

ESTÉ EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR Keila Belquiz Brol

..... E APROVADA
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 11/02/2011

Katia Ducchosi Cavalca
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Keila Belquiz Brol

**Modelagem e Análise de Selos de Fluxo Aplicados a
Máquinas Rotativas**

Campinas, 2011.

34/2011

Keila Belquiz Brol

Modelagem e Análise de Selos de Fluxo Aplicados a Máquinas Rotativas

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Orientadora: Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini

Campinas

2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

B787m Brol, Keila Belquiz
Modelagem e análise de selos de fluxo aplicados a máquinas rotativas / Keila Belquiz Brol. --Campinas, SP: [s.n.], 2011.

Orientador: Katia Lucchesi Cavalca Dedini.
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. escoamento turbulento. 2. Fluxo - Modelos matemáticos. 3. Análise de dados. I. Dedini, Katia Lucchesi Cavalca. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Modeling and analysis of flow seals applied to rotating machinery

Palavras-chave em Inglês: Turbulent flow, Flow - Mathematical models, Data analysis

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Auteliano Antunes dos Santos Junior, Sérgio Said Mansur

Data da defesa: 11/02/2011

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

**Modelagem e Análise de Selos de Fluxo
Aplicados a Máquinas Rotativas**

Autora: Keila Belquiz Brol

Orientador: Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini

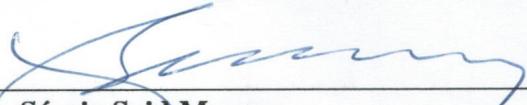
A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Profa. Dra. Katia Lucchesi Cavalca Dedini, Presidente
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/FEM



Prof. Dr. Auteliano Antunes dos Santos Junior
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/FEM



Prof. Dr. Sérgio Said Mansur
Universidade Estadual Paulista – UNESP/FEIS

Campinas, 11 de fevereiro de 2011.

Dedico este trabalho à minha família (Claci, Elzidio, Keteren e Kellen).

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas, às quais presto minha homenagem:

Agradeço a Deus, por sempre iluminar meus caminhos, fortalecendo-me nas dificuldades e renovando-me nas alegrias.

Aos meus pais Claci e Elzidio, pelo amor e confiança despendidos em cada momento da minha existência. Pelo apoio e incentivo, principalmente nos momentos de dificuldade. E em especial a minha mãe, pelo exemplo de determinação em minha vida. Agradeço também as minhas irmãs Kellen e Keteren, por sempre compartilharem o carinho, o respeito, a superação e por sermos grandes amigas.

As pessoas que contribuíram à minha formação pessoal e profissional e que sempre me incentivaram a buscar grandes conquistas e não parar diante dos desafios. Guardo todos em minha memória.

A minha orientadora, pela confiança em me acolher e pela convivência adquirida, assim como, pelo respeito demonstrado.

A todos os professores e colegas, tanto os do laboratório, que não menciono nomes para não cometer a injustiça de esquecer-me de alguém, quanto às amizades criadas durante a participação em disciplinas ou até mesmo pelos corredores da universidade, que contribuíram para a minha formação e por desenvolvermos uma convivência saudável.

“Creio que a educação é um processo de vida e não uma preparação para a vida.”

Dewey

Resumo

O desenvolvimento de modelos matemáticos que visam simular as características operacionais das máquinas rotativas é importante para representar uma variedade de fenômenos expressivos que se manifestam durante a operação, para tanto é necessário a modelagem dos componentes que caracterizam o comportamento dinâmico do sistema. Este trabalho tem por objetivo determinar os parâmetros físicos que integram os selos de fluxo de folga fixa e angular ao modelo global de sistemas rotativos. As rigidezes e os amortecimentos são obtidos através da solução de equações governantes para líquidos escoando em selos anulares pelo método clássico das perturbações de ordem máxima um e a solução da ordem zero permite demonstrar a variação da pressão e velocidade para as equações de ordem zero. Os resultados obtidos foram validados com os valores apresentados pela literatura. O resultado deste trabalho poderá ser aplicado na modelagem global de uma máquina rotativa, de modo a tornar a análise mais completa do conjunto girante.

Palavras Chave: Fluxo turbulento; Escoamento – Modelos matemáticos; Análise de dados.

Abstract

The development of mathematical models designed to simulate operational characteristics is important to represent a wide variety of expressive phenomena that manifest during the operation, and therefore it is necessary the components modeling that characterize the system dynamic behavior. This study aims to determine the physical parameters that influence the flow seals to fixed angles and variables in the global rotating systems model. The stiffness and damping are obtained by solving the governing equations for fluid flowing in the annular seals using the classic perturbation method of maximal order one. The zero-order solution allows to demonstrate the pressure and speed variation to zero order. The results were validated with the similar tests reported in the literature. This work results are eligible to be applied to model a global rotating machine in order to make a more complete rotor analysis.

Key Words: Turbulent flow; Flow - Mathematical models; Data analysis.

Lista de Ilustrações

Figura 2.1 - Selos Planos: cilíndrico, cônico e escalonado	8
Figura 2.2 - Selo do tipo viscoso	9
Figura 2.3 - Selo do tipo labirinto	9
Figura 2.4 - Selo tipo bucha	10
Figura 2.5 - Selo de anel flutuante	11
Figura 2.6 - Selo tipo lábio	12
Figura 2.7 - Selo circunferencial	13
Figura 2.8 - Selo tipo empacotamento	13
Figura 2.9 - Selo de face mecânica (Carcaça, fluido pressurizado, anel de ajuste, anel primário, mola, mecanismo direcionador e selo secundário)	14
Figura 2.10 - Inpro/seals isolador de mancais (INPRO/SEAL)	15
Figura 2.11 - Bomba centrífuga OHH em balanço (Selos do tipo bucha ou cilíndricos, selo de face mecânica e inpro/seals), SULZER	16
Figura 2.12 - Turbina de reação alta pressão e alta temperatura, modelo BT/BTE (Selo tipo labirinto), TGM	17
Figura 2.13 - Notações e sistema de coordenadas do selo	18
Figura 2.14 - O efeito de Lomakin em um selo plano	19
Figura 3.1 - Configuração de sistema e de volume de controle	22
Figura 3.2 - Vista ampliada da sub-região (3) e da sub-região (1)	22
Figura 3.3 - Geometria do selo	32
Figura 3.4 - Elemento de fluido diferencial	32
Figura 3.5 - Forças no elemento de fluido diferencial	34
Figura 3.6 - Geometria do selo convergente cônico	39
Figura 3.7 - Distribuição de pressão ao longo do selo de fluxo	53
Figura 3.8 - Fluxograma de Solução de u_0 , p_0 e W_0	55
Figura 5.1 a - $p_0(z)$ para três folgas radiais	70
Figura 5.1 b - $p_0(z)$ para três folgas radiais (CHILDS, 1993)	71

Figura 5.2 a - $p_0(z)$ para três razões L/D radiais	72
Figura 5.2 b - $p_0(z)$ para três razões L/D radiais (CHILDS, 1993).....	72
Figura 5.3 a - $p_0(z)$ para três rugosidades relativas da parede do estator	74
Figura 5.3 b - $p_0(z)$ para três rugosidades relativas da parede do estator (CHILDS, 1993).....	74
Figura 5.4 a - $p_0(z)$ para dois valores do coeficiente do fator de recuperação	75
Figura 5.4 b - $p_0(z)$ para dois valores do coeficiente do fator de recuperação (CHILDS, 1993).....	76
Figura 5.5 a - $u_0(z)$ para três condições iniciais com rugosidades relativas iguais para rotor e estator	77
Figura 5.5 b - $u_0(z)$ para três condições iniciais com rugosidades relativas iguais para rotor e estator (CHILDS, 1993).....	77
Figura 5.6 a - $u_0(z)$ para três condições iniciais com rugosidades relativas diferentes para rotor e estator.....	78
Figura 5.6 b - $u_0(z)$ para três condições iniciais com rugosidades relativas diferentes para rotor e estator (CHILDS, 1993).....	79
Figura 5.7 - Componente da força radial em resposta em frequência	80
Figura 5.8 - Componente da força circunferencial em resposta em frequência	81

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 - Parâmetros do selo de fluxo anular.....	69
Tabela 5.2 - Parâmetros do selo de fluxo anular.....	79
Tabela 5.3 – Coeficientes calculados para rotordinâmica	81

Lista de Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

C - coeficiente de amortecimento

C_0 - folga do selo em relação ao eixo na entrada ($Z = 0$) [m]

C_1 - folga do selo em relação ao eixo na saída ($Z = L$) [m]

C_d - coeficiente de arrasto

$2C_r$ - diâmetro hidráulico [m]

\bar{C}_r - folga radial média no selo de fluxo [m]

D_i - diâmetro interno [m]

e_r - rugosidade absoluta do rotor

e_s - rugosidade absoluta do estator

f - variável de frequência adimensionalizada

\vec{F}_B - forças de campo [N]

f_b - fator de fricção

f_f - fator de atrito de Fanning

\vec{F}_S - força de superfície

f_r - fator de atrito de Blasius aplicada ao rotor

f_s - fator de atrito de Blasius aplicada ao estator

F_x - força de restituição na direção x [N]

F_y - força de restituição na direção y [N]

h - espessura do filme líquido [m]

h_0 - variável adimensional de folga

H_0 - função da folga ao longo de Z [m]

K - coeficiente de rigidez de *Lomakin*

L - comprimento axial do selo [m]

M - massa do sistema [Kg]

n_r e mr - coeficientes experimentais para o rotor

n_s e ms - coeficientes experimentais para o estator	
P - pressão	$[N/m^2]$
\vec{P} - quantidade de movimento linear	
p_0 - distribuição de pressão	
p_1 - pressão de entrada do selo de fluxo	$[N/m^2]$
p_2 - pressão de saída do selo de fluxo	$[N/m^2]$
P_S - pressão de entrada no selo	
\dot{Q} - taxa de vazão volumétrica	$[m^3/s]$
R - raio do eixo	$[m]$
T - tempo de escoamento do fluido ao longo do eixo	$[s]$
u - variável adimensional de velocidade circunferencial	
U - velocidade circunferencial média	$[m/s]$
u_0 - perfil de velocidade tangencial adimensionalizada	
u_m - velocidade média do fluxo relativa à superfície na qual a tensão de cisalhamento é exercida	$[m/s]$
u_r - variável adimensional de velocidade relativa ao rotor	
u_s - variável adimensional de velocidade relativa ao estator	
U_s e U_r - velocidades relativas de fluxo de massa nas interfaces (estator e rotor)	$[m/s]$
V - velocidade média do fluxo relativa à superfície na qual a tensão de cisalhamento é exercida	$[m/s]$
$\vec{X}(0)$ - condições iniciais	
w - variável adimensional de velocidade axial	
W - velocidade axial média	$[m/s]$
W_0 - velocidade axial média	$[m/s]$
z - variável adimensional de comprimento	
.....	
Letras Gregas	
ω - velocidade de rotação do rotor	$[rad/s]$
ϵ - razão de excentricidade de perturbação	

λ - fator de fricção para o fluxo axial	
τ - tensão de cisalhamento na parede	$[N/m^2]$
ρ - massa específica do fluido	$[kg/m^3]$
μ - viscosidade cinemática	$[m^2/s]$
ν - viscosidade absoluta	$[Ns/m^2]$
\Re - número de Reynolds	
α - inclinação do selo	$[rad]$
τ - variável adimensional de tempo	
ϵ_s - rugosidade relativa do estator	
ϵ_r - rugosidade relativa do rotor	
Ω - velocidade precessão do selo	$[rad/s]$
\Re_0 - número de Reynolds para as condições da solução de ordem zero	
$\phi(f, z)$ - matriz de transição	
φ - variável diferencial associada à coordenada z	
$\frac{\rho u_m h}{\mu}$ - número de Reynolds	
$\frac{\tau}{1/2 \rho u_m^2}$ - fator de fricção	
σ_{s0} - fatores de fricção	
Θ - coordenada angular	
$\left. \frac{dN}{dt} \right)_{Sistema}$ - taxa de variação total de qualquer propriedade extensiva arbitrária do sistema	
$\frac{d}{dt} \int_{v.c.} \eta \rho dV$ - taxa de variação com o tempo da propriedade extensiva arbitrária, N , dentro do volume de controle	
η - propriedade intensiva correspondente a N , propriedade intensiva por unidade de massa	
ρdV - elemento de massa contido no volume de controle	$[kg]$
$\int_{v.c.} \eta \rho dV$ - quantidade total da propriedade extensiva N , contida no volume de controle	
$\int_{s.c.} \eta \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$ - taxa líquida de fluxo na propriedade extensiva, N , através da	

superfície de controle

\vec{V} - velocidade medida em relação à superfície do volume de controle [m/s]

$\rho\vec{V} \cdot d\vec{A}$ - taxa de fluxo através do elemento de área $d\vec{A}$ (o sinal de $\rho\vec{V} \cdot d\vec{A}$ depende do sentido do vetor velocidade, \vec{V} , em relação ao vetor da área $d\vec{A}$) [kg/s]

$\eta\rho\vec{V} \cdot d\vec{A}$ - taxa de fluxo da propriedade extensiva N , através da área $d\vec{A}$

.....

Subscritos

i - interno

n e **m** - constantes empíricas numéricas ajustadas de ensaios experimentais

r - superfície rotativa

s - superfície estacionária

x - componente na direção x

y - componente na direção y

z - componente na direção z

.....

Siglas

LAMAR – Laboratório de Máquinas Rotativas

Rotortest – Software de Análise de Máquinas Rotativas

.....

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Justificativa e Objetivo do trabalho.....	2
1.2 Descrição do trabalho e dos capítulos.....	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	4
2.1 Modelos de selos de fluxo.....	4
2.2 Selos de fluxo.....	7
2.3 Representação matemática das forças de restituição de selos de fluxo.....	17
3 MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL DOS SELOS DE FLUXO.....	21
3.1 Equação básica na forma integral para um volume de controle.....	21
3.1.1 Equação da conservação de massa.....	24
3.1.2 Equação da quantidade de movimento para um volume de controle inercial.....	24
3.2 Modelos turbulentos.....	26
3.3 Derivação das equações governantes.....	31
3.3.1 Equação da conservação de massa.....	33
3.3.2 Equações de quantidade de movimento axial e circunferencial.....	33
3.4 Adimensionalização.....	38
3.4.1 Adimensionalização das equações governantes.....	40
3.4.2 Adimensionalização das velocidades relativas.....	41
3.4.3 Adimensionalização dos fatores de atrito.....	41
3.5 Método das perturbações - Metodologia de solução das equações governantes.....	43
3.5.1 Equação da conservação de massa.....	44
3.5.2 Equação de momento axial.....	45
3.5.3 Equação de momento circunferencial.....	47
3.5.4 Equação dos fatores de fricção.....	50
3.6 Determinação das velocidades u_0 , das pressões p_0 e da velocidade axial média do fluxo W_0 - Solução das equações de ordem zero.....	52
4 DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DA ROTORDINÂMICA - SOLUÇÃO DAS	57

EQUAÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM.....	
4.1 Desenvolvimento das equações de primeira ordem em forma matricial.....	57
4.2 Metodologia de solução das equações de primeira ordem.....	59
4.3 Determinação dos coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento para rotordinâmica.....	66
5 VALIDAÇÃO TEÓRICA.....	69
5.1 Solução de zero ordem.....	69
5.1.1 Pressão de ordem zero.....	69
5.1.1.1 Variação da folga radial.....	70
5.1.1.2 Variação das razões L/D.....	71
5.1.1.3 Variação da rugosidade relativa da parede do estator.....	73
5.1.1.4 Variação do coeficiente do fator de recuperação na saída	75
5.2 Velocidade circunferencial de ordem zero.....	76
5.2.1 Rugosidades relativas idênticas para o rotor e o estator.....	76
5.2.2 Rugosidades relativas diferentes para o rotor e o estator.....	78
5.3 Solução de primeira ordem.....	80
6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	84
6.1 Sugestões de Trabalhos Futuros.....	85
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	86

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de modelos matemáticos que visam simular as características operacionais das máquinas rotativas é importante para representar uma variedade de fenômenos expressivos que se manifestam durante a operação, para tanto é necessário a modelagem dos componentes que caracterizam o comportamento dinâmico do sistema., tanto para aplicações voltadas para o projeto quanto as que visam soluções preditivas.

Neste caso, a modelagem é utilizada para prever o comportamento de um sistema real, a fim de prover soluções dos desvios caracterizados por meio das respostas dinâmicas do conjunto em questão. As características dinâmicas do sistema são determinadas pela interação entre os componentes envolvidos na sua construção, como rotor, eixos, mancais e selos de fluxo, basicamente. Os últimos são o objeto de estudo deste trabalho.

Sempre que um eixo rotativo atravessar duas regiões contendo fluidos diferentes, e é importante manter os fluidos separados, um selo de fluxo associado ao sistema girante é necessário. Para tanto, o selo deve controlar o vazamento entre as superfícies para o nível requerido à sua aplicação, com certa confiabilidade e vida útil. A aplicação deste elemento encontra-se em várias aplicações na cadeia produtiva e de consumo, utilizado em máquinas de pequeno a grande porte, como em bombas, compressores, turbinas a vapor, turbinas hidráulicas e onde mais for necessário. A criticidade de sua aplicação depende da sua relação na cadeia produtiva, o efeito que a causa pode ocasionar em caso de falha, e do elemento que é transportado.

O valor econômico associado a uma falha aos selos de fluxo é muito maior para os usuários do que o custo direto do componente propriamente dito. Os custos associados à manutenção e a limitação da vida útil do produto podem ser superestimados. No entanto, o custo real de um selo de fluxo pode exceder o custo de aquisição do elemento e da mão de obra aplicada em seu reparo, tanto para aplicações usuais e quanto em sistemas críticos, quando ocorrer uma parada da unidade

de produção decorrente desta falha. Devem ser consideradas da mesma forma, questões de segurança decorrentes da atuação das falhas, avaliar os riscos existentes.

Para otimizar a confiabilidade, evitar manutenção contínua e problemas de falha, a influência dinâmica destes componentes sobre o conjunto rotativo deve ser compreendida e uma ferramenta como os modelos matemáticos devem ser desenvolvidos para fornecer um entendimento consistente da interação dos selos de fluxo com o sistema global, de forma a promover a correção da causa raiz da falha, ao invés de simplesmente trocar o componente e repetir o problema.

1.1 Justificativa e Objetivo do trabalho

A fim de demonstrar quantitativamente a importância do estudo em questão, fabricantes desenvolveram estudos quantificando as falhas ocorrentes em equipamentos rotativos (bombas). A falha em selos de fluxo representa cerca de 70% deste contingente. Compreende falhas operacionais, mecânicas, de projeto e nos componentes do conjunto. A ordem de grandeza das falhas no sistema é decrescente para a seqüência apresentada anteriormente. Assim, faz-se essencial o entendimento deste elemento, uma vez que se pode otimizar as soluções para cada campo de falhas em diferente níveis de aplicações.

O objetivo geral deste trabalho é determinar os parâmetros físicos dos selos de fluxo de folga fixa e angular ao modelo global de sistemas rotativos. As rigidezes e os amortecimentos são obtidos através da solução de equações governantes para líquidos escoando em selos anulares pelo método clássico das perturbações de ordem máxima um.

O resultado deste trabalho poderá ser aplicado na modelagem global de uma máquina rotativa, de modo a tornar a análise do conjunto girante mais completa.

1.2 Descrição do trabalho e dos capítulos

A presente dissertação é composta por 6 capítulos. O conteúdo de cada capítulo está resumido abaixo.

O Capítulo 1 apresenta o objetivo do trabalho de mestrado e a visão geral acerca do tema desenvolvido.

O Capítulo 2 contém uma revisão bibliográfica dos assuntos abordados, apresentando trabalhos expressivos e relevantes nas áreas de modelagem de sistemas mecânicos e de selos de fluxo.

A modelagem matemática e computacional dos selos de fluxo é descrita no Capítulo 3 e no Capítulo 4, englobando as soluções pelo método das perturbações para ordem zero e um, respectivamente. Dessa forma, os dois capítulos são complementares para um total entendimento da modelagem adotada.

No Capítulo 5, o modelo é validado para os resultados apresentados pela literatura e também se demonstram os resultados das simulações e a discussão da influência dos parâmetros.

O Capítulo 6, finalmente, contém as observações e conclusões finais da dissertação, além das sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, é apresentado um levantamento bibliográfico envolvendo diversos temas relacionados à modelagem de selos de fluxo, revelando parte do que já foi pesquisado e das contribuições científicas fornecidas à área. Os conceitos abordados envolvem a caracterização dos tipos de selo de fluxo, bem como o desenvolvimento da evolução das soluções e do equacionamento destes, de modo a salientar a caracterização para selos anulares líquidos. O vocabulário específico para a descrição dos tipos de selos de fluxo é apresentado no decorrer desta revisão.

2.1 Modelos de selos de fluxo

Em um primeiro momento, será descrito o desenvolvimento da teoria de lubrificação, aplicada primeiramente aos mancais hidrodinâmicos, já que a partir do seu equacionamento, o conhecimento expandiu-se e foi aplicado aos selos de fluxo.

Os estudos sobre lubrificação hidrodinâmica iniciaram-se por Tower (1883) e Petrov (1885), por meio de relatos experimentais acerca da sustentação de um rotor pelo filme de óleo. Em 1886, com o equacionamento de Navier-Stokes simplificado para a aplicação de interesse, Reynolds determinou uma equação diferencial capaz de descrever adequadamente o perfil de pressões atuante entre duas superfícies em movimento relativo, decorrente da variação de pressão interna no filme de fluido nas superfícies de interesse. Isto possibilitou comprovar teoricamente os trabalhos desenvolvidos por Tower e Petrov. No entanto, por apresentar diversos conceitos inovadores para a época, como fluxo do lubrificante, gradiente de pressão axial, folga radial, mancais infinitamente longos, entre outros, o equacionamento encontrou inicialmente certa dificuldade para a sua solução, decorrente da necessidade de condições de contorno adequadas para as pressões do filme de óleo.

No entanto, o equacionamento de Reynolds é bem caracterizado para escoamentos laminares e pode ser adequada ao escoamento turbulento, por meio de parâmetros de aproximação. Porém, aplicá-la ao escoamento turbulento pode acarretar erros consideráveis e o maior problema para a solução com esta condição é a caracterização de tensões devido à turbulência em termos do gradiente de velocidade, visando obter uma equação solucionável e consistente.

Para selos de fluxo planos, Constantinescu (1959) apresentou uma das primeiras tentativas de trabalhar com a modelagem de escoamentos turbulentos, utilizando a modelagem de comprimento de mistura de Prandtl, para a qual as tensões devido à turbulência são funções do tipo de escoamento e do gradiente de velocidade média. Posteriormente, Ng (1964) propôs uma teoria de lubrificação baseada em uma formulação da formação de vórtices. Em outro trabalho, Elrod e Ng (1965) concluíram que a análise não linear somente é necessária para aplicações envolvendo fortes gradientes de pressão, como os encontrados em mancais hidrostáticos.

Outra aproximação para o problema de lubrificação turbulenta é a formulação de fluxo expandido, formulação esta que oferece a vantagem de não ser necessária à representação física do mecanismo de transporte turbulento. Tao (1958) foi um dos primeiros a utilizar esta formulação, e depois Hirs (1973) publicou uma teoria de lubrificação turbulenta de fluxo expandido, baseada na relação empírica entre a tensão de cisalhamento na parede e a média da velocidade do fluxo relativa à parede.

As relações necessárias para a obtenção dos coeficientes de força de restituição para selos planos assumem, para o caso mais simples, que o eixo é estacionário. Devido à diferença de pressão na superfície frontal, um fluxo axial surge, o qual, quando o selo de fluxo é excêntrico, tem uma distribuição de velocidade e de pressão assimétricas ao redor da circunferência. A força resultante agindo no eixo tem uma direção igual e oposta ao deslocamento do eixo. Este caso foi investigado por Lomakin (1958) e de seus resultados pode-se obter a rigidez direta devido ao salto de pressão no fluido entre entrada e saída do selo de fluxo.

Pela rotação do eixo, o fluxo na direção circunferencial torna-se divergente, por meio do qual a força de restituição tem uma componente perpendicular ao deslocamento do eixo, a qual é responsável por coeficiente de rigidez equivalente radial. Se o deslocamento não ocorre em torno do ponto de equilíbrio e se processa com uma determinada velocidade, então as forças de restituição podem contemplar termos de inércia e amortecimento, além da rigidez. Um dos primeiros a considerar este caso geral foi Black (1969), que desenvolveu um modelo linear para forças de fluidos em selos de fluxo planos com escoamento predominante axial, através da aproximação de um fator de atrito. A linearização das equações de fluxo é realizada através da consideração de pequenas perturbações ao redor da posição de equilíbrio do rotor e da velocidade média do fluido. A análise é baseada na suposição de mancal curto, no qual a pressão dinâmica acumulada é atribuída somente ao fluxo axial; Black também assume que o escoamento turbulento na direção circunferencial é totalmente desenvolvido. Black e Jenssen (1970 e 1971) estenderam a teoria levando em conta os efeitos da pressão circunferencial induzida em selos centrados.

A teoria de Black foi estendida para permitir a análise de selos excêntricos por Allaire, Lee e Günter (1978). Baseado nas equações de fluxo expandido de Hirs (1973), a suposição de escoamento axial predominante foi eliminada por Allaire e Lin (1978). Também baseado nas equações de Hirs, Childs (1982) propôs uma teoria que contempla os efeitos da turbulência de entrada no desenvolvimento do fluxo circunferencial do selo. A versão mais utilizada da modelagem para selos de fluxo cilíndricos foi proposta por Childs (1993).

Os selos mecânicos do tipo plano permitiram uma evolução estrutural para selos de anéis flutuantes e selos do tipo labirinto. Recentemente, Ha (2002) derivou da análise de selos planos anulares excêntricos, uma análise para selos de anéis flutuantes, a fim de determinar a posição de flutuação do anel, os coeficientes de dinâmica do rotor, de acordo com as condições operacionais, e os parâmetros de projeto com a solução baseada no método da Transformada de Fourier de Nelson e Nguyen. Duan (2007) utilizou para a determinação das características dinâmicas e estáticas na solução de Navier-Stoke o método das diferenças finitas. Na mesma linha, Cheng (2007) avaliou a comportamento dinâmico não linear do acoplamento de conjunto rotor, mancal e do selo mecânico de fluxo.

Em selos do tipo labirinto, Mack (1999) estudou um método de predição da erosão através de métodos experimentais e analítico baseado no cálculo de Lagrange do escoamento viscoso de campo de partículas. Wei-zhe (2007) realizou uma análise numérica através de dinâmica de fluidos computacional (CFD) entre dois selos de tipo labirinto e Collins (2008) estudou através de simulação computacional a performance do componente devido degradação de um selo labirinto em forma de colméia.

2.2 Selos de fluxo

Sempre que um eixo rotativo atravessar duas regiões contendo fluidos diferentes (e é importante manter os fluidos separados), um selo de fluxo é requerido a fim de restringir a passagem dos fluidos em diferentes elementos. Para tanto, o selo deve controlar o vazamento entre as superfícies para o nível requerido à sua aplicação com certa confiabilidade e vida útil.

A sua aplicação varia, dependendo do tipo de selo de fluxo e para cada aplicação, busca-se uma eficiência ótima. Este estudo pode ser aplicado no sistema de selagem interna e externa da máquina. Selagens internas são aplicadas, por exemplo, em interestágios de turbinas ou compressores, ou onde se deseja evitar a recirculação entre um sistema de alta e um de baixa pressão. O sistema, quando bem projetado, permite o aumento do rendimento hidráulico em uma máquina. A selagem externa, por exemplo, pode ser a interface no sistema rotor-mancal (caixa de mancais). Portanto, a importância do selo de fluxo reside em aumentar a capacidade de geração de trabalho em um sistema (turbina, bomba, etc) devendo, para isto, suportar altas pressões.

Os selos devem ser construídos de forma que a perda por vazamento seja tão pequena quanto possível. Isto pode ser alcançado de diversas formas, utilizando-se selos de contato ou sem-contato. A seguir apresentam-se as classificações dos selos de fluxo quanto a sua forma e os desenhos esquemáticos para melhor compreensão dos diversos mecanismos existentes.

- Selos de folga fixa:

Os tipos mais comuns são descritos a seguir:

- Selos planos: cilíndrico, cônico e escalonado:

Geralmente, estes selos (figura 2.1) são aplicados em processos interestágios e com fluido de trabalho líquido. Quando o fluido de trabalho for gasoso e não tóxico (como ar atmosférico), no qual não seja exigido grande rigor em termos de vazamento, também pode ser aplicado, bem como na selagem externa, comumente utilizada para líquidos. A energia dissipa ao longo do escoamento.

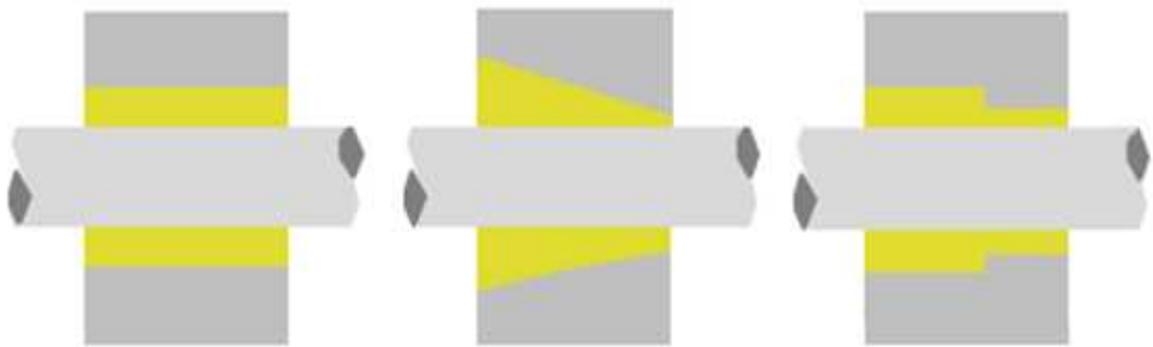


Figura 2.1 - Selos Planos: cilíndrico, cônico e escalonado.

- Selos tipo viscoso

O líquido é essencialmente bombeado contra o selo pressurizado para efetuar a selagem. A efetividade depende primeiramente da viscosidade e da folga. O selo tipo viscoso pode selar diretamente contra o líquido, utilizando o próprio líquido, ou utilizando uma fonte de fornecimento de líquido (figura 2.2). A energia tende a ser dissipada pelo aumento da área percorrida pelo fluido.

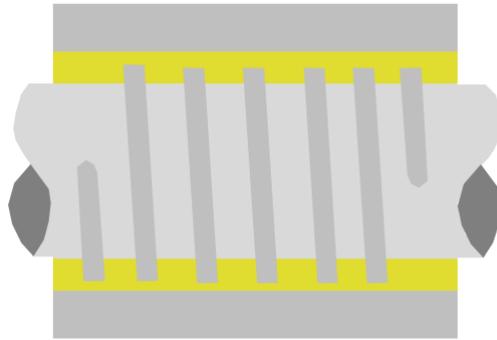


Figura 2.2 - Selo do tipo viscoso.

- Selos tipo labirinto

O seu princípio de funcionamento consiste em criar grandes perdas de carga entre os estágios para minimizar o vazamento. Podem ser usados para líquidos ou gases, assim a energia do escoamento é dissipada ao longo das alterações forçadas na direção do escoamento.

Aplicado em interestágios de bombas e turbinas (figura 2.3), mais comumente para gases ou para líquidos em alta pressão, e como selos externos, quando, da mesma forma, não exigir grande rigor em termos de vazamento.

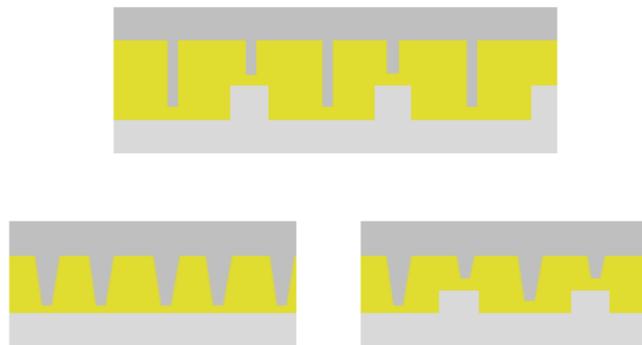


Figura 2.3 - Selo do tipo labirinto.

- Selo do tipo bucha

A área de fluxo é anular (figura 2.4) com a folga entre a bucha e o eixo. A folga deve ser grande o suficiente para permitir que haja o movimento do eixo. A área de resistência do fluxo é determinada pelo comprimento e pela folga. O escoamento apresenta comportamento semelhante ao selo plano cilíndrico, tendo sido adotada a bucha, por facilidade de manutenção do componente.

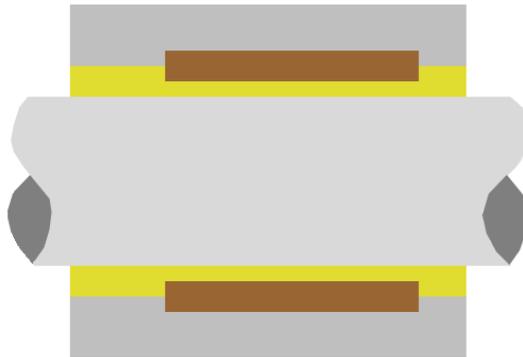


Figura 2.4 - Selo tipo bucha.

- Selos de anéis flutuantes

O selo de anel flutuante (figura 2.5) tem uma bucha flutuante que permite flutuação radial livre para que grandes movimentos radiais do eixo possam ser acomodados pela movimentação do selo. A flutuação axial é limitada pela mola, vedando o escoamento na interface entre a bucha e a carcaça. A energia é dissipada pelo escoamento entre a bucha e o eixo escalonado. Assim, permite ter uma folga menor que o selo de bucha fixa.

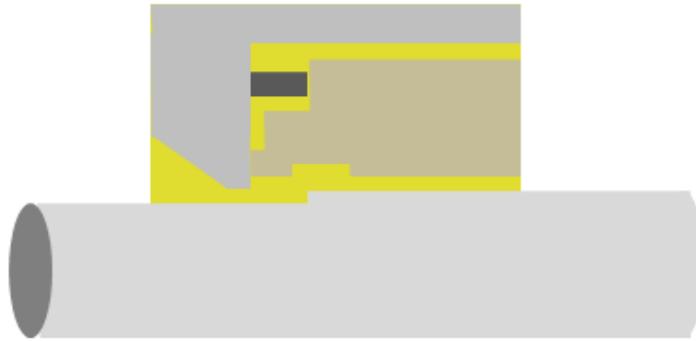


Figura 2.5 - Selo de anel flutuante.

- Selos de superfície guiada:

São classificados quanto ao tipo de superfície guiada.

- Superfície cilíndrica:

- Selos tipo lábio

O selo tipo lábio entra em contato com um pequeno comprimento axial do eixo e mantém a superfície estanque por meio da aplicação de uma força de compressão efetuada por uma mola circundante. Não é aplicado para grandes pressões axiais (figura 2.6).

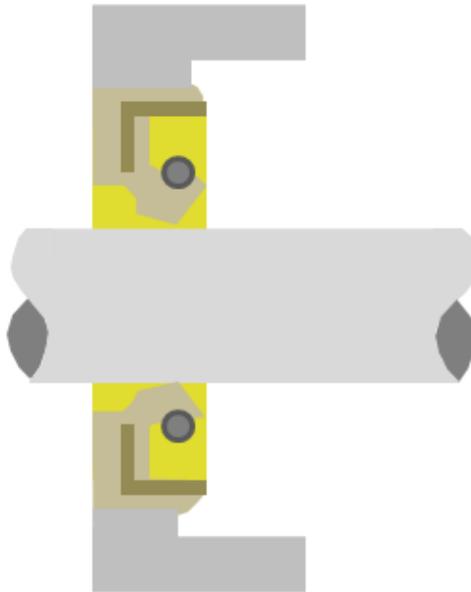


Figura 2.6 - Selo tipo lábio.

- Selos circunferencial

O selo circunferencial apresenta elementos que permitem abordar uma área sobre superfície cilíndrica por completo e pode trabalhar pressurizado (figura 2.7). A vedação axial é feita pela força de compressão aplicada nos elementos vedante e a circunferencial é realizada na interface entre os dois componentes de vedação, a folga é assegurada pela força de compressão efetuada pela mola no sentido axial.

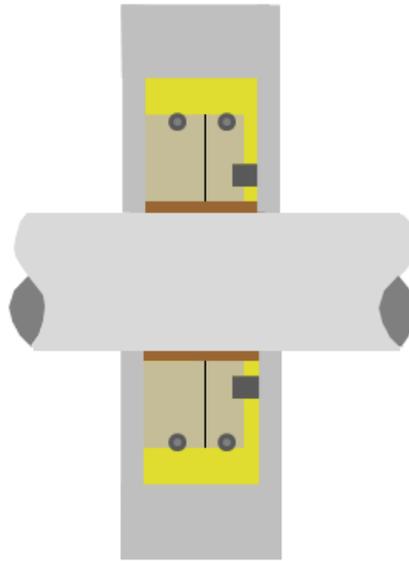


Figura 2.7 - Selo circumferencial.

- Empacotamento

O selo (figura 2.8) entra em contato contra uma grande área, gaxetas fazem a interface entre o eixo e a carcaça, o aumento da área de contato entre a gaxeta, eixo e carcaça é feita por meio da aplicação de uma força de compressão, oriunda de um aperto sobre as mesmas.

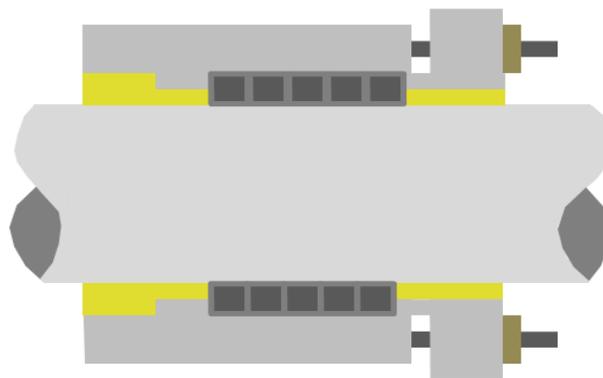


Figura 2.8 - Selo tipo empacotamento.

- Superfície anular:

- Selos tipo lábio

Apresenta as mesmas características de funcionamento que o selo tipo lábio de superfície cilíndrica, o que é alterado é a superfície de contato que passa a ser de forma anular.

- Selos de face mecânica

Entra em contato com uma fração radial significativa anular. É de uma estrutura mais complexa, pois é formada de vários elementos (figura 2.9) e múltiplas superfícies de selagem.

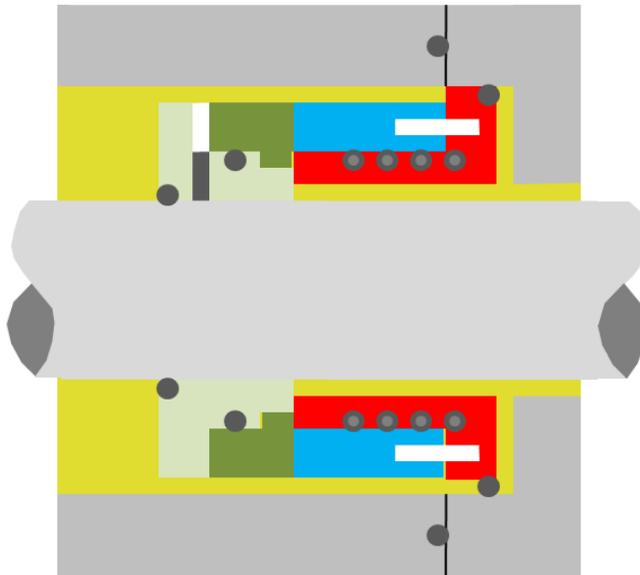


Figura 2.9 - Selo de face mecânica (Carcaça, fluido pressurizado, anel de ajuste, anel primário, mola, mecanismo direcionador e selo secundário).

O anel primário é estruturado de forma a compensar a flexibilidade, para permitir um pequeno movimento relativo entre as direções axiais e angulares em função de desalinhamentos de montagem entre as partes, e fornece uma das superfícies de selagem. Já o secundário permite ao anel primário uma movimentação na direção axial e angular, enquanto mantém a integridade do selo primário. O anel de ajuste é rigidamente montado no eixo e fornece uma segunda superfície de selagem. Por sua vez, a mola mantém as superfícies anulares unidas, na ausência de fluido pressurizado, e acomoda o desgaste natural ao qual a superfície está sujeita. Por fim, o

mecanismo direcionador direciona o anel primário a fazer alguns movimentos relativos que ocorrem com a superfície da interface anular, sendo um tipo de auto alinhamento.

Foram desenvolvidos, recentemente, selos de vazamento zero. Devido a estanqueidade necessária para aplicação em produtos de risco, estes são popularmente conhecidos como inpro/seal isolador de mancais, em função do nome do fabricante que desenvolveu o projeto, e podem ser vistos na figura 2.10.



Figura 2.10 - Inpro/seals isolador de mancais (INPRO/SEAL).

A seguir, algumas figuras demonstram os selos com sua aplicação prática mais usual. Na figura 2.11 podem ser observados selos do tipo bucha ou cilíndricos, selo de face mecânica e inpro/seals.

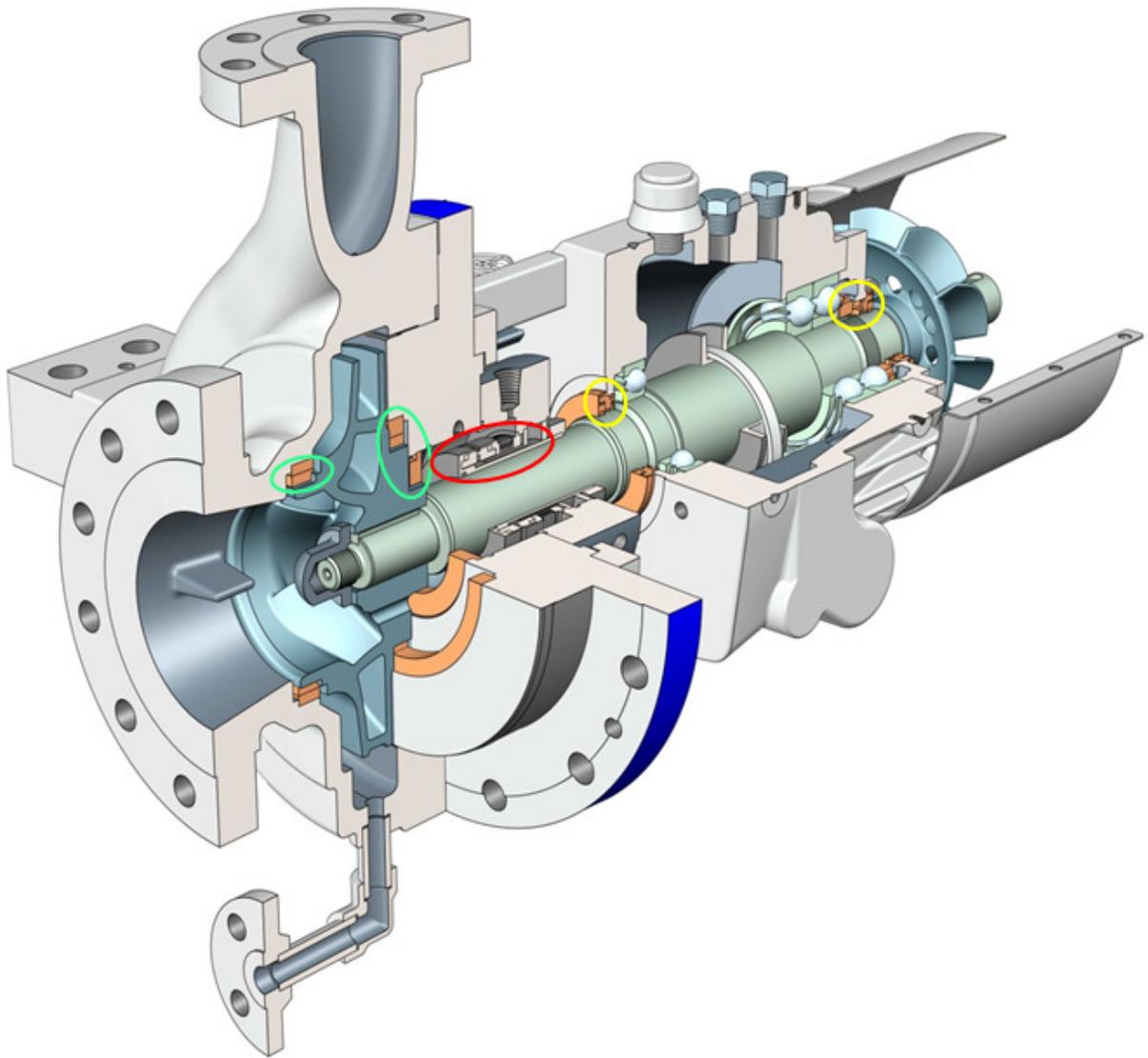


Figura 2.11 - Bomba centrífuga OHH em balanço (Selos do tipo bucha ou cilíndricos, selo de face mecânica e inpro/seals), SULZER.



Figura 2.12 - Turbina de reação alta pressão e alta temperatura, modelo BT/BTE (Selo tipo labirinto), TGM.

São indicados alguns dos selos de fluxo do tipo labirinto na figura 2.12, que são de interestágios.

2.3 Representação matemática das forças de restituição de selos de fluxo

A representação dos coeficientes da rotordinâmica de um selo de fluxo pode ser entendida através das forças de ação que atuam no eixo do sistema. Assim sendo, entende-se a influência de um selo na dinâmica no sistema. O conceito de forças de restauração está de acordo com Krämer (1993). Estes coeficientes poderão posteriormente ser adicionados a um sistema que modela o sistema global por elementos finitos.

Sabe-se que a vibração translacional é influenciada pela força de restituição da direção radial, originada da força resultante decorrente da pressão do fluido. Quando o eixo encontra-se na posição centrada, e é perfeitamente circular, esta força é nula. No entanto, quando o eixo está em uma posição excêntrica, a força de restituição é diferente de zero. O mesmo é válido para a posição angular do eixo, onde surgirá um momento de restituição que pode ser significativo ao longo do eixo, como resultado de um deslocamento angular.

O sistema (figura 2.13) pode ser entendido através da consideração de algumas hipóteses como:

- O selo não se move;
- O eixo gira com velocidade angular ω e com movimentos translacionais $x(t)$ e $y(t)$;
- O fluido escoa com pressão p_1 na entrada do selo de fluxo de comprimento L e com pressão p_2 na saída, sendo a pressão na saída menor do que na entrada do sistema.

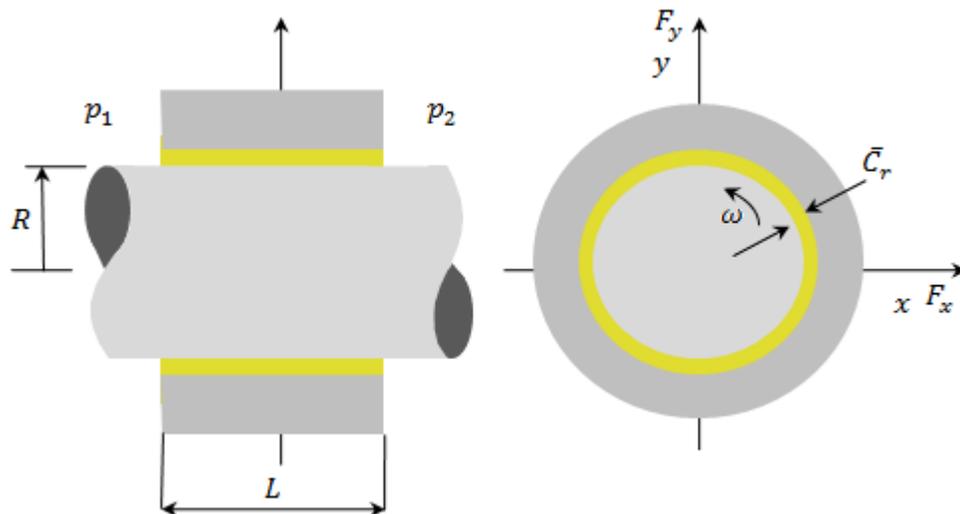


Figura 2.13 - Notações e sistema de coordenadas do selo.

Onde:

R Raio do eixo [m].

ω Velocidade de rotação do rotor [m].

- \bar{C}_r Folga radial média no selo de fluxo [m].
- L Comprimento do selo [m].
- p_1 Pressão de entrada do selo de fluxo [N/m^2].
- p_2 Pressão de saída do selo de fluxo [N/m^2].
- F_x Força de restituição na direção x [N/m^2].
- F_y Força de restituição na direção y [N/m^2].

A queda de pressão axial através do selo plano origina uma rigidez radial, independente da rotação do eixo. A deflexão radial do eixo no selo produz uma pequena folga na direção na direção do deslocamento (na parte inferior), conforme apresentada na figura 2.14. A velocidade axial do fluido é menor na região em que a folga é maior. A queda de pressão axial através do selo é causada pelas perdas na entrada e pela perda de fricção ao longo do comprimento do selo. A perda na entrada é maior, onde a folga é maior. Então, a pressão média é menor nesta posição de entrada. A diferença de pressão produz uma força restauradora que se opõe ao deslocamento y , que é proporcional à rigidez K (equação 2.1), conhecida como a rigidez direta de Lomakin (1985). Este parâmetro ocorre até para velocidade de rotação nula do eixo.

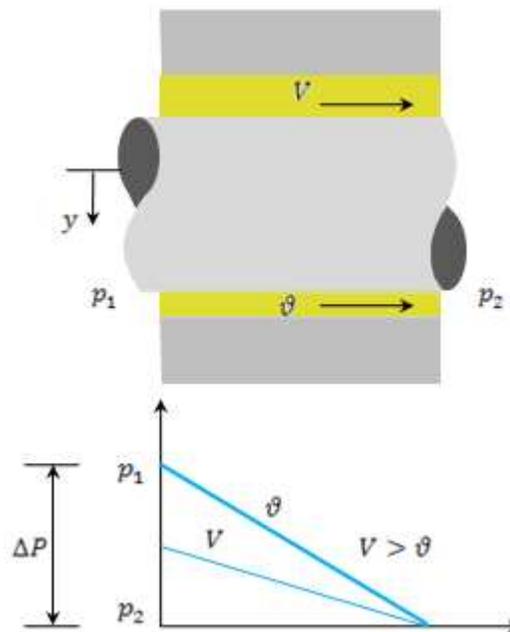


Figura 2.14 - O efeito de Lomakin em um selo plano.

Desta forma, as complexas correlações de fluxo, e suas correspondentes características de pressão, produzem uma força de restituição não-linear, resultando em F_x e F_y . E a aproximação para a rigidez direta destas forças encontra-se apresentada na equação 2.1.

$$K = 4,7 R \left(\frac{\Delta P}{\lambda} \right) \left(\frac{\sigma}{1,5 + 2\sigma} \right)^2 \quad (2.1)$$

$$\sigma = \frac{\lambda L}{C} \quad (2.2)$$

Sendo:

λ Fator de fricção para o fluxo axial, sendo $0,079/R_e^{0,25}$ para fluxo turbulento, dependente do número de Reynolds.

Para pequenos deslocamentos, entretanto, estas forças podem ser linearizadas. Para deslocamentos ao redor de uma posição central, a relação entre os deslocamentos e as forças de restituição determina a equação de movimento (equação 2.3).

$$-\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = M \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & c \\ -c & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & k \\ -k & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

O comportamento dinâmico de um selo é determinado da equação 2.3, usando as suposições acima, pelos cinco coeficientes K (rigidez de *Lomakin*), k , C (amortecimento), c e M (massa do fluido). As forças de restituição são, dessa forma, proporcionais à combinação do deslocamento, da velocidade e da aceleração.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL DOS SELOS DE FLUXO

Neste capítulo, serão descritos o equacionamento das equações governantes para líquidos escoando em selos anulares pelo método clássico das perturbações de ordem máxima um e, ainda, o procedimento de solução para ordem zero, que permitem demonstrar a variação da pressão e velocidade no filme de fluido entre as superfícies de selagem.

3.1 Equação básica na forma integral para um volume de controle

O desenvolvimento das equações de conservação de massa e da quantidade de movimento para um volume de controle inercial será obtido a partir da relação fundamental descrita a seguir.

A abordagem sob a perspectiva de volume de controle foi considerada devido à dificuldade em identificar e seguir a massa de fluido em todos os instantes de tempo, uma vez que esta possui a capacidade de deformar-se e distorcer-se continuamente. O interesse encontra-se em verificar o efeito do movimento com relação a um referencial de interesse.

Para o entendimento das equações em sequência, faz-se necessário o entendimento do conceito relativo às propriedades intensivas e extensivas. A primeira é independente da massa, ao passo que a propriedade extensiva varia diretamente com a massa. Exemplos de propriedade intensiva são temperatura, pressão e massa específica. De extensivas são massa, volume total, entre outras, descritos em Van Wylen et al. (2003).

Conforme desenvolvido por Fox e McDonald (2001), a equação 3.1 consiste em uma relação genérica entre a taxa de variação de uma propriedade extensiva arbitrária, N , de um sistema, e as variações desta propriedade associadas a um volume de controle, no instante em que o sistema e o volume de controle coincidem. As figura 3.1 e 3.2 apresentam o volume de controle considerado pelos mesmos.

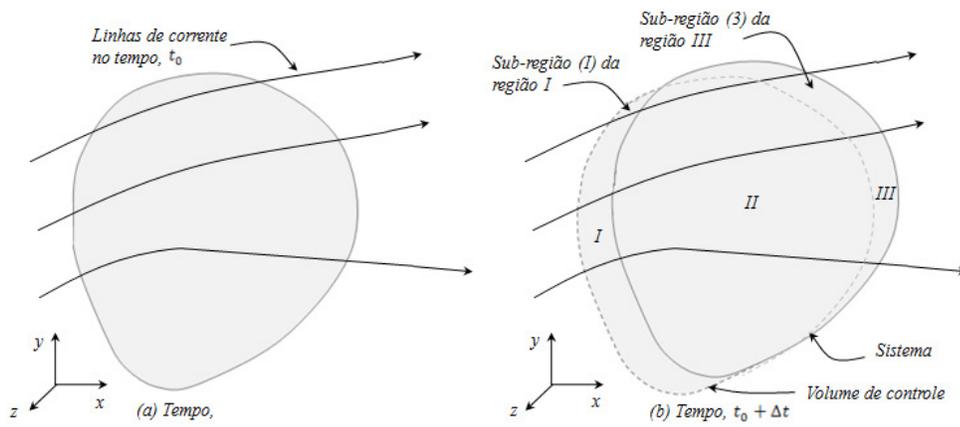


Figura 3.1 - Configuração de sistema e de volume de controle.

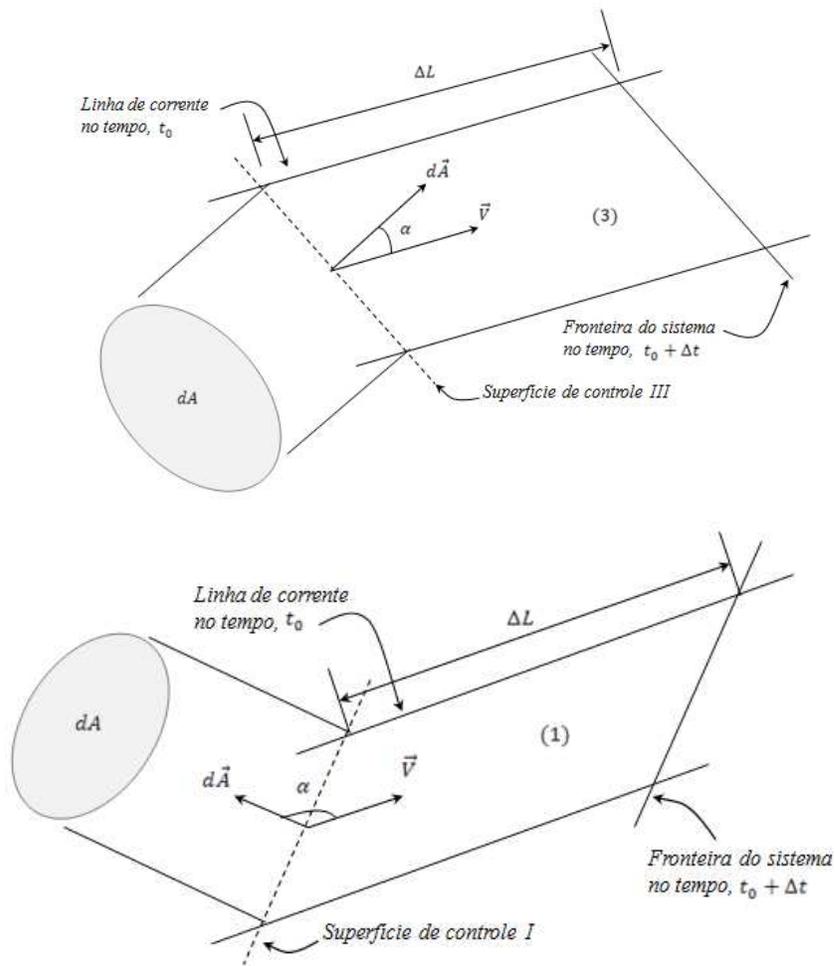


Figura 3.2 - Vista ampliada da sub-região (3) e da sub-região (1).

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Sistema}} = \frac{d}{dt} \int_{v.c.} \eta \rho dV + \int_{s.c.} \eta \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.1)$$

Descrição da representação física dos termos associados à equação fundamental:

$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Sistema}}$ é a taxa de variação total de qualquer propriedade extensiva arbitrária do sistema.

$\frac{d}{dt} \int_{v.c.} \eta \rho dV$ é a taxa de variação com o tempo da propriedade extensiva arbitrária, N , dentro do volume de controle.

η é a propriedade intensiva correspondente a N , propriedade intensiva por unidade de massa.

ρ massa específica [kg/m^3].

ρdV é um elemento de massa contido no volume de controle [kg].

$\int_{v.c.} \eta \rho dV$ é a quantidade total da propriedade extensiva N , contida no volume de controle.

$\int_{s.c.} \eta \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$ é a taxa líquida de fluxo na propriedade extensiva, N , através da superfície de controle.

\vec{V} é a velocidade medida em relação à superfície do volume de controle [m/s].

$\rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$ é a taxa de fluxo através do elemento de área $d\vec{A}$ (o sinal de $\rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$ depende do sentido do vetor velocidade, \vec{V} , em relação ao vetor da área $d\vec{A}$) [kg/s].

$\eta \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$ é a taxa de fluxo da propriedade extensiva N , através da área $d\vec{A}$.

3.1.1 Equação da conservação de massa

A formulação para a conservação de massa estabelece a propriedade extensiva N como sendo a massa do sistema M e a propriedade intensiva do sistema η igual a 1, aplicando estas considerações na equação 3.1 obtêm-se:

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_{\text{sistema}} = \frac{d}{dt} \int_{v.c.} \rho dV + \int_{s.c.} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.2)$$

De acordo com a lei da conservação de massa, a massa em um sistema é constante, ou seja, a soma da taxa de variação de massa dentro do volume de controle com a taxa líquida de fluxo de massa através da superfície de controle é nula e portanto:

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_{\text{sistema}} = 0 \quad (3.3)$$

De modo que a formulação resultante, para o caso em questão, apresenta-se a seguir:

$$0 = \frac{d}{dt} \int_{v.c.} \rho dV + \int_{s.c.} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.4)$$

3.1.2 Equação da quantidade de movimento para um volume de controle inercial

O equacionamento para a quantidade de movimento considera a propriedade extensiva N como sendo a quantidade de movimento linear \vec{P} , e a propriedade intensiva do sistema (η) igual a \vec{V} . Aplicando estas considerações na equação 3.1 obtêm-se:

$$\left(\frac{d\vec{P}}{dt}\right)_{\text{Sistema}} = \frac{d}{dt} \int_{v.c.} \vec{V} \rho dV + \int_{s.c.} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.5)$$

De acordo com a segunda lei de Newton a soma de todas as forças externas (de superfície e de campo) atuando sobre o sistema é igual à taxa de variação com o tempo da sua quantidade de movimento linear e assim:

$$\left(\frac{d\vec{P}}{dt}\right)_{\text{Sistema}} = \vec{F} = \vec{F}_S + \vec{F}_B \quad (3.6)$$

Sendo \vec{F}_S é a força de superfície que atuam na fronteira de um meio através do contato direto e \vec{F}_B é a força de campo, desenvolvidas sem contato físico e distribuídas por todo volume do fluido.

De tal forma que a formulação resultante para o caso em questão apresenta-se a seguir:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_S + \vec{F}_B = \frac{d}{dt} \int_{v.c.} \vec{V} \rho dV + \int_{s.c.} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (3.7)$$

Esta estabelece que a soma de todas as forças atuando sobre um volume de controle, não sujeito à aceleração, é igual à soma da taxa de variação da quantidade de movimento no interior do volume de controle com a taxa líquida do fluxo da quantidade de movimento saindo da superfície de controle.

Na próxima seção será apresentado o desenvolvimento do modelo turbulento de selos de fluxo proposto por Dara Childs (1993), em seu livro *Turbomachinery Rotordynamics*.

3.2 Modelos turbulentos

Enquanto o escoamento em um pequeno espaço anular, devido à rotação de um eixo contido neste espaço anular, apresenta modelagem a partir de premissas específicas para este caso, e distantes daquelas para escoamento em dutos, os fatores de atrito serão adaptados a partir dos modelos de atrito para escoamento em dutos, segundo Blasius (1913).

Neste trabalho adota-se, como escoamento existente na lamina fluida, a teoria de fluxo de massa turbulenta proposta por Hirs (1973), modificação do modelo de atrito desenvolvido por Blasius (1913). Uma vez que as velocidades axiais dos fluidos são altas e as folgas são relativamente grandes, surge uma condição de fluxo extremamente turbulenta, que viola a condição da equação de Reynolds, a qual considera o fluxo laminar. Se o fluido de escoamento for gás, a compressibilidade deve ser considerada.

A teoria de fluxo de massa para escoamento turbulento apresenta como vantagens a não utilização explícita das flutuações de velocidades locais no fluxo, decorrentes da turbulência. O perfil de velocidades dos fluxos, para as componentes flutuantes, foi eliminado pelo uso da velocidade média. Destaca-se frente aos outros modelos existentes, a facilidade em se obter os dados experimentais por meio destas considerações.

O modelo utilizado, Hirs (1973), considera o fluxo de massa relativo à superfície do volume, e as correspondentes tensões de cisalhamento nestas, sob determinadas condições de fluxo turbulento, correlacionando-as. Baseia-se em uma relação empírica entre as tensões de cisalhamento e a velocidade média do fluxo relativo à parede na qual a tensão de cisalhamento é exercida, sendo expressa de acordo com a relação a seguir.

$$\frac{\tau}{1/2 \rho u_m^2} = n \left(\frac{\rho u_m h}{\mu} \right)^m \quad (3.8)$$

τ Tensão de cisalhamento na parede [N/m^2].

ρ	Massa específica do fluido [Kg/m^3].
μ	Viscosidade dinâmica [$Pa \cdot s$].
u_m	Velocidade média do fluxo relativa à superfície na qual a tensão de cisalhamento é exercida [m/s].
h	Espessura do filme líquido [m].
$\frac{\rho u_m h}{\mu}$	Número de Reynolds.
$\frac{\tau}{1/2 \rho u_m^2}$	Fator de fricção.
n e m	Constantes empíricas numéricas ajustadas de ensaios experimentais.

Os valores de n e m são dependentes da rugosidade da superfície, da curvatura destas, do número de Reynolds e da influência dos efeitos de inércia, além dos efeitos inerentes ao fluxo turbulento, decorrentes do gradiente de pressão e do escorregamento das superfícies, respectivamente. Dependem ainda da razão de mudança com o tempo e posição das quantidades apresentadas na equação acima.

A representação desta equação para duas superfícies concêntricas, uma estacionária (s) e outra rotativa (r), é feita com a referência na superfície estacionária, no mesmo sentido da velocidade da superfície deslizante U .

Superfície estacionária (s):

$$\frac{\tau_s}{1/2 \rho u_m^2} = n \left(\frac{\rho u_m h}{\mu} \right)^m \quad (3.9a)$$

Superfície rotativa (r):

$$\frac{\tau_r}{1/2 \rho (u_m - U)^2} = n \left(\frac{\rho (u_m - U) h}{\mu} \right)^m \quad (3.9b)$$

Assim, os fatores de fricção do estator e do rotor, f_s e f_r , têm sido modelados como fatores de fricção cuja equação foi adaptada do escoamento em dutos. A equação de fluxo de massa turbulento pode ser expressa de forma genérica como sendo:

$$f_b = n\Re^m \quad (3.10a)$$

$$\Re = \frac{VD_i}{\nu} \quad (3.10b)$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3.10c)$$

μ	Viscosidade cinemática [m^2/s]
ν	Viscosidade absoluta [Ns/m^2]
V	Velocidade média do fluxo relativa à parede ou superfície na qual a tensão de cisalhamento é exercida [m/s]
D_i	Diâmetro interno [m]
\Re	Número de Reynolds
f_b	Fator de fricção

Desta forma:

$$\tau_s = \frac{\rho f_b u_m^2}{2} \quad (3.11)$$

O fator de atrito de Fanning (f_f) foi introduzido por Black (1969) e difere do fator de atrito de Darcy-Weisbach, que é comumente utilizado no diagrama de Moody, para determinação dos fatores de atrito em dutos.

A determinação da variação de pressão ΔP devido ao fator de atrito para um escoamento anular de comprimento L e folga C_r , no formato de Fanning é:

$$\Delta P = 4f_f \left(\frac{L}{2C_r} \right) \frac{\rho V^2}{2} \quad (3.12)$$

Onde $2C_r$ é o diâmetro hidráulico, definido como quatro vezes a área de fluxo dividida pelo perímetro molhado.

Por comparação, o formato de Darcy-Weisbach para o diagrama de Moody é

$$\Delta P = f_{DW} \left(\frac{L}{D} \right) \frac{\rho V^2}{2} \quad (3.13)$$

Yamada (1962) procedeu testes de escoamento para fluxo em superfícies anulares lisas com o cilindro interno rotativo, resultando em uma aproximação para os coeficientes n e m , das equações com o formato da equação 3.10. Assim, demonstrou a viabilidade em se utilizar modelos de fricção de dutos como a base para os fatores anulares.

O modelo de atrito de Blasius, adaptado para as equações de Hirs (massa turbulenta), resulta na seguinte definição de fator de atrito:

$$f_s = n_s \left(\frac{2\rho H U_s}{\mu} \right)^{ms} \quad (3.14a)$$

$$f_r = n_r \left(\frac{2\rho H U_r}{\mu} \right)^{mr} \quad (3.14b)$$

Onde os índices s e r caracterizam o estator e o rotor, respectivamente.

O modelo de Moody produziu a seguinte aproximação da representação para fatores de atrito em dutos:

$$f_m = a_1 \left[1 + \left(\frac{b_2 e}{D} + \frac{b_3}{\Re} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (3.15)$$

Onde:

$$a_1 = 1,375 \times 10^{-3}$$

$$b_2 = 2 \times 10^4$$

$$b_3 = 10^6$$

e/D rugosidade relativa.

A expressão da equação 3.15 fornece valores aproximados de 5% do diagrama de Moody para $4000 \leq \Re \leq 10^7$ e $e/D \leq 0,01$. Para $e/D > 0,01$, a expressão subestima significativamente f_m . Pragenau (1982), inicialmente, utilizou a equação de Moody para a análise de selos. Em seguida, Nelson e Nguyen (1987) forneceram uma comparação entre a análise de selos empregando os modelos de Moody e de Blasius.

Em termos dos parâmetros anulares dos selos, os fatores de atrito de Moody são:

$$f_s = a_1 \left[1 + \left(\frac{b_2 e_s}{2H} + \frac{b_3}{\Re_s} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (3.16a)$$

$$\Re_s = \frac{2U_s H \rho}{\mu}$$

$$f_r = a_1 \left[1 + \left(\frac{b_2 e_r}{2H} + \frac{b_3}{\Re_r} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (3.16b)$$

$$\Re_r = \frac{2U_r H \rho}{\mu}$$

Onde e_r e e_s são a rugosidade absoluta do rotor e do estator, respectivamente. Para o eixo centrado no selo, de folga constante radial C_r , os parâmetros de rugosidade relativa e_r/C_r , e_s/C_r são os únicos dois parâmetros que podem ser variados no modelo de Moody.

Szeri (1980) fornece uma comparação interessante do modelo de Hirs com demais modelos turbulentos de lubrificação. O modelo de Hirs é particularmente atrativo para elevados números de Reynolds, existentes em selos anulares de bombas.

Vale destacar que os termos de aceleração, presentes nas equações governantes, desenvolvidas a seguir, não são consideradas no desenvolvimento das equações de Reynolds para mancais radiais, constituindo a diferenciação básica entre o princípio de modelagem de selos de fluxo e mancais lubrificados.

3.3 Derivação das equações governantes

As equações de conservação de massa e da quantidade de movimento serão apresentadas para as considerações deste trabalho em questão. Esta derivação é baseada no trabalho de Nelson (1985).

As características geométricas do selo de fluxo encontram-se na figura 3.3, apresentando em destaque o volume de controle utilizado para o equacionamento. A figura 3.4 ilustra este elemento diferencial de fluido entre as áreas diferenciais do rotor e do estator. Devido à pequena razão da folga radial pelo raio, a curvatura da superfície é desprezada no elemento de fluido diferencial. O estator, que está na parte inferior da figura 3.4, é estacionário, enquanto o rotor, na posição superior, apresenta velocidade tangencial de $R\omega$.

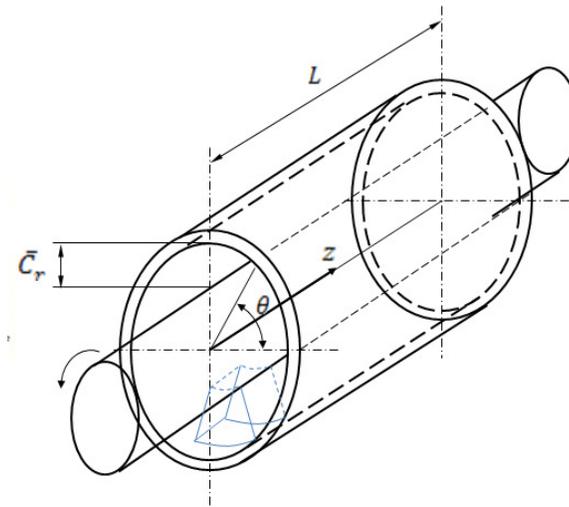


Figura 3.3 - Geometria do selo.

Destaca-se que o elemento diferencial de fluido abrange completamente a espessura de filme do fluido, em contraste com o elemento do fluido normal empregado para a obtenção da equação de Navier-Stokes e de Reynolds aplicados para mancais hidrodinâmicos. Isto se vale da utilização de modelos turbulentos apresentados anteriormente, os quais consideram as tensões de cisalhamento τ_r e τ_s atuantes nas paredes do rotor e do estator, e também as componentes das velocidades médias circunferencial U e axial W .

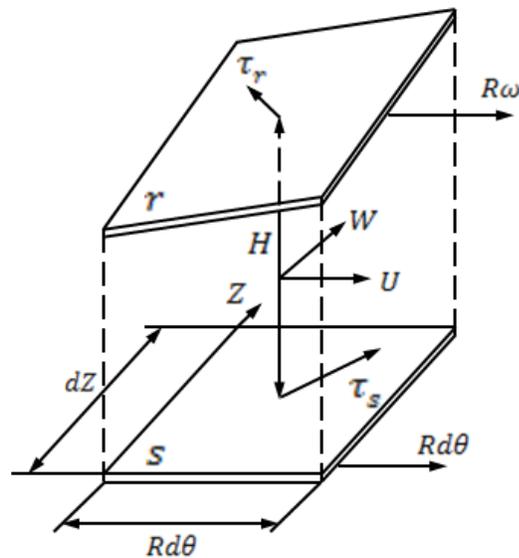


Figura 3.4 - Elemento de fluido diferencial.

3.3.1 Equação da conservação de massa

A equação 3.1 adequada ao elemento diferencial de fluido de acordo com a lei da conservação de massa, é exposta a seguir.

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{v.c.} \rho dV + \int_{s.c.} \rho v \cdot dA \quad (3.17)$$

A aplicação desta equação para o elemento da figura 3.4 permite obter a seguinte formulação:

$$0 = \rho \frac{\partial(HU)}{\partial(R\theta)} + \rho \frac{\partial H}{\partial t} + \rho \frac{\partial(HW)}{\partial Z} \quad (3.18)$$

A densidade ρ é considerada constante, e a forma final para a equação da continuidade é determinada, portanto:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial(HU)}{\partial \theta} + \frac{\partial(HW)}{\partial Z} = 0 \quad (3.19)$$

3.3.2 Equações de quantidade de movimento axial e circunferencial

A equação de movimento é vetorial e pode ser descrita na forma de componentes escalares associadas ao sistema de coordenadas $z - \theta$ da figura 4.4. A equação 3.7 aplicada ao elemento diferencial de fluido resulta nas equações 3.20 e 3.21.

- Equação de quantidade de movimento axial:

$$\Sigma F_z = \frac{\partial}{\partial t} \int_{v.c.} \rho W dV + \int_{s.c.} \rho W v. dA \quad (3.20)$$

- Equação de quantidade de movimento circunferencial:

$$\Sigma F_\theta = \frac{\partial}{\partial t} \int_{v.c.} \rho U dV + \int_{s.c.} \rho U v. dA \quad (3.21)$$

As forças nas equações 3.20 e 3.21 são obtidas através do diagrama de corpo livre das forças atuantes no elemento diferencial de fluido, conforme figura 3.5. Em que τ_{rz} , $\tau_{r\theta}$ e τ_{sz} , $\tau_{s\theta}$ são as componentes em Z e θ das tensões de cisalhamento na interface fluido rotor τ_r e estator τ_s .

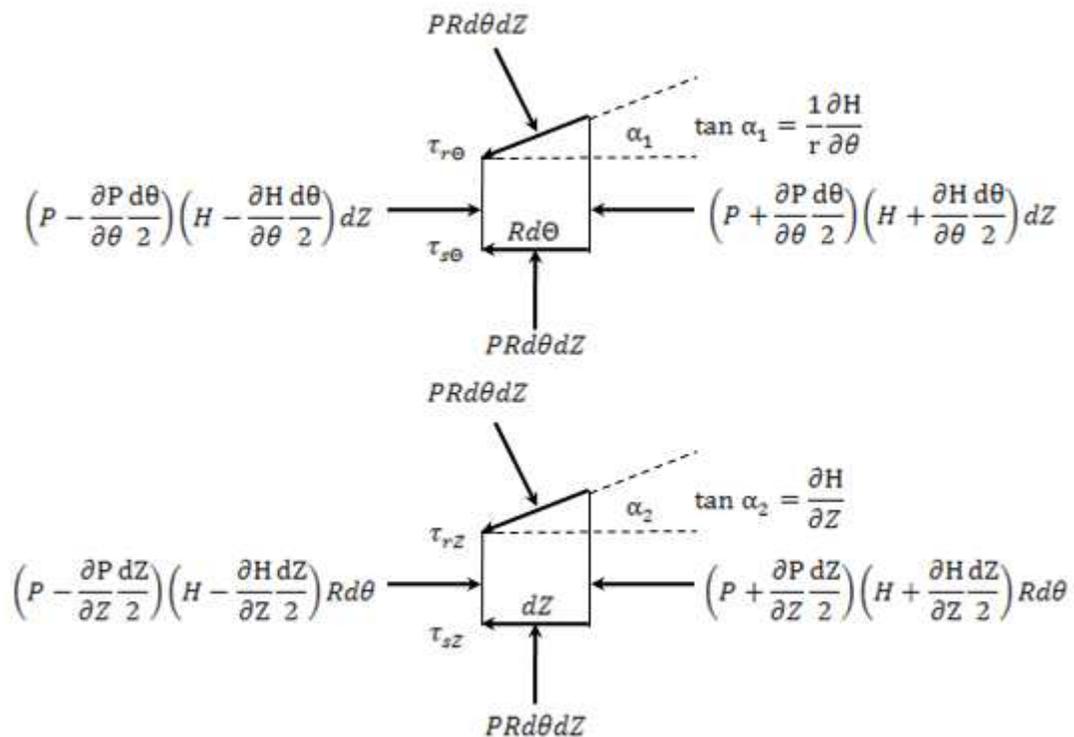


Figura 3.5 - Forças no elemento de fluido diferencial.

Desenvolvendo o balanço de forças na figura 3.5a, define-se o somatório de forças na direção axial.

$$\Sigma F_Z = \left[\left(-P \frac{\partial H}{\partial Z} - H \frac{\partial P}{\partial Z} \right) - \tau_{rZ} - \tau_{sZ} \right] R d\Theta dZ \quad (3.22)$$

Considera-se a espessura constante ao longo da direção Z ($\partial H / \partial Z = 0$), conforme Figura 4.5:

$$\Sigma F_Z = -R d\Theta dZ \left[H \frac{\partial P}{\partial Z} + (\tau_{rZ} + \tau_{sZ}) \right] \quad (3.23)$$

Conduzindo o balanço de forças na figura 3.5b, define-se o somatório de forças circunferencialmente.

$$\Sigma F_\Theta = \left(-P \frac{\partial H}{\partial \Theta} d\Theta - H \frac{\partial P}{\partial \Theta} d\Theta \frac{R}{R} \right) dZ - \tau_{r\Theta} R d\Theta dZ - \tau_{s\Theta} R d\Theta dZ \quad (3.24)$$

Considera-se o eixo na posição centralizada ($\partial H / \partial \Theta = 0$) e desta forma:

$$\Sigma F_\Theta = -R d\Theta dZ \left(\frac{H}{R} \frac{\partial P}{\partial \Theta} + \tau_{r\Theta} + \tau_{s\Theta} \right) \quad (3.25)$$

A aplicação das equações 3.20 e 3.21 no elemento diferencial de fluido (figura 3.5 a e b) fornece:

$$\Sigma F_Z = R d\Theta dZ \rho \left[\frac{\partial(HW)}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial(HWU)}{\partial \Theta} + \frac{\partial(HW^2)}{\partial Z} \right] \quad (3.26)$$

$$\Sigma F_\Theta = R d\Theta dZ \rho \left[\frac{\partial(HU)}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial(HU^2)}{\partial \Theta} + \frac{\partial(HWU)}{\partial Z} \right] \quad (3.27)$$

Igualando as equações 3.23 e 3.26, bem como as equações 3.25 e 3.27.

$$-H \frac{\partial P}{\partial Z} - (\tau_{rZ} + \tau_{sZ}) = \rho \left[\frac{\partial(HW)}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial(HU^2)}{\partial \Theta} + \frac{\partial(HWU)}{\partial Z} \right] \quad (3.28)$$

$$-\frac{H}{R} \frac{\partial P}{\partial \Theta} - (\tau_{r\Theta} + \tau_{s\Theta}) = \rho \left[\frac{\partial(HU)}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial(HWU)}{\partial \Theta} + \frac{\partial(HU^2)}{\partial Z} \right] \quad (3.29)$$

Desenvolvendo a derivada das equações 3.28 e 3.29, pode-se subtrair a equação 3.19, multiplicada por W , da equação 3.28. Da mesma forma, a equação 3.19 multiplicada por U deve ser subtraída da equação 3.29.

Da equação 28:

$$-H \frac{\partial P}{\partial Z} = \tau_{rZ} + \tau_{sZ} + \rho H \left(\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{U}{R} \frac{\partial W}{\partial \Theta} + W \frac{\partial W}{\partial Z} \right) \quad (3.30)$$

Da equação 29:

$$-\frac{H}{R} \frac{\partial P}{\partial \Theta} = \tau_{r\Theta} + \tau_{s\Theta} + \rho H \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{R} \frac{\partial U}{\partial \Theta} + W \frac{\partial U}{\partial Z} \right) \quad (3.31)$$

A finalização das equações de momento se faz por meio das definições de Hirs para as tensões de cisalhamento na parede do rotor e estator.

$$\tau_s = \rho f_s \frac{U_s^2}{2} \quad (3.32a)$$

$$\tau_r = \rho f_r \frac{U_r^2}{2} \quad (3.32b)$$

f_s e f_r são os fatores de atrito do estator e do rotor.

U_s e U_r são as velocidades relativas de fluxo de massa nas interfaces (estator e rotor).

Estes termos são por definição:

$$U_s = (W^2 + U^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3.33a)$$

$$U_r = [W^2 + (U - R\omega)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (3.33b)$$

As componentes das tensões de cisalhamento τ_s e τ_r atuam em direção oposta às velocidades U_s e U_r , e estas são descritas em função das coordenadas abaixo.

$$\tau_{rZ} = \tau_r \frac{W}{U_r} \quad (3.34a)$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_r \frac{U - R\omega}{U_r} \quad (3.34b)$$

$$\tau_{sZ} = \tau_s \frac{W}{U_s} \quad (3.34c)$$

$$\tau_{s\theta} = \tau_s \frac{U}{U_s} \quad (3.34d)$$

Substituindo estas componentes nas equações 3.30 e 3.31, determinam-se as equações finais de quantidade de movimento.

- Equação de quantidade de movimento axial:

$$-H \frac{\partial P}{\partial Z} = \frac{\rho}{2} W U_s f_s + \frac{\rho}{2} W U_r f_r + \rho H \left(\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{U}{R} \frac{\partial W}{\partial \theta} + W \frac{\partial W}{\partial Z} \right) \quad (3.35)$$

- Equação de quantidade de movimento circunferencial:

$$-\frac{H}{R} \frac{\partial P}{\partial \Theta} = \frac{\rho}{2} U U_s f_s + \frac{\rho}{2} (U - R\omega) U_r f_r + \rho H \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{R} \frac{\partial U}{\partial \Theta} + W \frac{\partial U}{\partial Z} \right) \quad (3.36)$$

A presença explícita dos fatores de fricção f_s e f_r nestas equações é devido a Nelson (1984).

O último termo nas equações de momento compreende os termos temporais e de aceleração convectiva, que são inteiramente desprezados no desenvolvimento da equação de Reynolds utilizada para mancais.

3.4 Adimensionalização

As equações de conservação de massa, da quantidade de momento axial e circunferencial devem ser adimensionalizadas para torná-las independentes dos parâmetros diretos do sistema, em termos da geometria de um selo cônico (figura 3.6).

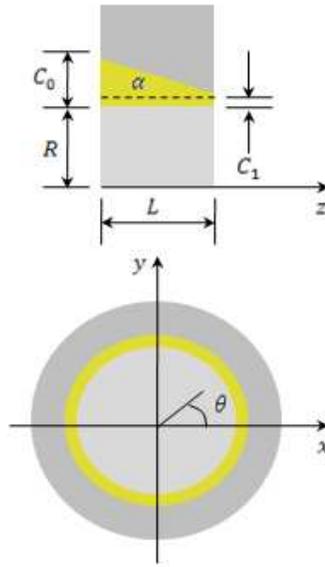


Figura 3.6 - Geometria do selo convergente cônico.

Para o selo centralizado, a função da folga é:

$$H_0 = \left(\bar{C}_r + \frac{\alpha L}{2} \right) - \alpha Z = \bar{C}_r (1 + q(1 - 2z)) = \bar{C}_r h_0 \quad (3.37)$$

$$h_0 = 1 + q(1 - 2z)$$

$$\bar{C}_r = \frac{C_0 + C_1}{2}$$

$$q = \frac{\alpha L}{2\bar{C}_r} = \frac{C_0 - C_1}{C_0 + C_1}$$

$$z = \frac{Z}{L}$$

z	Variável adimensional de comprimento.
$h_0 = \frac{H_0}{\bar{C}_r}$	Variável adimensional de folga.
H_0	Função da folga ao longo de Z [m].
C_0	Folga do selo em relação ao eixo na entrada ($Z = 0$) [m].
C_1	Folga do selo em relação ao eixo na saída ($Z = L$) [m].
\bar{C}_r	Folga radial média [m].

α	Inclinação do selo [rad].
L	Comprimento axial do selo [m].
$W_0 = \frac{\dot{Q}}{2\pi R \bar{c}_r}$	Velocidade axial média [m/s].
\dot{Q}	Taxa de vazão volumétrica [m^3/s].
R	Raio do eixo [m]
$\tau = \frac{t}{T}$	Variável adimensional de tempo.
$T = \frac{L}{W_0}$	Tempo de escoamento do fluido ao longo do eixo [s].
$u = \frac{U}{R\omega}$	Variável adimensional de velocidade circunferencial.
U	Velocidade circunferencial média [m/s]
ω	Velocidade rotação do rotor [rad/s].
$w = \frac{W}{W_0}$	Variável adimensional de velocidade axial.
W	Velocidade axial média [m/s]
$p = \frac{P}{\rho W_0^2}$	Variável de pressão adimensionalizada.
P	Pressão [N/m^2].
ρ	Densidade do fluido [Kg/m^3].

3.4.1 Adimensionalização das equações governantes

A aplicação dos parâmetros adimensionais nas equações governantes resulta nas equações adimensionalizadas a seguir.

- Equação da conservação de massa:

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} \frac{\partial(hu)}{\partial \theta} + \frac{\partial(hw)}{\partial z} = 0 \quad (3.38)$$

- Equação de quantidade de movimento axial:

$$-h \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{w}{2} u_s f_s \frac{L}{\bar{C}_r} + \frac{w}{2} u_r f_r \frac{L}{\bar{C}_r} + h \left(\frac{\partial w}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} u \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (3.39)$$

- Equação de quantidade de movimento circunferencial:

$$-\frac{h L}{b R} \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{u}{2} u_s f_s \frac{L}{\bar{C}_r} + \frac{(u-1)}{2} u_r f_r \frac{L}{\bar{C}_r} + h \left(\frac{\partial u}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} u \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (3.40)$$

3.4.2 Adimensionalização das velocidades relativas

As velocidades relativas adimensionais resultantes são:

$$u_s = [w^2 + u^2 b^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$u_s = \frac{U_s}{w_0} \quad \text{Variável adimensional de velocidade relativa ao estator.}$$

$$U_s \quad \text{Velocidade média relativa ao estator [m/s]}$$

$$u_r = [w^2 + b^2(u-1)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$u_r = \frac{U_r}{w_0} \quad \text{Variável adimensional de velocidade relativa ao rotor.}$$

$$U_r \quad \text{Velocidade média relativa ao rotor [m/s]}$$

3.4.3 Adimensionalização dos fatores de atrito

Fator de atrito adimensionalizado para as equações de Blasius relativo ao rotor e ao estator.

$$f_s = n_s(\Re_0 h u_s)^{ms} \quad (3.41a)$$

$$f_r = n_r(\Re_0 h u_r)^{mr} \quad (3.41b)$$

f_s Fator de atrito de Blasius aplicada ao estator.

f_r Fator de atrito de Blasius aplicada ao rotor.

n_s e ms Coeficientes experimentais para o estator.

n_r e mr Coeficientes experimentais para o rotor.

Fator de atrito adimensionalizado para as equações de Moody relativo ao rotor e ao estator.

$$f_s = a_1 \left[1 + \left(\frac{a_{2s}}{h} + \frac{a_3}{h u_s} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (3.42)$$

f_s Fator de atrito de Moody aplicada ao estator.

ϵ_s Rugosidade relativa do estator.

$$a_{2s} = b_2 \epsilon_s$$

$$\epsilon_s = \frac{e_s}{2\bar{C}_r}$$

$$a_3 = \frac{b_3}{\Re_0}$$

$$f_r = a_1 \left[1 + \left(\frac{a_{2r}}{h} + \frac{a_3}{h u_r} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (3.43)$$

f_r Fator de atrito de Moody aplicada ao rotor.

ϵ_r Rugosidade relativa do rotor.

$$a_{2r} = b_2 \epsilon_r$$

$$\epsilon_r = \frac{e_r}{2\bar{C}_r}$$

3.5 Método das perturbações - Metodologia de solução das equações governantes

A solução das equações de conservação de massa e de quantidade de movimento é possível pelo método das perturbações. As equações governantes são desenvolvidas para ordem zero e um.

O método das perturbações consiste em um método iterativo para a obtenção de soluções aproximadas de problemas que apresentem pequenos parâmetros de perturbação. A perturbação considerada é de primeira ordem, como adotado no equacionamento apresentado por Childs (1993).

O pequeno parâmetro utilizado para a análise de perturbação é ϵ , a razão de excentricidade de perturbação para pequenos movimentos em torno da posição central.

A partir da equação de ordem zero determina-se a taxa de perda do fluido, a queda de pressão ao longo do eixo, bem como a distribuição de velocidade circunferencial. Também se define a velocidade circunferencial para o selo centrado. Por meio das equações de primeira ordem, obtêm-se os coeficientes dinâmicos do selo devido à pequena perturbação em torno da posição centrada do selo. As variáveis de perturbação para o selo são:

$$h = h_0 + \epsilon h_1 \tag{3.44a}$$

$$u = u_0 + \epsilon u_1 \tag{3.44b}$$

$$w = w_0 + \epsilon w_1 \tag{3.44c}$$

$$p = p_0 + \varepsilon p_1 \quad (3.44d)$$

3.5.1 Equação da conservação de massa

Aplicação das variáveis de perturbação na equação 3.19.

$$\frac{\partial(h_0 + \varepsilon h_1)}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} \frac{\partial[(h_0 + \varepsilon h_1)(u_0 + \varepsilon u_1)]}{\partial \theta} + \frac{\partial[(h_0 + \varepsilon h_1)(w_0 + \varepsilon w_1)]}{\partial z} = 0 \quad (3.45)$$

Expandindo a equação acima e agrupando os termos de ordem zero e um, desprezando os termos de ordem superior, obtém-se a equação de conservação de massa ordem zero.

$$\frac{\partial h_0}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} \frac{\partial(h_0 u_0)}{\partial \theta} + \frac{\partial(h_0 w_0)}{\partial z} = 0 \quad (3.45a)$$

Considerando a solução trivial do sistema.

$$\begin{aligned} h_0 w_0 &= 1 \\ w_0 &= \frac{1}{h_0} \end{aligned} \quad (3.45b)$$

- Equação de conservação de massa ordem um.

$$\frac{\partial h_1}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} \frac{\partial(h_0 u_1 + u_0 h_1)}{\partial \theta} + \frac{\partial(h_0 w_1 + w_0 h_1)}{\partial z} = 0 \quad (3.45c)$$

Considerando h_0 e u_0 constante:

$$b \frac{L}{R} h_0 \frac{\partial(u_1)}{\partial\theta} + \frac{\partial(h_0 w_1)}{\partial z} = -\frac{\partial h_1}{\partial\tau} - b \frac{L}{R} u_0 \frac{\partial h_1}{\partial\theta} + \frac{h_1}{h_0^2} \frac{\partial(h_0)}{\partial z} = 0 \quad (3.45d)$$

3.5.2 Equação de quantidade de movimento axial

Aplicação das variáveis de perturbação na equação 3.35.

$$\begin{aligned} & -(h_0 + \varepsilon h_1) \frac{\partial(p_0 + \varepsilon p_1)}{\partial z} \\ & = \frac{(w_0 + \varepsilon w_1)}{2} u_s f_s \frac{L}{\bar{C}_r} + \frac{(w_0 + \varepsilon w_1)}{2} u_r f_r \frac{L}{\bar{C}_r} \\ & + (h_0 + \varepsilon h_1) \frac{\partial(w_0 + \varepsilon w_1)}{\partial\tau} + (h_0 + \varepsilon h_1) b \frac{L}{R} (u_0 + \varepsilon u_1) \frac{\partial(w_0 + \varepsilon w_1)}{\partial\theta} \\ & + (h_0 + \varepsilon h_1)(w_0 + \varepsilon w_1) \frac{\partial(w_0 + \varepsilon w_1)}{\partial z} \end{aligned} \quad (3.46)$$

A representação da equação anterior em função dos termos a serem desenvolvidos é:

$$(T1) = (T2) + (T3) + (T4) + (T5) + (T6) \quad (3.47)$$

Expandindo a equação acima e agrupando os termos de ordem zero e um, desprezando os termos de ordem superior, tem-se:

$$\begin{aligned} & (T1) \\ & - \left(h_0 \frac{\partial p_0}{\partial z} \right) - \varepsilon \left(h_0 \frac{\partial p_1}{\partial z} + h_1 \frac{\partial p_0}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.47a)$$

(T2)

$$\frac{w_0}{2} u_s f_s \frac{L}{\bar{C}_r} + \varepsilon \frac{w_1}{2} u_s f_s \frac{L}{\bar{C}_r} \quad (3.47b)$$

(T3)

$$\frac{w_0}{2} u_r f_r \frac{L}{\bar{C}_r} + \varepsilon \frac{w_1}{2} u_r f_r \frac{L}{\bar{C}_r} \quad (3.47c)$$

(T4)

$$h_0 \frac{\partial w_0}{\partial \tau} + \varepsilon \left(h_0 \frac{\partial w_1}{\partial \tau} + h_1 \frac{\partial w_0}{\partial \tau} \right) \quad (3.47d)$$

(T5)

$$b \frac{L}{R} u_0 h_0 \frac{\partial w_0}{\partial \Theta} + \varepsilon \left(b \frac{L}{R} \right) \left(u_1 h_0 \frac{\partial w_0}{\partial \Theta} + u_0 h_1 \frac{\partial w_0}{\partial \Theta} + u_0 h_0 \frac{\partial w_1}{\partial \Theta} \right) \quad (3.47e)$$

(T6)

$$w_0 h_0 \frac{\partial w_0}{\partial z} + \varepsilon \left(w_1 h_0 \frac{\partial w_0}{\partial z} + w_0 h_1 \frac{\partial w_0}{\partial z} + w_0 h_0 \frac{\partial w_1}{\partial z} \right) \quad (3.47f)$$

- Equação de momento axial ordem zero ($\varepsilon^0 = 1$):

$$-h_0 \frac{\partial p_0}{\partial z} = \frac{w_0}{2} u_s f_s \frac{L}{\bar{C}_r} + \frac{w_0}{2} u_r f_r \frac{L}{\bar{C}_r} + h_0 \frac{\partial w_0}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} u_0 h_0 \frac{\partial w_0}{\partial \Theta} + w_0 h_0 \frac{\partial w_0}{\partial z} \quad (3.48)$$

A velocidade axial não varia com o tempo, nem com a coordenada angular Θ , ou seja w_0 é constante.

$$\frac{\partial p_0}{\partial z} = -\frac{1}{2h_0^2} (u_{s0} \sigma_{s0} + u_{r0} \sigma_{r0}) + \frac{1}{h_0^3} \frac{\partial h_0}{\partial z} \quad (3.49)$$

$$\sigma_{s0} = f_{s0} \frac{L}{\bar{C}_r}$$

$$\sigma_{r0} = f_{r0} \frac{L}{\bar{C}_r}$$

- Equação de momento axial ordem um ($\varepsilon^1 = \varepsilon$):

$$\begin{aligned} -h_0 \frac{\partial p_1}{\partial z} - h_1 \frac{\partial p_0}{\partial z} &= \frac{w_1}{2} u_s f_s \frac{L}{\bar{C}_r} + \frac{w_1}{2} u_r f_r \frac{L}{\bar{C}_r} + h_0 \frac{\partial w_1}{\partial \tau} + h_1 \frac{\partial w_0}{\partial \tau} \\ &+ \left(b \frac{L}{R} \right) \left(u_1 h_0 \frac{\partial w_0}{\partial \Theta} + u_0 h_1 \frac{\partial w_0}{\partial \Theta} + u_0 h_0 \frac{\partial w_1}{\partial \Theta} \right) + w_1 h_0 \frac{\partial w_0}{\partial z} \\ &+ w_0 h_1 \frac{\partial w_0}{\partial z} + w_0 h_0 \frac{\partial w_1}{\partial z} \end{aligned} \quad (3.50)$$

Os termos de ordem zero não variam em função das coordenadas e do tempo. Representam-se os fatores de fricção como uma variável genérica que depende do modelo de fricção utilizado (Moody ou Blasius).

$$\frac{\partial p_1}{\partial z} + A_{2z} u_1 + A_{3z} w_1 + \left[\frac{\partial w_1}{\partial \tau} + \left(b \frac{L}{R} \right) u_0 \frac{\partial w_1}{\partial \Theta} + w_0 \frac{\partial w_1}{\partial z} \right] = A_{1z} h_1 \quad (3.51)$$

3.5.3 Equação de quantidade de movimento circunferencial

Aplicação das variáveis de perturbação na equação 36.

$$\begin{aligned}
& - \frac{(h_0 + \varepsilon h_1) L}{b} \frac{\partial(p_0 + \varepsilon p_1)}{R \partial \Theta} \\
& = \frac{(u_0 + \varepsilon u_1)}{2} u_s f_s \frac{L}{\bar{C}_r} + \frac{[(u_0 + \varepsilon u_1) - 1]}{2} u_r f_r \frac{L}{\bar{C}_r} \\
& + (h_0 + \varepsilon h_1) \left[\frac{\partial(u_0 + \varepsilon u_1)}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} (u_0 + \varepsilon u_1) \frac{\partial(u_0 + \varepsilon u_1)}{\partial \Theta} \right. \\
& \left. + (w_0 + \varepsilon w_1) \frac{\partial(u_0 + \varepsilon u_1)}{\partial z} \right]
\end{aligned} \tag{3.52}$$

Representação da equação anterior em função dos termos a serem desenvolvidos.

$$(T1) = (T2) + (T3) + (T4) + (T5) + (T6) \tag{3.53}$$

$$(T1) - \frac{h_0 L}{b} \frac{\partial p_0}{R \partial \Theta} - \varepsilon \left(\frac{1 L}{b R} \right) \left(h_0 \frac{\partial p_1}{\partial \Theta} + h_1 \frac{\partial p_0}{\partial \Theta} \right) \tag{3.53a}$$

$$(T2) \frac{u_0}{2} u_s f_s \frac{L}{\bar{C}_r} + \varepsilon \frac{u_1}{2} u_s f_s \frac{L}{\bar{C}_r} \tag{3.53b}$$

$$(T3) \frac{(u_0 - 1)}{2} u_r f_r \frac{L}{\bar{C}_r} + \varepsilon \frac{u_1}{2} u_r f_r \frac{L}{\bar{C}_r} \tag{3.53c}$$

$$(T4) h_0 \frac{\partial u_0}{\partial \tau} + \varepsilon \left(h_0 \frac{\partial u_1}{\partial \tau} + h_1 \frac{\partial u_0}{\partial \tau} \right) \tag{3.53d}$$

$$(T5) b \frac{L}{R} u_0 h_0 \frac{\partial u_0}{\partial \Theta} + \varepsilon \left(b \frac{L}{R} \right) \left(u_0 h_1 \frac{\partial u_0}{\partial \Theta} + u_1 h_0 \frac{\partial u_0}{\partial \Theta} + u_0 h_0 \frac{\partial u_1}{\partial \Theta} \right) \tag{3.53e}$$

(T6)

$$w_0 h_0 \frac{\partial u_0}{\partial z} + \varepsilon \left(w_0 h_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} + w_1 h_0 \frac{\partial u_0}{\partial z} + w_0 h_0 \frac{\partial u_1}{\partial z} \right) \quad (3.53f)$$

- Equação de quantidade de movimento circunferencial de ordem zero ($\varepsilon^0 = 1$).

$$-\frac{h_0}{b} \frac{L}{R} \frac{\partial p_0}{\partial \Theta} = \frac{u_0}{2} u_s f_s \frac{L}{\bar{C}_r} + \frac{(u_0 - 1)}{2} u_r f_r \frac{L}{\bar{C}_r} + h_0 \frac{\partial u_0}{\partial \tau} + b \frac{L}{R} u_0 h_0 \frac{\partial u_0}{\partial \Theta} + w_0 h_0 \frac{\partial u_0}{\partial z} \quad (3.54)$$

Os termos de ordem zero não variam em função das coordenadas e do tempo.

$$\frac{\partial u_0}{\partial z} = -\frac{1}{2} [\sigma_{s0} u_0 u_{s0} + \sigma_{r0} (u_0 - 1) u_{r0}] \quad (3.55)$$

$$\sigma_{s0} = f_{s0} \frac{L}{\bar{C}_r}$$

$$\sigma_{r0} = f_{r0} \frac{L}{\bar{C}_r}$$

$$u_{s0} = (w_0^2 + b^2 u_0^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$u_{r0} = (w_0^2 + b^2 (u_0 - 1)^2)^{\frac{1}{2}}$$

- Equação de quantidade de movimento circunferencial de ordem um ($\varepsilon^0 = \varepsilon$).

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{b} \left(\frac{L}{R} \right) \left(h_0 \frac{\partial p_1}{\partial \Theta} + h_1 \frac{\partial p_0}{\partial \Theta} \right) \\ & = \frac{u_1}{2} u_s f_s \frac{L}{\bar{C}_r} + \frac{u_1}{2} u_r f_r \frac{L}{\bar{C}_r} + h_1 \frac{\partial u_0}{\partial \tau} + h_0 \frac{\partial u_1}{\partial \tau} \\ & + \left(b \frac{L}{R} \right) \left(u_0 h_1 \frac{\partial u_0}{\partial \Theta} + u_1 h_0 \frac{\partial u_0}{\partial \Theta} + u_0 h_0 \frac{\partial u_1}{\partial \Theta} \right) + w_0 h_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} + w_1 h_0 \frac{\partial u_0}{\partial z} \\ & + w_0 h_0 \frac{\partial u_1}{\partial z} \end{aligned} \quad (3.56)$$

Os termos de ordem zero não variam em função das coordenadas e do tempo.

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{b} \left(\frac{L}{R} \right) \left(\frac{\partial p_1}{\partial \Theta} \right) \\
& = \frac{1}{h_0} \left(\frac{u_1}{2} u_s f_s \frac{L}{\bar{C}_r} + \frac{u_1}{2} u_r f_r \frac{L}{\bar{C}_r} \right) + \left[\frac{\partial u_1}{\partial \tau} + \left(b \frac{L}{R} \right) \left(u_0 \frac{\partial u_1}{\partial \Theta} \right) + w_0 \frac{\partial u_1}{\partial z} \right] \\
& + \frac{w_0 h_1}{h_0} \frac{\partial u_0}{\partial z} + w_1 \frac{\partial u_0}{\partial z}
\end{aligned} \quad (3.57)$$

As equações de momento, no que diz respeito aos modelos de atrito, são representadas em função de coeficientes genéricos A_{iz} e $A_{i\theta}$. Estes coeficientes e os parâmetros σ_{s0} e σ_{r0} dependem do modelo considerado Blasius ou Moody. Os parâmetros estão descritos em função dos fatores de fricção.

$$\frac{1}{b} \left(\frac{L}{R} \right) \left(\frac{\partial p_1}{\partial \Theta} \right) + A_{2\theta} u_1 + A_{3\theta} w_1 + \left[\frac{\partial u_1}{\partial \tau} + \left(b \frac{L}{R} \right) \left(u_0 \frac{\partial u_1}{\partial \Theta} \right) + w_0 \frac{\partial u_1}{\partial z} \right] = A_{1\theta} h_1 \quad (3.58)$$

3.5.4 Equação dos fatores de fricção:

Os fatores A_{iz} e $A_{i\theta}$ podem ser definidos por:

a) Blasius:

$$A_{1z} = \frac{w_0}{2h_0} [\sigma_{s0} u_{s0} (1 - ms) + \sigma_{r0} u_{r0} (1 - mr)] \quad (3.59a)$$

$$A_{2z} = \frac{b^2 w_0}{2h_0} \left[\frac{\sigma_{s0} u_0 (1 + ms)}{u_{s0}} + \frac{\sigma_{r0} (u_0 - 1) (1 + mr)}{u_{r0}} \right] \quad (3.59b)$$

$$A_{3z} = \frac{1}{2h_0} \left\{ \frac{\sigma_{s0} [u_{s0}^2 + w_0^2 (1 + ms)]}{u_{s0}} + \frac{\sigma_{r0} [u_{r0}^2 + w_0^2 (1 + mr)]}{u_{r0}} - \frac{1}{h_0} \frac{dh_0}{dz} \right\} \quad (3.59c)$$

$$A_{1\theta} = \frac{1}{2h_0^2} [u_0 u_{s0} \sigma_{s0} (1 - ms) + (u_0 - 1) u_{r0} \sigma_{r0} (1 - mr)] \quad (3.59d)$$

$$A_{2\theta} = \frac{1}{2h_0} \left\{ \frac{\sigma_{s0} [u_{s0}^2 + b^2 u_0^2 (1 + ms)]}{u_{s0}} + \frac{\sigma_{r0} [u_{r0}^2 + b^2 (u_0 - 1)^2 (1 + mr)]}{u_{r0}} \right\} \quad (3.59e)$$

$$A_{3\theta} = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\sigma_{s0} u_0 [b^2 u_0^2 - ms w_0^2]}{u_{s0}} + \frac{\sigma_{r0} (u_0 - 1) [b^2 (u_0 - 1)^2 - mr w_0^2]}{u_{r0}} \right\} \quad (3.59f)$$

$$\begin{aligned} f_{s0} &= ns \mathfrak{R}_0^{ms} (h_0 u_{s0})^{ms} \\ f_{r0} &= nr \mathfrak{R}_0^{mr} (h_0 u_{r0})^{mr} \end{aligned} \quad (3.59g)$$

b) Moody:

$$A_{1z} = \frac{w_0}{2h_0^2} \left\{ \sigma_{s0} u_{s0} \left[1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{a_1}{f_{s0}} \right) \right] + \sigma_{r0} u_{r0} \left[1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{a_1}{f_{r0}} \right) \right] \right\} \quad (3.60a)$$

$$A_{2z} = \frac{w_0 b^2}{2h_0} \left[\frac{\sigma_{s0}}{u_{s0}} u_0 (1 + bs) + \frac{\sigma_{r0}}{u_{r0}} (u_0 - 1) (1 + br) \right] \quad (3.60b)$$

$$A_{3z} = \frac{1}{2h_0} \left\{ \frac{\sigma_{s0}}{u_{s0}} [u_{s0}^2 + w_0^2 (1 + bs)] + \frac{\sigma_{r0}}{u_{r0}} [u_{r0}^2 + w_0^2 (1 + br)] - \frac{1}{h_0} \frac{dh_0}{dz} \right\} \quad (3.60c)$$

$$A_{1\theta} = \frac{1}{2h_0^2} \left\{ \sigma_{s0} u_0 u_{s0} \left[1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{a_1}{f_{s0}} \right) \right] + \sigma_{r0} (u_0 - 1) u_{r0} \left[1 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{a_1}{f_{r0}} \right) \right] \right\} \quad (3.60d)$$

$$A_{2\theta} = \frac{1}{2h_0^2} \left\{ \frac{\sigma_{s0}}{u_{s0}} [u_{s0}^2 + b^2 u_0^2 (1 + bs)] + \frac{\sigma_{r0}}{u_{r0}} [u_{r0}^2 + b^2 (u_0 - 1)^2 (1 + br)] \right\} \quad (3.60e)$$

$$A_{3\theta} = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\sigma_{s0}}{u_{s0}} u_0 (b^2 u_0^2 - bs w_0^2) + \frac{\sigma_{r0}}{u_{r0}} (u_0 - 1) [b^2 (u_0 - 1)^2 - br w_0^2] \right\} \quad (3.60f)$$

$$f_{s0} = a_1 \left(1 + B_{s0}^{\frac{1}{3}} \right)$$

$$f_{r0} = a_1 \left(1 + B_{r0}^{\frac{1}{3}} \right)$$

$$B_{s0} = \frac{a_{2s}}{h_0} + \frac{a_3}{h_0 u_{s0}}$$

$$B_{r0} = \frac{a_{2r}}{h_0} + \frac{a_3}{h_0 r}$$

$$b_s = -\frac{1}{3B_{s0}} \left(1 - \frac{a_1}{f_{s0}} \right) \left(\frac{a_3}{h_0 u_{s0}} \right)$$

$$b_r = -\frac{1}{3B_{r0}} \left(1 - \frac{a_1}{f_{r0}} \right) \left(\frac{a_3}{h_0 u_{r0}} \right)$$

$$a_1 = 1.375 \times 10^{-3}$$

$$a_{2s} = 2 \times 10^4 \left(\frac{e_s}{2\bar{C}_r} \right)$$

$$a_{2r} = 2 \times 10^4 \left(\frac{e_r}{2\bar{C}_r} \right)$$

$$a_3 = \frac{10^6}{\Re_0}$$

3.6 Determinação das velocidades u_0 , das pressões p_0 e da velocidade axial média do fluxo W_0 - Solução das equações de ordem zero

A distribuição de pressão (p_0) e o perfil de velocidade tangencial (u_0) são obtidos a partir da solução das equações de ordem zero do momento axial (equação 3.49) e circunferencial (equação 3.55).

A equação da continuidade foi utilizada para simplificar as equações de quantidade de movimento e não é necessária para a solução na forma direta por ser aplicada implicitamente.

Ao se analisar as equações de primeira ordem para a quantidade de movimento axial e circunferencial, observa-se que estas são não lineares e acopladas. Assim, devem ser resolvidas iterativamente para determinar $p_0(0)$, $u_0(z)$ e W_0 . Apesar da velocidade axial média W_0 não estar explicitada na equação, a mesma é identificada com um parâmetro nos fatores de fricção σ_{s0} e σ_{s0} . A solução é obtida a partir da consideração das condições iniciais na entrada e na saída do selo de fluxo. A distribuição de pressão apresenta a característica ilustrada na figura 3.7.

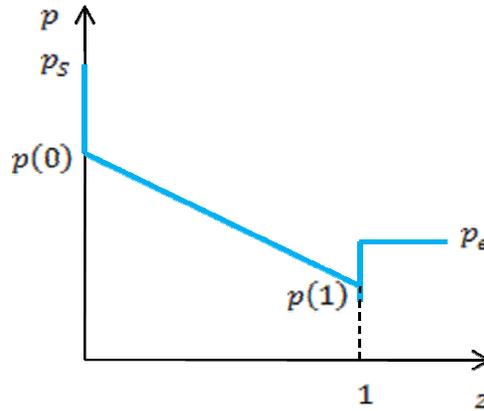


Figura 3.7 - Distribuição de pressão ao longo do selo de fluxo.

A condição de contorno da pressão de entrada é definida em termos dos coeficientes de perdas na entrada, decorrentes da dissipação de energia devido ao choque na entrada do selo.

$$P_s - P(0, \theta, t) = \frac{\rho(1 + \xi)}{2} W^2(0, \theta, t) \quad (3.61)$$

Valores publicados de medições do coeficiente de perda ξ variam de 0 a 0,5, ρ é a massa específica do fluido, W é a velocidade axial do fluido e P_s é a pressão de entrada no selo.

A versão adimensionalizada da equação 3.61, aplicando a relação 3.44b:

$$p_s - p(0) = \frac{(1 + \xi)}{2} w_0^2(0) = \frac{(1 + \xi)}{2h_0^2(0)} \quad (3.62)$$

O efeito combinado das perdas de entrada e do gradiente de pressão axial é responsável pela elevada rigidez direta que pode ser desenvolvida por selos anulares, o efeito de Lomakin (1985). A perda de carga é constante por unidade de comprimento e é obtida a partir da inclinação da reta de variação de pressão ao longo do selo de fluxo.

Domm et al. (1967) apresentaram a recuperação de pressão na saída do selo a partir da relação indicada. Esta equação indica que a pressão na iminência da saída do selo de fluxo é menor do que a pressão imediatamente após a saída deste.

$$P(1, \theta, t) + \frac{\rho(1 + \xi_e)}{2} W^2(1, \theta, t) = P_e \quad (3.63)$$

A versão adimensionalizada da equação 3.63 é:

$$p(1) - p_e = -\frac{(1 - \xi_e)}{2} w_0^2(1) = -\frac{(1 - \xi_e)}{2h_0^2(1)} \quad (3.64)$$

Domm et al. mostraram que o fenômeno de recuperação na saída aumenta com rigidez direta do selo. Florjancic (1990) demonstrou através de medições em selos anulares curtos ($L/D = 0,114$) e lisos, que o fator de recuperação aumenta a exatidão da previsão da rigidez direta. As suas medições para valores de ξ_e foram de 0,85 para selos novos ($C_r/R = 0,002$) e 0,70 para selos usados ($C_r/R = 0,004$). Nenhuma recuperação de pressão é implícita para $\xi_e = 1$ e um orifício na saída é implícito para $\xi_e > 1$.

A condição inicial $u_0(0)$ é função do selo e da localização dentro do equipamento de interesse. Um valor típico para um selo é 0,5 decorrente da consideração de uma velocidade média entre uma superfície estacionária e outra com uma velocidade de rotação. Em determinadas condições, pode-se admitir o valor inicial de $u_0(0)$ como sendo a unidade, típico caso para a entrada do fluxo no selo. A taxa de velocidade tangencial de entrada $u_0(0)$ tem um impacto crítico em desestabilizar o fluido no selo, devido ao coeficiente de rigidez cruzado k .

O fluxograma da figura 3.8 dispõe as etapas seguidas no procedimento de solução aplicado e a descrição do método encontra-se a seguir.

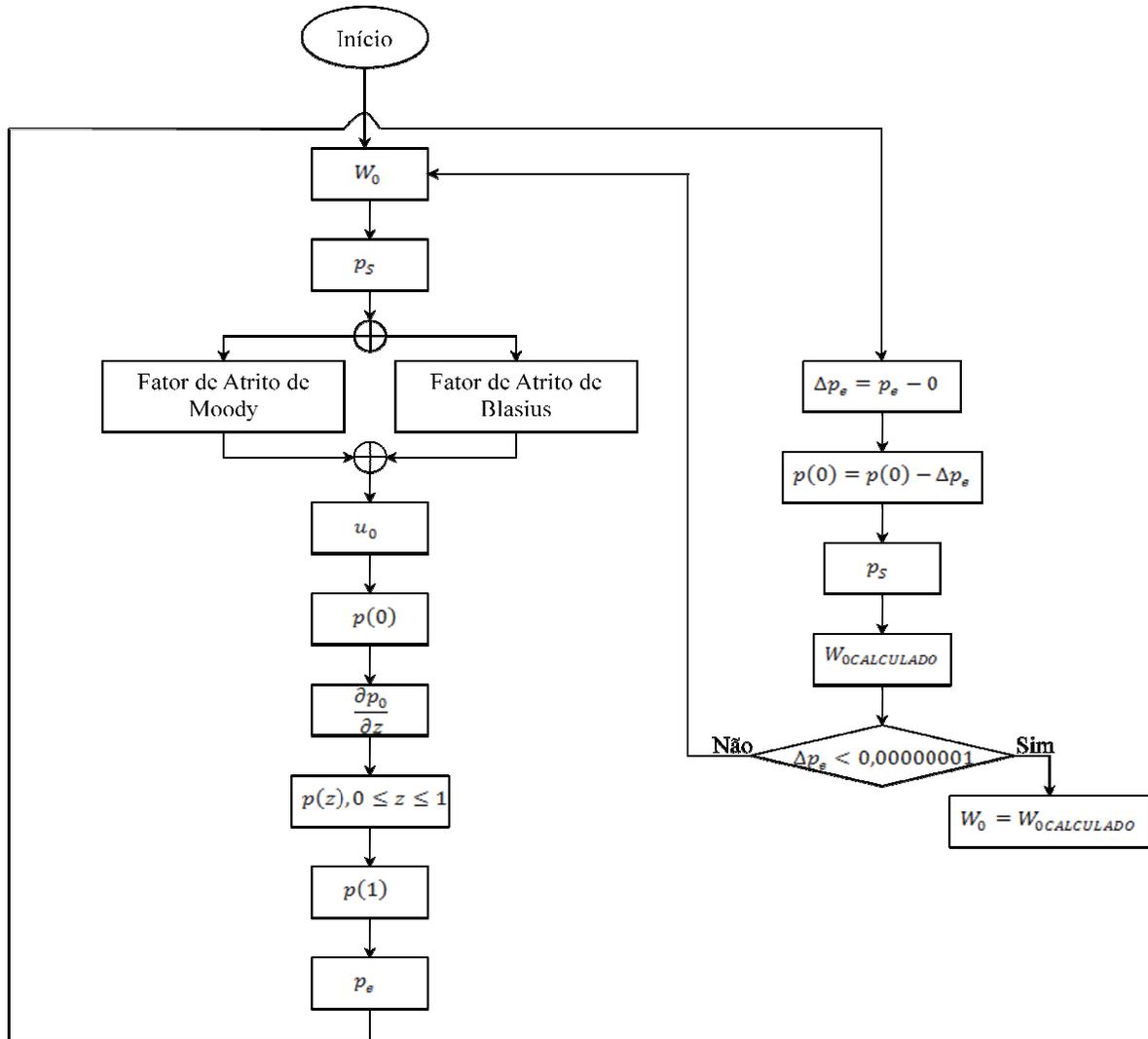


Figura 3.8 – Fluxograma de solução de u_0 , p_0 e W_0 .

- 1) Estima-se o valor de W_0 ;
- 2) Determina-se a pressão do fluido à montante do selo de fluxo p_s ;
- 3) Integra-se a equação de quantidade de movimento circunferencial de acordo com o modelo turbulento para o fator de fricção considerado (Moody ou Blasius), desta forma obtendo-se u_0 .

- 4) Integra-se a equação de quantidade de movimento axial por diferenças finitas e aplica-se a condição de contorno na entrada, ou seja, a pressão após a entrada do fluido no selo $p_0(0)$ para a obtenção da variação de pressão ao longo do selo de fluxo. Portanto, determina-se $p_0(1)$;
- 5) Aplica-se a condição de contorno na saída e determina-se p_e ;
- 6) Obtém-se a diferença entre o valor calculado de p_e e a pressão na condição da saída existente, pois esta última encontra-se na pressão atmosférica e desta forma a pressão manométrica é zero.
- 7) Desconta-se a diferença na pressão na saída de $p_0(0)$ e, de posse deste novo valor, calcula-se p_s corrigida;
- 8) Utiliza-se o valor de p_s e calcula-se o novo valor de W_0 . Se os valores diferem a partir da ordem 10^{-8} , em função da baixa ordem da perturbação, a solução iterativa das equações convergiram para o resultado de interesse.

Assim, determinaram-se os valores das velocidades adimensionalizadas u_0 , das pressões ao longo do selo de fluxo p_0 e da velocidade axial média do fluxo W_0 . Estes valores serão utilizados na solução das equações de primeira ordem que objetivam a obtenção dos coeficientes da rotordinâmica para os selos de fluxo.

4 DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DA ROTORDINÂMICA - SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM

Neste capítulo, será descrito o procedimento de solução para ordem um que permitem demonstrar os parâmetros inerentes aos selos de fluxo, os coeficientes equivalente de rigidez e de amortecimento. Para isso, serão modificadas as equações de primeira ordem para a forma matricial a fim de solucionar as equações simultaneamente.

4.1 Desenvolvimento das equações de primeira ordem em forma matricial

Este capítulo visa à determinação dos coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento utilizados na rotordinâmica, por meio da solução das equações de perturbação de primeira ordem para os termos de w_1 , u_1 e p_1 , recorrendo à solução dos parâmetros determinados pelos termos de ordem zero, e sendo resultante da perturbação na folga do selo, definido por $h_1(t)$. A solução aproximada para a separação de variáveis, Childs (1984), será a considerada.

Como apresentado anteriormente, a função da folga (Equação $h = h_0 + \varepsilon h_1$) é descrita por um valor inicial (h_0), adicionado de uma perturbação, a qual pode ser representada por uma variação em termos dos parâmetros físicos do sistema, conforme a equação 4.1.

$$h = h_0 - x(t)\cos\theta - y(t)\sin\theta \quad (4.1)$$

Onde

$$x = \frac{X}{\bar{c}_r} \quad \text{Variável adimensional da direção } X.$$

$$y = \frac{Y}{\bar{c}_r} \quad \text{Variável adimensional da direção } Y.$$

Portanto, por comparação com a equação 3.44a, a perturbação fica definida como:

$$\epsilon h_1 = -x \cos\Theta - y \operatorname{sen}\Theta \quad (4.2)$$

De acordo com a Equação 3.44 (a-d), a seguinte solução por separação de variáveis é assumida para as demais variáveis de perturbação dependentes.

$$w_1(z, \tau, \Theta) = w_{1c}(z, \tau) \cos\Theta + w_{1s}(z, \tau) \operatorname{sen}\Theta \quad (4.3a)$$

$$u_1(z, \tau, \Theta) = u_{1c}(z, \tau) \cos\Theta + u_{1s}(z, \tau) \operatorname{sen}\Theta \quad (4.3b)$$

$$p_1(z, \tau, \Theta) = p_{1c}(z, \tau) \cos\Theta + p_{1s}(z, \tau) \operatorname{sen}\Theta \quad (4.3c)$$

O conjunto das equações 4.3 (a-c) e da equação 4.2 pode ser representado por meio de três equações complexas, de modo a resultar no conjunto de equações 4.4 (a-d).

$$w_1 = w_{1c} + j w_{1s} \quad (4.4a)$$

$$p_1 = p_{1c} + j p_{1s} \quad (4.4b)$$

$$u_1 = u_{1c} + j u_{1s} \quad (4.4c)$$

$$\epsilon h_1 = -(x + j y) \quad (4.4d)$$

A dependência no tempo nas equações governantes é eliminada assumindo-se o movimento de precessão do selo com a forma

$$\epsilon h_1 = -\left(\frac{\mathfrak{R}_0}{\bar{C}_r}\right) e^{j\Omega t} = -r_0 e^{jf\omega T\tau} \quad (4.5)$$

Onde:

- $f = \frac{\Omega}{\omega}$ Variável de frequência adimensionalizada.
 Ω Velocidade precessão do selo [*rad/s*].
 \Re_0 Número de Reynolds para as condições da solução de ordem zero.

As soluções correspondentes para a separação da perturbação das variáveis dependentes são representadas a seguir.

$$h_1 = -\frac{r_0}{\epsilon} e^{jf\omega T\tau} \quad (4.6a)$$

$$w_1 = \bar{w}_1 e^{jf\omega T\tau} \quad (4.6b)$$

$$u_1 = \bar{u}_1 e^{jf\omega T\tau} \quad (4.6c)$$

$$p_1 = \bar{p}_1 e^{jf\omega T\tau} \quad (4.6d)$$

A substituição visa eliminar τ como variável dependente, que aplicada às equações de primeira ordem, resulta em três equações complexas, que podem ser agrupadas de forma matricial, na seguinte forma.

$$\frac{d}{dz} \begin{Bmatrix} \bar{w}_1 \\ \bar{u}_1 \\ \bar{p}_1 \end{Bmatrix} + [A(f, z)] \begin{Bmatrix} \bar{w}_1 \\ \bar{u}_1 \\ \bar{p}_1 \end{Bmatrix} = \frac{r_0}{\epsilon} \begin{Bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

Onde $[A(f, z)]$ é a matriz de transição dada por:

$$[A(f, z)] = \begin{bmatrix} \frac{1}{h_0} \frac{dh_0}{dz} & -j\omega T & 0 \\ h_0 A_{3\theta} & h_0(A_{2\theta} + j\Gamma T) & -j\frac{h_0}{b} \left(\frac{L}{R}\right) \\ \left(A_{3z} - \frac{1}{h_0^2} \frac{dh_0}{dz} + j\Gamma T\right) & A_{2z} + j\frac{\omega T}{h_0} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{h_0^3} \frac{dh_0}{dz} + j \frac{\Gamma T}{h_0} \\ -h_0 A_{1\theta} \\ -\left(A_{1z} - \frac{1}{h_0^4} \frac{dh_0}{dz} + j \frac{\Gamma T}{h_0^2} \right) \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Em que,

$$\Gamma T = \omega [f - u_0(z)] T \quad (4.10)$$

Aplicando a adimensionalização de frequência ($f = \Omega/\omega_0$) na equação (4.10).

$$\Gamma T = \Omega T - \omega u_0(z) T \quad (4.11)$$

4.2 Metodologia de solução das equações de primeira ordem

A solução da equação 4.7, equação diferencial de primeira ordem, requer três condições de contorno.

A primeira condição de contorno, equação 4.12, caracteriza que o movimento do selo não perturba a velocidade circunferencial do fluido, imediatamente na entrada do selo.

$$\bar{u}_1(0, \theta, \tau) = 0 \quad (4.12)$$

As condições de contorno da perturbação para a pressão são obtidas das condições iniciais de ordem zero, descritas na seção 3.6.

$$p_1(0, \theta, \tau) = -(1 + \xi) w_1(0, \theta, \tau) w_0(0) \quad (4.13a)$$

$$p_1(0, \Theta, \tau) = -\frac{(1 + \xi)}{h_0(0)} w_1(0, \Theta, \tau) \quad (4.13a)$$

$$p_1(1, \Theta, \tau) = -(1 - \xi_e) w_1(1, \Theta, \tau) w_0(1) \quad (4.14a)$$

$$p_1(1, \Theta, \tau) = -\frac{(1 + \xi_e)}{h_0(1)} w_1(1, \Theta, \tau) \quad (4.14b)$$

Aplicando as condições de contorno em termos de \bar{u}_1 , \bar{w}_1 e \bar{p}_1 , as equações 4.12, 4.13b e 4.14 b podem ser representadas conforme a seguir.

$$\bar{u}_1(0) = 0 \quad (4.15a)$$

$$\bar{p}_1(0) = -\frac{(1 + \xi)}{h_0(0)} \bar{w}_1(0) \quad (4.15b)$$

$$\bar{p}_1(1) = -\frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} \bar{w}_1(1) \quad (4.15c)$$

A equação 4.7 pode ser resolvida por meio da aproximação da matriz de transição e deve satisfazer as condições de contorno apresentadas (Meirovitch, 1985).

Consideram-se as seguintes condições:

$$\vec{X} = \begin{Bmatrix} \bar{w}_1 \\ \bar{u}_1 \\ \bar{p}_1 \end{Bmatrix} \text{ Vetor de estados.}$$

$$\vec{u} = \begin{Bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{Bmatrix} \text{ Termo fonte.}$$

$$B = \frac{r_0}{\epsilon}$$

Pode-se representar a equação 4.7 da seguinte forma:

$$\dot{\vec{X}} = - [A(f, z)]\vec{X} + B\vec{u} \quad (4.16)$$

A solução global desta equação é composta pela solução homogênea e solução particular da equação 4.16.

$$\vec{X} = \vec{X}_h + \vec{X}_p \quad (4.16a)$$

A solução homogênea é obtida a partir da equação 4.16, desprezando o termo fonte.

$$\dot{\vec{X}} = - [A(f, z)]\vec{X} \quad (4.17)$$

Pela integração da equação 4.17, obtém-se a solução na forma da equação 4.18 e de posse da validação do teorema da matriz de transição.

$$\vec{X}_h = e^{-A(f,z)z} \vec{X}(0) = \vec{X}_1(z)\phi(f, z) \quad (4.18)$$

$\phi(f, z)$ Matriz de transição.

$\vec{X}(0)$ Condições iniciais.

A solução particular resulta na forma da equação 4.19.

$$\vec{X}_p = \phi(f, z)\vec{X}_1 \quad (4.19)$$

Diferenciando a equação 4.19 em relação a z e igualando a equação 4.7, com o vetor de estados igual a solução particular (equação 4.19).

$$\dot{\phi}(f, z)\vec{X}_1 + \phi(f, z)\dot{\vec{X}}_1 = - [A(f, z)]\phi(f, z)\vec{X}_1 + B\vec{u} \quad (4.20)$$

A matriz de transição satisfaz as condições:

$$\dot{\phi}(f, z) = A(f, z)\phi(f, z) \quad (4.21a)$$

$$\phi^{-1}(f, z) = \phi(f, -z) \quad (4.21b)$$

Aplica-se a equação 4.21b na equação 4.20, multiplica-se a função resultante pela equação 4.21b e integram-se os dois lados da equação final.

$$\int_0^z \dot{\vec{X}}_1 d\varphi = \int_0^z \phi(f, -\varphi)B\vec{u}d\varphi \quad (4.22a)$$

$$\vec{X}_1(z) + \vec{X}_1(0) = \int_0^z \phi(f, -\varphi)B\vec{u}d\varphi \quad (4.22b)$$

Onde φ é a variável diferencial associada à coordenada z .

Aplicam-se as condições iniciais nulas e multiplica-se a integral pela matriz de transição.

$$\vec{X}_1(z)\phi(f, z) = \phi(f, z) \int_0^z \phi(f, -\varphi)B\vec{u}d\varphi = \int_0^z \phi(f, z)\phi(f, -\varphi)B\vec{u}d\varphi \quad (4.23a)$$

$$\phi(f, z)\phi(f, -\varphi) = \phi(f, z - \varphi) \quad (4.23b)$$

$$\vec{X}_1(z)\phi(f, z) = \int_0^z \phi(f, z - \varphi)B\vec{u}d\varphi \quad (4.23c)$$

Aplicando as soluções homogêneas e particulares na Equação (4.7).

$$\vec{X} = e^{-A(f,z)z} \vec{X}(0) + \int_0^z \phi(f, z - \varphi)B\vec{u}d\varphi \quad (4.24)$$

A solução final de forma genérica pode ser representada na forma a seguir.

$$\begin{pmatrix} \bar{w}_1 \\ \bar{u}_1 \\ \bar{p}_1 \end{pmatrix} + [\phi(f, z)] \begin{pmatrix} \bar{w}_1(0) \\ \bar{u}_1(0) \\ \bar{p}_1(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_0 \\ \epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1(f, z) \\ v_2(f, z) \\ v_3(f, z) \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

A dependência de f no desenvolvimento da solução é eliminada pela consideração da solução em um intervalo de z , para cada procedimento de solução executado, ou seja, para cada valor de f a condição se torna constante.

Para proceder a solução da equação 4.25, deve-se primeiramente determinar a condição inicial desconhecida $\bar{w}_1(0)$ e, da mesma forma, $\bar{p}_1(0)$, uma vez que este termo é dependente da condição $\bar{w}_1(0)$.

A equação 4.25 é avaliada em $z = 1$, aplicando-se a condição inicial de $\bar{u}_1(0)$.

$$\bar{w}_1(1) = \phi_{11}(1)\bar{w}_1(0) + \phi_{13}(1)\bar{p}_1(0) + \left(\frac{r_0}{\epsilon}\right) v_1(1) \quad (4.26)$$

$$\bar{p}_1(1) = \phi_{31}(1)\bar{w}_1(0) + \phi_{33}(1)\bar{p}_1(0) + \left(\frac{r_0}{\epsilon}\right) v_3(1) \quad (4.27)$$

Então, substitui-se a condição de contorno final (equação 4.14b) na equação 4.27 resultando na forma abaixo.

$$-\frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} w_1(1) = \phi_{31}(1)\bar{w}_1(0) + \phi_{33}(1)\bar{p}_1(0) + \left(\frac{r_0}{\epsilon}\right) v_3(1) \quad (4.28)$$

Aplicando a equação 4.26 na equação 4.28 e rearranjando-se os termos.

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{r_0}{\epsilon} \right) \left[-v_3(1) - \frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} v_1(1) \right] \\
& = \bar{w}_1(0) \left[\phi_{31}(1) + \frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} \phi_{11}(1) \right] \\
& + \bar{p}_1(0) \left[\phi_{33}(1) + \phi_{13}(1) \frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} \right]
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Representando a condição inicial $\bar{p}_0(0)$, equação 4.15b, da equação 4.29 na forma matricial.

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{w}_1(0) \\ \bar{p}_1(0) \end{Bmatrix} = \left(\frac{r_0}{\epsilon} \right) \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} \tag{4.30}$$

Onde,

$$B_{11} = \frac{(1 + \xi)}{h_0(0)}$$

$$B_{12} = 1$$

$$B_{21} = \phi_{31}(1) + \frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} \phi_{11}(1)$$

$$B_{22} = \phi_{33}(1) + \frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} \phi_{13}(1)$$

$$b_1 = 0$$

$$b_2 = -\frac{(1 - \xi_e)}{h_0(1)} v_1(1) - v_3(1)$$

A inversão da Equação (4.30) fornece os valores iniciais de $\bar{w}_1(0)$ e $\bar{p}_1(0)$ que fornecem as condições de contorno a serem satisfeitas.

A solução resultante é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \bar{w}_1 \\ \bar{u}_1 \\ \bar{p}_1 \end{Bmatrix} = \left(\frac{r_0}{\epsilon} \right) \begin{Bmatrix} f_{1c} + jf_{1s} \\ f_{2c} + jf_{2s} \\ f_{3c} + jf_{3s} \end{Bmatrix} \quad (4.31)$$

4.3 Determinação dos coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento para rotordinâmica

As componentes de perturbação da força de reação são definidas primeiramente em função das coordenadas $x - y$.

$$F_{X1} = -\epsilon \int_0^L \int_0^{2\pi} P_1 \cos\theta R d\theta dZ \quad (4.32a)$$

$$F_{Y1} = -\epsilon \int_0^L \int_0^{2\pi} P_1 \sin\theta R d\theta dZ \quad (4.32b)$$

Na forma adimensionalizada.

$$\frac{F_{X1}}{F_0} = -\frac{\epsilon}{C_d} \int_0^1 \int_0^{2\pi} p_1(\theta, z, t) \cos\theta d\theta dz == -\frac{\epsilon\pi}{C_d} \int_0^1 p_{1c}(z, t) dz \quad (4.33a)$$

$$\frac{F_{Y1}}{F_0} = -\frac{\epsilon}{C_d} \int_0^1 \int_0^{2\pi} p_1(\theta, z, t) \sin\theta d\theta dz == -\frac{\epsilon\pi}{C_d} \int_0^1 p_{1s}(z, t) dz \quad (4.33b)$$

Onde

$$F_0 = 2LR\Delta P$$

$$\Delta P = C_d \frac{\rho \bar{V}^2}{2}$$

C_d Coeficiente de arrasto.

\bar{V} Velocidade Média [m/s].

As coordenadas polares $r - \Theta$ estão em movimento de precessão juntamente com o rotor a uma taxa de $\Omega = f\omega$, e as componentes da força de reação neste sistema são:

$$\frac{F_{r1} + jF_{\theta1}}{F_0} = \frac{(F_{X1} + jF_{Y1})e^{-jf\tau}}{F_0} = -\frac{\epsilon\pi}{C_d} \int_0^1 (p_{1c} + jp_{1s})e^{-jf\tau} dz = -\frac{\epsilon\pi}{C_d} \int_0^1 \bar{p}_1 dz$$

$$\frac{F_{r1} + jF_{\theta1}}{F_0} = -\frac{\epsilon\pi}{C_d} \left(\frac{r_0}{\epsilon}\right) \int_0^1 (f_{3c} + jf_{3s}) dz \quad (4.34)$$

Portanto, as forças são determinadas pela integração das componentes de pressão em torno da área.

$$f_{r1}(f) = \left(\frac{F_{r1}}{F_0}\right) \frac{1}{r_0} = -\frac{\pi}{C_d} \int_0^1 f_{3c}(f, z) dz \quad (4.35a)$$

$$f_{\theta1}(f) = \left(\frac{F_{\theta1}}{F_0}\right) \frac{1}{r_0} = -\frac{\pi}{C_d} \int_0^1 f_{3s}(f, z) dz \quad (4.35b)$$

Os coeficientes da rotordinâmica são obtidos pela interpolação linear e quadrática do método dos mínimos quadrados nas forças atuantes.

$$f_{r1}(f) = -(\bar{K} + f\bar{c} - f^2\bar{M}) \quad (4.36a)$$

$$f_{\theta_1}(f) = \bar{k} - f\bar{C} \quad (4.36b)$$

De modo que os coeficientes adimensionais são apresentados abaixo.

$$\bar{K} = \frac{K\bar{C}_r}{F_0} \quad (4.37a)$$

$$\bar{k} = \frac{k\bar{C}_r}{F_0} \quad (4.37b)$$

$$\bar{C} = \frac{C\bar{C}_r\omega}{F_0} \quad (4.37c)$$

$$\bar{c} = \frac{c\bar{C}_r\omega}{F_0} \quad (4.37d)$$

$$\bar{M} = \frac{M\bar{C}_r\omega^2}{F_0} \quad (4.37e)$$

5 VALIDAÇÃO TEÓRICA

A validação da solução do sistema é feita por meio da comparação dos resultados àqueles apresentados por Childs (1993), para as equações de ordem zero e primeira ordem, considerando o modelo de fricção de Moody. As equações de ordem zero determinam a taxa de perda do fluido, a queda de pressão ao longo do eixo e a distribuição de velocidade circunferencial para o selo centrado. Nas equações de primeira ordem obtêm-se os coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento para aplicação na rotordinâmica. Desta forma, variaram-se as condições construtivas (parâmetros físicos) do sistema e as condições de recuperação de pressão na entrada e na saída do componente, verificando-se a consistência dos resultados e, assim, a validade da metodologia de solução.

5.1 Solução de zero ordem

5.1.1 Pressão de ordem zero

A determinação das soluções para a pressão de ordem zero fez-se considerando a variação de diferentes parâmetros. Têm-se como padrões de variáveis, para o teste em questão, os dados presentes na tabela 5.1.

Os valores são apresentados com as mesmas unidades consideradas em Childs (1993). Entretanto, os valores são transformados para o sistema internacional.

Tabela 5.1 – Parâmetros do selo de fluxo anular.

ΔP [bars]	R [mm]	L [mm]	$C_0 = C_1$ [mm]	ω [rpm]	ρ [Kg/m ³]	μ [Pa.s]	ξ	ξ_e	$\epsilon_s = \epsilon_r$
35	76,2	50,8	0,381	3000	1000	1,3e-3	0,10	1,0	0,0

5.1.1.1 Variação da folga radial

A folga radial teve seu valor variado para três razões e o resultado é apresentado na figura 5.1 a e a solução original na figura 5.2 b.

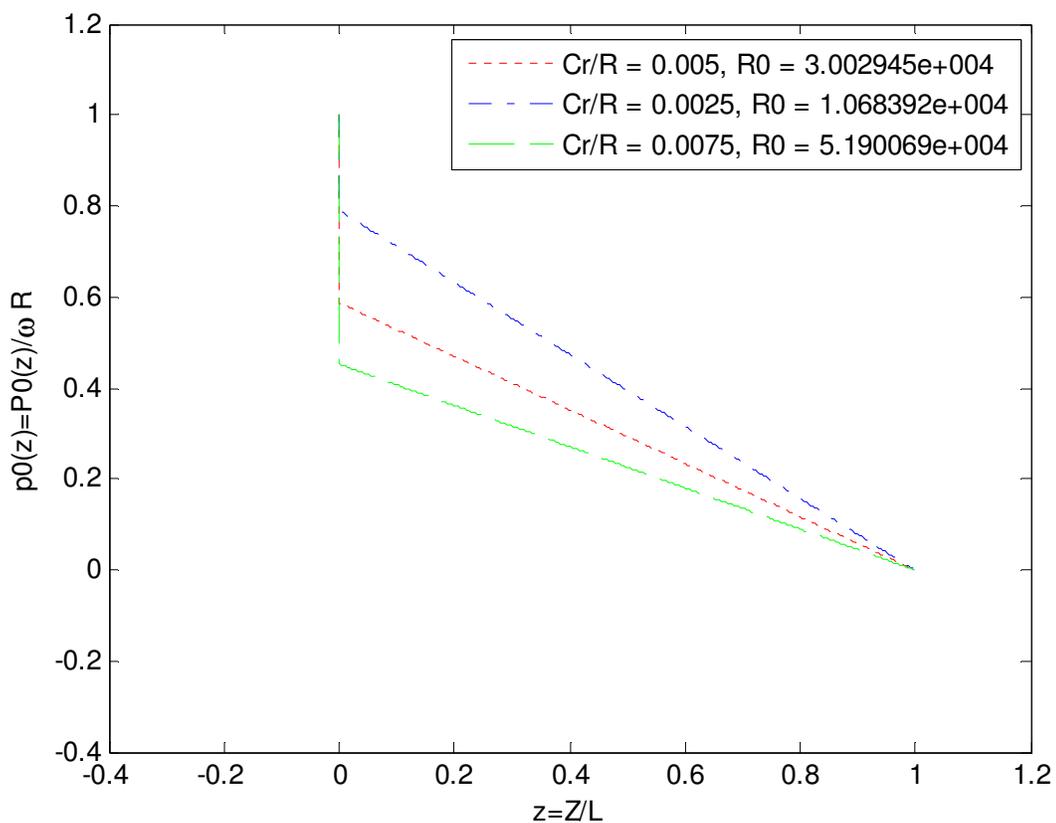


Figura 5.1 a - $p_0(z)$ para três folgas radiais.

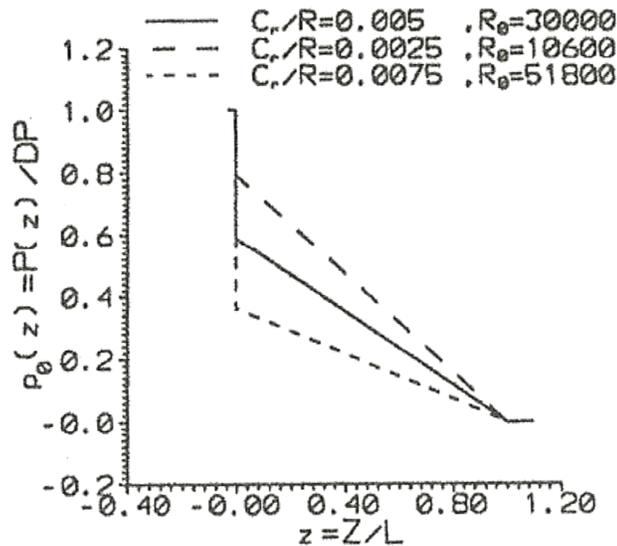


Figura 5.1 b - $p_0(z)$ para três folgas radiais (CHILDS, 1993).

As figuras 5.1 a e b demonstram que ao se aumentar a folga radial, eleva-se a velocidade de vazamento e o número de Reynolds, aumenta-se a proporção de ΔP absorvida na entrada, e o contrário também é válido. Enquanto, não sendo estritamente verdadeiras, as três soluções podem ser vistas como um gradiente de pressão axial para posição centrada ($C_r/R = 0,05$), para um selo excêntrico em um sentido ($C_r/R = 0,0025$) e para um selo excêntrico no sentido oposto ($C_r/R = 0,0075$). A diferença entre os gradientes de pressão para os selos excêntricos produzem uma força de restauração que se opõe ao deslocamento do eixo, resultando em uma rigidez direta potencialmente elevada. Este mecanismo físico para a rigidez direta foi explicada primeiramente por Lomakin (1958), conhecido popularmente como efeito de Lomakin.

5.1.1.2 Variação das razões L/D

A razão L/D teve seu valor variado para três razões e o resultado é apresentado na figura 5.2 a e b originalmente.

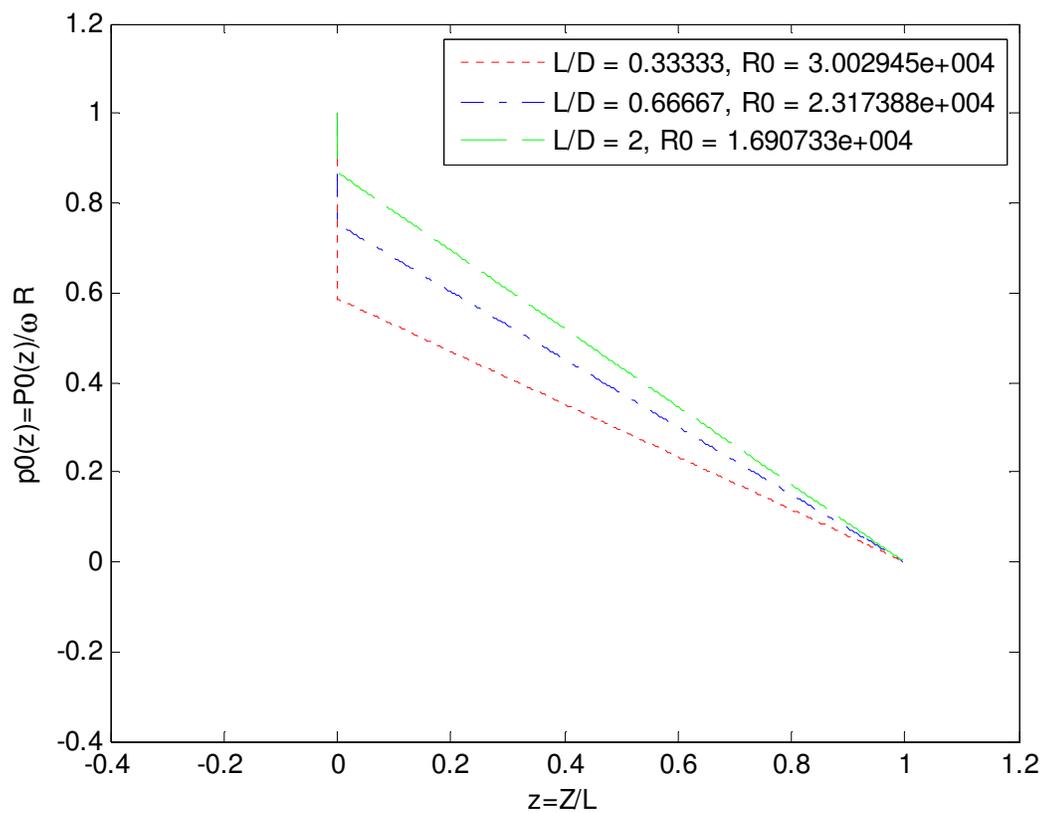


Figura 5.2 a - $p_0(z)$ para três razões L/D radiais.

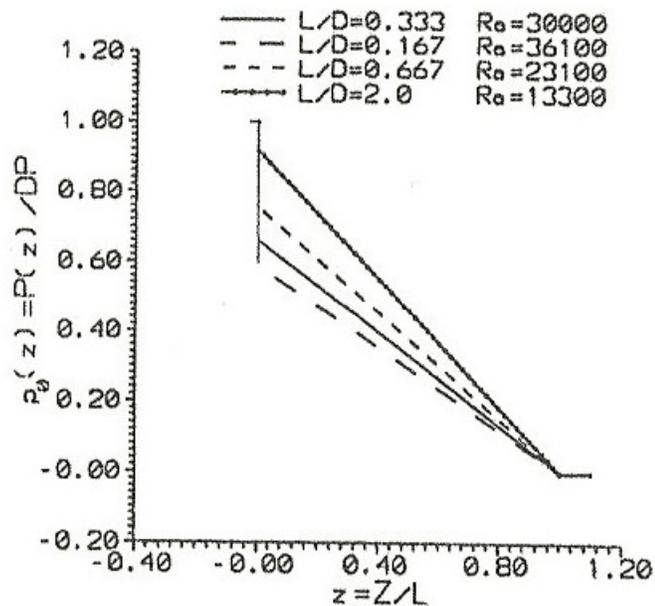


Figura 5.2 b - $p_0(z)$ para três razões L/D radiais (CHILDS, 1993).

A figura 5.2 a e b ilustram que o aumento progressivo da razão de L/D aumenta a proporção de ΔP absorvido pelo fator de fricção por parede, enquanto decresce a proporção absorvida pela perda na entrada.

A reduzida influência da perda na entrada com o aumento de L/D eventualmente causa a redução da rigidez direta, devido à diminuição do efeito de Lomakin.

5.1.1.3 Variação da rugosidade relativa da parede do estator

A rugosidade relativa teve seu valor variado para três razões e o resultado é apresentado na figura 5.3 a e b originalmente.

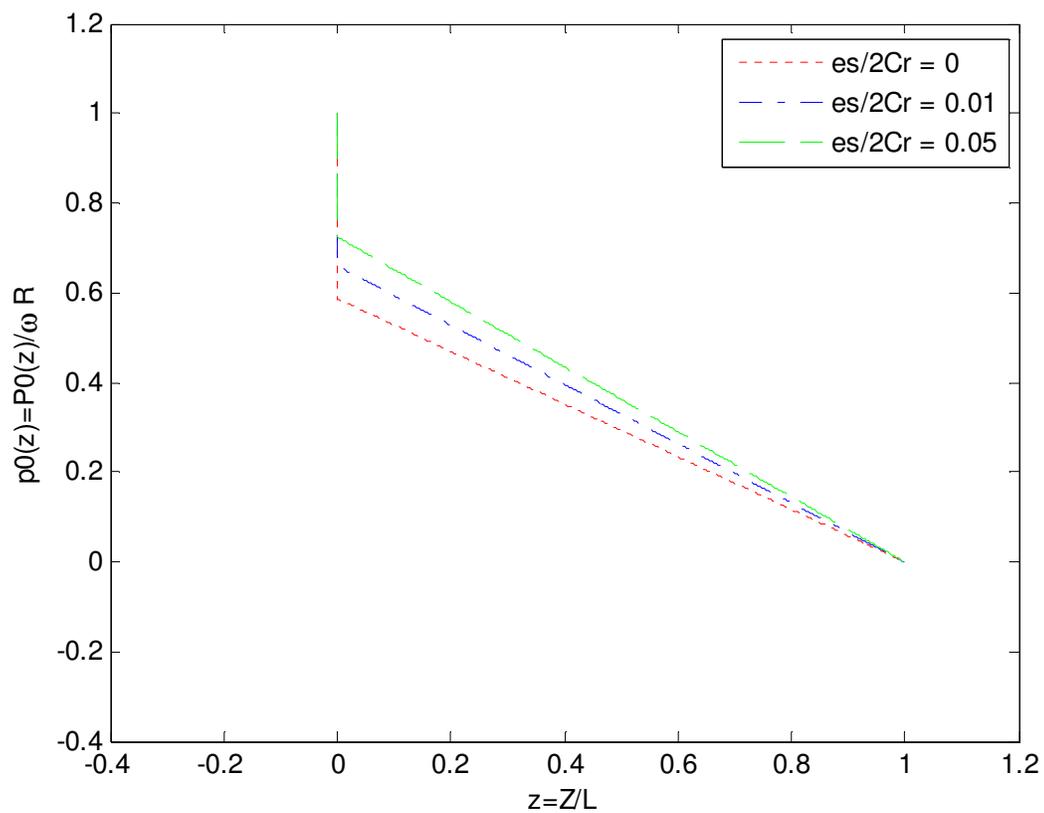


Figura 5.3 a - $p_0(z)$ para três rugosidades relativas da parede do estator.

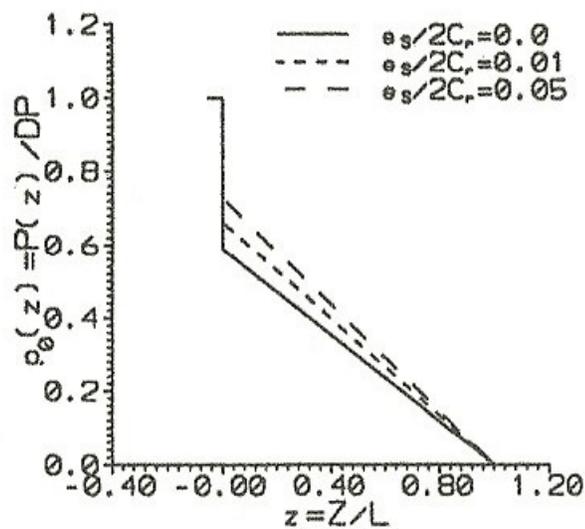


Figura 5.3 b - $p_0(z)$ para três rugosidades relativas da parede do estator (CHILDS, 1993).

As figuras 5.3 a e b ilustram que o aumento da rugosidade relativa da parede do estator, aumenta o gradiente de pressão axial e reduz a proporção de pressão ΔP absorvida pelas perda na entrada.

5.1.1.4 Variação do coeficiente do fator de recuperação na saída

O coeficiente do fator de recuperação teve seu valor variado para duas razões e o resultado é apresentado na figura 5.4 a e b originalmente.

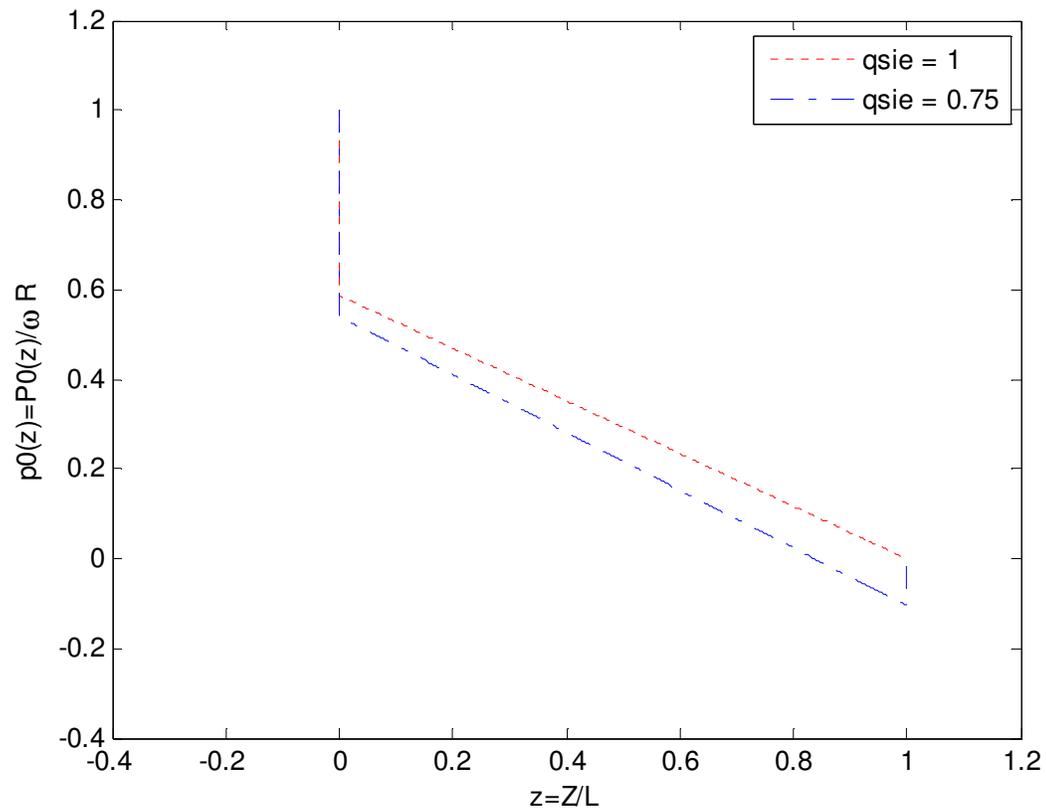


Figura 5.4 a - $p_0(z)$ para dois valores do coeficiente do fator de recuperação.

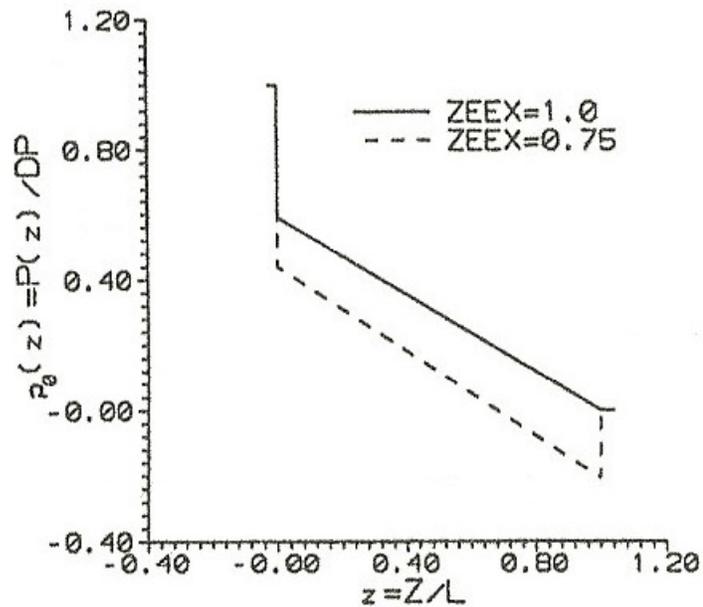


Figura 5.4 b - $p_0(z)$ para dois valores do coeficiente do fator de recuperação (CHILDS, 1993).

As figuras 5.4 a e b demonstram que reduzindo o fator de recuperação de $\xi_e = 1$ aumenta-se a taxa de vazamento e a queda de pressão na entrada e o gradiente de pressão axial decresce.

5.2 Velocidade circunferencial de ordem zero

5.2.1 Rugosidades relativas idênticas para o rotor e o estator

As figura 5.5 a e b ilustram $u_0(z)$ para o selo nominal com $L/D = 1$, $D = 152,4$ mm e as três condições iniciais diferentes.

Estes resultados são calculados para a mesma rugosidade do rotor e do estator.

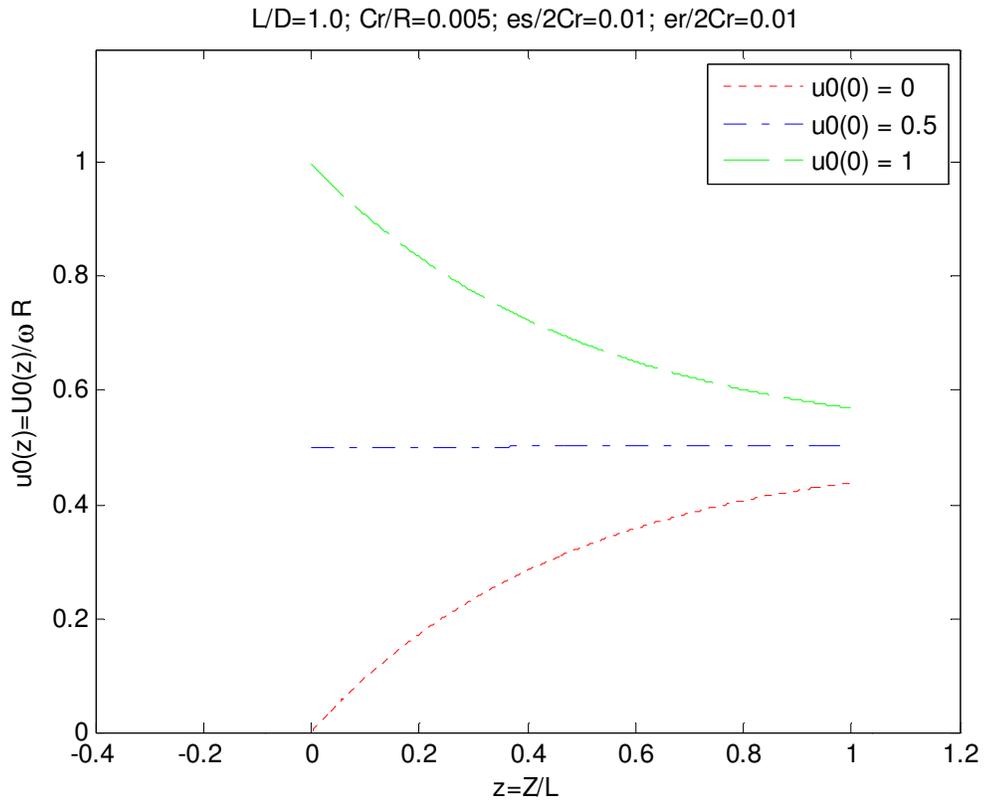


Figura 5.5 a - $u_0(z)$ para três condições iniciais com rugosidades relativas iguais para rotor e estator.

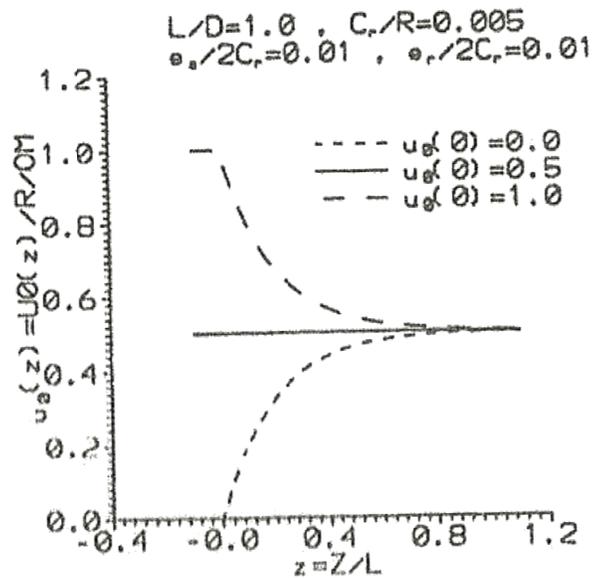


Figura 5.5 b - $u_0(z)$ para três condições iniciais com rugosidades relativas iguais para rotor e estator (CHILDS, 1993).

Todas as soluções têm a assintótica igual a 0.5.

5.2.2 Rugosidades relativas diferentes para o rotor e o estator

As figuras 5.6 a e b mostram soluções para as mesmas condições iniciais com $\epsilon_s = 0,05$ e $\epsilon_r = 0,0$.

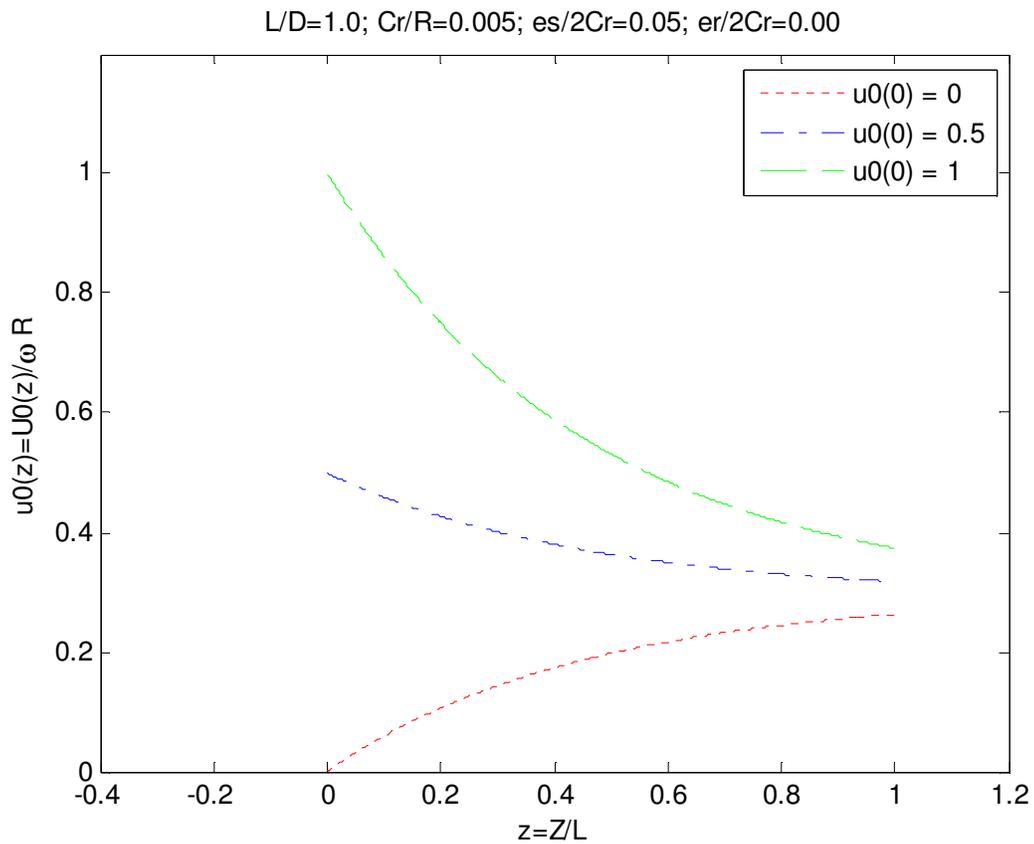


Figura 5.6 a - $u_0(z)$ para três condições iniciais com rugosidades relativas diferentes para rotor e estator.

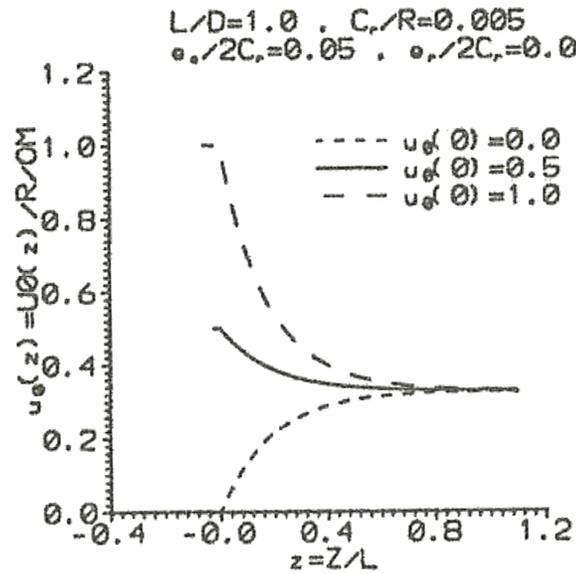


Figura 5.6 b - $u_0(z)$ para três condições iniciais com rugosidades relativas diferentes para rotor e estator (CHILDS, 1993).

Nota-se o principal efeito da rugosidade do estator sobre a assintótica que é agora de 0,33.

Black et al. (1981) foi o primeiro a fornecer soluções analíticas que demonstraram o desenvolvimento de $u_0(z)$ enquanto o líquido escoava ao longo do selo. Von Pragenau (1982) demonstrou, primeiramente, que o aumento da rugosidade relativa do estator em relação à rugosidade relativa do rotor decresce a velocidade tangencial média do fluido através do selo.

Ao verificar-se a referência de interesse, Childs (1993), observa-se que os gráficos obtidos anteriormente aproximam-se com os determinados pela metodologia de solução implementada. Sendo que apenas a velocidade de rotação circunferencial divergiu quanto à taxa de decaimento, mas convergindo para o mesmo valor da assintótica. Uma vez que não foi indicado pela referência a metodologia para integração desta equação e adotou-se assim, integração por diferenças finitas. Porém, as variações são aceitáveis.

5.3 Solução de primeira ordem

Na determinação das soluções para o cálculo dos coeficientes equivalente de rigidez e amortecimento, para aplicação em rotordinâmica, consideraram-se os dados presentes na tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Parâmetros do selo de fluxo anular.

ΔP [bars]	R [mm]	L [mm]	$C_0 = C_1$ [mm]	ω [rpm]	ρ [Kg/m ³]	μ [Pa.s]	ξ	ξ_e	$\epsilon_s = \epsilon_r$
35	76,2	50,8	0,381	3000	1000	1,3e-3	0,10	1,0	0,001

Os gráficos resultantes das forças, no sentido radial e axial, dos quais os coeficientes são obtidos, podem ser observados nas figuras 5.7 e 5.8.

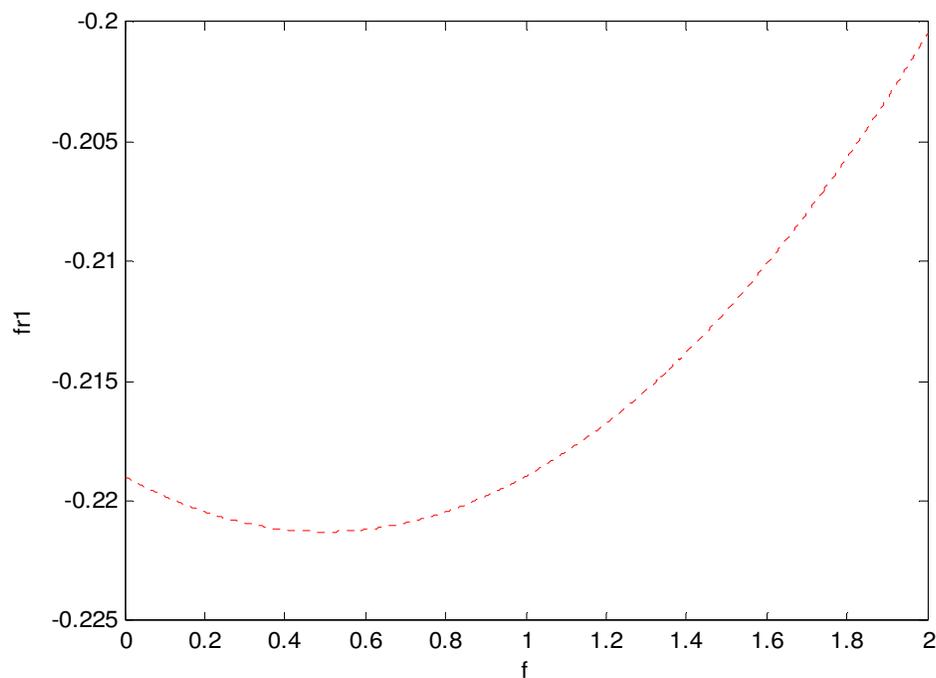


Figura 5.7 – Componente da força radial em resposta em frequência.

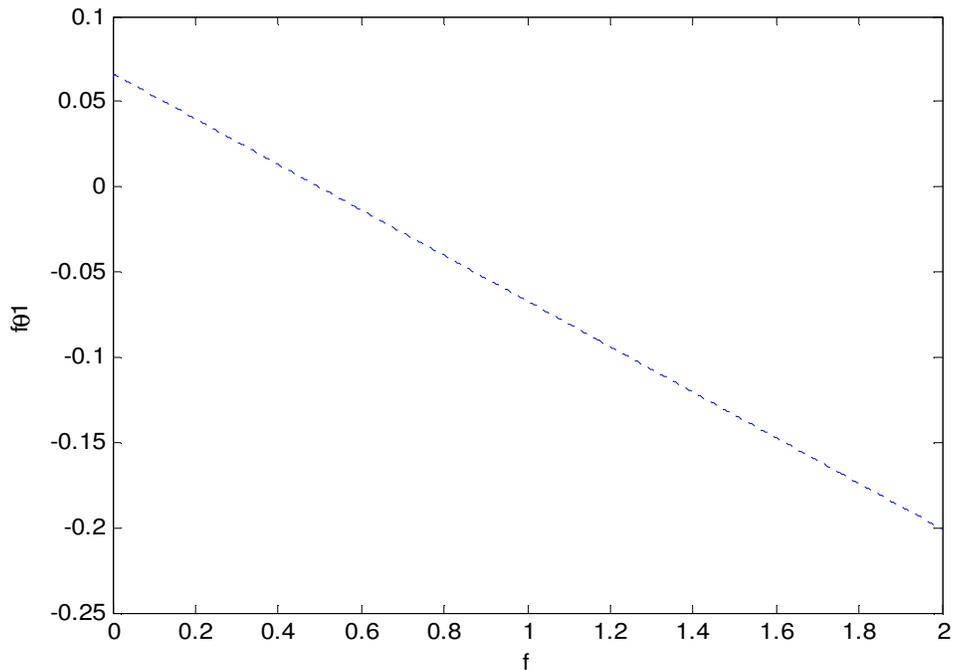


Figura 5.8 - Componente da força circunferencial em resposta em frequência.

Os resultados dos parâmetros calculados para esta condição são apresentados na tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Coeficientes calculados para rotordinâmica.

Soluções	M	K	k	C	c
Trabalho Atual	6.6635	1.5572e+007	4.7456e+006	3.0257e+004	2.0972e+003
Childs (1993)	6.68	1.567e+007	4.73e+006	3.000e+004	2.10e+003

Os termos em maiúsculo são os termos diretos e os minúsculos, os cruzados.

Ao verificar-se a referência em Childs (1993), verifica-se que os valores obtidos e apresentados na tabela 5.3 aproximam-se dos determinados pela metodologia de solução implementada.

Os parâmetros de rugosidade relativa de Moody são empíricos, efetivos, enquanto que os valores de rugosidade relativa devem ser obtidos pela vazão, e através das medidas do gradiente de pressão axial, e estes não são necessariamente relacionados com a medição da rugosidade relativa da parede. Nelson e Nguyen (1987) fornecem uma comparação completa dos resultados dos cálculos para selos, utilizando os modelos de Moody e Blasius com a rugosidade relativa do estator como um parâmetro.

Em contraste com os mancais, selos desenvolvem significativa rigidez direta na posição centrada, é a fonte física para a maior parte desta rigidez. Especificamente, o deslocamento radial do selo de fluxo altera o número de Reynolds local (linearmente através da mudança na folga e, menos diretamente, através da mudança na vazão) que, por sua vez, altera o fator de fricção e o gradiente de pressão axial. A alteração entre excêntricos da folga fornece as forças diretas e a rigidez direta.

A equação do fator de fricção de Moody fornece um mecanismo adicional para a rigidez direta. Perceba que no diagrama de Moody, para uma faixa de elevados números de Reynolds, as curvas do fator de fricção são planas para vários fatores de rugosidade relativa. Mudanças na folga e no número de Reynolds não mais resultam em uma mudança no fator de fricção. Portanto, o efeito de Lomakin é eliminado.

Entretanto, mudanças na folga devido a um deslocamento radial, em relação a posição do selo, alteram diretamente a rugosidade relativa, e movem verticalmente a curva de rugosidade relativa.

No lado de folga reduzida para o selo excêntrico, a rugosidade relativa e o fator de fricção são aumentados. No lado de folga aumentada, o efeito oposto permanece. Conseqüentemente, mudanças entre a queda de pressão devida a perdas internas e ao gradiente de pressão axial criam o efeito de Moody, que é diretamente análogo ao efeito de Lomakin. Portanto, o modelo de equação de Moody prevê maiores rigidezes diretas do que o modelo de equação de Blasius.

Nelson e Nguyen (1987), ao compararem os resultados dos modelos de Blasius e Moody, mostram que previsões para os dois modelos coincidem para selos lisos. Entretanto, com o aumento de ϵ_r e ϵ_s , a equação de Moody para rigidez direta torna-se marcadamente maior do que as previsões para a equação de Blasius. Para $\epsilon_r = \epsilon_s = 0,05$, os valores da equação de Moody para rigidezes K e k são em torno de 45% e 25% maiores, respectivamente, do que os correspondentes na equação de Blasius. Previsões para C são aproximadamente os mesmos para ambos os modelos, enquanto o modelo de Blasius prevê valores um pouco maiores para c e M .

Na tabela 5.3, os termos de coeficiente de rigidez cruzado resultam da rotação do fluido, precisamente da mesma forma como uma superfície plana de um mancal não cavitado. Por exemplo, movendo o rotor do selo na direção $+X$, criam-se seções convergentes e divergentes na metade superior e inferior do selo, respectivamente. A pressão é elevada na seção convergente e diminuída na seção divergente, resultando em força de reação na direção $+Y$.

As forças de amortecimento resultam dos termos de arrasto e podem ser substanciais. A razão da frequência de whirl $\Omega_w = \frac{k}{c\omega}$ é em torno de 0,5, correspondendo à velocidade média tangencial dentro do selo de $0,5 R\omega$.

O amortecimento cruzado e o termo da massa resultam, primeiramente, dos efeitos de inércia. O termo M não é simplesmente obtido da análise da equação de Reynolds, mas sim do selo, devido a elevados números de Reynolds, e previsto analiticamente, devido aos termos de aceleração temporal nas equações governantes. Para selos longos, M pode ser elevada e tem significativo impacto na dinâmica rotativa das bombas.

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

No presente trabalho determinaram-se os coeficientes de rotordinâmica (rigidezes e amortecimentos) para os selos de fluxo com folga fixa e angular, com fluido de trabalho líquido em selos anulares, alcançando o objetivo para o qual o trabalho foi proposto. Seus arquivos serão utilizados em um módulo de modelagem para selos de fluxo no software desenvolvido pelo LAMAR, *Rotortest*. Isto, possibilita o acréscimo de um novo componente a fim de refinar a avaliação da resposta rotordinâmica do sistema rotativo.

Realizou-se uma revisão da literatura a cerca da evolução dos modelos de selos de fluxo, caracterizou-se os diversos tipos de selos de fluxo e representaram-se matematicamente as forças de restituição dos selos de fluxo que permitem visualizar a origem das rigidezes e amortecimentos. A revisão foi complementada por capítulos específicos sobre a modelagem matemática e computacional destes componentes e discutiu-se a metodologia aplicada.

A modelagem dos componentes considera a solução das equações governantes para líquidos escoando em selos anulares pelo método clássico das perturbações de ordem máxima um. Desenvolveram-se as equações para modelos de turbulentos.

A validação dos resultados deu-se por meio da comparação com os dados apresentados pela literatura e demonstraram-se adequados conforme esperado. Assim, destacam-se as potencialidades para aplicação do modelo do selo de fluxo na modelagem completa do conjunto girante, contribuindo para refinar os modelos e os resultados para situações de aplicação real, não somente idealizada.

6.1 Sugestões de Trabalhos Futuros

Existe uma ampla variedade de novos trabalhos a serem desenvolvidos nesta área, uma vez que este trabalho é precursor para os trabalhos com o foco na modelagem de selos de fluxo para o LAMAR.

- Avaliar os coeficientes da rotordinâmica de rigidez e amortecimento para a variação dos parâmetros do selo de fluxo como a rotação;
- Desenvolver novos modelos de selos de fluxo para novas configurações como selos de fluxo de face mecânica, tipo labirinto, entre outros;
- Desenvolver modelos para fluidos gasosos;
- Modelar um sistema-rotor-mancal-selos verificando a influência dos selos de fluxo no conjunto rotativo, em comparação com um sistema rotor-mancal.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLAIRE, P. E.; LEE, C. C.; GUNTER, E. J. Dynamics of short eccentric plain seals with large axial Reynolds number. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 15, n. 6, p. 34, 1978.

BLACK, H. F. Effects of hydraulic forces in annular pressure seals on the vibrations of centrifugal pumps rotors. **Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 11, n 2, p. 206-213, 1969.

BLACK, H. F.; JENSSEN, D. N. Dynamic hybrid bearing characteristics of annular controlled leakage seals. **Institute of Mechanical Engineers**, v. 184, p. 92-100, 1970.

BLACK, H. F.; JENSSEN, D. N. Effects of high pressure ring seals on pump rotor vibrations. Fluids Engineering Div., American Society of Mechanical Engineers, **ASME Paper 71-WA/FE-38**, 1971.

CHENG, M.; MENG, G.; JING J. Numerical and experimental study of a rotor-bearing-seal system. **Elsevier**, 2006.

CHILDS, D. W. Dynamic analysis of turbulent annular seals based on Hirs lubrication equation. **Journal of Lubrication Technology, Transactions of ASME**, 1982.

CHILDS, D. Finite-length solutions for rotordynamic coefficients of constant-clearance and convergent-tapered annular seals. In: Vibrations rotating machinery, **PROCEEDINGS OF THE IMECHE 3TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON VIBRATIONS IN ROTATING MACHINERY**, York, England, 1984, p. 223-231.

CHILDS, D. **Turbomachinery rotordynamics: Phenomena, modeling & analysis**. United States of America: John Wiley & Sons, 1993. 476 p.

COLLINS, D.; TEIXEIRA, J. The degradation of abradable honeycomb labyrinth seal performance due to wear. **Sealing Technology**, 2008.

CONSTANTINESCU, V. N. On turbulent lubrication. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineering**, v. 173, n. 38, p. 881, 1959.

DOMM, V.; DERNEDDE, R., HANDWERKWE, TH. Der einfluss der stufenabdichtung auf die Kritische Drezahl von Kessel Speisepumpen. **VDI-Berichte**, n.113, 25-28 p.

DUAN, W.; CHUA, F.; KIMB, C.; LEEB, Y. A bulk-flow analysis of static and dynamic characteristics of floating ring seals. **Elsevier**, 2007.

FOX, R. W. **Introdução à mecânica dos fluidos**. Rio de Janeiro: LTC, 2001. 504 p.

FLORJANCIC, S. **Annular seals of high energy centrifugal pumps: a new theory and full scale measurement of rotordynamic coefficients and hydraulic friction factors**. 1990. Dissertation – Swiss Federal Institute of Technology, Zürich, Switzerland.

HA, T.; LEE, Y.; KIM, C. Leakage and rotordynamic analysis of a high pressure floating ring seal in the turbo pump unit of a liquid rocket engine. **Elsevier**, 2002.

HIRS, G. G. A bulk-flow theory for turbulence in lubricant films. **Journal of Lubrication Technology, Transactions of ASME**, series F, v. 95, n. 2, p. 137, 1973.

KRÄMER, E. **Dynamics of rotors and foundations**. Germany: Springer-Verlag, 1993. 381 p.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics prediction in engineering**, Chichester: John Wiley & Sons, 1998, 266 p.

LEBECK, A. O. **Principles and design of mechanical face seals**. United States of America: John Wiley & Sons, 1991. 442 p.

LEE, C. W. **Vibration Analysis of Rotors**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1993. 312p.

LIN, Y. J. **Linearized dynamic analysis of plain short turbulent seals**. 1978. Master's Thesis - University of Virginia.

LOMAKIN, A. A. Calculation of critical speeds and securing of the dynamic stability of hydraulic high-pressure machines with reference of the forces arising in the gap seals. **Energomashinostroenie**, 4.1, 1958.

LUND, J. W. Review of the concept of dynamic coefficients for fluid film journal bearings. **ASME Journal of Tribology**, v. 109, p. 37- 41, 1987.

MACK, R.; DRTINA, P.; LANG, E. Numerical Prediction of erosion on guide vanes and in labyrinth seal in hydraulic turbines. **Elsevier**, 1999.

MEIROVITCH, L. **Dynamics and control of structures**. United States of America: John Wiley & Sons, 1990. 425 p.

NAYFEH, A. H. **Introduction to perturbation techniques**. United States of America: John Wiley & Sons, 1981. 519 p.

NELSON, C. Rotordynamic coefficients for compressible flow in tapered annular seals. **Journal of tribology**, n.107, p. 318-325, 1985.

NELSON, C.; NGUYEN, D. Comparasion of Hirs' equation eith Moody's equation for determining rotordynamic coefficients of annular pressure seals. **Journal of tribology**, n. 109, p. 144-148, 1987.

NG, C. Fluid dynamic foundation of turbulent lubrication theory. **Transactions of ASME**, v.7, p. 311, 1964.

NG, C.; PAN, C. H. T. A linearized turbulent lubrication theory. **Journal of Basic Engineering, Transactions ASME**, series D, v. 87, n. 3, p. 675, 1965.

OCVIRK, E W. Short bearing approximation for full journal bearings. **National Advisory Committee for Aeronautics**, Technical Note 2808, Cornell University, 1952.

PINKUS, O. Analysis of elliptical bearings. **Transactions of ASME**, v. 78, p. 965-973, 1956.

PINKUS, O. Solution of Reynolds equation for finite journal bearings. **Transactions of ASME**, v. 80, p. 858-864, 1958.

SOMMERFELD, A. Zur Hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung. **Zs. Math. and Phys.**, v. 50, n. 1, p. 97-155, 1904.

SZERRI, A. **Tribology – Friction, lubrication, and wear**. United States of America: McGraw-Hill, 1980. 548 p.

TAO, L. N. A theory of lubrication in short journal bearings with turbulent flow. **Transactions of ASME**, p. 1734, 1958.

TOWER, B. First report on friction experiments. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, p. 632-659, 1883.

TOWER, B. Second report on friction experiments. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, p. 58-70, 1885.

VAN WYLEN, G. J.; SONNTAG, R. E.; BORGNAKKE, C. **Fundamentos da termodinâmica**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2003. 577 p.

VANCE, J. M. **Rotordynamics of turbomachinery**. United States of America: John Wiley & Sons, 1988. 388 p.

Von PRAGENAU, G. Damping seals for turbomachinery. **Nasa Technical Paper No.** 1982.

WEI-ZHE, W.; YING-ZHENG, L. Numerical analysis of leakage flow through two labyrinth seal. **Journal of Hydrodynamics**, series B, v.9 , n.1 , p. 107-112, 2007.

YAMADA, Y. Resistance of flow through an annulus with an inner rotating cylinder. **Bull J. S. M. E.**, v.5, n.18, p. 302-310, 1962.