ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA TESE DEFENDIDA POR Nilion Roberto Inocente fumion E APROVADA PELA COMISSÃO JULGADORA EM 29,07,2011 Buinder USSien ORIENTADOR

## UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Nilson Roberto Inocente Junior

# Estudo de Métodos de Identificação Multivariável baseados em Subespaços aplicados ao Monitoramento da Integridade de Estruturas

Campinas, 2011.

139/2011

Nilson Roberto Inocente Junior

# Estudo de Métodos de Identificação Multivariável baseados em Subespaços aplicados ao Monitoramento da Integridade de Estruturas

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Eurípedes Guilherme de Oliveira Nóbrega.

Campinas 2011

#### FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE -UNICAMP

Inocente Junior, Nilson Roberto

In7e Estudo de métodos de identificação multivariável baseados em subespaços aplicados ao monitoramento da integridade de estruturas / Nilson Roberto Inocente Junior. --Campinas, SP: [s.n.], 2011.

> Orientador: Eurípedes Guilherme de Oliveira Nóbrega.

Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Identificação de sistemas. 2. Processamento de sinais. 3. Analise estrutural (Engenharia). I. Nóbrega, Eurípedes Guilherme de Oliveira. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Study of subspace-based identification methods applied to structural health monitoring
Palavras-chave em Inglês: System identification, Signal processing, Structural analysis (Engineering)
Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico
Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica
Banca examinadora: Nazih Mechbal, Alberto Luiz Serpa
Data da defesa: 29-07-2011
Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

## UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

# Estudo de Métodos de Identificação Multivariável baseados em Subespaços aplicados ao Monitoramento da Integridade de Estruturas

Autor: Nilson Roberto Inocente Junior Orientador: Prof. Dr. Eurípedes Guilherme de Oliveira Nóbrega

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

forpeter distop

Prof. Dr. Eurípedes Guilherme de Oliveira Nóbrega, Presidente DMC/FEM/Unicamp

Prof. Dr. Alberto Luiz Serpa

DMC/FEM/Unicamp

Prof. Dr. Nazih Mechba Arts et Métiers Paristech

Campinas, 29 de julho de 2011.

Ao Padrinho João, um grande amigo e incentivador. Para sempre em nossos corações.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, os meus maiores e mais especiais agradecimentos a aqueles que sempre estiveram ao meu lado, sob quaisquer circunstâncias, me apoiando e me fornecendo todas as condições para que eu desenvolvesse, não apenas este trabalho, mas toda uma vida: meus pais, Nilson e Maria e minha irmã, Jacqueline. Todos os outros membros da família merecem ser lembrados aqui, tanto do lado dos Inocente, quanto do lado dos Menezes.

Também gostaria de agradecer a todos os meus professores, que me orientaram em todas as fases do meu desenvolvimento escolar, acadêmico e humano. Em destaque, gostaria de citar o professor Nelson Bryan, que foi sempre um grande incentivador, o professor Jaime Frejlich, a quem devo a iniciação pelo longo e tortuoso caminho acadêmico e meu orientador, Prof. Dr. Eurípedes Nóbrega, que esteve ao meu lado nesses últimos tempos, desde o final da graduação.

Merecem agradecimentos também os amigos de laboratório, que contribuíram não apenas com idéias, palpites e discussões sobre trabalho, mas que também foram companheiros ao longo do tempo de realização deste trabalho, fazendo com que esses últimos dois anos pudessem ser um pouco mais divertidos.

Agradecimentos aos professores, colegas de departamento e funcionários, que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

Para finalizar, agradecimentos às agências FAPESP, CNPQ e CAPES, pelos recursos disponibilizados para a realização desta pesquisa.

Campinas, Julho de 2011.

"Try to become not a man of success, but try rather to become a man of value." Albert Einstein

### **RESUMO**

O monitoramento da integridade de estruturas, também referido na literatura pelo termo Structural Health Monitoring (SHM), é um campo multidisciplinar de pesquisa que abrange técnicas, tecnologias e métodos que permitam um diagnóstico contínuo e inteligente da integridade de estruturas mecânicas. O desenvolvimento de estruturas mecânicas com maior durabilidade, maior segurança e menor custo de manutenção são as principais razões que justificam o investimento na pesquisa e desenvolvimento nessa área, por diversos setores da indústria e de serviços. Neste trabalho é estudada a aplicação de técnicas de identificação multivariável baseadas em subespaços, juntamente com geração e análise de resíduos de paridade como ferramentas para a realização da detecção de danos em estruturas mecânicas, o que representa a base de todo o procedimento de um diagnóstico estrutural completo. A realização deste trabalho envolveu a construção de uma bancada experimental para análise de danos em elementos de placa, com múltiplos sensores e atuadores. Como um dos passos principais deste trabalho também esteve o desenvolvimento de um método de identificação por subespaços com segmentação espectral, o que viabilizou uma melhoria na qualidade e redução no custo computacional da identificação da estrutura. Além disso, também foram estudadas técnicas de fusão dos dados de sinais dos sensores, visando melhoria na robustez da detecção. Os principais resultados obtidos neste trabalho servirão de base para o desenvolvimento de um sistema inteligente de diagnóstico estrutural em tempo real.

Palavras Chave: Métodos de Subespaços, Monitoramento de Estruturas, Resíduos de Paridade.

### ABSTRACT

Structural Health Monitoring (SHM) is a multidisciplinary research field, which covers techniques, technologies and methods which are essential to perform a continuous and intelligent diagnosis about mechanical structure integrity. The development of structures with improved durability, improved operational safety and reduced maintenance cost are the main reasons that justify the investments in research and development in this area, by a numerous amount of industrial and services sectors. In this work, the application of multivariable identification subspace-based identification techniques with parity residue generation and analysis are studied as tools to perform structural damage detection, which is the basis of a complete structural diagnosis procedure. The realization of this work involved the construction of an experimental workbench to detect damages in plate elements, equipped with multiple sensors and actuators. The development of a subspace-based identification method with spectral segmentation that made possible to improve the quality and to reduce the computational cost of system identification was one of the major steps achieved in this work. Also, some data fusion techniques were studied, aiming to perform a more robust detection. The main results obtained in this work will be the basis to develop an intelligent and real-time structural diagnosis system.

Key Words: Subspace Methods, Structural Health Monitoring, Parity Residues.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1: Áreas de conhecimento envolvidas no desenvolvimento de SHM1
Figura 1.2: Aplicações de SHM na indústria petroquímica2
Figura 1.3: Comparativo de custo de manutenção e confiabilidade para estruturas com e sem monitoramento de integridade (extraído de BALAGEAS ET AL, 2006)4
Figura 1.4: Fotos da aeronave do vôo 243 da Aloha Airlines4
Figura 1.5: Dano em fuselagem do Boeing 737 da Southwest Airlines
Figura 1.6: Inspeção de uma aeronave por testes não-destrutivos tradicionais (Extraído de SHULL, 2002)
Figura 1.7: Fase preliminar do monitoramento da integridade de uma estrutura8
Figura 1.8: Procedimento completo de FDI9
Figura 1.9: Procedimento de detecção de dano10
Figura 2.1: Situação do estudo dentro de diferentes áreas
Figura 2.2: Estrutura inteligente, com sensores e atuadores integrados (FRITZEN, 2009)15
Figura 2.3: Abordagens clássica e mais recente sobre estruturas inteligentes16
Figura 2.4: Diagrama esquemático do método de model updating (BALAGEAS, 2006)19
Figura 2.5: Ilustração de problemas diretos e inversos em mecânica estrutural (BALAGEAS, 2006)
Figura 2.6: Modelo experimental do trabalho de Peeters (1996)25
Figura 2.7: Ponte Z24, objeto de alguns estudos em SHM
Figura 2.8: Lançador de satélites Ariane V (direita, ESA) e diagrama de estabilização, do módulo do tanque de combustível (esquerda, BASSEVILLE ET AL, 2001)
Figura 2.9: Estrutura utilizada no trabalho de Mevel, 2002

Figura 2.10: Prédio monitorado no trabalho de Yoshimoto (2005)	30
Figura 2.11: Bancada experimental do trabalho de Yan e Golinval	30
Figura 2.12: Modelo de ponte utilizado no trabalho de Deramaeker (2008)	31
Figura 2.13: Classificações de métodos de diagnósticos (BALAGEAS, 2006)	33
Figura 3.1: Representação em bloco de uma estrutura mecânica	35
Figura 3.2: Sistema massa-mola-amortecedor de 3 graus de liberdade	35
Figura 3.3: Modelagem em estados de uma estrutura, em tempo contínuo	37
Figura 3.4: Modelagem em estados de uma estrutura, em tempo discreto	38
Figura 3.5: Interpretação geométrica do método input-output	48
Figura 3.6: Esquema de cálculo da correlação, utilizando FFT	50
Figura 3.7: Densidade espectral de potência de um sinal hipotético	52
Figura 3.8: Efeito da modulação do sinal	52
Figura 3.9: Espectro do sinal filtrado (a) e reamostrado (b)	53
Figura 3.10: Esquema do pré-processamento de sinal para janelamento em frequência	53
Figura 3.11: Regiões de identificação original (a) e após o pré-processamento (b)	53
Figura 3.12: Interpretação geométrica do resíduo de paridade	56
Figura 3.13: Síntese da metodologia de detecção de danos em estruturas	58
Figura 4.1: Diagrama da instrumentação da bancada	59
Figura 4.2: Foto da bancada experimental construída	60
Figura 4.3: Princípios de funcionamento de materiais piezoelétricos (REZA MOHEIMA FLEMING, 2006)	.NI E 61
Figura 4.4: Detalhe da montagem do buzzer na placa e curva de transferência de um par se	ensor-
atuador piezoelétrico.	62
Figura 4.5: Configuração de sensores e atuadores.	62
Figura 4.6: Resposta em frequência dos amplificadores de potencia	63

Figura 4.7: Diagrama de lugar das raízes para um filtro Butterworth	64
Figura 4.8: Placa de alumínio utilizada neste estudo.	65
Figura 4.9: Sensores, atuadores e sinais na placa	66
Figura 5.1: Sinais de excitação no domínio do tempo (a) e seu espectro (b)	68
Figura 5.2: Resposta temporal do sistema (a) e curvas de densidade espectral (b)	69
Figura 5.3: Posicionamento das massas concentradas.	70
Figura 5.4: Curva temporal do sinal de excitação (a) e densidade espectral de potência (b)	70
Figura 5.5: Curva temporal dos sinais dos sensores (a) e densidade espectral de potência (b)	71
Figura 5.6: Comparativo dos espectros dos sinais do sensor 1, para os diferentes casos de dano	<b>).</b> 71
Figura 5.7: Diagrama de estabilização, obtido pelo processo convencional	72
Figura 5.8: Detalhamento da região de interesse.	73
Figura 5.9: Diagrama de estabilização, obtido utilizando janelamento em frequência	74
Figura 5.10: Comparação dos resíduos de paridade obtidos com o método de identifica tradicional (a) e com janelamento em freqüência (b)	ıção 74
Figura 5.11: Comparação dos diagramas de estabilização	75
Figura 5.12: Comparação para duas medidas diferentes, no método <i>output-only</i>	76
Figura 5.13: Comparação para duas medidas diferentes, no método input-output	77
Figura 5.14: Resíduos de paridade calculados através do método input-output e output-only	78
Figura 5.15: Sinais de entrada e saída, utilizando atuador 1	79
Figura 5.16: Densidade espectral de potência dos sinais dos sensores, para excitação com atua 1	ador 79
Figura 5.17: Sinais de entrada e saída, utilizando atuador 2	80
Figura 5.18: Densidade espectral de potência dos sinais dos sensores, para excitação com atua 2.	ador 80
Figura 5.19: Sinais de entrada e saída, utilizando atuador 3	81

Figura 5.20: Densidade espectral de potência dos sinais dos sensores, para excitação com atuador 3
Figura 5.21: Sinais de entrada e saída, utilizando atuador 4
Figura 5.22: Densidade espectral de potência dos sinais dos sensores, para excitação com atuador 4
Figura 5.23: Representação gráfica da matriz de correlação de sinais
Figura 5.24: Diagrama de sinais e simetrias na placa85
Figura 5.25: Diagrama de estabilização para a fusão dos sinais do grupo 1
Figura 5.26: Divisão da faixa espectral
Figura 5.27: Diagrama de estabilização para os sinais do grupo 1, na faixa 4 (3,75 kHz a 5 kHz)
Figura 5.28: Normas dos resíduos de paridade, calculados para os sinais do grupo 1
Figura 5.29: Normas dos resíduos de paridade, calculados para os sinais do grupo 2
Figura 5.30: Normas dos resíduos de paridade, calculados para os sinais do grupo 3
Figura 5.31: Normas dos resíduos de paridade, calculados para os sinais do grupo 490
Figura 5.32: Normas dos resíduos de paridade para os diferentes intervalos de frequência (grupo 1 de sinais)
Figura 5.33: Normas dos resíduos de paridade para os diferentes intervalos de frequência (grupo 2 de sinais)
Figura 5.34: Normas dos resíduos de paridade para os diferentes intervalos de frequência (grupo 3 de sinais)
Figura 5.35: Normas dos resíduos de paridade para os diferentes intervalos de frequência (grupo 4 de sinais)
Figura 5.36: Médias e boxplot dos resíduos do grupo 195
Figura 5.37: Médias e boxplot dos resíduos do grupo 296
Figura 5.38: Média e boxplot dos resíduos do grupo 396

Figura 5.39: Média e boxplot dos resíduos do grupo 4	97
Figura 5.40: Densidade Espectral de Potência do sinal y1, sem e com ruído adicionado	99
Figura 5.41: Relação sinal-ruído para o sinal y1, sem e com ruído adicionado	99
Figura 5.42: Densidade Espectral de Potência do sinal y6, sem e com ruído adicionado	100
Figura 5.43: Relação sinal-ruído para o sinal y6, sem e com ruído adicionado	100
Figura 5.44: Densidade Espectral de Potência do sinal y9, sem e com ruído adicionado	101
Figura 5.45: Relação sinal-ruído para o sinal y9, sem e com ruído adicionado	101
Figura 5.46: Densidade Espectral de Potência do sinal y14, sem e com ruído adicionado	102
Figura 5.47: Relação sinal-ruído para o sinal y14, sem e com ruido adicionado	102
Figura 5.48: Resíduos de paridade calculados para o sinal y1 (caso SISO)	103
Figura 5.49: Resíduos de paridade calculados para o sinal y6 (caso SISO)	104
Figura 5.50: Resíduos de paridade calculados para o sinal y9 (caso SISO)	104
Figura 5.51: Resíduos de paridade calculados para o sinal y14 (caso SISO)	105
Figura 5.52: Distribuição da norma do resíduo corrompido por ruido	106
Figura 5.53: Estudo comparativo dos tempos de computação das rotinas de identificação	107
Figura 6.1: Diagrama de blocos de um Smart Structure Monitor	112
Figura 6.2: Bloco de estimação de covariância recursiva	113

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1: Economia de tempo utilizando SHM (Baseada em BARTELDS, 1997)	6
Tabela 2.1: Sumário das principais contribuições para o desenvolvimento dos métodos d identificação por subespaços (Adaptado de VAN OVERSCHEE E DE MOOR, 1996)2	e 3
Tabela 4.1: Sinais, sensores e atuadores6	5
Tabela 5.1: Matriz de correlação dos sinais (parte 1)    8	3
Tabela 5.2: Tabela de correlação dos sinais (parte 2)    8	4
Tabela 5.3: Tabela de agrupamento de sinais	5

### LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

 $n_{gl}$ : Número de graus de liberdade de um sistema mecânico.

 $[M_m]$ : Matriz de massa de um sistema mecânico (Dimensões  $n_{el} \times n_{el}$ ).

 $[C_m]$ : Matriz de massa de um sistema mecânico (Dimensões  $n_{gl} \times n_{gl}$ ).

 $[K_m]$ : Matriz de massa de um sistema mecânico (Dimensões  $n_{gl} \times n_{gl}$ ).

 $\{x\}$ ; $\{\dot{x}\}$ : Vetores de posição, velocidades e acelerações dos graus de liberdade de um sistema mecânico.

 $n_x$ : Ordem do sistema em modelo de estados.

 $n_y$ : Número de saídas de um sistema em modelo de estados.

 $n_{\mu}$ : Número de entradas de um sistema em modelo de estados.

 $\{X\}$ : Vetor de estados de um sistema em modelo de estados (Comprimento  $n_x$ ).

 $\{u\}$ : Vetor de entradas de um sistema em modelo de estados (Comprimento  $n_u$ ).

 $\{Y\}$ : Vetor de saídas de um sistema em modelo de estados (Comprimento  $n_y$ )

[A]: Matriz de Estados de um sistema em modelo de estados (Dimensões  $n_x \times n_x$ ).

[B]: Matriz de Alimentação de um sistema em modelo de estados (Dimensões  $n_x \times n_y$ ).

[C]: Matriz de Observação de um sistema em modelo de estados (Dimensões  $n_y \times n_x$ ).

[D]: Matriz de Ligação Direta de um sistema em modelo de estados (Dimensões  $n_v \times n_u$ ).

 $\tau$ : Período de amostragem

 $[A_d]$ : Matriz de Estados discretizada de um sistema em modelo de estados (Dimensões  $n_x \times n_x$ ).

 $[B_d]$ : Matriz de Alimentação discretizada de um sistema em modelo de estados (Dimensões  $n_x \times n_y$ ).

- $[\lambda_d]$ : Matriz de autovalores da matriz  $[A_d]$  (Matriz diagonal).
- $[\Psi]$ : Matriz dos autovetores da matriz  $[A_d]$ .
- $[\Phi]$ : Matriz de formas de modo.
- $[T_m]$ : Matriz de similaridade (Dimensões  $n_x \times n_x$ )
- N : Comprimento do conjunto de dados disponível.
- *p* : Comprimento do horizonte futuro de medições.
- q: Comprimento do horizonte passado de medições.
- *E*[]: Operador Esperança Matemática.
- $[\Lambda]$ : Covariância dos sinais de saída.
- [G]: Covariância entre estados e sinais de saída.
- $[H_{pq}]$ : Matriz de Hankel da covariância dos sinais de saída (Dimensões  $n_y \cdot p \times n_y \cdot q$ ).
- $[Ob_p]$ : Matriz de Observabilidade (Dimensões  $n_y \cdot p \times n_y$ )
- $[Ct_a]$ : Matriz de Controlabilidade (Dimensões  $n_v \times n_v \cdot q$ )

[U];[Sv];[V]: Matrizes da Decomposição em Valores Singulares.

 $n_m$ : Número de sinais utilizados para a fusão de dados.

 $[H_f]$ : Matriz de Hankel da covariância dos sinais de saída, utilizando fusão de dados (Dimensões  $n_m \cdot p \times n_m \cdot q$ ).

 $R_{vivi}(k)$ : Correlação entre sinais i e j, espaçados de k períodos de amostragem.

 $S_{vivi}$ : Densidade Espectral de Potência do sinal i.

 $S_{yiyj}$ : Densidade Espectral de Potência Cruzada dos sinais i e j.

- $F^{-1}$ []: Transformada de Fourier inversa.
- $\{\theta\}$ : Parâmetros do sistema dinâmico.
- *vec*(): Operador de empilhamento em colunas.
- [*S*]: Matriz de paridade.
- [*I*]: Matriz Identidade.
- {0}: Vetor Nulo.
- $\{r\}$ : Matriz dos resíduos de paridade.
- $[\Sigma]$ : Matriz de covariância dos resíduos de paridade.
- SNR : Relação sinal-ruído.

# SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO			
	1.1	Monitoramento da integridade de estruturas mecânicas1	
	1.2	Motivações	
	1.3	Visão geral do procedimento de SHM7	
	1.4	Objetivos11	
	1.5	Estrutura do texto	
2	REV	ISÃO DA LITERATURA11	
	2.1	Organização da revisão bibliográfica13	
	2.2	Structural Health Monitoring (SHM)	
		2.2.1 SHM, estruturas e materiais inteligentes	
		2.2.2 Monitoramento inteligente de estruturas	
	2.3	Métodos baseados em vibração17	
	2.4	Identificação de sistemas20	
		2.4.1 Um breve histórico sobre identificação de sistemas	
	2.5	Identificação por subespaços22	
	2.6	Identificação por subespaços aplicada ao monitoramento de estruturas	
	2.7	Detecção e identificação de falhas via redundâncias	
		2.7.1 Geração de resíduos através das relações de paridade	
		2.7.2 Aplicação da geração e análise de resíduos de paridade em SHM	
3	MOI	DELAGEM TEÓRICA35	
	3.1	Modelagem dinâmica de estruturas mecânicas	
		3.1.1 Modelo em estados de sistemas em tempo contínuo	
		3.1.2 Modelo em estados de sistemas com amostragem	

	3.1.3	Função de transferência	39
	3.1.4	Comportamento de sistemas dinâmicos em relação à vibração	40
	3.1.5	Realizações e equivalência de modelos	41
3.2	Identif	icação de sistemas dinâmicos	41
	3.2.1	Problema da identificação de sistemas	41
3.3	Identif	icação por subespaços	42
	3.3.1	Método output-only	42
	3.3.2	Cálculo das matrizes do sistema a partir da matriz de Hankel	44
	3.3.3	Método input-output	47
	3.3.4	Caso de múltiplos sinais	49
3.4	Estima	ção da matriz de Hankel utilizando FFT	49
3.5	Diagra	mas de estabilização	50
3.6	Excita	ção	51
3.7	Identif	icação com janelamento em frequência	51
3.8 estru	Detecç turas me	ão com identificação por subespaços: aplicação à detecção de falhas ecânicas.	em 54
	3.8.1	Definições	54
3.9	Transf	ormação para o espaço de paridade	54
3.10	Utili	zação da matriz de Hankel para a geração de resíduos	55
3.11	Anál	ise dos Resíduos de Paridade	56
3.12	Sínte	ese da metodologia	57
ANÁ	LISE I	EXPERIMENTAL	59
4.1	Constr	ução da bancada experimental	59
	4.1.1	Transdutores piezoelétricos	60
	4.1.2	Amplificadores de potência	63

4

		4.1.3	Condicionadores de sinal	63
		4.1.4	Elemento de teste	64
	4.2	Senso	res, atuadores e sinais	65
	4.3	Sinais	de excitação	
5	RES	SULTA	DOS E DISCUSSÕES	
	5.1	Identi	ficação do perfil de vibração da placa	
	5.2	Detec	ção de danos na estrutura (caso SISO)	69
	5.3	Avalia	ação do pré-processamento do sinal	72
	5.4	Comp	aração dos métodos input-output e output-only	75
		5.4.1	Comparação dos métodos para diferentes medidas	76
		5.4.2	Resíduos de Paridade	77
	5.5	Detec	ção de danos para o caso MIMO	
		5.5.1	Sinais de sensores e atuadores, caso íntegro	
		5.5.2	Agrupamento de sinais	
		5.5.3	Identificação da placa íntegra com fusão de dados	
		5.5.4	Geração e análise de resíduos de paridade	
	5.6	Avalia	ação da robustez dos resíduos de paridade	90
	5.7	Fusão	de dados e robustez a ruídos aditivos	97
		5.7.1	Espectros dos sinais e relação sinal-ruído	
		5.7.2	Influência do ruído aditivo nos resíduos de paridade	
		5.7.3	Fusão de dados	
	5.8	Comp	aração da eficiência computacional da estimação da covariância por	diferentes
	méto	odos		
6	CON	NCLUS	ÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS	
	6.1	Balan	ço final da realização deste trabalho	

	6.2.4	Integração de tecnologias embarcadas	
	6.2.4	Integração de tecnologias embarcadas	
	623	Utilização de plaças de Lévy	111
	6.2.2	Utilização de um modelo auxiliar	110
	6.2.1	Incorporação de inteligência artificial	110
6.2	Etapas futuras		

7

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 Monitoramento da integridade de estruturas mecânicas

O Monitoramento da Integridade de Estruturas (mais conhecido na literatura pela sua sigla do inglês, SHM, para Structural Health Monitoring) é um termo bastante vasto, que contempla todo um conjunto de técnicas, tecnologias e métodos necessários para uma verificação contínua da integridade de uma estrutura mecânica (WORDEN E DULIEU-BARTON, 2004; SOHN ET AL, 2003).

Muitas vezes, o termo SHM aparece inserido no contexto de materiais e estruturas inteligentes, uma nova geração de estruturas e materiais capazes de não apenas monitorar o seu estado de integridade, mas também de agir e se adaptar, segundo as condições ambientais e de operação do sistema (STASZEWSKI ET AL, 2004). Para que isso seja possível, se faz necessário envolver contribuições de diferentes áreas de conhecimento. Assim, o SHM é um campo de pesquisa essencialmente multidisciplinar. Algumas das áreas necessárias para o desenvolvimento do SHM são mostradas na Figura 1.1.



Figura 1.1: Áreas de conhecimento envolvidas no desenvolvimento de SHM

A pesquisa e o desenvolvimento do monitoramento da integridade de estruturas vêm recebendo cada vez mais atenção das empresas e grupos de pesquisa mundo afora, encontrando espaço, sobretudo, nas seguintes áreas:

- Engenharia civil: Monitoramento de prédios e pontes, para avaliação de danos provocados por eventos naturais (principalmente por terremotos) e/ou por desgaste natural das estruturas.
- Indústrias aeronáutica e aeroespacial: Monitoramento da integridade de componentes de aeronaves, de foguetes e de satélites.
- Indústria petroquímica: Monitoramento de plataformas de prospecção de petróleo e de dutos de distribuição de petróleo e derivados.



Figura 1.2: Aplicações de SHM na indústria petroquímica

### 1.2 Motivações

As principais motivações que justificam o investimento na pesquisa e desenvolvimento do monitoramento da integridade de estruturas são de ordem econômica e de segurança, entre as quais cabe destacar (BALAGEAS ET AL, 2006):

- Maximização do tempo de vida de elementos mecânicos;
- Aumento da segurança da estrutura, pela minimização de falhas nos componentes;
- Redução de gastos com rotinas de manutenção (que podem ser bastante caras e desnecessárias em muitos casos).

As estruturas tendem a envelhecer com o passar do tempo, e isso muitas vezes tem como conseqüência uma deterioração e perda das características de trabalho, para as quais foram projetadas. Esse tempo pode depender das condições ambientais e do regime de operação dos componentes. Acontece que, sem ter uma exata noção a respeito do real estado da estrutura, muitas vezes a troca dos seus componentes deve ser feita em tempos médios, estabelecidos no projeto de fabricação. Com isso, existem duas possibilidades não muito interessantes: (i) os componentes da estrutura podem ser trocados prematuramente, representando um desperdício de tempo, material e recursos; (ii) os componentes podem falhar antes do tempo estabelecido, causando, em uma pior hipótese, o colapso da estrutura (STASZEWSKI ET AL, 2004).

Sem monitoramento contínuo de integridade, o envelhecimento da estrutura causa uma redução na confiabilidade do seu funcionamento, dado que os seus componentes estão sujeitos a desgaste natural. Com isso, as rotinas de manutenção devem se tornar muito mais freqüentes, o que tem uma conseqüência direta no custo de manutenção envolvido. Utilizando SHM, a confiabilidade do sistema pode ser mantida a um nível constante, a um custo de manutenção também constante (BALAGEAS ET AL, 2006). Isso é esquematizado na Figura 1.3.

Structure Quality



# Figura 1.3: Comparativo de custo de manutenção e confiabilidade para estruturas com e sem monitoramento de integridade (extraído de BALAGEAS ET AL, 2006)

Do ponto de vista da segurança, existem muitos casos relatados pela literatura como decorrentes de falhas estruturais que causaram ou poderiam vir a causar prejuízos e mortes. Em especial, o famoso caso do vôo 243 da Aloha Airlines, ocorrido no Hawaii em abril de 1988. A aeronave, um Boeing 737-200, com 19 anos de uso, teve parte da fuselagem arrancada em pleno vôo, em conseqüência de corrosão. O saldo foi de 65 pessoas feridas e 1 morta (HENDRICKS, 1991; OTT, 1988).



Figura 1.4: Fotos da aeronave do vôo 243 da Aloha Airlines

Mais recentemente, em abril de 2011, um Boeing 737 da Southwest Airlines foi obrigado a fazer um pouso forçado em decorrência de uma fenda na sua fuselagem. Este incidente aconteceu com uma aeronave em serviço desde 1996 e não deixou nenhum ferido. No entanto, 81 aviões da mesma empresa foram imobilizados, para uma inspeção de emergência na fuselagem.



Figura 1.5: Dano em fuselagem do Boeing 737 da Southwest Airlines.

Atualmente, o monitoramento de estruturas mecânicas é realizado através de métodos de inspeção não-destrutivos tradicionais, entre os quais se pode destacar (HELLIER, 2001):

- Inspeção visual;
- Inspeção por líquidos penetrantes;
- Inspeção por meio de ultrassom;
- Inspeção por meio de Raios-X;
- Inspeção por meio de correntes parasitas (Eddy currents).

Inspeções visuais (para avaliação de corrosão) e de líquidos penetrantes (para detecção de trincas) são capazes de detectar danos desde que estes estejam situados na superfície dos componentes examinados, deixando de detectar danos que eventualmente estejam ocultos no seu interior. Além disso, as inspeções não-destrutivas tradicionais são técnicas manuais, dependendo, muitas vezes, da habilidade e experiência do profissional que realiza a inspeção (SHULL, 2002).

Outra grande desvantagem dos métodos tradicionais é que estes nem sempre podem ser realizados com a estrutura em funcionamento, o que força uma parada do sistema para manutenção. Isso acaba acarretando um custo operacional por parada do sistema, muitas vezes elevado.

Como exemplo, pode-se citar a inspeção de componentes de uma aeronave, que deve ser realizada periodicamente, mas somente pode ser feita em uma oficina de manutenção e por profissionais devidamente capacitados. Neste caso, além dos próprios custos de manutenção envolvidos, existe todo o custo da aeronave parada em solo (STASZEWSKI ET AL, 2004).



Figura 1.6: Inspeção de uma aeronave por testes não-destrutivos tradicionais (Extraído de SHULL, 2002)

Em termos quantitativos, uma estimativa dos tempos relativos de manutenção da estrutura de uma aeronave é encontrada no relatório de Bartelds (1997). Segundo esse documento, seria possível obter uma economia da ordem de 44% em relação aos tempos que são usualmente necessários para a realização de rotinas de manutenção tradicionais (considerando todos os tipos de manutenção que são realizadas). A Tabela 1.1 mostra um comparativo dos tempos, com e sem a utilização de um sistema de monitoramento estrutural.

Tipo de manutenção	Tempo relativo de execução, sem SHM	Economia de tempo, utilizando SHM	Tempo relativo de execução, com SHM
Em rampa	16	40%	9,5
Agendadas	11	45%	17
Não agendadas	16	10%	13,5
Instruções de serviço	37	60%	15
Total	100		56

Tabela 1.1: Economia de tempo utilizando SHM (Baseada em BARTELDS, 1997)

### 1.3 Visão geral do procedimento de SHM

Um diagnóstico completo sobre a condição de uma estrutura envolve diferentes níveis de conhecimento e informação sobre a estrutura. É atribuída a Rytter (1993) uma divisão lógica dos níveis de realização de SHM, segundo as respostas às seguintes perguntas:

- Existência: Existe algum dano na estrutura?
- Localização: Qual elemento está danificado?
- Classificação: Qual é o tipo de dano?
- Severidade: Qual é a importância deste dano para a estrutura?
- **Prognóstico**: Quanto tempo ainda resta antes de uma possível intervenção sobre o sistema?

Nesse contexto, existem alguns termos que são passíveis de serem confundidos e que devem ser propriamente definidos (WORDEN E DULIEU-BARTON, 2004; SOHN ET AL, 2003):

- **Defeito**: Descontinuidades geométricas ou de material, naturalmente inerentes a qualquer componente fabricado no mundo real.
- Dano: Mudanças na estrutura, ao nível geométrico ou de material, causadas por condições ambientais ou operacionais adversas. Isso conduz a estrutura a um estado sub-ótimo de operação, podendo, como uma evolução, conduzir o sistema a um estado de falha.
- Falha: Estado de operação fora dos níveis satisfatórios para os quais a estrutura foi projetada. Em casos mais extremos, a operação de uma estrutura nesse estado pode levar ao seu colapso.

O procedimento de detecção de danos em um sistema é usualmente feito a partir de uma comparação entre as propriedades do sistema em dois estados: um estado inicial (obrigatoriamente em condição não-danificada) e um estado atual (que pode ser danificado ou não) (DOEBLING ET AL, 1996; WORDEN ET AL, 2007).

Assim, divide-se o procedimento em duas fases principais: uma fase preliminar do monitoramento, onde são obtidas informações a priori sobre estados definidos da estrutura (geralmente sobre o estado íntegro), e uma fase de inspeção, onde se extraem informações sobre o estado atual da estrutura, e pode-se fazer uma inferência sobre em qual estado (entre os estados conhecidos) a estrutura se encontra. Entre os estados possíveis temos, por exemplo, o estado íntegro, ou alguma falha conhecida, de algum tipo, que possa ser reproduzida ou simulada (FASSOIS, 2008).

Deve-se assumir que cada estado tenha um indicador associado a ele (podendo ser um número escalar, uma matriz, um vetor ou uma função) e que não haja ambigüidade. Como um exemplo intuitivo, pode-se usar como indicador de um estado uma curva da Função Resposta em Frequência (FRF). Como cada estado de dano pode ter uma curva característica, estas podem ser utilizadas para representar o sistema.

A Figura 1.7 ilustra como é realizada a etapa preliminar da detecção e identificação de estados de danos. Para cada estado conhecido (os estados de dano da estrutura aqui são tratados por E0 até En, considerando haver um conjunto de estados conhecidos) é associado um indicador (representados por Q0 a Qn).



Figura 1.7: Fase preliminar do monitoramento da integridade de uma estrutura

A fase de inspeção ocorre utilizando esse conhecimento a priori e mais alguma técnica de tomada de decisão para se dizer a qual corresponde o estado atual, entre os estados conhecidos a priori.

O que foi apresentado até aqui corresponde à forma geral de detecção e identificação de falha (comumente utilizada a sigla FDI, do inglês Fault Detection and Identification). Para o caso da simples detecção, que é o caso no qual este trabalho é mais focado, ele corresponde a uma simplificação do procedimento, bastando conhecer o estado íntegro e seu indicador, e, na fase de inspeção, decidir se o sistema está ou não nesse caso estado.



Figura 1.8: Procedimento completo de FDI



Figura 1.9: Procedimento de detecção de dano

Este trabalho é, então, concentrado no desenvolvimento de um método que seja capaz de fornecer uma resposta à questão da detecção de danos no sistema, ou seja, que possa dizer, sem ambigüidades, se o sistema está no seu estado íntegro ou não.

Entre os métodos mais conhecidos e utilizados dentro do contexto do SHM, convém destacar os métodos baseados em análise vibratória, nos quais se admite que a presença de um dano em uma estrutura reflete-se na modificação de seus parâmetros modais (frequências próprias, amortecimentos e formas de modo de vibração) (DOEBLING ET AL, 1998), e o diagnóstico sobre o estado da estrutura é feito então a partir de indicadores relacionados a esses parâmetros.

### 1.4 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia, tomando por base a identificação por subespaços através do processamento de sinais de um conjunto de sensores e atuadores, possibilitando um monitoramento com robustez e confiabilidade, do estado de integridade de uma estrutura mecânica, com ênfase para a detecção de trincas e o acompanhamento de sua propagação.

#### 1.5 Estrutura do texto

Tendo em vista toda a parte introdutória do tema, que forneceu elementos para situar o trabalho dentro de seu contexto, além de apresentar algumas das principais justificativas e motivações para a realização do mesmo, o texto desta dissertação é dividido em capítulos que seguem a evolução lógica e cronológica das atividades que foram realizadas.

No segundo capítulo da dissertação é feita uma revisão bibliográfica a respeito dos principais tópicos relacionados a este trabalho. Dentro desses tópicos, merecem destaque o Monitoramento da Integridade de Estruturas (também referido por Structural Health Monitoring – SHM) e também a Identificação de sistemas, que representam dois pilares principais para a realização do trabalho. Para esses dois tópicos é feita uma revisão relativamente ampla e independente, objetivando-se um melhor embasamento. Na sequência busca-se integrar os principais tópicos, mostrando alguns trabalhos onde a identificação por subespaços foi utilizada para se fazer o monitoramento da integridade de estruturas. No final desse capítulo é feita também uma revisão a respeito da geração e análise de resíduos de paridade, aplicados ao contexto do monitoramento da integridade de estruturas.

No terceiro capítulo, dedicado à modelagem teórica do trabalho, é apresentado e revisado todo o embasamento matemático sobre o qual o trabalho foi fundado. Primeiramente é descrito o modelo de estados, utilizado para descrever sistemas dinâmicos, no caso deste trabalho, as estruturas mecânicas. Na sequência, discute-se brevemente sobre conceitos de identificação de sistemas, a princípio de maneira mais geral, e depois são mostrados os fundamentos matemáticos envolvidos na identificação por subespaços, tendo em vista sistemas que utilizam modelo em estados.

Ainda no terceiro capítulo é proposta uma maneira mais eficiente de se fazer identificação por subespaços, empregando a utilização de FFT, como alternativa aos métodos convencionais. Também é proposta e discutida uma técnica de identificação que utiliza janelamento em frequência, como uma idéia para melhorar ainda mais a identificação por subespaços.

No final do terceiro capítulo são mostradas técnicas de geração de resíduos de paridade, que são utilizados neste trabalho como os indicadores capazes de sinalizar a presença de danos em estruturas. Uma síntese da metodologia desenvolvida no trabalho fecha esse capítulo.

O quarto capítulo é dedicado à análise experimental. Nesse capítulo é apresentada primeiramente a bancada utilizada neste trabalho, o que inclui uma descrição física do elemento de placa utilizado como estrutura de testes e um detalhamento a respeito da instrumentação que foi desenvolvida. Além disso, são mostradas as características dos elementos atuadores e sensores que foram empregados e é feita uma breve discussão a respeito dos sinais de excitação utilizados.

O quinto capítulo concentra toda a parte de resultados e discussões. No início do capítulo são mostradas análises preliminares, a respeito dos sinais de sensores e atuadores, além de serem apresentados os danos que foram introduzidos no elemento de teste. Nesse capítulo aparecem três ramos principais de estudo que foram conduzidos neste trabalho: identificação com janelamento em freqüência, comparação de métodos *input-output* e *output-only* e fusão de sinais de sensores e atuadores.

Para finalizar o texto, no sexto capítulo são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros. É feito um balanço geral da realização deste trabalho, apontando conclusões sobre alguns pontos de estudo que puderam ser bem analisados e também indicando alguns pontos em potencial que merecem ser melhor explorados em trabalhos futuros. Entre esses pontos estariam a utilização de um modelo computacional auxiliar e também de tecnologias embarcadas, além de elementos de inteligência artificial.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 Organização da revisão bibliográfica

A fim de melhor organizar este capítulo, primeiramente convém que se situe o tema dentro de outras maiores áreas de conhecimento com as quais ele está relacionado. Dessa forma, é possível ter uma visão mais global dos pontos tratados neste trabalho.

O tema principal deste trabalho é o estudo de métodos de identificação por subespaços, tendo como principal aplicação o monitoramento da integridade de estruturas. Nesse contexto, existem duas áreas de destaque, em que o trabalho se baseia:

- Structural Health Monitoring (SHM);
- Identificação de sistemas.

Além dessas áreas em destaque, existem outras sub-áreas que delimitam o escopo de pesquisa deste trabalho. Um mapeamento dessas áreas é mostrado na Figura 2.1.



Figura 2.1: Situação do estudo dentro de diferentes áreas

A área hachurada do diagrama da Figura 2.1 representa a região onde os conhecimentos envolvidos neste trabalho estão mais concentrados. Assim, a revisão bibliográfica está organizada de modo a que se siga um caminho de fora para dentro no desenvolvimento dos assuntos tratados.

### 2.2 Structural Health Monitoring (SHM)

Uma definição e algumas das principais vantagens da utilização do monitoramento da integridade de estruturas (ou *Structural Health Monitoring - SHM*) já foram citadas no capítulo anterior. Neste capítulo, serão revisados mais alguns aspectos presentes na literatura.

O monitoramento da integridade de estruturas é uma área que vem se desenvolvendo ao longo dos últimos 30 a 35 anos, a partir da necessidade do desenvolvimento de técnicas que pudessem fornecer um diagnóstico contínuo e preciso a respeito do estado de danos de estruturas (FARRAR E WORDEN, 2007).

Como provas de que essa área de pesquisa vem crescendo nos últimos anos, pode-se citar a organização de workshops internacionais bianuais em Structural Health Monitoring, organizados pela Universidade de Stanford, sendo o primeiro realizado em 1997.

Além disso, alguns autores têm feito algum esforço para compilar o conhecimento na forma de livros na área. Alguns exemplos são Adams (2007) e Balageas (2006), cobrindo uma literatura mais geral. Staszewski (2004) dá um enfoque maior na área de estruturas e materiais inteligentes voltados ao setor aeronáutico e Wenzel (2009) representa uma boa referência na área de monitoramento de pontes.

#### 2.2.1 SHM, estruturas e materiais inteligentes

O termo SHM muitas vezes vem associado ao conceito de estruturas inteligentes, capazes de monitorar não apenas o seu estado de dano, mas também as condições ambientais e de operação a que estão submetidas (FRITZEN, 2009).

As partes fundamentais de sistemas de monitoramento de estruturas são:

- Sensores;
- Atuadores;
- Processadores de informação;
- A própria estrutura.



Figura 2.2: Estrutura inteligente, com sensores e atuadores integrados (FRITZEN, 2009)

Classicamente, cada uma dessas partes fundamentais é constituída de elementos separados, de uso geral, montados quando necessário na estrutura, para a realização de testes de integridade estrutural.

Abordagens mais recentes admitem a utilização de elementos sensores e atuadores dedicados, montados permanentemente sobre a estrutura. Além disso, com a evolução da tecnologia embarcada, é possível até mesmo incorporar uma unidade de processamento e controle a esses dispositivos. Desta maneira, todas as partes fundamentais do sistema de monitoramento funcionariam como um único elemento, uma estrutura dotada de um certo nível de inteligência e capaz de interagir, através de redes de comunicação, com sistemas externos de controle e supervisão. Isso está ilustrado na Figura 2.3.

Em um estado mais avançado da tecnologia, a própria estrutura poderia ser capaz de agir, de modo a reduzir os efeitos de um possível dano, ou então poder se adaptar a diferentes condições (BALAGEAS, 2006).



Figura 2.3: Abordagens clássica e mais recente sobre estruturas inteligentes

#### 2.2.2 Monitoramento inteligente de estruturas

Um monitoramento inteligente e contínuo da integridade de estruturas mecânicas exige o desenvolvimento de diferentes técnicas de modelagem, aprendizado e reconhecimento de padrões (DOEBLING, 1996).

Segundo Worden (2007), com o volume de trabalhos produzido nos últimos tempos, a área de SHM já está desenvolvida a ponto de admitir um conjunto de axiomas que definem as premissas básicas do monitoramento estrutural inteligente, sendo eles:

- I. Todos os materiais possuem defeitos ou imperfeições inerentes.
- II. A avaliação de danos requer a comparação entre dois estados da estrutura.
- III. A identificação da existência e localização de um dano pode ser feita em um modo não supervisionado de aprendizado, mas a classificação do tipo de dano presente e a sua severidade, de maneira geral, podem ser feitas somente utilizando um aprendizado supervisionado.
- IV. (a) Sensores não podem medir danos. A extração de características através de processamento de sinais e classificação estatística é necessária para converter dados de sensores em informações de danos.
- IV. (b) Sem uma extração de características inteligente, quanto mais sensível a medição for a um dano, mais sensível será às mudanças das condições ambientais e operacionais.

- V. As escalas de tempo e de comprimento associadas ao início e evolução do dano ditam as propriedades requeridas para o sistema de sensoreamento utilizado em SHM.
- VI. Há um compromisso entre a sensibilidade ao dano de um algoritmo e a sua capacidade de rejeição de ruídos.
- VII. O tamanho do dano que pode ser detectado a partir de mudanças na dinâmica da estrutura é inversamente proporcional à freqüência de excitação. Assim, uma detecção em altas frequências será capaz de detectar danos de tamanho menor que uma detecção realizada em baixas frequências.

# 2.3 Métodos baseados em vibração

Os métodos baseados em vibração estão entre os mais utilizados para o monitoramento da integridade de estruturas mecânicas, por serem métodos que permitem uma análise mais global do estado da estrutura, não necessitando, por exemplo, de conhecimento a priori a respeito da localização de algum possível dano na estrutura (DOEBLING ET AL, 1998).

De uma maneira geral, esses métodos lidam com a modificação de parâmetros modais (formas de modo e frequências naturais) provocadas por alguma modificação na estrutura. Doebling (1998) lista alguns dos principais métodos encontrados na literatura e utilizados para a detecção, identificação e classificação de danos:

- Mudanças nas frequências naturais das estruturas
- Mudanças nas formas de modo
- Mudanças nas curvaturas de formas/ formas de modo de deformação
- Métodos baseados em flexibilidade medida dinamicamente
- Métodos baseados em atualização de parâmetros do modelo estrutural (model updating)

No primeiro dos métodos, é admitida que a alteração em propriedades estruturais causa uma mudança nas frequências naturais de vibração da estrutura. Entre os precursores das técnicas baseadas em vibração, podemos citar os trabalhos de Lifshitz e Rotem (1969) e também Cawley e Adams (1979).

Os métodos que realizam monitoramento da integridade de estruturas a partir da variação das formas de modo datam de 1984, quando West propôs o que seria um primeiro uso sistemático das formas de modo para a localização de danos em estruturas, sem a necessidade de um modelo de elementos finitos auxiliar. Nesse tipo de análise, geralmente se utiliza o MAC (Modal assurance criteria) como um indicador de mudanças estruturais (DOEBLING, 1996).

Os métodos que utilizam as curvaturas das formas de modo são interessantes para elementos em forma de vigas ou placas, uma vez que para estes, existe uma relação direta entre a curvatura das formas de modo e a sua flexão, de modo que alguns autores discutem questões práticas de se medir as deformações diretamente ou calculando a partir de deslocamentos e acelerações medidos na estrutura (DOEBLING, 1998).

A quarta classe de métodos de identificação de danos utiliza a matriz de flexibilidade, medida dinamicamente para estimar mudanças no comportamento estático da estrutura. Pelo fato de a matriz de flexibilidade ser definida como o inverso da matriz de rigidez, esta relaciona força com o deslocamento estrutural resultante. Assim, cada coluna da matriz de flexibilidade representa o padrão de deslocamento da estrutura associada a uma força unitária aplicada naquele grau de liberdade. A matriz de flexibilidade pode ser estimada a partir das formas de modo e frequências de ressonância, normalizados pela massa. Esse processo pode ser realizado a partir de medidas de um modelo físico ou de um modelo em elementos finitos (DOEBLING, 1998).

Por fim, uma quinta classe de métodos de identificação de danos em estruturas é baseada na modificação das matrizes do modelo estrutural (massa, rigidez e amortecimento, por exemplo), para reproduzir da melhor maneira possível a resposta estática ou dinâmica da estrutura, a partir dos dados disponíveis. Esses métodos resolvem para as matrizes atualizadas (ou perturbações no modelo nominal que produzem as matrizes atualizadas) através da formulação de um problema de otimização restrito, baseado nas equações de movimento, o modelo nominal, e os dados medidos. Comparações das matrizes atualizadas com as matrizes correlacionadas originalmente dão uma indicação de danos e podem ser utilizadas para quantificar a localização e extensão do dano (SOHN ET AL, 2003).



Figura 2.4: Diagrama esquemático do método de model updating (BALAGEAS, 2006)

O nível de detecção de danos pode ser feito através de um problema direto, ou seja, calculando deslocamentos das frequências naturais a partir de modificações estruturais conhecidas, simuláveis e reprodutíveis.

Para se fazer a localização e classificação de danos, muitas vezes deve-se recorrer a um problema inverso, ou seja, calcular os parâmetros de dano a partir das alterações nas frequências naturais do sistema. Algumas dificuldades de ordem matemática surgem, pois os problemas inversos são muito sujeitos a serem mal-condicionados, ou seja, não satisfazerem uma ou mais das seguintes condições: (i) admitir solução, (ii) solução única e (iii) pequenas variações nos dados medidos causam pequenas variações na solução do problema inverso (BALAGEAS, 2006).



Figura 2.5: Ilustração de problemas diretos e inversos em mecânica estrutural (BALAGEAS, 2006)

Outro tipo de problema estrutural inverso é a identificação de sistemas, que lida com a questão de como determinar as propriedades de um sistema a partir de dados de entrada e saída, que podem, muitas vezes, estarem corrompidos por ruído (BALAGEAS, 2006). Na seção a seguir é feita uma revisão mais detalhada a respeito de identificação de sistemas.

# 2.4 Identificação de sistemas

O termo *identificação de sistemas* foi introduzido por Zadeh, em 1962, que o definiu como a "determinação, na base de entradas e saídas, de um sistema dentro de uma especificada classe de sistemas, para o qual o sistema em teste é equivalente" (ZADEH, 1962).

Em outra definição, a identificação de sistemas é "uma área da ciência que lida com o problema de construir modelos matemáticos de sistemas dinâmicos a partir de dados observados desses sistemas" (LJUNG, 1987).

Dentro do contexto deste trabalho, toda estrutura mecânica pode ser modelada como um sistema dinâmico. Assim, o objetivo da identificação, neste caso, é obter um modelo matemático (paramétrico ou não), que descreva a estrutura, para as diferentes condições de danos.

#### 2.4.1 Um breve histórico sobre identificação de sistemas

Segundo Ljung (1996), a área de identificação de sistemas teve seu início no começo do século XIX, com o desenvolvimento do método dos mínimos quadrados, por Gauss, em 1809. Ele enumera quatro fases do desenvolvimento dos métodos de identificação de sistemas:

- - ... 1960: Desenvolvimento das raízes estatísticas;
- 1960 1970: Proliferação dos métodos de identificação;
- 1970 1985: Consolidação de teoria e prática de identificação de sistemas;
- 1985 ... : Aparecimento de novas idéias, sem raízes estatísticas.

Na primeira fase, basicamente todos os conceitos estatísticos essenciais à identificação de sistemas foram desenvolvidos, com destaque para o uso de mínimos quadrados em problemas de regressão linear e posteriormente a sua aplicação no desenvolvimento de modelos Auto-Regressivos (AR), por Mann e Wald, em 1943. Também estão contidos nessa fase alguns

conceitos e ferramentas para regressões não-lineares, como o método da máxima verossimilhança (*maximum likelihood method*), desenvolvido a partir de conceitos de Fisher (1912), Wald (1949) e Cramer (1946). Além disso, há também os métodos de aproximação estocástica, propostos por Robbins e Monro, do começo dos anos 1950, e que ainda são inspiração para métodos recursivos de identificação.

Na segunda fase do desenvolvimento dos métodos de identificação (1960-1970), existe uma "explosão de métodos", em conseqüência do amadurecimento dos conceitos desenvolvidos na fase anterior, do desenvolvimento de técnicas espectrais e de correlação e também o aparecimento de uma visão orientada a respeito de sistemas, tendo como base técnicas de realização, deconvolução e expansão da resposta ao impulso de sistemas. Também é dessa época a aplicação do método de máxima verossimilhança para séries temporais do tipo ARMAX.

Na terceira fase (1970-1985), existe uma maior preocupação em comparar e estabelecer conexões entre as diferentes abordagens disponíveis. Além disso, o desenvolvimento de software, acompanhado da evolução dos computadores, que permitiu a sua utilização cada vez menos limitada, possibilitou o desenvolvimento de pacotes computacionais para identificação de sistemas. Como conseqüência disso, melhorou-se o entendimento a respeito dos métodos já existentes, o que conduziu a uma natural comparação destes, no intuito de se estabelecer as melhores condições de utilização para cada caso.

Na fase mais recente do desenvolvimento de técnicas de identificação de sistemas, aparecem alguns tópicos de onde a pesquisa está sendo realizada:

- Métodos de subespaços para modelos em estados;
- Identificação para controle;
- Rejeição de propriedades médias de ruído;
- Modelos não-lineares do tipo "caixa preta";
- Utilização de dados no domínio da frequência.

### 2.5 Identificação por subespaços

A identificação por subespaços é uma das grandes famílias de métodos de identificação, que se baseia na projeção de espaços vetoriais dos sinais disponíveis de saída e entrada do sistema (VIBERG, 1995). Essa família de métodos surgiu a partir da utilização cada vez mais crescente da modelagem em estados aplicada a sistemas dinâmicos, como alternativa aos modelos em séries temporais (BALAGEAS, 1996).

Uma primeira divisão desses métodos seria:

- métodos input-output: levam em consideração sinais tanto de excitação do sistema, quanto os sinais de saída, captados por sensores;
- métodos output-only: métodos que utilizam apenas os sinais de saída do sistema, utilizados quando os sinais de entrada do sistema não estão acessíveis.

Métodos do tipo *output-only* são recomendados para os casos em que os sinais de excitação não são conhecidos ou mensuráveis. Isso pode acontecer em casos de estruturas excitadas por fatores naturais. Por exemplo, pode ser utilizada a excitação causada pelo vento, no caso de uma ponte.

Nesses métodos, são calculadas realizações de modelos de estados que representem a dinâmica de um sistema. Assim, as bases para o desenvolvimento de tais métodos se deram a partir de estudos sobre a modelo de estados de sistemas e de teoria de realização, técnicas que surgiram na área de controle, a partir de meados do século XX.

No seu trabalho de doutorado, no começo dos anos 90, Van Overschee faz um estudo sobre métodos de identificação para sistemas lineares, o que deu origem a um livro que é uma das principais referências na área (VAN OVERSCHEE E DE MOOR, 1996). Nesse mesmo livro, ele faz uma lista dos principais trabalhos que influenciaram os métodos de identificação por subespaços, mostrada na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Sumário das principais contribuições para o desenvolvimento dos métodos de identificação por subespaços (Adaptado de VAN OVERSCHEE E DE MOOR, 1996).

Ano	Nome	Contribuição	Área
1809	Gauss	Mínimos Quadrados	Estatística
1873	Beltrami	SVD	Álgebra
1874	Jordan	SVD	Álgebra
1875	Jordan	Ângulos entre subespaços	Álgebra
1883	Gram	Decomposição QR	Álgebra
1885	Sylvester	SVD	Álgebra
1907	Schimidt	Decomposição QR	Álgebra
1913	Autonne	SVD	Álgebra
1936	Eckhart	SVD	Física
1936	Hotelling	Correlações canônicas	Estatística
1960	Kalman	Filtro de Kalman	Teoria de Sistemas
1965	Golub/Kahan	Algoritmos para SVD	Álgebra Linear
1966	Ho/Kalman	Realização	Teoria de Sistemas
1974	Zeiger/McEwen	SVD e Realização	Teoria de Sistemas
1974	Akaike	Realização estocástica	Estatística
1976	Box-Jenkins	Modelos Box-Jenkins	Estatística
1976	Faure	Sistemas lineares estocásticos	Teoria de Sistemas
1978	Kung	Teoria de Realização	Teoria de Sistemas
1986	Willems	Abordagem comportamental	Teoria de Sistemas
1987	Ljung	Erro de Predição	Teoria de Sistemas

Como pode ser visto na Tabela 2.1, o conhecimento necessário para que se desenvolvessem os métodos de identificação por subespaços data já do século XIX. No entanto, foi somente com os grandes avanços da computação, ocorridos nas décadas de 1970 e 1980 que os métodos puderam ser efetivamente aplicados para a identificação de sistemas, nas mais diversas áreas.

Entre os principais métodos de subespaços para a identificação de sistemas estão (KATAYAMA, 2005):

- MOESP (Multivariable Output-error state-space model identification), proposto por Verhaegen em 1991 (VERHAEGEN, 1991/1993);
- N4SID (Subspace-based state-space system identification), fruto dos trabalhos de Van Overschee e De Moor, primeiramente publicados em 1994.

# 2.6 Identificação por subespaços aplicada ao monitoramento de estruturas

Com o desenvolvimento dos métodos de identificação por subespaços, em meados da década de 1990, abriu-se caminho para uma nova geração de métodos de análise modal, bastante úteis para o monitoramento da integridade de estruturas, nos seus mais diversos campos de aplicação. Nesta seção é feita uma revisão de alguns dos principais trabalhos encontrados na literatura, sobre identificação por subespaços aplicada ao monitoramento da integridade de estruturas.

Um dos primeiros trabalhos que envolveu o monitoramento de estruturas utilizando métodos de subespaços foi apresentado por Peeters no ISMA (International Seminar on Modal Analysis) de 1996. Neste trabalho, foi feita a identificação de uma viga de concreto com 6 metros de compimento, que foi submetida a um trincamento gradual, causado por cargas estáticas aplicadas no meio da viga. Foram utilizados métodos por modelos polinomiais e identificação por subespaços, para os casos íntegro e com dano.



Figura 2.6: Modelo experimental do trabalho de Peeters (1996)

Ainda entre os primeiros trabalhos que relatam a utilização de métodos de subespaços para o monitoramento de estruturas, em âmbito internacional, foram apresentados no IMAC (International Modal Analysis Conference) de 1997, tendo como autor principal Maher Abdelghani, do INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique), localizado em Rennes, França.

No primeiro destes dois trabalhos, (ABDELGHANI ET AL, 1997a), uma abordagem baseada em identificação de sistemas foi aplicada ao diagnóstico de estruturas mecânicas e de máquinas rotativas, em condições de operação. Para ilustrar a validade e eficácia do método, esta referência mostrou alguns resultados experimentais obtidos para uma estrutura flexível.

O segundo dos trabalhos apresentados por Abdelghani no IMAC 1997 (ABDELGHANI ET AL, 1997b) seguia a mesma linha do primeiro, fazendo a identificação modal de uma estrutura flexível, utilizando dois métodos diferentes de subespaços, o MOESP e o N4SID. Além disso, foi feita uma comparação com resultados obtidos através do ERA/OM. Um trabalho bastante parecido foi publicado na Mechanical Systems and Signal Processing, no ano seguinte (ABDELGHANI ET AL, 1998). Um detalhe interessante neste ponto: não por acaso, o título da tese de doutorado de Abdelghani foi "Identification temporelle des structures: approche des

algorithmes sous-espace dans l'espace d'état" ("Identificação temporal de estruturas: abordagem dos algoritmos de subespaços no modelo de estados").

Esses são os dois trabalhos em que os métodos de subespaços são utilizados para identificar estruturas mecânicas, mas o mesmo grupo já vinha, há alguns anos, estudando métodos de monitoramento em sistemas, utilizando análise de vibração. Em dois trabalhos apresentados ao IFAC de 1991, são propostos métodos de diagnósticos de mudanças em sistemas, utilizando métodos baseados em vibração (DEVAUCHELLE-GACH ET AL, 1991) e detecção de falhas utilizando abordagem min-max (WAHNON ET AL, 1991). Além disso, consta a publicação de um trabalho sobre o monitoramento *in situ* de sistemas baseados em vibração (BASSEVILLE ET AL, 1993).

No trabalho apresentado no IMAC de 1999, o mesmo grupo de pesquisa do IRISA (Institut de recherche en informatique et systèmes aléatoires – Instituto de pesquisa em informática e sistemas aleatórios, do qual fazem parte alguns dos pesquisadores citados nos trabalhos pioneiros da área) apresenta trabalhos utilizando métodos do tipo *output-only*, realizando a análise de uma estrutura de avião, excitada com ruído branco (ABDELGHANI ET AL, 1999).

Peeters e De Roeck (1999) propõem um método baseado em referências, para possibilitar a estimação de formas de modo, através de sensores de referência, utilizando métodos do tipo *output-only*. No ano seguinte, o mesmo grupo realiza um estudo comparativo entre o método de subespaços estocástico e o método de densidade espectral de potência médio, para uma estrutura na forma de prédio de 15 andares. Nesse estudo, foi comprovado que o método de subespaços funciona melhor para identificação de formas de modo e coeficiente de amortecimento (DE ROECK ET AL, 2000).

Trabalhos sobre monitoramento de pontes e de estruturas civis começam a aparecer na literatura no ano 2000, com os trabalhos de Mevel (MEVEL ET AL, 2000) e Brincker (BRINCKER ET AL, 2000a). Esses dois trabalhos têm em comum a característica de utilizarem a excitação ambiente para realizar a análise. No primeiro trabalho, é feita a detecção de danos real na ponte Z24, localizada na Suíça. Em um trabalho semelhante (NDAMB ET AL, 2000), utilizando como referência a mesma estrutura, é feito um estudo comparativo entre métodos de subespaços e métodos tradicionais, utilizando FRF. Em outro trabalho de Brincker (BRINCKER

ET AL, 2000b), é realizada uma análise em uma estrutura de prédio, também utilizando a excitação ambiente.



Figura 2.7: Ponte Z24, objeto de alguns estudos em SHM

Também no ano 2000, o grupo de Basseville publica um trabalho sobre algoritmo de detecção de danos baseados em subespaços, aplicados ao monitoramento de estruturas. A metodologia de subespaços empregada foi a mesma dos trabalhos anteriores do grupo, já citados nesta seção. A novidade deste artigo foi a sugestão de um resíduo de paridade utilizado como indicador de danos na estruturas. Além disso, são feitos cálculos de sensibilidade dos resíduos com relação aos parâmetros modais da estrutura. Uma continuação desse trabalho é feita em

2004, relacionando a detecção de danos a modelos de estruturas em elementos finitos (BASSEVILLE ET AL, 2004).

Em um trabalho de 2001, o grupo de Basseville propõe a utilização de diagramas de estabilização como ferramentas auxiliares para a identificação de estruturas baseada em métodos de subespaços. São mostrados (não muito claramente), resultados obtidos para uma ponte, para um modelo de helicóptero e para o lançador de foguetes ARIANE V (resultados preliminares desses estudos haviam sido apresentados por Goursat, em 1999).



Figura 2.8: Lançador de satélites Ariane V (direita, ESA) e diagrama de estabilização, do módulo do tanque de combustível (esquerda, BASSEVILLE ET AL, 2001)

Em 2002, Mevel publica dois artigos bastante parecidos (MEVEL ET AL, 2002 a/b), tratando de identificação, utilizando excitação não estacionária e juntando informações de diferentes grupos de sensores. Nesses trabalhos são mostrados dois resultados principais, sendo o primeiro, a identificação da ponte Z24; e o segundo, a identificação mais detalhada de uma estrutura na forma de prédio, construída em aço. Esse segundo resultado também aparece em um trabalho do IMAC de 2002 (MEVEL ET AL, 2002c).

Em um trabalho de 2004, Yan propõe a utilização de um filtro de Kalman para processar o sinal de acelerômetros em uma estrutura aeronáutica. O método de subespaços é utilizado nesse trabalho para construir o modelo do filtro de Kalman, a partir de dados adquiridos

experimentalmente. Para realizar uma detecção online, é utilizado o erro de predição do filtro, associado a um processamento estatístico deste. Além da análise na estrutura aeronáutica, é realizada uma análise para a ponte Z24.



Figura 2.9: Estrutura utilizada no trabalho de Mevel, 2002.

Uma abordagem Multiple-Input Multiple-output aparece no trabalho de Yoshimoto (2005). Nesse trabalho é proposta a utilização da técnica de subespaços MOESP para a realização da análise modal de um prédio, primeiramente utilizando um modelo experimental simplificado, de bancada, e posteriormente, em um prédio real, de 7 andares, equipado com um sistema de monitoramento via internet (Figura 2.10).

Yan e Golinval (2005) propuseram um método para localização de danos em estruturas, utilizando o método de subespaços para obter os parâmetros modais e, a partir destes, obter a matriz de flexibilidade e a matriz de rigidez. Para a validação do método, são utilizados alguns modelos: (i) uma viga em elementos finitos, (ii) um modelo de ponte de 3 vãos em elementos finitos e (iii) um modelo experimental de uma estrutura aeronáutica. Nesse trabalho também são utilizados diagramas de estabilização, como ferramentas auxiliares para a análise da identificação.



Figura 2.10: Prédio monitorado no trabalho de Yoshimoto (2005)



Figura 2.11: Bancada experimental do trabalho de Yan e Golinval

Em 2006, é publicado um trabalho comparando métodos do tipo *input/output* e *output-only* para a identificação de estruturas (MEVEL ET AL, 2006). Nesse trabalho, são testadas diferentes maneiras de se fazer a projeção em subespaços, levando em consideração os sinais de entrada e de saída (tipo input-output), tanto para dados obtidos em bancadas de laboratório, quanto para dados obtidos por meio de excitação ambiente não-linear. Esse estudo mostra em quais condições se torna mais vantajoso utilizar um método ou outro.

A questão da fusão de dados de sensores na identificação por subespaços é abordada por Basseville em um artigo de 2007. Nesse artigo, são discutidas algumas das aplicações onde os métodos de subespaços já foram empregados com sucesso. Em outro artigo do mesmo ano e da mesma autoria, é abordada a questão da identificação de estruturas em vôo, e as implicações decorrentes da excitação não estacionária desses sistemas.

O trabalho do grupo de Deramaeker (2008) lida com o problema da detecção de danos utilizando métodos do tipo *output-only* em sistemas sujeitos a mudanças ambientais. Nesse trabalho é utilizado um conceito interessante de filtros modais (DERAMAEKER E PREUMONT, 2006), além de tratamento e aquisição de dados de múltiplos sensores. É realizada a simulação de um modelo de ponte, sujeito a mudanças ambientais e a ruídos de medição.



Figura 2.12: Modelo de ponte utilizado no trabalho de Deramaeker (2008)

A questão da variação ambiental também esteve presente nos últimos trabalhos realizados por Balmès. Em um trabalho de 2008, é proposta a junção de dados de sensores obtidos a partir de diferentes cenários de temperatura, como uma maneira de tornar a detecção de danos menos sensível a mudanças na estrutura, ocasionadas por variações ambientais. Na seqüência, um trabalho publicado no ano seguinte trata da rejeição a parâmetros de ruído, a partir de uma técnica proposta em um artigo de Basseville (2002).

#### 2.7 Detecção e identificação de falhas via redundâncias

A utilização de redundâncias analíticas para a detecção e identificação de falhas em sistemas dinâmicos tem início nos trabalhos de Willsky, na década de 1970 (WILLSKY, 1976).

De maneira geral, esses métodos se baseiam em duas etapas: geração e avaliação dos resíduos ou indicadores de falhas. Esses métodos consistem em gerar um vetor de sinalização de falhas, também conhecido por resíduo, que representa a diferença entre o comportamento observado e o comportamento esperado do sistema.

O modelo matemático utilizado nesses métodos é geralmente linear, mas os resíduos podem também ser gerados a partir de equações diferenciais não-lineares que descrevam o sistema, da maneira mais completa possível, e que levem em consideração as diferentes perturbações que possam estar presentes no sistema.

O procedimento de detecção de uma falha consiste em obter um resíduo que seja diferente de zero no caso da presença de uma falha, e tende a zero no caso de um funcionamento normal do sistema. Sendo então  $\{r(t)\}$  esse resíduo, se faz necessário verificar a condição seguinte:

 $\{r(t)\} = \{0\}$  para uma estrutura em estado íntegro

 $\{r(t)\} \neq \{0\}$  para uma estrutura com falha

Cabe ressaltar que o zero absoluto é, na prática, inatingível, o que nos motiva a buscar alternativas para avaliar o quanto o resíduo está próximo de zero. Uma boa maneira de se fazer isso é recorrendo a intervalos de confiança, obtidos estatisticamente.

#### 2.7.1 Geração de resíduos através das relações de paridade

As relações de paridade estão fundadas na redundância analítica, que explora a paridade (coerência) das equações matemáticas que descrevem um sistema dinâmico. Essas redundâncias podem ser de três tipos diferentes (MECHBAL, 2007):

- Redundância direta: é o caso onde há mais medidas disponíveis do que o número de variáveis a observar. O resíduo pode ser gerado então diretamente das medidas redundantes.
- Redundância estática: utiliza relações algébricas estáticas entre os atuadores e sensores para descrever o comportamento do sistema.
- Redundância dinâmica: utiliza um modelo dinâmico do sistema e explora as relações íntegro-diferenciais entre as medidas.

#### 2.7.2 Aplicação da geração e análise de resíduos de paridade em SHM

Uma classificação dos métodos de diagnóstico aplicados a estruturas mecânicas é apresentada no livro de Balageas (2006) e está esquematizada na Figura 2.13. É na família dos métodos baseados em modelos que estão inseridos os métodos baseados em redundância analítica, sendo que estes fazem parte do ramo dos métodos quantitativos.



Figura 2.13: Classificações de métodos de diagnósticos (BALAGEAS, 2006)

Na área de detecção de danos em estruturas, Basseville (2000) propõe uma metodologia para a geração de resíduos de paridade a partir do espaço nulo da matriz de observabilidade do modelo do sistema. Essa metodologia foi desenvolvida a partir de algumas bases apresentadas em trabalhos anteriores (BASSEVILLE 1993; BASSEVILLE 1998). Trabalhos mais recentes do seu

grupo aplicam essas técnicas ao monitoramento de estruturas aeronáuticas, lançadores de foguetes e de pontes.

Em um artigo de 2006, Yan e Golinval propõem indicadores de danos baseados em espaços nulos, comparando com métodos de componente principal e aplicando a estruturas aeronáuticas. Seguindo a mesma linha, uma série de métodos de geração de resíduos para detecção de danos em estruturas é discutida em um artigo de Fassois (2007), utilizando métodos baseados principalmente em séries temporais.

# **3 MODELAGEM TEÓRICA**

#### 3.1 Modelagem dinâmica de estruturas mecânicas

Toda estrutura mecânica pode ser vista como uma função que relaciona esforços com deslocamentos, velocidades e acelerações em certos pontos de interesse da estrutura, conforme ilustrado na Figura 3.1 (GAWRONSKI, 2004).



Figura 3.1: Representação em bloco de uma estrutura mecânica

A partir do balanço das forças inerciais, de amortecimento, elásticas e externas atuantes nos corpos integrantes de uma estrutura mecânica, é possível chegar à equação diferencial que descreve a dinâmica do sistema:

$$[M_m]\{\ddot{x}\} + [C_m]\{\dot{x}\} + [K_m]\{x\} = \{u\}$$
(1)

Como exemplo, é mostrado um sistema massa-mola-amortecedor de 3 graus de liberdade ( $n_{el} = 3$ ), na Figura 3.2 (INMAN, 2001).



Figura 3.2: Sistema massa-mola-amortecedor de 3 graus de liberdade

Para esse sistema, é possível escrever:

$$[M_{m}] = \begin{bmatrix} m_{1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{3} \end{bmatrix}$$
$$[K_{m}] = \begin{bmatrix} k_{1} + k_{2} & -k_{2} & 0 \\ -k_{2} & k_{2} + k_{3} & -k_{3} \\ 0 & -k_{3} & k_{3} \end{bmatrix}$$
$$[C_{m}] = \begin{bmatrix} c_{1} + c_{2} & -c_{2} & 0 \\ -c_{2} & c_{2} + c_{3} & -c_{3} \\ 0 & -c_{3} & c_{3} \end{bmatrix}$$
$$\{x\} = \begin{cases} x_{1} \\ x_{2} \\ x_{3} \end{cases}, \{\dot{x}\} = \begin{cases} \dot{x}_{1} \\ \dot{x}_{2} \\ \dot{x}_{3} \end{cases}, \{\ddot{x}\} = \begin{cases} \ddot{x}_{1} \\ \dot{x}_{2} \\ \dot{x}_{3} \end{cases}, \{\ddot{x}\} = \begin{cases} \ddot{x}_{1} \\ \ddot{x}_{2} \\ \dot{x}_{3} \end{cases} \}$$
$$\{u\} = \begin{cases} f_{1} \\ f_{2} \\ f_{3} \end{cases}$$

# 3.1.1 Modelo em estados de sistemas em tempo contínuo

A representação em estados de um sistema intercorrelaciona as entradas e saídas do sistema através de um sistema de equações matriciais de 1ª ordem da forma:

$$\begin{cases} \{\dot{X}\} = [A]\{X\} + [B]\{u\} \\ \{Y\} = [C]\{X\} + [D]\{u\} \end{cases}$$
(2)

De maneira mais genérica, ainda pode ser considerada a presença de ruídos de processo e de medida, resultando no sistema descrito pela Equação (3):

$$\begin{cases} \{X\} = [A]\{X\} + [B]\{u\} + \{v\} \\ \{Y\} = [C]\{X\} + [D]\{u\} + \{w\} \end{cases}$$
(3)

O sistema, cujo modelo na representação em estados é mostrado na Equação (3) é ilustrado na Figura 3.3.



Figura 3.3: Modelagem em estados de uma estrutura, em tempo contínuo

Para se obter o modelo de estados a partir do sistema mecânico descrito na Equação (1), é necessário se fazer uma transformação, com o objetivo de abaixar a ordem de 2 para 1. Sejam:

$$\{X\} = \begin{cases} \{x\}\\ \{\dot{x}\} \end{cases}, \{\dot{X}\} = \begin{cases} \{\dot{x}\}\\ \{\ddot{x}\} \end{cases}$$
(4)

As acelerações podem ser calculadas a partir da Equação (1):

$$\{\ddot{x}\} = -[M_m]^{-1}[K_m]\{x\} - [M_m]^{-1}[C_m]\{\dot{x}\} + [M_m]^{-1}\{u\}$$
(5)

Utilizando a Equação (5) na Equação (4), tem-se:

$$\begin{cases} \dot{x} \\ \{\ddot{x}\} \end{cases} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{cases} \{x\} \\ \{\dot{x}\} \end{cases} + \begin{bmatrix} \{0\} \\ [M]^{-1} \end{bmatrix} \{u\}$$
 (6)

Seguindo a notação da Equação (2), é possível chegar às matrizes do modelo de estados da estrutura:

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix}; [B] = \begin{bmatrix} \{0\} \\ [M]^{-1} \end{bmatrix}$$

#### 3.1.2 Modelo em estados de sistemas com amostragem

Até aqui, a estrutura mecânica foi descrita utilizando-se um modelo contínuo no tempo. Na prática, a aquisição de dados não é contínua no tempo, de modo que se faz necessário levar em consideração a amostragem, de modo a transformar o sistema em tempo contínuo em um sistema amostrado no tempo. Isso faz com que a equação diferencial que descreve o sistema se torne uma equação a diferenças.

Seja  $\tau$  o período de amostragem de tempo, então as matrizes do modelo de estado tornamse (KATAYAMA, 2005):

$$[A_d] = \exp([A]\tau) \tag{7}$$

$$[B_d] = \left( \int_0^\tau \exp([A_c](k\tau + \tau - s)) ds \right) [B_c] = [A]^{-1} ([A_d] - [I]) [B]$$
(8)

O produto da Equação (8) é válido no caso da matriz [A] ser invertível.

Assim, o sistema da Equação (3) torna-se:

$$\begin{cases} \{X_{k+1}\} = [A_d]\{X_k\} + [B_d]\{u_k\} + \{v_k\} \\ \{Y_k\} = [C]\{X_k\} + [D]\{u_k\} + \{w_k\} \end{cases}$$
(9)



Figura 3.4: Modelagem em estados de uma estrutura, em tempo discreto

#### 3.1.3 Função de transferência

Outra modelagem possível para um sistema linear é a função de transferência, que relaciona de maneira mais direta pares de entradas e saídas do sistema.

Um tipo de função de transferência é a Função Resposta em Frequência, que relaciona um sinal de entrada com um sinal de saída, no domínio da frequência. Para o caso de um sistema SISO (Single-Input Single-Output), a função é escalar, como visto na equação abaixo.

$$Y(s) = T(s)U(s) \tag{10}$$

Para o caso de um sistema MIMO, onde há múltiplas entradas e saídas, a função de transferência é matricial, da seguinte forma:

$$\{Y(s)\} = [T(s)]\{U(s)\}$$
(11)

A Função de transferência pode ser obtida de um modelo em estados, como descrito na Equação (2). Aplicando transformada de Laplace, e utilizando o operador  $s = j\omega$ , é possível chegar à função de transferência matricial que relaciona entradas e saídas (OGATA, 2002).

$$[T(\omega)] = [C](j\omega I - A)^{-1}[B] + [D]$$
(12)

Uma função de transferência assim está mais próxima do conceito de bloco, como foi ilustrado na Figura 3.1. Da mesma maneira como foi feito com a modelagem em estados, a Função de Transferência da Equação (12) pode ser escrita no tempo discreto, utilizando a Transformada z.

$$[T(z)] = [C](zI - A_d)^{-1}[B_d] + [D]$$
(13)

#### 3.1.4 Comportamento de sistemas dinâmicos em relação à vibração

Uma característica dos sistemas dinâmicos como os descritos na seção anterior é a presença de picos de ressonância no domínio da frequência, associados aos pólos das funções de transferência. A análise modal de uma estrutura se baseia na identificação desses picos de transferência, juntamente com as formas de modo de vibração das estruturas, conjunto chamado de parâmetros modais (HEYLEN ET AL, 1999).

As frequências naturais e formas de modo de vibração de uma estrutura estão ligadas aos autovalores e autovetores da matriz de estados, respectivamente, obtidos pela decomposição espectral mostrada na Equação (14) (EWINS, 2000).

$$[A_d] = [\Psi][\lambda_d][\Psi]^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\Pi \Pi = [(-)] - (-)]$$

$$(14)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n_x} \end{bmatrix}; [\Psi] = \begin{bmatrix} \{\psi_1\} & \{\psi_2\} & \cdots & \{\psi_{n_x}\} \end{bmatrix}$$
(15)

Lembrando que a matriz de estados é de um sistema discreto, seus pólos correspondem a pólos de um sistema discreto (no plano z). Para voltar ao tempo contínuo, deve ser utilizado o mapeamento inverso da discretização, o que dá as frequências naturais associada aos autovalores da matriz de estados do sistema.

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi\tau} = \frac{\left|\ln(\lambda_i)\right|}{2\pi\tau} \tag{16}$$

A matriz de formas de modo do sistema é dada por:

$$[\Phi] = [C][\Psi] \tag{17}$$

Cada um dos vetores da matriz de formas de modo contém em si a informação de como o sistema vibra, para uma determinada frequência natural.

#### 3.1.5 Realizações e equivalência de modelos

A um conjunto de matrizes ([A], [B], [C], [D]) que descrevem um sistema em modelo de estados é chamada uma realização do sistema. Dois sistemas podem ser considerados equivalentes se houver uma transformação de similaridade entre eles, de modo que ambos tenham os mesmos parâmetros modais associados (AKAIKE, 1974).

Pode-se provar uma realização  $([\overline{A}], [\overline{B}], [\overline{C}], [\overline{D}])$  representa um sistema equivalente à realização ([A], [B], [C], [D]), desde que se verifiquem as condições (KATAYAMA, 2005):

$$[\overline{A}] = [T_m]^{-1}[A][T_m]$$

$$[\overline{B}] = [T_m]^{-1}[B]$$

$$[\overline{C}] = [C][T_m]$$

$$[\overline{D}] = [D]$$
(18)

 $[T_m]$  é uma matriz arbitrária não singular, portanto existe uma infinidade de realizações para um mesmo sistema. Essa matriz de transformação pode ser utilizada para colocar o sistema em uma forma conveniente, como o caso de formas canônicas (observável, controlável ou diagonal), conforme descritas em Ogata (2002).

# 3.2 Identificação de sistemas dinâmicos

#### 3.2.1 Problema da identificação de sistemas

A identificação de sistemas visa a obtenção de um modelo que correlacione dados de entrada e de saída medidos. Dependendo da modelagem adotada, a identificação pode ser paramétrica ou não-paramétrica. As modelagens paramétricas visam à obtenção de um conjunto de parâmetros { $\theta$ } que minimize a predição da saída a partir das entradas (LJUNG, 1987).

Como exemplos de modelagens paramétricas, podem ser citadas as séries temporais (como ARMA, ARMAX e todas as suas variantes) e os métodos de subespaços. No ramo das modelagens não paramétricas, estão figuradas as FRF experimentais.

Utilizando a representação em estados da estrutura, o objetivo da identificação será obter um conjunto de matrizes, ou uma realização do sistema, que possua os mesmos parâmetros estatísticos de segunda ordem que os conjuntos de dados (VAN OVERSCHEE E DE MOOR, 1996).

# 3.3 Identificação por subespaços

Os métodos de identificação por subespaços são aqueles baseados na projeção de subespaços vetoriais. Na literatura atual, existe uma coleção de métodos e uma variedade de denominações diferentes (KATAYAMA, 2005; VAN OVERSCHEE E DE MOOR, 1996).

Uma grande vantagem dessa família de métodos, diferentemente de métodos baseados em erros de predição e séries temporais (LJUNG, 1987), é que não existe a necessidade de empregar algoritmos de otimização, o que permite a implementação de maneira recursiva desses métodos (FASSOIS, 2008).

#### 3.3.1 Método output-only

Este método tem como principais referências os trabalhos de Basseville (BASSEVILLE 2000, 2001 e 2004). No método *output-only* são computados apenas os sinais de saída do sistema. Considerando então um conjunto de N observações feitas de determinada saída do sistema:

$$\{\mathbb{Y}_{N}\} = \begin{bmatrix} \{Y_{0}\}\\ \{Y_{1}\}\\ \vdots\\ \{Y_{N-1}\} \end{bmatrix}$$
(19)

Para calcular os parâmetros estatísticos desse conjunto, é utilizada uma janela retangular deslizante, de comprimento l (onde  $l \ll N$ ):

$$\{\mathbb{Y}_{k,\ell}\} = \begin{bmatrix} \{Y_k\} \\ \{Y_{k+1}\} \\ \vdots \\ \{Y_{k+l-1}\} \end{bmatrix}$$
(20)

Essa janela, por sua vez, pode ser particionada em um horizonte passado  $(\{\mathbb{P}_{k,q}\})$  e um horizonte futuro  $(\{\mathbb{F}_{k,p+1}\})$ , de comprimentos  $q \in p$ , respectivamente:

$$\{\mathbb{F}_{k,p}\} = \begin{bmatrix} \{Y_k\} \\ \{Y_{k+1}\} \\ \vdots \\ \{Y_{k+p-1}\} \end{bmatrix}; \{\mathbb{P}_{k,q}\} = \begin{bmatrix} \{Y_{k-1}\} \\ \{Y_{k-2}\} \\ \vdots \\ \{Y_{k-q}\} \end{bmatrix}$$
(21)

Fazendo a covariância entre o horizonte passado e o horizonte futuro, obtém-se:

$$E_{k} \left[ \{ \mathbb{F}_{k,p} \} \quad \{ \mathbb{P}_{k,q} \}^{T} \right] = \left[ \begin{cases} \{Y_{k}\} \{Y_{k-1}\}^{T} & \{Y_{k}\} \{Y_{k-2}\}^{T} & \dots & \{Y_{k}\} \{Y_{k-q}\}^{T} \\ \{Y_{k+1}\} \{Y_{k-1}\}^{T} & \{Y_{k+1}\} \{Y_{k-2}\}^{T} & \dots & \{Y_{k+1}\} \{Y_{k-q}\}^{T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \{Y_{k+p-1}\} \{Y_{k-1}\}^{T} & \{Y_{k+p-1}\} \{Y_{k-2}\}^{T} & \dots & \{Y_{k+p-1}\} \{Y_{k-q}\}^{T} \end{bmatrix}$$

$$(22)$$

Considerando as propriedades de simetria e de independência com relação a k, a matriz se torna uma matriz de Hankel:

$$[H_{p,q}] = \begin{bmatrix} [\Lambda_1] & [\Lambda_2] & \cdots & [\Lambda_q] \\ [\Lambda_2] & [\Lambda_3] & \cdots & [\Lambda_{q+1}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\Lambda_p] & [\Lambda_{p+1}] & \cdots & [\Lambda_{p+q}] \end{bmatrix}$$
(23)
$$[\Lambda_i] = E[\{Y_{k+i}\} \quad \{Y_k\}^T]$$
(24)

Na prática, dispondo-se de um conjunto finito de dados, a covariância deve ser estimada por:

$$[\hat{\Lambda}_{i}] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \{Y_{k+i}\} \{Y_{k}\}^{T}$$
(25)

A escolha dos horizontes passado e futuro (dimensões p e q) são arbitrárias, sendo uma boa opção escolher p e q iguais, e p igual à ordem do sistema que se deseja identificar. Para maiores detalhes, verificar Basseville (2000).

A utilização da matriz de Hankel de autocorrelação ao invés de autocovariância pode melhorar a robustez em relação à magnitude do sinal. Como a matriz de autocorrelação é apenas a normalização da matriz de autocovariância do sinal de saída pela sua energia, ou seja, um múltiplo escalar desta, não existe diferença entre os cálculos com uma ou com outra.

Para o caso especial em que a matriz de Hankel das autocovariâncias (ou autocorrelações) possuir uma única coluna, esse vetor representa a função resposta ao impulso do sistema, e contem todas as informações sobre os parâmetros modais do sistema.

#### 3.3.2 Cálculo das matrizes do sistema a partir da matriz de Hankel

Os termos da matriz de Hankel podem ser reescritos como:

$$[\Lambda_i] = E[([C] \{X_{k+i}\} + \{v_{k+i}\}) \quad \{Y_k\}^T] [\Lambda_i] = [C] E[\{X_{k+i}\} \quad \{Y_k\}^T] + E[\{v_{k+i}\} \quad \{Y_k\}^T]$$
(26)

Por conta da independência do ruído da (k+i)-ésima medida com a k-ésima medida, esse termo é zerado, o que permite de reescrever :

$$[\Lambda_i] = [C]E[\{X_{k+i}\} \ \{Y_k\}^T]$$
(27)

$$\{X_{k+1}\} = [A_d]\{X_k\} + \{w_k\}$$

$$\{X_{k+2}\} = [A_d]\{X_{k+1}\} + \{w_{k+1}\} = [A_d]^2\{X_k\} + [A_d]\{w_k\} + \{w_{k+1}\}$$

$$\{X_{k+3}\} = [A_d]\{X_{k+2}\} + \{w_{k+2}\} = [A_d]^3\{X_k\} + [A_d]^2\{w_k\} + [A_d]\{w_{k+1}\} + \{w_{k+2}\}$$

$$\dots$$

$$\{X_{k+i}\} = [A_d]^{i-1}\{X_{k+1}\} + [A_d]^{i-1}\{w_{k+1}\} + [A_d]^{i-2}\{w_{k+2}\} + \dots + \{w_{k+i}\}$$

$$\dots$$

$$(28)$$

Sabendo que a média do ruído é nula, pode-se escrever:

$$[\Lambda_{i}] = [C]E[([A_{d}]^{i-1} \{X_{k+1}\} + [A_{d}]^{i-1} \{w_{k+1}\} + [A_{d}]^{i-2} \{w_{k+2}\} + \dots + \{w_{k+i}\}) \{Y_{k}\}^{T}]$$

$$= [C]E[([A_{d}]^{i} \{X_{k}\}) \{Y_{k}\}^{T}]$$

$$(29)$$

$$[\Lambda_{i}] = [C][A_{d}]^{i-1}E[\{X\}_{k+1} \quad \{Y_{k}\}^{T}]$$
(30)

Definindo [G]:

$$[G] = E[\{X_{k+1}\} \ \{Y_k\}^T]$$
(31)

Tem-se então:

$$[\Lambda_i] = [C][A_d]^{i-1}[G] \quad (i > 0)$$
(32)

Assim, a matriz de Hankel pode ser reescrita:

$$[H_{p,q}] = \begin{bmatrix} [\Lambda_1] & [\Lambda_2] & \cdots & [\Lambda_q] \\ [\Lambda_2] & [\Lambda_3] & \cdots & [\Lambda_{q+1}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\Lambda_p] & [\Lambda_{p+1}] & \cdots & [\Lambda_{p+q}] \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} [C][G] & [C][A_d][G] & \cdots & [C][A_d]^{q-1}[G] \\ [C][A_d][G] & [C][A_d]^2[G] & \cdots & [C][A_d]^q[G] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [C][A_d]^{p-1}[G] & [C][A_d]^p[G] & \cdots & [C][A_d]^{p+q-2}[G] \end{bmatrix}$$

$$(33)$$

A matriz de Hankel pode então ser decomposta numa matriz de observabilidade e numa matriz de controlabilidade, como é mostrado a seguir:

$$= \begin{bmatrix} [C] \\ [C][A_d] \\ \vdots \\ [C][A_d]^{p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [G] & [A_d][G] & \cdots & [A_d]^{q-1}[G] \end{bmatrix} = [Ob_p][Ct]_q$$

$$= \begin{bmatrix} [C] \\ [C][A_d] \\ \vdots \\ [C][A_d]^{p-1} \end{bmatrix}; [Ct_q] = \begin{bmatrix} [G] & [A_d][G] & \cdots & [A_d]^{q-1}[G] \end{bmatrix}$$

$$(34)$$

A decomposição da matriz de Hankel pode ser feita utilizando-se a decomposição em valores singulares:

$$[H_{p,q}] = [U][Sv][V]^T$$
(35)

$$[Ob_{p}] = [U][Sv]^{1/2}$$
(36)

$$[Ct_{q}] = [Sv]^{1/2} [V]^{T}$$
(37)

As matrizes de observabilidade e de controlabilidade obtidas a partir da decomposição em valores singulares têm a característica de possuírem gramianos diagonais e iguais. O conjunto de matrizes obtidas desse modo é chamado de realização balanceada (JUANG, 1994).

A partir da matriz de observabilidade, é possível encontrar as matrizes de estado e de observação do sistema:

$$[A_{d}] = [Ob_{p-1}]^{\oplus} [Ob_{p}]^{\uparrow}$$
  
$$[C] = [Ob_{p}](1:n_{y},:)$$
(38)

Onde  $[O_p]^{\uparrow}$  é a matriz de observabilidade com a supressão do primeiro bloco linha e  $[O_{p-1}]$ é a matriz de observabilidade com a supressão do último bloco linha. O símbolo  $\oplus$  denota a pseudo-inversa de Moore-Penrose.

#### 3.3.3 Método input-output

Um método mais geométrico sugere que se for projetado o vetor de saídas no espaço vetorial das entradas e saídas passadas do sistema, paralelamente ao vetor de entradas futuras, é possível então obter uma matriz que contém a matriz de observabilidade e os vetores de estados do sistema (maiores detalhes podem ser vistos no livro de Van Overschee e De Moor, 1996, e também no livro do Katayama, 2005).

A projeção é dada pela Equação (39):

$$[Y_f]/_{[u_f]}[W_p] = [Ob_p][X]$$
(39)

Na Equação (39),  $[W_p]$  corresponde ao espaço conjunto das entradas e saídas passadas:

$$[W_p] = \begin{bmatrix} [u_p] \\ [Y_p] \end{bmatrix}$$
(40)

A matriz [X] corresponde a uma matriz de estados estimados, conforme o modelo da Equação (3). A obtenção de um vetor de estados estimados é uma vantagem desse método, o que pode ser bastante interessante para a implementação de controle da estrutura.

A projeção dos subespaços é feita por uma decomposição do tipo LQ (KATAYAMA, 2005), onde é obtido um espaço vetorial ortonormal que engendra o mesmo espaço vetorial dos vetores originais. A decomposição é mostrada na Equação (41).

$$\begin{bmatrix} [u_f] \\ [W_p] \\ [Y_f] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{11}] & [0] & [0] \\ [L_{21}] & [L_{22}] & [0] \\ [L_{31}] & [L_{32}] & [L_{33}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [Q_1]^T \\ [Q_2]^T \\ [Q_3]^T \end{bmatrix}$$
(41)

A projeção descrita na Equação (39) pode ser obtida utilizando-se as matrizes da Equação (42), mostrada a seguir.

$$[Y_{f}]/_{[u_{f}]}[W_{p}] = [L_{32}][L_{22}]^{-1}[L_{21}|L_{22}]\begin{bmatrix} [Q_{1}]^{T} \\ [Q_{2}]^{T} \end{bmatrix}$$
(42)

O resultado da Equação (42) pode ser decomposto por meio de decomposição em valores singulares, fornecendo a matriz de observabilidade  $[O_p]$  e o vetor de estados [X]. As matrizes de estados  $[A_d]$  e de medição [C] podem ser obtidas da mesma maneira que no método *output-only*, descrito na seção anterior.

Uma interpretação geométrica do método input-output é mostrada na Figura 3.5. O espaço conjunto [Wp] é representado por um plano, tendo como bases os vetores de [up] e [Yp]. O espaço [Yf]/[Wp] corresponde à projeção de [Yf] no espaço [Wp] (direita). O espaço  $[Y_f]/_{[u_f]}[W_p]$  corresponde ao espaço [Yf]/[Wp] ortogonal a [uf] (esquerda).



Figura 3.5: Interpretação geométrica do método input-output

#### 3.3.4 Caso de múltiplos sinais

Considerando um sistema com  $n_m$  sinais diferentes disponíveis, a matriz de Hankel se torna:

$$[H_{f}] = \begin{bmatrix} [h_{f}(1)] & [h_{f}(2)] & \cdots & [h_{f}(q)] \\ [h_{f}(2)] & [h_{f}(3)] & \cdots & [h_{f}(q+1)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [h_{f}(p)] & [h_{f}(p+1)] & \cdots & [h_{f}(p+q-1)] \end{bmatrix}$$
(43)

Onde cada um dos termos da matriz de Hankel também é uma matriz, contendo coeficientes de autocorrelação e de correlação cruzada entre os sinais utilizados na identificação do sistema, como mostrado na Equação (44).

$$[h_{f}(k)] = \begin{bmatrix} R_{y_{1}y_{1}}(k) & R_{y_{1}y_{2}}(k) & \cdots & R_{y_{1}y_{nm}}(k) \\ R_{y_{2}y_{1}}(k) & R_{y_{2}y_{2}}(k) & \cdots & R_{y_{2}y_{nm}}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{y_{nm}y^{1}}(k) & R_{y_{nm}y^{2}}(k) & \cdots & R_{y_{nm}y_{nm}}(k) \end{bmatrix}$$
(44)

Uma escolha a respeito dos sinais envolvidos na fusão dos dados é fundamental para que uma boa identificação possa ser realizada e será discutida mais adiante.

#### 3.4 Estimação da matriz de Hankel utilizando FFT

Utilizando a relação de Wiener-Kinchine, é possível estimar as matrizes de correlação a partir da densidade espectral de potência dos sinais, utilizando transformada rápida de Fourier.

$$R_{y_m y_n}(\tau) = F^{-1}[S_{y_m y_n}(j\omega)] = \int_{-\infty}^{\infty} Y_m(j\omega) Y_n(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$
(45)

Na Figura 3.6 é ilustrado um exemplo de cálculo de intercorrelação entre dois sinais  $y_1$  e  $y_2$ .



Figura 3.6: Esquema de cálculo da correlação, utilizando FFT

A vantagem dessa estimação é que ela tende a ser mais computacionalmente eficiente do que a estimação por multiplicação direta. Isso é de especial interesse para os casos que envolvem identificação *offline* de sistemas, ou seja, no caso em que um grande volume de dados sobre o sistema já foi adquirido e gravado, e se faz necessário apenas o processamento desses dados.

#### 3.5 Diagramas de estabilização

O número de pólos de um sistema está relacionado com a sua ordem, que, por sua vez, não está muito bem definida para um sistema contínuo, que possui, a princípio, infinitos graus de liberdade, ou seja, uma ordem infinita. Desse modo, na identificação de um sistema de ordem sobreestimada surgem alguns pólos puramente numéricos, ou seja, que não têm relação alguma com o sinal relacionado ao sistema.

Para diferenciar os pólos do sistema dos pólos numéricos, é utilizado o diagrama de estabilização, que é obtido a partir da variação da ordem do sistema. Nesse diagrama os pólos verdadeiros do sistema convergem para um mesmo valor, a medida que se aumenta a ordem, enquanto os pólos puramente numéricos não apresentam tal convergência.
## 3.6 Excitação

Para se realizar identificação dos parâmetros de vibração de um sistema, o sinal de excitação deve ter uma banda larga de espectro, com o intuito de se excitar todos os modos possíveis da estrutura, sem perda de informação em frequência.

Um dos sinais mais utilizados é o ruído branco, que possui a propriedade de se espalhar em todo o espectro, entre 0 e a frequência de amostragem. Suas propriedades ideais também são bastante apreciáveis, como a correlação em forma de delta de Dirac. No entanto, seu espectro não é uniforme, de modo que a excitação não é uniforme ao longo do espectro.

Outro tipo de sinal bastante adequado para a excitação é o sinal do tipo Schroeder (PINTELON E SCHOUKENS, 2001; HEYLEN ET AL, 1999), que se trata de um sinal multissenoidal, composto de uma combinação de senóides defasadas, cuja defasagem contribui para minimizar o fator de crista do sinal. Assim, é possível obter um sinal igualmente distribuído dentro de uma faixa, precisamente definida, do espectro.

## 3.7 Identificação com janelamento em frequência

Os métodos desenvolvidos para identificação prevêem sua utilização numa largura de espectro limitada entre 0 e a frequência de Nyquist, determinada por metade da frequência de amostragem. Para o caso de identificação de estruturas mecânicas, a largura de banda da identificação pode conter uma quantidade de modos maior do que se pode viavelmente identificar, acarretando perda de informações sobre o sistema.

Com o objetivo de melhorar essa questão, foi proposto um pré-processamento do sinal, de modo a reduzir a largura espectral dos sinais, de modo que se consiga identificar de maneira mais precisa os modos de vibração dentro de um intervalo de frequências de interesse.

A essência dessa melhoria é um pré-processamento do sinal, por meio de modulação, de modo a deslocar o espectro em frequência. Após isso, é feita uma reamostragem do sinal, de modo a reduzir sua largura de banda. Esse pré-processamento já foi aplicado a métodos baseados em FFT, sendo relatado, inclusive, pelo nome de "FFT zoom" (HEYLEN ET AL, 1999). No

entanto, não havia sido ainda incorporado a nenhum método baseado em subespaços, podendo ser uma contribuição de potencial utilidade.

Para ilustrar o método, supõe-se um sinal, cuja densidade espectral de potência é dada pela Figura 3.7. O sinal tem componentes entre  $\omega_L$  e  $\omega_H$ .



Figura 3.7: Densidade espectral de potência de um sinal hipotético

Modulando o sinal com uma função  $f_m = 2 \cdot \cos(\omega_L n)$ , resulta em um sinal com duas componentes do sinal original, deslocadas em direções inversas, como mostrado na Figura 3.8.



Figura 3.8: Efeito da modulação do sinal

A filtragem do sinal serve para selecionar apenas o conteúdo da região de interesse. Por fim, a decimação do sinal limita a faixa da região de identificação.



Figura 3.9: Espectro do sinal filtrado (a) e reamostrado (b)

Um esquema para o pré-processamento do sinal, utilizando janela em frequência é mostrado na Figura 3.10.



Figura 3.10: Esquema do pré-processamento de sinal para janelamento em frequência



Figura 3.11: Regiões de identificação original (a) e após o pré-processamento (b).

Essa técnica surge como uma alternativa para promover detalhamento nas informações obtidas por meio da identificação por subespaços, podendo ser, inclusive, repetida para mais de um intervalo, com objetivo de identificar, sem perda de detalhes, uma banda larga de espectro.

# **3.8** Detecção com identificação por subespaços: aplicação à detecção de falhas em estruturas mecânicas.

## 3.8.1 Definições

Define-se o vetor  $\{\theta\}$  como o vetor que contém as informações sobre os parâmetros do sistema, neste caso, correspondendo aos parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibração). Esse vetor é escrito da seguinte forma:

$$\{\theta\} = \begin{cases} \{\Lambda\}\\ vec([\Phi]) \end{cases}$$

$$\{\Lambda\} = \{\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \cdots \quad \lambda_{n_s}\}^T$$

$$(46)$$

 $vec([\Phi])$  denota o operador de empilhamento em colunas da matriz  $[\Phi]$ .

## 3.9 Transformação para o espaço de paridade

A matriz de observabilidade (46), se pós-multiplicada pela matriz de autovetores da matriz de estado do sistema, toma a seguinte forma:

$$[O_{p}](\{\theta\}) = \begin{bmatrix} [\Phi] \\ [\Phi][\lambda] \\ \vdots \\ [\Phi][\lambda]^{p-1} \end{bmatrix}$$
(47)

Por conta da similaridade entre as matrizes  $[Ob_p]$  e  $[Ob_p][T_m]$ ,(onde  $[T_m]$  é uma matriz de transformação, necessariamente invertível) as matrizes de observabilidade e de Hankel possuem o mesmo espaço nulo à esquerda (lembrando da decomposição vista em (34). Pode-se então calcular uma matriz ortonormal [S], tal que:

$$[S]^{T}[S] = [I]$$

$$[S]^{T}[Ob_{p}] = \{0\}$$

$$[S]^{T}[H_{p,q}] = [S]^{T}[Ob_{p}][Ct_{q}] = \{0\}$$
(48)

A partir dessa propriedade, é possível utilizar um vetor de paridade a fim de detectar as variações nos parâmetros do sistema, que se caracteriza por um resíduo no cálculo do produto da matriz de paridade pela matriz de Hankel.

A dimensão da matriz de paridade (S) corresponde ao número de relações de paridade que vão gerar o vetor de paridade. Para que esse número seja maior que zero, o número de linhas da matriz de observabilidade deve ser necessariamente maior que o seu posto.

A matriz de paridade pode ser igualmente calculada fazendo-se o produto à direita da matriz de Hankel transposta. Assim, podem-se utilizar funções prontas no MATLAB para efetuar o calculo.

$$[Ob_n]^T[S] = \{0\}$$
(49)

No MATLAB: S = null(O').

## 3.10Utilização da matriz de Hankel para a geração de resíduos

A matriz de Hankel utilizada na identificação pode ser utilizada para a geração dos resíduos, uma vez que ela contém toda informação sobre os parâmetros do sistema (lembrando que é a partir da decomposição da matriz de Hankel que se baseia a identificação por subespaços). Assim, pode ser então calculada uma função residual do tipo:

$$\{r\} = vec([S]^{T}[\hat{H}_{p,q}])$$
(50)

Uma interpretação geométrica dos resíduos de paridade é mostrada na Figura 3.12. Supondo  $\{H_{ref}\}$  um vetor, existe um plano ortogonal a esse vetor  $[S_{ref}]$ , composto por uma base ortogonal de vetores  $\{S_1\}$  e  $\{S_2\}$ . Como os espaços vetoriais de  $[H_{ref}]$  e  $[S_{ref}]$  são ortogonais, o produto  $[S_{ref}]^T \{H_{pq}\}$  produz um vetor nulo. Já no caso de um vetor  $\{H_{act}\}$  que não estiver dentro do mesmo espaço vetorial de  $\{H_{ref}\}$ , o produto gera um vetor de resíduos  $\{r\}$  não nulo.



Figura 3.12: Interpretação geométrica do resíduo de paridade

## 3.11 Análise dos Resíduos de Paridade

Vista a parte de geração de resíduos, apresentada na seção anterior, é necessário na seqüência discutir a análise desses resíduos de paridade, no sentido de se extrair alguma informação a partir deles.

Um tratamento bastante refinado a respeito da análise dos resíduos de paridade é dado por Basseville, em um artigo de 1998. Nesse artigo é proposta a utilização de um teste estatístico do tipo qui-quadrado para o tratamento do resíduo de paridade. Esse teste é mostrado na Equação (51):

$$\chi^2 = \{r\}^T [\Sigma]^{-1} \{r\}$$
(51)

No caso,  $[\Sigma]$  é a matriz de covariância dos resíduos de paridade. A estimação dessa matriz, e a posterior inversão dela são as maiores dificuldades em se aplicar esse tipo de teste. Apesar disso, esse é um teste muito robusto e oferece um suporte probabilístico relativamente simples de se lidar.

Um indicador mais simples que pode ser utilizado para a detecção de danos é a norma euclidiana (ou norma 2) do vetor de resíduos, calculada como mostrado na Equação (52).

$$\|\{r\}\|_{2} = \sqrt{\{r\}^{T}\{r\}}$$
(52)

Apesar de não ter a mesma robustez e o mesmo suporte probabilístico do teste quiquadrado, a norma do vetor é bem mais simples de ser computada, e é o indicador que será utilizado nas análises de resíduos de paridade realizadas neste trabalho.

## 3.12Síntese da metodologia

A metodologia de detecção de danos utilizando identificação por subespaços e geração de resíduos de paridade é sintetizada na Figura 3.13. Esse diagrama é bastante parecido ao que foi mostrado na Figura 1.9, no capítulo da introdução.

Como já foi mencionado antes, o procedimento é dividido em duas fases, sendo a primeira, uma fase de identificação, onde as informações sobre a estrutura em estado íntegro são adquiridas. Essa fase compreende três etapas básicas, que são:

- Aquisição de dados;
- Cálculo da Matriz de Hankel;
- Cálculo da matriz de paridade.

Convém destacar que na fase de identificação é feita uma análise mais robusta, envolvendo geralmente um grande conjunto de dados sobre o sistema a ser monitorado. Por esses motivos,

usualmente se realiza essa fase em modo *offline*, permitindo que algoritmos mais complexos e recursos mais avançados possam ser utilizados, sem muitas restrições de tempo e de recursos.



Figura 3.13: Síntese da metodologia de detecção de danos em estruturas

A segunda fase do procedimento de detecção de danos é a fase de inspeção, onde é feita uma comparação dos dados da estrutura obtidos na fase de identificação com os dados relacionados ao estado atual da estrutura. Neste caso, são realizadas as seguintes etapas:

- Aquisição de dados
- Cálculo da matriz de Hankel
- Cálculo do vetor de resíduos
- Cálculo da norma do vetor de resíduos

A fase de inspeção deve ser executada em modo *online*, para prover um monitoramento contínuo a respeito da integridade da estrutura. Isso exige que a rotina de aquisição de dados e processamento de sinais seja concebida para poder rodar em tempo real, ou praticamente em tempo real.

Além disso, nessa fase pode haver limitações com relação ao processamento disponível, uma vez que nem sempre é possível ligar um computador de última geração a uma estrutura e deixar que ele fique processando os dados, tanto pelo fato de acessibilidade, quanto pelo fato do custo envolvido. Assim, o processamento para essa fase deve ser pensado de modo a ser simples e eficiente.

# 4 ANÁLISE EXPERIMENTAL

## 4.1 Construção da bancada experimental

A bancada experimental proposta para a utilização de métodos baseados em vibração é constituída basicamente de quatro componentes fundamentais:

- Atuadores
- Amplificadores para os atuadores
- Sensores
- Condicionadores de sinal dos sensores

Um diagrama esquemático da montagem (Figura 4.1) ilustra bem a conexão entre os diversos componentes do sistema.



Figura 4.1: Diagrama da instrumentação da bancada

Para que os ensaios de vibração da estrutura possam ser feitos de maneira automatizada, é utilizada uma placa dSPACE (RTI 1104) conectada a um computador, com objetivo de gerar o

sinal elétrico de atuação e também realizar a aquisição de dados dos sensores. Um programa desenvolvido no ambiente Control Desk, próprio do sistema  $DSpace^{B}$ , permite que os dados de atuação sejam carregados na placa, assim como exibe e permite salvar os dados vindos dos sensores.



Figura 4.2: Foto da bancada experimental construída

Nas seções a seguir, será dada uma explicação mais detalhada a respeito de cada um dos componentes da bancada.

## 4.1.1 Transdutores piezoelétricos

Transdutores piezoelétricos possuem a característica de converter energia elétrica em energia mecânica, e vice-versa, o que torna esses materiais altamente interessantes para aplicações de vibração em estruturas, envolvendo atuação e sensoriamento.

A conversão entre energia mecânica e elétrica acontece pela presença de momento de dipolo elétrico na estrutura cristalina de certos materiais, tais como o PZT (Titano-zirconato de chumbo). No interior desses materiais existem domínios, ou seja, regiões onde os dipolos são alinhados, e que naturalmente são dispostos de maneira aleatória. No processo de fabricação dos transdutores, eles são submetidos a uma tensão de polarização, que faz com que os domínios se alinhem e, com isso, haja um sentido de dipolo elétrico. Isso faz com que haja um acoplamento entre as propriedades mecânicas e elétricas do material (REZA MOHEIMANI E FLEMING, 2006).

A Figura 4.3 ilustra o funcionamento de um transdutor piezoelétrico. A tensão de polarização é mostrada em (a). No caso do transdutor estar mecanicamente solicitado em compressão (b) ou tensão (c), é possível medir tensão elétrica entre seus pólos. No caso de haver campo elétrico aplicado sobre o material, ele pode se expandir (d) ou se comprimir (e).



Figura 4.3: Princípios de funcionamento de materiais piezoelétricos (REZA MOHEIMANI E FLEMING, 2006)

No caso de se colar uma cerâmica piezoelétrica em uma placa de outro material, a sua deformação provoca uma curvatura, dadas as diferenças de elasticidade nos materiais. Essa curvatura, por sua vez, representa um esforço na forma de momento para a placa.

Os transdutores piezoelétricos utilizados na bancada experimental são na forma de discos circulares, conforme mostrado na Figura 4.4. A sua montagem é feita sobre a superfície da placa, e para a fixação é utilizado algum fluido de alta viscosidade. Neste trabalho é utilizado mel para promover uma fixação que promova, ao mesmo tempo, acoplamento mecânico entre o transdutor e a placa, e também flexibilidade de posicionamento, para que possam ser testadas diferentes configurações de sensores e atuadores.

A bancada de testes desenvolvida possui uma configuração com 4 sensores e 4 atuadores piezoelétricos, como mostrado na Figura 4.5.



Figura 4.4: Detalhe da montagem do buzzer na placa e curva de transferência de um par sensor-atuador piezoelétrico.

As posições dos atuadores e sensores foram simplesmente arbitradas para este estudo. Algumas referências indicam maneiras de posicionar melhor os atuadores e sensores no espaço da placa, levando em consideração normas das funções de transferência (GAWRONSKI, 2004; ADAMS, 2007). No entanto, isso parece ser mais significante para os primeiros modos de vibração da placa, que está numa região de frequências mais baixas. No entanto, não é bem o caso das medidas feitas neste trabalho, uma vez que será explorada a faixa das médias frequências.



Figura 4.5: Configuração de sensores e atuadores.

## 4.1.2 Amplificadores de potência

Com o objetivo de gerar um sinal com potência suficiente para acionar os buzzers piezoelétricos, foi montado um modelo de amplificador de potência, baseado em um modelo de amplificador de áudio comercial (LM 1875, fabricado pela National Semiconductor). Para os amplificadores utilizados foi levantada a curva de resposta em frequência, conforme mostrado abaixo.



Figura 4.6: Resposta em frequência dos amplificadores de potencia

## 4.1.3 Condicionadores de sinal

Para que o sinal vindo dos sensores pudesse ser convertido de maneira mais eficaz pela placa dSPACE, foi construído um condicionador de sinal, composto basicamente de dois estágios principais: um amplificador de instrumentação e um filtro analógico, com a função de filtrar ruídos de alta frequência, que pudessem promover espelhamento (*aliasing*) do sinal.

A amplificação do sinal é feita pelo circuito integrado AD524, produzido pela Analog Devices. Entre as principais características desse dispositivo, pode-se destacar a possibilidade de seleção do ganho, nos valores de 1, 10, 100 e 1000, precisamente ajustados de fábrica. Além disso, o amplificador possui baixo ruído e uma faixa dinâmica adequada para os estudos realizados neste trabalho. O estágio de filtro do condicionador de sinal foi feito utilizando-se o circuito integrado MAX724, produzido pela Maxim Semiconductor Corp. Trata-se de um filtro ativo de até 8<sup>a</sup> ordem, ajustável pelo dimensionamento de resistores e capacitores externos. O modelo de filtro escolhido foi o Butterworth, que possui uma banda passante relativamente mais plana que os outros modelos de filtros disponíveis, o que é uma característica bastante desejável para o sistema construído.

Para construir o filtro, foi seguido um padrão recomendado pelo fabricante, onde, a partir do lugar das raízes (relacionado com frequência e fator de qualidade Q do filtro), é possível obter as especificações dos componentes a serem montados no circuito. Para um filtro do tipo Butterworth, a localização das raízes é relativamente simples de ser determinada, uma vez que elas estão dispostas num meio círculo, situado no semiplano esquerdo, e de raio  $2\pi f$ , onde fcorresponde à frequência de corte do filtro. A parte real da raiz corresponde a 2Q (SEDRA E SMITH, 2004)



Figura 4.7: Diagrama de lugar das raízes para um filtro Butterworth

#### 4.1.4 Elemento de teste

A estrutura a ser testada neste trabalho é uma placa de alumínio retangular e homogênea, com dimensões de 700 mm por 500 mm e espessura de 1 mm. A placa é apoiada em uma base de espumas, podendo então ser modelada com condições do tipo livre-livre-livre-livre.



Figura 4.8: Placa de alumínio utilizada neste estudo.

## 4.2 Sensores, atuadores e sinais

Como elementos sensores e atuadores, são utilizados buzzers piezoelétricos circulares, de 20 mm de diâmetro, sendo 4 sensores (identificados de S1 a S4) e 4 atuadores (identificados de A1 a A4).

Sinal	y1	y2	y3	y4	y5	y6	y7	y8
Atuador	A1	A1	A1	A1	A2	A2	A2	A2
Sensor	<b>S</b> 1	S2	<b>S</b> 3	S4	<b>S</b> 1	S2	<b>S</b> 3	S4

Tabela 4.1: Sinais, sensores e atuadores

Sinal	y9	y10	y11	y12	y13	y14	y15	y16
Atuador	A3	A3	A3	A3	A4	A4	A4	A4
Sensor	<b>S</b> 1	S2	<b>S</b> 3	S4	<b>S</b> 1	S2	<b>S</b> 3	S4



Figura 4.9: Sensores, atuadores e sinais na placa

## 4.3 Sinais de excitação

Para se realizar a identificação dos parâmetros de vibração de um sistema, o sinal de excitação deve ter uma banda larga de espectro, com o intuito de se excitar todos os modos possíveis da estrutura, sem perda de informação em frequência.

Um dos sinais mais utilizados é o ruído branco, que possui a propriedade de se espalhar em todo o espectro, entre 0 e a frequência de amostragem. Suas propriedades ideais também são bastante apreciáveis, como a correlação em forma de delta de Dirac. No entanto, seu espectro não é uniforme, de modo que a excitação também não é uniforme ao longo do espectro.

Outro tipo de sinal bastante adequado para a excitação é o sinal do tipo Schroeder, que se trata de um sinal multissenoidal, composto de uma combinação de sinais senoidais defasados, cuja defasagem contribui para minimizar o fator de crista do sinal, que é a razão entre a potência de um sinal e seu valor de pico. Assim, é possível obter um sinal igualmente distribuído dentro de uma faixa precisamente definida do espectro.

O sinal multisssenoidal de Schroeder consiste na soma de sinais senoidais (PINTELON E SCHOUKENS, 2001):

$$u(t) = \sum_{k=1}^{F} A\cos(2\pi f_k t + \phi_k)$$
(53)

A fase do sinal é dada por:  $\phi_k = -k(k-1)\pi/F$ . As vantagens de se utilizar esse tipo de sinal estão no fato que a distribuição espectral do sinal de excitação é plano e que o fator de crista desse sinal é mínimo.

## **5 RESULTADOS E DISCUSSÕES**

## 5.1 Identificação do perfil de vibração da placa

Aqui é mostrado um teste preliminar de vibração, utilizando a bancada desenvolvida. O teste é feito utilizando excitação determinística do tipo Schroeder, de 2<sup>14</sup> amostras, com espectro entre 0 e 10kHz, a uma taxa de amostragem de 20kHz.

Para verificar as frequências de ressonância do sistema, para este ensaio, foram levantadas as curvas de densidade de potência espectral de cada um dos sinais dos sensores, obtidas pelo processo tradicional de FFT.

Os sinais de excitação, nos domínios do tempo e da freqüência, são mostrados na Figura 5.1. Neste caso, u1, u2, u3 e u4 correspondem aos sinais dos atuadores A1, A2, A3 e A4, sendo que U1, U2, U3 e U4 correspondem aos seus espectros. Aqui cabe notar que, para o caso dos sinais no domínio do tempo, não existem cristas evidentes no sinal. Observando o seu espectro, ele é bastante plano. Essas duas características são pontos fortes do sinal de excitação adotado.



Figura 5.1: Sinais de excitação no domínio do tempo (a) e seu espectro (b).

Os sinais dos sensores e suas densidades espectrais de potência são mostradas na Figura 5.2. Neste caso, y1, y2, y3 e y4 são os sinais correspondentes aos sinais dos sensores S1, S2, S3 e S4.



Figura 5.2: Resposta temporal do sistema (a) e curvas de densidade espectral (b)

É possível verificar que para baixas frequências, abaixo de 2kHz, a resposta do sistema é bem menor do que a faixa de médias frequências (de 2kHZ a 10kHz). Isso está associado às características de transferência dos componentes da bancada (amplificadores e transdutores piezoelétricos), que por serem projetados para aplicações de áudio, possuem uma melhor resposta para essa faixa de espectro. Em especial, na faixa de 4kHz a 5kHz a resposta dos atuadores e sensores possui uma região de maior transferência (como pode ser visto na Figura 4.4), então esta será a faixa utilizada para os próximos estudos.

## 5.2 Detecção de danos na estrutura (caso SISO)

Conforme visto na seção anterior, a região de espectro entre 4kHz e 5kHz é a faixa utilizada para a detecção de danos na estrutura. Três condições de placa foram avaliadas:

- Placa íntegra;
- Placa com dano tipo 1: uma massa é adicionada à placa, na região do centro;
- Placa com dano tipo 2: uma massa é adicionada à placa, na região da borda.

A massa referida trata-se de uma chumbada esférica, cuja massa é de 10g, correspondendo a aproximadamente 1% da massa da placa.



Figura 5.3: Posicionamento das massas concentradas.

Para a realização destes testes, foi gerado um sinal determinístico do tipo Schroeder, com 2<sup>14</sup> amostras, a uma taxa de amostragem de 20kHz, conforme mostrado na figura a seguir. Convém destacar as características espectrais do sinal de excitação, que tem uma borda bem definida e é praticamente plano na região de 4kHz a 5kHz, o que garante que a estrutura seja efetivamente excitada nessa faixa. Neste caso, apenas o atuador 1 foi utilizado.



Figura 5.4: Curva temporal do sinal de excitação (a) e densidade espectral de potência (b)

A resposta da estrutura pode ser vista na figura abaixo. Notar que apenas na região de excitação é que aparece uma resposta considerável.



Figura 5.5: Curva temporal dos sinais dos sensores (a) e densidade espectral de potência (b)

Com o intuito de avaliar se os danos testados realmente influenciariam nos parâmetros espectrais da placa, foram levantadas as curvas de densidade espectral de potência para os três casos, tendo em consideração o sinal 1 (sensor 1 e atuador 1).



Figura 5.6: Comparativo dos espectros dos sinais do sensor 1, para os diferentes casos de dano.

A partir da observação da Figura 5.6, é possível perceber que a resposta em frequência da estrutura realmente é sensível aos danos introduzidos.

## 5.3 Avaliação do pré-processamento do sinal

Primeiramente, é mostrado um diagrama de estabilização, para um sinal limitado em frequência, na faixa entre 4kHz e 5kHz, a uma taxa de amostragem de 20kHz, e obtido da maneira tradicional.

O diagrama de estabilização mostrado abaixo foi construído identificando-se as frequências naturais do sistema, a partir da variação da ordem do sistema, que foi de 2 até 50. A ordem do sistema está relacionada com as dimensões das matrizes da representação em estados do sistema.



Figura 5.7: Diagrama de estabilização, obtido pelo processo convencional

Através da análise da Figura 5.7, é possível perceber que são identificadas frequências de ressonância não apenas na faixa de espectro de excitação da estrutura, mas também fora dela. Estas frequências são puramente numéricas, e não estão relacionadas com a física da estrutura, o que se torna, portanto um resultado de baixa confiabilidade. A Figura 5.8 mostra um detalhe da região de interesse, comparando o diagrama de estabilização com o espectro obtido por FFT. É possível verificar que apenas os maiores picos são identificáveis utilizando o diagrama de estabilização.



Figura 5.8: Detalhamento da região de interesse.

Os mesmos dados utilizados para se gerar as figuras anteriores foram submetidos a um préprocessamento, com objetivo de realizar o janelamento em frequência da identificação por subespaços. Neste caso, o sinal foi modulado por uma portadora de 4kHZ, e na sequência, passado por um filtro digital de 1kHz e reamostrado em 2kHZ. Como resultado, foi obtido o gráfico mostrado na Figura 5.9.

Se comparado com a figura anterior, é bastante clara a diferença de frequências de ressonância identificadas, e é possível observar a coerência das frequências identificadas no diagrama de estabilização com os picos de frequência do espectro obtido por FFT. Isso mostra que o janelamento em frequência é uma técnica efetiva para se melhorar a identificação por subespaços.

Uma melhoria na identificação do sistema deve ter um efeito positivo na geração e análise de resíduos de paridade. Isso é verificado a partir da comparação dos resíduos de paridade gerados pela identificação normal, e pela identificação com janelamento em frequência.



Figura 5.9: Diagrama de estabilização, obtido utilizando janelamento em frequência



Figura 5.10: Comparação dos resíduos de paridade obtidos com o método de identificação tradicional (a) e com janelamento em freqüência (b).

Pode-se perceber que no caso da identificação tradicional, não existe a possibilidade de fazer uma distinção do nível do sinal entre os diferentes casos de dano da placa. Já no caso da identificação com janelamento em frequência, existe uma separação bastante nítida entre os sinais sem dano e com dano.

## 5.4 Comparação dos métodos input-output e output-only

Aqui é feita uma comparação da identificação dos pólos do sistema, utilizando métodos de *output-only* e *input-output*. Para isso, são feitos os diagramas de estabilização correspondentes à identificação feita para cada um dos dois métodos, que são comparados com a FRF, a fim de verificar se as frequências convergentes correspondem aos picos de ressonância da estrutura.



Figura 5.11: Comparação dos diagramas de estabilização

A Figura 5.11 mostra que ambos os métodos são capazes de identificar os maiores picos de resposta em frequência do sistema. Pode-se notar que o método *input-output* é capaz de identificar mais picos do que o método *output-only*, para o mesmo intervalo considerado. Outro

aspecto interessante a ser observado é a convergência dos pólos identificados, que parece melhor para o caso do método *output-only*.

## 5.4.1 Comparação dos métodos para diferentes medidas

Algo bastante importante a ser avaliado nos métodos de identificação é a sua robustez. Se a resposta em frequência do sistema não se altera, os parâmetros identificados também não devem ser modificados. Para os testes mostrados a seguir, foram feitas identificações para dois conjuntos de medidas diferentes, para o mesmo caso, da placa sem dano. A Figura 5.12 mostra os resultados obtidos para o caso *output-only* e os resultados para *input-output* estão na Figura 5.13.



Figura 5.12: Comparação para duas medidas diferentes, no método output-only



Figura 5.13: Comparação para duas medidas diferentes, no método input-output

Pode-se perceber que a identificação do tipo output-only foi capaz de fornecer um resultado com maior repetibilidade do que a do tipo input-output. Cabe destacar que entre as medidas não houve mudança de resposta em frequência do sistema, como pode ser percebido pelas curvas de FRF.

## 5.4.2 Resíduos de Paridade

Para o teste dos resíduos de paridade, foram feitos 20 conjuntos de medidas para cada um dos três casos experimentais (sem dano, com dano 1 e com dano 2). Aqui os resultados estão sendo apresentados em termos da norma do vetor de resíduos nas ordenadas, pelo número do conjunto de medidas correspondente. Os resultados obtidos para o método *output-output* e com *input-output* são mostrados na Figura 5.14.



Figura 5.14: Resíduos de paridade calculados através do método input-output e output-only

Comparando os gráficos da Figura 5.14, pode-se notar uma discriminação entre a norma dos resíduos para o método output-only, ao passo que para o resíduo obtido pelo método inputoutput, não existe praticamente nenhuma maneira de se discriminar entre os resíduos de diferentes casos. Não existe uma grande discriminação entre os resíduos obtidos para os diferentes casos com dano, mas isso não é fundamental nesta etapa de detecção.

## 5.5 Detecção de danos para o caso MIMO

## 5.5.1 Sinais de sensores e atuadores, caso íntegro

Para realizar a detecção com fusão de dados, a placa foi excitada por um atuador de cada vez, todos utilizando um mesmo sinal multisseno, do tipo Schroeder, com 2<sup>14</sup> amostras por período, a uma taxa de amostragem de 20kHz.

Nas Figuras 5.15 a 5.22, são mostrados os sinais no domínio do tempo e os espectros dos sinais dos sensores.



Figura 5.15: Sinais de entrada e saída, utilizando atuador 1



Figura 5.16: Densidade espectral de potência dos sinais dos sensores, para excitação com atuador 1.



Figura 5.17: Sinais de entrada e saída, utilizando atuador 2



Figura 5.18: Densidade espectral de potência dos sinais dos sensores, para excitação com atuador 2.



Figura 5.19: Sinais de entrada e saída, utilizando atuador 3



Figura 5.20: Densidade espectral de potência dos sinais dos sensores, para excitação com atuador 3.



Figura 5.21: Sinais de entrada e saída, utilizando atuador 4



Figura 5.22: Densidade espectral de potência dos sinais dos sensores, para excitação com atuador 4.

## 5.5.2 Agrupamento de sinais

Para a fusão de dados, é necessário que haja algum agrupamento conveniente dos sinais. Entre agrupamentos possíveis, podem ser utilizados sinais provenientes do mesmo sensor, ou do mesmo atuador, ou sinais que compartilhem, de alguma maneira, algum tipo de informação entre eles. Neste estudo os sinais foram agrupados segundo um grau de semelhança, medida através do coeficiente de correlação, calculado conforme a Equação (54).

$$\rho_{y_{i},y_{j}} = \frac{E[y_{i}y_{j}]}{E[y_{i}^{2}]E[y_{i}^{2}]}$$
(54)

Nas tabelas a seguir são mostrados os resultados de correlação, calculados para os 16 sinais disponíveis, estando em destaque os maiores coeficientes de correlação. Para melhor visualização desses dados, uma representação gráfica da matriz de correlação de sinais é mostrada na Figura 5.23.

	1	2	2	4	5		7	- ·Q
	<u>y1</u>	y2	y5	y4	y5	yo	у/	yð
y1	1.0000	0.0041	0.0141	0.0079	0.0084	0.5976	0.0388	0.0503
y2	0.0041	1.0000	-0.0404	0.0048	0.7455	-0.0060	-0.0960	-0.0219
y3	0.0141	-0.0404	1.0000	-0.0678	-0.0464	-0.0236	0.5682	-0.0564
y4	0.0079	0.0048	-0.0678	1.0000	0.0680	0.0761	-0.0057	0.5240
y5	0.0084	0.7455	-0.0464	0.0680	1.0000	-0.0486	-0.1181	0.0409
y6	0.5976	-0.0060	-0.0236	0.0761	-0.0486	1.0000	0.0607	0.0433
y7	0.0388	-0.0960	0.5682	-0.0057	-0.1181	0.0607	1.0000	-0.0865
y8	0.0503	-0.0219	-0.0564	0.5240	0.0409	0.0433	-0.0865	1.0000
y9	0.5318	0.0341	0.0256	0.0620	0.0402	0.5768	0.0101	0.0610
y10	0.0626	0.5913	-0.0475	0.0004	0.7105	0.0133	-0.0657	-0.0373
y11	-0.0055	0.0157	0.0095	0.5950	0.0163	0.0181	0.0219	0.5846
y12	-0.0404	-0.0474	0.5853	-0.0141	-0.0332	-0.0666	0.5200	-0.0510
y13	0.0582	0.5129	-0.0072	0.0277	0.6405	0.0379	-0.0736	-0.0144
y14	0.3549	-0.0200	0.0508	0.1064	-0.0114	0.5867	0.0266	0.1047
y15	0.0589	0.0033	0.0054	0.4283	0.0176	0.0097	-0.0533	0.6815
y16	0.0490	-0.0241	0.4618	-0.0126	-0.0405	0.0554	0.6314	-0.0424

Tabela 5.1: Matriz de correlação dos sinais (parte 1)

	y9	y10	y11	y12	y13	y14	y15	y16
y1	0.5318	0.0626	-0.0055	-0.0404	0.0582	0.3549	0.0589	0.0490
y2	0.0341	0.5913	0.0157	-0.0474	0.5129	-0.0200	0.0033	-0.0241
y3	0.0256	-0.0475	0.0095	0.5853	-0.0072	0.0508	0.0054	0.4618
y4	0.0620	0.0004	0.5950	-0.0141	0.0277	0.1064	0.4283	-0.0126
y5	0.0402	0.7105	0.0163	-0.0332	0.6405	-0.0114	0.0176	-0.0405
y6	0.5768	0.0133	0.0181	-0.0666	0.0379	0.5867	0.0097	0.0554
y7	0.0101	-0.0657	0.0219	0.5200	-0.0736	0.0266	-0.0533	0.6314
y8	0.0610	-0.0373	0.5846	-0.0510	-0.0144	0.1047	0.6815	-0.0424
y9	1.0000	0.0485	0.0178	-0.0111	0.0412	0.6240	0.0619	0.0834
y10	0.0485	1.0000	0.0058	-0.0020	0.7689	0.0007	-0.0318	-0.0534
y11	0.0178	0.0058	1.0000	-0.0271	0.0372	0.0442	0.6693	-0.0475
y12	-0.0111	-0.0020	-0.0271	1.0000	0.0238	0.0433	-0.0316	0.6432
y13	0.0412	0.7689	0.0372	0.0238	1.0000	0.0489	0.0002	-0.0149
y14	0.6240	0.0007	0.0442	0.0433	0.0489	1.0000	0.0481	0.0923
y15	0.0619	-0.0318	0.6693	-0.0316	0.0002	0.0481	1.0000	-0.0559
y16	0.0834	-0.0534	-0.0475	0.6432	-0.0149	0.0923	-0.0559	1.0000

Tabela 5.2: Tabela de correlação dos sinais (parte 2)





Figura 5.23: Representação gráfica da matriz de correlação de sinais

Agrupando os sinais que apresentam maior correlação entre si, existem 4 agrupamentos possíveis, que são listados na Tabela 5.3.

Grupo 1	y1	y6	y9	y14
	(A1/S1)	(A2/S2)	(A3/S1)	(A4/S2)
Grupo 2	y2	y5	y10	y13
	(A1/S2)	(A2/S1)	(A3/S2)	(A4/S1)
Grupo 3	y3	y7	y12	y16
	(A1/S3)	(A2/S3)	(A3/S4)	(A4/S4)
Grupo 4	y4	y8	y11	y15
	(A1/S4)	(A2/S4)	(A3/S3)	(A4/S3)

Tabela 5.3: Tabela de agrupamento de sinais

Os sinais pertencentes aos mesmos grupos coincidentemente apresentam padrões de geometria parecidos na placa, o que pode ser observado na Figura 5.24.



Figura 5.24: Diagrama de sinais e simetrias na placa

A simetria geométrica refletida na simetria dos sinais não é muito surpreendente, dado que as posições de sensores e atuadores foram concebidas segundo um padrão simétrico, já prevendo que essa simetria pudesse fornecer mais um elemento de redundância para a detecção de danos utilizando resíduos de paridade.

O fato de sinais do mesmo grupo não apresentarem os mesmos coeficientes de correlação (observando a Figura 5.23) se deve ao fato de pares distintos de sensores e atuadores possuírem características de transferência ligeiramente diferentes, o que pode estar também relacionado ao acoplamento mecânico, que não é exatamente uniforme para todos os elementos piezoelétricos.

## 5.5.3 Identificação da placa íntegra com fusão de dados

Primeiramente, é mostrado o caso de identificação utilizando fusão de dados, para os sinais do grupo 1. O diagrama mostrado na Figura 5.25 foi obtido para os sinais originais, espalhados na faixa do espectro de 0 a 10 kHz. Neste caso, chegam a aparecer algumas frequências identificadas, mas com baixa convergência.



Figura 5.25: Diagrama de estabilização para a fusão dos sinais do grupo 1
Utilizou-se então o janelamento em frequência, para identificar a placa em maiores detalhes. A faixa espectral de 10kHz foi dividida em 8 subfaixas de largura 1250Hz, conforme é mostrado na Figura 5.26.



Figura 5.26: Divisão da faixa espectral

Abaixo, é mostrado o diagrama de estabilização obtido para os sinais do grupo 1, na faixa 4 (de 3750Hz a 5000Hz).



Figura 5.27: Diagrama de estabilização para os sinais do grupo 1, na faixa 4 (3,75 kHz a 5 kHz)

Observando a Figura 5.27, é possível constatar que foram identificadas as frequências onde, em média, estão os picos da densidade espectral de potência dos sinais, com uma convergência bem melhor do que as frequências identificadas para os sinais originais (Figura 5.25).

#### 5.5.4 Geração e análise de resíduos de paridade

Para avaliar a capacidade de detectar danos, utilizando a fusão de dados e o janelamento em frequência, foram testadas 4 situações:

- 1. Placa íntegra (sem dano);
- 2. Placa com dano tipo 1 (o mesmo do caso SISO);
- 3. Falha simulada no sensor S1 (sinais associados a S1 zerados);
- 4. Falha simulada no atuador A1 (sinais associados a A1 zerados).

Por haver uma divisão em faixas de frequência, é gerado um vetor de resíduo para cada uma dessas faixas. Cada uma das figuras a seguir mostra a norma dos resíduos de paridade, para cada grupo, e para as diferentes faixas de frequência.



Figura 5.28: Normas dos resíduos de paridade, calculados para os sinais do grupo 1.



Figura 5.29: Normas dos resíduos de paridade, calculados para os sinais do grupo 2.



Figura 5.30: Normas dos resíduos de paridade, calculados para os sinais do grupo 3



Figura 5.31: Normas dos resíduos de paridade, calculados para os sinais do grupo 4

Observando o que foi mostrado nas Figuras 5.28 a 5.31, é possível notar que as normas dos resíduos são bem maiores para os casos com dano, se comparados com os resíduos associados à estrutura sem dano, para todos os grupos. Assim, esses resíduos são adequados para a detecção de danos na placa.

Outro detalhe que convém destacar é que esse tipo de agrupamento de sinais permite detectar falhas nos sensores e nos atuadores, da mesma maneira que ocorre com os danos na estrutura.

#### 5.6 Avaliação da robustez dos resíduos de paridade

Com o objetivo de avaliar o comportamento dos resíduos de paridade, para diferentes conjuntos de medidas, foram coletados 200 conjuntos de medidas de todos os sinais disponíveis, testando as mesmas situações de danos e falhas da seção anterior. A seguir, são mostradas as normas dos resíduos de paridade, para os 4 grupos de sinais, tendo o espectro dividido em 8 faixas de frequência, exatamente como no caso anterior.



Figura 5.32: Normas dos resíduos de paridade para os diferentes intervalos de frequência (grupo 1 de sinais)



Figura 5.33: Normas dos resíduos de paridade para os diferentes intervalos de frequência (grupo 2 de sinais)



Figura 5.34: Normas dos resíduos de paridade para os diferentes intervalos de frequência (grupo 3 de sinais)



Figura 5.35: Normas dos resíduos de paridade para os diferentes intervalos de frequência (grupo 4 de sinais)

Observando as figuras das normas dos resíduos de paridade, calculados para diferentes conjuntos de medidas, é possível verificar que alguns sinais apresentam algumas variações nos primeiros conjuntos de medidas, o que pode estar relacionado à necessidade de algum tempo para que o sistema se estabilize completamente. De maneira geral, pode-se ver um comportamento assintoticamente estável.

Como era esperado, as normas dos resíduos para os casos de dano e falha são significativamente maiores que as normas dos resíduos, calculados para a estrutura íntegra.

A seguir, são mostrados gráficos com as médias das normas dos resíduos de paridade e também *boxplots* dos sinais, para os diferentes intervalos de frequência. Os gráficos do tipo *boxplot* são interessantes para dar uma idéia da dispersão dos dados e dos intervalos de confiança para a realização de uma detecção, utilizando uma abordagem mais probabilística.



Figura 5.36: Médias e boxplot dos resíduos do grupo 1



Figura 5.37: Médias e boxplot dos resíduos do grupo 2



Figura 5.38: Média e boxplot dos resíduos do grupo 3



Figura 5.39: Média e boxplot dos resíduos do grupo 4

Os gráficos das médias apresentados nesta seção são comparáveis aos gráficos apresentados na seção anterior, mas não possuem exatamente os mesmos valores. Isso acontece em decorrência dos cálculos terem sido realizados com diferentes parâmetros de execução, o que inclui o número de amostras por período e as dimensões da matriz de Hankel. Assim, se faz necessário estabelecer os mesmos padrões para a execução dos cálculos, a fim de se ter resultados compatíveis.

Outra observação interessante é a respeito dos dados contidos nos *boxplot*. É possível verificar claramente diferentes padrões de resíduos para os diferentes grupos e intervalos de frequência. Isso poderia servir de base para um algoritmo de reconhecimento de padrões, que seria capaz não apenas de realizar a detecção de danos, mas também algum tipo de classificação.

#### 5.7 Fusão de dados e robustez a ruídos aditivos

Com o objetivo de testar a utilidade da fusão de dados como uma técnica capaz de melhorar a detecção de danos, foi testada a sua robustez a ruídos aditivos. Isso é interessante pelo fato de muitas aplicações industriais ou em campo estarem em ambientes sujeitos a uma grande quantidade de ruídos, que podem prejudicar bastante o diagnóstico a respeito do estado da estrutura.

Neste estudo, foram realizados 200 conjuntos de medições de todos os sensores e atuadores, utilizando, como excitação, um sinal multissenoidal do tipo Schroeder, na faixa dos 100 a 10 kHz, amostrado a uma taxa de 20kHz e com 2<sup>13</sup> amostras por período.

A faixa de frequência mais suscetível a ruídos de medição é justamente a faixa das menores frequências (0 a 1250Hz), por haver um sinal menor nessa faixa, em decorrência da resposta dos elementos piezoelétricos utilizados. Assim, essa será a faixa do espectro onde este estudo será realizado.

O sinal de ruído adicionado ao sistema é do tipo ruído branco, e é somado ao sinal limpo, de modo a representar ruído de medição. Para se ter uma idéia do ruído envolvido nos estudos, são mostrados gráficos com a relação sinal-ruído. Essa relação é calculada segundo a equação abaixo:

$$SNR = 10\log_{10}\left[\frac{\sum_{k=1}^{N} [S_{yiyi}(k) - \bar{S}_{yiyi}(k)]}{\sum_{k=1}^{N} \bar{S}_{yiyi}(k)}\right]$$
(55)

Na Equação 55,  $S_{yiyi}$  representa a densidade espectral de potência do sinal, dentro do conjunto de dados considerado,  $\overline{S}_{yiyi}$  é uma média das densidades espectrais e N é o número de pontos por período. Já que a densidade espectral de potência é uma grandeza quadrática, a relação sinal-ruído pode ser vista como uma grandeza de erro quadrático.

Os sinais escolhidos para este estudo são os do grupo 1, seguindo a convenção mostrada na Tabela 5.3. Para cada um dos sinais são mostrados os gráficos de densidade espectral de potência, já levando em consideração todos os 200 conjuntos de medições.



#### 5.7.1 Espectros dos sinais e relação sinal-ruído

Figura 5.40: Densidade Espectral de Potência do sinal y1, sem e com ruído adicionado.



Figura 5.41: Relação sinal-ruído para o sinal y1, sem e com ruído adicionado.



Figura 5.42: Densidade Espectral de Potência do sinal y6, sem e com ruído adicionado.



Figura 5.43: Relação sinal-ruído para o sinal y6, sem e com ruído adicionado.



Figura 5.44: Densidade Espectral de Potência do sinal y9, sem e com ruído adicionado.



Figura 5.45: Relação sinal-ruído para o sinal y9, sem e com ruído adicionado.



Figura 5.46: Densidade Espectral de Potência do sinal y14, sem e com ruído adicionado.



Figura 5.47: Relação sinal-ruído para o sinal y14, sem e com ruido adicionado.

Observando-se os gráficos de densidade espectral de potência, é possível notar que o ruído adicionado fez com que a incerteza da medição, relacionada à largura da curva de densidade espectral de potência, aumentasse consideravelmente.

Com relação ao ruído, os sinais obtidos experimentalmente, sem ruído adicionado, têm uma relação sinal-ruído por volta de 10 dB, apresentando uma certa variação entre diferentes sinais e diferentes conjuntos de medidas. Essa relação foi propositalmente reduzida em aproximadamente três vezes pela adição de ruído branco aos sinais.

#### 5.7.2 Influência do ruído aditivo nos resíduos de paridade

A seguir, são mostradas curvas com os resíduos de paridade calculados levando-se em consideração apenas um sinal de cada vez na análise (caso SISO). Nas figuras a seguir, a parte de cima é para o sinal sem ruído introduzido e a de baixo, para os sinais ruidosos. Na parte superior das figuras são mostrados os gráficos das distribuições das normas dos resíduos de paridade, para uma melhor avaliação.



Figura 5.48: Resíduos de paridade calculados para o sinal y1 (caso SISO)



Figura 5.49: Resíduos de paridade calculados para o sinal y6 (caso SISO)



Figura 5.50: Resíduos de paridade calculados para o sinal y9 (caso SISO)



Figura 5.51: Resíduos de paridade calculados para o sinal y14 (caso SISO)

Observando as figuras dos resíduos de paridade, é possível verificar uma forte influência do ruído aditivo nas normas dos resíduos de paridade, de uma maneira geral.

Os resíduos calculados no caso SISO utilizando os sinais y1 (Figura 5.48) e y9 (Figura 5.50) ainda permitem fazer uma distinção dos casos com dano e sem dano, mas com uma margem de decisão bastante reduzida, isto é, as regiões de distribuição das normas dos resíduos para os diferentes casos de danos são muito próximas uma da outra, mas não chegam a se intersectar.

No caso dos resíduos calculados utilizando os sinais y6 (Figura 5.49) e y14 (Figura 5.51), a quantidade de ruídos é tal que não é possível fazer uma discriminação entre os casos com dano e sem dano. Isso pode ser visto claramente nos gráficos de distribuição das normas dos resíduos, onde as regiões para os dois casos estão quase que sobrepostas uma sobre a outra. Assim, uma análise no caso SISO, utilizando as informações provenientes desses sinais não seria capaz de servir de base para uma detecção de danos na estrutura.

#### 5.7.3 Fusão de dados

Na Figura 5.52 é mostrado o gráfico das normas dos resíduos de paridade calculados utilizando-se fusão de dados de todos os sinais ruidosos do grupo 1.



Figura 5.52: Distribuição da norma do resíduo corrompido por ruido

Neste caso, mesmo com todo o ruído presente nos sinais medidos, surgem claramente regiões distintas, de modo que é possível tomar uma decisão a respeito da existência de um dano ou falha no sistema. Assim, a fusão de dados nos sensores contribui positivamente para se ter um diagnóstico mais robusto e confiável sobre o estado de dano de uma estrutura.

# 5.8 Comparação da eficiência computacional da estimação da covariância por diferentes métodos

Por fim, um último estudo foi conduzido para avaliar a comparação da eficiência computacional de dois métodos diferentes de estimação de covariância. Isso é fundamental para a identificação por subespaços do tipo output-only, e se aplica principalmente ao processamento de dados *offline*. Os dois métodos testados são:

- Multiplicação direta (MD), conforme mostrado na Equação (25).
- Estimação utilizando a relação de Wiener-Kinchine (FFT), conforme mostrado na seção 3.4.

O teste consistiu basicamente na contagem do tempo necessário para a estimação das matrizes de estado e de observação, ou seja, um ciclo de identificação completo. Como parâmetro, modifica-se o tamanho da matriz de Hankel utilizada na identificação. Também foi variado o número de amostras (N) por período considerado.



Figura 5.53: Estudo comparativo dos tempos de computação das rotinas de identificação

Os gráficos da Figura 5.53 mostram que a rotina que calcula a correlação por meio da multiplicação direta (MD) consome um tempo que cresce em razão aproximadamente linear com a ordem da matriz a ser estimada, e numa razão muito maior que a estimação utilizando FFT.

Os resultados obtidos nessa comparação sugerem que é muito mais rápido utilizar métodos de estimação por FFT à medida que a ordem do sistema a ser identificado aumenta. Na prática, a ordem estimada dos sistemas a serem identificados é alta (neste trabalho foi utilizado no mínimo 32). Assim, parece ser mais eficiente utilizar a estimação por FFT nos casos de computação *offline*.

Convém destacar que os resultados obtidos nesta seção se aplicam a algoritmos de identificação *offline*. Para métodos *online*, computação recursiva parece ser mais eficiente, mas não foi objeto de estudo.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS

#### 6.1 Balanço final da realização deste trabalho

Neste trabalho foi realizado o estudo de técnicas de identificação multivariável baseadas em subespaços, aplicada ao monitoramento da integridade de estruturas, com o objetivo de desenvolver uma metodologia que sirva de base para um diagnóstico estrutural contínuo e inteligente.

A realização deste trabalho envolveu uma revisão bibliográfica relativamente abrangente a respeito dos assuntos relacionados a esse tema, entre os quais: monitoramento da integridade de estruturas, identificação de sistemas, métodos baseados em vibração e técnicas de geração e análise de resíduos de paridade.

Na parte experimental, foi construída uma bancada para o monitoramento de elementos de placa, composta de múltiplos sensores e atuadores. Toda a parte de *software* e de *hardware*, o que inclui amplificadores de potência e de instrumentação e filtros analógicos, foi desenvolvida no próprio laboratório, estando figurada no projeto inicial deste trabalho.

Uma das principais contribuições deste trabalho foi a proposta da utilização de janelamento em frequência associada a métodos de subespaços, como uma alternativa para a melhor identificação de sistemas de alta ordem em faixas largas do espectro. Resultados obtidos e apresentados mostram que é possível se fazer uma identificação melhor, com um sistema reduzido por limitação espectral. Além disso, a identificação de um sistema de ordem reduzida implica em um menor custo computacional.

Como conseqüência direta da melhoria na identificação de sistemas por meio do janelamento em frequência, está a geração de resíduos de melhor qualidade para a detecção de danos, o que se expressou por uma melhor distinção entre os indicadores de danos.

Outro resultado significativo conseguido neste trabalho foi uma melhoria na geração de resíduos de paridade, utilizando fusão de dados de diferentes sensores e atuadores. Isso se

mostrou eficaz na detecção de danos, utilizando-se sinais aos quais foram adicionados ruídos aditivos, como pode ocorrer em ambientes industriais. Mesmo com o ruído adicional, a fusão de dados tornou possível a detecção de falhas de sensores e atuadores, o que não ocorreu com técnicas que faziam a análise baseada em apenas um sinal (abordagem de identificação SISO).

Outra importante contribuição é a proposta da detecção realizada em diversas faixas de frequência e por diferentes grupos de sinais. Um estudo preliminar a respeito da robustez dos resíduos de paridade gerados foi conduzido e pôde ser observado que a norma desses resíduos é estável ao longo de um grande número de conjuntos de medições. Isso demonstra que a norma desses resíduos pode ser um indicador simples e confiável a respeito do estado da estrutura. O fato desta metodologia fornecer um resultado composto por faixas de frequência distintas a torna bastante propícia de ser utilizada em conjunto com técnicas de reconhecimento de padrão.

Para fechar o trabalho, foi realizada uma pequena comparação sobre a eficiência computacional de diferentes métodos de estimação de covariâncias, o que é importante para métodos de identificação *offline*.

A metodologia desenvolvida neste trabalho se mostrou eficaz para a detecção de danos em estruturas, e certamente será a base de estudos que serão conduzidos futuramente, como uma conseqüência natural do que foi feito até o presente momento.

#### 6.2 Etapas futuras

Para o desenvolvimento futuro, existem algumas vertentes nas quais o trabalho deve evoluir, de modo a se desenvolver não apenas uma metodologia de detecção de danos em estruturas, como todo um sistema de diagnóstico estrutural completo. Algumas destas vertentes são listadas abaixo e serão brevemente discutidas nas seções a seguir.

- Incorporação de inteligência artificial;
- Utilização de um modelo auxiliar;
- Utilização de placas de Lévy;
- Integração de tecnologias embarcadas;
- Diagnóstico em tempo real.

#### 6.2.1 Incorporação de inteligência artificial

Os métodos de monitoramento de integridade de estruturas baseados em vibração mecânica fazem com que a questão da detecção e classificação de danos se torne um problema de reconhecimento de padrões.

Dentro desse contexto, elementos de inteligência artificial, tais como redes neurais e máquinas de suporte vetorial (*Support Vector Machines* – SVM) têm sido ferramentas cada vez mais utilizadas para resolver problemas de classificação e reconhecimento de padrões.

A maneira como a metodologia foi desenvolvida neste trabalho, realizando a geração de resíduos de paridade para diferentes grupos de sinais e de intervalos de frequência, torna propícia a utilização de alguma ferramenta de inteligência artificial, para a detecção, localização e classificação de danos em estruturas, de maneira muito mais robusta e inteligente.

#### 6.2.2 Utilização de um modelo auxiliar

A análise realizada no trabalho relatado nesta dissertação se baseou totalmente em um modelo obtido experimentalmente, com danos simulados por alterações pontuais de massa no elemento testado.

Foi comprovado que a metodologia estudada e os avanços propostos foram capazes de detectar a modificação nos parâmetros físicos do modelo, através da análise das normas dos resíduos de paridade obtidos por identificação por subespaços.

No entanto, o universo de modificações físicas experimentalmente realizáveis é um tanto limitada, e nem sempre essas modificações em massa são suficientes para uma simulação verossímil de danos na estrutura, como trincas, delaminações e danos causados por corrosão.

Assim, se faz necessária a utilização de algum modelo auxiliar, como um modelo em Elementos Finitos ou Elemento Espectral, no qual os danos possam ser mais bem simulados, podendo conduzir a uma metodologia capaz de fornecer resultados adicionais. Uma grande dificuldade na utilização de modelos em Elementos Finitos é o seu alto custo computacional, quando aplicados em problemas envolvendo vibrações em médias e altas frequências, dada a necessidade de grande número de elementos.

Como alternativa, podem ser utilizados modelos em Elementos Espectrais, que estão em desenvolvimento atualmente e já são empregados para resolver problemas de propagação de ondas em elementos mecânicos de viga e de placa.

A utilização de um modelo auxiliar seria interessante também no caso em que algum elemento de inteligência artificial fosse introduzido na análise, para a geração de uma base de dados de danos e falhas, que podem ser utilizados para o seu treinamento.

#### 6.2.3 Utilização de placas de Lévy

O padrão de vibração de uma estrutura está fortemente associado às condições de contorno às quais ela está sujeita. Dessa maneira, mudanças nas condições de contorno podem modificar bastante as características de vibração da estrutura, além de impossibilitar a utilização de algum modelo que a represente.

Uma idéia para se melhorar nesse aspecto, seria utilizar placas de Lévy, que são placas estreitas e com apoio simples nas bordas. Isso teria a vantagem de facilitar a modelagem da vibração da placa, visando etapas posteriores do monitoramento, como a localização e a estimação de danos.

Além disso, a utilização desse tipo de placas poderia abrir possibilidades de extensão deste trabalho para outras aplicações, como o monitoramento contínuo de dutos e tubos.

#### 6.2.4 Integração de tecnologias embarcadas

Dentro do contexto de materiais e estruturas inteligentes, o desenvolvimento de um sistema de monitoramento estrutural integrado à estrutura passa pelo desenvolvimento de dispositivos de monitoramento estrutural embarcados.

O termo tecnologia embarcada envolve a aplicações de dispositivos dedicados à realização de determinadas tarefas, como o processamento de sinais, comunicação e gerenciamento de

energia. Como alguns exemplos de dispositivos de tecnologia embarcada que podem ser aplicados ao monitoramento da integridade de estruturas, podem ser citados:

- FPGAs (Field-Programmable Gate-Arrays);
- ASICs (Application Specific Integrated Circuits);
- Microcontroladores.

Existem alguns trabalhos que envolvem a utilização de dispositivos de tecnologia embarcada em aplicações ao monitoramento da integridade de estruturas, inclusive realizando processamento distribuído, por meio de redes sem fio. Podem ser citados aqui: Lynch et al (2003), Kapoor et al (2005) e Liu e Yuan (2008).

Um modelo de elemento inteligente de monitoramento estrutural baseado em microcontroladores, é esquematizado na Figura 6.1.



Figura 6.1: Diagrama de blocos de um Smart Structure Monitor

Um elemento inteligente, como o apresentado na Figura 6.1 seria capaz de realizar excitação e aquisição de sinais de vibração do sistema, além de realizar diagnóstico a respeito de sensores e atuadores, algum tipo de pré-processamento dos sinais e também comunicação, tanto com outros elementos inteligentes, quanto com um sistema de supervisão.

As tecnologias envolvidas no desenvolvimento de elementos inteligentes de monitoramento já vêm sendo pesquisadas pelo nosso grupo de pesquisa e, em breve, algum dispositivo deverá ser construído fisicamente.

#### 6.2.5 Diagnóstico em tempo real

Para a implementação de métodos de diagnóstico estrutural utilizando-se de tecnologia embarcada, se faz necessário pensar na questão de componentes simples e eficientes, que permitam o monitoramento contínuo e em tempo real.

A questão do desenvolvimento de algoritmos recursivos, que permitam a realização das rotinas de geração e análise de resíduos de paridade em tempo real já foi abordada pelo nosso grupo em trabalhos anteriores, quando foi desenvolvido um algoritmo para o monitoramento de estruturas mecânicas em tempo real, implementado em Simulink (INOCENTE-JUNIOR ET AL, 2009).

Para o futuro, um enfoque maior seria a implementação de algoritmos recursivos em dispositivos embarcados. Como exemplo do que vem sendo pesquisado e desenvolvido pelo nosso grupo atualmente, está ilustrado na Figura 6.2 um bloco de estimação de covariância recursiva, pensado para ser um bloco utilizável em FPGA.



Figura 6.2: Bloco de estimação de covariância recursiva

### 7 REFERÊNCIAS

- ABDELGHANI, M.; BASSEVILLE, M.; BENVENISTE, A. In-operation damage monitoring and diagnostics of vibrating structures, with applications to offshore structures and rotating machinery. In: Proceedings of the 15th International Modal Analysis Conference (IMAC), 1997, Orlando, FL, EUA. V.2, p. 1815-1821.
- ABDELGHANI, M.; CHOU, T. C.; VERHAEGEN, M. Using subspace methods in the identification and modal analysis of structures. In: Proceedings of the 15th International Modal Analysis Conference (IMAC), 1997, Orlando, FL, EUA.
- ABDELGHANI, M.; GOURSAT, M.; BIOLCHINI, T.; HERMANS, L.; VAN DER AUWERAUER, H. Performance of output-only identification algorithms for modal analysis of aircraft structures. In: Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference (IMAC), 1999, Kissimmee, FL, EUA.
- ABDELGHANI, M.; VERHAEGEN, M. ; VAN OVERSCHEE, P.; DE MOOR, B. Comparison study of subspace identification methods applied to flexible structures. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 12, n. 5, p. 679-692, 1998.
- ADAMS, D. E. Health Monitoring of Structural Materials and Components: Methods with Applications. Chichester: McGraw-Hill, 2007.
- AKAIKE, H. Stochastic theory of minimal realization. 1974.
- BALAGEAS, D; FRITZEN C. P.; GÜEMES, A. **Structural Health Monitoring.** London: ISTE, 2006. 496p.

- BALMÈS, E.; BASSEVILLE, M.; BOURQUIN, F.; MEVEL, L.; NASSER, H.; TREYSSÈDE,
  F. Merging sensor data from multiple temperature scenarios for vibration monitoring of civil structures. Structural Health Monitoring, v. 7, n. 2, pp. 129-142.
- BALMÈS, E.; BASSEVILLE, M.; MEVEL, L.; NASSER, H. Handling the temperature effect in vibration monitoring of civil structures: A combined subspace-based and nuisance rejection approach. Control Engineering Practice, v. 17, pp. 80-87, 2009.
- BARTELDS, G. Aircraft structural health monitoring: prospects for smart solutions from an European viewpoint. National Aerospace Laboratory NLR report, TP 97489, 1997.
- BASSEVILLE, M.; ABDELGHANI, M.; BENVENISTE, A. Subspace-based fault detection algorithms for vibration monitoring. Automatica, v. 36, pp. 101-109, 2000.
- BASSEVILLE, M.; BENVENISTE, A.; GOURSAT, M.; HERMANS, L.; MEVEL, L.; VAN DER AUWERAUER, H. Output-only subspace-based structural identification: From theory to industrial testing practice. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME, v. 123, n. 4, p. 668-676, 2001.
- BASSEVILLE, M.; BENVENISTE, A.; GOURSAT, M.; MEVEL, L. In-flight vibration monitoring of aeronautical structures. IEEE Control Systems Magazine, v. 27, n. 5, pp. 27-42, 2007.
- BASSEVILLE, M.; BENVENISTE, A.; GOURSAT, M.; MEVEL, L. Subspace-Based algorithms for structural identification, damage detection and sensor data fusion.
   EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, v. 2007, 13p. 2007.
- BASSEVILLE, M.; BENVENISTE, A; GACH-DEVAUCHELLE, B.; GOURSAT, M.; BONNECASE, D.; DOREY, P.; PREVOSTO, M.; OLAGNON, M. In situ damage

monitoring in vibration mechanics: diagnostics and predictive maintenance. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 7, n. 5, p. 401-423. 1993.

- BASSEVILLE, M.; MEVEL, L.; GOURSAT, M. Statistical model-based damage detection and localization: subspace-based residuals and damage-to-noise sensitivity ratios. Journal of Sound and Vibration, v. 275, p. 769-794, 2004.
- BASSEVILLE, M.; NIKIFOROV, I. Fault isolation for diagnosis: nuisance rejection and multiple hypothesis testing. Annual reviews in control, v. 26, pp. 189-202, 2002.
- BRINCKER, R.; FRANDSEN, J. B.; ANDERSEN, P. Ambient response analysis of the Great Belt Bridge. Proceedings of IMAC-XVIII: A conference on Structural Dynamics 'Computational Challenges in Structural Dynamics', 2000, San Antonio, TX, EUA.
- BRINCKER, R.; FRANDSEN, J. B.; ANDERSEN, P. Ambient response analysis of Heritage Court Tower building structure. Proceedings of IMAC-XVIII: A conference on Structural Dynamics 'Computational Challenges in Structural Dynamics', 2000, San Antonio, TX, EUA.
- CAWLEY, P.; ADAMS, R. D. The Locations Of Defects In Structures From Measurements Of Natural Frequencies. Journal of Strain Analysis, 14 (2), 49–57, 1979.
- DE ROECK, G.; PEETERS, B.; WEI-XIN, R. Benchmark study on system identification through ambient vibration measurements. In: Proceedings of IMAC-XVIII: A conference on Structural Dynamics 'Computational Challenges in Structural Dynamics', 2000, San Antonio, TX, EUA.

- DERAMAEKER, A.; REYNDERS, E.; DE ROECK, G.; KULLAA, J. Vibration-based structural health monitoring using output-only measurements under changing environment. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 22, p. 34-56, 2008.
- DERAMAEKER, A; PREUMONT, A. Vibration based damage detection using large array sensors and spatial filters. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 20, pp. 1615-1630, 2006.
- DEVAUCHELLE-GACH, B. BASSEVILLE, M. BENVENISTE, A. Diagnosing mechanical changes in vibrating systems. In: IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'91), 1991, Baden-Baden, Alemanha.
- DOEBLING, S. W.; FARRAR, C. R.; PRIME, M. B.; SHEVITZ D. W. Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review. Los Alamos National Laboratory report, LA-13070-MS, 1996.
- DOEBLING, S. W.; FARRAR, R.; PRIME, M. B.; A summary review of vibration-based damage identification methods. **The Shock and Vibration Digest**, v. 30, p. 91-105. 1998.
- EWINS, D. J. **Modal testing: Theory, practice and application**. Philadelphia: Research Studies Press LTD, 2000.
- FARRAR, C. R.; WORDEN, K. An Introduction to Structural Health Monitoring. Phil. Trans.R. Soc. A, v. 365, p. 303-315, 2007.
- FASSOIS, S. Advanced Lectures on SHM. Sheffield, 2008.

- FASSOIS, S.; SAKELLARIOU, J. S. Time-series methods for fault detection and identification in vibrating structures. **Phil Trans R Soc**, v. 365, pp. 411-448. 2007.
- FRITZEN, C. P.; KRAEMER, P. Self-diagnosis of smart structures based on dynamical properties. Mechanical Systems and Signal Processing, v.23, p. 1830-1845. 2009.
- GAWRONSKI, W. K. Advanced structural dynamics and active control of structures. New York: Springer-Verlag, 2004.
- GOURSAT, M.; BASSEVILLE, M.; BENVENISTE, A.; MEVEL, L. Output-only modal analysis of Ariane 5 launcher. In: Proceedings of IMAC-XIX: A Conference on Structural Dynamics, 2001, Kissimmee, FL.
- HELLIER, C. Handbook of Nondestructive Evaluation. New York: McGraw-Hill, 2001. 603p.
- HENDRICKS, W. R. The Aloha Airlines accident: a new era for aging aircraft. Structural integrity of aging airplanes, p. 153-165. 1991.
- HEYLEN, W.; LAMMENS, S.; SAS, P. Modal Analysis Theory and Testing. Leuven: KU Leuven, 1999.
- INMAN, D. J. Engineering vibration. Upple Saddle River: Prentice Hall, 2001.
- INOCENTE-JUNIOR, N. R., NÓBREGA, E. G. O.; MECHBAL, N. Real-time structural health monitoring using parity residue analysis In: International Congress of Mechanical Engineering, Gramado, RS, Brasil, 2009.
- JUANG, J. N. Applied System Identification. New Jersey: Prentice Hall, 1994.

- KAPOOR, C.; GRAVES-ABE, T. L.; PEI, J-S. Development of an off-the-shelf field programmable gate array based wireless sensing unit for structural health monitoring. Smart Structures and Materials 2005 – Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical and Aerospace Systems; San Diego, CA, EUA, 2005.
- KATAYAMA, T. Subspace Methods for system identification: a realization approach. London: Springer-Verlag, 2005.
- LIFSHITZ, J. M.; ROTEM, A. Determination of Reinforcement Unbonding of Composites by a Vibration Technique. Journal of Composite Materials, Vol. 3, pp. 412–423, 1969.
- LIU, L.; YUAN, F. G. Active damage localization for plate-like structures using wireless sensors and a distributed algorithm. **Smart Materials and Structures**, v. 17, 2008.
- LJUNG, L. Development of System Identification. Departament of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 1996.
- LJUNG, L. System Identification: theory for the user. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1987.
- LYNCH, J. P.; SUNDARARAJAN, A.; LAW, K. H.; KIREMIDJIAN, A. S.; CARRYER, E. Embedment of Structural monitoring algorithms in a wireless sensing unit. Structural Engineering and Mechanics, v. 15, n. 3, pp. 285-297, 2003.
- LYNCH, J. P.; SUNDARARAJAN, A.; LAW, K. H.; KIREMIDJIAN, A. S.; CARRYER, E. Embedding damage detection algorithms in a wireless sensing unit for operational power efficiency. **Smart Materials and Structures**, v. 13, n. 4, pp. 800-810, 2004.
- MECHBAL, N. Notas de aulas do curso de identificação e estimação. École Nationale Supérieure des Arts et Métiers (ENSAM), Paris, França, 2007.

- MEVEL, L.; BASSEVILLE, M.; BENVENISTE, A.; GOURSAT, M. Merging sensor data from multiple measurement set-ups for non-stationary subspace-based modal analysis. Journal of Sound and Vibration, v. 249, n. 4, p. 719-741, 2002.
- MEVEL, L.; BENVENISTE, A.; BASSEVILLE, M.; GOURSAT, M. Blind subspace-based eigenstructure identification under nonstationary excitation using moving sensors. IEEE Transactions on Signal Processing, v. 50, n. 1, p. 41-48, 2002.
- MEVEL, L.; BENVENISTE, A.; BASSEVILLE, M.; GOURSAT, M.; PEETERS, B.; DER AUWERAUER, H.; VECCHIO, A. Input/output versus output-only data processing for structural identification – Application to in-flight data analysis. Journal of Sound and Vibration, v. 295, p. 531-552, 2006.
- MEVEL, L.; GOURSAT, M.; BASSEVILLE, M.; BENVENISTE, A. Steelquake modes and modeshapes identification from multiple sensor pools. In: Proceedings of IMAC-XX: A conference on Structural Dynamics, 2002, Los Angeles, CA, EUA.
- MEVEL, L.; HERMANS, L. VAN DER AUWERAUER, H. Health Monitoring of a concrete three-span bridge. In: Proceedings of IMAC-XVIII: A conference on Structural Dynamics 'Computational Challenges in Structural Dynamics', 2000, San Antonio, TX, EUA.
- MEVEL, L.; HERMANS, L.; VAN DER AUWERAUER, H. Application of a subspace-based fault detection method to industrial structures. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 13, n. 6, p. 823-838, 1999.
- NDAMBI, J. M.; PEETERS, B.; MAECK, J.; DE VISSCHER, J.; WAHAB, M. A.; VANTOMME, J.; DE ROECK, G.; DE WILDE, W. P. Comparison of techniques for modal analysis of concrete structures. Engineering structures, v. 22, n. 9, p. 1159-1166, 2000.

OGATA, K. Modern Control Engineering. Upple Saddle River: Prentice Hall, 2002.

- OTT J., O'LONE R.G. 737 fuselage separation spurs review of safeguards, *Aviation Week and Space Technology*, v.5, pp. 92-95. 1988.
- PEETERS, B.; DE ROECK, G.; Reference-based stochastic subspace identification for outputonly modal analysis. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 13, n. 6, p. 855-878, 1999.
- PINTELON, R.; SCHOUKENS, J. System Identification: a frequency domain approach. New York: IEEE Press, 2001.
- REZA MOHEIMANI, S. O.; FLEMING, A. J. Piezoelectric Transducers for Vibration control and damping. London: Springer-Verlag, 2006.
- RYTTER, A. Vibration based inspection of civil engineering structures. 1993. PhD thesis, Aalborg University, Denmark.
- SEDRA, A. S.; SMITH, K. C. Microelectronic circuits. New York: Oxford University Press, 2004.
- SHULL, P. J. Nondestructive Evaluation. New York: Marcel Dekker, 2002. 869p.
- SOHN, H.; FARRAR, C. R.; HEMEZ, F. M.; CZARNECKI, J. J.; SHUNK, D. D., STINEMATES, D. W.; NADLER, B. R. A Review of Structural Health Monitoring Literature: 1996–2001. Los Alamos National Laboratory Report, LA-13976-MS, 2003.

- STASZEWSKI, W. J.; BOLLER, C.; TOMLINSON, G. R. Health Monitoring of Aerospace Structures: smart sensor technologies and signal processing. Chichester: John Wiley & Sons, 2004.
- VAN OVERSCHEE, P.; DE MOOR, B. N4SID: Subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems. **Automatica**, v. 30, n. 1, pp. 75-93. 1994.
- VAN OVERSCHEE, P.; DE MOOR, B. Subspace identification for Linear Systems: Theory Implementation – Applications. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- VERHAEGEN, M. A fast, recursive MIMO state space model identification algorithm. In: Proceedings of the 30<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control, Part 1 (of 3), 1991, Brighton, Inglaterra.
- VERHAEGEN, M.; DEWILDE, P. Subspace model identification, Part 1: The output-error statespace model identification class of algorithms. International Journal of Control, v. 56, n. 5, pp. 1187–1210, 1992.
- VERHAEGEN, M.; DEWILDE, P. Subspace model identification, Part 2: Analysis of the elementary output-error state space model identification algorithm. International Journal of Control, v. 56, n. 5, pp. 1187–1210, 1992.
- VIBERG, M. Subspace-based Methods for the Identification of Linear Time-invariant systems. Automatica, v. 31, n. 12, pp. 1835-1851, 1995.
- WAHNON, E.; BENVENISTE, A.; BASSEVILLE, M. On failure detection and identification: an optimum robust min-max approach. In: IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'91), 1991, Baden-Baden, Alemanha.
WENZEL, H. Health Monitoring of Bridges. Chichester: John Wiley & Sons, 2009.

- WILLSKY, A. S. A survey of design methods for failure detection in dynamic systems. Automatica, v. 12, n. 6, pp. 601-611, 1976.
- WORDEN, K.; DULIEU-BARTON, J. M. An Overview of Intelligent Fault Detection in Systems and Structures. **Structural Health Monitoring**, v. 3, n.1, p. 85-98, 2004.
- WORDEN, K.; FARRAR, C. R.; MANSON, G.; PARK, G. The fundamental axioms of structural health monitoring. **Proc. R. Soc. A**, v. 463, p 1639-1664. 2007.
- YAN, A.; GOLINVAL, J-C. Structural damage localization by combining flexibility and stiffness methods. **Engineering Structures**, v. 27, n. 12, p. 1751-1761, 2005.
- YAN, A-M.; DE BOE, P.; GOLINVAL, J-C. Structural Damage Diagnosis by Kalman Model Based on Stochastic Subspace Identification. Structural Health Monitoring, v. 3, n. 2, 2004.
- YAN, A-M.; GOLINVAL, J-C. Null subspace-based damage detection of structures using vibration measurements. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 20, pp. 611-626. 2006
- YAN, A-M.; GOLINVAL, J-C. Null subspace-based damage detection of structures using vibration measurements. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 20, n. 3, p. 611-626, 2006.
- YOSHIMOTO, R.; MITA, A.; OKADA, K. Damage detection of base-isolated buildings using multi-input multi-output subspace identification. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v. 34, n. 3, p. 307-324, 2005.