

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR THIAGO AUGUSTO BENTO  
DA SILVA CAMARGO E APROVADA  
PELA COMISSÃO JULGADORA EM ...../...../.....

  
.....  
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Thiago Augusto Bento da Silva Camargo

**“Transformada Wavelet Aplicada a Análise de  
Falhas em Rolamentos”**

Campinas, 2011

Thiago Augusto Bento da Silva Camargo

# **“Transformada Wavelet Aplicada a Análise de Falhas em Rolamentos”**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Engenharia Automobilística da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Automobilística.

Área de Concentração: Dinâmica

Orientador: Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos

Campinas  
2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

C14t Camargo, Thiago Augusto Bento da Silva  
Transformada wavelet aplicada a análise de falhas em  
rolamentos / Thiago Augusto Bento da Silva Camargo. --  
Campinas, SP: [s.n.], 2011.

Orientador: José Maria Campos dos Santos.  
Dissertação de Mestrado (Profissional) -  
Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de  
Engenharia Mecânica.

1. Wavelets (Matemática). 2. Localização de falhas  
(Engenharia). 3. Vibração. 4. Rolamentos. I. Santos,  
José Maria Campos dos. II. Junghanel, Mario. III.  
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
Engenharia Mecânica. IV. Título.

Título em Inglês: Wavelet transform applied on bearing's fault detection

Palavras-chave em Inglês: Wavelets (Mathematics, System fault location  
(Engineering, fault detection, Vibration, Bearings

Área de concentração: Dinâmica

Titulação: Mestre em Engenharia Automobilística

Banca examinadora: Eurípedes Guilherme de Oliveira Nobrega, Belisário Nina  
Huallpa

Data da defesa: 21/07/2011

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica


**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO PROFISSIONAL**

**“Transformada Wavelet Aplicada a Análise de  
Falhas em Rolamentos”**

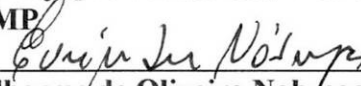
Autor: Thiago Augusto Bento da Silva Camargo

Orientador: Jose Maria Campos dos Santos



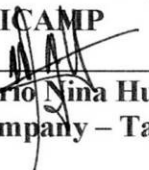
---

**Prof. Dr. José Maria Campos dos Santos, Presidente**  
**DMC/FEM/UNICAMP**



---

**Prof. Eurípedes Guilherme de Oliveira Nobrega**  
**DMC/FEM/UNICAMP**



---

**Prof. Dr. Belisário Nina Huallpa**  
**Ford Motor Company – Tatuí Proving Ground , São Paulo, Brasil**

Campinas, 21 de Julho de 2011.



”Se vi mais longe, foi porque estava sobre os ombros de gigantes.”  
(Sir Isaac Newton)

## **Dedicatória**

Dedico esse trabalho à minha família, especialmente: esposa, filhos, pai, mãe e irmão, e para que sirva de exemplo de perseverança e de entusiasmo àqueles que queiram se aprofundar no conhecimento.

## **Agradecimentos**

Ao meu orientador, Professor Dr. José Maria Campos dos Santos, pela orientação, atenção, paciência e motivação.

A empresa Schaeffler, que me proporcionou essa oportunidade de grande importância em minha vida.

Em especial, à minha família: meus pais, Carolina O. Giannoni Camargo (esposa), Giovanni (filho) e Melina (filha), pela paciência, e, acima de tudo, pelo grande apoio nas horas mais difíceis.

A todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a elaboração deste trabalho.

## Resumo

CAMARGO, Thiago Augusto Bento da Silva, *Transformada Wavelet Aplicada à Análise de Falhas em Rolamentos*, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2011, 132p. Dissertação (Mestrado)

Neste trabalho, foram feitas avaliações da utilização da transformada wavelet aplicada, principalmente, na identificação de falhas em rolamentos de esferas com contato angular. Como essa transformada pode ser comparada a transformada de Fourier, foi feito, primeiramente, um estudo comparativo entre a transformada wavelet contínua e a transformada de Fourier com sinais variantes no tempo. Posterior a essa avaliação, a transformada Wavelet discreta foi aplicada em diferentes métodos de identificação de presença de falhas em rolamentos como os métodos da porcentagem de energia, contagem de WZC (*Wavelet Zero Crossing*) e distancia euclidiana avaliados comparativamente entre sinais simulados de rolamento considerado bom e outro considerado ruim, para cada banda de frequência. E, em seguida, a transformada wavelet contínua foi comparada através da avaliação dos resultados da identificação de origem de falhas pelo método do envelope, sendo utilizada como filtro em substituição ao filtro passa banda de Butterworth comumente utilizado.

Os resultados mostraram que a transformada Wavelet consegue identificar a variação de frequência em sinais variantes no tempo e a transformada de Fourier não. Os métodos que utilizaram a transformada wavelet discreta puderam fazer a identificação positiva da presença de falha em rolamentos, sendo que dois deles, método da energia e distancia euclidiana, apresentaram também robustez para identificação na presença de ruído branco nos sinais. Pela técnica do envelope, a transformada wavelet contínua, além de mostrar resultados equivalentes àqueles obtidos pela filtragem com filtro Butterworth, possibilitou identificações corretas de falhas em rolamentos em frequências próximas à frequência máxima de aquisição e também em janelas de inspeção com até 200 Hz de diferença entre a frequência central da falha e da janela.

*Palavras-Chave:* wavelet; envelope; detecção de falhas; rolamentos; análise de vibração.

## **Abstract**

CAMARGO, Thiago Augusto Bento da Silva, *Wavelet Transform Applied on Bearing's Fault Detection*, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2011, 132p. Dissertação (Mestrado)

Hereby, the Wavelet transform was evaluated, mainly, being applied to angular contact ball bearings. As this transform can be comparable with the Fourier transform, a first comparative study was done using time variant signals in order to compare both transforms' performs. Afterwards, the discrete wavelet transform was applied on different fault presence identification methods as: WZC (*Wavelet Zero Crossing*) counting, energy percentage and Euclidian distance. On these cases, simulated bearing signals for good and bad condition were used. Furthermore, the continues wavelet transform was used as a substitute for the Butterworth filtering on the envelope method of fault origin identification.

The results have shown that the wavelet transform can identify the frequency variation on time and the Fourier cannot. The method where the discrete wavelet transform was applied could successfully identify the fault presence on simulated signals, even when applied together with white noise. On the envelope method, the continuous wavelet transform had a equivalent performance as the Butterworth filtering and could also provide correct results even when the analyzed frequency was near the maximum acquisition frequency and also when the center frequency of the inspection window was up to 200 Hz higher, where the other filtering could not perform the same way.

Key-words: wavelet, envelope, bearings fault detection, vibration analysis.

## Lista de Figuras

Figura 3.1 - (a) Sinal no tempo, senos em 5, 10 e 180 Hz (amplitude × tempo); .....	11
Figura 3.2 - Fotos ilustrativas de falhas em rolamentos.....	14
Figura 3.3 - (a) Ilustração de um rolamento com defeito na pista externa com sinal sendo coletado através de um acelerômetro. (b) Sinal simulado de um rolamento de esferas de resposta ao impulso. Sinal gerado via software Matlab com frequência característica de 150Hz.....	15
Figura 3.4 - Identificação das dimensões básicas de um rolamento de esferas com contato angular. ....	16
Figura 3.5 - Gráfico esquemático da sequência de operações na análise por envelope. (a) - Sinal de um rolamento com falhas; (b) - Sinal <i>a</i> filtrado usando-se um filtro passa - alta; (c) - Sinal "envelope" de <i>b</i> .....	18
Figura 3.6 - Sinal no tempo e na frequência exemplificando o envelope de um sinal modulado na amplitude. ....	20
Figura 3.7 - Resultados da análise de envelope a um sinal característico de rolamento. ....	21
Figura 4.1 - Demonstração 3D dos coeficientes CWT por tempo e frequência. Sinal de rolamento sem defeito – somente frequências baixas podem ser vistas.....	37
Figura 4.2 - Coeficientes referentes à frequência 498Hz no tempo e seu respectivo espectro. ....	38
Figura 5.1 - (a) - Sinal simulado com aumento da frequência ao longo do tempo. (b) - Sinal simulado com diminuição da frequência ao longo do tempo .....	39
Figura 5.2. (a) Espectro do sinal 1. (b) Espectro do sinal 2. Gráficos calculados com a função FFT do software MatLab.....	40
Figura 5.3. (a) Coeficientes Wavelet do sinal 1. (b) Coeficientes Wavelet do sinal 2. Gráficos calculados com a função CWT do software MatLab usando-se a função “mãe” Daubechies 2... ..	40
Figura 5.4 – (a) Trem de Pulsos com 1500 Hz na frequência interna e 21 Hz como frequência de repetição de cada pulso.(b) Espectro de potência (pico em 1500Hz).....	42
Figura 5.5 - Sinal no tempo e sua FFT para o caso de rolamento SEM defeito.....	43
Figura 5.6 - Sinal no tempo e sua FFT para um rolamento COM defeito na gaiola. ....	43

Figura 5.7 - Comparativo de energia via DWT, evidenciando uma elevação da quantidade de energia proporcional na banda de 1250/2500 Hz .....	44
Figura 5.8 - Comparativo de energia via DWT com ruído branco ( $r=0,25$ ), evidenciando uma elevação da quantidade de energia proporcional na banda de 1250/2500 Hz .....	45
Figura 5.9 - Comparativo WZC via DWT, evidenciando uma elevação do WZC na banda de 1250/2500 Hz .....	48
Figura 5.10 - Comparativo WZC via DWT, com ruído branco ( $r=25\%$ ).....	49
Figura 5.11 - Comparação por distância euclidiana via DWT, (sinal com/sem falhas) sem ruído branco .....	51
Figura 5.12 - Comparação por distância euclidiana, via DWT, sinal com/sem falha (ruído branco em 25%).....	52
Figura 5.13 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1200Hz e frequência de falha em 143 Hz. ....	56
Figura 5.14 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1200Hz e frequência de falha em 143 Hz. ....	56
Figura 5.15 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1200Hz e frequência de falha em 143 Hz. ....	57
Figura 5.16 - Resultado do filtro de banda de 1000 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1200Hz e frequência de falha em 143 Hz.....	57
Figura 5.17 - Resultado do filtro de banda de 1400 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1200Hz e frequência de falha em 143 Hz.....	58
Figura 5.18 - Coeficientes Wavelet equivalentes à 2120 Hz e respectiva análise espectral .....	62
Figura 5.19 - Sinal filtrado no tempo com janela (1745 a 2495 Hz) e sua respectiva análise espectral – Devido a janela de filtragem, não é possível avaliar qual a frequência principal. ....	62
Figura A.1 – Efeito da variação dos índices $k$ e $j$ . Sendo $k$ o efeito de translação e $j$ o efeito de escala. ....	73
Figura A.2 – Representação gráfica de $\varphi_{0,0}(t)$ , $\varphi_{1,0}(t)$ e $\varphi_{1,1}(t)$ .....	74
Figura A.3- Representação gráfica da região abrangida pelos dois espaços citados. Onde $V_1$ contém $V_0$ .....	75

Figura A.4 - Exemplificação dos espaços e mudança de nomenclatura.....	76
Figura A.5 - Gráfico ilustrativo de bandas abrangidas pelos espaços integráveis .....	77
Figura A.6 - Apresentação de formas de Wavelets "mães" mais comuns.....	78
Figura A.7 - Gráficos mostrando wavelet-mãe em azul e senóide com frequência central conhecida. Fonte: Matlab v.7.6 (Frequently Asked Questions :: Advanced Concepts (wavelet Toolbox)).....	79
Figura A.8 - Decomposição DWT de único nível.....	81
Figura A.9 - Diagrama esquemático para decomposição via DWT em múltiplos níveis (n). Com as respectivas bandas de frequências equivalentes entre colchetes. Onde: S=sinal; $cA_n$ =coeficientes relativos à aproximação de nível 'n' e $cD_n$ =coeficientes relativos ao detalhe de nível 'n'. .....	81
Figura B.1 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 143 Hz. ....	83
Figura B.2 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 143 Hz. ....	84
Figura B.3 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 143 Hz. ....	84
Figura B.4 - Resultado do filtro de banda de 100 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 143 Hz. ....	85
Figura B.5 - Resultado do filtro de banda de 1400 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 143 Hz. ....	85
Figura B.6 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz. ....	86
Figura B.7 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz. ....	86
Figura B.8 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz. ....	87
Figura B.9 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1200Hz e frequência de falha em 247 Hz. ....	87



Figura B.10 - Resultado do filtro de banda de 1400 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1200Hz e frequência de falha em 247 Hz.....	88
Figura B.11 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1200Hz e frequência de falha em 247 Hz. ....	88
Figura B.12 - Resultado do filtro de banda de 1000 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1200Hz e frequência de falha em 247 Hz.....	89
Figura B.13 - Resultado do filtro de banda de 1400 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1200Hz e frequência de falha em 247 Hz.....	89
Figura B.14 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 247 Hz. ....	90
Figura B.15 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 247 Hz. ....	90
Figura B.16 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 247 Hz. ....	91
Figura B.17 - Resultado do filtro de banda de 1000 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 247 Hz.....	91
Figura B.18 - Resultado do filtro de banda de 1400 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 247 Hz.....	92
Figura B.19 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 247 Hz. ....	92
Figura B.20 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 247 Hz. ....	93
Figura B.21 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 247 Hz. ....	93
Figura B.22 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 5% na relação ruído sinal. ....	94
Figura B.23 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 10% na relação ruído sinal. ....	95
Figura B.24 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 25% na relação ruído sinal. ....	95

Figura B.25 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com $f_c$ em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 5% na relação ruído sinal. ....	96
Figura B.26 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com $f_c$ em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 10% na relação ruído sinal. ....	96
Figura B.27 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com $f_c$ em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 25% na relação ruído sinal. ....	97
Figura B.28 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com $f_c$ em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 5% na relação ruído sinal. ....	97
Figura B.29 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com $f_c$ em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 10% na relação ruído sinal. ....	98
Figura B.30 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com $f_c$ em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 25% na relação ruído sinal. ....	98
Figura B.31 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 143 Hz, frequência central de 2000 Hz. ....	99
Figura B.32 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 143 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 100 Hz maior do que a $f_c$ da falha. ....	100
Figura B.33 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 143 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 200 Hz maior do que a $f_c$ da falha. ....	100
Figura B.34 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 143 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 100 Hz menor do que a $f_c$ da falha. ....	101
Figura B.35 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 143 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 200 Hz menor do que a $f_c$ da falha. ....	101
Figura B.36 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 143 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem é 100 Hz maior do que a $f_c$ da falha. ....	102

Figura B.37 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 143 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem é 100 Hz menor do que a $f_c$ da falha. ....	102
Figura B.38 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 143 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem é 200 Hz menor do que a $f_c$ da falha. ....	103
Figura B.39 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é a $f_c$ da falha. ....	103
Figura B.40 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 100 Hz maior do que a $f_c$ da falha. ....	104
Figura B.41 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 200 Hz maior do que a $f_c$ da falha. ....	104
Figura B.42 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 100 Hz menor do que a $f_c$ da falha. ....	105
Figura B.43 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 200 Hz menor do que a $f_c$ da falha. ....	105
Figura B.44 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem é 100 Hz maior do que a $f_c$ da falha. ....	106
Figura B.45 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem é 100 Hz menor do que a $f_c$ da falha. ....	106
Figura B.46 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, $f_c$ de 2000 Hz. Frequência central da filtragem é 200 Hz menor do que a $f_c$ da falha. ....	107

Figura B.47 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, fc de 1200 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é a fc da falha. ....	108
Figura B.48 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, fc de 1200 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 100 Hz maior do que a fc da falha. ....	108
Figura B.49 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, fc de 1200 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 200 Hz maior do que a fc da falha. ....	109
Figura B.50 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, fc de 1200 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 100 Hz menor do que a fc da falha. ....	109
Figura B.51 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, fc de 1200 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 200 Hz menor do que a fc da falha. ....	110
Figura B.52 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, fc de 1200 Hz. Frequência central da filtragem é 100 Hz maior do que a fc da falha. ....	110
Figura B.53 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, fc de 1200 Hz. Frequência central da filtragem é 200 Hz maior do que a fc da falha. ....	111
Figura B.54 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, fc de 1200 Hz. Frequência central da filtragem é 100 Hz menor do que a fc da falha. ....	112
Figura B.55 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 247 Hz, fc de 1200 Hz. Frequência central da filtragem é 200 Hz menor do que a fc da falha. ....	112

## Lista de Tabelas

Tabela 5.1 - Valores de energia para cada faixa de frequência para sinais com e sem defeito para as condições com e sem ruído branco. ....	46
Tabela 5.2 – Resultados do calculo de média, desvio padrão e limites de distribuição normal....	46
Tabela 5.3 - Resultados dos WZC de cada banda de frequência, para os dois sinais em duas condições de ruído branco (com e sem). ....	50
Tabela 5.4 – Resultados do calculo de média, desvio padrão e limites de distribuição normal para WZC. ....	50
Tabela 5.5 - Parametros e limites do intervalo de confianca de 99,74% para distância euclidiana .....	52
Tabela 5.6 - Parametros e limites do intervalo de confianca de 99,74% para distância euclidiana .....	53
Tabela 5.7 - Resultados das simulações da técnica do envelope para avaliação do tamanho de banda (frequência central de 143 Hz).....	58
Tabela 5.8 - Resultados das simulações da técnica do envelope para avaliação do tamanho de banda (frequência de falha em 247 Hz).....	59
Tabela 5.9 - Resultados das simulações da técnica do envelope para avaliação da influencia do ruído.....	59
Tabela 5.10 - Resultado do comparativo Wavelet - Envelope (sinal com falha de frequência central em 143 Hz e ressonância em 2000 Hz). ....	61
Tabela 5.11 - Resultado do comparativo Wavelet - Envelope (sinal com falha de falha em 247 Hz e frequência central em 2000 Hz).....	63
Tabela 5.12 - Resultado do comparativo Wavelet - Envelope (sinal com falha de frequência de falha em 247 Hz e frequência central em 1200 Hz) .....	63

## Lista de Algoritmos

Algoritmo 4.1 – Programa para a análise de Fourier de um sinal “x”.....	28
Algoritmo 4.2 – Código para cálculo de correspondência entre frequências e escalas.....	28
Algoritmo 4.3 – Código para cálculo de correlação entre escalas, níveis e frequências.....	29
Algoritmo 4.4 – Código para reconstrução separada de cada detalhe ou aproximação dos coeficientes armazenados em “C” .....	32
Algoritmo 4.5 – Função para cálculo e contagem de wzc.....	32
Algoritmo 4.6 – Função utilizada para ordenar coeficientes de cada nível de decomposição.....	33
Algoritmo 4.7 – Função que calcula e armazena a diferença entre os coeficientes de cada vetor.....	34
Algoritmo 4.8 – Código para cálculo de envelope de um sinal “x”.....	36
Algoritmo 4.9 – Código para transformar frequências em escalas para cálculo da decomposição CWT.....	37

## Sumário

Resumo .....	vii
Abstract.....	viii
Lista de Figuras .....	ix
Lista de Tabelas .....	xvi
Lista de Algoritmos .....	xvii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Situação do problema.....	2
1.2 Objetivo .....	2
1.3 Descrição do trabalho .....	3
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	5
3. REVISÃO TEÓRICA .....	10
3.1 Transformada de Fourier .....	10
3.2 Transformada Wavelet.....	13
3.3 Análise de falhas em rolamentos .....	14
3.4 Análise de envelope na detecção de falhas em rolamentos .....	17
3.5 Utilização da ferramenta Wavelet na identificação de falhas em rolamentos. ....	22
3.6 Noções de Estatística .....	24
4. METODOLOGIA.....	27
4.1 Método para comparação das transformadas Wavelet - Fourier .....	27
4.2 Método da Identificação de falhas via Wavelet.....	29
4.2.1. Identificação por comparação DWT.....	30
4.2.2. Identificação por WZC .....	31
4.2.3. Identificação por Distância Euclidiana.....	32
4.2.4. Eficiência da Transformada Wavelet na Filtragem de Sinais de Rolamentos.....	34
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	39
5.1 Comparação - Transformadas Wavelet - Fourier .....	39

5.2 Identificação de falhas via transformada Wavelet.....	41
5.2.1 Método comparativo por DWT .....	44
5.2.2 Método WZC .....	47
5.2.3 Método da Distância Euclidiana.....	51
5.2.4 Comparação Wavelet - Envelope .....	55
5.2.4.1 Definição do tamanho de banda para análise por envelope.....	55
5.2.4.2 Resultados da comparação Wavelet - Envelope.....	60
6. CONCLUSÕES .....	65
6.1 Principais contribuições deste trabalho .....	66
6.2 Trabalhos Futuros .....	67
Referências .....	68
APÊNDICE A – Transformada Wavelet.....	71
APÊNDICE B – Gráficos complementares do cap. 5 .....	83
B.1 – Definição de largura de banda .....	83
B.2 – Avaliação do ruído na filtragem via Butterworth .....	94
B.3 – Comparação Wavelet - envelope .....	99



# 1. INTRODUÇÃO

A concorrência entre empresas tem se tornado, de uma maneira geral, cada vez mais exigente e acirrada devido a economia globalizada de mercados. Por isso, um conhecimento mais aprofundado do produto ou serviço oferecido se faz necessário. Isso fica evidente, uma vez que os pontos fortes e, principalmente, fracos precisam ser conhecidos para proporcionar uma melhor abordagem ao cliente ou consumidor.

Nesse sentido, a análise de sinais se torna cada vez mais importante, e vem demonstrando seu potencial e utilidade devido ao detalhamento e aprofundamento da observação sistematizada, por métodos e transformadas, de fenômenos como ruídos ou vibrações.

No caso de fabricantes de rolamentos, a identificação das origens ou causas de vibrações é muito importante, pois, é uma característica que afeta diretamente a satisfação de seus clientes, podendo ser ainda diretamente relacionada com o tempo de vida do componente. Quando a vibração é excessiva, independentemente de sua origem (ex.: falta de lubrificação ou contaminação dentro do rolamento), o cliente se torna incomodado gerando insatisfação e descontentamento com o produto. Sendo assim, o conhecimento e análise desse fenômeno se fazem essenciais.

Para contribuir na melhoria da qualidade do conhecimento no campo da análise de vibrações, um comparativo entre transformada de Fourier e a transformada Wavelet, no domínio da frequência e tempo-frequência, são apresentadas nesta dissertação, mais especificamente, em sinais que representam vibrações de rolamentos de embreagem em bom estado e com falha incipiente considerando este o melhor momento para a identificação e manutenção do componente.

## **1.1 Situação do problema**

As diferentes abordagens ou ferramentas empregadas na análise de sinais são motivadas pelas suas possibilidades de interpretações e extrações. Aqui, o interesse é verificar e, principalmente, comparar a transformada Wavelet com a abordagem por envelope, utilizando-se a transformada de Fourier.

Neste trabalho, então, serão empregadas e comparadas essas ferramentas de análise de sinais em simulações para identificação de falhas em rolamentos. Como já dito, a importância em se conhecer profundamente um produto fabricado é cada vez maior, e, por isso, o estudo e emprego de tais ferramentas se mostraram de grande importância.

## **1.2 Objetivo**

O objetivo deste trabalho é explorar e comparar a utilização das transformadas Wavelet e da transformada de Fourier aplicada na técnica do envelope. Além das diferenças entre as ferramentas também é de objetivo desta dissertação que estas ferramentas sejam aplicadas na identificação de falhas em rolamentos de esferas de contato angular, tornando a análise destas falhas mais detalhadas, concomitantemente possibilitando um maior conhecimento e investigação das condições desses rolamentos.

### **1.3 Descrição do trabalho**

Durante o trabalho, serão apresentadas as diferentes ferramentas e algumas novas possibilidades de interpretação dos dados gerados. Ou seja, além da transformada de Fourier e Wavelet, serão apresentados outros índices e informações que podem ser utilizadas na investigação dos sinais.

O trabalho ficou dividido em seis capítulos, traçando uma linha de pensamento sobre a teoria e teste prático de aplicação das duas técnicas de análise de sinais (Fourier e Wavelet).

No primeiro capítulo, será feita a introdução à necessidade do estudo das transformadas aplicadas na análise de sinais.

No capítulo dois, serão apresentados trabalhos importantes tidos como referência no estudo e aplicação da técnica do envelope e, principalmente, de wavelets. Muitos dos trabalhos aqui citados são referenciados em inúmeros outros trabalhos e são reconhecidos como precursores nesse tipo de estudo. Nesta revisão, serão vistos trabalhos de aplicação, utilização e teoria da transformada Wavelet.

No terceiro capítulo, será feita uma revisão da teoria de como as ferramentas funcionam e como podem ser aplicadas. Esse capítulo embasa todos os preceitos utilizados no capítulo de experimentação.

No capítulo quatro serão apresentados algoritmos e toda metodologia utilizada para gerar todos os resultados numéricos. Nessa parte, optou-se por apresentar os algoritmos de forma explícita, pois assim a compreensão pode ser facilitada.

No quinto capítulo, serão apresentados os resultados numéricos das simulações feitas para realçar a utilidade e algumas possibilidades da ferramenta wavelet e como comparativo com a técnica do envelope. Além dos resultados numéricos, foram apresentados comentários pertinentes

aos achados. Na primeira parte do capítulo, através de exemplos simples, serão evidenciadas a versatilidade e principais diferenças da análise wavelet e da análise por Fourier. No restante do capítulo, serão abordadas varias possibilidades de utilização da transformada Wavelet discreta ou DWT (*discrete wavelet transform*) na detecção de falhas em rolamentos. Na terceira parte, foi feita uma comparação entre a técnica do envelope com a transformada contínua Wavelet ou CWT (*continuous wavelet transform*) na detecção e identificação de falhas em rolamentos.

No capítulo seis, será feito o fechamento e conclusão do trabalho, onde serão sintetizados os resultados e discussões para possíveis trabalhos futuros.

E no último capítulo são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas no trabalho.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta secção, será feita uma revisão da literatura sobre o emprego de Wavelet em análise de sinais ou, mais especificamente, na análise de sinais de vibração para detecção de falhas.

Antes de entrar em outras ferramentas, foi feito um estudo da transformada de Fourier, baseado no livro de HSU (1973), que é um trabalho teórico e com diversas aplicações práticas para o entendimento do procedimento e introdução à análise de sinais.

A primeira vez de que se tem notícia, aonde o termo *Wavelet* foi utilizado, foi no apêndice da tese de doutorado de A. Haar em 1909, que estudava funções quadráticas. Porém, sem grande profundidade no tema da transformada Wavelet em específico.

Na década de 30, a utilização de Wavelets ganhou grande destaque por possibilitar novas abordagens às análises de sinais como o estudo do movimento Browniano (tipo de sinal aleatório) como reviu GRAPES(1995).

No campo das Wavelets, um livro fundamental no entendimento e embasamento matemático é o do autor BURRUS (1998), que traz uma obra bastante detalhada sobre teoria e introdução da ferramenta Wavelet. O seu livro traz um embasamento matemático forte para a manipulação de sinais de qualquer natureza pelas transformadas Wavelets. Além da teoria, também é apresentado o algoritmo de Mallat para a transformada rápida Wavelet ou FWT (*fast wavelet transform*). Análogo à transformada rápida de Fourier ou FFT (*fast Fourier transform*), o algoritmo da FWT possibilitou um melhor desempenho da transformada Wavelet em sistemas computacionais, o que fez com que sua utilização fosse ampliada.

Também sobre a análise de sinais, ANGELO (1987) traz informações práticas sobre as técnicas e conhecimentos adquiridos no monitoramento de máquinas rotativas como eixos, mancais e rolamentos. Neste artigo há uma explanação de como é formado ou quais são os componentes de um sinal característico de vibração de máquinas rotativas. O autor traz que os

componentes básicos são as frequências relacionadas à rotação do equipamento e das frequências relacionadas às dimensões de cada elemento. Além das frequências características de um funcionamento saudável, têm-se os componentes relacionados às falhas, que são formados por impulsos que ressoam em alta frequência e que são periodizados na mesma frequência dos elementos girantes como (anéis girantes, corpos rolantes e etc...). E além de trazer informações básicas sobre os sinais, o artigo fala em melhores práticas sobre janelamento e fica ressaltado o quanto importante a experiência e referências são para análise de sinais via envelope.

MALLAT (1989), em sua publicação, trouxe grande contribuição ao tema das Wavelet com uma interessante aplicação da análise multiresolução aplicada a imagens, mas junto com esse estudo, ficou aberta a possibilidade de se fazer a mesma análise de multiresolução em outros tipos de sinais.

NEWLAND (1993 1994) foi um dos pioneiros a fazer esse tipo de correlação ou aplicação da teoria Wavelet na análise de sinais de vibração. Sinais de vibração reais foram analisados com auxílio da ferramenta Wavelet e, com isso, foram obtidas muitas outras informações ocultas que antes não foram observadas com a simples análise na frequência por Fourier. Foi feita então, uma análise em tempo x frequência, característica da transformada Wavelet.

WANG e MCFADDEN (1996) também analisaram vibrações com a ajuda das Wavelets, tendo, então, aplicado a ferramenta na análise de sinais em vibrações de engrenagens. Esta publicação é um exemplo do início do emprego das Wavelets em diagnose e identificação de falhas.

TYAGI (2003) faz uma análise comparativa de sinais de rolamentos com e sem falhas utilizando Wavelet e a técnica do envelope . Primeiramente, o autor usa a DWT para conseguir identificar as diferenças entre os sinais de um rolamento bom e outro ruim, basicamente a comparação é feita através da diferenciação visual da amplitude de coeficientes nos diferentes níveis de decomposição. Antes de fazer a comparação envelope x Wavelet (sendo, nesse caso, aplicada a CWT), o autor ainda avalia qual a melhor frequência central para fazer ambas as análises. Esta frequência tem grande importância, pois é a frequência, na qual, a filtragem do

procedimento envelope é centrada, e também, é a frequência relacionada à escala da CWT na qual é feita a análise espectral. Estabelecido essa definição, são comparados os resultados de identificação da origem de falhas obtidos do sinal de um rolamento ruim. Esses resultados são obtidos através da filtragem em envelope e pelo espectro gerado por uma escala Wavelet compatível com a frequência central da filtragem. Desse modo, os resultados comparativos mostraram que a técnica Wavelet é tão eficaz quanto à técnica do envelope. Porém, a análise via Wavelets apresenta vantagem na identificação preliminar (pela DWT) por ser mais fácil e visual. O conhecimento prévio da frequência central parece ser menos necessário quando aplicada a análise Wavelet.

LI e MA (1997) também fizeram uma análise semelhante e mostraram como o espectro de uma escala, relacionada com certa frequência, pode trazer a informação de falha e até a identificação da origem da falha. Ou seja, ficou demonstrado que a CWT funcionou como um janelamento e filtragem, sem perder precisão no tempo. Isso acontece porque nas frequências altas, aonde as falhas ressoam, a precisão no tempo não é perdido, sendo assim, a análise espectral de decomposição de altas frequências, podem identificar, com boa precisão, a existência e a origem de falhas.

MASOTTI (2006), em seu trabalho, ressalta a utilização do *Zero-Crossing*, criado por MALLAT (1991), como método para identificação de falhas no monitoramento da vibração em máquinas rotativas. O *Zero-crossing wavelet*, ou o *zcw*, nada mais é do que uma simplificação na identificação de pontos no sinal que apresentam forte variação. Isso é possível uma vez que os pontos onde a decomposição Wavelet cruza o zero ou o eixo das abscissas identificam esses pontos de maior variação. Mas além de avaliar o trabalho de MALLAT (1991), MASOTTI (2006), criou o IZWC que é o índice ou a taxa de *zcw*. Esse índice é a taxa com que os *zcw* aparecem em um sinal, e, neste caso, o autor estabelece uma relação entre o aumento dessa taxa com a aparição ou identificação de falha em rolamentos ou máquinas rotativas.

MANCUZO (1999), ao utilizar uma rede neural na identificação de falhas em motores, fez uma boa revisão e compilação dos principais métodos utilizados na identificação de falhas em

máquinas rotativas com frequências e rotações bem definidas. É um bom resumo, aonde são reforçados os métodos mais utilizados na atualidade.

SANTIAGO (2003) também utiliza uma rede neural para identificação de falhas em máquinas rotativas e um dos fatores de entrada na rede neural para a diagnose de falhas é a transformada Wavelet. Esse critério adotado é basicamente a variação de energia encontrada em cada decomposição DWT de um sinal. Ou seja, se houver grande variação de energia em uma determinada decomposição, que também pode ser relacionada com uma frequência, isso pode ser interpretado como uma impressão da falha no sinal vibracional lido do monitoramento de uma determinada máquina.

AQUINO (2008), durante o seu trabalho, mostrou a aplicação da CWT na detecção de *rubbing* em máquinas rotativas. O que foi um método semelhante ao utilizando por outros autores na detecção de falhas, pois tanto as falhas como a condição de *rubbing* são situações características e que podem ser identificadas via Wavelet

Apesar de não estar dentro do contexto da identificação de falhas ou mesmo dentro da área da mecânica, LUVIZOTTO (2007) apresentou um método na diferenciação de sinais sonoros, que pode ser facilmente utilizado na diferenciação entre sinais considerados bons e ruins. Esse método de diferenciação é baseado na manipulação dos coeficientes provenientes da decomposição via DWT. Após a decomposição dos dois sinais a serem comparados, é calculada a distância euclidiana ou a simples diferença absoluta entre eles (considerando que os coeficientes são curvas descritas ponto a ponto). Da mesma forma, essa técnica será utilizada para fazer a diferenciação entre sinais de rolamentos bons e ruins.

YAN e GAO (2009) fizeram um trabalho de diagnose em máquinas rotativas baseado na energia Wavelet. A energia, nesse caso foi calculada para a escolha da Wavelet e verificação de existência de falha. Mas o mais interessante do trabalho é a metodologia empregada na detecção da origem da falha, pois o conceito de envelope é mantido, porém, ao invés de se fazer o janelamento e posterior processo de envelope, são apenas retirados os coeficientes de uma escala (relacionada à frequência em questão) e feita a análise espectral.



MORAES (1996) abordou o tema Wavelet como auxílio na análise de vibrações mecânicas. Neste trabalho ficou evidenciada a dificuldade ou as limitações da transformada de Fourier, onde, justamente, a ferramenta Wavelet e sua análise em tempo x frequência têm maior êxito.

ALMEIDA (2007) faz uma análise de várias ferramentas na detecção e na diagnose de falhas em rolamentos. Dentre todas as possibilidades e ferramentas, ele utiliza a transformada Wavelet na identificação de falhas.

Contudo, onde as Wavelets tiveram maior sucesso, foi no tratamento e compactação de imagens. Com o uso dessa abordagem, a filtragem, melhoramento e até compactação de imagens atingiram novos patamares e, nas últimas duas décadas, têm sido largamente usadas. Um exemplo interessante é que até o departamento de impressões digitais do FBI também se utiliza das Wavelet para fazer a filtragem das imagens captadas dos formulários em papel, das imagens capturadas pelos leitores e para armazenar de maneira mais eficaz mais de 30 milhões de impressões (GRAPS, 1995).

### **3. REVISÃO TEÓRICA**

#### **3.1 Transformada de Fourier**

A análise de sinais pode ser dada através da leitura e interpretação de fenômenos registrados ao longo do tempo, como sugere TANDOM (1992).

Porém, a análise espectral de sinais ,trazida por Joseph Fourier, em 1807 (PROAKIS, 1996), possibilitou a extração de informações relacionadas às frequências inseridas no sinal. Com isso, a nova forma de análise se tornou bastante conhecida e ganhou notória importância nos estudos de sinais até os tempos de hoje.

Para exemplificar, na figura 3.1 pode-se ver um exemplo da análise em frequência em comparação à simples visualização de um sinal no tempo. Neste exemplo foi calculado o espectro de um sinal dado pelos somatórios dos senos em 5, 10 e 180Hz, utilizando-se a transformada de Fourier.

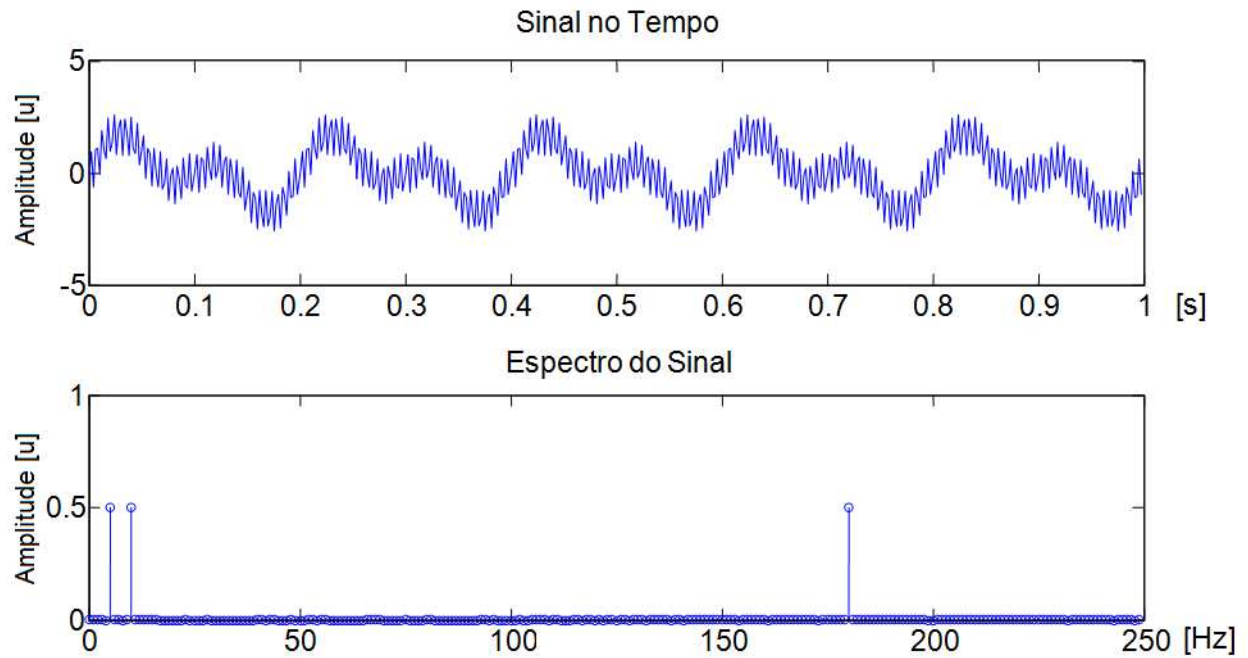


Figura 3.1 - (a) Sinal no tempo, senos em 5, 10 e 180 Hz (amplitude  $\times$  tempo);

Neste exemplo e em todos os cálculos envolvendo-se a transformada de Fourier feitos neste trabalho, foi utilizado o algoritmo FFT (ou *fast Fourier transform*) presente no software Matlab. Este algoritmo implementa a versão discreta da transformada de Fourier mostrada na equação (3.1.1):

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt. \quad (3.1.1)$$

Segundo HSU (1978), a transformada de Fourier é um método de Fourier mais adequado para sinais que não envolvem funções periódicas.

Portanto, esse tipo de abordagem possui limitações para aplicações em sinais não estacionários, ou seja, que não têm o mesmo comportamento durante todo o tempo. Nesses casos, com a análise via Fourier não é possível identificar ou localizar as frequências ou variações no tempo, o que pode ser de grande valia dependendo do sinal estudado. Por exemplo, sem sinais transientes como choques, batidas, impactos e etc...

Na tentativa de se solucionar esse problema, há a abordagem conhecida como transformada de Fourier de curta duração ou STFT (*short-time Fourier transform*). Esse procedimento, além do espectro de um sinal também faz a localização das frequências no tempo. E essa localização é possível ao se dividir o sinal analisado em pequenos intervalos de tempo e fazer a análise de Fourier para cada intervalo. Sendo assim, é possível dizer quais frequências estão presentes em cada intervalo de tempo. Para o cálculo da STFT é necessário “janelar” o sinal em pequenos trechos no tempo e executar a transformada de Fourier em cada fração do sinal. Isso fica exemplificado através da fórmula matemática:

$$X(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)w(t - \tau)e^{-j\omega t}dt. \quad (3.1.2)$$

Através da equação (3.1.2) em comparação com a equação (3.1.1), pode-se verificar a diferença entre a STFT e a transformada contínua. A diferença está na adição da função janela  $w(t)$  que permite fracionar o sinal em pequenas porções de tamanho fixo e se obter uma leitura em frequência dessa pequena porção.

No caso da STFT o tamanho de janela é de tamanho invariável, o que traz limitações à análise ficando suscetível a problemas como a perda de informações na frequência ou no tempo dependendo do tamanho de janela.

Ou seja, mesmo com as ferramentas FFT ou STFT, uma análise detalhada em tempo e frequência de um sinal pode ser inapropriada dependendo dos parâmetros da análise.

### 3.2 Transformada Wavelet

A transformada Wavelet se baseia na decomposição de sinais em diversos componentes com frequência e tempo variável. Ela se baseia na teoria mostrada com mais detalhes no apêndice A deste trabalho.

Diferentemente de Fourier, a transformada Wavelet utiliza diferentes funções bases na decomposição do sinal (GRAPS, 1995). Como pode ser visto na sua equação (3.2.1):

$$W_{(a,b)} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{(a,b)}(t) dt, \text{ onde} \quad (3.2.1)$$

$$\psi_{(a,b)} = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3.2.2)$$

A sua diferenciação é evidenciada pela presença dos parâmetros “a” e “b” que também permitem a modulação da equação base ou, também conhecida como, Wavelet-mãe. A parametrização apropriada também pode ser interpretada em termos de dilatações e translações sendo o parâmetro “b” relacionado às translações no tempo e o parâmetro “a” relacionado com dilatação da função base.

Por estar relacionado à dilatação da função e não diretamente à frequência é que o parâmetro “a” é chamado de fator de escala. Apesar disso, ele também possui relação com a frequência da análise. Sendo essa relação calculada e mais detalhada também no apêndice A.

### 3.3 Análise de falhas em rolamentos

O objetivo desse trabalho passa pela detecção de falhas em rolamentos, por isso, é importante levantar as características de falhas para que, entendendo suas conseqüências e sinais gerados, possa se fazer uma melhor detecção e identificação de falhas trabalhando com sinais de vibração.

Um rolamento pode apresentar falhas por inúmeras razões, e as causas mais comuns conforme NEPOMUCENO (1999) descreveu, são: falta de lubrificação, montagem incorreta, retentores inadequados, desalinhamento, passagem de corrente elétrica, vibrações externas, defeitos de fabricação, temperatura ambiente muito alta, fadiga, carregamento excessivo e etc. Exemplos podem ser vistos na figura 3.11.

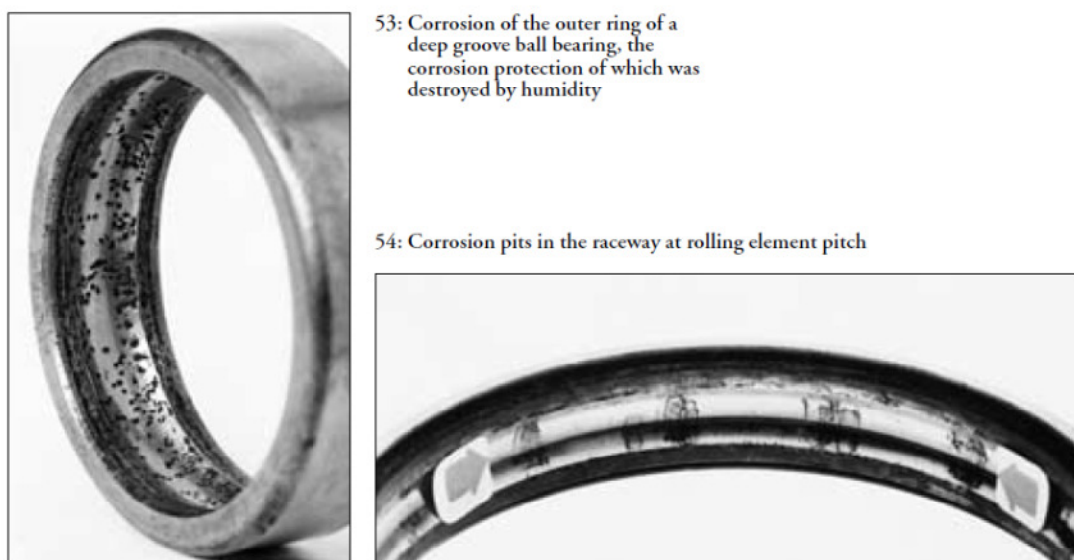


Figura 3.2 - Fotos ilustrativas de falhas em rolamentos. 53 – Corrosão, na pista interna do anel externo de um rolamento, ocasionada por umidade. 54 – Corrosão na pista interna causada por carregamento excessivo ou umidade. (Fonte: Catálogo de falhas FAG WL82 102/2 EA).

Considerando todas essas causas, o que ocorre, na maioria dos casos, é a formação de marcas, falhas, depressões ou crateras em um ou mais pontos de um ou mais componentes, sendo nos corpos rolantes ou nos anéis do rolamento.

Independentemente da sua origem, MCFADDEN(1984) demonstrou que as falhas em rolamentos produzem um sinal característico quando uma superfície com a falha entra em contato com qualquer outra superfície do rolamento (ex.: há uma falha em uma das pistas do rolamento e uma esfera passa por cima dessa falha.), este choque produz um impulso com frequência singular para cada tipo de rolamento. Neste caso, o corpo do rolamento funciona como uma caixa amplificadora e vibra na sua frequência característica que, é claro, pode ter influência do tamanho e profundidade da falha (TANDON, 1997). Através do sinal de vibração adquirido de leitura feita por um acelerômetro na superfície do rolamento a identificação de falhas (como exemplificado na figura 3.12), se utiliza não do valor dessa frequência de oscilação, mas da taxa com que esse impulso ocorre. Com isso pode-se inferir sobre quais componentes estão envolvidos na falha.

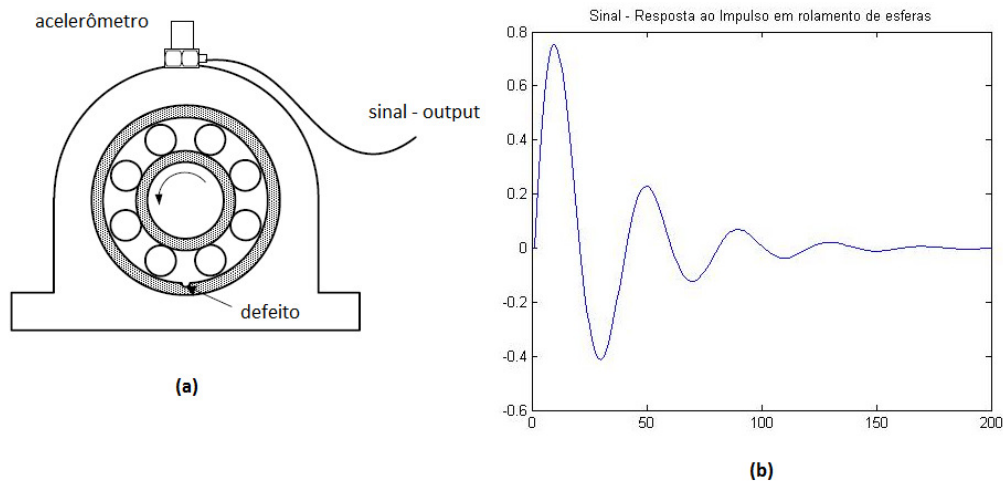


Figura 3.3 - (a) Ilustração de um rolamento com defeito na pista externa com sinal sendo coletado através de um acelerômetro. (b) Sinal simulado de um rolamento de esferas de resposta ao impulso. Sinal gerado via software Matlab com frequência característica de 150Hz.

Essa taxa com que os componentes colidem com a, ou, as falhas depende estritamente da geometria do rolamento e da rotação imposta. Em outras palavras, conhecendo-se as

características de um rolamento, é possível determinar a frequência com que os corpos rolantes e os outros componentes se chocam.

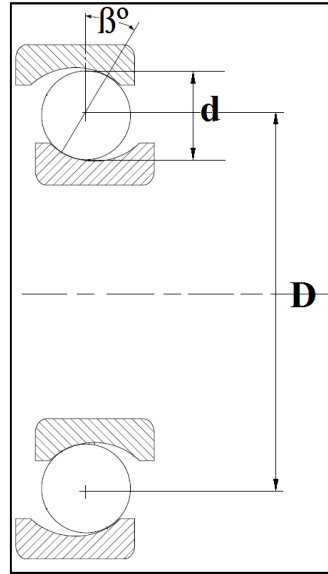


Figura 3.4 - Identificação das dimensões básicas de um rolamento de esferas com contato angular.

Para se determinar as frequências características de um rolamento de esferas com contato angular, com base nas dimensões básicas mostradas na figura 3.13, são usadas as fórmulas (BEZERRA, 2004):

Sendo que:

$N$  = número de esferas,

$D$  = diâmetro primitivo, como mostrado na figura 3.13,

$d$  = diâmetro da esfera, como mostrado na figura 3.13,

$\beta$  = ângulo de contato, como mostrado na figura 3.13,

$f$  = frequência de rotação.

frequência com que o corpo rolante passa pelo anel interno ou *Ball Pass Frequency of Inner ring*:

$$BPFI = \frac{Nf}{2} \left( 1 + \frac{D \cos \beta}{d} \right), \quad (3.3.1)$$



freqüência com que o corpo rolante passa pelo anel externo ou *Ball Pass Frequency of Outer ring*:

$$BPFO = \frac{Nf}{2} \left( 1 - \frac{D \cos \beta}{d} \right), \quad (3.3.2)$$

freqüência característica da gaiola ou Fundamental Train Frequency:

$$FTF = \frac{f}{2} \left( 1 + \frac{D \cos \beta}{d} \right), \quad (3.3.3)$$

freqüência característica dos corpos rolantes ou Ball Spinning Frequency:

$$BSF = \frac{df}{2D} \left( 1 + \frac{D^2 (\cos \beta)^2}{d^2} \right). \quad (3.3.4)$$

### 3.4 Análise de envelope na detecção de falhas em rolamentos

Em posse do conhecimento de como são os sinais característicos de falhas em rolamentos, foi elaborada a técnica de envelope. Ela é assim chamada, pois, analisa o contorno dos sinais que pode também ser chamado de envelope de sinais.

Essa técnica é largamente utilizada na detecção de falhas em máquinas rotativas e em rolamentos, pois possibilita identificar não só se há uma falha no rolamento, mas também a sua origem ou causa.

O procedimento para se executar a análise de envelope pode ser compreendida de maneira gráfica a partir das principais características do sinal oriundo de falhas. Na figura 3.14, pode-se entender o processo. Na parte 3.14(a) há um sinal de rolamento apresentando uma falha. Nela, é possível identificar as baixas freqüências características de um rolamento sem falhas e os impulsos gerados pela falha dinâmica no rolamento como citado na parte 3.3. Sendo assim, basta usar um filtro passa-alta ou passa-banda e separar os sinais de alta energia das baixas freqüências.

Usando o filtro, chega-se na figura esquemática 3.14(b). Para chegar em 3.14(c), é preciso, então, usar um detector de envelope, que, nesse caso, foi utilizada a transformada de Hilbert.

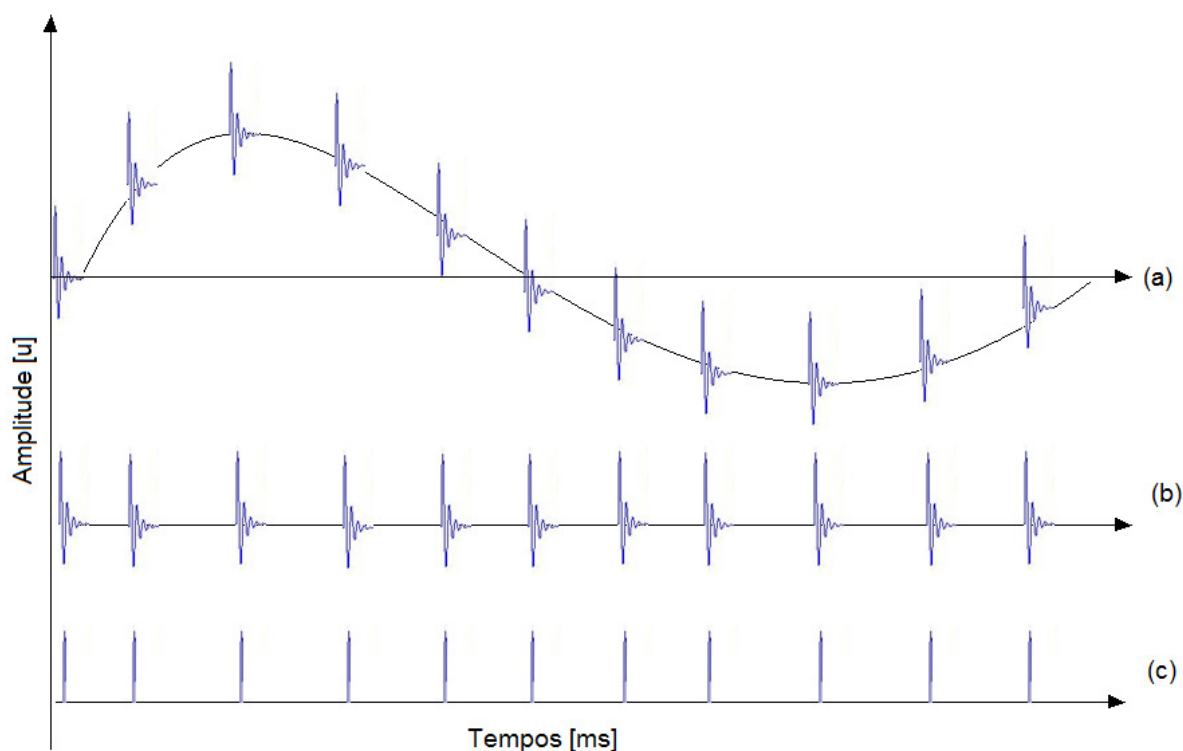


Figura 3.5 - Gráfico esquemático da sequência de operações na análise por envelope. (a) - Sinal de um rolamento com falhas; (b) - Sinal  $a$  filtrado usando-se um filtro passa - alta; (c) - Sinal "envelope" de  $b$ .

Tendo sido todo o processo descrito em linhas gerais, cada passo deverá ser melhor detalhado a seguir.

Primeiramente, é necessário explicitar os conceitos básicos em que a técnica se baseia. A técnica do envelope parte da investigação do efeito da modulação de sinais. Nesse caso, como não há variação em rotação ou na geometria do rolamento, só será abordada a modulação em amplitude e, não em frequência.

A modulação em amplitude acontece entre dois sinais conhecidos como modulador e portador. Para exemplificar esse efeito, serão utilizados sinais senoidais, a saber:

Para  $A$  sendo a amplitude e  $\omega$  a frequência, o sinal portador fica descrito por:

$$S_p(t) = A_p \cos(\omega_p t). \quad (3.4.1)$$

E o sinal modulado sendo descrito por:

$$S_m(t) = A_m \cos(\omega_m t). \quad (3.4.2)$$

Sendo que a modulação da amplitude acontece proporcionalmente ao sinal ao modulador (BEZERRA, 2004), a amplitude do sinal final pode ser descrita por:

$$A_f(t) = A_p[1 + S_m(t)]. \quad [3.4.3]$$

Assim, o sinal final fica expresso por:

$$S_f = [A_p + A_m \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_p t). \quad (3.4.4)$$

Expandindo-se então a equação (3.4.4), chega-se à:

$$S_f = A_p \cos(\omega_p t) + \frac{A_m}{2} \cos(\omega_p - \omega_m)t + \frac{A_m}{2} \cos(\omega_p + \omega_m)t \quad (3.4.5)$$

Através da expressão (3.4.4) fica evidente que o sinal modulado apresenta três componentes em três frequências diferentes. Sendo elas: frequência do portador e frequências do portador mais e menos a frequência do modulador.

Esse é o aspecto mais importante do efeito da modulação, pois é através do efeito de modulação que a causa dos defeitos de rolamentos é identificado. E isso é possível, pois o sinal de falha do rolamento é modulado pelas excitações criadas pela repetição da(s) falha(s), como já citado no item 3.3.

Para exemplificar esse efeito, na figura 3.15, foi produzido um sinal com 200 Hz modulado ou outro de 20 Hz e, além da sua representação no tempo, foi feito também uma análise espectral, evidenciando as três frequências apresentadas na equação (3.4.4).

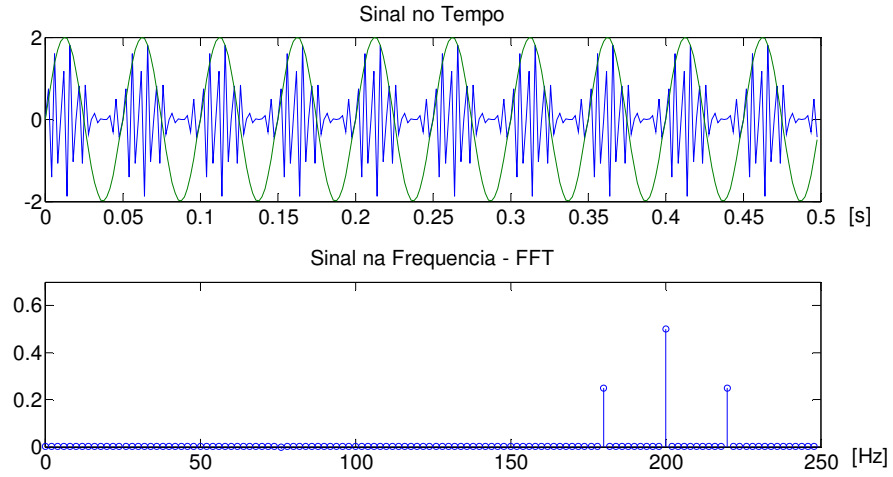


Figura 3.6 - Sinal no tempo e na frequência exemplificando o envelope de um sinal modulado na amplitude.

Para o detector de envelope, foi utilizada a transformada de Hilbert, pois é a forma computacionalmente menos dispendiosa do que outras ferramentas que também fazem a detecção de envelope (NERY, 2008; BEZERRA, 2004). A transformada de Hilbert se dá através de:

$$H\{x(t)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \frac{1}{t-\tau} = x(t) * \left(\frac{1}{\pi t}\right). \quad (3.4.6)$$

Essa transformada é capaz de fazer a detecção de envelope, pois ela pode ser interpretada como a representação da relação entre a parte real e parte imaginária da transformada de Fourier de um sinal. Como pode ser visto na similaridade entre as equações (3.4.6) e

$$X_{RE}(f) = X_{IM}(f) \frac{1}{\pi f}. \quad (3.4.7)$$

Retornando ao procedimento da técnica do envelope; depois de feita a filtragem passa-banda, do sinal, é necessário fazer a detecção de envelope pela transformada de Hilbert obtém-se a parte (c) da figura 3.14.

Em posse do sinal (c), basta recorrer à análise de Fourier para executar a análise espectral. Levando em consideração que o sinal de falha do rolamento foi modulado com a frequência da repetição da falha, basta observar o espectro de frequências do sinal “envelopado”. Nele serão observadas a frequência central de falha do rolamento com as frequências laterais espaçadas na frequência de repetição de falha. Para exemplificar o procedimento da técnica do envelope, será simulado um sinal característico de rolamento com frequência central de falha em 100 Hz e com frequência de repetição em 10 Hz e, então, será feito procedimento descrito acima. A figura 3.16 mostra o resultado.

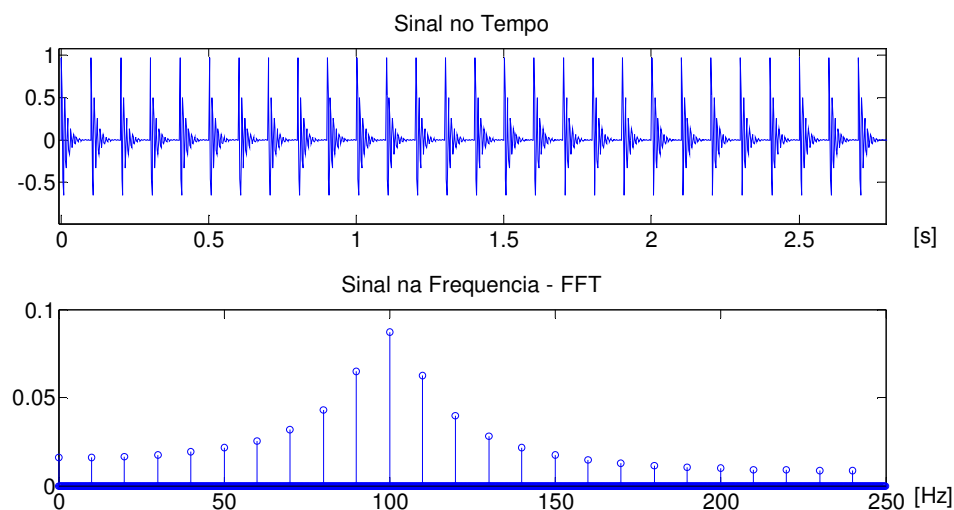


Figura 3.7 - Resultados da análise de envelope a um sinal característico de rolamento.

Resumidamente, a análise de envelope é uma ferramenta bastante útil na detecção de problemas ou falhas em rolamentos e é largamente utilizada pelo seu grande potencial.

### 3.5 Utilização da ferramenta Wavelet na identificação de falhas em rolamentos.

Levando em consideração toda a informação sobre falhas de rolamentos e a linha de pensamento da técnica do envelope, muitos são os artigos e trabalhos sobre a empregabilidade da ferramenta Wavelet na mesma detecção de falhas.

#### *Método comparativo DWT*

SUNIL (2001), em seu trabalho já citado na revisão bibliográfica, utilizou a comparação visual dos resultados em DWT de um sinal de rolamento saudável e outro com defeito. Esse mesmo procedimento será utilizado neste trabalho. Porém, ao invés de simplesmente fazer um comparativo visual nos diferentes níveis, será dado um valor numérico para cada decomposição utilizando-se o cálculo da energia, que pode ser apresentado como:

$$e = \int x(t)^2 dt. \quad (3.5.1)$$

Segundo TYAGI (2001), o aumento do valor dos coeficientes ou mesmo da sua energia em determinados níveis de decomposição DWT estão ligados à presença de falhas em rolamentos, por isso, o valor numérico da energia de cada nível de decomposição poderá fazer o mesmo papel do que o comparativo visual dos coeficientes.

#### *Método WZC*

MALLAT (1991) introduziu o conceito de Wavelet Zero Crossing em seu trabalho que é uma maneira de identificar variações bruscas em um sinal. MASOTTI (2006) utiliza esse conceito para atuar como identificador de falhas. Pois, conhecendo-se o sinal de rolamentos com defeitos, pode-se notar que a cada impacto há uma mudança brusca em seu sinal de vibração durante o funcionamento. Então, a identificação dessas mudanças poderia representar a mensuração dos impactos e, por sua vez, a detecção de defeitos em rolamentos.

O conceito de WZC é proposto por MALLAT (1991) que traz um algoritmo que reconstrói sinais a partir de sua representação “zero-crossing”. E esse algoritmo se utiliza da transformada Wavelet para auxiliar na reconstrução do sinal. Segundo MALLAT (1991), se a transformada Wavelet for a segunda derivada de um filtro passa-baixa como na equação (3.5.2), os *zero-crossings* da transformada dão a localização dos pontos de maior variação.

$$\psi(x) = \frac{d^2\theta(x)}{dx^2}. \quad (3.5.2)$$

Outro detector mais conhecido de zero-crossings é o método Marr-Hildreth, e, MALLAT (1991) mostra que se a função  $\theta(x)$  for uma gaussiana os dois métodos são equivalentes.

#### *Método da Distancia Euclidiana*

LUVIZOTTO (2007) utilizou as Wavelet na análise de sinais musicais para conseguir classificar, identificar e também mudar timbres de instrumentos como um sintetizador. A idéia de seu trabalho é bastante interessante pois os sons de instrumentos são muito subjetivos e, devido a isso, apresentam grande dificuldade de sintetização. No intuito de qualificar ou classificar os sinais, ele utilizou as DWT para decompor o sinal e trabalhou com os coeficientes de cada decomposição. A maneira com que os coeficientes foram arranjados, alterados e reorganizados trouxeram resultados bastante interessantes e promissores. E essa característica também será avaliada nesse trabalho.

Utilizando a metodologia empregada por LUVIZOTTO (2007), pode-se comparar e medir a similaridade de dois sinais através do simples cálculo da diferença ou distância entre os coeficientes de um mesmo nível de decomposição dos dois sinais. E esse cálculo é comumente conhecido como distância euclidiana entre duas curvas. Tomando, então, os coeficientes de dois sinais de um mesmo nível de decomposição DWT, sendo

$$a = [a_1, a_2, a_3, \dots a_n] \quad (3.5.3)$$

o vetor de coeficientes do sinal “a” e

$$b = [b_1, b_2, b_3, \dots, b_n] \quad (3.5.4)$$

o vetor de coeficientes do sinal “b”, pode-se calcular a distância euclidiana através de:

$$d = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2 + \dots + (a_n - b_n)^2}. \quad (3.5.5)$$

Aplicando-se esse conceito na identificação de falhas, é possível identificar, na comparação entre dois sinais, em qual nível de decomposição houve maior alteração. Para a identificação de fato, é necessário que seja utilizado um sinal padrão ou sinal de rolamentos sabidamente em bom estado, pois servirá de sinal base no comparativo. Em posse do sinal de um rolamento em bom estado, é calculada, em cada nível de decomposição, a distância euclidiana. Aquele nível que apresentar maiores distâncias indica maiores variações.

Conhecendo os sinais de rolamentos, sabe-se que as falhas produzem modificações nas bandas de maior frequência. Sendo assim, no comparativo da distância euclidiana dos níveis relativos às frequências altas da DWT dos sinais, pode-se dizer que um sinal de rolamentos apresenta baixas ou altas variações naquelas bandas. E assim chega-se à identificação da falha no rolamento.

### 3.6 Noções de Estatística

No estudo de identificação de falhas em rolamentos muitas vezes os resultados não são absolutos, pois, não possuem um valor absoluto através do qual se pode tirar uma conclusão segura. Isso quer dizer que, na maioria dos casos, é necessário comparar o resultado com um valor de referência previamente conhecido por experiência ou teste anterior. Portanto ao se realizar uma análise de vibração em um rolamento muitas vezes é aconselhável ter sinais de



referência como, por exemplo, sinal de rolamentos considerados em bom estado de funcionamento (JONES, 1996).

Então, para a identificação de falhas em rolamentos, é necessário dizer se os dados de um sinal são ou não similares à referência.

Por isso, o estudo de alguns conceitos de estatística se torna necessário à medida que permitem fazer a diferenciação de dados com intervalos de confiança conhecidos.

Sendo assim, para poder mensurar essa diferença entre certo resultado e sua referência pode-se verificar se o valor do resultado pertence ao grupo de dados conhecidos dessa referência. Uma maneira de se fazer essa verificação é identificar se o resultado obtido está contido na abrangência da distribuição estatística dos valores de referência (NETO et al, 2007).

No caso de rolamentos, é comum usar a distribuição normal (ALMEIDA, 2007), por isso, pode-se definir o tamanho ou quais valores pertencem ao mesmo grupo de referência através dos limites superior e inferior da distribuição normal dependendo do intervalo de confiança pretendido. Esses limites podem, de acordo com o intervalo de confiança escolhido, serem calculados a partir dos valores de desvio padrão e média da amostra de referência. Parâmetros que podem ser calculados através das seguintes fórmulas:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3.6.1)$$

sendo a média e

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (.3.6.2)$$

sendo o desvio padrão.

Os intervalos de confiança também podem representar o grau de certeza da determinação dos valores limites para que um mesmo grupo seja reconhecido. Sendo assim, têm-se limites conhecidos como:

Para 68,26% de confiança:

$$\bar{x} \pm \sigma \text{ ou } [\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma] \quad (3.6.3)$$

Para 95,44% de confiança:

$$\bar{x} \pm 2\sigma \text{ ou } [\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma] \quad (3.6.4)$$

Para 99,74% de confiança:

$$\bar{x} \pm 3\sigma \text{ ou } [\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma] \quad (3.6.5)$$

Em posse desses limites pode-se comparar os valores de um resultado com os valores de referência de maneira que se o resultado estiver dentro dos limites de referência ele não pode ser considerado valor diferente e sim sem distinção com os valores de referência. Caso contrário, pode-se afirmar, com o grau de confiança, que o resultado não é similar aos valores de referência.

#### 4.

## 5. METODOLOGIA

Neste capítulo, será abordada a maneira com que foram calculados e elaborados os comparativos para evidenciar a utilização e vantagem da transformada Wavelet.

Julgou-se interessante deixar explícitos os algoritmos nesta seção, pois, na literatura, pouco se encontra sobre como exatamente os cálculos são feitos. Sendo assim, a demonstração dos algoritmos exatos torna muito mais fácil a compreensão e o prosseguimento dos estudos nessa área.

### 4.1 Método para comparação das transformadas Wavelet - Fourier

No comparativo Wavelet - Fourier, foram utilizados algoritmos gerados e compilados pelo software Matlab, para o cálculo dos coeficientes.

Para o caso dos coeficientes de Fourier, foi utilizada a ferramenta FFT, quando só o valor absoluto dos coeficientes em frequências positivas é analisado. Para tanto, usou-se o seguinte algoritmo:

```
% Função para cálculo de coeficientes de Fourier

function [Xf,et,fp]=fft_pessoal(x,Fs)

%Valores de entrada:
% x = Sinal a ser analisado
% Fs = Taxa de aquisição
%Valores de saída:
% Xf = vetor de coeficientes absolutos de frequências positivas apenas
% et = vetor de valores correspondentes ao tempo
% fp = vetor de frequências positivos
```

```

N=length(x); % tamanho do vetor
Pas=Fs/N;%definição do passo em frequência

et=[0:1/Fs:(N-1)/Fs]; %Vetor de tempo
fp=[0:Pas:0.5*(N-1)*Pas]; %Vetor de Frequências Positivas

Xf=abs(fft(x)/N); %Transf. Fourier
Xf=Xf(1:N/2); %Somente as frequências positivas

fp=fp(1:length(Xf));

end

```

Algoritmo 4.1 – Programa para a análise de Fourier de um sinal “x”.

Antes de se fazer o cálculo dos coeficientes Wavelet, é importante que a relação entre frequência e escalas e o passo de observação ou decomposição estejam bem definidos. Para se fazer, então, essa relação foi utilizada uma ferramenta do software que calcula a frequência central de uma determinada Wavelet. Relacionando-se a frequência central com o intervalo de aquisição é possível calcular um fator de relação e, então, podem-se calcular vetores correspondentes de frequências e escalas, como a seguir:

```

wname='mor1'; % Exemplo de Wavelet mãe (Morlet)

freq = [.25:.5:15]; %Definição do vetor de frequências
fc=centfrq(wname); %Frequência central
factor=fc/dt; %Fator de correspondência (frequência / escala)
scales = 1./freq*factor; %Vetor de escalas

```

Algoritmo 4.2 – Código para cálculo de correspondência entre frequências e escalas.

Para o caso da transformada Wavelet será utilizada a transformada contínua ou CWT. Foi escolhida a versão contínua pois ela pode ser utilizada com grande flexibilidade e também pode suavemente varrer as frequências analisadas. Como a modulação da frequência é suave, a CWT também se torna visualmente mais fácil de ser interpretada. Enquanto que a transformada discreta mostra bandas de frequência com tamanhos desiguais o que não é interessante nesse caso. O cálculo, então, dos coeficientes Wavelet pode ser feito com o uso da função “cwt” com o vetor de escalas como argumento:

```

cwt(sinal,scales,wname,"modo de exibição").

```

## 4.2 Método da Identificação de falhas via Wavelet

Na maioria dos métodos de identificação de falhas em máquinas rotativas, é utilizada a DWT ou transformada Wavelet discreta. Também para esse caso, basta correlacionar as frequências com os níveis de decomposição e, posteriormente, realizar a decomposição propriamente dita.

Praticamente, o primeiro passo é identificar a quantidade máxima de níveis desejada na análise. Lembrando que quanto mais níveis, mais detalhada é a análise. Porém, como se trata de transformada discreta e como foi visto no item 3.2, os níveis de observação vão perdendo detalhamento com o aumento da frequência na base dois. Novamente, é importante salientar a diferenciação entre escalas e níveis.

Os níveis são a quantidade de decomposições que serão feitas, o que não quer dizer que sejam escalas. Isso fica bem claro nas fórmulas mostradas no capítulo 3. Isso quer dizer que os níveis de decomposição correspondem às bandas de frequência aumentadas na base dois. O procedimento abaixo exemplifica essa correlação entre níveis, escalas e frequências:

```
n=length(X1); %Obtenção do tamanho do sinal a ser analisado
l=wmaxlev(n,wname); %Definição do maior nível possível para decomposição
a = 2.^[1:l]; %Conversão Níveis / Escalas
f = (scal2frq(a,wname,dt)); % Conversão Escalas / Frequências
```

Algoritmo 4.3 – Código para cálculo de correlação entre escalas, níveis e frequências.

Em posse destas relações, a decomposição DWT pode ser feita. A seguir, foi utilizado, a função sugerida por MALLAT (1988) e implementada no software Matlab.

```
[C,L] = wavedec(Sinal,l,wname),
```

onde:

C = vetor contendo todos os coeficientes de todos os detalhes e aproximação e

L = vetor contendo a quantidade de coeficientes por detalhe ou aproximação.

#### **4.2.1. Identificação por comparação DWT**

Na identificação de falhas por comparação DWT, é calculada a porcentagem de energia de cada componente, detalhe ou aproximação, de cada nível da decomposição de um sinal feita via DWT. Uma vez feito o cálculo, basta fazer a comparação, entre dois sinais, entre as suas respectivas bandas ou níveis de decomposição.

Para o cálculo de energia foi utilizado o comando “wenergy” do software Matlab, que computa as porcentagens equivalentes para detalhes e aproximação dado um sinal já decomposto. O algoritmo propriamente dito nada mais é do que a fórmula apresentada na secção 2.2.

#### 4.2.2. Identificação por WZC

Antes de entrar no item de identificação por WZC, é importante ressaltar como este é calculado. O número de Wavelet de “zero cross” ou cruzamento do eixo das abscissas sugerido por MASOTTI (2006) consiste em:

- 1 – Fazer a decomposição em níveis via DWT
- 2 – Fazer a reconstrução do sinal (utilizando-se a inversa da DWT) de maneira que todos os detalhes e aproximação sejam reconstruídos separadamente.
- 3 – Fazer a contagem da quantidade de cruzamentos do eixo das abscissas.

O método da identificação de falhas por WZC é também bastante simples e igualmente comparável ao método comparativo DWT, pois nesse caso, ao invés da porcentagem de energia, serão comparados os WZC de cada nível de decomposição entre dois sinais. Identificando assim as diferenças por nível ou banda de frequência.

Uma vez que a decomposição em níveis via DWT já foi feita e está armazenada em ‘C’ e ‘L’ como mostrado anteriormente, deve-se, então, fazer a reconstrução do sinal de cada nível de decomposição como mostrado no algoritmo a seguir:

```

% Função que calcula:
% WZC: Wavelet Zero Crossing

function [wzc] = iwzc_full(C,L,wname,l,Fs)

for i=1:l
    D = wrcoef('d',C,L,wname,i); % Reconstrução de cada detalhe
    [wzc(i)] = zc(D,Fs); % Cálculo da quantidade de zero crossings
end

A1 = wrcoef('a',C,L,wname,l); % Reconstrução da aproximação
[wzc(l+1)] = zc(A1,Fs); % Cálculo da quantidade de zero crossings

end

```

Algoritmo 4.4 – Código para reconstrução separada de cada detalhe ou aproximação dos coeficientes armazenados em “C”.

Para o cálculo do WZC foram utilizadas as seguintes instruções:

```

function [wzc] = zc(x,Fs)
s=sign(x); % Simplificação do sinal em 1,0 e -1
t=filter([1 1],1,s); % Artifício para identificar o cruzamento no eixo
wzc=length(s)-length(find(t)); % Contagem dos cruzamentos
end

```

Algoritmo 4.5 – Função para cálculo e contagem de wzc.

### 4.2.3. Identificação por Distância Euclidiana

O método proposto por LUVIZOTTO (2007) também segue a mesma linha de pensamento que os demais métodos, a diferença está na característica extraída do sinal. Nesse caso, é a distância euclidiana simples calculada para cada nível de decomposição entre dois sinais. Então, são necessários dois sinais para que a distância, ponto a ponto, nível a nível, dos coeficientes seja calculada. Mas, antes que a diferença ponto a ponto seja determinada, é necessário fazer a ordenação dos coeficientes por ordem de tamanho e formar a curva característica do sinal,



segundo LUVISOTTO (2007), essa é uma maneira mais eficiente de se fazer a comparação entre os dois sinais. Independentemente, nesse trabalho, optou-se por verificar se, sem a ordenação, haveria algum resultado diferente ou até melhor.

Para tanto, inicia-se com um algoritmo para se fazer a extração dos coeficientes nível a nível e logo após, a ordenação dos vetores contendo os coeficientes para cada nível de decomposição, sendo que a saída do algoritmo são dois vetores, um ordenado e outro não ordenado.

```
%Função que ordena os coeficientes de todos os níveis de decomposição

function [vetO,vet]=ord_coef(C,L,l,wname)

vet(l+1,:) = appcoef(C,L,wname,l); %Extração dos coeficientes de
aproximação
vetO(l+1,:) = sort(vet(l+1,:)); %Ordenação dos coeficientes de aproximação

for i=1:l
    cD = detcoef(C,L,i);
    n=length(cD);
    vet(i,[1:n])=cD; %Extração dos coeficientes de detalhe
    vetO(i,[1:n])=sort(cD); %Ordenação dos coeficientes de detalhe
end

end
```

Algoritmo 4.6 – Função utilizada para ordenar coeficientes de cada nível de decomposição.

Em seguida, o algoritmo que calcula a diferença ponto a ponto:

```

function [Value]=vet_comp(Vet1,Vet2,f)

n=size(Vet1);
Value=0;

for i=1:(n(1))
    Value(i)=0;
    for j=1:(n(2))
        Vet_Comp(i,j)=Vet1(i,j)-Vet2(i,j);
        Value(i)=Value(i)+(Vet_Comp(i,j))^2;
    end
    Value(i)=sqrt(Value(i));
end

```

Algoritmo 4.7 – Função que calcula e armazena a diferença entre os coeficientes de cada vetor.

#### 4.2.4. Eficiência da Transformada Wavelet na Filtragem de Sinais de Rolamentos

Para se fazer essa análise, a transformada Wavelet é utilizada como filtro a uma frequência escolhida em comparação à aplicação de filtros mais comumente utilizados, como neste caso, o filtro do tipo Butterworth. A filtragem é parte integrante da técnica do envelope, a eficiência na identificação da falha pode ser mensurada e utilizada como critério de comparação.

Para que essa eficiência pudesse ser mensurada foram utilizados sinais simulados que representam sinais compatíveis com sinais de rolamentos reais com falhas também simulando casos reais. Além das simulações imitarem sinais reais, também foi avaliado como fator de entrada nessa comparação a diferença entre a janela de inspeção e a localização da falha em termos de frequência.

No intuito de avaliar essas possibilidades em aplicações reais, em ambos os casos, via filtragem comum (filtro tipo Butterworth) e filtragem via Wavelet, foram aplicadas a diferentes sinais com diferentes tipos de defeitos. Isso quer dizer que os sinais analisados abordaram

diferentes possibilidades de frequência central, frequência de falha, diferença entre essas duas frequências e a existência de ruído branco.

Por isso, neste trabalho, um dos parâmetros de comparação também foi a robustez de cada técnica em localizar e identificar a falha, sem se conhecer muitos detalhes do sinal previamente.

No caso da técnica do envelope, como visto na revisão bibliográfica, é necessário iniciar a análise com um filtro passa-banda com largura e frequência de centro padrões ou, por experiência, previamente conhecida. Mas justamente por esses parâmetros serem fruto de um conhecimento prévio, a largura e centro da banda de filtragem foram usadas como artifício de comparação. Já no caso da técnica Wavelet, foi feita a variação da frequência central com a banda de menor tamanho possível computacionalmente (para que não houvesse o erro “stack overflow” durante o cálculo dos coeficientes).

Para se fazer, uma comparação mais efetiva, é necessário que os critérios de saída sejam bem definidos, sendo assim, foram adotados dois parâmetros: valor quantitativo do pico na frequência de interesse e se essa mesma frequência representa o maior valor ou não. Ou seja, em uma situação real quando não se conhece a frequência do defeito, a eficiência da análise pode ser avaliada, desde que a maior frequência não seja a frequência da falha para evitar uma falsa avaliação do rolamento.

Esse segundo critério foi adotado, pois, ao longo da execução do trabalho, também foi notado que mesmo com valores altos ou baixos do pico de interesse, eles, isoladamente, poderiam não representar uma identificação positiva da falha.

A rotina a ser seguida para a execução da técnica do envelope, em linhas gerais, é: filtro passa-banda, identificação de envelope e posterior análise do espectro de frequências.

Nesse caso, o filtro passa-banda foi construído com o tipo Butterworth e de ordem 8 (8 foi escolhido arbitrariamente por apresentar pequeno ‘ripple’ ou ondulação na frequência de corte).

Na sequência, como identificador de envelope, foi utilizada a transformada de Hilbert. Abaixo, segue algoritmo:

```
function [Xfh]=envelope(x,Fc1,Fc2,Fs)

% x = Sinal a ser analisado
% Fc1 = Frequência de passa alta
% Fc2 = Frequência de passa baixa
% ord = Ordem do filtro Butterworth
% Fs = Frequência de amostragem

Wn=[Fc1 Fc2]/(Fs/2); % Wn=frequência de corte - Fs/2

[B,A]=butter(8,Wn); % Filtro (ordem,Wn)

Xf=filter(B,A,x); % Filtragem

Xfh=hilbert(abs(Xf)); % Transformada de Hilbert - Sinal de saída

end
```

Algoritmo 4.8 – Código para cálculo de envelope de um sinal “x”.

No caso da transformada Wavelet, ao invés da decomposição discreta por DWT, optou-se em utilizar a transformada contínua pela maior versatilidade em detalhar e analisar certas bandas de frequência. Para a extração dos coeficientes da transformada, bastou-se o comando ‘cwt’ como mostrado abaixo:

```
coef=cwt(X2,scale,wname); % Coeficientes da transformada Wavelet contínua.
```

Há que se ressaltar que, no caso dos coeficientes Wavelet, a análise espectral é feita com um determinado vetor de coeficientes com escala definido, diretamente relacionado com uma frequência. Relação, essa, já mostrada no capítulo dois, entre frequência (ou pseudo frequência) e escala.

Neste caso, como foram empregados sinais com frequência máxima de 2500 Hz, o vetor de escalas será relacionado a um vetor de frequências começando em 10 Hz com passos de 5 Hz até 2500 Hz. No algoritmo ficou:

```

freq = [10:5:2500]; % Vetor de Frequências (de 10 a 2500Hz com passos de
5Hz)
fc=centfrq(wname); % Identificação da frequência central para a Wavelet
escolhida)
factor=fc/dt; % Fator de conversão.
scale = 1./freq*factor; % Vetor de escalas correspondente ao vetor de
frequências "freq".

```

Algoritmo 4.9 – Código para transformar frequências em escalas para cálculo da decomposição CWT.

Após a extração dos coeficientes Wavelet e do sinal de saída da rotina de envelope, é feita a análise espectral de cada sinal, e são comparados seus resultados de acordo com os parâmetros dos sinais de entrada.

Uma maneira de interpretar essa análise espectral é imaginar todos os coeficientes mostrados como na figura 4.5:

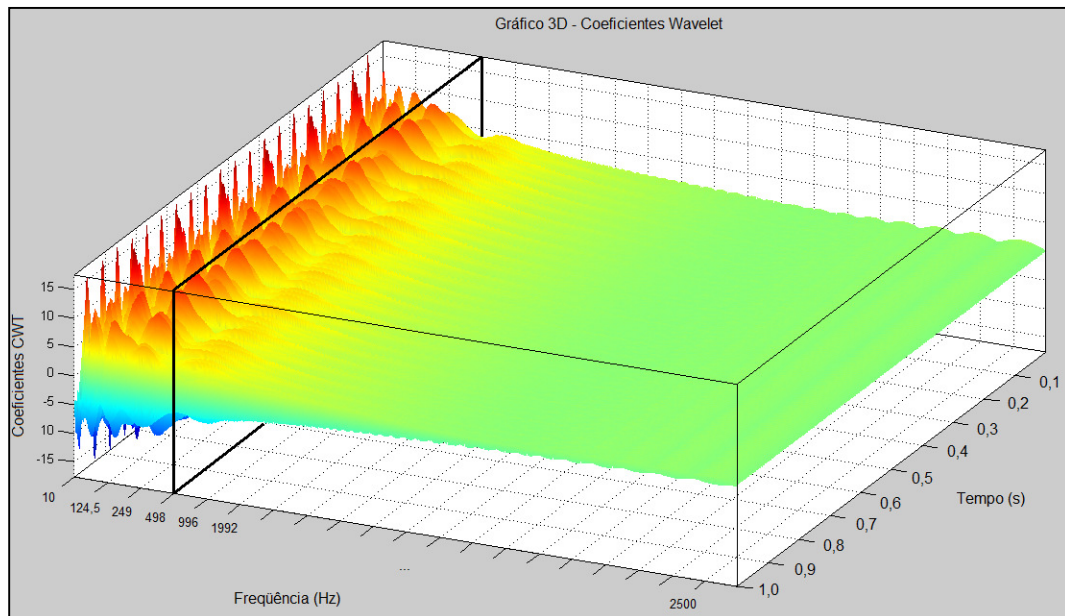


Figura 5.1 - Demonstração 3D dos coeficientes CWT por tempo e frequência. Sinal de rolamento sem defeito – somente frequências baixas podem ser vistas.

A seguir, tira-se uma “fatia” do sinal, extraindo-se os coeficientes no tempo de uma frequência, por exemplo, de 498 Hz. Em posse desses coeficientes, faz-se a análise espectral, pois o sinal original está ordenado no tempo. Exemplo dessa análise é mostrado na figura 4.6.

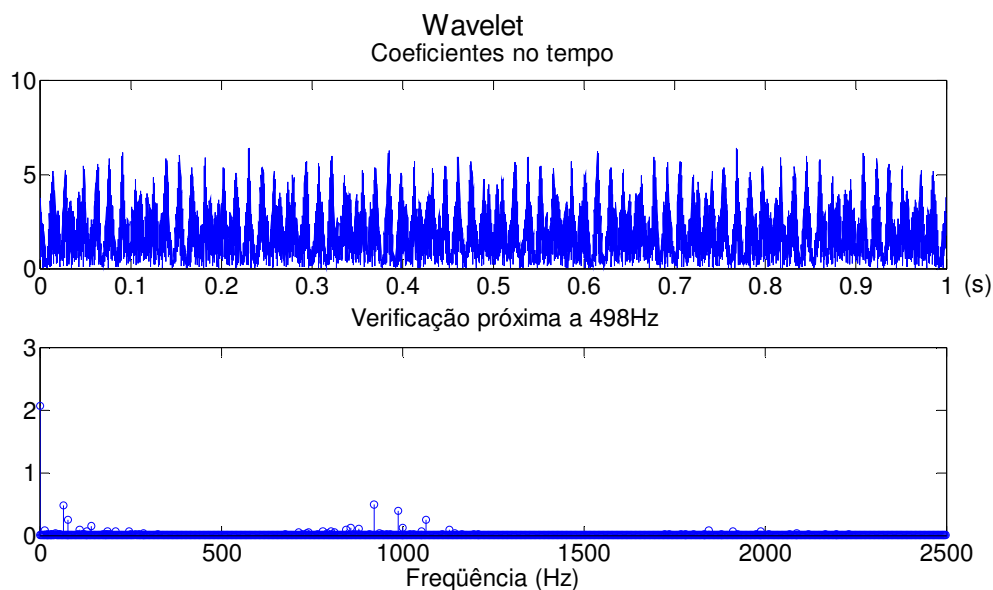


Figura 5.2 - Coeficientes referentes à frequência 498Hz no tempo e seu respectivo espectro.

Esse procedimento se aproxima bastante da análise por envelope uma vez que a outra análise faz uma filtragem na banda de interesse e uma detecção de envelope, mas no caso das Wavelets, os coeficientes são como um filtro de uma frequência ou pseudo frequência bem definida e não há a necessidade de se fazer a detecção de envelope.

## 6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.1 Comparação - Transformadas Wavelet - Fourier

Para evidenciar as grandes diferenças entre as análises de sinais, as duas ferramentas foram empregadas na análise de sinais sintéticos com variação de frequência no tempo. Primeiramente, foram analisados dois sinais com frequências e amplitudes iguais, mas com comportamento no tempo diferentes. No primeiro, a frequência aumentou à medida que o tempo passou e o segundo sinal teve sua frequência diminuída. Os sinais foram construídos da seguinte maneira:

De 0,0 a 0,2 segundo pontos:  $\text{sen}(2\pi t)$

De 0,2 a 0,4 segundo:  $\text{sen}(2\pi t * 2)$

De 0,4 a 0,6 segundo:  $\text{sen}(2\pi t * 3)$

De 0,6 a 0,8 segundo:  $\text{sen}(2\pi t * 5)$

De 0,8 a 1,0 segundo:  $\text{sen}(2\pi t * 10)$

Para o sinal '2' foi usada a ordem inversa de frequência.

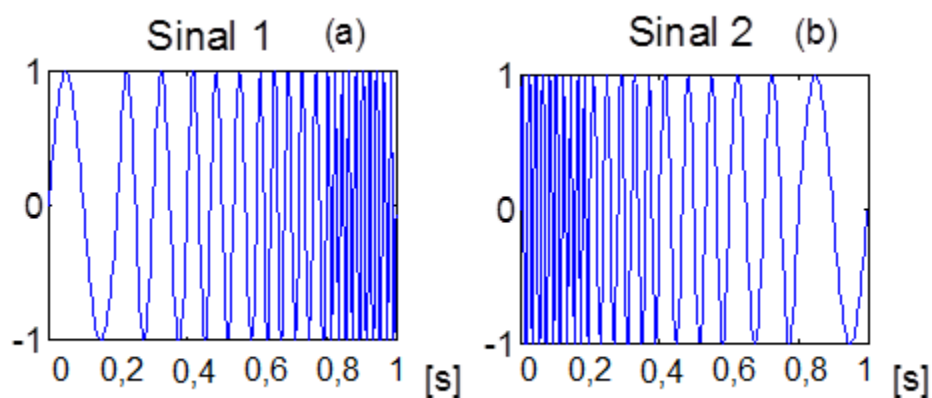


Figura 6.1 - (a) - Sinal simulado com aumento da frequência ao longo do tempo. (b) - Sinal simulado com diminuição da frequência ao longo do tempo

Primeiramente, foi feita a análise de Fourier usando-se a metodologia explicada no capítulo 3. E, na seqüência, foram calculados e impressos os coeficientes da transformada Wavelet.

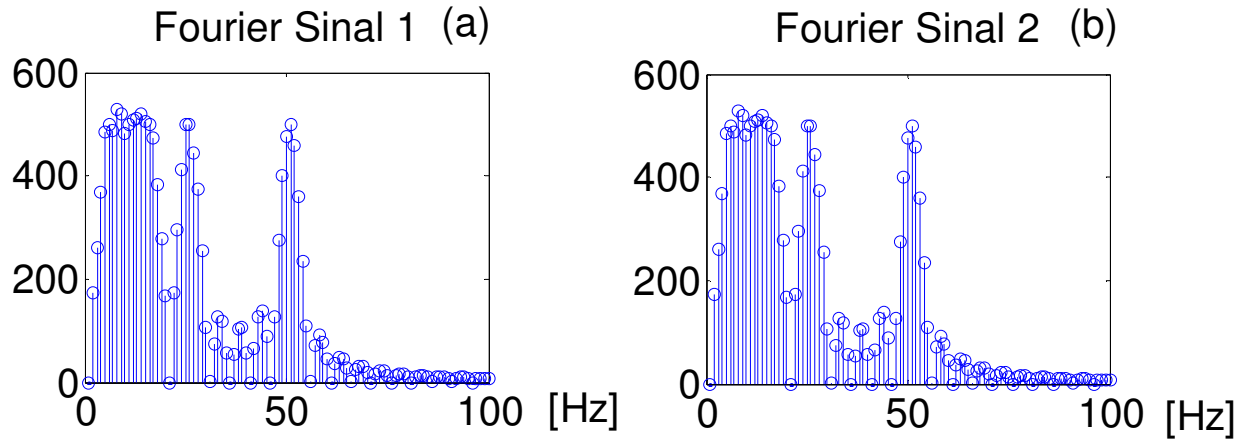


Figura 6.2. (a) Espectro do sinal 1. (b) Espectro do sinal 2. Gráficos calculados com a função FFT do software MatLab.

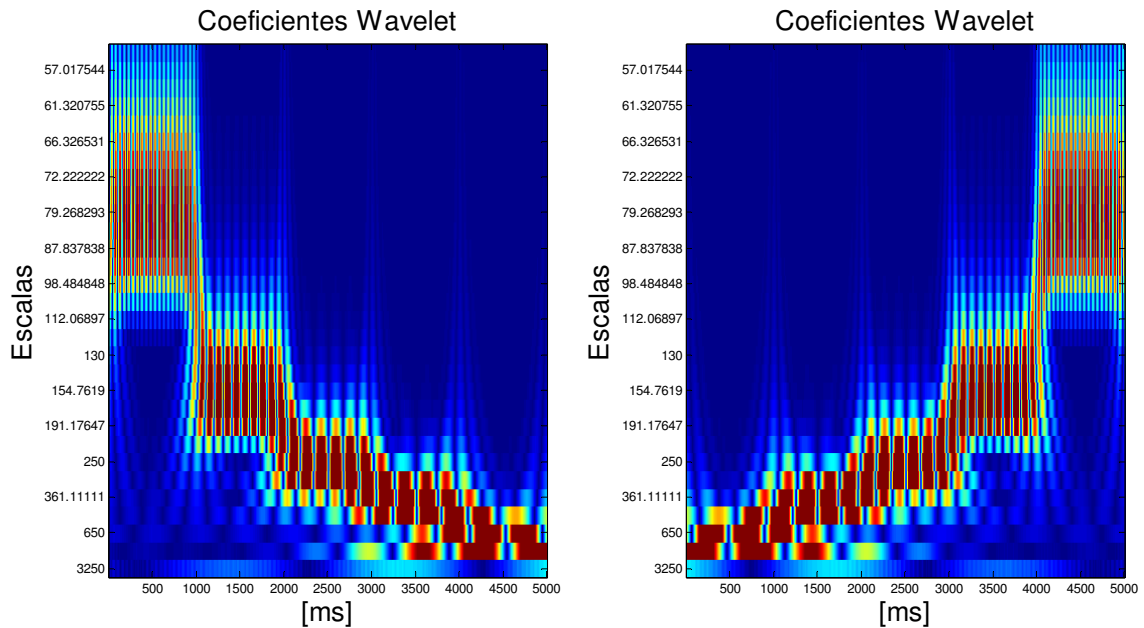


Figura 6.3. (a) Coeficientes Wavelet do sinal 1. (b) Coeficientes Wavelet do sinal 2. Gráficos calculados com a função CWT do software MatLab usando-se a função “mãe” Daubechies 2.



Observou-se que, a transformada de Fourier foi incapaz de localizar variações de frequência durante o período de sinal observado; o que não acontece no caso da transformada Wavelets. Isso pode ser visto nos dois gráficos da figura 5.2, pois, os resultados para ambos sinais foram iguais. E, no caso da transformada Wavelet, os gráficos da figura 5.3 permite avaliar a mudança de frequência ao longo do tempo.

Dessa forma, ficou demonstrado que a transformada Wavelet permite uma abordagem no espaço tempo/frequência, o que já não foi possível com a análise da transformada de Fourier.

Essa característica pode ser útil em inúmeras aplicações, mas também é uma limitação para análises quando o valor exato de tempo/frequência são importantes. Isso também pode ser útil, como visto na literatura, na compressão de dados e manipulação de imagens. Mas neste, essa característica foi bastante interessante e será bastante explorada na seção posterior, pois, justamente em frequências altas, há um maior detalhamento no tempo, informação, importante para identificação de falhas em máquinas rotativas.

## **5.2 Identificação de falhas via transformada Wavelet**

Para as simulações foram usados sinais de rolamentos bons e ruins no sentido de compará-los e tentar diferenciá-los pelas ferramentas. O rolamento utilizado apresentava as seguintes frequências características (para 35Hz no eixo de entrada):

$$\text{BPFI} = 247\text{Hz};$$

$$\text{BPFO} = 143\text{Hz};$$

$$\text{FTF} = 21\text{Hz};$$

$$\text{BSF} = 77\text{Hz}.$$

Para exemplificar a adição dos defeitos mostrados acima, tem-se, na figura 5.4, o sinal no tempo (a) e seu respectivo espectro em frequências (b) para um sinal de um rolamento com defeito em sua gaiola e que o rolamento apresentou uma frequência de ressonância em 1500 Hz.

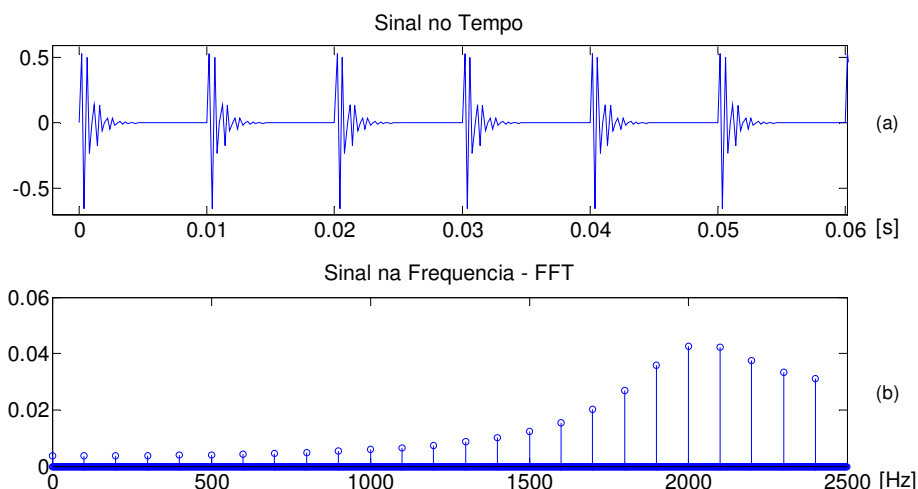


Figura 6.4 – (a) Trem de Pulsos com 1500 Hz na frequência interna e 21 Hz como frequência de repetição de cada pulso. (b) Espectro de potência (pico em 1500Hz).

Além das frequências características acima explicitadas, foram adicionadas 5 harmônicas com 20% de redução em amplitude para cada harmônica. Para que, além dos sinais característicos das falhas, houvesse outras componentes com baixas frequências, mas com maior energia, como é característica de rolamentos reais, segundo TANDON (1992) e ANGELO (1987).

Também é importante mostrar que esses sinais foram todos gerados com frequência de aquisição de 5000 Hz ou período de amostragem de 0,0002 segundos e com amplitude de 10 unidades (os gráficos terão o eixo “y” representado em unidades[u]).

Dessa maneira, um rolamento sem defeito ficou caracterizado como na figura 5.5. E, para o rolamento com defeito, foi adicionado o trem de impulsos de frequência de 2000 Hz com frequência de repetição de valor igual a de um rolamento com defeito na gaiola ou FTF figura 5.6.

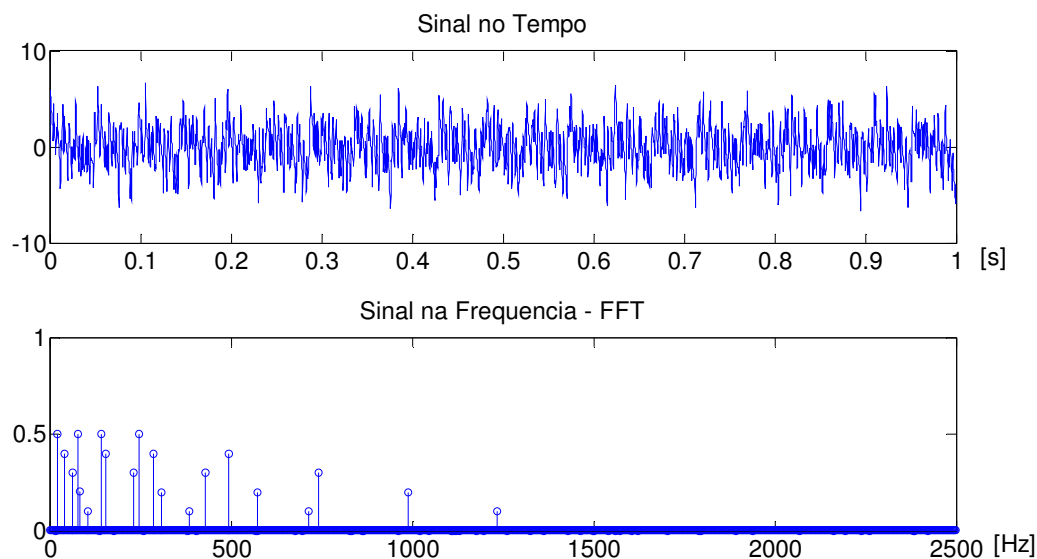


Figura 6.5 - Sinal no tempo e sua FFT para o caso de rolamento SEM defeito.

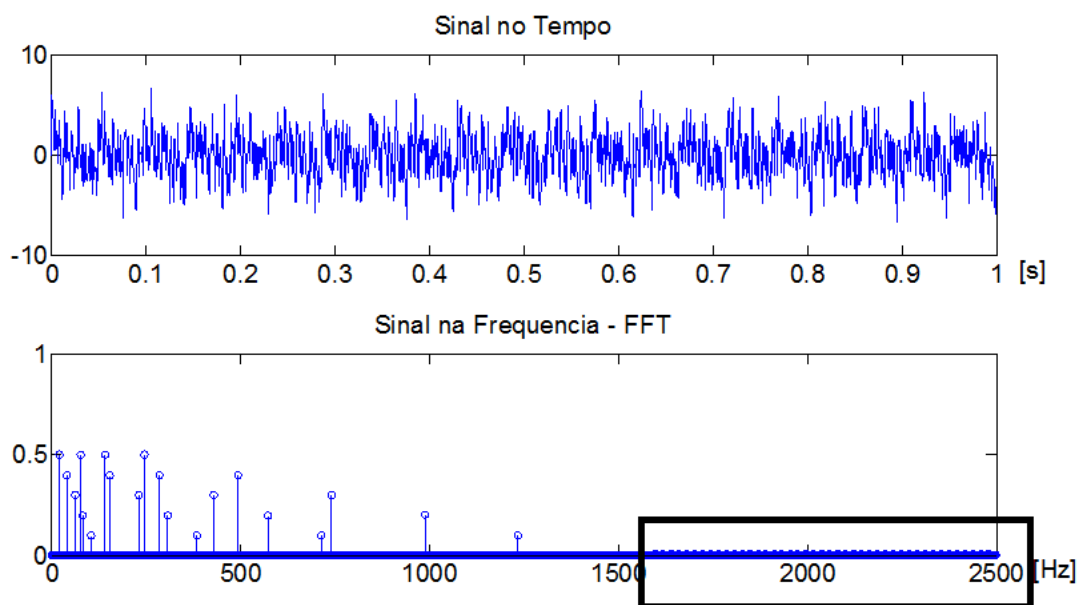


Figura 6.6 - Sinal no tempo e sua FFT para um rolamento COM defeito na gaiola.

Observou-se que no espectro do rolamento com defeito (figura 5.6) houve uma pequena alteração em frequências altas, perto de 2000 Hz, porém de difícil identificação. O que foi investigado utilizando-se os métodos apresentados no capítulo 3.

### 5.2.1 Método comparativo por DWT

Em posse dos dois sinais (rolamento bom e outro ruim), o primeiro método a ser analisado foi a comparação de energia por escala usando-se a DWT. Para tanto, foi usado um código gerado em Matlab que faz a decomposição do sinal em 12 níveis ou escalas (máximo possível para esse tamanho de sinal), e foram calculadas as energias de cada escala ou nível.

Abaixo está o resultado comparativo:

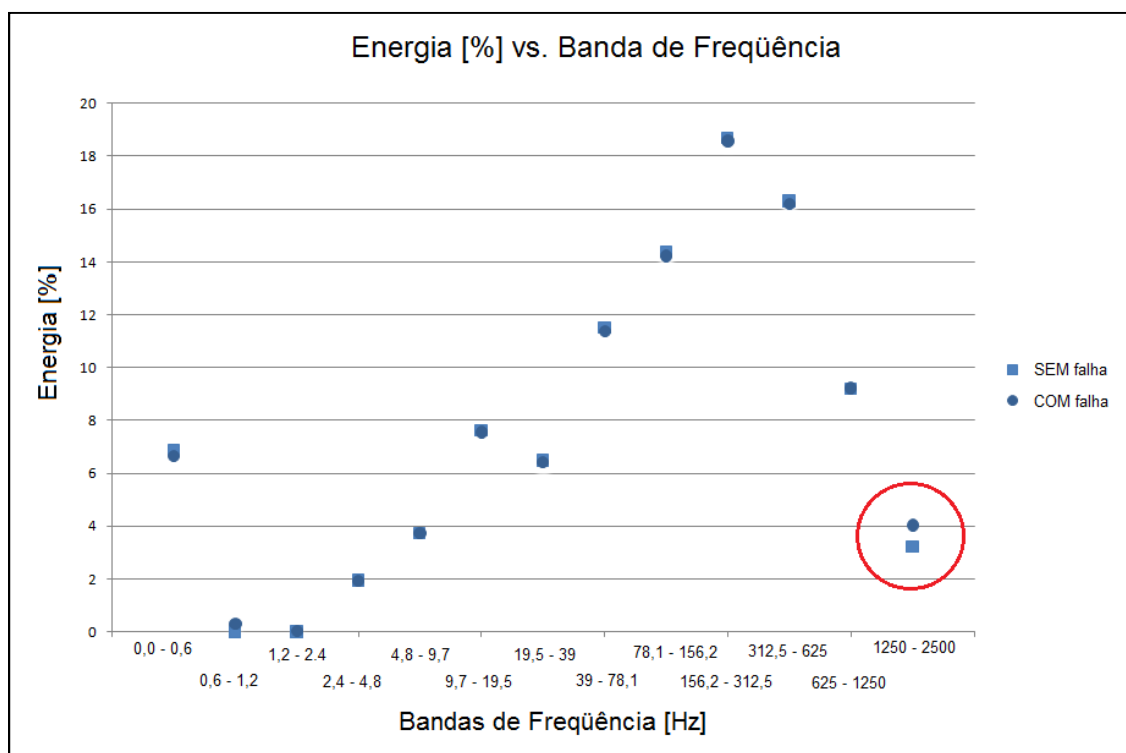


Figura 6.7 - Comparativo de energia via DWT, evidenciando uma elevação da quantidade de energia proporcional na banda de 1250/2500 Hz

Houve, portanto, um leve aumento de energia nas frequências mais altas, na banda de 1250 2500 Hz. Esse aumento se deu pelo efeito da falha no sinal de vibração do rolamento. Para

se ganhar robustez no método, também foi feito o mesmo experimento, adicionando ruído branco com relação sinal ruído de 0,25.

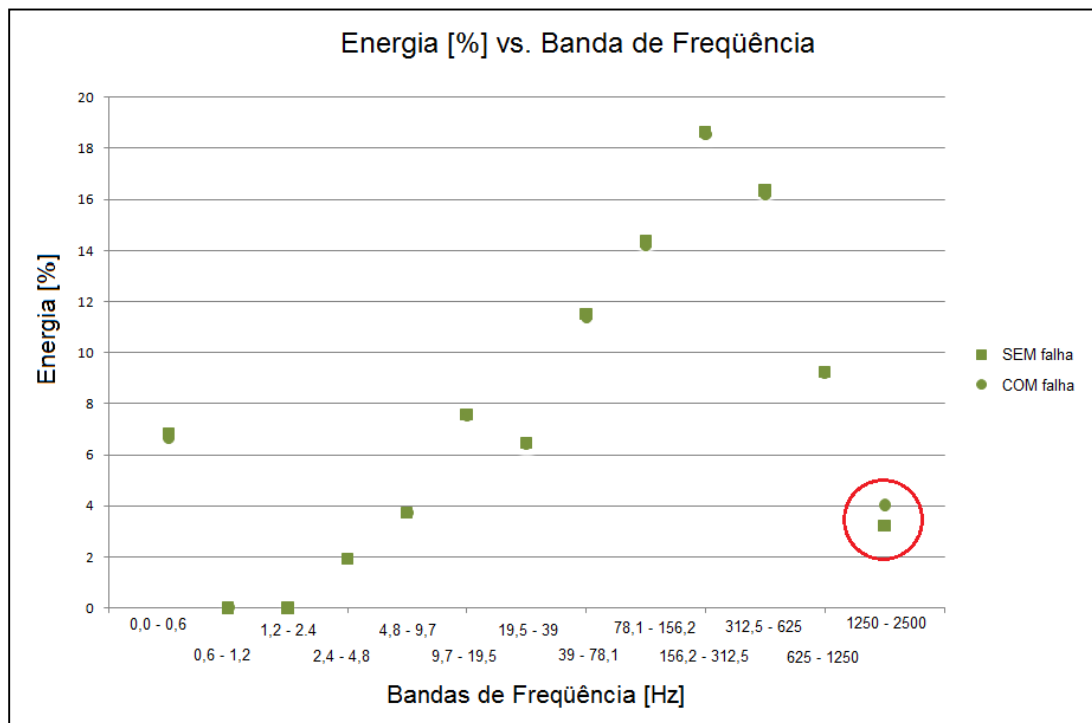


Figura 6.8 - Comparativo de energia via DWT com ruído branco ( $r=0,25$ ), evidenciando uma elevação da quantidade de energia proporcional na banda de 1250/2500 Hz

Aqui, mesmo sendo adicionado o ruído branco, ainda foi possível fazer a identificação visual, pela banda de 1250/2500 Hz, de um aumento de energia na banda referente à falha.

A fim de se avaliar também a relevância desses resultados foi calculada, também, a diferença, além de gráfica, quantitativa de cada faixa de banda. Então, para cada faixa de frequência foi calculada a porcentagem absoluta da variação de energia entre a mesma banda de frequência, mas para os dois tipos de sinais.

Na tabela 5.1, verifica-se o valor absoluto de cada faixa de frequência bem como a porcentagem da diferença nas duas condições para os dois tipos de sinais (com e sem defeito) e nas situações de com e sem ruído.

Tabela 6.1 - Valores de energia para cada faixa de frequência para sinais com e sem defeito para as condições com e sem ruído branco.

Banda de Frequência (Hz)	Energia					
	SEM defeito SEM ruído	COM defeito SEM ruído	Porcentagem da Variação	SEM defeito COM ruído	COM defeito COM ruído	Porcentagem da Variação
1250 - 2500	3,213	4,036	26%	3,217	4,044	26%
625 - 1250	9,186	9,22	0%	9,239	9,194	0%
312,5 - 625	16,306	16,198	1%	16,363	16,189	1%
156,2 - 312,5	18,7	18,585	1%	18,663	18,557	1%
78,1 - 156,2	14,368	14,218	1%	14,358	14,207	1%
39 - 78,1	11,518	11,38	1%	11,514	11,396	1%
19,5 - 39	6,483	6,421	1%	6,478	6,439	1%
9,7 - 19,5	7,606	7,558	1%	7,569	7,564	0%
4,8 - 9,7	3,742	3,73	0%	3,744	3,752	0%
2,4 - 4,8	1,948	1,938	1%	1,939	1,929	1%
1,2 - 2,4	0,034	0,034	0%	0,034	0,032	6%
0,6 - 1,2	0,0298	0,0295	1%	0,03	0,031	3%
0,0 - 0,6	6,862	6,647	3%	6,846	6,66	3%

Na verificação de relevância, foram calculados média e desvio padrão das diferenças e calculado os limites de uma distribuição normal com 99% de confiança ou seja, média mais ou menos três vezes o valor do seu desvio padrão, conforme tabela 5.2.

Tabela 6.2 – Resultados do calculo de média, desvio padrão e limites de distribuição normal

Diferença sem Ruído	
Média	3
Desv. Padrão	7
Limites da Distribuição Normal	
$3 \pm 3 \times 7 =$	
-18	24

Diferença com Ruído	
Média	3
Desv. Padrão	7
Limites da Distribuição Normal	
$3 \pm 3 \times 7 =$	
-18	24

Considerando, então os limites calculados, com grau de confiança de 99,74%, pode-se afirmar que o valor de 26% encontrado em ambas as situações não pertence à média ou valor

normal encontrado no rolamento de referência tido como sem problemas funcionais. Ou seja, o rolamento testado apresentou variações relevantes na banda de frequência em questão tanto na presença quanto na ausência de ruído branco, mostrando assim robustez.

### **5.2.2 Método WZC**

Para essa análise, foram utilizados os mesmos sinais apresentados no capítulo anterior. Ou seja, foram utilizados sinais de rolamentos com e sem falha.

Para o cálculo de WZC, foi utilizado o algoritmo sugerido por MASOTTI (2006) e revisto no capítulo de metodologia.

Estão, abaixo, apresentados os gráficos de WZC para cada nível ou bandas decompostas por DWT.

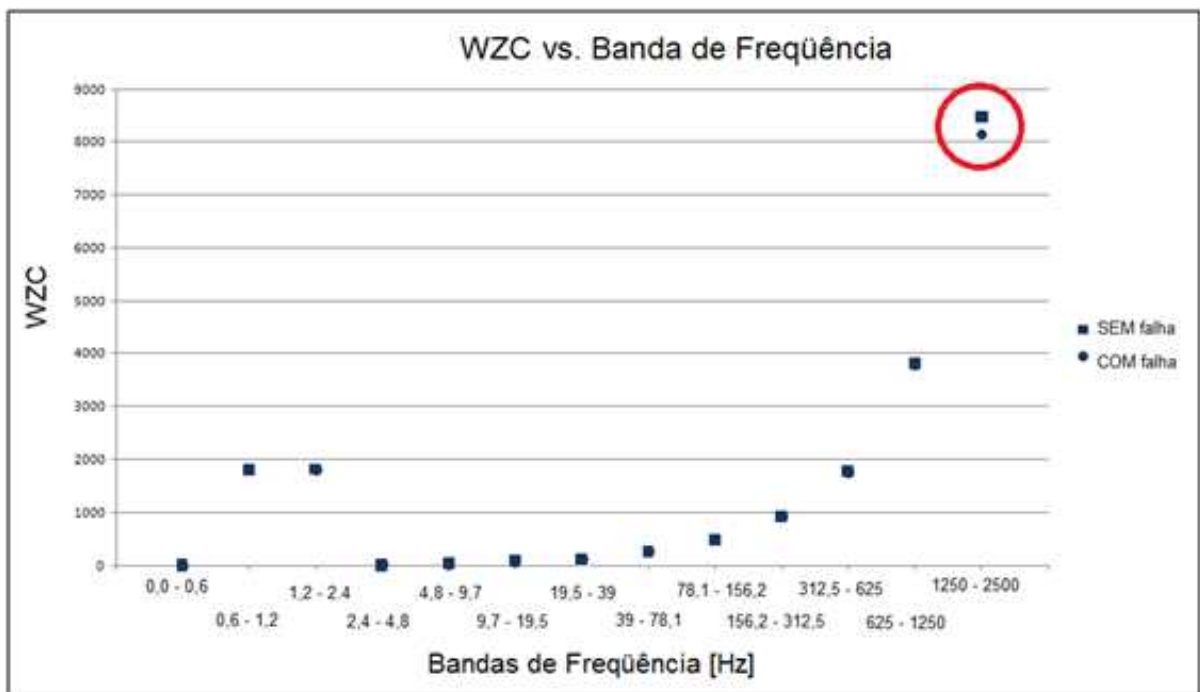


Figura 6.9 - Comparativo WZC via DWT, evidenciando uma elevação do WZC na banda de 1250/2500 Hz

Nota-se uma diferenciação do WZC na banda de frequência de 1250 Hz a 2500 Hz, porém, nas outras faixas de frequência os resultados foram muitos similares e não apresentaram variação representativa. O que evidencia a falha, que estava ocorrendo a 2000 Hz. Mesmo assim, a sua relevância estatística também foi revisada.

Igualmente à análise por energia, fez-se a mesma análise comparativa entre sinais com e sem falha sendo adicionado um ruído da ordem de 25% na relação ruído sinal.



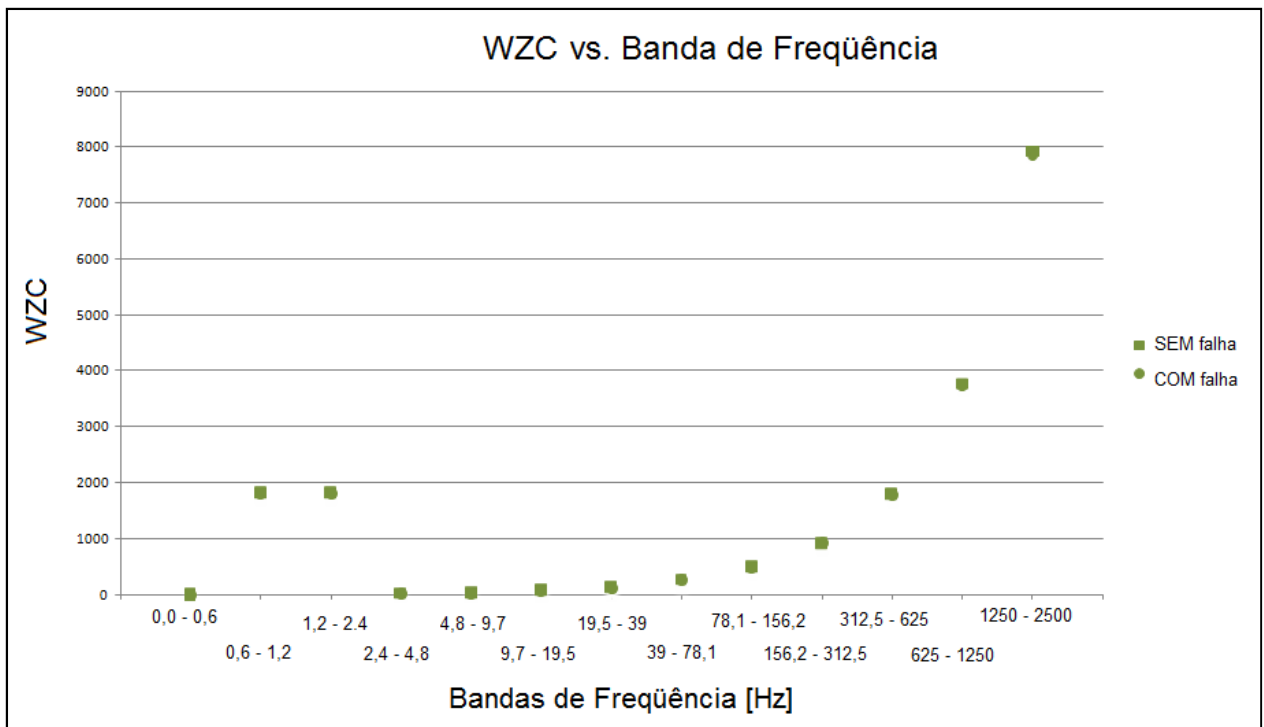


Figura 6.10 - Comparativo WZC via DWT, com ruído branco ( $r=25\%$ )

Nota-se que para o caso aonde o ruído foi introduzido, o método do WZC não foi capaz de fazer a identificação ou diferenciação do rolamento com a falha.

Para poder avaliar o grau de relevância de cada resultado, foi feito estudo estatístico para poder afirmar se a variação encontrada na faixa de frequência da falha representa uma variação ou poder ser considerada estatisticamente igual ao sinal de referência.

Tabela 6.3 - Resultados dos WZC de cada banda de frequência, para os dois sinais em duas condições de ruído branco (com e sem).

WZC						
Banda de Frequência (Hz)	SEM defeito SEM ruído	COM defeito SEM ruído	Porcentagem da Variação	SEM defeito COM ruído	COM defeito COM ruído	Porcentagem da Variação
0,0-0,6	2	2	0%	2	2	0%
0,6-1,2	1808	1808	0%	1808	1808	0%
1,2-2,4	1810	1810	0%	1810	1810	0%
<b>2,4-4,8</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>0%</b>	<b>14</b>	<b>10</b>	<b>29%</b>
4,8-9,7	22	22	0%	22	22	0%
9,7-19,5	70	70	0%	70	70	0%
19,5-39	112	112	0%	116	112	3%
39-78,1	256	256	0%	260	260	0%
78,1-156,2	480	484	1%	492	480	2%
156,2-312,5	920	920	0%	912	920	1%
312,5-625	1768	1764	0%	1784	1772	1%
625-1250	3802	3798	0%	3766	3742	1%
<b>1250-2500</b>	<b>8454</b>	<b>8142</b>	<b>4%</b>	<b>7934</b>	<b>7854</b>	<b>1%</b>

Tabela 6.4 – Resultados do calculo de média, desvio padrão e limites de distribuição normal para WZC.

Diferença sem Ruído	
Média	0
Desv. Padrão	1
Limites da Distribuição Normal	
0±3x1=	
-3	3

Diferença com Ruído	
Média	3
Desv. Padrão	8
Limites da Distribuição Normal	
3±3x8=	
-21	27

Através dos resultados das tabelas (5.4) pode-se afirmar que para o caso sem ruído o método foi capaz de fazer a identificação da falha na faixa correta, pois o valor de 4% está fora dos limites do intervalo da distribuição normal. Porém, no caso com ruído, além de não ser possível identificar a falha na faixa de 1250 a 2500Hz, a faixa de 2,4 a 4,8Hz registrou aumento do WZC que não representou a mudança aplicada.

### 5.2.3 Método da Distância Euclidiana

Para essa análise, foram utilizados os mesmos sinais apresentados no capítulo anterior.

Ou seja, foram utilizados sinais de rolamentos com e sem falha adicionando-se ou não ruído. E, para o estudo do método foi feita a soma das diferenças da distância euclidiana para cada nível da decomposição via DWT.

Assim como nos demais métodos, a primeira comparação foi feita entre o sinal de um rolamento com e outro sem defeito.

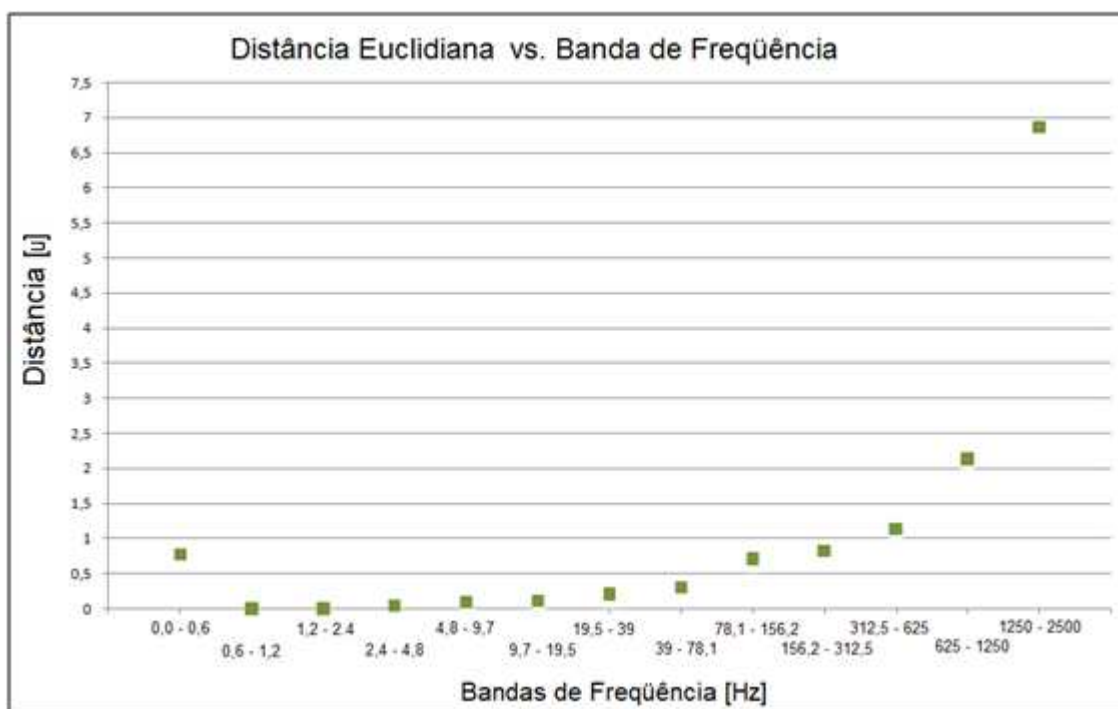


Figura 6.11 - Comparação por distância euclidiana via DWT, (sinal com/sem falhas) sem ruído branco

Nessa simulação pode-se perceber que houve uma diferenciação na banda de 1200 Hz e 2500Hz, que contem o defeito. Para que houvesse embasamento estatístico, os parâmetros a seguir foram calculados e estão representados na tabela(5.5).

Tabela 6.5 - Parâmetros e limites do intervalo de confiança de 99,74% para distância euclidiana

Distancia Euclidiana	
Média	0,53
Desv. Padrão	0,63
Limites da Distribuição Normal	
$0,53 \pm 3 \times 0,63 =$	
-1,37	2,3

Os resultados mostraram que o valor 6,88 obtido na faixa de frequência de falha estava fora dos limites do intervalo, o que quer dizer que ficou confirmada a variação e identificação da falha nessa faixa.

Para se fazer o estudo de robustez, foi feita uma simulação do efeito do ruído nesta análise. Para isso, foi usado o sinal de rolamento sem defeito em comparação com o sinal de rolamento com defeito adicionando o ruído branco a 25% na relação sinal ruído.

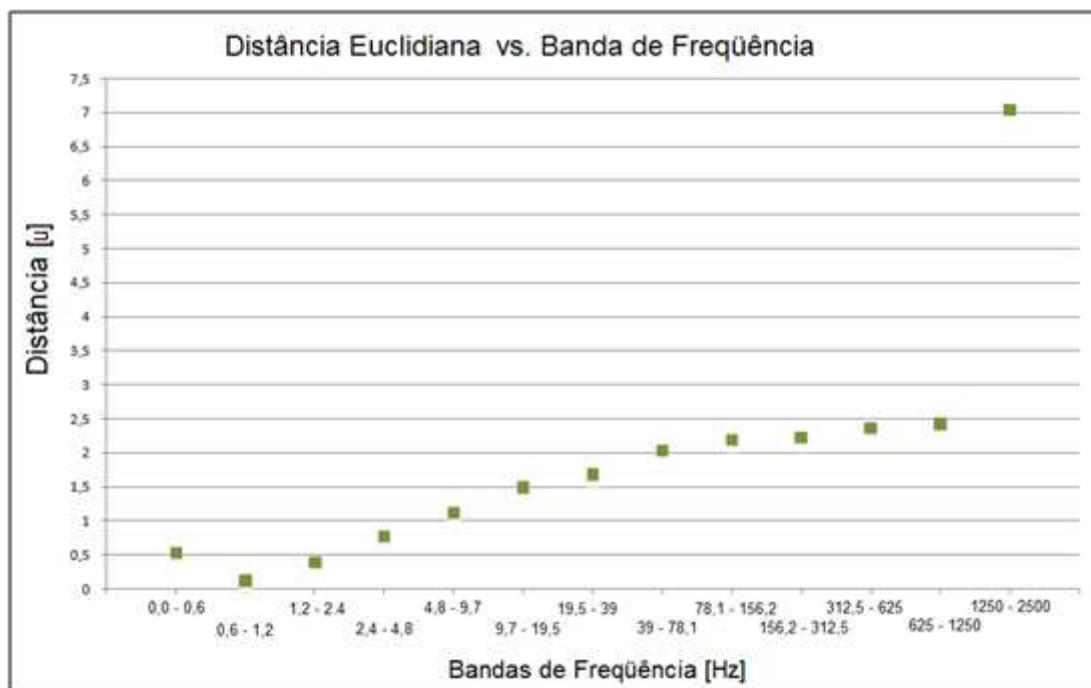


Figura 6.12 - Comparação por distância euclidiana, via DWT, sinal com/sem falha (ruído branco em 25%)

Pela figura 5.12, pode-se notar, mesmo com o ruído sendo adicionado, o aumento da distância na banda aonde se contra a falha.

Novamente, para poder afirmar com maior embasamento estatístico, foram calculados os parâmetros e limites do intervalo de confiança.

Tabela 6.6 - Parametros e limites do intervalo de confianca de 99,74% para distância euclidiana

<b>Distancia Euclidiana (com ruído)</b>	
Média	1,44
Desv. Padrão	0,83
<b>Limites da Distribuição Normal</b>	
$1,44 \pm 3 \times 0,83 =$	
-1,07	3,94

Através dos resultados obtidos na tabela (5.6), pode-se afirmar que a distância de 7,5 encontrado na faixa de frequência da falha induzida está fora dos intervalos e que representa, então, a identificação positiva da falha.

Neste trabalho, foram utilizadas três técnicas de identificação de falhas em máquinas rotativas, mais especificamente, rolamentos: via DWT, a transformada discreta.

Esse tipo de aproximação se mostrou interessante, mas com algumas ressalvas.

De maneira geral, todas as ferramentas se baseiam na comparação dos coeficientes gerados pela decomposição DWT. E é interessante salientar uma dificuldade na própria decomposição, pois, nas frequências mais altas não há um detalhamento e esta banda se torna muito grande, de certa forma agrupada e, dependendo do tipo de sinal, isso pode trazer algum prejuízo para a análise. Sem contar que quanto maior for a frequência de aquisição, maiores serão as bandas. E, no caso real, as frequências de aquisição, com os novos equipamentos, são muito elevadas, da ordem de 40 kHz.

Especificamente, no caso da energia, o método se mostrou robusto ao ruído e conseguiu fazer a identificação, porém, as diferenças encontradas nas faixas de interesse não foram muito grandes, o que pode vir a ser um fator complicador, mas somente com o teste em sinais reais isso pode ser comprovado.

Já no caso do WZC, essa técnica não se mostrou robusta à adição de ruído branco e também mostrou pouca diferença entre os sinais de rolamentos bons e ruins. Por esse motivo, esse método foi considerado impróprio para esse caso de aplicação.

No método da distância euclidiana, os resultados foram bastante satisfatórios, pois se mostrou robusto ao ruído branco e possibilitou a identificação de uma variação na faixa característica de falha. A única ressalva desta técnica é a necessidade de se ter um sinal que seja uma referência de “bom”. O que pode, de maneira acertada, afetar a eficiência da identificação. Mas mais uma vez é muito importante fazer a validação.

Portanto, para se utilizar as técnicas apresentadas, é necessário que sejam feitos experimentos com sinais reais para validar as possibilidades. Neste trabalho, o intuito maior era demonstrar que a transformada Wavelets é útil também no campo de identificação de falhas.

Considerando, então, o estudo de caso apresentado com entradas previamente conhecidas, as técnicas conseguiram identificar se o sinal em questão poderia conter alguma falha ou não inclusive na adição de ruído branco. Ou seja, para uma análise mais simples ou inicial, é possível utilizá-las como parâmetro de manutenção ou troca de rolamentos, mas não é possível obter informações mais precisas da falha, como a sua origem por exemplo, como ficou demonstrado no uso da CWT.

## **5.2.4 Comparação Wavelet - Envelope**

Como apresentado no capítulo 3, foram utilizados diferentes sinais para se efetuar a comparação de maneira mais abrangente possível.

Foram utilizados sinais de entrada com 10 unidades de amplitude e em combinações de frequências de falhas em 143 Hz (BPFO) ou 247 Hz (BPFI); frequências centrais de 1200 Hz, 1500 Hz ou 2000 Hz; e ruído branco com relação sinal ruído de 5, 10 ou 25%. As frequências centrais foram assim escolhidas, pois exemplificam diferentes proximidades entre frequências de falha e centrais.

### **5.2.4.1 Definição do tamanho de banda para análise por envelope**

Como no caso da ferramenta envelope há uma filtragem sem tamanho de banda definido, foi feito um pequeno estudo do efeito do tamanho da banda do filtro. Para executar o estudo da influência do tamanho da banda de filtragem, foram utilizados filtros com frequência central igual à frequência central do defeito do sinal, mas com tamanho de banda igual a: 250, 500, 750, 1000 e 1400 Hz.

Para os resultados a seguir, os valores numéricos representam o valor de pico correspondente à frequência da falha; e as cores indicam se o pico em questão foi o maior encontrado (verde) ou não (vermelho). Sendo o maior pico encontrado na frequência de falha, observa-se positivamente a identificação da falha.

A seguir, gráficos apresentam o valor de pico na frequência de falha induzida de 143 Hz.

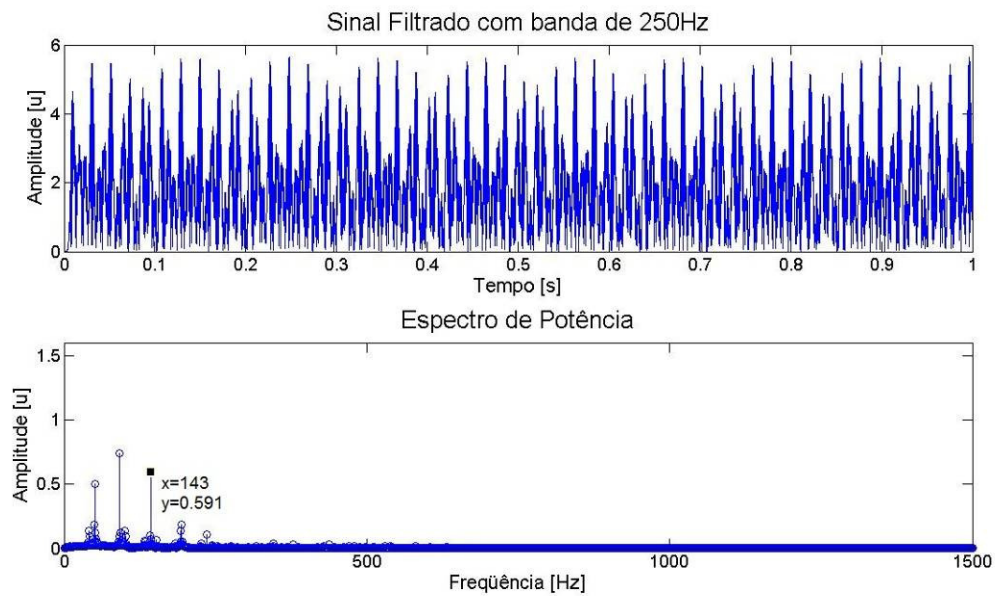


Figura 6.13 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 1200Hz e frequência de falha em 143 Hz.

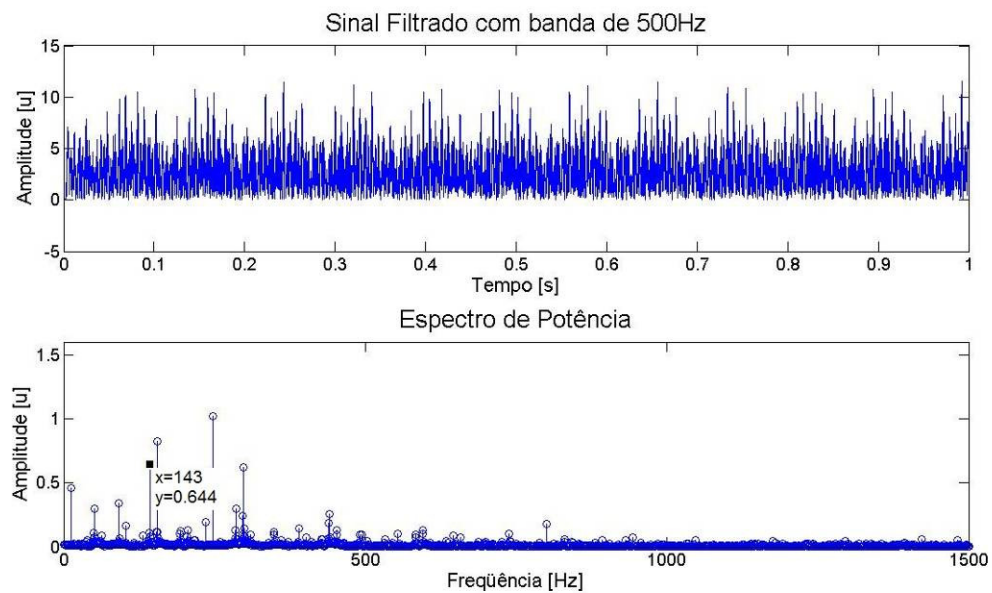


Figura 6.14 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 1200Hz e frequência de falha em 143 Hz.



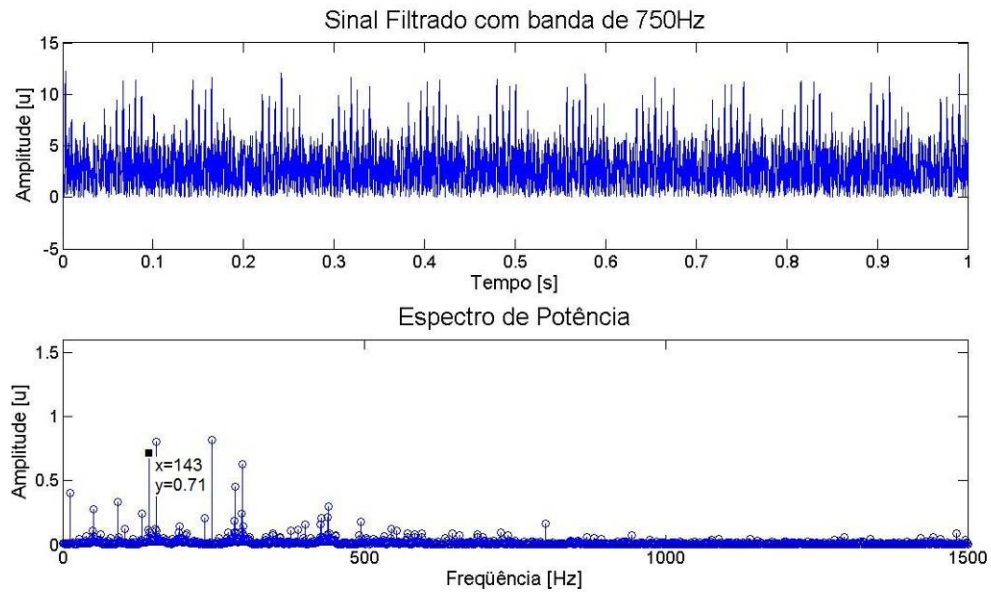


Figura 6.15 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 1200Hz e frequência de falha em 143 Hz.

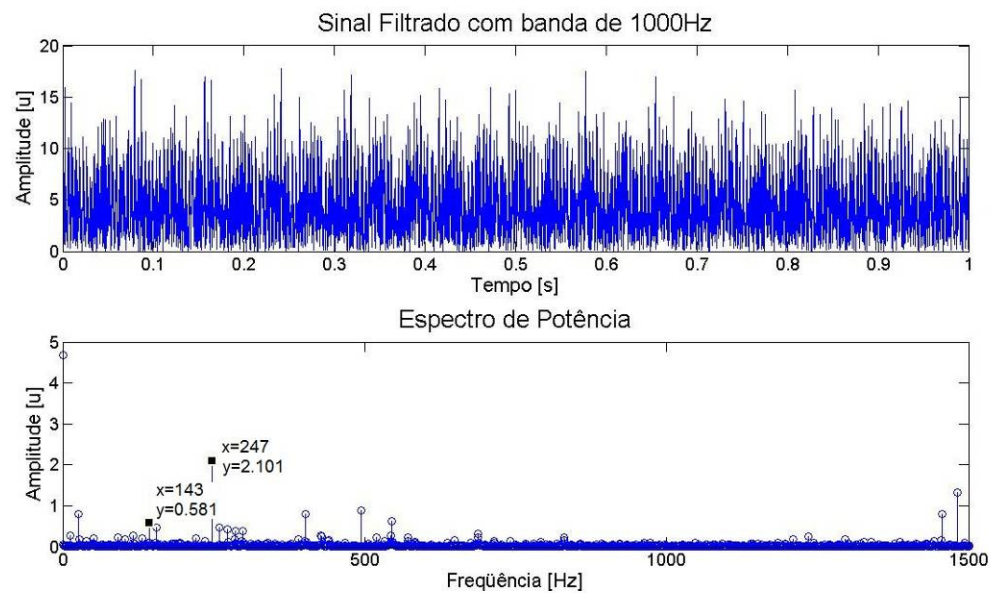


Figura 6.16 - Resultado do filtro de banda de 1000 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 1200Hz e frequência de falha em 143 Hz.

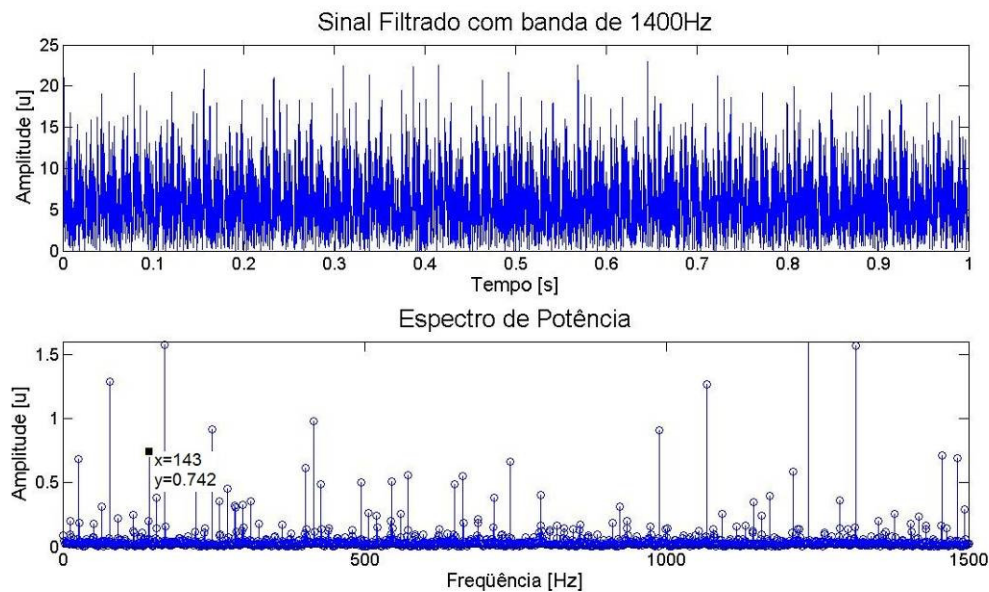


Figura 6.17 - Resultado do filtro de banda de 1400 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1200Hz e frequência de falha em 143 Hz.

Na tabela (5.7) foram condensados todos os resultados obtidos nos gráficos (5.13) a (5.17) e os resultados na mesma frequência de falha porém com as frequências centrais de 1500 Hz e 2000 Hz. Os demais gráficos foram colocados no apêndice B.

Tabela 6.7 - Resultados das simulações da técnica do envelope para avaliação do tamanho de banda (frequência central de 143 Hz).

Tamanho de banda	Frequência Central		
	1200 Hz	1500 Hz	2000 Hz
250 Hz	0,591	0,779	0,166
500 Hz	0,644	1,138	0,862
750 Hz	0,71	0,952	1,066
1000 Hz	0,581	0,829	NA
1400 Hz	0,742	0.621	NA

Na tabela (5.8) estão mostrados os resultados da simulação feita para as diferentes bandas, frequências centrais e uma frequência de falha igual a 247 Hz.

Tabela 6.8 - Resultados das simulações da técnica do envelope para avaliação do tamanho de banda (frequência de falha em 247 Hz).

Tamanho de banda	Frequência Central		
	1200 Hz	1500 Hz	2000 Hz
250 Hz	0,004	0,002	0,001
500 Hz	0,847	1,209	0,262
750 Hz	0,692	1,359	1,288
1000 Hz	1.95	1,192	NA
1400 Hz	0,895	0,810	NA

A partir desses resultados, observa-se que a banda de tamanho 750 Hz foi a que melhor ajudou a identificar a falha corretamente e obteve os maiores picos em ambos os casos. Por isso, essa largura de banda foi escolhida para se efetuar o estudo comparativo com a transformada Wavelet.

Para avaliação do efeito do ruído, será feita a adição de ruído branco, com diferentes amplitudes, ao sinal observado. No primeiro caso, o ruído foi adicionado ao sinal contendo uma falha com frequência de falha em 143 Hz e central em 2000 Hz:

Tabela 6.9 - Resultados das simulações da técnica do envelope para avaliação da influência do ruído.

Tamanho de banda	Relação Sinal Ruído			
	0%	5%	10%	25%
250 Hz	0,166	0,165	0,166	0,166
500 Hz	0,862	0,863	0,862	0,865
750 Hz	1,066	1,065	1,063	1,061

No segundo caso, o ruído foi adicionado ao sinal contendo uma falha com frequência central de 247 Hz e ressonância em 2000 Hz:

Nota-se que mesmo com a adição de ruído branco os valores não sofreram grande variação, o que mostra certa robustez ao ruído.

#### **5.2.4.2 Resultados da comparação Wavelet - Envelope.**

No item anterior, foi demonstrado que a banda de tamanho 750 Hz obteve melhor desempenho na maioria dos casos, sendo por esta razão, o tamanho usado para a comparação com a ferramenta Wavelet .

Para se fazer a comparação entre a filtragem via transformada Wavelet e filtragem via Butterworth, foram utilizados os mesmos critérios de saída que no item anterior, ou seja, avaliação de amplitude e se o pico da frequência de falha foi ou não o maior pico encontrado. Sendo assim, frequência na qual o filtro passa-banda está centrado e a frequência ou escala com que os coeficientes estão relacionados foram usados para avaliação comparativa.

Novamente, para os resultados a seguir, os valores numéricos representam o valor de pico correspondente à frequência central da falha; em verde foram os resultados onde o pico de falha foi o maior encontrado e em vermelho onde não foi o maior.

Para se avaliar essa comparação foram feitas simulações em diversas condições, onde a essa frequência central de filtragem foi deslocada em 200, 100, -100 e -200 Hz. O intuito desse experimento foi simular um desconhecimento da exata frequência central da falha, ou seja, nesse caso, o analista precisaria fazer uma varredura de algumas frequências antes de concluir sobre o sinal.

Na primeira etapa, foi imposto um sinal de rolamento com falha em 143 Hz com frequência central em 2000 Hz a ambas as análises. Os resultados obtidos nessa varredura, para todas as frequências, foram colocados na tabela 5.10

Tabela 6.10 - Resultado do comparativo Wavelet - Envelope (sinal com falha de frequência central em 143 Hz e ressonância em 2000 Hz).

Deslocamento (Hz)	CWT	Envelope
200	0,703	NA*
100	0,79	NA*
0	0,698	1,066
-100	0,623	0,726
-200	0,515	0,606

Os resultados mostrados na tabela (5.10) mostraram que as duas técnicas de filtragem obtiveram resultados equivalentes em termos de pico e também de identificação de falha positiva para os deslocamentos de frequência central de filtragem de 0, -100 e -200 Hz. Porém, para os deslocamentos de 100 e 200 Hz a filtragem via transformada Wavelet foi possível e com identificação positiva para deslocamentos de 100 e 200 Hz, o que, com a filtragem via Butterworth não foi possível. Também demonstrado na tabela (5.10) os resultados “NA” representam impossibilidade de filtragem pois o software acusou proximidade à frequência máxima de aquisição. Isso representa a filtragem de uma descontinuidade, o que acarretaria em um erro muito grande caso a filtragem pelo método Butterworth fosse realizada.

Para exemplificar essa problemática do resultado “NA”, na figura (5.18), pode-se perceber que a filtragem via transformada Wavelet é possível em 2120 Hz (quando o limite de aquisição é 2500 Hz), ao passo que a filtragem via Butterworth já sofre com o limite da janela e não possibilita a análise.

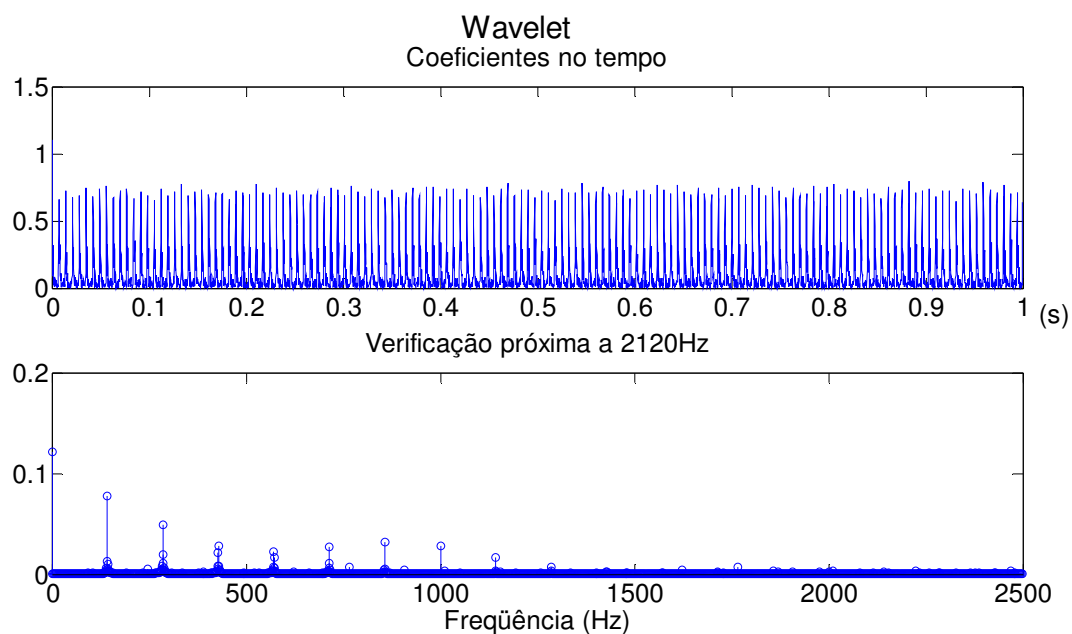


Figura 6.18 - Coeficientes Wavelet equivalentes à 2120 Hz e respectiva análise espectral

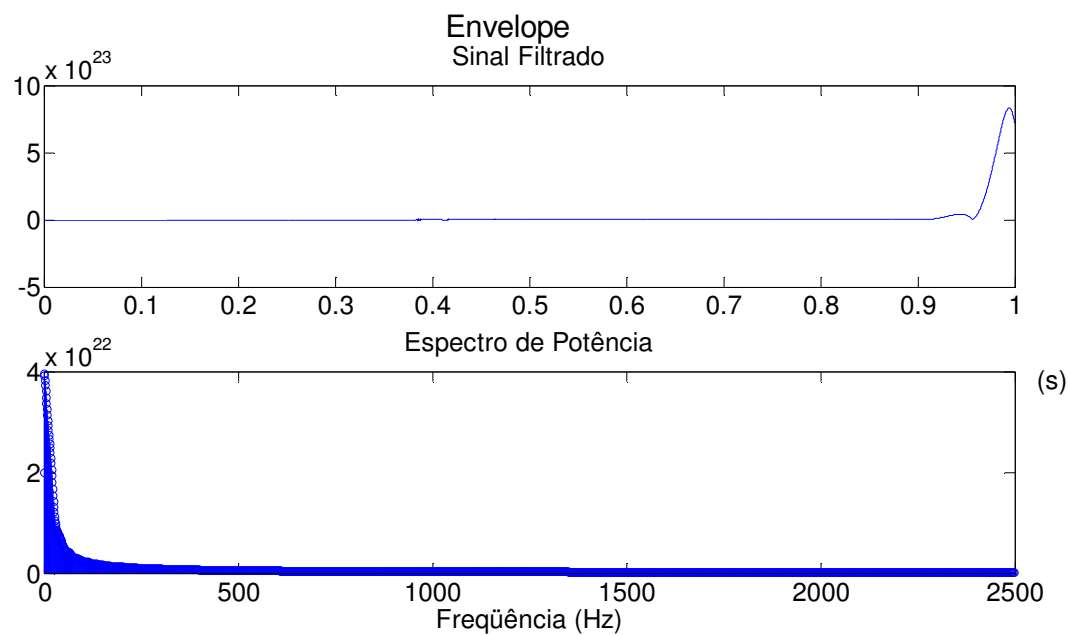


Figura 6.19 - Sinal filtrado no tempo com janela (1745 a 2495 Hz) e sua respectiva análise espectral – Devido a janela de filtragem, não foi possível avaliar qual a frequência principal.

A seguir, foi imposto um sinal com a mesma frequência de falha em 247 Hz e com frequência central em 2000 Hz.

Tabela 6.11 - Resultado do comparativo Wavelet - Envelope (sinal com falha de falha em 247 Hz e frequência central em 2000 Hz)

Deslocamento (Hz)	CWT	Envelope
200	0,991	NA
100	1,131	NA
0	0,95	1,288
-100	0,846	0,417
-200	0,727	0,826

O objetivo dessa segunda análise foi verificar se a frequência de falha poderia trazer alguma influência para os resultados obtidos anteriormente. Porém, as análises tiveram desempenho equivalente à filtragem com filtro Butterworth. E, novamente, filtragem via Wavelet possibilitou fazer a identificação da falha em frequências mais altas perto do limite da janela de inspeção.

Considerando que a frequência de falha não trouxe influência relevante aos resultados, também se optou em fazer a mesma comparação com variação na frequência central. Para tanto, foram utilizados sinais com frequência central de 1200 Hz e frequência de falha de 247 Hz.

Tabela 6.12 - Resultado do comparativo Wavelet - Envelope (sinal com falha de frequência de falha em 247 Hz e frequência central em 1200 Hz)

Deslocamento (Hz)	CWT	Envelope
200	0,993	0,538
100	0,975	0,946
0	1,11	1,288
-100	1,724	1,733
-200	2,284	2,286

A tabela (5.12) mostra que os resultados obtidos com a filtragem via Butterworth para frequências centrais de filtrações deslocadas a partir de 100 Hz da frequência central de falha não conseguiu fazer a identificação da falha. Ou seja, outro pico de frequência apareceu no espectro e a falha não foi identificada corretamente na frequência também correta, ocasionando um falso

prognóstico do rolamento. Porém, com a filtragem via transformada Wavelet, não houve problema, sendo feita, então, a identificação correta da frequência de falha.

Nesta última parte de resultados ficou evidenciado que a filtragem via transformada Wavelet é equivalente e, em alguns casos, possibilita identificação correta de falha quando a filtragem via Butterworth incorre em erro.



## 7. CONCLUSÕES

A dissertação apresentou estudo sobre a transformada Wavelet e também uma comparação com a transformada de Fourier aplicadas à identificação de falhas em rolamentos. Em um primeiro momento, foram utilizados vários métodos de identificação da presença de falha em sinais simulados de rolamentos utilizando-se a transformada Wavelet como o método de distribuição de energia do sinal sobre as bandas de frequências obtidas pela DWT, o método por comparação de contagem de WZCs e o método da distância euclidiana, todos se utilizando da decomposição Wavelet ou DWT. Posteriormente a essa análise, foi feita uma comparação entre dois tipos de filtragem, a filtragem via Wavelet e a filtragem via Butterworth, ambas utilizadas como parte do processo da técnica do envelope na identificação da origem de falhas em rolamentos.

Foi demonstrado a proficuidade da transformada Wavelet sobre a transformada de Fourier na identificação de frequências no tempo, pois, ao serem utilizadas para avaliação espectral a transformada de Fourier apresentou o mesmo resultado para dois sinais iguais nas frequências porém em condições diferentes de variação no tempo. Em contrapartida, a transformada Wavelet identificou e quantificou as frequências existentes nos instantes corretos para os dois sinais.

No caso de identificação da presença de falhas em rolamentos, ficou evidenciado que: 1-) com método de identificação de falhas em rolamentos através da porcentagem de energia das faixas de frequências via DWT, foi possível fazer essa identificação em sinais de rolamentos com defeito. O método também se mostrou robusto a ruído branco, pois, manteve resultados similares mesmo com a adição desse ruído nos sinais dos rolamentos simulados. 2-) O método WZC também identificou a existência de falha em rolamentos, porém não se mostrou robusto à inserção de ruído branco; 3-) O método da distância euclidiana mostrou identificação positiva e também se mostrou robusto ao ruído branco introduzido.

Para a comparação da filtragem via Wavelet e via Butterworth na identificação da origem de falhas em sinais simulados de rolamentos bons e ruins através da técnica do envelope, os

resultados foram equivalentes para várias bandas de frequências, porém a transformada Wavelet apresentou três vantagens: 1-) nas bandas próximas ao limite da janela de inspeção o filtro Butterworth não possibilitou a identificação correta da origem da falha do rolamentos, enquanto que, através da transformada Wavelet foi possível; 2-) para a avaliação de envelope feita com filtragens em faixas de frequências distantes da frequência central da falha (onde a filtragem deveria acontecer) a transformada Wavelet conseguiu fazer a identificação positiva para frequências superiores às frequências centrais e ambas filtragens possibilitaram a identificação positiva para os casos onde as frequências centrais de filtragens foram menores até 200 Hz da frequência central de falha; 3-) para que a comparação pudesse ser feita, foi necessário executar um trabalho de definição de tamanho de banda para a filtragem via Butterworth, e para a transformada Wavelet, isso não foi necessário pois a análise é feita sobre uma frequência definida e não em uma faixa. Isso representa uma vantagem, pois em um processo real de identificação de falhas a frequência central de falha nem sempre é conhecida de antemão e isso pode ocasionar uma falsa identificação ou mesmo a não identificação da falha. O que pode ser evitado utilizando-se a transformada Wavelet.

## **6.1 Principais contribuições deste trabalho**

1-) Exibição dos principais conceitos da transformada Wavelet construindo um paralelo com a transformada de Fourier.

2-) Evidenciar um comparativo entre a transformada de Fourier e a transformada Wavelet em sinais variantes no tempo.

3-) Avaliar as aplicações existentes como o método da energia, WZC e distância euclidiana para sinais de rolamentos, mostrando que elas são possíveis de serem utilizadas e trazem resultados positivos na identificação da presença de falhas de rolamentos.

4-) Trazer uma opção à filtragem necessária à técnica do envelope aplicada a rolamentos com resultados igualmente satisfatórios ou superiores em alguns casos, como demonstrado no trabalho.

## **6.2 Trabalhos Futuros**

Este trabalho visa demonstrar os princípios básicos da ferramenta Wavelet, bem como, apresentar possibilidades de aplicação em diferentes tipos de sinais como os sinais de rolamentos ou máquinas rotativas. Por isso, o próximo passo natural é a comprovação dessas técnicas em aplicações reais.

Mas além de fazer a validação das técnicas aqui apresentadas, é importante salientar que a transformada Wavelet tem algumas outras possibilidades. Neste trabalho, foram utilizadas as ferramentas DWT e CWT, porém, existem outras possibilidades como as SWT (*discrete stationary wavelet transform*) para sinais estacionários e a *Wavelet Packet*. Ferramenta que pode ser uma solução interessante pelo fato de que a DWT se utiliza de bandas de tamanho diferentes na sua decomposição e a *Wavelet Packet* apresenta bandas de tamanhos iguais e com outras possibilidades de decomposição, o que pode melhorar a precisão na análise de sinais.

## Referências

ALMEIDA, Fabiano R. do Vale. **Análise Estatística e Reconhecimento de Padrão Aplicados em Diagnóstico de Defeitos em Rolamentos Através de Análise de Vibração**, 2007. Tese (Doutorado) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá.

ANGELO, M., Vibration Monitoring of Machines, **Technical Review, Brüel & Kjaer**, No 1, 1987.

AQUINO, Marcelo Braz. **Detecção da Condição de Rubbing em Maquinas Rotativas Através da Transformada Wavelet**, 2008. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

BEZERRA, Roberto A., **Detecção de Falhas em Rolamentos por Análise de Vibração**, 2004. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

BURRUS, Sidney C.; RAMESH, Gopinath A.; GUO, Haitao. **Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms: A Primer**. Houston. Prentice Hall, 1998. 268p.

GRAPS, A. An Introduction to wavelets, **IEEE Computational Science and Engineering**, vol.2, pp50-61, 1995.

HSU, H. P. **Análise de Fourier**, Livros Técnicos e Científicos Editora, 1973.

JONES, Robert M. Enveloping for Bearing Analysis. **Sound and Vibration**, February, 1996.

LI, C. J., MA, J. Wavelet Decomposition of Vibrations for Detection of bearing-localized Defects. **NDT&E International**, vol. 30, N°30, pp. 143-149, 1997

LUVIZOTTO, André Luiz. **Modelos de Representação de Sinais Musicais via Transformada Wavelets**, 2007. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

MALLAT, Stephane. Zero - Crossing of Wavelet Transform, **IEEE Transactions on Information Theory**, vol. 37, nº4 pp.1019-1033, July 1991.

MALLAT, Stephane. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation, **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, vol. 11, nº7, July 1989.

MANCUZO, Mechelangelo Viana. **Detecção Automática de Falhas em Motores de Combustão Interna Utilizando Rede Neural**, 1999. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

MASOTTI, Paulo H. Ferraz. **Metodologia de monitoração e diagnostico automatizado de rolamentos utilizando lógica para consistente, transformada de wavelet e processamento de sinais digitais**, 2006. Tese (Doutorado) – Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, São Paulo.

MCFADDEN, P. D. and SMITH, J. D., Vibration Monitoring of Rolling Element Bearings by High Frequency Resonance Technique a Review, **Tribology International** , Vol. 17(1), pp. 3-10, 1984.

Neto, Benício B.; Scarminio, Ieda S.;Bruns Roy E. **Como Fazer Experimentos**. Editora Unicamp, 2007. 3º edicao, 480p

MORAES, Francisco J. Vicente de, **Teoria Wavelet Aplicada à Analise de Vibrações**, 1996. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

NEPOMUCENO, L. X. **Técnicas De Manutenção Preditiva**, São Paulo, Editora Edgard Blücher, Brasil, 1999, Cap. XI, Identificação da Origem das Vibrações Monitoração, pp. 410-498.

NEWLAND, D. E. **Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis**, 3. ed. Longman. Harlow and John Wiley. New York, 1993.

NEWLAND, D. E. Wavelet Analysis of Vibration, Part 2: Wavelet Maps. **Journal of Vibration and Acoustics**. v.116, pp. 416-425, 1994b.

PROAKIS, John; MANOLKIS, DIMITRIS. **Digital signal processing: Principles, Algorithms and Applications**, Prentice-Hall, 1996.

SANTIAGO, Darley Fiácio de Arruda. **Diagnóstico de Falhas em Máquinas Rotativas Utilizando Transformada de Wavelet e Redes Neurais Artificiais**, 2003. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

TANDON, N. e NAKRA, B., Vibration and Acoustical Monitoring Techniques for the Detection of Defects in Rolling Element Bearings – A Review, **Shock and Vibration Digest**, Vol. 24(3), pp. 3–11, 1992.

TYAGI, Sunil. Wavelet Analysis And Envelope Detection For Rolling Element Bearing Fault Diagnosis – A Comparative Study. In: **11th National Conference on Machines and Mechanisms**, 2003, IIT Delhi, India. Indian Institute of Technology Delhi, New Delhi, 2003.

YAN, Ruqiang; GAO, Robert X. Energy-Based Feature Extraction for Defect Diagnosis in Rotary Machines. **IEEE Transactions on Information Theory**, vol. 58, nº9, September 2009.

## APÊNDICE A – Transformada Wavelet

Assim como no caso da transformada de Fourier, derivada da série de Fourier, a transformada Wavelet pode ser compreendida como uma derivação de sua série (GRAPS, 1995).

Nas series de Fourier, o sinal analisado é aproximada a uma somatória de senos e cossenos como fica evidenciado na equação (A.1):

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_n t)).....(A.1)$$

Essa característica foi salientada, pois, no caso das Wavelets, o sinal também é aproximado a um conjunto de funções. Isso quer dizer que ao invés de senos e cossenos podem ser usados outros tipos de funções que melhor se adaptem ao sinal original. Para que isso seja possível, essas funções devem obedecer alguns critérios que serão explicados posteriormente.

Além de possibilitar mais opções de funções de aproximação ou funções “mães”, como são chamadas, também é possível que seja feita a localização de frequências ao longo do tempo, uma das principais propriedades das Wavelets.

Assim como no caso de Fourier, mas de maneira geral, pode-se expressar ou aproximar, de maneira restrita, uma função através de uma combinação linear de funções “base” como na expressão:

$$f(x) = \sum_n a_n \varphi_n(t) . \quad (A.2)$$

Onde n é índice inteiro para soma finita ou infinita de funções,  $a_n$  é coeficiente real e  $\varphi_n(t)$  é um conjunto de funções reais chamado de conjunto de expansão.

Aqui, não serão dadas todas as explicações matemáticas das condições necessárias para a correta implementação das Wavelets, pois não é o foco do trabalho, mas serão explicados os seus preceitos básicos. Ou seja, será desenvolvido um conjunto de equações que permite a compreensão e utilização da ferramenta Wavelet. Sendo assim, é preciso, inicialmente, falar das funções utilizáveis para a abordagem Wavelet.

A partir da expressão (A.2), pode-se dizer que algumas funções poderiam satisfazer essa condição, porém, para que todas as propriedades das Wavelets possam ser exploradas e trazer maiores benefícios, é necessário que haja dois parâmetros para formar um sistema de base ortogonal e base 2:

$$f(x) = \sum_k \sum_j a_{k,j} \varphi_{k,j}(t) \quad (\text{A.3})$$

onde:

$$\varphi_{k,j}(t) = 2^{j/2} \varphi(2^j t - k) \quad (\text{A.4})$$

A equação (A.4) foi projetada de maneira que  $k$  possa garantir um efeito de translação da função base (ou movimentação no tempo) e a variável  $j$  possa garantir um efeito de escala da função base ou de frequência, como será visto na equação (A.16). Esta função também conhecida como função escala pela sua função já descrita. A figura 3.2 ilustra o efeito da variação de  $j$  e  $k$ .



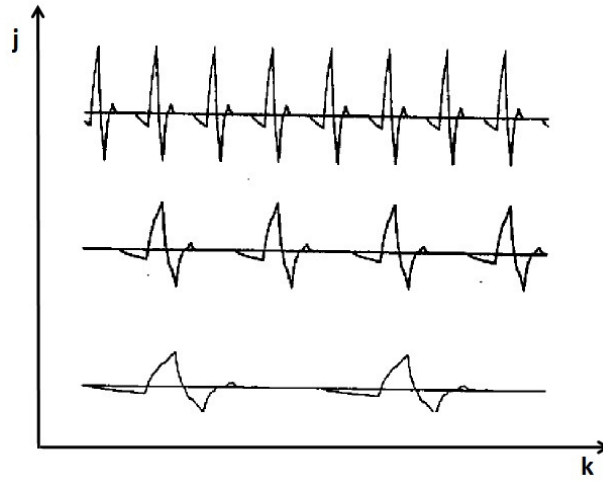


Figura A.1 – Efeito da variação dos índices  $k$  e  $j$ . Sendo  $k$  o efeito de translação e  $j$  o efeito de escala.

No design de wavelets é desejável que se queira abranger o maior número de conjuntos de sinais possíveis, o que torna as wavelets bastante valiosas. Para assegurar, então, essa característica, o efeito de translações em tempo e “frequência” deve ser desenvolvido de modo a abranger todo espaço integrável, chamado de  $L^2(\mathbb{R})$ .

A fim de caracterizar essa abrangência, pode-se dividir  $L^2(\mathbb{R})$  em subespaços e organizá-los como na equação (A.5) (BURRUS, 1998), onde cada um está relacionado a um índice  $k$  ou uma escala (ou ainda frequência) e todas as translações no tempo correspondentes.

$$\dots V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \dots \subset L^2 \quad (A.5)$$

Através da expressão (A.5) fica caracterizado que o intuito é fazer com que o espaço de índice imediatamente superior possa conter o anterior. Ou, de outra forma, é possível compreender que quanto menor a escala, um maior detalhamento de um sinal pode ser extraído. Pode parecer que haverá repetições, mas um artifício matemático para evitar isso é exemplificado na figura A.2.

Para melhor ilustrar a relação expressa na equação (A.4), toma-se como exemplo, a função de escala de Haar, descrita pela equação (A.6).

$$\varphi(x) = \begin{cases} \text{para } 0 < x < 1 \cdot \varphi(x) = 1 \\ \text{caso contrário} \cdot \varphi(x) = 0 \end{cases}. \quad (\text{A.6})$$

Para exemplificar, a equação (A.3) é tomada com os índices 0 e 1, ficando  $\varphi_{0,0}(t)$ ,  $\varphi_{1,0}(t)$  e  $\varphi_{1,1}(t)$  descrito nas expressões:

$$\varphi_{0,0}(t) = 2^{0/2} \varphi(2^0 t - 0), \quad (\text{A.7})$$

$$\varphi_{1,0}(t) = 2^{1/2} \varphi(2^1 t - 0) \text{ e} \quad (\text{A.8})$$

$$\varphi_{1,1}(t) = 2^{1/2} \varphi(2^1 t - 1). \quad (\text{A.9})$$

Na figura A.2 é mostrada a representação gráfica das funções (A.7) a (A.9).

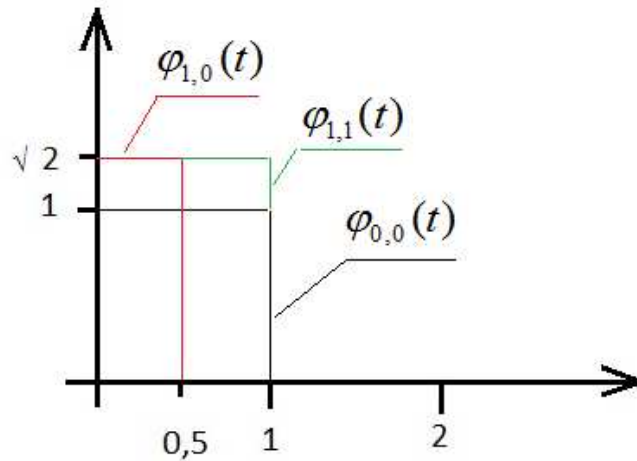


Figura A.2 – Representação gráfica de  $\varphi_{0,0}(t)$ ,  $\varphi_{1,0}(t)$  e  $\varphi_{1,1}(t)$ .

Através da figura A.2, observa-se que o subespaço da escala 1, com mais de uma translação no tempo, conseguiu abranger o subespaço da escala 0, caracterizando assim o efeito de uma escala maior conter uma escala menor.

Também de maneira gráfica, pode-se exemplificar o funcionamento da cobertura de todo o espaço  $L^2(\mathbb{R})$  pelas funções básicas como na figura A.3.

O espaço abrangido pela função,  $\varphi_{0,0}(t)$ , será identificado como  $V_0$ . A partir da figura A.3, pode-se compreender que  $V_1$  ou  $\varphi_{1,0}(t) + \varphi_{1,1}(t)$  contém  $V_0$ . Ou ainda, graficamente na figura 3.4.

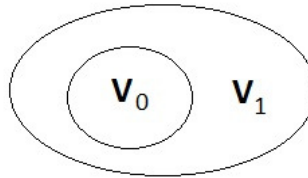


Figura A.3- Representação gráfica da região abrangida pelos dois espaços citados. Onde  $V_1$  contém  $V_0$ .

Porém, como já citado, parece haver a possibilidade de repetição, pois todos os espaços superiores contêm os subespaços menores e, então, parece que cada subespaço menor se repete nos maiores. Para que isso não ocorra, é utilizado um artifício matemático que apenas adiciona ao subespaço menor o incremento que formará o subespaço maior. Ou seja, para que  $V_1$  seja formado, basta adicionar o incremento  $W_0$  ao  $V_0$ . Esse artifício foi graficamente demonstrado na figura (A.4) onde o espaço (a) é formado por  $V_0 \subset V_1 \subset V_2$ , mas o espaço (b) já demonstra que  $V_0 \oplus W_1 \oplus W_2 = V_2$ .

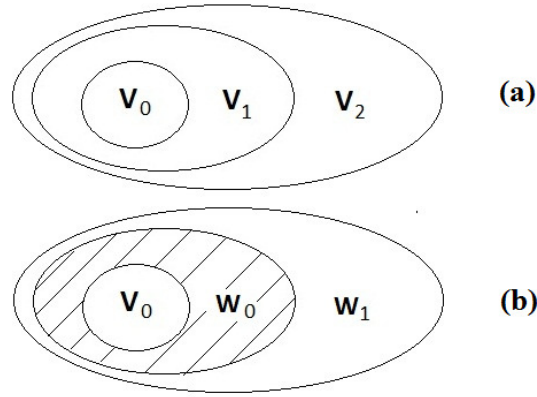


Figura A.4 - Exemplificação dos espaços e mudança de nomenclatura.

Imaginando que todos os espaços de índice menor que 0 sejam representados pelo espaço  $V_0$ , deve-se apenas adicionar cada incremento para se caracterizar o espaço superior. Ou então como mostra a função:

$$V_0 \oplus W_1 \oplus W_2 \oplus \dots = L^2 \quad (\text{A.10})$$

É importante salientar que as expressões têm que ser ortogonais, ou seja, as equações quando deslocadas e multiplicadas têm que se anular. E isso se deve ao fato de que nenhum sinal deve ser computado duas vezes por funções de mesma escala, devem somente ser deslocados.

Então, retomando a motivação da análise via Wavelet ou ainda, a identificação e localização das frequências no tempo, é interessante que se possa separar ou localizar frequências no tempo. Sendo assim, a abordagem de se separar  $V_1$  em  $W_0$  união com  $V_0$  fica bastante clara para possibilitar a localização na frequência (ou escala) através da variável  $k$ , uma vez que cada subespaço corresponde a apenas uma frequência.

Para, então, abordar os espaços chamados de  $W_n$ , a função wavelet (equação A.11) é introduzida da mesma maneira que a sua função escala:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k). \quad (\text{A.11})$$

Podendo-se chegar, então, na seguinte formulação mostrada em:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a(j_0, k) \varphi_{j_0, k}(t) + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} b(j, k) \psi_{j, k}(t). \quad (\text{A.12})$$

Dessa forma, fica bem caracterizada a função escala  $\varphi_{j_0, k}(t)$  e a translação e dilatação da função  $\psi_{j, k}(t)$ . Aproximando, assim, a função  $f(t)$  na somatória mostrada, é possível, através dos coeficientes, fazer a análise desejada analogamente como é a análise feita com os coeficientes da série de Fourier.

Os coeficientes da série Wavelet podem ser calculados através de:

$$a(j_0, k) = \int f(t) \varphi_{j_0, k}(t) dt \quad \text{e} \quad (\text{A.13})$$

e

$$b(j, k) = \int f(t) \psi_{j, k}(t) dt. \quad (\text{A.14})$$

De posse da formulação completa, segundo BURRUS et al.(1998), é possível, então, fazer a correspondência da banda de frequências com que cada subespaço corresponde. Ou ainda, de maneira gráfica como na figura (A.5).

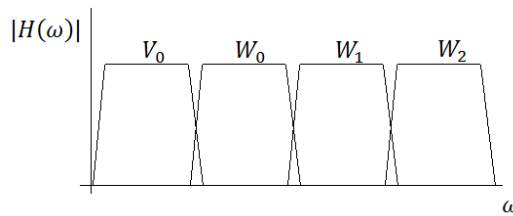


Figura A.5 - Gráfico ilustrativo de bandas abrangidas pelos espaços integráveis

Assim, fica evidente a interpretação dos coeficientes Wavelet; cada subespaço representa uma banda de frequência sem que haja repetição dos espaços, agindo como um banco de filtros. E, dentro de cada banda, ainda é possível fazer a localização no tempo, feita pelo índice  $j$ .

Uma vez conhecendo a formulação Wavelet, é interessante mostrar algumas formas de ondas “mãe”, exemplificadas na figura (A.6).

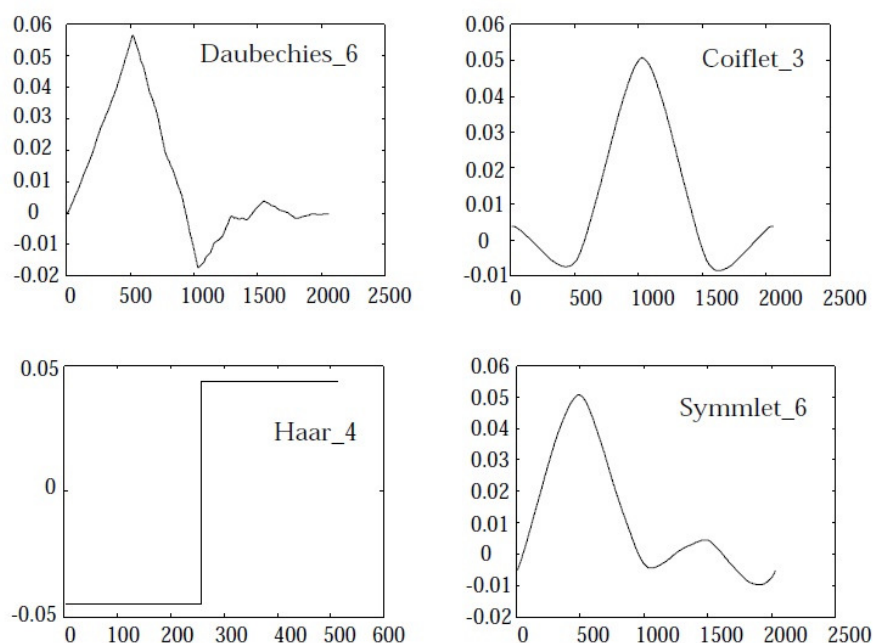


Figura A.6 - Apresentação de formas de Wavelets "mães" mais comuns.

Atualmente, há um grande número de Wavelets base, o que é muito útil, uma vez que quanto mais a função base se parece com o sinal original, melhor é a sua representação.

Tendo mostrado toda formulação e como é possível se fazer a localização no tempo e em escala, ainda resta compreender como é feita a correlação entre o que é chamado de escala para as wavelets e a frequência de um sinal.

Para compreender essa correlação, é necessário introduzir o conceito de frequência central. A frequência central pode ser facilmente entendida como a frequência de um sinal senoidal que mais se aproxima da forma de onda da wavelet mãe. Como exemplificado na figura (A.7).

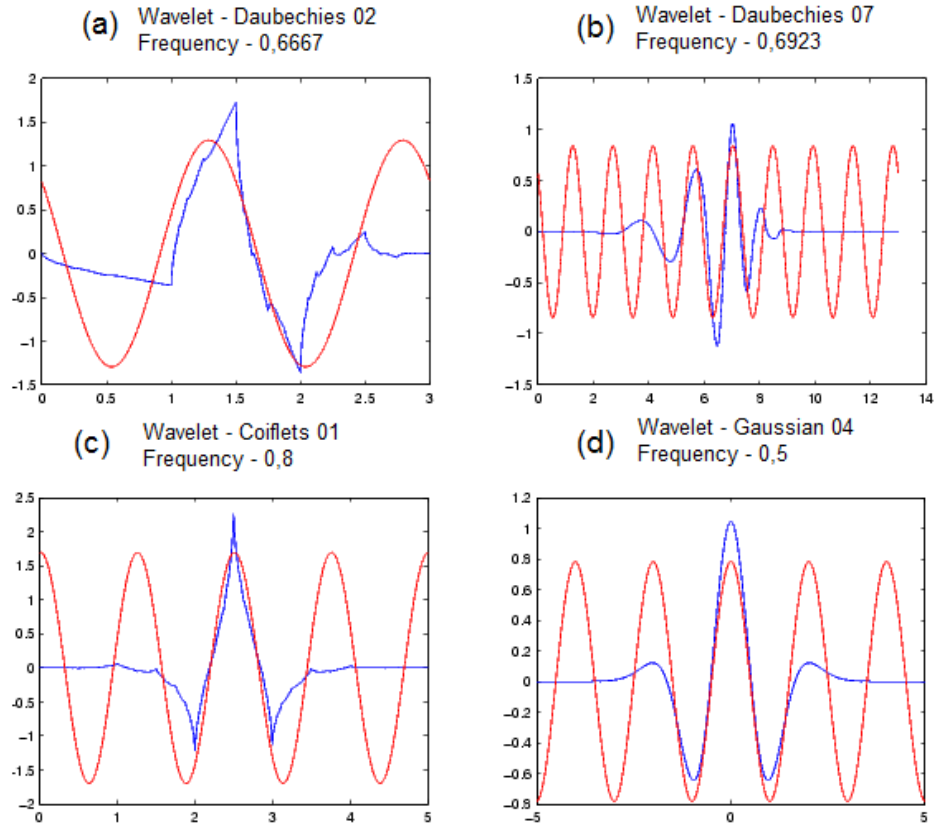


Figura A.7 - Gráficos mostrando wavelet-mãe em azul e senóide com frequência central conhecida. Fonte: Matlab v.7.6 (Frequently Asked Questions :: Advanced Concepts (wavelet Toolbox))

Como as wavelets não são sinais senoidais perfeito, a frequência central é, então, uma aproximação de frequência à forma de onda wavelet e as frequências das wavelets são comumente chamadas de pseudo-frequências. E essa relação pode ser calculada conforme:

$$F_a = \frac{F_c}{k * \Delta}, \quad (A.15)$$

onde:

$F_c$  = frequência central da wavelet mãe,

$F_a$  = pseudo - frequência,

$k$  = escala,

$\Delta$  = frequência de amostragem.

Além de sinais contínuos, as Wavelet também podem ser utilizadas com sinais discretos. Sendo assim, sua formulação fica expressa através de:

$$s(n) = \frac{1}{\sqrt{m}} \sum_b W_\varphi(a_0, b) \varphi_{a_0, b}(n) + \sum_{a=a_0}^{\infty} \sum_k W_\psi(a, b) \psi_{a, b}(n). \quad (\text{A.16})$$

Nesse caso, as Wavelets ficaram conhecidas como DWT (*discret wavelet transform*), e é importante ressaltar que nesse tipo de abordagem só é possível se utilizar com números inteiros e não frações, o que quer dizer que não é possível fazer uma varredura tão detalhada em frequência, para bandas mais altas. O que pode trazer benefícios ou prejuízos para a análise, dependendo da aplicação.

Outro aspecto interessante da DWT é que a quantidade de dados gerados, em detrimento da quantidade gerada pela CWT, pode ser reduzida. Isso é possível a partir da manipulação dos índices dos somatórios para o cálculo dos coeficientes. Nesse caso, a estratégia usada é trabalhar com níveis de decomposição que assumem apenas números inteiros (A.17) ao invés de escalas que podem assumir valores reais (A.18). No caso da CWT, dependendo do detalhamento ou frações dos índices da análise, uma enorme quantidade de dados pode ser gerada, e, para reduzi-los então, na DWT são utilizados os níveis de detalhamento ou decomposição na DWT podem acompanhar, por exemplo, valores na base 2. O que seria bastante interessante na utilização na computação, pois os dados são todos manipulados em base 2. Por isso, pode-se utilizar a seguinte diferenciação nos índices dos somatórios:

para CWT:

$$j \in R^+ - \{0\} \text{ e } k \in R_0; \quad (\text{A.17})$$

para DWT:

$$a = 2^j \text{ e } b = k2^j \text{ sendo } (j, k) \in Z^2. \quad (\text{A.18})$$



Com esse tipo de abordagem, a decomposição via DWT pode ser interpretada como um banco de filtros com banda de passagem modulada de acordo com os índices de entrada. Para uma decomposição de único nível, a figura (A.8) exemplifica o efeito prático.

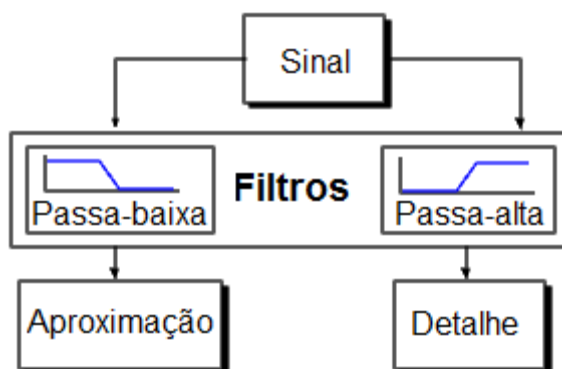


Figura A.8 - Decomposição DWT de único nível.

No caso da DWT, é prática comum chamar os resultados de cada nível de decomposição em aproximação para os coeficientes relativos a escalas maiores ou frequências mais baixas e detalhe para os relativos a escalas menores ou frequências maiores.

Para uma aplicação aonde haja a decomposição em múltiplos níveis, o efeito prático e em bandas de frequência pode ser graficamente exemplificado através da figura (A.9).

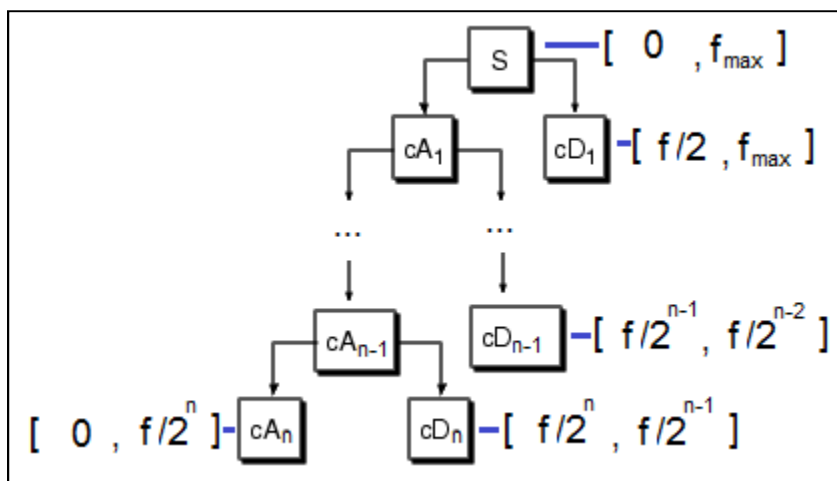


Figura A.9 - Diagrama esquemático para decomposição via DWT em múltiplos níveis (n). Com as respectivas bandas de frequências equivalentes entre colchetes. Onde: S=sinal;

$cA_n$ =coeficientes relativos à aproximação de nível 'n' e  $cD_n$ =coeficientes relativos ao detalhe de nível 'n'.

Além da CWT e da DWT, existem outros tipos de abordagens para as Wavelets como as Wavelets Packet (WPD – *Wavelet Packet Decomposition*), mas este tópico não será analisado nem será objetivo deste trabalho.

## APÊNDICE B – Gráficos complementares do cap. 5

### B.1 – Definição de largura de banda

Os gráficos a seguir foram necessários para se construir as tabelas (5.7) e (5.8).

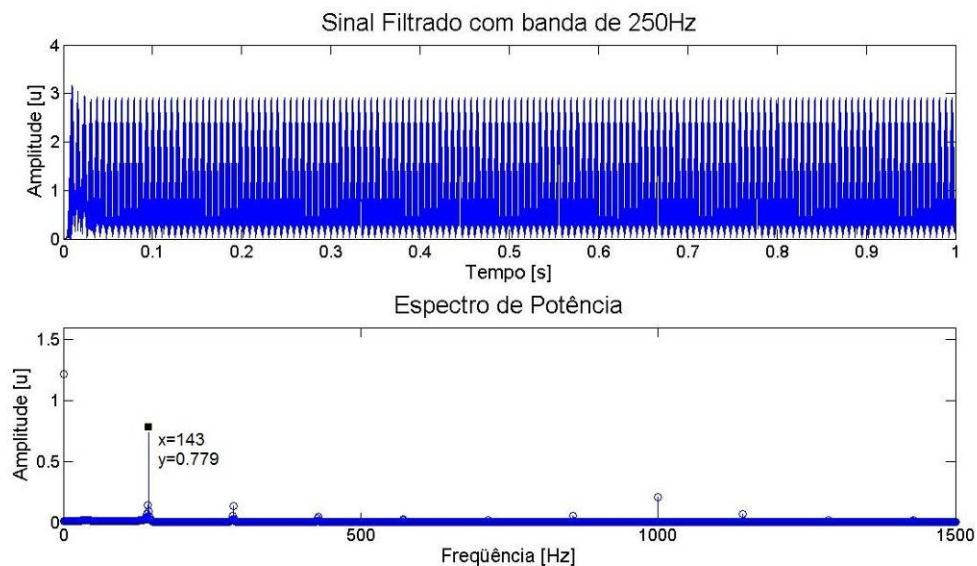


Figura B.1 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 1500Hz e frequência de falha em 143 Hz.

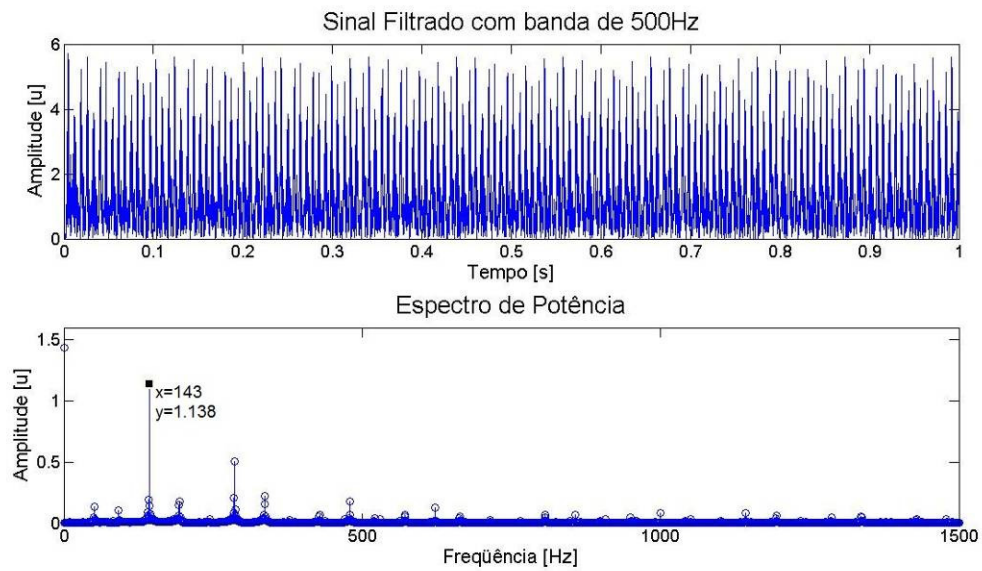


Figura B.2 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 1500Hz e frequência de falha em 143 Hz.

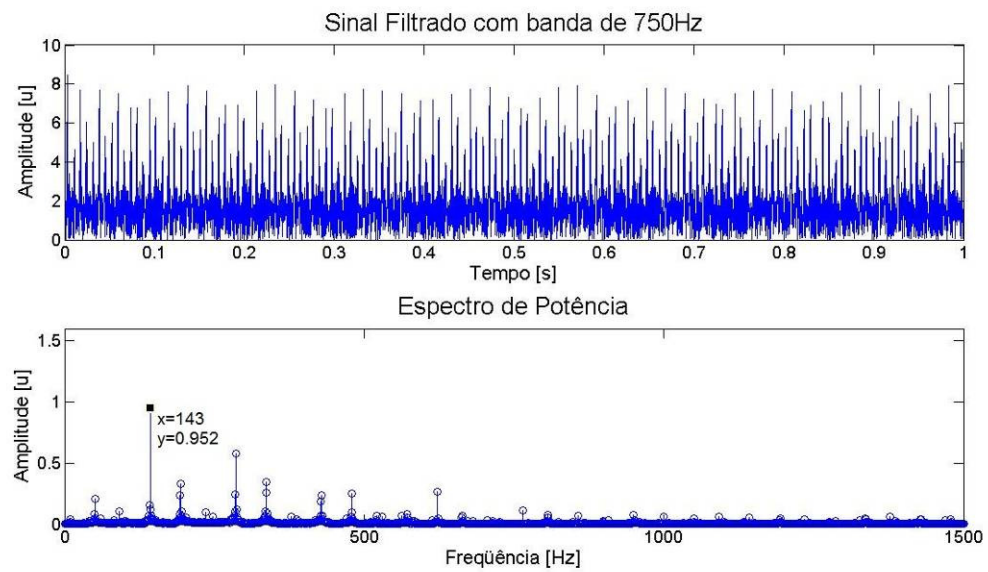


Figura B.3 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 1500Hz e frequência de falha em 143 Hz.

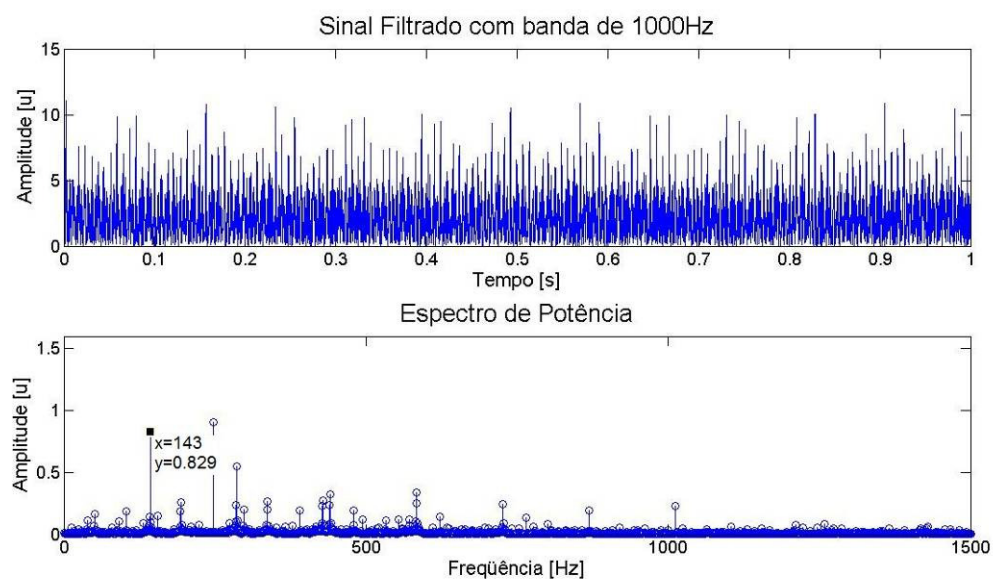


Figura B.4 - Resultado do filtro de banda de 100 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 1500Hz e frequência de falha em 143 Hz.

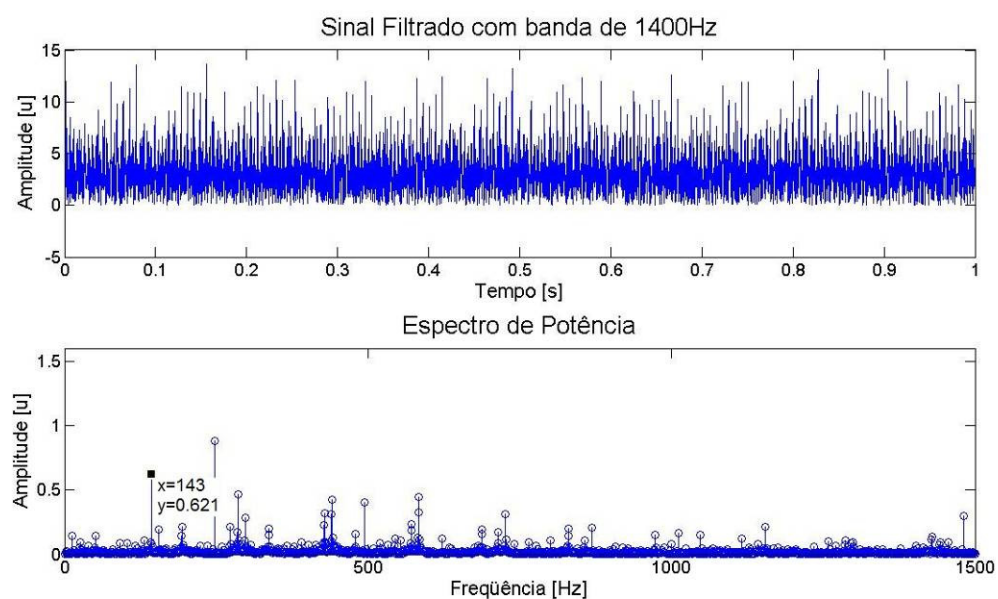


Figura B.5 - Resultado do filtro de banda de 1400 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 1500Hz e frequência de falha em 143 Hz.

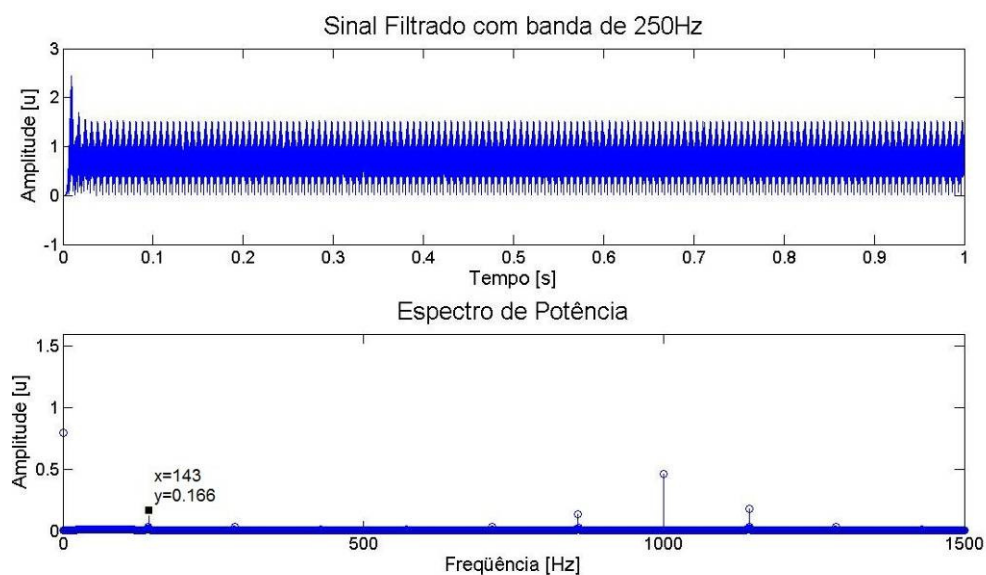


Figura B.6 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz.

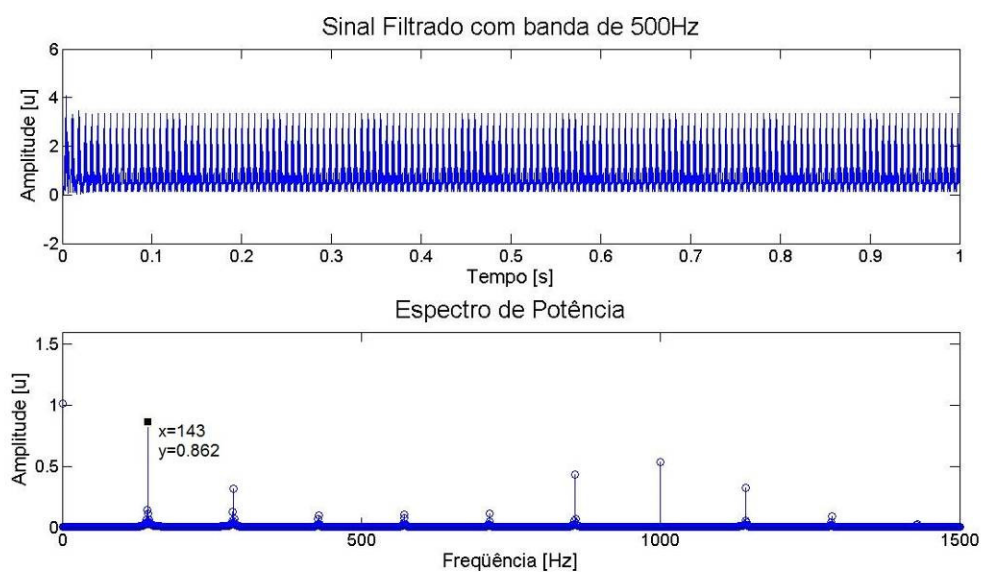


Figura B.7 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz.

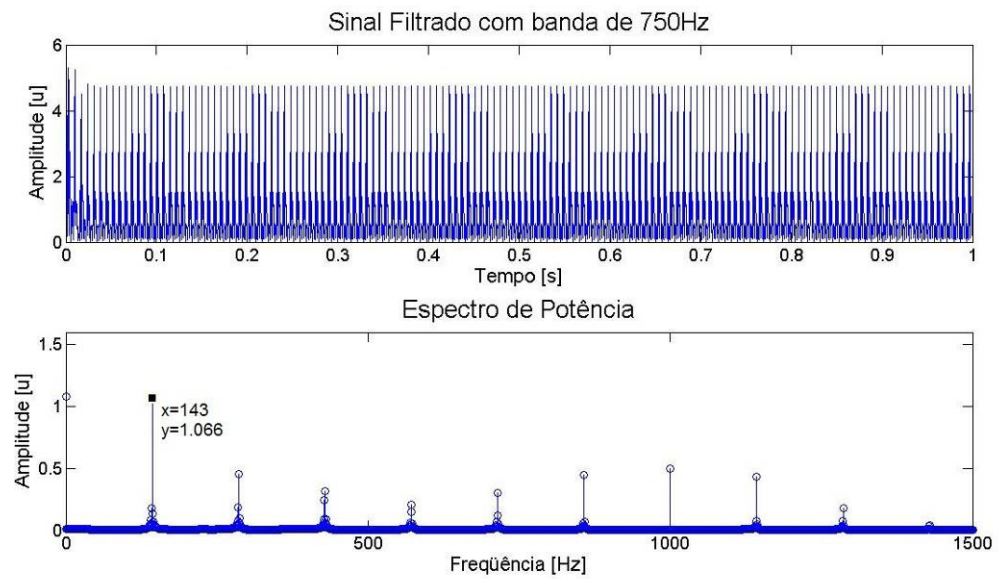


Figura B.8 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz.

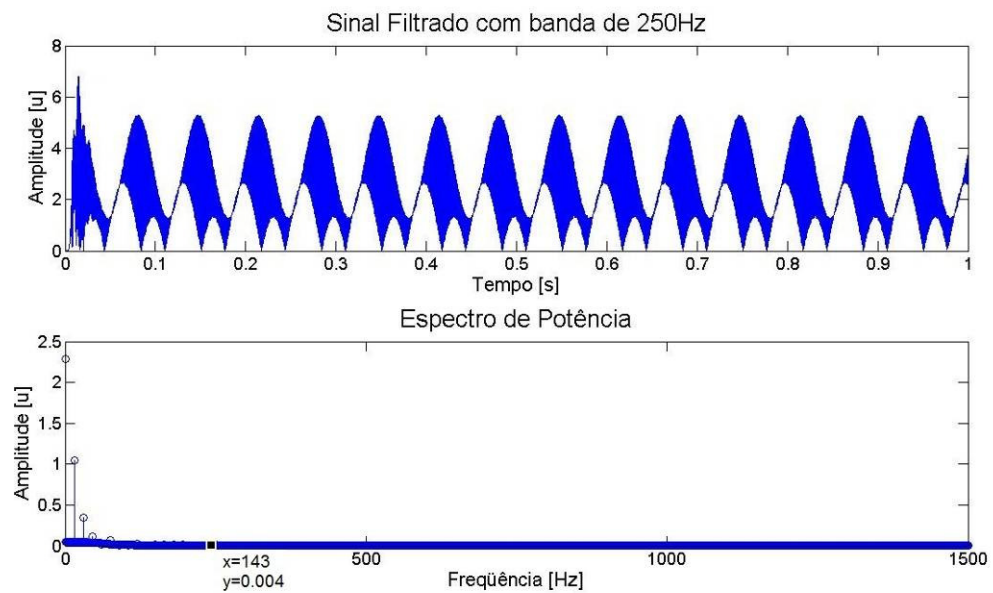


Figura B.9 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1200Hz e frequência de falha em 247 Hz.



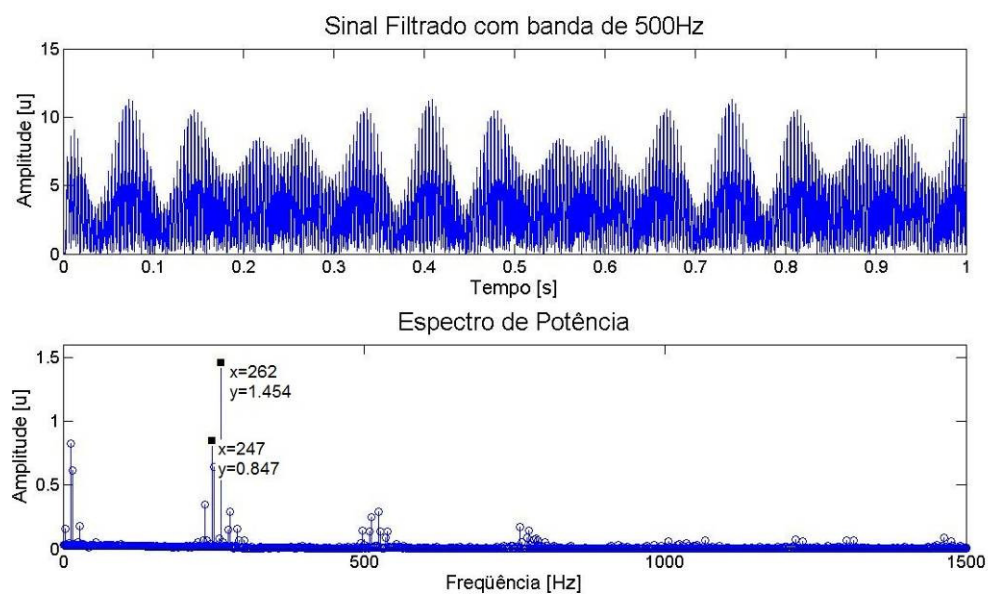


Figura B.10 - Resultado do filtro de banda de 1400 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 1200Hz e frequência de falha em 247 Hz.

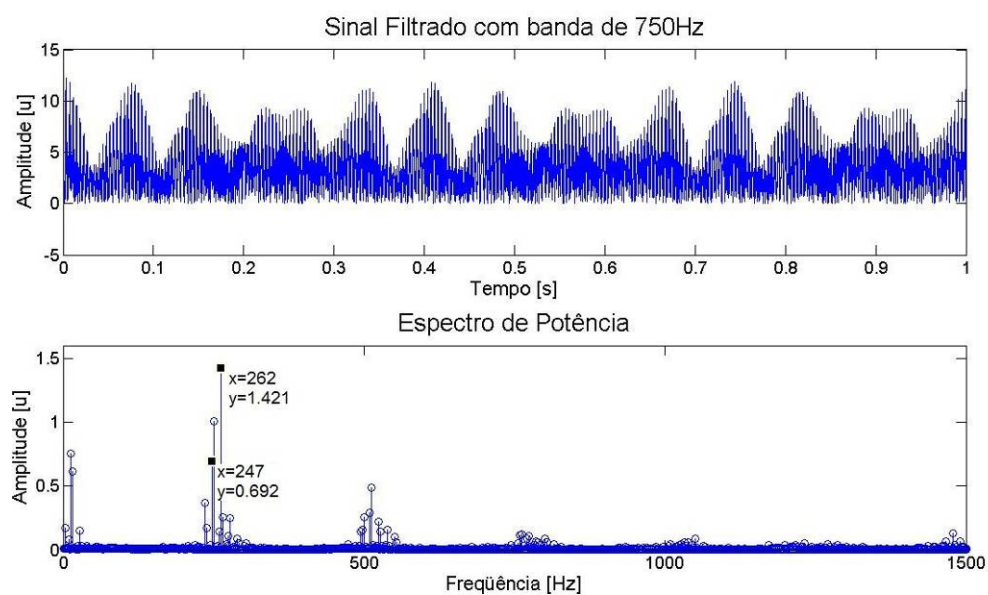


Figura B.11 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 1200Hz e frequência de falha em 247 Hz.



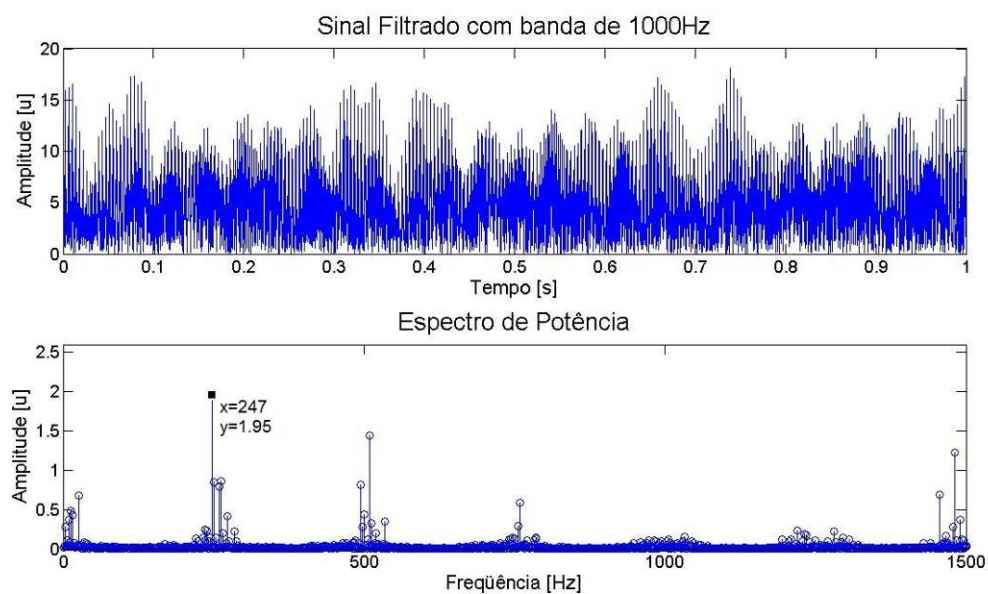


Figura B.12 - Resultado do filtro de banda de 1000 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1200Hz e frequência de falha em 247 Hz.

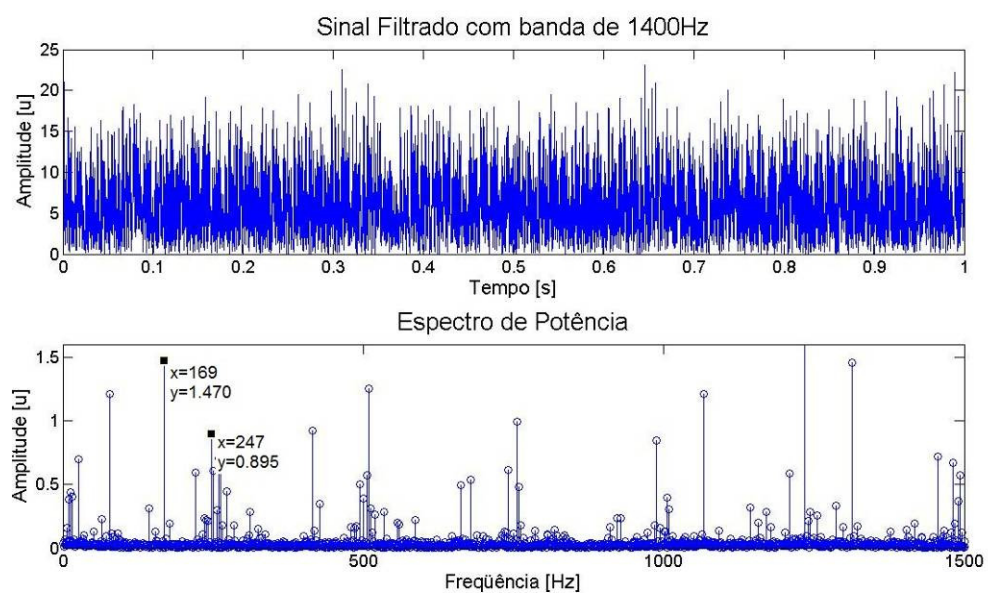


Figura B.13 - Resultado do filtro de banda de 1400 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1200Hz e frequência de falha em 247 Hz.

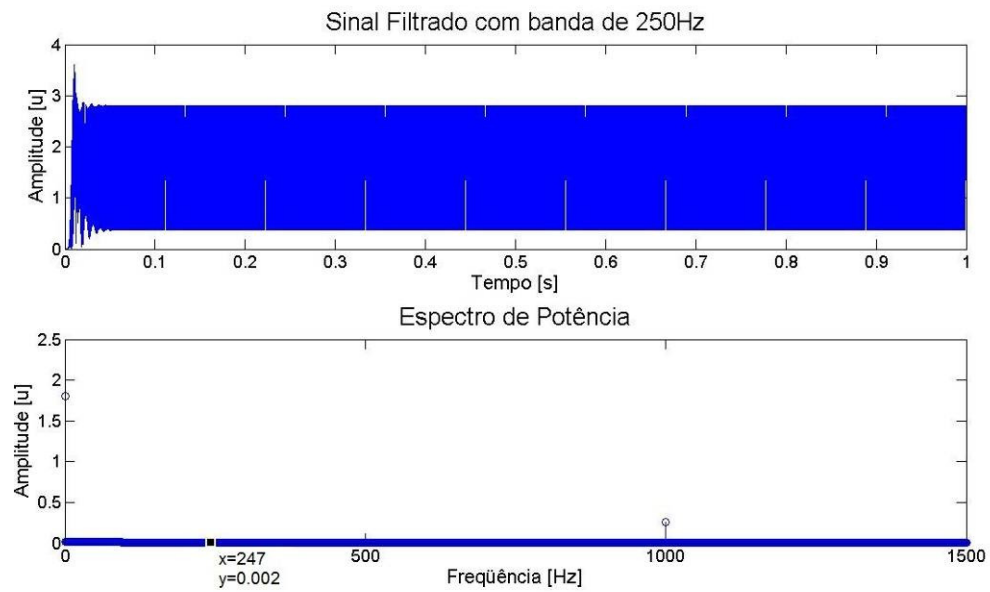


Figura B.14 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 247 Hz.

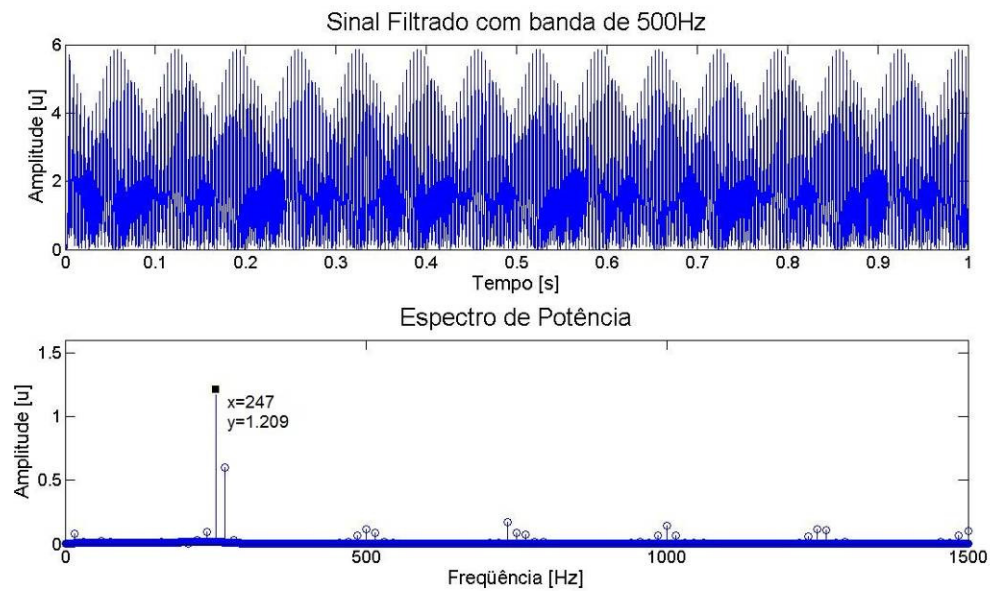


Figura B.15 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 247 Hz.

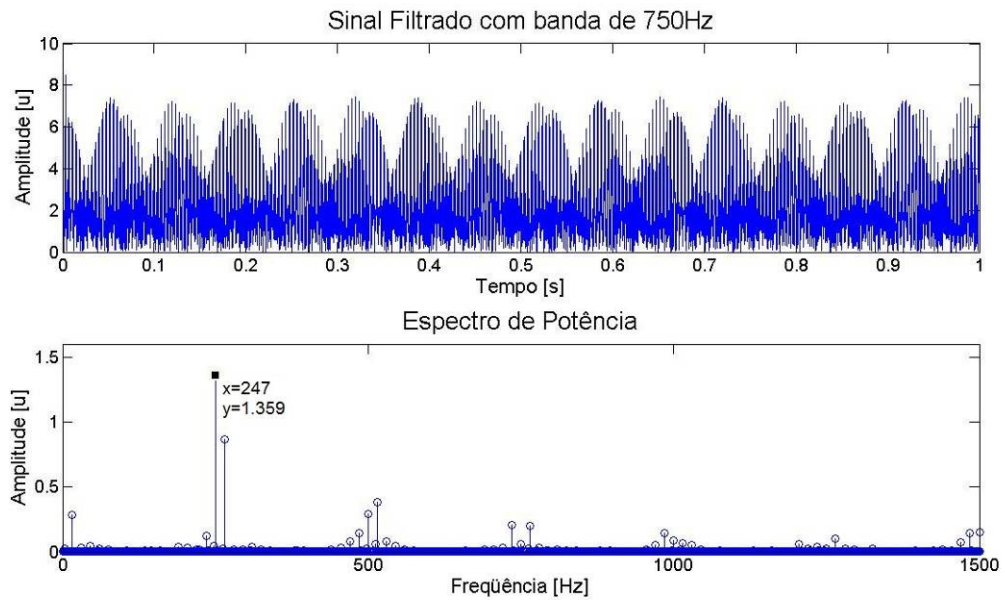


Figura B.16 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 247 Hz.

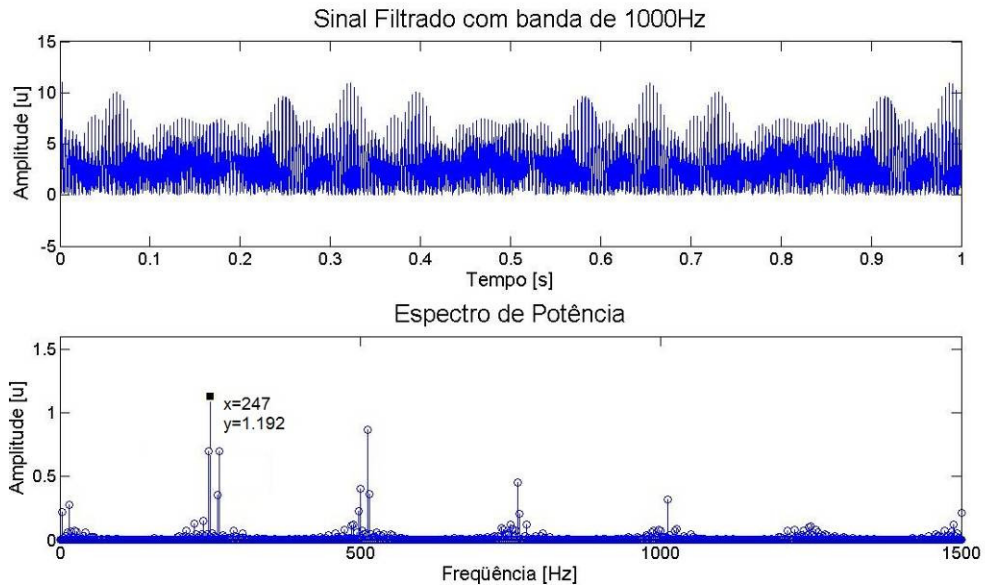


Figura B.17 - Resultado do filtro de banda de 1000 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 247 Hz.

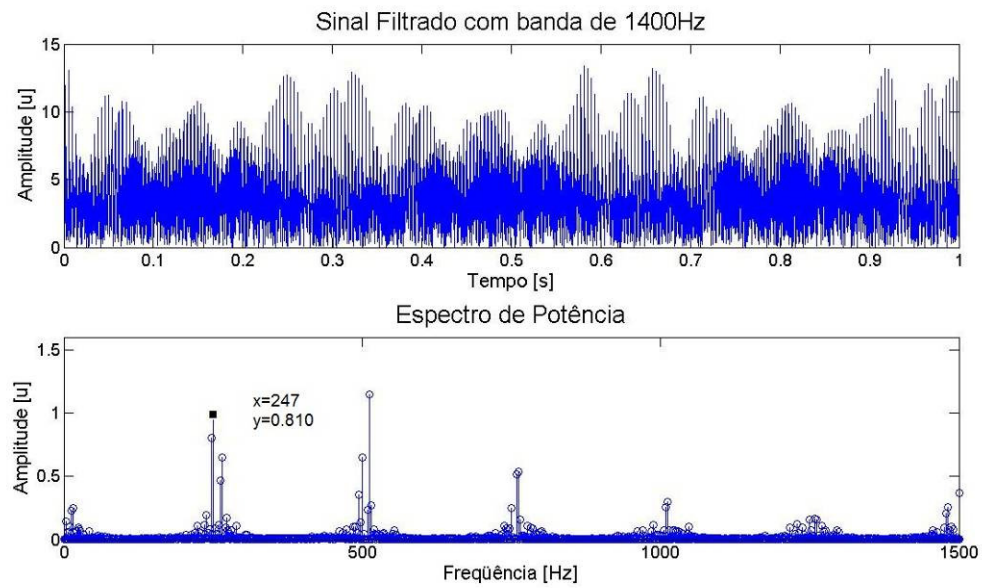


Figura B.18 - Resultado do filtro de banda de 1400 Hz com sinal de rolamento com fc. em 1500Hz e frequência de falha em 247 Hz.

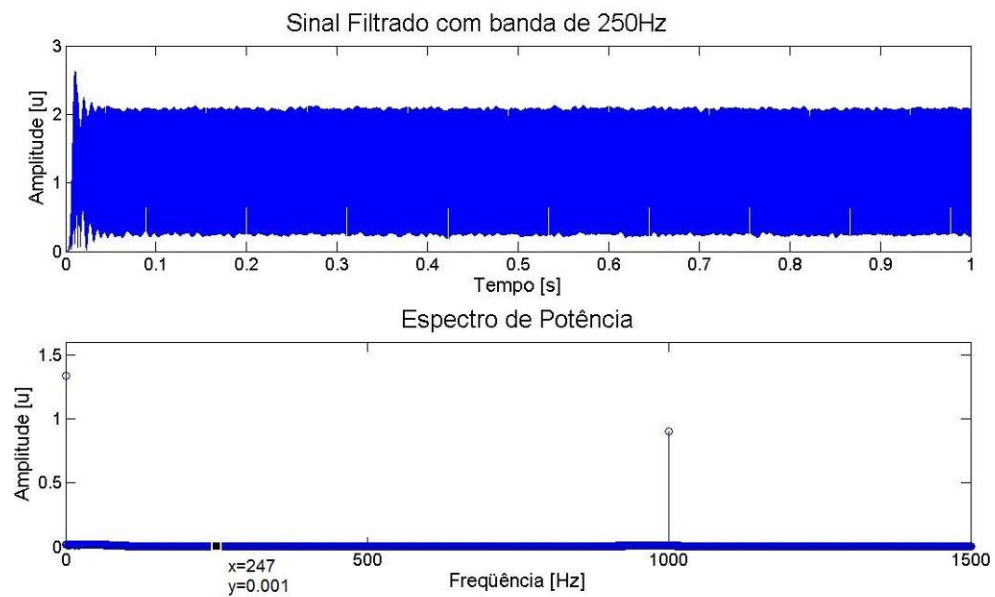


Figura B.19 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 247 Hz.

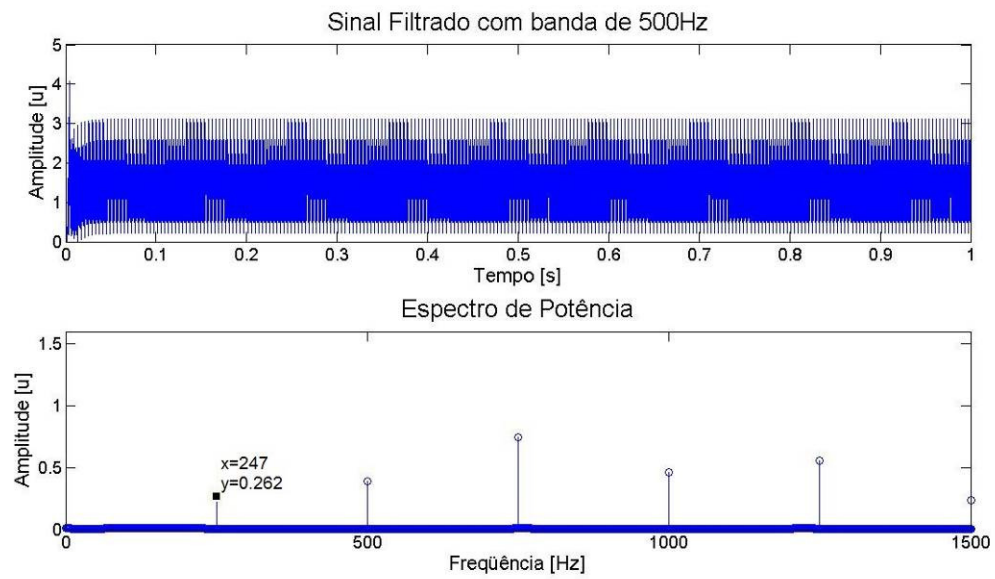


Figura B.20 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 2000Hz e frequência de falha em 247 Hz.

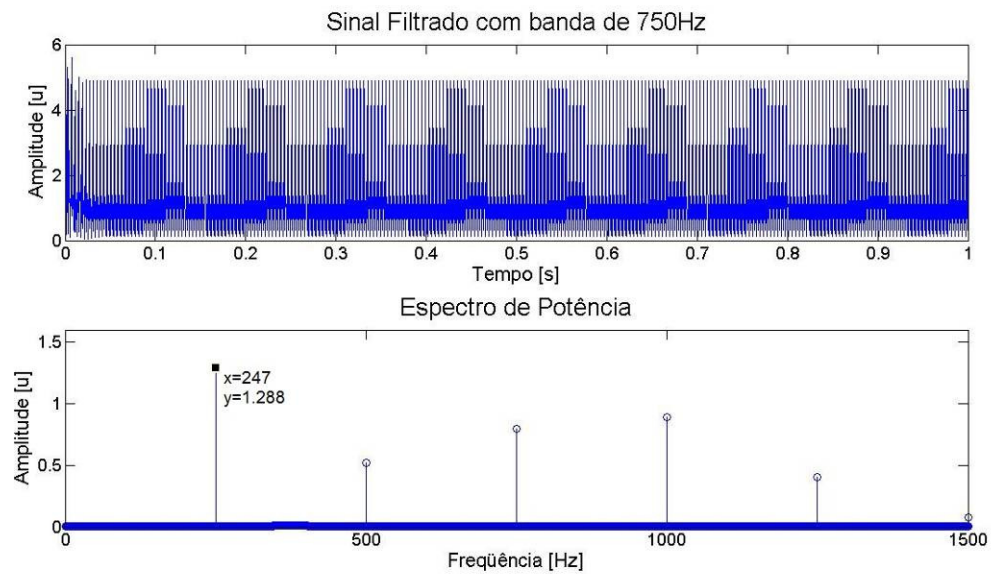


Figura B.21 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 2000Hz e frequência de falha em 247 Hz.

## B.2 – Avaliação do ruído na filtragem via Butterworth

Os gráficos a seguir foram necessários para se construir a tabela (5.9).

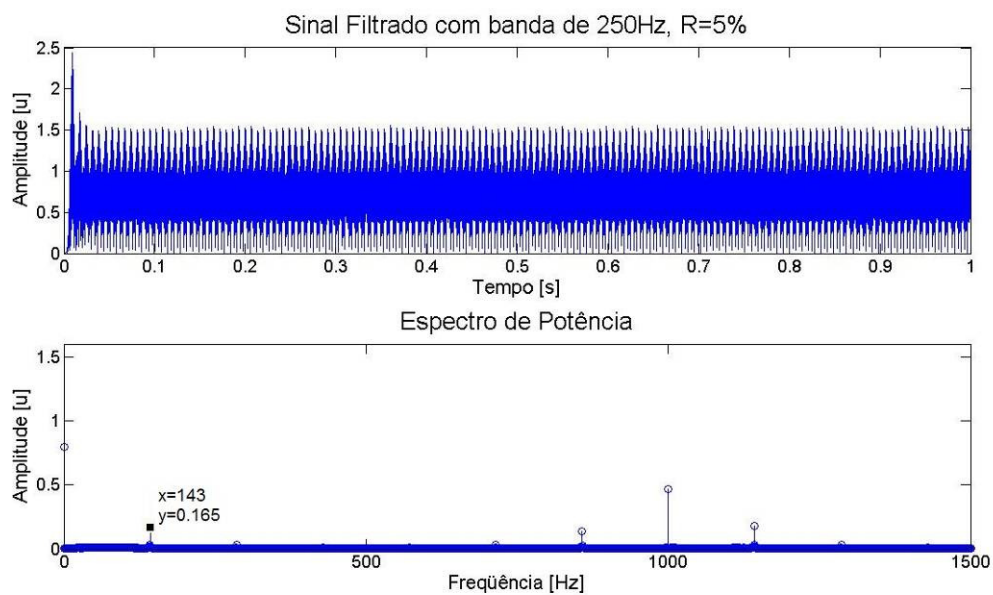


Figura B.22 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com  $f_c$  em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 5% na relação ruído sinal.



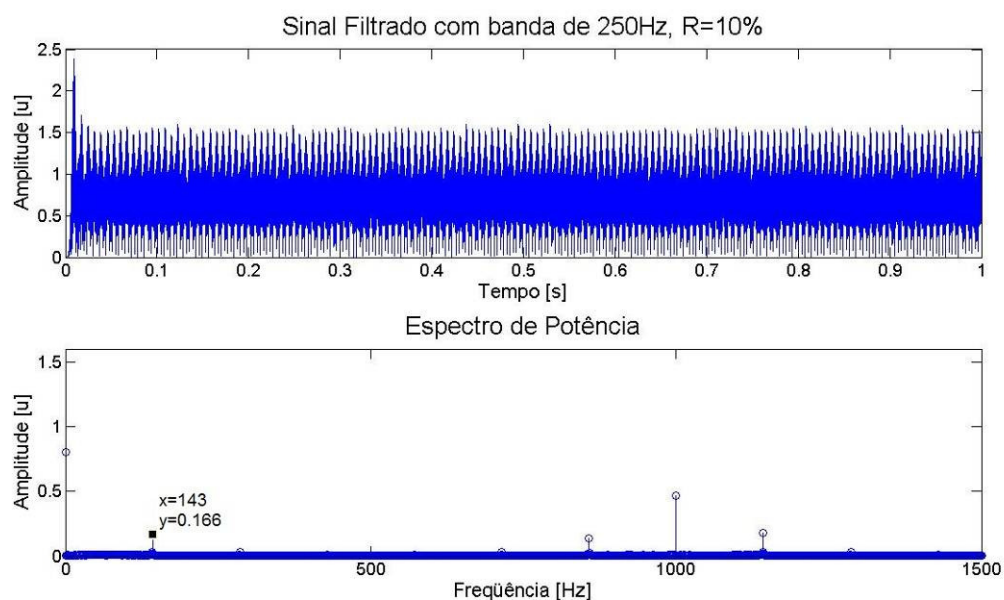


Figura B.23 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 10% na relação ruído sinal.

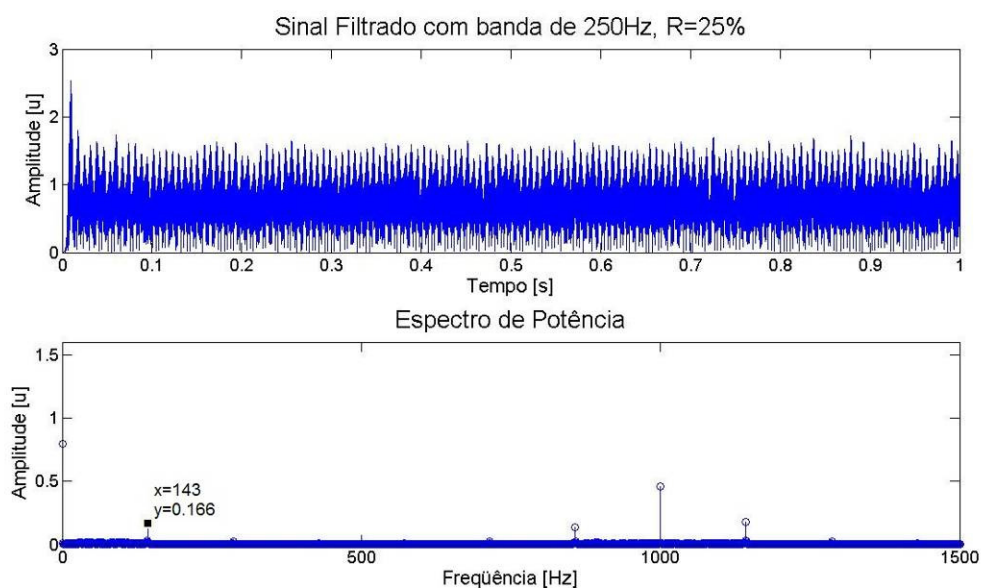


Figura B.24 - Resultado do filtro de banda de 250 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 25% na relação ruído sinal.

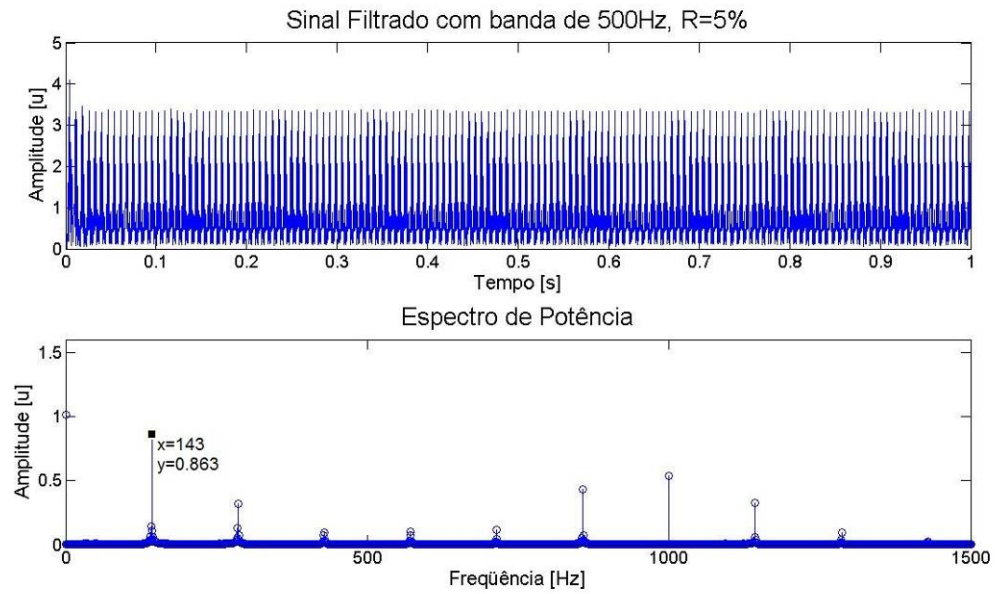


Figura B.25 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 5% na relação ruído sinal.

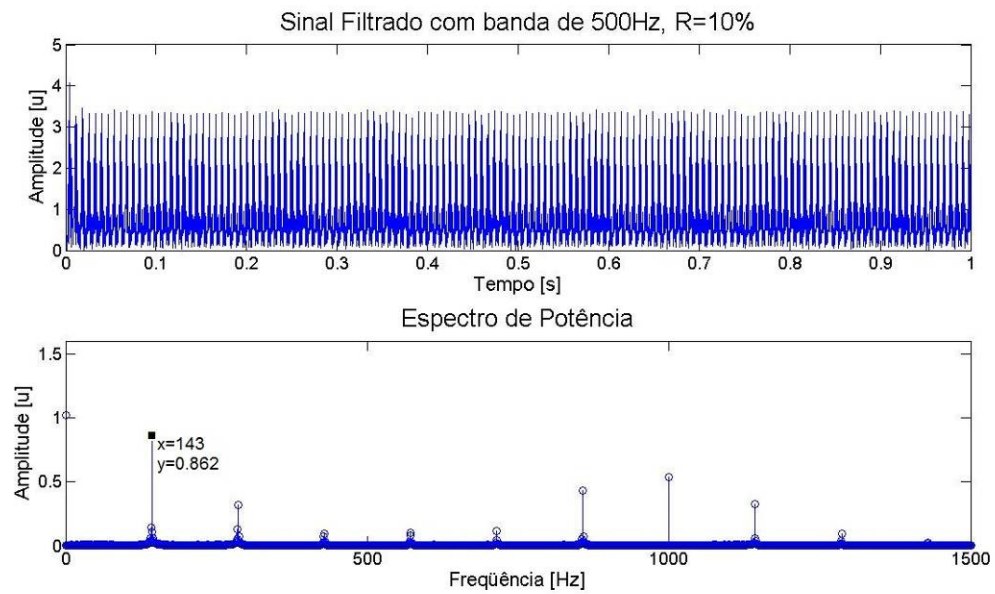


Figura B.26 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 10% na relação ruído sinal.



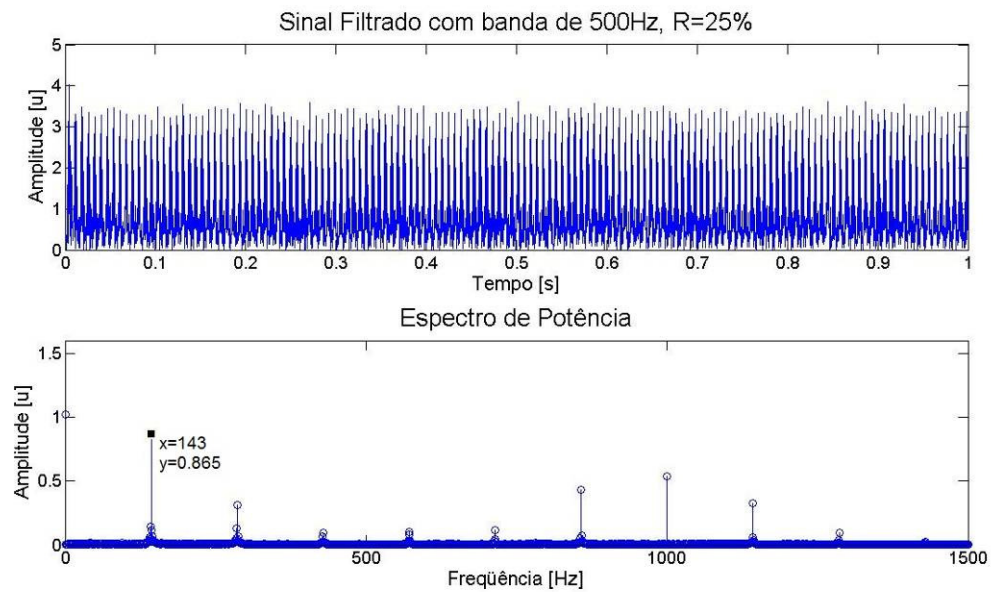


Figura B.27 - Resultado do filtro de banda de 500 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 25% na relação ruído sinal.

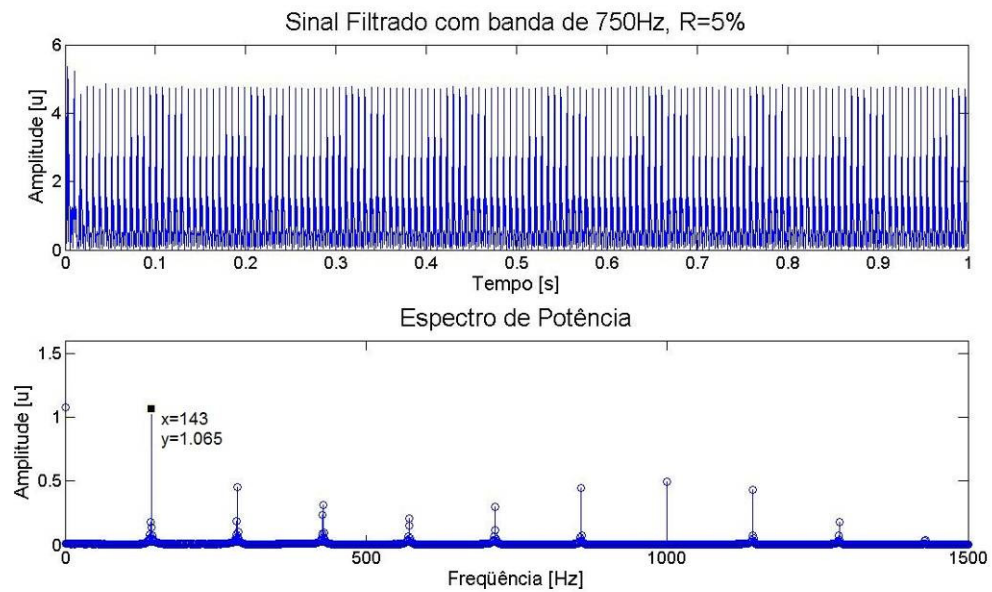


Figura B.28 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 5% na relação ruído sinal.

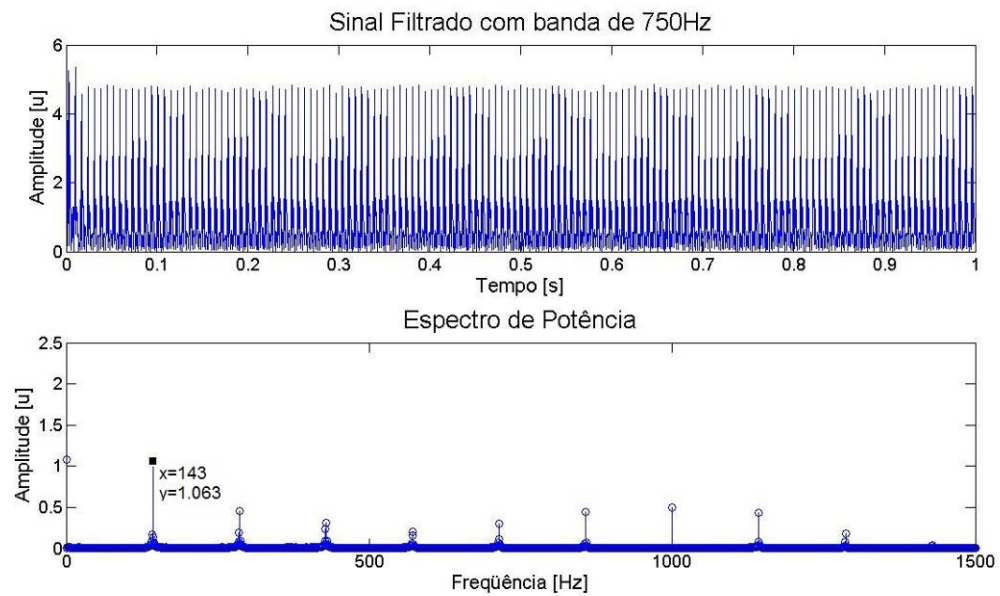


Figura B.29 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 10% na relação ruído sinal.

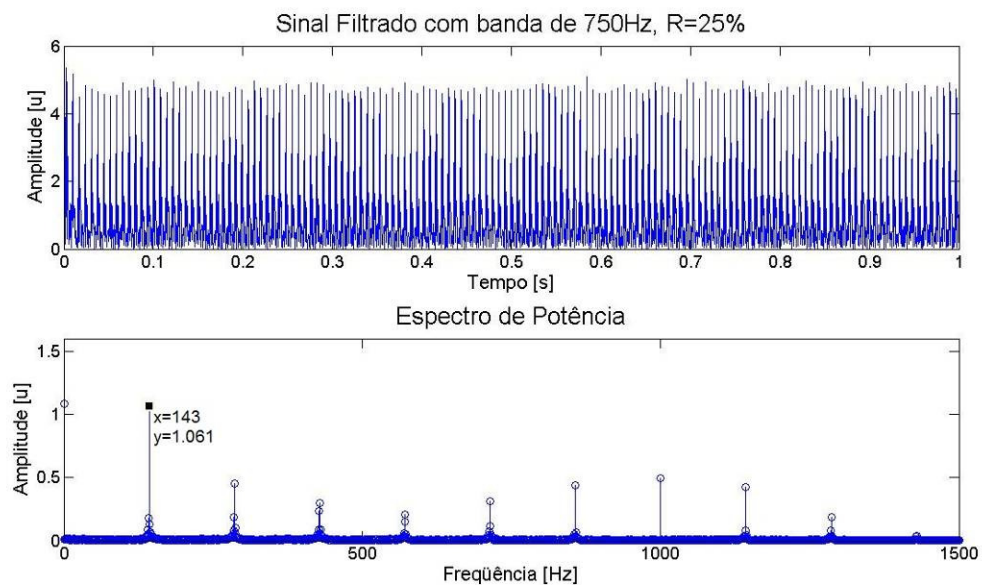


Figura B.30 - Resultado do filtro de banda de 750 Hz com sinal de rolamento com fc. em 2000Hz e frequência de falha em 143 Hz adicionando-se ruído branco a 25% na relação ruído sinal.

### B.3 – Comparação Wavelet - envelope

Aqui serão apresentados os gráficos para a tabela (5.10).

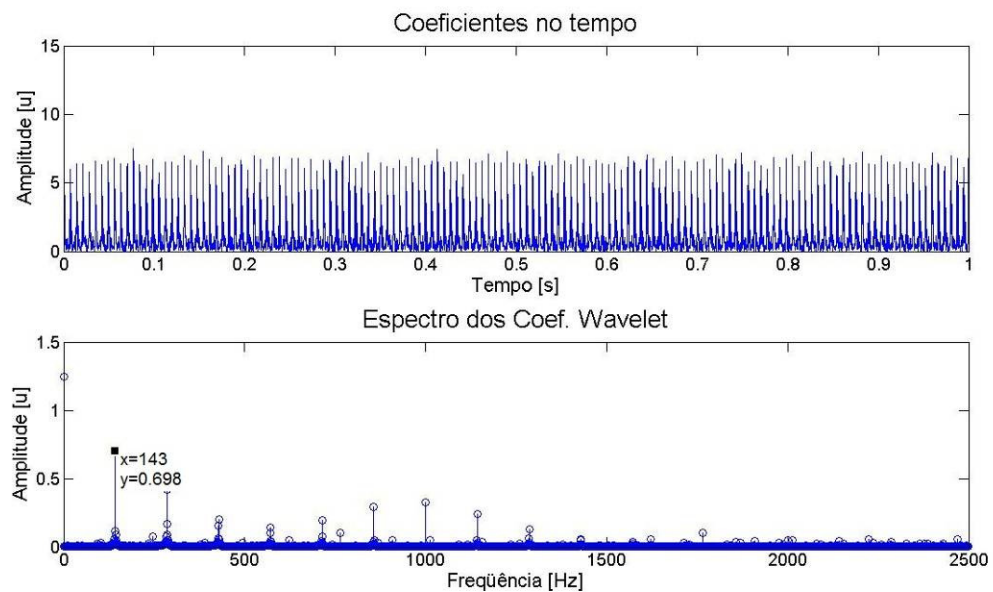


Figura B.31 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 143 Hz, frequência central de 2000 Hz.

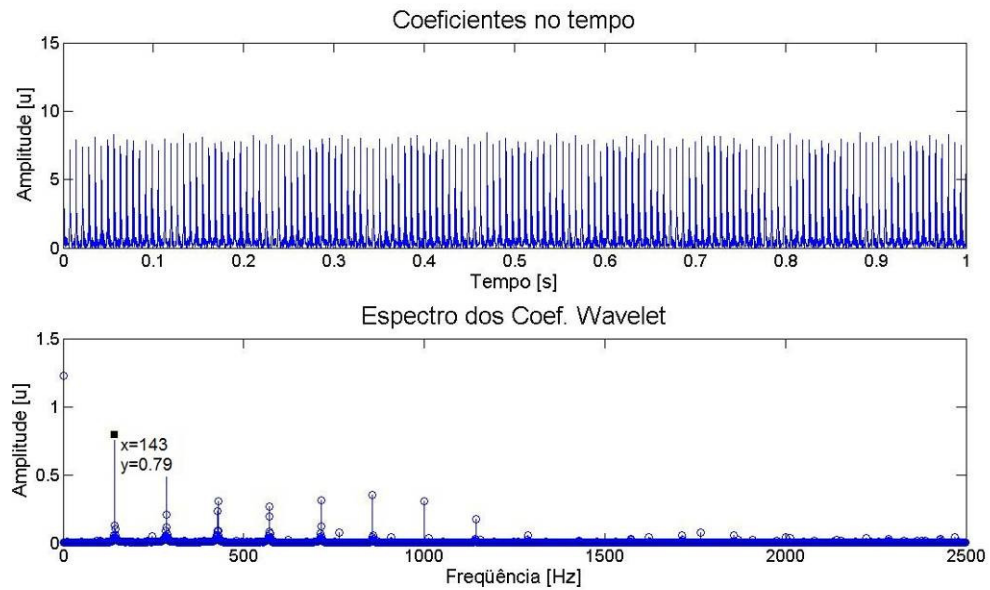


Figura B.32 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 143 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 100 Hz maior do que a  $f_c$  da falha.

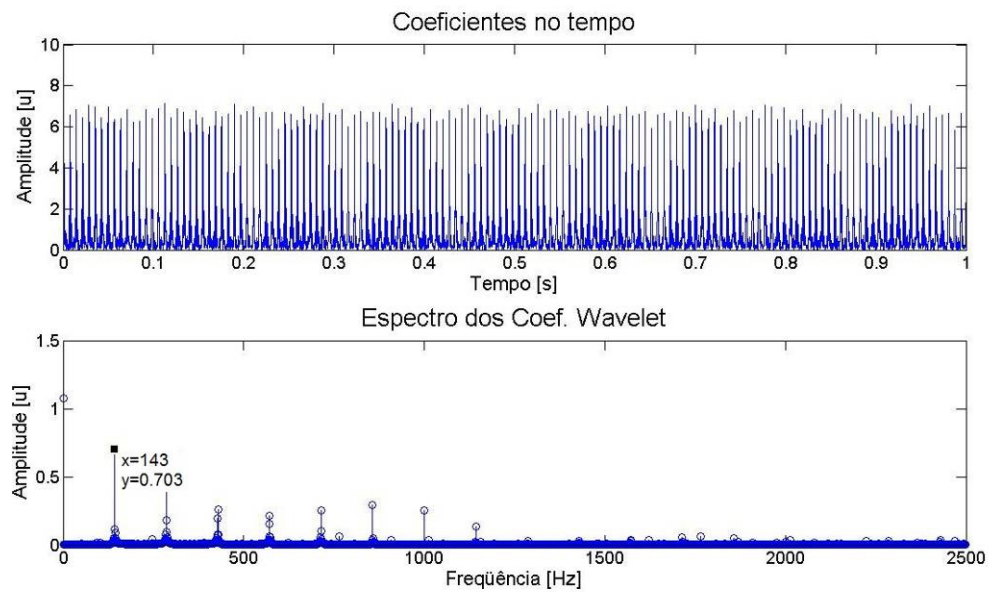


Figura B.33 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 143 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 200 Hz maior do que a  $f_c$  da falha.

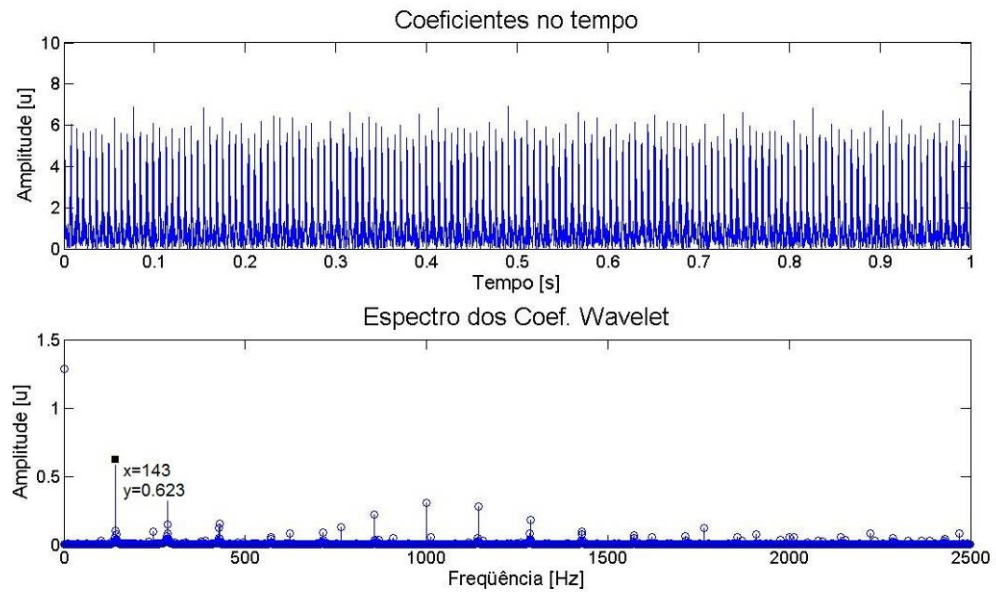


Figura B.34 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 143 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 100 Hz menor do que a  $f_c$  da falha.

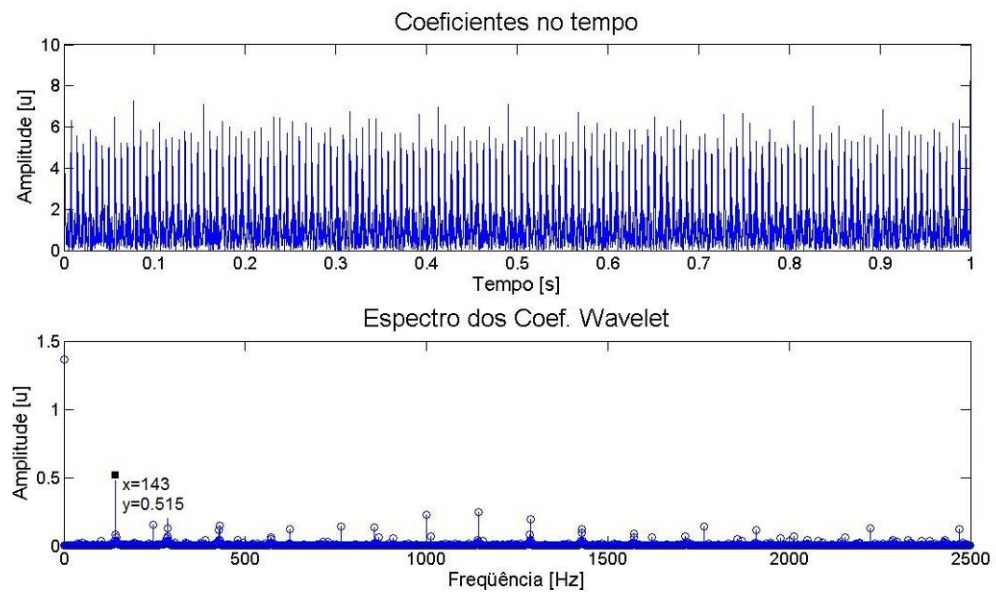


Figura B.35 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 143 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 200 Hz menor do que a  $f_c$  da falha.

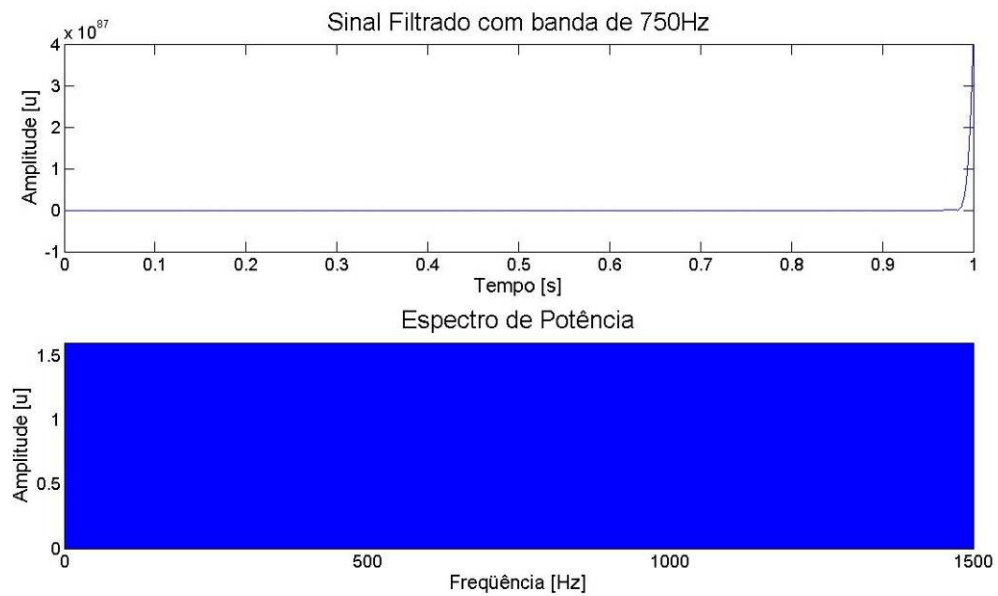


Figura B.36 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 143 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem é 100 Hz maior do que a  $f_c$  da falha.

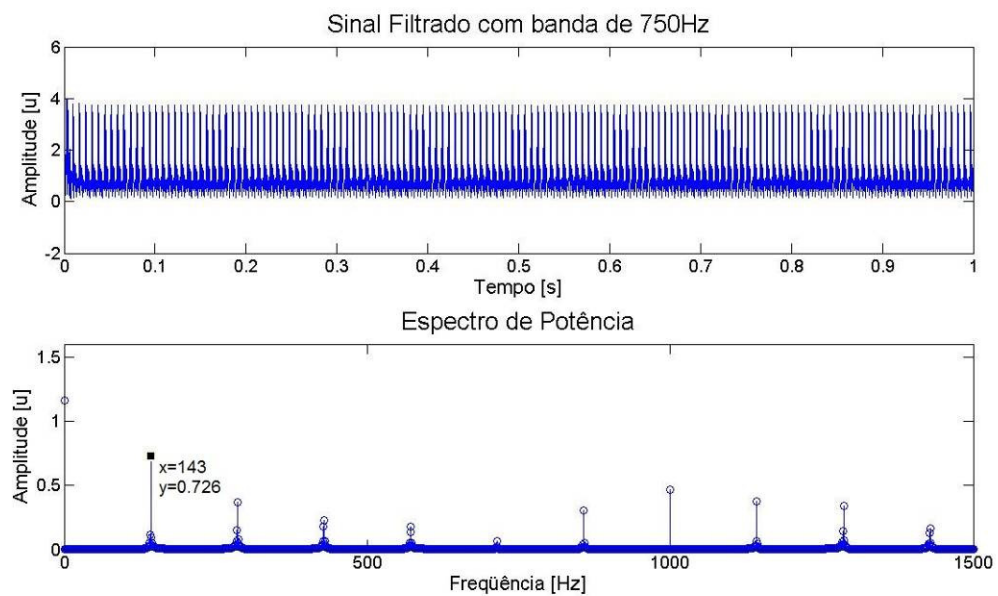


Figura B.37 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 143 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem é 100 Hz menor do que a  $f_c$  da falha.



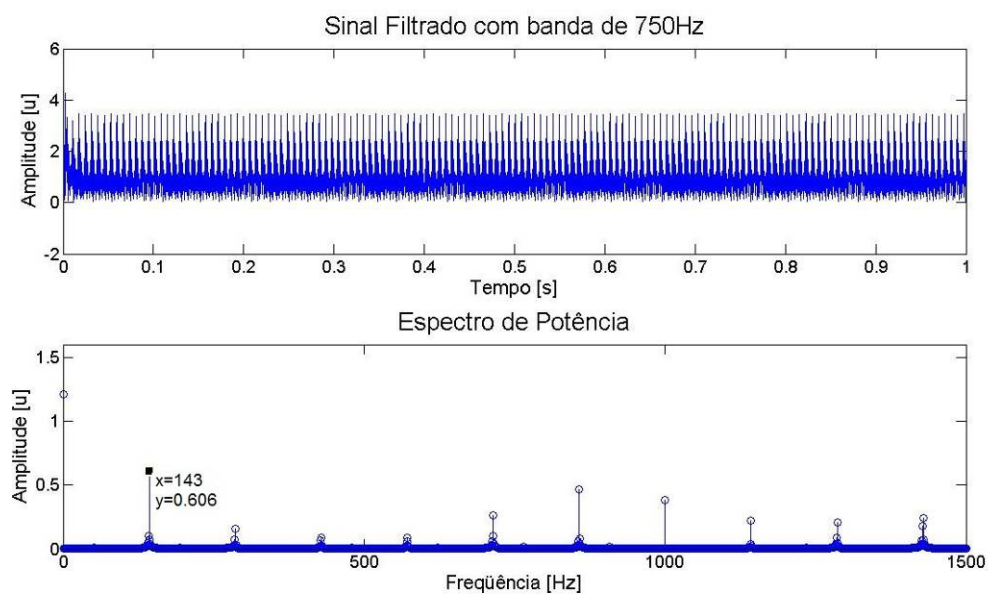


Figura B.38 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 143 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem é 200 Hz menor do que a  $f_c$  da falha.

Aqui serão apresentados os gráficos para a tabela (5.11).

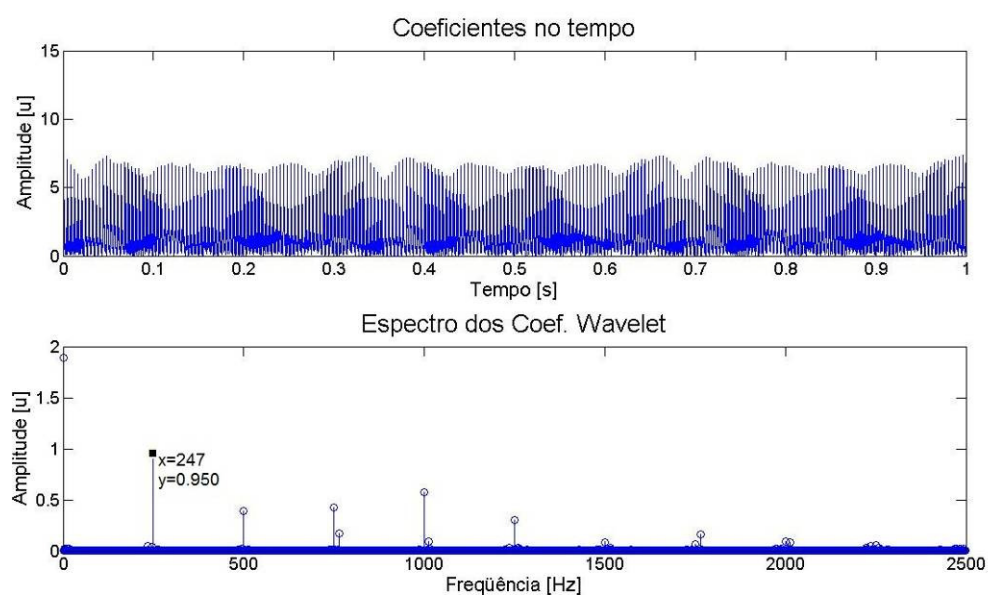


Figura B.39 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é a  $f_c$  da falha.

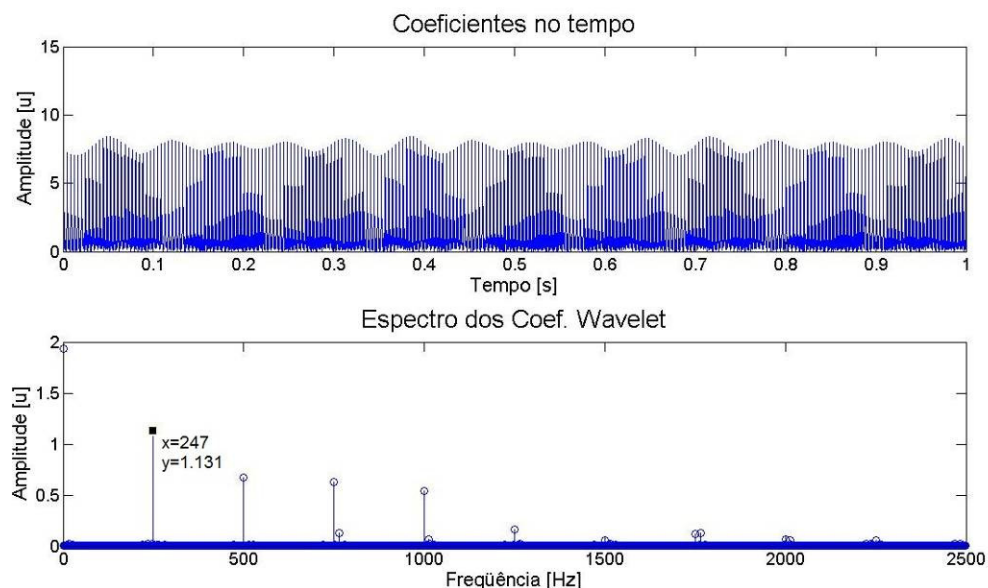


Figura B.40 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 100 Hz maior do que a  $f_c$  da falha.

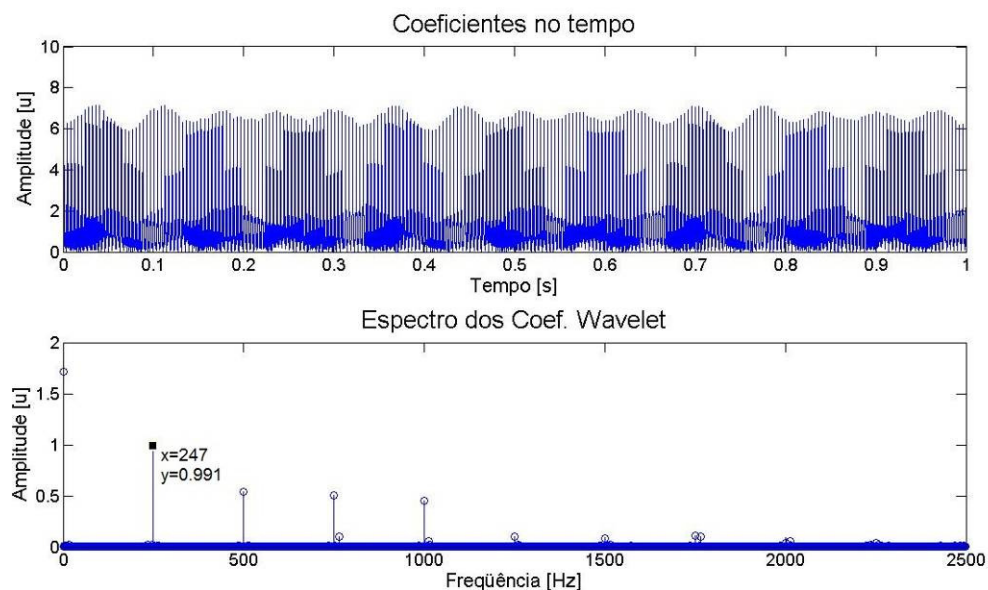


Figura B.41 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 200 Hz maior do que a  $f_c$  da falha.



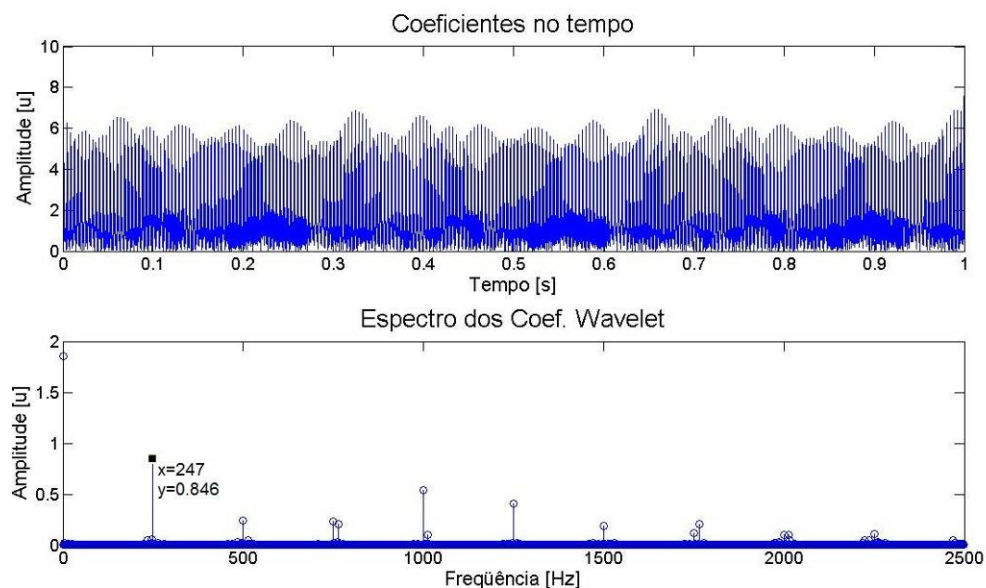


Figura B.42 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 100 Hz menor do que a  $f_c$  da falha.

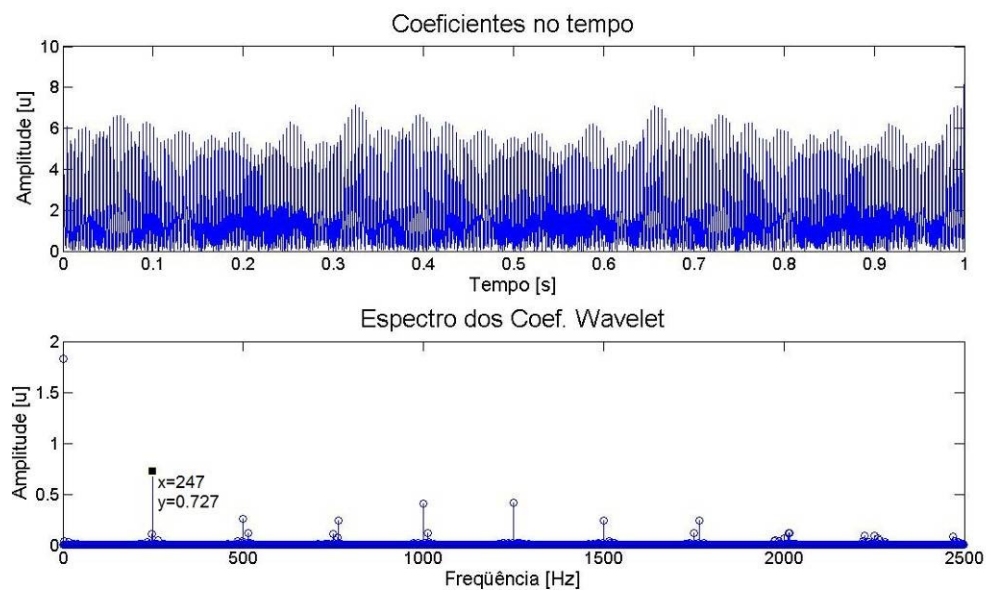


Figura B.43 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 200 Hz menor do que a  $f_c$  da falha.

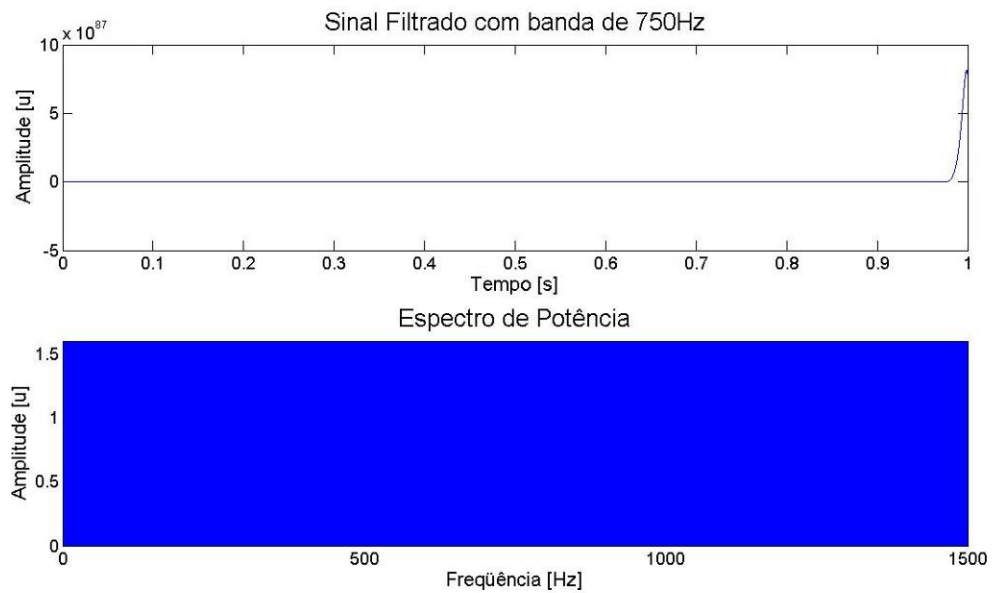


Figura B.44 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem é 100 Hz maior do que a  $f_c$  da falha.

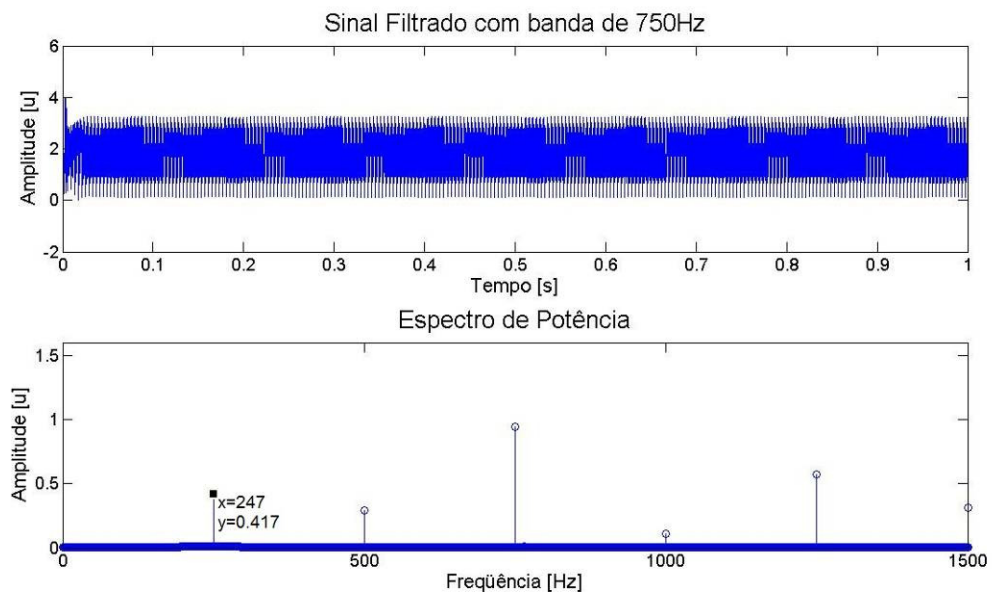


Figura B.45 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem é 100 Hz menor do que a  $f_c$  da falha.

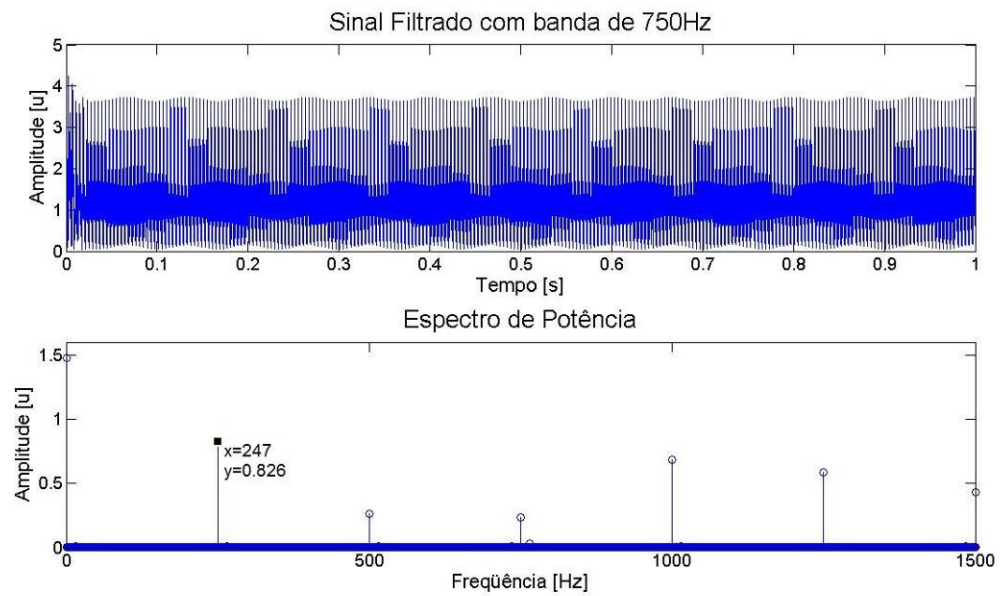


Figura B.46 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 2000 Hz. Frequência central da filtragem é 200 Hz menor do que a  $f_c$  da falha.

Aqui serão apresentados os gráficos para a tabela (5.12).

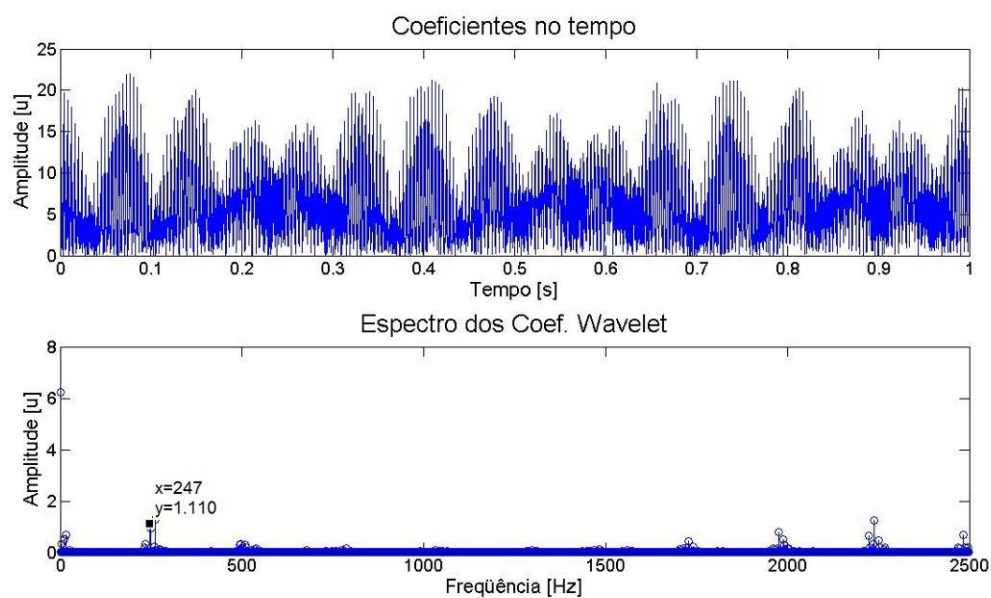


Figura B.47 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 1200 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é a  $f_c$  da falha.

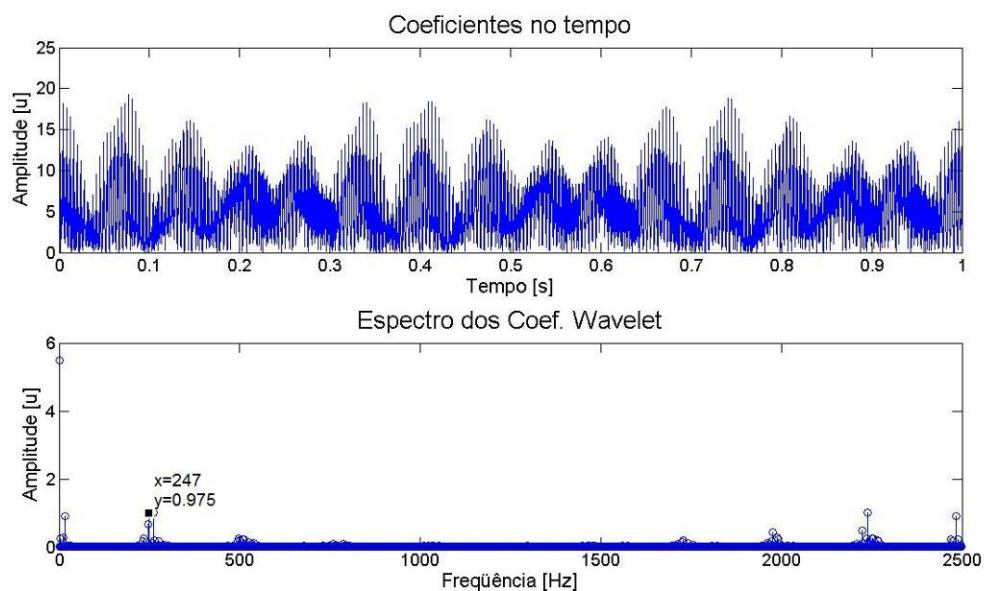


Figura B.48 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 1200 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 100 Hz maior do que a  $f_c$  da falha.

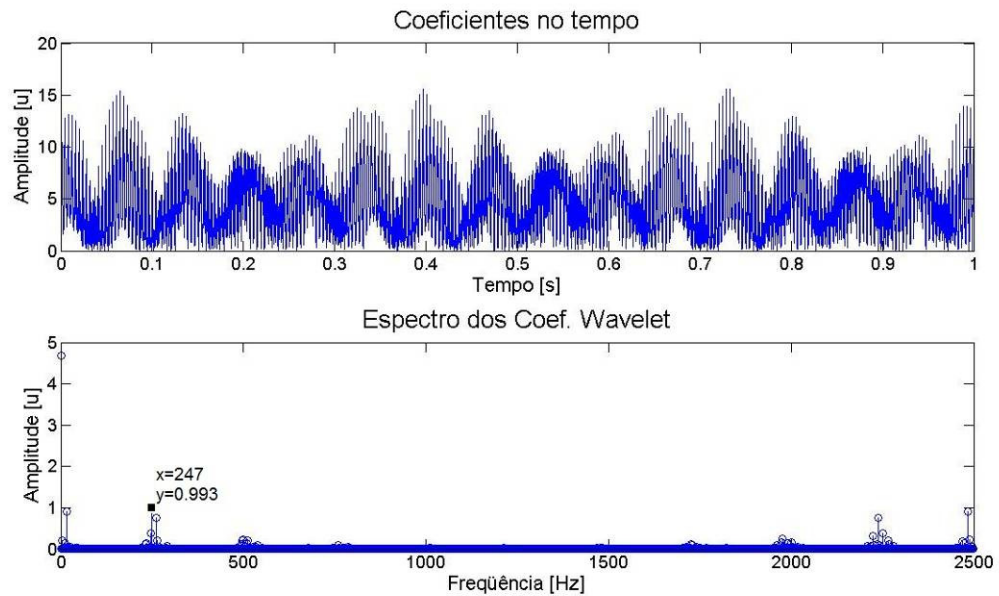


Figura B.49 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 1200 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 200 Hz maior do que a  $f_c$  da falha.

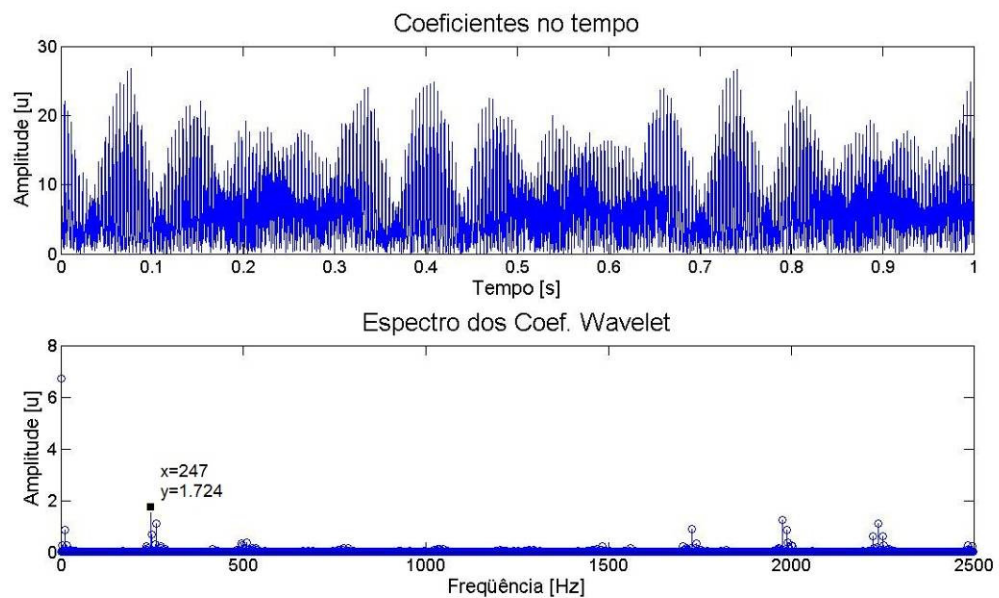


Figura B.50 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 1200 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 100 Hz menor do que a  $f_c$  da falha.

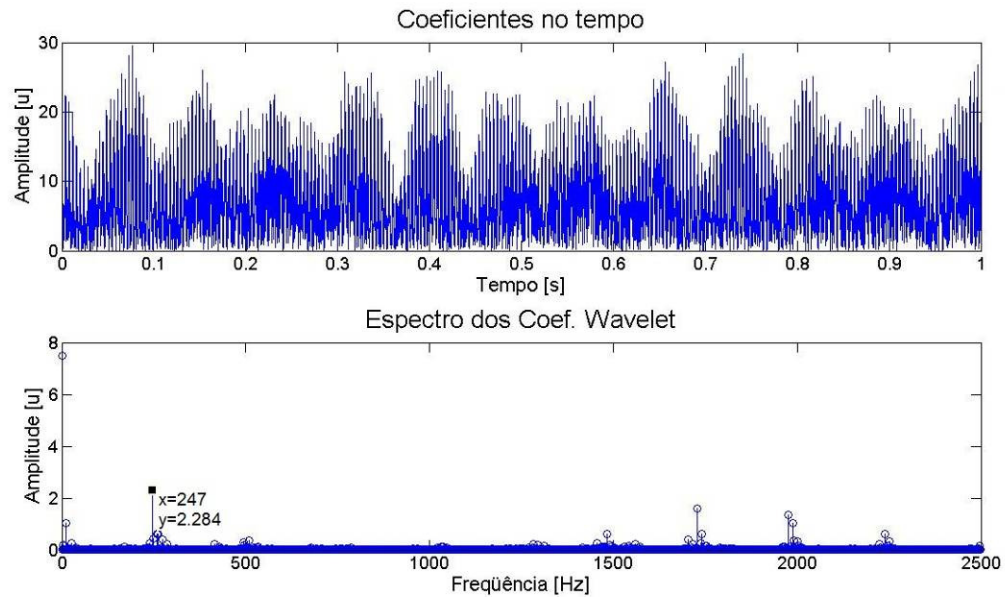


Figura B.51 - Resultado de espectro com filtragem via Wavelet, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 1200 Hz. Frequência central da filtragem via Wavelet é 200 Hz menor do que a  $f_c$  da falha.

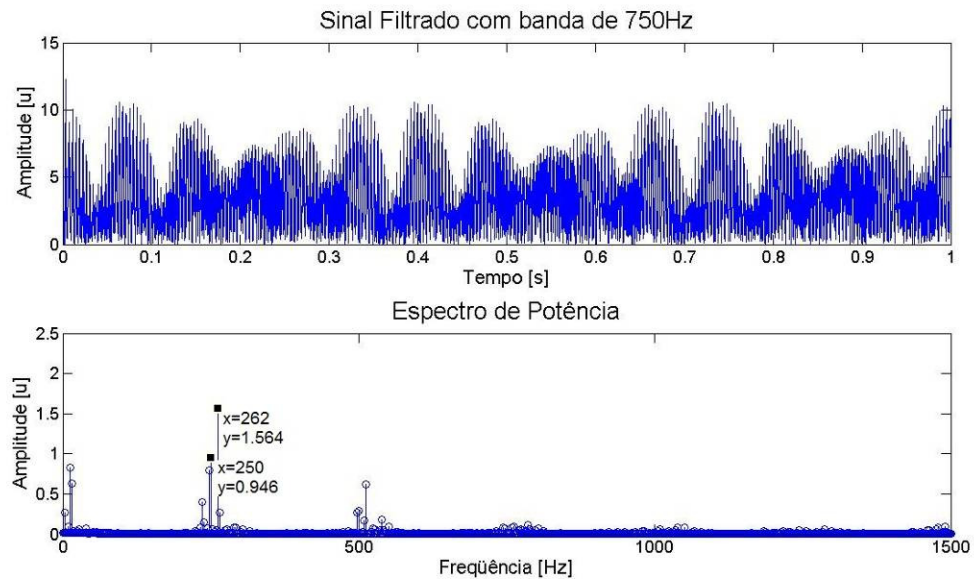


Figura B.52 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 1200 Hz. Frequência central da filtragem é 100 Hz maior do que a  $f_c$  da falha.



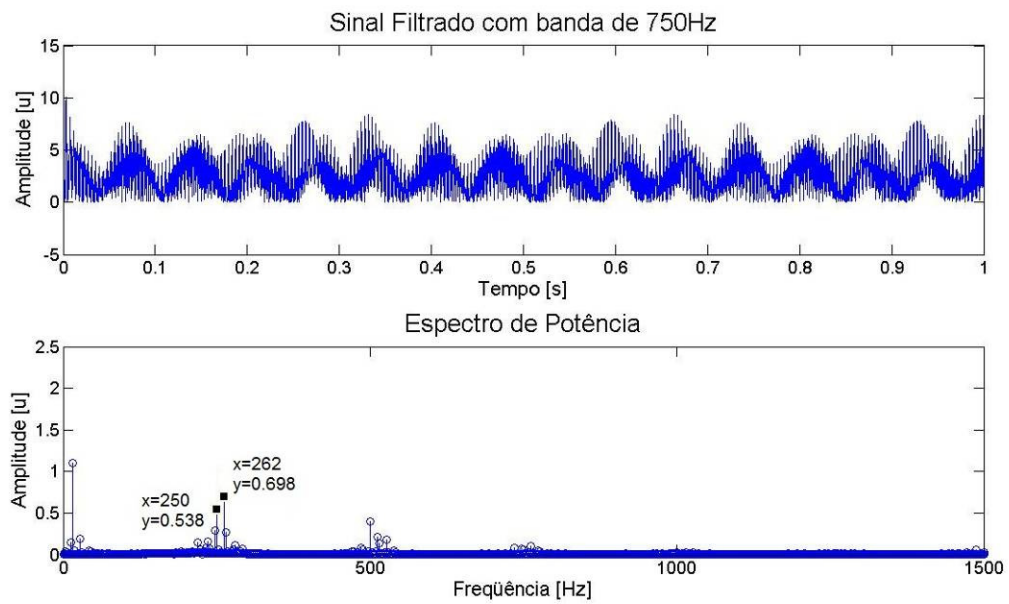


Figura B.53 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 1200 Hz. Frequência central da filtragem é 200 Hz maior do que a  $f_c$  da falha.

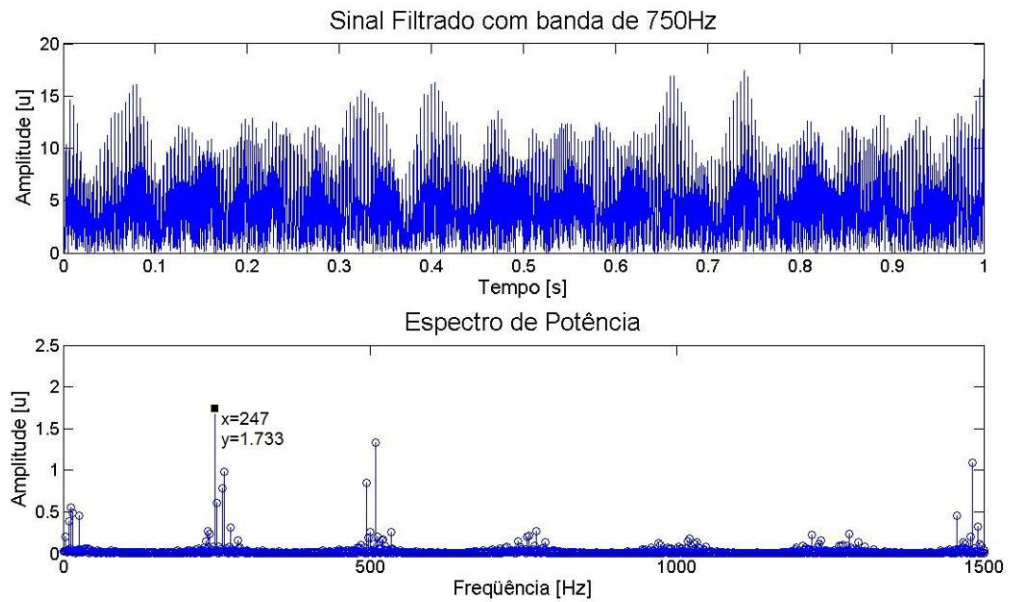


Figura B.54 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 1200 Hz. Frequência central da filtragem é 100 Hz menor do que a  $f_c$  da falha.

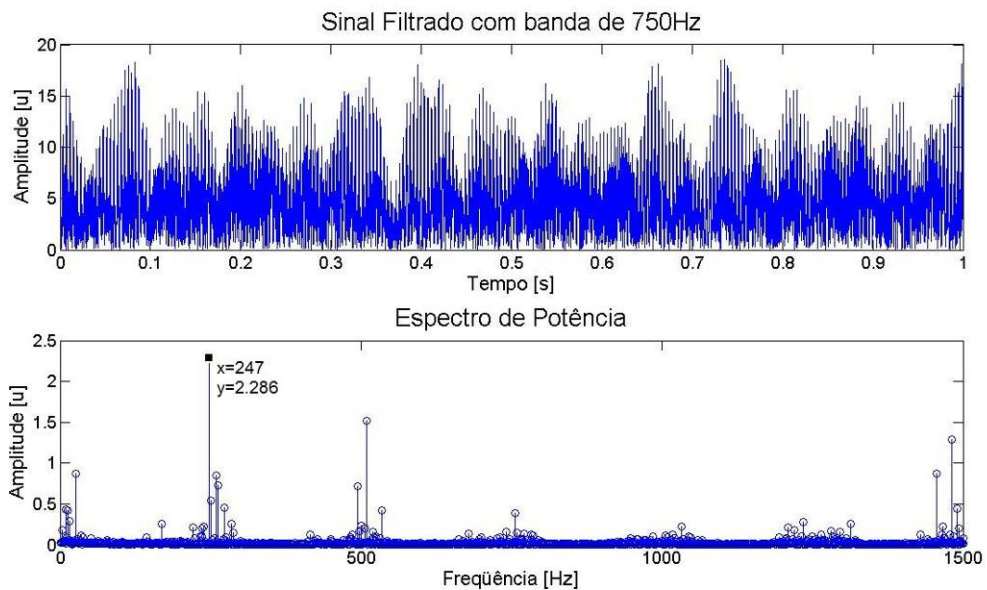


Figura B.55 - Resultado de espectro com filtragem via filtro Butterworth, com sinal de entrada com falha em 247 Hz,  $f_c$  de 1200 Hz. Frequência central da filtragem é 200 Hz menor do que a  $f_c$  da falha.