

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DAPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

Tese de: Doutorado

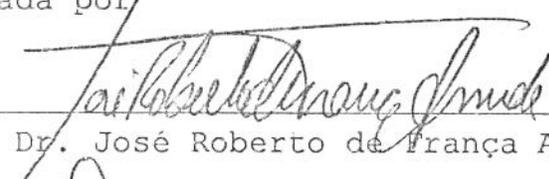
Título da Tese: " AJUSTE DE MODELOS DINÂMICOS DE ESTRUTURAS
COM NÃO LINEARIDADES CONCENTRADAS "

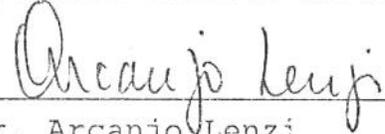
Autor: Marcus Antonio Viana [Duarte π /85

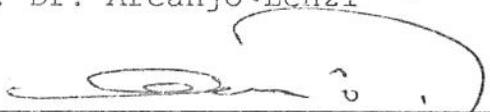
Orientador: Prof. Dr. José Roberto de França [Arruda^t

Co-orientador: Prof. Dr. Francisco Paulo [Lépore Neto^t

Aprovada por


Prof. Dr. José Roberto de França Arruda, Presidente


Prof. Dr. Arcanjo Lenzi


Prof. Dr. Mário Francisco Mucheroni


Prof. Dr. Paulo Roberto Gardel Kurka


Prof. Dr. Fernando Iguti

Campinas, 19 de Maio de 1994

9416823

À Isabel, minha querida esposa.

A G R A D E C I M E N T O S

Ao professor José Roberto de França Arruda, pelo apoio durante o período de orientação deste trabalho.

Ao professor Francisco Paula Léopore Neto, pelo incentivo e apoio no trabalho.

Aos professores, colegas e funcionários da FEM-UNICAMP que contribuíram para a realização deste trabalho.

Aos colegas e funcionários do DEM-UFU pela grande ajuda e amizade, em especial ao Júlio, responsável por todas as figuras deste trabalho.

Ao professor Lalanne, por permitir a utilização do programa de elementos finitos MONOROTOR.

À CAPES (Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), pelo apoio financeiro.

AJUSTE DE MODELOS DINÂMICOS DE ESTRUTURAS COM
NÃO LINEARIDADES CONCENTRADAS

S U M Á R I O

LISTA DE FIGURAS.....	IX
LISTA DE TABELAS.....	XIV
LISTA DE SÍMBOLOS.....	XVI
1 - INTRODUÇÃO.....	1
2 - AJUSTE DE PARÂMETROS.....	8
2.1 - MODELOS USADOS EM AJUSTE DE PARÂMETROS.....	8
2.2 - PRINCIPAIS ESTIMADORES E SUAS CARACTERÍSTICAS.....	12
2.2.1 - ESTIMADOR DE MÁXIMO A POSTERIORI (MAP).....	13
2.2.2 - ESTIMADOR DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA (ML).....	15
2.2.3 - ESTIMADORES DE MÍNIMOS QUADRADOS.....	16
2.3 - A UNICIDADE E O CRITÉRIO DE IDENTIFICABILIDADE.....	18
2.4 - ESTIMATIVA DOS ERROS.....	18
2.5 - EXEMPLOS NUMÉRICOS.....	19
2.5.1 - INFLUÊNCIA DO RUÍDO E ESTIMATIVA DOS ERROS.....	21
2.5.2 - O PROBLEMA DA DISCRETIZAÇÃO.....	26
2.5.3 - O PROBLEMA DO VALOR INICIAL PARA OS PARÂMETROS.....	30
2.7 - O ESTIMADOR DE CORRELAÇÃO (COR).....	32

3 - MODELOS REDUZIDOS.....	37
3.2 - MODELOS MATEMÁTICOS DE SISTEMAS DINÂMICOS.....	37
3.2 - TÉCNICAS DE REDUÇÃO.....	40
3.2.1 - TÉCNICA DE REDUÇÃO MODAL.....	41
3.2.2 - TÉCNICAS DE CONDENSAÇÃO.....	42
3.2.3 - TÉCNICAS DE SÍNTESE MODAL DE COMPONENTES.....	44
3.3 - O PROGRAMA SINTESE.....	50
3.4 - EXEMPLOS NÚMERICOS.....	53
4 - SIMULAÇÕES DAS RESPOSTAS DE MODELOS COM NÃO LINEARIDADES CONCENTRADAS.....	57
4.1 - MODELOS MATEMÁTICOS PARA INTEGRAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO.....	59
4.1.1 - FORMULAÇÃO DA PSEUDO-FORÇA.....	59
4.1.2 - FORMULAÇÃO DA RESPOSTA INCREMENTAL.....	60
4.2 - MODELOS MODAIS PARA SISTEMAS NÃO LINEARES.....	61
4.3 - INTEGRAÇÃO DIRETA PARA OBTENÇÃO DE RESPOSTAS PERIÓDICAS.....	66
4.4 - O PROCEDIMENTO HÍBRIDO TEMPO-FREQÜÊNCIA HFT.....	67
4.5 - ESTABILIDADE DO PROCEDIMENTO HFT.....	69
4.6 - O PROCEDIMENTO UTILIZADO NESTE TRABALHO.....	71
4.7 - O PROGRAMA PSFM.....	73
4.8 - SIMULAÇÕES NUMÉRICAS.....	76
5 - O PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL DE AJUSTE DE PARÂMETROS.....	82
5.1 - DIAGRAMA DE BLOCOS DO PROGRAMA IDENTPAR.....	82
5.1.1 - ENTRADA DE DADOS.....	84
5.1.2 - ESCOLHA DO ESTIMADOR.....	85
5.1.3 - CÁLCULO DA FUNÇÃO OBJETIVO E SIMULAÇÃO DAS CURVAS DE RESPOSTA.....	88

5.1.4 - CÁLCULO DA DIREÇÃO DE BUSCA.....	89
5.1.5 - ANÁLISE.....	90
5.1.6 - IDENTIFICABILIDADE.....	91
5.1.7 - SAÍDA.....	95
6 - SIMULAÇÕES NUMÉRICAS.....	98
6.1 - AJUSTE DOS PARÂMETROS DE RIGIDEZ E AMORTECIMENTO LINEARIZADOS DE DOIS MANCAIS HIDRODINÂMICOS.....	98
6.1.1 - MODELO UTILIZADO NA SIMULAÇÃO DAS CURVAS DE RESPOSTA.....	99
6.1.2 - CÁLCULO DA MATRIZ DE SENSIBILIDADE X.....	101
6.1.3 - ÍNDICE DE IDENTIFICABILIDADE.....	103
6.1.4 - RESULTADOS COMPLEMENTARES.....	106
6.2 - AJUSTE DOS COEFICIENTES DE RIGIDEZ LINEAR E CÚBICO.....	109
6.2.1 - MODELOS UTILIZADOS PARA SIMULAÇÕES DAS CURVAS DE RESPOSTA..	109
6.2.2 - RESULTADOS.....	111
6.3 - AJUSTE DOS COEFICIENTES DE UM MODELO DE DUPLA RIGIDEZ.....	115
6.3.1 - MODELO UTILIZADO NA SIMULAÇÃO DAS CURVAS DE RESPOSTA.....	116
6.3.2 - RESULTADOS.....	116
7 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	121
7.1 - AJUSTE DOS PARÂMETROS DOS ANÉIS DE AÇO.....	121
7.1.1 - SUBESTRUTURAS.....	121
7.1.2 - ANÁLISE MODAL DAS SUBESTRUTURAS.....	122
7.1.3 - DETERMINAÇÃO DOS MODOS DE CORPO RÍGIDO.....	126
7.1.4 - JUNTAS LINEARES.....	127
7.1.5 - MONTAGEM EXPERIMENTAL DO CONJUNTO.....	128
7.1.6 - MODELO MODAL UTILIZADO NA IDENTIFICAÇÃO.....	129
7.1.7 - MODELOS DE JUNTAS UTILIZADOS NO AJUSTE.....	131
7.5.8 - RESULTADOS.....	133
7.1.9 - REFINAMENTO DOS MODELOS.....	137

7.2 - AJUSTE DE MODELOS DE CHOQUE CONTRA UM BATENTE.....	146
7.2.1 - AJUSTE DO MODELO LINEAR.....	147
7.2.2 - MODELOS NÃO LINEARES UTILIZADOS NO AJUSTE.....	148
7.2.3 - RESULTADOS.....	150
8 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	161
9 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	163
ANEXOS.....	173
ANEXO I - ARQUIVO DE DADOS DO PROGRAMA SINTESE.....	173
ANEXO II - ARQUIVO DE DADOS DO PROGRAMA PSFM.....	176
ANEXO III - DADOS DE ENTRADA DO PROGRAMA IDENTPAR.....	178
ANEXO IV - SUB-ROTINA SUBEXT.....	180
ANEXO V - PARÂMETROS MODAIS DAS SUBESTRUTURAS EXPERIMENTAIS.....	181

R E S U M O

Neste trabalho é apresentada uma técnica robusta e flexível para o ajuste de parâmetros de sistemas dinâmicos compostos por subsistemas lineares interconectados por juntas não lineares. As técnicas usuais de ajuste de parâmetros são estudadas, sendo proposta a utilização de uma abordagem de otimização com uma função objetivo baseada na máxima correlação entre curvas de resposta medidas e simuladas. É apresentada uma metodologia para a utilização de síntese modal de componentes, com o objetivo de obter modelos reduzidos de sistemas com não linearidades concentradas. Para a simulação de respostas periódicas de modelos não lineares foi utilizado o método Híbrido Tempo/Freqüência, sendo desenvolvidos procedimentos para melhorar sua estabilidade. Resultados de várias simulações são utilizados para análise de desempenho dos procedimentos desenvolvidos, dando-se especial atenção para os problemas de identificabilidade e a confiabilidade dos valores ajustados. Finalmente, dois modelos experimentais são utilizados para validação da metodologia proposta. Todos os procedimentos computacionais desenvolvidos foram implementados em microcomputador.

A B S T R A C T

A robust and flexible parameter estimation technique for the identification of mechanical nonlinear joints in dynamic systems consisting of linear subsystems is presented. The usual parameter estimation techniques are investigated and an objective function based on a maximum correlation criterion (between experimental and simulated response curves) is proposed. A methodology to obtain reduced models with concentrated nonlinearities based on component modal synthesis is presented. A time/frequency domain hybrid method for the simulation of periodic responses of nonlinear models was used. The stability of the hybrid method was enhanced. Various simulated results were used to analyze the performances of the developed procedures. Emphasis was given to problems of identifiability and reliability of the estimated parameter. Finally, two experimental models were used to verify the proposed methodology. The computational procedures were implemented in a microcomputer.

L I S T A D E F I G U R A S

FIGURA	PÁG.
2.1 - Hipótese sobre o ruído ϵ	8
2.2 - Modelo de erro na entrada ou excitação	9
2.3 - Modelo de erro na saída ou resposta	10
2.4 - Modelo de dois graus de liberdade utilizado para análise dos estimadores de parâmetros	20
2.5 - Função erro quadrático em função do coeficiente de rigidez k , para as curvas de resposta em frequência em escala linear	26
2.6 - Curvas de resposta em frequência, escala linear, para $K = 1000$ (—), 750 (- - -), 800 (-·-·-) e 855 (····) N/m.....	27
2.7 - Função erro quadrático (normalizado) em função do coeficiente de rigidez K , para as FRF lineares (—) e logarítmicas (····).....	28
2.8 - Curvas de resposta em frequência, escala logarítmica, para $K = 1000$ (—), 750 (- - -), 800 (-·-·-) e 855 (····) N/m.....	28
2.9 - Função erro quadrático em função de C_m , para as curvas de respos- ta impulsiva do modelo não linear de atração magnética.....	29
2.10- Função erro quadrático em função de C_m , para as curvas de respos- ta estacionárias do modelo não linear de atração magnética.....	30
2.11- Mínimo valor singular em função do número de blocos.....	33
2.12- Função objetivo (normalizada) vs. coeficiente de proporcionalidade C_m , para os estimadores MQC (—) e COR (····).....	34
3.1 - Nomeclatura utilizada para denominação das coordenadas de uma subestrutura: \circ - nós internos, \bullet - nós de contorno.....	46
3.2 - Diagrama de blocos do programa SINTESE.....	51
3.3 - Modelo utilizado para análise dos procedimentos síntese (Dimensões em mm).....	54
3.4 - Erro máximo nas frequências naturais, até 200 Hz, sintetizadas em função de k , para superconjunto modal (—) e para base modal de componentes livre-livre (····).....	56

4.1 - Diagrama de blocos do procedimento HFT padrão.....	69
4.2 - Diagrama de blocos da rotina PSFM.....	73
4.3 - Modelo não linear utilizado para análise dos procedimentos de integração.....	77
4.4 - Tempo de convergência t^* em função do parâmetro k_1 para os procedimentos HFTc (—); HFTa (····) e PSFM (-·-·-·).....	79
4.5 - Resposta do nó 22 no domínio do tempo, para $k_1 = 4000 \text{ N/m}$ (—), 8000 N/m (····) e 14000 N/m (-·-·-·).....	80
4.6 - Resposta do nó 22 no domínio da frequência, para $k_1 = 4000 \text{ N/m}$ (—), 8000 N/m (····) e 14000 N/m (-·-·-·).....	81
5.1 - Diagrama de blocos do programa IDENTPAR.....	83
5.2 - Modelo utilizado como exemplo para a descrição do programa IDENTPAR.....	84
5.3 - Exemplo de arquivo de dados de entrada.....	85
5.4 - Menu de escolha do estimador.....	86
5.5 - Menu com as opções de confiabilidade das respostas experimentais...	87
5.6 - Menu do bloco de análise.....	90
5.7 - Menu principal do bloco de identificabilidade.....	91
5.8 - Menu de seleção de opção para os parâmetros.....	94
5.9 - Ajuste final do modelo utilizado como exemplo.....	95
5.10- Forma do resumo final do bloco no arquivo de saída.....	96
6.1 - Esquema do sistema rotor-mancais.....	99
6.2 - Porcentagem de ajustes bem sucedidos em função do índice de idenficabilidade.....	104
6.3 - Número médio de avaliações da função objetivo até a convergência em função do índice de identificabilidade.....	105
6.4 - Influência do ruído sobre o estimador de erros dos valores dos parâmetros.....	107
6.5 - Esquema do sistema não linear de rigidez cúbica.....	110
6.6 - Condição inicial do procedimento de ajuste do modelo de não linearidade cúbica.....	112
6.7 - Curvas de sensibilidade aos parâmetros do modelo de não linearidade cúbica. Estimador MAK.....	112

6.8 - Condição final de ajuste usando o estimado MAK, para o modelo de não linearidade cúbica.....	113
6.9 - Valores iniciais do parâmetro P01 do procedimento de ajuste do modelo de não linearidade cúbica. Segunda etapa.....	114
6.10- Gráficos finais do procedimento de ajuste do modelo de não linearidade cúbica.....	114
6.11- Função erro para os valores estimados com valores iniciais $k_1 = 6000 \text{ N/m}$ e $\Delta Y_0 = 0 \text{ mm}$	118
6.12- Função erro filtrada para os valores estimados com valores iniciais $k_1 = 6000 \text{ N/m}$ e $\Delta Y_0 = 0 \text{ mm}$	119
7.1 - Placas utilizadas como subestruturas.....	122
7.2 - Montagem esquemática da cadeia de medição para obtenção das FRFs.....	125
7.3 - Modelo do anel elástico para o cálculo de k_r e k_θ	128
7.4 - Fotografia do sistema completo.....	129
7.5 - FRF do nó 5 da placa 2, na banda de 0,5 a 280 Hz.....	130
7.6 - Modelo 1 : dois elementos de Rigidez e dois elementos de amortecimento viscoso para as juntas.....	132
7.7 - Modelo 2 : um grau de liberdade suplementar para cada junta.....	132
7.8 - Modelo 3 : dois graus de liberdade suplementares para cada junta.....	132
7.9 - Modelo para os modos de corpo rígido das placas.....	133
7.10- FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 05 da placa 1. FRF simulada para os valores iniciais dos parâmetros.....	134
7.11- FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 05 da placa 1. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 1.....	135
7.12- FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 05 da placa 1. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 1 mais modos de corpo rígido.....	136
7.13- Curvas de sensibilidade adimensional (CSA)	
(a) CSA da k_2	136
(b) CSA de Y_2	136
7.14- Influência de tensões maiores (—) ou menores (- -) dos parafusos de fixação sobre a FRF do nó 05 da placa 1.....	138

7.15-	Modelo 4 : Modelo 1 em conjunto com quatro elementos torcionais : dois de rigidez e dois de amortecimento viscoso.....	139
7.16 -	Modelo 5 : modelo composto por 3 elementos de rigidez e 3 elementos de amortecimento viscoso por anel.....	139
7.17-	FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 05 da placa 1. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 5.....	141
7.18-	Curvas de sensibilidade adimensional (CSA) (a) CSA da k3 do modelo 5..... (b) CSA de k1.do modelo 5.....	141 141
7.19-	Modelo 6 : modelo linear que representa a influência das tensões de Hertz.....	142
7.20-	CSA de K4 do modelo 6.....	142
7.21-	FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 05 da placa 1. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 7.....	143
7.22-	FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 20 da placa 1. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 7.....	144
7.23-	FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 05 da placa 2. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 7.....	144
7.24-	FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 23 da placa 2. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 7.....	145
7.25-	FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 14 da placa 2. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 7.....	145
7.26-	FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 17 da placa 1. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 7.....	146
7.27-	Montagem experimental do sistema com batente.....	147
7.28-	Curva de resposta da mesa inferior. (——) teórica para os valores iniciais dos parâmetros, e (++++) medida.....	150
7.29-	Curva de resposta da mesa inferior. (——) teórica ajustada via PSFM, e (++++) medida.....	151
7.30-	Curva de resposta da mesa inferior. (——) teórica ajustada via Newmark, e (++++) medida.....	152
7.31-	Força de contato e deslocamento da mesa inferior.....	153
7.32-	Mapeamento dos valores da função erro do estimador MQC com amplitude máxima unitária.....	155

7.33- Mapeamento dos valores da função erro do estimador COR com amplitude máxima unitária.....	155
7.34- Curva de resposta da massa do batente.....	156
7.35- Curvas de resposta medidas (—) e ajustadas (- - -) para o modelo com coeficiente de restituição constante.....	157
7.36- Curvas de resposta medidas (—) e ajustadas (- - -) para o modelo com coeficiente de restituição polinomial.....	158
7.37 - Função erro, para a curva de resposta da massa inferior, para o modelo com coeficiente de restituição polinomial.....	159

L I S T A D E T A B E L A S

TABELA	PÁG.
2.1 - Valores dos parâmetros obtidos após três iterações.....	22
2.2 - Influência de NRr no estimador MQC.....	22
2.3 - Influência da polarização do NRr sobre a desempenho do estimador MQC.....	23
2.4 - Influência do NRr sobre os estimadores MQC, MQP e MAK.....	23
2.5 - Influência do NRe sobre os estimadores MQC, MQP e MAK.....	24
2.6 - Performance do estimador MAP em função da matriz de covariância V dos parâmetros.....	25
2.7 - Influência dos valores iniciais dos parâmetros no sucesso do procedimento de busca.....	31
2.8 - Influência da não linearidade na sensibilidade dos estimadores MQC e COR.....	35
3.1 - Erros porcentuais nas freqüências naturais calculadas no modelo sintetizado.....	55
4.1 - Primeiras freqüências naturais do modelo linear.....	78
4.2 - Robustez dos procedimentos analisados.....	79
6.1 - Dados do eixo do rotor.....	100
6.2 - Dados dos discos do rotor.....	100
6.3 - Dados dos mancais.....	100
6.4 - Valores iniciais para os parâmetros dos mancais.....	100
6.5 - Influência do procedimento de cálculo de X no número de cálculo da função objetivo.....	103
6.6 - Índice de identificabilidade em função da convergência.....	106
6.7 - Influência do ruído sobre os valores estimados.....	106
6.8 - Influência do número de pontos de dados.....	107
6.9 - Erro máximo em função das estações em que foram obtidas as curvas de resposta. Um sensor fixo na estação 9.....	108

6.10 - Erro máximo em função das estações em que foram obtidas as curvas de resposta. Um sensor fixo na estação 2.....	108
6.11 - Erro máximo em função da localização da força externa.....	109
6.12 - Características físicas e geométricas das vigas.....	110
6.18 - Influência do nível de ruído sobre os valores estimados.....	115
6.19 - Influência dos valores iniciais no procedimento de ajuste e estimativa de erros.....	117
7.1 - Características geométricas das placas.....	122
7.2 - Valores das sete primeiras frequências naturais do sistema e dos modelos ajustados.....	137
7.3 - Valores ajustados para os parâmetros da configuração I.....	148
7.4 - Valores ajustados para os parâmetros da configuração II.....	148
7.5 - Performances dos integradores Newmark e PSFM em função de Δt	152
7.6 - Performances dos estimadores MQC e COR.....	154

LISTA DE SÍMBOLOS

- A - Matriz de estado.
- B - Matriz de estado.
- C - Matriz de amortecimento proporcional às velocidades.
- C_{ff} - Matriz de amortecimento generalizada, obtida via redução modal utilizando modos flexíveis que permaneceram na base modal.
- CG - Centro de gravidade.
- C_g - Matriz de amortecimento generalizada;
- C_{gd} - Partição de C_g relativa aos modos eliminados da base modal.
- C_{gf} - Partição de C_g relativa aos modos que permanecem na base modal.
- CI - Coeficiente de identificabilidade.
- C_ℓ - Matriz de amortecimento de ligação de subestruturas.
- C_m - Constante de proporcionalidade de um modelo de atração magnética.
- CMS - Síntese Modal de Componentes.
- C_r - Matriz de amortecimento, reduzida por uma transformação linear.
- CSA - Curvas de sensibilidade adimensional.
- C_s - Matriz de amortecimento do sistema completo.
- Cte - Constante.
- COR - Estimador baseado na função de correlação.
- Cor - Função de correlação.
- Cor_f - Valor final da função de correlação.
- Cor_i - Valor inicial da função de correlação.
- $Cov[]$ - Covariância.
- D - Matriz com os termos da diagonal da matriz de amortecimento generalizada C_g .
- DFT - Transformada Discreta De Fourier.
- DIAG() - Matriz com os termos da diagonal.
- E - Módulo de Young.
- $E[]$ - Esperança matemática.
- E_p - Erro porcentual.
- ER - Erro porcentual real dos parâmetros ajustados.
- ET() - Erro porcentual, estimado para os parâmetros ajustados.
- F - Vetor das forças externas.

$F()$	- função.
F_a	- Vetor com os esforços ativos.
F_E	- Vetor com as forças externas na forma de estado.
F_{NL}	- Vetor com as pseudos-forças.
F_O	- Vetor com os esforços omitidos.
F_S	- Vetor com as forças externas do sistema completo em CMS.
FRF	- Função de resposta em frequência.
G	- Matriz de Coriolis.
G	- Módulo de cisalhamento.
GDL	- Graus de liberdade.
H	- Função de transferência.
$H()$	- Matriz Hessiana.
H_0	- Função de transferência do modelo linear.
H_{NL}	- Função de transferência linearizada do modelo não linear.
HFT	- Método Híbrido Frequência/Tempo.
HFTa	- Procedimento HFT com atualização modal pelo coeficiente de rigidez médio.
HFTc	- Método HFT padrão.
I	- Matriz identidade.
I	- Inércia da seção transversal.
IDENTPAR	- Procedimento de ajuste de parâmetros desenvolvido neste trabalho.
Im	- Parte imaginária.
J	- Momento de inércia.
$J()$	- Matriz Jacobiana.
K	- Constante de proporcionalidade, matriz de rigidez.
K_g	- Matriz de rigidez generalizada.
K_l	- Matriz de rigidez de ligação de subestruturas.
K_r	- Matriz de rigidez reduzida, por uma transformação linear.
K_S	- Matriz de rigidez do sistema completo.
L	- Comprimento.
M	- Matriz de inércia.
M_g	- Matriz de inércia generalizada.
M_r	- Matriz de inércia reduzida, por uma transformação linear.
M_S	- Matriz de inércia do sistema completo.

MAK	- Estimador de Markov.
MAP	- Estimador de Máximo a Posteriori.
ML	- Estimador de Máxima Probabilidade (Markov).
MQC	- Estimador de Mínimos Quadrados Comum.
MQP	- Estimador de Mínimos Quadrados Ponderados.
$N(,)$	- Distribuição Normal.
NCFUNC	- Número de cálculos da função objetivo até a convergência.
NB	- Número de blocos de dados.
NP	- Número de parâmetros ativos.
NR	- Nível de ruído (porcentual).
NRe	- Nível de ruído na entrada.
NRr	- Nível de ruído na saída.
Npt	- Número de pontos de dados.
NV	- Número de autovetores que permanecem na base modal.
$P()$	- Probabilidade.
$P()$	- Probabilidade condicional
PSFM	- Procedimento de integração baseado no Método Híbrido Freqüência/Tempo, desenvolvido neste trabalho.
R	- Resíduo de uma equação diferencial.
Re	- Parte real.
R_{ik}	- Resíduo em análise modal ($\Psi \cdot \Psi'$)
S	- Área da seção transversal.
SINTESE	- Procedimento computacional para Síntese Modal de Componentes utilizado neste trabalho.
T	- Matriz de transformação de coordenadas.
TF()	- Função de transferência.
T_D	- Matriz de redução dinâmica.
T_G	- Matriz de redução usando o procedimento de Guyan.
T_{IRS}	- Matriz de redução usando o procedimento IRS.
T_{RM}	- Matriz de redução usando modos próprios de vibração.
X	- Matriz de sensibilidade dos dados em relação aos parâmetros.
Y	- Valores das saídas do sistema (curvas de resposta).
Y_a	- Coordenadas omitidas.
Y_m	- Função de resposta em freqüência medida.
Y_o	- Coordenadas ativas.

Y_s	- Função de resposta em frequência simulada.
Y_s	- Vetor com os deslocamento do sistema completo em CMS.
Y_0	- Vetor com os deslocamentos em uma posição genérica.
V	- Matriz de covariância dos parâmetros.
VS	- Valor singular.
Z	- Vetor de estado.
W	- Matriz que pondera as incertezas sobre os valores medidos.
b	- Valores dos parâmetros.
$\cos()$	- Função cosseno.
d	- Diâmetro.
$\exp()$	- Função Exponencial.
c	- Coeficiente de amortecimento proporcional à velocidade.
cb	- Coeficiente de amortecimento do modelo do batente.
d_0	- Folga mínima existente entre um modelo de atração e o sistema.
\bar{e}	- Função erro.
f	- Vetor com os valores das entradas do sistema.
f_{max}	- Frequência máxima de interesse.
f_n	- Frequência natural em Hz.
fn_1	- Frequência natural em Hz da viga 1.
fn_2	- Frequência natural em Hz da viga 2.
g_e	- Folga entre a massa inferior e o batente.
$g()$	- Função densidade de probabilidade.
j	$= \sqrt{-1}$.
k	- Coeficiente de rigidez.
k_b	- Coeficiente de rigidez do batente.
k_e	- Coeficiente de rigidez de ligação da estrutura com um ponto fixo.
k_i	- Coeficiente de rigidez associado a massa inferior.
k_r	- Coeficiente de rigidez radial.
k_s	- Coeficiente de rigidez associado a massa superior.
k_θ	- Coeficiente de rigidez angular.
k_1	- Segundo coeficiente de um modelo de dupla rigidez.
k_3	- Coeficiente de rigidez proporcional ao cubo do deslocamento.
$\ln()$	- Logarítmo Neperiano.
\log	- Logarítmo na base dez.
m	- Coeficiente de inércia, dimensão do modelo completo.

$\max()$	- Valor máximo.
m_b	- Massa do batente.
m_i	- Massa da mesa inferior.
$\min()$	- Valor mínimo.
m_s	- Massa da mesa superior.
n	- Número de pontos de dados, dimensão do modelo reduzido.
p	- Número de parâmetros do modelo que serão ajustados.
r	- Função objetivo, vetor de coordenadas genéricas.
$\text{sen}()$	- Função seno.
t	- tempo.
t^*	- tempo normalizado.
v	- Módulo da diferença de velocidades no instante do choque.
x_{cg}	- Coordenada do centro de massa.
y	- Deslocamento
β_0	- Valores esperados para os parâmetros do modelo.
ΔK	- Matriz com as variações de rigidez.
ΔY_0	- Amplitude em que ocorre a mudança de coeficiente em um modelo de dupla rigidez.
\mathcal{F}	- Transformada de Fourier.
Γ	- Matriz de ganho.
Ψ	- Matriz de covariância dos dados.
Ψ	- Matriz com os autovetores de um modelo de sistema conservativo.
Ψ_a	- Matriz modal composta pelas coordenadas ativas do modelo.
Ψ^d	- Conjunto dos modos flexíveis deletados da base modal.
Ψ^e	- Conjunto dos modos estáticos.
Ψ^f	- Conjunto dos modos flexíveis.
Ψ^r	- Conjunto dos modos de corpo rígido.
Ψ^S	- Superconjunto modal de flexibilidade residual.
Ψ_S	- Matriz com os autovetores do sistema completo em CMS.
Ψ^α, Ψ^β	- Matriz com os autovetores de uma subestrutura.
Ω	- Velocidade de rotação angular.
Ω^2	- Matriz com os autovalores de um modelo de sistema conservativo.
Ω_{dd}^2	- Matriz com os autovalores eliminados da base modal.

Ω_{ff}^2	- Matriz com os autovalores flexíveis que permaneceram no superconjunto de flexibilidade residual.
α	- Fator de relaxação.
α_{ij}	- Fator de correção.
α_ω	- Fator de relaxação do procedimento PSFM.
β	- Valores exatos dos parâmetros do modelo.
γ	- Coeficiente de Poisson.
Δb	- Diferença entre b e β .
Δk	- Variação de coeficiente de rigidez localizada.
Δt	- Incremento de tempo.
ε	- Ruído aditivo.
ϕ	- É um autovetor.
ϕ_a	- Coordenada modal ativa.
ϕ_b^d	- É o conjunto das coordenadas modais de ligação dos modos deletados da base modal.
ϕ_o	- Coordenada modal omitida.
μ	- Fator de normalização de um autovetor.
η	- Dados simulados.
η_m	- Dados medidos do sistema.
η_r	- Dados reais do sistema.
ρ	- Densidade.
σ	- Desvio padrão.
$\xi, \dot{\xi}, \ddot{\xi}$	- Vetores deslocamento, velocidade e aceleração, respectivamente, em coordenadas modais.
ρ	- Densidade específica.
ω	- frequência em rad/s.
ω_i	- Primeira frequência da banda sob análise.
ω_f	- Maior frequência da banda sob análise.
ω_n	- Frequência que corresponde a um máximo do módulo da FRF.
∂	- Operador derivada parcial.
$ $	- Determinante.
$ $	- Módulo.

1 - INTRODUÇÃO

Devido ao grande desenvolvimento dos computadores e das técnicas computacionais, observado nas últimas décadas, as simulações de respostas dinâmicas de sistemas mecânicos têm-se tornado cada vez mais viáveis economicamente. Porém, grandes desvios são geralmente observados quando da comparação das respostas simuladas com aquelas medidas no sistema real. Este fato decorre, em grande parte, das dificuldades encontradas na atribuição de valores corretos aos parâmetros do modelo físico, principalmente no caso de juntas [01], que normalmente apresentam comportamento fortemente não linear [02], presentes na maioria dos sistemas mecânicos. Portanto, o desenvolvimento das técnicas de ajuste de parâmetros para os modelos não lineares de juntas, via ajuste das curvas de respostas dinâmicas experimentais, torna-se cada vez mais necessário para atender às modernas necessidades de um projeto mecânico, que são: alto desempenho, confiabilidade, baixos níveis de vibrações e baixo custo de desenvolvimento do produto.

O comportamento dinâmico da grande maioria dos sistemas mecânicos não lineares pode ser simulado por modelos com não linearidades concentradas [02]. Estes sistemas mecânicos são compostos por grandes estruturas, bem representadas por modelos lineares, conectadas por juntas de comportamento não linear. Estas não linearidades são decorrentes de : tolerâncias de fabricação que implicam na ocorrência de choques mecânicos [03], juntas parafusadas [04 e 05], juntas viscoelásticas [06], mancais hidrodinâmicos [07 e 08] e absorvedores de vibração [09], entre outros. Devido à complexidade dos modelos matemáticos destas juntas, utilizam-se, normalmente, modelos simplificados, que são funções não lineares das grandezas físicas do sistema e de constantes de proporcionalidade que são determinadas via ajuste de parâmetros [09].

Geralmente, um modelo matemático representa uma relação entre entrada, normalmente denominada causa, e saída, ou efeito. Dado um conjunto de dados de entradas e saídas de um sistema real, uma rotina de ajuste procura encontrar o conjunto de parâmetros do modelo matemático que minimize as diferenças existentes entre os dados medidos e os simulados, ou, de um ponto de vista estatístico, procura os valores mais prováveis dos parâmetros do modelo. A partir desta formulação geral, um grande número de aplicações [09] é encontrado para a solução de problemas nas áreas da Economia, Biologia e Tecnologia.

Para o ajuste de sistemas não lineares, um grande número de procedimentos já foram desenvolvidos, sendo que as principais diferenças entre eles dizem respeito à metodologia e ao tipo de dados utilizados no ajuste. Quanto à metodologia, os procedimentos podem ser classificados em paramétricos ou não paramétricos, seqüenciais ou diretos e modelos de erro na entrada ou na saída. Quanto ao tipo de dados, os procedimentos podem utilizar dados no domínio do tempo ou da freqüência, sendo que estes dados podem ser transientes ou periódicos.

A principal vantagem do ajuste não paramétrico, é o fato de que não é necessário nenhum conhecimento prévio sobre as características não lineares do sistema. Segundo Argoul [10], a parte linear do sistema pode ser extraída das curvas de resposta via transformada de Hilbert, e o sistema linear equivalente é identificado e reduzido. A parcela não linear é expandida como forças não lineares em função de séries bidimensionais ortogonais, tais como: polinômio de Chebyshev [10], série de Fourier [11] ou série de Volterra [12]. O ajuste dos coeficientes da expansão são obtidos por ajuste no domínio do tempo via mínimos quadrados. Neste caso [10] os polinômios de Chebyshev de primeira ordem são os que convergem mais rapidamente. O principal inconveniente desta metodologia é a necessidade de se fazer um mapeamento experimental de todos os pontos de interesse, o que encarece sobremaneira o procedimento de ajuste.

O principal inconveniente do ajuste paramétrico é a necessidade de se conhecer a priori o modelo matemático das não linearidades. Para o caso de não linearidades concentradas esta dificuldade pode ser contornada, na maioria das vezes, expandindo-se as não linearidades em função de séries de potência [13 e 14].

Classicamente, o ajuste de parâmetros no domínio da freqüência é o preferido, principalmente devido à facilidade de interpretação de dados e dos parâmetros do sistema neste domínio [09]. Outro fator que justifica o uso do domínio da freqüência são os reduzidos custos computacionais das simulações das respostas do modelo matemático-computacional, pois no domínio da freqüência as respostas são obtidas via solução de equações algébricas (lineares ou não) e não por integração de equações diferenciais, que é o caso do domínio do tempo. Em contrapartida, a modelagem de não linearidades no domínio do tempo é muito mais simples e bem desenvolvida, enquanto que, no domínio da freqüência existem poucos modelos [15], de uso bem restrito.

A grande maioria dos pesquisadores tem predileção pelo ajuste via

modelo de erro na entrada [01,13,14,16,17]. Isto se justifica pelo fato de que este modelo permite a obtenção direta dos parâmetros de sistemas dinâmicos, via estimador de mínimos quadrados, não havendo a necessidade de procedimentos iterativos. Cabe observar, entretanto, que este estimador é polarizado com relação à existência de ruído nas saídas [18]. O problema da polarização pode ser contornado pela utilização dos estimadores das Variáveis Instrumentais [18 e 19], Mínimos Quadrados Totais [20], ou Mínimos Quadrados Restritos [21].

O grande inconveniente do modelo de erro na entrada se resume na necessidade de se realizar medições em tantos graus de liberdade quantos forem os graus de liberdade do modelo dinâmico, o que nem sempre é viável para grandes sistemas. Além disto, deve-se ressaltar a pouca flexibilidade do procedimento, ou seja, para cada caso em que for utilizado é necessário montar um algoritmo particular.

As grandes vantagens de se utilizar o modelo de erro na saída residem nos seguintes fatos: o modelo não é polarizado com relação à existência de ruído nas saídas [18], o procedimento de ajuste é totalmente flexível com relação ao modelo da não linearidade, e o procedimento experimental é minimizado, pois um número reduzido de curvas de resposta são suficientes, desde que se observe algum critério de identificabilidade [22]. Em contrapartida, o modelo de erro na saída implica, para o caso de sistemas mecânicos, em procedimentos de ajuste não lineares, com a conseqüente utilização de algoritmos recursivos, o que aumenta o número de simulações numéricas, além da necessidade de uma estimativa inicial para os valores dos parâmetros. Na minimização da função objetivo podem-se utilizar procedimentos auxiliares que incluem a análise de sensibilidade dos parâmetros. Beck [22] apresenta o método de linearização de Gauss, Ottoy [23] utiliza a Hessiana e Himmelblau [24] mostra que os métodos de Gauss, Davidon-Fletcher-Powell e Powell (sem cálculo de derivadas) apresentam desempenhos equivalentes na minimização da função erro quadrático, normalmente utilizada em ajuste de parâmetros, para várias funções matemáticas. Duarte [25,26 e 27] tem obtido bons resultados com a utilização do método de Gauss, para a determinação da direção de busca, combinado com o método Coggin [28] para busca unidimensional.

O grande problema do modelo de erro na saída é a estimativa dos valores iniciais para os parâmetros [25], uma vez que observa-se uma infinidade de mínimos locais no espaço de busca. Arruda [28 e 29] observa

que para sistemas lineares, a utilização de escala logarítmica nas curvas de respostas no domínio da frequência minimiza a influência dos mínimos locais no procedimento de busca, o que melhora o desempenho do processo. Em um outro trabalho, Arruda [30] propõe a utilização de uma função objetivo, baseada na função de correlação entre as curvas de respostas medidas e simuladas, que tem a mesma forma da função erro quadrático, das respostas em frequência na escala logarítmica, nas vizinhanças da solução.

A maioria dos procedimentos de estimação seqüencial são baseados no filtro de Kalman estendido [09, 31, 32, 33 e 34]. O filtro de Kalman, baseado no teorema de Bayes [35], foi desenvolvido inicialmente para estimação das variáveis de estado de modelos discretos. Mais tarde, passou a ser utilizado no ajuste de parâmetros, quando os vetores de estado foram estendidos de maneira a incluir os valores desconhecidos dos parâmetros. Para ajuste de sistemas não lineares, o filtro de Kalman e demais estimadores seqüenciais [22] devem ser utilizados de forma iterativa, conhecendo-se o estado do modelo em todos os instantes de tempo, o que aumenta significativamente o custo computacional do ajuste. Estes fatos, aliados às hipóteses restritivas em suas formulações, tornam a aplicação dos estimadores seqüenciais, para ajuste de parâmetros em sistemas não lineares, indicados principalmente para o caso de parâmetros variantes no tempo.

O ajuste de parâmetros via entrada e saída transientes apresenta como principal vantagem, para sistemas não lineares, o fato das respostas do modelo matemático-computacional serem simuladas para um curto intervalo de tempo, viabilizando a utilização de algoritmos de integração explícitos, os quais, entre os algoritmos de integração, são os mais rápidos [36]. Entretanto, a utilização de dados transientes, em relação aos periódicos, implica no seguinte: há dificuldades em se avaliar com precisão o estado inicial do sistema real; todo o conjunto de dados deve ser adquirido simultaneamente, implicando na utilização de muitos sensores e canais de conversão A/D; a estatística dos dados medidos é pouco conhecida, e há dificuldade em se estabelecer o número de graus de liberdade dinâmicos, necessários para representar com precisão o sistema real.

A grande desvantagem da utilização de dados periódicos reside na dificuldade de se atingir o regime permanente durante a simulação do modelo computacional, pois deve-se integrar numericamente o sistema de equações diferenciais não lineares, para uma excitação periódica, até que não se observe mais o efeito transiente nas curvas de respostas. Para grandes

sistemas com pouco amortecimento, situação normalmente encontrada em modelos de sistemas mecânicos reais, pode decorrer um grande espaço de tempo antes que o efeito transiente torne-se desprezível [37], acarretando em propagação de erros de truncamento, o que pode deturpar completamente as respostas simuladas. Adicionalmente, a utilização de integradores explícitos ou implícitos [38] implica em análise detalhadas para determinar qual é o melhor integrador e qual o melhor passo de integração para minimização dos erros de amplitude e fase, para cada caso de não linearidade [36]. Podem-se utilizar integradores diretos que convergem diretamente para as respostas periódicas. Os integradores diretos, entretanto, têm grandes problemas de flexibilidade e de estabilidade [39]. Kawamoto [36], além de fazer uma análise excelente sobre o desempenho de integradores explícitos e implícitos, na integração de sistemas não lineares, apresenta um integrador direto, que utiliza as vantagens de formulação das não linearidades no domínio do tempo com a facilidade de se obter as respostas no domínio da frequência, intitulado de método Híbrido Tempo/Frequência (HTF). O HTF, utiliza a versatilidade da transformada rápida de Fourier para interagir os domínios do tempo e da frequência. Darbre [40] apresenta uma análise de estabilidade do HTF, sendo que Cameron [41] e Duarte [39], apresentam procedimentos para melhorar a estabilidade do método.

Como pôde-se observar, o modelo de erro na saída, com a utilização de dados periódicos, é o procedimento de ajuste mais adequado no que diz respeito a: minimização do número de sensores utilizados para obtenção dos dados experimentais, minimização do número de dados experimentais necessários para o ajuste e grande flexibilidade de utilização aliada à confiabilidade dos dados (estatística bem conhecida). Por outro lado, persiste o problema da necessidade de um número elevado de simulações, até que haja a convergência dos resultados. Portanto, quando da utilização deste procedimento, torna-se imprescindível que o modelo matemático tenha o menor número de graus de liberdade dinâmicos possível. Quando o modelo é gerado via técnicas de elementos finitos, o número de graus de liberdade do modelo resultante é, via de regra, extremamente elevado, necessitando-se portanto, de se utilizar técnicas de redução para diminuir o número de graus de liberdade do modelo matemático. Friswell [42], mostra as vantagens do método da truncamento modal para a redução do número de graus de liberdade dinâmicos dos modelos candidatos ao ajuste de parâmetros.

Devido ao custo da obtenção das curvas de resposta, no ajuste de

sistemas com não linearidades concentradas é interessante que os subsistemas lineares sejam primeiramente validados. Neste caso, alguns parâmetros, no caso de modelos analíticos [43], ou todos, no caso de modelos modais [44], devem ser ajustados. Após a validação dos subsistemas lineares, o sistema é montado e parte-se para o ajuste dos parâmetros relacionados com as não linearidades concentradas. Tendo-se em vista esta metodologia, a síntese modal de componentes apresenta-se como o melhor método para obtenção do modelo reduzido [45], podendo ser utilizada com modelos estruturais, modais experimentais [46] ou uma combinação de ambos [47]. A síntese modal de componentes já é uma técnica exaustivamente testada na simulações de respostas de modelos com não linearidades concentradas [48, 49 e 50], sendo que Duarte[26] e Lawrence [51] já a aplicaram para o ajuste de parâmetros em sistemas não lineares.

Este trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de um procedimento computacional, robusto e flexível, para o ajuste de parâmetros de sistemas dinâmicos, dando-se especial atenção para sistemas compostos por subestruturas lineares interconectadas por juntas não lineares, que são o tipo mais comum de sistemas não lineares encontrados na Engenharia.

O procedimento de ajuste proposto é baseado no modelo de erro na saída e dados periódicos, o que garante a flexibilidade de sua utilização. Para o ajuste de parâmetros, para respostas periódicas no domínio do tempo, de modelos de não linearidades concentradas em sistemas compostos por subestruturas, foram desenvolvidos procedimentos para redução de modelos, Síntese Modal de Componentes e integração direta no tempo (o método HTF) para facilitar o trabalho do usuário. Porém, o procedimento de ajuste foi desenvolvido com uma arquitetura que prevê total liberdade ao usuário no que diz respeito aos tipos de modelos e de dados utilizado. Esta liberdade permite a utilização de modelo de erro na entrada, podendo-se após algum trabalho, visto que a opção não é diretamente disponível, utilizar o procedimento da Variáveis Instrumentais para despolarização dos valores estimados.

No que diz respeito à robustez do procedimento, além dos estimadores incorporados ao programa, desenvolveu-se um estimador baseado na função de correlação que minimiza o problema da estimativa dos valores iniciais dos parâmetros. Uma análise detalhada de critérios de identificabilidade [22] é realizada, sendo o programa montado de maneira a permitir que os valores dos parâmetros possam ser estimados, dependendo do critério de

identificabilidade, globalmente ou por subconjuntos. O programa desenvolvido permite que curvas de respostas de experimentos diferentes possam ser incorporadas seqüencialmente ao procedimento, para os casos em que haja dificuldade de se ajustar todos os parâmetros com apenas um conjunto de dados experimentais.

Este trabalho é organizado em oito capítulos.

No capítulo 2 são apresentadas e analisadas as técnicas usuais de ajuste de parâmetros e é proposta uma função objetivo baseada na máxima correlação entre curvas de respostas medidas e simuladas.

Técnicas de redução de modelos são estudadas no capítulo 3, sendo apresentado o programa para Síntese Modal de Componentes utilizado neste trabalho.

No capítulo 4 são analisados os métodos de integração numéricos para modelos não lineares, dando-se especial atenção para os métodos diretos. Alguns procedimentos são desenvolvidos com o objetivo de aumentar a estabilidade do método HTF. Neste capítulo é apresentado o programa para integração direta desenvolvido neste trabalho.

O modelo computacional de ajuste não linear de parâmetros, desenvolvido neste trabalho, é apresentado no capítulo 5.

No capítulo 6, são feitas simulações com alguns sistemas lineares e não lineares, envolvendo as etapas de ajuste, síntese e integração, para avaliar o desempenho dos modelos computacionais formulados.

No capítulo 7 são utilizados dois modelos experimentais, sendo um com alto grau de não linearidade, para validar todos os procedimentos propostos.

As conclusões e propostas de novos trabalhos são apresentadas no capítulo 8.

2 - AJUSTE DE PARÂMETROS

Neste Capítulo serão analisados os estimadores diretos para o modelo de erro na saída, utilizados no modelo computacional desenvolvido neste trabalho. Serão apresentadas as hipóteses assumidas, as características estatísticas e as informações necessárias a priori para utilização dos estimadores. Os problemas de identificabilidade e estimação de erros serão abordados. Um estimador baseado na função de correlação entre as curvas de resposta experimentais e simuladas será desenvolvido. Simulações com um modelo de dois graus de liberdade serão realizadas para fins de análise dos procedimentos de ajuste de parâmetros. Modelos mais complexos serão abordados no Capítulo 6.

2.2 - MODELOS USADOS NA IDENTIFICAÇÃO

No problema de estimação de parâmetros, a expressão matemática para a função de transferência (TF) do modelo em função dos parâmetros do sistema é conhecida. Os valores das entradas f e saídas Y , bem como as condições iniciais ou valores de contorno são avaliáveis, caso necessário, e alguns ou todos os parâmetros β do modelo são desconhecidos. Caso haja ruído ϵ nos dados medidos η_m , uma hipótese comumente utilizada [22] é de que o mesmo é aditivo aos dados η_r do sistema real, como mostrado na Figura 2.1. A solução para o problema é obter "a melhor" estimada dos parâmetros desconhecidos, usando alguns valores medidos das excitações e das respostas do sistema.

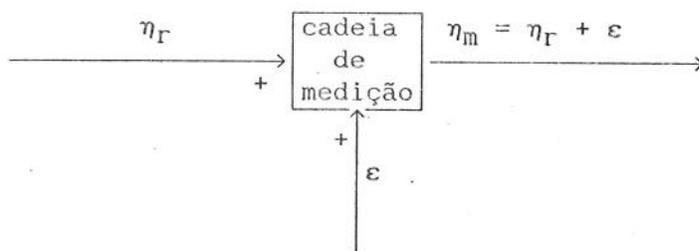


Fig. 2.1 - Hipótese sobre o ruído ϵ .

O processo de ajuste consiste na construção de uma função objetivo, r ,

dependente do erro, \bar{e} , existente entre os dados simulados η e os medidos η_m . A estimação dos parâmetros β do modelo é obtida através da maximização ou minimização da função objetivo.

Existem dois modelos de erros utilizados como função objetivo: o modelo de erro na entrada, ou na excitação, e o modelo de erro na saída, ou na resposta.

O esquema do modelo de erro na entrada está mostrado na Figura 2.2.

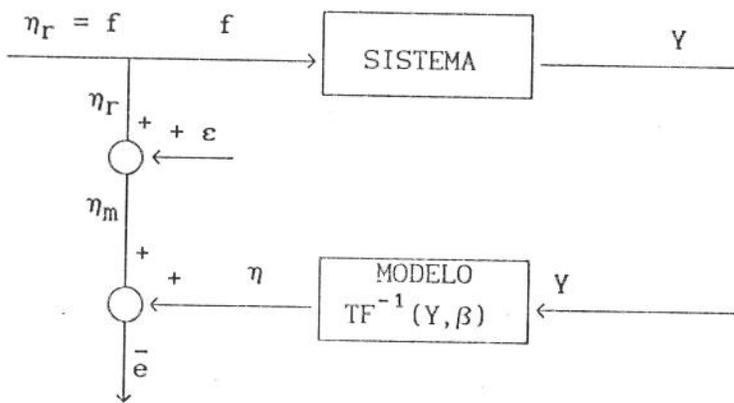


Fig 2.2 - Modelo de erro na entrada ou excitação.

Como pode ser observado no esquema mostrado na Figura 2.2, O modelo matemático usado para o ajuste de parâmetros, é dado por:

$$\eta = TF^{-1}(Y, \beta)$$

$$\eta_m = \eta_r + \varepsilon \tag{2.1}$$

Segundo Yasuda [14] os modelos matemáticos utilizados em dinâmica podem ser construídos de tal forma que o modelo de erro na entrada conduza a modelos de ajuste linear em relação aos parâmetros β , mesmo para o caso de modelos não lineares em relação às grandezas físicas do sistema. Nestes casos, a Equação 2.1 pode ser reescrita como:

$$\eta = X(Y) \cdot \beta$$

$$\eta_m = \eta_r + \varepsilon \tag{2.2}$$

onde $X(Y)$ é a matriz de sensibilidade, função das respostas do sistema.

O esquema do modelo de erro na saída está mostrado na Figura 2.3.

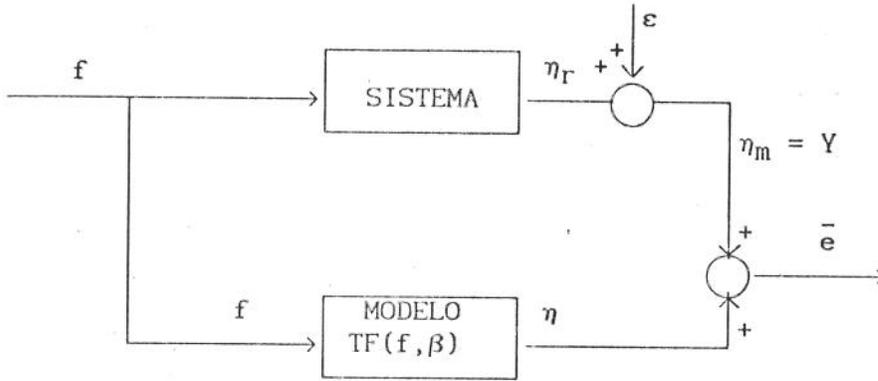


Fig 2.3 - Modelo de erro na saída ou resposta.

Para sistemas dinâmicos o modelo de erro na saída é um modelo não linear em relação aos parâmetros. O modelo matemático usado para o ajuste de parâmetros, é dado por:

$$\begin{aligned} \eta &= TF(f, \beta) \\ \eta_m &= \eta_r + \varepsilon \end{aligned} \tag{2.3}$$

No caso de modelos não lineares em relação aos parâmetros, torna-se necessária a utilização de algoritmos não lineares para a maximização ou minimização da função objetivo. Nos métodos que usam derivadas [22 e 23], a função não linear (03), ou a função objetivo, são linearizadas e, procedimentos recursivos são utilizados para a estimação dos valores dos parâmetros.

No método de linearização de Gauss [22], os dois primeiros termos de uma expansão em série de Taylor de TF, na Equação 2.3, são retidos. Seja η um vetor de dimensão n e função dos p parâmetros β a serem estimados. Supondo que f tenha derivada contínua nas vizinhanças do vetor b , distante $\Delta\beta$ de β . A resposta η pode ser aproximada pela Equação 2.4:

$$\eta = TF(f, \beta) = TF(f, b + \Delta\beta) \cong TF(f, b) + X(b) \cdot \Delta\beta \tag{2.4}$$

onde $X(b)$ é a matriz de sensibilidade das respostas em relação aos parâmetros, com um elemento genérico da linha i e coluna j , calculado pela Equação 2.5.

$$X(i, j) = - \frac{\partial \eta(i)}{\partial b(j)} \quad (2.5)$$

Substituindo-se a Equação 2.4 na Equação 2.3, resulta na Equação 2.6 que tem, a menos de uma constante, a mesma forma da Equação 2.2.

$$\begin{aligned} \eta &= TF(f, b) + X(b) \cdot \Delta b \\ \eta_m &= \eta_r + \varepsilon \end{aligned} \quad (2.6)$$

De maneira iterativa, os valores de b são atualizados até uma eventual convergência do processo. Para evitar que o procedimento divirja, normalmente, algum amortecimento é introduzido na direção de busca (Box-Kanemasu, Levenberg, Marquardt) [22].

Ottoy [23], utiliza uma expansão em série de Taylor da função objetivo, não linear, retendo os termos de até segunda ordem, resultando em:

$$r(b + \Delta b) = r(b) + J(b) \cdot \Delta b + \frac{1}{2} \cdot \Delta b' \cdot H(b) \cdot \Delta b \quad (2.7)$$

onde ' significa transposto, J é a matriz Jacobiana e H a Hessiana.

Para se determinar, em primeira aproximação, o valor de Δb que minimiza $r(b)$, considera-se que as matrizes Jacobiana e a Hessiana são independentes de Δb , diferencia-se parcialmente o lado esquerdo da Equação 2.7 em relação a Δb , e igualando-se a zero, resulta:

$$J(b) + H(b) \cdot \Delta b = 0 \quad (2.8)$$

A solução de (2.8), para Δb , é dada por:

$$\Delta b = -H^{-1}(b) \cdot J(b) \quad (2.9)$$

Tendo sido observado que o maior problema em estimação de parâmetros, para modelos de erro na saída, é a existência de mínimos locais na função objetivo e não o procedimento de minimização, optou-se, neste trabalho, pela utilização do método de Gauss-Newton [22], que permite a adaptação de todos os modelos de função objetivo em um único algoritmo.

2.2 - PRINCIPAIS ESTIMADORES E SUAS CARACTERÍSTICAS

Os principais estimadores de parâmetros podem ser desenvolvidos a partir do teorema de Bayes[35], que é definido pela seguinte expressão:

$$P(\beta|\eta_m) = \frac{P(\eta_m|\beta) \cdot P(\beta)}{P(\eta_m)} \quad (2.10)$$

onde $P(\)$ significa probabilidade e $P(\ | \)$ indica probabilidade condicional, sendo β e η_m variáveis aleatórias.

Tem-se por objetivo maximizar $P(\beta|\eta_m)$. Os estimadores ditos Bayesianos normalmente utilizam as seguintes informações e hipóteses a priori, com relação às variáveis β e η_m :

- β tem distribuição Normal $N(\beta_0, V)$, sendo β_0 a esperança matemática $E[\beta]$ e V a matriz de covariância $Cov[\beta]$.
- ϵ é um ruído com distribuição Normal de média zero e covariância Ψ .
- β e ϵ são estatisticamente independentes.
- Não existe erro na matriz de sensibilidade X .

Com estas hipóteses, a variável aleatória η_m tem uma distribuição Normal, sendo:

$$\begin{aligned} E[\eta_m] &= X \cdot \beta_0 \\ Cov[\eta_m] &= X \cdot V \cdot X' + \Psi \end{aligned} \quad (2.11)$$

Da Equação (2.2), resulta:

$$\begin{aligned} Cov[\eta_m] &= E[(\eta_m - X \cdot \beta_0) \cdot (\eta_m - X \cdot \beta_0)'] \\ &= E[\{X(\beta - \beta_0) + \epsilon\} \cdot \{X(\beta - \beta_0) + \epsilon\}'] \end{aligned} \quad (2.12)$$

Tendo-se em vista a Equação 2.12 e a hipótese de que β e ϵ são estatisticamente independentes, pode-se derivar a expressão para $P(\beta|\eta_m)$:

$$P(\beta|\eta_m) = \frac{P(\beta|\epsilon) \cdot \left\| \frac{\partial \epsilon}{\partial \eta_m} \right\|}{P(\eta_m)} = \frac{P(\beta) \cdot P(\epsilon)}{P(\eta_m)} = \frac{P(\beta) \cdot P(\eta_m - X \cdot \beta)}{P(\eta_m)} \quad (2.13)$$

onde o símbolo $\| \ \|$ significa módulo.

Usando a Equação 2.13 com a hipótese de distribuição normal, a função de densidade de probabilidade g , conforme Beck [22], fica:

$$g(\beta|\eta_m) = K \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \cdot (\beta - \beta_0)' \cdot V^{-1} \cdot (\beta - \beta_0) - \frac{1}{2} \cdot (\eta_m - X \cdot \beta)' \cdot \Psi^{-1} \cdot (\eta_m - X \cdot \beta) \right] \quad (2.14)$$

onde K é uma constante e \exp é a função exponencial.

Aplicando o logaritmo Neperiano à Equação 2.14 tem-se:

$$\begin{aligned} \ln(g(\beta|\eta_m)) &= \ln(K) - \\ &\frac{1}{2} \cdot \left[(\beta - \beta_0)' \cdot V^{-1} \cdot (\beta - \beta_0) + (\eta_m - X \cdot \beta)' \cdot \Psi^{-1} \cdot (\eta_m - X \cdot \beta) \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

A estimada ótima de β é obtida pela minimização da Equação 2.15.

2.2.1 - ESTIMADOR DE MÁXIMO A POSTERIORI (MAP)

O estimador de Máximo a Posteriori (MAP) direto, bem como o seqüencial equivalente, que é o filtro de Kalman Estendido, baseiam-se na minimização da Equação 2.15, que resulta [22] em:

$$b_{MAP} = \beta_0 + \Gamma_{MAP} \cdot X' \cdot \Psi^{-1} \cdot (\eta_m - X \cdot \beta_0) \quad (2.16)$$

onde:

$$\Gamma_{MAP}^{-1} = X' \cdot \Psi^{-1} \cdot X + V^{-1}$$

b_{MAP} é o vetor com os valores estimados de β .

Substituindo a Equação 2.16 na Equação 2.4, obtém-se a Equação recursiva do MAP não linear, para a k -ésima mais uma interação, dada por:

$$b_{MAP}^{k+1} = b_{MAP}^k + \Gamma_{MAP}^k \cdot X'^k \cdot \left[X'^k \cdot \Psi^{-1} \cdot (\eta_m - \eta^k) + V^{-1} \cdot (\beta_0 - b_{MAP}^k) \right] \quad (2.17)$$

onde:

$$\left[\Gamma_{\text{MAP}}^k \right]^{-1} = X'^k \cdot \Psi^{-1} \cdot X^k + V^{-1}$$

Para utilização do estimador MAP, é necessário conhecer as propriedades estatísticas do ruído ε e as dos parâmetros β . Em um problema de estimação de parâmetros, o valor esperado para os parâmetros β , bem como a matriz de covariância V , são especificadas tendo em vista os conhecimentos prévios do usuário a respeito do sistema.

As principais características deste estimador são:

- Hipóteses fundamentais:
 - a) A matriz de sensibilidade X é livre de erro.
 - b) β e ε são variáveis aleatórias independentes.
 - c) o ruído ε é aditivo
- Hipóteses simplificadoras :
 - a) β possui distribuição Normal $N(\beta_0, V)$.
 - b) ε possui distribuição Normal $N(0, \Psi)$.
- Condição de utilização: o determinante $| X' \cdot \Psi^{-1} \cdot X + V^{-1} | \neq 0$.
- Polarização : o estimador é polarizado com $E[b_{\text{MAP}}] = \beta_0$.
- Eficiência: o estimador é eficiente, de mínima variância [22], cuja covariância da estimativa é dada por:

$$\text{Cov}(b_{\text{MAP}}) = \left[X' \cdot \Psi^{-1} \cdot X + V^{-1} \right]^{-1} \quad (2.18)$$

O fato do estimador MAP ser polarizado é muito útil quando se procura ajustar simultaneamente os valores de parâmetros de um sistema composto por modelos lineares e não lineares. Nestes casos, o ajuste torna-se difícil, às vezes impossível, pois as curvas de resposta do modelo do sistema são, normalmente, muito mais sensíveis às variações dos valores dos parâmetros dos modelos lineares do que às dos modelos não lineares. Uma maneira de contornar este problema é dividir o procedimento em duas etapas: inicialmente controlam-se as forças de excitação de maneira que os níveis de vibração sejam baixos e, conseqüentemente, os efeitos das não linearidades sejam desprezíveis. Em seguida o ajuste é feito com as curvas de respostas para níveis mais altos

de vibração do sistema.

Na primeira etapa os valores dos parâmetros dos modelos lineares são ajustados e as matrizes de covariância de suas estimativas são calculadas. Para os parâmetros dos modelos não lineares, completa-se a matriz de covariância total com valores grandes na diagonal e nulos fora dela. Na segunda etapa, utiliza-se o estimador MAP com a matriz de covariância total gerada, para o ajuste simultâneo de todos os parâmetros do sistema.

Devido às características de polarização do estimador MAP, na segunda etapa os valores dos parâmetros dos modelos das não linearidades serão ajustados sem grande variação nos valores dos parâmetros dos modelos lineares ajustados anteriormente.

2.2.2 - ESTIMADOR DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA (ML)

Para usar este estimador, não é necessário nenhum conhecimento a priori das propriedades estatísticas dos parâmetros.

O estimador de Máxima Verossimilhança ML é baseado na maximização da função de probabilidade condicional $P(\eta_m|\beta)$, com as mesmas hipóteses do estimador MAP : ruído aditivo com distribuição Normal de média zero, e X livre de erro.

O estimador ML pode ser derivado diretamente do estimador MAP, bastando, para isto, montar uma matriz de covariância dos parâmetros com valores na diagonal elevados (da ordem de 10^{12}), significando que não existe qualquer certeza sobre os valores dos parâmetros. Com a matriz de covariância montada desta maneira, da Equação 2.16 resulta:

$$b_{ML} = (X' \cdot \Psi^{-1} \cdot X) \cdot (X' \cdot \Psi^{-1} \cdot \eta_m) \quad (2.19)$$

e a equação recursiva para o estimador ML, fica:

$$b_{ML}^{k+1} = b_{ML}^k + \Gamma_{ML}^k \cdot X'^k \cdot \left(X'^k \cdot \Psi^{-1} \cdot (\eta_m - \eta^k) \right) \quad (2.20)$$

onde:

$$\left(\Gamma_{ML}^k \right)^{-1} = X'^k \cdot \Psi^{-1} \cdot X^k$$

As principais características deste estimador são:

- Hipóteses fundamentais:
 - a) A matriz X é livre de erro.
 - b) o ruído ε é aditivo
- Hipótese simplificadora (estimador de Markov):
 - a) ε possui distribuição Normal $N(0, \Psi)$.
- Condição de utilização: o determinante $| X' \cdot \Psi^{-1} \cdot X | \neq 0$.
- Polarização : o estimador é despolarizado com $E[b_{ML}] = \beta$.
- Eficiência: o estimador é eficiente, de mínima variância [22], cuja covariância da estimada é dada por:

$$\text{Cov}(b_{ML}) = \left[X' \cdot \Psi^{-1} \cdot X \right]^{-1} \quad (2.21)$$

2.2.3 - ESTIMADORES DE MÍNIMOS QUADRADOS

Os estimadores de mínimos quadrados se baseiam na minimização de uma função erro, definida por:

$$r = (\eta_m - \eta)' \cdot W \cdot (\eta_m - \eta) \quad (2.22)$$

onde W é uma matriz que pondera as incertezas sobre os valores medidos. Se W for igual a matriz identidade tem-se o estimador de Mínimos Quadrados Comuns MQC. Se W for uma matriz pêso com uma previsão sobre a confiabilidade dos valores medidos, tem-se o estimador Mínimos Quadrados Ponderados MQP. Finalmente, se W for a matriz inversa da covariância do ruído ε presente na medição, tem-se o estimador de Markov (MAK), que é equivalente ao estimador ML com as hipóteses simplificadoras já apresentadas.

Os valores dos parâmetros são, geralmente, avaliados via função normal [22], resultando:

$$b = [X' \cdot W \cdot X]^{-1} \cdot X' \cdot W \cdot \eta_m \quad (2.23)$$

Estes estimadores podem ser derivados do estimador ML, bastando substituir Ψ^{-1} por W . Substituindo W na Equação 2.22, tem-se para os estimadores não lineares MAK, MQC e MQP:

$$b^{k+1} = b^k + \Gamma^k \cdot X'^k \cdot \left(X'^k \cdot W \cdot (\eta_m - \eta^k) \right) \quad (2.24)$$

onde:

$$\left(\Gamma^k \right)^{-1} = X'^k \cdot W \cdot X^k$$

Nos casos em que o produto matricial $[X' \cdot W \cdot X]$ for mal condicionado, uma técnica de pseudo-inversa, baseada no cálculo de valores singulares da matriz X , pode ser utilizada [25].

As principais características dos estimadores de Mínimos quadrados são:

- não é necessário nenhum conhecimento a priori das propriedades estatísticas dos parâmetros
- Para os estimador MQC nenhuma hipótese é assumida para os dados
- Condição para Utilização: $|X' \cdot W \cdot X| \neq 0$
- Condições de despolarização: O ruído ε deve ter média zero e ser aditivo às respostas;
- η_m e β não podem ser processos estocásticos;
- Condições de mínima variância: Do teorema de Gauss-Markov [22] é necessário que:

a) $Cov(\eta_m | \beta) = \sigma^2 \cdot W$ (ruído com variância constante σ^2)

b) Para MQC, $Cov(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$ para $i \neq j$ (erros não correlacionados)

- As covariâncias dos valores estimados são:

$$Cov(b_{\substack{MQC \\ MQP}}) = \sigma^2 \cdot \left(X' \cdot W \cdot X \right)^{-1} \quad (2.25)$$

$$Cov(b_{\text{MAK}}) = \left(X' \cdot \Psi^{-1} \cdot X \right)^{-1} \quad (2.26)$$

2.3 - A UNICIDADE E O CRITÉRIO DE IDENTIFICABILIDADE

Uma questão que está sempre presente nos problemas de estimação de parâmetros é saber se o modelo é único. Dado um sistema real, só é possível definir um modelo estrutural único para o mesmo, se o modelo for completo, isto é, se os modos e frequências naturais são conhecidos para cada um dos graus de liberdade. Isto é praticamente impossível, uma vez que as estruturas reais são contínuas e os custos dos experimentos seriam muito altos para a obtenção de todas as curvas de resposta do sistema e indentificação de seus modos de frequências mais elevadas [42].

Apesar disto, é possível identificar um modelo reduzido que seja consistente com os conhecimentos existentes a priori sobre o sistema e com os dados medidos. Neste caso, apenas um pequeno conjunto de parâmetros do modelo teórico deverão ser ajustados a partir dos dados experimentais, e o problema é de identificabilidade, ou seja, se os parâmetros poderão ser ajustados com os dados experimentais disponíveis.

Existem vários critérios de identificabilidade [22], e o utilizado neste trabalho é o da análise dos valores singulares da matriz de sensibilidade X . Os valores singulares estão relacionados com a independência linear entre as colunas de uma matriz, ou seja, o seu posto. Pode ser demonstrado que se as colunas da matriz de sensibilidade, para um dado grupo de parâmetros, são linearmente dependentes, então aquele grupo não pode ser estimado em bloco, a partir dos dados disponíveis [22], isto é, o posto da matriz de sensibilidade determina o número de parâmetros que podem ser estimados independentemente.

Analisando as equações para as covariâncias dos estimadores estudados, Equações 2.18, 2.21 e 2.25, observa-se que estas são dependentes da matriz de sensibilidade dos parâmetros X . Em vista disto, Beck[22] propôs um critério de experimento ótimo, que pode ser enunciado da seguinte maneira : se existir uma série de conjuntos de experimentos, candidatos para o ajuste de parâmetros de um determinado modelo, o melhor conjunto será aquele que maximizar o determinante de $X' \cdot W \cdot X$. Maximizar o determinante da matriz $X' \cdot W \cdot X$ é equivalente a maximizar o menor valor singular desta matriz.

2.4 - ESTIMATIVA DOS ERROS

O critério utilizado neste trabalho para avaliar a precisão dos valores

estimados é baseado na estimada das matrizes de covariância dadas pelas Equações 2.18, 2.21 e 2.25.

Definem-se os erros percentuais teóricos (ET), do i-ésimo parâmetro de um dado estimador (EST), pela Equação 2.27.

$$ET(i) = 100 \cdot \frac{\sqrt{Cov_{EST}(i,i)}}{\| b_{EST}(i) \|} \quad (2.27)$$

Da Equação 2.27, pode-se observar que o erro definido está diretamente relacionado com o desvio padrão do valor estimado.

As matrizes de covariância dos estimadores MAP, ML e MAK, são estimadas diretamente pelas expressões dadas nas Equações 2.18 e 2.21 e a matriz de covariância dos estimadores MQC e MQP, Equação 2.25, é dependente da variância do ruído σ^2 .

Com as hipóteses: o ruído ser aditivo, não correlacionado, de média zero e de variância constante; a matriz de sensibilidade ser livre de erro; e os parâmetros não serem aleatórios, Beck [22] apresenta uma estimativa para σ^2 , para os estimadores de MQP e MQC, dada pela expressão:

$$\sigma^2 = \frac{(\eta_m - X \cdot b)' \cdot W \cdot (\eta_m - X \cdot b)}{n - p} \quad (2.28)$$

onde n é o número de dados experimentais e p o número de parâmetros ajustados.

2.5 - EXEMPLOS NUMÉRICOS

O modelo para a simulação das respostas do sistema de 2 graus de liberdade, usado como exemplo, é mostrado na Figura 2.4, onde g representa o modelo de uma não linearidade.

Neste capítulo foram utilizados três modelos nas simulações: um modelo linear ($F_{NL} = 0$), um modelo não linear de atração magnética [43] representado pela Equação 2.29 e um modelo não linear de rigidez cúbica descrito na Equação 2.30, onde d_0 é uma folga inicial, C_m e k_3 são constantes de proporcionalidade e y_1 e y_2 são os deslocamentos das massas m_1 e m_2 respectivamente.

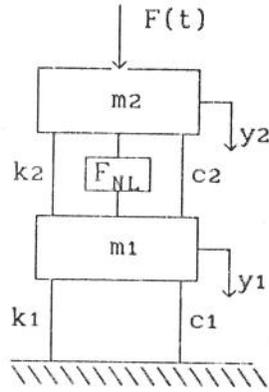


Fig 2.4 : Modelo de dois graus de liberdade utilizado para análise dos estimadores de parâmetros.

$$F_{NL} = \frac{C_m}{[d_0^2 + (y_2 - y_1)^2]} \quad (2.29)$$

$$F_{NL} = K_3 \cdot (y_2 - y_1)^3 \quad (2.30)$$

Para o sistema linear escolheu-se: $m_1 = m_2 = m = 1 \text{ Kg}$, $c_1 = c_2 = c = 10 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ e $k_1 = k_2 = k = 1000 \text{ N/m}$. Os dados utilizados nas estimações são as funções de transferência $Y_{12}(\omega)$ da massa m_1 e $Y_{22}(\omega)$ da massa m_2 .

A escolha do domínio da frequência se deve ao fato de ser menos trabalhoso efetuar simulações de curvas de resposta para sistemas lineares neste domínio.

Para os sistemas não lineares, os valores dos parâmetros dinâmicos são: $m_1 = 3,79 \text{ Kg}$, $m_2 = 1,70 \text{ Kg}$, $k_1 = 47000 \text{ N/m}$, $k_2 = 15000 \text{ N/m}$, $c_1 = 26 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ e $c_2 = 13 \text{ N}\cdot\text{s/m}$, sendo que para o modelo de atração magnética $C_m = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}^2$ e $d_0 = 1 \text{ mm}$. Para o modelo de rigidez cúbica $K_3 = 50000 \text{ N/m}^3$.

Os dados utilizados nas estimações foram curvas de resposta y_1 , no domínio do tempo, com 1024 pontos, geradas por um algoritmo de integração da família Newmark, com um incremento de $1/1024$ segundos. Este incremento corresponde a uma frequência de Nyquist de 512 Hz, muito superior às frequências naturais do sistema, que são: 10,37 e 20,41 Hz.

Dois tipos de excitação $F(t)$, de amplitudes variáveis, foram utilizadas: a força impulso ideal (delta de Dirac) para simular as respostas transitórias, e forças periódicas, compostas por harmônicas com frequências de

8, 11 e 15 Hz, para as simulações no regime estacionário.

2.5.1 - INFLUÊNCIA DO RUÍDO E ESTIMATIVA DOS ERROS

Para analisar a influência do ruído e as estimativas dos erros, utilizou-se o modelo linear apresentado anteriormente. Esta análise pode ser estendida aos modelos não lineares, pois o modelo de erro na saída é por si só um modelo não linear. Além disto, nas proximidades da solução os sistemas não lineares podem geralmente ser bem representados pelos dois primeiros termos de uma expansão em série de Taylor.

Em todas simulações efetuadas para avaliar a influência do ruído nos erros, estimaram-se os parâmetros m , k e c com valores iniciais iguais, respectivamente, a 10, 20 e 70% dos valores exatos.

O método de linearização de Gauss sem amortecimento na direção de busca foi o procedimento utilizado para o ajuste dos parâmetros, sendo que a matriz de sensibilidade X foi obtida via diferenças finitas de primeira ordem, onde um elemento genérico da linha i e coluna j é calculado por:

$$X(i, j) = \frac{\left[\eta(b+\Delta b) - \eta(b) \right]}{\Delta b} \quad (2.31)$$

O ruído adicionado ao conjunto de dados (excitação e respostas), tem distribuição normal, média nula e desvio padrão variável, igual a uma porcentagem do nível rms do sinal, sendo seu desvio padrão σ , chamado de NR. O nível do ruído adicionado na entrada será denominado NRe e o na saída de NRr. O erro porcentual real dos parâmetros estimados será denominado ER.

Para o cálculo da matriz Ψ de covariância do sinal, foram simulados dez conjuntos de dados, sendo o valor médio utilizado no ajuste.

Para mostrar a validade do critério do experimento ótimo, escolheram-se cinco conjuntos de experimentos, com 10, 20 e 40 pontos de dados, sem ruído, simulados em várias faixas de frequências.

A Tabela 2.1, mostra os valores singulares mínimos da matriz de sensibilidade X e os valores estimados para os parâmetros de M, C e K obtidos após 3 iterações, de onde pode-se observar que, com o aumento dos valores singulares mínimos $\min(VS)$, o procedimento converge mais rapidamente para os valores exatos dos parâmetros, que são 1 Kg, 1000 N/m e 10 Ns/m.

Tab 2.1 - Valores dos parâmetros obtidos após três iterações.

N. de pontos	faixa (rad/s)	min(VS)	m (Kg)	k (N/m)	c (Ns/m)
10	15 - 25	0,0011	0,66	607,41	26,97
20	10 - 30	0,0021	0,87	862,37	11,41
40	10 - 30	0,0025	0,89	893,10	13,91
40	30 - 60	0,0028	0,96	856,82	9,52
40	10 - 60	0,0030	0,96	886,66	11,11
40	10 - 50	0,0030	0,97	892,00	10,19
40	10 - 40	0,0033	0,96	908,10	11,91

Para verificar a influência do ruído nos erros dos valores estimados, a banda frequência de 10 a 50 Hz e um número de pontos igual 40, correspondendo a um incremento de frequência igual a 2 rad/s, foram mantidos constantes em todas as simulações realizadas para análise de desempenho dos estimadores MQC, MQP, MAK e MAP.

A Tabela 2.2 mostra o erro teórico ET calculado pela Equação 2.27 e o erro real ER dos valores dos parâmetros estimados em função do NRr para o estimador MQC. Observa-se que para valores de NRr de até 3,5%, o erro calculado é superestimado, e que para níveis de ruído maiores torna-se subestimado para alguns parâmetros. Como os níveis de ruído em experimentos são normalmente baixos, o ET representa um bom indicador para a avaliação da qualidade dos valores estimados.

Tab 2.2 - Influência de NRr no estimador MQC.

NRr (%)	M		C		K	
	ET (%)	ER (%)	ET (%)	ER (%)	ET (%)	ER (%)
1,0	0,48	0,08	0,84	0,60	0,48	0,13
1,5	0,74	0,07	1,20	0,93	0,75	0,40
2,5	1,35	0,94	2,21	1,77	1,47	1,56
3,5	1,90	2,03	3,15	2,21	2,01	2,78
5,0	3,04	6,01	4,91	3,78	2,93	6,09
7,5	4,15	8,70	7,95	3,77	4,08	9,07

Para analisar a influência de um ruído polarizado, foram realizadas simulações com um nível dc, Ndc, igual ao nível do ruído NRr, ambos adicionados às respostas. Na Tabela 2.3 são apresentados os resultados para o estimador MQC. Observa-se que além de polarizar a estimada, o nível dc torna o erro teórico subestimado. Deve-se ressaltar que se o ruído for polarizado, uma

simples inspeção das curvas de erro, $\eta_m - \eta$, permite detectar sua ocorrência. Caso o ruído seja polarizado, a curva de erro fica deslocada em relação à origem [22].

Como a hipótese de ruído não polarizado é fundamental para a aplicação da maioria dos estimadores, recomenda-se, após a estimação, uma verificação das curvas de erro.

Tab 2.3 - Influência da polarização do NRr sobre o desempenho do estimador MQC.

Ndc (%)	M		C		K	
	ET (%)	ER (%)	ET (%)	ER (%)	ET (%)	ER (%)
0,10	0,05	0,09	0,06	0,22	0,13	0,21
0,25	0,11	0,27	0,14	0,51	0,66	0,45
0,50	0,23	0,64	0,23	1,27	1,00	1,05
1,00	0,54	1,20	0,67	2,44	2,38	2,18
1,50	0,83	1,94	1,02	3,66	4,70	3,20
2,00	0,88	2,50	0,90	4,88	4,04	4,19

Os resultados do desempenho dos estimadores MQC, MQP e MAK, em função de ruídos não polarizados, aditivos às respostas, é mostrado na Tabela 2.4. Observa-se que os melhores resultados foram obtidos com o estimador MAK. Uma vez que o ruído afeta mais os valores de resposta com níveis mais baixos, o estimador MQP, com a matriz W inversamente proporcional ao nível das respostas, proporcionou ótimos resultados, quando comparados com o estimador MQC.

Tab 2.4 - Influência do NRr sobre os estimadores MQC, MQP e MAK

NRr	MQC (%)			MQP (%)			MAK (%)		
	M	C	K	M	C	K	M	C	K
0,5	0,43	0,92	0,45	0,04	0,08	0,02	0,04	0,05	0,05
1,0	0,08	0,60	0,13	0,26	0,18	0,19	0,08	0,16	0,03
1,5	0,07	0,93	0,40	0,36	0,29	0,26	0,12	0,25	0,03
2,5	0,94	1,77	1,56	0,41	0,55	0,25	0,16	0,42	0,02
3,5	2,03	2,21	2,78	0,41	0,85	0,22	0,16	0,61	0,02
5,0	6,01	3,78	6,09	0,93	1,06	1,08	0,40	0,05	0,11
7,5	8,70	3,77	9,07	2,35	0,07	2,59	0,32	0,26	0,10

A influência de um nível de ruído adicionado à excitação, N_{Re} , sobre o desempenho dos estimadores MQC, MQP e MAK é apresentada na Tabela 2.5. Nas simulações o valor de N_{Rr} foi mantido constante e igual a 0,5 %.

Para o estimador MQP, assumiu-se que a matriz W é inversamente proporcional ao nível do sinal, caso em que a hipótese de mínima variância para os estimadores MQC e MQP são desrespeitadas [22].

Tab 2.5 - Influência do N_{Re} sobre os estimadores MQC, MQP e MAK

NRe	MQC (%)			MQP (%)			MAK (%)		
	M	C	K	M	C	K	M	C	K
1,0	0,11	0,09	0,11	0,12	0,21	0,08	0,00	0,00	0,00
2,5	0,24	0,51	0,46	0,13	0,22	0,17	0,26	0,62	0,26
5,0	1,29	0,79	1,01	1,57	1,94	1,28	1,09	0,04	0,27
7,5	0,99	3,09	0,73	0,78	6,92	0,40	0,94	0,97	0,03
10,0	2,72	2,25	2,47	2,98	3,15	2,85	0,98	2,31	0,46

Como o nível de ruído N_{Re} é proporcional ao nível do sinal, observa-se, na Tabela, que o estimador MQC apresentou melhor performance do que o MQP para um mesmo nível de ruído. Portanto, deve-se tomar grande cuidado na escolha da matriz W quando da utilização do estimador MQP. O estimador MAK continuou gerando as melhores estimadas.

Quando se utiliza o estimador MAP, para estimação de parâmetros, o usuário necessita fornecer os valores esperados para os parâmetros, em conjunto com uma estimativa da matriz de covariância dos valores esperados. Normalmente assumem-se valores de variâncias elevadas para os parâmetros nos quais se tem pouca confiança nos valores esperados e valores baixos, para os confiáveis. A utilização deste procedimento é muito útil quando da ocorrência de problemas de identificabilidade, porém deve ser ressaltado que este procedimento deve ser utilizado com cautela, visto que o estimador MAP é polarizado.

A Tabela 2.6 mostra a influência dos valores estimados para as variâncias estimadas e valores esperados para os parâmetros sobre o desempenho do estimador MAP. Os níveis de ruído na entrada N_{Re} e na resposta N_{Rr} foram mantidos constantes e iguais a 20 e 5%, respectivamente. Foram realizadas sete simulações (de ajustes) utilizando o estimador MAP, sendo que:

- Na simulação 1, foi utilizado o estimador MAK para efeito de comparação.
- Nas simulações 2,3,4 e 5 o vetor do valores esperados para os parâmetros, β_0 , foi o dos valores iniciais.
- Nas simulações 6 e 7, para os valores de β_0 foi usado o vetor com os valores exatos.

Os valores das variâncias assumidas para os parâmetros estão listadas na Tabela 2.6.

Tab. 2.6 - Performance do estimador MAP em função da matriz de covariância V dos parâmetros.

SIMULAÇÃO	VARIÂNCIA			ERRO (%)		
	M	C	K	M	C	K
1	---	---	---	9,31	3,58	9,51
2	10^6	10^6	10^6	9,00	3,34	9,16
3	10	10^3	10^5	6,55	1,48	6,33
4	1,00	10^2	10^5	7,76	10,00	10,80
5	0,04	49,00	10^5	7,90	9,46	11,50
6	10^6	10^6	10^6	9,21	3,51	9,40
7	0,10	10,00	10^2	1,15	2,60	0,08

Os erros reais ER para a simulação 1, utilizando o estimador MAK, foram próximos aos obtidos utilizando o estimador MAP nas simulações 2 e 6, confirmando a origem comum destes estimadores (teorema de Bayes).

Nas simulações 6 e 7, para os valores iniciais e esperados iguais aos exatos, os erros foram discrepantes, indicando a influência dos valores das variâncias dos parâmetros sobre os resultados estimados. Quando se tem grande confiança nos valores esperados para os parâmetros, a utilização de valores baixos na matriz de covariância leva a grande precisão nos valores estimados, mesmo com altos níveis de ruído presentes nos dados.

Quando não existe confiança nos valores esperados dos parâmetros, caso das simulações 2 e 3, uma redução nos valores adotados para as variâncias de V leva a menores erros nos valores estimados. Entretanto, valores muito baixos das variâncias, caso das simulações 4 e 5, conduzem a grandes erros nos valores estimados, decorrentes da polarização inerente deste estimador.

Nas simulações 5 e 7, para baixos valores de variâncias, o efeito da

polarização do estimador MAP torna-se bem visível. Pois, enquanto que na simulação 7, β_0 exato, os erros se situaram abaixo de 3%, na simulação 5, β_0 igual aos valores iniciais, os mesmos foram da ordem de 10%.

Quando da utilização do estimador MAP, pode-se concluir, da análise da Tabela 2.6, que grandes cuidados devem ser tomados quando da estimativa dos valores adotados para a matriz de covariância V e para o valor esperado β_0 . Deve-se ressaltar que a covariância da estimada, dada pela Equação 2.18, é inversamente proporcional a V . Portanto, baixos valores para V podem implicar em erros teóricos subestimados, caso os valores atribuídos a β_0 não forem próximos aos exatos.

2.5.2 - O PROBLEMA DA DISCRETIZAÇÃO

O grande problema dos estimadores baseados no modelo de erro na saída é a existência de uma infinidade de mínimos locais para a função objetivo [25].

A Figura 2.5, mostra o valor da função erro quadrático em função da variação do valor de k para o modelo linear de dois graus de liberdade, onde pode-se observar a existência de vários mínimos locais.

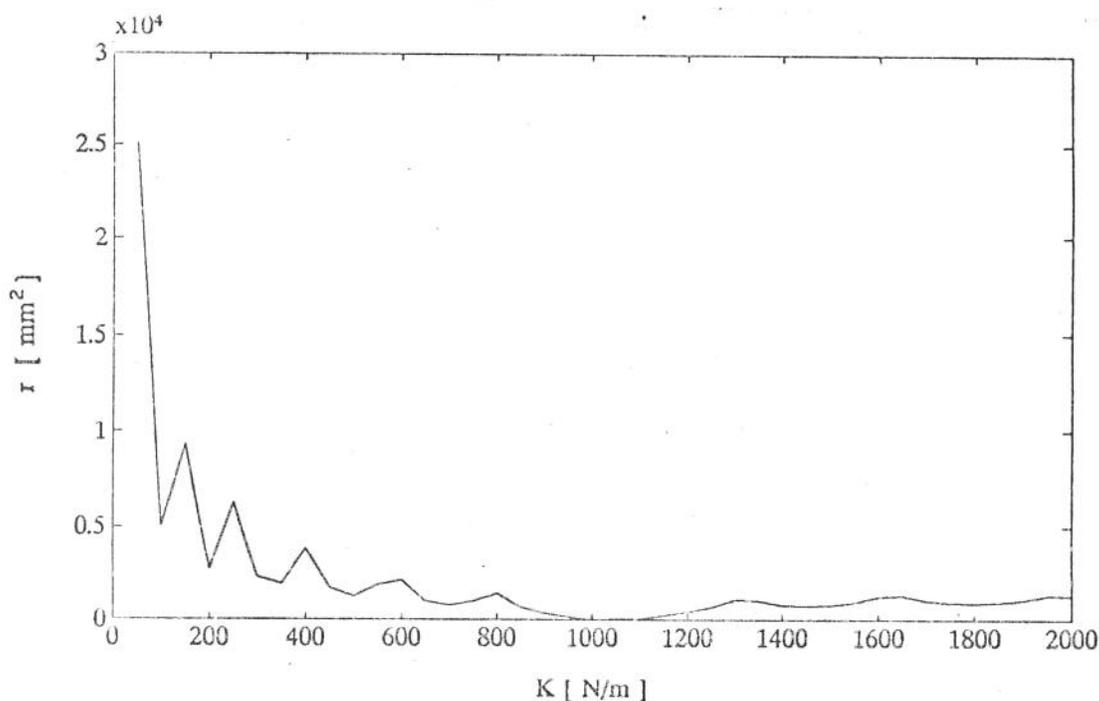


Fig. 2.5 - Função erro quadrático em função do coeficiente de rigidez k , para as curvas de resposta em frequência em escala linear.

Os mínimos locais, neste caso, ocorrem devido à discretização dos sinais das curvas de resposta, sendo que a função objetivo fica fortemente dependente da coincidência, ou não, de alguma frequência natural com as frequências discretizadas. A Figura 2.6, mostra efeito da discretização na função erro para a curva de resposta em frequência Y12, usando o valor exato de k e os valores de k iguais a 750 N/m, 800 N/m e 850 N/m.

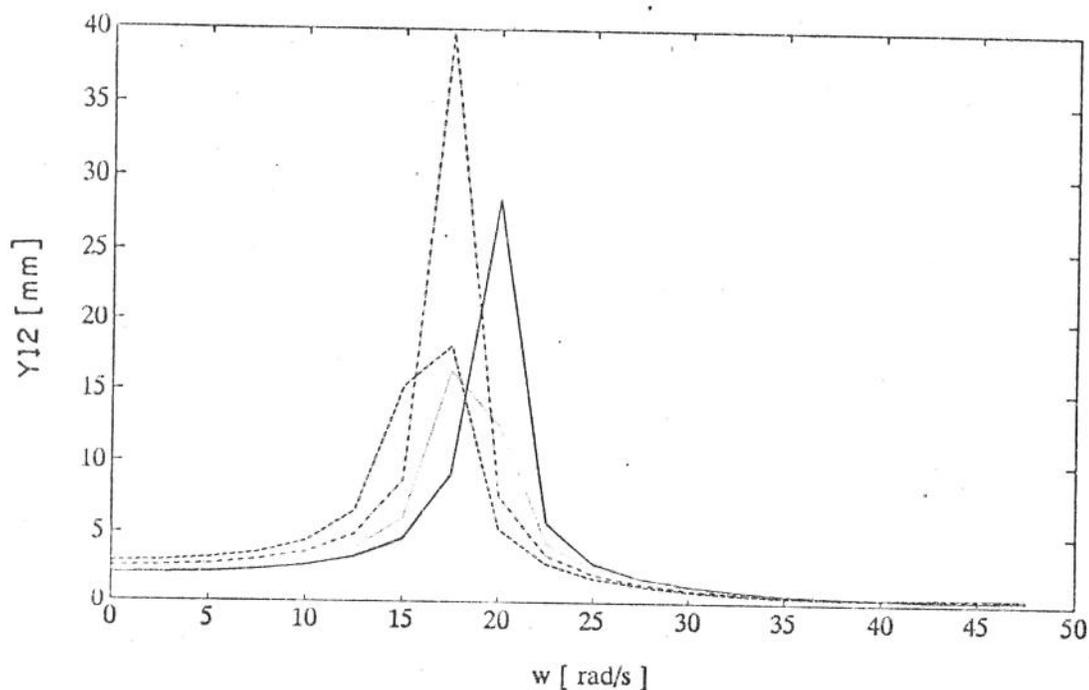


Fig. 2.6 - Curvas de resposta em frequência Y12, escala linear, para $K = 1000$ (—), 750 (- - -), 800 (- · - ·) e 855 (· · · ·) N/m.

Quando se utilizam curvas de resposta em frequência em escala logarítmica, apesar do efeito da discretização não ser eliminado, o mesmo é atenuado, como pode-se observar nas Figuras 2.7 e 2.8. A Figura 2.7 mostra o gráfico da função erro quadrático em função do coeficiente de rigidez, para as curvas de resposta em frequência FRF em escala linear e logarítmica. Para efeito de visualização, as curvas foram normalizadas em relação aos seus valores máximos. A Figura 2.8 mostra as curvas de resposta em frequência Y12, em escala logarítmica, para o valor exato de K e para os valores de K iguais a 750 N/m, 800 N/m e 850 N/m.

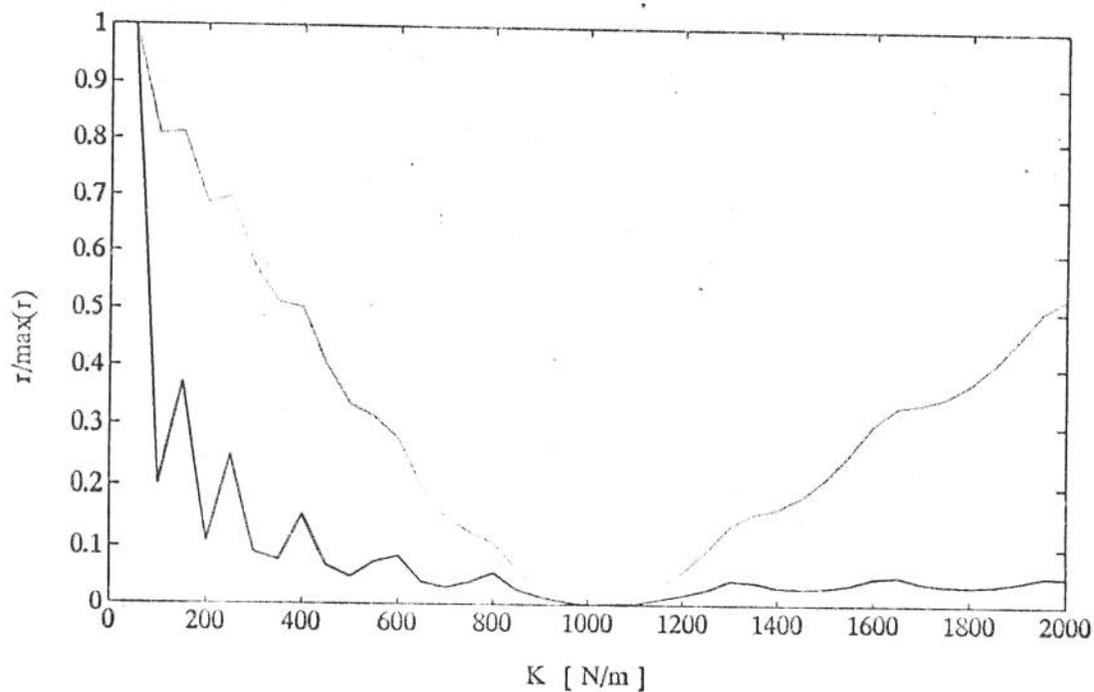


Fig. 2.7 - Função erro quadrático (normalizado) em função do coeficiente de rigidez K , para as FRF lineares (—) e logarítmicas (---).

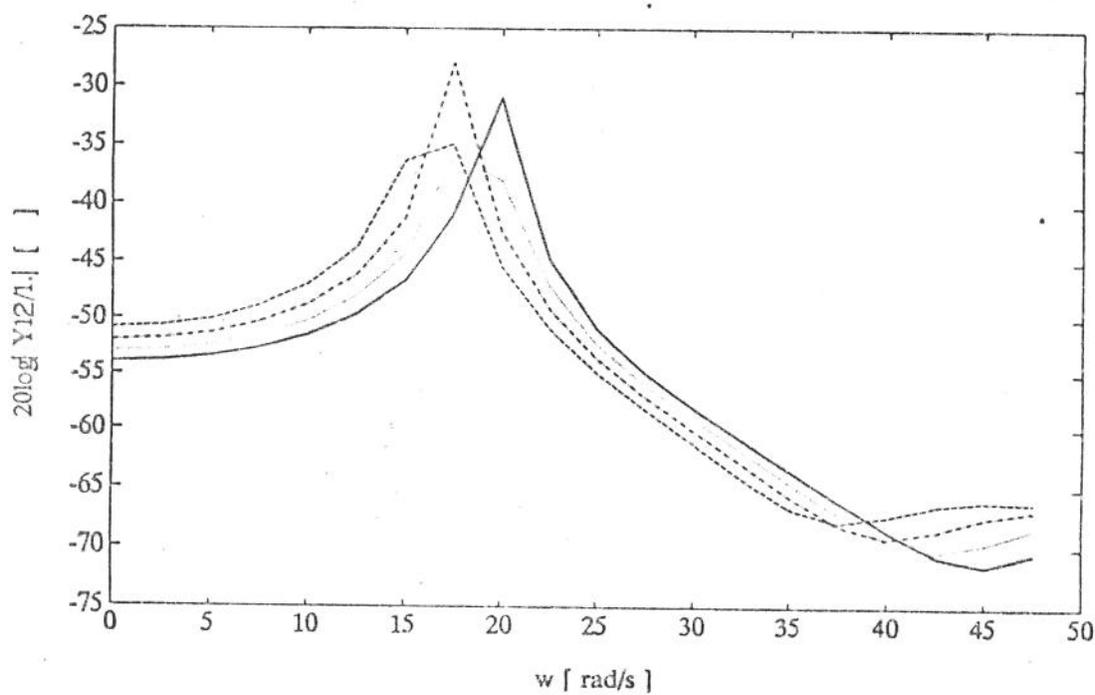


Fig. 2.8 - Curvas de resposta em frequência Y_{12} , escala logarítmica, para $K = 1000$ (—), 750 (---), 800 (-·-·-) e 855 (·-·-·) N/m.

O problema da discretização torna-se crítico para sistemas não lineares, onde os valores iniciais dos parâmetros dos modelos das não linearidades nem sempre são bem conhecidos a priori.

A Figura 2.9 mostra os valores da função erro quadrático em função do coeficiente de proporcionalidade C_m do modelo não linear de atração magnética, onde pode-se observar que os procedimentos de minimização usuais, teriam poucas chances de convergirem para o valor exato de C_m ($1,2 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}$).

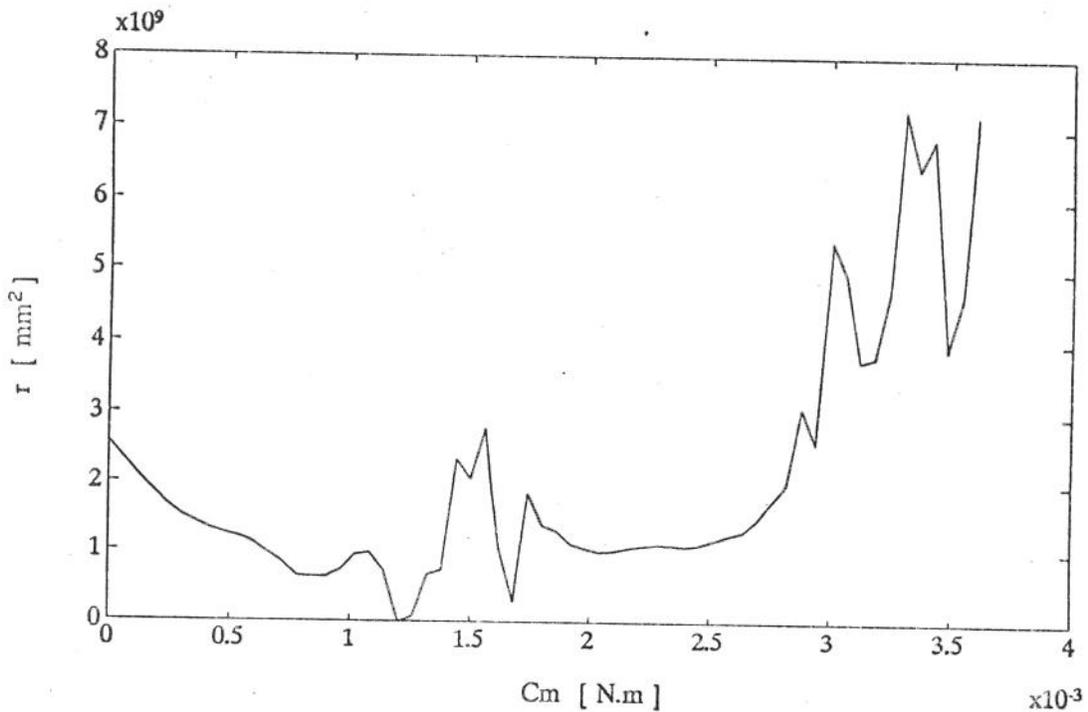


Fig. 2.9 - Função erro quadrático em função de C_m , para as curvas de resposta impulsiva do modelo não linear de atração magnética.

Uma maneira de minimizar o problema da discretização, para o ajuste de parâmetros em sistemas não lineares no domínio do tempo, é utilizar curvas de respostas estacionárias induzidas por excitações periódicas, compostas por harmônicas bem separadas em relação ao intervalo de discretização, como pode ser observado na Figura 2.10, que apresenta o comportamento da função erro quadrático, do sistema não linear de atração magnética, para o regime estacionário.

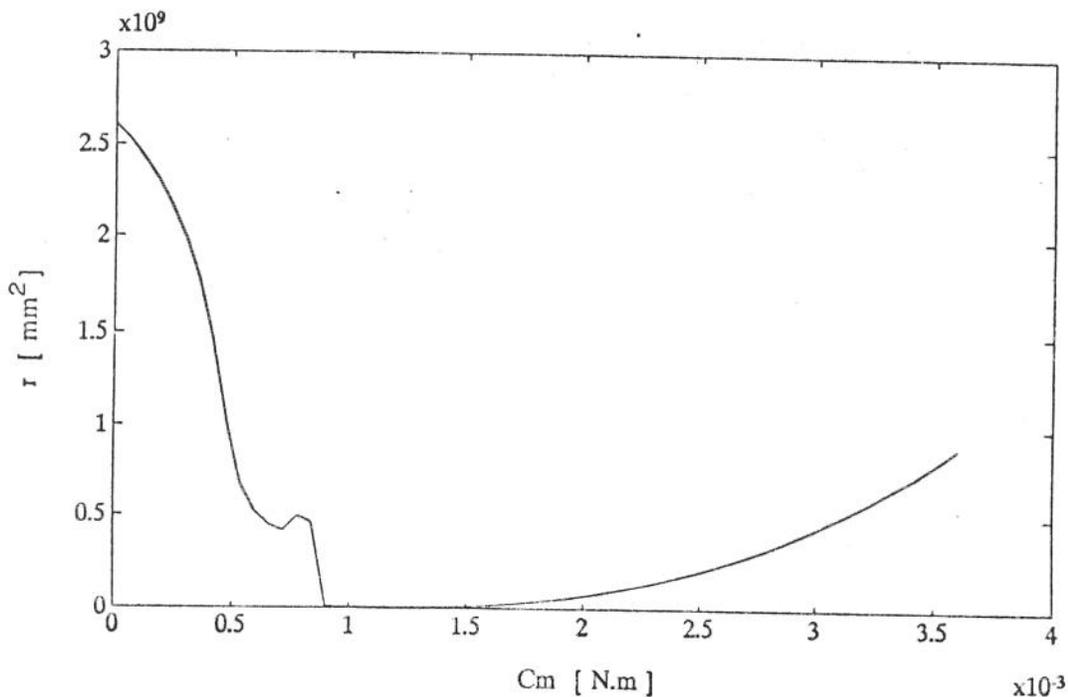


Fig. 2.10 - Função erro quadrático em função de C_m , para as curvas de resposta estacionárias do modelo não linear de atração magnética.

2.5.3 - O PROBLEMA DO VALOR INICIAL PARA OS PARÂMETROS

Foi observado, ao longo do desenvolvimento deste trabalho, que o sucesso de um procedimento de ajuste de parâmetros, baseado no modelo de erro na saída, é fortemente dependente dos valores iniciais escolhidos para os parâmetros e que, dependendo do valor inicial da função de correlação entre as curvas de resposta experimentais e as do modelo, o procedimento tem grande chance de convergir para um mínimo local.

Para exemplificar o que foi dito no parágrafo anterior, serão mostrados os resultados de uma série de simulações com o modelo de não linearidade de rigidez cúbica, para regime transiente. A amplitude da força impulsiva foi arbitrada igual a 2800 N para reforçar o efeito da não linearidade.

O procedimento de busca foi baseado no método de linearização de Gauss, para determinação da direção de busca, em conjunto com o método de Coggin [28] para a busca unidimensional. Utilizou-se o estimador MQC e dados sem ruído. A matriz de sensibilidade X dos parâmetros foi calculada numericamente, utilizando-se o método das diferenças finitas de primeira ordem, apresentado

na Equação 2.31.

A Tabela 2.7 mostra os valores de correlação inicial Cor_i e final Cor_f para vários valores iniciais de K_3 . O valor inicial para c_2 , um segundo parâmetro a ser ajustado, é igual a 7,5 N·s/m, correspondendo a um erro de 50 % de seu valor exato.

A convergência do procedimento de ajuste adotado, indicado por $Cor_f = 100 \%$, só ocorrem para valores de Cor_i superiores a 60 %.

Tab 2.7 - Influência dos valores iniciais dos parâmetros no sucesso do procedimento de busca

K_3 INICIAL (N/m ³)	c_2 INICIAL (N·s/m)	Cor_i (%)	Cor_f (%)
1000	7,5	6,55	47,64
2000	7,5	11,41	58,67
5000	7,5	18,55	70,07
10000	7,5	44,04	79,61
15000	7,5	61,75	100,00
30000	7,5	99,00	100,00

Para o exemplo de não linearidade magnética e curvas de resposta periódicas, utilizando valores iniciais de C_m igual a 0 N/m² e c_2 igual a 7,5 N·s/m, o que correspondeu a uma correlação inicial de 16,91 %, o procedimento não convergiu, estacionando em um ponto de mínimo local da função erro quadrático com um valor de Cor_f igual a 64,04 %.

Para tentar resolver o problema dos valores iniciais dos parâmetros, para o modelo de erro na saída, foram analisadas diversas alternativas com o intuito de reduzir o efeito dos mínimos locais observados nas funções objetivo. Dentre elas destacam-se a utilização de: procedimentos para introduzir amortecimento na direção busca, procedimentos de busca unidimensional e procedimentos de minimização sem cálculo de derivadas. Para o ajuste com curvas de resposta de sistemas não lineares foi desenvolvida uma função objetivo baseada na função de correlação entre as respostas experimentais e as do modelo matemático-computacional.

Para introduzir amortecimento na direção de busca foram testados os métodos de Box-Kanemasu e Marquardt [23], sendo que a utilização de nenhum dos dois resultou em grandes ganhos de robustez ou eficiência no procedimento de minimização.

Na busca unidimensional utilizou-se o procedimento de Coggin [28] e um

procedimento baseado no método da Seção Áurea [38]. O procedimento de Coggin mostrou-se muito eficiente para a localização de um mínimo das funções objetivos na direção de busca. Já o método baseado na Seção Áurea é bastante robusto, possibilitando, em alguns problemas analisados, que o procedimento de minimização global "escape" de mínimos locais.

Dos procedimentos sem cálculo de derivadas [24], foram analisados os procedimentos de Powell e busca aleatória (método Complex). Apesar de serem robustos, especialmente o de busca aleatória, a utilização destes procedimentos implica em um número elevado de simulações de curvas de resposta, tendo sido, por isto, abandonados.

De todos os procedimentos analisados, o que apresentou melhor performance, para o ajuste de sistemas não lineares com correlações iniciais baixas, foi um procedimento de linearização de Gauss, conjugado com o método de Coggin, para a minimização de uma função objetivo baseada na função de correlação, que será apresentada a seguir.

2.7 - ESTIMADOR DE CORRELAÇÃO (COR)

Para a construção da função objetivo de correlação, as curvas das respostas são divididas em NB blocos. Para cada bloco i, a função de correlação entre as respostas experimentais Y_m^i e simuladas Y^i , são calculadas pela equação :

$$\text{Cor}(i) = \frac{[(Y_m^i - \bar{Y}_m^i)' \cdot (Y^i - \bar{Y}^i)]^2}{(Y_m^i - \bar{Y}_m^i)' \cdot (Y_m^i - \bar{Y}_m^i) \cdot (Y^i - \bar{Y}^i)' \cdot (Y^i - \bar{Y}^i)} \quad (2.32)$$

onde \bar{Y}_m^i e \bar{Y}^i representam valores médios no bloco i.

Quando as respostas simuladas e experimentais forem perfeitamente correlacionadas resulta $\text{Cor}(i) = 1$ e quando não existir correlação tem-se $\text{Cor}(i) = 0$. Conseqüentemente, pode-se definir um vetor de dados η , com NB elementos, onde o i-ésimo elemento é dado por:

$$\eta(i) = \log(1,1 - \text{Cor}(i)) \quad (2.33)$$

onde log significa a função logarítmica na base 10. O valor de 1,1 é utilizado

para evitar indeterminação no cálculo do logaritmo.

Substituído o vetor η , calculado pela Equação (2.33), na equação da função erro quadrático (2.22), tem-se:

$$r_{COR} = (\eta - \eta_m)' \cdot I \cdot (\eta - \eta_m) \quad (2.34)$$

onde os elementos do vetor η_m são iguais a $\log(0,1)$, correspondendo às curvas de resposta perfeitamente correlacionadas.

De posse da função r_{COR} , o procedimento de mínimos quadrados comuns MQC não linear 2.24 é utilizado para o ajuste dos valores dos parâmetros de β .

O número de blocos, NB, tem seu valor mínimo limitado pelo número de parâmetros a serem estimados, sendo o máximo igual à metade do número de pontos existentes nas respostas experimentais. O mínimo é limitado pelo número de parâmetros a serem estimados. Já valores maiores do que a metade do número de pontos das respostas experimentais implicam em blocos com valores de correlação igual a um, o que inviabilizaria o processo de estimação.

Para determinar o número ótimo de blocos NB pode-se utilizar o critério do experimento ótimo. A Figura 2.11 mostra a curva de valor singular mínimo, $\min(VS)$, em função do número de blocos para o modelo de rigidez cúbica com excitação impulsiva ideal de amplitude igual a 60 N.

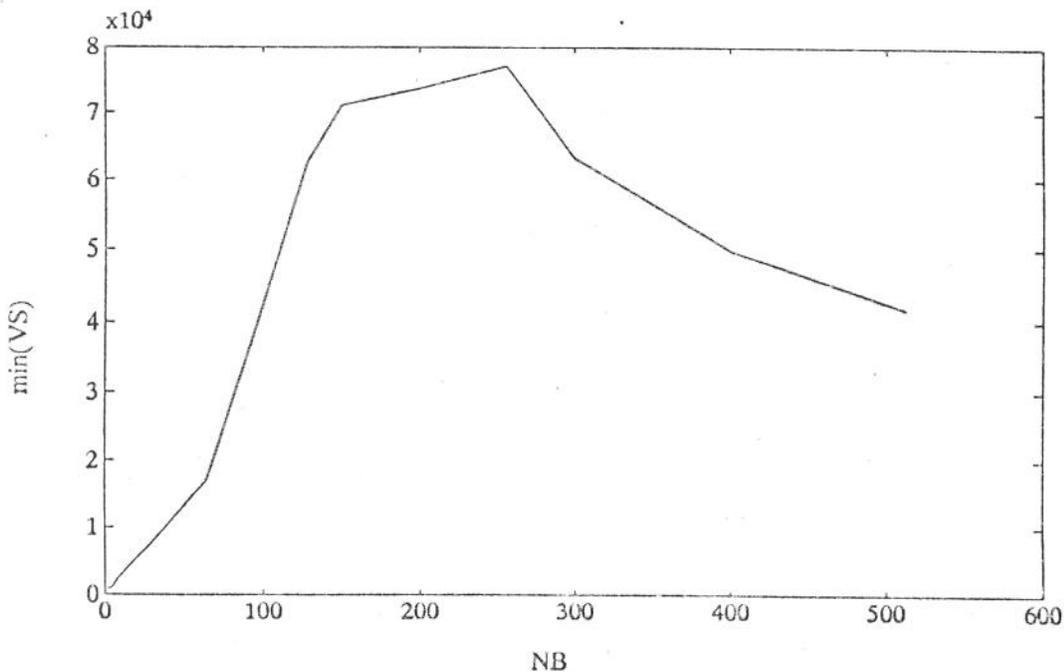


Fig. 2.11 - Mínimo valor singular em função do número de blocos.

Para a mesma simulação, a utilização do estimador MKC resultou numa matriz de sensibilidade cujo valor singular mínimo ($1,00 \cdot 10^{-3}$) inviabilizou o procedimento de busca. Já a utilização do procedimento baseado na função de correlação, estimador COR, aumentou a função de correlação de 16,91 %, valor inicial, para 94,57 % na primeira iteração, sendo que uma iteração corresponde ao cálculo da direção de busca e minimização unidimensional. Após a primeira iteração, o estimador COR foi substituído pelo estimador MQC, sendo que o procedimento convergiu para a solução exata após cinco iterações.

A substituição do estimador COR por algum outro estimador para valores de correlação global, entre as curvas experimentais e simuladas, acima de 80% é procedimento padrão neste trabalho. Isto ocorre por dois bons motivos: o primeiro é que tem sido observado que os demais estimadores convergem muito mais rapidamente para a solução para valores altos de correlação global e o segundo vem do fato de que as características estatísticas dos demais estimadores são bem desenvolvidas e conhecidas.

A Figura 2.12 mostra os valores das funções objetivo, para regime transiente, dos estimadores MQC e COR em função do parâmetro C_m do modelo de não linearidade magnética. Nesta Figura, pode-se observar a semelhança existente entre as curvas de função objetivo destes dois estimadores.

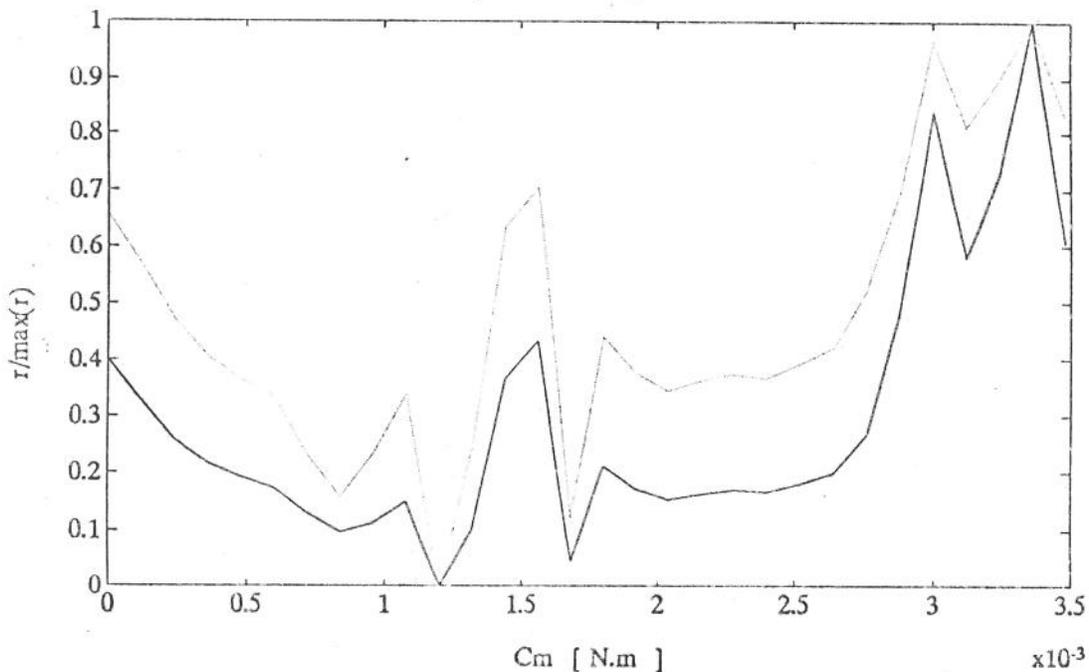


Fig. 12 - Função objetivo (normalizada) vs. coeficiente de proporcionalidade C_m , para os estimadores MQC (—) e COR (---).

Além da semelhança de forma entre as duas curvas, pode-se observar que o gradiente da função erro quadrático é maior nas proximidades da solução. O gradiente maior explica, para este caso, porque o estimador MQC, com o procedimento de linearização de Gauss, converge mais rapidamente para a solução para valores de correlação global próximos de 100 %.

Foram realizadas simulações com o modelo de rigidez cúbica para a análise de sensibilidade dos estimadores COR e MQC às não linearidades. Nesta análise foram estimados três parâmetros, sendo que a razão entre os valores iniciais e os valores exatos dos parâmetros foram de : 1,5 para k_2 , 0,5 para c_2 e 0,1 para K_3 . A curva de resposta utilizada (x_1) foi obtida em regime transiente, induzida por uma força impulsiva ideal, cujas amplitudes variaram conforme mostrado na Tabela 2.8. Além das amplitudes da força impulsiva, estão listados os valores iniciais, Cor_i , e finais, Cor_f , da correlação global e, os valores singulares mínimos, $min(VS)$, e máximos, $max(VS)$, da matriz X de sensibilidade inicial dos parâmetros.

Tab 2.8 - Influência da não linearidade na sensibilidade dos Estimadores MQC e COR.

F (N)	MQC			COR			
	cor_i (%)	$min(VS)$	$max(VS)$	Cor_f (%)	$min(VS)$	$max(VS)$	Cor_f (%)
60	1,15	$1,05 \cdot 10^{-3}$	$1,66 \cdot 10^3$	0,01	$1,50 \cdot 10^{-2}$	$1,31 \cdot 10^3$	100
150	1,15	$1,00 \cdot 10^{-3}$	$2,89 \cdot 10^3$	0,01	$1,44 \cdot 10^{-2}$	$1,20 \cdot 10^3$	100
300	1,14	$1,20 \cdot 10^{-3}$	$5,79 \cdot 10^3$	0,01	$6,21 \cdot 10^{-3}$	$1,11 \cdot 10^3$	100
750	1,04	$7,83 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^4$	0,01	$1,63 \cdot 10^{-2}$	$8,50 \cdot 10^2$	100

Como pode ser observado na Tabela 2.8, além do estimador COR implicar em maiores valores singulares mínimos para as matrizes de sensibilidade aos parâmetros, a utilização deste estimador implica em menores diferenças entre o valor singular máximo e mínimo. Duarte [25], observa que um critério para saber se todos os parâmetros de um dado modelo podem ser ajustados ao mesmo tempo, é analisar a diferença entre o valor singular máximo e mínimo da matriz de sensibilidade. Quanto menor for esta diferença, maiores serão as probabilidades de que todos os parâmetros possam ser ajustados para um dado experimento.

Pode-se concluir que a eficiência do procedimento adotado, quando se utiliza o estimador COR, para valores iniciais de correlações baixas, está

mais relacionada com o fato de o produto $X' \cdot X$ ser bem condicionado, para o estimador COR, do que com a forma da curva da função objetivo resultante da utilização de um determinado estimador.

Para finalizar, cabe ressaltar que com a utilização da combinação COR e MQC ajustaram-se, ao mesmo tempo, todos os parâmetros das simulações com sistemas não lineares mostradas neste Capítulo.

3. MODELOS REDUZIDOS

Em um procedimento não linear de identificação de parâmetros, as respostas dos modelos matemático-computacionais precisam ser geradas algumas centenas de vezes durante o processo de ajuste. Por este motivo, a utilização direta de modelos com grande número de graus de liberdade torna-se inviável devido aos altos custos computacionais envolvidos. Para o ajuste de parâmetros de grandes sistemas compostos por subestruturas lineares conectadas por juntas, a identificação global destes sistemas é desaconselhável tendo em vista o grande número de valores de parâmetros desconhecidos. Nestes casos, o procedimento usual é ajustar as subestruturas lineares separadamente e, só após, fazer-se o ajuste dos coeficientes das juntas lineares ou não lineares da estrutura completa.

Neste capítulo serão estudadas e analisadas algumas técnicas para obtenção de modelos dinâmicos reduzidos e será apresentado o procedimento desenvolvido neste trabalho, o programa SINTESE, para a obtenção de modelos reduzidos a partir de modelos modais de subestruturas lineares.

3.2 - MODELOS MATEMÁTICOS DE SISTEMAS DINÂMICOS

Os sistemas dinâmicos com não linearidades concentradas são modelados, via de regra, por um sistema de equações diferenciais descritas, matricialmente, por:

$$M \cdot \ddot{Y} + C \cdot \dot{Y} + K \cdot Y + F_{NL}(\dot{Y}, Y) = F(t) \quad (3.1)$$

onde M, C e K são as matrizes de inércia, amortecimento e rigidez do modelo, $F_{NL}(\dot{Y}, Y)$ o vetor que contém os esforços não lineares e $F(t)$ é o vetor das forças externas. Os vetores \ddot{Y} , \dot{Y} e Y representam aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente.

A Equação 3.1 pode ser reescrita como:

$$M \cdot \ddot{Y} + C \cdot \dot{Y} + K \cdot Y = F_{NL}(\dot{Y}, Y, t) \quad (3.2)$$

ou seja, os vetores dos esforços não lineares são considerados como forças

externas (técnica da pseudo-força [54]).

Usualmente, as matrizes M , C e K são geradas a partir das técnicas de elementos finitos, resultando em sistemas com um número elevado de graus de liberdade. Nestes casos, alguma espécie de redução do número de coordenadas ativas no sistema deverá ser feita para realizar as simulações das curvas de resposta do modelo.

Outro modelo comumente empregado na análise de sistemas dinâmicos lineares é o modelo modal [55], representado por:

$$M_g \ddot{\xi} + C_g \dot{\xi} + K_g \xi = F_g(t) \quad (3.3)$$

onde:

$$M_g = \Psi' \cdot M \cdot \Psi$$

$$C_g = \Psi' \cdot C \cdot \Psi$$

$$K_g = \Psi' \cdot K \cdot \Psi$$

$$F_g = \Psi' \cdot f$$

Ψ , a matriz dos autovetores, é a solução do problema de autovalores:

$$(K - \Omega^2 \cdot M) \cdot \Psi = 0 \quad (3.4)$$

onde Ω^2 é a matriz dos autovalores do sistema conservativo ($C = 0$).

Caso os autovetores sejam normalizados em relação à matriz de inércia M , tem-se:

$$I \cdot \ddot{\xi} + C_g \dot{\xi} + \Omega^2 \cdot \xi = F_g(t) \quad (3.5)$$

onde I é a matriz identidade.

Nos casos em que a matriz de amortecimento C é proporcional às matrizes de rigidez K e de inércia M , ou seja:

$$C \cdot M^{-1} \cdot K = K \cdot M^{-1} \cdot C \quad (3.6)$$

o sistema reduzido torna-se completamente desacoplado para sistemas lineares [56]. A solução da Equação 3.5 é obtida para cada modo de vibração separadamente, implicando em uma grande economia no custo das simulações das curvas de resposta, tanto no domínio do tempo quanto no domínio da

freqüência.

Infelizmente, nos casos reais, dificilmente a matriz de amortecimento C é proporcional às matrizes M e K . Nestes casos, não existe uma transformação que diagonalize simultâneamente M , K e C , resultando, portanto, em sistemas de equações diferenciais acoplados. Três técnicas são comumente usadas para obter-se um sistema de equações desacoplado: a técnica da matriz de amortecimento equivalente, a técnica da matriz de estado e a técnica das pseudo-forças. Um resumo e bibliografia a respeito das duas primeiras técnicas, em conjunto com uma análise de convergência da terceira, são apresentadas em um trabalho de Udwadia[54]. Aqui, nos limitaremos a abordar as características principais das mesmas.

A técnica da matriz de amortecimento equivalente consiste em substituir a matriz cheia C_g , decorrente da transformação dada pela Equação 3.5, por uma matriz diagonal D "equivalente". Existem vários métodos para obter D [54], sendo que o mais simples consiste em simplesmente ignorar os elementos de C_r fora da diagonal principal. A conclusão que se pode tirar sobre a utilização destas técnicas é que, apesar de conduzir a bons resultados em alguns casos, sua utilização é sempre questionável, seja por falta de critérios bem definidos para a construção de D ou, nos casos de coexistência de autovalores próximos (acoplamento modal), por resultar em erros elevados.

A técnica da matriz de estado consiste em substituir o sistema linear de segunda ordem (com $F_{NL} = 0$) na Equação 3.1, por um sistema de equações diferenciais de primeira ordem:

$$A \cdot \dot{Z} + B \cdot Z = F_E \quad (3.7)$$

onde :

$$Z = \begin{Bmatrix} \dot{Y} \\ Y \end{Bmatrix}$$

Utilizando o sistema linear e a igualdade $K \cdot \dot{Y} = K \cdot \dot{Y}$, obtém-se para A, B e F_E :

$$A = \begin{bmatrix} M & \emptyset \\ \emptyset & -K \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} C & K \\ K & \emptyset \end{bmatrix} ; \quad F_E = \begin{bmatrix} F \\ \emptyset \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

A utilização dos 2·NGDL autovetores complexos da Equação 3.7 permite desacoplar o sistema de equações diferenciais de primeira ordem. O grande inconveniente desta técnica é o esforço computacional despendido em operações com complexos e sistemas com dimensão dobrada [54].

A técnica da pseudo-força consiste em utilizar o sistema de equações diferenciais dado pela Equação 3.5, transformando os termos fora da diagonal da matriz C_g em pseudo-forças, o que resulta em:

$$\ddot{\xi} + D \cdot \dot{\xi} + \Omega^2 \cdot \xi = F_g(\dot{\xi}, t) \quad (3.9)$$

onde:

$$D = \text{DIAG}(\Psi' \cdot C \cdot \Psi)$$

$$F_g(\dot{\xi}, t) = F_g(t) + (D - C_g) \cdot \dot{\xi}$$

DIAG são os termos da diagonal

O algoritmo, recursivo, das pseudo forças consiste em :

- a) Inicializar $\dot{\xi}$
- b) calcular $F_g(\dot{\xi}, t)$
- c) Calcular ξ e $\dot{\xi}$ usando algum algoritmo de integração;
- d) Caso algum critério de convergência tenha sido atingido pare, caso contrário vá para o passo b;

Udwadia[54] demonstra que, para sistema lineares, se C é simétrica positiva definida e se todos os autovalores de $D^{-1} \cdot (D - C_g) \cdot \dot{\xi}$ são menores do que 2, então o esquema recursivo converge.

Como, no caso de sistemas não lineares, utilizam-se normalmente algoritmos iterativos para a integração das curvas de resposta no domínio do tempo, optou-se pela utilização da técnica da pseudo-força, quando necessário, neste trabalho.

3.2 - TÉCNICAS DE REDUÇÃO

As técnicas de redução do número de coordenadas ativas de um modelo são baseadas em uma expansão de Ritz do tipo:

$$Y = T \cdot r \quad (3.10)$$

onde T é uma matriz, de dimensão $m \times n$, de transformação das coordenadas ativas r do modelo para as coordenadas primitivas Y . O vetor r pode ser constituído por coordenadas primitivas ou ortogonais dependendo do método de redução.

Substituindo (3.10) em (3.2) e pré-multiplicando por T' , tem-se:

$$T' \cdot M \cdot T \cdot \ddot{r} + T' \cdot C \cdot T \cdot \dot{r} + T' \cdot K \cdot T \cdot r = T' \cdot F_{NL}(\dot{x}, x, t)$$

$$Mr \cdot \ddot{r} + Cr \cdot \dot{r} + Kr \cdot r = T' \cdot F_{NL}(\dot{x}, x, t) \quad (3.11)$$

ou seja, o sistema reduzido é obtido via transformação matricial do tipo:

$$B = T' \cdot A \cdot T \quad (3.12)$$

onde:

A é a matriz original de dimensões $m \times m$

B é a matriz reduzida de dimensões $n \times n$

T é a matriz de transformação de dimensões $m \times n$

O grande objetivo das técnicas de redução é escolher T de tal maneira que as características dinâmicas do sistema original possam ser bem representadas pelo sistema reduzido. Três técnicas de redução são comumente usadas em dinâmica:

- Técnica da Redução Modal
- Técnicas de condensação
- Técnicas de síntese modal de componentes

3.2.1 - TÉCNICA DA REDUÇÃO MODAL

Nesta técnica a matriz de transformação T é composta pelo subconjunto dos primeiros n autovetores do sistema dinâmico. A escolha de n é função da maior frequência f_{\max} do espectro de respostas que se deseja simular. Para garantir uma boa precisão nas respostas, n deverá ser escolhido de maneira que a maior frequência natural do sistema reduzido (Ω_n) seja pelo menos duas vezes e meia maior do que f_{\max} [55].

3.2.2 - TÉCNICAS DE CONDENSAÇÃO

As técnicas de condensação consistem em separar as coordenadas primitivas do sistema em graus de liberdade (GDL) ativos (Y_a) e omitidos (Y_o). Na escolha dos GDL ativos deve-se dar preferência para os graus de liberdade relativos a deslocamentos (em oposição às rotações) e estes GDL devem ser selecionados nas regiões que apresentem a menor relação flexibilidade/inércia [57].

O procedimento mais simples de condensação existente é o método de redução de Guyan [58]. Este método é baseado na solução de um problema estático da forma:

$$\begin{bmatrix} F_o \\ F_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{oo} & K_{oa} \\ K_{ao} & K_{aa} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_o \\ Y_a \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

onde os subscritos o e a significam omitidos e ativos respectivamente.

Assumindo que não existam forças atuando sobre as coordenadas omitidas, da parte superior da Equação 3.13 resulta:

$$Y_o = - \begin{bmatrix} K_{oo}^{-1} \cdot K_{oa} \end{bmatrix} \cdot Y_a$$

e a matriz de transformação de Guyan fica:

$$T_G = \begin{bmatrix} - K_{oo}^{-1} \cdot K_{oa} \\ I \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

O principal inconveniente do método de Guyan, quando aplicado a modelos dinâmicos, é a hipótese simplificadora da não existência de forças de inércia atuando nas coordenadas omitidas. Para sistemas vibrando em frequência mais altas, as forças de inércia atuando nestes nós tornam-se significativas resultando em erros expressivos quando das simulações das curvas de resposta [59].

O método IRS (Improved Reduced System), leva em conta o efeito de inércia na matriz de transformação T [59]. O primeiro passo do método IRS é idêntico à redução de Guyan. Num segundo passo, a matriz de transformação

estática é usada para estimar os efeitos de inércia atuante nos nós omitidos. A matriz de transformação no método IRS é dada por:

$$T_{IRS} = T_G + T_D \quad (3.15)$$

onde

$$T_D = \left[\begin{array}{c} -K_{oo}^{-1} \cdot \left(M_{oa} + M_{oo} \cdot T_G \right) \\ \hline I \end{array} \right]$$

Existe um outro procedimento que é baseado na partição dos modos próprios de vibração do modelo estrutural da sistema [60]. O procedimento consiste em escrever os deslocamentos do sistema como função dos modos próprios do modelo e de suas coordenadas modais:

$$\begin{bmatrix} Y_o \\ Y_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_o \\ \Phi_a \end{bmatrix} \cdot \xi \quad (3.16)$$

A Equação 3.16 pode ser subdividida em:

$$Y_o = \Phi_o \cdot \xi \quad (3.17)$$

e

$$Y_a = \Phi_a \cdot \xi \quad (3.18)$$

pré-multiplicando (3.18) por Φ_a' e o resultado por $\left(\Phi_a' \cdot \Phi_a \right)^{-1}$, tem-se:

$$\xi = \left(\Phi_a' \cdot \Phi_a \right)^{-1} \cdot \Phi_a' \cdot Y_a \quad (3.19)$$

Substituindo a Equação 3.19 na 3.17 obtém-se a relação entre o conjunto de nós ativos e omitidos:

$$Y_o = \Phi_o \cdot \left(\Phi_a' \cdot \Phi_a \right)^{-1} \cdot \Phi_a' \cdot Y_a \quad (3.20)$$

A matriz de transformação é dada por:

$$T_{RM} = \frac{\Phi_o \cdot \left[\begin{array}{c} \Phi_a' \\ \Phi_a \end{array} \right]^{-1} \cdot \Phi_a}{I} \quad (3.21)$$

A condensação via autovetores tem como grande vantagem o fato de que os seus autovalores são os n primeiros autovalores do sistema original, sendo chamado por alguns autores [59] de método de condensação exato. Duas grandes desvantagens dificultam a utilização deste método: a inversa de $\Phi_a' \cdot \Phi_a$ deverá existir e ser bem condicionada, o que nem sempre é verdade no caso de poucos graus de liberdade ativos; é necessário conhecer os autovetores do modelo original, o que nem sempre é viável para grandes sistemas.

Freed [59] apresenta um método que minimiza a primeira desvantagem do método via redução modal nos casos em que $\Phi_a' \cdot \Phi_a$ é mal condicionada. O método chamado de híbrido combina a precisão do método de redução modal com a robustez do método de Guyan. Em um trabalho sobre TAM (Test Analysis Model), O'Callahan [61] apresenta alguns métodos com precisão equivalente ao modais mas que não utilizam o conjunto completo de autovetores do sistema. Em contrapartida, os métodos apresentados têm custo computacional elevado. Em suas conclusões, tanto Freed quanto O'Callahan observam a excelente performance do método IRS para os vários casos analisados.

Neste trabalho, o método IRS é o utilizado para a redução do número de graus de liberdade, quando da utilização de métodos via elementos finitos para simulação de respostas.

3.2.3 - TÉCNICAS DE SÍNTESE MODAL DE COMPONENTES

Na síntese modal de componentes, o sistema estrutural completo é decomposto em várias subestruturas. O movimento de cada subestrutura é representado por um conjunto de modos englobando os autovalores e autovetores de interesse (redução modal), o que resulta em um sistema com número de graus de liberdade reduzido. Na resolução do problema de autovalores e autovetores, qualquer condição de contorno pode ser utilizada: livre, engastada ou híbrida (algumas coordenadas da interface livres e outras fixas). A síntese modal de componentes (CMS) consiste em agrupar os modelos modais reduzidos das subestruturas, resultando em um problema final de pequena

dimensão. Apesar de ter sido, originalmente, desenvolvida para modelos modais, atualmente a CMS já permite a síntese de modelos estruturais com modais, sendo que alguns autores [50 e 51] utilizam estas combinações para análise de estruturas com não linearidades concentradas.

Para grandes estruturas, compostas de várias subestruturas, a síntese modal de componentes é, teoricamente, o melhor método para análise dinâmica, tendo em vista que: as subestruturas podem ser modeladas separadamente; há maior facilidade para testar e ajustar os modelos devido ao menor número de graus de liberdade das subestruturas em relação ao sistema completo; os modelos modais, testados, das subestruturas podem ser oriundos de várias localidades diferentes e, por resultar em um problema reduzido, o custo computacional para a solução do mesmo é minimizado.

Apesar de apresentar grandes vantagens em relação às técnicas usuais de modelagem, no caso de grandes sistemas, a dificuldade de modelar adequadamente as conexões entre as subestruturas tem limitado a aplicação das técnicas de CMS. Isto decorre do fato de que a modelagem das conexões tem forte influência na predição das respostas do sistema. Portanto, o desenvolvimento de modelos analíticos para as conexões, em conjunto com rotinas de ajuste de parâmetros confiáveis, são imprescindíveis para a popularização das técnicas de CMS.

Desde o trabalho pioneiro de Hurty [62] em 1965, numerosos métodos de síntese modal de componentes têm sido apresentados, incluindo excelentes revisões [63 e 64] e pelo menos um livro [55]. Uma vez que, para efeito de identificação de parâmetros de estruturas com não linearidades concentradas, utilizam-se geralmente modelos cujos modos são reais, este trabalho se limitará a apresentar um procedimento de síntese para estes casos.

O procedimento de síntese utilizado neste trabalho é baseado no método proposto por Martin [65]. Para apresentar o procedimento, sejam dois componentes, denotados pelos sobre-índices α e β , com bases modais reais Ψ^α e Ψ^β respectivamente, conectados por um elemento de matriz de rigidez K_ℓ e um elemento de matriz de amortecimento viscoso C_ℓ , mostrados na Figura 3.1. As coordenadas de cada componente são divididas em coordenadas interiores, representadas pelo sub-índice i , e coordenadas de contorno, representadas pelo sub-índice b .

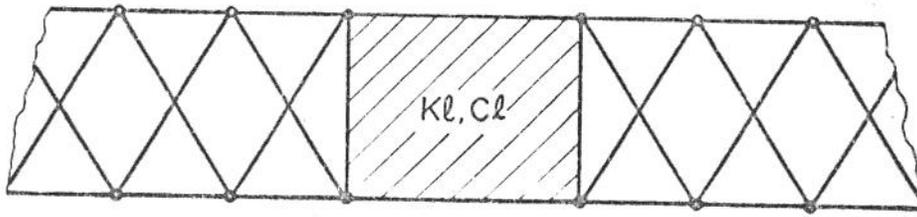


Fig 3.1 - Nomenclatura utilizada para denominação das coordenadas de uma subestrutura: \circ - nós internos, \bullet - nós de contorno.

A equação diferencial de movimento do sistema completo é dada por:

$$M_S \ddot{Y}_S + C_S \dot{Y}_S + K_S Y_S + K_\ell Y_S + C_\ell \dot{Y}_S = F_S \quad (3.22)$$

onde:

$$M_S = \begin{bmatrix} M^\alpha & | & \emptyset \\ \emptyset & | & M^\beta \end{bmatrix} \quad C_S = \begin{bmatrix} C^\alpha & | & \emptyset \\ \emptyset & | & C^\beta \end{bmatrix} \quad K_S = \begin{bmatrix} K^\alpha & | & \emptyset \\ \emptyset & | & K^\beta \end{bmatrix}$$

$$K_\ell = \begin{bmatrix} \emptyset & | & \emptyset & | & \emptyset & | & \emptyset \\ - & | & - & | & - & | & - \\ \emptyset & | & k & | & -k & | & \emptyset \\ - & | & - & | & - & | & - \\ \emptyset & | & -k & | & k & | & \emptyset \\ - & | & - & | & - & | & - \\ \emptyset & | & \emptyset & | & \emptyset & | & \emptyset \end{bmatrix} \quad C_\ell = \begin{bmatrix} \emptyset & | & \emptyset & | & \emptyset & | & \emptyset \\ - & | & - & | & - & | & - \\ \emptyset & | & c & | & -c & | & \emptyset \\ - & | & - & | & - & | & - \\ \emptyset & | & -c & | & c & | & \emptyset \\ - & | & - & | & - & | & - \\ \emptyset & | & \emptyset & | & \emptyset & | & \emptyset \end{bmatrix}$$

$$F'_S = \begin{bmatrix} F^\alpha & | & F^\beta \end{bmatrix} \quad Y'_S = \begin{bmatrix} Y_i^\alpha & | & Y_b^\alpha & | & Y_b^\beta & | & Y_i^\beta \end{bmatrix}$$

Nos casos em que as juntas de ligação têm comportamento não linear, os modelos das mesmas são linearizados via expansão em série de Taylor em torno de um vetor de estado genérico $[Y_0 \ Y_0]'$. Os termos de grau superior da expansão em série entram como pseudo-forças no lado direito da equação diferencial do movimento (3.23). Modelos modais com não linearidades concentradas serão abordados, detalhadamente, no Capítulo 4.

Pré-multiplicando e pós-multiplicando a Equação 3.22 por:

$$\Psi^{\alpha+\beta} = \begin{bmatrix} \Psi^\alpha & \emptyset \\ \emptyset & \Psi^\beta \end{bmatrix}$$

obtem-se:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} I & \emptyset \\ \emptyset & I \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi^\alpha \\ \xi^\beta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_g^\alpha & \emptyset \\ \emptyset & C_g^\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi^\alpha \\ \xi^\beta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \Omega^{2\alpha} & \emptyset \\ \emptyset & \Omega^{2\beta} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi^\alpha \\ \xi^\beta \end{Bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} C^{\alpha\alpha} & C^{\alpha\beta} \\ C^{\beta\alpha} & C^{\beta\beta} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi^\alpha \\ \xi^\beta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K^{\alpha\alpha} & K^{\alpha\beta} \\ K^{\beta\alpha} & K^{\beta\beta} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi^\alpha \\ \xi^\beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_g^\alpha \\ F_g^\beta \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Ou seja:

$$M_g \cdot \ddot{\xi}^{\alpha\beta} + C_g \cdot \dot{\xi}^{\alpha\beta} + K_g \cdot \xi^{\alpha\beta} = F_g^{\alpha\beta} \quad (3.23)$$

Resolvendo o problema de autovalor/autovetor do sistema conservativo da Equação 3.23, obtêm-se $\Omega^{2\alpha\beta}$ e $\Psi^{\alpha\beta}$, e a equação diferencial resultante, na forma modal, é igual à mostrada na Equação 3.3. As coordenadas primitivas da estrutura são calculadas via relação:

$$Y_S = \Psi_S \cdot \xi^{\alpha\beta} \quad (3.24)$$

onde :

$$\Psi_S = \Psi^{\alpha+\beta} \cdot \Psi^{\alpha\beta}$$

Apesar do procedimento de síntese ser muito simples, deve-se considerar que o espaço de deslocamentos gerado pela base modal da estrutura é dependente das bases modais das subestruturas originais. Esta dependência pode implicar em erros grosseiros nos valores das frequências naturais do modelo reduzido, em função das condições de contorno do sistema e das condições de contorno para as quais os autovalores e autovetores dos componentes foram determinados.

Para que o conjunto de autovetores $\Psi^{\alpha\beta}$ possa representar adequadamen-

te os movimentos do sistema sintetizado, não importando quais sejam as suas condições de contorno, os autovetores, flexíveis, ψ^f das subestruturas precisam ser enriquecidos com um outro conjunto de autovetores, ψ^e , chamados de conjunto estático, que prevêm os movimentos devido à vinculação dos contornos das subestruturas [55].

Existem vários conjuntos de autovetores estáticos e a combinação de determinados conjuntos estáticos com o conjunto dos autovetores flexíveis resulta nos chamados super-conjuntos de autovetores, que levam em conta todas as possibilidades de vinculação das coordenadas de contorno.

Para finalizar, resta responder algumas questões: Quantos e quais modos do sistema sintetizado apresentam um grau razoável de precisão? Quantos modos de cada subestrutura são necessários para a precisão do procedimento de síntese? Qual a melhor condição de contorno para a análise modal das subestruturas? Qual o melhor super-conjunto modal?

Consultando a vasta bibliografia existente sobre o assunto, afora algumas controvérsias, pode-se, em resumo, afirmar que:

- O número de modos sintetizados que são obtidos com precisão satisfatória está compreendido entre 65 a 80 por cento do número de graus de liberdade do modelo reduzido [63].

- Rubin [66] sugere que: " Um critério conservativo para a faixa de modos das subestruturas que devem ser retidos é: todos os modos cujas frequências naturais sejam maiores do que 40 % da menor frequência natural de interesse e menores do que 2,25 vezes a maior frequência natural de interesse".

- Hintz [67] demonstra que, para um mesmo número de modos retidos, a síntese composta por bases modais de subestruturas com condições de contorno livre-livre resulta em erros menores do que para outras condições de contorno.

- Craig [64] demonstra que os vários super-conjuntos modais em uso são equivalentes, sendo que a grande diferença está no fato de as bases modais das subestruturas terem sido derivadas de modelos espaciais ou de análise modal experimental. Como, neste trabalho, os modelos modais das subestruturas serão oriundos de análise modal experimental, com o intuito de minimizar erros de modelagem, dar-se-á atenção para o super-conjunto modal de flexibilidade residual.

A partir de um modelo espacial, qualquer super-conjunto modal pode ser construído [64]. Nos casos em que o modelo seja obtido diretamente via análise modal experimental, a menos que haja um modelo estrutural de apoio

(obtido via técnicas de elementos finitos, por exemplo), o melhor super-conjunto para o caso de análise modal experimental é o super-conjunto modal de flexibilidade residual. Este super-conjunto é formado por: modos flexíveis, modos de corpo rígido e os modos de flexibilidade residual.

Os modos de flexibilidade residual são obtidos utilizando-se alguns modos do conjunto flexível Ψ^d , que são eliminados da base modal. Dado o conjunto Ψ^f dos modos flexíveis que permanecerão na base, o conjunto Ψ^d dos modos flexíveis que serão eliminados e os modos de corpo rígido Ψ^r , o superconjunto dos modos de flexibilidade residual é definido como:

$$\Psi^S = \begin{bmatrix} \Psi^r & \Psi^e & \Psi^f \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

onde:

$$\Psi^e = \Psi^d \cdot \Omega_{dd}^{2-1} \cdot \phi_b^{d'} \quad (3.26)$$

Na Equação 3.25, Ω_{dd}^2 é a matriz dos autovalores correspondentes aos modos eliminados e, ϕ_b^d é o conjunto das coordenadas modais de ligação dos modos eliminados da base modal.

Para o superconjunto modal Ψ^S , pode-se mostrar [63] que a matriz de inércia modal M_g , a matriz de rigidez modal K_g e a matriz de amortecimento generalizada C_g , tornam-se:

$$M_g = \begin{bmatrix} \Psi^{r'} \cdot M \cdot \Psi^r & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \phi_b^d \cdot (\Omega_{dd}^{2-1})^2 \cdot \phi_b^{d'} & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & I \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$K_g = \begin{bmatrix} \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \phi_b^d \cdot \Omega_{dd}^{2-1} \cdot \phi_b^{d'} & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \Omega_{ff}^2 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$C_g = \begin{bmatrix} \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \phi_b^d \cdot \Omega_{dd}^{-1} \cdot C_{gd} \cdot \Omega_{dd}^{-1} \cdot \phi_b^{d'} & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & C_{gf} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Os autovetores de corpo rígido podem ser obtidos experimentalmente ou por inspeção e normalizados por intermédio de um modelo simplificado para a matriz de inércia M do sistema [68].

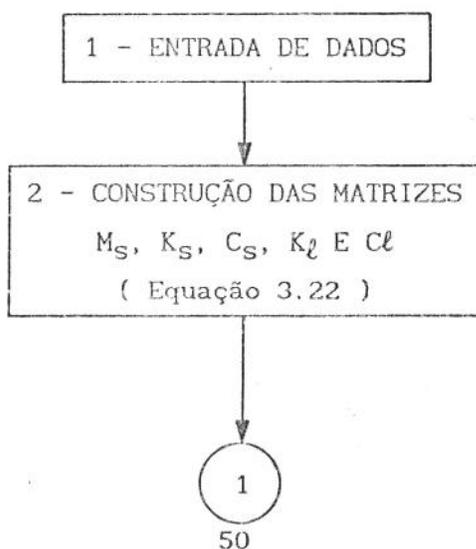
3.3 - O PROGRAMA SINTESE

Foi desenvolvido um procedimento computacional para implementar a metodologia aqui proposta. O programa, escrito em FORTRAN, que faz a síntese modal, é o programa SINTESE, cujo diagrama de blocos está mostrado na Figura 3.2.

O procedimento computacional para a construção do modelo reduzido, via síntese modal de componentes, utiliza super-conjuntos modais de flexibilidade residual, tornando-o flexível com relação às condições de contorno. Os super-conjuntos modais de flexibilidade residual são construídos por uma rotina independente, de acordo com as Equações de número 3.24 a 3.28.

O programa SINTESE utiliza como dados de entrada: o número de subestruturas, os parâmetros modais das subestruturas, o número de ligações, a morfologia das ligações, o tipo da ligação (inércia, rigidez ou amortecimento), o número de graus de liberdade do modelo sintetizado, o número da coordenada da subestrutura em que atua a força externa, o número de coordenadas nas quais se desejam calcular as respostas e respectivas morfologias, e o nome do arquivo em que será gravado o modelo sintetizado.

Com relação às ligações do tipo inércia, observa-se que, no procedimento de síntese apresentado, não há nenhum empecilho quanto à utilização de elementos de inércia concentrados. No programa SINTESE existe a possibilidade de introduzir inércias concentradas em qualquer coordenada do sistema.



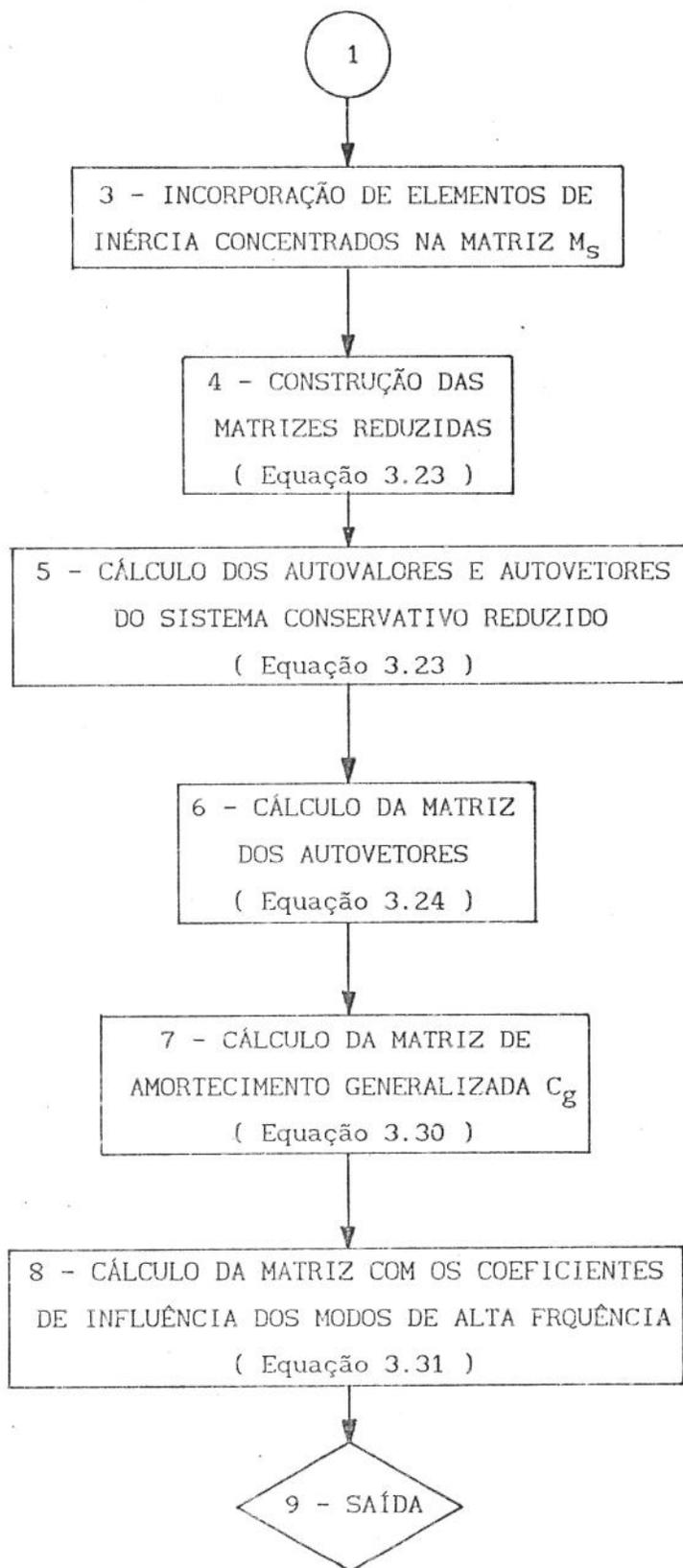


Fig. 3.2 - Diagrama de blocos do programa SINTESE.

As matrizes M_S , K_S e C_S são montadas, no bloco 2, diretamente na forma reduzida, dada pela Equação 3.22, utilizando as matrizes M_g , K_g e C_g provenientes dos dados de entrada. Já as matrizes de ligação K_l e C_l , bem como a matriz com os elementos de inércia concentradas (bloco 3), são construídas de forma compactada, para melhor aproveitamento da área de memória, e reduzidas no bloco 4.

O problema de autovalor/autovetor do sistema conservativo é resolvido pelo método das potências [69] no bloco 5. Este método, apesar de não ser o mais eficiente, torna-se o indicado em um procedimento de busca, pois além de robusto, é recursivo. Portanto, o resultado da iteração anterior pode ser utilizado como partida, tornando a convergência do procedimento extremamente rápida em análises paramétricas, como no problema ajuste de parâmetros.

No bloco 6, a matriz dos autovetores Ψ_S do sistema é calculada diretamente pela equação 3.24.

No bloco 7, a matriz de amortecimento (Equação 3.23) do sistema é projetada na nova base modal pela Equação 3.30.

$$C_g = \Psi^{\alpha\beta} \cdot C_g \cdot \Psi^{\alpha\beta} \quad (3.30)$$

No bloco 9, é calculada uma matriz com os coeficientes de influência dos modos de alta frequência fora da banda sob análise. Estes coeficientes são necessários para minimizar os erros das funções de resposta em frequência (FRF) [68]. Escolhido o número N de autovetores que permaneceram na base de um sistema com M graus de liberdade, e dado o nó l onde atua a força externa, a resposta em frequência no nó i é dada por:

$$Y_{i\ell}(\omega) = \sum_{k=1}^N \frac{R_{i\ell k}}{\Omega_k^2 - \omega^2 + j \cdot 2 \cdot D_k \cdot \omega} + \sum_{k=N+1}^M \frac{R_{i\ell k}}{\Omega_k^2 - \omega^2 + j \cdot 2 \cdot D_k \cdot \omega} \quad (3.31)$$

onde:

$Y_{i\ell}$ é a função resposta em frequência (FRF) da coordenada i devido a uma excitação na coordenada l

ω é a frequência de excitação (rad/s)

$R = \Psi \cdot \Psi'$, é o resíduo

Ω_k^2 é o k-ésimo autovalor

$$j = \sqrt{-1}$$

$D_k = \xi_k \cdot \Omega_k$, onde ξ_k é o k-ésimo coeficiente de amortecimento modal

Para ω muito menor do que Ω_{N+1} , a FRF pode ser aproximada por:

$$Y_{il}(\omega) \cong \sum_{k=1}^N \frac{R_{il k}}{\Omega_k^2 - \omega^2 + j \cdot 2 \cdot D_k \cdot \omega} + \sum_{k=N+1}^M \frac{R_{il k}}{\Omega_k^2} \quad (3.32)$$

O coeficiente de influência dos modos de alta frequência é representado pelo segundo somatório da Equação 3.32. No programa SINIESE, $M = N+2$, quando possível.

O programa gera um arquivo, não formatado, com os seguintes dados: o número de coordenadas modais m do sistema; o número de autovalores n do modelo sintetizado; a matriz, de dimensões $m \times n$, com os autovetores Ψ_S ; o vetor, de dimensão n , com os autovalores $\Omega^{2\alpha\beta}$ do modelo; a matriz C_g , de dimensões $n \times n$, com os coeficientes de amortecimento viscoso generalizados do modelo; e a matriz quadrada, de dimensões dependentes dos dados de entrada, com os coeficientes de influência dos modos de alta frequência.

3.4 - EXEMPLOS NUMÉRICOS

O modelo utilizado para análise dos procedimentos desenvolvidos é o mostrado na Figura 3.3. Ele é constituído por duas vigas Bernoulli-Euler conectadas por dois elementos de rigidez k . A localização dos dois elementos de rigidez concentrados e as características geométricas das subestruturas são as mostradas na Figura 3.3.

As subestruturas foram modeladas por uma técnica de Elementos Finitos [55], sendo que na discretização foram utilizados 15 elementos para a viga 1 e 10 para a viga 2, resultando num total de 32 e 22 graus de liberdade para as vigas 1 e 2, respectivamente. Para a redução do número de graus de liberdade ativos dos modelos de Elementos Finitos, utilizou-se o

procedimento IRS, permanecendo como nós ativos apenas os deslocamentos na direção z, resultando num modelo de 16 graus de liberdade para a viga 1 e num de 11 graus de liberdade para a viga 2.

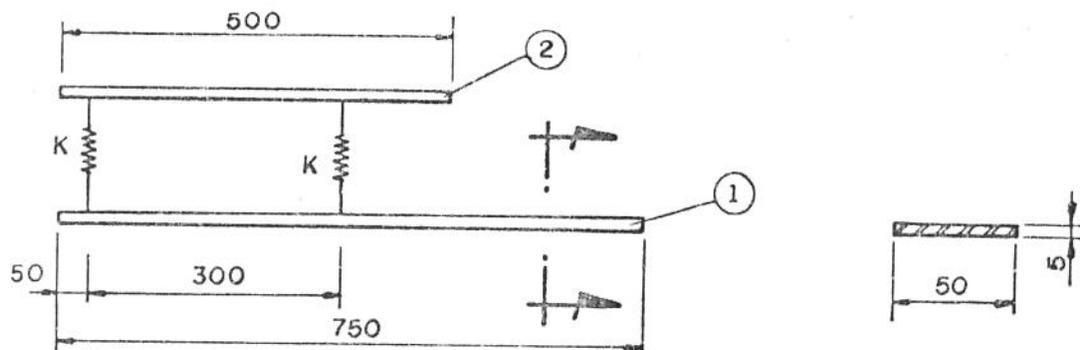


Fig. 3.3 - Modelo utilizado para análise dos procedimentos de síntese (dimensões em mm).

Para analisar a influência dos autovetores das subestruturas no modelo sintetizado, arbitrou-se um valor de 10000 N/m para k e fizeram-se simulações para vários super-conjuntos modais de flexibilidade residual. O superconjunto modal de cada subestrutura foi composto de: dois modos de corpo rígido, dois modos estáticos de rigidez residual (um para cada nó de junção) e modos flexíveis. Para comparação dos resultados, assumiu-se como exatas as freqüências naturais oriundas da resolução do problema de autovalor do modelo estrutural completo (27 graus de liberdade).

A Tabela 3.1 mostra os erros percentuais para as sete primeiras freqüências naturais dos modos flexíveis do modelo sintetizado em função do número de autovetores (NV) que constituíram a base modal para o procedimento de síntese. Os valores das maiores freqüências naturais dos autovetores que permaneceram na base modal da viga 1 $\max(fn1)$ e da viga 2 $\max(fn2)$ estão listadas para efeitos de análise.

Da Tabela 3.1 pode-se observar que as freqüências naturais de 20,04 Hz e 34,89 Hz são de modos em que as subestruturas se comportaram como corpos rígidos, pois mesmo sem nenhum modo flexível na base modal do procedimento de síntese, dois modos de corpo rígido e dois de flexibilidade residual para cada viga (NV = 8), nenhum erro foi observado nos respectivos autovalores sintetizados.

Tab 3.1 - Erros percentuais nas freqüências naturais calculadas no modelo sintetizado.

NV	max(fn1) (Hz)	max(fn2) (Hz)	20,04 (Hz)	34,89 (Hz)	54,64 (Hz)	108,13 (Hz)	130,90 (Hz)	255,72 (Hz)	299,03 (Hz)
18	630,34	1423,86	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
16	421,70	950,62	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,81
14	255,03	574,22	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,81
12	130,07	292,71	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	6,71	1,81
10	47,18	106,16	0,00	0,00	0,01	0,00	0,89	8,71	3,81
8	0,00	0,00	0,00	0,00	2,19	0,72	65,56	21,44	----

Considerando as duas freqüências naturais nulas dos modos de corpo rígido, pode-se observar que o número de modos confiáveis se situa entre 60 e 70% de NV para este caso, ou seja, a faixa inferior do critério de Hurty [62].

O critério de Rubin [65], afóra as duas primeiras freqüências naturais de modos flexíveis, é confirmado pela análise do erro em função de max(fn1) e max(fn2). Como a confirmação deste critério, pelo menos no que diz respeito ao limite superior, foi fato constante ao longo de todo o desenvolvimento deste trabalho, pode-se dizer que o mesmo seja um bom critério para a escolha do número de modos flexíveis que deverão permanecer no super-conjunto modal utilizado em procedimentos de síntese.

Os resultados obtidos com as bases modais truncadas dos modelos das vigas foram semelhantes aos observados na Tabela 3.1.

Para analisar se existe a necessidade de se utilizar conjuntos de modos estáticos nos superconjuntos modais, fêz-se uma série de simulações com a base modal do procedimento de síntese composta por superconjuntos modais de flexibilidade residual e pelos autovetores dos componentes livres.

A Figura 3.4 mostra o erro máximo observado nas freqüências naturais, entre 0 e 200 Hz, em função do coeficiente de rigidez k. Utilizaram-se como bases modais, para o procedimento de síntese, dois super-conjuntos de flexibilidade residual (um para cada viga) totalizando 16 autovetores (max(fn1) = 421,70 Hz e max(fn2) = 950,62 Hz) e duas base modais dos componentes, vigas livre-livre, com 16 autovetores (max(fn1) = 881,29 Hz e max(fn2) = 1997,07 Hz). As diferenças existentes, nos valores das freqüências naturais máximas, entre as duas base modais deve-se ao fato de ser necessário retirar autovetores da base para a construção dos modos estáticos de rigidez residual. A limitação de 200 Hz para a análise deve-se ao critério de Rubin [66].

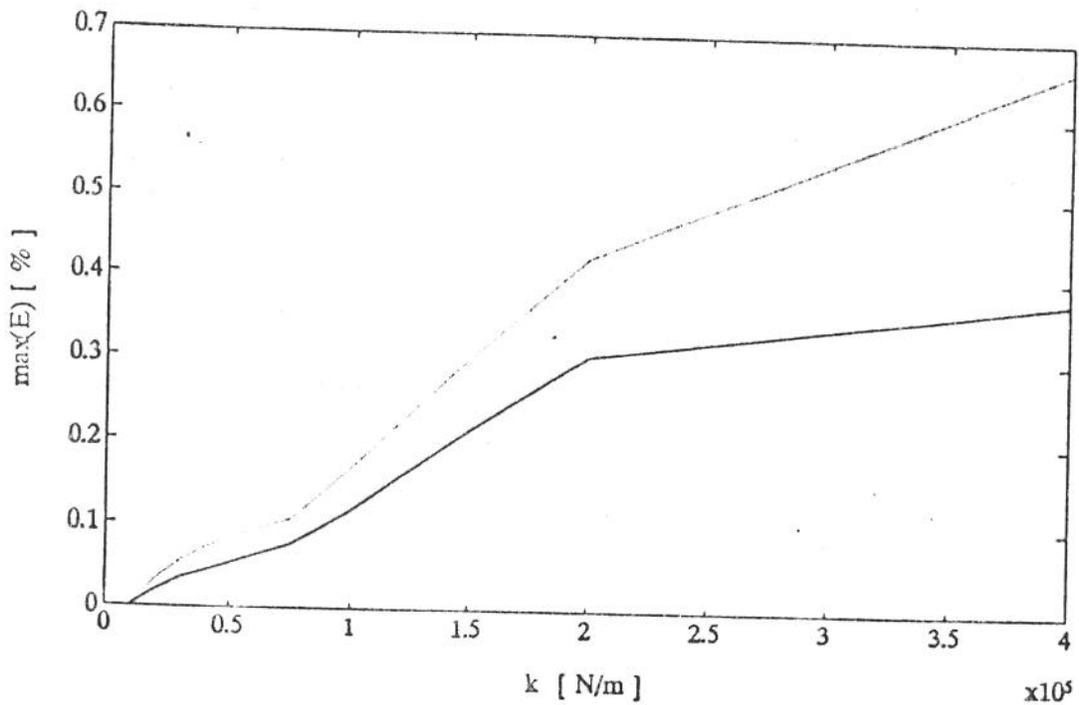


Fig. 3.4 - Erro máximo nas frequências naturais, até 200 Hz, sintetizadas em função de k , para superconjunto modal (—) e para base modal de componente livre-livre (.....).

Observa-se que, para juntas flexíveis com baixos valores de k , a diferença observada entre os erros é desprezível, porém, conforme as juntas vão se tornando mais rígidas, as diferenças vão aumentando. Isto se explica pelo fato de os modos de rigidez residuais terem a forma da deflexão estática do sistema rotulado nos nós de contorno, ou seja, assemelham-se aos primeiros modos da subestrutura rotulada, que vem a ser o caso de altos valores para os coeficientes de rigidez das juntas.

4. - SIMULAÇÕES DAS RESPOSTAS DE MODELOS COM NÃO LINEARIDADES CONCENTRADAS

Os fenômenos de dinâmica estrutural com modelos de parâmetros concentrados são representados matematicamente, no domínio do tempo, por equações diferenciais ordinárias de segunda ordem, cuja solução é função das condições iniciais. Soluções analíticas para sistemas não lineares com vários graus de liberdade são inviáveis, sendo necessário utilizar técnicas de integração numérica que resultam em soluções aproximadas para intervalos discretos de tempo.

Por outro lado, a aplicação de integradores numéricos envolve a aproximação do sistema de equações diferenciais por sistemas algébricos, cujos erros e hipóteses podem deturpar completamente a solução ou resultar na instabilidade do procedimento.

As principais características que devem ser observadas na seleção de um procedimento de integração numérica são a precisão, a robustez, a eficiência e a flexibilidade de utilização. A precisão está relacionada com a diferença entre as respostas obtidas por integração numérica e as respostas "exatas" do modelo matemático. A robustez do processo de integração está relacionada com a estabilidade, ou seja, a capacidade de manter a solução limitada durante o procedimento de integração. A eficiência está relacionada com a rapidez na obtenção das respostas, enquanto a flexibilidade indica a facilidade de se utilizar diferentes modelos não lineares sem que sejam necessárias grandes modificações no procedimento computacional.

Para a solução do problema de estimação de parâmetros através do ajuste da resposta dinâmica, a principal característica desejada para o procedimento de integração é a precisão. Como os valores estimados para os parâmetros são dependentes das respostas simuladas, a confiabilidade do ajuste é consequência do grau de precisão com que estas respostas são obtidas.

Os esquemas de integração são geralmente classificados como implícitos ou explícitos [36]. Os esquemas explícitos expressam a resposta atual em função da resposta anterior, o que os caracteriza como métodos preditores. Os esquemas implícitos definem a resposta atual em termos de outras respostas atuais, caracterizando-os como métodos corretores.

Para sistemas lineares, a estabilidade dos procedimentos explícitos é dependente do incremento de tempo Δt utilizado, ou seja, estes procedimentos

são condicionalmente estáveis. Já os procedimentos de integração implícitos são, normalmente, incondicionalmente estáveis.

Nos casos de integração de modelos não lineares, ambos os métodos são condicionalmente estáveis, sendo que a estabilidade, além do incremento Δt , torna-se dependente da formulação matemática utilizada para representar e resolver as equações de movimento não lineares [36].

Na obtenção de soluções estacionárias, podem-se classificar os procedimentos de integração em procedimentos passo a passo ou diretos. Os procedimentos diretos, ao contrário dos passo a passo, convergem diretamente para as respostas estacionárias, sem que haja a necessidade de integração progressiva no tempo, até que os esforços dissipativos eliminem o efeito transiente.

Nos métodos de integração passo a passo, a precisão do procedimento de integração está relacionada com amortecimentos numéricos, dispersões em frequência e erros de truncamento, entre outros [36]. O grau de precisão alcançado com a utilização dos esquemas passo a passo depende da razão entre o passo de integração Δt e os períodos naturais da estrutura. No caso de modelos não lineares, a utilização de procedimentos passo a passo sempre requer análises, às vezes demoradas, para a avaliação da precisão das respostas [37].

Apesar dos métodos explícitos serem eficientes para a obtenção de respostas transientes, a utilização dos métodos passo a passo para a obtenção da solução estacionária é desaconselhável [37], principalmente no caso de sistemas com pouco amortecimento, pois requerem um tempo de computação excessivo, até que o efeito transiente se torne desprezível.

Os métodos de integração diretos são "teóricamente exatos" [36], ou seja, são precisos e, o grau de precisão é independente do intervalo de integração. Os grandes problemas dos integradores diretos dizem respeito à robustez [40].

Neste Capítulo serão analisadas a aplicação de modelos estruturais espaciais, e modais, para a simulação das respostas de sistemas não lineares, as técnicas usuais de integração direta e os procedimentos para aumentar a estabilidade do método Híbrido Frequência/Tempo (HFT) de integração direta. O procedimento de integração direta, baseado no método HFT, utilizado neste trabalho, será apresentado e algumas simulações serão realizadas para análise de seu desempenho. Uma vez que os métodos de integração não lineares, principalmente o método HFT, foram exaustivamente

estudados por Kawamoto em sua tese de doutorado [36], o desenvolvimento deste Capítulo se baseará em seu trabalho.

4.1 - MODELOS MATEMÁTICOS PARA INTEGRAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO

O modelo estrutural de um sistema mecânico não linear de parâmetros concentrados pode ser representado pelo seguinte conjunto de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem:

$$M \cdot \ddot{Y} = F_{NL}(\dot{Y}, Y) + F(t) \quad (4.1)$$

A solução da equação do movimento, mostrada na Equação 4.1, é tradicionalmente obtida utilizando-se integradores explícitos tais como os métodos de diferenças finitas e de Runge-Kutta. Estes procedimentos são muito eficientes, pois a matriz de inércia M é invertida apenas no início do processo de integração.

Em geral, o uso de operadores explícitos, com a formulação dada pela Equação 4.1, é computacionalmente econômica e produz resultados precisos para modelos com poucos graus de liberdade. A extensão para modelos com um número de graus de liberdade maior resulta em altos custos computacionais devido à necessidade de se utilizar incrementos de tempo Δt muito pequenos para assegurar a estabilidade da solução [36].

4.1.1 - FORMULAÇÃO DA PSEUDO-FORÇA

A equação do movimento para a formulação da pseudo-força é obtida pela adição de $K \cdot Y$ em ambos os lados da Equação 4.1, onde K é a matriz de elasticidade inicial do sistema, ou seja, do modelo indeformado.

$$M \cdot \ddot{Y} + K \cdot Y = F_{NL}(\dot{Y}, Y) + F(t) + K \cdot Y$$

Incorporando o vetor $K \cdot Y$ do lado esquerdo da equação a F_{NL} , tem-se:

$$M \cdot \ddot{Y} + K \cdot Y = F_{NL}(\dot{Y}, Y) + F(t) \quad (4.2)$$

Segundo Kawamoto [36], a adição de $K \cdot Y$ melhora consideravelmente a estabilidade e a convergência. Esta formulação é apropriada para esquemas extrapolativos que predizem F_{NL} , ou esquemas iterativos que resolvem 4.2 para um novo Y até a convergência.

Observa-se que as matrizes do lado esquerdo da Equação 4.2 são fatoradas apenas uma vez, o que torna o procedimento de integração eficiente. Entretanto, quando existem fortes não linearidades, surgem problemas com a estabilidade do procedimento.

4.1.2 - FORMULAÇÃO DA RESPOSTA INCREMENTAL

A formulação incremental para a equação do movimento é obtida subtraindo-se a equação do movimento do passo $k-1$ da equação no passo atual k , resultando:

$$M \cdot \Delta \ddot{Y} = \Delta F_{NL} + \Delta F(t) \quad (4.3)$$

onde:

$$\Delta \ddot{Y} = \ddot{Y}^k - \ddot{Y}^{k-1}$$

$$\Delta F_{NL} = F_{NL}^k - F_{NL}^{k-1}$$

$$\Delta F(t) = F(t)^k - F(t)^{k-1}$$

Expandindo F_{NL}^k em uma série de Taylor e retendo os dois primeiros termos, obtém-se a formulação da matriz de rigidez tangencial para a equação dos incrementos, dada por:

$$M \cdot \Delta \ddot{Y} + K^k \cdot \Delta Y = \Delta F(t) + R \quad (4.4)$$

A matriz de rigidez tangencial é definida por:

$$K^k = \frac{\partial F_{NL}^k}{\partial Y}$$

O vetor R representa as forças residuais devido à aproximação de F_{NL}^k pelo termo de primeira ordem da expansão em série de Taylor.

termo de primeira ordem da expansão em série de Taylor.

Para a solução da Equação 4.4, são utilizados esquemas iterativos, em conjunto com o procedimento de integração, para a minimização do resíduo R .

Pode-se observar que, dependendo do esquema de solução, K^k precisa ser recalculada e refatorada um número significativo de vezes ao longo do processo de integração, aumentando significativamente o custo computacional. Este aumento do número de cálculos pode ser compensado, para alguns problemas, utilizando-se passos de integração maiores [23].

4.2 MODELOS MODAIS PARA SISTEMAS NÃO LINEARES

A técnica da superposição modal é largamente utilizada em procedimentos de integração lineares, uma vez que grandes estruturas com geometria complexa podem ser analisadas utilizando-se um número relativamente pequeno de graus de liberdade.

A redução na dimensão do modelo tem levado ao desenvolvimento de várias técnicas visando adaptar a análise modal para a solução de problemas não lineares. Dentre elas podem-se destacar as técnicas: da expansão de Ritz, do modelo espacial inverso, do modelo híbrido, da aproximação super-variacional e da aproximação por autovetores variáveis.

No método da expansão de Ritz, os autovetores da formulação via pseudo-forças são utilizados para a redução do número de graus de liberdade do problema. O modelo reduzido é utilizado em todo o procedimento de integração, não importando qual é o grau de não linearidade presente. Segundo Kawamoto [36], o procedimento gera resultados precisos para níveis médios de não linearidade.

Fey [48] utiliza este procedimento para a síntese modal de componentes com não linearidades concentradas. Em seu trabalho, a síntese modal é obtida utilizando-se super conjuntos modais de flexibilidade residual.

Natary [49] e Lawrence [51], utilizam a síntese modal de componentes e o método do modelo espacial inverso para simulações não lineares. Este método consiste em proceder a síntese modal utilizando a formulação das pseudo-forças e, em seguida [44], escolher as coordenadas ativas e calcular um modelo estrutural reduzido, de acordo com as Equações 4.5 e 4.6.

$$M_r = \Psi_a^{-1} \cdot \Psi_a^{-1} \quad (4.5)$$

$$K_r = \Psi_a^{-1} \cdot \Omega^2 \cdot \Psi_a^{-1} \quad (4.6)$$

Nas Equações 4.5 e 4.6, Ψ_a é uma matriz quadrada extraída da base modal do modelo sintetizado, composta pelas coordenadas ativas escolhidas para o modelo reduzido.

Entre as coordenadas ativas devem estar incluídas aquelas associadas às não linearidades concentradas, além de outras para garantir o condicionamento da matriz Ψ_a [60]. Em sistemas com elevado número de não linearidades concentradas, a dimensão de Ψ_a pode inviabilizar a utilização desta técnica, principalmente quando a dimensão da base modal é limitada, como é o caso das obtidas via análise modal experimental.

O método híbrido [70] utiliza uma base modal composta por uma combinação de autovetores do modelo indeformado e autovetores derivados do problema de autovalores para algumas configurações do modelo deformado. A formulação da matriz de rigidez tangencial é utilizada para a derivação dos modelos usados no cálculo dos autovalores e autovetores. O modelo resultante não é integralmente diagonalizável. Além disto há dificuldade em se determinar a priori quantos e quais autovetores da estrutura deformada deverão ser utilizados para a construção da base modal.

Na aproximação super-variacional, quando F_{NL} (4.2) torna-se maior do que um certo valor, a matriz de rigidez da k-ésima atualização K^k é re-avaliada:

$$K^k = K^{k-1} + \Delta K \quad (4.7)$$

Para $\Delta K \ll K^k$, os termos fora da diagonal do produto $\Psi^{k-1} \cdot K^k \cdot \Psi^{k-1}$ podem ser desprezados. Portanto, uma aproximação dos autovalores é obtida pela Equação 4.8, onde i é o número do modo e ϕ_i é o i-ésimo autovetor normalizado da base modal anterior.

$$\Omega_i^{2k} = \phi_i^{k-1} \cdot K^k \cdot \phi_i^{k-1} \quad (4.8)$$

Pode-se demonstrar [70] que os autovetores do problema:

$$\left(K^k - \Omega_i^{2k} \cdot M \right) \cdot \Psi^k = 0 \quad (4.9)$$

é uma combinação linear da base anterior Ψ^{k-1} , ou seja:

$$\phi_i^k = \alpha_{ij} \cdot \Psi^{k-1} \quad (4.10)$$

A Equação 4.10 pode ser re-arranjada de modo a resultar na Equação 4.11.

$$\phi_i^k = \mu_i^k \cdot \left[\phi_i^{k-1} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \alpha_{ij}^k \cdot \phi_j^{k-1} \right] \quad (4.11)$$

onde μ_i^k é apenas o fator de normalização do i-ésimo autovetor.

Substituindo a Equação 4.11 na Equação 4.9 resulta na Equação 4.12 para o cálculo dos fatores de correção α_{ij} .

$$\alpha_{ij} = \frac{\Psi_j^{k-1} \cdot (K^k - \Omega_i^{2k} \cdot M) \cdot \Psi_i^{k-1}}{\Omega_j^{2k} - \Omega_i^{2k}} \quad (4.12)$$

Segundo Kawamoto [36], vários estudos realizados com a aproximação super-variacional indicam uma convergência quadrática.

Por ser uma aproximação, a nova base modal não diagonaliza as matrizes M e K^k . Caso as diferenças existentes entre os elementos de K^k e K^{k-1} sejam pequenas, os elementos fora da diagonal das matrizes M_r e K_r podem ser desprezados, e c_1 resulta igual à unidade. Neste trabalho tem sido observado que para variações de até 10% nos valores das frequências naturais, a utilização do método super-variacional resulta em valores precisos para os novos autovetores e autovalores.

O método da aproximação por autovetores variáveis segue os mesmos passos da aproximação super-variacional. Neste caso a nova base modal é obtida pela resolução do problema de autovalores do sistema linearizado do

k-ésimo passo de iteração. A utilização deste procedimento implica em grande precisão nos resultados, tendo como desvantagem o custo computacional associado à solução do problema de autovalores várias vezes ao longo do procedimento de integração.

Para modelos com não linearidades concentradas, o custo da resolução dos problemas de autovalores pode ser reduzido pela utilização da técnica de modificação do autovalor localizado (LEMP) [71]. Neste procedimento a matriz de rigidez K^k é atualizada por:

$$K^k = K^{k-1} + \Delta K = K^{k-1} + \sum_{i=1}^m \Delta k_i \cdot T_i \cdot T_i' \quad (4.13)$$

onde Δk é a variação da rigidez tangencial da i-ésima não linearidade localizada e T é um vetor incidência que localiza o elemento Δk_i (escalar) na matriz ΔK .

Para uma única variação Δk , pode-se projetar o vetor de incidência T no espaço gerado pela base modal Ψ^{k-1} , resultando:

$$V = \Psi^{k-1} \cdot T \quad (4.14)$$

O problema de autovalores, para a k-ésima iteração, pode ser escrito como:

$$\left[\Omega^{2k} - \Omega^{2k-1} - \Delta k \cdot V \cdot V' \right] \cdot \bar{\Psi} = 0 \quad (4.15)$$

Pode-se utilizar o seguinte lema de inversão de matrizes [72] para a determinação dos autovalores Ω^{2k} : "Dada a matriz B na forma mostrada na Equação 4.16, onde A é uma matriz quadrada não singular, Y um vetor e c um escalar, sua inversa é calculada pela Equação 4.17".

$$B = \left[A + c \cdot Y \cdot Y' \right] \quad (4.16)$$

$$B^{-1} = A^{-1} - \frac{c \cdot (A^{-1} \cdot Y) \cdot (Y' \cdot A^{-1})}{1 + c \cdot Y' \cdot A^{-1} \cdot Y} \quad (4.17)$$

Uma vez que uma matriz de determinante nulo não tem inversa, a substituição dos autovalores da iteração k na inversa da Equação 4.15 (na forma da Equação 4.17) resultará na anulação de seu dividendo, ou seja:

$$1 + \Delta k \cdot V' \cdot \left(\Omega^{2k} - \Omega^{2k-1} \right) \cdot V = 0$$

Portanto:

$$\sum_{i=1}^n \frac{V_i^2}{\Omega_j^{2k} - \Omega_{ii}^{2k-1}} = \frac{1}{\Delta k} \quad (4.18)$$

O novo j-ésimo autovalor Ω_j^{2k} é obtido, determinando-se a raiz da Equação 4.18, usando o procedimento de Newton-Raphson [72], com o valor inicial para o autovalor calculado pela Equação 4.8.

Após a determinação dos autovalores, os autovetores da Equação 4.15 podem ser obtidos atribuindo-se um valor qualquer para um de seu elementos e utilizando-se o lema de inversão de matrizes para calcular os demais. Comparando-se as Equações 4.15 e 4.17 observa-se, que nenhuma inversão de matriz é necessária para a determinação dos autovetores $\bar{\Psi}$, uma vez que Ω^2 é diagonal.

Uma vez que Ψ^{k-1} é normalizada em relação à matriz de inércia e $\bar{\Psi}$ são os autovetores no espaço projetado por Ψ^{k-1} , os autovetores da k-ésima iteração, normalizados com relação à matriz de inércia, são obtidos por intermédio da Equação 4.19.

$$\Psi^k = \Psi^{k-1} \cdot \bar{\Psi}_n \quad (4.19)$$

onde:

$$\bar{\Psi}_n = \frac{\bar{\Psi}}{\sqrt{\bar{\Psi} \cdot \bar{\Psi}}}$$

4.3 - INTEGRAÇÃO DIRETA PARA OBTENÇÃO DE RESPOSTAS PERIÓDICAS

Um dos métodos de integração direta mais popular é o do balanceamento harmônico. A utilização deste método permite a obtenção tanto de soluções analíticas para sistemas de um grau de liberdade [73], como soluções numéricas para sistemas complexos, tais como rotores [74 e 75]. Neste método admite-se que a solução possua um ou mais harmônicos preponderantes. A expansão das equações diferenciais, em função destes harmônicos, resulta em um conjunto de equações algébricas não lineares que podem ser resolvidas numericamente por métodos iterativos. Segundo Cameron [41], este método é o de maior eficiência computacional para o cálculo de respostas estacionárias de modelos com excitação harmônica. Este método apresenta dois inconvenientes: pouca versatilidade (para cada problema é necessário montar um conjunto de equações não lineares algébricas) e utilização restrita para o caso de excitação composta por poucos harmônicos.

Outro método bastante popular é o das perturbações. As variáveis dependentes e independentes são expandidas em séries de potência e o problema não linear original é decomposto em uma série de equações lineares que podem ser resolvidas sucessivamente. Uma grande vantagem dos métodos das perturbações é a sua utilização para análise de vibrações quase periódicas. No caso de vibrações periódicas, além das desvantagens apresentadas pelo método do balanceamento harmônico, os procedimentos de perturbações são restritos a sistemas com fracas não linearidades [41].

O método do balanceamento harmônico incremental [76], é um dos poucos métodos de integração direta que é robusto, mesmo para fortes não linearidades [77 e 78]. Este método utiliza a formulação da resposta incremental para obter um conjunto de equações lineares. As equações do incremento são resolvidas pelo método de Galerkin, tendo como função peso uma série composta pelos harmônicos admitidos como solução. Além de obter as respostas periódicas, esta metodologia permite a análise de vibrações quase periódicas [79]. Pierre [78] observa que, para um sistema de dois graus de liberdade com atrito seco, o procedimento é mais eficiente para análise harmônica do que os integradores passo a passo. Cameron [41] observa, como desvantagens, o fato do método ser pouco versátil e a sua utilização para excitações multi-harmônicas apresentar drástica redução da eficiência.

Um método versátil e eficiente é o das diferenças finitas centrais [49]. Neste método, a solução periódica é obtida discretizando-se as

respostas via diferenças finitas centrais, e as não linearidades são tratadas como pseudo forças. É um bom método para aplicações computacionais com restrição de área de memória, pois o conjunto resultante de equações algébricas não lineares pode ser facilmente resolvido por blocos. A principal desvantagem do método é que sua precisão e robustez [39] estão fortemente relacionadas com o intervalo de tempo usado na discretização.

Um método utilizado com sucesso em dinâmica de rotores é o da colocação trigonométrica [80]. Neste método, assume-se que a resposta é composta por uma série de harmônicos que, quando substituída na equação diferencial, resulta em um sistema algébrico de equações não lineares. Caso o número de pontos, no tempo em que se deseja a resposta for maior do que os número de termos da série, a técnica da pseudo-inversa deve ser utilizada. O grande inconveniente observado no uso desta técnica é a pequena versatilidade.

Setlo [37], apresenta um método baseado em autovalores e autovetores não lineares, calculados por um procedimento de Newton-Raphson. Os autovetores são utilizados para desacoplar o sistema de equações diferenciais. As respostas são obtidas pelo método da superposição modal. O grande inconveniente do método diz respeito à sua pequena eficiência para excitação multi-harmônica.

Budak [81], desenvolveu o método iterativo da receptância, no qual as não linearidades devem ser concentradas e simétricas. Estas são expandidas em séries de potências ímpares e tratadas como pseudo forças. A solução, assumida harmônica, é substituída no sistema de equações diferenciais e integrada de forma analítica ao longo de um período. O sistema de equações algébricas resultante é resolvido recursivamente. O procedimento é restrito para excitação harmônica.

O método híbrido frequência-tempo (HFT) [36], utiliza a eficiência do algoritmo da transformada rápida de Fourier, FFT, para o cálculo das integrais existentes na Equações 4.23, 4.24 e 4.25. As suas principais características são: flexibilidade, eficiência para multi-harmônicos e precisão.

4.4 - O PROCEDIMENTO HÍBRIDO TEMPO-FREQUÊNCIA HFT

A essência do método consiste em conjugar a facilidade de se obter

respostas estacionárias no domínio da frequência com a facilidade de modelar não linearidades no domínio do tempo.

Para sistemas dinâmicos não lineares, modelados com amortecimento viscoso, a formulação da pseudo-força expressa na forma modal é representada por:

$$\ddot{\xi} + D \cdot \dot{\xi} + \Omega^2 \cdot \xi = F_{NL} \quad (4.20)$$

A matriz D é diagonal, sendo:

$$D_{ii} = \frac{\partial G_g}{\partial \dot{\xi}_i}$$

Aplicando-se a transformada de Fourier \mathcal{F} em ambos os lados da Equação 4.20, resulta:

$$\left[-\omega^2 \cdot I + j \cdot \omega \cdot D + \Omega^2 \right] \cdot \xi = F_{NL}(\omega) \quad (4.21)$$

A i-ésima coordenada modal ξ_i , para a k-ésima frequência ω_k , é calculada através da expressão:

$$\xi_i(\omega_k) = H_0^{-1}(\omega_k) \cdot F_{NL_i}(\omega_k) = \frac{F_{NL_i}(\omega_k)}{\Omega_i^2 - \omega_k^2 + j \cdot \omega_k \cdot D_i} \quad (4.22)$$

onde $H_0(\omega)$ é a função de transferência do modelo linearizado.

O HFT, básico, é um método iterativo desenvolvido de acordo com o diagrama de blocos mostrado na Figura 4.1.

No bloco 1, os vetores \dot{Y}_0 e Y_0 são inicializados. No bloco 2, são calculadas as pseudo-forças no domínio do tempo. As pseudo-forças no domínio da frequência são calculadas, via algoritmo de transformada rápida de Fourier, no bloco 3. No bloco 4, os deslocamentos, em coordenadas modais, são calculados e, via transformada de fourier inversa (bloco 5) os valores de \dot{Y}_0 e Y_0 são atualizados. O procedimento retorna ao bloco 2 até que algum critério de convergência tenha sido atingido (bloco 6).

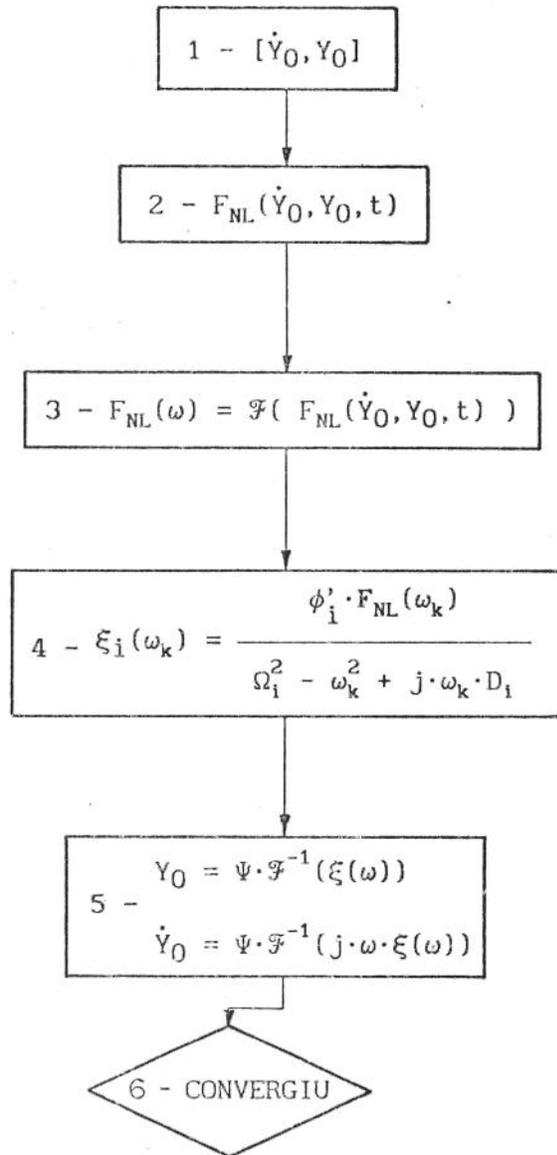


Fig 4.1 - Diagrama de blocos do procedimento HFT padrão.

4.5 - ESTABILIDADE DO PROCEDIMENTO HFT

Um dos grandes problemas do método HFT é a estabilidade [41]. Darbre [40], demonstra que o método HFT é estável quando os módulos dos autovalores, obtidos pela Equação 4.23, forem todos menores do que a unidade.

$$| \Lambda - H_0(\omega) \cdot H(F_{NL}(\dot{Y}, Y, \omega), \omega)^{-1} | = 0 \quad (4.23)$$

Existem vários procedimentos utilizados com o intuito de melhorar a estabilidade do método HFT. Dentre eles podem-se destacar os procedimentos: da segmentação [36 e 40], do amortecimento artificial [36], da atualização dos autovetores e autovalores pelo coeficiente de rigidez médio [36], de Newton-Raphson [41] e o da formulação da resposta incremental.

O método da segmentação consiste em dividir os N_p pontos da curva de resposta em N_s blocos menores, sendo que as pseudo forças são atualizadas para cada bloco, individualmente, até a convergência. Após a convergência em um determinado bloco, passa-se para o bloco seguinte até que os N_s blocos tenham convergido individualmente. Este procedimento é utilizado para integração de respostas transientes [36 e 40].

Nas integrações de respostas periódicas não foi observado, neste trabalho, nenhum ganho de robustez com a utilização do procedimento de segmentação. Como a utilização deste procedimento mostrou-se pouco eficiente, a utilização do mesmo foi descartada.

No procedimento do amortecimento artificial, uma matriz de amortecimento viscoso ou hysterético é introduzida em ambos os lados da formulação da pseudo-força. Esta matriz de amortecimento evita que o procedimento divirja nas iterações iniciais, quando o estado inicial assumido é muito diferente do estado real. Entretanto a precisão do HFT pode ser comprometida com a utilização desta metodologia [36].

No método da atualização dos autovetores e autovalores, primeiramente calculam-se, via regressão linear, os coeficientes de rigidez linearizados da iteração atual. Estes coeficientes de rigidez são utilizados para calcular os autovalores e autovetores do modelo modal utilizado na iteração seguinte (Equação 4.20).

Cameron [41] utiliza o procedimento de Newton-Raphson na Equação 4.22 para determinação de ξ , ou seja, em cada iteração ξ é atualizado pela expressão:

$$\xi^{k+1} = \xi^k - \alpha \cdot \left[H_0(\omega) - J(F_{NL}^k(\omega)) \right]^{-1} \cdot \left\{ H_0(\omega) \cdot \xi^k - F_{NL}^k(\omega) \right\} \quad (4.24)$$

onde α é um fator de relaxação.

O grande inconveniente desta metodologia é a elevação dos custos

computacionais devido aos cálculos da matriz Jacobiana e a inversão de matrizes cheias para cada harmônico de interesse.

Utilizando a formulação da resposta incremental, o método HFT resulta num procedimento equivalente ao do balanceamento harmônico incremental, cuja característica principal é o de ser estável mesmo para altas não linearidades. Apesar de ser flexível, a utilização, neste trabalho, do procedimento resultante mostrou-se pouco eficiente.

4.6 - O PROCEDIMENTO UTILIZADO NESTE TRABALHO

Da Equação 4.24, observa-se que o termo $J(F_{NL}(\omega))$ torna-se significativo na região de ressonância do sistema linear. Neste caso $H_0(\omega)$ diminui ($H_0 \rightarrow 1/(j \cdot \omega \cdot D)$) e $F_{NL}(\omega)$ cresce devido ao aumento dos valores de $\dot{\xi}(\omega)$ e $\xi(\omega)$. Portanto, pode-se aumentar a eficiência do procedimento de Newton-Raphson, sem grandes prejuízos para a estabilidade, calculando-se o Jacobiano somente nas regiões das ressonâncias do modelo linearizado. O procedimento desenvolvido neste trabalho utiliza a Equação 4.24 para o cálculo das respostas na região das ressonâncias e a Equação 4.22 nas regiões de anti-ressonâncias.

O cálculo de $\nabla F_{NL}(\omega)$ mostrou-se eficiente utilizando-se diferenças finitas em conjunto com um algoritmo de transformada discreta de Fourier (DFT), conforme mostrado nas etapas abaixo:

1 - Dada uma coordenada $y(\omega)$ associada à uma junta não linear, calcula-se o incremento $\Delta y(\omega)$:

$$\Delta y(\omega) = \alpha_\omega \cdot y(\omega) \quad (4.25)$$

2 - Calcula-se o incremento correspondente no domínio do tempo pelas relações:

$$\Delta y(k \cdot \Delta t) = \text{Re} \cdot \cos(\omega \cdot k \cdot \Delta t) + \text{Im} \cdot \text{sen}(\omega \cdot k \cdot \Delta t) \quad (4.26)$$

$$\dot{\Delta y}(k \cdot \Delta t) = \omega \cdot \text{Im} \cdot \cos(\omega \cdot k \cdot \Delta t) - \omega \cdot \text{Re} \cdot \text{sen}(\omega \cdot k \cdot \Delta t) \quad (4.27)$$

onde Re é a parte real e Im a parte imaginária de $\Delta y(\omega)$, e $k \cdot \Delta t$ é o

tempo.

3 - Calcula-se $F_{NL}(\dot{y}+\Delta\dot{y}, y+\Delta y, k \cdot \Delta t)$ e a diferença :

$$\Delta F_{NL}(k \cdot \Delta t) = F_{NL}(\dot{y}+\Delta\dot{y}, y+\Delta y, k \cdot \Delta t) - F_{NL}(\dot{y}, y, k \cdot \Delta t) \quad (4.28)$$

4 - As derivadas parciais de $F_{NL}(\omega)$ em relação a $y(\omega)$ são aproximadas via diferenças finitas e DFT pela expressão:

$$\frac{\partial F_{NL}(\omega)}{\partial y(\omega)} = \frac{1}{N_{pt} \cdot \Delta y(\omega)} \cdot \left\{ \sum_{k=1}^{N_{pt}} \Delta F_{NL}(k \cdot \Delta t) \cdot \left[\cos(\omega \cdot k \cdot \Delta t) - j \cdot \text{sen}(\omega \cdot k \cdot \Delta t) \right] \right\} \quad (4.29)$$

onde N_{pt} é o número de intervalos discretos de tempo.

Observa-se que as derivadas são calculadas em função das coordenadas primitivas $y(\omega)$. Neste caso, os passos indicados acima deverão ser repetidos m vezes para cada freqüência de interesse, onde m é o número de não linearidades concentradas existentes no modelo. Caso se utilizem as coordenadas modais diretamente no cálculo do Jacobiano, é necessário que a DFT seja avaliada $NGDL \cdot (NGDL+1)/2$ vezes para cada freqüência, onde $NGDL$ é o número de graus de liberdade do modelo reduzido.

Para garantir a precisão do procedimento, a base modal é atualizada para as freqüências nas quais o Jacobiano é calculado. A equação, para a atualização da i -ésima coordenada generalizada na k -ésima freqüência, é dada por:

$$\xi_i^{k+1} = \xi_i^k - \alpha \cdot \bar{\Psi}_n^k \cdot \frac{\bar{\Psi}_n^k \cdot \left\{ H_0(\omega) \cdot \xi^k - F_{NL}^k(\omega) \right\}}{\Omega_i^2 - \omega_k^2 + j \cdot \omega_k \cdot \bar{\Psi}_n^k \cdot D_i \cdot \bar{\Psi}_n^k} \quad (4.30)$$

O procedimento utilizado foi implementado através de uma rotina denominada PSFM.

4.7 - O PROGRAMA PSFM

O diagrama de blocos do procedimento computacional PSFM, desenvolvido para realizar a integração direta para o regime estacionário, está mostrado na Figura 4.2.

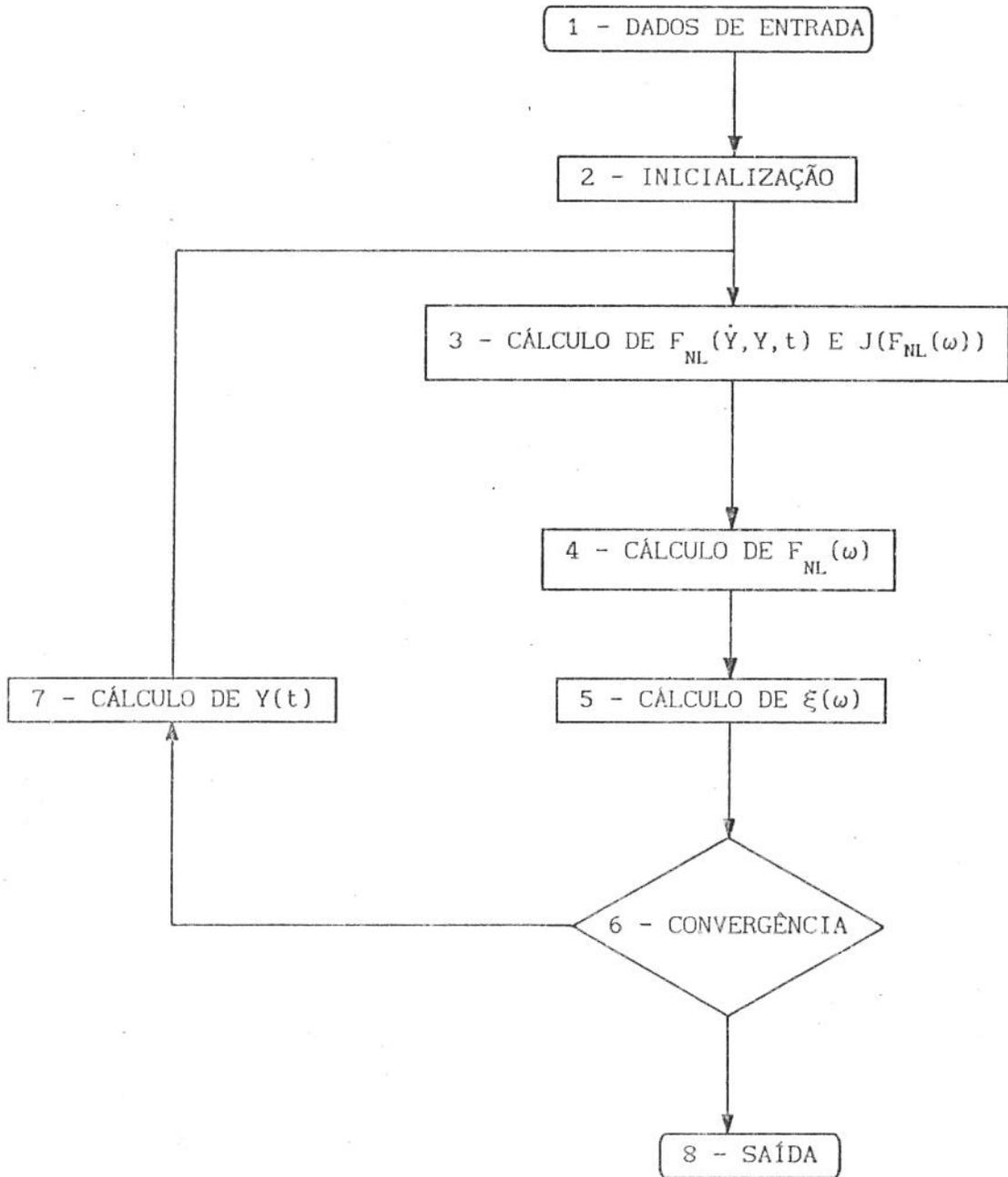


Fig 4.2 - Diagrama de blocos da rotina PSFM

O bloco 1 consiste, basicamente, da leitura de dados e alocação dinâmica de memória para armazenamento das matrizes e dos vetores utilizados no procedimento de integração. Necessitam-se como dados de entrada: o número de pontos de integração; o valor do passo integração; o nome do arquivo com o conjunto de dados modais do modelo na forma do arquivo de saída do programa SINTESE; o nome do arquivo binário com os valores das forças periódicas de excitação externas; o número e as respectivas posições das coordenadas em que atuam as forças externas e os esforços não lineares; a morfologia das ligações não lineares; o número e frequências em que serão calculadas as respostas, e, para cada frequência, o tipo de formulação utilizada para o cálculo de ξ ; o valor do coeficiente de relaxação α ; e o nome do arquivo de saída. Explicações detalhadas da estrutura do arquivo de dados são fornecidas no ANEXO II.

No bloco 2, os vetores com a morfologia das ligações não lineares são criados. Estes vetores são utilizados para orientar a montagem dos Jacobianos, cujas derivadas são calculadas e armazenados na forma de um vetor que contem os elementos não nulos da matriz. Neste bloco, os valores dos senos e cossenos utilizados no algoritmo de FFT, são calculados e armazenados num vetor.

No bloco 3 as forças externas e as pseudo-forças que atuam sobre o sistema são calculadas por uma sub-rotina, FORC, montada pelo usuário. A rotina PSFM fornece para FORC o tempo, em que se deseja os valores das forças externas e das forças não lineares, os vetores com os deslocamentos Y e velocidades \dot{Y} . FORC retorna os valores dos esforços que atuam sobre o modelo.

Os valores das velocidades são calculados via diferenças finitas centrais, ou seja:

$$\dot{Y}_i = \frac{Y_{i+1} - Y_{i-1}}{2 \cdot \Delta t} \quad (4.31)$$

Outra alternativa para o cálculo de \dot{Y}_i , de maior custo computacional, é a utilização da transformada inversa de Fourier do produto $\omega \cdot Y(\omega)$.

No bloco 3, os Jacobianos só são recalculados quando a taxa de convergência fica menor do que 50 % ou quando o processo de integração começa a divergir.

O bloco 4 consiste de um algoritmo de transformada rápida de Fourier

(FFT) para obtenção dos valores das forças externas e pseudo forças no domínio freqüência.

No bloco 5 é calculada a resposta em freqüência do sistema. Dois procedimentos são utilizados:

a) Se não foi exigido o cálculo do Jacobiano para a freqüência em que as respostas estão sendo calculadas, utiliza-se a Equação 4.22 diretamente.

b) Se o cálculo do Jacobiano foi exigido:

- Calcula-se o valor aproximado de Ω^{2k} utilizando a Equação 4.8;
- Se a maior variação de Ω^{2k} , em relação a Ω^2 do modelo inicial do sistema, for menor do que 10 %, utiliza-se a Equação 4.11 para a determinação dos novos autovetores;
- Caso contrário, partindo-se do valor aproximado de Ω^{2k} , utiliza-se o algoritmo de Newton para a minimização da Equação 4.18. O procedimento normalmente converge em 3 ou 4 iterações. O lema da inversão de matrizes (4.17) é utilizado para a determinação dos novos autovetores.
- Após a determinação de $\bar{\Psi}$, os novos valores de ξ são calculados utilizando-se a Equação 4.19.

O coeficiente de relaxação α é escolhido, normalmente, entre 0.2 e 1.0, dependendo do grau de não linearidade e da qualidade da aproximação inicial. Em um processo de ajuste, a utilização de $\alpha = 1$ não gera grandes problemas, pois o estado inicial utilizado é o estado final da simulação anterior sendo, por isso, uma boa aproximação inicial.

A utilização de valores de α auto-ajustáveis (aceleração de Aitken [36]), em função da convergência do processo, apresentou bons resultados para algumas simulações realizadas. Entretanto, este procedimento introduz instabilidades no processo de convergência.

Uma outra abordagem tentada, em relação ao coeficiente α , foi a de atualizar ξ no domínio do tempo, escolhendo-se α de maneira a minimizar o resíduo do sistema de equações diferenciais do movimento. Apesar do cálculo do resíduo ter um custo computacional relativamente baixo, uma vez que os vetores $\dot{\xi}$ e $\bar{\xi}$ podem ser calculados via diferenças finitas centrais, o

procedimento tornou-se pouco eficiente, sendo por isso abandonado.

O critério de convergência, bloco 6, utilizado foi o da variação percentual do incremento no domínio da frequência. Dados $\xi^k(\omega)$ e $\xi^{k+1}(\omega)$, as respostas para as iterações i e $i+1$, o erro E_p é definido como:

$$E_p = 100 \cdot \left\{ \frac{\sum_{\ell=1}^n (\xi_{\ell j}^{k+1} - \xi_{\ell j}^k)^2}{\sum_{\ell=1}^n (\xi_{\ell j}^{k+1})^2} \right\}; \quad j = 1 \dots N_{pt} \quad (4.32)$$

Para E_p menor do que 10^{-3} , as variações nas curvas de resposta são desprezíveis, indicando o fim do processo iterativo.

Os valores do incremento α_ω (4.25) são escolhidos em função de E_p , visando aumentar a estabilidade do algoritmo de integração. O aumento da estabilidade é conseguido pelo efeito de média introduzido quando da utilização de valores maiores para α_ω . Os melhores resultados foram obtidos para:

$$\begin{aligned} \alpha_\omega &= 10^{-1} \quad \text{se } E_p > 10 \% \\ \alpha_\omega &= 10^{-2} \quad \text{se } 1 \leq E_p \leq 10 \% \\ \alpha_\omega &= 10^{-3} \quad \text{se } E_p < 1 \% \end{aligned} \quad (4.33)$$

À saída do programa PSFM, bloco 8, é criado um arquivo com as respostas no domínio do tempo, apenas para as coordenadas escolhidas pelo usuário. Nos casos em que o procedimento tenha convergido, as pseudo-forças e as respostas, em coordenadas modais, são armazenadas num arquivo, para serem utilizadas como valores de partida em análises paramétricas.

4.8 - SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Neste item será feita a análise de desempenho do procedimento desenvolvido em relação aos algoritmos apresentados por Kawamoto [36]. A análise de eficiência e de precisão, em relação a um algoritmo da família

Newmark, será feita no Capítulo 7.

O modelo utilizado, mostrado na Figura 4.3, tem as mesmas características físicas e geométricas do modelo apresentado no Capítulo 3. O modelo foi gerado via síntese modal de componentes utilizando o programa SINTESE. O valor de rigidez linear k_l é 5000 N/m e o de rigidez inicial do modelo não linear, k , é 4.000 N/m. Para aumentar o número de frequências naturais na banda de 1,0 a 100 Hz, quatro coeficientes de rigidez $k_e = 1.500$ N/m foram inseridos entre os nós de ligação das subestruturas e pontos fixos.

O modelo de não linearidade é o de dupla rigidez mostrado na Figura 4.3. Os valores de ΔY_0 e k foram mantidos constantes e iguais a 1,0 mm e 4000 N/m, respectivamente.

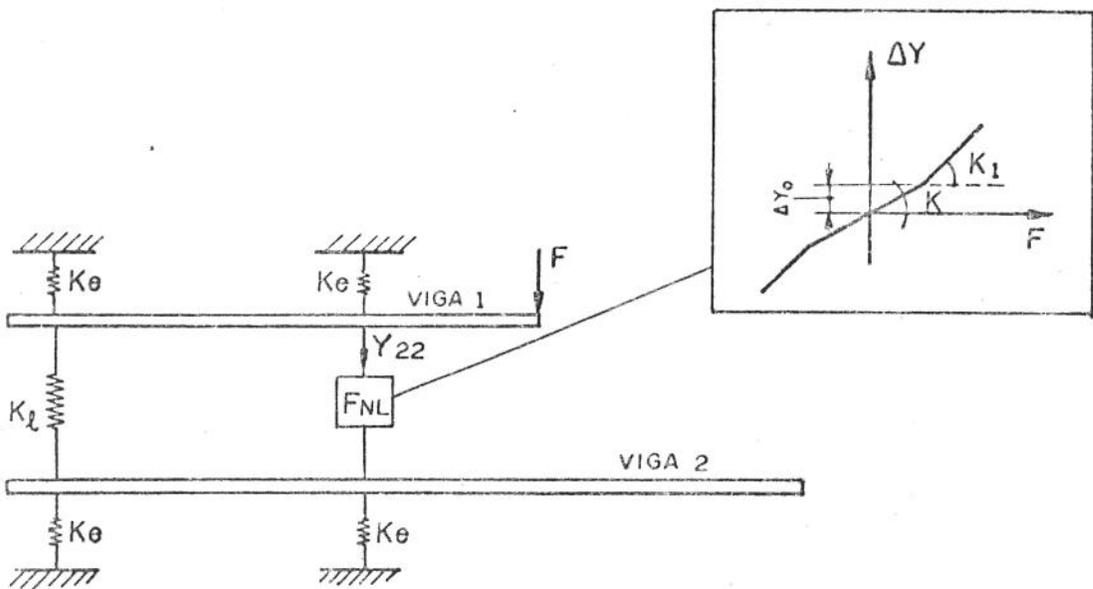


Fig. 4.3 - Modelo não linear utilizado para análise dos procedimentos de integração

A banda de frequências analisadas foram entre 0 e 100 Hz, resultando em um modelo reduzido com sete graus de liberdade, cujas frequências naturais f_n estão listadas na Tabela 4.1.

Tab. 4.1 - Primeiras freqüências naturais do modelo linear.

MODO	1	2	3	4	5	6	7
f_n (Hz)	4,46	9,88	16,84	27,30	51,56	107,38	130,55

A força periódica aplicada na estrutura é composta por harmônicos de amplitude unitária nas freqüências de 5,10,15,20 e 25 Hz. O ponto de aplicação da força externa foi o nó 27 do modelo, correspondendo ao ponto indicado na Figura 4.3.

Para a integração foram utilizados 256 pontos em cada curva de resposta, com um incremento Δt igual a 1/256 seg. Esta configuração implica em uma freqüência de Nyquist de 128 Hz e um incremento em freqüência Δf de 1,0 Hz.

As freqüências escolhidas para o cálculo das respostas foram de 0 a 125 Hz com um espaçamento de 5 Hz, totalizando 26 pontos em freqüência. Quando necessário, o Jacobiano foi calculado para as freqüências de 5,10,15,20,25,30,50,55,105 e 110 Hz, escolhidas devido à proximidade das freqüências naturais do modelo linear.

Para análise de eficiência foram utilizados os seguintes procedimentos: o HFT comum, chamado HFTc, dado pela Equação 4.28; o procedimento com atualização dos autovalores e autovetores pela rigidez média [36], denominado HFTa; e o procedimento desenvolvido neste trabalho, chamado PSFM.

Não foi possível utilizar o procedimento desenvolvido por Cameron [41], uma vez que em seu trabalho não é mostrado o método utilizado para o cálculo do Jacobiano. Segundo Cameron [41], este procedimento é muito mais lento que o HFTc quando ambos procedimentos convergem.

A utilização de amortecimento artificial [36] implicou em oscilações na convergência do procedimento para valores de K_1 maiores do que 6000 N/m. Podem-se creditar estas oscilações à utilização de um Δt relativamente elevado, o que pode ter resultado em estimativas grosseiras para a velocidade no domínio do tempo, ou a uma escolha inadequada para os coeficientes artificiais de amortecimento viscoso.

O tempo de convergência, t^* , utilizado nas comparações, é normalizado em relação ao tempo gasto para a convergência do procedimento HFTc com $k_1 = 4000$ N/m (modelo linear).

A Tabela 4.2 mostra os valores mínimos, $\min(k_1)$, e máximos, $\max(k_1)$, do parâmetro k_1 , para os quais os procedimentos analisados ainda convergiram, com α igual a 1.

Tab. 4.2 - Robustez dos procedimentos analisados

	HFTc	HFTa	PSFM
$\min(k_1)$ [N/m]	3000	2500	2000
$\max(k_1)$ [N/m]	6500	10000	14000

Para valores maiores do que 14000 o procedimento PSFM divergiu, mesmo calculando-se o Jacobiano para todas as frequências.

A Figura 4.4 mostra os tempos t^* em função de K_1 para os três procedimentos.

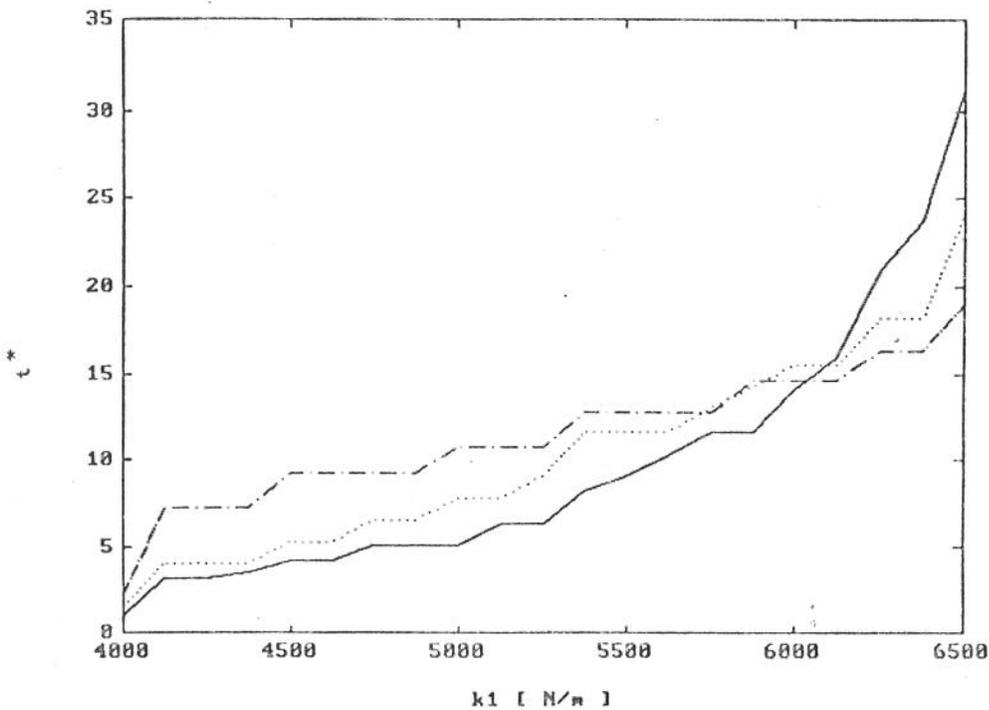


Fig. 4.4 - Tempo de convergência t^* em função do parâmetro k_1 para os procedimentos HFTc (—), HFTa (·····), e PSFM (- - - -).

Observa-se que a eficiência do procedimento HFTc diminui drasticamente com o aumento do grau de não linearidade (aumento do valor de K_1). Os patamares observados para as curvas HFTa e PSFM são decorrentes da convergência ter sido alcançada para um mesmo número de iterações.

Comparando-se as respostas geradas pelos três procedimentos, não foi observado nenhum ganho de precisão decorrente da atualização da base modal.

A Figura 4.5 mostra a resposta $Y_{22}(t)$ para valores de k_1 iguais a: 4000 (sistema linear), 8000 e 14000 N/m. A figura 4.6 mostra as amplitudes,

em dB (ref =1 mm), de $Y_{22}(f)$ para os mesmos valores de k_1 . O sub-índice 22 é referente ao nó 22 do modelo, que é o ponto de ligação do elemento não linear com a subestrutura 2, indicado na Figura 4.3.

Pode-se observar que o aumento da rigidez k_1 de 8000 para 14000 N/m não implicou em grandes mudanças na forma da curva de resposta. O que se observa é um aumento significativo nas amplitudes dos super-harmônicos.

Adicionalmente, cabe observar que, neste exemplo, o procedimento de atualização da base modal mostrou-se tão eficiente quanto a aplicação do procedimento de Gauss-Sidel na Equação 4.29.

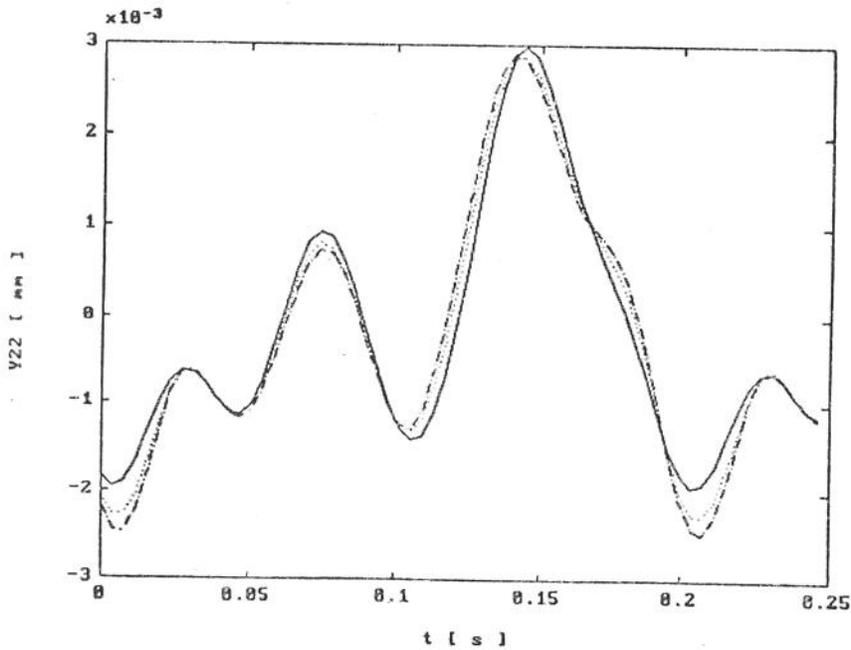


Fig. 4.5 - Resposta do nó 22 no domínio do tempo, para $k_1 = 4000$ N/m (—), 8000 N/m (.....) e 14000 N/m (—·—).

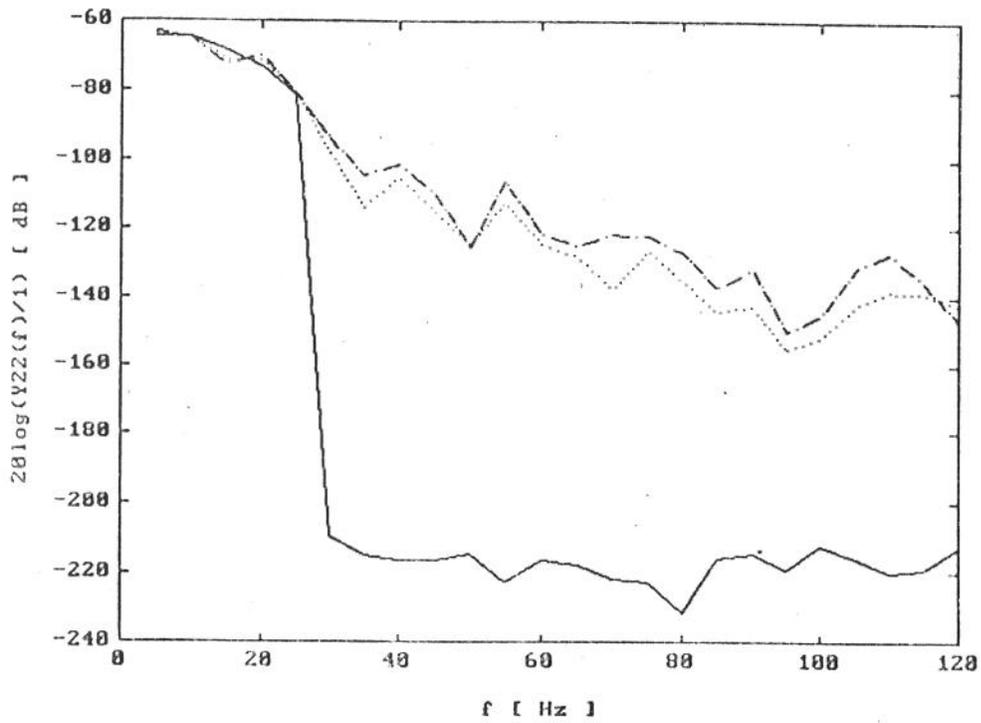


Fig. 4.6 - Resposta do nó 22 no domínio da frequência, para $k_1 = 4000 \text{ N/m}$ (—), 8000 N/m (.....) e 14000 N/m (-·-·-).

5 - O PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL DE AJUSTE

O procedimento IDENTPAR, desenvolvido neste trabalho, é baseado no programa ROTFIT desenvolvido por ARRUDA [29]. O programa utiliza estimadores de ajuste direto de parâmetros com o modelo de erro na saída, ou seja, o procedimento de ajuste é não linear.

Existe a possibilidade de utilizarem-se os estimadores de: Mínimos Quadrados Comuns, Mínimos Quadrados Generalizados, Markov, Máximo à Posteriori e Máxima Correlação.

O programa foi projetado de maneira a ter grande flexibilidade no que diz respeito ao modelo matemático a ser ajustado. Para que isto seja possível, as rotinas de identificação são independentes das rotinas de simulação do modelo matemático.

O programa permite que curvas provenientes de experimentos diferentes sejam carregadas seqüencialmente. A utilização deste procedimento é útil quando é impossível obter curvas de resposta que sejam sensíveis às variações de todos os parâmetros do modelo, conforme discutido no Capítulo 2.

O número de pontos da resposta e o número de parâmetros que podem ser ajustados dependem da área do COMMON de trabalho do programa principal. A área básica é a ocupada por um vetor real de 10000 posições de memória. Para se ter uma idéia da potencialidade do programa, no que diz respeito ao aproveitamento da área de memória, já foi possível ajustar, em um micro da família PC sob o sistema operacional DOS, trinta e oito parâmetros modais para 1800 pontos de dados de resposta.

O programa gera um arquivo de saída com os valores ajustados para os parâmetros e as respectivas estimativas de erro.

5.1 - DIAGRAMA DE BLOCOS DO PROGRAMA IDENTPAR

A Figura 5.1 mostra o diagrama de blocos do programa IDENTPAR.

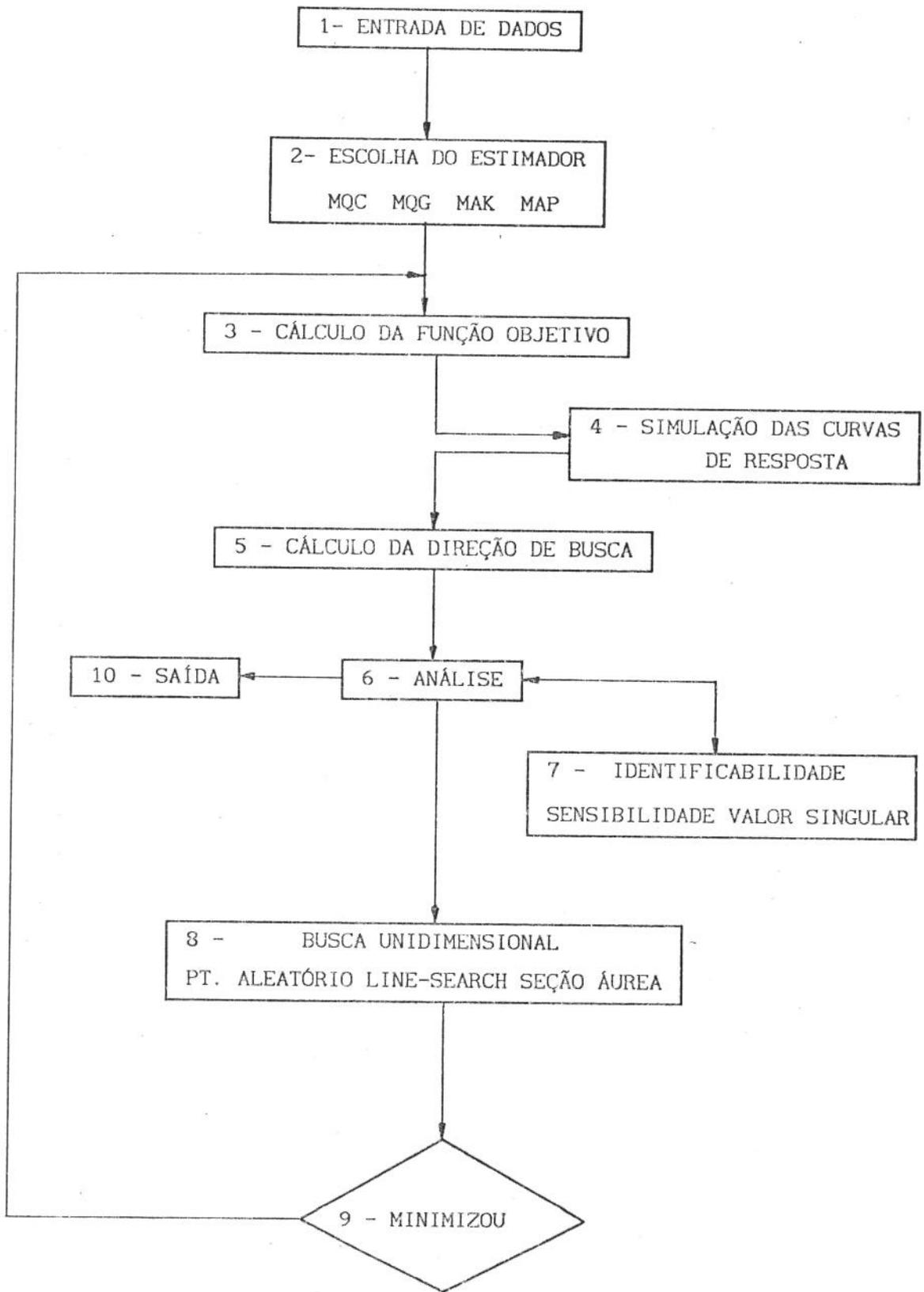


Fig. 5.1 - Diagrama de blocos do programa IDENTPAR

A Figura 5.2, mostra o modelo, equivalente ao utilizado no Capítulo 2, com os doze parâmetros a serem ajustados, utilizado como exemplo para a apresentação do funcionamento do programa IDENTPAR. Utilizou-se a FRF do nó 22 (Y_{22} na Figura 5.2) na banda de 0 a 80 HZ, com um incremento em frequência 1 Hz. O ajuste foi feito para a curva de resposta em escala logarítmica.

A FRF foi obtida por simulações, utilizando-se o modelo modal completo da estrutura. Um ruído branco, com um desvio padrão de 0,5 % do valor RMS da resposta, foi adicionado à FRF do modelo completo. No ajuste utilizou-se a síntese modal de componentes, programa SINTESE, para a obtenção do modelo modal reduzido.

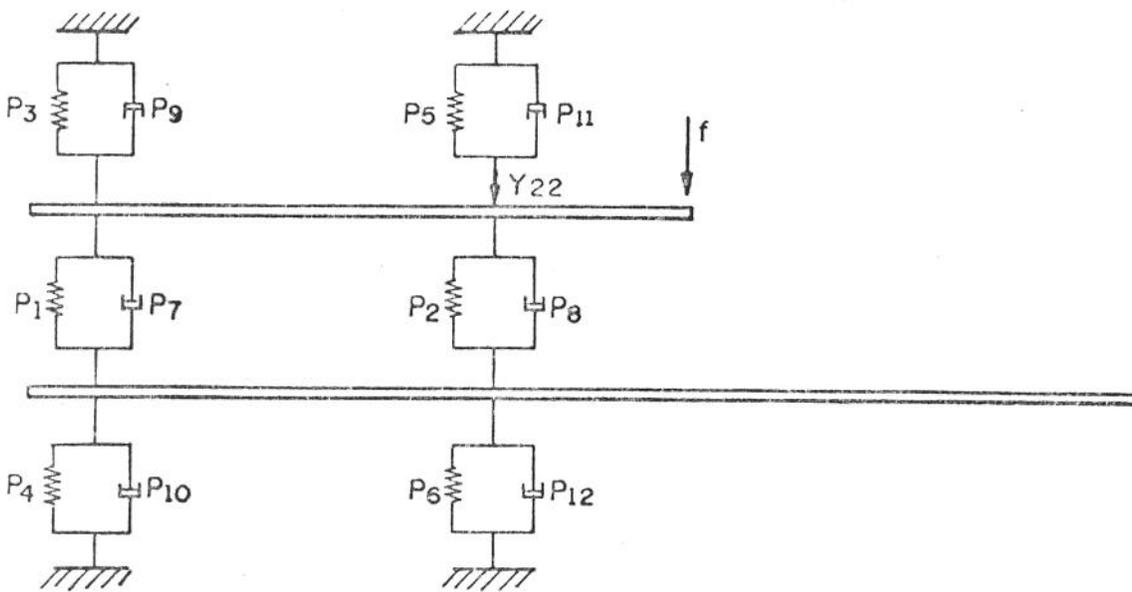


Fig. 5.2 - Modelo utilizado como exemplo para a descrição do programa IDENTPAR.

5.1.1 - ENTRADA DE DADOS

No arquivo de entrada de dados informam-se: o número de parâmetros a serem ajustados, o tamanho do bloco de dados para o estimador de Máxima Correlação, o modelo de função erro (quadrático ou correlação), o procedimento de busca uni-dimensional, os valores mínimos e máximos esperados para os parâmetros, o valor estimado para a variância do parâmetro, o nome do arquivo com os dados das respostas, o nome do arquivo

que será utilizado pelas rotinas de simulação e o título do ajuste. Explicações detalhadas sobre os dados de entrada são dadas no ANEXO III.

A Figura 5.3 mostra, o arquivo de entrada de dados, bloco 1 da Figura 5.1, com os doze valores de parâmetros a serem ajustados.

12	25	0	2	
.100000E+03	.800000E+04	.100000E+06	.000000E+00	DADOS INICIAIS
.100000E+03	.800000E+04	.100000E+06	.000000E+00	
.100000E+03	.500000E+04	.100000E+06	.000000E+00	
.100000E+03	.500000E+04	.100000E+06	.000000E+00	
.100000E+03	.500000E+04	.100000E+06	.000000E+00	
.100000E+03	.500000E+04	.100000E+06	.000000E+00	ESTIMATIVAS
.000000E+00	.100000E+01	.100000E+03	.000000E+00	INICIAIS
.000000E+00	.100000E+01	.100000E+03	.000000E+00	
.000000E+00	.100000E+01	.100000E+03	.000000E+00	
.000000E+00	.100000E+01	.100000E+03	.000000E+00	
.000000E+00	.100000E+01	.100000E+03	.000000E+00	
.000000E+00	.100000E+01	.100000E+03	.000000E+00	
EXPER.DAT				ARQUIVO COM OS DADOS EXPERIMENTAIS
MODAL.DAT				ARQUIVO UTILIZADO NAS SIMULAÇÕES
SINTESE MODAL				TÍTULO DA ANÁLISE

Fig 5.3 - Exemplo de arquivo de dados de entrada.

5.1.2 - ESCOLHA DO ESTIMADOR

A primeira tela de opções do programa IDENTPAR é a de seleção do estimador mostrada na Figura 5.4.

O movimento entre as janelas com as opções é conseguida pressionando-se as teclas : W (movimento para cima), X (movimento para baixo), D (movimento para a direita) e A (movimento para a esquerda). Uma janela sombreada aparece sobre a opção corrente. A escolha de uma determinada opção é conseguida pressionando-se a tecla S.

Quando se escolhe o estimador de mínimos quadrados comum MQC, o programa substitui a matriz de covariância Ψ do ruído por uma matriz identidade e a matriz de covariância V dos parâmetros por uma matriz nula.

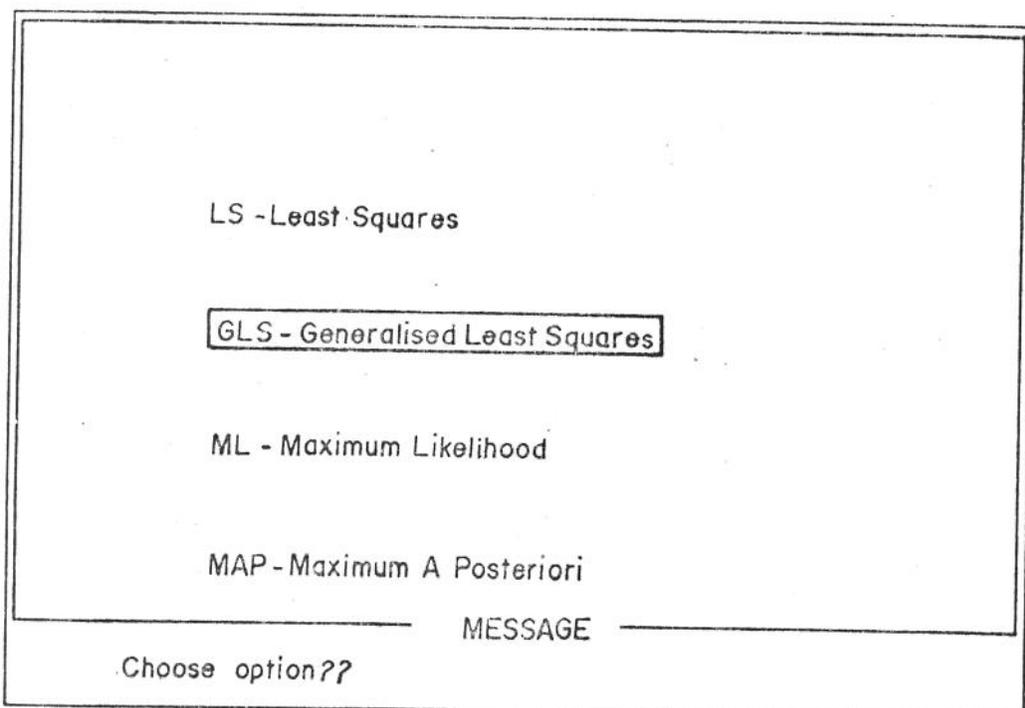


Fig 5.4 - Menu de escolha do estimador.

A escolha dos estimadores ML (Markov) e MAP implica na existência de uma matriz com as covariâncias das respostas incluída no arquivo de dados. Nos casos em que o arquivo com os dados das respostas contenha resultados de mais de um ensaio, um programa independente chamado INIFIT calcula, automaticamente, uma estimada para a matriz Ψ .

Com a opção de função erro de correlação, a matriz Ψ não é utilizada para os cálculos da função objetivo e da direção de busca.

Para que o tempo de processamento em um microcomputador seja viável, assume-se a hipótese universal de que o ruído não é correlacionado. Neste caso, para M medidas em N pontos, a matriz Ψ será composta por M sub-matrizes de dimensões $N \times N$, no lugar de uma matriz com dimensão $MN \times MN$, caso esta hipótese não fosse assumida.

Escolhendo a opção de mínimos quadrados generalizados, MQG, aparecerá na tela o menu mostrado na Figura 5.5, com cinco opções para a construção da matriz diagonal, W, de confiabilidade das respostas.

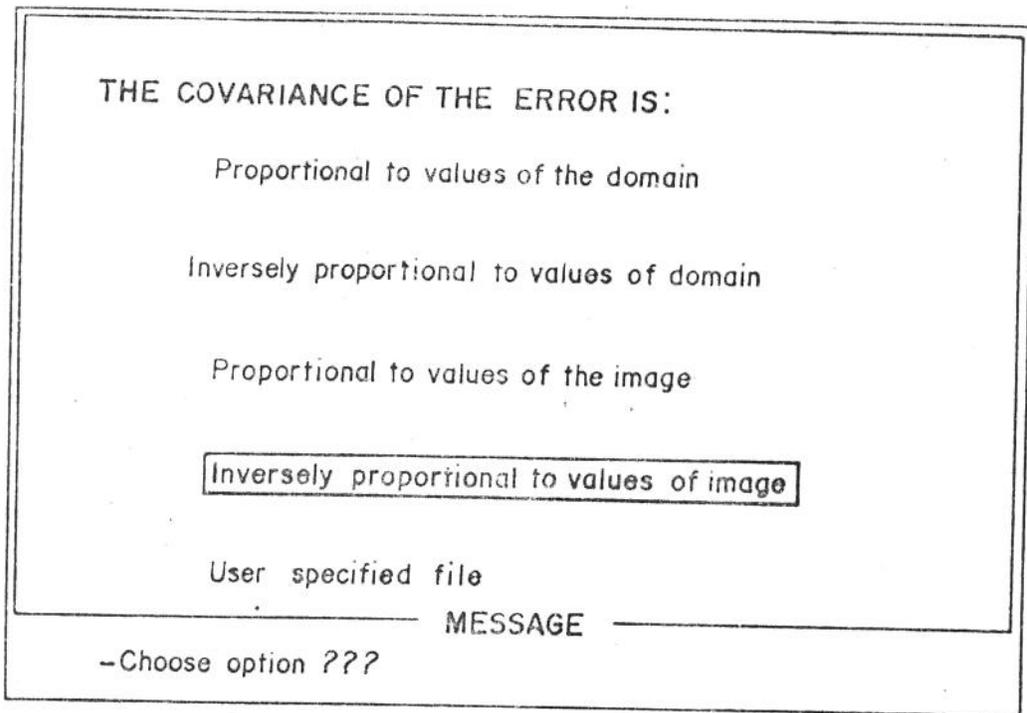


Fig. 5.5 - Menu com as opções de confiabilidade das respostas experimentais.

Na opção de ruído proporcional ao valor do domínio, o i -ésimo elemento da matriz diagonal W é calculado pela equação 5.1, onde N é o número de pontos de cada curva de resposta.

$$W(i,i) = \left[\frac{i}{N} \right]^2 \quad (5.1)$$

Na opção de ruído inversamente proporcional ao valor do domínio, o i -ésimo elemento da matriz diagonal W é calculado pela equação 5.2.

$$W(i,i) = \left[\frac{N + 1 - i}{N} \right]^2 \quad (5.2)$$

Na opção de ruído proporcional ao valor da imagem, valores das curvas de resposta, o i -ésimo elemento da matriz diagonal W é calculado pela equação 5.3, onde os sub-escritos MIN e MAX são, respectivamente, os valores mínimos e máximos do módulo das curvas de respostas.

$$W(i,i) = \left[\frac{|Y_i| - |Y|_{MAX}}{|Y|_{MAX} - |Y|_{MIN}} \right]^2 \quad (5.3)$$

Na opção de ruído inversamente proporcional ao valor da imagem, o i -ésimo elemento da matriz diagonal W é calculado pela equação 5.4.

$$W(i,i) = \left[\frac{|Y_i| - |Y|_{MIN}}{|Y|_{MAX} - |Y|_{MIN}} \right]^2 \quad (5.4)$$

Normalmente, em dinâmica de estruturas, a opção mais utilizada é a de ruído inversamente proporcional ao valor da imagem. Porém, as outras opções podem ser úteis em determinados casos, como por exemplo o ajuste de parâmetros modais no domínio da frequência de estruturas fracamente amortecidas. Neste caso, uma combinação de ajustes, com ruído proporcional e inversamente proporcional, pode ser utilizada. A hipótese de ruído proporcional pode ser utilizada para avaliação dos autovetores e autovalores, e a hipótese de ruído inversamente proporcional para o ajuste dos coeficientes de amortecimento.

Na última opção a matriz W é fornecida pelo usuário. Deve-se entrar com o nome de um arquivo que contenha um vetor com valores, entre zero e um, representando a confiança nos dados. Por exemplo, se as respostas forem funções de resposta em frequência, em análise modal no domínio da frequência, os elementos de W podem estar relacionados com os valores da função de coerência [82].

As matrizes Ψ ou W são manipuladas na forma de lista, sendo sua dimensão limitada pela memória disponível. Por este motivo, o usuário não deverá montar o arquivo com os dados sem o auxílio do programa INIFIT.

5.1.3 - CÁLCULO DA FUNÇÃO OBJETIVO E SIMULAÇÃO DAS CURVAS DE RESPOSTA

A função objetivo é calculada, conforme o estimador escolhido, pelas equações 2.15 ($K = 0$), 2.19, 2.22 e 2.32. As curvas de resposta simuladas

deverão ser fornecidas por sub-rotinas providas pelo usuário. Antes da chamada destas sub-rotinas, o programa IDENTPAR fecha todos os arquivos de trabalho, dando total liberdade para o usuário no que diz respeito à abertura de novos arquivos.

A sub-rotina de ligação, chamada de SUBEXT, criada pelo usuário, permite a transferência dos dados entre o programa IDENTPAR e as sub-rotinas de simulação. O cabeçalho de SUBEXT e os parâmetros utilizados na chamada são detalhados no ANEXO IV.

5.1.4 - CÁLCULO DA DIREÇÃO DE BUSCA

A direção de busca é calculada pela Equação 2.17, onde o valor de um elemento X_{ij} , do Jacobiano, é aproximado pela expressão 5.5.

$$X_{ij} = \frac{Y_i(b_j + \Delta b_j) - Y_i(b_j)}{\Delta b_j} \quad (5.5)$$

O valor de Δb_j é função do coeficiente de correlação COR de acordo com as Equações 5.6.

$$\begin{aligned} \Delta b_j &= 0,1 \cdot b_j && \text{para } \text{COR} < 90 \% \\ \Delta b_j &= 0,01 \cdot b_j && \text{para } 90 \% \leq \text{COR} < 99 \% \\ \Delta b_j &= 0,001 \cdot b_j && \text{para } \text{COR} \geq 99 \% \\ \Delta b_j &= 1,0 \cdot 10^{-6} && \text{para } b_j < 1,0 \cdot 10^{-3} \end{aligned} \quad (5.6)$$

As colunas do Jacobiano são armazenadas em um arquivo de busca direta.

Para o cálculo da direção de busca utiliza-se o procedimento de Gauss-Sidel. Caso a matriz Γ , Equação 2.17, seja singular, o programa retorna o valor -0,1, para todas as direções de busca.

5.1.5 - ANÁLISE

O módulo de análise é representado pelo menu mostrado na Figura 5.6.

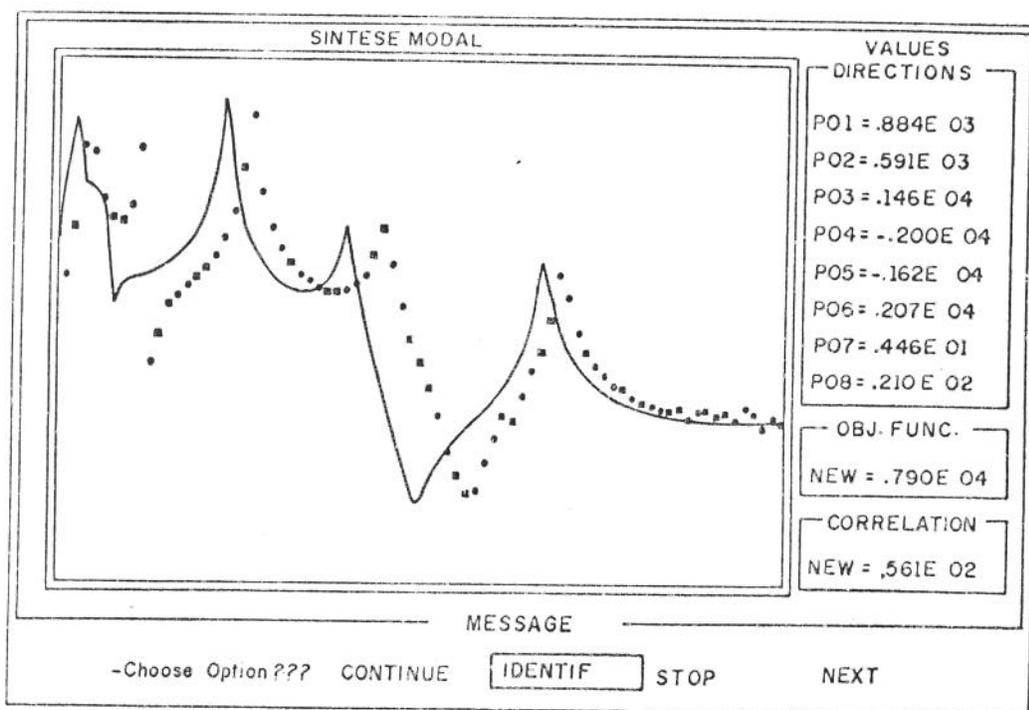


Fig. 5.6 - Menu do bloco de análise.

Neste bloco são apresentados os valores das direções de busca, os valores atual e anterior da função objetivo e os valores atual e anterior do coeficiente de correlação, e os gráficos das curvas de resposta medidas (• • •) e as ajustadas (—). Os pontos de medição são diferenciados pela cor das curvas. Caso haja mais do que uma direção de medição para cada ponto, a diferenciação se dá pela sub-divisão vertical da tela gráfica. A inexistência de unidades e escala no gráfico é decorrente do fato de o procedimento ser genérico.

O usuário pode escolher entre: o bloco de busca unidimensional (CONTINUE), o bloco de identificabilidade (IDENTIF), parar o procedimento de busca (STOP) ou mostrar os valores das direções de busca que não estão mostrados na tela (NEXT).

Caso todas as direções de busca forem iguais a -0,1, significa que existem parâmetros linearmente dependentes ou as curvas de resposta não têm sensibilidade a determinado parâmetro. Neste caso, a escolha da opção IDENTIF

permite saber quais parâmetros são responsáveis pela singularidade da matriz P.

Uma mensagem indica quando não há mais evolução no procedimento de busca. Neste caso, a escolha da opção STOP deverá ser feita observando-se os gráficos, os valores do coeficiente de correlação e da função objetivo. Caso o usuário não esteja satisfeito com o ajuste, no bloco de identificabilidade existe uma grande variedade de opções que permitem ao procedimento sair de mínimos locais.

5.1.6 - IDENTIFICABILIDADE

O menu principal deste bloco é o mostrado na Figura 5.7.

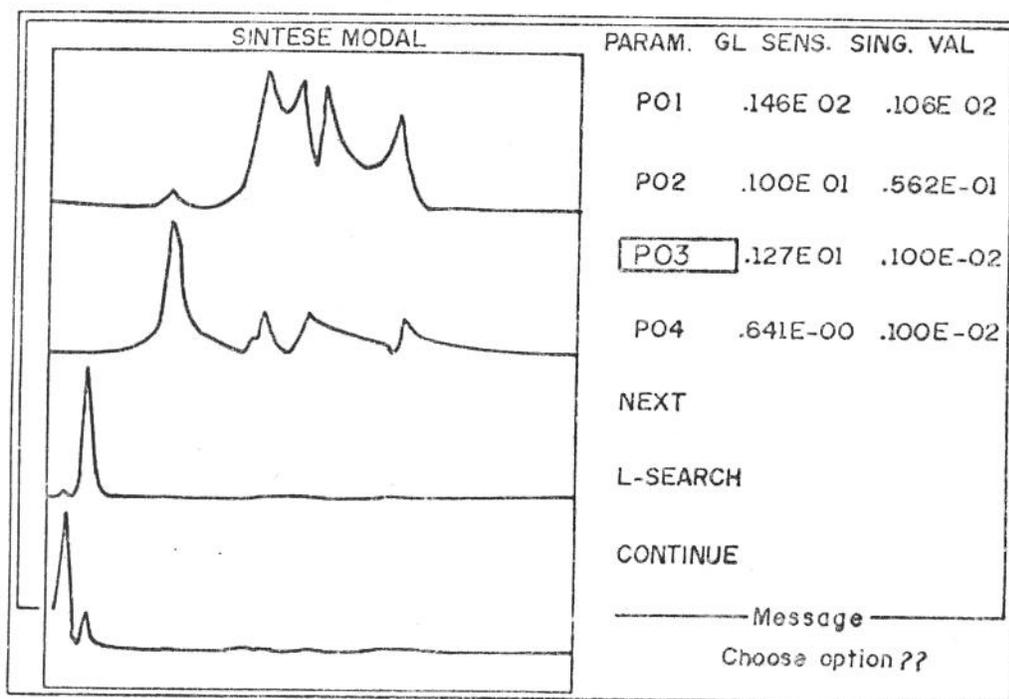


Fig. 5.7 - Menu principal do bloco de identificabilidade.

As curvas de sensibilidade adimensional das respostas em relação aos parâmetros são calculadas pela equação 5.7. Cada curva é normalizada em relação ao seu valor máximo, indicando ao usuário quais são as regiões das curvas de resposta que são mais sensíveis a determinado parâmetro.

$$X_{ij}^a = \left\| \left\| \frac{b_j}{Y_1} \cdot \frac{\partial Y_1}{\partial b_j} \right\| \right\| \quad \text{para } b_j \geq 1$$

$$X_{ij}^a = \left\| \left\| \frac{1}{Y_1} \cdot \frac{\partial Y_1}{\partial b_j} \right\| \right\| \quad \text{para } b_j < 1 \quad (5.7)$$

Os valores de sensibilidade global (GL. SENS.) são calculados pelo somatório da Equação 5.7, para $i = 1, Npt$. A sensibilidade global é útil para a escolha de quais parâmetros deverão ser ajustados simultaneamente, denominados parâmetros ativos. Uma regra que tem conduzido a bons resultados é a de manter ativos os parâmetros que têm valores de sensibilidade global da mesma ordem de grandeza.

Os valores singulares (SING. VAL.) da matriz de sensibilidade X indicam um critério de identificabilidade. Caso haja uma razão maior do que 10.000 entre o valor singular máximo e o mínimo, dificilmente os parâmetros poderão ser ajustados simultaneamente. Neste caso, em função do valor da sensibilidade global, parâmetros deverão ser retirados (desligados) do procedimento de busca até que esta razão atinja valores razoáveis.

A opção NEXT rola os valores dos parâmetros na janela.

Abaixo da opção NEXT, é mostrada a opção de busca uni-dimensional vigente. Posicionando-se a janela nesta opção e apertando-se a tecla S, pode-se mudar o procedimento de busca-unidimensional ou a função erro.

As opções de busca uni-dimensional que podem ser escolhidas são: ponto aleatório (ALEAR), método de Coggin (L. SEARCH) e Seção Áurea (G. SEC.).

A opção de ponto aleatório simplesmente gera um novo conjunto de valores iniciais para os parâmetros. Os novos valores são gerados por um algoritmo que simula uma distribuição Normal. O valor médio é o valor atual do parâmetro, e o desvio padrão é uma porcentagem, especificada pelo usuário, da diferença entre os valores máximo e mínimo admitidos para o parâmetro. Esta opção é utilizada como recurso extremo, quando da ocorrência de um mínimo local no valor da função objetivo.

O procedimento Coggin mostrou-se eficiente em todos os problemas de ajuste de parâmetros tratados neste trabalho. Para restringir a variação dos valores dos parâmetros no intervalo de busca, utiliza-se o método das penalidades [83] mostrado na Equação 5.8.

$$\bar{r} = r + \sum_{i=1}^{Np} \alpha_i \cdot G(b_i) \quad (5.8)$$

onde:

R é a função objetivo (Capítulo 2)

$$G(b_i) = \sum_{j=1}^2 \frac{r_j}{g_j(b_i)} \quad \text{para } g_j(b_i) \geq \delta$$

$$G(b_i) = \left(2 \cdot \delta - \sum_{j=1}^2 g_j(b_i) \right) \cdot \delta^{-2} \quad \text{para } g_j(b_i) < \delta$$

$$g_1(b_i) = (\text{MAX}(b_i) - b_i)$$

$$g_2(b_i) = (b_i - \text{MIN}(b_i))$$

Np é o número de parâmetros ativos.

α_i é a i -ésima constante de penalidade e δ define a região de atuação da penalidade. No programa IDENTPAR, escolheu-se $r_1 = 1$ e $\delta = 1 \cdot 10^{-3}$.

A opção pelo algoritmo da Seção Áurea é útil no início do procedimento, quando a incerteza é grande em relação aos valores dos parâmetros. O intervalo de busca é limitado em 1000 vezes o valor da direção de busca ou pelos valores $\max(b)$ e $\min(b)$. Esta opção é útil quando ocorre um mínimo local.

Após o aparecimento da opção G. SEC. na janela, pressionando-se a tecla S aparecerá a opção FOB. Se a tecla S for pressionada novamente aparecerá a opção CORR. Estas opções são relativas ao tipo de função erro utilizado: erro na saída (FOB) ou erro de correlação (CORR). Neste caso, a escolha da opção CONTINUE muda o procedimento para o estimador escolhido no bloco 2 ou para o estimador de correlação.

Não existe nenhuma indicação sobre o estimador utilizado. O usuário reconhece o tipo de função erro pelo valor da função objetivo. Quando se utiliza o estimador de correlação, o valor que aparece na janela FUNC. OBJ,

do bloco de análise, é igual ao valor apresentado na janela CORRELATION.

A indicação de que um parâmetro está ou não ativo, na iteração corrente, é fornecida pela cor do índice referente ao mesmo. O vermelho indica parâmetros ativos.

Quando a janela de opção estiver sobre um índice de parâmetro, como mostrado na Figura 5.7, ao pressionar a tecla S surgirá o menu mostrado na Figura 5.8.

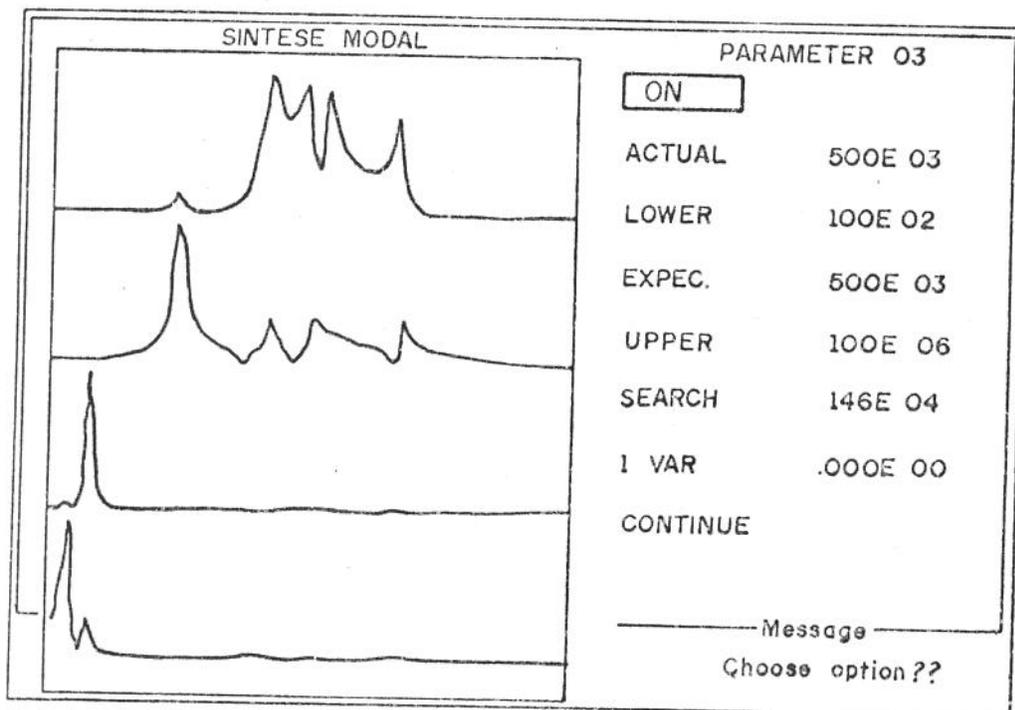


Fig 5.8 - Menu de seleção de opção para os parâmetros.

Neste menu o usuário pode modificar qualquer variável referente ao parâmetro indicado pelo índice na parte superior direita da tela. A variação da opção parâmetro ativo (ON) ou não (OFF), se dá pela tecla S. O mesmo ocorre com a opção CONTINUE, responsável pelo retorno ao menu da Figura 5.7. Nas demais opções, após pressionar a tecla S, o usuário deverá digitar o novo valor para a variável. O valor digitado aparecerá na janela Message, sendo aceito o formato científico.

Mudanças nos limites de busca (LOWER e UPPER) e na direção de busca (SEARCH) não implicam em qualquer reavaliação da função objetivo, do Jacobiano ou da direção de busca. Modificações no valor esperado (EXPEC) e na confiança do valor esperado (1/VAR), implicam no retorno ao bloco 2,

sendo que a Equação 5.5 é recalculada somente para o parâmetro modificado. O mesmo ocorre para a opção ON. Na opção OFF, somente a direção de busca é reavaliada.

5.1.7 - SAÍDA

Quando não houver mais evolução da função objetivo, como pode ser observado na Figura 5.9, e houver uma boa correlação entre as curvas medidas e simuladas, o usuário entra com a opção STOP para carregar dados de outro experimento ou finalizar o procedimento de ajuste.

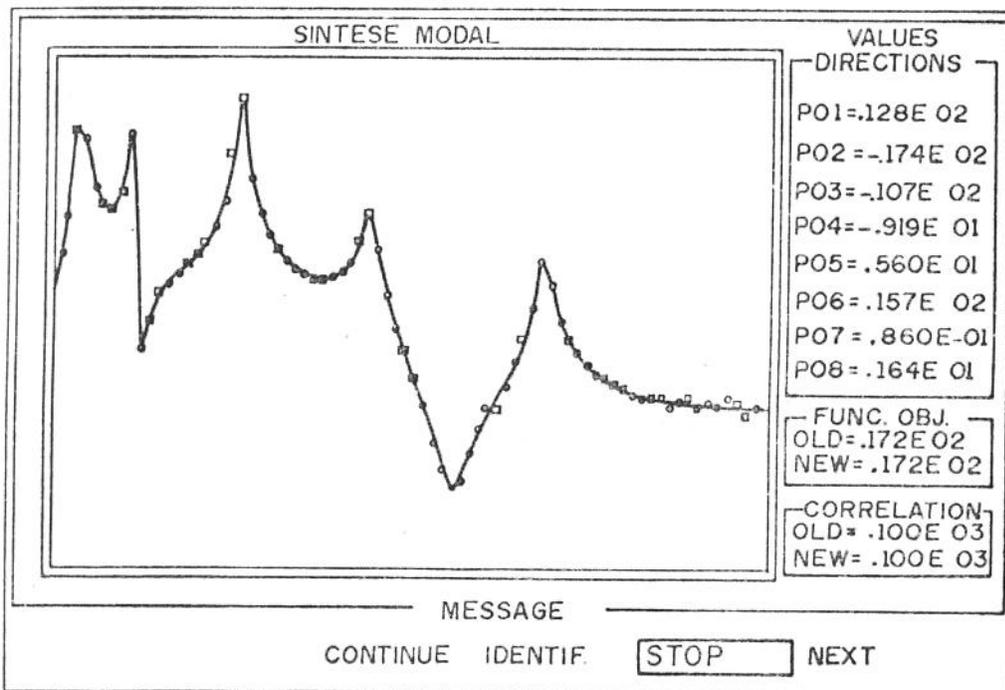


Fig 5.9 - Ajuste final do modelo utilizado como exemplo.

O programa gera um arquivo de dados com os resultados parciais de todas as iterações e o resumo final do bloco de dados corrente.

A Figura 5.10, mostra o resumo final para o exemplo utilizado neste Capítulo. Nele constam: o número de vezes que as sub-rotinas de simulação foram chamadas; o número de vezes que o Jacobiano foi calculado; os valores iniciais e finais da função objetivo; os valores iniciais e finais do coeficiente de correlação e os resultados estimados para os parâmetros.

BLOCK NUMBER = 1

NUMBER OF EVALUATED FUNCTIONS = 369

NUMBER OF EVALUATED JACOBIANS = 80

INITIAL OBJECTIVE FUNCTION = .789653E+04

ACTUAL OBJECTIVE FUNCTION = .172853E+02

INITIAL CORRELATION VALUE = 56.11 (%)

ACTUAL CORRELATION VALUE = 99.87 (%)

ESTIMATION RESULTS

PARAMETER	ACTUAL	INITIAL	EXPC. DEVIATIONS
1	.1000751E+05	.8000000E+04	.1791E+02
2	.9977789E+04	.8000000E+04	.5593E+02
3	.1006660E+04	.5000000E+04	.7939E+02
4	.9789542E+03	.5000000E+04	.6017E+02
5	.1989661E+04	.5000000E+04	.8764E+02
6	.2025100E+04	.5000000E+04	.7347E+02
7	.1997798E+01	.1000000E+01	.1731E+00
8	.2030255E+01	.1000000E+01	.1416E+01
9	.1697369E-01	.1000000E+01	.7007E+00
10	.2874448E+00	.1000000E+01	.3479E+01
11	.2617860E+00	.1000000E+01	.4568E+00
12	.3798515E+00	.1000000E+01	.1809E+01

Fig 5.10 - Forma do resumo final do bloco no arquivo de saída.

Os valores exatos dos parâmetros para este exemplo são respectivamente: $P_1 = 10000$, $P_2 = 10000$, $P_3 = 1000$, $P_4 = 1000$, $P_5 = 2000$ e $P_6 = 2000$ N/m para os coeficientes de rigidez, e $P_7 = 2,0$, $P_8 = 2,0$, $P_9 = 0,1$, $P_{10} = 0,2$, $P_{11} = 0,3$ e $P_{12} = 0,4$ Ns/m para os coeficientes de amortecimento.

Pode-se observar que os valores estimados para os coeficientes de rigidez são próximos aos exatos. Os erros estimados para os valores dos coeficientes de rigidez retratam isto.

Com relação aos coeficientes de amortecimento, as diferenças são significativas. Os valores elevados para os erros estimados indicam que os

dados são pouco sensíveis aos parâmetros de amortecimento.

A substituição dos valores exatos para os parâmetros no arquivo de dados de entrada implicou em um valor para a função objetivo igual a 25,15. Este valor é maior do que o valor obtido no ajuste (17,28), o que mostra a influência do ruído artificial introduzido, principalmente nas regiões de ressonâncias.

A utilização da curva de resposta sem ruído implicou em valores exatos para os parâmetros ajustados, o que valida o procedimento de síntese modal de componentes desenvolvido.

6 - SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Neste capítulo serão utilizados três modelos de sistemas mecânicos para análise de performance do procedimento de ajuste IDENTPAR. Os sistemas mecânicos, modelados por técnicas de elementos finitos, são: um rotor flexível apoiado em mancais hidrodinâmicos, duas vigas engastada-livre, interligadas por um elemento de rigidez cúbica, e duas vigas, livre-livre, conectadas por modelos de molas com coeficientes de rigidez duplo. Os parâmetros ajustados foram: os oito parâmetros linearizados de rigidez e amortecimento dos dois mancais do rotor flexível, os valores do coeficiente de rigidez linear e o de rigidez cúbica da junção das duas vigas engastada-livre; e os três parâmetros, dois coeficientes de rigidez e a posição da mudança da rigidez dupla das vigas livre-livre, respectivamente.

Estes modelos serão utilizados para: (a) mostrar a influência do ruído nas respostas, sobre os valores e os erros estimados para os parâmetros; (b) testar um critério de identificabilidade proposto, baseado nos valores singulares da matriz de sensibilidade X ; (c) mostrar a utilização do estimador MAP no ajuste de parâmetros com baixa sensibilidade; e (d) verificar a vantagem de se utilizar respostas periódicas para ajuste de parâmetros em sistemas não lineares.

Os dados "experimentais", necessários para o ajuste, foram obtidos adicionando-se às respostas simuladas um ruído gaussiano, cujo desvio padrão é uma porcentagem do nível RMS da resposta.

6.1 - AJUSTE DOS PARÂMETROS DE RIGIDEZ E AMORTECIMENTO LINEARIZADOS DE DOIS MANCAIS HIDRODINÂMICOS

Foram ajustados os parâmetros linearizados de rigidez e amortecimento dos mancais, totalizando oito parâmetros. Neste caso, com ruído de distribuição Normal e variância constante, o estimador MQC não linear é utilizado por ser um estimador de mínima variância [22]. Os dados "experimentais" são as curvas de resposta em frequência.

Realizaram-se mais de cem ajustes de parâmetros, com o intuito de analisar: a influência da utilização de derivadas exatas no cálculo da matriz de sensibilidade X ; a influência do ruído na saída sobre os valores

ajustados; a confiabilidade do estimador de erro dos parâmetros; a influência do número de pontos das respostas; a influência da resolução em frequência; a influência da localização da excitação e dos pontos de medição; e, principalmente, um critério de identificabilidade.

6.1.1 - MODELO UTILIZADO NA SIMULAÇÃO DAS CURVAS DE RESPOSTA

O modelo utilizado é o de um mono-rotor suportado por dois mancais hidrodinâmicos de sapatas oscilantes conforme reportado em [84], mostrado esquematicamente na Figura 6.1. A análise por elementos finitos foi feita utilizando-se o programa comercial MONOROTOR [85]. O modelo de elementos finitos consiste de : oito elementos de eixo, quatro elementos de disco e dois elementos de mancal. Os elementos de disco, mancais e as nove estações, utilizadas na modelagem do eixo, estão indicadas na Figura 6.1. Os mancais são representados pelos símbolos de rigidez e amortecimento localizados nas estações 2 e 9. As propriedades físicas e geométricas do sistema estão listadas nas Tabelas 6.1, 6.2 e 6.3. Na Tabela 6.4 estão listados os valores iniciais, utilizados em todos os ajustes, para os parâmetros dos mancais.

A velocidade de rotação do rotor foi mantida igual a 5000 rpm em todas as simulações estudadas. A excitação harmônica de amplitude unitária foi aplicada a 45 graus, no sentido horário, do eixo YZ.

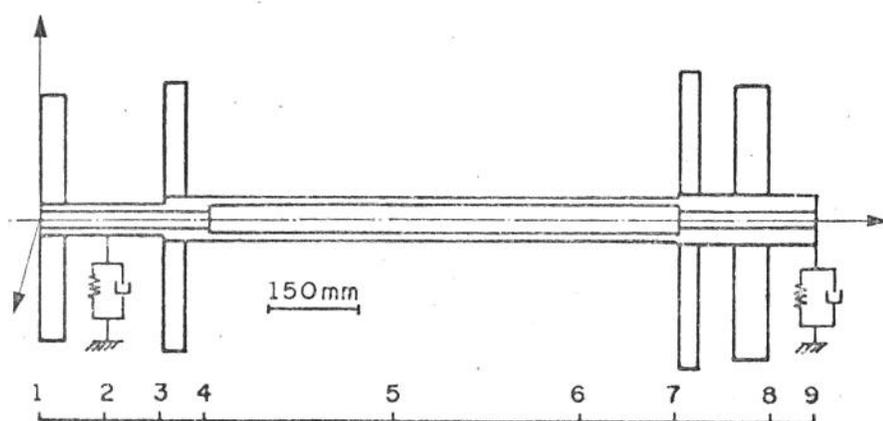


Fig 6.1 Esquema do sistema rotor-mancais.

Tab. 6.1 - Dados do eixo do rotor

ESTAÇÃO NÚMERO	LOCALIZAÇÃO AXIAL (mm)	RAIO INTERNO (mm)	RAIO EXTERNO (mm)
1	0000,0	12,70	25,40
2	0088,9	12,70	25,40
3	0203,2	12,70	25,40
4	0274,3	12,70	34,29
5	0591,8	20,32	34,29
6	0896,6	20,32	34,29
7	1049,0	20,32	34,29
8	1193,8	15,24	38,10
9	1270,0	15,24	38,10

Tab 6.2 - Dados dos discos do rotor

ESTAÇÃO NÚMERO	MASSA (kg)	INÉRCIA DIÂMETRAL (kg·m ²)	INÉRCIA POLAR (kg·m ²)
1	11,38	0,0982	0,1951
4	07,88	0,0835	0,1671
7	07,70	0,0880	0,1761
8	21,71	0,2224	0,4448

Tab 6.3 - Dados dos mancais.

ESTAÇÃO NÚMERO	$K_{ZZ} \times 10^6$ (N/m)	$K_{YY} \times 10^6$ (N/m)	$C_{ZZ} \times 10^5$ (Ns/m)	$C_{YY} \times 10^5$ (Ns/m)
2	0,350	0,438	0,350	0,440
9	0,525	0,613	0,200	0,610

Tab 6.4 - Valores iniciais para os parâmetros dos mancais.

ESTAÇÃO NÚMERO	$K_{ZZ} \times 10^6$ (N/m)	$K_{YY} \times 10^6$ (N/m)	$C_{ZZ} \times 10^5$ (Ns/m)	$C_{YY} \times 10^5$ (Ns/m)
2	0,180	0,200	0,200	0,200
9	0,255	0,300	0,100	0,300

Para o cálculo das respostas, o programa comercial MONOROTOR utiliza a base modal de um sistema conservativo equivalente para a redução do número de graus de liberdade do modelo. Neste caso, o modelo reduzido possui seis graus de liberdade.

O programa permite a simulação de curvas de resposta induzidas por desbalanceamentos e excitações assíncronas. Para a obtenção das curvas de

resposta em frequência foi necessário modificar algumas sub-rotinas.

Nas simulações foram calculadas duas curvas de resposta em frequência para cada ponto de medição, correspondentes aos módulos das amplitudes nas direções Y e Z. Estas curvas, em escala logarítmica, foram utilizadas no ajuste.

6.1.2 - CÁLCULO DA MATRIZ DE SENSIBILIDADE X

Devido ao interesse demonstrado por alguns pesquisadores [86, 87, 88, 89] no cálculo da matriz de sensibilidade X, Equação 2.5, serão formuladas nesta secção as derivadas das FRF em relação aos parâmetros estruturais do rotor. Ajustes utilizando derivadas exatas e aproximações por diferenças finitas de primeira ordem foram realizados para analisar a performance de ambos os procedimentos.

A matriz de resposta em frequência de um rotor pode ser expressa como:

$$FRF(\omega) = B(\omega)^{-1} \quad (6.1)$$

com:

$$B(\omega) = K - \omega^2 \cdot M + j \cdot \omega \cdot D(\Omega) \quad (6.2)$$

$$D(\Omega) = C + \Omega \cdot G \quad (6.3)$$

Na Equação 5.3, G é a matriz de Coriolis e Ω a velocidade de rotação.

É possível calcular a sensibilidade de qualquer FRF com respeito a um parâmetro b_k usando-se a propriedade da derivada de uma matriz inversa [90], ou seja:

$$\frac{\partial B^{-1}}{\partial b} = -B^{-1} \cdot \frac{\partial B}{\partial b} \cdot B^{-1} \quad (6.4)$$

Onde:

$$\frac{\partial B(\omega)}{\partial b_k} = \frac{\partial K}{\partial b_k} - \omega^2 \cdot \frac{\partial M}{\partial b_k} + j \cdot \omega \cdot \left(\frac{\partial C}{\partial b_k} + \Omega \cdot \frac{\partial G}{\partial b_k} \right) \quad (6.5)$$

Para uma dada $FRF_{ij}(\omega)$, um elemento da matriz de sensibilidade é dado por:

$$X_{lk} = \frac{\partial FRF_{ij}(\omega_l)}{\partial b_k} \quad l = 1, \dots, Npt; k = 1, \dots, NP \quad (6.6)$$

As derivadas que aparecem na Equação 6.5 devem ser obtidas de forma analítica, o que pode apresentar um grau razoável de dificuldade. No caso em que os parâmetros são coeficientes dos elementos concentrados de rigidez e amortecimento dos mancais, é suficiente montar as matrizes K e C normalmente e depois montar novas matrizes com o valor do parâmetro que se deseja derivar substituído pela unidade. Ao comparar os elementos das novas matrizes com as originais, as derivadas dos elementos que não variaram serão nulas e as derivadas dos elementos que variaram serão unidades, visto que K e C são lineares em relação aos coeficientes dos mancais.

A obtenção da matriz X exata tem um custo computacional elevado devido à necessidade de inverter a matriz B(ω), ou, numericamente, resolver um sistema de equações algébricas lineares para cada frequência de interesse (normalmente dezenas ou centenas).

Para efeito de comparação, no cálculo da matriz de sensibilidade via diferenças finitas, utilizou-se a regra de Brown e Dennis [90], dada pela Equação 6.7, para o incremento, no lugar da Equação 5.6.

$$\Delta b_j = \min \left\{ |B(\omega)|, \delta_j \right\} \quad (6.7)$$

onde:

$$\delta_j = \begin{cases} 10^{-9} & \text{se } |b_j| < 10^{-6} \\ 10^{-3} \cdot |b_j| & \text{se } |b_j| \geq 10^{-6} \end{cases}$$

Definindo NCFUNC como o número de cálculos da função objetivo necessário para a convergência do procedimento de ajuste, a Tabela 6.5

mostra NCFUNC em função do nível de ruído dos dados, para os dois procedimentos adotados para o cálculo da matriz X. A força de excitação foi aplicada na estação 6 e as 4 FRFs, utilizadas no ajuste, obtidas nas direções Y e Z das estações 2 e 9.

Tab 6.5 - Influência do procedimento de cálculo de X no número de cálculo da função objetivo.

NÍVEL DE RUÍDO (%)	EXATO (NCFUNC)	DIF. FINITAS (NCFUNC)
0,0	10	10
2,0	23	21
4,0	24	22
6,0	22	19
8,0	22	20
10,0	24	20

Observa-se que, com relação ao número de cálculos da função objetivo, ambos os procedimentos têm performance equivalentes, sendo que o de diferenças finitas leva ligeira vantagem para níveis de ruído maiores. Isto se explica pelo efeito de média introduzido pelo método de diferenças finitas. Utilizando-se o procedimento de diferenças finitas do programa IDENTPAR, com a Equação 5.6 para o cálculo do incremento, a função objetivo foi avaliada 16 vezes, para o ajuste com um nível de ruído de 10 %. Portanto, a menos que os custos computacionais justifiquem a utilização de derivadas exatas, o procedimento de diferenças finitas mostrou-se, neste caso, um bom método para o cálculo da matriz de sensibilidade.

6.1.3 - ÍNDICE DE IDENTIFICABILIDADE

Um dos grandes problemas em ajuste de parâmetros é o da identificabilidade: dadas as curvas de resposta de um determinado experimento é possível ajustar todos os parâmetros de um dado modelo matemático ?

Outra questão é a do experimento ótimo, ou seja: Qual experimento que conduzirá ao melhor ajuste para os parâmetros de um determinado modelo ?

Foi observado, neste trabalho, que a razão entre os valores singula-

res máximo $\max(VS)$ e mínimo $\min(VS)$ da matriz de sensibilidade, está intimamente relacionada com estas questões, como indicado na literatura [22].

Para efeitos de parametrização, definiu-se um coeficiente de identificabilidade CI dado por:

$$CI = 10 \cdot \text{Log}_{10} \left(\frac{\max(VS)}{\min(VS)} \right) \quad (6.8)$$

A Figura 6.2 mostra a porcentagem de ajustes bem sucedidos em função de CI, para sessenta simulações com o modelo do rotor. Neste contexto, um ajuste bem sucedido significa que os parâmetros foram estimados com um erro de mesma magnitude do nível de ruído aditivo às respostas. Os parâmetros que variaram nas simulações foram: número de pontos das resposta, incremento em frequência, banda de frequência analisada, localização do ponto de excitação, número e localização dos pontos em que foram obtidas as respostas, e nível do ruído aditivo.

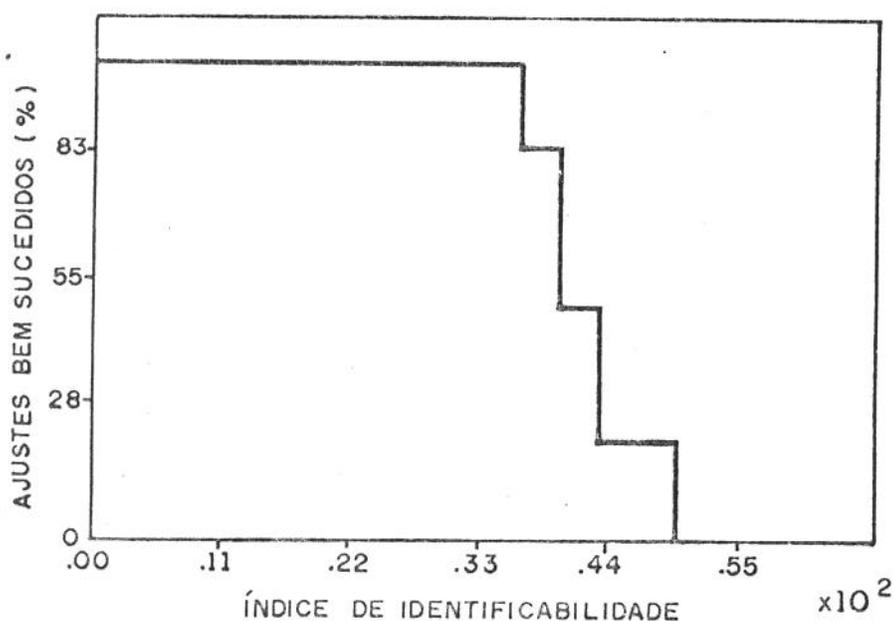


Fig 6.2 - Porcentagem de ajustes bem sucedidos em função do coeficiente de identificabilidade.

Da análise desta curva, representativa dos modelos lineares e não lineares estudados, observa-se que a porcentagem de sucesso para valores de CI menores do que 30 é de aproximadamente 100%. Para valores de CI maiores do que 40, a probabilidade de ajustar todos os parâmetros do modelo reduz-se drasticamente, sendo praticamente nula para razões maiores do que 10^5 (CI =

50).

A Figura 6.3 mostra o número médio de avaliações da função objetivo, necessárias para atingir a convergência, em função do índice de identificabilidade, para várias simulações.

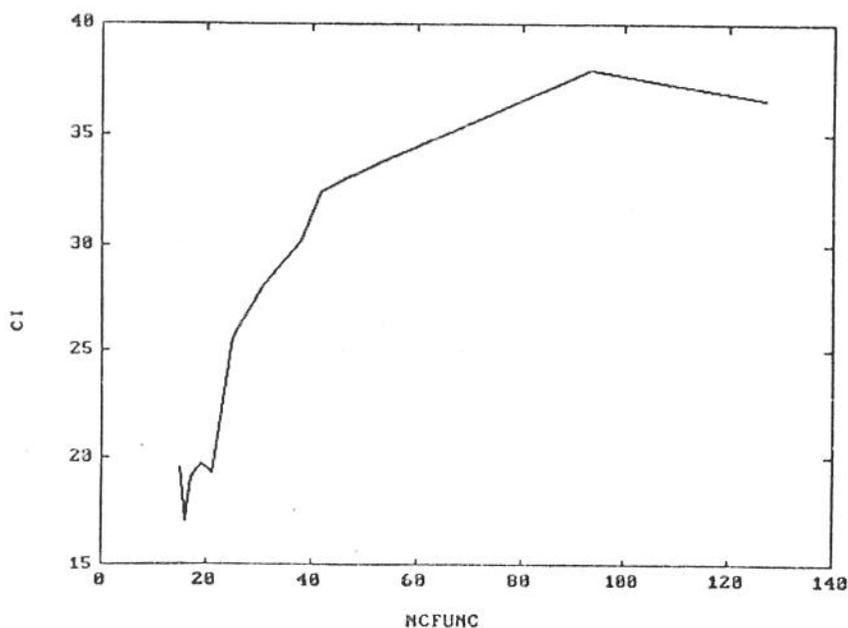


Fig 6.3 - Número médio de avaliações da função objetivo até a convergência em função do índice de identificabilidade.

Observa-se que quanto menor for o índice CI, menor será o número de chamadas das sub-rotinas para simulações do modelo.

Na Tabela 6.6 estão listados os valores do coeficiente de correlação, dos valores singulares máximo e mínimo e o coeficiente de identificabilidade, em função da iteração, entendendo-se por iteração as etapas transcorridas até o cálculo da matriz de sensibilidade. Neste caso, a força de excitação foi aplicada na estação 6 e as respostas obtidas nas estações 2 e 9, com um nível de ruído de 1 %. Foram utilizados no ajuste, 500 pontos em frequência na banda de 0 a 50 Hz.

Tab. 6.6 - Índice de identificabilidade em função da convergência.

ITERAÇÃO	CORRELAÇÃO (%)	min(VS)	max(VS)	CI
1	74,5	$1,41 \cdot 10^{-7}$	$2,75 \cdot 10^{-5}$	22,90
2	94,3	$3,28 \cdot 10^{-8}$	$4,11 \cdot 10^{-6}$	20,93
3	97,7	$1,89 \cdot 10^{-8}$	$2,90 \cdot 10^{-6}$	21,85
4	99,1	$1,82 \cdot 10^{-8}$	$2,96 \cdot 10^{-6}$	22,00
5	99,5	$1,85 \cdot 10^{-8}$	$3,02 \cdot 10^{-6}$	22,18
6	99,8	$2,13 \cdot 10^{-8}$	$2,99 \cdot 10^{-6}$	21,47

Apesar de ter havido grandes variações nos valores singulares no decorrer do procedimento de ajuste, o índice de identificabilidade permaneceu aproximadamente constante.

Considerando-se que em cada iteração resultam valores diferentes para os parâmetros, conclui-se que o coeficiente de identificabilidade é relativamente independente dos valores dos parâmetros. O mesmo acontece em relação ao nível de ruído aditivo às respostas (Tabela 6.7). Isto significa que o usuário pode fazer uma série de simulações computacionais, usando os valores esperados para os parâmetros do modelo, para definir o experimento ótimo, que será aquele que resultar no menor índice de identificabilidade.

6.1.4 - RESULTADOS COMPLEMENTARES

A Tabela 6.7 mostra o efeito do nível do ruído aditivo NR sobre os valores estimados para os parâmetros. As variáveis de simulação foram as mesmas utilizadas para a confecção da Tabela 6.6.

Tab. 6.7 - Influência do ruído sobre os valores estimados.

NR (%)	K_{YY2} (%)	K_{ZZ2} (%)	C_{YY2} (%)	C_{ZZ2} (%)	K_{YY9} (%)	K_{ZZ9} (%)	C_{YY9} (%)	C_{ZZ9} (%)	CI
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	22,90
2	0,99	0,74	0,37	0,28	0,62	0,35	0,36	0,15	19,84
4	1,96	1,57	0,78	0,60	1,31	0,74	0,75	0,32	19,48
6	3,44	2,77	1,37	1,04	2,28	1,30	1,31	0,57	19,48
8	3,66	2,97	1,46	1,12	2,41	1,39	1,40	0,61	19,48
10	6,23	5,10	2,49	1,95	4,08	2,38	2,37	1,04	19,48

Os resultados mostram que níveis de ruído com até 8% do nível RMS dos dados têm pouca influência sobre a precisão das estimadas.

Na Figura 6.4 é apresentado o efeito do nível do ruído aditivo NR sobre o erro máximo estimado para os valores dos parâmetros.

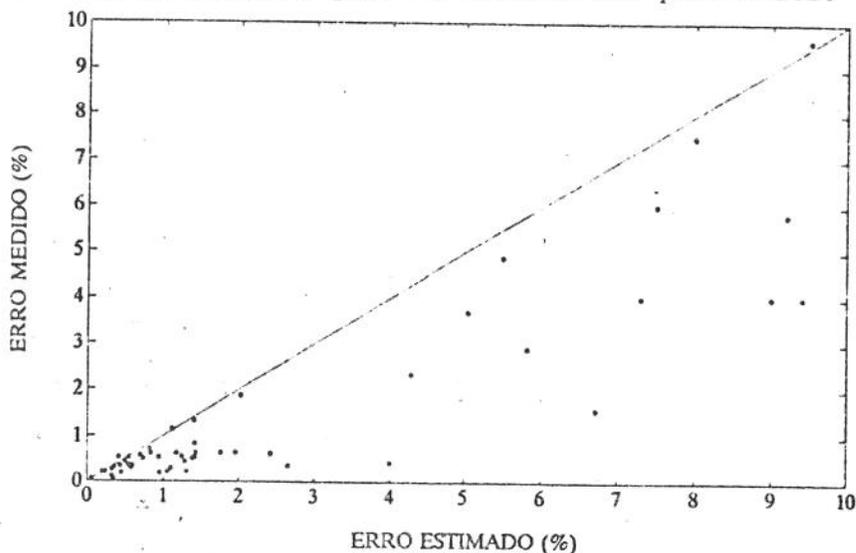


Fig 6.4 - Influência do ruído sobre o estimador de erros dos valores dos parâmetros.

O estimador, dado pela Equação 2.27, superestima os erros nos valores dos parâmetros ajustados, para os níveis de ruído estudados, fato já observado no Capítulo 2.

A Tabela 6.8 mostra o efeito do número de pontos das curvas de resposta sobre o erro máximo calculado para os valores dos parâmetros. Estes resultados foram obtidos para um nível de ruído de 2 %. A força de excitação foi aplicada na estação 6 e as respostas obtidas nas estações 2 e 9. A banda de frequência foi de 0 a 50 Hz, sendo que o incremento em frequência dependeu do número de pontos de respostas.

Tab 6.8 - Influência do número de pontos de dados.

NÚMERO DE PONTOS DAS RESPOSTAS	60	120	256	500	1000	2000
ERRO MÁXIMO CALCULADO (%)	1,86	0,70	1,14	0,61	0,94	0,97

Observa-se que não existe nenhuma correlação aparente entre o erro máximo calculado e o número de pontos utilizado no ajuste. Portanto, é bem provável que a precisão dos valores estimados esteja relacionada com os valores de frequência utilizados nas simulações.

Em medições roto-dinâmicas, os sensores são normalmente fixados nos mancais. Dos resultados simulados, esta localização demonstrou ser ótima para o ajuste dos parâmetros dos mancais, como pode ser observado das Tabelas 6.9 e 6.10. Para a confecção destas Tabelas, utilizaram-se dois pontos de medição, sendo um fixo em um dos mancais e o outro percorrendo as outras estações. A localização da excitação foi a estação 6 sendo utilizado 2000 pontos de resposta em frequência na banda de 0 a 50 Hz com uma resolução de 0,025 Hz. Às respostas foi adicionado um ruído com um nível RMS de 2%.

Tab 6.9 - Erro máximo em função das estações em que foram obtidas as curvas de resposta. Um sensor fixo na estação 9.

ERRO CALCULADO MÁXIMO (%)	ESTAÇÃO							
	1	2	3	4	5	6	7	8
MANCAL DA EST. 2	0,23	0,44	0,14	0,26	12,32	33,03	36,50	84,86
MANCAL DA EST. 9	5,00	0,61	0,15	0,09	2,16	3,26	1,91	1,62

Tab 6.10 - Erro máximo em função das estações em que foram obtidas as curvas de resposta. Um sensor fixo na estação 2.

ERRO CALCULADO MÁXIMO (%)	ESTAÇÃO							
	1	3	4	5	6	7	8	9
MANCAL DA EST. 2	5,90	6,89	34,29	0,50	13,50	0,17	3,66	0,44
MANCAL DA EST. 9	81,11	461,3	242,1	1,27	35,15	0,03	27,55	0,61

Das Tabelas, pode-se observar que os melhores ajuste foram obtidos para pontos de medição localizados nas proximidades das estações referentes aos mancais (2 e 9).

A Tabela 6.11 mostra o erro máximo, calculado, em função da

localização da força de excitação. As respostas foram obtidas nas estações 2 e 9 para as mesmas variáveis das Tabelas 6.9 e 6.10.

Tab 6.11 - Erro máximo em função da localização da força externa.

ERRO CALCULADO MÁXIMO (%)	ESTAÇÃO EM QUE SE LOCALIZA A FORÇA EXTERNA								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
MANCAL DA EST. 2	0,03	1,60	0,45	0,44	0,44	0,44	0,09	0,36	549,1
MANCAL DA EST. 9	0,92	256,9	285,6	0,66	0,61	0,61	0,02	0,02	1,22

Para o ajuste dos parâmetros dos dois mancais, pode-se observar que as melhores localizações para a aplicação da força externa são as regiões próximas ao ponto médio dos dois mancais. Se for inviável o ajuste simultâneo de todos os parâmetros, devido a problemas de identificabilidade, observa-se que o ajuste pode ser feito por etapas, desde que se tenha o cuidado de se posicionar a força de excitação nas proximidades do mancal a ser identificado.

6.2 - AJUSTE DOS COEFICIENTES DE RIGIDEZ LINEAR E CÚBICO

Este exemplo tem como objetivo principal analisar a performance do estimador MAP em ajuste de parâmetros de modelos cujas curvas de resposta apresentem grandes diferenças de sensibilidade em relação ao parâmetros. Outro objetivo é analisar a utilização de respostas transientes para ajuste de parâmetros, usando modelos reduzidos, obtidos por procedimentos de síntese modal.

6.2.1 - MODELOS UTILIZADOS PARA SIMULAÇÕES DAS CURVAS DE RESPOSTA

O sistema, mostrado na Figura 6.5, é constituído por duas vigas engastadas-livre conectadas por um modelo de rigidez linear e um modelo de rigidez cúbico. As duas vigas, semelhantes, têm as características físicas e geométricas listadas na Tabela 6.12.

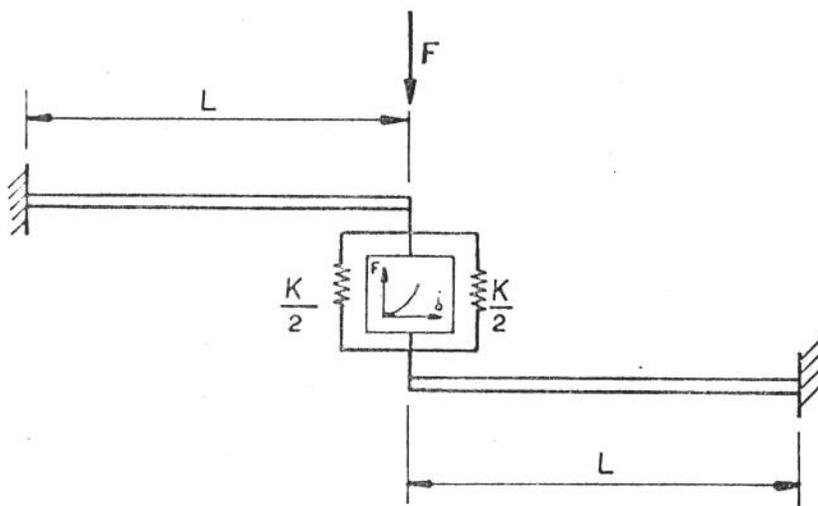


Fig 6.5 - Esquema do sistema não linear de rigidez cúbica.

Tab. 6.12 - Características físicas e geométricas das vigas.

ρ (kg/m ³)	EI (N·m ²)	L (m)	S (m ²)
7800	6,9	0,2	$1,0 \cdot 10^{-4}$

As vigas, modelo Bernoulli-Euler, foram discretizadas pela técnica de elementos finitos, sendo utilizados dez elementos igualmente espaçados, resultando em um modelo com vinte graus de liberdade por viga. O amortecimento viscoso proporcional tem coeficiente de proporcionalidade em relação à matriz de inércia igual a 2 e o de rigidez igual a $1,0 \cdot 10^{-6}$. Após a obtenção das matrizes de inércia, rigidez e amortecimento do modelo, a técnica de condensação IRS [59] foi utilizada para a redução do número de graus de liberdade ativos. O modelo final de cada viga é constituído de dez graus de liberdade, permanecendo como ativas as coordenadas de translação.

Para a simulação das curvas de resposta, utilizadas como base para o ajuste, o modelo estrutural com vinte graus de liberdade foi integrado diretamente via algoritmo de Runge-Kutta preditor-corretor [38]. A escolha de um integrador explícito foi feita para não filtrar a influência dos modos mais altos nas curvas de resposta transiente. Às curvas de resposta simuladas foi adicionado um ruído com distribuição Normal.

Na simulação das curvas de resposta do procedimento de ajuste foi utilizado um modelo modal, obtido pela técnica de síntese modal de

componentes (programa SINTESE).

Os valores de k e k_3 exatos, do modelo de ligação, foram de 1000 N/m e 100 N/m³, respectivamente. Os valores iniciais utilizados no procedimento de ajuste foram de 800 N/m e 10 N/m³, respectivamente.

As curvas de resposta transiente têm 128 pontos com $\Delta t = 1 \cdot 10^{-3}$ s e foram obtidas para os pontos de conexão das vigas. O ponto de aplicação da força impulsiva é mostrado na Figura 6.5. A força aplicada foi um impulso ideal de Dirac.

O ajuste, devido a problemas de sensibilidade, foi realizado em duas etapas. Na primeira etapa, para um impulso de 500 N·s, foi utilizado o estimador de Markov para estimar o coeficiente de rigidez linear k . Na segunda etapa, para uma excitação de 5000 N·s, utilizou-se o MAP para ajustar o coeficiente da não linearidade k_3 e ajuste final de k . Nas duas etapas, a matriz de covariância das respostas foi obtida a partir dos resultados de dez simulações com ruído aditivo.

6.2.2 - RESULTADOS

A Figura 6.6 mostra, para um nível de ruído de 5%, a condição inicial do procedimento de ajuste, onde pode-se observar que a direção de busca para o coeficiente k_3 (P02) é nula, ou seja, as curvas de resposta não têm nenhuma sensibilidade às variações deste parâmetro. Nestas condições, o índice de identificabilidade é de 39,93, como pode ser calculado a partir da Figura 6.7. Nas figuras, a curva da direita é relativa ao ponto de aplicação da força impulsiva.

A Figura 6.8 mostra o ajuste final da primeira etapa. Com este conjunto de dados só foi possível ajustar o coeficiente de rigidez linear. Observa-se que a utilização do estimador de correlação não implicaria na possibilidade de ajuste do coeficiente k_3 , uma vez que, mesmo para um coeficiente de correlação igual a 100 %, as curvas de resposta continuam sem sensibilidade às variações do parâmetro P02.

A tentativa de se utilizar o estimador MAK com o conjunto de dados resultante da aplicação de um impulso de 5000 N·s também resultou num valor nulo para a direção de busca do parâmetro P02. Isto ocorre devido à grande diferença de sensibilidade das curvas de respostas em relação aos parâmetros.

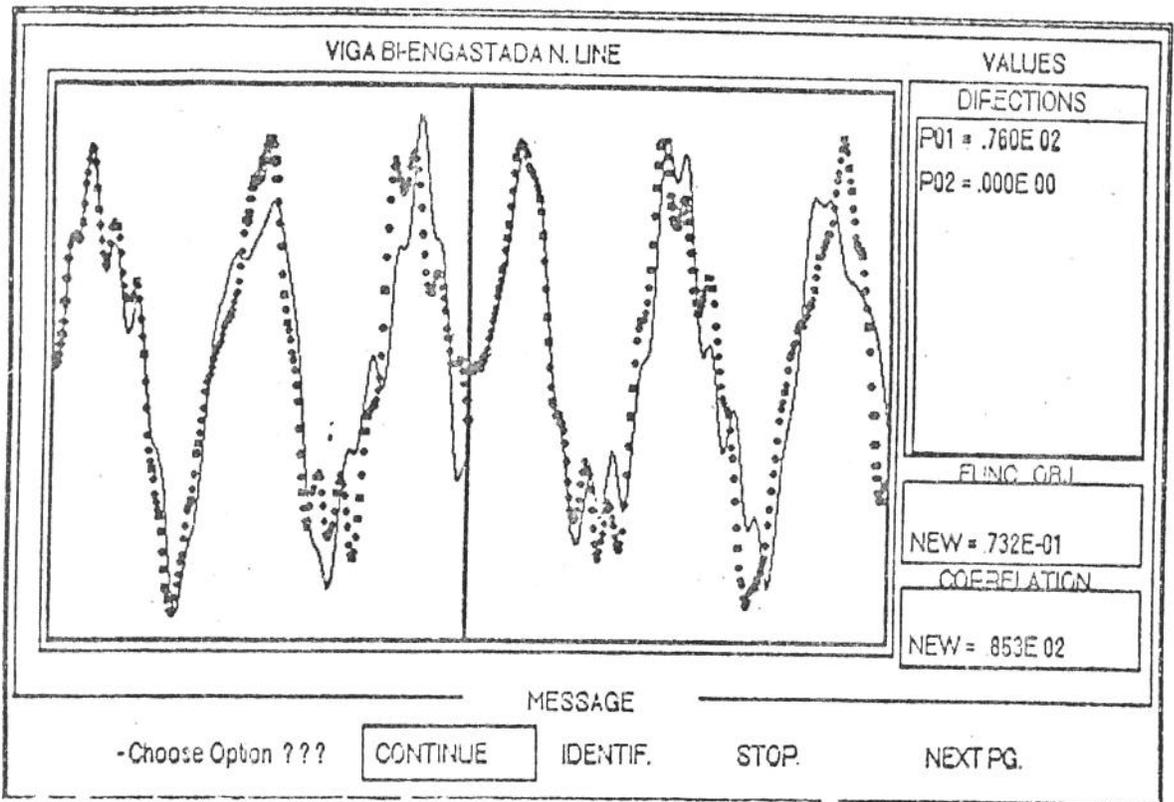


Fig. 6.6 - Condição inicial do procedimento de ajuste do modelo de não linearidade cúbica.

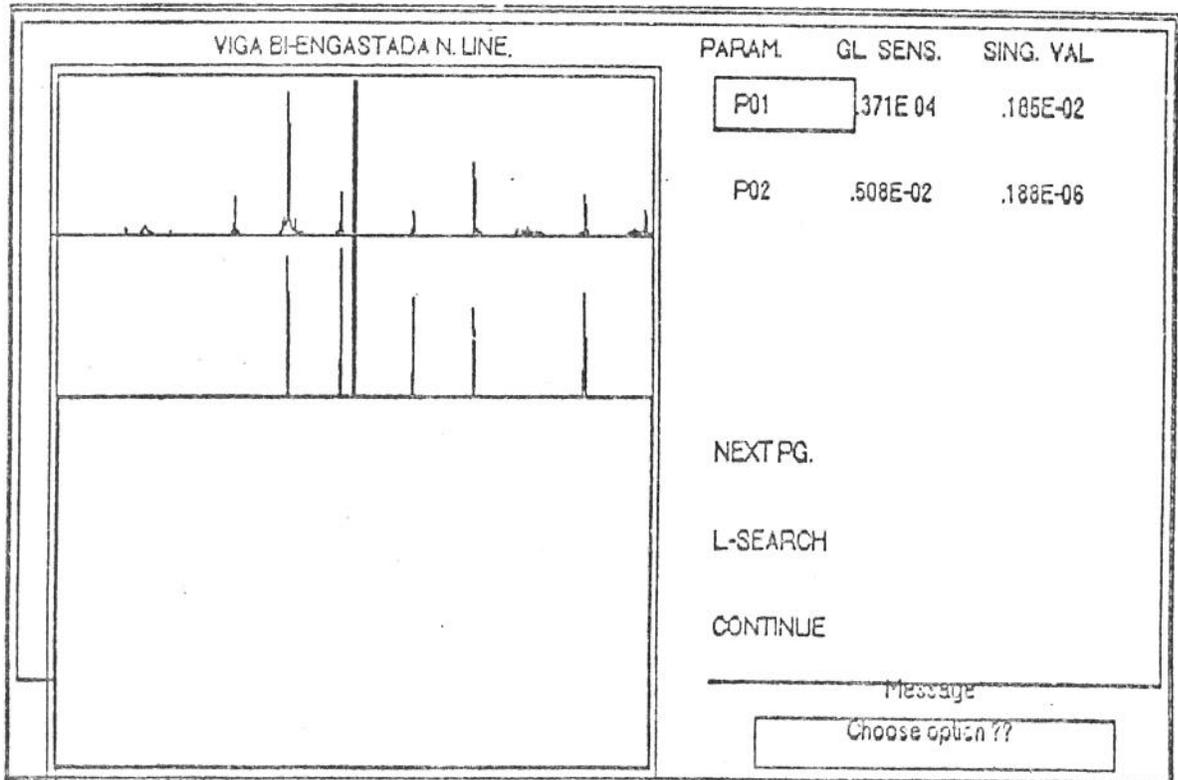


Fig. 6.7 - Curvas de sensibilidade aos parâmetros do modelo de não linearidade cúbica. Estimador MAK.

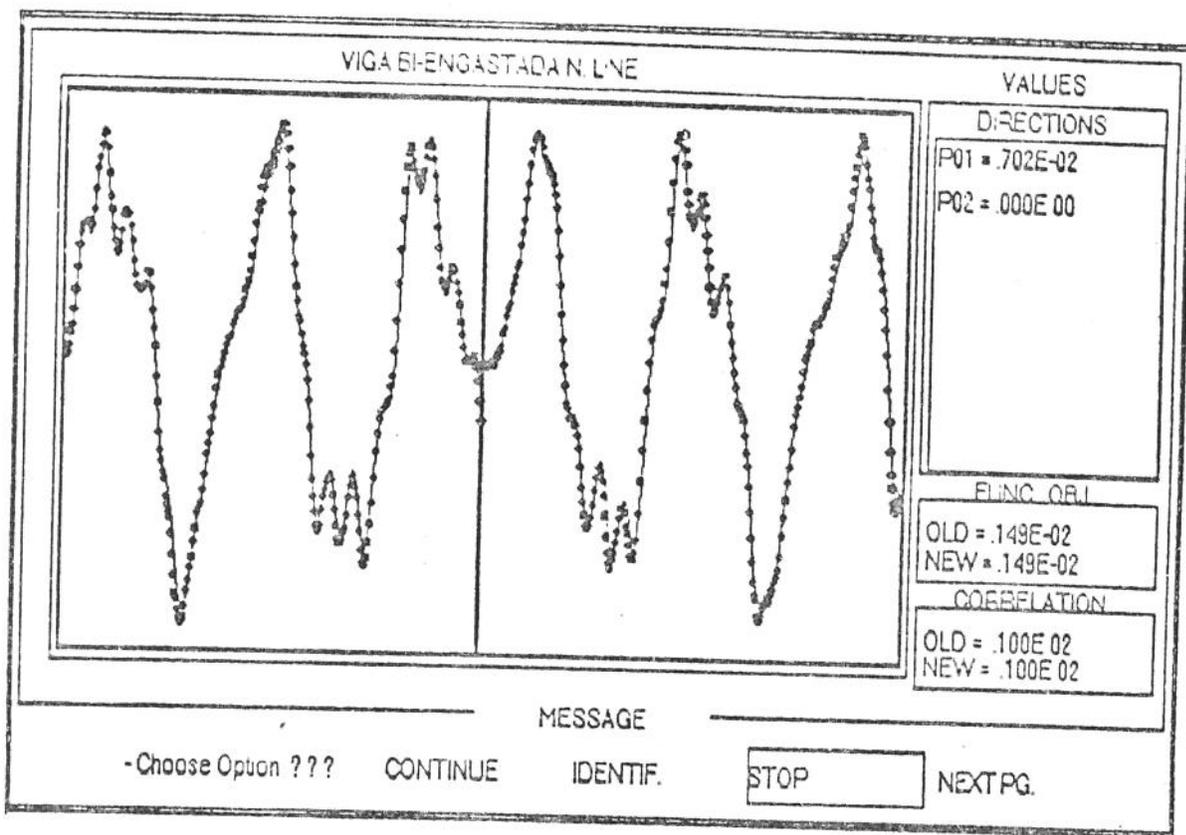


Fig. 6.8 - Condição final de ajuste usando o estimador MAK, para o modelo de não linearidade cúbica.

A Figura 6.9 mostra as curvas iniciais da segunda etapa do ajuste utilizando o estimador MAP, onde a matriz de covariância dos parâmetros foi construída com os valores estimados, na primeira etapa, para as variâncias dos parâmetros (Equação 2.21). Neste caso, observa-se que as curvas de resposta tornam-se sensíveis ao parâmetro P02. Isto ocorre porque a variância estimada para o parâmetro P01 na primeira etapa foi igual a $0,0017 \text{ (N/m)}^2$, indicando grande confiança no valor estimado para este parâmetro. Portanto, na segunda etapa, a minimização da função erro deverá ocorrer exclusivamente devido às variações no valor do parâmetro P02, como pode ser observado pelos valores das direções de busca dos dois parâmetros: $0,352 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$ para P01 e $-0,675 \cdot 10^2 \text{ N/m}^3$ para P02 (Figura 6.9).

Nos ajustes com mais do que um conjunto de curvas de dados, o programa IDENTPAR muda automaticamente o estimador utilizado na primeira etapa para o estimador MAP, nas etapas subsequentes.

A Figura 6.10 mostra as curvas finais do procedimento de ajuste, onde observa-se a perfeita concordância entre as curvas ajustadas e as utilizadas como dados.

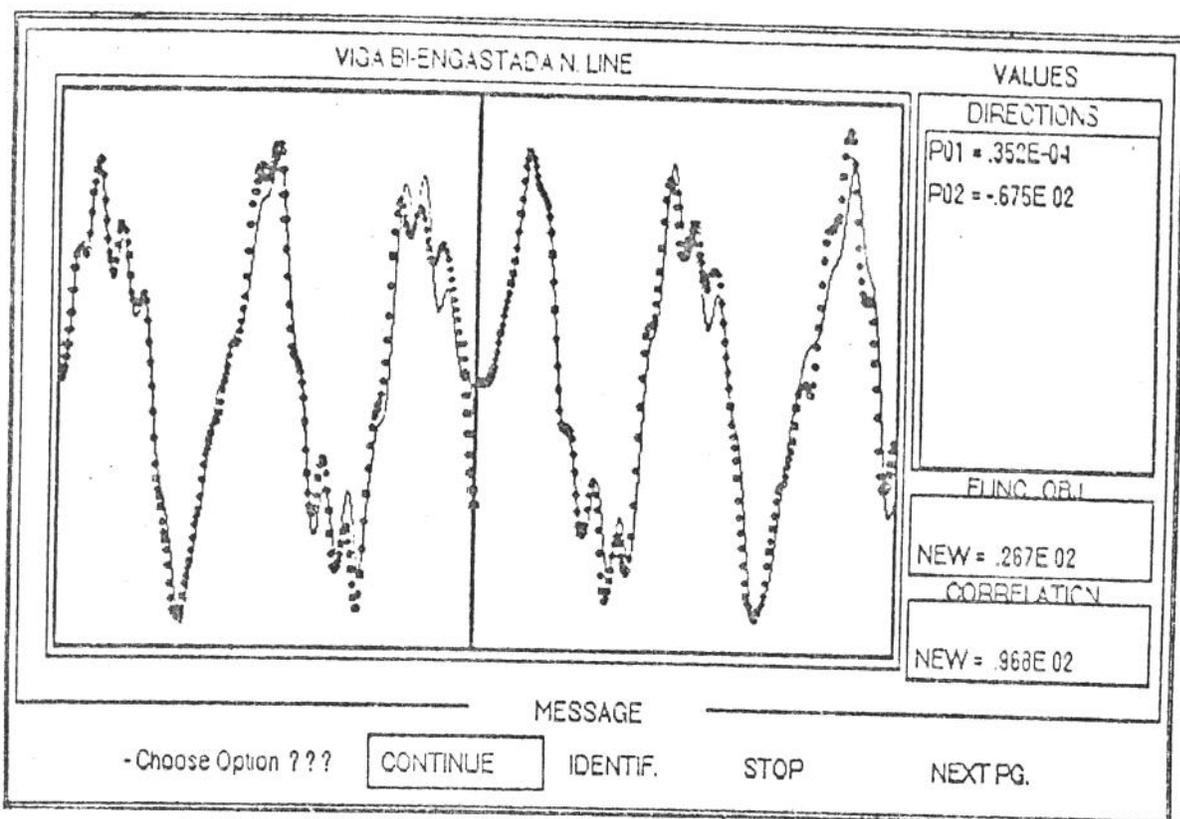


Fig. 6.9 - Valores iniciais do parâmetro P01 do procedimento de ajuste do modelo de não linearidade cúbica. Segunda etapa.

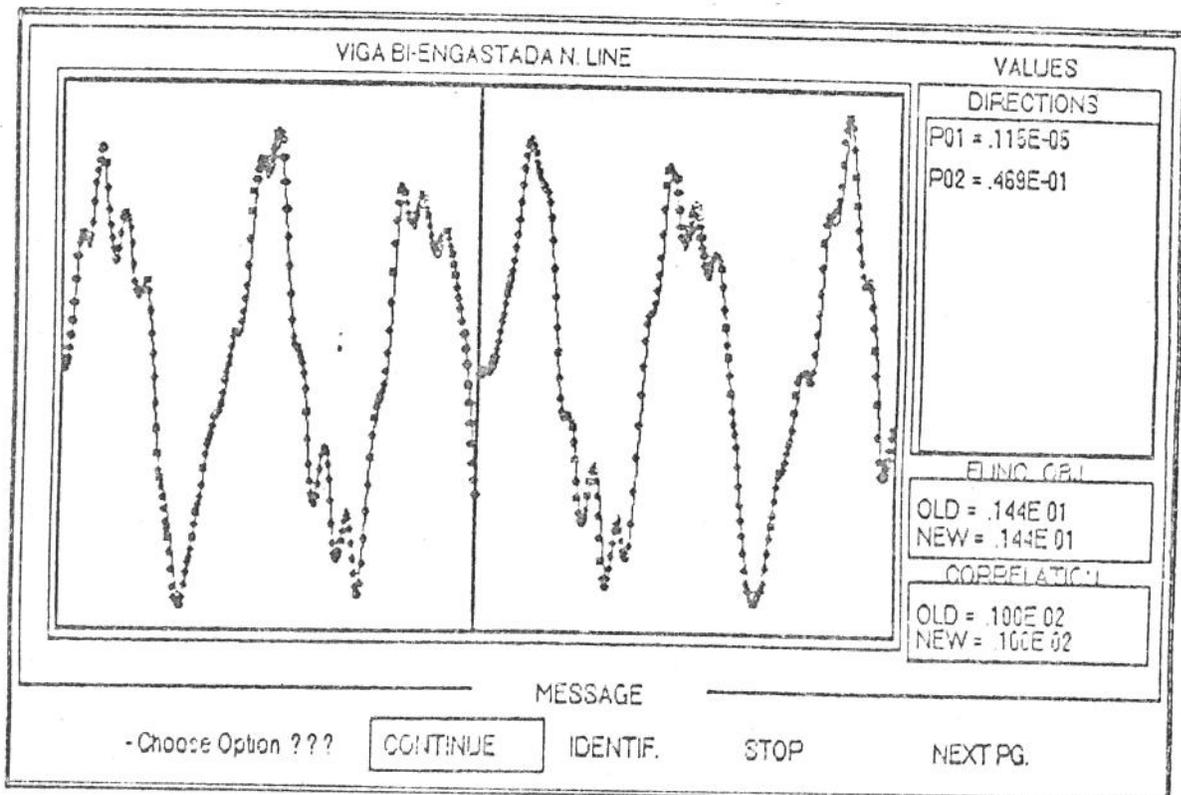


Fig. 6.17 - Gráficos finais do procedimento de ajuste do modelo de não linearidade cúbica.

A Tabela 6.18 mostra os erros calculados ER e os estimados ET, para os parâmetros, em função do nível de ruído aditivo às respostas.

Tab. 6.18 - Influência do nível de ruído sobre os valores estimados.

NR (%)	K		K ₃	
	ER (%)	ET (%)	ER (%)	ET (%)
0,10	0,71	0,84	3,25	7,84
0,50	0,71	0,84	3,25	7,84
1,00	0,73	0,85	3,70	8,09
2,00	0,78	0,94	3,68	8,05
5,00	0,75	0,73	1,00	8,67
10,00	1,83	2,03	11,11	14,76

Pode-se observar a boa concordância entre os erros calculados e estimados para o coeficiente de rigidez linear. A grande discrepância existente entre os valores calculados e estimados para o coeficiente k_3 é devido às grandes incertezas (variância estimada na primeira etapa) com relação aos valores iniciais do parâmetro P02, em conjunto com a baixa sensibilidade das curvas de resposta em relação a este parâmetro.

Todos os resultados foram obtidos para um modelo modal com vinte graus de liberdade, ou seja, não foi feita nenhuma redução de modelo. Os resultados para modelos reduzidos foram bastante ruins, sendo que foi impossível ajustar o valor do parâmetro k_3 para as curvas de resposta obtidas diretamente via integração, de um modelo reduzido de dez graus de liberdade. A utilização de filtro passa-baixa, em conjunto com um modelo reduzido de oito graus de liberdade, foi tentada sem grande sucesso, levando a crer que a presença de subharmônicos é significativa para este modelo.

6.3 - AJUSTE DOS COEFICIENTES DE UM MODELO DE DUPLA RIGIDEZ

Este exemplo tem como objetivo alertar para as dificuldades que podem ocorrer em um procedimento de ajuste e as vantagens da utilização de respostas estacionárias para o procedimento de ajuste de sistemas não lineares.

6.3.1 - MODELOS UTILIZADOS PARA SIMULAÇÕES DAS CURVAS DE RESPOSTA

O modelo utilizado é o mesmo mostrado na Figura 4.3, sendo que os valores dos coeficientes de rigidez são: $k_\ell = 5000 \text{ N/m}$, $k = 4000 \text{ N/m}$ e $k_e = 1.500 \text{ N/m}$. O valor do módulo da amplitude de mudança de coeficiente (ΔY_0) é de 1 mm.

A resposta simulada foi constituída por 256 pontos, para um incremento Δt de $1/256 \text{ s.}$, da curva de resposta do ponto de ligação do modelo não linear com a viga 2. Esta resposta foi induzida por uma excitação periódica, composta por harmônicos de amplitude unitária nas frequências de 5, 10, 15, 20 e 25 Hz. Um nível de ruído de 2 % foi adicionado à curva de resposta. Os valores de k_1 e ΔY_0 foram de 10000 N/m e 1 mm, respectivamente.

O procedimento PSFM foi utilizado tanto na simulação da curva de resposta utilizada para o ajuste, quanto nas simulações utilizadas no procedimento IDENTPAR. As frequências escolhidas para o cálculo das respostas foram de 0 a 125 Hz com um espaçamento de 5 Hz, totalizando 26 pontos em frequência. O Jacobiano foi calculado para as frequências de 5, 10, 15, 20, 25, 30, 50, 55, 105 e 110 Hz.

Os modelos de estimadores utilizados foram os de mínimos quadrados comum e o de correlação.

6.3.2 - RESULTADOS

Foram realizados mais de quinze ajustes para diversos valores iniciais de parâmetros.

Para se ter uma noção do grau de dificuldade encontrado no ajuste dos parâmetros deste modelo, deve-se dizer que de quinze tentativas de ajuste, apenas seis foram bem sucedidas, sendo que os índices de indentificabilidade foram menores do que 40 somente para oito valores iniciais de parâmetros.

Para apenas um conjunto de valores iniciais para os parâmetros, $k_1 = 10000$ e $\Delta Y_0 = 0 \text{ mm}$, o estimador MQC convergiu para a solução sem que houvesse a necessidade de utilizar o estimador COR no início do procedimento de ajuste. Portanto, os resultados apresentados são relativos à combinação dos estimadores COR e MQC.

Com relação aos índices de indentificabilidade, cabe ressaltar que, ao

contrário dos outros modelos lineares e não lineares simulados, os mesmos são fortemente relacionados com os valores iniciais assumidos para os parâmetros. Acredita-se que esta dependência tenha ocorrido devido à descontinuidade da não linearidade. Por exemplo, para um ΔY_0 inicial de 3 mm tem-se um valor singular nulo, índice de indentificabilidade infinito, uma vez que os valores máximos da curva de resposta não alcançam 3 mm.

Na Tabela 6.19 estão mostrados os valores dos erros estimados ET para os parâmetros e os erros reais ER, para seis valores iniciais de k_1 e com $\Delta Y_0 = 0$ mm. Valores iniciais de ΔY_0 iguais a 0 mm foram os que implicaram em maiores dificuldades durante o procedimento de ajuste. A Tabela mostra os valores do coeficiente de identificabilidade CI e o valor final do coeficiente de correlação Cor_f . Na Tabela 6.19, a barra (---) significa erros maiores do que 100 %.

Tab. 6.19 - Influência dos valores iniciais no procedimento de ajuste e estimativa de erros.

k1 (N/m)	k1			ΔY_0		
	CI (%)	ET (%)	ER (%)	ET (%)	ER (%)	Cor_f (%)
4000	64,56	----	----	----	----	98,53
5000	65,26	1,88	47,30	7,50	40,30	99,87
6000	17,49	3,34	13,00	0,77	4,58	100,00
8000	17,49	0,30	0,33	0,31	0,76	100,00
10000	17,49	0,36	0,30	0,32	0,31	100,00
12000	69,23	0,00	----	----	----	98,35

Da Tabela 6.19, pode-se observar que existem duas faixas bem distintas de coeficientes de identificabilidade em função dos valores iniciais dos parâmetros. Todas as tentativas de ajuste para coeficientes de identificabilidade superiores a 60, foram infrutíferas. Este fato, reforça a utilização do valor 40 como limite de identificabilidade.

Outro resultado interessante que pode ser observado é a influência dos mínimos locais da função objetivo na estimativa dos erros nos valores estimados para os parâmetros. Quando a função objetivo encontra-se nas proximidades do mínimo global, existe uma boa correlação entre os erros estimados e os erros reais dos valores dos parâmetros ($k_1 = 8000$ e 10000 N/m). Isto se explica pelo fato do estimador de co-variância dos parâmetros

ser válido para modelos lineares de ajuste, sendo que a extensão para modelos não lineares é válida somente na vizinhança da solução, onde as não linearidades são bem representadas pelos dois primeiros termos de uma expansão em série [22].

De todas as simulações realizadas observou-se que, no caso de um sistema real, o usuário teria grandes dificuldades em analisar os resultados caso os valores iniciais dos parâmetros fossem: $k_1 = 6000 \text{ N/m}$ e $\Delta Y_0 = 0 \text{ mm}$. Neste caso, o valor 17,49 para o coeficiente de identificabilidade indicaria um experimento ótimo. Os valores finais do procedimento IDENTPAR seriam 8640 N/m e $0,95 \text{ mm}$ com erros estimados de 3,33 e 0,77 % respectivamente. O valor final do coeficiente de correlação seria de 100 % e o erro medio quadrático percentual de 0,0119 %. Observando-se a curva de erro , Fig. 6.11, conclui-se que a função erro não é polarizada e numa análise superficial tem-se a impressão de que a distribuição do erro é normal. Pode-se, portanto, concluir que os valores estimados são coerentes e satisfatórios. Porém, os erros reais são de 23,6 % para K_1 e 5,0 % para ΔY_0 , respectivamente.

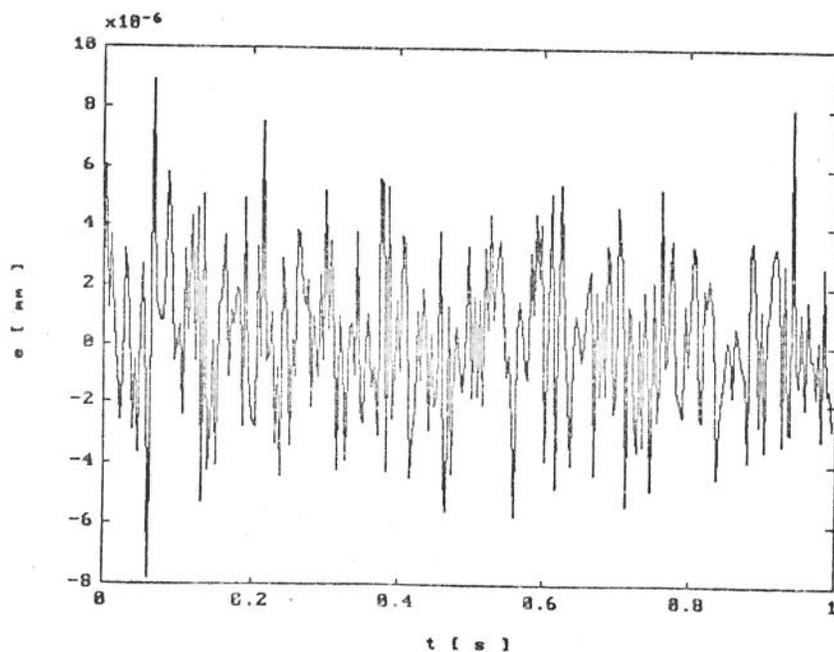


Fig. 6.11 - Função erro para os valores estimados com valores iniciais $k_1 = 6000 \text{ N/m}$ e $\Delta Y_0 = 0 \text{ mm}$.

A grande vantagem da utilização de curvas de resposta periódica para sistemas não lineares é a possibilidade de se poder filtrar os dados, ou seja, observam-se apenas os super-harmônicos. Para isto basta aplicar a transformada de Fourier nas curvas de resposta medidas e simuladas e, após eliminar as componentes cujas frequências coincidem com os harmônicos da excitação, retorna-se ao domínio do tempo via transformada inversa de Fourier. O resultado desta operação, para a função erro mostrada na Figura 6.11, é mostrado na Figura 6.12, onde pode-se observar a periodicidade da função erro. Só existem duas justificativas para esta periodicidade: erro nos valores estimados, devido à captura do procedimento de ajuste por um mínimo local, ou erro na modelagem da não linearidade.

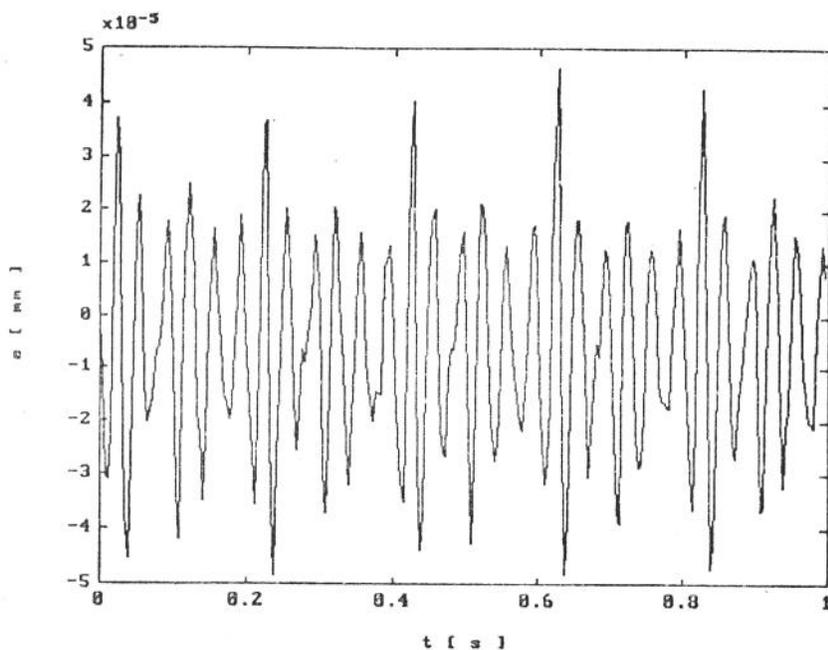


Fig. 6.12 - Função erro filtrada para os valores estimados com valores iniciais $k_1 = 6000 \text{ N/m}$ e $\Delta Y_0 = 0 \text{ mm}$.

Para as curvas filtradas, o coeficiente de correlação é de 60,04 % e a função erro quadrático porcentual de 3,76 %. Um novo ajuste com os dados filtrados resultaram em $k_1 = 9999,37 \text{ N/m}$ e $\Delta Y_0 = 0,99998 \text{ mm}$ com erros estimados para os parâmetros de $0,35 \cdot 10^{-3}$ e $0,32 \cdot 10^{-1}$ respectivamente.

Para finalizar, cabe ressaltar que utilizando-se as curvas de resposta dos dois pontos de conexão do modelo não linear, obteve-se 85 % de sucesso nos ajustes, não tendo sido observado grandes variações do coeficiente de identificabilidade em função dos valores iniciais assumidos para os parâmetros. O índice de sucesso chegou a 100 % para a combinação: duas curvas de resposta filtradas como dados e inicialização com o estimador COR e finalização com o MQC. Os resultados não serão mostrados aqui devido a redundância dos mesmos.

7 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo são utilizados dois sistemas mecânicos para a análise de desempenho dos procedimentos desenvolvidos. O primeiro modelo experimental é constituído de duas subestruturas lineares conectadas por anéis de aço. O segundo é um sistema composto por duas massas, conectadas por suportes flexíveis, sendo que uma delas colide contra um sistema massa mola que atua como batente.

Com estes sistemas será validado o procedimento de ajuste proposto, serão discutidas as dificuldades existentes na escolha do modelo matemático das conexões; será demonstrada a validade do procedimento de síntese utilizado; será avaliado o desempenho do integrador PSFM quando comparado com um integrador não linear, da família Newmark ($\gamma = 0,5$ e $\beta = 0,25$); e será mostrado o bom desempenho do estimador de erro da função de correlação, quando os valores assumidos inicialmente para os parâmetros são bem diferentes dos valores reais.

7.1 - AJUSTE DOS PARÂMETROS LINEARES DOS ANÉIS DE AÇO

Para a validação experimental dos procedimentos de síntese e identificação desenvolvidos, foram construídas duas subestruturas compostas por placas de aço. A conexão entre as subestruturas foi feita por duas juntas, compostas por anéis de aço tratados termicamente, fixadas às subestruturas por presilhas aparafusadas, permitindo que o sistema pudesse ser analisado como um todo ou separadamente. Os parâmetros modais das subestruturas, necessários para o procedimento de síntese, foram ajustados a partir das FRFs experimentais das placas. Alguns modelos para as juntas foram propostos e seus parâmetros ajustados, a partir de algumas FRFs do conjunto. Para a validação do ajuste, algumas FRFs complementares foram utilizadas.

7.1.1 - SUBESTRUTURAS

As subestruturas são compostas por duas placas de aço sobre as quais estão soldados os dispositivos de fixação das juntas (Fig. 7.1). As características geométricas das duas placas estão listadas na Tabela 7.1.

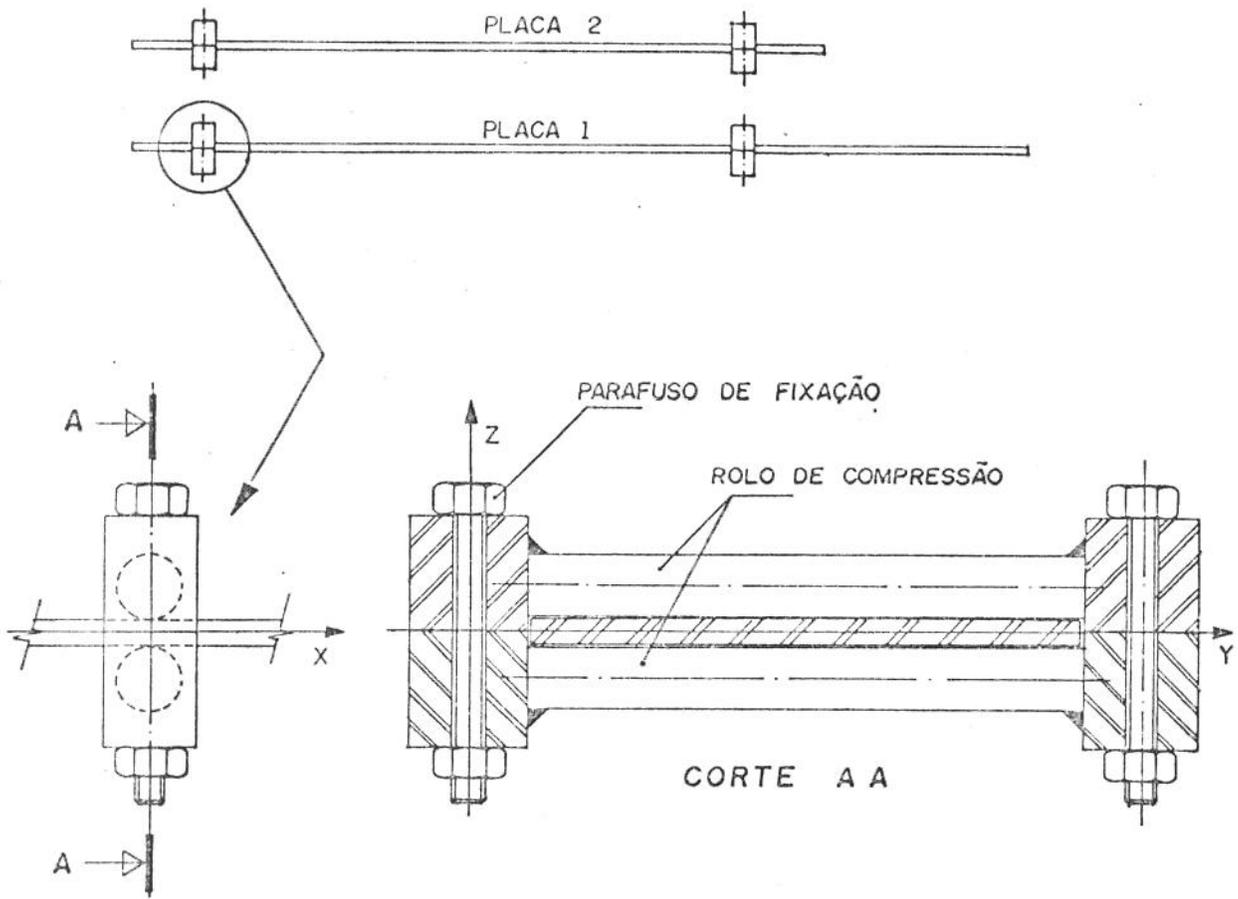


Fig. 7.1 - Placas utilizadas como subestruturas

Tab. 7.1 - Características geométricas das placas

DIMENSÃO (mm)	PLACA 1	PLACA 2
COMPRIMENTO	750,00	500,00
LARGURA	50,00	50,00
ESPESSURA	5,00	5,00

7.1.2 - ANÁLISE MODAL DAS SUBESTRUTURAS

Na análise modal das subestruturas, o programa de identificação proposto neste trabalho foi utilizado, sendo que no caso mais crítico foram

ajustados 38 parâmetros modais de uma curva de resposta experimental com 1200 pontos, em frequência, usando-se um microcomputador. O modelo para o ajuste foi o modelo modal com amortecimento proporcional [44], equacionado por:

$$Y_{il}(\omega) = \frac{1}{K_r} + \sum_{k=1}^n \frac{R_{ilk}}{\Omega_k^2 - \omega^2 + j \cdot 2 \cdot D_k \cdot \omega} - \frac{1}{\omega^2 \cdot M_r} \quad (7.1)$$

onde:

Y_{il} é função resposta em frequência (FRF) do nó i
devido a uma excitação no nó l

ω é frequência (rad/s)

K_r é a rigidez residual do modos de alta frequência (fora da banda analisada)

R_{ilk} é o resíduo

Ω_k é o autovalor

$j = \sqrt{-1}$

$D_k = \zeta_k \cdot \Omega_k$

ζ_k é o fator de amortecimento modal

M_r é um coeficiente que representa o efeito de inércia dos modos de baixa frequência (fora da banda analisada)

Uma vez determinados os coeficientes da função resposta em frequência Y_{ii} , os autovetores, normalizados em relação à matriz de inércia, são obtidos pela expressão:

$$\phi_{lk} = \frac{R_{ilk}}{\sqrt{R_{iik}}} \quad (7.2)$$

A análise modal foi feita para condições de contorno livre-livre, suspendendo-se as placas com fios de nylon. As 3 primeiras frequências

naturais menores do que 5,00 Hz correspondem aos modos de corpo rígido, havendo portanto, a necessidade de se utilizarem sensores inerciais. Este fato, aliado à pequena massa das placas e coeficientes de amortecimento baixos implicaram em uma série de problemas na identificação dos coeficientes modais, dentre os quais destacam-se: a mudança das frequências naturais em função da posição do sensor de vibração e o fenômeno de vazamento "leakage" do sinal devido aos baixos coeficientes de amortecimento. O primeiro problema foi resolvido pela utilização de excitação impulsiva, permanecendo o sensor de vibrações fixo em uma das extremidades da placa. O segundo problema foi resolvido utilizando janelas exponenciais nos sinais das respostas, o que equivale à soma de um coeficiente de amortecimento constante nas funções de resposta em frequência. A Figura 7.2 mostra a montagem esquemática da cadeia de medição para aquisição das FRFs.

Para o ajuste dos coeficientes modais, o procedimento utilizado foi o seguinte:

- Dada a FRF Y_{ii} , os valores das frequências naturais Ω_k foram estimados a partir das frequências em que ocorriam máximos na curva $|Y_{ii}(\omega)|$. Os valores de D_k e R_{ilk} eram arbitrários.

- Utilizaram-se, como curvas de respostas, os diagramas de Nyquist da mobilidade.

- Em um primeiro ajuste os parâmetros ativos eram R_{ilk} , M_r e K_r .

- Em seguida os valores de D_k eram liberados e o procedimento de ajuste repetido por duas ou três iterações.

- Finalmente, liberava-se Ω_k e o ajuste não linear de parâmetros era repetido até que a função objetivo fosse minimizada, o que ocorria para um erro RMS, entre as FRFs medidas e simuladas, abaixo de 1.0 %.

- Fixando os valores de Ω_k e D_k , os valores de R_{ilk} , M_r e K_r das demais FRFs foram obtidos via ajuste linear de parâmetros.

Uma vez que o ajuste foi global, para evitar que os modos mais significativos mascarassem os modos menos significativos, utilizou-se como função objetivo a função erro quadrático generalizada. A matriz diagonal com a confiança nos valores de medidos (W) foi montada por blocos de frequência conforme a Equação 7.3. Esta construção permitiu que todos os modos tivessem, aproximadamente, o mesmo peso na função erro. A utilização deste procedimento resultou na convergência uniforme dos parâmetros de todos os modos, simultaneamente.

$$W(\omega) = \left[\frac{(\omega - \omega_i) \cdot \max\|Y\|/Y(\omega_n)}{\omega_n - \omega_i} + 1 \right]^2 \quad \text{p/ } \omega_i \leq \omega \leq \omega_n$$

$$W(\omega) = \left[\frac{(\omega_f - \omega) \cdot \max\|Y\|/Y(\omega_n)}{\omega_f - \omega_n} + 1 \right]^2 \quad \text{p/ } \omega_n \leq \omega \leq \omega_f \quad (7.3)$$

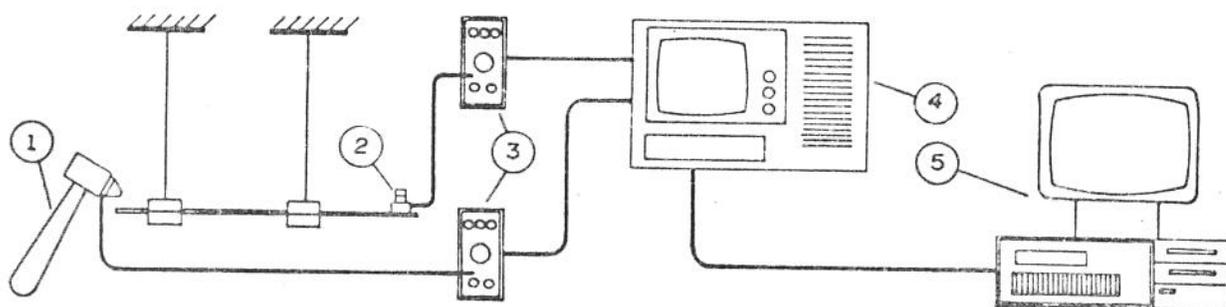
onde:

ω_i é a primeira frequência do bloco

ω_n é a frequência correspondente ao valor máximo da FRF no bloco

ω_f é a frequência final do bloco

$\max\|Y\|$ é o máximo valor do módulo da FRF sob análise



- | | |
|------------------------------|--------------------------------|
| 1) Martelo de impacto | 2) acelerômetro piezo-elétrico |
| 3) Pré-amplificador de sinal | 4) Analisados de espectro |
| 5) Microcomputador | |

Fig. 7.2 - Montagem esquemática da cadeia de medição para obtenção das FRFs

Visando uma maior precisão nos modos de baixa frequência, a análise modal das placas foi realizada por faixas de frequência. Para a placa 1 foram utilizadas 3 faixas de 0-100, 0-500 e 0-2000 Hz, com resolução em frequência de 0,125, 0,625 e 2,500 Hz, respectivamente. Para a placa 2 foram utilizados 4 faixas: 0-100, 0-400, 0-1000 e 0-2000 Hz, com resolução em

frequência de 0,125, 0,500, 1,250 e 2,500 Hz.

Foram identificados 10 modos flexíveis para a placa 1 e 8 para a placa 2. No anexo A3 estão mostrados, para as duas placas, as localizações geométricas dos nós, os valores dos autovalores, os valores dos fatores de amortecimento modal (%), os valores dos autovetores e as formas de vibrar de todos os modos ajustados.

7.1.3 - DETERMINAÇÃO DOS MODOS DE CORPO RÍGIDO

A determinação, via análise modal, dos modos de corpo rígido das duas placas tornou-se inviável, visto que a maioria das FRFs tinha valores da função de coerência [82] menores do que 0,5 nas baixas frequências ($f < 10$ Hz). Restaram, portanto, duas possibilidades para a determinação destes modos: utilização de um "pacote" de elementos finitos para a determinação da matriz de inércia e, posteriormente, cálculo dos autovetores; determinação direta destes autovetores a partir de considerações geométricas [68]. O método dos elementos finitos tem como inconveniente, neste caso, os prováveis erros no cálculo dos autovetores, decorrentes de dificuldades na modelagem dos elementos de fixação ou nos dados geométricos. A determinação direta é muito simples de ser feita, quando os produtos de inércia são nulos, o que não é o caso das duas placas em questão. Uma vez que a utilização de um modelo de elementos finitos implicaria em um ajuste posterior de parâmetros ou de modelo, optou-se por considerar as placas como sendo simétricas e posteriormente ajustar os coeficientes dos modos de corpo rígido.

Assumindo que as placas são simétricas, os modos de corpo rígido, normalizados em relação à matriz de inércia, podem ser calculados pelas Equações 7.4 e 7.5.

$$\phi_t(x) = 1/\sqrt{m} = \text{Cte.} \quad (7.4)$$

$$\phi_{ri}(x) = (x - x_{cg}) \cdot 1/\sqrt{J_i} \quad (7.5)$$

onde:

ϕ_t modo de corpo rígido de translação.

m massa total das placas.

ϕ_{ri} modo de corpo rígido de rotação em torno de um eixo i pas-

sando pelo CG da placa.

x coordenada do nó [m]

x_{cg} coordenada do centro de massa [m]

J_i momento de inércia em torno do eixo i passando pelo CG da placa [kg.m²].

As massas das placas foram obtidas utilizando-se uma balança, resultando no valor de 2,164 Kg para a placa 1 e 1,729 Kg para a placa 2. Os valores dos momentos de inércia foram calculados a partir da determinação das frequências naturais do movimento pendular das placas, pivotadas nos dispositivos de fixação. Para a placa 1 calculou-se $J_x = 0,08007 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ e, para a placa 2, $J_x = .04862 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Os eixos de coordenadas estão indicados na Figura 7.1. Os centros de massa foram obtidos apoiando-se as placas sobre uma base prismática e deslocando-as até que a linha de equilíbrio estático fosse encontrada. Na direção X, mediu-se x_{cg} iguais a 314,52 e 223,00 mm para as placas 1 e 2, respectivamente. Na direção Y, devido à simetria, y_{cg} é igual a 25,00 mm para ambas as placas.

7.1.4 - JUNTAS LINEARES

As juntas lineares são compostas por dois anéis de aço SAE 1045. Após a usinagem, os mesmos receberam um tratamento térmico de carbonetação para melhorar as suas características de rigidez. Os dois anéis têm um diâmetro de 100 mm, largura de 50 mm e espessura de 0,8 mm, resultando em uma massa de 98 gramas para cada um.

Os coeficientes de rigidez radial k_r e de torção k_θ , conforme mostrado na Figura 7.3, são dados por [91]:

$$k_r = \frac{4 \cdot E^* \cdot I}{d^2 \left(0,25 \cdot \kappa_1 \cdot \pi - 2,0 \cdot \pi^{-1} \right)} \quad (7.6)$$

$$k_\theta = \frac{2 \cdot E^* \cdot I}{d \cdot \left(0,25 \cdot \kappa_1 \cdot \pi - 2,0 \cdot (\kappa_1 \cdot \pi)^{-1} \right)} \quad (7.7)$$

onde:

$$E^* = E/(1 + 2 \cdot \gamma)$$

$$\kappa_1 = 1 + \alpha + \beta$$

$$\alpha = I/(S \cdot R)^2$$

$$\beta = 2 \cdot E^* I / (G \cdot S \cdot R^2)$$

E é o módulo de Young [N/m^2]

γ é o coeficiente de Poisson

G é o módulo de cisalhamento [N/m^2]

I é o momento da seção transversal [m^4]

S é a área da seção transversal [m^2]

d é o diâmetro do anel [m]

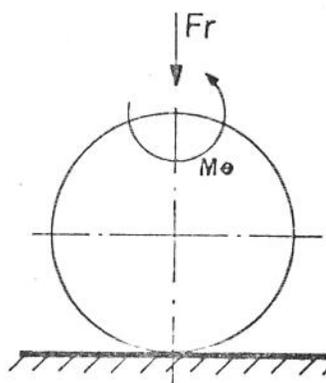


Fig. 7.3 - Modelo do anel elástico para o cálculo de k_r e k_θ

Para o caso sob análise têm-se :

$$k_r = 25.872,03 \text{ N/m}$$

$$k_\theta = 64,60 \text{ N}\cdot\text{m/rad.}$$

7.1.5 - MONTAGEM EXPERIMENTAL DO CONJUNTO

Os anéis foram colocados no espaço existente entre os dispositivos de fixação e as placas (Fig. 7.1). Por intermédio dos parafusos A e B (Fig. 7.1), os anéis foram comprimidos contra as placas, resultando em uma fixação extremamente rígida no intervalo de freqüência sob análise (0 - 100 Hz). O primeiro anel foi fixado entre os nós 4,5 e 6 da placa 1 (vide

anexo A3) e os nós 4,5,e 6 da placa 2. O segundo anel interligou os nós 19,20 e 21 da placa 1 com os nós 22,23 e 24 da placa 2. O sistema foi suspenso por cabos flexíveis (Fig. 7.4), simulando condições de contorno livre-livre.

A cadeia de medição foi a mesma da análise modal das placas (Fig 7.3). Na identificação foram utilizados os valores médios (50 amostras) de 4 FRFs, no intervalo entre 20 e 100 Hz, com uma resolução de 0,15625 Hz. As FRFs para a identificação foram obtidas nos nós 5 e 20 da placa 1 e nos nós 5 e 23 da placa 2, que são os pontos médios da linha de fixação dos dois anéis, para uma excitação por impacto, aplicada no nó 32 da placa 2.

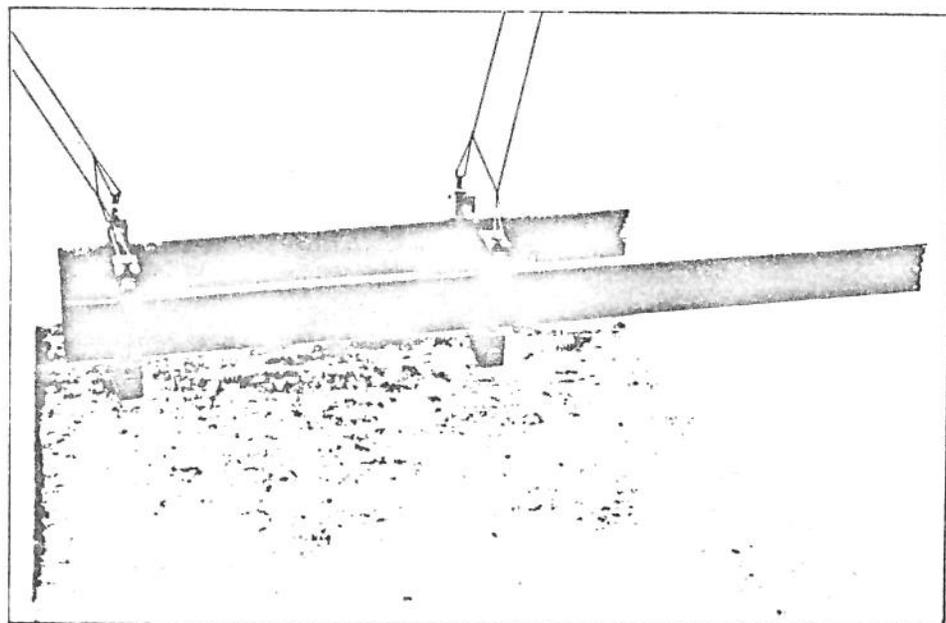


Fig 7.4 - Fotografia do sistema completo

7.1.6 - MODELO MODAL UTILIZADO NA IDENTIFICAÇÃO

A Figura 7.5 mostra a FRF do nó 5 da placa 2, onde pode-se observar a existência de 8 frequências naturais na faixa compreendida entre 20 e 280 Hz. Os valores das frequências naturais são aproximadamente iguais a: 16,0 Hz, 24,0 Hz, 42,0 Hz, 51,5 Hz, 94,5 Hz, 124,5 Hz, 221,5 Hz e 239,5 Hz. Estas frequências, exceto a centrada em 16 Hz, já eram esperadas, quando do projeto das placas utilizando-se simulações computacionais. Após uma análise, observou-se que a frequência natural próxima a 16 Hz é devida ao primeiro grau de liberdade longitudinal das placas.

Uma vez que nas simulações as placas foram modeladas como elementos de viga Bernoulli-Euler, optou-se por utilizar, como modelo modal para as placas, os nós centrais dos modos cujas deflexões na direção OZ não fossem significativas. Em resumo, para efeito de identificação, as placas foram modeladas como vigas, implicando em uma redução significativa no número total de nós (75 para 25 nós). Dos modos flexíveis, ficaram na base os 3 primeiros modos da placa 1 e os 3 primeiros da placa 2, sendo os demais utilizados para o cálculo dos modos estáticos de flexibilidade residual, os quais são em número de dois para cada viga. Com a síntese obteve-se um sistema de 7 graus de liberdade com 25 nós. Este modelo foi o utilizado na maioria das simulações das FRFs. Para não aumentar o número de nós do sistema e o número de parâmetros a ser ajustado, optou-se por fazer a análise a partir de 20 Hz, minimizando desta maneira a influência do modo longitudinal nas FRFs.

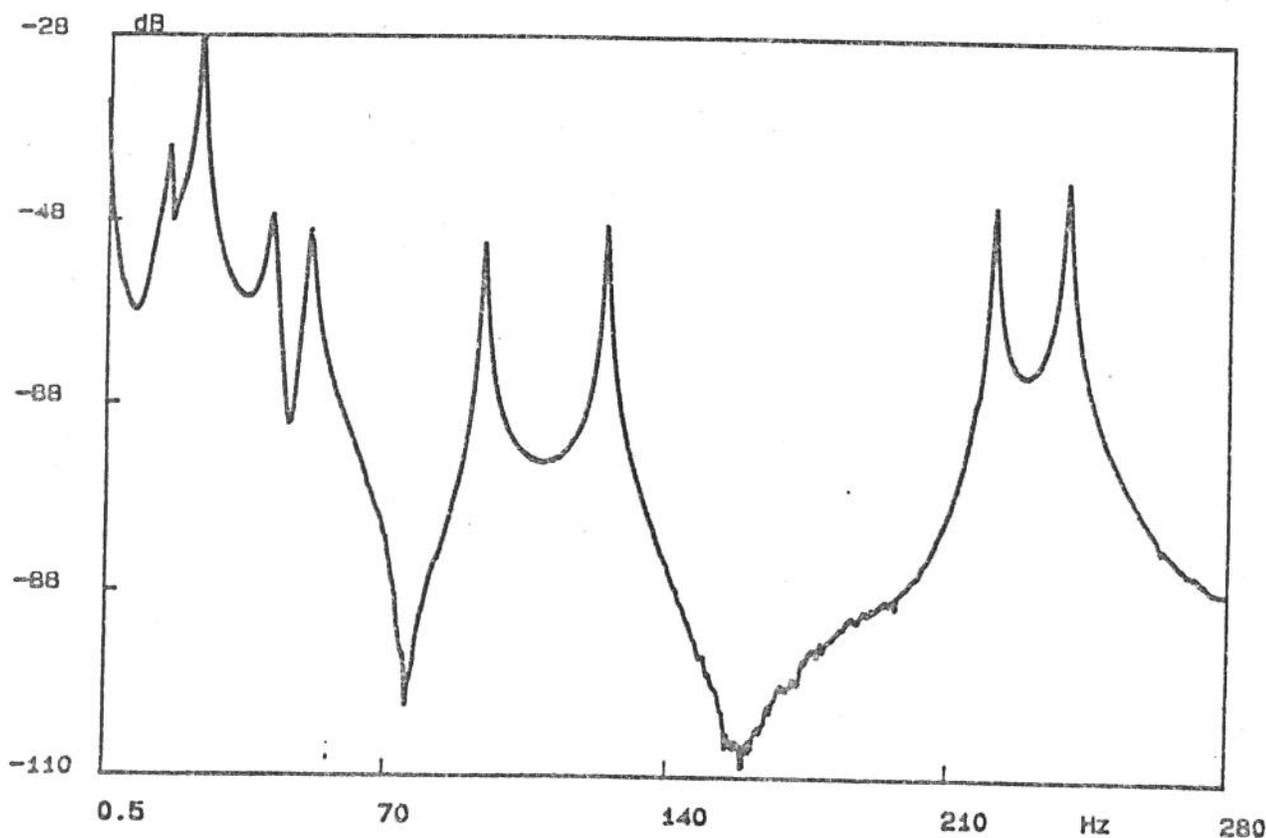


Fig 7.5 - FRF do nó 5 da placa 2, na banda de 0,5 a 280 Hz.

Na simulação das FRFs, após a síntese do conjunto (usando o programa SINTESE), os termos fora da diagonal da matriz de amortecimento generalizada foram tratados com pseudo forças.

7.1.7 - MODELOS DE JUNTAS UTILIZADOS NA IDENTIFICAÇÃO

Na escolha do modelo para as juntas elásticas e dos parâmetros que seriam ajustados, fez-se uma análise preliminar, sendo que as conclusões principais foram:

- Número de graus de liberdade dos anéis : Para a definição do número de graus de liberdade que as juntas poderiam ter no intervalo de 0 a 100 Hz, calcularam-se, utilizando um programa comercial de elementos finitos (SAP90), os valores teóricos das freqüências naturais dos quatro primeiros modos flexíveis dos anéis. Os valores encontrados foram : duas com valor de 224,52 Hz e duas de 632,42 Hz.

Considerando-se estes valores, o critério de Rubin [65] (freqüência natural 2,25 vezes a maior do que a banda de interesse) e a banda sob análise (0 a 100 Hz), três modelos podem ser escolhidos: um modelo sem massa (Fig 7.6); um modelo com um grau de liberdade (Fig 7.7), considerando as massas das juntas e um modelo com dois graus de liberdade (Fig 7.8), que leva em conta a influência da primeira freqüência natural de modo flexível dos anéis.

- Rigidez torcional dos anéis : Tendo em vista a fixação dos anéis, os quais são prensados entre dois cilindros, garantindo um contato quase linear e o valor teórico de $k_{\theta} = 64,60 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$, optou-se, primeiramente, por desconsiderar o efeito de rigidez torcional das juntas.

- Modos de corpo rígido das subestruturas : Uma vez que estes modos foram calculados analiticamente e a determinação dos momentos de inércia das placas foi feita com dificuldades inerentes em medições de baixas freqüências, o ajuste dos modos de corpo rígido das subestruturas é uma opção que não deve ser desprezada. Neste caso, quatro parâmetros suplementares para cada placa devem ser ajustados : dois coeficientes para cada reta que representam os modos de corpo rígido (Fig. 7.9).

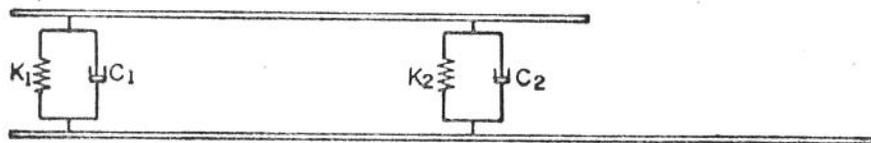


Fig 7.6 - Modelo 1 : dois elementos de rigidez e dois elementos de amortecimento viscoso para as juntas.

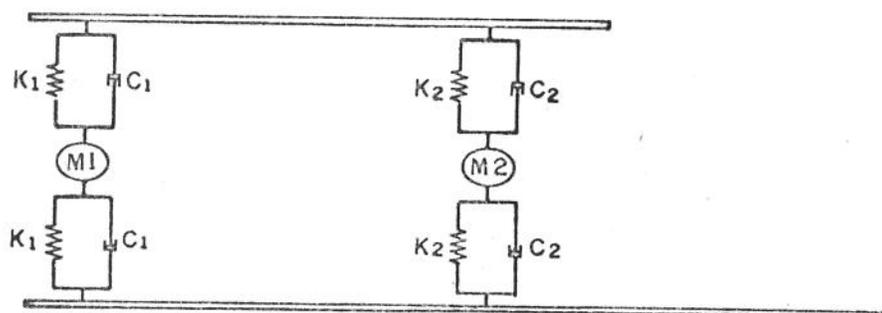


Fig 7.7 - Modelo 2 : um grau de liberdade suplementar para cada junta.

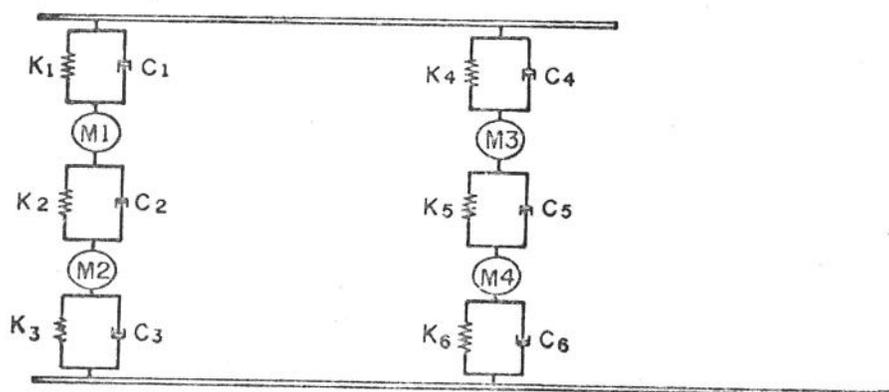


Fig 7.8 - Modelo 3 : dois graus de liberdade suplementares para cada junta.

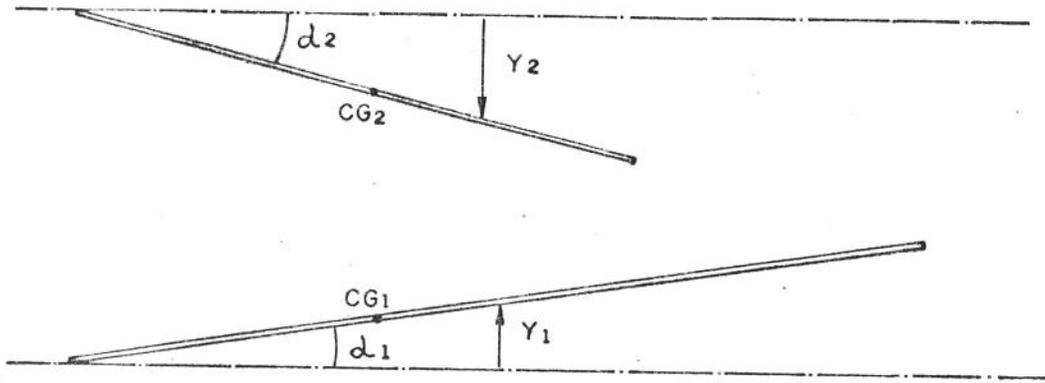


Fig 7.9 - Modelo para os modos de corpo rígido das placas

3.5.8 - RESULTADOS

Devido à uniformidade da função de coerência, o procedimento para o ajuste foi o MQC. As curvas para o ajuste foram as magnitudes das FRFs na escala logarítmica (dB) com um valor de referência igual a 1 m/s.

Para facilitar a análise, ao invés de apresentar o valor da função erro quadrático como resultado, foi definido um erro médio quadrático, porcentual, dado por:

$$EP = 100 \cdot \frac{(\mathbf{Y}_m - \mathbf{Y}_s)' \cdot (\mathbf{Y}_m - \mathbf{Y}_s)}{\mathbf{Y}_m' \cdot \mathbf{Y}_m} \quad (7.8)$$

onde:

\mathbf{Y}_m é a FRF medida

\mathbf{Y}_s é a FRF simulada

' denota o transposto de um vetor

As curvas de função resposta em frequência, mostradas neste trabalho, serão as do nó 05 da placa 1. Os valores de erro EP e de fator de correlação serão relativos ao conjunto completo das quatro FRFs utilizadas no ajuste.

O valor inicial para os parâmetros de rigidez foi de 20.000 N/m e os dos coeficientes de amortecimento iguais a 1 N·s/m. A Figura 7.10 mostra a

FRF medida (+ + +) e a simulada (—) com os valores iniciais dos parâmetros. O erro EP é igual a 58,30 % para um fator de correlação de 31,46 %.

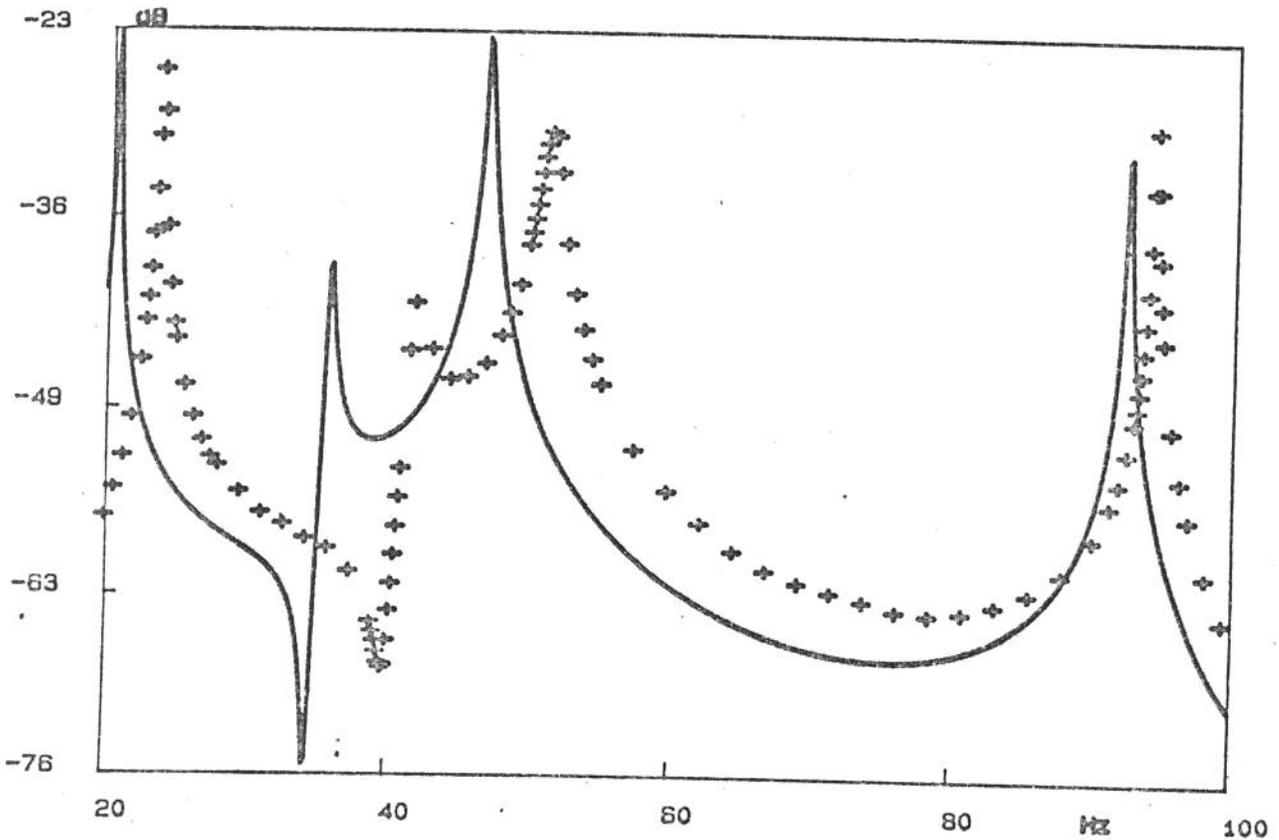


Fig 7.10 - FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 05 da placa 1. FRF simulada para os valores iniciais dos parâmetros.

Observa-se, na Figura 7.10, que apesar do erro nos valores das frequências naturais da FRF simulada em relação à FRF medida, as duas curvas são bastante semelhantes quanto à forma. Esta semelhança também foi observada para as demais FRFs utilizadas no ajuste.

A Figura 7.11 mostra a FRF medida (+ + +) e a simulada (—) após o ajuste do modelo 1: dois coeficientes de rigidez e dois coeficientes de amortecimento (Fig. 7.5). O erro EP diminuiu dos 58,30 % iniciais para um valor de 7,00 % , sendo que o fator de correlação subiu de 31,46 % para 82,69 %.

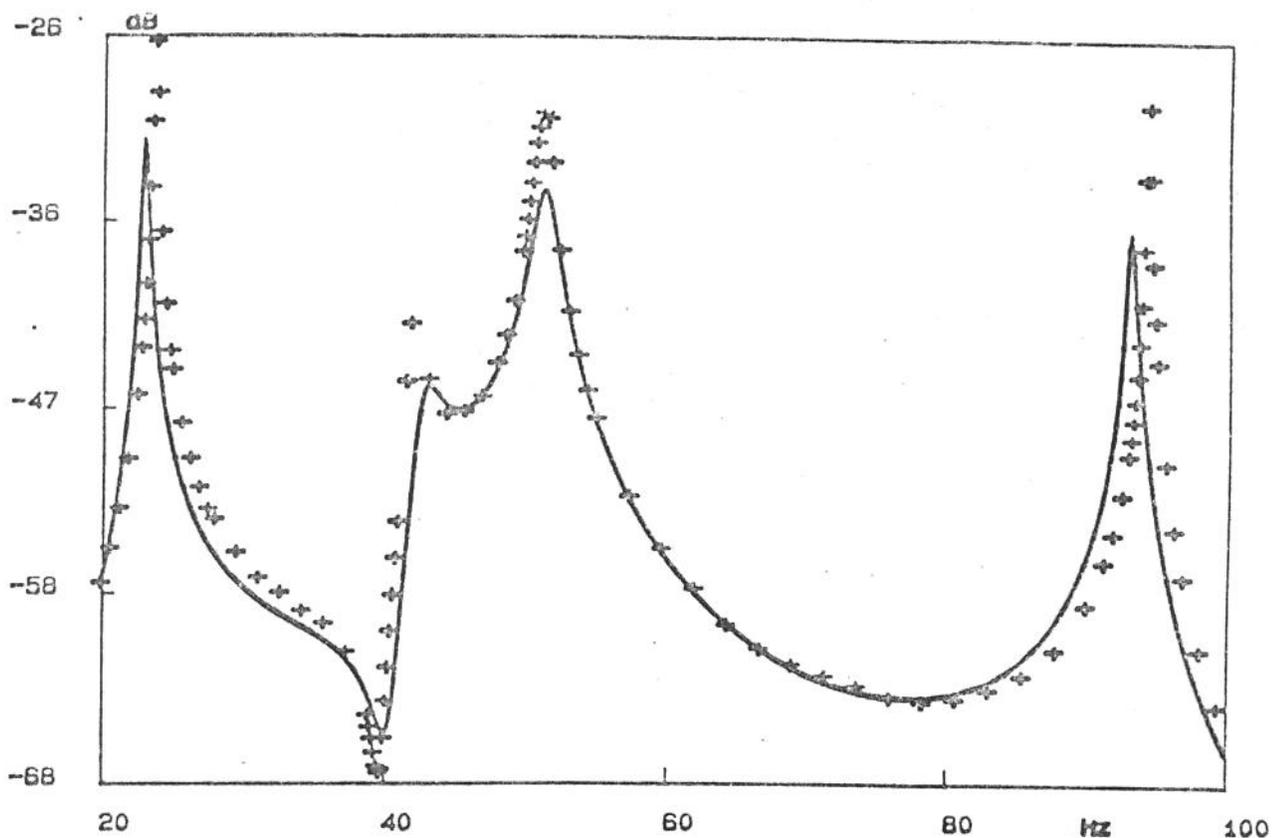


Fig 7.11 - FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 05 da placa 1. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 1.

A Figura 7.12 mostra a FRF medida (+ + +) e a simulada (—) após o ajuste do modelo 1 incorporando o modelo de corpo rígido para as placas. Neste caso, ajustaram-se doze parâmetros resultando em um erro EP de 5,38 % e um fator de correlação igual a 89,74 %.

Comparando-se as Figuras 7.11 e 7.12, observa-se que a introdução dos modelos de modos de corpo rígido implicou em uma melhoria sensível do ajuste das FRFs na faixa de 20 a 60 Hz, região dominada pelos três primeiros modos de flexão do sistema. Já na região de 60 a 100 Hz (quarto modo de vibrar) a melhoria não foi tão significativa, persistindo um erro bem visível no ajuste da quarta frequência natural do conjunto. A melhoria do ajuste nas baixas frequências e o erro no cômputo da quarta frequência natural pode ser facilmente explicado observando-se as curvas de sensibilidade adimensional dos parâmetros. As Figuras 7.13a e 7.13b são representativas das curvas de sensibilidade adimensional (CSA) dos parâmetros para os dois modelos: a Figura 7.13a mostra a CSA para o modelo de rigidez k_2 (Fig. 7.6) e a Figura 7.13b mostra a CSA do termo independente Y_1 (Fig. 7.9) dos modelos de corpo rígido para as placas. Para os dois modelos, a sensibilidade dos

parâmetros na região de 94 Hz é baixa, em relação às sensibilidades nas regiões em que se encontram as outras frequências naturais, o que justifica a dificuldade no ajuste das FRFs nas altas frequências. A melhoria do ajuste na região de 20 a 60 Hz, com a introdução dos modelos de modo de corpo rígido, deve-se aos altos valores de sensibilidade dos parâmetros nas vizinhanças de 23 e 40 Hz.

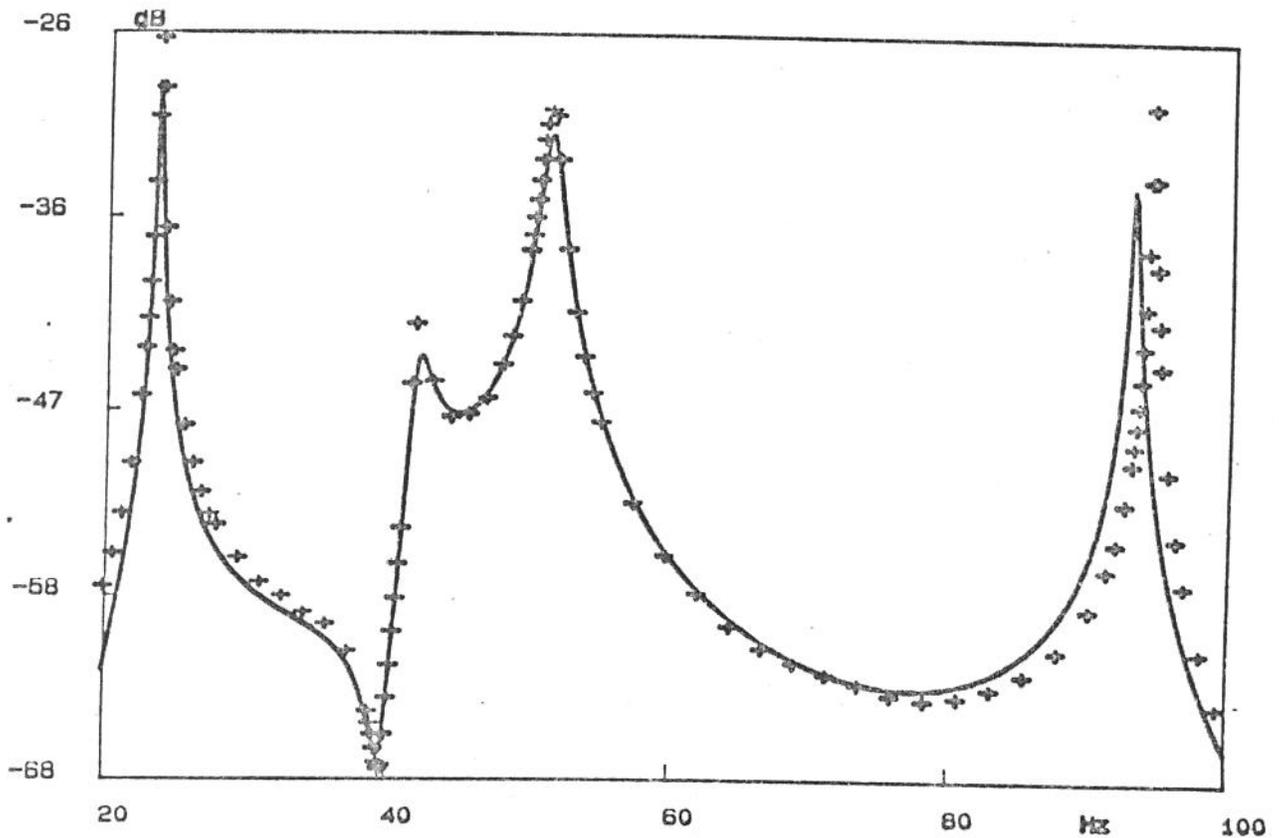


Fig 7.12 - FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 05 da placa 1. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 1 mais modos de corpo rígido.

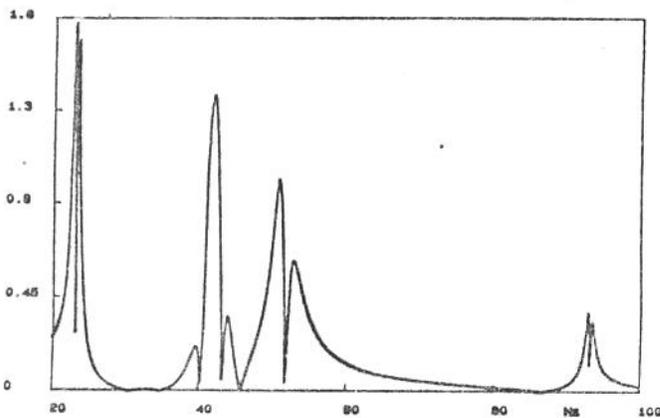


Fig. 7.13a - CSA de k_2 .

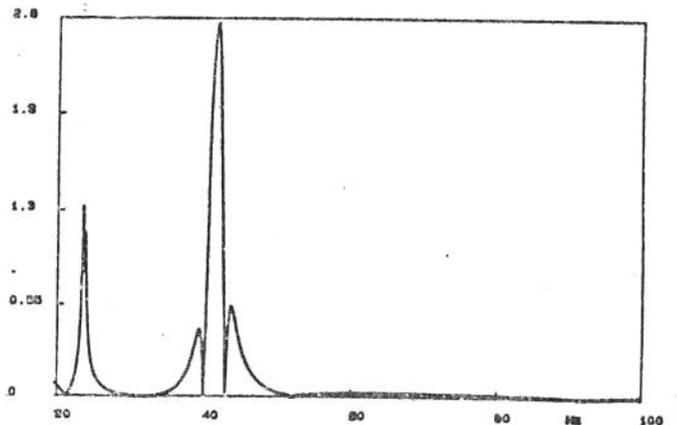


Fig. 7.13b - CSA de Y_2

O ajuste utilizando os modelos de um grau de liberdade (modelo 2, Fig. 7.7) e o modelo de dois graus de liberdade (modelo 3, Fig. 7.8), apesar de implicarem em uma diminuição no valor da função objetivo (4,91 e 4,82 respectivamente) e um aumento do fator de correlação (90,25 e 90,95 respectivamente) , não solucionaram o problema observado na região de 94 Hz. Um resultado interessante, observado na Tabela 7.2, foi a queda significativa dos valores das freqüências naturais dos modos acima de 100 Hz, com a utilização dos modelos de um e dois graus de liberdade (modelos 2 e 3) para as juntas. Estes fatos recomendaram o abandono destes modelos.

Na tentativa de solucionar o problema de ajuste na região dos 94 Hz, duas abordagens suplementares, no que diz respeito ao modelo modal, foram testadas para o modelo 01: aumentou-se de seis para nove (mais dois da placa 1 e mais um da placa 2) o número de modos flexíveis que permaneceram na super base modal ; e utilizaram-se os modelos modais completos (75 nós), permanecendo na super base modal os seis primeiros modos flexíveis de cada placa. Estes procedimentos não resultaram em nenhuma melhora significativa da função objetivo em relação ao modelo 1. De onde conclui-se que, na banda de freqüência sob análise, o super conjunto modal escolhido anteriormente é aceitável e que, o erro na região dos 94 Hz deve-se, principalmente, a erros de modelagem das juntas flexíveis.

Tabela 7.2 - Valores das sete primeiras freqüências naturais do sistema e dos modelos ajustados.

FREQÜÊNCIAS NATURAIS
(Hz)

MODELO	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a
MEDIDO	24,00	42,00	51,50	94,50	124,50	221,50	239,50
INICIAL	19,97	36,01	46,53	92,33	123,29	222,89	241,40
MODELO 1	21,87	42,20	51,18	92,93	123,44	223,11	241,73
MODELO 2	23,56	41,17	50,78	93,17	124,57	181,46	193,17
MODELO 3	23,56	41,20	50,77	93,18	124,51	196,05	204,69

7.1.9 - REFINAMENTO DOS MODELOS

Com o intuito de refinar os modelos dos anéis, realizou-se um experimento no qual a tensão dos parafusos de fixação dos anéis. (Fig 7.2,

corte AA) foi diminuída. A Figura 7.14 mostra a influência das tensões de fixação dos anéis na função resposta em frequência do nó 05 da placa 1, de onde pode-se observar que estas tensões não podem ser desprezadas, quando da modelagem das juntas. As tensões nos parafusos de fixação não puderam ser medidas, devido a dificuldades encontradas quando tentou-se utilizar um torquímetro para tensionar os parafusos.

Existem duas possibilidades para as diferenças nas FRFs em função das tensões dos parafusos de acoplamento: rigidez à torção dos anéis k_{θ} muito maior do que o valor calculado teoricamente, devido ao fato de a área de contato entre os anéis e as placas não ser uma linha; influência das tensões de Hertz nos modos próprios de vibrar das placas, uma vez que, quando da análise modal de cada placa, existia uma pequena folga entre os cilindros de compressão (corte AA, Fig 7.2) e a placa, não existindo, portanto, qualquer nível de tensão de contato.

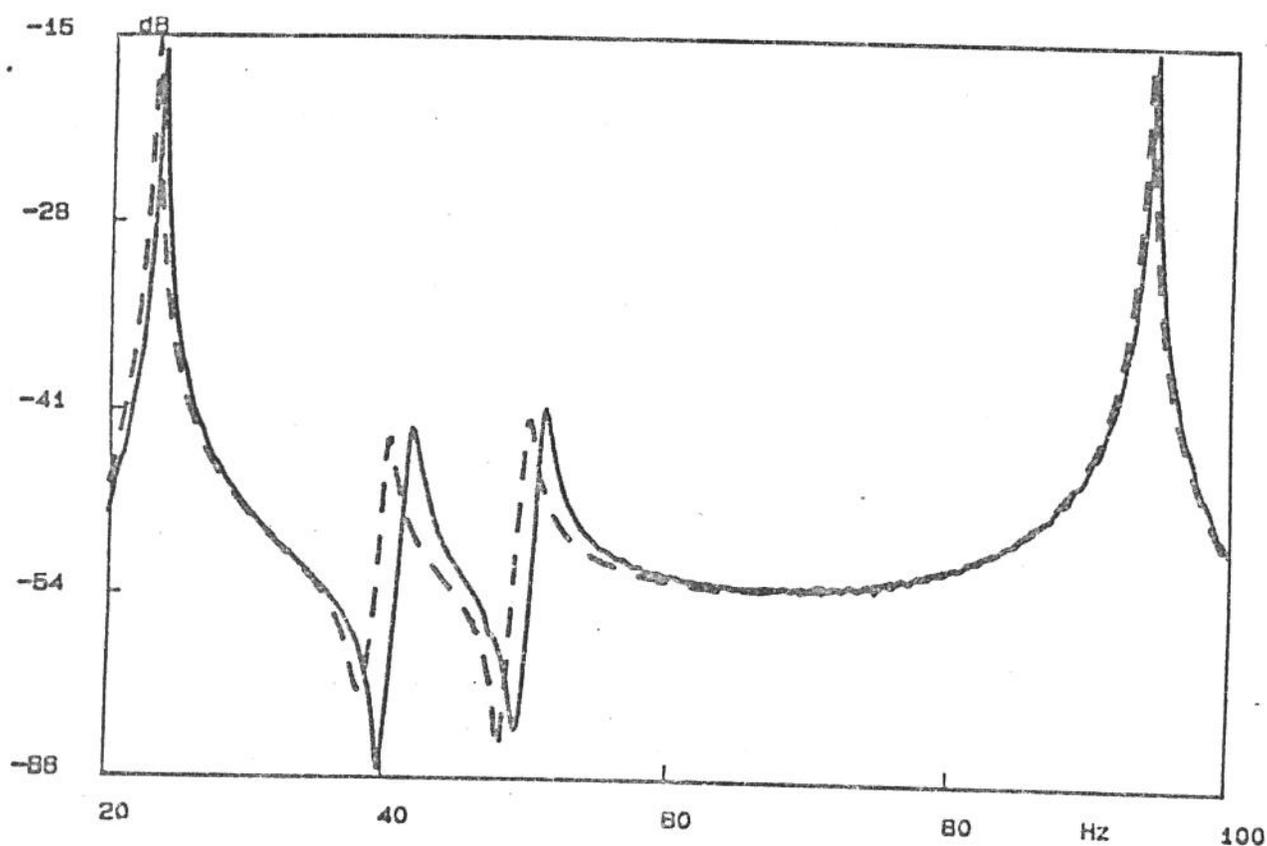


Fig. 7.14 - Influência de tensões maiores (—) ou menores (- -) dos parafusos de fixação sobre a FRF do nó 05 da placa 1.

Uma vez que as tensões aplicadas aos parafusos de fixação foram relativamente baixas, acreditou-se, primeiramente, na existência de uma

efeito desta rigidez, dois modelos foram propostos: substituição de alguns nós de translação por nós de rotação, o que permite a utilização direta de modelos de rigidez e amortecimento torcionais (modelo 04, Fig. 7.15); modelagem dos efeitos de flexão dos anéis indiretamente por intermédio de três elementos de rigidez e três de amortecimento para cada anel (modelo 05, Fig. 7.16). Estes dois modelos foram ajustados em conjunto com os modelos dos modos de corpo rígido das placas.

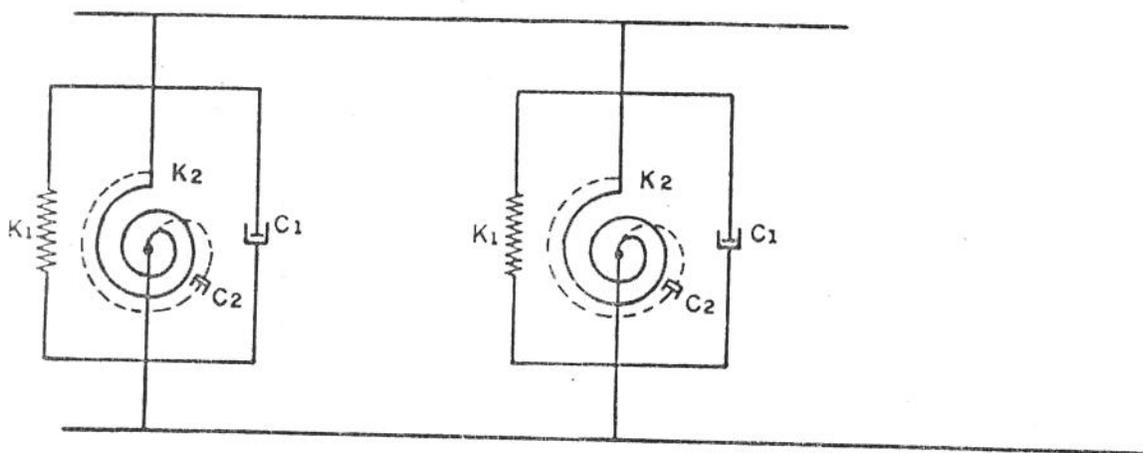


Fig 7.15 - Modelo 4 : Modelo 1 em conjunto com quatro elementos torcionais : dois de rigidez e dois de amortecimento viscoso.

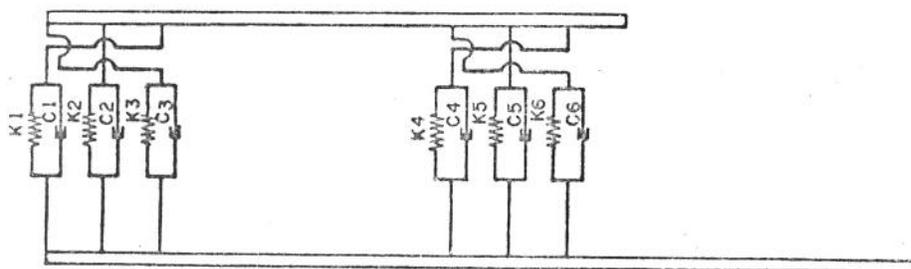


Fig 7.16 - Modelo 5 : modelo composto por 3 elementos de rigidez e 3 elementos de amortecimento viscoso por anel.

Para substituir um nó de translação por um de rotação, desde que não se tenha interesse nas propriedades de inércia de rotação [36], basta interpolar os modos próprios de vibrar do sistema e utilizar alguma técnica

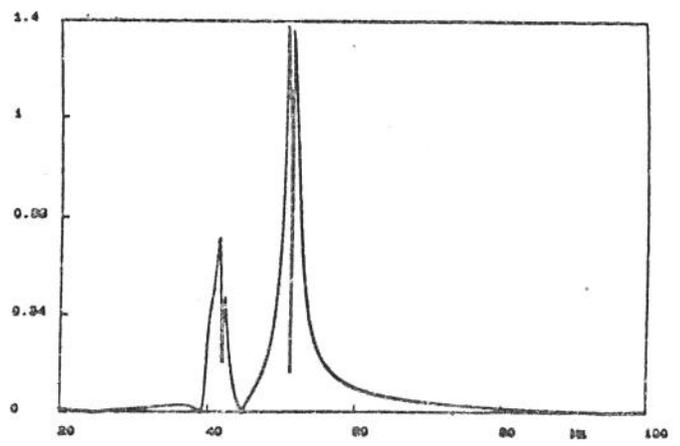
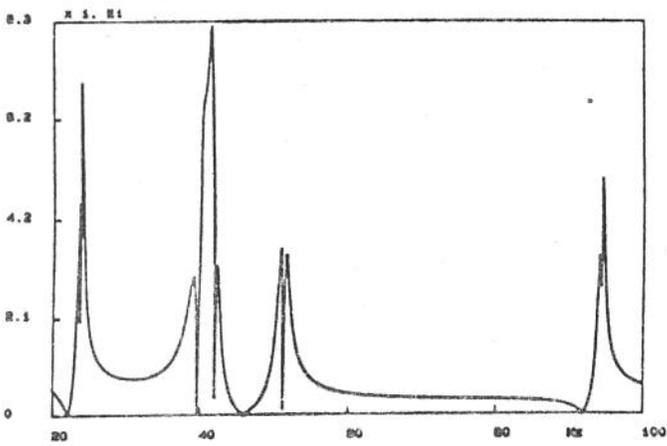
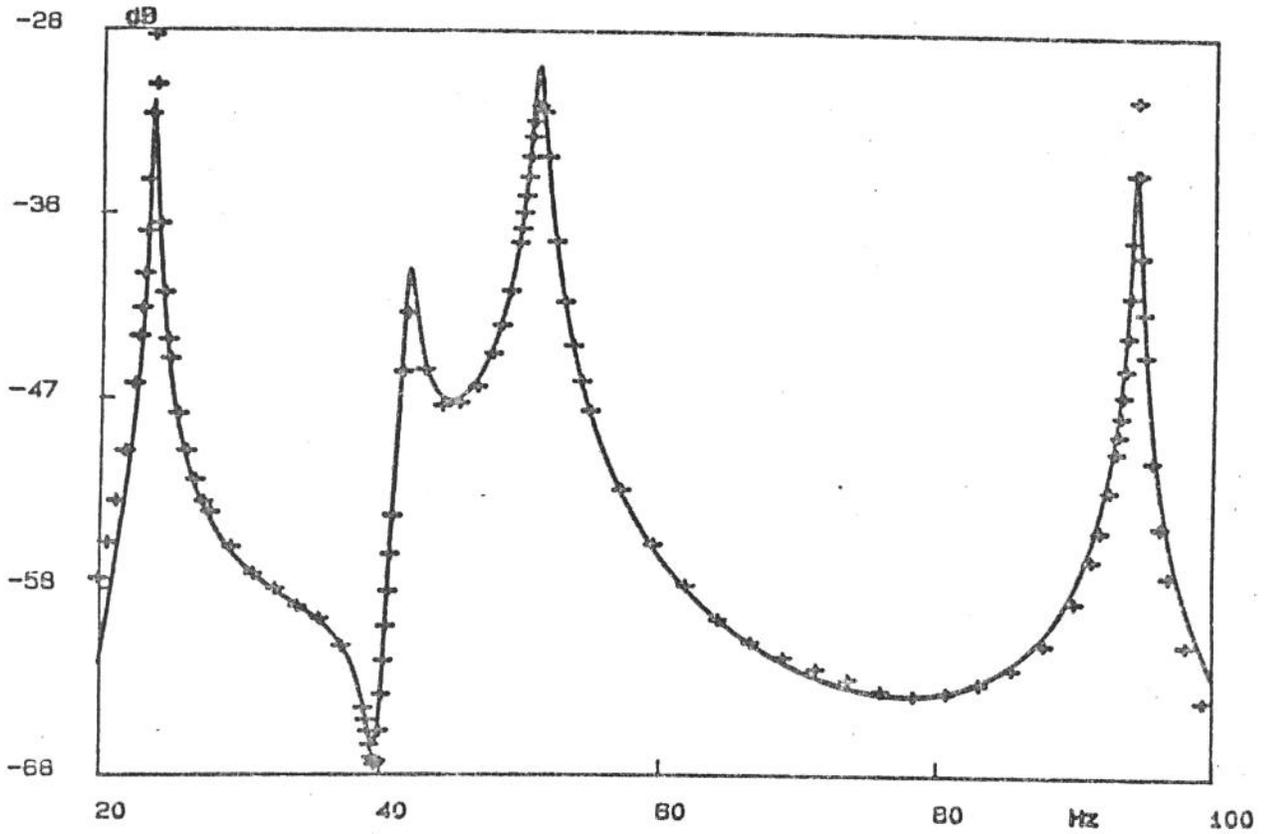
de diferenças finitas para obter as derivadas nos pontos de interesse. É lógico que para manter a independência linear das coordenadas generalizadas, um nó de translação deverá ser retirado da base modal para cada nó de rotação que entrar na base. Caso haja necessidade das propriedades de inércia rotacionais, as técnicas de pseudo-inversa deverão ser utilizadas em conjunto com o procedimento descrito acima [36]. Como, neste trabalho, o interesse está voltado para coeficientes de rigidez e amortecimento, a primeira técnica foi a usada.

Calcularam-se as derivadas dos autovetores nos nós 05 e 20 da placa 1 e os nós 05 e 23 da placa 2. Para o cálculo das derivadas foi utilizada a técnica das diferenças finitas centrais, em conjunto com uma rotina para cálculo de polinômios de Lagrange, que interpolava o valor dos autovetores para uma distância de ± 5 mm do ponto em que se desejava o valor da derivada. Os nós retirados da base modal foram os de número 02 e 17 da placa 1 e os de número 02 e 20 da placa 2.

O ajuste do modelo 4 não contribuiu em nada para a minimização do erro EP em relação aos modelos propostos anteriormente. Já o modelo 5 implicou em uma redução significativa no valor do erro: de 5,38 % (modelo 1 em conjunto com os modelos de corpo rígido) para 1,61 %. O fator de correlação subiu para 99,09 %. Pode-se observar, da Fig. 7.17, que houve uma boa correlação entre a FRF simulada e a medida em todo o espectro de frequência analisado, apesar da existência de erros significativos nas amplitudes nas proximidades das frequências naturais.

É interessante observar que, apesar de o parâmetro K3 ser relativamente sensível na região dos 94 Hz (Fig. 7.18a), o mesmo não acontece com K1 (Fig. 7.18b). Este fato, em conjunto com os resultados oriundos do ajuste do modelo das molas torcionais, leva a crer que o problema de modelamento das juntas não diz respeito à rigidez de flexão, mas sim às tensões de Hertz, oriundas da pressão exercida pelo dispositivo de fixação sobre as vigas.

Uma vez que os modelos de contato entre dois corpos são complexos, optou-se, neste trabalho, por representar a influência do contato por um conjunto de elementos de rigidez e amortecimentos internos e externos (modelo 6, Fig. 7.19).



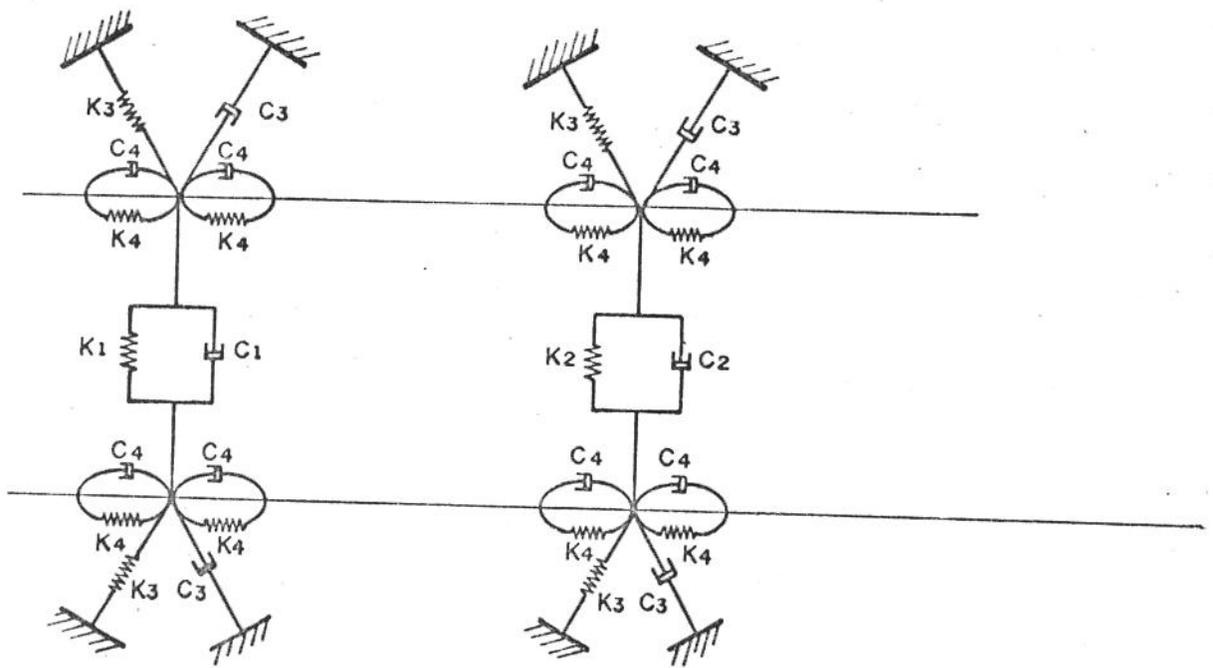


Fig 7.19 - Modelo 6 : modelo linear que representa a influência das tensões de Hertz.

Após o ajuste do modelo 6, em conjunto com o modelos de corpo rígido, obteve-se para o erro EP um valor de 0,30 % e um fator de correlação de 99,47 %. Estes valores foram possíveis de serem alcançados devido à alta sensibilidade dos parâmetros de rigidez interna (K4, modelo 6) na região dos 94 Hz, como pode ser visto na Fig. 7.20.

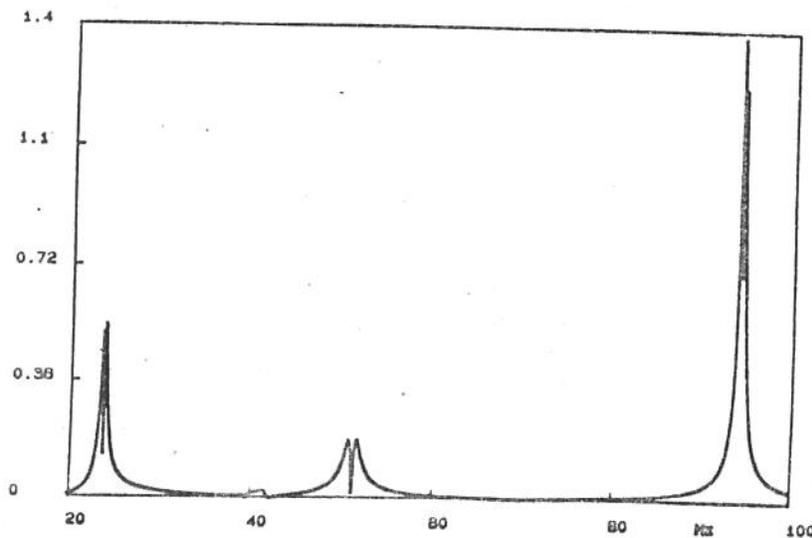


Fig. 7.20 - CSA de K4 do modelo 6.

Diante dos resultados alcançados com o modelo 6, na próxima etapa, modelo 7, liberaram-se todos os coeficientes de rigidez e amortecimentos

internos, uma vez que a tensão aplicada aos parafusos não foi controlada. Portanto, foram ajustados um total de 22 parâmetros para 2052 pontos em frequência. O valor final da função objetivo foi de 401,54 dB², correspondente a um erro EP de 0,13 % e um fator de correlação igual a 99,75 %. Apesar do bom resultado, observa-se, nas Figuras 7,21, 7,22 e 7,23, que ainda persiste um erro de amplitude na região dos 94 Hz, fato não observável na Figura 7,24. Apesar das fortes evidências de não linearidade do modelo, a hipótese mais provável para a ocorrência destes erros se deve ao fato de as tensões de Hertz estarem localizadas próximas ao ponto do contato, enquanto que no modelo assume-se que ela se propague por três nós consecutivos, os quais estão separados por uma distância mínima de 50 mm. Para reforçar estas evidências observe-se as Figuras 7.25 e 7.26, que são respectivamente as FRF medidas e simuladas, com os parâmetros ajustados do modelo 6, dos nós 14 da placa 2 (ponto médio de fixação das placas) e 17 da placa 1 (ponto imediatamente anterior ao segundo ponto de fixação das placas). No ponto 14 da placa 2, apesar de um pequeno erro na região de 51 Hz, as curvas simuladas e medidas se ajustam bem enquanto no ponto 17 da placa 1 o erro de forma e amplitude na região de 94 Hz é facilmente observável.

Uma tentativa de aprimorar o modelo 6 via interpolação de autovetores para nós próximos (5 mm) aos nós de fixação dos anéis foi infrutífera devido a problemas encontrados com relação à dependência linear entre coordenadas generalizadas.

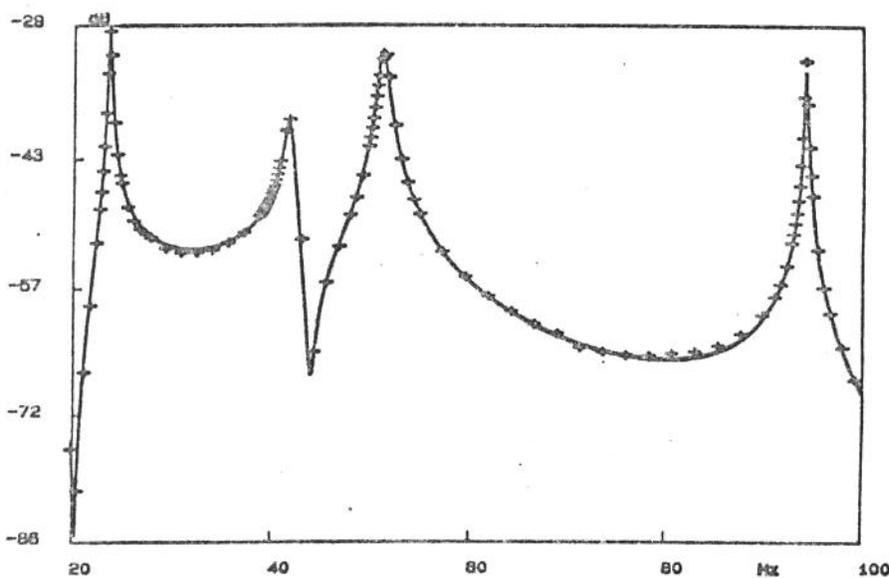


Fig 7.21 - FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 05 da placa 1. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 7.

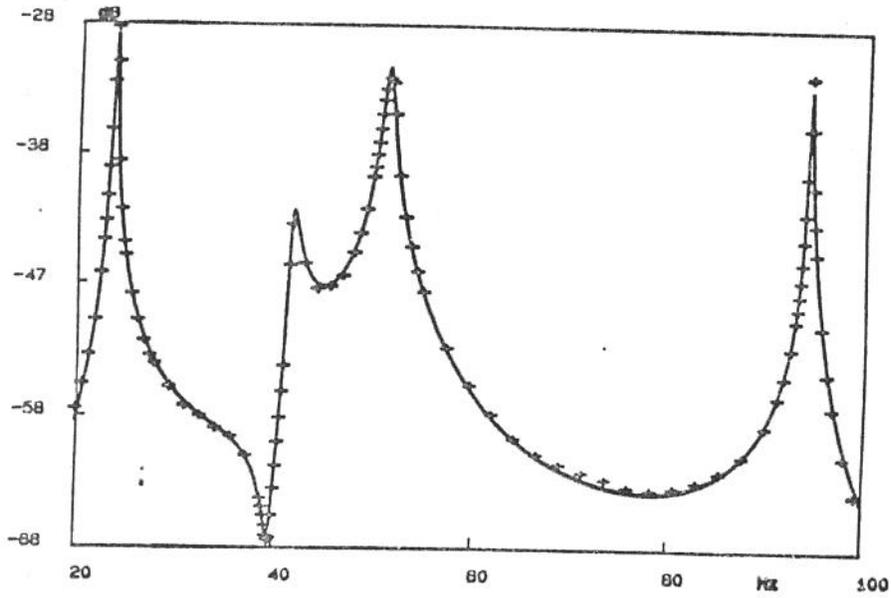


Fig 7.22 - FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 20 da placa 1. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 7.

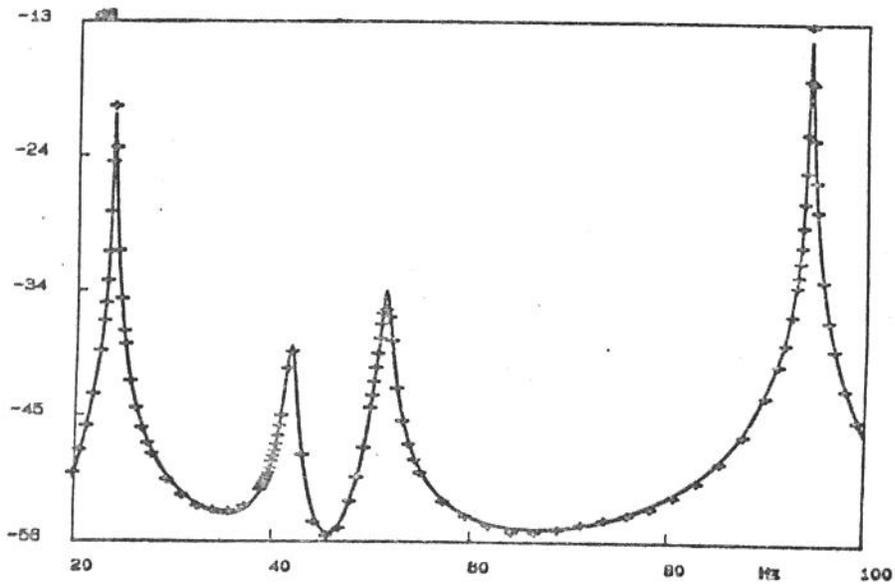


Fig 7.23 - FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 05 da placa 2. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 7.

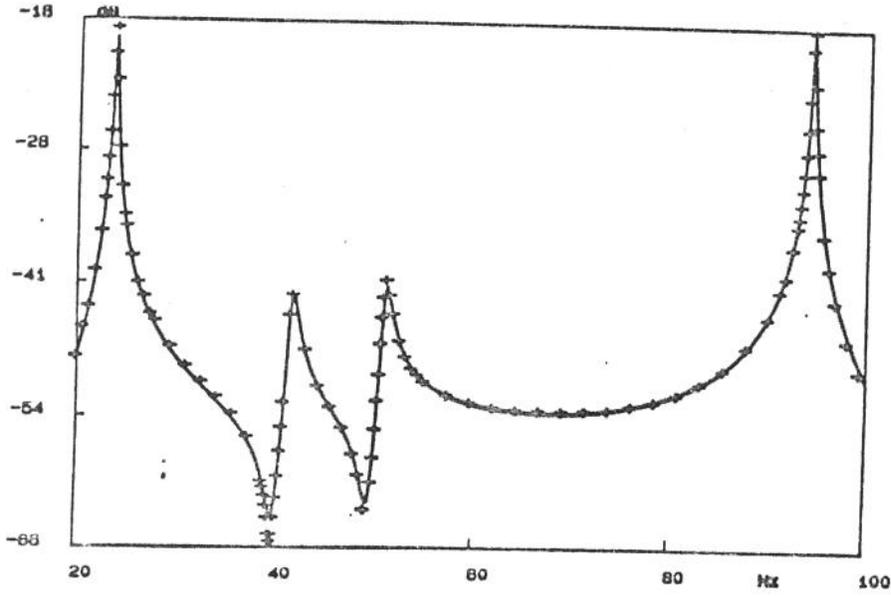


Fig 7.24 - FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 23 da placa 2. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 7.

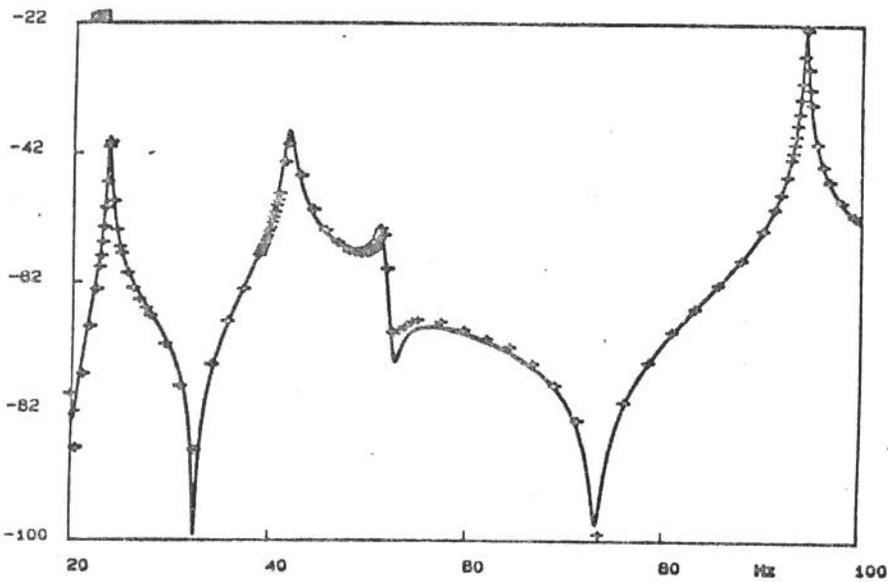


Fig 7.25 - FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 14 da placa 2. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 7.

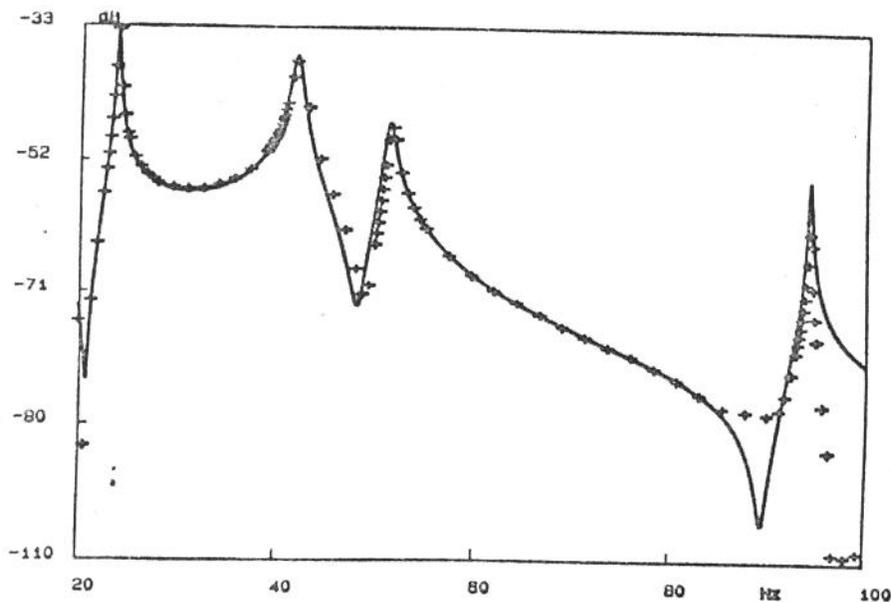


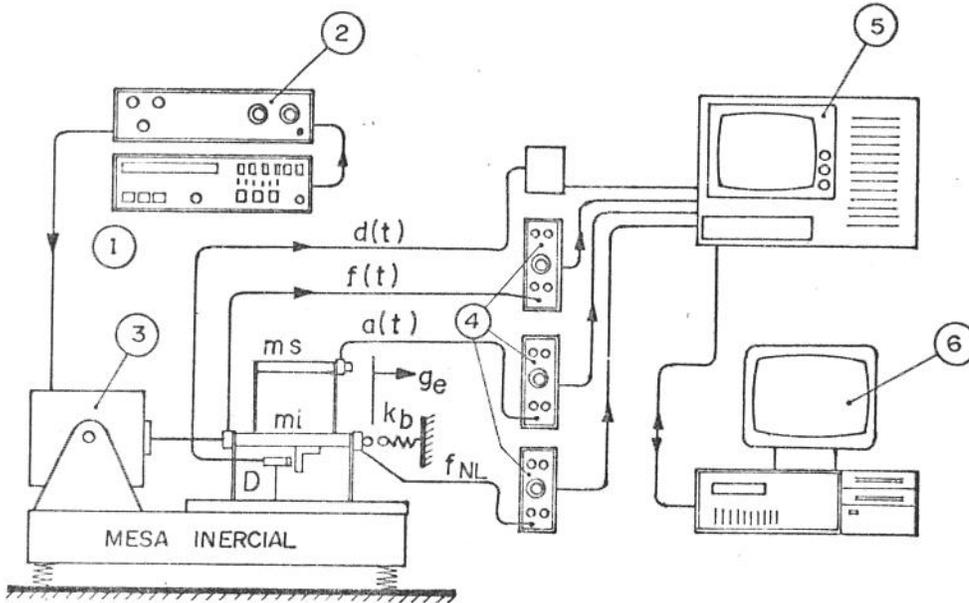
Fig 7.26 - FRF medida (+ + +) e simulada (—) do nó 17 da placa 1. FRF simulada para os valores ajustados do modelo 7.

7.2 - AJUSTE DE MODELOS DE CHOQUE CONTRA UM BATENTE

Com o intuito de validar o procedimento de integração direta PSFM, montou-se o sistema não linear, utilizando-se um modelo experimental constituído por duas placas rígidas, de massas m_1 e m_s , montadas em suspensões elásticas lineares de rigidez K_1 e K_s , obtidas pela associação de quatro lâminas em paralelo, conforme o esquema apresentado na Figura 7.27. Um pequeno amortecedor viscoso, não representado na figura, foi instalado na massa m_1 . A não linearidade discreta é introduzida pela mola K_b , que atua sobre a massa m_1 , quando o seu movimento ultrapassa a folga g_e , ajustada entre duas pontas esféricas. A excitação senoidal é fornecida por um "shaker" eletrodinâmico, acionado por um gerador de sinais, através de um amplificador.

Foram utilizadas duas configurações diferentes para o sistema de dois graus de liberdade. Na configuração I, uma montagem mais rígida, foi utilizada para o ajuste do coeficiente de rigidez do batente, considerando o mesmo sem massa. Na configuração II, o movimento do batente foi monitorado por um sensor de proximidade, sendo que a curva de resposta do batente e a

da mesa inferior foram utilizadas para o ajuste da massa, rigidez e o coeficiente de restituição elástica [90] do batente.



- 1) Gerador de função 2) Amplificador 3) Excitador eletromagnético
 4) Pré-amplificadores 5) Analisador digital 6) Microcomputador

Fig. 7.27 - Montagem experimental do sistema com batente.

As duas células de carga piezoelétricas, com seus amplificadores de carga, têm sensibilidade de 100 mV/N, sendo uma instalada entre o "shaker" e a massa m_i para medir a força de excitação, enquanto a outra, montada entre m_i e a mola k_b , mede a força $f_e(t)$, gerada pelo choque entre as esferas. O deslocamento da massa m_i é medido por um sensor de proximidade com sensibilidade global de 8 V/mm, enquanto o movimento da massa m_s é medido por um acelerômetro piezoelétrico e amplificador de carga, com sensibilidade de 100mV/m/s². Um segundo acelerômetro, idêntico ao primeiro, é instalado na massa m_i , para uso no processo de identificação dos parâmetros do sistema linear. Os sinais analógicos são enviados a um analisador de espectro de dois canais e, após conversão para digital, são transferidos para um microcomputador.

7.2.1 - AJUSTE DO MODELO LINEAR

Os parâmetros de inércia, rigidez e amortecimento do modelo linear de dois graus de liberdade foram ajustados utilizando-se o procedimento IDENTPAR. Utilizaram-se, como dados, as curvas de resposta em frequência,

induzidas por uma excitação do tipo ruído de banda estreita, na faixa de 5 a 40 Hz, com um incremento em frequência de 0,125 Hz. Para o ajuste foi utilizado o estimador MQP, sendo a matriz W, com a estimativa das variâncias dos dados medidos, composta pelos valores das funções de coerência elevados à quarta potência. A utilização do MQP se justifica pela queda acentuada observada nos valores das funções de coerência nas regiões de ressonância, situação comum em sistemas pouco amortecidos excitados por ruído branco.

As Tabelas 7.3 e 7.4 mostram os valores finais estimados para os parâmetros estruturais das duas configurações do sistema experimental utilizado neste trabalho.

Devido ao problema de queda nos valores das funções de coerência na região de ressonância, ajustaram-se os parâmetros modais do modelo de dois graus de liberdade utilizando-se as curvas de resposta em frequência, obtidas por excitação impulsiva, com janela exponencial. Os resultados das análises modais apenas confirmaram os resultados dos ajustes estruturais e por isso não serão mostrados aqui.

Tab. 7.3 - Valores ajustados para os parâmetros da configuração I.

SÍMBOLO	DESCRIÇÃO	VALOR
mi [Kg]	massa da massa inferior	3,79
ms [Kg]	massa da massa superior	1,73
Ki [N/m]	rigidez da suspensão inferior	3,46 e4
Ks [N/m]	rigidez da suspensão superior	1,47 e4
ci [Ns/m]	amortecimento da suspensão inferior	6,28
cs [Ns/m]	amortecimento da massa superior	2,62

Tab. 7.4 - Valores ajustados para os parâmetros da configuração II.

SÍMBOLO	DESCRIÇÃO	VALOR
mi [Kg]	massa da massa inferior	3,79
ms [Kg]	massa da massa superior	1,73
Ki [N/m]	rigidez da suspensão inferior	1,91 e4
Ks [N/m]	rigidez da suspensão superior	1,02 e4
ci [Ns/m]	amortecimento da suspensão inferior	5,35
cs [Ns/m]	amortecimento da massa superior	2,22

7.2.2 - MODELOS NÃO LINEARES UTILIZADOS NO AJUSTE

O primeiro modelo de não linearidade utilizado para o ajuste foi constituído por uma rigidez k_b de contato e um interstício g_e existente

constituído por uma rigidez k_b de contato e um interstício g_e existente entre a massa inferior e o batente. Este modelo foi escolhido levando-se em conta a grande diferença observada entre a maior frequência natural do sistema de dois graus de liberdade (21,56 Hz), configuração I, e a primeira frequência natural do batente (289 Hz). Este modelo simplificado foi utilizado para a análise de performance do procedimento PSFM, quando comparado com um integrador da família Newmark.

Mais tarde, para a configuração II do sistema de dois graus de liberdade, utilizou-se um modelo simplificado de choque [92] entre o sistema de dois graus de liberdade e o batente constituído por um modelo de um grau de liberdade. Neste modelo, quando ocorre o contato entre os dois sub-sistemas, recalculam-se as condições iniciais, sendo as velocidades iniciais obtidas utilizando-se o princípio da conservação da quantidade de movimento e um coeficiente de restituição. As velocidades e os deslocamentos dos sub-sistemas são calculadas de forma analítica e, quando ocorre um choque, as velocidades iniciais dos subsistemas são recalculadas pela Equação 7.9, onde os subíndices i e b são relativos às massas inferior e a do batente, respectivamente

$$\dot{y}_i = - \frac{\left[e \cdot m_b \cdot \left(\dot{y}_i - \dot{y}_b \right) - m_i \cdot \dot{y}_i - m_b \cdot \dot{y}_b \right]}{m_i + m_b}$$

$$\dot{y}_b = \frac{\left[e \cdot m_i \cdot \left(\dot{y}_i - \dot{y}_b \right) + m_i \cdot \dot{y}_i + m_b \cdot \dot{y}_b \right]}{m_i + m_b} \quad (7.9)$$

onde e é o coeficiente de restituição elástica do sistema.

Uma vez que o coeficiente de restituição é dependente, além dos materiais, das velocidades de choque, utilizaram-se três modelos para a sua determinação: coeficiente de restituição constante, polinômio de terceiro grau (Eq. 7.10) e exponencial (Eq. 7.11).

$$e = C_3 \cdot v^3 + C_2 \cdot v^2 + C_1 \cdot v + C_0 \quad (7.10)$$

$$e = (1. - E_1) \cdot \exp(-E_2 \cdot v) + E_1 \quad (7.11)$$

onde v é o módulo da diferença de velocidades no instante do choque.

7.2.3 - RESULTADOS

Para o ajuste do primeiro modelo, utilizou-se a curva de resposta periódica da massa inferior, devido à uma excitação harmônica de 11 Hz. A configuração utilizada para o sistema foi a 1.

Os valores iniciais para o parâmetro de rigidez k_b e o intertício g_e foram os valores medidos estaticamente de $3,48 \cdot 10^4$ N/m e 0,15 mm, respectivamente. A rigidez da mola k_b foi medida estaticamente utilizando-se uma célula de carga piezoresistiva e um sensor de deslocamento. Foi observada uma variação significativa para a rigidez k_b para pequenas deformações da mola, sendo que o desvio padrão calculado para k_b foi da mesma ordem de grandeza do valor médio.

A Figura 7.28 mostra as curvas medida (+ + +) e teórica (—) da massa inferior, y_1 , para os valores iniciais dos parâmetros, podendo-se observar a grande diferença entre as amplitudes das mesmas. Na obtenção destas curvas foram utilizados 256 pontos para um incremento Δt de 1/256 segundos. Na estimação utilizou-se a combinação COR e MQC.

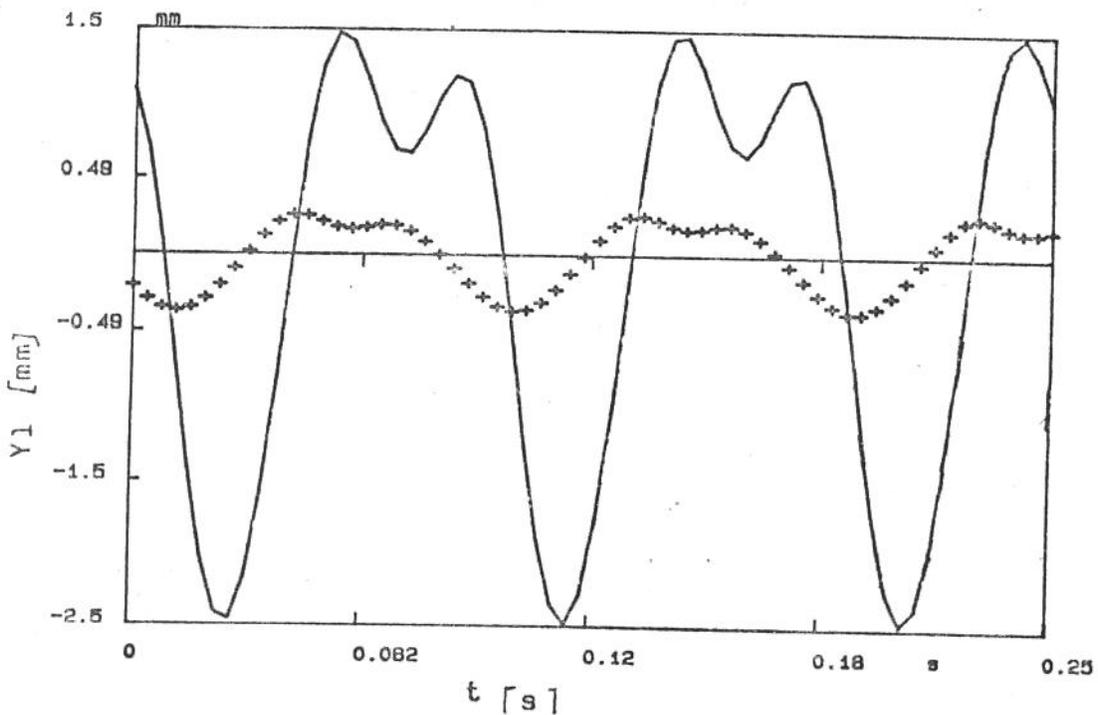


Fig. 7.28 - Curva de resposta da mesa inferior. — teórica para os valores iniciais dos parâmetros, e ++++ medida.

Utilizando-se o procedimento PSFM, os valores finais ajustados para os parâmetros foram $k_b = 4,998 \cdot 10^4$ N/m e $g_e = -8,851 \cdot 10^{-6}$ m, com um erro estimado de 0,69 % e 37,19 %, respectivamente. O valor final da correlação foi de 99,95 % para um valor da função erro de $0,61 \cdot 10^{-2}$ mm². A Fig. 7.29 mostra as curvas medidas (+ + +) e a teórica para os valores ajustados dos parâmetros, utilizando o algoritmo de integração PSFM.

Utilizando-se um procedimento da família Newmark [38], os valores finais ajustados para os parâmetros foram $k_b = 5,961 \cdot 10^4$ N/m e $g_e = -7,877 \cdot 10^{-6}$ m, com um erro estimado de 3,75 % e 40,44 %, respectivamente. O valor final da correlação foi de 99,63 % para um valor da função erro de $0,46 \cdot 10^{-1}$ mm². A Fig. 7.30 mostra as curvas medidas (+ + +) e a teórica (—) para os valores ajustados dos parâmetros, utilizando-se o algoritmo de integração Newmark.

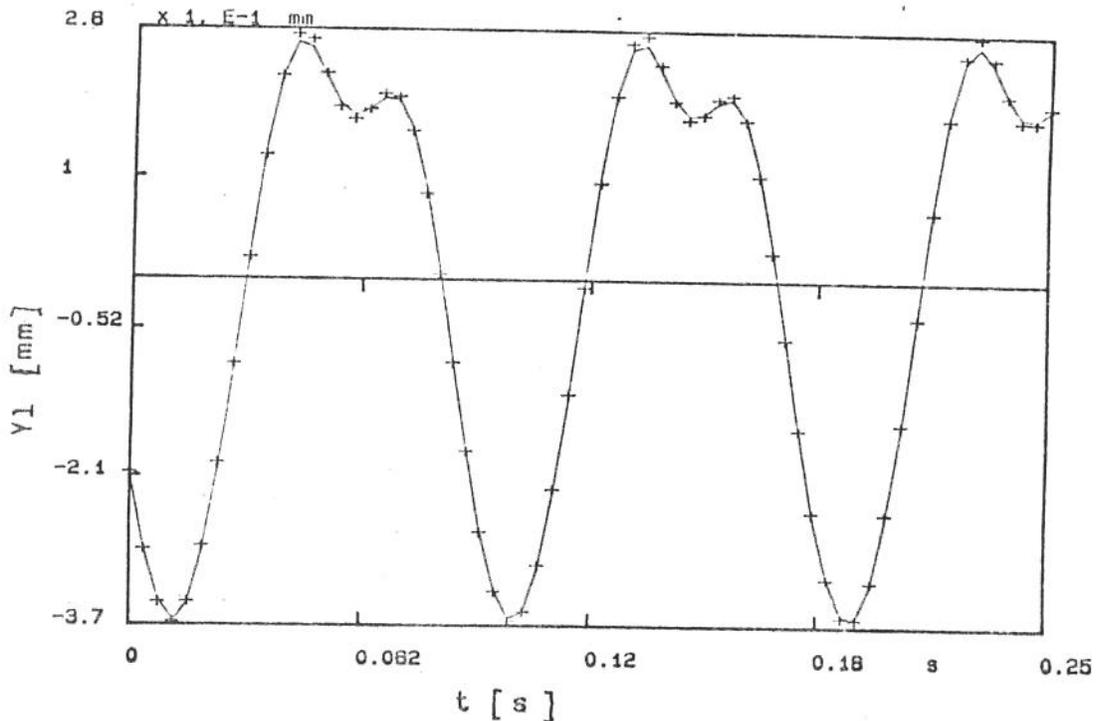


Fig. 7.29 - Curva de resposta da mesa inferior. — teórica ajustada via PSFM, e ++++ medida.

Como não houve convergência entre os resultados, os ajustes foram refeitos para incrementos Δt iguais a 1/512 e 1/1024 s. Os valores ajustados para os dois procedimentos estão listados na Tabela 7.5.

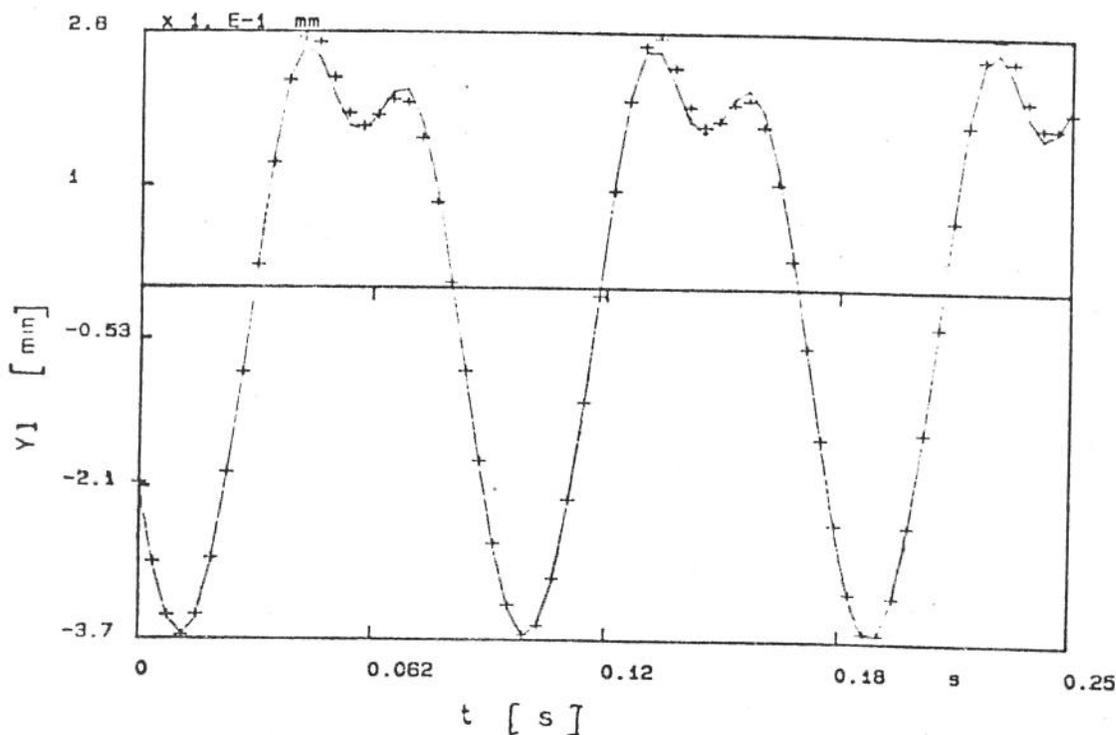


Fig. 7.30 - Curva de resposta da mesa inferior. ——— teórica ajustada via Newmark, e ++++ medida.

Tab. 7.5 - Performance dos integradores Newmark e PSFM em função de Δt .

Δt (s)	NEWMARK		PSFM	
	k_b (N/m)	g_e (μm)	k_b (N/m)	g_e (μm)
1/256	$5.961 \cdot 10^4$	-5.961	$4.998 \cdot 10^4$	-8.513
1/512	$5.026 \cdot 10^4$	-7.877	$4.998 \cdot 10^4$	-8.513
1/1024	$4.953 \cdot 10^4$	-8.579	$4.998 \cdot 10^4$	-8.513

Da Tabela 7.5 pode-se observar que, com a diminuição do incremento de tempo de integração Δt , os valores ajustados, utilizando-se o algoritmo de Newmark, tendem aos obtidos com o algoritmo PSFM.

Com relação à eficiência de ambos os procedimentos, os ajustes utilizando-se o procedimento PSFM foram em torno de três vezes mais rápidos do que utilizando-se o procedimento de Newmark. É interessante observar que para a obtenção de uma única curva de resposta, a utilização do procedimento de Newmark mostrou-se mais eficiente do que o PSFM, porém durante o processo de ajuste, quando se utiliza as respostas da integração anterior como

partida, o procedimento PSFM foi mais eficiente em todos os casos, o que demonstra a utilidade da aplicação de integradores diretos em análises paramétricas, onde pequenas variações nos parâmetros resultam em pequenas variações nas curvas de resposta.

O valor negativo para o interstício g_e pode ser explicado pela inércia do batente, o que faz o mesmo vibrar livremente entre os contatos. A Figura 7.31 mostra os sinais da força de contato durante o choque, F_{NL} , e y_1 , de onde pode-se observar que o contato entre o sistema e o batente ocorre para um valor negativo em relação à posição de equilíbrio estático. O contato e descolamento ocorrem nos pontos em que existe uma variação abrupta na inclinação dos sinais medidos pela célula de carga.

De posse das forças de contato e dos deslocamentos é possível calcular os valores médios para k_b e g_e . Os valores médios calculados foram de $k_b = 5.31 \cdot 10^4$ N/m e $g_e = -5.66$ μ m, com desvios padrão de $2,34 \cdot 10^4$ N/m e $4,65$ μ m, respectivamente, resultados que estão na faixa dos valores estimados.

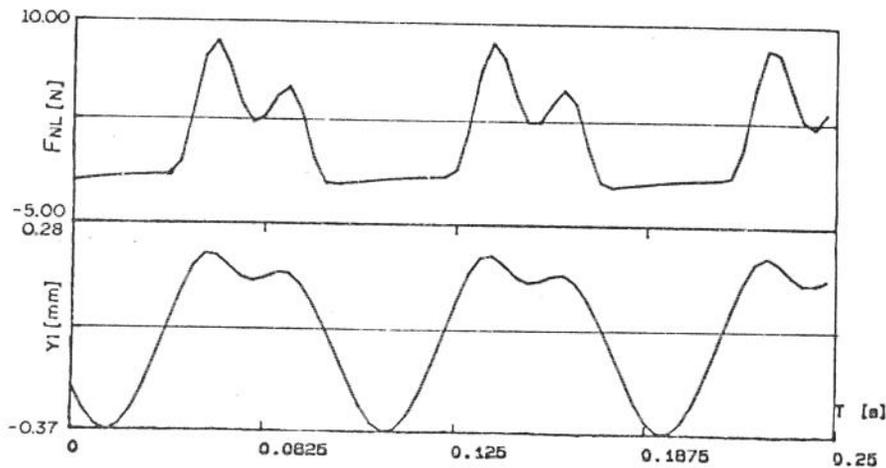


Fig. 7.31 - Força de contato e deslocamento da mesa inferior.

Para analisar a performance do estimador MQC com a combinação COR mais MQC, escolheram-se, aleatoriamente, quinze valores iniciais para os parâmetros nas faixas de $2 \cdot 10^4$ a $1 \cdot 10^5$ N/m para k_b e -1 a 1 mm para g_e .

Dois metodologias de ajuste foram utilizadas: estimador MQC e

inicialização com o estimador COR e finalização com o MQC. A Tabela 7.6 mostra os resultados obtidos em função do valor inicial da função de correlação. Na tabela, As letras F, C e E significam: F, o procedimento falhou na minimização do valor inicial da função objetivo; C, o procedimento convergiu para um mínimo local; e E, o procedimento convergiu para o mínimo global.

Tab 7.6 - Performance dos estimadores MQC e COR.

CORRELAÇÃO	AJUSTES	MQC			COR + MQC		
		F	C	E	F	C	E
0-20 %	3	2	1	0	0	0	3
20-40 %	0	0	0	0	0	0	0
40-60 %	2	1	1	1	1	0	1
60-80 %	3	2	1	0	1	1	1
80-100 %	7	0	5	2	0	0	7

Observa-se, mais uma vez, a excelente performance da combinação COR e MQC, quando os valores iniciais dos parâmetros implicam em baixos valores de correlação entre as curvas de resposta medidas e teóricas.

Na tentativa de visualizar o porquê da convergência, para o mínimo global, do procedimento COR, mapearam-se os valores das funções objetivo COR e MQC nos intervalos de $2 \cdot 10^4$ a $1 \cdot 10^5$ N/m e -1 a 1 mm. O integrador utilizado foi o PSFM para um $\Delta t = 1/256$ s, visto que a utilização do integrador da família Newmark ($\Delta t = 1/1024$ s) tornou-se inviável, por ultrapassar o tempo de máquina permitido para um processo (3 horas). Os resultados, normalizados em relação ao valor máximo, estão mostrados nas Figuras 7.32 e 7.33. É plotado o inverso das funções erro para efeito de visualização, portanto um ponto de máximo no mapa corresponde a um valor mínimo da função erro.

Apesar do mapeamento da inversa da função erro do estimador COR ser nitidamente mais suave, ele apresenta os mesmos mínimos locais da função erro do estimador MQC. A explicação para a melhor performance do estimador COR se deve ao fato de o estimador ser mais sensível às não linearidades, o que pode ser comprovado pelos seus índices de identificabilidade, que foram em média entre dez a vinte vezes menores do que os índices do estimador MQC. Além do mais, os valores singulares mínimos, da matriz de sensibilidade X, sempre foram maiores para o estimador COR do que para o MQC (critério do experimento ótimo).

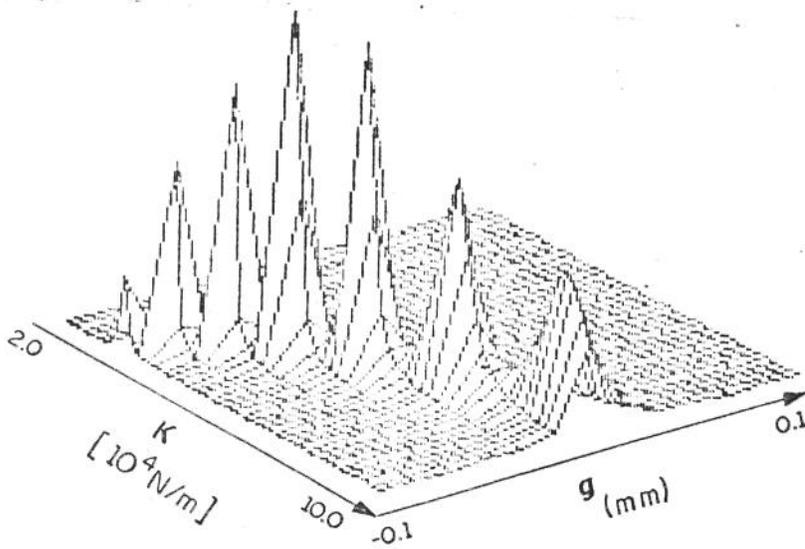


Fig. 7.32 - Mapeamento dos valores da função erro do estimador MQC com amplitude máxima unitária.

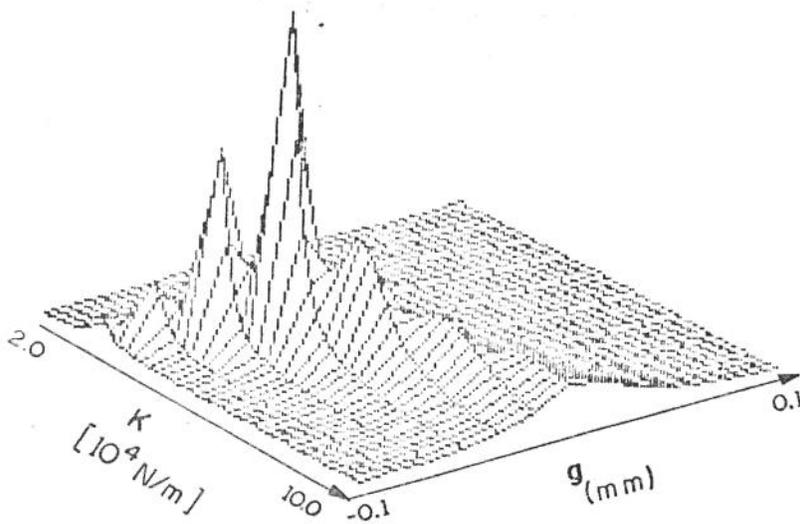


Fig. 7.33 - Mapeamento dos valores da função erro do estimador COR com amplitude máxima unitária.

A Figura 7.34 mostra a curva de resposta da massa do batente, para a configuração 2, para uma frequência de excitação de 8 Hz.

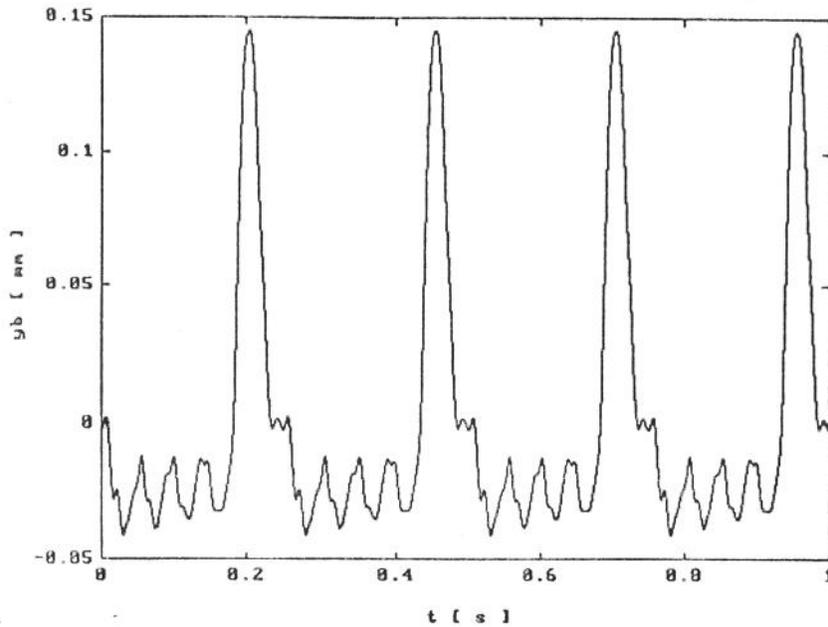


Fig. 7.34 - Curva de resposta da massa do batente.

Observa-se, nitidamente, que o contato ocorre para um interstício negativo. As oscilações livres existentes entre os choques são devidas ao movimento de flexão do batente. Este movimento é amplificado devido ao posicionamento do sensor de deslocamento. A continuidade do contato observada após o choque explica o bom ajuste obtido para o modelo de batente composto por apenas um elemento de rigidez.

Para o ajuste do modelo de um grau de liberdade para o batente, foram utilizadas as curvas de resposta da massa inferior e da massa do batente, para um incremento $\Delta t = 1/512$ s., totalizando 1024 pontos de dados. O estimador utilizado foi a combinação COR com MQC.

Para o modelo de coeficiente de restituição constante, obteve-se um valor final para o erro quadrático de $1,04 \cdot 10^{-1}$ mm² para um coeficiente de correlação igual a 99,88 %. Os valores finais ajustados foram : $k_b = 7,36 \cdot 10^4$ N/m, $m_b = 9,16 \cdot 10^{-2}$ kg, $c_b = 35,73$ Ns/m e $e = 0,82$. A Figura 7.35 mostra as curvas de resposta medidas (—) e ajustadas com os valores finais estimados para os parâmetros (- - -). As curvas de maiores amplitudes são relativas à resposta da massa inferior do sistema de dois graus de liberdade.

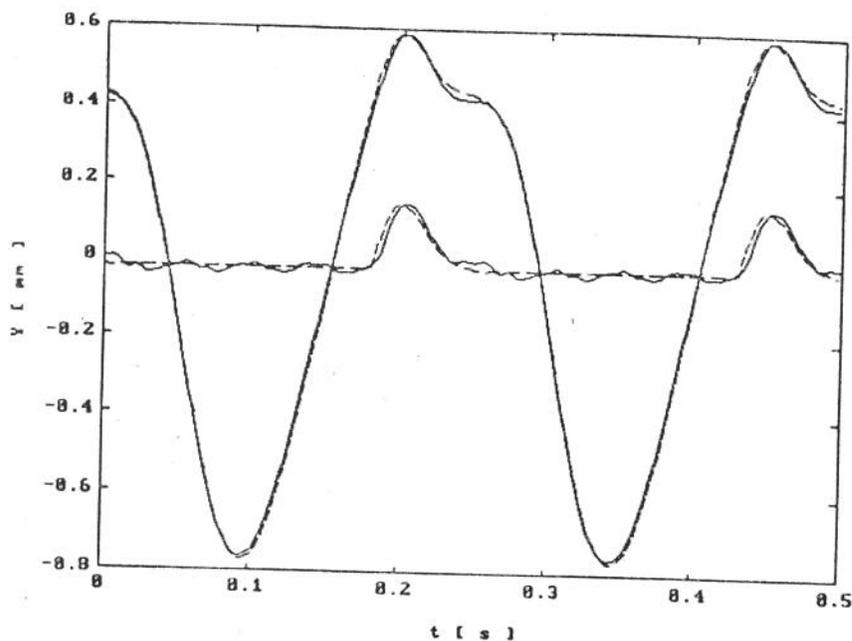


Fig. 7.35 - Curvas de resposta medidas (—) e ajustada (- - -) para o modelo com coeficiente de restituição constante.

Observa-se a boa concordância existente entre as curvas, apesar de o modelo não prever as oscilações transversais do batente.

A utilização do modelo exponencial (Eq. 7.11) não implicou em grandes variações da função objetivo. Na realidade, houve um decréscimo de 0,109 (coeficiente de restituição constante) para 0,104.

A utilização do modelo polinomial (Eq. 7.10), resultou em uma função objetivo final de $7,57 \cdot 10^{-2} \text{ mm}^2$, para um coeficiente de correlação de 99,91 %. Os valores finais ajustados foram : $K_b = 8,29 \cdot 10^4 \text{ N/m}$, $m_b = 8,02 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$, $c_b = 7,63 \text{ Ns/m}$, $C_0 = 0,59$, $C_1 = 5,52$, $C_2 = -24,31$ e $C_3 = 10,51$. A Figura 7.36 mostra as curvas de resposta medidas (—) e ajustadas (- - -) para o modelo polinomial.

A Figura 7.37 mostra a função erro, da curva de resposta da massa inferior, para o modelo com coeficiente de restituição polinomial. Observa-se que, apesar de que a magnitude do erro é da ordem de 10^{-2} mm , a curva tem uma forma periódica indicando erro de modelo ou mínimo local. Ajustes feitos para vários valores iniciais diferentes, indicaram que provavelmente o erro é do modelo utilizado. Não foi tentada a utilização de polinômios de grau mais elevado, visto que o objetivo do trabalho não é ajustar um modelo simplificado de choque, mas sim desenvolver um procedimento de ajuste de

parâmetros em sistemas não lineares.

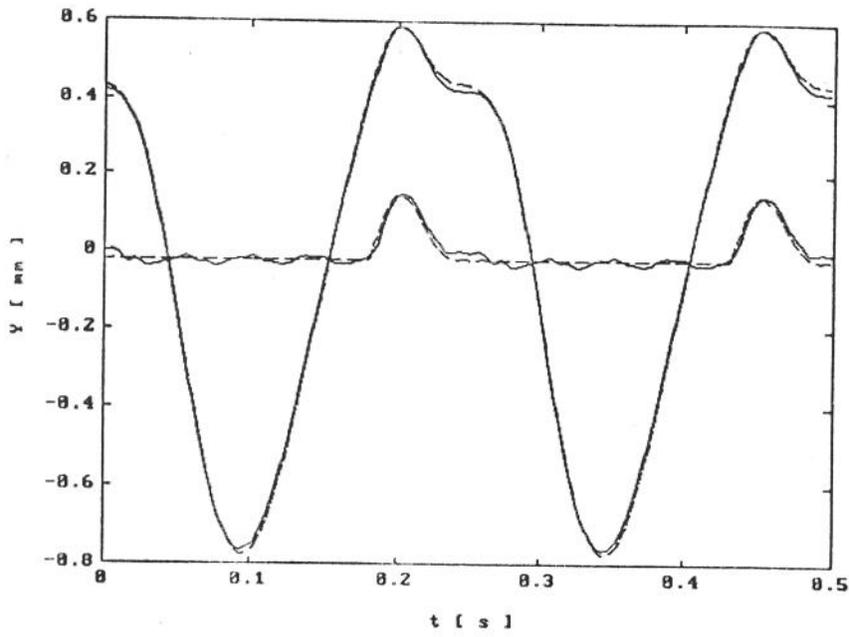


Fig. 7.36 - Curvas de resposta medidas (—) e ajustada (- - -) para o modelo com coeficiente de restituição polinomial.

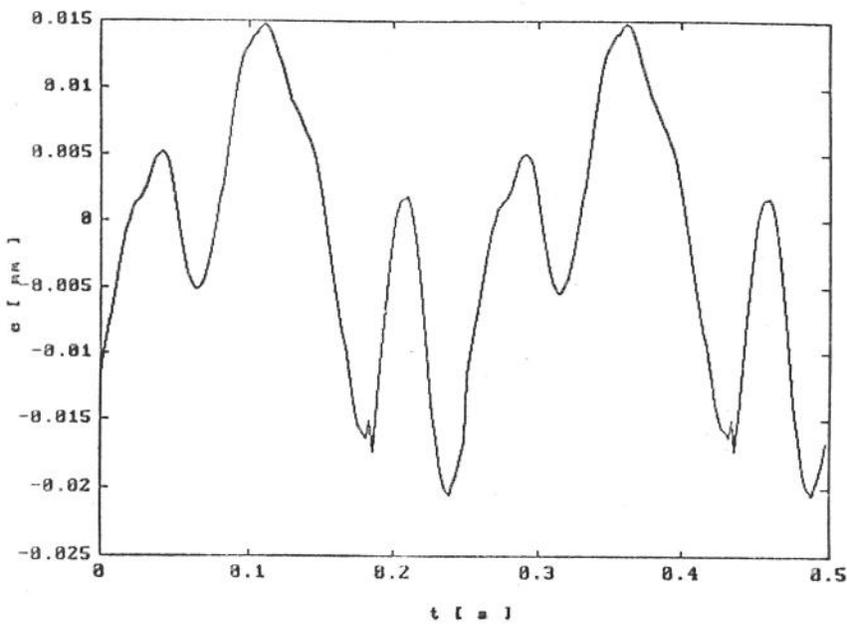


Fig. 7.37 - Função erro, para a curva de resposta da massa inferior, para o modelo com coeficiente de restituição polinomial.

Medindo-se a primeira freqüência natural do batente e assumindo-se que a massa do batente seja igual à massa concentrada mais um terço da massa da mola, os valores encontrados para o coeficiente de rigidez e a massa foram de $8,86 \cdot 10^4$ N/m e $9,05 \cdot 10^{-2}$ Kg, respectivamente. Estes resultados são coerentes com os valores ajustados. A grande diferença observada entre os modelos foi os coeficientes de amortecimento que foram de 35,73 Ns/m (e constante), 25,66 Ns/m (e exponencial) e 7,57 Ns/m (e polinomial).

É interessante observar que o valor de rigidez $k_b = 5,998 \cdot 10^4$ N/m do modelo sem massa e amortecimento, é bem menor do que os valores estimados para os modelo de choque.

Para finalizar, algumas considerações importantes podem ser feitas:

- O grande problema da síntese diz respeito à modelagem das conexões, pois por mais simples que estas possam parecer, grandes complicações poderão advir, quando do ajuste dos parâmetros dos modelos das conexões.

- O critério de Rubin [65], maior freqüência natural 2,25 vezes maior do que a freqüência máxima de interesse, mostrou-se bastante confiável para a escolha do número de autovetores que deverão permanecer na base modal das subestruturas.

- O ajuste via FRF em conjunto com a análise das curvas de sensibilidade adimensional mostrou-se um bom procedimento de identificação, pois enquanto não se elege um modelo que tenha sensibilidade em todas as freqüências naturais na banda sob análise, não se observam progressos significativos no procedimento de ajuste.

- A observação dos valores das freqüências naturais, fora da banda analisada, mostrou-se um bom indicativo para a escolha do número de graus de liberdade das juntas.

- Um modelo simplificado, cujos parâmetros tenham sensibilidade em toda banda utilizada para o ajuste, poderá conduzir a bons resultados, desde que se tenha o cuidado, quando do ajuste, de utilizar as FRF dos pontos de interesse.

- Em todos os modelos utilizados para o ajuste, o critério de identificabilidade , $CI < 40$, foi observado. Nos casos em que $CI > 40$, era

necessário retirar parâmetros do procedimento de busca até que a desigualdade $CI < 40$ fosse satisfeita.

- A utilização da técnica das pseudo-forças, em conjunto com os parâmetros modais do sistema conservativo associado, mostrou-se um procedimento eficiente e robusto na simulação das FRF, convergindo mesmo para valores de coeficientes de amortecimento totalmente fora da realidade.

- A utilização dos modos estáticos de flexibilidade residual não representou, neste caso, nenhum ganho para o procedimento de síntese, pois ajustes feitos sem estes modos deram resultados iguais aos obtidos quando da utilização dos mesmos.

- O procedimento PSFM demonstrou-se eficiente e preciso em análises paramétricas, ou seja: obtenção de curvas de resposta em função dos valores dos parâmetros.

- O estimador de Máxima Correlação mostrou-se eficiente para valores iniciais baixos ($< 50\%$) de coeficiente de correlação inicial entre as curvas ajustadas e experimentais.

- O ajuste de expressões polinomiais, modelando não linearidades cujos modelos são desconhecidos, não representou maiores problemas para o procedimento de ajuste desenvolvido.

- Uma simples análise da função erro das curvas de respostas periódicas de sistemas não lineares permite tirar conclusões sobre a possibilidade de existência de erros no procedimento de ajuste ou no modelo de não linearidade utilizado.

8 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

As principais conclusões que podem ser tiradas deste trabalho são:

- A utilização do modelo de erro na saída é bastante flexível, sendo que o procedimento desenvolvido, denominado IDENTPAR, pode ser facilmente adaptado a diferentes tipos de modelos matemáticos, por intermédio de uma sub-rotina de ligação.

- A principal dificuldade encontrada na utilização do modelo de erro na saída é o fato dos estimadores resultantes serem não lineares, o que, em conjunto com a existência de mínimos locais nos valores da função objetivo, dificulta consideravelmente o desempenho do procedimento de ajuste. Nos casos em que as curvas de resposta medidas e simuladas têm coeficiente de correlação inferiores a 50 %, os estimadores usuais normalmente convergem para um mínimo local. O estimador baseado na função de correlação, utilizado neste trabalho, apresentou performance excelente neste casos.

- O critério de identificabilidade [CI] baseado nos valores singulares da matriz de sensibilidade demonstrou, para os casos analisados, ser ideal como critério para o projeto do experimento ótimo. Foi observado que, para valores de CI maiores do que quarenta, dificilmente se consegue o ajuste de todos os parâmetros simultaneamente.

- O estimador de erro nos valores dos parâmetros mostrou-se confiável para níveis de ruído aditivo às respostas de até 10 % de seu valor RMS. Nestes casos, o estimador superestima os erros. Quando o nível de ruído ultrapassa 10 %, o estimador de erro subestima os erros dos valores dos parâmetros.

- A utilização de métodos de síntese modal de componentes, em conjunto com curvas de respostas estacionárias, demonstrou ser um ótimo procedimento para o ajuste de sistemas lineares com não linearidades concentradas. A utilização de respostas periódicas, por limitar a banda de frequência sob análise, permite a utilização de modelos reduzidos; além disto, a observação da função erro indica, claramente, possíveis erros de modelagem ou do procedimento de ajuste. Outra possibilidade consiste em

fazer o ajuste apenas com os superharmônicos, o que torna o estimador mais sensível às não linearidades, minimizando o risco do procedimento convergir para mínimos locais. Quanto à síntese, o critério proposto por Rubin para a escolha do número de autovetores utilizados foi adequado para todos os modelos utilizados neste trabalho.

- O procedimento desenvolvido mostrou-se robusto para o ajuste de parâmetros em sistemas não lineares. Os grandes problemas observados com relação a sistemas não lineares foram os custos computacionais das simulações de respostas periódicas e a escolha do modelo para as não linearidades. Com respeito aos integradores, o procedimento PSFM mostrou-se eficiente e preciso em ajuste de parâmetros. Porém, apesar dos progressos conseguidos, este procedimento ainda deixa muito a desejar no que diz respeito à estabilidade.

Como sugestão para trabalhos posteriores têm-se:

- O procedimento desenvolvido necessita de interação contínua com o usuário através da análise das curvas de sensibilidade e dos coeficientes de identificabilidade. A evolução natural deste trabalho é a automação do procedimento de busca, escolhendo automaticamente quais parâmetros que deverão permanecer ativos em determinada etapa do procedimento de ajuste.

- Quanto ao método HFT, maiores estudos deverão ser realizados para aumentar sua estabilidade, visto a excelente performance que o mesmo apresentou em análises paramétricas. Como sugestão têm-se: utilização de algoritmos de busca de raízes mais eficientes do que o de Newton-Raphson e procedimentos baseados no princípio do balanceamento harmônico incremental.

9 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] WANG, J. and SAS, P.; "A Method for Identifying Parameters of Mechanical Joints", Journal of Applied Mechanics, (57), p. 337 - 342, June 1990.
- [02] AVITABLE, P. and O'CALLAHAN, J.; " Efficient Techniques for Forced Response Involving Discrete Nonlinearities", Proc. 15th International Seminar on Modal Analysis, Leuven, Belgium p. 857 - 859, Sept. 1990.
- [03] ALEXANDER, R. M. and NOAH, S. T. F.; " Parametric Identification of a Vibratory System with a Clearance", Journal of Vibration and Acoustics, (115), p. 25 - 32, January 1993.
- [04] DUNNE, F. P. E. and HEPPENSTALL, M.; " The Effect of Joints on the Transverse Vibration of a Simple Structure" , Proc. Instn. Mech. Engrs., (204), p. 37 - 42 , 1990.
- [05] BOWDEN, M. and DUGUNDJI, J.; " Joint Damping and Nonlinearity in Dynamics of Space Structures ", AIAA JOURNAL, (28) No. 4, p. 740 - 749, April 1990.
- [06] GROOTENHUIS, P.; " The Control of Vibrations with Viscoelastic Materials", Journal of Sound Vibrations, (11) No. 4, p. 421 - 433, 1970.
- [07] STANWAY, R., MOTTERSHEAD, J. E. and FIROOZIAN, R.; " Nonlinear Identification of a Squeeze-Film Damper", Journal of Tribology, (110), p. 487 - 491, July 1988.
- [08] PINKUS, O.; " The Reynolds Centennial: A Brief History of the Theory of Hydrodynamic Lubrification ", Journal of Tribology, (109), p. 2 - 20, January 1987.
- [09] FRITZEN, C. P. and SEIBOLD, S.; " Identification of Mechanical Systems by Means of The Extended Kalman Filter ", Proc. of the 3rd IFToMM Conference on Rotordynamics, p. 437 - 440, 1990.

- [10] ARGOUL, P. and JEZEQUEL, L.; " Improvement of a Nonparametric Identification Procedure Used in Nonlinear Dynamics ", Journal of Applied Mechanics, (56), p. 697 - 703, September 1989.
- [11] MASRI, S. F., MILLER, R. K., SAUD, A. F. and CAUGHEY, T. K.; " Identification of Nonlinear Vibrating Structures : Part I - Formulation, Part II - Applications ", Journal of Applied Mechanics, (54), page 918 - 929, December 1987.
- [12] THOUVEREZ, F. and JEZEQUEL, L.; " Identification of Non-Linearity Joints from Dynamical Tests". Proc. of the 9th Int. Modal Analysis Conference, Florence, Italy, p. 1583 - 1588, 1991.
- [13] MOHAMMAD, K. and TOMLINSON, G. R.; " Estimating Physical Parameters of Linear and Nonlinear Structures", Proc. of 15th International Modal Analysis, Leuven , Belgium, p. 873 - 887, Sept. 1990.
- [14] YASUDA, K., KAWAMURA, S. and WATANABE, K.; " Identification of Non-linear Multi-Degree-of-Freedom Systems ", JSME International Journal, (31), Series III, No. 1, p. 8 - 14, 1988.
- [15] PIRANDA, J.; Notice d'utilisation du programme MODAN PC , Laboratoire de Mécanique Appliquée, Besancon, France, 1989.
- [16] LIN , Ye and KORTÚM, W.; " A New Direct Identification of System Physical Parameters for Systems With Nonlinear Elements ", Proc. of the 8th. Int. Modal Analysis Conference, Florida, USA p. 1223 - 1226, 1990.
- [17] BENHAFSI, Y. PENNY, J. E. T. and FRISWELL, M. I.; " A Parametric Identification for Discrete Nonlinear Systems Incorporating Cubic Stiffness Elements ", Proc. of 15th International Modal Analysis, Leuven, Belgium, p. 1175 - 1191, September 1990.
- [18] FRITZEN, C.; " Identification of Mass, Damping and Stiffness Matrices of Mechanical Systems ", Proc. of the 8th. Int. Modal Analysis Conference, Los Angeles, USA, p. 1 - 11, 1986.

- [19] MOTTERSHEAD, J. E. and FOSTER, C. D.; " An Instrumental Variable Method for the Estimation of Mass, Stiffness and Damping Parameters from Measured Frequency Response Functions ", Mechanical Systems and Signal Processing, 2 (4), p. 379 - 390, 1988.
- [20] COOPER, J. E.; " Comparasion of Some Time-Domain-System Identification Techniques Using Approximate Data Correlations ", Journal of Modal Analysis, p. 51 - 57, April 1989.
- [21] HUFFEL, S. V. and ZHA, H.; " The Restricted Total Least Squares Problem: Formulation, Algorithm, and Properties ", SIAM J. Matrix Anal. Appl., (12), No. 2, p. 292 - 309, April 1991.
- [22] BECK, J. V. and ARNOLD, K. J.; Parameter Estimation in Engineering Science , John Wiley, New York, 1977.
- [23] - OTTOY, J. P. and VANSTEENKISTE, G. C.; Software for Engineering Problems , A Computational Mechanics Publications, England, 1985.
- [24] - HIMMELBLAU, D. M.; Applied Nonlinear Programming , McGRAW-HILL BOOK COMPANY, New York, 1972.
- [25] - DUARTE M. A. and ARRUDA J. R. F., " Parameter Estimation and Model Updating of Rotor-Bearing Systems by Direct Fit of FRFs ", Proc. of the 3rd IFToMM Conference on Rotordynamics, p. 431 - 436, 1990.
- [26] - DUARTE M. A. and ARRUDA J. R. F., "Model Updating of Large Structures with Discrete Nonlinearities by the Direct Curve-Fit of Dynamic Response", Proc. IV DINAME, Pouso Alto (1991).
- [27] - DUARTE M. A., ARRUDA J. R. F. and LÉPORE, F. P.; " Identification of Structures with Localized Nonlinearities ", Proc. of 3rd PACAM Pan American Congress of Applied Mechanics, São Paulo, 1993.
- [28] - ARRUDA, J. F. R.; " Rotor Finite Element Model Adjusting ", Proc. of them 9th. Braziliam Congress of Mechanical Engineering, Florinopolis, p. 741 - 744, 1987.

- [29] - ARRUDA, J. F. R.; "Rotor Model Adjusting by Unbalance Response Curve-fitting ", Proc. of the 7th. Int. Modal Analysis Conference, Las Vegas, USA, p. 479 - 484, 1989.
- [30] - ARRUDA, J. F. R.; " Objective Functions for the Curve-Fit of Frequency Response Functions ", AIAA JOURNAL , (30), No. 3, p. 855 - 857, 1991.
- [31] - YUN, C. and SHINOZUKA, M.; " Identification of Nonlinear Structural Dynamic Systems ", Journal of Structural Mechanics, (8), p. 187 - 203, 1980.
- [32] - SAHINKAYA, M. N. and BURROWS, C. R.; "Kalman Filters Applied to Time-Domain Estimation of Linearized Oil-Film Coefficients ", IMEchE, C287/84, p. 109 - 117, 1984.
- [33] - FREEMAN, J. M., HASSAN, F. N. and MORTON, D.; " Kalman Filter estimation of Electrical Machine Parameters ", INT. J. CONTROL, (43) No. 1, p. 305 - 312, 1986.
- [34] - MOHAMMAD, Z. Y. and BURDESS, J. S.; " Indentification of Journal Bearing Stiffness and Damping Coefficients by Extended Kalman Filter ", Proc. of the 3rd IFTOMM Conference on Rotordynamics, p. 423 - 429, 1990.
- [35] - EYKHOFF, P. Parameter Estimation in Engineering and Science , John Wiley, New York, 1977.
- [36] - KAWAMOTO, J. D.; Solution of Nonlinear Dynamic Structural Systems by a Hybrid Frequency-Time Domain Approach , Tese de doutorado, Massachusetts Institute of Technology, 1983.
- [37] - SETLO, S., LAMARQUE, C. H. and JEZEQUIEL, L.; " Introduction of Non-linear Modes to Compute the Steady-states Response of MDOF Systems", Proc. of 15th International Modal Analysis, Leuven KU, p. 889 - 899, September 1990.

- [38] - PRESS, W. H. et all; NUMERICAL RECIPES The Art of Scientific Computing (C Version), Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [39] - DUARTE, M. A. V., LÉPORE, F. P. E ARRUDA, J. R. F.; " Uma metodologia para Análise Dinâmica de Sistemas com Não Linearidades Concentradas ", ANAIS do II CONGRESSO DE ENGENHARIA MECÂNICA NORTE-NORDESTE, João Pessoa, p. 211 - 218, 1992.
- [40] - DARBRE, G. R. and WOLF, J. P.; " Criterion of Stability and Implementation Issues of Hybrid Frequency-Time-Domain Procedures for Nonlinear Dynamic Analysis ", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, (16), p. 569 - 581, 1988.
- [41] - CAMERON, T. M. and GRIFFIN, J. H.; " An Alternating Frequency/Time Domain Method for Calculating the Steady-State Response of Nonlinear Dynamic Systems", Journal of Applied Mechanics, (56), p. 149 - 154, March 1989.
- [42] FRISWELL, M. I.; " Candidate Reduced Order Model for Structural Parameter Estimation ", " Journal of Vibrations and Acoustics, (113), p. 93 - 97, January 1990.
- [43] BLAKELEY, K. D. and WALTON, W. B.; " Selection of Measurement and Parameter Uncertainties for F E Model Revision ", Proc. of the 2nd Int. Modal Analysis Conference, Orlando, p. 82 - 88, 1984.
- [44] EWINS, D. J., Modal Testing: Theory and Practice , John Wiley & Sons Inc, New York, 1985.
- [45] MACNEAL, R. H.; " A Hybrid Method of Component Mode Synthesis ", Computers & Structures, (1), p 581 - 601, 1974.
- [46] WANG, J. H. and LIOU C. M.; " Experimental Substructures Synthesis with Special Considerations of the Joints Effects ", The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, (5), p. 13 - 24, January 1990.

- [47] SANTOS, J. M. C., Ajuste de Modelos de Estruturas Acopladas por Juntas Mecânicas Usando Funções de Resposta em Frequência e Síntese Modal de Componentes, Tese de Doutorado, UNICAMP - Campinas, setembro de 1993.
- [48] BEGOVIC, A. I. and WILSON, E. C.; " A Methodology for Dynamic Analysis of Linear Structure-Foundation Systems with Local Non-Linearities " Earthquake Engineering and Structural Dynamics, (19), p. 1197 - 1208, 1990.
- [49] FEY, R. H. B. and KRAKER, A.; " Periodic Solution and Their Stability of Reduced Dynamic Systems With Local Nonlinearities ", 15th International Seminar on Modal Analysis, Leuren, Belgium, p. 409 - 419, 1990.
- [50] O'CALLAHAN, J. and AVITABLE, P., "Techniques for Forced Response Involving Discrete Nonlinearities ", Proc. of the 10th Int. Modal Analysis Conference, San Diego, USA, p. 448 - 463, 1992.
- [51] LAWRENCE, C.; Parameter Identification Methods for Improving Structural Dynamic Models, Ph.D. Thesis, Case Western Reserve University, Cleveland, May 1988.
- [52] BERMAN, A.; " Nonunique Structural System Identification ", Proc. of the 6th Int. Modal Analysis Conference, Orlando, USA, p. 355 - 358, 1988.
- [53] LÉPORE N., F. P. and STEFFEN, V. Jr.; " A Control Force to Reduce Magnetically Excited Rotor Vibrations ", Mécanique Matériaux Électricité, (404), p. 90 -93, April 1984.
- [54] UDWADIA F. E. and ESFANDIARI R. S.; "Nonclassically Damped Dynamic Systems: An Iterative Approach", Journal of Applied Mechanics, (57), p. 423-433, 1990.
- [55] CRAIG Jr., R. R.; Structural Dynamics - An Introduction to Computer Methods , John Wiley & Sons Inc., New York, 1981.

- [56] CAUGHEY, T. K. and O'KELLY, M. E. J.; "Classical Normal Modes on Damped Linear Dynamic Systems ", Journal of Applied Mechanics, p. 583 - 588, September. 1965.
- [57] MATTA, K. W.; "Selection of Degrees of Freedom for Dynamic Analysis", Journal of Pressure Vessel Technology, (109), p. 65 - 69, Feb. 1987.
- [58] GUYAN, R. J.; " Reduction of Stiffness and Mass Matrices ", AIAA Journal, (3), No. 2, p. 380, 1965
- [59] FREED, A. M., FLANIGAN, C. C.; " A Comparison of Test-Analysis Model Reduction Methods ", Proc. of the 8th Int. Modal Analysis Conference, Florida, p. 1344 - 1351, 1990.
- [60] YEE, V.; " Reduction of Component Mode Synthesis Formulated Matrices for Correlation Studies", AIAA Journal, (28), No. 6, p. 1142 - 143, June 1990.
- [61] O'CALLAHAN, J.; " Comparison of Reduced Model Concepts ", Proc. of the 8th Int. Modal Analysis Conference, Florida, p. 422 - 430, 1990.
- [62] HURTY, W. C.; " Dynamic Analysis of Structural Systems Using Mode Synthesis ", AIAA Journal, (3), No. 4, p. 678 - 685, April 1965.
- [63] HURTY, W. C., COLLINS, J. D. and HART, G. C.; " Dynamic Analysis of Large Structures by Modal Synthesis Techniques ", Computer & Structures, (4), p. 535 - 563, December 1971.
- [64] CRAIG Jr., R. R.; " A Review of Time-Domain and Frequency-Domain Component Mode Synthesis Methods ", Journal of Modal Analysis, p. 59 - 72, April 1987.
- [65] MARTIN, K. F. and GHLAIM, K. H.; " System Prediction Using Damped Component Modes ", Proc. Instn. Mech. Engrs., (198C), No. 16, p. 261 - 268, 1984.

- [66] RUBIN, S. " Improved Component-Mode Representation for Structural Dynamic Analysis ", AIAA Journal, (13), n. 8, p. 393 - 408, Aug. 1975.
- [67] HINTZ, R. M., " Analytical Methods in Component Modal Synthesis ", AIAA Journal, (13), n. 8, p. 1007 -1016, August 1975.
- [68] LAMONTIA, M. A.; " On the Determination and Use of Residual Flexibilities, Inertia Restraints, and Rigid-Body Modes ", Proc. of the 8th Int. Modal Analysis Conference, Florida, p. 153 - 159, 1990.
- [69] MEIROVITCH, L.; Analytical Methods in Vibrations , McGraw-Hill, New York, 1967.
- [70] NOOR, A. K., " Recent Advances in Reduction Methods for Nonlinear Problems ", Computers and Structures, (13), p. 31 - 44, 1981.
- [71] O'CALLAHAN, J., AVITABLE, P.; " Efficient Techniques for Forced Response Involving Discrete Nonlinearities " , 15th International Seminar on Modal Analysis, Leuren, Belgian, p. 857 - 869, 1990.
- [72] MARPLE Jr., S. L.; Digital Spectral Analysis With Applications, Prentice-Hall. Inc., New Jersey, E.U.A., 1987.
- [73] SCHMIDT, G. and TONDL, A.; Non-Linear Vibrations, Cambridge University Press, London, England, 1986.
- [74] CHOI, Y. and NOAH, S. T.; " Nonlinear Steady-State Response of a Rotor-Support System ", Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, (109), p. 255 - 261, July 1987.
- [75] SHIAU, T. and AN-NAN, J.; " Perditiion of Periodic Response of Flexible Mechanical Systems with Nonlinear Characteristics ", Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, (112), p. 501 - 507, October 1990.

- [76] LAU, S. L., CHEUNG, Y. K. and WU, S. Y.; " Amplitude Incremental Variational Principle for Nonlinear Vibration of Elastic Systems ", Journal of Applied Mechanics, (48), p. 959 - 964, December 1981.
- [77] LAU, S. L., CHEUNG, Y. K. and WU, S. Y.; " A Variable Parameter Incrementation Method for Dynamic Instability of Linear and Nonlinear Elastic Systems ", Journal of Applied Mechanics, (49), p. 849 - 853, December 1982.
- [78] PIERRI, C., FERRI, A. A. and DOWELL, E. H.; " Multi-Harmonic Analysis of Dry Friction Damped System Using an Incremental Harmonic Balance Method ", Journal of Applied Mechanics, (52), p. 958 - 964, Dec. 1985.
- [79] LAU, S. L., CHEUNG, Y. K. and WU, S. Y.; " Incremental Harmonic Balance Method With Multiple Time Scales for Aperiodic Vibration of Nonlinear Systems", Journal of Applied Mechanics, (50), p. 871 - 876, Dec. 1983.
- [80] NATARY, C. and NELSON, H. D.; " Periodic Solutions in Rotor Dynamic Systems with Nonlinear Supports : A General Approach ", Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, (111), p. 187 - 193, April 1989.
- [81] BUDAK, E. AND ÖZGÖVEN, H. N.; " A Method for Harmonic Response of Structures with Symmetrical Non-Linearities " , 15th International Seminar on Modal Analysis, Leuren, Belgian, p. 857 - 869, 1990.
- [82] BENDAT, J. S. and PIERSOL, A. G.; Random Data Analysis and Measurement Procedures, John Wiley & Sons, New York, 1986.
- [83] CALEB, S. D.; " Line Search Methods for Extended Penalty Function Environments ", International Journal for Numerical Methods in Engineering, (15), p. 867 - 888, 1980.
- [84] CHEN, W. J. et al. " Bearing Parameter Identification of Rotor-Bearing Systems Using Nonlinear Programming Techniques ", Mechanical and Aerospace Engineering Department Publication, Arizona State University, Tempe, Arizona, USA, 1987.

- [85] BERTHIER, P., FERRARIS, G. et LALANNE, M.; Rapport Technique Relatif au Code de Calcul Rotor, Laboratoire de Mécanique de Structures de L'INSA de Lyon, France, Juin 1984.
- [86] VANHOACKER, P.; " Sensitivity Analysis of Mechanical Structures Based on Experimentally Determined Modal Parameters ", Proc. of the 7th Int. Modal Analysis Conference, Las Vegas, USA, p. 534 - 541, 1989.
- [87] SUTTER et al.; " Comparison of Several Methods for Calculating Vibration Mode Shape Derivatives", AIAA Journal, (26), p. 1506 - 1511, Dec. 1989.
- [88] SHARP, R. S. AND BROOKS, P. C.; " Sensitivities of Frequency Response Functions of Linear Dynamic Systems to Variations in Design Parameter Values ", Journal of Sound and Vibration, (126), p. 167 - 172, Jan. 1988.
- [89] ADELMAN, H. M. and HAFTKA, R. T.; " Sensitivity Analysis of Discrete Structural Systems ", AIAA Journal, (24), p. 823 - 832, May 1986.
- [90] MARTINEZ, D. R.; " Parameter Estimation in Structural Dynamics Models", Sandia National Laboratories Report SAND80-0135, Albuquerque, USA, 1981.
- [91] ROARK, R. J. and YOUNG, W. C.; " Formulas for Stress and Strain ", McGRAW-HILL, Tokyo, 1975.
- [92] BEER, F. P. e JOHNSTON, E. R.; " Mecânica Vetorial para Engenheiros ", McGRAW-HILL, São Paulo, 1981.

ANEXO I

ARQUIVO DE DADOS DO PROGRAMA SINTESE

O arquivo de dados para o programa SINTESE, é um arquivo ASCII de formatação livre que contém:

a) NS, NVET, NVAL, NVL

- NS: é o número de subestruturas que serão sintetizadas.
- NVET: é o número total de coordenadas generalizadas das subestruturas.
- NVAL: é o número de graus de liberdade total das subestruturas.
- NVL: é o número de autovetores de corpo livre do sistema.

b) ARQ

São NS linhas com os nomes dos arquivos binários com os super-conjuntos modais das subestruturas. Estes arquivos têm a seguinte organização :

- M,N: número de coordenadas generalizadas e número de graus de liberdade, respectivamente, da subestrutura.
- Ψ_S : matriz com o superconjunto de autovetores.
- M_g : matriz de inércia generalizada.
- K_g : matriz de rigidez generalizada.
- C_g : matriz de amortecimento generalizada.

c) NLK, NLC, NLM

- NLK: número de elementos de rigidez de ligação.
- NLC: número de elementos de amortecimento viscoso de ligação.
- NLM: número de elementos de inércia concentradas.

d) NO1, EL1, NO2, EL2, TL, COEF

Existem NLK+NLC+NLM linhas com este tipo de dados, onde:

- NO1: número da coordenada generalizada de ligação da primeira subestrutura.
- EL1: número da primeira subestrutura.

- NO2: número da coordenada generalizada de ligação da segunda subestrutura.
- EL2: número da segunda subestrutura.
- TL: tipo de ligação:
 - TL = 1, ligação por elemento de rigidez.
 - TL = 2, ligação por elemento de amortecimento.
 - TL = 3, elemento de inércia concentrado.
- COEF: é o valor do coeficiente de ligação.

O número da coordenada generalizada diz respeito à numeração das coordenadas utilizada em cada subestrutura. O número da subestrutura obedece à seqüência de entrada dos arquivos ARQ. Nos casos de ligação externas ou de inércia concentrada, um dos pares de ligação (NO1,EL1 ou NO2,EL2) deverão ser 0 e 0.

e) NVALR: é o número de graus de liberdade do modelo sintetizado.

f) NPR : é o número de pontos em que se deseja calcular as respostas.

g) NCR,NSR

São NPR linhas com a morfologia dos pontos em que se deseja calcular as respostas:

- NCR: número da coordenada generalizada.
- NSR: número da subestrutura.

h) SAIDA: Nome do arquivo de saída. O arquivo binário de saída contém:

- MS,NS : número de coordenadas generalizadas e graus de liberdade do modelo sintetizado, respectivamente.
- VET: base modal reduzida do modelo sintetizado.
- VAL: vetor com os autovalores do modelo sintetizado.
- C_G : matriz com os coeficientes de amortecimento viscoso generalizados.
- NPR
- KFR: matriz quadrada com os coeficientes de flexibilidade residual.

As linhas e colunas da matriz KFR seguem a seqüência de entradas de

dados do bloco g. O elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna é o coeficiente de flexibilidade residual da j -ésima FRF para uma excitação na i -ésima coordenada. - NO1: número da coordenada generalizada de ligação da primeira subestrutura.

ANEXO I I

ARQUIVO DE DADOS DO PROGRAMA PSFM

O arquivo de dados para o programa PSFM, é um arquivo ASCII de formatação livre que deverá conter:

- NPTO - número de pontos de resposta
- DT - incremento de tempo
- NKNL,NCNL,NNNL - número de coeficientes proporcionais ao deslocamento,
 - número de coeficientes proporcionais à velocidade,
 - número de coeficientes não lineares
- NO1K,COEFK1 - nó ligado ao coeficiente não linear proporcional ao deslocamento cujo valor é $COEFK_i$ ($i = 1, NKNL$)
 - .
 - .
 - .
- NO1C,COEFC1 - nó ligado ao coeficiente não linear proporcional à velocidade cujo valor é $COEFC_i$ ($i = 1, NCNL$)
 - .
 - .
 - .
- NFEX - número de forças de excitação externa
- NO1FEX - nó sobre o qual atua a i-ésima força externa ($i = 1, NFEX$)
 - .
 - .
- FOREXT.DAT - arquivo ASCII com os $NFEX \cdot NPTO$ valores das forças externas
- MODAL.DAT - arquivo com os parâmetros modais do sistema, formatado de acordo com o arquivo de saída do programa SINTESE.
- NFREQ - número de frequências em que se deseja calcular as respostas
- FREQ1,ITIPO1 - valor da frequência em que se deseja calcular a resposta.
 - ITIPO = 0 \Rightarrow sem cálculo de Jacobiano
 - ITIPO = 1 \Rightarrow com cálculo de Jacobiano
 - ITIPO = N \Rightarrow cálculo do Jacobiano cruzado nos N harmônicos
 - ITIPO = -1 \Rightarrow harmônico para o qual se calcula o Jacobiano cruzado. Deverá ser múltiplo de um harmônico cujo $ITIPO > 1$
 - .
 - .

ALFA - valor do coeficiente de relaxação
NSAI - número de curvas de resposta que se deseja na saída
NO1 - nó em que se deseja a curva de resposta na saída
SAI1.DAT - nome do arquivo em que será armazenada a i-ésima curva de resposta ($i = 1, \text{NSAI}$)

NO2

SAI2.DAT

.
.
.

ANEXO III

DADOS DE ENTRADA DO PROGRAMA IDENTPAR

O arquivo com os dados de entrada do programa IDENTPAR, deverá ter o seguinte formato:

```

NP NB IF IBU                ( FORMATO 4I5 )
MIN(P1) ESP(P1) MAX(P1) VAR(P1) ( FORMATO 4E14.0 )
MIN(P2) ESP(P2) MAX(P2) VAR(P2)      //
. . . . .
. . . . .
MIN(PNP) ESP(PNP) MAX(PNP) VAR(PNP) //
RESP1.DAT                ( FORMATO A14 )
AUX1.DAT                  //
TITULO1.DAT              //
. . . . .
RESPN.DAT                //
AUXN.DAT                  //
TITULON.DAT              //

```

ONDE:

- NP é o número de parâmetros que serão ajustados;
- NB é o número de blocos NB para o caso de se utilizar o estimador de correlação;
- IF é o índice para a escolha, inicial, da função erro. Para a função erro na saída IF = 0, para a função erro de correlação IF = 1;
- IBU é o índice para a escolha, inicial, do procedimento de busca unidimensional. IBU = 1 para ponto aleatório, IBU = 2 para Coggin e IBU = 3 para Seção Aérea;
- MIN(P_i) é o valor mínimo admitido para o i-ésimo parâmetro;
- ESP(P_i) é o valor inicial, ou esperado, assumido para o i-ésimo parâmetro;
- MAX(P_i) é o valor máximo admitido para o i-ésimo parâmetro;
- VAR(p_i) é a variância estimada para o i-ésimo parâmetro. Caso o valor

de VAR for igual a zero, a utilização do estimador MAP é descartada.

RESP₁.DAT é o nome do i-ésimo arquivo com dados experimentais.

AUX₁.DAT é o nome do i-ésimo arquivo contendo as informações e dados pertinentes à sub-rotina (montada pelo usuário) que será utilizada para a simulação das curvas de resposta.

TITULO₁.DAT é o título do i-ésimo ajuste.

Caso sejam usados dados de N experimentos diferentes, após o ajuste do modelo com os dados de um experimento, o programa carrega, automaticamente, os dados do experimento seguinte, até o fim da fila. Nestes casos, o programa utiliza os valores estimados do experimento anterior como valores iniciais e esperados para o procedimento de ajuste. Ao carregar o conjunto de dados de um novo experimento, o programa muda automaticamente para o estimador MAP, utilizando os valores estimados para as variâncias do ajuste anterior como dados para o estimador MAP.

Para construir os arquivos de dados, o usuário deverá montar um arquivo ASCII com todos os dados de resposta. Um programa independente chamado INIFIT, deverá ser utilizado para converter o arquivo de dados ASCII para um arquivo com o formato de leitura do programa IDENTPAR.

A N E X O I V

S U B - R O T I N A S U B E X T

A sub-rotina de ligação SUBEXT deverá ser escrita em linguagem FORTRAN e ter a seguinte forma:

```
SUBROUTINE SUBEXT(IPI,ARQEXT,NPAR,NPTO,PAR,YFIT)
CHARACTER*12 ARQEXT
REAL*4 PAR(NPAR),YFIT(NPTO)
```

O parâmetro IPI é um inteiro que pode assumir os valores 1, 2 ou 100. O valor 1 indica que as respostas simuladas serão utilizadas no cálculo do Jacobiano ou busca unidimensional. Neste caso, não há necessidade de que a simulação seja feita de forma rigorosa. O valor 2 indica rigor na simulação pois os resultados serão utilizados para a atualização do procedimento de ajuste. O valor 100 indica que esta é a última chamada de SUBEXT pelo programa de ajuste. O valor 100 indica ao usuário que este é o momento de armazenar os dados da simulação.

ARQEXT é o nome do arquivo criado pelo usuário que contém os dados necessários para a utilização das sub-rotinas de simulação de curvas de resposta.

O vetor PAR contém os NPAR valores dos parâmetros que serão usados na simulação.

O vetor YFIT deverá retornar os NPTO valores das curvas de resposta simuladas.

ANEXO V

PARÂMETROS MODAIS DAS SUBESTRUTURAS
EXPERIMENTAIS

A - LOCALIZAÇÃO GEOMÉTRICA DOS NÓS NAS SUBESTRUTURAS

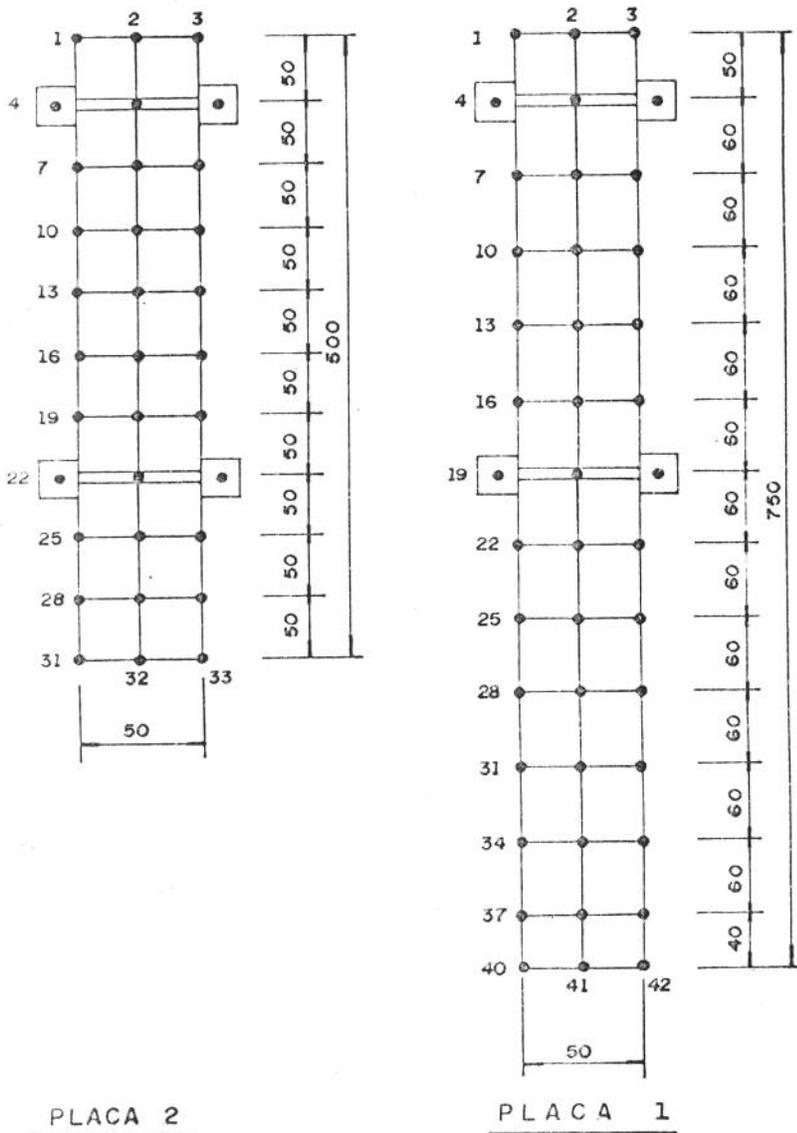
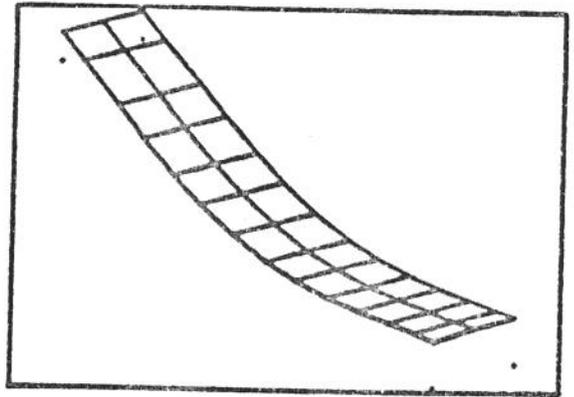


Fig. A5.1 - Localização geométrica

B - AUTOVALORES E AUTOVETORES DA SUBESTRUTURA 1

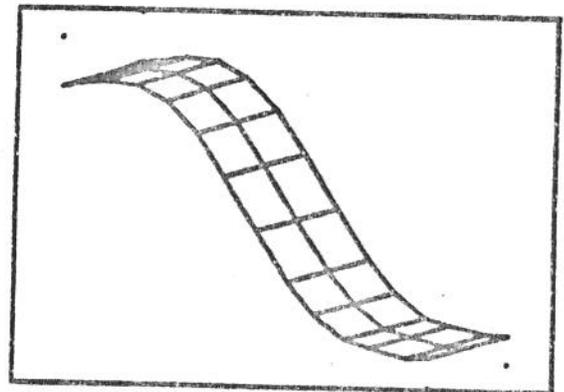
FREQ. NAT. = 37.174830(Hz) QSI = 4.833377E-01 (%)

1.012805	1.015159	1.014783
6.759291E-01	6.526933E-01	6.393750E-01
2.101098E-01	2.147800E-01	2.165047E-01
-2.003469E-01	-2.010824E-01	-1.887103E-01
-5.231794E-01	-5.215855E-01	-5.068173E-01
-7.116164E-01	-7.092323E-01	-7.000833E-01
-7.802747E-01	-7.900137E-01	-7.887917E-01
-7.225662E-01	-7.145892E-01	-7.103391E-01
-5.049332E-01	-4.881440E-01	-4.827572E-01
-1.512484E-01	-1.512484E-01	-1.314301E-01
2.816564E-01	3.053014E-01	2.981476E-01
8.046249E-01	8.168244E-01	8.161692E-01
1.238171	1.253723	1.234882
1.530051	1.600233	1.596456



FREQ. NAT. = 123.017300(Hz) QSI = 1.547041E-01 (%)

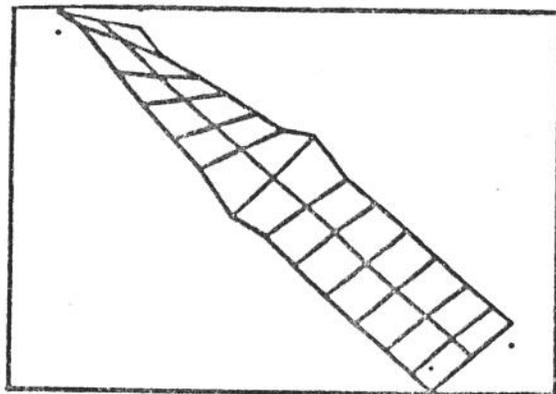
-9.526411E-01	-9.657265E-01	-9.630732E-01
-3.433575E-01	-3.184581E-01	-2.803203E-01
4.714012E-01	4.567211E-01	4.652476E-01
9.839680E-01	9.779044E-01	9.548916E-01
1.079049	1.072860	1.063087
8.253205E-01	8.037007E-01	8.039203E-01
1.553267E-01	1.515695E-01	1.127530E-01
-5.694927E-01	-5.831413E-01	-5.863976E-01
-1.101319	-1.088339	-1.084392
-1.212620	-1.212620	-1.176166
-8.477722E-01	-8.109651E-01	-7.973187E-01
-1.293826E-02	8.878533E-03	2.659385E-02



8.555977E-01 8.713948E-01 8.507682E-01
 1.496842 1.572523 1.561436

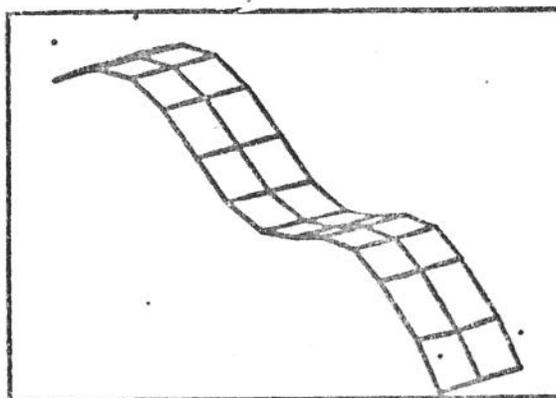
FREQ. NAT. = 209.495700(Hz QSI = 2.220643E-01 (%)

6.778230E-01 5.796848E-03 -6.405192E-01
 8.664292E-01 2.938216E-02 -9.373395E-01
 4.220663E-01 -9.592589E-02 -5.071473E-01
 1.646758E-01 -5.528654E-02 -2.482549E-01
 -6.814136E-0 -1.724777E-02 2.995991E-02
 -2.682523E-01 1.219158E-02 2.689949E-01
 -9.059578E-01 1.011153E-02 1.049105
 -5.470512E-01 6.033918E-02 5.849971E-01
 -6.299734E-01 7.722419E-02 6.472034E-01
 -6.862135E-01 1.584985E-02 6.898776E-01
 -7.630867E-01 2.128701E-02 7.248053E-01
 -7.553882E-01 5.559577E-02 7.344480E-01
 -7.778042E-01 4.030295E-02 7.596052E-01
 -7.609608E-01 3.068596E-03 7.840478E-01



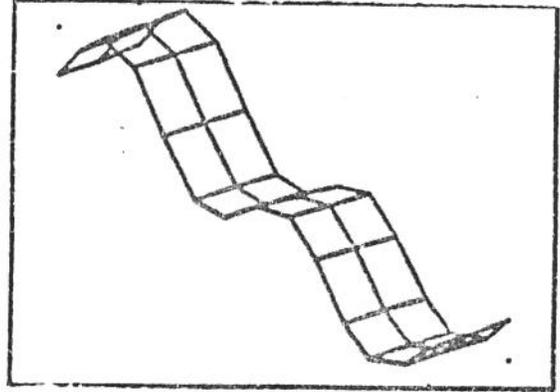
FREQ. NAT. = 222.354700(Hz QSI = 1.981430E-01 (%)

1.220264 1.204058 1.228097
 8.054796E-02 2.057538E-01 1.151174E-01
 -9.278601E-01 -9.167089E-01 -9.135569E-01
 -1.331752 -1.302507 -1.316139
 -8.548199E-01 -8.561218E-01 -8.534293E-01
 -5.851936E-02 -5.796758E-02 -6.722689E-02
 7.106416E-01 6.683028E-01 6.569298E-01
 5.979897E-01 5.643126E-01 5.557165E-01
 -1.258451E-01 -1.394226E-01 -1.597662E-01
 -8.450126E-01 -8.462555E-01 -8.729458E-01
 -1.026811 -1.025251 -1.053572
 -4.443941E-01 -4.478351E-01 -4.441104E-01
 4.375074E-01 4.453496E-01 4.447706E-01
 1.274350 1.283198 1.286496



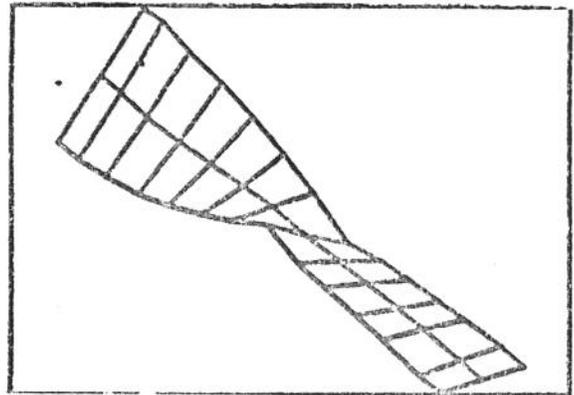
FREQ. NAT. = 403.889300(Hz QSI = 2.704976E-02 (%)

-1.201164	-1.149186	-1.155583
9.424519E-03	-3.627277E-02	-8.271503E-03
9.113502E-01	8.940989E-01	9.219126E-01
6.419146E-01	6.021841E-01	6.423178E-01
-3.628860E-01	-3.679720E-01	-3.897278E-01
-9.212275E-01	-9.091313E-01	-9.439389E-01
-1.830616E-01	-2.573503E-01	-3.070343E-01
9.991649E-01	9.982006E-01	1.028600
1.326835	1.302930	1.348498
2.142259E-01	2.389644E-01	2.839882E-01
-1.075978	-1.035981	-1.017693
-1.147381	-1.043849	-1.019716
4.947606E-03	1.378519E-01	2.111379E-01
1.344146	1.509304	1.515191



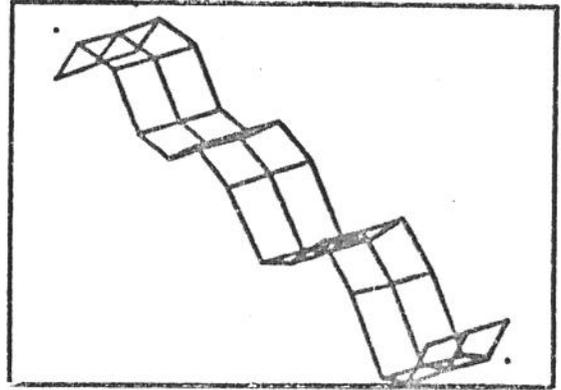
FREQ. NAT. = 442.208500(Hz QSI = 4.213404E-02 (%)

-4.197905E-02	4.328928E-02	1.198875E-01
-1.363981E-01	4.753356E-04	1.647002E-01
-2.801076E-03	-3.681005E-02	-6.810760E-02
1.233261E-01	-3.784439E-02	-1.822152E-01
2.648824E-01	-1.320080E-02	-2.656281E-01
3.727136E-01	-5.267792E-03	-3.324772E-01
6.940031E-01	1.231432E-02	-7.873584E-01
-1.347933E-01	-2.816596E-02	7.751301E-02
-6.974057E-01	6.082887E-02	7.042713E-01
-1.170206	1.743545E-01	1.308834
-1.545795	2.631091E-01	1.812006
-1.851624	2.906514E-01	2.074982
-2.222800	1.298672E-01	2.224757
-2.096107	7.979739E-02	2.182468



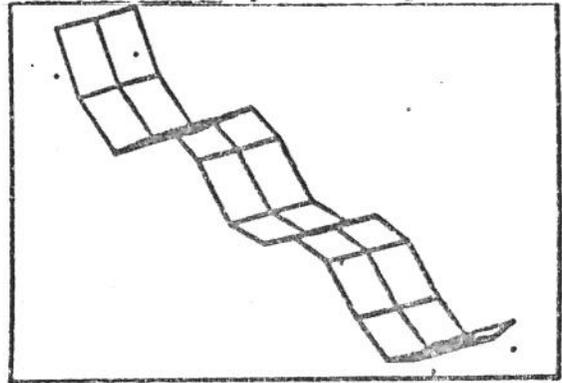
FREQ. NAT. = 573.167000(Hz QSI = 2.587472E-02 (%)

1.812447	1.758637	1.765621
-1.713511E-01	-8.794726E-02	-1.276921E-01
-1.171710	-1.139594	-1.180638
-1.529444E-02	2.217024E-02	-2.276587E-02
1.328878	1.301512	1.338625
1.000667	9.547336E-01	9.909189E-01
-5.081052E-01	-4.645230E-01	-4.598064E-01
-2.871655E-01	-2.688017E-01	-2.797518E-01
8.240794E-01	8.037143E-01	8.141058E-01
8.392714E-01	7.950552E-01	8.109195E-01
-3.022925E-01	-3.376222E-01	-3.600020E-01
-9.191020E-01	-9.056981E-01	-9.606713E-01
-1.561786E-01	-1.222964E-01	-1.515045E-01
1.039447	1.052639	1.017585



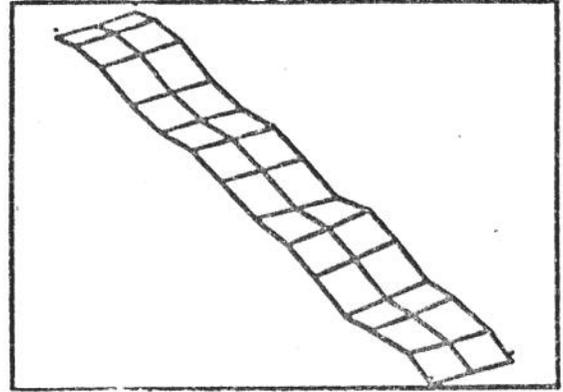
FREQ. NAT. = 814.092900(Hz QSI = 1.550059E-02 (%)

-1.519215	-1.457759	-1.456128
2.592500E-01	1.880374E-01	2.340727E-01
5.195162E-01	4.807801E-01	4.938416E-01
-7.760106E-0	-7.702143E-01	-7.933721E-01
-6.675300E-0	-6.539347E-01	-6.735461E-01
5.424558E-01	5.359531E-01	5.437523E-01
1.656353E-01	2.142416E-01	2.564819E-01
-1.252552	-1.235123	-1.302684
-3.942572E-01	-3.833019E-01	-4.035318E-01
1.283134	1.195529	1.219661
4.709967E-01	3.928374E-01	3.940206E-01
-1.139084	-1.143452	-1.222458
-5.205899E-01	-4.634312E-01	-5.164128E-01
1.230561	1.246490	1.212786



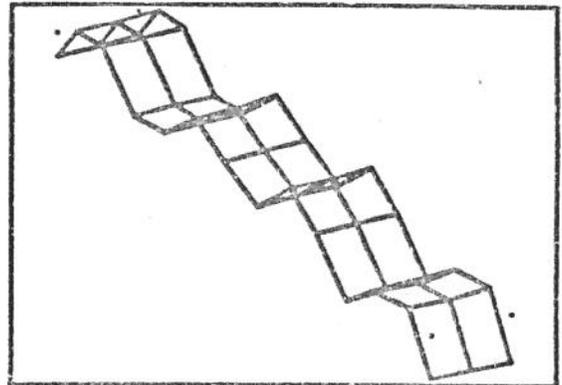
FREQ. NAT. = 994.836100(Hz QSI = 4.531687E-02 (%)

2.958436E-01	2.146178E-01	2.181231E-01
-6.429327E-02	-6.439548E-02	-1.453287E-01
-4.936703E-02	9.374501E-02	1.934682E-01
1.505091E-01	3.306045E-01	4.860513E-01
-2.341143E-01	-5.148630E-02	1.102595E-01
-3.991344E-01	-2.218392E-01	-1.077669E-01
1.642050E-01	1.031351E-01	2.186145E-02
-1.001610E-01	-1.327905E-01	-1.694904E-01
-2.315193E-01	-2.516326E-01	-2.905031E-01
1.641309E-01	7.739834E-02	6.261415E-02
1.390834E-01	1.191837E-01	1.163826E-01
-1.917724E-01	-1.597623E-01	-1.541658E-01
-1.048094E-01	-6.286135E-02	-7.448835E-02
2.290376E-01	2.795305E-01	2.449807E-01



FREQ. NAT. = 1034.624000(Hz QSI = 5.808013E-02 (%)

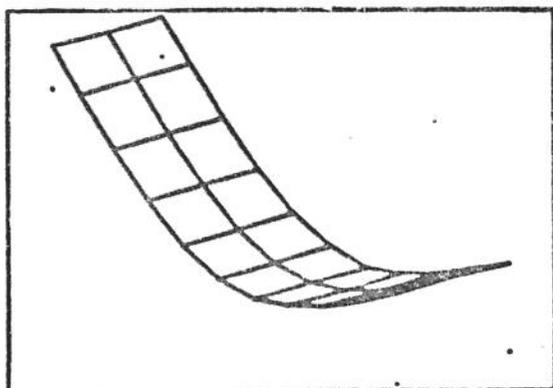
1.741374	1.654906	1.620402
-3.928880E-01	-2.957162E-01	-3.664222E-01
1.869171E-02	4.851292E-02	4.528167E-02
1.219010	1.167992	1.211190
-3.150843E-01	-3.407315E-01	-3.763523E-01
-1.193647	-1.167397	-1.223925
4.151939E-01	3.738910E-01	3.977688E-01
-2.516621E-01	-2.506453E-01	-2.436206E-01
-1.018207	-9.661216E-01	-9.794095E-01
5.346490E-01	5.074413E-01	4.997900E-01
8.470134E-01	7.615047E-01	7.734261E-01
-7.262353E-01	-7.665091E-01	-8.479738E-01
-5.974400E-01	-5.543666E-01	-6.299388E-01
9.122084E-01	9.305956E-01	8.773852E-01



B - AUTOVALORES E AUTOVETORES DA SUBESTRUTURA 2

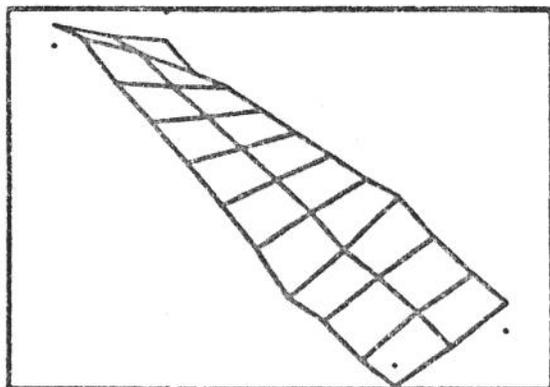
FREQ. NAT. = 91.203710(Hz) QSI = 1.407946E-01 (%)

1.080700	1.033067	1.025716
4.502162E-01	4.697142E-01	4.421770E-01
-1.811695E-01	-1.852258E-01	-2.001910E-01
-7.302979E-01	-7.373119E-01	-7.451248E-01
-1.097587	-1.093602	-1.093295
-1.180052	-1.170924	-1.144613
-9.336352E-01	-9.093039E-01	-9.365829E-01
-3.682300E-01	-3.869616E-01	-3.532629E-01
3.501210E-01	3.594429E-01	4.025574E-01
1.338049	1.359122	1.377452
2.263580	2.296462	2.213278



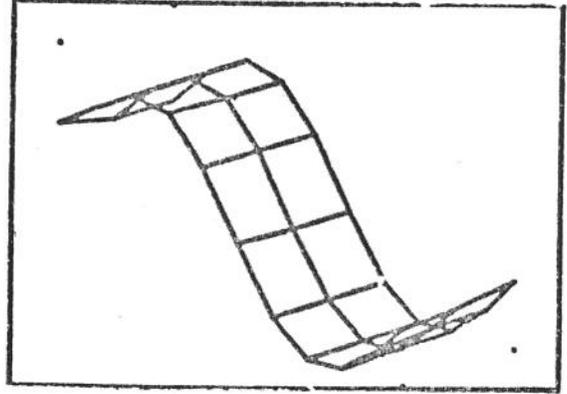
FREQ. NAT. = 224.939600(Hz) QSI = 7.304389E-02 (%)

4.949631E-01	-1.683542E-01	-6.843953E-01
7.782513E-01	5.410816E-02	-8.464093E-01
4.347518E-01	-4.294218E-02	-4.628252E-01
2.899494E-01	1.636882E-02	-2.192955E-01
7.800471E-02	3.990541E-02	1.413245E-02
-1.348369E-01	6.008717E-02	2.365194E-01
-3.529550E-01	6.739523E-02	4.395489E-01
-7.710539E-01	-7.394492E-02	7.504798E-01
-5.594885E-01	6.572685E-02	5.826638E-01
-6.104432E-01	1.071761E-01	5.862259E-01
-4.702356E-01	3.158909E-02	6.571098E-01



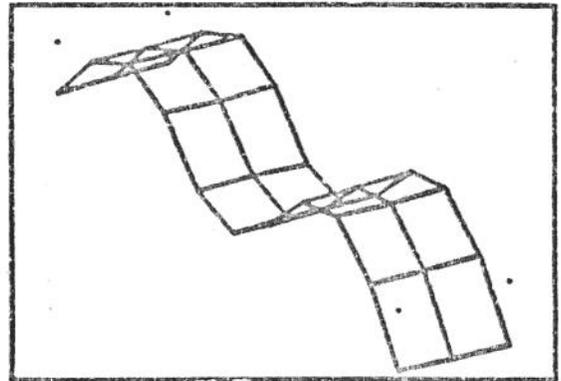
FREQ. NAT. = 240.672800(Hz QSI = 6.073793E-02 (%)

-1.501666	-1.320232	-1.233201
-2.578279E-01	-2.211550E-01	-1.165143E-01
9.233623E-01	9.691786E-01	9.668626E-01
1.494326	1.503443	1.520379
1.356203	1.356439	1.339631
5.669620E-01	5.692307E-01	5.003308E-01
-3.203400E-01	-3.571450E-01	-3.857972E-01
-7.507442E-01	-7.821174E-01	-8.278134E-01
-4.471099E-01	-4.596866E-01	-4.598876E-01
6.760358E-01	6.809703E-01	6.919192E-01
2.020602	2.036734	1.744835



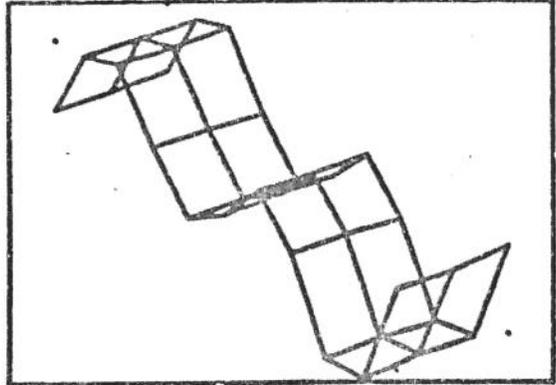
FREQ. NAT. = 529.851400(Hz QSI = 1.702745E-01 (%)

1.680040	1.646809	1.574390
-9.814230E-02	-6.954341E-02	-8.863259E-02
-1.255649	-1.208710	-1.256837
-9.386041E-01	-9.059238E-01	-9.009353E-01
4.523527E-01	4.541645E-01	4.873832E-01
1.475626	1.444318	1.486918
1.140453	1.051302	1.077559
-3.214305E-01	-2.815614E-01	-3.516316E-01
-9.505332E-01	-9.158890E-01	-9.656115E-01
-2.102585E-01	-1.507652E-01	-1.647994E-01
1.381830	1.381821	1.437501



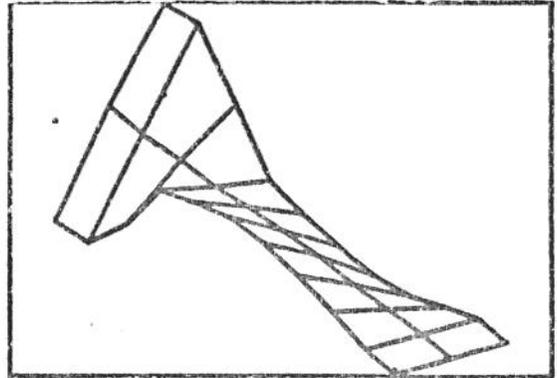
FREQ. NAT. = 837.736600(Hz QSI = 1.276011E-01 (%)

-1.572237	-1.542767	-1.463401
2.727055E-01	2.534497E-01	2.632763E-01
8.307587E-01	7.727938E-01	8.082101E-01
-3.570032E-01	-3.564235E-01	-3.912932E-01
-1.239847	-1.190748	-1.244296
-4.031737E-01	-3.462395E-01	-3.333856E-01
9.151964E-01	9.047070E-01	9.404014E-01
1.958230E-01	2.270593E-01	1.848963E-01
-1.319326	-1.261503	-1.319835
-9.154943E-01	-7.807184E-01	-7.824935E-01
1.738755	1.738717	1.919854



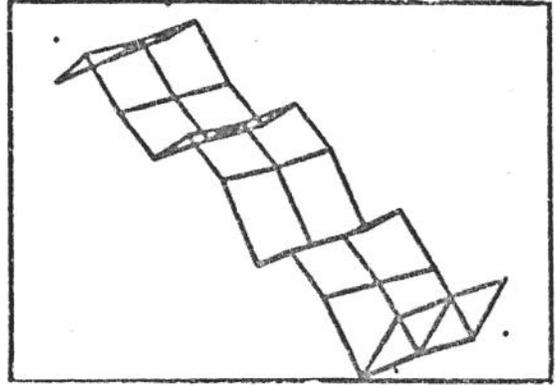
FREQ. NAT. = 1064.578000(Hz QSI = 3.277245E-02 (%)

1.367243E-02	8.140189E-02	1.517732E-01
-9.373090E-02	-2.543846E-02	5.194347E-02
2.897412E-01	-3.349552E-02	-3.474501E-01
7.160196E-01	-7.688918E-03	-6.518824E-01
8.758649E-01	-1.102284E-01	-8.833930E-01
7.653997E-01	-1.007321E-01	-9.337797E-01
5.303569E-01	-9.287362E-02	-6.320200E-01
2.456886E-01	2.854341E-02	-2.589364E-01
-1.275046	4.632154E-04	1.542449
-2.915523	7.475381E-02	2.964676
-2.772765	-6.482326E-02	3.000500



FREQ. NAT. = 1153.270000(Hz QSI = 4.865868E-02 (%)

1.496406	1.275901	1.190292
-4.422141E-01	-3.621707E-01	-4.414355E-01
-5.929257E-02	2.525767E-02	1.014092E-01
1.202916	1.253179	1.401043
2.310880E-01	3.401116E-01	3.445745E-01
-1.353542	-1.247310	-1.164391
-6.512745E-01	-5.386958E-01	-4.363369E-01
4.840498E-01	4.712354E-01	4.911873E-01
-7.410791E-01	-8.075972E-01	-9.047614E-01
-8.559282E-01	-8.652012E-01	-9.609607E-01
1.527292	1.647326	1.554719



FREQ. NAT. = 1200.921000(Hz QSI = 2.091282E-02 (%)

1.282749E-01	-1.101473E-01	-3.305447E-01
1.999309E-01	3.400220E-02	-1.644410E-01
-1.106839	9.960832E-02	1.247060
-2.323664	1.445210E-01	2.389948
-2.773557	3.983333E-01	3.124288
-2.229410	2.037369E-01	2.488741
-1.039342	9.742562E-02	1.011423
2.423048E-01	-1.683091E-02	-2.391264E-01
-1.965417E-01	4.363636E-02	3.384333E-01
-7.735859E-01	7.105619E-02	8.998380E-01
-8.030221E-01	-1.012474E-01	8.454009E-01

