

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR PAULO PEREIRA JUNIOR  
..... E APROVADA  
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 08/07/2011  
  
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Paulo Pereira Junior

**Influência da Anisotropia Gerada por  
Laminação sobre a Medição de Tensões por  
Ultrassom em Ligas de Alumínio 7050**

Campinas, 2011.

Paulo Pereira Junior

# **Influência da Anisotropia Gerada por Laminação sobre a Medição de Tensões por Ultrassom em Ligas de Alumínio 7050**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Orientador: Auteliano Antunes dos Santos Jr.

Campinas  
2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

P414i Pereira Junior, Paulo  
Influência da anisotropia gerada por laminação sobre a medição de tensões por ultrassom em ligas de alumínio 7050 / Paulo Pereira Junior. --Campinas, SP: [s.n.], 2011.

Orientador: Auteliano Antunes dos Santos Junior.  
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Ultrassom. 2. Testes não-destrutivos. 3. Anisotropia. 4. Deformação e tensões - Medição. I. Santos Junior, Auteliano Antunes. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Titulo em Inglês: Influence of anisotropy generated by rolling on the stress measurement by ultrasound in 7050 aluminum alloys

Palavras-chave em Inglês: Ultrasound, Nondestructive testing, Anisotropy, Strain and stress - Measurement

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Renato Pavanello, Flávio Buiochi

Data da defesa: 08/07/2011

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

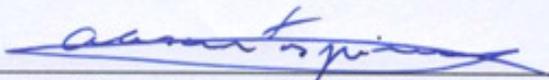
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADEMICO

**Influência da Anisotropia Gerada por  
Laminação sobre a Medição de Tensões por  
Ultrassom em Ligas de Alumínio 7050**

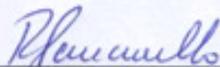
Autor: Paulo Pereira Junior

Orientador: Auteliano Antunes dos Santos Junior

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof. Dr. Auteliano Antunes dos Santos Junior, Presidente  
FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Renato Pavanello  
FEM/UNICAMP



Prof. Dr. Flávio Buiocchi  
EPUSP

Campinas, 08 de julho de 2011.

Dedico este trabalho à minha mãe.

## **Agradecimentos**

Gostaria de prestar a minha homenagem às seguintes pessoas:

À minha mãe Maria Lúcia e à minha irmã Luciana por sempre terem me apoiado nos meus estudos.

Ao meu orientador Professor Auteliano por todo o aprendizado adquirido e incentivo dado durante a realização do trabalho.

Aos colegas do grupo de pesquisa Alexandre, Rodrigo, Cleudiane, Tainá, Leonardo, André e Ricardo por todo o auxílio dado para o desenvolvimento do trabalho e também pelos momentos de descontração.

Aos técnicos Oswaldo e Rosângela do LAFER pelo valioso apoio prestado em diversos momentos.

À CAPES pela bolsa de pesquisa concedida.

*Le véritable voyage de découverte  
ne consiste pas à chercher de nouveaux paysages  
mais à avoir de nouveaux yeux.*  
Marcel Proust

## Resumo

A medição de tensão por ultrassom é baseada no princípio da acustoelasticidade que relaciona a deformação de um corpo submetido a um estado de tensão com a variação da velocidade de propagação de onda no corpo. A relação entre tensão e velocidade de onda é determinada pelo módulo de elasticidade e pela constante acustoelástica. Constantes acustoelásticas podem ser obtidas experimentalmente ou calculadas em função de constantes elásticas de segunda e terceira ordem. O objetivo deste trabalho é determinar as constantes elásticas que compõem a constante acustoelástica e avaliar a influência da anisotropia gerada por laminação no efeito acustoelástico para barras laminadas de liga de alumínio 7050 T7451. Constantes acustoelásticas e constantes elásticas de segunda e terceira ordem foram determinadas utilizando a técnica de ultrassom e considerando o material ortotrópico. Ondas longitudinais, cisalhantes e longitudinais criticamente refratadas ( $L_{cr}$ ) foram utilizadas para as medições. O valor da constante acustoelástica obtido experimentalmente foi comparado com o valor calculado a partir das constantes elásticas medidas considerando o material isotrópico. O resultado da comparação mostrou que a diferença entre o valor da constante acustoelástica medido e calculado pode chegar a 7 %. Este resultado, além de indicar o grau de influência da anisotropia no efeito acustoelástico, pode ser utilizado como parâmetro de incerteza na medição de tensão quando é utilizada a constante acustoelástica para materiais isotrópicos, ao invés de ortotrópicos, calculada a partir de valores de constantes elásticas conhecidos.

*Palavras Chave:* Acustoelasticidade; Ultrassom; Anisotropia, Medição de Tensões, Métodos não destrutivos de medição.

## Abstract

The evaluation of stress with ultrasonic waves is based on the acoustoelastic theory, which relates the strain in a body under stress with changes in the velocity of a wave travelling through the body. The relation between stress and wave velocity is determined by elastic modulus and by the acoustoelastic constant. Acoustoelastic constants can be experimentally measured or calculated from second and third order elastic constants. The aim of this work is to find the elastic constants that compose the acoustoelastic constant and evaluate the influence of anisotropy generated by rolling in the acoustoelastic effect for rolled bars of aluminum alloy 7050 T7451. Acoustoelastic constants and second and third order elastic constants were determined using ultrasonic techniques and considering the material as orthotropic. Longitudinal, shear, and critically refracted longitudinal waves ( $L_{cr}$ ) were utilized in the experiments. The value of the acoustoelastic constant obtained experimentally was compared to the constant calculated using the elastic constants measured and considering the material as isotropic. The result of the comparison showed that the difference between the acoustoelastic constant measured and the calculated one can reach 7 %. In addition of indicating the influence of the anisotropy in the acoustoelastic effect, this result also can be used as an uncertainty parameter in evaluating stress using the acoustoelastic constant calculated using the elastic constants and considering the material isotropic, instead of orthotropic.

*Key Words:* Acoustoelasticity, Ultrasound, Anisotropy, Stress measurement, Nondestructive measurement methods

## Lista de Ilustrações

2.1: Onda longitudinal (OLYMPUS, 2010).	7
2.2: Onda cisalhante (OLYMPUS, 2010).	7
2.3: Esquema de propagação da onda Rayleigh.	8
2.4: Esquema de propagação das ondas Love.	8
2.5: Esquema de geração da onda $L_{cr}$ .	9
2.6: Esquema da incidência normal de um feixe acústico.	10
2.7: Esquema da incidência oblíqua de um feixe acústico.	10
2.8: Esquema da incidência oblíqua para geração da onda $L_{cr}$ .	12
2.9: Transdutores ultrassônicos (FRAGA, 2007).	13
2.10: Componentes de tensão.	15
2.11: Deformações em duas dimensões (SADD, 2005).	16
2.12: Configuração natural, inicial e final de um corpo pré-deformado com um pequeno distúrbio superimposto (PAO e GAMER, 1984).	25
2.13: Esquema da variação do percurso da onda com a variação de tensão (DUQUENNOY <i>et al.</i> , 1999).	29
4.1: Representação geométrica da barra de alumínio 7050.	51
4.2: Transdutores de ondas longitudinais e cisalhantes utilizados para medição das constantes elásticas de segunda ordem.	52
4.3: Esquema de emissão e recepção de ondas $L_{cr}$ .	53
4.4: Dimensões do trajeto percorrido pelas ondas $L_{cr}$ .	53
4.5: Transdutor de ondas longitudinais utilizado para geração de ondas $L_{cr}$ .	53
4.6: Pulsador e receptor ultrassônico USB-UT350.	54
4.7: Termopar tipo K (OMEGA).	55
4.8: Extensômetro utilizado para obtenção de $L^1_{11}$ (KYOWA).	55
4.9: Célula de carga utilizada para a obtenção de $L^2_{11}$ e $L^3_{11}$ .	56
4.10: Bloco de conectores com módulos SCC-TC02 e SCC-SG02.	56
4.11: Placa de aquisição NI PXI-6221 (NATIONAL INSTRUMENTS).	57
4.12: Placa digitalizadora NI PXI-5114 (NATIONAL INSTRUMENTS).	57

4.13: Amplificador/Condicionador para sinais de sensores de torque.	58
4.14: Placa digitalizadora NI 5911 (NATIONAL INSTRUMENTS).	58
4.15: Módulo contendo o controlador embarcado PXI 8108 e as placas digitalizadoras.	59
4.16: Dispositivo de tração para obtenção de $L^1_{11}$ .	60
4.17: Prensa hidráulica utilizada para obtenção de $L^2_{11}$ e $L^3_{11}$ .	60
4.18: Tela principal do programa de aquisição de dados pelo método pulso-eco.	61
4.19: Tela de ajuste para detecção de picos do programa para pulso-eco.	62
4.20: Tela do programa de aquisição de dados utilizando ondas $L_{cr}$ .	63
4.21: Tela do programa para obtenção do tempo de percurso pela correlação cruzada.	64
4.22: Exemplo de forma de onda obtida com o método de pulso-eco e o tempo "t" entre a emissão e a recepção do pulso.	65
4.23: Esquema experimental para medição pelo método pulso-eco das constantes elásticas de segunda ordem.	66
4.24: Dimensões das amostras cortadas da barra.	66
4.25: Esquema do percurso do pulso ultrassônico na amostra para medir $C_{11}$ .	67
4.26: Esquema do percurso do pulso ultrassônico na amostra para medir $C_{22}$ .	67
4.27: Esquema do posicionamento do transdutor de ondas cisalhantes para medir $v_3^{(2)}$ .	68
4.28: Esquema do posicionamento do transdutor de ondas cisalhantes para medir $v_3^{(1)}$ .	68
4.29: Esquema do posicionamento do transdutor de ondas cisalhantes para medir $v_1^{(2)}$ .	68
4.30: Esquema do corte e medição para obtenção da constante $C_{12}$ .	69
4.31: Esquema do corte e medição para obtenção da constante $C_{13}$ .	69
4.32: Esquema do corte e medição para obtenção da constante $C_{23}$ .	69
4.33: Amostras cortadas da barra para medição das constantes elásticas.	70
4.34: Esquema de geração de ondas $L_{cr}$ com sapatas de acrílico para o alumínio.	71
4.35: Esquema experimental para medição por ondas $L_{cr}$ a constante acustoelástica $L^1_{11}$ .	72
4.36: Exemplo de forma de onda detectada no ensaio com ondas $L_{cr}$ .	73
4.37: Forma de onda da sequência resultante da correlação entre dois pulsos de onda $L_{cr}$ com o ponto máximo indicando a defasagem entre os pulsos.	74
4.38: Esquema do percurso do pulso ultrassônico e da aplicação da tensão na amostra para medir $L^2_{11}$ .	76

4.39: Esquema do percurso do pulso ultrassônico e da aplicação da tensão na amostra para medir $L^3_{11}$ .	76
4.40: Amostra posicionada na prensa para medir $L^2_{11}$ .	76
4.41: Esquema experimental para medição das constantes acustoelásticas $L^2_{11}$ e $L^3_{11}$ .	77
5.1: Tempo de percurso da onda $L_{cr}$ em função da temperatura.	79
5.2: Velocidade da onda $L_{cr}$ no alumínio em função da temperatura.	80
5.3: Tempo de percurso da onda longitudinal em função da temperatura no método pulso-eco.	81
5.4: Velocidade da onda longitudinal em função da temperatura no método pulso-eco.	82
5.5: Tempo de percurso da onda cisalhante em função da temperatura no método pulso-eco.	83
5.6: Velocidade da onda cisalhante em função da temperatura no método pulso-eco.	83
5.7: Gráfico de variação do tempo de percurso em função da deformação lida pelo extensômetro.	92
5.8: Curva com dados dos tempos de percurso em função da tensão aplicada para obtenção de $L^2_{11}$ .	94
C.1: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^2_{11}$ (ensaio 1 - amostra 1).	128
C.2: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^2_{11}$ (ensaio 2 - amostra 1).	129
C.3: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^2_{11}$ (ensaio 3 - amostra 1).	129
C.4: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^2_{11}$ (ensaio 1 - amostra 2).	130
C.5: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^2_{11}$ (ensaio 2 - amostra 2).	130
C.6: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^2_{11}$ (ensaio 3 - amostra 2).	131
C.7: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^2_{11}$ (ensaio 1 - amostra 3).	131
C.8: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^2_{11}$ (ensaio 2 - amostra 3).	132

C.9: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^2_{11}$ (ensaio 3 - amostra 3).	132
C.10: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^3_{11}$ (ensaio 1 - amostra 1).	133
C.11: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^3_{11}$ (ensaio 2 - amostra 1).	133
C.12: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^3_{11}$ (ensaio 3 - amostra 1).	134
C.13: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^3_{11}$ (ensaio 1 - amostra 2).	134
C.14: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^3_{11}$ (ensaio 2 - amostra 2).	135
C.15: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^3_{11}$ (ensaio 3 - amostra 2).	135
C.16: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^3_{11}$ (ensaio 1 - amostra 3).	136
C.17: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^3_{11}$ (ensaio 2 - amostra 3).	136
C.18: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de $L^3_{11}$ (ensaio 3 - amostra 3).	137

## Lista de Tabelas

4.1: Composição química da liga de alumínio 7050-T7451 (ASM, 2011).	50
5.1: Cálculo da densidade da barra.	84
5.2: Constantes elásticas de segunda ordem medidas para cada amostra e incertezas.	85
5.3: Tempos de percurso medidos da onda longitudinal se propagando na direção 1 e cálculo da constante $C_{11}$ .	87
5.4: Comparação entre constantes elásticas de segunda ordem obtidas com constantes obtidas em outros trabalhos.	87
5.5: Módulos de elasticidade calculados com incertezas.	88
5.6: Coeficientes de Poisson calculados com incertezas.	88
5.7: Módulos de elasticidade calculados considerando material isotrópico.	89
5.8: Diferença entre $E_1$ e os módulos calculados na Tabela 5.7.	89
5.9: Tempos de percurso obtidos nos ensaios para obtenção de $L^1_{11}$ .	91
5.10: Constantes acustoelásticas obtidas nos três ensaios.	92
5.11: Tensão aplicada e tempos de percurso medidos no ensaio 1 da amostra 1.	94
5.12: Constantes $L^2_{11}$ medidas.	95
5.13: Constantes $L^3_{11}$ medidas.	95
5.14: Comparação entre constantes de terceira ordem obtidas.	96
5.15: Constantes de segunda e terceira ordem obtidas para a liga 7050.	97
5.16: Comparação entre a constante $L^1_{11}$ obtida experimentalmente com as calculadas considerando isotropia do material.	99
B.1: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante $C_{11}$ para a amostra 1.	112
B.2: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante $C_{11}$ para a amostra 2.	113
B.3: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante $C_{11}$ para a amostra 3.	113
B.4: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante $C_{22}$ para a amostra 1.	114

B.5: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante $C_{22}$ para a amostra 2.	114
B.6: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante $C_{22}$ para a amostra 3.	114
B.7: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante $C_{33}$ para a amostra 1.	115
B.8: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante $C_{33}$ para a amostra 2.	115
B.9: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante $C_{33}$ para a amostra 3.	115
B.10: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_3^{(2)}$ e da constante $C_{44}$ para a amostra 1.	116
B.11: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_3^{(2)}$ e da constante $C_{44}$ para a amostra 2.	116
B.12: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_3^{(2)}$ e da constante $C_{44}$ para a amostra 3.	116
B.13: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_2^{(3)}$ e da constante $C_{44}$ para a amostra 1.	117
B.14: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_2^{(3)}$ e da constante $C_{44}$ para a amostra 2.	117
B.15: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_2^{(3)}$ e da constante $C_{44}$ para a amostra 3.	117
B.16: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_3^{(1)}$ e da constante $C_{55}$ para a amostra 1.	118
B.17: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_3^{(1)}$ e da constante $C_{55}$ para a amostra 2.	118
B.18: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_3^{(1)}$ e da constante $C_{55}$ para a amostra 3.	118
B.19: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_1^{(3)}$ e da constante $C_{55}$ para a amostra 1.	119

B.20: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_1^{(3)}$ e da constante $C_{55}$ para a amostra 2.	119
B.21: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_1^{(3)}$ e da constante $C_{55}$ para a amostra 3.	119
B.22: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_2^{(3)}$ e da constante $C_{66}$ para a amostra 1.	120
B.23: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_2^{(3)}$ e da constante $C_{66}$ para a amostra 2.	120
B.24: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_2^{(3)}$ e da constante $C_{66}$ para a amostra 3.	120
B.25: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_3^{(2)}$ e da constante $C_{66}$ para a amostra 1.	121
B.26: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_3^{(2)}$ e da constante $C_{66}$ para a amostra 2.	121
B.27: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade $v_3^{(2)}$ e da constante $C_{66}$ para a amostra 3.	121
B.28: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante $C_{12}$ para a amostra 1.	122
B.29: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante $C_{12}$ para a amostra 2.	122
B.30: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante $C_{12}$ para a amostra 3.	122
B.31: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante $C_{12}$ para a amostra 1.	123
B.32: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante $C_{12}$ para a amostra 2.	123
B.33: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante $C_{12}$ para a amostra 3.	123
B.34: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante $C_{13}$ para a amostra 1.	124

B.35: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante $C_{13}$ para a amostra 2.	124
B.36: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante $C_{13}$ para a amostra 3.	124
B.37: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante $C_{13}$ para a amostra 1.	125
B.38: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante $C_{13}$ para a amostra 2.	125
B.39: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante $C_{13}$ para a amostra 3.	125
B.40: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante $C_{23}$ para a amostra 1.	126
B.41: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante $C_{23}$ para a amostra 2.	126
B.42: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante $C_{23}$ para a amostra 3.	126
B.43: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante $C_{23}$ para a amostra 1.	127
B.44: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante $C_{23}$ para a amostra 2.	127
B.45: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante $C_{23}$ para a amostra 3.	127

## Lista de Abreviaturas e Siglas

### *Letras Latinas*

$v_{tr}$ - velocidade da onda transversal refletida	[m/s]
$v_{lr}$ - velocidade da onda longitudinal refletida	[m/s]
$v_{tt}$ - velocidade da onda transversal refratada	[m/s]
$v_{lt}$ - velocidade da onda longitudinal refratada	[m/s]
$u, v$ e $w$ - deslocamentos nas direções $x, y$ e $z$ , respectivamente	
$e_{ij}$ - componentes do tensor de deformação infinitesimal	
$E_{ij}$ - componentes do tensor lagrangiano de deformação finita	
$E^*_{ij}$ - componentes do tensor eulariano de deformação finita	
$C_{ijkl}$ - tensor de rigidez	
$C_{ij}$ - constantes elásticas de segunda ordem	[GPa]
$W(E_{ij})$ - energia de deformação	
$E$ - módulo de elasticidade para materiais isotrópicos	[GPa]
$G$ - módulo transversal para materiais isotrópicos	[GPa]
$C_{ijklmn}$ - tensor das constantes elásticas de terceira ordem	
$C_{ijk}$ - constantes elásticas de terceira ordem	[GPa]
$l, m$ e $n$ - constantes de Murnaghan	
$E_1, E_2$ e $E_3$ - módulos de elasticidade nas direções 1, 2 e 3, respectivamente	[GPa]
$G_{12}, G_{31}$ e $G_{23}$ - módulos transversais para materiais ortotrópicos	[GPa]
$a_\alpha$ - coordenadas naturais	
$X_J$ - coordenadas iniciais	
$x_j$ - coordenadas finais	
$T^i_{\beta\delta}$ - tensão estática inicial	
$t^i_{JL}$ - tensão estática inicial	
$U_i$ - amplitude da onda	
$K_i$ - número de onda	
$n_i$ - direção de propagação de onda	
$e^i_{11}, e^i_{22}$ e $e^i_{33}$ - deformações nas direções principais	

$V_{\alpha}^{(\beta)}$ - velocidade de onda se propagando na direção $\alpha$ e polarizada na direção $\beta$ (coordenadas naturais)	[m/s]
$v_{\alpha}^{(\beta)}$ - velocidade de onda se propagando na direção $\alpha$ e polarizada na direção $\beta$ (coordenadas iniciais)	[m/s]
$L_{ij}^k$ - constante acustoelástica	
$t$ - tempo de percurso da onda	[s]
$t_0$ - tempo de percurso da onda no estado livre de tensão	[s]
$t_{ref}$ - tempo de percurso da onda no material considerando a velocidade padrão da onda.	[s]
$v_L$ - velocidade da onda longitudinal (materiais isotrópicos e livre de tensão)	[m/s]
$v_T$ - velocidade da onda cisalhante (materiais isotrópicos e livre de tensão)	[m/s]
$T$ - temperatura das amostras	[°C]
$d$ - distancia percorrida pela onda	[m]

### *Letras Gregas*

$\theta_c$  - ângulo de inclinação (ângulo crítico)

$\theta_{tr}$  - ângulo de reflexão da onda transversal

$\theta_{lr}$  - ângulo de reflexão da onda longitudinal

$\theta_{tt}$  - ângulo de refração da onda transversal

$\theta_{lt}$  - ângulo de refração da onda longitudinal

$\sigma$  - tensor de tensão

$\tau$  - tensão cisalhante

$\lambda$  e  $\mu$  - constantes de Lamé

$\nu$  - coeficiente de Poisson para materiais isotrópicos

$\delta_{ij}$  - delta de Kronecker

$\nu_{12}$ ,  $\nu_{13}$ ,  $\nu_{21}$ ,  $\nu_{23}$ ,  $\nu_{31}$  e  $\nu_{32}$  - coeficientes de Poisson de materiais ortotrópicos

$\rho^0$  - densidade do material [kg/m<sup>3</sup>]

$\epsilon$  - deformação na direção da tensão

# SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos do trabalho	3
1.2 Formato do trabalho	4
2 REVISÃO DA LITERATURA	6
2.1 Teoria das ondas ultrassônicas	6
2.1.1 Onda ultrassônica	6
2.1.2 Incidência da onda ultrassônica – Lei de Snell, reflexão, refração e ângulos críticos	9
2.1.3 Geração e detecção da onda ultrassônica – Efeito piezométrico e Lippmann	12
2.2 Teoria da elasticidade	14
2.2.1 Componentes de tensão	14
2.2.2 Componentes de deformação	16
2.2.3 Lei de Hooke	18
2.2.4 Energia de deformação	19
2.2.5 Meios isotrópicos	20
2.2.6 Meios ortotrópicos	22
2.3 Acustoelasticidade	24
2.3.1 Propagação de ondas elásticas em materiais isotrópicos e ortotrópicos	25
2.3.2 Determinação de tensões mecânicas através de ondas elásticas	31
2.3.3 Fatores de influência na propagação das ondas elásticas	33
2.4 Determinação de constantes elásticas através de ondas elásticas	34
2.5 Revisão bibliográfica	37
3 MODELAGEM TEÓRICA	45
3.1 Constantes acustoelásticas para materiais ortotrópicos no sistema de coordenadas iniciais	45
3.2 Constantes acustoelásticas para materiais ortotrópicos no sistema de coordenadas naturais	49

4 MATERIAIS E MÉTODOS	50
4.1 Corpos de prova	50
4.2 Equipamentos de medição	51
4.2.1 Transdutores e sapatas	52
4.2.2 Gerador e receptor de pulsos	54
4.2.3 Sensores de temperatura e deformação	54
4.2.4 Placa de condicionamento e digitalização de sinais	56
4.2.5 Computador para tratamento de sinais e dados	58
4.2.6 Dispositivos de aplicação de tensão	59
4.3 Programas de aquisição de dados	61
4.4 Procedimentos experimentais	64
4.4.1 Medição das constantes elásticas de segunda ordem	65
4.4.2 Medição da constante acustoelástica $L^1_{11}$	70
4.4.3 Medição das constantes acustoelásticas $L^2_{11}$ e $L^3_{11}$	75
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	78
5.1 Influência da temperatura na velocidade de propagação das ondas	78
5.1.1 Influência da temperatura nas ondas $L_{cr}$	79
5.1.2 Influência da temperatura nas ondas longitudinais (pulso-eco)	81
5.1.3 Influência da temperatura nas ondas cisalhantes (pulso-eco)	82
5.2 Constantes elásticas de segunda ordem obtidas	84
5.3 Comparação entre os módulos de elasticidade calculados considerando o material ortotrópico e isotrópico	88
5.4 Constantes acustoelásticas e constantes elásticas de terceira ordem obtidas	90
5.4.1 Constante acustoelástica $L^1_{11}$	90
5.4.2 Constantes acustoelásticas $L^2_{11}$ e $L^3_{11}$	93
5.4.3 Cálculo das constantes elásticas de terceira ordem $C_{111}$ , $C_{112}$ e $C_{113}$	96
5.5 Influência das constantes elásticas na constante acustoelástica $L^1_{11}$ considerando o material ortotrópico e isotrópico	98
6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS	100
REFERÊNCIAS	102

APÊNDICE A – Constantes acustoelásticas	107
A.1 Constantes acustoelásticas para materiais ortotrópicos no sistema de coordenadas iniciais	107
A.2 Constantes acustoelásticas para materiais ortotrópicos no sistema de coordenadas naturais	109
APÊNDICE B – Tempos de percurso medidos para obtenção de constantes de segunda ordem	112
B.1 Tempos de percurso e cálculo de $C_{11}$	112
B.2 Tempos de percurso e cálculo de $C_{22}$	113
B.3 Tempos de percurso e cálculo de $C_{33}$	115
B.4 Tempos de percurso e cálculo de $C_{44}$	116
B.5 Tempos de percurso e cálculo de $C_{55}$	118
B.6 Tempos de percurso e cálculo de $C_{66}$	120
B.7 Tempos de percurso e cálculo de $C_{12}$	122
B.8 Tempos de percurso e cálculo de $C_{13}$	124
B.9 Tempos de percurso e cálculo de $C_{23}$	126
APÊNDICE C – Gráficos da relação entre tempo de percurso e tensão para obtenção de $L^2_{11}$ e $L^3_{11}$	128
C.1 Gráficos da variação do tempo de percurso em função da tensão para obtenção de $L^2_{11}$	128
C.2 Gráficos da variação do tempo de percurso em função da tensão para obtenção de $L^3_{11}$	133

# 1 INTRODUÇÃO

Ensaaios não destrutivos vêm sendo requisitados pelos mais diversos setores da indústria para a prevenção e detecção de falhas em produtos e processos. A busca constante por altos padrões de confiabilidade, rapidez e baixos custos na indústria manufatureira faz com que a demanda por inspeções eficientes e precisas também seja grande. Portanto, o desenvolvimento de técnicas de ensaios e inspeções que permitam uma avaliação rápida, simples e barata é de grande relevância na indústria e neste contexto os ensaios não destrutivos se destacam. A possibilidade de examinar, testar ou avaliar um objeto sem a necessidade de alterar, danificar ou até mesmo destruí-lo por completo é a característica fundamental que faz dos ensaios não destrutivos uma ferramenta essencial para a indústria nos dias atuais.

Nas últimas três décadas, as tecnologias relacionadas aos ensaios não destrutivos evoluíram de forma significativa e inovadora (HELLIER, 2003). A gama de ensaios também cresceu e, dentre a grande variedade de ensaios que são enquadrados na categoria de não destrutivos atualmente, a técnica de ultrassom se destaca. A utilização de técnicas de ultrassom para a detecção de falhas, descontinuidades e trincas já é bastante difundida com utilização em diversos setores da indústria e com uma grande variedade de equipamentos no mercado que aplicam a técnica. Basicamente, para a realização do ensaio de ultrassom são utilizados um ou mais transdutores que têm a finalidade de gerar e detectar ondas ultrassônicas; um pulsador que gera o pulso elétrico enviado ao transdutor; um conversor analógico digital para que o sinal do transdutor seja lido por um computador e um osciloscópio para a visualização do sinal.

A caracterização das propriedades elásticas de materiais de diversos tipos também pode ser realizada com técnicas de ultrassom. A velocidade de ondas ultrassônicas está diretamente relacionada com os componentes da matriz de rigidez de determinado material na direção em que a onda se propaga e está polarizada.

Outra aplicação bastante promissora do ensaio de ultrassom é a medição de tensões mecânicas. A medição é possível graças ao efeito conhecido como acustoelástico que relaciona a

deformação de um corpo submetido a um estado estático de tensão com a velocidade de propagação de ondas elásticas no corpo. A teoria acustoelástica foi primeiramente formulada por Cauchy, em 1829, e, posteriormente, aprimorada por Hughes e Kelly, Toupin e Bernstein, e Thurston e Brugger (PAO e GAMER, 1985). Existem outros métodos não destrutivos para medição de tensões, tais como difração de raios X e difração de nêutrons, contudo, nas duas técnicas são necessários equipamentos cujas características atuais não os tornam ainda adequados para utilização em campo. Isso é verdade em especial quanto à difração de nêutrons, que requer um reator nuclear para que a medição possa ser feita.

Pela teoria acustoelástica, o estado de tensão a que está submetido um corpo relaciona-se com a variação da velocidade da onda propagando-se nele através do módulo de elasticidade e de constantes conhecidas como acustoelásticas. Tais constantes acustoelásticas são função das constantes elásticas de segunda e terceira ordem do material e podem ser calculadas a partir dessas ou obtidas experimentalmente, aplicando um valor conhecido de tensão no material e avaliando a variação no tempo de percurso da onda. Portanto, as propriedades elásticas de um material influenciam diretamente o efeito acustoelástico.

Materiais podem ter propriedades elásticas diferentes em direções distintas e uma das causas de tal não uniformidade é o processo de fabricação empregado. A laminação é um exemplo de processo que gera tais diferenças. O processo consiste, basicamente, na redução da secção transversal por compressão do material através da passagem por dois cilindros de aço ou ferro fundido com eixos paralelos que giram em torno de si mesmo (ABAL, 2011). Este processo causa modificações na microestrutura do material alterando sua textura e a consequência direta é a anisotropia observada em suas propriedades macroscópicas.

Ligas de alumínio aeronáutico, utilizadas tanto em revestimentos como em reforços estruturais, são laminadas. Esse processo faz com que os grãos se alonguem na direção da laminação e diminuam na direção normal à laminação e, conforme é conhecido através da literatura (DUQUENNOY *et al.*, 2002), uma simetria ortorrômbica é gerada, permitindo que o material seja classificado como ortotrópico.

Grande parte dos trabalhos e estudos desenvolvidos com o intuito de aplicar a teoria acustoelástica para medição de tensões, na prática, parte da premissa de isotropia das propriedades elásticas dos materiais analisados. Contudo, em materiais ortotrópicos, o número de constantes elásticas é significativamente maior do que em materiais isotrópicos e esse aumento também ocorre no número de constantes elásticas que formam a constante acustoelástica. Conhecendo os valores das constantes elásticas de um determinado material em suas direções de orientação principais, é possível verificar seu grau de anisotropia e avaliar o efeito de uma simplificação para o caso isotrópico no valor da constante acustoelástica calculada. A diferença entre o real valor da constante acustoelástica e o valor simplificado para o caso isotrópico é refletida diretamente no valor de tensão a ser mensurado.

### **1.1 Objetivos do trabalho**

O objetivo deste trabalho é determinar as constantes elásticas que compõem a constante acustoelástica e avaliar a influência da anisotropia gerada por laminação no efeito acustoelástico em liga de alumínio 7050 T7451, usado na indústria aeroespacial, utilizando o efeito acustoelástico. Essa liga, para as aplicações convencionais a que se destina, é apresentada na forma de barras laminadas com estrutura ortotrópica.

Serão medidas as constantes elásticas de segunda e terceira ordem utilizando a técnica de ultrassom. Para a medição das nove constantes elásticas de segunda ordem que compõem a matriz de rigidez de um material ortotrópico, serão feitas medidas de velocidade de um pulso ultrassônico propagando-se no material livre de tensão em direções pré-determinadas. As constantes de terceira ordem serão obtidas utilizando o efeito acustoelástico. Aplicando um valor de tensão conhecido no material e medindo a variação relativa da velocidade do pulso ultrassônico, pode-se obter a constante acustoelástica referente à direção de aplicação de tensão e propagação de onda. Utilizando as relações entre as constantes acustoelásticas e elásticas, é possível obter as constantes elásticas de terceira ordem.

Conhecidas todas as constantes elásticas de segunda e terceira ordem que compõem uma constante acustoelástica, será avaliada a diferença entre o valor da constante obtida experimentalmente e a calculada a partir das constantes elásticas medidas e considerando o material isotrópico. Conhecida essa diferença, é possível avaliar se o cálculo da constante acustoelástica partindo da premissa de isotropia pode ou não ser aplicado para o material estudado.

A constante acustoelástica utilizada para avaliar a influência da anisotropia gerada por laminação será a  $L_{11}^1$  que corresponde a constante para ondas longitudinais se propagando na mesma direção de aplicação da tensão. Seu valor experimental será obtido utilizando ondas longitudinais criticamente refratadas, ou  $L_{cr}$ , que apresenta grande sensibilidade à variação de tensão.

Os valores das constantes elásticas de segunda e terceira ordem serão comparados com os obtidos por outros autores para outras ligas de alumínio. Também serão avaliadas as incertezas nas medições que influenciam no grau de precisão da constante acustoelástica calculada e, conseqüentemente, nos valores de tensão medidos utilizando esta constante.

## **1.2 Formato do trabalho**

O capítulo 2 trata da revisão da literatura. Neste capítulo são apresentadas as bases teóricas utilizadas para o desenvolvimento do trabalho, assim como as referências bibliográficas. São abordados inicialmente os principais tipos de ondas ultrassônicas utilizados em ensaios não destrutivos, as formas de incidência e também de geração e detecção de ondas ultrassônicas. Em seguida, são apresentados conceitos da teoria da elasticidade e acustoelasticidade. Por fim, estudos já realizados referentes à acustoelasticidade e correlatos ao presente trabalho são comentados.

No capítulo 3 são desenvolvidas as relações entre constantes acustoelásticas para materiais ortotrópicos em função das constantes elásticas de segunda e terceira ordem.

As descrições dos corpos de prova utilizados bem como dos equipamentos e procedimentos experimentais utilizados estão presentes no capítulo 4. No capítulo 5 são apresentados os resultados das medições das constantes elásticas e acustoelásticas juntamente com a análise e discussão acerca dos valores encontrados. Concluindo o trabalho, no capítulo 6 são feitas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## **2 REVISÃO DA LITERATURA**

Este capítulo tem a finalidade de apresentar os aspectos teóricos que serviram de base para o desenvolvimento deste trabalho. Primeiramente, conceitos sobre a teoria das ondas ultrassônicas são expostos, assim como a classificação e forma de geração e recepção das ondas. A seguir, aspectos da teoria da elasticidade e da teoria acustoelástica relevantes ao estudo são abordados e, por fim, a revisão bibliográfica com trabalhos pertinentes ao assunto estudado é apresentada.

### **2.1 Teoria das ondas ultrassônicas**

Neste primeiro tópico serão abordados conceitos básicos da teoria das ondas ultrassônicas, tais como faixa de frequência; tipos de ondas; fenômenos na incidência normal e angular do feixe acústico e as formas de geração e recepção da onda ultrassônica.

#### **2.1.1 Onda ultrassônica**

Ondas ultrassônicas são ondas acústicas que vibram com altas frequências, acima de 20 kHz, e que, portanto, estão fora da faixa audível do ser humano, que é de 20 Hz a 17 kHz (SHULL e TITTMANN, 2002). Em aplicações na área de ensaios não destrutivos, a frequência das ondas ultrassônicas utilizada situa-se entre 100 kHz e 50 MHz (OLYMPUS, 2011).

As ondas ultrassônicas propagando-se em um meio sólido utilizadas para ensaios não destrutivos podem ser classificadas como longitudinais, transversais (cisalhantes), ondas Rayleigh, ondas Lamb, ondas Love e ondas longitudinais criticamente refratadas ( $L_{cr}$ ).

As ondas longitudinais caracterizam-se por ter a sua direção de propagação coincidente com a direção de vibração das partículas ou direção de polarização da onda, conforme pode ser visualizado na Figura 2.1. As ondas longitudinais também são conhecidas como ondas de pressão devido à tensão periódica nas partículas do meio causada durante a propagação (SHULL e TITTMANN, 2002).



Figura 2.1: Onda longitudinal (OLYMPUS, 2010).

As ondas transversais, conhecidas também como ondas cisalhantes, apresentam direção de vibração das partículas do meio perpendicular à direção de propagação, como pode ser visto na Figura 2.2.

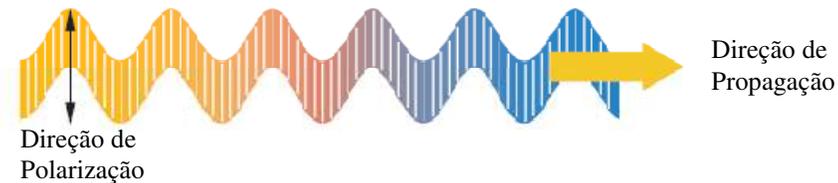


Figura 2.2: Onda cisalhante (OLYMPUS, 2010).

As ondas Rayleigh se caracterizam principalmente por se propagarem na superfície do meio e por ocasionarem um movimento elíptico das partículas durante a propagação (Figura 2.3). A profundidade de penetração dessas ondas no material corresponde aproximadamente a um comprimento de onda.

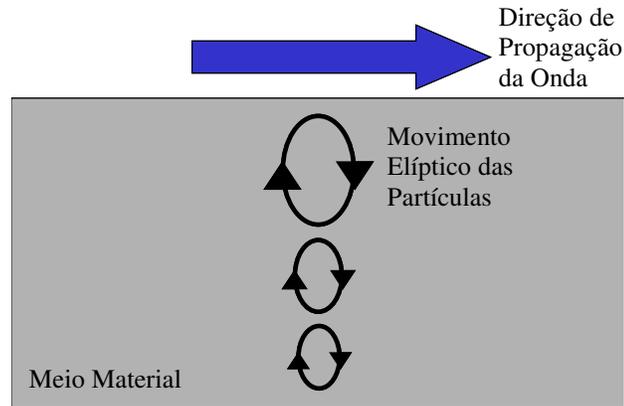


Figura 2.3: Esquema de propagação da onda Rayleigh.

Ondas Lamb são ondas superficiais que apresentam um movimento complexo de vibração das partículas e são utilizadas para ensaios em placas finas, onde o comprimento de onda aproxima-se da medida da espessura da peça (ANDREUCCI, 2003).

As ondas Love são ondas cisalhantes com polarização horizontal e que se propagam na superfície do material (Figura 2.4). Sua existência foi prevista matematicamente por A. E. H. Love, em 1911. Geralmente são aplicadas para a inspeção de camadas finas de materiais que recobrem outros materiais de maior impedância acústica (CAETANO, 2003).

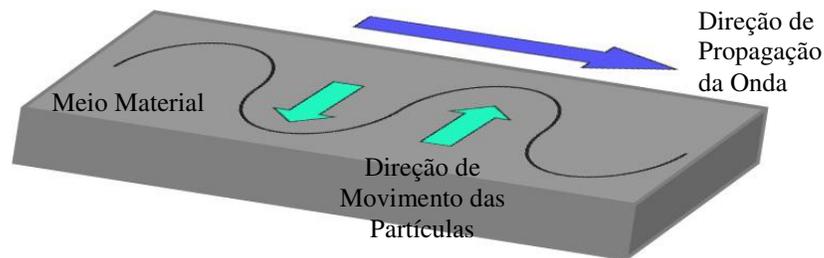


Figura 2.4: Esquema de propagação das ondas Love.

As ondas longitudinais criticamente refratadas, ou  $L_{cr}$ , são obtidas após a utilização de meios para refratar ondas longitudinais paralelamente à superfície (SANTOS e BRAY, 2000). São essencialmente ondas longitudinais, já que são ondas de corpo que oscilam na direção da propagação, mas são geradas a partir da superfície do material sob análise. O método mais comum para gerar as ondas longitudinais criticamente refratadas é através da utilização de

transdutores de ondas longitudinais acoplados às sapatas de acrílico em um plano inclinado em relação à horizontal (Figura 2.5). O ângulo de inclinação do transdutor deve ser igual ao primeiro ângulo crítico. Como as ondas longitudinais mostram-se mais sensíveis à variação da tensão (EGLE e BRAY, 1976) e nem sempre é possível gerá-las a partir da de uma superfície lateral perpendicular à superfície de interesse, o método das ondas  $L_{cr}$  é a alternativa viável para tal inspeção. O princípio que rege a obtenção das ondas  $L_{cr}$  será explicado no próximo item.

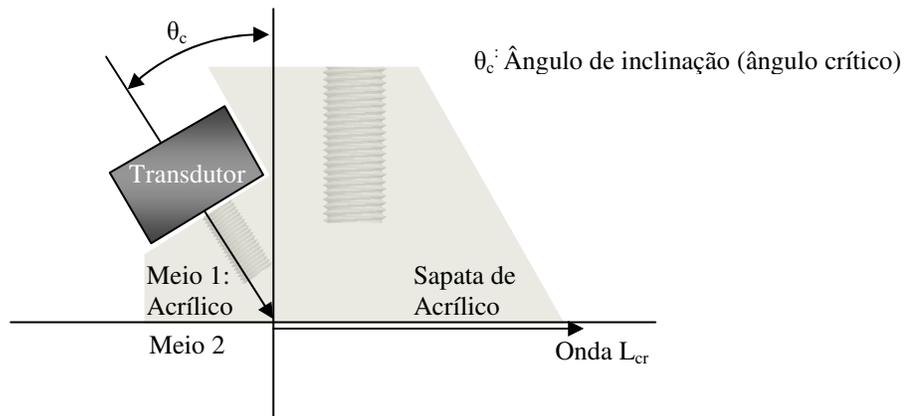


Figura 2.5: Esquema de geração da onda  $L_{cr}$ .

### 2.1.2 Incidência da onda ultrassônica – Lei de Snell, reflexão, refração e ângulos críticos

Desvios ou alterações de uma onda quando encontra uma interface separando dois meios distintos podem ocorrer na forma de reflexão; transmissão; propagação ao longo da interface; mudança na direção de propagação (refração) e conversão de um tipo de onda em outro.

Considerando dois meios, meio "1" e meio "2", quando ocorre a incidência normal de um feixe acústico que se propaga no meio "1" e encontra uma interface antes de penetrar no meio "2", é verificada a formação de duas ondas, uma que volta para o meio "1" e outra que continua o percurso no meio "2", sendo que ambas continuam a se propagar em um ângulo de 90 graus em relação a horizontal. Nesse caso não ocorre a refração do feixe acústico (Figura 2.6).

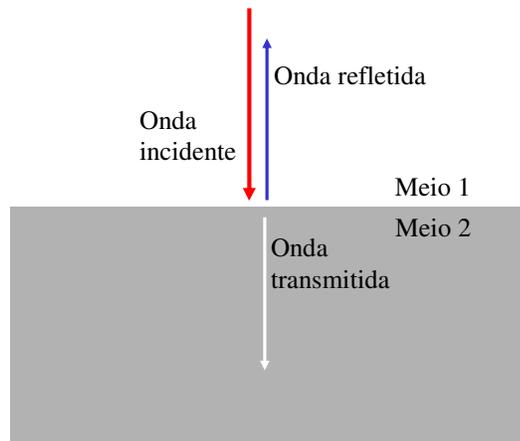


Figura 2.6: Esquema da incidência normal de um feixe acústico.

Quando ocorre a incidência oblíqua, ou seja, quando a onda atinge a interface que separa dois meios em um ângulo diferente de  $90^\circ$  com a horizontal, são verificadas, além dos fenômenos de reflexão e transmissão, a refração e a conversão de um modo de onda em outro. As ondas resultantes em função da incidência com um ângulo  $\theta_i$  na interface que separa os meios "1" e "2" podem ser vistas na Figura 2.7.

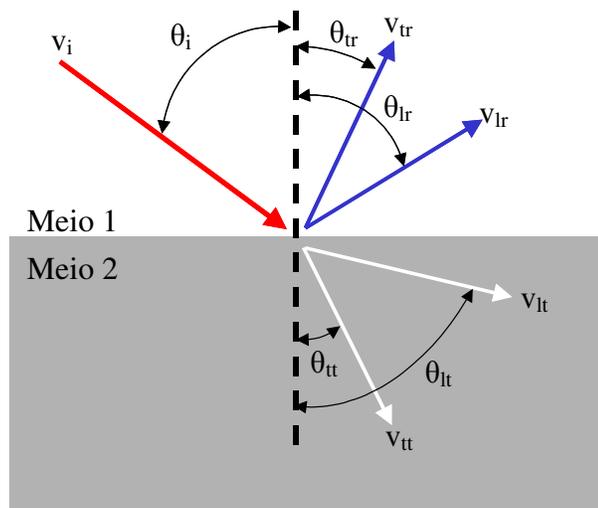


Figura 2.7: Esquema da incidência oblíqua de um feixe acústico.

Na Figura 2.7, uma onda longitudinal incide na interface que separa os meios "1" e "2" com velocidade  $v_i$  e com um ângulo  $\theta_i$  com o eixo vertical e as quatro ondas resultantes são:

- Onda transversal, ou cisalhante, refletida com um ângulo  $\theta_r$  e velocidade de propagação  $v_{tr}$ ;
- Onda longitudinal refletida com um ângulo  $\theta_r$  e velocidade  $v_{lr}$ ;
- Onda longitudinal refratada, ou transmitida, com um ângulo  $\theta_t$  e velocidade  $v_{lt}$ ;
- Onda cisalhante refratada com um ângulo  $\theta_t$  e velocidade  $v_{tt}$ .

As direções e as velocidades das múltiplas ondas resultantes da incidência oblíqua podem ser relacionadas entre si através da Lei de *Snell* ou Lei da Continuidade de Fase, representada como:

$$\frac{\text{sen } \theta_i}{v_i} = \frac{\text{sen } \theta_{lr}}{v_{lr}} = \frac{\text{sen } \theta_{tr}}{v_{tr}} = \frac{\text{sen } \theta_{lt}}{v_{lt}} = \frac{\text{sen } \theta_{tt}}{v_{tt}} \quad (2.1)$$

Para que a onda longitudinal refratada se propague paralela à superfície, ou seja, com um ângulo  $\theta_t$  igual a  $90^\circ$ , é necessário ajustar o ângulo de incidência  $\theta_i$  em função das velocidades da onda longitudinal de incidência no meio "1" e da onda longitudinal refratada no meio "2". Esse ângulo  $\theta_i$  é conhecido como primeiro ângulo crítico e com ele se obtém a onda longitudinal criticamente refratada, ou  $L_{cr}$  (Figura 2.8). Para ângulos de incidência maiores que o primeiro ângulo crítico a onda longitudinal refratada deixa de existir.

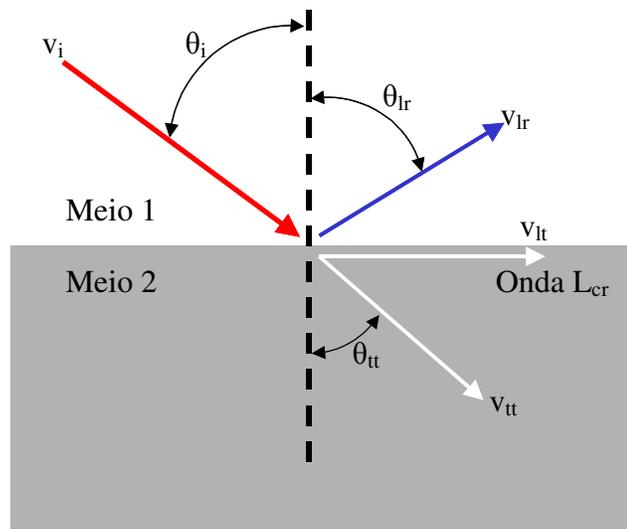


Figura 2.8: Esquema da incidência oblíqua para geração da onda  $L_{cr}$ .

De forma análoga à obtenção da onda longitudinal criticamente refratada, é possível gerar uma onda cisalhante refratada que se propaga paralela à superfície com um ângulo  $\theta_t$  igual a  $90^\circ$ . O ângulo  $\theta_i$  de incidência que propicia a geração da onda cisalhante refratada se propagando com um ângulo  $\theta_t$  de  $90^\circ$  em função das velocidades de onda longitudinal no meio "1" e de onda cisalhante no meio "2", de acordo a Lei de *Snell*, é conhecido como segundo ângulo crítico.

### 2.1.3 Geração e detecção da onda ultrassônica – Efeito piezométrico e de Lippmann

A geração e detecção da onda ultrassônica são realizadas através de transdutores, ou cabeçotes, de ondas ultrassônicas. Um exemplo de um transdutor comercial pode ser visto na Figura 2.9. O componente principal dos transdutores é o elemento piezométrico que é responsável pela emissão e recepção da onda ultrassônica em determinada frequência.

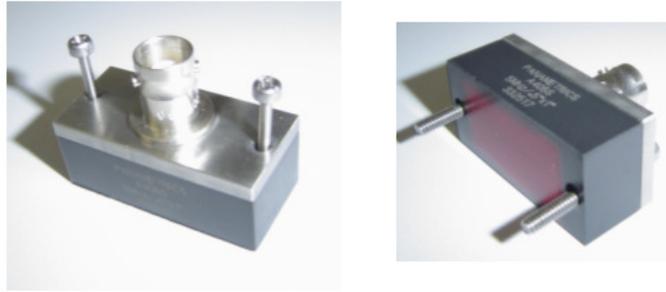


Figura 2.9: Transdutores ultrassônicos (FRAGA, 2007).

A funcionalidade dos elementos piezelétricos explica-se através do próprio efeito piezelétrico e do efeito de Lippmann. O efeito piezelétrico foi descoberto em 1880 em cristais de quartzo pelos irmãos Pierre e Jacques Currie. O efeito consiste basicamente na conversão de energia mecânica em energia elétrica. Quando um material piezelétrico sofre uma deformação mecânica, um acúmulo de cargas elétricas é verificado na superfície deste material. O efeito piezelétrico explica o funcionamento do transdutor receptor de ondas ultrassônicas, pois uma onda gerada propagando-se em um dado meio quando entra em contato com um material com características piezelétricas faz com que este se deforme gerando assim cargas elétricas de acordo com a frequência e amplitude da onda gerada.

O "efeito piezelétrico inverso" foi previsto por G. Lippmann em 1881 através de análises termodinâmicas e consiste na deformação do material quando este é submetido a cargas elétricas. Com base no efeito de Lippmann, elementos piezelétricos em transdutores quando estão submetidos à tensão elétrica sofrem deformação em função desta tensão. Se uma tensão elétrica alternada com determinada frequência for aplicada ao elemento piezelétrico, este responderá ao estímulo elétrico vibrando devido às deformações de contração e expansão. Esta vibração gera o pulso ultrassônico.

Os principais tipos de elementos piezelétricos são o quartzo, metaniobato de chumbo, titanato zirconato de chumbo, titanato de bário e o sulfato de lítio (CAETANO, 2003). O quartzo é o material piezelétrico mais antigo, entretanto, atualmente, o titanato de bário e o metaniobato de chumbo são os materiais mais utilizados na fabricação de transdutores devido à capacidade de

gerar ondas de grande energia (ANDREUCCI, 2003). São materiais cerâmicos e suas características piezelétricas são obtidas artificialmente.

## **2.2 Teoria da elasticidade**

Neste item, serão abordados alguns conceitos da teoria da elasticidade que são aplicados ao presente trabalho. Tópicos da teoria da elasticidade linear clássica, ou infinitesimal serão revistos como também da teoria da elasticidade finita, ou não linear. Apenas a teoria infinitesimal não explica o efeito de tensões mecânicas nas propriedades de ondas ultrassônicas. Desta forma, torna-se necessário a inclusão de não linearidades no equacionamento (ROSE, 1999).

### **2.2.1 Componentes de tensão**

Existem dois tipos de forças externas que podem atuar em um corpo. Forças distribuídas sobre a superfície do corpo são chamadas forças de superfície (THIMOSHENKO e GOODIER, 1987). Forças distribuídas sobre o volume do corpo, como forças gravitacionais, forças magnéticas e forças inerciais são chamadas de força de corpo. A força de superfície sobre unidade de área é usualmente decomposta em três componentes paralelas aos eixos de coordenadas.

Seja um pequeno elemento cúbico com faces paralelas aos eixos de coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , com componentes de tensão agindo nas faces do elemento. As direções positivas são consideradas conforme podem ser vistas na Figura 2.10.

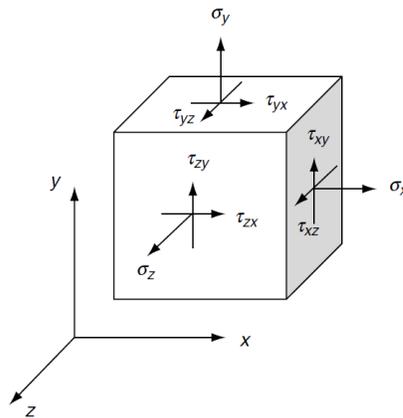


Figura 2.10: Componentes de tensão.

A tensão normal é representada por  $\sigma$  e a tensão cisalhante por  $\tau$  e os subscritos indicam a direção de ação das tensões. Para o caso da tensão normal, o subscrito indica a direção normal ao plano onde está agindo a tensão e para as tensões cisalhantes, o primeiro índice subscrito representa também a direção normal do plano e o segundo a direção da componente de tensão.

Os componentes de tensão são usualmente escritos na forma matricial, conforme a equação:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Considerando o corpo em equilíbrio estático, a soma de todos os momentos é nula, resultando nas seguintes equações:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \tau_{yx} \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} \\ \tau_{zx} &= \tau_{xz} \end{aligned} \quad (2.3)$$

### 2.2.2 Componentes de deformação

Quando um corpo elástico está sujeito a tensões, ocorrem deformações devido a mudanças na dimensão e forma do corpo. A Figura 2.11 ilustra as deformações em duas dimensões de um elemento retangular com dimensões originais  $dx$  e  $dy$ . Após a deformação, o elemento assume a forma de um losângulo indicado por linhas pontilhadas.

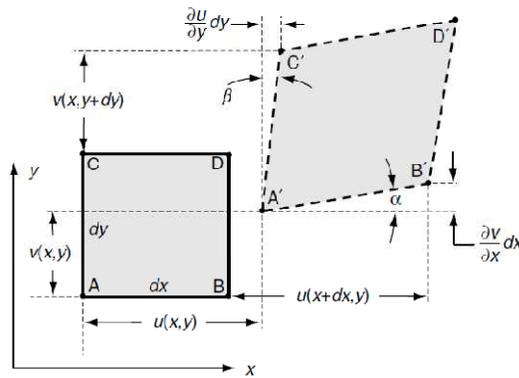


Figura 2.11: Deformações em duas dimensões (SADD, 2005).

Na Figura 2.11,  $x$  e  $y$  representam os eixos cartesianos;  $u$  e  $v$  são os deslocamentos nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente;  $\alpha$  e  $\beta$  são os deslocamentos angulares;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  indicam as extremidades do elemento não deformado e  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  e  $D'$  indicam as extremidades do elemento deformado.

No caso tridimensional, o tensor de deformação simétrico ( $e_{xy} = e_{yx}$ ) e de segunda ordem  $\mathbf{e}$ , considerando-se apenas pequenas deformações ( $u(x+dx,y) \approx u(x,y) + (\partial u/\partial x)dx$ , com aproximação similar para os outros termos), pode ser representado como:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_{xx} & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{yx} & e_{yy} & e_{yz} \\ e_{zx} & e_{zy} & e_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Os componentes do tensor de deformação, em função dos deslocamentos para a teoria infinitesimal, são:

$$\begin{aligned}
 e_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \\
 e_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\
 e_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} \\
 e_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\
 e_{zy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\
 e_{zx} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Usando uma notação mais compacta, é possível escrever a relação entre deformação e deslocamentos para a teoria infinitesimal conforme a seguinte equação:

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad i, j = 1, 2, 3. \tag{2.6}$$

Para a equação (2.6),  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $x_3 = z$ ,  $u_1 = u$ ,  $u_2 = v$  e  $u_3 = w$ .

Quando os componentes do gradiente de deslocamento não são pequenos suficientes comparados com a unidade, utiliza-se a teoria das deformações finitas ao invés da teoria da elasticidade clássica infinitesimal, ou linear (MALVERN, 1969). A relação completa entre deformação e deslocamentos pode ser escrita na forma:

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right]. \tag{2.7}$$

Na equação (2.7), é utilizada a convenção do somatório de Einstein para o subscrito repetido  $k$ . Os componentes do tensor de deformação  $E_{ij}$ , definidos pela equação (2.7), são chamados de Lagrangianos, pois são considerados funções das coordenadas originais  $X_i$  que representam as coordenadas de um ponto do corpo antes da deformação. Os componentes do tensor de deformação em função das coordenadas  $x_i$  de um ponto do corpo deformado são chamados de Eulerianos de deformação  $E^*_{ij}$  e são definidos por:

$$E^*_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right] \quad (2.8)$$

Nota-se que quando os deslocamentos e os gradientes de deslocamentos são suficientemente pequenos, como na teoria clássica linear da elasticidade, além de se considerar nulos os termos  $(\partial u_k / \partial X_i)(\partial u_k / \partial X_j)$  ou  $(\partial u_k / \partial x_i)(\partial u_k / \partial x_j)$ , não há distinção entre os dois conjuntos de coordenadas e, portanto, os componentes Lagrangianos e Eulerianos de deformação são iguais (ROSE, 1999).

### 2.2.3 Lei de Hooke

Na teoria linear da elasticidade, tensão e deformação se relacionam linearmente. A lei de Hooke generalizada para um meio linear elástico é definida por:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} e_{kl} \quad i, j, k \text{ e } l = 1, 2 \text{ e } 3 \quad (2.9)$$

O tensor de quarta ordem  $C_{ijkl}$  é conhecido como tensor de rigidez e apresenta 81 componentes que representam as constantes elásticas de segunda ordem do material (ORTEGA *et al.*, 2003). Baseado na simetria dos tensores de tensão e deformação, o tensor de rigidez apresenta a seguinte propriedade:

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{jilk} \quad (2.10)$$

Com a simetria do tensor de rigidez considerada, o número de constantes elásticas independentes se reduz a 36.

Uma notação reduzida para representar os componentes da lei constitutiva pode ser empregada substituindo as combinações de índices 11, 22, 33, 23, 13 e 12 pelos índices 1, 2, 3, 4, 5 e 6, respectivamente (ex.  $C_{1233} = C_{63}$ ). A relação é reescrita na forma matricial como sendo:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \\ 2e_{xy} \\ 2e_{yz} \\ 2e_{zx} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

O fator 2 multiplicando os termos  $e_{xy}$ ,  $e_{yz}$  e  $e_{zx}$  na equação (2.11) se deve a simetria do tensor de deformação.

## 2.2.4 Energia de deformação

Os trabalhos realizados pelas forças de superfície e de corpo em um sólido elástico são armazenados no corpo na forma de energia de deformação (SADD, 2005). O conceito de "elasticidade" é associado com a existência de uma função de energia armazenada  $W(E_{ij})$ , também conhecida como função de energia de deformação, que é uma função positiva definida dos componentes de deformação e relaciona-se com o tensor de tensão através da equação:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial E_{ij}} \quad (2.12)$$

Com tal pressuposto dado pela equação (2.12), mostra-se que  $C_{ijkl} = C_{klij}$  e com isso o número de constantes elásticas independentes de segunda ordem se reduz de 36 para 21 (LAI *et al.*, 1999).

Para o estudo da dependência da tensão mecânica quanto a velocidade de ondas de pequena amplitude, geralmente assume-se que a tensão não apenas depende linearmente da deformação, como postulado pela lei de Hooke, mas depende também de termos quadráticos. A relação não linear entre tensão e deformação é escrita na forma (ROSE, 1999):

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}E_{kl} + C_{ijklmn}E_{kl}E_{mn} \quad (2.13)$$

Os componentes do tensor de sexta ordem  $C_{ijklmn}$  constituem as constantes elásticas de terceira ordem do material. Para a obtenção de uma relação não linear entre tensão e deformação, como na equação (2.13), a função de energia de deformação deve conter pelo menos termos de terceira ordem nas deformações finitas, conforme a equação:

$$W(E) = \frac{1}{2}C_{ijkl}E_{ij}E_{kl} + \frac{1}{6}C_{ijklmn}E_{ij}E_{kl}E_{mn} + \dots \quad (2.14)$$

O número de componentes do tensor  $C_{ijklmn}$  reduz-se de um total de 729 constantes para 56 em virtude das simetrias se a deformação é considerada puramente isotérmica e isentrópica (PAO e GAMER, 1985).

### 2.2.5 Meios isotrópicos

Um material é considerado isotrópico se as propriedades mecânicas podem ser descritas sem referência a direção (LAI *et al.*, 1999). Quando isto não ocorre, o material é dito anisotrópico.

O tensor de rigidez do material isotrópico apresenta apenas duas constantes elásticas independentes de segunda ordem,  $C_{11}$  e  $C_{12}$ , e pode ser representado na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Geralmente, são utilizadas as constantes de Lamé  $\lambda$  e  $\mu$  para caracterizar um material isotrópico ao invés das constantes  $C_{11}$  e  $C_{12}$ . As relações entre as constantes de Lamé e as constantes da matriz de rigidez são definidas como (BOWER, 2009):

$$\begin{aligned} C_{11} &= \lambda + 2\mu \\ C_{12} &= \lambda \end{aligned} \quad (2.16)$$

As constantes elásticas do material são relacionadas com o módulo de elasticidade  $E$  do material, o módulo transversal  $G$  e o coeficiente de Poisson  $\nu$  através das seguintes equações (ROSE, 1999):

$$\begin{aligned} E &= \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \\ \nu &= \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \\ G = \mu &= \lambda \left( \frac{1 - 2\nu}{2\nu} \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

A lei de Hooke para materiais isotrópicos também pode ser escrita em função das constantes de Lamé ou dos módulos de elasticidade e do coeficiente de Poisson:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \phi + 2\mu e_{ij} = \frac{E\nu\phi}{(1+\nu)(1-2\nu)} \delta_{ij} + \frac{E}{1+\nu} e_{ij} \quad (2.18)$$

Na equação (2.18) o termo  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker e  $\phi = e_{11} + e_{22} + e_{33}$ .

O material isotrópico apresenta três constantes elásticas independentes de terceira ordem que na notação reduzida do tensor de sexta ordem  $C_{ijklmn}$  são  $C_{123}$ ,  $C_{456}$  e  $C_{441}$  (MUIR, 2009). Outra representação comum das constantes de terceira ordem dos materiais isotrópicos é através das constantes de Murnaghan  $l$ ,  $m$  e  $n$  (MURNAGHAN, 1951). As relações entre as constantes de Murnaghan e os componentes do tensor  $C_{ijklmn}$  são:

$$\begin{aligned} C_{111} &= C_{222} = C_{333} = 2l + 4m \\ C_{441} &= C_{552} = C_{663} = m - n/2 \\ C_{112} &= C_{223} = C_{331} = C_{113} = C_{221} = C_{332} = 2l \\ C_{551} &= C_{442} = C_{443} = C_{661} = C_{662} = C_{553} = m \\ C_{123} &= 2l - 2m + n \\ C_{456} &= n/4 \end{aligned} \quad (2.19)$$

### 2.2.6 Meios ortotrópicos

Meios ortotrópicos são caracterizados por apresentarem três planos ortogonais mútuos de simetria. Se os eixos do sistema de coordenadas cartesianos estão alinhados com os planos de simetria, ou seja, os planos de simetria coincidem com os planos de coordenada, a matriz de rigidez do meio ortotrópico apresenta nove constantes elásticas independentes de segunda ordem (KASELOW, 2004):

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Os módulos de elasticidade do material ortotrópico em função das constantes da matriz de rigidez são (BOWER, 2009):

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{(C_{11}C_{22}C_{33} + 2C_{23}C_{12}C_{13} - C_{11}C_{23}^2 - C_{22}C_{13}^2 - C_{33}C_{12}^2)}{(C_{22}C_{33} - C_{23}^2)} \\ E_2 &= \frac{(C_{11}C_{22}C_{33} + 2C_{23}C_{12}C_{13} - C_{11}C_{23}^2 - C_{22}C_{13}^2 - C_{33}C_{12}^2)}{(C_{11}C_{33} - C_{13}^2)} \\ E_3 &= \frac{(C_{11}C_{22}C_{33} + 2C_{23}C_{12}C_{13} - C_{11}C_{23}^2 - C_{22}C_{13}^2 - C_{33}C_{12}^2)}{(C_{11}C_{22} - C_{12}^2)} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Nas equações (2.21),  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$  são os módulos de elasticidade nas direções 1, 2 e 3, respectivamente.

Os coeficientes de Poisson de materiais ortotrópicos,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{13}$ ,  $\nu_{21}$ ,  $\nu_{23}$ ,  $\nu_{31}$  e  $\nu_{32}$ , também podem ser escritos em função das constantes elásticas de segunda ordem conforme as expressões:

$$\begin{aligned}
v_{21} &= \frac{(C_{12}C_{33} - C_{13}C_{23})}{(C_{11}C_{33} - C_{13}^2)} \\
v_{12} &= \frac{(C_{12}C_{33} - C_{13}C_{23})}{(C_{22}C_{33} - C_{23}^2)} \\
v_{31} &= \frac{(C_{13}C_{22} - C_{12}C_{23})}{(C_{11}C_{22} - C_{12}^2)} \\
v_{13} &= \frac{(C_{13}C_{22} - C_{12}C_{23})}{(C_{22}C_{33} - C_{23}^2)} \\
v_{23} &= \frac{(C_{11}C_{23} - C_{12}C_{13})}{(C_{11}C_{33} - C_{13}^2)} \\
v_{32} &= \frac{(C_{11}C_{23} - C_{12}C_{13})}{(C_{11}C_{22} - C_{12}^2)}
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Os módulos transversais  $G_{12}$ ,  $G_{31}$  e  $G_{23}$  em função das constantes elásticas de segunda ordem são:

$$\begin{aligned}
G_{12} &= C_{66} \\
G_{31} &= C_{55} \\
G_{23} &= C_{44}
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Materiais ortotrópicos apresentam vinte constantes elásticas de terceira ordem que na notação reduzida são  $C_{123}$ ,  $C_{456}$ ,  $C_{111}$ ,  $C_{112}$ ,  $C_{113}$ ,  $C_{661}$ ,  $C_{662}$ ,  $C_{663}$ ,  $C_{551}$ ,  $C_{552}$ ,  $C_{553}$ ,  $C_{441}$ ,  $C_{442}$ ,  $C_{443}$ ,  $C_{331}$ ,  $C_{332}$ ,  $C_{333}$ ,  $C_{221}$ ,  $C_{222}$  e  $C_{223}$  (PAO e GAMER, 1984).

### 2.3 Acustoelasticidade

O efeito acustoelástico refere-se às variações nas velocidades de propagação de ondas elásticas em um corpo que está submetido a uma deformação estática e elástica (BRAY e STANLEY, 1997).

Para o estudo do efeito acustoelástico, é necessário distinguir o corpo entre três estados de deformação. O primeiro deles é chamado de estado natural e é representado pelas coordenadas naturais  $a_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ); o segundo é conhecido como estado inicial e refere-se ao corpo sob uma tensão estática e os pontos do material são dados pelas coordenadas iniciais  $X_J$  ( $J = 1, 2, 3$ ). Por fim, o estado final caracteriza-se pela presença de uma pequena deformação dinâmica, causada pela propagação da onda, sobreposta à tensão estática do estado inicial. As coordenadas finais são representadas por  $x_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ). O vetor de deslocamento entre o estado natural e o inicial é indicado por  $u^i$  e entre o estado inicial e o final por  $u$ . Portanto,  $X = a + u^i$  e  $x = a + u + u^i$ . A Figura 2.12 ilustra os três estados do corpo e os vetores de deslocamento.

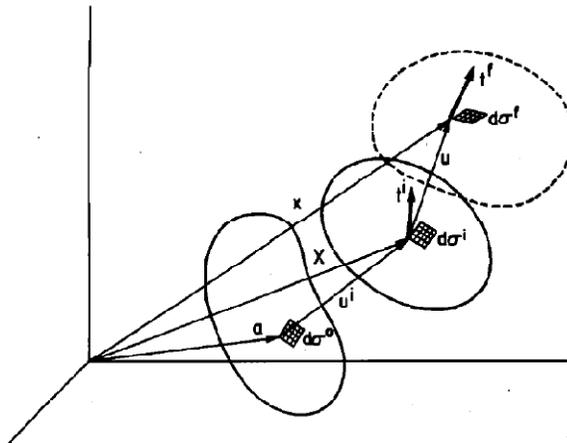


Figura 2.12: Configuração natural, inicial e final de um corpo pré-deformado com um pequeno distúrbio superimposto (PAO e GAMER, 1984).

### 2.3.1 Propagação de ondas elásticas em materiais isotrópicos e ortotrópicos

A equação de movimento de uma onda acústica em um material pré-deformado em função da deformação e dos gradientes de deslocamento nas coordenadas naturais pode ser escrita da forma (PAO e GAMER, 1984):

$$A_{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial^2 u_\gamma}{\partial a_\beta \partial a_\delta} = \rho^0 \ddot{u}_\alpha \quad (2.24)$$

Sendo:

$$A_{\alpha\beta\gamma\delta} = T_{\beta\delta}^i \delta_{\alpha\gamma} + C_{\alpha\beta\gamma\delta} + C_{\alpha\beta\lambda\delta} \frac{\partial u_\gamma^i}{\partial a_\lambda} + C_{\lambda\beta\gamma\delta} \frac{\partial u_\alpha^i}{\partial a_\lambda} + C_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta} e_{\epsilon\zeta}^i \quad (2.25)$$

$$e_{\epsilon\zeta}^i = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_\epsilon^i}{\partial a_\zeta} + \frac{\partial u_\zeta^i}{\partial a_\epsilon} \right) \quad i, j = 1, 2, 3.$$

O termo  $T_{\beta\delta}^i$  na expressão de  $A_{\alpha\beta\gamma\delta}$  corresponde à tensão estática inicial a que o corpo está submetido e  $\rho^0$  é a densidade do material no estado livre de tensão.

Em relação às coordenadas iniciais, a equação de movimento é escrita da forma:

$$B_{IJKL} \frac{\partial^2 u_K}{\partial X_J \partial X_L} = \rho^0 \ddot{u}_I \quad (2.26)$$

$$B_{IJKL} = t_{JL}^i \delta_{IK} + C_{IJKL} + C_{MJKL} \frac{\partial u_I^i}{\partial X_M} + C_{IMKL} \frac{\partial u_J^i}{\partial X_M} + C_{IJML} \frac{\partial u_K^i}{\partial X_M} + C_{IJKM} \frac{\partial u_L^i}{\partial X_M} + C_{IJKLMN} e_{MN}^i$$

O termo  $t_{JL}^i$  na expressão de  $B_{IJKL}$  corresponde à tensão estática inicial.

Para o desenvolvimento das equações (2.24), (2.25) e (2.26) foram assumidas as seguintes hipóteses: o sólido é hiperelástico e homogêneo; todas as deformações ocorrem na zona elástica; a pré-deformação é estática e pequena assim como as rotações (DUQUENNOY *et al.*, 1999).

Assumindo as equações das ondas em coordenadas naturais e iniciais, respectivamente, na forma:

$$\begin{aligned}
u_\gamma &= U_\gamma \exp[iK(n_\lambda a_\lambda - Vt)] \\
u_K &= U_K \exp[i\bar{K}(n_M X_M - vt)]
\end{aligned}
\tag{2.27}$$

Nas equações (2.27),  $u$  são os deslocamentos,  $U$  representa a amplitude da onda,  $K$  é o número de onda,  $n$  são os cossenos diretores da direção de propagação e  $V$  e  $v$  são as velocidades das ondas nas coordenadas naturais e iniciais, respectivamente.

Substituindo as equações de onda (2.27) nas equações de movimento (2.24) e (2.26), as equações de velocidade de onda em função das deformações e constantes elásticas são encontradas através da resolução das equações de Christoffel:

$$\begin{aligned}
|A_{\alpha\beta\gamma\delta}n_\beta n_\delta - \rho^0 V^2 \delta_{\alpha\gamma}| &= 0 \\
|B_{IJKL}n_J n_L - \rho^0 v^2 \delta_{IK}| &= 0
\end{aligned}
\tag{2.28}$$

Assume-se que os sistemas de coordenadas  $a_\alpha$  e  $X_I$  coincidem com os eixos principais de deformação e todas as ondas que se propagam ao longo desses eixos são modos puros com polarização paralela aos eixos de coordenadas.

Conforme visto no item 2.2.5, um material isotrópico apresenta duas constantes elásticas de segunda ordem independentes e três de terceira ordem. Realizando as substituições das constantes nos termos  $A_{\alpha\beta\gamma\delta}$  e  $B_{IJKL}$  das equações (2.25) e (2.26) e resolvendo os determinantes (2.28), são obtidas as expressões de velocidade de onda em função das deformações, constantes elásticas e direção de propagação da onda.

As equações de velocidade para uma onda plana se propagando na direção 1 ( $n_1 = 1$  e  $n_2 = n_3 = 0$ ) em um meio isotrópico em função das deformações nas direções principais  $e_{11}^i$ ,  $e_{22}^i$  e  $e_{33}^i$  e das constantes elásticas de segunda e terceira ordem podem ser escritas, nas coordenadas naturais, como:

$$\begin{aligned}
\rho^0 [V_1^{(1)}]^2 &= C_{11} + (3C_{11} + C_{112} + 4C_{661})e_{11}^i + (C_{12} + C_{112})e_{22}^i + (C_{12} + C_{112})e_{33}^i \\
\rho^0 [V_1^{(2)}]^2 &= \frac{(C_{11} - C_{12})}{2} + (C_{11} + C_{661})e_{11}^i + (C_{11} + C_{661})e_{22}^i + (C_{12} + C_{663})e_{33}^i \\
\rho^0 [V_1^{(3)}]^2 &= \frac{(C_{11} - C_{12})}{2} + (C_{11} + C_{661})e_{11}^i + (C_{12} + C_{663})e_{22}^i + (C_{11} + C_{661})e_{33}^i
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Nas equações (2.29) o tensor de tensão inicial foi substituído pelos termos de deformação correspondentes utilizando o tensor de constantes elásticas de segunda ordem. No termo  $V_\alpha^{(\beta)}$ ,  $\alpha$  representa a direção de propagação da onda e  $\beta$  a direção de polarização. Portanto,  $V_1^{(1)}$  corresponde a velocidade da onda longitudinal e  $V_1^{(2)}$  e  $V_1^{(3)}$  são as ondas transversais polarizadas nas direções 2 e 3, respectivamente.

Em coordenadas iniciais, as equações de velocidade são:

$$\begin{aligned}
\rho^0 [v_1^{(1)}]^2 &= C_{11} + (5C_{11} + C_{112} + 4C_{661})e_{11}^i + (C_{12} + C_{112})e_{22}^i + (C_{12} + C_{112})e_{33}^i \\
\rho^0 [v_1^{(2)}]^2 &= \frac{(C_{11} - C_{12})}{2} + (2C_{11} - C_{12} + C_{661})e_{11}^i + (C_{11} + C_{663})e_{22}^i + (C_{12} + C_{663})e_{33}^i \\
\rho^0 [v_1^{(3)}]^2 &= \frac{(C_{11} - C_{12})}{2} + (2C_{11} - C_{12} + C_{661})e_{11}^i + (C_{12} + C_{663})e_{22}^i + (C_{11} + C_{663})e_{33}^i
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Utilizando as relações (2.16) e (2.19), as equações (2.30) reescritas em função das constantes de Lamé e de Murnaghan são (HUGHES e KELLY, 1953):

$$\begin{aligned}
\rho^0 [v_1^{(1)}]^2 &= \lambda + 2\mu + (\lambda + 2l)\theta + (4\lambda + 10\mu + 4m)e_{11}^i \\
\rho^0 [v_1^{(2)}]^2 &= \mu + (\lambda + m)\theta + 4\mu e_{11}^i + 2\mu e_{22}^i - \frac{1}{2}n e_{33}^i \\
\rho^0 [v_1^{(3)}]^2 &= \mu + (\lambda + m)\theta + 4\mu e_{11}^i + 2\mu e_{33}^i - \frac{1}{2}n e_{22}^i \\
\theta &= e_{11}^i + e_{22}^i + e_{33}^i
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Quando são utilizadas as coordenadas naturais, a velocidade da onda pode ser diretamente calculada pelo tempo de percurso medido e pela distância percorrida pela onda no estado natural, que é constante, ao contrário de quando são utilizadas as coordenadas iniciais em que a velocidade é calculada a partir da distância percorrida no estado inicial, que varia conforme a tensão inicial. A Figura 2.13 ilustra as duas situações para um ensaio de ultrassom, com as distâncias percorridas levadas em conta nas equações de velocidades nas coordenadas naturais e iniciais.

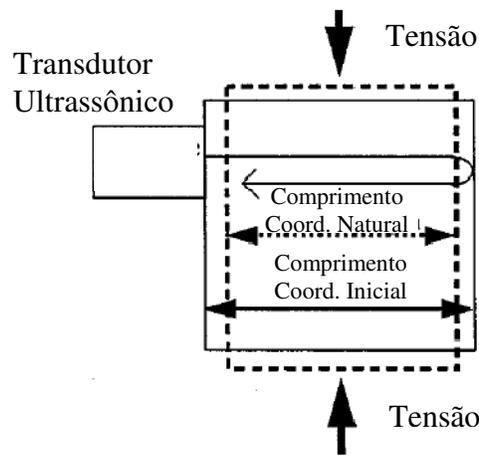


Figura 2.13: Esquema da variação do percurso da onda com a variação de tensão (DUQUENNOY *et al.*, 1999).

Para a caracterização de materiais ortotrópicos, o número necessário de constantes elásticas de segunda ordem sobe para nove, enquanto as de terceira ordem passam a ser vinte. As equações de velocidade para uma onda plana se propagando na direção 1 no sistema de coordenadas naturais são (PAO, SACHSE e FUKUOKA; 1984):

$$\begin{aligned}
 \rho^0 [V_1^{(1)}]^2 &= C_{11} + (2C_{11} + C_{111})e_{11}^i + C_{112}e_{22}^i + C_{113}e_{33}^i + t_{11}^i \\
 \rho^0 [V_1^{(2)}]^2 &= C_{66} + C_{661}e_{11}^i + (2C_{66} + C_{662})e_{22}^i + C_{663}e_{33}^i + t_{11}^i \\
 \rho^0 [V_1^{(3)}]^2 &= C_{55} + C_{551}e_{11}^i + C_{552}e_{22}^i + (2C_{55} + C_{553})e_{33}^i + t_{11}^i
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Com a onda propagando-se na direção 2, as equações são:

$$\begin{aligned}
\rho^0 [v_2^{(1)}]^2 &= C_{66} + (2C_{66} + C_{661})e_{11}^i + C_{662}e_{22}^i + C_{663}e_{33}^i + t_{22}^i \\
\rho^0 [v_2^{(2)}]^2 &= C_{22} + C_{221}e_{11}^i + (2C_{22} + C_{222})e_{22}^i + C_{223}e_{33}^i + t_{22}^i \\
\rho^0 [v_2^{(3)}]^2 &= C_{44} + C_{441}e_{11}^i + C_{442}e_{22}^i + (2C_{44} + C_{443})e_{33}^i + t_{22}^i
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Na direção 3, as equações de velocidade são:

$$\begin{aligned}
\rho^0 [v_3^{(1)}]^2 &= C_{55} + (2C_{55} + C_{551})e_{11}^i + C_{552}e_{22}^i + C_{553}e_{33}^i + t_{33}^i \\
\rho^0 [v_3^{(2)}]^2 &= C_{44} + C_{441}e_{11}^i + (2C_{44} + C_{442})e_{22}^i + C_{443}e_{33}^i + t_{33}^i \\
\rho^0 [v_3^{(3)}]^2 &= C_{33} + C_{331}e_{11}^i + C_{332}e_{22}^i + (2C_{33} + C_{333})e_{33}^i + t_{33}^i
\end{aligned} \tag{2.34}$$

No sistema de coordenadas iniciais, as equações de velocidade de onda se propagando nas direções principais em materiais ortotrópicos são:

$$\begin{aligned}
\rho^0 [v_1^{(1)}]^2 &= C_{11} + (4C_{11} + C_{111})e_{11}^i + C_{112}e_{22}^i + C_{113}e_{33}^i + T_{11}^i \\
\rho^0 [v_1^{(2)}]^2 &= C_{66} + (2C_{66} + C_{661})e_{11}^i + (2C_{66} + C_{662})e_{22}^i + C_{663}e_{33}^i + T_{11}^i \\
\rho^0 [v_1^{(3)}]^2 &= C_{55} + (2C_{55} + C_{551})e_{11}^i + C_{552}e_{22}^i + (2C_{55} + C_{553})e_{33}^i + T_{11}^i \\
\rho^0 [v_2^{(1)}]^2 &= C_{66} + (2C_{66} + C_{661})e_{11}^i + (2C_{66} + C_{662})e_{22}^i + C_{663}e_{33}^i + T_{22}^i \\
\rho^0 [v_2^{(2)}]^2 &= C_{22} + C_{221}e_{11}^i + (4C_{22} + C_{222})e_{22}^i + C_{223}e_{33}^i + T_{22}^i \\
\rho^0 [v_2^{(3)}]^2 &= C_{44} + C_{441}e_{11}^i + (2C_{44} + C_{442})e_{22}^i + (2C_{44} + C_{443})e_{33}^i + T_{22}^i \\
\rho^0 [v_3^{(1)}]^2 &= C_{55} + (2C_{55} + C_{551})e_{11}^i + C_{552}e_{22}^i + (2C_{55} + C_{553})e_{33}^i + T_{33}^i \\
\rho^0 [v_3^{(2)}]^2 &= C_{44} + C_{441}e_{11}^i + (2C_{44} + C_{442})e_{22}^i + (2C_{44} + C_{443})e_{33}^i + T_{33}^i \\
\rho^0 [v_3^{(3)}]^2 &= C_{33} + C_{331}e_{11}^i + C_{332}e_{22}^i + (4C_{33} + C_{333})e_{33}^i + T_{33}^i
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Podem-se obter as equações de velocidade nas coordenadas iniciais a partir das expressões nas coordenadas naturais através das relações (PAO e GAMER, 1984):

$$\begin{aligned}
v_1^{(1)} &= V_1^{(1)} + V_{11}e_{11}^i & v_1^{(2)} &= V_1^{(2)} + V_{66}e_{11}^i & v_1^{(3)} &= V_1^{(3)} + V_{55}e_{11}^i \\
v_2^{(1)} &= V_2^{(1)} + V_{66}e_{22}^i & v_2^{(2)} &= V_2^{(2)} + V_{22}e_{22}^i & v_2^{(3)} &= V_2^{(3)} + V_{44}e_{22}^i \\
v_3^{(1)} &= V_3^{(1)} + V_{55}e_{33}^i & v_3^{(2)} &= V_3^{(2)} + V_{44}e_{33}^i & v_3^{(3)} &= V_3^{(3)} + V_{33}e_{33}^i
\end{aligned} \tag{2.36}$$

$$V_{\alpha\alpha} = \left[ C_{(\alpha\alpha)} / \rho^0 \right]^{1/2}$$

### 2.3.2 Determinação de tensões mecânicas através de ondas elásticas

Em um material isotrópico, para um estado de tensão uniaxial, existem cinco equações de velocidade que podem ser determinadas pelas equações (2.31) (BRAY e STANLEY, 1997). Considerando a tensão agindo na direção 1, temos que as deformações são:

$$e_{11}^i = \varepsilon, e_{22}^i = e_{33}^i = -\nu\varepsilon \tag{2.37}$$

Nas equações (2.37),  $\varepsilon$  é a deformação na direção da tensão e  $\nu$  o coeficiente de Poisson do material.

Após substituir as equações (2.37) em (2.31), as equações de velocidade podem ser escritas como:

$$\begin{aligned}
\rho^0 [v_1^{(1)}]^2 &= \lambda + 2\mu + \left[ 4(\lambda + 2\mu) + 2(\lambda + 2m) + 2\nu\mu \left( 1 + \frac{2l}{\lambda} \right) \right] \varepsilon \\
\rho^0 [v_1^{(2)}]^2 &= \rho^0 [v_1^{(3)}]^2 = \mu + \left[ 4\mu + \nu \left( \frac{n}{2} \right) + m(1 - 2\nu) \right] \varepsilon
\end{aligned} \tag{2.38}$$

As velocidades de ondas planas se propagando perpendicularmente à tensão uniaxial também podem ser determinadas pelas equações (2.31) e são:

$$\begin{aligned}
\rho^0 [v_2^{(2)}]^2 &= \lambda + 2\mu + [2l(1-2\nu) - 4\nu(m + \lambda + 2\mu)]\varepsilon \\
\rho^0 [v_2^{(1)}]^2 &= \rho^0 [v_3^{(1)}]^2 = \mu + \left[ (\lambda + 2\mu + m)(1-2\nu) + \frac{n\nu}{2} \right] \varepsilon \\
\rho^0 [v_3^{(2)}]^2 &= \rho^0 [v_2^{(3)}]^2 = \mu + \left[ (\lambda + m)(1-2\nu) - 6\nu\mu - \frac{n}{2} \right] \varepsilon
\end{aligned} \tag{2.39}$$

Calculando a variação relativa da velocidade considerando pequenas as variações na deformação, obtêm-se as constantes acustoelásticas,  $L^k_{ij}$ , para materiais isotrópicos, que são:

$$\begin{aligned}
\frac{dv_1^{(1)}/v_1^{(1)}}{d\varepsilon} &= 2 + \frac{\mu + 2m + \nu\mu(1 + 2l/\lambda)}{\lambda + 2\mu} = L^1_{11} \\
\frac{dv_1^{(2)}/v_1^{(2)}}{d\varepsilon} &= 2 + \frac{\nu n}{4\mu} + \frac{m}{2(\lambda + \mu)} = L^1_{12} \\
\frac{dv_2^{(2)}/v_2^{(2)}}{d\varepsilon} &= -2\nu \left[ 1 + \frac{m - \frac{\mu l}{\lambda}}{\lambda + 2\mu} \right] = L^1_{22} \\
\frac{dv_2^{(1)}/v_2^{(1)}}{d\varepsilon} &= 2 + \frac{\lambda + 2\mu + m}{2(\lambda + \mu)} + \frac{\nu n}{4\mu} = L^1_{21} \\
\frac{dv_2^{(3)}/v_2^{(3)}}{d\varepsilon} &= 2 + \frac{m - 2\lambda}{2(\lambda + \mu)} - \frac{n}{4\mu} = L^1_{23}
\end{aligned} \tag{2.40}$$

O índice superior nas constantes acustoelásticas representa a direção de aplicação da tensão uniaxial e os dois índices inferiores representam a direção de propagação e polarização da onda.

Valores experimentais para variações relativas na velocidade com a deformação mostram que a variação da velocidade da onda longitudinal paralela à aplicação da tensão é mais significativa do que de outras ondas (EGLE e BRAY, 1976).

Tomando como exemplo a equação para a constante acustoelástica  $L^1_{11}$  em (2.40) e utilizando a lei de Hooke (equação constitutiva), com a substituição da variação da deformação  $d\varepsilon$  por  $d\sigma_1/E_1$ , a seguinte relação é obtida:

$$\frac{dv_1^{(1)}/v_1^{(1)}}{d\varepsilon} = \frac{E(dv_1^{(1)}/v_1^{(1)})}{d\sigma_1} = L_{11}^1 \Leftrightarrow d\sigma_1 = \frac{E(dv_1^{(1)}/v_1^{(1)})}{L_{11}^1} \quad (2.41)$$

A equação (2.41) descreve o efeito acustoelástico ao relacionar a variação de tensão  $d\sigma_I$  com a variação relativa de velocidade de onda  $dv_1^{(1)}/v_1^{(1)}$ , utilizando o módulo de elasticidade  $E$  e a constante acustoelástica  $L_{11}^1$ . Podem ser obtidas expressões análogas à equação (2.41) para as velocidades de onda em outras direções e as correspondentes constantes acustoelásticas.

A variação relativa de velocidade da onda pode ser expressa pela variação no tempo de percurso quando a distância percorrida pela onda é constante (DUQUENNOY, OUAFTOUH e OURAK, 1999). A equação (2.41) reescrita em função do tempo de percurso da onda, sendo  $t_0$  o tempo de percurso da onda no corpo sem tensão, assume a forma:

$$\Delta\sigma_1 = \frac{E(\Delta v_1^{(1)}/v_1^{(1)})}{L_{11}^1} = \frac{E}{L_{11}^1 t_0} \Delta t \quad (2.42)$$

### 2.3.3 Fatores de influência na propagação das ondas elásticas

A tensão mecânica não é o único fator de influência na variação da velocidade de ondas elásticas. Tensão residual, textura, temperatura, além da tensão externa aplicada, podem ser levados em conta no tempo de percurso da onda através das relações (BRAY e STANLEY, 1997):

$$\begin{aligned} t &= t_{ref} + \Delta t_{RS} + \Delta t_T + \Delta t_{TX} + \Delta t_F \\ t_0 &= t_{ref} + \Delta t_{RS} + \Delta t_{TX} \end{aligned} \quad (2.43)$$

O termo  $t_{ref}$  nas equações (2.43) representa o tempo de percurso da onda no material considerando a velocidade padrão da onda no material livre de tensão sob uma temperatura

padrão,  $\Delta t_{RS}$  corresponde a influência da tensão residual presente no material no tempo de percurso da onda,  $\Delta t_T$  representa a influência da temperatura,  $\Delta t_{TX}$  é a variação do tempo devido a textura do material e  $\Delta t_F$  corresponde à influência da tensão externa que se deseja medir.

A relação entre variação de tensão e tempo de percurso da onda ultrassônica, levando em conta os fatores de influência listados na equação (2.43), é:

$$\Delta\sigma_1 = \frac{E(t - t_{ref} - \Delta t_{RS} - \Delta t_T - \Delta t_{TX})}{L_{11}t_{ref}} = \frac{E}{L_{11}t_{ref}} \Delta t_F = \frac{E}{L_{11}t_{ref}} (t - t_0 - \Delta t_T) \quad (2.44)$$

#### 2.4 Determinação das constantes elásticas através de ondas ultrassônicas

Através das equações de velocidade de onda em um material livre de tensões é possível a obtenção das constantes elásticas de segunda ordem do material. Em um material isotrópico, as duas constantes elásticas em função das velocidades de onda são:

$$\begin{aligned} C_{11} &= \rho^0 v_L^2 \\ C_{12} &= C_{11} - 2\rho^0 v_T^2 \end{aligned} \quad (2.45)$$

Na equação (2.45)  $v_L$  é a velocidade da onda longitudinal e  $v_T$  é a velocidade da onda cisalhante se propagando no material livre de tensão. Em função das constantes de Lamé, as relações são:

$$\begin{aligned} \mu &= \rho^0 v_T^2 \\ \lambda &= \rho^0 v_L^2 - 2\mu \end{aligned} \quad (2.46)$$

Conhecendo as constantes elásticas do material isotrópico, pode-se obter o módulo de elasticidade através da equação (2.17) ou diretamente a partir das velocidades através da seguinte relação (OLYMPUS, 2011):

$$E = \frac{\rho^0 v_T^2 (3v_L^2 - 4v_T^2)}{v_L^2 - v_T^2} \quad (2.47)$$

Para materiais ortotrópicos em um estado livre de tensões, seis constantes elásticas de segunda ordem podem ser obtidas diretamente em função das velocidades de onda e são elas (ROSE, 1999):

$$\begin{aligned} C_{11} &= \rho^0 [v_1^{(1)}]^2 \\ C_{22} &= \rho^0 [v_2^{(2)}]^2 \\ C_{33} &= \rho^0 [v_3^{(3)}]^2 \\ C_{44} &= \rho^0 [v_2^{(3)}]^2 = \rho^0 [v_3^{(2)}]^2 \\ C_{55} &= \rho^0 [v_1^{(3)}]^2 = \rho^0 [v_3^{(1)}]^2 \\ C_{66} &= \rho^0 [v_1^{(2)}]^2 = \rho^0 [v_2^{(1)}]^2 \end{aligned} \quad (2.48)$$

Para encontrar as três outras constantes,  $C_{12}$ ,  $C_{13}$  e  $C_{23}$ , é necessário medir a velocidade da onda em outras direções de propagação além das direções principais. Considerando uma onda se propagando no plano entre as direções principais 1 e 2, a equação (2.28) para o corpo livre de tensão assume a forma:

$$\begin{vmatrix} C_{11}n_1^2 + C_{66}n_2^2 - \rho^0 v^2 & (C_{12} + C_{66})n_1n_2 & 0 \\ (C_{12} + C_{66})n_1n_2 & C_{66}n_1^2 + C_{22}n_2^2 - \rho^0 v^2 & 0 \\ 0 & 0 & C_{55}n_1^2 + C_{44}n_2^2 - \rho^0 v^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.49)$$

Resolvendo o determinante encontra-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned} & (C_{55}n_1^2 + C_{44}n_2^2 - \rho^0 v^2) \left[ (C_{66}n_1^2 + C_{22}n_2^2 - \rho^0 v^2) (C_{11}n_1^2 + C_{66}n_2^2 - \rho^0 v^2) \right. \\ & \left. - ((C_{12} + C_{66})n_1 n_2)^2 \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.50)$$

Igualando a zero o termo  $(C_{55}n_1^2 + C_{44}n_2^2 - \rho^0 v^2)$  da equação (2.50) e fazendo a substituição  $n_1 = \cos \theta_{12}$  e  $n_2 = \sin \theta_{12}$ , sendo  $\theta_{12}$  o ângulo entre a direção de propagação da onda e a direção principal 1, é obtida a seguinte equação:

$$\rho^0 v_T^2 = C_{55} \cos^2 \theta + C_{44} \sin^2 \theta \quad (2.51)$$

Na equação (2.51),  $v_T$  corresponde a velocidade da onda cisalhante polarizada na direção 3. Igualando a zero o outro termo da equação (2.50) e isolando a constante  $C_{12}$ , é obtida a relação:

$$C_{12} = \frac{\sqrt{(C_{66} \cos^2 \theta_{12} + C_{22} \sin^2 \theta_{12} - \rho^0 v_{12}^2) (C_{11} \cos^2 \theta_{12} + C_{66} \sin^2 \theta_{12} - \rho^0 v_{12}^2)}}{\cos \theta_{12} \sin \theta_{12}} - C_{66} \quad (2.52)$$

Na equação (2.52) a velocidade  $v_{12}$  corresponde tanto à onda polarizada na direção de propagação, neste caso a onda é conhecida como quasi-longitudinal, quanto à onda polarizada perpendicularmente à direção de propagação (onda quasi-transversal). Para os dois modos de propagação, a direção de polarização da onda permanece no plano 1 - 2 para qualquer ângulo  $\theta_{12}$  (ROSE, 1999).

Para encontrar a constante  $C_{13}$ , é necessário que a onda se propague agora entre as direções principais 1 e 3. Seguindo o exemplo para encontrar  $C_{12}$ , a seguinte relação para  $C_{13}$  é obtida:

$$C_{13} = \frac{\sqrt{(C_{11} \cos^2 \theta_{13} + C_{55} \sin^2 \theta_{13} - \rho^0 v_{13}^2) (C_{55} \cos^2 \theta_{13} + C_{33} \sin^2 \theta_{13} - \rho^0 v_{13}^2)}}{\cos \theta_{13} \sin \theta_{13}} - C_{55} \quad (2.53)$$

A relação entre a constante  $C_{23}$  e a velocidade de propagação da onda no plano 2 - 3 é:

$$C_{23} = \frac{\sqrt{(C_{22} \cos^2 \theta_{23} + C_{44} \sin^2 \theta_{23} - \rho^0 v_{23}^2)(C_{44} \cos^2 \theta_{23} + C_{33} \sin^2 \theta_{23} - \rho^0 v_{23}^2)}}{\cos \theta_{23} \sin \theta_{23}} - C_{44} \quad (2.54)$$

## 2.5 Revisão bibliográfica

Nesta seção, são apresentados trabalhos desenvolvidos nos últimos anos relacionados com medições de tensão utilizando a técnica ultrassônica, em especial com ondas longitudinais criticamente refratadas. São apresentados também trabalhos na área de caracterização de materiais por ultrassom com a finalidade de verificar a influência das propriedades elásticas no efeito acustoelástico.

Pao e Gamer (1984) verificaram a teoria acustoelástica considerando pequenos distúrbios sobrepostos em um corpo pré-deformado e estabeleceram as equações de movimento para o distúrbio em termos dos gradientes de tensão e deformação do material. As equações desenvolvidas em dois sistemas de coordenadas são para materiais anisotrópicos e hiperelásticos e são aplicadas para calcular as velocidades de ondas planas se propagando através de materiais ortotrópicos pré-deformados homoganeamente. Leis da birrefringência acustoelástica são obtidas para materiais ortotrópicos pré-deformados e diferentes tentativas para a consideração dos efeitos de uma pré-deformação inelástica são discutidas.

Buskirk, Cowin, e Carter (1986) apresentaram o desenvolvimento teórico para determinação das 21 constantes elásticas de segunda ordem para um sólido linearmente elástico e anisotrópico, através de medições de velocidades de ondas acústicas. Determinando os componentes da matriz de rigidez de Kelvin-Christoffel através das velocidades e direção de propagação e polarização da onda, além da densidade do sólido, mostraram que é possível obter o conjunto completo das 21 constantes elásticas de segunda ordem. Os autores propõem no trabalho também um modelo geométrico de amostra para a realização de todas as medidas de velocidade necessárias, considerando a direção de propagação e polarização de onda.

Johnson e Springer (1989) determinaram experimentalmente o conjunto completo de constantes elásticas de segunda e terceira ordem de uma liga de alumínio 7039-T64 laminada que apresenta textura ortotrópica. As constantes de segunda ordem são obtidas com medições de velocidade no material livre de tensões, enquanto as constantes de terceira ordem são determinadas pelo efeito acustoelástico.

Os resultados encontrados são comparados com constantes obtidas por difração de raios-X em trabalhos anteriores. As constantes de segunda ordem mostraram valores próximos aos valores encontrados pelo ensaio com raios-X e indicaram anisotropia leve do material. Entretanto, para algumas constantes de terceira ordem obtidas verificou-se grande diferença entre as constantes obtidas por ultrassom e por raios-X, além da anisotropia ser mais perceptível do que nas constantes de segunda ordem. Os autores sugerem que as diferenças encontradas entre as constantes de terceira ordem do material obtidas pelos dois métodos residem no fato de que a composição da liga utilizada nos estudos com raios-X ser diferente da liga utilizada pelos autores e que a textura do material pode não ser uniforme e sim, variar com a profundidade na amostra analisada.

A caracterização do alumínio também foi estudada por Anderson *et al* (1996). No trabalho os autores aplicaram a técnica de medição da textura com ultrassom em alumínio 3004 laminado à quente e recristalizado e avaliaram até que ponto ela pode ser utilizada para monitorar a recristalização depois da laminação à quente. A dependência angular da velocidade da onda ultrassônica se propagando no plano da lâmina de alumínio é descrita e são obtidos os coeficientes da função de distribuição de orientação  $C_{13}^4$ ,  $C_{12}^4$  e  $C_{11}^4$ , que determinam a preferência de orientação dos grãos (textura) e dependem das constantes elásticas de segunda ordem e densidade do material. No trabalho são utilizados transdutores eletromagnéticos (EMATs) geradores de ondas Lamb e os resultados são comparados com os obtidos por difração de raios-X e nêutrons.

Realizando as medições das velocidades de ondas Lamb em chapas com diferentes graus de texturas, os autores calcularam os coeficientes de distribuição de orientação. O coeficiente  $C_{13}^4$  mostrou-se ser o melhor parâmetro para diferenciar os diferentes graus de textura de

recristalização resultante da laminação, pois apresentou maior variação de valor entre os diferentes graus de textura das chapas.

Duquennoy, Ouaftouh e Ourak (1999) apresentaram um método baseado na medição da variação da velocidade de ondas ultrassônicas de Rayleigh para a obtenção do perfil de tensão residual em chapas de liga de alumínio 2214 T6. As equações que relacionam o estado de tensão com a variação relativa da velocidade de onda são deduzidas assim como as expressões dos coeficientes acustoelásticos para ondas Rayleigh em função das constantes elásticas de segunda e terceira ordem. O método proposto para a estimativa de tensão é livre de influência da anisotropia resultante da textura no plano de laminação. Os perfis de tensão obtidos com o ensaio mostraram que a região central das chapas está sob tração enquanto que as extremidades estão sofrendo compressão. Os resultados obtidos são comparados com outros perfis obtidos por métodos destrutivos e verificou-se similaridade com o resultado obtido utilizando ondas Rayleigh.

Duquennoy *et al* (1999) estudaram a influência da escolha do referencial de coordenadas no cálculo dos coeficientes acustoelásticos para a liga de alumínio 2214 T6. As equações de velocidade de ondas ultrassônicas se propagando em um material pré-deformado podem ser obtidas em função de dois referenciais de coordenadas, o natural e o inicial. Com base nas premissas de que o corpo é hiperelástico, que todas as deformações ocorrem na zona elástica, que a pré-deformação é estática e pequena assim como as rotações, as equações que relacionam as diferenças entre os coeficientes acustoelásticos nos dois sistemas de coordenadas com as constantes elásticas do material são obtidas.

Os resultados experimentais obtidos no trabalho através das medições diretas dos coeficientes acustoelásticos nos dois referenciais mostraram que a divergência com os resultados teóricos não ultrapassa os 3%. Entretanto, as diferenças entre os coeficientes acustoelásticos nos dois sistemas de referência podem chegar a 50%, mostrando que a distinção entre as medições nos dois referenciais é de suma importância para que medições de tensão ocorram em um patamar aceitável de confiabilidade.

Utilizando a técnica de imersão, Bentahar, Badidi-Bouda e Benchaala (2000) demonstraram um procedimento para a determinação de constantes elásticas de segunda e terceira ordem da liga de aço A37 considerando o material isotrópico. Para os experimentos foram utilizados um tanque de água para imersão associado a uma máquina de tração e dois transdutores de ondas longitudinais com frequência de 5 MHz usados em *modo de transmissão (through mode)*. As constantes de segunda ordem são determinadas com base na teoria elástica linear, enquanto as de terceira ordem são obtidas através do efeito acustoelástico. Os autores realizaram também uma simulação da variação da velocidade do feixe ultrassônico em função da tensão e textura do material. Como não foi obtida a separação desses dois parâmetros, um gráfico em três dimensões foi gerado com velocidade, ângulo de refração do feixe ultrassônico no material e tensão aplicada para o melhor entendimento das variações da velocidade da onda ultrassônica.

Santos e Bray (2000) apresentaram uma aplicação das ondas ultrassônicas longitudinais criticamente refratadas, ou  $L_{cr}$ , para avaliar o estado de tensões unidirecionais utilizando um PC de uso comercial para instrumentação. Um conjunto de medição (*probe*) para geração e recepção de ondas  $L_{cr}$  foi desenvolvido e dois sistemas de instrumentação foram utilizados. Um dos sistemas é baseado em um PC comercial com uma placa de aquisição com taxa de 130 MHz e um gerador e receptor de ondas ultrassônicas. O segundo sistema utiliza um equipamento portátil com resolução de 7 ns e que tem como finalidade original a detecção de defeitos com o uso de ondas ultrassônicas. Um sistema foi desenvolvido para aplicação de carga em uma barra a ser ensaiada para verificar as variações nos tempos de percurso e extensômetros foram utilizados para confirmar as tensões aplicadas.

Os resultados obtidos para os dois sistemas apresentaram uma resposta linear do tempo de percurso em relação à carga aplicada na barra e o máximo erro obtido foi de 12% ( $\pm 2,5$  MPa) para tensões por volta de 20 MPa e menor que 2% ( $\pm 2,0$  MPa) para tensões por volta de 100 MPa.

Continuando os trabalhos com medições de tensões por ondas Rayleigh, Duquennoy *et al* (2002) apresentaram um método para obtenção dos coeficientes acustoelásticos para ondas Rayleigh para a liga de alumínio 2214 através da medição das constantes elásticas de segunda e

terceira ordem do material. As expressões para os coeficientes são obtidos teoricamente considerando o material ortotrópico e são feitas medições diretas para efeito de comparação. Para a obtenção das constantes de segunda ordem foram feitas diversas medidas de ondas longitudinais e cisalhantes com o material sem tensão e para obter as constantes de terceira ordem foi utilizado o efeito acustoelástico. Os resultados mostraram que os desvios entre o valor medido e o calculado ficaram abaixo de 10%. O método de obtenção teórico mostrou-se satisfatório e pode ser aplicado quando as características do material analisado não permitem a medição direta dos coeficientes

Andrino, Caetano e Santos (2002) utilizaram a técnica da birrefringência acústica para calcular tensões em barras de alumínio estrutural 7050. Para a realização dos experimentos foi construído um sistema mecânico para aplicação de carga nas barras para correlacionar tensão e tempo de percurso das ondas ultrassônicas. Direções de laminações também foram verificadas através do tempo de percurso de ondas cisalhantes. A técnica da birrefringência foi aplicada para barras com laminação longitudinal e transversal e diferenças foram verificadas entre as propriedades acustoelásticas dos dois tipos de laminação. Os autores concluíram que conhecido o valor adequado dos coeficientes acustoelásticos, é possível empregar o método para medir tensões aplicadas ou mesmo tensões residuais.

Ortega *et al* (2003) determinaram as constantes elásticas de segunda ordem em função da velocidade da onda ultrassônica em materiais isotrópicos e levemente ortotrópicos. As medições foram realizadas em amostras do aço estrutural WSTE 36, chapa laminada de liga Al-Mg e uma junta soldada de aço. O método utilizado para a obtenção dos tempos de percurso das ondas foi o pulso-eco. Para o aço WSTE 36 foram medidas as constantes  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{33}$ ,  $C_{44}$ ,  $C_{55}$  e  $C_{66}$ ; para a liga Al-Mg e a junta soldada foram obtidas as constantes  $C_{11}$ ,  $C_{55}$  e  $C_{66}$ . As diferenças dos valores obtidos entre as constantes  $C_{11}$  e  $C_{22}$  e entre  $C_{44}$  e  $C_{66}$  do aço analisado foram de 0,06% e 0,12%, respectivamente o que indica isotropia transversal do material. Os outros dois materiais apresentaram resultados semelhantes. Os autores concluíram que os três materiais podem ser considerados isotrópicos ou levemente ortotrópicos.

Caetano (2003) em sua dissertação de mestrado determinou as constantes acustoelásticas de ondas longitudinais e cisalhantes para o aço API 5L - X70, utilizado na fabricação de oleodutos e gasodutos. No trabalho também foram verificados como fatores de influência no valor da constante acustoelástica o alívio prévio de tensão e a direção de laminação das peças do material analisado. Para obtenção das constantes, um dispositivo hidráulico na forma de uma máquina de tração foi desenvolvido e utilizado para a aplicação de valores de tensão conhecidos em barras do material para medição da variação da velocidade da onda ultrassônica correspondente.

O valor médio da constante acustoelástica para ondas cisalhantes obtido em barras com laminação longitudinal e sem alívio de tensão foi de  $-19,42 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$ ; para barras com laminação longitudinal e com alívio de tensão foi de  $-21,33 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$ ; para barras com laminação transversal e com alívio de tensão foi de  $-9,63 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$  e para barras com laminação transversal e sem alívio de tensão foi de  $-9,26 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$ .

Para a constante acustoelástica de ondas longitudinais foram obtidas as seguintes constantes: para barras com laminação longitudinal e sem alívio de tensão a constante obtida foi de 1,70; para barras com laminação longitudinal e com alívio de tensão, 1,52; para barras com laminação transversal e com alívio de tensão, 2,28 e para barras com laminação transversal e sem alívio de tensão o valor de constante obtido foi 2,07.

Stobbe (2005) determinou constantes de terceira ordem e constantes acustoelásticas de uma barra de alumínio 7075-T651 laminado e estudou a variação dessas constantes em função do grau de fadiga no material. As técnicas de ultrassom de contato e de imersão foram utilizadas para medições dos tempos de percurso das ondas ultrassônicas.

O valor da constante acustoelástica encontrada para a onda longitudinal se propagando perpendicularmente à tensão uniaxial para o material sem fadiga foi de  $8,46 \pm 0,75 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$ ; com o material submetido à fadiga de 40% e 80% da vida, os valores foram  $8,53 \pm 0,65 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$  e  $8,61 \pm 0,48 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$ , respectivamente. Apesar de mostrar uma tendência de aumento do valor da constante com o grau de fadiga, a variação não ultrapassa o valor da incerteza. Para a constante acustoelástica de ondas cisalhantes se propagando perpendicularmente a tensão, o valor

encontrado foi de  $9,13 \pm 0,72 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$  e também mostrou uma tendência de aumento com o grau de fadiga. Para ondas cisalhantes paralelas à direção da tensão, a variação da constante acustoelástica foi mais significativa, com valor inicial (sem fadiga) de  $-34,45 \pm 0,81 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$ ; submetido a fadiga de 40% da vida,  $-35,53 \pm 0,64 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$ , e 80% da vida útil do material de  $-35,85 \pm 0,74 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$ .

As constantes de terceira ordem apresentaram os seguintes valores para o material sem fadiga:  $l = -25,22 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ ;  $m = -32,50 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$  e  $n = -35,12 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ . Com 40% da vida útil as constantes foram:  $l = -26,68 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ ;  $m = -33,28 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$  e  $n = -35,83 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$  e 80% da vida útil:  $l = -27,12 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ ;  $m = -33,58 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$  e  $n = -35,98 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ .

Em sua tese de doutorado, Andrino (2007) desenvolveu uma nova metodologia para medição de tensões em dutos petrolíferos utilizando ondas ultrassônicas longitudinais criticamente refratadas ( $L_{cr}$ ). Um dispositivo foi construído para posicionamento e movimentação do conjunto de transdutores no duto de aço API 5L X65 utilizado na pesquisa. Medições foram realizadas tanto na direção longitudinal quanto transversal do duto. As medidas de tensões efetuadas através da técnica de ondas  $L_{cr}$  foram comparadas com medidas obtidas através de extensômetros e também com resultados obtidos pela técnica da birrefringência acústica. Para o tratamento dos sinais obtidos pelos transdutores ultrassônicos e medição de tempos de percurso, foram utilizadas as técnicas de reamostragem, correlação cruzada e transformada de Hilbert. Também foram verificadas as influências da temperatura e textura nas medições de velocidade das ondas ultrassônicas.

Os resultados obtidos mostraram boa correlação entre as medidas de tensão com a técnica de ondas  $L_{cr}$  e as medidas feitas com extensômetros e a partir da tensão calculada em função da pressão no interior do duto. Comparada com a técnica de birrefringência acústica, a técnica de ondas  $L_{cr}$  apresentou grau de correlação superior. O desvio padrão dos resultados medidos foi de cerca de 25 MPa, o que corresponde aproximadamente a 5% do valor da tensão de escoamento do material.

Ling, Zhou e Zhang (2009) utilizaram técnicas de ondas Rayleigh e  $L_{cr}$  para a medição de tensão em um vaso de pressão. Considerando o efeito da pressão e da temperatura no vaso, foi estabelecida a relação acustoelástica entre o tempo de percurso da onda ultrassônica e a pressão, assim como a relação com a temperatura. Um método para compensar o efeito da temperatura na medição da pressão foi estabelecido. Para a medição dos tempos de percurso, um transdutor foi desenvolvido para a geração e recepção tanto de ondas Rayleigh quanto de ondas  $L_{cr}$  através de dois cristais piezelétricos acoplados em uma base de Plexiglas<sup>®</sup> com ângulos de incidência de 65° (ondas Rayleigh) e 27° (Ondas  $L_{cr}$ ). O método de compensação da temperatura aliado ao uso dos transdutores desenvolvidos mostraram resultados satisfatórios e apresentaram repetibilidade experimental adequada.

Muir (2009) apresentou técnicas para obtenção de constantes elásticas de terceira ordem de materiais isotrópicos. Transdutores acoplados em sapatas angulares foram utilizados para atender à premissa de medições em apenas um lado do material. Oito métodos diferentes de obtenção das constantes elásticas de terceira ordem foram analisados e comparados, sendo duas configurações de posicionamento de transdutores (colados e acoplados com óleo no material de ensaio) e quatro modos de velocidade de onda combinando ondas longitudinais, cisalhantes verticais e horizontais. As constantes de terceira ordem obtidas para o alumínio 7075-T6 mostraram razoável concordância com a literatura e os valores obtidos foram  $l = -65,2$  GPa;  $m = -292,6$  GPa e  $n = -334,5$  GPa.

### 3 MODELAGEM TEÓRICA

A simetria ortorrômbica gerada pela laminação na liga de alumínio 7050 faz com que o material apresente ortotropia em suas propriedades macroscópicas. Para a caracterização do efeito acustoelástico da liga em questão, é necessário conhecer a relação entre as constantes acustoelásticas e as constantes elásticas de segunda e terceira ordem do material ortotrópico. Neste capítulo são desenvolvidas as equações da acustoelasticidade para materiais ortotrópicos no sistema de coordenadas iniciais e naturais.

#### 3.1 Constantes acustoelásticas para materiais ortotrópicos no sistema de coordenadas iniciais

Considerando, como para o caso isotrópico, um estado de tensão uniaxial com a tensão agindo na direção 1, as deformações nas três direções principais podem ser escritas como:

$$e_{11}^i = \varepsilon, e_{22}^i = -\nu_{12}\varepsilon \text{ e } e_{33}^i = -\nu_{13}\varepsilon \quad (3.1)$$

Considerando a onda longitudinal se propagando na direção 1 e substituindo as equações (3.1) na equação de  $v_1^{(1)}$  em (2.35), com o termo da tensão inicial  $T_{11}^i$  substituído por  $(C_{11} - \nu_{12}C_{12} - \nu_{13}C_{13})\varepsilon$ , a equação de velocidade da onda pode ser escrita como:

$$v_1^{(1)} = \sqrt{\frac{C_{11} + [(5C_{11} + C_{111}) - (C_{12} + C_{112})\nu_{12} - (C_{13} + C_{113})\nu_{13}]\varepsilon}{\rho^0}} \quad (3.2)$$

Por simplificação, a equação (3.2) pode ser reescrita:

$$M = \frac{C_{11}}{\rho^0}$$

$$N = \frac{(5C_{11} + C_{111}) - (C_{12} + C_{112})v_{12} - (C_{13} + C_{113})v_{13}}{\rho^0} \quad (3.3)$$

$$v_1^{(1)} = (M + N\varepsilon)^{1/2}$$

A variação da velocidade em função da deformação é:

$$\frac{dv_1^{(1)}}{d\varepsilon} = \frac{N}{2} (M + N\varepsilon)^{-1/2}$$

$$\frac{dv_1^{(1)}/v_1^{(1)}}{d\varepsilon} = \frac{\frac{N}{2} (M + N\varepsilon)^{-1/2}}{(M + N\varepsilon)^{1/2}} = \frac{N}{2(M + N\varepsilon)} \quad (3.4)$$

Como as deformações na região elástica do material são pequenas e, por isso  $M \gg N\varepsilon$ , pode-se considerar:

$$\frac{dv_1^{(1)}/v_1^{(1)}}{d\varepsilon} = \frac{N}{2M} = \frac{5C_{11} + C_{111} - (C_{12} + C_{112})v_{12} - (C_{13} + C_{113})v_{13}}{2C_{11}} = L_{11}^1 \quad (3.5)$$

A equação (3.5) define a constante acustoelástica  $L_{11}^1$  para materiais ortotrópicos no sistema de coordenadas iniciais. A partir da equação (3.5), é possível obter a constante acustoelástica para materiais isotrópicos expressa em (2.40) através das relações (2.16), (2.17) e (2.19) e sabendo que, neste caso,  $v_{12} = v_{13} = v$ ,  $C_{13} = C_{12}$  e  $C_{112} = C_{113}$ . O valor da constante é:

$$L_{11}^1 = \frac{5C_{11} + C_{111} - 2(C_{12} + C_{112})v}{2C_{11}} = \frac{5(\lambda + 2\mu) + 2l + 4m - 2(\lambda + 2l)v}{2\lambda + 4\mu} =$$

$$2 + \frac{\mu + 2m + v\mu \left(1 + \frac{2l}{\lambda}\right)}{\lambda + 2\mu} \quad (3.6)$$

Definida a constante acustoelástica, a relação (3.5) pode ser escrita em função da variação da tensão, ao invés da deformação, como demonstrado em (2.41) para o caso isotrópico. Para o caso ortotrópico, a relação entre tensão na direção 1 e variação relativa da velocidade da onda longitudinal na direção 1 é:

$$d\sigma_1 = \frac{E_1 (dv_1^{(1)} / v_1^{(1)})}{L_{11}^1} \quad (3.7)$$

Se a distância que a onda percorre durante a variação de tensão sofrida pelo corpo permanece constante, a equação (3.7) pode ser reescrita, como na equação (2.44), na forma:

$$\Delta\sigma_1 = \frac{E_1}{L_{11}^1 t_{ref}} \Delta t_F \quad (3.8)$$

Considerando ainda a onda longitudinal se propagando na direção 1, mas com a tensão sendo aplicada na direção 2, as deformações nas direções principais podem ser escritas através das relações:

$$e_{11}^i = -\nu_{21}\varepsilon, \quad e_{22}^i = \varepsilon \quad e_{33}^i = -\nu_{23}\varepsilon \quad (3.9)$$

Para este caso, como a tensão está agindo na direção 2, o termo da tensão inicial na direção 1 na equação de  $v_1^{(1)}$  em (2.35),  $T_{11}^i$ , se anula. Utilizando as relações da equação (3.9), a equação de velocidade  $v_1^{(1)}$  pode ser reescrita como:

$$v_1^{(1)} = \sqrt{\frac{C_{11} + [C_{112} - (4C_{11} + C_{111})\nu_{21} - C_{113}\nu_{23}]\varepsilon}{\rho^0}} \quad (3.10)$$

A constante acustoelástica  $L_{11}^2$ , obtida a partir de (3.10) e no sistema de coordenadas iniciais, é:

$$L_{11}^2 = \frac{dv_1^{(1)}/v_1^{(1)}}{d\varepsilon} = \frac{C_{112} - (4C_{11} + C_{111})v_{21} - C_{113}v_{23}}{2C_{11}} \quad (3.11)$$

A relação entre a variação de tensão na direção 2 e a variação da velocidade da onda longitudinal na direção 1 pode ser escrita:

$$d\sigma_2 = \frac{E_2(dv_1^{(1)}/v_1^{(1)})}{L_{11}^2} \quad (3.12)$$

Quando a tensão atua na direção 3, a constante acustoelástica para a onda longitudinal se propagando na direção 1 é:

$$L_{11}^3 = \frac{C_{113} - (4C_{11} + C_{111})v_{31} - C_{112}v_{32}}{2C_{11}} \quad (3.13)$$

Neste caso, com tensão agindo na direção 3, a relação entre variação de tensão e variação relativa de velocidade assume a forma de:

$$d\sigma_3 = \frac{E_3(dv_1^{(1)}/v_1^{(1)})}{L_{11}^3} \quad (3.14)$$

As constantes acustoelásticas podem ser estabelecidas para os outros oito modos de onda com as velocidades definidas pelas equações (2.35) no sistema de coordenadas iniciais. Considerando a tensão agindo nas três direções principais, pode se definir 27 constantes acustoelásticas para um material ortotrópico. Além das três constantes acustoelásticas definidas em função das constantes elásticas nas equações (3.5), (3.11) e (3.13), as outras 24 constantes são apresentadas no Apêndice A.

### 3.2 Constantes acustoelásticas para materiais ortotrópicos no sistema de coordenadas naturais

Considerando as equações de onda apresentadas em (2.32), (2.33) e (2.34), é possível calcular as 27 constantes acustoelásticas no sistema de coordenadas naturais utilizando os mesmos procedimentos apresentados no item 3.1 para obtenção das constantes nas coordenadas iniciais. Para a onda longitudinal se propagando na direção 1, as constantes acustoelásticas  $L_{11}^1$ ,  $L_{11}^2$  e  $L_{11}^3$  nas coordenadas naturais são:

$$\begin{aligned}
 L_{11}^1 &= \frac{3C_{11} + C_{111} - (C_{12} + C_{112})v_{12} - (C_{13} + C_{113})v_{13}}{2C_{11}} \\
 L_{11}^2 &= \frac{C_{112} - (2C_{11} + C_{111})v_{21} - C_{113}v_{23}}{2C_{11}} \\
 L_{11}^3 &= \frac{C_{113} - (2C_{11} + C_{111})v_{31} - C_{112}v_{32}}{2C_{11}}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

As 24 constantes acustoelásticas restantes no sistema de coordenadas naturais são apresentadas no Apêndice A.

As mesmas relações entre variação de tensão e variação de velocidade, definidas em (3.7), (3.12) e (3.14), também são válidas no sistema de coordenadas naturais.

Conhecendo as constantes elásticas de segunda ordem do material e as três constantes acustoelásticas para a onda longitudinal se propagando na direção 1, não importando se no sistema de coordenadas naturais ou iniciais, é possível determinar as constantes de terceira ordem  $C_{111}$ ,  $C_{112}$  e  $C_{113}$ .

## 4 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo, são apresentados os materiais utilizados nos ensaios como corpos de prova e os equipamentos de medição. Também são abordados os procedimentos experimentais e métodos utilizados para obtenção e tratamento dos dados. Primeiramente são descritas as dimensões e características dos corpos de prova, em seguida, são detalhados os equipamentos para geração e detecção das ondas ultrassônicas; os sensores para medição de temperatura e deformação; os dispositivos para aplicação de tensão e o sistema para digitalização e tratamento dos dados. Por fim, os procedimentos e métodos de ensaios para obtenção das constantes elásticas e acustoelásticas do material são abordados.

### 4.1 Corpos de prova

O material dos corpos de prova é a liga de alumínio estrutural 7050-T7451 utilizado na indústria aeronáutica. Entre as ligas da série 7XXX (Al-Zn) destacam-se os subgrupos Al-Zn-Mg e Al-Zn-Mg-Cu. Assim como as ligas Al-Cu e Al-Mg-Si, elas são endurecidas por precipitação, ou seja, mediante tratamento térmico controlado em condições específicas (geralmente de solubilização e envelhecimento) e apresentam ganhos significativos de dureza. Encontram sua principal aplicação na fabricação de aviões, uma vez que essas ligas da série 7XXX são aquelas que atingem os níveis mais elevados de resistência mecânica entre as ligas de alumínio (INFOMET, 2011). A composição química da liga 7050-T7451 está representada na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Composição química da liga de alumínio 7050-T7451 (ASM, 2011).

Componente	% de massa	Componente	% de massa	Componente	% de massa
Alumínio	87,3 - 90,3	Magnésio	1,9 - 2,6	Silício	Max. 0,12
Cromo	Max. 0,04	Manganês	Max. 0,1	Titânio	Max. 0,06
Cobre	2 - 2,6	Outros, cada	0,05	Zinco	5,7 - 6,7
Ferro	Max. 0,15	Outros, total	0,15	Zircônio	0,08 - 0,15

A têmpera T7451 é resultado de um tratamento térmico de solubilização e envelhecimento em forno até atingir uma condição superenvelhecida ou estabilizada. Este tratamento, geralmente utilizado para ligas da série 7XXX, aumenta a resistência tanto à corrosão sob tensão quanto à corrosão por esfoliação (KAUFMAN, 2000).

Como corpo de prova, será utilizada uma barra com dimensões de 760 mm de comprimento, 70 mm de largura e 12,7 mm de altura. Estabeleceu-se a direção do comprimento da barra como sendo a direção 1, a direção da largura como sendo direção 2 e a direção da altura como direção 3 (Figura 4.1).

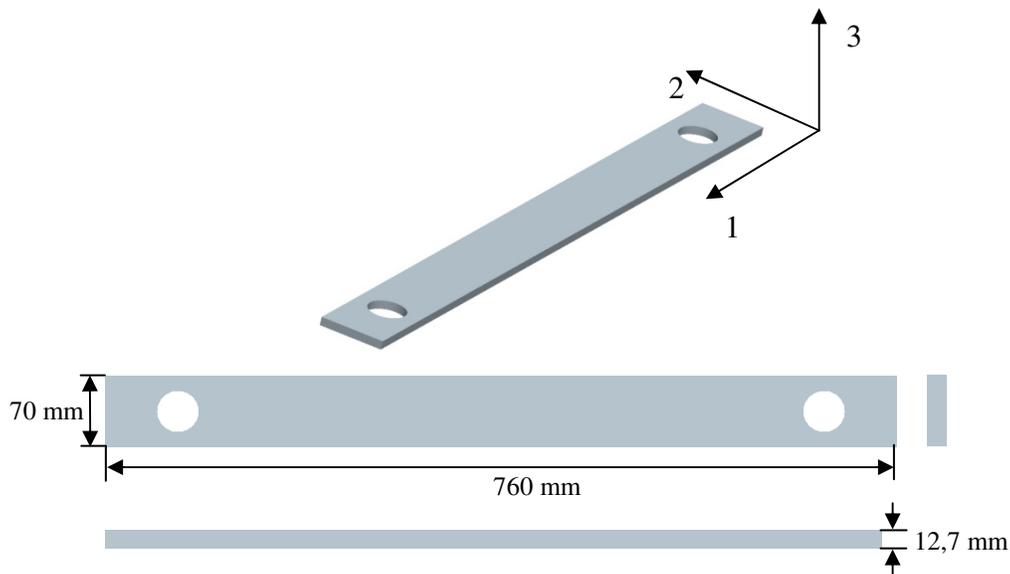


Figura 4.1: Representação geométrica da barra de alumínio 7050.

#### 4.2 Equipamentos de medição

Os elementos que constituem o aparato experimental são os transdutores para emissão e recepção da onda ultrassônica, o conjunto de sapatas para geração da onda  $L_{cr}$ ; o gerador de pulso para os transdutores; os sensores de medição de temperatura e deformação; placas de condicionamento e digitalização de sinais; computador para tratamento de dados e dispositivos de aplicação de tensão.

#### 4.2.1 Transdutores e sapatas

Para as medições das constantes elásticas de segunda ordem é necessário medir a velocidade de ondas longitudinais e cisalhantes no corpo livre de tensão. Os transdutores de ondas longitudinais utilizados são transdutores da marca Panametrics/Olympus, modelo A406 S de frequência de 5 MHz e diâmetro do elemento piezelétrico de 13 mm (0,5’’). Para geração de ondas cisalhantes foram utilizados transdutores da marca Panametrics/Olympus, modelo V154 de frequência de 2,25 MHz e diâmetro do elemento piezelétrico de 13 mm (Figura 4.2).



Figura 4.2: Transdutores de ondas longitudinais e cisalhantes utilizados para medição das constantes elásticas de segunda ordem.

Para a geração de ondas  $L_{cr}$  é necessária a utilização de sapatas de acrílico para que a onda gerada pelo transdutor refrate longitudinalmente na amostra. Para manter constante a distância entre os transdutores de transmissão e recepção, uma barra suporte foi utilizada como base para acomodar as sapatas e transdutores. A montagem das sapatas e transdutores na base está representada na Figura 4.3 e suas dimensões estão na Figura 4.4.

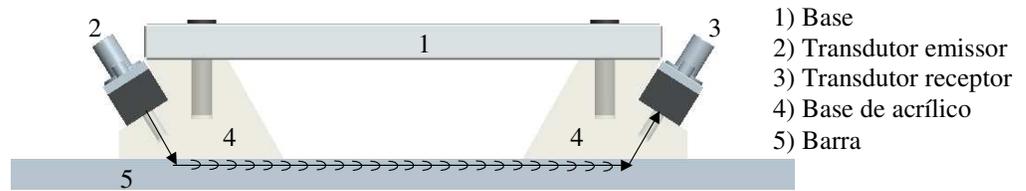


Figura 4.3: Esquema de emissão e recepção de ondas  $L_{cr}$ .

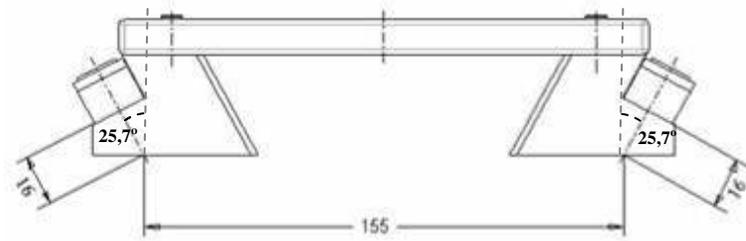


Figura 4.4: Dimensões do trajeto percorrido pelas ondas  $L_{cr}$ .

Os transdutores utilizados para geração das ondas  $L_{cr}$  são de ondas longitudinais da marca Panametrics/Olympus, modelo A405S, frequência de 5 MHz e dimensão do elemento piezelétrico 0,5" por 1" (Figura 4.5).



Figura 4.5: Transdutor de ondas longitudinais utilizado para geração de ondas  $L_{cr}$ .

#### 4.2.2 Gerador e receptor de pulsos

A geração do pulso elétrico que é enviado ao transdutor emissor é realizada por um gerador e receptor de pulsos (*pulser/receiver*) da marca Ultratek, modelo USB-UT350. O aparelho, além da geração do pulso elétrico ao transdutor, apresenta uma entrada para captar sinais de um transdutor receptor; *trigger* interno de até 1 kHz; um conversor analógico/digital com frequência de amostragem de até 50 MHz com resolução de 8 bits; trabalha tanto no modo *single* (um transdutor como emissor e receptor) e *dual* (um transdutor emissor e outro receptor) e sua conexão com PC é feita via porta USB. O gerador de pulsos USB-UT350 pode ser visualizado na Figura 4.6.



Figura 4.6: Pulsador e receptor ultrassônico USB-UT350.

#### 4.2.3 Sensores de temperatura e deformação

A temperatura tem influência significativa na velocidade da onda ultrassônica, especialmente na onda longitudinal criticamente refratada (SANTOS, 2007). Por isso é importante conhecer seu valor durante as medições de tempo de percurso para realizar, se necessário, correções nas medições caso ocorram variações significativas de temperatura.

Para medição da temperatura foi empregado um termopar do tipo K (NiCr-NiAl), da marca Omega, com faixa de temperatura entre 0 e 750 °C e incerteza de  $\pm 0,75\%$  (Figura 4.7) conectado a uma placa de condicionamento de sinais (detalhada no próximo item) e em contato com a peça onde serão feitas as medições.

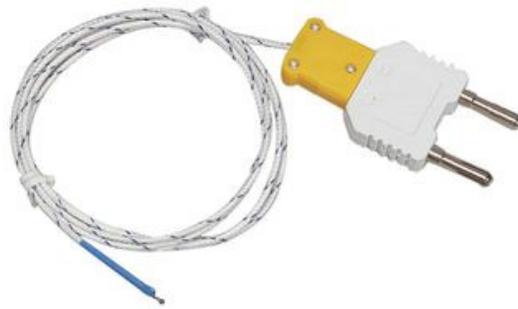


Figura 4.7: Termopar tipo K (OMEGA).

Para a medição das constantes acustoelásticas, é necessária a medição da tensão aplicada para verificar a variação correspondente no tempo de percurso das ondas ultrassônicas. Na medição da constante acustoelástica  $L^1_{11}$ , é utilizado um extensômetro do tipo KFG-5-350-C1-11, marca Kyowa, afixado na barra e conectado à placa de condicionamento de sinais (Figura 4.8).



Figura 4.8: Extensômetro utilizado para obtenção de  $L^1_{11}$  (KYOWA).

Para a obtenção das constantes  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$ , devido às dimensões reduzidas das amostras utilizadas nas medições, foi utilizada uma célula de carga da marca Sensotec, modelo 51/1073-03 com capacidade máxima de carga de 10.000 lbs (Figura 4.9) acoplada a uma prensa hidráulica (detalhado no item 4.2.6) para a medição da tensão aplicada. A célula de carga é conectada a uma ponte condicionadora de sinais.



Figura 4.9: Célula de carga utilizada para a obtenção de  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$ .

#### 4.2.4 Placa de condicionamento e digitalização de sinais

Os sinais obtidos pelo termopar para monitoramento da temperatura das amostras são enviados a um módulo de condicionamento de sinais fabricado pela empresa National Instruments, modelo SCC-TC02. Para os sinais lidos pelo extensômetro para medição da deformação resultante da tensão aplicada foi utilizado o módulo modelo SCC-SG02. Os módulos são conectados a um bloco de conectores que envia os dados para a placa digitalizadora (Figura 4.10).

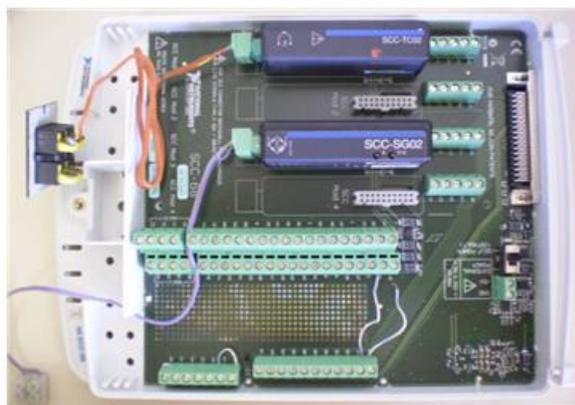


Figura 4.10: Bloco de conectores com módulos SCC-TC02 e SCC-SG02.

A digitalização dos sinais obtidos das medições efetuadas pelo termopar e extensômetro é realizada por uma placa modelo NI PXI-6221, da National Instruments, com resolução de 16 bits, frequência de amostragem de 250 kHz e 16 entradas analógicas (Figura 4.11).



Figura 4.11: Placa de aquisição NI PXI-6221 (NATIONAL INSTRUMENTS).

Os sinais provenientes do transdutor receptor, que detecta a forma de onda ultrassônica gerada para o ensaio com ondas  $L_{cr}$ , são digitalizados pela placa NI PXI-5114, também fabricada pela National Instruments, que apresenta resolução de 8 bits e frequência de amostragem de 250 MHz (Figura 4.12).



Figura 4.12: Placa digitalizadora NI PXI-5114 (NATIONAL INSTRUMENTS).

Os sinais obtidos da célula de carga são enviados a um amplificador e condicionador de sinais de sensores de torque com quatro canais da marca Instruments Division, modelo 2160 e representado na Figura 4.13. O sinal amplificado e condicionado é enviado a uma placa digitalizadora também da National Instruments, modelo NI 5911 com taxa de aquisição de 100 MHz e resolução de 8 bits (Figura 4.14), conectada a um PC.



Figura 4.13: Amplificador/Condicionador para sinais de sensores de torque.



Figura 4.14: Placa digitalizadora NI 5911 (NATIONAL INSTRUMENTS).

#### 4.2.5 Computador para tratamento de sinais e dados

As placas responsáveis pela digitalização dos sinais provenientes do termopar, extensômetro e transdutor ultrassônico são acopladas ao controlador embarcado NI PXI 8108, também da empresa National Instruments, que funciona como um PC comum com um

processador Intel Core 2 Duo T9400 e com o sistema operacional Windows XP instalado (Figura 4.15).



Figura 4.15: Módulo contendo o controlador embarcado PXI 8108 e as placas digitalizadoras.

#### 4.2.6 Dispositivos de aplicação de tensão

A aplicação de tensão no material para obtenção das constantes acustoelásticas é feita através de dois dispositivos distintos. Para a medição da constante acustoelástica  $L_{11}^1$  foi utilizado um dispositivo hidráulico de tração acionado por uma bomba hidráulica manual provida de um manômetro. A barra é presa em dois apoios através de dois pinos que atravessam os apoios e a barra. A aplicação de pressão pela bomba nos cilindros hidráulicos faz com que eles, através das barras de aplicação de força, empurrem os apoios onde está presa a barra e tracionem a mesma. No centro da barra é fixado o extensômetro para leitura da deformação. Na Figura 4.16 é possível visualizar o dispositivo de tração com a barra posicionada e a bomba hidráulica que aciona os cilindros.

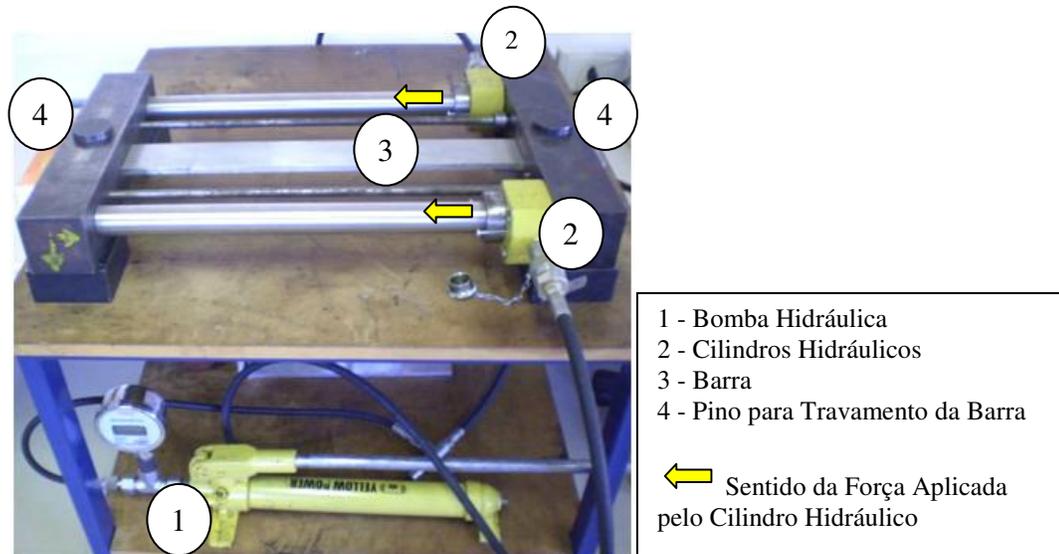


Figura 4.16: Dispositivo de tração para obtenção de  $L^1_{11}$ .

As constantes acustoelásticas  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$  são medidas através da aplicação de tensão em uma amostra do material utilizando uma prensa hidráulica manual de capacidade máxima de 10 toneladas. A medição da tensão é realizada com a célula de carga citada no item 4.2.3. Na Figura 4.17 é apresentada a prensa hidráulica utilizada.

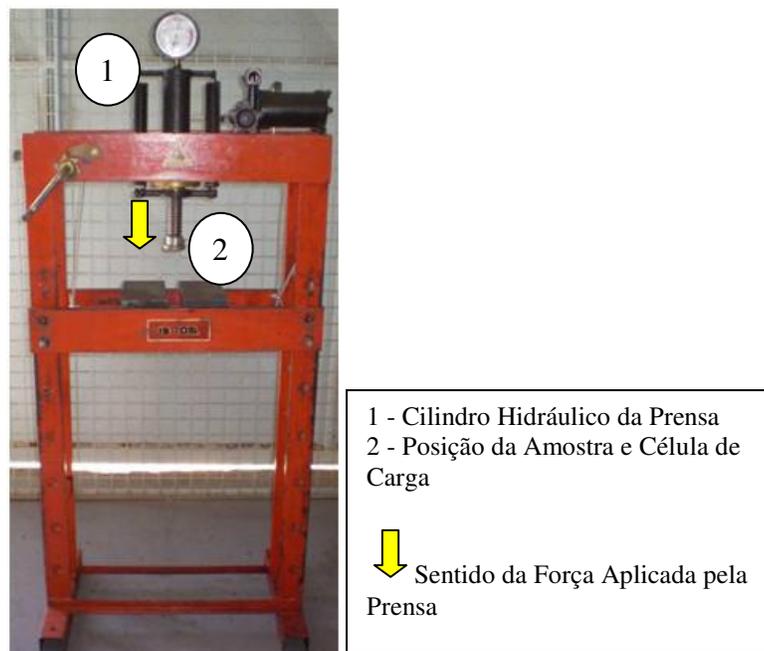


Figura 4.17: Prensa hidráulica utilizada para obtenção de  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$ .

### 4.3 Programas de aquisição de dados

Para leitura e processamento dos sinais adquiridos dos ensaios ultrassônicos foram desenvolvidos três programas utilizando o software Labview. O primeiro programa realiza a leitura das formas de onda ultrassônicas dos ensaios utilizando o método de pulso-eco. Na tela principal do programa ("Oscilloscope"), representada na Figura 4.18, é visualizada a forma de onda adquirida pelo transdutor; a temperatura lida pelo termopar fixado na peça ensaiada; a tensão e força lida pela célula de carga para ensaios de obtenção das constantes acustoelásticas, e o tempo entre dois picos de pulsos consecutivos, que corresponde ao tempo de percurso da onda. Também estão presentes na tela principal controles para ajustes do pulso emitido e para visualização da forma de onda. Na tela "Pulso Eco" (Figura 4.19), são feitos ajustes para determinação dos picos dos pulsos para medição do tempo de percurso. As formas de onda do pulso ultrassônico detectado podem ser gravadas para análise posteriores.

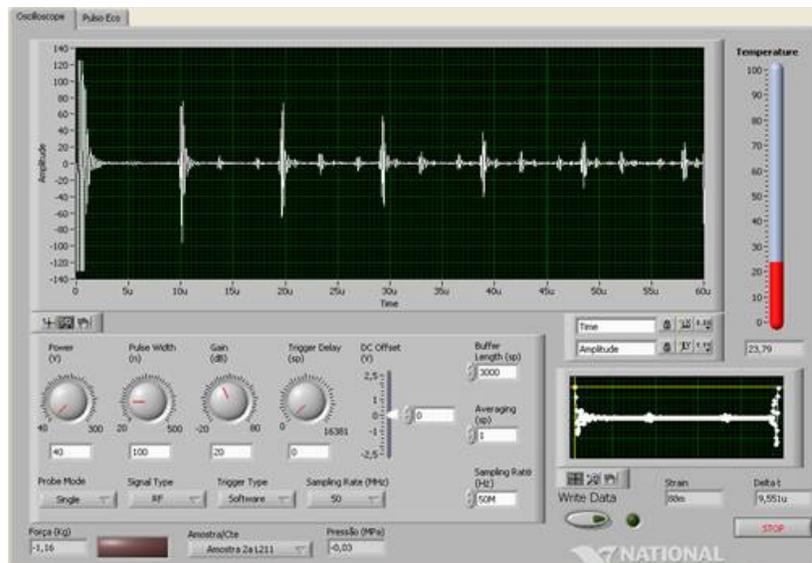


Figura 4.18: Tela principal do programa de aquisição de dados pelo método pulso-eco.

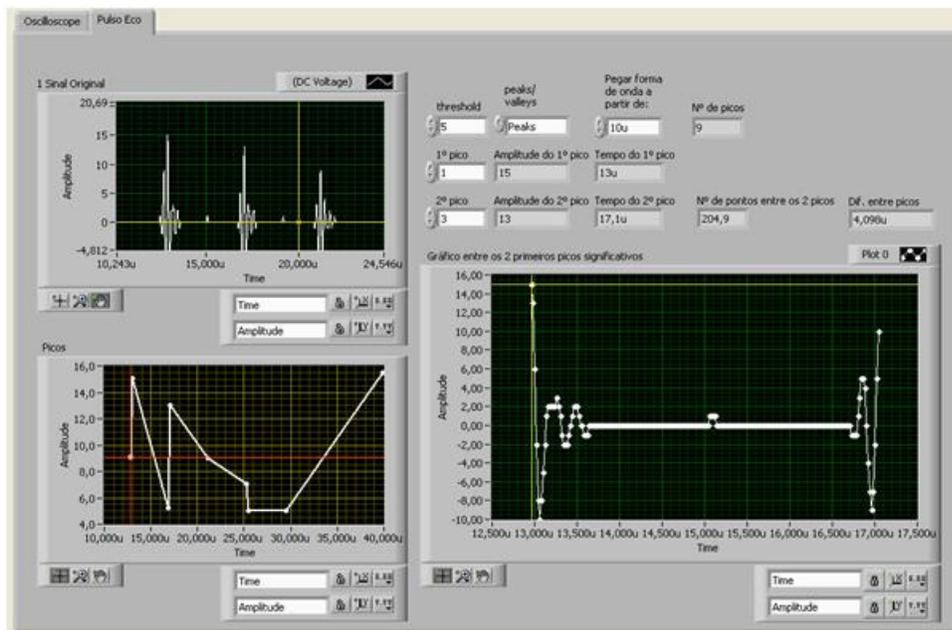


Figura 4.19: Tela de ajuste para detecção de picos do programa para pulso-eco.

Outro programa também foi desenvolvido utilizando o software Labview para análise das formas de onda obtidas dos ensaios com ondas  $L_{cr}$  (Figura 4.20). A tela "Oscilloscope" do programa apresenta a forma de onda detectada pelo transdutor emissor; as medidas de deformação, temperatura e tempo de percurso além dos controles para visualização e ajuste do pulso emitido. O tempo de percurso da onda  $L_{cr}$  corresponde ao tempo entre o *trigger* do pulsador e o início do primeiro pulso no osciloscópio. Considera-se como início do pulso o segundo cruzamento da forma de onda com o zero após o primeiro pico do pulso. O programa identifica o primeiro pico do pulso e em seguida encontra o segundo cruzamento com o zero. O programa ainda conta com a tela "Travel Time" utilizada para ajustes na rotina de detecção do segundo cruzamento com o zero.

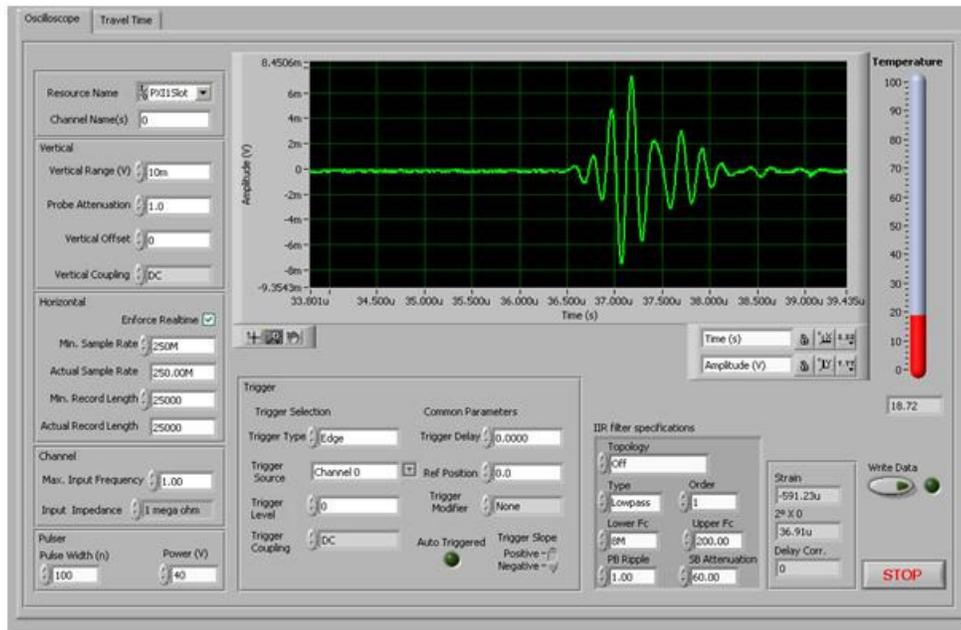


Figura 4.20: Tela do programa de aquisição de dados utilizando ondas  $L_{cr}$ .

Um terceiro programa foi desenvolvido, também utilizando o software Labview, para realizar a correlação cruzada entre dois sinais e medir a defasagem entre eles. Escolhidas duas formas de onda, o programa realiza a correlação, detecta o ponto máximo da sequência resultante da correlação e obtém o tempo relativo a este ponto que corresponde a defasagem entre os dois sinais. A técnica da correlação cruzada será abordada com maiores detalhes na seção 4.4.2. O programa permite também que seja realizada a interpolação dos sinais, aumentando assim, artificialmente, a taxa de amostragem dos sinais. A tela do programa pode ser vista na Figura 4.21.

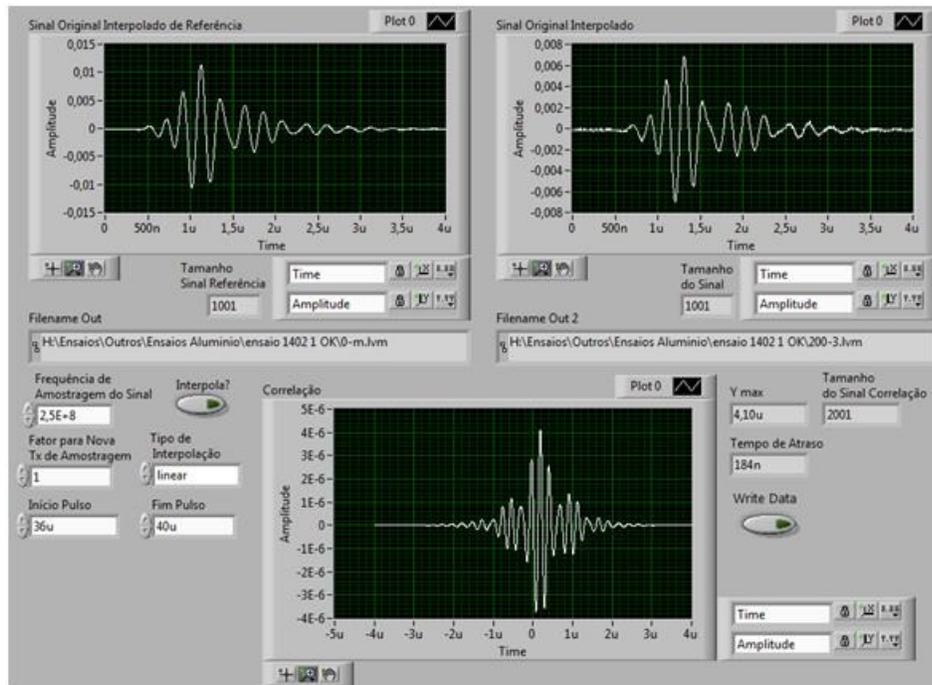


Figura 4.21: Tela do programa para obtenção do tempo de percurso pela correlação cruzada.

#### 4.4 Procedimentos experimentais

O procedimento experimental foi dividido em duas etapas. Na primeira etapa foi feita a medição das constantes elásticas de segunda ordem do material e foram obtidos os módulos de elasticidade e coeficientes de Poisson. Na segunda etapa foram encontradas as constantes acustoelásticas do material  $L^1_{11}$ ,  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$  para obtenção das constantes elásticas de terceira ordem  $C_{111}$ ,  $C_{112}$  e  $C_{113}$ . Para as duas etapas foram feitas a aquisição e análise dos sinais obtidos nos ensaios.

#### 4.4.1 Medição das constantes elásticas de segunda ordem

As medições das velocidades das ondas ultrassônicas para obtenção das constantes elásticas de segunda ordem foram feitas utilizando-se o método pulso-eco, que consiste na utilização de apenas um transdutor que tem a função tanto de emissor quanto de receptor das ondas ultrassônicas. O transdutor é posicionado em uma das faces da amostra. Quando o pulso ultrassônico é emitido, ele propaga-se na amostra até a outra face, reflete e volta ao transdutor. A obtenção do tempo de percurso da onda é feita através da medição do intervalo de tempo entre os maiores picos de dois pulsos consecutivos da forma de onda obtida do transdutor e visualizada no programa desenvolvido em Labview, como pode ser visto na Figura 4.22.

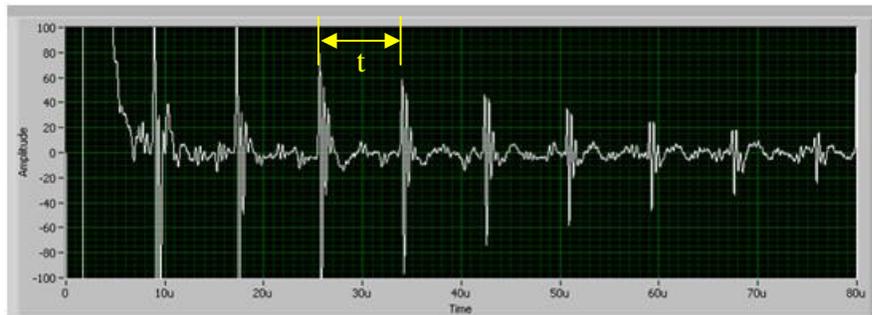


Figura 4.22: Exemplo de forma de onda obtida com o método de pulso-eco e o tempo "t" entre a emissão e a recepção do pulso.

Na Figura 4.22 é possível observar os sucessivos pulsos que representam as reflexões nas faces perpendiculares na amostra. O intervalo de tempo "t" representado no gráfico indica o tempo que o pulso leva para ir do transdutor, refletir-se na face oposta e voltar para o transdutor. O pulso segue o movimento dentro da amostra até perder completamente sua energia.

O esquema de aquisição dos tempos de percurso para medição das constantes elásticas de segunda ordem pode ser visualizado na Figura 4.23. O pulsador USB-UT350 envia o pulso elétrico para o transdutor que gera a onda ultrassônica. A onda propaga-se na amostra até a face oposta e volta para o transdutor que realiza a conversão inversa. O próprio USB-UT 350 digitaliza o sinal e envia-o ao PXI via porta USB. A temperatura da amostra durante o

experimento é medida através do termopar. Com o programa desenvolvido em Labview, é possível a visualização da forma de onda adquirida pelo transdutor e a determinação do tempo de percurso da onda ultrassônica.

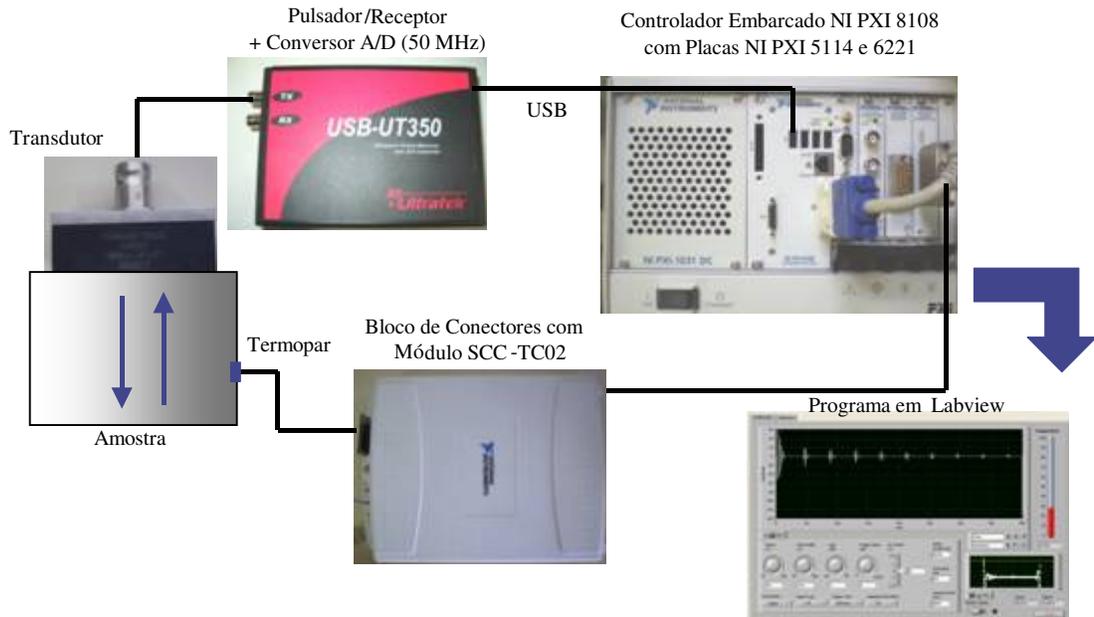


Figura 4.23: Esquema experimental para medição pelo método pulso-eco das constantes elásticas de segunda ordem.

Para a medição da constante  $C_{11}$  é necessário medir a velocidade da onda longitudinal na direção 1,  $v_1^{(1)}$  conforme equação (2.48). Com esta finalidade foram cortadas três amostras retangulares com 30 mm de comprimento e 25 mm de largura (Figura 4.24) de uma mesma barra. Uma amostra foi retirada na região central da barra e as outras duas próximas das extremidades da barra.

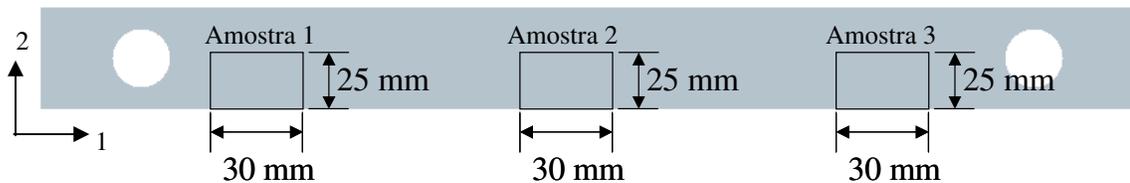


Figura 4.24: Dimensões das amostras cortadas da barra.

Foi utilizado o transdutor de ondas longitudinais de 5 MHz de frequência e diâmetro do elemento piezelétrico de 13 mm. O transdutor é posicionado em uma das faces da amostra e quando o pulso ultrassônico é emitido, ele propaga-se na amostra até a outra face, reflete e volta ao transdutor (Figura 4.25). Portanto, o tempo de percurso do pulso medido corresponde à distância percorrida de ida e volta na amostra.

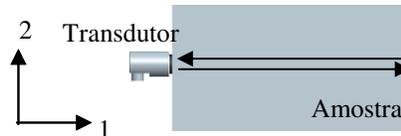


Figura 4.25: Esquema do percurso do pulso ultrassônico na amostra para medir  $C_{11}$ .

Para a obtenção de  $C_{22}$  foram utilizadas as mesmas amostras usadas para obter  $C_{11}$ , mas para medir  $v_2^{(2)}$  o transdutor foi posicionado na face perpendicular à face utilizada na medida de  $C_{11}$  (Figura 4.26).

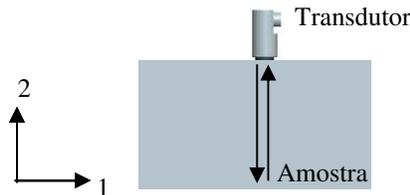


Figura 4.26: Esquema do percurso do pulso ultrassônico na amostra para medir  $C_{22}$ .

A medição de  $v_3^{(3)}$  para se chegar ao valor de  $C_{33}$  é feita posicionando o transdutor de ondas longitudinais na face superior das amostras retangulares. Para o acoplamento dos transdutores de ondas longitudinais com as amostras, foi utilizado gel específico para ensaios ultrassônicos.

As constantes  $C_{44}$ ,  $C_{55}$  e  $C_{66}$  foram obtidas com a medição da velocidade de ondas cisalhantes. O transdutor de ondas cisalhantes utilizado para a medição das três constantes tem 5 MHz de frequência e 13 mm de diâmetro do elemento piezelétrico. O método de medição também foi o pulso-eco e foram utilizadas novamente as três amostras retangulares. Foi utilizado xarope de glucose de milho como acoplante entre o transdutor de ondas cisalhantes e a amostra.

Para encontrar o valor de  $C_{44}$  foram medidas as velocidades  $v_3^{(2)}$ , que corresponde à onda se propagando na direção 3 e polarizada na direção 2, e  $v_2^{(3)}$ , que representa o oposto, conforme a equação (2.48). Na Figura 4.27 está representado o esquema de medição de  $v_3^{(2)}$ .

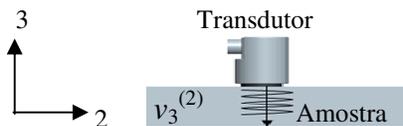


Figura 4.27: Esquema do posicionamento do transdutor de ondas cisalhantes para medir  $v_3^{(2)}$ .

Os esquemas de montagem do transdutor nas amostras retangulares para a medição de  $v_3^{(1)}$  e  $v_1^{(2)}$  para obtenção das constantes  $C_{55}$  e  $C_{66}$ , respectivamente, estão representados nas Figuras 4.28 e 4.29. As velocidades  $v_1^{(3)}$  e  $v_2^{(1)}$  também foram medidas.

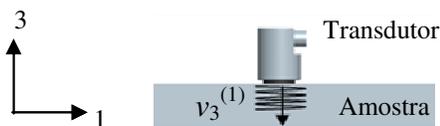


Figura 4.28: Esquema do posicionamento do transdutor de ondas cisalhantes para medir  $v_3^{(1)}$ .

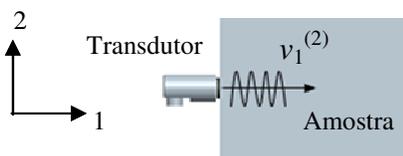


Figura 4.29: Esquema do posicionamento do transdutor de ondas cisalhantes para medir  $v_1^{(2)}$ .

Para a obtenção das constantes  $C_{12}$ ,  $C_{13}$  e  $C_{23}$  foram cortadas e usinadas amostras conforme os esquemas nas Figuras 4.30, 4.31 e 4.32.

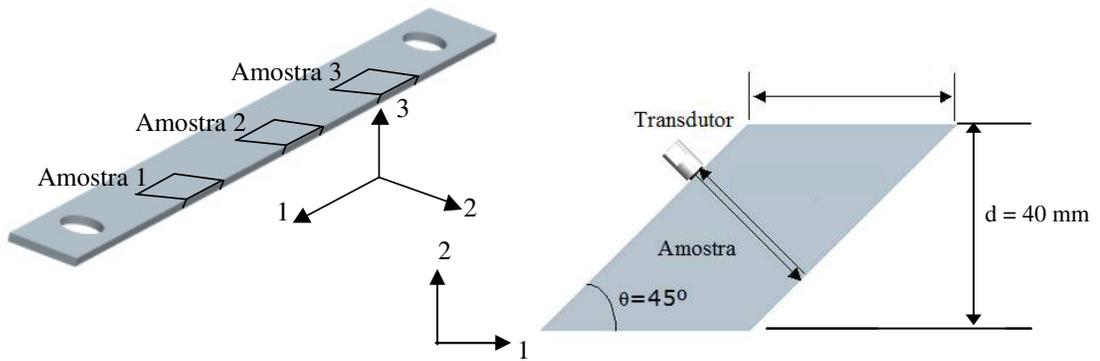


Figura 4.30: Esquema do corte e medição para obtenção da constante  $C_{12}$ .

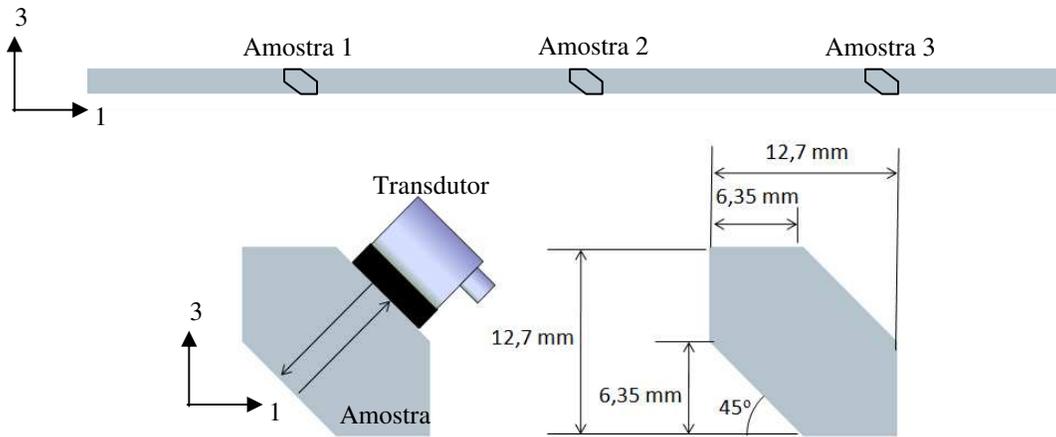


Figura 4.31: Esquema do corte e medição para obtenção da constante  $C_{13}$ .

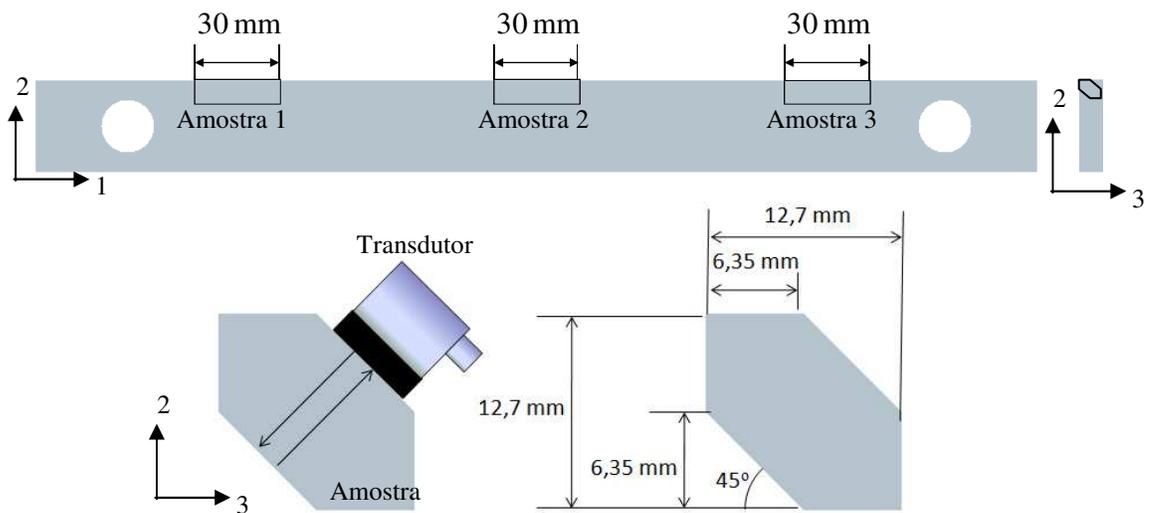


Figura 4.32: Esquema do corte e medição para obtenção da constante  $C_{23}$ .

Com os ângulos de propagação de ondas definidos em 45°, conforme os esquemas de corte das amostras nas Figuras 4.30, 4.31 e 4.32, as equações (2.52), (2.53) e (2.54) podem ser reescritas como:

$$\begin{aligned}
 C_{12} &= 2\sqrt{(0,5C_{66} + 0,5C_{22} - \rho^0 v_{12}^2)(0,5C_{11} + 0,5C_{66} - \rho^0 v_{12}^2)} - C_{66} \\
 C_{23} &= 2\sqrt{(0,5C_{22} + 0,5C_{44} - \rho^0 v_{23}^2)(0,5C_{44} + 0,5C_{33} - \rho^0 v_{23}^2)} - C_{44} \\
 C_{13} &= 2\sqrt{(0,5C_{11} + 0,5C_{55} - \rho^0 v_{13}^2)(0,5C_{55} + 0,5C_{33} - \rho^0 v_{13}^2)} - C_{55}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Conhecidas as nove constantes de segunda ordem do material ortotrópico, obtêm-se os módulos de elasticidades conforme as equações (2.21), os coeficientes de Poisson pelas equações (2.22) e os módulos transversais com as equações (2.23).

As amostras cortadas para a medição das constantes podem ser visualizadas na Figura 4.33.

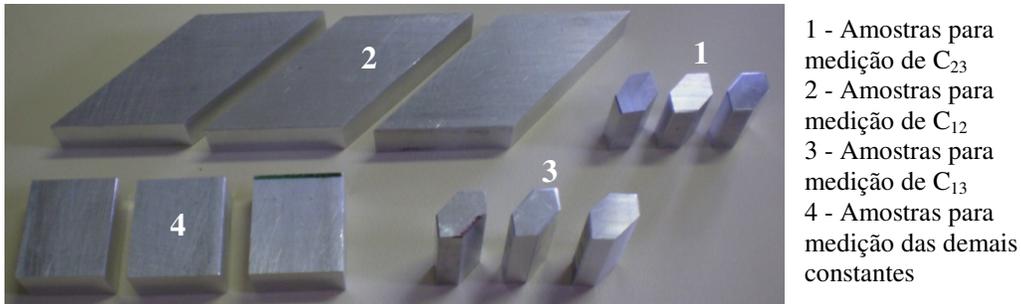


Figura 4.33: Amostras cortadas da barra para medição das constantes elásticas.

#### 4.4.2 Medição da constante acustoelástica $L_{11}^1$

Para a obtenção da constante  $L_{11}^1$  através do efeito acustoelástico, são utilizadas as ondas ultrassônicas longitudinais criticamente refratadas, ou  $L_{cr}$ . Para a geração de ondas  $L_{cr}$  são utilizadas sapatas de acrílico que permitem o acoplamento e posicionamento dos transdutores de ondas longitudinais de forma a permitir a incidência da onda respeitando o primeiro ângulo

crítico, que para a interface entre o acrílico e o alumínio é de  $25,7^\circ$  (ANDRINO, 2003). Na Figura 4.34 está representado o esquema de geração das ondas  $L_{cr}$  para o alumínio.

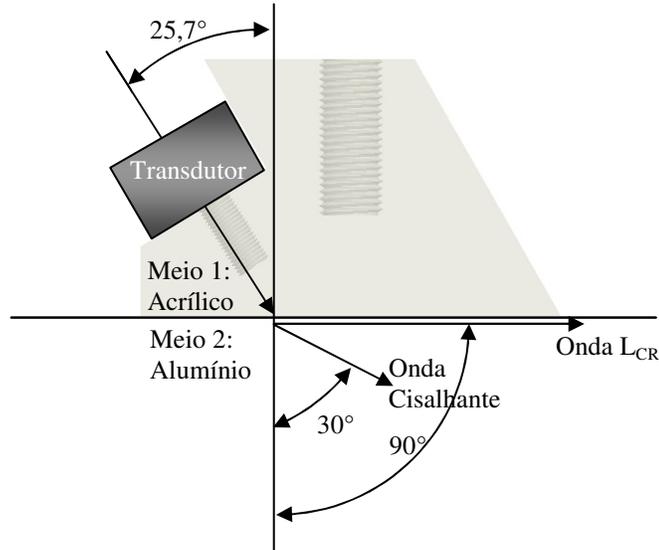


Figura 4.34: Esquema de geração de ondas  $L_{cr}$  com sapatas de acrílico para o alumínio.

Utilizando a expressão (2.44), a constante acustoelástica  $L_{11}^1$  pode ser obtida experimentalmente com os valores de variação da deformação resultante de uma tensão aplicada ao material e a variação de tempo de percurso da onda conhecidos. Usando a lei de Hooke,  $\Delta\sigma_1 = E_1\Delta e_{11}^i$ , a equação (3.8) pode ser reescrita como:

$$L_{11}^1 = \frac{E_1}{t_{ref}} \frac{\Delta t_F}{\Delta\sigma_1} = \frac{1}{t_{ref}} \frac{\Delta t_F}{\Delta e_{11}^i} \quad (4.2)$$

A constante  $L_{11}^1$  obtida através do ensaio utilizando ondas  $L_{cr}$  refere-se à constante acustoelástica no sistema de coordenadas iniciais, pois os transdutores, devido ao suporte onde estão fixadas às sapatas, são mantidos a uma distância fixa em todos os níveis de tensão medidos (DUQUENNOY *et al.*, 2002). A relação entre a constante acustoelástica  $L_{11}^1$  e as constantes de elásticas de segunda e terceira ordem no sistema de coordenadas iniciais é representada na equação (3.5).

Para a aplicação de tensão no material foi utilizado o dispositivo hidráulico de tração detalhado no item 4.2.6. Diferentes níveis de pressão foram aplicados ao cilindro hidráulico do dispositivo pela bomba, iniciando-se em zero. Para cada nível de pressão foram verificados os tempos de percurso da onda  $L_{cr}$  e a deformação lida pelo extensômetro colado à barra.

O esquema experimental para obtenção da constante acustoelástica  $L_{11}^1$  pode ser visualizado na Figura 4.35.

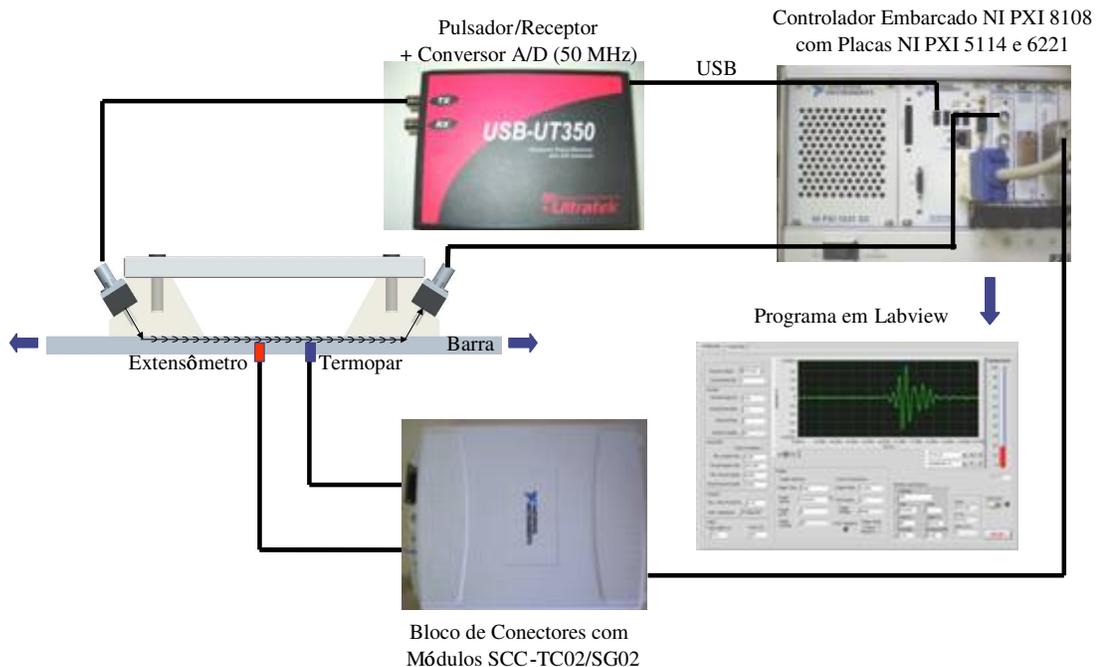


Figura 4.35: Esquema experimental para medição por ondas  $L_{cr}$  a constante acustoelástica  $L_{11}^1$ .

A obtenção do tempo de percurso da onda  $L_{cr}$  foi feita por dois métodos diferentes: pela medição do segundo cruzamento com o zero da onda  $L_{cr}$  e pelo método da correlação cruzada.

O critério de medição pelo segundo cruzamento com o zero consiste na medição do tempo entre o *trigger* inicial do pulsador e a segunda vez que o sinal cruza a abscissa do gráfico da tela do osciloscópio do programa após o primeiro pico significativo do primeiro pulso. Outros pulsos são gerados junto com a onda  $L_{cr}$ , entretanto, o primeiro pulso a ser detectado pelo transdutor corresponde à onda  $L_{cr}$  por ela se deslocar em linha reta e com maior velocidade. Na Figura 4.36

podem ser visto todos os pulsos detectados pelo transdutor e o detalhe no primeiro pulso com a marcação do segundo cruzamento com o zero.

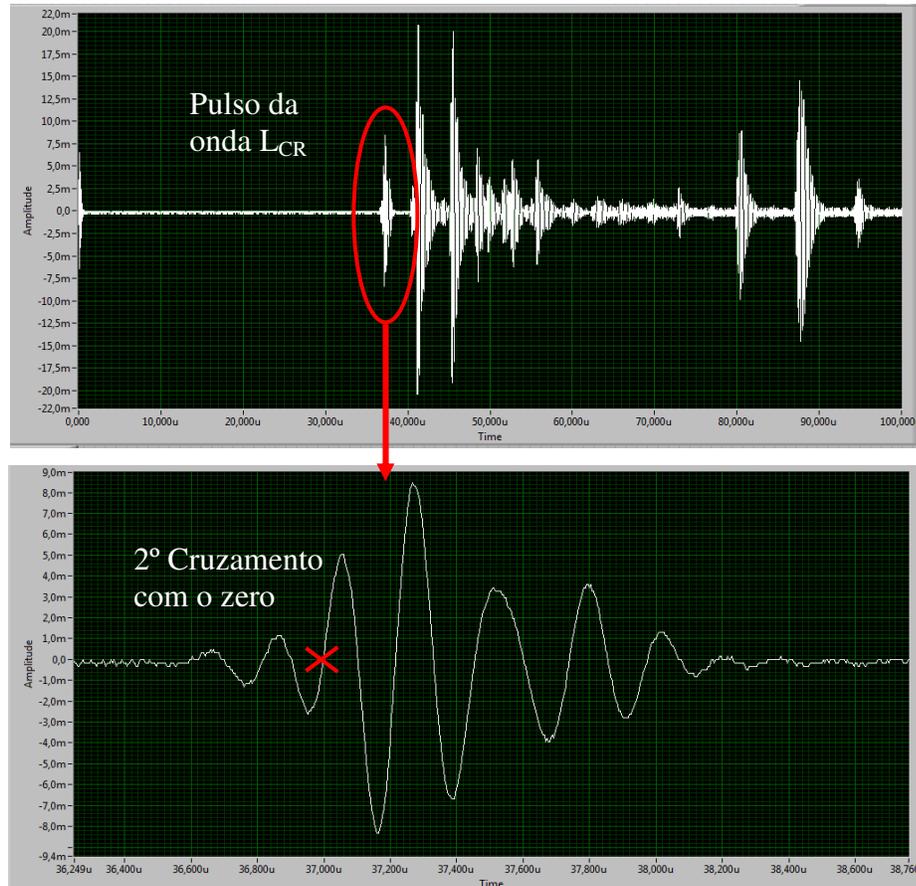


Figura 4.36: Exemplo de forma de onda detectada no ensaio com ondas  $L_{CR}$ .

A correlação cruzada aplicada em processamento de sinais é uma técnica que permite estabelecer a defasagem entre dois sinais. Matematicamente, a correlação cruzada de duas sequências de energia finita  $x[i]$  e  $y[i]$ , que resulta na sequência  $r_{xy}[j]$ , é definida como (PROAKIS e MANOLAKIS, 1996):

$$r_{xy}[j] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x[i]y[i-j] \quad j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.3)$$

Considerando as sequências  $x[i]$  e  $y[i]$  resultado de sinais discretizados no domínio do tempo, na equação 4.3, o índice  $i$  representa os instantes de tempo amostrados,  $j$  representa o parâmetro de deslocamento no tempo e o subscrito  $xy$  na sequência  $r_{xy}$  indica as sequências correlacionadas,  $x[i]$  e  $y[i]$ .

A correlação cruzada mede o grau de correlação entre as duas sequências. No caso em que as duas sequências são idênticas, mas com um atraso  $T$  entre elas, a sequência  $r_{xy}[j]$  terá seu ponto máximo em  $j = T$ . Esta propriedade possibilita identificar a defasagem entre dois sinais correlatos analisando a sequência resultante da correlação cruzada  $r_{xy}[j]$ .

A correlação cruzada é aplicada a medição do tempo de percurso da onda  $L_{cr}$  através da correlação de duas formas de onda obtidas em dois estados de tensão diferentes. A localização no tempo do ponto máximo da função resultante da correlação representa a defasagem entre os dois sinais, ou seja, a variação do tempo de percurso resultante da variação da tensão. Um exemplo do resultado da correlação cruzada entre duas formas de onda  $L_{cr}$  pode ser visualizado na Figura 4.37 com um círculo mostrando o ponto máximo da função e um zoom indicando que ele se encontra por volta dos 190 ns, mostrando assim a defasagem entre os dois pulsos correlacionados.

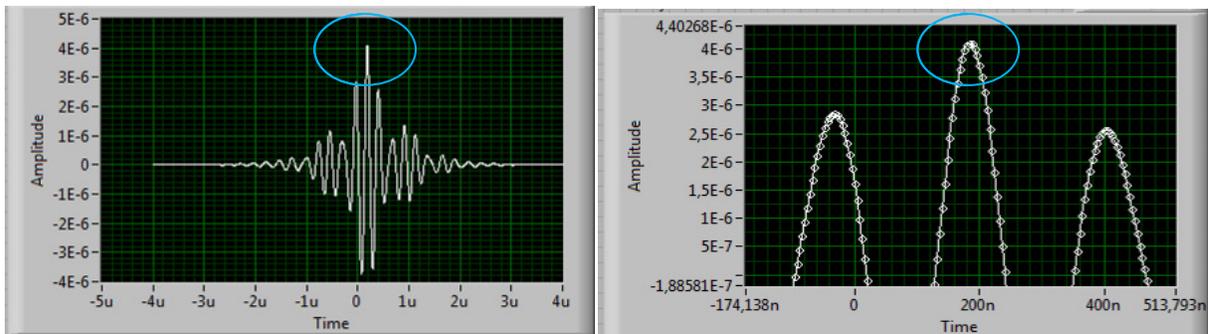


Figura 4.37: Forma de onda da sequência resultante da correlação entre dois pulsos de onda  $L_{cr}$  com o ponto máximo indicando a defasagem entre os pulsos.

#### 4.4.3 Medição das constantes acustoelásticas $L^2_{11}$ e $L^3_{11}$

Para a obtenção da constante acustoelástica  $L^2_{11}$  é necessário medir a variação da velocidade da onda ultrassônica longitudinal na direção 1 com a aplicação de valores conhecidos de tensão na direção 2. A obtenção de  $L^3_{11}$  segue o mesmo princípio, mas com a tensão sendo aplicada na direção 3. As expressões de  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$  são:

$$L^2_{11} = \frac{E_2}{t_{ref}} \frac{\Delta t_F}{\Delta \sigma_2} \quad (4.4)$$

$$L^3_{11} = \frac{E_3}{t_{ref}} \frac{\Delta t_F}{\Delta \sigma_3} \quad (4.5)$$

A amostra do material utilizada para a obtenção da constante  $L^2_{11}$  foi a mesma usada para obtenção de constantes de segunda ordem e está representada nas Figuras 4.24 e 4.33. Para a obtenção de  $L^3_{11}$  foram cortadas três amostras retangulares da barra com 30 mm de comprimento, na direção 1, e 15 mm de largura, na direção 2. As três amostras, como as anteriores, foram retiradas próximas às extremidades e no centro da barra.

A aplicação de tensão foi feita pela prensa hidráulica e a leitura dos valores de tensão foi feita com a célula de carga, ambas apresentadas no item 4.2.6. O método de medição dos tempos de percurso da onda ultrassônica utilizado foi o pulso-eco. Os esquemas para medição do efeito acustoelástico na amostra para obter as duas constantes estão representados nas Figuras 4.38 e 4.39. Na Figura 4.40 pode ser vista a amostra posicionada para a medição de  $L^2_{11}$ .

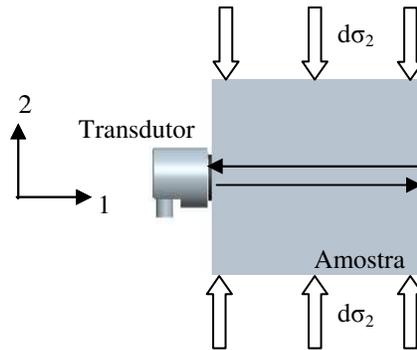


Figura 4.38: Esquema do percurso do pulso ultrassônico e da aplicação da tensão na amostra para medir  $L^2_{11}$ .

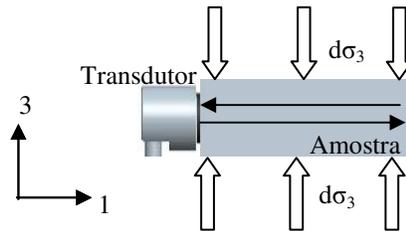


Figura 4.39: Esquema do percurso do pulso ultrassônico e da aplicação da tensão na amostra para medir  $L^3_{11}$ .



Figura 4.40: Amostra posicionada na prensa para medir  $L^2_{11}$ .

Ao contrário da constante  $L^1_{11}$  que foi obtida no sistema de coordenadas iniciais, as constantes  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$  medidas estão no sistema de coordenadas naturais, pois no método de medição utilizado, o pulso-eco, as distâncias percorridas variam para cada nível de tensão

aplicado à amostra (DUQUENNOY *et al.*, 2002). As equações (3.15) apresentam a relação entre as constantes  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$  e as constantes elásticas de segunda e terceira ordem no sistema de coordenadas natural.

De forma semelhante à obtenção de  $L^1_{11}$ , também foi verificado o tempo de percurso da onda para diferentes níveis de pressão aplicados pela prensa hidráulica, iniciando-se em zero, com medição dos valores de tensão obtidos a partir da célula de carga. O esquema experimental completo pode ser visualizado na Figura 4.41.

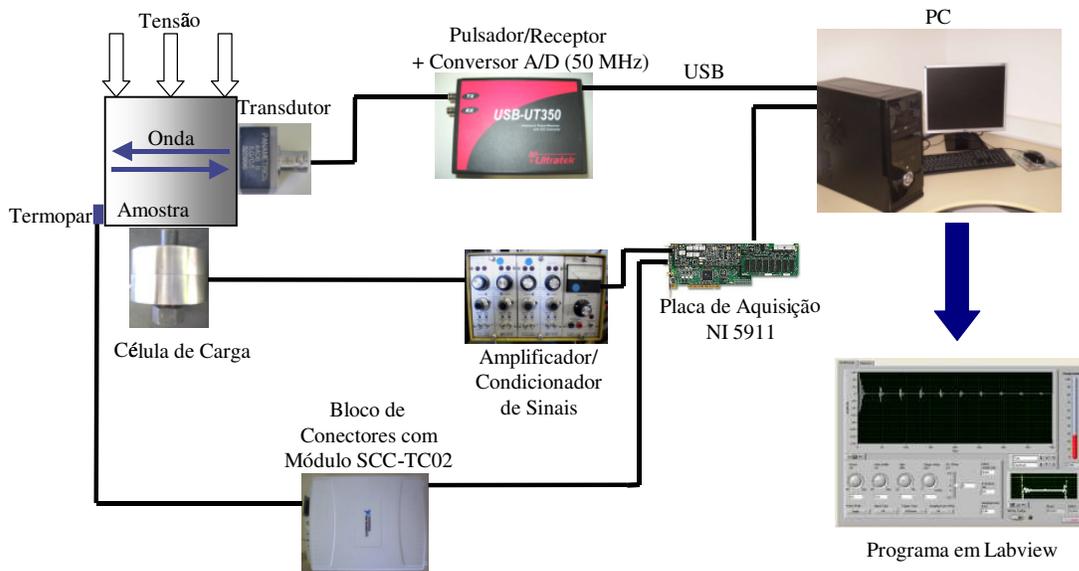


Figura 4.41: Esquema experimental para medição das constantes acustoelásticas  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$ .

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A avaliação da influência da ortotropia gerada pela laminação no efeito acustoelástico foi verificada através da análise dos valores das constantes elásticas de segunda e terceira ordem encontrados e também das constantes acustoelásticas medidas. As etapas de análise dos resultados experimentais foram:

- Verificação da influência da temperatura na velocidade das ondas longitudinais, cisalhantes e  $L_{cr}$  para correções nos tempos de percurso medidos em temperaturas distintas.
- Análise dos valores encontrados das constantes elásticas de segunda ordem do material e dos módulos de elasticidade e coeficientes de Poisson calculados.
- Análise dos valores das constantes acustoelásticas  $L^1_{11}$ ,  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$  medidas e das constantes elásticas de terceira ordem  $C_{111}$ ,  $C_{112}$  e  $C_{113}$  calculadas.
- Cálculo de  $L^1_{11}$  utilizando os valores das constantes elásticas de segunda e terceira ordem encontrados e considerando o material isotrópico.

Para todas as medições das constantes elásticas e acustoelásticas foram levantadas as incertezas dos valores medidos e calculados.

### 5.1 Influência da temperatura na velocidade de propagação das ondas

Diversos trabalhos anteriores mostraram a influência da temperatura no tempo de percurso da onda ultrassônica, principalmente na  $L_{cr}$  (SANTOS, 2007; SANTOS *et al.*, 2010 e PEREIRA *et al.*, 2011). Tendo em vista que não foi possível manter a temperatura constante durante os

experimentos para medição das constantes elásticas e acustoelásticas, foi necessário quantificar o grau de influência da temperatura no tempo de percurso para os três tipos de onda.

### 5.1.1 Influência da temperatura nas ondas $L_{cr}$

Utilizando o mesmo aparato experimental utilizado para a medição da constante acustoelástica  $L_{11}^1$ , descrito no item 4.4.2, mas sem a aplicação de tensão na barra, foi verificada a evolução do tempo de percurso, e consequentemente da velocidade da onda ultrassônica, em função do aumento da temperatura lida na barra sob análise através do termopar. O controle da temperatura foi feito com a regulagem do ar condicionado do laboratório.

O gráfico com os tempos de percurso obtidos em função da temperatura da barra pode ser visto na Figura 5.1 com a linha de tendência obtida pelo método dos mínimos quadrados e com a respectiva equação de reta. Para a geração dos gráficos foi utilizado o programa Microsoft Excel.

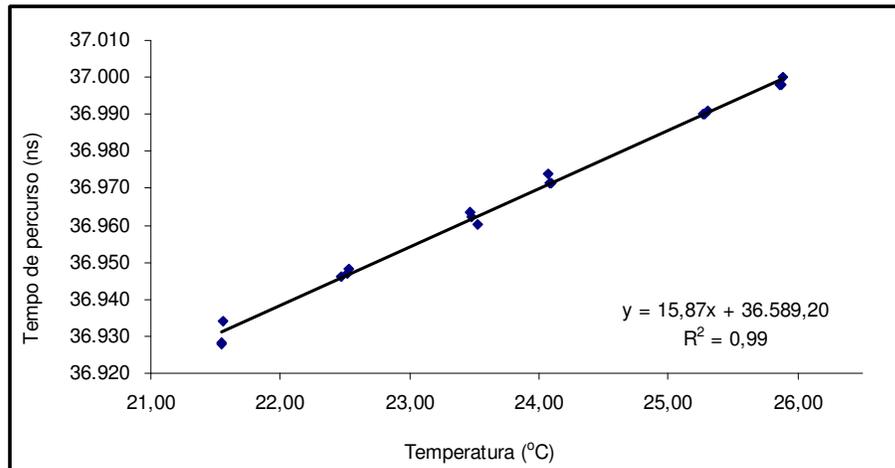


Figura 5.1: Tempo de percurso da onda  $L_{cr}$  em função da temperatura.

Para a obtenção do gráfico que relaciona a velocidade da onda  $L_{cr}$  se propagando no alumínio em função da temperatura, é necessário descontar o tempo que a onda percorre nas sapatas de acrílico dos transdutores emissor e receptor. Conforme foi verificado por Santos *et al.*

(2010), embora a velocidade de propagação da onda ultrassônica no acrílico sofra uma forte influência da temperatura, este efeito não é expressivo no arranjo experimental empregado devido a baixa condutividade térmica do acrílico (0,17 - 0,22 W/m.K) se comparada com a do alumínio (em torno de 237 W/m.K). Assim, as sapatas de acrílico não sofrem variações de temperatura muito rapidamente, principalmente quando a diferença de temperatura entre elas e o alumínio não for significativa, como é o caso dos experimentos aqui expostos.

Considerando a velocidade de propagação da onda longitudinal no acrílico como sendo 2.660 m/s e a distância percorrida nas duas sapatas sendo 32 mm, foi descontado o tempo de percurso no acrílico nas medidas para a obtenção da velocidade do alumínio para cada temperatura. As velocidades da onda  $L_{cr}$  obtidas em função da temperatura podem ser visualizadas juntamente com a linha de tendência e sua equação de reta na Figura 5.2.

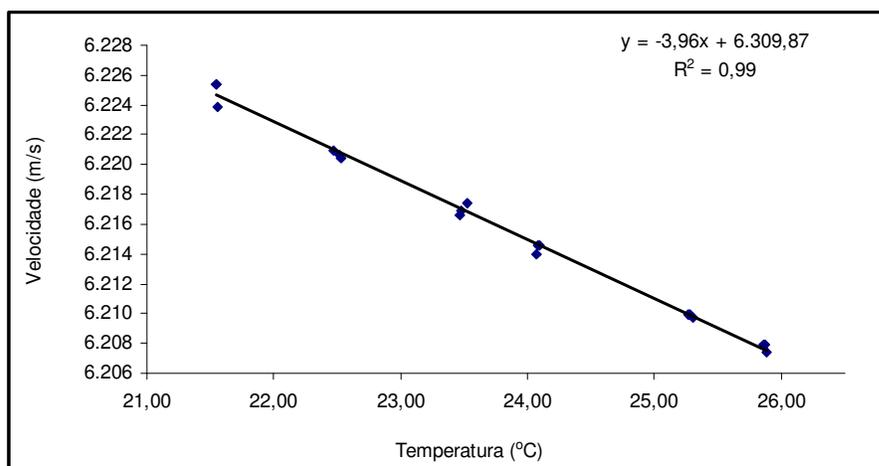


Figura 5.2: Velocidade da onda  $L_{cr}$  no alumínio em função da temperatura.

Na equação de reta da linha de tendência gerada a partir dos dados experimentais (Figura 5.2) verifica-se que a velocidade da onda  $L_{cr}$  no alumínio 7050 decresce linearmente à taxa de 3,96 m/s por grau Celsius. Na Figura 5.1, é possível observar pela equação de reta da linha de tendência que o tempo de percurso aumenta com uma taxa de 15,87 ns por °C.

Utilizando como temperatura padrão o valor de 25 °C, os valores obtidos de tempo de percurso da onda (em nanosegundos) nos experimentos com ondas  $L_{cr}$  para obtenção de  $L_{11}^1$  foram corrigidos pela equação:

$$t = t_{med} + 15,87(25 - T) \quad (5.1)$$

Sendo  $t_{med}$  o tempo medido da onda  $L_{cr}$ , em nanosegundos, e  $T$  a temperatura da barra durante a medição do tempo.

### 5.1.2 Influência da temperatura nas ondas longitudinais (pulso-eco)

A variação do tempo de percurso da onda longitudinal em função da temperatura utilizando o método de medição pulso-eco pode ser visualizada na Figura 5.3 e a variação da velocidade na Figura 5.4. A medição ocorreu com a onda longitudinal se propagando na direção 2 e percorrendo uma distância total de 140 mm. Tanto na Figura 5.3 quanto na Figura 5.4 são apresentadas as respectivas linhas de tendência traçadas a partir dos tempos de percurso medidos em diversas temperaturas.

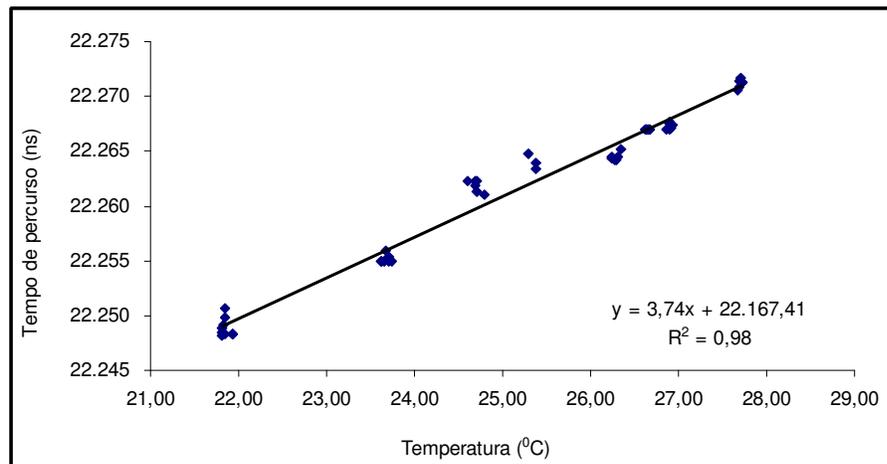


Figura 5.3: Tempo de percurso da onda longitudinal em função da temperatura no método pulso-eco.

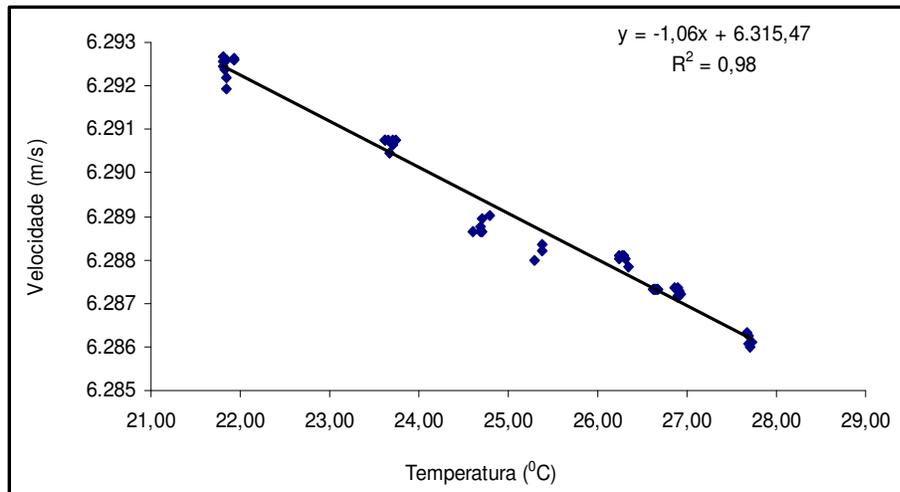


Figura 5.4: Velocidade da onda longitudinal em função da temperatura no método pulso-eco.

Na Figura 5.4, verifica-se que a velocidade da onda longitudinal se propagando na barra decresce de forma linear a uma taxa de 1,06 m/s por °C. A equação de correção da velocidade medida ( $v_{med}$ , em m/s) em função da temperatura, para ondas longitudinais no método pulso-eco pode ser escrita como:

$$v = v_{med} - 1,06(25 - T) \quad (5.2)$$

### 5.1.3 Influência da temperatura nas ondas cisalhantes (pulso-eco)

Realizando a mesma análise descrita no item anterior, mas utilizando ondas cisalhantes se propagando na direção 2 e polarizadas na direção 3, foi possível traçar a linha de tendência da variação da velocidade da onda cisalhante utilizando o método pulso-eco com a temperatura. Na Figura 5.5 podem ser vistos os tempos de percurso obtidos em diversas temperaturas e a linha de tendência gerada pelo método dos mínimos quadrados com sua respectiva equação de reta. Na Figura 5.6 é apresentada a variação da velocidade da onda em função da temperatura.

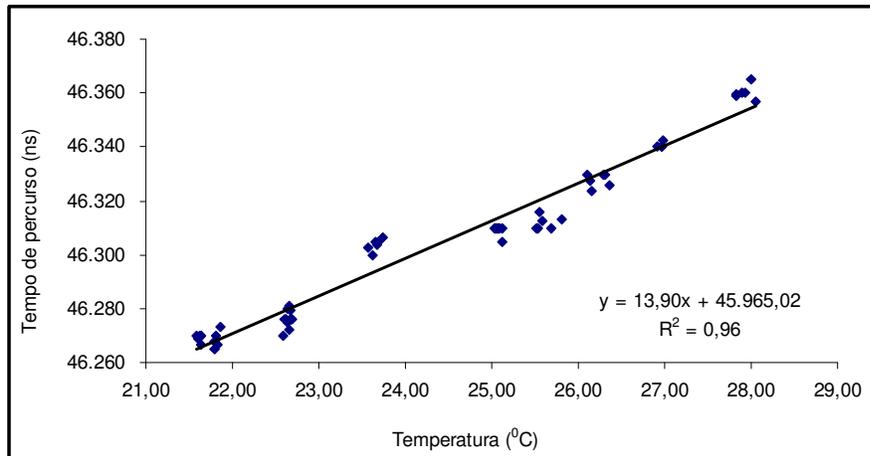


Figura 5.5: Tempo de percurso da onda cisalhante em função da temperatura no método pulso-eco.

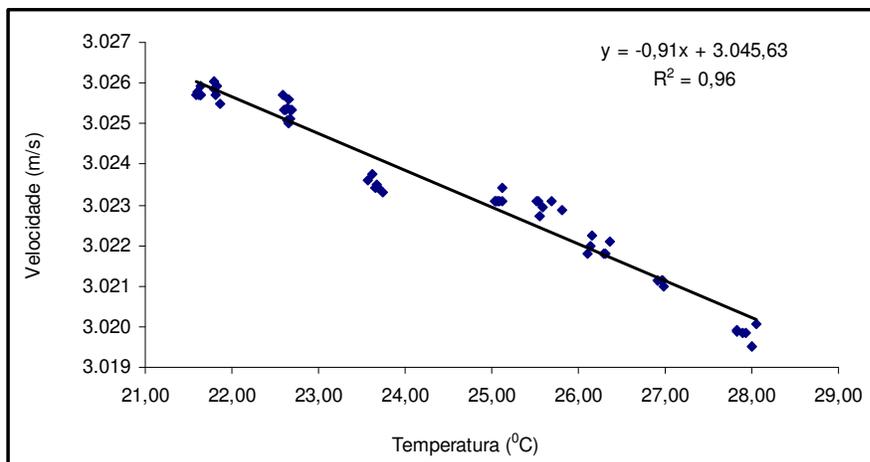


Figura 5.6: Velocidade da onda cisalhante em função da temperatura no método pulso-eco.

A taxa de decréscimo da velocidade em função da temperatura encontrada da onda cisalhante no material foi de 0,91 m/s por °C. A equação de correção da velocidade devida à temperatura é:

$$v = v_{med} - 0,91(25 - T) \quad (5.3)$$

## 5.2 Constantes elásticas de segunda ordem obtidas

Para a obtenção dos valores das constantes elásticas de segunda ordem, conforme as equações (2.48) e (4.1), é necessário medir, além das velocidades de onda no material, a densidade do mesmo. Na Tabela 5.1 são apresentadas as medidas das três dimensões das três amostras utilizadas para medição da densidade, representadas pelas letras L (largura), C (comprimento) e H (altura) e o "Delta L-C-H" representando a incerteza do instrumento de medição (micrômetro). Calculando o volume e medindo a massa das amostras com uma balança com uma incerteza "Delta M", é obtida a densidade com uma incerteza combinada "Delta D". A densidade utilizada para os cálculos das constantes elásticas foi a média obtida das três amostras e seu valor foi  $2.823 \text{ kg/m}^3$  com uma incerteza de  $1,44 \text{ kg/m}^3$ .

Tabela 5.1: Cálculo da densidade da barra.

Amostra	L (m)	C (m)	H (m)	Delta L-C-H	Volume (m <sup>3</sup> )	Massa (kg)	Delta M	Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	Delta D
1	0,03002	0,02502	0,01266	5,00E-06	9,51E-06	0,02684	5,00E-06	2823	1,43
2	0,03004	0,02505	0,01265	5,00E-06	9,52E-06	0,02689	5,00E-06	2825	1,44
3	0,03007	0,02501	0,01265	5,00E-06	9,51E-06	0,02685	5,00E-06	2822	1,44
<b>Média</b>	0,03004	0,02503	0,01265	5,00E-06	9,51E-06	0,02686	5,00E-06	<b>2823</b>	<b>1,44</b>

Na Tabela 5.2 são apresentados os valores das nove constantes elásticas de segunda ordem (em GPa) obtidas através das medições de velocidades de ondas longitudinais e cisalhantes em três amostras da mesma barra.

Tabela 5.2: Constantes elásticas de segunda ordem medidas para cada amostra e incertezas.

CONST.	ONDA	Amostra 1	Amostra 2	Amostra 3	MÉDIA	INCERT A	INCERT B	INCERT TOTAL	% INCERT
<b>C<sub>11</sub></b>	$v_1^{(1)}$	111,4	111,4	111,4	<b>111,4</b>	0,0	0,2	0,2	<b>0,2%</b>
<b>C<sub>22</sub></b>	$v_2^{(2)}$	112,1	112,0	112,1	<b>112,1</b>	0,0	0,3	0,3	<b>0,3%</b>
<b>C<sub>33</sub></b>	$v_3^{(3)}$	110,3	110,4	110,3	<b>110,3</b>	0,0	0,6	0,6	<b>0,5%</b>
<b>C<sub>44</sub></b>	$v_2^{(3)}$	26,4	26,4	26,4	<b>26,4</b>	0,0	0,0	0,1	<b>0,3%</b>
	$v_3^{(2)}$	26,5	26,4	26,5			0,1		
	Dif	-0,1	-0,1	-0,1					
<b>C<sub>55</sub></b>	$v_3^{(1)}$	27,0	26,9	27,0	<b>27,0</b>	0,0	0,1	0,1	<b>0,3%</b>
	$v_1^{(3)}$	27,0	27,0	27,0			0,0		
	Dif	0,0	0,0	-0,1					
<b>C<sub>66</sub></b>	$v_1^{(2)}$	25,9	25,8	25,8	<b>25,8</b>	0,0	0,0	0,1	<b>0,2%</b>
	$v_2^{(1)}$	25,8	25,8	25,8			0,0		
	Dif	0,0	0,0	0,0					
<b>C<sub>12</sub></b>	Long	56,9	56,8	56,9	<b>57,0</b>	0,0	0,6	0,6	<b>1,0%</b>
	Cis	56,7	57,0	57,4			0,2		
	Dif	0,2	-0,2	-0,6					
<b>C<sub>13</sub></b>	Long	57,7	58,3	59,1	<b>57,9</b>	0,1	1,6	1,6	<b>2,8%</b>
	Cis	57,5	57,3	57,3			0,4		
	Dif	0,2	1,0	1,8					
<b>C<sub>23</sub></b>	Long	57,4	58,0	57,4	<b>57,2</b>	0,1	1,6	1,7	<b>2,9%</b>
	Cis	56,9	56,9	56,9			0,4		
	Dif	0,3	0,9	0,3					

Na Tabela 5.2, as nove constantes de segunda ordem estão representadas na coluna "CONST.". Na coluna "ONDA" é especificada a onda utilizada para a medição. Para as constantes  $C_{44}$ ,  $C_{55}$  e  $C_{66}$  foram medidas as duas ondas cisalhantes possíveis para a obtenção de cada uma das constantes, e para  $C_{12}$ ,  $C_{13}$  e  $C_{23}$  foram medidas tanto as ondas quasi-longitudinais ("Long"), quanto as quasi-transversais ("Cis"), conforme as equações (2.52), (2.53) e (2.54).

Continuando na Tabela 5.2, a coluna "INCERT A" representa o desvio padrão experimental da média dado pela divisão do desvio padrão das medidas de velocidade pela raiz quadrada do número de medições. Na coluna "INCERT B" é calculada a incerteza combinada das incertezas referentes às precisões das medidas de densidade, tempo de percurso, temperatura e distância percorrida pela onda. A equação (5.4) apresenta o cálculo utilizado para a obtenção de uma constante elástica genérica  $C_{\alpha\beta}$  considerando a densidade  $\rho_0$ ; distância percorrida  $2d$ ; o tempo de percurso medido  $t$ ; a temperatura medida  $T$  da amostra e a taxa de variação da velocidade da onda em função da temperatura  $F$  (-1,06 para ondas longitudinais e -0,91 para ondas cisalhantes). O

termo  $\Delta C_{\alpha\beta}$  representa a incerteza combinada em função das incertezas das outras variáveis ( $\Delta\rho_0$ ,  $\Delta t$ ,  $\Delta d$  e  $\Delta T$ ).

$$C_{\alpha\beta} = \rho^0 \left( \frac{2d}{t} + (25 - T)F \right)^2$$

$$\Delta C_{\alpha\beta} = \sqrt{\left( \frac{\partial C_{\alpha\beta}}{\partial d} \Delta d \right)^2 + \left( \frac{\partial C_{\alpha\beta}}{\partial t} \Delta t \right)^2 + \left( \frac{\partial C_{\alpha\beta}}{\partial \rho^0} \Delta \rho^0 \right)^2 + \left( \frac{\partial C_{\alpha\beta}}{\partial T} \Delta T \right)^2} \quad (5.4)$$

Os valores de incertezas utilizados foram:  $\Delta\rho_0 = \pm 1,44 \text{ kg/m}^3$ ;  $\Delta t = \pm 10 \text{ ns}$ ;  $\Delta d = \pm 0,005 \text{ mm}$  e  $\Delta T = \pm 0,2 \text{ }^\circ\text{C}$ , referentes às precisões dos equipamentos utilizados para realização das medições.

A incerteza final ("INCERT TOTAL") utilizada foi dada pela combinação dos valores de "INCERT A" e "INCERT B" através da equação:

$$INCERT_{TOTAL} = \sqrt{(INCERT A)^2 + (INCERT B)^2} \quad (5.5)$$

Para cada direção de velocidade onda, foram feitas sete medidas de tempo de percurso. Na Tabela 5.3 estão presentes as sete medidas de tempo de percurso efetuadas para a onda longitudinal se propagando na direção 1 na amostra 1 e a constante elástica  $C_{11}$  calculada para cada tempo de percurso. No Apêndice B são apresentados os tempos de percurso obtidos de todas as direções de ondas utilizadas nas três amostras.

Tabela 5.3: Tempos de percurso medidos da onda longitudinal se propagando na direção 1 e cálculo da constante  $C_{11}$ .

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{11}$ (GPa)
Medida 1	9,56E-06	9.557	30,02	6.282	25,8	9.556	6.283	111,4
Medida 2	9,56E-06	9.557	30,02	6.283	26,0	9.555	6.284	111,5
Medida 3	9,56E-06	9.557	30,02	6.282	26,0	9.555	6.283	111,5
Medida 4	9,56E-06	9.560	30,02	6.280	26,0	9.558	6.281	111,4
Medida 5	9,56E-06	9.560	30,02	6.280	26,1	9.558	6.281	111,4
Medida 6	9,56E-06	9.559	30,02	6.281	26,1	9.557	6.282	111,4
Medida 7	9,56E-06	9.560	30,02	6.281	26,1	9.558	6.282	111,4
Média	9,56E-06	9.558	30,02	6.281	26,0	9.560	6.280	111,4

Na Tabela 5.4 as constantes elásticas de segunda ordem medidas para a liga de alumínio 7050 T7451 neste trabalho são comparadas com valores obtidos para outras ligas de alumínio por Johnson e Springer (1989) e por Duquennoy *et al.* (2002).

Tabela 5.4: Comparação entre constantes elásticas de segunda ordem obtidas com constantes obtidas em outros trabalhos.

Constante (GPa)	Liga 7050 T7451		Liga 7039 T64 (JOHNSON e SPRINGER, 1989)		Liga 2214 T6 (DUQUENNOY et al, 2002)	
		Incerteza (%)		Incerteza (%)		Incerteza (%)
$C_{11}$	111,4	0,2%	109,9	0,5%	113,99	0,25%
$C_{22}$	112,1	0,3%	108,9	0,5%	114,56	0,25%
$C_{33}$	110,3	0,5%	110,4	0,5%	113,06	0,25%
$C_{44}$	26,4	0,3%	26,2	0,5%	27,28	0,45%
$C_{55}$	27,0	0,3%	25,8	0,5%	27,61	0,45%
$C_{66}$	25,8	0,2%	26,8	0,5%	26,79	0,25%
$C_{12}$	57,0	1,0%	56,6	2,0%	57,67	0,9%
$C_{13}$	57,9	2,8%	56,9	2,0%	56,54	0,9%
$C_{23}$	57,2	2,9%	56,6	2,0%	56,95	0,9%
Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	2.823	0,05%	2.750	0,2%	2.789,9	-

Nota-se pela Tabela 5.4 que os valores de constantes encontrados para as três ligas distintas apresentaram valores bastante próximos. Comparando os valores das constantes  $C_{11}$ ,  $C_{22}$  e  $C_{33}$  da liga 7050, verifica-se que os valores são próximos, mas caso fosse utilizada a premissa de isotropia do material, as três constantes deveriam apresentar o mesmo valor. A mesma observação é válida para o grupo de constantes  $C_{44}$ ,  $C_{55}$  e  $C_{66}$  e também para  $C_{12}$ ,  $C_{13}$  e  $C_{23}$ . As outras duas ligas utilizadas para comparação também apresentam comportamento similar.

### 5.3 Comparação entre os módulos de elasticidade calculados considerando o material ortotrópico e isotrópico

Conhecidas as constantes elásticas de segunda ordem, é possível a obtenção dos módulos de elasticidade do material nas três direções, assim como dos coeficientes de Poisson, utilizando as equações (2.21) e (2.22). Os valores calculados são apresentados nas Tabelas 5.5 e 5.6.

Tabela 5.5: Módulos de elasticidade calculados com incertezas.

Módulo	$E_1$	$E_2$	$E_3$	E média
E (GPa)	72,2	73,4	71,0	72,2
Dif. E média	0,0%	1,6%	-1,7%	
Incerteza (GPa)	2,3	2,3	3,0	
%	3,2%	3,1%	4,2%	

Tabela 5.6: Coeficientes de Poisson calculados com incertezas.

Poisson	$U_{12}$	$U_{21}$	$U_{13}$	$U_{31}$	$U_{23}$	$U_{32}$
Valor	0,33	0,33	0,35	0,35	0,34	0,33
Incerteza	0,02	0,02	0,03	0,03	0,03	0,03
%	6%	6%	8%	9%	9%	9%

Na Tabela 5.5 são apresentados além dos módulos  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$  calculados, as incertezas e a comparação da média dos módulos nas três direções principais com o valor de cada um. Percebe-se que na direção 2, a variação do valor do módulo em relação ao valor médio é de 1,6%; na direção 3, a variação é de 1,7% e na direção 1 o módulo é igual ao valor médio. O efeito acustoelástico é diretamente influenciado pelo módulo de elasticidade do material na direção de aplicação da tensão. Com os valores encontrados, verifica-se que a utilização do valor médio dos três módulos não afetaria a medição da tensão na direção 1, por exemplo, mas levaria a um erro de medição de 1,7 % se a tensão for medida na direção 3. Entretanto, deve-se notar que a incerteza encontrada apresenta um percentual entre 3 e 4% em relação ao valor dos módulos, que é superior ao percentual de 1,7% de erro em função da utilização da média dos módulos ou da utilização de um valor de módulo de elasticidade em uma direção diferente da direção de aplicação de tensão.

Se o material for considerado isotrópico, é necessário conhecer a velocidade de ondas longitudinais e cisalhantes e utilizar a equação (2.47) para encontrar o módulo de elasticidade do material. Na Tabela 5.7 são calculados os módulos de elasticidade considerando a combinação de todas as velocidades de ondas medidas para a obtenção das constantes elásticas de segunda ordem, utilizando a suposição de isotropia do material.

Tabela 5.7: Módulos de elasticidade calculados considerando material isotrópico.

E isotrópico (GPa)		Ondas Cisalhantes		
		$v_1^{(2)}/v_2^{(1)}$	$v_1^{(3)}/v_3^{(1)}$	$v_2^{(3)}/v_3^{(2)}$
Ondas Longitudinais	$v_1^{(1)}$	69,7	72,3	71,0
	$v_2^{(2)}$	69,8	72,4	71,1
	$v_3^{(3)}$	69,6	72,2	70,9

Na Tabela 5.7, nas colunas de ondas cisalhantes utilizadas, foi considerada a média das velocidades de onda  $v_1^{(2)}$  e  $v_2^{(1)}$  medidas para o cálculo do módulo de elasticidade, assim como para  $v_1^{(3)}$  e  $v_3^{(1)}$  e  $v_3^{(2)}$  e  $v_2^{(3)}$ .

Na Tabela 5.8 é calculada a diferença percentual entre o valor do módulo de elasticidade  $E_1$  e os valores obtidos com a consideração de isotropia utilizando as velocidades de ondas longitudinais e cisalhantes medidas na obtenção das constantes elásticas.

Tabela 5.8: Diferença entre  $E_1$  e os módulos calculados na Tabela 5.7.

(E-E <sub>1</sub> )/E <sub>1</sub> %		Ondas Cisalhantes		
		$v_1^{(2)}/v_2^{(1)}$	$v_1^{(3)}/v_3^{(1)}$	$v_2^{(3)}/v_3^{(2)}$
Ondas Longitudinais	$v_1^{(1)}$	-3,5%	0,1%	-1,7%
	$v_2^{(2)}$	-3,4%	0,2%	-1,6%
	$v_3^{(3)}$	-3,7%	-0,1%	-1,8%

Verifica-se na Tabela 5.8 que a escolha da onda cisalhante tem um impacto mais expressivo no valor do módulo de elasticidade do que a onda longitudinal, utilizando a consideração de isotropia do material. Esse comportamento já era esperado, tendo em vista a presença de um termo  $v_T^4$  no numerador da equação (2.47) enquanto o termo da onda longitudinal está elevado ao quadrado.

Ainda analisando a Tabela 5.8, percebe-se que enquanto a utilização da onda cisalhante  $v_1^{(3)}$  ou  $v_3^{(1)}$ , apresenta diferença insignificante no valor do módulo calculado comparado com  $E_1$ , a utilização de  $v_3^{(2)}$  ou  $v_2^{(3)}$  apresenta diferença em torno de 1,7 % e com  $v_1^{(2)}$  ou  $v_2^{(1)}$  a diferença sobe para 3,4% - 3,7% em relação à  $E_1$  calculado considerando o material ortotrópico.

## 5.4 Constantes acustoelásticas e constantes elásticas de terceira ordem obtidas

Foram feitas as medições das constantes acustoelásticas  $L^1_{11}$ ,  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$  conforme procedimento detalhado no Capítulo 4. Conhecendo o valor das constantes acustoelásticas, assim como das constantes elásticas de segunda ordem, foi possível obter as constantes elásticas de terceira  $C_{111}$ ,  $C_{112}$  e  $C_{113}$ , conforme as equações (3.5) para  $L^1_{11}$  e (3.15) para  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$ .

### 5.4.1 Constante acustoelástica $L^1_{11}$

Para a obtenção de  $L^1_{11}$ , foi seguido o procedimento experimental detalhado no item 4.4.2. O experimento foi realizado três vezes e para cada nível de pressão aplicado pela bomba hidráulica foram feitas cinco aquisições de formas de onda, assim como do valor de deformação lido pelo extensômetro e da temperatura obtida com o termopar.

Para a determinação do tempo de percurso sem tensão foi utilizado o método do segundo cruzamento com o zero. Com sinais obtidos durante a aplicação de tensão na barra, foi utilizado o método da correlação cruzada para obter a defasagem de tempo entre a forma de onda do sinal ultrassônico lido sem tensão com a forma de onda obtida com tensão. Somando o tempo de percurso da onda sem tensão com a defasagem calculada, é obtido o tempo de percurso da onda correspondente ao valor de tensão aplicado. Todos os tempos de percurso foram corrigidos para a temperatura de 25 °C conforme a equação (5.1).

A Tabela 5.9 apresenta os tempos de percurso obtidos nas três repetições do experimento com a temperatura corrigida e a respectiva tensão calculada a partir da leitura de deformação do extensômetro colado à barra.

Tabela 5.9: Tempos de percurso obtidos nos ensaios para obtenção de  $L_{11}^1$ .

	Ensaio 1		Ensaio 2		Ensaio 3	
	Tempo (ns)	Tensão (MPa)	Tempo (ns)	Tensão (MPa)	Tempo (ns)	Tensão (MPa)
1	36.858	0	36.838	0	36.873	-1
2	36.854	0	36.843	0	36.868	1
3	36.853	0	36.836	0	36.860	1
4	36.855	0	36.835	0	36.868	0
5	36.861	0	36.835	1	36.866	-1
1	36.867	9	36.850	7	36.888	6
2	36.866	8	36.849	6	36.892	5
3	36.866	8	36.846	6	36.892	7
4	36.865	8	36.850	8	36.887	5
5	36.869	7	36.850	8	36.891	6
1	36.903	36	36.909	39	36.924	36
2	36.903	36	36.909	38	36.924	35
3	36.904	36	36.909	38	36.925	36
4	36.899	36	36.904	39	36.924	35
5	36.904	37	36.923	61	36.924	36
1	36.950	62	36.922	62	36.955	62
2	36.950	62	36.922	61	36.955	62
3	36.946	61	36.922	62	36.955	62
4	36.947	63	36.922	61	36.955	62
5	36.946	63	36.922	61	36.955	62
1	36.979	88	36.971	89	36.993	89
2	36.975	89	36.970	87	36.993	88
3	36.975	88	36.965	87	36.990	88
4	36.973	88	36.966	88	36.989	89
5	36.972	89	36.966	89	36.990	89
1	37.015	114	37.004	113	37.026	113
2	37.017	113	37.000	113	37.026	113
3	37.012	113	36.996	114	37.026	114
4	37.008	115	37.004	115	37.026	113
5	37.008	115	37.001	113	37.026	114
1	37.047	141	37.032	141	37.057	139
2	37.047	142	37.032	140	37.057	141
3	37.046	142	37.028	139	37.057	140
4	37.042	142	37.027	141	37.057	141
5	37.043	140	37.027	141	37.053	141

Na Figura 5.7 estão apresentadas variações relativas do tempo de percurso ( $dt/t_{ref}$ ) para os três ensaios em função da deformação da barra lida pelo extensômetro. Para o termo  $t_{ref}$ , foi

utilizada a velocidade da onda longitudinal de 6.320 m/s (OLYMPUS, 2011) percorrendo a distância entre as duas sapatas de acrílico. As linhas de tendência são obtidas utilizando o método dos mínimos quadrados. Para cada linha de cada ensaio, foi obtida a equação de reta com o coeficiente angular representando a constante acustoelástica  $L_{11}^1$ , conforme equação (4.2).

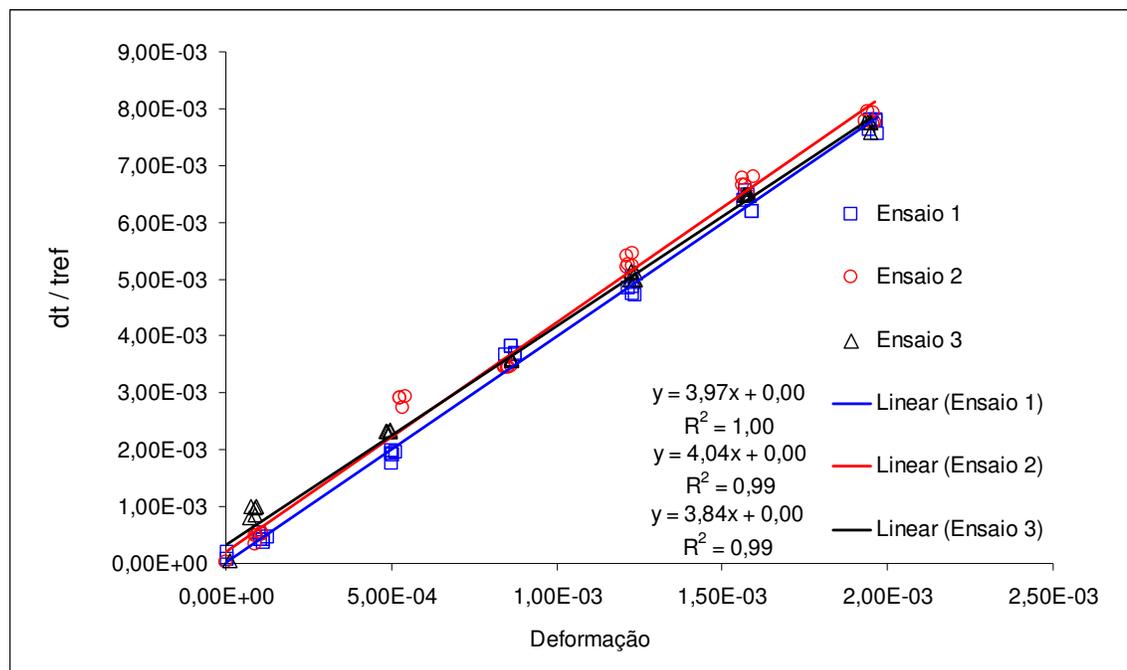


Figura 5.7: Gráfico de variação do tempo de percurso em função da deformação lida pelo extensômetro.

As constantes  $L_{11}^1$  obtidas nos três ensaios, a média e o desvio padrão são visualizados na Tabela 5.10.

Tabela 5.10: Constantes acustoelásticas obtidas nos três ensaios.

	$L_{11}^1$
Ensaio 1	3,97
Ensaio 2	4,04
Ensaio 3	3,84
<b>Média</b>	<b>3,95</b>
Desvio Padrão	0,10

A incerteza da constante  $L^1_{11}$  foi obtida através das equações (5.6) utilizada para avaliar a incerteza do coeficiente angular de curvas de regressão determinadas pelo método dos mínimos quadrados (ABNT e INMETRO, 2003).

$$\Delta L = \sqrt{n_a \frac{s^2}{n_a \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}} \quad (5.6)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n_a - 2} \left[ \sum (y_i - y_m)^2 - \frac{[\sum (x_i - x_m)(y_i - y_m)]^2}{\sum (x_i - x_m)^2} \right]}$$

Na equação (5.6),  $n_a$  representa o número de amostras;  $y_i$  os valores obtidos de  $dt/t_{ref}$ ;  $y_m$  é a média dos valores de  $dt/t_{ref}$ ;  $x_i$  são os valores de deformação lidos;  $x_m$  a média dos valores de deformação e  $\Delta L$  a incerteza da constante acustoelástica  $L^1_{11}$ . O valor de  $\Delta L$  calculado foi de 0,04, o que corresponde a 0,9% do valor médio de  $L^1_{11}$  encontrado de 3,95.

#### 5.4.2 Constantes acustoelásticas $L^2_{11}$ e $L^3_{11}$

Para a medição das constantes  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$ , assim como de  $L^1_{11}$ , foram feitas as correções de tempo de percurso pela temperatura para 25 °C, com a equação (5.2) para ondas longitudinais no método pulso-eco. Os tempos foram medidos pelo método pulso-eco da mesma forma que foram medidas as constantes de segunda ordem.

Para as três amostras utilizadas para medição das duas constantes acustoelásticas, foram feitas cinco medições de tempo de percurso para cada nível de tensão aplicada à amostra com o ensaio sendo repetido três vezes. Na Figura 5.8 é apresentada a curva obtida do primeiro ensaio da amostra 1 para obtenção da constante  $L^2_{11}$  e na Tabela 5.11 são apresentados os tempos de percurso medidos em função da tensão aplicada. Os gráficos para todos os ensaios nas três amostras para obtenção das constantes  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$  estão no Apêndice C.

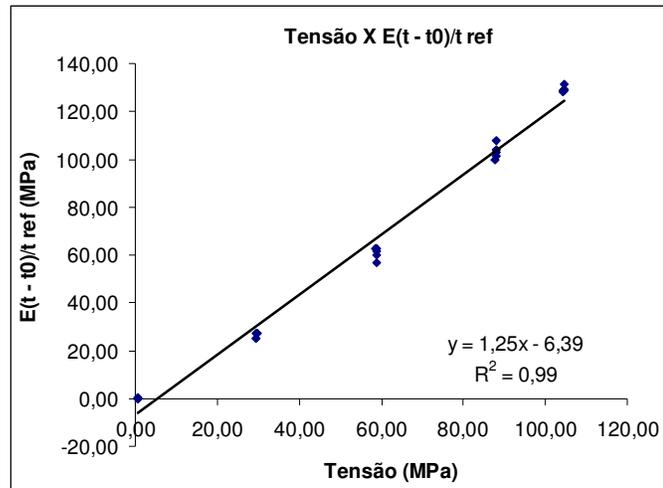


Figura 5.8: Curva com dados dos tempos de percurso em função da tensão aplicada para obtenção de  $L^2_{11}$ .

Tabela 5.11: Tensão aplicada e tempos de percurso medidos no ensaio 1 da amostra 1 para obtenção da constante  $L^2_{11}$ .

	Tensão (MPa)	Tempo (ns)
1	0,49	9.559
2	0,49	9.559
3	0,48	9.559
4	0,50	9.559
5	0,49	9.559
1	29,66	9.563
2	29,62	9.563
3	29,58	9.563
4	29,56	9.563
5	29,39	9.563
1	58,83	9.567
2	58,77	9.567
3	58,76	9.567
4	58,77	9.567
5	58,69	9.567
1	88,08	9.573
2	88,03	9.573
3	87,99	9.572
4	87,93	9.573
5	87,62	9.572
1	104,63	9.576
2	104,58	9.576
3	104,55	9.576
4	104,47	9.576
5	104,20	9.576

No gráfico da Figura 5.8 é apresentada a linha de tendência do comportamento da variação do tempo relativo de percurso em função da tensão aplicada à amostra. Conforme a equação (4.4) e (4.5), o coeficiente angular da linha de tendência obtida corresponde à constante acustoelástica com uma incerteza calculada pela equação (5.6).

A Tabela 5.12 apresenta as constantes  $L^2_{11}$  nos três ensaios para as três amostras com a média resultante e o desvio padrão (DP) e a Tabela 5.13 mostra as mesmas informações obtidas para a constante  $L^3_{11}$ .

Tabela 5.12: Constantes  $L^2_{11}$  medidas.

$L^2_{11}$	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Média	
	$L^2_{11}$	$L^2_{11}$	$L^2_{11}$	$L^2_{11}$	DP
Amostra 1	1,25	1,44	1,28	<b>1,32</b>	<b>0,10</b>
Amostra 2	1,61	1,51	1,32	<b>1,58</b>	<b>0,15</b>
Amostra 3	1,42	1,35	1,43	<b>1,40</b>	<b>0,04</b>
				<b>1,40</b>	<b>0,11</b>

Tabela 5.13: Constantes  $L^3_{11}$  medidas.

$L^3_{11}$	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Média	
	$L^3_{11}$	$L^3_{11}$	$L^3_{11}$	$L^3_{11}$	DP
Amostra 1	0,81	0,66	0,76	<b>0,74</b>	<b>0,07</b>
Amostra 2	0,71	0,70	0,77	<b>0,72</b>	<b>0,04</b>
Amostra 3	0,76	0,82	0,83	<b>0,80</b>	<b>0,04</b>
				<b>0,76</b>	<b>0,06</b>

A incerteza do desvio padrão experimental da média para a constante  $L^2_{11}$  foi de 0,04 (2,7 % em relação ao valor médio de  $L^2_{11}$ ) e a incerteza calculada utilizando a equação (5.6) foi de 0,02 (1,3 % em relação ao valor médio de  $L^2_{11}$ ). A combinação das duas incertezas utilizando a equação (5.6) resulta em um valor de incerteza de 0,04 (3,0 %).

Para a constante  $L^3_{11}$  a incerteza do desvio padrão experimental da média foi de 0,02 (2,6 %), a incerteza calculada utilizando a equação (5.6) foi de 0,01 (1,5 %) e combinação das duas incertezas resulta em um valor de 0,02 (2,9 %).

Analisando os valores das duas constantes acustoelásticas encontradas, verifica-se que apresentam uma diferença significativa, com o valor de  $L^2_{11}$  quase duas vezes maior que de  $L^3_{11}$ . Se o material fosse isotrópico,  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$  deveriam apresentar o mesmo valor.

### 5.4.3 Cálculo das constantes elásticas de terceira ordem $C_{111}$ , $C_{112}$ e $C_{113}$

Reescrevendo as equações (3.5) para  $L^1_{11}$  e (3.15) para  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$ , as constantes  $C_{111}$ ,  $C_{112}$  e  $C_{113}$  podem ser isoladas e obtidas através de:

$$\begin{bmatrix} C_{111} \\ C_{112} \\ C_{113} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\nu_{12} & -\nu_{13} \\ -\nu_{21} & 1 & -\nu_{23} \\ -\nu_{31} & -\nu_{32} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2C_{11}L^1_{11} - 5C_{11} + \nu_{12}C_{12} + \nu_{13}C_{13} \\ 2C_{11}L^2_{11} + 2\nu_{21}C_{11} \\ 2C_{11}L^3_{11} + 2\nu_{31}C_{11} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Para os cálculos das constantes elásticas de terceira ordem, o valor de  $L^1_{11}$  foi considerado negativo e  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$  positivos, devido à resposta da variação de velocidade da onda em função da tração (para  $L^1_{11}$ ) e compressão (para  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$ ). Os valores obtidos das três constantes de terceira ordem estão apresentados na Tabela 5.14 com as respectivas incertezas e a comparação com as constantes obtidas por Johnson e Springer (1989) e por Duquennoy *et al.* (2002).

Tabela 5.14: Comparação entre constantes de terceira ordem obtidas.

Constantes (GPa)	Liga 7050		Liga 7039 T64 (JOHNSON e SPRINGER, 1989)		Liga 2214 T6 (DUQUENNOY et al, 2002)	
	T7451	Incerteza (%)		Incerteza (%)		Incerteza (%)
$C_{111}$	-1655	3%	-1450/-1580/-1610	3%	-1629/-1634	5,3%
$C_{112}$	-314	20%	-370/-340/-410	9%	-356/-356	16,7%
$C_{113}$	-435	17%	-300/-370/-380	9%	-348/-351	16,8%

Na Tabela 5.14, como não é possível saber qual foi o critério utilizado para definir as direções 1, 2 e 3 para os outros trabalhos, a constante  $C_{111}$  obtida para a liga 7050 é comparada com as constantes  $C_{111}$ ,  $C_{222}$  e  $C_{333}$  encontradas para a liga 7039 e as constantes  $C_{111}$  e  $C_{222}$  da liga 2214. A constante  $C_{112}$  da liga 7050 é comparada com as constantes  $C_{112}$ ,  $C_{221}$  e  $C_{331}$  da liga

7039 e as constantes  $C_{112}$  e  $C_{221}$  da liga 2214. Já a constante  $C_{113}$  é comparada com as constantes  $C_{113}$ ,  $C_{223}$  e  $C_{332}$  da liga 7039 e com as constantes  $C_{113}$  e  $C_{223}$  da liga 2214.

Analisando os valores da Tabela 5.4, a diferença encontrada entre os valores das constantes acustoelásticas  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$  refletiu-se na diferença entre constantes de terceira ordem  $C_{112}$  e  $C_{113}$ . A diferença entre estas constantes é mais significativa para a liga 7050 estudada neste trabalho do que na liga 7039 e principalmente, na liga 2214. Percebe-se que a ortotropia é mais evidente no caso das constantes de terceira ordem do que nas de segunda ordem. Outra consideração importante é que, se for considerada a incerteza das constantes de terceira ordem para o cálculo da constante acustoelástica  $L^1_{11}$ , seu valor pode variar entre -3,52 e -4,38, o que corresponde a uma diferença de aproximadamente 11% com o valor experimental medido de -3,95.

A Tabela 5.15 apresenta as nove constantes elásticas de segunda ordem e as constantes de terceira ordem  $C_{111}$ ,  $C_{112}$  e  $C_{113}$  obtidas para a liga 7050.

Tabela 5.15: Constantes de segunda e terceira ordem obtidas para a liga 7050.

Constantes (GPa)	Liga 7050 T7451	Incerteza (%)
$C_{11}$	111,4	0,2%
$C_{22}$	112,1	0,3%
$C_{33}$	110,3	0,5%
$C_{44}$	26,4	0,3%
$C_{55}$	27,0	0,3%
$C_{66}$	25,8	0,2%
$C_{12}$	57,0	1,0%
$C_{13}$	57,9	2,8%
$C_{23}$	57,2	2,9%
$C_{111}$	-1655	3%
$C_{112}$	-314	20%
$C_{113}$	-435	17%

## 5.5 Influência das constantes elásticas na constante acustoelástica $L_{11}^1$ considerando o material ortotrópico e isotrópico

A partir das constantes elásticas de segunda e terceira ordem obtidas, é possível avaliar o efeito da consideração da hipótese de isotropia do material na constante acustoelástica  $L_{11}^1$ . Para esta análise, foi utilizada a equação (3.6) de  $L_{11}^1$  para materiais isotrópicos e foram consideradas três hipóteses para a utilização dos valores de constantes elásticas medidos. Primeiramente foram feitas as seguintes considerações para as constantes elásticas no cálculo de  $L_{11}^1$ :

- $C_{11}$  como sendo a média de  $C_{11}$ ,  $C_{22}$  e  $C_{33}$ ;
- $C_{12}$  como sendo a média de  $C_{12}$ ,  $C_{13}$  e  $C_{23}$  e
- $C_{112}$  como sendo a média de  $C_{112}$  e  $C_{113}$ .

Em seguida as considerações foram feitas no sentido de maximizar o valor de  $L_{11}^1$ , ou seja:

- $C_{11}$  como sendo o valor máximo de  $C_{11}$ ,  $C_{22}$  e  $C_{33}$ ;
- $C_{12}$  como sendo o valor mínimo de  $C_{12}$ ,  $C_{13}$  e  $C_{23}$  e
- $C_{112}$  como sendo o valor mínimo de  $C_{112}$  e  $C_{113}$ .

Por fim, as considerações foram a fim de minimizar o valor de  $L_{11}^1$ , ou seja:

- $C_{11}$  como sendo o valor mínimo de  $C_{11}$ ,  $C_{22}$  e  $C_{33}$ ;
- $C_{12}$  como sendo o valor máximo de  $C_{12}$ ,  $C_{13}$  e  $C_{23}$  e
- $C_{112}$  como sendo o valor máximo de  $C_{112}$  e  $C_{113}$ .

Na Tabela 5.16 são apresentados os valores obtidos da constante  $L_{11}^1$  partindo da hipótese de isotropia e com as três considerações citadas à cima. Nos cálculos de  $L_{11}^1$  isotrópico, os coeficientes de Poisson empregados também foram calculados partindo da premissa de isotropia.

Tabela 5.16: Comparação entre a constante  $L^1_{11}$  obtida experimentalmente com as calculadas considerando isotropia do material.

Constante (GPa)	Ortotrópico	Isotrópico		
	Constantes Medidas	$L^1_{11}$ médias	$L^1_{11}$ máximo	$L^1_{11}$ mínimo
$C_{11}$	111,4	111,3	112,1	110,3
$C_{22}$	112,1			
$C_{33}$	110,3			
$C_{12}$	57,0	57,4	57,0	57,9
$C_{13}$	57,9			
$C_{23}$	57,2			
$C_{111}$	-1.655	-1.655	-1.655	-1.655
$C_{112}$	-314	-374	-435	-314
$C_{113}$	-435			
$L^1_{11}$	<b>-3,95</b>	<b>-3,97</b>	<b>-3,75</b>	<b>-4,22</b>
<b>Diferença %</b>		<b>0,4%</b>	<b>-5,2%</b>	<b>6,8%</b>

Na Tabela 5.16 é possível analisar que o  $L^1_{11}$  calculado com valores médios das constantes elásticas quase não apresenta diferença com o valor obtido experimentalmente, entretanto a diferença cresce para 5,2 % utilizando os valores de constantes que maximizam o valor de  $L^1_{11}$  e 6,8% quando são utilizadas as constantes que minimizam o  $L^1_{11}$  calculado, considerando o material isotrópico.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS

Neste trabalho, foi verificado o efeito da anisotropia gerada pelo processo de laminação na liga de alumínio 7050 T7451 no efeito acustoelástico através da medição de constantes elásticas de segunda e terceira ordem utilizando técnicas baseadas em ultrassom. A análise se deu avaliando o grau de incerteza das constantes medidas, dos valores do módulo de elasticidade calculados e da constante acustoelástica calculada a partir das constantes elásticas obtidas e considerando o material isotrópico.

No resultado das constantes elásticas de segunda ordem, verificou-se que o material mostrou-se ser apenas levemente ortotrópico com o grupo de constantes relativas à medição de ondas longitudinais ( $C_{11}$ ,  $C_{22}$  e  $C_{33}$ ) apresentando valores parecidos, assim como no grupo de constantes relativas às medições de ondas cisalhantes ( $C_{44}$ ,  $C_{55}$  e  $C_{66}$ ) e no grupo de constantes  $C_{12}$ ,  $C_{13}$  e  $C_{23}$ . O resultado foi comparado com o de outras ligas de alumínio estudadas em trabalhos anteriores e os valores apresentaram a mesma ordem de grandeza.

O comportamento levemente ortotrópico, verificado pela comparação dos valores medidos das constantes elásticas de segunda ordem, refletiu-se nos módulos de elasticidade calculados nas três direções principais do material. A diferença entre a média dos três módulos com cada valor foi de no máximo de 1,7 %, ficando abaixo até mesmo do valor de incerteza dos módulos calculados, entre 3,1 e 4,2 %. Uma diferença de 1,7 % dentro dos padrões atuais de precisão da medição de tensão pelo efeito acustoelástico é perfeitamente aceitável.

Foi verificado também o efeito da consideração de isotropia no cálculo do módulo de elasticidade baseado nos valores medidos das velocidades de ondas longitudinais e cisalhantes. O maior valor de diferença obtido entre o módulo  $E_1$  e o módulo calculado considerando o material isotrópico foi de 3,7 %, uma incerteza ainda aceitável para medições de tensão com ultrassom.

As constantes acustoelásticas medidas  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$  e, conseqüentemente, as constantes de terceira ordem  $C_{112}$  e  $C_{113}$ , apresentaram comportamento mais anisotrópico do que o verificado

nas constantes elásticas de segunda ordem. A diferença entre as constantes de terceira ordem foi de aproximadamente 40 %. Entretanto, as incertezas no valor dessas constantes são altas tendo em vista que elas englobam todas as incertezas das constantes de segunda ordem e das constantes acustoelásticas. Calculando a constante acustoelástica  $L^1_{11}$  partindo dos valores extremos devido às incertezas, verifica-se uma variação de 11 % em relação a constante  $L^1_{11}$  obtida experimentalmente. Neste caso, conclui-se que mesmo considerando o material ortotrópico, a utilização da constante acustoelástica calculada partindo dos valores de constante elásticas trará uma componente de incerteza às medições de tensões.

Utilizando as constantes elásticas medidas, foi calculada a constante acustoelástica  $L^1_{11}$  considerando o material isotrópico. Utilizando as médias dos valores das constantes que, no caso isotrópico, deveriam apresentar o mesmo valor verificou-se diferença insignificante com o valor obtido experimentalmente de  $L^1_{11}$  (0,4 %); utilizando os valores de constantes que maximizassem o valor de  $L^1_{11}$ , a diferença com o valor real foi de 5,2 % e utilizando valores que minimizassem  $L^1_{11}$ , a diferença foi um pouco maior, 6,8%. Essa diferença é refletida diretamente no valor de tensão calculado com base na medição de tempos de percurso de ondas ultrassônicas, conforme a equação (3.8).

Dependendo do grau de precisão do sistema de medição de tensão por ondas  $L_{cr}$ , o cálculo da constante acustoelástica  $L^1_{11}$  a partir de valores de constantes elásticas conhecidos poderá ser utilizado ou não devido às incertezas no processo de medição dessas constantes. O mesmo vale para o cálculo de  $L^1_{11}$  com a simplificação de isotropia do material. Para a liga de alumínio 7050 T7451, este trabalho contribui avaliando as diferenças entre o valor de  $L^1_{11}$  obtido experimentalmente e o calculado levando em conta as incertezas ou baseado na suposição de o material ser isotrópico.

Para trabalhos futuros, a verificação da influência da anisotropia no efeito acustoelástico pode ser feita para outros metais laminados como, por exemplo, o aço. A técnica de medição de constantes elásticas também pode ser aprimorada, pois mesmo não sendo o intuito do trabalho o desenvolvimento de técnicas de caracterização de materiais, a medição de constantes elásticas com ultrassom também tem se desenvolvido de forma acentuada nos últimos anos.

## Referências

ABAL. **O Alumínio: Processos de Produção**. Associação Brasileira do Alumínio. Disponível em <[http://www.abal.org.br/aluminio/processos\\_laminacao.asp](http://www.abal.org.br/aluminio/processos_laminacao.asp)>. Último acesso em 27 de Maio de 2011.

ABNT e INMETRO. **Guia para a Expressão da Incerteza de Medição**. Rio de Janeiro: Inmetro, 2003. 120p.

ANDERSON, A. J. *et al.* Ultrasonic Characterization of Rolling and Recrystallization Textures in Aluminum. **Textures and Microstructures**. v.26-27, p.39-58, 1996.

ANDREUCCI, R. **Aplicação Industrial: Ensaio por Ultra-som**. São Paulo: Abende, 2003. 79p.

ANDRINO, M. H.; CAETANO, S. F.; SANTOS, A. A. Avaliação das Tensões em Chapas de Alumínio 7050 Utilizando o Efeito Acustoelástico. In: 6ª CONFERÊNCIA SOBRE TECNOLOGIA DE EQUIPAMENTOS (COTEQ), 2002, Salvador. **Anais...** Salvador, 2002. 10p.

ANDRINO, M. H. **Aplicação de Ondas Longitudinais Criticamente Refratadas para a Medição de Tensões em Dutos** 2007. 203p. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

ANDRINO, M. H. **Avaliação de Tensões Residuais em Soldas de Dutos Utilizando o Efeito Acustoelástico**. 2003. 186p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

ASM. **Aluminum 7050-T7451 (7050-T73651)**. Aerospace Specifications Metals Inc. Disponível em <<http://asm.matweb.com/search/SpecificMaterial.asp?bassnum=MA7050T745>>. Último acesso em 15 de Abril de 2011.

BENTAHAR, M.; BADIDI-BOUDA, A.; BENCHALA, A. Second and Third Order Elastic Constants Determination of an Isotropic Metal. In: 15th World Conference on Nondestructive Testing (WCNDT), 2000, Roma. **Proceedings...** Roma: AIPnD, 2000.

BOWER, A. F. **Applied Mechanics of Solids**. Boca Raton: CRC Press, 2009. 820p.

BRAY, D. E.; STANLEY, R. K. **Nondestructive Evaluation. A tool in Design, Manufacturing and Service**. Boca Raton: CRC Press, 1997. 586p.

CAETANO, S. F. **Determinação das Constantes Acustoelásticas para Aço API 5L X70 para Gasodutos**. 2003. 167p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

DUQUENNOY, M.; OUAFTOUH, M.; OURAK, M. Ultrasonic evaluation of stresses in orthotropic materials using Rayleigh waves. **NDT&E International**, v.32 p.189–199, 1999.

DUQUENNOY, M. *et al.* Influence of natural and initial acoustoelastic coefficients on residual stress evaluation: Theory and experiment. **Journal of Applied Physics**, v.86, n.5, p.2490-2498, 1999.

DUQUENNOY, M. *et al.* Theoretical determination of Rayleigh wave acoustoelastic coefficients: comparison with experimental values. **Ultrasonics** v.39, p.575–583, 2002.

EGLE, D. M.; BRAY, D. E. Measurement of acoustoelastic and third order elastic constants for rail steel. **Journal of the Acoustical Society of America**, v.60, n.3, p.741-744, 1976.

FRAGA, R. S. **Avaliação da profundidade de penetração de ondas longitudinais criticamente refratadas**. 2007. 167p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

HELLIER, C. **Handbook of Nondestructive Evaluation**. New York: McGraw-Hill Professional, 2003, 603p.

HUGHES, D. S.; KELLY, J. L. Second - order elastic deformation of solids. **Physical Review**, v.92, n.4, p.1145-1149, 1953.

INFOMET. **Ligas Al – Zn**. Metais e Ligas. Disponível em <[http://www.infomet.com.br/metais-e-ligas-conteudos.php?cod\\_tema=10&cod\\_secao=11 &cod\\_assunto=55](http://www.infomet.com.br/metais-e-ligas-conteudos.php?cod_tema=10&cod_secao=11 &cod_assunto=55)>. Último acesso em 14 de Abril de 2011.

JOHNSON, G. C.; SPRINGER, W. C. A Comparison of measured and predicted second- and third-order elastic constants of a textured aggregate. **Int. J. Solids Structures**, v.25, n.6, p.609–619, 1989.

KASELOW, A. **The Stress Sensitivity Approach: Theory and Application**. 2004. 185p. Tese (Doutorado) - Institut für Geologische Wissenschaften der Freien Universität Berlin, Berlin.

KAUFMAN, J. G. **Introduction to Aluminum Alloys and Tempers**. Materials Park: ASM International, 2000, 237p.

LAI, W. M.; RUBIN, D.; KREMPL, E. **Introduction to Continuum Mechanics**. Woburn: Butterworth-Heinemann, 1999, 556p.

LING, Z.; ZHOU, H.; ZHANG, H. Nondestructive Pressure Measurement in Vessels Using Rayleigh Waves and  $L_{CR}$  Waves. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v.58, n.5, p.1578–1584, 2009.

MALVERN, L. E. **Introduction of Mechanics of Continuous Medium**. Englewood Cliffs: Prentice Hall Inc., 1969, 713p.

MUIR, D. D. **One-Sided Ultrasonic Determination of Third Order Elastic Constants Using Angle-Beam Acoustoelasticity Measurements**. 2009. 165p. Tese (Doutorado) - School of Electrical and Computer Engineering, Georgia Institute of Technology.

MURNAGHAN, T. D. **Finite Deformation of an Elastic Solid**. New York: John Wiley and Sons, 1951, 140p.

OLYMPUS. **Elastic Modulus Measurement**. Disponível em: <<http://www.olympus-ims.com/en/ndt-application/183-id.209715270.html>>. Acesso em 16 de março de 2011.

OLYMPUS. **Panametrics® Ultrasonic Transducers - Technical Notes**. Disponível em: <<http://www.olympus-ims.com/data/File/panametrics/panametrics-UT.en.pdf>>. Acesso em 10 de janeiro de 2010.

ORTEGA *et al.* Obtenção de Constantes Elásticas por Ultra-som em Meios Isotrópicos e Levemente Ortotrópicos. In: III Conferência Pan-Americana de Ensaio Não Destrutivos (III PANNDT), 2003, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: 2003.

PAO, Y.H.; GAMER, U. Acoustoelastics waves in orthotropic media. **ASA Journal**, v.77, n.3, p.806-812, 1985.

PAO, Y.H.; SACHSE, W.; FUKUOKA, H. in MASON, W. P. (Ed.); THURSTON, R. N. **Physical Acoustics**, New York: Academic Press., 1984, Vol. 17, p.61–143.

PEREIRA, P.; SANTOS, C. S.; SANTOS, A. A. Avaliação do Efeito da Temperatura no Tempo de Percurso de Ondas Ultrassônicas para Medição de Tensão. In: 11ª CONFERÊNCIA SOBRE TECNOLOGIA DE EQUIPAMENTOS (COTEQ), 2011, Porto de Galinhas. **Anais...** Porto de Galinhas: 2011. 12p.

PROAKIS, J.; MANOLAKIS, D. **Digital signal processing principles, Algorithms and Applications**. Boston: Prentice Hall, 1996, 1004p.

ROSE, J. L. **Ultrasonic Waves in Solid Media**. New York: Cambridge University Press, 1999, 454p.

SADD, M. H. **Elasticity. Theory, Applications and Numerics**. Burlington: Elsevier Inc., 2005, 461p.

SANTOS, A. A.; BRAY, D. E. Ultrasonic Stress Measurement Using PC Based and Comercial Flaw Detectors. **Review of Scientific Instruments**, v.71, n.9, p.3464–3469, 2000.

SANTOS, R. A. **Efeito da Temperatura sobre a Medição de Tensão por Ondas LCR em Aços API 5L X70**. 2007. 127p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

SANTOS, C. S *et al.* Temperature effect on the propagation of critically refracted longitudinal waves (lcr) for stress measurement. In: CONGRSSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA (CONEM/10), 2010, Campina Grande. **Anais...** Campina Grande: 2010.

SHULL, P. J.; TITTMANN, B., R. Ultrasound. In: SHULL, Peter J. **Nondestructive Evaluation. Theory, Techniques, and Applications**. New York: Marcel Dekker Inc., 2002, Cap. 3.

STOBBE, D. M. **Acoustoelasticity in 7075-T651 Aluminum and Dependence of Third Order Elastic Constants on Fatigue Damage**. 2005. 91p. Dissertação (Mestrado) - School of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology.

TANALA, E. *et al.* Determination of Near Surface Residual Stresses on Welded Joints Using Ultrasonics Methods. **NDT & E International**, v.28, n.2, p.83-88, 1995.

TIMOSHENKO, S. P.; GOODIER, J. N. **Theory of Elasticity**, New York: McGraw-Hill, 1987, 506p.

VAN BUSKIRK, W. C.; COWIN, S. C.; CARTER Jr, R. A Theory of Acoustic Measurement of the Elastic. **Journal of Materials Science**, v.21, p.2759-2762, 1986.

## APÊNDICE A – Constantes acustoelásticas

Neste apêndice são apresentadas todas as 24 constantes acustoelásticas calculadas para o sistema de coordenadas iniciais e as 24 constantes calculadas para o sistema de coordenadas naturais.

### A.1 Constantes acustoelásticas para materiais ortotrópicos no sistema de coordenadas iniciais

A seguir são apresentadas as constantes acustoelásticas para materiais ortotrópicos no sistema de coordenadas iniciais.

$$L_{11}^1 = \frac{5C_{11} + C_{111} - (C_{12} + C_{112})v_{12} - (C_{13} + C_{113})v_{13}}{2C_{11}} \quad (\text{A.1})$$

$$L_{12}^1 = \frac{C_{11} + 2C_{66} + C_{661} - (C_{12} + 2C_{66} + C_{662})v_{12} - (C_{13} + C_{663})v_{13}}{2C_{66}} \quad (\text{A.2})$$

$$L_{13}^1 = \frac{C_{11} + 2C_{55} + C_{551} - (C_{12} + C_{552})v_{12} - (C_{13} + 2C_{55} + C_{553})v_{13}}{2C_{55}} \quad (\text{A.3})$$

$$L_{21}^1 = \frac{2C_{66} + C_{661} - (2C_{66} + C_{662})v_{12} - C_{663}v_{13}}{2C_{66}} \quad (\text{A.4})$$

$$L_{22}^1 = \frac{C_{221} - (4C_{22} + C_{222})v_{12} - C_{223}v_{13}}{2C_{22}} \quad (\text{A.5})$$

$$L_{23}^1 = \frac{C_{441} - (2C_{44} + C_{442})v_{12} - (2C_{44} + C_{443})v_{13}}{2C_{44}} \quad (\text{A.6})$$

$$L_{31}^1 = \frac{2C_{55} + C_{551} - C_{552}v_{12} - (2C_{55} + C_{553})v_{13}}{2C_{55}} \quad (\text{A.7})$$

$$L_{32}^1 = \frac{C_{441} - (2C_{44} + C_{442})v_{12} - (2C_{44} + C_{443})v_{13}}{2C_{44}} \quad (\text{A.8})$$

$$L_{33}^1 = \frac{C_{331} - C_{332}v_{12} - (4C_{33} + C_{333})v_{13}}{2C_{33}} \quad (\text{A.9})$$

$$L_{11}^2 = \frac{C_{112} - (4C_{11} + C_{111})v_{21} - C_{113}v_{23}}{2C_{11}} \quad (\text{A.10})$$

$$L_{12}^2 = \frac{2C_{66} + C_{662} - (2C_{66} + C_{661})v_{21} - C_{663}v_{23}}{2C_{66}} \quad (\text{A.11})$$

$$L_{13}^2 = \frac{C_{552} - (2C_{55} + C_{551})v_{21} - (2C_{55} + C_{551})v_{23}}{2C_{55}} \quad (\text{A.12})$$

$$L_{21}^2 = \frac{C_{22} + 2C_{66} + C_{662} - (C_{12} + 2C_{66} + C_{661})v_{21} - (C_{23} + C_{663})v_{23}}{2C_{66}} \quad (\text{A.13})$$

$$L_{22}^2 = \frac{5C_{22} + C_{222} - (C_{12} + C_{221})v_{21} - (C_{23} + C_{223})v_{23}}{2C_{22}} \quad (\text{A.14})$$

$$L_{23}^2 = \frac{C_{22} + 2C_{44} + C_{442} - (C_{12} + C_{441})v_{21} - (C_{23} + 2C_{44} + C_{443})v_{23}}{2C_{44}} \quad (\text{A.15})$$

$$L_{31}^2 = \frac{C_{552} - (2C_{55} + C_{551})v_{21} - (2C_{55} + C_{553})v_{23}}{2C_{55}} \quad (\text{A.16})$$

$$L_{32}^2 = \frac{2C_{44} + C_{442} - C_{441}v_{21} - (2C_{44} + C_{443})v_{23}}{2C_{44}} \quad (\text{A.17})$$

$$L_{33}^2 = \frac{C_{332} - C_{331}v_{21} - (4C_{33} + C_{333})v_{23}}{2C_{33}} \quad (\text{A.18})$$

$$L_{11}^3 = \frac{C_{113} - (4C_{11} + C_{111})v_{31} - C_{112}v_{32}}{2C_{11}} \quad (\text{A.19})$$

$$L_{12}^3 = \frac{C_{663} - (2C_{66} + C_{661})v_{31} - (2C_{66} + C_{662})v_{32}}{2C_{66}} \quad (\text{A.20})$$

$$L_{13}^3 = \frac{2C_{55} + C_{553} - (2C_{55} + C_{551})v_{31} - C_{552}v_{32}}{2C_{55}} \quad (\text{A.21})$$

$$L_{21}^3 = \frac{C_{663} - (2C_{66} + C_{661})v_{31} - (2C_{66} + C_{662})v_{32}}{2C_{66}} \quad (\text{A.22})$$

$$L_{22}^3 = \frac{C_{223} - C_{221}v_{31} - (4C_{22} + C_{222})v_{32}}{2C_{22}} \quad (\text{A.23})$$

$$L_{23}^3 = \frac{2C_{44} + C_{443} - C_{441}v_{31} - (2C_{44} + C_{442})v_{32}}{2C_{44}} \quad (\text{A.24})$$

$$L_{31}^3 = \frac{C_{33} + 2C_{55} + C_{553} - (C_{13} + 2C_{55} + C_{551})v_{31} - (C_{23} + C_{552})v_{32}}{2C_{55}} \quad (\text{A.25})$$

$$L_{32}^3 = \frac{C_{33} + 2C_{44} + C_{443} - (C_{13} + C_{441})v_{31} - (C_{23} + 2C_{44} + C_{442})v_{32}}{2C_{44}} \quad (\text{A.26})$$

$$L_{33}^3 = \frac{5C_{33} + C_{333} - (C_{13} + C_{331})v_{31} - (C_{23} + C_{332})v_{32}}{2C_{33}} \quad (\text{A.27})$$

## A.2 Constantes acustoelásticas para materiais ortotrópicos no sistema de coordenadas naturais

A seguir são apresentadas as constantes acustoelásticas para materiais ortotrópicos no sistema de coordenadas naturais.

$$L_{11}^1 = \frac{3C_{11} + C_{111} - (C_{12} + C_{112})v_{12} - (C_{13} + C_{113})v_{13}}{2C_{11}} \quad (\text{A.28})$$

$$L_{12}^1 = \frac{C_{11} + C_{661} - (C_{12} + 2C_{66} + C_{662})v_{12} - (C_{13} + C_{663})v_{13}}{2C_{66}} \quad (\text{A.29})$$

$$L_{13}^1 = \frac{C_{11} + C_{551} - (C_{12} + C_{552})v_{12} - (C_{13} + 2C_{55} + C_{553})v_{13}}{2C_{55}} \quad (\text{A.30})$$

$$L_{21}^1 = \frac{2C_{66} + C_{661} - C_{662}v_{12} - C_{663}v_{13}}{2C_{66}} \quad (\text{A.31})$$

$$L_{22}^1 = \frac{C_{221} - (2C_{22} + C_{222})v_{12} - C_{223}v_{13}}{2C_{22}} \quad (\text{A.32})$$

$$L_{23}^1 = \frac{C_{441} - C_{442}v_{12} - (2C_{44} + C_{443})v_{13}}{2C_{44}} \quad (\text{A.33})$$

$$L_{31}^1 = \frac{2C_{55} + C_{551} - C_{552}v_{12} - C_{553}v_{13}}{2C_{55}} \quad (\text{A.34})$$

$$L_{32}^1 = \frac{C_{441} - (2C_{44} + C_{442})v_{12} - C_{443}v_{13}}{2C_{44}} \quad (\text{A.35})$$

$$L_{33}^1 = \frac{C_{331} - C_{332}v_{12} - (2C_{33} + C_{333})v_{13}}{2C_{33}} \quad (\text{A.36})$$

$$L_{11}^2 = \frac{C_{112} - (2C_{11} + C_{111})v_{21} - C_{113}v_{23}}{2C_{11}} \quad (\text{A.37})$$

$$L_{12}^2 = \frac{2C_{66} + C_{662} - C_{661}v_{21} - C_{663}v_{23}}{2C_{66}} \quad (\text{A.38})$$

$$L_{13}^2 = \frac{C_{552} - C_{551}v_{21} - (2C_{55} + C_{551})v_{23}}{2C_{55}} \quad (\text{A.39})$$

$$L_{21}^2 = \frac{C_{22} + C_{662} - (C_{12} + 2C_{66} + C_{661})v_{21} - (C_{23} + C_{663})v_{23}}{2C_{66}} \quad (\text{A.40})$$

$$L_{22}^2 = \frac{3C_{22} + C_{222} - (C_{12} + C_{221})v_{21} - (C_{23} + C_{223})v_{23}}{2C_{22}} \quad (\text{A.41})$$

$$L_{23}^2 = \frac{C_{22} + C_{442} - (C_{12} + C_{441})v_{21} - (C_{23} + 2C_{44} + C_{443})v_{23}}{2C_{44}} \quad (\text{A.42})$$

$$L_{31}^2 = \frac{C_{552} - (2C_{55} + C_{551})v_{21} - C_{553}v_{23}}{2C_{55}} \quad (\text{A.43})$$

$$L_{32}^2 = \frac{2C_{44} + C_{442} - C_{441}v_{21} - C_{443}v_{23}}{2C_{44}} \quad (\text{A.44})$$

$$L_{33}^2 = \frac{C_{332} - C_{331}v_{21} - (2C_{33} + C_{333})v_{23}}{2C_{33}} \quad (\text{A.45})$$

$$L_{11}^3 = \frac{C_{113} - (2C_{11} + C_{111})v_{31} - C_{112}v_{32}}{2C_{11}} \quad (\text{A.46})$$

$$L_{12}^3 = \frac{C_{663} - C_{661}v_{31} - (2C_{66} + C_{662})v_{32}}{2C_{66}} \quad (\text{A.47})$$

$$L_{13}^3 = \frac{2C_{55} + C_{553} - C_{551}v_{31} - C_{552}v_{32}}{2C_{55}} \quad (\text{A.48})$$

$$L_{21}^3 = \frac{C_{663} - (2C_{66} + C_{661})v_{31} - C_{662}v_{32}}{2C_{66}} \quad (\text{A.49})$$

$$L_{22}^3 = \frac{C_{223} - C_{221}v_{31} - (2C_{22} + C_{222})v_{32}}{2C_{22}} \quad (\text{A.50})$$

$$L_{23}^3 = \frac{2C_{44} + C_{443} - C_{441}v_{31} - C_{442}v_{32}}{2C_{44}} \quad (\text{A.51})$$

$$L_{31}^3 = \frac{C_{33} + C_{553} - (C_{13} + 2C_{55} + C_{551})v_{31} - (C_{23} + C_{552})v_{32}}{2C_{55}} \quad (\text{A.52})$$

$$L_{32}^3 = \frac{C_{33} + C_{443} - (C_{13} + C_{441})v_{31} - (C_{23} + 2C_{44} + C_{442})v_{32}}{2C_{44}} \quad (\text{A.53})$$

$$L_{33}^3 = \frac{3C_{33} + C_{333} - (C_{13} + C_{331})v_{31} - (C_{23} + C_{332})v_{32}}{2C_{33}} \quad (\text{A.54})$$

## APÊNDICE B – Tempos de percurso medidos para obtenção de constantes de segunda ordem

Os tempos de percurso medidos para obtenção das constantes de segunda ordem são apresentados a seguir, assim como a temperatura para correção dos tempos e as velocidades e constantes elásticas calculadas.

### B.1 Tempos de percurso e cálculo de $C_{11}$

Os tempos de percurso e temperaturas medidos são apresentados nas Tabelas B.1, B.2 e B.3 assim como as velocidades corrigidas e as constantes elásticas calculadas.

Tabela B.1: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante  $C_{11}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{11}$ (GPa)
Medida 1	9,56E-06	9.557	30,02	6.282	25,8	9.556	6.283	111,4
Medida 2	9,56E-06	9.557	30,02	6.283	26,0	9.555	6.284	111,5
Medida 3	9,56E-06	9.557	30,02	6.282	26,0	9.555	6.283	111,5
Medida 4	9,56E-06	9.560	30,02	6.280	26,0	9.558	6.281	111,4
Medida 5	9,56E-06	9.560	30,02	6.280	26,1	9.558	6.281	111,4
Medida 6	9,56E-06	9.559	30,02	6.281	26,1	9.557	6.282	111,4
Medida 7	9,56E-06	9.560	30,02	6.281	26,1	9.558	6.282	111,4
Média	9,56E-06	9.558	30,02	6.281	26,0	9.557	6.282	111,4

Tabela B.2: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante  $C_{11}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{11}$ (GPa)
Medida 1	9,57E-06	9.570	30,04	6.278	27,9	9.565	6.281	<b>111,4</b>
Medida 2	9,57E-06	9.569	30,04	6.279	28,0	9.564	6.282	<b>111,4</b>
Medida 3	9,57E-06	9.571	30,04	6.277	28,1	9.566	6.281	<b>111,4</b>
Medida 4	9,57E-06	9.571	30,04	6.277	28,0	9.566	6.280	<b>111,4</b>
Medida 5	9,57E-06	9.571	30,04	6.278	28,1	9.566	6.281	<b>111,4</b>
Medida 6	9,57E-06	9.569	30,04	6.278	28,1	9.564	6.282	<b>111,4</b>
Medida 7	9,57E-06	9.571	30,04	6.277	28,1	9.566	6.280	<b>111,4</b>
Média	9,57E-06	9.570	30,04	6.278	28,1	9.565	6.281	<b>111,4</b>

Tabela B.3: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante  $C_{11}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{11}$ (GPa)
Medida 1	9,58E-06	9.583	30,07	6.276	26,7	9.580	6.277	<b>111,3</b>
Medida 2	9,58E-06	9.583	30,07	6.276	26,8	9.580	6.278	<b>111,3</b>
Medida 3	9,58E-06	9.577	30,07	6.280	26,6	9.574	6.282	<b>111,4</b>
Medida 4	9,58E-06	9.577	30,07	6.280	26,6	9.574	6.282	<b>111,4</b>
Medida 5	9,58E-06	9.577	30,07	6.280	26,6	9.574	6.281	<b>111,4</b>
Medida 6	9,58E-06	9.576	30,07	6.280	26,7	9.573	6.282	<b>111,4</b>
Medida 7	9,58E-06	9.576	30,07	6.280	26,6	9.573	6.282	<b>111,4</b>
Média	9,58E-06	9.578	30,07	6.279	26,7	9.576	6.281	<b>111,4</b>

## B.2 Tempos de percurso e cálculo de $C_{22}$

Os tempos de percurso e temperaturas medidos são apresentados nas Tabelas B.4, B.5 e B.6 assim como as velocidades corrigidas e as constantes elásticas calculadas.

Tabela B.4: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante  $C_{22}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{22}$ (GPa)
Medida 1	7,95E-06	7.946	25,02	6.298	27,5	7.942	6.300	<b>112,1</b>
Medida 2	7,95E-06	7.946	25,02	6.298	27,5	7.943	6.300	<b>112,1</b>
Medida 3	7,94E-06	7.945	25,02	6.299	27,5	7.941	6.301	<b>112,1</b>
Medida 4	7,95E-06	7.945	25,02	6.298	27,5	7.942	6.301	<b>112,1</b>
Medida 5	7,94E-06	7.944	25,02	6.299	27,7	7.940	6.302	<b>112,1</b>
Medida 6	7,95E-06	7.945	25,02	6.298	27,7	7.942	6.301	<b>112,1</b>
Medida 7	7,95E-06	7.946	25,02	6.298	27,7	7.942	6.300	<b>112,1</b>
Média	7,95E-06	7.945	25,02	6.298	27,6	7.942	6.301	<b>112,1</b>

Tabela B.5: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante  $C_{22}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{22}$ (GPa)
Medida 1	7,96E-06	7.958	25,05	6.296	28,2	7.954	6.299	<b>112,0</b>
Medida 2	7,96E-06	7.958	25,05	6.295	28,3	7.954	6.299	<b>112,0</b>
Medida 3	7,96E-06	7.956	25,05	6.297	28,1	7.952	6.300	<b>112,1</b>
Medida 4	7,96E-06	7.957	25,05	6.297	28,2	7.953	6.300	<b>112,1</b>
Medida 5	7,96E-06	7.957	25,05	6.297	27,9	7.953	6.300	<b>112,0</b>
Medida 6	7,96E-06	7.957	25,05	6.297	27,9	7.953	6.300	<b>112,0</b>
Medida 7	7,96E-06	7.957	25,05	6.296	28,0	7.953	6.300	<b>112,0</b>
Média	7,96E-06	7.957	25,05	6.296	28,1	7.953	6.300	<b>112,0</b>

Tabela B.6: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante  $C_{22}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{22}$ (GPa)
Medida 1	7,93E-06	7.935	25,01	6.304	27,3	7.932	6.306	<b>112,3</b>
Medida 2	7,94E-06	7.935	25,01	6.303	27,3	7.932	6.306	<b>112,3</b>
Medida 3	7,94E-06	7.942	25,01	6.299	27,2	7.939	6.301	<b>112,1</b>
Medida 4	7,94E-06	7.942	25,01	6.298	27,1	7.939	6.300	<b>112,1</b>
Medida 5	7,94E-06	7.944	25,01	6.297	27,2	7.941	6.299	<b>112,0</b>
Medida 6	7,94E-06	7.943	25,01	6.297	27,1	7.940	6.300	<b>112,0</b>
Medida 7	7,94E-06	7.943	25,01	6.298	27,1	7.940	6.300	<b>112,1</b>
Média	7,94E-06	7.940	25,01	6.299	27,2	7.938	6.302	<b>112,1</b>

### B.3 Tempos de percurso e cálculo de $C_{33}$

Os tempos de percurso e temperaturas medidos são apresentados nas Tabelas B.7, B.8 e B.9 assim como as velocidades corrigidas e as constantes elásticas calculadas.

Tabela B.7: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante  $C_{33}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{33}$ (GPa)
Medida 1	4,05E-06	4.051	12,66	6.250	27,6	4.050	6.253	<b>110,4</b>
Medida 2	4,05E-06	4.052	12,66	6.248	27,7	4.050	6.251	<b>110,3</b>
Medida 3	4,05E-06	4.052	12,66	6.249	27,6	4.050	6.252	<b>110,3</b>
Medida 4	4,05E-06	4.052	12,66	6.249	27,7	4.050	6.252	<b>110,3</b>
Medida 5	4,05E-06	4.052	12,66	6.249	27,7	4.050	6.252	<b>110,4</b>
Medida 6	4,05E-06	4.052	12,66	6.249	27,7	4.050	6.252	<b>110,3</b>
Medida 7	4,05E-06	4.053	12,66	6.248	27,7	4.051	6.251	<b>110,3</b>
Média	4,05E-06	4.052	12,66	6.249	27,7	4.050	6.252	<b>110,3</b>

Tabela B.8: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante  $C_{33}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{33}$ (GPa)
Medida 1	4,05E-06	4.047	12,65	6.251	27,2	4.046	6.254	<b>110,4</b>
Medida 2	4,05E-06	4.047	12,65	6.251	27,2	4.046	6.254	<b>110,4</b>
Medida 3	4,05E-06	4.047	12,65	6.251	27,2	4.046	6.253	<b>110,4</b>
Medida 4	4,05E-06	4.047	12,65	6.251	27,2	4.046	6.253	<b>110,4</b>
Medida 5	4,05E-06	4.048	12,65	6.249	27,1	4.047	6.252	<b>110,3</b>
Medida 6	4,05E-06	4.048	12,65	6.249	27,1	4.047	6.252	<b>110,3</b>
Medida 7	4,05E-06	4.048	12,65	6.251	27,1	4.046	6.253	<b>110,4</b>
Média	4,05E-06	4.048	12,65	6.251	27,1	4.046	6.253	<b>110,4</b>

Tabela B.9: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade e da constante  $C_{33}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{33}$ (GPa)
Medida 1	4,05E-06	4.049	12,65	6.248	27,1	4.048	6.250	<b>110,3</b>
Medida 2	4,05E-06	4.050	12,65	6.246	27,1	4.049	6.249	<b>110,2</b>
Medida 3	4,05E-06	4.051	12,65	6.246	27,1	4.049	6.248	<b>110,2</b>
Medida 4	4,05E-06	4.052	12,65	6.244	27,1	4.050	6.247	<b>110,2</b>
Medida 5	4,05E-06	4.049	12,65	6.249	27,0	4.048	6.251	<b>110,3</b>
Medida 6	4,05E-06	4.049	12,65	6.249	27,0	4.048	6.251	<b>110,3</b>
Medida 7	4,05E-06	4.049	12,65	6.249	27,0	4.048	6.251	<b>110,3</b>
Média	4,05E-06	4.050	12,65	6.247	27,0	4.048	6.249	<b>110,3</b>

## B.4 Tempos de percurso e cálculo de $C_{44}$

Os tempos de percurso e temperaturas medidos são apresentados nas Tabelas B.10 à B.15, assim como as velocidades corrigidas e as constantes elásticas calculadas.

Tabela B.10: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_3^{(2)}$  e da constante  $C_{44}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{44}$ (GPa)
Medida 1	8,27E-06	8.273	12,66	3.060	27,7	8.267	3.063	<b>26,5</b>
Medida 2	8,27E-06	8.273	12,66	3.060	27,7	8.267	3.063	<b>26,5</b>
Medida 3	8,28E-06	8.275	12,66	3.060	27,7	8.268	3.062	<b>26,5</b>
Medida 4	8,27E-06	8.267	12,66	3.063	27,7	8.260	3.065	<b>26,5</b>
Medida 5	8,29E-06	8.285	12,66	3.056	27,7	8.278	3.059	<b>26,4</b>
Medida 6	8,28E-06	8.275	12,66	3.060	27,8	8.268	3.062	<b>26,5</b>
Medida 7	8,28E-06	8.283	12,66	3.057	27,8	8.276	3.059	<b>26,4</b>
Média	8,28E-06	8.276	12,66	3.059	27,7	8.269	3.062	<b>26,5</b>

Tabela B.11: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_3^{(2)}$  e da constante  $C_{44}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{44}$ (GPa)
Medida 1	8,27E-06	8.270	12,65	3.059	26,6	8.266	3.061	<b>26,4</b>
Medida 2	8,27E-06	8.270	12,65	3.059	26,7	8.266	3.061	<b>26,4</b>
Medida 3	8,27E-06	8.272	12,65	3.059	26,7	8.268	3.060	<b>26,4</b>
Medida 4	8,27E-06	8.273	12,65	3.058	26,7	8.269	3.060	<b>26,4</b>
Medida 5	8,27E-06	8.270	12,65	3.059	26,8	8.265	3.061	<b>26,5</b>
Medida 6	8,27E-06	8.273	12,65	3.058	26,8	8.269	3.060	<b>26,4</b>
Medida 7	8,27E-06	8.270	12,65	3.059	26,8	8.265	3.061	<b>26,5</b>
Média	8,27E-06	8.271	12,65	3.059	26,7	8.267	3.060	<b>26,4</b>

Tabela B.12: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_3^{(2)}$  e da constante  $C_{44}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{44}$ (GPa)
Medida 1	8,27E-06	8.269	12,65	3.059	27,1	8.264	3.061	<b>26,5</b>
Medida 2	8,28E-06	8.275	12,65	3.057	27,1	8.270	3.059	<b>26,4</b>
Medida 3	8,27E-06	8.267	12,65	3.060	27,1	8.261	3.062	<b>26,5</b>
Medida 4	8,27E-06	8.267	12,65	3.060	27,1	8.261	3.062	<b>26,5</b>
Medida 5	8,27E-06	8.267	12,65	3.060	27,5	8.261	3.063	<b>26,5</b>
Medida 6	8,27E-06	8.267	12,65	3.060	27,4	8.261	3.063	<b>26,5</b>
Medida 7	8,27E-06	8.267	12,65	3.060	27,3	8.261	3.063	<b>26,5</b>
Média	8,27E-06	8.268	12,65	3.060	27,2	8.263	3.062	<b>26,5</b>

Tabela B.13: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_2^{(3)}$  e da constante  $C_{44}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{44}$ (GPa)
Medida 1	1,64E-05	16.380	25,02	3.055	28,0	16.365	3.058	<b>26,4</b>
Medida 2	1,64E-05	16.370	25,02	3.057	28,0	16.355	3.060	<b>26,4</b>
Medida 3	1,64E-05	16.393	25,02	3.052	28,1	16.378	3.055	<b>26,4</b>
Medida 4	1,64E-05	16.387	25,02	3.054	28,0	16.372	3.056	<b>26,4</b>
Medida 5	1,64E-05	16.380	25,02	3.055	28,2	16.365	3.058	<b>26,4</b>
Medida 6	1,64E-05	16.380	25,02	3.055	28,0	16.365	3.058	<b>26,4</b>
Medida 7	1,64E-05	16.383	25,02	3.054	28,2	16.368	3.057	<b>26,4</b>
Média	1,64E-05	16.382	25,02	3.055	28,1	16.367	3.057	<b>26,4</b>

Tabela B.14: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_2^{(3)}$  e da constante  $C_{44}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{44}$ (GPa)
Medida 1	1,64E-05	16.390	25,05	3.057	28,1	16.375	3.060	<b>26,4</b>
Medida 2	1,64E-05	16.390	25,05	3.057	28,1	16.375	3.060	<b>26,4</b>
Medida 3	1,64E-05	16.432	25,05	3.049	28,1	16.417	3.052	<b>26,3</b>
Medida 4	1,64E-05	16.426	25,05	3.050	28,0	16.411	3.053	<b>26,3</b>
Medida 5	1,64E-05	16.412	25,05	3.053	28,2	16.396	3.056	<b>26,4</b>
Medida 6	1,64E-05	16.413	25,05	3.052	28,0	16.399	3.055	<b>26,4</b>
Medida 7	1,64E-05	16.400	25,05	3.055	28,2	16.385	3.058	<b>26,4</b>
Média	1,64E-05	16.409	25,05	3.053	28,1	16.394	3.056	<b>26,4</b>

Tabela B.15: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_2^{(3)}$  e da constante  $C_{44}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{44}$ (GPa)
Medida 1	1,64E-05	16.382	25,01	3.053	27,4	16.370	3.056	<b>26,4</b>
Medida 2	1,64E-05	16.377	25,01	3.054	27,5	16.365	3.057	<b>26,4</b>
Medida 3	1,64E-05	16.387	25,01	3.052	27,5	16.375	3.055	<b>26,3</b>
Medida 4	1,64E-05	16.387	25,01	3.052	27,4	16.375	3.055	<b>26,3</b>
Medida 5	1,64E-05	16.367	25,01	3.056	27,5	16.354	3.059	<b>26,4</b>
Medida 6	1,64E-05	16.368	25,01	3.056	27,6	16.356	3.058	<b>26,4</b>
Medida 7	1,64E-05	16.360	25,01	3.057	27,5	16.348	3.060	<b>26,4</b>
Média	1,64E-05	16.375	25,01	3.055	27,5	16.363	3.057	<b>26,4</b>

## B.5 Tempos de percurso e cálculo de $C_{55}$

Os tempos de percurso e temperaturas medidos são apresentados nas Tabelas B.16 à B.21, assim como as velocidades corrigidas e as constantes elásticas calculadas.

Tabela B.16: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_3^{(1)}$  e da constante  $C_{55}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{55}$ (GPa)
Medida 1	8,20E-06	8.200	12,66	3.088	27,3	8.194	3.090	<b>27,0</b>
Medida 2	8,20E-06	8.195	12,66	3.090	27,3	8.189	3.092	<b>27,0</b>
Medida 3	8,20E-06	8.197	12,66	3.089	27,4	8.191	3.091	<b>27,0</b>
Medida 4	8,20E-06	8.200	12,66	3.088	27,3	8.194	3.090	<b>27,0</b>
Medida 5	8,20E-06	8.197	12,66	3.089	27,5	8.191	3.091	<b>27,0</b>
Medida 6	8,20E-06	8.200	12,66	3.088	27,5	8.194	3.090	<b>27,0</b>
Medida 7	8,20E-06	8.203	12,66	3.087	27,5	8.197	3.089	<b>26,9</b>
Média	8,20E-06	8.199	12,66	3.088	27,4	8.193	3.090	<b>27,0</b>

Tabela B.17: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_3^{(1)}$  e da constante  $C_{55}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{55}$ (GPa)
Medida 1	8,19E-06	8.191	12,65	3.089	26,9	8.187	3.090	<b>27,0</b>
Medida 2	8,19E-06	8.193	12,65	3.088	26,9	8.189	3.090	<b>26,9</b>
Medida 3	8,19E-06	8.193	12,65	3.088	27,1	8.188	3.090	<b>27,0</b>
Medida 4	8,20E-06	8.195	12,65	3.087	27,0	8.190	3.089	<b>26,9</b>
Medida 5	8,20E-06	8.200	12,65	3.085	27,1	8.195	3.087	<b>26,9</b>
Medida 6	8,19E-06	8.193	12,65	3.088	27,1	8.188	3.090	<b>27,0</b>
Medida 7	8,19E-06	8.192	12,65	3.088	27,1	8.187	3.090	<b>27,0</b>
Média	8,19E-06	8.194	12,65	3.088	27,0	8.189	3.089	<b>26,9</b>

Tabela B.18: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_3^{(1)}$  e da constante  $C_{55}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{55}$ (GPa)
Medida 1	8,19E-06	8.190	12,65	3.089	26,8	8.186	3.091	<b>27,0</b>
Medida 2	8,20E-06	8.195	12,65	3.087	26,8	8.191	3.089	<b>26,9</b>
Medida 3	8,19E-06	8.190	12,65	3.089	27,0	8.185	3.091	<b>27,0</b>
Medida 4	8,19E-06	8.190	12,65	3.089	26,9	8.185	3.091	<b>27,0</b>
Medida 5	8,20E-06	8.197	12,65	3.087	26,9	8.192	3.088	<b>26,9</b>
Medida 6	8,19E-06	8.193	12,65	3.088	26,9	8.189	3.090	<b>27,0</b>
Medida 7	8,19E-06	8.193	12,65	3.088	26,8	8.189	3.090	<b>26,9</b>
Média	8,19E-06	8.193	12,65	3.088	26,9	8.188	3.090	<b>27,0</b>

Tabela B.19: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_1^{(3)}$  e da constante  $C_{55}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{55}$ (GPa)
Medida 1	1,94E-05	19.427	30,02	3.091	27,5	19.412	3.093	<b>27,0</b>
Medida 2	1,94E-05	19.440	30,02	3.088	27,4	19.426	3.091	<b>27,0</b>
Medida 3	1,94E-05	19.430	30,02	3.090	27,6	19.415	3.092	<b>27,0</b>
Medida 4	1,94E-05	19.433	30,02	3.090	28,0	19.416	3.092	<b>27,0</b>
Medida 5	1,94E-05	19.442	30,02	3.088	27,9	19.425	3.091	<b>27,0</b>
Medida 6	1,94E-05	19.440	30,02	3.088	28,0	19.423	3.091	<b>27,0</b>
Medida 7	1,94E-05	19.437	30,02	3.089	28,0	19.419	3.092	<b>27,0</b>
Média	1,94E-05	19.435	30,02	3.089	27,8	19.419	3.092	<b>27,0</b>

Tabela B.20: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_1^{(3)}$  e da constante  $C_{55}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{55}$ (GPa)
Medida 1	1,95E-05	19.460	30,04	3.087	27,9	19.444	3.090	<b>27,0</b>
Medida 2	1,95E-05	19.455	30,04	3.088	27,8	19.439	3.091	<b>27,0</b>
Medida 3	1,95E-05	19.455	30,04	3.088	27,8	19.439	3.091	<b>27,0</b>
Medida 4	1,95E-05	19.455	30,04	3.088	27,8	19.439	3.091	<b>27,0</b>
Medida 5	1,95E-05	19.460	30,04	3.087	27,7	19.444	3.090	<b>27,0</b>
Medida 6	1,95E-05	19.472	30,04	3.085	27,9	19.455	3.088	<b>26,9</b>
Medida 7	1,95E-05	19.472	30,04	3.085	27,7	19.456	3.088	<b>26,9</b>
Média	1,95E-05	19.461	30,04	3.087	27,8	19.445	3.090	<b>27,0</b>

Tabela B.21: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_1^{(3)}$  e da constante  $C_{55}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{55}$ (GPa)
Medida 1	1,95E-05	19.450	30,07	3.092	27,4	19.436	3.094	<b>27,0</b>
Medida 2	1,94E-05	19.449	30,07	3.092	27,4	19.435	3.094	<b>27,0</b>
Medida 3	1,94E-05	19.447	30,07	3.093	27,5	19.433	3.095	<b>27,0</b>
Medida 4	1,95E-05	19.451	30,07	3.092	27,4	19.437	3.094	<b>27,0</b>
Medida 5	1,95E-05	19.457	30,07	3.091	27,5	19.443	3.093	<b>27,0</b>
Medida 6	1,95E-05	19.457	30,07	3.091	27,4	19.443	3.093	<b>27,0</b>
Medida 7	1,94E-05	19.428	30,07	3.096	27,4	19.414	3.098	<b>27,1</b>
Média	1,94E-05	19.448	30,07	3.092	27,4	19.434	3.095	<b>27,0</b>

## B.6 Tempos de percurso e cálculo de $C_{66}$

Os tempos de percurso e temperaturas medidos são apresentados nas Tabelas B.22 à B.27, assim como as velocidades corrigidas e as constantes elásticas calculadas.

Tabela B.22: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_2^{(3)}$  e da constante  $C_{66}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{66}$ (GPa)
Medida 1	1,66E-05	16.559	25,02	3.022	27,9	16.544	3.025	<b>25,8</b>
Medida 2	1,66E-05	16.559	25,02	3.022	27,9	16.544	3.025	<b>25,8</b>
Medida 3	1,66E-05	16.557	25,02	3.022	27,9	16.542	3.025	<b>25,8</b>
Medida 4	1,66E-05	16.563	25,02	3.021	27,8	16.549	3.024	<b>25,8</b>
Medida 5	1,66E-05	16.550	25,02	3.024	28,0	16.535	3.026	<b>25,9</b>
Medida 6	1,66E-05	16.553	25,02	3.023	27,8	16.539	3.026	<b>25,8</b>
Medida 7	1,65E-05	16.548	25,02	3.024	27,8	16.534	3.026	<b>25,9</b>
Média	1,66E-05	16.555	25,02	3.023	27,9	16.541	3.025	<b>25,8</b>

Tabela B.23: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_2^{(3)}$  e da constante  $C_{66}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{66}$ (GPa)
Medida 1	1,66E-05	16.578	25,05	3.022	27,7	16.565	3.024	<b>25,8</b>
Medida 2	1,66E-05	16.580	25,05	3.022	27,7	16.567	3.024	<b>25,8</b>
Medida 3	1,66E-05	16.584	25,05	3.021	27,9	16.570	3.024	<b>25,8</b>
Medida 4	1,66E-05	16.585	25,05	3.021	27,9	16.571	3.023	<b>25,8</b>
Medida 5	1,66E-05	16.580	25,05	3.022	27,9	16.566	3.024	<b>25,8</b>
Medida 6	1,66E-05	16.580	25,05	3.022	27,9	16.566	3.024	<b>25,8</b>
Medida 7	1,66E-05	16.583	25,05	3.021	28,1	16.568	3.024	<b>25,8</b>
Média	1,66E-05	16.581	25,05	3.021	27,9	16.567	3.024	<b>25,8</b>

Tabela B.24: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_2^{(3)}$  e da constante  $C_{66}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{66}$ (GPa)
Medida 1	1,66E-05	16.550	25,01	3.022	27,6	16.537	3.025	<b>25,8</b>
Medida 2	1,65E-05	16.545	25,01	3.023	27,6	16.532	3.026	<b>25,8</b>
Medida 3	1,66E-05	16.557	25,01	3.021	27,6	16.544	3.024	<b>25,8</b>
Medida 4	1,66E-05	16.560	25,01	3.021	27,5	16.548	3.023	<b>25,8</b>
Medida 5	1,65E-05	16.543	25,01	3.024	27,6	16.530	3.026	<b>25,9</b>
Medida 6	1,65E-05	16.547	25,01	3.023	27,6	16.534	3.025	<b>25,8</b>
Medida 7	1,66E-05	16.557	25,01	3.021	27,7	16.543	3.024	<b>25,8</b>
Média	1,66E-05	16.551	25,01	3.022	27,6	16.538	3.025	<b>25,8</b>

Tabela B.25: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_3^{(2)}$  e da constante  $C_{66}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{66}$ (GPa)
Medida 1	1,99E-05	19.852	30,02	3.024	26,7	19.842	3.026	<b>25,9</b>
Medida 2	1,98E-05	19.847	30,02	3.025	26,9	19.836	3.027	<b>25,9</b>
Medida 3	1,99E-05	19.850	30,02	3.025	27,1	19.838	3.027	<b>25,9</b>
Medida 4	1,98E-05	19.847	30,02	3.025	27,1	19.834	3.027	<b>25,9</b>
Medida 5	1,98E-05	19.847	30,02	3.025	27,3	19.833	3.027	<b>25,9</b>
Medida 6	1,99E-05	19.855	30,02	3.024	26,7	19.845	3.025	<b>25,8</b>
Medida 7	1,99E-05	19.850	30,02	3.025	27,1	19.838	3.027	<b>25,9</b>
Média	1,98E-05	19.850	30,02	3.025	27,0	19.838	3.027	<b>25,9</b>

Tabela B.26: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_3^{(2)}$  e da constante  $C_{66}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{66}$ (GPa)
Medida 1	1,99E-05	19.888	30,04	3.021	27,8	19.871	3.023	<b>25,8</b>
Medida 2	1,99E-05	19.887	30,04	3.021	27,7	19.871	3.024	<b>25,8</b>
Medida 3	1,99E-05	19.880	30,04	3.022	27,8	19.863	3.025	<b>25,8</b>
Medida 4	1,99E-05	19.880	30,04	3.022	27,9	19.863	3.025	<b>25,8</b>
Medida 5	1,99E-05	19.888	30,04	3.021	28,0	19.870	3.024	<b>25,8</b>
Medida 6	1,99E-05	19.885	30,04	3.021	27,9	19.868	3.024	<b>25,8</b>
Medida 7	1,99E-05	19.888	30,04	3.021	28,0	19.870	3.024	<b>25,8</b>
Média	1,99E-05	19.885	30,04	3.021	27,9	19.868	3.024	<b>25,8</b>

Tabela B.27: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade  $v_3^{(2)}$  e da constante  $C_{66}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{66}$ (GPa)
Medida 1	1,99E-05	19.903	30,07	3.022	26,9	19.892	3.023	<b>25,8</b>
Medida 2	1,99E-05	19.907	30,07	3.021	26,8	19.896	3.023	<b>25,8</b>
Medida 3	1,99E-05	19.897	30,07	3.023	27,1	19.884	3.024	<b>25,8</b>
Medida 4	1,99E-05	19.897	30,07	3.023	27,0	19.885	3.024	<b>25,8</b>
Medida 5	1,99E-05	19.900	30,07	3.022	26,9	19.888	3.024	<b>25,8</b>
Medida 6	1,99E-05	19.896	30,07	3.023	27,3	19.882	3.025	<b>25,8</b>
Medida 7	1,99E-05	19.901	30,07	3.022	27,3	19.887	3.024	<b>25,8</b>
Média	1,99E-05	19.900	30,07	3.022	27,0	19.888	3.024	<b>25,8</b>

## B.7 Tempos de percurso e cálculo de $C_{12}$

Os tempos de percurso e temperaturas medidos são apresentados nas Tabelas B.28 à B.33, assim como as velocidades corrigidas e as constantes elásticas calculadas.

Tabela B.28: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante  $C_{12}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{12}$ (GPa)
Medida 1	9,08E-06	9.078	28,34	6.244	27,3	9.075	6.246	<b>56,9</b>
Medida 2	9,08E-06	9.078	28,34	6.244	27,2	9.075	6.246	<b>56,9</b>
Medida 3	9,08E-06	9.078	28,34	6.244	27,2	9.074	6.246	<b>56,9</b>
Medida 4	9,08E-06	9.078	28,34	6.244	27,2	9.075	6.246	<b>56,9</b>
Medida 5	9,08E-06	9.078	28,34	6.244	27,3	9.074	6.246	<b>56,9</b>
Medida 6	9,08E-06	9.078	28,34	6.244	27,3	9.074	6.246	<b>56,9</b>
Medida 7	9,08E-06	9.078	28,34	6.244	27,3	9.074	6.246	<b>56,9</b>
Média	9,08E-06	9.078	28,34	6.244	27,3	9.074	6.246	<b>56,9</b>

Tabela B.29: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante  $C_{12}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{12}$ (GPa)
Medida 1	9,07E-06	9.070	28,30	6.240	28,3	9.065	6.244	<b>56,7</b>
Medida 2	9,07E-06	9.070	28,30	6.240	28,2	9.065	6.244	<b>56,7</b>
Medida 3	9,07E-06	9.070	28,30	6.240	28,2	9.065	6.244	<b>56,7</b>
Medida 4	9,07E-06	9.067	28,30	6.242	28,0	9.063	6.245	<b>56,8</b>
Medida 5	9,07E-06	9.067	28,30	6.242	28,0	9.062	6.246	<b>56,9</b>
Medida 6	9,07E-06	9.067	28,30	6.242	27,9	9.062	6.246	<b>56,9</b>
Medida 7	9,07E-06	9.067	28,30	6.242	27,9	9.063	6.246	<b>56,9</b>
Média	9,07E-06	9.068	28,30	6.242	28,1	9.064	6.245	<b>56,8</b>

Tabela B.30: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante  $C_{12}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{12}$ (GPa)
Medida 1	9,05E-06	9.054	28,26	6.243	27,9	9.050	6.246	<b>56,9</b>
Medida 2	9,06E-06	9.055	28,26	6.242	27,9	9.051	6.245	<b>56,8</b>
Medida 3	9,05E-06	9.055	28,26	6.242	27,9	9.050	6.245	<b>56,8</b>
Medida 4	9,05E-06	9.054	28,26	6.243	28,0	9.049	6.246	<b>56,9</b>
Medida 5	9,05E-06	9.054	28,26	6.243	27,9	9.050	6.246	<b>56,9</b>
Medida 6	9,05E-06	9.055	28,26	6.242	27,9	9.050	6.245	<b>56,8</b>
Medida 7	9,05E-06	9.052	28,26	6.244	28,0	9.047	6.247	<b>57,0</b>
Média	9,05E-06	9.054	28,26	6.243	27,9	9.050	6.246	<b>56,9</b>

Tabela B.31: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante  $C_{12}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{12}$ (GPa)
Medida 1	1,82E-05	18.170	28,34	3.119	27,3	18.158	3.122	<b>56,7</b>
Medida 2	1,82E-05	18.183	28,34	3.117	27,3	18.171	3.119	<b>56,8</b>
Medida 3	1,82E-05	18.190	28,34	3.116	27,3	18.178	3.118	<b>56,8</b>
Medida 4	1,82E-05	18.160	28,34	3.121	27,4	18.147	3.123	<b>56,7</b>
Medida 5	1,82E-05	18.160	28,34	3.121	27,5	18.147	3.123	<b>56,7</b>
Medida 6	1,82E-05	18.160	28,34	3.121	27,4	18.147	3.123	<b>56,7</b>
Medida 7	1,82E-05	18.180	28,34	3.118	27,6	18.166	3.120	<b>56,8</b>
Média	1,82E-05	18.172	28,34	3.119	27,4	18.159	3.121	<b>56,7</b>

Tabela B.32: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante  $C_{12}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{12}$ (GPa)
Medida 1	1,82E-05	18.210	28,30	3.108	27,7	18.195	3.111	<b>57,1</b>
Medida 2	1,82E-05	18.210	28,30	3.108	27,7	18.195	3.111	<b>57,1</b>
Medida 3	1,82E-05	18.220	28,30	3.106	27,8	18.205	3.109	<b>57,2</b>
Medida 4	1,82E-05	18.187	28,30	3.112	27,8	18.172	3.115	<b>57,0</b>
Medida 5	1,82E-05	18.180	28,30	3.113	27,8	18.165	3.116	<b>56,9</b>
Medida 6	1,82E-05	18.200	28,30	3.110	27,8	18.185	3.112	<b>57,0</b>
Medida 7	1,82E-05	18.153	28,30	3.118	27,9	18.138	3.121	<b>56,8</b>
Média	1,82E-05	18.194	28,30	3.111	27,8	18.179	3.113	<b>57,0</b>

Tabela B.33: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante  $C_{12}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{12}$ (GPa)
Medida 1	1,83E-05	18.250	28,26	3.097	27,9	18.234	3.100	<b>57,5</b>
Medida 2	1,83E-05	18.260	28,26	3.095	27,9	18.244	3.098	<b>57,5</b>
Medida 3	1,83E-05	18.260	28,26	3.095	27,9	18.245	3.098	<b>57,5</b>
Medida 4	1,82E-05	18.220	28,26	3.102	28,0	18.204	3.105	<b>57,3</b>
Medida 5	1,82E-05	18.247	28,26	3.098	28,0	18.231	3.100	<b>57,5</b>
Medida 6	1,83E-05	18.250	28,26	3.097	27,9	18.234	3.100	<b>57,5</b>
Medida 7	1,82E-05	18.180	28,26	3.109	28,1	18.164	3.112	<b>57,1</b>
Média	1,82E-05	18.238	28,26	3.099	28,0	18.222	3.102	<b>57,4</b>

## B.8 Tempos de percurso e cálculo de $C_{13}$

Os tempos de percurso e temperaturas medidos são apresentados nas Tabelas B.34 à B.39, assim como as velocidades corrigidas e as constantes elásticas calculadas.

Tabela B.34: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante  $C_{13}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{13}$ (GPa)
Medida 1	2,88E-06	2.875	9,02	6.275	28,3	2.873	6.278	<b>57,8</b>
Medida 2	2,88E-06	2.875	9,02	6.275	28,2	2.873	6.278	<b>57,8</b>
Medida 3	2,88E-06	2.876	9,02	6.273	28,2	2.874	6.277	<b>57,6</b>
Medida 4	2,88E-06	2.876	9,02	6.273	28,3	2.874	6.276	<b>57,6</b>
Medida 5	2,88E-06	2.876	9,02	6.273	28,2	2.874	6.276	<b>57,6</b>
Medida 6	2,88E-06	2.875	9,02	6.274	28,3	2.874	6.277	<b>57,7</b>
Medida 7	2,87E-06	2.875	9,02	6.275	28,1	2.873	6.278	<b>57,7</b>
Média	2,88E-06	2.875	9,02	6.274	28,2	2.874	6.277	<b>57,7</b>

Tabela B.35: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante  $C_{13}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{13}$ (GPa)
Medida 1	2,91E-06	2.914	9,15	6.281	28,1	2.912	6.284	<b>58,2</b>
Medida 2	2,91E-06	2.913	9,15	6.282	28,2	2.911	6.285	<b>58,3</b>
Medida 3	2,91E-06	2.914	9,15	6.279	28,3	2.913	6.283	<b>58,1</b>
Medida 4	2,91E-06	2.912	9,15	6.285	28,3	2.910	6.288	<b>58,4</b>
Medida 5	2,91E-06	2.912	9,15	6.285	28,2	2.910	6.288	<b>58,4</b>
Medida 6	2,91E-06	2.912	9,15	6.284	28,4	2.911	6.287	<b>58,4</b>
Medida 7	2,91E-06	2.912	9,15	6.284	28,4	2.911	6.287	<b>58,4</b>
Média	2,91E-06	2.913	9,15	6.283	28,3	2.911	6.286	<b>58,3</b>

Tabela B.36: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante  $C_{13}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{13}$ (GPa)
Medida 1	2,90E-06	2.896	9,12	6.297	28,5	2.895	6.301	<b>59,4</b>
Medida 2	2,90E-06	2.896	9,12	6.297	28,4	2.895	6.301	<b>59,4</b>
Medida 3	2,90E-06	2.896	9,12	6.297	28,4	2.895	6.301	<b>59,4</b>
Medida 4	2,90E-06	2.900	9,12	6.289	28,5	2.899	6.292	<b>58,8</b>
Medida 5	2,90E-06	2.900	9,12	6.290	28,5	2.898	6.294	<b>58,8</b>
Medida 6	2,90E-06	2.899	9,12	6.291	28,7	2.898	6.295	<b>59,0</b>
Medida 7	2,90E-06	2.899	9,12	6.292	28,6	2.897	6.296	<b>59,0</b>
Média	2,90E-06	2.898	9,12	6.293	28,5	2.897	6.297	<b>59,1</b>

Tabela B.37: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante  $C_{13}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{13}$ (GPa)
Medida 1	5,87E-06	5.874	9,02	3.071	28,2	5.868	3.074	<b>57,5</b>
Medida 2	5,87E-06	5.872	9,02	3.072	28,2	5.866	3.075	<b>57,5</b>
Medida 3	5,87E-06	5.871	9,02	3.073	28,2	5.865	3.076	<b>57,4</b>
Medida 4	5,88E-06	5.875	9,02	3.071	28,4	5.869	3.074	<b>57,5</b>
Medida 5	5,87E-06	5.872	9,02	3.072	28,4	5.866	3.075	<b>57,5</b>
Medida 6	5,88E-06	5.877	9,02	3.070	28,6	5.870	3.073	<b>57,5</b>
Medida 7	5,87E-06	5.873	9,02	3.072	28,5	5.867	3.075	<b>57,5</b>
Média	5,87E-06	5.873	9,02	3.071	28,4	5.868	3.075	<b>57,5</b>

Tabela B.38: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante  $C_{13}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{13}$ (GPa)
Medida 1	5,95E-06	5.950	9,15	3.076	28,1	5.945	3.078	<b>57,3</b>
Medida 2	5,95E-06	5.948	9,15	3.077	28,2	5.942	3.080	<b>57,3</b>
Medida 3	5,95E-06	5.950	9,15	3.076	28,1	5.945	3.078	<b>57,3</b>
Medida 4	5,94E-06	5.944	9,15	3.079	28,5	5.938	3.082	<b>57,2</b>
Medida 5	5,95E-06	5.950	9,15	3.076	28,4	5.944	3.079	<b>57,3</b>
Medida 6	5,95E-06	5.948	9,15	3.077	28,5	5.941	3.080	<b>57,3</b>
Medida 7	5,95E-06	5.947	9,15	3.077	28,5	5.941	3.080	<b>57,3</b>
Média	5,95E-06	5.948	9,15	3.077	28,3	5.942	3.080	<b>57,3</b>

Tabela B.39: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante  $C_{13}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{13}$ (GPa)
Medida 1	5,93E-06	5.931	9,12	3.076	27,8	5.926	3.078	<b>57,4</b>
Medida 2	5,93E-06	5.929	9,12	3.076	27,9	5.924	3.079	<b>57,3</b>
Medida 3	5,93E-06	5.929	9,12	3.076	27,8	5.924	3.079	<b>57,3</b>
Medida 4	5,92E-06	5.920	9,12	3.081	28,3	5.914	3.084	<b>57,2</b>
Medida 5	5,92E-06	5.923	9,12	3.079	28,4	5.917	3.082	<b>57,2</b>
Medida 6	5,93E-06	5.925	9,12	3.078	28,4	5.919	3.081	<b>57,2</b>
Medida 7	5,93E-06	5.928	9,12	3.077	28,5	5.922	3.080	<b>57,3</b>
Média	5,93E-06	5.927	9,12	3.078	28,2	5.921	3.081	<b>57,3</b>

## B.9 Tempos de percurso e cálculo de $C_{23}$

Os tempos de percurso e temperaturas medidos são apresentados nas Tabelas B.40 à B.45, assim como as velocidades corrigidas e as constantes elásticas calculadas.

Tabela B.40: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante  $C_{23}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{23}$ (GPa)
Medida 1	2,72E-06	2.716	8,50	6.258	28,1	2.715	6.262	<b>57,3</b>
Medida 2	2,72E-06	2.716	8,50	6.259	28,1	2.715	6.263	<b>57,4</b>
Medida 3	2,72E-06	2.717	8,50	6.257	28,1	2.715	6.260	<b>57,3</b>
Medida 4	2,72E-06	2.717	8,50	6.257	27,8	2.715	6.260	<b>57,3</b>
Medida 5	2,72E-06	2.715	8,50	6.261	27,9	2.714	6.264	<b>57,5</b>
Medida 6	2,72E-06	2.716	8,50	6.259	27,9	2.715	6.262	<b>57,3</b>
Medida 7	2,72E-06	2.716	8,50	6.260	27,8	2.715	6.263	<b>57,4</b>
Média	2,72E-06	2.716	8,50	6.259	28,0	2.715	6.262	<b>57,4</b>

Tabela B.41: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante  $C_{23}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{23}$ (GPa)
Medida 1	2,90E-06	2.897	9,08	6.269	28,4	2.895	6.273	<b>58,1</b>
Medida 2	2,90E-06	2.897	9,08	6.268	28,4	2.895	6.272	<b>58,1</b>
Medida 3	2,90E-06	2.897	9,08	6.268	28,4	2.896	6.271	<b>58,0</b>
Medida 4	2,90E-06	2.898	9,08	6.267	28,3	2.896	6.270	<b>58,0</b>
Medida 5	2,90E-06	2.898	9,08	6.267	28,3	2.896	6.270	<b>58,0</b>
Medida 6	2,90E-06	2.898	9,08	6.267	28,3	2.896	6.271	<b>58,0</b>
Medida 7	2,90E-06	2.898	9,08	6.267	28,2	2.896	6.271	<b>58,0</b>
Média	2,90E-06	2.897	9,08	6.268	28,3	2.896	6.271	<b>58,0</b>

Tabela B.42: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda longitudinal e da constante  $C_{23}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{23}$ (GPa)
Medida 1	2,86E-06	2.863	8,96	6.259	28,2	2.862	6.262	<b>57,4</b>
Medida 2	2,86E-06	2.863	8,96	6.259	28,2	2.862	6.262	<b>57,4</b>
Medida 3	2,86E-06	2.863	8,96	6.259	28,2	2.862	6.262	<b>57,4</b>
Medida 4	2,86E-06	2.863	8,96	6.259	28,3	2.861	6.263	<b>57,4</b>
Medida 5	2,86E-06	2.863	8,96	6.260	28,2	2.861	6.263	<b>57,4</b>
Medida 6	2,86E-06	2.863	8,96	6.258	28,2	2.862	6.262	<b>57,3</b>
Medida 7	2,86E-06	2.864	8,96	6.256	28,2	2.863	6.260	<b>57,2</b>
Média	2,86E-06	2.863	8,96	6.259	28,2	2.862	6.262	<b>57,4</b>

Tabela B.43: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante  $C_{23}$  para a amostra 1.

Amostra 1	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{23}$ (GPa)
Medida 1	5,49E-06	5.488	8,50	3.098	28,3	5.483	3.101	<b>56,9</b>
Medida 2	5,49E-06	5.491	8,50	3.096	28,3	5.485	3.099	<b>57,0</b>
Medida 3	5,48E-06	5.483	8,50	3.100	28,2	5.478	3.103	<b>56,8</b>
Medida 4	5,49E-06	5.489	8,50	3.097	28,4	5.483	3.100	<b>56,9</b>
Medida 5	5,49E-06	5.490	8,50	3.097	28,3	5.485	3.100	<b>57,0</b>
Medida 6	5,49E-06	5.490	8,50	3.097	28,3	5.485	3.100	<b>57,0</b>
Medida 7	5,49E-06	5.487	8,50	3.098	28,3	5.482	3.101	<b>56,9</b>
Média	5,49E-06	5.488	8,50	3.097	28,3	5.483	3.100	<b>56,9</b>

Tabela B.44: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante  $C_{23}$  para a amostra 2.

Amostra 2	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{23}$ (GPa)
Medida 1	5,87E-06	5.867	9,08	3.095	28,1	5.862	3.098	<b>57,0</b>
Medida 2	5,87E-06	5.867	9,08	3.095	28,0	5.861	3.098	<b>57,0</b>
Medida 3	5,87E-06	5.867	9,08	3.095	28,1	5.861	3.098	<b>57,0</b>
Medida 4	5,86E-06	5.863	9,08	3.097	28,1	5.858	3.100	<b>56,9</b>
Medida 5	5,86E-06	5.858	9,08	3.100	28,4	5.853	3.103	<b>56,8</b>
Medida 6	5,86E-06	5.857	9,08	3.101	28,3	5.851	3.104	<b>56,8</b>
Medida 7	5,86E-06	5.857	9,08	3.100	28,4	5.851	3.104	<b>56,8</b>
Média	5,86E-06	5.862	9,08	3.098	28,2	5.857	3.101	<b>56,9</b>

Tabela B.45: Tempos de percurso, distância percorrida e temperatura para cálculo da velocidade da onda cisalhante e da constante  $C_{23}$  para a amostra 3.

Amostra 3	Tempo (s)	Tempo (ns)	Dist. (mm)	Vel. (m/s)	Temp (°C)	Tempo Corr. (ns)	Vel. Corr. (m/s)	$C_{23}$ (GPa)
Medida 1	5,79E-06	5.788	8,96	3.096	27,7	5.783	3.098	<b>57,0</b>
Medida 2	5,79E-06	5.786	8,96	3.097	27,7	5.781	3.100	<b>57,0</b>
Medida 3	5,79E-06	5.786	8,96	3.097	27,8	5.782	3.099	<b>57,0</b>
Medida 4	5,78E-06	5.783	8,96	3.099	28,0	5.778	3.101	<b>56,9</b>
Medida 5	5,78E-06	5.783	8,96	3.099	27,9	5.778	3.101	<b>56,9</b>
Medida 6	5,78E-06	5.781	8,96	3.100	28,2	5.776	3.103	<b>56,8</b>
Medida 7	5,78E-06	5.783	8,96	3.099	28,2	5.778	3.101	<b>56,9</b>
Média	5,78E-06	5.785	8,96	3.098	27,9	5.780	3.101	<b>56,9</b>

## APÊNDICE C – Gráficos da relação entre tempo de percurso e tensão para obtenção de $L^2_{11}$ e $L^3_{11}$

A variação entre a tensão aplicada e o produto do módulo de elasticidade pela variação relativa do tempo de percurso fornece o valor da constante acustoelástica. Neste Apêndice são apresentados graficamente os resultados obtidos dos ensaios realizados para a obtenção de  $L^2_{11}$  e  $L^3_{11}$ .

### C.1 Gráficos da variação do tempo de percurso em função da tensão para obtenção de $L^2_{11}$

A seguir são apresentados os gráficos dos ensaios para obtenção de  $L^2_{11}$ .

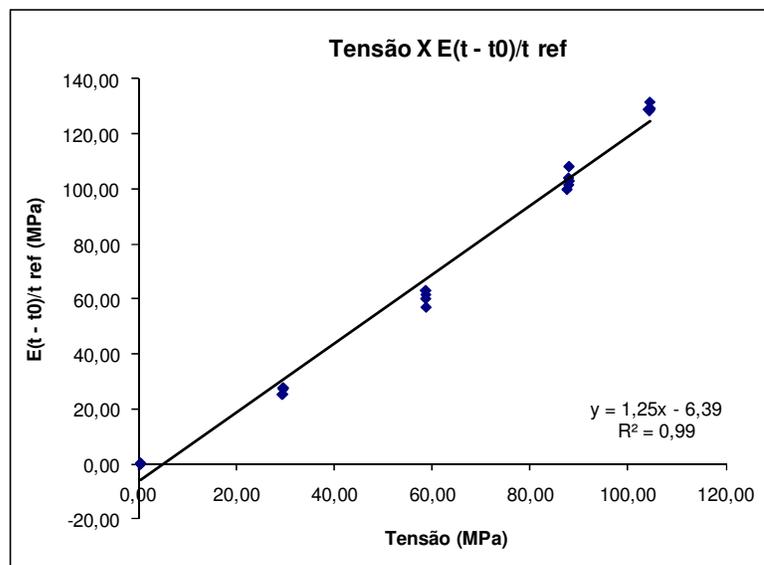


Figura C.1: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^2_{11}$  (ensaio 1 - amostra 1).

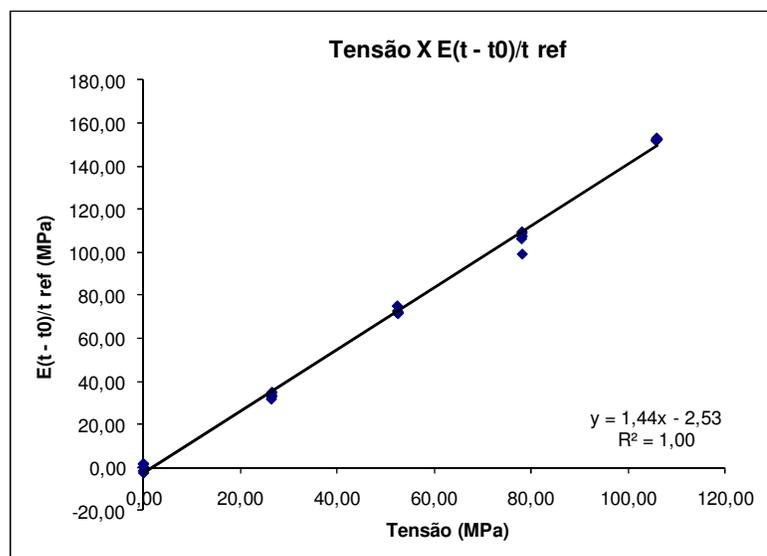


Figura C.2: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^2_{11}$  (ensaio 2 - amostra 1).

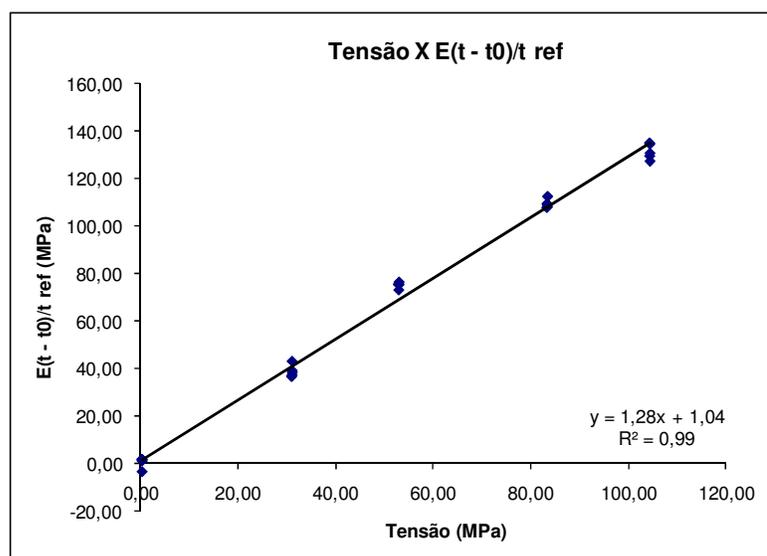


Figura C.3: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^2_{11}$  (ensaio 3 - amostra 1).

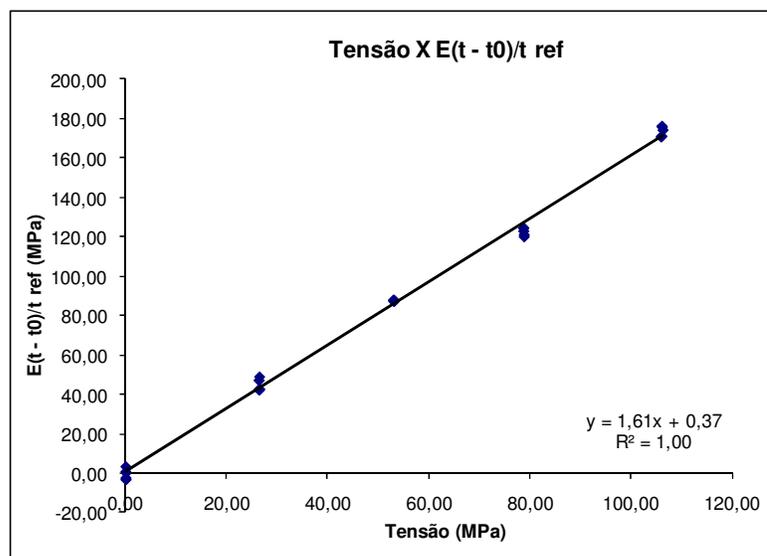


Figura C.4: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^2_{11}$  (ensaio 1 - amostra 2).

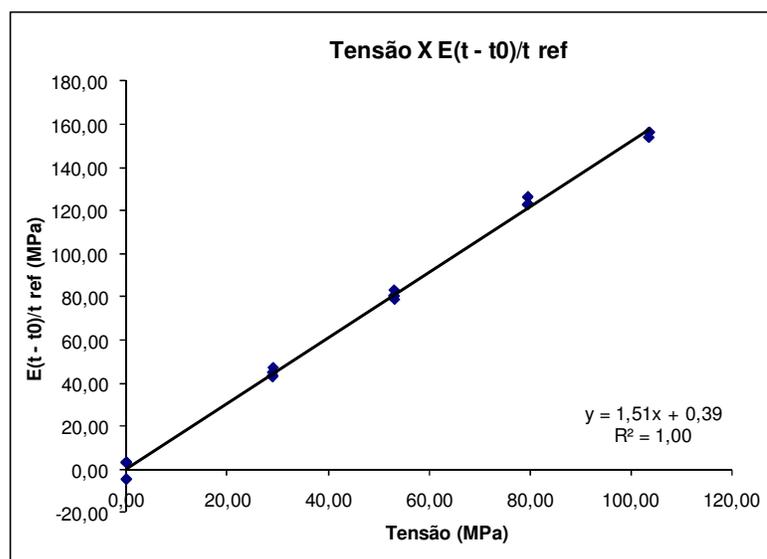


Figura C.5: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^2_{11}$  (ensaio 2 - amostra 2).

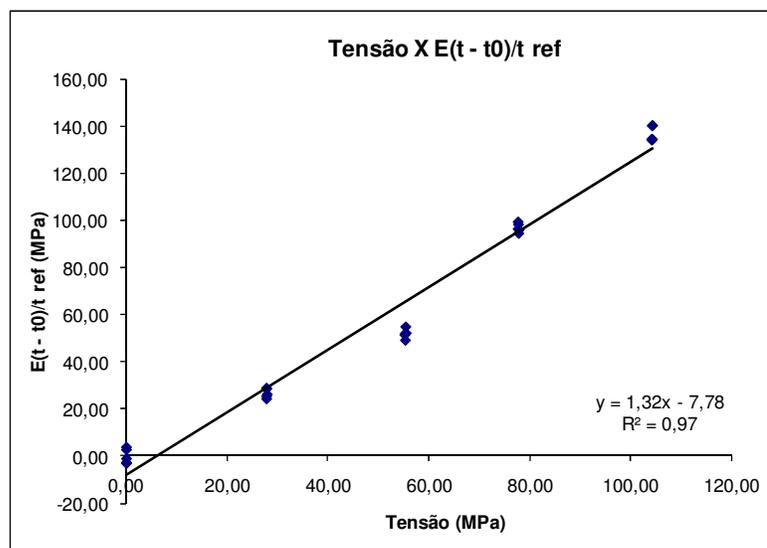


Figura C.6: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^2_{11}$  (ensaio 3 - amostra 2).

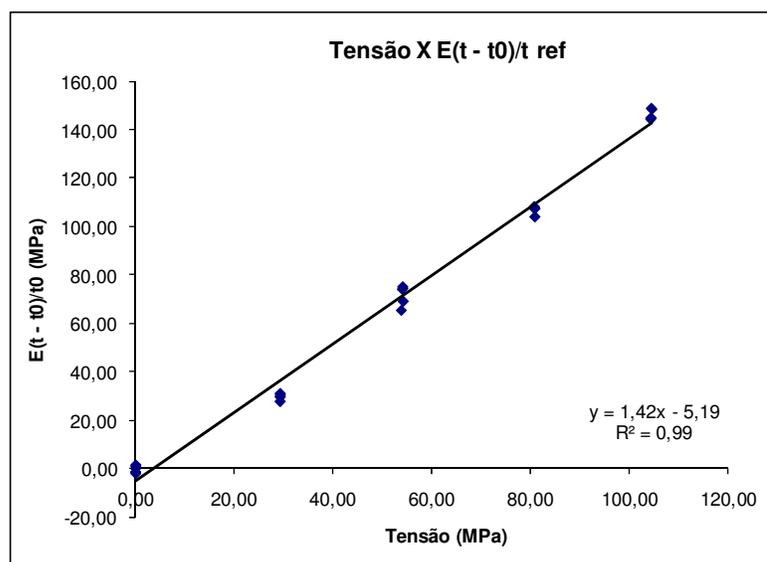


Figura C.7: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^2_{11}$  (ensaio 1 - amostra 3).

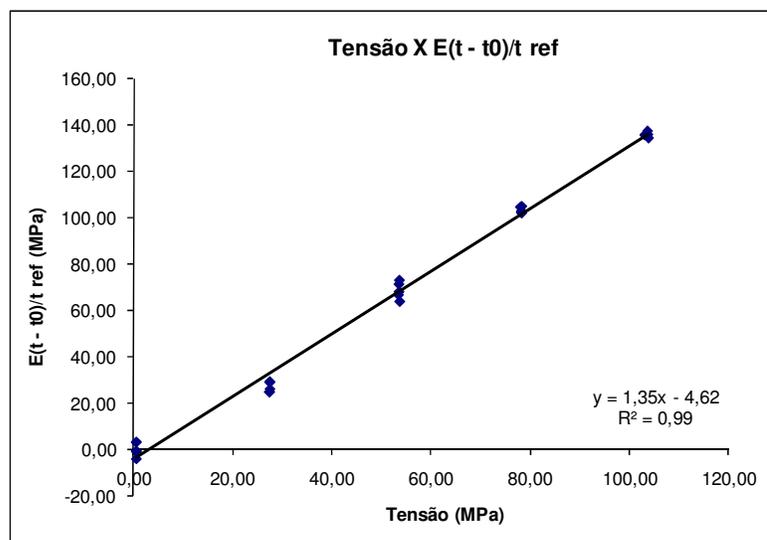


Figura C.8: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^2_{11}$  (ensaio 2 - amostra 3).

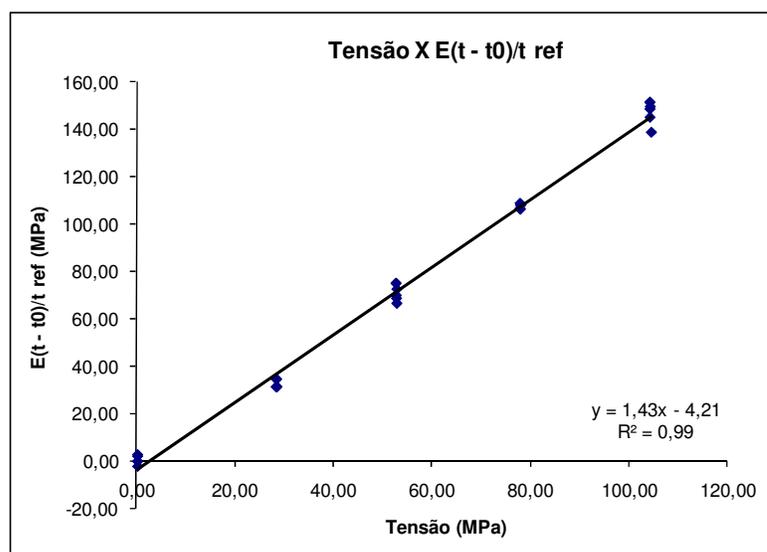


Figura C.9: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^2_{11}$  (ensaio 3 - amostra 3).

## C.2 Gráficos da variação do tempo de percurso em função da tensão para obtenção de $L^3_{11}$

A seguir são apresentados os gráficos dos ensaios para obtenção de  $L^3_{11}$ .

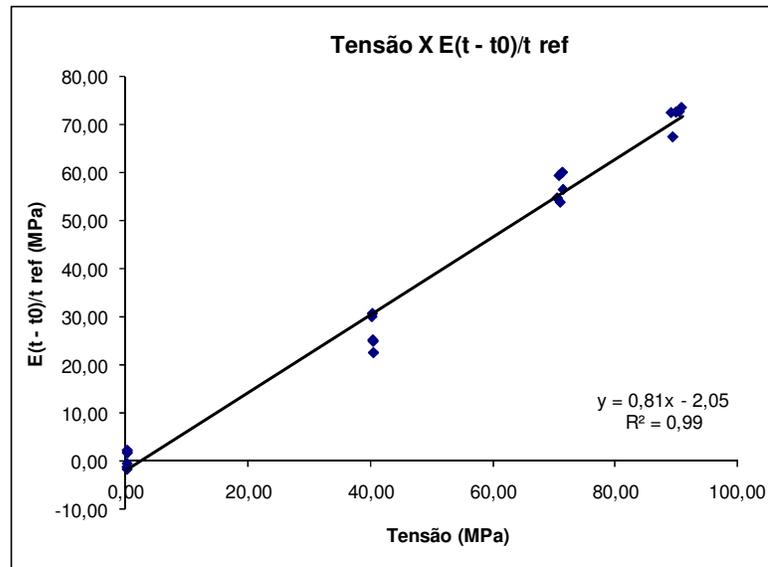


Figura C.10: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^3_{11}$  (ensaio 1 - amostra 1).

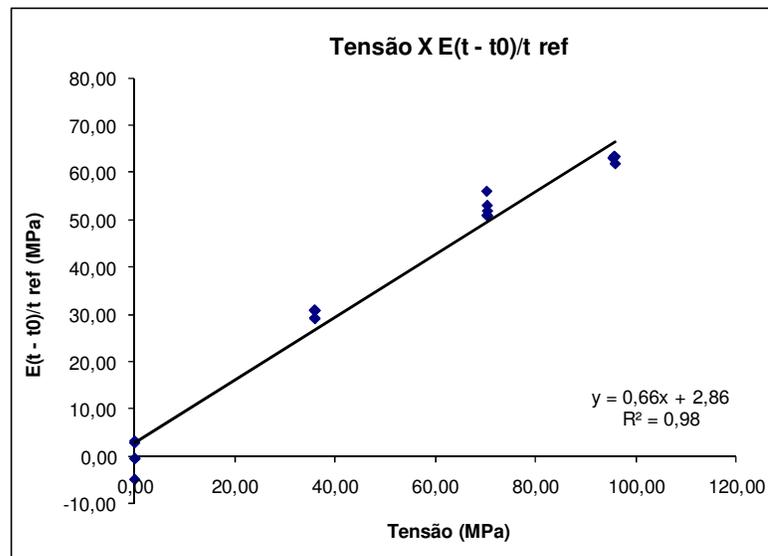


Figura C.11: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^3_{11}$  (ensaio 2 - amostra 1).

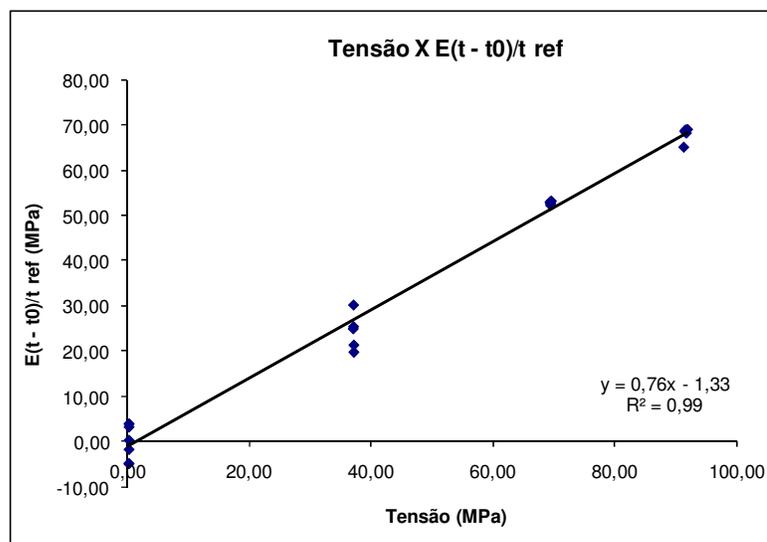


Figura C.12: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^3_{11}$  (ensaio 3 - amostra 1).

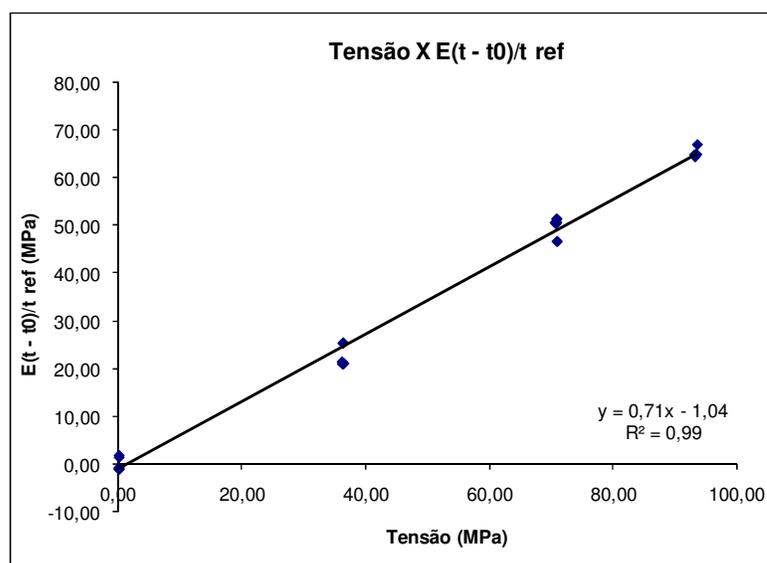


Figura C.13: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^3_{11}$  (ensaio 1 - amostra 2).

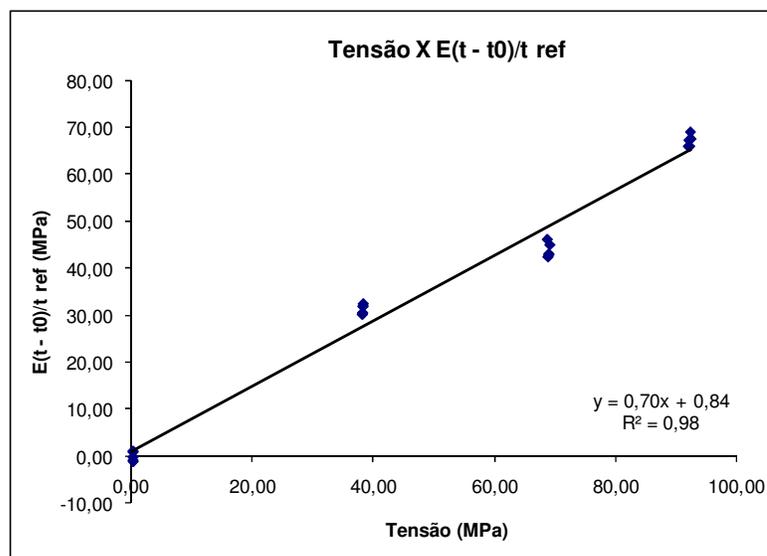


Figura C.14: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^3_{11}$  (ensaio 2 - amostra 2).

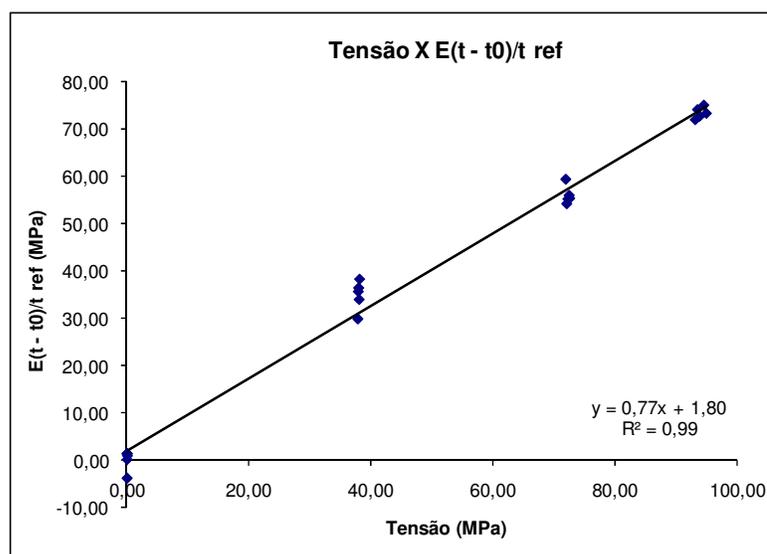


Figura C.15: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^3_{11}$  (ensaio 3 - amostra 2).

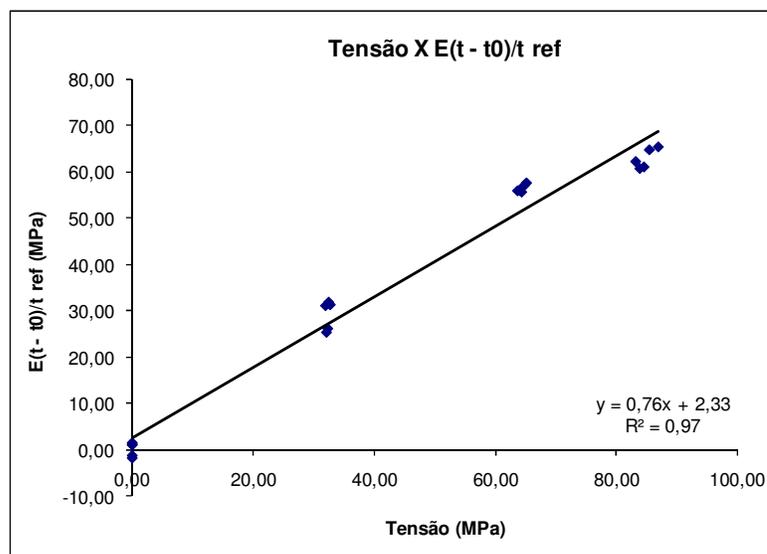


Figura C.16: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^3_{11}$  (ensaio 1 - amostra 3).

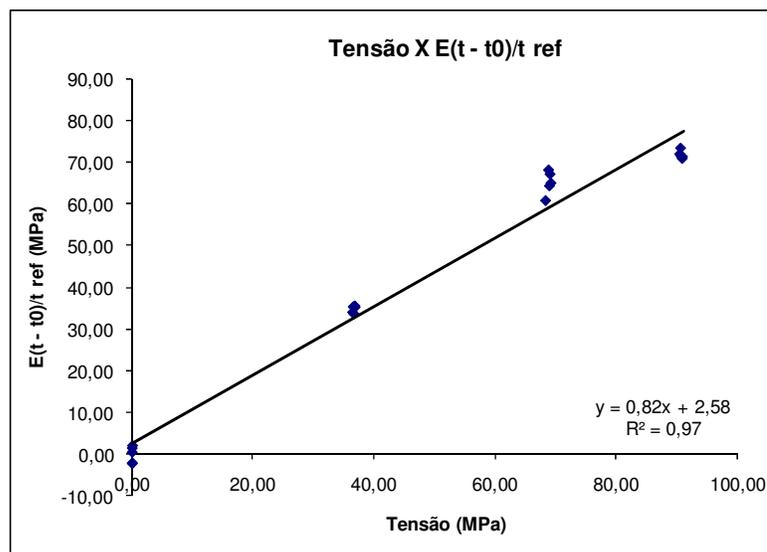


Figura C.17: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^3_{11}$  (ensaio 2 - amostra 3).

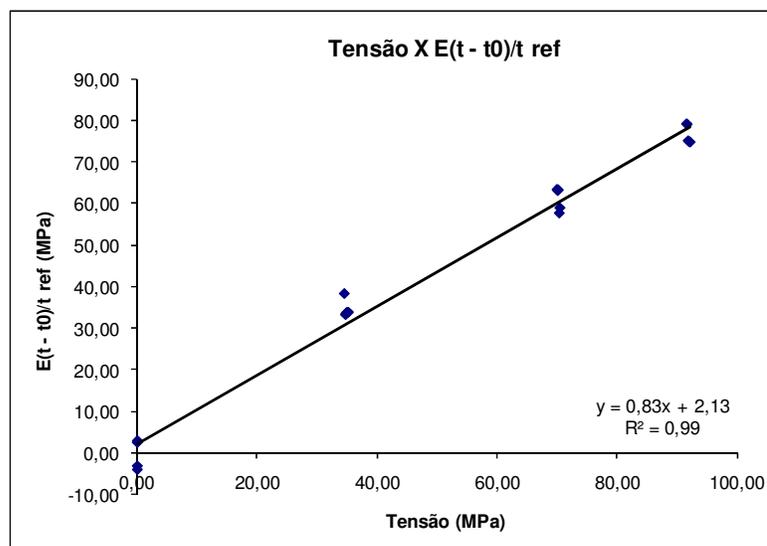


Figura C.18: Gráfico da variação do tempo de percurso pela tensão para obtenção de  $L^3_{11}$  (ensaio 3 - amostra 3).