

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**Transferência de Calor com Mudança de Fase
em Torno de um Tubo Circular em Meio
Poroso Saturado**

Autor: Ricardo Carvalho Tosin

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli

Co-orientador: Prof Dr. Kamal Abdel Radi Ismail

02/2004

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**Transferência de Calor com Mudança de Fase
em Torno de um Tubo Circular em Meio
Poroso Saturado**

Autor: Ricardo Carvalho Tosin

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli

Co-orientador: Prof Dr. Kamal Abdel Radi Ismail

Curso: Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Térmica e Fluídos

Dissertação de mestrado acadêmico apresentado à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2004

S.P. – Brasil

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Transferência de Calor com Mudança de Fase
em Torno de um Tubo Circular em Meio
Poroso Saturado

Autor: Ricardo Carvalho Tosin

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli

Co-orientador: Prof Dr. Kamal Abdel Radi Ismail

Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli
FEM – UNICAMP

Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo
FEM – UNICAMP

Prof. Dr. Ricardo Alan Verdú Ramos
FEIS – UNESP – ILHA SOLTEIRA

Dedicatória

Dedico este trabalho a minha mãe, Wolmar Aparecida Carvalho.

Agradecimentos

À Faculdade de Engenharia Mecânica – UNICAMP e ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, pela oportunidade de realização desse trabalho;

Ao Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli, do Departamento de Energia da Faculdade de Engenharia Mecânica – UNICAMP, pela criteriosa orientação e apoio, além da paciência e vontade de realizar esse trabalho.

Ao Prof. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail, do Departamento de Engenharia Térmica e Fluidos da Faculdade de Engenharia Mecânica – UNICAMP, pelos ensinamentos, colaboração e apoio;

Ao Sr. Setembrino Vaz e Silva Neto, Técnico do Laboratório de Armazenamento Térmico e Tubos de Calor, do Departamento de Engenharia Térmica e Fluidos da Faculdade de Engenharia Mecânica – UNICAMP, pela grande ajuda prestada;

Aos meus amigos, relacionados em ordem alfabética: André Valente Bueno, Cristina Autuori Timazeti e Valter César de Souza (Pastor);

A minha mãe, Wolmar Aparecida Carvalho, pelo suporte dado durante todo o tempo de realização desse trabalho.

Quem Ousa Vence.

Brasão da S.A.S. – Special Air Service

Resumo

Tosin, R. C., *Transferência de Calor com Mudança de Fase em Torno de um Tubo Circular em Meio Poroso Saturado*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2004, 82p., Dissertação de Mestrado.

Neste trabalho é analisada a transferência de calor com mudança de fase num meio poroso. Foi estudado, experimental e numericamente, o avanço radial da camada de gelo em torno de um tubo circular totalmente submerso num meio poroso saturado constituído por esferas de vidro. Foram realizados testes experimentais empregando esferas de diferentes diâmetros para formar a matriz porosa. Para a obtenção da solução numérica foi adotada a formulação de volumes finitos e o método implícito, sendo o sistema algébrico resolvido por um algoritmo TDMA. A posição da frente de gelo foi determinada numericamente usando um método de malha variável, no qual o domínio estudado foi dividido em espaços iguais e os intervalos de tempo variaram a cada passo, de forma que a interface sempre coincidia com um dos pontos da malha espacial. Foram comparadas simulações numéricas para três tipos diferentes condições de contorno na fronteira externa: adiabática, com um coeficiente global de transferência de calor e com temperatura prescrita. A comparação entre os resultados experimentais e as simulações numéricas mostrou-se satisfatória para os casos estudados.

Palavras-Chave: Material de mudança de fase, meio poroso.

Abstract

Tosin, R. C., *Heat Transfer with Phase Change Around a Circular Duct in Saturated Porous Media*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2004, 82p., Dissertação de Mestrado.

The heat transfer problem involving phase change in porous media was analyzed. It was studied, numerically and experimentally, the freezing of water around a circular duct totally submerged in a porous media formed by glass balls. The experimental tests were performed employing glass balls of different sizes to constitute the porous matrix. The numerical solution was obtained via finite volume formulation and the fully implicit method was adopted. The resulting algebraic system was solved using the TDMA algorithm. A variable grid method was employed to determine the position of the moving boundary as a function of time. The space domain was divided into equal intervals and the time steps were found in such a way that the moving interface always coincide with one of the spatial grid points. Comparisons were made employing three kinds of boundary conditions at the external boundary: adiabatic, specified global heat transfer coefficient and prescribed temperature. Results show good agreement between experimental data and numerical simulations.

Key Words: Phase change material, porous media.

Índice

Lista de Figuras	ii
Lista de Tabelas	v
Nomenclatura	vi
1 Introdução	01
2 Revisão Bibliográfica	04
3 Procedimento Experimental	12
4 Modelamento Matemático	23
5 Análise Numérica	30
6 Resultados e Discussão	46
7 Conclusões	72
Referências Bibliográficas	74
Apêndice A	79

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Morfologias de interfaces comuns (ISMAIL, 1998).	05
Figura 3.1 – Desenho detalhado de toda a montagem experimental.	13
Figura 3.2 – Os três tipos de esferas utilizadas e suas respectivas dimensões médias.	15
Figura 3.3 – Fotografia da seção de testes preenchida por água e esferas de vidro de 5mm de diâmetro médio.	16
Figura 3.4 – Desenho detalhado da seção de testes.	17
Figura 3.5 – Fotografia da seção de testes com os termopares instalados.	18
Figura 3.6 – Posicionamento dos termopares em relação ao tubo e ao fluxo de etanol.	18
Figura 3.7 – Disposições dos termopares, fixos às réguas, dentro da seção de testes.	19
Figura 3.8 – Três tipos de esferas presas ao redor do tubo de cobre após os testes.	19
Figura 3.9 – Fotografia do sistema de aquisição de dados da marca LYNX.	20
Figura 4.1 – Configuração básica do problema.	23
Figura 4.2 – Definição das regiões sólida e líquida e da sua interface.	24
Figura 5.1 – Representação do volume de controle para um ponto interno da malha.	31
Figura 5.2 – Representação esquemática do primeiro ponto da malha.	33
Figura 5.3 – Representação esquemática do último ponto da malha.	35
Figura 5.4 – Representação do avanço da Frente de Gelo.	38
Figura 5.5 – Diagrama de funcionamento do algoritmo.	41
Figura 5.6 – Teste comparativo da temperatura em função dos pontos nodais para três malhas com 51, 101 e 201 nós, quando a frente de gelo alcança as posições de 8, 22 e	

36mm.	43
Figura 5.7 – Gráfico da temperatura em função do tempo para os quatro malhas estudadas, na posição radial de 8mm em relação a parede do tubo.	44
Figura 5.8 – – Extrapolação de Richardson para a posição radial de 8mm em relação a parede do tubo.	44
Figura 6.1 – Teste realizado, sem as esferas, para o acompanhamento do avanço radial da Frente de Gelo em relação aos termopares.	48
Figura 6.2 – Temperatura [°C] em função do tempo incluindo a regressão linear acrescida do desvio padrão $\pm \sigma$.	49
Figura 6.3 – Resultados experimentais da temperatura [°C] em função do tempo [s], para a experiência com as esferas de 5mm de diâmetro médio.	51
Figura 6.4 – Resultados experimentais e numéricos da temperatura [°C] em função do tempo [t] para as esferas de 5mm de diâmetro médio.	54
Figura 6.5 – Gráfico da temperatura [°C] em função da posição radial [mm], experimental e numérico com fronteira isolada, para as esferas de 5mm de diâmetro médio.	54
Figura 6.6 – Gráfico da temperatura [°C] em função da posição radial [mm], experimental e numérico com fronteira não isolada, para as esferas de 5mm de diâmetro médio.	55
Figura 6.7 – Gráfico da temperatura [°C] em função da posição radial [mm], experimental e numérico com fronteira com temperatura prescrita de 7,5°C, para as esferas de 5mm de diâmetro médio.	56
Figura 6.8 – Avanço radial da frente de gelo [mm] em função do tempo [s], para as esferas de 5mm de diâmetro médio.	57
Figura 6.9 – Resultados experimentais da temperatura [°C] em função do tempo [s], para a experiência com as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com etanol a temperatura constante.	59
Figura 6.10 – Resultados experimentais e numéricos da temperatura [°C] em função do tempo [t] para as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com etanol a temperatura constante.	60
Figura 6.11 – Gráfico da temperatura [°C] em função da posição radial [mm],	

experimental e numérico com fronteira isolada, para as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com etanol a temperatura constante.	61
Figura 6.12 – Avanço radial da frente de gelo [mm] em função do tempo [s], para as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com etanol a temperatura constante.	62
Figura 6.13 – Resultados experimentais da temperatura [°C] em função do tempo [s], para a experiência com as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com variação na temperatura do etanol.	63
Figura 6.14 – Resultados experimentais e numéricos da temperatura [°C] em função do tempo [t] para as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com variação na temperatura do etanol.	64
Figura 6.15 – Gráfico da temperatura [°C] em função da posição radial [mm], experimental e numérico com fronteira isolada, para as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com variação na temperatura do etanol.	65
Figura 6.16 – Avanço radial da frente de gelo [mm] em função do tempo [s] , para as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com variação na temperatura do etanol.	65
Figura 6.17 – Resultados experimentais da temperatura [°C] em função do tempo [s], para a experiência com as esferas de 18,8mm de diâmetro médio com etanol a temperatura constante.	66
Figura 6.18 – Resultados experimentais da temperatura [°C] em função do tempo [s], para a experiência com as esferas de 18,8 mm de diâmetro médio com variação na temperatura do etanol.	67
Figura 6.19 – Análise de escala.	68
Figura 6.20 – Avanço radial da frente de gelo [mm] em função do tempo [s], para esferas com diâmetro médio de 5mm e esferas com diâmetro médio de 15,5mm, com etanol a temperatura constante.	69
Figura 6.21 – Correlação para a espessura da camada de gelo.	70
Figura A1 – Representação esquemática do volume de controle correspondente ao último ponto da malha (P).	81
Figura A2 – Representação esquemática do isolamento da seção de testes na forma de uma resistência equivalente.	81

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Propriedades termofísicas dos materiais	42
Tabela 5.2 – Tempos para a posição da frente de gelo para quatro malhas e extrapolação de Richardson Propriedades termofísicas dos materiais	45
Tabela 6.1 – Incerteza para o tempo de avanço da Frente de Gelo	49
Tabela 6.2 – Condições dos testes experimentais realizados	50
Tabela A1 – Coeficiente de película do etanol para cada teste	80

Nomenclatura

Letras Latinas

A - área

C_p - calor específico

\bar{d} - diâmetro médio

D - diâmetro interno do tubo

e - espessura

h - coeficiente de película

k - condutividade térmica

L - calor latente ou comprimento do tubo

\dot{m} - vazão mássica

Nu - número de Nusselt

Pr - número de Prandtl

q - fluxo de calor

r - raio

R - resistência

Re - número de Reynolds

S - posição radial

t - tempo

T - temperatura

\bar{T} - função de ajuste da temperatura

U - coeficiente global de transferência de calor

x - posição

Letras Gregas

α - difusividade térmica

β - limite estabelecido para o módulo da diferença entre Δt e Δt_i

Δ - variação

ε - porosidade

ρ - densidade

μ - viscosidade

ϕ - diâmetro

σ - desvio padrão

Superescritos

0 - tempo anterior

Subscritos

0 - tempo ajustado no qual o termopar marca 0°C

cu - cobre

e - externo

eq - equivalente

esf1 - esfera 1

esf2 - esfera 2

esf3 - esfera 3

et - etanol

D - diâmetro

f - fronteira
i - temperatura inicial ou raio interno
l - líquido
m - referente à mudança de fase
n - face do volume de controle ao norte do ponto P
N - ponto nodal da malha ao norte do ponto P
P - ponto da malha
s - sólido ou face do volume de controle ao sul do ponto P
S - ponto nodal da malha ao sul do ponto P
vi - vidro
∞ - meio ambiente

Abreviaturas

AWG – padrão Norte-Americano de medição de fios
MMF – material de mudança de fase
PVC – Poli Cloreto de Vinila
R-22 – monoclorodifluormetano
Temp – temperatura
TDMA – algoritmo para matriz tridiagonal
VAM – método de medida volumétrica
VHTC – coeficiente de transferência de calor volumétrico

Siglas

FEIS - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira
FEM - Faculdade de Engenharia Mecânica

Capítulo 1

Introdução

Uma das principais aplicações dos materiais de mudança de fase é no armazenamento de energia interna, onde o potencial de aplicação do calor latente é significativamente maior do que do calor sensível, implicando numa maior capacidade de armazenamento de energia por unidade de volume. No caso específico da mudança de fase em meio poroso, entre muitas aplicações, pode-se citar as seguintes:

- Congelamento do solo - determinação da profundidade de solo em que a água nele contida estará congelada, a fim de verificar se as raízes das plantas nessa região serão afetadas;
- Congelamento de comida - neste caso a finalidade é a estocagem prolongada de alimentos perecíveis;
- Criocirurgia - nova técnica, utilizada principalmente na remoção de pequenos nódulos cancerosos, que consiste no congelamento e remoção dos mesmos, uma vez que os nódulos são sempre cercados por regiões altamente vascularizadas. Também é utilizado o congelamento da região vascularizada próxima ao nódulo, com a finalidade de eliminar sua fonte de alimento;

- Armazenamento de tecido vivo - utilizado em bancos de ossos, peles, óvulos, esperma, que podem ser armazenados por um longo período. Também pode ser utilizado para evitar o comprometimento de órgãos humanos no período entre a coleta e o transplante.

Este trabalho tem por objetivo estudar, teórica e experimentalmente, a transferência de calor com mudança de fase em torno de um tubo circular submerso em meio poroso saturado. Para constituir a matriz porosa foram empregadas esferas de vidro e o sistema foi totalmente preenchido com água, de maneira que uma camada de gelo é formada em torno do tubo quando este é resfriado. O trabalho foi dividido em capítulos, que serão brevemente apresentados a seguir.

Inicialmente, é apresentada uma revisão bibliográfica que aborda o fenômeno da mudança de fase, armazenamento de calor latente, mudança de fase em meio poroso e métodos de resolução de problemas de fronteira móvel.

No capítulo seguinte, referente ao procedimento experimental, é descrita a montagem e a metodologia utilizada na realização dos testes.

No modelamento matemático é apresentada uma descrição do problema com as equações governantes e as condições de contorno empregadas, bem como as relações utilizadas no cálculo das propriedades efetivas do meio poroso.

Os problemas transientes de mudança de fase, principalmente o acompanhamento da fronteira sólido-líquido, possuem solução analítica apenas em casos muito específicos, tornando necessária a utilização de métodos numéricos para a sua solução. Uma análise numérica com a discretização das equações, uma descrição do algoritmo de resolução, o teste de malha e as propriedades termofísicas utilizadas são apresentadas no capítulo que trata do método numérico.

É feita uma discussão dos resultados experimentais e numéricos para cada um dos meios porosos utilizados e para diferentes condições de contorno da fronteira externa, bem como uma análise de escala dos principais termos envolvidos no processo.

Finalmente, são apresentadas as conclusões do trabalho, as referências bibliográficas e um apêndice com alguns cálculos pertinentes ao problema.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 O fenômeno da mudança de fase

Segundo ISMAIL (1998), vários mecanismos são atuantes quando ocorre mudança de fase de sólido para líquido ou na direção oposta, sendo que essa mudança geralmente é devida à troca de calor. A presença de forças coesivas nas fases sólida e líquida mantém os átomos em contato, sendo que, no caso de sólido as moléculas vibram em torno de posições de equilíbrio fixas, enquanto que, no caso de líquido elas podem transladar entre as posições. Em virtude dos átomos no caso da fase líquida serem mais energéticos que no caso da fase sólida, para que a fase sólida mude para a fase líquida é necessária uma energia adicional que vença as forças coesivas. Essa energia, ou seja, o calor latente ou de fusão, é representada pela diferença na energia térmica (entalpia) entre as duas fases líquida e sólida.

A transição de uma fase para outra, isto é, a absorção ou liberação de calor latente, acontece numa certa temperatura em função da energia disponível, sendo que esta temperatura de mudança de fase T_m , depende da pressão (ISMAIL, 1998).

Quando o material é puro, a interface, ou seja, a região de transição de fase onde o sólido e o líquido coexistem, é fina e bem definida, denominada plana. Em outros casos, tipicamente

resultado de super resfriamento, a região de transição de fase pode ter uma espessura aparente chamada de região pastosa, e suas micro estruturas podem ser colunar, dendrítica ou amorfa, de acordo com ISMAIL (1998), como podem ser verificadas através da Figura 2.1.

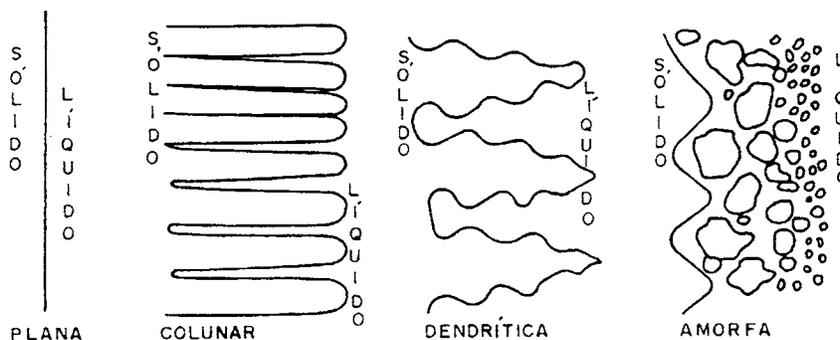


Figura 2.1 – Morfologias de interfaces comuns (ISMAIL, 1998).

2.2 Armazenamento de calor latente

O armazenamento ou acumulação de energia térmica é essencial tanto para as aplicações de aquecimento de água como para aquecimento ambiental, além de ter aplicações relacionadas à agricultura e a produção de calor industrial.

Para WATANABE *et al.* (1993), o armazenamento de calor latente por uso de material de mudança de fase é aplicável para o armazenamento da energia ou da perda de calor industrial. Segundo os autores o armazenamento de calor latente tem características atrativas, uma vez que o material de mudança de fase oferece maior armazenamento de calor por unidade de volume comparado com o calor sensível, e a carga térmica é entregue a uma temperatura constante. Consideram, entretanto, que a desvantagem do armazenamento do calor latente é atribuída à baixa taxa de carga e descarga devido à baixa condutividade térmica do material de mudança de fase.

Segundo GONÇALVES (1996), o armazenamento térmico de calor latente está associado à mudança de fase de um material, sendo que essa forma de armazenar uma certa quantidade de energia apresenta como vantagem o calor de fusão/solidificação por serem várias vezes maiores

que o calor sensível na mesma faixa de temperatura do material, resultando que a massa e o volume são menores, e o processo se realiza essencialmente à temperatura constante. Ainda segundo GONÇALVES (1996), há duas formas de armazenagem por calor latente, sendo que uma delas envolve a reação de hidratação e desidratação de sais e a outra envolve o processo de mudança de fase sólido líquido ou o processo de fusão e solidificação.

Segundo TIEYI *et al.* (1996), o armazenamento de calor latente incluindo estocagem a frio, é de grande importância para muitos sistemas de energia, tais como: sistema de aquecimento solar de água e sistema de ar condicionado. Os autores analisaram através de um modelo simplificado, o desempenho da estocagem a frio num tanque fechado de forma retangular cheio de material de mudança de fase usado em sistemas de ar condicionado, com o qual puderam ser calculados os efeitos dos fatores operacionais tais como: taxa de fluxo de resfriamento, super-resfriamento do material de mudança de fase, etc., durante o processo de armazenamento a frio. Os autores concluíram que: a) num modo de carga fria no caso em que $T_m < T$, há um período de estabilização para a temperatura de saída, a qual é maior que T_m (temperatura de mudança de fase), mas é menor que T (temperatura do fluido); b) a duração do armazenamento a frio é diminuída, quando a temperatura de entrada é diminuída ou quando a taxa de fluxo é aumentada, enquanto que para diferentes graus de super-congelamento do material de mudança de fase, o tempo de carga muda pouco; c) o modelo estabelecido pelo autor permite uma análise detalhada de um sistema de armazenamento de energia similar.

AL-NIMIR *et al.* (1996), apresentaram um modelo matemático que descreve analiticamente o comportamento térmico de um pacote de carga de estocagem de um tanque com temperatura de entrada variável. A distribuição da temperatura interna do tanque foi obtida analiticamente e os prognósticos do modelo foram verificados experimentalmente. As expressões analíticas para a distribuição da temperatura interna do tanque foram usadas para obter o tempo requerido para a completa carga de energia do tanque de armazenamento. O modelo apresentado foi descrito matematicamente, através de duas equações diferenciais parciais agrupadas, as quais possuem solução exata. Um ajuste inicial experimental é construído e testado para verificar a adequação do modelo teórico apresentado. Isto foi encontrado, de modo que ambos os resultados teórico e experimental concordaram.

2.3 Problemas de mudança de fase em meio poroso

BECKERMANN & VISKANTA (1988) estudaram numérica e experimentalmente a convecção natural na mudança de fase de um meio poroso formado por gálio e esferas de vidro, usando um modelo unidimensional, baseado no método entálpico, com o emprego de propriedades efetivas e considerando a presença de convecção natural na região líquida. Concluíram que a principal influência da convecção natural se dá no fato dela tornar a interface não plana e alterar a velocidade de deslocamento da mesma através do meio poroso. Obtiveram uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais.

CHELLAIAH & VISKANTA (1988) estudaram o congelamento saturado e superaquecido de um meio poroso contido em uma célula de teste retangular. O meio poroso era formado por água e esferas de vidro de diferentes diâmetros. Um modelo unidimensional baseado em condução foi utilizado para examinar a importância do efeito do não equilíbrio. O modelo apresentado comparado com dados experimentais apresentou uma boa concordância quanto a predição da distribuição de temperaturas.

PIMENTEL (1995) estudou experimental e numericamente a solidificação em uma placa plana porosa finita e unidimensional. Utilizou, como meios porosos, esferas de vidro, esferas de plástico, pastilhas de PVC, aparas de aço e cilindros de alumínio. Para a solução numérica utilizou o método das diferenças finitas e trabalhou com uma malha fixa com pequenos intervalos iguais de Δx e Δt , método da malha fixa. As comparações entre as partes, numérica e experimental para os diferentes meios porosos utilizados com variações nas condições de contorno de isolamento, convecção e temperatura ambiente, mostraram uma boa concordância, exceção feita às comparações que envolveram materiais porosos altamente condutores.

Segundo HAMDAN & ELWERR (1996), até recentemente a convecção pura era considerada como o único modo de transferência de calor durante a mudança de fase de certos materiais. Segundo ZHANG & BEJAN (1989), citado por HAMDAN & ELWERR (1996), o trabalho experimental indicou que, durante os estágios iniciais do processo de fusão, a condução

era modo dominante de transferência de calor dentro da fase líquida seguida por um curto período de transição, quando então, conforme aumentava o volume de massa fundida, a convecção natural se tornava o modo dominante. Para estes autores a solução analítica do processo de fusão é muito complexa. Como resultado dessa complexidade, a maioria das soluções analíticas para o problema desprezou a convecção na região de fusão, (RUBINSKY & SHITZER, 1978) em (HAMDAN & ELWERR, 1996).

TONG & KHAN (1996) estudaram o aumento da transferência de calor na mudança de fase em uma cavidade cilíndrica sem e com adição de material poroso metálico, no qual simularam processos de fusão e solidificação em um MMF puro com existência de convecção natural, comparando com os processos de fusão e solidificação na cavidade cilíndrica com a adição de material poroso metálico. Eles concluíram que a adição de material poroso metálico aumenta a velocidade da interface, diminuindo assim os tempos de fusão e solidificação total do MMF e diminuindo, e até eliminando, o efeito da convecção natural, sendo que os efeitos da convecção natural tendem a ser menores quanto menores forem os índices de porosidade.

DEGAN & VASSEUR (1997) estudaram analítica e numericamente a transferência de calor em convecção natural em uma camada vertical porosa. Fluxos constantes de calor para esquentar e resfriar foram aplicado ao longo de dois lados opostos da parede, respectivamente, mantendo os outros lados isolados. O meio poroso foi considerado hidrodinamicamente anisotrópico. A formulação do problema para a solução analítica usou o modelo de Brinkman, modelo de Darcy estendido. As equações governantes foram resolvidas usando-se um modelo modificado da técnica de Oseen. A solução numérica foi obtida por meio do método de diferenças finitas. As comparações entre os dados analíticos e numéricos apresentaram uma boa concordância.

OULD-AMER, Y. *et al.* (1998), estudaram o aumento da transferência de calor por meio de convecção forçada em paredes verticais com blocos geradores de calor uniformemente montados sobre a parede com canais entre os blocos inseridos com material poroso. Um estudo numérico utilizando volumes de controle foi realizado, utilizando-se as equações de Navier-Stokes, que governam o escoamento na região do fluido, as equações de Darcy-Brinkman-Forchheimer para a

região porosa e o campo de temperaturas pela equação da energia. A inserção de material poroso entre os blocos geradores de calor aumentou a refrigeração dos mesmos e a temperatura máxima dentro dos blocos diminuiu conforme a permeabilidade do meio poroso foi menor.

ZHANG & HUANG (2000) desenvolveram o método do coeficiente volumétrico de transferência de calor, o VHTC (volumetric heat transfer coefficient), que foi aplicado em um modelo de meio poroso sólido-fluido a partir do modelo da média volumétrica, o VAM (volumetric averaging method). Com isso o modelo VAM pode ser estendido para altos números de Peclet, regime laminar para a transferência de calor convectiva em meio poroso caracterizado por dutos retos. Essa análise térmica também serve como base teórica na qual o modelo VHTC pode ser modificado de acordo com um mecanismo análogo de transferência de calor que ocorra a nível microscópico.

MODESTO (2000) estudou numericamente a mudança de fase em uma camada porosa para materiais metálicos e não-metálicos com o objetivo de conseguir um modelo numérico que satisfizesse os dois tipos de materiais. O problema apresentou uma geometria plana e unidimensional, com um dos lados da camada porosa com fluxo de calor constante. Para a resolução numérica do problema utilizou-se o método de diferenças finitas com uma malha variável, fixando-se o Δt e variando-se o Δx (método da malha variável).

HARRIS, K. T. *et al.* (2001) estudaram um modelo teórico entálpico aproximado para o processo de mudança de fase em meio poroso, tendo como objetivo introduzir um modelo entálpico linearizado que mantenha a temperatura diferente entre o material de mudança de fase e a da parede. Foi utilizada uma solução unidimensional para um meio poroso semi-infinito

2.4 Métodos de resolução dos problemas de fronteira móvel

De acordo com ÖZISIK (1994), os problemas transientes de mudança de fase envolvendo fusão e solidificação são referentes a problemas de fronteira móvel. Tais problemas também são chamados de problemas de *Stefan*, pioneiro na década de 1890 neste estudo. De um modo geral

sua aplicação prática pode ser exemplificada nas seguintes áreas: criação de gelo, congelamento de comida, solidificação de metais em fundições, entre outros.

Ainda segundo ÖZISIK (1994), a formulação matemática que governa os problemas de mudança de fase são do tipo de equações diferenciais parciais parabólicas, contudo, a localização da interface móvel sólido-líquido não é conhecida inicialmente sendo a sua solução determinada à parte da solução do problema. Portanto, os problemas de mudança de fase na fronteira são não lineares e de solução analítica muito difícil. Números limitados de soluções analíticas exatas podem ser encontrados, como em CARSLAW & JAEGER (1959). Para ÖZISIK (1994), a maioria das soluções de problemas de mudança de fase é obtida através de métodos numéricos, que podem ser divididos nas seguintes categorias:

- *Método da malha fixa.* Nesse método o domínio tempo-espaço é dividido em um número finito de nós com espaçamentos uniformes de Δx e também intervalos de tempo Δt uniformes, sendo que a interface móvel sólido-líquido está geralmente posicionada entre dois pontos da malha em qualquer tempo. Os métodos de CRANK (1957) e EHRLICH (1958) são exemplos desse método.

- *Método da malha variável.* Nesse método o domínio espaço-tempo é subdividido em intervalos iguais em apenas uma das dimensões e o tamanho da malha correspondente à outra dimensão é determinado pela fronteira móvel cuja posição sempre coincide com um ponto da malha no tempo e no espaço. MURRAY & LANDIS (1959) estudaram uma malha na qual os intervalos de tempo Δt eram fixos e os intervalos de espaço Δx eram variáveis coincidindo sempre com um dos pontos do tempo. GUPTA & KUMAR (1980) estudaram uma malha na qual os intervalos de espaço Δx eram fixos e os intervalos de tempo Δt eram variáveis coincidindo sempre com um dos pontos do espaço.

- *Método da frente fixa.* Esse método é usado apenas para problemas unidimensionais e é essencialmente um esquema de transformação de coordenadas o qual imobiliza a fronteira móvel aliviando a necessidade de segui-la e é usada para resolver problemas mais complicados usando

esquema numérico. Esses tipos de aproximações são apresentadas nos trabalhos de CRANK (1957) e FURZELAND (1980).

- *Método da geração de malha adaptável.* Recente avanço feito por BRACKBILL & SALTZMAN (1982), SALTZMAN & BRACKBILL (1982) e BRACKBILL (1982) no qual a geração de uma malha numérica é aplicada para mapear uma região irregular em uma região de forma regular em um domínio computacional onde o problema é resolvido através de diferenças finitas e os resultados são transformados de volta no domínio físico.

- *Método entálpico.* Esse método tem sido muito utilizado, e incluindo os trabalhos de PRICE & SLACK (1954), ROSE (1960), OLEINIK (1960), MEYER (1973), SHAMSUNDAR & SPARROW (1975), CROWLEY (1978), VOLLER & CROSS (1981, 1983) e TACKE (1985). Esse método resolve problemas de mudança de fase em situações na qual a interface sólido líquido não é bem definida, ou seja, no lugar da interface há uma região que apresenta diferentes temperaturas, sendo as fases sólida e líquida separadas por uma região com as duas fases.

Capítulo 3

Procedimento Experimental

3.1 Introdução

Este capítulo tratará da descrição da montagem e dos procedimentos experimentais.

A experiência foi realizada numa montagem pré-existente no Laboratório de Armazenamento Térmico e Tubos de Calor do Departamento de Engenharia Térmica e de Fluidos da Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, com uma nova distribuição de termopares dentro da seção de testes.

A montagem tem como objetivo estudar o avanço da frente de gelo na direção radial externa a um tubo de cobre imerso em um meio poroso formado por água e esferas de vidro.

3.2 Descrição da montagem do sistema experimental

No presente item é feita a descrição da montagem experimental, cujo desenho detalhado é mostrado na Figura 3.1. Ele foi dividido em dois sub-itens que tratarão, respectivamente, da unidade de refrigeração e da seção de testes.

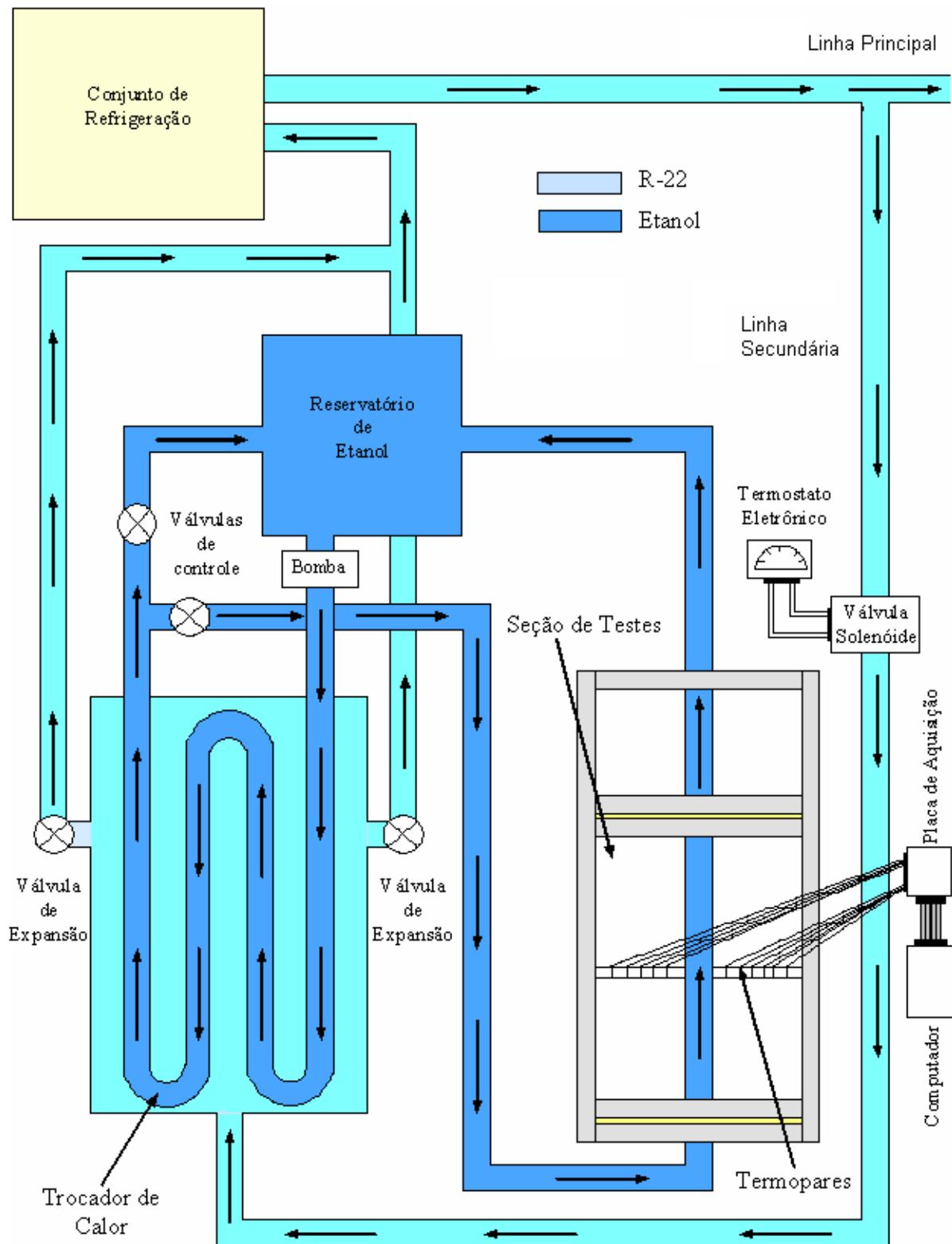


Figura 3.1 – Desenho detalhado de toda a montagem experimental.

3.2.1 Da unidade de refrigeração

No sistema de refrigeração foram utilizados dois tipos de fluidos de transferência de calor, o monoclorodifluormetano (R-22), como refrigerante primário e o etanol (álcool), como refrigerante secundário. Segundo STOEKER (1985), refrigerantes primários são aqueles utilizados em sistemas de compressão de vapor e refrigerantes secundários são aqueles utilizados para transportar energia térmica à baixa temperatura de um local para outro, estando estes geralmente na fase líquida.

A unidade de refrigeração executa um ciclo de refrigeração que resumidamente pode ser descrito como: o compressor aspira o refrigerante primário (R-22) a baixa pressão e na fase gasosa, que se encontra na linha de retorno e o impulsiona para o condensador; onde é condensado o refrigerante primário a alta pressão e na fase líquida ao passar pela válvula de expansão sofre uma queda de pressão e vai para o trocador de calor, onde troca calor com o refrigerante secundário (etanol) que se encontra circulando no trocador de calor em contra corrente e a uma temperatura mais alta; o refrigerante primário que sai do trocador de calor vai para a linha de retorno, onde é aspirado pelo compressor, completando-se assim o ciclo de refrigeração. Esse ciclo se repete ininterruptamente durante todo o tempo no qual a experiência é realizada.

O controle da temperatura do etanol é feito por meio de uma válvula solenóide situada numa linha secundária do refrigerante primário, antes do trocador de calor.

O reservatório de etanol é formado por um tanque de aço completamente isolado por chapas de isopor.

Uma bomba impulsiona o etanol do seu reservatório para o trocador de calor, passando este fluido em seguida pela seção de testes e, finalmente, voltando para o seu reservatório, onde é novamente bombeado para o trocador de calor reiniciando-se assim um ciclo ininterruptamente até o final da experiência.

3.2.2 Da seção de testes

Nas experiências foram utilizados três tipos de meios porosos, formados por água e esferas de vidro, as quais diferem entre si apenas pelo seu diâmetro médio, que são de: $\overline{d_{esf1}} = 5mm$; $\overline{d_{esf2}} = 15,6mm$ e $\overline{d_{esf3}} = 18,8mm$. Os três tipos de esferas utilizadas são mostrados na Figura 3.2. As esferas de 5 mm de diâmetro médio são comparativamente mais irregulares, muitas vezes tendendo para um formato oval. Estas esferas são colocadas na seção de testes na fase inicial do procedimento experimental, como mostra a Figura 3.3.

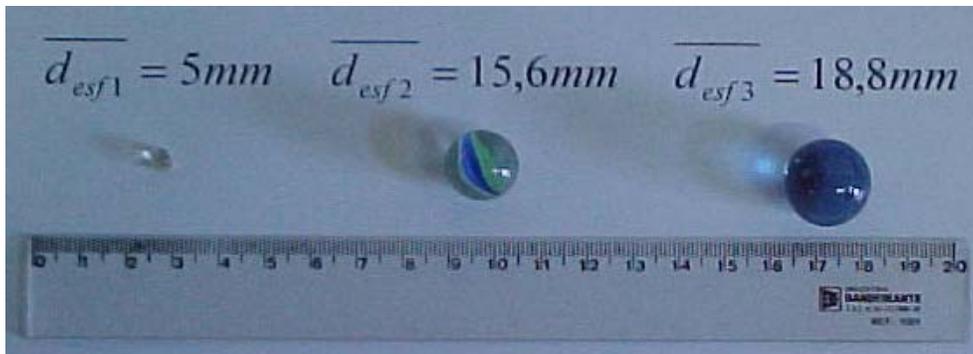


Figura 3.2 – Os três tipos de esferas utilizadas e suas respectivas dimensões médias.

Nas figuras que se seguem, serão apresentadas informações sobre a seção de testes. A Figura 3.4 apresenta um desenho detalhado desta seção, que é formada por uma caixa, feita com chapas de acrílico de 10mm de espessura, cujas dimensões são: altura de 240mm, comprimento de 290 mm e largura de 250mm. A caixa é aberta na sua parte superior e é atravessada pelo centro, na direção do comprimento, por um tubo de cobre de 12,3mm de diâmetro interno e 15,9mm de diâmetro externo. Por fim, a caixa é isolada do ambiente por placas de isopor de 30mm de espessura, sendo que uma das placas de isopor funciona como uma tampa para a caixa de acrílico.

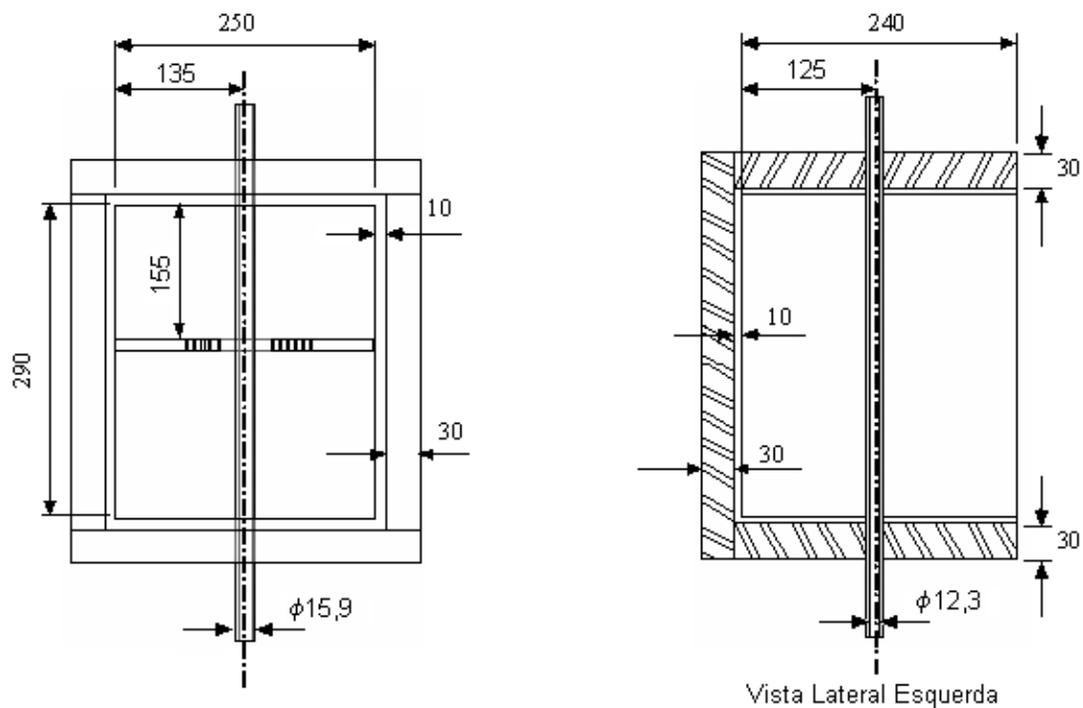
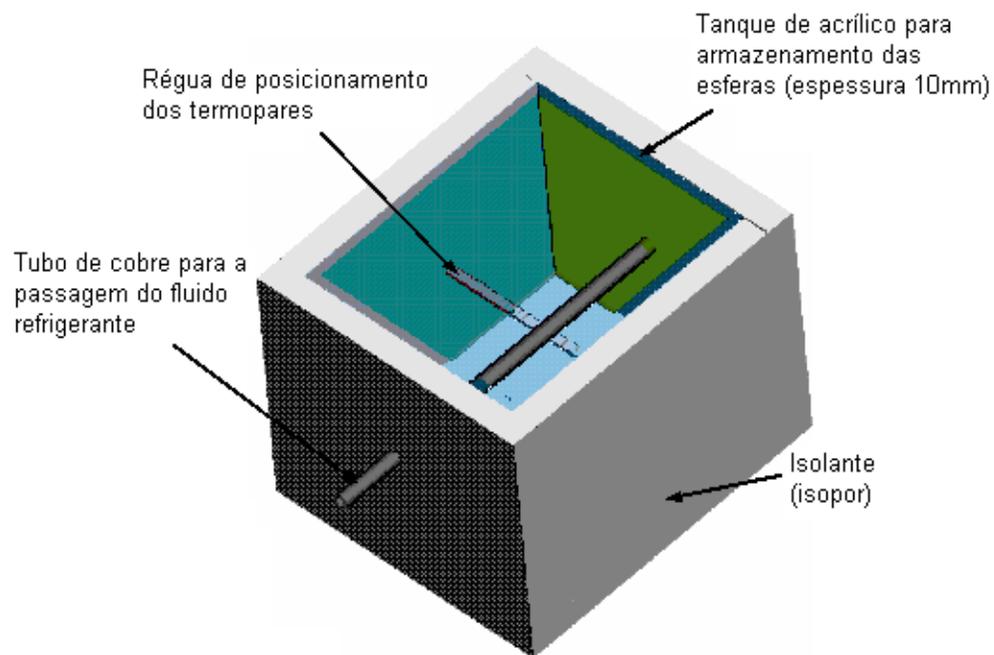
Como mostra a Figura 3.5, os termopares foram fixados na seção de testes nas seguintes posições: um na parede externa de acrílico na altura do tubo de cobre; um no tubo de cobre e onze fixos a duas barras posicionadas na posição horizontal e fixadas no tubo de cobre e na

parede de acrílico. Os termopares fixados nas barras apresentam posicionamento paralelo ao tubo de cobre. Uma visão mais detalhada dos termopares fixos à duas barras é mostrada na Figura 3.6.



Figura 3.3 – Fotografia da seção de testes preenchida por água e esferas de vidro de 5mm de diâmetro médio.

A Figura 3.7 apresenta um desenho que mostra as distâncias radiais [mm], em relação à parede do tubo de cobre, onde os termopares foram fixados às duas barras. Os termopares foram fixados à barra da direita nas seguintes distâncias: 8mm; 15mm; 22mm; 29mm; 36mm e 43mm e na barra da esquerda a 8mm; 15mm; 22mm; 29mm e 36mm, ela não possui um termopar a 43mm simplesmente porque o sistema de aquisição possuía apenas 15 entradas de termopares.



Unidades em [mm]

Figura 3.4 – Desenho detalhado da seção de testes.

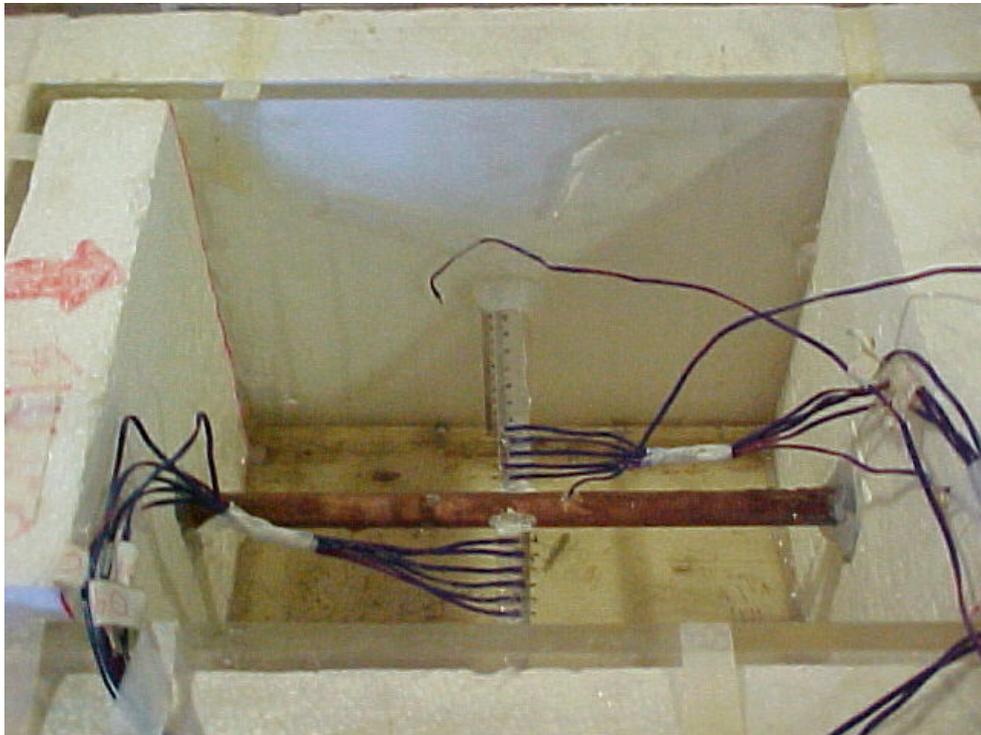


Figura 3.5 – Fotografia da seção de testes com os termopares instalados.

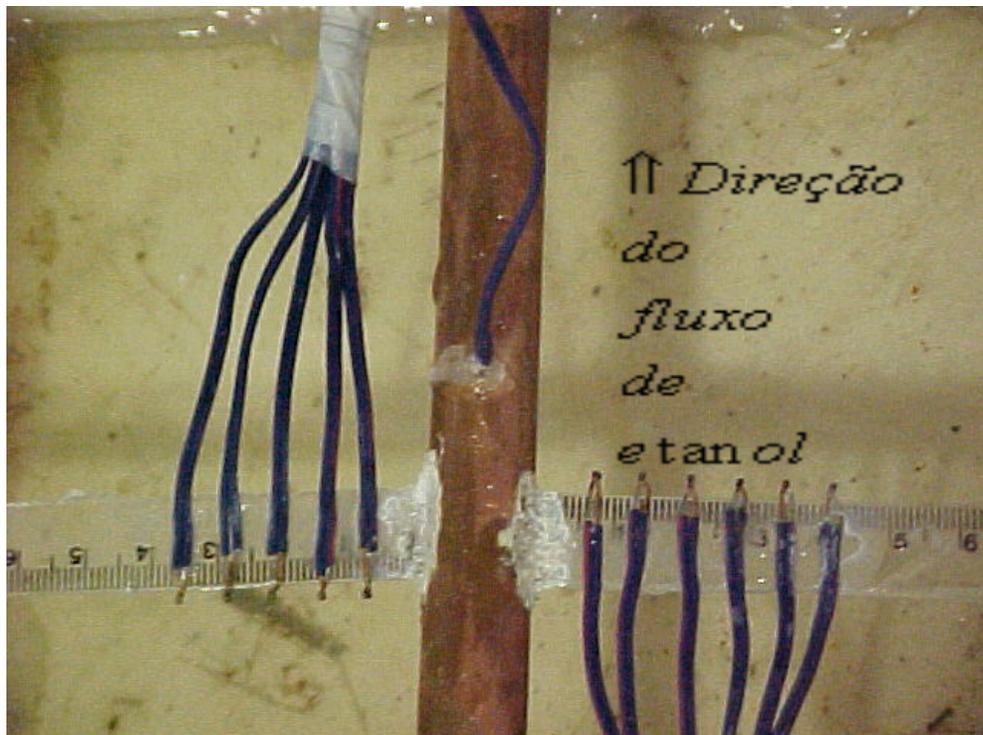


Figura 3.6 – Posicionamento dos termopares em relação ao tubo e ao fluxo de etanol.

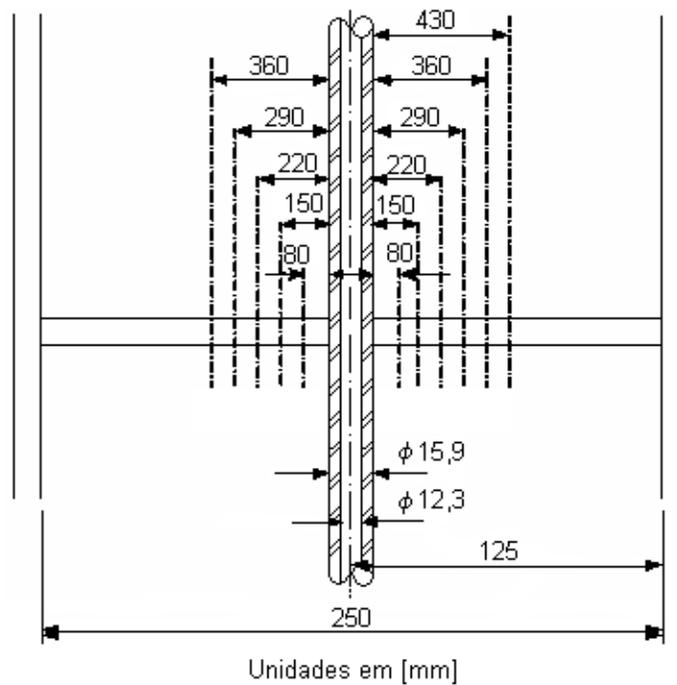


Figura 3.7 – Disposições dos termopares, fixos às barras, dentro da seção de testes.

A Figura 3.8 apresenta os três tipos de esferas de vidro utilizados nos testes presas ao MMF, quando este se solidificou ao redor do tubo de cobre, no momento em que foram retiradas as esferas de vidro que ficaram soltas no final dos testes.



Figura 3.8 – Três tipos de esferas presas ao redor do tubo de cobre após os testes.

3.3 Sistema de medição de temperatura e tempo

As medidas de temperatura e tempo foram feitas por um sistema de aquisição de dados (aqdados) da marca LYNX, conforme mostra a Figura 3.9.

O sistema de aquisição de dados da LYNX foi configurado para fornecer, a temperatura instantânea, na escala *Celsius* [°C], a cada 3 segundos [s], a partir do início da gravação dos dados para cada um dos termopares.

Este sistema utiliza termopares para a medida das temperaturas, sendo que os termopares utilizados foram os do tipo *T* (cobre-constantan) AWG 20, que foram aferidos, junto ao sistema de aquisição, em relação a uma temperatura de referência por meio de um banho de gelo fundente, ou seja, uma mistura de água e gelo isolada termicamente. O sistema utiliza uma junta fria.



Figura 3.9 – Fotografia do sistema de aquisição de dados da marca LYNX.

3.4 Descrição do Procedimento Experimental

Para dar início à experiência é necessária a realização dos seguintes passos.

- Ligar o computador, carregar o programa de aquisição de dados (aqdados) e ajustá-lo para fazer as leituras de temperatura instantânea em cada um dos termopares a cada 3 segundos;

- Desviar o fluxo do etanol, através das válvulas de controle, da região de testes para uma linha secundária, fazendo com que o etanol ao ser bombeado do seu reservatório para o trocador de calor não passe pela região de testes antes de chegar ao seu reservatório, ou seja, ao sair do trocador de calor o etanol volta diretamente para o seu reservatório;

- Ligar o conjunto de refrigeração, fazendo com que o R-22 circule pela linha, trocando assim calor com o etanol;

- Ajustar a temperatura do etanol através de uma válvula solenóide, situada antes do trocador de calor , na linha secundária do refrigerante primário, a qual é ajustada de forma conveniente para o teste a ser realizado;

- Colocar um dos três tipos de esferas na seção de testes;

- Medir, com o auxílio de um termômetro, a temperatura do etanol dentro do seu reservatório, até que ela atinja a temperatura escolhida para determinado teste;

- Misturar gelo picado em água, a temperatura ambiente, e em seguida peneirar a mistura para que não haja pedaços de gelo na água;

- Adicionar a água resfriada na seção de testes, onde já se encontram as esferas, formando-se assim o meio poroso;

- Com o auxílio de um termômetro, medir a temperatura do meio poroso (banho) até que a temperatura medida não apresente uma variação significativa, sendo que esse procedimento não foi capaz de garantir o equilíbrio térmico entre o MMF e a matriz porosa;

- Simultaneamente, abrir a válvula de controle que permite a passagem de etanol para a seção de testes e fechar a válvula de controle que desvia o etanol diretamente para o seu reservatório;

- Iniciar o programa de aquisição de dados para gravar as temperaturas dos termopares.

Capítulo 4

Modelamento Matemático

4.1 Introdução

Este capítulo tratará do modelo matemático utilizado para a solução do problema de transferência de calor com mudança de fase em torno de um cilindro submerso em material poroso saturado, conforme mostra a Figura 4.1.

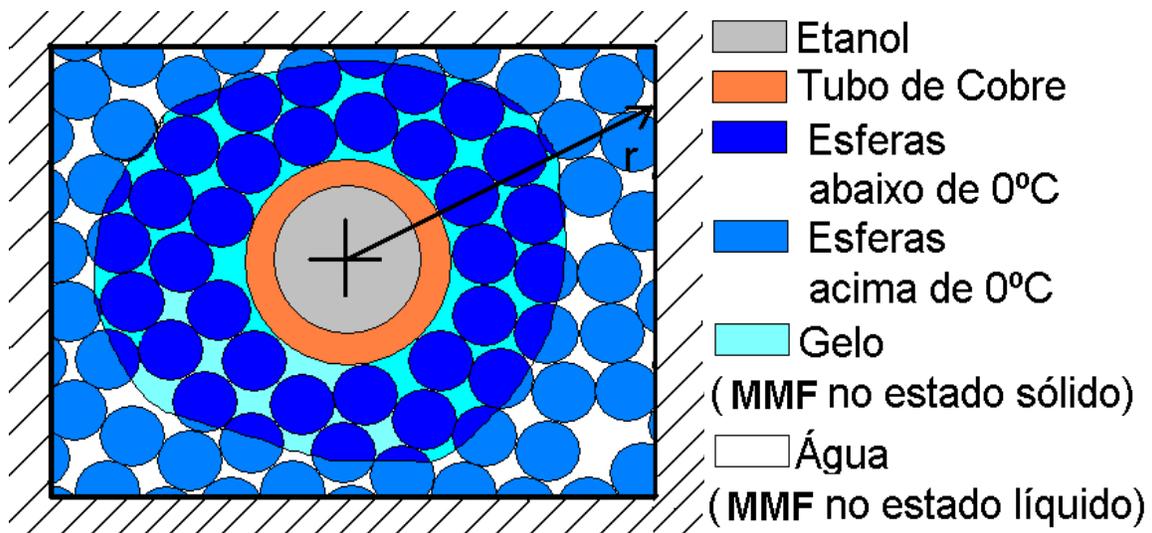


Figura 4.1 – Configuração básica do problema.

4.2 Descrição do problema

No início do processo o meio poroso encontra-se a uma temperatura inicial T_i maior que a temperatura de mudança de fase T_m , o que faz com que exista o MMF (Material de Mudança de Fase) apenas na fase líquida. Então, começa a circular etanol dentro do tubo de cobre a uma temperatura $T_{et} < T_m$. Isto faz com que o MMF em volta do tubo de cobre se solidifique, formando-se assim duas regiões distintas no meio poroso: uma próxima ao tubo de cobre composta pela matriz porosa e pelo MMF na fase sólida a $T_s < T_m$ e a outra, adjacente à região sólida, composta pela matriz porosa e pelo MMF na fase líquida a $T_l > T_m$. As duas regiões formadas são separadas por uma interface sólido – líquido bem definida, com temperatura constante igual à temperatura de mudança de fase à pressão ambiente T_m . Conforme o tempo passa, a interface sólido – líquido avança na direção radial e no sentido positivo da orientação, conforme esquematizado na Figura 4.2.

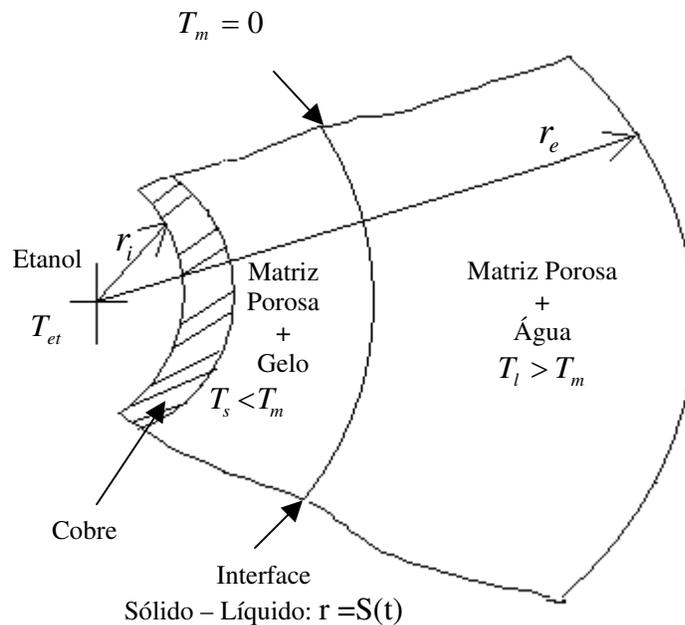


Figura 4.2 – Definição das regiões sólida e líquida e da sua interface.

Embora a fronteira externa na parte experimental seja quadrada, foi adotada a geometria cilíndrica para definir o domínio onde foi efetuada a simulação numérica. Esta aproximação foi feita por simplicidade, já que no final do experimento a espessura da frente de gelo não chegou nem à metade da extensão do domínio, diminuindo a influência dessa fronteira nos resultados, especialmente na fase inicial da experiência.

As hipóteses adotadas para a solução do problema foram:

- Ausência de geração volumétrica de energia;
- Propriedades termofísicas isotrópicas e constantes em cada fase;
- A matriz porosa e o material de mudança de fase (MMF) estão em equilíbrio térmico;
- Ausência de convecção natural;
- Distribuição de temperatura axialmente simétrica;
- Condução na direção axial desprezada

Portanto, no modelo adotado neste trabalho, a transferência de calor se dá por condução unidimensional em regime transiente, sendo a temperatura uma função da coordenada radial e do tempo ($T = T(r, t)$).

Dentre todas as hipóteses adotadas a mais importante é a da não existência de convecção natural no meio poroso. Esta hipótese é sustentada principalmente porque, num processo de solidificação, o gradiente térmico na fase líquida é usualmente menor do que na fase sólida. Além disso, uma matriz porosa com espaços vazios muito pequenos (baixa permeabilidade) dificulta a movimentação do MMF líquido em seu interior, aproximando o processo de transferência de calor do limite de condução pura. Esta hipótese também foi adotada por CHELLAIAH & VISKANTA (1988).

4.3 Equações governantes e condições de contorno

4.3.1 Região sólida – líquida

A equação unidimensional da condução de calor na direção radial utilizada nas regiões sólida e líquida, pode ser escrita na forma:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{s,l}}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha_{s,l}} \frac{\partial T_{s,l}}{\partial t} \quad [4.1]$$

onde $\alpha_{s,l} = \frac{k_{s,l}}{\rho_{s,l} C p_{s,l}}$ = difusividade térmica efetiva do meio poroso com MMF na fase sólida ou líquida.

4.3.2 Interface sólido-líquido

Através da conservação da energia na interface sólido-líquido implica em que o calor transferido para a fase sólida é igual à soma do calor transferido da fase líquida e o calor liberado no processo de solidificação, isto é:

$$k_s \frac{\partial T}{\partial r} - k_l \frac{\partial T}{\partial r} = \rho_{MMF} \varepsilon L \frac{dS(t)}{dt} \quad [4.2]$$

onde ε é a porosidade, L é a entalpia de mudança de fase sólido-líquido, $S(t)$ é a posição da interface em função do tempo e ρ_{MMF} é a densidade do MMF na fase sólida.

A porosidade ε é a fração em volume de MMF em relação ao volume total do sistema, definida como:

$$\varepsilon = \frac{\text{Volume de MMF}}{\text{Volume total}} \quad [4.3]$$

Como há a condição de continuidade entre as temperaturas das fases sólida e líquida na interface, a temperatura deve ser igual à temperatura de mudança de fase T_m , portanto:

$$T_s(r, t) = T_l(r, t) = T_m = 0^\circ C \quad \text{para} \quad r = S(t) \quad [4.4]$$

4.3.3 Condições de contorno

Na parede interna do tubo:

Na simulação numérica, a variação de temperatura do tubo de cobre na direção radial foi desprezada e este tubo foi incluído no volume de controle da fronteira interna. Dessa forma, o fluxo de calor na parede interna do tubo de cobre é calculado multiplicando-se o coeficiente de película do etanol pela diferença entre as temperaturas do etanol e do tubo de cobre, assim:

$$r = r_i \rightarrow q'' = h_{et} (T_{et} - T_{(ri,t)}) \quad [4.5]$$

O cálculo do coeficiente de película do etanol (h_{et}) é apresentado no Apêndice A.

Na fronteira externa:

Na fronteira externa, $r = r_e$, foram consideradas três diferentes tipos de condição de contorno:

- Fronteira isolada termicamente (adiabática)

$$r = r_e \rightarrow \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{\text{rext}} = 0 \quad [4.6]$$

- Fronteira não isolada, sendo o fluxo de calor calculado multiplicando-se o coeficiente global de transferência de calor (U) pela diferença entre a temperatura ambiente média e a temperatura no último volume de controle

$$r = r_e \quad \rightarrow \quad k_1 \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_e} = U(T_\infty - T(r_e, t)) \quad [4.7]$$

O cálculo do coeficiente global de transferência de calor (U) é apresentado no Apêndice A.

- Fronteira com temperatura prescrita (T_f), utilizada apenas para a simulação numérica referente à experiência com as esferas de 5mm de diâmetro médio, a qual apresentou uma temperatura aproximadamente constante de 7,5°C nesta fronteira durante todo o experimento.

$$T_{re} = T_f = 7,5^\circ C \quad [4.8]$$

4.4 Propriedades efetivas

O conceito de propriedade efetiva é introduzido com objetivo de tratar o meio poroso heterogêneo como se fosse homogêneo. Isto permite que o sistema, constituído pela matriz porosa (esferas de vidro) e o MMF (água), seja tratado como sendo um meio contínuo e isotrópico. As propriedades efetivas são calculadas em função da porosidade ε (Equação 4.3).

No caso de um meio poroso constituído pelas esferas de diâmetros médios de 15,6mm e 18,8mm, cujas geometrias aproximam-se de esferas perfeitas, as porosidades das esferas situam-se entre os fatores atômicos de empacotamento com arranjos estruturais nas formas de cubo de face centrada e de cubo de corpo centrado.

Segundo CALLISTER (1996), o fator de empacotamento de esferas num arranjo estrutural na forma de cubo de face centrada é de 0,74 do volume total e num com arranjo estrutural na forma de cubo de corpo centrado é de 0,68, o que faz com que a porosidade esteja entre 0,26 e

0,32. Como não se pode precisar qual dos arranjos é o predominante foi adotado o valor intermediário de 0,30 para a porosidade dos dois tipos de esferas citados acima.

Para a esfera de diâmetro médio de 5mm, cuja geometria é relativamente irregular, foi feita uma medida de volume utilizando-se uma proveta graduada para a determinação de sua porosidade. A porosidade encontrada foi de 0,36.

A densidade efetiva para as regiões sólida e líquida é dada pela ponderação das densidades do MMF e da matriz porosa, assim tem-se:

$$\rho_{s,l} = \varepsilon \rho_{MMF} + (1 - \varepsilon) \rho_{vi} \quad [4.9]$$

onde s refere-se à propriedade efetiva para a fase sólida e l refere-se à propriedade efetiva para a fase líquida. A densidade do MMF é aquela correspondente à fase sólida ou líquida, e vi refere-se à matriz porosa de vidro.

O calor específico efetivo é também calculado ponderando-se as propriedades do MMF e da matriz porosa, ou seja

$$Cp_{s,l} = (\varepsilon \rho_{MMF} Cp_{MMF} + (1 - \varepsilon) \rho_{vi} Cp_{vi}) / \rho_{s,l} \quad [4.10]$$

A condutividade térmica efetiva é calculada pelo modelo que admite uma associação em série do MMF e da matriz porosa:

$$k_{s/l} = \frac{1}{\left(\frac{\varepsilon}{k_{MMF}}\right) + \left(\frac{(1 - \varepsilon)}{k_{vi}}\right)} \quad [4.11]$$

Capítulo 5

Análise Numérica

5.1 Introdução

Este capítulo tratará da análise numérica feita para simular as experiências realizadas. A técnica de solução adotada foi a de volumes finitos, que utilizou uma malha uniforme aplicada a uma geometria cilíndrica unidimensional. Foi adotado o método implícito e o sistema algébrico foi resolvido pelo algoritmo TDMA.

Como apresentado em PATANKAR (1980), o procedimento para se obter as equações discretizadas no método dos volumes finitos é integrar, no volume de controle finito, a equação diferencial na forma conservativa.

5.2 Discretização das equações

5.2.1 Discretização da equação para os pontos internos da malha

Como k é uma constante, pode-se integrar a Equação 4.1, sem os índices de sólido e líquido e substituir a difusividade α por $k/\rho C_p$, no volume de controle ilustrado na Figura 5.1 e no intervalo de tempo de t até $t + \Delta t$, tendo-se:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n r \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dr dt \quad [5.1]$$

A integração da equação [5.1] será feita aplicando-se o teorema do divergente ao membro esquerdo e efetuando-se uma integração aproximada entre t e $t + \Delta t$ ao membro direito, como pode ser observado na equação [5.2].

$$\left(\left. k r \frac{\partial T}{\partial r} \right|_n - \left. k r \frac{\partial T}{\partial r} \right|_s \right) \Delta t = r_p \Delta r \rho c_p \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial T}{\partial t} dt \quad [5.2]$$

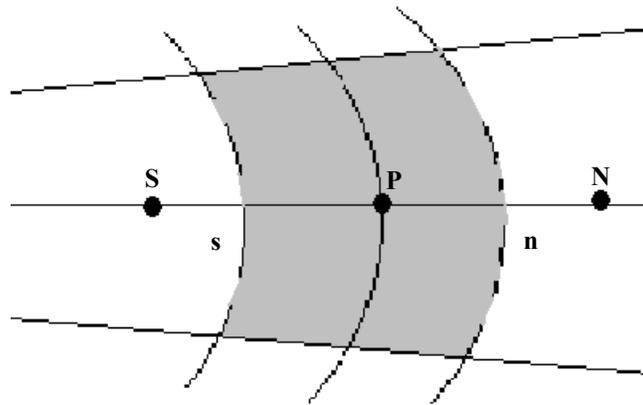


Figura 5.1 – Representação do volume de controle para um ponto interno da malha.

Aplicando o esquema central para as derivadas espaciais da temperatura, o termo I fica:

$$k r_s \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_n = k r_n \frac{T_N - T_P}{\Delta r} \quad [5.3]$$

Para o termo II , tem-se:

$$k r \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_s = k r_s \frac{T_P - T_S}{\Delta r} \quad [5.4]$$

Para o termo *III*, aplicando-se o método implícito, tem-se:

$$r_p \Delta r \rho c_p \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial T}{\partial t} dt = r_p \Delta r \rho c_p (T_p - T_p^0) \quad [5.5]$$

Substituindo os termos na equação [5.2], tem-se:

$$k \left(r_n \frac{T_N - T_p}{\Delta r} - r_s \frac{T_p - T_s}{\Delta r} \right) = \frac{r_p \Delta r \rho c_p}{\Delta t} (T_p - T_p^0) \quad [5.6]$$

Onde T_p^0 é a temperatura no ponto P no instante de tempo t , calculada no passo de tempo anterior, que corresponde ao início do atual intervalo de tempo Δt .

Reagrupando-se os termos e isolando T_p , tem-se:

$$\left(\frac{r_p \Delta r \rho c_p}{\Delta t} + \frac{k}{\Delta r} (r_n + r_s) \right) T_p = \frac{k r_n}{\Delta r} T_N + \frac{k r_s}{\Delta r} T_s + \frac{r_p \Delta r \rho c_p}{\Delta t} T_p^0 \quad [5.7]$$

Sabendo-se que:

$$r_s = r_p - \frac{\Delta r}{2} \quad \text{e} \quad r_n = r_p + \frac{\Delta r}{2} \quad [5.8]$$

Substituindo-se a equação [5.8] na equação [5.7], tem-se:

$$\left(\frac{r_p \Delta r \rho c_p}{\Delta t} + \frac{2k r_p}{\Delta r} \right) T_p = \frac{k \left(r_p + \frac{\Delta r}{2} \right)}{\Delta r} T_N + \frac{k \left(r_p - \frac{\Delta r}{2} \right)}{\Delta r} T_s + \frac{r_p \Delta r \rho c_p}{\Delta t} T_p^0 \quad [5.9]$$

A equação [5.9] é utilizada para os pontos internos da malha, do segundo ao penúltimo ponto, conforme mostra a Figura 5.1. Esta equação é utilizada para as fases sólida e líquida, apenas mudando as propriedades efetivas.

5.2.2 Discretização da equação na fronteira interna

Para o primeiro ponto da malha, o primeiro volume de controle é formado pelo tubo mais metade de um volume de controle utilizado no domínio interno da malha, como mostra a Figura 5.2.

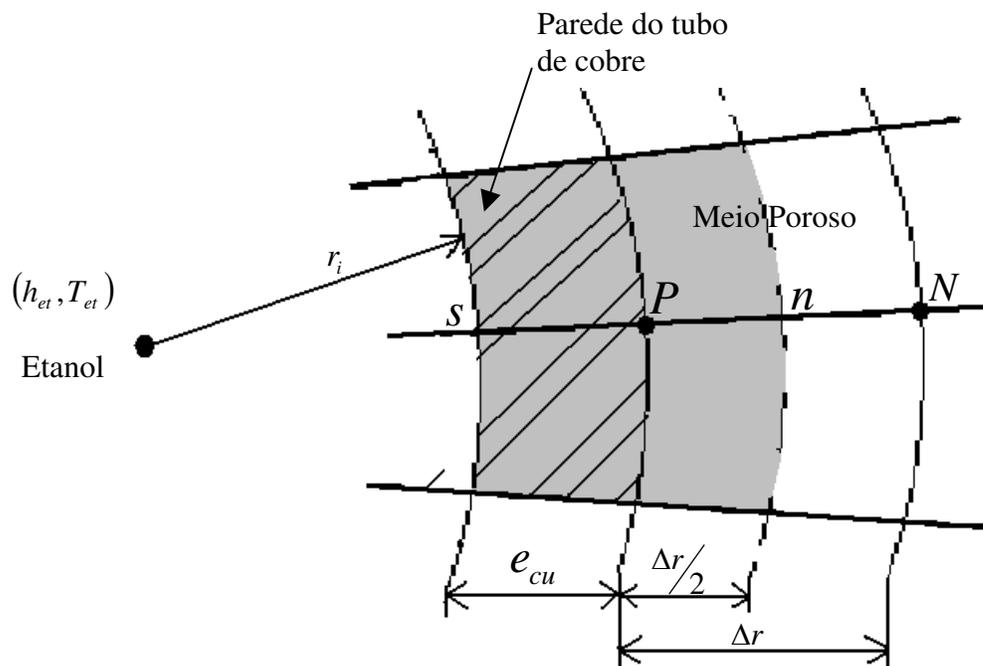


Figura 5.2 – Representação esquemática do primeiro ponto da malha.

A integração da equação [5.1] para o volume de controle da Figura 5.2, constituído pelo cobre e o meio poroso, pode ser escrita na forma:

$$\int_s^n \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr = \int_s^p r \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dr + \int_p^n r \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dr \quad [5.10]$$

que integrada resulta nos seguintes termos:

$$k r \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_I - k r \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{II} = \left(\rho c_p \frac{r^2}{2} \Big|_{III}^P + \rho c_p \frac{r^2}{2} \Big|_{IV}^n \right) \frac{\partial T}{\partial t} \quad [5.11]$$

Aplicando a discretização central para o termo I na Equação [5.11], tem-se:

$$k r \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_n = k r_n \frac{T_N - T_P}{\Delta r} \quad [5.12]$$

Para o termo II , onde o coeficiente de transferência de calor entre o tubo e o etanol é especificado (vide Apêndice A), tem-se:

$$k r \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_s = -r_i h_{et} (T_{et} - T_P) = (e_{cu} - r_p) h_{et} (T_{et} - T_P) \quad [5.13]$$

Para o termo III , tem-se:

$$\begin{aligned} \rho c_p \frac{r^2}{2} \Big|_s^P &= (\rho c_p)_{cu} \left(\frac{r_p^2 - (r_p - e_{cu})^2}{2} \right) = \\ &= (\rho c_p)_{cu} \left(\frac{2r_p e_{cu} - e_{cu}^2}{2} \right) = (\rho c_p)_{cu} e_{cu} \left(r_p - \frac{e_{cu}}{2} \right) \end{aligned} \quad [5.14]$$

Para o termo IV , tem-se:

$$\begin{aligned} \rho c_p \frac{r^2}{2} \Big|_p^n &= (\rho c_p)_l \left(\frac{(r_p + \Delta r/2)^2 - r_p^2}{2} \right) = (\rho c_p)_l \left(\frac{(r_p^2 + r_p \Delta r + (\Delta r/2)^2) - r_p^2}{2} \right) = \\ &= (\rho c_p)_l \left(\frac{r_p \Delta r + (\Delta r/2)^2}{2} \right) = (\rho c_p)_l \frac{\Delta r}{2} \left(r_p + \frac{\Delta r}{4} \right) \end{aligned} \quad [5.15]$$

Substituindo os termos das equações [5.12] a [5.15] na equação [5.11] e discretizando a derivada temporal, tem-se:

$$\begin{aligned}
 k r_n \frac{T_N - T_P}{\Delta r} - \left[(e_{cu} - r_p) h_{et} (T_{et} - T_P) \right] = \\
 = \left[(\rho c_p)_{cu} e_{cu} \left(r_P - \frac{e_{cu}}{2} \right) + (\rho c_p)_l \frac{\Delta r}{2} \left(r_P + \frac{\Delta r}{4} \right) \right] \frac{T_P - T_P^0}{\Delta t}
 \end{aligned}
 \tag{5.16}$$

5.2.3 Discretização da equação para a fronteira externa

Para o último ponto da malha, que corresponde à fronteira externa, as simulações numéricas feitas para cada uma das experiências realizadas consideraram dois tipos de condição de contorno: fronteira termicamente isolada e não isolada, com um coeficiente global de transferência de calor U . No caso da simulação da experiência com as esferas de diâmetro médio de 5mm, a fronteira não isolada foi também considerada com uma temperatura prescrita de 7,5°C.

A seguir será apresentada a discretização do último ponto da malha, conforme mostra a Figura 5.3, para o caso em que um coeficiente global de transferência de calor U é especificado. Este coeficiente permite determinar o fluxo de calor entre a fronteira externa do domínio e o ambiente externo.

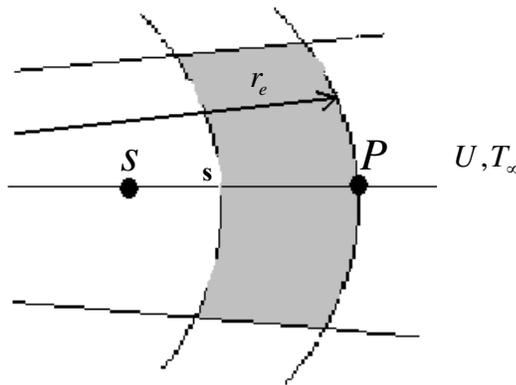


Figura 5.3 – Representação esquemática do último ponto da malha.

A partir da equação [5.1], a discretização para o último ponto da malha pode ser obtida a partir da sua integração no $\frac{1}{2}$ volume de fronteira, resultando em

$$k r \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_i - k r \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{II} = \rho c_p \frac{r^2}{2} \Big|_{III} \frac{\partial T}{\partial t} \quad [5.17]$$

Utilizando o coeficiente global U, o termo *I* fica:

$$k r \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_P = r_p U (T_\infty - T_p) \quad [5.18]$$

Para o termo *II*, tem-se:

$$k r \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_s = k r_s \frac{(T_p - T_s)}{\Delta r} \quad [5.19]$$

E, finalmente, para o termo *III* tem-se:

$$\begin{aligned} \rho c_p \frac{r^2}{2} \Big|_s &= (\rho c_p)_I \left(\frac{r_p^2 - (r_p - \Delta r/2)^2}{2} \right) = (\rho c_p)_I \left(\frac{r_p^2 - (r_p^2 - 2 r_p \Delta r + (\Delta r/2)^2)}{2} \right) = \\ &= (\rho c_p)_I \left(\frac{2 r_p \Delta r - (\Delta r/2)^2}{2} \right) = (\rho c_p)_I \frac{\Delta r}{2} \left(r_p - \frac{\Delta r}{4} \right) \end{aligned} \quad [5.20]$$

Substituindo os termos das equações [5.18] a [5.20] na equação [5.17], tem-se:

$$r_p U (T_\infty - T_p) - k r_s \frac{(T_p - T_s)}{\Delta r} = \left[(\rho c_p)_I \frac{\Delta r}{2} \left(r_p - \frac{\Delta r}{4} \right) \right] \frac{T_p - T_p^0}{\Delta t} \quad [5.21]$$

Separando-se os termos e reagrupando-os em função das temperaturas, tem-se:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{(\rho c_p)_l}{\Delta t} \frac{\Delta r}{2} \left(r_p - \frac{\Delta r}{4} \right) + k \frac{r_s}{\Delta r} + r_p U \right] T_p = \\ & = \left[\frac{(\rho c_p)_l}{\Delta t} \frac{\Delta r}{2} \left(r_p - \frac{\Delta r}{4} \right) \right] T_p^0 + k \frac{r_s}{\Delta r} T_s + r_p U T_\infty \end{aligned} \quad [5.22]$$

Quando o coeficiente global de transferência de calor U for admitido igual a zero, a fronteira externa estará isolada termicamente, portanto a equação [5.22] para a este caso é escrita na forma:

$$\left[\frac{(\rho c_p)_l}{\Delta t} \frac{\Delta r}{2} \left(r_p - \frac{\Delta r}{4} \right) + k \frac{r_s}{\Delta r} \right] T_p = \left[\frac{(\rho c_p)_l}{\Delta t} \frac{\Delta r}{2} \left(r_p - \frac{\Delta r}{4} \right) \right] T_p^0 + k \frac{r_s}{\Delta r} T_s \quad [5.23]$$

Quando a temperatura no último ponto da malha é especificada, como ocorreu na simulação referente ao teste com a esfera de 5mm, que apresentou uma temperatura quase constante de 7,5°C na fronteira externa, tem-se:

$$T_p = 7,5^\circ C \quad [5.24]$$

5.2.4 Acompanhamento da interface sólido líquido

A metodologia adotada neste trabalho para acompanhar a Frente de Gelo, o que significa estabelecer uma relação funcional entre a sua posição S e o tempo t , consiste em ajustar o passo de tempo de forma que a posição da frente seja sempre coincidente com um dos pontos nodais. Assim, a incógnita passa a ser o intervalo de tempo Δt_i necessário para que a Frente de Gelo se desloque do ponto (i) para o ponto $(i+1)$ da malha espacial, como esquematicamente ilustrado na Figura 5.4. Este método, que utiliza uma malha espacial fixa e o passo de tempo variável, foi utilizado diversos autores, conforme pode ser visto na revisão apresentada em ÖZISIK (1994).

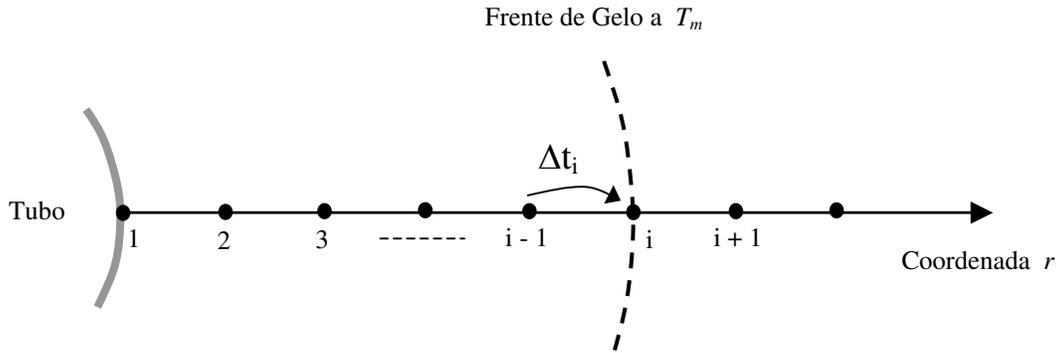


Figura 5.4 – Representação do avanço da Frente de Gelo.

A relação funcional procurada $S=S(t)$ pode ser escrita como

$$S_i = f(t_i) \quad [5.25]$$

onde S_i é a distância radial do nó (i) e o tempo t_i é determinado a cada passo como sendo

$$t_i = t_{i-1} + \Delta t_i \quad [5.26]$$

Para determinar o intervalo de tempo Δt_i necessário para que o gelo se desloque de um ponto nodal até o outro, parte-se do balanço de energia na interface sólido-líquido, que é representado pela seguinte igualdade

$$k_s \frac{\partial T}{\partial r} - k_l \frac{\partial T}{\partial r} = \rho_{MMF} \varepsilon L \frac{dS(t)}{dt} \quad [5.27]$$

Nesta caso, as derivadas das temperaturas serão aproximadas por diferenças finitas à esquerda e à direita, de forma que o balanço na interface fica

$$k_s \left(\frac{T_m - T_S}{\Delta r} \right) - k_l \left(\frac{T_N - T_m}{\Delta r} \right) = \rho_{MMF} \varepsilon L \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad [5.28]$$

Como $\Delta S = \Delta r$, tem-se:

$$\left[k_s (T_m - T_s) - k_l (T_N - T_m) \right] \Delta t = \rho_{MMF} \varepsilon L \Delta r^2 \quad [5.29]$$

Rearranjando a equação [5.29] para explicitar Δt , tem-se:

$$\Delta t = \frac{\rho_{MMF} \varepsilon L \Delta r^2}{\left[k_s (T_m - T_s) \Delta t - k_l (T_N - T_m) \right]} \quad [5.30]$$

Este intervalo de tempo depende do campo de temperaturas implicitamente calculado no tempo $t + \Delta t$, sendo portanto necessário um processo iterativo para determinar o seu valor.

Para o primeiro ponto nodal o cálculo de Δt_1 , que é o tempo para que o tubo atinja a temperatura de 0°C , é feito explicitando Δt da equação [5.16], o que resulta em

$$\Delta t = \frac{\left[(\rho c_p)_{cu} e_{cu} \left(r_p - \frac{e_{cu}}{2} \right) + (\rho c_p)_s \frac{\Delta r}{2} \left(r_p + \frac{\Delta r}{4} \right) \right] (T_m - T_p^0)}{k r_n \frac{T_N - T_m}{\Delta r} + r_i h_{et} (T_{et} - T_m)} \quad [5.31]$$

5.3 Descrição do algoritmo de resolução

No início do programa insere-se os dados de entrada, que são a temperatura inicial do banho, a temperatura do etanol e a temperatura ambiente média, obtidos experimentalmente.

A partir das propriedades termofísicas dos materiais (cobre, vidro, gelo e água), calculam-se então as propriedades efetivas. O coeficiente de película do etanol é calculado a partir da medida da vazão do etanol no interior do tubo.

A primeira distribuição de temperaturas é admitida uniforme e seu valor é igual à temperatura inicial do banho.

Define-se uma posição radial r_k até onde será feita a simulação numérica do avanço da Frente de Gelo.

Adota-se um valor inicial para Δt_l igual a 10 segundos e t_o igual a zero.

Inicia-se o laço principal para evolução no tempo, de forma que todos os pontos nodais tais que $r_i \leq r_k$ serão visitados pela Frente de Gelo a 0°C . O processo pode ser descrito na forma dos seguintes passos:

Passo 1 – Calcula-se a distribuição das temperaturas no tempo $t_i = t_{i-1} + \Delta t_i$;

Passo 2 – Calcula-se o Δt para o primeiro ponto nodal através da equação [5.30] e para os demais com a equação [5.29].

Passo 3 – Faz-se a comparação entre o Δt calculado no Passo 2 e o valor Δt_i usado no Passo 1, verificando se a desigualdade $|\Delta t - \Delta t_i|$ é menor que o limite desejado, que para este caso é de 0,1;

Passo 4 – Se a desigualdade não for verdadeira faz-se $\Delta t_i = \Delta t$ e volta-se para o Passo 1; se for verdadeira segue-se para o Passo 5;

Passo 5 – Escreve-se a distribuição de temperaturas no espaço e no tempo t_i e passa-se para o próximo ponto;

Passo 6 – Se o novo ponto estiver numa posição posterior àquela inicialmente definida o laço é encerrado com a saída final dos resultados; caso contrário, faz-se $\Delta t_i = \Delta t$ e volta-se para o Passo 1.

Na Figura 5.5 é mostrado o diagrama de funcionamento do algoritmo.

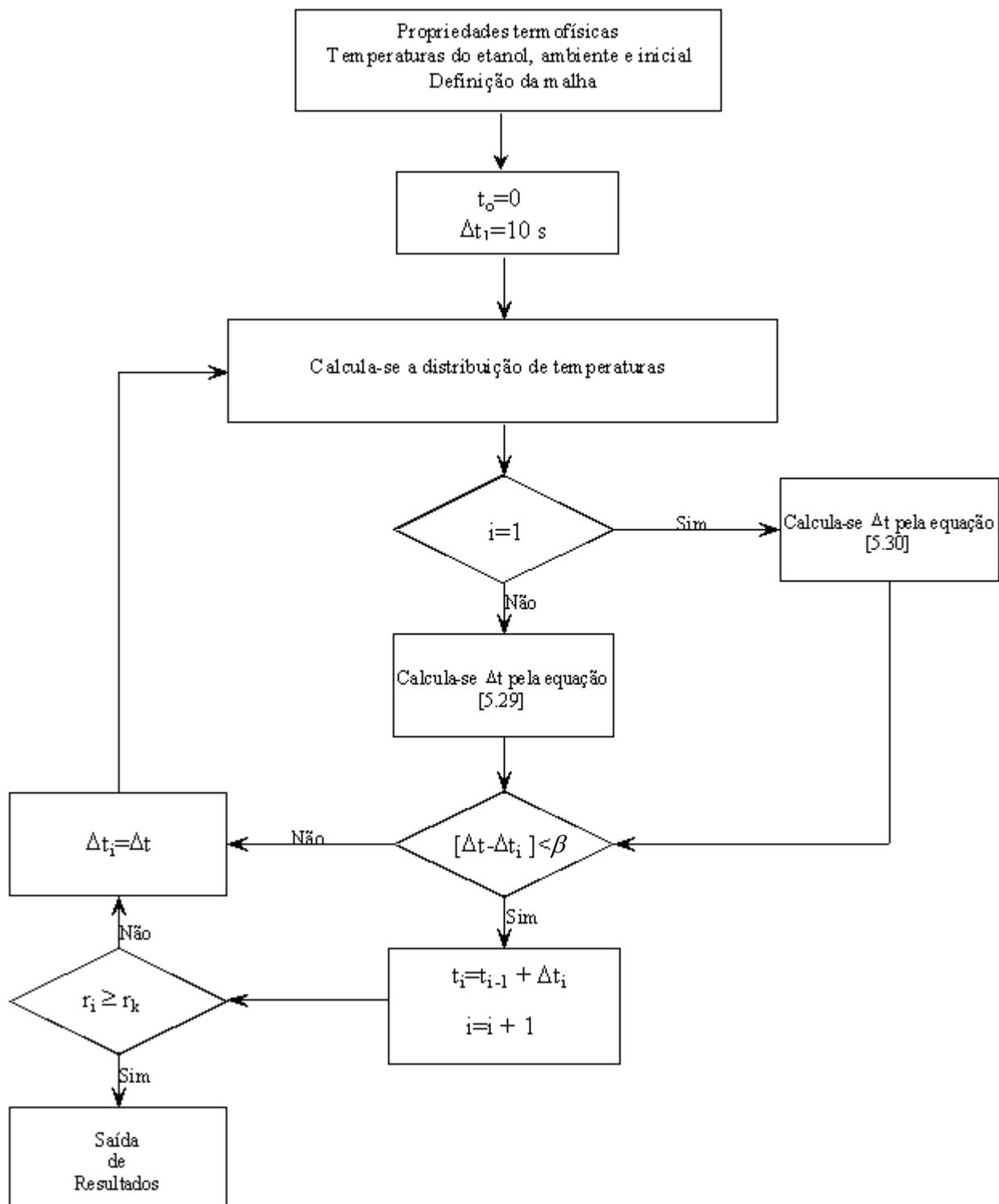


Figura 5.5 – Diagrama de funcionamento do algoritmo.

5.4 Propriedades termofísicas dos materiais

A Tabela 5.1 apresenta os valores das propriedades termofísicas dos materiais utilizados nos testes. Estes valores foram utilizados nas simulações numéricas dos experimentos realizados.

Tabela 5.1 – Propriedades termofísicas dos materiais

Material	k [W/m°C]	ρ [kg/m ³]	C _p [J/kg.°C]	L [J/Kg}
Cobre	3372	8300	419	
Vidro	1,4	2210	730	
Gelo	2,25	917	2040	333400
Água (5°C)	0,56	1000	4217	

Fonte: Bejan (1996) e Incropera & DeWitt(1998)

5.5 Teste de malha

Para que se possa dizer que o resultado numérico não será afetado pelo número de pontos nodais da malha a ser utilizada, é necessário que se faça um teste de malha, o qual consiste no refino da malha, ou seja, no aumento do número de nós da malha, até que a diferença entre os resultados com a nova malha e com a malha anterior sejam considerados aceitáveis para o tipo de problema em estudo.

Para o teste de malha apresentado a seguir foram utilizados quatro malhas diferentes, que são: malha um, com 51 pontos nodais e $\Delta r = 2$ mm; malha dois, com 101 nós e $\Delta r = 1$ mm; malha três, com 201 nós e $\Delta r = 0,5$ mm e malha quatro, com 401 nós e $\Delta r = 0,25$ mm.

Foram utilizadas como posições de referência as seguintes distâncias radiais: 8mm; 15mm; 22mm; 29mm; 36mm e 43mm. Que são as mesmas distâncias radiais utilizadas para as leituras experimentais da temperatura.

A Figura 5.6 apresenta o gráfico da distribuição radial de temperatura para três malhas diferentes, sendo que a malha com 401 nós não é apresentada para não dificultar a visualização da figura. Os tempos associados a cada distribuição são aqueles nos quais a Frente de Gelo

alcançou as distâncias radiais de referência de 8mm, 22mm e 36mm. Por esta razão, apesar das distribuições espaciais serem praticamente idênticas, os instantes de tempo correspondentes são diferentes e dependem da malha utilizada.

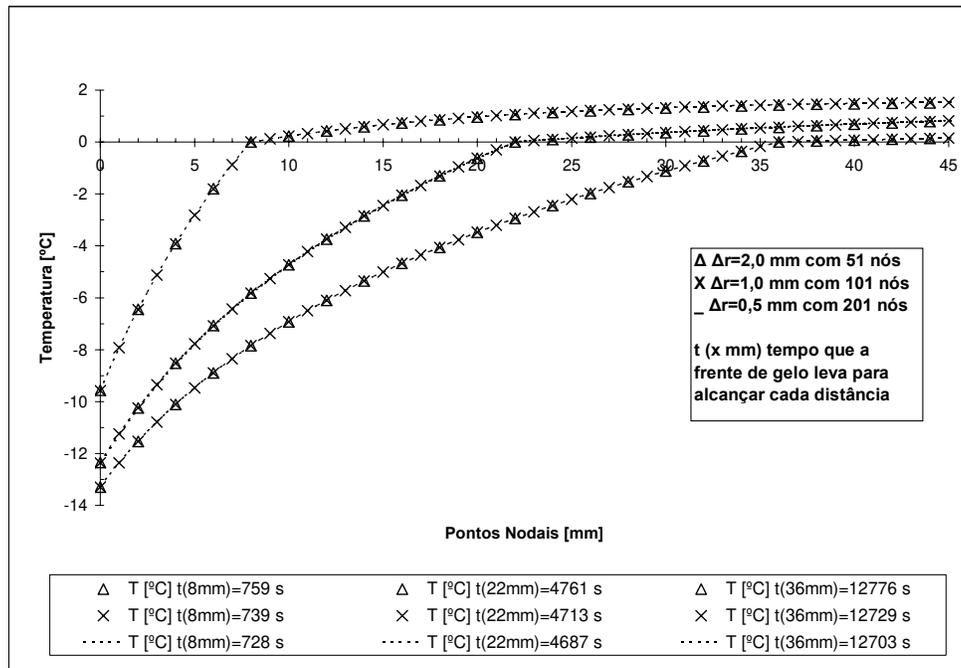


Figura 5.6 – Teste comparativo da temperatura em função dos pontos nodais para três malhas com 51, 101 e 201 nós, quando a frente de gelo alcança as posições de 8, 22 e 36mm.

A Figura 5.7 apresenta o gráfico da temperatura em função do tempo, para as quatro malhas estudadas, na posição radial fixa de 8mm em relação à parede do tubo. Nota-se neste gráfico a influência da malha na evolução temporal da temperatura e na determinação da posição da Frente de Gelo em função do tempo.

Com objetivo de avaliar corretamente a influência da malha na determinação do tempo necessário para que a Frente de Gelo atinja uma determinada posição, foi feita uma extrapolação de Richardson baseada nos resultados obtidos com as diferentes malhas. Como pode ser observado na Figura 5.8, o erro devido à discretização varia de forma aproximadamente linear com o tamanho da malha. Usando os resultados obtidos nos testes de malha, foi encontrado o valor aproximado de 1,0 para a potência n que utilizada na extrapolação de Richardson. Este

valor é esperado, já que a aproximação da derivada temporal é de primeira ordem. Os resultados da Figura 5.8 são para a distância radial de 8 mm.

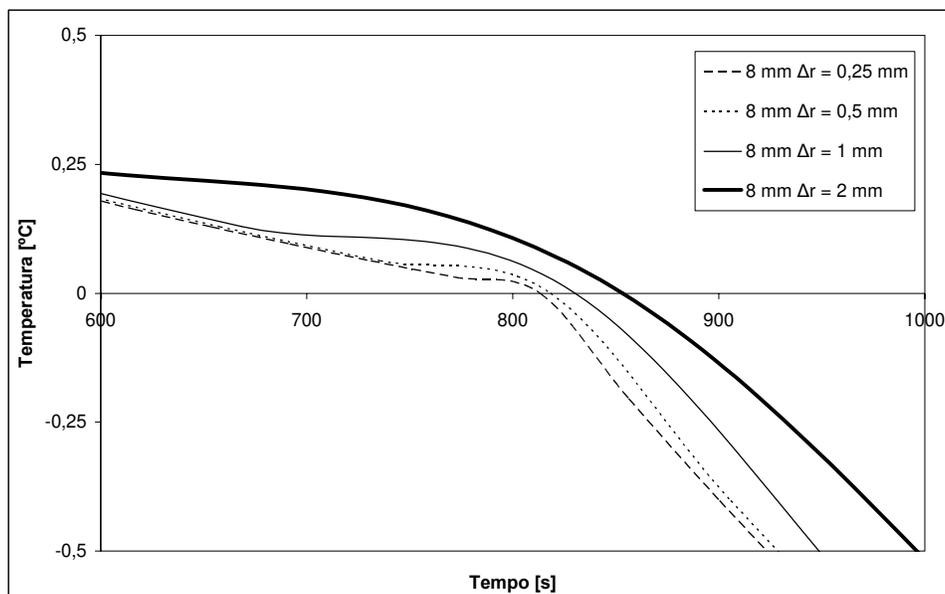


Figura 5.7 – Gráfico da temperatura em função do tempo para os quatro malhas estudadas, na posição radial de 8mm em relação a parede do tubo.

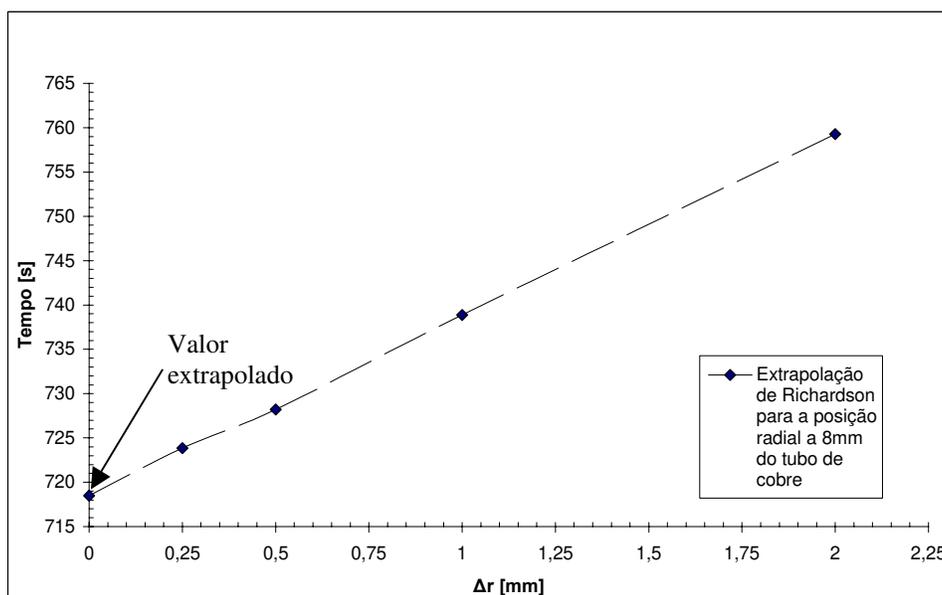


Figura 5.8 – Extrapolação de Richardson para a posição radial de 8mm em relação a parede do tubo.

A Tabela 5.2 apresenta os tempos em que a frente de gelo alcança as distâncias radiais pré estabelecidas, para as quatro malhas estudadas e a extrapolação de Richardson obtida a partir das três malhas mais refinadas. Para a malha com 51 nós, a diferença em relação à extrapolação de Richardson varia de 5,37% para a posição radial de 8mm à 0,74% para a posição radial de 36mm. Para a malha com 101 nós, esta diferença varia de 2,76% a 0,29% para as mesmas posições. A mesma diferença para a malha com 201 nós varia de 1,33% a 0,17% e, no caso da malha com 401 nós, de 0,74% a 0,09%.

Tabela 5.2 – Tempos para a posição da frente de gelo para quatro malhas e extrapolação de Richardson

Posição da Frente de Gelo [mm]	Tempo [s] $\Delta r=2$ mm	Tempo [s] $\Delta r=1$ mm	Tempo [s] $\Delta r=0,5$ mm	Tempo [s] $\Delta r=0,25$mm	Tempo [s] $\Delta r \rightarrow 0$
08	759,26	738,88	728,20	723,86	718,50
15		2245,48	2226,48	2218,69	2207,48
22	4760,54	4712,53	4686,98	4676,53	4664,52
29		8213,86	8186,05	8174,99	8153,24
36	12776,25	12729,07	12702,91	12693,13	12681,89
43		18202,92	18176,79	18167,25	18150,66

Em função destes resultados, para o presente trabalho foi escolhida a malha com 101 pontos nodais e $\Delta r = 1,0$ mm em virtude de que maiores refinamentos a partir desse ponto apresentam nesse caso variações pouco significativas com relação ao tempo de avanço da frente de gelo.

Capítulo 6

Resultados e Discussão

6.1 Introdução

Neste capítulo, serão apresentados e discutidos os resultados das simulações numéricas e dos testes experimentais para os três diferentes diâmetros de esferas de vidro utilizados.

Conforme descrito no Capítulo 3, foram realizadas medidas de temperatura em função do tempo em posições fixas previamente determinadas. Basicamente, o que diferenciou os testes experimentais foi o diâmetro médio das esferas de vidro. Isto ocorreu porque, em virtude das características da montagem experimental, tornou-se difícil controlar com precisão outros fatores como temperatura média do etanol e a temperatura inicial do meio poroso.

Sendo assim, os resultados experimentais apresentados nesse capítulo serão divididos em três partes, cada uma delas correspondendo a um determinado diâmetro médio das esferas de vidro.

Os tempos de duração destes testes experimentais variaram entre cinco e oito horas. Para tempos superiores a oito horas, as variações de temperatura lidas pelos termopares foram muito pequenas, sendo necessárias aproximadamente duas horas para que ocorresse uma variação de aproximadamente 0,5 °C. Isto tornou desinteressante a realização de testes por mais tempo.

Entretanto, o fator mais importante para limitar o tempo total da experiência foi o conjunto de refrigeração utilizado. Ele era superdimensionado para o tamanho da seção de testes utilizada, fazendo com que houvesse um elevado retorno de líquido condensado, o qual causava um princípio de congelamento no evaporador do conjunto de refrigeração. Essa situação tornava-se cada vez mais crítica ao longo do tempo, limitando portanto o seu funcionamento entre nove e dez horas, o que propiciava um tempo efetivo de oito horas para a realização dos testes.

6.2 Determinação do tempo de formação da frente de gelo

O programa Aqdados, que fez as leituras das temperaturas na seção de testes por meio de termopares, gravava a cada três segundos as temperaturas instantâneas em cada um dos termopares desde o início dos testes. Conseqüentemente, através desses dados foi possível obter o gráfico da variação da temperatura em função do tempo.

Para que fosse possível afirmar que a leitura feita pelo Aqdados seria de 0°C quando a frente de gelo alcançasse um determinado termopar, foi feito um teste utilizando apenas água resfriada na seção de testes. Este teste foi necessário porque as esferas de vidro são semitransparentes, impossibilitando a visualização do avanço radial da frente de gelo. A seção de teste é mostrada na Figura 6.1 e a verificação da posição radial da frente de gelo foi feito por meio de uma inspeção visual. Com base nesta verificação, pôde-se afirmar que todas as vezes que a leitura feita pelo Aqdados oscilava em torno de 0°C significava que a frente de gelo tinha alcançado o termopar naquela posição dentro da seção de testes.

Uma vez que as leituras de temperatura feitas pelo Aqdados apresentam uma oscilação devido próprio aparelho de aquisição, foi necessária a utilização de uma função de ajuste $\bar{T}(t)$ para determinar o tempo t_0 em que um determinado termopar marcou 0°C, ou seja, o tempo t_0 tal que $\bar{T}(t_0) = 0^\circ\text{C}$. A Figura 6.2 ilustra a temperatura [°C] em função do tempo [s] para o termopar fixo a 8mm à direita do tubo, para o teste com esferas de 5mm de diâmetro médio (Figura 6.3). Conforme pode ser observado nesta figura, foi feita uma regressão linear para interpolar a temperatura nas proximidades da região onde ocorre a mudança de fase. Introduzindo o desvio

padrão σ da diferença entre as temperaturas medidas e a função ajustada, observa-se que a faixa definida pela interseção das retas $\bar{T}(t) - \sigma$ e $\bar{T}(t) + \sigma$ com o eixo horizontal (tempo em segundos) fornece uma estimativa do intervalo de confiança $t_0 - \Delta t < t < t_0 + \Delta t$ que dá a medida do tempo necessário para que a frente de gelo atinja aquele termopar.

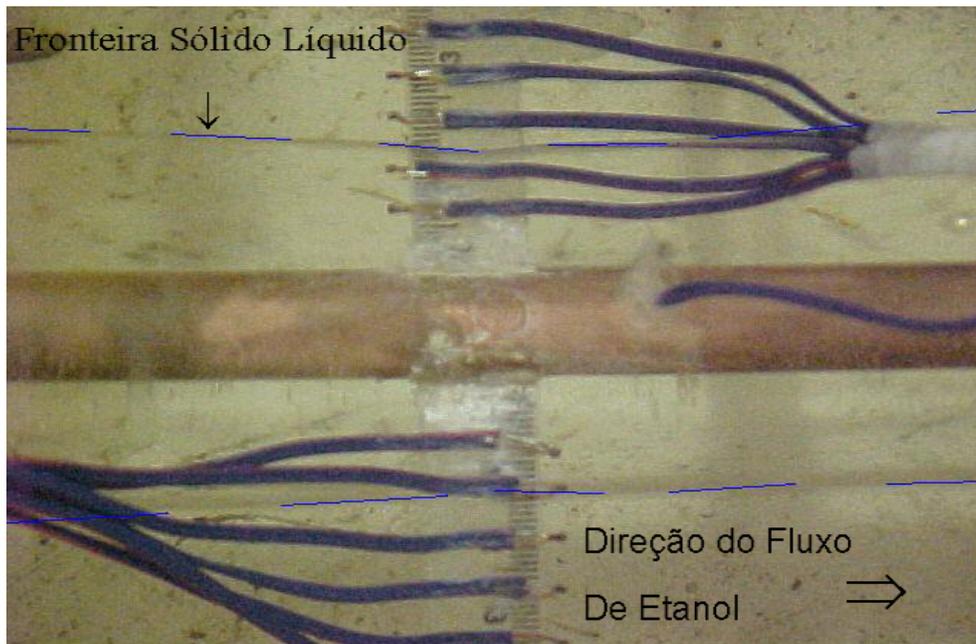


Figura 6.1 – Teste realizado, sem as esferas, para o acompanhamento do avanço radial da Frente de Gelo em relação aos termopares.

Este intervalo aumenta conforme a frente de gelo se afasta do tubo de cobre, como mostra a Tabela 6.1 para todos os termopares. Nas posições mais afastadas, onde a variação de temperatura é mais lenta, nota-se que o intervalo é muito maior. Isto ocorre porque a inclinação da reta ajustada é menor e, conseqüentemente, a faixa de espessura 2σ intercepta o eixo horizontal durante um intervalo de tempo comparativamente maior. Este aumento do intervalo foi observado durante o experimento, quando a temperatura oscilava em torno do 0°C durante cerca de 20 minutos para os termopares mais distantes.

Observou-se também que a espessura da camada de gelo em torno do tubo variou muito pouco na direção axial, sendo que essa variação dá-se principalmente junto as paredes da seção

de testes, confirmando a hipótese de formulação unidimensional para a simulação numérica deste problema de transferência de calor.

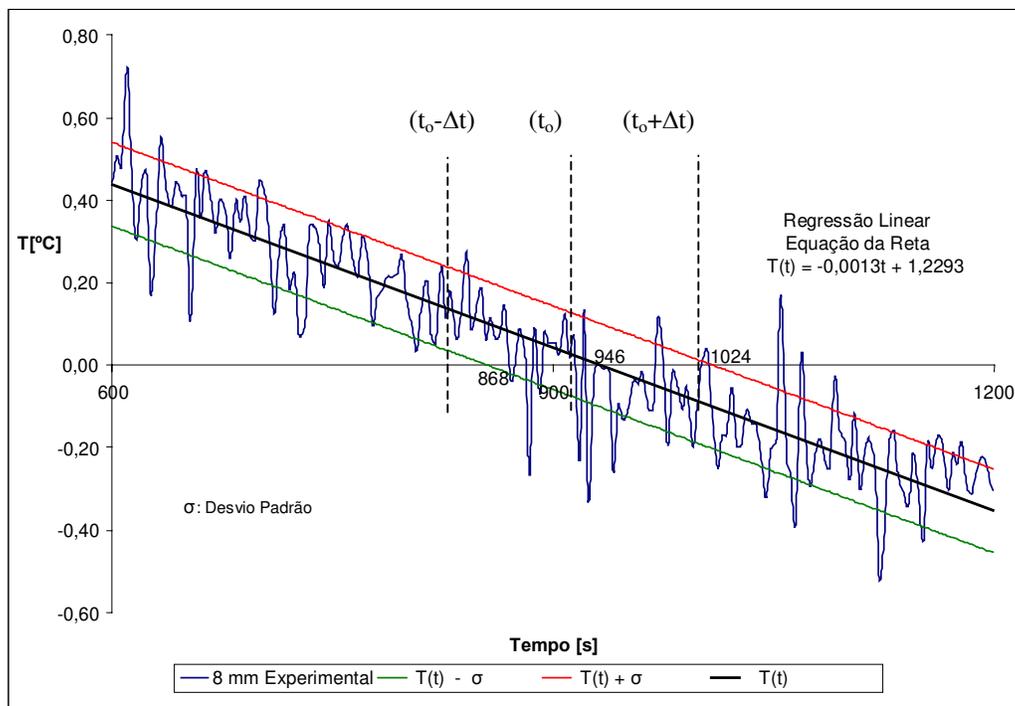


Figura 6.2 – Temperatura [°C] em função do tempo incluindo a regressão linear acrescida do desvio padrão $\pm \sigma$.

Tabela 6.1 – Incerteza para o tempo de avanço da Frente de Gelo

Distância (mm)	8	15	22	29	36
Incerteza Δt (s)	78	178	208	589	544

6.3 Resultados experimentais e numéricos

Com base nas leituras experimentais da temperatura em função do tempo, nas posições onde estavam colocados os termopares, foram também construídos os seguintes gráficos:

- Temperatura [°C] em função da posição radial [mm];
- Avanço radial da Frente de Gelo [mm] em função do tempo [s].

No caso da temperatura em função da posição radial, foram anotadas as temperaturas em todos os termopares em determinados instantes de tempo. Estes instantes de tempo correspondem aos tempos necessários, calculados numericamente, para que a frente de gelo atinja as posições onde estão estes termopares. Como os termopares foram instalados a distâncias medidas a partir da parede externa do tubo, a distância ou posição radial também será considerada como a distância até esta parede, isto é, a coordenada radial menos o raio externo do tubo.

A curva experimental do avanço radial da Frente de Gelo ilustra a espessura da camada de gelo em função do tempo. Esta curva foi construída a partir da determinação do tempo necessário para que cada um dos termopares indicasse 0°C. Neste caso existe uma incerteza na determinação destes tempos, como foi visto no item 6.2, em consequência da oscilação das medidas de temperatura em torno do valor mais provável, representado pela função de ajuste.

Nas simulações numéricas foram consideradas três diferentes condições de contorno para a fronteira externa do domínio: 1) fronteira isolada; 2) fronteira não isolada, com fluxo de calor calculado usando o coeficiente global de transferência de calor U entre a fronteira e o ar ambiente e, finalmente, 3) temperatura constante especificada no caso das esferas de 5mm.

A Tabela 6.2 apresenta os valores da temperatura inicial do banho ou nos casos que não se pode precisar a faixa de temperatura que a compreende, da temperatura média do etanol e da temperatura média ambiente para os testes realizados com as esferas de diferentes diâmetros.

Tabela 6.2 – Condições dos testes experimentais realizados

Diâmetro Médio das Esferas [mm]	Temperatura Inicial do Banho [°C]	Temperatura média do Etanol [°C]	Temperatura média Ambiente [°C]
5,0	~ 1,6	~ -18,0	29,2
15,6	~ 7,0	~ -21,5	25,6
15,6	~ 2,0 a 7,0	~ -18,8	26,9
18,8	~ 3,0	~ -17,8	25,8
18,8	~ 3,5 a 7,0	~ -14,0	27,3

A discussão dos cinco testes experimentais listados na Tabela 6.2 será apresentada nas seções a seguir.

6.3.1 Esferas de Diâmetro Médio de 5 mm

Para o meio poroso formado por esferas de 5mm foi feita uma experiência, cujo resultado é apresentado através do gráfico da temperatura [°C] em função do tempo [s], na Figura 6.3. A duração total desta experiência foi de aproximadamente 6 horas, tempo necessário para que a Frente de Gelo alcançasse os termopares a 36 mm do tubo.

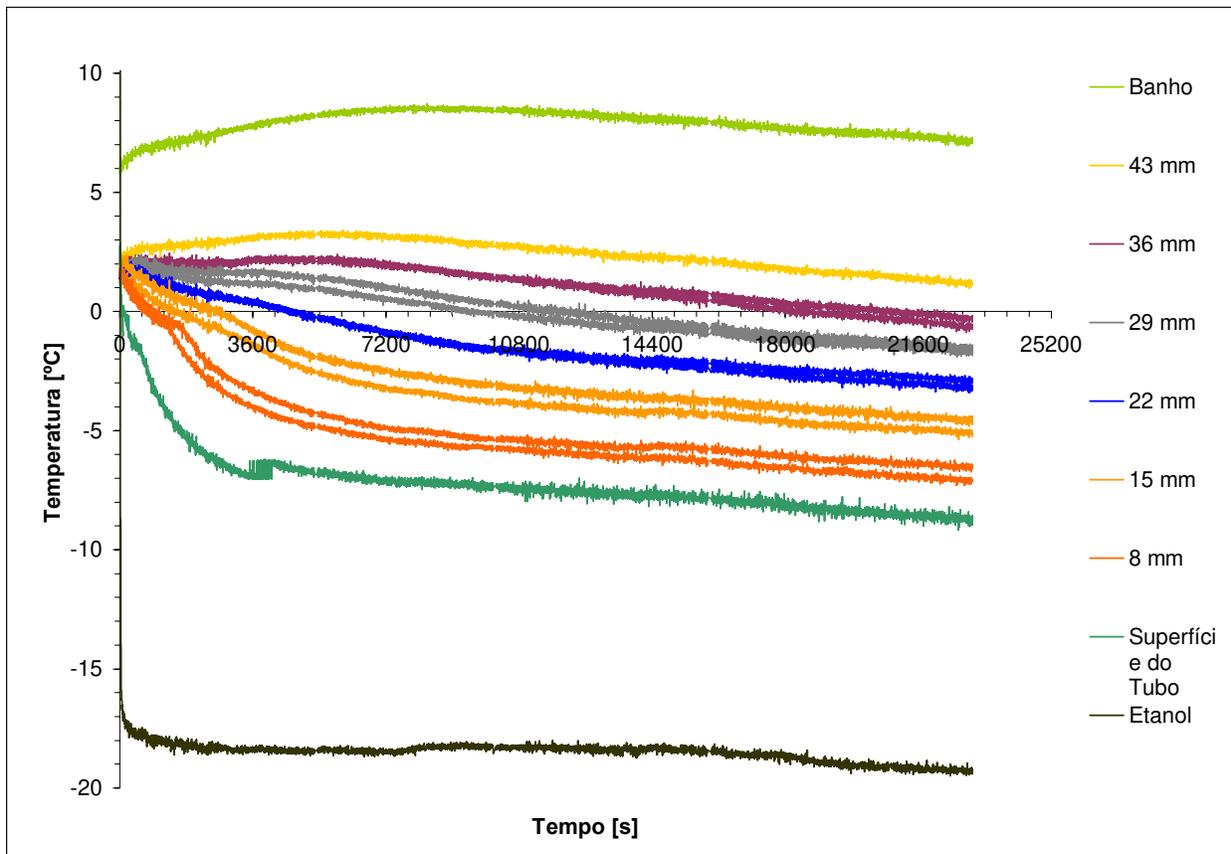


Figura 6.3 – Resultados experimentais da temperatura [°C] em função do tempo [s], para a experiência com as esferas de 5mm de diâmetro médio.

Neste gráfico, assim como nos outros que mostram valores experimentais da temperatura em função do tempo, foi adotada a seguinte nomenclatura: *Etanol* refere-se à temperatura do

refrigerante secundário na saída da seção de testes; *Superfície do Tubo* refere-se à temperatura na superfície externa do tubo de cobre e *Banho* refere-se à temperatura dentro da seção de testes próxima à parede de acrílico. As distâncias de 8mm, 15mm, 22mm, 29mm, 36mm e 43mm correspondem aos termopares simetricamente posicionados no lado direito e no esquerdo do tubo de cobre. Como não foi observado nenhum resultado que indicasse alguma tendência em relação a um dos lados, não foi feita distinção entre posicionamento à direita ou à esquerda na apresentação dos resultados experimentais.

Nesta experiência, a temperatura média inicial dos termopares foi de 1,6°C e a temperatura do etanol manteve-se praticamente constante igual a -18,0°C durante toda a experiência. A temperatura ambiente média foi de 29,2°C. Estes valores foram utilizados para fazer a simulação numérica deste teste experimental.

Primeiramente, pode-se notar um pequeno aumento da temperatura registrada pelos termopares mais afastados (36 e 43 mm) no começo do teste. Isto possivelmente ocorreu porque as esferas e a água resfriada ainda não estavam em perfeito equilíbrio quando o teste foi iniciado. Como o procedimento para o início dos testes é sempre o mesmo para todos os tipos de esferas utilizadas, neste caso o aumento de temperatura depois do início do teste foi muito pequeno, como será visto depois, quando comparado aos outros casos. Ocorre que para as esferas menores a área de troca de calor entre as esferas e a água é maior e, com isso, o equilíbrio térmico entre a matriz porosa e o MMF é atingido mais rapidamente.

Observando a Figura 6.3 nota-se que, com exceção da distância de 22mm, o tempo para que a frente de gelo alcance os termopares simetricamente posicionados não é o mesmo. Estas diferenças são atribuídas a dois fatores: erros no posicionamento dos termopares e padrão não uniforme do meio poroso. No caso do posicionamento dos termopares, por mais cuidadoso que seja o procedimento de enchimento da seção de testes com as esferas de vidro, estas ocasionalmente podem entortar o termopar na região onde está a junção. Uma estimativa é que a incerteza na posição dos termopares pode, podendo chegar a um valor em torno 1 mm. No que diz respeito ao padrão não uniforme do meio poroso, isto significa que localmente a junção de um

termopar pode estar envolvida com uma quantidade de água maior do que o termopar simétrico, implicando numa frente de gelo cuja simetria axial não é perfeita (não circular).

Como no início dos testes a velocidade de avanço da frente de gelo é maior, uma assimetria no posicionamento dos termopares próximos ao tubo de cobre implica numa diferença menor, quando comparada aos termopares mais distantes, entre os tempos em que são alcançados pela frente de gelo.

A temperatura lida próxima à parede interna da seção de testes variou relativamente muito pouco durante o período do teste: aumentou um pouco nas primeiras 2 horas e depois começou a cair lentamente, na medida em que os efeitos da transferência de calor do meio poroso para o tubo de cobre começaram a influenciar a temperatura numa posição tão afastada. Por esta razão, na simulação numérica deste caso também foi utilizada uma temperatura de 7,5 °C como uma das condições de contorno para a fronteira externa.

A Figura 6.4 mostra a variação da temperatura em função do tempo, incluindo os resultados das simulações numéricas para diferentes condições de contorno na fronteira externa. Os resultados correspondem aos termopares localizados a 8 mm e a 29 mm de distância da parede do tubo de cobre. Comparativamente às condições de contorno de fronteira isolada e não isolada com coeficiente global U, observa-se que os resultados experimentais e teóricos tendem a se aproximar quando a temperatura é especificada igual a 7,5 °C na fronteira externa.

O gráfico da temperatura [°C] em função da posição radial [mm], incluindo resultados experimentais e numéricos, é mostrado na Figura 6.5. Na simulação numérica, a fronteira externa foi inicialmente considerada como termicamente isolada. Os instantes de tempo escolhidos foram calculados numericamente, correspondendo ao tempo decorrido até que a frente de gelo atinja a posição de cada termopar. A posição radial é a distância contada a partir da parede externa do tubo.

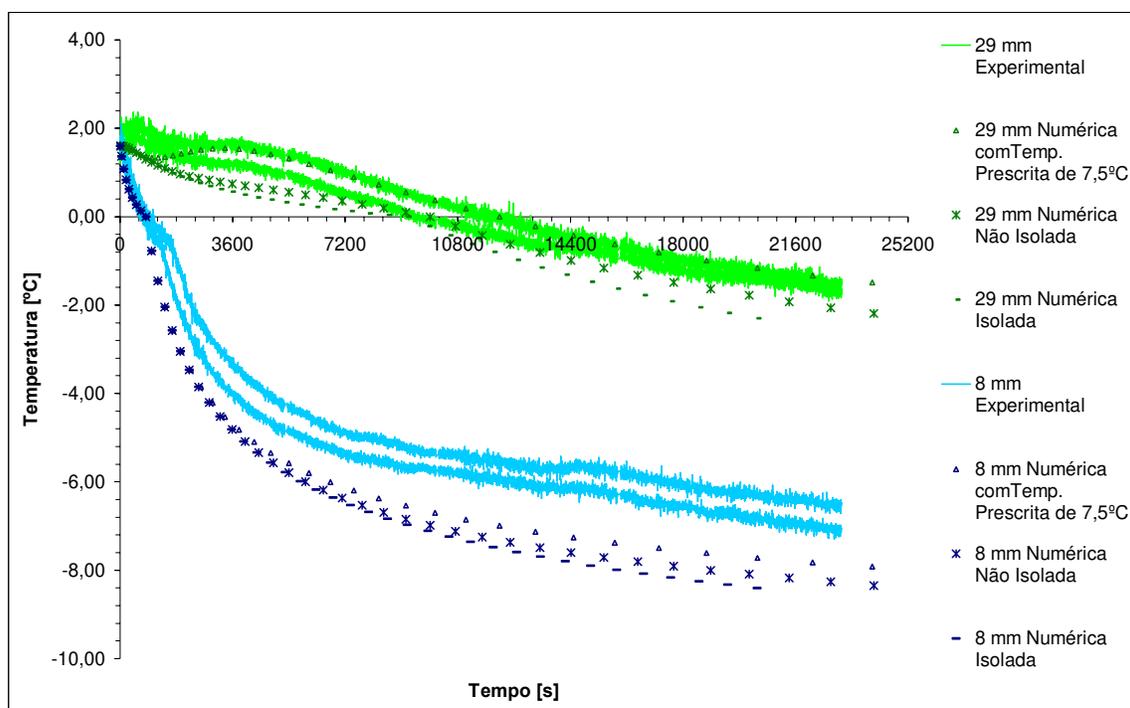


Figura 6.4 – Resultados experimentais e numéricos da temperatura [°C] em função do tempo [t] para as esferas de 5mm de diâmetro médio.

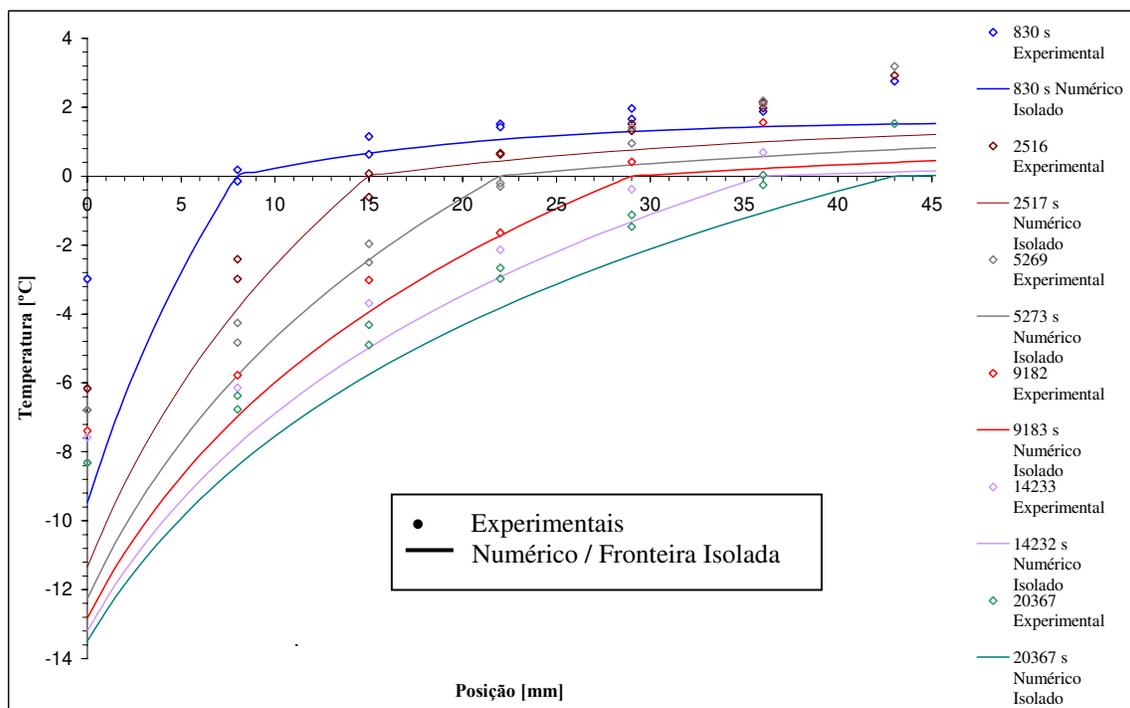


Figura 6.5 – Gráfico da temperatura [°C] em função da posição radial [mm], experimental e numérico com fronteira isolada, para as esferas de 5mm de diâmetro médio.

Pode-se notar que a distribuição radial de temperatura determinada numericamente, representada pelas linhas cheias, está quase sempre um pouco abaixo dos valores medidos experimentalmente naquele instante de tempo. Nas posições de 8mm e 15mm, os resultados numéricos e experimentais praticamente coincidem em 0°C, significando que o tempo de avanço da frente de gelo previsto teoricamente coincide com aquele determinado experimentalmente até estas posições.

Mudando-se a condição de contorno na fronteira externa, como na Figura 6.6 para fronteira não isolada com coeficiente global U, observa-se uma pequena diminuição na diferença entre valores experimentais e a distribuição radial calculada numericamente.

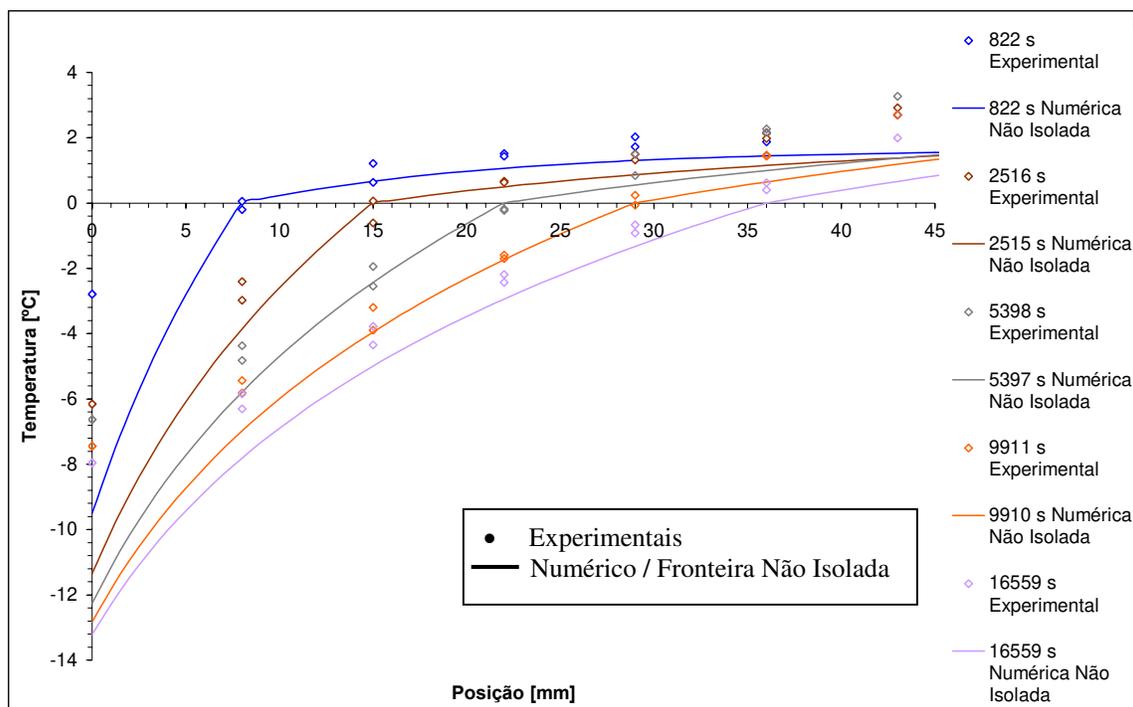


Figura 6.6 – Gráfico da temperatura [°C] em função da posição radial [mm], experimental e numérico com fronteira não isolada, para as esferas de 5mm de diâmetro médio.

Esta diferença diminui quando a temperatura na fronteira externa é fixada em 7,5°C, como pode ser visto na Figura 6.7, em que os valores numéricos e experimentais tendem a coincidir em todas posições.

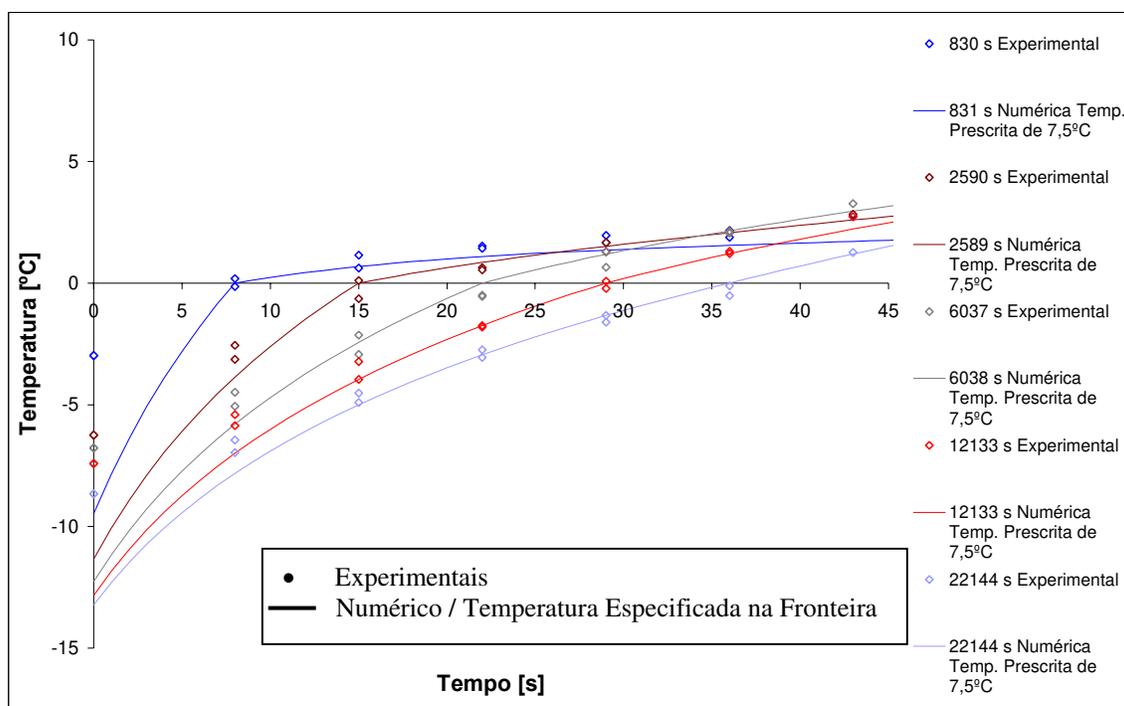


Figura 6.7 – Gráfico da temperatura [°C] em função da posição radial [mm], experimental e numérico com fronteira com temperatura prescrita de 7,5°C, para as esferas de 5mm de diâmetro médio.

As variações decorrentes dos diferentes tratamentos dados à fronteira externa na parte numérica podem ser observadas melhor na Figura 6.8, onde também são apresentados os resultados experimentais para o avanço da Frente de Gelo em função do tempo. Nesta figura foram incluídas as barras de incerteza na determinação experimental deste tempo, que no caso das primeiras posições (8, 15 e 22 mm) se confundem com a dimensão do símbolo utilizado. O avanço radial da Frente de Gelo é a espessura da camada de gelo formada em torno do tubo, isto é, a distância da interface até a parede externa do tubo de cobre.

Primeiramente, observa-se que são necessárias cerca de 3 horas para que a Frente de Gelo alcance os termopares posicionados a 29 mm de distância do tubo. Este tempo corresponde aproximadamente à metade do tempo total de duração do experimento. Para esta distância e para 36mm, o avanço da frente de gelo é muito mais lento e os efeitos do erro de posicionamento dos termopares e da não homogeneidade do meio poroso ficam mais evidentes, o que pode explicar as grandes diferenças entre os resultados dos termopares simétricos.

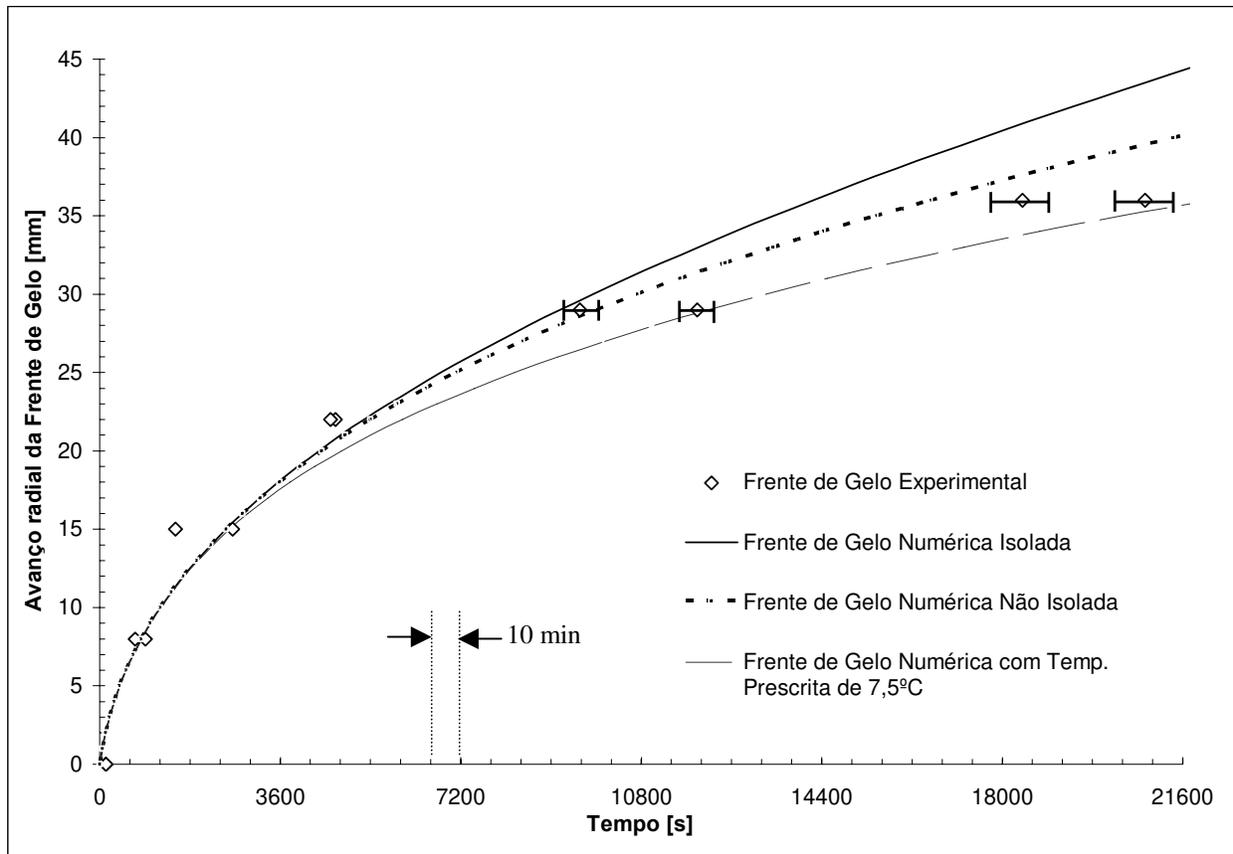


Figura 6.8 – Avanço radial da frente de gelo [mm] em função do tempo [s] , para as esferas de 5mm de diâmetro médio.

Observa-se também que os resultados numéricos para fronteira externa trocando calor com o meio (coeficiente global U ou temperatura prescrita) sempre cruzam ou estão muito próximos das barras de incerteza de um dos termopares. Já no caso da fronteira isolada, estes resultados tendem a superestimar, em relação aos dados experimentais, a velocidade de formação do gelo, como pode ser observado mais claramente a partir da primeira metade do experimento e em particular para a distância de 36 mm.

Pode-se notar que até a distância de 22mm, que corresponde ao tempo decorrido de cerca de 75 minutos desde o início do teste, a mudança no tratamento da fronteira externa praticamente não teve influência na velocidade de avanço da frente de gelo calculada numericamente. Isto indica que o avanço inicial da Frente de Gelo é pouco sensível à condição de contorno na fronteira externa do domínio. Após esta posição, os resultados numéricos para o avanço da Frente

de Gelo com a fronteira externa trocando calor com o meio são menores do que para a fronteira isolada. Comparando o tempo de avanço calculado numericamente para os casos isolado e não isolado, observa-se uma variação de 6s para a distância de 8mm e de 1034s (17min e 14s) para a distância de 36mm.

A partir da primeira hora, fica bastante evidente a influência crescente da condição de contorno imposta na superfície externa nos resultados das simulações numéricas. A transferência de calor do meio para a seção de testes vai se manifestando de forma mais clara ao longo do experimento, tendendo a afetar a velocidade de avanço da Frente de Gelo nas posições mais afastadas do tubo. No caso do termopar posicionado a 36 mm do tubo, são necessárias mais de 5 horas para que a frente de gelo atinja esta posição, enquanto que na simulação numérica com fronteira adiabática este tempo é de cerca de 4 horas.

De uma forma geral, os resultados numéricos e experimentais apresentaram uma boa concordância durante os primeiros 75 minutos do experimento, quando a espessura da camada de gelo é de aproximadamente 22 mm. A partir deste ponto a concordância entre estes resultados passa a depender da condição de contorno adotada para a fronteira externa do domínio.

Os resultados experimentais e numéricos mostraram, portanto, que a formulação correta da condição de contorno na fronteira externa é fundamental para prever com precisão a espessura da camada de gelo na fase mais avançada do processo de solidificação. No modelo numérico apresentado neste trabalho, apesar desta fronteira ter sido tratada de forma simplificada, foi possível verificar sua crescente influência nos resultados na medida que a experiência se alongava no tempo. Sendo o melhor tratamento para este caso o da fronteira com temperatura prescrita de 7,5°C.

6.3.2 Esferas de Diâmetro Médio de 15,6 mm

Para o meio poroso formado por esferas de 15,6mm foram feitas duas experiências, cujos resultados são apresentados a seguir pelos gráficos da Temperatura [°C] em função do tempo [s], nas Figuras 6.9 e 6.13.

Na primeira experiência, a temperatura do etanol ficou praticamente constante durante todo o experimento, conforme mostrado na Figura 6.9.

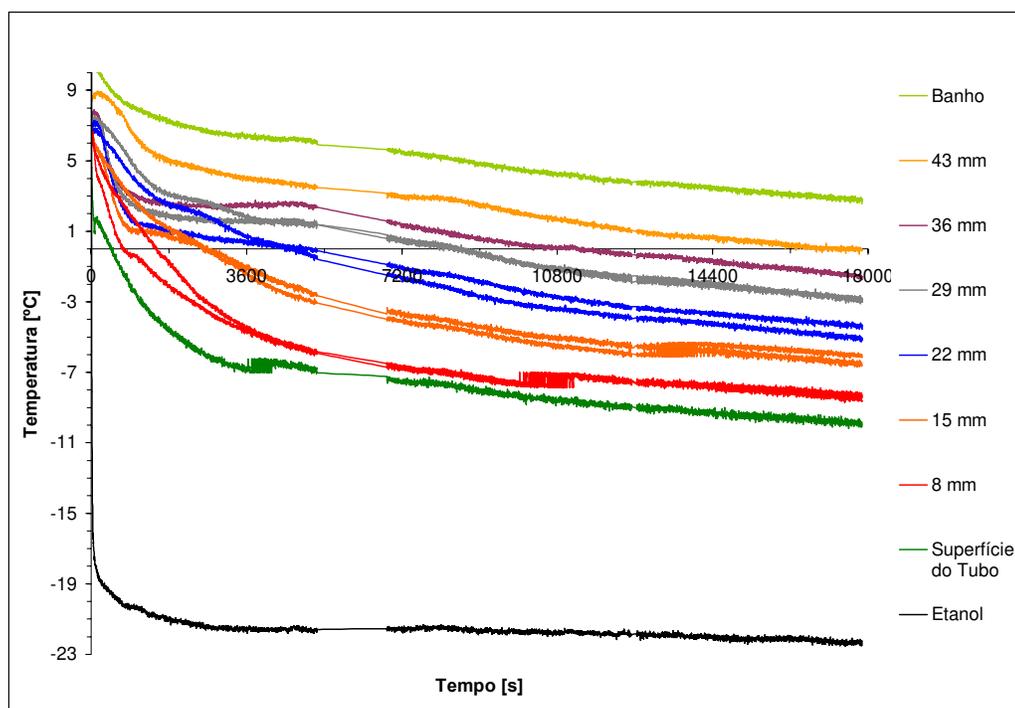


Figura 6.9 – Resultados experimentais da temperatura [°C] em função do tempo [s], para a experiência com as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com etanol a temperatura constante.

Observando a Figura 6.9 nota-se que, inicialmente, a temperatura eleva-se um pouco (0,5 a 1,0 °C) nos termopares nas posições mais distantes, 29 e 36 mm, evidenciando que o meio poroso e o MMF não estavam em perfeito equilíbrio térmico no início da experiência. Nota-se também que, durante aproximadamente a primeira hora do experimento, os termopares simétricos registraram valores diferentes de temperatura. Estes valores praticamente se igualaram ao longo da experiência.

Neste teste, foram necessárias cerca de 3 horas para que a frente de gelo alcançasse o termopar posicionado a 36 mm do tubo de cobre, indicando que a frente de gelo avançou numa velocidade comparativamente maior do que no teste anterior, quando foram necessárias de 5 a 6 horas para que o gelo chegasse a esta posição.

Para efetuar os cálculos numéricos, a partir Figura 6.9, foram adotados os seguintes valores: temperatura inicial média do meio poroso igual a 7°C e temperatura do etanol praticamente constante igual a -21,5°C. A temperatura ambiente média durante esta experiência foi de 25,6°C.

A comparação entre resultados numéricos e experimentais é mostrada na Figura 6.10 para dois tipos de tratamento da fronteira externa: fronteira isolada e não isolada com coeficiente global U especificado. Apesar das discrepâncias iniciais, a concordância entre os resultados é razoável e, como neste teste o gelo avançou mais rapidamente, a condição de contorno na fronteira externa teve menos influência nos resultados numéricos.

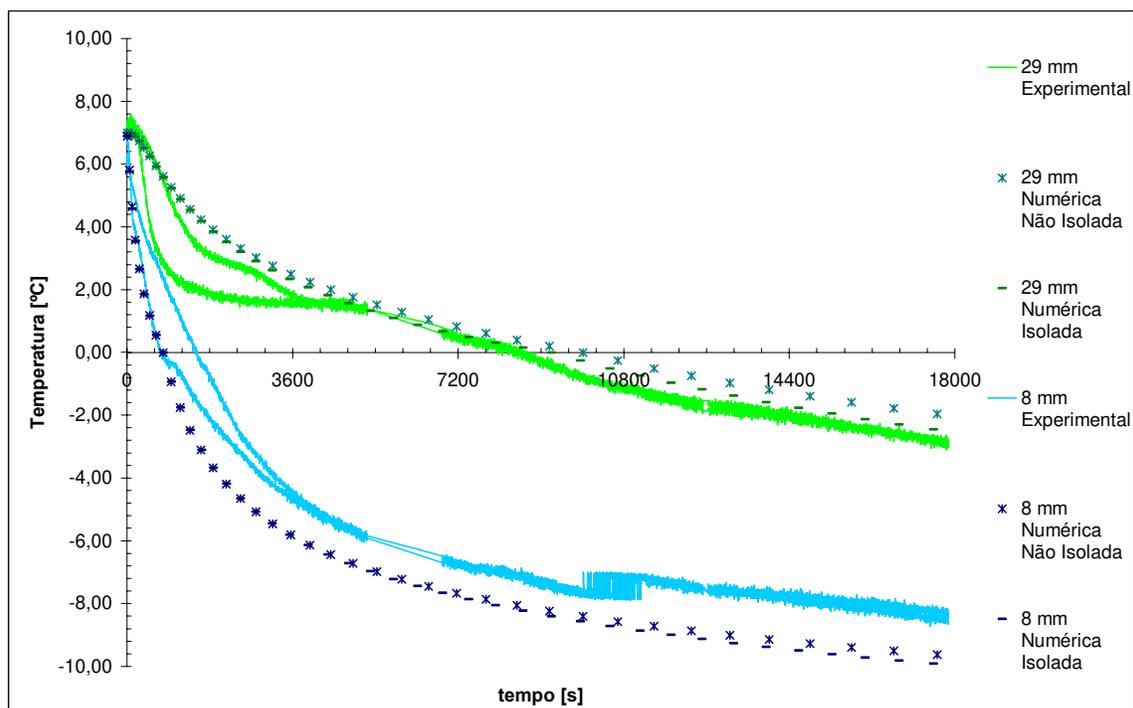


Figura 6.10 – Resultados experimentais e numéricos da temperatura [°C] em função do tempo [t] para as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com etanol a temperatura constante.

A seguir é apresentado o gráfico da temperatura [°C] em função da posição radial dos termopares [mm], Figura 6.11, com base nos dados extraídos da Figuras 6.9. As maiores diferenças ocorrem no período inicial do teste, quando o meio poroso e o MMF não estavam em

perfeito equilíbrio térmico. A partir da primeira hora, a simulação numérica consegue reproduzir razoavelmente a distribuição de temperaturas ao longo da seção de testes.

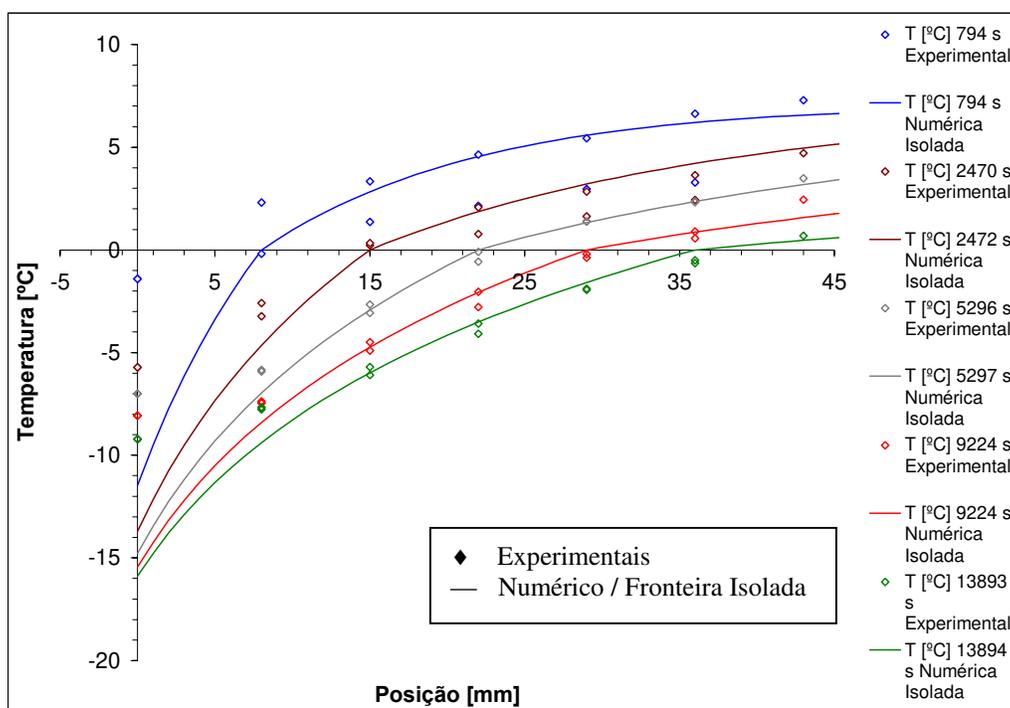


Figura 6.11 – Gráfico da temperatura [°C] em função da posição radial [mm], experimental e numérico com fronteira isolada, para as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com etanol a temperatura constante.

A Figura 6.12 apresenta os resultados experimentais e numéricos para o avanço da Frente de Gelo em função do tempo. Comparando-se com o teste anterior para as esferas de 5 mm, nota-se que, neste caso, os resultados numéricos subestimaram a velocidade de avanço da Frente de Gelo. Nota-se também que foram necessárias cerca de 3 horas para que o gelo alcançasse o termopar a 36 mm do tubo, o que corresponde à cerca da metade do tempo gasto no teste anterior para chegar ao mesmo termopar.

Observações feitas no final do teste mostraram que a massa de gelo formada em torno do tubo de cobre não tinha um formato circular, sendo mais espessa na região inferior. Apesar da porosidade ser aproximadamente a mesma, nesta experiência as esferas são maiores e a permeabilidade do meio poroso também é maior, permitindo que os efeitos do empuxo induzam

uma movimentação mais intensa da fase líquida, caracterizando um processo de convecção natural. Isto pode explicar porque os resultados numéricos subestimaram a velocidade de avanço da Frente de Gelo neste experimento. Neste caso, a influência da condição de contorno na fronteira externa nos resultados numéricos foi menos pronunciada porque o tempo de duração da experiência foi menor.

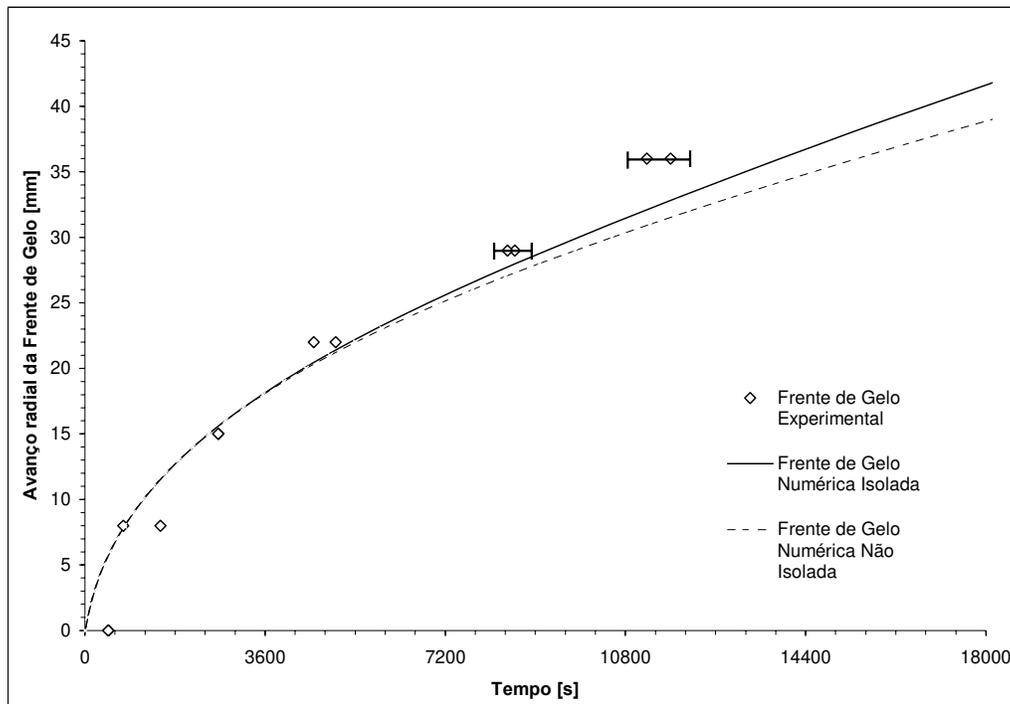


Figura 6.12 – Avanço radial da frente de gelo [mm] em função do tempo [s], para as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com etanol a temperatura constante.

A seguir será descrito o segundo teste realizado.

No início do teste cujos resultados são mostrados na Figura 6.13, houve um aumento de temperatura de cerca de 1,5°C em todos os termopares da seção de testes. Nota-se também a temperatura inicial variando numa faixa de 2 a 7 °C ao longo desta seção, evidenciando que o equilíbrio térmico entre o meio poroso e o MMF não havia sido totalmente atingido quando a experiência começou. Apesar do valor da porosidade ser o mesmo, no caso das esferas maiores a área de contato entre a matriz porosa e a água é menor, demandando mais tempo até que o equilíbrio térmico seja atingido.

Para fazer a simulação numérica a partir dos resultados experimentais da Figura 6.13, considerou-se uma temperatura inicial média para meio poroso igual a $4,5^{\circ}\text{C}$. A temperatura média de $-18,75^{\circ}\text{C}$ para o etanol foi obtida através de uma reta que representa a média a partir do momento em que os valores da temperatura começam a oscilar. A temperatura ambiente média durante a experiência foi de $26,9^{\circ}\text{C}$.

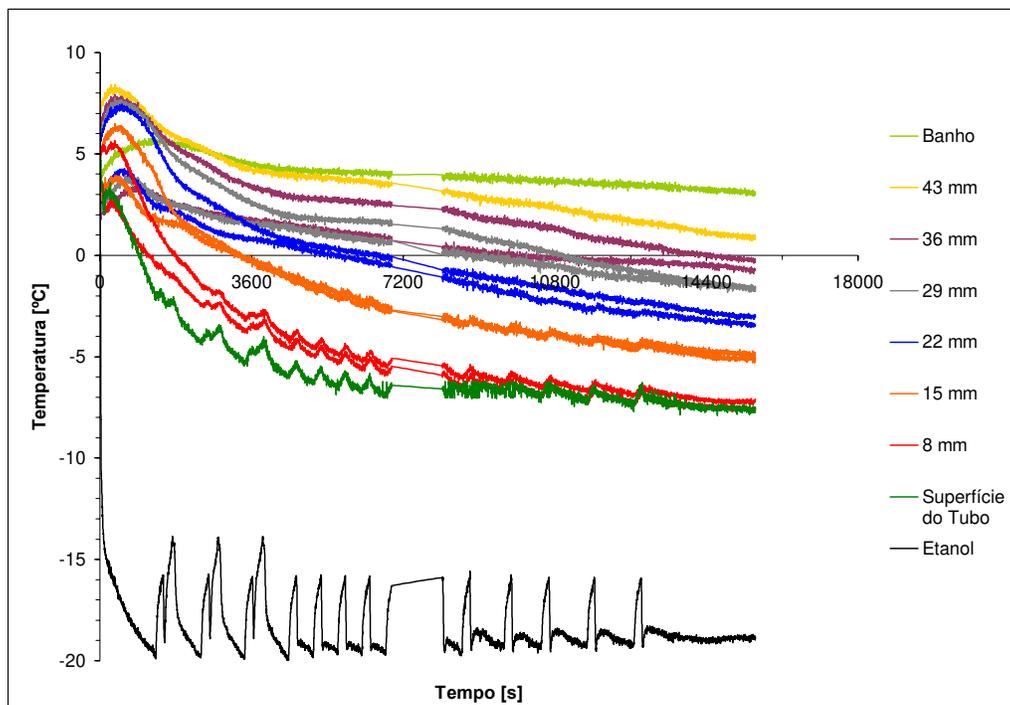


Figura 6.13 – Resultados experimentais da temperatura [$^{\circ}\text{C}$] em função do tempo [s], para a experiência com as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com variação na temperatura do etanol.

Os resultados da simulação numérica são mostrados na Figura 6.14, onde se observa que, apesar da condição inicial de não equilíbrio, os resultados numéricos e experimentais para a variação temporal da temperatura são razoavelmente coincidentes.

A Figura 6.15, que ilustra a distribuição radial da temperatura, mostra uma grande discrepância entre os resultados numéricos e experimentais na fase inicial da experiência,

possivelmente como decorrência da condição inicial de não equilíbrio entre a matriz porosa e a água.

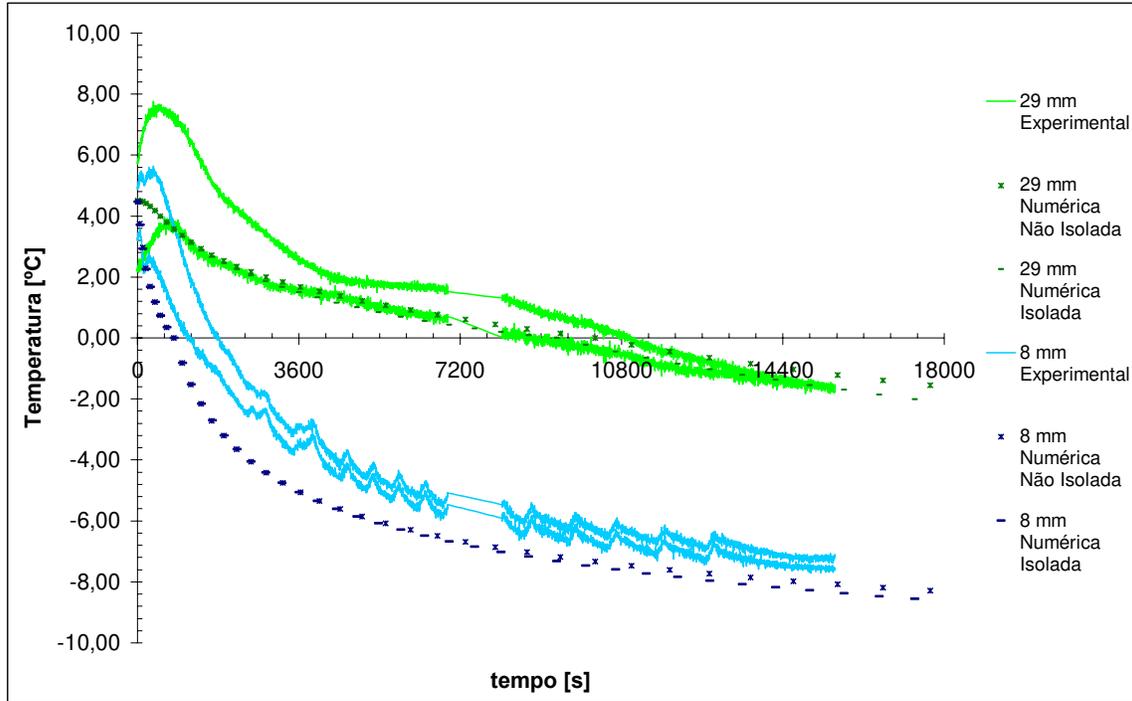


Figura 6.14 – Resultados experimentais e numéricos da temperatura [°C] em função do tempo [t] para as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com variação na temperatura do etanol.

A Figura 6.16 apresenta o avanço da frente de gelo em função do tempo. Pode-se notar que para os termopares fixos a 29mm e 36mm do tubo, as diferenças entre os termopares simétricos foram significativas, especialmente para o termopar a 36 mm. Este termopar foi alcançado pelo gelo antes de um dos termopares situados a 29 mm, evidenciando o formato não circular e assimétrico da massa de gelo solidificada em torno do tubo de cobre. À exceção deste termopar e da primeira hora, quando o meio poroso e o MMF não estavam em completo equilíbrio térmico, a comparação entre as partes numérica e experimental não apresentou grandes discrepâncias.

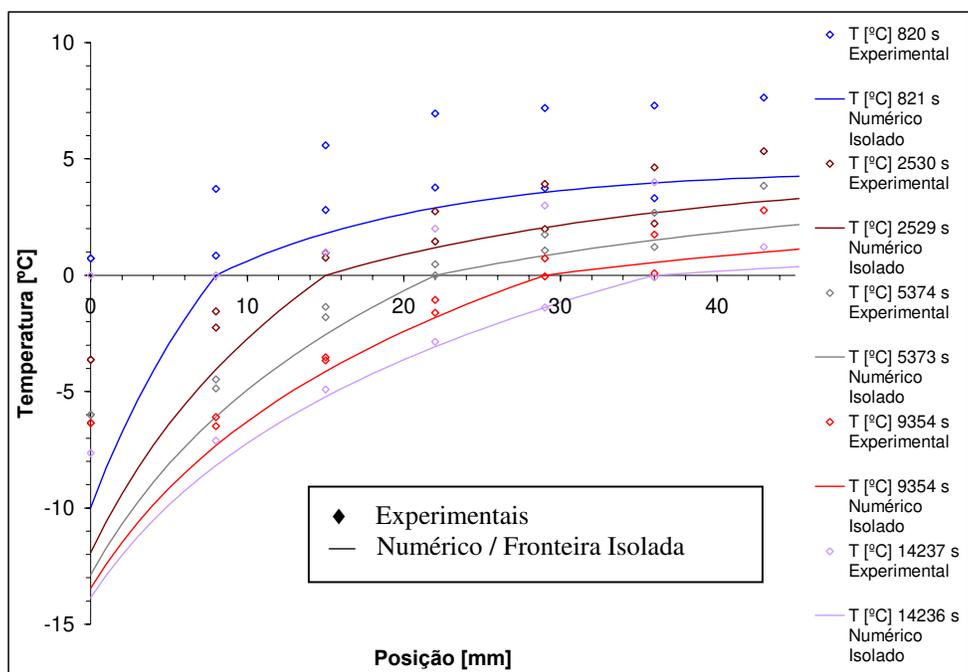


Figura 6.15 – Gráfico da temperatura [°C] em função da posição radial [mm], experimental e numérico com fronteira isolada, para as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com variação na temperatura do etanol.

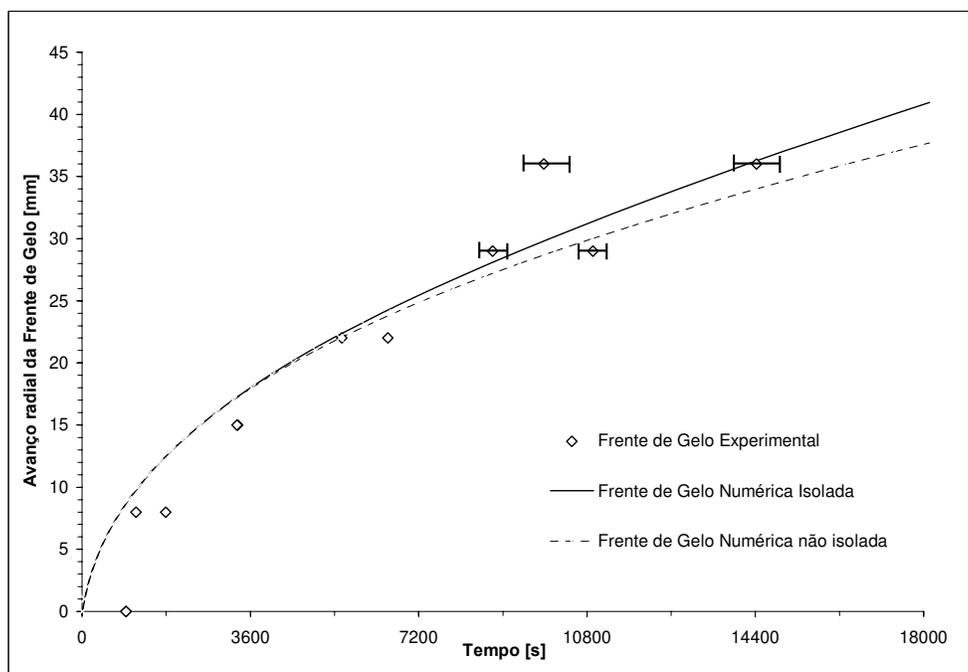


Figura 6.16 – Avanço radial da frente de gelo [mm] em função do tempo [s], para as esferas de 15,6mm de diâmetro médio com variação na temperatura do etanol.

6.3.3 Esferas de Diâmetro Médio de 18,8 mm

Para o meio poroso formado por esferas de 18,8mm foram feitas duas experiências, cujos resultados são apresentados a seguir pelos gráficos da temperatura [°C] em função do tempo [s], nas Figuras 6.17. e 6.18.

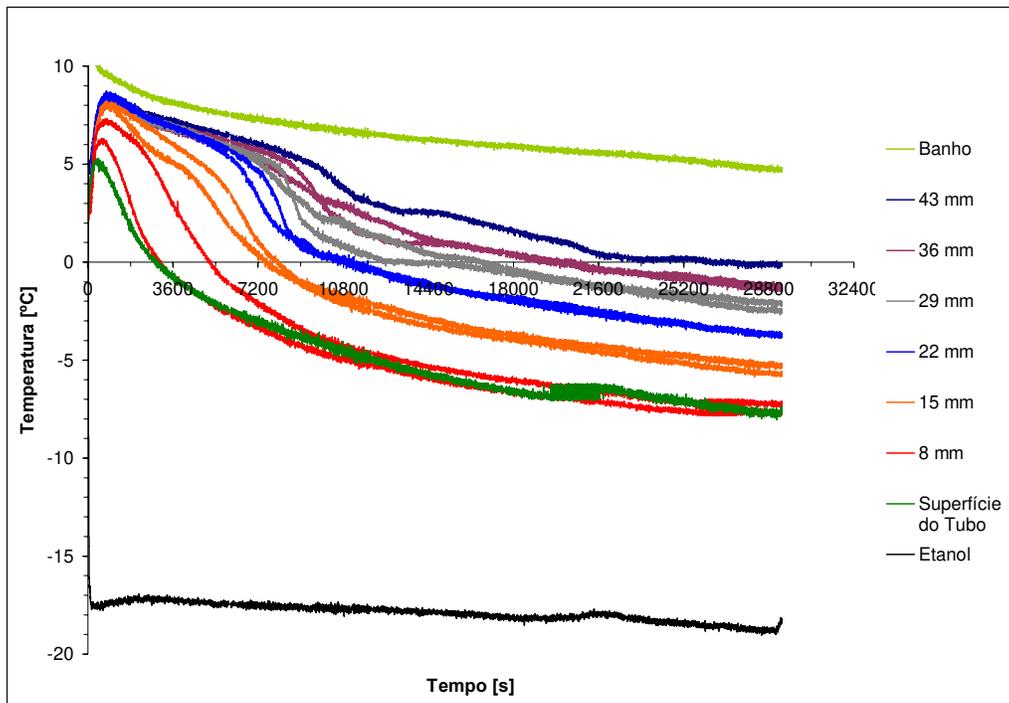


Figura 6.17 – Resultados experimentais da temperatura [°C] em função do tempo [s], para a experiência com as esferas de 18,8mm de diâmetro médio com etanol a temperatura constante.

O meio poroso formado pelas esferas de 18,8mm de diâmetro médio possui, em comparação aos anteriores, uma menor superfície total de contato com a água, o que aumenta o tempo necessário para que a matriz porosa e o MMF entrem em equilíbrio térmico. Apesar do procedimento inicial (descrito no Capítulo 3) sugerir que este equilíbrio havia sido atingido, a forma dos perfis de temperatura durante as primeiras duas horas do experimento indica que a matriz porosa e o MMF estavam relativamente longe do equilíbrio térmico. Além de uma grande diferença entre os termopares simétricos, nota-se que o tempo para que a temperatura atinja o valor de 0°C para as distâncias de 8 e 15 mm é muito longo quando comparado aos testes com a

esfera de 15,6 mm. Na Figura 6.17 nota-se que embora a temperatura inicial seja de cerca 3°C, o aumento de temperatura nos primeiros 15 minutos do experimento chegou a ser da ordem de 5 a 6 °C, indicando que a matriz porosa e o MMF estavam longe do equilíbrio e inviabilizando uma simulação numérica para esse caso. Em outro experimento, mostrado Figura 6.18, a tentativa de controlar temperatura do etanol acarretou oscilações na temperatura da mesma forma que anteriormente para as esferas de 15,6 mm de diâmetro. Por motivos semelhantes ao teste da Figura 6.17, não será feita simulação numérica neste caso.

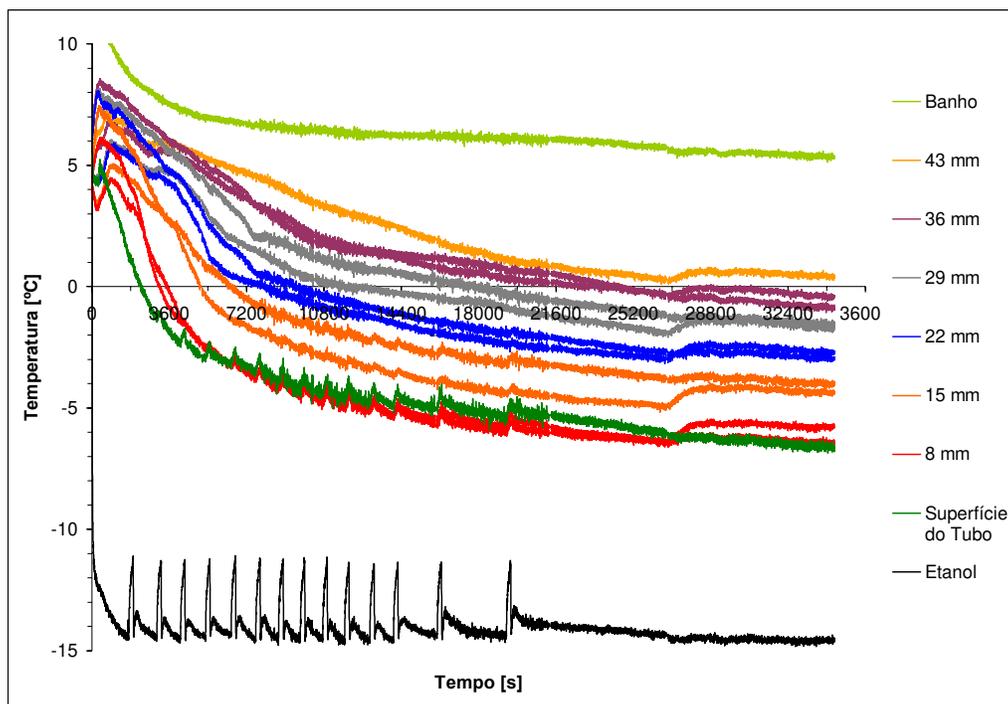


Figura 6.18 – Resultados experimentais da temperatura [°C] em função do tempo [s], para a experiência com as esferas de 18,8 mm de diâmetro médio com variação na temperatura do etanol.

6.4 Análise de escala e comentários finais

Com objetivo de fazer uma estimativa da evolução temporal da espessura da camada de gelo, será apresentada uma análise de escala dos principais termos envolvidos neste processo, considerando que a temperatura da fase líquida é próxima da temperatura de solidificação.

Seja uma camada plana de gelo com espessura $S(t)$, submetida a uma diferença finita constante de temperatura igual a Δt , como mostrado na Figura 6.19.

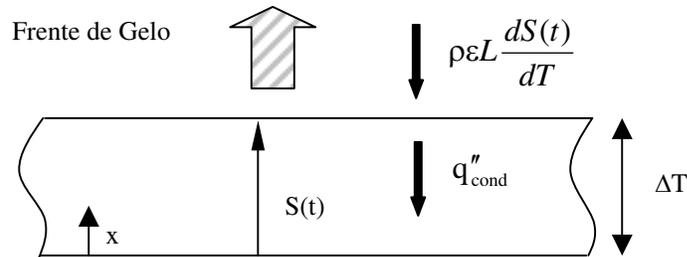


Figura 6.19 – Análise de escala.

A ordem de grandeza do calor conduzido pode ser estimada admitindo-se perfil linear de temperatura para a camada de gelo:

$$q''_{cond} = k \frac{\partial T}{\partial x} \approx k \frac{\Delta T}{S(t)} \quad [6.1]$$

Como num processo de solidificação a maior variação de temperatura usualmente ocorre na fase solidificada, o calor transferido para a camada de gelo será considerado da mesma ordem de grandeza do calor liberado no processo de solidificação. Assim, o balanço de energia fica

$$k \frac{\Delta T}{S(t)} \approx \rho \epsilon L \frac{dS(t)}{dt} \quad [6.2]$$

onde L é a entalpia de solidificação. Integrando, tem-se:

$$S(t) \approx \sqrt{\frac{2k\Delta T}{\rho \epsilon L}} t^{1/2} \Rightarrow S \approx t^{1/2} \quad [6.3]$$

Com base nos resultados experimentais para o avanço radial (espessura) da Frente de Gelo apresentados nas Figuras 6.8 e 6.12, para esferas com 5mm e 15,8 mm de diâmetro, foi construída a Figura 6.20, que mostra os mesmos resultados numa escala logarítmica.

Observa-se que, de uma maneira aproximada, a espessura da camada de gelo é governada pela lei de potência $t^{1/2}$, especialmente nas posições mais distantes do tubo de cobre.

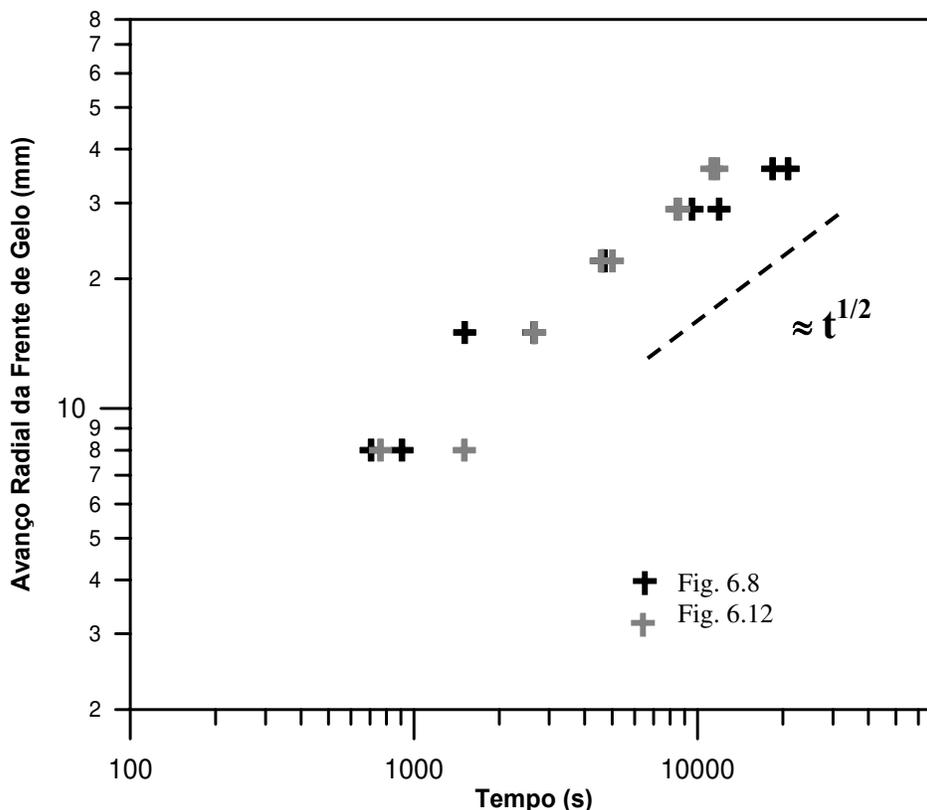


Figura 6.20 – Avanço radial da frente de gelo [mm] em função do tempo [s], para esferas com diâmetro médio de 5mm e esferas com diâmetro médio de 15,5mm, com etanol a temperatura constante.

Com os mesmos resultados experimentais apresentados na Figura 6.20 e partindo da relação sugerida pela análise de escala (Equação 6.3), é possível obter uma correlação simples que permite estimar de forma aproximada a espessura da camada de gelo em função de todas variáveis envolvidas neste processo. A correlação procurada será do tipo

$$S = A \sqrt{\frac{k \Delta T t}{\rho \varepsilon L}} \quad [6.4]$$

onde a constante A é o coeficiente angular de uma reta ajustada. A Figura 6.21 ilustra uma regressão linear para a qual o valor do coeficiente angular A foi determinado e a seguinte correlação obtida:

$$S = 0,513 \sqrt{\frac{k \Delta T t}{\rho \varepsilon L}} \pm 0,002 \quad [6.5]$$

Nesta correlação todas as variáveis estão no Sistema Internacional e os valores numéricos foram considerados até a terceira casa depois da vírgula. Note que o desvio padrão da função ajustada é de cerca de 2mm.

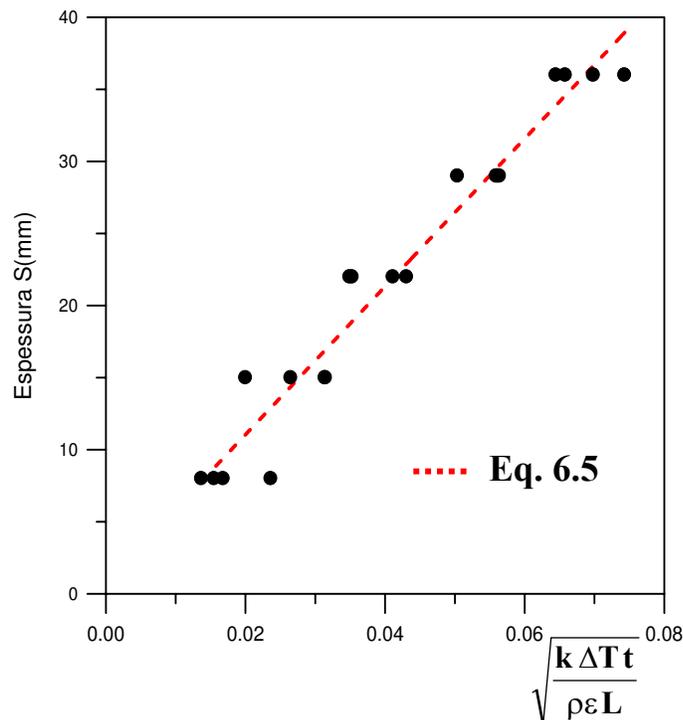


Figura 6.21 – Correlação para a espessura da camada de gelo.

De uma forma geral, as simulações numéricas conseguiram estimar de maneira razoável a posição da Frente de Gelo em função do tempo, especialmente nas primeiras 2h30min do processo de formação do gelo. As simulações numéricas também permitiram verificar que o avanço inicial da Frente de Gelo é pouco sensível à condição de contorno na fronteira externa.

Com base nas observações experimentais e nos resultados das simulações, pode-se também concluir que os efeitos da convecção natural na fase líquida foram mais significativos para o meio poroso com maior permeabilidade (esferas maiores). Esta conclusão baseia-se em dois fatos: i) verificação experimental, sob condições não muito diferentes para as esferas de 5 e de 15,6 mm, de que a frente de gelo avança mais rápido para o meio formado pelas esferas maiores; ii) resultados numéricos, baseados em modelo que considera apenas a condução pura, que subestimam o avanço da frente de gelo no caso das esferas de 15,6 mm.

Capítulo 7

Conclusões

Foi analisada, teórica e experimentalmente, a transferência de calor com mudança de fase em torno de um tubo circular submerso em meio poroso saturado. O meio foi totalmente preenchido com água e uma camada de gelo foi sendo formada, ao longo do tempo, em torno do tubo. Os resultados obtidos nesta pesquisa permitiram, nas condições existentes e com a metodologia utilizada, chegar às conclusões que serão apresentadas a seguir.

Para as esferas de vidro de diâmetro médio de 5mm, as simulações numéricas com a fronteira externa não isolada com um coeficiente global de transferência de calor e com temperatura especificada de $7,5^{\circ}\text{C}$ foram as que mais se aproximaram dos resultados experimentais. Nestas simulações, verificou-se que o avanço inicial da Frente de Gelo é pouco sensível à mudança da condição de contorno na fronteira externa e, como foi observado, só começou a afetar os resultados de forma significativa a partir da primeira hora.

No caso do meio poroso com as esferas de vidro de diâmetro médio de 15,6mm, foi verificado pela duração das experiências que a velocidade de avanço da frente de gelo foi comparativamente maior. Isto ocorre porque quanto maior for o diâmetro médio das esferas de vidro maior será a permeabilidade do meio, intensificando os efeitos da convecção natural na fase

líquida. Neste caso, as simulações numéricas, que foram baseadas num modelo puramente difusivo, subestimaram a velocidade de avanço da frente de solidificação.

A formulação correta da condição de contorno na fronteira externa é fundamental para que a simulação numérica aproxime-se ao máximo dos dados experimentais, especialmente na fase mais avançada de formação da camada de gelo. Da mesma forma, uma condição inicial de equilíbrio térmico é essencial para que se possa prever a posição da frente de gelo em função do tempo.

De uma maneira geral, as simulações numéricas conseguiram estimar satisfatoriamente a posição da Frente de Gelo em função do tempo, especialmente nas primeiras 2h30min do processo de formação da camada de gelo.

Com base na análise de escala e nos resultados experimentais, foi possível encontrar uma correlação que permite determinar, com razoável aproximação, a posição da frente de gelo em função do tempo para o problema analisado.

Referências Bibliográficas

AL-NIMIR, M. A.; ABU-QUDAIS, M. K.; MASHAQL, M. D. Dynamic behavior of a packed bed energy storage system. **Energy Conversion and Management**, v. 37, n. 1, p. 23-30, 1996.

BECKERMANN, C.; VISKANTA, R. Natural convection solid/liquid phase change in porous media. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 31, n. 1, p. 35-46, 1998.

BEJAN, A. **Transferência de calor**. São Paulo. Edgard Blücher Ltda, 1996. 540 p.

BRACKBILL, J. U. Coordinate system control: adaptive meshes, in numerical grid generation. **Elsevier, New York**, p. 277-293, 1982.

BRACKBILL, J. U.; SALTZMAN, J. S. Adaptive zoning for singular problems in two dimensions. **Journal of Computational Physics**, v. 46, p. 342-368, 1982.

CALLISTER, WILLIAN D. **Materials science and engineering an introduction 4th ed.** New York: John Wiley & Sons, Inc. 1996. 852 p.

CARSLAW, H. S., JAGUER, J. C. **Conduction of heat in solids 2nd ed.** New York, Oxford University Press, 1959.

CHELLAIAH, S.; VISKANTA, R. Freezing of saturated and superheated liquid in porous media. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 31, p. 321-330, 1988.

CRANK, J. Two methods for the numerical solution of moving boundary problems in diffusion and heat flow. **J. Mech. Appl. Math.**, v. 10, p. 220-231, 1957.

CROWLEY, A. B. Numerical solution of Stefan problems. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 21, p. 215-263, 1978.

DEGAN, G.; VASSEUR, P. Boundary-layer regime in a vertical porous layer anisotropic permeability and boundary effects. **International Journal Heat and Fluid Flow**, v. 18, p. 334-343, 1997.

EHRICK, L. W. A numerical method of solving a heat flow problem with moving boundary. **J. Assn. Comp. Math.**, v. 5, p. 161-176, 1958.

FUZERLAND, R. M. A comparative study of numerical methods for moving boundary problems. **J. Inst. Math. Appl.**, v. 26, p. 411-429, 1980

GONÇALVES, M. M. **Armazenadores de calor latente de geometria anular com aletas alternadas**. Campinas, 1996. 151 p. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.

GUPTA, R. S.; KUMAR, D. A modified variable time step method for the one-dimensional Stefan problem. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 23, p. 101-109. 1980.

HAMDAN, M. A.; ELWERR, F.A. Thermal energy storage using a phase change material. **Solar Energy**, v. 56, n. 2, p. 183-189, 1996.

HARRIS, K. T.; HAJI-SHEIKH, A.; AGWU NNANNA, A. G. Phase-change phenomena in porous media – a non-local thermal equilibrium model. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, V. 44, p. 1619-1625, 2001.

INCROPERA, F. P.; DeWITT, D. P. **Fundamentos de transferência de calor e massa**. Rio de Janeiro, LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., 1998. 494 p.

ISMAIL, K. A. R. **Modelagem de processos térmicos: fusão e solidificação**. Campinas, Kamal Abdel Radi Ismail, 1998. 400 p.

MEYER, G. H. Multidimensional Stefan problems. **SIAM J. Numer. Anal.**, v. 10, p. 522-528, 1973.

MODESTO, M. S. **Fusão e solidificação em meio poroso**. Campinas, 2000. 97 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.

MURRAY, W. D., LANDIS, F. Numerical e machine solutions of transient heat conduction problem involving melting or freezing. Part I – method of analysis e sample solutions. **Journal of Heat Transfer**, p. 106-112, 1959.

OLEINIK, O A. A method of solution of the general Stefan problem. **Sov. Math Dokl.**, v.1, p. 1350-1354. 1960.

OULD-AMER, Y.; CHIKH, S.; BOUHADEF, K.; LAURIAT, G. Forced convection cooling enhancement by use of porous materials. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v. 19, p. 251-258, 1998.

ÖZISIK, M. N. **Finite difference methods in heat transfer**. Boca Raton: CRC Press, Inc. 1994. 412 p.

PATANKAR, S. V. **Numerical heat transfer and fluid flow**. New York. Hemisphere Publishing Corporation. 1980. 197 p.

PIMENTEL, J. R. **Contribuição ao estudo da mudança de fase em meios porosos planos saturados com líquida**. Campinas, 1995. 128 p. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.

PRICE, R. H.; SLACK, M. R. The effect of latent heat on numerical solutions of heat flow equation. **British Journal Applied Physics**, v. 5, 285-287p, 1954.

ROSE, M. E. A method for calculating solutions of parabolic equations with a free boundary. **Math. Comput.**, v.14, p. 249-256, 1960.

RUBINSKY, B.; SHITZER, A. Analytic solutions to the heat equation involving a moving boundary with applications to the change of phase problem (the inverse Stefan problem). **Journal of Heat Transfer**, v. 100, p. 300-304, 1978.

SALTZMAN, J. S.; BRACKBILL, J. U. Application and generalization of variational methods for generating adaptive meshes, in numerical grid generation. **Ed. J.F. Thompson, Elsevier, New York**. p. 865-884. 1982.

SHAMSUNDAR, N.; SPARROW, E.M. Analysis of multi-dimensional conduction phase change via the enthalpy method, **Journal of Heat Transfer**, v. 97, p. 333-340, 1975.

STOEKER, W. F., JONES, J. W. **Refrigeração e ar condicionado**. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1985. 481 p.

TACKE, K. H. Discretization of the explicit enthalpy method for planar phase change, **International Journal of Numerical. Methods in Engineering**, v. 21, p. 543-554, 1985.

TIEYI, G.; YINPING, Z.; XINSHI, G. Theoretical analysis of heat transfer in a cool storage tank filled with rectangular enclosures containing phase change material. **Heat Transfer Science and Technology**, p. 734-739, 1996.

TONG, X., KHAN, J. A. Enhancement of heat transfer by inserting a metal matrix into a phase change material. **Numerical Heat Transfer, Part A**, v. 30, p. 125-141, 1996.

VARGAFTIK, N. B.; FILIPOV, L. P.; TARZIMANOV, A. A.; TOTSKII, .E. E. **Thermal conductivity of liquid and gases**. Boca Raton, CRC Press, Inc., 1994, 358 p.

VOLLER, V.; CROSS, M. Accurate solutions of moving boundary problems using the enthalpy method. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 24, p. 545-556, 1981.

VOLLER, V.; CROSS, M. An explicit numerical method to track a moving phase-change front. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 26, p. 147-150, 1983.

WATANABE, T.; KIBASHI, H.; KANZAWA, A. Enhancement of charging and discharging rates in a latent heat storage system by use of pcm with different melting temperatures. **Heat Recovery Systems & Chp**. v. 13, n. 7, p. 57-66, 1993.

ZHANG, Z.; BEJAN, A. The problem of time-dependent natural convection melting with conduction in solid. **Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 32, p. 2447-2457, 1989.

ZHANG, H. Y.; HUANG, X. Y. Volumetric heat transfer coefficients in solid-fluid porous media: closure problem, thermal analysis and model improvement with fluid flow. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, V. 43, p. 3417-3432, 2000.

Apêndice A

Cálculo do coeficiente de película do etanol (h_{et}).

$$h_{et} = \frac{Nu_D k_{et}}{D} \quad [A1]$$

onde k_{et} varia entre 0,173 W/mK a uma temperatura de 280 K a 0,183 W/mK para uma temperatura de 240 K, segundo VARGAFTIK, *et. al.* (1994), e o diâmetro interno do tubo de cobre é de $D = 0,123$ m

O número de Nusselt Nu_D para a condição de temperatura superficial constante é determinado por uma correlação atribuída a *Haunsen*:

$$Nu_D = 3,66 + \frac{0,0668(D/L) Re_D Pr}{1 + 0,04[(D/L) Re_D Pr]^{2/3}} \quad [A2]$$

onde $L = 0,24$ m, referente ao comprimento do tubo na seção de testes e Pr é o número de Prandtl.

$$\text{O número de Reynolds é: } Re_D = \frac{4\dot{m}}{\pi \cdot D \cdot \mu_{et}} \quad [A3]$$

Onde a vazão mássica $\left(\frac{\circ}{m}\right)$ foi medida, por meio de uma placa de orifício, e apresentou o valor de $51,81 \times 10^{-3}$ kg/s.

Segundo VARGARFTIK, et. al. (1994), para o etanol μ_{et} varia de $1,786 \times 10^{-3}$ a 0°C até $3,262 \times 10^{-3}$ a -25°C , $\rho_{et} = 789,30 \text{ kg/m}^3$ e $cp_{et} = 2955,26 \text{ J/kg.K}$.

Os valores do coeficiente de película do etanol apresentados na Tabela [A1] foram obtidos segundo os cálculos acima onde a condutividade térmica do etanol (k_{et}) e a viscosidade do etanol (μ_{et}) variaram de acordo com a temperatura apresentada pelo etanol em cada um dos testes realizados.

Tabela A1 – Coeficiente de película do etanol para cada teste

Diâmetro médio das esferas	Teste	h [W/m°C]
5 mm	1	422,3863
15,6 mm	2	426,7460
15,6 mm	3	422,6779
18,8 mm	4	422,3085
18,8 mm	5	420,8294

A seguir será apresentado o cálculo do coeficiente global de transferência de calor (U).

$$U = \frac{1}{A \cdot R_{eq}} \quad [A4]$$

A Figura A1 é uma representação esquemática do volume de controle correspondente ao último ponto da malha com os materiais isolantes utilizados na experiência.

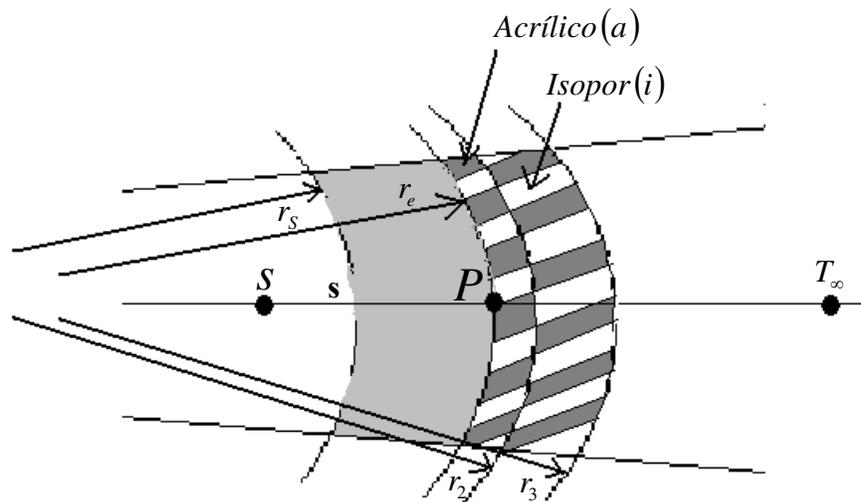


Figura A1 – Representação esquemática do volume de controle correspondente ao último ponto da malha (P).

Sendo que R_{eq} é a resistência térmica equivalente ao acrílico, ao isopor e ao meio, que é mostrada pela Figura A2.

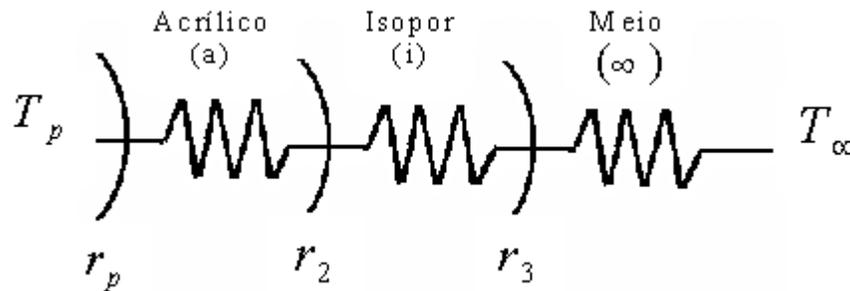


Figura A2 – Representação esquemática do isolamento da seção de testes na forma de uma resistência equivalente.

Fazendo a área $A = 2\pi.L.r_p$ [A5]

o coeficiente global (U) fica:

$$U = \frac{1}{\left(\frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_p}\right)}{2\pi \cdot k_a \cdot L} + \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi \cdot k_i \cdot L} + \frac{1}{2\pi \cdot h_\infty \cdot r_3 \cdot L} \right)} \cdot A \quad [\text{A6}]$$