

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

EFEITOS DA SUCÇÃO VARIÁVEL E INJEÇÃO
VARIÁVEL NA CONDENSAÇÃO PELICULAR
LAMINAR SOBRE UMA PAREDE VERTICAL

35/81

Trabalho apresentado à Comissão de
Pós-Graduação da Faculdade de En-
genharia de Campinas, como parte
dos requisitos para a obtenção do
título de Mestre em Engenharia Me-
cânica.

CAMPINAS, 1981

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

CARLOS DANIEL EBINUMA

Eng. Mecânico, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP, 1978.

EFEITOS DA SUCÇÃO VARIÁVEL E INJEÇÃO VARIÁVEL
NA CONDENSAÇÃO PELICULAR LAMINAR SOBRE UMA
PAREDE VERTICAL

Orientador: Prof. Dr. CHANG-YU LIU

Trabalho apresentado à Comissão de
Pós-Graduação da Faculdade de En -
genharia de Campinas, como parte
dos requisitos para a obtenção do
título de Mestre em Engenharia Me-
cânica.

CAMPINAS , 1981.

A MEUS PAIS
À MINHA ESPOSA
À MINHA FILHA

R E S U M O

O problema da condensação pelicular laminar sobre uma parede vertical foi resolvido através da aplicação da Teoria da Camada Limite.

Um parâmetro de velocidade adimensional β , que é proporcional à velocidade normal variável na parede v_p e a coordenada longitudinal ($x^{1/4}$) é definido para caracterizar o processo. Quando $\beta < 0$ tem-se sucção e quando $\beta > 0$ tem-se injeção.

As equações diferenciais parciais da camada limite, através de uma transformação de similaridade, são reduzidos em equações diferenciais ordinárias.

O efeito da sucção e injeção variável sobre a transferência de calor, perfis de velocidades e temperaturas, espessura da película, razão de condensação e tensão de cisalhamento na parede é demonstrado através de vários exemplos, para Prandtl 1, 10 e 100.

A B S T R A C T

The problem of laminar film condensation on a vertical wall has been solved by the application of Boundary Layer Theory.

A dimensionless velocity parameter β , which is proportional to the variable normal velocity v_p and longitudinal coordinate ($x^{1/4}$) is defined to characterize the process. When $\beta < 0$ has suction and $\beta > 0$ has injection.

The partial differential equations of Boundary Layer, through a similarity transformation, is reduced to ordinary differential equations.

The effects of variable suction and injection on heat transfer, velocity and temperature profiles, film thickness, condensation rate and shearing stress on the wall are demonstrated through various examples to Prandtl numbers 1, 10 and 100.

Í N D Í C E

LISTA DE FIGURAS	vii
NOMENCLATURA	ix
1 - INTRODUÇÃO	1
2 - ANÁLISE TEÓRICA	3
2.1 - O Modelo Físico	3
2.2 - Equações Governantes	3
3 - MÉTODO DE SOLUÇÃO.	7
3.1 - Métodos de Runge Kutta	7
3.2 - Primeiro Procedimento	9
3.3 - Segundo Procedimento	10
4 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	11
4.1 - Perfis de Velocidades	11
4.2 - Perfis de Temperatura	12
4.3 - Transferência de Calor	19
4.4 - Espessura da Película Condensada	24
4.5 - Razão de Condensação	24
4.6 - Tensão de Cisalhamento	25
4.7 - Resultados Comparativos da Influência dos Efeitos da Sucção Uniforme e da Sucção Variável	34
4.8 - Solução Assintótica para Sucção Uniforme	35
5 - CONCLUSÃO	45
APENDICE - LISTAGENS	46
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	52

LISTA DE FIGURAS

Fig. 2.1.1 - Modelo Físico e Sistema de Coordenadas para Sug ção e Injeção Variável	3
--	---

PERFIS DE VELOCIDADES LONGITUDINAIS

Fig. 1 - $Pr = 1,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 0,13$	13
Fig. 2 - $Pr = 10,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 1,8$	14
Fig. 3 - $Pr = 100,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 7,0$	15

PERFIS DE VELOCIDADES NORMAIS

Fig. 4 - $Pr = 1,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 0,13$	16
Fig. 5 - $Pr = 10,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 1,8$	16
Fig. 6 - $Pr = 100,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 7,0$	17

PERFIS DE TEMPERATURA

Fig. 7 - $Pr = 1,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 0,13$	17
Fig. 8 - $Pr = 10,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 1,8$	18
Fig. 9 - $Pr = 100,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 7,0$	18

TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Fig. 10 - $Pr = 1,0$	21
Fig. 11 - $Pr = 10,0$	22
Fig. 12 - $Pr = 100,0$	23

ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA

Fig. 13 - $Pr = 1,0$	26
Fig. 14 - $Pr = 10,0$	26
Fig. 15 - $Pr = 100,0$	27
Fig. 16 - $Pr = 1,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 0,13$	27
Fig. 17 - $Pr = 10,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 1,8$	28
Fig. 18 - $Pr = 100,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 7,0$	28

RAZÃO DE CONDENSAÇÃO

Fig. 19 - $Pr = 1,0$	29
Fig. 20 - $Pr = 10,0$	29
Fig. 21 - $Pr = 100,0$	30

TENSÃO DE CISALHAMENTO

Fig. 22 - $Pr = 1,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 0,13$	31
Fig. 23 - $Pr = 10,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 1,8$	32
Fig. 24 - $Pr = 100,0$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 7,0$	33
Fig. 4.8.1 - Modelo Físico e Sistema de Coordenadas para Sucção Uniforme	35

CURVAS COMPARATIVAS DOS EFEITOS DA SUCÇÃO UNIFORME E SUCÇÃO VARIÁVEL

Fig. 25 - Perfis de Velocidades, $Pr = 10$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 1,8$	36
Fig. 26 - Perfis de Temperatura, $Pr = 10$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 1,8$	36
Fig. 27 - Transferência de Calor , $Pr = 10$	37
Fig. 28 - Espessura da Película Condensada , $Pr = 10$	37

SOLUÇÃO ASSINTÓTICA PARA SUCÇÃO UNIFORME
PERFIS DE VELOCIDADES

Fig. 29 - $\frac{H\delta^2}{Uv} = 0,1$	43
Fig. 30 - $\frac{H\delta^2}{Uv} = 1,0$	43
Fig. 31 - $\frac{H\delta^2}{Uv} = 2,8$	44

PERFIS DE TEMPERATURA

Fig. 32 -	44
---------------------	----

N O M E N C L A T U R A

- $c = |g(\rho - \rho_v)/4v^2\rho|^{1/4}$ parâmetro adimensional
 c_p = calor específico a pressão constante
 F = variável de velocidade adimensional
 g = aceleração da gravidade
 $h = q/(T_s - T_p)$ coeficiente de Transferência de calor local
 h_{fg} = calor latente de condensação
 k = condutividade térmica
 $\dot{m}$ = velocidade de condensação
 $N_u = hx/k$ número de Nusselt local
 $Pr = c_p\mu/k$ número de Prandtl
 q = razão de Transferência de calor local
 T = Temperatura
 u = velocidade longitudinal
 v = velocidade normal
 x = distância longitudinal à parede
 y = distância normal à parede

Letras gregas:

- $\alpha = k/\rho c_p$ difusividade térmica
 $\beta = v_p x^{1/4}/cv$ parâmetro de sucção (ou injeção)
 δ = espessura da película condensada
 $\Delta T = (T_s - T_p)$ parâmetro de subresfriamento
 $\eta = cyx^{-1/4}$ variável adimensional
 $\theta = (T_s - T)/(T_s - T_p)$ variável de Temperatura adimensional
 μ = viscosidade absoluta
 ν = viscosidade cinemática
 ρ = densidade
 Ψ = função de corrente

Subscritos:

- g - saturação v - vapor p - parede

1 - INTRODUÇÃO

A condensação pelicular laminar sobre uma parede vertical tem sido objeto de estudo há vários anos.

A primeira análise foi realizada por Nusselt em 1916 que formulou o problema em termos de uma simples força e balanço de energia na película condensada, desprezando-se os efeitos da força de inércia, energia de convecção e tensão de cisalhamento interfacial.

Com o passar dos anos, surgiram outros trabalhos mais aperfeiçoados, realizados por pesquisadores como: BROMLEY [1] que introduziu um parâmetro de capacidade calorífica $c_p \Delta T / h_{fg}$ no sub-resfriamento do condensado; ROHSENOW [2] que considerou os termos de energia convectiva, desprezando os termos de aceleração. Estas análises foram baseadas nas equações integrais de momento e energia.

Em 1959, SPARROW e GREGG [3] introduz uma transformação de similaridade que permitiu uma solução exata das equações completas de quantidade de movimento e energia da teoria da camada limite, para o condensado, considerando a energia de convecção e força de inércia e desprezando o arrasto do vapor na interface.

Esta aproximação foi realizada por KOH, SPARROW e BARTNETT [4] que resolveram uma combinação das equações da camada limite para o vapor e o condensado, incluindo a tensão de cisalhamento na interface, através de uma transformação de similaridade. Nesse trabalho eles concluíram que os efeitos da tensão de cisalhamento interfacial na transferência de calor são desprezíveis para números de Prandtl maiores que a unidade, mas que uma redução substancial na transferência de calor ocorre para números de Prandtl menores que a unidade (números de Prandtl para metais líquidos).

Resultados similares foram conseguidos por CHEN [5], utilizando um procedimento inteiramente diferente. Este procedimento consistia de uma expansão das soluções em série de potência dupla em termos dos parâmetros de perturbação (parâmetro de capacidade calorífica e parâmetro de aceleração).

Essas análises precedentes foram realizadas, considerando-se que o vapor é condensado sobre uma superfície sólida e não ocorre transferência de massa na interface sólido-líquido. O caso do vapor condensando sobre uma parede porosa apresenta um interessante problema de engenharia.

Mantendo-se uma diferença de pressão, através da parte porosa, uma porção de líquido do condensado pode ser sugado do sistema, causando uma diminuição na espessura da película condensada sobre a parede. Uma vez que a transferência de calor é governada pela espessura da película, a sucção pode, portanto, aumentar consideravelmente a transferência de calor. Além disso, a sucção pode servir para controlar a espessura da película e evitar a transição do escoamento laminar para o escoamento turbulento, o que é desejável em muitos processos de engenharia. A injeção causa um efeito contrário.

Somente algumas análises sobre condensação em superfícies porosas têm sido publicadas: FRANKEL e BANKOFF [6] estudaram a condensação em tubos horizontais; JAIN e BANKOFF [7] e YANG [8] consideraram a condensação em paredes verticais.

O método empregado por BANKOFF e outros é uma extensão do método de perturbação desenvolvido por CHEN [5], baseado em equações integrais. A velocidade de sucção uniforme foi combinada com o termo de sub-resfriamento para formar um novo parâmetro de perturbação. A solução completa foi obtida em termos de expansão da perturbação dupla (velocidade de sucção adimensional e parâmetro de capacidade calorífica). Os resultados finais dependem do parâmetro de sub-resfriamento, velocidade de sucção, número de Prandtl e coordenada longitudinal.

YANG [8] apresentou um método analítico diferente para determinar os efeitos da sucção uniforme na transferência de calor e nas características do escoamento. O condensado é tratado como um escoamento da camada limite. A solução das equações diferenciais parciais foi obtida em termos de expansão da perturbação simples (velocidade de sucção adimensional). Os resultados finais dependem do parâmetro de sub-resfriamento, número de Prandtl e velocidade de sucção adimensional.

Este trabalho apresenta um método de análise dos efeitos da sucção e injeção variáveis (proporcionais à distância longitudinal elevada à potência $1/4$) sobre a transferência de calor e nas características do escoamento. O condensado é, também, tratado como um escoamento da camada limite e as equações diferenciais parciais são reduzidas, através de uma transformação de similaridade, a equações diferenciais ordinárias e resolvidas por um método numérico. Os resultados finais mostram que o parâmetro de subresfriamento, número de Prandtl e a velocidade de sucção (e injeção) adimensional são os parâmetros governantes.

2 - ANÁLISE TEÓRICA

2.1 - O MODELO FÍSICO

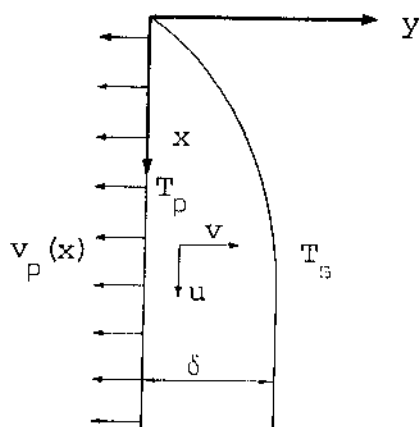


Fig. 2.1.1 - Modelo físico e sistema de coordenadas

Uma representação esquemática do modelo físico e sistema de coordenadas é mostrada na figura 2.1.1.

Um dos lados da parede vertical porosa é colocado em contato com vapor puro na temperatura de saturação T_s . A parede é mantida com uma temperatura constante T_p . A temperatura da parede T_p é menor que a temperatura de saturação do vapor T_s ocorrendo, então, a condensação do vapor na superfície da parede.

É aplicada uma sucção (injeção) variável que remove (aumenta) o condensado a uma velocidade de sucção (injeção) variável v_p , proporcional à distância longitudinal x , elevada à potência $-1/4$. O condensado resultante forma uma película laminar contínua sujeita à força gravitacional, força inercial e tensão de cisalhamento na superfície da parede.

A tensão de cisalhamento na interface líquido-vapor é desprezada nesta análise, pois já foi provado (KOH, SPARROW e HARTNETT [4]) que esta tensão de cisalhamento é desprezível para números de Prandtl maiores que a unidade, sendo significativo somente para números de Prandtl menores que a unidade.

Todas as propriedades do fluido são assumidas como constantes.

2.2 - EQUAÇÕES GOVERNANTES

As equações que expressam a conservação de massa, quantidade de movimento e energia para um escoamento laminar permanente da camada líquida sobre uma parede vertical são, respectivamente, (SPARROW e GREGG [3]):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.2.1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{g}{\rho} (\rho - \rho_v) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.2.2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2.2.3)$$

E as condições de contorno são:

$$\begin{aligned} y = 0 \quad u = 0 \quad v = v_p(x) \quad T = T_p \\ y = \delta \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad T = T_s \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

Onde u e v são, respectivamente, os componentes de velocidades nas direções x e y ; ρ e ρ_v são, respectivamente, as densidades do líquido e do vapor; T , T_s e T_p são, respectivamente, as temperaturas na camada líquida, de saturação e da parede; ν é a viscosidade cinemática do líquido; α é a difusividade térmica, e δ é a espessura da camada líquida.

A função de corrente que satisfaz à equação da continuidade e o parâmetro de temperatura adimensional são definidas como:

$$\Psi = 4 \nu c x^{3/4} F(\eta) - \int_0^x v_p dx \quad (2.2.5)$$

$$\eta = c y x^{-1/4} \quad (2.2.5.a)$$

$$c = \left| \frac{g(\rho - \rho_v)}{4 \nu^2 \rho} \right|^{1/4} \quad (2.2.5.b)$$

$$e \quad \theta = \frac{T_s - T}{T_s - T_p} \quad (2.2.6)$$

η e θ são as variáveis convencionais de similaridade na condensação de filme laminar; c é uma constante adimensional, e F é a variável de velocidade adimensional.

As componentes de velocidades em termos de função de corrente são definidas como:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad v = - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (2.2.7)$$

Utilizando a equação (2.2.5), as componentes de velocidades (2.2.7) se transformam em:

$$u = 4 \nu c^2 x^{1/2} F' \quad (2.2.7.a)$$

$$v = \nu c x^{-1/4} (\eta F' - 3F) + v_p \quad (2.2.7.b)$$

portanto:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \nu c^2 x^{-1/2} (2F' - \eta F'') \quad (2.2.7.c)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 4 \nu c^3 x^{1/4} F'' \quad (2.2.7.d)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 4 \nu c^4 F''' \quad (2.2.7.e)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \nu c^2 x^{-1/2} (\eta F'' - 2F') \quad (2.2.7.f)$$

Da equação (2.2.6) , a componente de temperatura é:

$$T = T_s - (T_s - T_p) \theta \quad (2.2.8)$$

portanto:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{4} x^{-1} \eta (T_s - T_p) \theta' \quad (2.2.8.a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = - c x^{-1/4} (T_s - T_p) \theta' \quad (2.2.8.b)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = - c^2 x^{-1/2} (T_s - T_p) \theta'' \quad (2.2.8.c)$$

onde

$$F^{(n)} = \frac{d^{(n)} F}{d\eta^{(n)}} \quad \theta^{(n)} = \frac{d^{(n)} \theta}{d\eta^{(n)}}$$

assumindo que:

$$v_p = a c x^{-1/4} \quad a = \text{cte} \quad (2.2.9)$$

$$\beta = v_p x^{1/4} / c\nu \quad (2.2.10)$$

Substituindo as relações (2.2.5.b), (2.2.7.a) a (2.2.7.e), (2.2.9) e (2.2.10) na equação (2.2.2) e as relações (2.2.8.a) a (2.2.8.c), (2.2.9) e (2.2.10) na equação (2.2.3) , obtêm-se um sistema de equações diferenciais ordinárias em termos das novas variáveis a dimensionais:

$$F'''' + (3F - \beta)F'' - 2(F')^2 + 1 = 0 \quad (2.2.11)$$

$$\theta'' + [3 P_r F - \beta P_r] \theta' = 0 \quad (2.2.12)$$

onde, P_r é o número de Prandtl e β é o novo parâmetro de velocidade que assume a direção e a magnitude da velocidade normal à parede. Se $\beta < 0$, tem-se sucção e se $\beta > 0$, tem-se injeção. Quando $\beta = 0$, as equações (2.2.11) e (2.2.12) se reduzem na forma apresentada por SPARROW e GREGG [3].

Os valores das condições de contornos correspondentes são encontrados utilizando-se as condições (2.2.4)

$$\begin{aligned} \eta = 0 \quad F(0) = 0 \quad F'(0) = 0 \quad \theta(0) = 1 \\ \eta = \eta_\delta \quad F''(\eta_\delta) = 0 \quad \theta(\eta_\delta) = 0 \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

onde η_δ é a espessura da película adimensional.

O valor da espessura da película adimensional η_δ pode ser determinado pela conservação de energia na interface. A relação do balanço de energia é:

$$k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_\delta - h_{fg} \left[\frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho u \, dy - \frac{d}{dx} \int_0^x \rho v_p \, dx \right] = 0 \quad (2.2.14)$$

O primeiro termo representa o calor conduzido para o líquido e o segundo termo a energia liberada como calor latente. k e h_{fg} são, respectivamente, a condutividade térmica e calor latente de condensação.

Da relação (11.b) :

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_\delta = -c x^{-1/4} (T_s - T_p) \theta'(\eta_\delta) \quad (2.2.14.a)$$

Da relação (2.2.7.a)

$$\int_0^\delta \rho u \, dy = \int_0^\delta \rho \, 4 \nu \, c^2 x^{1/2} F' \, dy$$

Sendo x independente de η :

$$\frac{dF}{d\eta} = \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

utilizando a relação (2.2.5.a) :

$$\frac{\partial y}{\partial \eta} = \frac{x^{1/4}}{c}$$

Então:

$$\int_0^\delta \rho \, 4 \, \nu c^2 \, x^{1/2} \cdot \frac{x^{1/4}}{c} \cdot \frac{\partial F}{\partial y} \, dy = 4 \, \rho \, \nu \, c \, x^{3/4} F(\eta\delta)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho u \, dy = 3 \, \rho \, \nu \, c \, x^{-1/4} F(\eta\delta) \quad (2.2.14.b)$$

Da relação (2.2.10)

$$\int_0^x \rho \, v_p \, dx = \int_0^x \rho \, \beta \, \nu \, c \, x^{-1/4} \, dx = \frac{4}{3} \, \rho \, \beta \, \nu \, c \, x^{3/4}$$

Então:

$$\frac{d}{dx} \int_0^x \rho \, v_p \, dx = \rho \, \beta \, \nu \, c \, x^{-1/4} \quad (2.2.14.c)$$

Substituindo as relações (2.2.14.a) a (2.2.14.c) na equação (2.2.14)

$$\frac{c_p \, \Delta T}{h_{fg} \, P_r} = \frac{\beta - 3 F(\eta\delta)}{\theta'(\eta\delta)} \quad (2.2.15)$$

onde:

ΔT é o sub-resfriamento ($T_s - T_p$); c_p é o calor específico a pressão constante; h_{fg} é o calor latente de condensação; P_r é o número de Prandtl; β é o parâmetro de sucção (ou injeção) e $F(\eta\delta)$ e $\theta'(\eta\delta)$ são, respectivamente, a variável de velocidade adimensional e o gradiente de temperatura quando $\eta = \eta\delta$.

3 - MÉTODO DE SOLUÇÃO

Devido à impossibilidade de se obter uma solução analítica, as equações da conservação da quantidade de movimento (2.2.11) e energia (2.2.12) foram resolvidas numericamente, juntamente com as condições (2.2.13) pelo método de Runge Kutta de oitava ordem (Apendice A), através da utilização de um computador digital Burroughs.

3.1 - MÉTODOS DE RUNGE KUTTA

Os métodos de Runge Kutta [10], são métodos práticos em computação para solução de sistemas de equações diferenciais ordinárias. Quando a equação diferencial ordinária for de ordem n , torna-se necessário transformá-la em um sistema de n equações de primeira ordem através de um processo simples de abaixamento de ordem.

Por exemplo, seja a equação da conservação de Quantida

dade de Movimento (2.2.11):

$$F''' + (3F - \beta)F'' - 2(F')^2 + 1 = 0$$

Pode-se notar que a equação da Conservação da Quantidade de Movimento (2.2.11) é uma equação diferencial ordinária de terceira ordem e, portanto, é possível transformá-la em um sistema de 3 equações diferenciais ordinárias de primeira ordem através do seguinte procedimento:

Denomina-se uma variável, por exemplo, w , como sendo igual à primeira derivada da variável da equação F . Assim, a primeira derivada da variável w será igual à segunda derivada da variável F e assim sucessivamente.

Então, tem-se:

$$\begin{aligned} w &= F' \\ w' &= F'' \\ w'' &= F''' \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

Substitui-se na equação e obtém-se:

$$\begin{aligned} w'' + (3F - \beta)w' - 2(w)^2 + 1 &= 0 \\ w &= F' \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

Procede-se da mesma maneira para a equação da segunda ordem da variável w , ou seja:

$$\begin{aligned} z &= w' \\ z' &= w'' \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

Assim:

$$\begin{aligned} z' + (3F - \beta)z - 2(w)^2 + 1 &= 0 \\ w &= F' \\ z &= w' \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

Que é um sistema de 3 equações diferenciais ordinárias de primeira ordem.

Com as condições de contorno (2.2.13) obtém-se:

$$\begin{aligned} \eta = 0 \quad F(0) = 0 \quad w(0) = F'(0) = 0 \\ \eta = \eta\delta \quad z(\eta\delta) = 0 \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

Para a equação da conservação de energia (2.2.12)

$$\Theta'' + (3P_r F - \beta P_r) \Theta' = 0$$

Tem-se:

$$\begin{aligned} G &= \theta' \\ G' &= \theta'' \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

Logo:

$$\begin{aligned} G' + (3P_r F - \beta P_r) G &= 0 \\ G &= \theta' \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

Com as condições:

$$\begin{aligned} \eta &= 0 & \theta(0) &= 1 \\ \eta &= \eta\delta & \theta(\eta\delta) &= 0 \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

As soluções numéricas das relações (3.1.4) e (3.1.7) foram encontradas através de dois procedimentos descritos a seguir.

3.2 - PRIMEIRO PROCEDIMENTO

Para se determinar a espessura da película condensada $\eta\delta$ é necessário resolver as equações (2.2.11) e (2.2.12) simultaneamente, pré determinando um valor para o número de Prandtl P_r , um valor para o parâmetro de velocidade normal adimensional β e um valor para o parâmetro de subresfriamento $c_p \Delta T / h_{fg} P_r$.

Como já visto no item anterior, a equação da quantidade de movimento (2.2.11) é uma equação de terceira ordem e deve ser transformada em um sistema de três equações de primeira ordem (3.1.4) assim com a equação da conservação de energia (2.2.12), que é uma equação de segunda ordem e deve ser transformada em um sistema de duas equações de primeira ordem (3.1.7) para permitir a utilização do método de Runge Kutta.

Para a equação (2.2.11) são conhecidas tres condições de contorno; duas na parede $F(0) = 0$ e $F'(0) = 0$ e uma condição na interface líquido-vapor $F''(\eta\delta) = 0$ e para a equação (2.2.12) são conhecidas duas condições de contorno; uma na parede $\theta(0) = 1$ e uma na interface líquido-vapor $\theta(\eta\delta) = 0$.

Entretanto, o método de Runge Kutta exige o conhecimento de mais uma condição na parede, $F''(0)$ e $\theta'(0)$, para a equação (2.2.11) e (2.2.12), respectivamente.

O valor dessas condições $F''(0)$ e $\theta'(0)$ são obtidos através das condições de contorno na interface líquido-vapor $F''(\eta\delta) = 0$ e $\theta(\eta\delta) = 0$.

Portanto, adotam-se valores (tentativas) para $F''(0)$ e $\theta'(0)$ até que em um certo valor de η , os valores de $F''(\eta)$ e $\theta(\eta)$ sejam nulos e o valor de $c_p \Delta T / h_{fg} P_r$, obtido através da relação (2.2.15), seja igual ao valor pré determinado.

Esse valor de η é a espessura da película condensada $\eta\delta$ para o número de Prandtl P_r e parâmetro de velocidade normal adimensional β pré-determinados.

Procede-se desta maneira para vários números de Prandtl P_r . Para cada P_r , fixam-se vários parâmetros de velocidade normal adimensional β . Para cada P_r , fixa-se um único valor de $c_p \Delta T / h_{fg} P_r$ que é constante qualquer que seja β , para a espessura da película $\eta\delta$.

Por exemplo, para número de Prandtl 10, o valor de $c_p \Delta T / h_{fg} P_r$ é 1,8 para $\beta = 0$ e $\eta\delta = 0,6$; $\beta = -0,1$ e $\eta\delta = 0,5$; $\beta = -0,30$ e $\eta\delta = 0,31$; $\beta = 0,10$ e $\eta\delta = 0,69$; etc.

3.3 - SEGUNDO PROCEDIMENTO

Neste segundo procedimento pré determina-se um valor para o número de Prandtl P_r , um valor para o parâmetro de velocidade normal adimensional β e um valor para a espessura da película condensada $\eta\delta$.

A solução da equação da Quantidade de movimento (2.2.11) e da equação de energia (2.2.12) é análogo ao primeiro procedimento, ou seja, adotam-se valores (tentativas) para $F''(0)$ e $\theta'(0)$ até que para o valor da espessura da película $\eta\delta$ fixado, os valores de $F''(\eta\delta)$ e $\theta(\eta\delta)$ sejam zeros.

É possível agora obter um valor para o parâmetro de subresfriamento $c_p \Delta T / h_{fg} P_r$, através da relação (2.2.15), para o correspondente valor de $\eta\delta$ fixado.

Procede-se desta maneira para vários números de Prandtl P_r . Para cada P_r fixam-se vários parâmetros de velocidades normais adimensionais β .

Para cada β fixam-se várias espessuras da película condensada $\eta\delta$ e para cada $\eta\delta$ obtém-se um valor para o parâmetro de subresfriamento $c_p \Delta T / h_{fg} P_r$.

Por exemplo, para $P_r = 10$ e $\beta = -0,30$ obtém-se para $\eta\delta = 0,2$, $c_p \Delta T / h_{fg} P_r = 8,5 \times 10^{-2}$; para $\eta\delta = 0,4$, $c_p \Delta T / h_{fg} P_r = 0,30$; para $\eta\delta = 0,6$, $c_p \Delta T / h_{fg} P_r = 1,37$; etc.

4 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1 - PERFIS DE VELOCIDADES

Em termos da nova variável de velocidade adimensional as componentes de velocidades podem ser expressas como:

4.1.1 - Componente de velocidade longitudinal

Das relações (2.2.5.b) e (2.2.7.a) tem-se:

$$c = \left| \frac{g(\rho - \rho_v)}{4v^2 \rho} \right|^{1/4}$$

$$u = 4 v c^2 x^{1/2} F'$$

Portanto:

$$F' = \frac{u}{\left| \frac{4g(\rho - \rho_v)x}{\rho} \right|^{1/2}} \quad (4.1.1.1)$$

4.1.2 - Componente de velocidade normal:

Da relação (2.2.7.b) tem-se:

$$v = v c x^{-1/4} (\eta F' - 3F) + v_p$$

Portanto:

$$\frac{(v - v_p) x^{1/4}}{v c} = (\eta F' - 3F) \quad (4.1.2.1)$$

Alguns perfis representativos para $P_r = 1$ e $c_p \Delta T / h_{fg} = 0,13$, $P_r = 10$ e $c_p \Delta T / h_{fg} = 1,8$ e $P_r = 100$ e $c_p \Delta T / h_{fg} = 7,0$ são mostrados nas figuras 1 a 6, obtidos conforme o primeiro procedimento.

A distribuição da velocidade longitudinal, equação (4.1.1.1), está plotado nas figuras 1 e 2 para seis valores do parâmetro de velocidade adimensional β , e na figura 3 para cinco valores de β . Em todos os casos nota-se que a sucção ($\beta < 0$) reduz a velocidade longitudinal e a injeção ($\beta > 0$) aumenta a velocidade longitudinal. Isto ocorre porque a sucção diminui os efeitos da aceleração da gravidade sobre a película condensada e a injeção aumenta os efeitos da aceleração da gravidade sobre a película condensada.

A distribuição da velocidade normal, equação (4.1.2.1) é mais informativo e está mostrada nas figuras 4, 5 e 6.

Ao contrário da velocidade longitudinal, a velocidade normal é mais significativamente aumentada pela sucção e reduzida pela injeção, o que pode ser demonstrado através de exemplos. Para $\beta = 0$ e $\eta = 0,3$ o valor da velocidade normal $v x^{1/4}/v_c$ é $-0,026$ para número de Prandtl $1,10$ e 100 . Para $\beta = -0,30$ e $\eta = 0,30$ o valor da velocidade normal $v x^{1/4}/v_c$ é $-0,3016$ para $P_r = 1,0$ e $-0,3014$ para $P_r = 10,0$; para $\beta = -0,10$ e $\eta = 0,30$ o valor de $v x^{1/4}/v_c$ é $-0,1200$ para $P_r = 100$.

Para $\beta = 1,10$ e $\eta = 0,30$ o valor da velocidade normal $v x^{1/4}/v_c$ é $0,07$ para todos os números de Prandtl. É interessante notar que, na realidade, o que ocorre é um aumento na magnitude da velocidade normal, porém, na direção oposta, o que permite dizer que o correu uma redução na velocidade normal.

O aumento na velocidade normal devido à sucção contribui consideravelmente para a transferência de calor por convecção a través da película, e a redução causada pela injeção, em oposição, contribui para a transferência de calor por condução, como se pode verificar através dos perfis de temperatura nas figuras 7, 8 e 9.

4.2 - PERFIS DE TEMPERATURA

Através dos perfis de temperatura obtidos pela solução da equação (2.2.12), de acordo com o primeiro procedimento e plotados nas figuras 7, 8 e 9, pode-se notar que, quando o perfil se aproxima de uma linha reta, ocorre um domínio da transferência de calor por condução sobre a transferência de calor por convecção.

Para $P_r = 1$ e 10 , com o aumento da sucção, verifica-se que os perfis se afastam do comportamento linear apresentado pela parede sólida ($\beta = 0$), implicando no aumento dos efeitos por convecção. Com o aumento da injeção, os perfis apresentam maior linearidade que o perfil da parede sólida, implicando na predominância dos efeitos por condução.

Para $P_r = 100$, seguindo-se o mesmo raciocínio, observa-se, tanto para parede sólida ($\beta = 0$), quanto para sucção e injeção, que o efeito da transferência de calor por convecção tem maior predominância, diminuindo-se com o aumento da sucção.

O gradiente de temperatura mostra que a transferên - cia de calor por condução através da parede é aumentada com o aumento' da sucção como resultado da redução na espessura da película condensada e é reduzida com o aumento da injeção como resultado do aumento na espessura da película condensada.

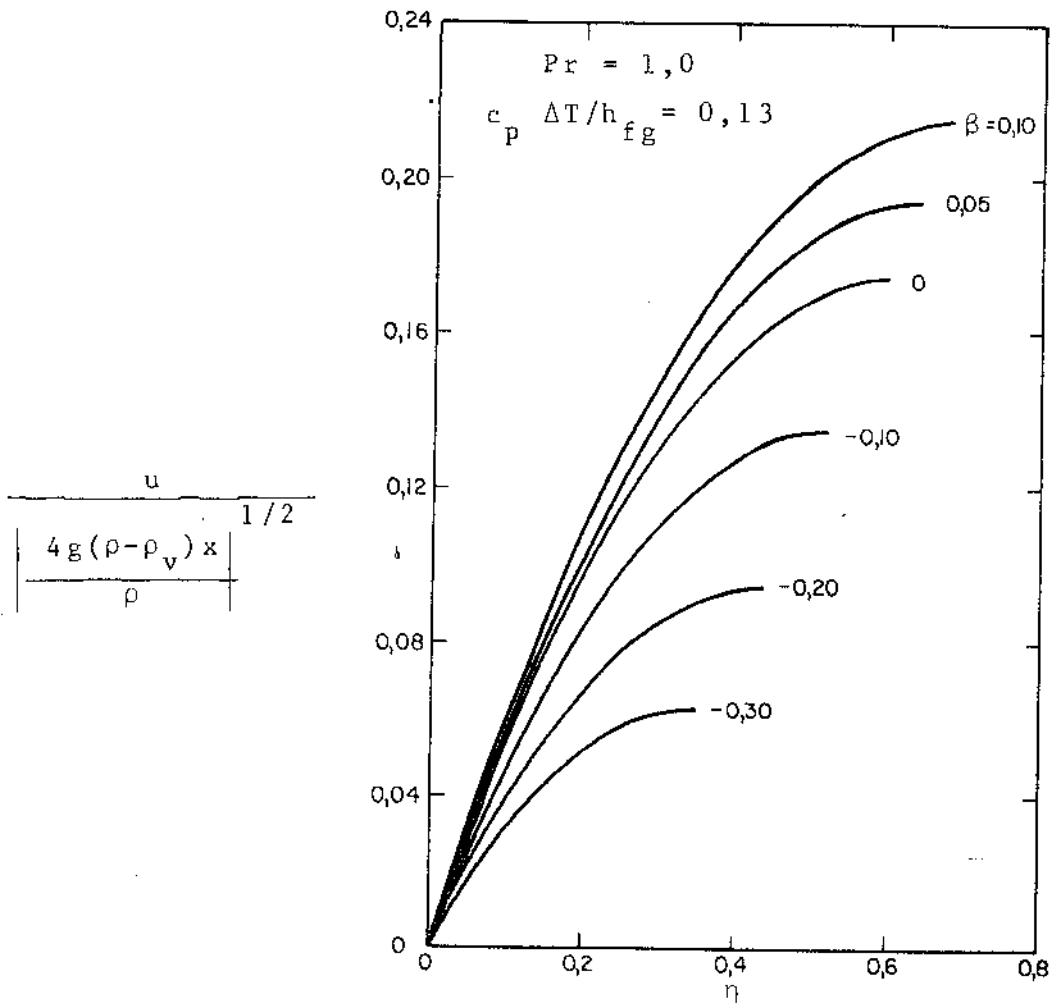


Fig. 1 - Perfis de Velocidades Longitudinais

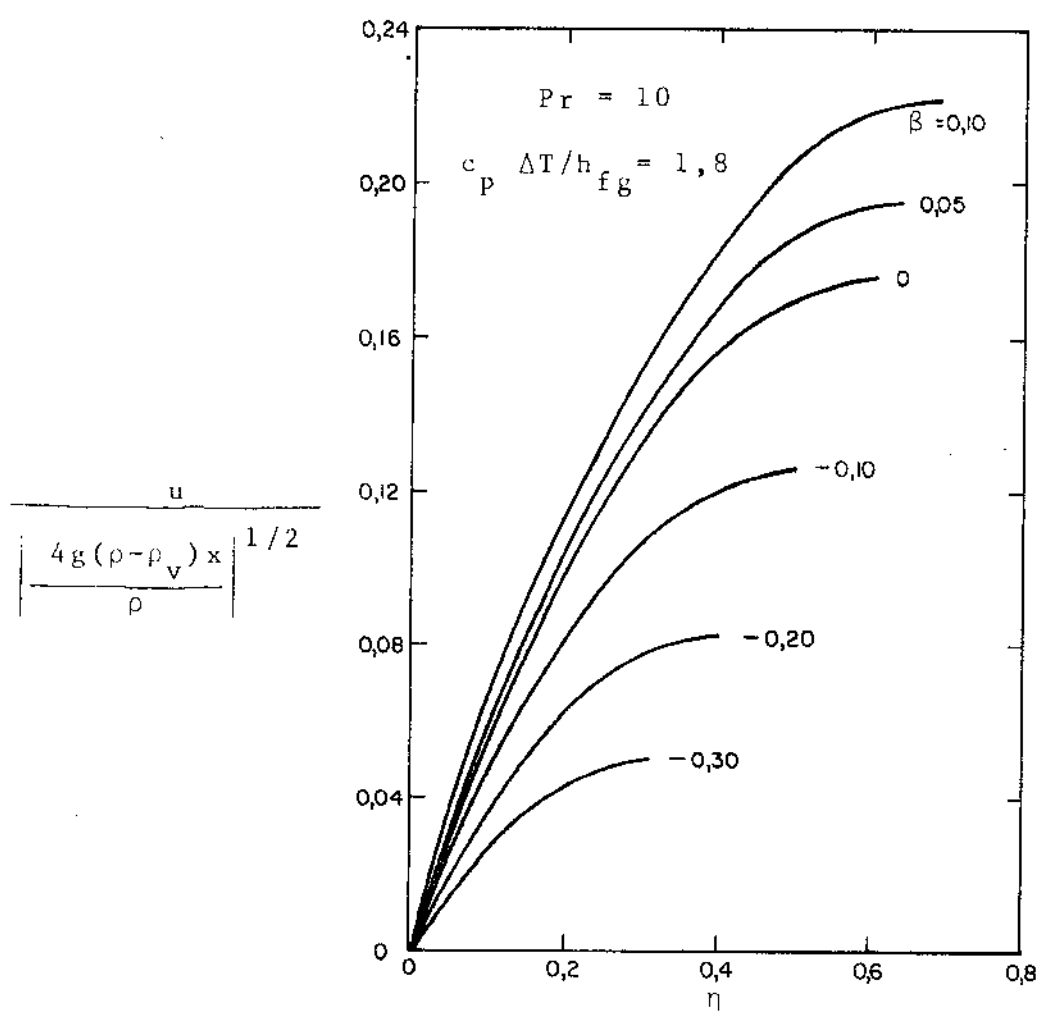


Fig. 2 - Perfis de Velocidades Longitudinais

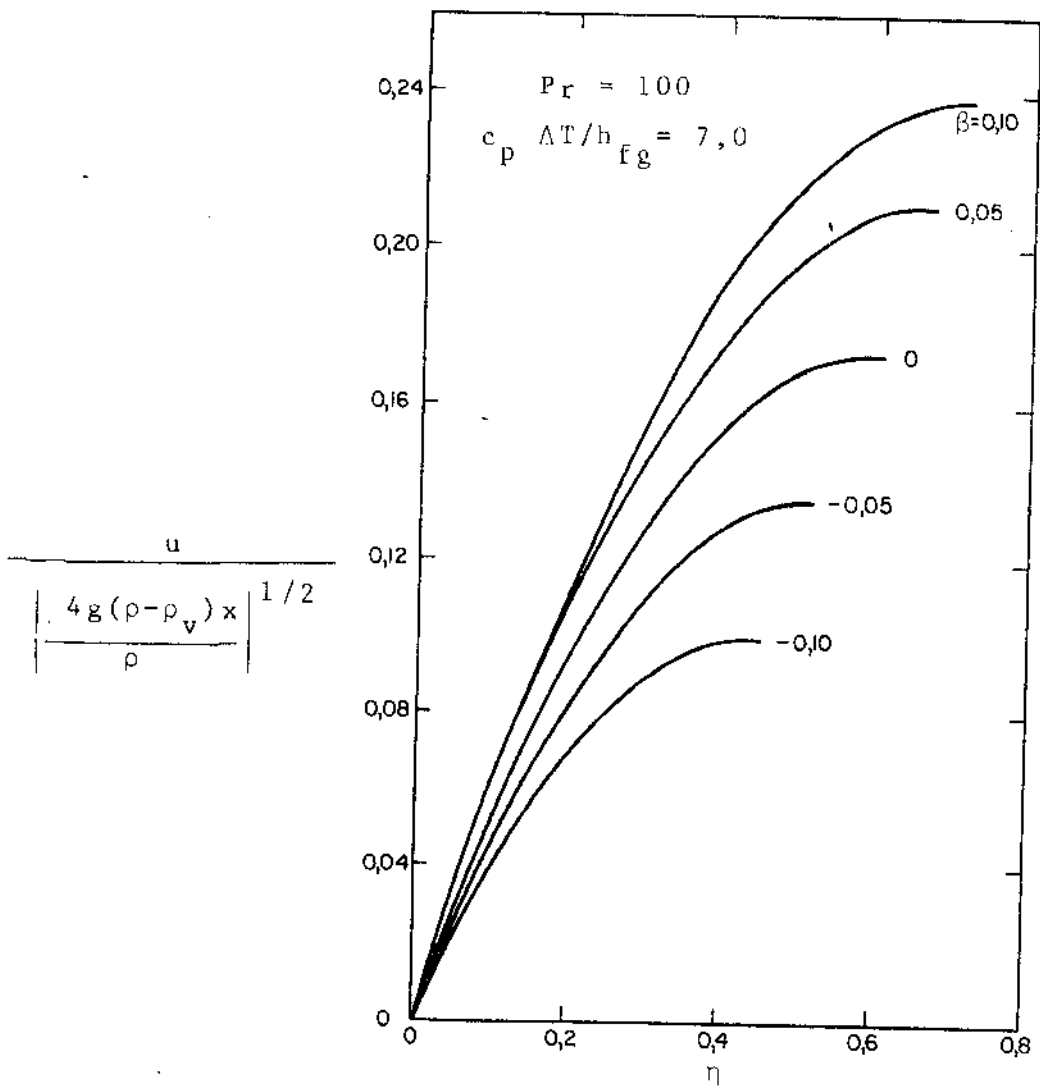


Fig. 3 - Perfis de Velocidades Longitudinais

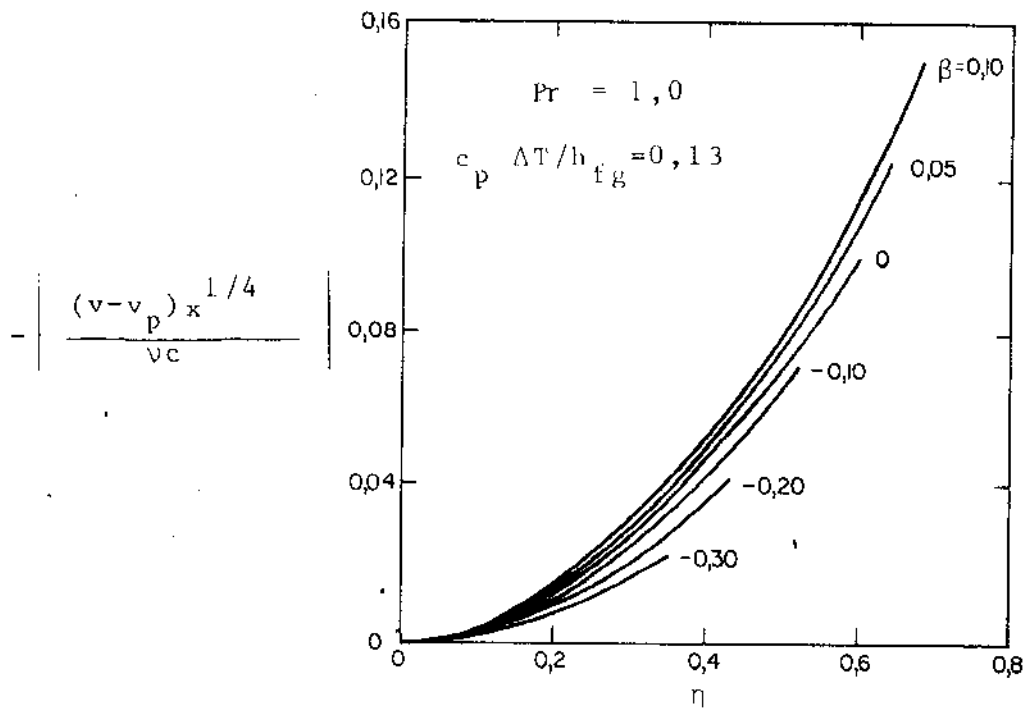


Fig. 4 - Perfis de Velocidades Normais

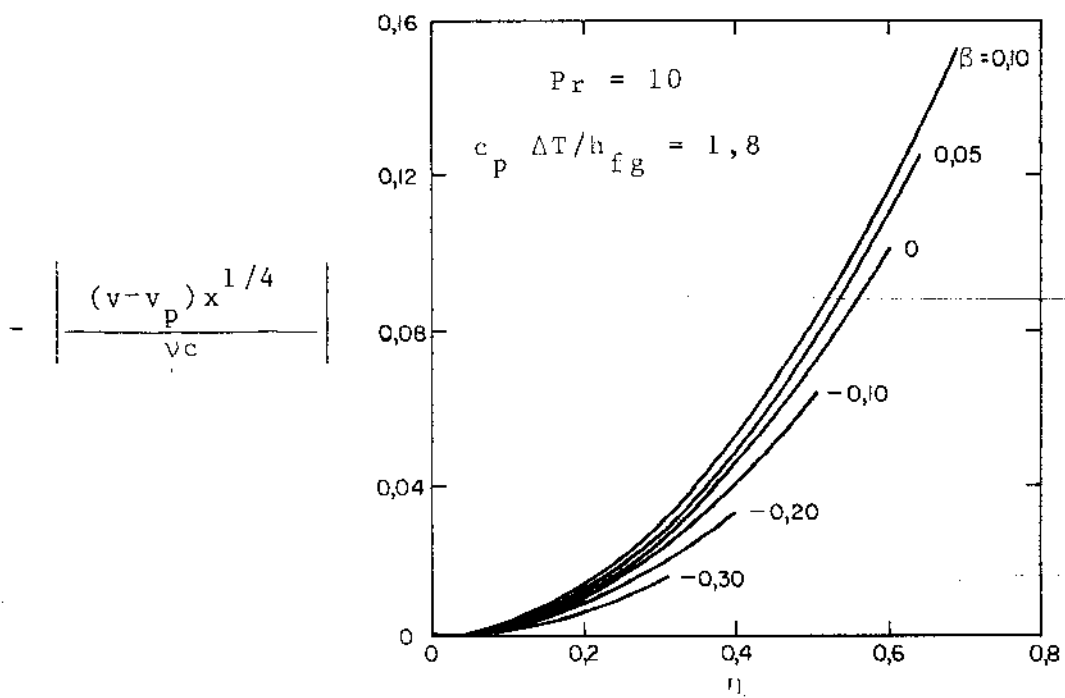


Fig. 5 - Perfis de Velocidades Normais

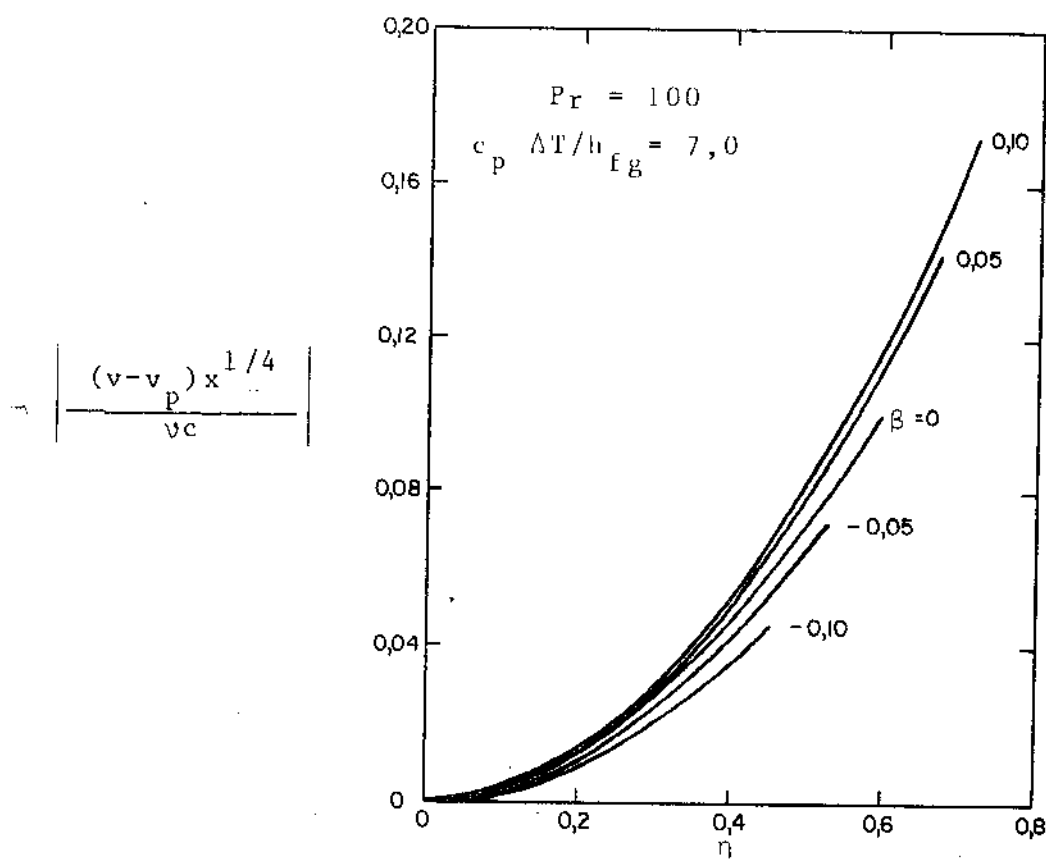


Fig. 6 - Perfis de Velocidades Normais

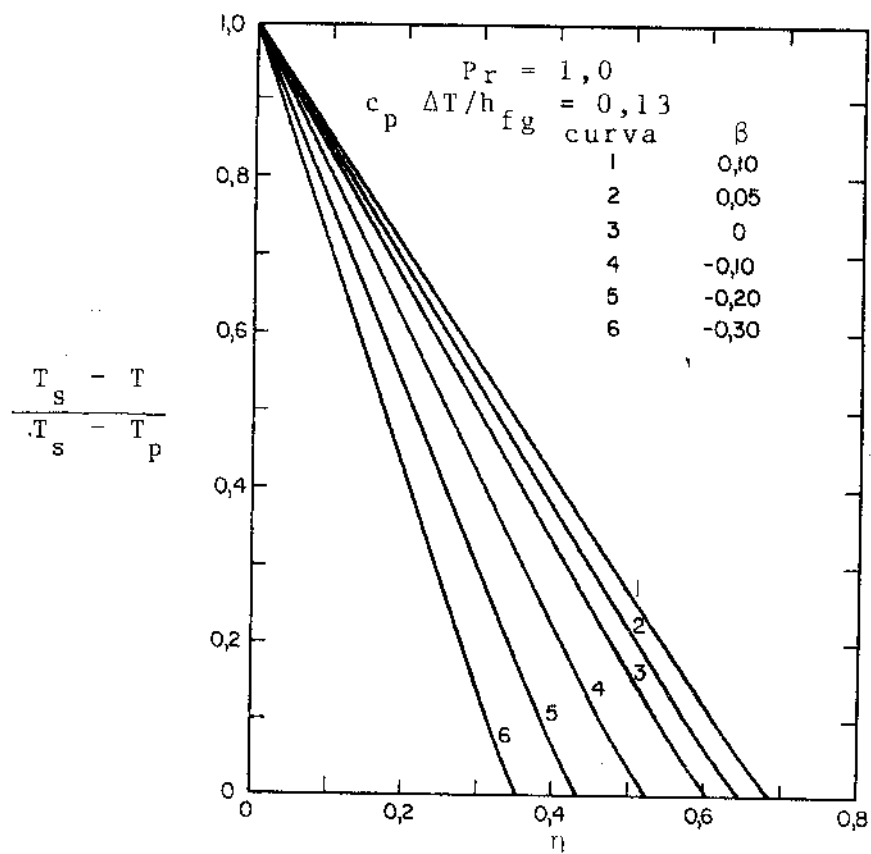


Fig. 7 - Perfis de Temperatura

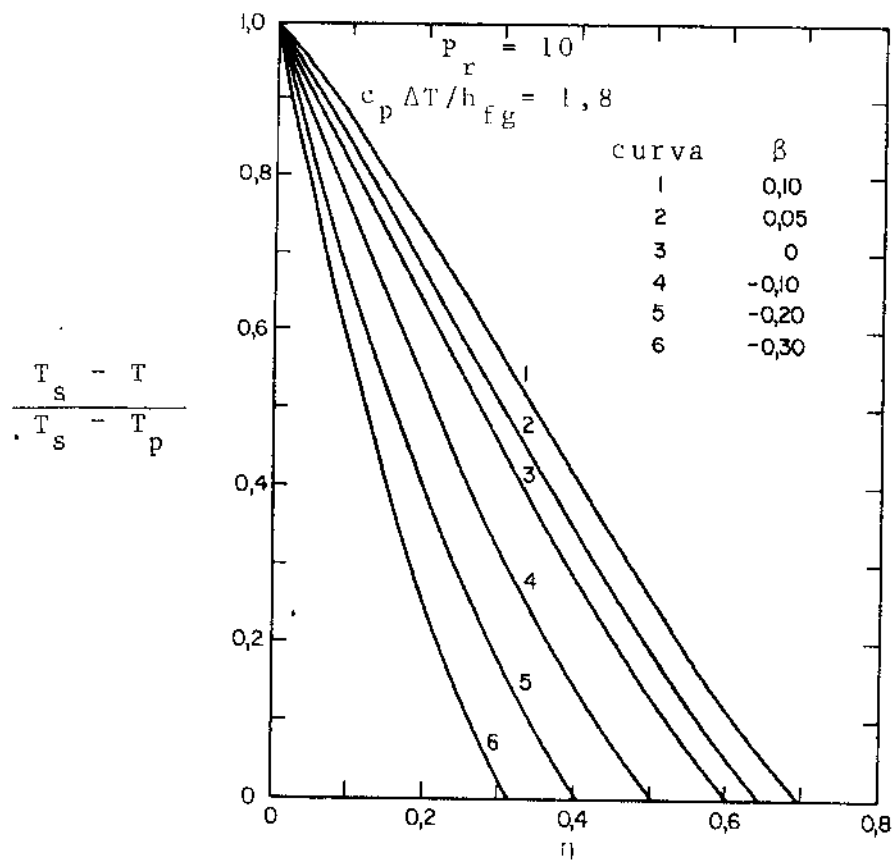


Fig. 8 - Perfis de Temperatura

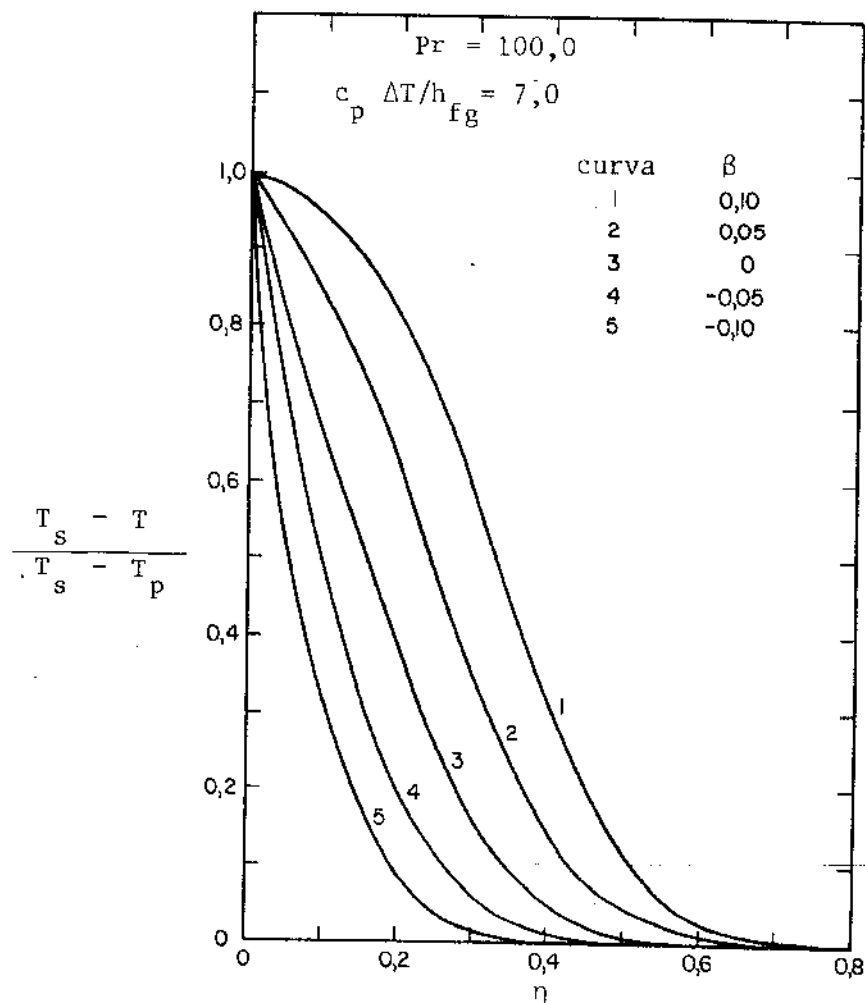


Fig. 9 - Perfis de Temperatura

4.3 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Uma vez resolvidas as equações governantes (2.2.11) e (2.2.12), juntamente com as condições (2.2.13), através do segundo procedimento, a transferência de calor pode ser determinada pelas seguintes relações:

$$N_u = \frac{hx}{k} \quad (4.3.1)$$

$$h = \frac{k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_0}{(T_s - T_p)} \quad (4.3.2)$$

onde N_u é o número de Nusselt local; h é o coeficiente de transferência de calor local; k é a condutividade térmica; x é a distância longitudinal; T_s e T_p são, respectivamente, a temperatura de saturação do vapor e da parede, e $\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_0$ é o gradiente de temperatura na parede.

Da relação 2.2.8.b tem-se:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = -c x^{-1/4} (T_s - T_p) \theta'$$

Portanto:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_0 = -c x^{-1/4} (T_s - T_p) \theta'(0) \quad (4.3.3)$$

substituindo a relação (4.3.2) e (4.3.3) na relação (4.3.1):

$$\frac{N_u}{c x^{3/4}} = -\theta'(0) \quad (4.3.4)$$

A relação (4.3.4) pode ser apresentada numa forma mais conveniente utilizando-se a relação (2.2.5.b):

$$N_u \left| \frac{4 v \mu}{g(\rho - \rho_v) x^3} \right|^{1/4} = -\theta'(0) \quad (4.3.5)$$

ou ainda:

$$N_u \left| \frac{4 v k (T_s - T_p)}{g(\rho - \rho_v) x^3 h_{fg}} \right|^{1/4} = - \left| \frac{c_p \Delta T}{h_{fg} P_r} \right|^{1/4} \theta'(0) \quad (4.3.6)$$

Da relação (4.3.6) nota-se que existem dois parâmetros que governam a transferência de calor: a velocidade normal adimensional β , pois o valor de $\theta'(0)$ depende de β , e o subresfriamento $c_p \Delta T / h_{fg} P_r$.

Quando o parâmetro de velocidade normal adimensional é negativo (sucção), produz uma redução na espessura da película, como já visto e, conseqüentemente, resulta em um aumento na razão de transferência de calor. Por outro lado, quando β é positivo (injeção), produz um aumento na espessura da película condensada e, conseqüentemente, resulta em uma diminuição na razão de transferência de calor.

O parâmetro de sub-resfriamento, contudo, produz dois efeitos opostos: ele aumenta a espessura da película condensada, o que ocasiona uma diminuição na transferência de calor, mas, por outro lado, existe uma grande diferença de potencial térmico devido ao sub-resfriamento o que resulta em um aumento na razão de transferência de calor. O efeito predominante sobre a transferência de calor depende da ordem relativa de cada efeito e é demonstrado nas figuras 10, 11 e 12.

O efeito em fluídos com alto números de Prandtl são mostrados nas figuras 11 e 12 para $P_r = 10$ e 100 , respectivamente. Na sucção, para pequenos valores de $c_p \Delta T / h_{fg} P_r$, a transferência de calor é reduzida pelo sub-resfriamento e essa redução aumenta com o aumento da sucção, pois, para baixo sub-resfriamento, a espessura da película é fina e a transferência de calor torna-se muito sensível à sucção.

Para valores grandes de $c_p \Delta T / h_{fg} P_r$, a transferência de calor é aumentado com o sub-resfriamento na sucção. Isto ocorre porque a razão de alteração na espessura da película condensada torna-se menos acentuado para alto sub-resfriamento. Assim, nesta região, a sucção produz um considerável ganho na transferência de calor. O ponto mínimo das curvas representa um balanço entre os efeitos opostos que ocorrem com o sub-resfriamento.

O efeito para fluídos com $P_r = 1$ é mostrado na figura 10. Como se pode verificar, o sub-resfriamento resulta num decréscimo da transferência de calor para todos os casos de sucção. A razão de decréscimo é significativamente alta para valores pequenos de sub-resfriamento e aumenta com o aumento da sucção. Um adicional aumento no sub-resfriamento reduz a sensibilidade da transferência de calor tanto para a sucção como para o sub-resfriamento, e por isso não se obtém um ponto mínimo nas curvas para número de Prandtl igual a 1.

Na injeção, o sub-resfriamento resulta num acréscimo da transferência de calor para todos os casos. A razão de acréscimo é significativamente alta para grandes valores de sub-resfriamento a esse acréscimo é reduzido com o aumento da injeção.

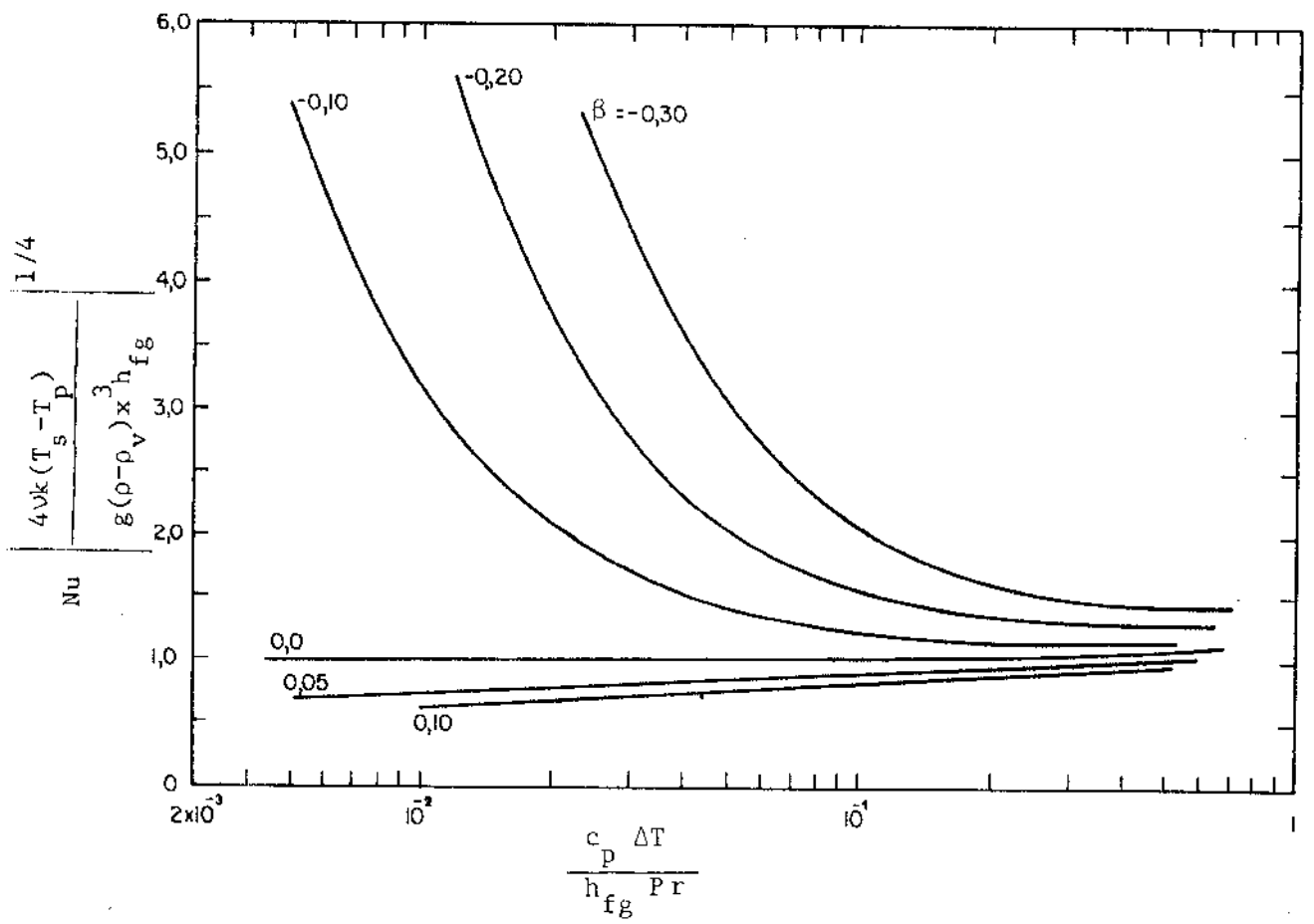


Fig. 10 - Efeitos da Sucção e Injeção Variáveis na Transferência de calor
Pr = 1

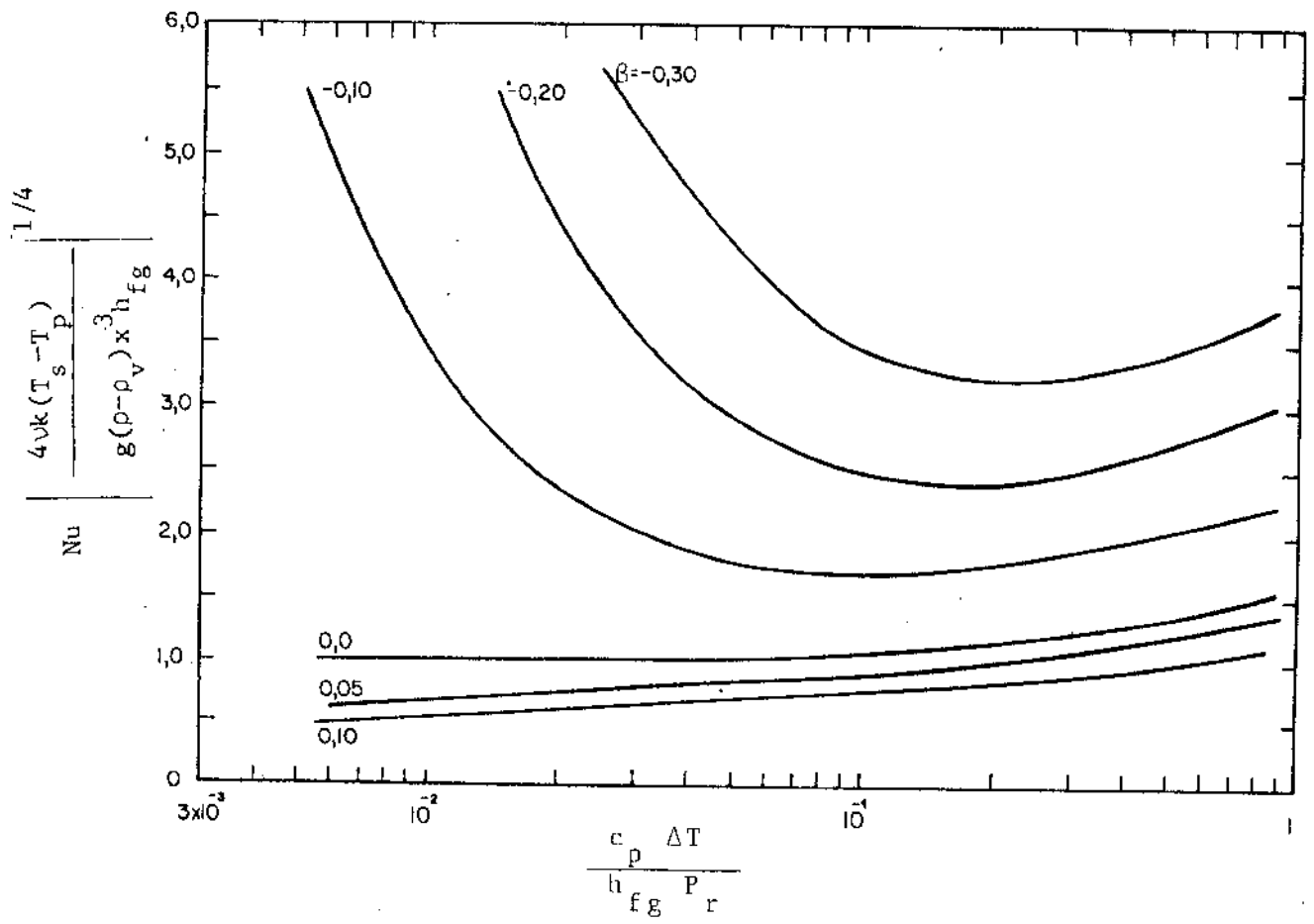


Fig. 11 - Efeitos da Sucção e Injeção Variáveis na Transferência de calor
 $Pr = 10$

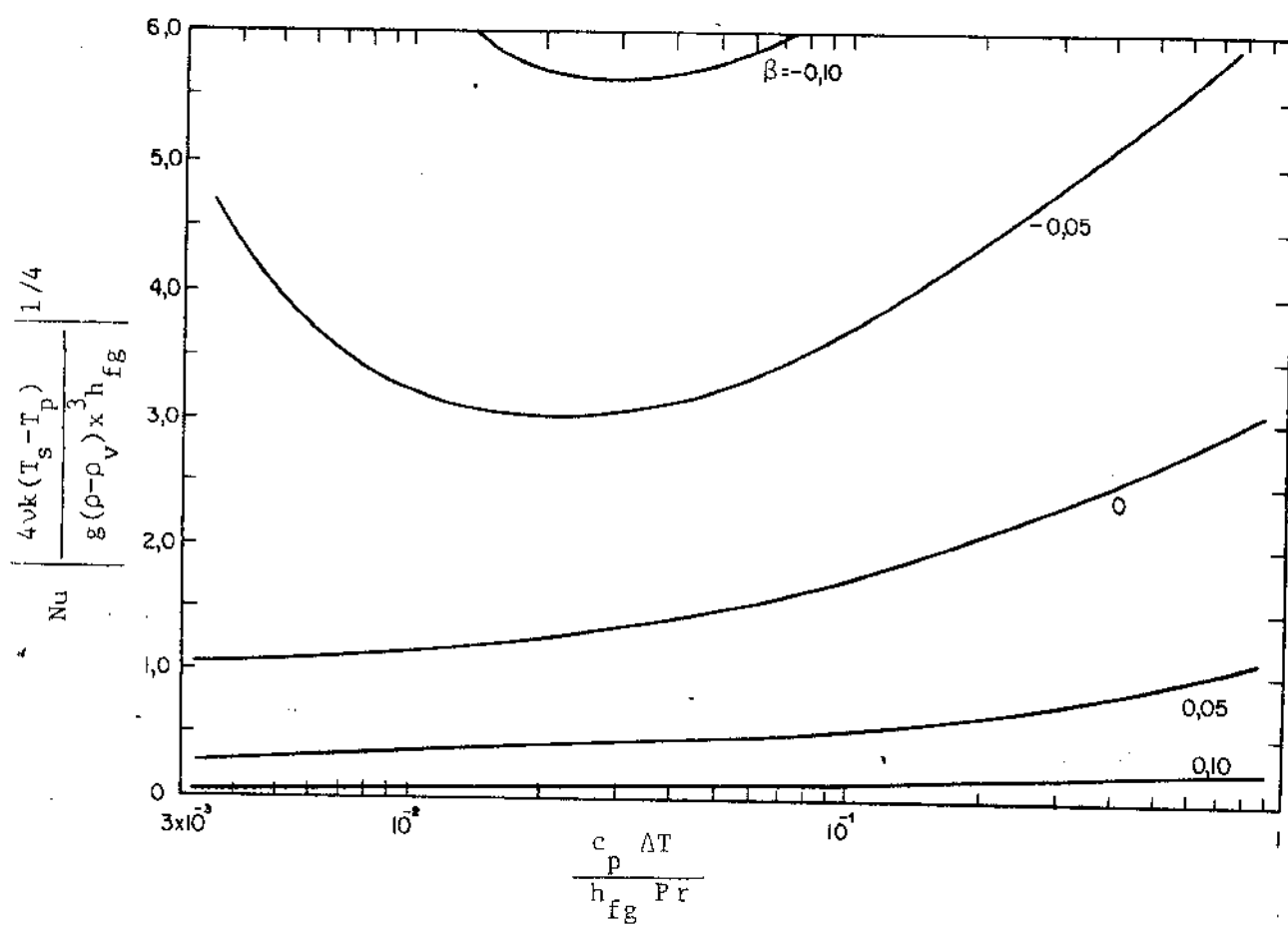


Fig. 12 - Efeitos da Sucção e Injeção Variáveis na Transferência de calor
 $Pr = 100$

4.4 - ESPESSURA DA PELÍCULA CONDENSADA

Como a espessura da película tem grande influência na transferência de calor, é interessante examinar a alteração da espessura devido à velocidade normal adimensional e sub-resfriamento é também o seu comportamento ao longo da distância longitudinal.

A distribuição ao longo da distância longitudinal foi obtida através da relação (2.2.5.a):

$$\eta = c y x^{-1/4}$$

Para $y = \delta$ tem-se $\eta = \eta\delta$, portanto:

$$\delta = \frac{\eta\delta \cdot x^{1/4}}{c} \quad (4.4.1)$$

Curvas representativas da influência da velocidade normal adimensional e sub-resfriamento são mostrados nas figuras 13, 14 e 15 para números de Prandtl 1, 10 e 100 respectivamente. Em todos os casos a espessura da película aumenta com o sub-resfriamento e com a injeção e decresce com a sucção. A espessura varia bastante com a sucção para baixos valores de sub-resfriamento e é relativamente inafetado para altos valores de sub-resfriamento. Isto explica o comportamento da transferência de calor visto anteriormente.

Curvas representativas da variação da película ao longo da distância longitudinal, obtidas pela relação (4.4.1) são mostradas nas figuras 16, 17 e 18 para números de Prandtl 1, 10 e 100 respectivamente. Em todos os casos a espessura da película aumenta com a distância longitudinal e com a injeção e diminui com a sucção.

4.5 - RAZÃO DE CONDENSAÇÃO

A razão de condesação é obtida pela aplicação da conservação de massa ao longo da distância longitudinal

$$\dot{m}_\beta = \int_0^\delta \rho u dy - \int_0^x \rho v_p dx \quad (4.5.1)$$

substituindo a relação (2.2.7.a) e (2.2.9):

$$\dot{m}_\beta = \int_0^\delta \rho 4 v c^2 x^{1/2} F' dy - \int_0^x \rho a c x^{-1/4} dx \quad (4.5.2)$$

Como x é independente de η :

$$\frac{dF}{d\eta} = \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (4.5.3)$$

derivando a relação (2.2.5.a):

$$\frac{\partial y}{\partial \eta} = \frac{x^{1/4}}{c} \quad (4.5.4)$$

substituindo as relações (4.5.3) e (4.5.4) na relação (4.5.2) e integrando:

$$\dot{m}_\beta = 4 \rho v c x^{3/4} F(\eta\delta) - \frac{4}{3} \rho a c x^{3/4} \quad (4.5.5)$$

Das relações (2.2.9) e (2.2.10) obtém-se:

$$a = \beta v \quad (4.5.6)$$

substituindo a relação (4.5.6) na relação (4.5.5) resulta:

$$\dot{m}_\beta = 4 \mu c x^{3/4} \left| F(\eta\delta) - \frac{\beta}{3} \right| \quad (4.5.7)$$

para parede sólida, $\beta = 0$.

$$\dot{m}_{\beta=0} = 4 \mu c x^{3/4} F(\eta\delta) \quad (4.5.8)$$

Relacionando (4.5.7) e (4.5.8):

$$\frac{\dot{m}_\beta}{\dot{m}_{\beta=0}} = 1 - \frac{\beta}{3F(\eta\delta)} \quad (4.5.9)$$

Curvas representativas, obtidas pela relação (4.5.9) estão plotadas nas figuras 19, 20 e 21 para números de Prandtl 1, 10 e 100 respectivamente. A razão de condensação aumenta com a sucção e decresce com o sub-resfriamento, e, diminui com a injeção e cresce com o sub-resfriamento.

4.6 - TENSÃO DE CISALHAMENTO

A tensão de cisalhamento na parede é definida pela relação:

$$\tau_p = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_0 \quad (4.6.1)$$

Utilizando a relação (2.2.7.d) obtém-se a relação (4.6.1) em termos das novas variáveis adimensionais:

$$\tau_p = 4 v^2 \rho c^3 x^{1/4} F''(0) \quad (4.6.2)$$

Curvas representativas, obtidas pela relação (4.6.2) estão plotadas nas figuras 22, 23 e 24 para números de Prandtl 1, 10 e 100, respectivamente. Nota-se que a tensão de cisalhamento cresce com

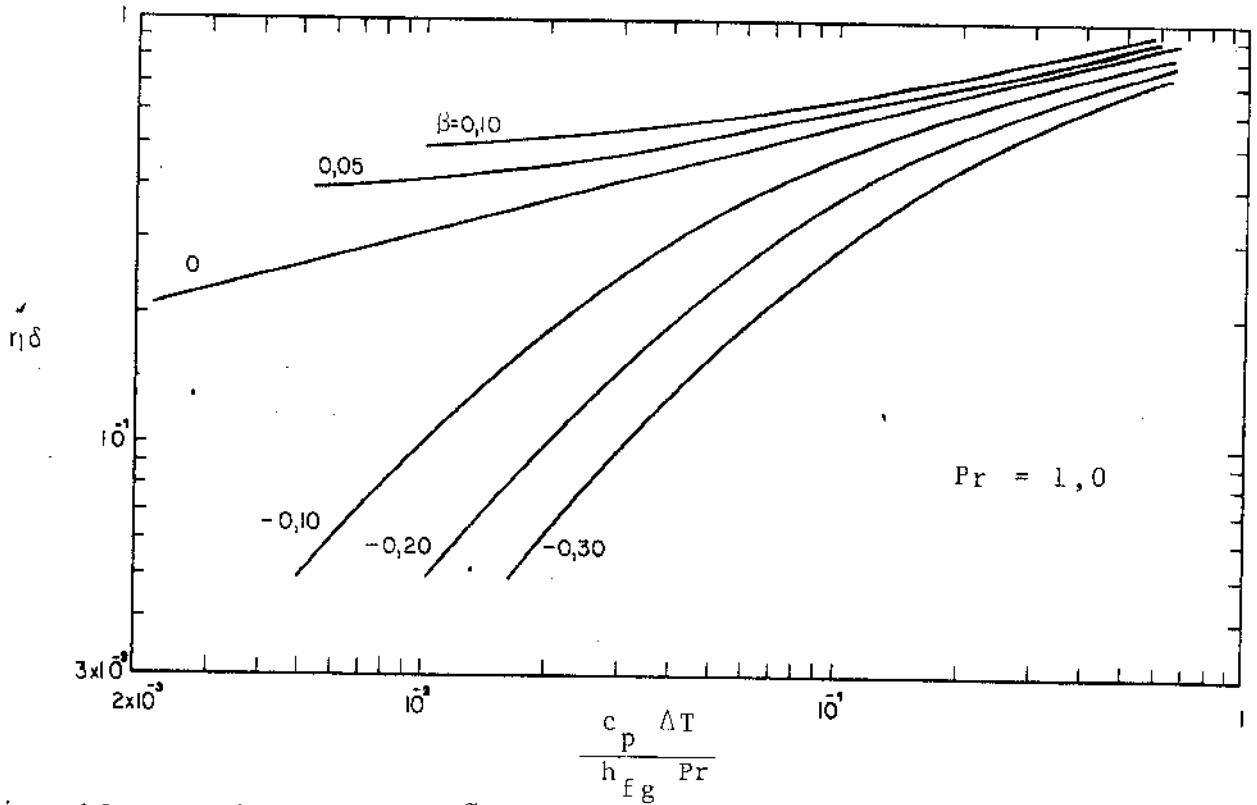


Fig. 13 - Efeitos da Sucção e Injeção Variáveis na Espessura da Película Condensada

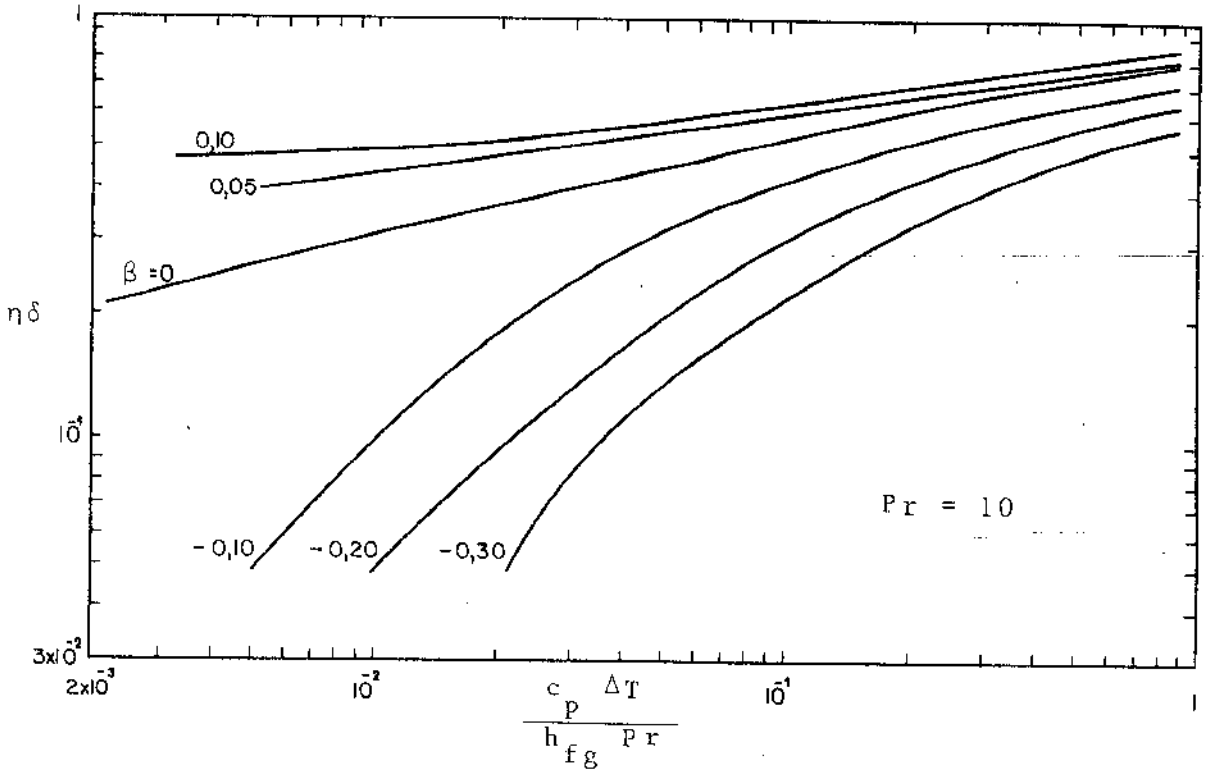
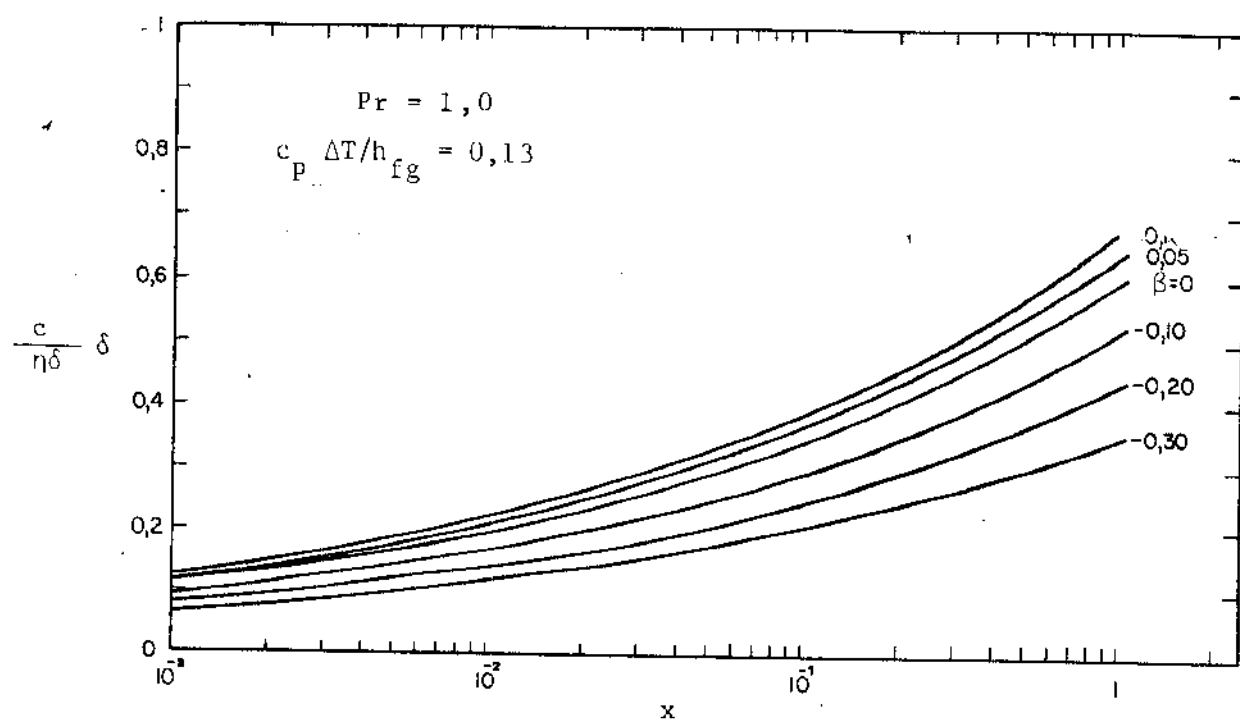
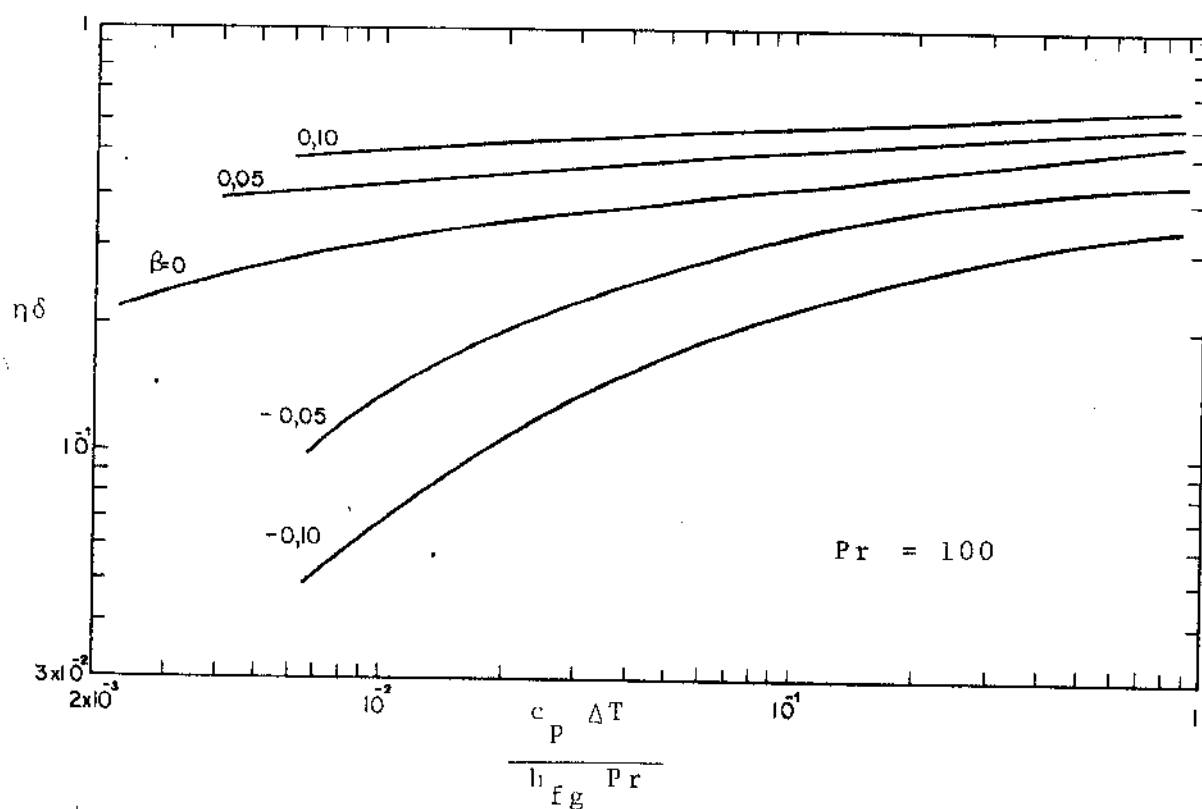


Fig. 14 - Efeitos da Sucção e Injeção Variáveis na Espessura da Película Condensada



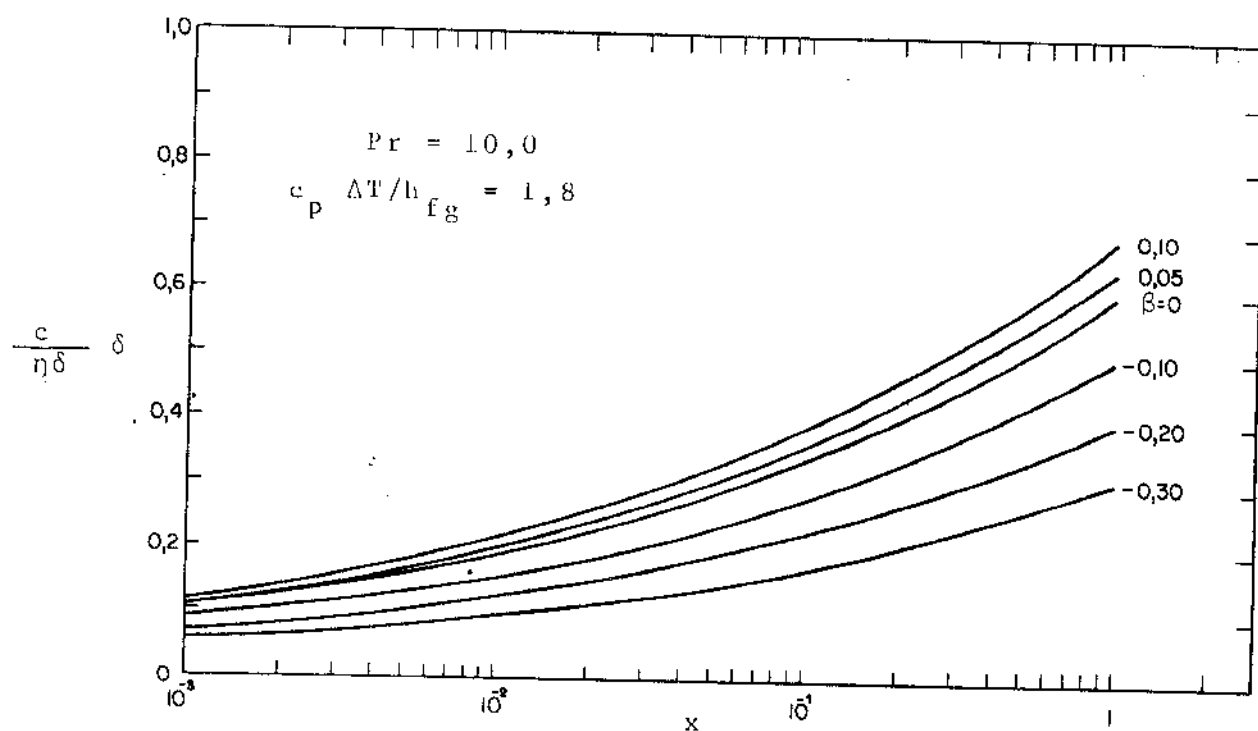


Fig. 17 - Variação da Espessura da Película (δ) ao longo da Distância Longitudinal (x)

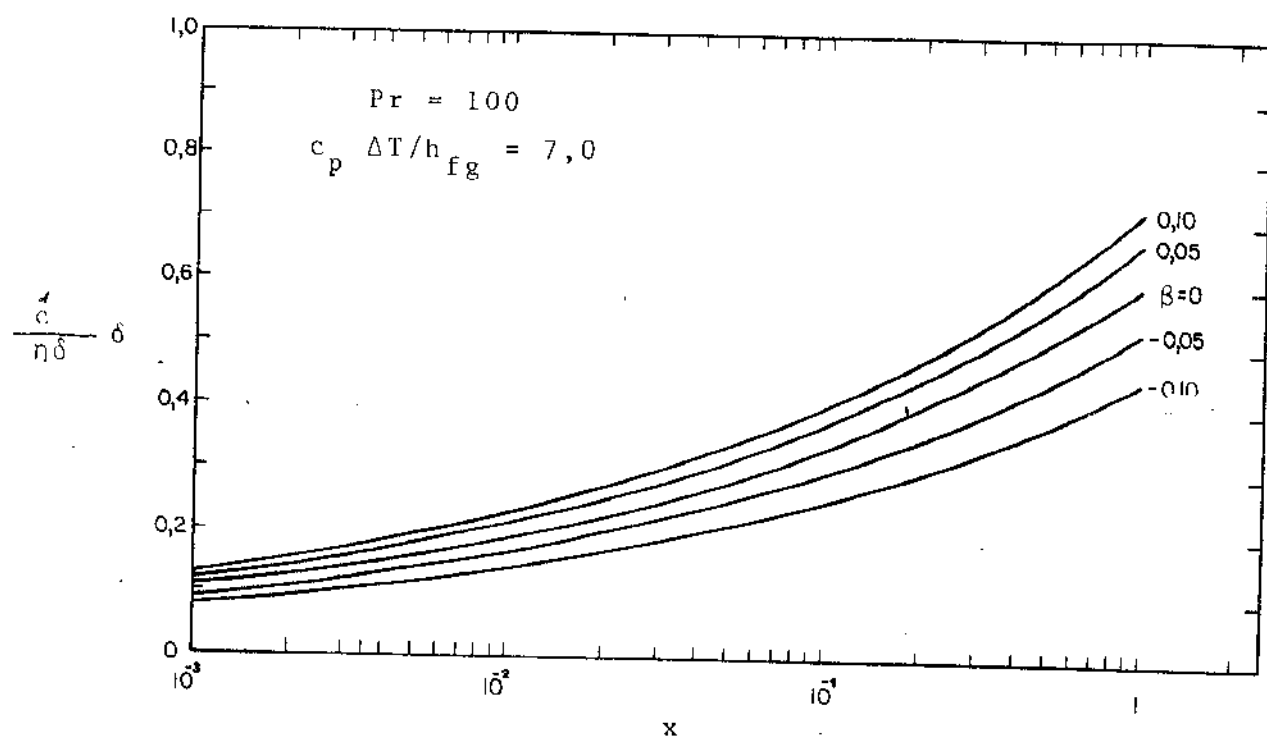


Fig. 18 - Variação da Espessura da Película (δ) ao longo da Distância Longitudinal (x)

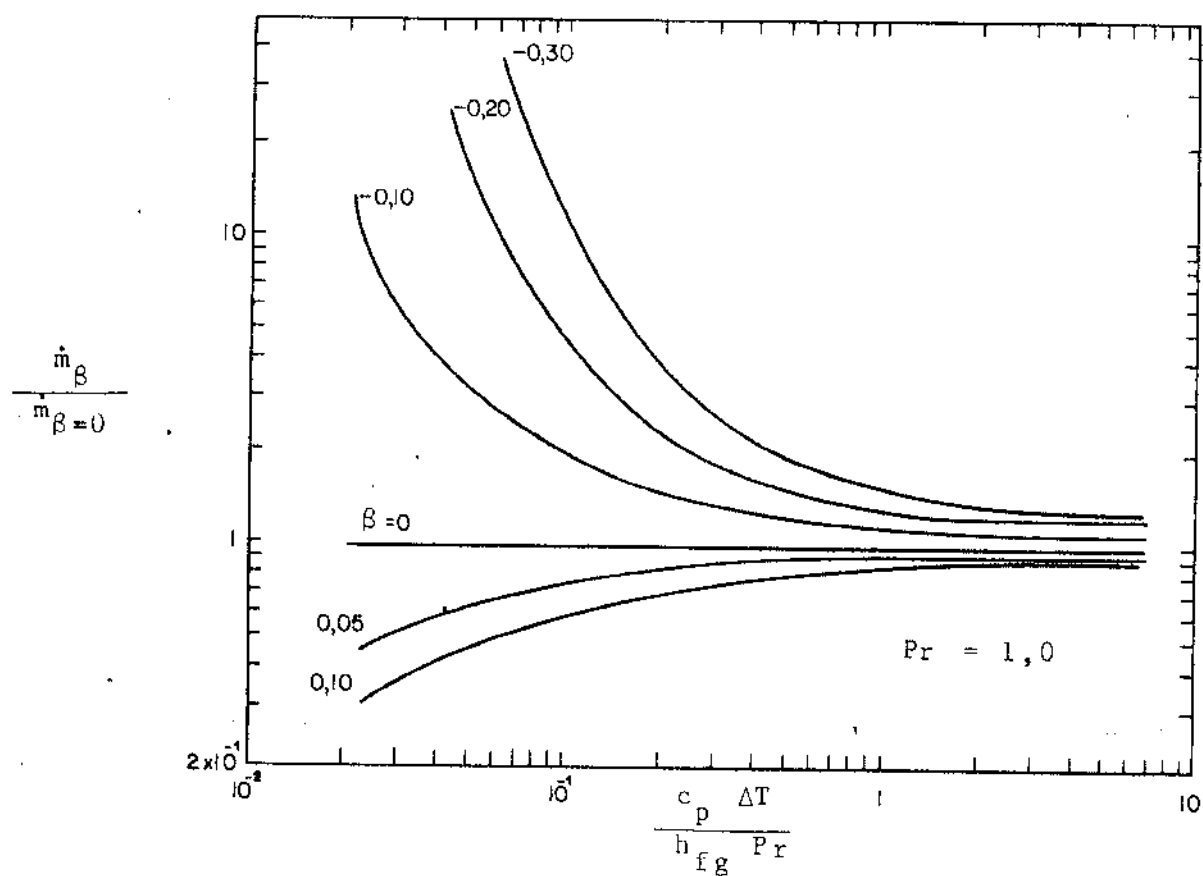


Fig. 19 - Efeitos da Sucção e Injeção Variáveis na Razão de Condensação total

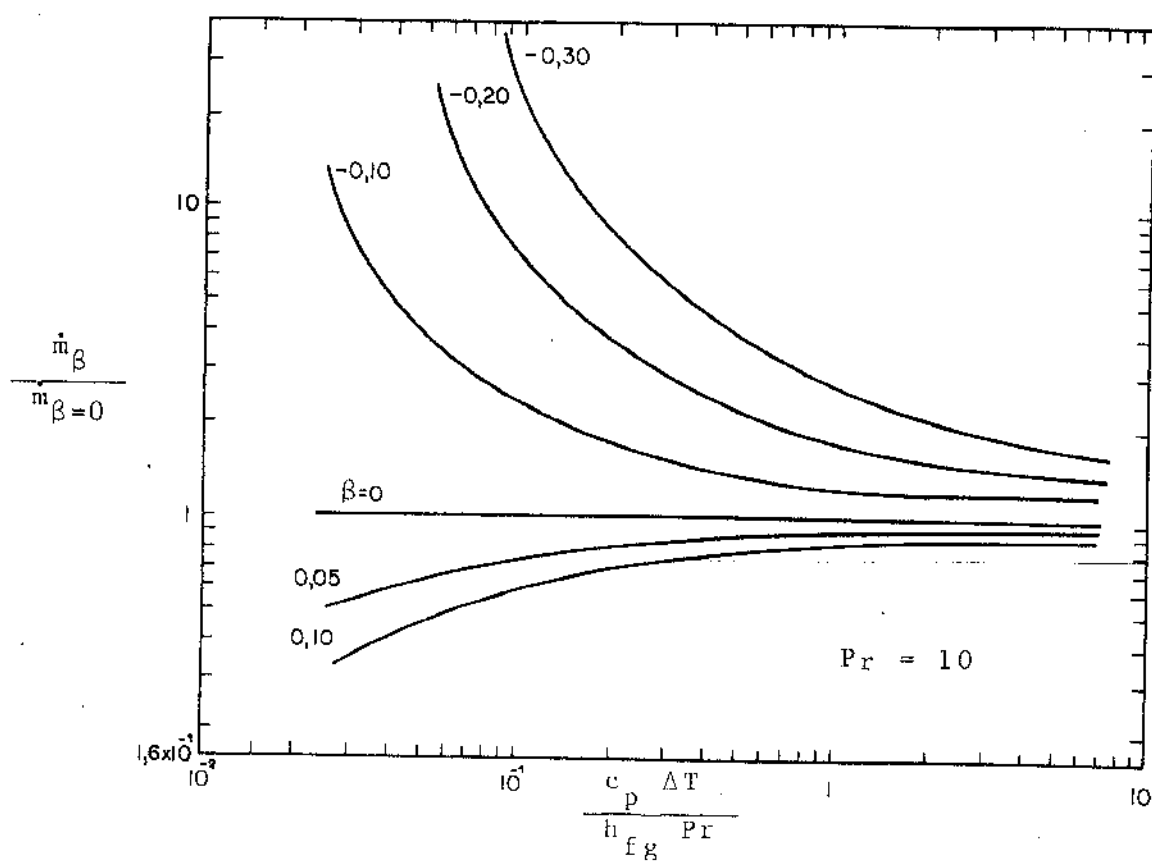


Fig. 20 - Efeitos da Sucção e Injeção Variáveis na Razão de Condensação Total

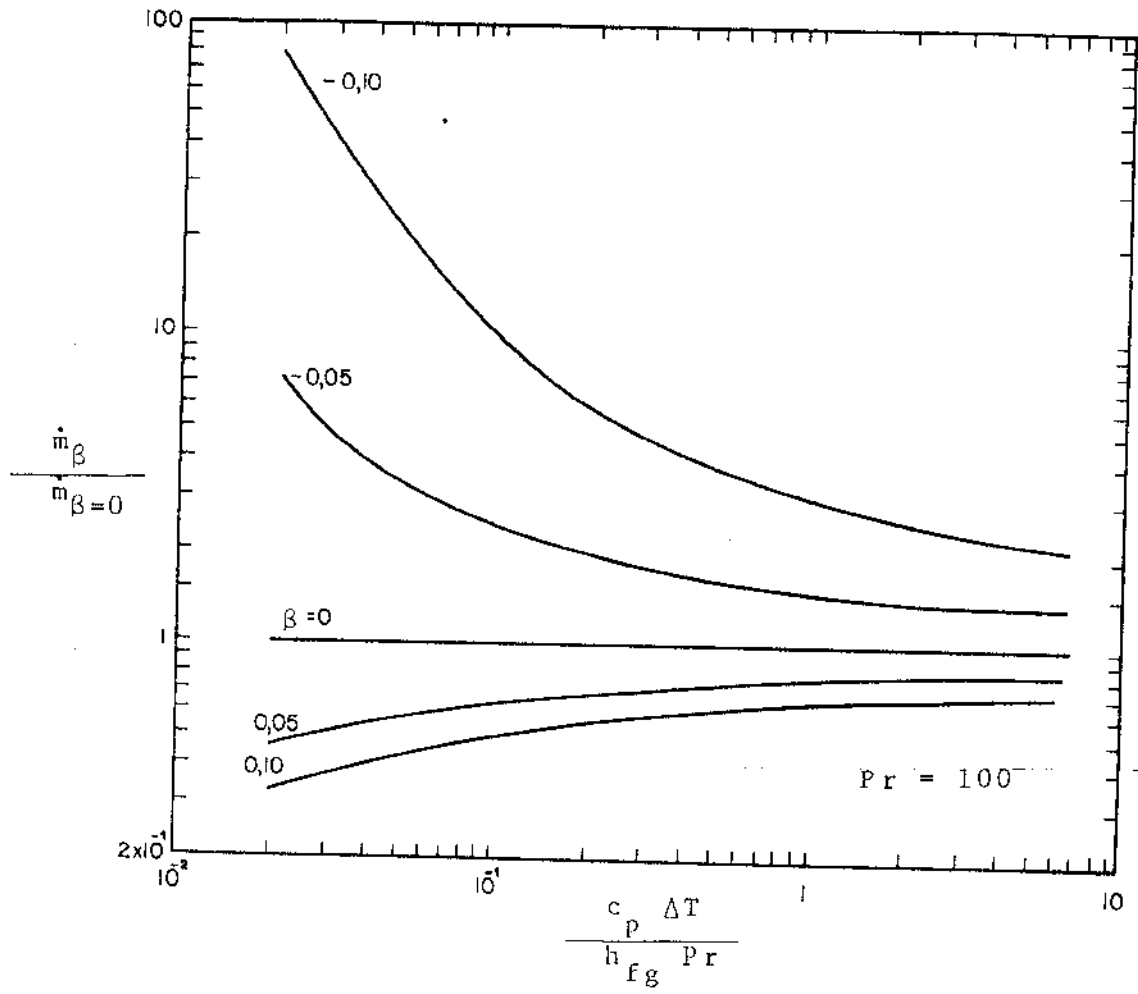


Fig. 21 - Efeitos da Sucção e Injeção Variáveis na Razão de Condensação Total

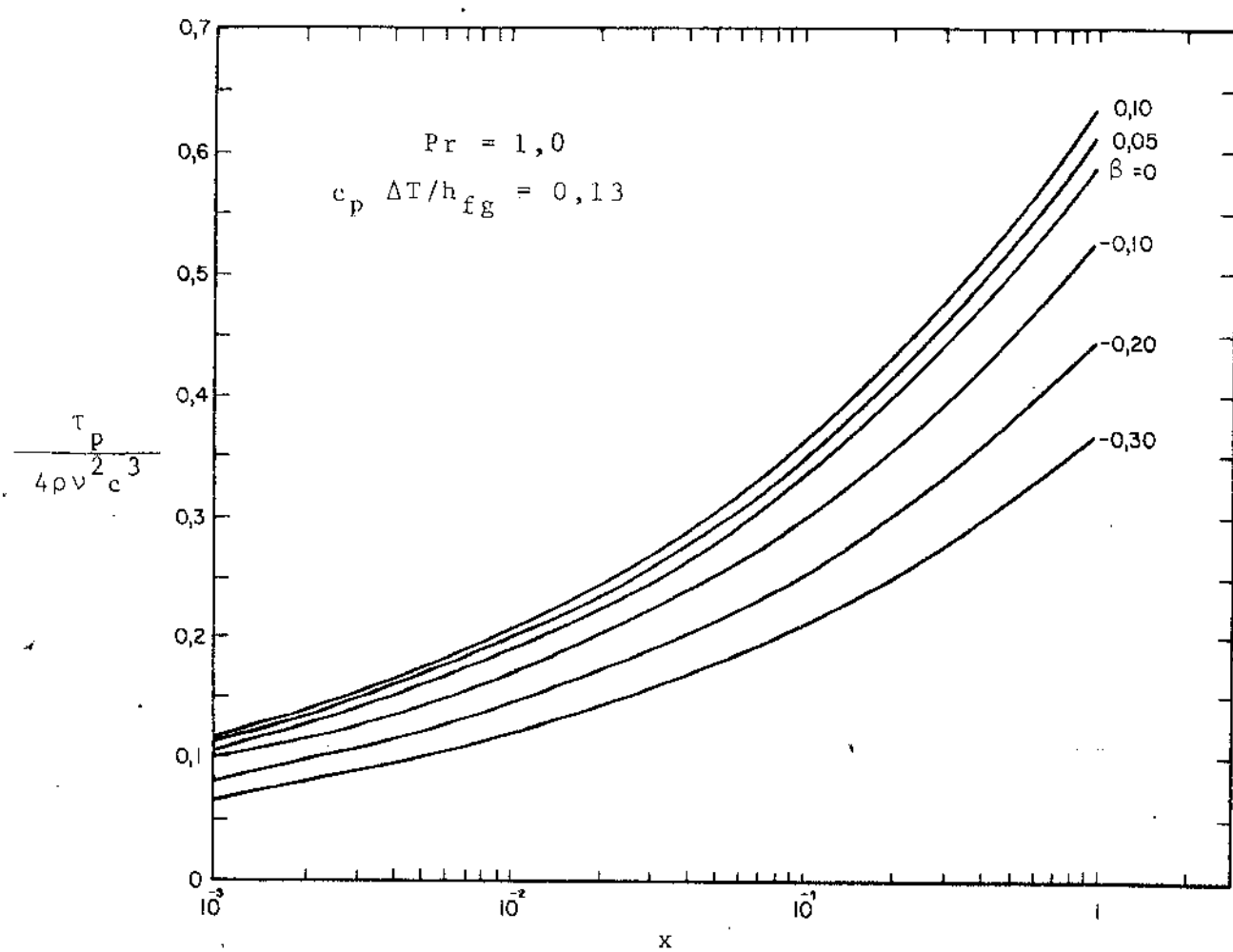


Fig. 22 - Tensão de Cisalhamento na Parede

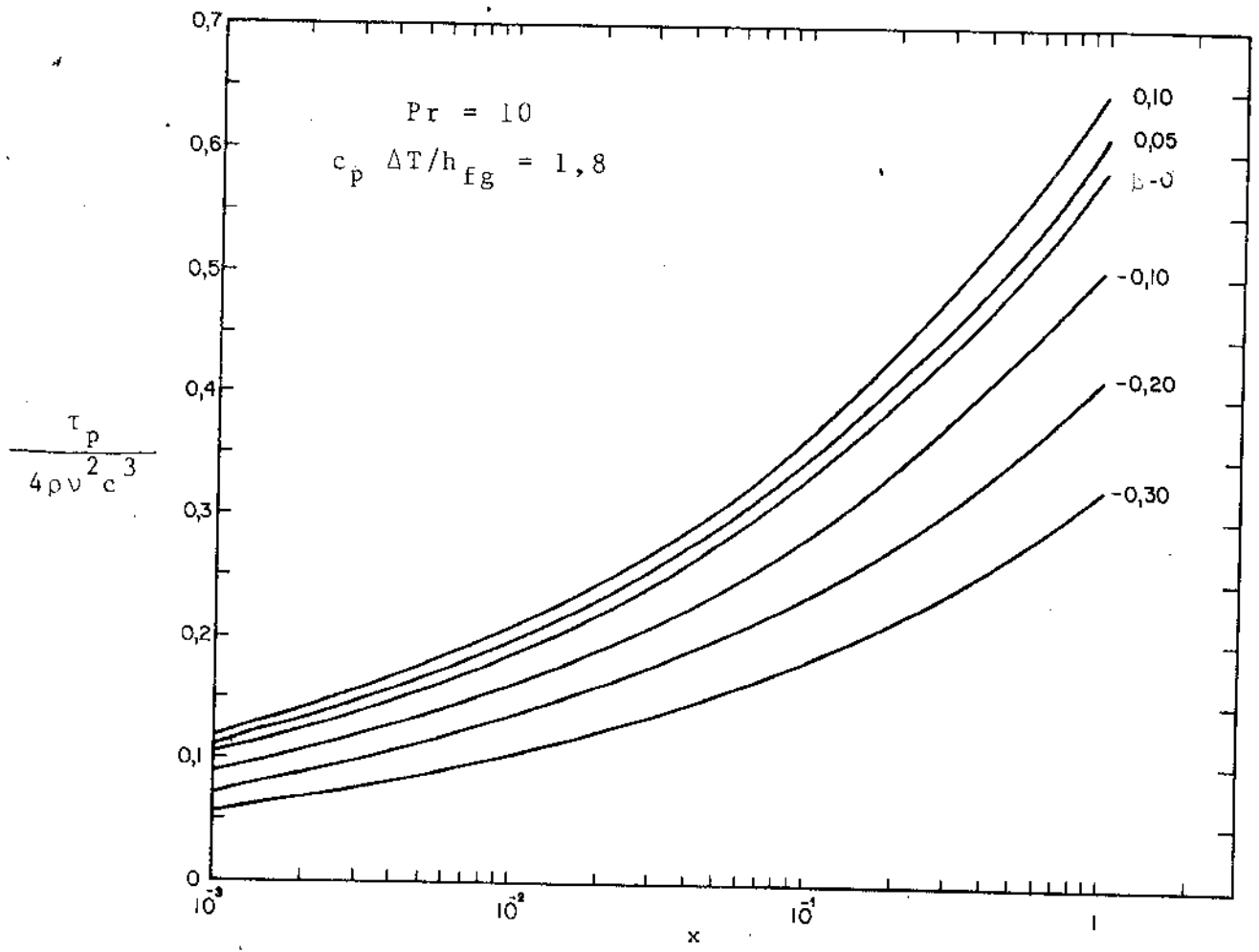


Fig. 23 - Tensão de Cisalhamento na Parede

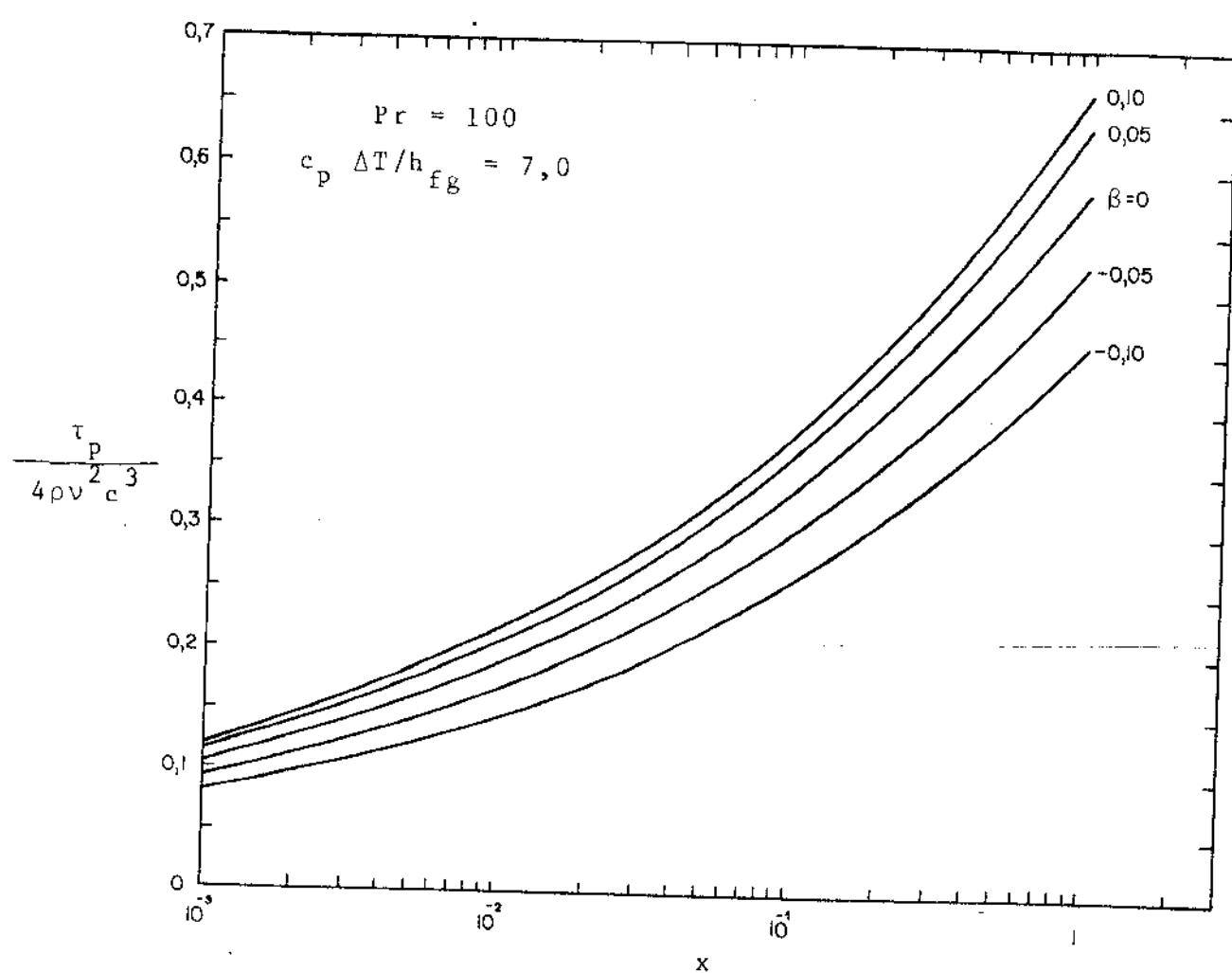


Fig. 24 - Tensão de Cisalhamento na Parede

a distância longitudinal tanto para sucção quanto para injeção, devido ao aumento do gradiente de velocidade que ocorre em ambos os casos.

A tensão de cisalhamento aumenta com o aumento da injeção e diminui com a diminuição da sucção.

4.7 - RESULTADOS COMPARATIVOS DA INFLUÊNCIA DOS EFEITOS DA SUCÇÃO UNIFORME E SUCÇÃO VARIÁVEL

Curvas comparativas dos efeitos da sucção uniforme (a componente de velocidade normal à parede é constante), obtidos do trabalho realizado por YANG [8], e sucção variável (a componente de velocidade normal à parede varia com a distância longitudinal $x^{-1/4}$) nos perfis de velocidades, perfis de temperaturas, transferência de calor e espessura da película condensada são mostradas nas figuras 25, 26, 27 e 28.

Os perfis de velocidades e temperaturas foram realizados para $P_r = 10$, $c_p \Delta T/h_{fg} = 1,8$ e 4 valores de β .

As curvas de transferência de calor e espessura da película condensada foram realizadas para $P_r = 10$, 3 valores de β e $4 \times 10^{-3} < c_p \Delta T/h_{fg} < 1$.

Pode-se notar que, para uma parede sólida, $\beta = 0$, todas as curvas são iguais. Isto ocorre porque, quando β é nulo, as equações para sucção uniforme e sucção variável são coincidentes. Isto significa também que, se os resultados numéricos obtidos para a sucção variável são bons para o caso de $\beta = 0$, então, para outros valores de β os resultados numéricos são bastante confiáveis.

Nos perfis de velocidades, à medida que se aumenta o valor de β , aumenta também a diferença entre as curvas. Por exemplo, quando $\beta = 0$ a velocidade longitudinal F é 0,18, mas quando $\beta = -0,4306$ o valor de F é 0,04 para sucção uniforme e 0,02 para sucção variável, o que significa que a sucção variável tem maior influência na velocidade longitudinal que a sucção uniforme.

Nos perfis de temperaturas, com o aumento de β , as curvas obtidas pela influência da sucção variável se afastam mais que as curvas obtidas pela influência da sucção uniforme do comportamento linear apresentado pela curva da parede sólida, implicando na maior predominância da transferência de calor por convecção na sucção variável.

Nas curvas de transferência de calor, para baixos

valores de $c_p \Delta T / h_{fg} P_r$, a transferência de calor sofre uma redução muito maior na sucção variável do que na sucção uniforme, o que mostra que a transferência de calor é muito mais sensível à sucção variável.

Para grandes valores de $c_p \Delta T / h_{fg} P_r$, tanto a sucção uniforme quanto a sucção variável produzem um considerável ganho na transferência de calor.

Nas curvas da espessura da película condensada, observa-se que a espessura aumenta tanto com a sucção uniforme quanto com a sucção variável.

Para baixos valores de $c_p \Delta T / h_{fg} P_r$, e mesmo valor de β , a espessura é maior na sucção uniforme, o que torna a transferência de calor menos sensível à sucção uniforme do que na sucção variável como visto anteriormente.

Para grandes valores de $c_p \Delta T / h_{fg} P_r$, e mesmo valor de β , a diferença entre a espessura na sucção uniforme com a espessura na sucção variável é bem pequena, e isto explica a coincidência das curvas de transferência de calor para sucção uniforme e sucção variável.

4.8 - SOLUÇÃO ASSINTÓTICA PARA SUCÇÃO UNIFORME

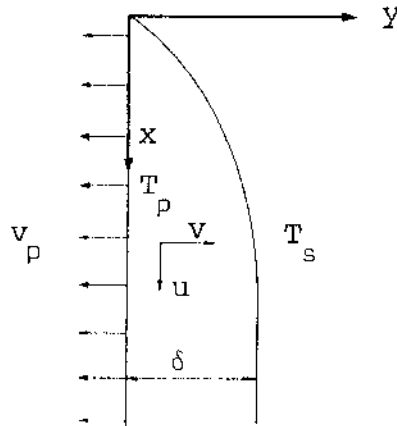


Fig. 4.8.1 - Modelo Físico e sistemas de coordenadas

4.8.1 - Equações Governantes:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.8.1.1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{g}{\rho} (\rho - \rho_v) + \frac{v \partial^2 u}{\partial y^2} \quad (4.8.1.2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (4.8.1.3)$$

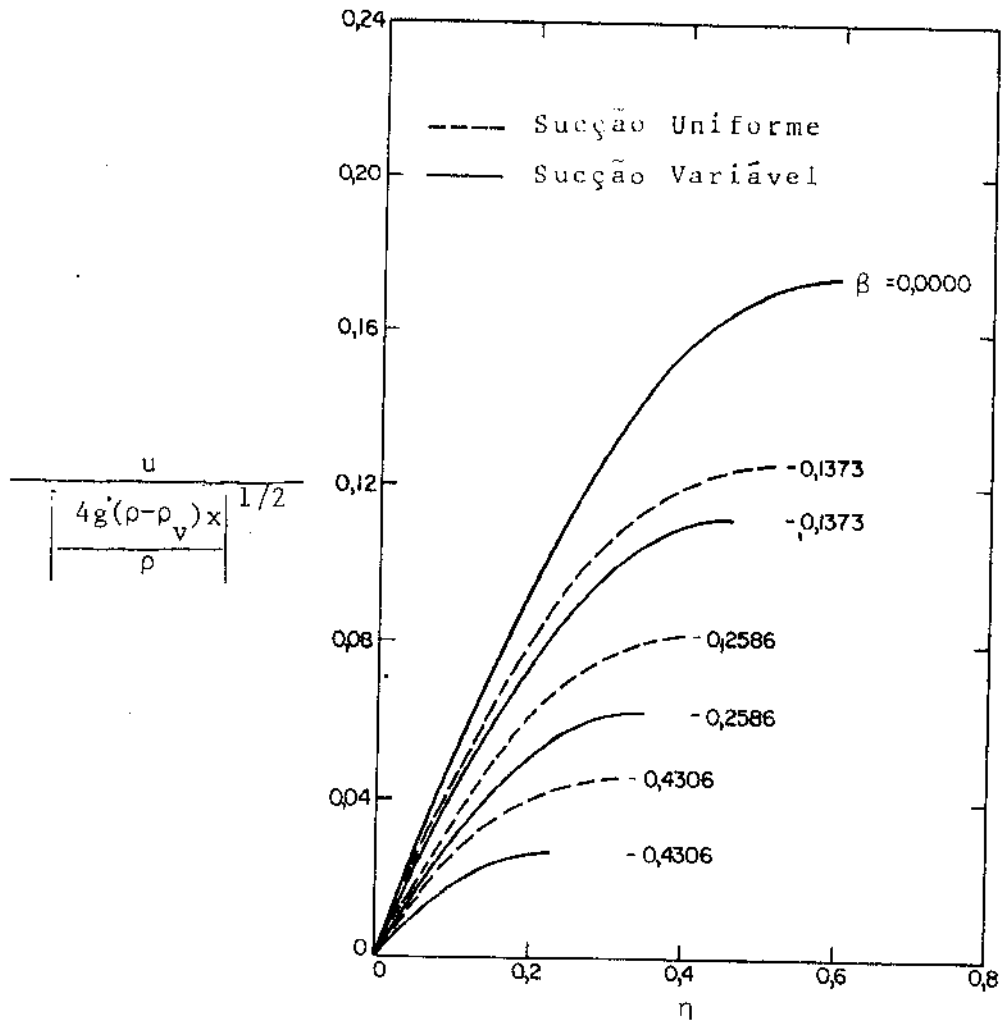


Fig. 25 - Perfis de Velocidades, $Pr = 10$, $c_p \Delta T / h_{fg} = 1,8$

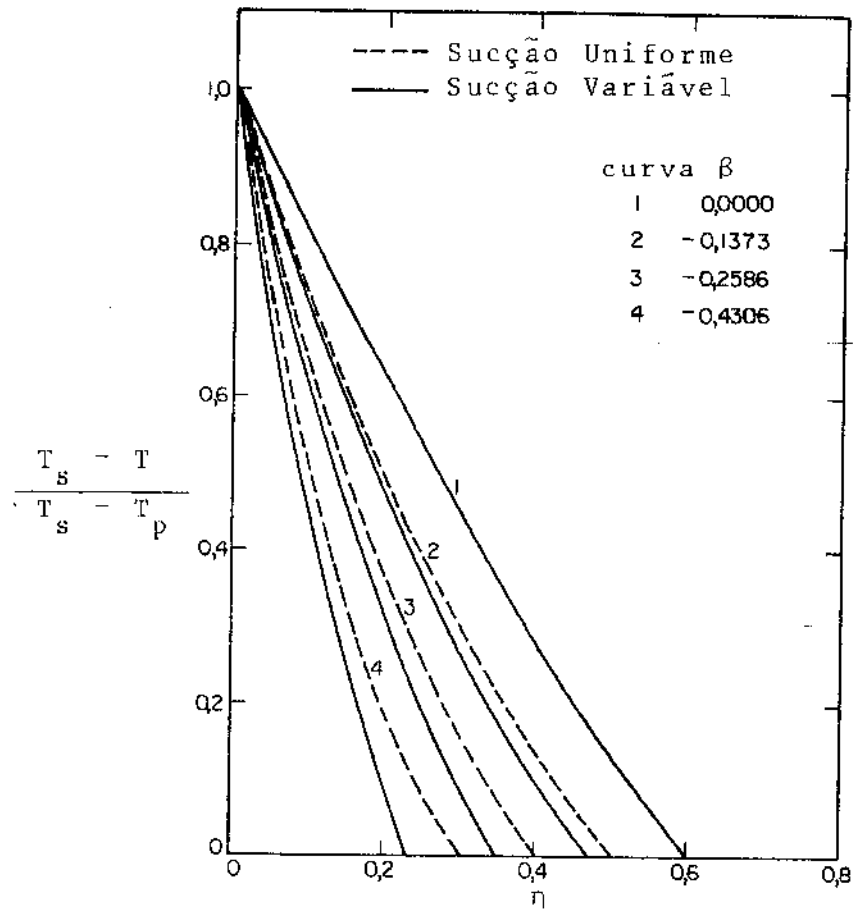


Fig. 26 - Perfis de Temperatura, $Pr = 10$, $c_p \Delta T / h_{fg} = 1,8$

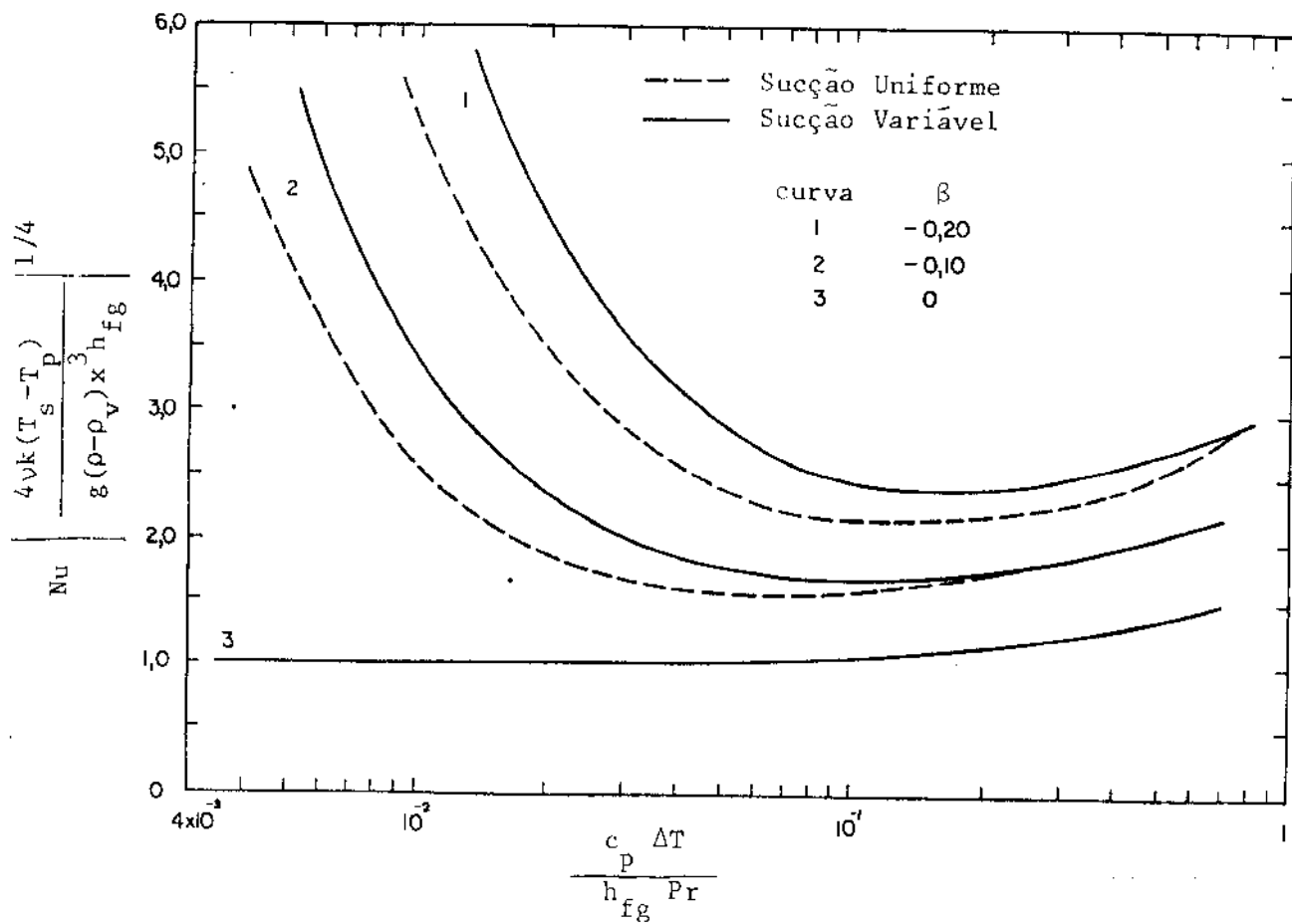


Fig. 27 - Transferência de Calor, $Pr = 10$

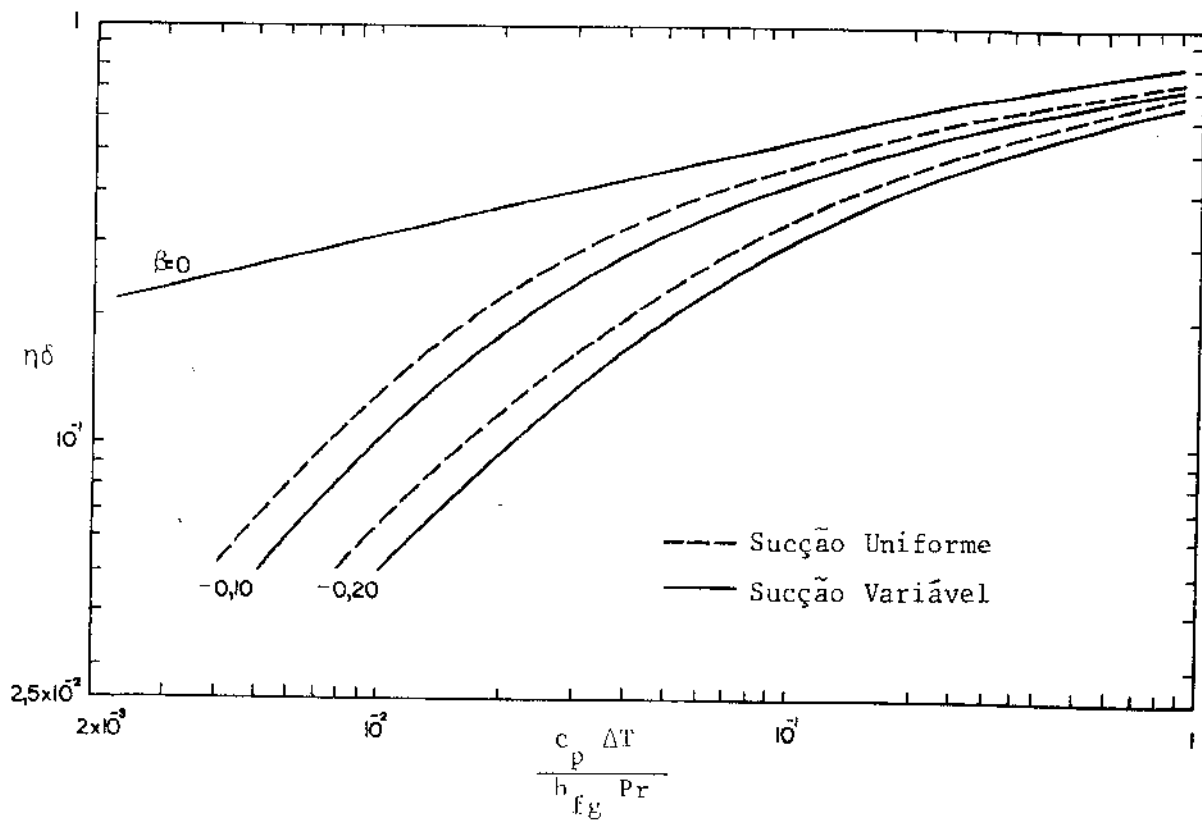


Fig. 28 - Espessura da Película Condensada, $Pr = 10$

E as condições de contorno são:

$$\begin{aligned} y = 0 \quad u = 0 \quad v = v_p \quad T = T_p \\ y = \delta \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad T = T_s \end{aligned} \quad (4.8.1.4)$$

Para uma placa longa;

$$u = \text{cte} \quad \text{e} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

Logo, as equações diferenciais parciais (4.8.1.1), (4.8.1.2) e (4.8.1.3) tornam-se equações diferenciais ordinárias, que permitem uma solução analítica simples.

$$\frac{\partial v}{\partial y} = 0 \implies v = \text{cte} \quad (4.8.1.5)$$

$$v \frac{du}{dy} = \frac{g}{\rho} (\rho - \rho_v) + v \frac{d^2 u}{dy^2} \quad (4.8.1.6)$$

$$v \frac{dT}{dy} = \alpha \frac{d^2 T}{dy^2} \quad (4.8.1.7)$$

4.8.2 - Solução da equação de momento (4.8.1.6)

$$v \frac{d^2 u}{dy^2} + H = v \frac{du}{dy} \quad \text{onde} \quad H = \frac{g}{\rho} (\rho - \rho_v)$$

Assumindo os parâmetros adimensionais:

$$y_1 = \frac{y}{\delta} \quad \text{e} \quad u_1 = \frac{u}{U} \quad (4.8.2.1)$$

então

$$\frac{du}{dy} = \frac{vU}{\delta} \frac{du_1}{dy_1} \quad (4.8.2.1.a)$$

$$\frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{U}{\delta^2} \frac{d^2 u_1}{dy_1^2} \quad (4.8.2.1.b)$$

Substituindo (4.8.2.1.a) e (4.8.2.1.b) em (4.8.1.6):

$$\frac{vU}{\delta^2} \frac{d^2 u_1}{dy_1^2} - \frac{vU}{\delta} \frac{du_1}{dy_1} = -H \quad (4.8.2.2)$$

solução da homogênea:

$$\frac{d^2 u_1}{dy_1^2} - \frac{v\delta}{v} \frac{du_1}{dy_1} = 0 \quad (4.8.2.3)$$

A solução será:

$$h(y_1) = A + B e^{\frac{v\delta}{v}} y_1 \quad (4.8.2.4)$$

solução da particular:

A solução da particular é do tipo:

$$P(y_1) = C y_1 + D \quad (4.8.2.5)$$

portanto:

$$\frac{dP(y_1)}{dy_1} = C \quad (4.8.2.5.a)$$

$$\frac{d^2P(y_1)}{dy_1^2} = 0 \quad (4.8.2.5.b)$$

Substituindo (4.8.2.5.a) e (4.8.2.5.b) em (4.8.2.2)

$$C = \frac{H \cdot \delta}{v \cdot U} \quad (4.8.2.6)$$

Substituindo (4.8.2.6) em (4.8.2.5)

$$P(y_1) = \frac{H \cdot \delta}{v \cdot U} y_1 + D \quad (4.8.2.7)$$

A solução geral será:

$$u_1(y_1) = h(y_1) + P(y_1)$$

portanto:

$$u_1(y_1) = B e^{\frac{v\delta}{v}} y_1 + \frac{H \cdot \delta}{v \cdot U} y_1 + E \quad \text{onde } E = A + D \quad (4.8.2.8)$$

Das condições de contorno (4.8.1.4)

$$y = 0 \implies y_1 = 0$$

$$u = 0 \implies u_1 = 0$$

$$y = \delta \implies y_1 = 1$$

$$\frac{du}{dy} = 0 \implies u = U \implies u_1 = 1$$

obtem-se:

$$B = \frac{1 - \frac{H \cdot \delta}{U \cdot v}}{e^{\frac{v\delta}{v}} - 1} \quad E = - \frac{1 - \frac{H \cdot \delta}{U \cdot v}}{e^{\frac{v\delta}{v}} - 1} \quad (4.8.2.9)$$

Logo a solução geral será:

$$u_1(y_1) = \left(\frac{1 - \frac{H\delta}{Uv}}{e^{\frac{v\delta}{v}} - 1} \right) e^{\frac{v\delta}{v} y_1} - 1 + \frac{H\delta}{Uv} \cdot y_1 \quad (4.8.2.10)$$

Esta solução é válida para $v \neq 0$.

Para $v = 0$, a equação de quantidade de movimento (4.8.1.6) se torna simples:

$$\frac{vU}{\delta^2} \cdot \frac{d^2 u_1}{dy_1^2} = -H$$

integrando

$$u_1(y_1) = -\frac{1}{2} \frac{H\delta^2}{Uv} y_1^2 + A y_1 + B \quad (4.8.2.11)$$

Das condições de contorno (4.8.1.4)

$$y_1 = 0 \quad u_1 = 0$$

$$y_1 = 1 \quad u_1 = 1$$

obtem-se:

$$A = \frac{1}{2} \frac{H\delta^2}{Uv} + 1 \quad B = 0 \quad (4.8.2.12)$$

a solução será:

$$u_1(y_1) = -\frac{1}{2} \frac{H\delta^2}{Uv} y_1^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{H\delta^2}{Uv} + 1 \right) y_1 \quad (4.8.2.13)$$

4.8.3 - Solução da equação de energia (4.8.1.7):

$$v \frac{dT}{dy} = \alpha \frac{d^2 T}{dy^2}$$

assumindo os parâmetros adimensionais:

$$y_1 = \frac{y}{\delta} \quad e \quad \theta = \frac{T_s - T}{T_s - T_p} \quad (4.8.3.1)$$

$$\frac{dT}{dy} = - \frac{(T_s - T_p)}{\delta} \frac{d\theta}{dy_1} \quad (4.8.3.1.a)$$

$$\frac{d^2 T}{dy^2} = - \frac{(T_s - T_p)}{\delta^2} \frac{d^2 \theta}{dy_1^2} \quad (4.8.3.1.b)$$

substituindo (4.8.3.1.a) e (4.8.3.1.b) em (4.8.1.7)

$$\frac{d^2 \theta}{dy_1^2} - \frac{v\delta}{\alpha} \frac{d\theta}{dy_1} = 0 \quad (4.8.3.2)$$

A solução será:

$$\theta(y_1) = M + N e^{\frac{v\delta}{\alpha} y_1} \quad (4.8.3.3)$$

Das condições de contorno (4.8.1.4):

$$y = 0 \Rightarrow y_1 = 0 \quad T = T_p \Rightarrow \theta = 1$$

$$y = \delta \Rightarrow y_1 = 1 \quad T = T_s \Rightarrow \theta = 0$$

obtém-se:

$$M = \frac{-e^{\frac{v\delta}{\alpha}}}{1 - e^{\frac{v\delta}{\alpha}}} \quad e \quad N = \frac{1}{1 - e^{\frac{v\delta}{\alpha}}} \quad (4.8.3.4)$$

Logo a solução geral será:

$$\theta(y_1) = \frac{e^{\frac{v\delta}{\alpha} y_1} - e^{\frac{v\delta}{\alpha}}}{1 - e^{\frac{v\delta}{\alpha}}} \quad (4.8.3.5)$$

como:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad e \quad P_r = \frac{c_p \mu}{k}$$

tem-se:

$$\theta(y_1) = \frac{e^{\frac{v\delta}{v} P_r y_1} - e^{\frac{v\delta}{v} P_r}}{1 - e^{\frac{v\delta}{v} P_r}} \quad (4.8.3.6)$$

Esta solução é válida para $v \neq 0$.

Para $v = 0$ a equação de energia (4.8.1.7) se torna ' simples :

$$\frac{d^2 \theta}{dy_1^2} = 0$$

integrando

$$\theta(y_1) = M y_1 + N \quad (4.8.3.7)$$

Das condições de contorno (4.8.1.4):

$$y_1 = 0 \quad \theta = 1$$

$$y_1 = 1 \quad \theta = 0$$

obtém-se:

$$M = -1 \quad e \quad N = 1 \quad (4.8.3.8)$$

Portanto a solução será:

$$\theta(y_1) = -y_1 + 1 \quad (4.8.3.9)$$

Alguns perfis de velocidades dados pelas equações (4.8.2.10) e (4.8.2.13) estão plotados nas figuras 29, 30 e 31 para cinco valores de $\frac{v\delta}{v}$ e três valores de $\frac{H\delta^2}{Uv}$.

Alguns perfis de temperaturas dados pelas equações (4.8.3.6) e (4.8.3.9) estão plotados na figura 32 para seis valores de $\frac{v\delta}{v}$.

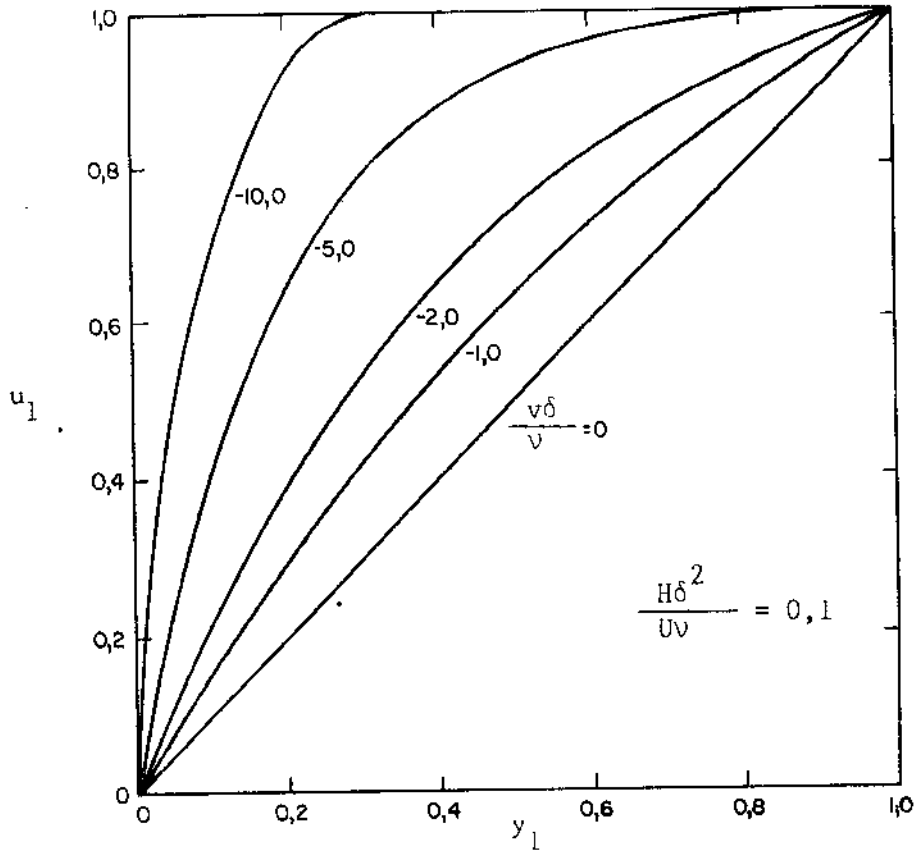


Fig. 29 - Perfis de Velocidades

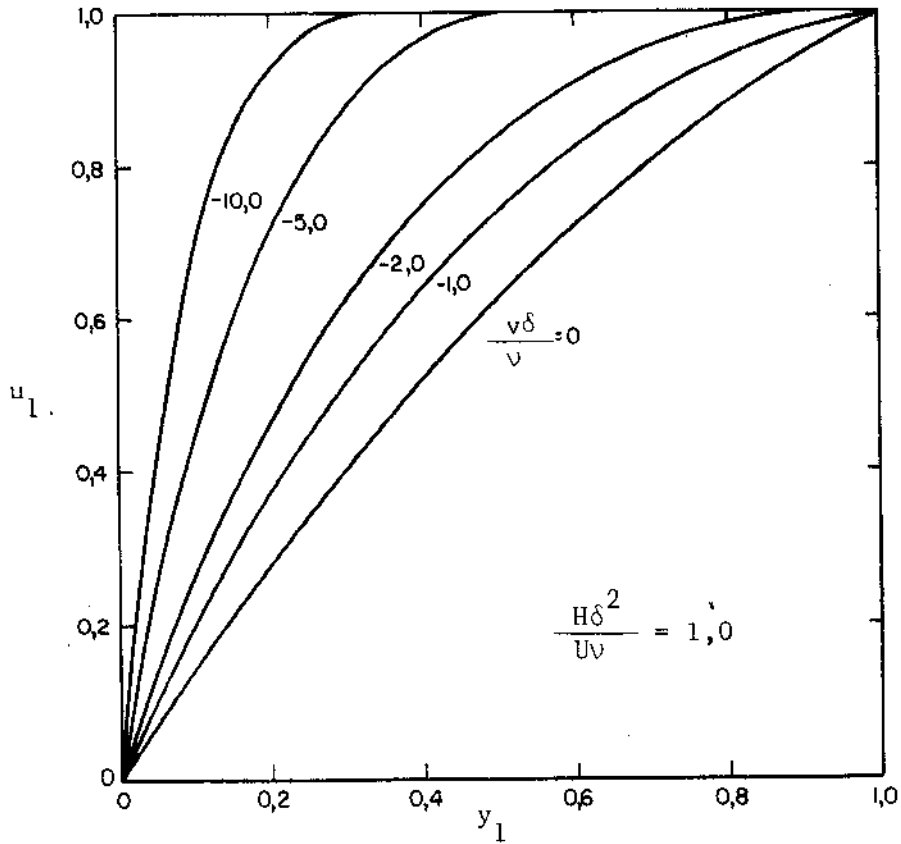


Fig. 30 - Perfis de Velocidades

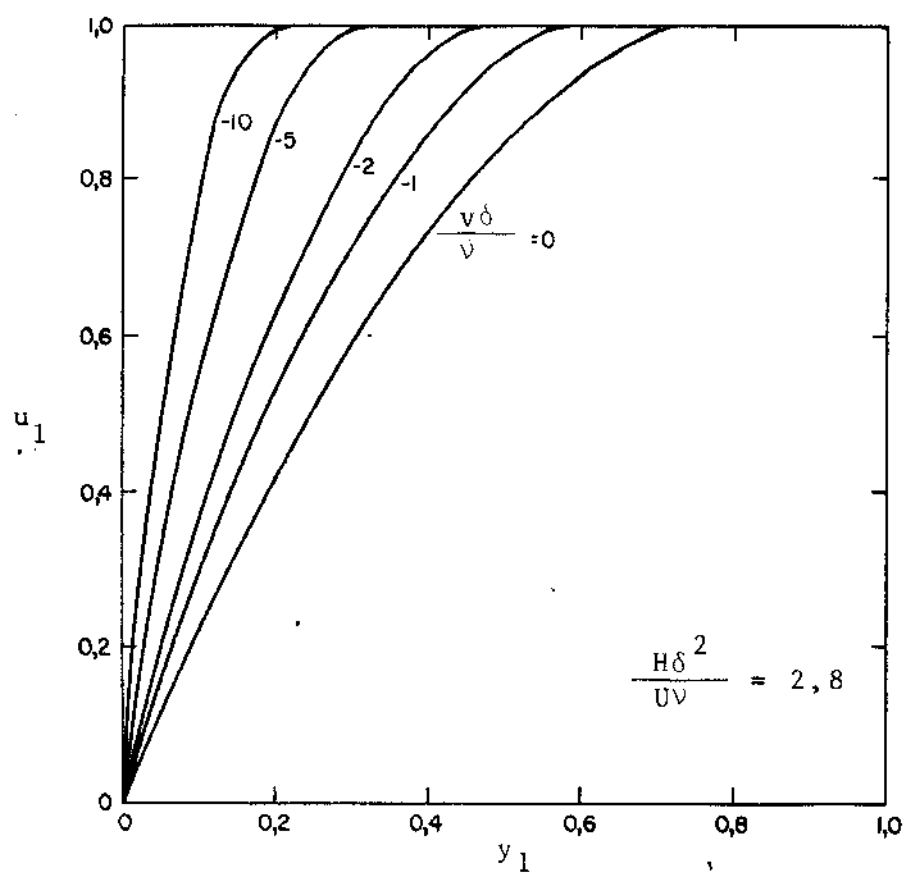


Fig. 31 - Perfis de Velocidades

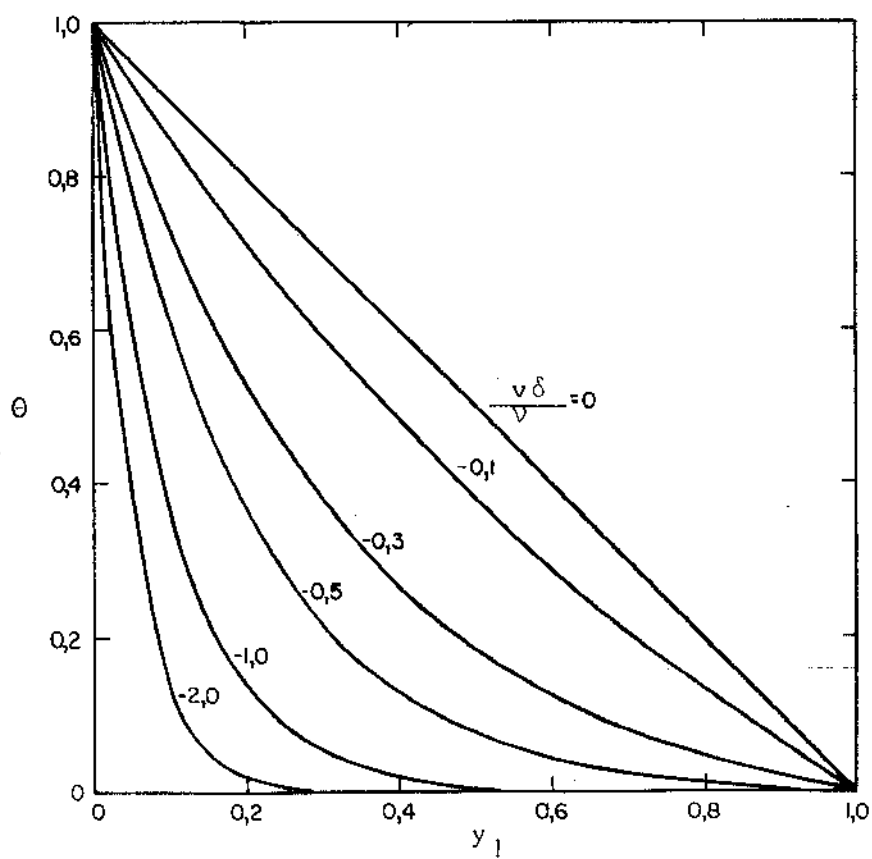


Fig. 32 - Perfis de Temperatura

5 - CONCLUSÃO

Este estudo apresenta a influência dos efeitos da sucção e injeção variáveis sobre a transferência de calor e sobre as características do escoamento que ocorrem na condensação pelicular laminar de vapores puros na temperatura de saturação sobre uma placa plana vertical.

Soluções similares existem quando a componente de velocidade normal à placa é proporcional à distância longitudinal $x^{-1/4}$. Estas soluções exatas podem ser usadas para verificar os métodos aproximados utilizados e os resultados numéricos obtidos sobre este assunto.

Dos resultados finais verifica-se que existem três parâmetros governantes: o sub-resfriamento, o número de Prandtl e a velocidade variável de sucção e injeção.

Em geral, a sucção variável causa um aumento substancial na transferência de calor e na razão de condensação, especialmente para baixos valores de sub-resfriamento e altos números de Prandtl, e com a injeção ocorre o inverso.

Em geral, a sucção variável reduz e a injeção variável aumenta a espessura da película condensada e a tensão de cisalhamento.

APENDICE - LISTAGENS

```

1300/P1700 FLORIAN COMFILER , MARK 7.0 RE 06/15/78 13:51 ,
DANIEL /RONGERUTIA
: E NEW
: I NO MAP
: E SEQ
: FILE 5=ENTRADA,UNIT=READER
: FILE 6=LP,UNIT=PRINTER,UNLABELED
: REAL Y(20)
: C
: C DACOS:
: C
: C N - NUMERO DE EQUACOES DIFERENCIAIS DE 1A. ORDEM
: C X - VALOR INICIAL DE X (VARIÁVEL INDEPENDENTE)
: C XFINAL - VALOR FINAL DE X
: C H - ESPACAMENTO INICIAL ENTRE OS VALORES DE X
: C HMIN - VALOR MINIMO DESEJADO DE H
: C TOL - PRECISAO REQUERIDA
: C Y - CONDICICOES INICIAIS (VALORES INICIAIS DE Y)
: C SUC - PARAMETRO DE SUCCAO
: C PR - NUMERO DE PRANDTL
: C
: 1 READ(5,10,END=99)N,F,HMIN,TOL,X,XFINAL,SUC,PR
: 10 FORMAT(15,5F10.8,5F8.3)
: READ(5,20)(Y(I),I=1,N),4
: 20 FORMAT(5F10.8,1F5)
: WRITE(6,30)(Y(I),I=1,N),SUC,PR
: 30 FORMAT(137X,"PROGRAMA RONGERUTIA"/25X,"SOLUCAO DE SISTEMAS DE EQU-
: *ACOES DIFERENCIAIS"/25X,"CONDICOES INICIAIS"/25X,"Y1(0) = ",F3.1,
: *3X,"Y2(0) = ",F3.1,3X,"Y3(0) = ",E14.7,7X,"Y(1) = F",/,39X,"Y4(0) = ",
: *F3.1,3X,"Y5(0) = ",E14.7,7X,"Y(2) = DF",/,82X,"Y(3) = D(DF)",
: */25X,"PARAMETRO DE SUCCAO = ",F8.4,27X,"Y(4) = TETA",/,27X,"NUMERO
: *O DE PRANDTL = ",F8.4,27X,"Y(5) = 0(TETA)",/,/,38X,"SOLUCAO ENCON-
: *RADA"/25X,"X",28X,"Y",13X,"(SUC - 3.*Y(1))*PR/Y(5)")
: CALL RK8(N,X,Y,F,HMIN,TOL,XFINAL,SUC,PR,M,8100)
: WRITE(6,50)
: 50 FORMAT(1H1)
: GO TO 1
: 100 WRITE(6,200)TOL,HMIN
: 200 FORMAT(5(/),132("= ")/,20X,"NAO FOI POSSIVEL CALCULAR A SOLUCAO
: *PARA TODO O INTERVALO DESEJADO",/20X,"PERQUE PARA ATINGIR A PRECIS-
: *AO REQUERIDA ("F10.3,")"/20X,"E' PRECISO USAR PASSOS DE TAMANHO
: *ENOR CU QUE HMIN ("F11.7,")"/132("= "))
: WRITE(6,50)
: GO TO 1
: 99 STOP
: END

```


1400/51700 FLIRTRAN COMPILER , MARK 7.0 RL 06/15/73 13:51 ,

DANIEL /RUNGERUTTA

```

: C *****
:
: SUBROUTINE RK8CN(X,Y,H,HAIN,TCL,XFINAL,SUC,PR,M...)
:
: METODU FUNGE-KUTTA (FEHLBERG)
:
: REAL Y(20),YOLD(20),F(20,13),BETA(13,12),ALFA(13),CH(13),DY(20)
: C *****
:
: NSTEP = 0
: NORD = 8
: ETOTAL=0.
: 40 NCDEF=13
: DO 60 I=1,13
: DO 50 J=1,12
: 50 BETA(I,J)=0.
: ALFA(I)=0.
: 60 CH(I)=0.
: CH(6)=54./105.
: CH(7)=9./35.
: CH(8)=CH(7)
: CH(9)=9./280.
: CH(10)=CH(9)
: CH(12)=41./840.
: CH(13)=CH(12)
: ALFA(2)=2./27.
: ALFA(3)=1./9.
: ALFA(4)=1./6.
: ALFA(5)=5./12.
: ALFA(6)=.5
: ALFA(7)=5./6.
: ALFA(8)=1./6.
: ALFA(9)=2./3.
: ALFA(10)=1./3.
: ALFA(11)=1.
: ALFA(13)=1.
: BETA(2,1)=2./27.
: BETA(3,1)=1./35.
: BETA(4,1)=1./24.
: BETA(5,1)=5./12.
: BETA(6,1)=.05
: BETA(7,1)=-25./108.
: BETA(8,1)=51./300.
: BETA(9,1)=2.
: BETA(10,1)=-91./108.
: BETA(11,1)=2383./4100.
: BETA(12,1)=3./205.
: BETA(13,1)=-1777./4100.
: BETA(3,2)=1./12.
: BETA(4,3)=1./8.
: BETA(5,3)=-25./16.
: BETA(5,4)=-BETA(5,3)
: BETA(6,4)=.25
: BETA(7,4)=125./108.
: BETA(9,4)=-53./6.
: BETA(10,4)=23./108.
: BETA(11,4)=-341./164.
: BETA(13,4)=BETA(11,4)
: BETA(6,5)=.2
: BETA(7,5)=-65./27.
: BETA(8,5)=61./225.
: BETA(9,5)=704./45.
: BETA(10,5)=-976./135.

```

```

:      BETA(11,5)=4496./1025.
:      BETA(13,5)=BETA(11,5)
:      BETA(7,6)=125./54.
:      BETA(8,6)=-2./9.
:      BETA(9,6)=-10./9.
:      BETA(10,6)=311./54.
:      BETA(11,6)=-501./82.
:      BETA(12,6)=-6./41.
:      BETA(13,6)=-289./82.
:      BETA(8,7)=13./90.
:      BETA(9,7)=67./90.
:      BETA(10,7)=-19./60.
:      BETA(11,7)=2133./4100.
:      BETA(12,7)=-3./205.
:      BETA(13,7)=2193./4100.
:      BETA(9,8)=3.
:      BETA(10,8)=17./6.
:      BETA(11,8)=45./82.
:      BETA(12,8)=-3./41.
:      BETA(13,8)=51./82.
:      BETA(10,9)=-1./12.
:      BETA(11,9)=45./164.
:      BETA(12,9)=3./41.
:      BETA(13,9)=33./164.
:      BETA(11,10)=18./41.
:      BETA(12,10)=5./41.
:      BETA(13,10)=12./41.
:      BETA(13,12)=1.
: 70  EDA=TEL/20.
:      EDS=EDA
: 80  XOLD=X
:      DO 90 I=1,N
: 90  YOLD(I)=Y(I)
: 100  DO 110 I=1,N
:      CALL FDIFF(X,Y,DY,SUC,PR)
: 110  F(I,1)=DY(I)
:      DO 130 K=2,NCDEF
:      KK=K-1
:      DO 130 I=1,N
:      TEMP=0
:      DO 120 J=1,KK
: 120  TEMP=TEMP+BETA(K,J)*F(I,J)
: 130  Y(I)=YOLD(I)+H*TEMP
:      X=XOLD+ALFA(K)*H
:      DO 140 I=1,N
:      CALL FDIFF(X,Y,DY,SUC,PR)
: 140  F(I,K)=DY(I)
: 150  CONTINUE
:      DO 170 I=1,N
:      TEMP=0
:      DO 160 L=1,NCDEF
: 160  TEMP=TEMP+CHCL)*F(I,L)
: 170  Y(I)=YOLD(I)+H*TEMP
:      ERRO=0.
:      DO 205 I=1,N
:      A=ABS(Y(I))
:      IF(A.LT.1) A=1.
: 190  ET=ABS(F(I,1)+F(I,11)-F(I,12)-F(I,13))*CH(12)/A
: 200  IF(ET.GT.ERRO) ERRO=ET
: 205  CONTINUE
:      ERRO=ERRO+H+1.E-20
:      H1=H
:      IF(NSIEP.GE.2) EDS=EDS*(EDA*3./((ERRO+ERRO1+ERRO2)+9.))*0.1
:      ERRO2=ERRO1
:      Q=EDS/ERRO

```

```

:
: IF(NSSTEP .GE. 2) G=2.*F0.5/(ERR0+ERR01)
: ERR01=ERR0
: C H=H1*G*(1./FLOAT(NCR0))*J.9
: ETOTAL=ETOTAL+ERRC*A
: IF(ETOTAL .GT. TOL) GO TO 220
: X=XOLD+H1
: NSTEP=NSTEP+1
: Z=(SUC-3.*Y(1))*PR/Y(5)
: IF(NSTEP-M)80,250,250
: 250 WRITE(6,217)NSTEP,X,Y(1),Z
: 217 FORMAT(16X,I3,7X,E14.7,3X,"Y(1) = ",E14.7,10X,E14.7)
: IF(N .EQ. 1) GO TO 219
: DO 240 I=2,N
: 240 WRITE(6,218)I,Y(I)
: 218 FORMAT(4X,"Y(",I1,") = ",E14.7)
: 219 IF(X .LT. XFINAL) GO TO 80
: RETURN
: 220 X=XOLD
: 225 ETOTAL=ETOTAL-ERRC*A
: DO 230 I=1,N
: 230 Y(I)=YOLD(I)
: IF(H .GT. H1*0.25) H=H1*J.25
: IF(H .GE. HMIN) GO TO 100
: RETURN 1
: END

```

1300/B1700 FORTRAN COMPILER * MARK 7.0 RD 06/15/78 13:51 ,
 DANIEL /RUNGEKUTIA

```

: C *****
: C
: SUBROUTINE F01F (X,Y,DY,SUC,PR)
: REAL Y(20),DY(20),X,SUC,PR
: C
: C
: C DEFINICAO DAS EQUACOES
: C
: C *****
: C
: DY(1)=Y(2)
: DY(2)=Y(3)
: DY(3)=(3.*Y(1)-SUC)*(-Y(3))+2.*Y(2)**2-1
: DY(4)=Y(5)
: DY(5)=(3.*Y(1)-SUC)*PR*(-Y(5))
:
: C
: RETURN
: END

```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] L.A.BROMLEY - "Effect of Heat Capacity of Condensate" - Industrial and Engineering Chemistry, vol. 44, 1952, pp.2966.
- [02] W.M. ROHSENOW - "Heat Transfer and Temperature Distribution in Laminar Film Condensation", Trans.ASME, Vol. 78, 1956, pp.1645-1648.
- [03] E.M.SPARROW AND J.L.GREGG, "A Boundary Layer Treatment of Laminar Film Condensation", Journal of Heat Transfer, Trans.ASME, vol. 81, Série C, 1959, pp.13 - 18.
- [04] J.C.Y. KOH, E.M.SPARROW AND J.P.HARTNETT, "Two-Phase Boundary-Layer in Laminar Film Condensation", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 2, 1961, pp. 69 - 82.
- [05] M.M.CHEN, "An Analytical Study of Laminar Film Condensation ; Part I - Flat Plates", Journal of Heat Transfer, Trans.ASME, vol. 83, Série C, 1961, pp. 48 - 54.
- [06] N.A.FRANKEL AND S.G.BANKOFF, "Laminar Film Condensation on a Porous Horizontal tube with Uniform Suction Velocity", Journal of Heat Transfer, Trans.ASME,Série C, Vol. 87, nº 1, Feb.1967, pp.95 - 102.
- [07] K.C.JAIN AND S.G.BANKOFF, "Laminar Film Condensation on a Porous Vertical Wall with Uniform Suction Velocity", Journal of Heat Transfer, Trans.ASME, Série C, Vol. 86, nº 3, Aug.1964, pp. 481 - 489.
- [08] J.W. YANG - "Effect of Uniform Suction on Laminar Film Condensation on a Porous Vertical Wall", Journal of Heat Transfer,Trans.ASME, Série C, Vol. 92, nº 2, May 1970, pp. 252 - 256.
- [09] H.SCHLICHTING - "A Boundary-Layer Theory", McGraw-Hill, sixth edition, 1968.
- [10] E.FEHLBERG - "Classifical Fifth-,Sixth-,Seventh-, and Eighth - Order Runge-Kutta Formulas with Stepsize Control", Nasa Tr R-287.