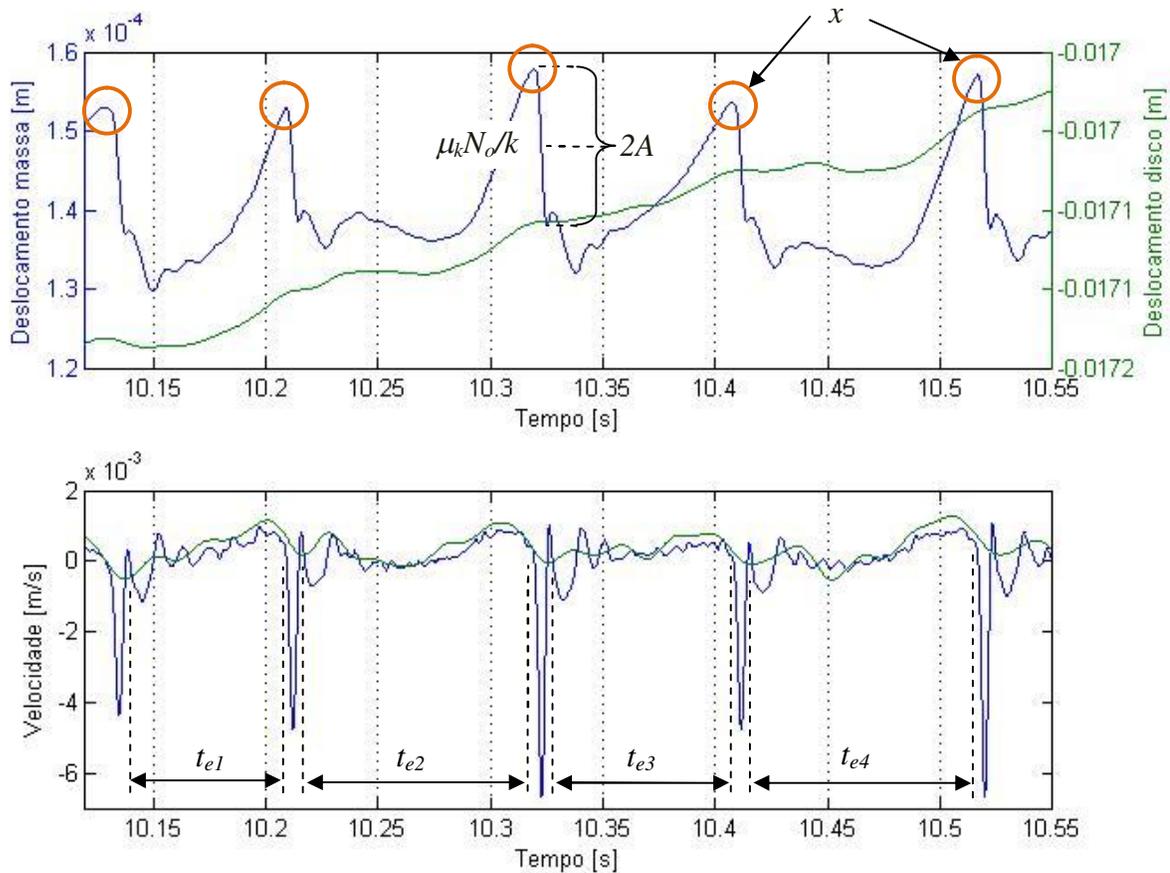


Figura 4.9 – Exemplo da caracterização do atrito.

Em uma vibração por *stick-slip* espera-se encontrar um baixo coeficiente de atrito estático devido ao pequeno período de tempo em que a massa fica em contato com a esteira (fase *stick*). A caracterização de μ_s com um tempo de contato estacionário tão baixo mostrou-se impossível de ser obtida diretamente pelo experimento, em que se optaram por encontrar os coeficientes de atrito com um tempo de contato estacionário tão pequeno quanto possível e chegar a uma regressão logarítmica que defina μ_s no tempo decorrido pela fase *stick* da vibração.

Diversas medições de x para obtenção de μ_s de cada uma das condições foram feitas, sintetizadas nos gráficos a partir da Figura 4.10, que mostra o coeficiente de atrito estático no eixo ‘y’ e, no eixo ‘x’, o tempo de contato estacionário aguardado antes da medição. Cada coleta é mostrada por um losango e as tendências são regressões logarítmicas que obedecem à equação:

$$\mu_s = B \ln(t_e) + A \quad (4.5)$$

Para simplificação de notação, as variáveis B e A para cada caso são mostradas na As linhas nomeadas por ‘Lona’ e ‘Pastilha’ referem-se aos corpos-de-prova, ‘ N_{01} ’ e ‘ N_{02} ’ dizem a força normal e ‘+’ e ‘-’ indicam o sentido de deslocamento.

Tabela 4.1, onde χ^2 é o valor de dispersão *chi* quadrado. As linhas nomeadas por ‘Lona’ e ‘Pastilha’ referem-se aos corpos-de-prova, ‘ N_{01} ’ e ‘ N_{02} ’ dizem a força normal e ‘+’ e ‘-’ indicam o sentido de deslocamento.

Tabela 4.1 – Parâmetros para obtenção de μ_s .

			B	A	χ^2	Equação
Pastilha	N_{01}	+	0,0115	0,228	0,6127	(4.6)
		-	0,0134	0,2717	0,2458	(4.7)
	N_{02}	+	0,0057	0,2242	0,1319	(4.8)
		-	0,0114	0,2692	0,5109	(4.9)
Lona	N_{01}	+	0,0206	0,2743	0,8704	(4.10)
		-	0,0182	0,3057	0,2352	(4.11)
	N_{02}	+	0,0254	0,3027	0,9317	(4.12)
		-	0,0143	0,2873	0,4804	(4.13)

Os pares de equações (4.6) e (4.8), (4.7) e (4.9), (4.10) e (4.12), (4.11) e (4.13) referenciam-se ao mesmo material de atrito e sentido de deslocamento, tendo como alteração somente a força normal. Como o coeficiente de atrito é tido como independente da força normal – enfatizado pela semelhança do comportamento entre os pares de figuras (Figura 4.10 e Figura 4.11), (Figura 4.12 e Figura 4.13) –, a equação com menor erro quadrático de cada caso foi escolhida para a validação. Foram utilizadas, então, as equações (4.6), (4.9), (4.12) e (4.13).

É importante notar a dissimilaridade do comportamento do coeficiente de atrito quando sujeito aos dois sentidos de deslocamento, sendo que o sentido negativo sempre apresentou

maiores valores de μ_s . Essa diferença pode ser explicada pelo procedimento de assentamento do corpo de prova, que ‘direcionou’ as fibras do material de atrito em um mesmo sentido, criando cunhas microscópicas que interferem sensivelmente no desempenho. Outra conclusão que pode ser tirada dos gráficos abaixo é que a pastilha apresentou comportamento ‘mais linear’ do que a lona.

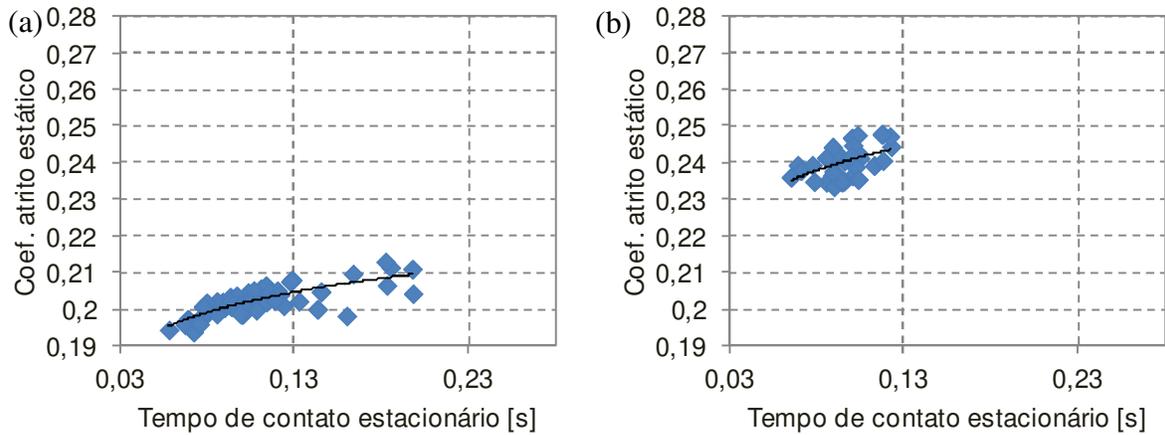


Figura 4.10 – Dispersão e tendência de μ_s de pastilha com N_{01} e sentido positivo (a) e negativo (b).

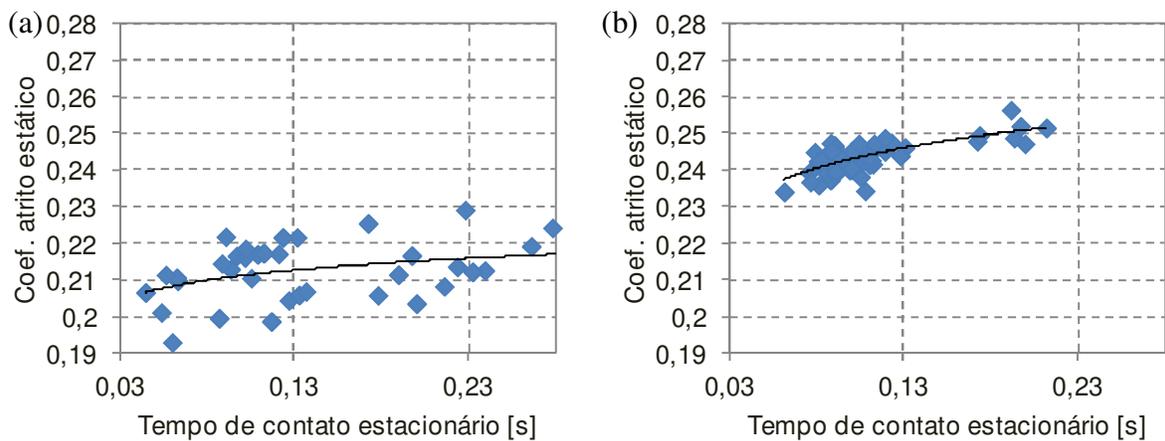


Figura 4.11 – Dispersão e tendência de μ_s de pastilha com N_{02} e sentido positivo (a) e negativo (b).

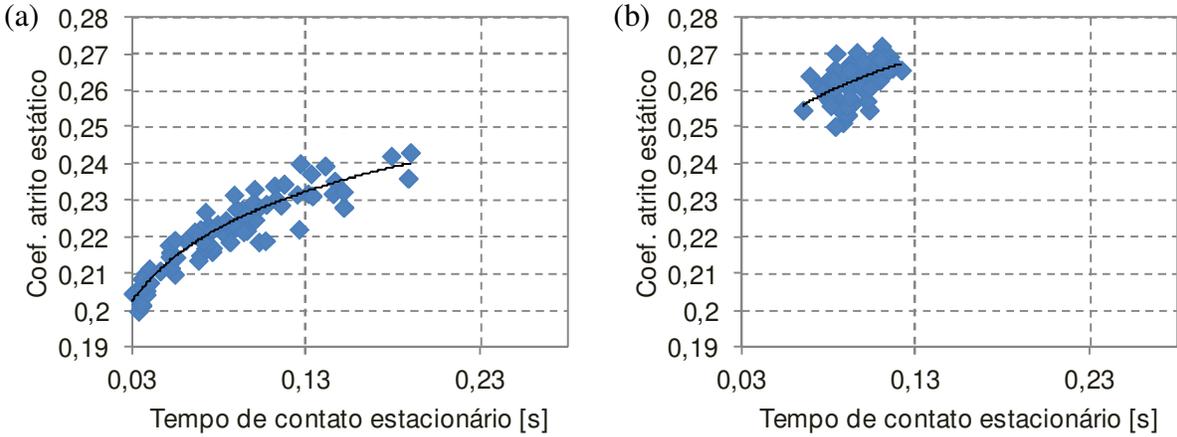


Figura 4.12 – Dispersão e tendência de μ_s de lona com N_{01} e sentido positivo (a) e negativo (b).

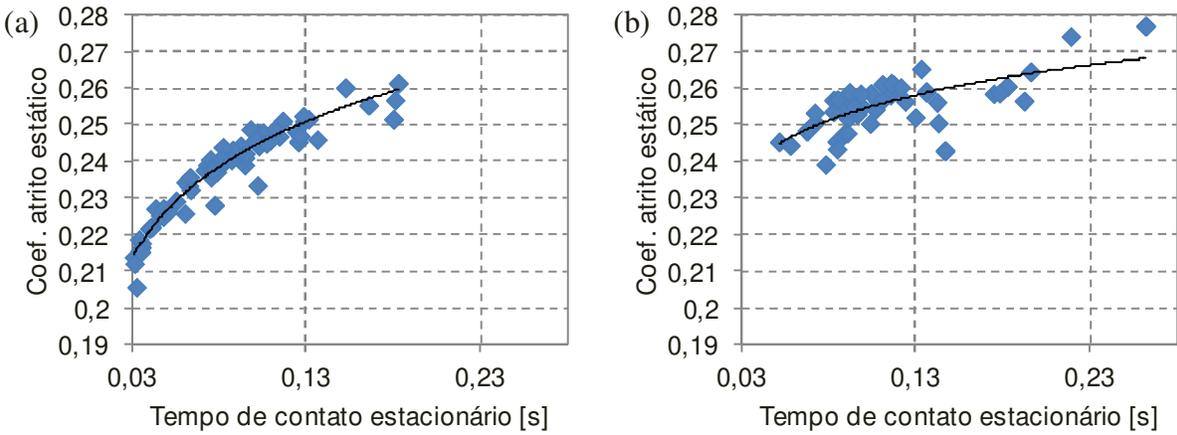


Figura 4.13– Dispersão e tendência de μ_s de lona com N_{02} e sentido positivo (a) e negativo (b).

A caracterização do coeficiente de atrito dinâmico μ_k (no experimento, considerado invariante em relação à velocidade relativa e quaisquer outros fatores) foi obtida pela deflexão estática no período de deslizamento da massa (vide Equação (3.5) e Equação (3.6)). Diversos eventos de deslizamento da massa no disco foram coletados para cada condição de força normal e sentido de deslocamento, cujo valor médio de cada caso foi adotado para a caracterização.

O conjunto de figuras apresentado a partir da Figura 4.14 apresenta os dados coletados para a caracterização de μ_k . As linhas em vermelho representam a média das medições $\pm 3\sigma$, abrangendo 99,7% dos casos. A linha em verde apresenta a média das medições, valor que foi utilizado para a caracterização.

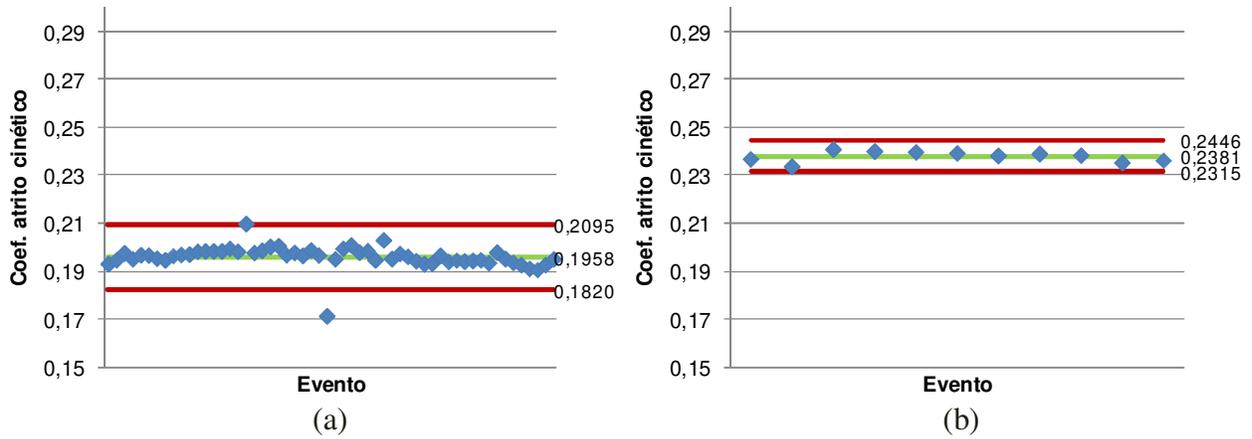


Figura 4.14 – Eventos de μ_k para pastilha com N_{01} e sentido positivo (a) e negativo (b).

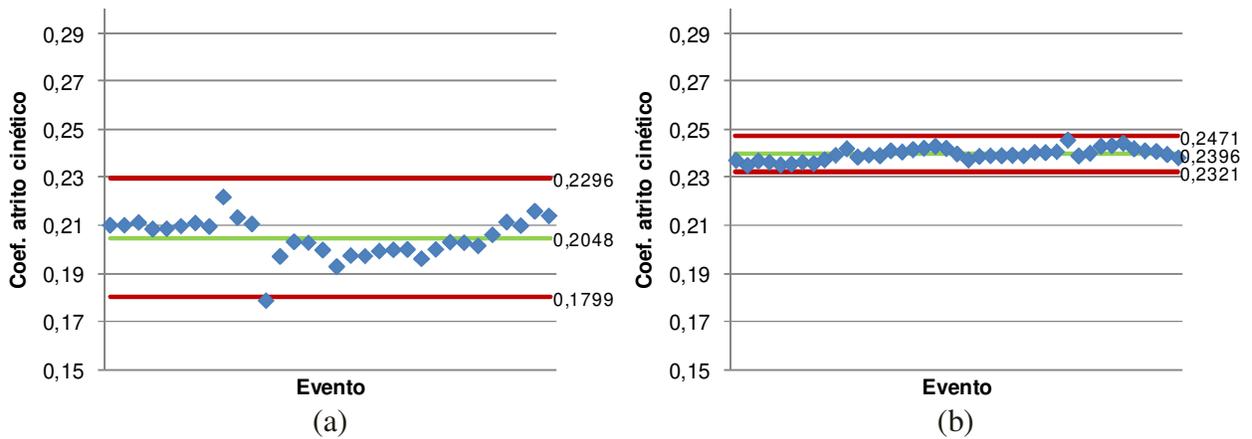


Figura 4.15 – Eventos de μ_k para pastilha com N_{02} e sentido positivo (a) e negativo (b).

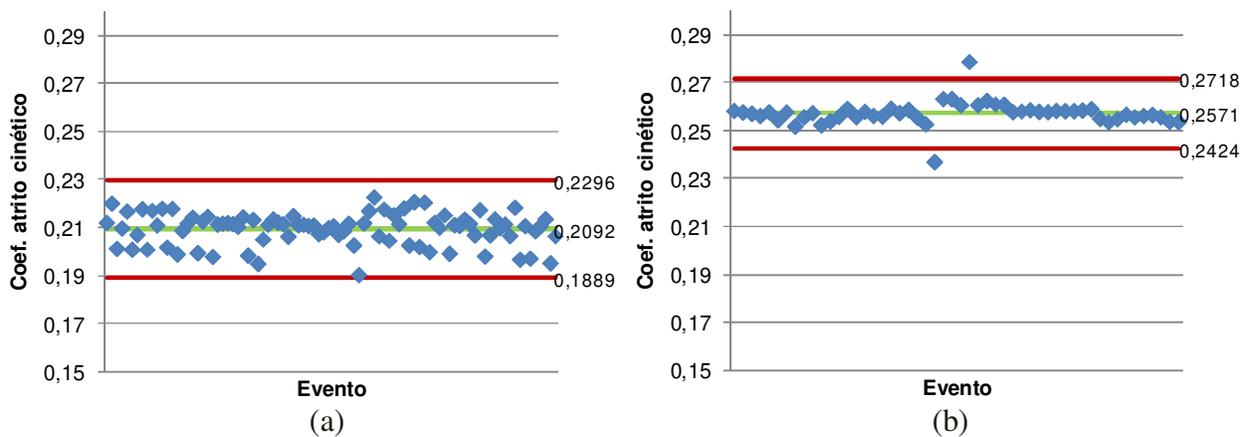


Figura 4.16 – Eventos de μ_k para lona com N_{01} e sentido positivo (a) e negativo (b).

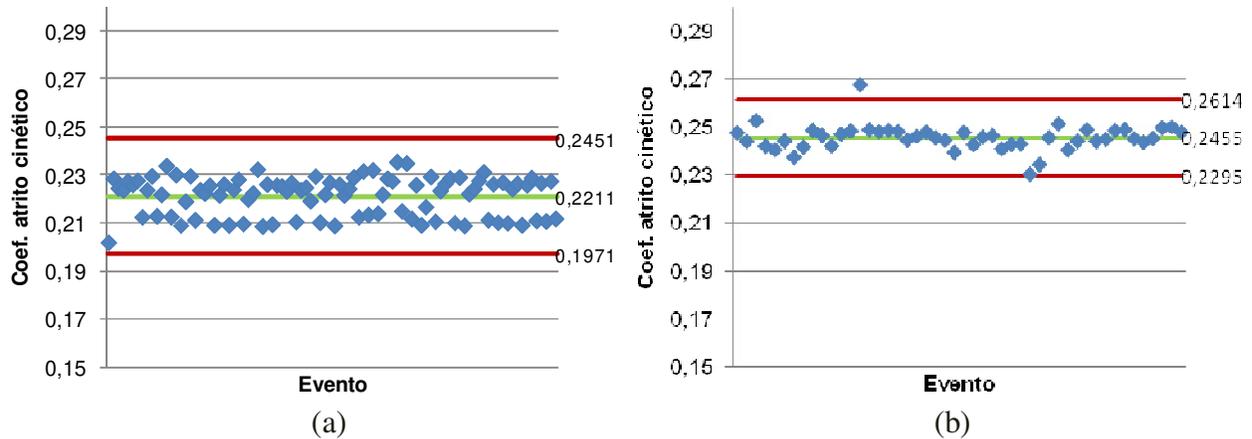


Figura 4.17 – Eventos de μ_k para lona com N_{02} e sentido positivo (a) e negativo (b).

Os valores médios e as variações com três vezes o desvio padrão σ são apresentados na Tabela 4.2, que mostra o comportamento de μ_k para cada condição.

Tabela 4.2 – Caracterização de μ_k .

		Pastilha			Lona		
		-3 σ	Média	+3 σ	-3 σ	Média	+3 σ
N_{01}	+	0,1820	0,1958	0,2095	0,1889	0,2092	0,2296
	-	0,2315	0,2381	0,2446	0,2424	0,2571	0,2718
N_{02}	+	0,1799	0,2048	0,2296	0,1971	0,2211	0,2451
	-	0,2321	0,2396	0,2471	0,2295	0,2455	0,2614

Conhecendo o comportamento de atrito, buscaram-se eventos experimentais de *stick-slip* para a caracterização do fenômeno estudado. Para todas as combinações de corpo-de-prova (pastilha e lona), força normal (N_{01} e N_{02}) e sentido de deslocamento (positivo e negativo) um evento de *stick-slip* foi registrado e analisado.

4.3 Stick-slip

Um exemplo da aquisição dos dados de um evento de *stick-slip* é mostrado na Figura 4.18. Pode-se ver a linha do deslocamento do disco (coletado pelo RVDT) incrementando em velocidade aproximadamente constante, enquanto o deslocamento da massa (vindo do

extensômetro) apresenta dois comportamentos: nos primeiros instantes a massa desloca-se solidária ao disco, movida pelo atrito estático até o tempo de 0,5 segundos, quando passa a apresentar um comportamento vibratório que se sustenta mesmo com a velocidade constante do disco.

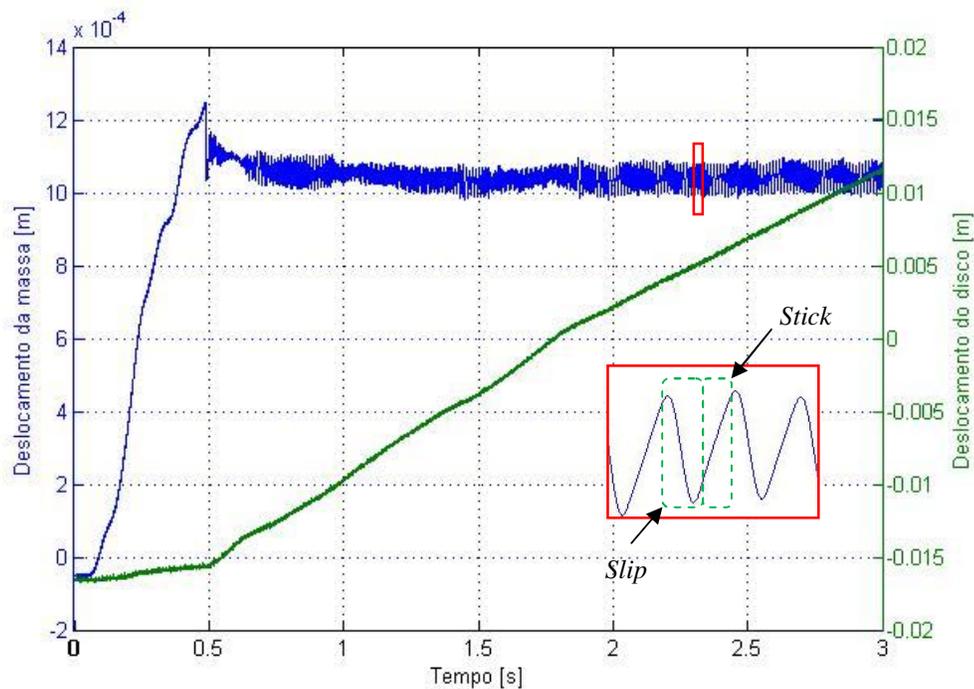


Figura 4.18 – Exemplo de aquisição de dados do *stick-slip*.

O fato de a massa alcançar um deslocamento maior na primeira transição entre os atritos (ocorrida no tempo $t = 0,5$ segundo) é explicado pela dependência de μ_s no tempo de contato estacionário, como levantado na seção anterior desse trabalho. Nesse caso, a massa está solidária ao disco há pelo menos 0,5 segundo antes da primeira transição entre os atritos, tempo muito maior do que a fase *stick* do comportamento vibratório.

O processamento dos sinais coletados para cada situação é mostrado nos três gráficos superiores (a) de cada figura a partir da Figura 4.19, em que a linha em azul representa o deslocamento e a velocidade da massa (vindos do extensômetro) e a linha em verde, a velocidade do disco, encontrada pela derivação dos dados do RVDT no tempo. A fase *stick* é distinguível nas regiões do gráfico onde a massa encontra a velocidade do disco. A fase *slip* também é

reconhecida por seu comportamento muito semelhante a uma senóide. Esses fatos validam a teoria do *stick-slip*, que propõe duas fases distintas no movimento, sendo que a fase *stick* tem a mesma velocidade da superfície e a fase *slip* aproxima-se de um comportamento harmônico. Os três gráficos inferiores (b) de cada figura representam a simulação utilizando a velocidade do disco e os coeficientes de atrito estático e dinâmico ajustados para o experimento.

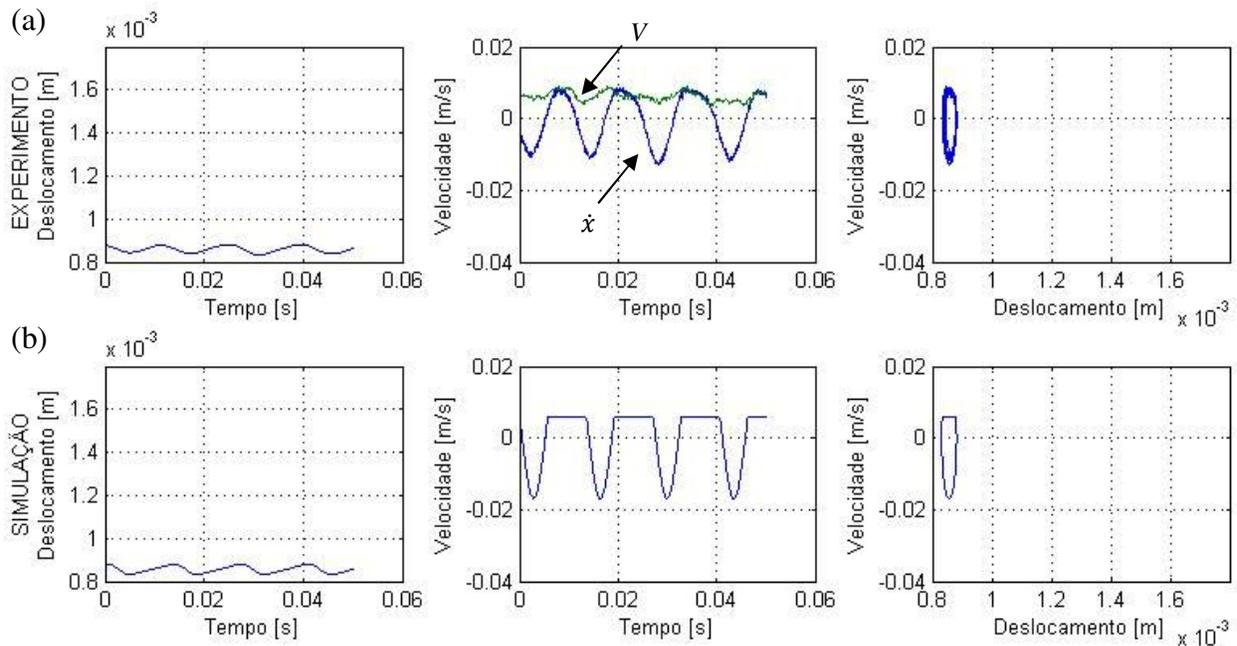


Figura 4.19 – *Stick-slip* de pastilha com N_{01} e sentido positivo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,151$, $\mu_k = 0,147$ e $V = 0,006$ m/s.

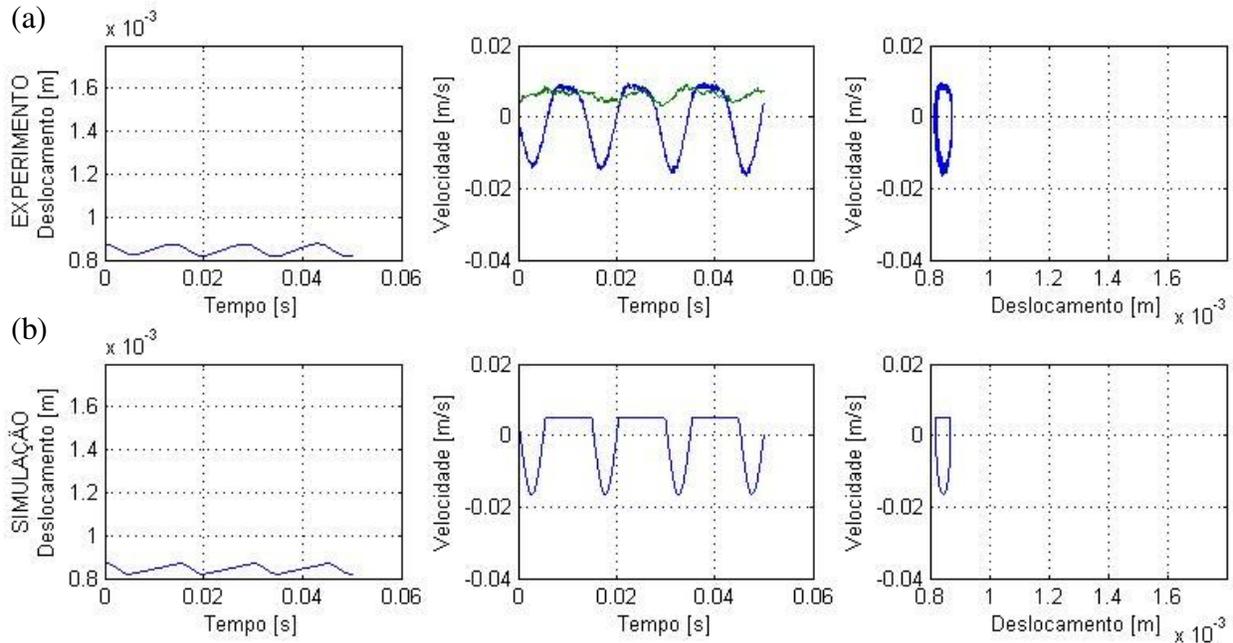


Figura 4.20 - Stick-slip de pastilha com N_{01} e sentido negativo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,149$, $\mu_k = 0,145$ e $V = 0,005$ m/s.

O ajuste dos gráficos simulados seguiu o roteiro: primeiramente, a velocidade V da simulação foi adotada sendo igual à velocidade média encontrada pela derivação dos dados do RVDT no tempo analisado. Depois, foi adotado um μ_s que gerasse a posição x_o compatível com o experimento. Por último, sabendo-se que a amplitude do deslocamento do *stick-slip* é proporcional à diferença entre μ_s e μ_k , foi determinado um μ_k que permitiu uma amplitude de deslocamento similar aos dados experimentais.

Pelo roteiro descrito, nota-se que o ajuste foi feito pela amplitude do deslocamento, e não pela frequência. É bem sabido que a bancada experimental possui um amortecimento desprezado pela análise que pode reduzir sensivelmente a amplitude de um sistema vibratório. Porém, segundo o estudo feito na seção 3.4, o amortecimento do conjunto se encontra abaixo do limite que causaria a estabilidade assintótica da vibração, pois o sistema apresentou o fenômeno *stick-slip* estável no ciclo-limite.

Foi visto que, estando o amortecimento abaixo do limite, sua influência no deslocamento do *stick-slip* é pequena. Por esse motivo, o ajuste feito através da amplitude foi bem sucedido, de forma que a frequência da vibração também ficou ajustada por esse método.

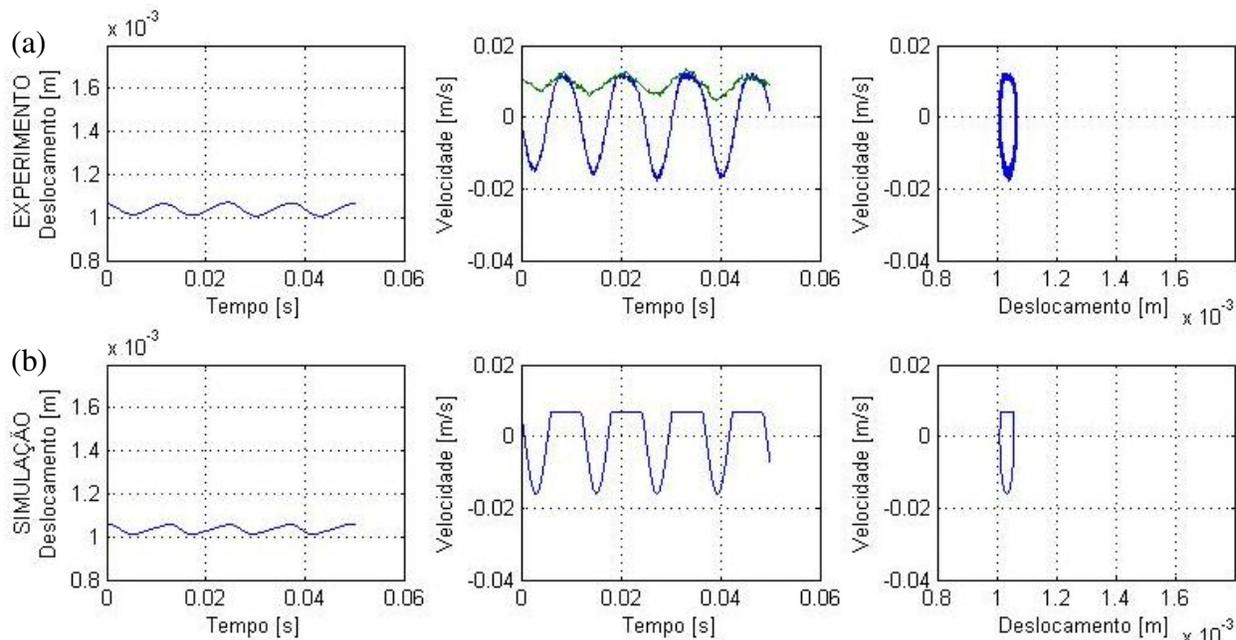


Figura 4.21 – *Stick-slip* de pastilha com N_{02} e sentido positivo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,149$, $\mu_k = 0,146$ e $V = 0,007$ m/s.

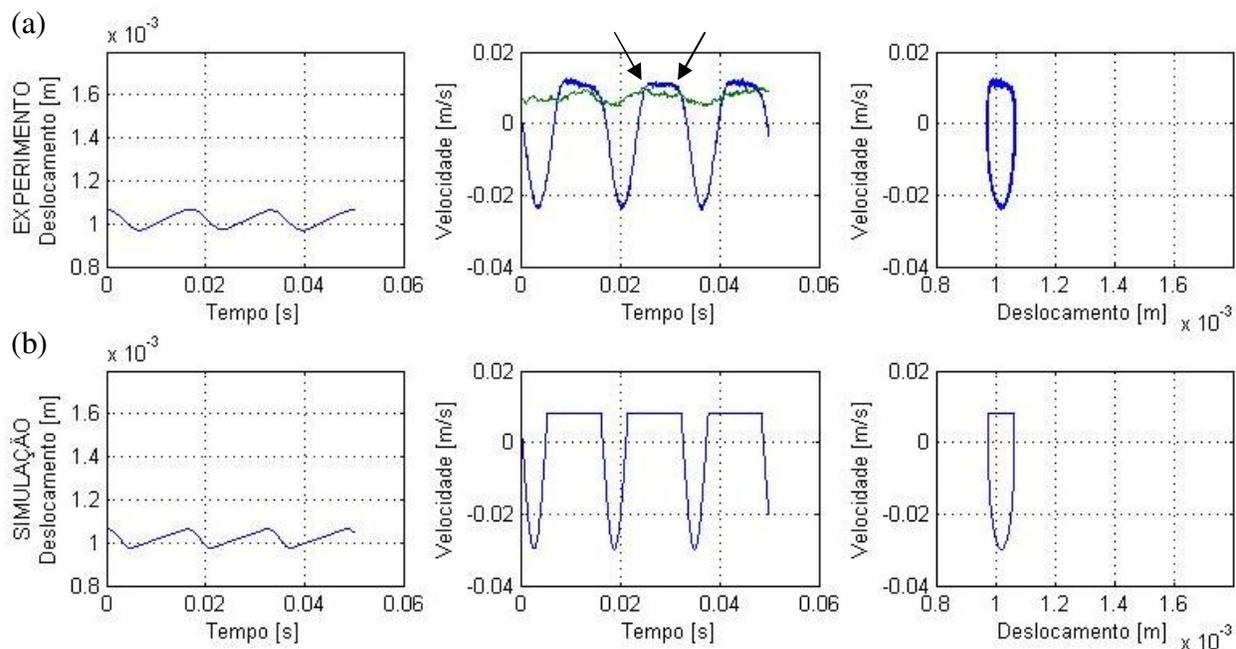


Figura 4.22 – *Stick-slip* de pastilha com N_{02} e sentido negativo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,150$, $\mu_k = 0,144$ e $V = 0,008$ m/s.

A comparação dos resultados experimentais com os simulados mostra que o material do corpo-de-prova utilizado possui uma transição entre μ_s e μ_k que se assemelha com o modelo de atrito cinético constante. Isso pode ser observado nas regiões de transição entre as fases *stick* e *slip*, como mostradas pelas setas na Figura 4.22. Uma transição muito suave entre os atritos implicaria em grande distorção da fase *slip* nessas regiões.

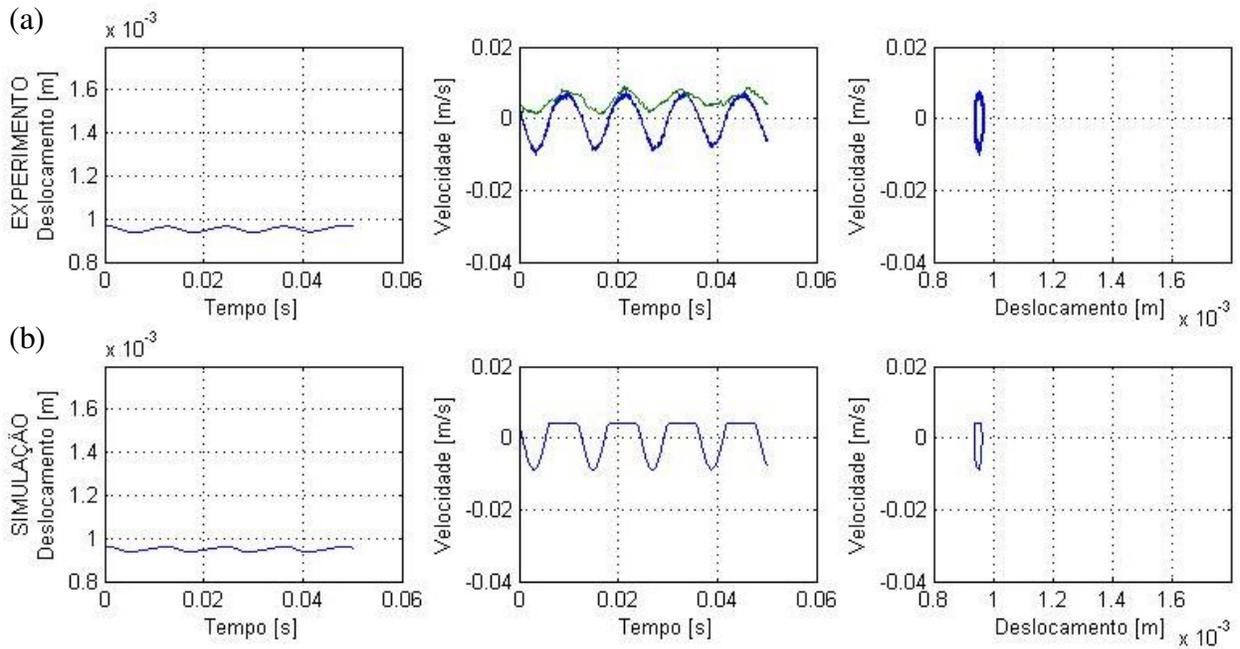


Figura 4.23 – *Stick-slip* de lona com N_{01} e sentido positivo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,165$, $\mu_k = 0,163$ e $V = 0,004$ m/s.

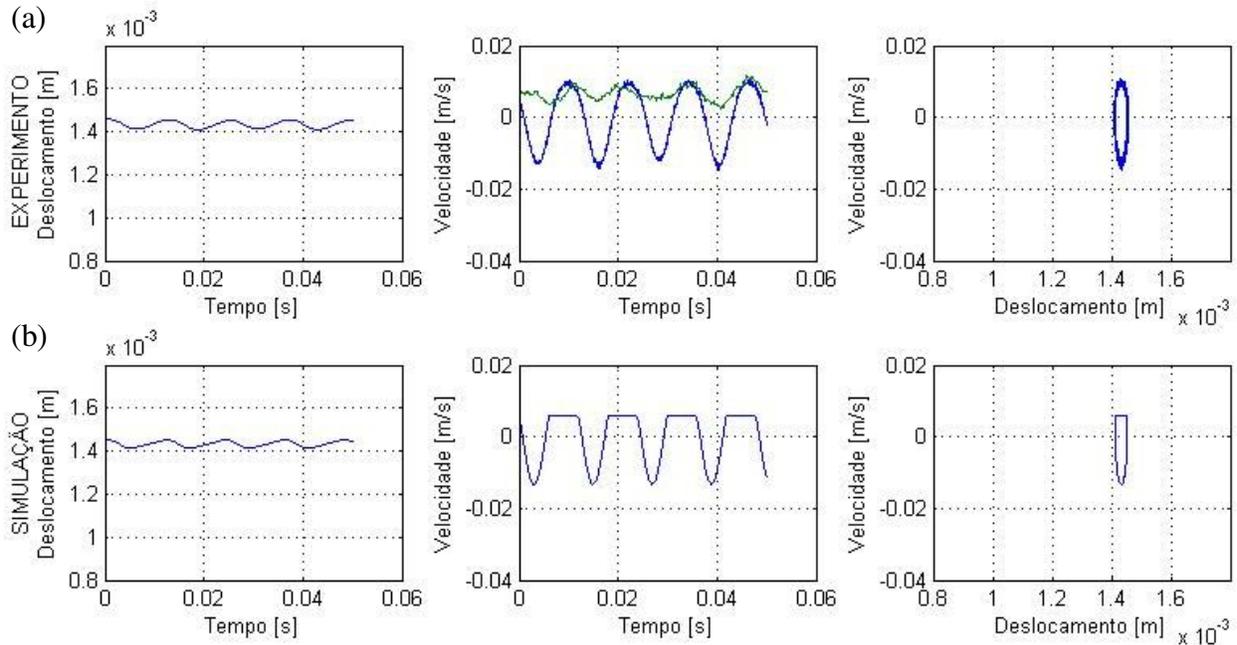


Figura 4.24 – *Stick-slip* de lona com N_{01} e sentido negativo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,249$, $\mu_k = 0,246$ e $V = 0,006$ m/s.

Podem-se observar nos gráficos os pequenos intervalos de tempo que dura a fase *stick* (portanto, o contato estacionário da massa com o disco) em cada caso. O maior valor de tempo encontrado foi 0,01 segundos (Figura 4.22), tornando difícil a estimativa do coeficiente de atrito estático através do equacionamento logarítmico, uma vez que ele foi gerado utilizando tempos a partir de 0,03 segundos, nos melhores casos. Contudo, utilizando essa única ferramenta disponível para a caracterização do atrito, é possível chegar aos valores mostrados na Tabela 4.3. A primeira coluna mostra o tempo t_s decorrido na fase *stick*, obtido pela Equação (3.15); a segunda coluna apresenta a equação utilizada; a terceira, o valor de μ_s encontrado pela equação; a quarta mostra o valor requerido pela simulação e, por último, a diferença obtida.

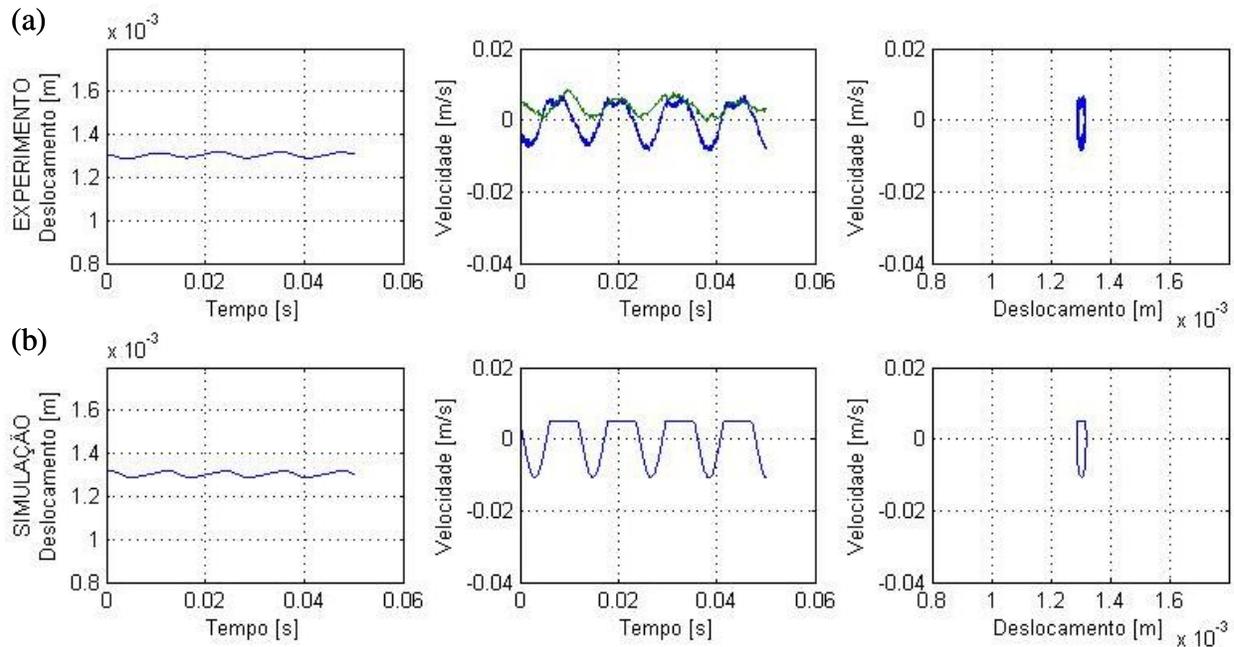


Figura 4.25 – *Stick-slip* de lona com N_{02} e sentido positivo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,186$, $\mu_k = 0,184$ e $V = 0,005$ m/s.

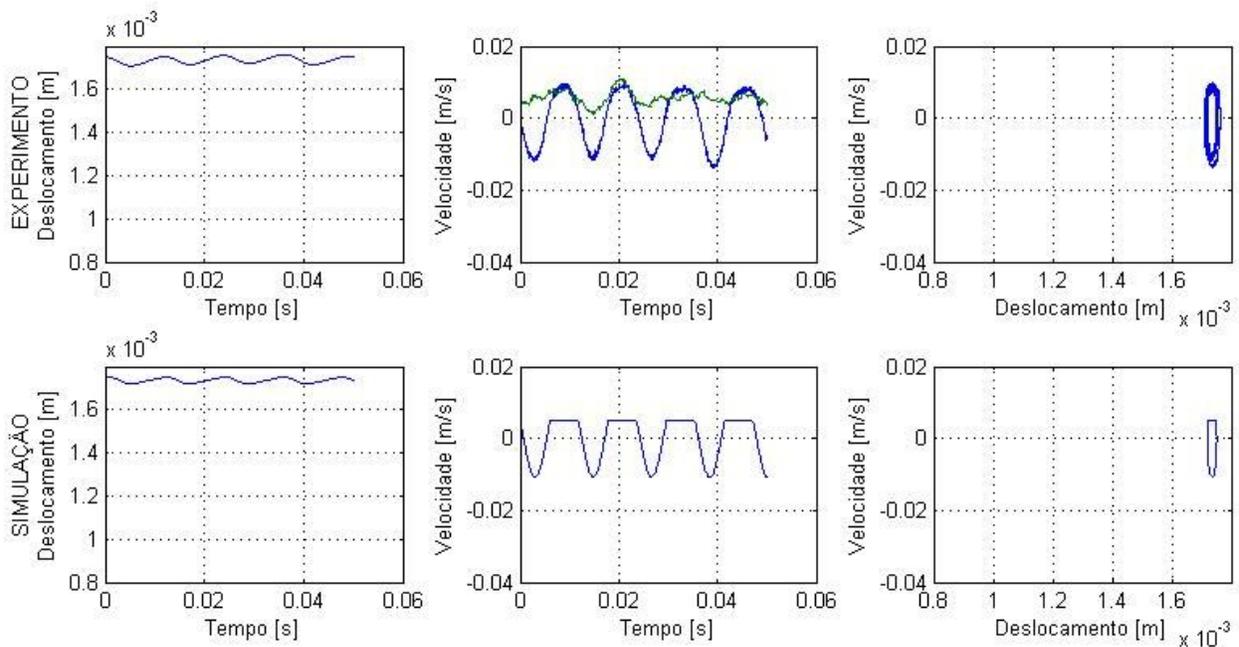


Figura 4.26 – *Stick-slip* de lona com N_{02} e sentido negativo. (a) Experimento. (b) Simulação com $\mu_s = 0,247$, $\mu_k = 0,245$ e $V = 0,005$ m/s.

As inclinações vistas na fase *stick* nos gráficos experimentais de velocidade devem-se à variação da velocidade V , não devendo ser confundidas com um comportamento transitório entre os coeficientes de atrito. Nesses casos, embora a velocidade descrita pela massa não seja constante, ela acompanha a velocidade da esteira, conforme mostra a Figura 4.27, confirmando que a massa está se movendo solidária ao disco.

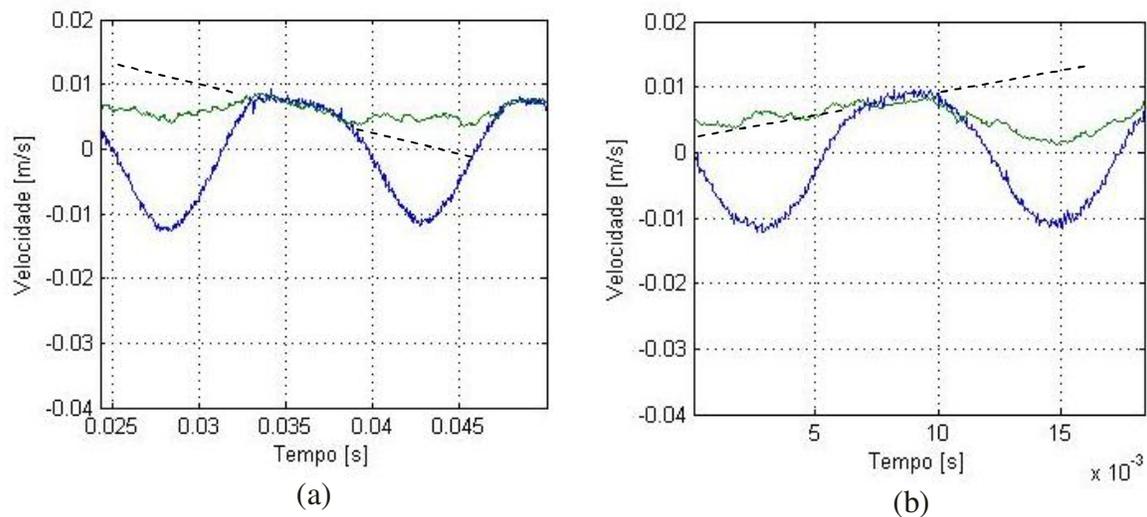


Figura 4.27 – Inclinações da fase *stick* devido à variação de V . Exemplos ampliados das condições vistas nas Figuras Figura 4.19 (a) e Figura 4.26 (b).

A Figura 4.28 apresenta os mesmos resultados na forma gráfica, onde a linha em verde é a extensão da tendência logarítmica encontrada na caracterização do atrito. Os pontos marcados em vermelho correspondem ao experimento que utilizou a força normal de 146,7 N, enquanto os pontos marcados em azul correspondem ao experimento com força de 178,4 N. Em cada um dos casos, os pontos marcados por ‘x’ são os valores de μ_s encontrados na tendência tendo-se o tempo decorrido pela fase *stick* da simulação, enquanto os pontos marcados por ‘o’ correspondem ao valor de μ_s requerido pela simulação.

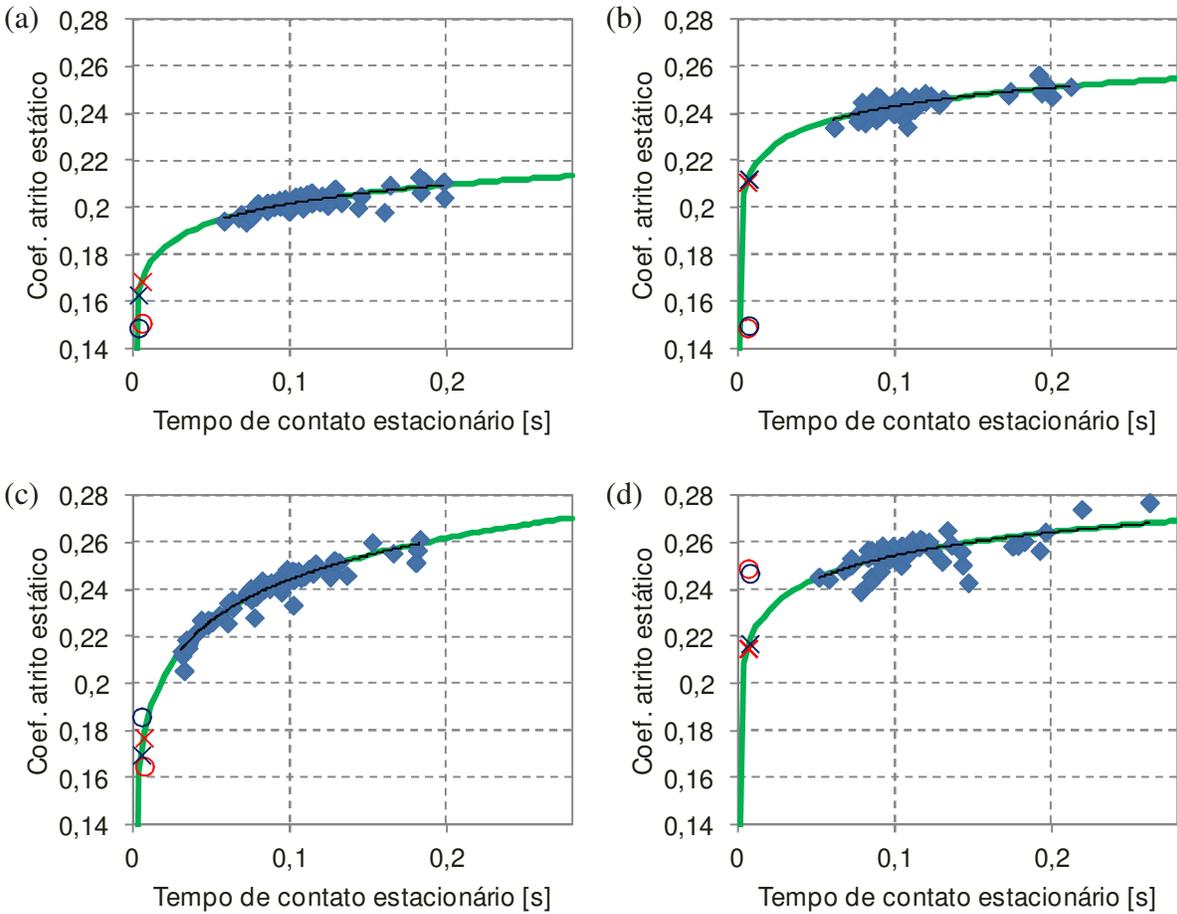


Figura 4.28 – Comparativo entre os valores de μ_s calculados pela caracterização e encontrados no *stick-slip*. (a) Corpo-de-prova de pastilha e sentido positivo, (b) pastilha e sentido negativo, (c) lona e sentido positivo e (d) lona e sentido negativo.

Verifica-se que, em quase todos os casos, o coeficiente de atrito estático das simulações assumiu valores menores do que os valores encontrados pelas equações de caracterização. Isso se deve ao método de ajuste da simulação, que teve como critério aproximar a amplitude do deslocamento sem levar em consideração o ajuste do tempo da fase *stick*. Além disso, não foi possível determinar o comportamento do atrito em velocidades muito próximas de zero, ou seja, nas regiões de transição entre as fases *stick* e *slip*. Isso ocasionou incerteza na determinação do tempo em que a massa ficou efetivamente em contato estacionário com o disco.

Tabela 4.3 – Comparação do atrito estático na caracterização e na simulação numérica.

			t_e [ms]	Equação	μ_s (carac.)	μ_s (sim.)	Diferença [%]
Pastilha	N_{01}	+	7,77	(4.6)	0,172	0,151	12,3
		-	9,32	(4.9)	0,216	0,149	31,0
	N_{02}	+	6,07	(4.6)	0,169	0,149	12,0
		-	10,63	(4.9)	0,217	0,150	31,0
Lona	N_{01}	+	5,83	(4.12)	0,172	0,165	4,1
		-	5,83	(4.13)	0,214	0,249	-16,5
	N_{02}	+	5,67	(4.12)	0,171	0,186	-8,6
		-	5,67	(4.13)	0,213	0,247	-15,8

O coeficiente de atrito cinético necessário para que o experimento fosse validado pelas simulações apresentou uma diferença de até 40%, se comparado à média obtida na caracterização do atrito, como mostra a Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Comparação do atrito cinético pela caracterização e simulação numérica.

			μ_k (carac.)	μ_k (sim.)	Diferença [%]
Pastilha	N_{01}	+	0,196	0,147	25,0
		-	0,238	0,145	39,1
	N_{02}	+	0,205	0,146	28,8
		-	0,240	0,144	40,0
Lona	N_{01}	+	0,209	0,163	22,0
		-	0,257	0,246	4,3
	N_{02}	+	0,221	0,184	16,7
		-	0,246	0,245	0,4

Os valores de μ_k obtidos na simulação fogem, em muitos casos, da faixa de $\pm 3 \sigma$ estipulada na Tabela 4.2. Pode-se concluir que o processo de caracterização do coeficiente de atrito cinético também não é o ideal, embora tenha fornecido valores próximos dos coeficientes cinéticos utilizados na validação do experimento.

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O trabalho teve como foco a compreensão do fenômeno *stick-slip*, possível de acontecer em sistemas de freio. Para tanto, um equacionamento analítico de um grau de liberdade foi proposto e teve sua complexidade gradualmente acrescida, utilizando inicialmente divisão entre as fases *stick* e *slip* e valores invariantes de coeficiente de atrito estático e cinético, passando por transição exponencial em função da velocidade relativa entre as superfícies e chegando a uma única equação, adaptada por Kang *et al.* (2009), que abrange as duas fases, tornando possível o uso de integradores numéricos.

Compreendido o fenômeno, foi proposta a inserção de amortecimento viscoso no sistema e chegou-se à conclusão de que existe um limite desse fator, em que valores abaixo desse limite não estabilizam a vibração de forma assintótica. Esse limite mostrou-se regido por todas as variáveis do sistema, incluindo a transição entre os coeficientes de atrito, em que uma transição mais suave implicou em um menor amortecimento necessário para a estabilidade assintótica.

Uma montagem experimental também foi projetada e executada visando validar o equacionamento proposto. Com ela foi possível caracterizar os coeficientes de atrito de dois materiais utilizados em pastilhas e lona freio em contato com o material utilizado em discos e tambores. Além de levantar os valores a serem usados na validação do *stick-slip*, a caracterização permitiu observar o comportamento logarítmico do coeficiente de atrito estático em função do tempo de contato estacionário, proposta por Persson (2000).

A prática do experimento mostrou comportamentos de atrito diferentes para os dois sentidos de deslocamento do disco. Isso enriqueceu o trabalho, pois se pôde caracterizar o material para o sentido positivo (definido como o anti-horário) e o negativo (horário) e, consequentemente, esperar eventos de *stick-slip* distintos nos dois sentidos.

Os eventos de *stick-slip* mostraram-se bem definidos em todas as condições, e as simulações numéricas adaptaram-se ao experimento de forma satisfatória. Não foi possível validar os modelos com atrito variante, devido à ineficiência da montagem experimental na caracterização da transição do atrito.

Deste modo, um futuro trabalho na caracterização do atrito mostra-se muito importante, pois permitirá a validação dos modelos mais complexos. Outro assunto para aprofundamento é a validação do limite de amortecimento nos sistemas com *stick-slip*. Uma montagem experimental que disponha de um amortecimento controlado pode ser feita para possível comparação com a investigação apresentada.

Modelar o conjunto de freio com mais graus de liberdade considerando uma excitação por *stick-slip* também servirá para ampliar a aplicação prática do presente trabalho.

Referências bibliográficas

- ANDOLFATO, R. P.; CAMACHO, J. S.; BRITO, G. A. **Extensometria Básica**, 2004.
Disponível em: < <http://www.nepae.feis.unesp.br/Apostilas/Extensometria%20basica.pdf>>.
Acesso em: 27 jul. 2011.
- AKAI, A. Acoustics of friction. **Journal of Acoustical Society of America**, v. 111(4), p. 1525-1548. 2002.
- DE BAETS, P.; DEGRIECK, J.; VAN DE VELDE, F.; VAN PETEGHEMC, A. P. Experimental verification of the mechanisms causing stick–slip motion originating from relative deceleration. **Wear**, v. 243, p. 48–59, 2000.
- BALERI, M.; SASSANI, F. Stick-Slip Vibration Between Two Large Concentric Circular Discs in Rotational Contact With Multiple Point Loads, **ASME**, v. 125, p. 786-792, 2003
- CHAN, D.; STACHOWIAK, G. W. Review of automotive brake friction materials, **Proc. Instn Mech. Engrs**, v. 218-D, p. 953-966, 2004.
- CHEN, F.; BROWN, G. M.; MARCHI, M. M.; DALE, M. Recent advances in brake noise and vibration engineering using laser metrology, **Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers**, v. 42-5, p. 1359-1369, 2003.
- CHO, H. J.; CHO, C. D. A study of thermal and mechanical behaviour for the optimal design of automotive disc brakes, **J. Automobile Engineering**, v. 222-D, p. 895-915, 2008.
- DENNY, M. Stick–slip motion: an important example of self-excited oscillation, **Eur. J. Phys.**, v. 25, p. 311-322, 2004.
- DORMAND, J. R.; PRINCE, P. J. A family of embedded Runge-Kutta formulae, **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 6-1, p. 19-26, 1980.
- DUNLAP, K.; RIEHLE, M. E.; LONGHOUSE, R. An investigative overview of automotive disc brake noise. **International Congress and Exposition Detroit, Michigan - USA: SAE**, 1999.

- FIELDHOUSE, J. D.; STEEL, W. P. A study of brake noise and the influence of the centre of pressure at the disc/pad interface, the coefficient of friction and caliper mounting geometry, **Proc. Instn. Mech. Engrs.**, v. 217-D, p. 957-973, 2003.
- GIANINNI, O.; MASSI, F. Characterization of the high-frequency squeal on a laboratory brake setup, **Journal of Sound and Vibration**, v. 310, p. 394-408, 2008.
- ENSAIO FAST. Guarnições da embreagem e do freio Material de fricção do tipo orgânico Verificação das características de fricção e desgaste, **ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas**, 2003, rev. 2006.
- HOFFMANN, N.; GAUL, L., A sufficient criterion for the onset of sprag-slip oscillations, *Archive of Applied Mechanics*, v. 73, p. 650-660, 2004.
- KANG, J.; KROUSGRILL, C. M.; SADEGHI, F. Dynamic instability of a thin circular plate with friction interface and its application to disc brake squeal, **Journal of Sound and Vibration**, v. 316, p. 164-179, 2008.
- KANG, J.; KROUSGRILL, C. M.; SADEGHI, F. Oscillation pattern of stick–slip vibrations, **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 44, p. 820-828, 2009.
- KANG, J. Squeal analysis of gyroscopic disc brake system based on finite element method, **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 51, p. 284-294, 2009.
- KANG, J.; KROUSGRILL, C. M.; SADEGHI, F. Wave pattern motion and stick–slip limit cycle oscillation of a disc brake, **Journal of Sound and Vibration**, v. 325, p. 552-564, 2009.
- KINKAID, N. M.; O'REILLY, O.M.; PAPADOPOULOS, P. Automotive disc brake squeal, **Journal of Sound and Vibration**, v. 267, p. 105-166, 2003.
- KINSLER, L. E.; FREY, A. R.; COPPENS, A. B.; SANDERS, J. V. **Fundamentals of Acoustics**. United States of America: John Wiley e Sons, 2000. 564 p.

OEHLMEYER, ALBERTO CURI. **Instabilidade de Freios a Disco por Análise de Autovalor Complexo**. 2008. 141 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

OUYANG, H.; CAO, Q.; MOTTERSHEAD, J.E.; TREYDE, T. Vibration and squeal of a disc brake: modelling and experimental results, **Proc. Instn Mech. Engrs.**, v. 217-D, p. 867-875, 2003.

PERSSON, B. N. J. **Sliding Friction – Physical Principles and Applications – Second Edition**. Jülich, Germany: Springer, 2000. 515 p.

PFEIFER, J. Noise and vibration terminology. **U.S. Working Group - NVH**. 2006.

PINKALLA, J. **Brake System**, 2010. Disponível em: < <http://www.sundevilauto.com>>. Acesso em: 27 jul. 2011.

RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. 424 p.

SAUERS, R. **Auto Diagrams**, 2004. Disponível em: < <http://www.sundevilauto.com>>. Acesso em: 27 jul. 2011.

SURFACE VEHICLE RECOMMENDED PRACTICE. Disc and Drum Brake Dynamometer Squeal Noise Matrix, **SAE International J2521**, 2003, rev. 2006.

SURFACE VEHICLE RECOMMENDED PRACTICE. (R) Brake Lining Quality Test Procedure, **SAE International J661**, 1958, rev. 1997.

SANDERS, P. G.; DALKA, T. M.; BASCH, R. H. A reduced-scale brake dynamometer for friction characterization, **Tribology International**, v. 34-5, p. 609-615, 2001.

SODRÉ, U. **Modelos Matemáticos**, 2007 disponível em: <<http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pdfs/modelos.pdf>>, acesso em 19 jul. 2011.

SUETTI, A. G. L. S. Automação, controle e execução de ensaios mecânicos em materiais de fricção, **SENAI – Relatório supervisionado de estágio técnico**, 2005.

SUETTI, A. G. L. S.; PEDERIVA, R.; JAQUETTO, E. J. Study of vibrations in brakes caused by stick-slip using continuous transition between static and dynamic friction and viscous damping, **10th SAE Brasil International Brake Colloquium & Engineering Display**, 2011.

TRICHÊS JR, M.; JORDAN, R. Reduction of Squeal Noise from Disc Brake Systems Using Constrained Layer Damping, **J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.**, v. 16-3, p. 340-348, 2004.