

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Dissertação Apresentada à
Faculdade de Engenharia Mecânica
Como Requisito Parcial à Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA SEPARAÇÃO
DE UM ESCOAMENTO BIFÁSICO
GÁS-LÍQUIDO EM UM TÊ

Este exemplar corresponde a redação final da tese
defendida pelo Eng^o Fernando Antonio Simões Carneiro
e aprovada pela Comissão Julgadora em 27/11/91

Luiz Felipe Moura
Prof. Dr. Luiz Felipe M. Moura

Autor : Fernando Antonio Simões Carneiro \bar{n}

53/91

Orientador : Luiz Felipe Mendes de Moura \bar{n}

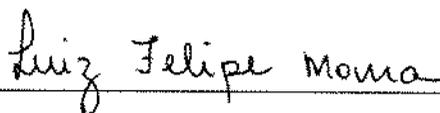
novembro de 1991

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

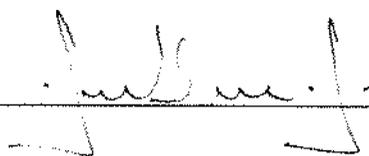
A dissertação "Simulação Numérica da Separação de um Escoamento Bifásico Gás-Líquido em um Tê", elaborada por Fernando Antonio Simões Carneiro e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Sub-Comissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 27 de novembro de 1991.

Banca Examinadora



Luiz Felipe Mendes de Moura, Ph.D.



Fernando de Almeida França, Ph.D.



Milton Biage, Ph.D.

À minha esposa

Norma Lúcia

e aos meus pais

Manoel e Ivonete

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. LUIZ FELIPE MENDES DE MOURA pela orientação e incentivo na realização desse trabalho.

À UNICAMP pelo assessoramento tecnológico.

Ao CEPETRO pela oportunidade de realização do curso de mestrado.

Aos Colegas de Mestrado em Engenharia de Petróleo pela amizade e companheirismo.

Aos amigos Andre, Eduardo e Sérgio pela agradável convivência.

À família do Domingos e Marliete por todo o carinho a mim dedicado.

Sumário

Este trabalho visa estudar o fenômeno da separação de fases que ocorre em um tê vertical, utilizando um programa de computador bidimensional baseado no modelo de dois fluidos, para representar o comportamento do escoamento bifásico, e no método dos volumes finitos, para discretizar as equações de conservação.

Como partes essenciais deste estudo temos o desenvolvimento de um termo local de difusão viscosa para o modelo, assumindo escoamento laminar, como também o estudo de uma equação constitutiva para a transferência interfacial de quantidade de movimento, representativa para a simulação do fenômeno.

A separação das fases foi simulada para valores 0.5 e 1 da razão entre os diâmetros do braço lateral e do ramo principal, de acordo com dados experimentais encontrados na literatura. Uma detalhada distribuição da fração de vazio, pressão e função de corrente é apresentada a partir dos resultados numéricos.

Os valores preditos demonstram que o modelo utilizado consegue predizer razoavelmente a separação das fases, quando a taxa de extração é maior que 0.3, apresentando desvio médio de 10 % em relação aos dados experimentais. Para baixas extrações, um modelo tridimensional pode ser desejado para representar o fenômeno. Verificou-se, neste caso, uma tendência para subestimar a separação, com desvio médio de 25 %.

Abstract

The main objective of this work is to study the phase separation phenomena in a vertical tee. A two-dimensional computer code was used to solve the two-fluid model equations, using the finite volume method.

A fundamental part is the development of simple model to viscous diffusion term, assuming laminar flow. Special attention is directed to the modelling of the constitutive equation for the interfacial friction term.

The phase separation was simulated considering two values of branch-to-inlet diameter ratio, 0.5 and 1, according to reported experimental results . Detailed distributions of void fraction, pressure and velocity of both phases are presented.

A good agreement was obtained between the computer code results and the experimental data, when the extraction rate was greater than 0.3. The mean deviation for these data was about 10 %. For lower extraction rate, a three - dimensional model would be more suitable. In this case, the mean deviation for all data was about 25 %, with a tendency of the split ratio to be under predicted.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Contexto	1
1.2	Motivação	2
1.3	Objetivo deste Trabalho	2
2	O Modelo Teórico	4
2.1	Histórico da Investigação do Fenômeno	4
2.2	Tipos de Tês	8
2.3	A Modelagem Matemática do Escoamento Bifásico	11
2.3.1	Limitações	11
2.3.2	Os Enfoques da Modelagem	12
2.4	O Modelo de Dois Fluidos	15
2.4.1	As Equações do Modelo	16
3	O Programa Computacional	18
3.1	Implementação da Difusão Viscosa	20
3.2	As Equações Finais de Conservação	21
3.3	A Solução do Modelo	22
3.4	O Passo de Tempo	30

4	O Atrito Interfacial	31
4.1	Escoamentos Dispersos	32
4.2	A Relação Utilizada	35
5	Apresentação e Discussão dos Resultados	40
5.1	A Simulação para $D_3/D_1 = 1$	43
5.2	A Simulação para $D_3/D_1 = 0.5$	60
5.3	Análise Paramétrica	67
5.4	Discussão dos Resultados	78
6	Conclusões e Sugestões	86
A	Integração das Equações de Balanço	92
A.1	Manipulação Final das Equações	97
B	Discretização dos Termos Difusivos e Convectivos	102
B.1	O Termo Convectivo	102
B.2	O Termo Difusivo	104
C	Conceituação das Variáveis	106
C.1	As Propriedades Médias nas Seções Transversais	106
C.2	A Função de Corrente	108

Lista de Tabelas

4.1	Coeficiente de Arrasto C_D para diversos padrões de escoamento [12]	34
4.2	Pontos Experimentais do Davis e Fungtamasan [4]	37
4.3	Modelo para o Atrito Interfacial, Valores de C^*	37
5.1	Condições de contorno para os pontos experimentais do Davis e Fungtamasan [4], $D_3/D_1 = 1$	44
5.2	Resultados para $D_3/D_1 = 1$ do Davis e Fungtamasan [4]	45
5.3	Condições de contorno para a simulação dos dados experimentais do Honan e Lahey [8], $D_3/D_1 = 1$	49
5.4	Resultado das simulações para o estudo do Honan e Lahey [8], $D_3/D_1 = 1$	50
5.5	Condições de contorno para os pontos experimentais do Davis e Fungtamasan [4], $D_3/D_1 = 0.5$	61
5.6	Resultados para $D_3/D_1 = 0.5$ do Davis e Fungtamasan [4]	64
5.7	Desvio Médio Total em função da extração [4], para $D_3/D_1 = 1$	79
5.8	Desvio Médio Total em função da extração [4], para $D_3/D_1 = 0.5$	83

Lista de Figuras

2.1	Tê horizontal regular com ramo lateral vertical ascendente(a), horizontal(b) e vertical descendente(c).	9
2.2	Tê vertical regular ascendente(a), irregular ascendente(b), regular descendente(c) e irregular descendente(d).	9
2.3	Tê de impacto regular vertical descendente(a), horizontal(b) e vertical ascendente(c).	10
2.4	Y verticais ascendentes(a),(b) e tê de aresta(c)	10
3.1	Volume de controle Vol^m para a equação da conservação da massa. N , S , E e W indicam face norte, sul, leste e oeste respectivamente.	24
3.2	Volume de controle Vol^x , para a equação da quantidade de movimento na direção x	24
3.3	Volume de controle Vol^y , para a equação da quantidade de movimento na direção y	25
4.1	Coeficiente de Atrito Interfacial para Ar-Água	38
5.1	Mapa de Escoamento gerado pelo programa FLOPAT	41
5.2	Malhas (12×18) e (24×36)	43
5.3	$\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 1$ e condição 1 [4]	46
5.4	$\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 1$ e condição 2 [4]	46

5.5	$\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 1$ e condição 3 [4]	47
5.6	$\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 1$ e condição 4 [4]	47
5.7	$\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 1$ e condição 5 [4]	48
5.8	x_3/x_1 versus \dot{w}_2 / \dot{w}_1 para $\dot{G}_1 = 1355.6 kg/m^2s$ [8]	52
5.9	x_3/x_1 versus \dot{w}_2 / \dot{w}_1 para $\dot{G}_1 = 2033.1 kg/m^2s$ [8]	53
5.10	x_3/x_1 versus \dot{w}_2 / \dot{w}_1 para $\dot{G}_1 = 2711.1 kg/m^2s$ [8]	54
5.11	a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão. $\dot{G}_1 = 1355.6 kg/m^2s$, $x_1 = 0.1\%$ e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.7$	56
5.12	a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão. $\dot{G}_1 = 1355.6 kg/m^2s$, $x_1 = 0.1\%$ e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.32$	57
5.13	a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão. $\dot{G}_1 = 1355.6 kg/m^2s$, $x_1 = 0.5\%$ e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.65$	58
5.14	a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão. $\dot{G}_1 = 1355.6 kg/m^2s$, $x_1 = 0.5\%$ e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.36$	59
5.15	Distribuição dos Vetores Velocidade. $\dot{G}_1 = 1355.6 kg/m^2s$, $x_1 = 0.5\%$ e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.36$	60
5.16	Malhas (12 × 15) e (24 × 30)	61
5.17	$\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 0.5$ e condição 1 [4]	62
5.18	$\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 0.5$ e condição 2 [4]	62
5.19	$\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 0.5$ e condição 3 [4]	63
5.20	$\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 0.5$ e condição 4 [4]	63
5.21	$\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 0.5$ e condição 5 [4]	65
5.22	a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão para malha 24 × 30 e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.5$	66

5.23	Influência da Gravidade para $D_3/D_1 = 0.5$	68
5.24	Influência da Gravidade para $D_3/D_1 = 1.0$	69
5.25	Fração de Vazio versus r/R	69
5.26	Velocidade do Líquido versus r/R	70
5.27	Velocidade do Gás versus r/R	70
5.28	Influência da Viscosidade para $D_3/D_1 = 0.5$	71
5.29	Influência da Viscosidade para $D_3/D_1 = 1.0$	71
5.30	Influência da Condição de Contorno para $D_3/D_1 = 0.5$	73
5.31	Influência da Condição de Contorno para $D_3/D_1 = 1.0$	73
5.32	Malhas (48 × 72) e (36 × 48)	74
5.33	Influência da Discretização para $D_3/D_1 = 1.0$	74
5.34	a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão. Malha 24 × 36, $\dot{G}_1 = 2460 \text{ kg/m}^2\text{s}$, $x_1 = 0.37\%$ e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.55$	75
5.35	a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão. Malha 36 × 48, $\dot{G}_1 = 2460 \text{ kg/m}^2\text{s}$, $x_1 = 0.37\%$ e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.56$	76
5.36	a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão. Malha 48 × 72, $\dot{G}_1 = 2460 \text{ kg/m}^2\text{s}$, $x_1 = 0.37\%$ e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.53$	77
5.37	a) $x_3/x_1^{cal.}$ versus $x_3/x_1^{med.}$, b) $\sigma_g^{cal.}$ versus $\sigma_g^{med.}$, para malha 12 × 18 .	80
5.38	a) $x_3/x_1^{cal.}$ versus $x_3/x_1^{med.}$, b) $\sigma_g^{cal.}$ versus $\sigma_g^{med.}$, para malha 24 × 36 .	81
5.39	a) $x_3/x_1^{cal.}$ versus $x_3/x_1^{med.}$, b) $\sigma_g^{cal.}$ versus $\sigma_g^{med.}$, para malha 12 × 18 .	82
5.40	a) $x_3/x_1^{cal.}$ versus $x_3/x_1^{med.}$, b) $\sigma_g^{cal.}$ versus $\sigma_g^{med.}$, para malha 12 × 15 .	84
5.41	a) $x_3/x_1^{cal.}$ versus $x_3/x_1^{med.}$, b) $\sigma_g^{cal.}$ versus $\sigma_g^{med.}$, para malha 24 × 30 .	85

Nomenclatura

Letras Romanas:

a_i	= concentração de área interfacial
A	= área
C^*	= constante adimensional da equação constitutiva para o coeficiente de atrito interfacial
C_D	= coeficiente de arrasto
D	= diâmetro
g	= aceleração da gravidade
\dot{G}	= vazão mássica específica
H_k, H_{k_i}	= entalpia da fase k e da fase k na interface
J	= velocidade superficial
K_{i_g}	= coeficiente de atrito interfacial
K_l^Γ, K_g^Γ	= coeficientes da equação constitutiva para a transferência interfacial de massa
K_l^M	= coeficiente da equação constitutiva para a transferência interfacial de quantidade de movimento
K_k^E	= coeficiente da equação constitutiva para a transferência interfacial de energia
L	= dimensão característica do volume de controle
L_s	= escala de tamanho da interface ($1/a_i$)
\vec{M}_{i_k}	= transferência interfacial de quantidade de movimento na fase k
P	= pressão

q_k	= fluxo de calor por condução para a fase k
q_k^t	= fluxo de calor turbulento por condução para a fase k
q_{k_i}	= fluxo de calor interfacial para a fase k
\dot{Q}	= vazão volumétrica
R	= constante universal dos gases
\bar{T}_k, \bar{T}_i	= temperatura média para fase k e para a interface
U_k	= Componente da velocidade da fase k na direção x
\vec{V}_k, \vec{V}_{k_i}	= velocidade da fase k e velocidade da fase k na interface
V_r	= velocidade relativa
x	= título
z	= fator de compressibilidade da fase gasosa
\dot{w}	= vazão mássica
W_k	= Componente da velocidade da fase k na direção y

Letras Gregas:

α_k	= fração de vazio para a fase k
Γ_k	= transferência interfacial de massa na fase k
Δx	= dimensão na direção x do volume de controle
Δy	= dimensão na direção y do volume de controle
Δz	= dimensão na direção z do volume de controle
$\Delta \rho$	= diferença entre as densidades das fases
μ_k, μ_m	= viscosidade da fase k e de mistura
ρ_k, ρ_m	= densidade da fase k e de mistura
σ	= tensão superficial
τ_i	= tensão viscosa interfacial média

- $\bar{\tau}_k$ = tensão viscosa média para a fase k
 τ_k^t = tensão viscosa turbulenta para a fase k
 ϕ_k = dissipação de energia
 ψ_k = função de corrente para a fase k

Subscritos e Símbolos:

- k = fase k
 c = fase contínua
 d = fase dispersa
 l = fase líquida
 g = fase gasosa
 i = interface
1 = entrada (tê)
2 = saída do ramo principal (tê)
3 = saída do ramo lateral (tê)
 m = mistura
 N = face norte
 S = face sul
 E = face leste
 W = face oeste
 Vol = volume de controle
 C = termo convectivo
 \mathcal{V} = termo difusivo

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contexto

O escoamento bifásico, nos dias atuais, se constitui numa das áreas de pesquisa que desperta grande interesse não só da engenharia de petróleo como também de outros ramos da ciência, a exemplo da engenharia nuclear.

Isto justifica-se porque, o estado-da-arte no escoamento multifásico não permite resolver com exatidão todos os problemas ou limitações técnicas com ele relacionados.

Via de regra, a engenharia de petróleo está interessada em conhecer as perdas de carga multifásica, assim como o comportamento das fases em geometrias de uso corrente.

Neste trabalho será abordado o fenômeno da divisão de fases que ocorre em um “tê” vertical, elemento este largamente utilizado, seja para combinar ou dividir fluxos, em redes de tubulações.

1.2 Motivação

A divisão de um fluxo multifásico escoando através de uma bifurcação, em uma de suas diversas geometrias e posições, geralmente muda a razão gás-líquido nas seções de saída, isto porque as fases tendem a se dividir de forma desigual.

Os têes são largamente utilizados em redes de tubulações encontradas em campos produtores de óleo terrestres e marinhos, principalmente com a utilização dos Manifolds Submarinos de Produção[18]; nos sistemas de injeção de vapor; nas plantas de processo e separação das plataformas e nas refinarias. Este também, quando adequadamente utilizado, poderá contribuir de forma significativa no processo de separação das fases vapor (gás natural) e líquida (óleo) dos fluidos produzidos, minimizando a necessidade de separadores nas plataformas de produção.

Sabe-se que a manutenção, operação e eficiência de muitos componentes e sistemas utilizados na engenharia de petróleo dependem da maneira na qual as fases estão distribuídas nos ramos de uma bifurcação.

Assim, devido ao alto potencial divisor de fases do tê, este necessita ser bem compreendido, possibilitando-se projetar, operar e manter todos os processos que envolvam o fluxo multifásico de uma forma mais segura, eficiente e econômica.

1.3 Objetivo deste Trabalho

O presente trabalho visa estudar o comportamento das fases no escoamento bifásico gás-líquido, para o padrão de escoamento em bolhas e intermitente (*slug* ou *churn turbulent*), em bifurcações de tubulações utilizando um algoritmo computacional desenvolvido por Moura [16]. Este algoritmo é baseado no modelo de dois fluidos, elaborado por Ishii[11] e no método dos volumes finitos descrito por Patankar [20], a nível bidimensional.

Inicialmente, será implantado no programa um modelo local para representar a difusão viscosa, objetivando uma melhor representação dos perfis de velocidade nas seções do tê. Paralelamente, a equação constitutiva para o atrito interfacial merecerá igual importância, já que esta regula a transferência interfacial da quantidade de movimento.

A segunda parte consistirá na modelagem numérica de diversas geometrias de tês, excluindo aquelas em que uma modelagem bidimensional não seja capaz de representá-la com um mínimo de coerência, tendo como meta elaborar um estudo detalhado do fenômeno da separação.

É necessário dizer que este trabalho não pretende fornecer resultados qualitativos do fenômeno estudado. Isto acontece devido as restrições impostas ao modelo e também pela escassez de dados experimentais disponíveis, que permitam um melhor ajuste da equação constitutiva, para a transferência interfacial de quantidade de movimento. Porém, isto não impede que o estudo do comportamento das fases seja realizado, permitindo avaliar as potencialidades do tê como elemento separador de fases e a aplicabilidade do modelo de dois fluidos, a nível bidimensional, para prever o escoamento bifásico.

A comparação dos resultados obtidos será realizada utilizando-se dados experimentais publicados. Infelizmente, esses dados são quase que exclusivamente para escoamento bifásico ar-água ou vapor d'água-água. Além disso, as variáveis locais (pressão, fração de vazio, velocidade das fases, etc) não foram estudadas, restando apenas valores globais, como vazões e títulos nas seções de entrada e saída do tê, para realizar as comparações.

Capítulo 2

O Modelo Teórico

A confiabilidade dos resultados obtidos de simulações numéricas, da separação das fases em uma bifurcação, é função direta da capacidade do modelo matemático utilizado para descrever o comportamento da mistura bifásica.

2.1 Histórico da Investigação do Fenômeno

A distribuição de fases em bifurcações tem despertado considerável atenção da comunidade científica devido a sua direta aplicação em muitas situações de fluxo, existentes nos processos industriais modernos.

Muitas investigações tem sido realizadas, principalmente nos últimos 10 anos, contribuindo de forma significativa para o atual entendimento do fenômeno. Estas investigações mostram claramente que as fases geralmente se distribuem de forma desigual entre as seções de saída de uma bifurcação, porém, a maneira na qual acontece esta distribuição, ainda não está firmemente estabelecida. Sabe-se, entretanto, que a razão entre os títulos na saída do braço e entrada do tê x_3/x_1 , o qual é um indicativo da separação de fases, é influenciada por parâmetros tais como:

1. Padrão de escoamento à montante da junção;

2. Propriedades físicas dos fluidos (viscosidade, densidade, tensão superficial, pressão de vapor, etc);
3. Razão entre os diâmetros do braço e do tubo principal;
4. Orientação do braço (deste vertical ascendente até vertical descendente) em relação ao ramo principal;
5. Razão entre as vazões mássicas totais no braço e na entrada (taxa de extração) \dot{w}_3 / \dot{w}_1 .

Na engenharia de petróleo, este fenômeno foi inicialmente abordado por Orange [19], que teve como motivação para seu trabalho de pesquisa, o acúmulo desigual de condensados entre os vários trechos de uma rede de distribuição de gás natural na Holanda. Constatou-se, neste trabalho de campo, que a razão entre as vazões de óleo e gás eram desiguais em diferentes trechos. Orange [19] reproduziu em laboratório a tendência dos fluidos de uma mistura bifásica de dividirem-se em diferentes proporções numa bifurcação.

Logo a seguir, Hong [9] realizou um trabalho experimental que lhe deu base para formular algumas conclusões a respeito dos fenômenos físicos que determinam a divisão desigual das fases. Ele postulava que o balanço entre as forças inerciais e centrípedas que ocorriam num elemento de fluido, determinavam a tendência ora do gás ora do líquido de entrar preferencialmente no braço do tê. Suas conclusões foram contestadas por vários pesquisadores, Shoham [22], porém o balanço de forças que ele descreveu viria a ser a base de todo modelo analítico ou semi-empírico proposto a seguir.

Muitos outros pesquisadores deram continuidade às pesquisas do fenômeno de divisão de fases no tê, notoriamente aqueles ligados à energia nuclear. As mais recentes investigações experimentais são comentadas a seguir.

Shoham et alii [22] elaboraram um modelo mecanicista para representar o fenômeno da separação, para padrões de escoamento estratificado ou anular, realizando-se um balanço entre as forças inercias e centrípedas. Esta formulação é baseada na distri-

buição geométrica das fases (padrão de escoamento) e de suas quantidades de movimento e massas específicas. Os resultados da modelagem, em relação aos dados experimentais, mostram boa concordância para a faixa analisada. O modelo consegue descrever de forma teórica a tendência de uma das fases entrar preferencialmente no ramo lateral.

Honan e Lahey [8] realizaram um detalhado experimento com diversas geometrias de bifurcações verticais, onde o padrão de escoamento na entrada da bifurcação era *churn turbulent*. A dependência da separação com parâmetros como título, vazão mássica e inclinação do ramo lateral foram discutidos.

Henry [7] propôs uma correlação experimental para representar a divisão de fases em tês horizontais, para padrão de escoamento, à montante do tê, ser anular. Este foi um dos primeiros trabalhos a reconhecer a importância do padrão de escoamento na separação.

Rubel et alii [21] estudaram experimentalmente a separação de fases que ocorre em um tê horizontal, para diversos padrões de escoamento e uma larga faixa da taxa de extração. A influência de alguns parâmetros na separação das fases foi investigada.

Azzopardi e Whalley [1] abordaram o efeito do padrão de escoamento à montante da junção, no fenômeno da divisão de fases. Realizaram um estudo para padrões anular, agitante e bolhas, utilizando tês horizontais e verticais. Foi verificado que, se o padrão de escoamento na entrada do tê é anular ou *churn turbulent* então o líquido entra preferencialmente no braço lateral. Se o padrão é em bolhas, então o gás entra preferencialmente no braço.

Hwang et alii [10] investigaram a separação para tês horizontais para padrões de escoamento em bolhas, estratificado e anular. Um modelo fenomenológico foi desenvolvido baseado no conceito de linhas de corrente divisoras, onde as forças centrípedas e o atrito interfacial são considerados dominantes. Comparações entre o modelo proposto e dados experimentais disponíveis, para diferentes padrões de escoamento, mostram boa concordância.

Davis e Fungtamasan [4] realizaram um estudo experimental para tês verticais, onde o padrão de escoamento observado é agitante e a razão entre os diâmetros do braço lateral e do ramo principal assume valores 1.0 e 0.5. O trabalho fornece a distribuição da fração de vazio e da velocidade do gás em algumas seções transversais do tê.

A modelagem matemática da separação das fases no escoamento bifásico gás-líquido em um tê, através de um modelo rigoroso que descreva o comportamento local de cada fase não tem sido muito explorada, considerando-se o pequeno número de artigos publicados na literatura científica. Podemos citar apenas o trabalho de Lahey [15], o qual utiliza um algoritmo tridimensional, baseado no modelo de dois fluidos, para simular a separação das fases em um tê horizontal com ramo lateral na posição vertical ascendente e padrão de escoamento estratificado. Ele obteve boa concordância em relação aos dados experimentais correspondentes, onde foi verificado que, só uma modelagem tridimensional do escoamento bifásico é capaz de representar corretamente o fenômeno, à baixas taxas de extração.

2.2 Tipos de Tês

A indústria de petróleo, assim como qualquer outra atividade que lide com movimentação de fluidos, utiliza diversas geometrias de tês para combinar ou dividir fluxos.

Denominamos de tê toda geometria tubular, de seção reta qualquer, possuindo uma entrada e duas saídas, onde os eixos dos ramos principal e lateral sejam perpendiculares. Estes são classificados em horizontais e verticais, dependendo da posição do ramo principal; e em regulares ou irregulares, caso tenham ou não as mesmas dimensões para as seções de saída e entrada. Se o tê é horizontal, pode-se ter diversas posições do ramo lateral, desde vertical ascendente até vertical descendente. A figura 2.1 mostra tês horizontais regulares para 3 posições diferentes do ramo lateral. Para o tê vertical pode-se, também, classificá-lo conforme o sentido do fluxo no ramo principal em ascendente ou descendente. Na figura 2.2 tem-se a representação do tê vertical ascendente, regular e irregular. Outra possibilidade é o tê de impacto cujo eixo de entrada é perpendicular ao eixo dos ramos de saída, sendo este também classificado em horizontal e vertical; e regular e irregular, conforme a representação da figura 2.3.

Existem, ainda, exercendo a função de elementos divisores, os tês em forma de Y e os tês de aresta. Nos tês em Y, os eixos do ramo principal e do ramo lateral não são perpendiculares. Eles são, também, classificados em verticais e horizontais e; regulares e irregulares. Nos tês de aresta, um dos ramos não é coplanar com os outros dois. Eles se classificam de forma semelhante aos outros tipos. A figura 2.4 esquematiza um Y vertical para duas posições do ramo lateral e um tê de aresta.

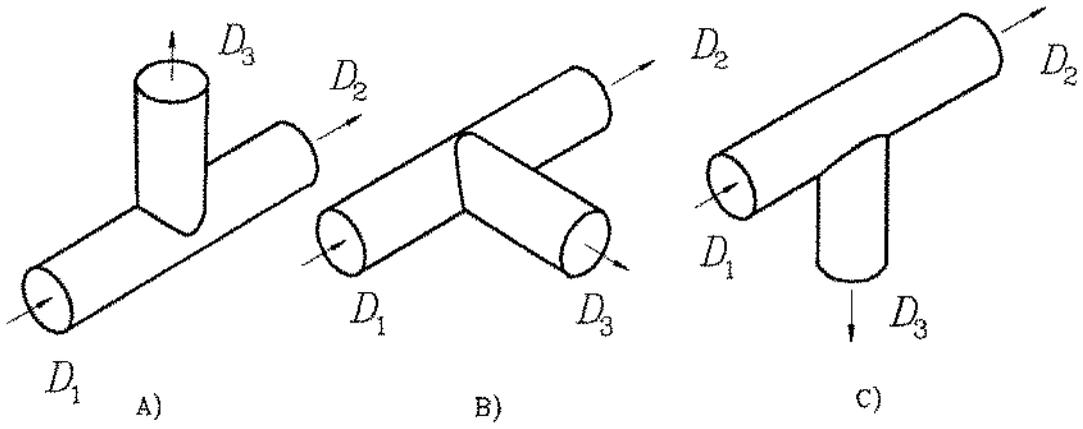


Figura 2.1: Tê horizontal regular com ramo lateral vertical ascendente(a), horizontal(b) e vertical descendente(c).

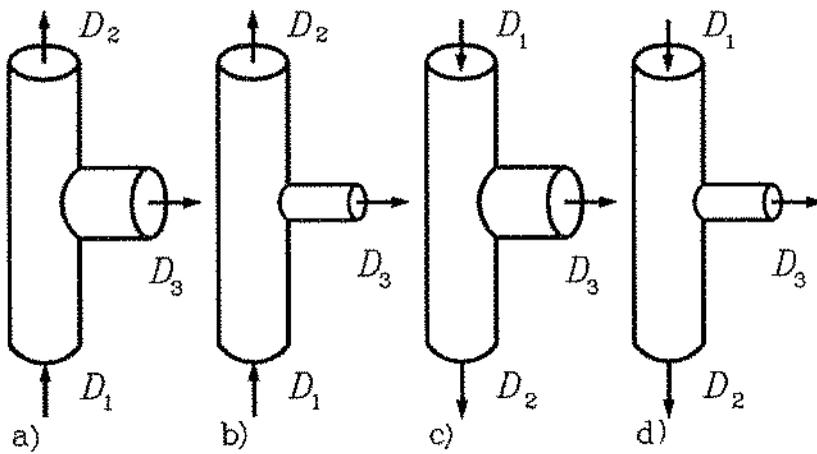


Figura 2.2: Tê vertical regular ascendente(a), irregular ascendente(b), regular descendente(c) e irregular descendente(d).

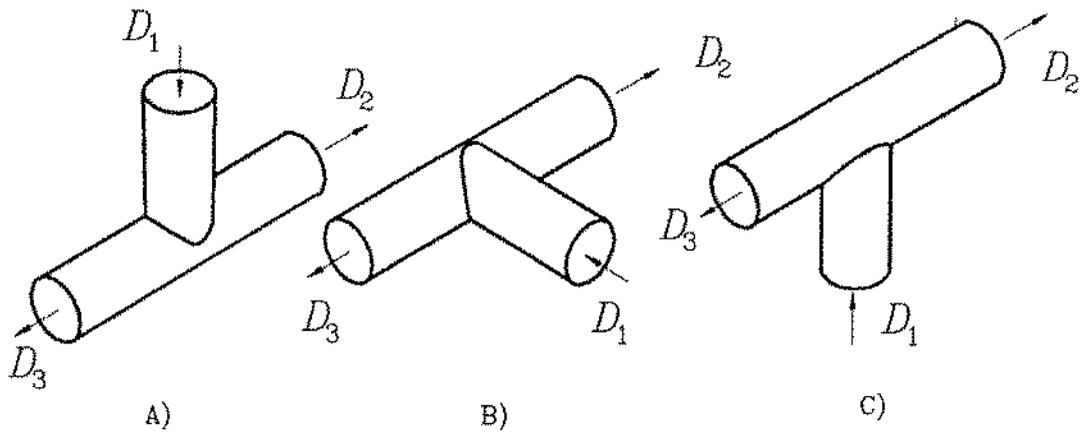


Figura 2.3: Tê de impacto regular vertical descendente(a), horizontal(b) e vertical ascendente(c).

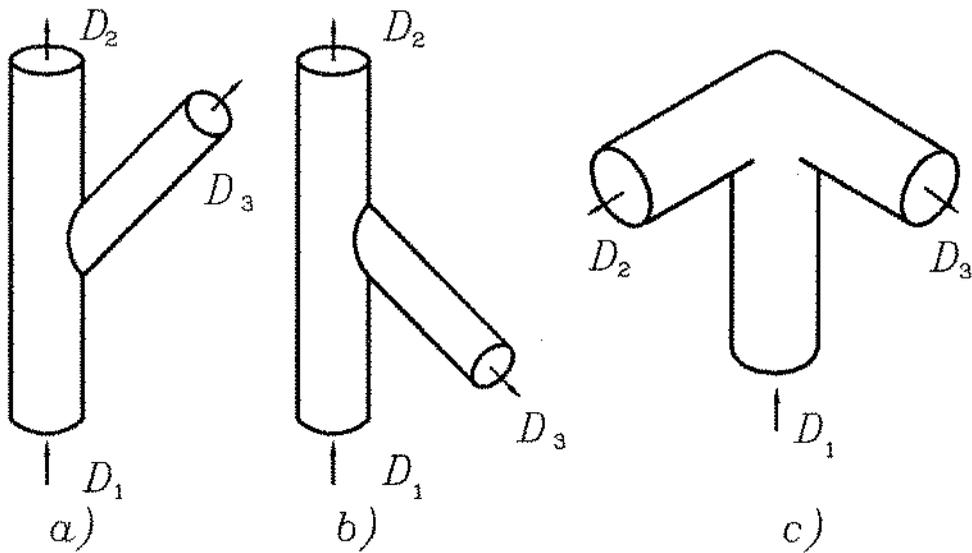


Figura 2.4: Y verticais ascendentes(a),(b) e tê de aresta(c)

2.3 A Modelagem Matemática do Escoamento Bifásico

Escoamentos bifásicos em fase dispersa ocorrem em muitas situações naturais e tecnológicas . Por exemplo, poeira em ar e sedimentos em água contribuem para a erosão e deposição, podendo causar problemas para mecanismos como helicópteros e plantas industriais que operam em situações semelhantes. Na indústria do petróleo, o escoamento bifásico óleo-gás estará sempre presente porque, a partir de algum momento devido a queda de pressão, a presença do gás será inevitável. Também muitos outros processos químicos e de conversão de energia, como a engenharia nuclear, envolvem escoamentos bifásicos.

Em tal larga classe de problemas, a modelagem matemática do escoamento bifásico surge como uma grande ferramenta, principalmente, com o advento dos computadores, para a análise destes fenômenos.

2.3.1 Limitações

O principal obstáculo para se modelar o escoamento bifásico é a existência de interfaces entre as fases e as descontinuidades associadas a elas nas diferentes estruturas internas do escoamento, classificadas pelos padrões de escoamento [12]. Assim, os vários mecanismos de transferência entre as fases e as paredes, bem como entre as próprias fases, dependem fundamentalmente do padrão de escoamento.

Isto implica em que as equações constitutivas do modelo sejam dependentes do padrão de escoamento. Além do mais, o conceito de padrão de escoamento é baseado em um fenômeno global, de modo que a sua identificação através de simples parâmetros, como fração de vazio ou mesmos das velocidades superficiais, pode não ser suficiente e ocasionar erros, principalmente em geometrias complexas e em situações transitórias. Vale lembrar

que, a caracterização de um padrão de escoamento é muitas vezes função do tamanho do volume usado para defini-lo, além de depender da geometria em estudo e das condições do escoamento. Dois ou mais padrões de escoamento podem ocorrer em um curto espaço físico, como por exemplo, em uma bifurcação.

Como consequência, seja pela incerteza em se identificar o padrão de escoamento ou pela dificuldade de implementar esta identificação em um volume finito no programa computacional, a equação constitutiva para o atrito interfacial foi desenvolvida, neste trabalho, de forma a melhor predizer a separação como um todo, ao invés de adotar uma correlação que seja função do padrão de escoamento.

Uma outra grande limitação para a modelagem é que, em muitos casos, poucos dados experimentais estão disponíveis para estender a faixa de aplicação de uma equação constitutiva, bem como para desenvolver novas equações.

2.3.2 Os Enfoques da Modelagem

A mais importante característica de um sistema bifásico é a presença de interfaces separando as fases. Podemos descrevê-lo, a nível local, como sendo constituído por uma quantidade de pequenas regiões monofásicas limitadas por interfaces em constante movimento. Seguindo este raciocínio, pelo menos em teoria, o problema da modelagem poderia ser formulado em termos de equações de balanço na região monofásica juntamente com as condições de contorno na interface. Porém esta formulação baseada em variáveis locais instantâneas e interfaces móveis resultaria num problema de múltiplas condições de contorno com as posições das interfaces desconhecidas. Assim, obter a solução desta formulação é impossível ou impraticável para muitos casos devido a estas dificuldades matemáticas [12].

Para contornar tais dificuldades, uma visão macroscópica do sistema bifásico deve ser adotada no desenvolvimento de um modelo. Contudo é necessário se ter um entendimento dos mecanismos fundamentais que envolvem as transferências locais para

então se obter uma descrição global do fenômeno. Existem basicamente três enfoques distintos [12] :

1. Assumir Contínua Interação: Considera a mistura bifásica como um todo, assumindo que cada ponto desta é ocupada simultaneamente pelas duas fases, e as propriedades termodinâmicas e de transporte da mistura depende de cada fase e da concentração. As fases movem-se com a velocidade de seu próprio centro de massa, logo a interdifusão das fases é incluída no modelo. A grande limitação deste enfoque é se desprezar a principal característica do escoamento bifásico, a existência de interfaces no escoamento e as discontinuidades associadas com elas, assumindo a continuidade das fases em todo o domínio em estudo.
2. Volume de Controle : Postula o balanço de massa, quantidade de movimento e energia para um volume de controle. Isto pode ser feito tanto para a mistura como todo como para cada fase separadamente. O modelo pode ser visualizado como duas fases separadas por uma interface na qual as transferências são permitidas. Modelos assim desenvolvidos podem ser suficientemente precisos para descrever escoamentos com fases separadas, a exemplo de escoamento anular, desde que as correlações para o atrito interfacial e transferência de calor sejam satisfatórias. Contudo, para o padrão de escoamento disperso ou para combinações de padrões, os vários efeitos associados com a distribuição de fases, velocidades e temperatura na seção transversal do escoamento podem se tornar de tal forma importantes que esta formulação não seja suficientemente precisa.
3. Método das Médias : O mais recomendado enfoque para se obter uma formulação macroscópica do escoamento bifásico é a aplicação de um correto tratamento estatístico das variáveis estudadas. O método das médias é basicamente um “filtro” que elimina os indesejados sinais de alta frequência das flutuações locais instantâneas das variáveis. Todavia, as propriedades estatísticas destas flutuações e a contribuição coletiva das interfaces devem ser levadas em consideração no modelo através

das relações constitutivas. Dentre os procedimentos de médias, aqueles que são usualmente aplicados a sistemas bifásicos podem ser classificados em três grupos principais: Método de Euler, Lagrange e Boltzmann, sendo o primeiro o mais importante e extensivamente usado na descrição dos fenômenos de transporte, além da sua forte indentificação com as observações experimentais. Vale dizer que, os procedimentos de médias temporais e médias ponderadas de Euler formam o fundamento teórico da formulação rigorosa dos problemas bifásicos.

Além destes diferentes enfoques para se desenvolver um modelo, existem fundamentalmente duas formulações diferentes para as equações de campo macroscópicas que descrevem o escoamento: o modelo de mistura e o modelo de dois fluidos [11].

O modelo de mistura ou de difusão tem como conceito básico o fato de considerar a mistura globalmente, assumindo contínua interação, ao invés de considerar cada fase separadamente como o modelo de dois fluidos. É claro que este é bem mais simples que o outro (possui apenas quatro equações de campo: continuidade, quantidade de movimento e energia da mistura mais a equação da difusão para uma das fases), porém ele emprega algumas hipóteses simplificadoras, fazendo com que importantes características do escoamento bifásico sejam perdidas. Todavia, é exatamente por causa desta simplicidade que este modelo é utilizado em muitas aplicações da engenharia, notoriamente naquelas onde se deseja conhecer o comportamento global do sistema bifásico, ao invés da distribuição de cada fase. Pode ser dito, portanto, que o modelo de mistura é apropriado onde a dinâmica das fases é fortemente aclopada, a exemplo de misturas de gases e líquidos miscíveis. Nada impede, porém, que o modelo de difusão seja útil na análise de misturas bifásicas onde a dinâmica dos componentes é fracamente aclopada, desde que a dimensão axial do sistema em estudo seja predominante (escoamento na direção transversal insignificante).

Quanto ao modelo de dois fluidos, devido a sua grande importância para a realização do presente trabalho, este será descrito com mais detalhes na próxima seção.

2.4 O Modelo de Dois Fluidos

O modelo de dois fluidos é formulado considerando cada fase separadamente, sendo expresso por dois conjuntos de equações de conservação que governam os balanços de massa, quantidade de movimento e energia para cada fase. Como as fases não são independentes uma da outra, aparecem termos de interação nas equações de balanço. Estes termos expressam o efeito do transporte de massa (Γ_k), quantidade de movimento ($\vec{M}_{i,k}$) e energia ($q_{k,i}$) através da interface, e são oriundos do tratamento dos valores locais pelo método das médias de Euler (temporais e ponderadas), constituindo este o fundamento do modelo. Os termos de interação também obedecem às leis de balanço para a interface (jump conditions). Infelizmente, ainda não existem informações experimentais suficientes para o desenvolvimento deste modelo com um alto grau de precisão.

Como neste modelo os processos de transferência são expressos por suas próprias equações de balanço, então o mesmo pode prever com mais detalhes mudanças e interações de fases que o modelo de difusão. Todavia, ele apresenta uma formulação mais complexa, não só pelo número de suas equações de balanço (seis equações) como também pelo número de informações necessárias para a elaboração de suas equações constitutivas, estando a precisão deste modelo, diretamente relacionada com a representatividade destas equações constitutivas.

Assim, a principal importância do modelo de dois fluidos para este trabalho é a sua habilidade em considerar as mudanças e interações dinâmicas entre as fases, já que o fenômeno da separação é basicamente regido pelo balanço de quantidade de movimento das fases líquida e gasosa. Isto é feito, usando-se equações de quantidade de movimento para cada fase e campos de velocidade distintos na formulação. Conclui-se, assim, que o modelo de dois fluidos tem sua principal aplicação na análise dos fenômenos onde as fases estão fracamente acopladas, pois em caso contrário, o modelo de dois fluidos implica em complicações desnecessárias para a solução do problema [11].

2.4.1 As Equações do Modelo

Para muitas aplicações práticas, assumindo que os campos médios de pressão e de tensões, para o interior das fases e para a interface, são aproximadamente os mesmos, o modelo desenvolvido por Ishii [11] pode ser simplificado para a seguinte forma:

- Equação da conservação da massa:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{V}_k) = \Gamma_k \quad (2.1)$$

- Equação da quantidade de movimento:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k \vec{V}_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{V}_k \vec{V}_k) = \\ - \alpha_k \nabla P_k + \nabla \cdot \alpha_k (\bar{\tau}_k + \tau_k^t) + \alpha_k \rho_k \vec{g} + \vec{V}_{k_i} \Gamma_k + \vec{M}_{i_k} - \nabla \alpha_k \cdot \tau_i \end{aligned} \quad (2.2)$$

- Equação da energia:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k H_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k H_k \vec{V}_k) = \\ - \nabla \cdot \alpha_k (q_k + q_k^t) + \alpha_k \frac{D}{Dt} P_k + H_{k_i} \Gamma_k + \frac{q_{k_i}}{L_s} + \phi_k \end{aligned} \quad (2.3)$$

onde $k = l, g$ (líquido, gás)

Como podemos ver, nas equações de conservação acima, termos de transferência interfacial aparecem no segundo membro dessas equações. Estes termos de transferência também devem obedecer leis de balanço na interface, obtidas através de médias das condições de salto na interface. Estas condições são expressas por:

$$\sum_k \Gamma_k = 0 \quad (2.4)$$

$$\sum_k \vec{M}_{i,k} = 0 \quad (2.5)$$

$$\sum_k (\Gamma_k H_{k_i} + \frac{q_{k_i}}{L_s}) = 0 \quad (2.6)$$

Concluindo, relações constitutivas para Γ_k , $\vec{M}_{i,k}$ e q_{k_i} são necessárias para especificar as transferências na interface. Estas equações podem ser escritas em uma forma linear simplificada [11] :

$$\Gamma_i = K_i^\Gamma (\bar{T}_i - \bar{T}_l) - K_g^\Gamma (\bar{T}_i - \bar{T}_g) \quad (2.7)$$

$$\vec{M}_{i_i} = K_i^M (\vec{V}_g - \vec{V}_l) \quad (2.8)$$

$$q_k = K_k^E (\bar{T}_i - \bar{T}_k) \quad (2.9)$$

onde K_l^Γ , K_g^Γ , K_i^M e K_k^E são quantidades escalares positivas.

Capítulo 3

O Programa Computacional

O trabalho apresentado por Moura [16] inclui um algoritmo computacional para descrever o comportamento de misturas bifásicas gás-líquido utilizando o modelo de dois fluidos [11]. As equações de balanço são resolvidas empregando o método dos volumes finitos proposto por Patankar [20].

As equações de conservação do modelo original sofreram as hipóteses simplificadoras, listadas abaixo:

1. Representação bidimensional do escoamento;
2. Escoamento isotérmico;
3. Escoamento sem transferência de massa na interface;
4. Igualdade de pressões entre as fases;
5. Difusão viscosa modelada através de um termo de perda de pressão global com as paredes.

Neste momento, faz-se necessário comentar as simplificações adotadas sob a luz dos objetivos deste estudo.

A modelagem tridimensional do escoamento bifásico, através do modelo de dois fluidos, é plenamente possível e desejável, principalmente, para prever a separação das

fases à baixas taxas de extração, onde o fenômeno está no seu estágio mais instável [15]. Entretanto, a sua implementação é complicada, não só do ponto de vista computacional, onde as condições de contorno, discretização da geometria e algoritmo numérico para a solução do sistema de equações de balanço exigiriam considerações especiais para se atingir a convergência do método, como também do ponto de vista do próprio modelo, o qual necessitaria de equações constitutivas bem mais representativas para justificar todo o esforço computacional exigido. Conclui-se assim, que o desenvolvimento do modelo na sua forma tridimensional em um tempo tão curto, quanto o deste trabalho, é uma tarefa por demais ambiciosa.

Sabendo-se que a separação de fases que ocorre num tê é um fenômeno restrito apenas à região da bifurcação e que os gradientes de temperatura (parede-fluido, fluido-fluido) e de pressão, encontrados na referida geometria em situações reais de operação, não são suficientes para alterar de forma significativa o comportamento dos fluidos por processos como: expansão, contração e evaporação, condensação (mudança de fase). Assim, considerar o escoamento isotérmico e sem transferência de massa na interface são hipóteses bastante razoáveis no contexto geral deste estudo. O modelo original pode ser então bastante simplificado com a eliminação das equações da energia do líquido e do gás, além de anular o termo Γ_k .

Por motivos semelhantes aos anteriormente citados, pode-se desprezar, sem grandes perdas para a modelagem do escoamento, a influência da tensão superficial gás-líquido, assumindo desta forma a igualdade de pressões entre as fases ($P_l = P_g = P$).

A representação do termo de difusão viscosa, através de um termo de atrito global com as paredes, permite considerar apenas o gradiente de pressão devido ao atrito das fases com as paredes, deixando escapar a influência da força viscosa na formação dos campos de velocidades das fases. Desta forma, um modelo local para representar a difusão viscosa se faz necessário, objetivando uma representação dos campos de velocidade mais compatível com a realidade do fenômeno, já que a separação de fases num tê é, essencialmente, determinada pelo balanço da quantidade de movimento das referidas fases.

3.1 Implementação da Difusão Viscosa

O modelo local escolhido para representar os efeitos da difusão viscosa no escoamento bifásico foi o proposto por Navier-Stokes para fluidos newtonianos [3], desprezando os efeitos devido a turbulência ($\tau_k^t = 0$). A tensão viscosa interfacial, τ_i , também é desprezada devido a inexistência de modelagem para este termo.

Procedendo ao desenvolvimento do modelo, tem-se:

$$\bar{\tau}_k = \mu_k \nabla \vec{V}_k \quad (3.1)$$

$$\tau_k^t = \tau_i = 0 \quad (3.2)$$

logo :

$$\nabla \cdot \alpha_k (\bar{\tau}_k + \tau_k^t) = \nabla \cdot (\alpha_k \mu_k \nabla \vec{V}_k) \quad (3.3)$$

Como a viscosidade μ_k para ambas as fases será considerada constante, então o segundo membro da equação (3.3) pode ser escrito da seguinte forma:

$$\nabla \cdot (\alpha_k \mu_k \nabla \vec{V}_k) = \mu_k \nabla \cdot (\alpha_k \nabla \vec{V}_k) \quad (3.4)$$

ou na forma vetorial (bidimensional):

$$\nabla \cdot (\alpha_k \mu_k \nabla \vec{V}_k) =$$

$$\mu_k \left[\frac{\partial}{\partial x} (\alpha_k \frac{\partial}{\partial x} U_k) + \frac{\partial}{\partial y} (\alpha_k \frac{\partial}{\partial y} U_k) \right] \vec{i} + \mu_k \left[\frac{\partial}{\partial x} (\alpha_k \frac{\partial}{\partial x} W_k) + \frac{\partial}{\partial y} (\alpha_k \frac{\partial}{\partial y} W_k) \right] \vec{j} \quad (3.5)$$

onde $\vec{V}_k = U_k \vec{i} + W_k \vec{j}$ e $k = l, g$.

3.2 As Equações Finais de Conservação

Implementando todas as simplificações anteriormente discutidas nas equações do modelo de dois fluidos resulta no seguinte conjunto de equações, em coordenadas cartesianas:

Conservação da massa do líquido :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_l \rho_l) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_l \rho_l U_l) + \frac{\partial}{\partial y} (\alpha_l \rho_l W_l) = 0 \quad (3.6)$$

Conservação da massa do gás :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \rho_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_g \rho_g U_g) + \frac{\partial}{\partial y} (\alpha_g \rho_g W_g) = 0 \quad (3.7)$$

Quantidade de movimento do líquido :

direção x :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_l \rho_l U_l) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_l \rho_l U_l^2) + \frac{\partial}{\partial y} (\alpha_l \rho_l U_l W_l) = \\ & - \alpha_l \frac{\partial}{\partial x} P + \alpha_l \rho_l g_x + K_{i_g} (U_g - U_l) + \mu_l \left[\frac{\partial}{\partial x} (\alpha_l \frac{\partial}{\partial x} U_l) + \frac{\partial}{\partial y} (\alpha_l \frac{\partial}{\partial y} U_l) \right] \end{aligned} \quad (3.8)$$

direção y :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l W_l) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_l \rho_l U_l W_l) + \frac{\partial}{\partial y}(\alpha_l \rho_l W_l^2) = \\ & -\alpha_l \frac{\partial}{\partial y} P + \alpha_l \rho_l g_y + K_{i_g}(W_g - W_l) + \mu_l \left[\frac{\partial}{\partial x}(\alpha_l \frac{\partial}{\partial x} W_l) + \frac{\partial}{\partial y}(\alpha_l \frac{\partial}{\partial y} W_l) \right] \end{aligned} \quad (3.9)$$

Quantidade de movimento do gás :

direção x :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g U_g) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_g \rho_g U_g^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\alpha_g \rho_g U_g W_g) = \\ & -\alpha_g \frac{\partial}{\partial x} P + \alpha_g \rho_g g_x + K_{i_g}(U_l - U_g) + \mu_g \left[\frac{\partial}{\partial x}(\alpha_g \frac{\partial}{\partial x} U_g) + \frac{\partial}{\partial y}(\alpha_g \frac{\partial}{\partial y} U_g) \right] \end{aligned} \quad (3.10)$$

direção y :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g W_g) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_g \rho_g U_g W_g) + \frac{\partial}{\partial y}(\alpha_g \rho_g W_g^2) = \\ & -\alpha_g \frac{\partial}{\partial y} P + \alpha_g \rho_g g_y + K_{i_g}(W_l - W_g) + \mu_g \left[\frac{\partial}{\partial x}(\alpha_g \frac{\partial}{\partial x} W_g) + \frac{\partial}{\partial y}(\alpha_g \frac{\partial}{\partial y} W_g) \right] \end{aligned} \quad (3.11)$$

3.3 A Solução do Modelo

As equações (3.6) a (3.11) formam o sistema de equações de conservação que governam o balanço de massa e quantidade de movimento para as duas fases. Todavia, este sistema é formado por seis equações independentes com nove incógnitas α_l , α_g ,

ρ_l , ρ_g , U_l , U_g , W_l , W_g e P . Assim, para a solução do sistema usamos as seguintes relações :

$$\rho_l = f_1(P) \quad (3.12)$$

$$\rho_g = f_2(P) \quad (3.13)$$

$$\alpha_l + \alpha_g = 1 \quad (3.14)$$

além, é claro, de uma equação constitutiva para K_{i_g} .

Fazendo uso das simplificações acima comentadas, a fase líquida será considerada incompressível, e a fase gasosa será representada pela relação $P \rho_g = z R T$. Agora as relações (3.12) e (3.13) ficam :

$$\rho_l = const. \quad (3.15)$$

$$\rho_g = \frac{z R T}{P} \quad (3.16)$$

$$e T = \bar{T}_l = \bar{T}_g$$

A solução do sistema formado pelas equações (3.6) - (3.11), (3.14) e (3.16) será obtida através do método dos volumes finitos, que envolve os pontos discretos do domínio (malha). Desta forma, as equações diferenciais do modelo serão integradas nos volumes de controle esquematizados nas figuras 3.1, 3.2, e 3.3, representando a malha de pressão, velocidade na direção x e velocidade na direção y , respectivamente.

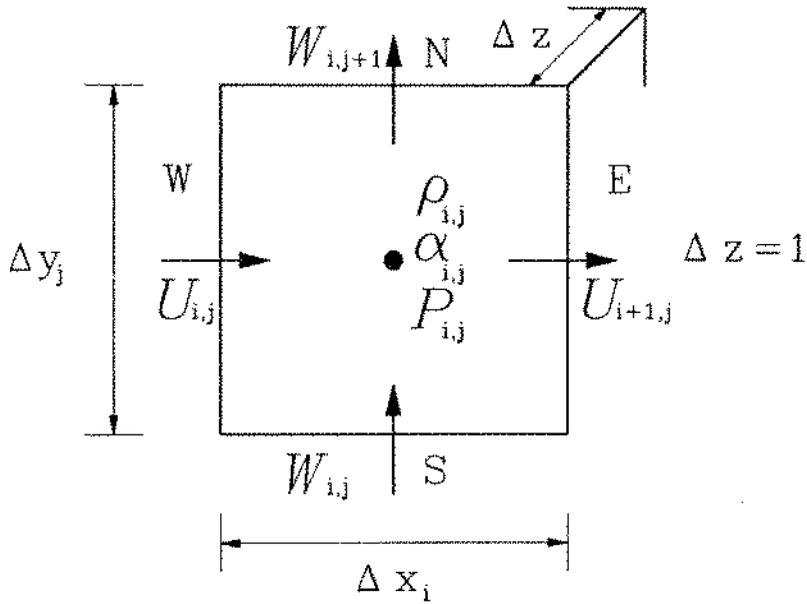


Figura 3.1: Volume de controle Vol^m para a equação da conservação da massa. N , S , E e W indicam face norte, sul, leste e oeste respectivamente.

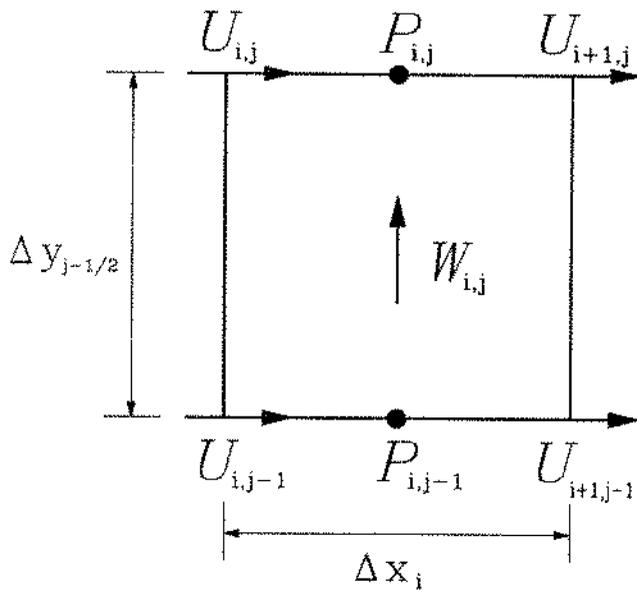


Figura 3.2: Volume de controle Vol^x , para a equação da quantidade de movimento na direção x .

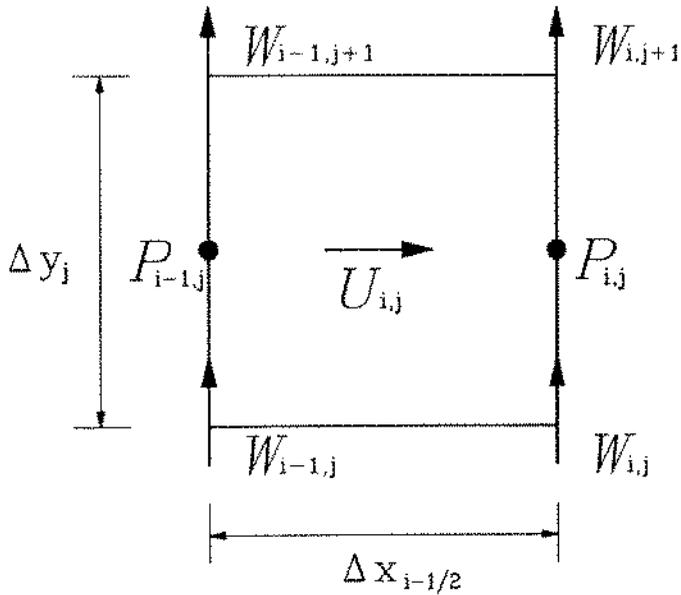


Figura 3.3: Volume de controle Vol^y , para a equação da quantidade de movimento na direção y.

Procedendo a integração das equações de conservação, colocando antes as equações da quantidade de movimento do gás e do líquido em uma forma não conservativa, ver apêndice A, obtem-se o seguinte sistema de equações discretizadas:

$$\frac{Vol^m}{\Delta t} [(\alpha_l \rho_l)^{n+1} - (\alpha_l \rho_l)^n]_{i,j} + [A_E (\bar{\alpha}_l \rho_l)_E^n U_{i+1/2}^{n+1} - A_W (\bar{\alpha}_l \rho_l)_W^n U_{i,j}^{n+1}] + [A_N (\bar{\alpha}_l \rho_l)_N^n W_{i,j+1}^{n+1} - A_S (\bar{\alpha}_l \rho_l)_S^n W_{i,j}^{n+1}] = 0 \quad (3.17)$$

$$\frac{Vol^m}{\Delta t} [(\alpha_g \rho_g)^{n+1} - (\alpha_g \rho_g)^n]_{i,j} + [A_E(\overline{\alpha_g \rho_g})_E^n U_{i+1,j}^{n+1} - A_W(\overline{\alpha_g \rho_g})_W^n U_{g,i,j}^{n+1}] +$$

$$[A_N(\overline{\alpha_g \rho_g})_N^n W_{g,i,j+1}^{n+1} - A_S(\overline{\alpha_g \rho_g})_S^n W_{g,i,j}^{n+1}] = 0 \quad (3.18)$$

$$Vol^x \left[\frac{(\overline{\alpha_l \rho_l})^n}{\Delta t} \frac{U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^n}{\Delta t} + \frac{\overline{\alpha_l}^n}{\Delta x} \frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} - K_{i_g}^n (U_{g,i,j}^{n+1} - U_{i,j}^{n+1}) \right] +$$

$$\int_{Vol^x} C_l^x dv = Vol^x (\overline{\alpha_l \rho_l})^n g_x + \int_{Vol^x} \mathcal{V}_l^x dv \quad (3.19)$$

$$Vol^x \left[\frac{(\overline{\alpha_g \rho_g})^n}{\Delta t} \frac{U_{g,i,j}^{n+1} - U_{g,i,j}^n}{\Delta t} + \frac{\overline{\alpha_g}^n}{\Delta x} \frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} - K_{i_g}^n (U_{i,j}^{n+1} - U_{g,i,j}^{n+1}) \right] +$$

$$\int_{Vol^x} C_g^x dv = Vol^x (\overline{\alpha_g \rho_g})^n g_x + \int_{Vol^x} \mathcal{V}_g^x dv \quad (3.20)$$

$$Vol^y \left[\frac{(\overline{\alpha_l \rho_l})^n}{\Delta t} \frac{W_{i,j}^{n+1} - W_{i,j}^n}{\Delta t} + \frac{\overline{\alpha_l}^n}{\Delta y} \frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y} - K_{i_g}^n (W_{g,i,j}^{n+1} - W_{i,j}^{n+1}) \right] +$$

$$\int_{Vol^y} C_l^y dv = Vol^y (\overline{\alpha_l \rho_l})^n g_y + \int_{Vol^y} \mathcal{V}_l^y dv \quad (3.21)$$

$$Vol^v \left[(\overline{\alpha_g \rho_g})^n \frac{W_{g,i,j}^{n+1} - W_{g,i,j}^n}{\Delta t} + \overline{\alpha_g}^n \frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y} - K_{i,g}^n (W_{l,i,j}^{n+1} - W_{g,i,j}^{n+1}) \right] +$$

$$\int_{Vol^v} C_g^y dv = Vol^v (\overline{\alpha_g \rho_g})^n g_y + \int_{Vol^v} \mathcal{V}_g^y dv \quad (3.22)$$

Onde C_k^x, C_k^y ; $k = l, g$ representam os termos convectivos, direções x e y, e $\mathcal{V}_k^x, \mathcal{V}_k^y$; $k = l, g$ por sua vez representam os termos de difusão viscosa nas direções x e y. Estes termos, convectivos e difusivos, são calculados de forma explícita, ou seja, a partir de valores calculados no passo de tempo anterior, ver apêndice B.

Combinando as equações (3.17), (3.19) e (3.21) para a fase líquida e as equações (3.18), (3.20) e (3.22) para a fase gasosa de forma a eliminar as velocidades, como esta mostrado no apêndice A.1, obtem-se as seguintes funções para a solução do campo de pressão e de fração de vazio do escoamento :

$$AE_l P_{i+1,j}^{n+1} + AW_l P_{i-1,j}^{n+1} + AN_l P_{i,j+1}^{n+1} + AS_l P_{i,j-1}^{n+1} - (AE_l + AW_l +$$

$$AN_l + AS_l) P_{i,j}^{n+1} + \frac{Vol^m}{\Delta t} [(\alpha_l \rho_l)_{i,j}^{n+1} - (\alpha_l \rho_l)_{i,j}^n] = B_l \quad (3.23)$$

$$AE_g P_{i+1,j}^{n+1} + AW_g P_{i-1,j}^{n+1} + AN_g P_{i,j+1}^{n+1} + AS_g P_{i,j-1}^{n+1} - (AE_g + AW_g +$$

$$AN_g + AS_g) P_{i,j}^{n+1} + \frac{Vol^m}{\Delta t} [(\alpha_g \rho_g)_{i,j}^{n+1} - (\alpha_g \rho_g)_{i,j}^n] = B_g \quad (3.24)$$

ou de uma forma simplificada:

$$M_l^{n+1}(P_{i+1,j}, P_{i-1,j}, P_{i,j+1}, P_{i,j-1}, P_{i,j}, \alpha_l \rho_l) = 0 \quad (3.25)$$

$$M_g^{n+1}(P_{i+1,j}, P_{i-1,j}, P_{i,j+1}, P_{i,j-1}, P_{i,j}, \alpha_g \rho_g) = 0 \quad (3.26)$$

As equações (3.25) e (3.26) são resolvidas para a iteração $k+1$, ou seja $M_l^{n+1}|^{k+1}$ e $M_g^{n+1}|^{k+1}$, utilizando o método iterativo de Newton :

$$M_l^{n+1}|^k + \frac{\partial M_l}{\partial P_{i+1,j}} \delta P_{i+1,j} + \frac{\partial M_l}{\partial P_{i-1,j}} \delta P_{i-1,j} + \dots$$

$$\frac{\partial M_l}{\partial P_{i,j}} \delta P_{i,j} + \frac{\partial M_l}{\partial \alpha_{l,i,j}} \delta \alpha_{l,i,j} = 0 \quad (3.27)$$

e para a fase gasosa :

$$M_g^{n+1}|^k + \frac{\partial M_g}{\partial P_{i+1,j}} \delta P_{i+1,j} + \frac{\partial M_g}{\partial P_{i-1,j}} \delta P_{i-1,j} + \dots$$

$$\frac{\partial M_g}{\partial P_{i,j}} \delta P_{i,j} + \frac{\partial M_g}{\partial \alpha_{g,i,j}} \delta \alpha_{g,i,j} = 0 \quad (3.28)$$

Desenvolvendo as expressões (3.27) e (3.28), obtêm-se:

$$AE_l \delta P_{i+1,j} + AW_l \delta P_{i-1,j} + AN_l \delta P_{i,j+1} + AS_l \delta P_{i,j-1} -$$

$$(AE_l + AW_l + AN_l + AS_l - \frac{Vol^m}{\Delta t} \alpha_l \frac{\delta \rho_l}{\delta P}) \delta P_{i,j} + \frac{Vol^m}{\Delta t} \rho_l \delta \alpha_l = -M_l^{n+1}|^k \quad (3.29)$$

$$AE_g \delta P_{i+1,j} + AW_g \delta P_{i-1,j} + AN_g \delta P_{i,j+1} + AS_g \delta P_{i,j-1} -$$

$$(AE_g + AW_g + AN_g + AS_g - \frac{Vol^m}{\Delta t} \alpha_g \frac{\delta \rho_g}{\delta P}) \delta P_{i,j} + \frac{Vol^m}{\Delta t} \rho_g \delta \alpha_g = -M_g^{n+1} |^k \quad (3.30)$$

Agora, as equações (3.29) e (3.30) são combinadas de maneira a eliminar α_k :

$$AE^* \delta P_{i+1,j} + AW^* \delta P_{i-1,j} + AN^* \delta P_{i,j+1} + AS^* \delta P_{i,j-1} + A \delta P_{i,j} = SM \quad (3.31)$$

onde

$$AE^* = AE_l \rho_g + AE_g \rho_l$$

$$AW^* = AW_l \rho_g + AW_g \rho_l$$

$$AN^* = AN_l \rho_g + AN_g \rho_l$$

$$AS^* = AS_l \rho_g + AS_g \rho_l$$

$$A = -(AE^* + AW^* + AN^* + AS^*) + \frac{Vol^m}{\Delta t} (\alpha_l \rho_g \frac{\partial \rho_l}{\partial P} + \alpha_g \rho_l \frac{\partial \rho_g}{\partial P})$$

$$SM = -M_l^{n+1} |^k \rho_g - M_g^{n+1} |^k \rho_l$$

A equação (3.31) representa um sistema de N equações para a pressão em cada volume de controle do domínio em função da pressão nos volumes vizinhos. Este sistema pode ser resolvido por métodos diretos ou iterativos. Os campos de velocidades são obtidos substituindo os valores calculados da pressão nas equações (A.17) a (A.20).

A Convergência do método numérico é atingida quando:

$$M_l^{n+1} |^{k+1} = 0 \quad e \quad M_g^{n+1} |^{k+1} = 0 \quad (3.32)$$

e a conservação da massa é obtida quando :

$$M_i^{n+1} |^k = 0 \quad \text{e} \quad M_y^{n+1} |^k = 0 \quad (3.33)$$

3.4 O Passo de Tempo

Devido a formulação semi-implícita das equações discretizadas, o intervalo de tempo por ciclo computacional, Δt , não é limitado pela condição de Courant. Neste caso, devido a necessidade de se obter uma boa precisão, é necessário impor uma condição de Courant modificada, baseada na máxima velocidade do fluido no sistema V_{max} [6]. Esta condição é usada para determinar Δt a cada ciclo, obedecendo a relação:

$$\frac{V_{max}\Delta t}{\delta x} = f$$

onde δx é o menor valor entre Δx e Δy (dimensões do volume de controle), e f é um número menor ou igual a 1.

Harlow e Amsden [6] sugerem $f < \frac{1}{2}$ para evitar instabilidade na solução numérica. Adotou-se em todas as simulações $f = \frac{1}{2}$, embora o algoritmo tenha permanecido estável mesmo quando f assumiu valores próximos a 1.

Capítulo 4

O Atrito Interfacial

A habilidade em prever-se o atrito interfacial ou a velocidade relativa entre as fases é de suma importância para a modelagem matemática de sistemas bifásicos, seja sob regime permanente ou transitório. A análise e o projeto destes sistemas podem ser significativamente afetados pela confiabilidade da equação constitutiva utilizada para o atrito interfacial, principalmente, naqueles essencialmente governados pela equação da quantidade de movimento.

Para escoamentos em fase dispersa identifica-se, pelo menos, três forças atuando nas interfaces: a força de atrito (arrasto) interfacial, a força de massa virtual (que é a força necessária para acelerar a “massa aparente” de fase vizinha quando a velocidade relativa muda) e a Força de Basset (que leva em consideração os efeitos da aceleração sob atrito viscoso e do desenvolvimento da camada limite ao redor das partículas) .

Assim, desprezando-se as forças oriundas da rotação das partículas e do gradiente de concentração (força de difusão), a transferência interfacial de quantidade de movimento pode ser expresso pela seguinte soma [13]:

$$\vec{M}_{i_k} = [\text{Força de Atrito Interfacial}] + [\text{Força de Massa Virtual}] + [\text{Forças de Basset}]$$

Considerando que neste estudo estamos, principalmente, interessados na separação de fases que ocorre em regime permanente num tê, então a modelagem do termo \vec{M}_{i_k} será realizada através de uma equação constitutiva para o atrito interfacial, desprezando as forças transitórias (a força de massa virtual e as forças de Basset).

4.1 Escoamentos Dispersos

A literatura científica nos fornece diversas correlações para o cálculo da velocidade relativa em escoamentos dispersos, entretanto a modelagem do atrito interfacial tem como referência básica o trabalho realizado por Ishii e Zuber [13].

Estes modelaram com sucesso o atrito interfacial, usando critérios de similaridade para desenvolver relações constitutivas para o coeficiente de arrasto e viscosidade de mistura em escoamentos dispersos, a partir de sistemas uniparticulares. A comparação realizada entre os dados do modelo e mais de 1000 pontos experimentais, mostrou satisfatória concordância para uma larga faixa de fração de vazio e número de Reynolds. O modelo foi desenvolvido a partir da força de arrasto que atua em uma partícula sob regime permanente, sendo expresso em função do coeficiente de arrasto C_D e da velocidade relativa. Assim:

$$\vec{M}_{i_d} = -\frac{1}{8} a_i C_D \rho_c |V_r| V_r \quad (4.1)$$

ou em termos do coeficiente de atrito interfacial :

$$K_{i_d} = \frac{1}{8} a_i C_D \rho_c |V_r| \quad (4.2)$$

- onde a_i = concentração de área interfacial;
 C_D = coeficiente de arrasto;
 ρ_c = densidade da fase contínua;
 V_r = velocidade relativa ($V_g - V_l$)

O coeficiente de arrasto C_D é função não só do padrão de escoamento em fase dispersa, como também da natureza das partículas (sólidas, líquidas ou gasosas). Ishii [12] distinguiu basicamente 4 padrões de escoamentos para sistemas bifásicos com partículas fluidas :

1. Viscoso =O coeficiente de arrasto é função do número de Reynolds do escoamento;
2. Partícula Distorcida = C_D é função do raio das partículas e da fração de vazio, não dependendo contudo da velocidade relativa ou da viscosidade.
3. Agitante = C_D é função apenas da fração de vazio.
4. Pistonado = C_D também é função única da fração de vazio.

A tabela 4.1 ilustra as relações para C_D nos diversos padrões de escoamento fluido-fluido, onde σ é a tensão superficial do líquido, μ_m é a viscosidade de mistura, r_d é o raio das partículas e α_d é a fração volumétrica da fase dispersa.

Um outro importante trabalho foi realizado por Bestion [2]. Este elaborou uma extensa revisão de estudos experimentais que versam sobre o atrito interfacial, auxiliando-o no desenvolvimento de uma correlação para o atrito interfacial, a partir de um modelo do tipo "Drif Flux". A correlação proposta, para escoamentos dispersos, foi:

$$\vec{M}_{i_d} = 8.16 \alpha_l^{2.6} \alpha_g \frac{\rho_m}{D} (V_g - cV_l)^2 \quad (4.3)$$

onde ρ_m = densidade de mistura;
 $c = 1 + 1.6 \alpha_l^{1.5} \alpha_g^{1.5}$;
 D = Diâmetro da tubulação.

Padrão de Escoamento	Bolhas em Líquido	Gotas em Líquido	Gotas em Gás
Viscoso	$24(1 + 0.1 N_{Re}^{0.75}) / N_{Re}$ com		
	$N_{Re} = 2r_d \rho_c V_r / \mu_m$		
P. Distorcida	$\frac{4}{3} r_d \sqrt{\frac{g \Delta \rho}{\sigma}} \left\{ \frac{1 + 17.67 [f(\alpha_d)]^{6/7}}{18.67 f(\alpha_d)} \right\}^2$		
Agitante	$\frac{8}{3} (1 - \alpha_d)^2$		
Pistonado	$9.8 (1 - \alpha_d)^3$		
μ_m / μ_c	$(1 - \alpha_d)^{-1.75}$	$(1 - \alpha_d)^{-2.5}$	$(1 - \alpha_d)^{-1}$
$f(\alpha_d)$	$(1 - \alpha_d)^{1.5}$	$(1 - \alpha_d)^{2.25}$	$(1 - \alpha_d)^3$

Tabela 4.1: Coeficiente de Arrasto C_D para diversos padrões de escoamento [12]

O coeficiente de arrasto tem sido modelado para diferentes padrões de escoamento, contudo sua validade é restringida aos padrões dispersos. Vale dizer ainda que a equação (4.2) tem sua utilidade condicionada também a um bom modelo para a_i . Muitas investigações foram realizadas, [5] [14], entretanto um modelo geral para a concentração de área interfacial ainda não foi apresentado .

4.2 A Relação Utilizada

O escoamento bifásico através de um tê, geralmente, exibe uma complexa estrutura interfacial com a distribuição geométrica das fases em uma forma bem diferente daquelas encontradas nos padrões de escoamento dispersos em tubos retos. Além disto, dois ou mais padrões de escoamento podem ocorrer na região da junção. Sendo assim, aplicar os modelos disponíveis para o coeficiente de arrasto e para área interfacial a_i , na equação (4.2), compromete seriamente a precisão do modelo numérico adotado para prever a separação das fases, uma vez que será necessário identificar para cada ponto da bifurcação o padrão de escoamento que está ocorrendo, o que é impraticável a nível computacional.

Objetivando contornar tais obstáculos, a equação (4.2) será estendida para uma forma geral, usando-se a densidade de mistura ao invés da densidade da fase contínua. Assim:

$$K_{i,g} = a_i C_D \rho_m |V_r| \quad (4.4)$$

onde a densidade de mistura é definida por:

$$\rho_m = \alpha_l \rho_l + \alpha_g \rho_g \quad (4.5)$$

Assume-se, também, que o coeficiente de arrasto C_D e a área interfacial a_i sejam função apenas da fração de vazio. Sabendo que a área interfacial deve ser nula quando a fração de vazio de uma das fases é zero, então a forma geral para o coeficiente de atrito interfacial pode ser dado por:

$$K_{i,g} = C \alpha_l^a \alpha_g^b \rho_m |V_r| \quad (4.6)$$

Um estudo preliminar tem mostrado que a constante C depende, também, das dimensões do volume de controle adotado. Uma constante adimensional C^* é então definida:

$$C^* = C \cdot L \quad (4.7)$$

onde L é a dimensão característica do volume de controle:

$$L = \frac{\Delta x + \Delta y}{2} \quad (4.8)$$

Introduzindo a constante adimensional na equação generalizado para o atrito interfacial (4.6), obtem-se:

$$K_{i_g} = \frac{C^*}{L} \alpha_l^a \alpha_g^b \rho_m |V_r| \quad (4.9)$$

Para avaliar qual forma da equação acima é mais apropriada para a simulação do escoamento bifásico em um tê, cinco equações foram usadas para simular pontos experimentais publicados no trabalho de Davis e Fungtamasan [4], onde o ponto 3 foi excluído porque não apresenta um balanço satisfatório entre a vazão mássica na entrada e nas saídas do tê, ver tabela 4.2. As equações propostas são:

$$K_{i_g} = \frac{C^*}{L} |V_r| \quad (4.10)$$

$$K_{i_g} = \frac{C^*}{L} \rho_m |V_r| \quad (4.11)$$

$$K_{i_g} = \frac{C^*}{L} \alpha_l \alpha_g \rho_m |V_r| \quad (4.12)$$

$$K_{i_g} = \frac{C^*}{L} \alpha_l \alpha_g^4 \rho_m |V_r| \quad (4.13)$$

$$K_{i_g} = \frac{C^*}{L} \alpha_l^{2.6} \alpha_g \rho_m |V_r| \quad (4.14)$$

Ponto	\dot{G}_1 [kg/m ² s]	x_1 %	\dot{w}_3 / \dot{w}_1	x_3/x_1
1	1551.6	0.263	0.44	1.83
2	2990.4	0.312	0.21	3.07
4	2461.8	0.504	0.20	2.48
5	1547.7	0.657	0.33	2.51
6	1535.4	0.985	0.24	2.64

Tabela 4.2: Pontos Experimentais do Davis e Fungtamasan [4]

Para cada condição de fluxo, a pressão na saída do ramo principal P_2 é ajustada de forma a obter a mesma taxa de extração \dot{w}_3 / \dot{w}_1 , enquanto C^* é ajustado para dar a mesma separação x_3/x_1 . Os valores obtidos são apresentados na tabela 4.3.

Equação	Ponto	Ponto	Ponto	Ponto	Ponto	Valor	Desvio
	1	2	4	5	6	Médio	Médio
(4.10)	35	10	22	13	9.1	18	48 %
(4.11)	0.62	0.23	0.64	0.41	0.42	0.46	29 %
(4.12)	2.5	0.93	2.6	1.9	2.4	2.0	26 %
(4.13)	13	5.4	9.7	6.5	5.3	8.0	34 %
(4.14)	6.5	2.6	15	11	26	12	55 %

Tabela 4.3: Modelo para o Atrito Interfacial, Valores de C^*

Comparando os resultados da tabela 4.3, verifica-se que a forma mais apropriada para o coeficiente de atrito interfacial é dado pela equação (4.12). Usando o valor de C^* médio na equação (4.12), obtem-se a equação constitutiva para o atrito interfacial que será usada nas simulações numéricas da separação no tê :

$$K_{i_g} = \frac{2}{L} \alpha_l \alpha_g \rho_m |V_r| \quad (4.15)$$

A figura 4.1 mostra a variação de K_{i_g} em função da fração de vazio para escoamento bifásico ar-água.

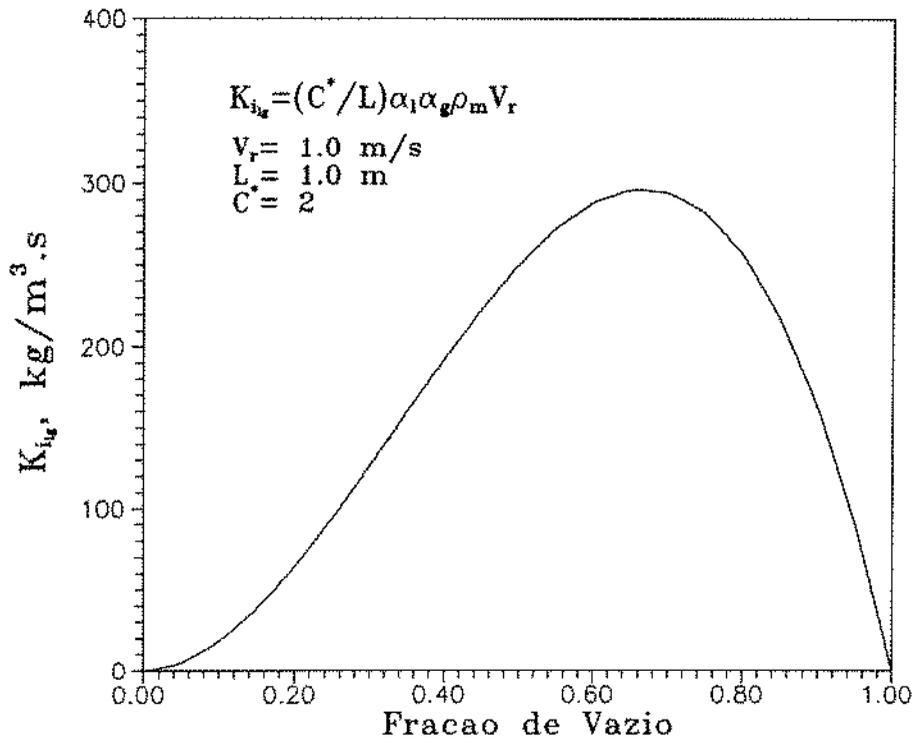


Figura 4.1: Coeficiente de Atrito Interfacial para Ar-Água

Como na formulação do programa computacional \vec{M}_{i_g} é calculado de forma semi-implícita, ou seja:

$$\vec{M}_{i_d}^{n+1} = -K_{i_g}^n V_r^{n+1} \quad (4.16)$$

então para evitar grandes oscilações nos primeiros passos de tempo, onde a velocidade relativa é muito pequena em todo o domínio discretizado, foi adotado a seguinte fórmula para o cálculo da velocidade relativa:

$$|V_r^n| = |V_g^n - V_l^n| + V_{rm} \quad (4.17)$$

onde V_{rm} é um escalar positivo para garantir que a equação (4.17) não se anule. O valor utilizado para V_{rm} em todas as simulações foi $0.01m/s$.

Capítulo 5

Apresentação e Discussão dos Resultados

A simulação da separação das fases que ocorre em um tê (vertical regular e irregular) será realizada, utilizando-se dados característicos dos trabalhos experimentais encontrados na literatura, de modo a permitir uma verificação dos resultados numéricos.

Infelizmente, poucos estudos experimentais existem para escoamentos dispersos. A grande maioria trata dos padrões de escoamento anular e estratificado, este último só para escoamentos em tês horizontais. Além do mais, apenas resultados globais são apresentados, limitando as comparações aos valores das vazões das fases na saída (lateral e/ou principal) do tê.

Então, serão utilizados os trabalhos de Honan e Lahey[8] e Davis e Fungtamasan [4], para diâmetros do ramo principal 0.0381 e 0.05 *m* respectivamente, para estudar a separação das fases. Ambos realizaram experimentos para tê vertical ascendente regular, e também irregular ($D_3/D_1 = 0.5$), só para o estudo do Davis e Fungtamasan. O padrão de escoamento para ambos os trabalhos foi identificado para ser do tipo intermitente (*churn turbulent*).

A figura 5.1 abaixo representa uma mapa de escoamento, gerado pelo programa FLOPAT, onde estão representados todas as condições de escoamento, na entrada do tê, para os dois trabalhos supra citados.

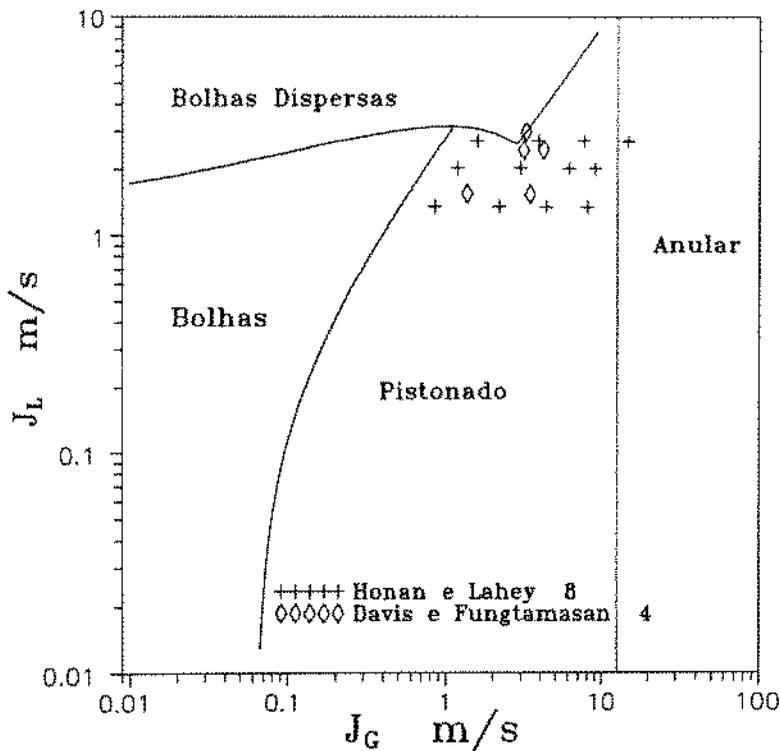


Figura 5.1: Mapa de Escoamento gerado pelo programa FLOPAT

Davis e Fungtamasan [4] concentraram seus experimentos na faixa compreendida entre a baixa e média taxas de extração ($0.1 < \dot{w}_3 / \dot{w}_1 < 0.5$). Ao contrário, Honan e Lahey [8] realizaram seus experimentos na faixa de média a alta taxas de extração ($0.3 < \dot{w}_3 / \dot{w}_1 < 0.7$). Dispomos assim, de um total de 69 pontos experimentais, para o caso onde $D_3/D_1 = 1$ e 32 pontos, para o caso onde $D_3/D_1 = 0.5$. Estes dados possibilitará a realização de uma análise crítica dos resultados numéricos .

A metodologia adotada na simulação numérica do problema é, para cada fluxo mássico e título na entrada do tê, fixar como condições de contorno na seção 1 as velocidades e a fração de vazio , manter a pressão P_2 constante (condição de contorno na seção 2) e, através de pequenas variações, vai-se diminuindo a pressão P_3 (condição de contorno para a seção 3) de forma a simular diferentes taxas de extração . O valor calculado de x_3/x_1 ou de \dot{w}_3 / \dot{w}_1 , para uma dada taxa de extração, é obtido interpolando-se esta taxa entre os pontos calculados mais próximos.

A solução numérica de regime permanente é atingida, para um dado valor da pressão P_3 , quando todas as condições especificadas abaixo foram satisfeitas simultaneamente:

Balço de massa total no tê :

$$\left| \frac{\dot{w}_1 |^{k+1} - (\dot{w}_2 |^{k+1} + \dot{w}_3 |^{k+1})}{\dot{w}_1 |^{k+1}} \right| \leq tol1$$

Estabilidade dos valores calculados :

$$\left| \frac{\dot{w}_2 |^{k+1} - \dot{w}_2 |^k}{\dot{w}_2 |^k} \right| \leq tol2$$

$$\left| \frac{\dot{w}_3 |^{k+1} - \dot{w}_3 |^k}{\dot{w}_3 |^k} \right| \leq tol2$$

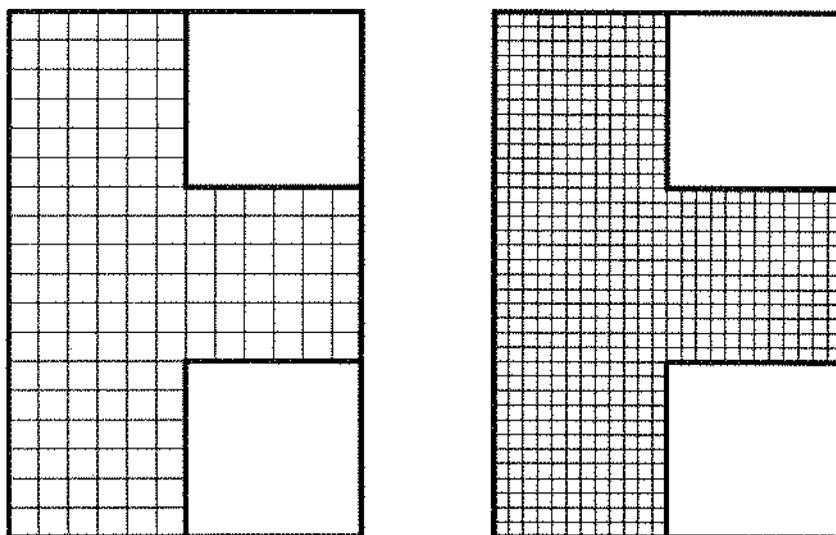
onde $|^{k+1}$ = Iteração (passo de tempo) atual;

$|^k$ = Iteração anterior;

Os valores escolhidos para as tolerâncias ($tol1$ e $tol2$) foram, no decorrer das simulações, modificados na proporção que a observação dos resultados recomendava um melhor ajuste . Os valores finalmente escolhidos foram: $tol1 = 0.025$ e $tol2 = 0.004$.

5.1 A Simulação para $D_3/D_1 = 1$

A simulação numérica foi realizada fixando os mesmos parâmetros característicos utilizados nos experimentos de Davis e Fungtamasan [4]. Nas simulações foram utilizadas duas malhas diferentes, representadas na figura 5.2 letras “a” e “b”. Infelizmente, o trabalho deixa dúvidas a respeito das condições experimentais utilizadas para a obtenção de cada ponto, a exemplo da pressão e vazões das fases especificadas na entrada do tê. Além disto, os resultados experimentais da separação não estão tabelados. Estes são apresentados apenas em forma de gráficos $\dot{w}_{3e} / \dot{w}_{1e}$ versus $\dot{w}_{3i} / \dot{w}_{1i}$, onde existem cinco curvas, representando vazões mássicas diferentes.

a) 12×18 b) 24×36 Figura 5.2: Malhas (12×18) e (24×36)

Utilizando as escassas informações disponíveis, foi assumido, como condição de contorno para a seção 2 do tê, um valor constante e igual a 250 kPa para a pressão P_2 . A tabela 5.1 fornece as 5 condições de contorno utilizadas na entrada do tê para realizar as simulações, adotando os valores tabelados para a fração volumétrica do gás e velocidade de mistura, como se o escoamento fosse homogêneo.

Os valores da constante característica L que aparecem na equação (4.15) do atrito interfacial para as malhas 12×18 e 24×36 são 0.00833 m e 0.00417 m , respectivamente.

condição	$W_l = W_g [\text{m/s}]$	α_g
1	2.92	0.47
2	6.21	0.52
3	5.57	0.56
4	6.62	0.63
5	4.96	0.69

Tabela 5.1: Condições de contorno para os pontos experimentais do Davis e Fungtamasan [4], $D_3/D_1 = 1$

A tabela 5.2 mostra os resultados das simulações e o erro relativo entre o valor medido e o valor calculado, em função de σ_l e σ_g , onde :

$$\sigma_g = \frac{\dot{w}_{3g}}{\dot{w}_{1g}} = \frac{\dot{w}_3 x_3}{\dot{w}_1 x_1}$$

e

$$\sigma_l = \frac{\dot{w}_{3l}}{\dot{w}_{1l}} = \frac{\dot{w}_3 (1 - x_3)}{\dot{w}_1 (1 - x_1)}$$

Vale notar que o valor de σ_l representa, a menos de um pequeno erro, o valor da taxa de extração no tê.

As figuras 5.3 a 5.7 comparam os resultados numéricos com os resultados experimentais na forma em que estão apresentados no trabalho original.

Cond.	Experimental		Malha 12 × 18		Malha 24 × 36	
	σ_l	σ_g	σ_g	Erro [%]	σ_g	Erro [%]
1	0.09278	0.11260	0.22713	100.1	0.14981	32.7
1	0.12259	0.15599	0.26521	61.9	0.20511	30.5
1	0.16545	0.21848	0.36554	73.2	0.28533	34.3
1	0.21971	0.31062	0.44699	43.1	0.36871	19.6
1	0.30349	0.42862	0.60350	40.9	0.49085	15.2
1	0.35667	0.45587	0.68470	50.7	0.57049	24.7
2	0.10137	0.14261	0.23764	65.8	0.22556	60.6
2	0.17343	0.38079	0.39993	5.0	0.34253	-8.6
2	0.23345	0.46250	0.51949	12.3	0.43622	-4.8
2	0.30215	0.51941	0.64146	23.9	0.53922	4.3
2	0.34569	0.59964	0.70737	18.9	0.60084	0.7
2	0.43900	0.70190	0.81603	17.9	0.70958	2.2
2	0.49615	0.72733	0.85424	19.0	0.76017	5.5
2	0.62464	0.85363	0.91656	8.6	0.84570	0.1
3	0.10105	0.16215	0.24092	44.3	0.21721	33.9
3	0.11488	0.22708	0.27857	22.7	0.25020	10.2
3	0.19384	0.48463	0.44707	-7.9	0.37777	-21.3
3	0.22308	0.60037	0.50817	-14.9	0.43670	-27.1
3	0.29956	0.70833	0.65094	-7.5	0.54880	-22.0
3	0.39370	0.78257	0.78403	1.2	0.68043	-12.5
3	0.56423	0.85035	0.90277	7.4	0.81879	-2.6
4	0.11477	0.20735	0.29872	42.0	0.27240	34.2
4	0.15827	0.40877	0.41590	2.3	0.34753	-13.7
4	0.23655	0.61669	0.57931	-5.2	0.47586	-22.2
4	0.30280	0.75977	0.69514	-7.7	0.58477	-22.4
4	0.33611	0.78737	0.74728	-4.1	0.63568	-18.7
4	0.56749	0.87342	0.93437	8.3	0.84217	-3.5
5	0.12887	0.21614	0.35101	61.5	0.30275	43.4
5	0.15014	0.30020	0.41300	36.8	0.34050	14.2
5	0.21507	0.50316	0.56470	13.0	0.45836	-8.0
5	0.29466	0.71294	0.71546	1.1	0.58986	-16.7
5	0.42196	0.82191	0.88573	8.1	0.76591	-5.8
5	0.58278	0.85661	0.96360	13.9	0.87158	2.9

Tabela 5.2: Resultados para $D_3/D_1 = 1$ do Davis e Fungtamasan [4]

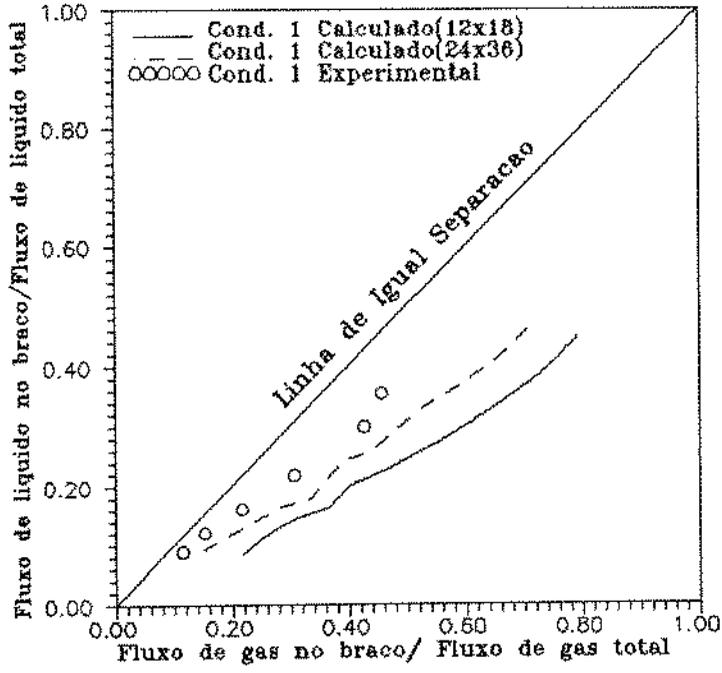


Figura 5.3: $\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 1$ e condição 1 [4]

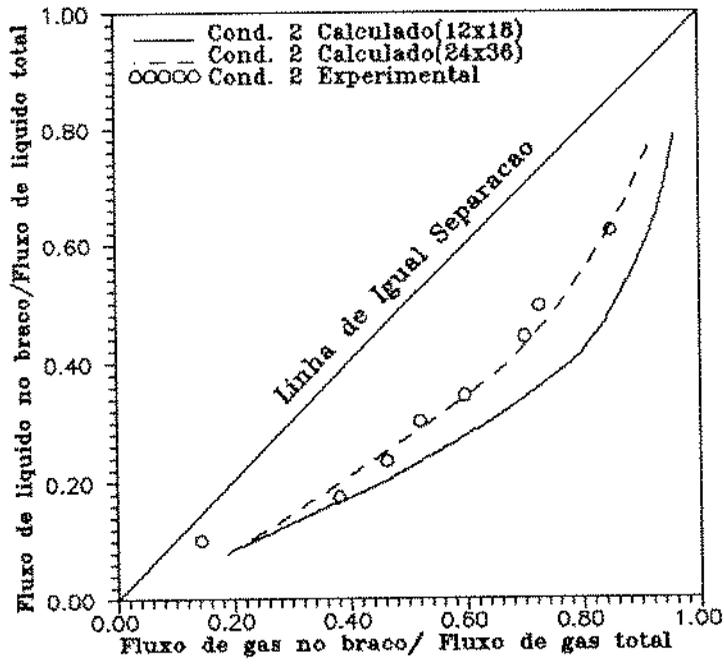


Figura 5.4: $\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 1$ e condição 2 [4]

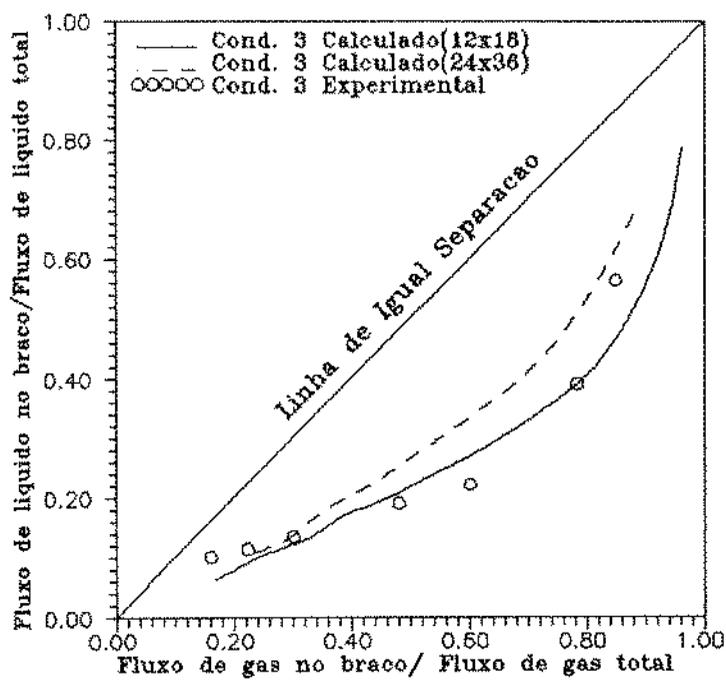


Figura 5.5: $\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 1$ e condição 3 [4]

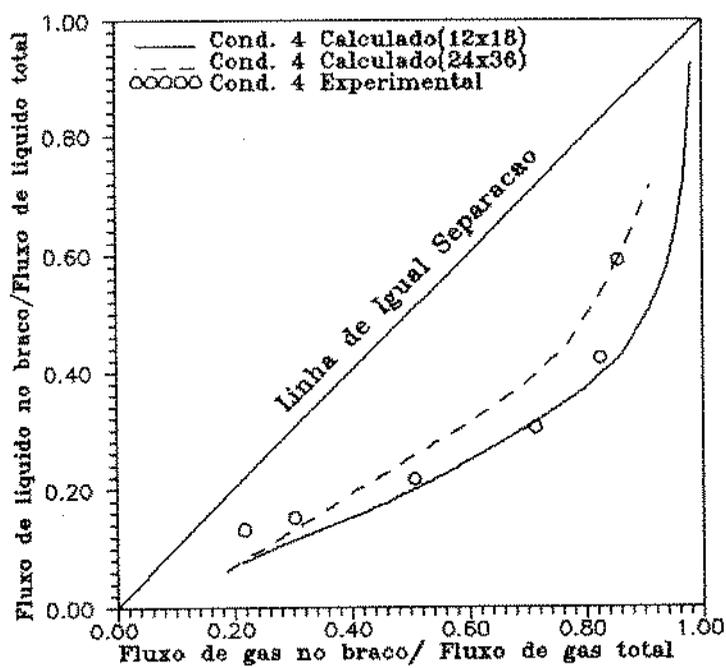


Figura 5.6: $\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 1$ e condição 4 [4]

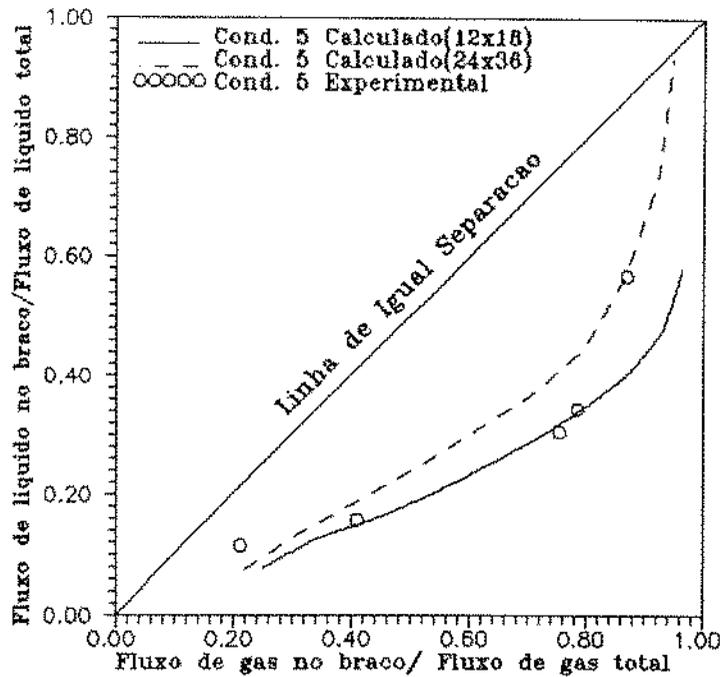


Figura 5.7: $\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 1$ e condição 5 [4]

A observação destes resultados nos leva a concluir que :

- Houve uma clara tendência nos resultados preditos, utilizando-se a malha grossa (12×18), para superestimar a separação (80% dos pontos superestimam), entretanto, para a malha fina (24 × 36), está tendência não se verifica, havendo uma melhor distribuição no desvio dos resultados (55 % dos pontos preditos superestimam a separação) .
- A malha fina apresenta menores erros em relação aos dados experimentais do que a malha grossa, contudo para ambas as malhas os maiores erros ocorrem para baixas taxas de extração.

Os dados experimentais fornecidos no trabalho do Honan e Lahey [8] encontram-se tabelados, o que facilita a comparação com os valores preditos. Honan e Lahey utilizaram 3 vazões mássicas diferentes para realizar os experimentos, variando para cada vazão

o título na entrada do tê. As condições de contorno para a seção 1 do tê, velocidade e fração de vazio, são especificadas a partir dos valores \dot{G}_1 e x_1 utilizando-se relações do modelo homogêneo, ver apêndice C. As tabelas 5.3 e 5.4 mostram respectivamente as condições de contorno, para as seções 1 e 2, e os resultados das simulações utilizando a malha grossa (12×18).

\dot{G}_1 [kg/m^2s]	x_1 [%]	$W_l = W_g$ [m/s]	α_g	P_2 [kPa]
1355.6	0.10	2.202	0.385	134
1355.6	0.25	3.535	0.617	130.7
1355.6	0.50	5.697	0.763	131.2
1355.6	1.00	9.350	0.856	142.5
2033.3	0.10	3.216	0.368	144.5
2033.3	0.25	5.006	0.595	143.6
2033.3	0.50	8.115	0.751	140.4
2033.3	1.00	10.97	0.817	190.9
2711.1	0.10	4.291	0.369	144.1
2711.1	0.25	6.582	0.589	147.0
2711.1	0.50	10.32	0.739	149.6
2711.1	1.00	17.47	0.846	154.2

Tabela 5.3: Condições de contorno para a simulação dos dados experimentais do Honan e Lahey [8], $D_3/D_1 = 1$

\dot{G}_1 [kg/m ² s]	x_1 [%]	\dot{w}_2 / \dot{w}_1	$(x_1/x_3)^{med.}$	$(x_1/x_3)^{cal.}$	Erro[%]
1355.6	0.10	0.7	1.97	1.80	-8.6
1355.6	0.10	0.5	1.47	1.60	9.0
1355.6	0.10	0.3	1.34	1.30	-2.2
1355.6	0.25	0.7	2.28	2.24	-1.5
1355.6	0.25	0.5	1.72	1.80	5.0
1355.6	0.25	0.3	1.29	1.39	8.1
1355.6	0.50	0.7	2.76	2.61	-5.4
1355.6	0.50	0.5	1.84	2.00	9.2
1355.6	0.50	0.3	1.37	1.44	5.3
1355.6	1.00	0.7	2.87	2.87	0.1
1355.6	1.00	0.5	1.87	-	-
1355.6	1.00	0.3	1.41	-	-
2033.3	0.10	0.7	2.70	1.87	-30.5
2033.3	0.10	0.5	1.75	1.62	-7.1
2033.3	0.10	0.3	1.26	1.32	4.9
2033.3	0.25	0.7	2.72	2.23	-17.9
2033.3	0.25	0.5	1.69	1.78	5.7
2033.3	0.25	0.3	1.25	1.38	10.5
2033.3	0.50	0.7	3.06	2.61	-14.6
2033.3	0.50	0.5	1.92	1.94	1.1
2033.3	0.50	0.3	1.37	1.42	3.8
2033.3	1.00	0.7	3.10	2.64	-14.6
2033.3	1.00	0.5	1.92	1.84	-4.0
2033.3	1.00	0.3	1.41	-	-
2711.1	0.10	0.7	2.68	1.92	-28.1
2711.1	0.10	0.5	1.71	1.66	-2.7
2711.1	0.10	0.3	1.29	1.36	5.5
2711.1	0.25	0.7	2.76	2.25	-18.3
2711.1	0.25	0.5	1.76	1.80	2.7
2711.1	0.25	0.3	1.37	1.40	2.5
2711.1	0.50	0.7	2.80	2.58	-7.5
2711.1	0.50	0.5	1.77	1.98	11.9
2711.1	0.50	0.3	1.42	1.45	2.3
2711.1	1.00	0.7	2.82	2.36	-16.0
2711.1	1.00	0.5	1.78	-	-
2711.1	1.00	0.3	1.42	-	-

Tabela 5.4: Resultado das simulações para o estudo do Honan e Lahey [8], $D_3/D_1 = 1$

Como pode-se ver na tabela 5.4, cinco pontos experimentais deixaram de ser simulados porque houve instabilidades nos resultados do programa computacional. A combinação de altas velocidades com fração de vazio também alta tem demonstrado dificultar a solução numérica das equações de campo. Talvez porque nestas condições, onde o padrão de escoamento na entrada do tê aproxima-se do escoamento anular, conforme esta mostrado na figura 5.1, a equação constitutiva usada para o atrito interfacial não represente a realidade do fenômeno.

Os resultados obtidos demonstram razoável concordância com os dados experimentais, mesmo utilizando-se a malha grossa, apresentando melhor precisão em relação ao caso anterior. Verifica-se, também, a tendência nos valores preditos para subestimar a separação quando a taxa de extração é baixa ($\dot{w}_3 / \dot{w}_1 = 0.3$ ou $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.7$).

As figuras 5.8 a 5.10 apresentam o resultado das simulações em forma de gráficos, de acordo com as vazões mássicas.

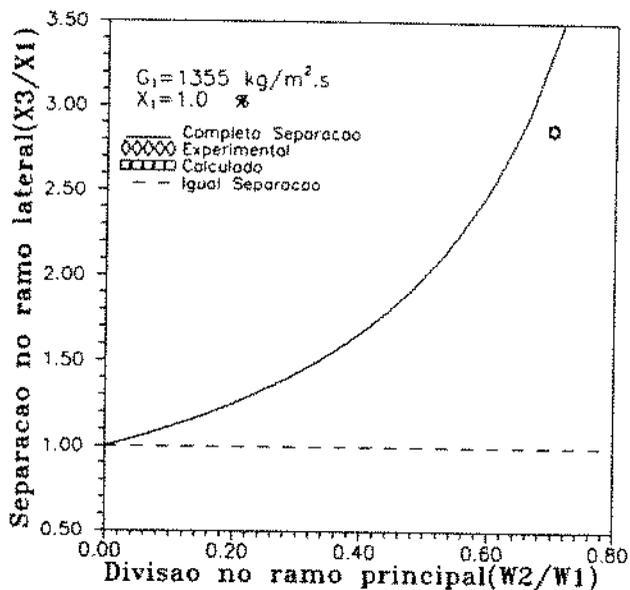
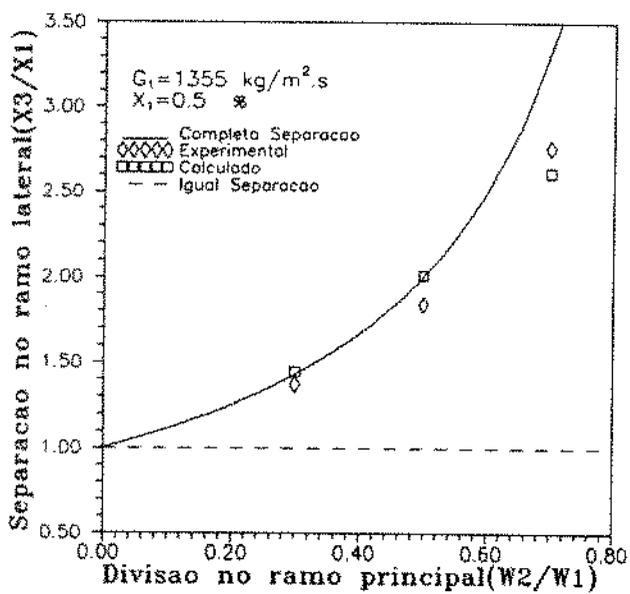
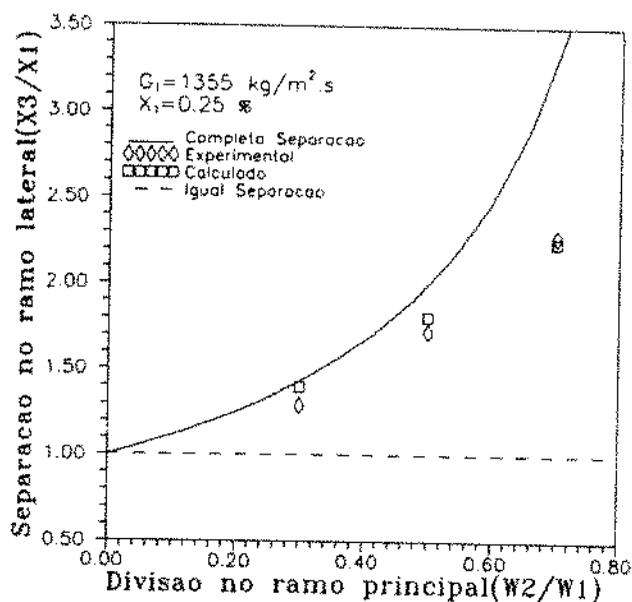
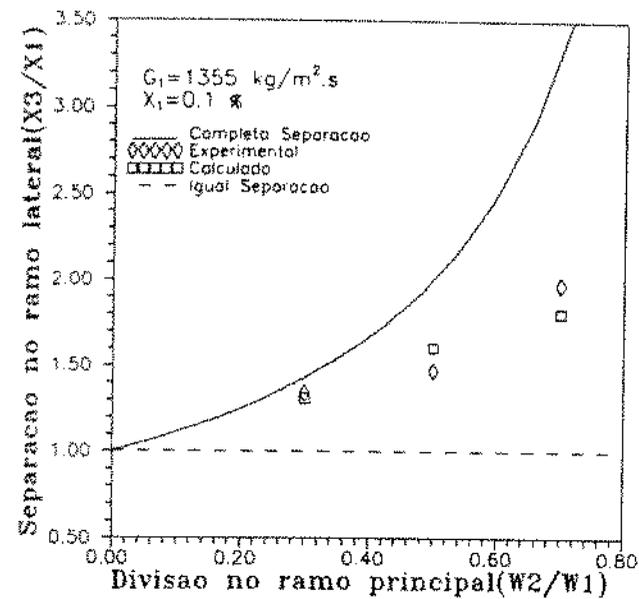


Figura 5.8: x_3/x_1 versus w_2/w_1 para $G_1 = 1355.6 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$ [8]

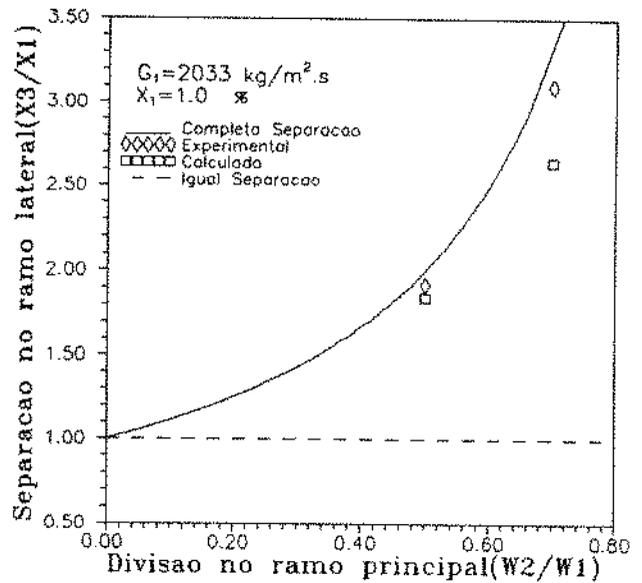
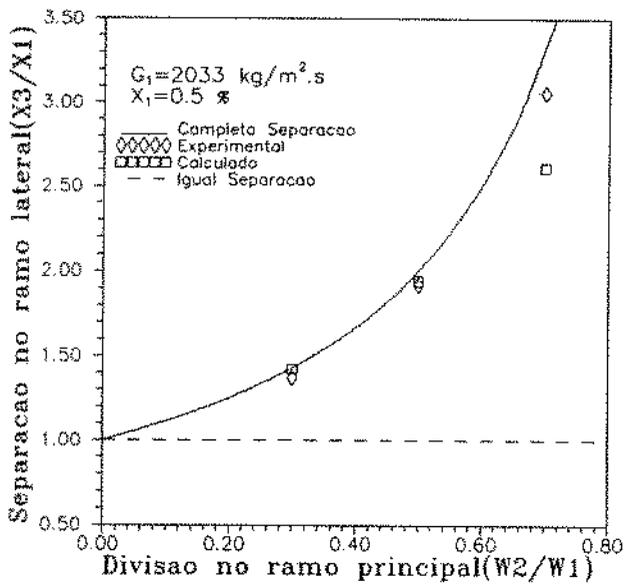
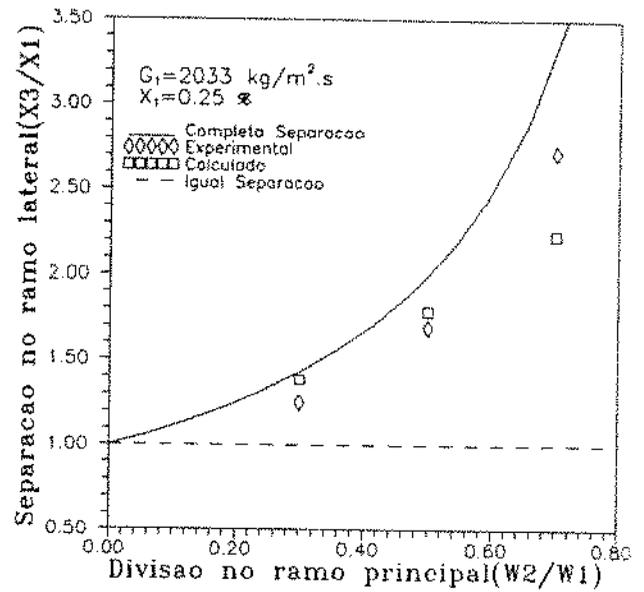
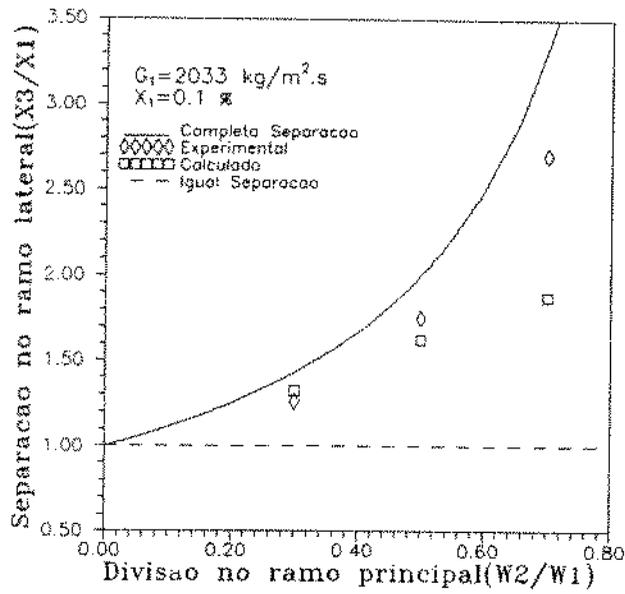


Figura 5.9: x_3/x_1 versus \dot{w}_2 / \dot{w}_1 para $G_1 = 2033.1 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$ [8]

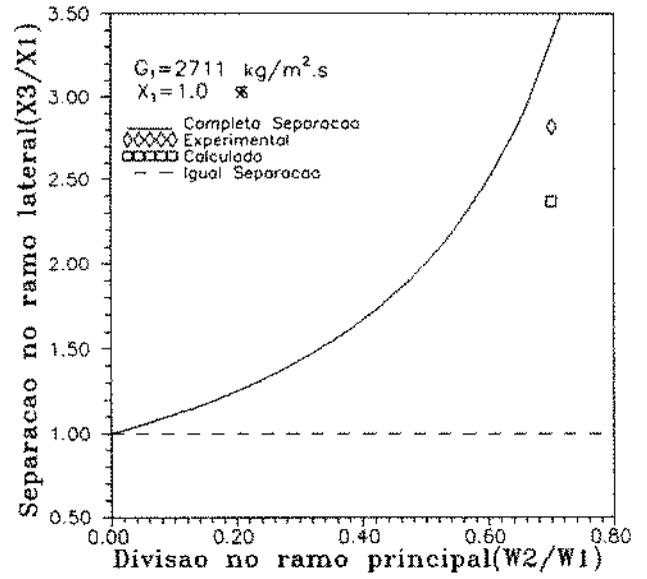
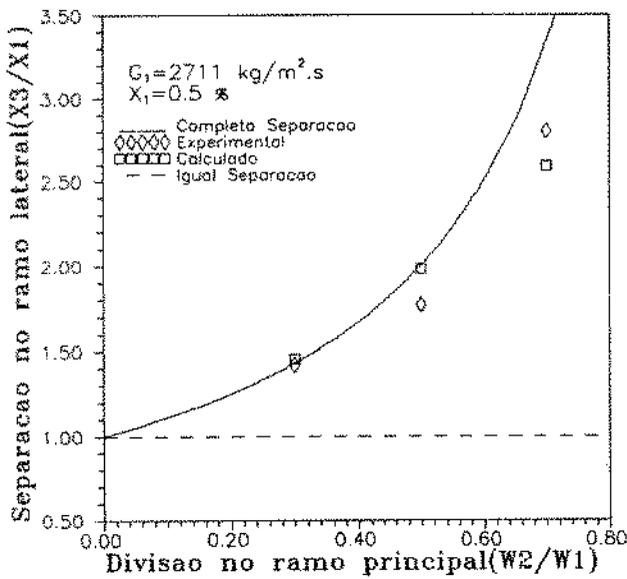
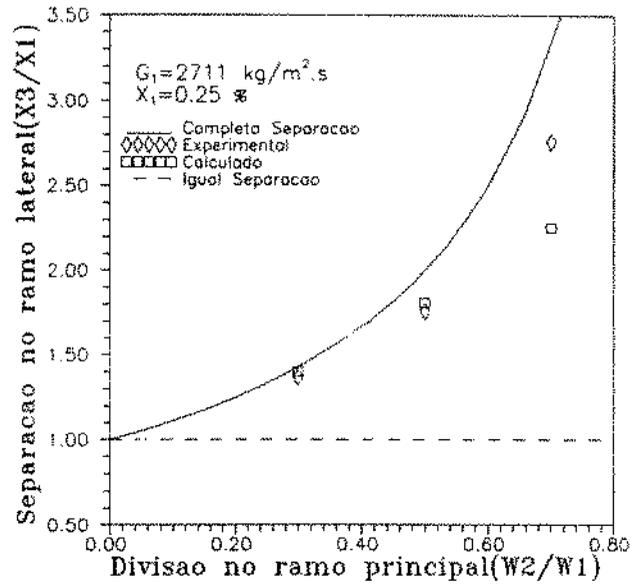
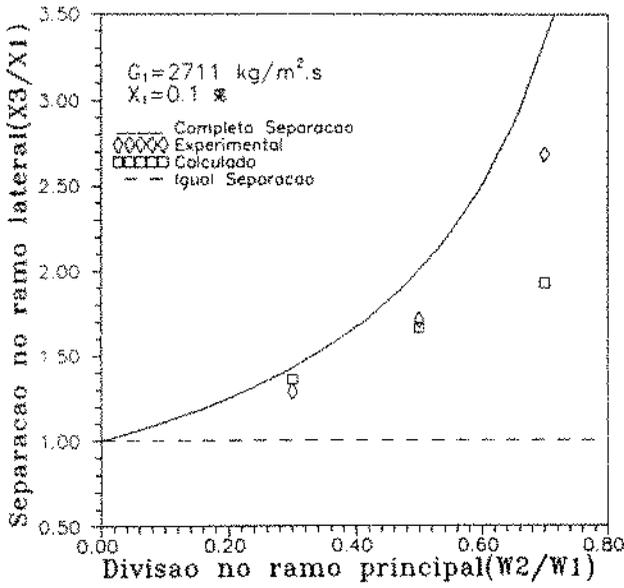
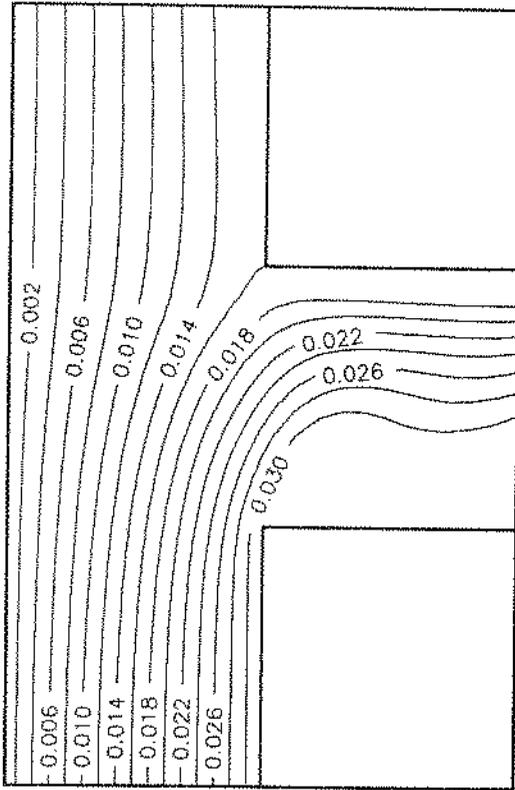


Figura 5.10: x_3/x_1 versus \dot{w}_2 / \dot{w}_1 para $\dot{G}_1 = 2711.1 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$ [8]

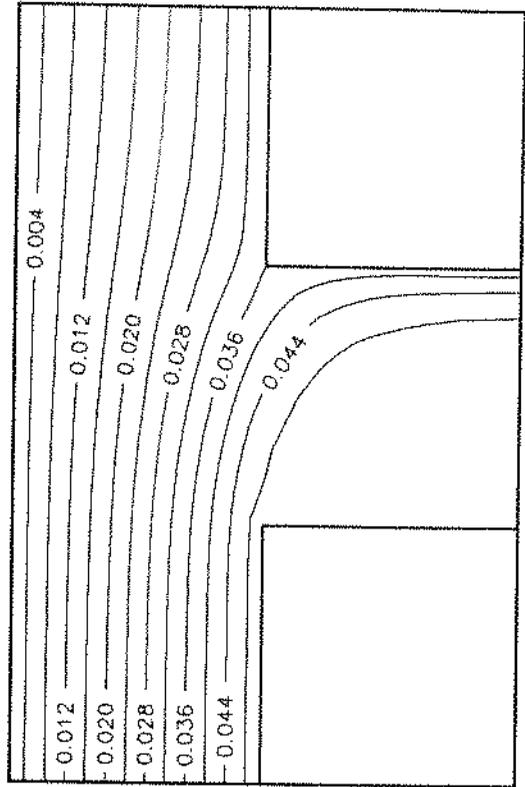
As figuras 5.11 a 5.14 mostram a distribuição da função de corrente para fases gás e líquida, fração de vazio e pressão para uma mesma vazão mássica com dois títulos diferentes. Cada uma destas condições esta representada para dois valores da taxa de extração. Para escoamento bifásicos onde a fração de vazio é função da posição, a exemplo dos escoamentos dispersos, os isovalores da função de corrente ψ_k para uma fase não representam as linhas de corrente, dando apenas o valor da vazão volumétrica que passa entre dois pontos, ver apêndice C.1 . Complementando, a figura 5.15 mostra a distribuição dos vetores de velocidade para as duas fases na região do ramo lateral para o caso esquematizado na figura 5.14 .

A distribuição das propriedades do escoamento, de acordo com os resultados numéricos, nos revela:

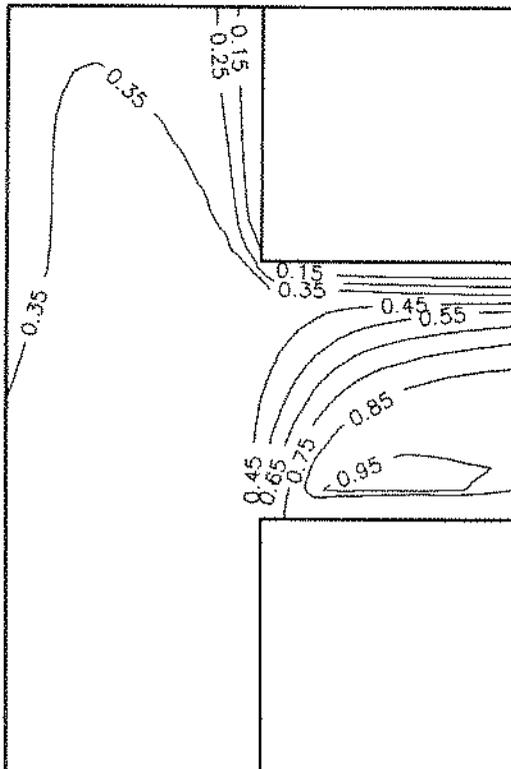
- A existência de um gradiente de pressão negativo no ramo lateral, sendo mais forte próximo da parede superior, indicando uma maior vazão dos fluidos nesta região;
- Uma possível região de estagnação de fluidos, localizada na parte inferior do ramo lateral;
- A concentração de líquido ($\alpha_g \rightarrow 0$) na parte superior do ramo lateral e na parede direita da saída do ramo principal;
- A maior facilidade do gás, fase de menor densidade, para entrar no ramo lateral, confirmando a habilidade do tê para separar as fases de um escoamento bifásico. A distribuição das funções de corrente fornece a dimensão deste fenômeno.



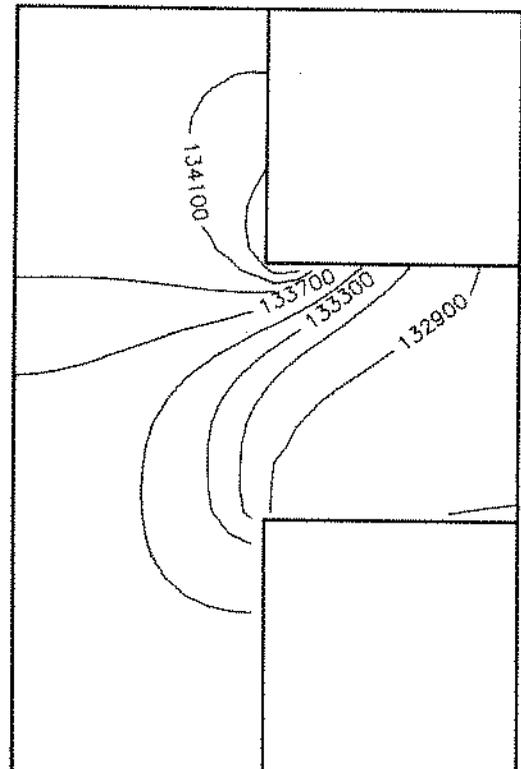
a)



b)



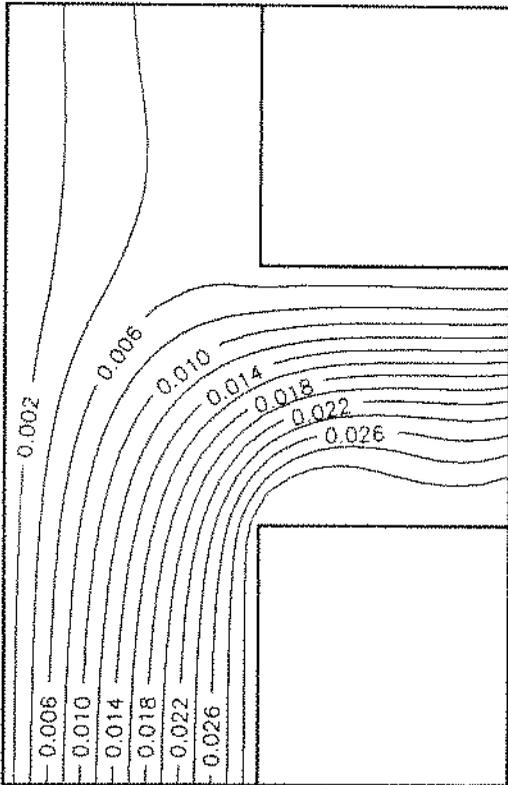
c)



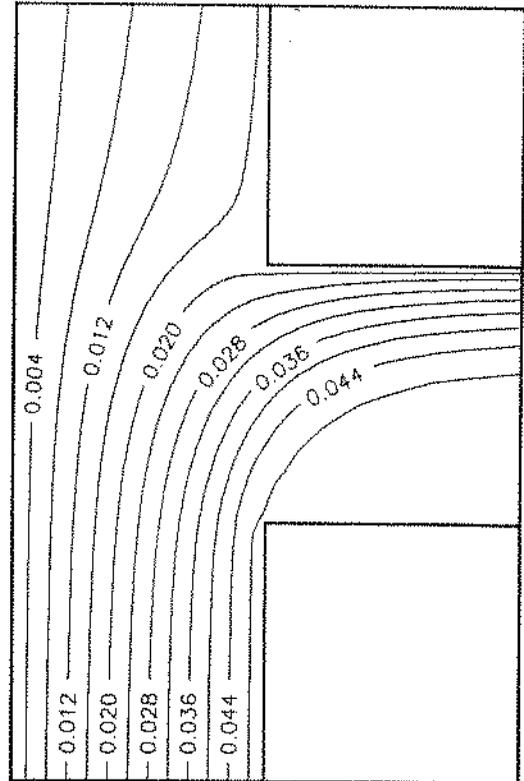
d)

Figura 5.11: a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão.

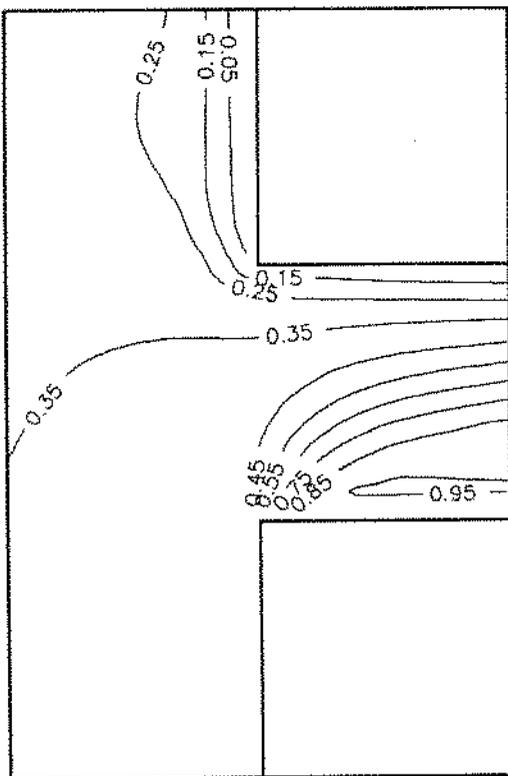
$$\dot{G}_1 = 1355.6 \text{ kg/m}^2\text{s}, x_1 = 0.1\% \text{ e } \dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.7$$



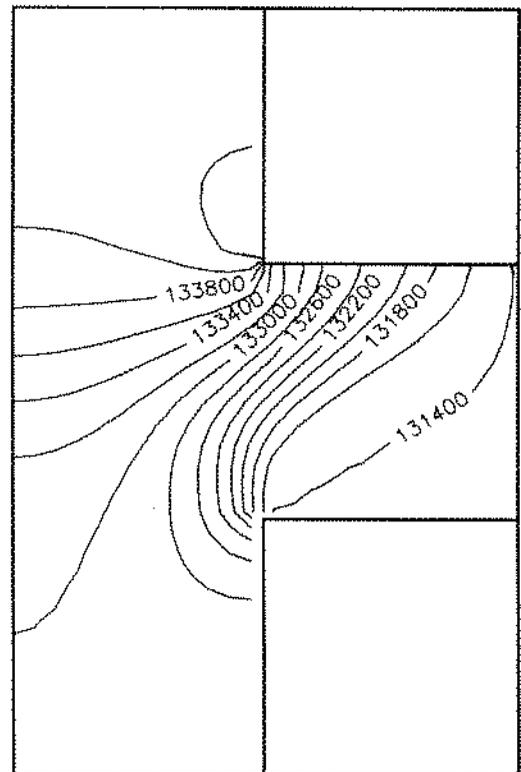
a)



b)



c)



d)

Figura 5.12: a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão.
 $\dot{G}_1 = 1355.6 \text{ kg/m}^2\text{s}$, $x_1 = 0.1\%$ e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.32$

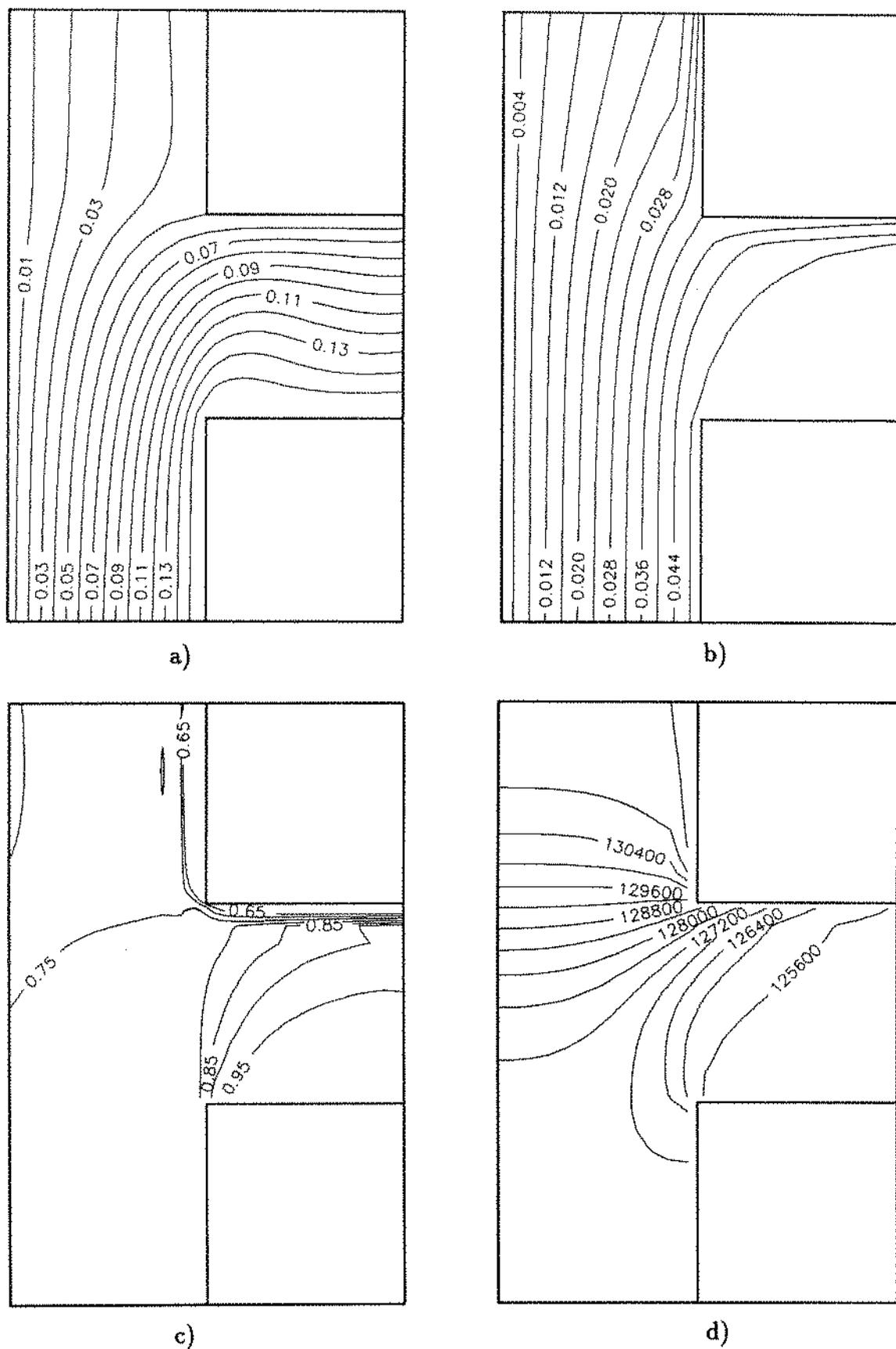
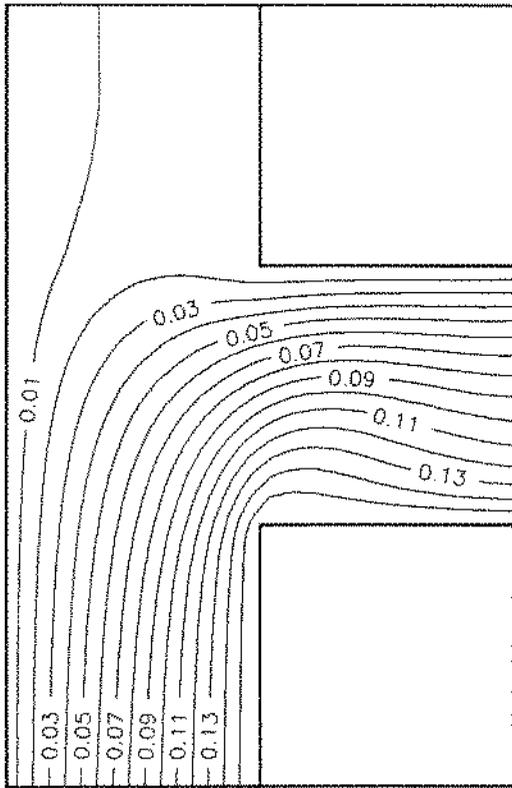
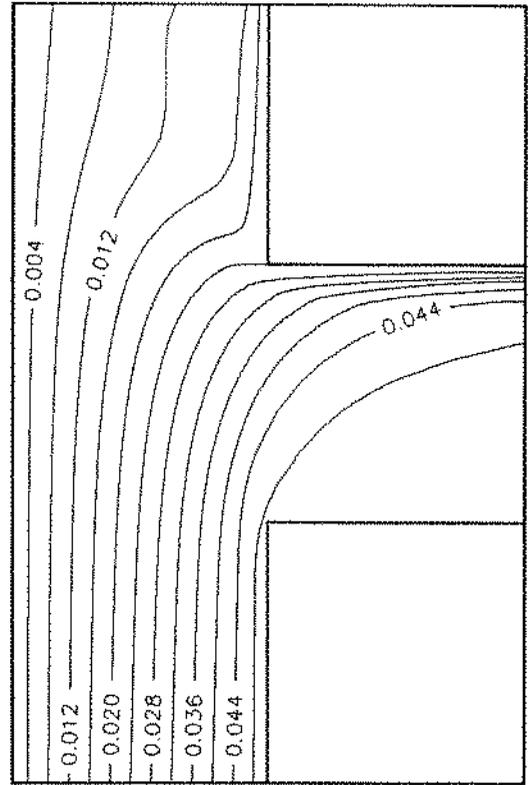


Figura 5.13: a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão.

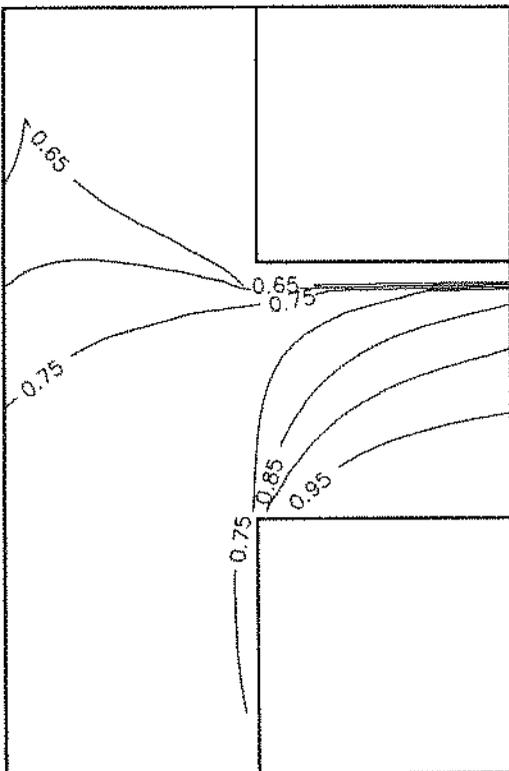
$$\dot{G}_1 = 1355.6 \text{ kg/m}^2\text{s}, x_1 = 0.5\% \text{ e } \dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.65$$



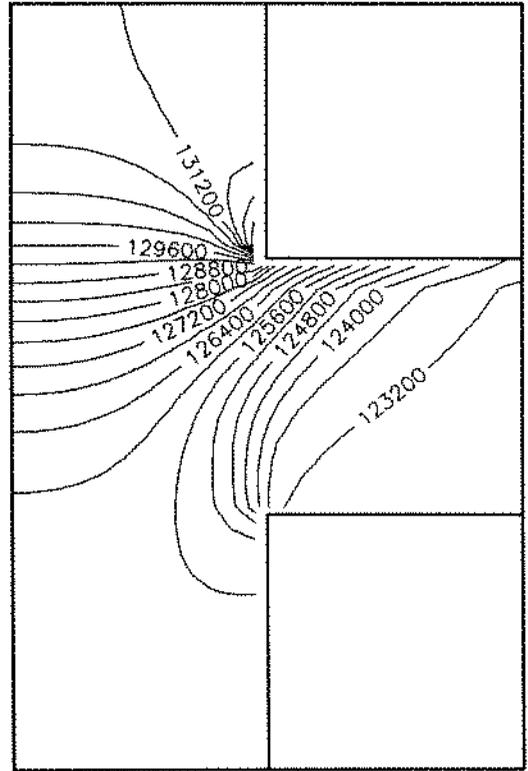
a)



b)



c)



d)

Figura 5.14: a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão.
 $\dot{G}_1 = 1355.6 \text{ kg/m}^2\text{s}$, $x_1 = 0.5\%$ e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.36$

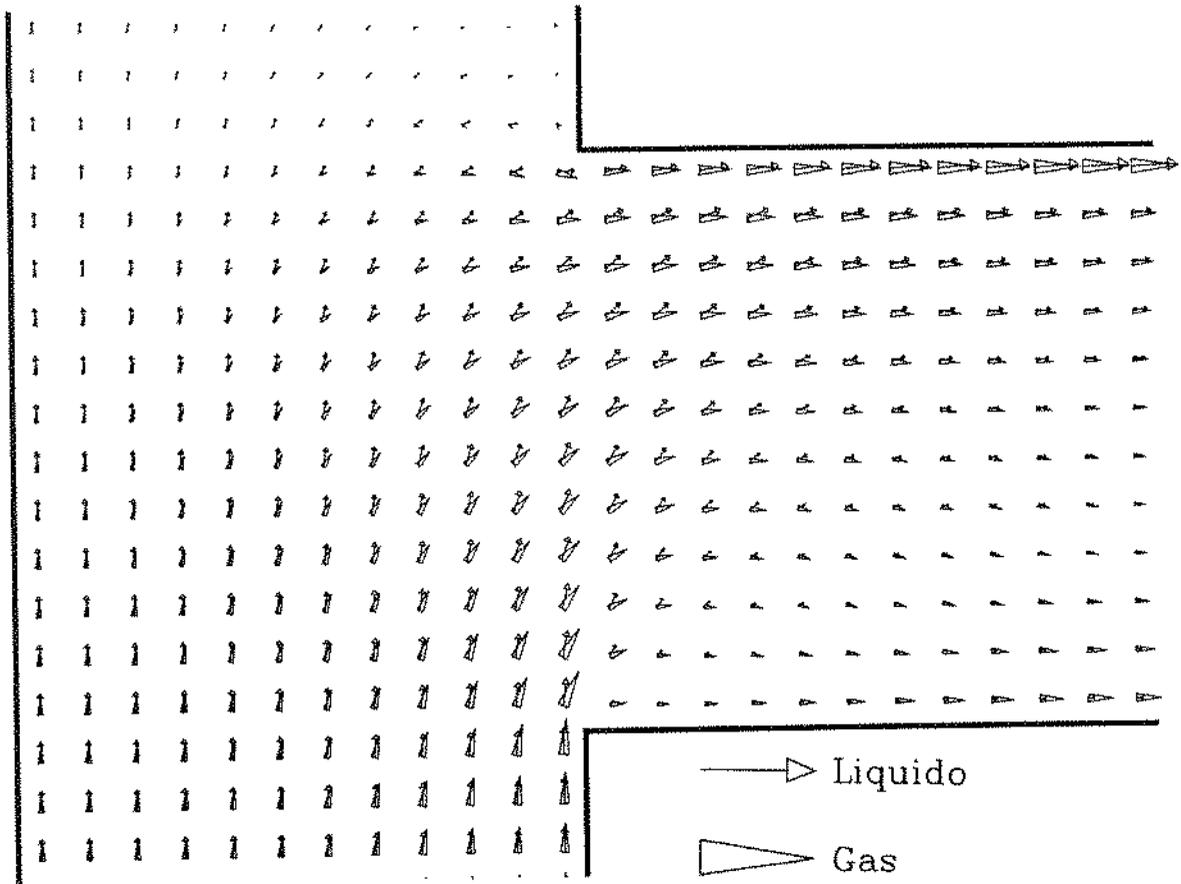
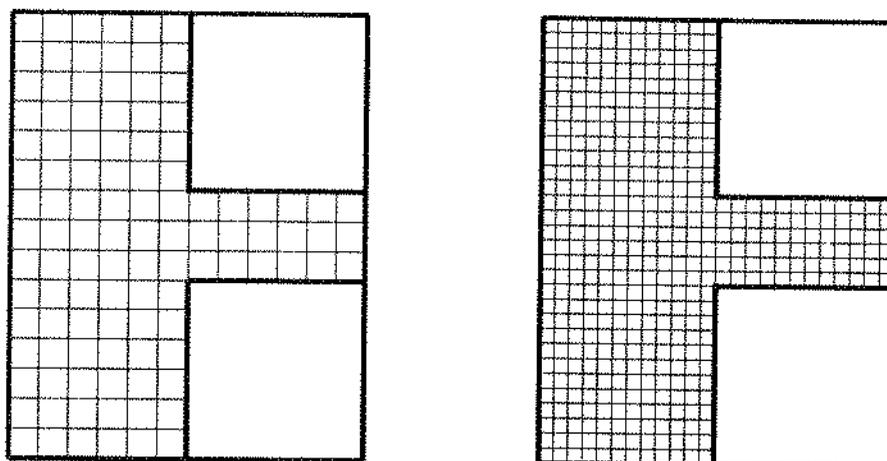


Figura 5.15: Distribuição dos Vetores Velocidade. $\dot{G}_1 = 1355.6 \text{ kg/m}^2\text{s}$, $x_1 = 0.5\%$ e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.36$

5.2 A Simulação para $D_3/D_1 = 0.5$

A simulação numérica da separação das fases, quando $D_3/D_1 = 0.5$, foi realizada utilizando-se as malhas esquematizadas na figura 5.16, letras “a” e “b”. Infelizmente, como já foi comentado, os dados experimentais do Davis e Fungtamasan [4] não estão tabelados, sendo necessário assumir algumas condições que não estão especificadas no trabalho. Novamente foi adotado, como condição de contorno para a seção 2,

$P_2 = 250 \text{ kPa}$. A tabela 5.5 especifica as condições de contorno para a seção de entrada do tê, calculados como anteriormente.

a) 12×15 b) 24×30 Figura 5.16: Malhas (12×15) e (24×30)

condição	$W_l = W_g [m/s]$	α_g
1	2.92	0.47
2	6.20	0.51
3	5.57	0.56
4	6.62	0.65
5	4.97	0.68

Tabela 5.5: Condições de contorno para os pontos experimentais do Davis e Fungtamasan [4], $D_3/D_1 = 0.5$

Os resultados das simulações encontram-se na tabela 5.6 e, em forma gráfica, nas figuras 5.17 a 5.21. A figura 5.22 representa a distribuição da função de corrente do

gás e do líquido, fração de vazio e pressão para condição de fluxo 3 e taxa de extração $\dot{w}_3 / \dot{w}_1 = 0.5$, utilizando-se a malha 24×30 .

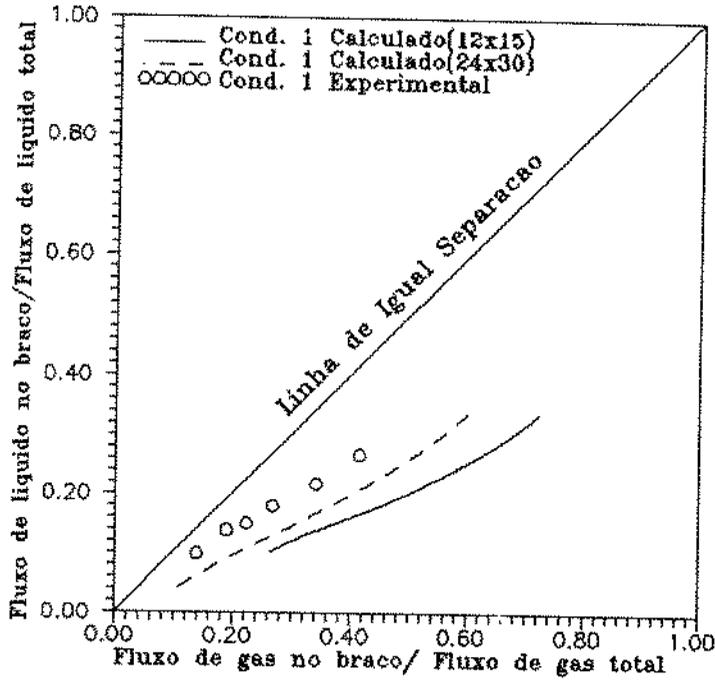


Figura 5.17: $\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 0.5$ e condição 1 [4]

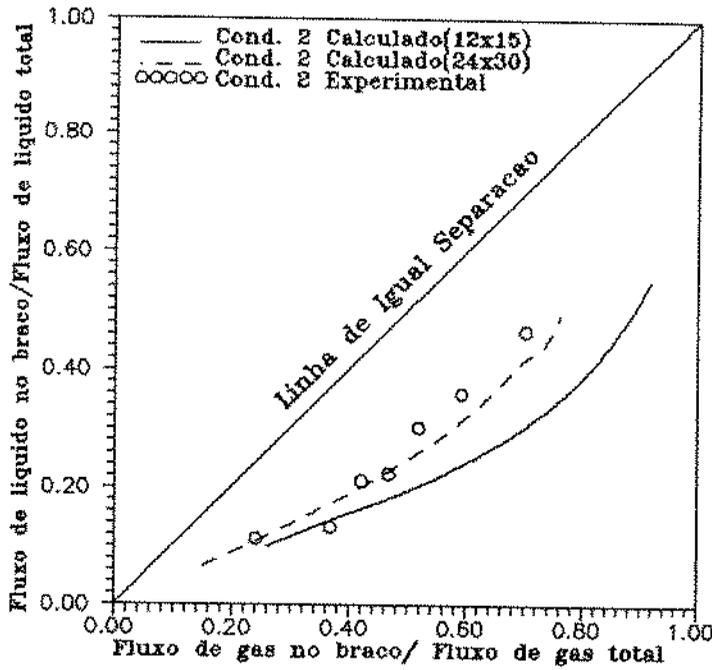


Figura 5.18: $\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 0.5$ e condição 2 [4]

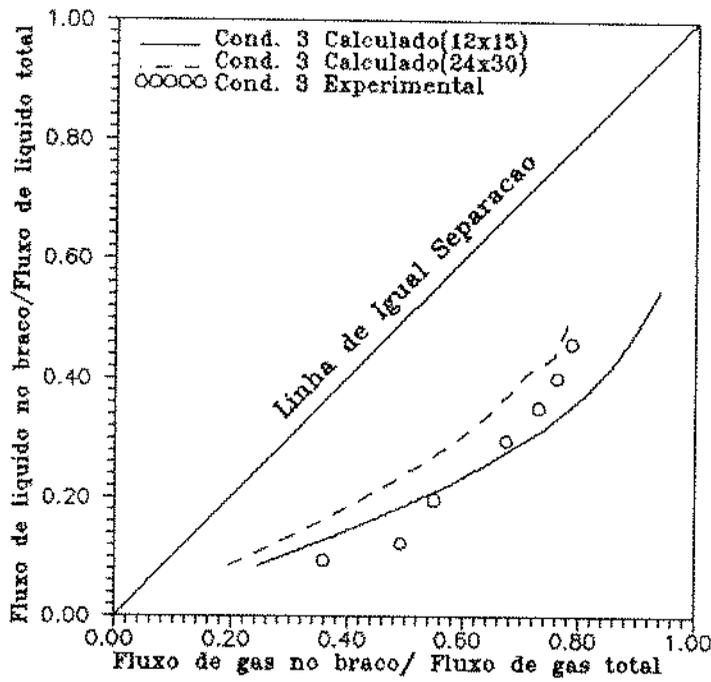


Figura 5.19: $\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 0.5$ e condição 3 [4]

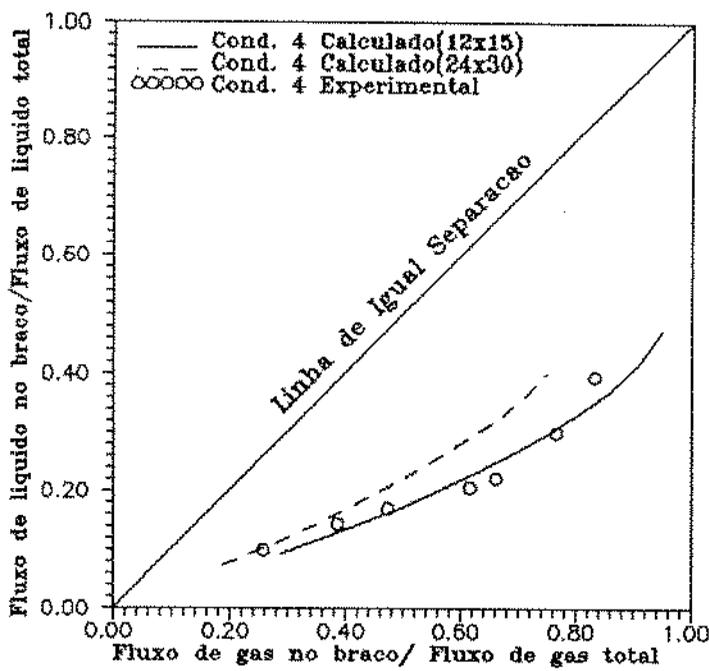


Figura 5.20: $\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 0.5$ e condição 4 [4]

Cond.	Experimental		Malha 12 × 15		Malha 24 × 30	
	σ_l	σ_g	σ_g	Erro[%]	σ_g	Erro[%]
1	0.0989	0.1384	0.2557	84.1	0.2055	48.5
1	0.1387	0.1891	0.3421	80.2	0.2844	50.0
1	0.1506	0.2227	0.3736	67.1	0.3091	38.5
1	0.1792	0.2666	0.4472	67.2	0.3628	35.9
1	0.2178	0.3406	0.5299	55.4	0.4318	26.6
1	0.2674	0.4143	0.6215	49.8	0.5097	23.0
2	0.1132	0.2403	0.2913	21.0	0.2483	3.4
2	0.1325	0.3667	0.3379	-7.7	0.2875	-21.3
2	0.2122	0.4203	0.5392	28.2	0.4396	4.6
2	0.2242	0.4664	0.5626	20.8	0.4602	-1.2
2	0.3021	0.5183	0.6978	35.4	0.5782	11.6
2	0.3603	0.5920	0.7718	30.8	0.6439	8.9
2	0.4669	0.7021	0.8645	24.1	0.7469	7.1
3	0.0943	0.3579	0.2690	-24.4	0.2146	-39.6
3	0.1238	0.4921	0.3459	-29.2	0.2776	-43.2
3	0.1967	0.5488	0.5203	-4.9	0.4229	-22.7
3	0.2972	0.6739	0.7048	4.7	0.5885	-12.6
3	0.3518	0.7293	0.7827	7.4	0.6541	-10.1
3	0.4021	0.7617	0.8368	10.0	0.7040	-7.3
3	0.4595	0.7867	0.8834	12.5	0.7638	-1.8
4	0.1001	0.2571	0.3065	19.1	0.2502	-2.4
4	0.1439	0.3858	0.4236	9.7	0.3505	-8.9
4	0.1700	0.4723	0.4919	4.1	0.4026	-14.4
4	0.2068	0.6154	0.5730	-6.6	0.4725	-22.9
4	0.2226	0.6613	0.6064	-8.2	0.5017	-23.8
4	0.3004	0.7660	0.7547	-1.4	0.6287	-17.7
4	0.3953	0.8329	0.8849	6.3	0.7440	-10.5
5	0.1066	0.2984	0.3346	12.0	0.2729	-8.3
5	0.1424	0.4739	0.4325	-8.5	0.3544	-24.8
5	0.1900	0.6152	0.5545	-9.6	0.4501	-26.4
5	0.2400	0.7101	0.6612	-6.7	0.5424	-23.3
5	0.2748	0.7841	0.7241	-7.5	0.6022	-23.0
5	0.3510	0.8409	0.8512	1.7	0.7132	-15.0

Tabela 5.6: Resultados para $D_3/D_1 = 0.5$ do Davis e Functamasan [4]

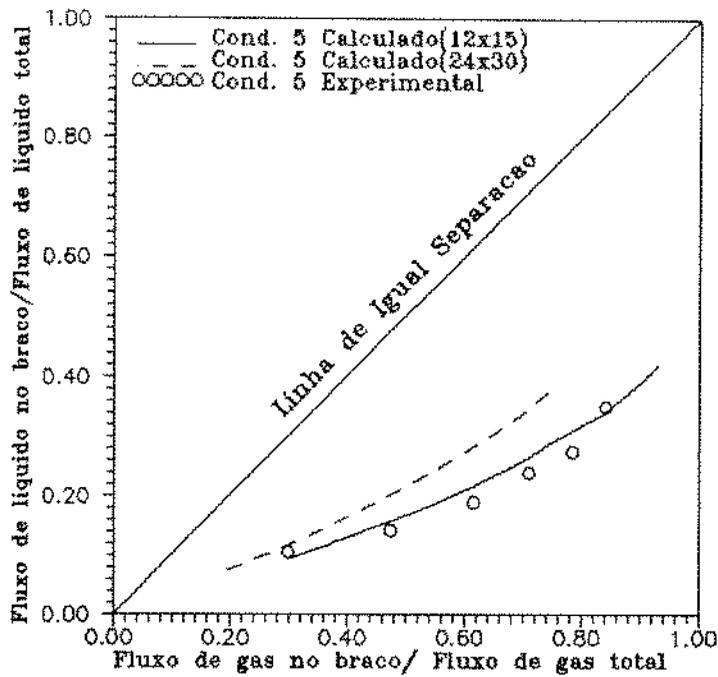
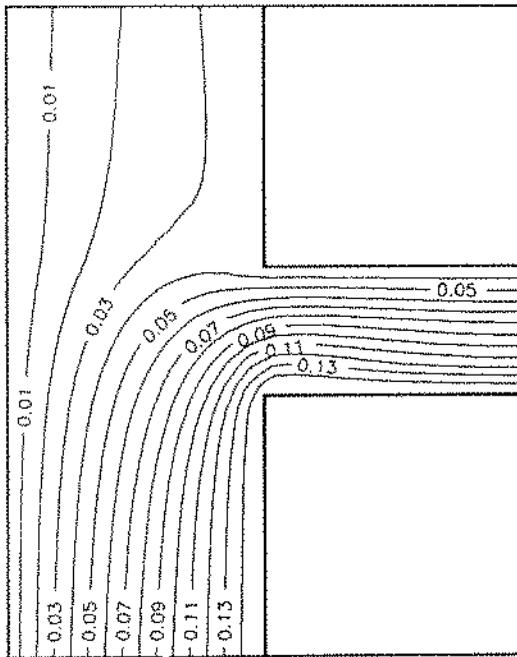
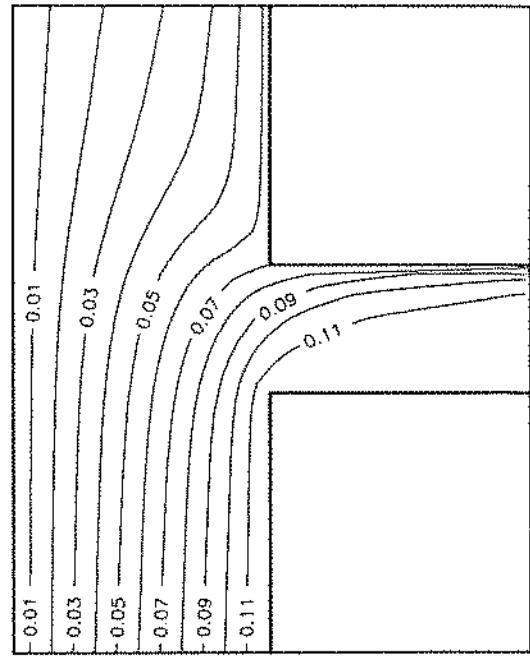


Figura 5.21: $\sigma_l \times \sigma_g$ para $D_3/D_1 = 0.5$ e condição 5 [4]

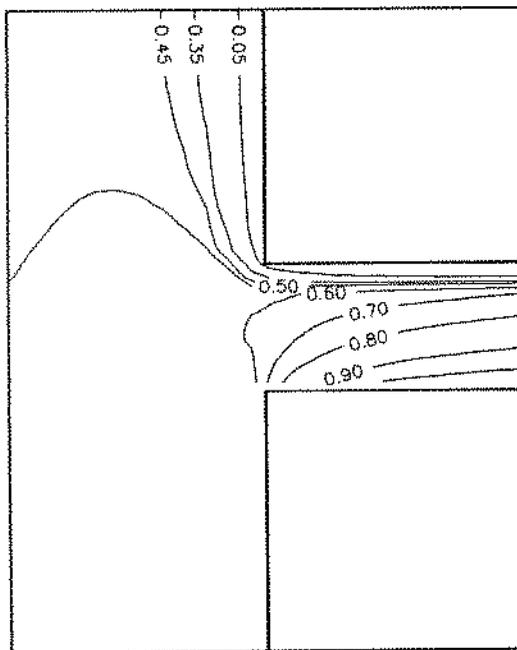
Os resultados obtidos para este caso demonstram uma maior tendência da malha fina em subestimar a separação das fases, porém esta malha apresenta menor erro, em relação aos pontos experimentais, que a malha grossa. A distribuição das propriedades do escoamento: fração de vazio, pressão e velocidades apresentam as mesmas características do caso anterior.



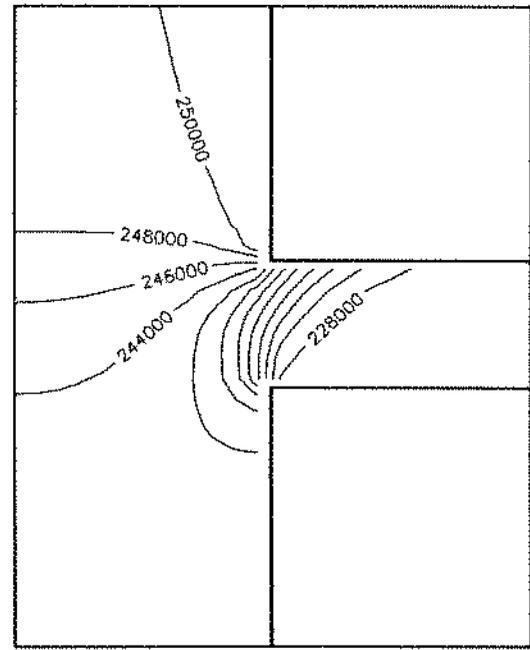
a)



b)



c)



d)

Figura 5.22: a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão para malha 24×30 e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.5$

5.3 Análise Paramétrica

A utilização de um programa computacional na análise de fenômenos físicos permite, através de mudanças nas leis (equações) utilizadas, investigar quais características do sistema que são mais importantes ou determinam o fenômeno estudado.

Assim, foi realizado um estudo da influência, na separação de fases que ocorre no tê, de alguns parâmetros tais como: viscosidade, campo gravitacional, condição de contorno na entrada do tê e discretização do domínio. Para tal, foi feito uso dos dados experimentais de Davis e Fungtamasan [4], mais especificamente da condição de escoamento 3 para $D_3/D_1 = 0.5$ e 1.0. Foram utilizadas as malhas 24×30 e 24×36 , para realizar as simulações.

- Gravidade: As figuras 5.23 e 5.24 mostram respectivamente para as duas relações de diâmetros, a influência da gravidade no fenômeno. Analizando os gráficos vemos que a gravidade só altera significativamente o resultado das simulações para baixas taxas de extração.
- Viscosidade: Sendo ação da viscosidade dos fluidos no escoamento bifásico, representada por um modelo que não considera os efeitos da turbulência, então as viscosidades dos fluidos foram multiplicadas por uma constante " fv ", de forma a compensar a simplificação realizada. O valor de " fv " foi escolhido, considerando que o perfil das velocidades médias no tempo, em escoamentos bifásicos dispersos, se assemelha bastante com o perfil dos escoamentos monofásicos turbulentos, ao invés de um perfil parabólico característico dos escoamentos laminares. Vale dizer ainda, que a viscosidade na formulação discretizada das equações de conservação, tem a função de amortecer as oscilações de alta frequência que não podem ser resolvidas ou podem levar a instabilidades no método numérico para a solução do sistema, porém seu valor especificado não deve ser tão alto que elimine as instabilidades de interesse físico [6]. O valor de $fv = 5$ mostrou-se satisfatório. As figuras 5.25 a 5.27 apresentam o

efeito do termo difusivo na formação do perfil de velocidade e de fração de vazio, em um tubo vertical ascendente para 2 alturas diferentes. Especificou-se, neste caso, os valores fornecidos na tabela 5.1, condição de fluxo 3, como condições de contorno para a seção inferior do tubo. A pressão na saída do tubo foi especificada para ser $250kpa$ e a malha utilizada foi (12×20) com $\Delta x = 0.00417m$ e $\Delta y = 0.3m$. A influência da difusão viscosa na separação está mostrada nas figuras 5.28 e 5.29. Observa-se que somente para $fv = 500$ se causa uma variação significativa nos resultados da simulação. Isto é facilmente explicado pela pequena dimensão axial do tê, que não permite o desenvolvimento da difusão viscosa (camada limite) e só com valores muito altos da viscosidade é que este efeito se torna apreciável.

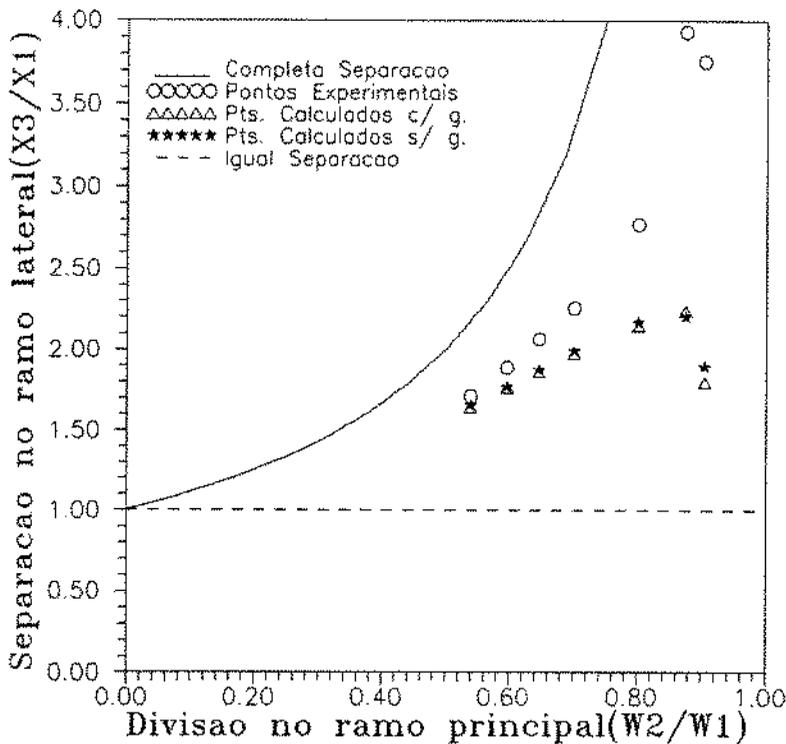


Figura 5.23: Influência da Gravidade para $D_3/D_1 = 0.5$

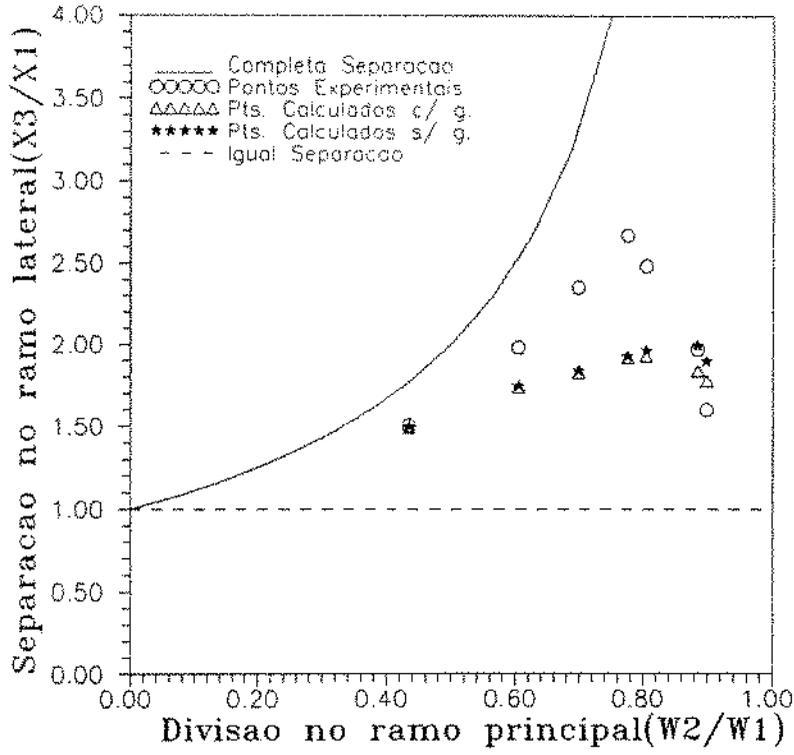


Figura 5.24: Influência da Gravidade para $D_3/D_1 = 1.0$

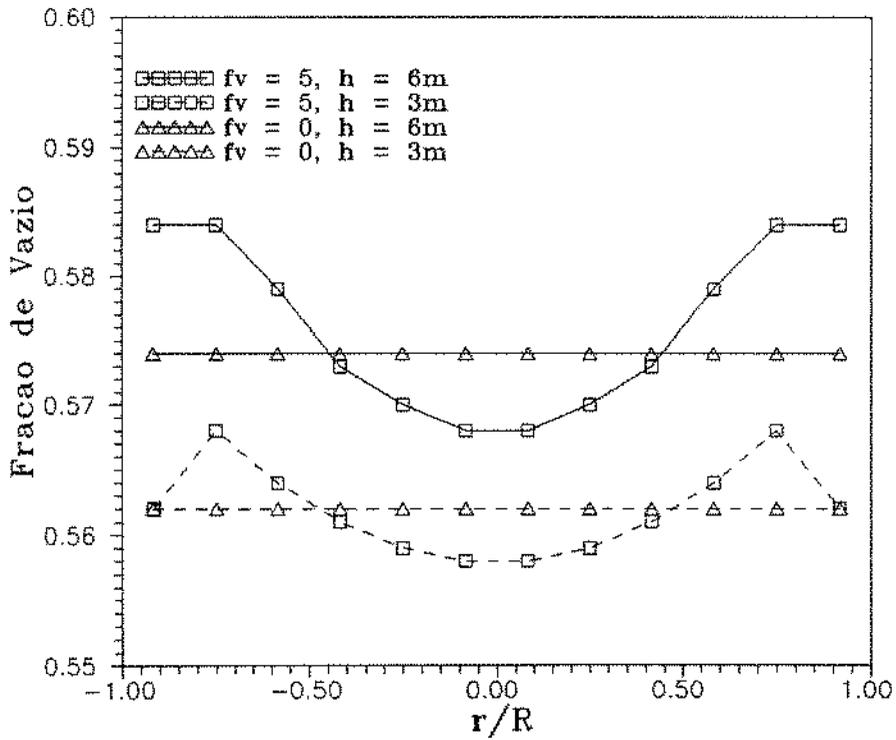


Figura 5.25: Fração de Vazio versus r/R

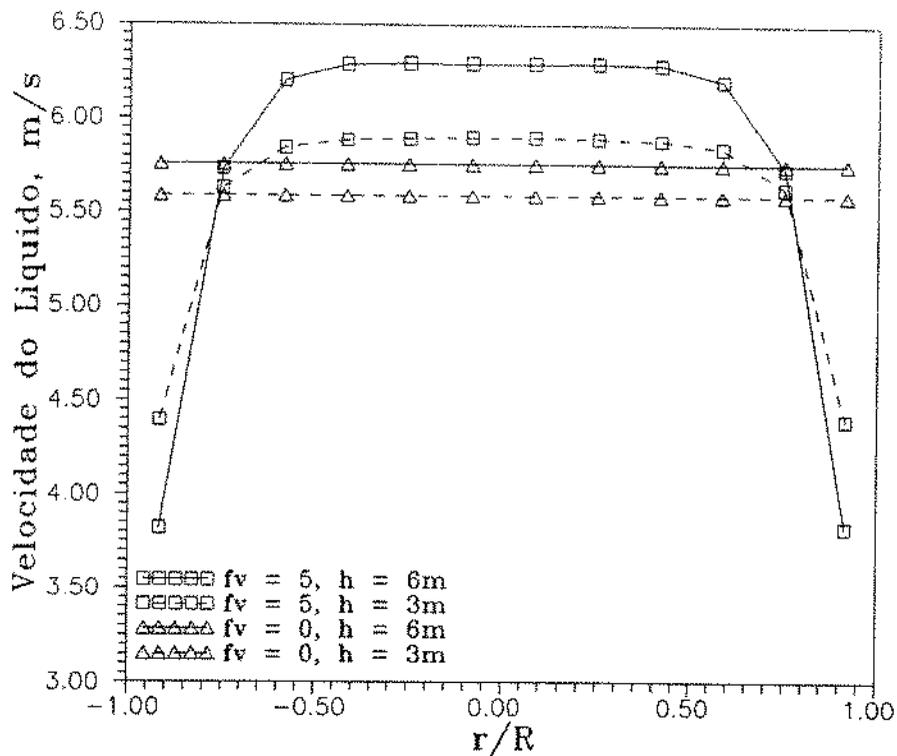


Figura 5.26: Velocidade do Líquido versus r/R

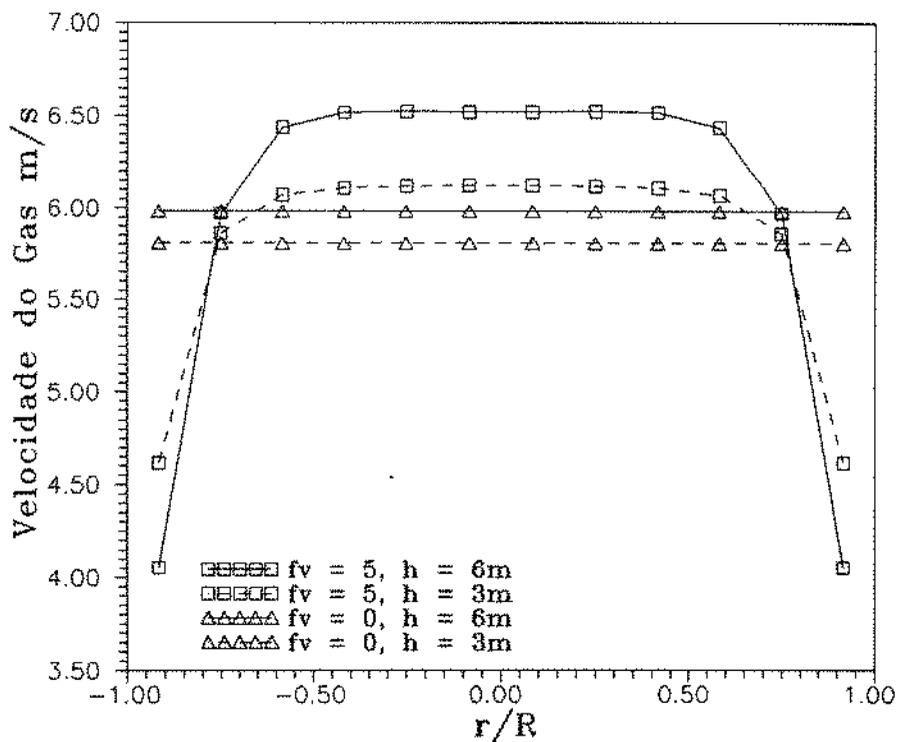


Figura 5.27: Velocidade do Gás versus r/R

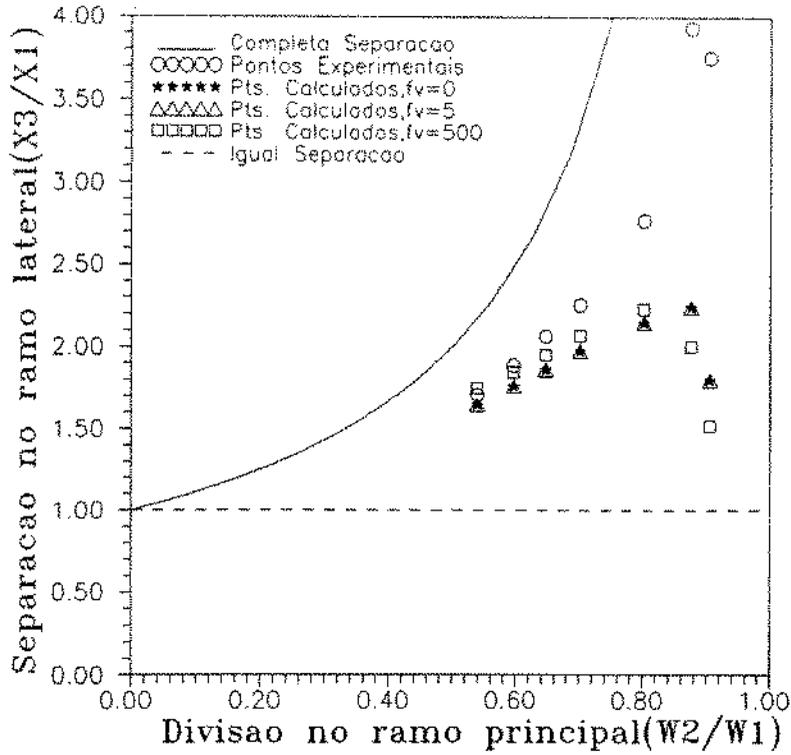


Figura 5.28: Influência da Viscosidade para $D_3/D_1 = 0.5$

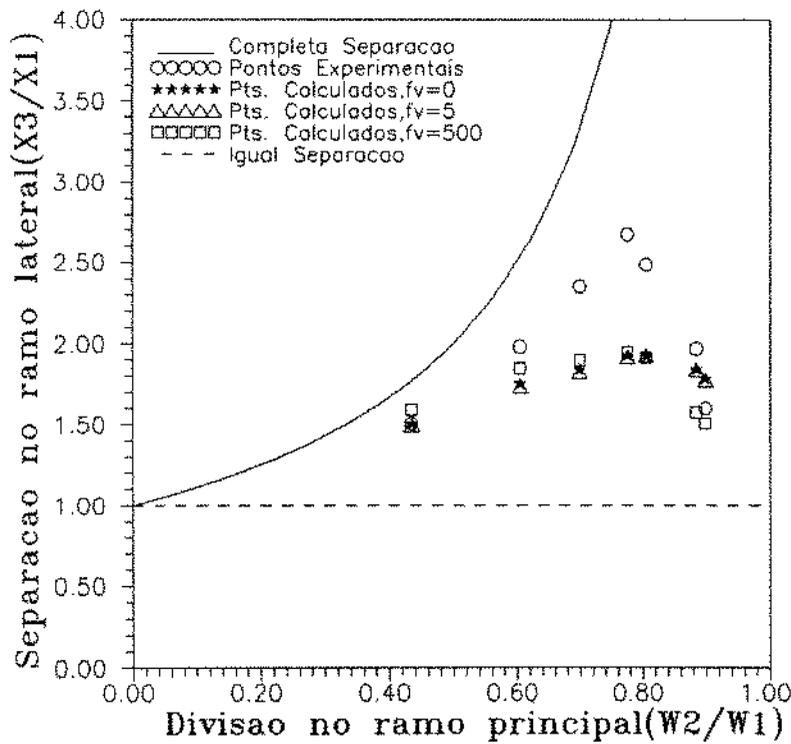


Figura 5.29: Influência da Viscosidade para $D_3/D_1 = 1.0$

- **Condição de Contorno:** A condição de contorno na seção 1 (entrada) do tê pode ser especificada de duas formas diferentes, a partir de uma vazão mássica total \dot{G}_1 e título x_1 definidos à montante do tê. A forma mais simples, denominada por condição de contorno sem perfil desenvolvido, consiste em se especificar os perfis de velocidade e o perfil de fração de vazio, lineares e constantes. Neste caso, utiliza-se as relações do modelo homogêneo, ver apêndice C. Este foi o procedimento adotado para simular a separação nas duas seções anteriores. No segundo modo, denominado de condição de contorno com perfil desenvolvido, especifica-se os já referidos perfis, após simularmos um escoamento vertical ascendente, com os mesmos valores de \dot{G}_1 e x_1 , obtendo assim, os perfis desenvolvidos, pelo efeito da difusão viscosa, que serão especificados na entrada do tê. É claro que, este procedimento só tem sentido se um modelo local para a difusão viscosa for disponível. As figuras 5.30 e 5.31 mostram o efeito da condição de contorno na entrada do tê. Verifica-se que uma condição de contorno com perfil desenvolvido altera, significativamente, o resultado da simulação, melhorando os resultados.
- **Discretização do Domínio:** Para avaliar os efeitos da discretização do domínio em estudo foram utilizadas as malhas (24×36) , (48×72) e (36×48) , sendo estas duas últimas, esquematizadas na figura 5.32 letras "a" e "b". Verificando a figura 5.33, conclui-se basicamente dois fatos: primeiro, o super refinamento da malha utilizada deve ser realizado com cautela, indicando, talvez, que o valor de $C^* = 2$ não seja adequado para valores de L muito pequenos. Em segundo lugar, a malha com os ramos de saída estendidos faz com que os resultados das simulações reproduzam de maneira mais precisa, a forma da curva experimental correspondente. Talvez isto ocorra, porque este tipo de malha permita um melhor posicionamento das condições de contorno para as seções de saída do tê [20]. As figuras 5.34 a 5.36 mostram a distribuição da função de corrente, pressão e fração de vazio, utilizando-se as malhas supra citadas.

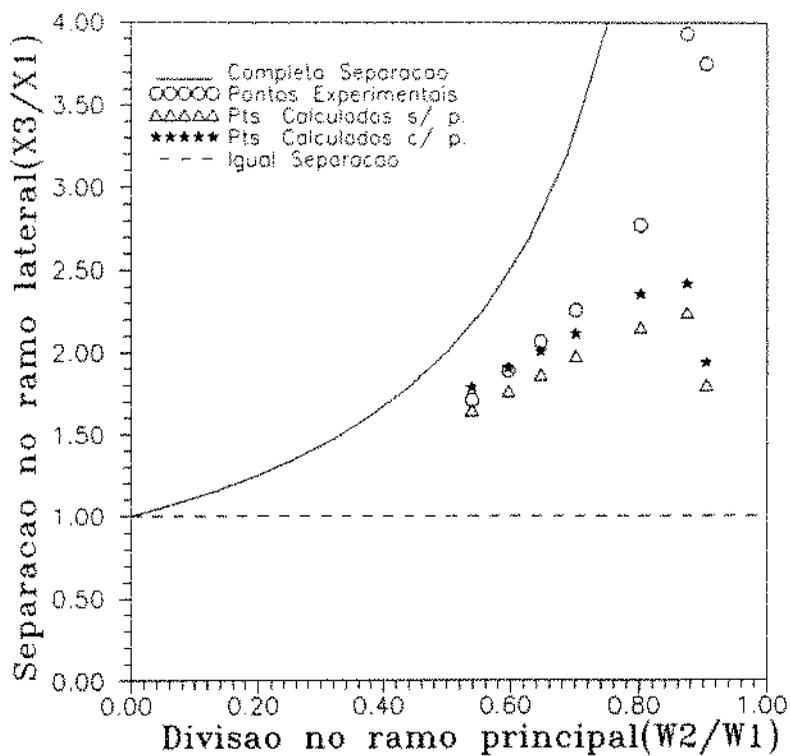


Figura 5.30: Influência da Condição de Contorno para $D_3/D_1 = 0.5$

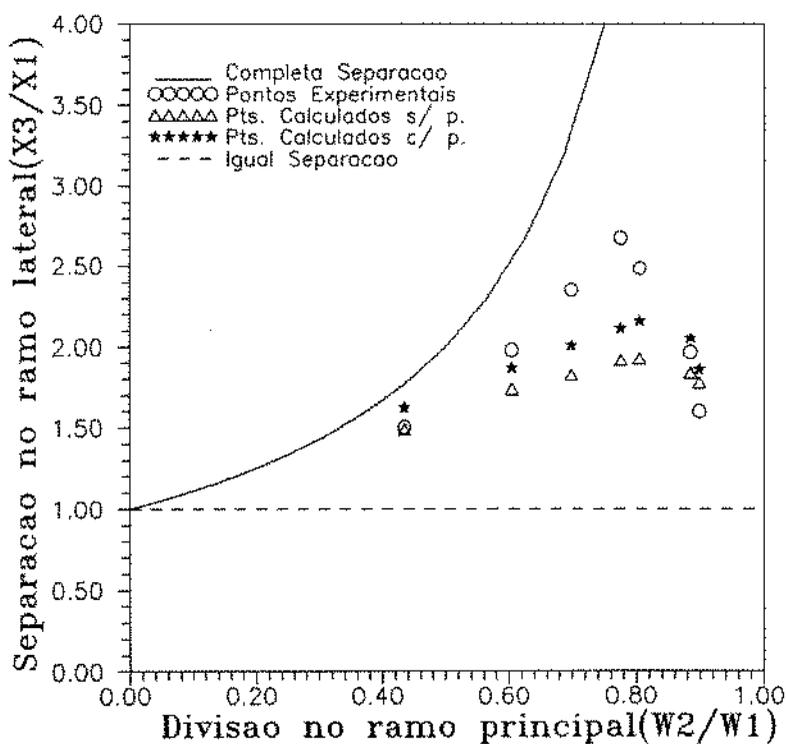


Figura 5.31: Influência da Condição de Contorno para $D_3/D_1 = 1.0$

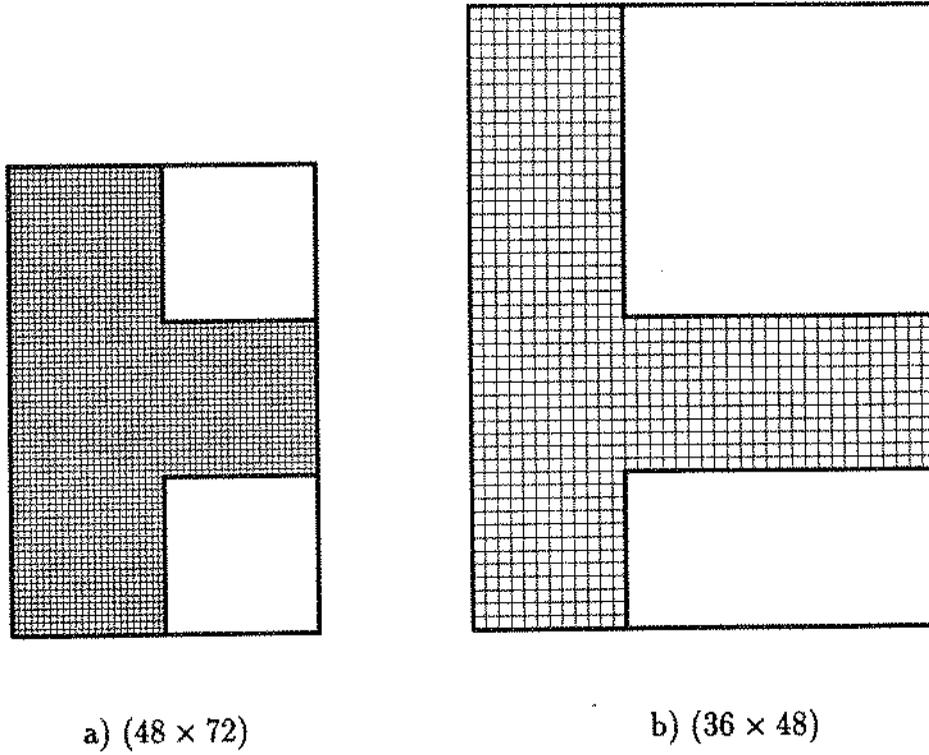


Figura 5.32: Malhas (48 × 72) e (36 × 48)

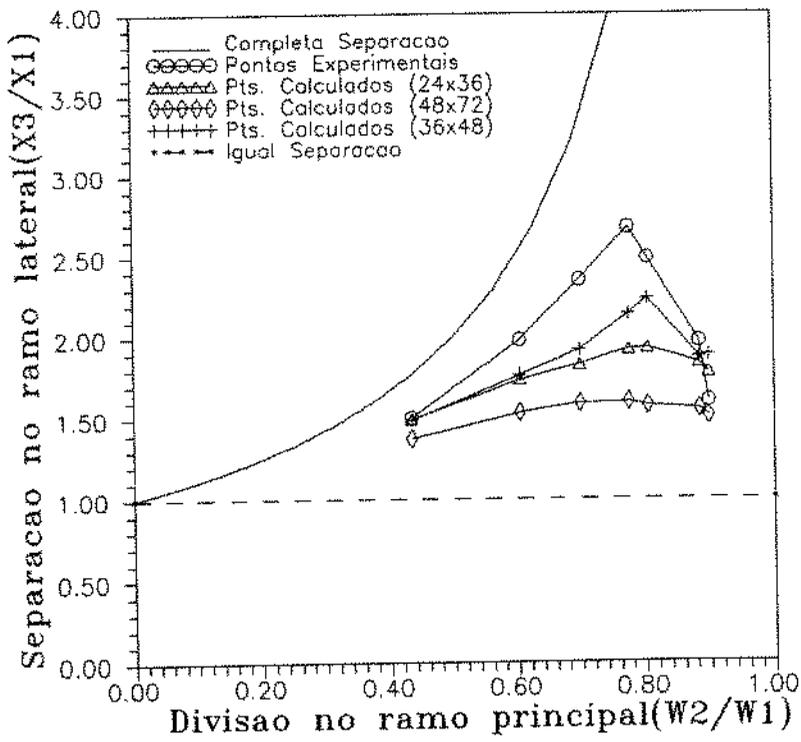
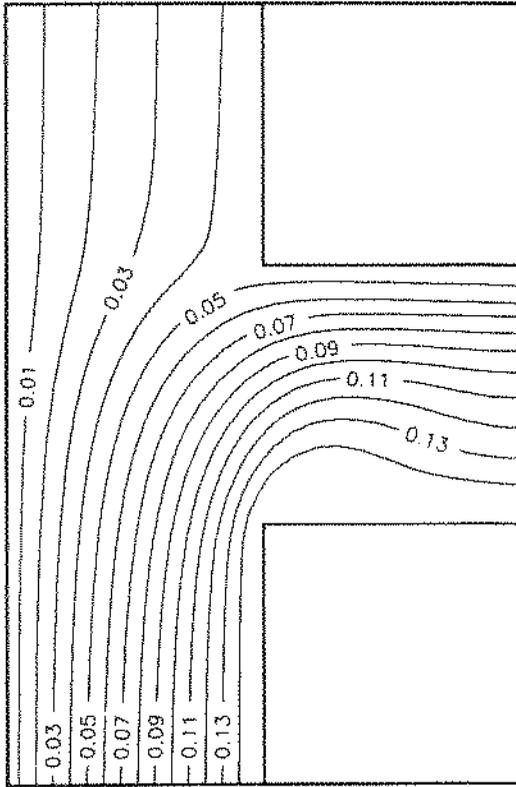
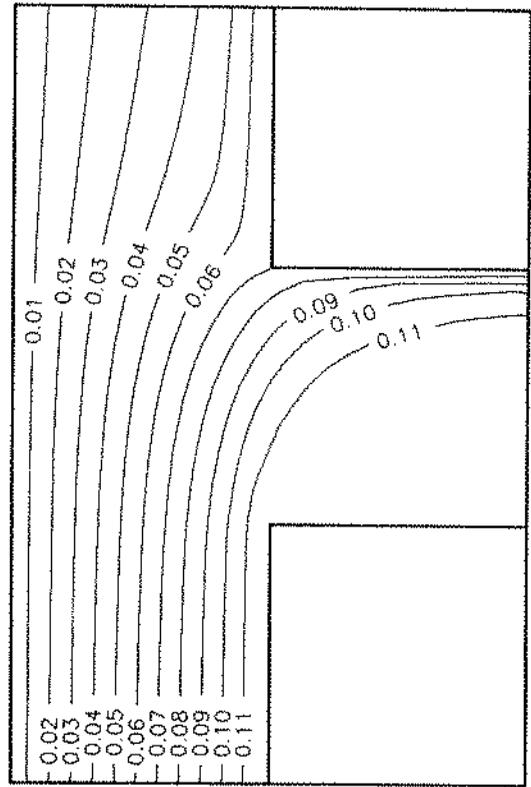


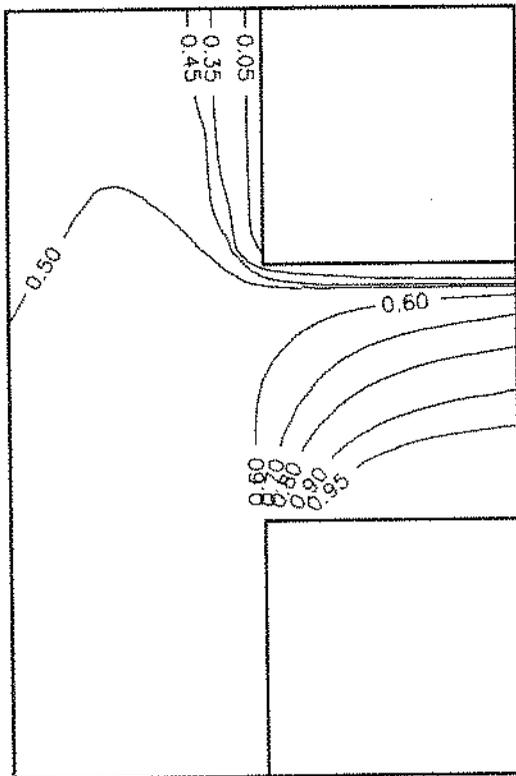
Figura 5.33: Influência da Discretização para $D_3/D_1 = 1.0$



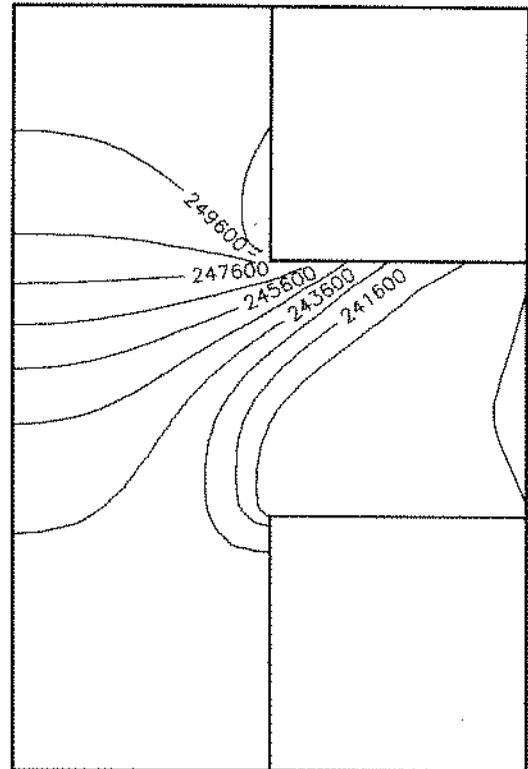
a)



b)

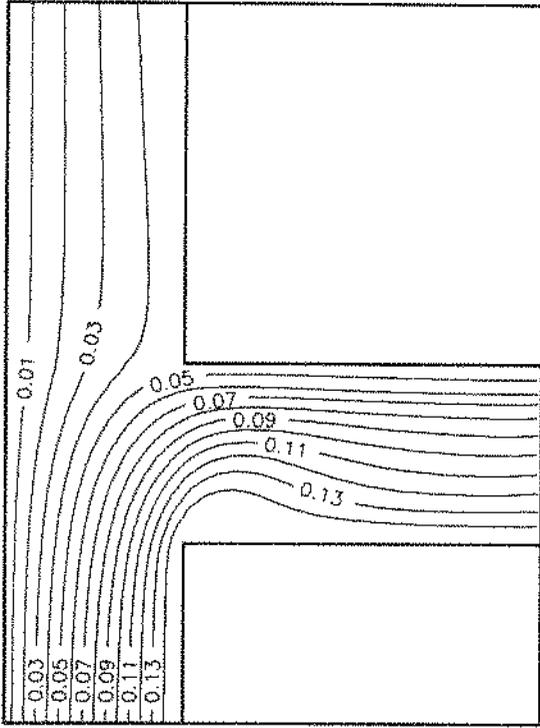


c)

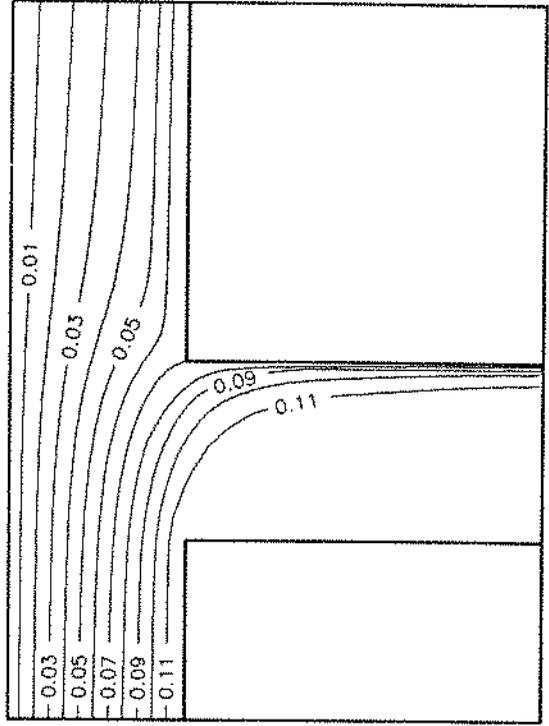


d)

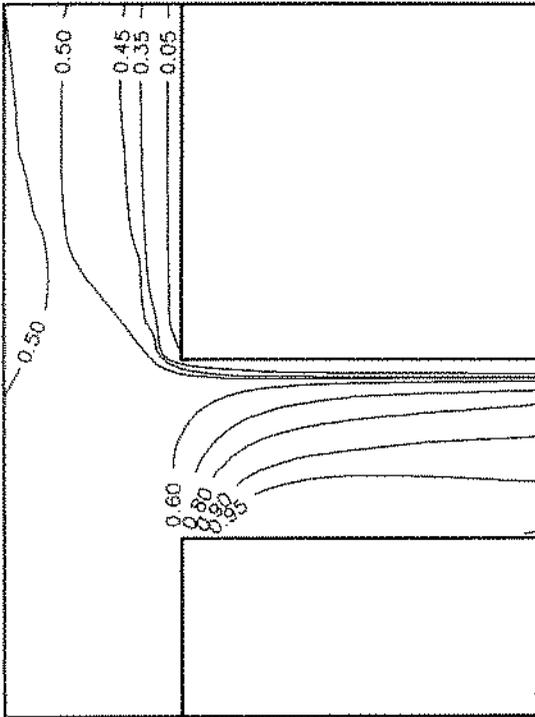
Figura 5.34: a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão. Malha 24×36 , $\dot{G}_1 = 2460 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$, $x_1 = 0.37\%$ e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.55$



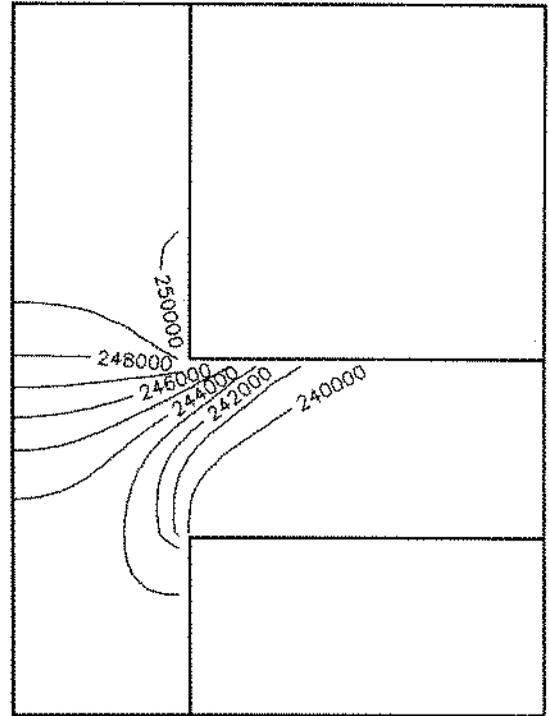
a)



b)

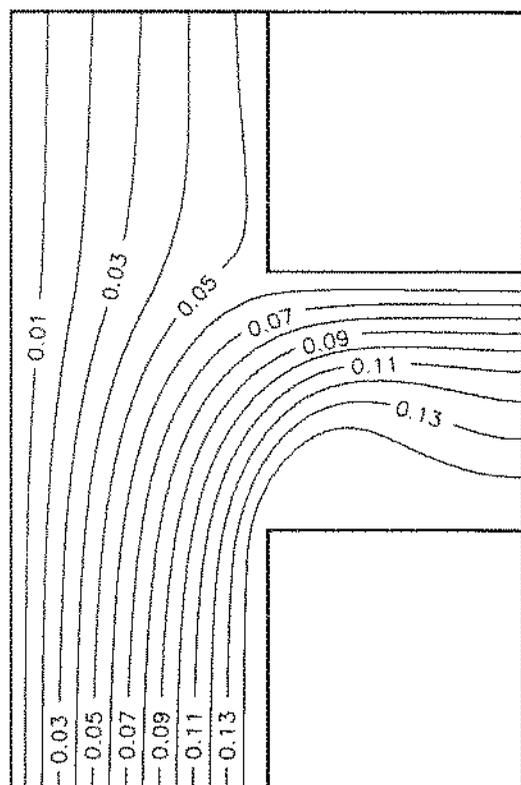


c)

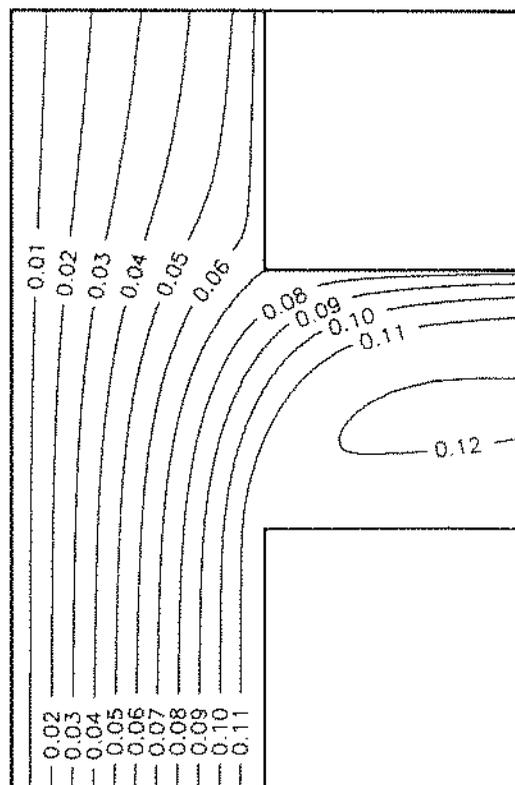


d)

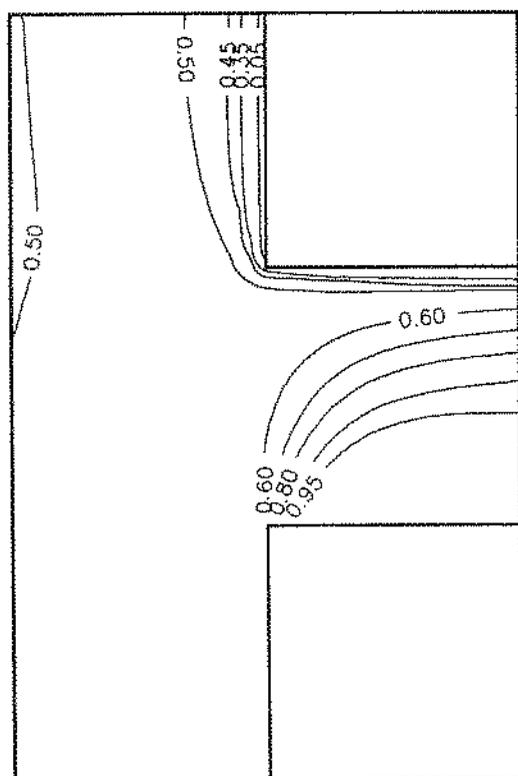
Figura 5.35: a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão.
 Malha 36×48 , $\dot{G}_1 = 2460 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$, $x_1 = 0.37\%$ e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.56$



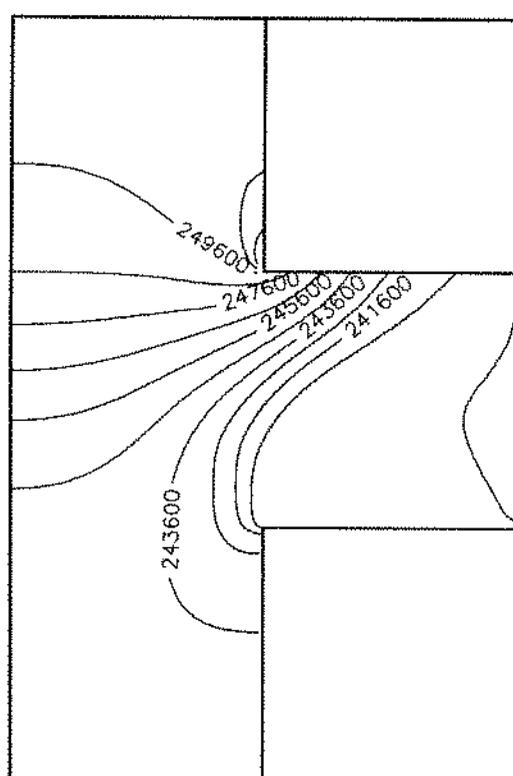
a)



b)



c)



d)

Figura 5.36: a) Função de corrente do gás, b) líquido, c) fração de vazio e d) pressão.
 Malha 48×72 , $\dot{G}_1 = 2460 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$, $x_1 = 0.37\%$ e $\dot{w}_2 / \dot{w}_1 = 0.53$

Apesar da malha superfina (48×72) predizer a separação com um erro maior que a malha fina (24×36), ela, devido sua maior quantidade de pontos, consegue fornecer maiores detalhes na distribuição das propriedades do escoamento bifásico. Verifica-se assim, a presença de uma região de recirculação de líquido no ramo lateral, fato que não aparece nas outras malhas .

5.4 Discussão dos Resultados

O algoritmo computacional utilizado, para predizer a separação das fases em um tê, demonstrou que o modelo de dois fluidos, a nível bidimensional, pode fornecer valiosas informações sobre a distribuição das fases, como também das propriedades do escoamento na referida geometria. Isto, quando a taxa de extração não assume valores pequenos. Neste caso, só uma representação tridimensional do fenômeno pode predizer precisamente a separação[15].

Analizando-se os resultados preditos com os dados experimentais do Davis e Fungtamasan [4], para $D_3/D_1 = 1$, levanta-se os seguintes dados : 90 % dos pontos simulados para a malha 12×18 encontram-se compreendidos na faixa de erro relativo que vai de -15 a $+60$ %, apresentando desvio médio total de 25 % e clara tendência a superestimar a separação. Utilizando-se a malha 24×36 , obtem-se resultados melhores, já que os mesmos 90 % dos dados simulados tem erro relativo compreendido entre -30 a $+30$ %, com desvio médio total de 17 %. Estes, apresentam uma leve tendência para subestimar a separação, à baixas taxas de extração. Em ambos os casos, a máxima faixa de erro ocorre para baixas extrações(baixos valores de σ_1). A tabela 5.7 abaixo, ilustra o fato.

As figuras 5.37 e 5.38 apresentam os valores calculados e medidos, em função de σ_2 e x_3/x_1 , para as duas malhas utilizadas.

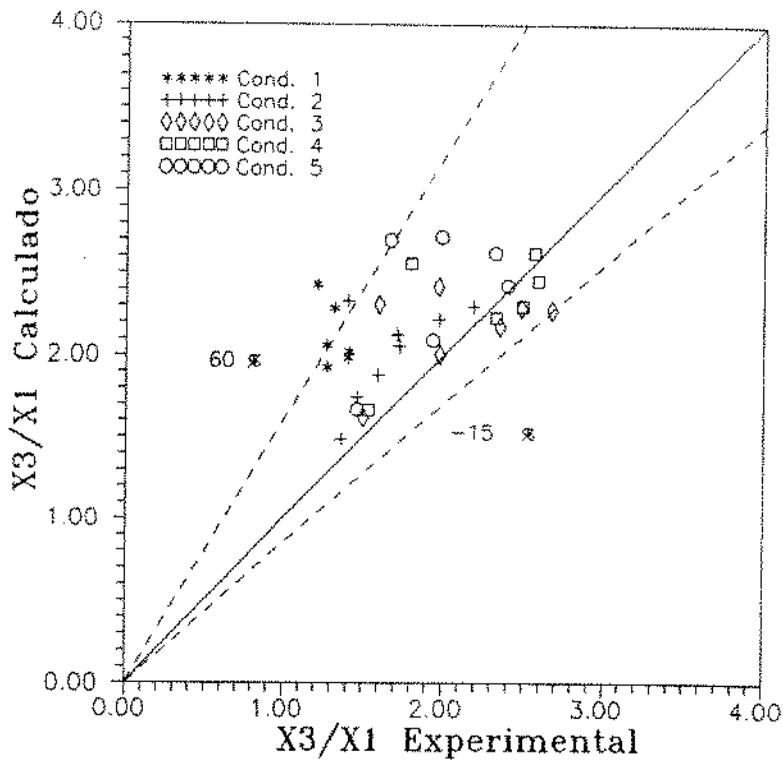
Uma razão adicional para os altos desvios encontrados entre os valores preditos

Malha 12 × 18		Malha 24 × 36	
$\sigma_l < 0.25$	$\sigma_l > 0.25$	$\sigma_l < 0.25$	$\sigma_l > 0.25$
36 %	14 %	24 %	10 %

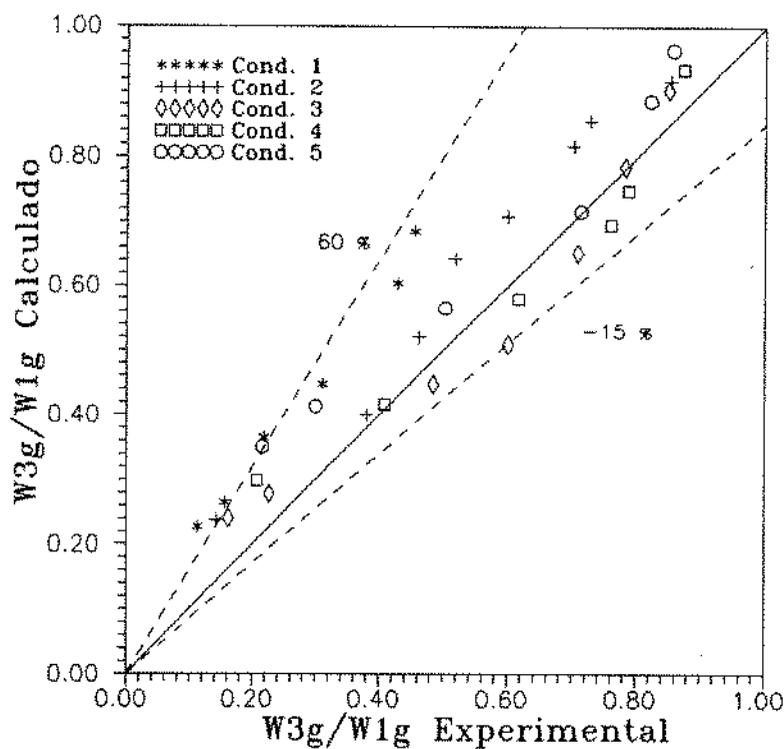
Tabela 5.7: Desvio Médio Total em função da extração [4], para $D_3/D_1 = 1$

e calculados é que, como já foi dito, os dados experimentais do Davis não estão tabelados e as condições para a realização de cada experimento não estão especificadas de forma clara, acarretando assim, maiores erros para as simulações.

O resultado das simulações, para $D_3/D_1 = 1$, relativas ao trabalho do Honan e Lahey [8], revela uma boa concordância com os pontos experimentais correspondentes, mesmo utilizando-se uma malha grossa 12×18 . Provavelmente, os resultados seriam ainda melhores utilizando-se a malha 24×36 , porém o esforço computacional seria também maior. Pode-se observar, que 90 % dos pontos simulados têm erro relativo compreendido entre -20 e $+10$ %, com desvio médio total de 9 %. Verifica-se de novo uma tendência para subestimar a separação, quando a taxa de extração é pequena. A figura 5.39 mostra os valores calculados e medidos.

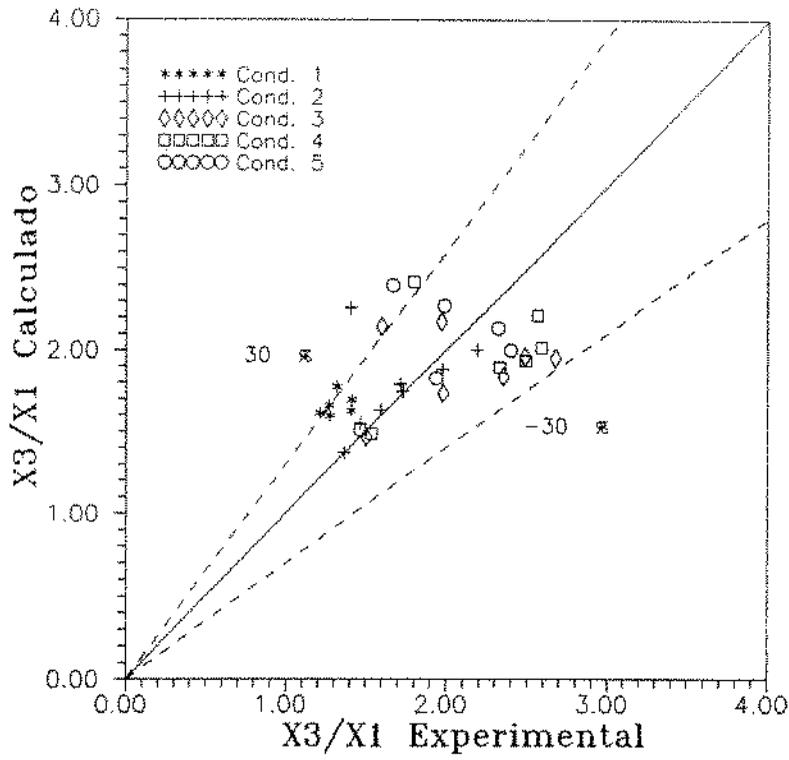


a)

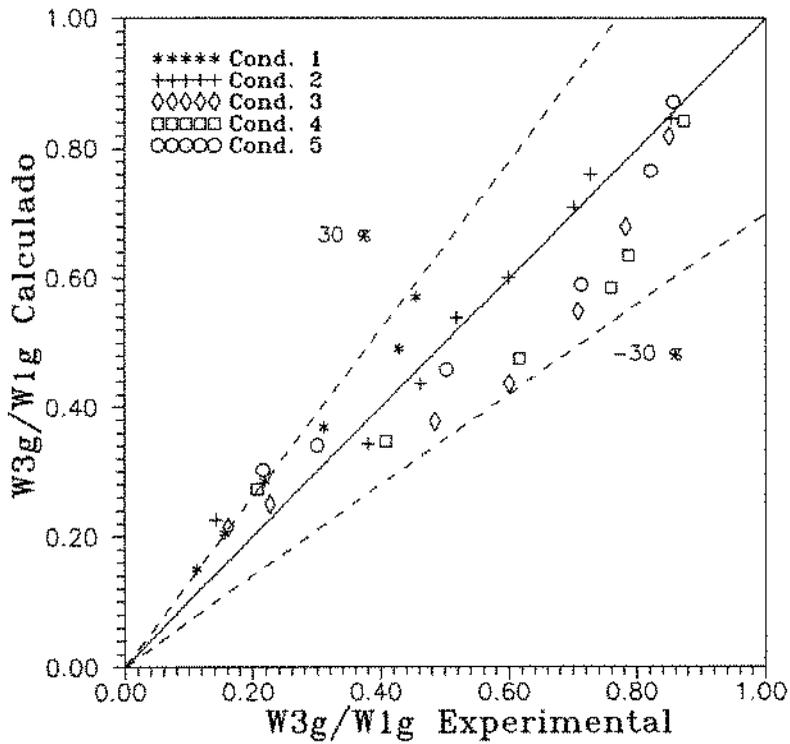


b)

Figura 5.37: a) $x_3/x_1^{cal.}$ versus $x_3/x_1^{med.}$, b) $\sigma_g^{cal.}$ versus $\sigma_g^{med.}$, para malha 12×18

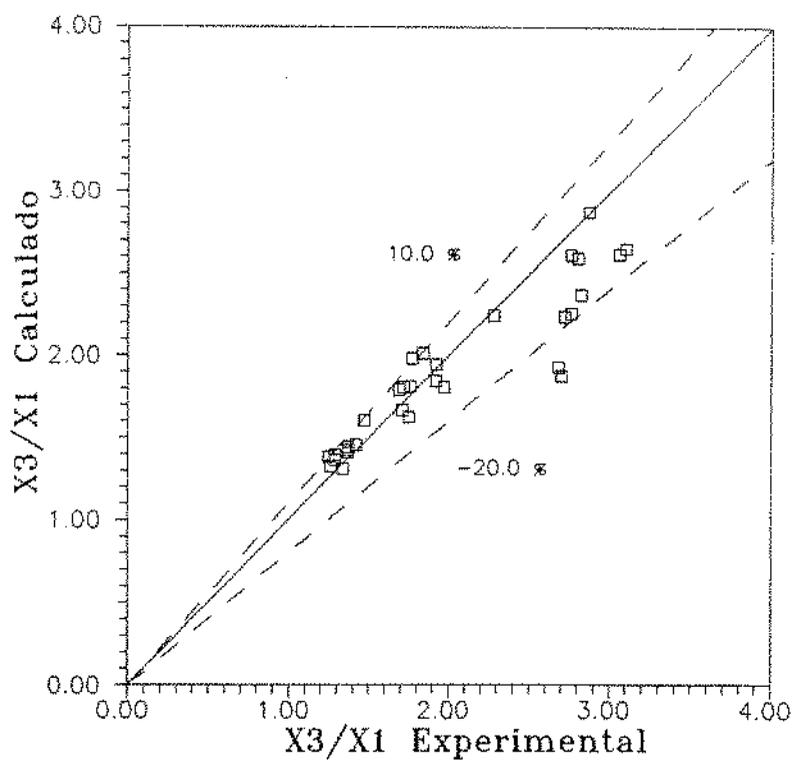


a)

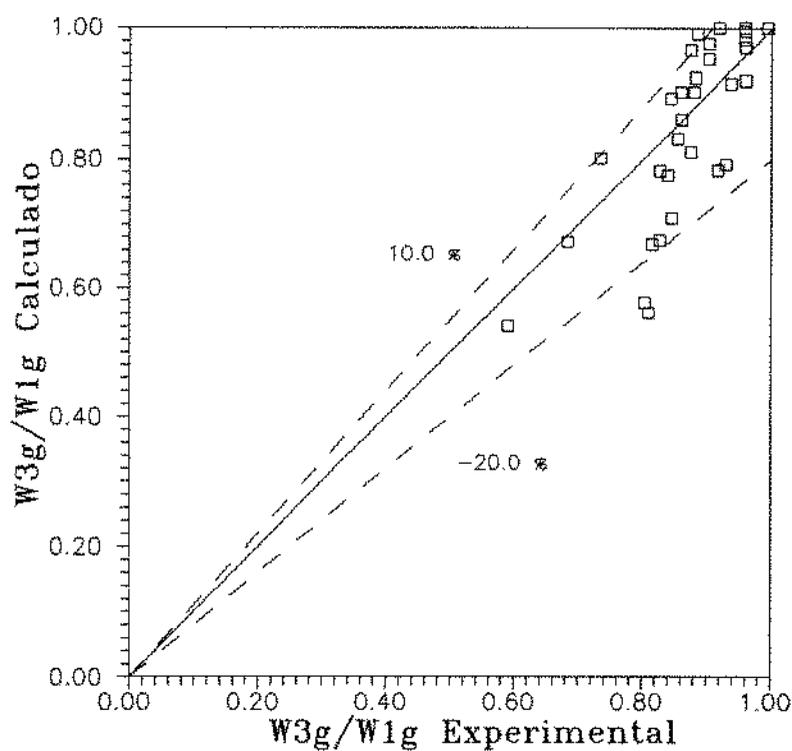


b)

Figura 5.38: a) $x_3/x_1^{cal.}$ versus $x_3/x_1^{med.}$, b) $\sigma_g^{cal.}$ versus $\sigma_g^{med.}$, para malha 24×36



a)



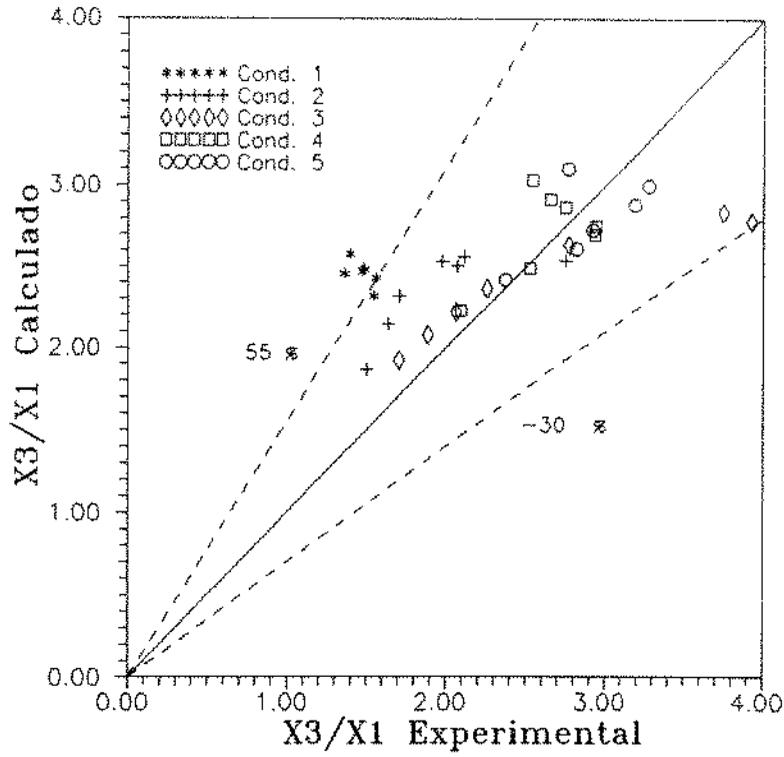
b)

Figura 5.39: a) $x_3/x_1^{cal.}$ versus $x_3/x_1^{med.}$, b) $\sigma_g^{cal.}$ versus $\sigma_g^{med.}$, para malha 12×18

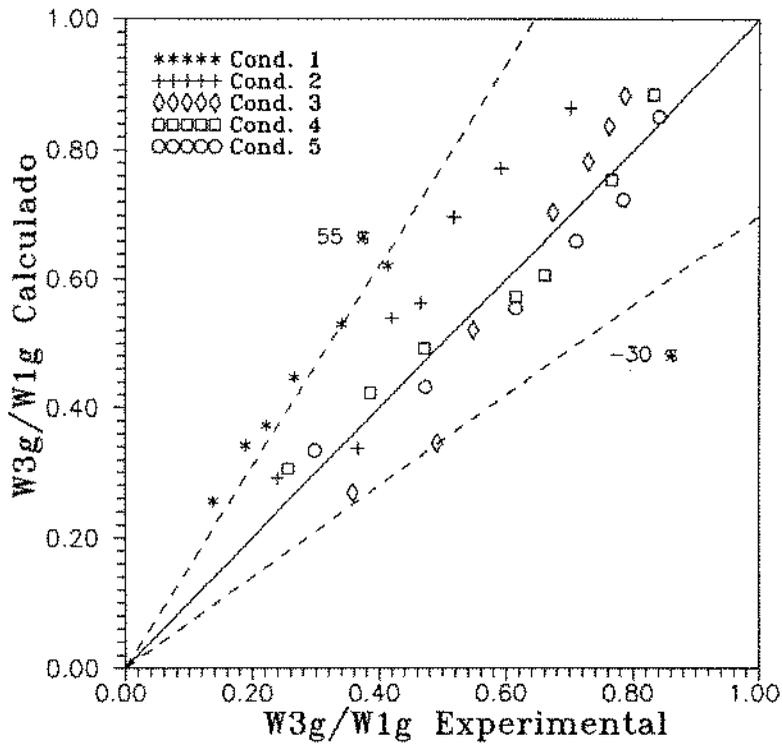
Finalmente, tem-se os dados simulados do Davis e Fungtamasan [4] para $D_3/D_1 = 0.5$. Utilizando-se uma malha 12×15 , 90 % dos dados simulados têm erro relativo entre -30 e $+55$ %, com desvio médio total de 23 %. Para a malha 24×30 , tem-se melhores resultados pois 90 % dos pontos estão compreendidos entre -25 e $+40$ %, com desvio médio de 20 %. Em relação ao caso $D_3/D_1 = 1$, estes resultados apresentam um maior erro porque os efeitos da verdadeira geometria na separação são certamente mais fortes neste caso, e a representação bidimensional do modelo de dois fluidos não consegue levar isto em consideração. A tabela 5.8 apresenta o desvio médio em função da taxa de extração. As figuras 5.40 e 5.41 mostram os valores calculados e medidos para as duas malhas utilizadas.

Malha 12 × 15		Malha 24 × 30	
$\sigma_l < 0.25$	$\sigma_l > 0.25$	$\sigma_l < 0.25$	$\sigma_l > 0.25$
28 %	16 %	24 %	12 %

Tabela 5.8: Desvio Médio Total em função da extração [4], para $D_3/D_1 = 0.5$

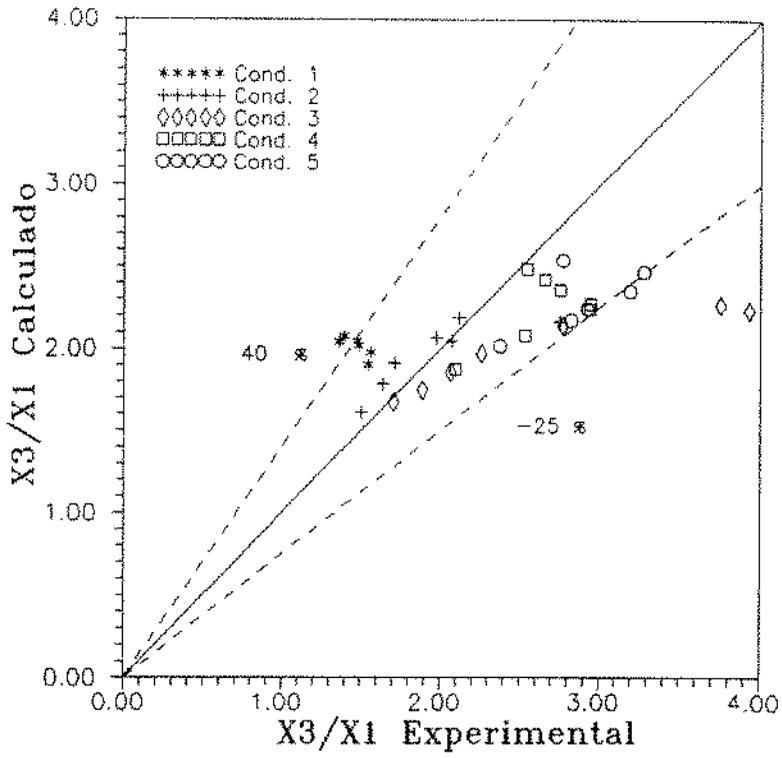


a)

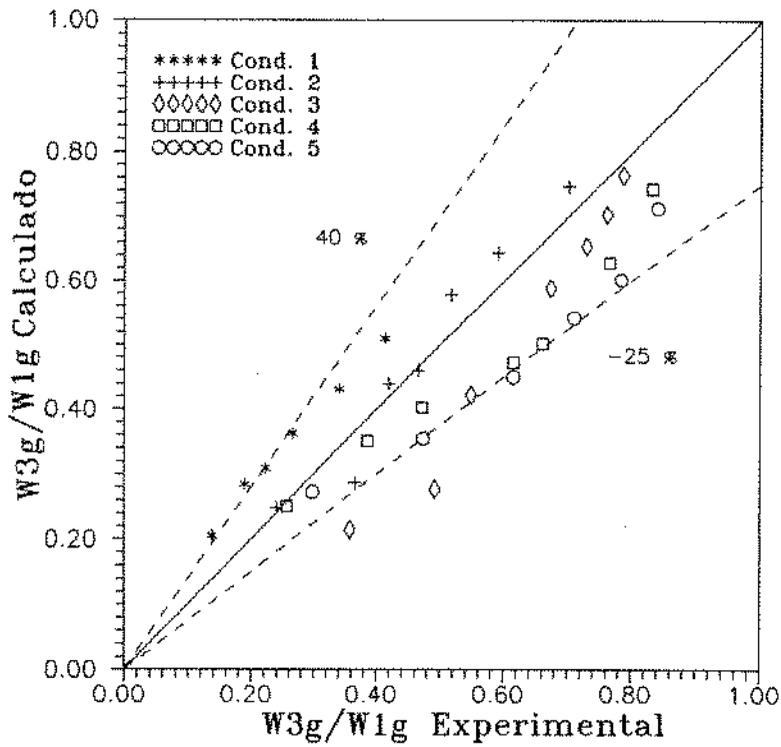


b)

Figura 5.40: a) $x_3/x_1^{cal.}$ versus $x_3/x_1^{med.}$, b) $\sigma_g^{cal.}$ versus $\sigma_g^{med.}$, para malha 12×15



a)



b)

Figura 5.41: a) $x_3/x_1^{cal.}$ versus $x_3/x_1^{med.}$, b) $\sigma_g^{cal.}$ versus $\sigma_g^{med.}$, para malha 24×30

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões

O algoritmo computacional utilizado neste trabalho para estudar a separação das fases, que ocorre em escoamentos bifásicos com fase dispersa em tês verticais, demonstrou razoável precisão nos valores preditos, quando a taxa de extração assume valores maiores que 0.25. À baixas taxas de extração, onde o fenômeno da separação de fases exhibe seu comportamento mais instável, o algoritmo não consegue predizer corretamente a separação, demonstrando uma tendência para subestimá-la. Contudo, esta falha não deve ser atribuída à modelagem do escoamento pelo modelo de dois fluidos, mais sim à representação bidimensional deste, a qual não pode levar em consideração os efeitos tridimensionais do escoamento e do verdadeiro formato da geometria que influenciam a separação, principalmente, quando este fenômeno esta se iniciando.

Verifica-se que o modelo de dois fluidos, mesmo em sua forma bidimensional, é capaz de representar, com certo grau de precisão, o comportamento de misturas bifásicas com fase dispersa escoando através de um tê. Diga-se também, que a equação constitutiva para a transferência interfacial de quantidade de movimento usada no modelo, foi desenvolvida assumindo uma forma geral baseada na densidade de mistura, ajustada de modo a melhor predizer a separação (valores de x_3/x_1), ao invés de se utilizar equações constitutivas existentes na literatura válidas apenas para determinados padrões de escoamento em fase dispersa. Este procedimento, apesar de sua generalização, demonstrou ser suficientemente preciso, como mostram os resultados, tendo em vista os objetivos deste

trabalho.

Conclusão idêntica é obtida para o modelo local adotado para a difusão viscosa, o qual foi desenvolvido a partir de um modelo simplificado, assumindo escoamento laminar. Verificou-se também, que os resultados das simulações são significativamente alterados pela presença de um modelo local para a difusão viscosa, confirmando que, uma representação realista dos campos de velocidade das fases, pode aumentar a precisão dos resultados numéricos.

A influência da gravidade, a nível da modelagem matemática do escoamento, mostrou-se ser insignificante na separação das fases, contudo a discretização do domínio altera significativamente os resultados. Uma importante verificação foi que a malha com braços estendidos melhora a precisão, principalmente para a baixa extração, de modo a melhor representar a curva experimental. Conclui-se também, que as dimensões do volume de controle utilizado influencia fortemente os resultados numéricos, indicando a existência de uma malha ótima para cada geometria estudada. Isto, utilizando-se a equação constitutiva para o atrito interfacial proposta neste trabalho.

O algoritmo computacional, complementando a sua habilidade para prever a separação, pode fornecer a distribuição dos isovalores da função de corrente para as fases, fração de vazio, velocidades e pressão para o escoamento bifásico.

Finalmente, algumas sugestões para a melhoria e continuidade deste trabalho são dados a seguir:

1. Desenvolver um modelo local para a difusão viscosa que leve em conta na sua formulação a turbulência do escoamento, verificando a influência dos termos τ_i e τ_k^f .
2. Realizar experimentos ou obter mais informações experimentais que permitam modelar, com um maior grau de precisão a transferência interfacial de quantidade de movimento.
3. Desenvolver ou utilizar uma representação tridimensional para o modelo de dois

fluidos na simulação numérica da separação, de forma a estender o estudo para outros padrões de escoamento e geometrias.

4. Estudar os aspectos transitórios da separação, uma vez que o algoritmo utilizado, na sua formulação semi-implícita, permite a simulação no tempo.

Bibliografia

- [1] Azzopardi, B. J. e Whalley, P. B. (1982). *The Effect of Flow Patterns on Two-Phase Flow in a T Junction*. Int. J. Multiphase Flow, 8, pp 491-507.
- [2] Bestion, D. (1987). *Note de Synthèse sur le Frottement Interfacial et sur le Frottement Pariétal (Révision 3)* . DRE/STRE/LTA 87/49 . Commissariat à l'Energie Atomique, France.
- [3] Bird, R. B., Stewart, W. E. e Lightfoot, E. N. (1960). *Transport Phenomena*. Wiley, New York.
- [4] Davis, M. R. e Fungtamasan, B. (1990). *Two-Phase Flow Through Pipe Branch Junctions*. Int. J. Multiphase Flow, 16, pp 799-817.
- [5] DeJesus, J. M. e Kawaji, M. (1989). *Measurement of Interfacial Area and Void Fraction in Upward, Cocurrent Gas-Liquid Flow*. ANS National Heat Transfer Conference, USA.
- [6] Harlow, F. H. e Amsden, A. A. (1975). *Flow of Interpenetrating Material Phases*. J. Computational Physics, 18, pp 440-464.
- [7] Henry, J. A. R. (1981). *Dividing Annular Flow in a Horizontal Tee*. Int. J. Multiphase Flow, 7, pp 343-355.
- [8] Honan, T. J. e Lahey, R. T. Jr. (1981). *The Measurement of Phase Separation in Wyes and Tees*. Nucl. Engrg. Design, 64, pp 93-102.

- [9] Hong, K. C. (1978). *Two-Phase Flow Splitting at a Pipe Tee*. Journal of Pet. Technology, February, pp 290-296.
- [10] Hwang, S. T., Soliman, H. M. e Lahey Jr, R. T. (1988). *Phase Separation in Dividing Two-Phase Flows*. Int. J. Multiphase Flow, 14, pp 439-458.
- [11] Ishii, M. (1975). *Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow*. Collection de la Direction des Etudes et Recherchers d'Electricité de France. Eyrolles, France.
- [12] Ishii, M. e Mishima, K. (1984). *Two-Fluid Model And Hydrodynamic Constitutive Relations*. Nucl. Engrg. Design, 82, pp 107-126 .
- [13] Ishii, M. e Zuber, N. (1979). *Drag Coefficient and Relative Velocity in Bubbly, Droplet or Particulate Flows*. AIChE Journal, 25, pp 843-855.
- [14] Kataoka, I. Ishii, M. e Serizawa, A. (1986). *Local Formulation and Measurements of Interfacial Area Concentration in Two-Phase Flow*. Int. J. Multiphase Flow, 12, pp 505-529.
- [15] Lahey, Jr., R. T. (1990). *The Analysis of Phase Distribution Phenomena Using Two-Fluid Models*. Nucl. Engrg. Design, 122, pp 17-40.
- [16] Moura, L. F. M. (1989). *Etude la Redistribution d'un Ecoulement Diphasique Entre Deux Passes d'un Echangeur de Chaleur*. Ph.D. Thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.
- [17] Moura, L. F. M (1991). *Desenvolvimento de um Modelo Numérico para a Simulação de Escoamentos Bifásicos Baseado no Modelo de dois Fluidos*. XI Cobem, São Paulo, Brasil.
- [18] Oliveira, L. C. G. (1989). *Simulador para Rede Coletora de Produção*. Tese de Mestrado, Unicamp-Brasil.
- [19] Orange, L. (1973). *Condensate Behavior in Gas Pipelines is Predictable*. Oil and Gas Journal, July, pp 39-44.

- [20] Patankar, S. V. (1980). *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. McGraw-Hill, New York.
- [21] Rubel, M. T., Soliman, H. M. e Sims, G. E. (1988). *Phase Distribution During Steam-Water Flow in a Horizontal T-Junction*. *Int. J. Multiphase Flow*, 14, pp 425-438.
- [22] Shoham, O., Brill, J. P. and Taitel, Y. (1987). *Two-Phase Flow Splitting in a Tee Junction. Experiment and Modelling*. *Chemical Eng. Science*, 42, pp 2667-2676.
- [23] Schiozer, D. (1990). *Mecânica dos Fluidos*. Araguaia, São Paulo.

Apêndice A

Integração das Equações de Balanço

Antes de realizar a integração das equações de balanço, nos volumes de controle finitos, as equações da quantidade de movimento para o gás e para o líquido são escritas em uma forma não conservativa [17].

Inicialmente, a equação da conservação da massa do líquido (3.6) é multiplicada pela velocidade do líquido nas direções x e y :

$$U_l \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l) + U_l \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_l \rho_l U_l) + U_l \frac{\partial}{\partial y}(\alpha_l \rho_l W_l) = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$W_l \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_l \rho_l) + W_l \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_l \rho_l U_l) + W_l \frac{\partial}{\partial y}(\alpha_l \rho_l W_l) = 0 \quad (\text{A.2})$$

Dando continuidade, subtrai-se estas equações das equações da quantidade de movimento do líquido nas direções x (3.8) e y (3.9); obtendo a forma não conservativa destas equações :

$$\begin{aligned} \alpha_l \rho_l \frac{\partial}{\partial t} U_l + \alpha_l \rho_l U_l \frac{\partial}{\partial x} U_l + \alpha_l \rho_l W_l \frac{\partial}{\partial y} U_l + \rho_l \frac{\partial}{\partial x} P = \\ \alpha_l \rho_l g_x + K_{i_g}(U_g - U_l) + \mu_l \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_l \frac{\partial}{\partial x} U_l \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha_l \frac{\partial}{\partial y} U_l \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\alpha_l \rho_l \frac{\partial}{\partial t} W_l + \alpha_l \rho_l U_l \frac{\partial}{\partial x} W_l + \alpha_l \rho_l W_l \frac{\partial}{\partial y} W_l + \alpha_l \frac{\partial}{\partial y} P =$$

$$\alpha_l \rho_l g_y + K_{i_g}(W_g - W_l) + \mu_l \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_l \frac{\partial}{\partial x} W_l \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha_l \frac{\partial}{\partial y} W_l \right) \right] \quad (\text{A.4})$$

De forma análoga, multiplica-se a equação da conservação da massa do gás (3.7) pela velocidade do gás nas direções x e y :

$$U_g \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \rho_g) + U_g \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_g \rho_g U_g) + U_g \frac{\partial}{\partial y} (\alpha_g \rho_g W_g) = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$W_g \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \rho_g) + W_g \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_g \rho_g U_g) + W_g \frac{\partial}{\partial y} (\alpha_g \rho_g W_g) = 0 \quad (\text{A.6})$$

E finalizando, as equações (A.5) e (A.6) são subtraídas das equações da quantidade de movimento do gás nas direções x (3.10) e y (3.11):

$$\alpha_g \rho_g \frac{\partial}{\partial t} U_g + \alpha_g \rho_g U_g \frac{\partial}{\partial x} U_g + \alpha_g \rho_g U_g \frac{\partial}{\partial y} U_g + \alpha_g \frac{\partial}{\partial x} P =$$

$$\alpha_g \rho_g g_x + K_{i_g}(U_l - U_g) + \mu_g \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_g \frac{\partial}{\partial x} U_g \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha_g \frac{\partial}{\partial y} U_g \right) \right] \quad (\text{A.7})$$

$$\alpha_g \rho_g \frac{\partial}{\partial t} W_g + \alpha_g \rho_g U_g \frac{\partial}{\partial x} W_g + \alpha_g \rho_g W_g \frac{\partial}{\partial y} W_g + \alpha_g \frac{\partial}{\partial y} P =$$

$$\alpha_g \rho_g g_y + K_{i_g}(W_l - W_g) + \mu_g \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_g \frac{\partial}{\partial x} W_g \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha_g \frac{\partial}{\partial y} W_g \right) \right] \quad (\text{A.8})$$

Feito isto, integra-se a equação da conservação da massa do líquido e do gás sobre o volume de controle esquematizado na figura 3.1:

$$\frac{Vol^m}{\Delta t} [(\alpha_l \rho_l)^{n+1} - (\alpha_l \rho_l)^n] + [A \alpha_l \rho_l U_l]_W^E + [A \alpha_l \rho_l W_l]_S^N = 0 \quad (A.9)$$

$$\frac{Vol^m}{\Delta t} [(\alpha_g \rho_g)^{n+1} - (\alpha_g \rho_g)^n] + [A \alpha_g \rho_g U_g]_W^E + [A \alpha_g \rho_g W_g]_S^N = 0 \quad (A.10)$$

onde $Vol^m = \Delta x_i \times \Delta y_j \times 1$

$n + 1 =$ valor calculado no passo de tempo atual

$n =$ valor calculado no passo de tempo anterior

$A =$ área geométrica da face do volume de controle

Para o cálculo do fluxo mássico ($A \alpha \rho V$) em cada face é necessário determinar o valor das variáveis escalares sobre estas faces do volume. Isto é feito através do esquema *upwind* utilizando-se os valores calculados no passo de tempo anterior:

$$(\alpha \rho V)_{i+1,j}^{n+1} = V_{i+1,j}^{n+1} \times (\widetilde{\alpha \rho})^n$$

$$(\widetilde{\alpha \rho})^n = \begin{cases} (\alpha \rho)_{i,j}^n & \text{se } V_{i+1,j}^n > 0 \\ (\alpha \rho)_{i+1,j}^n & \text{se } V_{i+1,j}^n < 0 \end{cases}$$

onde V simboliza a componente da velocidade normal a área A .

Agora as equações discretizadas da conservação da massa do líquido(A.9) e do gás(A.10) ficam :

$$\frac{Vol^m}{\Delta t} \left[(\alpha_l \rho_l)^{n+1} - (\alpha_l \rho_l)^n \right]_{i,j} + \left[A_E (\overline{\alpha_l \rho_l})_E^n W_{i+1,j}^{n+1} - A_W (\overline{\alpha_l \rho_l})_W^n U_{i,j}^{n+1} \right] +$$

$$\left[A_N (\overline{\alpha_l \rho_l})_N^n W_{i,j+1}^{n+1} - A_S (\overline{\alpha_l \rho_l})_S^n W_{i,j}^{n+1} \right] = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{Vol^m}{\Delta t} \left[(\alpha_g \rho_g)^{n+1} - (\alpha_g \rho_g)^n \right]_{i,j} + \left[A_E (\overline{\alpha_g \rho_g})_E^n U_{i+1,j}^{n+1} - A_W (\overline{\alpha_g \rho_g})_W^n U_{i,j}^{n+1} \right] +$$

$$\left[A_N (\overline{\alpha_g \rho_g})_N^n W_{i,j+1}^{n+1} - A_S (\overline{\alpha_g \rho_g})_S^n W_{i,j}^{n+1} \right] = 0 \quad (\text{A.12})$$

com $A_E = A_W = \Delta y_j \times 1$,

$$A_N = A_S = \Delta x_i \times 1$$

Feito isto, integra-se a equação da quantidade de movimento do líquido, em sua forma não conservativa na direção x (A.3), sobre o volume de controle esquematizado na figura 3.2 :

$$Vol^x \left[(\overline{\alpha_l \rho_l})^n \frac{U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^n}{\Delta t} + \overline{\alpha_l}^n \frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} - K_{i_g}^n (U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^{n+1}) \right] +$$

$$\int_{Vol^x} C_i^x dv = Vol^x (\overline{\alpha_l \rho_l})^n g_x + \int_{Vol^x} \mathcal{V}_i^x dv \quad (\text{A.13})$$

onde C_i^x representa o transporte convectivo de U_i e \mathcal{V}_i^x representa o termo de difusão viscosa para U_i (ver apêndice B). O volume Vol^x é calculado por:

$$Vol^x = \Delta x_{i-\frac{1}{2}} \times \Delta y_j \Delta \times 1$$

$$\Delta x_{i-\frac{1}{2}} = \frac{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i}{2}$$

Para o cálculo da fração de vazio e densidade na malha de velocidade na direção x , é utilizado as seguintes relações:

$$(\overline{\alpha_l \rho_l})^n = \frac{(\alpha_l \rho_l)_{i,j}^n + (\alpha_l \rho_l)_{i-1,j}^n}{2}$$

$$\bar{\alpha}_l = \frac{\alpha_{i,j}^n + \alpha_{i-1,j}^n}{2}$$

De forma semelhante, a equação da quantidade de movimento do gás (A.7) é integrada, em sua forma não conservativa, sobre o mesmo volume de controle anterior :

$$Vol^x \left[(\bar{\alpha}_g \rho_g)^n \frac{U_{g,i,j}^{n+1} - U_{g,i,j}^n}{\Delta t} + \bar{\alpha}_g^n \frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} - K_{i,g}^n (U_{i,j}^{n+1} - U_{g,i,j}^{n+1}) \right] +$$

$$\int_{Vol^x} C_g^x dv = Vol^x (\bar{\alpha}_g \rho_g)^n g_x + \int_{Vol^x} V_g^x dv \quad (A.14)$$

Agora, integra-se a equação da quantidade de movimento do líquido, em sua forma não conservativa, na direção y (A.4) sobre o volume de controle Vol^y esquematizado na figura 3.3 :

$$Vol^y \left[(\bar{\alpha}_l \rho_l)^n \frac{W_{l,i,j}^{n+1} - W_{l,i,j}^n}{\Delta t} + \bar{\alpha}_l^n \frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta y} - K_{i,l}^n (W_{g,i,j}^{n+1} - W_{l,i,j}^{n+1}) \right] +$$

$$\int_{Vol^y} C_l^y dv = Vol^y (\bar{\alpha}_l \rho_l)^n g_y + \int_{Vol^y} V_l^y dv \quad (A.15)$$

onde:

$$Vol^y = \Delta x_i \times \Delta y_{j-\frac{1}{2}} \times 1$$

$$\Delta y_{j-\frac{1}{2}} = \frac{\Delta y_{j-1} + \Delta y_j}{2}$$

e para o cálculo da fração de vazio e densidade médios no volume de controle Vol^y :

$$(\overline{\alpha_l \rho_l})^n = \frac{(\alpha_l \rho_l)_{i,j-1}^n + (\alpha_l \rho_l)_{i,j}^n}{2}$$

$$\bar{\alpha}_l^n = \frac{\alpha_{i,j-1}^n + \alpha_{i,j}^n}{2}$$

E finalmente, integra-se a equação da quantidade de movimento do gás (A.8), na sua forma não conservativa, na direção y sobre o mesmo volume Vol^y :

$$Vol^y \left[(\overline{\alpha_g \rho_g})^n \frac{W_{g,i,j}^{n+1} - W_{g,i,j}^n}{\Delta t} + \bar{\alpha}_g^n \frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta y} - K_{i,g}^n (W_{g,i,j}^{n+1} - W_{i,j}^{n+1}) \right] +$$

$$\int_{Vol^y} C_l^y dv = Vol^y (\overline{\alpha_g \rho_g})^n g_y + \int_{Vol^y} \mathcal{V}_l^y dv \quad (A.16)$$

A.1 Manipulação Final das Equações

A solução do sistema de equações discretizadas será obtida eliminando as velocidades das fases das equações de campo.

Inicialmente, as equações (A.13), (A.14), (A.15) e (A.16) são modificadas de modo a explicitarem o valor das velocidades $U_{i,j}^{n+1}$, $U_{g,i,j}^{n+1}$, $W_{i,j}^{n+1}$ e $W_{g,i,j}^{n+1}$, respectivamente.

Assim:

$$d_l^x U_{i,j}^{n+1} = a_l^x (P_{i,j}^{n+1} - P_{i-1,j}^{n+1}) + b_l^x U_{g,i,j}^{n+1} + c_l^x \quad (A.17)$$

$$\text{onde } a_l^x = -\frac{\bar{\alpha}_l^n}{\Delta x}$$

$$b_l^x = K_{i,g}^n$$

$$c_l^x = (\overline{\alpha_l \rho_l})^n g_x - \frac{1}{Vol_x} \int_{Vol_x} C_l^x dv + \frac{(\overline{\alpha_l \rho_l})^n}{\Delta t} U_{i,j}^n + \int_{Vol_x} \mathcal{V}_l^x dv$$

$$d_l^x = \frac{(\overline{\alpha_l \rho_l})^n}{\Delta t} + K_{i,g}^n$$

$$d_g^x U_{g,i,j}^{n+1} = a_g^x (P_{i,j}^{n+1} - P_{i-1,j}^{n+1}) + b_g^x U_{i,j}^{n+1} + c_g^x \quad (\text{A.18})$$

para $a_g^x = -\frac{\overline{\alpha_g^n}}{\Delta x}$

$$b_g^x = K_{i_g}^n$$

$$c_g^x = (\overline{\alpha_g \rho_g})^n g_x - \frac{1}{Vol_x} \int_{Vol_x} C_g^x dv + \frac{(\overline{\alpha_g \rho_g})^n}{\Delta t} U_{g,i,j}^n + \int_{Vol_x} \mathcal{V}_g^x dv$$

$$d_g^x = \frac{(\overline{\alpha_g \rho_g})^n}{\Delta t} + K_{i_g}^n$$

$$d_l^y W_{l,i,j}^{n+1} = a_l^y (P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j-1}^{n+1}) + b_l^y W_{i,j}^{n+1} + c_l^y \quad (\text{A.19})$$

onde $a_l^y = -\frac{\overline{\alpha_l^n}}{\Delta y}$

$$b_l^y = K_{i_l}^n$$

$$c_l^y = (\overline{\alpha_l \rho_l})^n g_y - \frac{1}{Vol_y} \int_{Vol_y} C_l^y dv + \frac{(\overline{\alpha_l \rho_l})^n}{\Delta t} W_{l,i,j}^n + \int_{Vol_y} \mathcal{V}_l^y dv$$

$$d_l^y = \frac{(\overline{\alpha_l \rho_l})^n}{\Delta t} + K_{i_l}^n$$

$$d_g^y W_{g,i,j}^{n+1} = a_g^y (P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j-1}^{n+1}) + b_g^y W_{g,i,j}^{n+1} + c_g^y \quad (\text{A.20})$$

para $a_g^y = -\frac{\overline{\alpha_g^n}}{\Delta y}$

$$b_g^y = K_{i_g}^n$$

$$c_g^y = (\overline{\alpha_g \rho_g})^n g_y - \frac{1}{Vol_y} \int_{Vol_y} C_g^y dv + \frac{(\overline{\alpha_g \rho_g})^n}{\Delta t} W_{g,i,j}^n + \int_{Vol_y} \mathcal{V}_g^y dv$$

$$d_g^y = \frac{(\overline{\alpha_g \rho_g})^n}{\Delta t} + K_{i_g}^n$$

Agora, elimina-se a velocidade da outra fase nas equações discretizadas da quantidade de movimento. Obtem-se desta maneira para a direção x:

$$U_{l,i,j}^{n+1} = q_l^x (P_{i,j}^{n+1} - P_{i-1,j}^{n+1}) + r_l^x \quad (\text{A.21})$$

$$U_{g,i,j}^{n+1} = q_g^x (P_{i,j}^{n+1} - P_{i-1,j}^{n+1}) + r_g^x \quad (\text{A.22})$$

$$\text{sendo } q_i^x = \frac{1}{D^x} (a_i^x d_g^x + a_g^x b_i^x)$$

$$q_g^x = \frac{1}{D^x} (a_g^x d_i^x + a_i^x b_g^x)$$

$$r_i^x = \frac{1}{D^x} (b_i^x c_g^x + c_i^x d_g^x)$$

$$r_g^x = \frac{1}{D^x} (b_g^x c_i^x + c_g^x d_i^x)$$

$$D^x = d_i^x d_g^x - b_i^x b_g^x$$

e para a direção y:

$$W_{i,j}^{n+1} = q_i^y (P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j-1}^{n+1}) + r_i^y \quad (\text{A.23})$$

$$W_{g,i,j}^{n+1} = q_g^y (P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j-1}^{n+1}) + r_g^y \quad (\text{A.24})$$

$$\text{sendo } q_i^y = \frac{1}{D^y} (a_i^y d_g^y + a_g^y b_i^y)$$

$$q_g^y = \frac{1}{D^y} (a_g^y d_i^y + a_i^y b_g^y)$$

$$r_i^y = \frac{1}{D^y} (b_i^y c_g^y + c_i^y d_g^y)$$

$$r_g^y = \frac{1}{D^y} (b_g^y c_i^y + c_g^y d_i^y)$$

$$D^y = d_i^y d_g^y - b_i^y b_g^y$$

Agora, a equação da conservação da massa do líquido (A.11) é combinada com as equações da quantidade de movimento do líquido (A.21) e (A.23), obtendo-se:

$$AE_l P_{i+1,j}^{n+1} + AW_l P_{i-1,j}^{n+1} + AN_l P_{i,j+1}^{n+1} + AS_l P_{i,j-1}^{n+1} - (AE_l + AW_l +$$

$$AN_l + AS_l) P_{i,j}^{n+1} + \frac{Vol^m}{\Delta t} [(\alpha_l \rho_l)_{i,j}^{n+1} - (\alpha_l \rho_l)_{i,j}^n] = B_l \quad (\text{A.25})$$

onde $AE_l = A_E(\widetilde{\alpha_l \rho_l})_E q_{i+1,j}^x$

$$AW_l = A_W(\widetilde{\alpha_l \rho_l})_W q_{i,j}^x$$

$$AN_l = A_N(\widetilde{\alpha_l \rho_l})_N q_{i,j+1}^x$$

$$AS_l = A_S(\widetilde{\alpha_l \rho_l})_S q_{i,j}^x$$

$$B_l = -A_E(\widetilde{\rho_l \alpha_l})_E r_{i+1,j}^x + A_W(\widetilde{\rho_l \alpha_l})_W r_{i,j}^x$$

$$-A_N(\widetilde{\rho_l \alpha_l})_N r_{i,j+1}^y + A_S(\widetilde{\rho_l \alpha_l})_S r_{i,j}^y$$

Finalmente, combinando a equação da conservação da massa do gás (A.12) com as equações da quantidade de movimento do gás (A.22) e (A.24), obtêm-se:

$$AE_g P_{i+1,j}^{n+1} + AW_g P_{i-1,j}^{n+1} + AN_g P_{i,j+1}^{n+1} + AS_g P_{i,j-1}^{n+1} - (AE_g + AW_g +$$

$$AN_g + AS_g) P_{i,j}^{n+1} + \frac{Vol^m}{\Delta t} [(\alpha_g \rho_g)_{i,j}^{n+1} - (\alpha_g \rho_g)_{i,j}^n] = B_g \quad (\text{A.26})$$

$$\text{onde } AE_g = A_E(\widetilde{\alpha}_g \widetilde{\rho}_g) E q_{g,i+1,j}^x$$

$$AW_g = A_W(\widetilde{\alpha}_g \widetilde{\rho}_g) W q_{g,i,j}^x$$

$$AN_g = A_N(\widetilde{\alpha}_g \widetilde{\rho}_g) N q_{g,i,j+1}^x$$

$$AS_g = A_S(\widetilde{\alpha}_g \widetilde{\rho}_g) S q_{g,i,j}^x$$

$$B_g = -A_E(\widetilde{\rho}_g \widetilde{\alpha}_g) E r_{g,i+1,j}^x + A_W(\widetilde{\rho}_g \widetilde{\alpha}_g) W r_{g,i,j}^x$$

$$-A_N(\widetilde{\rho}_g \widetilde{\alpha}_g) N r_{g,i,j+1}^y + A_S(\widetilde{\rho}_g \widetilde{\alpha}_g) S r_{g,i,j}^y$$

Apêndice B

Discretização dos Termos Difusivos e Convectivos

Os termos convectivos C_k e difusivos V_k são calculados na formulação do programa de forma explícita, utilizando-se os valores calculados no passo de tempo anterior.

B.1 O Termo Convectivo

Os termos convectivos C_k^x e C_k^y , $k = l, g$, são discretizados nas malhas representadas nas figuras 3.2 e 3.3, respectivamente. Assim :

direção x:

$$\frac{1}{Vol^x} \int_{Vol^x} C_k^x dv = \frac{1}{Vol^x} \int_{Vol^x} (\alpha_k \rho_k U_k \frac{\partial}{\partial x} U_k + \alpha_k \rho_k W_k \frac{\partial}{\partial y} U_k) dv \quad (B.1)$$

ou

$$\frac{1}{Vol^x} \int_{Vol^x} C_k^x dv = \frac{(\overline{\alpha_k \rho_k})}{\Delta x_{i-\frac{1}{2}} \Delta y_j \Delta z} \left\{ \Delta y_j \Delta z [U_k^2]_W^E + \Delta x_{i-\frac{1}{2}} \Delta z [U_k W_k]_S^N \right\} \quad (B.2)$$

onde:

$$\begin{aligned}
 [U_k^2]_E &= \bar{U}_k \tilde{U}_k = \frac{U_{k,i,j} + U_{k,i+1,j}}{2} \tilde{U}_k; & \tilde{U}_k &= \begin{cases} U_{k,i,j} & \text{se } \bar{U}_k \geq 0 \\ U_{k,i+1,j} & \text{se } \bar{U}_k < 0 \end{cases} \\
 [W_k U_k]_N &= \bar{W}_k \tilde{U}_k = \frac{W_{k,i-1,j+1} + W_{k,i,j+1}}{2} \tilde{U}_k; & \tilde{U}_k &= \begin{cases} U_{k,i,j} & \text{se } \bar{W}_k \geq 0 \\ U_{k,i,j+1} & \text{se } \bar{W}_k < 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

direção y:

$$\frac{1}{Vol_y} \int_{Vol_y} C_k^y dv = \frac{1}{Vol_y} \int_{Vol_y} (\alpha_k \rho_k U_k \frac{\partial}{\partial x} W_k + \alpha_k \rho_k W_k \frac{\partial}{\partial y} W_k) dv \quad (B.3)$$

ou

$$\frac{1}{Vol_y} \int_{Vol_y} C_k^y dv = \frac{(\overline{\alpha_k \rho_k})}{\Delta x_i \Delta y_{j-\frac{1}{2}} \Delta z} \left\{ \Delta y_{j-\frac{1}{2}} \Delta z [U_k W_k]_W^E + \Delta x_i \Delta z [W_k^2]_S^N \right\} \quad (B.4)$$

onde:

$$\begin{aligned}
 [U_k W_k]_E &= \bar{U}_k \tilde{W}_k = \frac{U_{k,i+1,j} + U_{k,i+1,j-1}}{2} \tilde{W}_k; & \tilde{W}_k &= \begin{cases} W_{k,i,j} & \text{se } \bar{U}_k \geq 0 \\ W_{k,i+1,j} & \text{se } \bar{U}_k < 0 \end{cases} \\
 [W_k^2]_N &= \bar{W}_k \tilde{W}_k = \frac{W_{k,i,j} + W_{k,i,j+1}}{2} \tilde{W}_k; & \tilde{W}_k &= \begin{cases} W_{k,i,j} & \text{se } \bar{W}_k \geq 0 \\ W_{k,i,j+1} & \text{se } \bar{W}_k < 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

B.2 O Termo Difusivo

De forma análoga ao item anterior \mathcal{V}_k^x e \mathcal{V}_k^y , $k = l, g$, são integrados nas malhas esquematizadas nas figuras 3.2 e 3.3. Logo:

direção x :

$$\frac{1}{Vol^x} \int_{Vol^x} \mathcal{V}_k^x dv = \frac{1}{Vol^x} \int_{Vol^x} \mu_k \left[\frac{\partial}{\partial x} (\alpha_k \frac{\partial}{\partial x} U_k) + \frac{\partial}{\partial y} (\alpha_k \frac{\partial}{\partial y} U_k) \right] dv \quad (B.5)$$

ou

$$\frac{1}{Vol^x} \int_{Vol^x} \mathcal{V}_k^x dv = \frac{1}{Vol^x} \mu_k \left\{ \Delta y_j \Delta z [\alpha_k \frac{\partial}{\partial x} U_k]_W^E + \Delta x_{i-\frac{1}{2}} \Delta z [\alpha_k \frac{\partial}{\partial y} U_k]_S^N \right\} \quad (B.6)$$

para :

$$\begin{aligned} [\alpha_k (\frac{\partial}{\partial x} U_k)]_E &= \alpha_{k_{i,j}} \frac{U_{k_{i+1,j}} - U_{k_{i,j}}}{\Delta x_i} \\ [\alpha_k (\frac{\partial}{\partial x} U_k)]_W &= \alpha_{k_{i-1,j}} \frac{U_{k_{i,j}} - U_{k_{i-1,j}}}{\Delta x_{i-1}} \\ [\alpha_k (\frac{\partial}{\partial y} U_k)]_N &= \alpha_{k_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \frac{U_{k_{i,j+1}} - U_{k_{i,j}}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2}}} \\ [\alpha_k (\frac{\partial}{\partial y} U_k)]_S &= \alpha_{k_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} \frac{U_{k_{i,j}} - U_{k_{i,j-1}}}{\Delta y_{i-\frac{1}{2}}} \\ \alpha_{k_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} &= \frac{\alpha_{k_{i-1,j}} + \alpha_{k_{i,j}} + \alpha_{k_{i-1,j+1}} + \alpha_{k_{i,j+1}}}{4} \\ \alpha_{k_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} &= \frac{\alpha_{k_{i-1,j-1}} + \alpha_{k_{i,j-1}} + \alpha_{k_{i-1,j}} + \alpha_{k_{i,j}}}{4} \\ \Delta y_{j-\frac{1}{2}} &= \frac{\Delta y_{j-1} + \Delta y_j}{2} \\ \Delta y_{j+\frac{1}{2}} &= \frac{\Delta y_j + \Delta y_{j+1}}{2} \end{aligned}$$

direção y :

$$\frac{1}{Vol^y} \int_{Vol^y} \mathcal{V}_k^y dv = \frac{1}{Vol^y} \int_{Vol^y} \mu_k \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_k \frac{\partial}{\partial x} W_k \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha_k \frac{\partial}{\partial y} W_k \right) \right] dv \quad (B.7)$$

ou

$$\frac{1}{Vol^y} \int_{Vol^y} \mathcal{V}_k^y dv = \frac{1}{Vol^y} \mu_k \left\{ \Delta y_{j-\frac{1}{2}} \Delta z [\alpha_k \frac{\partial}{\partial x} W_k]_W^E + \Delta x_i \Delta z [\alpha_k \frac{\partial}{\partial y} W_k]_S^N \right\} \quad (B.8)$$

para :

$$\begin{aligned} [\alpha_k (\frac{\partial}{\partial x} W_k)]_E &= \alpha_{k, i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} \frac{W_{k, i+1, j} - W_{k, i, j}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}} \\ [\alpha_k (\frac{\partial}{\partial x} W_k)]_W &= \alpha_{k, i-\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} \frac{W_{k, i, j} - W_{k, i-1, j}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}} \\ [\alpha_k (\frac{\partial}{\partial y} W_k)]_N &= \alpha_{k, i, j} \frac{W_{k, i, j+1} - W_{k, i, j}}{\Delta y_i} \\ [\alpha_k (\frac{\partial}{\partial y} W_k)]_S &= \alpha_{k, i, j-1} \frac{W_{k, i, j} - W_{k, i, j-1}}{\Delta y_{i-1}} \\ \alpha_{k, i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} &= \frac{\alpha_{k, i, j} + \alpha_{k, i+1, j} + \alpha_{k, i, j-1} + \alpha_{k, i+1, j-1}}{4} \\ \alpha_{k, i-\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} &= \frac{\alpha_{k, i-1, j} + \alpha_{k, i, j} + \alpha_{k, i-1, j-1} + \alpha_{k, i, j-1}}{4} \\ \Delta x_{i-\frac{1}{2}} &= \frac{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i}{2} \\ \Delta x_{i+\frac{1}{2}} &= \frac{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}}{2} \end{aligned}$$

$k = l, g$.

Apêndice C

Conceituação das Variáveis

C.1 As Propriedades Médias nas Seções Transversais

As propriedades médias nas seções transversais do tê são definidas por:

- Velocidade Superficial J_l e J_g :

$$J_l = \alpha_l V_l \quad (\text{C.1})$$

$$J_g = \alpha_g V_g \quad (\text{C.2})$$

- Vazão Total \dot{w}, \dot{Q} :

em massa:

$$\dot{w} = \dot{w}_l + \dot{w}_g = \rho_l A J_l + \rho_g A J_g \quad (\text{C.3})$$

em volume:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_l + \dot{Q}_g = A J_l + A J_g \quad (\text{C.4})$$

- Título x :

$$x = \frac{\dot{w}_g}{\dot{w}} = \frac{\rho_g J_g}{\rho_l J_l + \rho_g J_g} \quad (\text{C.5})$$

• Vazão Específica \dot{G} :

$$\dot{G} = \dot{G}_l + \dot{G}_g \quad (\text{C.6})$$

$$\dot{G}_l = \rho_l J_l = \dot{w}_l / A \quad (\text{C.7})$$

$$\dot{G}_g = \rho_g J_g = \dot{w}_g / A \quad (\text{C.8})$$

Fixados a vazão específica \dot{G}_1 e o título x_1 na entrada do tê, então as condições de contorno, sem perfil desenvolvido, para esta seção (velocidades para o líquido e para o gás e fração de vazio) são dadas a partir dos seguintes passos :

$$\dot{w}_{1g} = x_1 \dot{w}_1 = x_1 \dot{G}_1 A_1$$

$$\dot{w}_{1g} = \rho_g A_1 J_g$$

eliminando \dot{w}_{1g} das duas relações acima, obtém-se:

$$x_1 \dot{G}_1 A_1 = \rho_g A_1 J_g$$

ou

$$J_g = \frac{x_1 \dot{G}_1}{\rho_g}$$

A velocidade superficial do líquido é calculada da relação (C.5), logo :

$$J_l = \frac{\rho_g J_g (1 - x_1)}{x_1 \rho_l} = \frac{\dot{G}_1 (1 - x_1)}{\rho_l}$$

Finalmente, a fração de vazio é obtida pela seguinte relação :

$$\alpha_g = \frac{J_g}{J_g + J_l}$$

e as velocidades das fases por :

$$V_g = V_l = J_g + J_l$$

C.2 A Função de Corrente

A função de corrente, mostrada neste trabalho, foi calculada assumindo escoamento potencial [23], utilizando a seguinte relação :

$$d\psi_k = d\dot{Q}_k$$

onde ψ_k é a função de corrente para a fase k e \dot{Q}_k é a vazão volumétrica entre dois pontos do domínio. Integrando a equação acima entre os pontos $\mathcal{X} = 0$ e $\mathcal{X} = \mathcal{X}$, tem-se :

$$\psi_k = \Delta z \int_0^{\mathcal{X}} J_k(\mathcal{X}) d\mathcal{X}$$

e \mathcal{X} , neste caso, é a distância horizontal entre a parede oeste do tê e um ponto qualquer do domínio em estudo.