

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR RICARDO FERRARI
DE MORAIS
COMISSÃO JULGADORA EM 17/06/2004

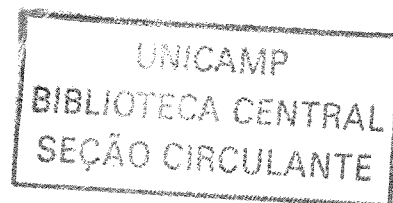
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

Estudo da Dinâmica das Transmissões Mecânicas por Trens de Engrenagens Planetárias

Autor: Ricardo Ferrari de Moraes
Orientador: Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini

06/04



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

Estudo da Dinâmica das Transmissões Mecânicas por Trens de Engrenagens Planetárias

Autor: Ricardo Ferrari de Moraes

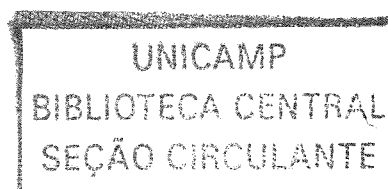
Orientador: Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini

Curso: Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto de Máquinas

Dissertação de mestrado acadêmico apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2004
S.P.- Brasil



NIDADE	3
CHAMADA	M792e
EX	
OMBO BC/	61538
ROC.	16-86-05
C	☐
D	☒
REÇO	11.00
ATA	03-1-05
CPD	

ibid: 340735

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M792e

Morais, Ricardo Ferrari de

Estudo da dinâmica das transmissões mecânicas por
trens de engrenagens planetárias / Ricardo Ferrari de
Morais. --Campinas, SP: [s.n.], 2004.

Orientador: Franco Giuseppe Dedini.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Modelagem. 2. Dispositivos de transmissão. 3.
Desempenho. I. Dedini, Franco Giuseppe. II.
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Engenharia Mecânica. III. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

Estudo da Dinâmica das Transmissões Mecânicas por Trens de Engrenagens Planetárias

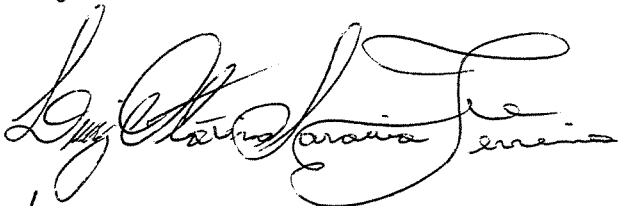
Autor: Ricardo Ferrari de Moraes

Orientador: Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini

200501412
Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini
DPM – FEM - Unicamp



Prof. Dr. Luiz Otávio Saraiva Ferreira
DMC – FEM - Unicamp



Prof. Dr. Marcelo Massarani
Escola Politécnica - USP



Campinas, 17 de junho de 2004

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

A meus pais por tudo.

Ao meu orientador, Franco Giuseppe Dedini, por abrir as portas necessárias.

Aos meus amigos Diego Melo King, Eduardo Paiva Okabe e Leonardo Jamil Lamana, por ouvirem minhas idéias.

A todos os Professores e colegas do Departamento de Projeto Mecânico, da Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, que ajudaram de foram direta ou indireta na conclusão deste trabalho.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

Eu não quero ter um futuro, eu quero ter um presente.
Robert Walser

Resumo

MORAIS, Ricardo Ferrari de, Estudo das Dinâmica das Transmissões Mecânicas por Trens de Engrenagens Planetárias, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2004. 99 p. Dissertação (Mestrado)

As transmissões veiculares são a forma de adaptar o torque fornecido pelo motor ao necessário para cada momento do percurso de um veículo. Dentre as várias formas possíveis de transmissões existentes estão os câmbios automáticos. Nas transmissões automáticas, os trens de engrenagens planetárias são componentes fundamentais. Esses mecanismos foram exaustivamente estudados ao longo dos anos. Seu estudo de forma combinada de dois ou mais conjuntos é recente e ainda incipiente. Este trabalho apresenta uma modelagem, dentre as possíveis, para a caixa Wilson. A caixa Wilson é uma das maneiras possíveis para a montagem de uma transmissão automática. Essa modelagem é feita com a equação de Lagrange. Uma vez feita a modelagem dinâmica é feita a modelagem do fluxo de torque. A modelagem permite a realização de simulações numéricas para a avaliação preliminar do modelo. A primeira simulação realizada forma um conjunto de dados que serve como parâmetro de comparação para os dados subseqüentes. Os resultados obtidos dessa simulação inicial apresentam são incoerentes com o esperado, desacelerações durante o acionamento das relações de transmissão. Nas simulações posteriores são realizadas variações nos parâmetros inicialmente impostos para o modelo sem carga. Essa variação de valores serve para perceber a necessidade da seleção correta dos parâmetros construtivos da transmissão e mostra, ainda, a necessidade de uma estratégia de controle para a obtenção de melhor desempenho da transmissão. Após a variação de parâmetros, partiu-se para a simulação utilizando dados realistas, cujos resultados foram qualitativamente próximos da realidade, aceleração durante o acionamento das relações de transmissão. A última etapa de simulação é a aplicação de uma carga à transmissão. Apesar de ser uma carga arbitrária, ela mostra que há uma influência significativa do carregamento no comportamento e no desempenho da transmissão.

Palavras-Chave

Modelagem, Transmissões, Desempenho

Abstract

MORAIS, Ricardo Ferrari de, Study of the Dynamic of Mechanical Transmissions using Planetary Gear Trains, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2004. 99 p. Dissertação (Mestrado).

Vehicular transmissions are the way to adapt the torque supplied by the engine to that required at each moment of the path of a vehicle. Automatic gearboxes are among several types of transmissions. Epicyclic Gear Trains, EGTs, are fundamental components of this kind of mechanical transmission. This kind of mechanism have been studied exhaustively trough the years. The study of two or more EGTs is very recent indeed. This work presents a model procedure of the Wilson gearbox. The Wilson gearbox is one in several ways to build combinations of EGTs in automatic gearbox. This modeling is done with the Lagrangean process. Once that the dynamic model was done it was time to model the torque flow across the transmission. Modelling allows the numerical simulations in order to have primary results of the model. The very first set of results was used as comparison parameter for the subsequent result sets. The results obtained in this initial simulation were not as expected deceleration while setting the gear ratios. Others simulations were done with variation on the values of the initially imposed parameters. Those variations are useful to know that a real need to do an appropriated selection of the constructive parameters of the transmissions. Other important result that was got from the parameter variation was to know that a control strategy is indicated to avoid some irregular behavior of the transmission. After the parameter variation realistic data are used. These data provide result that are expected, acceleration during the gear ratio setting. The last simulations done was that one were there was a loading applied to the transmission. It was an arbitrary loading, but it showed that there is a significant influence on the behavior and performance of the Wilson gearbox.

Key Words

Modeling, Transmissions, Performance

Índice

Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	vii
Nomenclatura	viii
1 Introdução	1
1.1 A Importância das Transmissões Mecânicas	2
2 Revisão Bibliográfica	5
3 Modelagem da Caixa Wilson	11
3.1 – O Conjunto Planetário	11
3.2 – A Caixa Wilson	12
3.3 – Modelagem Cinemática de um Planetário	16
3.4 – Modelagem Cinemática da Caixa Wilson	20
3.4.1 – Modelagem Cinemática da 1ª Relação de transmissão da Caixa Wilson	22
3.5 – Modelagem Dinâmica da Caixa Wilson	36
3.6 – Modelagem do Fluxo de Torque da Caixa Wilson	41
4 Simulação da Caixa Wilson	52
4.1 – Condições de Modelagem	52
4.2 – Simulação da Caixa Wilson não Sujeita a Carregamentos	55
4.3 – Simulação da Caixa Wilson sob a Ação de Carregamentos	78
4.4 - Simulação da Caixa Wilson com Inércias Realistas sem Carregamentos	84
4.5 - Simulação da Caixa Wilson com Inércias Realistas com Carregamentos	89
5 Análise de Resultados e Conclusões	99
5.1 – Análise de Resultados e Conclusões	99
5.2 – Propostas para Trabalhos Futuros	100
Referências Bibliográficas	101

Apêndice 1 – Modelagem Dinâmica da Caixa Wilson	106
Apêndice 2 – Solução do Sistema de Equações do Fluxo de Torque da Caixa Wilson	130
Apêndice 3 – Condições de Simulação e Listagem	140

Lista de Figuras

1.1 – Curva de torque no motor; curva de torque nas rodas.	2
1.2 – Representação dos carregamentos a que veículo é submetido durante o movimento.	3
1.3 – Demanda de torque nas rodas; curvas de demanda de torque no motor.	3
3. 2 - Trem planetário com três planetas.	11
3.2 - Componentes da caixa Wilson, e seu esquema construtivo, Arias-Paz (1958).	13
3.3 - (a) Engrenagem anular do planetário 1 (destaque); (b) Elementos de mesma velocidade da engrenagem destacada.	14
3.4 - (a) Engrenagem anular do planetário 2 (destaque); (b) Elementos de mesma velocidade da engrenagem destacada.	14
3.5 - (a) Engrenagem anular do planetário A (destaque); (b) Elementos de mesma velocidade da engrenagem destacada.	15
3.6 - (a) Acoplamento do eixo de entrada da transmissão à engrenagem solar do planetário A; (b) Elementos cujas rotações podem ser determinadas	15
3.7 - (a) Engrenagem anular do planetário R (destaque); (b) Elementos de mesma velocidade da engrenagem destacada.	16
3.8 – Diâmetros das engrenagens de um planetário.	16
3.9 - Relações de transmissão de um planetário em função da sua razão básica. (Adaptada de Amaral (2000)).	19
3.10 - Diagrama de fluxo de torque de um trem planetário.	42
3.11 - Diagrama do fluxo de torque da caixa Wilson de quatro velocidades.	46
4.1 – Curva de torque utilizada nas simulações.	53

4.2 – Forma gráfica do torque de frenagem das engrenagens, de Doughty (1988).	54
4.3 – Fluxograma do processo de simulação sem variação de parâmetros inicialmente estabelecidos.	55
4.4 – Variação da velocidade dos componentes de interesse durante o acionamento da primeira relação de transmissão.	56
4.5 – Variação da velocidade dos componentes de interesse durante o acionamento da segunda relação de transmissão.	57
4.6 – Variação da velocidade dos componentes de interesse durante o acionamento da terceira relação de transmissão.	58
4.7 – Variação da velocidade dos componentes de interesse durante o acionamento da quarta relação de transmissão.	59
4.8 – Fluxograma do processo de simulação com variação de parâmetros inicialmente estabelecidos.	61
4.9 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, para vários valores de momentos de inércia, durante o acionamento da primeira relação de transmissão.	62
4.10 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, para vários valores de momentos de inércia, durante o acionamento da segunda relação de transmissão.	63
4.11 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, para vários valores de momentos de inércia, durante o acionamento da terceira relação de transmissão.	64
4.12 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, para vários valores de momentos de inércia, durante o acionamento da quarta relação de transmissão.	65
4.13 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, com a rotação do motor limitada em 1500 rpm, durante o acionamento da primeira relação de transmissão.	66
4.14 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, com a rotação do motor limitada em 1500 rpm, durante o acionamento da segunda relação de transmissão.	67
4.15 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, com a rotação do motor limitada em 1500 rpm, durante o acionamento da terceira relação de transmissão.	68
4.16 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, com a rotação do motor limitada em 1500 rpm, durante o acionamento da quarta relação de transmissão.	69
4.17 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da primeira relação de transmissão com o tempo para obtenção do torque de frenagem máximo variando.	70
4.18 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da segunda relação de	71

transmissão com o tempo para obtenção do torque de frenagem máximo variando.	
4.19 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da terceira relação de transmissão, com o tempo para obtenção do torque de frenagem máximo variando.	72
4.20 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da quarta relação de transmissão com o tempo para obtenção do torque de frenagem máximo variando.	73
4.21 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da primeira relação de transmissão com o torque de frenagem máximo variando.	74
4.22 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da segunda relação de transmissão com o torque de frenagem máximo variando.	75
4.23 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da terceira relação de transmissão com o torque de frenagem máximo variando.	76
4.24 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da quarta relação de transmissão com o torque de frenagem máximo variando.	77
4.25 – Padrão de torque utilizado como carregamento nas simulações da caixa Wilson.	79
4.26 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com carregamento para a primeira relação de transmissão.	80
4.27 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com carregamento para a segunda relação de transmissão.	81
4.28 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com carregamento para a terceira relação de transmissão.	82
4.29 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com carregamento para a quarta relação de transmissão.	83
4.30 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais, para a primeira relação de transmissão.	85
4.31 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais, para a segunda relação de transmissão.	86
4.32 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais, para a terceira relação de transmissão.	87
4.33 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais, para a quarta relação de transmissão.	88
4.34 – Carregamento de perturbação ao acionamento das relações de transmissão.	89

4.35 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a primeira relação de transmissão.	90
4.36 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a segunda relação de transmissão.	91
4.37 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a terceira relação de transmissão.	92
4.38 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a quarta relação de transmissão.	93
4.39 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a primeira relação de transmissão.	94
4.40 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a segunda relação de transmissão.	95
4.41 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a terceira relação de transmissão.	96
4.42 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a quarta relação de transmissão.	97

Lista de Tabelas

3.1 - Relações de rotação para as várias montagens de um planetário.	18
3.2 - Conjuntos de elementos de mesma rotação.	21
3.3 - Relações usadas para descrever o sistema de dois graus de liberdade da primeira relação de transmissão.	26
3.4 - Relações usadas para descrever o sistema de um grau de liberdade da primeira relação de transmissão.	30
3.5 - Relações usadas para descrever o sistema de dois graus de liberdade da segunda relação de transmissão.	31
3.6 - Relações usadas para descrever o sistema de um grau de liberdade da segunda relação de transmissão.	31
3.7 - Relações usadas para descrever o sistema de dois graus de liberdade da terceira e quarta relações de transmissão.	32
3.8 - Relações usadas para descrever o sistema de um grau de liberdade da terceira relação de transmissão.	32
3.9 - Relações usadas para descrever o sistema de um grau de liberdade da quarta relação de transmissão.	33
3.10 - Relações usadas para descrever o sistema de dois graus de liberdade da relação de transmissão reversa.	33
3.11 - Relações usadas para descrever o sistema de um grau de liberdade da relação de transmissão reversa.	
4.1 – Propriedades numéricas da caixa Wilson simulada.	52
4.2 – Valores Aproximados para uma Caixa Wilson.	84

Nomenclatura

Letras Latinas

A – amplitude da função Δ	[N]
C – constantes de relação entre as rotações dos sistemas de 2 graus de liberdade da caixa Wilson	
D – constantes de relação entre as rotações dos sistemas de 1 grau de liberdade da caixa Wilson	
E – constantes de simplificação na modelagem dinâmica da CAS	
J – momento de inércia	[kgm ²]
L – bitola do eixo motriz da CAS	[m]
M – máximo torque de frenagem	[Nm]
N – número de dentes do componente, como expresso por Krstich (1995)	
Q – força aplicada na coordenada generalizada	[N]
R – relação de rotações de um planetário	
T – energia cinética ou torque dependendo do contexto	[J][Nm]
V – energia potencial ou velocidade conforme contexto	[Nm][m/s]
Z – número de dentes de uma engrenagem	
a – aceleração	[m/s ²]
b – razão básica de um planetário	
g – aceleração da gravidade	[m/s ²]
i – relação de transmissão de rotações	
k – curvatura de uma trajetória	[1/m]
m – módulo de uma engrenagem	
q – coordenada generalizada	
s – deslocamento	[m]
t – tempo	[s]
v – velocidade	[m/s]
x – direção x	
y – direção y	

Letras Gregas

Δ - função de carregamento imposto ao modelo	[N]
γ - fator de simplificação da modelagem do fluxo de torque da caixa Wilson	
ϕ - raio de rolagem de um veículo	[m]
ρ - raio de curvatura de uma trajetória	[m]

ω - rotação ou frequência de excitação da função Δ , conforme contexto	[rad/s]
τ - torque	[Nm]
ξ - relação básica de um planetário	
ψ - ângulo de tangente de uma trajetória	[rad]

Sobrescritos

A – engrenagem anular de um trem planetário
 B – braço dos planetas de um trem planetário
 S – engrenagem solar de um trem planetário
 nc – não conservativo

Subscritos

X1 – componente X do planetário 1 da caixa Wilson
 X2 – componente X do planetário 2 da caixa Wilson
 XA – componente X do planetário A da caixa Wilson
 XR – componente X do planetário R da caixa Wilson
 1 – planetário 1 da caixa Wilson
 2 – planetário 2 da caixa Wilson
 A – engrenagem anular de um trem planetário ou planetário A da caixa Wilson, conforme contexto
 B – braço dos planetas de um trem planetário
 CO – porção de saída da embreagem da caixa Wilson
 D – roda direita da CAS
 E – roda esquerda da CAS
 P – planeta de um trem planetário
 R – planetário R da caixa Wilson
 S – engrenagem solar de um trem planetário
 i – componente i
 in – eixo de entrada de uma transmissão
 j – coordenada generalizada j ou componente j conforme o contexto
 k – componente k de um trem planetário
 out – eixo de saída de uma transmissão
 rest – resistivo
 vx – deslocamento progressivo de um veículo
 vy – deslocamento lateral de um veículo
 x – componente x de um trem planetário
 y – componente y de um trem planetário
 z – componente z de um trem planetário

Abreviações

CAS – carroça apontadora do sul
 TEP – trem de engrenagens planetárias

Capítulo 1

Introdução

As transmissões planetárias são conhecidas a pelo menos 46 séculos, como pode ser verificado no trabalho de Hsieh et al. (1996b). Essas transmissões compostas um conjunto de engrenagens epicicloidais, ou de vários conjuntos, proporcionam um intervalo de relações de transmissão praticamente ilimitado. Existem várias aplicações para as transmissões planetárias, principalmente dentro das áreas de engenharia automobilística e aeroespacial. Além dessas, pode-se destacar a utilização de planetários em máquinas de pequeno porte e de uso doméstico, como: batedeiras de cozinha e lavadoras de roupas. Esse tipo de redução por engrenagens pode assumir várias funções, como a de mecanismo diferencial, distribuidor de potência ou somador. Além de suas diversas funções, estas transmissões apresentam uma larga gama de formas construtivas, o que as torna extremamente versáteis.

O que se obtém nesse trabalho é uma metodologia que permite sistematizar a modelagem dinâmica dos conjuntos de transmissão por engrenagens epicicloidais, compostos por múltiplos trens de engrenagens planetárias. Atualmente não há um processo similar registrado na literatura. Ele pode melhorar a compreensão desse tipo de sistema e promover mudanças nos conceitos aplicados no processo de projeto das transmissões automotivas automáticas.

Nesta introdução é feita uma breve explicação da importância das transmissões mecânicas. No Capítulo 2 é feita a revisão bibliográfica sobre as transmissões epicicloidais, consistindo em um resumo da literatura publicada sobre as engrenagens planetárias. No Capítulo 3 é mostrado o desenvolvimento da modelagem dinâmica de trens de engrenagens planetárias realizado neste trabalho. Os resultados das simulações são mostrados no Capítulo 4, realizadas em várias

situações sem e com carregamento e com variações em alguns parâmetros construtivos e de projetos. As conclusões desse trabalho são apresentadas no Capítulo 5, assim como sugestões que podem complementar o tema aqui tratado.

1.1 A Importância das Transmissões Mecânicas

Quando se fala em transmissão mecânica logo vem a mente o câmbio automotivo. Esse equipamento é utilizado nos automóveis para possibilitar o aumento de velocidade, ou adequar o regime do motor à condição de velocidade, do carro. O que um câmbio faz é adaptar o torque desenvolvido no motor às condições imediatas de utilização. Em câmbio de cinco relações de transmissão a curva de torque do motor, como mostrado pela Figura 1.1, parte “a”, pode ser qualquer uma das cinco curvas de torque nas rodas, como mostrado na Figura 1.1, na parte “b”.

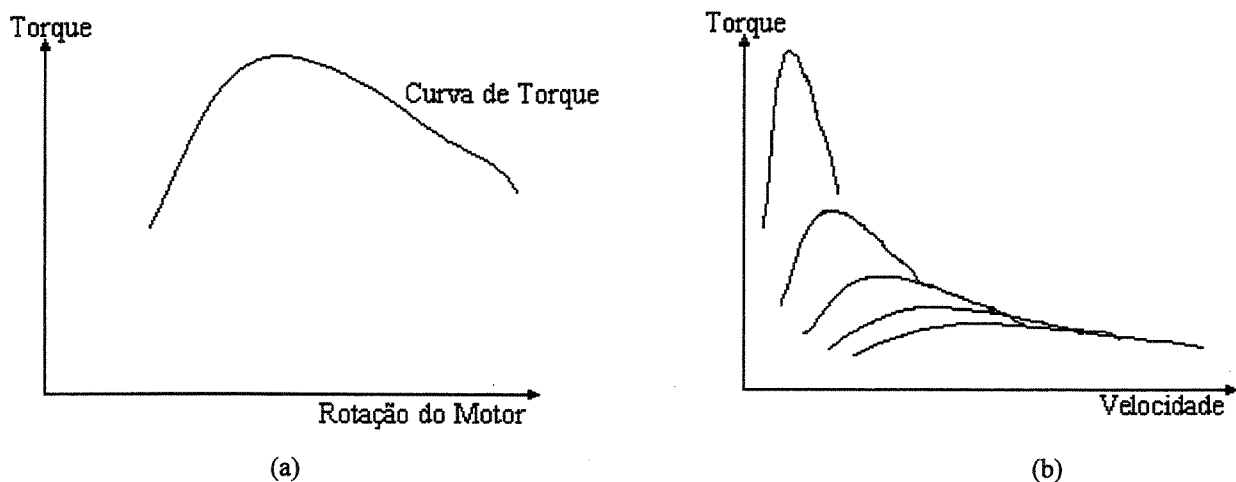


Figura 1.1 – Curva de torque no motor; curva de torque nas rodas.

A adaptação de torque é necessária porque o torque do motor, geralmente, não é suficiente para suprir a demanda imposta pelo movimento. Essa demanda vem dos três principais carregamentos a que um veículo está submetido: o arrasto aerodinâmico, a resistência de rolagem no contato pneu-piso, e a resistência à subida, quando for caso de movimento em aclives. A Figura 1.2 mostra a representação vetorial simplificada dos carregamentos.

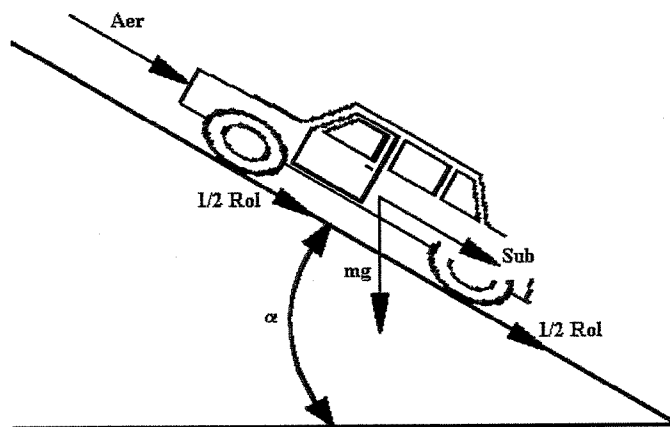


Figura 1.2 – Representação dos carregamentos a que veículo é submetido durante o movimento.

Na Figura 1.1 Aer significa o vetor resultante da resistência aerodinâmica, Rol os vetores de resistência ao rolamento, um para cada eixo, e Sub o vetor de resistência à subida. A Figura 1.3, na parte “a” mostra a curva de demanda em função da velocidade. A parte “b” da Figura 1.3 mostra as curvas de demanda de torque no motor.

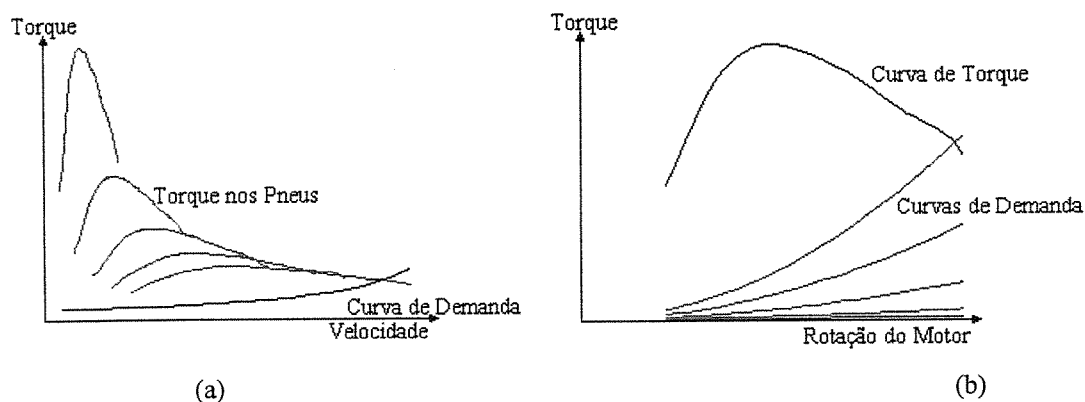


Figura 1.3 – Demanda de torque nas rodas; curvas de demanda de torque no motor.

A demanda de torque é função da velocidade, como descreve Moraes (2001). Assim há só uma curva de demanda nas rodas. Da mesma forma que uma curva de torque no motor pode ser transformada em cinco curvas de torque nas rodas, como no exemplo citado anteriormente, uma curva de demanda nas rodas pode ser transformada em cinco curvas de demanda no motor.

O que se percebe observando as curvas de demanda é que uma relação de transmissão mais alta não consegue suprir a necessidade de torque em baixas velocidades, apesar de a demanda ser a menor possível. Isso acontece porque o regime do motor para essas velocidades ficaria em uma rotação menor que a mínima possível para funcionamento. Assim uma relação de transmissão que permita menores velocidades dentro da faixa de rotações do motor se faz necessária. Essa relação de transmissão permitirá baixas velocidades nas rodas, mas um torque disponível maior. Esse torque é tão maior que a demanda que permite rápidas acelerações, quando comparado com as relações de transmissão mais altas.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Existem diversos artigos que tratam das transmissões epicicloidais. Alguns discorrem sobre a dinâmica dos planetários isoladamente, considerando apenas uma entrada e uma saída. Outros falam sobre a cinemática dos trens de engrenagens, mas sem considerar a dinâmica. O estudo dessa família de engrenamentos é um campo vasto e relativamente inexplorado. Pode-se dizer que ainda está em seus estágios iniciais.

Sanger (1972) mostra que a potência transmitida pode ser expressa em função das relações de velocidades de rotação. O resultado obtido é aplicado a uma montagem específica para se determinar qual é o fluxo de potência dentro do sistema. O fluxo de potência em um planetário tem seu estudo continuado por Pennestri et al. (1993). Um método é investigado para a análise do fluxo de potência e das forças estáticas nas transmissões epicicloidais. O método utilizado tem algumas similaridades com algoritmos para análise cinemática. Além do método, são apresentados resultados numéricos.

A síntese de transmissões que utilizam planetários é objeto do trabalho de vários autores. Os sistemas por eles apresentados são, em geral, compostos por planetários e um outro mecanismo de transmissão de potência. Muller (1981) parte do princípio que uma transmissão composta por qualquer transmissão variável e por um planetário pode fornecer qualquer relação de transmissão desejada. Nesses princípios, o trabalho descreve um método padronizado para projetar e otimizar tais transmissões.

Vários autores utilizam grafos para a elaboração de metodologias de síntese de planetários cujas propriedades transmissão de torque e rotação são semelhantes, porém de diversas formas construtivas. Kim et al. (1990) introduzem um método para a síntese de transmissões epicicloidais. O método usado utiliza a teoria dos grafos para a obtenção de conjuntos epicicloidais não-isomórficos. Hsu (1994) apresenta uma forma de identificar isomorfismos de deslocamentos em trens de engrenagens planetárias. Nesse trabalho, é feita uma representação por grafos da rotação e do deslocamento de cada engrenagem de um planetário, para que seja realizada a caracterização da sua estrutura cinemática. Para cada transmissão é proposta uma representação matemática, ou Código Estrutural. Comparando-se Códigos Estruturais pode-se identificar os planetários isomórficos de forma precisa. Yan et al. (1994) fazem um estudo específico a respeito dos planetários diferenciais automotivos. Esse estudo está baseado em grafos que representam o comportamento cinemático de cada montagem. O resultado é a formação de um atlas de possíveis montagens que cumpram com a função desejada.

A variabilidade da necessidade de planetários é tão grande, que eles podem atender demandas de torque tão diferentes quanto uma bicicleta e um carro. Hsu et al. (1998) mostram em seu estudo as transmissões para ciclismo com várias velocidades utilizando os trens de engrenagens epicicloidais. Há a obtenção de todas as transmissões por planetários possíveis, que dão as relações de transmissão desejadas. A partir daí, são feitos estudos cinemáticos e de eficiência para cada uma dessas transmissões. O resultado é um atlas de transmissões planetárias com oito ligações cada. Sheu et al. (1996) mostram o desenvolvimento de uma transmissão híbrida para motocicletas. Essa transmissão envolve a aplicação em série de uma transmissão continuamente variável de polias expansoras com uma engrenagem epicicloidal. O resultado final é um projeto que prova a validade do conceito apresentado. Hsu (1999) elabora uma metodologia sistemática para a elaboração de um atlas contendo as transmissões planetárias para veículos com câmbios automáticos. Inicialmente são apresentados os requerimentos básicos para um trem planetário. O procedimento sistemático é baseado nesses requerimentos e na representação por grafos. Por fim o atlas é obtido a partir desse procedimento. Hsieh et al. (1996c) introduzem uma metodologia para o projeto de diferenciais para veículos de tração integral.

Willis Jr. (1982) cita o professor Derek Price, para mostrar que mesmo entre a comunidade dos engenheiros são poucos os que compreendem o funcionamento dos trens epicicloidais:

“Com a minha experiência é difícil, mesmo atualmente, explicar a teoria dessas engrenagens àquelas pessoas familiares com aparatos mecânicos e elétricos.”

Ainda nesse trabalho foi desenvolvido um estudo sobre as relações de velocidade em um trem de engrenagens epicicloidais. Nesse estudo, procurou-se desenvolver um método genérico para a modelagem de engrenagens epicicloidais, pois naquele momento não havia procedimento simples para realizar tal modelagem. O trabalho foi limitado a um planetário somente. Um desenvolvimento foi apresentado por Cleghorn et al. (1987), que tratam de conjuntos de múltiplos planetários. É apresentado um algoritmo para análise cinemática de transmissões epicicloidais. As rotações de cada componente, bem como a relação de transmissão entre dois componentes, são calculadas a partir das velocidades de entrada, do número de dentes de cada componente e das interligações entre as engrenagens.

Dedini (1985) em sua dissertação de mestrado trata de sistemas epicicloidais. Nesses sistemas, não são usados engrenamentos e sim rolos de tração. O estudo desse sistema envolve a análise da lubrificação, pois apenas certos tipos de óleo suportam as pressões geradas no contato entre as superfícies. Os planetários apresentados não se limitam ao formato tradicional, com uma engrenagem solar, uma anular e uma carreira de planetas, mas várias carreiras de planetas.

Griffin (1985) descreve em seu trabalho algumas características dos ônibus espaciais norte-americanos. Neles, transmissões planetárias são utilizadas em atuadores das mais diversas funções. Os planetários estão presentes nas formas de diferenciais, com engrenagens cônicas, o que permite que dois motores atuem de forma paralela, aumentando a confiabilidade do equipamento, e, na forma planar, com engrenagens solar, anular e planetas. A forma planar possibilita que haja uma atuação manual, em caso de falha de ambos os motores.

A. M. Krstich estudou diversos aspectos dos planetários. Krstich (1987) determina as expressões para as eficiências dos engrenamentos planetários em transmissões automáticas. Essas

expressões são um passo intermediário na obtenção de uma equação geral de torque para engrenagens epicicloidais. Krstich (1988) mostra como determinar as velocidades de rotação absolutas para vários tipos de engrenagens planetárias. Nesse trabalho, foram determinadas as equações para engrenagens cônicas e cilíndricas, de dentes retos e helicoidais e arranjos simples e complexos. Krstich (1990) mostra os tipos de conexões cinemáticas existentes em transmissões que utilizam vários trens de engrenagens planetárias. Além de enumerar os tipos de conexão, há a determinação das equações de cada tipo de conexão. Krstich (1994) apresenta equações para o cálculo de torque, momentos, e relações de transmissão para qualquer tipo de transmissão de engrenamentos, incluídos os planetários. Krstich (1995) mostra um método universal para a determinação das relações de transmissão de uma transmissão composta por trens de engrenagens planetárias acoplados.

O aspecto histórico dos trens de engrenagens planetárias é mostrado por G. White em uma série de artigos. Esses artigos tratam das diversas formas de utilização de planetários entre o Século XVI e o Século XIX. White (1987) apura a utilização de tais transmissões em equipamentos para produção de fios e cordas. O movimento dos planetas aliado a um movimento axial da corda possibilitam que seja obtida uma malha uniforme e de qualidade superior à produzida manualmente. White (1988) trata da utilização das engrenagens epicicloidais nos primeiros motores a vapor. Os planetários foram utilizados por James Watt, como forma de se obter um movimento de rotação a partir do movimento alternado obtido na máquina a vapor. Vale ressaltar que o verdadeiro autor dessa idéia foi William Murdock. White (1989) descreve e formula matematicamente as primeiras transmissões epicicloidais destinadas à ampliação do torque disponibilizado por um equipamento motriz. Essas transmissões foram vistas inicialmente em sistemas de polias para içamento de cargas e em moinhos de vento. White (1994a) e White (1994b) mostram como o desenvolvimento de planetários foi influenciado pelo aumento na capacidade de içamento de carga de guindastes de tração humana. Esses trabalhos mostram também como esse tipo de mecanismo é utilizado atualmente.

Hsieh et al. (1992) apresentam uma forma genérica de se determinar as relações cinemáticas para qualquer tipo de trem de engrenagens epicicloidais. Para a obtenção desse

procedimento utilizou-se o conceito de circuito fundamental, que é definido como que contém apenas um para engrenado.

A teoria de grafos pode ser usada para a análise de planetários, além dos métodos de síntese, mencionados anteriormente. Hsu (1992) mostra a aplicação de grafos para representação eficiente de engrenagens planetárias simples ou compostas. A representação eficiente refere-se à obtenção das equações de movimento de forma direta, sem a necessidade de equacionamento intermediário. A representação apresentada pode ser aplicada a qualquer trem planetário diferencial, sabendo apenas a relação de transmissão das engrenagens em contato. Hsieh et al. (1996a) apresentam uma nova metodologia para efetuar a análise de relações de transmissão nas transmissões epicicloidais. É feita uma investigação das características cinemáticas de cada modo de funcionamento. O método leva a um cálculo automático das relações de transmissão sem a necessidade de um software de manipulação matemática. A desvantagem dos grafos é que eles tratam somente da cinemática, deixando uma lacuna que é o estudo do comportamento dos planetários.

A análise dinâmica de um planetário pode ser executada utilizando-se um método de representação matricial dos planetários, como mostram Tian et al. (1997). Os autores apresentam um sistema matricial para análise cinemática e dinâmica dos trens de engrenagens epicicloidais. Ao invés de se analisar porções isoladas da transmissão optou-se por se estudar o conjunto completo. O procedimento utilizado é padronizado para torná-lo promissor e adequado para análises computacionais de transmissões planetárias computacionais.

A modelagem da dinâmica interna de um planetário está bem fundamentada. Kahraman (1994) mostra um modelo tridimensional do comportamento dinâmico de um trem de engrenagens planetárias. Esse modelo leva em conta os seis movimentos possíveis de um corpo rígido para as engrenagens e os braços de ligação. O trabalho anterior teve continuidade em pesquisas de outros autores, como Saada et al. (1995) que apresentam um modelo para os trens planetários cujo objetivo é determinar as frequências críticas para a sua utilização. Para isso, os deslocamentos generalizados de torsão, flexão e axiais de cada componente. Velez et al. (1996) elaboram um modelo tridimensional para determinar os carregamentos nos dentes das

engrenagens. É feita a comparação de resultados entre as velocidades críticas locais, que são as de cada componente, e globais, que são as dos contatos dos planetas com a engrenagem anular ou solar. Por fim, mostra-se que a rigidez tem grande influência nos carregamentos dos dentes. Parker et al. (2000) apresentam uma análise dinâmica de transmissões para helicópteros utilizando o método dos elementos finitos. Esse estudo é feito para uma grande gama de velocidades e torques de operação e também é feito com uma metodologia que admite uma representação precisa da geometria dos dentes e das forças de contato, parâmetros cruciais na dinâmica de engrenagens. Esses trabalhos mostram o comportamento de um planetário somente. Neles não há o estudo dos efeitos da associação de dois ou mais planetários.

Kurihara et al. (1998) e Becker et al. (2003) mostram em seus trabalhos softwares que auxiliam na elaboração de engrenagens planetárias. No primeiro caso, as construções apresentadas limitam-se a um só trem, enquanto o trabalho mais recente fornece a possibilidade de se obter a síntese de uma transmissão formada por dois trens de engrenagens planetárias.

Amaral (2000), em sua tese de doutorado, elabora uma metodologia para a seleção de trens de engrenagens epicicloidais, conforme as exigências do usuário e algumas das possíveis limitações.

Van Druten (2001) apresenta um projeto de uma transmissão que minimizaria os efeitos de inércia durante a aceleração e desaceleração de um veículo. A transmissão é composta por uma CVT, do inglês *continuously variable transmission*, de polias expansoras. Cada polia é associada a um elemento de um planetário, engrenagem solar, anular ou braço dos planetas. O elemento restante é ligado a um volante de inércia que acumula a energia durante a desaceleração e a libera durante a aceleração, fazendo que a inércia dos componentes tenha um papel menor na aceleração.

Percebe-se que as transmissões planetárias foram, e continuam sendo, mecanismos de grande interesse para pesquisadores. O fato de serem parte das atuais transmissões automáticas as torna de grande interesse para a indústria automotiva.

Capítulo 3

Modelagem da Caixa Wilson

Este capítulo inicia-se com a explicação do funcionamento de um único planetário. A partir daí, pode-se modelar transmissões formadas por conjuntos epicicloidais. Inicialmente, é feita uma apresentação do funcionamento básico da caixa de engrenagens. A modelagem começa com a descrição da cinemática da caixa Wilson. Com o conjunto de equações cinemáticas obtidas, parte-se para a modelagem da dinâmica da transmissão. Por fim, modela-se o fluxo de torque pela caixa Wilson.

3.1 O Conjunto Planetário

A Figura 3.1 mostra um esquema de um planetário simples.

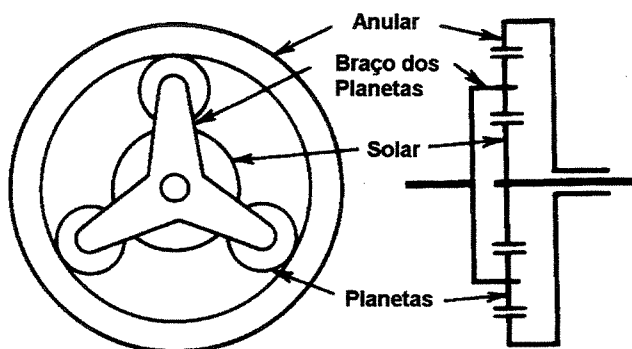


Figura 3. 1 - Trem planetário com três planetas.

A Figura 3.1 mostra uma possível montagem de um trem epicicloidal simples. Nela, estão representados os principais componentes de um planetário: a engrenagem solar, a engrenagem anular, as engrenagens planetas e o braço de união dos planetas. As engrenagens solar e anular têm como função ser o elemento de entrada ou de saída da transmissão ou de controle da relação de transmissão do conjunto. Os planetas servem como elemento de ligação entre a solar e a anular. O braço de ligação dos planetas tem as mesmas funções da solar e da anular, porém ele restringe a rotação dos planetas em torno do eixo central da transmissão.

Considerando-se que um dos componentes está funcionando como o elemento de entrada de rotação na transmissão, ele estará diretamente ligado ao eixo motriz da transmissão, que pode ser o eixo de um motor. Caso a condição de funcionamento de outro componente seja a rotação de saída da transmissão, então ele estará diretamente ligado ao eixo de entrada do equipamento acionado, ou uma carga, que, por exemplo, seria o rotor de uma bomba centrífuga. Os dois componentes citados, que servem como elementos de entrada e de saída, podem ser, por exemplo, as engrenagens solar e anular. Nesse caso, o braço de ligação dos planetas seria freado para que ele não tenha rotação em torno do eixo central de transmissão. Nesse exemplo, os planetas continuam livres para terem um movimento de rotação em torno do eixo próprio, pois esse é o único movimento que não pode ser freado sob pena de não haver funcionamento da transmissão. A relação de transmissão final depende da combinação de elementos de entrada, de saída e de controle. Essas relações são explicitadas ainda neste capítulo.

3.2 A Caixa Wilson

A caixa de transmissão Wilson foi escolhida por ser amplamente conhecida. Aparentemente, foi criada em 1932 por Walter Gordon Wilson, uma breve biografia é apresentada a seguir. Sua descrição pode ter sido realizada em seu livro chamado “Epicyclic Gearing”, Railcar (2003).

W. G. Wilson, nascido em 1874 na Irlanda, começou sua carreira como cadete naval no Britannia. Graduou-se em engenharia mecânica no King’s College, Cambridge, no final do Século XIX. Fundou com Percy Pilcher uma pequena empresa para o desenvolvimento de

motores aeronáuticos. Entretanto o projeto foi abandonado em 1899. Ainda nessa mesma empresa, ele criou o carro Wilson-Pilcher, que já contava com engrenagens epicicloidais. A partir de 1904, juntou-se à Armstrong-Whitworth Company, onde desenhou outro carro. Nessa época, começou o seu envolvimento com a indústria militar britânica; seu principal projeto foi o caminhão Hallford, largamente usado pelo exército britânico durante a Primeira Guerra Mundial. Após a guerra, Wilson voltou a formar uma empresa própria, a Self-Changing Gears Ltd., em Coventry. Nessa empresa, foi criada a caixa aqui descrita. Walter Gordon Wilson morreu em 1957 em Itchen Abbas, próximo a Winchester, RTE (2003).

O acionamento de cada relação de transmissão é feito com a frenagem, até o repouso, de anéis externos que se ligam a certas engrenagens, como será mostrado posteriormente. Cada uma dessas frenagens, após a obtenção de um regime permanente de operação, está relacionada a uma relação de transmissão característica.

A Figura 3.2 mostra a caixa Wilson esquematicamente, indicando cada um dos seus planetários, e os elementos cuja velocidade angular é igual. Mostra, também, um dos possíveis esquemas construtivos. Nesse esquema, o eixo de entrada está a direita e o de saída a esquerda, os outros componentes acompanham a inversão. O detalhamento desses conjuntos de componentes é mostrado a seguir.

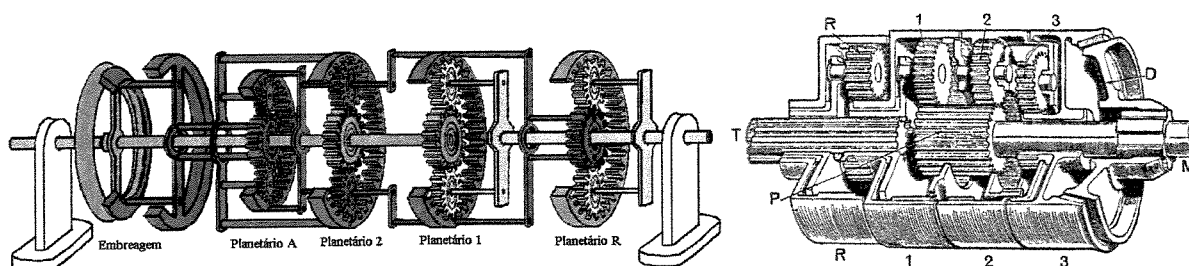


Figura 3.2 - Componentes da caixa Wilson, e seu esquema construtivo, Arias-Paz (1958).

No caso da primeira relação de transmissão, o elemento a ser freado é a engrenagem anular do planetário 1. A Figura 3.3 (a) mostra o componente onde a frenagem estabelece a relação de transmissão final; a Figura 3.3 (b) indica também quais são os outros elementos que estão associados à engrenagem anular do planetário 1.

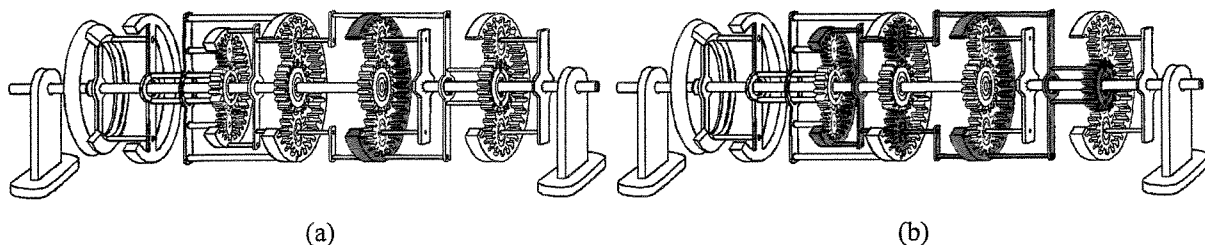


Figura 3.3 - (a) Engrenagem anular do planetário 1 (destaque); (b) Elementos de mesma velocidade da engrenagem destacada.

O procedimento de troca de relação de transmissão, da primeira para a segunda, é feita com a liberação da engrenagem anular do planetário 1 e frenagem da engrenagem anular do planetário 2. A Figura 3.4 (a) destaca o elemento freado para estabelecer a segunda relação de transmissão; a Figura 3.4 (b) ilustra quais são os elementos cujas velocidades angulares estão associadas à engrenagem anular do planetário 2, além de mostrar quais são os componentes que estão associados às engrenagens que, quando freadas, caracterizam as duas primeiras relações de transmissão conhecidas.

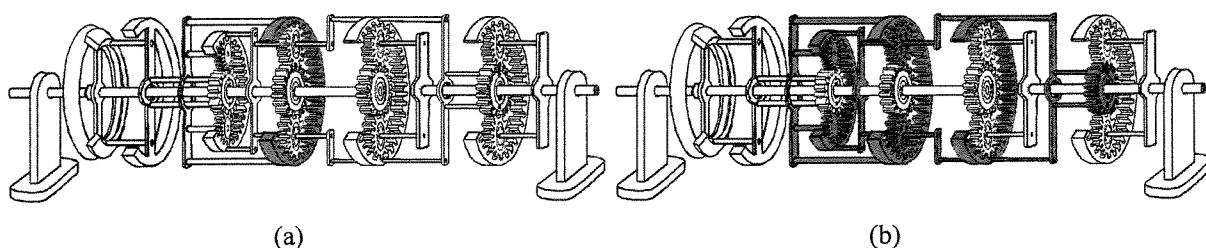


Figura 3.4 - (a) Engrenagem anular do planetário 2 (destaque); (b) Elementos cuja velocidade angular pode ser determinada com apenas um valor conhecido de cada conjunto destacado.

A troca para a terceira relação de transmissão se dá, novamente, pela liberação do elemento freado e pela frenagem de uma outra engrenagem. No caso da terceira relação de transmissão, essa engrenagem é a solar do planetário A. A Figura 3.5 (a) mostra qual engrenagem é freada para a caracterização da terceira relação de transmissão; a Figura 3.5 (b) mostra todos os elementos que têm os valores de velocidade de rotação iguais aos dos componentes que caracterizam as três primeiras relações de transmissão.

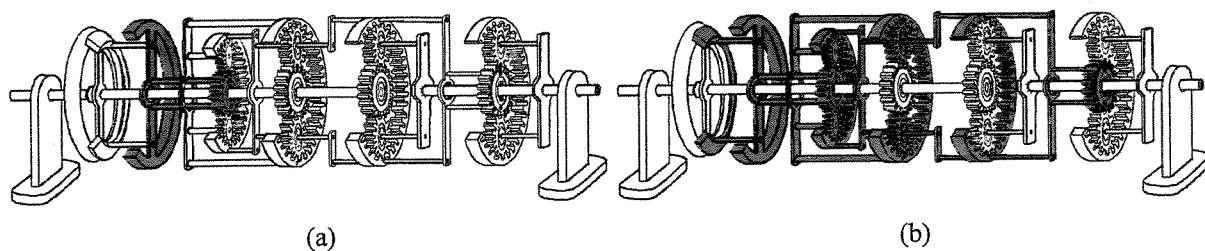


Figura 3.5 - (a) Engrenagem solar do planetário A, e tambor de freio associado (destaque); (b) Elementos cuja velocidade angular pode ser determinada com apenas um valor conhecido de cada conjunto destacado.

A quarta relação de transmissão é obtida com a liberação da engrenagem solar do planetário A, estando nesse momento em repouso, mas acoplando essa mesma engrenagem ao eixo de entrada através de uma embreagem. Nesse caso, a engrenagem solar do planetário A tem a mesma rotação do eixo de entrada, e não está em repouso como no caso da terceira relação de transmissão. A Figura 3.6 (a) destaca o acoplamento entre o eixo de entrada e a engrenagem solar do planetário A; a Figura 3.6 (b) acrescenta as velocidades de rotação dos elementos associados ao eixo de entrada da transmissão ao conjunto já conhecido de rotações.

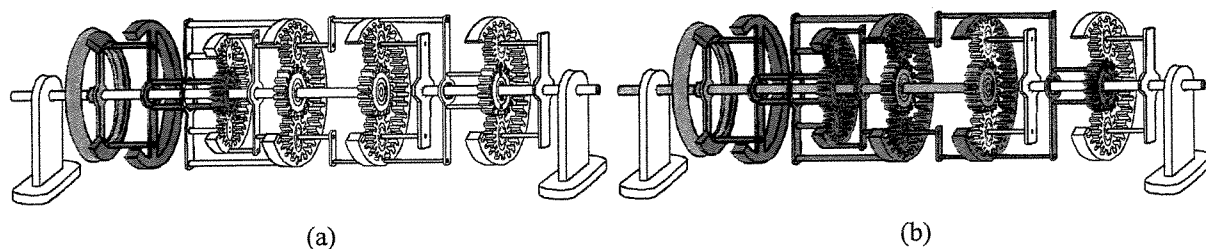


Figura 3.6 - (a) Acoplamento do eixo de entrada da transmissão à engrenagem solar do planetário A; (b) Elementos cujas rotações podem ser determinadas.

Tanto a terceira quanto a quarta relações de transmissão são obtidas através da determinação da rotação da mesma engrenagem, solar do planetário A, mas as relações entre as rotações dos eixos de entrada e de saída são diferentes, como será mostrado mais adiante.

Para a completa descrição da caixa Wilson de quatro relações de transmissão falta detalhar o funcionamento da relação de transmissão reversa. O procedimento de acionamento dessa relação de transmissão assemelha-se com o da primeira: estando o eixo de saída em repouso é necessário que se freie a engrenagem anular do planetário R. Quando este elemento estiver em repouso, tem-se a relação de transmissão completamente estabelecida. A Figura 3.7 (a) mostra o

componente acionado, engrenagem anular do planetário R; e a Figura 3.7 (b) mostra a completa descrição dos componentes de mesma velocidade.

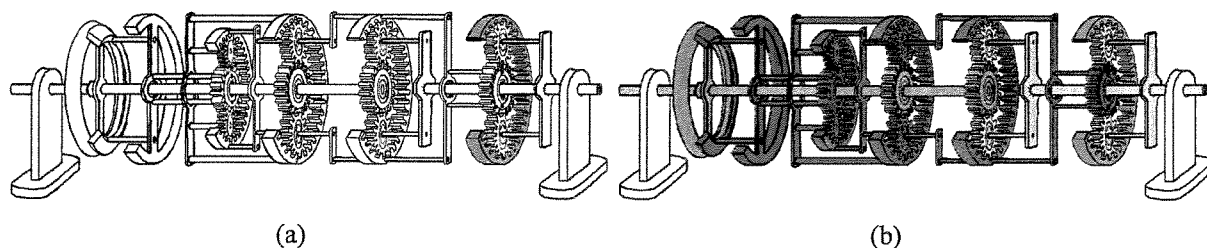


Figura 3.7 - (a) Engrenagem anular do planetário R (destaque); (b) Elementos cujas rotações são as mesmas.

A Figura 3.7 (b) destaca o eixo de saída e os elementos a ele associados, pois esses componentes não estão associados a qualquer componente que estabeleça uma das cinco relações de transmissão.

3.3 Modelagem Cinemática de um Planetário

Duas relações entre os números de dentes estão presentes em todos os planetários simples. Um planetário simples tem a seguinte relação construtiva:

$$Z_P = \frac{Z_A - Z_S}{2} \quad (3.1)$$

Onde Z_P , Z_A e Z_S são, respectivamente, o número de dentes dos planetas, da engrenagem anular e da engrenagem solar. A obtenção da Equação (3.1) é mostrada a seguir.

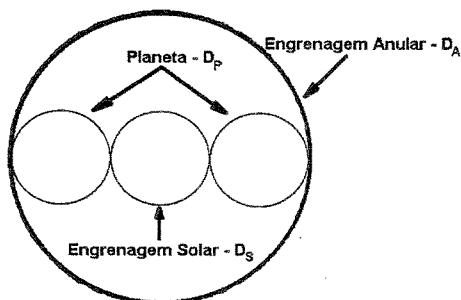


Figura 3.8 – Diâmetros das engrenagens de um planetário.

O diâmetro primitivo da engrenagem anular é igual à soma dos diâmetros primitivos das engrenagens solar e dos dois planetas, ou como mostrado na equação a seguir.

$$D_A = D_S + 2D_P$$

Sabendo que o módulo da engrenagem é a razão entre o diâmetro primitivo da engrenagem pelo número de dentes, ou:

$$M = \frac{D}{Z}$$

chega-se a:

$$M_A \cdot Z_A = M_S Z_S + 2 \cdot M_P \cdot Z_P$$

Para que haja o correto engrenamento no planetário, é necessário que o valor de todos os módulos das engrenagens seja igual, e com isso, no caso um planetário corretamente calculado, pode-se desconsiderar o módulo. Com uma simples manipulação algébrica, chega-se à Equação (3.1). Esta equação é válida para planetários planos, onde o planeta engrena simultaneamente na engrenagem solar e na anular.

Uma relação fundamental dos planetários é conhecida como razão básica, b . A relação básica de um planetário é um número que o caracteriza. Ela é usada para simplificar a modelagem da caixa Wilson. O valor de b para cada planetário é dada por:

$$b = -\frac{Z_S}{Z_A} \quad (3.2)$$

Essa razão estabelece uma relação entre os diâmetros das engrenagens solar e anular. Em teoria, o valor de b pode variar entre -1 , quando ambas as engrenagens têm o mesmo diâmetro e

os planetas têm diâmetro nulo, e 0, que é o caso onde a engrenagem solar passa a ter diâmetro nulo e os planetas têm o diâmetro igual ao raio da engrenagem solar. Para situações práticas, o valor de b costuma estar entre $-1/3$ e $-2/3$.

Tabela 3.1 - Relações de rotação para as várias montagens de um planetário.

Caso	Rotação de Cada Elemento	Relações de Rotação
1	$\omega_B=0$, $\omega_S=?$ (saída), $\omega_A=\omega_m$ (entrada)	$R_{A,S}^B = \frac{\omega_A - \omega_B}{\omega_S - \omega_B} = b$
2	$\omega_B=0$, $\omega_A=?$ (saída), $\omega_S=\omega_m$ (entrada)	$R_{S,A}^B = \frac{\omega_S - \omega_B}{\omega_A - \omega_B} = \frac{1}{b}$
3	$\omega_S=0$, $\omega_B=?$ (saída), $\omega_A=\omega_m$ (entrada)	$R_{A,B}^S = \frac{\omega_A - \omega_S}{\omega_B - \omega_S} = 1 - b$
4	$\omega_S=0$, $\omega_A=?$ (saída), $\omega_B=\omega_m$ (entrada)	$R_{B,A}^S = \frac{\omega_B - \omega_S}{\omega_A - \omega_S} = \frac{1}{1 - b}$
5	$\omega_A=0$, $\omega_S=?$ (saída), $\omega_B=\omega_m$ (entrada)	$R_{S,B}^A = \frac{\omega_S - \omega_A}{\omega_B - \omega_A} = \frac{b - 1}{b}$
6	$\omega_A=0$, $\omega_S=?$ (saída), $\omega_B=\omega_m$ (entrada)	$R_{B,S}^A = \frac{\omega_B - \omega_A}{\omega_S - \omega_A} = \frac{b}{b - 1}$

Uma vez estabelecido o valor de b para o planetário, deseja-se conhecer todos os valores de suas rotações. Para se determinar esses valores, é necessário saber que, geralmente, um dos elementos que constituem o planetário é mantido estático, pode ser a engrenagem solar, a anular ou o braço que une os planetas. Outra característica é que ambos os elementos móveis podem ser considerados como entrada ou saída. Uma série de relações, seis no total, sobre o comportamento das rotações foi apresentada por Amaral (2000). Na Tabela 3.1 essas relações são reproduzidas. Nessa tabela R é a relação de rotação dos componentes do planetário. Cada relação é identificada pelos índices A, B e S, que significam, respectivamente, a engrenagem anular, o braço dos planetas e a engrenagem solar. O elemento superior indica qual é o elemento de referência para determinação de R . Nos casos 1 e 2 esse elemento de referência é o braço dos planetas, no 3 e 4 a engrenagem solar, e nos casos 5 e 6 a anular.

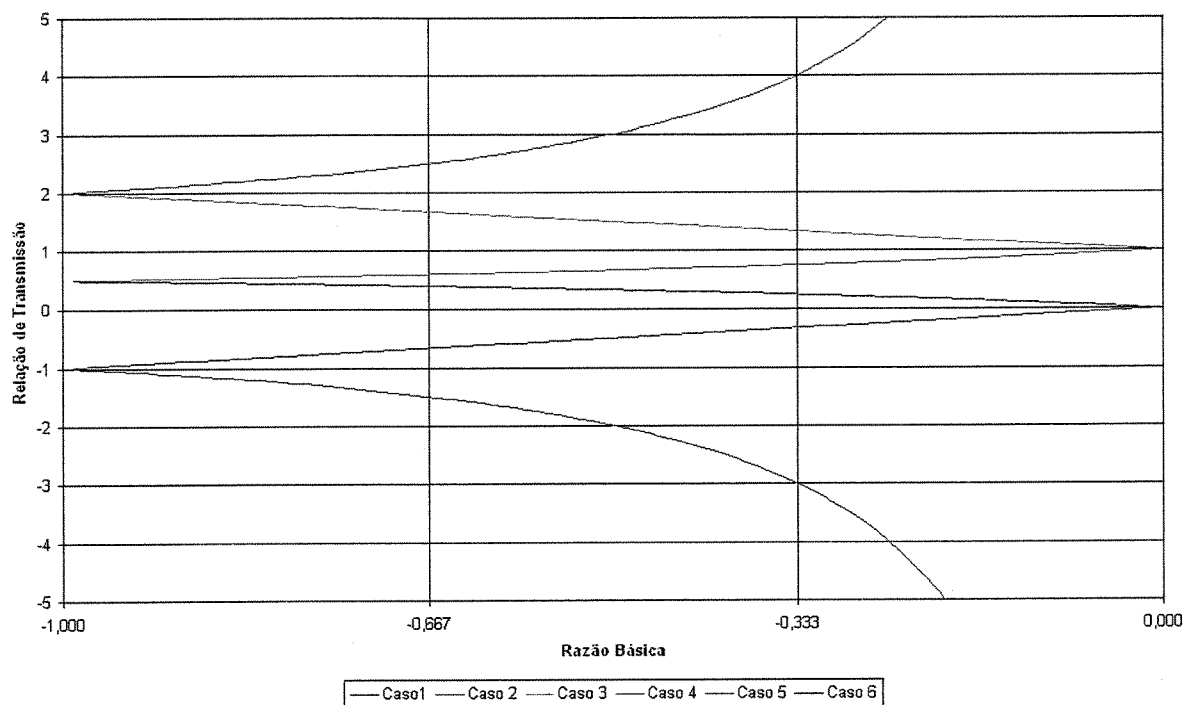


Figura 3.9 - Relações de transmissão de um planetário em função da sua razão básica. (Adaptada de Amaral (2000)).

Com essas relações, pode-se determinar quais são as relações de transmissão de um planetário. A forma de calcular as relações de transmissão aqui utilizada é apresentada na Equação (3.3).

$$i = \frac{\omega_{ent}}{\omega_{sai}} \quad (3.3)$$

Onde i é o valor da relação de transmissão, ω_{sai} é a rotação do eixo de saída e ω_{ent} é a rotação do eixo de entrada de qualquer transmissão. A Figura 3.9 mostra a variação da relação de transmissão em função da razão básica do planetário para cada caso da Tabela 3.1.

A Figura 3.9 mostra a variação teórica da relação de transmissão para um planetário. Como foi dito anteriormente, o valor da razão básica é mantido entre $-1/3$ e $-2/3$, por razões práticas. Essa limitação impede que certas relações de transmissão sejam obtidas com apenas um planetário. Esses valores são: $i > 4$, $i = 2$, $i = 1$, $i = 0$, $i = -1$ e $i < -3$, citando apenas as relações de transmissão inteiras.

3.4 Modelagem Cinemática da Caixa Wilson

O primeiro passo a ser dado para a realização da modelagem cinemática da caixa Wilson é a identificação de seus componentes. São considerados, aqui, apenas os principais componentes, ou seja, as engrenagens e a embreagem, deixando de lado as barras de conexão entre as engrenagens. Estas últimas não são necessárias para a descrição cinemática dos componentes, mas são elementos de restrição, garantindo que as rotações de dois componentes sejam as mesmas.

Os elementos a serem considerados para esse estudo são: as engrenagens solares, anulares e os braços dos planetas dos planetários 1, 2, A e R, os eixos de entrada e de saída da transmissão e as porções de entrada e de saída da embreagem. Isso totaliza 16 diferentes componentes, sendo 4 engrenagens solares, 4 braços de planetas, 4 engrenagens anulares, 2 porções da embreagem, 1 de entrada e 1 de saída, 1 eixo de saída e 1 eixo de entrada. Torna-se necessário algum tipo de simplificação que reduza o número de componentes a serem descritos. A Figura 3.1 mostra, também, que existem conjuntos de componentes que estão unidos através das barras de conexão. Esta redução de parâmetros é fundamental para a modelagem, pois simplifica e diminui o volume de variáveis a serem tratadas diminuindo a chance de ocorrência de erros.

O próximo passo é determinar quais são os componentes mais adequados para a modelagem. Os dois primeiros são, evidentemente, os eixos de entrada e de saída da transmissão. A seleção dos outros quatro caiu sobre aqueles que são acionados para a determinação das relações de transmissão: a engrenagem anular do planetário 1, responsável pela primeira relação de transmissão, a engrenagem anular do planetário 2, responsável pela segunda relação de transmissão, a porção de saída da embreagem, que é a responsável pelas terceira e quarta relações de transmissão, e a engrenagem anular do planetário R, responsável pela relação de transmissão reversa. A Tabela 3.2 mostra quais são os componentes que estão relacionados aos seis usados para a modelagem.

Tabela 3.2 - Conjuntos de elementos de mesma rotação.

Componente	Elementos Associados
Eixo de Entrada	- Porção de Entrada da Embreagem; - Engrenagem Solar do Planetário 2; - Engrenagem Solar do Planetário 1.
Eixo de Saída	- Braço dos Planetas do Planetário 1; - Braço dos Planetas do Planetário R.
Engrenagem Anular do Planetário 1	- Engrenagem Anular do Planetário A; - Braço dos Planetas do Planetário 2; - Engrenagem Solar do Planetário R.
Engrenagem Anular do Planetário 2	- Braço dos Planetas do Planetário A.
Porção de Saída da Embreagem	- Engrenagem Solar do Planetário A.
Engrenagem Anular do Planetário R	Não há outros elementos ligados a essa engrenagem

Conhecendo-se os componentes e quais as relações entre si, deve-se saber o número de graus de liberdade da caixa Wilson. Amaral (2000) mostra que a caixa Wilson é um sistema de dois graus de liberdade, porém quando uma relação de transmissão é selecionada e sua engrenagem de caracterização é freada totalmente, o mecanismo passa a ter apenas um grau de liberdade.

No caso de um sistema de dois graus de liberdade é necessário saber as condições de duas coordenadas para descrever completamente o sistema. Em um sistema de um grau de liberdade basta o conhecimento de apenas uma coordenada. No caso da caixa Wilson adotam-se como coordenadas de referência: o eixo de entrada, para todos os casos, e o componente de acionamento de cada relação de transmissão. Quando o sistema passa a ter um grau de liberdade precisa-se saber apenas qual é a rotação do eixo de entrada da transmissão. Na verdade, o sistema continua a ter dois graus de liberdade, mas um desses graus, o elemento que caracteriza a relação de transmissão, passa a ser completamente conhecido, pois sua velocidade angular é nula.

3.4.1 – Modelagem Cinemática da Primeira Relação de Transmissão da Caixa Wilson

A modelagem de cada relação de transmissão é feita da seguinte maneira: inicialmente, modela-se o regime transiente, que ocorre entre o início do acionamento e o estabelecimento do regime de funcionamento, após isso é feita a modelagem do regime permanente.

Primeira Relação de Transmissão:

O primeiro passo na modelagem de cada uma das relações de transmissão é estabelecer quais rotações são utilizadas como coordenadas generalizadas da transmissão. Como dito anteriormente, assume-se que a rotação do eixo de entrada, ω_{in} , é conhecida. No caso da primeira relação de transmissão, a segunda coordenada é a rotação da engrenagem anular do planetário 1, ω_{A1} , pois é nesse componente que é aplicada a frenagem que estabelece a relação de transmissão.

A primeira rotação desconhecida a ser determinada é a rotação do eixo de saída, ω_{sai} . Inicialmente determina-se a forma geral da expressão de ω_{sai} , pela Equação (3.4):

$$\omega_{sai} = C_1 \omega_{ent} + C_2 \omega_{A1} \quad (3.4)$$

A Equação (3.4) é uma forma geral para todo o desenvolvimento. Como todas as rotações são funções de ω_{in} e ω_{A1} , a adoção de coeficientes simplifica a maneira de apresentar as equações e diminui a chance de a manipulação matemática conter erros. Os valores de C_1 e C_2 são determinados a seguir:

Sabe-se da Tabela 3.1 que:

$$\frac{\omega_{B1} - \omega_{S1}}{\omega_{A1} - \omega_{S1}} = \frac{1}{1 - b_1}$$

Das relações da Tabela 3.2, obtém-se:

$$\omega_{sai} = \left(\frac{1}{1-b_1} \right) (\omega_{A1} - \omega_{ent}) + \omega_{sai}$$

Simplificando, tem-se:

$$\omega_{sai} = \left(\frac{b_1}{b_1-1} \right) \omega_{ent} + \left(\frac{1}{1-b_1} \right) \omega_{A1} \quad (3.5)$$

Comparando-se as Equações (3.4) e (3.5), conclui-se que:

$$C_1 = \frac{b_1}{b_1-1} \quad (3.6)$$

e

$$C_2 = \frac{1}{1-b_1} \quad (3.7)$$

Uma das rotações está completamente descrita, faltando outras três. A rotação determinada a seguir foi a rotação da engrenagem anular do planetário 2, ω_{A2} . O procedimento é o mesmo: estabelece-se uma expressão geral, consulta-se a Tabela 3.1 para seleção da relação mais apropriada, substituição segundo a Tabela 3.2, desenvolvimento e determinação dos coeficientes da expressão geral. A Equação (3.8) determina a relação entre ω_{A2} , ω_{ent} e ω_{A1} .

$$\omega_{A2} = C_3 \omega_{ent} + C_4 \omega_{A1} \quad (3.8)$$

Continuando, com as rotações já substituídas:

$$\frac{\omega_{A2} - \omega_{A1}}{\omega_{ent} - \omega_{A1}} = b_2$$

Simplificando essa equação, tem-se:

$$\omega_{A2} = b_2 \omega_{ent} + (1 - b_2) \omega_{A1} \quad (3.9)$$

Comparando-se as Equações (3.8) e (3.9), conclui-se que:

$$C_3 = b_2 \quad (3.10)$$

e

$$C_4 = 1 - b_2 \quad (3.11)$$

A rotação determinada a seguir é a rotação da porção de saída da embreagem, ω_{CO} , cuja expressão geral é dada pela Equação (3.12).

$$\omega_{CO} = C_5 \omega_{ent} + C_6 \omega_{A1} \quad (3.12)$$

A relação de rotação usada para se determinar ω_{CO} é:

$$\frac{\omega_{CO} - \omega_{A2}}{\omega_{A1} - \omega_{A2}} = \frac{1}{b_A}$$

O valor de ω_{A2} sai da Equação (3.8), então, após o desenvolvimento, tem-se:

$$\omega_{CO} = (b_A - 1) \left(\frac{C_3}{b_A} \right) \omega_{ent} + \frac{C_4(b_A - 1) + 1}{b_A} \omega_{A1} \quad (3.13)$$

E, finalmente, comparando-se as Equações (3.12) e (3.13), tem-se:

$$C_5 = (b_A - 1) \left(\frac{C_3}{b_A} \right) \quad (3.14)$$

e

$$C_6 = \frac{C_4(b_A - 1) + 1}{b_A} \quad (3.15)$$

Para a completa descrição cinemática da primeira relação de transmissão, falta apenas determinar o valor da rotação da engrenagem anular do planetário R, ω_{AR} . A Equação (3.16) relaciona essa rotação faltante com as coordenadas generalizadas.

$$\omega_{AR} = C_7 \omega_{ent} + C_8 \omega_{A1} \quad (3.16)$$

A relação entre as rotações utilizadas é:

$$\omega_{AR} = b_R (\omega_{A1} - \omega_{sai}) + \omega_{sai}$$

Sabendo o valor de ω_{out} , vide Equação (3.4):

$$\omega_{AR} = (1 - b_R) C_1 \omega_{ent} + [b_R + (1 - b_R) C_2] \omega_{A1} \quad (3.17)$$

E comparando as Equações (3.16) e (3.17), observa-se que:

$$C_7 = (1 - b_R)C_1 \quad (3.18)$$

e

$$C_8 = b_R + (1 - b_R)C_2 \quad (3.19)$$

Com isso, conclui-se a modelagem da primeira relação de transmissão da caixa Wilson durante o seu acionamento. A Tabela 3.3 apresenta um resumo das expressões obtidas.

Tabela 3.3 - Relações usadas para descrever o sistema de dois graus de liberdade da primeira relação de transmissão.

Rotação	Equação Geral	C_{impar}	C_{par}
ω_{in}	$C_1\omega_{ent} + C_2\omega_{A1}$	$\frac{b_1}{b_1 - 1}$	$\frac{1}{b_1 - 1}$
ω_{A2}	$C_3\omega_{ent} + C_4\omega_{A1}$	b_2	$1 - b_2$
ω_{CO}	$C_5\omega_{ent} + C_6\omega_{A1}$	$(b_A - 1)\left(\frac{C_3}{b_A}\right)$	$\frac{C_4(b_A - 1) + 1}{b_A}$
ω_{AR}	$C_7\omega_{ent} + C_8\omega_{A1}$	$(1 - b_R)C_1$	$b_R + (1 - b_R)C_2$

Uma vez modelado o período de acionamento da primeira relação de transmissão, torna-se necessário modelar a transmissão quando esta passa a se comportar como um sistema de um grau de liberdade, que é caracterizado pelo repouso da engrenagem anular do planetário 1. O procedimento é similar ao anterior, a única diferença que uma das rotações é completamente conhecida.

Novamente, a primeira rotação determinada é ω_{sai} . Com a rotação do eixo de saída conhecida, pode-se estabelecer a relação de transmissão da primeira relação de transmissão.

A relação genérica entre as rotações dos eixos de entrada e de saída é:

$$\omega_{sai} = D_1 \omega_{ent}$$

A relação entre as rotações utilizada é:

$$\frac{\omega_{sai} - \omega_{A1}}{\omega_{ent} - \omega_{A1}} = \frac{b_1}{b_1 - 1}$$

O que resulta em:

$$\omega_{sai} = \left(\frac{b_1}{b_1 - 1} \right) (\omega_{ent} - \omega_{A1}) + \omega_{A1}$$

mas $\omega_{A1} = 0$, então:

$$\omega_{sai} = \left(\frac{b_1}{b_1 - 1} \right) \omega_{ent} \quad (3.20)$$

e

$$D_1 = \frac{b_1}{b_1 - 1} \quad (3.21)$$

A próxima rotação a ser determinada é ω_{A2} . Sua relação genérica com ω_{ent} é:

$$\omega_{A2} = D_2 \omega_{ent}$$

A relação entre as rotações é:

$$\frac{\omega_{A2} - \omega_{A1}}{\omega_{ent} - \omega_{A1}} = b_2$$

Assim

$$\omega_{A2} = b_2(\omega_{ent} - \omega_{A1}) + \omega_{A1}$$

o valor de ω_{A2} , como dito anteriormente:

$$\omega_{A2} = b_2 \omega_{ent} \quad (3.22)$$

Daí conclui-se que:

$$D_2 = b_2 \quad (3.23)$$

Seguindo na mesma sequência do sistema em acionamento, a próxima rotação é ω_{CO} . Cujas relação genérica é:

$$\omega_{CO} = D_3 \omega_{ent}$$

E a relação entre as rotações utilizadas é:

$$\frac{\omega_{CO} - \omega_{A1}}{\omega_{A2} - \omega_{A1}} = \frac{b_{A-1}}{b_A}$$

Isso leva a:

$$\omega_{CO} = \left(\frac{b_A - 1}{b_A} \right) (\omega_{A2} - \omega_{A1}) + \omega_{A1}$$

mas tanto ω_{A1} como ω_{A2} são conhecidos, então:

$$\omega_{CO} = \left(\frac{b_A - 1}{b_A} \right) D_2 \omega_{ent} \quad (3.24)$$

daí conclui-se que:

$$D_3 = \left(\frac{b_A - 1}{b_A} \right) D_2 \quad (3.25)$$

Restando apenas determinar ω_{AR} , cuja expressão genérica é:

$$\omega_{AR} = D_4 \omega_{ent}$$

A relação entre as rotações utilizadas, nesse caso, é:

$$\frac{\omega_{AR} - \omega_{A1}}{\omega_{sai} - \omega_{A1}} = (1 - b_R)$$

Com isso:

$$\omega_{AR} = (1 - b_R)(\omega_{sai} - \omega_{A1}) + \omega_{A1}$$

Como os valores de ω_{sai} e de ω_{A1} foram previamente calculados, obtém-se:

$$\omega_{AR} = (1 - b_R)D_1\omega_{ent} \quad (3.26)$$

E, finalmente, chega-se a:

$$D_4 = (1 - b_R)D_1 \quad (3.27)$$

A Tabela 3.4 mostra, resumidamente, as relações obtidas para a primeira relação de transmissão totalmente acionada, ou seja, a engrenagem anular do planetário 1 está em repouso.

Tabela 3. 4 - Relações usadas para descrever o sistema de um grau de liberdade da primeira relação de transmissão.

Elemento	Relação	D
ω_{sai}	$D_1\omega_{ent}$	$\frac{b_1}{b_1 - 1}$
ω_{A2}	$D_2\omega_{ent}$	b_2
ω_{CO}	$D_3\omega_{ent}$	$\left(\frac{b_A - 1}{b_A}\right)D_2$
ω_{AR}	$D_4\omega_{ent}$	$(1 - b_R)D_1$

Para todas as outras relações de transmissão, o procedimento de determinação dos coeficientes C e D são os mesmos. Como se tratam de longas demonstrações, são incluídos aqui apenas os resultados finais, em forma de tabela. As Tabelas 3.3 e 3.4 mostram as relações numéricas que descrevem a segunda relação de transmissão. O procedimento completo de estabelecimento das relações de transmissão encontra-se no Apêndice 1.

Tabela 3.5 - Relações usadas para descrever o sistema de dois graus de liberdade da segunda relação de transmissão.

Rotação	Equação Geral	C_{impar}	C_{par}
ω_{A1}	$C_1\omega_{ent} + C_2\omega_{A2}$	$\frac{b_2}{b_2 - 1}$	$\frac{1}{1 - b_2}$
ω_{sai}	$C_3\omega_{ent} + C_4\omega_{A2}$	$\frac{b_1 - C_1}{b_1 - 1}$	$\frac{C_2}{1 - b_1}$
ω_{CO}	$C_5\omega_{ent} + C_6\omega_{A2}$	$\frac{C_1}{b_A}$	$\frac{C_2 + b_A - 1}{b_A}$
ω_{AR}	$C_7\omega_{ent} + C_8\omega_{A2}$	$b_R C_1 + (1 - b_R)C_3$	$b_R C_2 + (1 - b_R)C_4$

Tabela 3.6 - Relações usadas para descrever o sistema de um grau de liberdade da segunda relação de transmissão.

Elemento	Relação	D
ω_{A1}	$D_1\omega_{ent}$	$\frac{b_2}{b_2 - 1}$
ω_{sai}	$D_2\omega_{ent}$	$\frac{D_1 - b_1}{1 - b_1}$
ω_{CO}	$D_3\omega_{ent}$	$\frac{D_1}{b_A}$
ω_{AR}	$D_4\omega_{ent}$	$(1 - b_R)(D_2 - D_1) + D_1$

A principal diferença entre as modelagens da primeira e da segunda relações de transmissão são os elementos cuja velocidade angular deve ser descrita em função da rotação do eixo de entrada e do elemento freado. Como consequência, as relações obtidas não se assemelham àquelas encontradas para a primeira relação de transmissão. A Tabela 3.7 mostra as relações encontradas para a modelagem da terceira e quarta relações de transmissão, quando estas ainda estão no período transiente do acionamento da relação de transmissão final. A Tabela 3.8 mostra as relações obtidas para a terceira relação de transmissão quando esta é completamente estabelecida.

Tabela 3.7 - Relações usadas para descrever o sistema de dois graus de liberdade da terceira e quarta relações de transmissão.

Rotação	Equação Geral	$C_{\text{ímpar}}$	C_{par}
ω_{A2}	$C_1\omega_{ent} + C_2\omega_{CO}$	$\left(\frac{(1-b_A)(1-b_2)}{(1-b_A)(1-b_2)-1} \right) \left(\frac{1}{1-b_A} \right) \left(\frac{b_2}{b_2-1} \right)$	$\left(\frac{(1-b_A)(1-b_2)}{(1-b_A)(1-b_2)-1} \right) \left(\frac{b_A}{b_A-1} \right)$
ω_{A1}	$C_3\omega_{ent} + C_4\omega_{CO}$	$\frac{C_1-b_2}{1-b_2}$	$\frac{C_2}{1-b_2}$
ω_{sai}	$C_5\omega_{ent} + C_6\omega_{CO}$	$\frac{C_3-b_1}{1-b_1}$	$\frac{C_4}{1-b_1}$
ω_{AR}	$C_7\omega_{ent} + C_8\omega_{CO}$	$b_R C_3 + (1-b_R)C_5$	$b_R C_4 + (1-b_R)C_6$

Tabela 3.8 - Relações usadas para descrever o sistema de um grau de liberdade da terceira relação de transmissão.

Elemento	Relação	D
ω_{A2}	$D_1\omega_{ent}$	$\frac{b_2}{b_A - b_A b_2 + b_2}$
ω_{A1}	$D_2\omega_{ent}$	$\frac{D_1-b_2}{1-b_2}$
ω_{sai}	$D_3\omega_{ent}$	$\frac{D_2-b_1}{1-b_1}$
ω_{AR}	$D_4\omega_{ent}$	$b_R(D_2 - D_3) + D_3$

Quando a terceira e quarta relações de transmissão estão em processo de acionamento, o sistema tem dois graus de liberdade, pode-se modelar as duas relações de transmissão da mesma forma. O mesmo não é válido quando o sistema é considerado com um grau de liberdade, pois a restrição aplicada à engrenagem solar do planetário A é diferente nos dois casos. Dessa forma, as relações entre as rotações dos componentes diferem significativamente.

A Tabela 3.9 mostra as relações entre as rotações para a quarta relação de transmissão:

Tabela 3.9 - Relações usadas para descrever o sistema de um grau de liberdade da quarta relação de transmissão.

Elemento	Relação	D
ω_{A2}	$D_1 \omega_{ent}$	1
ω_{A1}	$D_2 \omega_{ent}$	1
ω_{sai}	$D_3 \omega_{ent}$	1
ω_{AR}	$D_4 \omega_{ent}$	1

Finalizando a modelagem cinemática, mostram-se as relações entre as rotações obtidas para a relação de transmissão reversa. Nesse caso, o elemento freado é a engrenagem anular do planetário R. As Tabelas 3.10 e 3.11 mostram as relações encontradas para a modelagem da relação de transmissão reversa.

Tabela 3.10 - Relações usadas para descrever o sistema de dois graus de liberdade da relação de transmissão reversa

Rotação	Equação Geral	C_{impar}	C_{par}
ω_{sai}	$C_1 \omega_{ent} + C_2 \omega_{AR}$	$\frac{b_1(b_R - 1)}{b_R - (b_R - 1)(1 - b_1)}$	$\frac{1}{b_R - (b_R - 1)(1 - b_1)}$
ω_{A1}	$C_3 \omega_{ent} + C_4 \omega_{AR}$	$C_1(1 - b_1) - b_1$	$C_2(1 - b_1)$
ω_{A2}	$C_5 \omega_{ent} + C_6 \omega_{AR}$	$C_3(1 - b_2) - b_2$	$C_4(1 - b_2)$
ω_{CO}	$C_7 \omega_{ent} + C_8 \omega_{AR}$	$\frac{C_3 + C_5(b_A - 1)}{b_A}$	$\frac{C_4 + C_6(b_A - 1)}{b_A}$

Tabela 3.11 - Relações usadas para descrever o sistema de um grau de liberdade da relação de transmissão reversa

Elemento	Relação	D
ω_{sai}	$D_1 \omega_{ent}$	$\frac{b_1 b_R}{(b_R - 1) - b_R (1 - b_1)}$
ω_{A1}	$D_2 \omega_{ent}$	$(1 - b_1) D_1 + b_1$
ω_{A2}	$D_3 \omega_{ent}$	$(1 - b_2) D_2 + b_2$
ω_{CO}	$D_4 \omega_{ent}$	$\frac{(b_A - 1) D_3 + D_2}{b_A}$

Com a modelagem cinemática finalizada, pode-se proceder a uma maneira de comparação com resultados obtidos anteriormente por outros métodos de cálculo. Krstich (1995) calcula as relações de transmissão utilizando o número de dentes de cada engrenagem. Para a comparação é utilizada a relação entre as rotações de entrada e de saída obtidas aqui. Esses dados são confrontados com o método de Krstich (1995) utilizando o exemplo numérico apresentado em seu trabalho. As equações a seguir calculam as relações de transmissão de uma caixa Wilson de quatro velocidades genérica, como mostrado por Krstich (1995):

$$G_1 = 1 + \frac{N_1}{N_3} \quad (3.28)$$

$$G_2 = \frac{i_1}{1 + \frac{N_3 N_4}{N_1 N_4 + N_1 N_6}} \quad (3.29)$$

$$G_3 = \frac{i_1}{1 + \frac{N_4}{N_1 \left(1 + \frac{N_6}{N_4} - \frac{N_6 N_9}{N_4 N_7 + N_4 N_9} \right)}} \quad (3.30)$$

$$G_4 = 1 \quad (3.31)$$

$$G_R = 1 - \frac{N_3 N_{12}}{N_1 N_{10}} \quad (3.32)$$

Tabela 3.12: Indicação dos componentes usados por Krstich (1995).

Elemento	Planetário	Componente	Nº de Dentes
1	1	Solar	21
2	1	Planeta	24
3	1	Anular	69
4	2	Solar	21
5	2	Planeta	24
6	2	Anular	69
7	A	Solar	24
8	A	Planeta	18
9	A	Anular	60
10	R	Solar	32
11	R	Planeta	18
12	R	Anular	68

Nas Equações (3.28) a (3.32), N refere-se ao número de dentes de cada uma das engrenagens indicadas na Tabela 3.12.

Para que seja realizada corretamente a comparação entre as relações de transmissão obtidas aqui e as obtidas por Krstich (1995), considera-se um fato importante: a forma como são calculadas as relações de transmissão. Nas Equações (3.28) a (3.32), os valores obtidos são o inverso dos obtidos pelas relações apresentadas nas Tabelas 3.4, 3.6, 3.8, 3.9 e 3.11. Esclarecido esse fato, a Tabela 3.13 apresenta as relações de transmissão obtidas nos dois casos, sendo que, para melhor comparação dos resultados, as relações de transmissão são mostradas da forma apresentada pela Equação (3.3). Os dados utilizados para o cálculo são retirados da Tabela 3.12.

Tabela 3.13: Relações de transmissão da caixa Wilson caracterizada na Tabela 3.12.

Relação de Transmissão	Relação de Transmissão	
	Krstich	Obtido
1	4,286	4,286
2	2,426	2,426
3	1,590	1,590
4	1,000	1,000
Reversa	-5,982	-5,982

Como se pode observar, ambos os resultados são idênticos. Isso significa que a modelagem aqui apresentada está correta até o momento.

3.5 Modelagem Dinâmica da Caixa Wilson

Com a modelagem cinemática completa, pode-se proceder ao estudo do comportamento dinâmico da caixa Wilson. Para a realização da modelagem dinâmica algumas simplificações devem ser feitas. Elas são necessárias para manter a simplicidade do modelo. Fenômenos como o atrito entre os dentes das engrenagens, dilatação térmica dos componentes, e folgas não são considerados.

De posse dos resultados obtidos anteriormente é possível utilizar a modelagem lagrangeana e determinar as equações de movimento da transmissão. A expressão que caracteriza o desenvolvimento de Lagrange é apresentada a seguir:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q_j^{nc}$$

Nessa expressão, T representa a energia cinética total do sistema, V a energia potencial total, q_j a coordenada generalizada j, e Q_j^{nc} as forças, ou torques, não conservativos aplicados na coordenada generalizada j. Da forma como a modelagem é proposta não são considerados os efeitos vindos da energia potencial do sistema. Essas influências são importantes quando se deseja

estudar as condições de vibração torcional da transmissão, o que está além dos objetivos desse trabalho.

Como no caso da modelagem cinemática, só é apresentada aqui a demonstração dos resultados obtidos para a primeira relação de transmissão. Neste capítulo, são apresentados os resultados finais para cada uma das outras relações de transmissão. O Apêndice 2 mostra as demonstrações completas das relações de transmissão restantes.

A primeira providência tomada é a determinação da energia cinética da transmissão. Para isso, utilizam-se os resultados da Tabela 3.3 para o sistema de dois graus de liberdade, e os da Tabela 3.4 para o sistema de um grau de liberdade.

Começando pelo sistema de dois graus de liberdade, tem-se que:

$$T = 1/2 \{ J_1 \omega_{ent}^2 + J_2 \omega_{sai}^2 + J_3 \omega_{A1}^2 + J_4 \omega_{A2}^2 + J_5 \omega_{CO}^2 + J_{AR} \omega_{AR}^2 \} \quad (3.33)$$

Na Equação (3.33), J representa os momentos de inércia dos grupos de componentes da transmissão, conforme a Tabela 3.2. Ainda tratando da mesma equação, torna-se necessário determinar a expressão da energia cinética em função dos graus de liberdade do sistema. Para isso, é necessário desenvolver as expressões das velocidades angulares que estão em função de ω_{ent} e ω_{A1} :

$$\omega_{sai}^2 = C_1^2 \omega_{ent}^2 + 2C_1 C_2 \omega_{ent} \omega_{A1} + C_2^2 \omega_{A1}^2 \quad (3.34)$$

$$\omega_{A2}^2 = C_3^2 \omega_{ent}^2 + 2C_3 C_4 \omega_{ent} \omega_{A1} + C_4^2 \omega_{A1}^2 \quad (3.35)$$

$$\omega_{CO}^2 = C_5^2 \omega_{ent}^2 + 2C_5 C_6 \omega_{ent} \omega_{A1} + C_6^2 \omega_{A1}^2 \quad (3.36)$$

$$\omega_{AR}^2 = C_7^2 \omega_{ent}^2 + 2C_7 C_8 \omega_{ent} \omega_{A1} + C_8^2 \omega_{A1}^2 \quad (3.37)$$

Substituindo as Equações (3.34) a (3.37) na Equação (3.33), tem-se a expressão da energia cinética da transmissão quando a primeira relação de transmissão está em acionamento:

$$T = \frac{1}{2} \left\{ J_1 \omega_{ent}^2 + J_2 (C_1^2 \omega_{ent}^2 + 2C_1 C_2 \omega_{ent} \omega_{A1} + C_2^2 \omega_{A1}^2) + J_3 \omega_{A1}^2 + \right. \\ \left. + J_4 (C_3^2 \omega_{ent}^2 + 2C_3 C_4 \omega_{ent} \omega_{A1} + C_4^2 \omega_{A1}^2) + J_5 (C_5^2 \omega_{ent}^2 + 2C_5 C_6 \omega_{ent} \omega_{A1} + C_6^2 \omega_{A1}^2) + \right. \\ \left. + J_{AR} (C_7^2 \omega_{ent}^2 + 2C_7 C_8 \omega_{ent} \omega_{A1} + C_8^2 \omega_{A1}^2) \right\} \quad (3.38)$$

O próximo passo é aplicar a expressão de Lagrange na Equação (3.38). Como são dois os graus de liberdade esses são considerados como coordenadas generalizadas do sistema. Assumindo a velocidade de rotação do eixo como primeira coordenada generalizada de entrada, e a rotação da engrenagem anular do planetário 1 como segunda coordenada generalizada, tem-se que:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} = J_1 \omega_{ent} + J_2 (C_1^2 \omega_{ent} + C_1 C_2 \omega_{A1}) + J_4 (C_3^2 \omega_{ent} + C_3 C_4 \omega_{A1}) + J_5 (C_5^2 \omega_{ent} + C_5 C_6 \omega_{A1}) + \\ + J_{AR} (C_7^2 \omega_{ent} + C_7 C_8 \omega_{A1})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) = \dot{\omega}_{ent} (J_1 + C_1^2 J_2 + C_3^2 J_4 + C_5^2 J_5 + C_7^2 J_{AR}) + \dot{\omega}_{A1} (C_1 C_2 J_2 + C_3 C_4 J_4 + C_5 C_6 J_5 + C_7 C_8 J_{AR})$$

A expressão anterior mostra o desenvolvimento da equação de movimento da transmissão para a primeira coordenada generalizada, sem, ainda, as considerações sobre as forças dissipativas do sistema. Passando para a segunda coordenada generalizada:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} = J_2 (C_1 C_2 \omega_{ent} + C_2^2 \omega_{A1}) + J_3 \omega_{A1} + J_4 (C_3 C_4 \omega_{ent} + C_4^2 \omega_{A1}) + J_5 (C_5 C_6 \omega_{ent} + C_6^2 \omega_{A1}) + \\ + J_{AR} (C_7 C_8 \omega_{ent} + C_8^2 \omega_{A1})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} \right) = \dot{\omega}_{ent} (C_1 C_2 J_2 + C_3 C_4 J_4 + C_5 C_6 J_5 + C_7 C_8 J_{AR}) + \dot{\omega}_{A1} (C_2^2 J_2 + J_3 + C_4^2 J_4 + C_6^2 J_5 + C_8^2 J_{AR})$$

A expressão anterior finaliza a modelagem da primeira relação de transmissão durante o acionamento. Da forma em que estão apresentadas, as expressões não são de grande utilidade. Para que possam ser mais bem estudadas e analisadas computacionalmente deve-se utilizar uma notação matricial:

$$\begin{bmatrix} J_1 + C_1^2 J_2 + C_3^2 J_4 + C_5^2 J_5 + C_7^2 J_{AR} & C_1 C_2 J_2 + C_3 C_4 J_4 + C_5 C_6 J_5 + C_7 C_8 J_{AR} \\ C_1 C_2 J_2 + C_3 C_4 J_4 + C_5 C_6 J_5 + C_7 C_8 J_{AR} & C_2^2 J_2 + J_3 + C_4^2 J_4 + C_6^2 J_5 + C_8^2 J_{AR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_{ent} \\ \dot{\omega}_{A1} \end{Bmatrix} = Q_j^{nc} \quad (3.39)$$

A Equação (3.39) mostra a forma completa da equação de movimento da transmissão durante o acionamento. É importante ressaltar que os valores das constantes C são obtidos da Tabela 3.3. As forças não-conservativas são detalhadas mais adiante, quando o estudo do modelo para simulações computacionais for abordado.

Para a modelagem da transmissão com a primeira relação de transmissão engrenada utiliza-se novamente a Equação (3.33), mas só se necessita estabelecer a energia cinética em função da velocidade de rotação do eixo de entrada, pois a engrenagem anular do planetário 1 está com velocidade de rotação nula. Segue-se, assim, o cálculo da energia do sistema:

$$\omega_{sai}^2 = D_1^2 \omega_{ent}^2 \quad (3.40)$$

$$\omega_{A2}^2 = D_2^2 \omega_{ent}^2 \quad (3.41)$$

$$\omega_{CO}^2 = D_3^2 \omega_{ent}^2 \quad (3.42)$$

$$\omega_{AR}^2 = D_4^2 \omega_{ent}^2 \quad (3.43)$$

Substituindo-se as Equações (3.40) a (3.43) na Equação (3.33), tem-se a expressão da energia cinética pronta para ser utilizada no desenvolvimento de Lagrange:

$$T = 1/2 \left(J_1 + J_2 D_1^2 + J_4 D_2^2 + J_5 D_3^2 + J_{AR} D_4^2 \right) \omega_{ent}^2$$

Uma vez determinada a expressão geral da energia cinética, é possível determinar a equação de movimento do sistema:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = \left(J_1 + J_2 D_1^2 + J_4 D_2^2 + J_5 D_3^2 + J_{AR} D_4^2 \right) \dot{\omega}_{ent}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) = \left(J_1 + J_2 D_1^2 + J_4 D_2^2 + J_5 D_3^2 + J_{AR} D_4^2 \right) \ddot{\omega}_{ent}$$

Considerando a existência de uma força não-conservativa no sistema, chega-se à forma final da equação de movimento:

$$\left(J_1 + J_2 D_1^2 + J_4 D_2^2 + J_5 D_3^2 + J_{AR} D_4^2 \right) \ddot{\omega}_{ent} = Q^{nc} \quad (3.44)$$

Também nesse caso não se entra em detalhes a respeito da força não-conservativa, pois ela é tratada mais adiante. Os valores das constantes D são os obtidos da Tabela 3.4.

A Equação (3.45) mostra a equação de movimento para o processo de acionamento da segunda relação de transmissão. Nesse caso, os valores de C vêm da Tabela 3.5.

$$\begin{bmatrix} J_1 + C_1^2 J_3 + C_3^2 J_2 + C_5^2 J_5 + C_7^2 J_{AR} & C_1 C_2 J_3 + C_3 C_4 J_2 + C_5 C_6 J_5 + C_7 C_8 J_{AR} \\ C_1 C_2 J_3 + C_3 C_4 J_2 + C_5 C_6 J_5 + C_7 C_8 J_{AR} & C_2^2 J_3 + C_4^2 J_2 + C_6^2 J_5 + C_8^2 J_{AR} + J_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_{ent} \\ \dot{\omega}_{A2} \end{Bmatrix} = Q_j^{nc} \quad (3.45)$$

A Equação (3.46) mostra a equação de movimento para o sistema de um grau de liberdade da segunda relação de transmissão. Nesse caso, os valores de D vêm da Tabela 3.6.

$$(J_1 + J_2 D_2^2 + J_3 D_1^2 + J_5 D_3^2 + J_{AR} D_4^2) \dot{\omega}_{ent} = Q^{nc} \quad (3.46)$$

A Equação (3.47) mostra a equação de movimento para o processo de acionamento da terceira e quarta relações de transmissão. Nesse caso, os valores de C vêm da Tabela 3.7.

$$\begin{bmatrix} J_1 + C_5^2 J_2 + C_3^2 J_3 + C_1^2 J_4 + C_7^2 J_{AR} & C_5 C_6 J_2 + C_3 C_4 J_3 + C_1 C_2 J_4 + C_7 C_8 J_{AR} \\ C_5 C_6 J_2 + C_3 C_4 J_3 + C_1 C_2 J_4 + C_7 C_8 J_{AR} & C_6^2 J_2 + C_4^2 J_3 + C_2^2 J_4 + C_8^2 J_{AR} + J_5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_{ent} \\ \dot{\omega}_{CO} \end{Bmatrix} = Q_j^{nc} \quad (3.47)$$

A Equação (3.48) mostra a equação de movimento para o sistema de um grau de liberdade da terceira relação de transmissão. Nesse caso, os valores de D vêm da Tabela 3.8:

$$(J_1 + J_2 D_3^2 + J_3 D_2^2 + J_4 D_1^2 + J_{AR} D_4^2) \dot{\omega}_{ent} = Q^{nc} \quad (3.48)$$

A Equação (3.49) mostra a equação de movimento para o sistema de um grau de liberdade da quarta relação de transmissão. Nesse caso, os valores de D vêm da Tabela 3.9:

$$(J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_5 + J_{AR} D_4^2) \dot{\omega}_{ent} = Q^{nc} \quad (3.49)$$

3.6 Modelagem do Fluxo de Torque da Caixa Wilson

Uma vez obtido o modelo dinâmico da caixa Wilson, o próximo passo é a realização da simulação. O objetivo dessa seção é mostrar a relação entre o torque aplicado à transmissão e o sentido pelo eixo de entrada.

No caso de uma transmissão automotiva comum, em que a relação de transmissão pode ser obtida com um ou dois pares engrenados, a relação entre o torque de entrada e de saída é de simples obtenção e entendimento. A Equação (3.50) mostra matematicamente essa relação.

$$i = \frac{\tau_{sai}}{\tau_{ent}} \quad (3.50)$$

onde τ_{ent} é o valor do torque aplicado ao eixo de entrada da transmissão, τ_{sai} representa o torque obtido no eixo de saída da transmissão. O valor de i é a relação de transmissão do par engrenado. O valor obtido pela Equação (3.46) é igual ao obtido pela Equação (3.3), desde que seja aplicada a um mesmo par engrenado. A Equação 3.46, entretanto, não pode ser aplicada a um trem epicicloidal. O fato de haver dois engrenamentos internos, entre a engrenagem anular e os planetas e entre os planetas e a engrenagem solar, em um só planetário indica que há um fluxo interno de torque no conjunto planetário.

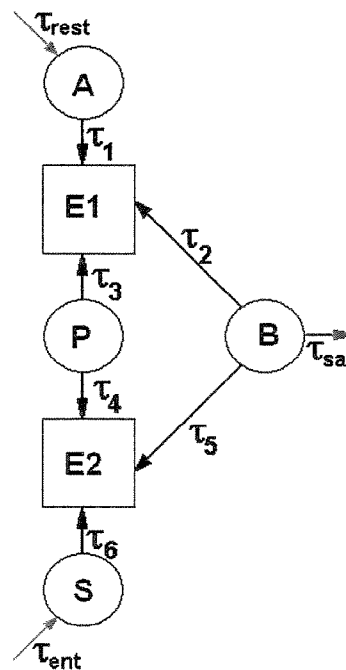


Figura 3.10 - Diagrama de fluxo de torque de um trem planetário.

A Figura 3.10 mostra o diagrama de torque de um trem epicicloidal, como exemplificado por Amaral (2000). Na condição apresentada nesse exemplo, a entrada de torque acontece na engrenagem solar, indicada pelo componente S, a saída de torque ocorre no braço dos planetas,

componente B, e a engrenagem anular, componente A, está em repouso. Na engrenagem anular há, ainda, um torque que a mantém parada. Os planetas estão indicados pelo componente P.

Para modelar o fluxo de torque do conjunto planetário é necessária a caracterização de cada um dos dois engrenamentos, entre a engrenagem anular e os planetas e entre a engrenagem solar e os planetas. O engrenamento E1 trata da conexão entre A e P e o E2 da conexão de S e P. As Equações (3.51) e (3.52) mostram como modelar genericamente o conjunto epicicloidal, como mostra Hsieh (1997):

$$\tau_{y,k} + r_k \tau_{x,k} = 0 \quad (3.51)$$

$$\tau_{z,k} + (1 - r_k) \tau_{x,k} = 0 \quad (3.52)$$

onde o valor de r_k , que é a relação do número de dentes das engrenagens y e x, é dado na Equação (3.53).

$$r_k = \pm \frac{Z_y}{Z_x} \quad (3.53)$$

O sinal negativo na Equação (3.53) indica um engrenamento onde ambas as engrenagens possuem dentes externos. Se o sinal for positivo há um engrenamento interno.

As Equações (3.51) e (3.52) dão a relação entre os torques que atuam nos engrenamentos. Para o completo conhecimento do fluxo de torque é necessário fazer um balanço para cada um dos componentes, ou seja, as engrenagens, anular, solar e planetas, e o braço de ligação dos planetas. As Equações (3.54) a (3.55) mostram o balanço de torques nos componentes do conjunto planetário.

$$\tau_1 - \tau_{rest} = 0 \quad (3.54)$$

$$\tau_3 + \tau_4 = 0 \quad (3.55)$$

$$\tau_6 - \tau_{ent} = 0 \quad (3.56)$$

$$\tau_2 + \tau_5 + \tau_{sai} = 0 \quad (3.57)$$

As Equações (3.58) e (3.59) mostram as relações de torque para o engrenamento E1.

$$\tau_1 + r_1 \tau_3 = 0 \quad (3.58)$$

$$\tau_2 + (1 - r_1) \tau_3 = 0 \quad (3.59)$$

As Equações (3.60) e (3.61) mostram as relações de torque para o engrenamento E2.

$$\tau_4 + r_2 \tau_6 = 0 \quad (3.60)$$

$$\tau_5 + (1 - r_2) \tau_6 = 0 \quad (3.61)$$

Com as Equações (3.54) a (3.61) pode ser determinado o valor de cada torque que flui pela transmissão. No caso de interesse se conhece o valor do torque de entrada, τ_{in} , e do torque resistivo no elemento freado, τ_{rest} . Isso leva a um sistema de sete variáveis e oito equações. A simplicidade do sistema, apesar do número de equações, permite fácil resolução direta e manual. O conjunto de resultados é apresentado nas Equações (3.62) a (3.68).

$$\tau_1 = \tau_{rest} \quad (3.62)$$

$$\tau_2 = \frac{(1 - r_1) \tau_{rest}}{r_1} \quad (3.63)$$

$$\tau_3 = -\frac{\tau_{rest}}{r_1} \quad (3.64)$$

$$\tau_4 = -r_2 \tau_{ent} \quad (3.65)$$

$$\tau_5 = -(1-r_2) \tau_{ent} \quad (3.66)$$

$$\tau_6 = \tau_{ent} \quad (3.67)$$

$$\tau_{sai} = (1-r_2) \tau_{ent} - \frac{(1-r_1)}{r_1} \tau_{rest} \quad (3.68)$$

A solução mostrada no exemplo anterior refere-se apenas a uma das possíveis combinações de funcionamento do planetário. Qualquer outra combinação de elemento de entrada, saída e freado pode ser modelada. Pode-se inclusive modelar como uma carga é percebida pelo eixo do elemento de acionamento. Para isso, é necessária apenas a inversão da posição dos torques de entrada e de saída. Uma vez conhecido o procedimento de modelagem do fluxo de torque de um planetário, é necessário modelar o fluxo da caixa Wilson, que por contar com quatro planetários conectados apresenta certos detalhes que devem ser apresentados. A Figura 3.10 mostra o diagrama de torque para a caixa Wilson de quatro velocidades. Nesse diagrama, τ_{carga} é o torque do carregamento aplicado à transmissão. Os torques τ_A , τ_B , τ_C e τ_D são os torques de frenagem aplicados aos componentes indicados para o estabelecimento de cada uma das relações de transmissão, cada um aplicado somente o acionamento da respectiva relação de transmissão. No caso dos torques τ_A , τ_B e τ_D , o torque freia o componente até o repouso. No caso de τ_C , usado para caracterizar a terceira e quarta relações de transmissão, há duas possibilidades de frenagem. Para a terceira relação de transmissão o resultado é o repouso do elemento de caracterização. Quando é feito o acionamento da quarta relação de transmissão há o acionamento da embreagem que atua igualando a velocidade de rotação da engrenagem solar do planetário A e a do eixo de entrada da transmissão. O torque τ_{motor} é o torque de carregamento observado pelo motor.

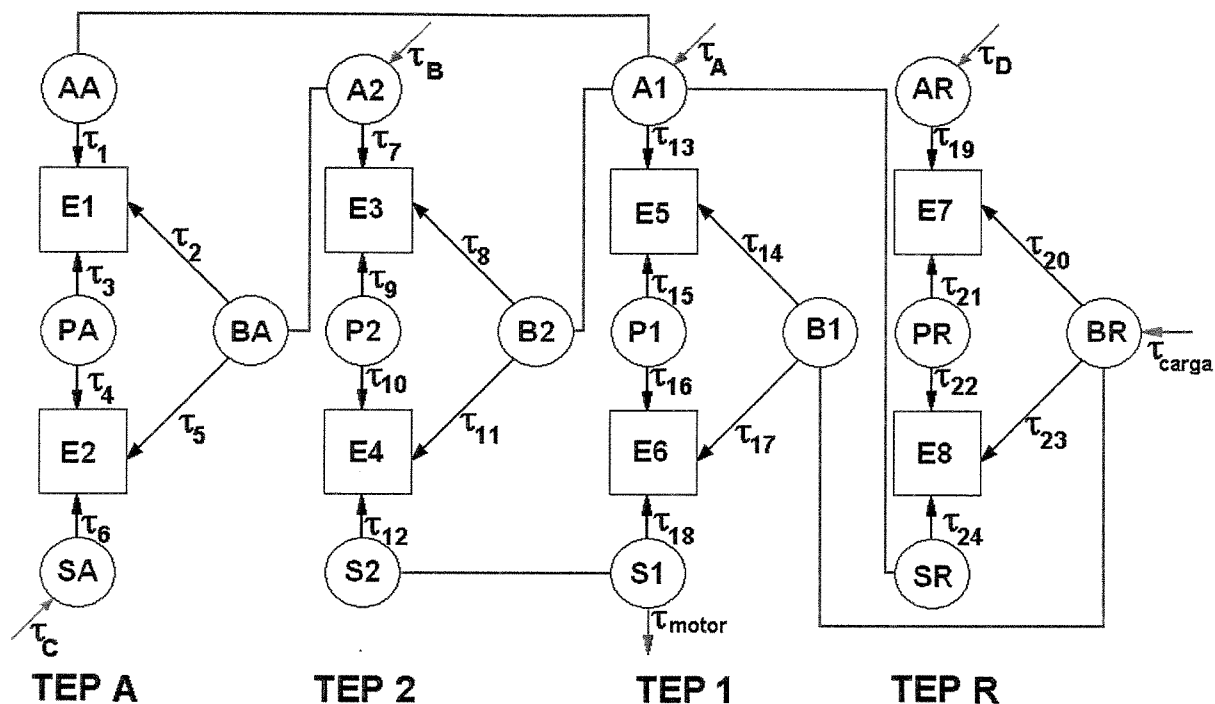


Figura 3.11 - Diagrama do fluxo de torque da caixa Wilson de quatro velocidades.

No caso da caixa Wilson, os planetários estão acoplados em posições que permitem o estabelecimento das relações de transmissão desejadas. Isso inclui uma condição não existente no caso de um único planetário. Isso é contornável quando se considera que os componentes ligados são apenas um e o torque a que estão submetidos é o mesmo. Um exemplo de ligação é aquela entre as engrenagens solares dos TEPs 1 e 2, através dos componentes S1 e S2, respectivamente. Essas engrenagens estão, também, associadas ao eixo de entrada da transmissão. Nesse caso, os componentes devem ser considerados de forma unificada. A equação que caracteriza o balanço de torque que levam em conta esses componentes deve ser considerada apenas uma vez, ou como parte do TEP 1 ou de TEP 2. Seguindo esse raciocínio, o sistema de equações a seguir é o que caracteriza o fluxo de torque da caixa Wilson.

$$\left\{ \begin{array}{l}
\tau_1 + r_1 \tau_3 = 0 \\
\tau_2 + (1 - r_1) \tau_3 = 0 \\
\tau_4 + r_2 \tau_6 = 0 \\
\tau_5 + (1 - r_2) \tau_6 = 0 \\
\tau_7 + r_3 \tau_9 = 0 \\
\tau_8 + (1 - r_3) \tau_9 = 0 \\
\tau_{10} + r_4 \tau_{12} = 0 \\
\tau_{11} + (1 - r_4) \tau_{12} = 0 \\
\tau_{13} + r_5 \tau_{15} = 0 \\
\tau_{14} + (1 - r_5) \tau_{15} = 0 \\
\tau_{16} + r_6 \tau_{18} = 0 \\
\tau_{17} + (1 - r_6) \tau_{18} = 0 \\
\tau_{19} + r_7 \tau_{21} = 0 \\
\tau_{20} + (1 - r_7) \tau_{21} = 0 \\
\tau_{22} + r_8 \tau_{24} = 0 \\
\tau_{21} + (1 - r_8) \tau_{24} = 0 \\
\tau_1 + \tau_8 + \tau_{11} + \tau_{13} + \tau_{24} = \tau_A \\
\tau_2 + \tau_5 + \tau_7 = \tau_B \\
\tau_3 + \tau_4 = 0 \\
\tau_6 = \tau_C \\
\tau_9 + \tau_{10} = 0 \\
\tau_{12} + \tau_{18} + \tau_{motor} = 0 \\
\tau_{15} + \tau_{16} = 0 \\
\tau_{14} + \tau_{17} + \tau_{20} + \tau_{23} = \tau_{carg a} \\
\tau_{21} + \tau_{22} = 0 \\
\tau_{19} = \tau_D
\end{array} \right.$$

Os valores de τ_A , τ_B , τ_C e τ_D dependem de qual relação de transmissão está acionada, ou em acionamento. No caso da utilização da primeira relação de transmissão, apenas o valor de τ_A não é nulo. τ_B só não é nulo durante o acionamento e funcionamento da segunda relação de transmissão. O torque τ_C é o aplicado durante o estabelecimento e uso da terceira e quarta relações de transmissão. A relação de transmissão reversa é estabelecida pelo torque de frenagem

τ_D . Em cada um dos casos, os valores de todos os outros torques de frenagem, que não os citados, são nulos.

A solução do sistema de equações anterior estabelece os valores que devem ser utilizados na simulação dinâmica da caixa Wilson. As soluções completas para todas as relações de transmissão estão no Apêndice 2.

A Equação (3.69) mostra a expressão do torque τ_{motor} , para a primeira relação de transmissão.

$$\tau_{motor} = -\left(\frac{1}{1-r_6}\right)\left\{\frac{(1-r_5)\tau_A}{r_5} - \tau_{carga}\right\} \quad (3.69)$$

A Equação (3.70) contém a expressão do torque τ_{motor} , para a segunda relação de transmissão.

$$\tau_{motor} = \frac{\tau_B}{r_3 r_4} + \frac{\tau_{carga}}{(1-r_6)} + \frac{(1-r_5)\tau_B}{(1-r_6)r_3 r_5} \left((1-r_3) + \frac{(1-r_4)}{r_4} \right) \quad (3.70)$$

A expressão do torque τ_{motor} , para a terceira e quarta relações de transmissão, é mostrada na Equação (3.71).

$$\tau_{motor} = \left\{ \frac{(1-r_2)+r_2(1-r_1)}{r_3 r_4} + \frac{\gamma(1-r_5)}{r_5(1-r_6)} \right\} \tau_C - \frac{1}{r_3 r_4(1-r_6)} \tau_{carga} \quad (3.71)$$

Na Equação (3.71) aparece uma variável γ . Essa variável é um termo simplificador que serviu para facilitar a manipulação algébrica na solução do sistema de equações do fluxo de torque. O valor de γ é mostrado na Equação (3.72).

$$\gamma = \frac{\tau_{13}}{\tau_c} \quad (3.72)$$

τ_{13} , que é um dos valores determinados na solução do sistema de equações do fluxo de torque da caixa Wilson, tem sua expressão mostrada na Equação (3.73).

$$\tau_{13} = \left\{ r_1 r_2 - \left[\frac{(1-r_3)}{r_3} \right] [(1-r_2) + r_2(1-r_1)] + \left[\frac{(1-r_4)}{r_3 r_4} \right] [(1-r_2) + r_2(1-r_1)] \right\} \tau_c \quad (3.73)$$

A expressão do torque τ_{motor} , para a relação de transmissão reversa, é mostrada na Equação (3.74).

$$\tau_{motor} = \frac{1}{1-r_6} \left[\tau_{carga} - \left\{ \frac{1-r_7}{r_7} + \frac{1-r_8}{r_7 r_8} + \frac{1-r_5}{r_5 r_7 r_8} \right\} \tau_D \right] \quad (3.74)$$

As Equações (3.69), (3.70), (3.71) e (3.72) mostram apenas os resultados utilizados nas simulações. Todos os outros torques são necessários para que esses valores sejam obtidos, entretanto, esses valores têm, neste trabalho, apenas essa função.

Deseja-se agora conhecer as expressões que caracterizam as vantagens mecânicas. Para a obtenção dessas expressões utiliza-se o mesmo sistema usado para a determinação dos torques internos da caixa Wilson. Para que o sentido dos torques nos eixos de entrada e de saída da transmissão seja corretamente considerado, o sistema é modificado nas seguintes equações:

$$\begin{cases} \tau_{12} + \tau_{18} = \tau_{motor} \\ \tau_{14} + \tau_{17} + \tau_{20} + \tau_{23} + \tau_{carga} = 0 \end{cases}$$

A Equação (3.75) mostra a expressão que dá a vantagem mecânica para a primeira relação de transmissão da caixa Wilson. As outras equações necessárias para se chegar a essa expressão são apresentadas no Apêndice 2.

$$i = \frac{\tau_A}{(1-r_6)\{r_5(1-r_6)\tau_{motor} + (r_5-1)\tau_A\}} \quad (3.75)$$

A Equação (3.76) mostra a expressão que dá a vantagem mecânica para a segunda relação de transmissão da caixa Wilson. As outras equações necessárias para se chegar a essa expressão são apresentadas no Apêndice 2.

$$i = \frac{\tau_{motor}}{\alpha\tau_{motor} + \beta\tau_B} \quad (3.76)$$

onde α é dado na Equação (3.77):

$$\alpha = r_6(1-r_5) + (1-r_6) \quad (3.77)$$

e β é dado na Equação (3.78):

$$\beta = \frac{\alpha}{r_3r_4} \quad (3.78)$$

A Equação (3.79) mostra a expressão que dá a vantagem mecânica para a terceira e quarta relações de transmissão da caixa Wilson. As outras equações necessárias para se chegar a essa expressão são apresentadas no Apêndice 2.

$$i = \frac{\tau_{motor}}{\varepsilon\tau_{motor} + \varphi\tau_B} \quad (3.79)$$

onde ε é dado na Equação (3.80):

$$\varepsilon = r_6(1-r_5) + (1-r_6) \quad (3.80)$$

e φ é dado na Equação (3.81):

$$\varphi = \frac{(r_4 - 1)(1 - r_5)\delta}{r_3} + \delta \quad (3.81)$$

A Equação (3.82) mostra a expressão que dá a vantagem mecânica para a relação de transmissão reversa da caixa Wilson. As outras equações necessárias para se chegar a essa expressão são apresentadas no Apêndice 2.

$$i = \frac{\tau_{motor}}{\alpha\tau_{motor} + \mu\tau_B} \quad (3.82)$$

onde μ é dado na Equação (3.83):

$$\mu = \frac{(r_7 - 1)}{r_7} + \frac{(r_8 - 1)}{r_7 r_8} \quad (3.83)$$

Com a Equação (3.83) encerra-se a modelagem da caixa Wilson de quatro velocidades. Pode-se agora utilizar o modelo obtido para a simulação. O processo de simulação deve seguir alguns passos: simulações preliminares de constatação da viabilidade do modelo, em termos computacionais. A partir desse ponto, procede-se a um aumento progressivo de complexidade dos dados de entrada e dos resultados a serem obtidos. O resultado final é a simulação de todo o modelo apresentado, obtendo-se o comportamento dinâmico da transmissão durante o acoplamento de uma de suas relações de transmissão.

Capítulo 4

Simulação da Caixa Wilson

Uma vez obtida a modelagem dinâmica de qualquer sistema o próximo passo é simulá-lo. Isso não é diferente para a caixa Wilson aqui modelada. São apresentadas as condições iniciais de simulação do modelo, e, a seguir, os resultados obtidos para as várias simulações. Inicialmente é realizada uma simulação arbitrária, isto é, com os valores das propriedades mecânicas estabelecidos de forma arbitrária sem compromisso com a realidade, mas com a função de se testar o modelo. Essa simulação serve como padrão para comparações com outras simulações feitas posteriormente. E por fim são realizadas várias alterações nas condições iniciais e seus resultados são, então, interpretados.

4.1 Condições da Modelagem

Os dois principais valores necessários para a simulação da caixa Wilson são o momento de inércia e o número de dentes de cada uma das engrenagens da transmissão. Esses valores estão apresentados na Tabela 4.1. Nesta tabela a unidade de J, que representa o momento de inércia, é kgm^2 , e Z o número de dentes de cada engrenagem.

Tabela 4.1 – Propriedades numéricas da caixa Wilson simulada.

	Planetário 1			Planetário 2			Planetário A			Planetário R		
	Anular	Planetas	Solar	Anular	Planetas	Solar	Anular	Planetas	Solar	Anular	Planetas	Solar
J	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
Z	156	50	56	120	40	40	120	43	44	156	46	64

Apenas para efeito de cálculo inicial assume-se que as inércias das porções de entrada e de saída da embreagem tenham o mesmo valor, ou seja, 0.005 kgm^2 . Com os números de dentes dados na Tabela 4.1 as relações de transmissão alcançadas nas simulações são de 0.2642, 0.4481, 0.6719 e 1.000.

Uma vez caracterizada a caixa de transmissão, é necessário o conhecimento do funcionamento do motor que a aciona. Esse conhecimento pode-se dar na forma de curvas de torque ou potência, cujas propriedades são facilmente convertidas de uma a outra. Neste trabalho, opta-se por utilizar uma curva de torque correspondente a um motor de combustão interna, que utiliza ciclo Otto. A Figura 4.1 mostra a curva utilizada. Para o caso da simulação aproxima-se a curva por um polinômio, como forma de facilitar os processos numéricos envolvidos.

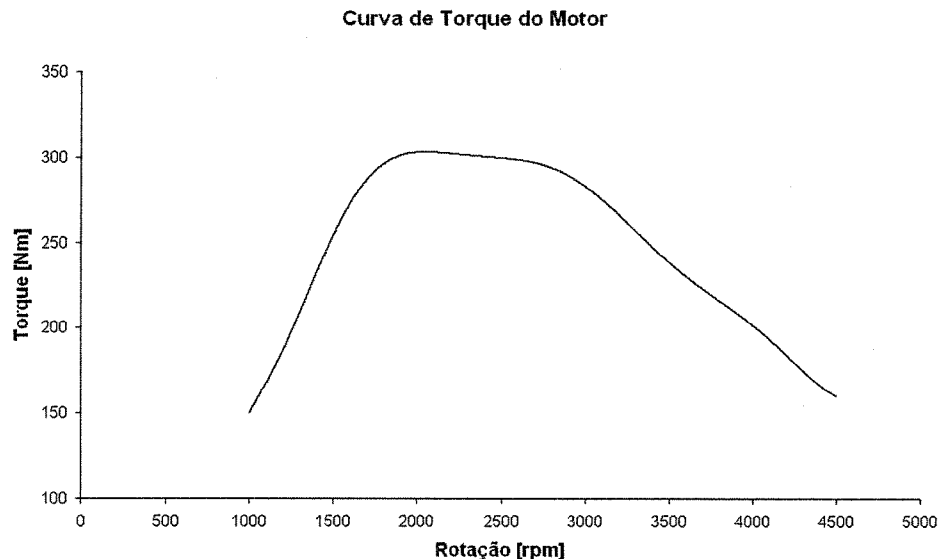


Figura 4.1 – Curva de torque utilizada nas simulações.

Com a curva de torque caracterizada pode-se modelar o processo de frenagem das engrenagens que determinam as relações de transmissão, conforme descrito no Capítulo 3. Mesmo sabendo que o comportamento dinâmico de cada uma das relações de transmissão pode ser diferente, opta-se por usar a mesma curva de frenagem para todas as engrenagens. Isso possibilita, em qualquer sistema, determinar quais são as diferenças entre o comportamento

dinâmico de cada um dos processos. A Equação (4.1) mostra a forma matemática do torque de frenagem aplicada às engrenagens, como mostrada por Doughty (1988).

$$Q = \begin{cases} \frac{1}{2}M \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{T}t\right) \right) & \text{se } t < T \\ M & \text{se } t > T \end{cases} \quad (4.1)$$

onde M é o máximo torque aplicado, T o tempo necessário para que se alcance M e t o tempo decorrido desde o início da frenagem. Nos casos aqui apresentados T vale 1s e M é igual a 50 Nm. A Figura 4.2 mostra a forma gráfica da Equação (4.1).

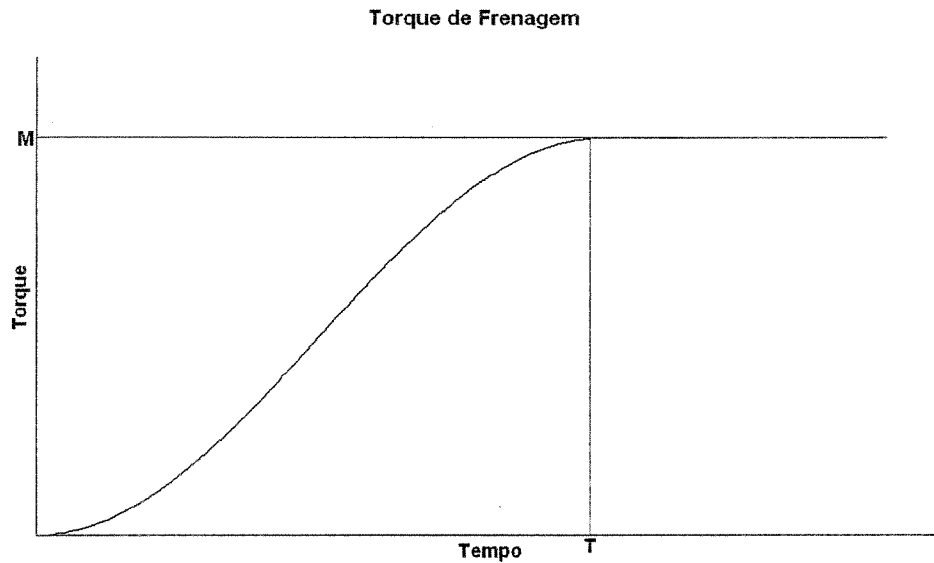


Figura 4.2 – Forma gráfica do torque de frenagem das engrenagens, de Doughty (1988).

Inicialmente, simula-se a transmissão sem qualquer carregamento. Isso permite estudar a influência da inércia dos componentes sobre o comportamento dinâmico da transmissão. O carregamento é posteriormente considerado e simulado. É importante, nas simulações, saber qual é a velocidade de rotação inicial do eixo de saída. Na primeira relação de transmissão supõe-se que é nula. Nas relações de transmissão subseqüentes admite-se que a rotação inicial do eixo de saída é a mesma rotação alcançada ao final da simulação da transmissão na relação de transmissão anterior. Para melhor entendimento toma-se a primeira e a segunda relações de transmissão. Se ao final da simulação da primeira relação de transmissão, que acontece com o

completo estabelecimento da relação de transmissão, o eixo de saída atinge 200 rpm, para uma rotação máxima do eixo de entrada de 5000 rpm, a rotação inicial do eixo de saída na simulação da segunda relação de transmissão será de 200 rpm.

4.2 Simulação da Caixa Wilson não Sujeita a Carregamentos

Com todas as condições necessárias estabelecidas podem, então, ser iniciadas as simulações. A Figura 4.3 mostra o fluxograma do processo de simulação utilizado para esse caso inicial, e em todos os casos adiante onde não há variação nos parâmetros inicialmente estabelecidos.

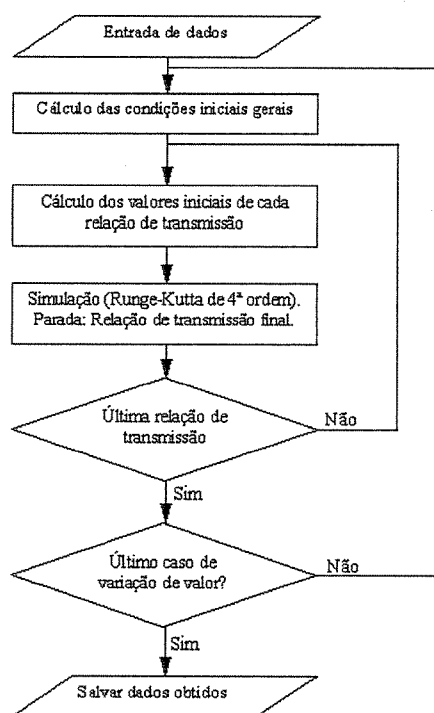


Figura 4.3 – Fluxograma do processo de simulação sem variação de parâmetros inicialmente estabelecidos.

O primeiro passo é a entrada dos dados construtivos, como as inércias de cada engrenagem. Após isso, são calculadas as matrizes de inércia para cada relação de transmissão e os valores iniciais das rotações dos eixos de entrada e de saída são determinados, esses valores são as condições iniciais da simulação. Uma vez obtidos os resultados para uma relação de transmissão, é determinada a rotação do elemento freado para a relação de transmissão subsequente. Além

desse valor, as condições iniciais são: 1000 rpm para o eixo de entrada, e a rotação do eixo de saída é a que corresponde a 4500 rpm, no eixo de entrada, da relação de transmissão anterior, no eixo de entrada uma vez que a transmissão foi totalmente acionada. A simulação prossegue com esse procedimento até que seja alcançada a última relação de transmissão, quando os dados obtidos são gravados. As condições de realização das simulações, assim como as listagens utilizadas estão no Apêndice 3. A Figura 4.4 mostra os resultados obtidos para a primeira relação de transmissão. Ela mostra em sua parte “a” velocidade de rotação instantânea dos componentes de interesse, sendo que a curva A representa o comportamento do eixo de entrada, a curva B mostra como se altera o valor da rotação do eixo de saída e a curva C indica a variação da rotação do elemento freado, nesse caso, a engrenagem anular do planetário 1, ao longo do tempo. A parte “b” da mesma figura mostra a relação de transmissão instantânea fornecida pela caixa Wilson.

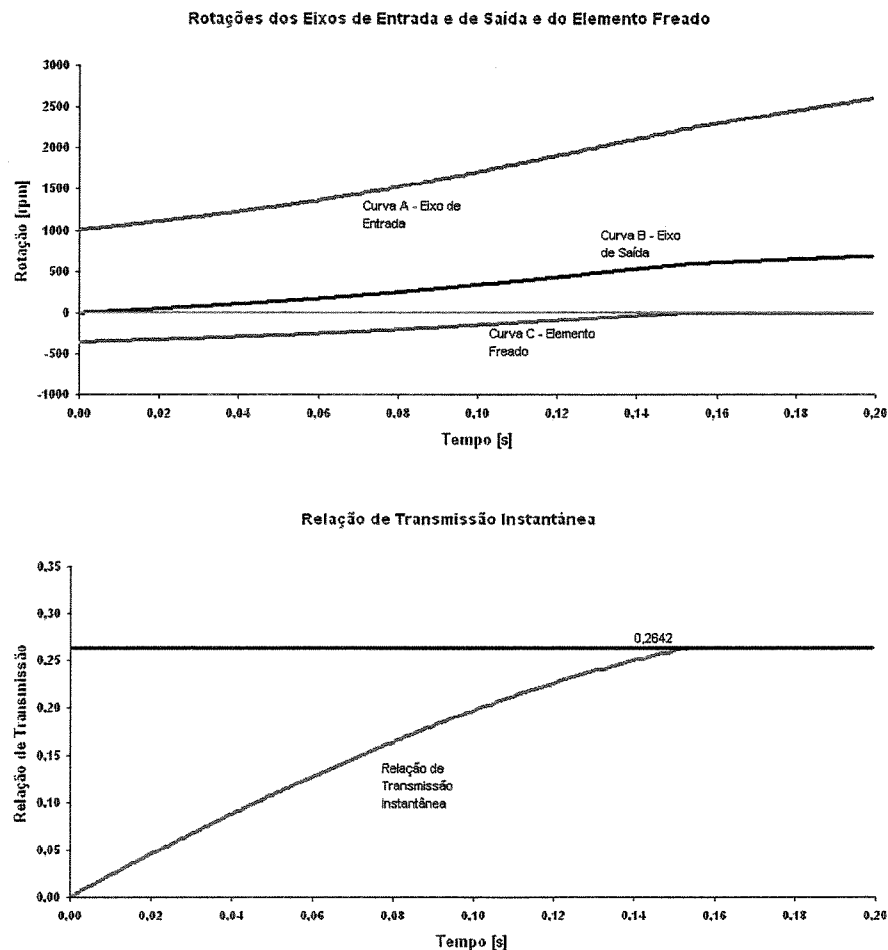


Figura 4.4 – Variação da velocidade dos componentes de interesse durante o acionamento da primeira relação de transmissão.

Pode ser visto na Figura 4.4 que é necessário um curto período de tempo para que a primeira relação de transmissão alcance a relação de transmissão final. Nesse caso, o motor não atinge sua máxima rotação ao fim do acionamento. Além disso, a velocidade de rotação do eixo de saída é sempre crescente. Os resultados da simulação para a segunda relação de transmissão são mostrados na Figura 4.5. Repete-se o mesmo padrão de representação apresentado na Figura 4.4.

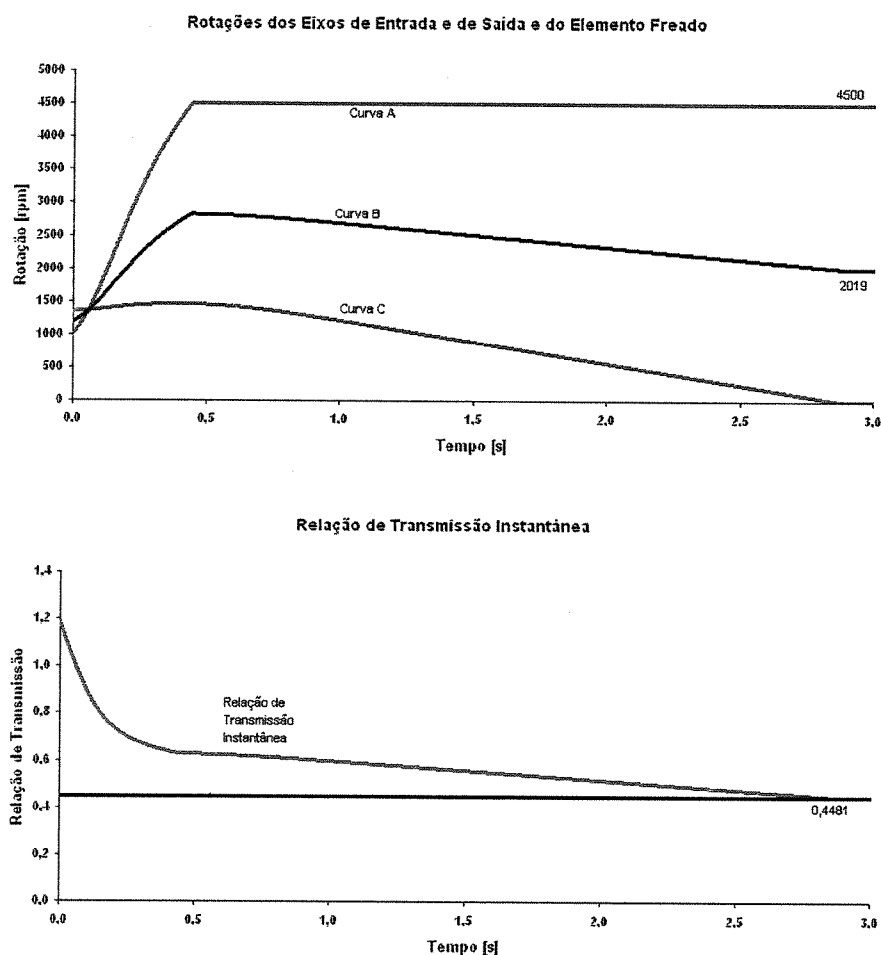


Figura 4.5 – Variação da velocidade dos componentes de interesse durante o acionamento da segunda relação de transmissão

O tempo necessário para que a segunda relação de transmissão atinja a relação de transmissão final é cerca de 15 vezes maior que a necessária para a primeira relação de

transmissão. Nesse caso, o motor atinge sua rotação máxima muito antes da completa frenagem da engrenagem anular do planetário 2. O fato de o motor ter alcançado a rotação limite é a principal razão do decréscimo do valor da velocidade de rotação do eixo de saída durante o processo. A terceira relação de transmissão, cujo elemento que a caracteriza é a porção de saída da embreagem, tem os resultados de sua simulação mostrados na Figura 4.6.

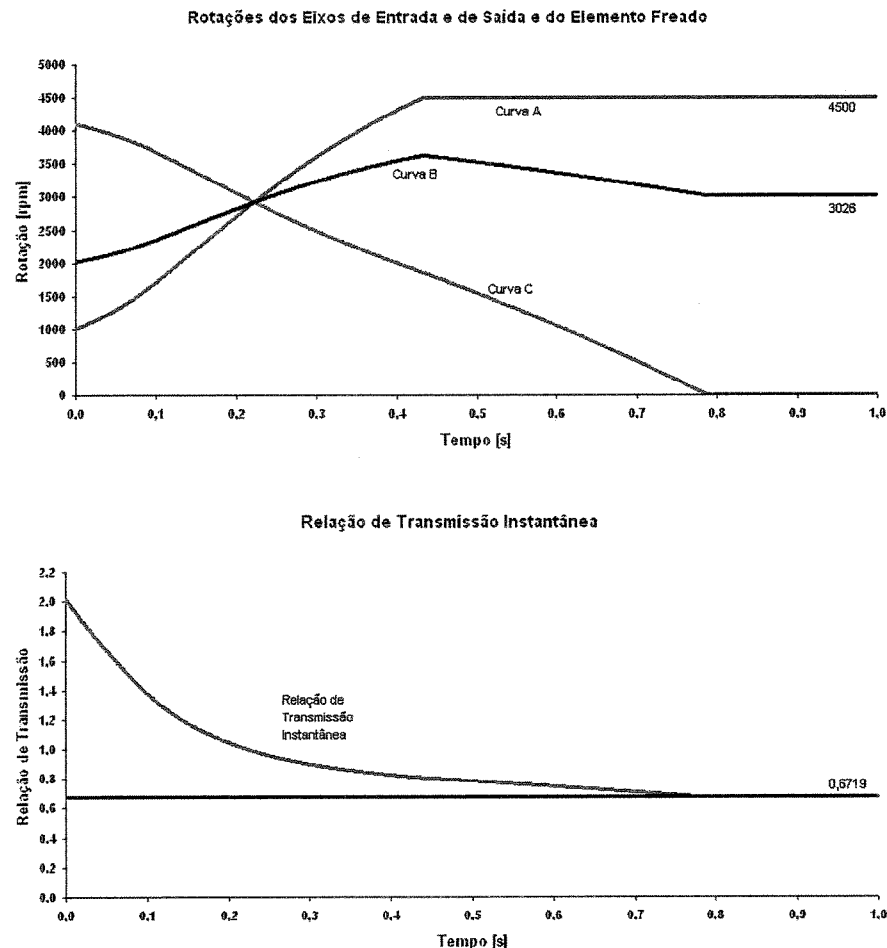


Figura 4.6 – Variação da velocidade dos componentes de interesse durante o acionamento da terceira relação de transmissão.

O tempo necessário para o acionamento da terceira relação de transmissão fica entre o da primeira e o da segunda. Novamente, o motor atinge sua rotação limite, forçando uma redução na rotação do eixo de saída. Esse tipo de fato sugere que são necessárias mudanças no processo de frenagem. A Figura 4.7 mostra como se comporta o acionamento da quarta relação de transmissão.

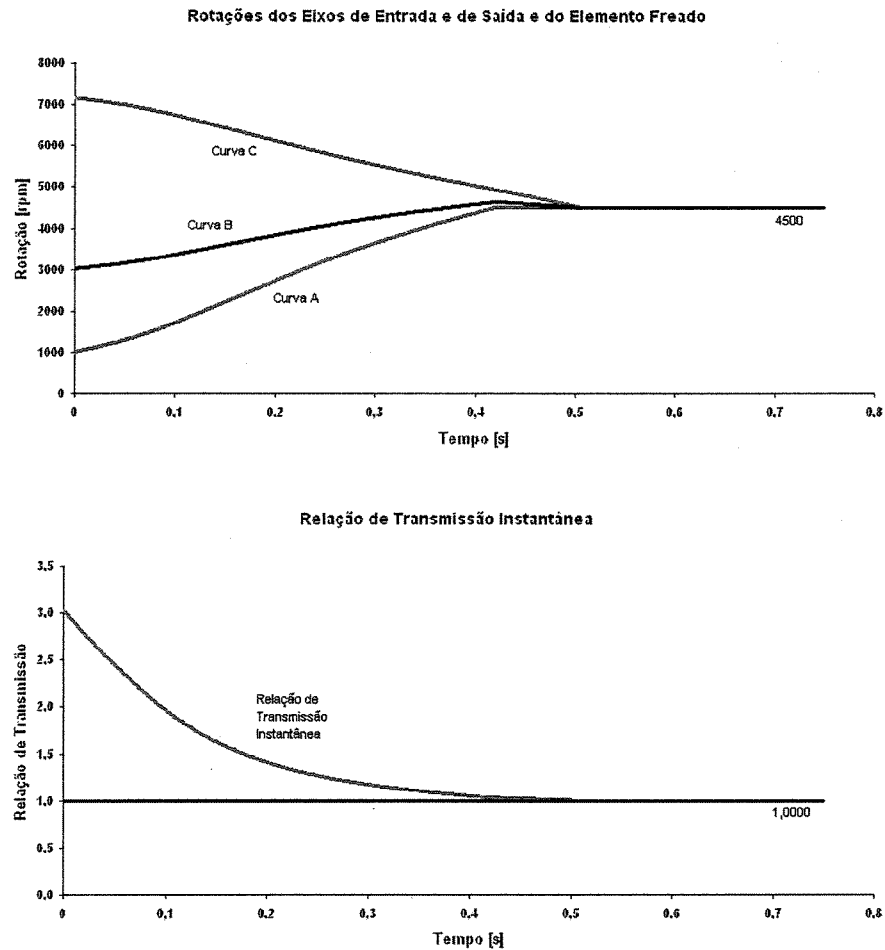


Figura 4.7 – Variação da velocidade dos componentes de interesse durante o acionamento da quarta relação de transmissão.

Todos os componentes atingem a mesma velocidade de rotação durante o processo de acionamento da quarta relação de transmissão. Isso já era esperado, pois a modelagem havia indicado esse fenômeno. O fato de todos os componentes terem a mesma rotação indica que a transmissão se comporta como um corpo rígido.

O modelo apresentado foi capaz de alcançar a relação de transmissão de cada relação de transmissão em todos os casos iniciais da simulação. Um estudo somente com condições fixas de simulação não pode ser aceito. Os reflexos das variações no comportamento de um sistema mecânico podem ser desastrosos. Uma forma de se evitar esses casos é aprofundar o estudo do comportamento desse sistema, com relação a variações em aspectos construtivos. Isso pode evitar

falhas indesejadas e ainda servir como forma de planejamento de um eventual algoritmo de controle.

Vale ressaltar que apesar de as simulações poderem mostrar certas tendências que podem resultar em falhas, os resultados obtidos devem ser analisados com cautela. A utilização de qualquer equipamento está sujeita a situações que podem não ter sido previstas durante o projeto e subsequente análise.

O segundo passo, com respeito às simulações, é estudar a influência do valor dos momentos de inércia no processo de simulação. Para isso, varia-se o valor da inércia de 0.005 a 0.010 kgm², com passos de 0.001 kgm² entre cada simulação. Essa variação é feita para todos os componentes de maneira idêntica e simultânea. Todas as outras condições permanecem as mesmas das simulações anteriores.

A Figura 4.8 mostra o fluxograma para a simulação com a variação de parâmetros. Ele é válido para essa simulação e todas as outras que mostram algum tipo de variação de parâmetro. Essa simulação é basicamente a mesma da mostrada na Figura 4.3. A diferença é que a simulação anterior é repetida para cada um dos valores dentro da variação estabelecida, até que todas as simulações sejam completadas. Isso significa que são seguidas as seguintes etapas: entrada inicial dos dados, cálculos dos valores iniciais gerais, entrada no processo de variação de parâmetros, simulação de todas as relações de transmissão, saída do processo de variação de parâmetros e gravação dos dados.

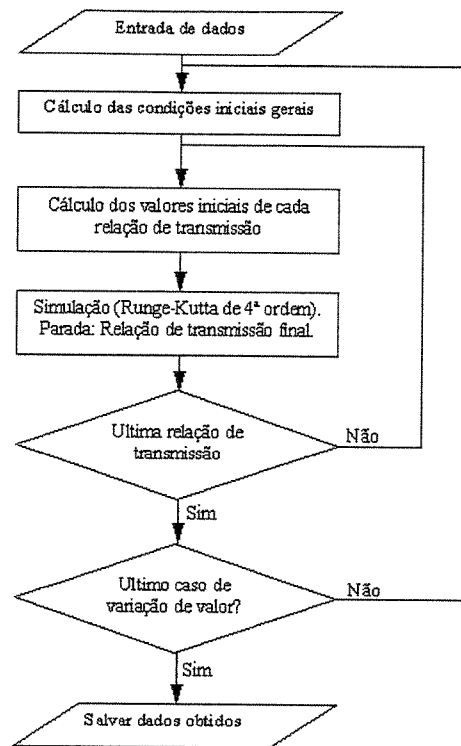


Figura 4.8 – Fluxograma do processo de simulação com variação de parâmetros inicialmente estabelecidos.

A Figura 4.9 mostra os resultados da primeira relação de transmissão. Mostra em sua parte “a” velocidade de rotação instantânea dos componentes de interesse, sendo que as curvas A representam o comportamento do eixo de entrada, as curvas B mostram como se altera o valor da rotação do eixo de saída e as curvas C indicam as variações da rotação do elemento freado, nesse caso, a engrenagem anular do planetário 1, ao longo do tempo. A parte “b” da mesma figura mostra os valores extremos das inércias utilizadas, além de indicar o sentido da variação. Essa figura pode ser utilizada para se conhecer o sentido da variação que ocorre nas curvas de rotação.

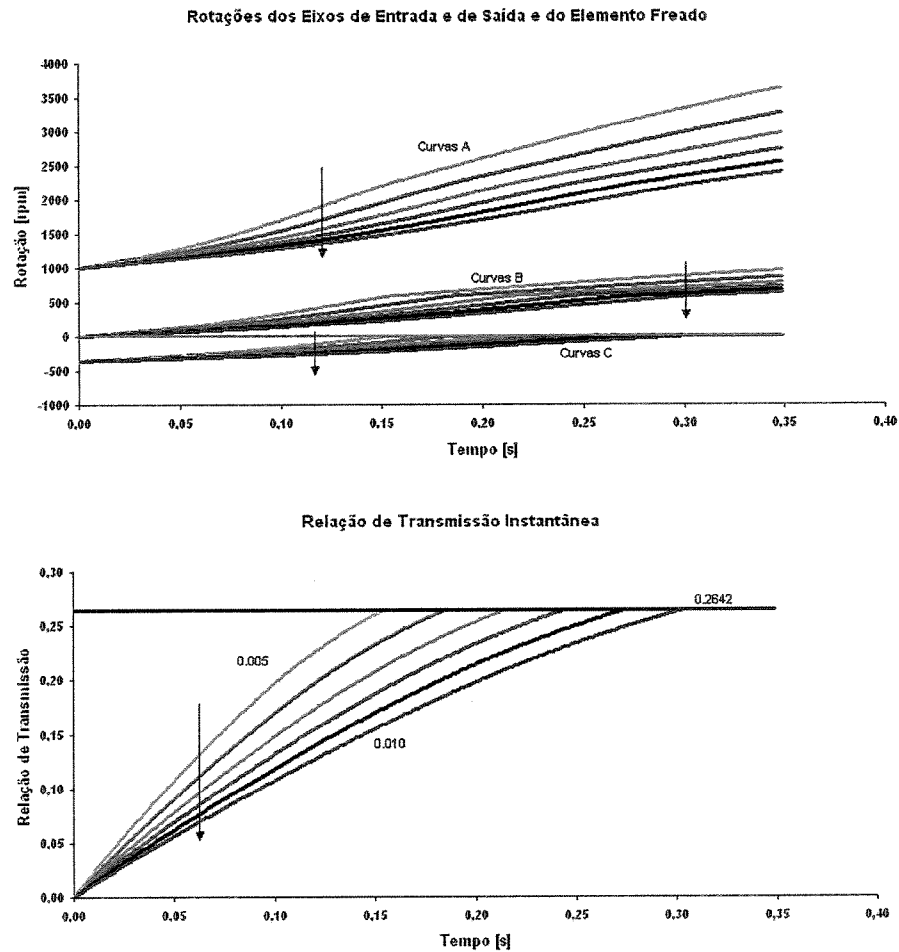


Figura 4.9 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, para vários valores de momentos de inércia, durante o acionamento da primeira relação de transmissão.

Observa-se que o padrão de comportamento dinâmico não se altera, independentemente do valor de inércia utilizado. O tempo necessário para se atingir a correta relação de transmissão, entretanto, sofre uma significativa variação. Chega a ser duas vezes mais demorado para se ter o acionamento completo quando se duplica o valor do momento de inércia.

A Figura 4.10 mostra os resultados obtidos para a segunda relação de transmissão.

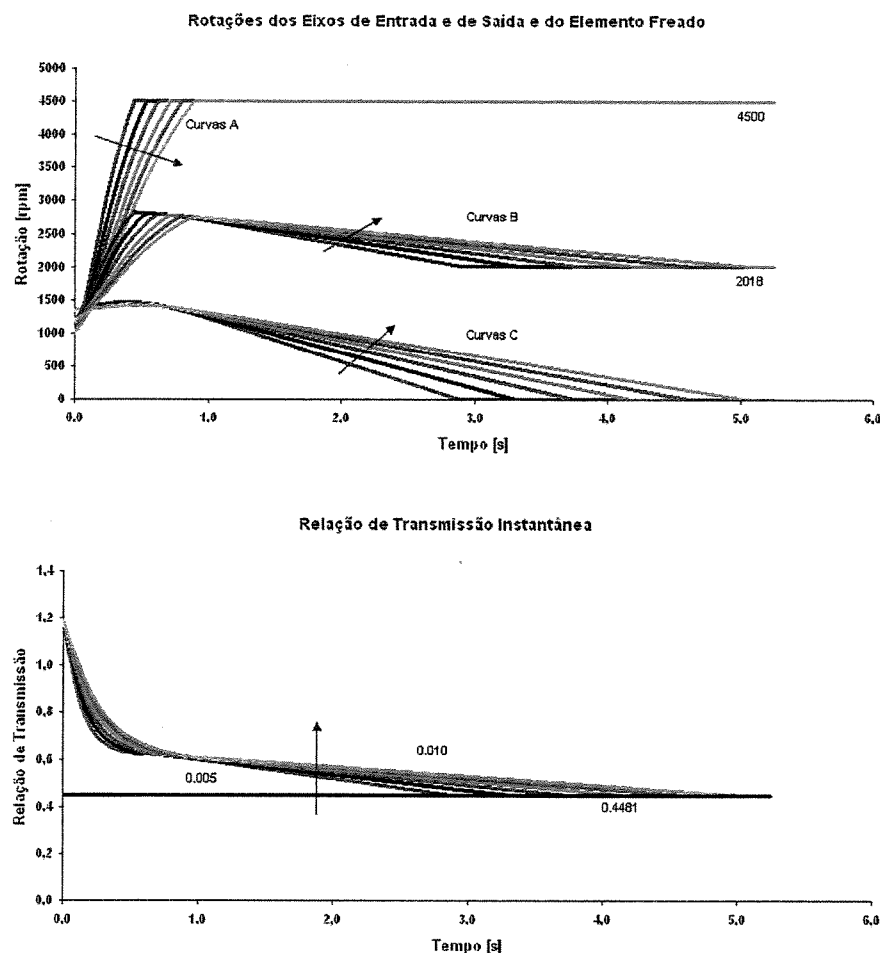


Figura 4.10 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, para vários valores de momentos de inércia, durante o acionamento da segunda relação de transmissão.

Novamente, é possível ver que a inércia influi consideravelmente nos tempos necessários para o estabelecimento das relações de transmissão. Um fato que deve ser notado é que a duplicação do valor do momento de inércia não implica um tempo duas vezes maior para o total acionamento da transmissão. É importante destacar isso, pois a impressão que os tempos da primeira relação de transmissão dão é a de uma relação linear entre tempos de acionamento e inércia dos componentes. Os resultados da terceira relação de transmissão são mostrados na Figura 4.11, e os resultados da quarta relação de transmissão estão na Figura 4.12.

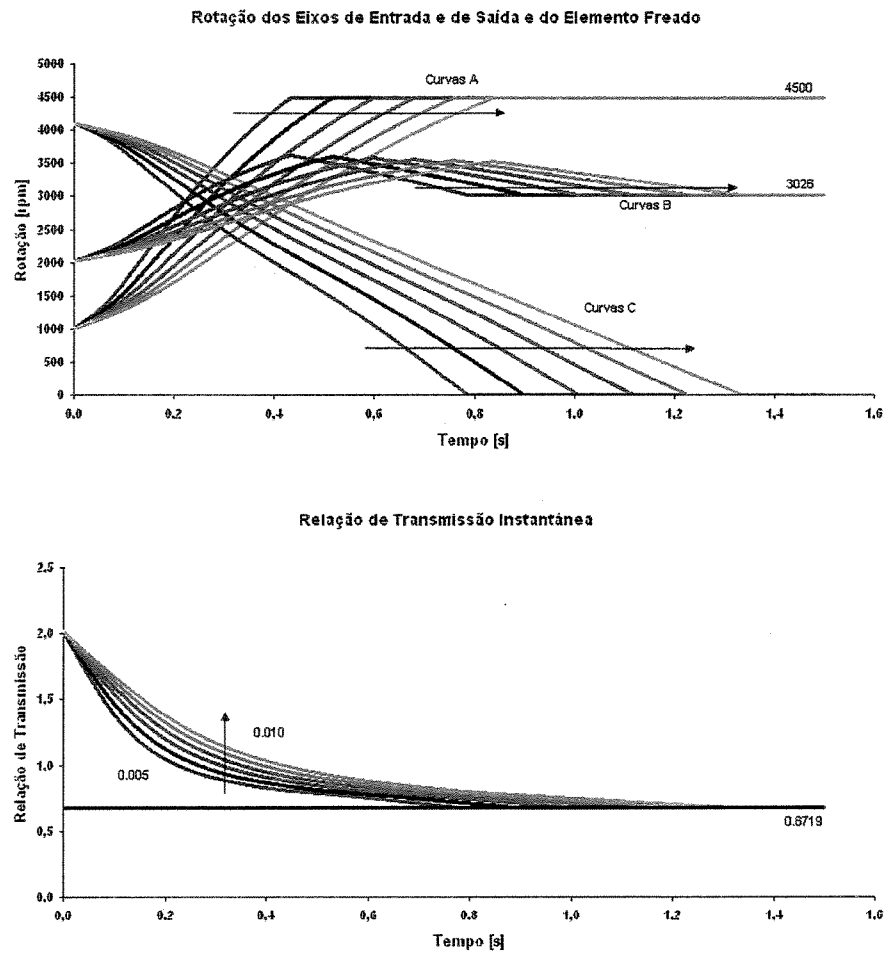


Figura 4.11 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, para vários valores de momentos de inércia, durante o acionamento da terceira relação de transmissão.

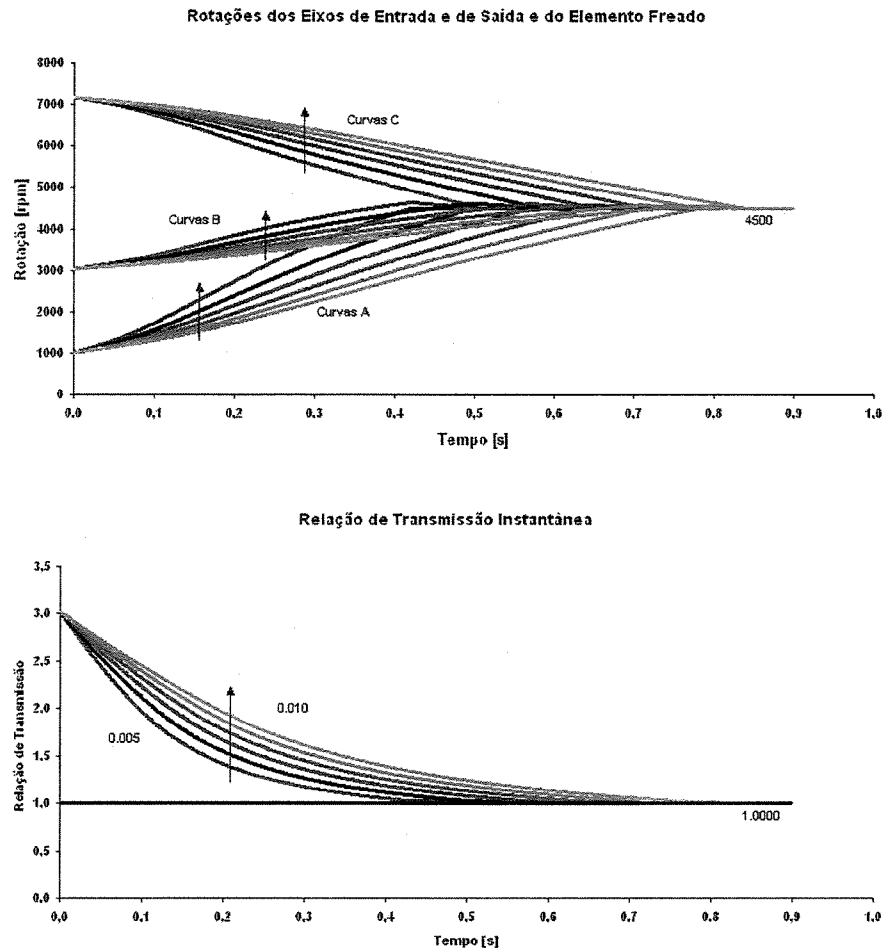


Figura 4.12 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, para vários valores de momentos de inércia, durante o acionamento da quarta relação de transmissão.

Os resultados da terceira e quarta relações de transmissão apenas confirmam que a inércia dos componentes tem uma influência considerável no tempo de acionamento, mas que essa influência não é linear.

O próximo conjunto de simulações mostra a influência do motor no tempo de acionamento da transmissão. Nesse caso, o motor é mantido a 1500 rpm até que a relação de transmissão simulada seja obtida, a partir daí o motor fica livre para funcionar normalmente. O travamento da rotação de um motor é possível devido aos avanços da eletrônica embarcada nos veículos. Todas as outras condições são as mesmas do conjunto inicial de simulações. A Figura 4.13 mostra os

resultados obtidos para a primeira relação de transmissão. A padronização das curvas segue o estabelecido na Figura 4.4.

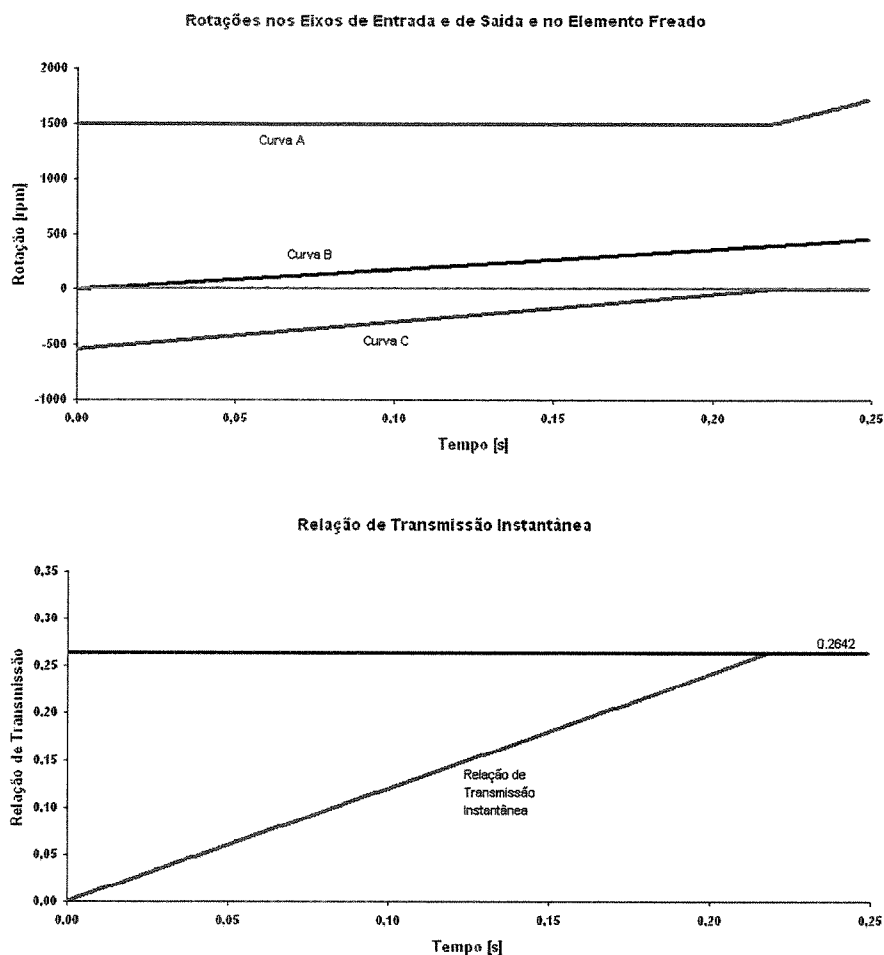


Figura 4.13 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, com a rotação do motor limitada em 1500 rpm, durante o acionamento da primeira relação de transmissão.

Como era de se esperar, a velocidade de rotação do eixo de saída aumenta ao longo do tempo. Isso acontece num curto espaço de tempo. Mesmo o torque de frenagem sendo não-linear, a velocidade do componente freado é linear, como sugere o resultado da simulação. A Figura 4.14 mostra os resultados para a segunda relação de transmissão.

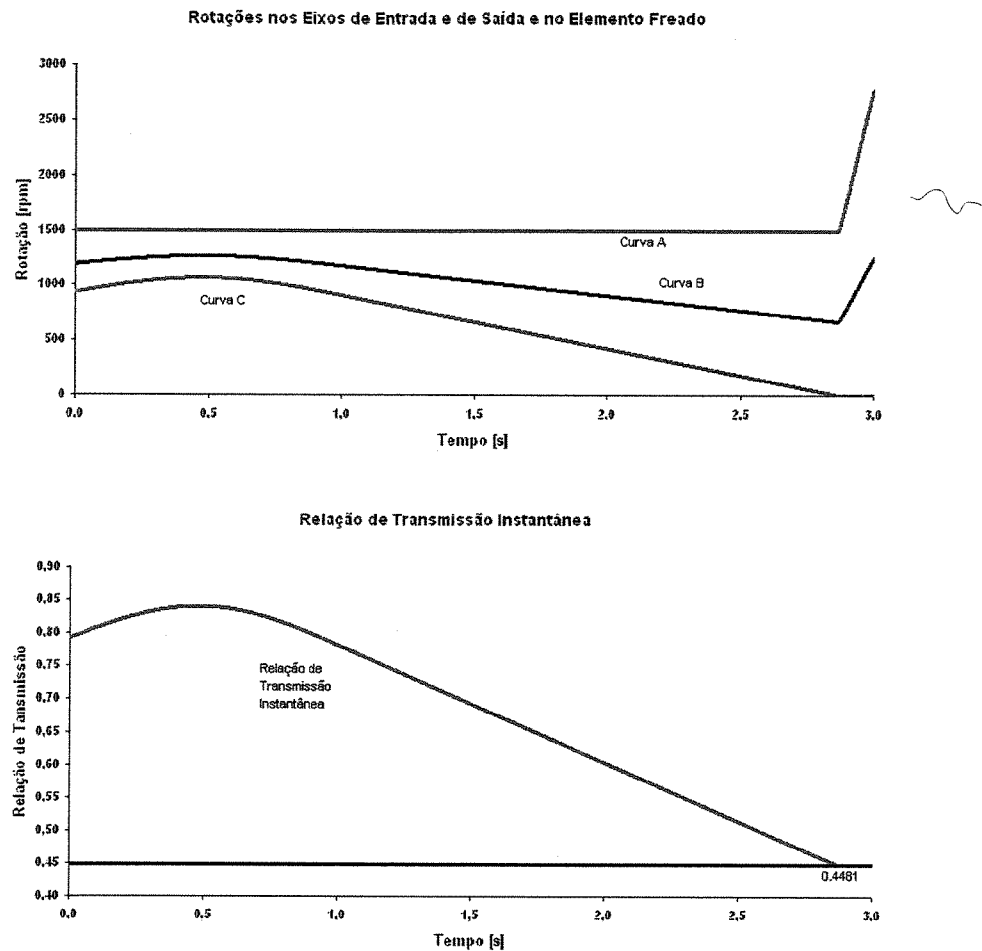


Figura 4.14 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, com a rotação do motor limitada em 1500 rpm, durante o acionamento da segunda relação de transmissão.

No caso da segunda relação de transmissão já começam a haver problemas relacionados à velocidade de rotação do eixo de saída. Por um breve período a velocidade aumenta, mas logo após começa a decrescer acompanhando a velocidade do elemento freado. Esse comportamento não é o esperado, porém é compatível com o modelo estabelecido. A Figura 4.15 mostra os resultados para a terceira relação de transmissão.

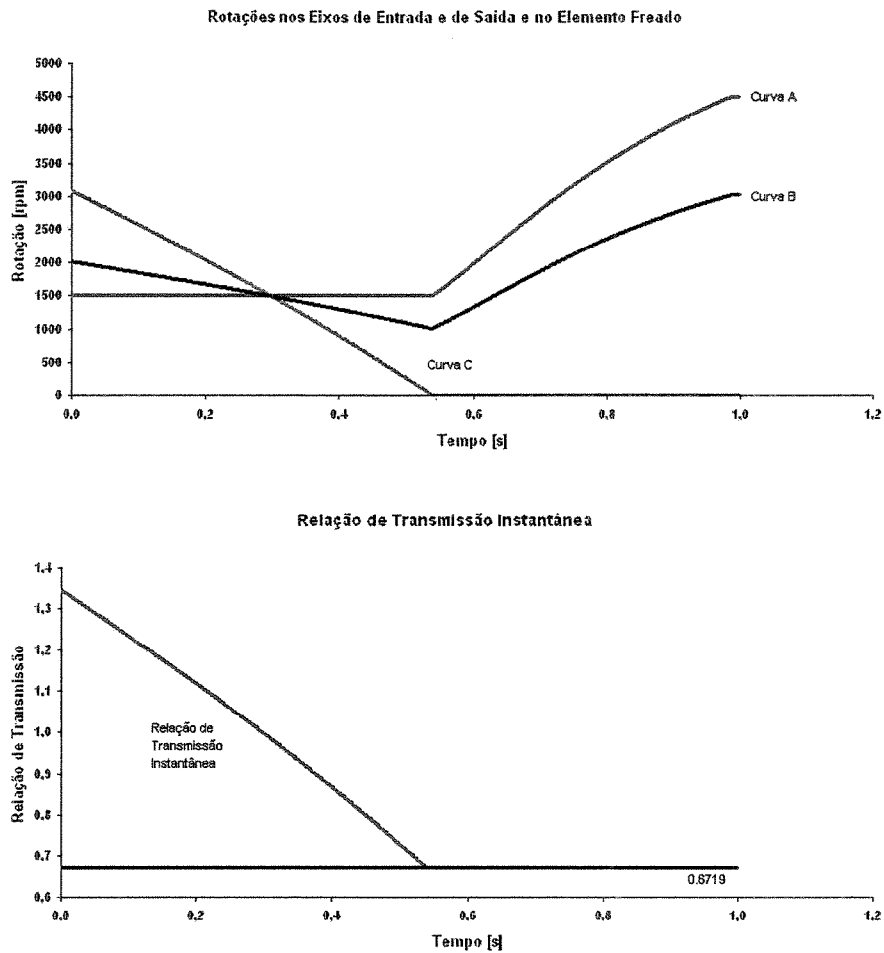


Figura 4.15 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, com a rotação do motor limitada em 1500 rpm, durante o acionamento da terceira relação de transmissão.

No caso da terceira relação de transmissão percebe-se que a rotação tem seu valor decrescendo apenas durante a frenagem da engrenagem solar do planetário A. Nesse caso, fica claro que a velocidade de rotação do eixo de saída aumenta junto com o motor após o período de acionamento. Nesse caso, como nos outros, a relação de transmissão esperada é atingida corretamente. A Figura 4.16 mostra os resultados obtidos para a quarta relação de transmissão.

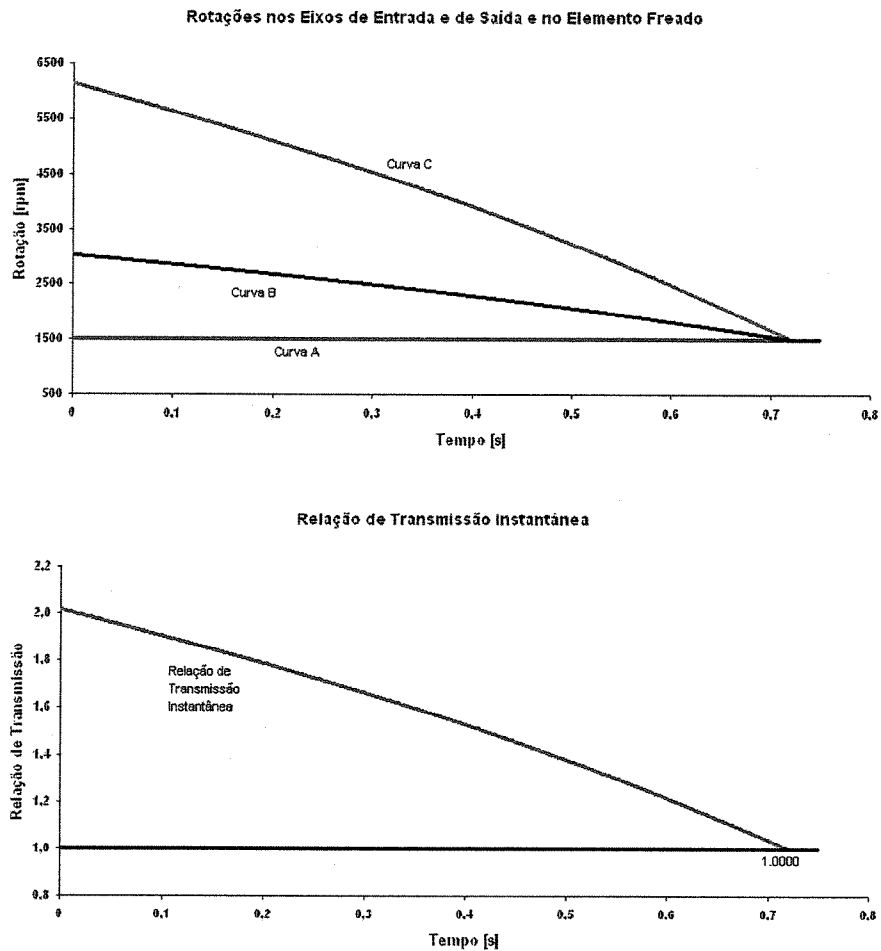


Figura 4.16 – Variação da velocidade dos componentes de interesse, com a rotação do motor limitada em 1500 rpm, durante o acionamento da quarta relação de transmissão.

Os resultados obtidos na simulação da quarta relação de transmissão são similares as da terceira. Um ponto a ser destacado é a ausência de um comportamento padrão na relação entre os tempos necessários para o total acionamento nos casos do motor livre para funcionar e travado em 1500 rpm. Por vezes o tempo foi maior, em outra menor, e em um caso semelhante.

Outro valor que pode ser modificado para melhor entendimento da resposta da transmissão à variação de parâmetros é o tempo necessário para se atingir o torque máximo de frenagem. Espera-se que uma variação nesse tempo, de forma que o torque máximo seja atingido em menor tempo, leve a um comportamento mais ágil da transmissão. Isso significa que a transmissão atinge a relação de transmissão final em menor tempo. Nos casos apresentados, o tempo para que a frenagem seja máxima varia entre 0,5 e 1s. A Figura 4.17 mostra o comportamento da

transmissão durante o acionamento da primeira relação de transmissão. Repete-se aqui o mesmo procedimento de posicionamento das curvas para a representação dos valores, como feito na Figura 4.9. A parte b indica as curvas-limite e a direção de variação, e a parte a mostra apenas as variações nas curvas.

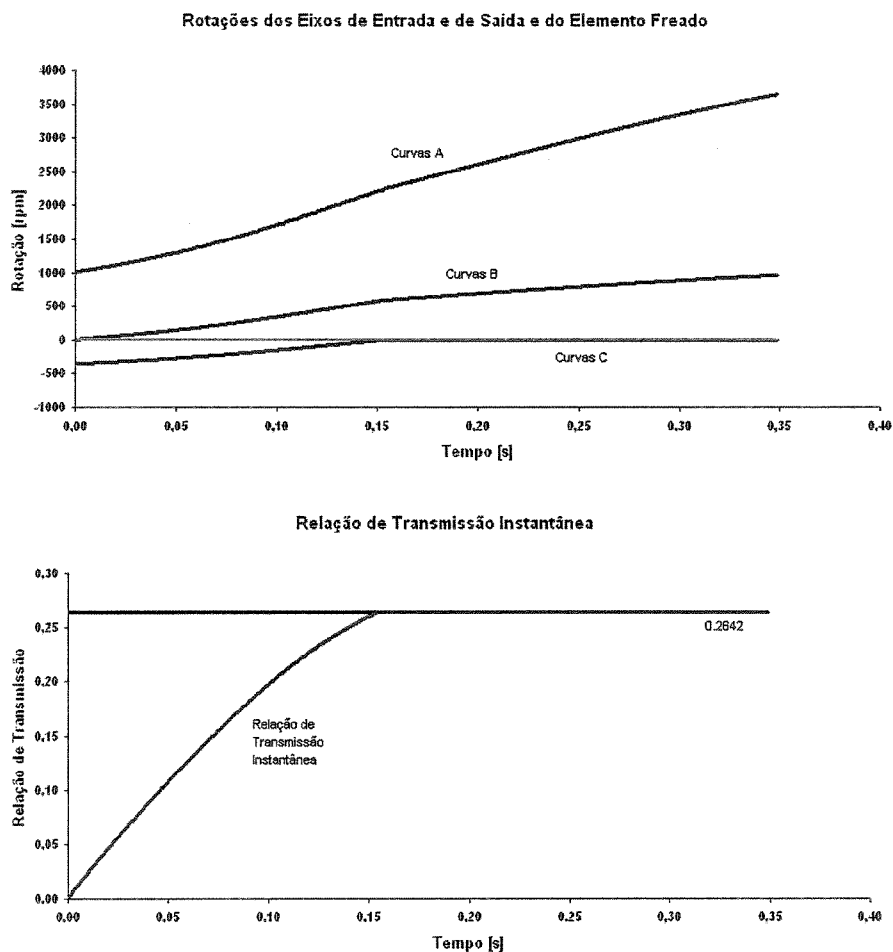


Figura 4.17 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da primeira relação de transmissão com o tempo para obtenção do torque de frenagem máximo variando.

Observa-se pela análise dos resultados da primeira relação de transmissão que não há variação relevante no comportamento da transmissão. Isso indica que em um eventual processo de controle não tem o tempo de estabelecimento do máximo torque de frenagem como uma variável a ser considerada. A Figura 4.18 mostra os resultados obtidos para a segunda relação de transmissão para as mesmas condições de simulação.

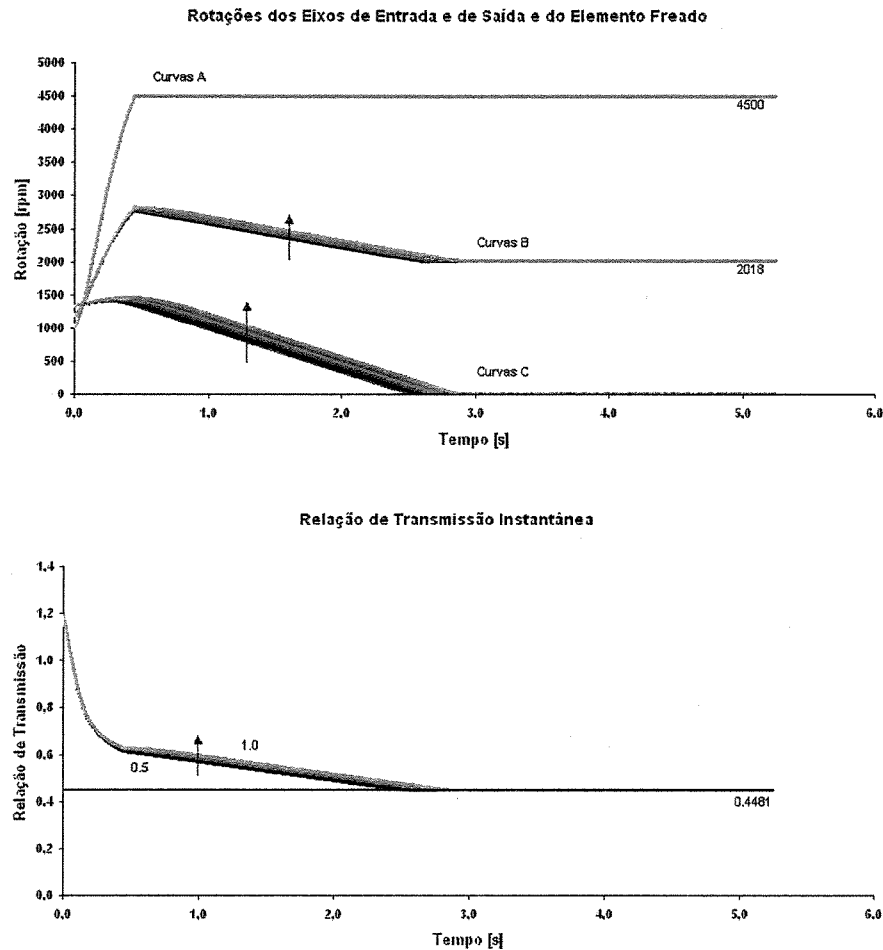


Figura 4.18 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da segunda relação de transmissão com o tempo para obtenção do torque de frenagem máximo variando.

No caso da segunda relação de transmissão percebe-se que há uma influência significativa no tempo necessário para o estabelecimento da relação de transmissão final dessa relação de transmissão. Essa variação é da ordem de 0,5 s, ou 20% do tempo necessário no estabelecimento da relação com o menor valor de tempo gasto para o máximo torque de frenagem. A Figura 4.19 mostra os resultados obtidos para a terceira relação de transmissão para as mesmas condições de simulação.

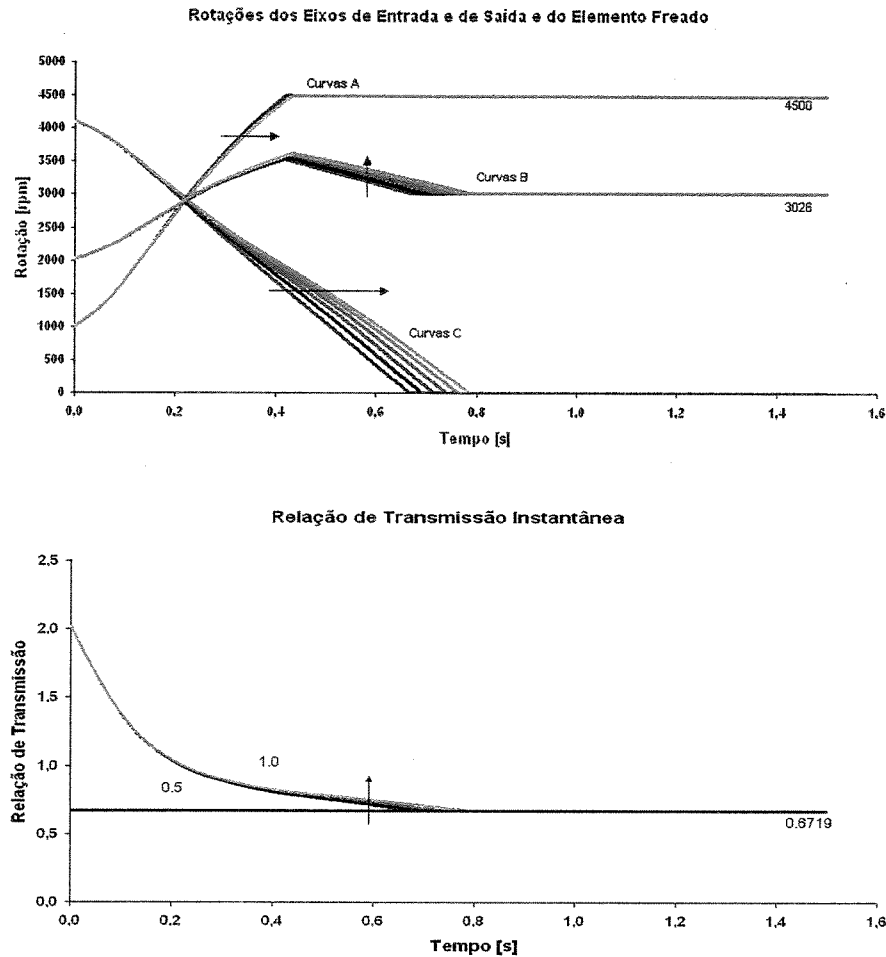


Figura 4.19 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da terceira relação de transmissão, com o tempo para obtenção do torque de frenagem máximo variando.

No caso da terceira relação de transmissão percebe-se que o tempo exerce uma influência considerável sobre o tempo necessário para o estabelecimento da relação de transmissão final dessa relação de transmissão. A variação muda entre os tempos máximo e mínimo obtidos e é da ordem de 0,2 s, ou 25%. A variação relativa é um pouco maior que a obtida na segunda relação de transmissão, porém em valores diretos a variação é menor. Um fato importante a ser destacado é que independentemente do tempo necessário para obtenção do torque máximo de frenagem o padrão das curvas obtidas é similar à simulação principal. A Figura 4.20 mostra os resultados obtidos para a quarta relação de transmissão para as mesmas condições de simulação.

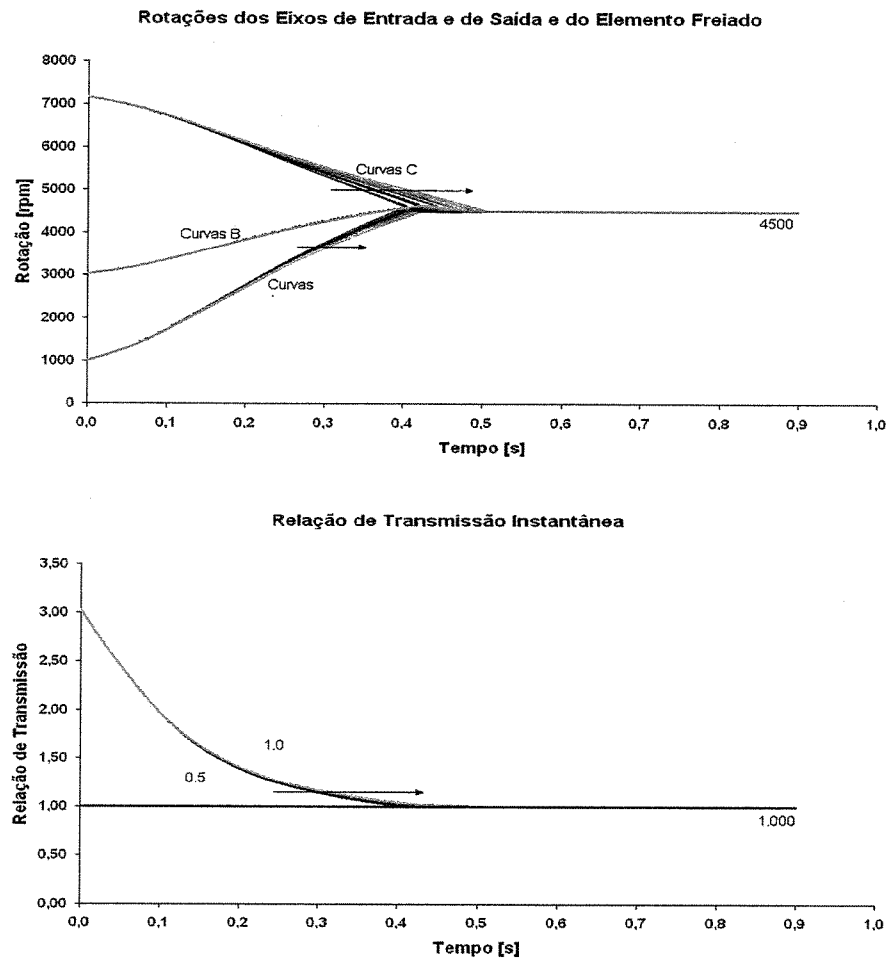


Figura 4.20 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da quarta relação de transmissão com o tempo para obtenção do torque de frenagem máximo variando.

A Figura 4.20 mostra que há uma pequena variação no tempo de estabelecimento da quarta relação de transmissão; esse tempo é da ordem de 0,1 s ou 25% do tempo mínimo. Trata-se da menor variação do tempo em valores diretos, porém mantém-se certo nível de variação quando os valores são considerados relativamente aos valores mínimos.

A variação no tempo necessário para a obtenção do torque máximo de frenagem provoca alguma variação no tempo necessário para o estabelecimento da relação de transmissão final em todas as relações de transmissão, exceto a primeira, mantendo um nível de mudança relativa com valores próximos em todos os casos.

O último estudo a ser feito em casos em que não há carga é a variação do torque máximo aplicado ao elemento freado. Nessa situação de simulação mantém-se a equação que rege a frenagem. Os valores considerados variam entre 50 e 100 Nm. Esse estudo é necessário para que se saiba qual o torque ótimo a ser aplicado na frenagem no elemento que caracteriza dada relação de transmissão. A variação do torque necessário para o processo de frenagem é causada pelo desgaste dos componentes que estarão em contato durante a frenagem. Obviamente, esses dois tipos de simulação, variação de tempo e de torque máximo, são simplificações do processo real. Numa transmissão real espera-se que o desgaste dos componentes altere ambos os valores simultaneamente. Outro valor que pode mudar, porém em menor grau, é o momento de inércia dos elementos freados, que acabaria por influenciar o comportamento dinâmico do sistema. A Figura 4.21 mostra os resultados dessa simulação para a primeira relação de transmissão.

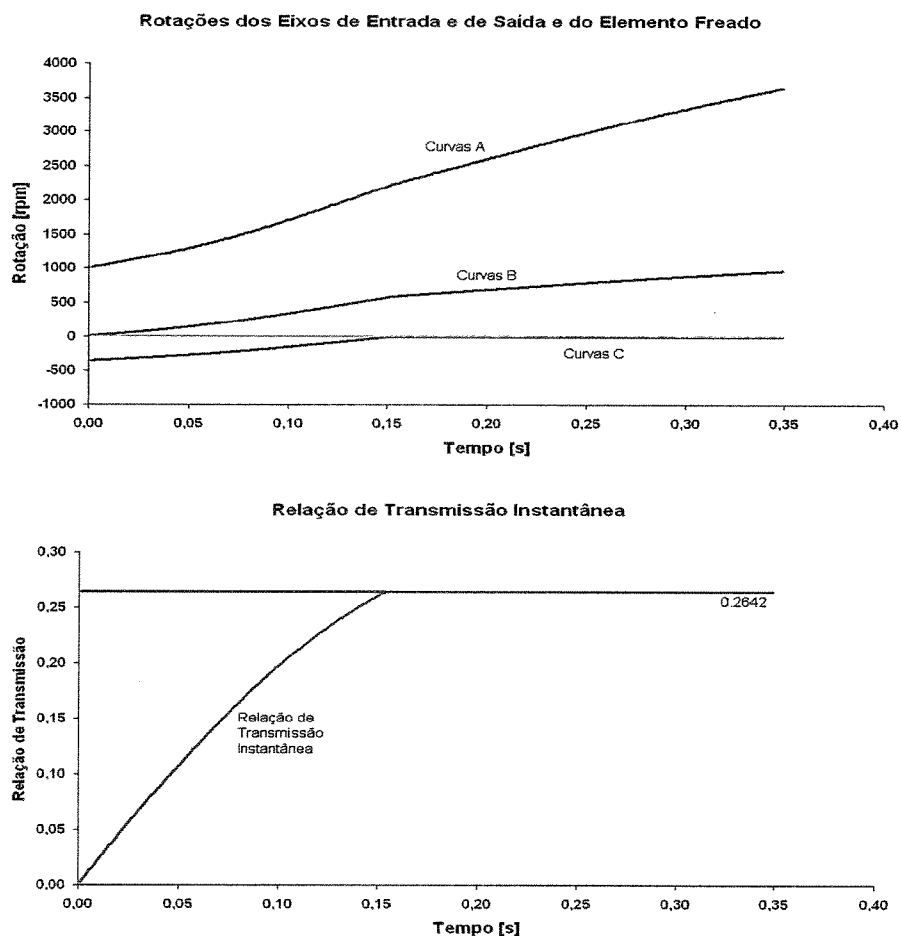


Figura 4.21 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da primeira relação de transmissão com o torque de frenagem máximo variando

Novamente, a primeira relação de transmissão não apresenta qualquer resposta significativa à variação no valor de torque máximo de frenagem. Isso significa que a frenagem do elemento caracterizador da primeira relação de transmissão pode ser feita com valores de parâmetros que sejam mais convenientes para os projetistas. A Figura 4.22 mostra os resultados dessa simulação para a segunda relação de transmissão.

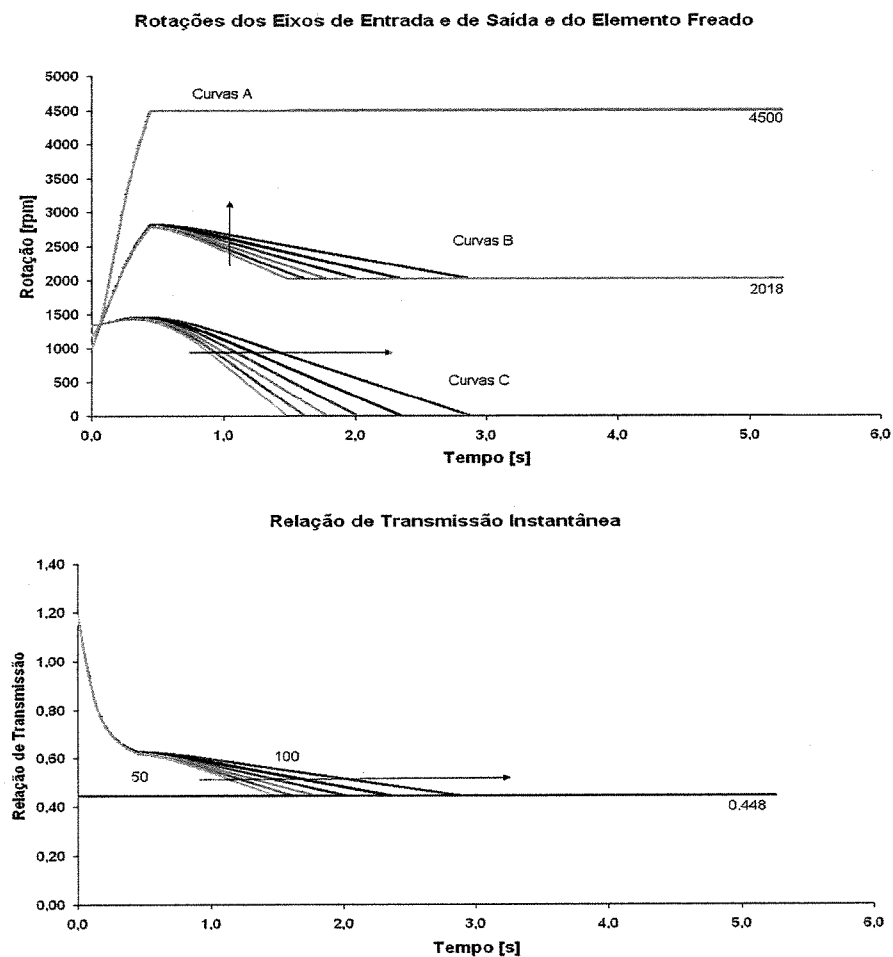


Figura 4.22 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da segunda relação de transmissão com o torque de frenagem máximo variando.

Os resultados obtidos mostram que o torque exerce forte influência no tempo necessário para o estabelecimento da segunda relação de transmissão. Os valores obtidos para a total frenagem mostram que quanto maior o torque aplicado, menor o tempo gasto para o

estabelecimento da relação de transmissão final. Essa redução chega a 50%, o que equivale a 1,5 s. A Figura 4.23 mostra os resultados dessa simulação para a terceira relação de transmissão.

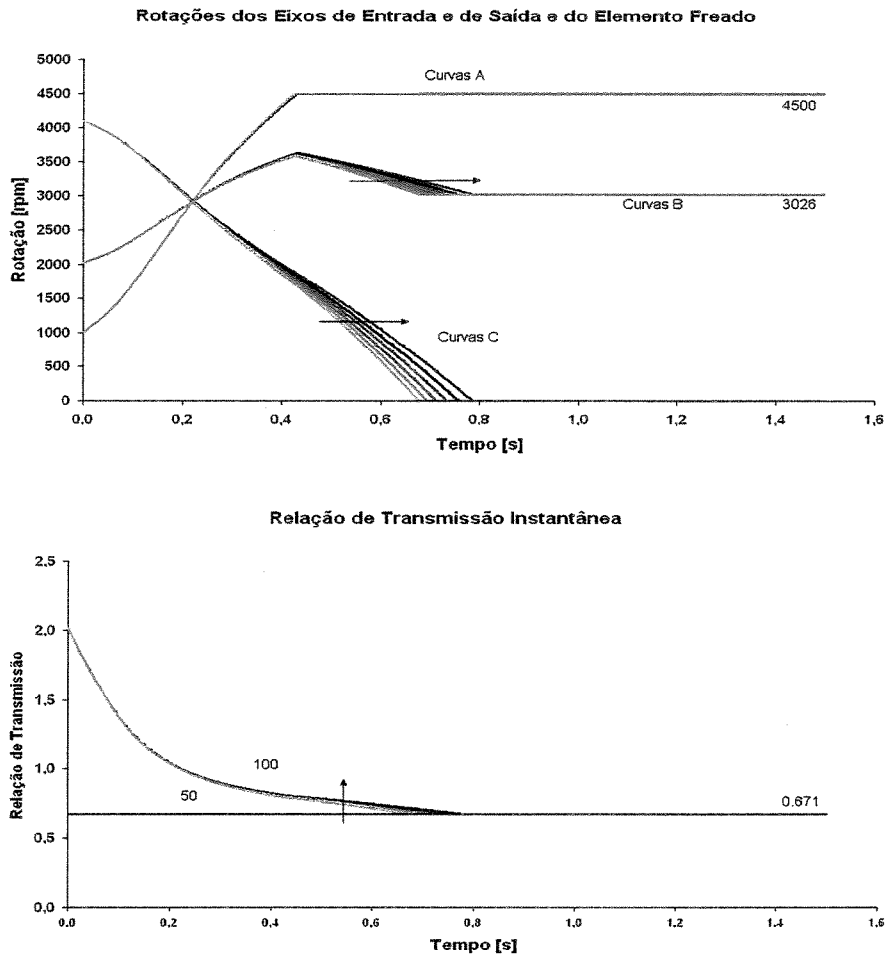


Figura 4.23 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da terceira relação de transmissão com o torque de frenagem máximo variando.

O caso da terceira relação de transmissão mostra que a influência do torque máximo aplicado é menor tanto relativa, quanto absolutamente. O tempo sofre uma redução de 0,75 s para 0,65 s. Isso significa uma redução de cerca de 13%. Destaca-se novamente o fato de o padrão de comportamento de cada rotação se manter o mesmo independentemente do valor do torque máximo aplicado. A Figura 4.24 mostra os resultados dessa simulação para a quarta relação de transmissão.

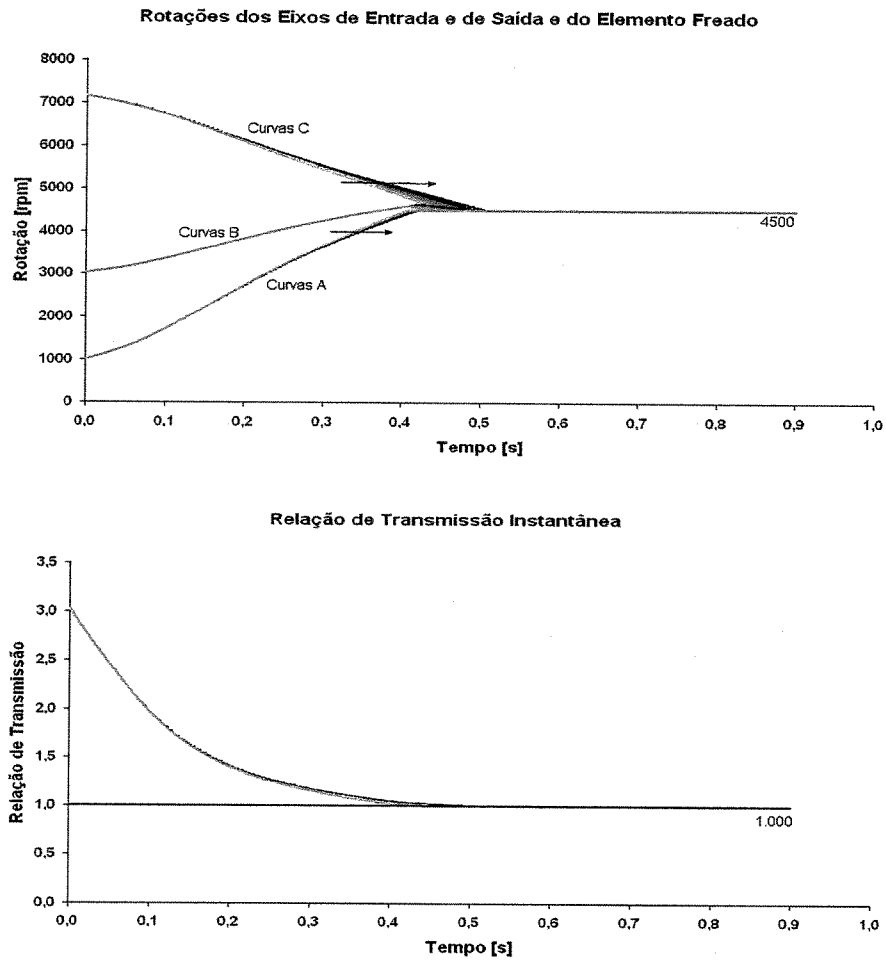


Figura 4.24 - Variação da velocidade dos componentes de interesse da quarta relação de transmissão com o torque de frenagem máximo variando.

A quarta relação de transmissão mostra que a variação do torque máximo de frenagem não se mostrou constante com relação aos tempos necessários para o estabelecimento da relação de transmissão final de cada relação de transmissão. Nesse caso de quarta relação de transmissão, a variação em 0,05 s, entre o tempo máximo e o tempo mínimo, equivale a uma variação relativa de 10%.

A influência do torque máximo mostrou um parâmetro que é passível de otimização. O caso mais claro disso é o da segunda relação de transmissão. É claro que este é apenas um estudo preliminar com valores que não são, em hipótese alguma, correspondentes à realidade. Apesar

disso, pode-se perceber que características construtivas e de projeto modificam o comportamento dinâmico da caixa Wilson.

Com o estudo da transmissão sem carga examinado, parte-se para o caso em que a caixa Wilson está sobre a ação de carregamentos externos no seu eixo de saída. É disso que trata a próxima seção.

4.3 Simulação da Caixa Wilson sob a Ação de Carregamentos

A modelagem de uma transmissão com a imposição de um carregamento serve para a determinação do seu desempenho. A simulação dessa condição torna-se, então, fundamental para a total compreensão da caixa Wilson. O modelo aqui mostrado apresenta um complicador que deve ser contornado para tornar possível a simulação.

As coordenadas generalizadas da caixa Wilson são as rotações do elemento freado e a do eixo de entrada. A esses componentes são associados os respectivos torques não-conservativos. Existe, entretanto, o torque resistivo no eixo de saída, cuja natureza são os esforços aos quais a transmissão é submetida. Na simulação com carregamento esse torque deve ser considerado, mas não há possibilidade de aplicação direta no modelo.

A forma encontrada para se contornar o problema de considerar o torque resistivo foi inseri-lo como um torque negativo no eixo de saída. Essa conversão não pode ser feita diretamente, através da multiplicação do torque resistivo pela relação de transmissão de rotação. Isso foi mostrado pela modelagem do fluxo de torque da caixa Wilson. Utilizando os resultados da Seção 3.6 pode-se determinar qual é a real relação de transmissão entre os torques no eixo de entrada e no de saída. Esse valor é diferente da relação entre as rotações dos eixos de entrada e de saída. Como maneira de simplificação optou-se por considerar a relação entre as rotações como “relação de transmissão”.

Uma vez resolvido o problema do torque de saída, parte-se para a simulação do sistema que sofre a influência do carregamento. A primeira providência é fornecer ao modelo um

carregamento. Como este trabalho trata da elaboração do modelo matemático não é necessário a implementação de carregamentos reais. Esses carregamentos reais devem estar presentes no momento de validação experimental do modelo. O carregamento selecionado para essa simulação é um que proporcione uma dificuldade no estabelecimento da relação de transmissão final da relação de transmissão simulada. Por isso, escolhe-se uma função senoidal, como mostra a Equação (4.2). Onde Δ é o valor do carregamento no instante t , A é a amplitude de oscilação do carregamento e ω é a frequência de excitação.

$$\Delta = A(\sin(\omega t) + 1) \quad (4.1)$$

A Figura 4.25 mostra como esse carregamento se comporta genericamente.

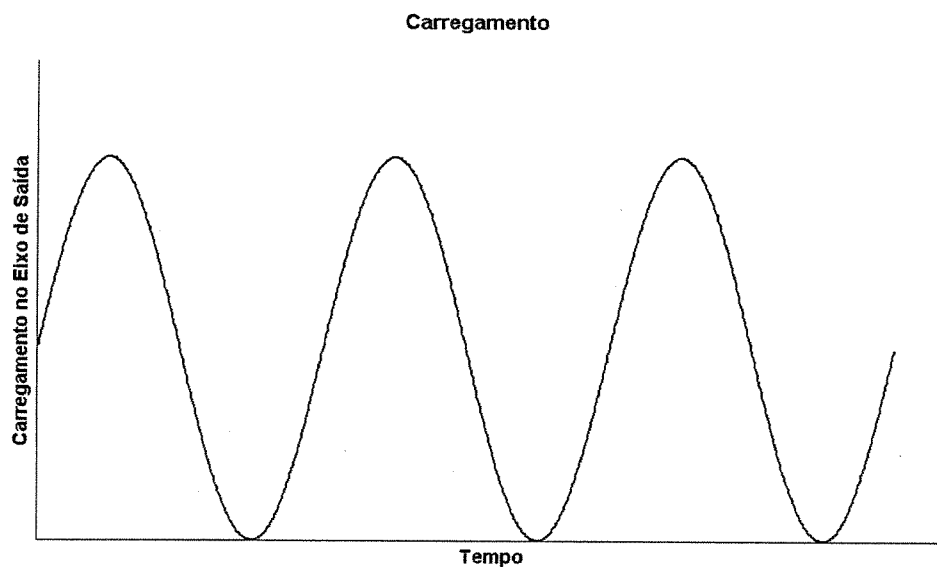


Figura 4.25 – Padrão de torque utilizado como carregamento nas simulações da caixa Wilson.

Procura-se utilizar os mesmos valores para os parâmetros de amplitude e frequências, como forma a comparar os resultados. O valor da frequência é unificado em 100 rad/s. Já o valor da amplitude é de 500 Nm para as seguintes relações de transmissão: primeira, terceira e quarta. O valor utilizado na segunda relação de transmissão é de 100 Nm. Valores mais altos instabilizam o procedimento numérico utilizado na segunda relação de transmissão. Com essas condições mostra-se, na Figura 4.26, os resultados para a primeira relação de transmissão.

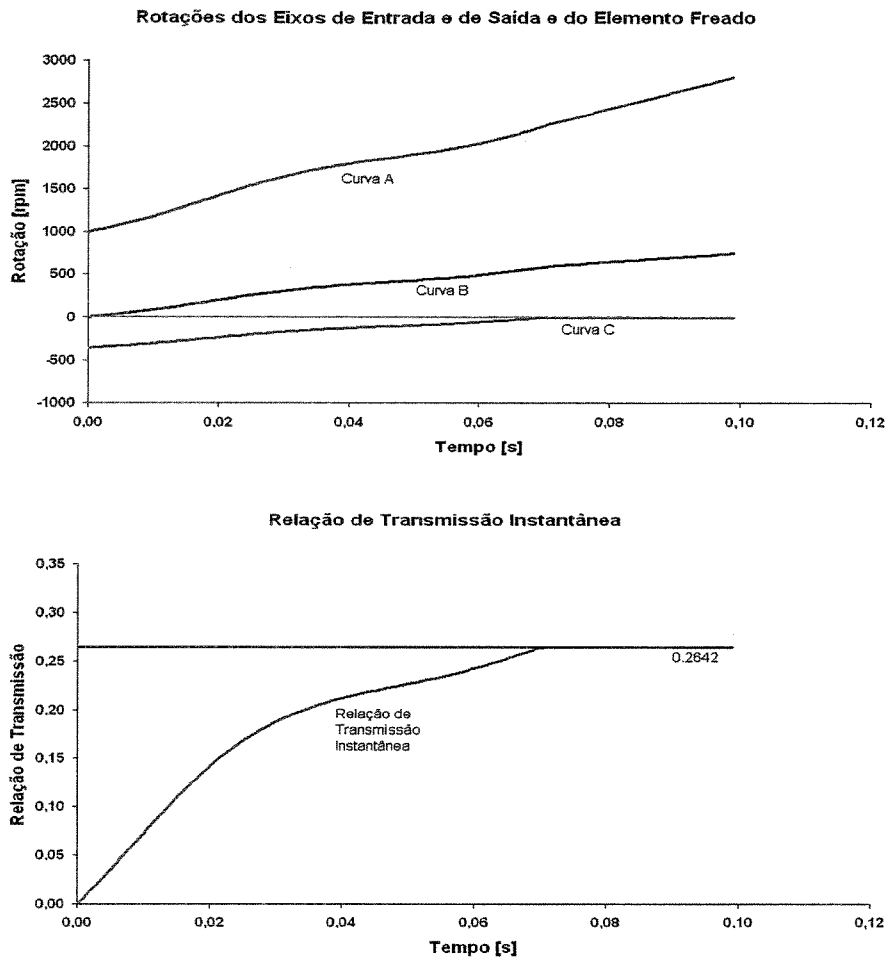


Figura 4.26 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com carregamento para a primeira relação de transmissão.

A Figura 4.26 mostra que o carregamento favorece o acionamento da primeira relação de transmissão. A redução no tempo é da ordem de 50%. Há ainda uma mudança nos padrões de comportamento dinâmico das rotações envolvidas. Percebe-se que o fato de o carregamento ser senoidal não altera significativamente esses padrões. A Figura 4.27 mostra os resultados obtidos para a segunda relação de transmissão.

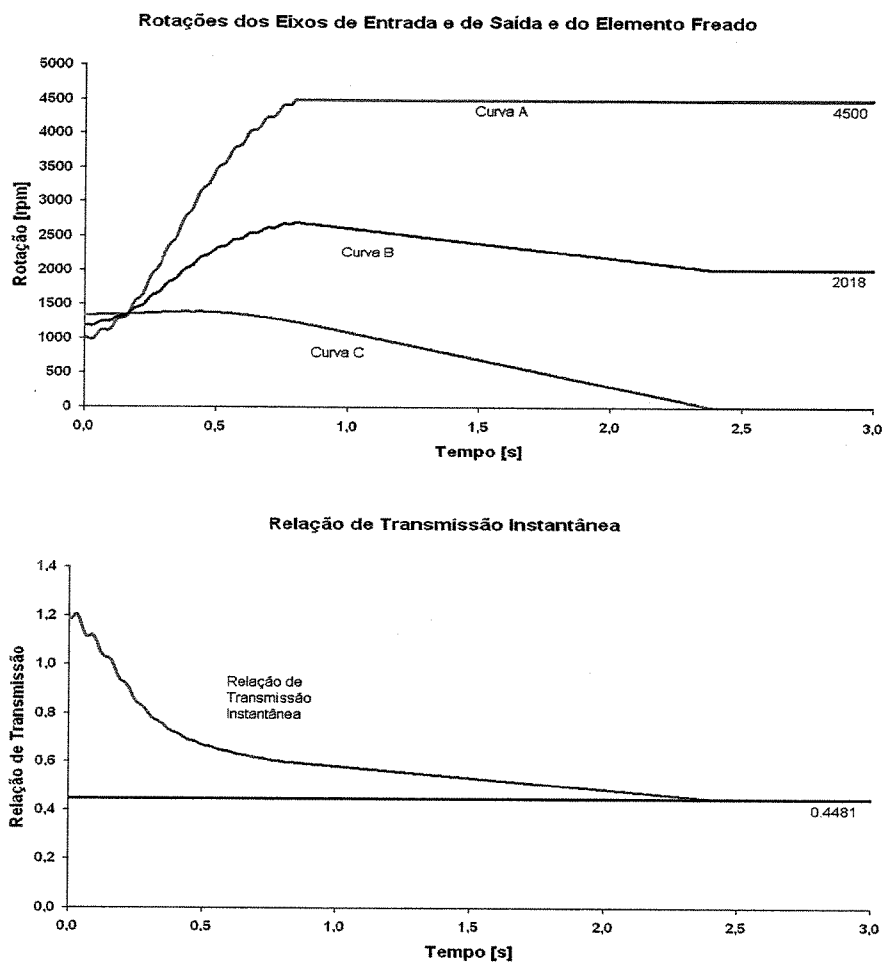


Figura 4.27 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com carregamento para a segunda relação de transmissão.

A Figura 4.27 mostra em sua parte “a” velocidade de rotação instantânea dos componentes de interesse, sendo que a curva A representa o comportamento do eixo de entrada, a curva B mostra como se altera o valor da rotação do eixo de saída e a curva C indica a variação da rotação do elemento freado; nesse caso, a engrenagem anular do planetário 2, ao longo do tempo. Em sua parte “b” mostra a relação de transmissão instantânea fornecida pela caixa Wilson. Observa-se que para a segunda relação de transmissão o tempo necessário para o acionamento também é menor, assim como acontece para a primeira. Nesse caso, a redução relativa é menor, em torno de 20%. Além de haver uma redução menos drástica, os padrões das rotações são modificados pelo carregamento senoidal. Esse efeito é mais bem percebido nos instantes iniciais da simulação. Durante o regime de funcionamento vê-se que, apesar de menor em amplitude, o torque resistivo

é suficiente para tornar essa fase da simulação oscilante em torno do padrão original obtido anteriormente. A Figura 4.28 mostra os resultados obtidos para a terceira relação de transmissão.

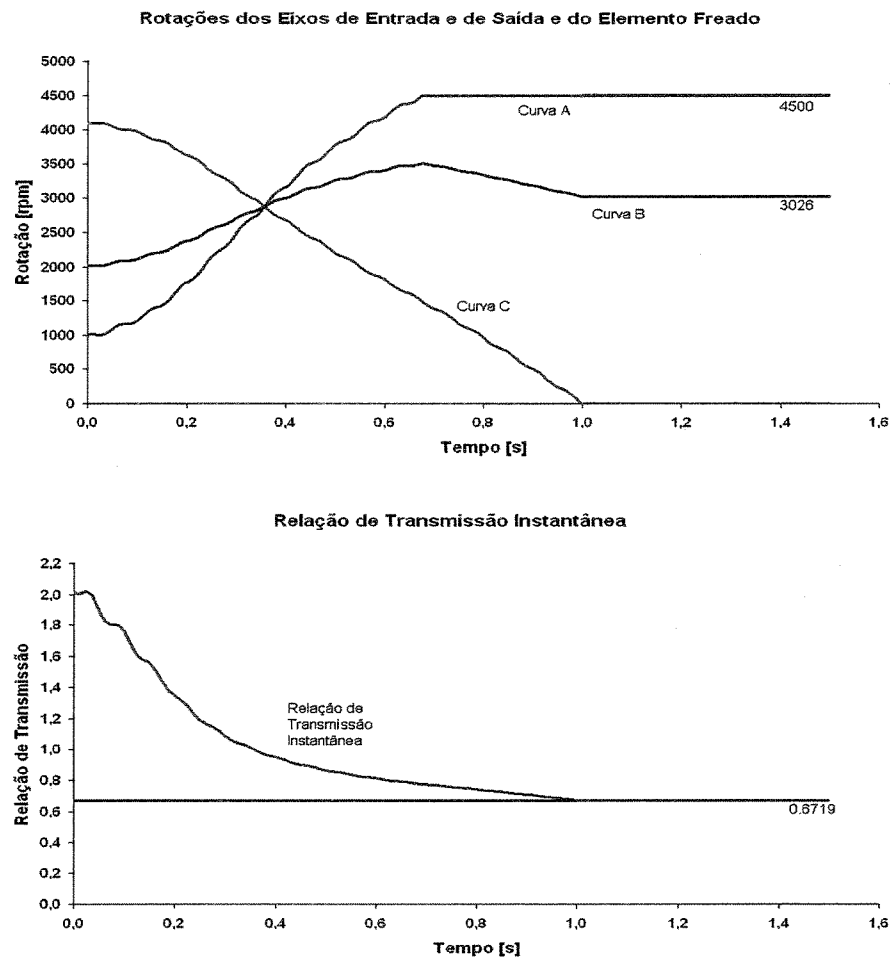


Figura 4.28 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com carregamento para a terceira relação de transmissão.

A terceira relação de transmissão é o primeiro caso a apresentar um aumento no tempo necessário para o total acionamento. Nessa relação de transmissão o aumento é da ordem de 25%. Esse resultado é mais condizente com as suposições iniciais com relação ao comportamento de sistema mecânico sob a influência de um carregamento. Os padrões de rotações são, novamente, similares em ambos os casos de simulação. Na terceira relação de transmissão observa-se novamente a influência da oscilação do carregamento, porém, dessa vez, o maior impacto é percebido no período de acionamento, e não na fase de regime de funcionamento da transmissão.

A Figura 4.29 mostra os resultados obtidos para a quarta relação de transmissão.

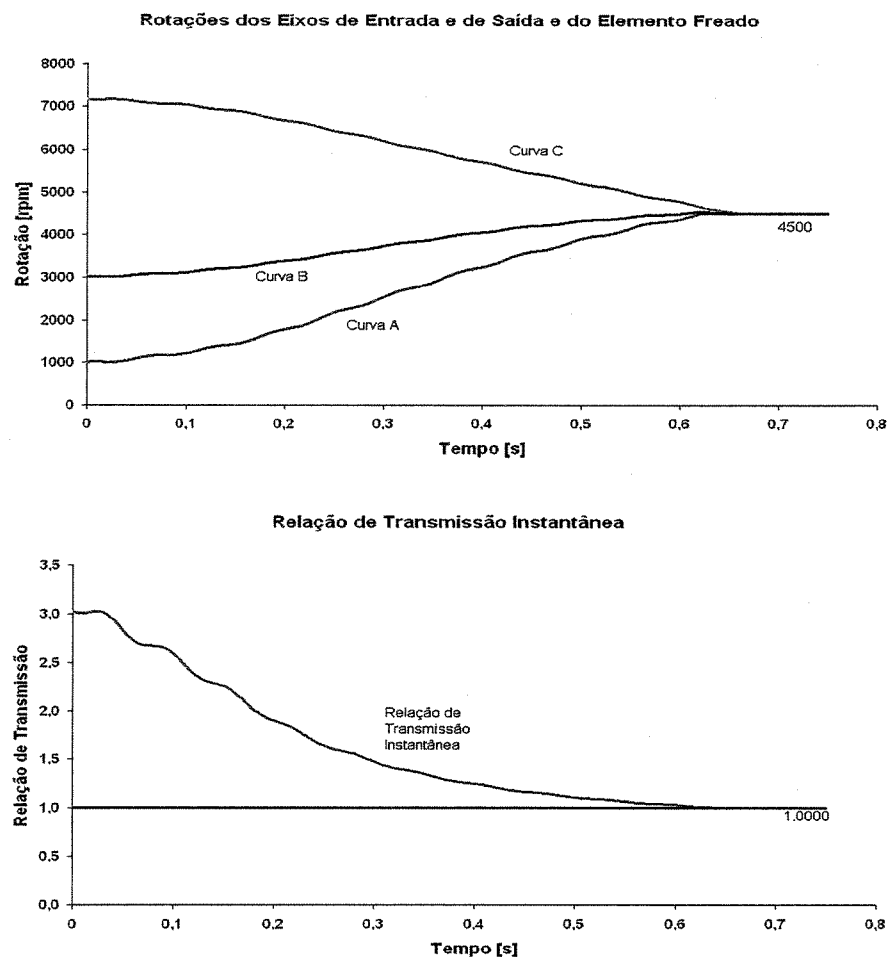


Figura 4.29 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com carregamento para a quarta relação de transmissão.

Os resultados obtidos para a quarta relação de transmissão mostram um aumento no tempo necessário para o acionamento da ordem de 20%. Novamente, os padrões de rotações seguem os resultados originais nas simulações sem a presença de carregamentos.

Em todos os casos das simulações da caixa Wilson, sob a influência de carregamentos externos, é alcançada a relação de transmissão teórica esperada. Isso mostra que o modelo

apresentado pode estar próximo da realidade de uma caixa Wilson de quatro relações de transmissão.

4.4 Simulação da Caixa Wilson com Inércias Realistas sem Carregamentos

A simulação de uma transmissão formada por componentes com valores arbitrários para suas propriedades construtivas só serve para estudo da viabilidade do modelo obtido. A simulação de um conjunto cujos valores de inércia sejam reais, pelo menos próximos, descreve como uma transmissão se comporta em condições reais de funcionamento. A Tabela 4.2 mostra os valores usados para essa simulação. Nesse caso, as engrenagens solares e os planetas são considerados cilindros simples, enquanto as engrenagens anulares são consideradas como um cilindro vazado. Isso não leva a valores precisos das inércias das engrenagens, mas podem ser considerados razoáveis, já que não são apresentados valores para os componentes de ligação entre as engrenagens, estando essa inércia embutida no erro das inércias das engrenagens.

Tabela 4.2 – Valores Aproximados para uma Caixa Wilson.

Planetário	Engrenagem	Dentes	Largura	Dint	Dext	Volume	Massa	J
1	Anular	156	0,04 m	0,156 m	0,196 m	4,4E-4 m ³	3,45 kg	2,7E-2 kgm ²
	Solar	56	0,04 m	0,000 m	0,056 m	9,9E-5 m ³	0,77 kg	3,0E-4 kgm ²
	Planetas (3)	50	0,04 m	0,000 m	0,050 m	7,9E-5 m ³	0,61 kg	1,9E-4 kgm ²
2	Anular	120	0,04 m	0,120 m	0,160 m	3,5E-4 m ³	2,74 kg	1,4E-2 kgm ²
	Solar	40	0,04 m	0,000 m	0,040 m	5,0E-5 m ³	0,39 kg	7,8E-5 kgm ²
	Planetas (3)	40	0,04 m	0,000 m	0,040 m	5,0E-5 m ³	0,39 kg	7,8E-5 kgm ²
A	Anular	120	0,04 m	0,120 m	0,160 m	3,5E-4 m ³	2,74 kg	1,4E-2 kgm ²
	Solar	44	0,04 m	0,000 m	0,044 m	6,1E-5 m ³	0,47 kg	1,1E-4 kgm ²
	Planetas (3)	43	0,04 m	0,000 m	0,043 m	5,8E-5 m ³	0,45 kg	1,0E-4 kgm ²
R	Anular	156	0,04 m	0,156 m	0,196 m	4,4E-4 m ³	3,45 kg	2,7E-2 kgm ²
	Solar	64	0,04 m	0,000 m	0,064 m	1,3E-4 m ³	1,00 kg	5,1E-4 kgm ²
	Planetas (3)	46	0,04 m	0,000 m	0,046 m	6,6E-5 m ³	0,52 kg	1,4E-4 kgm ²

As demais propriedades do acionamento, curva do motor de acionamento e a curva de frenagem do elemento característico de cada relação de transmissão, permanecem as mesmas das simulações anteriores. A Figura 4.30 mostra os resultados obtidos para a primeira relação de transmissão. Mostra em sua parte “a” velocidade de rotação instantânea dos componentes de interesse, sendo que a curva A representa o comportamento do eixo de entrada, a curva B mostra como se altera o valor da rotação do eixo de saída e a curva C indica a variação da rotação do

elemento freado; nesse caso, a engrenagem anular do planetário 1, ao longo do tempo. A parte “b” da figura mostra a relação de transmissão instantânea fornecida pela caixa Wilson.

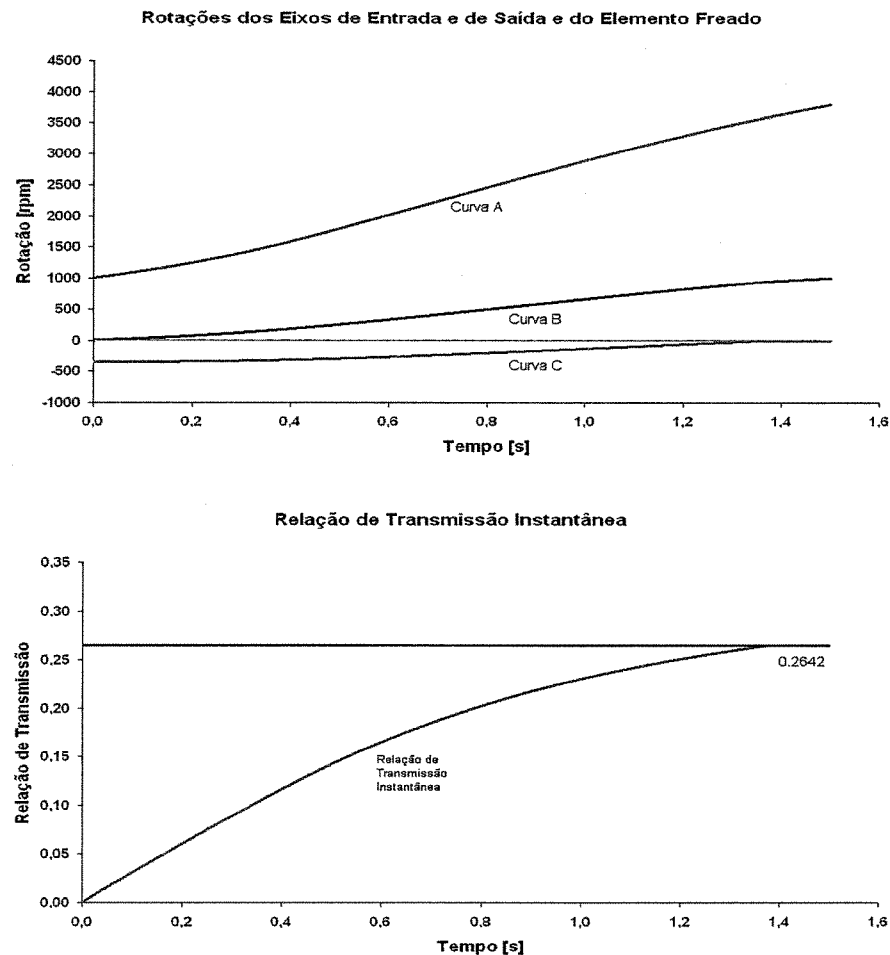


Figura 4.30 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais, para a primeira relação de transmissão.

Os resultados da figura anterior mostram que o tempo de acionamento da primeira relação de transmissão é a principal diferença entre as simulações com valores arbitrários e reais. O tempo necessário para a simulação com valores reais é cerca de dez vezes maior que a inicial. Os padrões das curvas de rotação são basicamente os mesmos obtidos da simulação padrão.

A Figura 4.31 mostra os resultados obtidos para a segunda relação de transmissão.

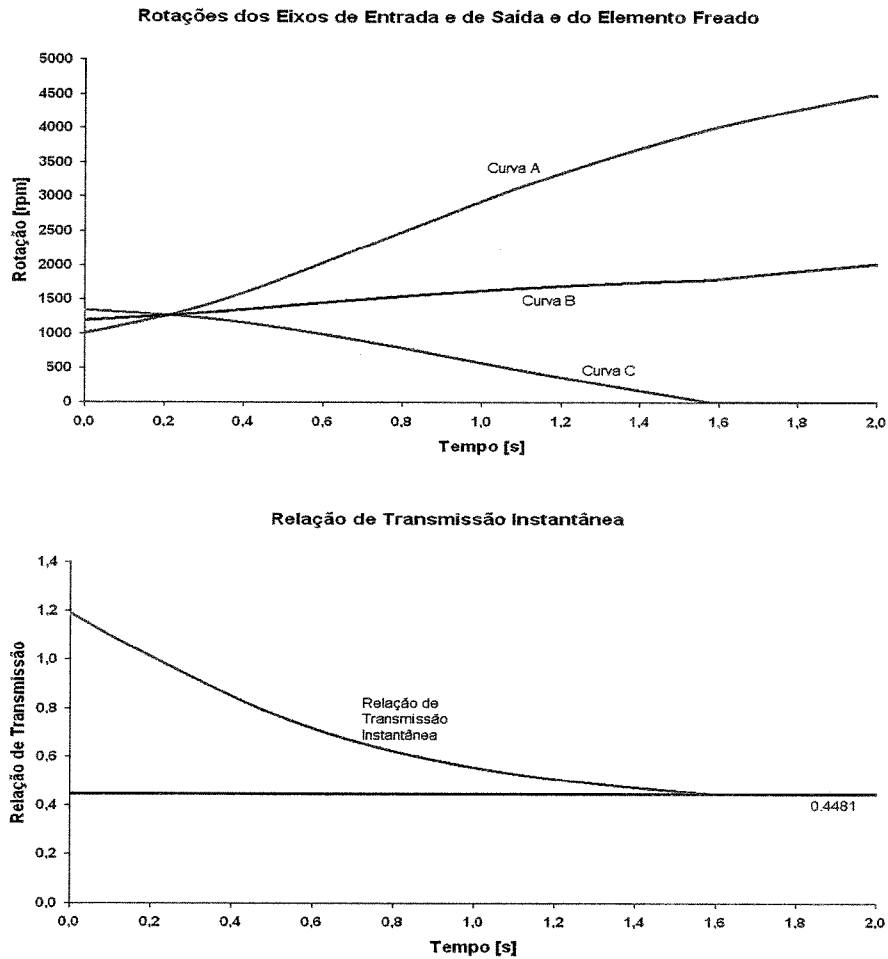


Figura 4.31 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais, para a segunda relação de transmissão.

A segunda relação de transmissão mostra as primeiras mudanças significativas para a simulação contendo inércias reais. O tempo necessário para o completo acionamento é sensivelmente menor, cerca de 50% do tempo necessário para a simulação inicial. O fator mais importante é que o eixo de saída permanece acelerando durante o processo de acionamento. Isso significa que um veículo tem um processo de aceleração positivo, ao invés da frenagem que acontece na simulação inicial.

A Figura 4.32 mostra os resultados para a terceira relação de transmissão.

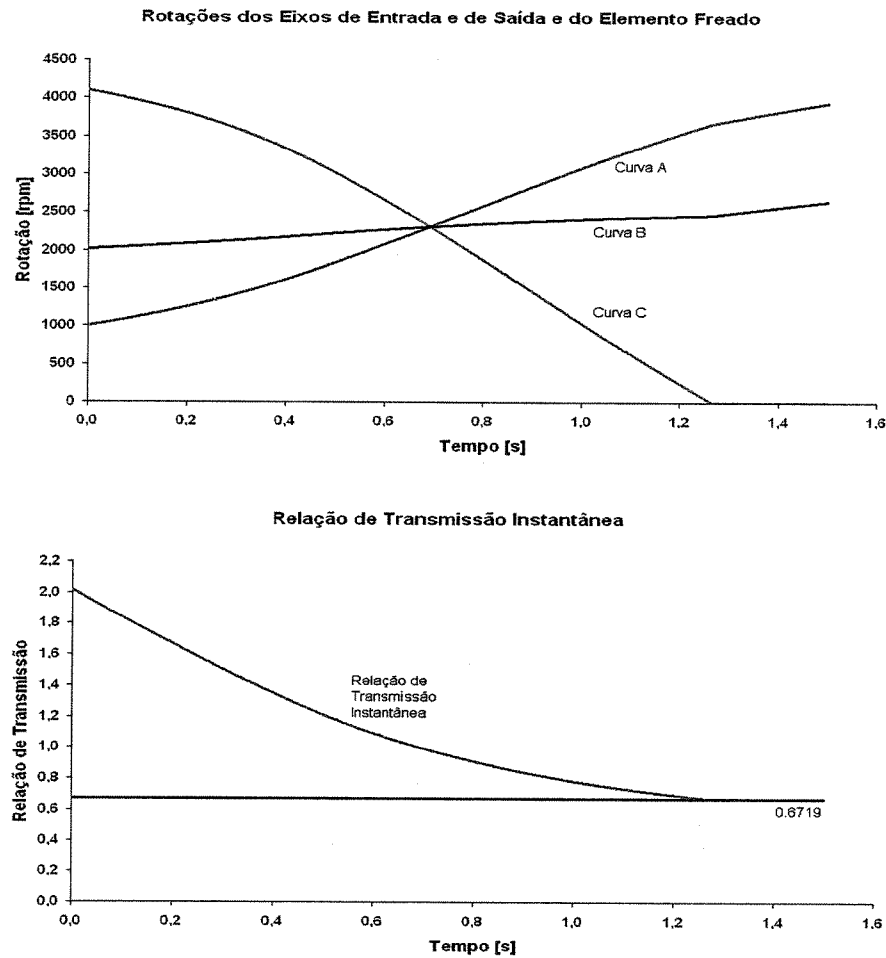


Figura 4.32 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais, para a terceira relação de transmissão.

A terceira relação de transmissão mostra novamente que a aceleração positiva contínua é dependente da inércia das engrenagens. O tempo de acionamento é, cerca de 50% maior. O acionamento final ocorre antes que a rotação máxima do motor seja atingida, indicando que ainda há sobras para o aproveitamento da total capacidade de utilização do motor.

A Figura 4.33 mostra os resultados obtidos para a quarta relação de transmissão.

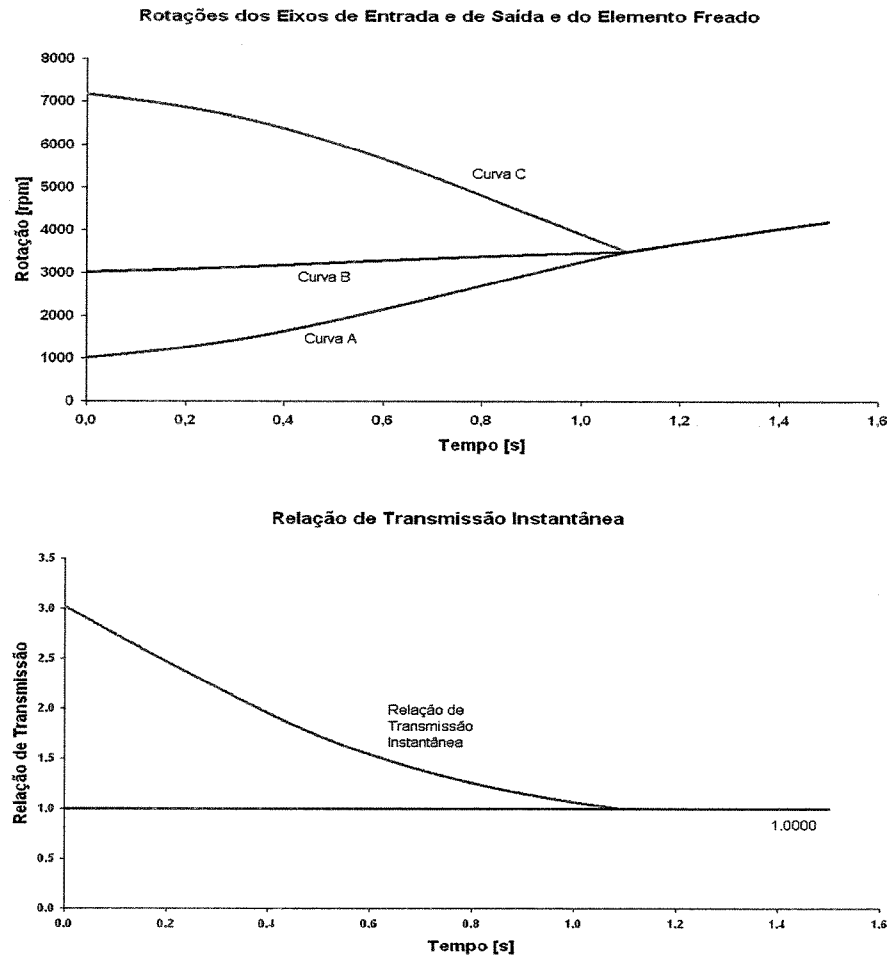


Figura 4.33 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais, para a quarta relação de transmissão.

Para a quarta relação de transmissão observa-se que o tempo de acionamento completo é cerca de duas vezes maior que o valor da simulação inicial. O padrão das rotações é similar, porém, ele permanece na zona onde há aumento do valor da rotação do eixo de saída. Na simulação inicial havia um pequeno retrocesso nesse valor. O total acionamento é obtido com uma rotação do motor ainda inferior à máxima.

Nessas simulações com valores próximos à realidade, os resultados são mais próximos dos esperados para um sistema de transmissão normal. Vale uma ressalva nesse caso: o modelo simulado não é submetido a um carregamento. Um carregamento pode variar o comportamento da transmissão.

4.5 Simulação da Caixa Wilson com Inércias Realistas com Carregamentos

Como foi dito que um carregamento pode influir no comportamento da transmissão, com os últimos dados de inércia, apresenta-se uma simulação que mostra como o conjunto se comporta quando uma perturbação transitória é imposta durante esse processo. Nesse caso, o acionamento é feito normalmente sem uma carga definida. A partir de um instante de tempo arbitrário, impõe-se uma carga retangular, que tem uma duração predefinida. A Figura 4.34 mostra a representação gráfica do carregamento.

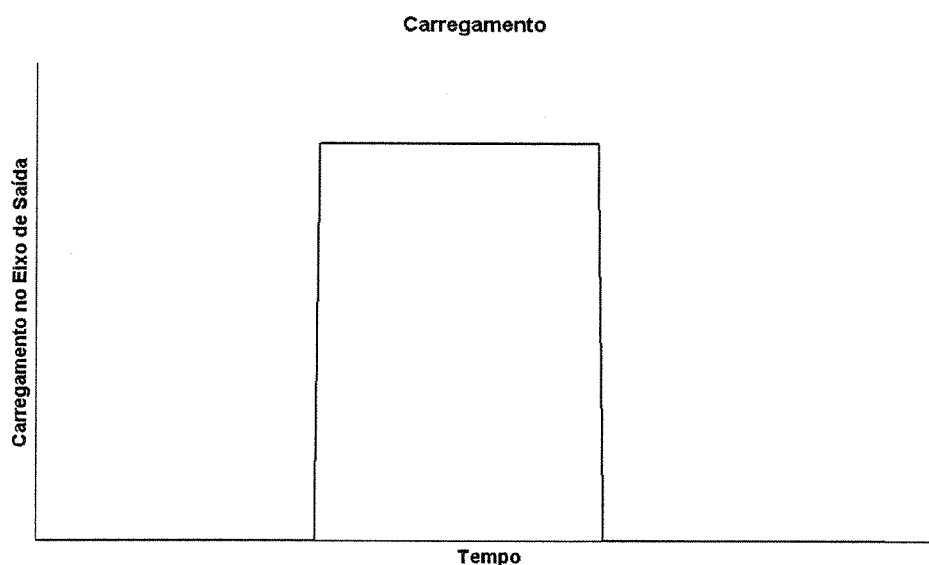


Figura 4.34 – Carregamento de perturbação ao acionamento das relações de transmissão.

Em todas as quatro relações de transmissão o torque máximo vale 1000 Nm, o tempo necessário até o início da carga é de 0,25 s e o tempo em que se encerra a perturbação é de 0,75 s. A Figura 4.35 mostra os resultados obtidos para a primeira relação de transmissão; apresenta-se

também os resultados, representados pelas linhas mais finas, da simulação em que a transmissão não está submetida a carregamentos, para efeitos de comparação.

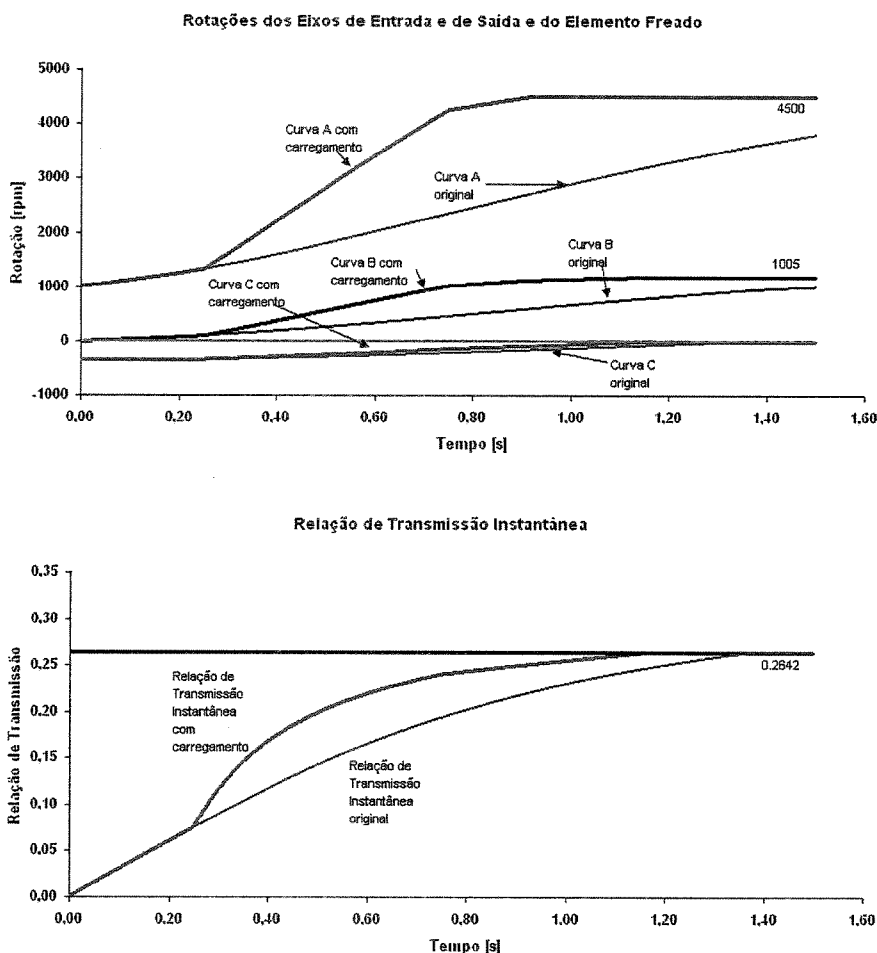


Figura 4.35 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a primeira relação de transmissão.

A primeira relação de transmissão mostrou uma variação no padrão das curvas das rotações ao longo do tempo. Percebe-se o imediato impacto do carregamento no comportamento do acionamento da relação de transmissão. Isso pode ser mais facilmente percebido na curva da relação de transmissão instantânea. No tempo total de acionamento obteve-se uma redução de cerca de 15% no valor obtido, quando essa simulação é comparada com a que apresenta valores reais sem carregamento. A Figura 4.36 mostra os resultados obtidos para a segunda relação de transmissão.

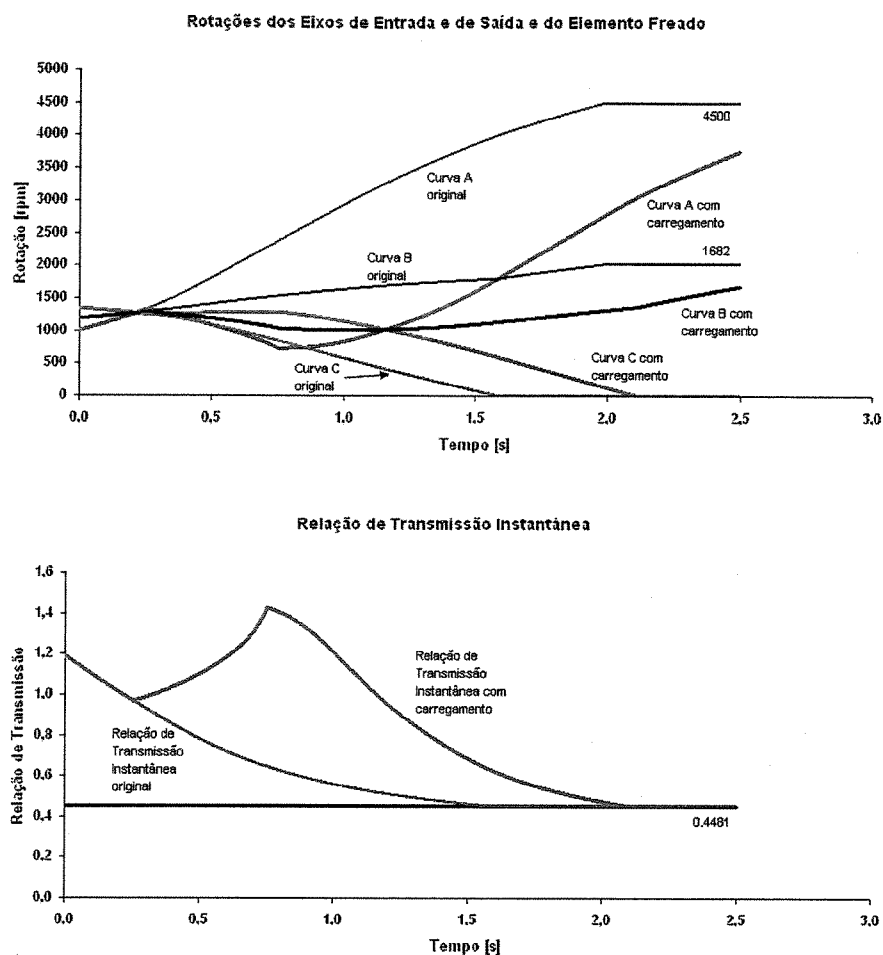


Figura 4.36 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a segunda relação de transmissão.

Os resultados para a segunda relação de transmissão são ainda mais drásticos, quando se trata dos padrões seguidos pelas rotações. Esse padrão de comportamento torna-se importante de ser analisado, pois há uma redução no valor da rotação do eixo de saída, Curva B. Essa redução não é desejada, o que se quer é um aumento contínuo no valor de rotação desse eixo. Essa variação no padrão reforça a necessidade de uma estratégia de controle adequada para essa transmissão. Quando ao tempo de acionamento observa-se um aumento de cerca de 30% no tempo necessário para a obtenção da relação de transmissão final. Esse valor pode ser diminuído com o controle do comportamento da transmissão. A Figura 4.37 mostra os resultados obtidos para a terceira relação de transmissão.

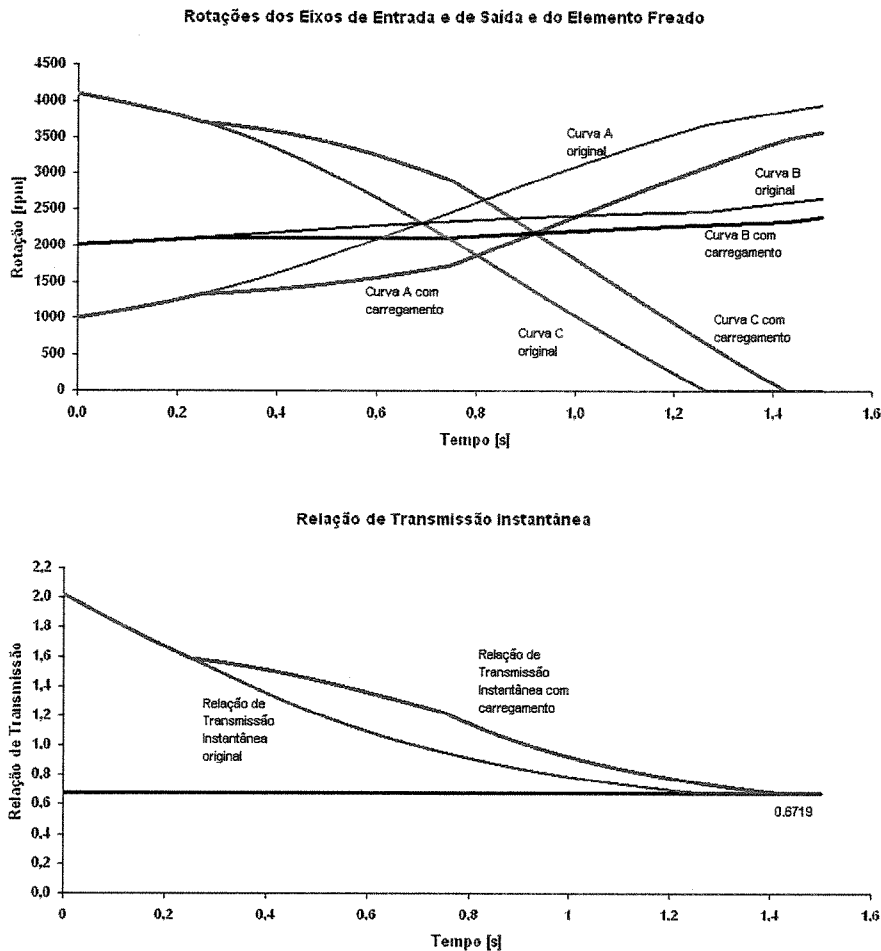


Figura 4.37 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a terceira relação de transmissão.

Quando o resultado é obtido para a terceira relação de transmissão percebe-se que o maior impacto do carregamento é o tempo necessário para a obtenção da relação de transmissão final. Há um aumento de cerca de 10% nesse tempo necessário. Esse aumento no tempo leva a uma deformação no padrão do comportamento das rotações de interesse, lembrando que nesse caso o parâmetro de comparação é a simulação da transmissão com inércias reais. Essa variação na curva acontece somente no período em que a carga é aplicada. A Figura 4.38 mostra os resultados obtidos para a quarta relação de transmissão.

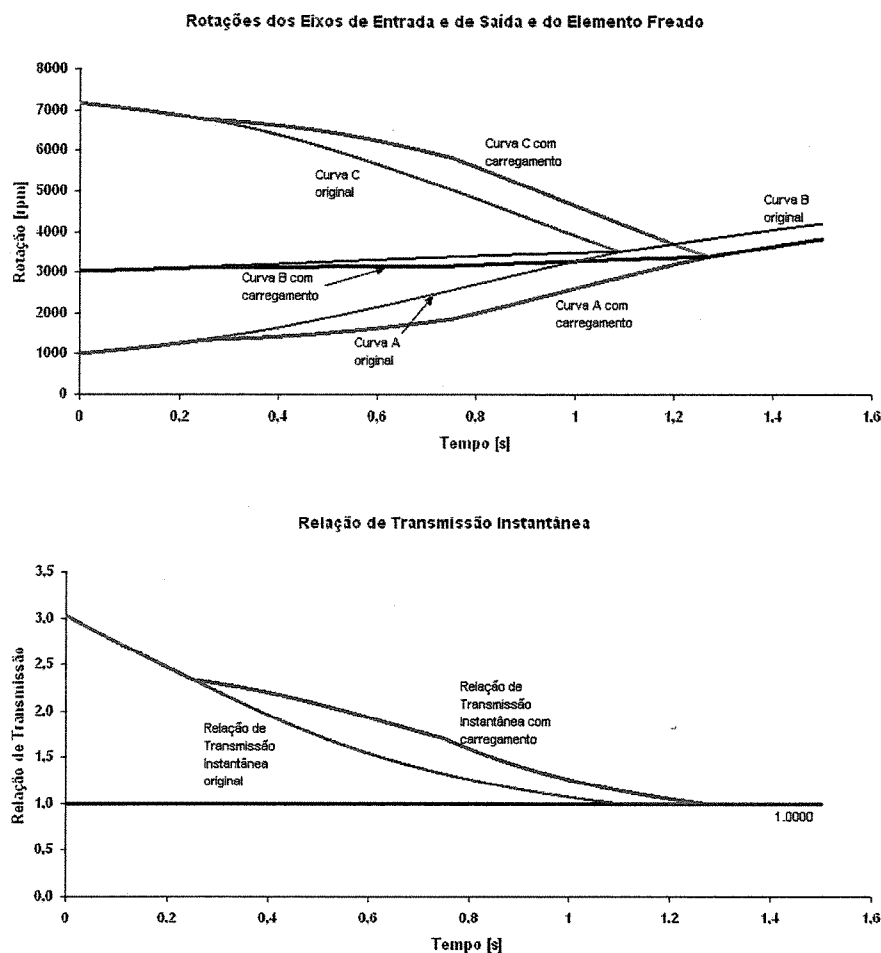


Figura 4.38 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a quarta relação de transmissão.

Assim como na terceira relação de transmissão, o maior impacto do carregamento é o tempo necessário para o total acionamento da relação de transmissão. O aumento nesse caso é de cerca de 20%. O padrão de rotações mostra, para a quarta relação de transmissão, uma deformação similar à vista na terceira relação de transmissão, e ainda há uma influência, facilmente perceptível, do carregamento no formato das curvas de rotação.

O último conjunto de resultados apresentados mostrou como se comporta a caixa Wilson, considerando-se valores de inércia próximos dos reais e um carregamento durante o acionamento de cada uma das relações de transmissão. Sabendo isso e sabendo que há um fluxo de torque em uma transmissão composta por engrenagens epicicloidais utilizou-se a mesma simulação para a

obtenção do comportamento da vantagem mecânica durante o acionamento de cada uma das relações de transmissão. A Figura 4.39 mostra o mesmo resultado obtido na Figura 4.35, porém acrescido da vantagem mecânica instantânea e a eficiência de transmissão teórica obtida com a modelagem apresentada no Capítulo 3.

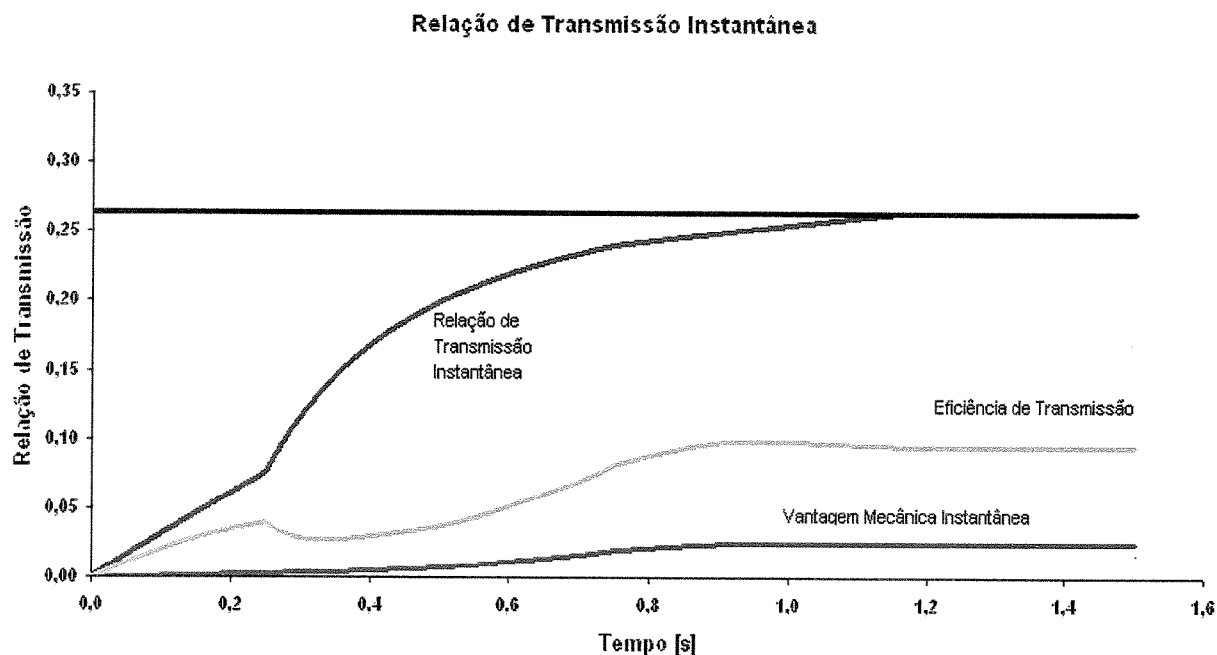


Figura 4.39 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a primeira relação de transmissão.

Na Figura 4.39 observa-se que há um aumento substancial na vantagem mecânica da caixa Wilson. Desse aumento implica melhoria na eficiência de transmissão teórica, no caso de uma relação de transmissão de rotação constante, o que não acontece nessa simulação. Há um aumento súbito no valor da relação de transmissão de rotação, devido ao carregamento imposto ao modelo, que impede o aumento progressivo da eficiência de transmissão, mas no final da simulação estabelece-se uma eficiência de transmissão maior que a inicial. A Figura 4.40 mostra os resultados obtidos para a segunda relação de transmissão, já que é necessário um ajuste no carregamento, por motivo de problemas numéricos na simulação computacional.

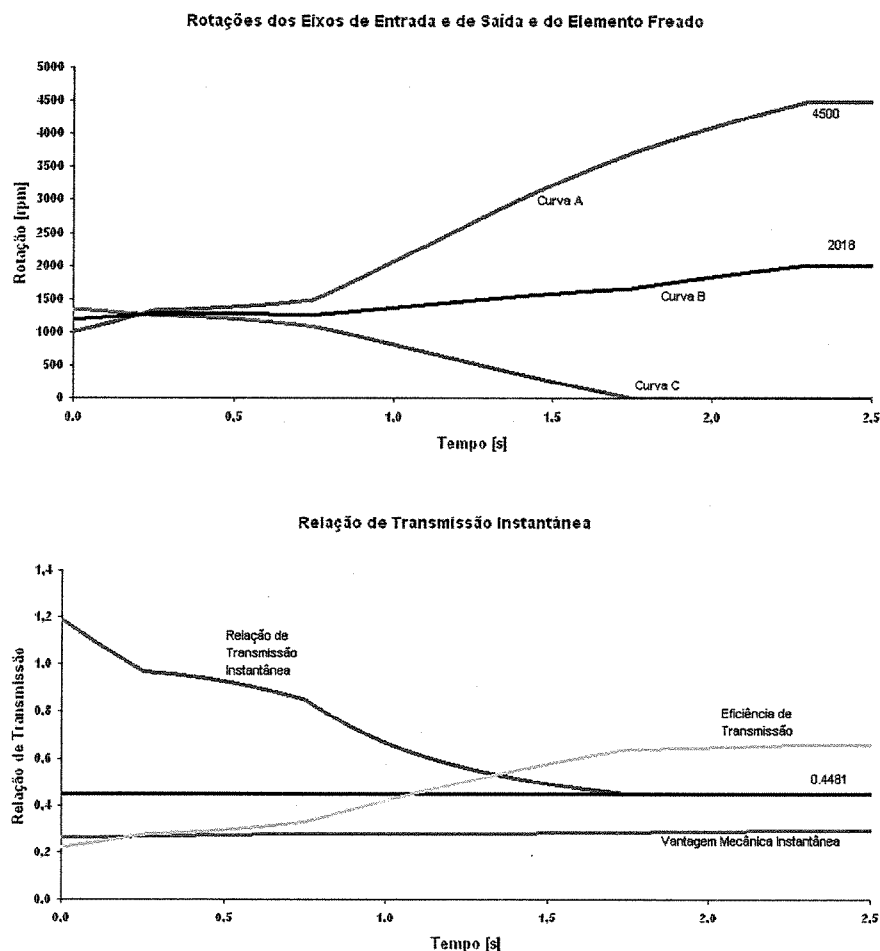


Figura 4.40 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a segunda relação de transmissão.

Nos resultados apresentados na Figura 4.40 percebem-se as mesmas características das simulações anteriores, aceleração progressiva, impacto perceptível do carregamento ao longo do acionamento da relação de transmissão e obtenção da relação de transmissão final esperada. Com relação à vantagem mecânica, observa-se que praticamente não há variação no seu valor, portanto o seu impacto na eficiência de transmissão teórica é praticamente nulo. A eficiência de transmissão não se mantém constante. Há um aumento progressivo no seu valor devido à diminuição do valor instantâneo da relação de transmissão de rotação. A Figura 4.41 mostra o mesmo resultado obtido na Figura 4.37, porém acrescido da vantagem mecânica instantânea e a eficiência de transmissão teórica obtida.

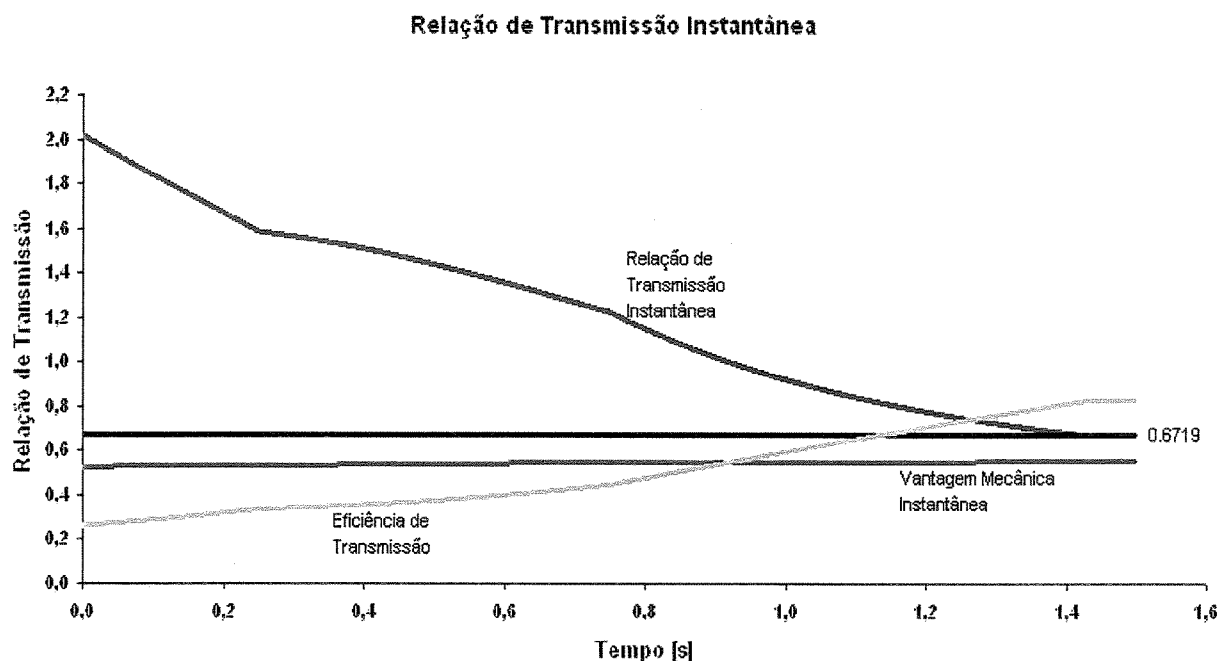


Figura 4.41 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a terceira relação de transmissão.

A Figura 4.41 mostra que a vantagem mecânica é praticamente constante ao longo do tempo necessário para o seu acionamento. Isso implica, novamente, uma contribuição praticamente nula no aumento da eficiência de transmissão teórica obtida. Esse aumento é novamente resultante da diminuição do valor da relação de transmissão de rotação. A Figura 4.42 mostra o mesmo resultado obtido na Figura 4.38, porém acrescido da vantagem mecânica instantânea e a eficiência de transmissão teórica obtida.

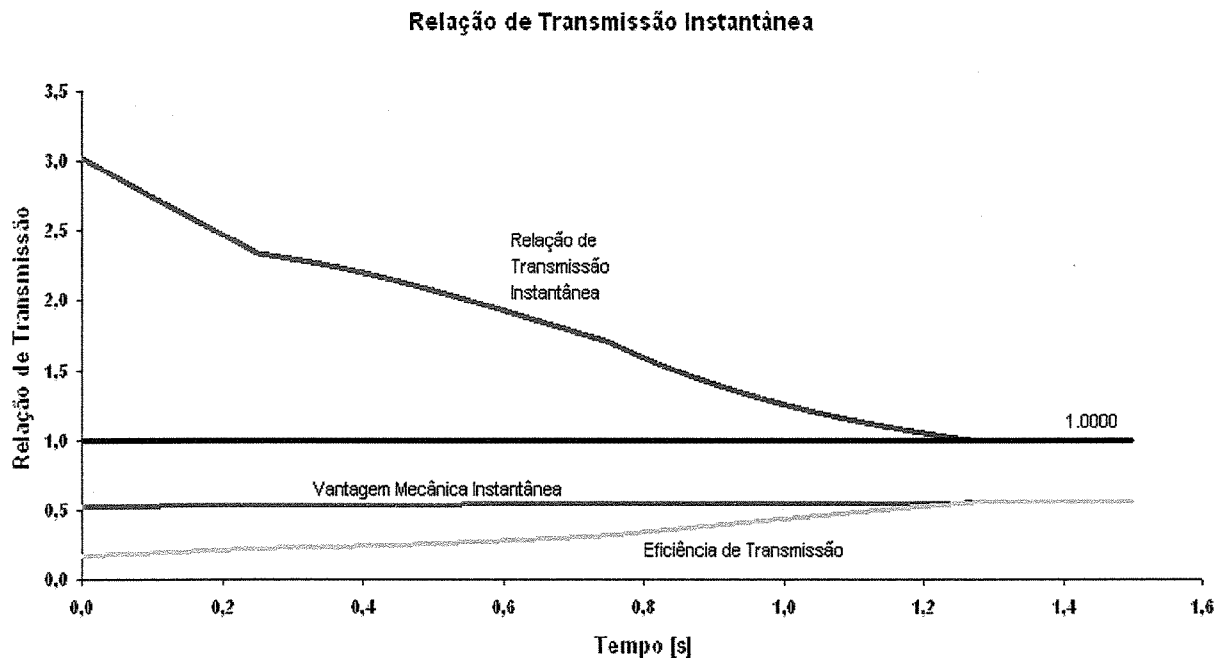


Figura 4.42 – Resultados obtidos para as simulações da caixa Wilson, com valores reais e carregamento, para a quarta relação de transmissão.

Os resultados da quarta relação de transmissão, apresentados na Figura 4.42, são interpretados da mesma maneira que os anteriores: vantagem mecânica praticamente constante e aumento progressivo da eficiência de transmissão teórica, em função da diminuição do valor da relação de transmissão de rotação.

Os resultados obtidos nas simulações anteriores tratam apenas dos casos de relação direta de transmissão. Isso significa que em uma simulação, considerando o caso de uma transmissão automotiva, só são simuladas as relações de transmissão à frente. A relação de transmissão reversa foi negligenciada porque há uma possibilidade apenas remota de se considerar esse modelo em um modelo de performance de veículo. Essa consideração pode ser feita para a relação de transmissão reversa como forma de se estabelecer uma relação de transmissão adequada para se partir o veículo do repouso. O modelo apresentado pode ser aplicado ao conjunto de relações de transmissão para se otimizar o consumo de combustível, tempo de acionamento, torque disponível, enfim, fatores de desempenho de um veículo. Essa diferença, que é o fato da relação de transmissão ser, ou não, simulada, é explicada pela diferença no tempo

em que cada relação de transmissão é utilizada. Geralmente, o período de utilização da relação de transmissão reversa é da ordem de segundos, para citar um número, 10 s. Uma quarta relação de transmissão nessa transmissão é acionada por períodos de 3 a 4 h, por exemplo, em uma viagem em rodovia em boas condições e com tráfego leve. O período de uso contínuo é 1440 vezes maior nesse exemplo. Outro fator é a relação de transmissão reversa só ser utilizada para pequenas manobras duas ou três vezes ao dia, enquanto as outras relações de transmissão são necessárias dezenas de vezes em condição de tráfego urbano.

Capítulo 5

Análise de Resultados e Conclusões

5.1 Análise de Resultados e Conclusões

A ampla gama de utilizações para os planetários, desde eletrodomésticos até os ônibus espaciais, já é por si só motivo para o estudo dos trens de engrenagens planetárias. Partindo da premissa de que não há, na literatura, registros de modelos para o comportamento dinâmico de conjuntos complexos de transmissões compostas por engrenagens epicicloidais, estabeleceu-se o objetivo de se tentar obter um modelo e uma metodologia apropriados para sua obtenção. A esse objetivo principal une-se à possibilidade de se simular numericamente esse modelo obtido.

O primeiro objetivo alcançado foi a obtenção de uma equação de movimento para a caixa Wilson. O modelo considera apenas condições de deslocamentos angulares progressivos. Os efeitos associados a vibrações foram negligenciados, e o fato de ser um modelo pioneiro pede um pouco de cautela para que o conjunto de expressões obtidas possa passar por melhor avaliação tanto numérica, quanto experimentalmente. A obtenção do modelo mostra que é possível se modelar conjuntos de transmissões mecânicas compostas de trens de engrenagens epicicloidais. Esse último fato é o mais importante a ser considerado, já que a transmissão modelada é especialmente complexa.

A metodologia de obtenção do modelo da caixa Wilson, pela expressão de Lagrange mostra que não foi necessário o desenvolvimento de novos recursos para a descrição dinâmica da

transmissão. Para que o processo lagrangeano pudesse ser aplicado foi necessário usar um método compilado recentemente por Amaral (2000).

Os resultados mostrados foram obtidos inicialmente com dados completamente arbitrários. Eles serviram para mostrar a viabilidade do modelo para procedimentos numéricos. Esses resultados iniciais não espelharam o comportamento esperado para uma transmissão em aceleração. Além disso, os resultados das simulações iniciais mostraram que há uma influência considerável dos parâmetros construtivos no desempenho da caixa Wilson. Uma vez concluída a simulação do conjunto inicial, passou-se para simulações mais realistas. Essas simulações serviram para corrigir certas imperfeições dos resultados obtidos inicialmente, isso, no caso, de simulações sem a aplicação de cargas. Os resultados finais, com valores de inércia que se aproximam mais da realidade e aplicação de cargas durante a fase de engrenamento de cada relação de transmissão, mostram que eventuais variações nessa fase implicam variadas consequências para cada relação de transmissão. Os resultados mostram, de maneira geral, que o modelo apresentado é promissor e pode aproximar-se da realidade, uma vez que os valores mais realistas forneceram respostas que, qualitativamente, são as esperadas.

5.2 Proposta para Trabalhos Futuros

O que foi obtido neste trabalho é mais um passo dado no desenvolvimento de sistemas epicicloidais. Em hipótese alguma se deseja acreditar que se trata de um estudo definitivo sobre essa família de transmissões. Com isso em mente, propõem-se alguns objetivos para futuros trabalhos nesta linha de pesquisa:

- validação do modelo obtido, através da comparação quantitativa entre um protótipo e a simulação da transmissão utilizando as propriedades físicas do protótipo;
- modelagem de outros conjuntos de transmissões formados por engrenagens epicicloidais;
- elaboração de estratégias de controle para o modelo aqui descrito;
- aplicação da eventual estratégia em situações reais.

Referências Bibliográficas

- Amaral, D. *Metodologia, Sistematização e Seleção de Projetos de Transmissão Epicicloidais com Um e Dois TEPs Ligados*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2000, 150 p. Tese (Doutorado)
- Arias-Paz, M., *Manual de Automóveis*, Editorial Dossat, Madrid, 1958.
- Becker, M., Amaral, D., Dedini, F. G., Design of Passenger Car Automatic Transmission using 2 Linked PGTs, *Mecca Journal of Middle European Construction and Design of Cars*, v. 1, n. 3, pp. 1-11, Praha, Rep. Checa, 2003.
- Becker, M., Amaral, D., Dedini, F. G., TEPciclo – A Software to Help the Planetary Gear Train Design, *SAE Technical Papers*, 2003, pp. 1-12, Warrendale, Estados Unidos, 2003.
- Cleghorn, W. L., Tyc, G., Kinematic Analysis of Planetary Gear Trains Using a Microcomputer, *International Journal of Mechanical Engineering Education*, p. 57-69, January 1987.
- Dedini, F. G. *Projeto e Otimização de uma Transmissão Planetária por Rolos de Tração*. Campinas: Faculdade de Engenharia de Campinas, Universidade Estadual de Campinas, 1985, 144 p. Dissertação (Mestrado)
- Dedini, F. G., Amaral, D., Becker, M., Development of an Epicyclic Gear Train Design Methodology for Two Linked PGTs, *Sixth IFToMM International Conference on Rotor Dynamics Proceedings – Vol. II*, pp. 690-69, Sydney, Austrália, 2002.

Doughty, S., *Mechanics of Machines*, John Wiley & Sons, 1988.

Griffin, G. D., *Mechanical Engineering Aspects of the Space Shuttle Orbiter- Design, Manufacture and Operation*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, v. 199(D1), pp. 13-27, 1985.

Hsieh, H. I., Tsai, L. W., (a) *Kinematic Analysis of Epicyclic Type Transmission Mechanisms Using the Concept of Fundamental Geared Entities*, Journal of Mechanical Design, v. 118, pp. 294-299, June 1996.

Hsieh, L. C., Yan, H. S., (c) *On the Kinematic Design of Differential Devices for Full Time Four-wheel-drive Vehicles*, International Journal of Vehicle Design, v. 117, n. 2, pp. 182-197, 1996.

Hsieh, L. C., Yan, H. S., *Generalized Kinematic Analysis of Planetary Gear Trains*, International Journal of Vehicle Design, v. 13, n. 5/6, pp. 494-504, 1992.

Hsu, C. H., *Displacement Isomorphism of Planetary Gear Trains*, Mechanism and Machine Theory, v. 29, n. 4, pp. 513-523, 1994.

Hsu, C. H., *Graph Notation and Kinematic Equations of Motion of Planetary Differential Gear Trains*, International Journal of Vehicle Design, v. 13, n. 3, pp. 233-241, 1992.

Hsu, C. H., *Planetary Gear Trains of Multi-speed Automatic Transmission for Automotives*, Tenth World Congress on the Theory of Machine and Mechanisms, pp. 554-559, Oulu, Finlandia, 1999.

Hsu, C. H., Wu, Y. C., *Enumeration of Planetary Gear Trains for Multi-speed Bicycle Drive Hubs*, Proceedings of National Science Council, Republic of China, v. 22, n. 5, pp. 670-676, 1998.

- Kahraman, A., Planetary Gear Train Dynamics, *Journal of Mechanical Design*, v. 116, pp. 713-720, September 1994.
- Kim, J. U., Kwak, B. M., Application of Edge Permutation Group to Structural Synthesis of Epicyclic Gear Trains, *Mechanism and Machine Theory*, v. 25, n. 5, pp. 563-574, 1990.
- Krstich, A. M., Analytical Method of Determination of the General Equation of Absolute Rotational Speed of Planetary Gear Trains, *International Journal of Vehicle Design*, v. 9, n. 6, pp. 666-674, 1988.
- Krstich, A. M., Derivation of General Formulas of Torques, Moments and Train Values for Standard n-gear Train by means of Moment of Force, *International Journal of Vehicle Design*, v. 15, n. 1/2, pp. 45-57, 1994.
- Krstich, A. M., Determination of the General Equation of the Gear Efficiency of Planetary Gear Trains, *International Journal of Vehicle Design*, v. 8, n. 3, pp. 365-374, 1987.
- Krstich, A. M., Technical Note: Universal Method for Determining Train Values of Planetary Gear Trains, *International Journal of Vehicle Design*, v. 16, n. 4/5, pp. 506-512, 1995.
- Krstich, A. M., Types of Kinematic Connections of Two-simple Planetary Three-gear Trains, *International Journal of Vehicle Design*, v. 11, n. 3, pp. 314-321, 1990.
- Kurihara, R., Dedini, F. G., Development of a Program for Support a Planetary Gear Train Design, SAE Paper 982910P, pp. 1-10, Warrendale, Estados Unidos, 1998.
- Kurihara, R., Dedini, F. G., Projeto e Dimensionamento de Transmissões Fixas por Engrenagens, III Congresso Iberoamericano de Ingenieria Mecânica, vol. I, pp. 1-7, Havana, Cuba, 1997.

- Morais, R. F., *Simulação de Desempenho Veicular Utilizando a Metodologia Holmes*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2001, 62 p. Trabalho de Graduação
- Morais, R. F., Dedini, F. G., Dynamics of Transmissions Using Epicyclic Gear Trains, SAE Paper 2001-01-3903, Congresso SAE Brasil 2001, São Paulo, 2001.
- Morais, R. F., Dedini, F. G., A Study of the Dynamic Behaviour of Transmission Sets Using Epicyclic Gear Trains, Sixth IFToMM International Conference on Rotor Dynamics Proceedings – Vol. II, pp. 682-689, Sydney, Austrália, 2002a.
- Morais, R. F., Dedini, F. G., Dynamics of Transmissions Using Epicyclic Gear Trains, SAE Paper 2002-01-3495, Congresso SAE Brasil 2002, São Paulo, 2002.
- Morais, R. F., Dedini, F. G., Loading Response of Transmissions Sets Using Epicyclic Gear Trains, 17th International Congress of Mechanical Engineering, v. AU05, pp. 1-11, 2003.
- Parker, R. G., Agashe, V., Vijayakar, S. M., Dynamic Response of a Planetary Gear System Using a Finite Element/Contact Mechanics Model Journal of Mechanical Design, v. 122, pp. 304-310, September 2000.
- Pennestri, E., Freudenstein, F., A systematic Approach to Power-Flow and Static-Force Analysis in Epicyclic Spur-Gear Trains, Journal of Mechanical Design, v. 115, pp. 639-644, September 1993.
- Saada, A., Velex, P., An Extended Model for the Analysis of the Dynamic Behavior of Planetary Trains, Journal of Mechanical Design, v. 117, pp. 241-247, June 1995.
- Sanger, D. J., The Determination of Power Flow in Multiple-Path Transmission Systems, Mechanism and Machine Theory, v. 7, pp. 103-109, 1972.

- Sheu, K. B., Hsieh, L. C., Yan, H. S., Conceptual Design of Hybrid Transmissions for Motorcycles Applications, *International Journal of Vehicle Design*, v. 17, n. 4, pp. 430-448, 1996.
- Tian, L., Qiao, L. L., Matrix System for the Analysis of Planetary Transmissions, *Journal of Mechanical Design*, v. 119, pp. 333-337, September 1997
- Van Druten, R. M., *Transmission Design of the Zero Inertia Powertrain*. Eindhoven: Technisch Universiteit Eindhoven, 2001, 147 p. Tese (Doutorado)
- Velex, P., Flamand, L., Dynamic Response of Planetary Trains to Mesh Parametric Excitations, *Journal of Mechanical Design*, v. 118, pp. 7-14, March 1996.
- White, G., Early Epicyclic Reduction Gears, *Mechanism and Machine Theory*, v. 24, n. 2, pp.127-142, 1989.
- White, G., Epicyclic Gears Applied to Early Steam Engines, *Mechanism and Machine Theory*, v. 23, n. 1, pp. 25-37, 1988.
- White, G., (a) Epicyclic Gears from Early Hoists and Winches - I, *Mechanism and Machine Theory*, v. 29, n. 2, pp. 293-307, 1994.
- White, G., (b) Epicyclic Gears from Early Hoists and Winches - II, *Mechanism and Machine Theory*, v. 29, n. 2, pp. 309-325, 1994.
- White, G., Epicyclic Gears in Early Cordwinding and Ropelaying Machines, *Mechanism and Machine Theory*, v. 22, n. 6, pp. 529-547, 1987.
- Willis, Jr., R. J., On the Kinematics of the Closed Epicyclic Differential Gears, *Journal of Mechanical Design*, v. 104, pp. 712-722, October 1982.

Yan, H. S., Hsieh, L. C., Conceptual Design of Gear Differentials for Automotive Vehicles,
Journal of Mechanical Design, v. 116, pp. 565-570, June 1994.

Sites consultados:

www.railcar.co.uk, em 07/04/2003.

www.rte.ie, em 07/04/2003.

Apêndice 1

Modelagem Dinâmica Completa da Caixa Wilson

A1.1 Segunda Relação de Transmissão

O primeiro passo na modelagem de cada uma das relações de transmissão é estabelecer quais rotações serão utilizadas como coordenadas generalizadas da transmissão. Em todas, assume-se que a rotação do eixo de entrada, ω_{in} , é conhecida. No caso da segunda relação de transmissão a segunda coordenada é a rotação da engrenagem anular do planetário 2, ω_{A2} , pois é nesse componente que será aplicada a frenagem que estabelecerá a relação de transmissão.

A primeira rotação desconhecida a ser determinada é a rotação do eixo de saída, ω_{sai} . Inicialmente determina-se a forma geral da expressão de ω_{sai} , pela Equação (A1.1):

$$\omega_{A1} = C_1 \omega_{ent} + C_2 \omega_{A2} \quad (A1.1)$$

A Equação (A1.1) é uma forma geral para todo o desenvolvimento. Como todas as rotações são funções de ω_{in} e ω_{A1} , a adoção de coeficientes simplificou a maneira de apresentar as equações e diminuiu erros de dedução. Os valores de C_1 e C_2 são determinados a seguir:

Sabe-se da Tabela 3.1 que:

$$\frac{\omega_{A1} - \omega_{ent}}{\omega_{A2} - \omega_{ent}} = \frac{1}{1 - b_2}$$

Da Tabela 3.2, obtém-se:

$$\omega_{A1} = \left(\frac{1}{1 - b_2} \right) (\omega_{A2} - \omega_{ent}) + \omega_{ent}$$

Simplificando, tem-se:

$$\omega_{A1} = \left(\frac{b_2}{b_2 - 1} \right) \omega_{ent} + \left(\frac{1}{1 - b_2} \right) \omega_{A2} \quad (A1.2)$$

Comparando-se as Equações (A1.1) e (A1.2), conclui-se que:

$$C_1 = \frac{b_2}{b_2 - 1} \quad (A1.3)$$

e

$$C_2 = \frac{1}{1 - b_2} \quad (A1.4)$$

Uma das rotações agora está completamente descrita, faltando outras três. A próxima rotação determinada é a rotação do eixo de saída, ω_{sai} . O procedimento é o mesmo: estabelecimento de uma expressão geral, consulta à Tabela 3.1 para seleção da relação mais apropriada, substituição segundo as relações de rotações da Tabela 3.2 e desenvolvimento e

determinação dos coeficientes da expressão geral. A Equação (A1.5) determina a relação entre ω_{sai} , ω_{ent} e ω_{A2} .

$$\omega_{sai} = C_3 \omega_{ent} + C_4 \omega_{A2} \quad (A1.5)$$

Continuando, com as rotações já substituídas:

$$\frac{\omega_{sai} - \omega_{ent}}{\omega_{A1} - \omega_{ent}} = \frac{1}{1 - b_1}$$

Simplificando essa equação e aplicando-se os valores previamente obtidos, tem-se:

$$\omega_{out} = \left(\frac{b_1 - C_1}{b_1 - 1} \right) \omega_{ent} + \left(\frac{C_2}{1 - b_1} \right) \omega_{A2} \quad (A1.6)$$

Comparando-se as Equações (A1.5) e (A1.6), conclui-se que:

$$C_3 = \frac{b_1 - C_1}{b_1 - 1} \quad (A1.7)$$

e

$$C_4 = \frac{C_2}{1 - b_1} \quad (A1.8)$$

A próxima rotação a ser determinada é a rotação da porção de saída da embreagem, ω_{CO} , cuja expressão geral é dada pela Equação (A1.9).

$$\omega_{CO} = C_5 \omega_{ent} + C_6 \omega_{A2} \quad (A1.9)$$

A relação de rotação usada para se determinar ω_{CO} é:

$$\frac{\omega_{CO} - \omega_{A2}}{\omega_{A1} - \omega_{A2}} = \frac{1}{b_A}$$

Após o desenvolvimento dessa equação e substituindo-se os valores já conhecidos, tem-se:

$$\omega_{CO} = \left(\frac{C_3}{b_A} \right) \omega_{ent} + \left(\frac{C_2 + b_A - 1}{b_A} \right) \omega_{A2} \quad (A1.10)$$

E, finalmente, comparando-se as Equações (A1.9) e (A1.10), tem-se:

$$C_5 = \frac{C_3}{b_A} \quad (A1.11)$$

e

$$C_6 = \frac{C_2 + b_A - 1}{b_A} \quad (A1.12)$$

Para a completa descrição cinemática da primeira relação de transmissão falta apenas determinar o valor da rotação da engrenagem anular do planetário R, ω_{AR} . A Equação (A1.13) relaciona essa rotação faltante com as coordenadas generalizadas.

$$\omega_{AR} = C_7 \omega_{ent} + C_8 \omega_{A2} \quad (A1.13)$$

A relação entre as rotações utilizadas é:

$$\omega_{AR} = b_R (\omega_{A1} - \omega_{sai}) + \omega_{sai}$$

Como todos os valores necessários são conhecidos:

$$\omega_{AR} = [b_R C_1 + (1 - b_R) C_3] \omega_{ent} + [b_R C_2 + (1 - b_R) C_4] \omega_{A2} \quad (A1.14)$$

E comparando as Equações (A1.13) e (A1.14), observa-se que:

$$C_7 = b_R C_1 + (1 - b_R) C_3 \quad (A1.15)$$

e

$$C_8 = b_R C_2 + (1 - b_R) C_4 \quad (A1.16)$$

Com isso conclui-se a modelagem da segunda relação de transmissão da caixa Wilson enquanto seu estabelecimento não é completo.

Uma vez modelado o período de acionamento da segunda relação de transmissão, torna-se necessário modelar o sistema de um grau de liberdade, que é caracterizado pelo repouso da engrenagem anular do planetário 2. O procedimento é similar ao anterior, a única diferença que uma das rotações agora é completamente conhecida.

Novamente a primeira rotação a ser determinada é ω_{A1} . A relação genérica entre as rotações dos eixos de entrada e de saída é:

$$\omega_{A1} = D_1 \omega_{ent}$$

A relação entre as rotações utilizada é:

$$\omega_{A1} = \left(\frac{b_2}{b_2 - 1} \right) (\omega_{ent} - \omega_{A2}) + \omega_{A2}$$

mas $\omega_{A2}=0$, então:

$$\omega_{A1} = \left(\frac{b_2}{b_2 - 1} \right) \omega_{ent} \quad (A1.17)$$

e

$$D_1 = \frac{b_2}{b_2 - 1} \quad (A1.18)$$

A próxima rotação a ser determinada é ω_{sai} , que é a rotação que define a relação de transmissão:

Sua relação genérica com ω_{ent} é:

$$\omega_{sai} = D_2 \omega_{ent}$$

A relação entre as rotações é:

$$\omega_{sai} = \left(\frac{1}{1 - b_1} \right) (\omega_{ent} - \omega_{A2}) + \omega_{A2}$$

o valor de ω_{A2} é nulo, como dito anteriormente:

$$\omega_{sai} = \left(\frac{D_1 - b_1}{1 - b_1} \right) \omega_{ent} \quad (A1.19)$$

Daí conclui-se que:

$$D_2 = \frac{D_1 - b_1}{1 - b_1} \quad (\text{A1.20})$$

Seguindo na mesma seqüência do sistema em acionamento, a próxima rotação é ω_{CO} . Cujas relação genérica é:

$$\omega_{CO} = D_3 \omega_{ent}$$

E a relação entre as rotações utilizadas é:

$$\omega_{CO} = \left(\frac{1}{b_A} \right) (\omega_{A1} - \omega_{A2}) + \omega_{A2}$$

mas tanto ω_{A1} como ω_{A2} são conhecidos, então:

$$\omega_{CO} = \left(\frac{D_1}{b_A} \right) \omega_{ent} \quad (\text{A1.21})$$

daí conclui-se que:

$$D_3 = \frac{D_1}{b_A} \quad (\text{A1.22})$$

Restando apenas determinar ω_{AR} , cuja expressão genérica é:

$$\omega_{AR} = D_4 \omega_{ent}$$

A relação entre as rotações utilizadas, nesse caso, é:

$$\frac{\omega_{AR} - \omega_{A1}}{\omega_{sai} - \omega_{A1}} = (1 - b_R)$$

Com isso:

$$\omega_{AR} = (1 - b_R)(\omega_{sai} - \omega_{A1}) + \omega_{A1}$$

Como os valores de ω_{sai} e de ω_{A1} foram previamente calculados, obtém-se:

$$\omega_{AR} = (1 - b_R)D_1\omega_{ent} \quad (A1.23)$$

E, finalmente, chega-se a:

$$D_4 = (1 - b_R)D_1 \quad (A1.24)$$

Com a modelagem cinemática completa pode-se proceder agora ao estudo do comportamento dinâmico da caixa Wilson. A primeira providência a ser tomada é a determinação da energia cinética da transmissão. Para isso, é necessário desenvolver as expressões dos quadrados das velocidades angulares que estão em função de ω_{ent} e ω_{A2} :

$$\omega_{A1}^2 = C_1^2\omega_{ent}^2 + 2C_1C_2\omega_{ent}\omega_{A2} + C_2^2\omega_{A2}^2 \quad (A1.25)$$

$$\omega_{sai}^2 = C_3^2\omega_{ent}^2 + 2C_3C_4\omega_{ent}\omega_{A2} + C_4^2\omega_{A2}^2 \quad (A1.26)$$

$$\omega_{CO}^2 = C_5^2\omega_{ent}^2 + 2C_5C_6\omega_{ent}\omega_{A2} + C_6^2\omega_{A2}^2 \quad (A1.27)$$

$$\omega_{AR}^2 = C_7^2\omega_{ent}^2 + 2C_7C_8\omega_{ent}\omega_{A2} + C_8^2\omega_{A2}^2 \quad (A1.28)$$

Substituindo as Equações (A1.25) a (A1.28) tem-se a expressão da energia cinética da transmissão, quando a segunda relação de transmissão está em acionamento:

$$T = \frac{1}{2} \left\{ J_1 \omega_{ent}^2 + J_2 (C_3^2 \omega_{ent}^2 + 2C_3 C_4 \omega_{ent} \omega_{A2} + C_4^2 \omega_{A2}^2) + J_4 \omega_{A2}^2 + \right. \\ \left. + J_3 (C_1^2 \omega_{ent}^2 + 2C_1 C_2 \omega_{ent} \omega_{A2} + C_2^2 \omega_{A2}^2) + J_5 (C_5^2 \omega_{ent}^2 + 2C_5 C_6 \omega_{ent} \omega_{A2} + C_6^2 \omega_{A2}^2) + \right. \\ \left. + J_{AR} (C_7^2 \omega_{ent}^2 + 2C_7 C_8 \omega_{ent} \omega_{A2} + C_8^2 \omega_{A2}^2) \right\} \quad (A1.29)$$

O próximo passo é aplicar a expressão de Lagrange na Equação (A1.29). Como são dois os graus de liberdade, esses serão considerados como coordenadas generalizadas do sistema. Assumindo como primeira coordenada generalizada a velocidade de rotação do eixo de entrada, e como segunda coordenada generalizada a rotação da engrenagem anular do planetário 1, tem-se que:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} = J_1 \omega_{ent} + J_2 (C_3^2 \omega_{ent} + C_3 C_4 \omega_{A2}) + J_3 (C_1^2 \omega_{ent} + C_1 C_2 \omega_{A2}) + J_5 (C_5^2 \omega_{ent} + C_5 C_6 \omega_{A2}) + \\ + J_{AR} (C_7^2 \omega_{ent} + C_7 C_8 \omega_{A2})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) = \dot{\omega}_{ent} (J_1 + C_1^2 J_3 + C_3^2 J_2 + C_5^2 J_5 + C_7^2 J_{AR}) + \dot{\omega}_{A2} (C_1 C_2 J_3 + C_3 C_4 J_2 + C_5 C_6 J_5 + C_7 C_8 J_{AR})$$

A expressão anterior mostra o desenvolvimento da equação de movimento da transmissão para a primeira coordenada generalizada, sem, ainda, as considerações sobre as forças dissipativas do sistema. Concluindo com a modelagem:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} = J_2 (C_3 C_4 \omega_{ent} + C_4^2 \omega_{A2}) + J_4 \omega_{A2} + J_3 (C_1 C_2 \omega_{ent} + C_2^2 \omega_{A2}) + J_5 (C_5 C_6 \omega_{ent} + C_6^2 \omega_{A2}) + \\ + J_{AR} (C_7 C_8 \omega_{ent} + C_8^2 \omega_{A2})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} \right) = \dot{\omega}_{ent} (C_1 C_2 J_2 + C_3 C_4 J_4 + C_5 C_6 J_5 + C_7 C_8 J_{AR}) + \dot{\omega}_{A2} (C_2^2 J_2 + J_3 + C_4^2 J_4 + C_6^2 J_5 + C_8^2 J_{AR})$$

A expressão anterior finaliza a modelagem da primeira relação de transmissão durante o acionamento. Da forma em que estão apresentadas as expressões não são de grande utilidade. Para que possam ser mais bem estudadas e analisadas computacionalmente deve-se utilizar uma notação matricial:

$$\begin{bmatrix} J_1 + C_1^2 J_3 + C_3^2 J_2 + C_5^2 J_5 + C_7^2 J_{AR} & C_1 C_2 J_3 + C_3 C_4 J_2 + C_5 C_6 J_5 + C_7 C_8 J_{AR} \\ C_1 C_2 J_3 + C_3 C_4 J_2 + C_5 C_6 J_5 + C_7 C_8 J_{AR} & C_2^2 J_3 + J_4 + C_4^2 J_2 + C_6^2 J_5 + C_8^2 J_{AR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_{ent} \\ \dot{\omega}_{A2} \end{Bmatrix} = Q_j^{nc} \quad (A1.30)$$

A Equação (A1.30) mostra na forma completa da equação de movimento da transmissão durante o acionamento.

Segue-se, assim, o cálculo da energia do sistema para a modelagem da transmissão com a segunda relação de transmissão engrenada:

$$\omega_{A1}^2 = D_1^2 \omega_{ent}^2 \quad (A1.31)$$

$$\omega_{sai}^2 = D_2^2 \omega_{ent}^2 \quad (A1.32)$$

$$\omega_{CO}^2 = D_3^2 \omega_{ent}^2 \quad (A1.33)$$

$$\omega_{AR}^2 = D_4^2 \omega_{ent}^2 \quad (A1.34)$$

Substituindo-se as Equações (A1.31) a (A1.34) na expressão da energia cinética para ser utilizada no desenvolvimento de Lagrange:

$$T = 1/2 (J_1 + J_2 D_2^2 + J_3 D_1^2 + J_5 D_3^2 + J_{AR} D_4^2) \omega_{ent}^2$$

Agora, é possível determinar a equação de movimento do sistema:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = (J_1 + J_2 D_2^2 + J_3 D_1^2 + J_5 D_3^2 + J_{AR} D_4^2) \dot{\omega}_{ent}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) = (J_1 + J_2 D_2^2 + J_3 D_1^2 + J_5 D_3^2 + J_{AR} D_4^2) \ddot{\omega}_{ent}$$

Considerando a existência de uma força não-conservativa no sistema chega-se à forma final da equação de movimento:

$$(J_1 + J_2 D_2^2 + J_3 D_1^2 + J_5 D_3^2 + J_{AR} D_4^2) \ddot{\omega}_{ent} = Q^{nc} \quad (A1.35)$$

Também nesse caso não se entrou em detalhes a respeito da força não-conservativa, pois ela será tratada mais adiante.

A1.2 Terceira Relação de Transmissão

No caso das terceira e da quarta relações de transmissão, a modelagem de dois graus de liberdade é a mesma. A modelagem seguinte, a de um grau de liberdade, é diferente para esses dois casos e, por isso, realizada duas vezes.

A primeira providência a ser tomada é saber quais são os valores de ω_{A1} e ω_{A2} . Esses dois valores se relacionam e não são possíveis de obtenção direta.

A primeira rotação desconhecida a ser determinada é a rotação do eixo de saída, ω_{A1} . Inicialmente determina-se a forma geral da expressão de ω_{A1} , pela Equação (A1.36):

$$\omega_{A2} = C_1 \omega_{ent} + C_2 \omega_{CO} \quad (A1.36)$$

Sabe-se da Tabela 3.1 que:

$$\frac{\omega_{A2} - \omega_{CO}}{\omega_{A1} - \omega_{CO}} = \frac{1}{1 - b_A}$$

Daí:

$$\omega_{A2} = \left(\frac{1}{1 - b_A} \right) \omega_{A1} + \left(\frac{b_A}{b_A - 1} \right) \omega_{CO} \quad (A1.37)$$

Parte-se agora para a determinação de ω_{A1} :

$$\omega_{A1} = C_3 \omega_{ent} + C_4 \omega_{CO} \quad (A1.38)$$

Continuando, com as rotações já substituídas:

$$\frac{\omega_{A1} - \omega_{ent}}{\omega_{A2} - \omega_{ent}} = \frac{1}{1 - b_2}$$

Simplificando essa equação, tem-se:

$$\omega_{A1} = \left(\frac{1}{1 - b_2} \right) \omega_{A2} + \left(\frac{b_2}{b_2 - 1} \right) \omega_{ent} \quad (A1.39)$$

Comparando-se as Equações (A1.37) e (A1.39), conclui-se que:

$$C_1 = \left(\frac{(1 - b_A)(1 - b_2)}{(1 - b_A)(1 - b_2) - 1} \right) \left(\frac{1}{1 - b_A} \right) \left(\frac{b_2}{b_2 - 1} \right) \quad (A1.40)$$

$$C_3 = \left(\frac{(1-b_A)(1-b_2)}{(1-b_A)(1-b_2)-1} \right) \left(\frac{b_A}{b_A-1} \right) \quad (A1.41)$$

$$C_3 = \frac{C_1 - b_2}{1 - b_2} \quad (A1.42)$$

e

$$C_4 = \frac{C_2}{1 - b_2} \quad (A1.43)$$

A próxima rotação a ser determinada é a rotação da porção de saída da embreagem, ω_{sai} , cuja expressão geral é dada pela Equação (A1.44).

$$\omega_{sai} = C_5 \omega_{ent} + C_6 \omega_{CO} \quad (A1.44)$$

A relação de rotação usada para se determinar ω_{sai} é:

$$\frac{\omega_{sai} - \omega_{ent}}{\omega_{A1} - \omega_{ent}} = \frac{1}{1 - b_1}$$

Após o desenvolvimento, tem-se:

$$\omega_{sai} = \left(\frac{C_3 - b_1}{1 - b_1} \right) \omega_{ent} + \left(\frac{C_4}{1 - b_A} \right) \omega_{A1} \quad (A1.45)$$

E, finalmente, comparando-se as Equações (A1.44) e (A1.45), tem-se:

$$C_5 = \left(\frac{C_3 - b_1}{1 - b_1} \right) \quad (A1.46)$$

e

$$C_6 = \frac{C_4}{1-b_A} \quad (A1.47)$$

Para a completa descrição cinemática das terceira e quarta relações de transmissão falta apenas determinar o valor da rotação da engrenagem anular do planetário R, ω_{AR} .

$$\omega_{AR} = C_7 \omega_{ent} + C_8 \omega_{CO} \quad (A1.48)$$

A relação entre as rotações utilizadas é:

$$\omega_{AR} = b_R (\omega_{AI} - \omega_{sai}) + \omega_{sai}$$

Sabendo-se todos os valores necessários:

$$\omega_{AR} = [b_5 C_3 + (1-b_R) C_5] \omega_{ent} + [b_R C_4 + (1-b_R) C_6] \omega_{CO} \quad (A1.49)$$

E comparando as Equações (A1.48) e (A1.49), observa-se que:

$$C_7 = b_5 C_3 + (1-b_R) C_5 \quad (A1.50)$$

e

$$C_8 = b_R C_4 + (1-b_R) C_6 \quad (A1.51)$$

Com isso, conclui-se a modelagem das terceira e quarta relações de transmissão da caixa Wilson enquanto seu estabelecimento não é completo.

Uma vez modelado o período de acionamento da terceira relação de transmissão, torna-se necessário modelar o sistema de um grau de liberdade, que é caracterizado pelo repouso da porção de saída da embreagem. O procedimento é similar ao anterior, a única diferença que uma das rotações agora é completamente conhecida.

A primeira rotação a ser determinada é ω_{A2} .

A relação genérica entre as rotações dos eixos de entrada e de saída é:

$$\omega_{A2} = D_1 \omega_{ent}$$

A relação entre as rotações utilizada é:

$$\omega_{A2} = \left(\frac{b_2 - 1}{b_A - b_A b_2 + b_2} \right) \left[\left(\frac{b_2}{b_2 - 1} \right) \omega_{ent} - b_A \omega_{CO} \right]$$

mas $\omega_{CO}=0$, então:

$$\omega_{sai} = \left(\frac{b_2}{b_A - b_A b_2 + b_2} \right) \omega_{ent} \quad (A1.52)$$

e

$$D_1 = \frac{b_2}{b_A - b_A b_2 + b_2} \quad (A1.53)$$

A próxima rotação a ser determinada é ω_{A1} :

Sua relação genérica com ω_{ent} é:

$$\omega_{A1} = D_2 \omega_{ent}$$

A relação entre as rotações é:

$$\omega_{A1} = \left(\frac{1}{1-b_2} \right) (\omega_{A2} - \omega_{in}) + \omega_{in}$$

sabido o valor de ω_{A2} , como dito anteriormente:

$$\omega_{A1} = \left(\frac{D_1 - b_2}{1 - b_2} \right) \omega_{ent} \quad (A1.54)$$

Dai conclui-se que:

$$D_2 = \frac{D_1 - b_2}{1 - b_2} \quad (A1.55)$$

Seguindo na mesma seqüência do sistema em acionamento, a próxima rotação é ω_{sai} . Cuja relação genérica é:

$$\omega_{sai} = D_3 \omega_{ent}$$

E a relação entre as rotações utilizadas é:

$$\omega_{sai} = \left(\frac{1}{1-b_1} \right) (\omega_{A1} - \omega_{ent}) + \omega_{ent}$$

mas tanto ω_{A1} é conhecido, então:

$$\omega_{sai} = \left(\frac{D_2 - b_1}{1 - b_1} \right) \omega_{ent} \quad (A1.56)$$

daí conclui-se que:

$$D_3 = \frac{D_2 - b_1}{1 - b_1} \quad (A1.57)$$

Restando apenas determinar ω_{AR} , cuja expressão genérica é:

$$\omega_{AR} = D_4 \omega_{ent}$$

A relação entre as rotações utilizadas, nesse caso, é:

$$\omega_{AR} = b_R (D_2 - D_3) \omega_{ent} + D_3 \omega_{ent}$$

Daí, obtém-se:

$$\omega_{AR} = [b_R (D_2 - D_3) + D_3] \omega_{ent} \quad (A1.58)$$

E, finalmente, chega-se a:

$$D_4 = b_R (D_2 - D_3) + D_3 \quad (A1.59)$$

Passa-se então para a modelagem da quarta relação de transmissão totalmente acionada, quando o conjunto da embreagem está movendo-se com a mesma velocidade.

A primeira rotação a ser determinada é ω_{A2} .

A relação genérica entre as rotações dos eixos de entrada e de saída é:

$$\omega_{A2} = D_1 \omega_{ent}$$

A relação entre as rotações utilizada é:

$$\omega_{A2} = \left(\frac{b_2 - 1}{b_A - b_A b_2 + b_2} \right) \left[\left(\frac{b_2}{b_2 - 1} \right) \omega_{ent} - b_A \omega_{CO} \right]$$

mas $\omega_{CO} = \omega_{ent}$, então:

$$\omega_{sai} = \omega_{ent} \quad (A1.60)$$

e

$$D_1 = 1 \quad (A1.61)$$

A próxima rotação a ser determinada é ω_{A1} :

Sua relação genérica com ω_{ent} é:

$$\omega_{A1} = D_2 \omega_{ent}$$

A relação entre as rotações é:

$$\omega_{A1} = \left(\frac{1}{1 - b_2} \right) (\omega_{A2} - \omega_{ent}) + \omega_{ent}$$

sabido o valor de ω_{A2} , como dito anteriormente:

$$\omega_{A1} = \omega_{ent} \quad (A1.62)$$

Daí conclui-se que:

$$D_2 = 1 \quad (A1.63)$$

Seguindo na mesma seqüência do sistema em acionamento, a próxima rotação é ω_{sai} . Cujas relação genérica é:

$$\omega_{sai} = D_3 \omega_{ent}$$

E a relação entre as rotações utilizadas é:

$$\omega_{sai} = \left(\frac{1}{1-b_1} \right) (\omega_{A1} - \omega_{ent}) + \omega_{ent}$$

mas tanto ω_{A1} é conhecido, então:

$$\omega_{sai} = \omega_{ent} \quad (A1.64)$$

daí conclui-se que:

$$D_3 = 1 \quad (A1.65)$$

Restando apenas determinar ω_{AR} , cuja expressão genérica é:

$$\omega_{AR} = D_4 \omega_{ent}$$

A relação entre as rotações utilizadas nesse caso é:

$$\omega_{AR} = b_R (D_2 - D_3) \omega_{ent} + D_3 \omega_{ent}$$

Daí obtém-se:

$$\omega_{AR} = \omega_{ent} \quad (A1.66)$$

E, finalmente, chega-se a:

$$D_4 = 1_3 \quad (A1.67)$$

Independentemente da relação de transmissão selecionada, terceira ou quarta, o desenvolvimento das equações de movimento é o mesmo. Assim, pode-se proceder ao cálculo da energia cinética do sistema de dois graus de liberdade.

$$T = 1/2 \{ J_1 \omega_{ent}^2 + J_2 \omega_{sai}^2 + J_3 \omega_{A1}^2 + J_4 \omega_{A2}^2 + J_5 \omega_{CO}^2 + J_{AR} \omega_{AR}^2 \} \quad (A1.68)$$

Calculando-se os quadrados das velocidades angulares:

$$\omega_{A2}^2 = C_1^2 \omega_{ent}^2 + 2C_1 C_2 \omega_{ent} \omega_{CO} + C_2^2 \omega_{CO}^2 \quad (A1.69)$$

$$\omega_{A1}^2 = C_3^2 \omega_{ent}^2 + 2C_3 C_4 \omega_{ent} \omega_{CO} + C_4^2 \omega_{CO}^2 \quad (A1.70)$$

$$\omega_{sai}^2 = C_5^2 \omega_{ent}^2 + 2C_5 C_6 \omega_{ent} \omega_{CO} + C_6^2 \omega_{CO}^2 \quad (A1.71)$$

$$\omega_{AR}^2 = C_7^2 \omega_{ent}^2 + 2C_7 C_8 \omega_{ent} \omega_{CO} + C_8^2 \omega_{CO}^2 \quad (A1.72)$$

Substituindo as Equações (A1.69) a (A1.72) na Equação (A1.68) tem-se a expressão da energia cinética da transmissão quando a primeira relação de transmissão está em acionamento:

$$T = \frac{1}{2} \left\{ J_1 \omega_{ent}^2 + J_2 (C_1^2 \omega_{ent}^2 + 2C_1 C_2 \omega_{ent} \omega_{CO} + C_2^2 \omega_{CO}^2) + J_5 \omega_{CO}^2 + \right. \\ \left. + J_4 (C_3^2 \omega_{ent}^2 + 2C_3 C_4 \omega_{ent} \omega_{CO} + C_4^2 \omega_{CO}^2) + J_3 (C_5^2 \omega_{ent}^2 + 2C_5 C_6 \omega_{ent} \omega_{CO} + C_6^2 \omega_{CO}^2) + \right. \\ \left. + J_{AR} (C_7^2 \omega_{ent}^2 + 2C_7 C_8 \omega_{ent} \omega_{CO} + C_8^2 \omega_{CO}^2) \right\} \quad (A1.73)$$

O próximo passo é aplicar a expressão de Lagrange na Equação (A1.73). Como são dois os graus de liberdade, esses serão considerados como coordenadas generalizadas do sistema.

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} = J_1 \omega_{ent} + J_5 (C_1^2 \omega_{ent} + C_1 C_2 \omega_{CO}) + J_3 (C_3^2 \omega_{ent} + C_3 C_4 \omega_{CO}) + J_2 (C_5^2 \omega_{ent} + C_5 C_6 \omega_{CO}) + \\ + J_{AR} (C_7^2 \omega_{ent} + C_7 C_8 \omega_{CO})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) = \dot{\omega}_{ent} (J_1 + C_5^2 J_2 + C_3^2 J_3 + C_1^2 J_4 + C_7^2 J_{AR}) + \dot{\omega}_{CO} (C_1 C_2 J_4 + C_3 C_4 J_3 + C_5 C_6 J_2 + C_7 C_8 J_{AR})$$

A expressão anterior mostra o desenvolvimento da equação de movimento da transmissão para a primeira coordenada generalizada, sem, ainda, as considerações sobre as forças dissipativas do sistema. Concluindo com a modelagem:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} = J_4 (C_1 C_2 \omega_{ent} + C_2^2 \omega_{CO}) + J_5 \omega_{CO} + J_3 (C_3 C_4 \omega_{ent} + C_4^2 \omega_{CO}) + J_2 (C_5 C_6 \omega_{ent} + C_6^2 \omega_{CO}) + \\ + J_{AR} (C_7 C_8 \omega_{ent} + C_8^2 \omega_{CO})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} \right) = \dot{\omega}_{ent} (C_1 C_2 J_4 + C_3 C_4 J_3 + C_5 C_6 J_2 + C_7 C_8 J_{AR}) + \dot{\omega}_{CO} (C_2^2 J_4 + J_5 + C_4^2 J_3 + C_6^2 J_2 + C_8^2 J_{AR})$$

A expressão anterior finaliza a modelagem da primeira relação de transmissão durante o acionamento. Da forma em que estão apresentadas as expressões não são de grande utilidade.

Para que possam ser mais bem estudadas e analisadas computacionalmente, deve-se utilizar uma notação matricial:

$$\begin{bmatrix} J_1 + C_2^2 J_2 + C_3^2 J_3 + C_1^2 J_4 + C_7^2 J_{AR} & C_1 C_2 J_4 + C_3 C_4 J_3 + C_5 C_6 J_2 + C_7 C_8 J_{AR} \\ C_1 C_2 J_4 + C_3 C_4 J_3 + C_5 C_6 J_2 + C_7 C_8 J_{AR} & C_6^2 J_2 + J_5 + C_2^2 J_4 + C_4^2 J_3 + C_8^2 J_{AR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_{ent} \\ \dot{\omega}_{CO} \end{Bmatrix} = \mathcal{Q}_j^{nc} \quad (A1.74)$$

A Equação (A1.74) mostra a forma completa da equação de movimento da transmissão durante o acionamento.

Para a modelagem da transmissão com a terceira relação de transmissão engrenada utiliza-se novamente a Equação (A1.68), mas agora só se necessita estabelecer a energia cinética em função da velocidade de rotação do eixo de entrada. Segue-se, assim, o cálculo da energia do sistema:

$$\omega_{sat}^2 = D_2^2 \omega_{ent}^2 \quad (A1.75)$$

$$\omega_{A1}^2 = D_2^2 \omega_{ent}^2 \quad (A1.76)$$

$$\omega_{A2}^2 = D_1^2 \omega_{ent}^2 \quad (A1.77)$$

$$\omega_{AR}^2 = D_4^2 \omega_{ent}^2 \quad (A1.78)$$

Substituindo-se as Equações (A1.75) a (A1.78) na Equação (A1.68) tem-se a expressão da energia cinética pronta para ser utilizada no desenvolvimento de Lagrange:

$$T = 1/2 (J_1 + J_2 D_3^2 + J_3 D_2^2 + J_4 D_1^2 + J_{AR} D_4^2) \omega_{ent}^2$$

Agora, é possível determinar a equação de movimento do sistema:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = (J_1 + J_2 D_3^2 + J_3 D_2^2 + J_4 D_1^2 + J_{AR} D_4^2) \omega_{ent}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) = (J_1 + J_2 D_3^2 + J_3 D_2^2 + J_4 D_1^2 + J_{AR} D_4^2) \dot{\omega}_{ent}$$

Considerando a existência de uma força não-conservativa no sistema chega-se à forma final da equação de movimento:

$$(J_1 + J_2 D_3^2 + J_3 D_2^2 + J_4 D_1^2 + J_{AR} D_4^2) \dot{\omega}_{ent} = Q^{nc} \quad (A1.79)$$

Apêndice 2

Solução do Sistema de Equações do Fluxo de Torque da Caixa Wilson

O objetivo deste apêndice é mostrar as soluções dos sistemas de equações que definem os fluxos de torque da caixa Wilson.

Quando se está modelando a primeira relação de transmissão, o valor de τ_A não é nulo e deve ser considerado na modelagem, onde τ_B , τ_C e τ_D são nulos. A resolução do sistema linear para a primeira relação de transmissão gera o seguinte conjunto de torques nulos: τ_1 , τ_2 , τ_3 , τ_4 , τ_5 , τ_6 , τ_7 , τ_8 , τ_9 , τ_{10} , τ_{11} , τ_{12} , τ_{19} , τ_{20} , τ_{21} , τ_{22} , τ_{23} e τ_{24} . A Equação (A2.1) mostra a expressão do torque τ_{13} .

$$\tau_{13} = \tau_A \quad (\text{A2.1})$$

A Equação (A2.2) mostra a expressão do torque τ_{14} .

$$\tau_{14} = \frac{(1 - r_5)\tau_A}{r_5} \quad (\text{A2.2})$$

A Equação (A2.3) mostra a expressão do torque τ_{15} .

$$\tau_{15} = -\frac{\tau_A}{r_5} \quad (\text{A2.3})$$

A Equação (A2.4) mostra a expressão do torque τ_{16} .

$$\tau_{16} = \frac{\tau_A}{r_5} \quad (\text{A2.4})$$

A Equação (A2.5) mostra a expressão do torque τ_{17} .

$$\tau_{17} = \tau_{carga} - \frac{(1-r_5)\tau_A}{r_5} \quad (\text{A2.5})$$

A Equação (A2.6) mostra a expressão do torque τ_{18} .

$$\tau_{18} = \left(\frac{1}{1-r_6} \right) \left\{ \frac{(1-r_5)\tau_A}{r_5} - \tau_{carga} \right\} \quad (\text{A2.6})$$

A Equação (A2.7) mostra a expressão do torque τ_{motor} .

$$\tau_{motor} = -\left(\frac{1}{1-r_6} \right) \left\{ \frac{(1-r_5)\tau_A}{r_5} - \tau_{carga} \right\} \quad (\text{A2.7})$$

A resolução seguinte é a da segunda relação de transmissão. Nesse caso, o torque de frenagem considerado é τ_B . Alguns torques são nulos nessa relação de transmissão: τ_1 , τ_2 , τ_3 , τ_4 , τ_5 , τ_6 , τ_{19} , τ_{20} , τ_{21} , τ_{22} , τ_{23} e τ_{24} . A Equação (A2.8) mostra a expressão de τ_7 .

$$\tau_7 = \tau_B \quad (\text{A2.8})$$

A Equação (A2.9) mostra a expressão de τ_8 .

$$\tau_8 = \frac{(1-r_3)\tau_B}{r_3} \quad (\text{A2.9})$$

A Equação (A2.10) mostra a expressão de τ_9 .

$$\tau_9 = -\frac{\tau_B}{r_3} \quad (\text{A2.10})$$

A Equação (A2.11) mostra a expressão de τ_{10} .

$$\tau_{10} = \frac{\tau_B}{r_3} \quad (\text{A2.11})$$

A Equação (A2.12) mostra a expressão de τ_{11} .

$$\tau_{11} = \frac{(1-r_4)\tau_B}{r_3 r_4} \quad (\text{A2.12})$$

A Equação (A2.13) mostra a expressão de τ_{12} .

$$\tau_{12} = -\frac{\tau_B}{r_3 r_4} \quad (\text{A2.13})$$

A Equação (A2.14) mostra a expressão de τ_{13} .

$$\tau_{13} = -\frac{\tau_B}{r_3} \left((1-r_3) + \frac{(1-r_4)}{r_4} \right) \quad (\text{A2.14})$$

A Equação (A2.15) mostra a expressão de τ_{14} .

$$\tau_{14} = -\frac{(1-r_5)\tau_B}{r_3 r_5} \left((1-r_3) + \frac{(1-r_4)}{r_4} \right) \quad (\text{A2.15})$$

A Equação (A2.16) mostra a expressão de τ_{15} .

$$\tau_{15} = \frac{\tau_B}{r_3 r_5} \left((1-r_3) + \frac{(1-r_4)}{r_4} \right) \quad (\text{A2.16})$$

A Equação (A2.17) mostra a expressão de τ_{16} .

$$\tau_{16} = -\frac{\tau_B}{r_3 r_5} \left((1-r_3) + \frac{(1-r_4)}{r_4} \right) \quad (\text{A2.17})$$

A Equação (A2.18) mostra a expressão de τ_{17} .

$$\tau_{17} = \tau_{carga} + \frac{(1-r_5)\tau_B}{r_3 r_5} \left((1-r_3) + \frac{(1-r_4)}{r_4} \right) \quad (\text{A2.18})$$

A Equação (A2.19) mostra a expressão de τ_{18} .

$$\tau_{18} = -\left(\frac{\tau_{carga}}{(1-r_6)} + \frac{(1-r_5)\tau_B}{(1-r_6)r_3 r_5} \left((1-r_3) + \frac{(1-r_4)}{r_4} \right) \right) \quad (\text{A2.19})$$

A Equação (A2.20) mostra a expressão de τ_{motor} .

$$\tau_{motor} = \frac{\tau_B}{r_3 r_4} + \frac{\tau_{carga}}{(1-r_6)} + \frac{(1-r_5)\tau_B}{(1-r_6)r_3 r_5} \left((1-r_3) + \frac{(1-r_4)}{r_4} \right) \quad (\text{A2.20})$$

O próximo conjunto de dados a ser conhecido é o que envolve as terceira e quarta relações de transmissão. Ambas são acionadas pelo mesmo componente, a engrenagem solar do TEP A. Nesse caso, o torque de acionamento é τ_C . Seu valor depende de qual relação de transmissão está acionada. Alguns torques são nulos: τ_{19} , τ_{20} , τ_{21} , τ_{22} , τ_{23} e τ_{24} . A Equação (A2.21) mostra a expressão de τ_1 .

$$\tau_1 = -r_1 r_2 \tau_C \quad (\text{A2.21})$$

A Equação (A2.22) mostra a expressão de τ_2 .

$$\tau_2 = -r_2 (1 - r_1) \tau_C \quad (\text{A2.22})$$

A Equação (A2.23) mostra a expressão de τ_3 .

$$\tau_3 = r_2 \tau_C \quad (\text{A2.23})$$

A Equação (A2.24) mostra a expressão de τ_4 .

$$\tau_4 = -r_2 \tau_C \quad (\text{A2.24})$$

A Equação (A2.25) mostra a expressão de τ_5 .

$$\tau_5 = -(1 - r_2) \tau_C \quad (\text{A2.25})$$

A Equação (A2.26) mostra a expressão de τ_5 .

$$\tau_5 = -(1 - r_2) \tau_C \quad (\text{A2.26})$$

A Equação (A2.27) mostra a expressão de τ_6 .

$$\tau_6 = \tau_C \quad (\text{A2.27})$$

A Equação (A2.28) mostra a expressão de τ_7 .

$$\tau_7 = \{(1-r_2)+r_2(1-r_1)\}\tau_C \quad (\text{A2.28})$$

A Equação (A2.29) mostra a expressão de τ_8 .

$$\tau_8 = \left\{ \frac{(1-r_3)}{r_3} \right\} \{(1-r_2)+r_2(1-r_1)\}\tau_C \quad (\text{A2.29})$$

A Equação (A2.30) mostra a expressão de τ_9 .

$$\tau_9 = -\left\{ \frac{1}{r_3} \right\} \{(1-r_2)+r_2(1-r_1)\}\tau_C \quad (\text{A2.30})$$

A Equação (A2.31) mostra a expressão de τ_{10} .

$$\tau_{10} = \left\{ \frac{1}{r_3} \right\} \{(1-r_2)+r_2(1-r_1)\}\tau_C \quad (\text{A2.31})$$

A Equação (A2.32) mostra a expressão de τ_{11} .

$$\tau_{11} = \left\{ \frac{(1-r_4)}{r_3 r_4} \right\} \{(1-r_2)+r_2(1-r_1)\}\tau_C \quad (\text{A2.32})$$

A Equação (A2.33) mostra a expressão de τ_{12} .

$$\tau_{12} = -\left\{\frac{1}{r_3 r_4}\right\}\{(1-r_2)+r_2(1-r_1)\}\tau_C \quad (\text{A2.33})$$

A Equação (A2.34) mostra a expressão de τ_{13} .

$$\tau_{13} = \left\{r_1 r_2 - \left[\frac{(1-r_3)}{r_3}\right][(1-r_2)+r_2(1-r_1)] + \left[\frac{(1-r_4)}{r_3 r_4}\right][(1-r_2)+r_2(1-r_1)]\right\}\tau_C \quad (\text{A2.34})$$

Para simplificação das equações seguintes é introduzido um fator de simplificação γ , que é definido pela Equação (A2.35).

$$\gamma = \frac{\tau_{13}}{\tau_C} \quad (\text{A2.35})$$

A Equação (A2.36) mostra a expressão de τ_{14} .

$$\tau_{14} = \frac{(1-r_5)\gamma}{r_5}\tau_C \quad (\text{A2.36})$$

A Equação (A2.37) mostra a expressão de τ_{15} .

$$\tau_{15} = -\frac{\gamma}{r_5}\tau_C \quad (\text{A2.37})$$

A Equação (A2.38) mostra a expressão de τ_{16} .

$$\tau_{16} = \frac{\gamma}{r_5} \tau_C \quad (\text{A2.38})$$

A Equação (A2.39) mostra a expressão de τ_{17} .

$$\tau_{17} = \tau_{carga} - \frac{(1-r_5)\gamma}{r_5} \tau_C \quad (\text{A2.39})$$

A Equação (A2.40) mostra a expressão de τ_{18} .

$$\tau_{18} = \left(\frac{1}{1-r_6} \right) \left\{ \tau_{carga} - \frac{(1-r_5)\gamma}{r_5} \tau_C \right\} \quad (\text{A2.40})$$

A Equação (A2.41) mostra a expressão de τ_{motor} .

$$\tau_{motor} = \left\{ \frac{(1-r_2) + r_2(1-r_1)}{r_3 r_4} + \frac{\gamma(1-r_5)}{r_5(1-r_6)} \right\} \tau_C - \frac{1}{r_3 r_4 (1-r_6)} \tau_{carga} \quad (\text{A2.41})$$

Para completar a modelagem da caixa Wilson resta somente modelar o fluxo de torque da relação de transmissão reversa. Para o estabelecimento dessa relação de transmissão é utilizado τ_D . Alguns torques calculados são nulos: τ_1 , τ_2 , τ_3 , τ_4 , τ_5 , τ_6 , τ_7 , τ_8 , τ_9 , τ_{10} , τ_{11} e τ_{12} . A Equação (A2.42) mostra a expressão de τ_{13} .

$$\tau_{13} = \frac{\tau_D}{r_7 r_8} \quad (\text{A2.42})$$

A Equação (A2.43) mostra a expressão de τ_{14} .

$$\tau_{14} = \frac{(1-r_5)\tau_D}{r_5 r_7 r_8} \quad (\text{A2.43})$$

A Equação (A2.44) mostra a expressão de τ_{15} .

$$\tau_{15} = -\frac{\tau_D}{r_5 r_7 r_8} \quad (\text{A2.44})$$

A Equação (A2.45) mostra a expressão de τ_{16} .

$$\tau_{16} = \frac{\tau_D}{r_5 r_7 r_8} \quad (\text{A2.45})$$

A Equação (A2.46) mostra a expressão de τ_{17} .

$$\tau_{17} = \tau_{carga} - \left\{ \frac{1-r_7}{r_7} + \frac{1-r_8}{r_7 r_8} + \frac{1-r_5}{r_5 r_7 r_8} \right\} \tau_D \quad (\text{A2.46})$$

A Equação (A2.47) mostra a expressão de τ_{18} .

$$\tau_{18} = \frac{1}{1-r_6} \left[\left\{ \frac{1-r_7}{r_7} + \frac{1-r_8}{r_7 r_8} + \frac{1-r_5}{r_5 r_7 r_8} \right\} \tau_D - \tau_{carga} \right] \quad (\text{A2.47})$$

A Equação (A2.48) mostra a expressão de τ_{19} .

$$\tau_{19} = \tau_D \quad (\text{A2.48})$$

A Equação (A2.49) mostra a expressão de τ_{20} .

$$\tau_{20} = \frac{(1-r_7)\tau_D}{r_7} \quad (\text{A2.49})$$

A Equação (A2.50) mostra a expressão de τ_{21} .

$$\tau_{21} = -\frac{\tau_D}{r_7} \quad (\text{A2.50})$$

A Equação (A2.51) mostra a expressão de τ_{22} .

$$\tau_{22} = \frac{\tau_D}{r_7} \quad (\text{A2.51})$$

A Equação (A2.52) mostra a expressão de τ_{23} .

$$\tau_{23} = \frac{(1-r_8)\tau_D}{r_7 r_8} \quad (\text{A2.52})$$

A Equação (A2.53) mostra a expressão de τ_{24} .

$$\tau_{24} = -\frac{\tau_D}{r_7 r_8} \quad (\text{A2.53})$$

A Equação (A2.54) mostra a expressão de τ_{motor} .

$$\tau_{motor} = \frac{1}{1-r_6} \left[\tau_{carga} - \left\{ \frac{1-r_7}{r_7} + \frac{1-r_8}{r_7 r_8} + \frac{1-r_5}{r_5 r_7 r_8} \right\} \tau_D \right] \quad (\text{A2.54})$$

Apêndice 3

Condições de Simulação e Listagem

A3.1 Condições de Simulação

Em todas as simulações utilizou-se o Matlab R11, rodando em um PC Pentium IV 2,8 GHz, 256 MBytes RAM. Nessas condições as simulações foram executados nos tempos listados a seguir:

- Simulação Padrão:	4,484 s;
- Motor Travado:	4,625 s;
- Valores Reais:	5,531 s;
- Variação de Inércia:	30,656 s;
- Variação de Tempo de Frenagem:	27,406 s.;
- Variação de Torque de Frenagem:	25,985 s;
- Carga Senoidal:	6,422 s;
- Carga Quadrada:	4,906 s;
- Eficiência:	6,812;

Esses resultados mostram que as simulações são de rápida execução. No casos de repetição de simulação os tempos necessários são aproximadamente cinco vezes o tempo necessário para a realização das simulações simples.

A4.2 Listagem

Apresenta-se aqui a listagem da rotina escrita para a simulação padrão. Todas as outras seguem basicamente a mesma rotina, com eventuais processos de repetição, quando há variação de parâmetros.

%Dados dos Planetarios	GR=(-B1*BR)/(1-B1*BR);
DentesAnular1=156;	I1=1/G1;
DentesSolar1=56;	I2=1/G2;
DentesPlanetas=50;	I3=1/G3;
DentesAnular2=120;	I4=1/G4;
DentesSolar2=40;	IR=1/GR;
DentesPlanetas2=40;	% Valores dos Momentos de Inercia:
DentesAnularA=120;	JA1=0.005; % Engrenagem Anular 1
DentesSolarA=44;	JS1=0.005; % Engrenagem Solar 1
DentesPlanetasA=43;	JB1=0.005; % Braço dos Planetas 1
DentesAnularR=156;	JA2=0.005; % Engrenagem Anular 2
DentesSolarR=64;	JS2=0.005; % Engrenagem Solar 2
DentesPlanetasR=46;	JB2=0.005; % Braço dos Planetas 2
%Calculo dos Bs:	JAA=0.005; % Engrenagem Anular A
B1=-DentesSolar1/DentesAnular1;	JSA=0.005; % Engrenagem Solar A
B2=-DentesSolar2/DentesAnular2;	JBA=0.005; % Planetas A
BR=-DentesSolarR/DentesAnularR;	JAR=0.005; % Engrenagem Anular R
BA=-DentesSolarA/DentesAnularA;	JSR=0.005; % Engrenagem Solar R
%Calculo das Relacoes de Transmissao:	JBR=0.005; % Braço dos Planetas R
G1=B1/(B1-1);	JCI=0.005; % Entrada da Embreagem
G2=(B1*B2-B1-B2)/((B1-1)*(B2-1));	JCO=0.005; % Saida da Embreagem
G3=((1-BA)/(1-B1))*((B2-1)/(BA-	Jin=0.005; % Eixo de Entrada
BA*B2+B2))*((B2/(B2-1))+(B1/(B1-1)));	Jout=0.005; % Eixo de Saida
G4=1;	J1=Jin+JS1+JS2+JCI;

$J2=Jout+JB1+JBR;$
 $J3=JA1+JB2+JAA+JSR;$
 $J4=JA2+JBA;$
 $J5=JSA+JCO;$
 % Matrizes de Inercia das Equações de Movimento:
 $C1A=B1/(B1-1);$
 $C2A=1/(1-B1);$
 $C3A=B2;$
 $C4A=1-B2;$
 $C5A=(BA-1)*(C3A/BA);$
 $C6A=(C4A*(BA-1)+1)/BA;$
 $C7A=(1-BR)*C1A;$
 $C8A=BR+(1-BR)*C2A;$
 $D1A=B1/(B1-1);$
 $D2A=B2;$
 $D3A=((BA-1)/BA)*B2;$
 $D4A=(1-BR)*D1A;$
 $C1B=B2/(B2-1);$
 $C2B=1/(1-B2);$
 $C3B=(B1-C1B)/(B1-1);$
 $C4B=C2B/(1-B1);$
 $C5B=C1B/BA;$
 $C6B=(C2B+BA-1)/BA;$
 $C7B=BR*C1B+(1-BR)*C3B;$
 $C8B=BR*C2B+(1-BR)*C4B;$
 $D1B=B2/(B2-1);$
 $D2B=(D1B-B1)/(1-B1);$
 $D3B=D1B/BA;$
 $D4B=(1-BR)*(D2B-D1B)+D1B;$

$C1C=((1-BA)*(1-B2)/((1-BA)*(1-B2)-1))*(1/(1-BA))*(B2/(B2-1));$
 $C2C=((1-BA)*(1-B2)/((1-BA)*(1-B2)-1))*(BA/(BA-1));$
 $C3C=(C1C-B2)/(1-B2);$
 $C4C=C2C/(1-B2);$
 $C5C=(C3C-B1)/(1-B1);$
 $C6C=C4C/(1-B1);$
 $C7C=BR*C3C+(1-BR)*C5C;$
 $C8C=BR*C4C+(1-BR)*C6C;$
 $D1C=B2/(BA-BA*B2+B2);$
 $D2C=(D1C-B2)/(1-B2);$
 $D3C=(D2C-B1)/(1-B1);$
 $D4C=BR*(D2C-D3C)+D3C;$
 $C1D=1;$
 $C2D=1;$
 $C3D=1;$
 $C4D=1;$
 $C5D=1;$
 $C6D=1;$
 $C7D=1;$
 $C8D=1;$
 $D1D=1;$
 $D2D=1;$
 $D3D=1;$
 $D4D=1;$
 $Inercial(1,1)=J1+(C1A^2)*J2+(C3A^2)*J4+(C5A^2)*J5+(C7A^2)*JAR;$
 $Inercial(1,2)=(C1A*C2A)*J2+(C3A*C4A)*J4+(C5A*C6A)*J5+(C7A*C8A)*JAR;$

```

Inercial(2,1)=(C1A*C2A)*J2+(C3A*C4A)
*J4+(C5A*C6A)*J5+(C7A*C8A)*JAR;
Inercial(2,2)=(C2A^2)*J2+J3+(C4A^2)*J4
+(C6A^2)*J5+(C8A^2)*JAR;
InercialA=J1+(D1A^2)*J2+(D2A^2)*J4+(
D3A^2)*J5+(D4A^2)*JAR;
Inercia2(1,1)=J1+(C1B^2)*J3+(C3B^2)*J2+
(C5B^2)*J5+(C7B^2)*JAR;
Inercia2(1,2)=(C1B*C2B)*J3+(C3B*C4B)*
J2+(C5B*C6B)*J5+(C7B*C8B)*JAR;
Inercia2(2,1)=(C1B*C2B)*J3+(C3B*C4B)*
J2+(C5B*C6B)*J5+(C7B*C8B)*JAR;
Inercia2(2,2)=(C2B^2)*J3+(C4B^2)*J2+(C
6B^2)*J5+(C8B^2)*JAR+J4;
Inercia2A=J1+(D1B^2)*J3+(D2B^2)*J2+(D
3B^2)*J5+(D4B^2)*JAR;
Inercia34(1,1)=J1+(C5C^2)*J2+(C3C^2)*J3
+(C1C^2)*J4+(C7C^2)*JAR;
Inercia34(1,2)=C5C*C6C*J2+C3C*C4C*J3
+C1C*C2C*J4+C7C*C8C*JAR;
Inercia34(2,1)=C5C*C6C*J2+C3C*C4C*J3
+C1C*C2C*J4+C7C*C8C*JAR;
Inercia34(2,2)=(C6C^2)*J2+(C4C^2)*J3+(
C2C^2)*J4+J5+(C8C^2)*JAR;
Inercia34A=J1+(D3C^2)*J2+(D2C^2)*J3+(
D1C^2)*J4+(D4C^2)*JAR;
InerciaR(1,1)=1;
InerciaR(1,2)=1;
InerciaR(2,1)=1;
InerciaR(2,2)=1;
InerciaRA=1;

```

```

%Propriedades do veiculo simulado
%Calculo da aproximação polinomial da
curva de torque do motor
rotacao=[1000:250:4500];
torque=[150 200 250 300 300 300 300 300
280 260 240 220 200 180 160];
np=max(size(rotacao));
grau=10;
A=zeros(grau+1,grau+1);
Ce=zeros(1,grau+1);
for contador1=0:grau
r=grau-contador1;
for contador2=0:grau
l=grau-contador2;
for contador3=1:np
A(contador1+1,contador2+1)=A(contador1+
1,contador2+1)+((rotacao(contador3))^r)*((r
otacao(contador3))^l);
end
end
for contador4=1:np
Ce(contador1+1)=Ce(contador1+1)+torque(
contador4)*((rotacao(contador4))^r);
end
end
cc=grau+1;
for contador1=1:cc
Coef(contador1)=0;
end
for contador1=1:grau
for contador2=contador1+1:cc

```

```

m=A(contador2,contador1)/A(contador1,con
tador1);
A(contador2,contador1)=0;
for contador3=contador1+1:cc
A(contador2,contador3)=A(contador2,conta
dor3)-m*A(contador1,contador3);
end
Ce(contador2)=Ce(contador2)-
m*Ce(contador1);
end
end
Coef(cc)=Ce(cc)/A(cc,cc);
for contador1=0:grau
ind=grau-contador1+1;
soma=0;
for contador2=ind+1:cc
soma=A(ind,contador2)*Coef(contador2)+s
oma;
end
Coef(ind)=(Ce(ind)-soma)/A(ind,ind);
end
%Plotagem da curva de torque
count=1;
for contador1=1000:4500,
tor(count)=0;
rot(count)=contador1;
for contador2=1:cc,
tor(count)=tor(count)+Coef(contador2)*cont
ador1^(cc-contador2);
end
count=count+1;

```

```

end
%Simulação da Primeira Marcha
%Calculo das condições iniciais
Win=1000;
Wout1=0;
WA1=(1-B1)*(Wout1-Win)+Win;
h=0.001; %Passo de Integração
t0=0;    %Instante de Tempo Inicial da
Simulação
tf=0.2;    %Instante de Tempo Final da
Simulação
T1=1;    %Tempo de Acionamento da
Embreagem
M1=50; %Torque maximo Aplicado pela
Embreagem
npassos=(tf-t0)/h;    %Numero Total de
Passos da Simulação
VA=[Win, WA1];
VA=VA';    %Vetor das Condições
Iniciais
for contador1=1:npassos,
tempo(contador1)=(contador1-1)*h;
end
for contador1=1:npassos-1,
if VA(2,contador1)<0
if tempo(contador1)<T1
Tc1=0.5*M1*(1-
cos(pi*tempo(contador1)/T1));
else
Tc1=M1;
end
end

```

```

if (tempo(contador1)+h/2)<T1
Tc2=0.5*M1*(1-
cos(pi*(tempo(contador1)+h/2)/T1));
else
Tc2=M1;
end
if (tempo(contador1)+h/2)<T1
Tc3=0.5*M1*(1-
cos(pi*(tempo(contador1)+h/2)/T1));
else
Tc3=M1;
end
if (tempo(contador1)+h)<T1
Tc4=0.5*M1*(1-
cos(pi*(tempo(contador1)+h)/T1));
else
Tc4=M1;
end
VA1=VA(:,contador1);
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VA1(1)^(cc-
contador2);
end
Q=[Torq, Tc1];
Q=Q';
m1=inv(Inercial)*Q;
VA2=VA(:,contador1)+(h/2)*m1;
Torq=0; for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VA2(1)^(cc-
contador2);

```

```

end
Q=[Torq, Tc2];
Q=Q';
m2=inv(Inercial)*Q;
VA3=VA(:,contador1)+(h/2)*m2;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VA3(1)^(cc-
contador2);
end
Q=[Torq, Tc3];
Q=Q';
m3=inv(Inercial)*Q;
VA4=VA(:,contador1)+h*m3;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VA4(1)^(cc-
contador2);
end
Q=[Torq, Tc4];
Q=Q';
m4=inv(Inercial)*Q;
VA(:,contador1+1)=VA(:,contador1)+(h/6)*
(m1+2*m2+2*m3+m4);
if VA(2,contador1+1)>0,
VA(2,contador1+1)=0;
end
if VA(1,contador1+1)>4500
VA(1,contador1+1)=4500;
end

```

```

else %Com a Entrada dessa Condição a
Engrenagem A1 Esta Parada
if VA(1,contador1)<=4500
VA1=VA(1,contador1);
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VA1^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z1=inv(InercialA)*Q;
VA2=VA(1,contador1)+(h/2)*z1;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VA2^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z2=inv(InercialA)*Q;
VA3=VA(1,contador1)+(h/2)*z2;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VA3^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z3=inv(InercialA)*Q;
VA4=VA(1,contador1)+h*z3;
Torq=0;
for contador2=1:cc,

```

```

Torq=Torq+Coef(contador2)*VA4^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z4=inv(InercialA)*Q;
VA(1,contador1+1)=VA(1,contador1)+(h/6)
*(z1+2*z2+2*z3+z4);
VA(2,contador1+1)=VA(2,contador1);
else
VA(1,contador1+1)=VA(1,contador1);
VA(2,contador1+1)=VA(2,contador1);
if VA(1,contador1+1)>4500
VA(1,contador1+1)=4500;
end
end
end
end
VA(3,:)=VA(1,:)+(1/(1-B1))*(VA(2,:)-
VA(1,:));
RT1=VA(3,:)/VA(1,:);
Tamanho=max(size(RT1));
for contador1=1:Tamanho,
G(1,contador1)=G1;
end
hold off
%figure
plot(tempo,VA(2,1:Tamanho),'r-')
hold on
plot(tempo,VA(1,1:Tamanho),'b-')
plot(tempo,VA(3,1:Tamanho),'k-')

```

```

title('Rotation in the Input and Output Axes
and in the Brake Element')
xlabel('Time [s]')
ylabel('Rotation [rpm]')
hold off
figure
plot(tempo,RT1,'r-')
hold on
plot(tempo,G(1,1:Tamanho),'k-')
title('Instantaneous Gear Ratio')
xlabel('Time [s]')
ylabel('Gear Ratio')
tempo=tempo';
wklwrite('sim1tempo',tempo)
VA=VA';
wklwrite('sim1VA',VA)
RT1=RT1';
wklwrite('sim1RT1',RT1)
%Simulação da Segunda Marcha
%Calculo das condições iniciais
Win=1000;
Wout2=4500*G1;
WA2=(-C3B/C4B)*Win+(1/C4B)*Wout2;
h=0.001; %Passo de Integração
t0=0; %Instante de Tempo Inicial da
Simulação
tf=3; %Instante de Tempo Final da
Simulação
T2=1; %Tempo de Acionamento da
Embreagem

```

```

M2=50; %Torque maximo Aplicado pela
Embreagem
npassos=(tf-t0)/h; %Numero Total de
Passos da Simulação
VB=[Win, WA2];
VB=VB'; %Vetor das Condições
Iniciais
for contador1=1:npassos,
tempo2(contador1)=(contador1-1)*h;
end
for contador1=1:npassos-1,
if VB(2,contador1)>0
if tempo2(contador1)<T2
Tc1=0.5*M2*(1-
cos(pi*tempo2(contador1)/T2));
else
Tc1=M2;
end
if (tempo2(contador1)+h/2)<T2
Tc2=0.5*M2*(1-
cos(pi*(tempo2(contador1)+h/2)/T2));
else
Tc2=M2;
end
if (tempo2(contador1)+h/2)<T2
Tc3=0.5*M2*(1-
cos(pi*(tempo2(contador1)+h/2)/T2));
else
Tc3=M2;
end
if (tempo2(contador1)+h)<T2

```

```

Tc4=0.5*M2*(1-
cos(pi*(tempo2(contador1)+h)/T2));
else
Tc4=M2;
end
VB1=VB(:,contador1);
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VB1(1)^(cc-
contador2);
end
Q=[Torq, -Tc1];
Q=Q';
m1=inv(Inercia2)*Q;
VB2=VB(:,contador1)+(h/2)*m1;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VB2(1)^(cc-
contador2);
End
Q=[Torq, -Tc2];
Q=Q';
m2=inv(Inercia2)*Q;
VB3=VB(:,contador1)+(h/2)*m2;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VB3(1)^(cc-
contador2);
End
Q=[Torq, -Tc3];
Q=Q';

```

```

m3=inv(Inercia2)*Q;
VB4=VB(:,contador1)+h*m3;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VB4(1)^(cc-
contador2);
end
Q=[Torq, -Tc4];
Q=Q';
m4=inv(Inercia2)*Q;
VB(:,contador1+1)=VB(:,contador1)+(h/6)*
(m1+2*m2+2*m3+m4);
if VB(2,contador1+1)<0
VB(2,contador1+1)=0;
end
if VB(1,contador1+1)>4500
VB(1,contador1+1)=4500;
End
else %Com a Entrada dessa Condição a
Engrenagem A2 Esta Parada
if VB(1,contador1)<=4500
VB1=VB(1,contador1);
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VB1^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z1=inv(Inercia2A)*Q;
VB2=VB(1,contador1)+(h/2)*z1;
Torq=0;

```

```

for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VB2^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z2=inv(Inercia2A)*Q;
VB3=VB(1,contador1)+(h/2)*z2;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VB3^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z3=inv(Inercia2A)*Q;
VB4=VB(1,contador1)+h*z3;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VB4^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z4=inv(Inercia2A)*Q;
VB(1,contador1+1)=VB(1,contador1)+(h/6)
*(z1+2*z2+2*z3+z4);
VB(2,contador1+1)=VB(2,contador1);
else
VB(1,contador1+1)=VB(1,contador1);
VB(2,contador1+1)=VB(2,contador1);
if VB(1,contador1+1)>4500
VB(1,contador1+1)=4500;
end

```

```

end
end
end
VB(3,:)=(VB(2,:)-(B2+(1-
B2)*B1)*VB(1,:))/((1-B2)*(1-B1));
RT2=VB(3,:)./VB(1,:);
Tamanho=max(size(RT2));
for contador1=1:Tamanho,
G(2,contador1)=G2;
end
figure
plot(tempo2,VB(2,1:Tamanho),'r-')
hold on
plot(tempo2,VB(1,1:Tamanho),'b-')
plot(tempo2,VB(3,1:Tamanho),'k-')
title('Rotation in the Input and Output Axes
and in the Brake Element')
xlabel('Time [s]')
ylabel('Rotation [rpm]')
hold off
figure
plot(tempo2,RT2,'r-')
hold on
plot(tempo2,G(2,1:Tamanho),'k-')
title('Instantaneous Gear Ratio')
xlabel('Time [s]')
ylabel('Gear Ratio')
tempo2=tempo2';
wk1 write('sim1tempo2',tempo2)
VB=VB';
wk1 write('sim1VB',VB)

```

```

RT2=RT2';
wk1write('sim1RT2',RT2)
%Simulação da Terceira Marcha
%Calculo das condições iniciais
Win=1000;
Wout=4500*G2;
WCO=(-C5C/C6C)*Win+(1/C6C)*Wout;
h=0.001; %Passo de Integração
t0=0;    %Instante de Tempo Inicial da
Simulação
tf=1;    %Instante de Tempo Final da
Simulação
T3=1;    %Tempo de Acionamento da
Embreagem
M3=50; %Torque maximo Aplicado pela
Embreagem
npassos=(tf-t0)/h;    %Numero Total de
Passos da Simulação
VC=[Win, WCO];
VC=VC';    %Vetor das Condições
Iniciais
for contador1=1:npassos,
tempo3(contador1)=(contador1-1)*h;
end
for contador1=1:npassos-1,
if VC(2,contador1)>0
if tempo3(contador1)<T3
Tc1=0.5*M3*(1-
cos(pi*tempo3(contador1)/T3));
else
Tc1=M3;

```

```

end
if (tempo3(contador1)+h/2)<T3
Tc2=0.5*M3*(1-
cos(pi*(tempo3(contador1)+h/2)/T3));
else
Tc2=M3;
end
if (tempo3(contador1)+h/2)<T3
Tc3=0.5*M3*(1-
cos(pi*(tempo3(contador1)+h/2)/T3));
else
Tc3=M3;
end
if (tempo3(contador1)+h)<T3
Tc4=0.5*M3*(1-
cos(pi*(tempo3(contador1)+h)/T3));
else
Tc4=M3;
End
VC1=VC(:,contador1);
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VC1(1)^(cc-
contador2);
end
Q=[Torq, -Tc1];
Q=Q';
m1=inv(Inercia34)*Q;
VC2=VC(:,contador1)+(h/2)*m1;
Torq=0; for contador2=1:cc,

```

```

Torq=Torq+Coef(contador2)*VC2(1)^(cc-
contador2);
End
Q=[Torq, -Tc2];
Q=Q';
m2=inv(Inercia34)*Q;
VC3=VC(:,contador1)+(h/2)*m2;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VC3(1)^(cc-
contador2);
end
Q=[Torq, -Tc3];
Q=Q';
m3=inv(Inercia34)*Q;
VC4=VC(:,contador1)+h*m3;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VC4(1)^(cc-
contador2);
end
Q=[Torq, -Tc4];
Q=Q';
m4=inv(Inercia34)*Q;
VC(:,contador1+1)=VC(:,contador1)+(h/6)*
(m1+2*m2+2*m3+m4);
if VC(2,contador1+1)<0,
VC(2,contador1+1)=0;
end
if VC(1,contador1+1)>4500
VC(1,contador1+1)=4500;

```

```

end
else %Com a Entrada dessa Condição a
Porção de Saida da Embreagem Esta Parada
if VC(1,contador1)<=4500
VC1=VC(1,contador1);
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VC1^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z1=inv(Inercia34A)*Q;
VC2=VC(1,contador1)+(h/2)*z1;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VC2^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z2=inv(Inercia34A)*Q;
VC3=VC(1,contador1)+(h/2)*z2;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VC3^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z3=inv(Inercia34A)*Q;
VC4=VC(1,contador1)+h*z3;
Torq=0;
for contador2=1:cc,

```

```

Torq=Torq+Coef(contador2)*VC4^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z4=inv(Inercia34A)*Q;
VC(1,contador1+1)=VC(1,contador1)+(h/6)
*(z1+2*z2+2*z3+z4);
VC(2,contador1+1)=VC(2,contador1);
else
VC(1,contador1+1)=VC(1,contador1);
VC(2,contador1+1)=VC(2,contador1);
if VC(1,contador1+1)>4500
VC(1,contador1+1)=4500;
end
end
end
end
VC(3,:)=C6C*VC(2,:)+C5C*VC(1,:);
RT3=VC(3,:)./VC(1,:);
Tamanho=max(size(RT3));
for contador1=1:Tamanho,
G(3,contador1)=G3;
end
figure
plot(tempo3,VC(2,1:Tamanho),'r-')
hold on
plot(tempo3,VC(1,1:Tamanho),'b-')
plot(tempo3,VC(3,1:Tamanho),'k-')
title('Rotation in the Input and Output Axes
and in the Brake Element')
xlabel('Time [s]')

```

```

ylabel('Rotation [rpm]')
hold off
figure
plot(tempo3,RT3,'r-')
hold on
plot(tempo3,G(3,1:Tamanho),'k-')
title('Instantaneous Gear Ratio')
xlabel('Time [s]')
ylabel('Gear Ratio')
tempo3=tempo3';
wk1write('sim1tempo3',tempo3)
VC=transpose(VC);
wk1write('sim1VC',VC)
RT3=RT3';
wk1write('sim1RT3',RT3)
%Simulacao da Quarta Marcha
%Calculo das condicoes iniciais
Win=1000;
Wout2=4500*G3;
WCO=(-C5C/C6C)*Win+(1/C6C)*Wout2;
h=0.001; %Passo de Integração
t0=0; %Instante de Tempo Inicial da
Simulação
tf=0.75; %Instante de Tempo Final da
Simulação
T4=1; %Tempo de Acionamento da
Embreagem
M4=50; %Torque maximo Aplicado pela
Embreagem
npassos=(tf-t0)/h; %Numero Total de
Passos da Simulação

```

```

VD=[Win, WCO];
VD=VD';           %Vetor das Condições
Iniciais
for contador1=1:npassos,
tempo4(contador1)=(contador1-1)*h;
end
for contador1=1:npassos-1,
if VD(2,contador1)~=VD(1,contador1)
if tempo4(contador1)<T4
Tc1=0.5*M4*(1-
cos(pi*tempo4(contador1)/T4));
else
Tc1=M4;
end
if (tempo4(contador1)+h/2)<T4
Tc2=0.5*M4*(1-
cos(pi*(tempo4(contador1)+h/2)/T4));
else
Tc2=M4;
end
if (tempo4(contador1)+h/2)<T4
Tc3=0.5*M4*(1-
cos(pi*(tempo4(contador1)+h/2)/T4));
else
Tc3=M4;
end
if (tempo4(contador1)+h)<T4
Tc4=0.5*M4*(1-
cos(pi*(tempo4(contador1)+h)/T4));
else
Tc4=M4;

```

```

End
VD1=VD(:,contador1);
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VD1(1)^(cc-
contador2);
end
Q=[Torq+Tc1, -Tc1];
Q=Q';
m1=inv(Inercia34)*Q;
VD2=VD(:,contador1)+(h/2)*m1;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VD2(1)^(cc-
contador2);
End
Q=[Torq+Tc2, -Tc2];
Q=Q';
m2=inv(Inercia34)*Q;
VD3=VD(:,contador1)+(h/2)*m2;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VD3(1)^(cc-
contador2);
end
Q=[Torq+Tc3, -Tc3];
Q=Q';
m3=inv(Inercia34)*Q;
VD4=VD(:,contador1)+h*m3;
Torq=0;
for contador2=1:cc,

```

```

Torq=Torq+Coef(contador2)*VD4(1)^(cc-
contador2);
end
Q=[Torq+Tc4, -Tc4];
Q=Q';
m4=inv(Inercia34)*Q;
VD(:,contador1+1)=VD(:,contador1)+(h/6)*
(m1+2*m2+2*m3+m4);
if VD(2,contador1+1)<VD(1,contador1+1),
VD(2,contador1+1)=VD(1,contador1+1);
end
if VD(1,contador1+1)>4500
VD(1,contador1+1)=4500;
end
else %Com a Entrada dessa Condição a
Porção de Saída da Embreagem Está Parada
if VD(1,contador1)<=4500
VD1=VD(1,contador1);
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VD1^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z1=inv(Inercia34A)*Q;
VD2=VD(1,contador1)+(h/2)*z1;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VD2^(cc-
contador2);
end

```

```

Q=Torq;
z2=inv(Inercia34A)*Q;
VD3=VD(1,contador1)+(h/2)*z2;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VD3^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z3=inv(Inercia34A)*Q;
VD4=VD(1,contador1)+h*z3;
Torq=0;
for contador2=1:cc,
Torq=Torq+Coef(contador2)*VD4^(cc-
contador2);
end
Q=Torq;
z4=inv(Inercia34A)*Q;
VD(1,contador1+1)=VD(1,contador1)+(h/6)
*(z1+2*z2+2*z3+z4);
VD(2,contador1+1)=VD(2,contador1);
else
VD(1,contador1+1)=VD(1,contador1);
VD(2,contador1+1)=VD(2,contador1);
if VD(1,contador1+1)>4500
VD(1,contador1+1)=4500;
end
end
end
end
VD(3,:)=C6C*VD(2,:)+C5C*VD(1,:);

```

```

RT4=VD(3,:)./VD(1,:);
Tamanho=max(size(RT4));
for contador1=1:Tamanho,
G(4,contador1)=G4;
end
figure
plot(tempo4,VD(2,1:Tamanho),'r-')
hold on
plot(tempo4,VD(1,1:Tamanho),'b-')
plot(tempo4,VD(3,1:Tamanho),'k-')
title('Rotation in the Input and Output Axes
and in the Brake Element')
xlabel('Time [s]')
ylabel('Rotation [rpm]')
hold off
figure
plot(tempo4,RT4,'r-')
hold on
plot(tempo4,G(4,1:Tamanho),'k-')
title('Instantaneous Gear Ratio')
xlabel('Time [s]')
ylabel('Gear Ratio')
G=G';
wklwrite('sim1G',G)
tempo4=tempo4';
wklwrite('sim1tempo4',tempo4)
VD=VD';
wklwrite('sim1VD',VD)
RT4=RT4';
wklwrite('sim1RT4',RT4)

```