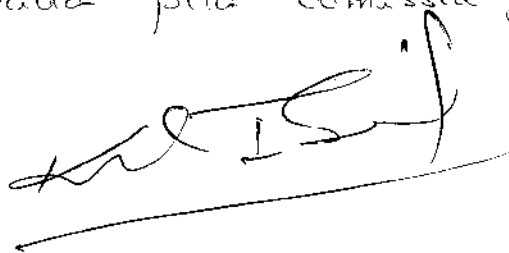


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Este exemplar corresponde a redação final
da tese defendida por Carlos Daniel
Ebinuma e aprovada pela Comissão julgadora
em 17/12/1985.



CONDENSAÇÃO PELICULAR EM UM MEIO POROSO SOBRE
SUPERFÍCIES POROSAS PERMEÁVEIS

110 / 85

Trabalho apresentado à Comissão de
Pós-Graduação da Faculdade de Enge
nharia de Campinas, como parte dos
requisitos para a obtenção do Títu
lo de Doutor em Engenharia Mecâni-
ca.

CAMPINAS, 1985

CARLOS DANIEL EBINUMA

ENGENHEIRO MECÂNICO, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá -
UNESP, 1978

MESTRE EM CIÊNCIAS, Faculdade de Engenharia de Campinas -
UNICAMP, 1981

CONDENSAÇÃO PELICULAR EM UM MEIO POROSO SOBRE
SUPERFÍCIES POROSAS PERMEÁVEIS

ORIENTADOR: Prof. Dr. KAMAL ABDEL RADI ISMAIL

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. CHANG-YU LIU

Trabalho apresentado à Comissão de
Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia de Campinas, como parte dos
requisitos para a obtenção do Título
de Doutor em Engenharia Mecânica.

CAMPINAS, 1985

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Tese de: DOUTORADO

Título da Tese: " CONDENSAÇÃO PELICULAR EM UM MEIO POROSO SOBRE SUPERFÍCIES POROSAS PERMEÁVEIS "

Autor: CARLOS DANIEL EBINUMA

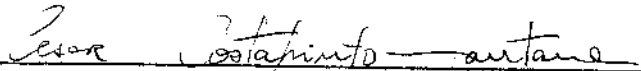
Orientador: Prof. Dr. KAMAL ABDEL RADI ISMAIL

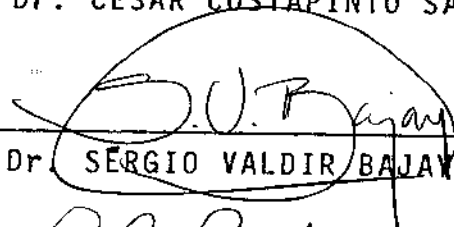
Co-orientador: Prof. Dr. CHANG YU LIU

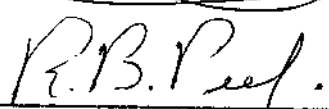
Aprovado por


Prof. Dr. KAMAL ABDEL RADI ISMAIL, Presidente


Prof. Dr. SATOSHI TOBINAGA


Prof. Dr. CÉSAR COSTAPINTO SANTANA


Prof. Dr. SÉRGIO VALDIR BAJAN


Prof. Dr. RAYMOND BURNYEAT PEEL

Campinas, 17 de dezembro de 1985

À minha família

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. CHANG -YU LIU, pela orientação, apoio didático e principal incentivador, que possibilitou a concretização deste trabalho de pesquisa e que, por motivos particulares, encontra-se afastado das atividades do Departamento de Engenharia Mecânica e não pode estar presente na apresentação da mesma.

Ao Professor Dr. KAMAL ABDEL RADY ISMAIL, que, através de um pedido pessoal do Professor Dr. CHANG-YU LIU, aceitou a responsabilidade na complementação da orientação deste trabalho de pesquisa.

Aos Professores de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia de Campinas pela base teórica necessária recebida.

Ao desenhista Wilton Furquim, pelo trabalho de ilustração e confecção dos gráficos.

Aos amigos que, de alguma forma, auxiliaram e incentivaram o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais, Wataro e Reiko, que permitiram a formação acadêmica.

À minha esposa Mariza, pelo incentivo e apoio moral recebido durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus filhos, Carla, Gustavo e Bruno, pelas horas ausentes.

RESUMO

O problema da condensação pelicular em um meio poroso preenchido com vapor saturado sobre superfícies porosas permeáveis foi resolvido pelas aplicações da lei de Darcy e da Teoria da Camada Limite.

Um parâmetro de transferência lateral de massa adimensional β , proporcional à transferência lateral de massa v_w e dos parâmetros característicos generalizados para um corpo com configuração arbitrária de contornos regulares onde a temperatura da superfície varia com x^λ , é definido para caracterizar o processo. Quando $\beta < 0$ tem-se a sucção, quando $\beta > 0$ tem-se injeção e quando $\lambda = 0$ tem-se T_w constante.

As equações diferenciais parciais, através de parâmetros de similaridade, são transformadas em equações diferenciais adimensionalizadas. Quando T_w é constante e v_w é não uniforme, solução similar existe e as equações diferenciais adimensionalizadas são equações diferenciais ordinárias. Quando T_w é não constante e v_w é não uniforme ou uniforme, solução similar não existe e as equações diferenciais adimensionalizadas são equações diferenciais parciais.

Os efeitos dos parâmetros governantes do problema sobre os perfis de velocidade longitudinal, perfis de temperaturas, espessura da película condensada e transferência de calor são demonstrados através de vários exemplos para valores β , λ , Sr e X .

ABSTRACT

The problem of film condensation in a porous medium filled with saturated vapour on permeable porous surfaces has been solved by the applications of Darcy's Law and Boundary layer Theory.

A dimensionless lateral mass transfer parameter, proportional to lateral mass transfer v_w and generalized characteristics parameters for a body with arbitrary shape of regular boundary where wall temperature varies as x^λ , is defined to characterize the process. When $\beta < 0$ has suction, when $\beta > 0$ has injection and when $\lambda = 0$ has T_w constant.

The partial differential equations, through a similarity parameters, are transformed in dimensionless differential equations. When T_w is constant and v_w is non-uniform, similar solution exist and the dimensionless differential equations are ordinary differential equations. When T_w is non-constant and v_w is non-uniform or uniform, similar solutions does not exist and the dimensionless differential equations are partial differential equations.

The effects of the governing parameters at the problem on longitudinal velocity and temperatures profiles, liquid film thickness and heat transfer are demonstrated through various examples for various values of β , λ , Sr and X .

ÍNDICE

NOMENCLATURA	1
I - INTRODUÇÃO	
1.1. INTRODUÇÃO	3
II - FORMULAÇÃO	
2.1. APRESENTAÇÃO	9
2.2. EQUAÇÕES GOVERNANTES	10
2.2.1. Modelo Físico	10
2.2.2. Balanço de Energia Térmica na Interface Líquido-Vapor	14
2.2.3. Transferência de Calor na Interface Superfície Porosa-Líquido.....	16
III - ADIMENSIONALIZAÇÃO	
3.1. APRESENTAÇÃO	18
3.2. TRANSFERÊNCIA LATERAL DE MASSA NÃO UNIFORME	19
3.2.1. Definição das Variáveis de Semelhança Adimensionais Generalizadas	19
3.2.2. Adimensionalização para Corpos Bidimensionais	21
3.2.3. Adimensionalização para Corpos Axialmente Simétricos.....	37
3.2.4. Generalização para Corpos de Configuração Arbitrária.....	53
3.3. TRANSFERÊNCIA LATERAL DE MASSA UNIFORME..	60
3.3.1. Conservação de Quantidade de Movimento Adimensional	61
3.3.2. Conservação de Energia Térmica Adimensional	62

3.3.3. Balanço de Energia Térmica na Interface Líquido-Vapor.....	63
3.3.4. Transferência de Calor	64
IV - SOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES ADIMENSIONAIS	
4.1. APRESENTAÇÃO	65
4.2. TRANSFERÊNCIA LATERAL DE MASSA NÃO UNIFORME	67
4.2.1. Equação da Conservação de Quantidade de Movimento Adimensional	67
4.2.2. Equação da Conservação de Energia Térmica Adimensional	67
4.2.3. Balanço de Energia Térmica na Interface Líquido-Vapor	76
4.2.4. Transferência de Calor	77
4.2.5. Caso Limite de $X \rightarrow 0$	78
4.3. TRANSFERÊNCIA LATERAL DE MASSA UNIFORME	85
4.3.1. Equação da Conservação de Quantidade de Movimento Adimensional	85
4.3.2. Equação da Conservação de Energia Térmica Adimensional.....	85
4.3.3. Balanço de Energia Térmica na Interface Líquido-Vapor	89
4.3.4. Transferência de Calor	90
4.3.5. Sucção Assintótica.....	90
4.4. METODOLOGIA PARA OBTENÇÃO DOS RESULTADOS	94

4.4.1. Método Analítico	94
4.4.2. Método Numérico	97
V - ANÁLISE DOS RESULTADOS	
5.1. APRESENTAÇÃO	102
5.2. TRANSFERÊNCIA LATERAL DE MASSA NÃO UNI - FORME	103
5.2.1. Perfis de Velocidade Longitudinal e Perfis de Temperatura.....	103
5.2.2. Espessura da Película Condensada.	123
5.2.3. Transferência de Calor	131
5.2.4. Componente de Velocidade Normal e Variação do Número de Nusselt..	144
5.3. TRANSFERÊNCIA LATERAL DE MASSA UNIFORME	147
5.3.1. Perfis de Velocidade Longitudinal e Perfis de Temperatura	147
5.3.2. Espessura da Película Condensada.	155
5.3.3. Transferência de Calor	158
5.3.4. Sucção Assintótica	163
IV. CONCLUSÕES	
6.1. CONCLUSÕES	166

NOMENCLATURA

A	- constante
$\bar{A}$	- área unitária do fluxo de massa do condensado na interface líquido-vapor
c	- comprimento característico
C_p	- calor específico a pressão constante do fluido
f	- função de corrente adimensional
g	- aceleração da gravidade
$G(X)$	- parâmetro característico definido pela relação 3.4.e
h	- coeficiente de película
h_{fg}	- calor latente de condensação
$H(X)$	- parâmetro característico definido pela relação 3.4.c
k	- condutividade térmica do meio poroso saturado
K	- permeabilidade do meio poroso
L	- altura
$\dot{m}$	- razão de condensação do vapor
$\dot{M}$	- vazão do condensado na interface líquido-vapor
m	- $m = 0$ para corpos bidimensionais e $m = 1$ para corpos axialmente simétricos
Nu_x	- número de Nusselt local
r	- distância radial entre o eixo e a superfície dos corpos axialmente simétricos
R	- raio
$R(X)$	- parâmetro característico definido pela relação 3.4.d
Ra	- número de Rayleigh modificado definido pela relação 3.4.a
Ra_x	- número de Rayleigh modificado local
Sr	- parâmetro de sub-resfriamento adimensional
T	- Temperatura

u	-	componente de velocidade de Darcy longitudinal
v	-	componente de velocidade de Darcy normal
$\bar{V}$	-	velocidade do líquido condensado.
x	-	coordenada ao longo da superfície
X	-	parâmetro característico definido pela relação 3.4.b.
y	-	coordenada perpendicular à superfície
Y	-	parâmetro característico definido pela relação 4.52

SÍMBOLOS GREGOS

α	-	difusividade térmica efetiva do meio poroso saturado
β	-	parâmetro de transferência lateral de massa adimensional
δ	-	espessura da película condensada
Δ	-	variação da grandeza associada
η	-	variável de similaridade
θ	-	parâmetro de temperatura adimensional
λ	-	parâmetro constante que define o perfil de temperatura
μ	-	viscosidade dinâmica do fluido
ρ	-	densidade do fluido
$\emptyset$	-	ângulo de inclinação
ψ	-	função de corrente

SUBSCRITOS

s	-	saturação
v	-	vapor
w	-	parede

C A P Í T U L O I

INTRODUÇÃO

1.1. INTRODUÇÃO

O estudo de transferência de calor na condensação pelicular tem sido largamente utilizado em ciclos de geração de potência, refrigeração, ar condicionado e em muitos outros projetos de resfriamento industrial. Atualmente, como consequência do desenvolvimento tecnológico atingido por muitos processos de Engenharia, tem-se desenvolvido estudos referentes a transferência de calor em escoamento bifásico de fluido puro com mudança de fase em meios porosos. Esses estudos tem como exemplos de aplicação, o desenvolvimento de tubos de calor; a necessidade de maior aproveitamento na prospecção de petróleo, com injeção de vapor de água nos poços com a finalidade de diminuir a viscosidade do petróleo e auxiliar na sua extração; em alguns processos de combustão tais como destilação em retorta de xisto petrolífero e gaseificação do carvão; resfriamento em reatores nucleares; sistemas de utilização de energia geotérmicas e muitos outros.

O assunto de condensação pelicular tem sido extensivamente estudado desde o trabalho pioneiro realizado por Nusselt em 1916. Com o passar dos anos, foram surgindo trabalhos mais aperfeiçoados, realizados por pesquisadores como: BROMLEY [1] ; ROHSENOW [2] ; SPARROW E GREGG [3] ; KOH, SPARROW E HARTNETT [4] e CHEN [5] .

Essas análises precedentes, problemas clássicos de condensação pelicular, foram realizadas, considerando-se que o vapor é condensado sobre superfícies sólidas e, portanto, não ocorre transferência de massa na interface sólido-líquido.

O escoamento bifásico de fluido puro com mudança de fase sobre superfícies porosas é de especial interesse

no estudo de transferência de calor, pois, através da porosidade da superfície, uma porção do líquido condensado pode ser sugado do sistema, causando uma diminuição na espessura da película condensada sobre a superfície. Uma vez que a espessura da película condensada atua como uma resistência térmica na troca de calor entre o vapor e a superfície, a sucção de parte do condensado através da superfície porosa pode, portanto, aumentar consideravelmente a transferência de calor, como resultado da diminuição da resistência térmica.

A injeção, por ser um processo inverso da sucção causa um efeito totalmente contrário.

Algumas análises sobre condensação pelicular de vapor puro saturado sobre superfícies porosas foram realizadas por pesquisadores como: FRANKEL E BANKOFF [6], que estudaram a condensação sobre tubos horizontais porosos; JAIN E BANKOFF [7] e YANG [8] que consideraram a condensação em paredes verticais porosas. Esses trabalhos tiveram como objetivo, apresentarem métodos analíticos diferentes na determinação dos efeitos da sucção uniforme (constante ao longo da distância longitudinal) na transferência de calor, perfis de temperatura, espessura da película condensada e nas características do escoamento.

EBINUMA [9] e LIU, ISMAIL E EBINUMA [10], apresentaram um método de análise na determinação dos efeitos da sucção e injeção variáveis (varia ao longo da distância longitudinal) na transferência de calor, perfis de temperatura, espessura da película condensada e nas características do escoamento. O condensado é considerado como um escoamento semelhante à da camada limite e, as equações diferenciais parciais governantes são reduzidas, através de uma transformação

de similaridade (somente possível se a sucção e injeção são proporcionais à distância longitudinal elevada à potência $-1/4$), as equações diferenciais ordinárias e resolvidas por método numérico.

Recentemente tem-se analisado o problema do escoamento bifásico em um meio poroso com mudança de fase ocorrendo sobre uma superfície sólida isotérmica (constante ao longo da distância longitudinal) em contato com um meio poroso.

Quando ocorre escoamento bifásico em um meio poroso, a lei de Darcy para escoamento em meio poroso é aplicável tanto na fase líquida (condensação pelicular) quanto na fase vapor ou em ambas as fases simultaneamente (ebulição pelicular), com a condição de que seja introduzido o conceito de permeabilidade relativa, uma vez que os espaços vazios do meio poroso são parcialmente preenchidos com líquido e parcialmente preenchidos com vapor.

Porém, devido à complexidade matemática das equações governantes resultantes, soluções analíticas para escoamento bifásico com mudança de fase e em regime permanente somente podem ser obtidas levando-se em consideração certas simplificações, como fazem PARMENTIER [11]; CHENG [12]; CHENG E VERMA [13] e CHENG, CHUI E KWOK [14].

PARMENTIER [11] estudou o problema da transferência de calor na ebulição pelicular em um meio poroso preenchido com água sub-resfriada sobre uma superfície vertical sólida superaquecida, mostrando com um diagrama Pressão x Temperatura que não ocorre uma região de mistura das fases líquida e vapor na transição de líquido sub-resfriado para vapor superaquecido e, portanto, existe uma in

terface distinta entre as duas fases. Essa consideração resulta em uma considerável simplificação matemática que permite soluções por similaridade para escoamento bifásico com mudança de fase, sobre uma superfície vertical sólida.

Baseado nessa consideração, juntamente com as simplificações usuais realizadas na literatura clássica de escoamento bifásico com mudança de fase, CHENG [12] obteve uma solução por similaridade para a condensação pelicular sobre uma superfície inclinada em um meio poroso preenchido com vapor saturado.

Em seguida, CHENG E VERMA [13], baseado em considerações semelhantes ao trabalho anterior ([12]), estudaram os efeitos do líquido sub-resfriado na ebulição pelicular sobre uma superfície vertical sólida em um meio poroso, e obtiveram soluções por similaridade tanto para a fase vapor quanto para a fase líquida. Essas duas soluções são interligadas através das condições de contorno na interface líquido-vapor.

Muito recentemente, CHENG, CHUI E KWOK [14], estudaram a ebulição pelicular sobre corpos sólidos bidimensionais e axialmente simétricos em um meio poroso e obtiveram, através de transformação similares generalizadas, soluções por similaridade tanto para a fase líquida como para a fase vapor, válidas para qualquer tipo de corpo sólido, uma vez que as transformações similares generalizadas são apresentadas em função de parâmetros característicos que dependem da geometria de cada corpo.

Como visto, todos esses trabalhos foram realizados considerando-se o problema do escoamento bifásico com mudança de fase sobre superfícies sólidas e isotérmicas em um

meio poroso, não ocorrendo, portanto, transferência lateral de massa na interface entre o sólido e o fluído (vapor ou líquido).

Este trabalho apresenta um método de análise dos efeitos da transferência lateral de massa na interface sólido-líquido na condensação pelicular sobre superfícies porosas em um meio poroso preenchido com vapor saturado.

A transferência lateral de massa (sucção ou injeção) é analisado nas duas formas possíveis de ocorrer: não uniforme (varia ao longo da distância longitudinal) e uniforme (constante ao longo da distância longitudinal).

A temperatura da superfície porosa é considerada não constante (varia com a distância longitudinal). A temperatura da superfície porosa constante é um caso especial da análise da temperatura não constante e também foi considerada.

O problema da transferência de massa não uni-forme e temperatura da superfície porosa não constante foi inicialmente estudado para corpos bidimensionais e corpos axialmente simétricos, utilizando-se as transformações de similaridade generalizadas semelhantes às fornecidas pelo trabalho de CHENG, CHUI E KWOK [14].

Através dessas transformações conclui-se que, somente será possível a obtenção de solução similar para qualquer tipo de corpo se a transferência lateral de massa na su-perfície porosa for não uniforme e a temperatura da mesma su-perfície for constante.

Nos casos da transferência lateral de massa não uniforme e uniforme e temperatura da superfície porosa não

constante, soluções similares não existem e as mesmas são resolvidas por desenvolvimento em série de potências e as equações resultantes são resolvidas por método numérico.

Com tais análises, determinou-se os parâmetros governantes e seus efeitos sobre os perfis de temperatura, transferência de calor e no desenvolvimento da camada líquida condensada.

C A P Í T U L O I I

FORMULAÇÃO

2.1. APRESENTAÇÃO

A condensação pelicular em um meio poroso sobre superfícies porosas permeáveis será formulada com base em aproximações padrões utilizadas na literatura clássica sobre condensação pelicular [1 a 5] e na utilização da lei de Darcy para escoamento em meio poroso. Com essas considerações e com o diagrama esquemático do modelo físico e do sistema de coordenadas, são definidas as equações diferenciais parciais que representam o problema proposto, assim como as condições de contorno necessárias para a solução das mesmas.

Para o estudo da transferência de calor sobre as superfícies porosas, é utilizado um coeficiente de transferência de calor local adimensional conhecido como número de Nusselt.

2.2. EQUAÇÕES GOVERNANTES

2.2.1. MODELO FÍSICO

A figura (2-1) mostra o diagrama esquemático do modelo físico e do sistema de coordenadas utilizados na formulação do problema de condensação pelicular em um meio poroso sobre su perfícies porosas bidimensionais (2-1.a) e axialmente simétricos (2-1.b).

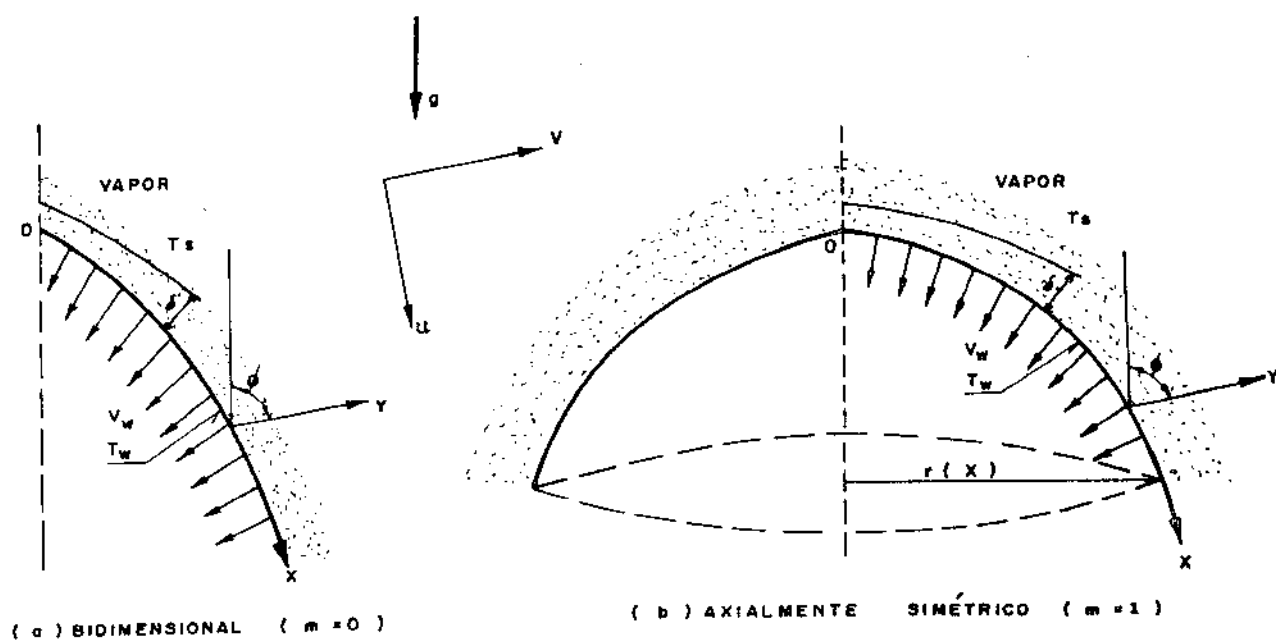


FIG.(2 - 1) MODELOS FÍSICOS E SISTEMA DE COORDENADAS

Onde x é a coordenada que mede a distância longitudinal à superfície; y é a coordenada que mede a distância normal à superfície e ϕ é o ângulo de inclinação entre a coordenada y e a direção vertical.

As superfícies porosas permeáveis dos corpos bidimen

sionais ($m=0$) e dos corpos axialmente simétricos ($m=1$) são mantidas a uma temperatura não constante T_w . Em contato com essas superfícies está um meio poroso preenchido com vapor saturado à temperatura de saturação T_s . A variação da temperatura das superfícies porosas T_w em função da coordenada longitudinal x é definida pela relação $T_w = T_s - A x^\lambda$, onde A é uma constante positiva e λ é uma constante que caracteriza a variação da temperatura das superfícies porosas ao longo da distância longitudinal x . Quando $\lambda = 0$ tem-se o caso especial onde a temperatura das superfícies porosas se torna constante ao longo da distância longitudinal x .

Quando a temperatura das superfícies porosas é muito menor que a temperatura de saturação do vapor, ocorre condensação sobre as superfícies porosas. O condensado resultante forma uma película contínua e com características de escoamento laminar em regime permanente devido à força da gravidade. Como as superfícies porosas são permeáveis, o condensado está sujeito a uma velocidade de transferência lateral de massa v_w normal à superfície (quando $v_w < 0$ tem-se sucção e quando $v_w > 0$ tem-se injeção).

As aproximações padrões utilizadas na literatura clássica sobre condensação pelicular [1 a 5] e nos trabalhos sobre escoamento bifásico com mudança de fase em um meio poroso [11 a 14] são:

1. A temperatura de saturação do vapor T_s é constante;
2. A espessura da película condensada (δ) é finita tal que as aproximações da camada limite são aplicáveis;
3. O líquido condensado e o vapor saturado são separados por uma interface distinta, não ocorrendo, portanto, re

gião de mistura da fase líquida com a fase vapor [11].

4. A lei de Darcy para escoamento em meios porosos é aplicável na fase líquida.

5. As propriedades físicas do vapor saturado, do líquido condensado e do meio poroso, tais como a densidade, a viscosidade, a permeabilidade, etc., são constantes.

Com base em tais considerações, as equações que expressam a conservação de massa, quantidade de movimento e energia térmica na camada líquida são:

Conservação de massa:

$$\frac{\partial (r^m u)}{\partial x} + \frac{\partial (r^m v)}{\partial y} = 0 \quad (2-1)$$

Conservação de quantidade de movimento:

$$u = \frac{K}{\mu} (\rho - \rho_v) g \sin \phi \quad (2-2)$$

Conservação de energia:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2-3)$$

Onde u e v são, respectivamente, as componentes de velocidade de Darcy longitudinal e normal à superfície porosa; $r(x)$ é a distância radial entre o eixo e a superfície dos corpos axialmente simétricos; $m = 0$ para corpos bidimensionais e $m = 1$ para corpos axialmente simétricos; K é a permeabilidade do meio poroso; μ é a viscosidade dinâmica da fase líquida; ρ e ρ_v são, respectivamente, a densidade da fase líquida e da fase vapor; g é a aceleração da gravidade; α é a difusividade térmica efetiva do meio poroso preenchido com líquido com -

densado e T é a temperatura do líquido condensado e do meio poroso.

As componentes de velocidade longitudinal (u) e velocidade normal (v) em termos de função de corrente (Ψ) são definidas como:

$$u = \frac{1}{r^m} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad v = -\frac{1}{r^m} \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (2-4)$$

Com a relação (2-4) a equação da conservação de massa (2-1) é automaticamente satisfeita. Portanto, em termos de função de corrente (Ψ), as equações de quantidade de movimento (2-2) e conservação de energia (2-3) se tornam:

$$\frac{1}{r^m} \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{K}{\mu} (\rho - \rho_v) g \sin \phi \quad (2-5)$$

$$\frac{1}{r^m} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2-6)$$

A velocidade de transferência lateral de massa v_w sobre a superfície porosa permeável dos corpos pode ocorrer de duas maneiras: não uniforme (varia com a distância longitudinal x) e uniforme (constante ao longo da distância longitudinal x).

Portanto, as equações diferenciais parciais (2-5) e (2-6) que governam o problema de condensação pelicular em meios porosos estão sujeitas às seguintes condições de contorno na interface entre a superfície porosa e o líquido condensado:

Transferência lateral de massa não uniforme:

$$y = 0 \quad T_w = T_s - Ax^\lambda \quad v = v_w(x) \quad (2-7.a)$$

Transferência lateral de massa uniforme:

$$y = 0 \quad T_w = T_s - Ax^\lambda \quad v = v_w = \text{cte} \quad (2-7.b)$$

É na interface entre o líquido condensado e o vapor, para ambos os casos:

$$y = \delta \quad T = T_s \quad (2-7.c)$$

onde δ é a espessura de película condensada.

2.2.2. BALANÇO DE ENERGIA TÉRMICA NA INTERFA- CE LÍQUIDO-VAPOR.

Para se determinar a espessura da película condensada (δ) torna-se necessário mais uma condição de contorno na interface líquido-vapor, obtida através de um balanço de energia:

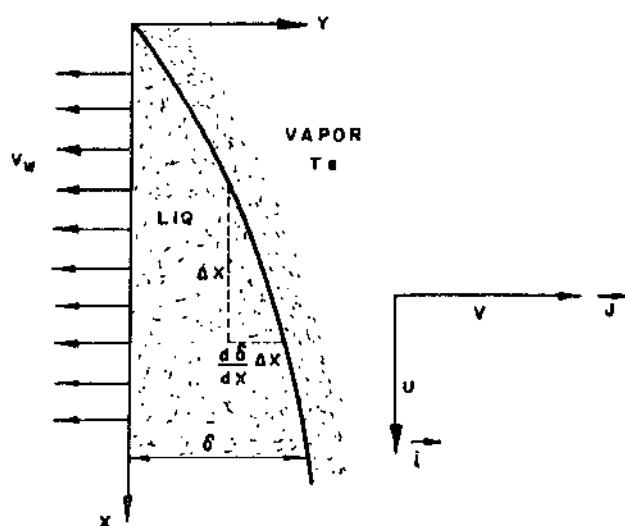


FIG. (2 - 2) VOLUME DE CONTROLE NA INTERFACE LÍQUIDO VAPOR

Através do volume de controle mostrado na figura (2-2) pode-se verificar que o calor latente liberado pela condensação do vapor é igual ao calor conduzido para a camada líquida através do meio poroso, ou seja:

$$-k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=\delta} = \dot{m} h_{fg} \quad (2-8)$$

Onde o lado esquerdo da relação (2-8) representa o calor conduzido para a camada líquida através do meio poroso e o lado direito da relação representa o calor latente liberado pela condensação do vapor. k é a condutividade térmica do meio poroso preenchido com líquido; h_{fg} é o calor latente de condensação e $\dot{m}$ é a razão de condensação do vapor que pode ser obtida através do volume de controle da figura (2-2) pela relação:

$$\Delta \dot{M} = \rho \bar{V} \bar{A} \quad (2-9)$$

$$\bar{V} = (u \vec{i} - v \vec{j}) \quad (2-10)$$

$$\bar{A} = \left(\frac{d\delta}{dx} \Delta x \vec{i} + \Delta x \vec{j} \right) \quad (2-11)$$

Substituindo as relações (2-10) e (2-11) na relação (2-9) obtém-se a relação:

$$\Delta \dot{M} = \rho \left[(u \vec{i} - v \vec{j}) \left(\frac{d\delta}{dx} \Delta x \vec{i} + \Delta x \vec{j} \right) \right] \quad (2-12)$$

Através do produto escalar entre dois vetores tem-se:

$$\frac{\Delta \dot{M}}{\Delta x} = \rho \left(u \frac{d\delta}{dx} - v \right) \quad (2-13)$$

A taxa de variação da massa líquida dentro da fase líquida é obtida para o limite de Δx tendendo a zero na relação (2-13), ou seja:

$$\dot{m} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta x} = \rho \left(u \frac{d\delta}{dx} - v \right) \quad (2-14)$$

Sustituindo (2-14) na relação (2-8) tem-se a seguinte relação representativa do balanço de energia na interface líquido-vapor:

$$-k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=\delta} = \rho h_{fg} \left(u \frac{d\delta}{dx} - v \right)_{y=\delta} \quad (2-15)$$

Em termos de função de corrente (Ψ):

$$-k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=\delta} = \frac{\rho h_{fg}}{r^m} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{d\delta}{dx} + \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)_{y=\delta} \quad (2-16)$$

2.2.3. TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA INTERFACE SUPERFÍCIE POROSA-LÍQUIDO

A transferência de calor na superfície porosa dos corpos será representada pelo número de Nusselt local (Nu_x) definido pela relação:

$$Nu_x = \frac{h x}{k} \quad (2-17)$$

Onde h é o coeficiente de película definido pela lei de Newton para a transferência de calor por convecção:

$$q_w = h (T_w - T_s) \quad (2-18)$$

É q_w o fluxo de calor por condução na superfície porosa definido pela lei de Fourier:

$$q_w = -k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (2-19)$$

Comparando a relação (2-18) com a relação (2-19) tem-se:

$$h = \frac{k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{(T_s - T_w)} \quad (2-20)$$

Substituindo a relação (2-20) na relação (2-17) obtém-se finalmente que:

$$Nu_x = \frac{x \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{(T_s - T_w)} \quad (2-21)$$

C A P Í T U L O I I I

ADIMENSIONALIZAÇÃO

3.1. APRESENTAÇÃO

Inicialmente serão definidas as variáveis de similaridade adimensionais que permitirão transformar as equações diferenciais parciais (2-5), (2-6), (2-16) e (2-21) em equações diferenciais adimensionalizadas para o caso de transferência lateral de massa não uniforme e temperatura de superfície porosa permeável não constante. Essas variáveis de similaridade são generalizadas para qualquer tipo de corpo (bidimensional ou axialmente simétrico) através de parâmetros característicos que dependem basicamente da geometria de cada corpo. A transformação adimensional será desenvolvida, em princípio, para alguns corpos bidimensionais e alguns corpos axialmente simétricos em particular, e com as novas equações diferenciais adimensionais resultantes, serão generalizadas uma única relação para a transferência lateral de massa v_w , uma única equação diferencial adimensional da conservação da quantidade de movimento e uma única equação diferencial adimensional da conservação de energia térmica, que são válidas para qualquer tipo de corpo (bidimensional ou axialmente simétrico).

O caso da transferência lateral de massa uniforme e temperatura da superfície porosa permeável não constante será desenvolvido para a placa plana vertical definindo-se variáveis de similaridade semelhantes ao caso anterior, porém, com pequena modificação na definição das variáveis adimensionais.

3.2. TRANSFERÊNCIA LATERAL DE MASSA NÃO UNIFORME

3.2.1. DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS DE SIMILARIDADE ADI - MENSIONAIS GENERALIZADAS

As equações diferenciais parciais (2-5) e (2-6), juntamente com as condições de contorno (2-7.a), (2-7.c) e (2-16) podem ser adimensionalizadas através de transformações por similaridade. Portanto, serão introduzidas as seguintes variáveis de similaridade:

$$\eta = Ra^{1/2} \left(\frac{y}{c} \right) - \frac{H(X) R^m(X)}{G(X)} \quad (3-1)$$

$$\psi = \alpha Ra^{1/2} c^m G(X) f(\eta) - \int_0^x r^m(x) v_w(x) dx \quad (3-2)$$

$$\Theta = \frac{T - T_s}{T_w - T_s} \quad (3-3)$$

onde:

η - variável de similaridade adimensional

f - função de corrente adimensional

Θ - parâmetro de temperatura adimensional

c - comprimento característico

m - constante que define o tipo de corpo; $m = 0$ para corpos bidimensionais e $m = 1$ para corpos axialmente simétricos

Ra - número de Rayleigh modificado definido por:

$$Ra = \frac{K(\rho - \rho_v) g c}{\mu \alpha} \quad (3-4.a)$$

$$X = \frac{X}{c} \quad (3-4.b)$$

$$H(X) = \text{sen } \emptyset (X) \quad (3-4.c)$$

$$R(X) = \frac{r(X)}{c} \quad (3-4.d)$$

$$G(X) = \left[\int_0^X R^m(t) H(t) dt \right]^{1/2} \quad (3-4.e)$$

As relações (3-4.b,c,d,e) definem os novos parâmetros característicos que dependem da geometria do corpo.

3.2.2. ADIMENSIONALIZAÇÃO PARA CORPOS BIDIMENSIONAIS

A adimensionalização das equações diferenciais parciais (2-5), (2-6), (2-16) e (2-21) será desenvolvida nesta seção para dois corpos bidimensionais ($m=0$), em particular para a placa plana vertical porosa de altura L e cilindro horizontal poroso de raio R . Esta adimensionalização determinará a variação da transferência lateral de massa v_w em função da coordenada longitudinal para cada um dos corpos em questão e para o qual seja possível determinar a existência de solução por similaridade.

A - PLACA PLANA VERTICAL

A figura (3-1) mostra o modelo físico do problema de condensação pelicular em um meio poroso sobre uma placa plana vertical porosa permeável.

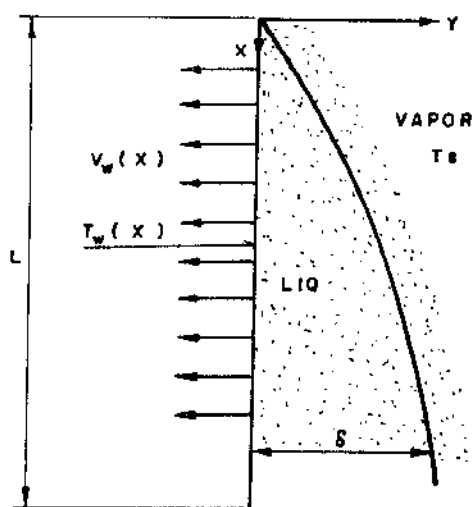


FIG.(3 - 1) CONDENSÇÃO SOBRE PLACA PLANA VERTICAL

As equações de conservação de quantidade de movimento (2-5) e conservação de energia (2-6) para a placa plana vertical de comprimento característico $c = L$ são, respectivamente:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{K}{L} (\rho - \rho_v) g \quad (3-5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3-6)$$

O número de Rayleigh modificado (3-4.a) e os parâmetros característicos (3-4.b,c,e) para a placa plana vertical são:

$$Ra = \frac{K (\rho - \rho_v) g L}{\mu \alpha} \quad (3-7.a)$$

$$X = \frac{x}{L} \quad (3-7.b)$$

$$H(X) = 1 \quad (3-7.c)$$

$$G(X) = \left[\int_0^X H(t) dt \right]^{1/2} = X^{1/2} \quad (3-7.d)$$

Portanto, as variáveis de similaridade (3-1) e (3-2) para a placa plana vertical se tornam:

$$\eta = Ra^{1/2} \left(\frac{y}{L} \right) \frac{1}{X^{1/2}} \quad (3-8)$$

$$\Psi = \alpha Ra^{1/2} X^{1/2} f(\eta) - \int_0^x v_w(x) dx \quad (3-9)$$

A.1. Conservação de Quantidade de Movimento Adimensional

As componentes de velocidade longitudinal e normal (relação (2-4)) em termos das variáveis adimensionais definidas pelas relações (3-8) e (3-9) são:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\alpha Ra}{L} f' \quad (3-10)$$

$$v = \frac{-\partial \Psi}{\partial x} = \frac{-\alpha Ra^{1/2}}{2LX^{1/2}} f + \frac{\gamma \alpha Ra}{2L^2 X} f' + v_w(x) \quad (3-11)$$

onde:

$$f^{(n)} = \frac{d^{(n)} f}{d \eta^{(n)}} \quad (3-12)$$

Derivando a equação (3-10) em relação x e a equação (3-11) em relação y verifica-se que a função de corrente Ψ definida pela relação (3-9) satisfaz a conservação de massa definida pela relação (2-1).

Substituindo a relação (3-10) na relação (3-5) obtém-se a equação da conservação da quantidade de movimento adimensional para a placa plana vertical:

$$f' = 1 \quad (3-13)$$

A.2. Conservação de Energia Térmica Adimensional

i. Temperatura da Superfície Porosa Constante

A temperatura T dentro da camada líquida, em termos do parâmetro de temperatura adimensional θ definido pela relação (3-3), para T_w constante ($\lambda = 0$) é dada por:

$$T = T_s - A \theta(\eta) \quad (3-14)$$

Derivando a equação (3-14) em relação a x e em relação a y (derivada segunda em relação a y) e substituindo na relação (3-6) juntamente com as relações (3-10) e (3-11) obtém-se a equação da conservação de energia adimensional para a placa plana vertical com temperatura da superfície porosa constante:

$$\theta'' + \frac{f}{2} \theta' - \frac{v_w(x) L X^{1/2}}{\alpha Ra^{1/2}} \theta' = 0 \quad (3-15)$$

onde

$$\theta^{(n)} = \frac{d^{(n)}\theta}{d\eta^{(n)}} \quad (3-16)$$

A equação (3-15) é ainda mais simplificada quando a transferência lateral de massa v_w for uma função da coordenada longitudinal elevada à potência $-1/2$ ($x^{-1/2}$). Então, a relação $(v_w(x) L X^{1/2})/(\alpha Ra^{1/2})$ é uma constante e pode ser definida pela relação:

$$\frac{\beta}{2} = \frac{v_w(x) L X^{1/2}}{\alpha Ra^{1/2}} \quad (3-17)$$

Onde β é uma constante que representa a transferência lateral de massa adimensional e, desta forma, tem a mesma direção e magnitude de v_w , ou seja, quando β é negativo ($\beta < 0$) tem-se sucção e quando β é positivo ($\beta > 0$) tem-se injeção.

Susbtituindo a relação (3-17) na relação (3-15) obtém-se:

$$\theta'' - \frac{1}{2} (\beta - f) \theta' = 0 \quad (3-18)$$

As condições de contorno (3-7.a) e (3-7.c), em termos das variáveis adimensionais são:

$$\eta = 0 \quad \theta = 1 \quad f = 0 \quad (3-19.a)$$

$$\eta = \eta_\delta \quad \theta = 0 \quad (3-19.b)$$

Onde η_δ é a espessura da película condensada a dimensional e para a sua determinação utiliza-se o balanço de energia (2-16) o qual será apresentado no item (3.2.2.A.3) na sua forma adimensional.

ii. Temperatura da Superfície Porosa Não Constante

A temperatura T dentro da camada líquida, em ter mos do parâmetro de temperatura adimensional θ definido pela

relação (3-3), para T_w não constante ($\lambda \neq 0$) é dada por:

$$T = T_s - Ax^\lambda \Theta(\eta, X) \quad (3-20)$$

Derivando a equação (3-20) em relação a x e em relação a y (derivada segunda em relação a y) e substituindo na relação (3-6) juntamente com as relações (3-10), (3-11) e (3-17) obtém-se a equação da conservação de energia adimensional para a placa plana vertical com temperatura da superfície não constante:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} (f - \beta) \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} - f' \left(X \frac{\partial \Theta}{\partial X} + \lambda \Theta \right) = 0 \quad (3-21)$$

A relação (3-21) mostra ainda que, quando a temperatura da superfície porosa é constante ($\lambda = 0$), o parâmetro de temperatura adimensional Θ é função somente da variável de similaridade η e a mesma coincide com a relação (3-18).

As condições de contorno para a solução da equação (3-21) são as mesmas apresentadas pelas relações (3-19.a) e (3-19.b).

A.3. Balanço de Energia na Interface Líquido-Vapor

Na relação (3-8), quando a coordenada y é igual à espessura da película condensada δ , a variável de similaridade η é igual à espessura da película adimensional η_δ , então:

$$\eta_{\delta} = \frac{Ra^{1/2} \delta}{L X^{1/2}} \quad (3-22)$$

Derivando a equação (3-22) em relação a x , tem-se:

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{\eta_{\delta}}{2 Ra^{1/2} X^{1/2}} \quad (3-23)$$

Substituindo a relação (3-22) na relação (3-23) resulta:

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{\delta}{2x} \quad (3-24)$$

i. Temperatura da Superfície Porosa Constante

Derivando a equação (3-14) em relação a y e substituindo na relação (2-16), juntamente com as relações (3-10), (3-11) e (3-24) para $y = \delta$ obtém-se:

$$k(T_w - T_s)\theta'(\eta_{\delta}) = h_{fg} \frac{\rho\alpha}{2} (f(\eta_{\delta}) - \beta) \quad (3-25)$$

O calor específico a pressão constante (C_p) e o parâmetro de sub-resfriamento (Sr) são definidos como:

$$C_p = \frac{k}{\rho\alpha} \quad (3-26)$$

$$Sr = \frac{C_p(T_s - T_w)}{h_{fg}} \quad (3-27)$$

Então, a substituição das relações (3-26) e (3-27) na relação (3-25) resulta:

$$Sr \theta'(\eta_\delta) = - \frac{1}{2} (f(\eta_\delta) - \beta) \quad (3-28)$$

ii. Temperatura da Superfície Porosa Não Constante

Analogamente, derivando-se a relação (3-20) e substituindo na relação (2-16) juntamente com as relações (3-10), (3-11) e (3-14) para $y = \delta$ tem-se:

$$k(T_w - T_s) \frac{\partial \theta}{\partial \eta}(\eta_\delta) = h_{fg} \frac{\rho \alpha}{2} (f(\eta_\delta) - \beta) \quad (3-29)$$

E substituindo as relações (3-26) e (3-27):

$$Sr \frac{\partial \theta}{\partial \eta}(\eta_\delta) = - \frac{1}{2} (f(\eta_\delta) - \beta) \quad (3-30)$$

A.4. Transferência de Calor

i. Temperatura da Superfície Porosa Constante

Derivando a equação (3-14) em relação a y e substituindo na relação (2-21) para $y = 0$ tem-se:

$$Nu_x = - Ra^{1/2} X^{1/2} \theta'(0) \quad (3-31)$$

ou

$$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}} = - \theta'(0) \quad (3-32)$$

Onde Ra_x é o número de Rayleigh local modificado definido pela relação:

$$Ra_x = \frac{K (\rho - \rho_v) g x}{\mu \alpha} \quad (3-33)$$

ii. Temperatura da Superfície Não Constante

Analogamente, derivando-se a equação (3-20) em relação a y e substituindo na relação (2-21) para $y = 0$ juntamente com a relação (3-33) tem-se:

$$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}} = \frac{-\partial \theta}{\partial \eta}(0) \quad (3-34)$$

B. CILINDRO HORIZONTAL

A figura (3-2) mostra o modelo físico do problema de condensação plicular em um meio poroso sobre um cilindro horizontal.

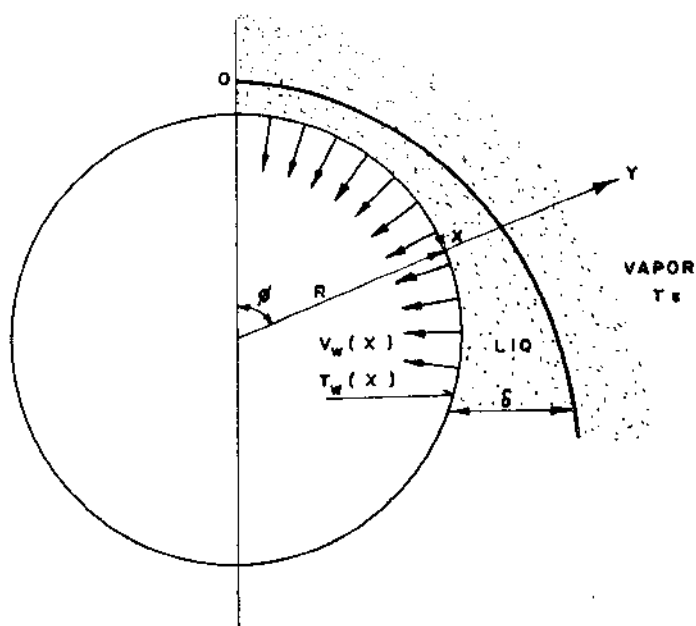


FIG. (3 - 2) CONDENSAÇÃO SOBRE CILINDRO HORIZONTAL

A equação de conservação de quantidade de movimento para o cilindro horizontal de comprimento característico $c = R$ e ângulo entre a coordenada y e a direção vertical $\phi = x/R$ é:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{K}{\mu} (\rho - \rho_V) g \sin \frac{x}{R} \quad (3-35)$$

A equação de conservação de energia é a mesma definida para a placa plana vertical pela relação (3-6).

O número de Rayleigh modificado (3-4.a) e os parâmetros característicos (3-4.b,c,e) para o cilindro horizontal são:

$$Ra = \frac{K (\rho - \rho_V) g R}{\mu \alpha} \quad (3-36.a)$$

$$X = \frac{x}{R} \quad (3.36.b)$$

$$H(X) = \sin X \quad (3-36.c)$$

$$G(X) = \left[1 - \cos X \right]^{1/2} \quad (3-36.d)$$

Portanto, as variáveis de similaridade (3-1) e (3-2) para o cilindro horizontal se tornam:

$$\eta = \frac{Ra^{1/2}}{R} \frac{\sin X}{(1 - \cos X)^{1/2}} \quad (3-37)$$

$$\Psi = \alpha Ra^{1/2} (1 - \cos X)^{1/2} f(\eta) - \int_0^X v_w(x) dx \quad (3-38)$$

B.1. Conservação de Quantidade de Movimento Adimensional

As componentes de velocidade longitudinal e normal (relação (2-4)) em termos das variáveis adimensionais definidas pelas relações (3-37) e (3-38) são:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\alpha}{R} Ra \sin X f' \quad (3-39)$$

$$v = \frac{-\partial \Psi}{\partial x} = - \frac{\alpha Ra^{1/2} \sin X}{2R(1 - \cos X)^{1/2}} f - \frac{\alpha Ra}{R^2} y \left[\cos X - \frac{\sin^2 X}{2(1 - \cos X)^{3/2}} \right] f' + v_w(x) \quad (3-40)$$

Derivando a equação (3-39) em relação a x e a equação (3-40) em relação a y verifica-se que a função de corrente Ψ definida pela relação (3-38) satisfaz a conservação de massa definida pela relação (2-1).

Substituindo a relação (3-39) na relação (3-35) obtém-se a equação da conservação de quantidade de movimento adimensional para o cilindro horizontal:

$$f' = 1 \quad (3-41)$$

B.2. Conservação de Energia Térmica Adimensional

i. Temperatura da Superfície Porosa Constante

A temperatura T dentro da camada líquida, em termos do parâmetro de temperatura adimensional θ definido pela relação (3-3), para o cilindro horizontal com T_w constante tem a mesma forma apresentada pela relação (3-14).

Derivando a equação (3-14) em relação a x e em relação a y (derivada segunda em relação a y) com a variável de similaridade definida pela relação (3-37) e substituindo na relação (3-6) juntamente com as relações (3-39) e (3-40) obtém-se a equação da conservação de energia adimensional para o cilindro horizontal com temperatura da superfície porosa constante:

$$\theta'' + \frac{f}{2} \theta' - \frac{v_w(x) R (1 - \cos X)^{1/2}}{\alpha Ra^{1/2} \sin X} \theta' = 0 \quad (3-41)$$

A equação (3-41) é ainda mais simplificada quando a transferência lateral de massa v_w for uma função da coordenada longitudinal da forma $(\sin X)/(1 - \cos X)^{1/2}$. Então a relação $[v_w(x) R (1 - \cos X)^{1/2}] / (\alpha Ra^{1/2} \sin X)$ é uma constante e pode ser definida para o cilindro horizontal analogamente ao caso da placa plana vertical pela relação:

$$\frac{\beta}{2} = \frac{v_w(x) R (1 - \cos X)^{1/2}}{\alpha Ra^{1/2} \sin X} \quad (3-42)$$

Então, a relação (3-41) fica:

$$\theta'' - \frac{1}{2} (\beta - f) \theta' = 0 \quad (3-43)$$

As condições de contorno são as mesmas apresentadas para a placa plana vertical e fornecidas pelas relações (3-19.a) e (3-19.b).

ii. Temperatura da Superfície Porosa Não Constante

A temperatura T dentro da camada líquida, em termos de parâmetro de temperatura adimensional θ definido pela relação (3-3), para o cilindro horizontal com T_w não constante tem a mesma forma definida pela relação (3-20).

Portanto, analogamente ao procedimento apresentado para T_w constante, a equação de conservação de ener -

gia adimensional para o cilindro horizontal com temperatura da superfície porosa não constante será:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} (\Gamma - \beta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \left[\frac{(1 - \cos X)}{\sin X} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{(1 - \cos X)}{X \sin X} \lambda \theta \right] f' = 0 \quad (3-44)$$

A relação (3-44) mostra ainda que, quando a temperatura da superfície porosa é constante ($\lambda = 0$), o parâmetro de temperatura adimensional θ é função somente da variável de similaridade η e a mesma coincide com a relação (3-43).

As condições de contorno são as mesmas apresentadas para a placa plana vertical definidas pelas relações (3-19.a) e (3-19.b).

B.3. Balanço de Energia na Interface Líquido-Vapor

Na relação (3-37), quando a coordenada y é igual à espessura da película condensada δ , a variável de similaridade η é igual à espessura da película adimensional η_δ , então:

$$\eta_\delta = \frac{Ra^{1/2} \delta \sin X}{R (1 - \cos X)^{1/2}} \quad (3-45)$$

Analogamente ao procedimento realizado para a placa plana vertical (seção 3.2.2.A.3) obtém-se para o cilin -

dro horizontal:

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{\delta}{R} \left[\frac{\sin X}{2(1-\cos X)} - \frac{\cos X}{\sin X} \right] \quad (3-46)$$

i. Temperatura da Superfície Porosa Constante

Derivando a equação (3-14) em relação a y e substituindo na relação (2-16), juntamente com as relações (3-39), (3-40) e (3-46) para $y = \delta$ tem-se para o cilindro horizontal:

$$k (T_w - T_s) \theta'(\eta_\delta) = h_{fg} \rho \frac{\alpha}{2} (f(\eta_\delta) - \beta) \quad (3-47)$$

E, utilizando as relações (3-26) e (3-27):

$$Sr \theta'(\eta_\delta) = - \frac{1}{2} (f(\eta_\delta) - \beta) \quad (3-48)$$

ii. Temperatura da Superfície Porosa Não Constante

Analogamente, derivando-se a equação (3-20) em relação a y e substituindo na relação (2-16) juntamente com as relações (3-39), (3-40) e (3-46) para $y = \delta$ e, em seguida, utilizando as relações (3-26) e (3-27) tem-se:

$$Sr \frac{\partial \theta}{\partial \eta}(\eta_\delta) = - \frac{1}{2} (f(\eta_\delta) - \beta) \quad (3-49)$$

B.4. Transferência de Calor

i. Temperatura da Superfície Porosa Constante

Derivando a equação (3-14) em relação a y , com a variável de similaridade definida pela relação (3-37), substituindo na relação (2-21) para $y = 0$ e ainda, utilizando a relação (3-33) tem-se, para o cilindro horizontal:

$$\frac{Nu_X}{Ra_X^{1/2}} = \frac{-X^{1/2} \text{sen } X}{(1 - \cos X)^{1/2}} \theta'(0) \quad (3-50)$$

ii. Temperatura da Superfície Porosa Não Constante

Analogamente, derivando-se a equação (3-20) em relação a y e substituindo na relação (2-21) para $y = 0$ juntamente com a relação (3-33) tem-se:

$$\frac{Nu_X}{Ra_X^{1/2}} = \frac{-X^{1/2} \text{sen } X}{(1 - \cos X)^{1/2}} \frac{\partial \theta}{\partial \eta}(0) \quad (3-51)$$

3.2.3. ADIMENSIONALIZAÇÃO PARA CORPOS AXIAL - MENTE SIMÉTRICOS

Analogamente à seção (3.2.2), a adimensionalização das equações diferenciais parciais (2-5), (2-6), (2-16) e (2-21) será desenvolvida nesta seção para dois corpos axialmente simétricos ($m = 1$), em particular para o cone de ângulo arbitrário γ e altura L e para a esfera de raio R . Esta adimensionalização, assim como na seção (3.2.2), determinará a variação da transferência lateral de massa v_w em função da coordenada longitudinal para cada um dos corpos em questão e para o qual seja possível determinar a existência de solução por similaridade.

A - CONE DE ÂNGULO ARBITRÁRIO γ

A figura (3-3) mostra o modelo físico do problema de condensação pelicular em um meio poroso sobre um cone poroso permeável de ângulo arbitrário γ .

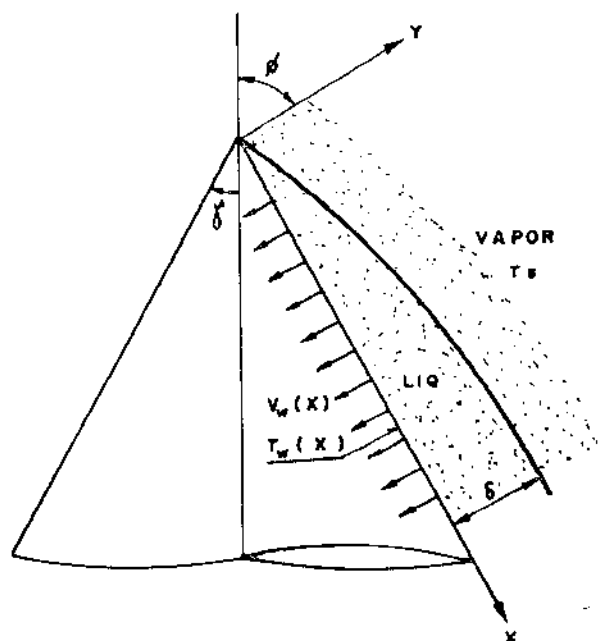


FIG. (3 - 3) CONDENSÇÃO SOBRE UM CONE DE ÂNGULO γ

As equações de conservação de quantidade de movimento (2-5) e conservação de energia (2-6) para o cone de ângulo arbitrário γ , comprimento característico $c = L$, ângulo entre a coordenada y e a direção vertical (eixo) $\emptyset = \pi/2 - \gamma$ e a distância radial entre o eixo e a superfície do corpo $r(x) = x \sin \gamma$ são:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{K}{\mu} (\rho - \rho_v) g \sin \emptyset \quad (3-52)$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3-53)$$

O número de Rayleigh modificado (3-4.a) e o parâmetro característico (3-4.b) são os mesmos definidos pelas relações (3-7.a) e (3-7.b) para a placa plana vertical. Os parâmetros característicos restantes (3-4.c,d,e) para o cone de ângulo arbitrário γ são:

$$H(X) = \cos \gamma \quad (3-54.a)$$

$$R(X) = X \sin \gamma \quad (3-54.b)$$

$$G(X) = X \sin \gamma \left[\frac{X}{3} \cos \gamma \right]^{1/2} \quad (3-54.c)$$

Portanto, as variáveis de similaridade (3-1) e (3-2) para o cone de ângulo arbitrário γ se tornam:

$$\eta = Ra^{1/2} \left(\frac{Y}{L} \right) \frac{\cos^{1/2} \gamma}{\left(\frac{X}{3} \right)^{1/2}} \quad (3-55)$$

$$\Psi = \alpha Ra^{1/2} LX \sin \gamma \left[\frac{X}{3} \cos \gamma \right]^{1/2} f(\eta) - \int_0^X r(x) v_w(x) dx \quad (3-56)$$

A.1. Conservação de Quantidade de Movimento Adimensional

As componentes de velocidade longitudinal e normal (relação (2-4)) em termos das variáveis adimensionais definidas pelas relações (3-55) e (3-56) para o cone de ângulo arbitrário γ são:

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\alpha}{L} Ra \cos \gamma f' \quad (3-57)$$

$$v = - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{-3 \alpha Ra^{1/2} \cos^{1/2} \gamma}{2 L (3 X)^{1/2}} f + \frac{\alpha Ra \gamma \cos \gamma}{2 L^2 X} f' + v_w(x) \quad (3-58)$$

Multiplicando-se a equação (3-57) pela distância radial r e derivando o resultado deste produto em relação a x e, multiplicando a equação (3-58) pela distância radial r e derivando o resultado deste produto em relação a y , verifica-se que a função de corrente Ψ definida pela relação (3-56) satisfaz a conservação de massa (2-1).

Substituindo a relação (3-57) na relação (3-52)

tem-se a equação da conservação de quantidade de movimento adimensional para o cone de ângulo arbitrário γ :

$$f' = 1 \quad (3-59)$$

A.2. Conservação de Energia Térmica Adimensional

i. Temperatura da Superfície Porosa Constante

A temperatura T dentro da camada líquida em termos do parâmetro de temperatura adimensional θ definido pela relação (3-3) para o cone de ângulo arbitrário γ com T_w constante tem a mesma forma apresentada pela relação (3-14).

Derivando a equação (3-14) em relação a x e em relação a y (derivada segunda em relação a y) com a variável de similaridade definida pela relação (3-55) e substituindo na equação (3-6) juntamente com as relações (3-57) e (3-58) obtém-se a equação da conservação de energia adimensional para o cone de ângulo arbitrário γ com temperatura da superfície porosa constante:

$$\theta'' + \frac{1}{2} f \theta' - \frac{v_w(x) L \left(\frac{x}{3}\right)^{1/2}}{\alpha Ra^{1/2} \cos^{1/2} \gamma} \theta' = 0 \quad (3-60)$$

A equação (3-60) é ainda mais simplificada quando a transferência lateral de massa v_w for uma função da coordenada longitudinal elevada à potência $-1/2$ ($x^{-1/2}$). Então, a relação $[v_w(x)(Lx)^{1/2}] / [\alpha (3 Ra \cos \gamma)^{1/2}]$ é uma constante e pode ser definida analogamente aos casos da placa pla-

plana vertical e cilindro horizontal pela relação:

$$\frac{\beta}{2} = \frac{v_w(x) L X^{1/2}}{\alpha(3 Ra \cos \gamma)^{1/2}} \quad (3-61)$$

Então, a relação (3-60) fica:

$$\theta'' - \frac{1}{2} (\beta - f) \theta' = 0 \quad (3-62)$$

As condições de contorno são as mesmas definidas pelas relações (3-19.a) e (3-19.b) para a placa plana vertical.

ii. Temperatura da Superfície Porosa Não Constante

A temperatura T dentro da camada líquida em termos do parâmetro de temperatura adimensional θ definido pela relação (3-3) para o cone de ângulo arbitrário γ com T_w não constante tem a mesma forma definida pela relação (3-20).

Portanto, analogamente ao procedimento apresentado para T_w constante, a equação da conservação de energia adimensional para o cone de ângulo arbitrário γ com temperatura da superfície porosa não constante será:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} (f - \beta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - f' \left[\frac{X}{3} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\lambda}{3} \theta \right] = 0$$

(3-63)

A relação (3-63) mostra ainda que, quando a temperatura da superfície porosa é constante ($\lambda = 0$), o parâmetro de temperatura adimensional θ é função somente da variável de similaridade η e a mesma coincide com a relação (3-62).

As condições de contorno são as mesmas apresentadas para a placa plana vertical definidas pelas relações (3-19.a) e (3-19.b).

A.3. Balanço de Energia Térmica na Interface Líquido-Vapor

Na relação (3-55), quando a coordenada y é igual à espessura da película condensada δ , a variável de similaridade η é igual à espessura da película adimensional η_δ , então:

$$\eta_\delta = Ra^{1/2} \left(\frac{\delta}{L} \right) \frac{\cos^{1/2} \gamma}{\left(\frac{X}{3} \right)^{1/2}} \quad (3-64)$$

Analogamente ao procedimento realizado para a placa plana vertical (seção 3.2.2.A.3) obtêm-se para o cone de ângulo arbitrário γ :

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{\delta}{2LX} \quad (3-65)$$

i. Temperatura da Superfície Porosa Constante

Derivando a equação (3-14) em relação a y e substituindo na relação (2-16), juntamente com as relações (3-57), (3-58) e (3-65) para $y = \delta$ tem-se para o cone de ângulo arbitrário γ :

$$k(T_w - T_s)\theta'(\eta_\delta) = h_{fg} \frac{\rho^\alpha}{2} (f(\eta_\delta) - \beta) \quad (3-66)$$

E utilizando as relações (3-26) e (3-27):

$$Sr \theta'(\eta_\delta) = - \frac{1}{2} (f(\eta_\delta) - \beta) \quad (3-67)$$

ii. Temperatura da Superfície Porosa Não Constante

Analogamente, derivando-se a equação (3-20) em relação a y e substituindo na relação (2-16) juntamente com as relações (3-57), (3-58) e (3-65) para $y = \delta$ e, em seguida, utilizando as relações (3-26) e (3-27) tem-se:

$$Sr \frac{\partial \theta}{\partial \eta}(\eta_\delta) = - \frac{1}{2} (f(\eta_\delta) - \beta) \quad (3-68)$$

A.4. Transferência de Calor

i. Temperatura da Superfície Porosa Constante

Derivando a equação (3-14) em relação a y , com a variável de similaridade definida pela relação (3-55), substituindo na relação (2-21) para $y = 0$ e utilizando a relação (3-33) tem-se, para o cone de ângulo arbitrário γ :

$$\frac{Nu_X}{Ra_X^{1/2}} = - (3 \cos \gamma)^{1/2} \theta'(0) \quad (3-69)$$

ii. Temperatura da Superfície Porosa Não Constante

Analogamente, derivando-se a equação (3-20) em relação a y e substituindo na relação (2-21) para $y = 0$ juntamente com a relação (3-33) tem-se:

$$\frac{Nu_X}{Ra_X^{1/2}} = - (3 \cos \gamma)^{1/2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta}(0) \quad (3-70)$$

B - ESFERA

A figura (3-4) mostra o modelo físico do problema de condensação pelicular em um meio poroso sobre uma esfera porosa permeável.

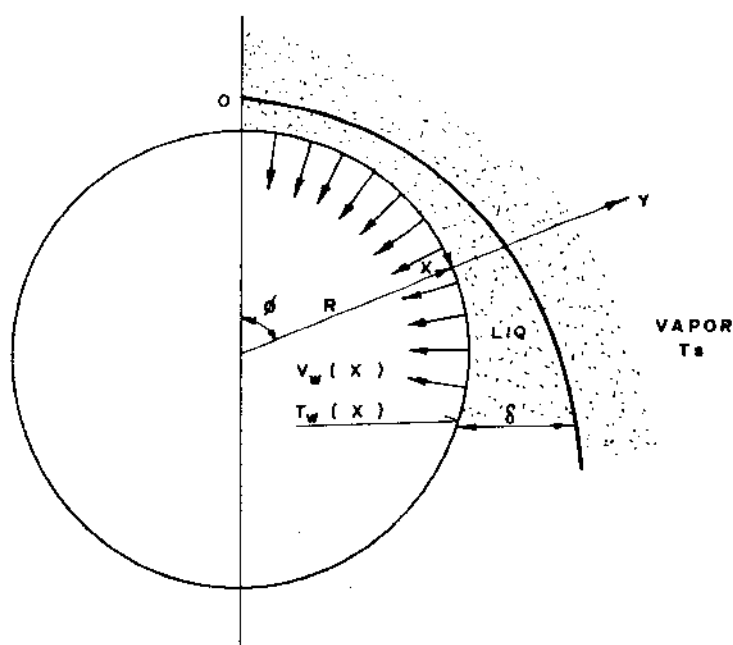


FIG. (3 - 4) CONDENSAÇÃO SOBRE ESFERA

As equações de conservação de quantidade de movimento e conservação de energia para a esfera de comprimento característico $c = R$, ângulo entre a coordenada y e a direção vertical (eixo) $\phi = x/R$ e distância radial entre o eixo e a superfície do corpo $r(x) = R \sin (x/R)$ são as mesmas definidas pelas relações (3-52) e (3-53) para o cone de ângulo arbitrário γ .

O número de Rayleigh modificado (3-4.a) e os parâmetros característicos (3-4.b) e (3-4.c) são os mesmos definidos pelas relações (3-36.a), (3-36.b) e (3-37.c) para o cilindro horizontal. Os parâmetros característicos restantes (3-4.d, e) para a esfera são:

$$R(X) = \sin X \quad (3-71.a)$$

$$G(X) = \left[\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3} \right]^{1/2} \quad (3-71.b)$$

Portanto, as variáveis de similaridade (3-1) e (3-2) para a esfera se tornam:

$$\eta = Ra^{1/2} \left(\frac{y}{R} \right) \frac{\sin^2 X}{\left[\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3} \right]^{1/2}} \quad (3-72)$$

$$\begin{aligned} \Psi &= \alpha Ra^{1/2} \left[\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3} \right]^{1/2} R f(\eta) - \\ &- \int_0^X R \sin X v_w(x) dx \end{aligned} \quad (3-73)$$

B.1. Conservação da Quantidade de Movimento Adimensional

As componentes de velocidade longitudinal e normal (relação (2-4)) em termos das variáveis adimensionais de finidas pelas relações (3-72) e (3-73) para a esfera são:

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\alpha}{R} Ra \sin X f' \quad (3-74)$$

$$\begin{aligned} v &= - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial x} = - \frac{\alpha Ra^{1/2} \sin^2 X}{2R \left[\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3} \right]^{1/2}} f - \\ &- \frac{\alpha Ray}{R^2} \left[2 \cos X - \frac{\sin^4 X}{2 \left(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3} \right)} \right] f' + \\ &+ v_w(x) \end{aligned} \quad (3-75)$$

Multiplicando-se a equação (3-74) pela distância radial r e derivando o resultado deste produto em relação a x e, multiplicando a equação (3-75) também pela distância radial r e derivando o resultado deste produto em relação a y , verifica-se que a função de corrente Ψ definida pela relação (3-73) satisfaz a conservação de massa (2-1).

Substituindo a relação (3-74) na relação (3-52) tem-se a equação da conservação de quantidade de movimento adimensional para a esfera:

$$f' = 1 \quad (3-76)$$

B.2. Conservação de Energia Térmica Adimensional

i. Temperatura da Superfície Porosa Constante

A temperatura T dentro da camada líquida, em termos do parâmetro de temperatura adimensional θ definido pela relação (3-3), para a esfera com T_w constante tem a mesma forma definida pela relação (3-14).

Derivando a equação (3-14) em relação a x e em relação a y (derivada segunda em relação a y) com a variável de similaridade definida pela relação (3-72) e substituindo na relação (3-6) juntamente com as relações (3-74) e (3-75) obtém-se a equação da conservação de energia adimensional para a esfera com temperatura da superfície porosa constante:

$$\theta'' + \frac{1}{2} f(\theta') = \frac{v_w(x)R \left(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3} \right)^{1/2}}{\alpha Ra^{1/2} \sin^2 X} \quad \theta' = 0$$

(3-77)

A equação (3-77) é ainda mais simplificada quando a transferência lateral de massa v_w for uma função da coordenada longitudinal da forma $\left[(\sin^2 X) / \left(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3} \right)^{1/2} \right]$.

Então a relação $\left[v_w(x)R \left(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3} \right)^{1/2} / (\alpha Ra^{1/2} \sin^2 X) \right]$ é uma constante e pode ser definida analogamente aos casos da placa plana vertical, cilindro horizontal e cone de ângulo arbitrário γ pela relação:

$$\frac{\beta}{2} = \frac{v_w(x)R \left(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3} \right)^{1/2}}{\alpha Ra^{1/2} \sin^2 X} \quad (3-78)$$

Logo, a relação (3-77) fica:

$$\theta'' + \frac{1}{2} (\beta - f) \theta' = 0 \quad (3-79)$$

As condições de contorno são as mesmas apresentadas para a placa plana vertical pelas relações (3-19.a) e (3-19.b).

ii. Temperatura da Superfície Porosa Não Constante

A temperatura T dentro da camada líquida, em

termos do parâmetro de temperatura adimensional θ definido pela relação (3-3), para a esfera com T_w não constante tem a mesma forma definida pela relação (3-20).

Portanto, analogamente ao procedimento apresentado para T_w constante, a equação da conservação de energia adimensional para a esfera com temperatura da superfície porosa não constante será:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2}(f-\beta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \frac{\left(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3}\right)}{\sin^3 X} f' \left[\frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\lambda}{X} \theta \right] = 0 \quad (3-80)$$

A relação (3-80) mostra também que, quando a temperatura da superfície porosa é constante ($\lambda = 0$), o parâmetro de temperatura adimensional θ é função apenas da variável de similaridade η e a mesma coincide com a relação (3-79).

As condições de contorno são as mesmas apresentadas para a placa plana vertical definidas pelas relações (3-19.a) e (3-19.b).

B.3. Balanço de Energia Térmica na Interface Líquido-Vapor

Na relação (3-72), quando a coordenada y é igual à espessura da película condensada δ , a variável da si-

milaridade η é igual à espessura adimensional η_δ , então:

$$\eta_\delta = Ra^{1/2} \left(\frac{\delta}{R} \right) \frac{\sin^2 X}{\left(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3} \right)^{1/2}} \quad (3-81)$$

Analogamente ao procedimento realizado para a placa plana vertical (seção 3.2.2.A.3) obtém-se para a esfera:

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{\delta}{R} \left[\frac{\sin^3 X}{2 \left(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3} \right)} - 2 \frac{\cos X}{\sin X} \right] \quad (3-82)$$

i. Temperatura da Superfície Porosa Constante

Derivando a equação (3-14) em relação a y e substituindo na relação (2-16), juntamente com as relações (3-74), (3-75) e (3-82) para $y = \delta$ tem-se para a esfera:

$$k(T_w - T_s) \theta'(\eta_\delta) = h_{fg} \rho \frac{\alpha}{2} (f(\eta_\delta) - \beta) \quad (3-83)$$

e, utilizando as relações (3-26) e (3-27):

$$Sr \theta'(\eta_\delta) = - \frac{1}{2} (f(\eta_\delta) - \beta) \quad (3-84)$$

ii. Temperatura da Superfície Porosa Não Constante

Analogamente, derivando-se a equação (3-20) em relação a y e substituindo na relação (2-16) juntamente com as relações (3-74), (3-75) e (3-82) para $y = \delta$ e, em seguida, utilizando as relações (3-26) e (3-27) tem-se:

$$Sr \frac{\partial \theta}{\partial \eta}(\eta_\delta) = - \frac{1}{2} (f(\eta_\delta) - \beta) \quad (3-85)$$

B.4. Transferência de Calor

i. Temperatura da Superfície Porosa Constante

Derivando a equação (3-14) em relação a y , com a variável de similaridade definida pela relação (3-72), substituindo na relação (2-21) para $y = 0$ e ainda, utilizando a relação (3-33) tem-se, para a esfera:

$$\frac{Nu_X}{Ra_X^{1/2}} = - \frac{X^{1/2} \operatorname{sen}^2 X}{\left(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3} \right)^{1/2}} \theta'(0)$$

(3-86)

ii. Temperatura da Superfície Porosa Não
Constante

Analogamente, derivando-se a equação (3-20) em relação a y e substituindo na relação (2-21) para $y = 0$ juntamente com a relação (3-33) tem-se:

$$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}} = - \frac{X^{1/2} \operatorname{sen}^2 X}{\left(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3}\right)^{1/2}} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} (0) \quad (3-87)$$

3.2.4. GENERALIZAÇÃO PARA CORPOS DE CONFIGURAÇÃO ARBITRÁRIA

A - TRANSFERÊNCIA LATERAL DE MASSA NÃO UNIFORME GENERALIZADA

Através do desenvolvimento para cada caso particular apresentado nas seções 3.2.2.A, 3.2.2.B, 3.2.3.A e 3.2.3.B, respectivamente, para a placa plana vertical, cilindro horizontal, cone de ângulo arbitrário γ e esfera, e com as generalizações para a variável de similaridade adimensional (2-1) e função de corrente (2-2), é possível uma generalização para a transferência lateral de massa $v_w(x)$ em termos dos parâmetros característicos que dependem da geometria do corpo, definidos pelas relações (3-4.a,b,c,d,e) tanto para corpos bidimensionais como para corpos axialmente simétricos, ou seja, para corpos de configuração arbitrária e contornos regulares.

Comparando as relações (3-17), (3-42), (3-61) e (3-78), a transferência lateral de massa $v_w(x)$ generalizada, para a qual a equação de conservação de energia (2-6) se apresenta de uma forma adimensional bem simplificada, é definida pela relação:

$$v_w(x) = \frac{\beta \propto Ra^{1/2} H(X) R^m(X)}{2 c G(X)} \quad (3-88)$$

Onde β , já definida anteriormente, é uma constante que caracteriza o novo parâmetro de transferência lateral de massa adimensional e, desta forma, assume a direção e a magnitude de transferência lateral de massa $v_w(x)$, ou seja, quando $\beta < 0$ tem-se sucção, quando $\beta > 0$ tem-se injeção e, quan

do $\beta = 0$ tem-se o caso de superfície sólida impermeável.

B. CONSERVAÇÃO DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO ADIMENSIONAL GENERALIZADA

A equação da conservação de quantidade de movimento adimensional generalizada pode ser obtida pela comparação das relações (3-15), (3-41), (3-59) e (3-76) que resulta na relação:

$$f' = 1 \quad (3-89)$$

Desde que as propriedades físicas do líquido condensado, vapor saturado e meio poroso são considerados constantes, a relação (3-89) mostra que a velocidade longitudinal adimensional é constante e igual à unidade.

C. CONSERVAÇÃO DE ENERGIA TÉRMICA ADIMENSIONAL GENERALIZADA

Através do desenvolvimento para cada caso em particular apresentado nas seções 3.2.2.A, 3.2.2.B, 3.2.3.A e 3.2.3.B, foram determinadas duas formas para a equação de conservação de energia térmica adimensional, uma para o caso de temperatura da superfície porosa constante ($\lambda = 0$) e outra para o caso de temperatura da superfície porosa não constante ($\lambda \neq 0$).

C.1. Temperatura da Superfície Porosa Constante

Comparando as relações (3-18), (3-43), (3-62) e (3-79) pode-se generalizar a equação da conservação de energia adimensional para T_w constante através da relação:

$$\theta'' + \frac{1}{2} (f - \beta) \theta' = 0 \quad (3-90)$$

A relação (3-90) mostra que a forma final da equação da conservação de energia térmica adimensional para o caso da temperatura da superfície porosa constante ($\lambda = 0$) não depende diretamente da forma do corpo mas depende diretamente da transferência lateral de massa v_w definida pela relação (3-88). Quando v_w varia com a distância longitudinal da forma apresentada na relação (3-88) pode-se concluir que solução similar existe e a solução da relação (3-90) é uma solução generalizada, válida para corpos de configuração arbitrária e contornos regulares.

As linhas que aparecem nas equações (3-89) e (3-90) denotam derivadas totais em relação à variável de similaridade η e foram definidas pelas relações (3-12) e (3-16).

As condições de contorno para a solução das equações (3-89) e (3-90) são:

$$\eta = 0 \quad \theta = 1 \quad f = 0 \quad (3-91.a)$$

$$\eta = \eta_\delta \quad \theta = 0 \quad (3-91.b)$$

C.2. Temperatura da Superfície Porosa Não Constante

Comparando as relações (3-21), (3-41), (3-63) e (3-80) pode-se generalizar também a equação da conservação de energia térmica adimensional para T_w não constante em termos dos parâmetros característicos pela relação:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} (f - \beta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \left[\frac{G^2(X)}{H(X) R^{2m}(X)} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{G^2(X)}{X H(X) R^{2m}(X)} \lambda \theta \right] f' = 0 \quad (3-92)$$

A relação (3-92) mostra que se a temperatura da superfície porosa é constante ($\lambda = 0$), o parâmetro de temperatura adimensional θ é somente uma função da variável de similaridade η e ocorre a coincidência da relação (3-92) com a relação (3-90). Pode-se concluir então que a relação (3-92) é válida para todos os valores de λ e que, o caso da temperatura da superfície porosa constante ($\lambda = 0$) é um caso particular do caso da temperatura da superfície porosa não constante.

As condições de contorno para a solução da equação (3-92) são as mesmas apresentadas pelas relações (3-91.a) e (3-91.b).

Esta formulação (relação (3-92)), juntamente com os resultados apresentados no capítulo IV, foi publicado no periódico *International Communications In Heat And Mass Transfer*, vol. 11, nº 4, pp. 377-384 (1984).

D. BALANÇO DE ENERGIA TÉRMICA GENERALIZADO NA INTERFACE LÍQUIDO-VAPOR

A espessura da película condensada adimensional é determinada através da relação que representa um balanço de energia térmica na interface líquido-vapor.

D.1. Temperatura da Superfície Porosa Constante

A relação que representa o balanço de energia térmica generalizada na interface líquido-vapor para T_w constante é obtida pela comparação das relações (3-28), (3-48), (3-67) e (3-84), ou seja:

$$Sr \cdot \Theta'(\eta_\delta) = - \frac{1}{2} (f(\eta_\delta) - \beta) \quad (3-93)$$

A relação (3-93) mostra que o parâmetro de sub-resfriamento Sr depende da espessura da película condensada adimensional η_δ e do parâmetro de transferência lateral de massa adimensional β .

D.2. Temperatura da Superfície Porosa Não Constante

Analogamente, a relação que representa o balanço de energia térmica generalizado na interface líquido-vapor para T_w não constante é obtida pela comparação das relações (3-30), (3-49), (3-68) e (3-85), ou seja:

$$Sr \frac{\partial \Theta}{\partial \eta}(\eta_\delta) = - \frac{1}{2} (f(\eta_\delta) - \beta) \quad (3-94)$$

E. TRANSFERÊNCIA DE CALOR GENERALIZADA

E.1. Temperatura da Superfície Porosa Constante

Uma relação generalizada que representa a transferência de calor na superfície porosa dos corpos para T_w constante é obtida pela comparação das relações (3-32), (3-50), (3-69) e (3-86) e definida em termos dos parâmetros característicos como:

$$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}} = X^{1/2} \frac{H(X)R^m(X)}{G(X)} \left[-\theta'(0) \right] \quad (3-95)$$

E.2. Temperatura da Superfície Porosa Não Constante

Analogamente, uma relação generalizada que representa a transferência de calor na superfície porosa dos corpos para T_w não constante é obtida pela comparação das relações (3-34), (3-51), (3-70) e (3-87) e definida em termos dos parâmetros característicos como:

$$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}} = X^{1/2} \frac{H(X)R^m(X)}{G(X)} \left[-\frac{\partial \theta}{\partial \eta}(0) \right] \quad (3-96)$$

onde o número de Rayleigh local modificado Ra_x que aparece nas relações (3-95) e (3-96) é definido pela relação (3-33).

Para um dado valor do número de Rayleigh local modificado (Ra_x), as relações (3-95) e (3-96) mostram que o número de Nusselt local (Nu_x) também depende dos parâmetros de espessura da película condensada adimensional η_δ e da transferência lateral de massa adimensional β , pois o valor do gradiente de temperatura $\theta'(0)$ e $(\partial\theta/\partial\eta)_{\eta=0}$ depende de ambos.

5.3. TRANSFERÊNCIA LATERAL DE MASSA UNIFORME

O problema de transferência lateral de massa uniforme e temperatura da superfície porosa não constante será desenvolvido para a placa plana vertical, portanto, o modelo físico e o sistema de coordenadas são os mesmos apresentados pela figura (3-1), assim como as equações de conservação de quantidade de movimento e conservação de energia térmica são representados pelas relações (3-5) e (3-6), respectivamente. O número de Rayleigh modificado e os parâmetros característicos são os mesmos apresentados pelas relações (3-7.a,b,c,d) e a variável de similaridade adimensional η é a mesma definida pela relação (3-8).

As alterações fundamentais ocorrem no parâmetro de transferência lateral de massa adimensional β , na função de corrente ψ , no parâmetro de temperatura adimensional θ e na condição de contorno na superfície do corpo.

Uma vez que a transferência lateral de massa v_w é constante, então o parâmetro de transferência lateral de massa adimensional β definido pela relação (3-17) é uma função da coordenada longitudinal e não mais uma constante. Em consequência, a função de corrente adimensional f definida pela relação (3-9) não é função somente da variável adimensional η mas também uma função do parâmetro de transferência lateral de massa adimensional β , ou seja:

$$\psi = \alpha Ra^{1/2} X^{1/2} f(\eta, \beta) - v_w x \quad (3-97)$$

O mesmo ocorre com o parâmetro de temperatura adimensional θ definido pela relação (3-3) que também será fun -

ção da variável de similaridade adimensional η e do parâmetro de transferência lateral de massa adimensional β , ou seja:

$$\theta(\eta, \beta) = \frac{T - T_s}{T_w - T_s} \quad (3-98)$$

E a condição de contorno na superfície será a definida pela relação (2-7.b) e não mais a definida pela relação (2-7.a).

3.3.1. CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO ADIMENSIONAL

As componentes de velocidade longitudinal e normal (relação (2-4)), com a função de corrente Ψ definida pela relação (3-97), são:

$$u = \frac{\alpha}{L} Ra \frac{\partial f}{\partial \eta} \quad (3-99)$$

$$v = - \frac{\alpha Ra^{1/2}}{L X^{1/2}} f + \frac{\alpha Ra}{X L^2} y \frac{\partial f}{\partial \eta} - v_w \left(\frac{\partial f}{\partial \beta} - 1 \right)$$

(3-100)

Derivando a equação (3-99) em relação a x e a equação (3-100) em relação a y verifica-se que a função de corrente Ψ definida pela relação (3-97) satisfaz a conservação de massa (2-1).

Substituindo a relação (3-99) na relação (3-5) obtém-se a equação da conservação de quantidade de movimento adimensional:

$$\frac{\partial f}{\partial \eta} = 1 \quad (3-101)$$

3.3.2. CONSERVAÇÃO DE ENERGIA TÉRMICA ADIMENSIONAL.

A temperatura T dentro da camada líquida em termos do parâmetro de temperatura adimensional θ definido pela relação (3-98) é:

$$T = T_s - Ax^\lambda \theta(\eta, \beta) \quad (3-102)$$

Derivando a equação (3-102) em relação a x e em relação a y (derivada segunda em relação a y) e substituindo na relação (3-6) juntamente com as relações (3-99), (3-100) e (3-17) tem-se a equação da conservação de energia térmica adimensional:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} f \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \frac{\beta}{2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \frac{\partial \theta}{\partial \beta} \frac{\partial f}{\partial \eta} - \frac{\partial f}{\partial \beta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) - \\ - \lambda \frac{\partial f}{\partial \eta} \theta = 0 \end{aligned} \quad (3-103)$$

As condições de contorno (2-7.b) e (2-7.c) , em termos das variáveis adimensionais são:

$$\eta = 0 \quad \theta = 1 \quad f + \beta \frac{\partial f}{\partial \beta} = 0 \quad (3-104.a)$$

$$\eta = \eta_\delta \quad \theta = 0 \quad (3-104.b)$$

A espessura da película condensada adimensional η_δ é determinada pelo balanço de energia na interface líquido-vapor (relação (2-16)).

3.3.3. BALANÇO DE ENERGIA TÉRMICA NA INTERFACE LÍQUIDO-VAPOR.

Derivando a equação (3-102) em relação a y e substituindo na relação (2-16), juntamente com as relações (3-99), (3-100) e (3-24) para $y = \delta$ tem-se:

$$k(T_w - T_s) \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)_{\eta=\eta_\delta} = h_{fg} \rho \frac{\alpha}{2} \left(f - \beta + \beta \frac{\partial f}{\partial \beta} \right)_{\eta=\eta_\delta} \quad (3-105)$$

Substituindo as relações (3-26) e (3-27) na relação (3-105) tem-se:

$$Sr \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)_{\eta=\eta_\delta} = - \frac{1}{2} \left(f - \beta + \beta \frac{\partial f}{\partial \beta} \right)_{\eta=\eta_\delta} \quad (3-106)$$

3.3.4. TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Derivando a equação (3-102) em relação a y e substituindo na relação (2-21) para $y = 0$ tem-se:

$$Nu_x = - Ra^{1/2} X^{1/2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} \quad (3-107)$$

Ou, em termos do número de Rayleigh local modificado definido pela relação (3-33):

$$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}} = - \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} \quad (3-108)$$

C A P Í T U L O I V

SOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES ADIMENSIONAIS

4.1. APRESENTAÇÃO

Os métodos utilizados nas soluções das equações governantes adimensionais com as respectivas condições de contorno serão desenvolvidos no presente capítulo.

Inicialmente será abordado o problema da transferência lateral de massa não uniforme e temperatura da superfície porosa constante, cujas equações governantes adimensionais são equações diferenciais ordinárias bastante simples e apresentam soluções analíticas imediatas. Para o caso de temperatura da superfície porosa não constante, a equação da conservação de energia térmica é uma equação diferencial parcial cuja solução não é imediata e, desta forma, foi utilizado o método aproximado de desenvolvimento em série de potências e as equações diferenciais ordinárias resultantes das primeiras aproximações foram resolvidas por método numérico.

Em seguida será abordado o problema da transferência lateral de massa uniforme, cujas equações governantes adimensionais são equações diferenciais parciais. No entanto, a equação da conservação de quantidade de movimento adimensional é bastante simples e pode ser resolvida analiticamente. A equação da conservação de energia térmica é mais complexa e foi utilizado também o método de desenvolvimento em série de potências e obtido um sistema de equações diferenciais ordinárias resultantes das primeiras aproximações. No caso da temperatura da superfície porosa constante, o sistema de equações diferenciais ordinárias apresenta solução analítica, porém, o caso da temperatura da superfície porosa não constante as soluções analíticas não são simples e o sistema de equações diferenciais ordinárias foi resolvido por um método numérico.

Será considerado ainda uma sucção assintótica para o caso de transferência lateral de massa uniforme.

Finalmente, será apresentado a metodologia utilizada para a obtenção dos resultados.

4.2. TRANSFERÊNCIA LATERAL DE MASSA NÃO UNIFORME

4.2.1. EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO ADIMENSIONAL

A equação da conservação de quantidade de movimento adimensional (3-89), juntamente com a condição de contorno (3-91.a) apresenta solução analítica imediata definida pela relação:

$$f(\eta) = \eta \quad (4-1)$$

4.2.2. EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE ENERGIA TÉRMICA ADIMENSIONAL

A - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA CONSTANTE

A equação da conservação de energia térmica (3-90), uma vez resolvida a equação da conservação de quantidade de movimento, cuja solução é a relação (4-1), torna-se:

$$\theta'' + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \theta' = 0 \quad (4-2)$$

A relação (4-2), juntamente com as condições de contorno (3.91.a,b) também apresenta solução analítica imediata definida pela relação:

$$\theta(\eta) = 1 - \frac{\int_0^\eta e^{-\left(\frac{\eta - \beta}{2}\right)^2} d\eta}{\int_0^{\eta_\delta} e^{-\left(\frac{\eta - \beta}{2}\right)^2} d\eta} \quad (4-3)$$

Quando $B = 0$, o resultado coincide com o resultado apresentado por CHENG [12].

Este resultado foi apresentado no XI Encontro Sobre Escoamento em Meios Porosos e consta nos anais do mesmo, páginas 119-127, Vol. 1 (1983).

B - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA NÃO CONSTANTE

No caso da temperatura da superfície porosa não constante, a equação da conservação de energia térmica adimensional generalizada, definida pela relação (3-92), depende dos parâmetros característicos de cada tipo e, portanto, não possibilita uma solução generalizada. Então, será resolvida a equação da conservação de energia adimensional de cada corpo em particular.

B.1. Placa Plana Vertical

Com a solução da equação da conservação de quantidade de movimento adimensional (relação 4-1) e utilizando a relação (3-89), a equação da conservação de energia adimensional para a placa plana vertical definida pela relação (3-21) se torna:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - (X \frac{\partial \theta}{\partial X} + \lambda \theta) = 0 \quad (4-4)$$

A relação (4.4), juntamente com as condições de contorno (3-19.a,b), foi resolvida pelo método aproximado de desenvolvimento em série de potências, assumindo-se um perfil de temperatura adimensional da forma:

$$\Theta(\eta, X) = \Theta_0(\eta) + \Theta_1(\eta)X + \Theta_2(\eta)X^2 + \Theta_3(\eta)X^3 + \dots \quad (4-5)$$

Portanto:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = \Theta'_0 + \Theta'_1 X + \Theta'_2 X^2 + \Theta'_3 X^3 + \dots \quad (4-6)$$

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \eta^2} = \Theta''_0 + \Theta''_1 X + \Theta''_2 X^2 + \Theta''_3 X^3 + \dots \quad (4-7)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial X} = \Theta_1 + 2 \Theta_2 X + 3 \Theta_3 X^2 + \dots \quad (4-8)$$

Onde as linhas que aparecem nas relações (4-6) e (4-7) representam derivadas totais em relação à variável de similaridade η , conforme a relação (3-16).

Substituindo as relações (4-5), (4-6), (4-7) e (4-8) na relação (4-4) obtêm-se as seguintes equações diferenciais ordinárias resultantes das 3 primeiras aproximações:

Aproximação de ordem zero:

$$\Theta'_0 + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \Theta'_0 - \lambda \Theta_0 = 0 \quad (4-9.a)$$

Aproximação de ordem um:

$$\Theta'_1 + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \Theta'_1 - (\lambda + 1) \Theta_1 = 0 \quad (4-9.b)$$

Aproximação de ordem dois:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - (\lambda + 2) \theta = 0 \quad (4-9.c)$$

E as condições de contorno para resolver as 3 equações diferenciais ordinárias (4.9.a,b,c) são:

$$\eta = 0 \quad \theta_0 = 1 \quad \theta_i = 0 \quad (i=1,2,\dots) \quad (4-10.a)$$

$$\eta = \eta_\delta \quad \theta_i = 0 \quad (i=0,1,2,\dots) \quad (4-10.b)$$

Com as condições de contorno definidas pelas relações (4-10.a,b), somente a equação da aproximação de ordem zero (relação (4-9.a)) não apresenta solução trivial como solução única. Então, para o caso da placa plana vertical com transferência lateral de massa não uniforme e temperatura da superfície porosa não constante, o parâmetro de temperatura adimensional θ não depende do parâmetro característico adimensional X .

Devido a impossibilidade de se determinar uma solução analítica válida para qualquer valor de λ , a equação (4-9.a) será resolvida pelo método numérico de Runge-Kutta de oitava ordem.

B.2. Cilindro Horizontal

Com a solução da equação da quantidade de movimento adimensional (relação (4-1)) e utilizando a relação (3-89), a equação da conservação de energia adimensional para o cilindro horizontal (relação (3-44)) se torna:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \left[\frac{(1 - \cos X)}{\sin X} \frac{\partial \theta}{\partial X} - \frac{(1 - \cos X)}{X \sin X} \lambda \theta \right] = 0$$

Analogamente ao caso da placa plana, a relação (4-11) foi resolvida pelo método aproximado de desenvolvimento em série de potências, assumindo-se o mesmo perfil de temperatura adimensional definido pela relação (4-5). Desenvolvendo-se a relação $(1 - \cos X)/\sin X$ tem-se:

$$\frac{1 - \cos X}{\sin X} = \frac{X}{2} + \frac{X^3}{12} - \frac{X^5}{240} + \dots \quad (4-12)$$

Substituindo as relações (4-5), (4-6), (4-7), (4-8) e (4-12) na relação (4-11) obtém-se as seguintes equações diferenciais ordinárias resultantes das 5 primeiras aproximações:

Aproximação de ordem zero:

$$\theta_0'' + \frac{1}{2}(\eta - \beta)\theta_0' - \frac{\lambda}{2}\theta_0 = 0 \quad (4-13.a)$$

Aproximação de ordem um:

$$\theta_1'' + \frac{1}{2}(\eta - \beta)\theta_1' - \left(\frac{\lambda+1}{2}\right)\theta_1 = 0 \quad (4-13.b)$$

Aproximação de ordem dois:

$$\theta_2'' + \frac{1}{2}(\eta - \beta)\theta_2' - \left(\frac{\lambda+2}{2}\right)\theta_2 = \frac{\lambda\theta_0}{12} \quad (4-13.c)$$

Aproximação de ordem três:

$$\theta_3'' + \frac{1}{2}(\eta - \beta)\theta_3' - \left(\frac{\lambda+3}{2}\right)\theta_3 = \left(\frac{\lambda+1}{12}\right)\theta_1 \quad (4-13.d)$$

Aproximação de ordem quatro:

$$\theta'''' + \frac{1}{2}(\eta - \beta)\theta''' - \left(\frac{\lambda + 4}{2}\right)\theta'' = \left(\frac{\lambda + 2}{12}\right)\theta' + \frac{\lambda}{4}\theta \quad (4-13.e)$$

As condições de contorno são as mesmas apresentadas para a placa plana vertical (relação (4-10.a,b)). Com tais condições do contorno, as equações diferenciais ordinárias resultantes das aproximações de ordem um (relação (4-13.b)) e de ordem três (relação (4-13.d)) tem como solução única a solução trivial, porém, as equações resultantes das aproximações de ordem dois (relação (4-13.c)) e de ordem quatro (relação (4-13.e)) apresentam soluções não triviais. Então, para o caso do cilindro horizontal com transferência lateral de massa não uniforme e temperatura da superfície porosa não constante, o parâmetro de temperatura adimensional θ depende do parâmetro característico adimensional X .

O sistema de equações diferenciais ordinárias definidas pelas relações (4-13.a), (4-13.c) e (4-13.e) serão resolvidas pelo método numérico de Runge-Kutta oitava ordem.

B.3. Cone de Ângulo Arbitrário γ

Analogamente aos casos da placa plana e cilindro horizontal, a equação da conservação de energia adimensional para o cone de ângulo arbitrário γ (relação (3-63)) se torna:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2}(\eta - \beta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \left[\frac{X}{3} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\lambda}{3} \theta \right] = 0 \quad (4-14)$$

A relação (4-14) também foi resolvida pelo mê todo aproximado de desenvolvimento em série de potências, assumindo-se o mesmo perfil de temperatura adimensional definido pela relação (4-5). Portanto, substituindo as relações (4-5), (4-6), (4-7), (4-8) na relação (4-14) obtêm-se as seguintes equações diferenciais ordinárias resultantes das 3 primeiras aproximações:

Aproximação de ordem zero:

$$\Theta_0'' + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \Theta_0' - \frac{\lambda}{3} \Theta_0 = 0 \quad (4-15.a)$$

Aproximação de ordem um:

$$\Theta_1'' + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \Theta_1' - \left(\frac{\lambda + 1}{3} \right) \Theta_1 = 0 \quad (4-15.b)$$

Aproximação de ordem dois:

$$\Theta_2'' + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \Theta_2' - \left(\frac{\lambda + 2}{3} \right) \Theta_2 = 0 \quad (4-15.c)$$

As condições de contorno são as mesmas definidas pelas relações (4-10.a) e (4-10.b). Com tais condições de contorno, somente a equação resultante da aproximação de ordem zero (relação (IV-15.a)) não apresenta solução trivial como so lução única, analogamente ao caso da placa plana. Então, para o caso do cone com ângulo arbitrário γ com transferência lateral de massa não uniforme e temperatura da superfície porosa não constante, o parâmetro de temperatura adimensional Θ não depende do parâmetro característico adimensional X .

Como no caso da placa plana, devido à impos -

sibilidade de se determinar uma solução analítica válida para qualquer valor de λ , a equação (4-15.a) será resolvida pelo método numérico de Runge-Kutta oitava ordem.

B.4. Esfera

Analogamente aos casos da placa plana, cilindro horizontal e cone, a equação da conservação de energia térmica adimensional para esfera (relação (3-80)) se torna:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \frac{(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3})}{\text{sen}^3 X} \left[\frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\lambda}{X} \theta \right] = 0 \quad (4-16)$$

A relação (4-16) também foi resolvida pelo método aproximado de desenvolvimento em série de potências, assumindo-se o mesmo perfil de temperatura adimensional definido pela relação (4-5).

Desenvolvendo-se a relação $(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3}) / \text{sen}^3 X$ tem-se:

$$\frac{\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3}}{\text{sen}^3 X} = \frac{X}{4} + \frac{X^3}{12} + \frac{X^5}{1440} + \dots \quad (4-17)$$

Substituindo as relações (4-5), (4-6), (4-7), (4-8) e (4-17) na relação (4-16) obtêm-se as seguintes equações di

ferenciais ordinárias resultantes das 5 primeiras aproximações:

Aproximação de ordem zero:

$$\Theta_0' + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \Theta_0' - \frac{\lambda}{4} \Theta_0 = 0 \quad (4-18.a)$$

Aproximação de ordem um:

$$\Theta_1' + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \Theta_1' - \left(\frac{\lambda+1}{4}\right) \Theta_1 = 0 \quad (4-18.b)$$

Aproximação de ordem dois:

$$\Theta_2' + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \Theta_2' - \left(\frac{\lambda+2}{4}\right) \Theta_2 = \frac{\lambda}{12} \Theta_0 \quad (4-18.c)$$

Aproximação de ordem três:

$$\Theta_3' + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \Theta_3' - \left(\frac{\lambda+3}{4}\right) \Theta_3 = \left(\frac{\lambda+1}{12}\right) \Theta_1 \quad (4-18.d)$$

Aproximação de ordem quatro:

$$\Theta_4' + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \Theta_4' - \left(\frac{\lambda+4}{4}\right) \Theta_4 = \left(\frac{\lambda+2}{12}\right) \Theta_2 + \frac{\lambda}{1440} \Theta_0 \quad (4-18.e)$$

As condições de contorno são as mesmas definidas pelas relações (4-10.a,b). Com tais condições de contorno, analogamente ao caso do cilindro horizontal, as equações diferenciais ordinárias resultantes das aproximações de ordem um (relação (4-18.b)) e de ordem três (relação (4-18.d)) tem como solução única a solução trivial, porém, as equações resultan -

tes das aproximações de ordem dois (relação (4-18.c)) e de ordem quatro (relação (4-18.e)) apresentam soluções não triviais. Então, para o caso da esfera com transferência lateral de massa não uniforme e temperatura da superfície porosa não constante, o parâmetro de temperatura adimensional Θ depende do parâmetro característico adimensional X .

O sistema de equações diferenciais ordinárias definidas pelas relações (4-18.a,b,c) serão resolvidas pelo método numérico de Runge Kutta oitava ordem.

4.2.3. BALANÇO DE ENERGIA TÉRMICA NA INTER - FACE LÍQUIDO-VAPOR

A - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA CONSTANTE

Com a solução da equação da conservação de quantidade de movimento (relação (4-1)), a relação (3-93) que representa o balanço de energia térmica adimensional se torna:

$$Sr \Theta'(\eta_\delta) = -\frac{1}{2} (\eta_\delta - \beta) \quad (4-19)$$

A equação (4-19) mostra que a espessura da película adimensional η_δ e a solução da equação da conservação de energia Θ dependem dos valores do parâmetro de transferência lateral de massa adimensional B e do parâmetro de sub-resfriamento Sr .

B - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA NÃO CONSTANTE

Analogamente, conhecendo-se a solução da equação da conservação de quantidade de movimento (relação (4-1)) e conhecendo-se o perfil de temperatura adimensional θ (relação (4-5)), a relação (3-94) que representa o balanço de energia térmica adimensional se torna:

$$Sr \left[\theta'_1 + \theta'_1 X + \theta'_2 X^2 + \dots \right]_{\eta_\delta} = - \frac{1}{2} (\eta_\delta - \beta) \quad (4-20)$$

A relação (4-20) mostra que a espessura da película η_δ e a solução da equação da conservação de energia, em geral, dependem dos valores do parâmetro de transferência lateral de massa adimensional β , do parâmetro de sub-resfriamento Sr e do parâmetro característico adimensional X , com exceção para os casos da placa plana vertical e cone de ângulo arbitrário, que não dependem do parâmetro adimensional X , como mostrado na solução da equação da conservação de energia térmica nos itens 4.2.2.B.1 e 4.2.2.B.3 do presente capítulo.

4.2.4. TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Com as soluções das equações da conservação de energia térmica adimensionais, tanto para o caso de temperatura da superfície porosa constante como para não constante, as equações que representam a transferência de calor na superfície porosa dos corpos, definidas pelas relações (3-95) e (3-96), respectivamente, poderão ser resolvidas facilmente, para cada tipo de corpo analisado, e verificado o seu compor-

tamento com o parâmetro característico adimensional X .

Uma representação mais conveniente para as relações (3-95) e (3-96) são, respectivamente, definidas pelas seguintes relações:

$$\frac{Nu_X}{H(X)R^m(X)} \frac{G(X)}{\left[\frac{2 Sr}{Ra_X X} \right]^{1/2}} = (2 Sr)^{1/2} [-\theta'(0)] \quad (4-21)$$

e

$$\frac{Nu_X}{H(X)R^m(X)} \frac{G(X)}{\left[\frac{2 Sr}{Ra_X X} \right]^{1/2}} = (2 Sr)^{1/2} \left[\frac{-\partial \theta(0)}{\partial \eta} \right] \quad (4-22)$$

As relações (4-21) e (4-22), respectivamente, para temperatura da superfície porosa constante e não constante, permitirão uma análise de variação de transferência de calor na superfície porosa em relação ao parâmetro de sub-resfriamento Sr e transferência lateral de massa β .

4.2.5. CASO LIMITE DE $X \rightarrow 0$

O caso limite do valor do parâmetro característico adimensional $X \rightarrow 0$ será desenvolvido, permitindo uma verificação do comportamento da transferência lateral de massa não uniforme e da transferência de calor na superfície porosa para cada corpo em particular.

A - PLACA PLANA VERTICAL

A.1. Transferência Lateral de Massa

Para a placa plana, a transferência lateral de massa definida pela relação (3-17), para efeito de verificação do seu comportamento para o valor do parâmetro característico adimensional X tendendo ao valor nulo, pode ser representada de uma forma mais conveniente pela relação:

$$\frac{2 v_w(x) L}{\alpha \sqrt{Ra}} = \frac{1}{X^{1/2}} \quad (4-23)$$

A relação (4-23) mostra que, para $X \rightarrow 0$, a transferência lateral de massa v_w tende para infinito.

A.2. Transferência de Calor

As relações que representam a transferência de calor na superfície porosa da placa plana vertical para os casos de temperatura da superfície porosa constante (relação (3-18)) e não constante (relação (3-21)) mostram que as mesmas são independentes do parâmetro característico X e, portanto, qualquer que seja o valor de X , as relações se mantêm constantes.

B. CILINDRO HORIZONTAL

B.1. Transferência Lateral de Massa

Para o cilindro horizontal, a transferência lateral de massa definida pela relação (3-42), para efeito de verificação do seu comportamento para o valor de X tendendo a zero pode ser representada mais convenientemente pela relação:

$$\frac{2 v_w(x) R}{\alpha \beta Ra^{1/2}} = \frac{\text{sen } X}{(1 - \cos X)^{1/2}} \quad (4-24)$$

A relação (4-24) mostra que, para $X \rightarrow 0$, a transferência lateral de massa v_w é indefinida.

Então, desenvolvendo as funções seno e cosseno em série de potências:

$$\text{Sen } X = X - \frac{X^3}{6} + \frac{X^5}{120} - \dots \quad (4-25.a)$$

$$\text{Cos } X = 1 - \frac{X^2}{2} + \frac{X^4}{24} - \dots \quad (4-25.b)$$

Para $X \rightarrow 0$, as séries representadas pelas relações (4-25.a,b) podem serem aproximadas para:

$$\text{sen } X = X \quad (4-26.a)$$

$$\text{cos } X = 1 - \frac{X^2}{2} \quad (4-26.b)$$

Substituindo as relações (4-26.a,b) na relação (4-24) tem-se:

$$\frac{2 v_w(x) R}{\alpha \beta Ra^{1/2}} = \sqrt{2} \quad (4-27)$$

A relação (4-27) mostra então que, para $X \rightarrow 0$ a transferência lateral de massa v_w tende a um valor constante $\sqrt{2}$.

B.2. Transferência de Calor

As relações que representam a transferência de calor na superfície porosa do cilindro horizontal para os casos de temperatura da superfície constante (relação (3-50)) e não constante (relação (3-51)) mostram que, $X \rightarrow 0$, as mesmas são também indefinidas. Portanto, analogamente ao caso da transferência lateral de massa, substituindo as relações (4-26.a,b) nas relações (3-50) e (3-51), obtêm-se respectivamente, as seguintes relações:

$$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}} = -\sqrt{2} X^{1/2} \theta'(0) \quad (4-28)$$

$$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}} = -\sqrt{2} X^{1/2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta}(0) \quad (4-29)$$

As relações (4-28) e (4-29) mostram que, quando $X \rightarrow 0$, a transferência de calor sobre a superfície porosa do cilindro horizontal com temperatura constante e não constante tende ao valor nulo.

C - CONE COM ÂNGULO ARBITRÁRIO γ

C.1. Transferência Lateral de Massa

Analogamente ao caso da placa plana vertical , a relação (3-61) pode ser representada de uma forma mais conveniente pela relação:

$$\frac{2 v_w(x) l}{\alpha \beta Ra^{1/2}} = \left(\frac{3 \cos \gamma}{X} \right)^{1/2} \quad (4-30)$$

A relação (4-30) mostra que, quando $X \rightarrow 0$, a transferência lateral de massa tende para infinito.

C.2. Transferência de Calor

Analogamente ao caso da placa plana vertical, as relações (3-69) e (3-70) mostram que são independentes do parâmetro característico X e portanto, qualquer que seja o valor de X as relações se mantêm constantes.

D - ESFERA

D.1. Transferência Lateral de Massa

Analogamente ao caso do cilindro horizontal , a relação (3-78) pode ser representada mais convenientemente pela relação:

$$\frac{2 v_w(x) R}{\alpha \beta Ra^{1/2}} = \frac{\text{sen}^2 X}{\left(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3}\right)^{1/2}} \quad (4-31)$$

A relação (4-31) mostra que, quando $X \rightarrow 0$, a transferência de massa é indefinida.

Então, desenvolvendo as funções seno e coseno em série de potências:

$$\text{sen}^2 X = X^2 - \frac{X^4}{3} + \dots \quad (4-32.a)$$

$$\left(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3}\right) = \frac{X^4}{4} - \frac{X^6}{24} + \dots \quad (4-32.b)$$

Para $X \rightarrow 0$, as séries representadas pelas relações (4-32.a,b) podem serem aproximadas para:

$$\text{sen}^2 X = X^2 \quad (4-33.a)$$

$$\left(\frac{\cos^3 X}{3} - \cos X + \frac{2}{3}\right) = \frac{X^4}{4} \quad (4-33.b)$$

Substituindo as relações (4-33.a,b) na relação (4-31) tem-se:

$$\frac{2 v_w(x) R}{\alpha \beta Ra^{1/2}} = 2 \quad (4-34)$$

A relação (4-34) mostra então que, para $X \rightarrow 0$, a transferência lateral de massa v_w tende para um valor cons

tante 2.

D.2. Transferência de Calor

Analogamente ao caso do cilindro horizontal , as relações (3-86) e (3-87) que representam a transferência de calor na superfície porosa da esfera com, respectivamente, temperatura da superfície constante e não constante, mostram que, quando $X \rightarrow 0$, as mesmas são também indefinidas. Portanto, substituindo as relações (4-32.a,b) nas relações (3-86) e (3-87) obtém-se:

$$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}} = 2 X^{1/2} [-\theta'(0)] \quad (4-35)$$

$$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}} = 2 X^{1/2} \left[-\frac{\partial \theta}{\partial \eta}(0) \right] \quad (4-36)$$

As relações (4-35) e (4-36) mostram que, quando $X \rightarrow 0$, a transferência de calor na superfície porosa da esfera com temperatura constante e não constante tende ao valor nulo.

4.3. TRANSFERÊNCIA LATERAL DE MASSA UNIFORME

4.3.1. EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO ADIMENSIONAL

A equação da conservação de quantidade de movimento adimensional (relação (3-101)), juntamente com a condição de contorno (3-104.a), apresenta solução analítica definida pela relação:

$$f(\eta, \beta) = \eta + \frac{1}{\beta} \quad (4-37)$$

4.3.2. EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE ENERGIA TÉRMICA ADIMENSIONAL

Com a solução da equação da conservação de quantidade de movimento adimensional (relação (4-37)) e utilizando a relação (3-101), a equação da conservação de energia térmica adimensional (relação 3-103)) se torna:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{2} \left(\eta + \frac{1}{\beta} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \frac{\beta}{2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \frac{\partial \theta}{\partial \beta} - \frac{\partial f}{\partial \beta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) - \lambda \theta = 0 \quad (4-38)$$

A equação diferencial parcial adimensional definida pela relação (4-38) foi resolvida pelo método aproximado de desenvolvimento em série de potências, assumindo-se um perfil de temperatura adimensional da forma:

$$\theta(\eta, \beta) = \theta_0(\eta) + \theta_1(\eta)\beta + \theta_2(\eta)\beta^2 + \theta_3(\eta)\beta^3 + \dots \quad (4-39)$$

Portanto:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \beta} = \Theta_1 + 2\Theta_2\beta + 3\Theta_3\beta^2 + \dots \quad (4-40)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = \Theta'_0 + \Theta'_1\beta + \Theta'_2\beta^2 + \Theta'_3\beta^3 + \dots \quad (4-41)$$

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \eta^2} = \Theta''_0 + \Theta''_1\beta + \Theta''_2\beta^2 + \Theta''_3\beta^3 \dots \quad (4-42)$$

Onde as linhas que aparecem nas relações (4-41) e (4-42) representam derivadas totais em relação à variável de similaridade η , conforme a relação (3-16).

Da relação (4-37) tem-se:

$$\frac{\partial f}{\partial \beta} = - \frac{1}{\beta^2} \quad (4-43)$$

Substituindo as relações (4-39), (4-40), (4-41), (4-42) e (4-43) na relação (4-38) obtêm-se as seguintes equações diferenciais ordinárias resultantes das 3 primeiras aproximações:

Aproximação de ordem zero:

$$\Theta'_0 + \frac{1}{2} \eta \Theta'_0 - \lambda \Theta_0 = 0 \quad (4-44.a)$$

Aproximação de ordem um:

$$\theta'_1 + \frac{1}{2}\eta\theta'_1 - \left(\frac{1}{2} + \lambda\right)\theta_1 = \frac{\theta'_0}{2} \quad (4-44.b)$$

Aproximação de ordem dois:

$$\theta'_2 + \frac{1}{2}\eta\theta'_2 - (1 + \lambda)\theta_2 = -\frac{\theta'_1}{2} \quad (4-44.c)$$

E as condições de contorno são:

$$\eta = 0 \quad \theta_0 = 1 \quad \theta_i = 0 \quad (i=1,2,\dots) \quad (4-45.a)$$

$$\eta = \eta_\delta \quad \theta_i = 0 \quad (i=0,1,2,\dots) \quad (4-45.b)$$

A - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA CONSTANTE

Para o caso da temperatura da superfície porosa constante ($\lambda=0$), a equação diferencial ordinária resultante da aproximação de ordem zero (relação (4-44.a)) apresenta solução analítica definida pela relação:

$$\theta_0(\eta) = 1 - \frac{\text{erf}(\eta/2)}{\text{erf}(\eta_\delta/2)} \quad (4-46)$$

onde erf é a função erro.

Com a solução da equação resultante da aproximação de ordem zero, definida pela relação (4-46) tem-se:

$$\theta_0'(\eta) = \frac{-\exp(-\eta^2/4)}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\eta_\delta/2)} \quad (4-47)$$

Com $\lambda = 0$ e substituindo a relação (4-47) na equação resultante da aproximação de ordem um, relação (4-44.b), esta também apresenta solução analítica definida pela relação:

$$\theta_1(\eta) = \frac{\eta}{4} \left[1 - \frac{\operatorname{erf}(\eta/2)}{\operatorname{erf}(\eta_\delta/2)} \right] \quad (4-48)$$

Com a solução da equação resultante da aproximação de ordem um, tem-se:

$$\theta_1'(\eta) = \frac{1}{4} \left[1 - \frac{\operatorname{erf}(\eta/2)}{\operatorname{erf}(\eta_\delta/2)} - \eta \frac{\exp(-\eta^2/4)}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\eta_\delta/2)} \right] \quad (4-49)$$

A equação resultante da aproximação de ordem dois não foi considerada porque a sua solução apresenta resultados muito pequenos comparados com os resultados das aproximações de ordem zero e ordem um e, portanto, foi desprezada.

Quando $\beta = 0$ a solução é a mesma apresentada por CHENG [12].

Este resultado foi publicado no periódico *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol.10, nº 5, pp. 421-428, (1983)

B - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA NÃO CONSTANTE

Para o caso da temperatura da superfície po-
rosa não constante ($\lambda \neq 0$), devido a impossibilidade de se de-
terminar uma solução analítica válida para qualquer valor de
 λ , as equações resultantes das aproximações de ordem zero e
ordem um, (relações (4-44.a,b)), foram resolvidas pelo método
numérico de Runge Kutta oitava ordem.

Estes resultados foram apresentados no Ninth
Canadian Congress of Applied Mechanics, University of Saskatche-
wan, Saskatoon, 1983.

4.3.3. BALANÇO DE ENERGIA TÉRMICA NA INTERFACE LÍ - QUIDO-VAPOR.

Com a solução da equação da conservação de quantida-
de de movimento definida pela relação (4-37) e utilizando as
relações (4-41), (4-43) e (4-37), a equação (3-106) que repre-
senta o balanço de energia na interface líquido-vapor se tor -
na:

$$Sr \left[\theta'_0 + \theta'_1 \beta \right] \eta_\delta = - \frac{1}{2} (\eta_\delta - \beta) \quad (4-49)$$

A relação (4-49) mostra que a espessura da pelícu-
la condensada adimensional η_δ e o parâmetro de temperatura a-
dimensional θ (solução da equação da conservação de energia)
dependem dos valores do parâmetro de transferência lateral de

massa adimensional β e do parâmetro de sub-resfriamento Sr .

4.3.4. TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Substituindo a relação (4-41) e fazendo-se uma representação mais conveniente, a equação que representa a transferência de calor na superfície porosa da placa plana vertical definida pela relação (3-108) se torna:

$$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}} \sqrt{2Sr} = - \sqrt{2Sr} [\theta_0 + \beta \theta_1]_0 \quad (4-50)$$

A relação (4-50) permite analisar a variação da transferência de calor na superfície porosa em relação ao parâmetro de sub-resfriamento Sr .

4.3.5. SUÇÃO ASSINTÓTICA

Quando a distância longitudinal x é muito grande ($x \rightarrow \infty$) pode-se assumir a condição de sucção assintótica. Sob esta condição a razão de transferência de massa é exatamente igual à razão de condensação do vapor e a espessura da camada líquida torna-se constante. Assim, a equação da conservação de energia térmica na camada líquida (relação (2-3)) pode ser reduzida para uma equação diferencial ordinária pela relação:

$$V_w \frac{dT}{dy} = \alpha \frac{d^2T}{dy^2} \quad (4-51)$$

E as condições de contorno são as mesmas defini-

das pelas relações (2-7.b) para $\lambda = 0$ e (2-7.c). Definindo um parâmetro característico adimensional:

$$Y = \frac{y}{\delta} \quad (4-52)$$

E utilizando o parâmetro de temperatura adimensional segundo a relação (3-3) a equação (4-51) torna-se adimensional e definida pela relação:

$$\frac{d^2 \Theta}{dY^2} = \frac{V_w \delta}{\alpha} \frac{d\Theta}{dY} \quad (4-53)$$

E as condições de contorno (2-7.b) para $\lambda = 0$ e (2-7.c) se tornam, respectivamente:

$$Y = 0 \quad \Theta = 1 \quad (4-54.b)$$

$$Y = 1 \quad \Theta = 0 \quad (4-54.c)$$

A equação da conservação de energia térmica adimensional (relação (4-53)) juntamente com as condições de contorno (4-54.b) e (4-54.c) apresenta solução analítica imediata definida pela relação:

$$\Theta(Y) = \frac{e^{\frac{V_w \delta}{\alpha} Y} - e^{\frac{V_w \delta}{\alpha}}}{1 - e^{\frac{V_w \delta}{\alpha}}} \quad (4-55)$$

A relação (4-55) mostra que o limite é definido quando $V_w \rightarrow 0$. Nesta condição a relação (4-55) se torna:

$$C(Y) = 1 - Y \quad (4-56)$$

A espessura da película condensada pode ser determinada pelo balanço de energia na camada líquida. Para o caso de sucção assintótica, o calor liberado como calor latente na condensação do vapor é igual ao calor transferido por condução na superfície porosa da placa, então:

$$\rho V_w h_{fg} = -k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (4-57)$$

Adimensionalizando (4-57) pela substituição da relação (3-3) e (4-52) tem-se:

$$\rho V_w h_{fg} = - \frac{k(T_w - T_s)}{\delta} \left(\frac{d\theta}{dY} \right)_{Y=0} \quad (4-58)$$

Derivando a equação (4-55) em relação a Y e utilizando-se as relações (3-26) e (3-27), a equação (4-58) torna-se:

$$\frac{\delta V_w}{\alpha} = \ln[1 - Sr] \quad (4-59)$$

A relação (4-59) permite analisar a variação da espessura da película condensada δ com o parâmetro de sub-resfriamento Sr .

A transferência de calor na superfície porosa da placa é representada pelo número de Nusselt:

$$Nu = \frac{h L}{k} \quad (4-60)$$

Onde o coeficiente de película h é definida pela relação (2-20).

Utilizando as relações (2-20), (3-3) e (4-52), a relação (4-60) torna-se:

$$Nu = \frac{-L \left(\frac{d\theta}{dY} \right)_{Y=0}}{\delta} \quad (4-61)$$

Derivando a equação (4-55) em relação a Y e substituindo em (4-61):

$$\frac{Nu}{L V_w} = - \frac{1}{\left(1 - e^{-\frac{V_w \delta}{\alpha}} \right)} \quad (4-62)$$

A relação (4-62) mostra que a transferência de calor na superfície porosa é constante.

O problema da sucção assintótica para transferência lateral de massa uniforme foi apresentado no XI Encontro Sobre Escoamento Em Meios Porosos e consta dos anais do mesmo nas páginas 119-127, volume I (1983).

4.4. METODOLOGIA PARA OBTENÇÃO DOS RESULTADOS

As equações da conservação de energia térmica adimensional para o problema de condensação pelicular em um meio poroso sobre superfícies porosas apresentados no presente trabalho, tem a forma de equações diferenciais de segunda ordem. Quando o problema apresenta solução similar, a equação é uma equação diferencial ordinária de segunda ordem. Quando o problema não apresenta solução similar, a equação é uma equação diferencial parcial de segunda ordem e, neste caso, através do método aproximado de desenvolvimento em série de potências, obtém-se um sistema de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem. Então, todos os problemas apresentados se resumem em resolver equações diferenciais ordinárias de segunda ordem e, dependendo das condições impostas aos problemas, alguns casos apresentam soluções analíticas e outros não apresentam soluções analíticas imediatas, sendo portanto, resolvidas por um método numérico.

O presente sub-item objetiva mostrar os procedimentos utilizados na obtenção dos resultados numéricos (os quais serão apresentados no próximo capítulo) para os casos que apresentam soluções analíticas e para os casos que não apresentam soluções analíticas.

4.4.1. MÉTODO ANALÍTICO

Todos os casos que apresentam soluções analíticas seguem o mesmo procedimento descrito a seguir.

Considere como exemplo a solução analítica para o caso da transferência lateral de massa não uniforme e tempe-

ratura da superfície porosa constante, definida pela relação (4-3). Derivando esta relação obtêm-se:

$$\Theta'(\eta) = \frac{-\frac{(\eta-\beta)^2}{2}}{\int_0^{\eta_\delta} \frac{-(\eta-\beta)^2}{2} d\eta} \quad (4-63)$$

A relação (4-63) mostra que, pré-determinando-se um valor constante para a velocidade de transferência de massa adimensional β , pode-se determinar o valor de $\Theta'(\eta_\delta)$ para várias espessuras de película condensada adimensional η_δ .

Conhecido o valor de $\Theta'(\eta_\delta)$ para vários η_δ , substitui-se o valor de cada $\Theta'(\eta_\delta)$ na relação que representa o balanço de energia na interface líquido-vapor, o que no exemplo será representado pela relação (4-19), e obtêm-se o valor do parâmetro de sub-resfriamento S_r correspondente a cada valor de η_δ . Então, para se determinar o valor de η_δ desejado, basta escolher e fixar um valor calculado de S_r .

Fixado um valor para S_r , faz-se o mesmo procedimento para vários valores pré-determinados de β e com isso determina-se um valor de η_δ para cada β cujo valor de S_r é o valor fixado. Desta forma é possível analisar a influência da transferência lateral de massa na espessura da película condensada.

Uma vez determinado η_δ para cada β em um valor fixado de S_r , o perfil de temperatura adimensional estará automaticamente determinado. Isto ocorre porque, uma vez determinado η_δ , o denominador da equação (4-3) que representa o perfil

de temperatura adimensional θ , torna-se uma constante e, variando-se o valor de η no numerador de 0 até η_δ , com intervalo constante, obtêm-se o valor de θ em cada ponto η . Procedendo-se assim para vários valores de β pré-determinados no valor fixado de Sr , é possível analisar a influência da transferência lateral de massa no perfil de temperatura. Fixando-se outros valores de Sr para os mesmos β pode-se verificar a influência de Sr no perfil de temperatura.

A relação (4-63) mostra que quando $\eta = 0$ tem-se:

$$\theta'(0) = \frac{-1}{\int_0^{\eta_\delta} e^{-\left(\frac{\eta-\beta}{2}\right)^2} d\eta} \quad (4-64)$$

Uma vez determinado η_δ para um pré-determinado valor de β , o valor de $\theta'(0)$ estará determinado e é uma constante. A transferência de calor na superfície porosa, representada pela relação (3-95) também estará determinada. Porém, através da relação (3-95) não se permite nenhuma análise significativa da transferência de calor na superfície porosa. Então, utilizando-se uma relação mais conveniente para a transferência de calor (relação (4-21)) e utilizando-se os vários valores de Sr obtidos para cada η_δ em um pré-determinado valor de β , obtêm-se a variação da transferência de calor na superfície porosa em relação ao parâmetro de sub-resfriamento Sr . Faz-se o mesmo procedimento para vários valores de β e assim, torna-se possível analisar a influência da transferência lateral de massa na transferência de calor na superfície porosa.

4.4.2. MÉTODO NUMÉRICO

Como a solução dos problemas apresentados no presente trabalho se resumem em resolver equações diferenciais ordinárias, o método numérico escolhido foi o método de Runge-Kutta.

Mas o Runge-Kutta apresenta vários métodos que estão diretamente ligados a erros de truncação e à velocidade na obtenção dos resultados. Com base em tais considerações, os métodos de Runge-Kutta se dividem em dois grupos distintos, a saber, os métodos de Runge-Kutta de baixa ordem, que englobam os métodos clássicos de segunda, terceira e quarta ordens, cujas características é rapidez na obtenção dos resultados, porém, com maior erro de truncação, e os métodos de Runge-Kutta de alta ordem [15], que englobam os métodos de quinta, sexta, sétima, oitava ou mais ordens, cujas características é de apresentar menor erro de truncação, porém com menor rapidez na obtenção dos resultados. Em suma, menor a ordem do método, maior será a rapidez na obtenção dos resultados e maior será também o erro cometido nos resultados. A recíproca é verdadeira.

O método de Runge-Kutta da quarta ordem é o mais conhecido e o mais utilizado porque é um método relativamente rápido e obtém resultados bastante satisfatórios na maioria das equações diferenciais ordinárias. Porém, optou-se pelo método de Runge-Kutta de oitava ordem, por se tratar de um método pouco conhecido e muito pouco utilizado.

Os métodos de Runge-Kutta, em geral, são métodos que resolvem uma equação diferencial ordinária de 1ª ordem ou

um sistema de equações diferenciais da 1.^a ordem. Então, quando se tem uma equação diferencial ordinária de ordem n é necessário transformá-la num sistema de n equações diferenciais de 1.^a ordem, facilmente obtido pelo simples método de abaixamento de ordem, procedendo-se como no exemplo a seguir.

Considere o caso da transferência lateral de massa não uniforme com temperatura da superfície porosa não constante ($\lambda \neq 0$). Utilizando-se apenas a equação diferencial ordinária resultante da aproximação de ordem zero (relação (4-9.a)):

$$\theta'' + \frac{1}{2} (\eta - \beta) \theta' - \lambda \theta = 0 \quad (4-65)$$

A relação (4-65) mostra que se trata de uma equação de segunda ordem e pode, portanto, ser transformado em um sistema de duas equações diferenciais ordinárias de primeira ordem.

Para efeito de compatibilidade do nome das variáveis com o programa utilizado, a seguinte alteração deve ser realizada:

$$Y(1) = \theta \quad (4-66.a)$$

$$Y(2) = \theta' \quad (4-66.b)$$

A relação (4-66.a) é apenas uma mudança de nome da variável θ para $Y(1)$, porém, a relação (4-66.b) representa o método de abaixamento de ordem, então tem-se:

$$DY(1) = Y(2) = \theta' \quad (4-67.a)$$

$$DY(2) = 0'' \quad (4-67.b)$$

onde D representa derivada primeira da variável Y.

Uma das equações de 1a. ordem resultante do abaixamento de ordem é a relação (4-67.a) e a segunda equação é obtida pela substituição das relações (4-66.a,b) e (4-67.a) na relação (4-65):

$$DY(2) = \lambda Y(1) - \frac{1}{2}(\eta - \beta) Y(2) \quad (4-68)$$

E as condições de contorno (4-10.a,b) se tornam:

$$\eta = 0 \quad Y(1) = 1 \quad (4-69.a)$$

$$\eta = \eta_\delta \quad Y(1) = 0 \quad (4-69.b)$$

Outra característica do método de Runge-Kutta é que o mesmo foi desenvolvido para resolver problemas de condições iniciais e, portanto, para uma equação de ordem n, devem ser conhecidas os valores da variável e de todas as suas derivadas de ordem n-1 no ponto inicial, ou seja, uma equação de segunda ordem, para permitir a obtenção dos resultados pelo método de Runge-Kutta, deve apresentar os valores da variável e de sua primeira derivada no ponto inicial, conhecidos.

Porém, os problemas apresentados no presente trabalho são problemas de condições de contorno e, para se utilizar o método de Runge-Kutta, é necessário utilizar-

se do método conhecido como método das tentativas.

O procedimento na obtenção de resultados pelo método de Runge-Kutta para todos os casos de $\lambda \neq 0$, será descrito a seguir.

Para se resolver o sistema de equações diferenciais de primeira ordem definido pelas relações (4-67.a) e (4-68), é necessário pré-determinar um valor para a transferência lateral de massa β e para o parâmetro constante λ . A condição de contorno inicial (relação (4-69.a)) é conhecida, porém, a segunda condição de contorno inicial $\theta'(0) = Y_0(2)$ necessária para utilização do método de Runge-Kutta, não é conhecida, mas conhece-se o valor de $\theta = Y(1)$ no ponto final desejado η_δ (relação (4-69.b)). Então tentam-se valores para $\theta'(0)$ até que, em um dos valores tentados de $\theta'(0)$, obtém-se o valor conhecido de $\theta(\eta_\delta)$. Entretanto, para os problemas apresentados no presente trabalho, vários valores de $\theta'(0)$ fornece o valor de $\theta(\eta_\delta)$ conhecido, porém, o valor de η_δ é diferente para cada $\theta'(0)$ fornecido, ou seja, os problemas apresentam várias soluções para os valores pré-determinados de λ e β . Então é necessário mais uma condição de contorno o qual é representado pelo balanço de energia na interface líquido-vapor definido pela relação (4-19). Como nesta relação existem dois parâmetros ainda não determinados η_δ e S_r , é preciso assumir um valor para um dos parâmetros e, como o valor que se deseja obter é η_δ , então, assume-se um valor para S_r . Agora torna-se possível determinar um único valor η_δ para os valores pré-determinados de λ , β e S_r . Daí, seguindo o mesmo procedimento, o valor de η_δ desejado será aquele em que o valor de $\theta(\eta_\delta)$ é o valor conhecido e o valor S_r igual ao valor pré-determinado, para os respectivos valores de λ e β pré-determinados.

Os valores fornecidos de $Y(1)$ pelo programa , no intervalo $\eta = 0$ até $\eta = \eta_\delta$, com um intervalo constante, representa o perfil de temperatura para os valores de λ , β e Sr pré-determinados.

Procede-se da mesma maneira, para vários valores de β e, mantendo-se os valores de λ e Sr , permite-se assim uma análise da influência da transferência lateral de massa nos perfis de temperatura. Variando-se λ e Sr para os mesmos valores de β , pode-se analisar os efeitos do parâmetro constante λ e do parâmetro de sub-resfriamento Sr nos perfis de temperatura.

O procedimento descrito sem que o valor de Sr seja pré-determinado, permite obter a variação da espessura da película condensada η_δ com o parâmetro de sub-resfriamento Sr , pois, para os valores pré-determinados de λ e β , são determinados vários η_δ e cada valor de η_δ apresenta um valor de Sr correspondente. Faz-se o mesmo procedimento para o mesmo valor de λ e vários β , permitindo assim uma análise da influência da transferência lateral de massa na espessura da película condensada. Variando-se o valor de λ para os mesmos valores de β , permite-se analisar a influência do parâmetro λ na espessura da película condensada.

E, finalmente, com o mesmo procedimento para se verificar a variação da espessura da película condensada com o parâmetro de sub-resfriamento, e com os resultados de $\theta'(0)$ obtidos pelo método de tentativas na obtenção dos perfis de temperatura, pode-se obter a variação da transferência de calor na superfície porosa com o parâmetro de sub-resfriamento através da relação (4-21) e, analogamente, analisar a influência do parâmetro λ e transferência lateral de massa na transferência de calor sobre a superfície porosa.

CASO	CONDIÇÕES DE CONTO	TIPOS DE SOLUÇÃO		SOLUÇÃO	
		Conservação de Quantidade de Movimento	Conservação de Energia Térmica	Conservação de Quantidade de Movimento	Conservação de Energia Térmica
CORPOS DE CONFIGURAÇÕES ARBITRÁRIAS DE CONTORNOS REGULARES	T_w constante ($\lambda = 0$) v_w não uniforme	Solução Analítica	Solução Analítica	$f(\eta) = \eta$	$\Theta = 1 - \frac{\int_0^\eta e^{-\left(\frac{\eta-\beta}{2}\right)^2} d\eta}{\int_0^{\eta_\delta} e^{-\left(\frac{\eta-\beta}{2}\right)^2} d\eta}$
	T_w não constante ($\lambda \neq 0$) v_w não uniforme	Solução Analítica	Solução Numérica	$f(\eta) = \eta$	Método de Runge-Kutta
PLACA PLANA VERTICAL	T_w constante ($\lambda = 0$) v_w uniforme	Solução Analítica	Solução Analítica das duas primeiras aproximações	$f(\eta, \beta) = \eta + \frac{1}{\beta}$	$\Theta_0(\eta) = 1 - \frac{\text{erf}(\eta/2)}{\text{erf}(\eta_\delta/2)}$ $\Theta_1(\eta) = \frac{\eta}{4} \left[1 - \frac{\text{erf}(\eta/2)}{\text{erf}(\eta_\delta/2)} \right]$
	T_w não constante ($\lambda \neq 0$) v_w uniforme	Solução Analítica	Solução Numérica das duas primeiras aproximações	$f(\eta, \beta) = \eta + \frac{1}{\beta}$	Método de Runge-Kutta

QUADRO 1: Resumo das soluções para o problema de condensação pelicular em um meio poroso sobre superfícies porosas permeáveis

C A P Í T U L O V

ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1. APRESENTAÇÃO

O presente capítulo mostra os resultados numéricos das equações governantes adimensionais apresentados no capítulo III. Tais resultados foram obtidos através dos métodos analítico e numérico apresentados no capítulo IV considerando-se alguns valores de transferência lateral de massa adimensional β , parâmetro de sub-resfriamento Sr e parâmetro que define o perfil de temperatura λ .

Para todos os casos analisados e apresentados no presente trabalho, serão mostrados a variação da temperatura adimensional na película condensada η e a variação da espessura da película condensada adimensional η_δ e transferência de calor na superfície porosa Nu_x com o parâmetro de sub-resfriamento Sr .

Para o caso de transferência lateral de massa não uniforme, também será mostrado a variação da transferência lateral de massa adimensional β e a transferência de calor na superfície porosa Nu_x em função da distância longitudinal x .

No caso de transferência lateral de massa uniforme, será mostrado ainda a variação do parâmetro de temperatura adimensional θ na película condensada em função da distância normal y e da espessura da película condensada δ em função do parâmetro de sub-resfriamento Sr , considerando-se o problema de sucção assintótica.

Através dos resultados obtidos e apresentados, serão analisados e discutidos os efeitos da transferência lateral de massa adimensional β , do parâmetro de sub-resfriamento Sr , do parâmetro de perfil de temperatura λ e da distância longitudinal adimensional X .

5.2. TRANSFERÊNCIA LATERAL DE MASSA NÃO UNIFORME

5.2.1. PERFIS DE VELOCIDADE LONGITUDINAL E PERFIS DE TEMPERATURA

A - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA CONSTANTE

Para o problema de transferência lateral de massa não uniforme e temperatura da superfície porosa constante ($\lambda = 0$), os resultados numéricos das soluções das equações governantes adimensionais, relação (3-13) para a velocidade longitudinal adimensional e relação (4-3) para a temperatura adimensional, resolvidas segundo o método analítico apresentado no capítulo IV, estão representados graficamente pelas figuras (5-1), (5-2) e (5-3), respectivamente, para valores de parâmetro de sub-resfriamento $Sr = 1, 5$ e 10 . Para cada valor de Sr foram obtidas curvas representativas do perfil de temperatura adimensional θ na espessura da camada líquida adimensional η para vários valores de parâmetro de temperatura lateral de massa adimensional β .

A relação (3-13) mostra que a velocidade longitudinal adimensional f' não depende dos parâmetros θ e Sr , sendo, portanto, uma constante ao longo da película condensada e está representada por uma linha horizontal nas figuras (5-1), (5-2) e (5-3).

A relação (4-3), juntamente com a condição de contorno (3-28) mostra que o parâmetro de temperatura adimensional θ depende dos parâmetros β e Sr .

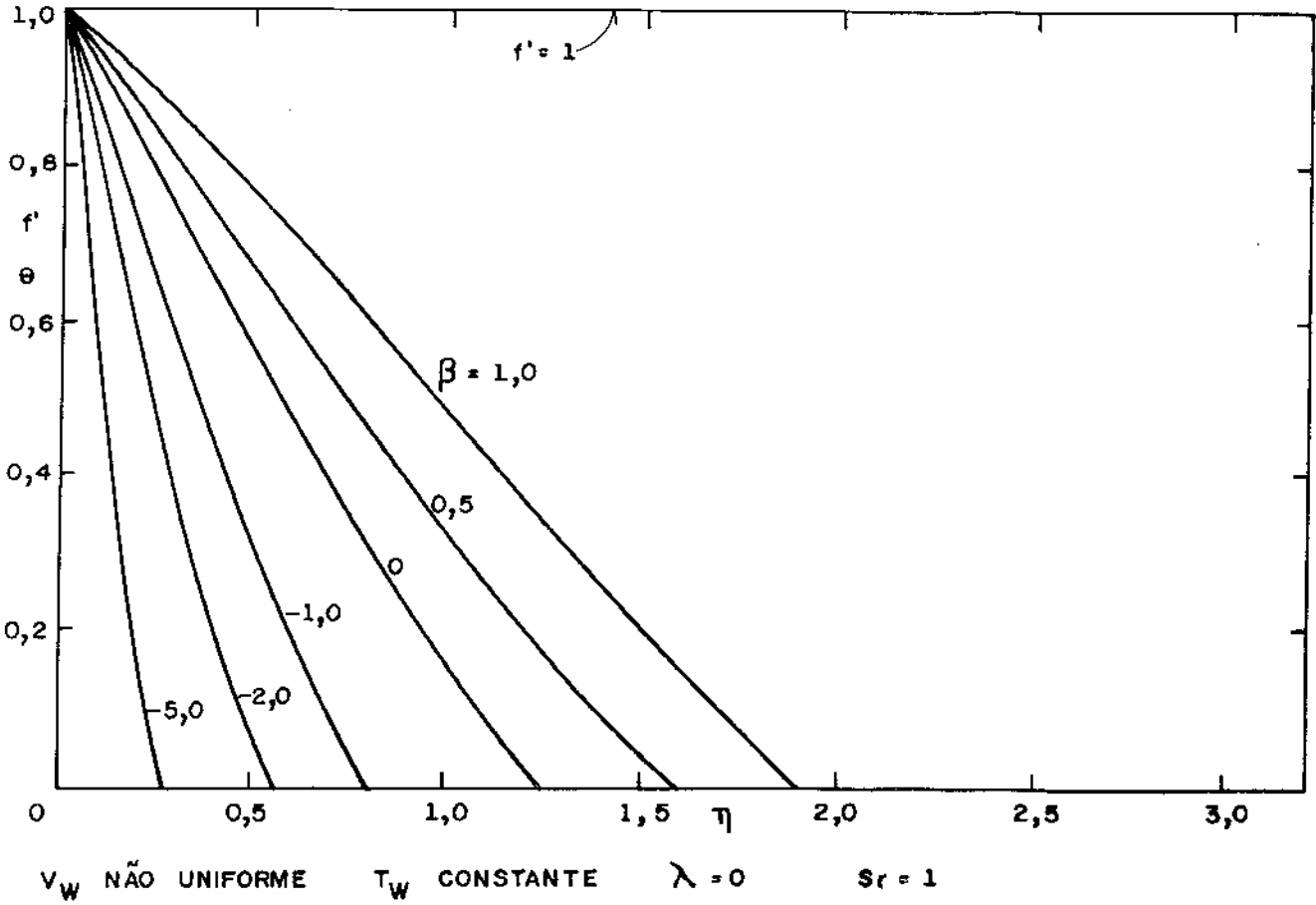


FIG. (5 . 1) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

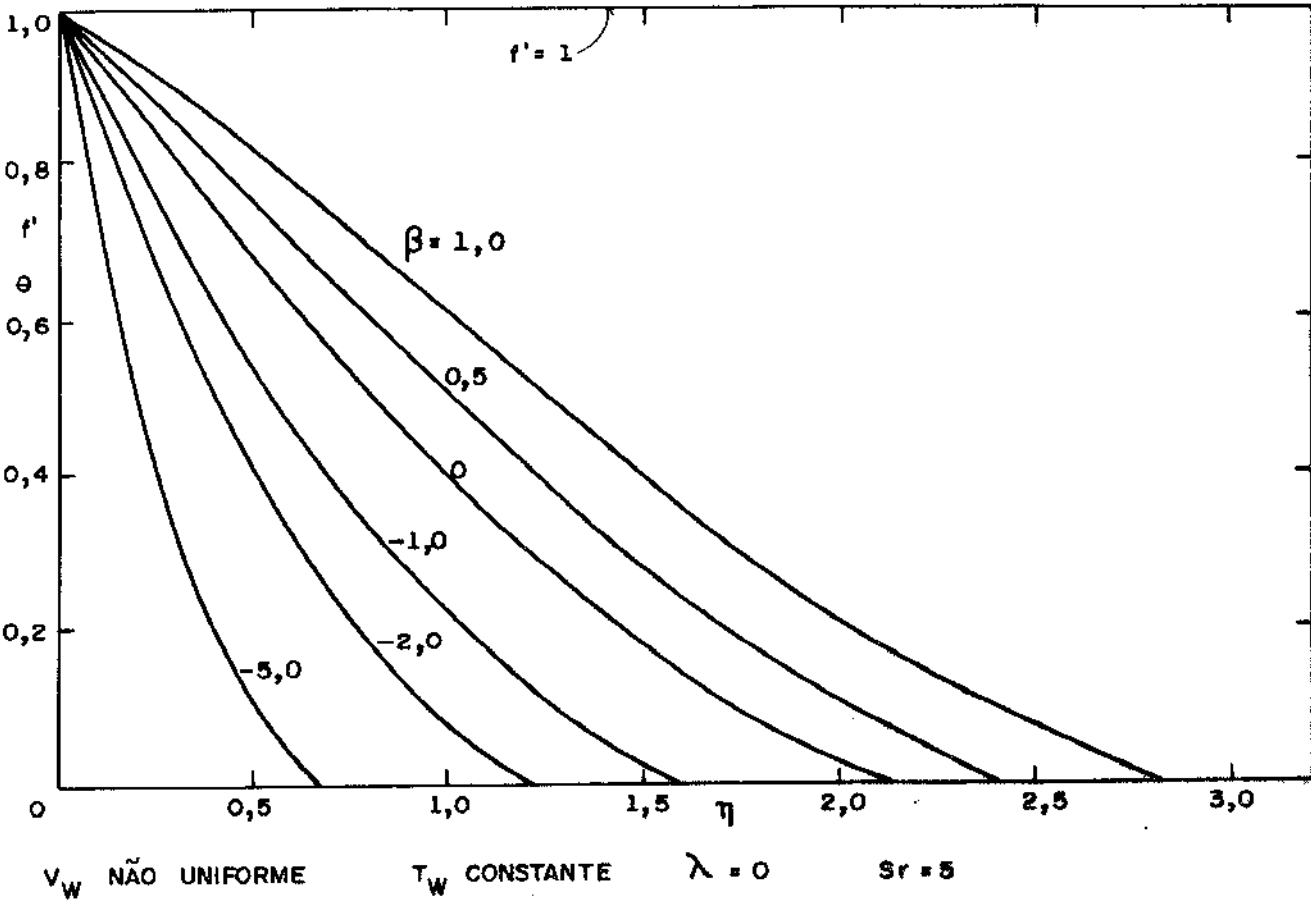


FIG. (5 . 2) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

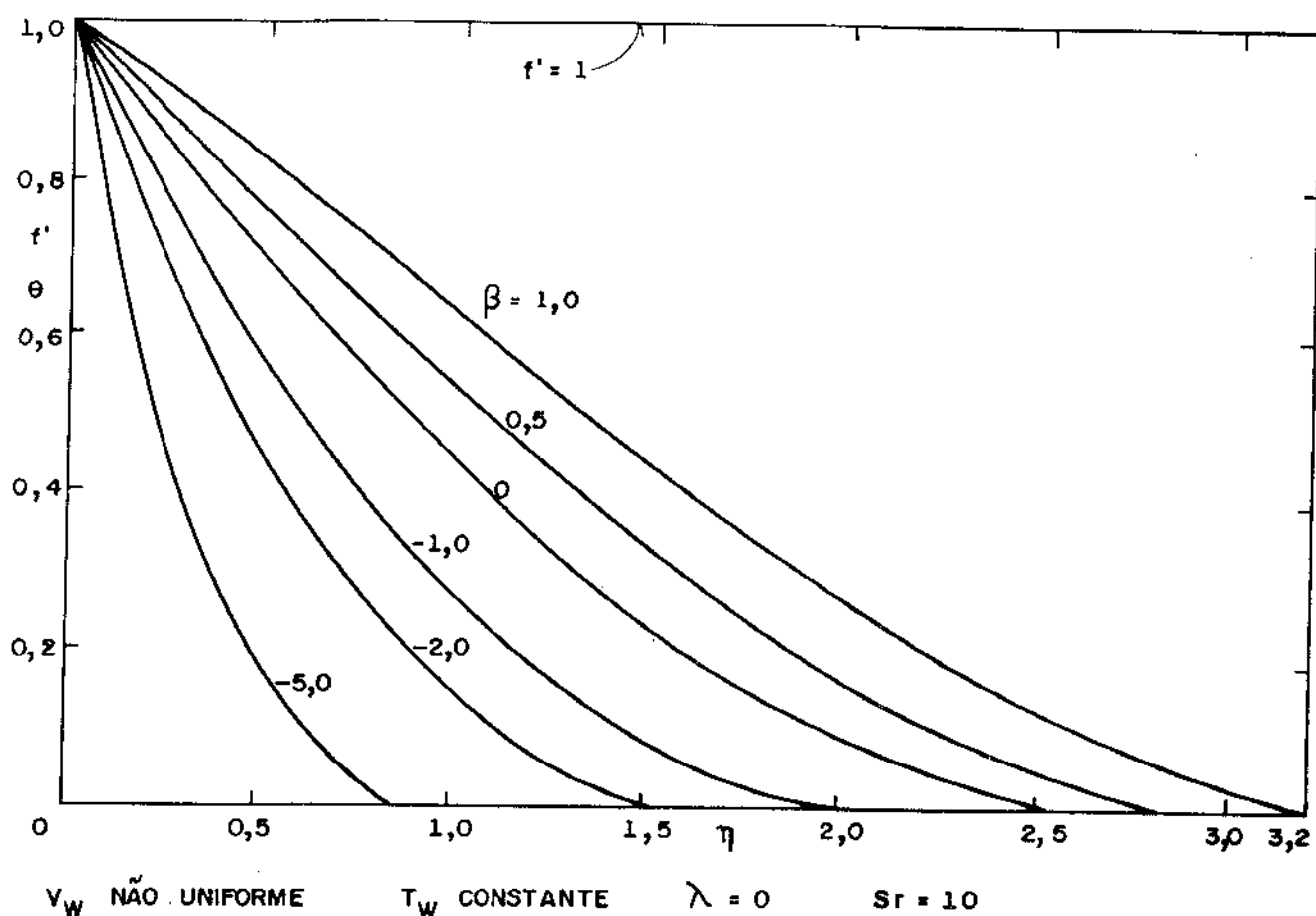


FIG. (5.3) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

Os valores de θ diminuem de 1 até zero quando a espessura η aumenta de zero até η_δ para os diferentes valores de β e Sr . η_δ é a borda da espessura da camada limite e definida como o valor de η onde θ tem o valor próximo de 0,01.

As figuras mostram que, para qualquer valor de Sr , um aumento no valor absoluto de β negativo reduz a espessura η_δ como resultado do aumento de sucção de parte de líquido da película condensada e, um aumento no valor de β positivo aumenta a espessura η_δ como resultado do aumento de injeção de parte de líquido na película condensada.

Para um mesmo valor de β , aumentando-se o valor de Sr aumenta-se a espessura η_δ em virtude do aumento da diferença de temperatura entre o vapor e a superfície porosa.

Da figura (5-1) pode-se observar que, para $Sr = 1$, todas as curvas apresentam um certo comportamento linear. Entretanto, a que apresenta maior linearidade é a curva para $\beta = -5,0$ (sucção). Essa linearidade representa um domínio da transferência de calor por condução sobre a transferência de calor por convecção através da película condensada. À medida que o valor da sucção diminui em valor absoluto para o valor nulo (parede sólida), as curvas apresentam um pequeno afastamento de linearidade, indicando um pequeno acréscimo de transferência de calor por convecção. Tal comportamento é notado para os valores positivos de β .

O mesmo comportamento é verificado nas figuras (5-2) e (5-3) para os valores de $Sr = 5$ e 10 e para os valores negativos e positivos de β .

O gradiente de temperatura mostra ainda que, para todos os valores de Sr , ocorre um acréscimo de condução de calor através da superfície porosa devido ao aumento da sucção como resultado da redução da espessura η_δ e, ao contrário, um decréscimo de condução de calor através da superfície porosa devido ao aumento da injeção como resultado do aumento de espessura η_δ .

B - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA NÃO CONSTANTE

Para o problema de transferência lateral de massa não uniforme e temperatura da superfície porosa não constante, devido à semelhança nos resultados numéricos das equações governantes para a placa plana vertical e cone de ângulo arbitrário γ , os mesmos serão apresentados e analisados conjuntamente

te. A mesma semelhança é verificada para o cilindro horizontal e esfera e os mesmos também serão apresentados e analisados conjuntamente.

B.1. Placa Plana Vertical e Cone de Ângulo Arbitrário γ

A relação (3-89) para velocidade longitudinal a dimensional, a relação (4-9.a) para a placa plana vertical e a relação (4-15.a) para o cone de ângulo arbitrário γ juntamente com as condições de contorno (4-10.a,b) para a temperatura adimensional foram resolvidas segundo o método numérico apresentado no capítulo IV e estão representados para os valores do parâmetro de perfil de temperatura $\lambda = 1/3$ e 1 e vários valores de Sr e β pelas figuras (5-4), (5-5), (5-6), (5-7), (5-8) e (5-9) para a placa plana vertical e figuras (5-10), (5-11), (5-12), (5-13), (5-14) e (5-15) para o cone de ângulo arbitrário γ .

Estas figuras apresentam o mesmo comportamento com respeito às influências de β e Sr já analisados para o caso de temperatura da superfície porosa constante.

Os resultados mostrados indicam que o perfil de velocidade longitudinal adimensional não se altera com a variação no valor de λ , portanto, a mesma não depende também do parâmetro λ .

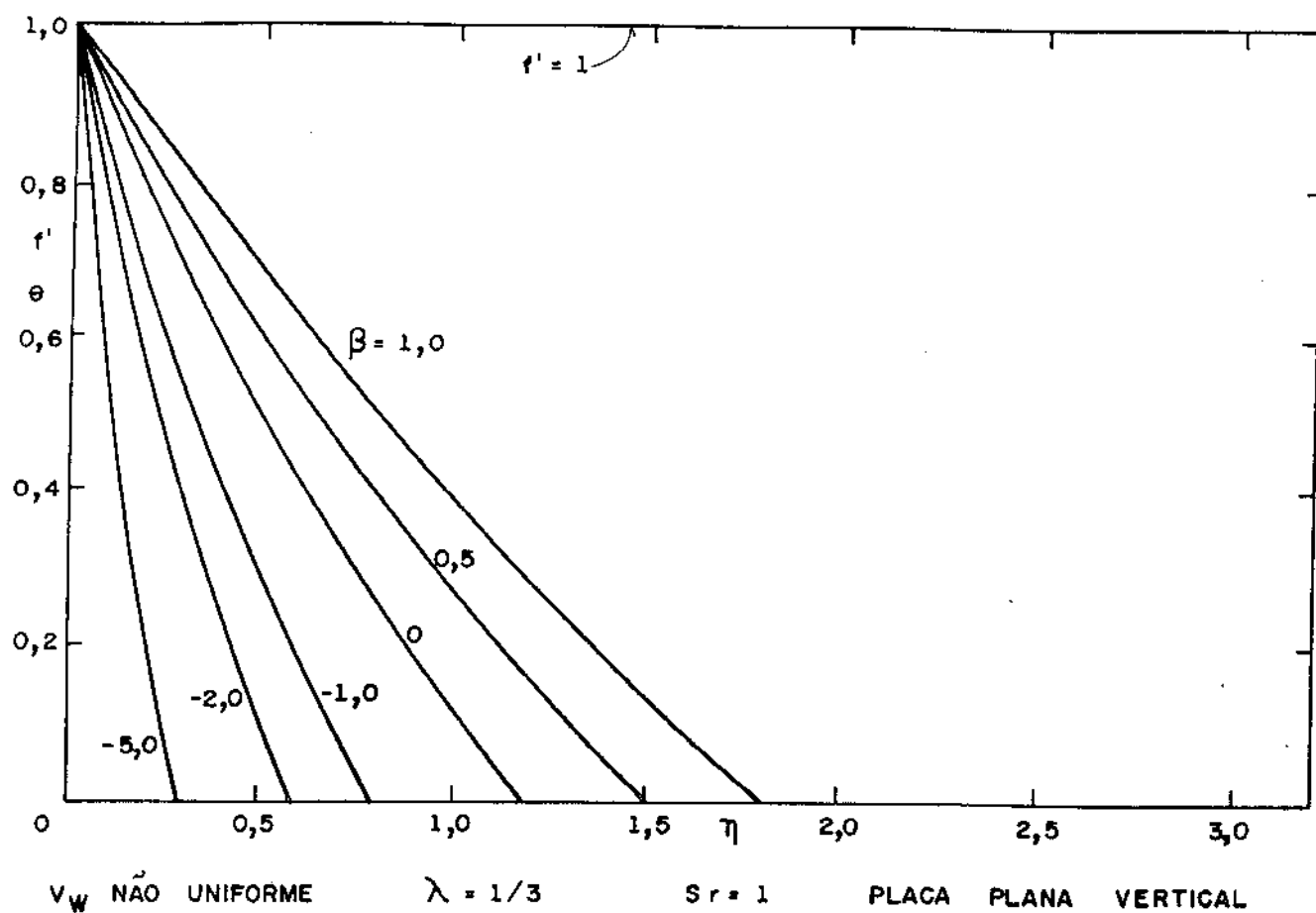


FIG. (5.4) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

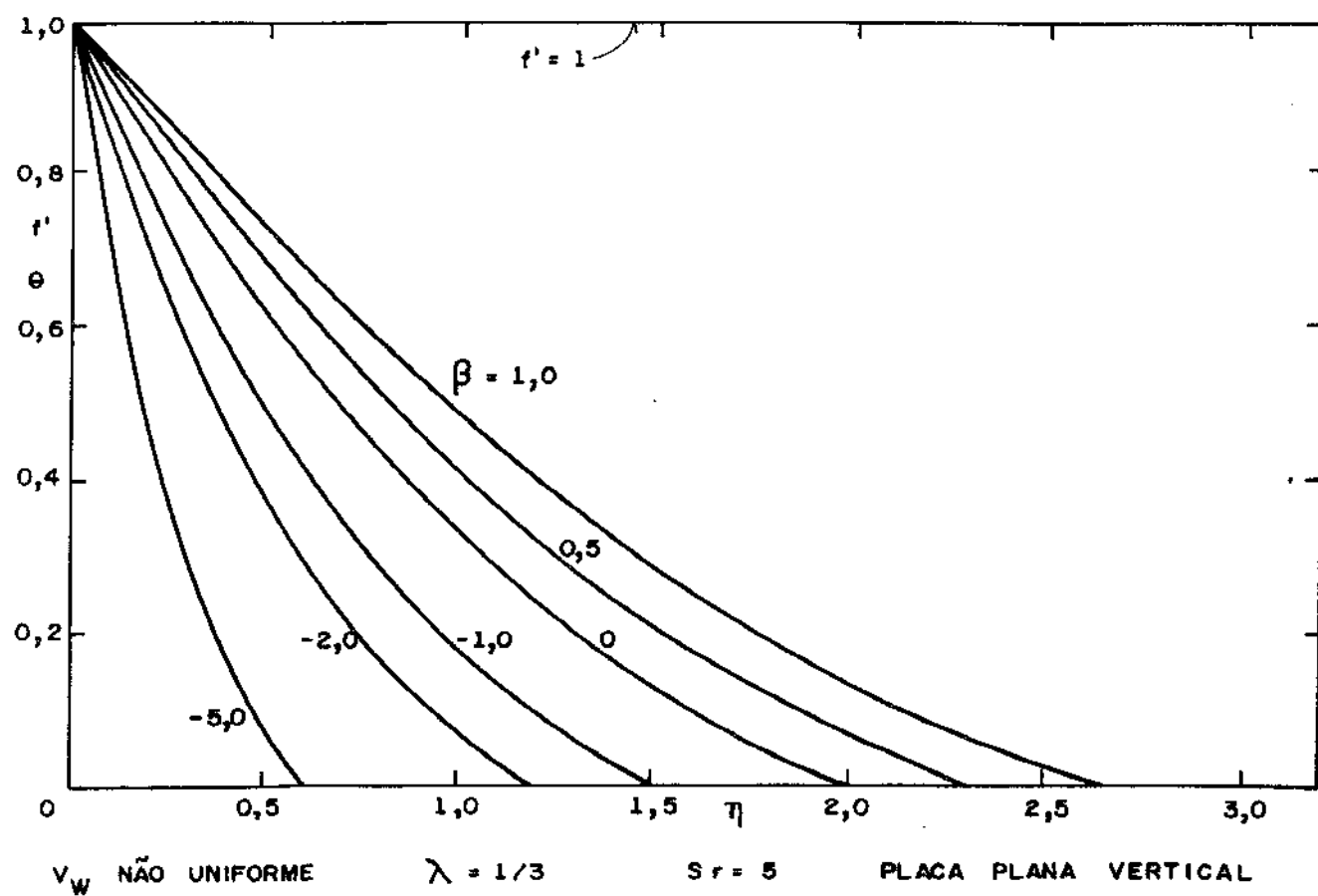


FIG. (5.5) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

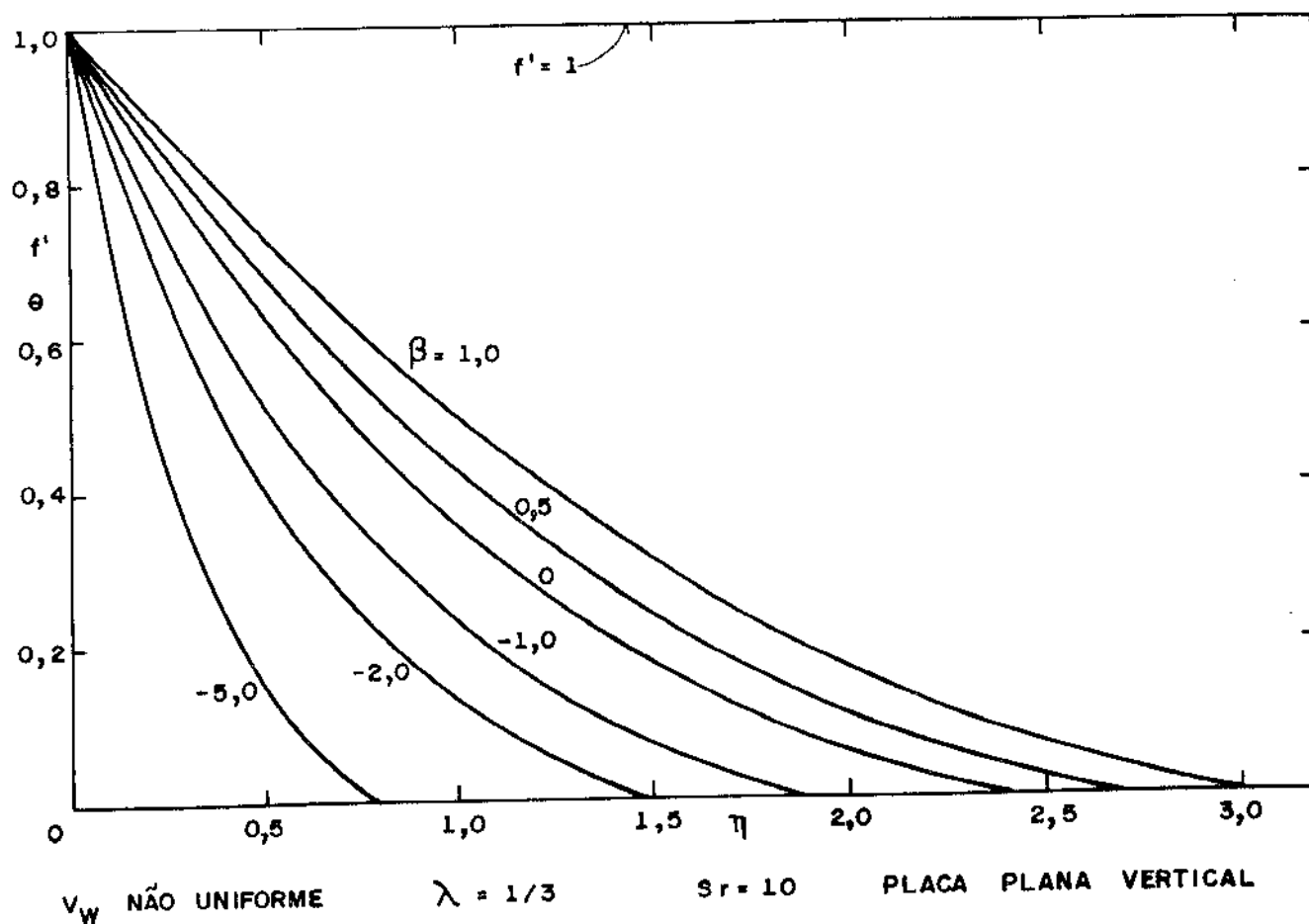


FIG. (5. 6) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

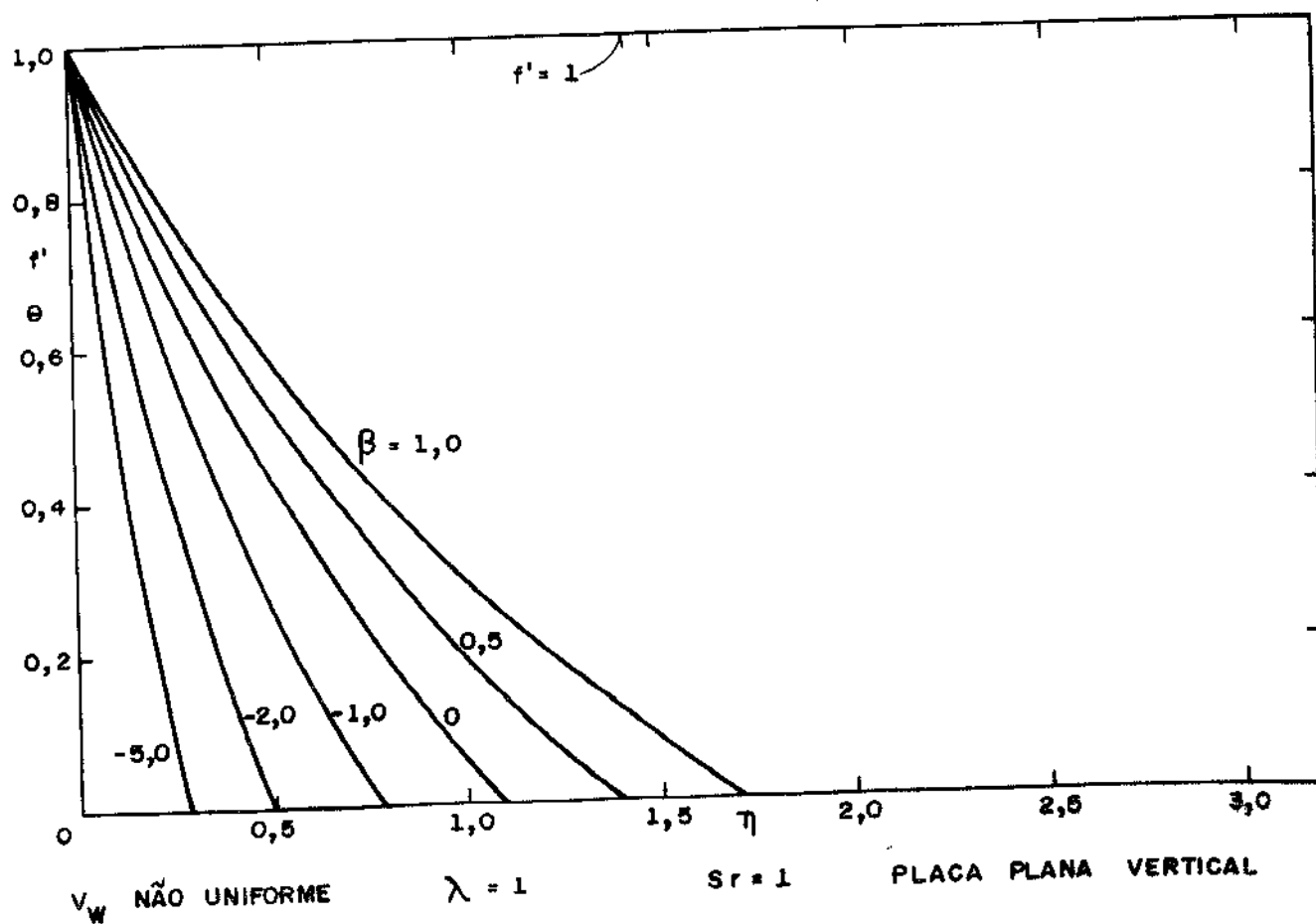


FIG. (5. 7) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

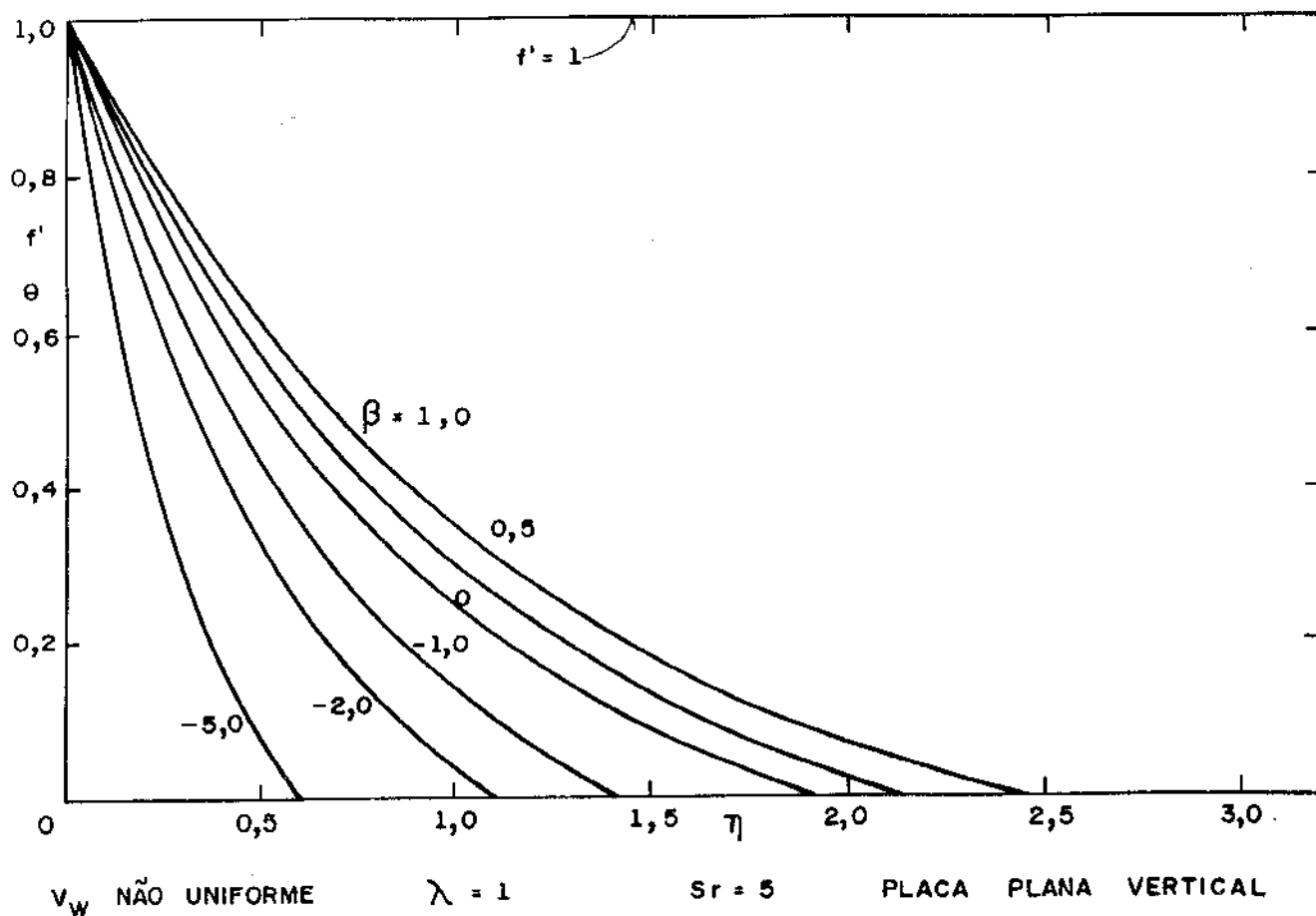


FIG. (5 . 8) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

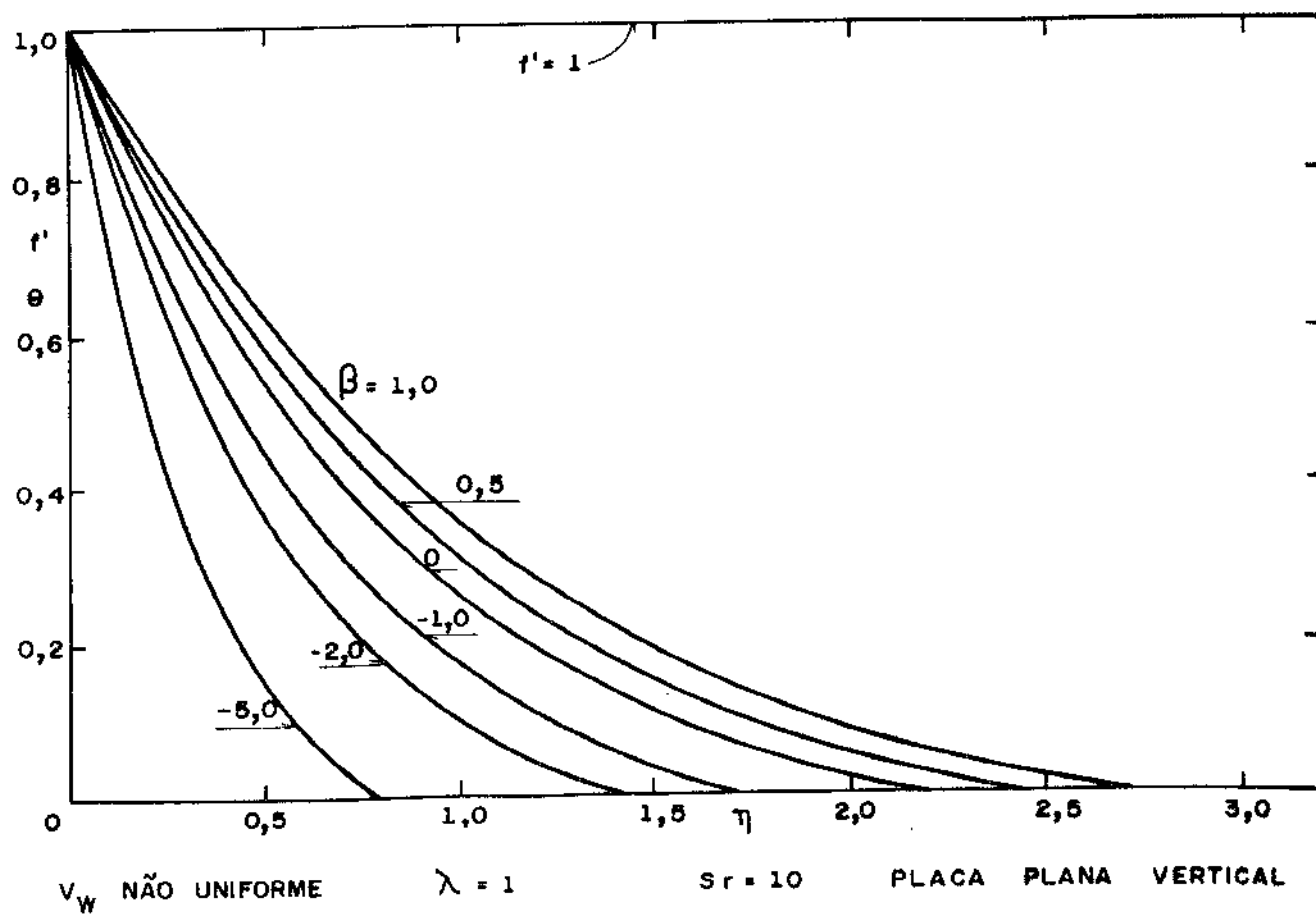


FIG. (5 . 9) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

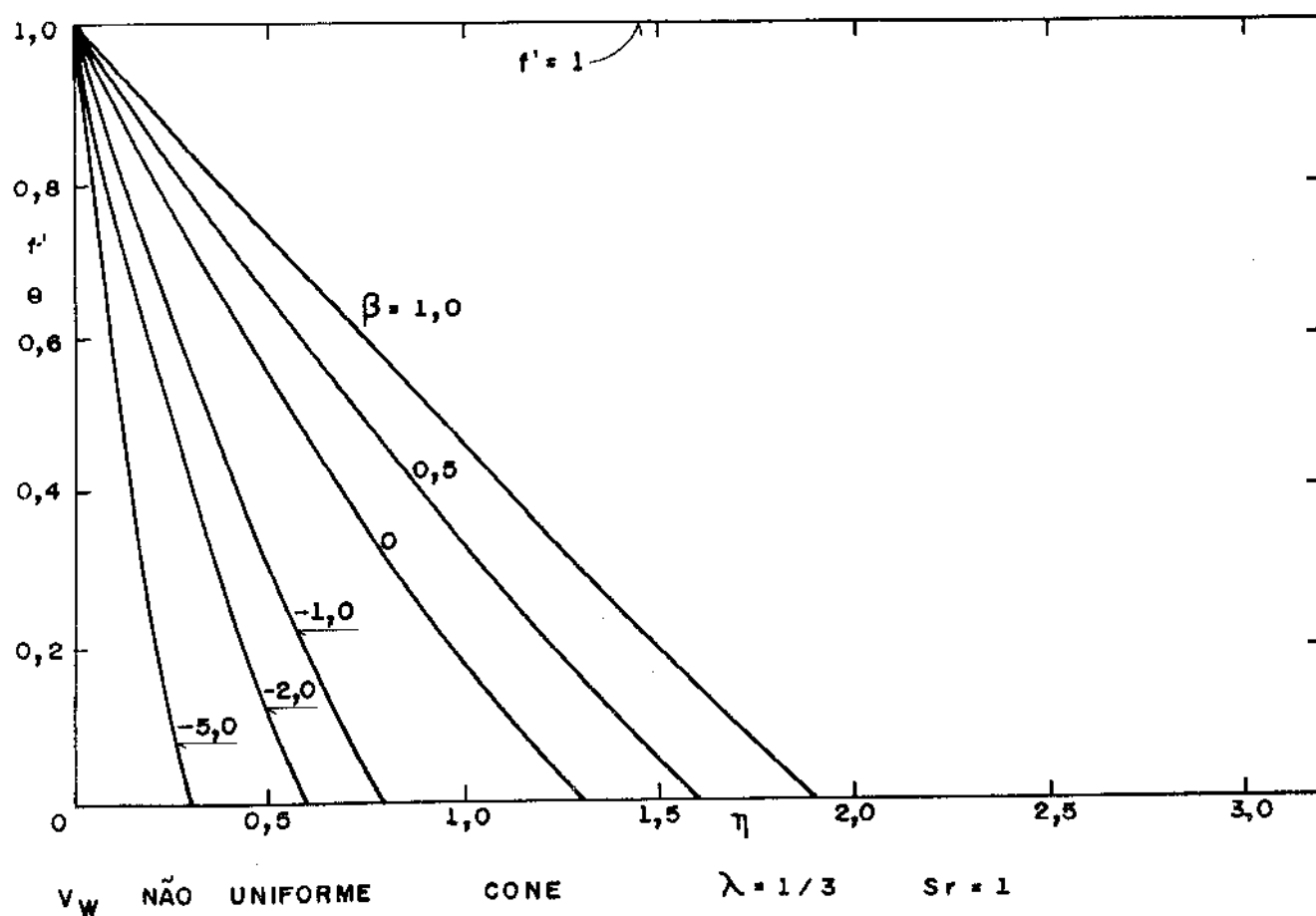


FIG. (5.10) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

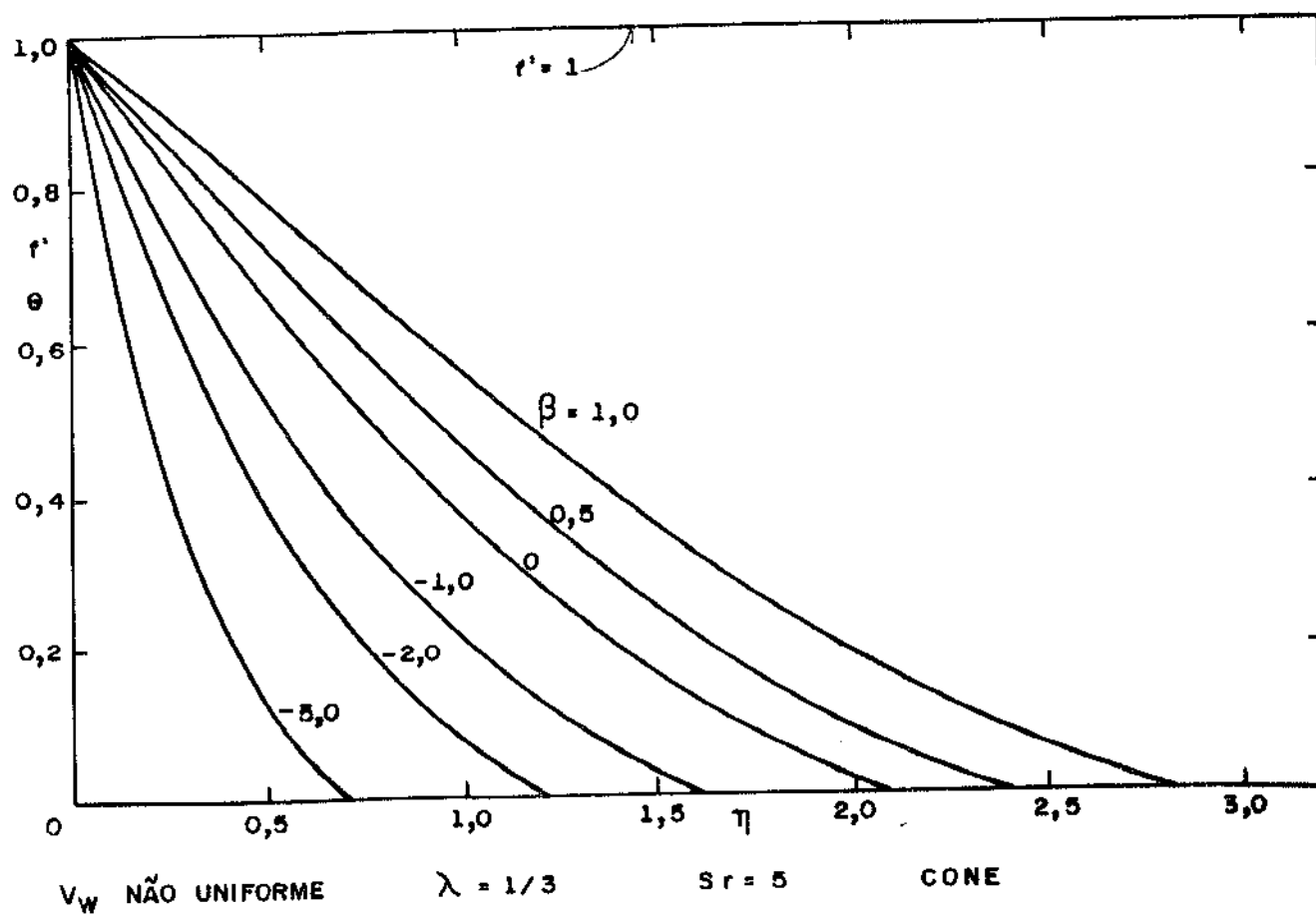


FIG. (5.11) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

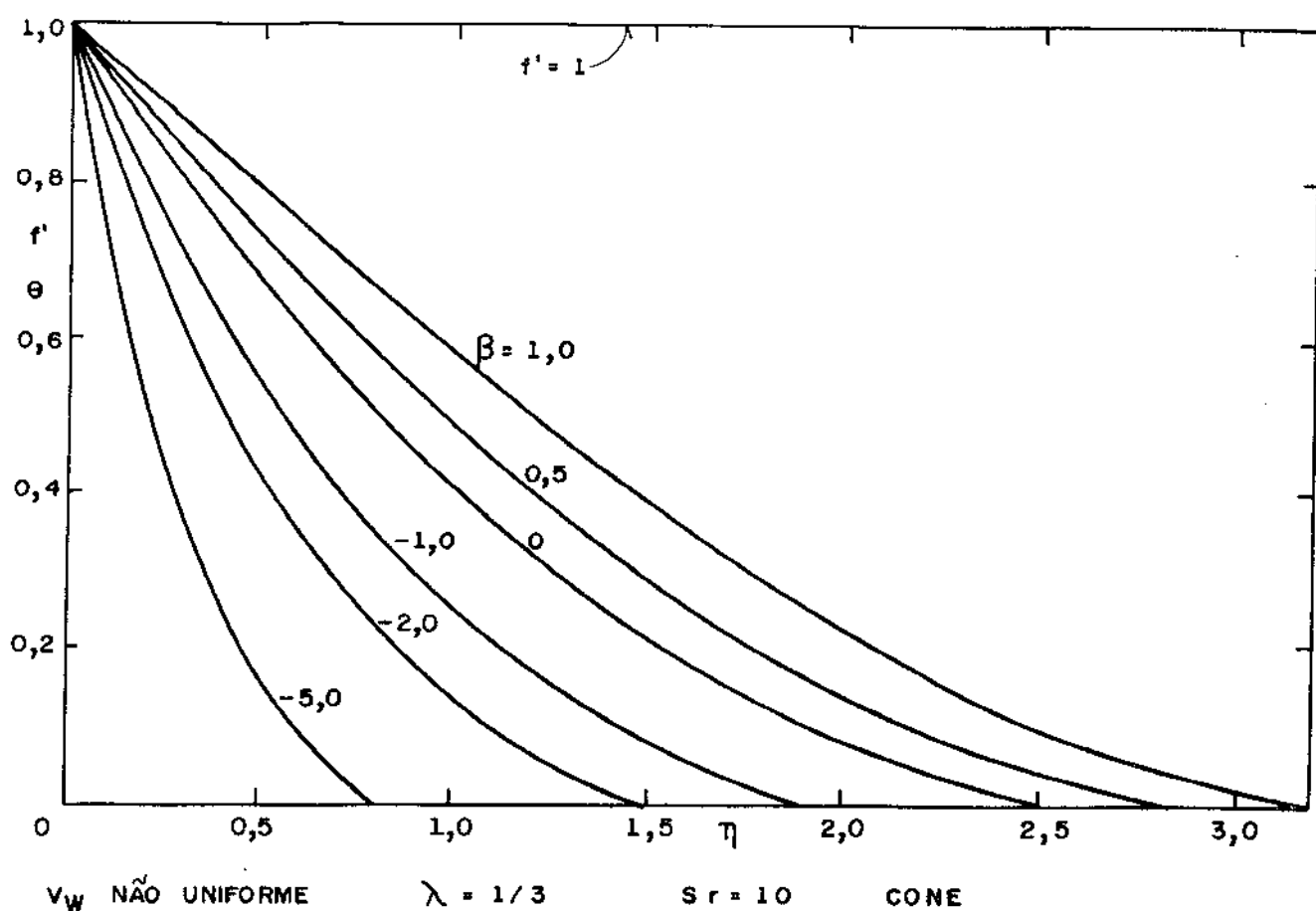


FIG. (5. 12) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

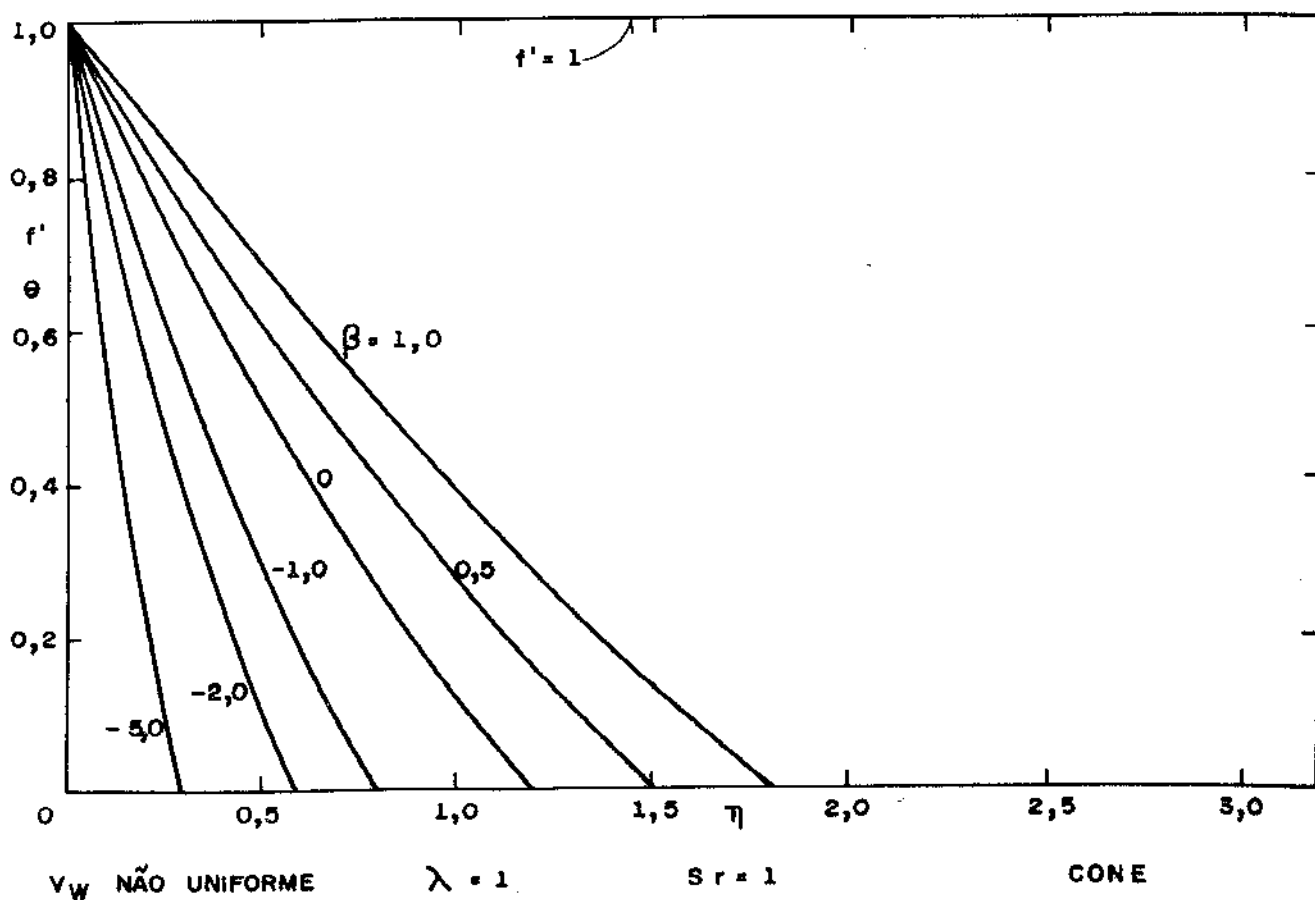


FIG. (5. 13) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

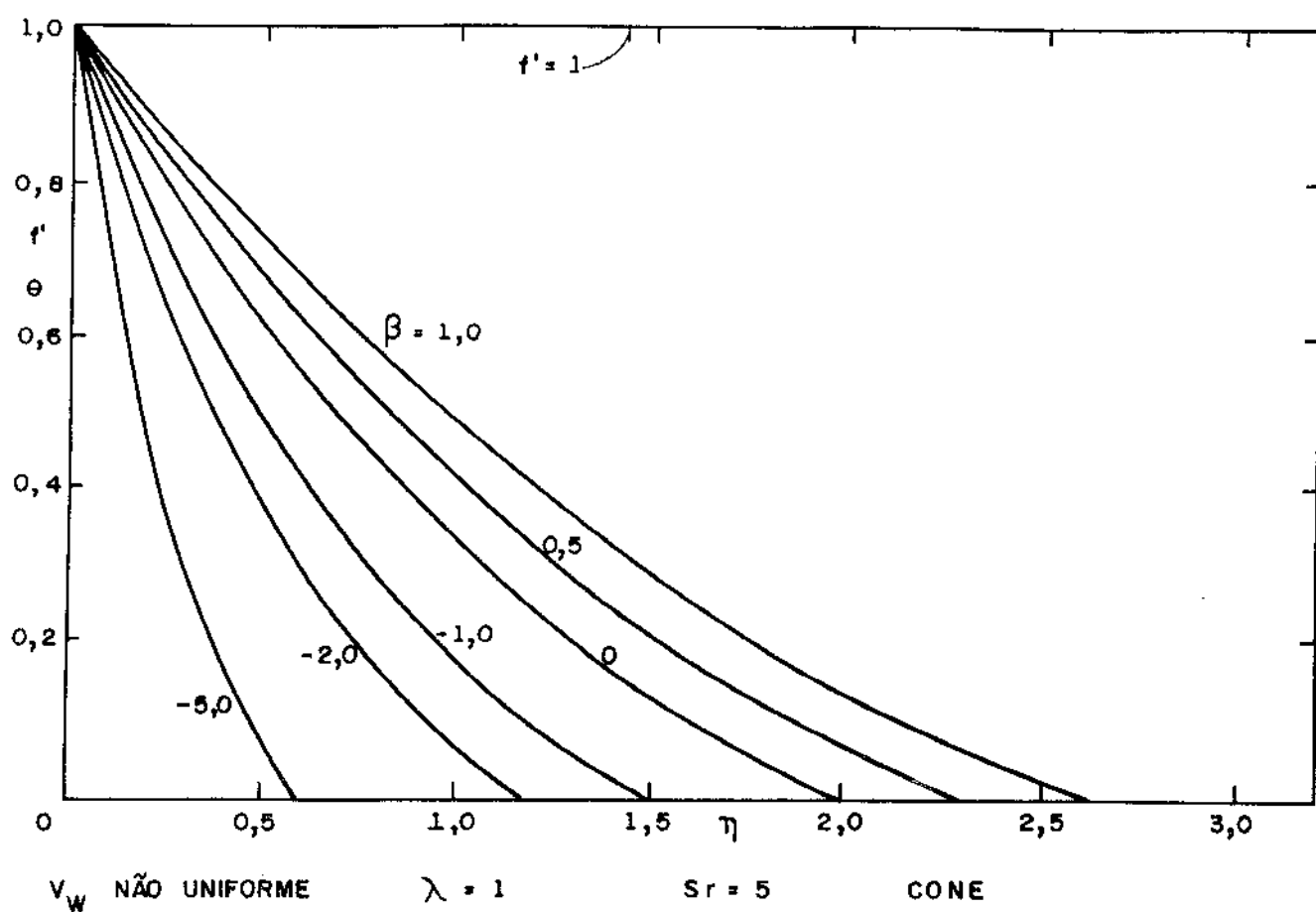


FIG. (5. 14) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

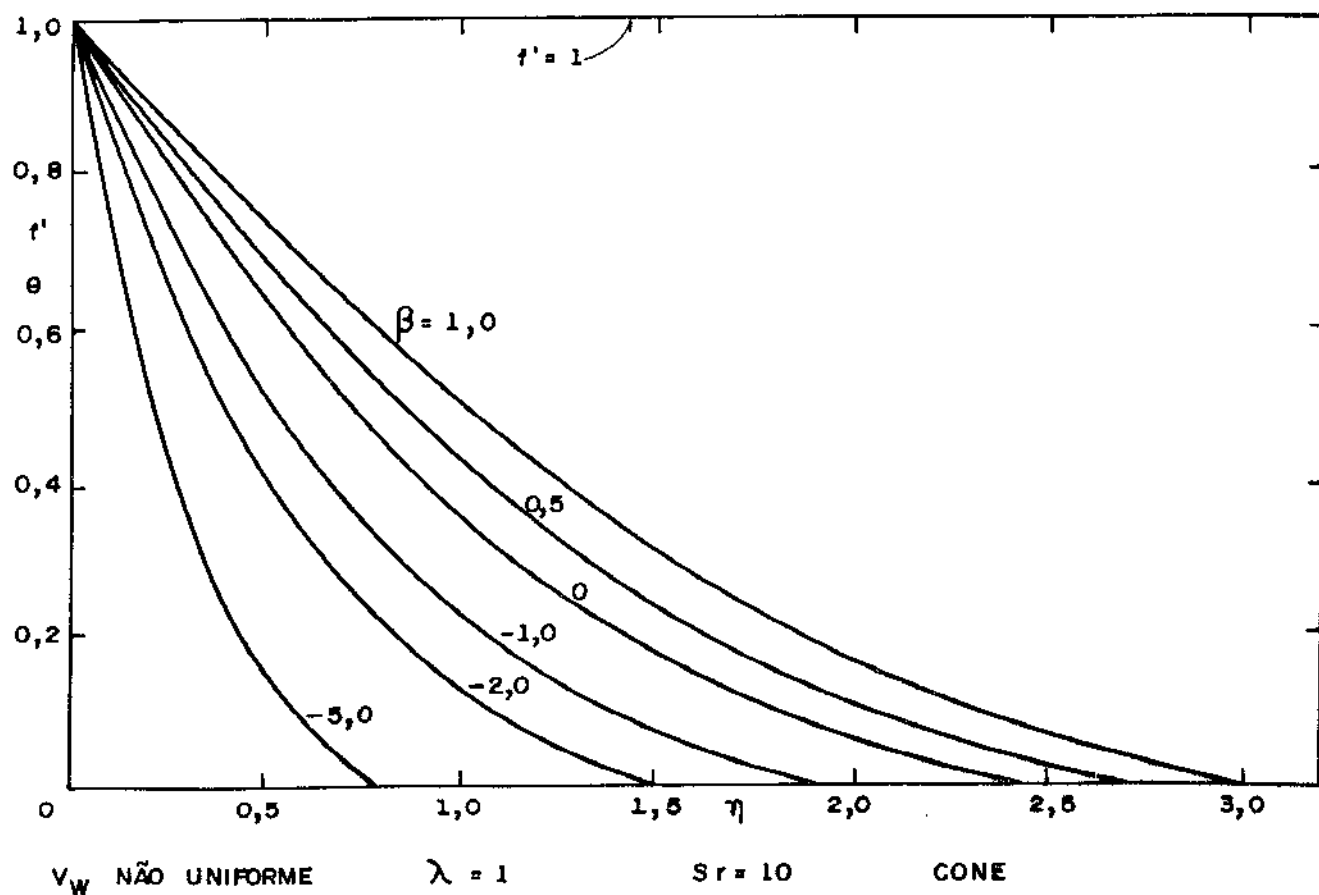


FIG. (5. 15) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

Para os mesmos valores de Sr e β , um aumento em λ diminui a espessura η_δ . Assim, um aumento no valor de λ faz com que a sucção provoque um acréscimo na predominância da transferência de calor por condução através da película condensada, e que a injeção provoque um decréscimo na predominância da transferência de calor por condução através da película condensada.

O gradiente de temperatura mostra que um aumento no valor de λ aumenta a condução de calor na superfície, como resultado da redução da espessura η_δ .

Para os mesmos valores de λ , β e Sr , a espessura da película η_δ é menor para a placa plana vertical. Entretanto, para determinados valores de β e Sr , os resultados obtidos para a placa plana vertical são os mesmos resultados obtidos para o cone, porém com o valor de λ três vezes maior. Isto mostra que a espessura η_δ é menos sensível ao parâmetro β para o cone de ângulo arbitrário γ .

B.2. Cilindro Horizontal e Esfera

Resultados numéricos fornecidos pela relação (3-89) para a velocidade longitudinal adimensional, pelas relações (4-13.a,c,e) para o cilindro horizontal e pelas relações (4-18.a,c,d) para a esfera juntamente com as condições de contorno (4-10.a,b) para a temperatura adimensional e resolvidas segundo o método numérico apresentado no capítulo IV são representados para valores de $\lambda = 1/3$ e 1, vários valores de β e Sr e dois valores do parâmetro de distância longitudinal adimensional X pelas figuras (5-16), (5-17), (5-18), (5-19), (5-

20) e (5-21) para o cilindro horizontal e figuras (5-22), (5-23), (5-24), (5-25), (5-26) e (5-27) para a esfera. As curvas de linha cheia representa o valor de $X = 1$ e as curvas de linha tracejada o valor de $X = 2$.

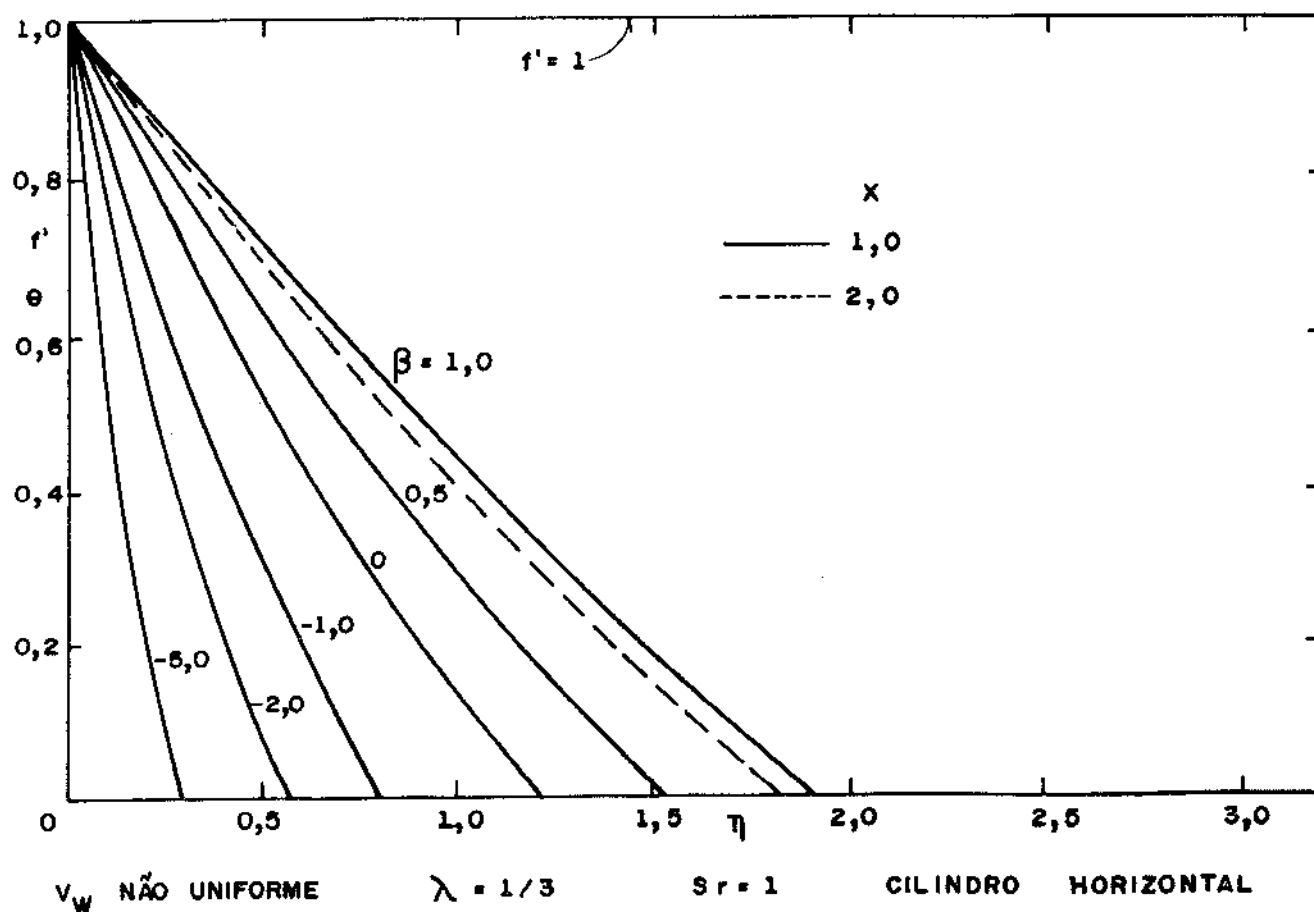


FIG. (5.16) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

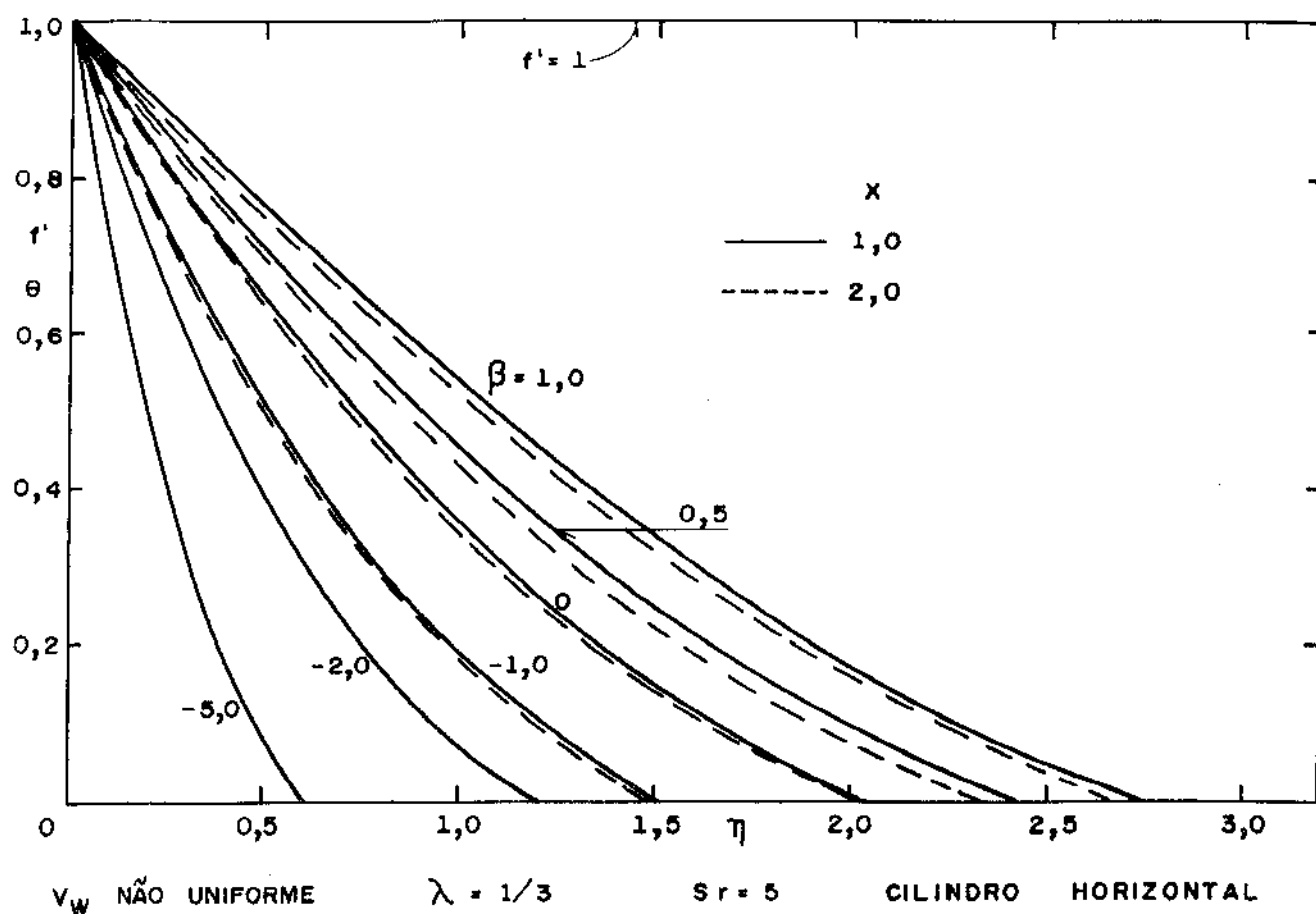


FIG. (5.17) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

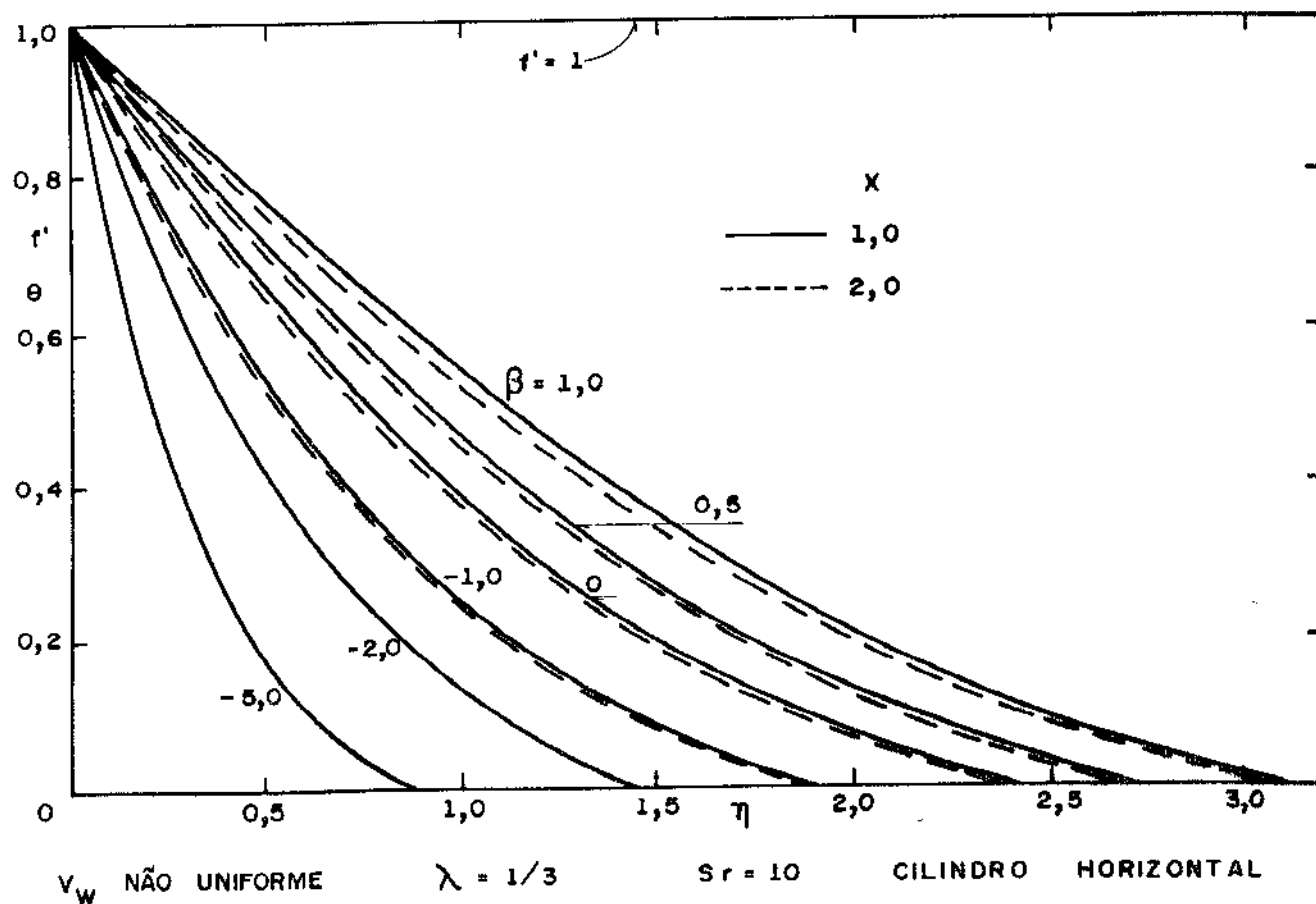


FIG. (5.18) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

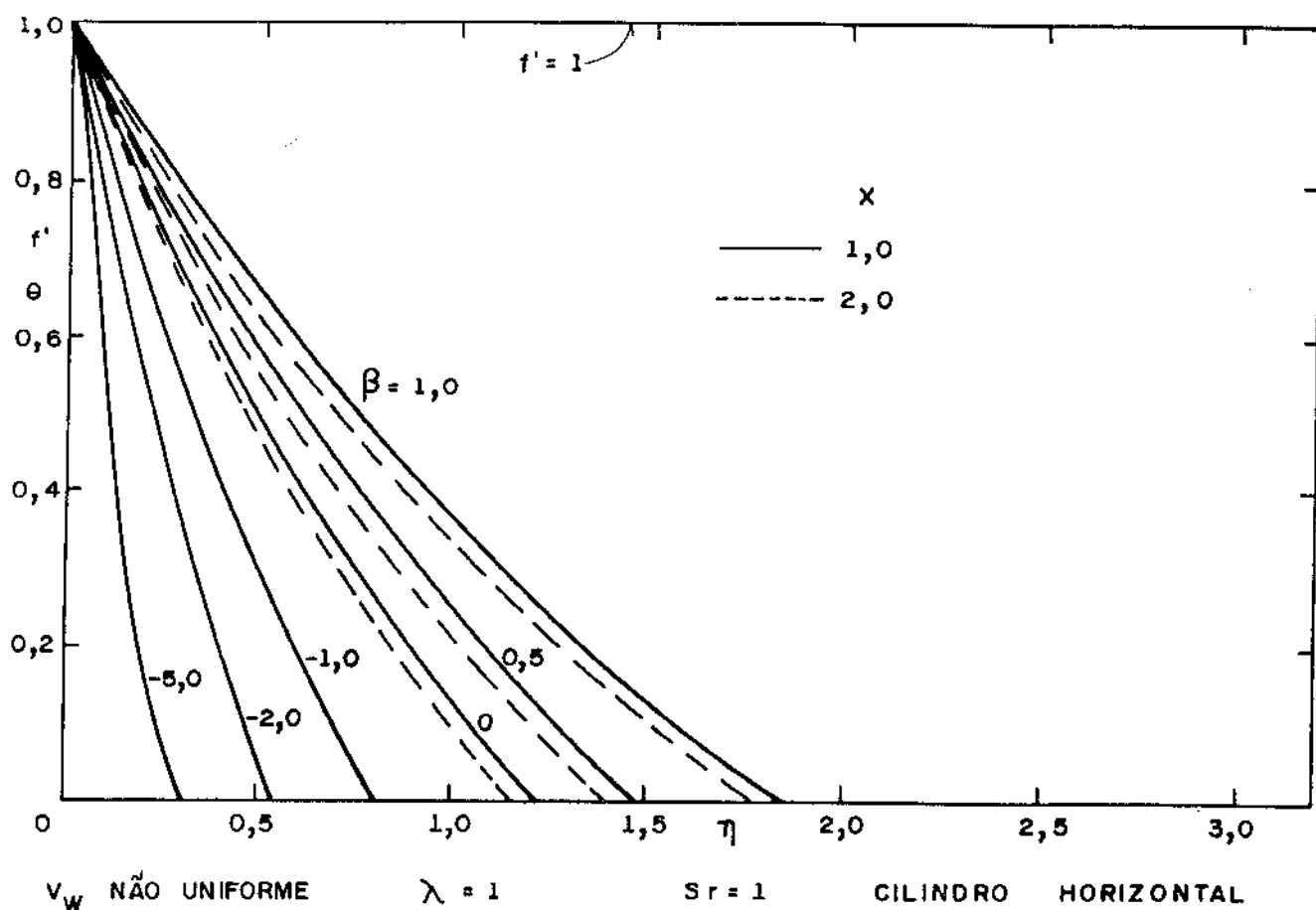


FIG. (5.19) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

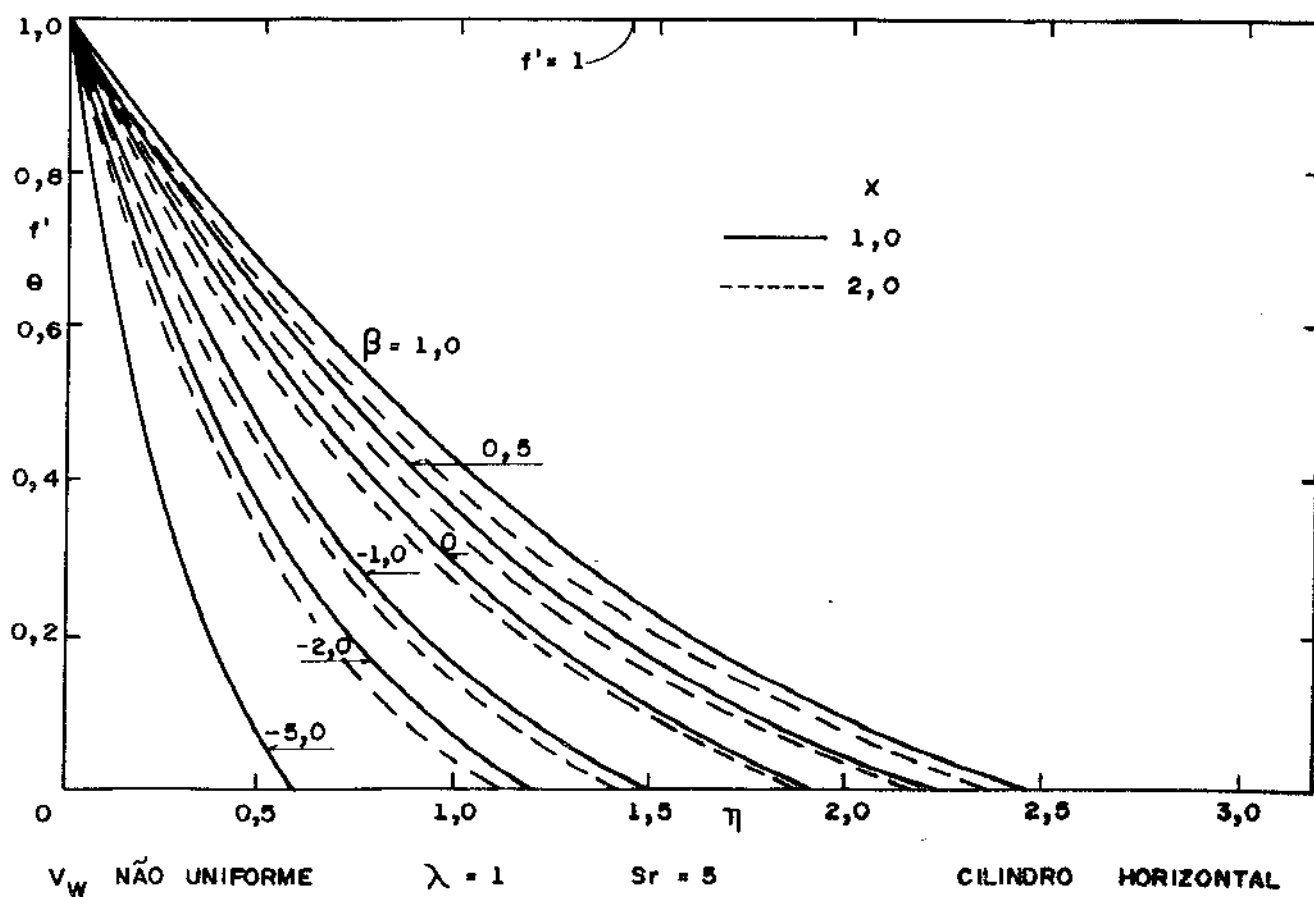


FIG. (5.20) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

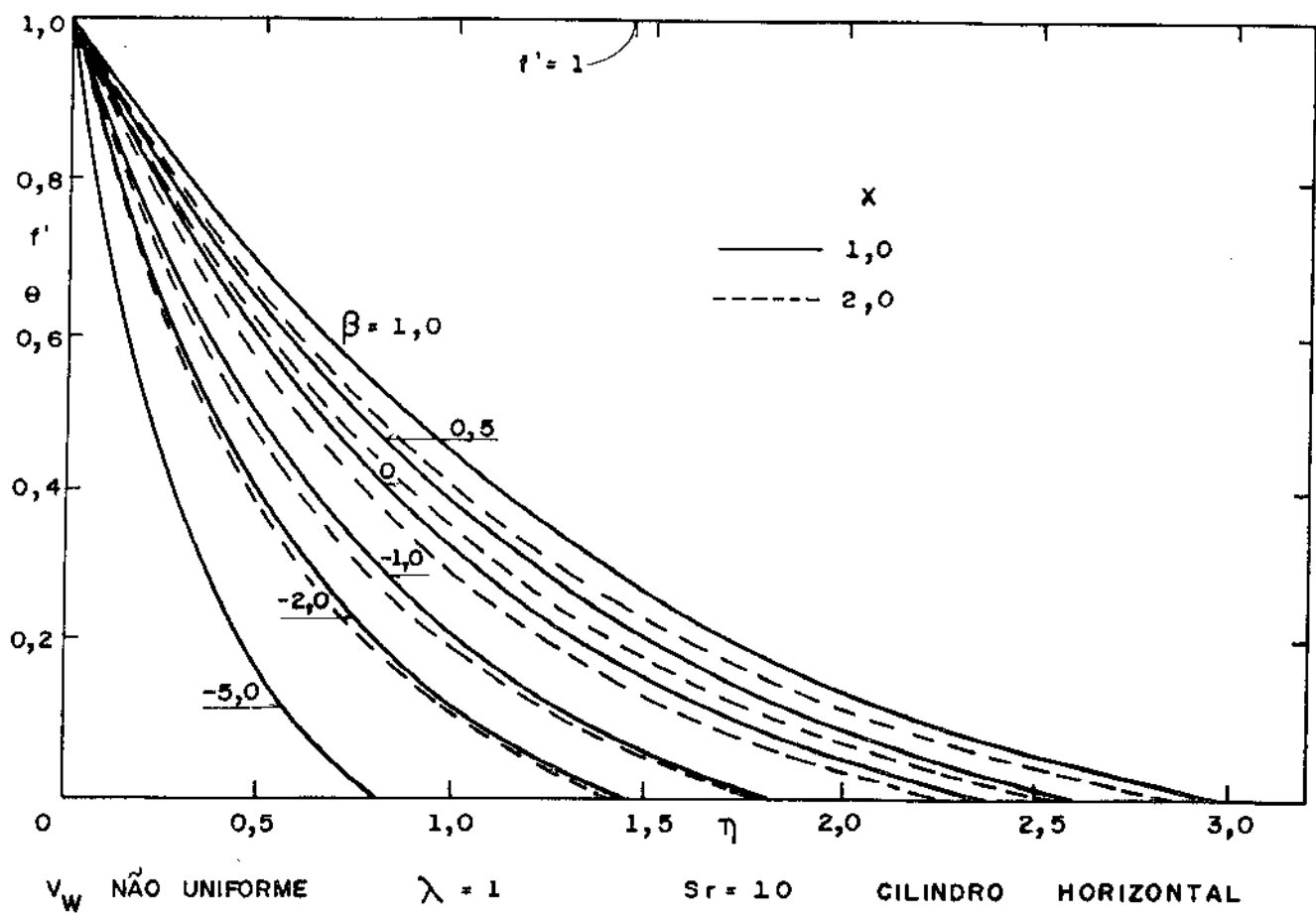


FIG. (5.21) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

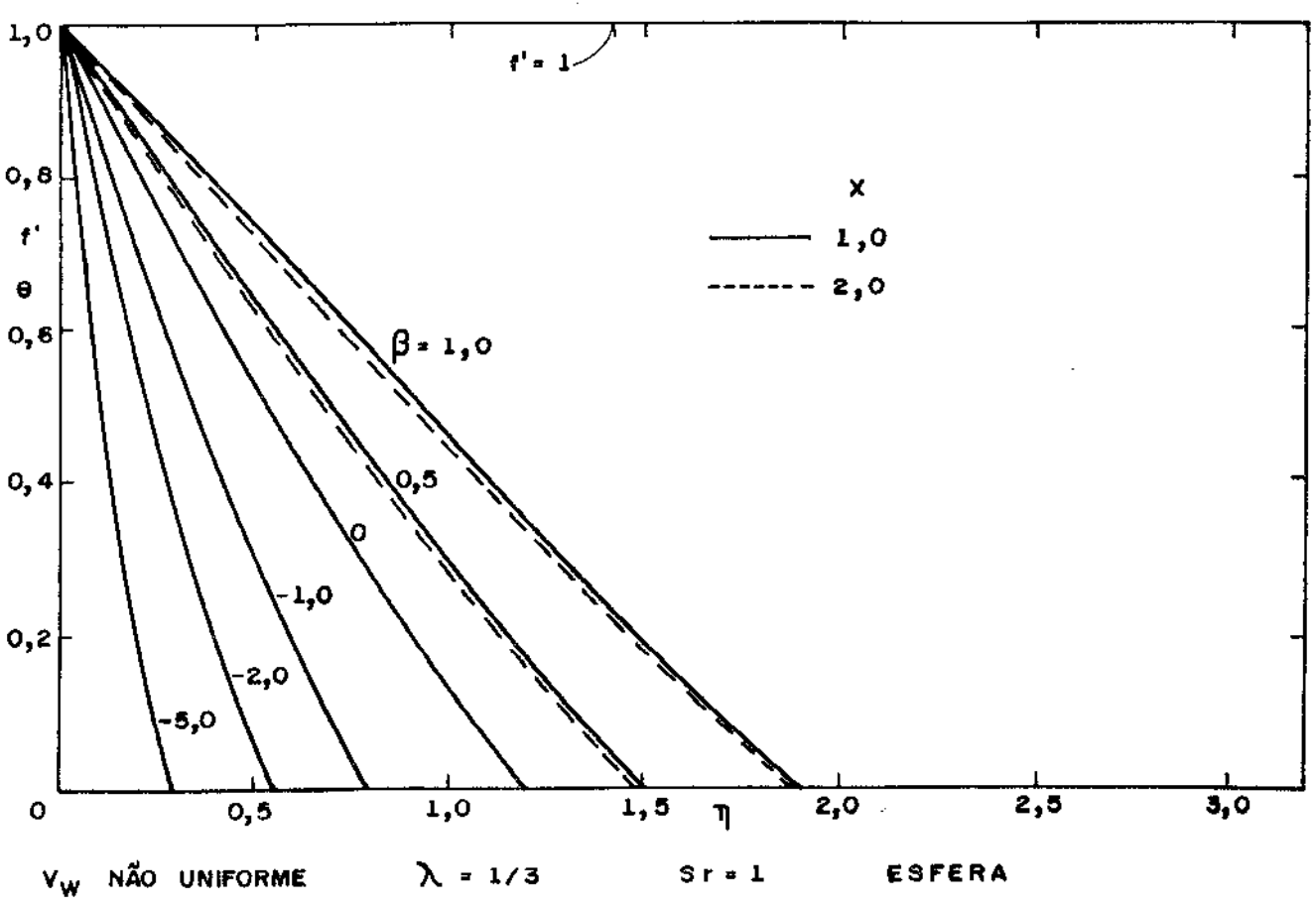


FIG. (5.22) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

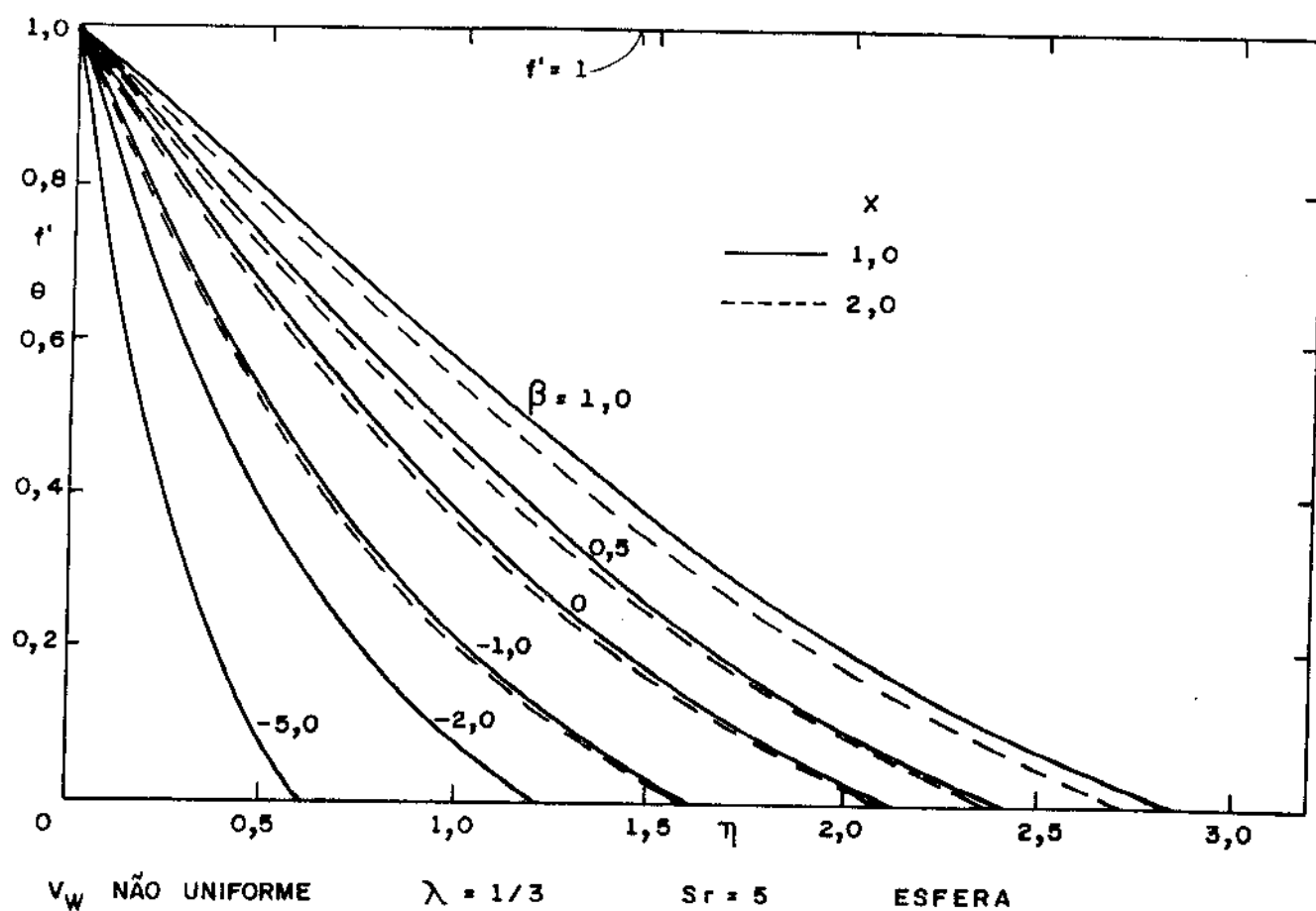


FIG. (5.23) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

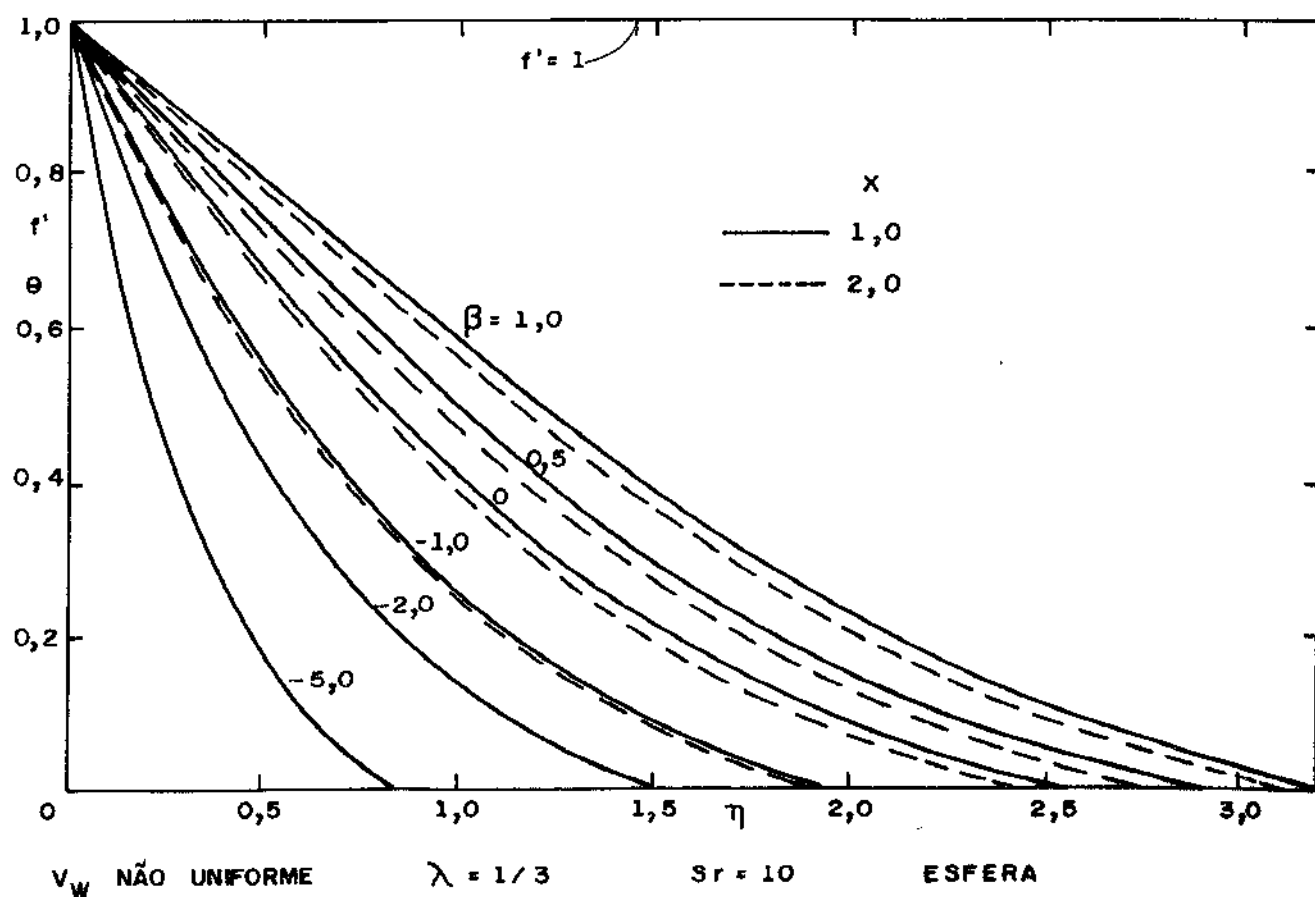


FIG. (5.24) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

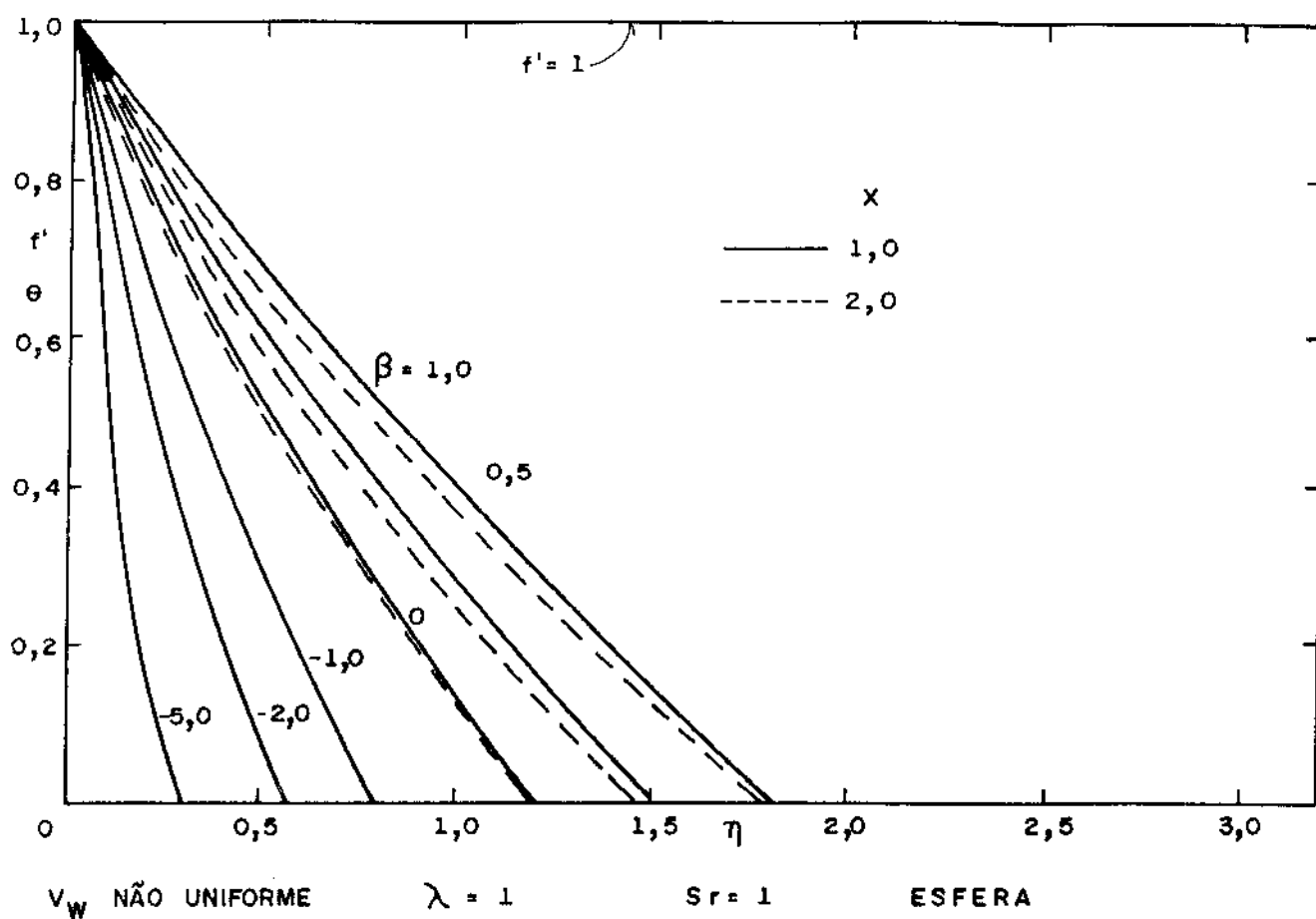


FIG. (5.25) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

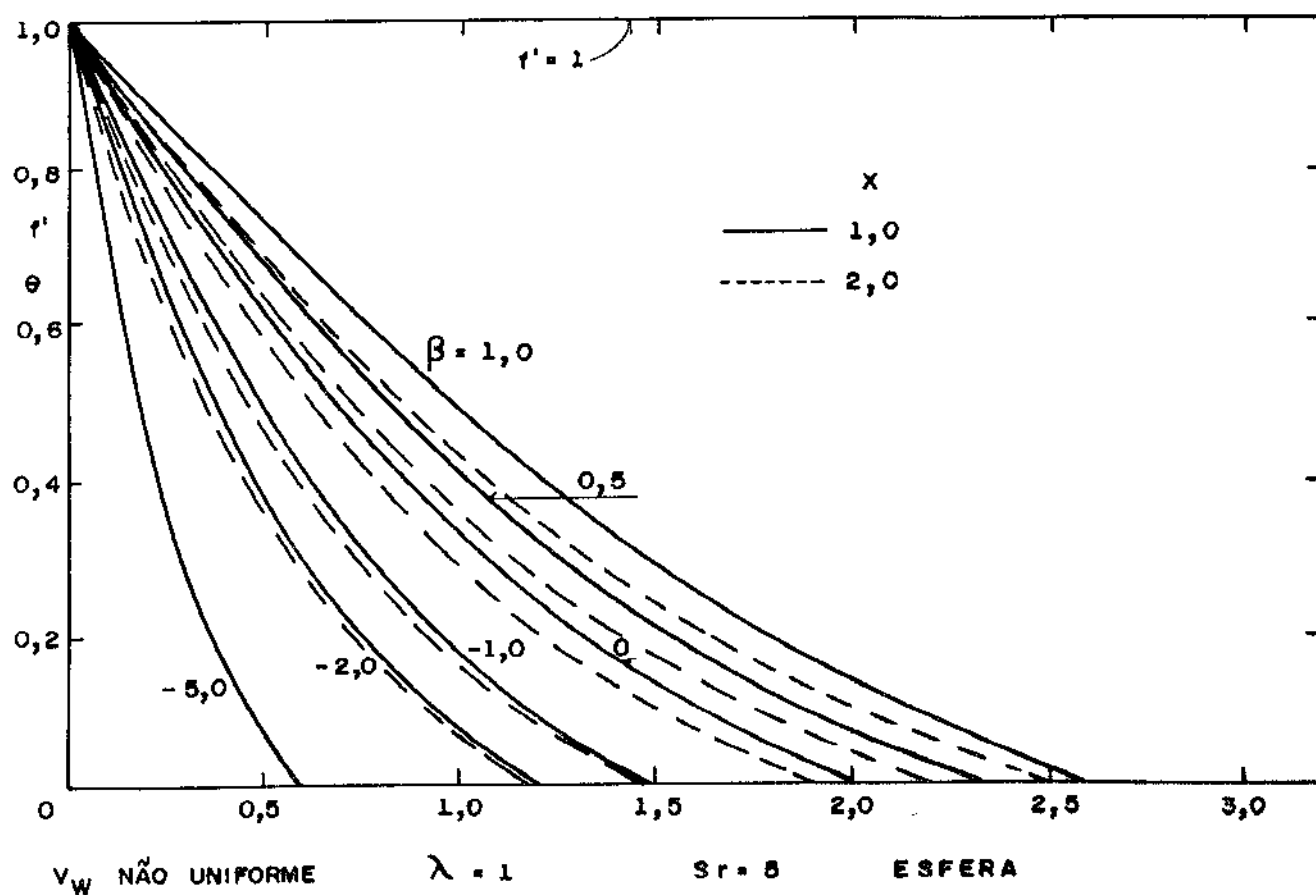


FIG. (5.26) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

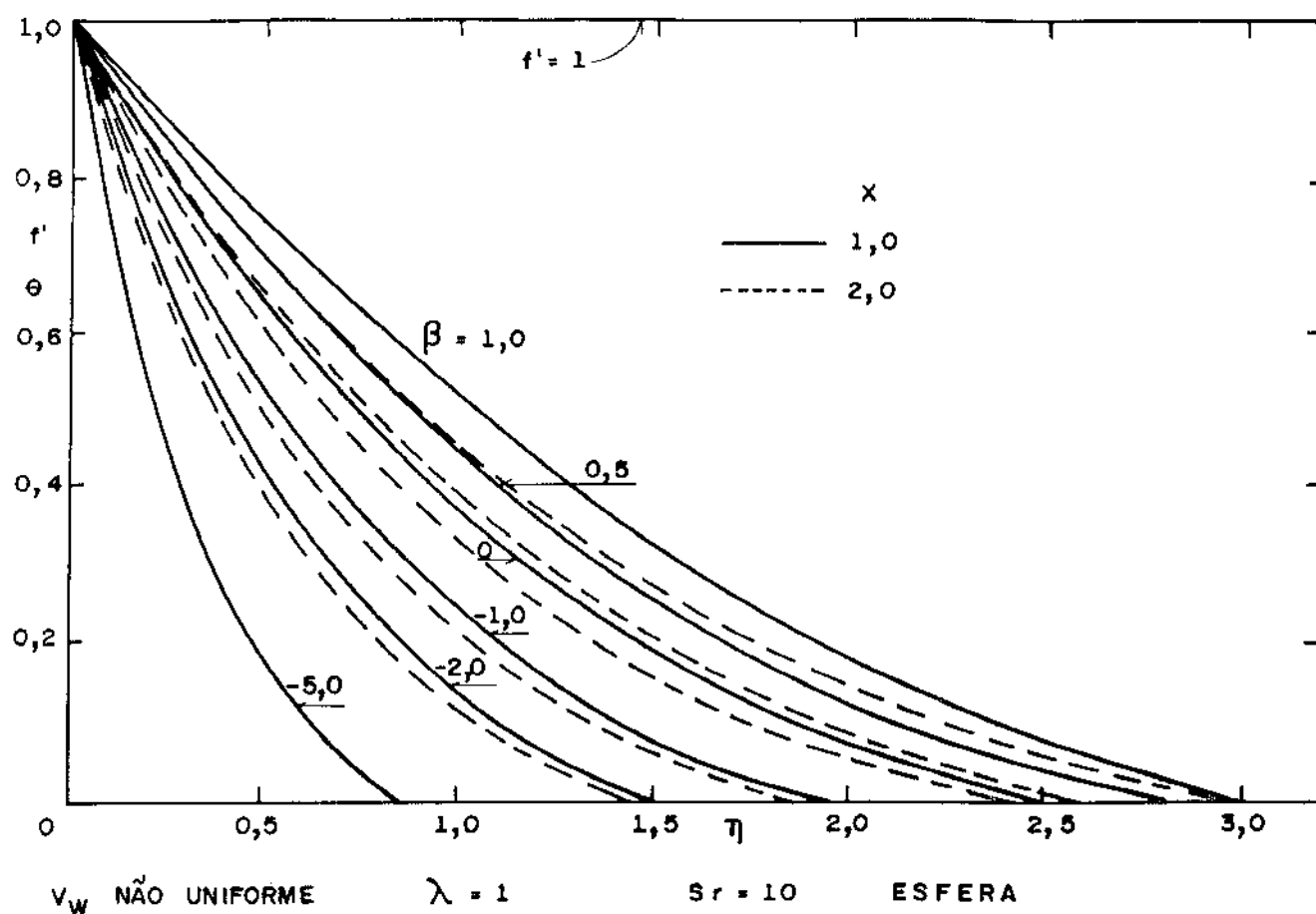


FIG. (5.27) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

Estas também apresentam o mesmo comportamento com relação às influências de β , Sr e λ já analisados para a placa plana vertical e cone de ângulo arbitrário γ .

Os resultados indicam que a velocidade longitudinal adimensional f' é independente dos parâmetros analisados e a mesma está representada em todas as figuras por uma linha horizontal.

Os perfis de temperatura adimensional mostram que um aumento em X reduz a espessura η_δ para um determinado valor de β , e esta redução varia com o valor de Sr , β e λ .

Por exemplo, para o valor de $Sr = 1$ e $\lambda = 1/3$, um aumento no valor de X , provoca uma redução na espessura η_δ e conseqüentemente alteração no perfil de temperatura pa

ra os valores de $\beta > 0,5$. Aumentando o valor de λ , a alteração em η_δ devido ao aumento em X ocorre para valores de $\beta > -1,0$, isto mostra que um aumento nos parâmetros λ e X torna η_δ mais sensível à uma redução em β .

Para o valor de $\lambda = 1/3$ e $Sr = 5$ e 10 , um aumento em X provoca uma redução em η_δ e consequente alteração no perfil de temperatura para valores de $\beta > -2,0$, isto mostra que um aumento em Sr e X não altera a sensibilidade de η_δ quanto à alteração do parâmetro β .

Aumentando-se o valor de λ e mantendo-se os valores de Sr , a alteração na espessura η_δ devido ao aumento de X ocorre para $\beta > -5,0$, isto mostra que, para valores de $5 \leq Sr \leq 10$, um aumento em λ e X torna a espessura η_δ mais sensível à uma redução no parâmetro β .

De um modo geral, para um mesmo valor dos parâmetros β , Sr e λ , o gradiente de temperatura mostra que um aumento no valor de X aumenta a condução de calor na superfície.

Comparativamente, para o valor de $Sr = 1,0$ e $\lambda = 1/3$, a espessura η_δ para o cilindro horizontal e para a esfera apresenta diferença nos valores de $\beta > 0,5$. Aumentando-se o valor de Sr para $Sr = 5,0$ e mantendo-se o valor de λ , a diferença na espessura η_δ entre o cilindro horizontal e a esfera ocorre para $\beta \geq -1,0$, e, para o valor de $Sr = 10$, a diferença ocorre para $\beta \geq -2,0$.

Para o valor de $Sr = 1,0$ e $\lambda = 1,0$, a espessura η_δ para o cilindro horizontal e para a esfera apresenta diferença nos valores de $\beta \geq 0$. Aumentando-se o valor de Sr para $Sr = 5,0$ mantendo-se o valor de λ , a diferença ocorre

para $\beta \geq -2,0$ e, para o valor de $Sr = 10$, a diferença ocorre para $\beta \geq -5,0$.

Como o cilindro horizontal apresenta sempre uma espessura η_δ menor do que a esfera, então, a espessura η_δ para o cilindro horizontal é mais sensível ao parâmetro β do que para a esfera.

5.2.2. ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA

A - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA CONSTANTE

A figura (5-28) mostra a influência de β e Sr na espessura η_δ para o problema de transferência lateral de massa não uniforme e temperatura da superfície porosa constante.

A figura (5-28) mostra que para um determinado valor de Sr , a espessura η_δ é reduzida com o aumento no valor absoluto de β negativo como resultado da sucção de parte do líquido da película condensada e, ao contrário, a espessura η_δ é aumentada com o aumento no valor de β positivo como resultado da injeção de líquido na película condensada. Quando a sucção é muito grande, a espessura η_δ torna-se muito pequena. Para um determinado valor de Sr , o valor limite para β negativo pode ser obtido quando η_δ tende a zero.

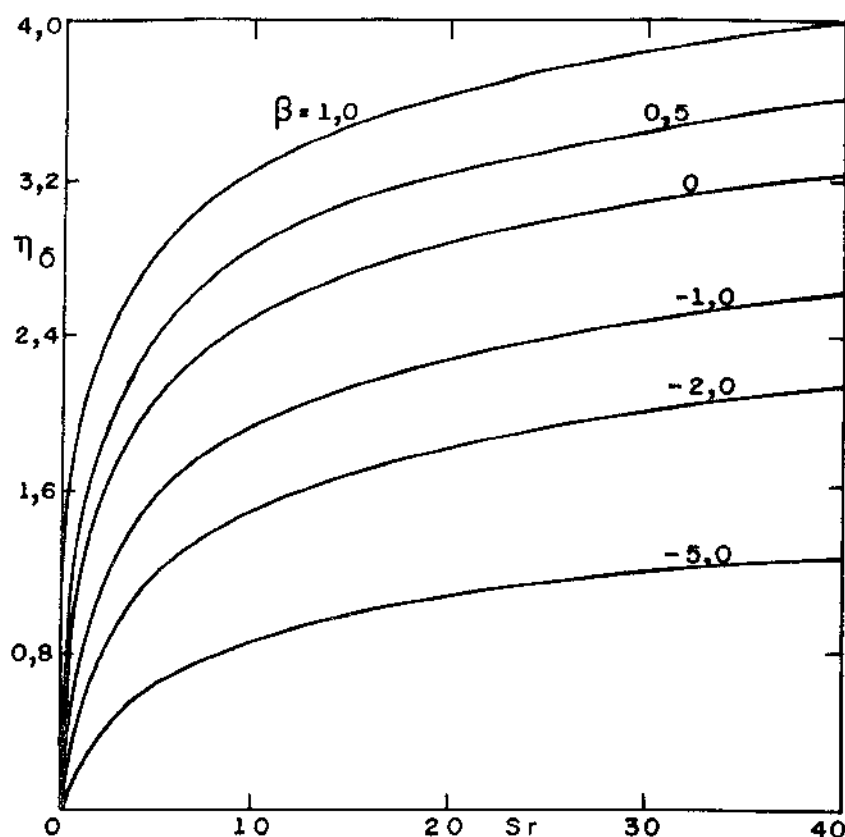


FIG. (5.28) VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA
 v_w NÃO UNIFORME T_w CONSTANTE $\lambda = 0$

Os resultados mostram que, para baixos valores de Sr , a espessura η_δ aumenta bruscamente com o acréscimo no valor de Sr e, para altos valores de Sr , a espessura aumenta suavemente com o acréscimo no valor de Sr .

Essas variações da espessura η_δ com os parâmetros β e Sr exerce grande influência na transferência de calor através da superfície porosa, uma vez que a espessura η_δ atua como uma resistência térmica à transferência de calor e o parâmetro Sr atua como um potencial térmico para a transferência de calor.

B - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE NÃO CONSTANTE

B.1. Placa Plana Vertical e Cone de Ângulo Arbitrário γ

A variação da espessura η_δ com os parâmetros β , Sr e λ pode ser analisada pelas figuras (5-29) e (5-30) para a placa plana vertical e figuras (5-31) e (5-32) para o cone de ângulo arbitrário γ para o problema de transferência lateral de massa não uniforme e temperatura da superfície porosa não constante ($\lambda \neq 0$).

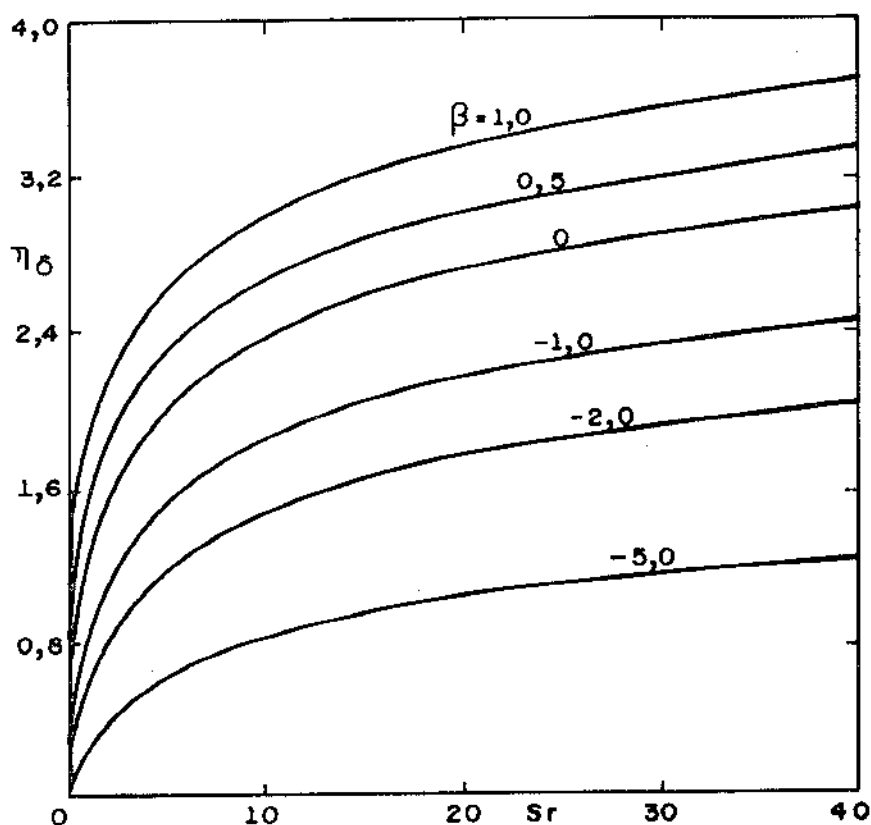


FIG. (5.29) VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA
 v_w NÃO UNIFORME PLACA PLANA VERTICAL $\lambda=1/3$

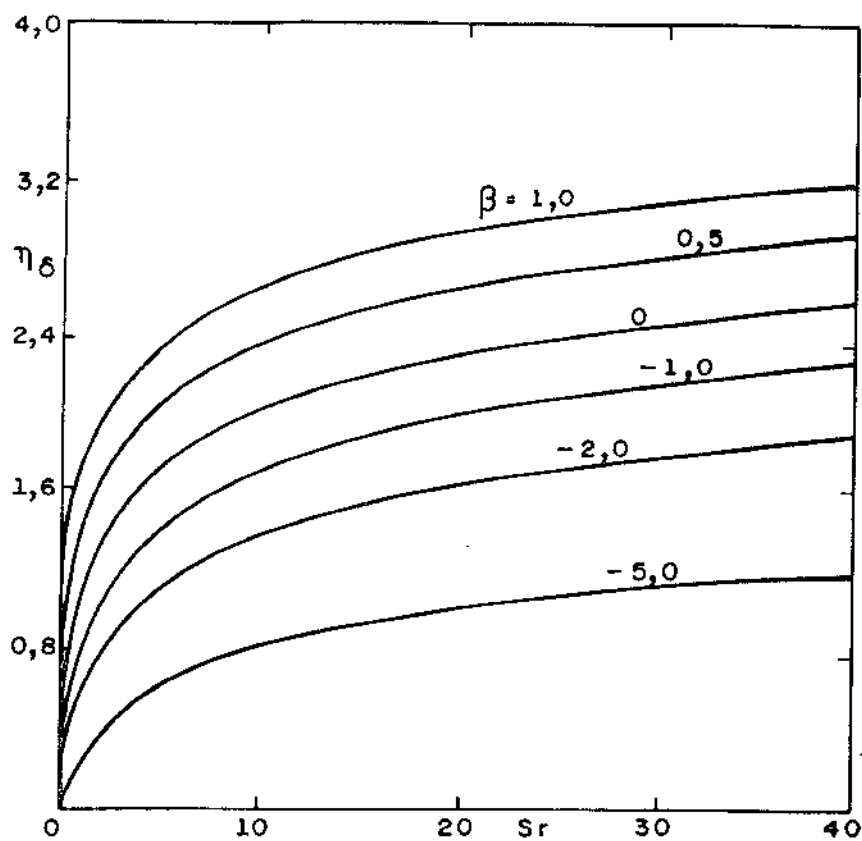


FIG.(5.30) VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA
 V_W NÃO UNIFORME PLACA PLANA VERTICAL $\lambda=1$

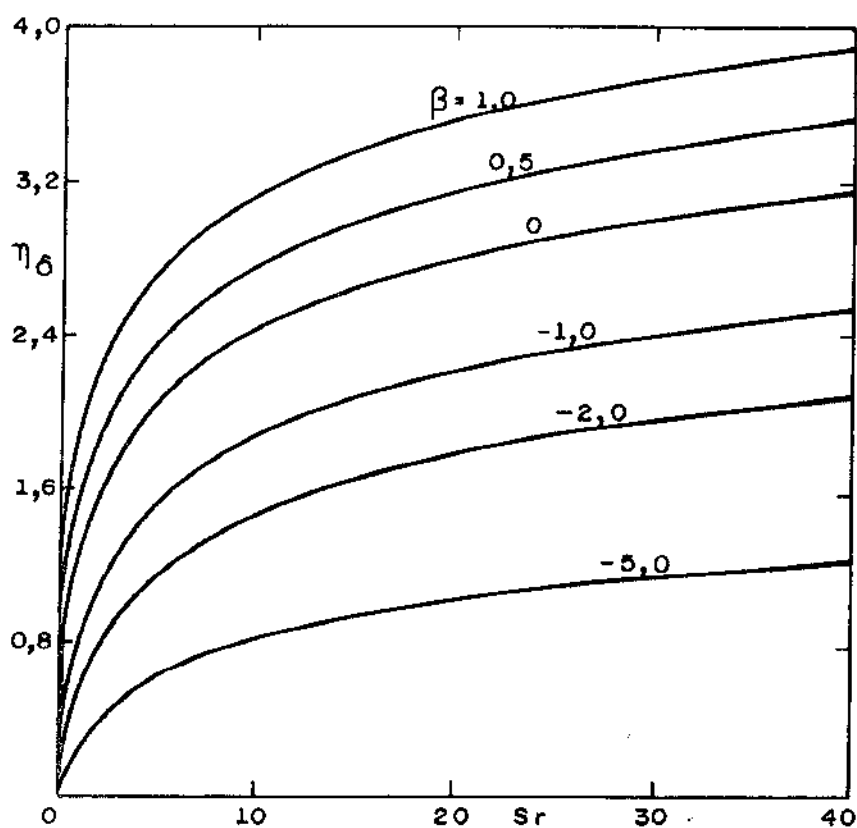


FIG.(5.31) VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA
 V_W NÃO UNIFORME CONE $\lambda=1/3$

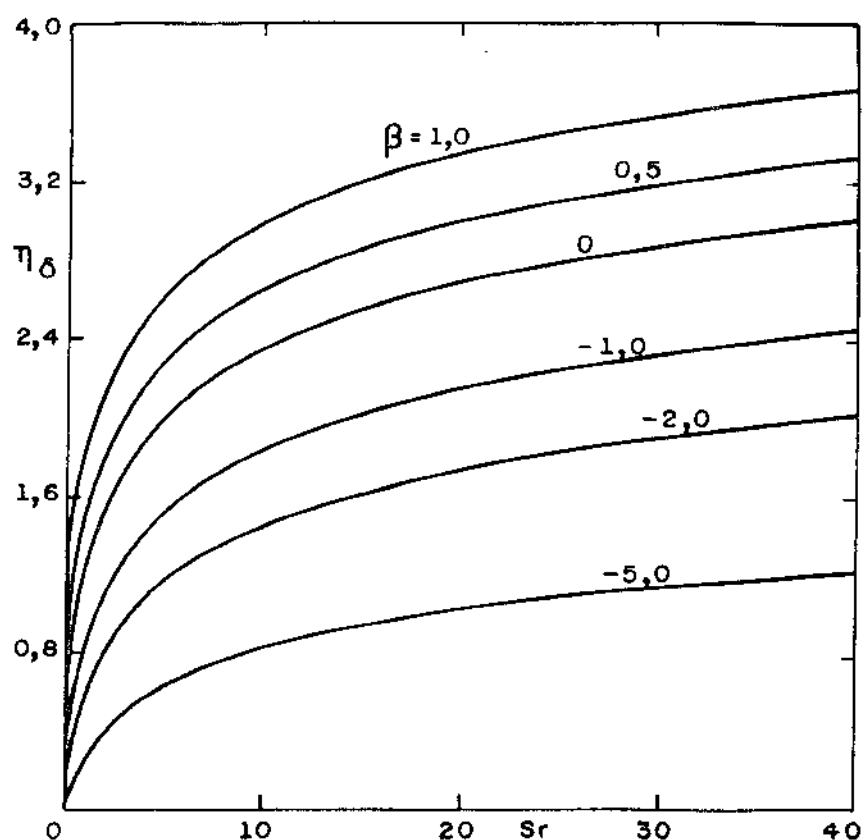


FIG. (5.32) VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA
 V_W NÃO UNIFORME CONE $\lambda = 1$

Analizando conjuntamente estas figuras com a figura (5-28) pode-se verificar que, para um mesmo valor de β e baixos valores de Sr , um aumento no valor de λ não altera a variação de η_δ qualquer que seja o valor de β . Para um mesmo valor de β e altos valores de Sr , um aumento no valor de λ produz um decréscimo na espessura η_δ que depende do valor de β , ou seja, quanto maior o valor de β positivo (injeção), maior será o decréscimo na espessura η_δ e, quanto maior o valor absoluto de β negativo (sucção) menor será o decréscimo na espessura η_δ .

Comparativamente, para baixos valores de Sr e mesmo valor de λ , a espessura η_δ , tanto para placa plana vertical e cone de ângulo arbitrário γ , sofre a mesma influência do parâmetro β . Aumentando-se o valor de Sr , a placa plana apresenta uma espessura η_δ menor do que para o cone devi-

do à maior sensibilidade de η_δ com relação à β para a placa. Entretanto, essa sensibilidade é reduzida com o aumento da sucção, ou seja, para altos valores de sucção (β negativo), a espessura η_δ é a mesma tanto para a placa plana como para o cone, e é aumentada com o aumento de injeção, ou seja, quanto maior o valor da injeção (β positivo), maior é a diferença na espessura η_δ entre a placa e o cone.

B.2. Cilindro Horizontal e Esfera

A variação da espessura da película condensada η_δ com os parâmetros β , Sr , λ e X está representada nas figuras (5-33) e (5-34) para o cilindro horizontal e figuras (5-35) e (5-36) para a esfera, para a transferência lateral de massa não uniforme e temperatura da superfície não constante ($\lambda \neq 0$).

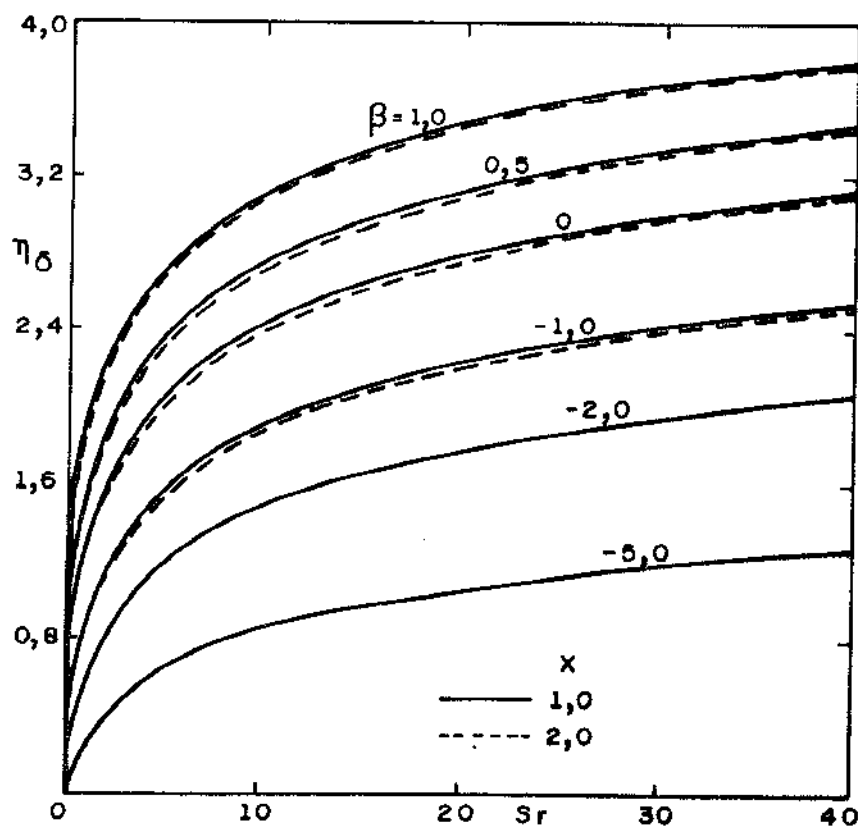


FIG. (5.33) VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA
 V_W NÃO UNIFORME CILINDRO HORIZONTAL $\lambda = 1/3$

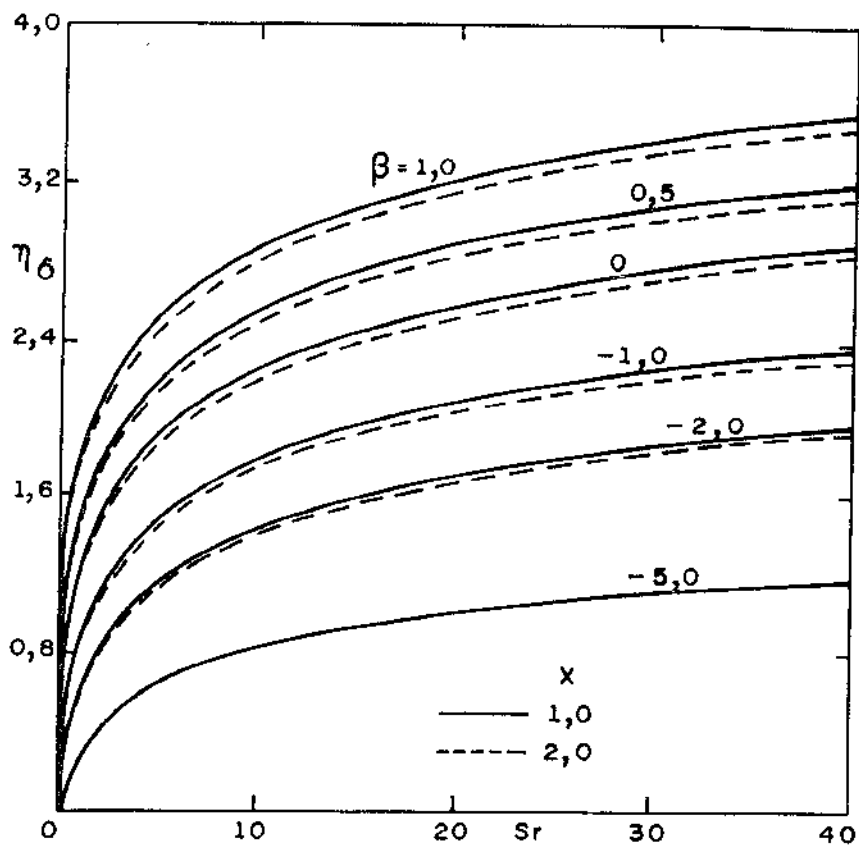


FIG.(5.34) VARIACÃO DA ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA
 v_w NÃO UNIFORME CILINDRO HORIZONTAL $\lambda = 1$

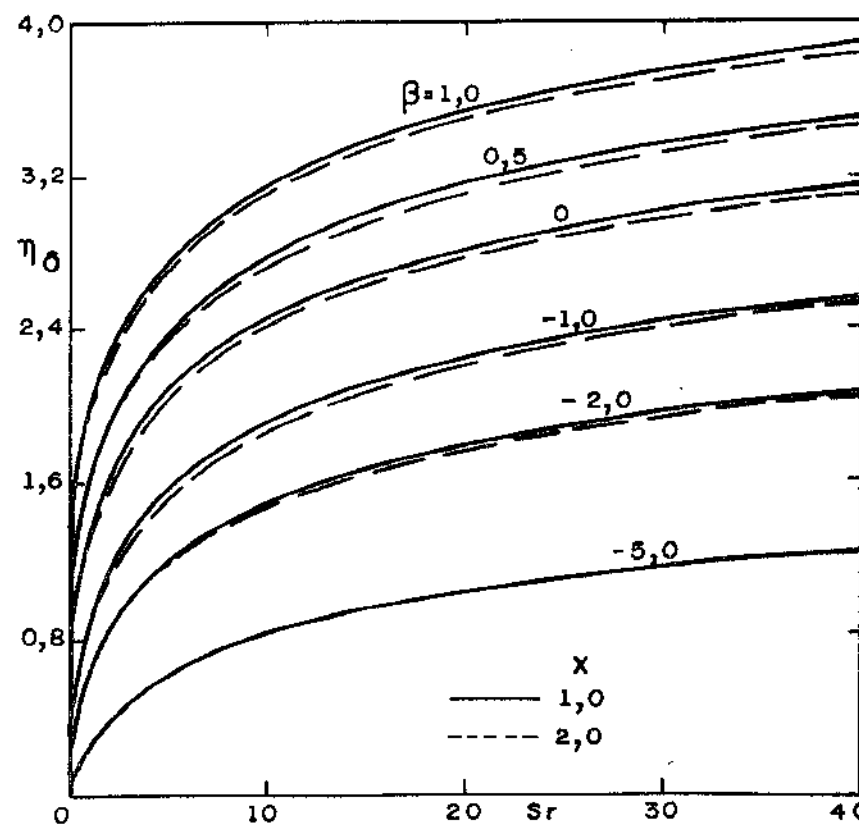


FIG.(5.35) VARIACÃO DA ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA
 v_w NÃO UNIFORME ESFERA $\lambda = 1/3$

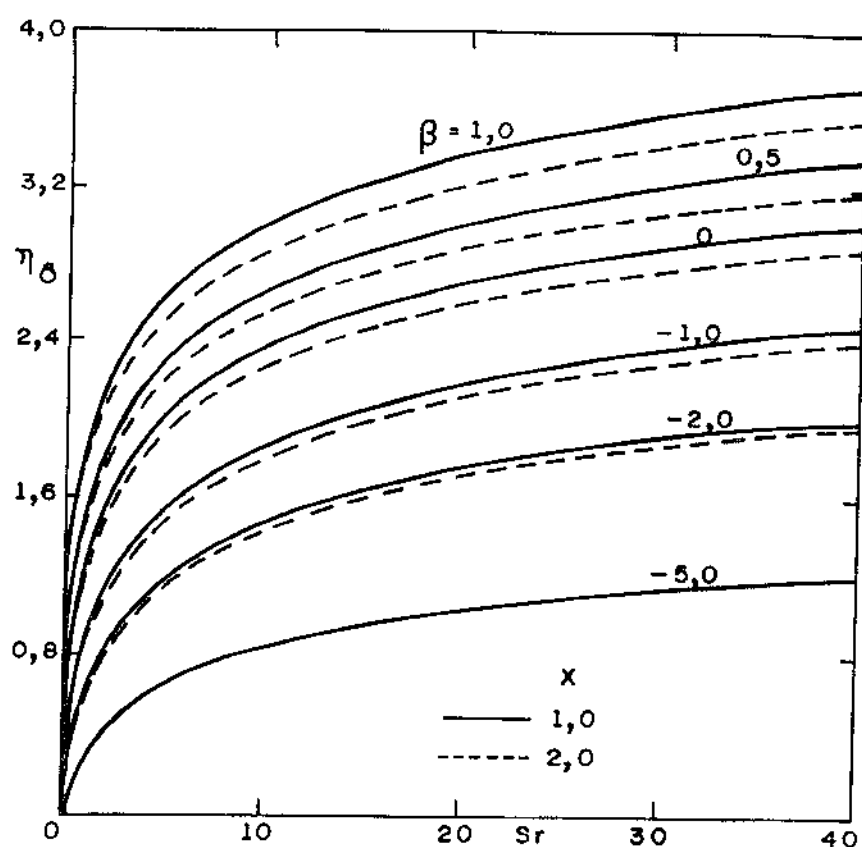


FIG. (5.36) VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA
 V_W NÃO UNIFORME ESFERA $\lambda = 1$

Estas figuras mostram que, para baixos valores de Sr , um aumento no valor de X não altera a espessura η_δ . À medida que se aumenta o valor de Sr , um aumento no valor de X reduz a espessura η_δ e esta redução pode ser explicada com o auxílio das equações (3-45) e (3-81). A espessura da película dimensional δ é sempre crescente ao longo da distância longitudinal x , entretanto, a relação $\frac{\sin X}{(1 - \cos X)^{1/2}}$ da equação (3-45) e a relação $\frac{\sin^2 X}{\left(\frac{\cos X}{3} - \cos X + \frac{2}{3}\right)^{1/2}}$ da equação

(3-81) é decrescente com o aumento da distância longitudinal X e a razão de decréscimo nas relações $\frac{\sin X}{(1 - \cos X)^{1/2}}$ e $\frac{\sin^2 X}{\left(\frac{\cos X}{3} - \cos X + \frac{2}{3}\right)^{1/2}}$ é a maior do que a razão de acréscimo na espessura da película dimensional δ e, então, a espessura da película adimensional η_δ diminui.

Comparativamente, para baixos valores de Sr e

mesmos parâmetros β e λ , a variação da espessura η_δ com Sr é a mesma tanto para o cilindro horizontal como para a esfera. À medida que se aumenta o valor de Sr , nos valores de β onde se verifica diferença de espessura η_δ entre o cilindro e a esfera para um determinado valor de λ , o cilindro apresenta menor espessura η_δ .

5.2.3. TRANSFERÊNCIA DE CALOR

A - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA CONSTANTE

Resultados numéricos obtidos através da relação (4-21) são apresentados na figura (5-37) e que mostra a variação do número de Nusselt local Nu_x com os parâmetros Sr e β .

As curvas mostram que, para um determinado valor de Sr , um aumento no valor absoluto de β negativo (sucção) aumenta a razão de transferência de calor na superfície porosa representada pelo parâmetro Nu_x devido à redução na espessura η_δ e consequente redução na resistência térmica provocada pela mesma e, um aumento no valor de β positivo (injeção) diminui o valor de Nu_x devido ao aumento na espessura η_δ e consequente aumento na resistência térmica provocada pela mesma.

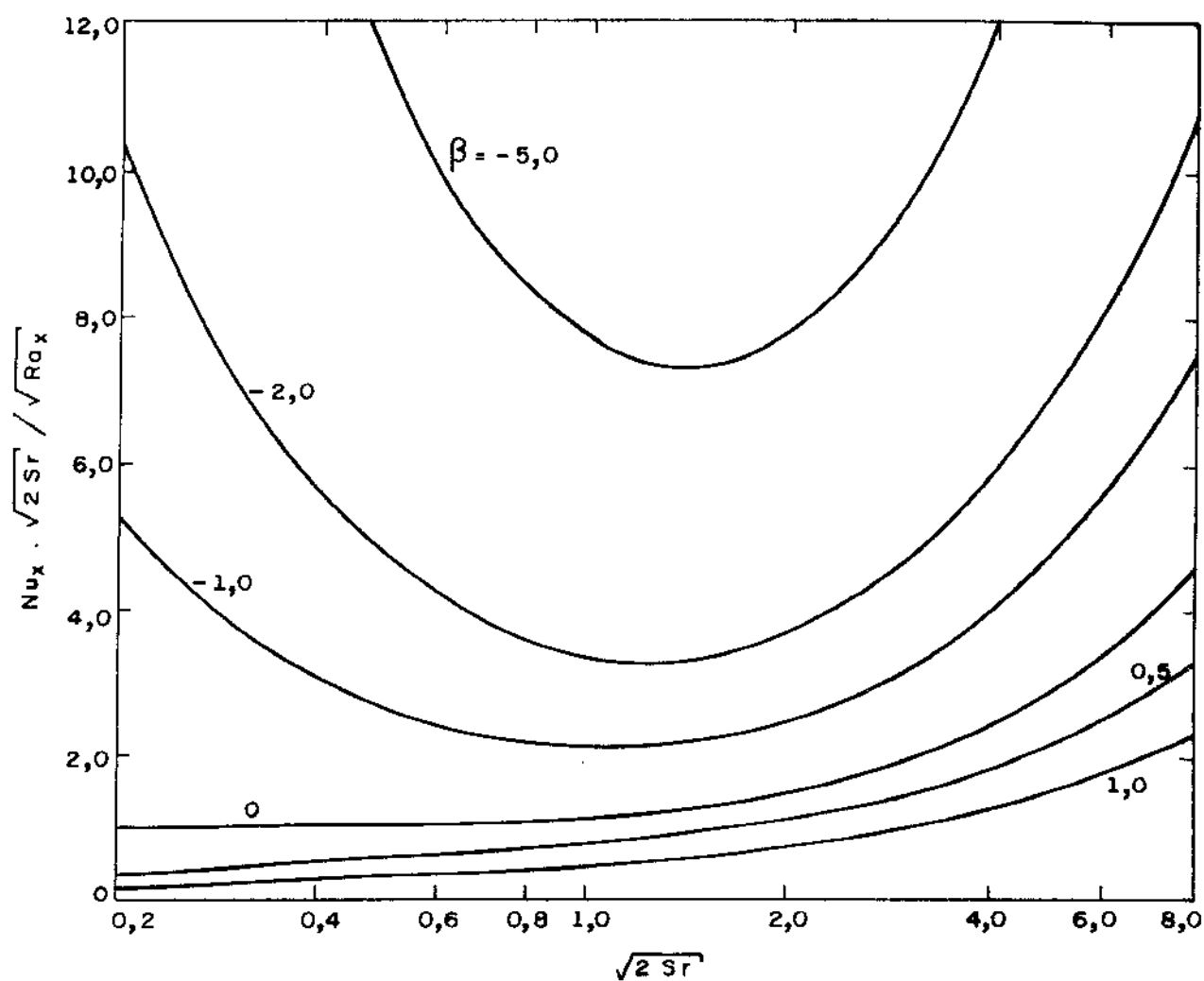


FIG. (5 . 37) RELAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSELT COM O PARÂMETRO DE SUB-RESFRIAMENTO
 v_w NÃO UNIFORME T_w CONSTANTE $\lambda = 0$

Para os casos de sucção, o parâmetro Sr produz dois efeitos completamente opostos, isto é, para baixos valores de Sr , um acréscimo no valor de Sr aumenta bruscamente a espessura η_δ e esta diminui a razão de transferência de calor Nu_x , por outro lado, para altos valores de Sr , um acréscimo no valor de Sr provoca uma grande diferença de potencial térmico resultando no aumento de Nu_x . O efeito predominante sobre a razão de transferência de calor na superfície depende da ordem relativa de cada efeito para cada valor de sucção.

Por exemplo, analisando a curva para $\beta = -1,0$ na região de baixos valores de Sr , verifica-se que Nu_x diminui com o acréscimo no valor de Sr porque a razão de alteração na resistência térmica devido ao aumento brusco da espessura η_δ é maior do que a razão de alteração do potencial térmico devido ao aumento no valor de Sr . A curva decresce até um valor mínimo de Nu_x que representa o equilíbrio da influência do aumento de η_δ e do aumento de Sr . A partir do ponto de equilíbrio, já na região de altos valores de Sr , o valor de Nu_x aumenta com o acréscimo no valor de Sr porque a razão de alteração do potencial térmico devido ao aumento de Sr é maior do que a razão de alteração da resistência térmica provocada pelo aumento suave da espessura η_δ .

Com o aumento no valor da sucção observa-se que, na região de baixos valores de Sr , o decréscimo no valor de Nu_x torna-se mais acentuado até o ponto de equilíbrio em virtude do aumento da influência da razão de alteração de η_δ sobre a influência da razão de alteração de Sr sobre a transferência de calor através da superfície porosa e, na região de altos valores de Sr , a partir do ponto de equilíbrio, o acréscimo no valor de Nu_x torna-se mais acentuado em virtude da inversão da influência das razões de alteração de η_δ e Sr .

A curva para a superfície sólida (β nulo) mostra que, na região de baixos valores de Sr ocorre equilíbrio entre a influência da razão de alteração de η_δ com a razão de alteração de Sr na transferência de calor através da superfície. Na região de altos valores de Sr , a razão de alteração de Sr tem maior influência e o valor de Nu_x tem um acréscimo mais acentuado.

Para o caso de injeção (β positivo), na região de baixos valores de Sr , a influência da razão de alteração de Sr é ligeiramente maior do que a razão de alteração de η_δ e ocorre um acréscimo suave no valor de Nu_x . Na região de altos valores de Sr , a influência da razão de alteração Sr é bem maior e ocorre então um acréscimo mais acentuado no valor de Nu_x . Com o aumento no valor da injeção, a curva torna-se menos acentuada em virtude do acréscimo da influência da razão de alteração de η_δ sobre a razão de alteração de Sr no parâmetro Nu_x .

B - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA NÃO CONSTANTE

B.1. Placa Plana Vertical e Cone de Ângulo Arbitrário γ

Resultados obtidos através da relação (3 - 96) são apresentados nas figuras (5-38) e (5-39) para a placa plana vertical e nas figuras (5-40) e (5-41) para cone de ângulo arbitrário γ para dois valores de λ e vários valores de β .

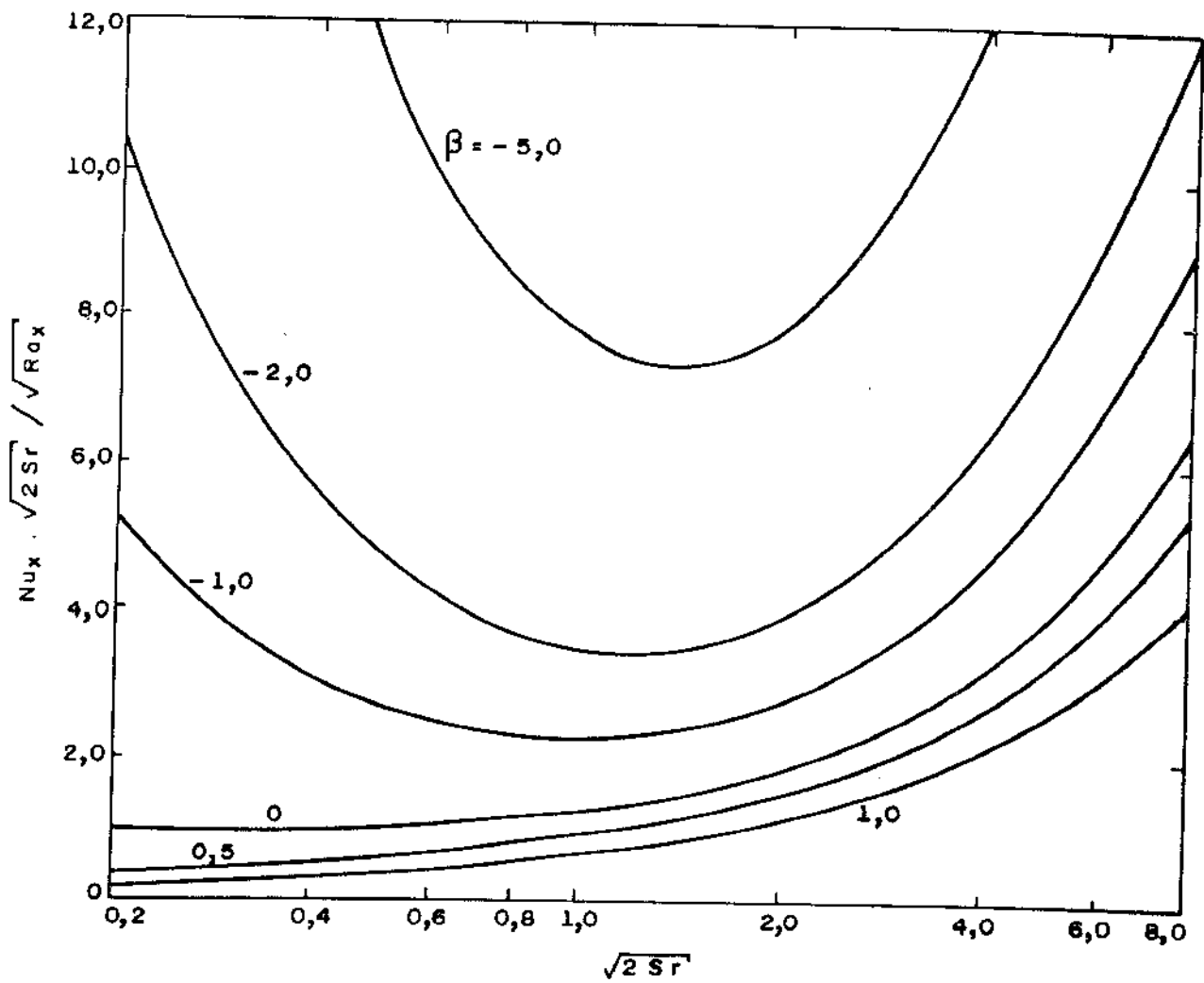


FIG. (5.38) RELAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSELT COM O PARÂMETRO DE SUB-RESFRIAMENTO $\lambda = 1/3$
 v_w NÃO UNIFORME PLACA PLANA VERTICAL

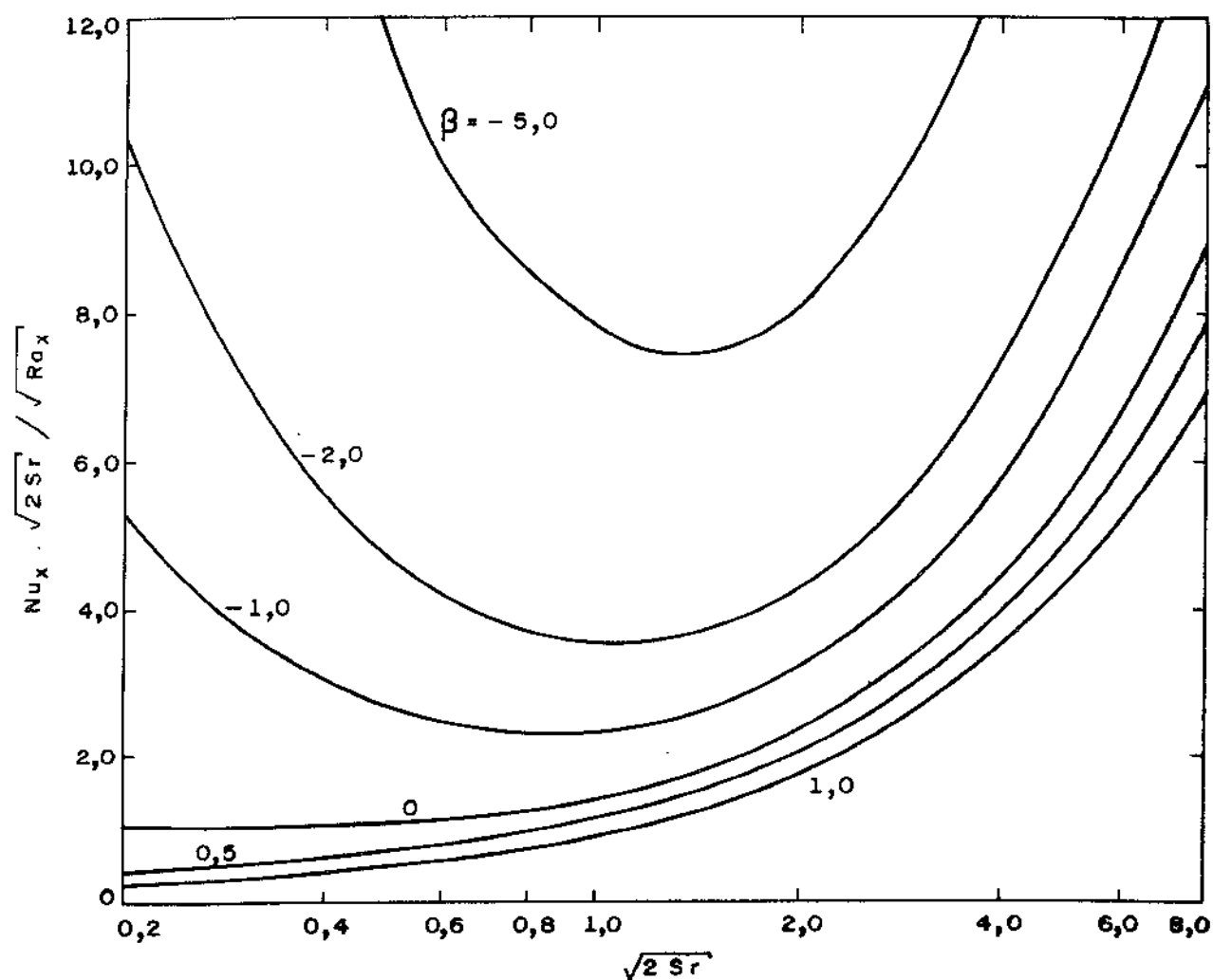


FIG. (5.39) RELAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSELT COM O PARÂMETRO DE SUB-RESFRIAMENTO
 V_W NÃO UNIFORME PLACA PLANA VERTICAL $\lambda = 1$

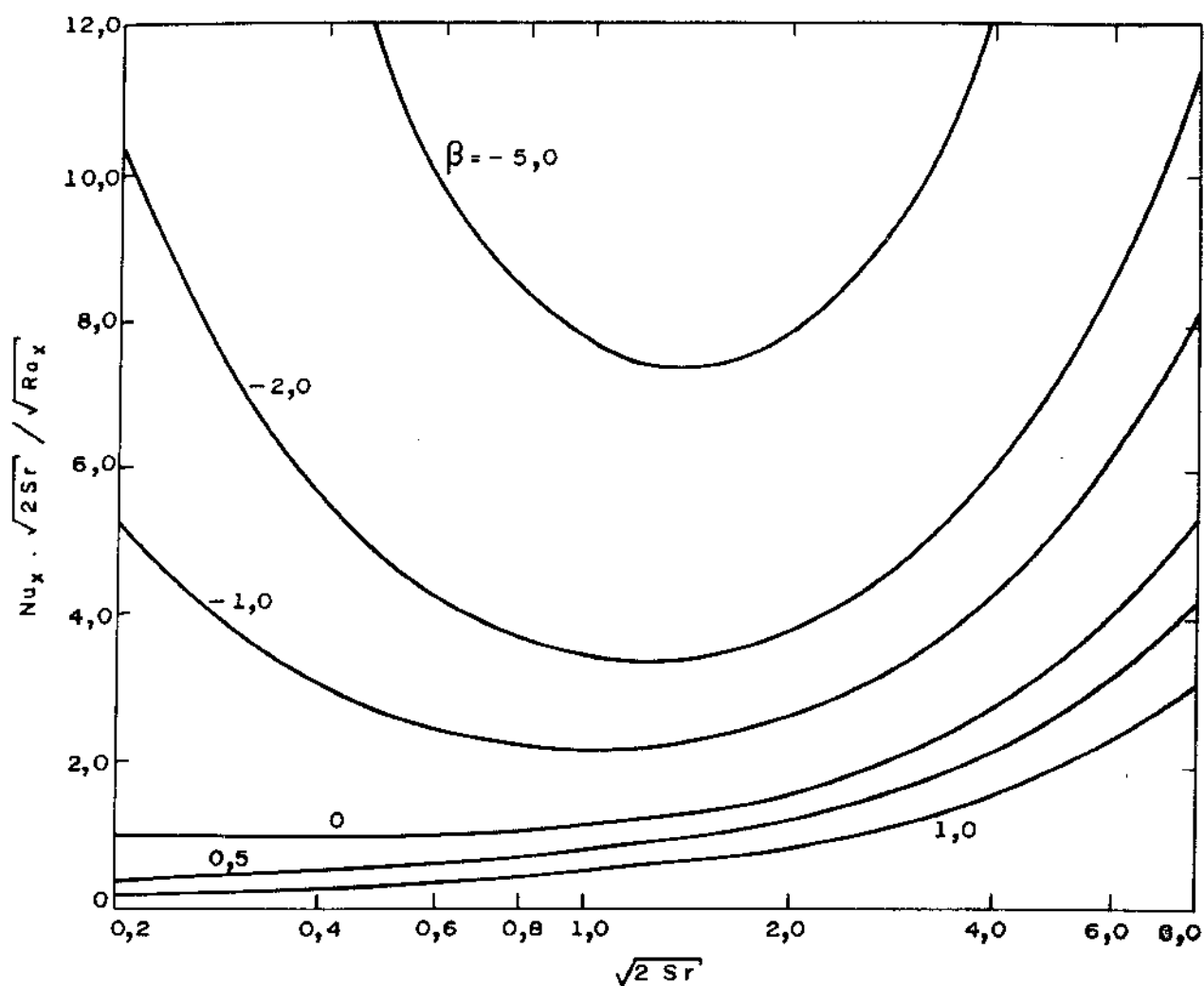


FIG. (5.40) RELAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSELT COM O PARÂMETRO DE SUB-RESFRIAMENTO
 v_w NÃO UNIFORME CONE $\lambda = 1/3$

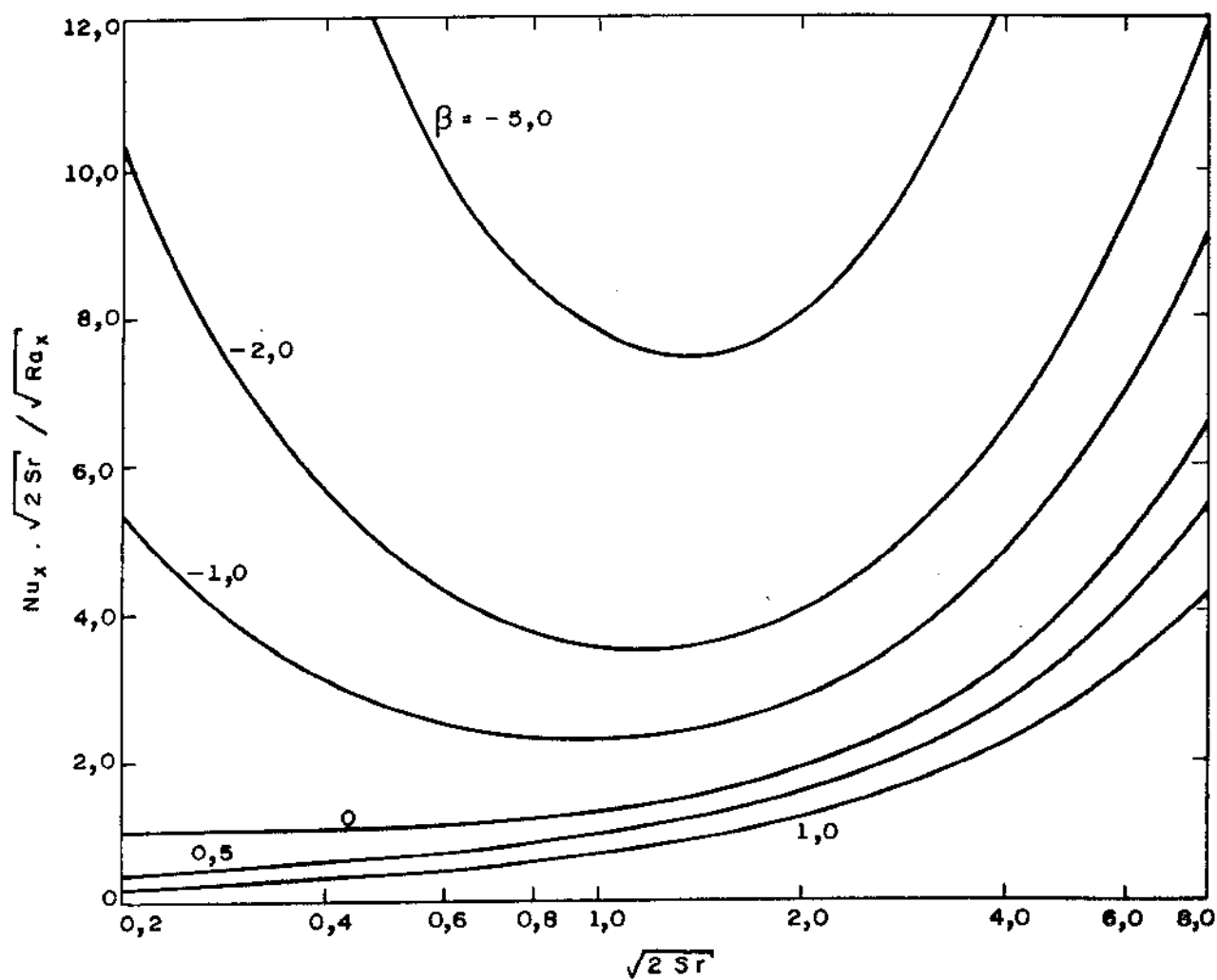


FIG. (5.41) RELAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSELT COM O PARÂMETRO DE SUB-RESFRIAMENT
V_W NÃO UNIFORME CONE $\lambda = 1$

Pela análise destas figuras juntamente com a figura (5-37) pode-se verificar que, para um mesmo valor de β e baixos valores de Sr , um aumento no valor de λ não altera a variação de Nu_x com Sr e esse comportamento é notado em qualquer valor de β . Entretanto, para um mesmo valor de β e altos valores de Sr , um aumento no valor de λ aumenta o valor de Nu_x e esse aumento depende do valor de β , ou seja, para um mesmo valor de Sr , quanto maior o valor de β positivo (injeção) maior será a diferença do valor de Nu_x com o aumento de λ e, quanto maior for o valor absoluto de β negativo (sucção) menor será a diferença do valor de Nu_x para um mesmo valor de Sr com o aumento de λ .

Comparativamente, para baixos valores de Sr e mesmo valor de λ , a variação do parâmetro Nu_x são iguais, tanto para a placa plana quanto para o cone, como resultado da não alteração da espessura η_δ para o mesmo valor de β . Para altos valores de Sr , o valor de Nu_x é maior para a placa plana em consequência de uma maior espessura η_δ apresentada pelo cone para os mesmos parâmetros Sr , β e λ .

B.2. Cilindro Horizontal e Esfera

Resultados obtidos através da relação (3-96) são apresentados nas figuras (5-42) e (5-43) para o cilindro horizontal e figuras (5-44) e (5-45) para a esfera, para dois valores de λ , vários valores de β e dois valores de X .

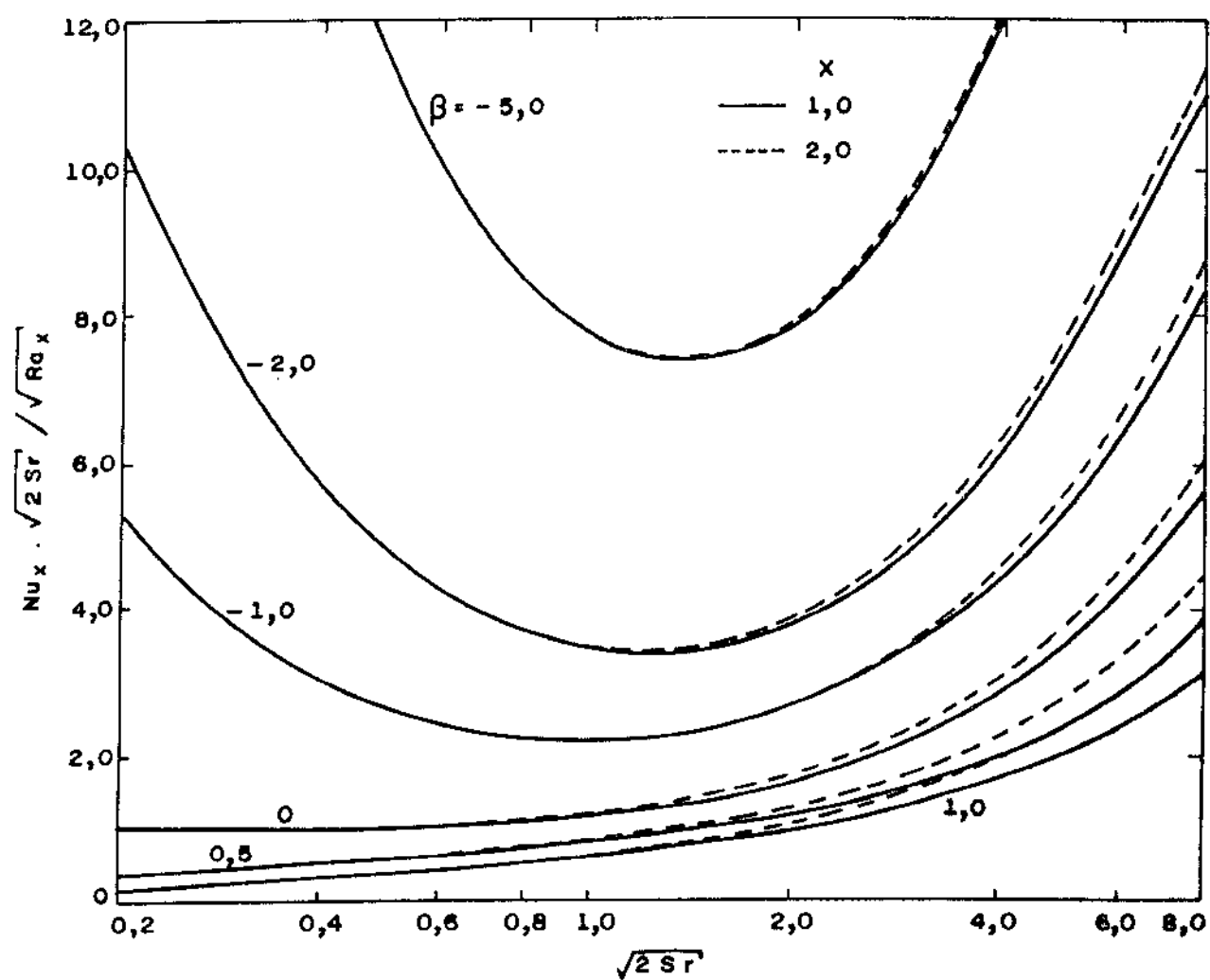


FIG. (5.42) RELAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSELT COM O PARÂMETRO DE SUB-RESFRIAMENTO $\lambda = 1/3$
 v_w NÃO UNIFORME CILINDRO HORIZONTAL

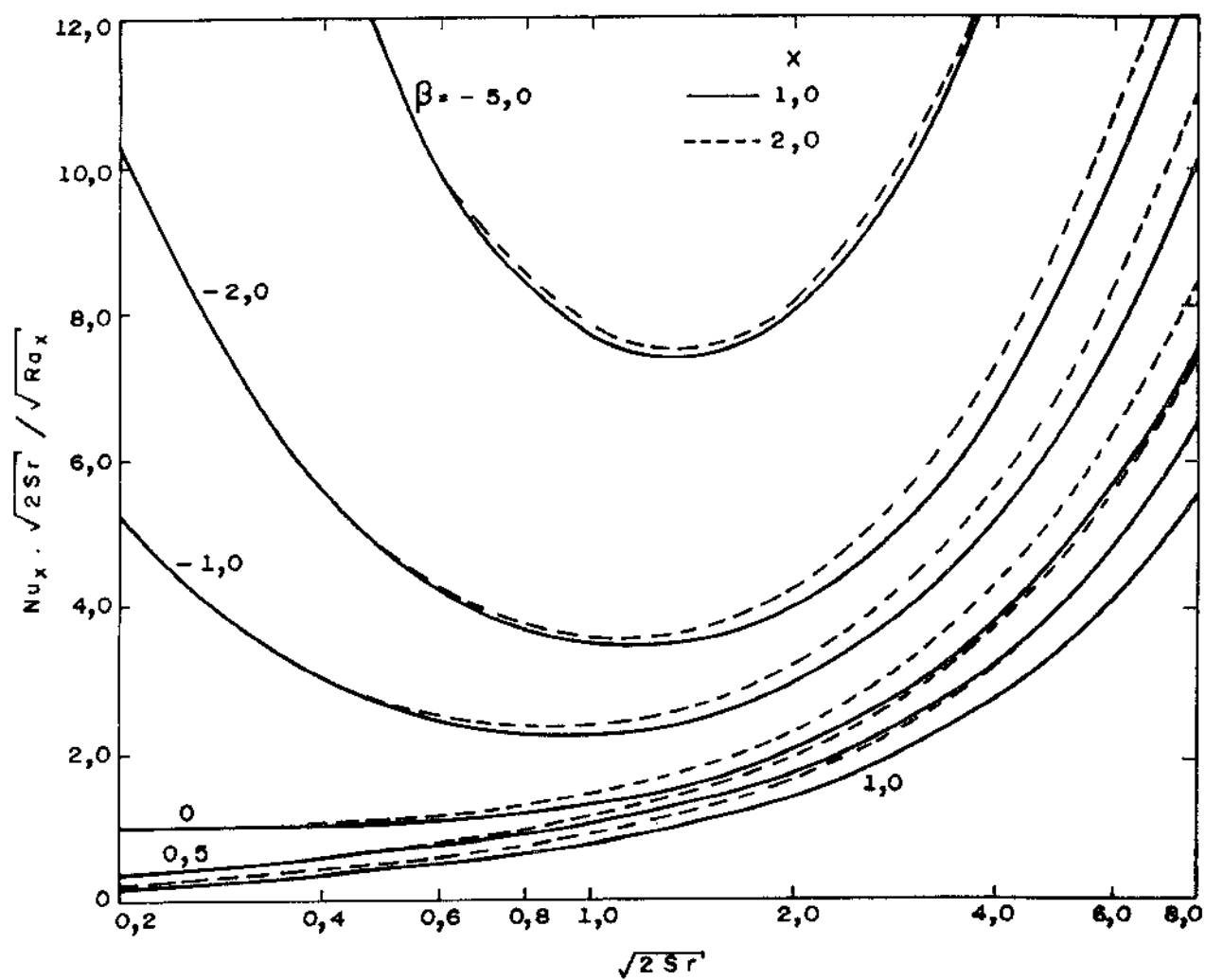


FIG. (5.43) RELAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSOLT COM O PARÂMETRO DE SUB-RESFRIAMENTO $\lambda = 1$
 v_w NÃO UNIFORME CILINDRO HORIZONTAL

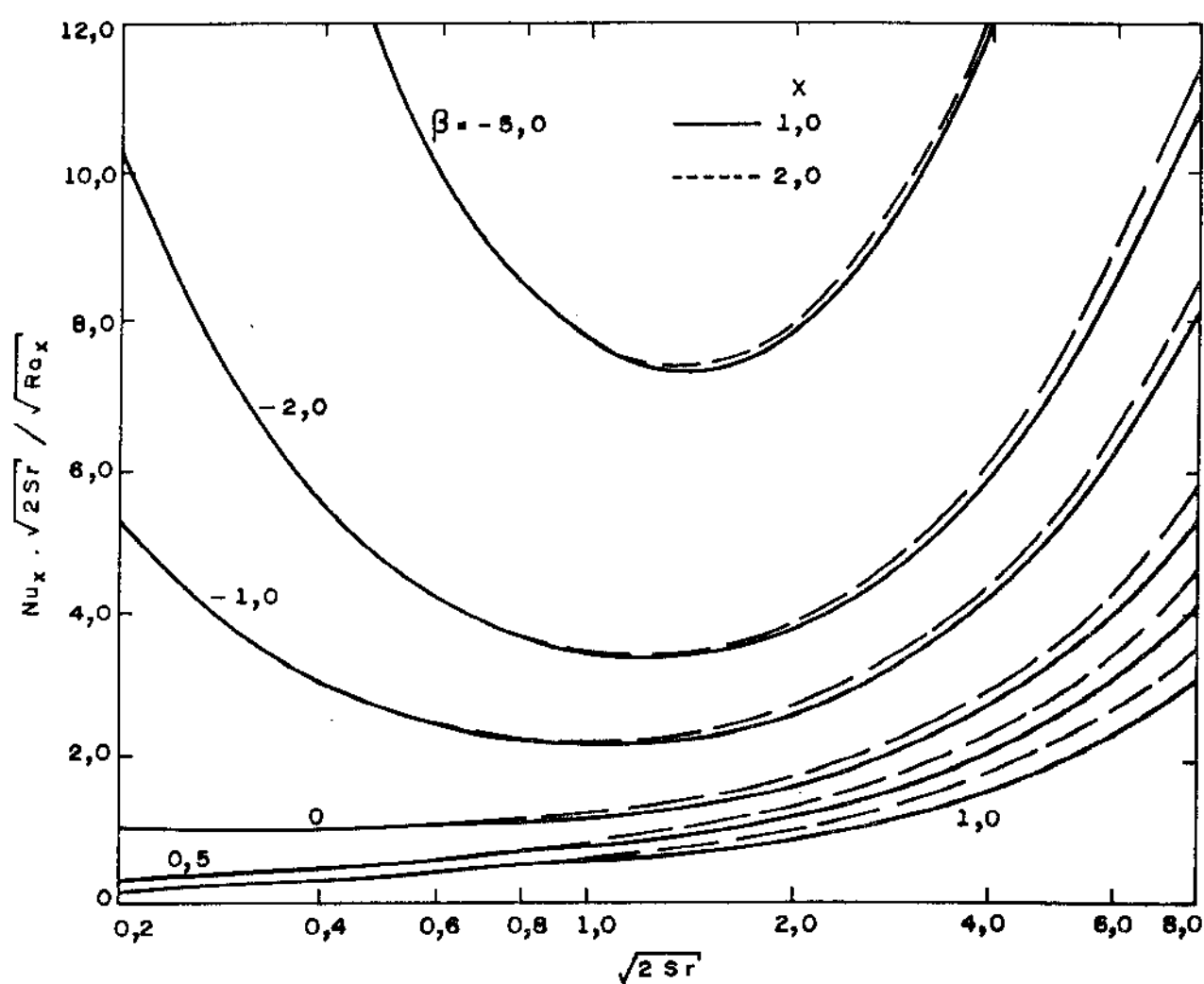


FIG. (5.44) RELAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSELT COM O PARÂMETRO DE SUB-RESFRIAMENTO
 V_W NÃO UNIFORME ESFERA $\lambda = 1/3$

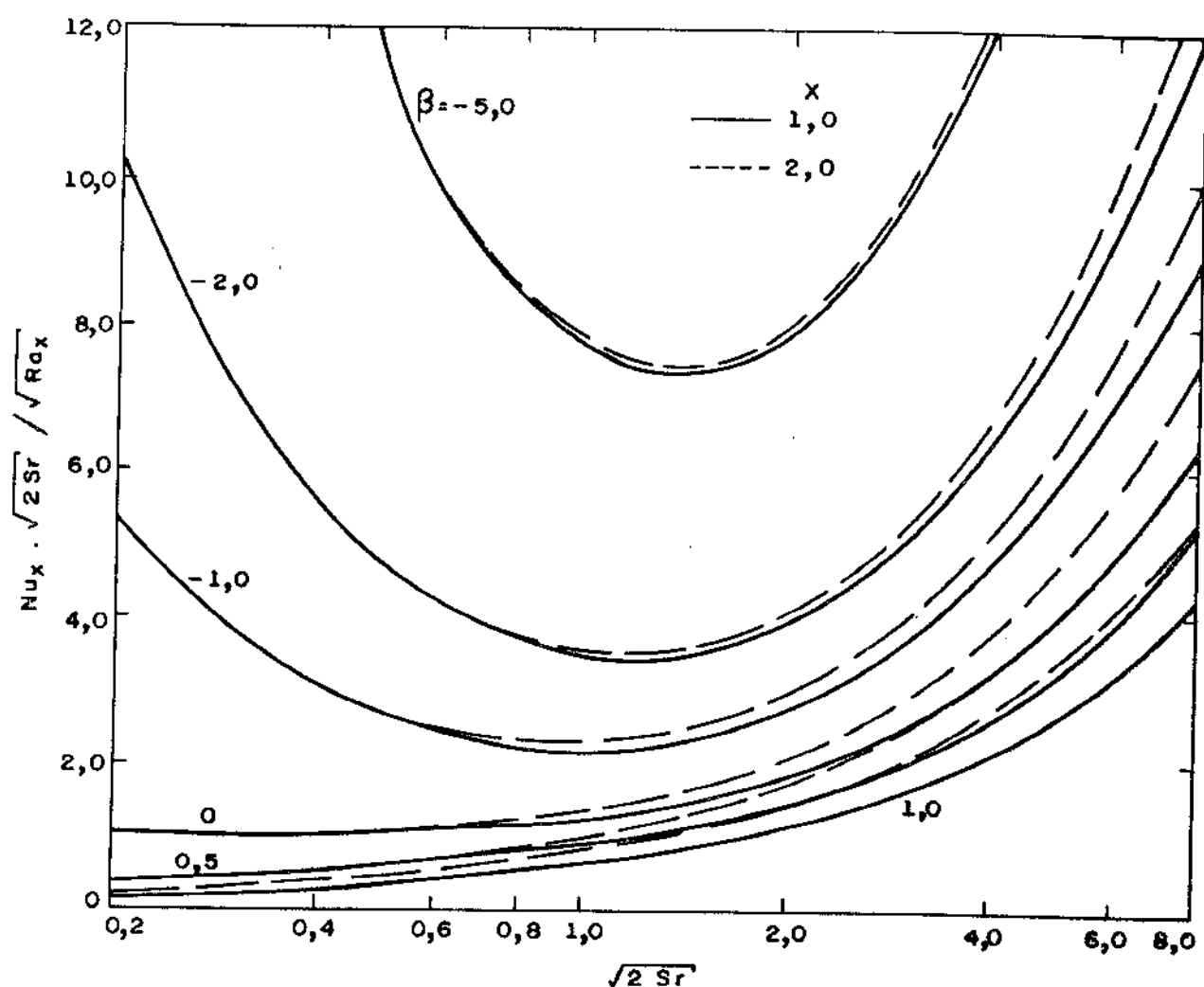


FIG. (5.45) RELAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSELT COM O PARÂMETRO DE SUB-RESFRIAMENTO $\lambda = 1$
 V_W NÃO UNIFORME ESFERA

Estas figuras mostram que, para baixos valores de Sr , o valor de Nu_x não se altera com o aumento de X em consequência da não alteração na espessura η_δ para um mesmo valor de β . Para altos valores de Sr , um aumento em X aumenta o valor de Nu_x como resultado da redução na espessura η_δ para um mesmo valor de β .

Comparativamente, para baixos valores de Sr , e um determinado valor de λ e β , o valor do parâmetro Nu_x são iguais tanto para o cilindro horizontal quanto para a esfera como resultado da não variação da espessura η_δ . Para altos valores de Sr , o valor de Nu_x é maior que para o cilindro horizontal em consequência de uma maior espessura η_δ apresentada nela esfera para os mesmos parâmetros Sr , β e λ .

5.2.4. COMPONENTE DE VELOCIDADE NORMAL E VARIACÃO DO NÚMERO DE NUSSELT

A figura (5-46) mostra a variação da transferência lateral de massa v_w ao longo da distância longitudinal x para a placa plana vertical (relação 4-23), cilindro horizontal (relações 4-24 e 4-27), cone de ângulo arbitrário γ (relação 4-30) e esfera (relações 4-31 e 4-34).

A figura (5-47) mostra a variação de Nu_x com x para a placa plana vertical (relações 3-32 e 3-34), cilindro horizontal (relações 4-28 e 4-29), cone de ângulo arbitrário γ (relações 3-69 e 3-70) e esfera (relações 4-35 e 4-36).

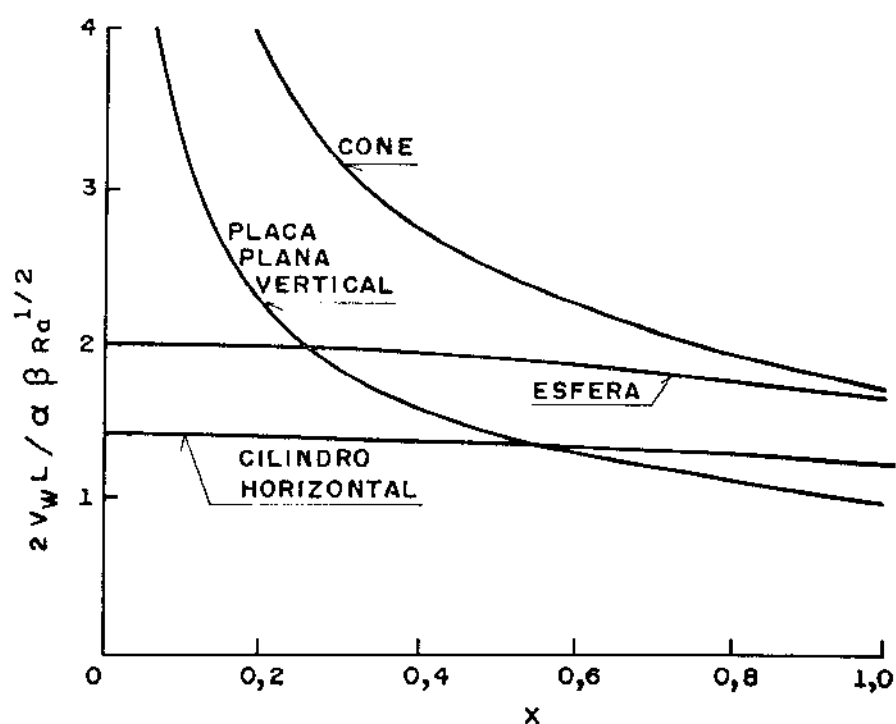


FIG.(5.46) VARIAÇÃO DA COMPONENTE DE VELOCIDADE NORMAL COM A DISTÂNCIA LONGITUDINAL

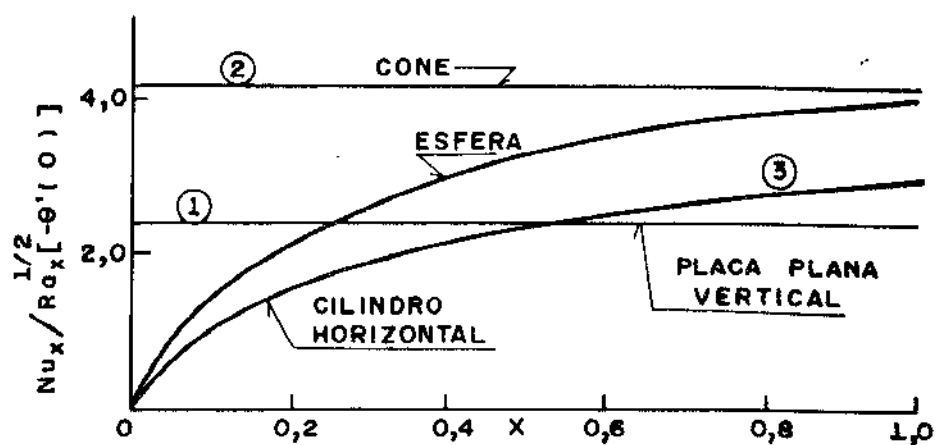


FIG.(5.47) VARIAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSELT COM A DISTÂNCIA LONGITUDINAL

Para um comportamento da transferência lateral de massa v_w apresentado na figura (5-46) para cada corpo em particular, obtém-se solução similar para o problema de condensação pelicular em um meio poroso sobre superfície porosa cuja temperatura seja constante. Para a placa plana e cone, $x = 0$ é um ponto singular e v_w é infinito e, neste mesmo ponto, para o cilindro horizontal e esfera, v_w tem valor finito.

A figura (5-47) mostra que o número de Nusselt apresenta um valor constante ao longo da superfície porosa da placa plana e cone.

5.3. TRANSFERÊNCIA LATERAL DE MASSA UNIFORME

5.3.1. PERFIS DE VELOCIDADE LONGITUDINAL E PERFIS DE TEMPERATURA

A - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA CONSTANTE

Os perfis de temperatura adimensional para o problema de transferência lateral de massa uniforme e temperatura da superfície constante ($\lambda = 0$) em uma placa plana vertical, foram obtidos pelas soluções exatas representadas pelas relações (4-46) e (4-48) juntamente com as condições de contorno (4-45.a,b) e resolvidas analiticamente conforme o método apresentado no capítulo IV e estão representados nas figuras (5-48), (5-49) e (5-50) para vários valores de Sr e β .

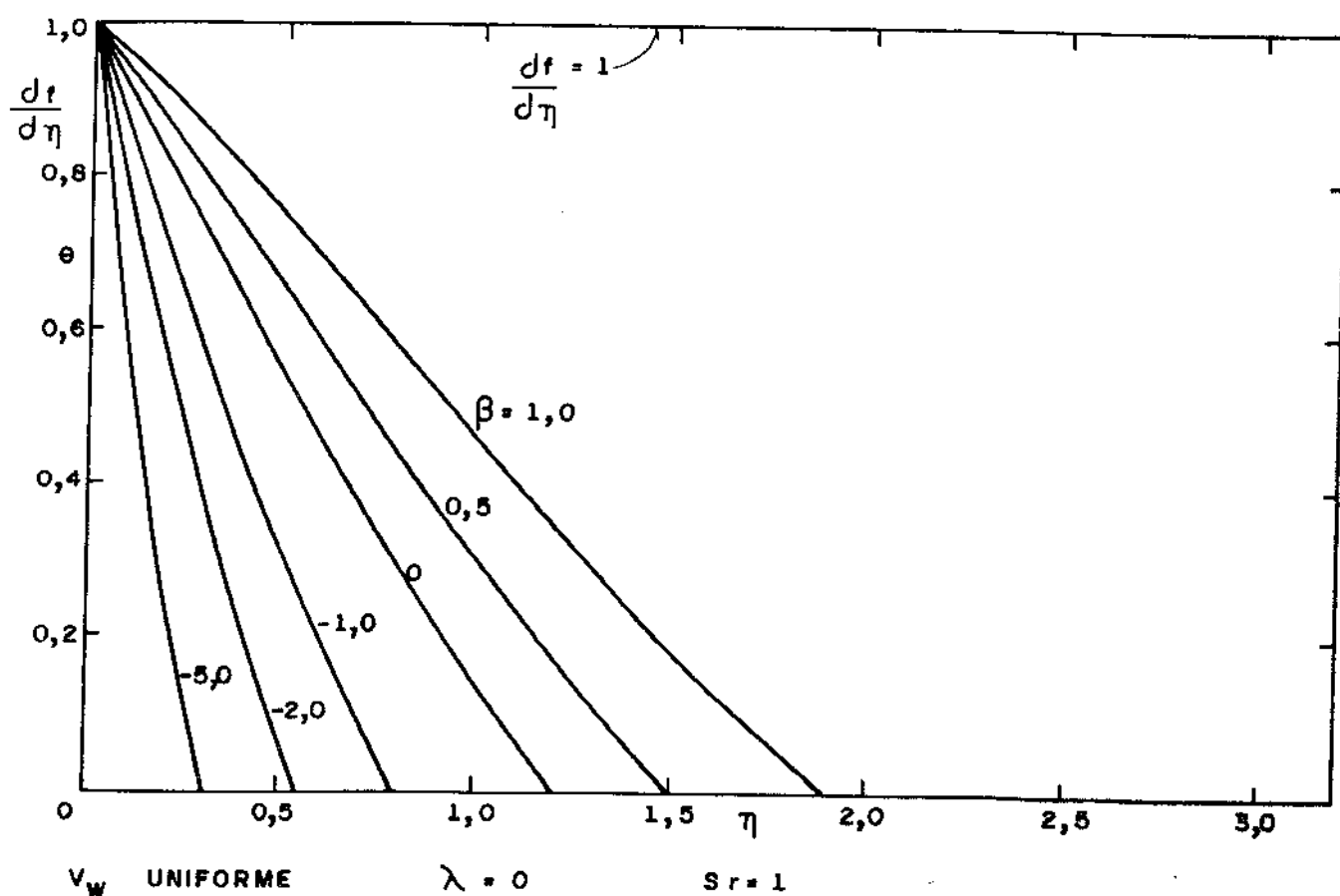


FIG. (5.48) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

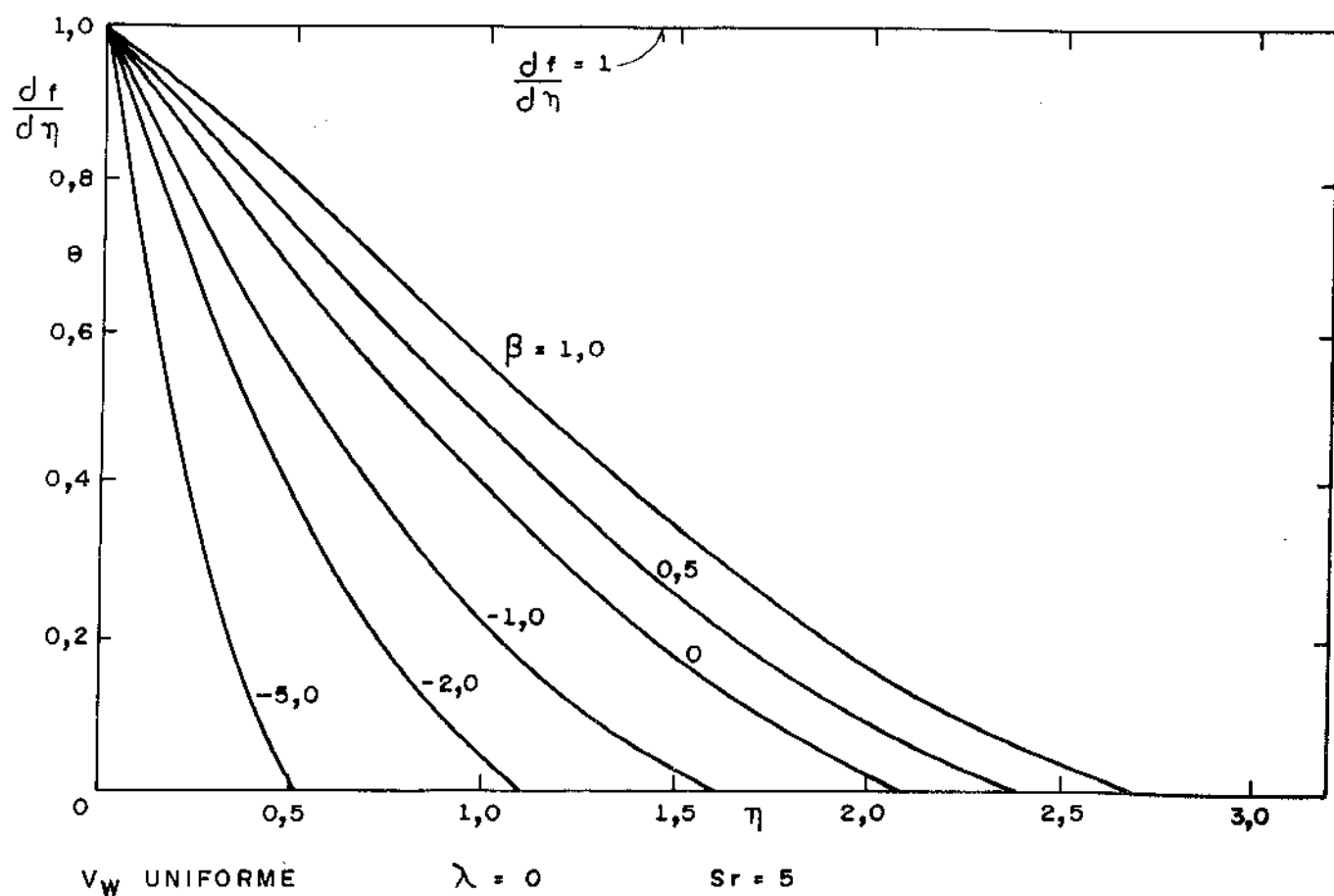


FIG. (5.49) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

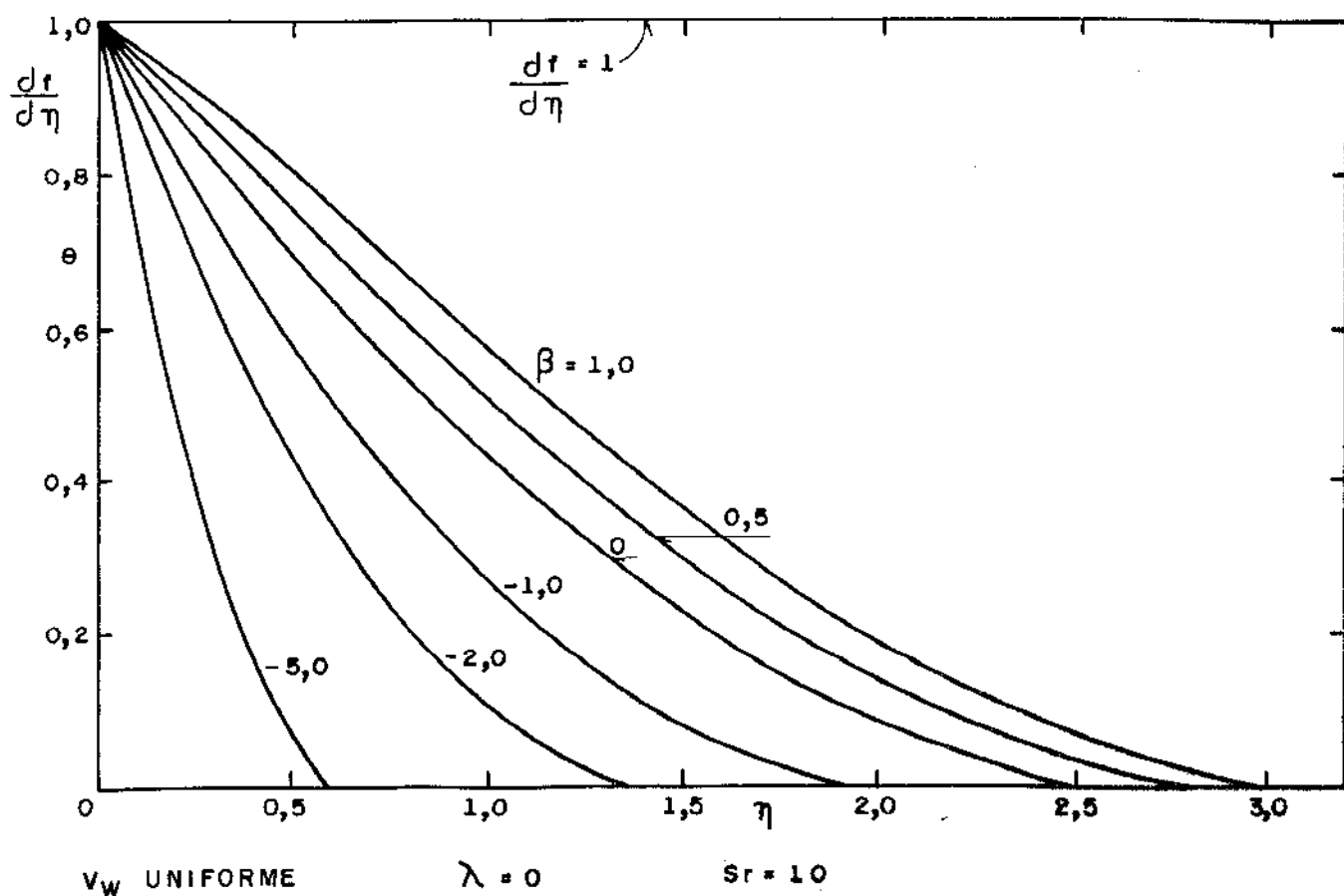


FIG. (5.50) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

Estas figuras mostram que o perfil de velocidade longitudinal adimensional e os perfis de temperatura a dimensional para o problema de transferência lateral de massa uniforme e temperatura da superfície porosa constante apresentam os mesmos comportamentos verificados para o problema de transferência lateral de massa não uniforme e temperatura da superfície porosa constante com relação aos parâmetros β e Sr .

Uma análise comparativa pode ser realizada através das figuras (5-1), (5-2), (5-3), (5-48), (5-49) e (5-50). Essas figuras mostram que, para qualquer valor de um mesmo parâmetro Sr e para o valor de $\beta = 0$ (superfície sólida), o perfil de temperatura é o mesmo para ambos os problemas de transferência lateral de massa uniforme e não uniforme. Tal fato se verifica porque, quando o valor de β é nulo, a equação (3-18) para o caso de transferência lateral de massa não uniforme é idêntica à equação (4-44.a) para o caso uniforme.

Na sucção e na injeção, o problema de transferência lateral de massa uniforme apresenta uma espessura η_δ menor do que a obtida para o problema não uniforme para o mesmo valor de β .

Esta análise mostra então que, o problema de transferência lateral de massa uniforme é mais sensível à sucção e menos sensível à injeção, e esta sensibilidade depende dos parâmetros β e Sr .

Na sucção, para baixos valores de Sr , a diferença entre a espessura η_δ dos problemas de transferência lateral de massa uniforme e não uniforme é muito pequena, porém, essa diferença aumenta ligeiramente com o aumento de Sr .

Na injeção, para baixos valores de Sr e baiu

xos valores de β positivo, a diferença entre o caso de transferência lateral de massa uniforme e não uniforme é pequena, entretanto, aumentando-se o valor de β positivo para um mesmo valor de S_r , a diferença aumenta. Do mesmo modo, aumentando-se o valor de S_r para um mesmo valor de β positivo, a diferença também aumenta.

O gradiente de temperatura mostra que no caso da transferência lateral de massa uniforme, a condução de calor através da superfície é maior que no caso não uniforme.

B - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA NÃO CONSTANTE

Os perfis de temperatura adimensional para o problema de transferência lateral de massa uniforme e temperatura da superfície porosa não constante ($\lambda \neq 0$) em uma placa plana vertical, foram obtidos pelas soluções das relações (4-44.a) e (4-44.b), juntamente com as condições de contorno (4-45.a,b) e resolvidas segundo o método numérico apresentado no capítulo IV, estão representados nas figuras (5-51), (5-52), (5-53), (5-54), (5-55) e (5-56) para dois valores de λ , e vários valores de β e S_r .

Estas figuras mostram que o perfil de velocidade longitudinal adimensional e os perfis de temperatura adimensional para o problema de transferência lateral de massa uniforme e temperatura da superfície porosa não constante apresentam os mesmos comportamentos verificados para o problema não uniforme.

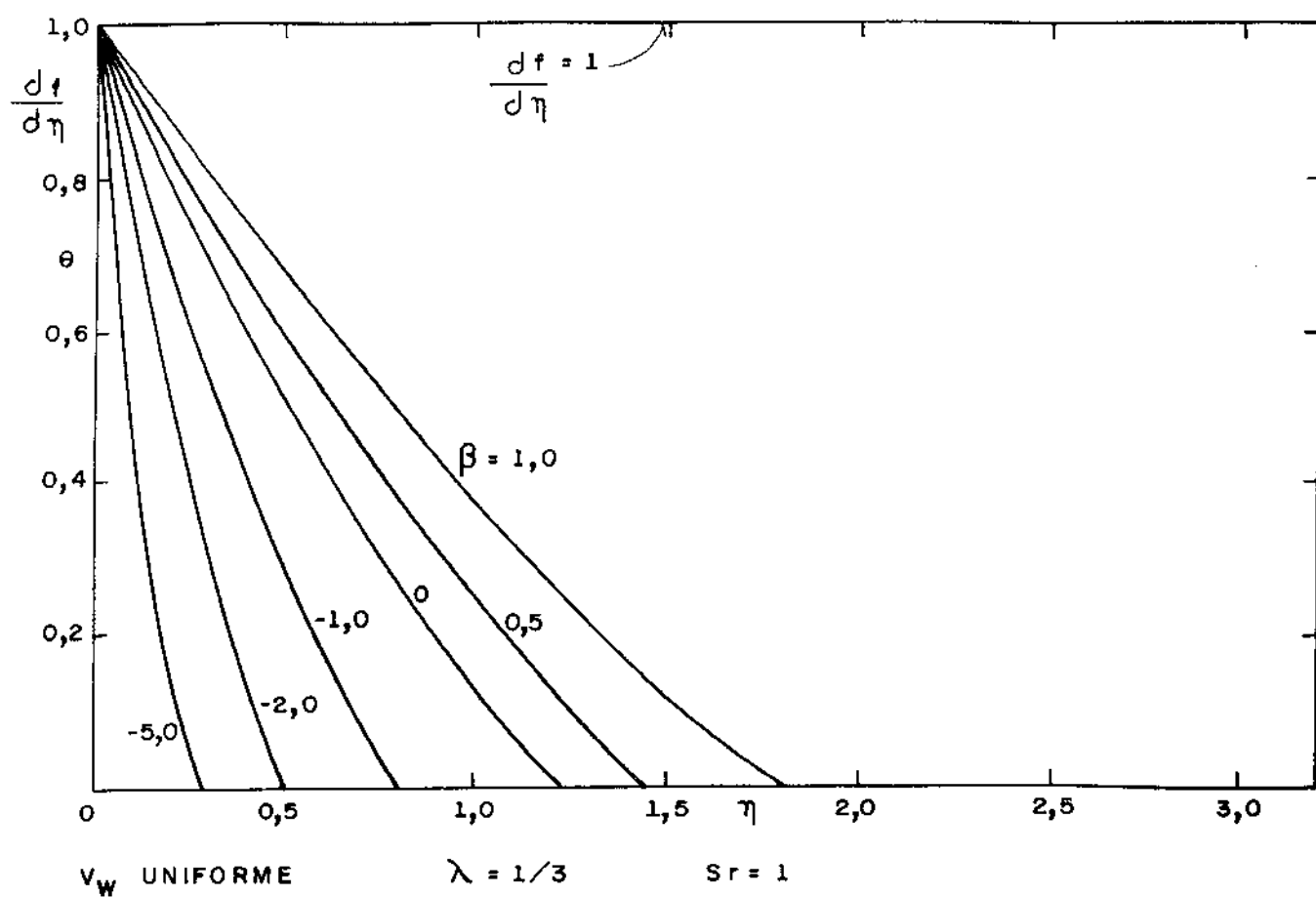


FIG. (5.51) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

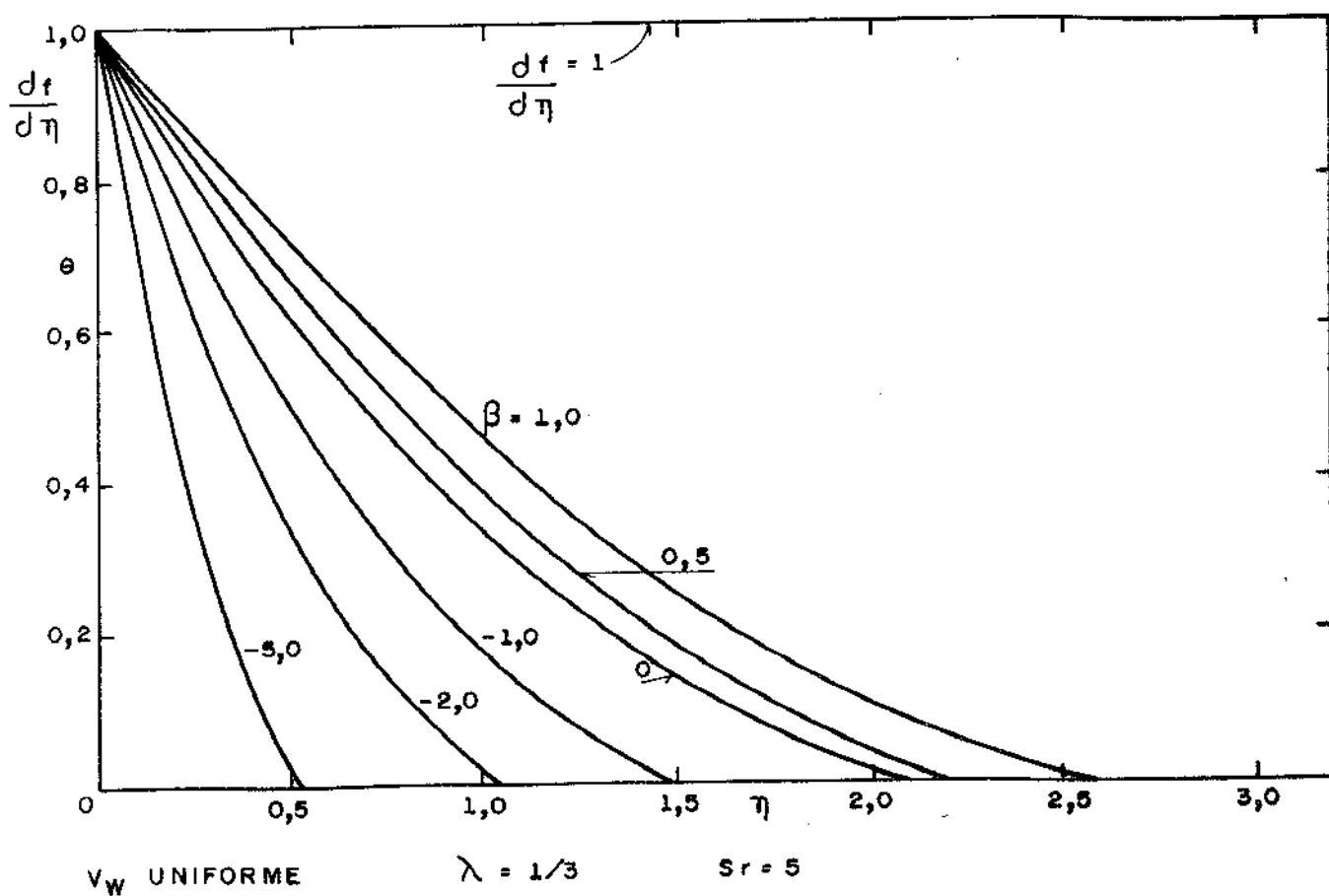


FIG. (5.52) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

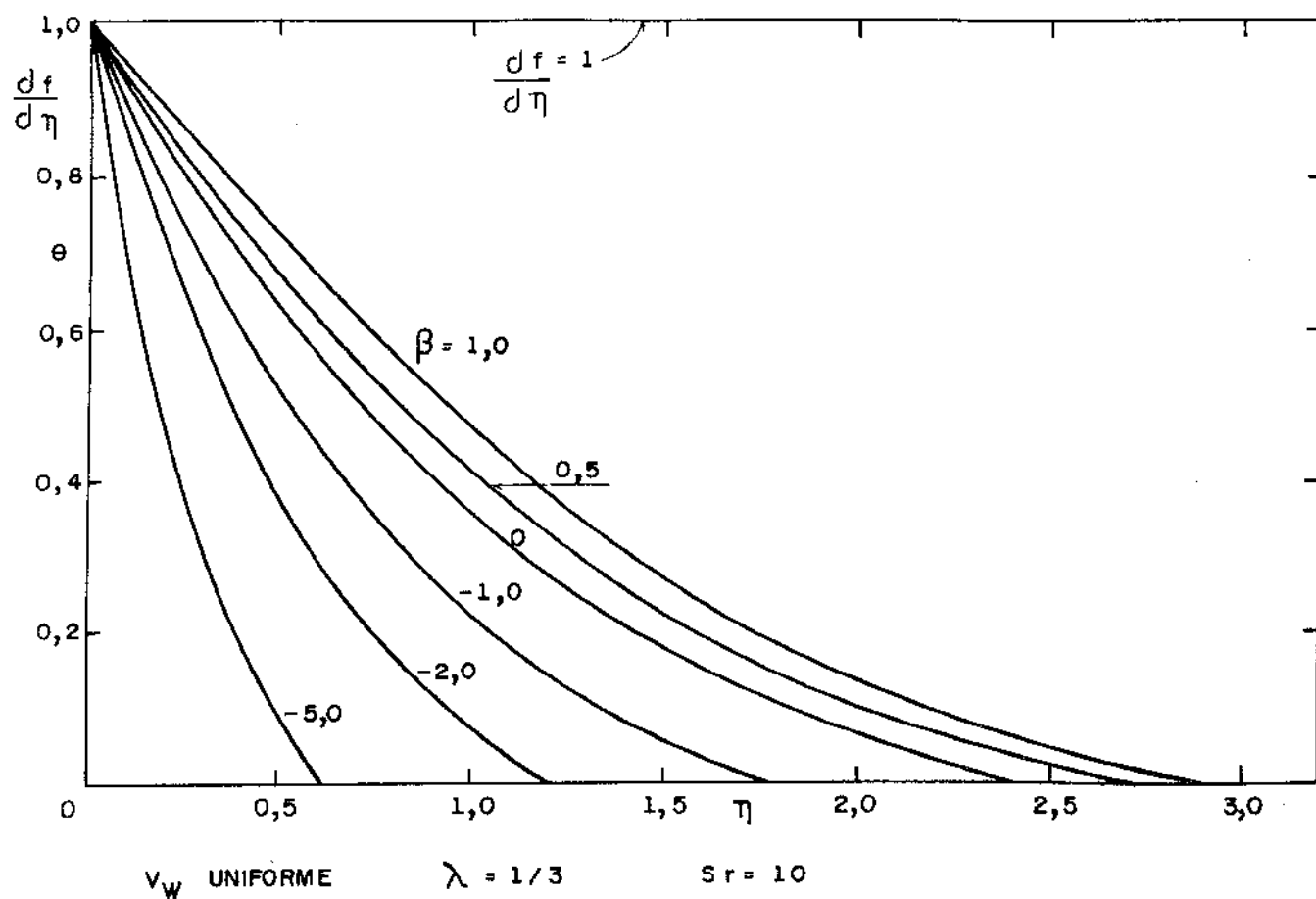


FIG. (5.53) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

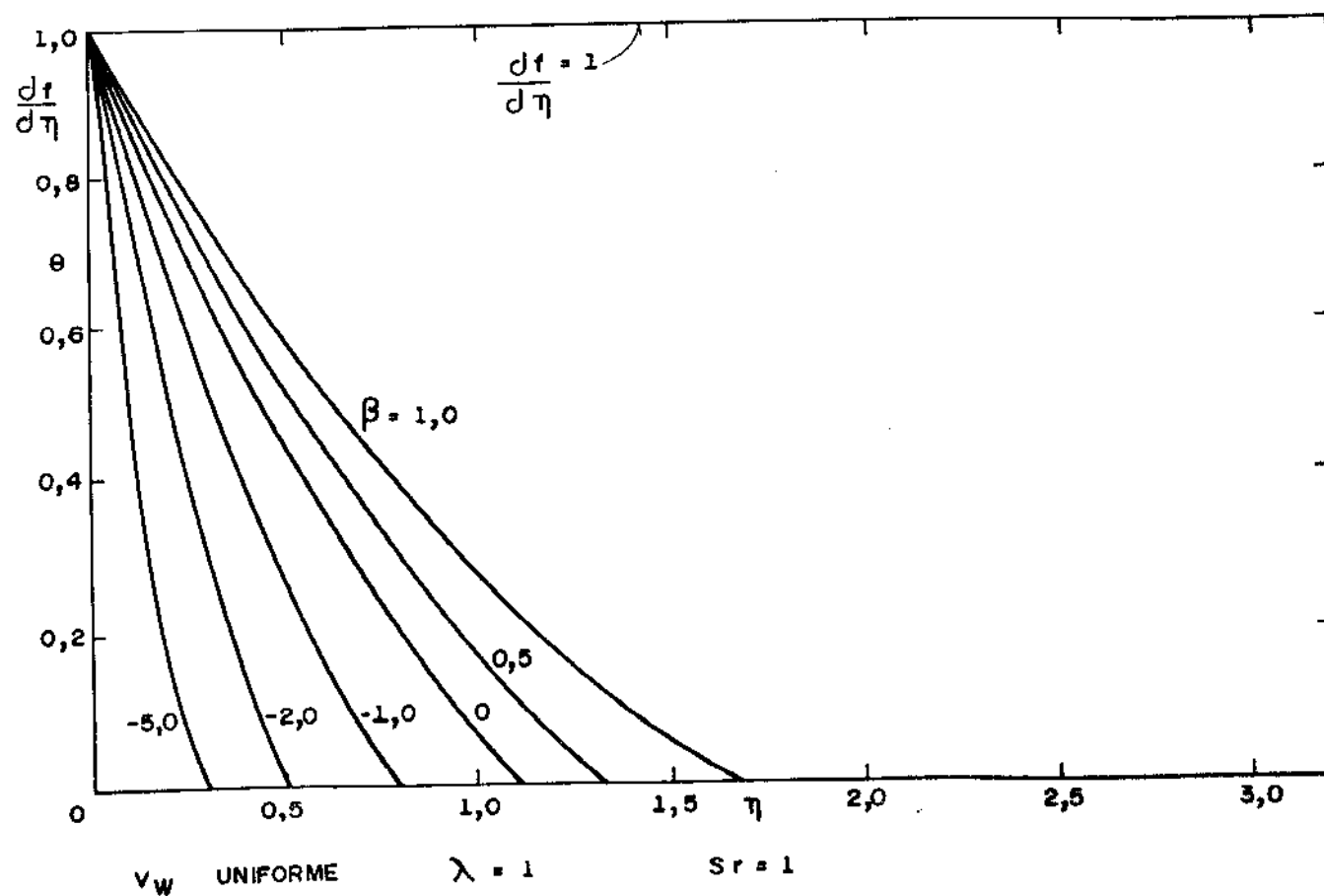


FIG. (5.54) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

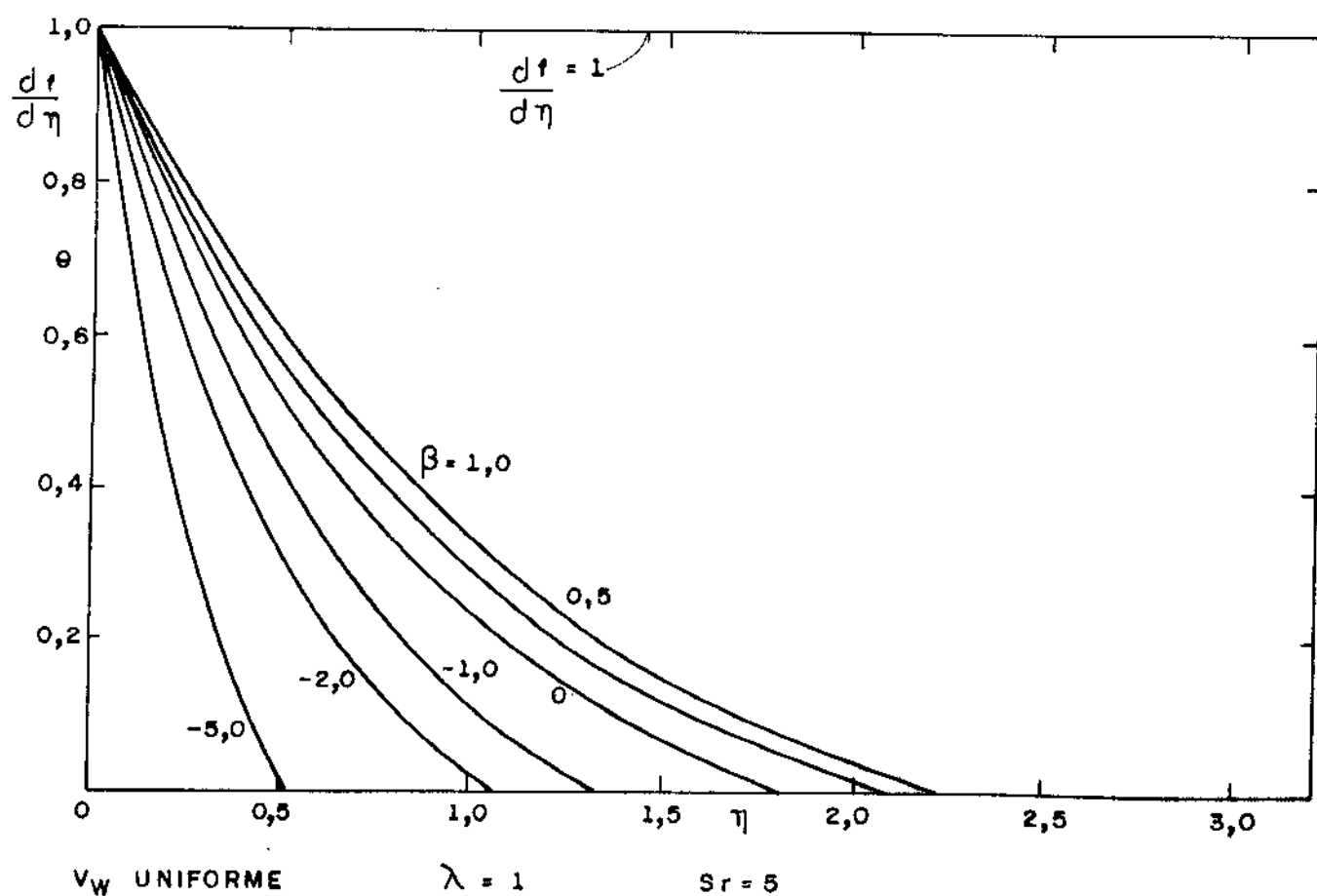


FIG. (5.55) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

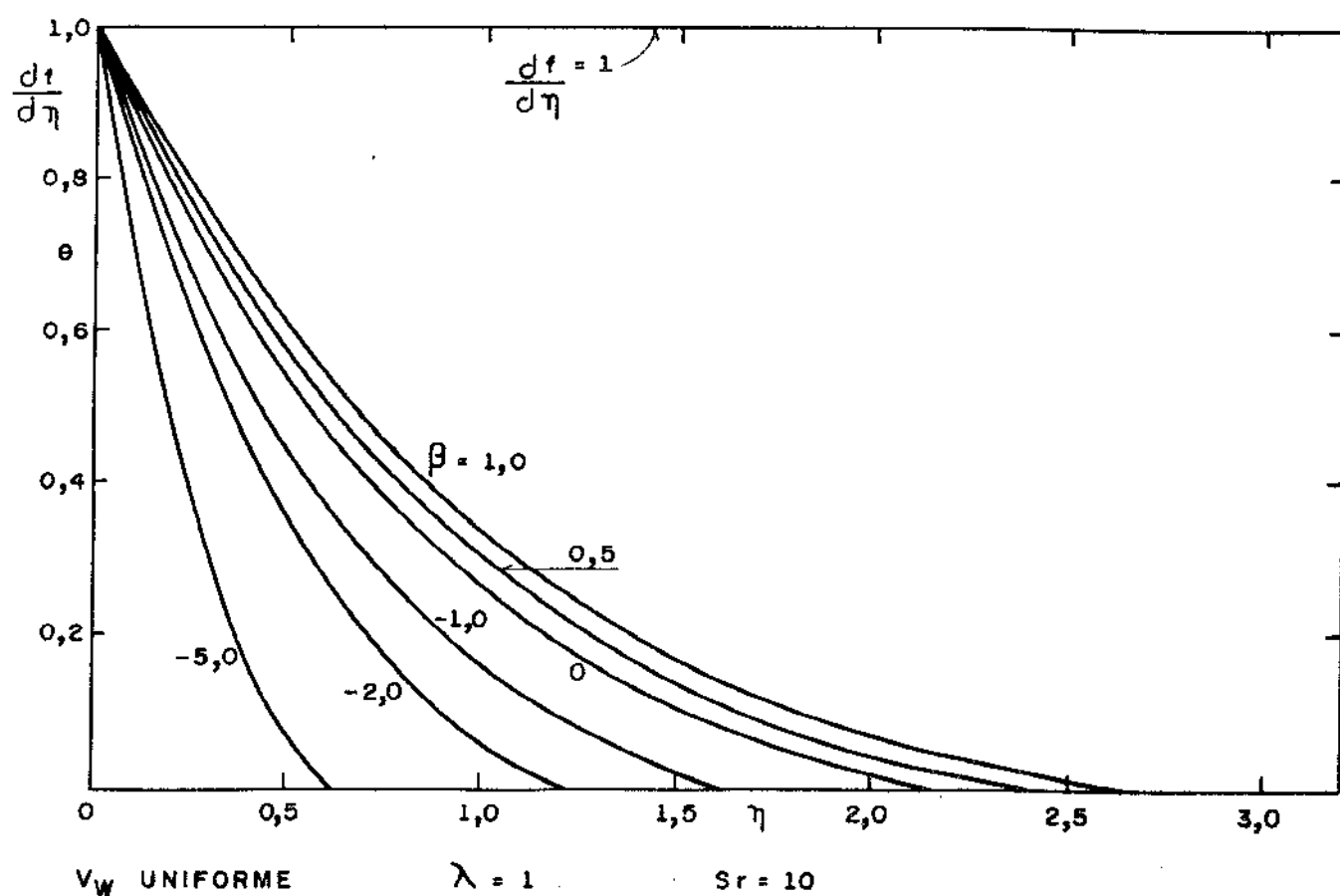


FIG. (5.56) PERFIS DE TEMPERATURA E VELOCIDADE LONGITUDINAL

Na análise comparativa, para um mesmo valor de Sr , β e λ , o caso de transferência lateral de massa uniforme apresenta menor espessura η_δ do que no caso não uniforme.

A figura (5-57) mostra uma relação entre as soluções das equações (4-44.a.,c) ao longo da película condensada da η .

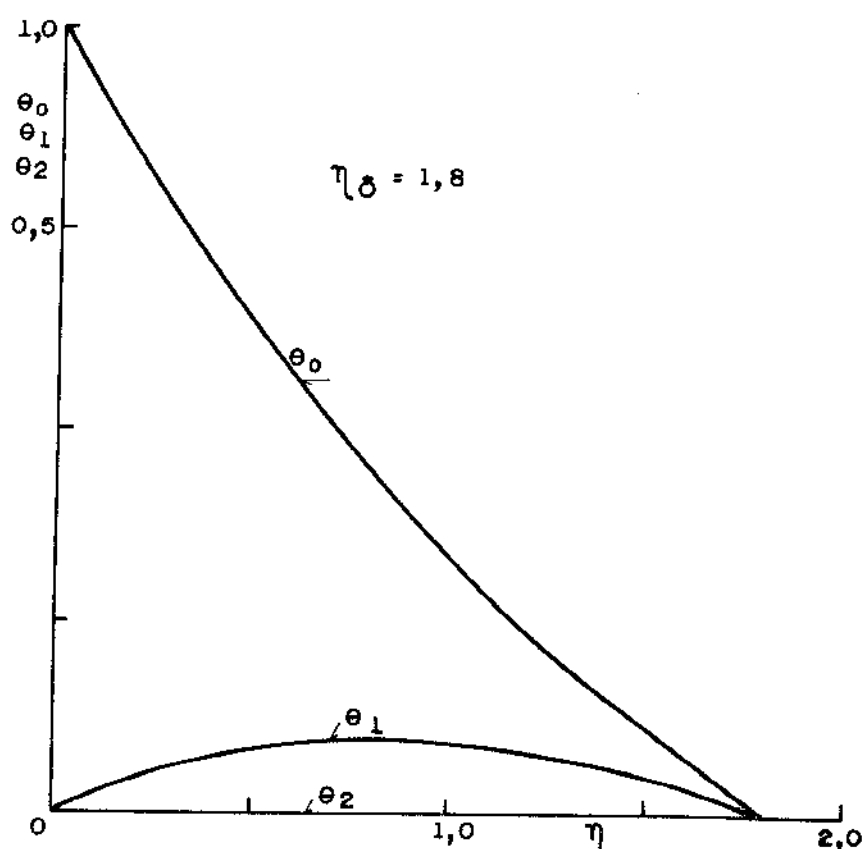


FIG. (5 . 57) FUNÇÕES DE TEMPERATURAS ADIMENSIONAIS

Esta figura mostra que a solução para a aproximação de ordem dois (relação 4-44.c) é extremamente menor que as soluções para as aproximações de ordem um e ordem zero. Portanto, o perfil de temperatura adimensional (relação 4-39) foi obtido considerando-se apenas as soluções das aproximações de ordem zero e ordem um.

5.3.2. ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA

A - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA CONSTANTE

A figura (5-58) mostra as curvas representativas da influência dos parâmetros β e Sr , na espessura η_δ para o problema de transferência lateral de massa uniforme e temperatura da superfície porosa constante.

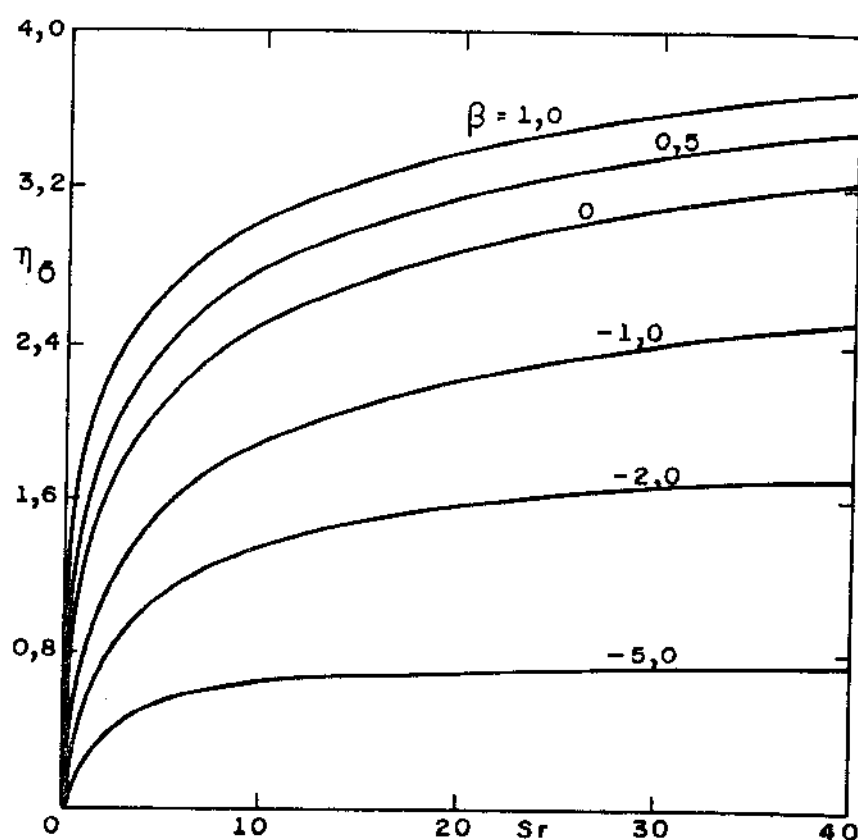


FIG. (5.58) VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA
 V_W UNIFORME $\lambda = 0$

Esta figura mostra que a variação da espessura η_δ com o parâmetro Sr apresenta o mesmo comportamento com relação ao parâmetro β verificado para o caso não uniforme.

Analisando comparativamente, para o valor de $\beta = 0$ (superfície sólida), a curva da variação de η_δ com Sr para o

caso de transferência lateral de massa uniforme é igual à curva apresentada para o caso não uniforme, como visto na análise dos perfis de temperatura.

Na região de baixos valores de Sr , o problema de transferência lateral de massa uniforme apresenta a mesma espessura η_δ que o problema não uniforme e as curvas se coincidem, para qualquer valor de β .

Na região de altos valores de Sr , à medida que se aumenta o valor de Sr , o caso de transferência lateral de massa uniforme apresenta menor espessura η_δ do que o caso não uniforme e esta diferença depende do valor de β , ou seja, na injeção, quanto maior o valor de β maior é a diferença entre a espessura η_δ no caso uniforme e não uniforme, quando $\beta = 0$ não há diferença e as curvas para ambos os casos são iguais e, na sucção, um aumento no valor absoluto de β negativo aumenta a diferença de espessura η_δ entre os casos uniforme e não uniforme.

B - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA NÃO CONSTANTE

A variação da espessura η_δ com o parâmetro Sr e dois valores de λ é mostrada nas figuras (5-59) e (5-60) para o problema de transferência lateral de massa uniforme e temperatura da superfície porosa não constante.

Estas figuras mostram que as curvas para o caso de transferência lateral de massa uniforme apresentam o mesmo comportamento verificado para o caso não uniforme com relação ao parâmetro λ .

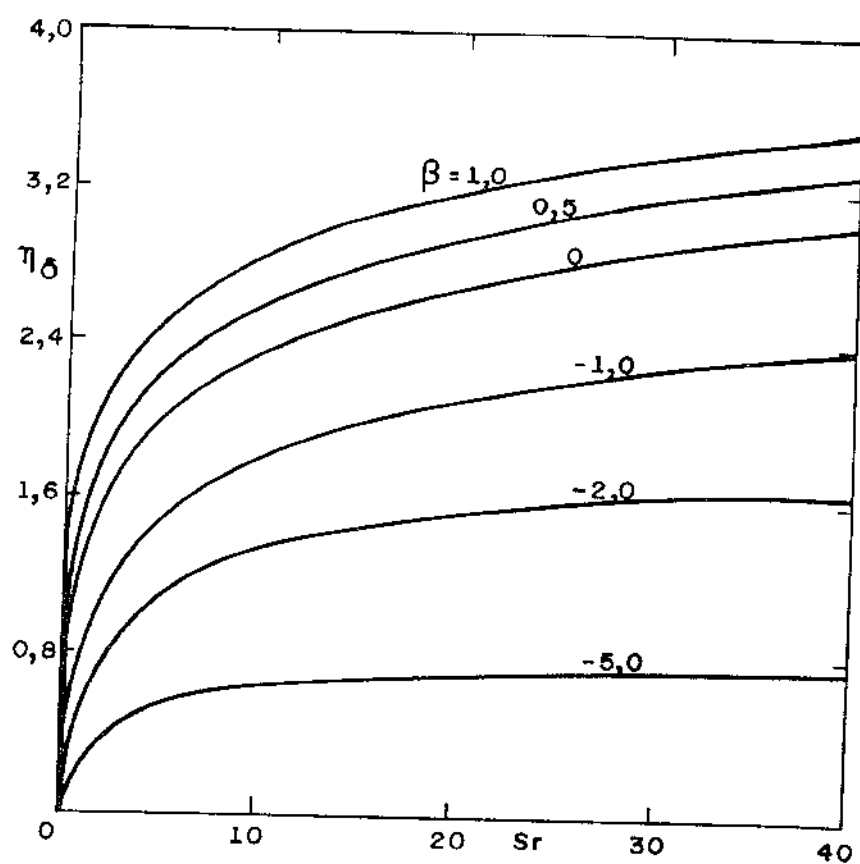


FIG.(5.59) VARIACÃO DA ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA
 V_W UNIFORME $\lambda = 1/3$

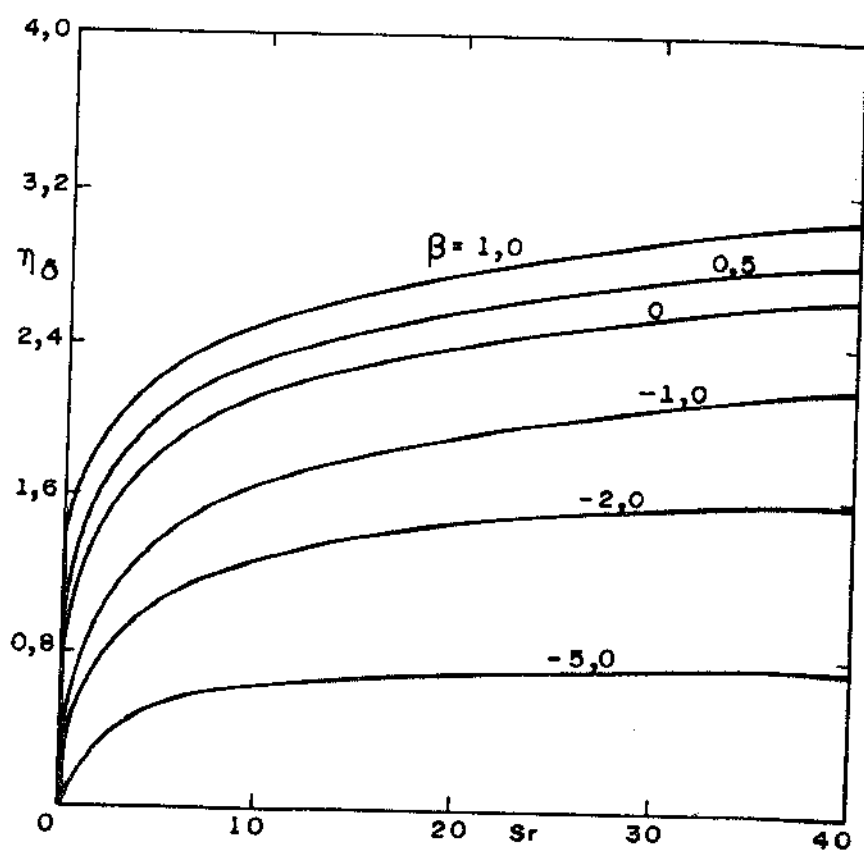


FIG.(5.60) VARIACÃO DA ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA
 V_W UNIFORME $\lambda = 1$

Uma análise comparativa mostra que, para a região de baixos valores de Sr , as curvas coincidem em qualquer valor determinado de β e λ , entretanto, na região de altos valores de Sr , o caso de transferência lateral de massa uniforme apresenta menor espessura η_δ para um determinado valor de Sr do que no caso não uniforme, e a diferença depende do valor de β e λ .

Para um determinado valor de Sr e λ , um aumento, tanto no valor absoluto da sucção como no valor da injeção, aumenta a diferença entre as espessuras η_δ dos problemas de transferência lateral de massa uniforme e não uniforme. Entretanto, um aumento no valor de λ , para um mesmo valor de Sr e β , reduz a diferença de η_δ entre ambos os casos.

5.3.3. TRANSFERÊNCIA DE CALOR

A - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA CONSTANTE

Resultados numéricos obtidos através da relação (4-50) são apresentados na figura (5-61), que mostra a variação de Nu_x com os parâmetros Sr e β .

Esta figura mostra que as curvas para o caso de transferência lateral de massa uniforme apresentam o mesmo comportamento que o verificado para o caso não uniforme com relação aos parâmetros β e Sr .

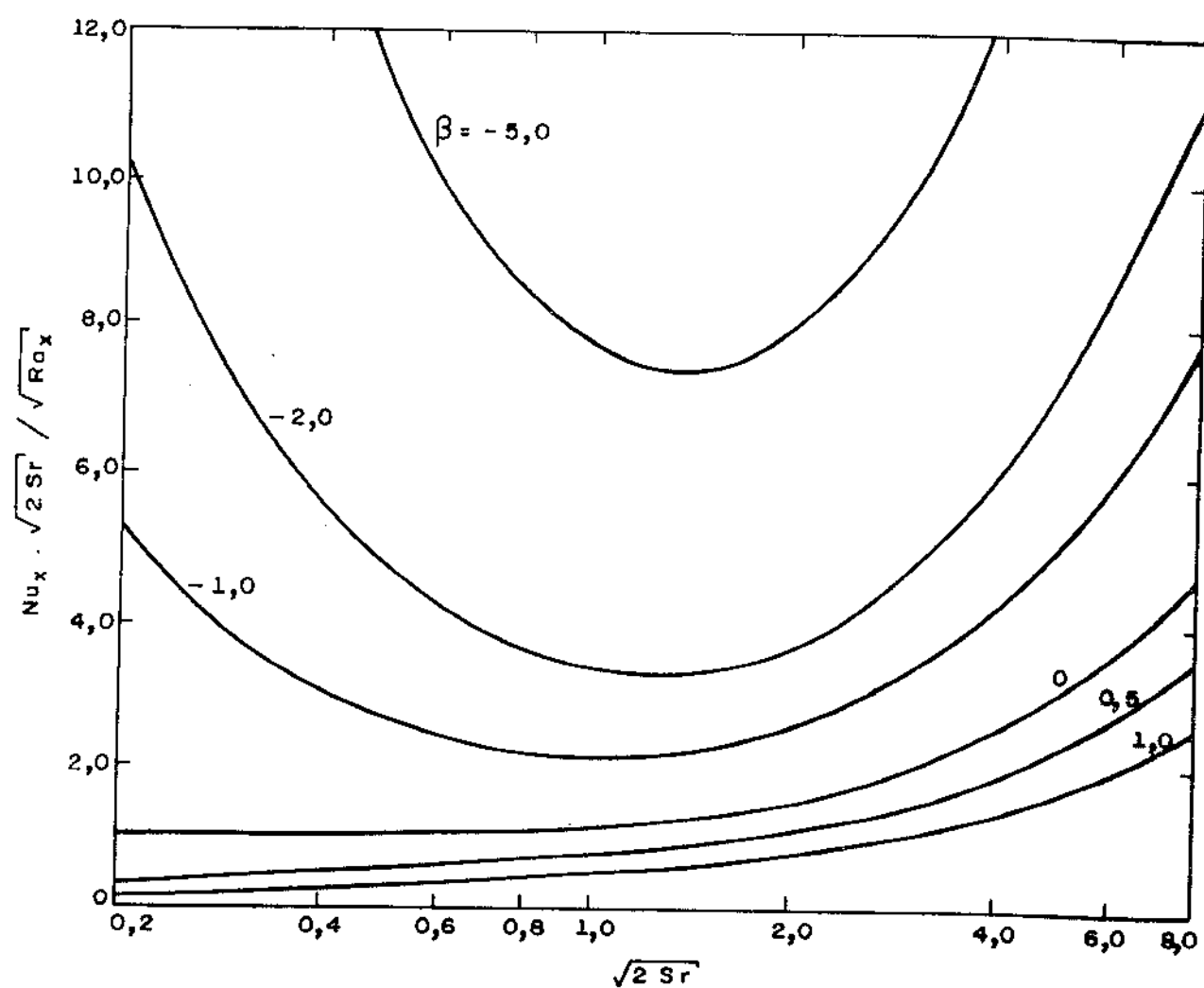


FIG. (5 . 61) RELAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSELT COM O PARÂMETRO DE SUB-RESFRIAMENTO
 V_W UNIFORME $\lambda = 0$

Uma análise comparativa mostra que na região de baixos valores de Sr , as curvas são exatamente iguais, tanto para o caso de transferência lateral de massa uniforme quanto para o caso não uniforme para qualquer valor determinado de β , como resultado da mesma espessura η_δ apresentada para ambos os problemas.

Na região de altos valores de Sr , ocorre uma diferença nas curvas de ambos os problemas como resultado de uma menor espessura η_δ apresentada pelo caso uniforme e, como visto, esta diferença depende do valor β . Para um determinado valor de Sr , aumentando-se o valor absoluto da sucção e o valor da injeção, aumenta-se a diferença entre os valores de Nu_x para ambos problemas uniforme e não uniforme.

B - TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE POROSA NÃO CONSTANTE

Resultados numéricos obtidos pela relação (4-50) são apresentados nas figuras (5-62) e (5-63), para dois valores de λ e vários valores de β .

Estas figuras mostram que as curvas para o caso de transferência lateral de massa uniforme apresentam o mesmo comportamento verificado para o caso não uniforme com relação ao parâmetro λ .

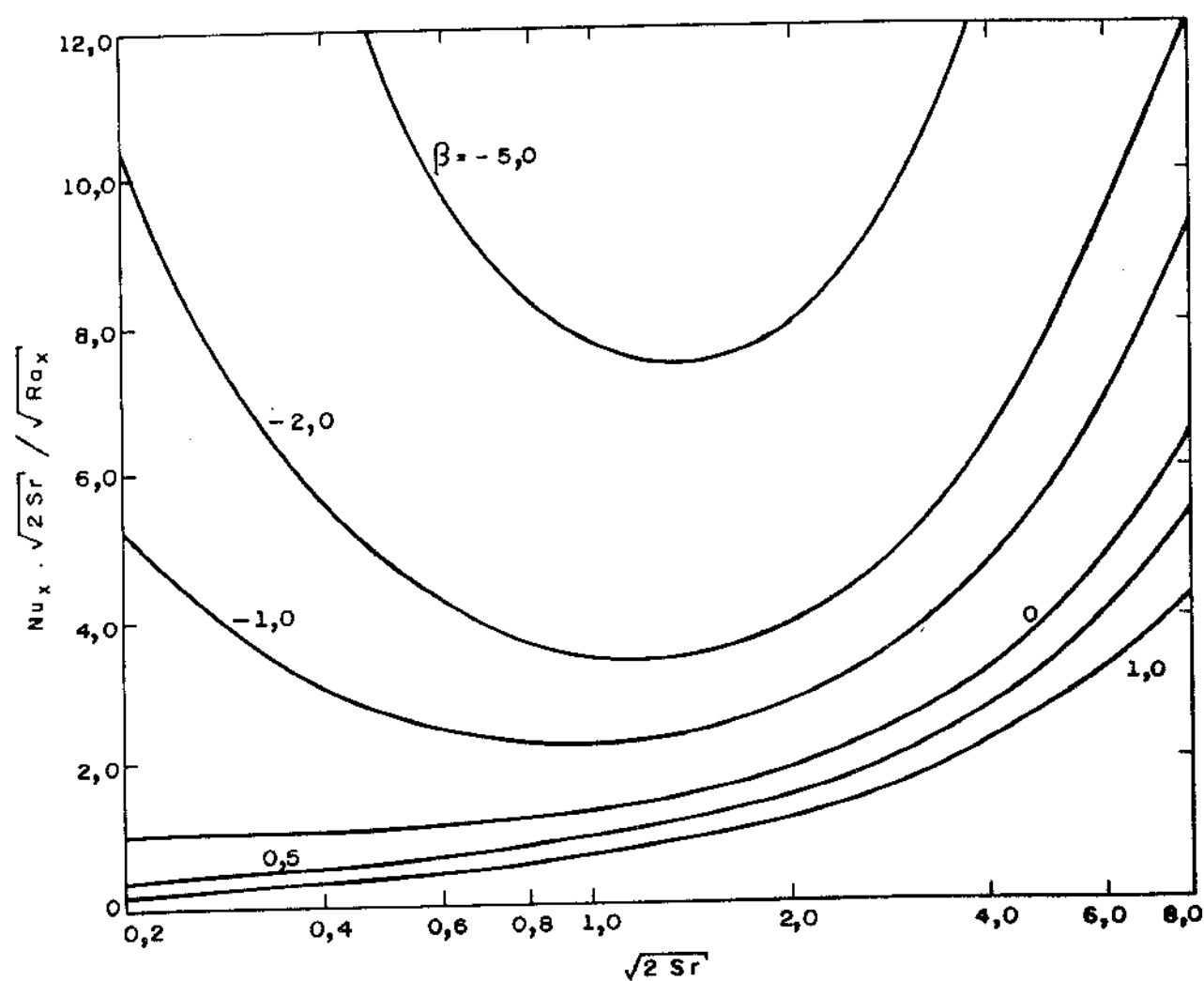


FIG. (5.62) RELAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSELT COM O PARÂMETRO DE SUB-RESFRIAMENTO
 v_w UNIFORME $\lambda = 1/3$

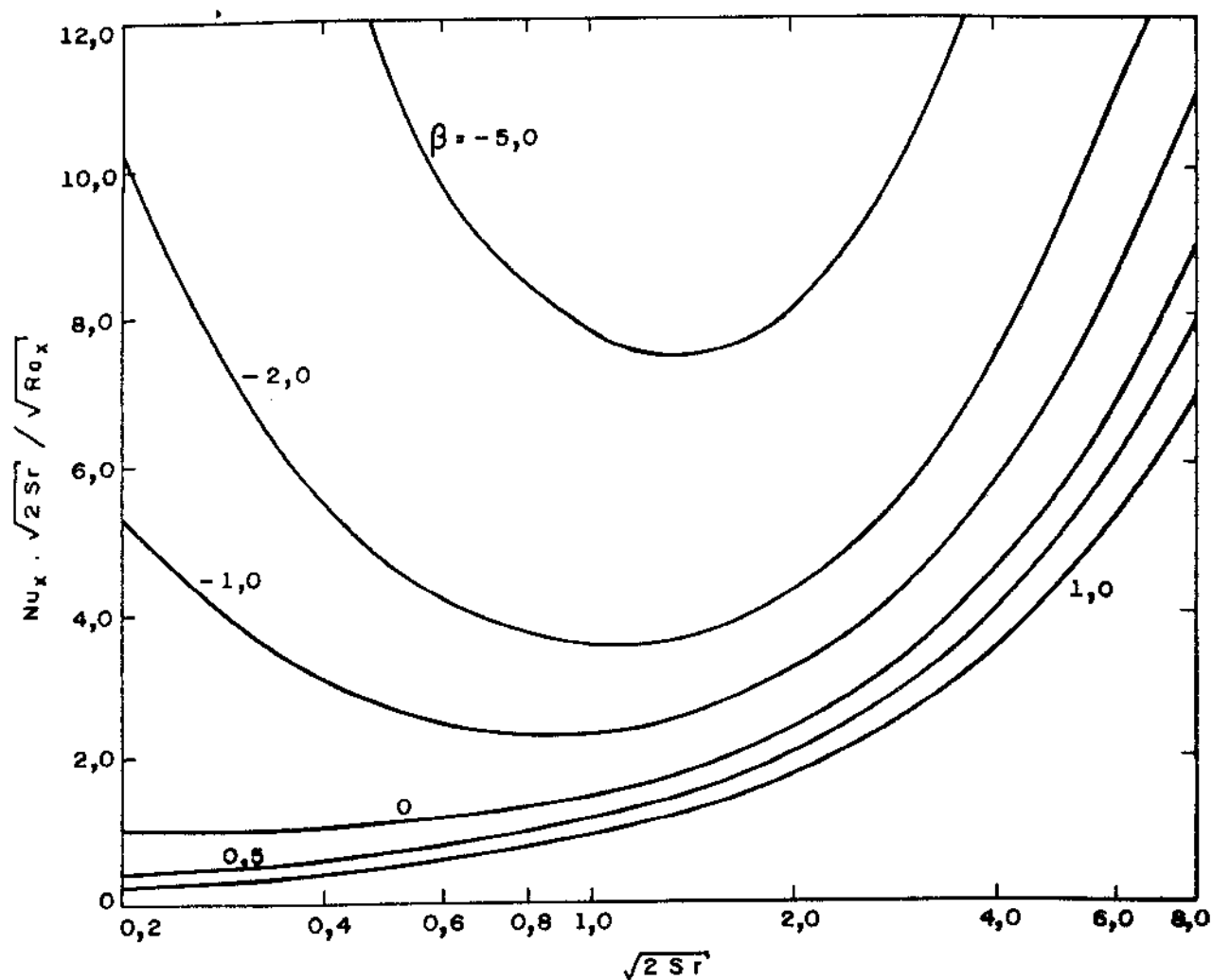


FIG. (5 . 6 3) VARIAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSELT COM O PARÂMETRO DE SUB-RESFRIAMENTO
 v_w UNIFORME $\lambda = 1$

Uma análise comparativa mostra que, para a região de baixos valores de Sr , as curvas coincidem em qualquer valor determinado de β e λ , entretanto, na região de altos valores de Sr , o caso de transferência lateral de massa uniforme apresenta uma diferença no valor de Nu_x para um determinado valor de Sr , como consequência da menor espessura η_δ apresentada pelo mesmo problema com relação ao apresentado pelo caso não uniforme, e esta diferença depende do valor de Sr e λ .

Para um determinado valor de Sr e λ , um aumento no valor absoluto da sucção e no valor da injeção, aumenta a diferença entre os valores de Nu_x dos problemas de transferência lateral de massa uniforme e não uniforme. Entretanto, um aumento no valor de λ para um mesmo valor de Sr e β , reduz a diferença entre os valores de Nu_x de ambos os casos, uniforme e não uniforme.

5.3.4. SUCÇÃO ASSINTÓTICA

Resultados numéricos para o perfil de temperatura para o caso de sucção assintótica foram obtidos pela relação (4-55) e, pela relação (4-56) para o limite de $v_w \rightarrow 0$, estão representados na figura (5-64) para alguns valores de $v_w \delta / \alpha$.

Resultados numéricos para a variação da espessura condensada δ com o parâmetro Sr foram obtidos através da relação (4-59) e estão representados pela figura (5-65).

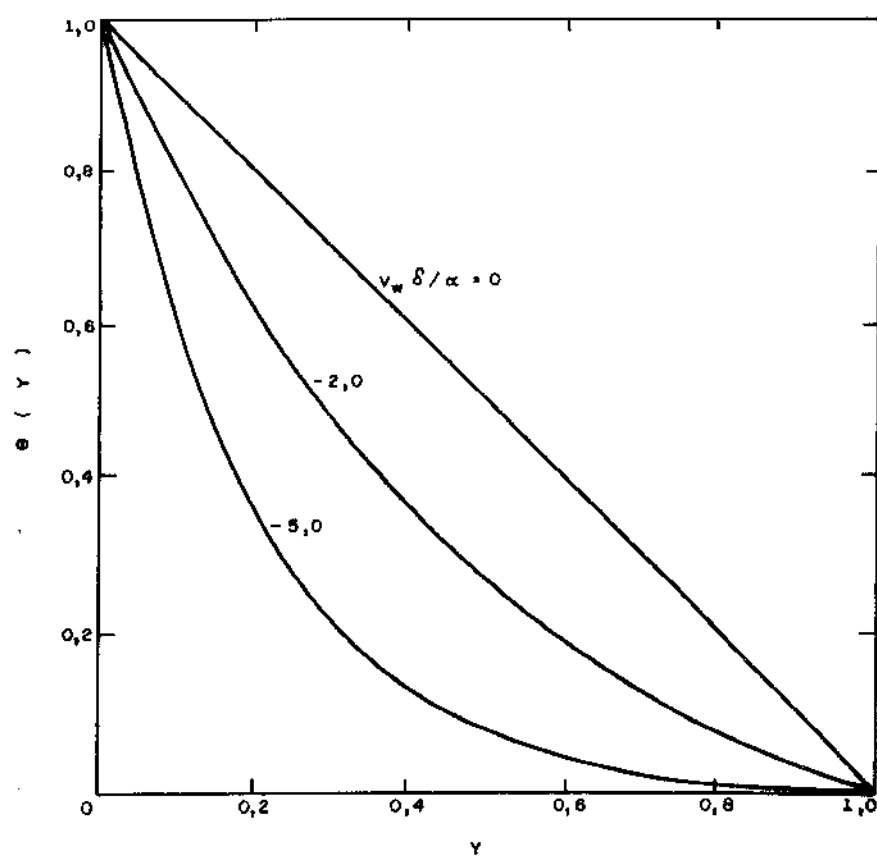


FIG. (5 - 64) PERFIS DE TEMPERATURA

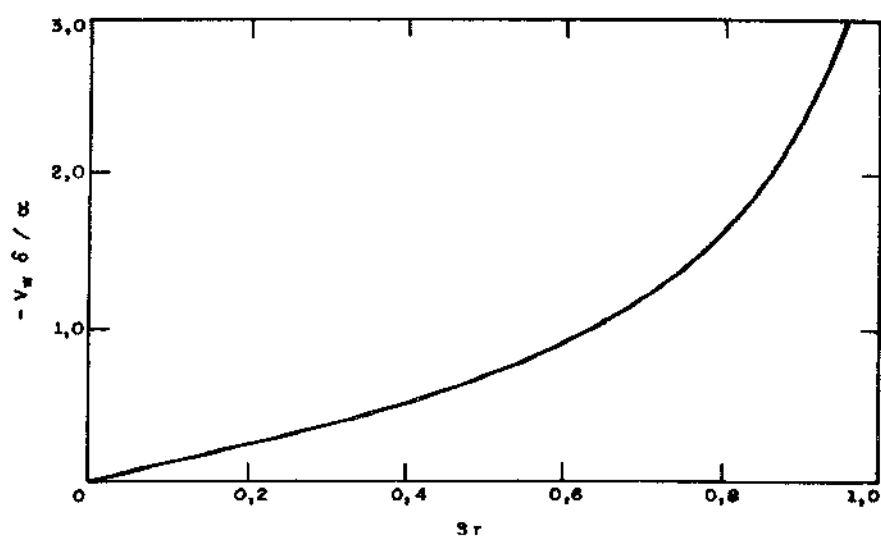


FIG. (5 - 65) VARIAÇÃO DA ESPESSURA DA PELÍCULA

O problema de condensação pelicular em um meio poroso é bastante simplificado quando se assume a condição de sucção assintótica. A equação (4-59) mostra que a espessura da película condensada δ é função apenas do parâmetro de sub-resfriamento Sr e sua validade se limita a valores de Sr menores que a unidade ($Sr < 1$).

C A P Í T U L O VI

CONCLUSÕES

6.1. CONCLUSÕES

Para o caso de temperatura da superfície constante ($\lambda = 0$), solução similar existe para qualquer tipo de corpo se a velocidade de transferência lateral de massa não uniforme $v_w(x)$ for definida pela relação (3-88).

Com exceção do caso de temperatura da superfície constante e velocidade de transferência lateral de massa não uniforme, para o caso geral de temperatura da superfície não constante e velocidade de transferência lateral de massa uniforme e não uniforme, soluções similares não existem e as equações governantes devem ser resolvidas através do método de desenvolvimento em séries potências.

O problema de condensação pelicular em um meio poroso sobre superfícies porosas, cuja temperatura não se mantém constante ao longo da superfície, apresenta quatro parâmetros governantes: o parâmetro de transferência lateral de massa adimensional β , o parâmetro de sub-resfriamento S_r , o parâmetro constante λ e o parâmetro de distância longitudinal adimensional X .

Em geral, o parâmetro de transferência lateral de massa adimensional β negativo (sucção), o parâmetro λ e o parâmetro de distância longitudinal adimensional X , reduzem a espessura da película condensada, aumentam o domínio da transferência de calor por condução sobre a transferência de calor por convecção através da película condensada, aumentam a transferência de calor por condução através da superfície e, conseqüentemente, aumentam o número de Nusselt local.

Em geral, o parâmetro de transferência late -

ral de massa adimensional β positivo (injeção), e o parâmetro de sub-resfriamento S_r , aumentam a espessura da película condensada, aumentam o domínio da transferência de calor por convecção sobre a transferência de calor por condução através da película condensada, reduzem a transferência de calor por condução através da superfície e, conseqüentemente, reduzem o número de Nusselt local.

Para o problema de transferência lateral de massa não uniforme e temperatura da superfície não constante, a condensação pelicular em um meio poroso sobre corpos bidimensionais apresentam na sucção, menor espessura da película condensada, maior domínio da transferência de calor por condução através da película condensada e maior número de Nusselt local e, ao contrário, a condensação pelicular em um meio poroso sobre corpos axialmente simétricos apresentam na injeção, maior espessura da película condensada, maior domínio da transferência de calor por convecção através da película condensada e menor número de Nusselt local. Com exceção do caso particular de temperatura da superfície constante, onde a sucção e a injeção tem o mesmo efeito tanto para corpos bidimensionais e corpos axialmente simétricos.

A condensação pelicular em um meio poroso sobre uma placa plana vertical mostra-se mais sensível à velocidade de transferência lateral de massa uniforme na sucção, e essa sensibilidade faz com que a mesma apresente menor espessura da película condensada, maior domínio da transferência de calor por condução através da película condensada, e maior número de Nusselt local e, ao contrário, a condensação pelicular em um meio poroso sobre uma placa plana vertical mostra-se mais sensível à velocidade de transferência lateral de massa não

uniforme e a mesma apresenta maior espessura da película condensada, maior domínio de transferência de calor por convecção através da película condensada e menor número de Nusselt local.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] L.A. BROMLEY - "Effect of Heat Capacity of Condensate" - Industrial and Engineering Chemistry, vol. 44, 1952, pp. 2966.
- [02] W.A. ROHSENOW - "Heat Transfer and Temperature Distribution in Laminar Film Condensation" - Trans. Asme, vol. 78, 1956, pp. 1645 - 1648.
- [03] E.M. SPARROW and J.L. GREGG - "A Boundary Layer Treatment of Laminar Film Condensation" - Journal of Heat Transfer, Trans. Asme, vol. 81, Series C, 1959, pp.13-18.
- [04] J.C.Y. KOH, E.M.SPARROW and J.P. HARTNETT - "Two-Phase Boundary Layer in Laminar Film Condensation" - International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 2, 1961, pp 69-82.
- [05] M.M. CHEN - "An Analytical Study of Laminar Film Condensation"
"Part 1 - Flat Plates" - Journal of Heat Transfer, trans. Asme, vol. 83, Séries C, 1961,pp. 48-54.
"Part 2 - Single and Multiple Horizontal Tubes" - Journal of Heat Transfer, Trans. Asme, vol. 83, Séries C, 1961, pp.55-60.
- [06] N.A. FRANKEL and S.G. BANKOFF - "Laminar Film Condensation on a Porous Horizontal Tube With Uniform Suction Velocity" Journal of Heat Transfer, Trans. Asme, vol. 87, Séries C, nº 1, 1967, pp.95-102.
- [07] K.C. JAIN and S.G. BANKOFF - "Laminar Film Condensation on a Porous Vertical Wall With Uniform Suction Velocity" Journal of Heat Transfer, Trans. Asme, vol. 86, Séries C,

nº 3, 1964, pp. 481-489.

- [08] J.W. YANG - "Effect of Uniform Suction on Laminar Film Condensation on a Porous Vertical Wall" - Journal of Heat Transfer, Trans. Asme, vol. 82, Séries C, nº 2, 1970, pp 252-256.
- [09] C.D.EBINUMA - "Efeitos da Sucção Variável e Injeção Variável na Condensação Pelicular Laminar Sobre uma Parede Vertical" - Tese de Mestrado, Unicamp, 1981.
- [10] C.Y.LIU, K.A.R. ISMAIL and C.D. EBINUMA - "Laminar Film Condensation on a Porous Vertical Wall with Non-Uniform Normal Velocity" - Letters in Heat and Mass Transfer, vol. 8, 1981, pp. 509-514.
- [11] E.M. PARMENTIER - "Two Phase Natural Convection Adjacent to a Vertical Heated Surface in a Permeable Medium" - International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 22, 1979, pp.849-855.
- [12] P.CHENG - "Film Condensation Along in Inclined Surface in a Porous Medium " - International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 24, nº 6, 1981,pp. 983-990.
- [13] P. CHENG and A.K. VERMA - "The Effect of Subcooled Liquid on Film Boiling About a Vertical Heated Surface in a Porous Medium" - International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 24, nº 7, 1981, pp.1151-1160.
- [14] P. CHENG, D.K. CHUI and L.P.KWOK - "Film Boiling About Two-Dimensional and Axisymmetric Isothermal Bodies of Arbitrary Shape in a Porous Medium" - International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 25, nº 8, 1982, pp.1247-1249.

- |15| E. FEHLBERG - "Classical Fifth-, Sixth-, Seventh-, and
Eight - Order Runge-Kutta Formulas with Stepsize Con -
troll" - Nasa TR R-287.