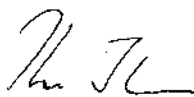


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

Este exemplar corresponde
à versão final da Tese defendida
por Milton Dias Jr. e aprovada
pela comissão julgadora 02/07/87.



HANS L. WEBER

IDENTIFICAÇÃO DE PARAMETROS DE SISTEMAS MECANICOS
E DAS CARACTERÍSTICAS DE UMA PERTURBAÇÃO EXTERNA
PELO MÉTODO DAS COVARIANÇAS

Milton Dias Junior

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia
de Campinas - UNICAMP - como parte dos requi-
sitos exigidos para a obtenção do título de
MESTRE EM ENGENHARIA MECANICA .

Campinas

- 1987 -

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

Tese de : MESTRADO

Título da Tese : IDENTIFICAÇÃO DE PARAMETROS DE SISTEMAS MECANICOS
E DAS CARACTERÍSTICAS DE UMA PERTURBAÇÃO EXTERNA
PELO MÉTODO DAS COVARIANÇAS .

Autor : MILTON DIAS JUNIOR .

Orientador : Prof. Dr. HANS INGO WEBER .

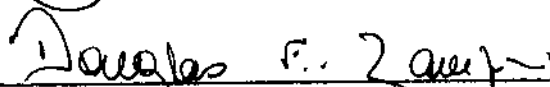
Aprovado por



Prof. Dr. HANS INGO WEBER , Presidente



Prof. Dr. JOAO LIRANI



Prof. Dr. DOUGLAS EDUARDO ZAMPIERI

Campinas , 2 de julho de 1987 .

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador e amigo , Prof. Dr. HANS LUDWIG BOHR , pelo apoio e incentivo que tem me dado , e pelo respeito e amizade que tem marcado nosso relacionamento .

Ao Prof. JOESON PETERIVA pelas valiosas discussões e pela boa vontade demonstrada no esclarecimento de inúmeras dúvidas .

Ao Prof. Dr. FERNANDO IGUTI pelo auxílio nos métodos numéricos e pela constante companhia e apoio .

A ILMAR FERREIRA SANTOS pela ajuda na confecção dos gráficos e pela inestimável amizade .

A Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pelo financiamento desta tese e pela presteza e atenção com que fui tratado .

Ao pessoal do GEPRON pelo agradável ambiente de trabalho e amizade de todos , e a aqueles que , de uma forma ou de outra , contribuíram para a realização desta tese .

RESUMO

Este trabalho inicia-se com uma rápida recapitulação da resolução de equações de estado para sistemas contínuos e discretos no tempo, além da teoria básica para a análise de estabilidade através do Método Direto (ou Segundo Método) de Ljapunov.

É apresentada a formulação do Método das Covariâncias para sistemas com um número qualquer de graus de liberdade, aplicados em diversos casos de identificação de parâmetros e/ou das características da força de excitação.

Uma visão superficial dos métodos numéricos é dada e são apresentados exemplos de aplicação da técnica de estimação em sistemas com um grau de liberdade excitados por um ruído branco ou colorido.

Finalmente, discute-se os problemas advindos das soluções adotadas, bem como da própria formulação do Método das Covariâncias, e se sugere alguns procedimentos alternativos para evitá-los.

ABSTRACT

This work begins with a short recapitulation on the solution of state equations for systems that are continuous and discrete in time . Also the basic theory for analysis of stability by Direct Method (or Second Method) of Ljapunov is presented .

The formulation for the Covariance Method applied to systems with any number of degrees of freedom is shown , applied to several identification cases and/or characteristics of the excitation force .

A superficial analysis of the numerical methods is made and several examples of the application of the estimation technique in systems with one degree of freedom excited by white or colored noise are presented .

Finally , it is discussed the problems that arise due to the adopted solutions , as well as through the formulation of the Covariance Method and some alternative procedures are proposed .

INDICE

	P. G.
OBSERVAÇÕES INICIAIS	01
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	
1.1. IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS.....	02
1.2. OBJETIVOS DO TRABALHO.....	04
1.3. CONTEÚDO E DIVISÃO DOS TRABALHOS.....	06
CAPÍTULO II - SISTEMAS DINÂMICOS	
2.1. INTRODUÇÃO	10
2.2. DESCRIÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS POR VARIÁVEIS DE ESTADO	10
2.2.1. Sistemas Contínuos no Tempo	11
2.2.2. Sistemas Discretos no Tempo	15
2.3. ESTABILIDADE DE SISTEMAS DINÂMICOS	16
2.3.1. Definições	19
2.3.2. Método Direto de Ljapunov	21
2.3.3. Aplicação do Método Direto de Ljapunov a Sistemas Lineares	24
CAPÍTULO III - MÉTODO DAS COVARIÂNCAS	
3.1. INTRODUÇÃO	28
3.2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	30
3.2.1. Identificação de um sistema mecânico line-	

ar , invariante no tempo , excitado por um ruído branco e acoplado a um conjunto de filtros lineares	33
3.2.1.1. Filtro Posterior de 1. ^a ordem	35
3.2.1.2. Filtro Posterior de 2. ^a ordem	39
3.2.1. Identificação de um sistema mecânico linear , invariante no tempo , acoplado a um conjunto de filtros lineares , e das características do ruído colorido de primeira ordem usado como excitação	42
3.2.2.1. Filtro Posterior de 1. ^a ordem	43
3.2.2.2. Filtro Posterior de 2. ^a ordem	48

CAPÍTULO IV - MÉTODOS NUMÉRICOS

4.1. INTRODUÇÃO	53
4.2. GERAÇÃO DO SINAL DE EXCITAÇÃO	54
4.3. TRANSFORMADA DE FOURIER RÁPIDA	56
4.4. MÉDIA E FUNÇÃO DE AUTO-CORRELAÇÃO	56
4.5. SOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS	57
4.6. INTERPOLAÇÃO POR "SPLINES" CÚBICAS	58
4.7. SOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES	61
4.8. SOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES.....	62

CAPÍTULO V - RESULTADOS

5.1. INTRODUÇÃO	64
5.2. SISTEMA MECÂNICO EXCITADO POR UM RUÍDO BRANCO....	69
5.2.1. Filtro posterior de 1. ^a ordem.....	69
5.2.2. Filtro posterior de 2. ^a ordem.....	83
5.3. SISTEMA MECÂNICO EXCITADO POR UM RUÍDO COLORIDO..	87

CAPÍTULO VI - DISCUSSÕES E CONCLUSÕES FINAIS

6.1. INTRODUÇÃO	93
6.2. ANÁLISE GERAL DOS MÉTODOS NUMÉRICOS	94
6.3. O MÉTODO DAS COVARIÂNCAS	103
6.4. CONCLUSÕES FINAIS	110
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	112
APÊNDICE	117

OBSERVAÇÕES INICIAIS

Antes de começar o trabalho propriamente dito , achou-se interessante fazer alguns comentários :

1. Adotou-se como notação de elementos matriciais , vetoriais e escalares , os seguintes critérios : matrizes são indicadas com letras maiúsculas e sublinhadas (A e E) ; vetores com letras minúsculas e sublinhadas (u e n) ; e grandezas escalares por maiúsculas ou minúsculas sem sublinhado (b e λ) .
2. Quando o assunto apresentado se aplica a sistemas de forma generalizada , estes são referenciados por "sistemas dinâmicos" ; a terminologia "sistemas mecânicos" é usada para a aplicação dos resultados .
3. Por vezes , algumas grandezas , operadores ou funções diferentes são designadas pelas mesmas variáveis em capítulos diferentes . (Como "T" , em e^{-AT} , significando transposto ; e "T" significando intervalo de discretização .) Supõe-se que o próprio texto indique o significado correto .
4. Chamou-se de rigidez e amortecimento , no capítulo V , grandezas que tem unidade de s^{-2} e s^{-1} respectivamente . Assume-se que a massa do sistema seja unitária e que os valores destas variáveis correspondam , numericamente , às reais rigidez e amortecimentos .

CAPÍTULO I

Introdução

1.1. Identificação de Sistemas Mecânicos .

Ao se estudar o comportamento dinâmico de um sistema físico é sempre importante obter um modelo que consiga descrever , de forma sucinta e precisa , suas características mais relevantes , dependendo , obviamente , do tipo de aplicação que se tem em mente . Assim , entende-se que um modelo seja uma representação dos aspectos essenciais de um sistema existente (ou a ser construído) os quais são apresentados de maneira simples de serem analisados (Chen [01]) .

Eykhooff [06] divide os modelos em três grupos , sendo eles : fenomenológicos , físicos e matemáticos , dependendo (a) de quais são os aspectos considerados essenciais para a aplicação desejada , (b) das técnicas de modelamento que podem ser usadas e (c) da quantidade e qualidade das informações disponíveis sobre o sistema .

A um mesmo sistema físico pode-se associar diversas formas de modelos - como , por exemplo , equações diferenciais ou a diferenças , descrição por variáveis de estado , função de transferência , modelos paramétricos - dependendo do tipo de análise que se pretende fazer .

Uma vez definida a estrutura do modelo matemático , baseado em conhecimentos prévios resultantes de testes e/ou comparação com

sistemas similares , depara-se com o problema da determinação da ordem e dos valores dos parâmetros do modelo de modo que este descreva , da melhor maneira possível , o comportamento dinâmico do sistema estudado .

Para o caso de sistemas mecânicos , um modelo matemático particularmente interessante é aquele que o descreve por equações diferenciais ou a diferenças . A determinação da ordem do modelo reside , de um lado , no fato de que o modelo deve conter tantos pólos quantos necessários para descrever precisamente o seu comportamento dinâmico , e do outro , que ela seja o mais baixa possível para não dificultar demais o modelo . Em Natke [17] encontram-se , de forma sucinta , alguns métodos para a determinação da ordem correta do modelo .

Os processos de estimação de parâmetros combinam partes teóricas e práticas com o objetivo de obter um modelo teórico-experimental para o sistema real . Assim , o problema de identificação consiste na determinação de um modelo , baseado nos sinais de entrada e saída , que seja equivalente ao sistema físico testado , segundo algum critério pré-estabelecido (Natke [17]) .

Existem , atualmente , inúmeros métodos de identificação conhecidos , cada um mais adequado a determinado tipo de análise , podendo trabalhar no domínio do tempo ou da frequência , aplicáveis a sistemas lineares e não lineares . Certamente , as técnicas de estimação de parâmetros mais conhecidas e utilizadas hoje em dia são : mínimos quadrados (e mínimos quadrados generalizados) , variáveis instrumentais e máxima verossimilhança . Estes métodos já foram amplamente estudados ,

podendo ser encontrados facilmente na literatura (ver , por exemplo , Goodwin/Payne [07] e Isenman [08]) .

1.2. Objetivos do Trabalho .

Existe atualmente um grupo de pesquisadores dentro do Laboratório de Projeto Mecânico do Departamento de Engenharia Mecânica da UNICAMP voltado ao estudo de sistemas hidráulicos de grande porte , enquadrados dentro de um convênio CESP/UNICAMP , com o objetivo de desenvolver uma metodologia de manutenção preditiva neste tipo de sistemas .

São inúmeras as linhas de pesquisas que são abrangidas por esta grande área , entre as quais se encontra a identificação de parâmetros de sistemas mecânicos .

A figura 1.1 mostra a divisão clássica dos tipos de problemas de identificação . Com algumas modificações , esta tese se enquadra nos problemas de entrada e de identificação , com a ressalva de que aqui não se dispõe das medidas da excitação - situação que ocorre comumente na prática .

Assim , o que se o que se propõe neste trabalho é estudar alguns aspectos da simulação , em computador digital , de sistemas simples ; determinando as características do modelo matemático (equação de estado) através do Método das Covariâncias , conhecendo-se somente sua estrutura e a saída .

Estimulado pelo projeto supracitado , pensou-se em estudar , como um trabalho inicial , a possibilidade de se determinar as características da força de excitação estocástica que age sobre turbinas (figura 1.2) .

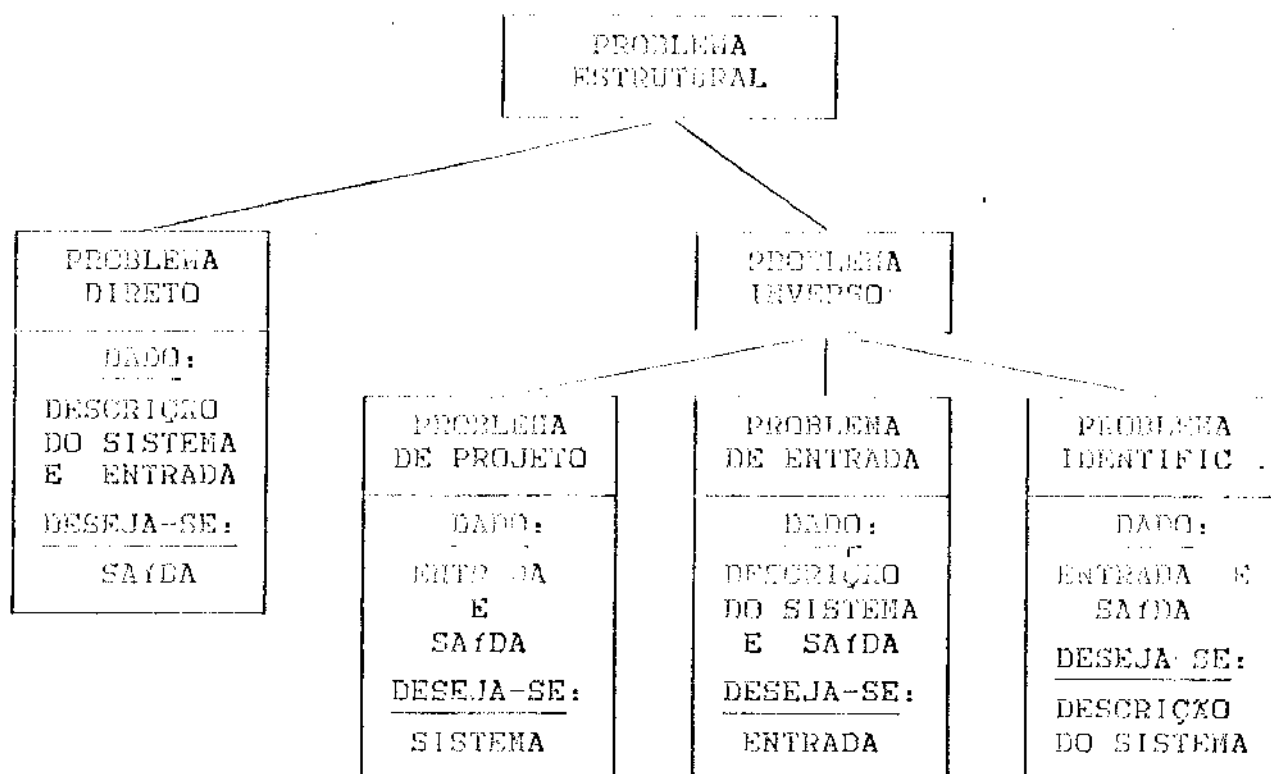


Figura 1.1 - Classificação do problema de identificação (reproduzido de Natke [17]) .

Assim ,em uma segunda fase do trabalho , sugere-se a estimação , além dos parâmetros do sistema , os valores das características da perturbação externa , adotando para isso , um modelo simples de geração de um ruído colorido a partir de um processo supostamente branco .

Não se pretende aprofundar no estudo do método de identificação em si , desejando-se apenas apresentar os resultados das simulações feitas e analisar as vantagens , desvantagens e consequências da aplicação de todos os algoritmos utilizados para o problema em questão .

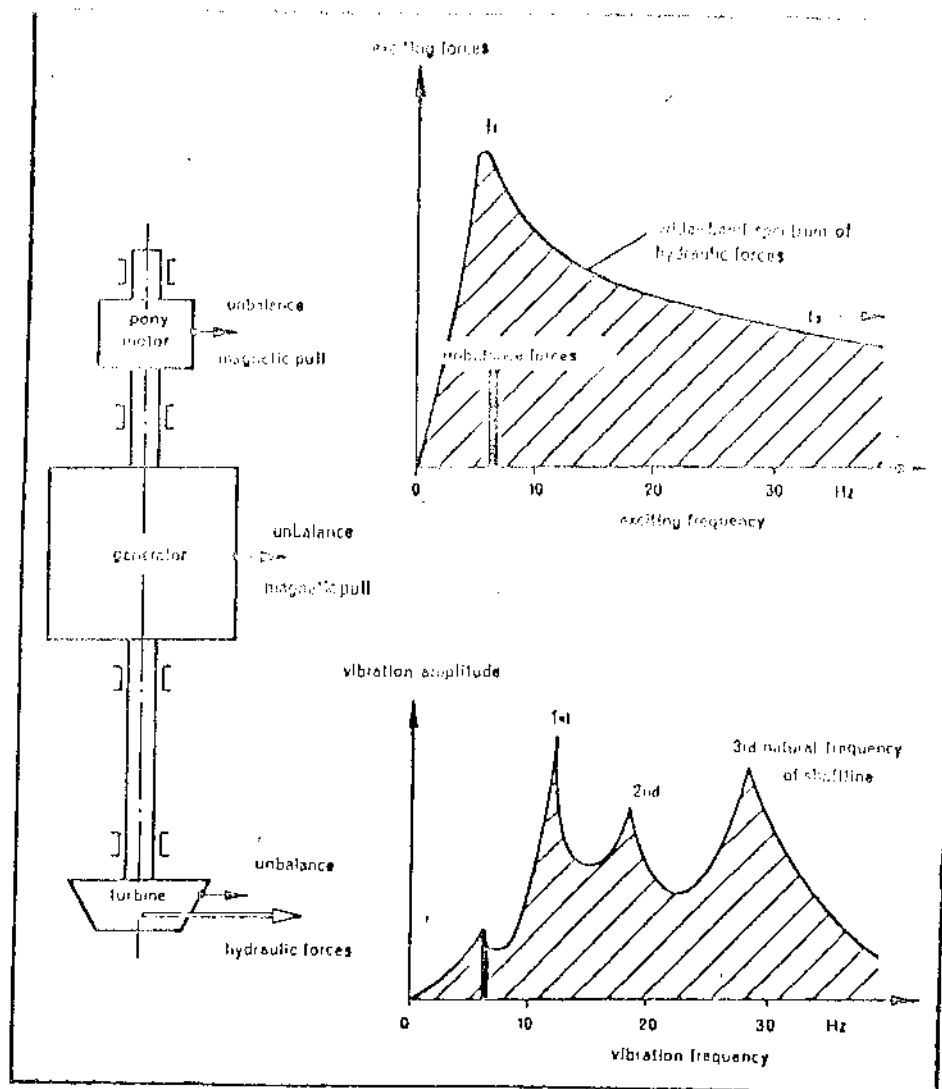


Figura 1.2 - Espectro característico das forças hidráulicas que atuam em uma turbina (reproduzido de Schwirzer [29]) .

1.3. Conteúdo e Divisão do Trabalho .

No capítulo II são apresentados alguns conceitos e definições básicos na análise de sistemas dinâmicos . É mostrada a descrição por variáveis de estado para sistemas contínuos e discretos no tempo . Em seguida , estuda-se a estabilidade de um

sistema genérico - podendo ser não-linear ou variante no tempo - utilizando o Método Direto (ou Segundo Método) de Ljapunov . Finalmente , aplicar-se este critério para sistemas lineares e invariantes com o tempo , obtendo-se a equação matricial de Ljapunov , que é a base do Método das Covariâncias (MC) - ou de Identificação por Médias Quadráticas - que será utilizado durante todo o trabalho .

Na verdade , a equação de Ljapunov , na forma que é normalmente apresentada pela teoria clássica de análise de sistemas , ainda não é conveniente para a aplicação presente . Assim , o capítulo III se inicia com uma formulação diferente para a sua obtenção , chegando-se finalmente à equação desejada . Logo , obtém-se também o processo para determinação do estimador das covariâncias . Em seguida , dois casos de estimação de parâmetros são apresentados : o primeiro trata de um sistema mecânico , com N graus de liberdade , excitado um por ruído branco e acoplado a filtros lineares de 1.^a ordem ; e o segundo é composto do mesmo sistema e perturbação externa só que acoplado a filtros de 2.^a ordem . Na sequência , aplica-se o MC para determinação das características da entrada , gerada a partir do ruído branco citado anteriormente , através de uma equação diferencial de primeira ordem . Os filtros de primeira e segunda ordens são novamente usados . Todas as formulações são feitas para sistemas com um número qualquer de graus de liberdade , com múltiplas entradas e quantidade de filtros posteriores também qualquer . Para cada caso citado é apresentado um exemplo de aplicação em um sistema simples de um grau de liberdade .

A seguir , passa-se para os métodos numéricos , expostos no

capítulo IV . Achou-se conveniente não apresentar a formulação matemática dos algoritmos utilizados na simulação e identificação dos sistemas estudados . Assim , expõe-se , de uma forma sucinta , apenas suas idéias principais , a fim de possibilitar as discussões que serão feitas mais adiante . Maiores detalhes sobre qualquer dos métodos numéricos podem ser encontrados nas referências indicadas .

O capítulo V apresenta os resultados da identificação dos parâmetros dos sistemas mecânicos e das características da força de excitação para cada um dos exemplos de aplicação descritos no capítulo III. São feitas algumas análises sobre a repetibilidade que deve ter o gerador de sinais aleatórios de modo que as estimativas converjam para os valores corretos , sobre a frequência máxima da excitação e intervalo de discretização das respostas .

Finalmente , no capítulo VI , são discutidas as dificuldades encontradas devido à utilização do integrador numérico ; é analisado o comportamento do sinal de excitação depois de se interpolar alguns pontos por "splines" cúbicas . Apresenta-se um sinal aleatório com características muito mais próximas de um ruído branco do que aquele adotado e propõe-se a utilização de equações a diferenças ao invés de equações diferenciais . Para verificar a validade das novas propostas , alguns resultados da identificação da rigidez e do amortecimento de um sistema de um grau de liberdade são mostrados . Em seguida , discute-se a formulação do MC quanto a dificuldade na escolha dos filtros e à polarização dos estimadores no caso de ruídos nas medidas . É citada uma variação deste método de identificação de parâmetros

chamada de Método das Correlações . Por fim , são apresentadas , brevemente , algumas conclusões .

O apêndice contém a listagem dos programas utilizados na tese .

CAPÍTULO II

SISTEMAS DINÂMICOS

2.1. Introdução .

No estudo analítico de sistemas dinâmicos a escolha de um modelo matemático adequado está estreitamente ligada ao tipo de análise que se deseja fazer , e também a quais são as características do sistema que são necessárias serem representadas pelo modelo ou quais podem ser desconsideradas (Eykhoff [06]) .

Pretende-se , neste capítulo , fornecer as bases para a formulação do método de estimação de parâmetros apresentado no capítulo III .

Inicialmente se estuda a descrição de sistemas dinâmicos através de variáveis de estado , enfocando os casos discretos e contínuos no tempo . Em seguida , utiliza-se o Método Direto de Ljapunov para a análise de estabilidade de sistemas , podendo estes serem não lineares e/ou com parâmetros variáveis . Finalmente , estuda-se o caso particular de sistemas lineares e invariantes no tempo , chegando-se à equação matricial de Ljapunov que é a parte central do Método das Covariâncias (ou Método de Identificação por Médias Quadráticas) , utilizado em todo o trabalho .

2.2. Descrição de Sistemas Dinâmicos por Variáveis de Estado.

Estado e Variáveis de estado : o estado de um sistema

dinâmico é definido pelo menor conjunto de variáveis , chamadas variáveis de estado , tal que seu conhecimento em $t = t_0$, junto com o conhecimento da entrada para $t \geq t_0$, determina completamente o comportamento do sistema em qualquer instante $t \geq t_0$. (Ogata [19])

Vetor de estado : se n variáveis são necessárias para descrever o comportamento de um dado sistema , então elas podem ser consideradas como sendo componentes de um vetor n -dimensional $\underline{x}(t)$, chamado vetor de estado . (Ogata [19])

É importante observar que as variáveis de estado não representam , necessariamente , grandezas físicas e que o conjunto de variáveis escolhido não é único (Chen [01]) .

2.2.1. Sistemas Contínuos no Tempo .

A figura 2.1 mostra , esquematicamente , as entradas , as saídas e os estados internos de um sistema dinâmico .

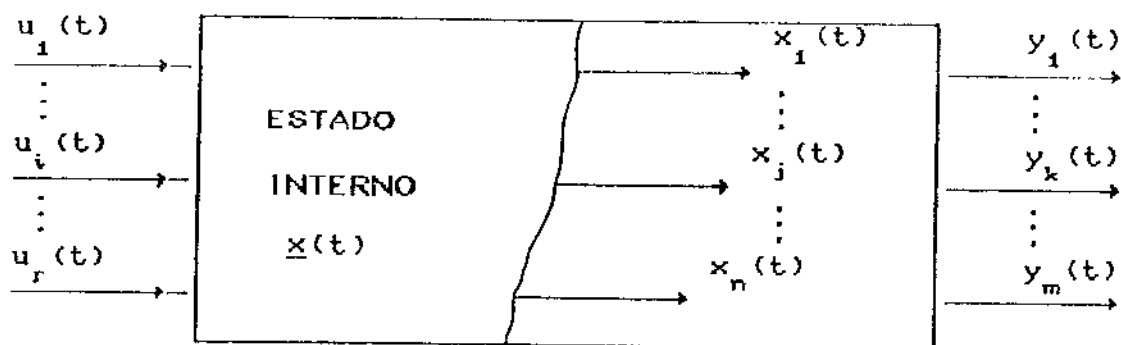


Figura 2.1 - Definição de estado de um sistema dinâmico (reproduzido de Müller [15])

Tem-se , para o sistema da figura 2.1 , os vetores de entrada ($\underline{u}(t)$) , de saída ($\underline{y}(t)$) e de estado ($\underline{x}(t)$) , compostos pelos elementos $u_i(t)$, $i = 1 , \dots , r$, $y_k(t)$, $k =$

$1, \dots, r$ e $x_j(t)$, $j = 1, \dots, n$, respectivamente, ou seja,

$$\underline{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix}, \quad \underline{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix}, \quad \underline{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}.$$

Considerando que o sistema estudado é linear, pode-se propor um modelo matemático descrito por uma equação de estado

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}(t) \underline{x}(t) + \underline{B}(t) \underline{u}(t), \quad \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0 \quad (2.1.a)$$

e uma equação de saída (ou de medição)

$$\underline{y}(t) = \underline{C}(t) \underline{x}(t) + \underline{D}(t) \underline{u}(t), \quad (2.1.b)$$

onde $\underline{A}(t)$ é uma matriz $n \times n$ chamada matriz do sistema;

$\underline{B}(t)$ é a matriz de distribuição, $n \times r$;

$\underline{C}(t)$ é a matriz de saída (ou de medida), $m \times n$;

$\underline{D}(t)$ é a matriz de transição direta, $m \times r$.

O conjunto das equações (2.1) é chamado de equação dinâmica do sistema.

Na maioria das aplicações, a matriz $\underline{D}(t)$ é desconsiderada pois a sua inclusão dificulta, consideravelmente, a análise do sistema.

Uma condição suficiente para (2.1) ter uma solução única é que cada elemento de $\underline{A}(t)$ seja uma função contínua do tempo, onde t é definido em $(-\infty, \infty)$. (Chen [01])

A figura 2.2 mostra o diagrama de blocos da equação dinâmica (2.1), onde também estão representados os ruídos do processo, $\underline{v}(t)$, e de observação, $\underline{n}(t)$, que não serão considerados neste estudo.

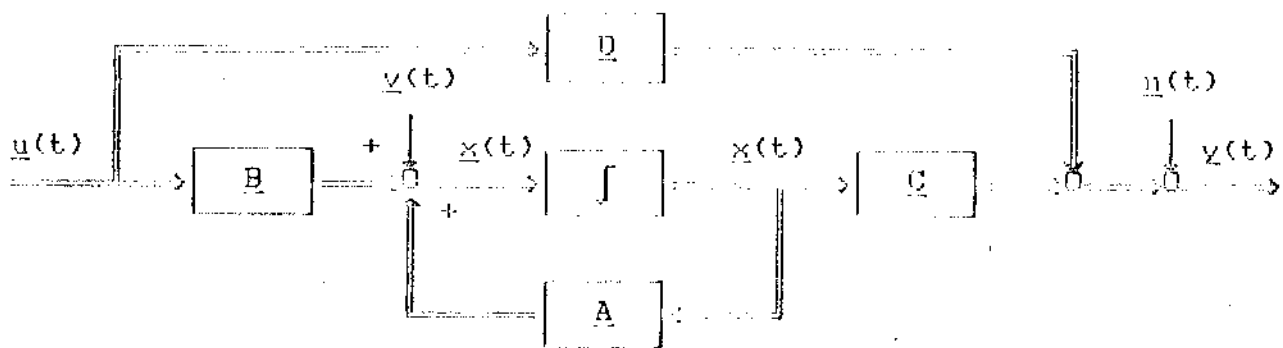


Figura 2.2 - Diagrama de blocos matricial da equação dinâmica (2.1) .

Para obter a solução geral da equação de estado (2.1.a) , considera-se primeiro n soluções linearmente independentes (L.I) da homogênea associada

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}(t) \underline{x}(t) \quad (2.2)$$

e define-se uma matriz $\underline{\Psi}$, chamada matriz fundamental de soluções de (2.2) , formada pela disposição , em colunas , das n soluções L.I. consideradas .

A solução da equação de estado (2.1.a) é dada por (Chen [01])

$$\underline{x}(t) = \underline{\Phi}(t, t_0) \left[\underline{x}_0 + \int_{t_0}^t \underline{\Phi}(t_0, \tau) \underline{B}(\tau) \underline{u}(\tau) d\tau \right] , \quad (2.3)$$

onde $\underline{\Phi}(t, t_0)$ é a matriz de transição de estados e é definida por

$$\underline{\Phi}(t, t_0) = \underline{\Psi}(t) \underline{\Psi}^{-1}(t_0) , \text{ para todo } t , t_0 \text{ em } (-\infty , \infty)$$

ou , correspondentemente , é a única solução de

$$\frac{\partial}{\partial t} \underline{\Phi}(t, \tau) = \underline{A}(t) \underline{\Phi}(t, \tau) , \quad \underline{\Phi}(\tau, \tau) = \underline{I} , \quad (2.4)$$

$\underline{\Phi}(\cdot)$ é qualquer matriz fundamental de (2.2) e $\underline{I}$ é a matriz identidade.

A matriz de transição de estados tem algumas propriedades muito importantes:

1. $\underline{\Phi}(t, t) = \underline{I}$,
2. $\underline{\Phi}^{-1}(t, t_0) = \underline{\Phi}(t_0, t)$,
3. $\underline{\Phi}(t_2, t_0) = \underline{\Phi}(t_2, t_1) \underline{\Phi}(t_1, t_0)$, $\forall t, t_0, t_1, t_2$ em $(-\infty, \infty)$.

Obtida (2.3), torna-se fácil escrever uma solução geral para a equação dinâmica (2.1):

$$\underline{y}(t) = \underline{C}(t) \underline{\Phi}(t, t_0) \left[\underline{x}_0 + \int_{t_0}^t \underline{\Phi}(t_0, \tau) \underline{B}(\tau) \underline{u}(\tau) d\tau \right] + \underline{D}(t) \underline{u}(t). \quad (2.5)$$

No caso de sistemas invariantes no tempo, pode-se reescrever a equação dinâmica na forma

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B} \underline{u}(t), \quad \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0 \quad (2.6.a)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C} \underline{x}(t) + \underline{D} \underline{u}(t). \quad (2.6.b)$$

Sabe-se que

$$\frac{d}{dt} e^{\underline{A}t} = \underline{A} e^{\underline{A}t},$$

e como $e^{\underline{A}t}$ é não singular, ela é uma matriz fundamental de soluções. Logo, a matriz de transição de estados da homogênea associada a (2.6.a) é

$$\underline{\Phi}(t, t_0) = e^{\underline{A}t} (e^{\underline{A}t_0})^{-1} = e^{\underline{A}(t-t_0)}.$$

Portanto, a solução da equação de estado (2.6.a), para

$t_0 = 0$, é dada por

$$\underline{x}(t) = e^{\underline{A}t} \left[\underline{x}_0 + \int_0^t e^{-\underline{A}\tau} \underline{B} \underline{u}(\tau) d\tau \right] . \quad (2.8)$$

2.2.2. Sistemas Discretos no Tempo .

No caso em que se deseja avaliar o estado $\underline{x}(t)$ usando um computador digital , é conveniente converter a equação do estado (2.1.a) , contínua no tempo , onde se precisa recorrer a integradores numéricos para a solução do problema , para uma outra forma discreta , na qual se usa apenas uma fórmula recursiva .

Para fazer tal transformação , considerase a equação de estado contínua no tempo e com parâmetros constantes

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B} \underline{u}(t) , \quad \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0 , \quad (2.8)$$

e assume-se que o vetor de entrada $\underline{u}(t)$ mude de valor somente em intervalos de tempo , T , igualmente espaçados , ou seja , $\underline{u}(t) = \underline{u}(kT)$ para $kT \leq t < (k+1)T$ e $k = 0,1,2,\dots$

Como já foi visto , a solução de (2.8) , se $t_0 = 0$, é

$$\underline{x}(t) = e^{\underline{A}t} \underline{x}_0 + e^{\underline{A}t} \int_0^t e^{-\underline{A}\tau} \underline{B} \underline{u}(\tau) d\tau ,$$

e suas correspondentes discretas , para o $(k+1)$ -ésimo e o k -ésimo períodos de amostragem são , respectivamente :

$$\underline{x}([k+1]T) = e^{\underline{A}[k+1]T} \underline{x}_0 + e^{\underline{A}[k+1]T} \int_0^{[k+1]T} e^{-\underline{A}\tau} \underline{B} \underline{u}(\tau) d\tau \quad (2.9)$$

e

$$\underline{x}(kT) = e^{\underline{A}kT} \underline{x}_0 + e^{\underline{A}kT} \int_0^{kT} e^{-\underline{A}\tau} \underline{B} \underline{u}(\tau) d\tau . \quad (2.10)$$

Multiplicando (2.10) por $e^{\underline{A}T}$ e subtraído de (2.9) ,
obtem-se

$$\underline{x}([k+1]T) = e^{\underline{A}T} \underline{x}(kT) + \left[\int_0^T e^{\underline{A}\lambda} \underline{B} d\lambda \right] \underline{u}(kT) , \quad (2.11)$$

onde $\lambda = T - t$. Definindo

$$\underline{G}(T) = e^{\underline{A}T} \quad (2.12)$$

e

$$\underline{H}(T) = \left[\int_0^T e^{\underline{A}t} \underline{B} dt \right] , \quad (2.13)$$

chega-se à forma final da equação de estado discreta no tempo :

$$\underline{x}([k+1]T) = \underline{G}(T) \underline{x}(kT) + \underline{H}(T) \underline{u}(kT) , \quad \underline{x}(0) = \underline{x}_0 . \quad (2.14)$$

Sabe-se (Ogata [19]) que a matriz $e^{\underline{A}t}$ pode ser expandida
em uma série infinita de potência :

$$e^{\underline{A}T} = \left[\underline{I} + \underline{A}T + \frac{\underline{A}^2 T^2}{2!} + \dots + \frac{\underline{A}^k T^k}{k!} + \dots \right] . \quad (2.15)$$

Para T suficientemente pequeno , o erro ao desconsiderar os
termos da série (2.15) que contém potências maiores ou igual a 2 é
desprezível .

Assim , a expressão final para sistemas discretas no tempo ,
com intervalo de amostragem suficientemente pequeno , e parâmetros
constantes fica

$$\underline{x}(k+1) = \left[\underline{I} + \underline{A}T \right] \underline{x}(k) + T \underline{B} \underline{u}(k) , \quad \underline{x}(0) = \underline{x}_0 . \quad (2.16)$$

2.3. Estabilidade de Sistemas Dinâmicos .

Existem diversos métodos para se estudar o comportamento de

estabilidade de um sistema dinâmico . Por exemplo , se o sistema é linear e invariante no tempo , pode-se usar os critérios de Nyquist ou de Routh (Park/Hann [20] , D'Azzo/Houpis [03]) . Sabendo que uma condição suficiente para que a origem do sistema , contínuo no tempo ,

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \underline{x}(t) ,$$

seja assintoticamente estável é que todos os auto-valores de $\underline{A}$ tenham partes reais negativas , ou seja , os zeros do polinômio característicos

$$| s \underline{I} - \underline{A} | = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n$$

tenham partes reais negativas (figura 2.3) . No caso de sistemas discretos

$$\underline{x}(k+1) = \underline{G} \underline{x}(k) ,$$

a condição suficiente e necessária para que a origem $\underline{x} = \underline{0}$ seja assintoticamente estável é que todos os auto-valores de $\underline{G}$ tenham magnitudes menores que a unidade , ou seja , os zeros do polinômio característico

$$| z \underline{I} - \underline{A} | = z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_{n-1} z + a_n$$

estejam dentro do círculo unitário centrado na origem do plano z . (figura 2.4)

Contudo , se o sistema é não linear , ou linear mas com parâmetros variantes no tempo , estes métodos não se aplicam . Provavelmente , o segundo método (ou método direto) de Ljapunov seja o mais geral dentre aqueles conhecidos , podendo ser aplicado

a sistemas de qualquer ordem , lineares e não lineares , variantes no tempo ou não ; com a vantagem de não ser preciso resolver a equação de estado para fazer a análise .

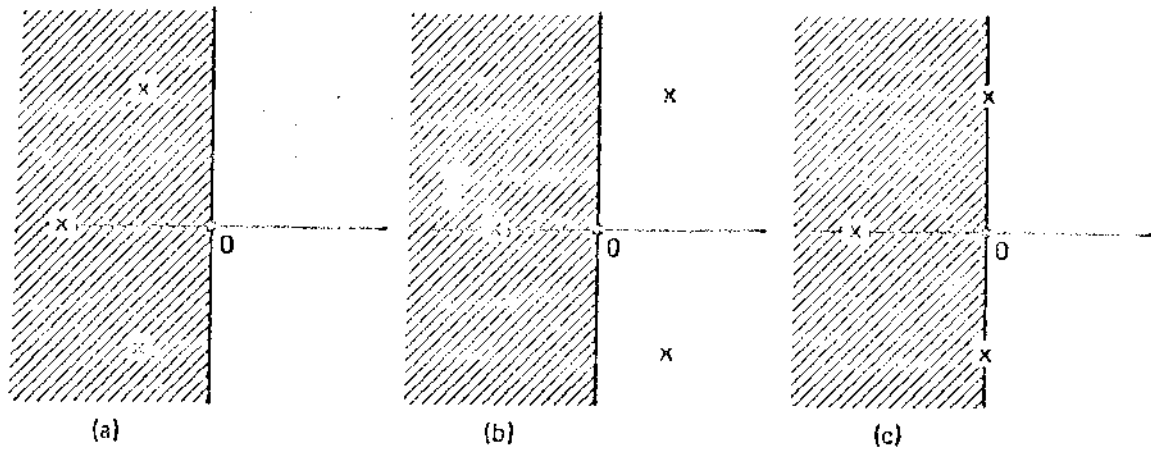


Figura 2.3 - Auto-valores e estabilidade em um sistema contínuo .
 (a) Assintoticamente estável . (b) Instável . (c) Estabilidade crítica .

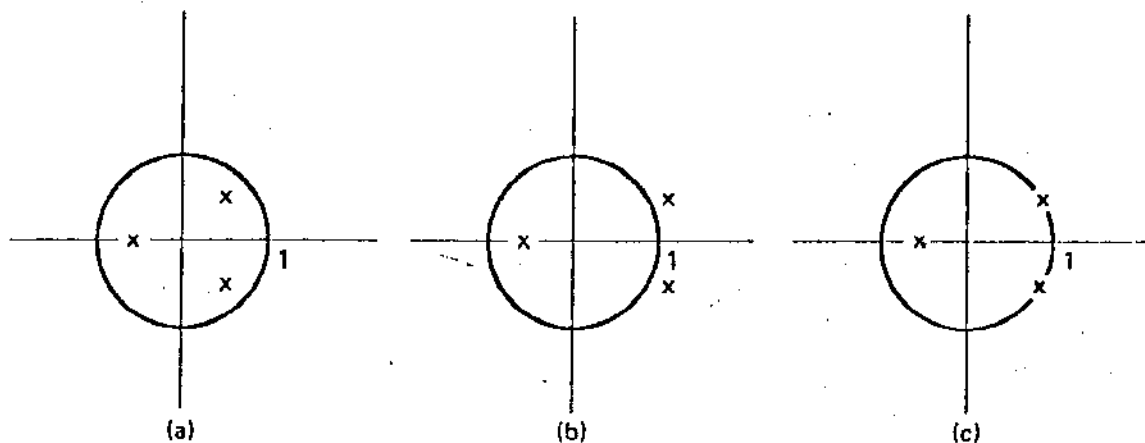


Figura 2.3 - Auto-valores e estabilidade em um sistema discreto .
 (a) Assintoticamente estável . (b) Instável . (c) Estabilidade crítica .

A aplicação deste método em sistemas lineares e invariantes no tempo fornecerá a equação básica para o desenvolvimento do processo de identificação a ser descrito no capítulo III.

Antes de formular o critério de estabilidade de Ljapunov, apresentaremos algumas definições.

2.3.1. Definições.

Estado de equilíbrio : um ponto $\bar{x}$ é um estado de equilíbrio se, uma vez que o vetor de estado torna-se igual a $\bar{x}$, ele se mantém assim para todos os instantes futuro.

Ou seja, dado o sistema dinâmico contínuo

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t), \quad (2.17)$$

o vetor $\bar{x}(t)$ é um ponto de equilíbrio se ele satisfaz

$$f(\bar{x}(t), t) = 0, \quad \text{para todo } t$$

ou, para o sistema discreto

$$x(k+1) = f(x(k), k) \quad (2.18)$$

o vetor $\bar{x}(k)$ é uma posição de equilíbrio se satisfaz

$$\bar{x}(k) = f(\bar{x}(k), k), \quad \text{para todo } k.$$

Função positiva definida : uma função escalar $V(x)$ é dita positiva definida em uma região Ω , incluindo a origem do espaço de estado, se $V(x) > 0$ para todo $x \neq 0$ em Ω e $V(0) = 0$.

Função negativa definida : uma função escalar $V(x)$ é dita negativa definida se $-V(x)$ é positiva definida.

Função positiva semi-definida : uma função escalar $V(\underline{x})$ é dita positiva semi-definida em uma região Ω , incluindo a origem do espaço de estados, se $V(\underline{x}) \geq 0$ para todo $\underline{x}$ em Ω .

Função negativa semi-definida : uma função escalar $V(\underline{x})$ é dita negativa semi-definida se $-V(\underline{x})$ é positiva semi-definida.

Função indefinida : uma função escalar $V(\underline{x})$ é dita indefinida se ela assume valores positivos e negativos, não importando quão pequena seja a região Ω .

Forma quadrática de uma função : uma função escalar $V(\underline{x})$ tem uma forma quadrática quando ela pode ser escrita da seguinte maneira :

$$V(\underline{x}) = \underline{x}^T \underline{P} \underline{x} ,$$

onde se considera $\underline{P}$ uma matriz real e simétrica. $\underline{P}$ determina se a forma quadrática é positiva ou negativa, definida ou semi-definida. Do critério de Sylvester sabe-se que para uma matriz ser positiva definida (ou semi-definida) então todos os menores principais têm que ser maiores que zero (ou apenas positivos). Ou seja, se $\underline{P}$ é uma matriz $n \times n$ então, para que seja positiva definida, deve-se ter

$$p_{11} > 0 , \quad \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{vmatrix} > 0 , \quad \dots , \quad \begin{vmatrix} p_{11} & \dots & p_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & \dots & p_{nn} \end{vmatrix} > 0 ,$$

onde a condição de estritamente maior que zero passa a ser apenas de estritamente positivo se a matriz $\underline{P}$ deve ser positiva semi-definida. (Lembrar que $\underline{P}$ é negativa definida se $-\underline{P}$ é positiva definida.)

2.3.2. Método direto de Ljapunov .

Seja $\bar{x}$ um estado de equilíbrio de (2.17) no caso contínuo , ou (2.18) no caso discreto , e uma região esférica , $S(\bar{x}, R)$, de raio R e centrada em $\bar{x}$, ou seja , $S(\bar{x}, R)$ é um conjunto de pontos satisfazendo

$$\| \underline{x} - \bar{x} \| \leq R ,$$

onde $\| \underline{x} - \bar{x} \|$ é chamada norma Euclidiana e é definida por

$$\| \underline{x} - \bar{x} \| = \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_i)^2 \right]^{1/2} .$$

Assim , tem-se as seguintes definições de estabilidade , segundo Ljapunov (Luenberger [13]) :

1. A posição de equilíbrio $\bar{x}$ do sistema (2.17) , ou (2.18) no caso discreto , será dita estável se para qualquer instante t_0 e qualquer $R > 0$, existe um $r = r(R, t_0)$, $0 < r < R$, tal que para uma condição inicial em $S(\bar{x}, r)$, então $\underline{x}(t)$ (ou $\underline{x}(k)$) está dentro de $S(\bar{x}, R)$ para todo $t \geq t_0$.

Observação : se r não depende de t_0 então a posição de equilíbrio é dita uniformemente estável .

2. A posição de equilíbrio $\bar{x}$ do sistema (2.17) , ou (2.18) no caso discreto , será dita assintoticamente estável se ela for estável e , mais ainda , se existir um $R_0 > 0$ tal que se o estado inicial estiver em $S(\bar{x}, R_0)$, $\underline{x}(t)$ (ou $\underline{x}(k)$) converge para $\bar{x}$, sem deixar $S(\bar{x}, R)$, quando o tempo cresce indefinidamente .

3. A posição de equilíbrio $\underline{x}$ será dita marginalmente estável (possui um limite de estabilidade) se ela for estável mas não assintoticamente estável , ou seja , existe pelo menos uma

situação $\underline{x}(t_0)$ (ou $\underline{x}(0)$) tal que $\underline{x}(t)$ (ou $\underline{x}(k)$) não satisfaça as condições da definição 2 .

4. A posição de equilíbrio $\bar{x}$ será dita instável se ela não for estável , ou seja , se para algum $R > 0$ e qualquer $r > 0$, existe um ponto na região $S(\bar{x}, r)$ tal que se a posição inicial coincide com este ponto , então o estado sai fora de $S(\bar{x}, R)$.

A figura 2.5 mostra a posição de equilíbrio e trajetórias de estado típicas de sistemas estáveis , instáveis o assintoticamente estáveis .

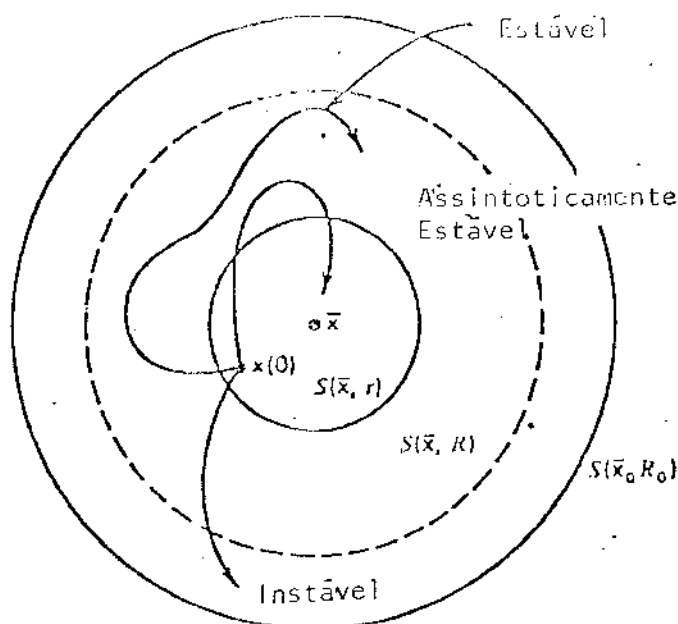


Figura 2.5 - Conceitos de estabilidade segundo Ljapunov .

Se a estabilidade assintótica de uma posição de equilíbrio vale para qualquer ponto inicial dentro do espaço de estados , então diz-se que esta posição é assintoticamente estável no sentido global . Obviamente , isto exige que o sistema tenha somente um único ponto de equilíbrio .

Um conceito muito importante para se estudar estabilidade através do método direto é o de funções de Ljapunov .

Considere um ponto de equilíbrio $\bar{x}$ do sistema dinâmico

contínuo (2.17) , ou (2.18) para o caso discreto . Uma função de Ljapunov para este sistema e esta posição de equilíbrio é uma função real $V(\underline{x},t)$, definida em uma região Ω contendo $\bar{\underline{x}}$, e que satisfaz as seguintes condições :

1. $V(\underline{x},t)$ é contínua ;
2. $V(\underline{x},t)$ tem um único mínimo em $\bar{\underline{x}}$, em relação a todos os outros pontos em Ω ;
3. o valor de $V(\underline{x},t)$ nunca cresce , seja qual for a trajetória de estado , contida em Ω , seguida . Isto significa que , para o sistema contínuo (2.17) ,

$$\dot{V}(\underline{x}(t),t) = \frac{\partial V}{\partial t} + \underline{\nabla} V(\underline{x}(t),t) \underline{f}(\underline{x}(t),t) \leq 0$$

para todo $\underline{x}(t)$ em Ω , onde $\underline{\nabla}$ é o vetor gradiente definido por

$$\underline{\nabla} V(\underline{x}(t),t) = \left[\frac{\partial}{\partial x_1} V(\underline{x}(t),t) \quad \dots \quad \frac{\partial}{\partial x_n} V(\underline{x}(t),t) \right]$$

e , para o sistema discreto (2.18) ,

$$\Delta V(\underline{x}(k),k) = V(\underline{f}(\underline{x}(k),k)) - V(\underline{x}(k),k) \leq 0$$

para todo $\underline{x}(k)$ em Ω .

A seguir é enunciado o teorema principal de estabilidade chamado Método Direto de Ljapunov .

"Se existe uma função de Ljapunov $V(\underline{x}(t),t)$, ou $V(\underline{x}(k),k)$, em uma região esférica $S(\underline{x},R_0)$, então o ponto de equilíbrio $\bar{\underline{x}}$ é estável . Se , além disso , a função $\dot{V}(\underline{x}(t),t)$, ou $\Delta V(\underline{x}(k),k)$, for negativa definida , então a estabilidade de $\underline{x}$ é assintótica . E mais ainda , se $\dot{V}(\underline{x}(t),t) \rightarrow \infty$ (ou $\Delta V(\underline{x}(k),k) \rightarrow \infty$) quando $\|\underline{x} - \bar{\underline{x}}\| \rightarrow \infty$, então a posição de equilíbrio é assintoticamente estável no sentido global ." (Luenberger [13])

O conceito de função de Ljapunov e o teorema de estabilidade podem ser generalizados para tratar de situações especiais como , por exemplo , o caso em que $\dot{V}(\underline{x}(t),t)$ (ou $\Delta V(\underline{x}(k),k)$) não é negativa definida mas apenas semi-definida . O teorema afirma que o sistema é estável mas não garante que a estabilidade é assintótica ; ou quando o sistema não possui uma posição de equilíbrio mas tendam , quando o tempo cresce , para uma trajetória fixa (ciclo limite) .

Esta versão do segundo método de Ljapunov não será apresentada aqui , pois a formulação anterior já é adequada para se estudar sistemas lineares , mas pode ser encontrada , por exemplo , em D'azzo/Houpis [03] , Luenberger [13] .

2.3.3. Aplicação do Método Direto de Ljapunov a sistemas lineares .

A obtenção das funções de Ljapunov se constitui em um grande problema para a utilização do método de análise de estabilidade apresentado . Contudo , quando se trata de sistemas dinâmicos lineares , ou seja , do tipo

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}(t) \underline{x}(t) \quad , \quad \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0 \quad (2.19)$$

no caso contínuo e

$$\underline{x}(k+1) = \underline{G}(k) \underline{x}(k) \quad , \quad \underline{x}(0) = \underline{x}_0 \quad (2.20)$$

no caso discreto ($\underline{A}(t)$ e $\underline{G}(k)$ são matrizes não singulares) , alguns resultados importantes podem ser obtidos ao se propor uma forma quadrática para a função de Ljapunov . Obviamente , a única

posição de equilíbrio de (2.19) e (2.20) é a origem do espaço de estados $\underline{\bar{x}} = \underline{0}$.

Considere, portanto, para o sistema contínuo (2.19) uma função $V(\underline{x}(t), t)$ dada por

$$V(\underline{x}(t), t) = \underline{x}^T(t) \underline{P}(t) \underline{x}(t), \quad (2.21)$$

onde $\underline{P}(t)$ é uma matriz real simétrica e positiva definida. Seja ainda $V(\underline{x}(t), t)$ contínua e com suas derivadas parciais primeiras também contínuas. Derivando-se (2.21) em relação ao tempo obtém-se

$$\dot{V}(\underline{x}(t), t) = \underline{x}^T(t) \left[\dot{\underline{P}}(t) + \underline{A}^T(t) \underline{P}(t) + \underline{P}(t) \underline{A}(t) \right] \underline{x}(t). \quad (2.22)$$

Para que a posição de equilíbrio $\underline{x}(t) = \underline{0}$ seja assintoticamente estável (ou apenas estável) basta que a matriz entre colchetes do lado direito da equação (2.22) seja negativa definida (ou negativa semi-definida). Fazendo

$$\dot{\underline{P}}(t) + \underline{A}^T(t) \underline{P}(t) + \underline{P}(t) \underline{A}(t) = -\underline{Q}(t), \quad (2.23)$$

onde $\underline{Q}(t)$ é uma matriz real e simétrica, chega-se ao seguinte resultado:

"Se, dada uma matriz $\underline{Q}(t)$ real, simétrica e positiva definida (ou apenas semi-definida), a equação (2.23) tiver como solução uma matriz $\underline{P}(t)$ positiva definida, então o sistema (2.19) é assintoticamente estável (ou estável)."

Quando o sistema (2.19) é invariante no tempo, tem-se

$$\underline{A}^T \underline{P} + \underline{P} \underline{A} = -\underline{Q}, \quad (2.24)$$

que é conhecida como equação matricial de Ljapunov.

No caso do sistema discreto (2.20) , assume-se uma função $V(\underline{x}(k), k)$ da forma

$$V(\underline{x}(k), k) = \underline{x}^T(k) \underline{P}(k) \underline{x}(k) , \quad (2.25)$$

onde $\underline{P}(k)$ é uma matriz real , simétrica e positiva definida . Seja

$$\Delta V(\underline{x}(k), k) = V(\underline{x}(k+1), k+1) - V(\underline{x}(k), k) ,$$

que é a correspondente discreta da derivada $\dot{V}(\underline{x}(t), t)$.

Assim ,

$$\Delta V(\underline{x}(k), k) = \underline{x}^T(k) \left[\underline{G}^T(k) \underline{P}(k+1) \underline{G}(k) - \underline{P}(k) \right] \underline{x}(k) . \quad (2.26)$$

Para que o sistema seja assintoticamente estável é necessário que a matriz entre colchetes do lado direito da equação (2.26) seja negativa definida . Logo , fazendo

$$\underline{G}^T(k) \underline{P}(k+1) \underline{G}(k) - \underline{P}(k) = -\underline{Q}(k) , \quad (2.27)$$

onde $\underline{Q}(k)$ é uma matriz real e simétrica , chega-se à seguinte conclusão :

"Se , dada uma matriz $\underline{Q}(k)$ real , simétrica e positiva definida (ou apenas semi-definida) , a equação (2.27) tiver como solução uma matriz $\underline{P}(k)$ positiva definida , então o sistema (2.20) é assintoticamente estável (ou estável) ."

Se o sistema é invariante no tempo , então $\underline{P}(k) = \underline{P}(k+1) = \underline{P}$ e tem-se

$$\underline{G}^T \underline{P} \underline{G} - \underline{P} = -\underline{Q} , \quad (2.28)$$

que é a equação matricial de Ljapunov para o caso de sistemas discretos e invariantes no tempo .

As equações (2.23) e (2.27) ou , no caso de sistemas invariantes com o tempo (2.24) e (2.28) constituem a base de um processo de identificação dos parâmetros das matrizes $\underline{A}$ (ou $\underline{G}$) apresentado no capítulo que se segue .

CAPÍTULO III

MÉTODO DAS COVARIÂNCAS

3.1. Introdução.

No capítulo II foram apresentados alguns conceitos, definições e resultados muito importantes no estudo de sistemas dinâmicos lineares.

Com base nesses resultados, em especial a equação matricial de Ljapunov, desenvolve-se aqui o processo de identificação de parâmetros de sistemas dinâmicos, chamado Método das Covariâncias (ou Método de Identificação por Médias Quadráticas), que será aquele utilizado ao longo do trabalho.

A técnica de estimação de parâmetros que será apresentada, tem sido bastante estudada (por exemplo, Weber/Schiehlen [32] e [33], Dias/Weber [04], Kallenbach [10]) e tem, de forma geral, apresentado resultados bastante bons em diversas aplicações (Schiehlen/Kallenbach [27]). Kozin [11] e [12] e Wedig [34] e [35] apresentam técnicas bastante semelhantes a esta, usando os mesmos conceitos de média e covariância das saídas do sistema aqui utilizados, mas com a diferença de que o primeiro tem a necessidade de medir a força de excitação para poder estimar os parâmetros do sistema. Isto nem sempre é um procedimento possível na prática e, por esta razão, assume-se, durante todo este trabalho, que não são conhecidas as entradas, embora se saiba tratar-se de um sinal aleatório (figura 1.2).

Principalmente , utiliza-se o método para identificação dos parâmetros de um sistema dinâmico , excitado por um processo branco , gaussiano , ergódico , estacionário , com média zero e intensidade F .

Em seguida , assumindo-se um ruído colorido como entrada , gerado a partir de um ruído branco como o adotado anteriormente , estima-se as características do sistema , bem como as da força de excitação .

Como será visto adiante , nem sempre o número de equações obtidas utilizando o Método das Covariâncias é suficiente para se determinar , unicamente , as incógnitas do problema de identificação . Para resolver esta questão , são usados filtros lineares acoplados ao sistema dinâmico , e cujas saídas também serão incluídas ao vetor de estado , gerando assim , através da aplicação da equação de Ljapunov , um número maior de equações , sem aumentar o número de incógnitas ; uma vez que os filtros são completamente conhecidos .

A escolha adequada das características dos filtros constitui-se de um grande problema na utilização deste método . Alguns estudos preliminares já foram feitos neste sentido (por exemplo Weber/Schiehlen [32] e Dias/Weber [04]) , onde se mostrou a grande influência dos parâmetros do filtro na estabilidade e na convergência das estimativas das características do sistema dinâmico , bem como nos valores finais identificados . Contudo , este é um problema que não será discutido aqui , por se tratar de um assunto bastante amplo e complexo e que não se encontra dentro dos objetivos do trabalho .

Todo o equacionamento é feito para sistemas com um número qualquer , N , de graus de liberdade e , para cada caso

apresentado , o método é testado em um sistema de um grau de liberdade .

3.2. Descrição do Problema .

Para um sistema dinâmico , invariante no tempo e estacionário , obteve-se em 2.24 , uma expressão do tipo

$$\underline{A}^T \underline{P} + \underline{P} \underline{A} + \underline{Q} = \underline{0} , \quad (3.1)$$

conhecida como equação estricial algébrica de Ljapunov , que permite caracterizar , completamente , o comportamento de estabilidade do sistema em estudo .

Pode-se chegar a um resultado semelhante a (3.1) de uma forma diferente daquela utilizada no capítulo II (ver Müller [15] , Kallenbach [10]) :

Considera-se um sistema linear , invariante no tempo e descrito pela equação estado

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B} \underline{v}(t) , \quad \underline{x}(t=0) = \underline{x}_0 , \quad (3.2)$$

onde a excitação $\underline{v}(t)$ é suposta , a princípio , um processo vetorial estocástico com média

$$E (\underline{v}(t)) = \underline{m}_v(t)$$

e matriz da correlação

$$E ([\underline{v}(t_1) - \underline{m}_v(t_1)] [\underline{v}(t_2) - \underline{m}_v(t_2)]^T) = \underline{C}_{vv}(t_1, t_2) ,$$

onde o operador $E(\quad)$ significa esperança matemática .

A matriz de covariância da saída do sistema (3.2) é

$$\underline{P}_{xx}(t) = E (\underline{x}(t) \underline{x}(t)^T) = \underline{P}_{xx}^T(t) \quad (3.3)$$

e a matriz de covariância cruzada entre a entrada e a saída é dada por

$$\underline{P}_{\underline{xv}}(t) = E (\underline{x}(t) \underline{v}(t)^T) = \underline{P}_{\underline{vx}}^T(t) . \quad (3.1)$$

Usando-se (3.3) , (3.4) e a equação de estado (3.2) , tem-se

$$\begin{aligned} \dot{\underline{P}}_{\underline{xx}}(t) &= E (\dot{\underline{x}}(t) \underline{x}(t)^T + \underline{x}(t) \dot{\underline{x}}(t)^T) \\ &= E ([\underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B} \underline{v}(t)] \underline{x}(t)^T + \\ &\quad \underline{x}(t) [\underline{x}(t)^T \underline{A}^T + \underline{v}(t)^T \underline{B}^T]) \end{aligned}$$

e finalmente

$$\dot{\underline{P}}_{\underline{xx}}(t) = \underline{A} \underline{P}_{\underline{xx}}(t) + \underline{P}_{\underline{xx}}(t) \underline{A}^T + \underline{B} \underline{P}_{\underline{xv}}(t) + \underline{P}_{\underline{xv}}(t) \underline{B}^T.$$

Considerando que $\underline{v}(t)$ é um ruído branco cuja matriz de correlação é dada por

$$\underline{C}_{\underline{vv}}(t_1, t_2) = \underline{F} \delta(t_1, t_2) , \quad (3.5)$$

onde $\underline{F}$ é a matriz de intensidade do ruído branco e δ é uma função Delta de Dirac , pode-se chegar à equação matricial diferencial de Ljapunov em sua forma mais conhecida

$$\begin{aligned} \dot{\underline{P}}_{\underline{xx}}(t) &= \underline{A} \underline{P}_{\underline{xx}}(t) + \underline{P}_{\underline{xx}} \underline{A}^T + \underline{B} \underline{F} \underline{B}^T \\ &\quad + \underline{B} \underline{m}_{\underline{v}}(t) \underline{m}_{\underline{x}}^T(t) + \underline{m}_{\underline{x}}(t) \underline{m}_{\underline{v}}^T(t) \underline{B}^T, \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde $\underline{m}_{\underline{x}}(t)$ é a média da saída do sistema .

Mas sabe-se que , se a excitação $\underline{v}(t)$ é estacionária então , para o sistema assintoticamente estável (3.2) , a resposta $\underline{x}(t)$ também é estacionária . Logo , conclui-se que a matriz de covariância $\underline{P}_{\underline{xx}}(t)$ tende a uma matriz constante quando o tempo

tende para o infinito , ou seja , $P_{xx} = \lim_{t \rightarrow \infty} P_{xx}(t)$. Portanto , de (3.6) , tem-se :

$$\underline{A} \underline{P}_{xx} + \underline{P}_{xx} \underline{A}^T + \underline{B} \underline{F} \underline{B}^T = - (\underline{B} \underline{P}_{yx} + \underline{P}_{xy} \underline{B}^T) .$$

E ainda , se $\underline{y}(t)$ tem média zero ($m_{\underline{y}}(t) = 0$) , chegamos a

$$\underline{A} \underline{P}_{xx} + \underline{P}_{xx} \underline{A}^T + \underline{B} \underline{F} \underline{B}^T = \underline{0} , \quad (3.7)$$

que é a mesma equação de Ljapunov que (3.1) na qual $\underline{A}$ foi trocado com $\underline{A}^T$ e a matriz $\underline{P}$ passou a ser a matriz de covariância $\underline{P}_{xx}$. A equação de Ljapunov , na forma (3.7) , é que será utilizada no decorrer do trabalho .

Cada elemento da matriz $\underline{P}$ é calculado através de

$$P_{y_1 y_2} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T y_1(t) y_2(t) dt$$

ou , no caso de sistemas discretos ,

$$P_{y_1 y_2} = \lim_{NPT \rightarrow \infty} \frac{1}{NPT} \sum_{i=0}^{NPT} y_1(i) y_2(i) \quad (3.8)$$

Convém lembrar que , se um processo é estatisticamente estacionário , vale

$$\frac{d}{dt} E (y_i^r(t)) = 0$$

$$\text{e} \quad \frac{d}{dt} E (y_i^r(t) y_j^s(t)) = 0 ,$$

para $i, j = 1, \dots, N$ e r, s quaisquer inteiros para os quais os momentos indicados existem .

Logo , pode-se escrever

$$E (y_i^{r-1}(t) \dot{y}_i(t)) = 0 \quad (3.9)$$

e também

$$r E (y_i^{r-1}(t) \dot{y}_i(t) y_j^s(t)) + s E (y_i^r(t) y_j^{s-1}(t) \dot{y}_j(t)) = 0 \quad (3.10)$$

$$i, j = 1, \dots, N ; r, s = 1, 2, \dots$$

Em particular , se $r = 2$ em (3.9) e $r = s = 1$ em (3.10) :

$$E (y_i(t) \dot{y}_i(t)) = 0 \quad (3.11)$$

$$e \quad E (\dot{y}_i(t) y_j(t)) + E (y_i(t) \dot{y}_j(t)) = 0 , \quad (3.12)$$

o que demonstra o fato bem conhecido de que um processo estacionário e sua derivada são não correlatos em qualquer instante . Os resultados (3.11) e (3.12) serão bastante utilizados mais adiante .

Apesar de se poder , com o método a ser apresentado , identificar qualquer sistema dinâmico , satisfazendo as condições de linearidade , estacionariedade e invariância no tempo , anteriormente adotadas , voltar-se-á a atenção para os sistemas mecânicos propriamente ditos , por possuírem uma estrutura de modelo particularmente interessantes (a matriz de estado contém sub-matrizes nulas e identidades , o que simplificará a forma final das equações) e por serem estes sistemas os alvos de aplicações dentro deste trabalho .

3.2.1. Identificação de um sistema mecânico linear , invariante no tempo , excitado por um ruído branco e acoplado por um conjunto de filtros lineares .

Seja o sistema mecânico linear , com N graus de liberdade e descrito pela equação vetorial diferencial de 2^a ordem

$$\underline{M}^* \ddot{\underline{y}}(t) + \underline{C}^* \dot{\underline{y}}(t) + \underline{K}^* \underline{y}(t) = \underline{H} \underline{v}(t) , \quad (3.13)$$

onde : $\underline{y}(t)$ -- vetor posição N-dimensional e o símbolo " ' " representa a derivada em relação ao tempo ;

$\underline{M}^*$ -- matriz de massa , $N \times N$, (simétrica e positiva definida) ;

$\underline{C}^*$ -- matriz $N \times N$ composta pela soma da matriz de amortecimento viscoso (simétrica) e da matriz giroscópica (anti-simétrica) ;

$\underline{K}^*$ -- matriz $N \times N$ composta pelas matrizes de rigidez (simétrica e positiva definida) e das forças não conservativas proporcionais ao deslocamento (anti-simétrica) ;

$\underline{H}$ -- matriz $N \times R$, chamada matriz de distribuição , uma vez que ela distribui as R componentes da entrada $\underline{v}(t)$ entre os N graus de liberdade do sistema ;

$\underline{v}(t)$ -- vetor R-dimensional das forças estocásticas de excitação , consideradas como um processo:

- ergódico ,
- estacionário ,
- branco ,
- média zero e
- intensidade $\underline{F}$ ($R \times R$) .

Considerando $\underline{x} = (\underline{y} \mid \dot{\underline{y}})^T$ como vetor de estado , pode-se reescrever (3.12) na forma

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B} \underline{v}(t) , \quad (3.14)$$

onde

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} \\ -\underline{K} & -\underline{C} \end{bmatrix} , \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{M}^{*-1} \underline{H} \end{bmatrix} ,$$

com $\underline{K} = \underline{M}^{*-1} \underline{K}^* \text{ e } \underline{C} = \underline{M}^{*-1} \underline{C}^* .$

Aplicando-se (3.7) a este sistema :

$$\begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} \\ -\underline{K} & -\underline{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{P}_1 & \underline{P}_2^T \\ \underline{P}_2 & \underline{P}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{P}_1 & \underline{P}_2^T \\ \underline{P}_2 & \underline{P}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} \\ -\underline{K} & -\underline{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{Q} \\ \underline{0} & \underline{Q} \end{bmatrix} , \quad (3.15)$$

onde $\underline{Q} = \underline{B} \underline{F} \underline{B}^T = \underline{M}^{*-1} \underline{H} \underline{F} \underline{H}^T \underline{M}^{*-T} .$

Conforme Weber/Schichlen [32] e Kallenbach [10] , a equação matricial (3.15) fornece $N(3N+1)/2$ equações algébricas . Assim , observando-se a tabela 3.1 , que apresenta o número de equações fornecidas por (3.15) e incógnitas para sistemas de até 4 graus de liberdade , percebe-se , por exemplo , que para um sistema de 1 G.L. em que a excitação não é conhecida , tem-se 3 incógnitas e apenas 2 equações , formando , portanto , um sistema indeterminado . Visando resolver este problema , utilizar-se-ão filtros lineares conhecidos na saída do sistema mecânico . Com isso , aumenta-se o número de elementos do vetor de estado e , conseqüentemente , o número de equações provenientes da aplicação de (3.7) ao novo sistema ; sem , no entanto , acrescer-se a quantidade de incógnitas .

3.2.1.1. Filtro posterior de 1.^a ordem .

Considera-se agora , além do sistema mecânico (3.14) , um filtro passa baixa linear , de primeira ordem , dado por

$$\dot{\underline{w}}(t) + \underline{Z}_1 \underline{w}(t) = \underline{\Delta} \underline{y}(t) , \quad (3.16)$$

onde $\underline{w}(t)$ é um vetor T-dimensional das saídas dos filtros ,

$\underline{Z}_1$ vetor contendo as frequências de corte e

$\underline{\Delta}$ matriz de acoplamento entre o filtro e o sistema mecânico .

Graus de Liberdade	N ^o de Equações	N ^o de Incógnitas		
		A	B	C
1	2	2	3	3
2	7	6	7	10
3	15	12	13	21
4	26	20	21	26

Caso A : $\underline{K}$, $\underline{C}$ simétricas ; $\underline{y}(t)$ completamente conhecida .

Caso B : $\underline{K}$, $\underline{B}$ simétricas ; $\underline{y}(t)$ desconhecida em uma coordenada .

Caso C : $\underline{K}$, $\underline{C}$ não simétricas ; $\underline{y}(t)$ completamente desconhecida .

Tabela 3.1 - Número de equações e incógnitas resultantes do processo de identificação pelo Método das Covariâncias , sem utilização de filtro posterior (reproduzido de Weber/Schiehlen [32]) .

A figura 3.1 mostra , esquematicamente , a relação entre o filtro e o sistema mecânico .

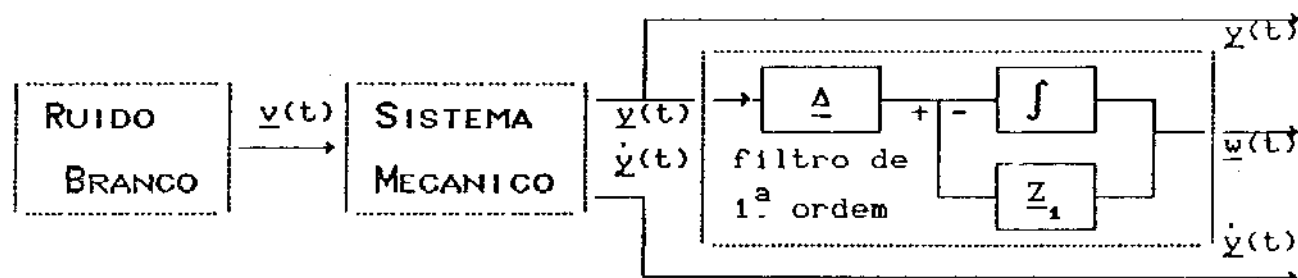


Figura 3.1 - Sistema mecânico com filtro posterior de 1.^a ordem .

Adotando-se $\underline{x} = (\underline{y} \mid \dot{\underline{y}} \mid \underline{w})^T$ como vetor de estado , tem-se

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} & \underline{0} \\ -\underline{K} & -\underline{C} & \underline{0} \\ \underline{\Delta} & \underline{0} & -\underline{Z}_1 \end{bmatrix} , \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{M}^{*-1} \underline{H} \\ \underline{0} \end{bmatrix} .$$

Aplicando-se a equação de Ljapunov a este sistema obtém-se :

$$\underline{P}_2 + \underline{P}_2^T = \underline{0} , \quad (3.17)$$

$$\underline{K} \underline{P}_1 + \underline{C} \underline{P}_2 - \underline{P}_4 = \underline{0} , \quad (3.18)$$

$$[\underline{K} \underline{P}_2^T + \underline{C} \underline{P}_4] + [\underline{K} \underline{P}_2^T + \underline{C} \underline{P}_4]^T = \underline{Q} , \quad (3.19)$$

$$\underline{\Delta} \underline{P}_1 - \underline{Z}_1 \underline{P}_3 + \underline{P}_5 = \underline{0} , \quad (3.20)$$

$$\underline{\Delta} \underline{P}_2^T - \underline{Z}_1 \underline{P}_3 - \underline{P}_3 \underline{K}^T - \underline{P}_3 \underline{C}^T = \underline{0} , \quad (3.21)$$

$$[\underline{\Delta} \underline{P}_2^T - \underline{Z}_1 \underline{P}_3] + [\underline{\Delta} \underline{P}_2^T - \underline{Z}_1 \underline{P}_3]^T = \underline{0} , \quad (3.22)$$

sendo que a matriz de covariância $\underline{P}$ é dada por

$$\underline{P} = \left[\begin{array}{cc|c} \underline{P}_1 & \underline{P}_2^T & \underline{P}_3^T \\ \underline{P}_2 & \underline{P}_4 & \underline{P}_5^T \\ \hline \underline{P}_3 & \underline{P}_5 & \underline{P}_6 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \underline{P}_I & \underline{P}_{II}^T \\ \hline \underline{P}_{II} & \underline{P}_{III} \end{array} \right]$$

e onde os elementos de $\underline{P}_I$ são sub-matrizes $N \times N$, de $\underline{P}_{II}$ são sub-matrizes $T \times N$ e $\underline{P}_{III}$ é uma matriz $T \times T$.

Como se pode perceber , as equações (3.17) até (3.19) relacionam somente os parâmetros do sistema mecânico , enquanto que de (3.20) a (3.22) as características do filtro e do acoplamento também estão presentes .

Exemplo : Sistema de 1 grau de liberdade .

Seja o sistema de 1 G. L.

$$\ddot{y}(t) + \frac{c}{m} \dot{y}(t) + \frac{k}{m} y(t) = \frac{1}{m} v(t) , \quad (3.23)$$

onde $y(t)$ é o deslocamento e " ' " denota derivada em relação ao

tempo ,

m , c , k são a massa , o amortecimento e a rigidez do sistema respectivamente , e

$v(t)$ é a excitação , considerada um ruído branco , e seja também o filtro de primeira ordem

$$\dot{w}(t) + z_1 w(t) = \delta y(t) ,$$

onde z_1 é a frequência de corte e

δ é o fator de acoplamento .

Deseja-se identificar os parâmetros k/m e c/m (é possível também estimar o valor de f/m^2 , onde f é a intensidade do ruído branco) .

Observando-se (3.17) , percebe-se que a matriz soma resultante é composta de elementos que são expressões do tipo (3.11) na diagonal principal e do tipo (3.12) fora dela .

Portanto , para 1 G. L. :

- de (3.17) : $P_2 = 0$,

- de (3.18) : $\left[k / m \right]_e = P_4 / P_1$, (3.24)

- de (3.21) : $\left[c / m \right]_e = - z_1 - \left[k / m \right]_e P_2 / P_3$, (3.25)

- de (3.19) : $\left[f / m^2 \right]_e = 2 \left[c / m \right]_e P_4$, (3.26)

onde o sub-índice " e " significa estimador .

Estas equações serão utilizadas para identificar os parâmetros de um sistema simulado em computador , apresentado no capítulo V .

3.2.1.2. Filtro posterior de 2ª ordem .

Neste caso , os filtros utilizados na saída do sistema mecânico são de segunda ordem , lineares , com parâmetros constantes no tempo e descritos por

$$\ddot{\underline{u}}(t) + \underline{Z}_2 \dot{\underline{u}}(t) + \underline{Z}_1 \underline{u}(t) = \underline{\Gamma} \underline{y}(t) + \underline{\Xi} \underline{v}(t) , \quad (3.27)$$

onde $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ são matrizes $T \times T$ que definem as características do filtro e

$\underline{\Gamma}$, $\underline{\Xi}$ são matrizes $T \times N$ que fazem o acoplamento dos filtros com as saídas do sistema .

A figura 3.2 mostra a ligação entre o sistema mecânico e o filtro .

Seja então

$$\underline{x} = (\underline{y} \mid \dot{\underline{y}} \mid \underline{u} \mid \dot{\underline{u}})^T$$

o vetor de estado . Logo , escrevendo (3.23) e (3.13) na forma de (3.14) tem-se

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{y}} \\ \ddot{\underline{y}} \\ \dot{\underline{u}} \\ \ddot{\underline{u}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} & \underline{0} & \underline{0} \\ -\underline{K} & -\underline{C} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{I} \\ \underline{\Gamma} & \underline{\Xi} & -\underline{Z}_1 & -\underline{Z}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{y} \\ \dot{\underline{y}} \\ \underline{u} \\ \dot{\underline{u}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \underline{v}(t)$$

e , sendo a matriz de covariância dada por

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \underline{P}_1 & \underline{P}_2^T & \underline{P}_3^T & \underline{P}_4^T \\ \underline{P}_2 & \underline{P}_5 & \underline{P}_6^T & \underline{P}_7^T \\ \underline{P}_3 & \underline{P}_6 & \underline{P}_8 & \underline{P}_9^T \\ \underline{P}_4 & \underline{P}_7 & \underline{P}_9 & \underline{P}_{10} \end{bmatrix} ,$$

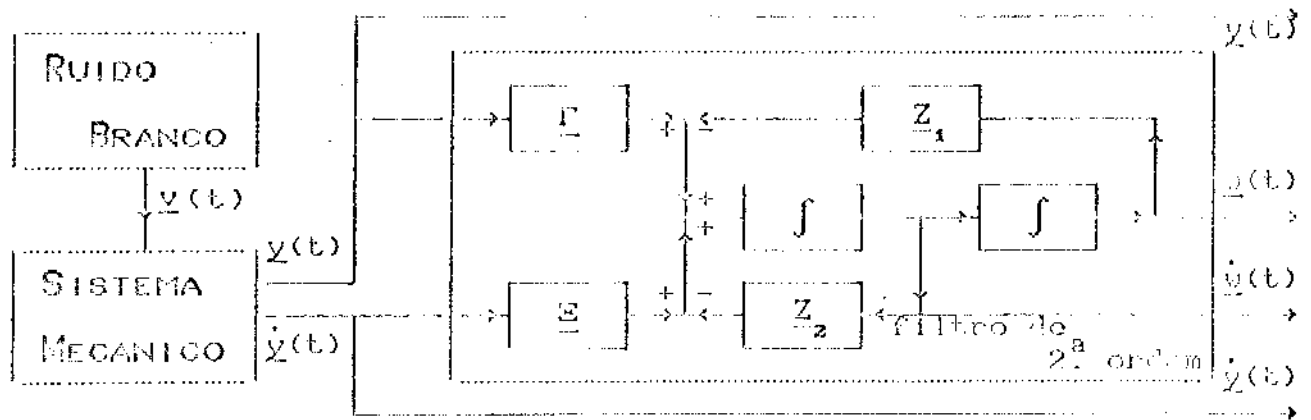


Figura 3.2 - Sistema mecânico com filtro posterior de 2.^a ordem .

obtem-se , de (3.7) :

$$\underline{P}_2 + \underline{P}_2^T = \underline{0} , \quad (3.28)$$

$$\underline{K} \underline{P}_1 + \underline{C} \underline{P}_2 - \underline{P}_3 = \underline{0} , \quad (3.29)$$

$$\underline{K} \underline{P}_3^T + \underline{C} \underline{P}_6^T - \underline{P}_7^T = \underline{0} , \quad (3.30)$$

$$[\underline{K} \underline{P}_2^T + \underline{C} \underline{P}_5] + [\underline{K} \underline{P}_2^T + \underline{C} \underline{P}_5] = \underline{Q} , \quad (3.31)$$

$$\underline{P}_4 + \underline{P}_6^T = \underline{0} , \quad (3.32)$$

$$\underline{\Gamma} \underline{P}_1 + \underline{\Xi} \underline{P}_2 - \underline{Z}_1 \underline{P}_3 - \underline{Z}_2 \underline{P}_4 + \underline{P}_7 = \underline{0} , \quad (3.33)$$

$$\underline{P}_8 + \underline{P}_9^T = \underline{0} , \quad (3.34)$$

$$\underline{K} \underline{P}_4^T + \underline{C} \underline{P}_7^T - \underline{P}_2 \underline{\Gamma}^T - \underline{P}_5 \underline{\Xi}^T + \underline{P}_6^T \underline{Z}_1 + \underline{P}_7^T \underline{Z}_2 = \underline{0} , \quad (3.35)$$

$$\underline{\Gamma} \underline{P}_3^T + \underline{\Xi} \underline{P}_6^T - \underline{Z}_1 \underline{P}_8 - \underline{Z}_2 \underline{P}_9 + \underline{P}_{10} = \underline{0} , \quad (3.36)$$

$$[\underline{\Gamma} \underline{P}_4^T + \underline{\Xi} \underline{P}_7^T - \underline{Z}_1 \underline{P}_9^T - \underline{Z}_2 \underline{P}_{10}] + [\underline{\Gamma} \underline{P}_4^T + \underline{\Xi} \underline{P}_7^T - \underline{Z}_1 \underline{P}_9^T - \underline{Z}_2 \underline{P}_{10}]^T = \underline{0} \quad (3.37)$$

Percebe-se , comparando com o caso anterior , que o número

de equações aumentou enquanto o número de incógnitas é o mesmo .

Exemplo : Sistema de 1 grau de liberdade .

Considerar-se o sistema (3.23) acoplado a um filtro linear de 2.^a ordem dado por

$$\ddot{w}(t) + z_2 \dot{w}(t) + z_1 w(t) = \lambda y(t) + \xi \dot{y}(t) .$$

Percebe-se que , também neste caso , aparecem as equações que confirmam , matematicamente , o fato de que um sinal não é correlato com sua derivada em nenhum instante . (3.28) relaciona $y(t)$ e $\dot{y}(t)$; e (3.24) , $w(t)$ e $\dot{w}(t)$. As equações obtidas para os estimadores da rigidez e do amortecimento do sistema são :

$$\text{- de (3.28) : } P_2 = 0 ,$$

$$\text{- de (3.34) : } P_9 = 0 ,$$

$$\text{- de (3.29) : } \left[k / m \right]_e = P_5 / P_1 , \quad (3.38)$$

$$\text{- de (3.30)}$$

$$\text{e (3.32) : } \left[c / m \right]_e = \left[\left[k / m \right]_e P_3 - P_7 \right] / P_4 , \quad (3.39)$$

$$\text{- de (3.31) : } \left[f / m^2 \right] = 2 \left[c / m \right]_e P_5 .$$

Alternativamente , pode-se conseguir um outro conjunto de equações , incluindo os parâmetros do filtro , que também resolve o problema . Assim , de (3.30) , (3.35) e (3.36) :

$$\left[k / m \right]_e = z_1 + \left[\lambda P_1 P_7 - \xi P_5 P_3 \right] / \left[P_4^2 + P_3 P_7 \right] \quad (3.40)$$

$$\left[c / m \right]_e = - z_2 + \left[\lambda P_1 P_7 + \xi P_5 P_3 \right] / \left[P_4^2 + P_3 P_7 \right] . \quad (3.41)$$

Serão apresentados , no capítulo V , resultados das estimativas da rigidez e do amortecimento do sistema mecânico , obtidas pelas equações (3.38) até (3.41) .

3.2.2. Identificação dos parâmetros de um sistema linear , invariante no tempo , acoplado a um conjunto de filtros lineares , e das características do ruído colorido de 1.^a ordem usado como excitação .

Até agora foram apresentados casos em que o processo $\underline{v}(t)$ de excitação do sistema mecânico era considerado ergódico , gaussiano , estacionário e branco . Além disso , o método de identificação fora utilizado somente para estimação das características do próprio sistema .

Neste item é apresentada situação em que a excitação deixa de ser um ruído branco e passa a ser um ruído colorido gerado a partir da equação

$$\dot{\underline{h}}(t) + \underline{\Psi} \underline{h}(t) = \underline{V} \underline{v}(t) , \quad (3.42)$$

onde $\underline{\Psi}$ é a matriz $T \times T$ das características do ruído colorido $\underline{h}(t)$ que , neste caso , será considerada diagonal ($\underline{\Psi} = \text{diag.} \underline{\Psi}$) ,

$\underline{V}$ é a matriz $T \times T$ de distribuição .

A densidade espectral de potência de uma componente do processo colorido $\underline{h}(t)$ gerado por (3.42) é (ver Müller/Schiehlen [16])

$$S_{\underline{h}}(\omega) = \frac{\gamma^2 q_v}{\gamma^2 + \Omega^2} , \quad (3.43)$$

onde q_v é a intensidade do ruído branco $\underline{v}(t)$,

γ é o fator característico do ruído colorido e

Ω é a frequência .

A função (3.43) é mostrada na figura 3.3 .

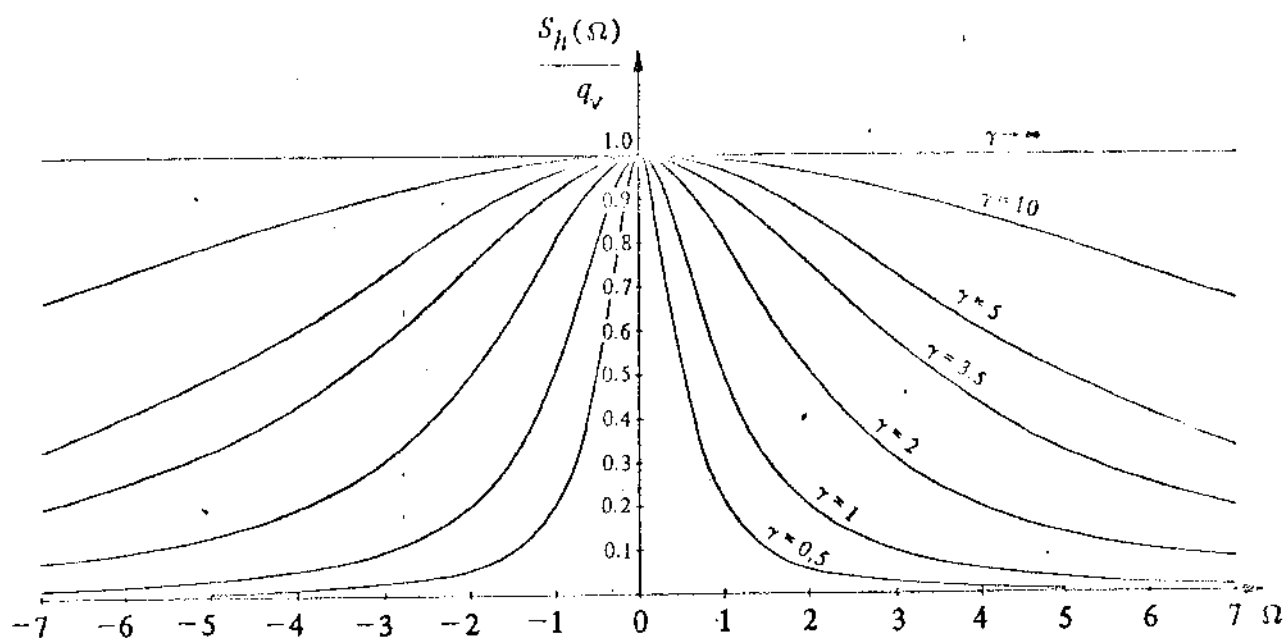


Figura 3.3 - Densidade Espectral de Potência do ruído colorido .

O processo $\underline{h}(t)$ é utilizado para excitar o sistema mecânico (3.13) , do qual se deseja identificar os parâmetros . Contudo , supõe-se que as características dessa perturbação externa , ou seja , os elementos da matriz $\underline{\Psi}$, também não são conhecidas , precisando-se , portanto , estimá-las .

Considera-se , novamente , a utilização de filtros de 1.^a e 2.^a ordens .

3.2.2.1. Filtro posterior de 1.^a ordem .

Sejam os filtros de 1.^a ordem (3.16) e o sistema mecânico (3.13) reescrito a seguir :

$$\underline{M}^* \ddot{\underline{y}}(t) + \underline{C}^* \dot{\underline{y}}(t) + \underline{K}^* \underline{y}(t) = \underline{G}^* \underline{h}(t) , \quad (3.44)$$

onde a perturbação externa $\underline{h}(t)$ é um ruído colorido gerado através de (3.42).

A figura 3.3. mostra , esquematicamente , o relacionamento excitação/sistema mecânico/filtro .

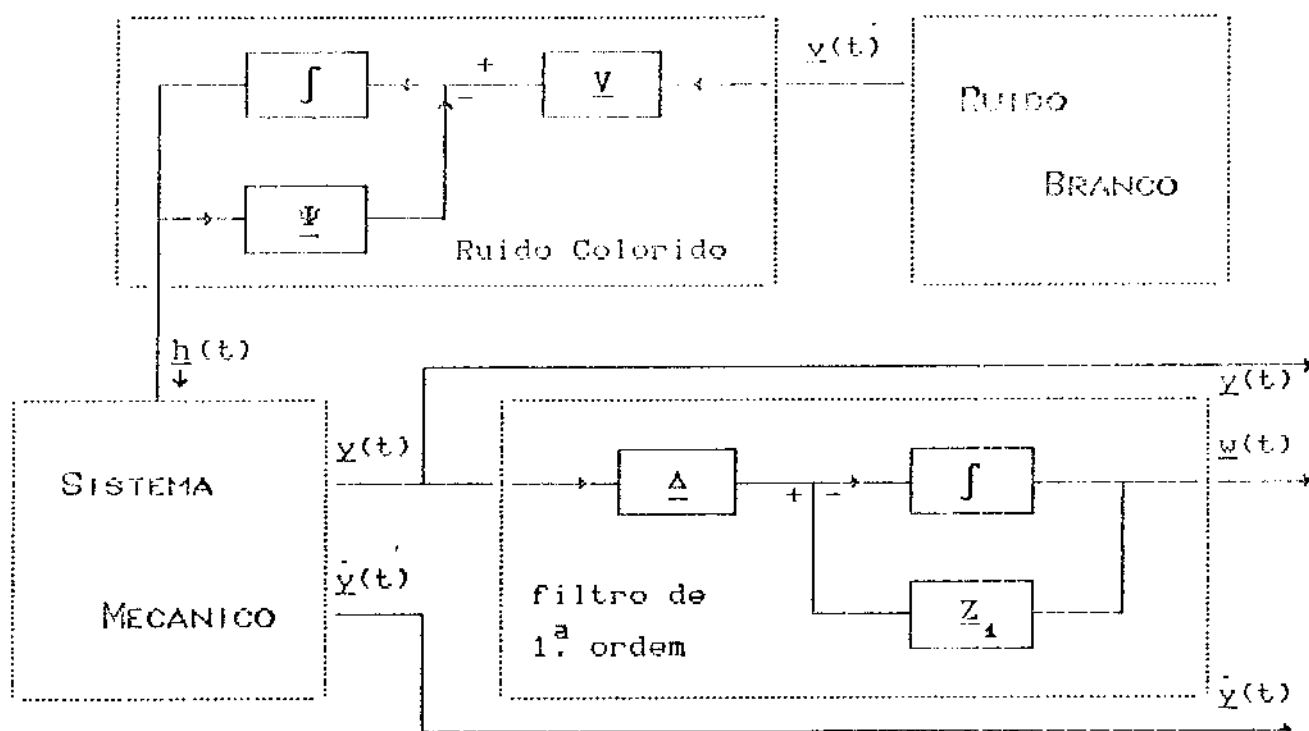


Figura 3.4 - Sistema mecânico , excitado por um ruído colorido , acoplado a um filtro de 1.ª ordem .

Na forma de estado , tem-se :

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{y}} \\ \ddot{\underline{y}} \\ \dot{\underline{w}} \\ \dot{\underline{h}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{I} & \underline{0} & \underline{0} \\ -\underline{K} & -\underline{C} & \underline{0} & \underline{G} \\ \underline{\Delta} & \underline{0} & -\underline{Z}_1 & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & -\underline{\Psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{y} \\ \dot{\underline{y}} \\ \underline{w} \\ \underline{h} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{v} \end{bmatrix} \underline{v}(t)$$

onde $\underline{G} = \underline{M}^{*-1} \underline{G}^*$. Sendo a matriz de covariança $\underline{P}$ e a matriz $\underline{Q}$ dadas por

$$\underline{P} = \left[\begin{array}{ccc|c} \underline{P}_1 & \underline{P}_2^T & \underline{P}_3^T & \underline{P}_4^T \\ \underline{P}_2 & \underline{P}_5 & \underline{P}_6^T & \underline{P}_7^T \\ \underline{P}_3 & \underline{P}_6 & \underline{P}_9 & \underline{P}_8^T \\ \hline \underline{P}_4 & \underline{P}_7 & \underline{P}_8 & \underline{P}_{10} \end{array} \right], \quad \underline{Q} = \left[\begin{array}{cccc} \underline{Q} & \underline{Q} & \underline{Q} & \underline{Q} \\ \underline{Q} & \underline{Q} & \underline{Q} & \underline{Q} \\ \underline{Q} & \underline{Q} & \underline{Q} & \underline{Q} \\ \underline{Q} & \underline{Q} & \underline{Q} & \underline{V F V}^T \end{array} \right]$$

e aplicando (3.7) , obtém-se as seguintes equações :

$$\underline{P}_2 + \underline{P}_2^T = \underline{Q} , \quad (3.45)$$

$$\underline{K} \underline{P}_1 + \underline{C} \underline{P}_2 - \underline{G} \underline{P}_4 - \underline{P}_5 = \underline{Q} , \quad (3.46)$$

$$[\underline{K} \underline{P}_2 + \underline{C} \underline{P}_5 - \underline{G} \underline{P}_7] + [\underline{K} \underline{P}_2 + \underline{C} \underline{P}_5 - \underline{G} \underline{P}_7]^T = \underline{Q} , \quad (3.47)$$

$$\underline{K} \underline{P}_3^T + \underline{C} \underline{P}_6^T - \underline{G} \underline{P}_8 - \underline{P}_2 \underline{\Delta}^T + \underline{P}_6^T \underline{Z}_1^T = \underline{Q} , \quad (3.48)$$

$$\underline{K} \underline{P}_4^T + \underline{C} \underline{P}_7^T - \underline{G} \underline{P}_{10} + \underline{P}_7^T \underline{\Psi} = \underline{Q} , \quad (3.49)$$

$$\underline{\Delta} \underline{P}_1 - \underline{Z}_1 \underline{P}_3 + \underline{P}_6 = \underline{Q} , \quad (3.50)$$

$$[\underline{\Delta} \underline{P}_3^T - \underline{Z}_1 \underline{P}_6] + [\underline{\Delta} \underline{P}_3^T - \underline{Z}_1 \underline{P}_6]^T = \underline{Q} , \quad (3.51)$$

$$\underline{\Psi} \underline{P}_4 - \underline{P}_7 = \underline{Q} , \quad (3.52)$$

$$\underline{\Psi} \underline{P}_8 - \underline{P}_4 \underline{\Delta}^T + \underline{P}_6 \underline{Z}_1^T = \underline{Q} , \quad (3.53)$$

$$\underline{\Psi} \underline{P}_{10} + \underline{P}_{10} \underline{\Psi} = \underline{Q} , \quad (3.54)$$

Com as equações (3.45) a (3.54) deseja-se determinar os elementos das matrizes $\underline{K}$ e $\underline{C}$, além da matriz diagonal $\underline{\Psi}$. Porém , neste caso , nem todos os elementos da matriz de covariância $\underline{P}$ são conhecidos pois , como já foi dito , é assumido que não se tem acesso à medida da perturbação externa . Isto diminui bastante o número de equações disponíveis mas , fazendo-se certas

considerações , é possível resolver alguns tipos de problemas , como é mostrado a seguir para um sistema de um grau de liberdade .

Exemplo : Sistema de 1 Grau de Liberdade .

Seja o sistema mecânico de 1 G.L. , dado por

$$m \ddot{y}(t) + c \dot{y}(t) + k y(t) = h(t) ,$$

o filtro de 1.^a ordem

$$\dot{w}(t) + Z_1 w(t) = \delta y(t) \quad (3.55)$$

e o ruído colorido $h(t)$, gerado por

$$\dot{h}(t) + \gamma h(t) = v(t) ,$$

onde $v(t)$ é um ruído branco .

Usando as equações (3.45) a (3.54) , obtém-se :

- de (3.45) : $P_2 = 0$,

- de (3.46) , (3.47) e (3.52) :

$$\left[\gamma \right]_e = \frac{\left[\frac{c}{m} \right]_e P_3}{\left[P_1 \left[\frac{k}{m} \right]_e - P_3 \right]} \quad (3.56)$$

- de (3.46) , (3.49) e (3.53) :

$$\left[\gamma \right]_e = \frac{\left[P_1 \left[\frac{k}{m} \right]_e - P_3 \right] \delta}{\left[\frac{k}{m} \right]_e P_3 + \left[\left[\frac{c}{m} \right]_e + Z_1 \right] P_3} - Z_1 . \quad (3.57)$$

Da figura 3.3 percebe-se que se γ tende a infinito então o ruído colorido $h(t)$ tende ao ruído branco $v(t)$. Fazer $\gamma \rightarrow \infty$ em

(3.56) e (3.57) significa fazer os denominadores tenderem a zero . Logo , no limite , tem-se :

$$P_1 \left(\frac{k}{c} \right)_e - P_5 = 0 \quad (3.58)$$

e

$$\left(\frac{k}{m} \right)_e P_3 + \left[\left(\frac{c}{m} \right)_e + Z_1 \right] P_6 = 0 , \quad (3.59)$$

que , como era de se esperar , são as equações (3.24) e (3.25) , obtidas para um sistema mecânico de um grau de liberdade excitado por um ruído branco e seguido por um filtro linear de primeira ordem .

Os parâmetros a serem estimados são a rigidez (k/m) e o amortecimento (c/m) do sistema mecânico , e o fator γ da excitação .

Contudo , o número de equações é insuficiente para determinar , unicamente , esses três parâmetros . Para resolver o problema , é preciso que se conheça , a priori , um das grandezas . Admitiu-se conhecer o valor da rigidez , uma vez que , para sistemas de poucos graus de liberdade e baixa densidade espectral , é relativamente simples de se obtê-la , com boa precisão , na prática . Supondo-se isto , chega-se aos seguintes estimadores de c/m e γ :

$$\left(\frac{c}{m} \right)_e = \frac{1}{2} \left\{ -a_4 \pm \left[a_4^2 + 4 a_5 \right]^{1/2} \right\} \quad (3.60)$$

e

$$\left(\gamma \right)_e = \left(\frac{c}{m} \right)_e a_3 , \quad (3.61)$$

onde
$$a_1 = \frac{P_1}{P_5} \frac{k}{m} - 1 , \quad a_2 = \frac{k}{m} \frac{P_3}{P_6} + Z_1 ,$$

$$a_3 = a_1^2 \phi \begin{matrix} p_{\sigma} \\ p_{\sigma} \end{matrix}$$

e

$$a_4 = a_2 + a_1 z_1, \quad a_5 = a_1 a_2 z_1 - a_3.$$

3.2.2.2. Filtro posterior de 2.^a ordem . .

Considera-se o sistema mecânico (3.44) , o filtro de segunda ordem (3.27) e o ruído colorido $\underline{h}(t)$ gerado por (3.42) , e seja o vetor

$$\underline{x} = (\underline{y} \mid \dot{\underline{y}} \mid \underline{z} \mid \dot{\underline{z}} \mid \underline{h})^T .$$

A figura 3.5 mostra o esquema da relação excitação / sistema mecânico / filtro de segunda ordem .

A equação de estado , neste caso , é dada a seguir :

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{y}} \\ \ddot{\underline{y}} \\ \dot{\underline{w}} \\ \ddot{\underline{w}} \\ \underline{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} \\ -\underline{K} & -\underline{C} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{G} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{1} & \underline{0} \\ \underline{\Gamma} & \underline{\Xi} & -\underline{Z}_1 & -\underline{Z}_2 & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & -\underline{\Psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{y} \\ \dot{\underline{y}} \\ \underline{w} \\ \dot{\underline{w}} \\ \underline{h} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{0} \\ \underline{v} \end{bmatrix} \underline{v}(t) .$$

Sendo a matriz de covariância $\underline{P}$ dada por

$$\underline{P} = \left[\begin{array}{cccc|c} \underline{p}_1 & \underline{p}_2^T & \underline{p}_3^T & \underline{p}_4^T & \underline{p}_5^T \\ \underline{p}_2 & \underline{p}_6 & \underline{p}_7^T & \underline{p}_8^T & \underline{p}_9^T \\ \underline{p}_3 & \underline{p}_7 & \underline{p}_{10} & \underline{p}_{11}^T & \underline{p}_{12}^T \\ \underline{p}_4 & \underline{p}_8 & \underline{p}_{11} & \underline{p}_{13} & \underline{p}_{14}^T \\ \hline \underline{p}_5 & \underline{p}_9 & \underline{p}_{12} & \underline{p}_{14} & \underline{p}_{15} \end{array} \right]$$

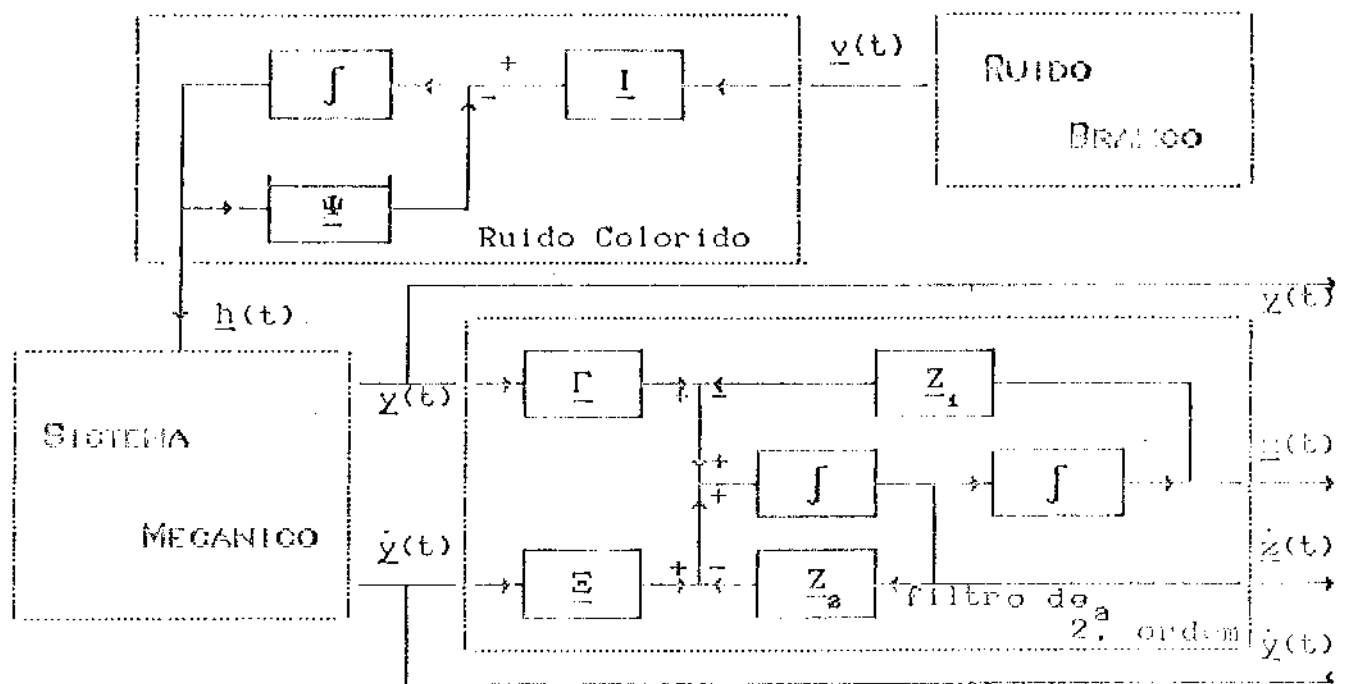


Figura 3.5 - Sistema mecânico acoplado a um filtro de 2.^a ordem e excitado por um ruído colorido .

obtem-se , aplicando (3.7) , as seguintes equações :

$$\underline{P}_2 + \underline{P}_2^T = \underline{0} , \quad (3.62)$$

$$\underline{P}_7 + \underline{P}_4 = \underline{0} , \quad (3.63)$$

$$\underline{K} \underline{P}_1 + \underline{C} \underline{P}_2 - \underline{G} \underline{P}_5 - \underline{P}_6 = \underline{0} , \quad (3.64)$$

$$[- \underline{K} \underline{P}_2^T - \underline{C} \underline{P}_6 + \underline{G} \underline{P}_9] + [- \underline{K} \underline{P}_2^T - \underline{C} \underline{P}_6 + \underline{G} \underline{P}_9]^T = \underline{0} , \quad (3.65)$$

$$\underline{K} \underline{P}_3^T + \underline{C} \underline{P}_7^T - \underline{G} \underline{P}_{12} - \underline{P}_8^T = \underline{0} , \quad (3.66)$$

$$\begin{aligned} \underline{K} \underline{P}_4^T + \underline{C} \underline{P}_9^T - \underline{G} \underline{P}_{14}^T - \underline{P}_3^T \Gamma^T \\ - \underline{P}_6^T \Xi^T + \underline{P}_7^T \underline{Z}_1^T + \underline{P}_9^T \underline{Z}_2^T = \underline{0} , \end{aligned} \quad (3.67)$$

$$\underline{K} \underline{P}_6^T + \underline{C} \underline{P}_9^T - \underline{G} \underline{P}_{16} + \underline{P}_9^T \Psi^T = \underline{0} , \quad (3.68)$$

$$\underline{K} \underline{P}_5^T + \underline{C} \underline{P}_9^T - \underline{G} \underline{P}_{15} + \underline{P}_9^T \underline{\Psi}^T = \underline{0} , \quad (3.69)$$

$$\underline{\Gamma} \underline{P}_4 + \underline{\Xi} \underline{P}_2 - \underline{Z}_1 \underline{P}_3 - \underline{Z}_2 \underline{P}_4 + \underline{P}_8 = \underline{0} , \quad (3.69)$$

$$\underline{\Gamma} \underline{P}_9^T + \underline{\Xi} \underline{P}_7^T - \underline{Z}_1 \underline{P}_{10} - \underline{Z}_2 \underline{P}_{11} + \underline{P}_{19} = \underline{0} , \quad (3.70)$$

$$\begin{aligned} & [\underline{\Gamma} \underline{P}_4^T + \underline{\Xi} \underline{P}_8^T - \underline{Z}_1 \underline{P}_{11}^T - \underline{Z}_2 \underline{P}_{19}] \\ & + [\underline{\Gamma} \underline{P}_4^T + \underline{\Xi} \underline{P}_9^T - \underline{Z}_1 \underline{P}_{11}^T - \underline{Z}_2 \underline{P}_{19}]^T = \underline{0} , \end{aligned} \quad (3.71)$$

$$\underline{\Psi} \underline{P}_5 - \underline{P}_9 = \underline{0} , \quad (3.72)$$

$$\underline{\Psi} \underline{P}_{14} + \underline{P}_5 \underline{\Gamma}^T + \underline{P}_9 \underline{\Xi}^T - \underline{P}_{12} \underline{Z}_1^T - \underline{P}_{14} \underline{Z}_2^T = \underline{0} , \quad (3.73)$$

$$\underline{\Psi} \underline{P}_{12} - \underline{P}_{14} = \underline{0} , \quad (3.74)$$

$$\underline{\Psi} \underline{P}_{15} + \underline{P}_{15} \underline{\Psi} = \underline{0} . \quad (3.75)$$

Como no caso anterior , agora também não se conhece o estado $\underline{h}(t)$ e , conseqüentemente , os momentos que o envolvem .

Exemplo : Sistema de 1 Grau de Liberdade .

Para um sistema mecânico de um grau de liberdade , um ruído colorido de primeira ordem e um filtro de segunda ordem obtém-se , utilizando-se as equações (3.62) até (3.75) , as seguintes expressões envolvendo os estimadores da rigidez , do amortecimento e do parâmetro γ :

- de (3.64) , (3.65) e (3.72) :

$$\left[\gamma \right]_e = \frac{\left[\frac{c}{m} \right]_e P_9}{\left[\frac{k}{m} \right]_e P_4 - P_9} , \quad (3.76)$$

- de (3.66) , (3.67) e (3.74) :

$$\left[\gamma \right]_{\theta} = \frac{\left[z_1 - \left[\frac{k}{m} \right]_{\theta} \right] P_4 + \left[z_2 + \left[\frac{c}{m} \right]_{\theta} \right] P_3 - \xi P_5}{P_3 - \left[\frac{k}{m} \right]_{\theta} P_3 - \left[\frac{c}{m} \right]_{\theta} P_4} \quad (3.77)$$

- de (3.65) , (3.67) , (3.72) , (3.73) e (3.74) :

$$\left[\lambda + \xi \left[\gamma \right]_{\theta} \right] \left[\frac{c}{m} \right]_{\theta} P_5 + \left\{ z_1 - \left[z_2 + \left[\gamma \right]_{\theta} \right] \left[\gamma \right]_{\theta} \right\} \left[\gamma \right]_{\theta} \left\{ \left[\frac{k}{m} \right]_{\theta} P_3 + \left[\frac{c}{m} \right]_{\theta} P_4 - P_3 \right\} \quad (3.78)$$

Analisando o que acontece quando $\gamma \rightarrow \infty$, percebe-se que , no limite :

$$\text{- de (3.76) :} \quad \left[\frac{k}{m} \right]_{\theta} P_4 - P_5 = 0 ,$$

$$\text{- de (3.77) ou (3.78) :} \quad P_3 - \left[\frac{k}{m} \right]_{\theta} P_3 - \left[\frac{c}{m} \right]_{\theta} P_4 = 0 ,$$

que são as equações (3.38) e (3.39) obtidas para uma excitação ruído branco ,

Em 3.2.2.1. só se conseguiu duas equações para determinar as três incógnitas . Por isso , supôs-se que se podia obter a rigidez do sistema com razoável precisão . Agora , já se tem um número suficiente de equações mas , como se pode observar , elas formam um sistema não-linear . A fim de se evitar a aplicação de um algoritmo de solução de sistemas de equações algébricas não-lineares , supõe-se , novamente , que a rigidez (k/m) é conhecida ,

Assim , usando (3.76) e (3.77) :

$$\left[\frac{c}{m} \right]_{\theta} = \frac{1}{2} \left\{ - a_1 \pm \left[a_1^2 - 4 a_2 \right]^{1/2} \right\} , \quad (3.79)$$

$$\left(\gamma \right)_e = \left(\frac{c}{m} \right)_e a_g , \quad (3.50)$$

onde

$$a_1 = \frac{1}{P_4} \left\{ P_7 \left[\frac{k}{m} - \frac{P_4}{P_6} - 2 \right] + \frac{k}{m} P_9 \right\} ,$$

$$a_2 = \left\{ \left[z_1 - \frac{k}{m} \right] P_7 - \xi P_6 + z_2 P_9 \right\} \left\{ \frac{k}{m} - \frac{P_1}{P_8} - 1 \right\} ,$$

$$a_g = \frac{P_5}{\left[\frac{k}{m} P_4 - P_5 \right]} .$$

No caso em que o valor da rigidez não for conhecido com precisão, pode-se fazer um refinamento da solução utilizando (3.78). Para isto, admite-se uma estimativa inicial $(k/m)_0$ e, com este valor, obtém-se $(c/m)_0$ e $(\gamma)_0$ de (3.79) e (3.80), respectivamente. Substituindo-se estes dois últimos resultados em (3.78) chega-se a um novo valor $(k/m)_1$ que será utilizado para calcular os novos valores $(c/m)_1$ de (3.79) e $(\gamma)_1$ de (3.80), e assim por diante, até que os três parâmetros convirjam segundo algum critério adotado.

CAPÍTULO IV

MÉTODOS NUMÉRICOS

4.1. Introdução .

Para resolver o problema de identificação de sistemas dinâmicos e das características da perturbação externa , simulado em computador , foram desenvolvidos (ou apenas utilizados) inúmeros métodos numéricos , dentre os quais estão : um gerador de seqüências aleatórias com baixo fator de pico ; uma rotina para calcular a Transformada de Fourier Rápida e outra para estimar a média e a função de auto-correlação de um sinal ; um integrador numérico ; um interpolador por "splines" cúbicas ; e uma rotina para resolver sistemas algébricos lineares , além de um sub-programa que resolve sistemas de equações não lineares que , apesar de não ser utilizado nos casos que serão apresentados , é um componente importante na obtenção da solução em situações como , por exemplo , a descrita em 3.2.2.2 .

A figura 4.1 mostra o diagrama de blocos do programa de identificação desenvolvido .

Todos os programas foram escritos em FORTRAN e implementados em micro-computadores compatíveis com o IBM-PC .

Neste capítulo será apresentado , de maneira superficial , o funcionamento de cada rotina da figura 4.1 e o interrelacionamento entre elas , sem , contudo , se prender a um desenvolvimento matemático dos algoritmos . É incluída , em apêndice , a listagem

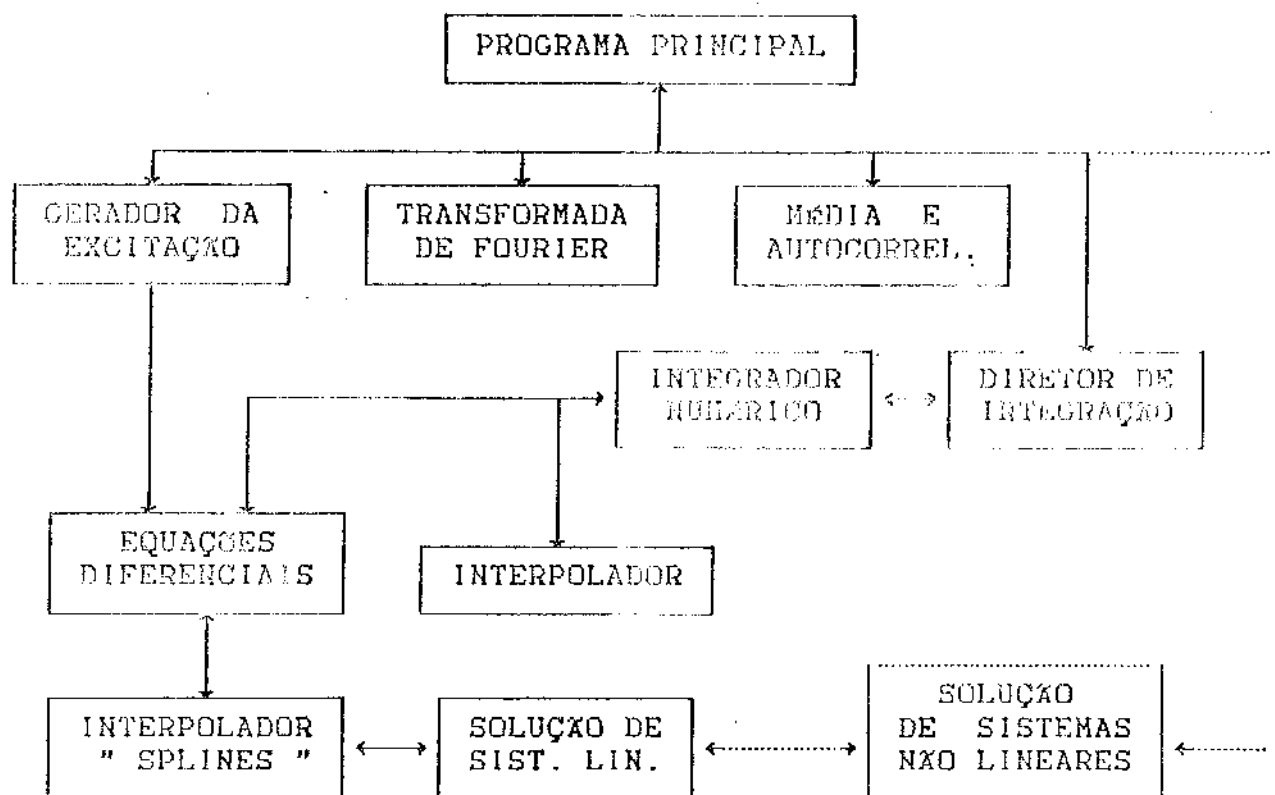


Figura 4.1 - Diagrama de blocos do programa de identificação .

dos programas utilizados . Limitar-se-á a apresentar uma visão suficiente apenas para possibilitar o entendimento das vantagens e desvantagens de cada método dentro do contexto em que são utilizados neste trabalho . Estas características , porém , só serão discutidas nos capítulos que se seguem .

4.2. Geração do sinal de excitação .

Baseado no resultado apresentado por Schroeder [28] , estudou-se um algoritmo para sintetizar um sinal pseudo-aleatório , periódico , com baixo fator de pico .

Na verdade , o problema consiste em ajustar os ângulos de fase de cada componente , em frequência , de um sinal com um espectro de potência dado , a fim de minimizar a diferença entre

suas amplitudes máximas e mínimas .

Assim , considere-se um sinal $v(t)$ periódico em que a frequência instantânea , em um período T , alcança N diferentes frequências harmonicamente relacionadas , k/T ($k = 1,2,\dots,N$) . Logo , para N grande , a potência do sinal na frequência k/T será aproximadamente proporcional ao intervalo de tempo durante o qual a frequência instantânea está em k/T .

O sinal $v(t)$, com período T e largura de banda finita , é obtido a partir de

$$v(t) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{p_k}{2} \right)^{1/2} \cos \left[\frac{2\pi k t}{T} + \theta_k \right] , \quad (4.1)$$

onde p_k é a potência relativa à k -ésima harmônica ($\sum_{k=1}^N p_k = 1$) e θ_k é o ângulo de fase correspondente . Agora , dado p_k ($k = 1,2,\dots,N$) o problema é como achar θ_k ($k = 1,2,\dots,N$) de modo a minimizar $|v_{\max}| - |v_{\min}|$.

Quando as potências relativas são dadas , a expressão final que se obtém para os ângulos de fase é

$$\theta_n = \theta_1 - 2\pi \sum_{l=1}^{n-1} \left(n - l \right) p_l . \quad (4.2)$$

O programa desenvolvido utiliza as expressões (4.1) e (4.2) para geração do sinal de excitação . Neste trabalho está-se interessado , particularmente , em sinais com espectro constante , ou seja , onde $p_k = 1/N$, $k = 1,\dots,N$, que podem ser considerados brancos dentro da faixa de frequência desejada (a análise da correlação será feita mais adiante) . Além disso , calcula-se também a derivada de $v(t)$, ou seja ,

$$\dot{v}(t) = - \frac{2\pi}{T} \sum_{k=1}^N \left(\frac{p_k}{2} \right)^{1/2} k \sin \left(\frac{2\pi kt}{T} + \theta_k \right) ,$$

por motivos que serão expostos a seguir .

4.2 Transformada de Fourier Rápida .

A fim de analisar a forma do espectro do sinal gerado por (4.1) e (4.2) e do ruído colorido obtido através de (3.34) , além de outras situações que pudessem vir a aparecer , construiu-se uma rotina , baseado no algoritmo da borboleta desenvolvido por Cooley e Tukey , para o cálculo da transformada de Fourier rápida . Este método já é bem conhecido , não necessitando , portanto , da apresentação de muitos detalhes . O algoritmo pode ser encontrado , por exemplo , em Newland [18] e Rabiner [23] .

4.4. Média e Função de Auto-correlação .

Vários métodos de estimação da função de auto-correlação são discutidos em Jenkins/Watts [09] . O algoritmo aqui utilizado considera um conjunto finito , $z_1 , \dots , z_N$, de N observações , e diz que um estimador da auto-correlação ρ_k é dado por

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} , \quad (4.3)$$

onde

$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} \left(z_t - \bar{z} \right) \left(z_{t+k} - \bar{z} \right) , \quad k = 0, 1, 2, \dots, k$$

é um estimador da covariância p_k e $\bar{z}$ é a média da série temporal .

Para se obter uma estimativa razoável da função de auto-correlação é aconselhável que o valor de K não exceda $N/4$.

A média $\bar{z}$ é calculada por

$$\bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N z_t . \quad (4.4)$$

4.5. Solução de Sistemas de Equações Diferenciais .

Dentro da vasta gama de integradores numéricos existentes atualmente , existe um grupo cujo procedimento é normalmente chamado de preditor-corretor , que se caracteriza por avaliar o valor da função $f(\underline{x}(t), t)$, presente na equação

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}(t), t) , \quad (4.5)$$

duas vezes por passo de integração . Apesar de ter um custo computacional de duas estimativas por passo , o seu emprego é justificado por apresentar características como alta precisão e baixa propagação de erros , o que permite a utilização de passos de integração até duas vezes maiores que os usados por outras técnicas .

Particularmente , utiliza-se aqui o integrador desenvolvido por Shampine/Gordon e apresentado em [30] , chamado método PECE (Predict - Evaluate - Correct - Evaluate) , e baseado nas equações de Adams-Moulton para predição e Adams-Bashforth para correção .

Uma característica importante deste integrador é que ele utiliza passo variável , a fim de limitar os erros da solução de (4.5) dentro de limites previamente estipulados pelo usuário . Os problemas que isto acarreta serão discutidos nos próximos

capítulos .

Este integrador é dividido em quatro partes principais :

A primeira subrotina , chamada de diretor de integração , verifica a existência de erros na entrada de dados e organiza a chamada dos demais sub-programas .

Em seguida tem-se a rotina de integração propriamente dita que , a cada chamada , avança um passo em direção do instante onde se deseja a resposta .

Como o programa permite que a integração ultrapasse o ponto de saída , torna-se necessário a utilização de uma rotina de interpolação para obtenção dos valores da resposta no instante de interesse . Mostra-se que este procedimento é tão preciso quanto se escolher um passo de integração tal que o valor calculado corresponda ao instante de saída desejado .

Finalmente , há uma subrotina que calcula o erro unitário de truncamento do computador utilizado , com o objetivo de estipular um limite inferior para o passo de integração .

O sistema de equações diferenciais de primeira ordem que se deseja integrar se encontra em um subprograma a parte .

4.6. Interpolação por "Splines" Cúbicas .

Como foi visto anteriormente , o programa para resolver sistemas de equações diferenciais na forma em que se encontra , ajusta , por si só , o passo de integração . Assim , existe a possibilidade de se necessitar de valores do sinal de excitação , obtido através de (4.1) e (4.2) , em instantes em que este não tenha sido calculado (por serem valores discretos) . Para se conseguir uma estimativa da perturbação $v(t)$ nestes pontos ,

interpolarse os três valores mais próximos do instante t onde se deseja a resposta por "splines" cúbicas . O algoritmo apresentado a seguir é baseado em Dalquist [02] e Prenter [22] .

Considere uma função $f(t)$, discretizada em t_i , $i = 1 , \dots , n$, a qual se deseja interpolar um polinômio cúbico $s(t)$. Portanto , $s(t)$ deve satisfazer as seguintes condições de interpolação :

$$\begin{aligned} \dot{s}(t_0) &= \dot{f}(t_0) , \\ s(t_i) &= f(t_i) , \quad 0 \leq i \leq n \\ \dot{s}(t_n) &= \dot{f}(t_n) . \end{aligned} \quad (4.6)$$

Por necessitar dos valores da derivada do sinal a ser interpolado é que se calculou $\dot{v}(t)$ na rotina de geração da sequência de excitação .

Para construir a função $s(t)$ considera-se que os instantes onde se conhece $f(t)$ são igualmente espaçados (h) e introduz-se quatro nós adicionais $t_{-2} < t_{-1} < t_0$ e $t_{n+2} > t_{n+1} > t_n$ e a função $B_i(t)$ definida por

$$B_i(t) = \frac{1}{h^3} \begin{cases} (t-t_{i-2})^3, & t \in [t_{i-2}, t_{i-1}] \\ h^3 + 3h^2(t-t_{i-1}) + 3h(t-t_{i-1})^2 - 3(t-t_{i-1})^3, & t \in [t_{i-1}, t_i] \\ h^3 + 3h^2(t_{i+1}-t) + 3h(t_{i+1}-t)^2 - 3(t_{i+1}-t)^3, & t \in [t_i, t_{i+1}] \\ (t_{i+2}-t)^3, & t \in [t_{i+1}, t_{i+2}] \\ 0, & \text{de outra forma .} \end{cases} \quad (4.7)$$

cuja forma é mostrada na figura 4.2

A tabela 4.1 mostra os valores de $B_j(t)$ e de suas duas primeiras derivadas para os nós $j-2$, $j-1$, j , $j+1$, $j+2$. Em

todos os outros nós as funções valem zero .

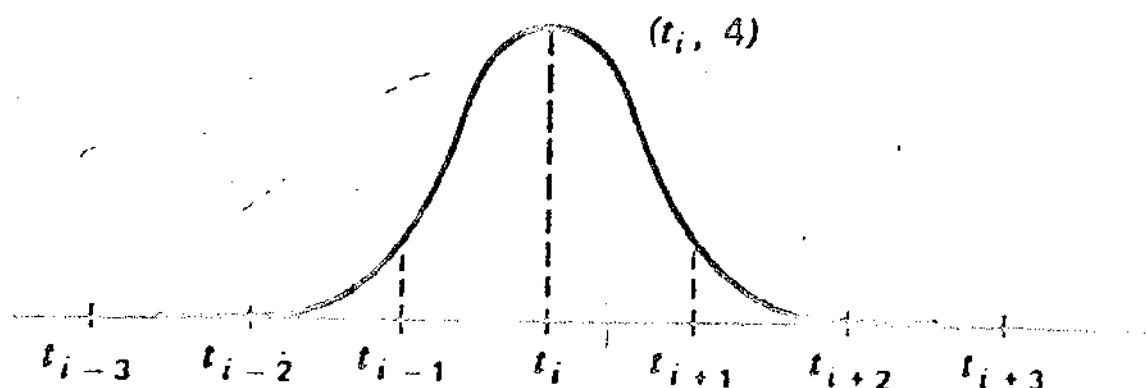


Figura 4.2 - Função $B_i(t)$ definida por (4.7) .

	$j - 2$	$j - 1$	j	$j - 1$	$j - 2$
$B_j(t)$	0	1	4	1	0
$\dot{B}_j(t)$	0	$3 / h$	0	$3 / h$	0
$\ddot{B}_j(t)$	0	$6 / h^2$	$-12 / h^2$	$6 / h^2$	0

Tabela 4.1

Assim , propõe-se um polinômio $s(t)$ na forma

$$s(t) = x_{-1} B_{-1}(t) + x_0 B_0(t) + \dots + x_{n+1} B_{n+1}(t) . \quad (4.8)$$

Obrigando $s(t)$ a satisfazer as condições de interpolação (4.6) , obtém-se o seguinte sistema :

$$\dot{s}(t_0) = x_{-1} \dot{B}_{-1}(t_0) + x_0 \dot{B}_0(t_0) + \dots + x_{n+1} \dot{B}_{n+1}(t_0) = \dot{f}(t_0)$$

$$s(t_i) = x_{-1} B_{-1}(t_i) + x_0 B_0(t_i) + \dots + x_{n+1} B_{n+1}(t_i) = f(t_i) , \quad (4.9)$$

$$\dot{s}(t_n) = x_{-1} \dot{B}_{-1}(t_n) + x_0 \dot{B}_0(t_n) + \dots + x_{n+1} \dot{B}_{n+1}(t_n) = \dot{f}(t_n)$$

Logo , tem-se $n+3$ equações lineares , formando um sistema do tipo $\underline{A} \underline{x} = \underline{b}$, onde $\underline{x} = (x_{-1} \mid x_0 \mid \dots \mid x_{n+1})^T$, $\underline{b} = (\hat{f}(t_0) \mid f(t_0) \mid f(t_1) \mid \dots \mid f(t_n) \mid \hat{f}(t_n))^T$ e a matriz dos coeficientes é

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -3/h & 0 & 3/h & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & & 0 & 0 & 0 \\ & \vdots & & \ddots & & \vdots & \\ & & & & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -3/h & 0 & 3/h \end{bmatrix} .$$

Prova-se que a matriz $\underline{A}$ é não singular e , portanto , (4.9) tem uma solução única .

O polinômio $s(t)$ dado em (4.8) é o interpolador "spline" cúbico utilizado .

4.7. Solução de Sistemas de Equações Lineares .

Para se obter os coeficientes das "splines" é preciso resolver um sistema linear .

Os métodos baseados em triangularização (eliminação de Gauss , Cholesky , Doolittle , etc.) e diagonalização (eliminação de Gauss-Jordan , transformações congruentes , etc) são , provavelmente , os mais usados na solução de sistemas do tipo $\underline{A} \underline{x} = \underline{b}$, porque são aplicados a todos os tipos de matrizes , são fáceis de programar e possuem boa eficiência (velocidade de processamento e precisão) .

Aqui se utiliza o método de eliminação de Gauss com pivotação máxima (Westlake [36]) , que consiste em realizar

operações elementares com as linhas e colunas de $\underline{A}$ de modo a transformá-la em uma matriz triangular superior . Mais especificamente pode-se dizer que , no k -ésimo estágio , é escolhido um elemento a_{ij}^{k-1} da matriz $\underline{A}^{k-1}$ (resultante das operações elementares dos $k-1$ estágios anteriores), chamado pivô , que , permutando-se as linhas i e k e as colunas j e k , torna-se o elemento a_{kk}^k . Este pivô é então usado para se obter zeros em todas as posições na sua coluna abaixo da diagonal principal . No fim de n estágios obtém-se uma matriz triangular superior , onde n é a dimensão da matriz $\underline{A}$.

A escolha do pivô é ponto importante na otimização do algoritmo utilizado . Basicamente existem três procedimentos para a sua escolha : 1. sem posicionamento pelo tamanho : o elemento a_{kk} , no k -ésimo estágio , é escolhido como pivô . Neste caso , os erros de truncamento não são minimizados e , se em algum estágio i , o elemento a_{ii} for igual a zero , mesmo que $\underline{A}$ seja não singular , deve-se escolher outro elemento da matriz como pivô , e uma troca de linhas é necessária ; 2. parcial posicionamento pelo tamanho : escolhe-se o pivô do k -ésimo estágio como sendo o elemento de maior valor absoluto na coluna k , linhas k até n . Apesar de consumir mais tempo de computação , os testes de tamanho proporcionam uma boa melhoria nos erros de truncamento . 3. completo posicionamento pelo tamanho : no k -ésimo estágio , escolhe-se como pivô o elemento de maior valor absoluto em toda a sub-matriz composta pelas colunas de k a n e das linhas de k até n da matriz $\underline{A}^{k-1}$. Devido aos testes de tamanho e às inúmeras permutações de linhas e colunas necessárias , este procedimento é o que consome mais tempo de computação mas é o que tem os menores erros de truncamento .

4.8. Solução de Sistemas de Equações não Lineares .

Apesar de não ser usado em nenhum dos casos de identificação estudados , achou-se interessante deixar registrado algum comentário sobre os métodos de solução de sistemas não lineares ou , mais especificamente , métodos para obtenção de mínimos de funções , uma vez que é inevitável oscilar deles para alguns casos específicos de identificação pelo MC .

Em geral , a utilização desses métodos apresenta muitas dificuldades , pelo fato de que cada um é aplicado apenas para determinados casos particulares ; dificilmente poder-se garantir , antecipadamente , que o processo desenvolvido resolve o problema que se tem em mãos . O melhor procedimento , nestes casos , é tentar descobrir (por comparação com algum outro problema da mesma classe ou por tentativas de aplicações sucessivas do método de resolução) algumas de suas características , de modo a poder interagir com o computador na procura das soluções .

Alguns dos algoritmos mais usados estão os de direção conjugada , de Newton e os Quasi-Newton . Estas rotinas exigem um esforço computacional considerável e portanto é razoável investir na sua otimização .

O programa desenvolvido baseia-se no método de Newton-Raphson e utilizou como literatura básica : Saaty [26] , Wacker [31] e Wolfe [37] .

CAPÍTULO V

RESULTADOS

5.1. Introdução .

Neste capítulo são apresentados os resultados da identificação dos parâmetros de um sistema mecânico linear , invariante no tempo , e das características da força de excitação para cada um dos casos discutidos no capítulo III , sendo eles :

1. sistema mecânico excitado por um ruído branco e acoplado a um filtro de 1.^a ordem ;
2. sistema mecânico excitado por um ruído branco e acoplado a um filtro de 2.^a ordem ;
3. sistema mecânico excitado por um ruído colorido e acoplado a um filtro de 1.^a ordem ;
4. sistema mecânico excitado por um ruído colorido e acoplado a um filtro de 2.^a ordem .

Como já foi dito anteriormente , não é objetivo deste trabalho analisar o método de identificação como tal , mas sim estudar os aspectos da simulação digital de sistemas , estimar os parâmetros do modelo matemático através do Método das Covariâncias , para alguns casos particulares , e propor esta técnica como opção na determinação das características da força de excitação . Um estudo mais detalhado do processo de identificação com a variação dos diversos parâmetros envolvidos pode ser encontrado em Weber/Schiehlen [32] e Dias/Weber [04] .

Assim , estudar-se-á o comportamento do estimador das covariâncias predominantemente para o caso 1 , descrito anteriormente , e qualquer grande variação , nos demais casos , nas conclusões tiradas serão apontadas por ocasião de sua ocorrência .

Para tanto , propõe-se um sistema mecânico de referência (toda análise será feita para parâmetros do modelo variando em torno dos valores do sistema de referência) , descrito pela equação diferencial de 2.^a ordem

$$\ddot{y}(t) + 12 \dot{y}(t) + 3600 y(t) = 100 f(t) , \quad (5.1)$$

onde $f(t)$ é o ruído branco $v(t)$ para os casos 1 e 2 e $h(t)$ é o ruído colorido $h(t)$ para os casos 3 e 4 .

O ruído gerado a partir do algoritmo de Schroeder [28] é mostrado nas figuras 5.1. e 5.4 , com uma frequência máxima de 100 Hz e número de pontos (NPE) igual a 64 e 512 respectivamente . As figuras 5.2 e 5.3 , 5.5 e 5.6 apresentam a transformada de Fourier e a função de auto-correlação dos sinais anteriores . Observa-se que , apesar da sequência gerada ser um processo de banda larga com potência relativa constante nas diversas componentes de frequência , ainda não pode ser considerada como branca , uma vez que os valores da função de auto-correlação para $\tau \neq 0$ são relativamente elevados , apesar de que , para NPE = 512 , a correlação da sequência melhora significativamente . Um grande inconveniente deste algoritmo é o tempo computacional gasto (proporcional a N^2 , onde N é o número de componentes em frequência ou número de pontos no tempo) para gerar o sinal . Isso obriga a utilização de períodos com , no máximo , 512 pontos .

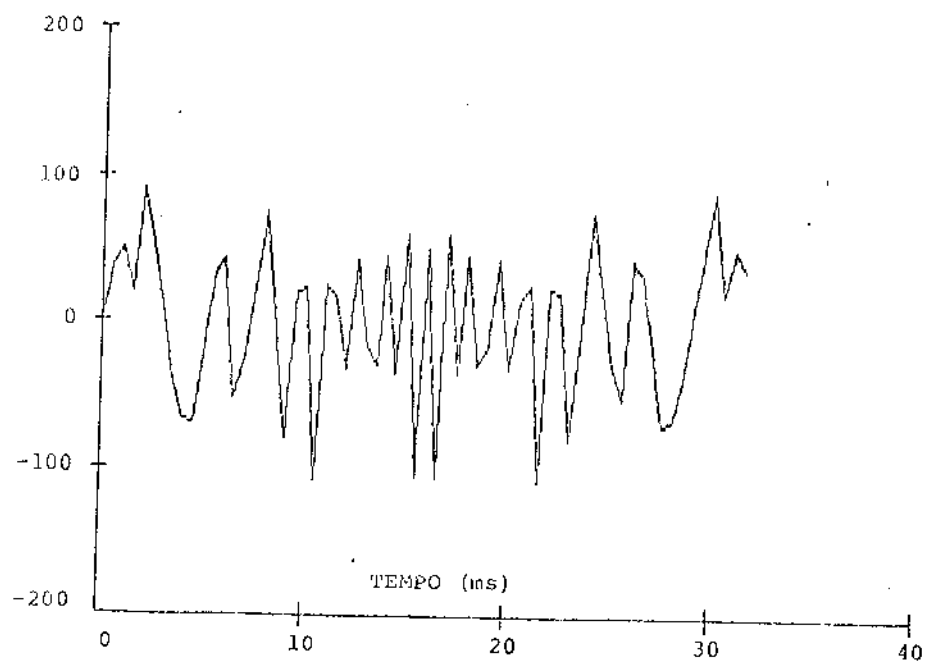


Figura 5.1 - Sinal gerado pelo algoritmo de Schroeder .

$F_{\max} = 100 \text{ Hz}$ e $NPE = 64$.

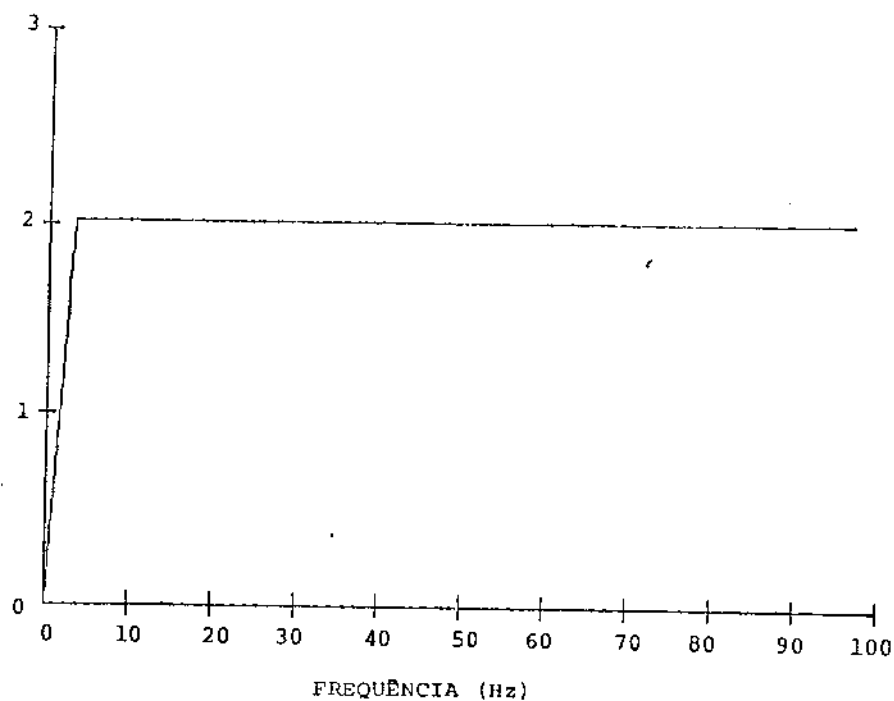


Figura 5.2 - Transformada de Fourier do sinal de Schroeder .

$F_{\max} = 100 \text{ Hz}$ e $NPE = 64$.

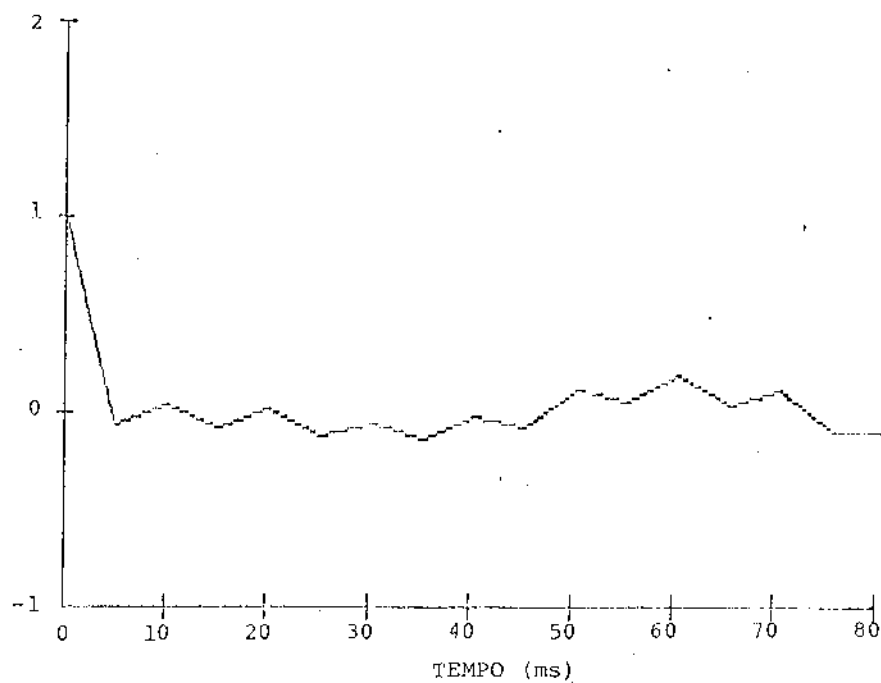


Figura 5.3 - Função de auto-correlação do sinal de Schroeder .

$F_{\max} = 100 \text{ Hz}$ e $\text{NPE} = 64$.

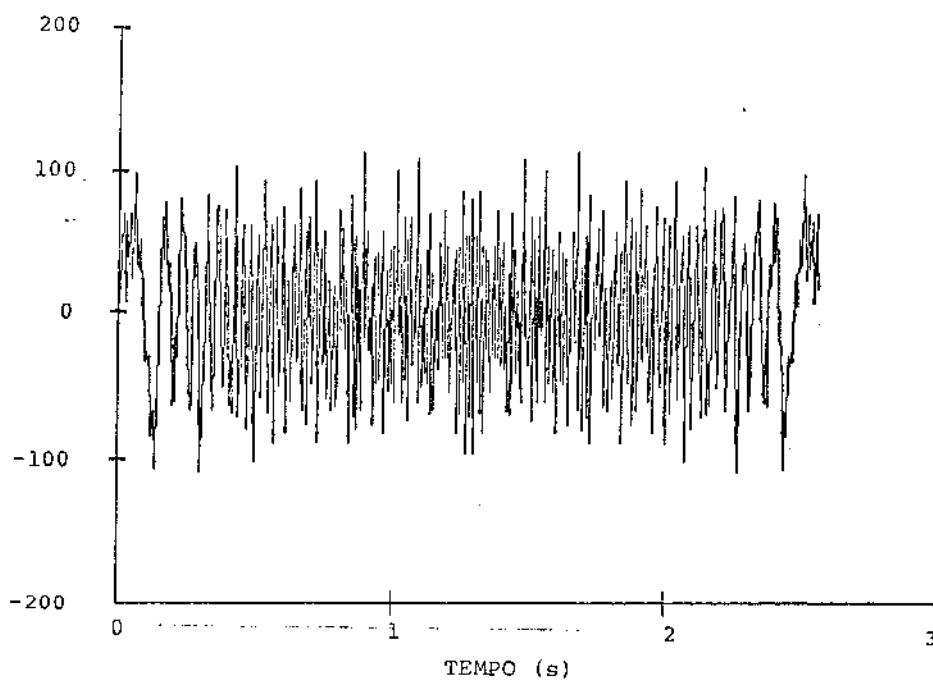


Figura 5.4 - Sinal gerado pelo algoritmo de Schroeder .

$F_{\max} = 100 \text{ Hz}$ e $\text{NPE} = 512$.

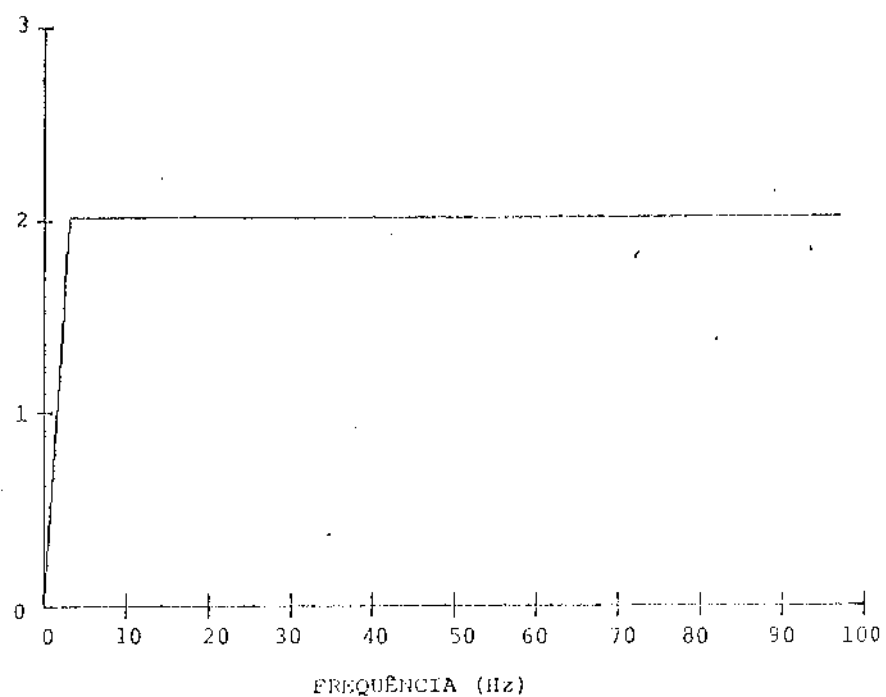


Figura 5.5 - Transformada de Fourier do sinal de Schroeder .
 $F_{\max} = 100 \text{ Hz}$ e $NPE = 512$.

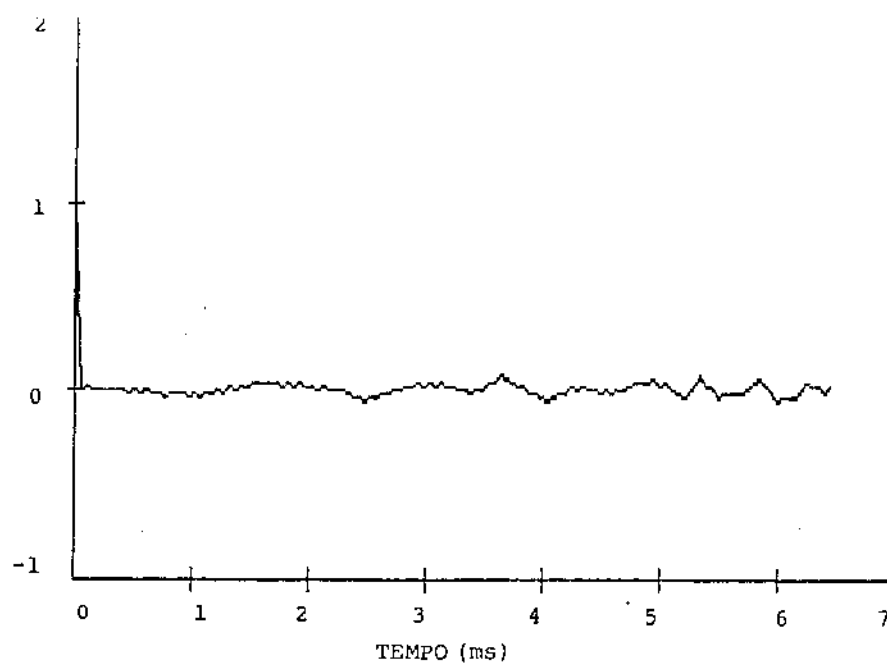


Figura 5.6 - Função de auto-correlação do sinal de Schroeder .
 $F_{\max} = 100 \text{ Hz}$ e $NPE = 512$.

Este sinal será utilizado como excitação em todos os casos propostos e as consequências de sua aplicação serão amplamente discutidas, neste e no próximo capítulo, onde, junto com a análise dos métodos computacionais empregados, será mostrado um outro processo de geração de uma sequência aleatória, gaussiana, cujas características são bem mais próximas de um ruído branco ideal.

5.2. Sistema mecânico excitado por um ruído branco.

5.2.1. Filtro posterior de 1.^a ordem.

Seja o filtro de primeira ordem dado por

$$\dot{w}(t) + z_1 w(t) = \delta y(t), \quad (5.2)$$

onde será considerado, a princípio, $z_1 = 30 \text{ s}^{-1}$ e $\delta = 50 \text{ s}^{-1}$.

Os estimadores das covariâncias da rigidez e do amortecimento de um sistema mecânico de um grau de liberdade, excitado por um ruído branco e acoplado a um filtro de primeira ordem são dados pelas equações (3.24) e (3.25). Os resultados da aplicação dessas duas expressões para o sistema formado por (5.1) e (5.2) pode ser visto nas figuras 5.7 e 5.8, que representam a convergência das estimativas da rigidez e do amortecimento respectivamente. Nas figuras 5.9 e 5.10 são apresentados os erros dos valores identificados, calculados por

$$E_k = \frac{\left| k/m - \left[k/m \right]_e \right|}{k/m}, \quad E_c = \frac{\left| c/m - \left[c/m \right]_e \right|}{c/m}, \quad (5.3)$$

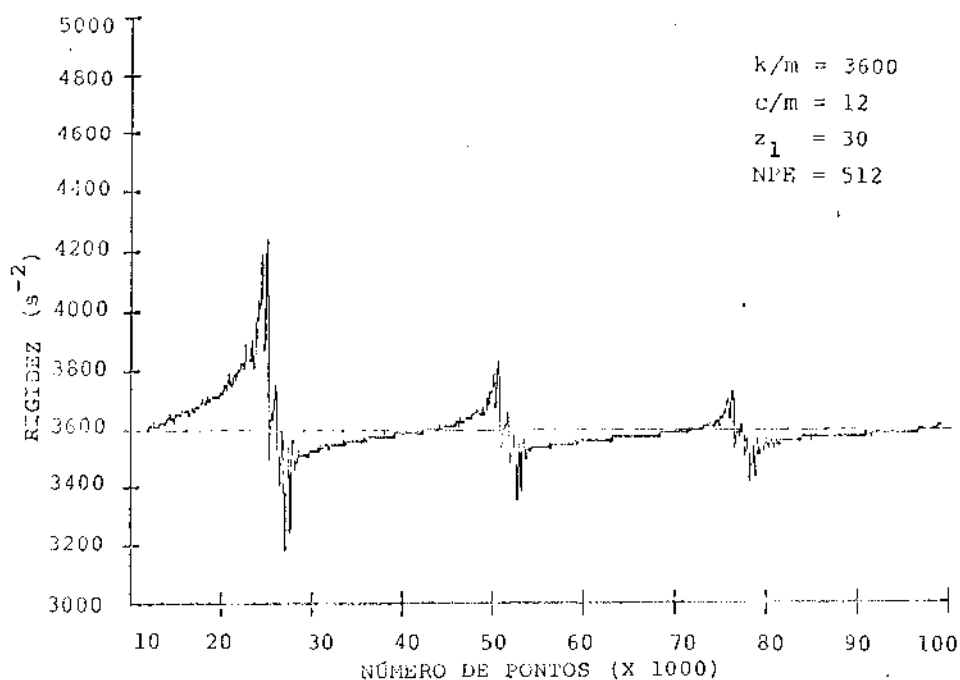


Figura 5.7 - Identificação da rigidez do sistema de referência .

Intervalo de discretização da resposta (T) = 1×10^{-4} s .

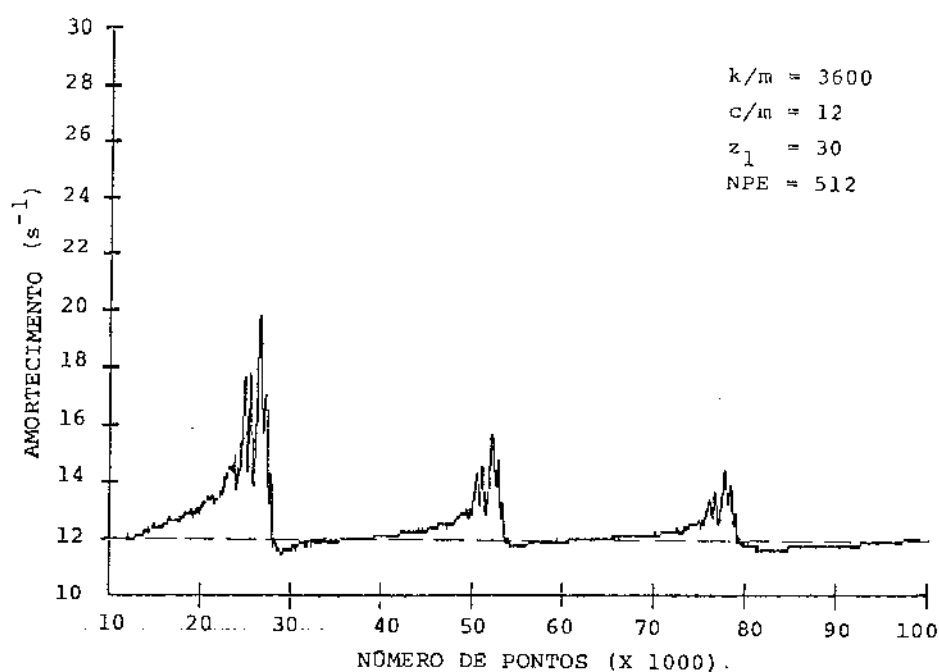


Figura 5.8 - Identificação do amortecimento do sistema de referência . $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

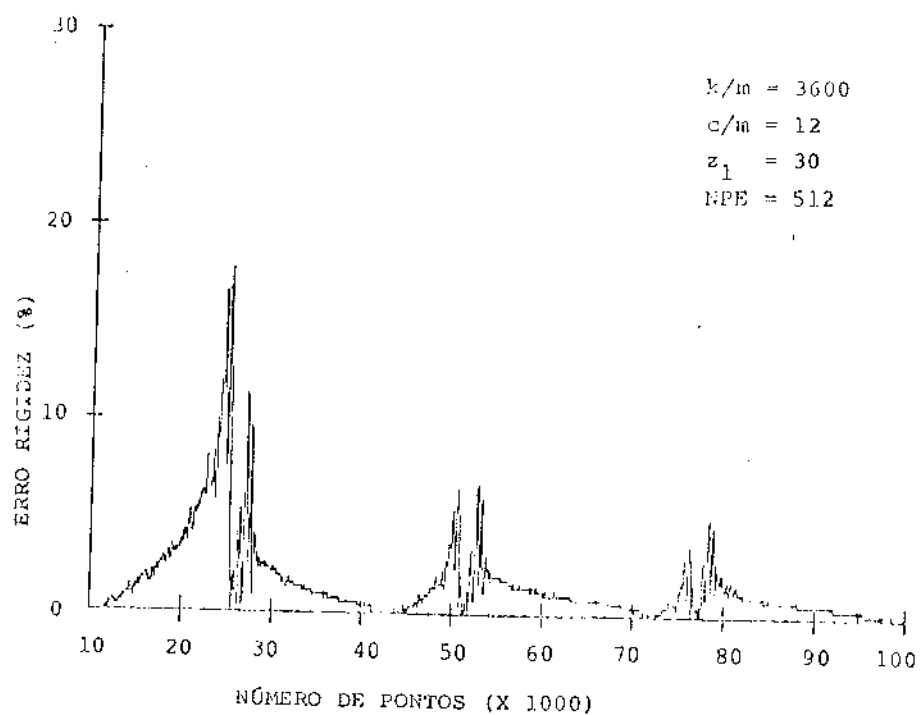


Figura 5.9 - Erro na identificação da rigidez do sistema de referência . $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

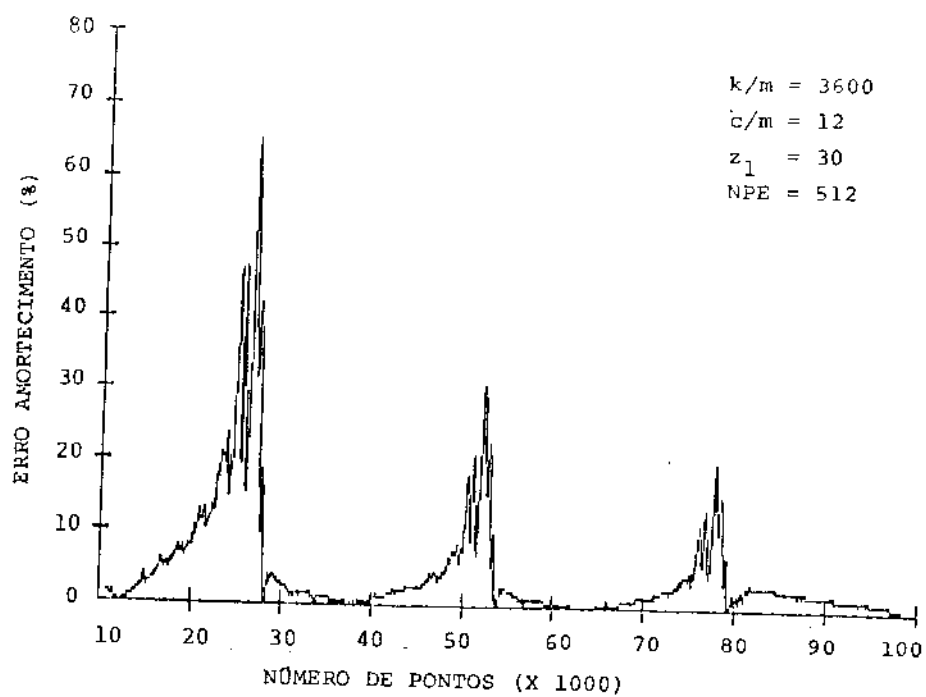


Figura 5.10 - Erro na identificação do amortecimento do sistema de referência . $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

em função do número de pontos .

Observa-se que , apesar de ainda não terem convergido para um valor fixo , as estimativas , depois de processados 100 mil pontos , apresentam resultados bastante razoáveis , dentro de uma faixa de erro de , no máximo , 5% para a rigidez e 10% para o amortecimento . Os valores finais obtidos foram

$$k/m = 3615,41 \text{ s}^{-2} \quad \text{e} \quad c/m = 12,12 \text{ s}^{-1} ,$$

representando erros , respectivamente , de

$$E_k = 0,43\% \quad \text{e} \quad E_c = 0,99\% .$$

Apesar de , algumas vezes , ter-se executado o processo até que se alcança-se um valor final estável , acredita-se que o ganho de precisão não compense o tempo de processamento gasto e , por isso , os resultados serão sempre calculados até 100 mil pontos .

Percebe-se , observando as figuras 5.7 e 5.8 , que existe uma perturbação no processo de identificação em determinados intervalos constantes de tempo . Este intervalo é exatamente o período da excitação (TE) .

Retornando à figura 5.1 e imaginando uma periodização deste sinal , nota-se que a passagem de um período para o seguinte não é feita suavemente , ocorrendo como um choque no sistema . Este transiente pelo qual o sistema passa depois desse choque afeta sua condição de estacionariedade , anteriormente suposta , perturbando , obviamente , a convergência do processo .

Contudo , existe um outro efeito , sobreposto a este , que está ligado à frequência natural do sistema mecânico que , neste caso , é de aproximadamente 10 Hz .

Observando novamente a figura 5.1 , nota-se que este sinal comporta-se como uma "varredura aleatória" , onde a frequência do sinal varia com o tempo , indo de zero até a frequência máxima e retornando a zero em um período TE . Assim , a cada intervalo TE , o sistema é excitado duas vezes em sua frequência de ressonância , uma no início do período , quando a frequência está aumentando , e a outra no fim do intervalo . Para tentar separar os efeitos da excitação na frequência de ressonância e da passagem brusca de um período da excitação para o seguinte , fez-se $k/m = 90000 \text{ s}^{-2}$, ou seja , a frequência natural do sistema passou a ser aproximadamente 50 Hz . Os resultados desta simulação são apresentados nas figuras 5.11 até 5.14 . Fica fácil , agora , perceber como os dois efeitos - passagem pela ressonância (1) e choque provocado pela periodização do sinal de excitação (2) - atuam sobre a convergência das estimativas . Em ambos os casos , a condição de fortemente estacionário deixa de ser satisfeita , uma vez que o momento de segunda ordem (variância) deixa de ser constante (Newland [18]) .

Mesmo com todos esses problemas as estimativas ainda convergem para valores muito próximo dos corretos . O que se analisa , a seguir , é o comportamento dos valores finais estimados com a variação na periodicidade da perturbação externa .

Assim , são apresentados , nas figuras 5.15 a 5.20 , os erros na identificação da rigidez e do amortecimento quando o número de pontos da excitação é 64 , 128 e 256 respectivamente . Observa-se que para 64 pontos o valor final estimado da rigidez apresenta um erro de , aproximadamente , 3% e do amortecimento de 50% . Estes valores tornam-se $E_k = 3\%$ e $E_c = 30\%$ para NPE = 128

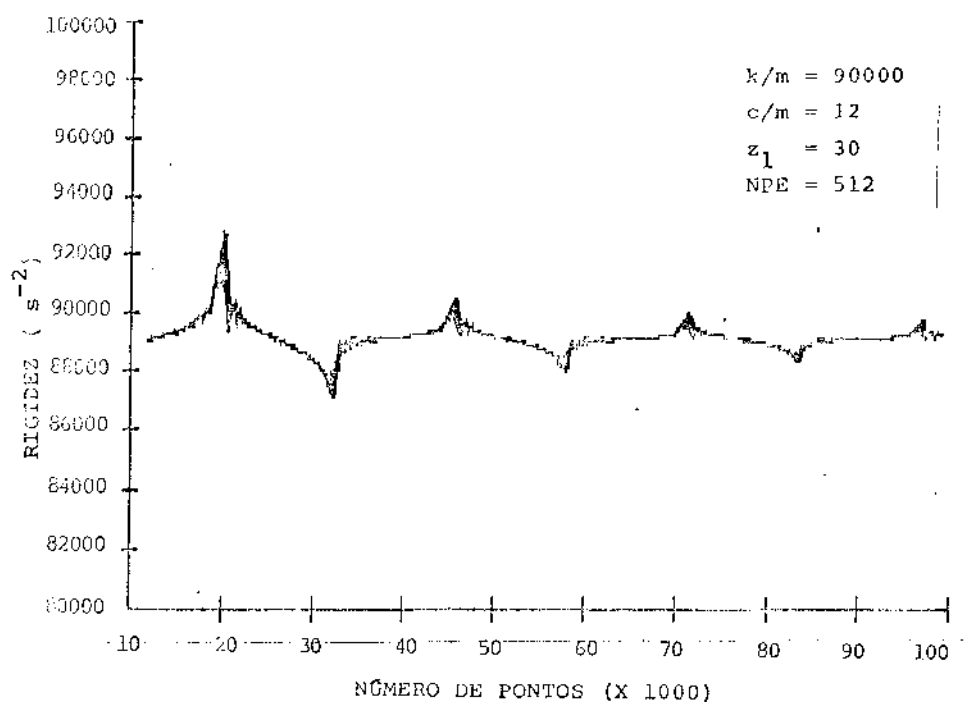


Figura 5.11 - Identificação da rigidez do sistema mecânico .
 $k/m = 90000 \text{ s}^{-2}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

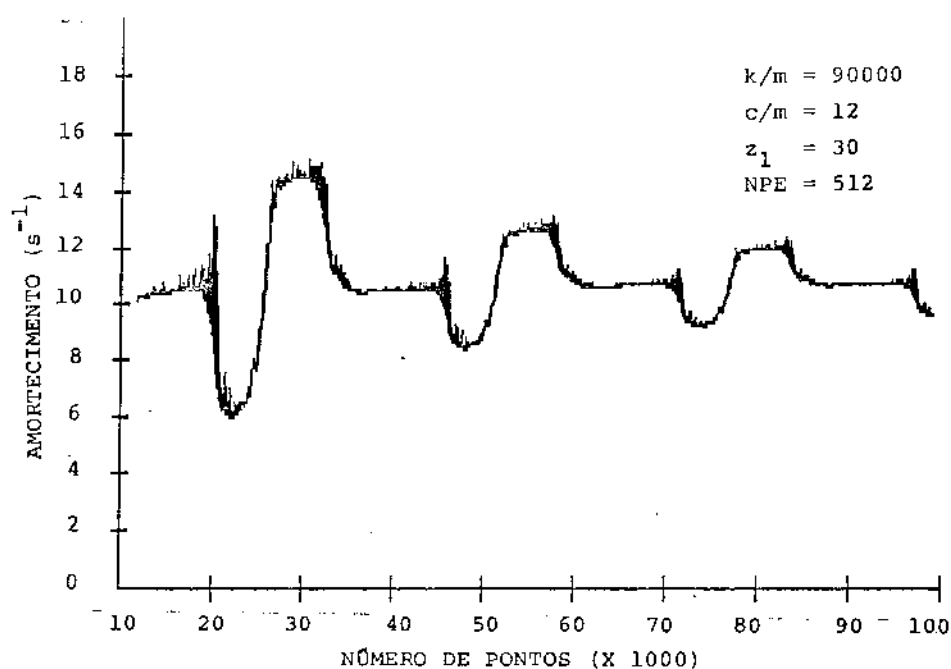


Figura 5.12 - Identificação do amortecimento do sistema mecânico .
 $k/m = 90000 \text{ s}^{-2}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

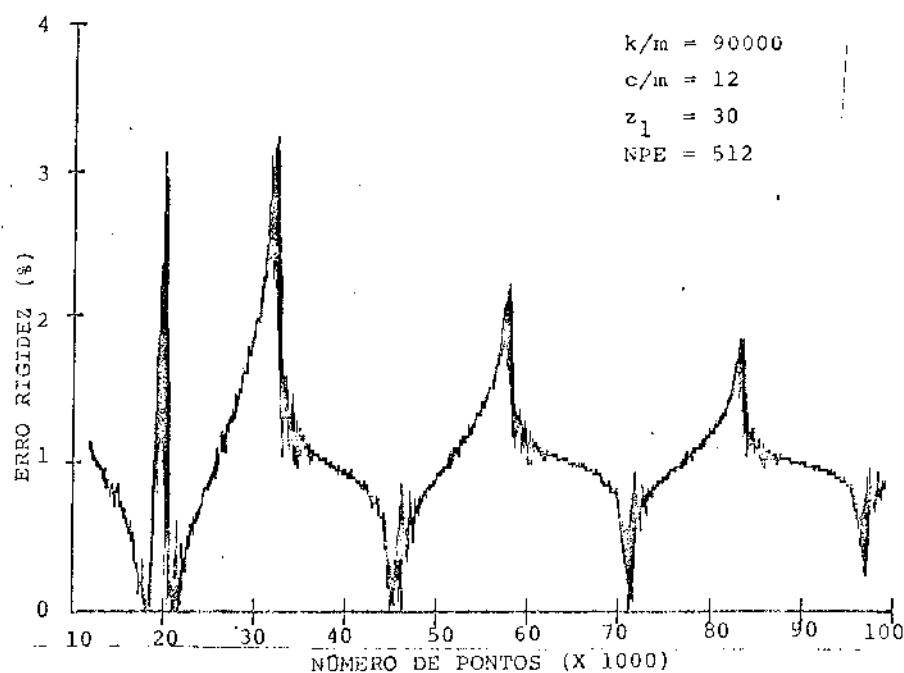


Figura 5.13 - Erro na identificação da rigidez do sistema mecânico . $k/m = 90000 \text{ s}^{-2}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

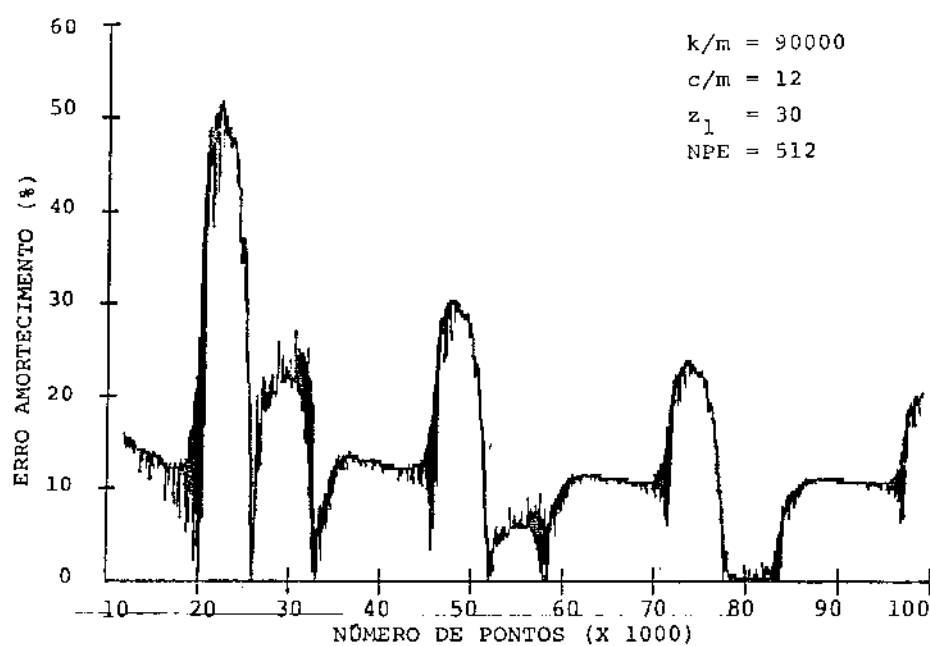


Figura 5.14 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico . $k/m = 90000 \text{ s}^{-2}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

e $E_k = 2,5\%$ e $E_o = 10\%$ para $NPE = 256$. Logo, conclui-se que, quanto maior o número de pontos da excitação, mais precisos são os resultados finais obtidos.

Cada período da entrada, que corresponde a $TE = 0,005 \times NPE$ segundos, equivale a, aproximadamente, 3, 6, 12 ou 24 períodos da resposta impulsiva do sistema, já que sua frequência está em torno de 10 Hz. Assim, quanto menor o NPE, menor será a quantidade de informação sobre o sistema disponível pelo processo, uma vez que, fora o primeiro período da resposta forçada, que possui condições iniciais nulas, todos os outros contém as mesmas informações. Nota-se que a rigidez é bem identificada mesmo para $NPE = 64$ pontos, mas toda a informação necessária para estimá-la está contida em um período da resposta impulsiva do sistema, uma vez conhecida a massa.

Portanto, a situação ideal seria ter um gerador de números aleatórios em que os valores só começassem a se repetir quando um número de pontos muito grande tivessem sido obtidos. Mas, como já foi dito, o algoritmo utilizado gasta um tempo considerável para a geração dos sinais, e considerando que os resultados da identificação obtidos para $NPE = 512$ pontos são bastante razoáveis, este valor será o adotado de agora em diante.

Antes de ir adiante seria interessante se perguntar qual o intervalo mínimo (ou ótimo) que se deve observar um determinado sistema, supondo que nesse período sua excitação possa ser considerada como um ruído branco, de modo que as estimativas finais não sejam polarizadas, ou seja, que o processo tenda para os valores exatos?

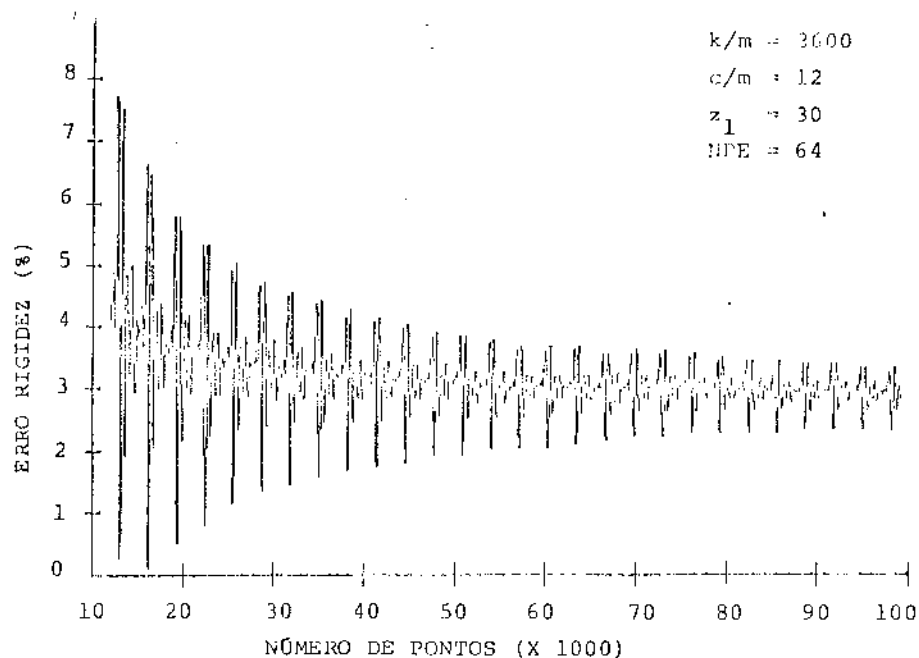


Figura 5.15 - Erro na identificação da rigidez do sistema mecânico . NPE = 64 e $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

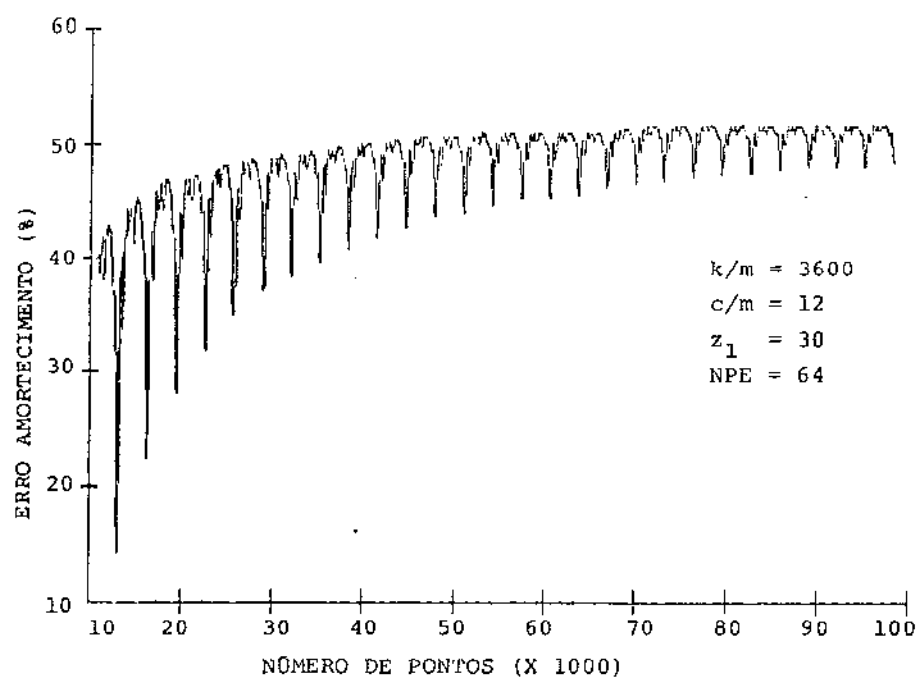


Figura 5.16 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico . NPE = 64 e $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

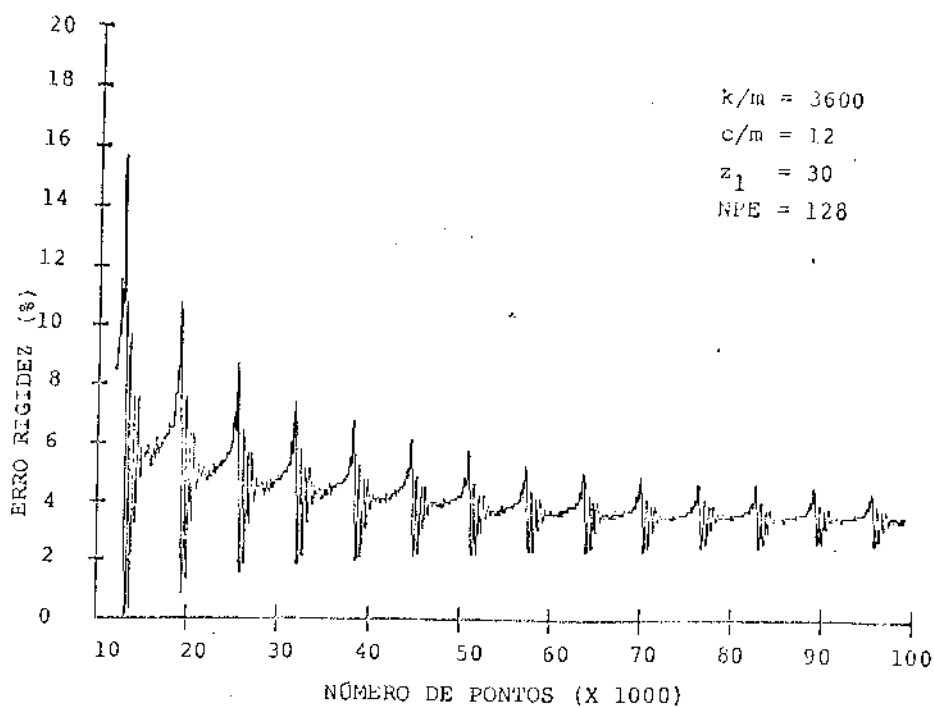


Figura 5.17 - Erro na identificação da rigidez do sistema mecânico . $NPE = 128$ e $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

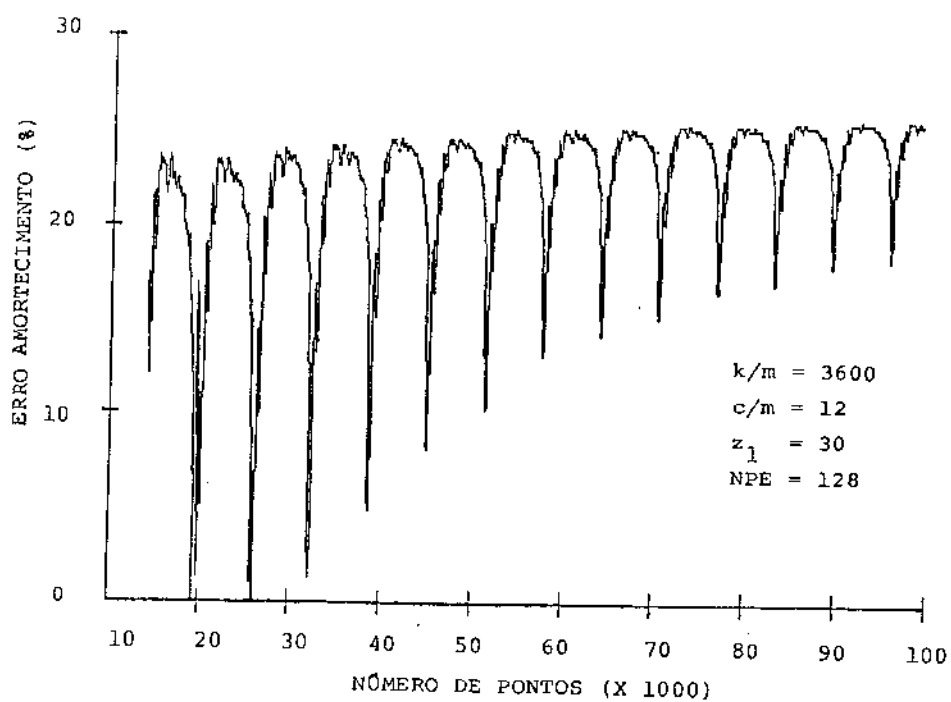


Figura 5.18 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico . $NPE = 128$ e $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

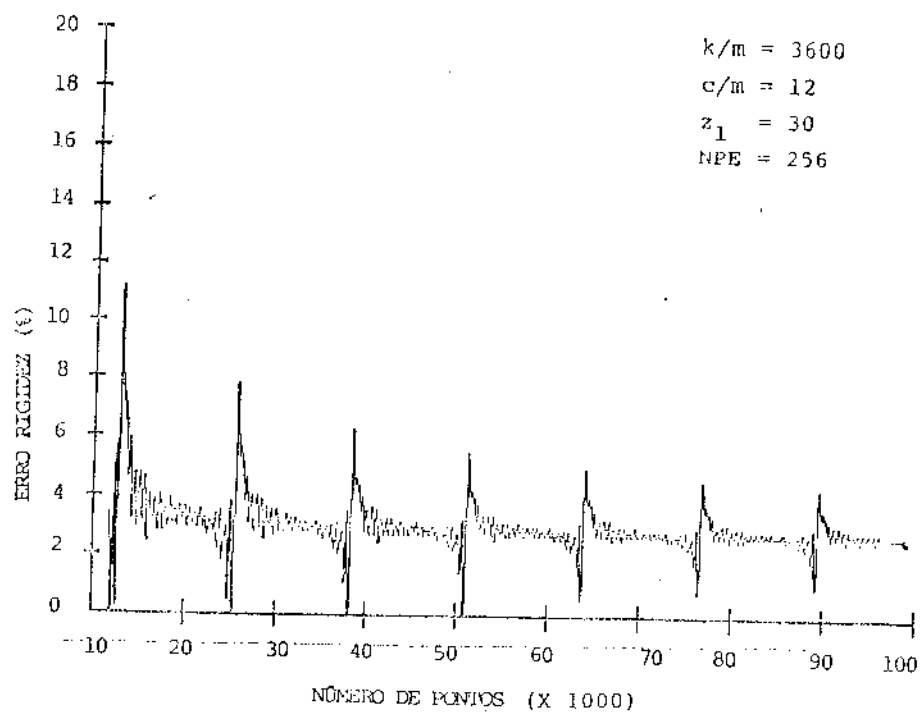


Figura 5.19 - Erro na identificação da rigidez do sistema mecânico . $NPE = 256$ e $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

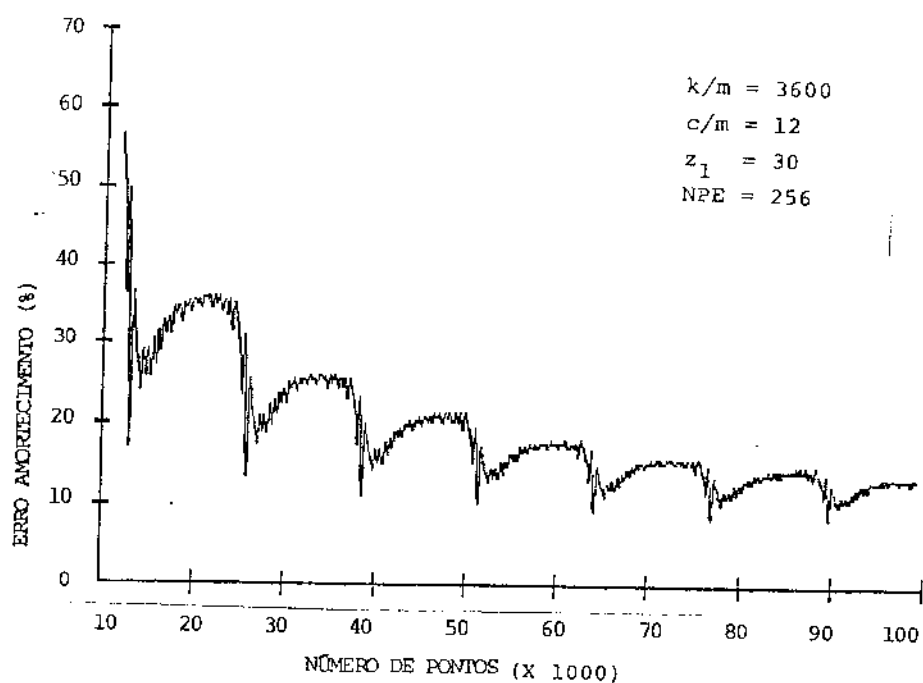


Figura 5.20 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico . $NPE = 256$ e $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

Supõe-se agora a situação em que , ao invés de diminuir o número de pontos da excitação , aumenta-se a sua frequência máxima (de 100 Hz para 1000 Hz) , diminuindo , da mesma forma , o período TE . As figuras 5.21 e 5.22 mostram estes resultados .

Percebe-se que o erro na estimativa do amortecimento aumentou bastante (passou para $E_c = 14,03\%$) enquanto que o da rigidez se manteve constante ($E_k = 0,5\%$) . A identificação do amortecimento é sempre muito mais sensível às variações do processo do que a da rigidez , como já se pôde perceber na análise anterior .

Um outro fator que influencia sobremaneira a estimação dos parâmetros é a frequência de corte (z_1) do filtro . Nas figuras 5.23 e 5.24 é apresentado o caso em que z_1 assume o valor 60 s^{-1} . Nesta situação , os erros no cálculo do amortecimento cresceram sensivelmente enquanto que a estimativa da rigidez não se alterou ; o que era de se esperar , uma vez que o estimador das covariâncias para a rigidez - equação (3.24) - não depende dos parâmetros do filtro . Como já foi dito , a escolha dos valores característicos dos filtros , tanto de primeira e , principalmente , dos de segunda ordem , é uma tarefa muito difícil e que desenvolve-la não se encontra dentro dos objetivos deste trabalho . Contudo , achou-se importante mostrar que esta influência realmente ocorre e que pode , por si só , comprometer os valores finais obtidos .

O processo de identificação sofre uma influência muito grande , tanto na velocidade de convergência como nos resultados finais , com a variação dos próprios parâmetros a serem estimados , como pode ser visto nas figuras 5.25 até 5.28 , para

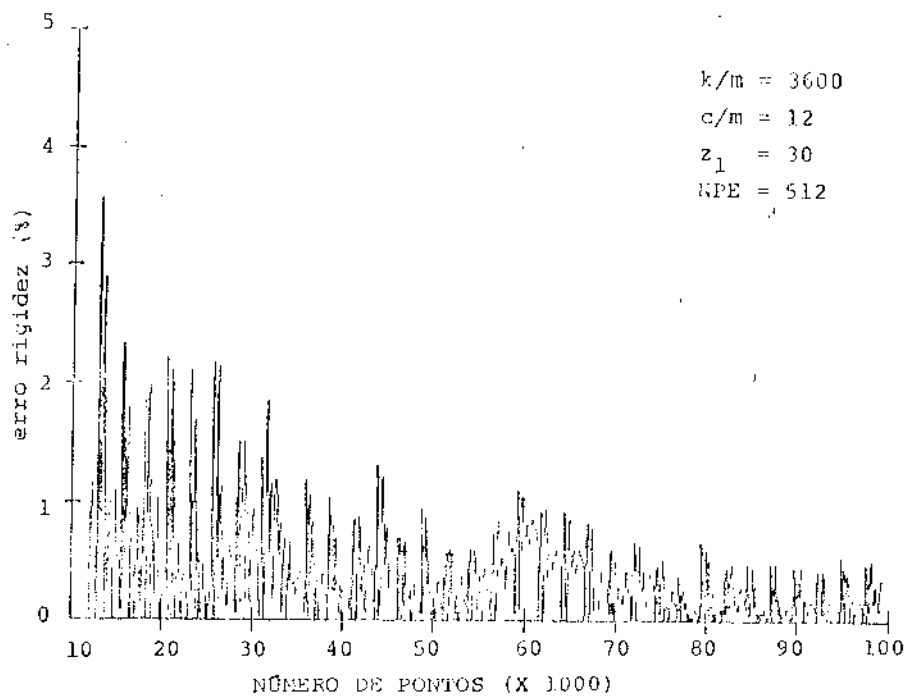


Figura 5.21 - Erro na identificação da rigidez do sistema mecânico . $F_{max} = 1000 \text{ Hz}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

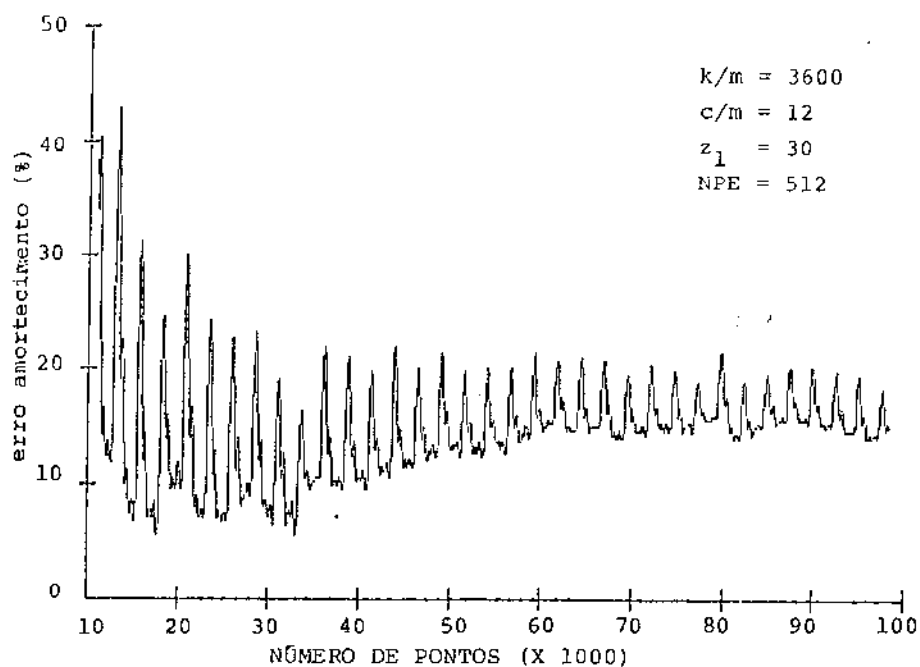


Figura 5.22 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico . $F_{max} = 1000 \text{ Hz}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

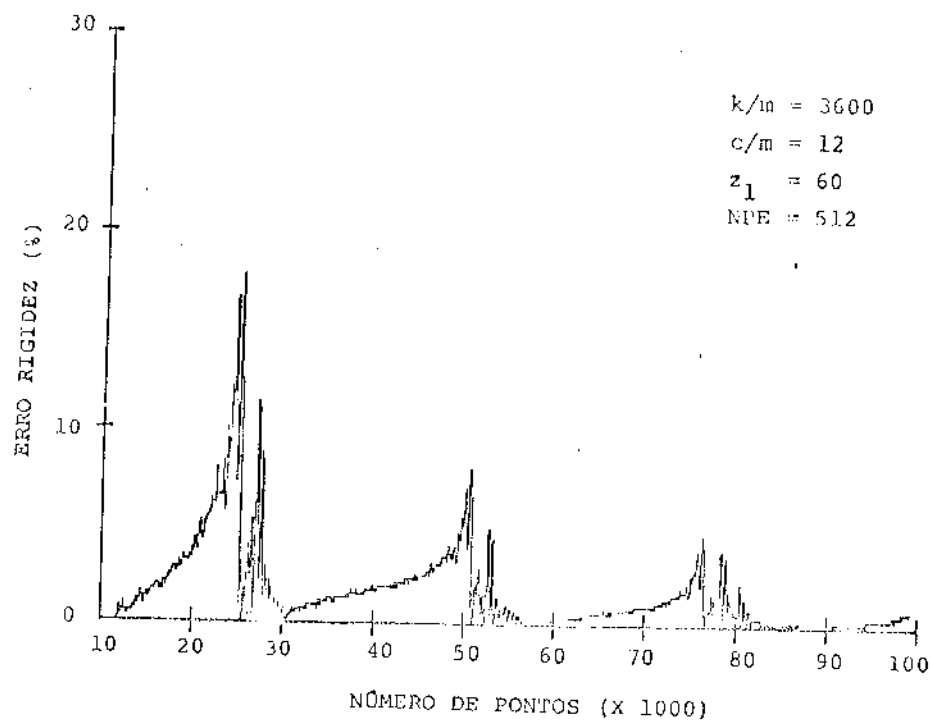


Figura 5.23 - Erro na identificação da rigidez do sistema mecânico . $z_1 = 60 \text{ s}^{-1}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

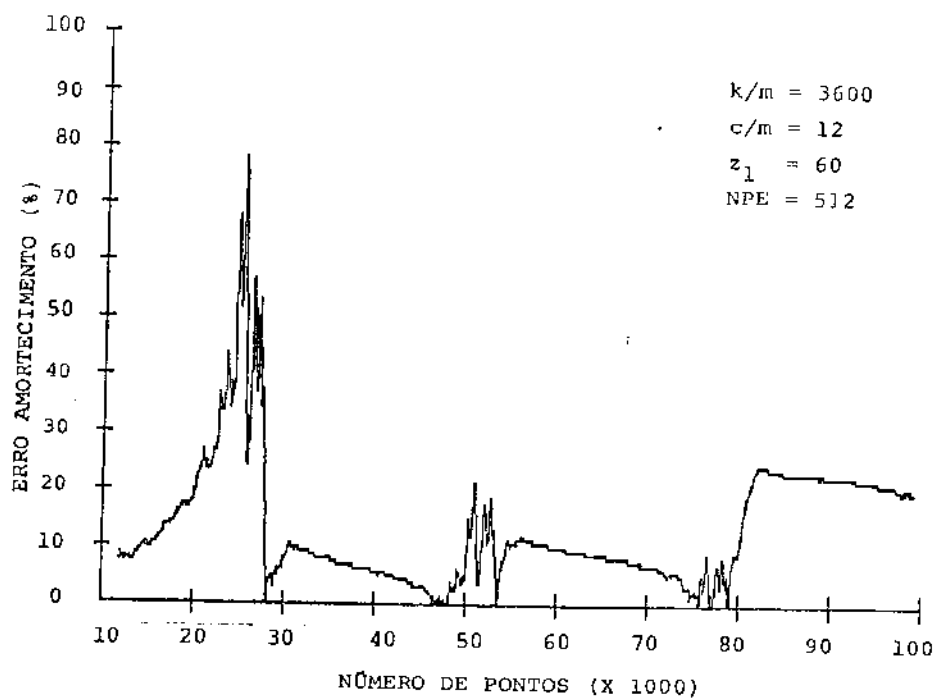


Figura 5.24 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico . $z_1 = 60 \text{ s}^{-1}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

valores de rigidez iguais a 5400 s^{-2} e 7200 s^{-2} respectivamente , e nas figuras 5.29 a 5.32 para amortecimento igual a 18 s^{-1} e 24 s^{-1} .

Como se pôde perceber , são inúmeros os fatores que devem ser levados em conta a fim de se obter bons resultados na estimação dos parâmetros do sistema . Um estudo considerável neste sentido ainda deve ser feito antes de se aplicar esta técnica de identificação a um sistema real desconhecido . Nestes sistemas existe ainda o problema de ruído nas medidas , o que prejudica consideravelmente os resultados finais obtidos pelo processo , uma vez que o Método das Covariâncias é polarizado , como mostram Roether/Pederiva [24] .

Os problemas que ocorrem no demais casos são similares aos aqui apresentados . Limitar-se-á , portanto , a relatar , de maneira sucinta , os demais resultados , deixando qualquer discussão adicional para ser feita no capítulo seguinte .

5.2.2. Filtro posterior de 2.^a ordem .

Utilizando o mesmo sistema mecânico dado em (5.1) e um filtro de segunda ordem , linear , descrito pela equação diferencial

$$\ddot{w}(t) + z_1 \dot{w}(t) + z_2 w(t) = \lambda y(t) + \xi \dot{y}(t) , \quad (5.4)$$

onde se adotou (baseado em Weber/Schiehlen [32]) os seguintes valores : $z_1 = 6200 \text{ s}^{-2}$, $z_2 = 10 \text{ s}^{-1}$, $\lambda = 1000 \text{ s}^{-2}$ e $\xi = -10 \text{ s}^{-1}$, obtém-se , através do MC , os estimadores para a rigidez e para o amortecimento do sistema mecânico , dados pelas equações (3.38) e

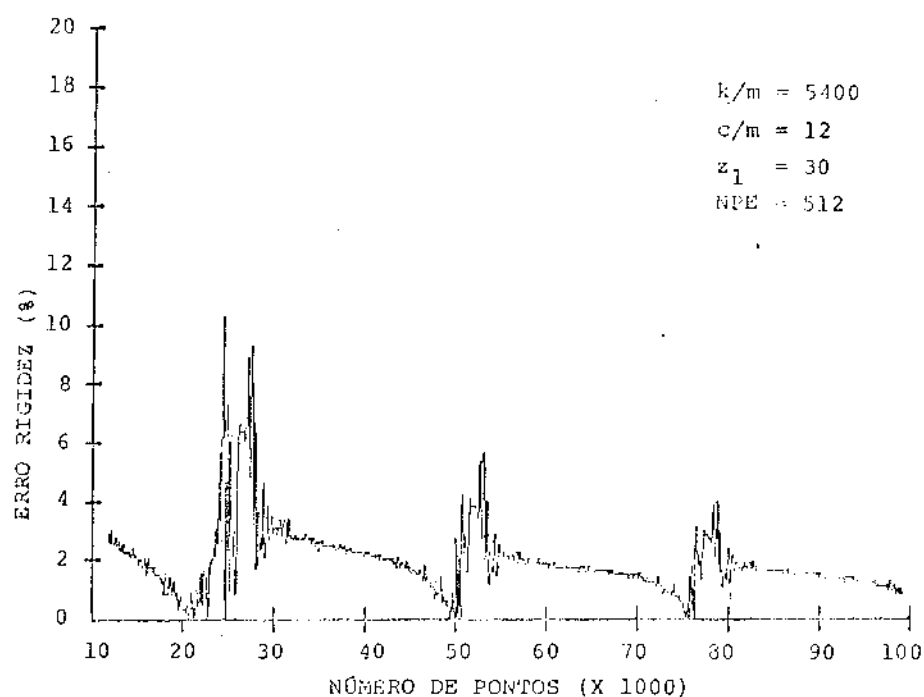


Figura 5.25 - Erro na identificação da rigidez do sistema mecânico . $k/m = 5400 \text{ s}^{-2}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

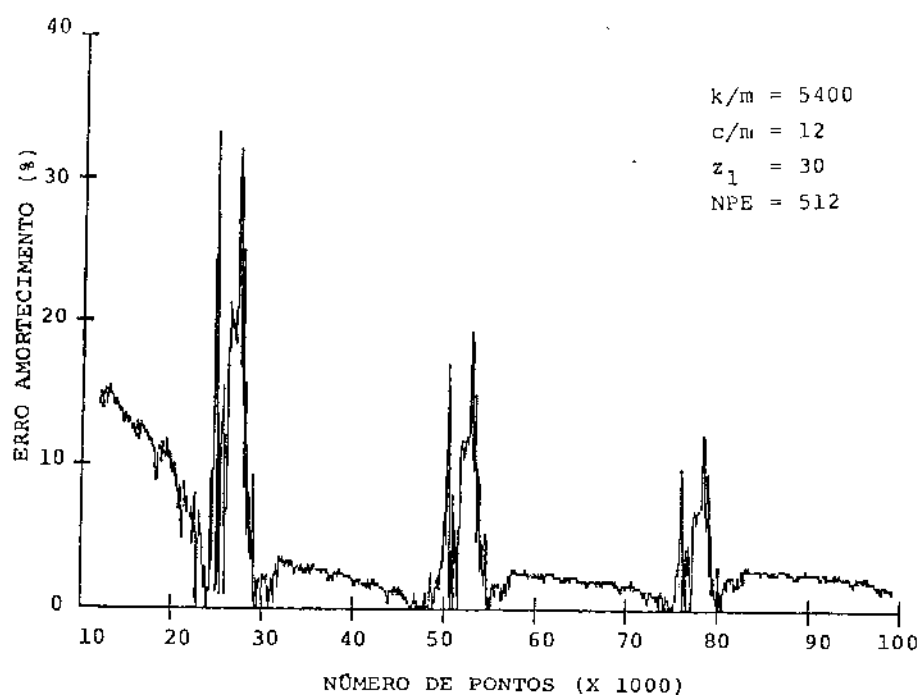


Figura 5.26 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico . $k/m = 5400 \text{ s}^{-2}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

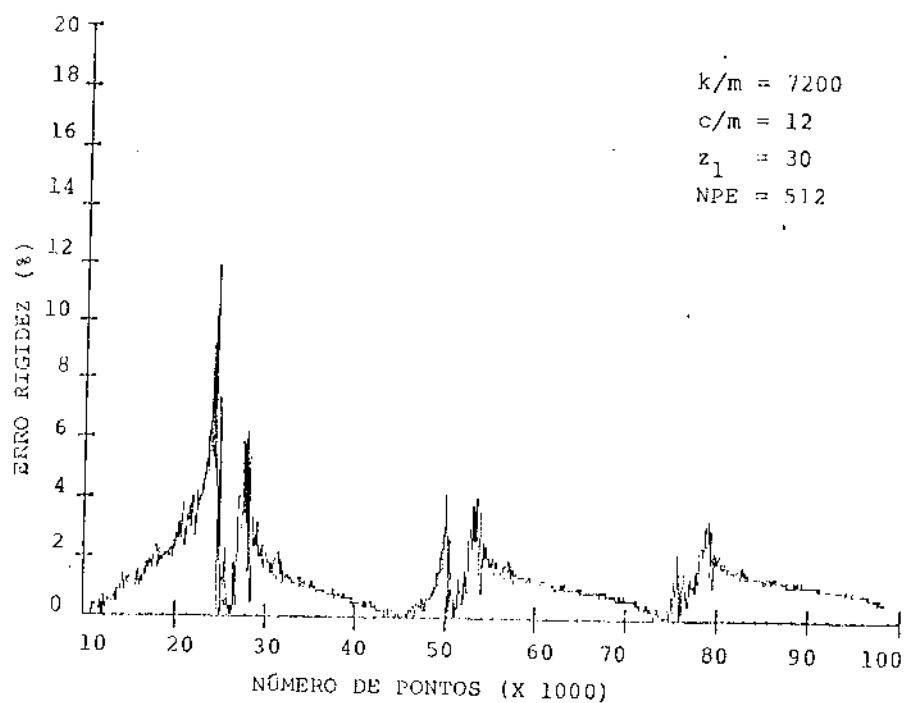


Figura 5.27 - Erro na identificação da rigidez do sistema mecânico . $k/m = 7200 \text{ s}^{-2}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

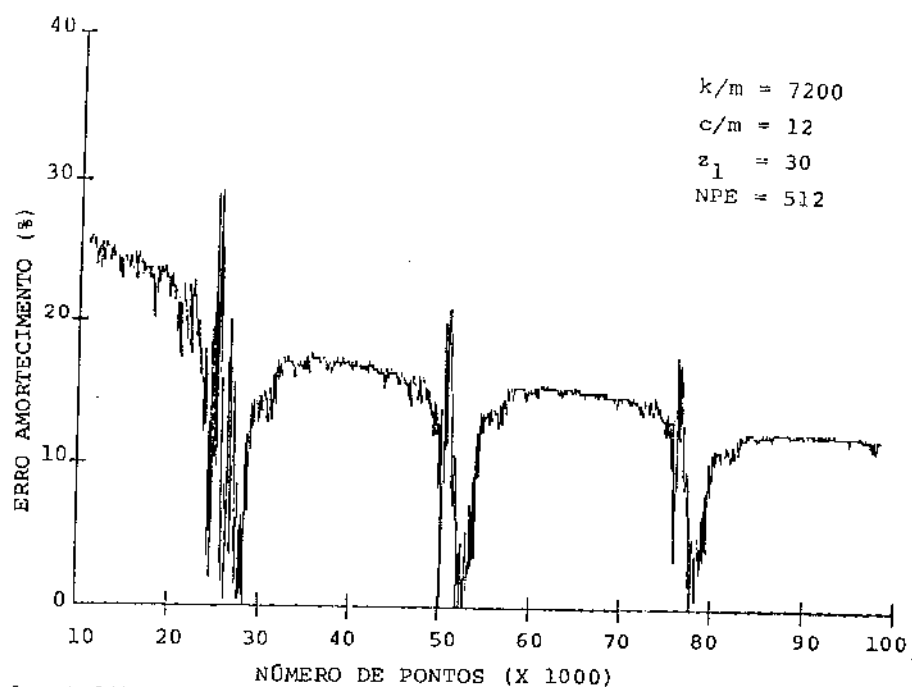


Figura 5.28 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico . $k/m = 7200 \text{ s}^{-2}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

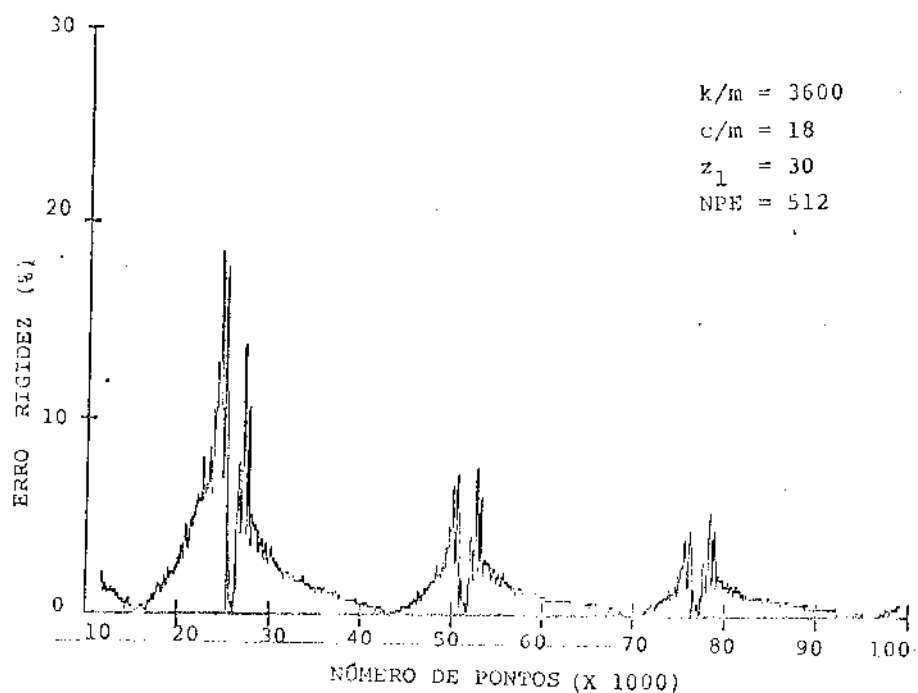


Figura 5.29 - Erro na identificação da rigidez do sistema mecânico . $c/m = 18 \text{ s}^{-1}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

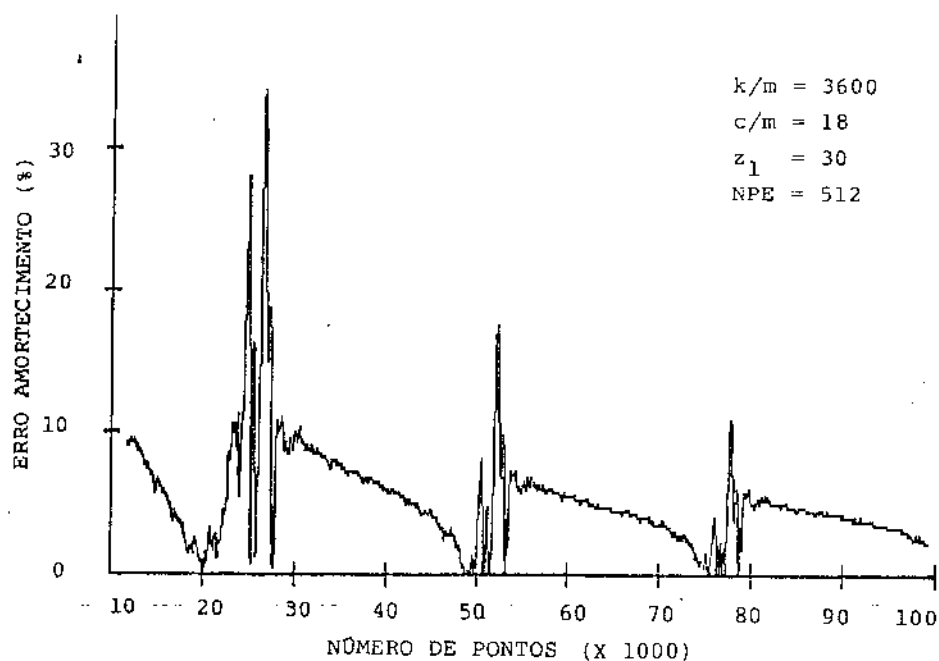


Figura 5.30 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico . $c/m = 18 \text{ s}^{-1}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

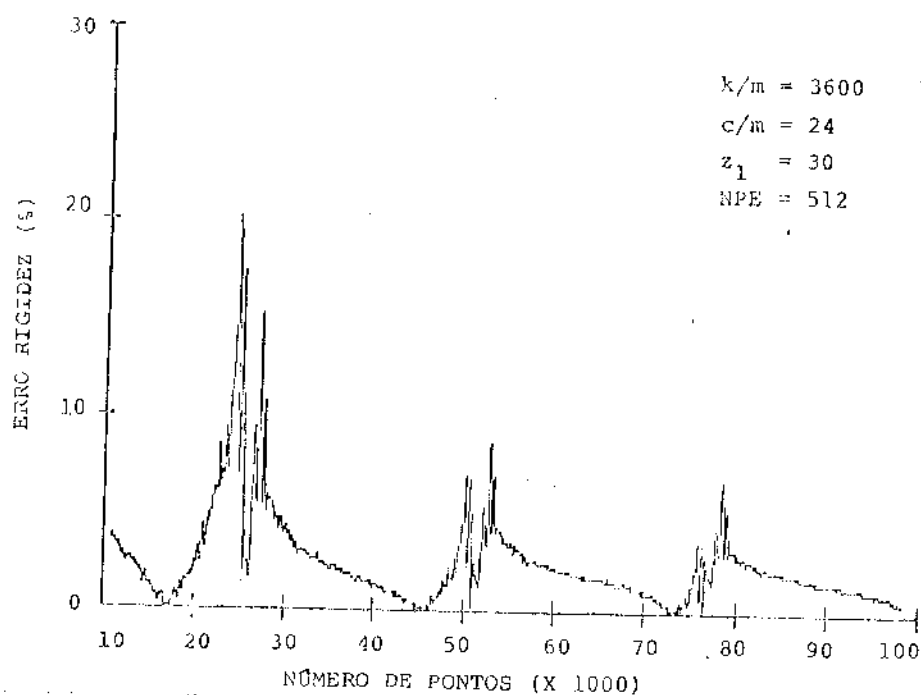


Figura 5.31 - Erro na identificação da rigidez do sistema mecânico . $c/m = 24 \text{ s}^{-1}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

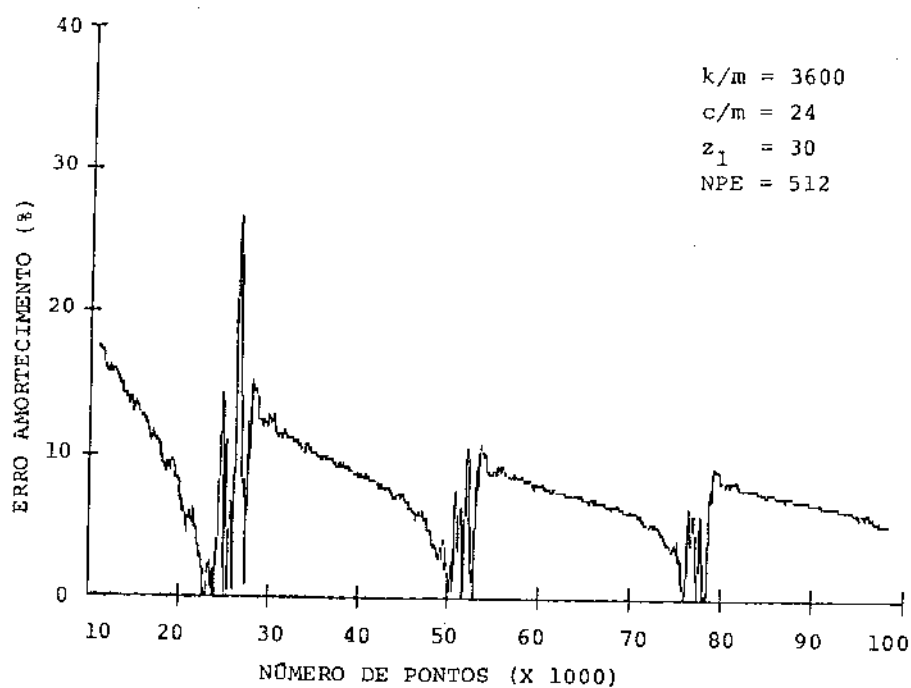


Figura 5.32 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico . $c/m = 24 \text{ s}^{-1}$ e $T = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$.

(3.39) .

Os resultados da aplicação destes estimadores podem ser encontrados nas figuras (5.33) e (5.34) . Como se pode notar , os valores finais obtidos não variam muito em relação ao caso anterior .

5.3. Sistema mecânico excitado por um ruído colorido .

Utiliza-se o mesmo sistema (5.1) e um modelo para o ruído colorido representado por

$$\dot{h}(t) + 1300 h(t) = 100 v(t) . \quad (5.5)$$

Novamente , apresenta-se dois casos : (1) com filtro de primeira ordem e (2) com filtro de segunda ordem .

5.3.1. Filtro posterior de primeira ordem .

Com o auxílio do filtro (5.2) , obtém-se os resultados apresentados nas figuras 5.35 e 5.36 , da determinação do amortecimento e do fator característico do filtro , supondo que se conheça a rigidez .

Percebe-se que o MC responde bem à estimação da frequência de corte do filtro .

5.3.2. Filtro posterior de segunda ordem .

Nas figuras 5.37 e 5.38 aparecem os resultados da identificação do parâmetro γ , da excitação , e do amortecimento do sistema mecânico , quando é usado o ruído colorido $h(t)$, gerado

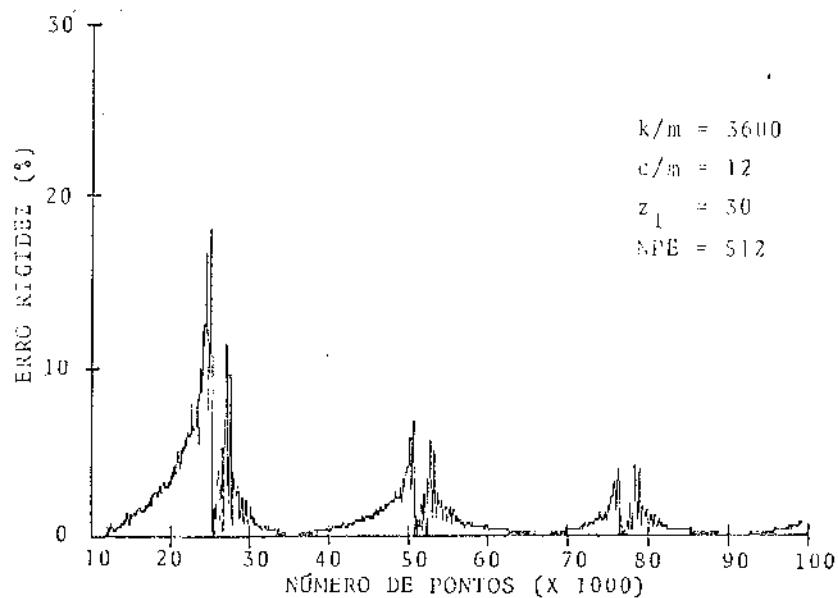


Figura 5.33 - Erro na identificação da rigidez do sistema mecânico . NPE = 512 , $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

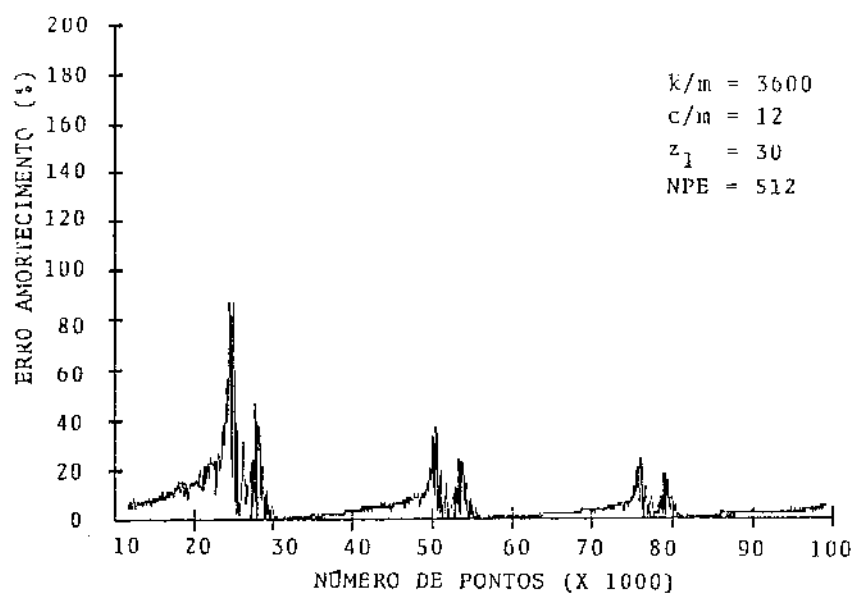


Figura 5.34 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico . NPE = 512 , $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

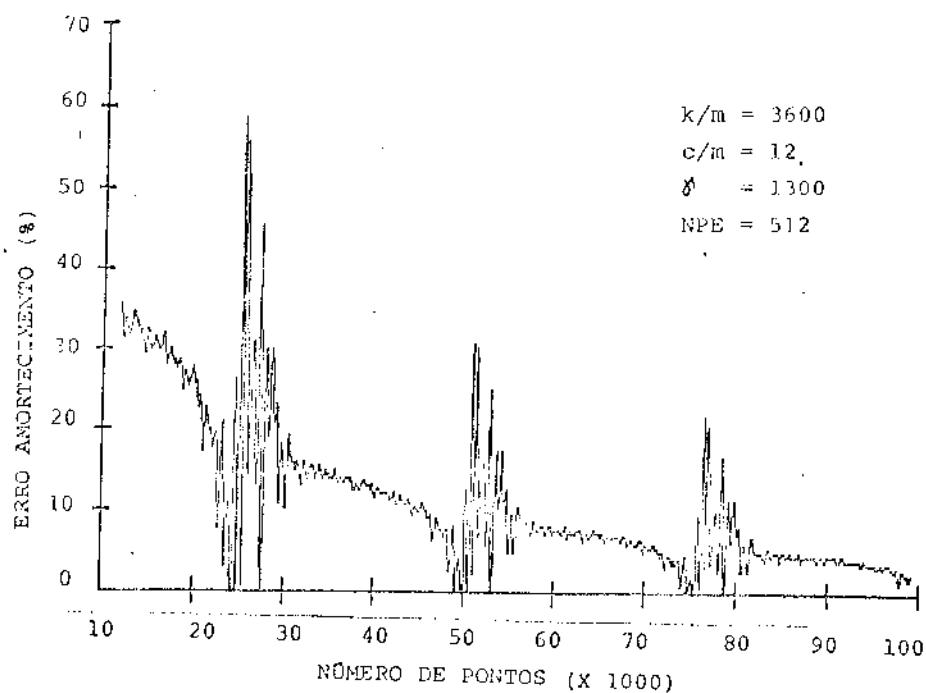


Figura 5.35 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico . $NPE = 512$, $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

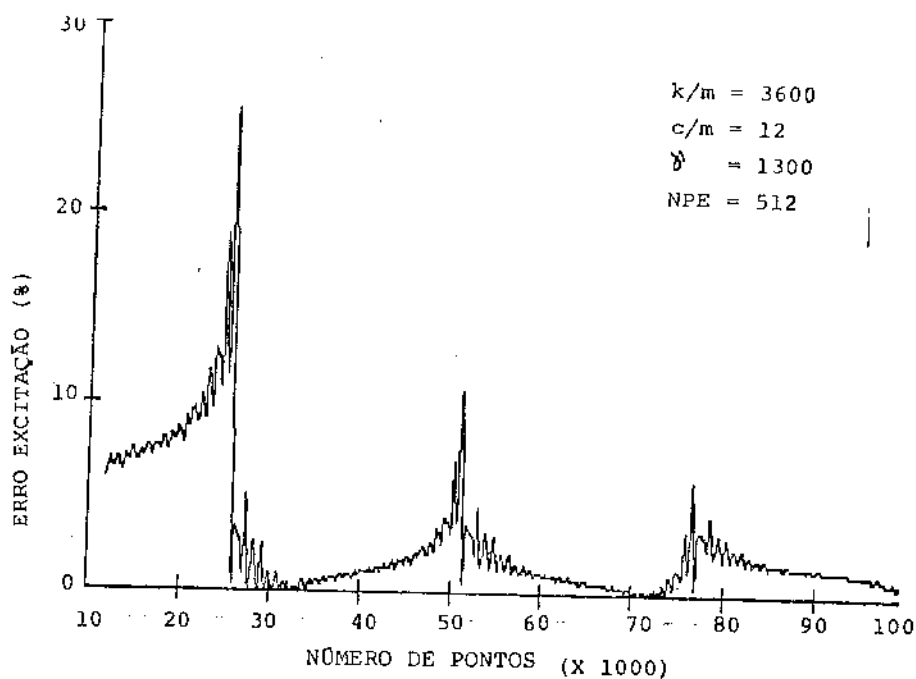


Figura 5.36 - Erro na identificação do parâmetro γ da excitação .
 $NPE = 512$, $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

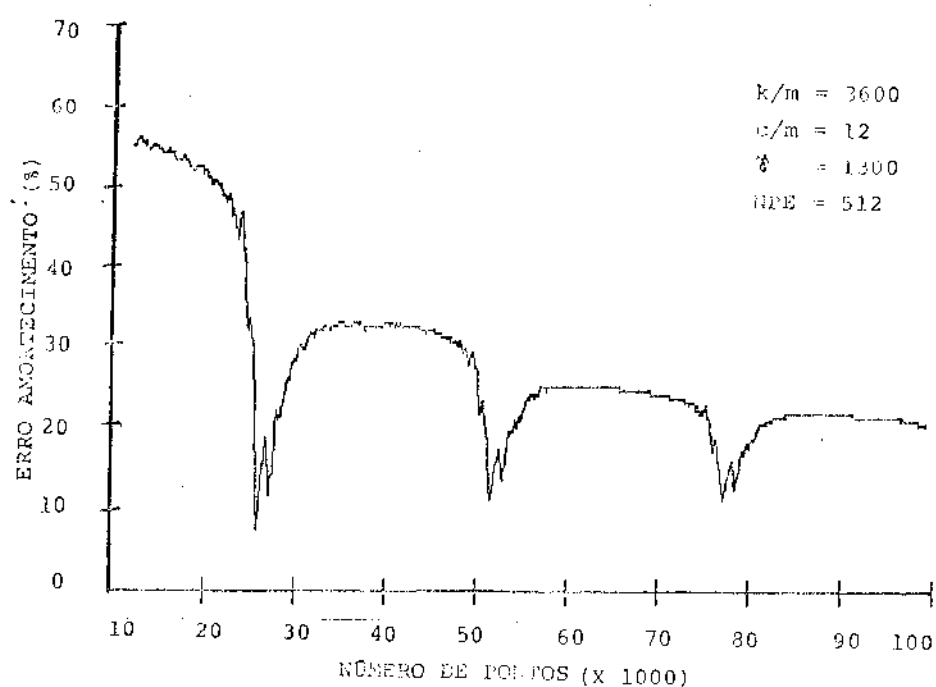


Figura 5.37 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico . $NPE = 512$, $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

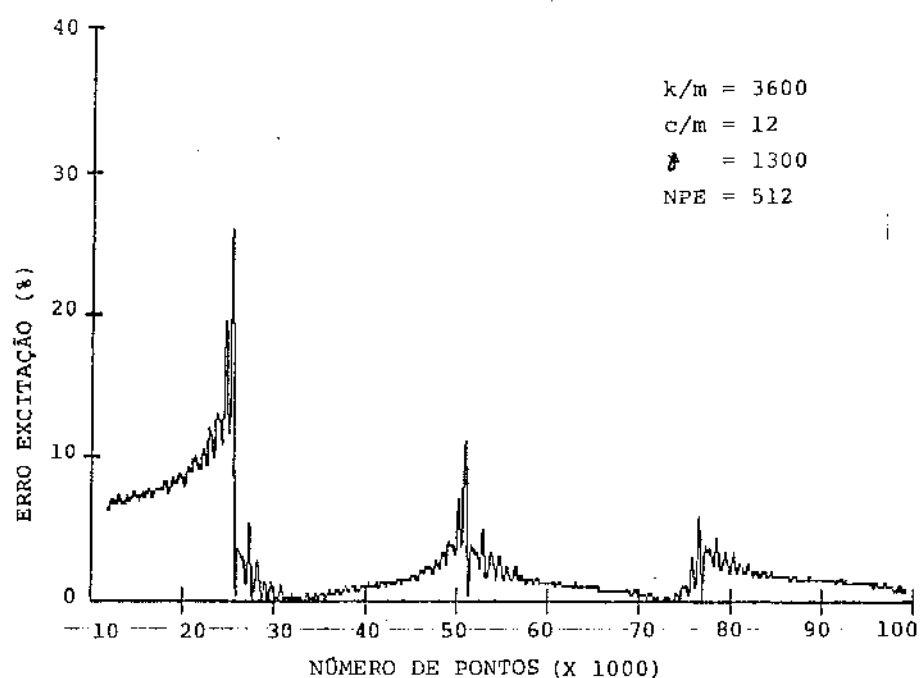


Figura 5.38 - Erro na identificação do parâmetro γ da excitação .
 $NPE = 512$, $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

por (5.5) , o filtro de segunda ordem (5.4) e o sistema (5.1) .

Neste caso também , os erros se encontram em níveis razoáveis .

Assim , considerando todas as imprecisões introduzidas pelos métodos numéricos utilizados , o HC apresentou bons resultados tanto na identificação dos parâmetros do sistema mecânico como na determinação das características da perturbação externa .

CAPÍTULO VI

DISCUSSÕES E CONCLUSÕES FINAIS

6.1. Introdução .

Os resultados da identificação dos parâmetros de sistemas mecânicos bem como das características da força de excitação já foram apresentadas no capítulo anterior e , como se pôde observar , em muitos casos , estes se encontram dentro de uma faixa de erro aceitável para grande parte das aplicações em engenharia .

A análise a ser feita neste capítulo , contudo , não será sobre os resultados provenientes da utilização do Método das Covariâncias , mas sim sobre o conjunto de procedimentos adotados , desde a entrada dos dados até a obtenção destes valores estimados , passando pelo gerador do sinal de excitação , integrador numérico e pela própria formulação do método de identificação , examinando as características particulares de cada algoritmo e as influências destas no conjunto como um todo e na aplicação presente . Baseado nesta análise , serão apresentados métodos alternativos a fim de eliminar , ou ao menos minimizar , os problemas encontrados em cada procedimento .

É importante deixar claro que todos os algoritmos utilizados já foram amplamente testados e , geralmente , apresentaram resultados muito bons . Portanto , o que se põe em discussão não é o mérito do algoritmo mas se o uso de determinado procedimento é adequado , ou não , para a aplicação em questão .

6.2. Análise Geral dos Métodos Numéricos .

Dentro do corpo do trabalho , principalmente da parte numérica , o método de solução de sistemas de equações diferenciais utilizado tem importância bastante grande , e sua escolha influenciou sobremaneira a adoção dos demais algoritmos . Essa opção foi feita porque se pretendia fazer uma formulação mais genérica da perturbação externa , a fim de descrever , o mais próximo possível , as características principais da força de excitação atuante em um sistema hidráulico real (figura 1.2) , o que poderia levar à necessidade de se ter que resolver um sistema diferencial não linear . Contudo , esta etapa não foi alcançada e acabou-se por trabalhar apenas com equações lineares , subutilizando assim todo o potencial do integrador .

A primeira conclusão que se tira deste estudo , e que é até certo ponto óbvio agora , é que não há a menor necessidade de se usar um integrador numérico tão robusto quando o sistema estudado é linear .

Uma sugestão imediata é a de se usar integradores como , por exemplo , o Runge-Kutta que , apesar de apresentarem problemas de instabilidade da solução quando se adota passos de integração inadequados , exigem muito menos esforço computacional (gastam muito menos tempo de processamento) .

Além dessa não necessidade clara da utilização de um algoritmo tão robusto para solução de sistemas de equações diferenciais lineares , este integrador ainda possui características que o fazem completamente inadequado à presente aplicação .

A primeira delas é o fato de que o passo de integração é variável ao longo do processo , selecionado segundo alguns critérios pré-definidos . Na verdade , há a possibilidade de se fixar este passo . Contudo , esta alternativa foi testada e , como consequência , obteve-se um tempo de processamento muito maior do que a versão original , o que é , até certo ponto , um resultado previsível . O programa , a cada chamada , ajusta dois parâmetros a fim de manter os erros da solução dentro dos limites previamente estipulados pelo usuário que são : o passo de integração e a ordem do polinômio interpolador . Ao se fixar o passo , se esse valor é pequeno , são necessárias mais chamadas para se obter a solução no instante desejado ; se o valor é grande , a ordem do polinômio tem que ser muito alta para poder limitar o erro . Além do mais , a combinação destes dois parâmetros deve ser otimizada pelo programa a fim de fornecer o menor erro no menor tempo de processamento possível .

São inúmeras as complicações , para a aplicação atual , provenientes do passo ser variável . Uma das consequências é a perda da informação de qual é a frequência máxima do sinal de excitação do sistema simulado .

Considera-se , por exemplo , um sistema mecânico de N graus de liberdade , cuja frequência de vibração de seu modo mais alto seja ω_N . Se se deseja identificar completamente as matrizes de rigidez e amortecimento desse sistema é preciso que a perturbação externa seja capaz de excitar todos os seus modos de vibrar , ou seja , que ela possua componentes de frequência acima de ω_N , além de não ser aplicada em nenhum nó de qualquer um dos N modos próprios . Na verdade , devido ao amortecimento , a energia de determinado modo é distribuída em uma certa faixa de frequência ,

o que implica na necessidade de que a excitação tenha uma frequência máxima consideravelmente maior que ω_N . Em Weber/Schiehlen [32] é apresentada a influência da frequência máxima da perturbação externa na identificação dos parâmetros de um sistema mecânico excitado por um ruído branco, usando-se o Método das Covariâncias. Este resultado é reproduzido na figura 6.1.

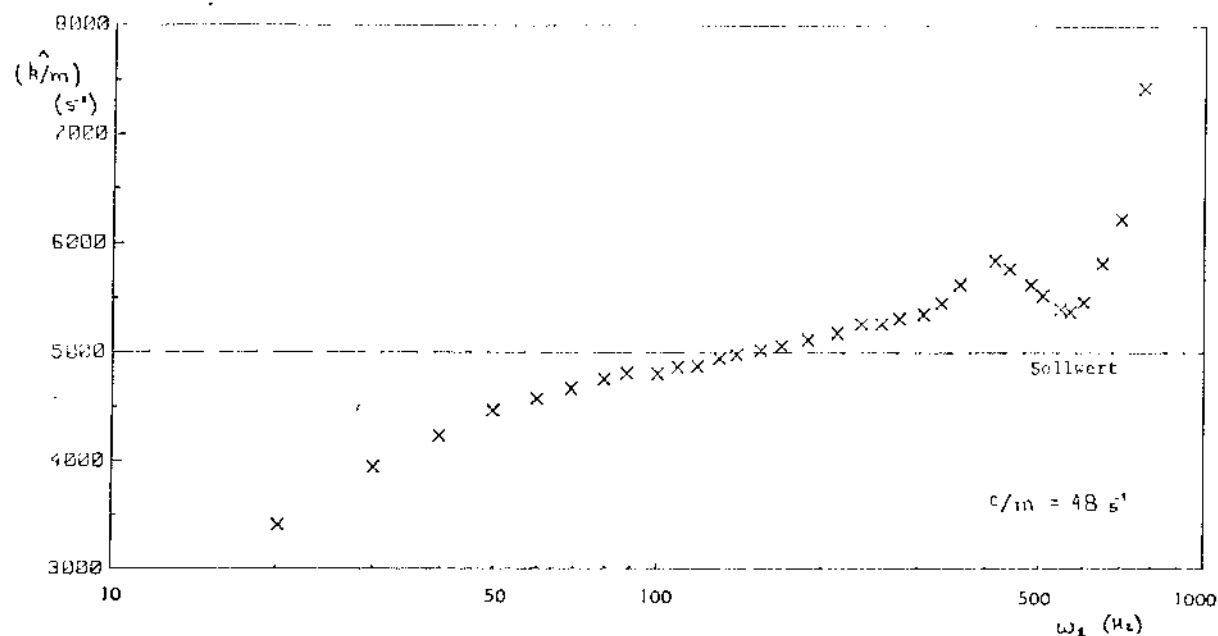


Figura 6.1 - Erro na identificação da rigidez do sistema mecânico em função da frequência máxima da excitação (reproduzido de Weber/Schiehlen [32])

Sabe-se, pelo teorema da amostragem (Newland [18] , Rabiner [23]), que esta frequência máxima está relacionada com o intervalo de tempo com o qual se discretiza o sinal, através da expressão

$$F_{MAX} \leq \frac{1}{2 \Delta t} , \quad (6.1)$$

onde Δt , para o integrador, é o passo de integração. Com o

auxílio de (6.1) pode-se , dado $F_{\max}$ - em função do sistema em estudo - obter um limite superior para esse passo , assegurando que a faixa de frequência da perturbação externa seja pelo menos maior que ω_N ou algum outro valor que se ache adequado .

Uma outra consequência indireta do fato do passo de integração não ser constante é a necessidade de se interpolar pontos , através de "splines" cúbicas , entre aqueles originalmente obtidos com o auxílio do gerador do sinal de excitação . É importante observar que , mesmo tendo uma expressão analítica da perturbação externa , não é possível gerar os valores conforme o integrador necessita pois é preciso saber , a priori , o número de componentes em frequência e , conseqüentemente , o número de pontos que terá , em cada período , o sinal no tempo .

Nas figuras 6.2 e 6.3 são apresentados o sinal gerado pelo algoritmo descrito por Schroeder , em [28] , e aquele formado pela interpolação de três pontos entre cada dois da sequência anterior . Percebe-se , claramente , que o sinal interpolado é mais "suave" que o original . Nas figuras 6.4 a 6.6 e 6.7 a 6.9 são mostradas as transformadas de Fourier e as funções de auto-correlação do sinal original (gerado com 64 pontos e intervalo de discretização de 0.005 segundos) e das sequências obtidas por interpolação de 1 e 3 pontos entre cada dois sinal padrão .

Percebe-se (figuras 6.4 e 6.6) que há uma atenuação no espectro do sinal nas frequências mais altas . E isto pode ser facilmente explicado . Como se pode notar na figura 6.2 , o sinal de excitação utilizado atua , como já foi dito anteriormente , como uma "varredura aleatória" , onde sua frequência varia com o tempo , de zero até a frequência máxima e tornando a voltar a zero

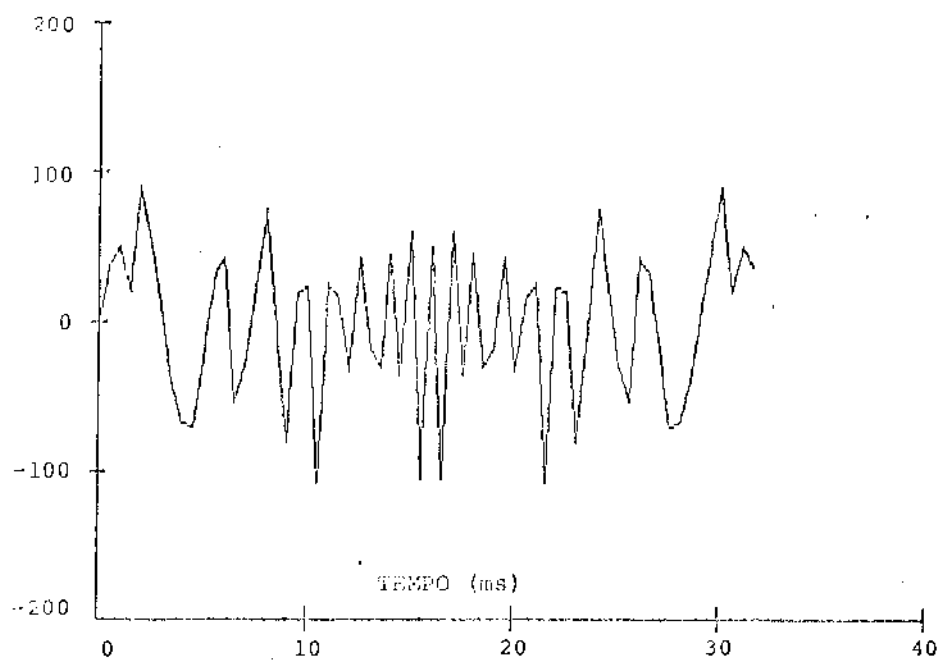


Figura 6.2 - Sinal gerado pelo algoritmo de Schroeder . NPE = 64 ,
 $T = 5 \times 10^{-3}$ s .

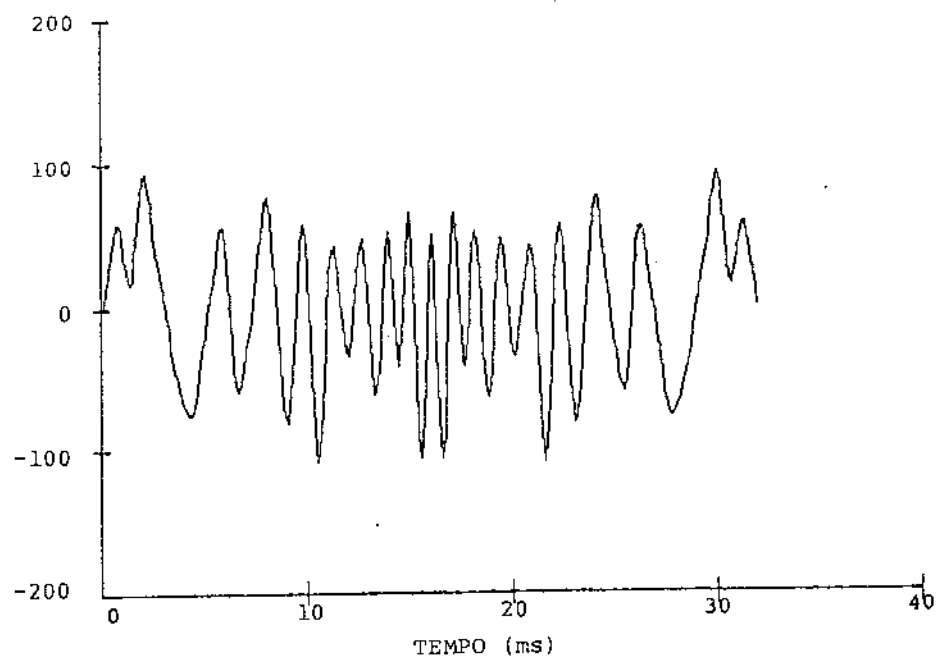


Figura 6.3 - Sinal obtido por interpolação de 3 pontos (N1)
entre cada dois do sinal de Schroeder . NPE = 64 , $T = 5 \times 10^{-3}$ s .

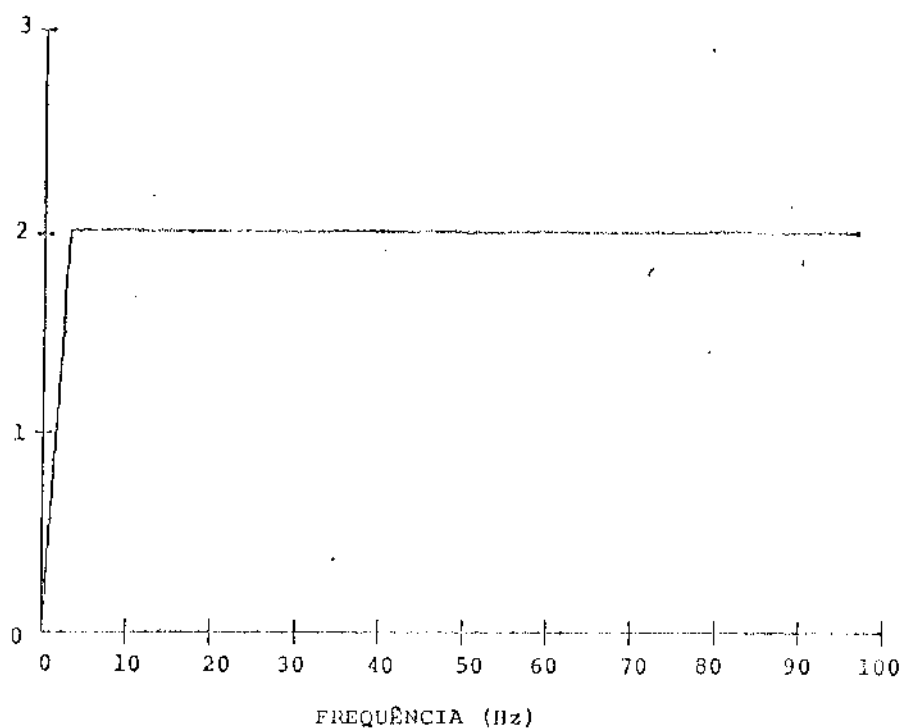


Figura 6.4 - Transformada de Fourier do sinal de Schroeder .
 $NPE = 64$, $T = 5 \times 10^{-3}$ s .

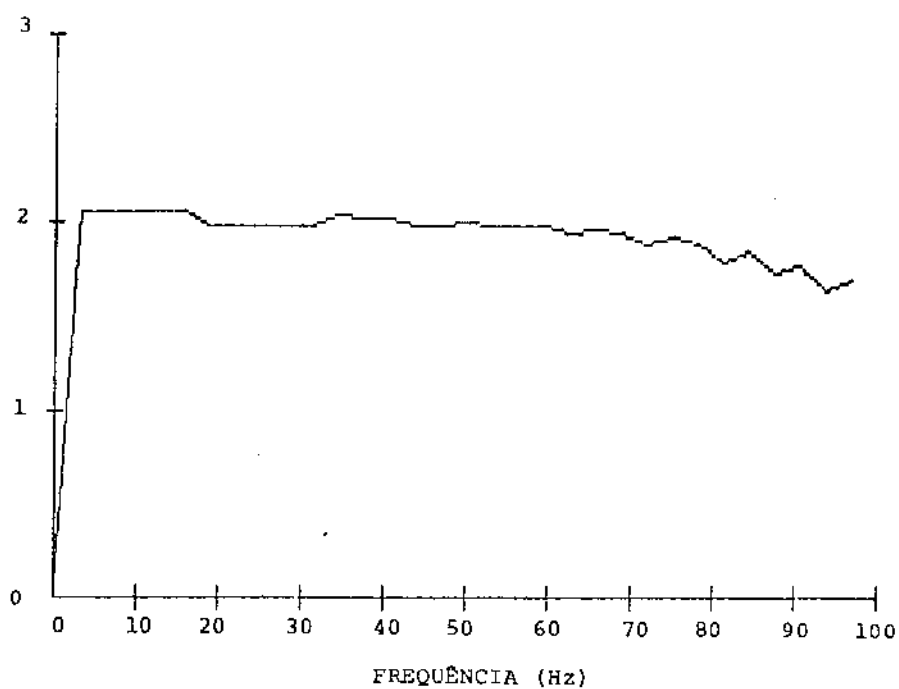


Figura 6.5 - Transformada de Fourier da sequência interpolada .
 $NI = 1$, $NPE = 64$, $T = 5 \times 10^{-3}$ s .

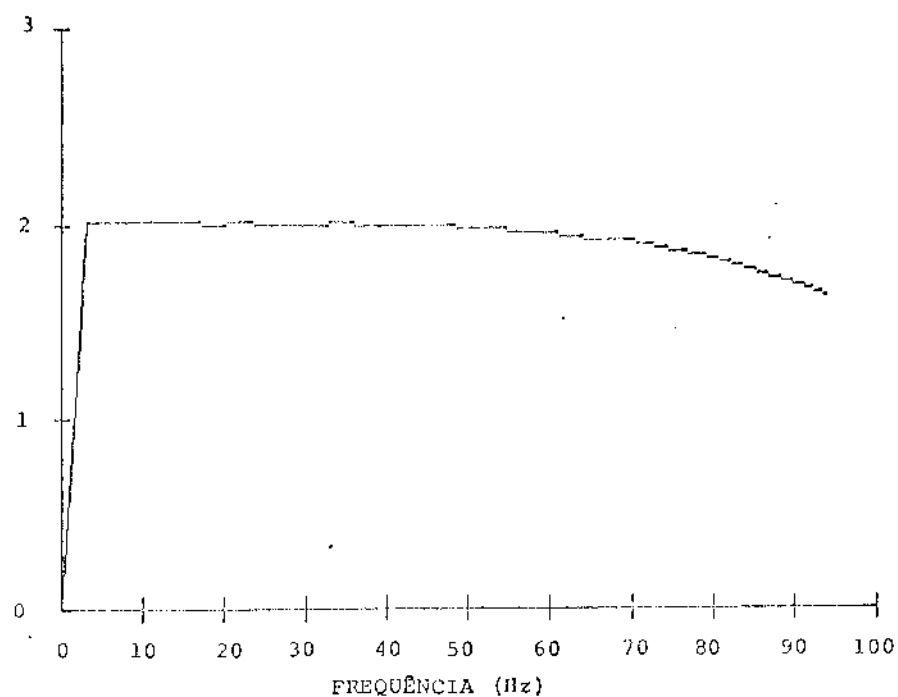


Figura 6.6 - Transformada de Fourier da sequência interpolada .
 $N_1 = 3$, $NPE = 64$, $T = 5 \times 10^{-3}$ s .

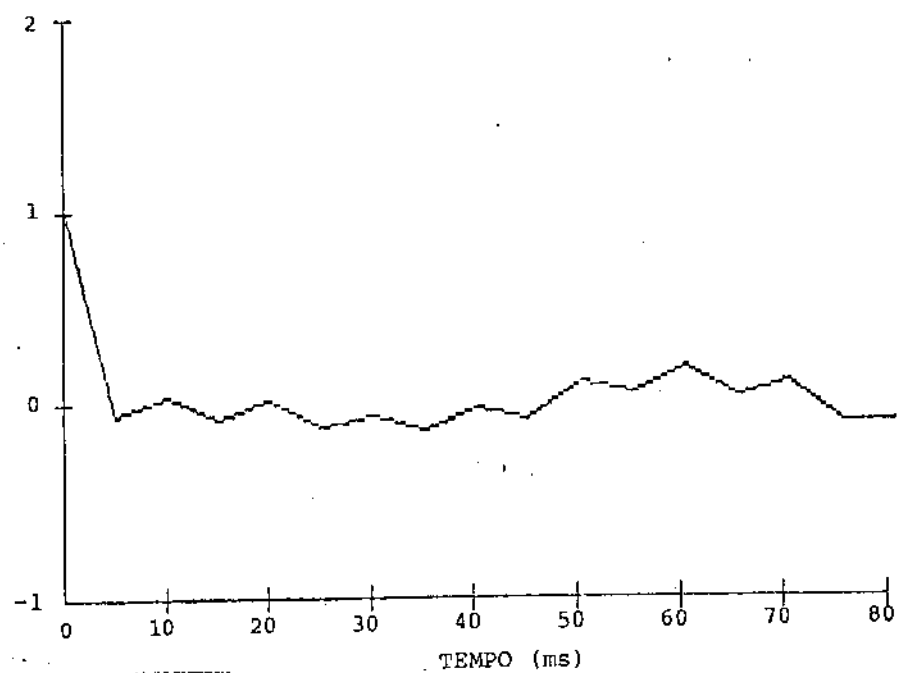


Figura 6.7 - Função de auto-correlação do sinal de Schroeder .
 $NPE = 64$, $T = 5 \times 10^{-3}$ s .

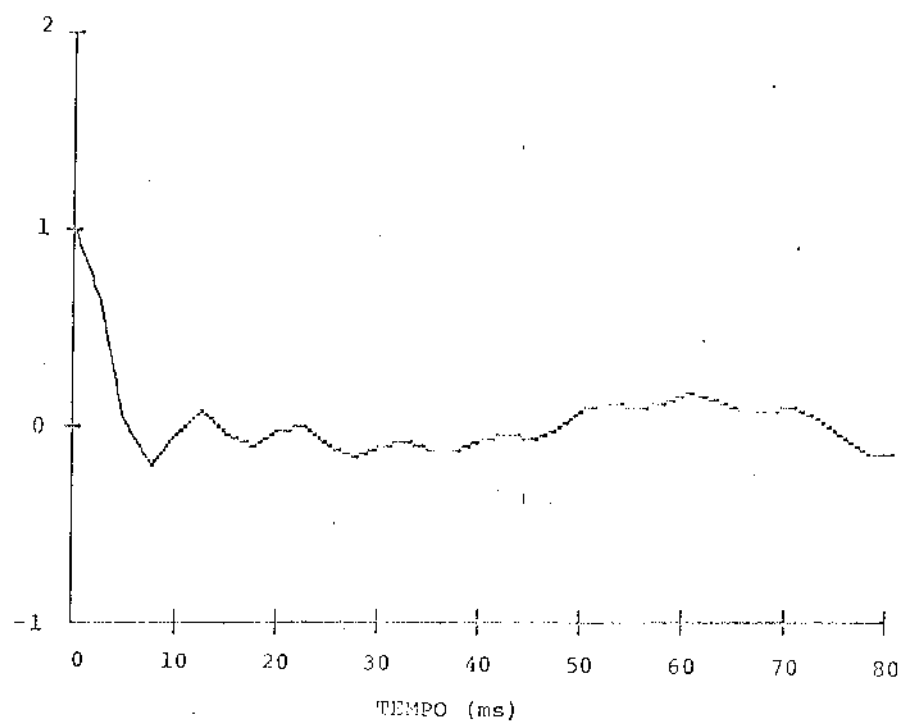


Figura 6.8 - Função de auto-correlação da sequência interpolada .

$NI = 1$, $NPE = 64$, $T = 5 \times 10^{-3}$ s .

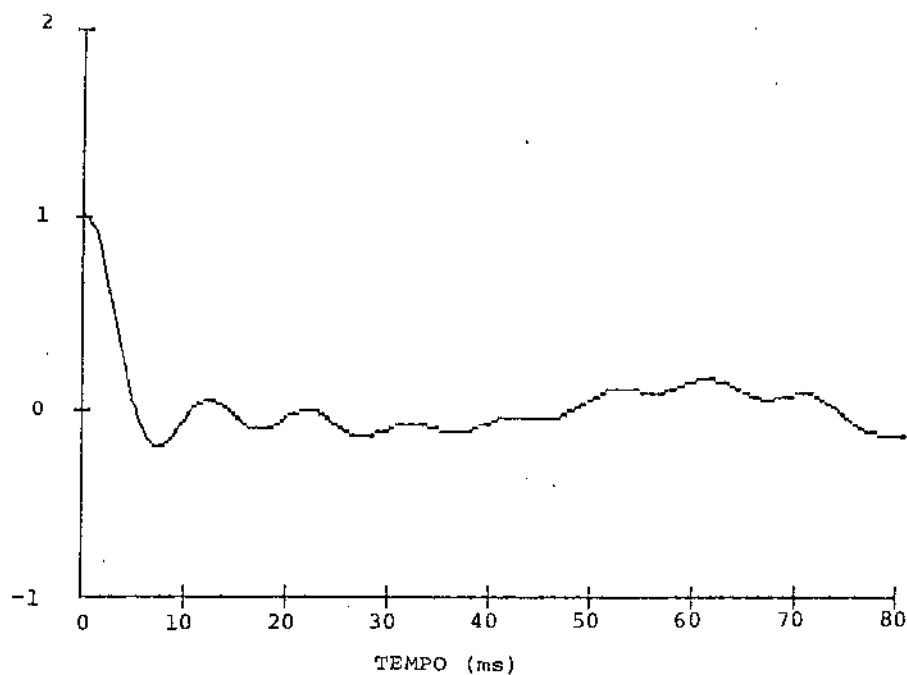


Figura 6.9 - Função de auto-correlação da sequência interpolada .

$NI = 3$, $NPE = 64$, $T = 5 \times 10^{-3}$ s .

em um período fundamental TE . Assim , cada componente do espectro de potência fica caracterizada no sinal no tempo . Quando é feita uma interpolação por "splines" cúbicas nesta sequência de valores , dependendo do número de pontos interpolados e do intervalo de discretização do sinal original , o seu perfil no tempo é bem acompanhado em baixas frequências mas , em altas frequências , o processo de interpolação tende a suavizar a curva e , conseqüentemente , provocar uma diminuição na potência relativa destas componentes de frequências .

A fim de eliminar os problemas advindos da interpolação da excitação , tentou-se trocar o algoritmo de geração da perturbação externa . Esta nova rotina gera uma sequência aleatória , gaussiana e com média zero . É importante observar , que com essa substituição , seriam excluídos os sub-programas de interpolação por "splines" e de resolução de sistemas algébricos lineares . As figuras 6.10 e 6.12 apresentam , respectivamente , o novo sinal de excitação proposto e sua função de auto-correlação .

O resultado dessa troca , contudo , foi um aumento considerável no tempo de processamento gasto pelo integrador . Como já foi dito , para que os erros da solução estejam dentro de limites previamente estipulados , o integrador varia constantemente o tamanho do passo e a ordem do polinômio interpolador . No início , o passo de integração é escolhido como sendo quatro vezes o erro de truncamento unitário (que é da ordem de 10^{-14} , para o computador utilizado , trabalhando-se com precisão estendida) e , a medida que o sistema evolui , se a solução é suave e contínua , o passo é aumentado constantemente . Este é o caso da configuração original . Contudo , se o sistema tem uma resposta aleatória e com componentes de frequência

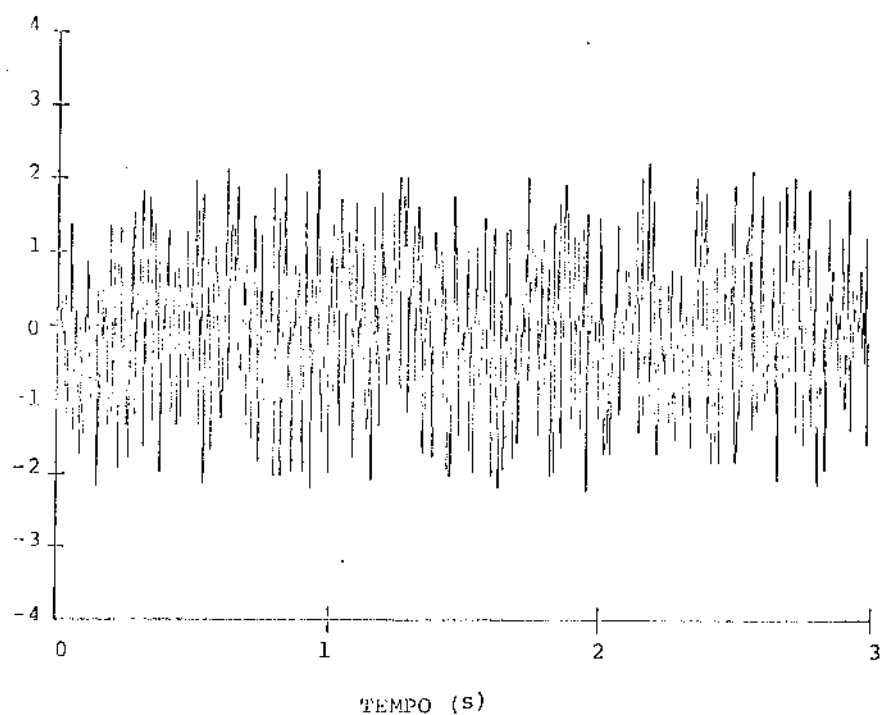


Figura 6.10 - Sinal aleatório no tempo .

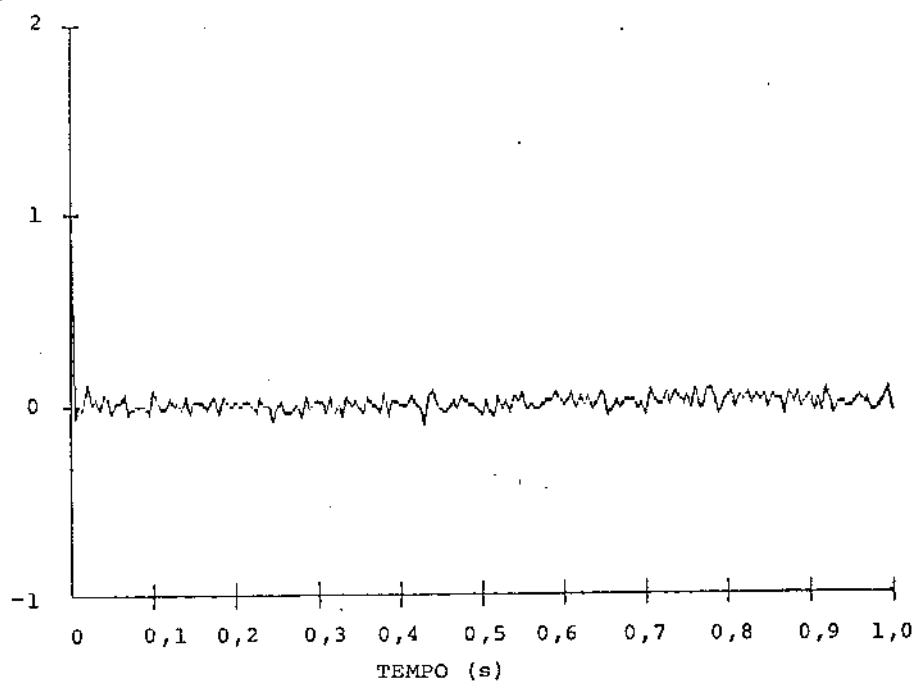


Figura 6.11 - Função de auto-correlação do novo sinal de excitação .

razoavelmente altas , além da ordem do polinômio interpolador ser elevada , o passo de integração tem também que ser muito pequeno , para conseguir limitar o erro . Este é o caso da configuração atual proposta . Essa combinação de fatores faz , obviamente , com que o tempo de processamento gasto pelo integrador cresça sensivelmente .

Como se pôde perceber , a escolha deste método de integração numérica limitou muito as opções disponíveis no que diz respeito à excitação do sistema simulado . Acredita-se que , em se tratando de sistemas lineares , a utilização deste ou de qualquer outro integrador não seja uma boa opção . O que se propõe é trabalhar com equações a diferenças ao invés das equações diferenciais .

Como foi mostrado no capítulo II , há uma relação entre a matriz $\underline{A}$ do sistema contínuo no tempo e a matriz $\underline{G}$ do caso discreto , que é dada por

$$\underline{G} = e^{\underline{A}T} , \quad (6.2)$$

onde T é o intervalo de discretização . Para fins de controle , normalmente , o que interessa é a própria matriz $\underline{G}$. Neste caso , a consideração feita anteriormente de se aproximar a exponencial da matriz $\underline{A}$, em (6.2) , pelos dois primeiros termos da série infinita de potência , não é necessária nem aconselhável pois , como é apresentado em Moler/VanLoan [14] , existem diversos métodos computacionais para se obter , com a precisão desejada , os termos da matriz $\underline{G}$. Na aplicação presente , contudo , uma vez utilizado o método de identificação de parâmetros para o caso discreto (equação 2.28) e obtida a matriz $\underline{G}$ é preciso conseguir recuperar a matriz $\underline{A}$ do sistema contínuo no tempo .

Na verdade , mesmo para o caso discreto , utilizando um

sistema de equações a diferenças , pode-se identificar diretamente a matriz $\underline{A}$ usando a equação matricial de Ljapunov (3.7) para o caso contínuo , onde a matriz de covariância $\underline{P}$ é avaliada por um estimador discreto como o apresentado em (3.8) .

Para testar a validade da proposta da utilização das equações a diferenças ao invés das equações diferenciais , foram rodados alguns exemplos simples . Nas figuras 6.12 a 6.15 são apresentados os erros na identificação da rigidez e do amortecimento de um sistema de um grau de liberdade , excitado por um ruído branco e acoplado a um filtro linear de primeira ordem . Para se obter as equações discretas foi adotada , por simplicidade , a aproximação da exponencial da matriz $\underline{A}$ como sendo os dois primeiros termos da série infinita de potências , resultando em um sistema do tipo

$$\underline{x}(k+1) = \left[\underline{I} + \underline{A} T \right] \underline{x}(k) + T \underline{b} u(k) , \quad (6.3)$$

onde $u(k)$ é o sinal apresentado na figura 6.11 .

Comparando as figuras 6.13 com 6.15 e 6.14 com 6.16 nota-se que a identificação da rigidez e , principalmente , do amortecimento é grandemente influenciada pelo intervalo de discretização adotado mas que , assumindo-se um valor adequado de T , os resultados finais são bastante bons . A utilização dos métodos computacionais apresentados em Moler/VanLoan [14] reduzem consideravelmente esta influência .

Uma característica importante das equações a diferenças é que o algoritmo recursivo utilizado exige muito pouco esforço computacional e , logo , o tempo de processamento gasto é bem reduzido .

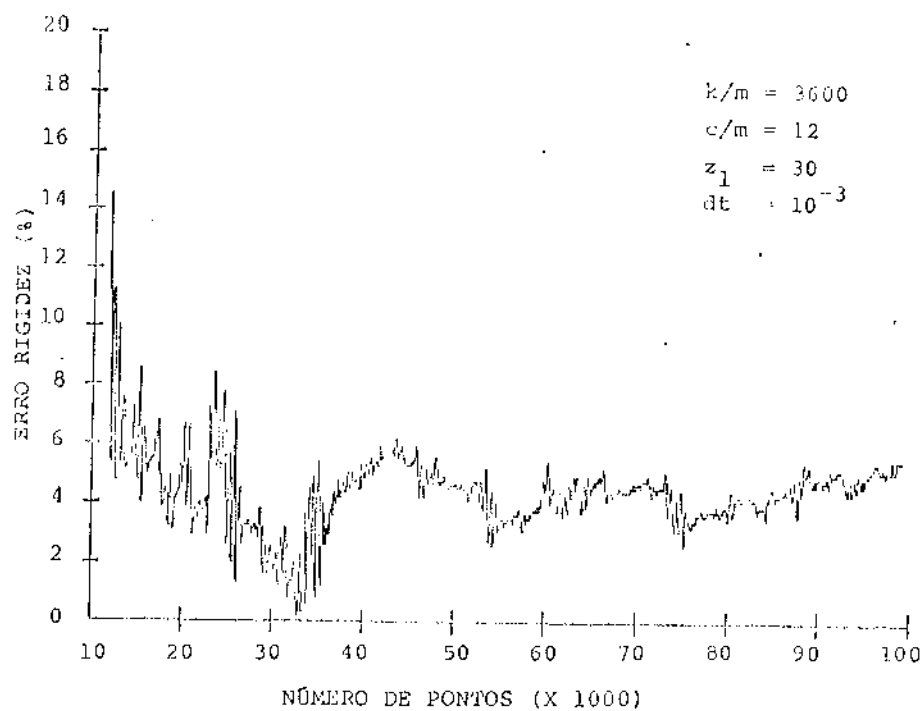


Figura 6.12 - Erro na identificação da rigidez do sistema mecânico de referência . $T = 1 \times 10^{-3}$ s .

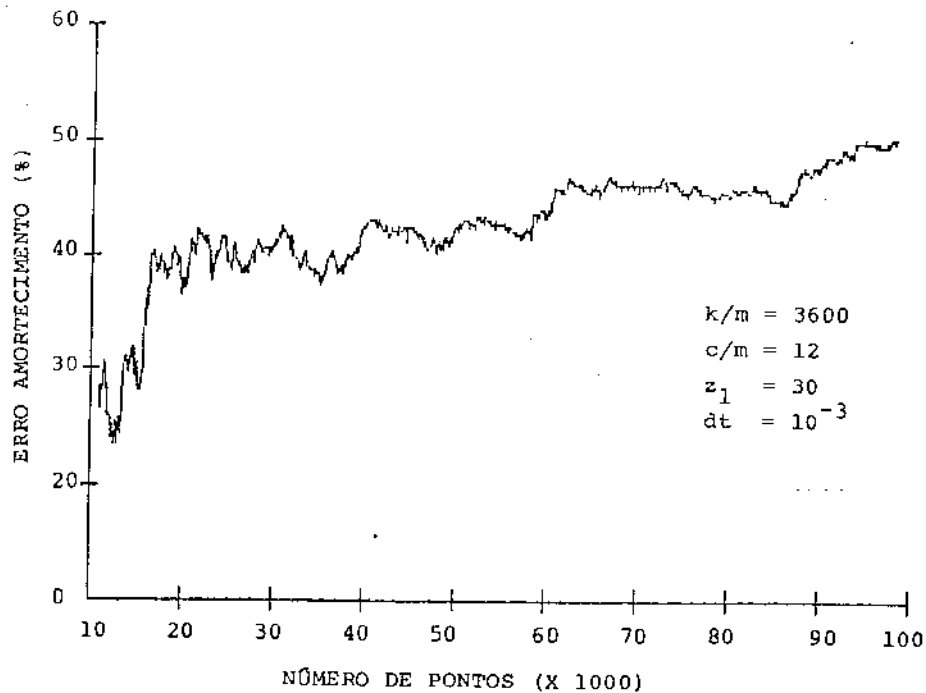


Figura 6.13 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico de referência . $T = 1 \times 10^{-3}$ s .

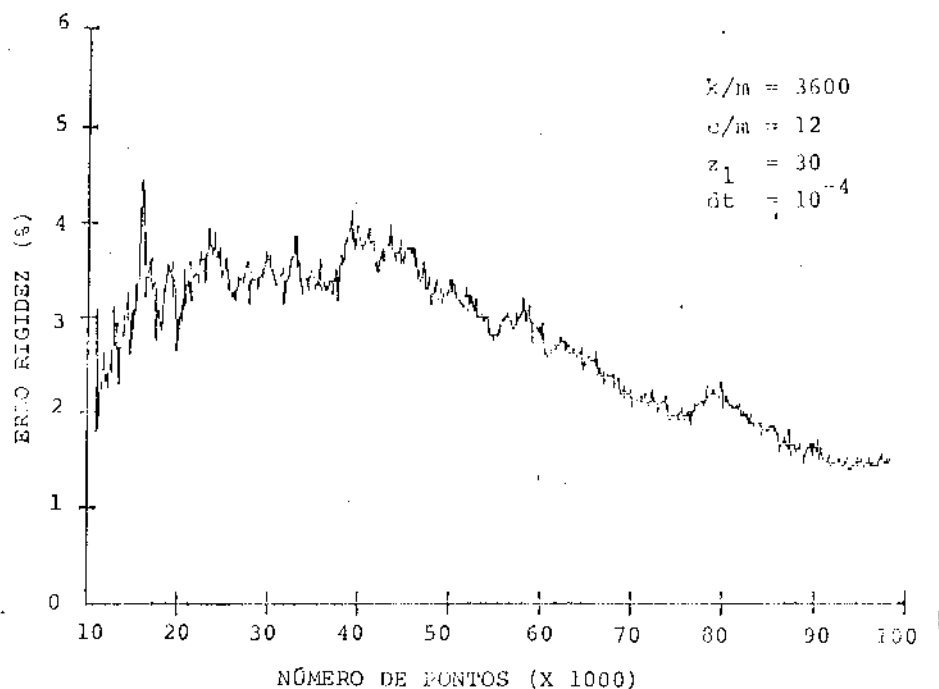


Figura 6.14 - Erro na identificação da rigidez do sistema mecânico de referência . $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

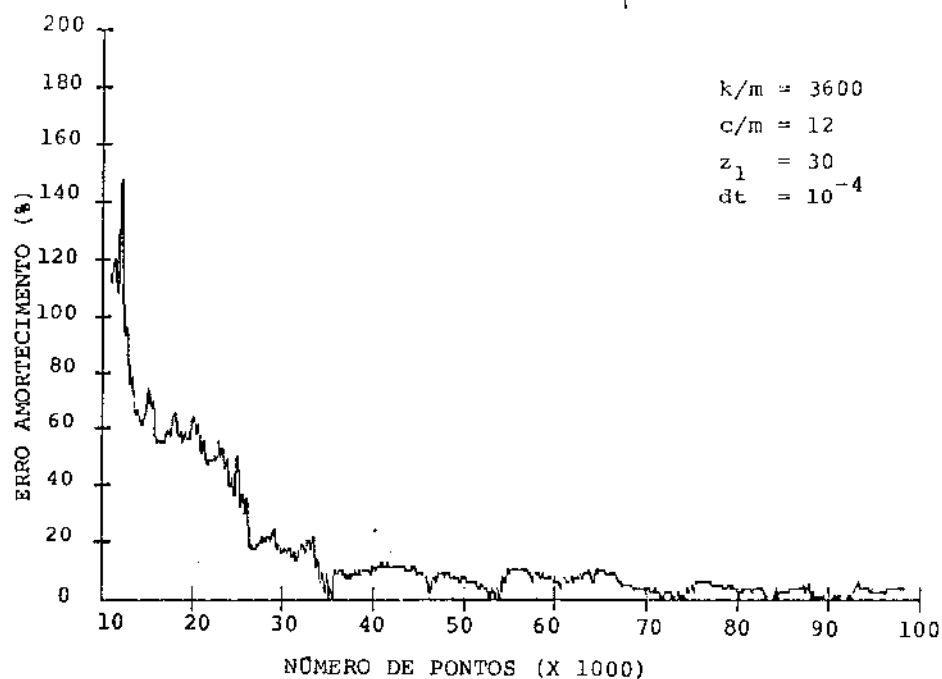


Figura 6.15 - Erro na identificação do amortecimento do sistema mecânico de referência . $T = 1 \times 10^{-4}$ s .

Uma alternativa para a geração do ruído colorido , de modo que seu espectro de potência se aproxime daquele apresentado na figura 1.2 , é assumir um modelo auto-regressivo com média móvel (ARMA) , com a entrada sendo o processo da figura 6.11 . A determinação da ordem do modelo da perturbação externa pode ser feita através de inúmeros métodos , como comentado em Natke [17] .

Depois de discutidos , superficialmente , os problemas encontrados na utilização do método PECE de integração numérica e de apresentar algumas sugestões para sanar estas dificuldades , passa-se à uma rápida análise da formulação do método de identificação de parâmetros por Médias Quadráticas .

6.3. O Método das Covariâncias .

Como já foi visto , existem casos em que o número de equações provenientes da aplicação da equação matricial de Ljapunov não é suficiente para identificar todos os elementos das matrizes de amortecimento e rigidez . Nestas situações , utilizando-se o Método das Covariâncias , torna-se necessário usar filtros lineares na saída do sistema a fim de conseguir um número considerável de novos estados e , conseqüentemente , as equações adicionais desejadas . Dependendo do grau de indeterminação do problema , são necessários vários filtros de primeira ordem , como propõe Wedig [35] , ou apenas um de ordem elevada . Matematicamente , ambos podem fornecer o número de equações desejado . Contudo , o problema é saber qual das duas situações fornece os melhores resultados da estimação dos parâmetros e , uma vez feita a escolha , quais os coeficientes dos (ou do) filtros

mais adequados para a aplicação em questão .

É mais ou menos intuitivo ver que o filtro deve satisfazer algumas condições tais como : ser controlável , assintoticamente estável (ver Pederiva [21]) e possuir uma frequência de corte (ω_1) tal que ele não retire do sinal de entrada todas as características do sistema em estudo . Contudo , este conhecimento ainda é insuficiente para tornar prático o método de identificação por médias quadráticas no que diz respeito à escolha dos filtros . Devido a sua importância , seria preciso fazer um estudo detalhado da influência das características do filtro sobre os resultados finais dos parâmetros identificados , dos tipos (primeira , segunda ordens ou ainda superiores) mais adequados para uma dada aplicação , a fim de estabelecer critérios para a sua escolha , o que faria o Método das Covariâncias mais aplicável a sistemas reais . Um estudo bem primário foi apresentado à FAPESP como parte de um trabalho de iniciação científica , do qual alguns resultados podem ser encontrados em Dias/Weber [04] . Em Weber/Schiehlen [32] foram estudados alguns pontos neste sentido .

Uma outra alternativa é reformular o método de modo a evitar a necessidade da utilização dos filtros . El-Sherief [05] , por exemplo , usa uma técnica de identificação chamada Método das Correlações . Uma comparação sucinta entre este e o Método das Covariâncias é apresentada em Roether/Pederiva [24] . A partir da função de auto-correlação $R_{xx}(\tau) = E(\underline{x}(t) \underline{x}^T(t+\tau))$, com $\tau \geq 0$, obtém-se , para sistemas dinâmicos lineares e invariantes no tempo , uma equação matricial similar àquela apresentada no capítulo III , que pode ser escrita da seguinte forma :

$$\underline{A} R_{xx}(\tau) + R_{xx}(\tau) \underline{A}^T = \underline{B} \underline{Q} \underline{B}^T e^{\underline{A}^T \tau} \underline{O}^T , \quad (6.4)$$

onde $\underline{A}$ é a matriz do sistema contínuo no tempo, $\underline{B}$ é a matriz de entrada ou de distribuição, $\underline{Q}$ é a matriz de intensidade do ruído branco usado como excitação e T_0 é o intervalo de discretização. Para sistemas discretos, $\tau = k T_0$. Observa-se que, para $\tau_0 = 0$, a matriz de auto-correlação torna-se uma matriz de covariância e (6.4) passa a ser a mesma equação de Ljapunov obtida em (3.7). Percebe-se também que, para cada valor de τ , existe uma expressão do tipo de (6.4); logo, sempre é possível obter o número de equações necessário para estimar os valores da matriz $\underline{A}$ somente variando o intervalo de tempo para o cálculo das correlações.

Uma outra vantagem do Método das Correlações sobre o das Covariâncias, e que é uma característica muito importante em uma técnica de identificação, é o fato de o estimador do MC ser bastante polarizado. Esta situação é ilustrada em Roether/Pederiva [24] onde se apresenta, para um sistema mecânico de dois graus de liberdade, os resultados da identificação das rigidez e dos amortecimentos, quando um ruído de 1% é adicionado nas medidas.

6.4. Conclusões Finais .

Apesar de todas as dificuldades oriundas da utilização dos procedimentos aqui apresentados, ainda assim, e talvez por isso mesmo, foi possível tirar bastantes informações dos resultados obtidos e levantar algumas dúvidas que, através de estudos futuros, possam vir a ser esclarecidas.

Na verdade, o estudo das características de um processo, sob certos aspectos, desconhecido, como é o Método das

Covariâncias , tornando-se muito difícil quando tentos métodos numéricos são envolvidos , já que as imprecisões introduzidas por cada um deles se somam às do próprio processo , distorcendo as informações necessárias para uma análise realista do método em si . Este foi o motivo pelo qual se abandonou , por enquanto , a idéia de se utilizar o algoritmo para solução de sistemas de equações lineares desenvolvido .

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] - Chen , C. T. : Introduction to Linear System Theory . Holt , Rinehart and Winston , Inc. , 1970 .
- [02] - Dahlquist , G. ; Björck , A. : Numerical Methods . Prentice-Hall , 1974 .
- [03] - D'azzo , J. J. ; Houpis , C. H. : Análise e Projeto de Sistemas de Controle Lineares . Guanabara Dois , 1978 .
- [04] - Dias Jr. , M. ; Weber , H. I. : Estimação de Parâmetros de Sistemas Mecânicos através da Equação de Ljapunov . VI Seminário Adunesp-Guaratinguetá , 1985 .
- [05] - El-Sherieff , H. : Multivariable System Structure and Parameter Identification Using the Correlation Method . Automática vol. 17 , n.º 3 , p. 541 - 544 , 1981 .
- [06] - Eykhoff , P. : System Identification - Parameter and State Estimation . John Willey and Sons , 1974 .
- [07] - Goodwin , G. C. ; Payne , R. L. : Dynamic System Identification - experiment design and data analysis . Academic Press , 1977 .
- [08] - Isermnan , R. : Prozeßidentification . Springer-Verlag 1981 .
- [09] - Jenkins , G. M. ; Watts , D. G. : Spectral Analysis and its Applications . Holden-Day , 1968 .
- [10] - Kallenbach , R. : Parameteridentifizierung Stochastischer Schwingungensysteme . Diplomarbeit , Universität Stuttgart , 1983 .
- [11] - Kozin , F. ; Kozin , C. H. : A Momente Technique for

- System Parameter Identification . Shock and Vibration Bulletin , n.^o 8 , p 113-131 , 1988 .
- [12] - Kozin , F. : Some Statistical Methods of Structural Identification and Parameter Estimation . CISM Lectures Notes , 1982 .
- [13] - Luenberger , D. G. : Introduction to Dynamic System - theory , models , and applications . John Willey & Sons , 1979 .
- [14] - Moler , C. ; VanLoan , C. : Nineteen Dubious Ways to Compute the Exponential of a Matrix . SIAM , vol. 20 , n.^o 4 , 1978 .
- [15] - Müller , P. C. : Stabilität und Matrizen . Springer-Verlag , 1977 .
- [16] - Müller , P. C. ; Schiehlen , W. O. : Lineare Schwingungen . Akademische Verlagsgesellschaft , 1976 .
- [17] - Natke , H. G. (Editor) : Identification of Vibrating Structures . Springer-Verlag , 1982 .
- [18] - Newland , D. E. : An Introduction to Random Vibration and Spectral Analysis . Longman Group Limited , 1984 .
- [19] - Ogata , K. : Modern Control Engineering . Prentice-Hall , Inc. .
- [20] - Parks , P. C. ; Hahn , V. : Stabilitätstheorie . Springer-Verlag , 1981 .
- [21] - Pederiva , R. : Identifikation Stochastischer Erregter Mechanischer Systeme Mittels Messung von Lagegrößen . ZAMM , vol. 67 , n.^o 4 , 1987 .
- [22] - Prenter , P. M. : Splines and Variational Methods . John Willey & Sons , 1975 .
- [23] - Rabiner , L. R. ; Gold , B. : Theory and Application of

- Digital Signal Processing . Prentice-Hall , 1978 .
- [24] - Roether , F. ; Pederiva , R. : Identifikation Mechanischer Systeme Mittels Korrelationsanalyse . ZAMM , vol. 66 , n^o 4 , 1986 .
- [25] - Rouche , N. ; Habets , P. ; Laloy , M. : Stability Theory by Ljapunov's Direct Method . Springer-Verlag , 1977 .
- [26] - Saaty , T. L. : Nonlinear Mathematics . McGraw-Hill Book Company , Inc. , 1964 .
- [27] - Schiehlen , W. O. ; Kallenbach , R. : Modeling and Identification of Multibody Systems . Interdynamics 85 , Frankfurt ODER , GDR , 1985 .
- [28] - Schroeder , M. R. : Synthesis of Low-Peak-Factor Signals and Binary Sequences with Low Autocorrelation . IEEE Transactions on Information Theory , p. 85 - 89 , 1979 .
- [29] - Schwirzer , T. : Dynamic Stressing of Hydroelectric Units by Stochastic Hydraulic Forces on the Turbine Runner . Water Power vol. 29 , n^o 1 , p. 39 - 44 , 1977 .
- [30] - Shampine , L. F. ; Gordon , M. K. : Computer Solution of Ordinary Differential Equations - the initial value problem . W. H. Freeman and Company , 1975 .
- [31] - Wacker , H. : Continuation Methods . Academic Press , 1978 .
- [32] - Weber , H. I. ; Schiehlen , W. O. : Parameter-identifizierung mit Quadratischen Mittelwerten . Institutsbericht IB-5 , Institut B für Mechanik , Universität Stuttgart , 1982 .
- [33] - Weber , H. I. ; Schiehlen , W. O. : A Filter Technique for Parameter Identification . Mechanics Research Communications , vol. 1 , p. 259-265 , 1983 .

- [34] - Wedig , W. : Stochastic Identification of Stiffness and Damping Matrices . CISM Lectures Notes , 1982 .
- [35] Wedig , W. : Fast Algorithms in the Parameter Identification of Dynamic Systems .
- [36] - Eastlake , J. R. : A Handbook of Numerical Matrix Inversion and Solutions of Linear Equations . John Willey & Sons , Inc. , 1968 .
- [37] - Wolfe , M. A. : Numerical Methods for Unconstrained Optimization . Von Nostrand Reinhold Company , 1978 .

APENDICE

\$OEBUG

PROGRAM IPFSM

```

C *****
C Bloco de definicao e dimensionamento das variaveis.
C F -- subrotina externa contendo as equacoes a serem inte-
C gradadas;
C PAZ(*) -- parametros do sistema mecanico, filtro e exci-
C tacao;
C SIS -- parametro que indica qual o sistema estudado;
C INOUT e NOSING -- variaveis usadas em GAUSS ( solucao de
C sistemas lineares );
C FRX(*) -- vetor contendo o sinal de excitacao gerado;
C FRD(*) -- vetor derivada de FR(*)
C DT -- intervalo de discretizacao do sinal de excitacao;
C NPSE,FMAX e AMPL -- numero de pontos gerados, frequencia
C maxima e amplitude do sinal de excitacao;
C FR(*) -- Transformada de Fourier do sinal de excitacao;
C AUCC1(*) -- vetor contendo os valores da funcao de auto-
C correlacao do sinal de excitacao;
C NEXP -- numero de equacoes a integrar.
C XSP(*) -- vetor contendo os coeficientes das splines;
C RELERR e ABSERR -- erros relativo e absoluto do processo
C de integracao;
C RT -- numero de pontos na saida do integrador,
C T -- instante para inicio da integracao;
C Y(*) -- vetor com os sinais integrados;
C IDT -- intervalo de discretizacao das componentes de
C Y(*);
C COVA(*) -- vetor com os elementos da matriz de covarian-
C cia;
C FNAME -- nome dos arquivos usados para leitura e grava-
C cao dos dados.
C RESULT(*) -- matriz contendo os resultados da identifi-
C cacao;
C SINAL(*) -- matriz contendo os sinais de deslocamento e
C velocidade ( e o ruído colorido ) do sistema;
C ERRQ(*) -- matriz dos erros do processo de identificacao.
C
C IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C EXTERNAL F
C INTEGER INOUT,N,SING
C DIMENSION FRX(12),WX(256),WY(256)
C COMMON /SIS/1015
C COMMON /AUCC/FR(15)
C COMMON /XSP/DT
C COMMON /NEXP/FR(512),FRP(512)
C COMMON /RELERR/FR(512)
C COMMON /ABSERR/FR(512)
C COMMON /AUCC1(129)
C COMMON /NEXP/FR(512)
C COMMON /RELERR/FR(512)
C COMMON /ABSERR/FR(512)
C COMMON /AUCC1(129)
C COMMON /NEXP/FR(512)
C COMMON /RELERR/FR(512)
C COMMON /ABSERR/FR(512)

```

```

137 GO TO 110
138 ENDIF
139 IRE = 0
140 WRITE(ICRT,140)
141 FORMAT(//,6X,'DESEJA GRAVAR ESTES VALORES ? ( SIM = 0 OU '
142 ' , RET ) , \ )
143 READ(0, '(I2)',ERR=137)IRE
144 IF(IRE.EQ.0) THEN
145 CALL CALESC(FNAME,NV,ICRT)
146 CALL ESCRIVER(FNAME,NVA,1,NV)
147 ENDIF
148
149 C *****
150 C Bloco de geracao do sinal de excitacao.
151
152 WRITE(ICRT,145)
153 FORMAT(//,2X,'DADOS PARA GERAR O SINAL DE EXCITACAO :',//)
154 IDGE = 0
155 WRITE(ICRT,150)
156 FORMAT(//,6X,'DESEJA USAR SINAL JA GERADOS ? ( SIM = 0 OU '
157 ' , RET ) , \ )
158 READ(0, '(I2)',ERR=147)IDGE
159 IF(IDGE.EQ.0) THEN
160 WRITE(ICRT,155)
161 FORMAT(//,6X,'DADOS CORRESPONDENTES AO SINAL '
162 ' , ARMazenado :')
163 CALL CALLER(FNAME,NSE,ICRT)
164 CALL LER(FNAME,NSE,3)
165 WRITE(ICRT,160)
166 FORMAT(//,6X,'SINAL DE EXCITACAO :')
167 CALL CALLER(FNAME,NPGE,ICRT)
168 CALL LER(FNAME,NPGE,2)
169 GO TO 210
170
171 ENDIF
172 OPCAO = 0
173 WRITE(ICRT,185)
174 READ(0, '(I2)',ERR=162)OPCAO
175 IF(OPCAO.EQ.0) THEN
176 CALL CALLER(FNAME,NSE,ICRT)
177 CALL LER(FNAME,NSE,3)
178 ELSE
179 WRITE(ICRT,165)
180 FORMAT(//,4X,'1-NUMERO DE PONTOS A GERAR = ',\ )
181 READ(0, '(I4)',ERR=163)NPGE
182 WRITE(ICRT,170)
183 FORMAT(//,4X,'2-FREQUENCIA MAXIMA DO SINAL GERADO (em '
184 ' , Hz ) = ',\ )
185 READ(0, '(F15.5)',ERR=167)FMAX
186 WRITE(ICRT,175)
187 FORMAT(//,4X,'3-AMPLITUDE DA EXCITACAO = ',\ )
188 READ(0, '(F15.5)',ERR=172)AMPL
189 GO TO 190
190
191 ENDIF
192 WRITE(ICRT,115)

```

4

```

185 WRITE(ICRT,185)NPGE,FMAX,AMPL
186 FORMAT(9X,'1-NPGE = ',F15.5,'2-FMAX = ',F11.5,'3-AMPL',
187 '3-AMPL = ',F11.5)
188 IVM = 0
189 WRITE(ICRT,190)
190 READ(0, '(I2)',ERR=190)IVM
191 IF(IVM.NE.0) THEN
192 WRITE(ICRT,195)
193 FORMAT(//,6X,'QUAL ? ',\ )
194 READ(0, '(I2)',ERR=192)I
195 WRITE(ICRT,200)
196 FORMAT(//,6X,'NOVO VALOR : ',\ )
197 IF(I.EQ.1) THEN
198 READ(0, '(I4)',ERR=197)NPGE
199 ELSEIF(I.EQ.2) THEN
200 READ(0, '(F15.5)',ERR=197)FMAX
201 ELSEIF(I.EQ.3) THEN
202 READ(0, '(F15.5)',ERR=197)AMPL
203
204 ENDIF
205 GO TO 180
206 ENDIF
207 IRE = 0
208 WRITE(ICRT,140)
209 READ(0, '(I2)',ERR=202)IRE
210 IF(IRE.EQ.0) THEN
211 CALL CALESC(FNAME,NV,ICRT)
212 CALL ESCRIVER(FNAME,G,S,NV)
213 ENDIF
214 NF = NPGE/2
215 W0 = FMAX/DOUBLE(NF)
216 DT = 1./12.*FMAX
217 CALL PSEUDO(NPGE,W0,DT,AMPL,FR,FRP,NF)
218 IORE = 0
219 WRITE(ICRT,205)
220 FORMAT(//,6X,'DESEJA GRAVAR OS VALORES GERADOS ? ( SIM = '
221 ' , OU RET ) , \ )
222 READ(0, '(I2)',ERR=203)IORE
223 IF(IORE.EQ.0) THEN
224 CALL CALESC(FNAME,NV,ICRT)
225 CALL ESCRIVER(FNAME,NPGE,2,NV)
226 ENDIF
227 IF(IORE.EQ.0) THEN
228 DT = 1./12.*FMAX
229 NF = NPGE/2
230 W0 = FMAX/DOUBLE(NF)
231 ENDIF
232 NFAC = 0
233 WRITE(ICRT,215)
234 FORMAT(//,6X,'DESEJA CALCULAR A MEDIA E A FUNCAO DE AUTO-'
235 ' , CORRELACAO',//,6X,'DO SINAL GERADO ( SIM = 0 OU RET ) ? ',
236 '\ )
237 READ(0, '(I2)',ERR=212)MFAC
238 IF(MFAC.EQ.0) THEN
239 NG = NPGE/4+1
240 CALL MEDCOR(FR,NPGE,N5,AUCOL,AMED1)

```

5

```

COMMON /AUX02/WO
COMMON /SPLIN/XSP(5),ININ2,RHX,INOUT,NOSING
COMMON /PINT/RELERR,ABSERR,NT,T0,Y(10),TDI,NRC,NPD
COMMON /IDENT/COVA(10,10)
COMMON /RESULT/RESULT(4,4000)
COMMON /SINEL/SINEL(3,2500)
COMMON /ERRID/ERRID(2,4000)
CHARACTER*64 FNAME
INTEGER OPCAO

C *****
DATA INPR/16/,ICRT/0/
IT00 = 0
WRITE(ICRT,1)
1 FORMAT(//,2X,'DESEJA QUE TODO O PROGRAMA SEJA IMPRESSO ? ',
1 '( NAO = 0 OU RET ) ',\ )
READ(0, '(12)')IT00
OPCAO = 0
WRITE(ICRT,5)
5 FORMAT(//,2X,'DESEJA QUE OS RESULTADOS APARECAM NO VIDEO')
10 WRITE(ICRT,10)
10 FORMAT(2X, '( 0 OU RET ) OU NA IMPRESSORA ( 1 ) ? ',\ )
READ(0, '(12)')OPCAO
IF(OPCAO.EQ.1) THEN
  OPEN(16,FILE='LP11',
  ELSE
    INPR = 0
  ENDIF
  IF(IT00.NE.0) ICRT=16
  WRITE(ICRT,15)
  15 FORMAT(//,15X,'IDENTIFICACAO DAS CARACTERISTICAS DE ',
  1 'FORCAS')
  WRITE(ICRT,20)
  20 FORMAT(20X,'APLICADAS EM SISTEMAS MECANICOS.//')
C *****
C Bloco de opcoes exitentes e entrada de parametros do sis-
C tema mecanico, filtro e excitacao.
WRITE(ICRT,25)
25 FORMAT(6X,'OPCOES JA IMPLEMENTADAS :',\ )
WRITE(ICRT,30)
30 FORMAT(4X,'SISTEMA DINAMICO',4X,'FILTRO POSTERIOR',7X,'EXC',
1 'ITACAO',\ )
WRITE(ICRT,35)
35 FORMAT(4X,' N.G.L. '4X,' ORDERM '6X,'TIP',
1 'O(ORDERM)',\ )
WRITE(ICRT,40)
40 FORMAT(1X,1, '7X,'UM',17X,'UM',16X,'BRANCO',\ )
WRITE(ICRT,45)
45 FORMAT(1X,2, '7X,'UM',17X,'UM',19X,'COLORIDO(UM)',\ )
WRITE(ICRT,55)
55 FORMAT(1X,3, '7X,'UM',16X,'DOIS',15X,'15X,'BRANCO',\ )

```

2

```

60 WRITE(ICRT,60)
60 FORMAT(1X,4, '7X,'UM',16X,'DOIS',12X,'COLORIDO(UM)',\ )
WRITE(ICRT,65)
65 FORMAT(1X,5, '7X,'UM',16X,'DOIS',11X,'COLORIDO(DOIS)',\ )
67 ISIS = 0
WRITE(ICRT,70)
70 FORMAT(//,6X,'QUAL A OPCAO ESCOLHIDA - 1,2,3,4,5,0 (OUTRA)'
1,2,\ )
READ(0, '(12)',ERR=67)ISIS
IF(ISIS.EQ.0) THEN
  WRITE(ICRT,75)
  75 FORMAT(//,4X,'NO CASO DE ESCOLHA DE OUTRA OPCAO, DEVE-
  1 'SE ESCREVER, CORRIGIR E ANEXAR A BIBLIOTECA 'A SUBRO'
  2 'UMA CORRESPONDENTE SE POSSIVEL, COLOCAR-LA NA LISTA,
  3 'DE OPCOES NO PROGRAMA IPFSM...O PROCESSAMENTO E INTER
  4 'ROMPIDO PARA QUE AS ALTERACOES SEJAM FEITAS...',\ )
  STOP
ENDIF
WRITE(ICRT,80)
80 FORMAT(//,6X,'ENTRADA DOS PARAMETROS : ')
82 OPCAO = 0
WRITE(ICRT,85)
85 FORMAT(//,6X,'DESEJA ENTRAR ( 1 ) OU LER ( 0 OU RET ) OS ',
1 'CADERNOS',\ )
READ(0, '(12)',ERR=82)OPCAO
IF(OPCAO.EQ.0) THEN
  CALL CALLER(FNAME,NVA,ICRT)
  CALL LER(FNAME,NVA,1)
  ELSE
    87 WRITE(ICRT,90)
    90 FORMAT(//,6X,'QUANTOS VALORES DEVEM SER LIDOS ? ',\ )
    READ(0, '(12)',ERR=87)NVA
    WRITE(ICRT,95)
    95 FORMAT(//,6X,'ENTRODUZA-OS UM A UM :',\ )
    DO 100 I=1,NVA
      WRITE(ICRT,100)I
      READ(0, '(F15.5)',ERR=97)PAR(I)
      CONTINUE
    100 FORMAT(9X,'PAR(',13,') = ',F15.5)
    105 CONTINUE
    110 WRITE(ICRT,115)
    115 FORMAT(//,6X,'VALORES CORRENTES :',\ )
    DO 120 I=1,NVA
      WRITE(ICRT,120)I,PAR(I)
    120 FORMAT(9X,'PAR(',13,') = ',F15.5)
    127 INV = 0
    130 WRITE(ICRT,130)
    130 FORMAT(//,6X,'DESEJA ALTERAR ALGUM VALOR ? ( NAO = 0 OU ',
    1 'RET ) ',\ )
    READ(0, '(12)',ERR=127)INV
    IF(INV.NE.0) THEN
      WRITE(ICRT,135)
      132 FORMAT(//,6X,'ENTRE COM O ELEMENTO E SEU NOVO VALOR...',
      1 '\ )
      READ(0, '(12,F15.5)',ERR=132)I,PAR(I)

```

3

```

220 WRITE(ICRT,220)AMED1
222 NGAC = 0
225 WRITE(ICRT,225)
1 ' ( SIM = 0 OU RET ) ? , \ )
  FORMAT(//,6X,'DESEJA GRAVAR A FUNCAO DE AUTO-CORRELACAO '
  READ(0,'(I2)',ERR=222)NGAC
  IF(NGAC.EQ.0) THEN
    CALL CALESC(FNAME,NV,ICRT)
    CALL ESCRVER(FNAME,NG,7,NV)
  ENDIF
227 IF = 0
  WRITE(ICRT,230)
230 FORMAT(//,6X,'DESEJA FAZER A FFT DO SINAL DE EXCITACAO '
1 ' ( SIM = 0 OU RET ) ? , \ )
  READ(0,'(I2)',ERR=227)IFF
  IF(IFF.EQ.0) THEN
    WRITE(ICRT,235)
    FORMAT(//,6X,'QUAL A POTENCIA, NA BASE 2, DO NUMERO'
1 ' DE PONTOS GERADOS ? , \ )'
    READ(0,'(I2)',ERR=232)IPOT
    CALL FFT(FR,FR,FR,FR,FX,WY,NPGE,NF,IPOT)
    JGF = 0
    WRITE(ICRT,240)
    FORMAT(//,6X,'DESEJA GRAVAR A TRANSFORMADA DA EXCITACAO'
1 ' ( SIM = 0 OU RET ) ? , \ )'
    READ(0,'(I2)',ERR=137)JGF
    IF(JGF.EQ.0) THEN
      DO 245 I=1,NF
        FFR(I) = DSORT(FFR(I)**2+FFR(I)**2)*DT
        CALL CALESC(FNAME,NV,ICRT)
        CALL ESCRVER(FNAME,NF,5,NV)
      ENDIF
    ENDIF
245
C *****
C Bloco de integracao.
250 WRITE(*,255)
255 FORMAT(//,2X,'ENTRADA DE DADOS PARA A INTEGRACAO :')
257 OPCAO = 0
  WRITE(ICRT,85)
  READ(0,'(I2)',ERR=257)OPCAO
  IF(OPCAO.EQ.0) THEN
    CALL CALLER(FNAME,NI,ICRT)
    CALL LER(FNAME,NI,4)
    GO TO 295
  ENDIF
258 WRITE(ICRT,260)
260 FORMAT(//,4X,'NUMERO DE EQUACOES A SEREM INTEGRADAS = ',\ )
  READ(0,'(I2)',ERR=258)NEQN
  WRITE(ICRT,265)
265 FORMAT(//,4X,'TESTE DE ERROS LOCAIS :')

```

```

267 WRITE(ICRT,270)
270 FORMAT(//,4X,'TOLERANCIA DO ERRO RELATIVO = ',\ )
  READ(0,'(1PE15.5)',ERR=267)RELERR
272 WRITE(ICRT,275)
275 FORMAT(//,4X,'TOLERANCIA DO ERRO ABSOLUTO = ',\ )
  READ(0,'(1PE15.5)',ERR=272)ABSERR
277 WRITE(ICRT,280)
280 FORMAT(//,4X,'NUMERO DE PONTOS DE SAIDA DO INTEGRADOR = ',
1 \ )
  READ(0,'(I5)',ERR=277)NT
  WRITE(ICRT,285)
285 FORMAT(//,4X,'INSTANTE PARA INICIO DA INTEGRACAO = ',\ )
  READ(0,'(1PE15.5)',ERR=282)T0
287 WRITE(ICRT,290)
290 FORMAT(//,4X,'INTERVALO DE DISCRETIZACAO DOS SINAIS '
1 ' INTEGRADOS = ',\ )
  READ(0,'(1PE15.5)',ERR=287)TDI
  NRC = 5
  WRITE(ICRT,292)
292 FORMAT(//,4X,'NUMERO DE PONTOS ENTRE CALCULOS DOS PARA'
1 ' METROS IDENTIFICADOS ( ) 5 ) = ',\ )
  READ(0,'(I2)',ERR=291)NRC
293 WRITE(ICRT,294)
294 FORMAT(//,4X,'NUMERO DE PONTOS DO VETOR DE DESLOCAMENTO'
1 ' ( 2500 ) = ',\ )
  READ(0,'(I4)',ERR=293)NPD
  WRITE(ICRT,115)
295 WRITE(ICRT,300)NEQN,RELERR,ABSERR,NT,T0,TDI,NRC,NPD
300 FORMAT(//,1X,'1.NEGN = ',1PE15.5,'2.RELERR = ',1PE15.5,
1 /,9X,'3.ABSERR = ',1PE15.5,'4.NT = ',1PE15.5,
2 9X,'5.T0 = ',1PE15.5,'6.NRC = ',1PE15.5,'7.TDI = ',1PE15.5,
3 9X,'8.NPD = ',1PE15.5,'9.N = ',1PE15.5,
4 9X,'10.NRC = ',1PE15.5,
5 9X,'11.NPD = ',1PE15.5,
6 9X,'12.N = ',1PE15.5,
7 9X,'13.NRC = ',1PE15.5,
8 9X,'14.NPD = ',1PE15.5,
9 9X,'15.N = ',1PE15.5,
10 9X,'16.NRC = ',1PE15.5,
11 9X,'17.NPD = ',1PE15.5,
12 9X,'18.N = ',1PE15.5,
13 9X,'19.NRC = ',1PE15.5,
14 9X,'20.NPD = ',1PE15.5,
15 9X,'21.N = ',1PE15.5,
16 9X,'22.NRC = ',1PE15.5,
17 9X,'23.NPD = ',1PE15.5,
18 9X,'24.N = ',1PE15.5,
19 9X,'25.NRC = ',1PE15.5,
20 9X,'26.NPD = ',1PE15.5,
21 9X,'27.N = ',1PE15.5,
22 9X,'28.NRC = ',1PE15.5,
23 9X,'29.NPD = ',1PE15.5,
24 9X,'30.N = ',1PE15.5,
25 9X,'31.NRC = ',1PE15.5,
26 9X,'32.NPD = ',1PE15.5,
27 9X,'33.N = ',1PE15.5,
28 9X,'34.NRC = ',1PE15.5,
29 9X,'35.NPD = ',1PE15.5,
30 9X,'36.N = ',1PE15.5,
31 9X,'37.NRC = ',1PE15.5,
32 9X,'38.NPD = ',1PE15.5,
33 9X,'39.N = ',1PE15.5,
34 9X,'40.NRC = ',1PE15.5,
35 9X,'41.NPD = ',1PE15.5,
36 9X,'42.N = ',1PE15.5,
37 9X,'43.NRC = ',1PE15.5,
38 9X,'44.NPD = ',1PE15.5,
39 9X,'45.N = ',1PE15.5,
40 9X,'46.NRC = ',1PE15.5,
41 9X,'47.NPD = ',1PE15.5,
42 9X,'48.N = ',1PE15.5,
43 9X,'49.NRC = ',1PE15.5,
44 9X,'50.NPD = ',1PE15.5,
45 9X,'51.N = ',1PE15.5,
46 9X,'52.NRC = ',1PE15.5,
47 9X,'53.NPD = ',1PE15.5,
48 9X,'54.N = ',1PE15.5,
49 9X,'55.NRC = ',1PE15.5,
50 9X,'56.NPD = ',1PE15.5,
51 9X,'57.N = ',1PE15.5,
52 9X,'58.NRC = ',1PE15.5,
53 9X,'59.NPD = ',1PE15.5,
54 9X,'60.N = ',1PE15.5,
55 9X,'61.NRC = ',1PE15.5,
56 9X,'62.NPD = ',1PE15.5,
57 9X,'63.N = ',1PE15.5,
58 9X,'64.NRC = ',1PE15.5,
59 9X,'65.NPD = ',1PE15.5,
60 9X,'66.N = ',1PE15.5,
61 9X,'67.NRC = ',1PE15.5,
62 9X,'68.NPD = ',1PE15.5,
63 9X,'69.N = ',1PE15.5,
64 9X,'70.NRC = ',1PE15.5,
65 9X,'71.NPD = ',1PE15.5,
66 9X,'72.N = ',1PE15.5,
67 9X,'73.NRC = ',1PE15.5,
68 9X,'74.NPD = ',1PE15.5,
69 9X,'75.N = ',1PE15.5,
70 9X,'76.NRC = ',1PE15.5,
71 9X,'77.NPD = ',1PE15.5,
72 9X,'78.N = ',1PE15.5,
73 9X,'79.NRC = ',1PE15.5,
74 9X,'80.NPD = ',1PE15.5,
75 9X,'81.N = ',1PE15.5,
76 9X,'82.NRC = ',1PE15.5,
77 9X,'83.NPD = ',1PE15.5,
78 9X,'84.N = ',1PE15.5,
79 9X,'85.NRC = ',1PE15.5,
80 9X,'86.NPD = ',1PE15.5,
81 9X,'87.N = ',1PE15.5,
82 9X,'88.NRC = ',1PE15.5,
83 9X,'89.NPD = ',1PE15.5,
84 9X,'90.N = ',1PE15.5,
85 9X,'91.NRC = ',1PE15.5,
86 9X,'92.NPD = ',1PE15.5,
87 9X,'93.N = ',1PE15.5,
88 9X,'94.NRC = ',1PE15.5,
89 9X,'95.NPD = ',1PE15.5,
90 9X,'96.N = ',1PE15.5,
91 9X,'97.NRC = ',1PE15.5,
92 9X,'98.NPD = ',1PE15.5,
93 9X,'99.N = ',1PE15.5,
94 9X,'100.NRC = ',1PE15.5,
95 9X,'101.NPD = ',1PE15.5,
96 9X,'102.N = ',1PE15.5,
97 9X,'103.NRC = ',1PE15.5,
98 9X,'104.NPD = ',1PE15.5,
99 9X,'105.N = ',1PE15.5,
100 9X,'106.NRC = ',1PE15.5,
101 9X,'107.NPD = ',1PE15.5,
102 9X,'108.N = ',1PE15.5,
103 9X,'109.NRC = ',1PE15.5,
104 9X,'110.NPD = ',1PE15.5,
105 9X,'111.N = ',1PE15.5,
106 9X,'112.NRC = ',1PE15.5,
107 9X,'113.NPD = ',1PE15.5,
108 9X,'114.N = ',1PE15.5,
109 9X,'115.NRC = ',1PE15.5,
110 9X,'116.NPD = ',1PE15.5,
111 9X,'117.N = ',1PE15.5,
112 9X,'118.NRC = ',1PE15.5,
113 9X,'119.NPD = ',1PE15.5,
114 9X,'120.N = ',1PE15.5,
115 9X,'121.NRC = ',1PE15.5,
116 9X,'122.NPD = ',1PE15.5,
117 9X,'123.N = ',1PE15.5,
118 9X,'124.NRC = ',1PE15.5,
119 9X,'125.NPD = ',1PE15.5,
120 9X,'126.N = ',1PE15.5,
121 9X,'127.NRC = ',1PE15.5,
122 9X,'128.NPD = ',1PE15.5,
123 9X,'129.N = ',1PE15.5,
124 9X,'130.NRC = ',1PE15.5,
125 9X,'131.NPD = ',1PE15.5,
126 9X,'132.N = ',1PE15.5,
127 9X,'133.NRC = ',1PE15.5,
128 9X,'134.NPD = ',1PE15.5,
129 9X,'135.N = ',1PE15.5,
130 9X,'136.NRC = ',1PE15.5,
131 9X,'137.NPD = ',1PE15.5,
132 9X,'138.N = ',1PE15.5,
133 9X,'139.NRC = ',1PE15.5,
134 9X,'140.NPD = ',1PE15.5,
135 9X,'141.N = ',1PE15.5,
136 9X,'142.NRC = ',1PE15.5,
137 9X,'143.NPD = ',1PE15.5,
138 9X,'144.N = ',1PE15.5,
139 9X,'145.NRC = ',1PE15.5,
140 9X,'146.NPD = ',1PE15.5,
141 9X,'147.N = ',1PE15.5,
142 9X,'148.NRC = ',1PE15.5,
143 9X,'149.NPD = ',1PE15.5,
144 9X,'150.N = ',1PE15.5,
145 9X,'151.NRC = ',1PE15.5,
146 9X,'152.NPD = ',1PE15.5,
147 9X,'153.N = ',1PE15.5,
148 9X,'154.NRC = ',1PE15.5,
149 9X,'155.NPD = ',1PE15.5,
150 9X,'156.N = ',1PE15.5,
151 9X,'157.NRC = ',1PE15.5,
152 9X,'158.NPD = ',1PE15.5,
153 9X,'159.N = ',1PE15.5,
154 9X,'160.NRC = ',1PE15.5,
155 9X,'161.NPD = ',1PE15.5,
156 9X,'162.N = ',1PE15.5,
157 9X,'163.NRC = ',1PE15.5,
158 9X,'164.NPD = ',1PE15.5,
159 9X,'165.N = ',1PE15.5,
160 9X,'166.NRC = ',1PE15.5,
161 9X,'167.NPD = ',1PE15.5,
162 9X,'168.N = ',1PE15.5,
163 9X,'169.NRC = ',1PE15.5,
164 9X,'170.NPD = ',1PE15.5,
165 9X,'171.N = ',1PE15.5,
166 9X,'172.NRC = ',1PE15.5,
167 9X,'173.NPD = ',1PE15.5,
168 9X,'174.N = ',1PE15.5,
169 9X,'175.NRC = ',1PE15.5,
170 9X,'176.NPD = ',1PE15.5,
171 9X,'177.N = ',1PE15.5,
172 9X,'178.NRC = ',1PE15.5,
173 9X,'179.NPD = ',1PE15.5,
174 9X,'180.N = ',1PE15.5,
175 9X,'181.NRC = ',1PE15.5,
176 9X,'182.NPD = ',1PE15.5,
177 9X,'183.N = ',1PE15.5,
178 9X,'184.NRC = ',1PE15.5,
179 9X,'185.NPD = ',1PE15.5,
180 9X,'186.N = ',1PE15.5,
181 9X,'187.NRC = ',1PE15.5,
182 9X,'188.NPD = ',1PE15.5,
183 9X,'189.N = ',1PE15.5,
184 9X,'190.NRC = ',1PE15.5,
185 9X,'191.NPD = ',1PE15.5,
186 9X,'192.N = ',1PE15.5,
187 9X,'193.NRC = ',1PE15.5,
188 9X,'194.NPD = ',1PE15.5,
189 9X,'195.N = ',1PE15.5,
190 9X,'196.NRC = ',1PE15.5,
191 9X,'197.NPD = ',1PE15.5,
192 9X,'198.N = ',1PE15.5,
193 9X,'199.NRC = ',1PE15.5,
194 9X,'200.NPD = ',1PE15.5,
195 9X,'201.N = ',1PE15.5,
196 9X,'202.NRC = ',1PE15.5,
197 9X,'203.NPD = ',1PE15.5,
198 9X,'204.N = ',1PE15.5,
199 9X,'205.NRC = ',1PE15.5,
200 9X,'206.NPD = ',1PE15.5,
201 9X,'207.N = ',1PE15.5,
202 9X,'208.NRC = ',1PE15.5,
203 9X,'209.NPD = ',1PE15.5,
204 9X,'210.N = ',1PE15.5,
205 9X,'211.NRC = ',1PE15.5,
206 9X,'212.NPD = ',1PE15.5,
207 9X,'213.N = ',1PE15.5,
208 9X,'214.NRC = ',1PE15.5,
209 9X,'215.NPD = ',1PE15.5,
210 9X,'216.N = ',1PE15.5,
211 9X,'217.NRC = ',1PE15.5,
212 9X,'218.NPD = ',1PE15.5,
213 9X,'219.N = ',1PE15.5,
214 9X,'220.NRC = ',1PE15.5,
215 9X,'221.NPD = ',1PE15.5,
216 9X,'222.N = ',1PE15.5,
217 9X,'223.NRC = ',1PE15.5,
218 9X,'224.NPD = ',1PE15.5,
219 9X,'225.N = ',1PE15.5,
220 9X,'226.NRC = ',1PE15.5,
221 9X,'227.NPD = ',1PE15.5,
222 9X,'228.N = ',1PE15.5,
223 9X,'229.NRC = ',1PE15.5,
224 9X,'230.NPD = ',1PE15.5,
225 9X,'231.N = ',1PE15.5,
226 9X,'232.NRC = ',1PE15.5,
227 9X,'233.NPD = ',1PE15.5,
228 9X,'234.N = ',1PE15.5,
229 9X,'235.NRC = ',1PE15.5,
230 9X,'236.NPD = ',1PE15.5,
231 9X,'237.N = ',1PE15.5,
232 9X,'238.NRC = ',1PE15.5,
233 9X,'239.NPD = ',1PE15.5,
234 9X,'240.N = ',1PE15.5,
235 9X,'241.NRC = ',1PE15.5,
236 9X,'242.NPD = ',1PE15.5,
237 9X,'243.N = ',1PE15.5,
238 9X,'244.NRC = ',1PE15.5,
239 9X,'245.NPD = ',1PE15.5,
240 9X,'246.N = ',1PE15.5,
241 9X,'247.NRC = ',1PE15.5,
242 9X,'248.NPD = ',1PE15.5,
243 9X,'249.N = ',1PE15.5,
244 9X,'250.NRC = ',1PE15.5,
245 9X,'251.NPD = ',1PE15.5,
246 9X,'252.N = ',1PE15.5,
247 9X,'253.NRC = ',1PE15.5,
248 9X,'254.NPD = ',1PE15.5,
249 9X,'255.N = ',1PE15.5,
250 9X,'256.NRC = ',1PE15.5,
251 9X,'257.NPD = ',1PE15.5,
252 9X,'258.N = ',1PE15.5,
253 9X,'259.NRC = ',1PE15.5,
254 9X,'260.NPD = ',1PE15.5,
255 9X,'261.N = ',1PE15.5,
256 9X,'262.NRC = ',1PE15.5,
257 9X,'263.NPD = ',1PE15.5,
258 9X,'264.N = ',1PE15.5,
259 9X,'265.NRC = ',1PE15.5,
260 9X,'266.NPD = ',1PE15.5,
261 9X,'267.N = ',1PE15.5,
262 9X,'268.NRC = ',1PE15.5,
263 9X,'269.NPD = ',1PE15.5,
264 9X,'270.N = ',1PE15.5,
265 9X,'271.NRC = ',1PE15.5,
266 9X,'272.NPD = ',1PE15.5,
267 9X,'273.N = ',1PE15.5,
268 9X,'274.NRC = ',1PE15.5,
269 9X,'275.NPD = ',1PE15.5,
270 9X,'276.N = ',1PE15.5,
271 9X,'277.NRC = ',1PE15.5,
272 9X,'278.NPD = ',1PE15.5,
273 9X,'279.N = ',1PE15.5,
274 9X,'280.NRC = ',1PE15.5,
275 9X,'281.NPD = ',1PE15.5,
276 9X,'282.N = ',1PE15.5,
277 9X,'283.NRC = ',1PE15.5,
278 9X,'284.NPD = ',1PE15.5,
279 9X,'285.N = ',1PE15.5,
280 9X,'286.NRC = ',1PE15.5,
281 9X,'287.NPD = ',1PE15.5,
282 9X,'288.N = ',1PE15.5,
283 9X,'289.NRC = ',1PE15.5,
284 9X,'290.NPD = ',1PE15.5,
285 9X,'291.N = ',1PE15.5,
286 9X,'292.NRC = ',1PE15.5,
287 9X,'293.NPD = ',1PE15.5,
288 9X,'294.N = ',1PE15.5,
289 9X,'295.NRC = ',1PE15.5,
290 9X,'296.NPD = ',1PE15.5,
291 9X,'297.N = ',1PE15.5,
292 9X,'298.NRC = ',1PE15.5,
293 9X,'299.NPD = ',1PE15.5,
294 9X,'300.N = ',1PE15.5,
295 9X,'301.NRC = ',1PE15.5,
296 9X,'302.NPD = ',1PE15.5,
297 9X,'303.N = ',1PE15.5,
298 9X,'304.NRC = ',1PE15.5,
299 9X,'305.NPD = ',1PE15.5,
300 9X,'306.N = ',1PE15.5,
301 9X,'307.NRC = ',1PE15.5,
302 9X,'308.NPD = ',1PE15.5,
303 9X,'309.N = ',1PE15.5,
304 9X,'310.NRC = ',1PE15.5,
305 9X,'311.NPD = ',1PE15.5,
306 9X,'312.N = ',1PE15.5,
307 9X,'313.NRC = ',1PE15.5,
308 9X,'314.NPD = ',1PE15.5,
309 9X,'315.N = ',1PE15.5,
310 9X,'316.NRC = ',1PE15.5,
311 9X,'317.NPD = ',1PE15.5,
312 9X,'318.N = ',1PE15.5,
313 9X,'319.NRC = ',1PE15.5,
314 9X,'320.NPD = ',1PE15.5,
315 9X,'321.N = ',1PE15.5,
316 9X,'322.NRC = ',1PE15.5,
317 9X,'323.NPD = ',1PE15.5,
318 9X,'324.N = ',1PE15.5,
319 9X,'325.NRC = ',1PE15.5,
320 9X,'326.NPD = ',1PE15.5,
321 9X,'327.N = ',1PE15.5,
322 9X,'328.NRC = ',1PE15.5,
323 9X,'329.NPD = ',1PE15.5,
324 9X,'330.N = ',1PE15.5,
325 9X,'331.NRC = ',1PE15.5,
326 9X,'332.NPD = ',1PE15.5,
327 9X,'333.N = ',1PE15.5,
328 9X,'334.NRC = ',1PE15.5,
329 9X,'335.NPD = ',1PE15.5,
330 9X,'336.N = ',1PE15.5,
331 9X,'337.NRC = ',1PE15.5,
332 9X,'338.NPD = ',1PE15.5,
333 9X,'339.N = ',1PE15.5,
334 9X,'340.NRC = ',1PE15.5,
335 9X,'341.NPD = ',1PE15.5,
336 9X,'342.N = ',1PE15.5,
337 9X,'343.NRC = ',1PE15.5,
338 9X,'344.NPD = ',1PE15.5,
339 9X,'345.N = ',1PE15.5,
340 9X,'346.NRC = ',1PE15.5,
341 9X,'347.NPD = ',1PE15.5,
342 9X,'348.N = ',1PE15.5,
343 9X,'349.NRC = ',1PE15.5,
344 9X,'350.NPD = ',1PE15.5,
345 9X,'351.N = ',1PE15.5,
346 9X,'352.NRC = ',1PE15.5,
347 9X,'353.NPD = ',1PE15.5,
348 9X,'354.N = ',1PE15.5,
349 9X,'355.NRC = ',1PE15.5,
350 9X,'356.NPD = ',1PE15.5,
351 9X,'357.N = ',1PE15.5,
352 9X,'358.NRC = ',1PE15.5,
353 9X,'359.NPD = ',1PE15.5,
354 9X,'360.N = ',1PE15.5,
355 9X,'361.NRC = ',1PE15.5,
356 9X,'362.NPD = ',1PE15.5,
357 9X,'363.N = ',1PE15.5,
358 9X,'364.NRC = ',1PE15.5,
359 9X,'365.NPD = ',1PE15.5,
360 9X,'366.N = ',1PE15.5,
361 9X,'367.NRC = ',1PE15.5,
362 9X,'368.NPD = ',1PE15.5,
363 9X,'369.N = ',1PE15.5,
364 9X,'370.NRC = ',1PE15.5,
365 9X,'371.NPD = ',1PE15.5,
366 9X,'372.N = ',1PE15.5,
367 9X,'373.NRC = ',1PE15.5,
368 9X,'374.NPD = ',1PE15.5,
369 9X,'375.N = ',1PE15.5,
370 9X,'376.NRC = ',1PE15.5,
371 9X,'377.NPD = ',1PE15.5,
372 9X,'378.N = ',1PE15.5,
373 9X,'379.NRC = ',1PE15.5,
374 9X,'380.NPD = ',1PE15.5,
375 9X,'381.N = ',1PE15.5,
376 9X,'382.NRC = ',1PE15.5,
377 9X,'383.NPD = ',1PE15.5,
378 9X,'384.N = ',1PE15.5,
379 9X,'385.NRC = ',1PE15.5,
380 9X,'386.NPD = ',1PE15.5,
381 9X,'387.N = ',1PE15.5,
382 9X,'388.NRC = ',1PE15.5,
383 9X,'389.NPD = ',1PE15.5,
384 9X,'390.N = ',1PE15.5,
385 9X,'391.NRC = ',1PE15.5,
386 9X,'392.NPD = ',1PE15.5,
387 9X,'393.N = ',1PE15.5,
388 9X,'394.NRC = ',1PE15.5,
389 9X,'395.NPD = ',1PE15.5,
390 9X,'396.N = ',1PE15.5,
391 9X,'397.NRC = ',1PE15.5,
392 9X,'398.NPD = ',1PE15.5,
393 9X,'399.N = ',1PE15.5,
394 9X,'400.NRC = ',1PE15.5,
395 9X,'401.NPD = ',1PE15.5,
396 9X,'402.N = ',1PE15.5,
397 9X,'403.NRC = ',1PE15.5,
398 9X,'404.NPD = ',1PE15.5,
399 9X,'405.N = ',1PE15.5,
400 9X,'406.NRC = ',1PE15.5,
401 9X,'407.NPD = ',1PE15.5,
402 9X,'408.N = ',1PE15.5,
403 9X,'409.NRC = ',1PE15.5,
404 9X,'410.NPD = ',1PE15.5,
405 9X,'411.N = ',1PE15.5,
406 9X,'412.NRC = ',1PE15.5,
407 9X,'413.NPD = ',1PE15.5,
408 9X,'414.N = ',1PE15.5,
409 9X,'415.NRC = ',1PE15.5,
410 9X,'416.NPD = ',1PE15.5,
411 9X,'417.N = ',1PE15.5,
412 9X,'418.NRC = ',1PE15.5,
413 9X,'419.NPD = ',1PE15.5,
414 9X,'420.N = ',1PE15.5,
415 9X,'421.NRC = ',1PE15.5,
416 9X,'422.NPD = ',1PE15.5,
417 9X,'423.N = ',1PE15.5,
418 9X,'424.NRC = ',1PE15.5,
419 9X,'425.NPD = ',1PE15.5,
420 9X,'426.N = ',1PE15.5,
421 9X,'427.NRC = ',1PE15.5,
422 9X,'428.NPD = ',1PE15.5,
423 9X,'429.N = ',1PE15.5,
424 9X,'430.NRC = ',1PE15.5,
425 9X,'431.NPD = ',1PE15.5,
426 9X,'432.N = ',1PE15.5,
427 9X,'433.NRC = ',1PE15.5,
428 9X,'434.NPD = ',1PE15.5,
429 9X,'435.N = ',1PE15.5,
430 9X,'436.NRC = ',1PE15.5,
431 9X,'437.NPD = ',1PE15.5,
432 9X,'438.N = ',1PE15.5,
433 9X,'439.NRC = ',1PE15.5,
434 9X,'440.NPD = ',1PE15.5,
435 9X,'441.N = ',1PE15.5,
436 9X,'442.NRC = ',1PE15.5,
437 9X,'443.NPD = ',1PE15.5,
438 9X,'444.N = ',1PE15.5,
439 9X,'445.NRC = ',1PE15.5,
440 9X,'446.NPD = ',1PE15.5,
441 9X,'447.N = ',1PE15.5,
442 9X,'448.NRC = ',1PE15.5,
443 9X,'449.NPD = ',1PE15.5,
444 9X,'450.N = ',1PE15.5,
445 9X,'451.NRC = ',1PE15.5,
446 9X,'452.NPD = ',1PE15.5,
447 9X,'453.N = ',1PE15.5,
448 9X,'454.NRC = ',1PE15.5,
449 9X,'455.NPD = ',1PE15.5,
450 9X,'456.N = ',1PE15.5,
451 9X,'457.NRC = ',1PE15.5,
452 9X,'458.NPD = ',1PE15.5,
453 9X,'459.N = ',1PE15.5,
454 9X,'460.NRC = ',1PE15.5,
455 9X,'461.NPD = ',1PE15.5,
456 9X,'462.N = ',1PE15.5,
457 9X,'463.NRC = ',1PE15.5,
458 9X,'464.NPD = ',1PE15.5,
459 9X,'465.N = ',1PE15.5,
460 9X,'466.NRC = ',1PE15.5,
461 9X,'467.NPD = ',1PE15.5,
462 9X,'468.N = ',1PE15.5,
463 9X,'469.NRC = ',1PE15.5,
464 9X,'470.NPD = ',1PE15.5,
465 9X,'471.N = ',1PE15.5,
466 9X,'472.NRC = ',1PE15.5,
467 9X,'473.NPD = ',1PE15.5,
468 9X,'474.N = ',1PE15.5,
469 9X,'475.NRC = ',1PE15.5,
470 9X,'476.NPD = ',1PE15.5,
471 9X,'477.N = ',1PE15.5,
472 9X,'478.NRC = ',1PE15.5,
473 9X,'479.NPD = ',1PE15.5,
474 9X,'480.N = ',1PE15.5,
475 9X,'481.NRC = ',1PE15.5,
476 9X,'482.NPD = ',1PE15.5,
477 9X,'483.N = ',1PE15.5,
478 9X,'484.NRC = ',1PE15.5,
479 9X,'485.NPD = ',1PE15.5,
480 9X,'486.N = ',1PE15.5,
481 9X,'487.NRC = ',1PE15.5,
482 9X,'488.NPD = ',1PE15.5,
483 9X,'489.N = ',1PE15.5,
484 9X,'490.NRC = ',1PE15.5,
485 9X,'491.NPD = ',1PE15.5,
486 9X,'492.N = ',1PE15.5,
487 9X,'493.NRC = ',1PE15.5,
488 9X,'494.NPD = ',1PE15.5,
489 9X,'495.N = ',1PE15.5,
490 9X,'496.NRC = ',1PE15.5,
491 9X,'497.NPD = ',1PE15.5,
492 9X,'498.N = ',1PE15.5,
493 9X,'499.NRC = ',1PE15.5,
494 9X,'500.NPD = ',1PE15.5,
495 9X,'501.N = ',1PE15.5,
496 9X,'502.NRC = ',1PE15.5,
497 9X,'503.NPD = ',1PE15.5,
498 9X,'504.N = ',1PE15.5,
499 9X,'505.NRC = ',1PE15.5,
500 9X,'506.NPD = ',1PE15.5,
501 9X,'507.N = ',1PE15.5,
502 9X,'508.NRC = ',1PE15.5,
503 9X,'509.NPD = ',1PE15.5,
504 9X,'510.N = ',1PE15.5,
505 9X,'511.NRC = ',1PE15.5,
506 9X,'512.NPD = ',1PE15.5,
507 9X,'513.N = ',1PE15.5,
508 9X,'514.NRC = ',1PE15.5,
509 9X,'515.NPD = ',1PE15.5,
510 9X,'516.N = ',1PE15.5,
511 9X,'517.NRC = ',1PE15.5,
512 9X,'518.NPD = ',1PE15.5,
513 9X,'519.N = ',1PE15.5,
514 9X,'520.NRC = ',1PE15.5,
515 9X,'521.NPD = ',1PE15.5,
516 9X,'522.N = ',1PE15.5,
517 9X,'523.NRC = ',1PE15.5,
518 9X,'524.NPD = ',
```

```

315 FORMAT(9X,'Y(','I2',' ) = ','\ )
320 IAS = 0
WRITE(ICRT,130)
READ(0,'(I2)',ERR=320)IAS
IF(IAS.EQ.0) GO TO 340
327 WRITE(ICRT,135)
READ(0,'(I2,F15.5)',ERR=327)I,Y(I)
325 WRITE(ICRT,305)
DO 330 I=1,NEQN
330 WRITE(ICRT,395)I,Y(I)
335 FORMAT(9X,'Y(','I2',' ) = ','F10.5)
GO TO 320
340 IGIN = 0
WRITE(ICRT,140)
READ(0,'(I2)',ERR=340)IGIN
IF(IGIN.EQ.0) THEN
NVA = 8*NEQN
CALL CALESC(FNAME,NV,ICRT)
CALL ESCRIVER(FNAME,NVA,4,NV)
ENDIF
NOSING = 1
INOUT = 1
T = T0
IMIN2 = 0
DO 345 NI=1,NEQN
DO 345 NJ=1,NEQN
345 COVA(NI,NJ) = 0.0
IFLAG = 1
TOUT = 0.0
LINF = 1
LSUP = NT
DO 360 I=LINF,LSUP
PRT = DBLE(I)/20.
IF(IDINIT(PRT).EQ.PRT) WRITE(ICRT,365)I
TOUT = TOUT+TOI
CALL DE(F,NEQN,Y,T,TOUT,RELETT,ABERR,IFLAG)
IF(IFLAG.EQ.6) STOP'ERRO NAS ENTRADAS...'
IF(IFLAG.NE.2) GO TO 355
DRC = DBLE(I)/DBLE(NRC)
CALL SISTOP(Y,DRC,NPD)
CONTINUE
360 FORMAT(//,6X,'PONTO No',I6,/)
NLSU = LSUP/NRC
CALL IMPRES(LSUP,IMPR,NLSU)
367 ICNT = 0
WRITE(ICRT,370)
370 FORMAT(//,6X,'DESEJA CONTINUAR A INTEGRACAO ( SIM = 0'
1 ' OU RET ) ? '\ )
READ(0,'(I2)',ERR=367)ICNT
IF(ICNT.EQ.0) THEN
LINF = LSUP+1
WRITE(ICRT,375)LSUP
375 FORMAT(//,6X,'ULTIMO PONTO INTEGRADO = ',I5)
377 WRITE(ICRT,380)
380 FORMAT(//,6X,'ATE QUE PONTO DESEJA QUE PROSSIGA A '

```

```

1 'INTEGRACAO ? '\ )
READ(0,'(I5)',ERR=377)LSUP
GO TO 350
ENDIF
382 IRI = 0
WRITE(ICRT,385)
385 FORMAT(//,6X,'DESEJA GRAVAR O RESULTADO DA IDENTIFICACAO '
1 '( SIM = 0 OU RET ) ? '\ )
READ(0,'(I2)',ERR=382)IRI
IF(IRI.EQ.0) THEN
IF(1915.EQ.1)OR.1515.EQ.3) THEN
DO 390 I=1,NLSU
390 RESULT(3,I) = RESULT(3,I)/DBLE(LSUP)
ELSE
DO 395 I=1,NLSU
395 RESULT(4,I) = RESULT(4,I)/DBLE(LSUP)
ENDIF
WRITE(ICRT,400)
FORMAT(//,6X,'IDENTIFICACAO DA RIGIDEZ E 00'
1 ' AMORTECIMENTO :')
CALL CALESC(FNAME,NV,ICRT)
CALL ESCRIVER(FNAME,NLSU,8,NV)
WRITE(ICRT,405)
FORMAT(//,6X,'ERROS NA IDENTIFICACAO :')
CALL CALESC(FNAME,NV,ICRT)
CALL ESCRIVER(FNAME,NLSU,10,NV)
ENDIF
407 IRS = 0
WRITE(ICRT,410)
410 FORMAT(//,6X,'DESEJA GRAVAR OS SINAIS DE DESLOCAMENTO E '
1 'VELOCIDADE ( SIM = 0 OU RET ) ? '\ )
READ(0,'(I2)',ERR=407)IRS
IF(IRS.EQ.0) THEN
NNN = MIN0(LSUP,NPD)
CALL CALESC(FNAME,NV,ICRT)
CALL ESCRIVER(FNAME,NNN,9,NV)
ENDIF
412 NOUT = 0
WRITE(ICRT,415)
415 FORMAT(//,6X,'DESEJA FAZER OUTRA INTEGRACAO COM O MESMO'
1 ' SISTEMA')
WRITE(ICRT,420)
420 FORMAT(6X,'E SINAL DE EXCITACAO ( SIM = 0 OU RET ) ? '\ )
READ(0,'(I2)',ERR=412)NOUT
IF(NOUT.EQ.0) GO TO 295
END

```

C SUBROUTINE DE(F,NEON,Y,T,TOUT,RELERR,ABSERR,IFLAG)

C A subrotina DE resolve sistemas de equacoes diferenciais

C lineares de primeira ordem com ate 20 equacoes do tipo
 $dy(i)/dt = f(t,y(1),y(2),...,y(neon))$
 y(i) dado em t.

C A subrotina integra de T ate TOUT. Retornando o subprograma
 para o comeco (comando call), pode-se continuar a integracao, a-
 tem do limite superior anteriormente escolhido, somente inicia-
 lizando-se a lista de parametros. O usuario tem apenas que defi-
 nir um novo valor para TOUT e chamar DE novamente.

C DE chama dois subprogramas: o integrador STEP e a rotina de
 interpolacao INTRP. STEP usa as equacoes de Adams-Bashforth
 ('predictor') e de Adams-Moulton ('corrector') na forma modifi-
 cada das diferencas divididas. Ele proprio ajusta a ordem do
 polinomio interpolador e o tamanho do passo de integracao para
 controlar o erro. Normalmente, cada chamada do subprograma STEP
 avanca um passo na direcao de TOUT. Por razoes de eficiencia, DE
 integra alem de TOUT, internamente, porem nunca alem de
 $T+10*(TOUT-T)$, e chama a subrotina INTRP para obter a solucao em
 C TOUT.

C Os parametros de DE sao:

C F -- subrotina F(t,y,p) para avaliar as derivadas
 $yp(i) = dy(i)/dt$
 C NEON -- numero de equacoes a serem integradas;
 C Y(*) -- vetor solucao em t;
 C T -- variavel independente e
 C TOUT -- ponto final do intervalo de integracao;
 C RELERR, ABSERR -- tolerancias relativa e absoluta para
 o teste de erros locais. Para cada passo o programa faz
 C ABS(erro local) .LE. ABS(Y)*RELERR + ABSERR,
 C para cada componente do erro local e vetor solucao;
 C IFLAG -- indica o estado da integracao.

C Primeira chamada de DE:

C O usuario deve dimensionar, dentro do programa principal, a
 matriz Y(NEON), declarar F em um comando 'EXTERNAL', criar a
 subrotina F(T,Y,P) para avaliar
 $dy(i)/dt = yp(i) = f(t,y(1),y(2),...,y(neon))$
 C e inicializar os parametros NEON, Y(*), T, TOUT, RELERR, ABSERR
 C e IFLAG.
 C OBS.: O usuario deve fazer IFLAG = -1 somente se for impossivel
 C continuar a integracao alem de TOUT (a funcao nao e' definida
 C ou existe uma descontinuidade); caso contrario deve-se fazer
 C IFLAG = 1 (operacao normal).
 C Todos os parametros - exceto F, NEON e TOUT - devem ser aite-
 C rados pelo programa e, por isso, devem ser variaveis no programa
 C principal.

C Saída de DE:

C NEON -- inalterado;
 C Y(*) -- solucao em T;
 C T -- ultimo ponto alcançado na integracao; se o retorno
 C for normal entao T = TOUT;
 C TOUT -- inalterado;
 C RELERR, ABSERR -- retorno normal tem tolerancias inaltera-
 C das. IFLAG = 3 aumenta tolerancias;
 C IFLAG = 2 - retorno normal. Integracao alcanca TOUT
 C IFLAG = 3 - integracao nao alcanca TOUT porque a toleran-
 C cia do erro e' muito pequena. RELERR e ABSERR aumentados apro-
 C priadamente para continuar
 C IFLAG = 4 - integracao nao alcanca TOUT porque sao preci-
 C sos mais passos do que MAXNUM
 C IFLAG = 5 - integracao nao alcanca TOUT porque as equacoes
 C sao rigidas
 C IFLAG = 6 - entrada de parametros invalida (erro fatal). I-
 C flag = 7 - os valores de IFLAG retornam negativos quando os valo-
 C res de entrada sao negativos e a integracao nao alcanca TOUT.
 C IFLAG = -3, -4, -5.
 C Subsequentes chamadas de DE:
 C A subrotina DE retorna com todos os valores necessarios para
 C continuar a integracao. Se esta alcançou TOUT, o usuario deve
 C apenas definir um novo valor para TOUT e chamar o programa
 C novamente. Se a integracao nao alcançou TOUT e o usuario deseja
 C fazê-lo, ele precisa somente chamar a rotina. O valor final de
 C IFLAG e' o valor apropriado para entrada na chamada seguinte. A
 C unica situacao em que o seu valor deve ser alterado e' quando se
 C deseja parar a integracao internamente num novo TOUT, isto e',
 C muda-se a saida IFLAG = 2 para a entrada IFLAG = -2. A toleran-
 C cia do erro deve ser alterada pelo usuario antes de continuar.
 C Todos os outros parametros devem permanecer inalterados.

IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
 LOGICAL START, CRASH, STIFF
 DIMENSION Y(NEON), PS(12)
 DIMENSION YY(20), WT(20), PHI(20,16), P(20), YP(20), YPOUT(20)
 EXTERNAL F

C A unica constante que depende da maquina usada e' o erro de
 C roundoff unitario, U, que e' o menor numero positivo tal que
 C $1.0 + U \neq 1.0$. U deve ser calculado e FOURU = $4 * U$ inserido
 C em um comando DATA antes de se usar DE. As variaveis
 C TWOU (= $2 * U$) e FOURU devem tambem ser inseridas na subroti-
 C na STEP antes de se chamar DE. A subrotina MACHIN calcula U.

C DATA FOURU /4.0E-7/

C A constante MAXNUM e' o maximo numero de passos permitidos em
 C cada chamada de DE. O usuario pode trocar este limite alterando
 C do comando abaixo:

DATA MAXNUM /500/

C Esta versao da rotina DE resolve sistemas de ate 20 equacoes.

C Para alterar este valor deve-se substituir todos os numeros 20,
C no programa, pelo numero desejado.

```
CALL MACHIN(U)
FOURU = 4.0*U
```

C Teste para parametros Impropios

```
IF(NEQN .LT. 1 .OR. NEQN .GT. 20) GOTO 10
IF(T .EQ. TOUT) GOTO 10
IF(RELERR .LT. 0.0 .OR. ABSERR .LT. 0.0) GOTO 10
EPS = DMAX1(RELERR, ABSERR)
IF(EPS .LE. 0.0) GOTO 10
IF(IFLAG .EQ. 0) GOTO 10
ISN = ISIGN(1, IFLAG)
IFLAG = IABS(IFLAG)
IF(IFLAG .EQ. 1) GOTO 20
IF(T .NE. TOLD) GOTO 10
IF(IFLAG .GE. 2 .AND. IFLAG .LE. 5) GOTO 20
10 IFLAG = 6
RETURN
```

C A cada chamada de DE deve-se ajustar o intervalo de integra-
C çao ao contador do numero de passos. Deve-se ajustar os valores
C de entrada das tolerancias dos erros para definir o vetor de
C ponderacao da subrotina STEP.

```
20 DEL = TOUT - T
ABSDEL = DABS(DEL)
TEND = T + 10.0*DEL
IF(ISN .LT. 0) TEND = TOUT
NOSTEP = 0
KLE4 = 0
STIFF = .FALSE.
RELEPS = RELERR/EPS
ABSEPS = ABSERR/EPS
IF(IFLAG .EQ. 1) GOTO 30
IF(ISNOLD .LT. 0) GOTO 30
IF(DELSGN*DEL .GT. 0.0) GOTO 50
```

C No comeco e recomeco, deve-se ajustar as variaveis X e YY(*),
C guardar a direcao de integracao e inicializar o passo.

```
30 START = .TRUE.
X = T
DO 40 L = 1, NEQN
40 YY(L) = Y(L)
UH = 1.
DELSGN = DSIGN(CUM, DEL)
H = DSIGN(DMAX1(DABS(TOUT-X), FOURU*DABS(X)), TOUT-X)
```

C Se ja passou do ponto de saida, interpola e retorna.

```
50 IF(DABS(X-T) .LT. ABSDEL) GOTO 60
CALL INTRPX, YY, TOUT, Y, YPOUT, NEQN, KOLD, PHI, PSI
```

```
IFLAG = 2
T = TOUT
TOLD = T
ISNOLD = ISN
RETURN
```

C Se nao pode ir alem do ponto de saida, extrapola e retorna.

```
60 IF(ISN .GT. 0 .OR. DABS(TOUT-X) .GE. FOURU*DABS(X)) GOTO 60
H = TOUT-X
CALL F(X, YY, YP)
DO 70 L=1, NEQN
70 Y(L) = YY(L)+H*YP(L)
IFLAG = 2
T = TOUT
TOLD = T
ISNOLD = ISN
RETURN
```

C Teste de trabalho excessivo:

```
80 IF(NDSTEP .LT. MAXNUM) GOTO 100
IFLAG = ISN*4
IF(STIFF) IFLAG = ISN*5
DO 90 L=1, NEQN
90 Y(L) = YY(L)
T = X
TOLD = T
ISNOLD = 1
RETURN
```

C Ajuste do vetor de ponderacao:

```
100 H = DSIGN(DMIN1(DABS(H), DABS(TEND-X)), H)
DO 110 L=1, NEQN
110 WT(L) = RELEPS*DABS(YY(L))+ABSEPS
```

```
C WRITE(*,111)X,H
C 111 FORMAT(/,3X,'X = ',E15.5,5X,'H = ',E15.5,/)
CALL STEP(X, YY, F, NEQN, H, EPS, WT, START,
1 HOLD, K, KOLD, CRASH, PHI, P, YP, PSI)
```

C Teste de tolerancias muito pequenas:

```
IF(.NOT. CRASH) GOTO 130
IFLAG = ISN*3
RELERR = EPS*RELEPS
ABSERR = EPS*ABSEPS
DO 120 L=1, NEQN
120 Y(L)=YY(L)
T = X
TOLD = T
ISNOLD = 1
RETURN
```

```

C  C como uma subrotina externa que avalia
C  dy(1)/dx = yp(1) = f(x,y(1),y(2),...,y(neqn))
C  e inicializar somente os parametros:
C  X = valor inicial da variavel independente;
C  Y(*) = valores iniciais do vetor das variaveis dependentes;
C  NEQN = numero de equacoes a serem integradas;
C  H = tamanho nominal do passo, indicando a direcao da integra-
C  cao e o tamanho maximo do passo. Deve ser variavel;
C  EPS = tolerancia do erro local por passo (variavel);
C  WT(*) = vetor de ponderacao (nao nulo) para o criterio de
C  erros;
C  START = .TRUE.
C  A subrotina STEP requer que a norma L2 do vetor com componen-
C  tes do erro local (L2)/WT(L) deve ser menor que EPS para um passo
C  com sucesso. A matriz WT(*) permite ao usuario escolher um
C  apropriado teste de erro para o seu problema, por exemplo:
C  WT(L) = 1.0 especifica erro absoluto;
C  = ABS(Y(L)) erro relativo ao mais recente valor da
C  L-esima componente da solucao;
C  = ABS(YP(L)) erro relativo ao mais recente valor da
C  i-esima componente da derivada;
C  = AMAX1(WT(L),ABS(Y(L))) erro relativo a maior magni-
C  tude da i-esima componente obtida ate o instante;
C  = ABS(Y(L)*RELERR/EPS + ABSERR/EPS) especifica um teste
C  relativo/absoluto misto onde RELERR e' o erro relativo e ABSERR
C  e' o erro absoluto e EPS = AMAX1(RELERR,ABSERR).
C  Chamadas subsequentes:
C  Subrotina STEP e' precedida de modo que todas as informacoes
C  necessarias para continuar a integracao (incluindo o tamanho do
C  passo, H, e a ordem) e' retornar a cada passo. Com sucesso o
C  tamanho do passo, a tolerancia do erro e das ponderacoes, nem os
C  dos parametros deve ser alterado. A matriz WT deve ser atualiz-
C  cada depois de cada passo para manter o teste relativo de erro
C  como os anteriores. Normalmente a integracao e' continuada exato-
C  mente ate o ponto final desejado e a solucao interpolada com
C  a subrotina INTRP. Se for impossivel integrar ate o ponto
C  final, o tamanho do passo pode ser reduzido para alcançar justar-
C  mente este valor. Trocando a direcao de integracao, isto e' o
C  sinal de H, deve-se ajustar o valor do parametro START = .TRUE.
C  antes de chamar o programa STEP novamente. Esta e a unica situ-
C  cao em que START deve ser alterado.
C  Saída do passo:
C  -- passo com sucesso
C  A subrotina retorna depois de cada passo com sucesso o va-
C  START e CRASH iguais a .FALSE.. X representa a variavel indepen-
C  dente, avançada um passo de tamanho HOLD do seu valor de entrada.
C  Y e' o vetor solucao no novo valor de X. Todos os outros
C  parametros representam informacoes correspondentes ao novo X,
C  necessarias para continuar a integracao.
C  -- passo sem sucesso:
C  Quando a tolerancia do erro e' muito pequena para a precis-
C  da máquina, a subrotina retorna sem andar um passo e com terno
C  = .TRUE.. Apropriados tamanho de passo e tolerancia de erro são

```

6

```

C  C Teste de rigidez e de numero de passos:
C  130 NOSTEP = NOSTEP+1
C  KLE4 = KLE4+1
C  IF(KOLO .GT. 4) KLE4=0
C  IF(KLE4 .GE. 50) STIFF=.TRUE.
C  GO TO 50
C  END
C  -----
C  SUBROUTINE STEP(X,Y,F,NEQN,H,EPS,WT,START,
C  1 HOLD,K,KOLD,CRASH,PHI,P,YP,PSI)
C  A subrotina STEP integra, utilizando as equacoes de ADAMS
C  (metodo PECE) na forma modificada das diferenças divididas, um
C  sistema de equacoes diferenciais de primeira ordem. Ele avança
C  um passo a cada chamada (de X ate X+H) e extrapolação local e'
C  utilizada para obter-se estabilidade e precisão.
C  O programa ajusta a ordem e o tamanho do passo de modo a
C  controlar o erro local, além de verificar os erros de roundoff e
C  detectar quando o usuário esta exigindo precisão demais.
C  Os parametros representam:
C  X -- variavel independente;
C  Y(*) -- vetor solucao em X;
C  YP(*) -- derivada do vetor solucao em X;
C  NEQN -- numero de equacoes a serem integradas;
C  H -- tamanho do passo apropriado para a proxima integra-
C  cao. Determinado pelo programa;
C  EPS -- tolerancia do erro local. Deve ser variavel;
C  WT(*) -- vetor de ponderacao;
C  START -- variavel logica. Adotar .TRUE. para o primeiro
C  passo e para os outros. .FALSE.;
C  HOLD -- tamanho do passo usado na ultima integracao com
C  sucesso;
C  K -- ordem apropriada para a integracao seguinte. Deter-
C  minado pelo programa;
C  KOLD -- ordem usada no ultimo passo com sucesso;
C  CRASH -- variavel logica. .TRUE. quando o passo pode ser
C  adotado e .FALSE. quando nao;
C  As matrizes PHI, PSI sao necessarias na subrotina INTRP. A
C  matriz P e' interna ao subprograma.
C  Primeira chamada:
C  O usuario deve prever, no programa principal, a memoria que se-
C  ra' utilizada pelas matrizes da lista de chamada, ou seja,
C  DIMENSION Y(NEQN), WT(NEQN), PHI(NEQN,16),
C  1 P(NEQN), YP(NEQN), PSI(12)
C  Deve tambem declarar START e CRASH como variaveis logicas e F

```

5

C destinados e todas as outras informacoes sao armazenadas tais
C como foram entradas. Para continuar com uma tolerancia maior,
C basta apenas chamar o programa novamente. Um recomeco nao e,
C necessario nem desejavel.

```

      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      LOGICAL START, CRASH, PHASE1, NORND
      DIMENSION Y(NEQN), WT(NEQN), PHI(NEQN, 16), P(NEQN),
      1 YP(NEQN), PSI(12)
      DIMENSION ALPHA(12), BETA(12), SIG(13), W(12), V(12), G(13),
      1 GSTR(13), TWQ(13)
      EXTERNAL F

```

C A unica constante que depende da maquina utilizada e' o erro
C de roundoff unitario, U, que e' o menor positivo tal que
C $1.0 + U \cdot GT$. O usuario deve inserir os valores de
C $(TWOU = 2.0 * U)$ e $(FOURU = 4.0 * U)$ em comando DATA, antes
C de chamar o programa. A rotina MACHIN calcula U.

```

      DATA TWO /2.0, 4.0, 8.0, 16.0, 32.0, 64.0, 128.0, 256.0, 512.0,
      1 1024.0, 2048.0, 4096.0, 8192.0/
      DATA GSTR/0.500, 0.0833, 0.0417, 0.0264, 0.0168, 0.0143, 0.0114,
      1 0.00936, 0.00789, 0.00679, 0.00592, 0.00524, 0.00468/
      DATA G(1), G(2)/1.0, 0.5/, SIG(1)/1.0/

```

```

      CALL MACHIN(U)
      TWOU = 2.0*U
      FOURU = 4.0*U

```

C *** BLOCO H 0 ***

C Testa se o tamanho do passo ou a tolerancia do erro sao muito
C pequenos para a precisao da maquina. Se for o primeiro passo,
C inicializar a matriz PHI e estimar o tamanho inicial do passo.

C Se o passo for muito pequeno, determine um aceitavel.

```

      CRASH = .TRUE.
      IF(DABS(H) .GE. FOURU*DABS(X)) GOTO 5
      H = DSIGN(FOURU*DABS(X), H)
      RETURN
      5 PSEPS = 0.5*EPS

```

C Se a tolerancia for pequena demais, aumente-a ate' um valor
C aceitavel.

```

      ROUND = 0.0
      DO 10 L = 1, NEQN
      10 ROUND = ROUND + (Y(L)/WT(L))**2
      ROUND = TWO*OSORT(ROUND)
      IF(PSEPS .GE. ROUND) GOTO 15
      EPS = 2.0*ROUND*(1.0+FOURU)
      RETURN
      15 CRASH = .FALSE.
      IF(.NOT. START) GOTO 99

```

7

C Inicializar Computar tamanho apropriado do passo para a
C primeira integracao.

```

      CALL F(X, Y, YP)
      SUM = 0.0
      DO 20 L = 1, NEQN
      PHI(L, 1) = YP(L)
      PHI(L, 2) = 0.0
      20 SUM = SUM + (YP(L)/WT(L))**2
      SUM = SQR(SUM)
      ABSSH = ABS(H)
      IF(EPS .LT. 16.0*SUM*H*H) ABSSH = 0.25*OSORT(EPS/SUM)
      H = DSIGN(DMAX1(ABSSH, FOURU*DABS(X)), H)
      HOLD = 0.0
      K = 1
      KOLD = 0
      START = .FALSE.
      PHASE1 = .TRUE.
      NORND = .TRUE.
      IF(PSEPS .GT. 100.0*ROUND) GOTO 99
      NORND = .FALSE.
      DO 30 L = 1, NEQN
      25 PHI(L, 15) = 0.0
      30 IFAIL = 0

```

C *** FIM DO BLOCO H 0 ***

C *** BLOCO H 1 ***

C Computar os coeficientes das formulas para este passo. Nao
C calcula os valores nao alterados quando o tamanho do passo
C e' mudado.

```

      100 KP1 = K+1
      KP2 = K+2
      KM1 = K-1
      KM2 = K-2

```

C NS e' o numero de passos usados com tamanho H, incluindo o
C corrente. Quando K .LT. NS, nenhum coeficiente muda.

```

      IF(R .NE. HOLD) NS = 0
      NS = MIN0(NS+1, KOLD+1)
      NSP1 = NS+1
      IF(K .LT. NS) GOTO 199

```

C Computar os componentes ds ALPHA(*), BETA(*), PSI(*), SIG(*) que
C foram mudados.

```

      BETA(NS) = 1.0
      REALNS = NS
      ALPHA(NS) = 1.0/REALNS
      TEMP1 = H*REALNS
      SIG(NSP1) = 1.0

```

8

```

IF(K.LT.NSP1) GOTO 110
DO 105 I=NSP1,K
IM1 = I-1
TEMP2 = PSI(IM1)
PSI(IM1) = TEMP1
BETA(I) = BETA(IM1)*PSI(IM1)/TEMP2
TEMP1 = TEMP2+H
ALPHA(I) = H/TEMP1
REALI = I
105 SIG(I+1) = REALI*ALPHA(I)*SIG(I)
110 PSIK(K) = TEMP1

C Computar coeficientes G(*).
C Inicializar V(*) e ajustar W(*).G(2) e' dado pelo comando
C DATA.

IF(NS.GT.1) GOTO 120
DO 115 IQ = 1,K
TEMP3 = IQ*(IQ+1)
V(IQ) = 1.0/TEMP3
115 W(IQ) = V(IQ)
GOTO 140

C Se a ordem foi acrescida,atualizar a parte diagonal de V(*).

120 IF(K.LE.KOLD) GOTO 130
TEMP4 = K*KP1
V(K) = 1.0/TEMP4
NSH2 = NS-2
IF(NSH2.LT.1) GOTO 130
DO 125 J = 1,NSH2
I = K-J
125 V(I) = V(I)-ALPHA(J+1)*V(I+1)

C Atualizar V(*) e ajustar W(*).

130 LIMIT1 = KP1-NS
TEMPS = ALPHA(NS)
DO 135 LQ = 1,LIMIT1
V(LQ) = V(LQ)-TEMPS*V(LQ+1)
135 W(LQ) = V(LQ)
G(NSP1) = W(1)

C Computar os G(*) no vetor de trabalho W(*).

140 NSP2 = NS+2
IF(KP1.LT.NSP2) GOTO 199
DO 150 I = NSP2,KP1
LIMIT2 = KP2-I
TEMP6 = ALPHA(I-1)
DO 145 JQ = 1,LIMIT2
W(JQ) = W(JQ)-TEMP6*W(JQ+1)
145 G(I) = W(I)
150 6(I) = W(I)
199 CONTINUE

```

9

```

C *** FIM DO BLOCO # 1 ***
C *** BLOCO # 2 ***
C Prediz a solucao P(x),avalia as derivadas usando a solucao
C predita, estima o erro local de ordem K e os erros nas
C K, K-1, K-2 como se um passo constante fosse usado.
C ***
C Troca PHI por PHI estreita.
IF(K.LT.NSP1) GOTO 215
DO 210 I = NSP1,K
TEMP1 = BETA(I)
DO 205 L = 1,NEQN
PHI(L,I) = TEMP1*PHI(L,I)
205 PHI(L,I) = TEMP1*PHI(L,I)
210 CONTINUE

C Prediz solucao e diferencas.
215 DO 220 L = 1,NEQN
PHI(L,KP2) = PHI(L,KP1)
PHI(L,KP1) = 0.0
220 P(L) = 0.0
DO 230 J = 1,K
I = KP1-J
IP1 = I+1
TEMP2 = G(I)
DO 225 L = 1,NEQN
P(L) = P(L)+TEMP2*PHI(L,I)
225 P(L,I) = PHI(L,I)+PHI(L,IP1)
230 CONTINUE
IF(NSH2ND) GOTO 240
DO 235 L = 1,NEQN
TAU = H*P(L)-PHI(L,15)
P(L) = Y(L)+TAU
235 PHI(L,16) = (P(L)-Y(L))-TAU
GOTO 250
240 DO 245 L = 1,NEQN
245 P(L) = Y(L)+H*P(L)
250 XOLD = X
X=X+H
ABSH = (ABSH)
CALL F(X,P,Yp)

C Estimar erros nas ordens K,K-1,K-2.
ERKM2 = 0.0
ERKM1 = 0.0
ERK = 0.0
DO 260 L = 1,NEQN
TEMP3 = 1.0/W(L)
TEMP4 = Y(L)-PHI(L,1)
IF(KH2)265,260,265
255 ERKM2 = ERKM2+(PHI(L,KM1)+TEMP4)*TEMP3**2
260 ERKM1 = ERKM1+(PHI(L,K)+TEMP4)*TEMP3**2

```

10

```

265 ERK = ERK+(TEMP4*TEMP3)**2
    IF(KM2)280,275,270
270 ERKM2 = ABSH*SIG(KM1)*GSTR(KM2)*DSQRT(ERKM2)
275 ERKM1 = ABSH*SIG(K)*GSTR(KM1)*DSQRT(ERKM1)
280 TEMPS = ABSH*DSQRT(ERK)
    ERR = TEMP5*(G(K)-G(KP1))
    ERK = TEMP5*SIG(KP1)*GSTR(K)
    KNEW = K

C Teste para verificar se a ordem deve ser diminuida.
    IF(KM2)299,290,285
285 IF(DMAX1(ERKM1,ERKM2) .LE. ERK) KNEW = KM1
    GOTO 299
290 IF(ERKM1 .LE. 0.5*ERK) KNEW = KM1

C Testar passo com sucesso.
299 IF(ERR .LE. EPS) GOTO 400

C *** FIM DO BLOCO # 2 ***
C *** BLOCO # 3 ***
C Se o passo nao teve sucesso, re-armaz X, PHI(*), PSI(*), Se
C acontecerem tres falhas consecutivas, ajusta a ordem para 1. Se
C o passo falhar mais de tres vezes, considera um tamanho de passo
C otimo. Oobra tolerancia do erro e retorna se o tamanho do passo
C estimado for pequeno demais para a precisao da maquina.
C ***
C Re-armazenar X, PHI(*), e PSI(*).
    PHASE1 = .FALSE.
    X = XOLD
    DO 310 I = 1, K
        TEMP1 = 1.0/BETA(I)
        IP1 = I+1
        DO 305 L = 1, NEQN
            PHI(L,I) = TEMP1*(PHI(L,I)-PHI(L,IP1))
305 CONTINUE
        IF(K .LT. 2) GOTO 320
        DO 315 I = 2, K
            PSI(I-1) = PSI(I)-H
315 CONTINUE

C Na terceira falha, ajustar a ordem para 1 e usar um tamanho de
C passo otimo.
320 IFAIL = IFAIL+1
    TEMP2 = 0.5
    IF(IFAIL-3)335,330,325
325 IF(P5EPS .LT. 0.25*ERK) TEMP2 = DSQRT(P5EPS/ERK)
330 KNEW = 1
335 H = TEMP2**H
    K = KNEW
    IF(DABS(H) .GE. FOUR*DABS(X)) GOTO 340

```

11

```

CRASH = .TRUE.
H = DSIGN(FOUR*DABS(X),H)
EPS = EPS+EPS
RETURN
340 GOTO 100

C *** FIM DO BLOCO # 3 ***
C *** BLOCO # 4 ***
C Passo com sucesso. Corrigir a solucao predita, avaliar as deri-
C vadas usando as solucoes corrigidas e atualizar as diferen-
C cas. Determinar os melhores tamanho de passo e ordem para a pro-
C xima integracao.
C ***
400 KOLD = K
    HOLD = H

C Corrigir e avaliar.
    TEMP1 = H*G(KP1)
    IF(FORN0) GOTO 410
    DO 405 L = 1, NEQN
        RAO = TEMP1*(Y(L)-PHI(L,1))-PHI(L,16)
        Y(L) = P(L)+RAO
        PHI(L,15) = (Y(L)-P(L))-RAO
405 GOTO 420
410 DO 415 L = 1, NEQN
        Y(L) = P(L)+TEMP1*(Y(L)-PHI(L,1))
415 GOTO 420
420 CALL F(X,Y,Yp)

C Atualizar diferenças para o proximo passo.
    DO 425 L = 1, NEQN
        PHI(L,KP1) = Yp(L)-PHI(L,1)
425 PHI(L,KP2) = PHI(L,KP1)-PHI(L,KP2)
        DO 435 I = 1, K
            DO 430 L = 1, NEQN
                PHI(L,I) = PHI(L,I)+PHI(L,KP1)
435 CONTINUE

C Estimar o erro na ordem K+1 a menos que:
C - na primeira iteraçao quando a ordem sempre cresce;
C - ja foi decidido abaixar a ordem,
C - tamanho do passo nao e constante, logo estimativa nao e
C realista.
    ERKP1 = 0.0
    IF(KNEW .EQ. KM1 .OR. K .EQ. 12) PHASE1 = .FALSE.
    IF(PHASE1) GOTO 450
    IF(KNEW .EQ. KM1) GOTO 455
    IF(KP1 .GT. NS) GOTO 460
    DO 440 L = 1, NEQN
        ERKP1 = ERKP1+PHI(L,KP2)/UT(L)**2
440 ERKP1 = ABSH*GSTR(KP1)*DSQRT(ERKP1)

```

12

```

C Usando o erro estimado de ordem K+1, determinar a ordem
C apropriada para o proximo passo.
      IF(X.GT. 1) GOTO 445
      IF(ERKP1 .GE. 0.5*ERK) GOTO 460
      GOTO 450
445 IF(ERKM1 .LE. DMINI(ERK,ERKP1)) GOTO 455
      IF(ERKP1 .GE. ERK .OR. K .EQ. 12) GOTO 460

C Aumento de ordem.
450 K = KP1
      ERK = ERKP1
      GOTO 460

C Abaixamento de ordem.
455 K = KM1
      ERK = ERKM1

C Com a nova ordem, determinar o tamanho de passo apropriado
C para a proxima integracao.
460 HNEW = H+H
      IF(PHASE1) GOTO 465
      IF(PSEPS .GE. ERK*TWO(K+1)) GOTO 465
      HNEW = H
      IF(PSEPS .GE. ERK) GOTO 465
      TEMP2 = K+1
      R = (PSEPS/ERK)**(1.0/TEMP2)
      PTCC = .5
      PTNV = .9
      HNEW = ABSH*DMAX1(PTCC,DMINI(PTNV,R))
      HNEW = DSIGN(DMAX1(HNEW,FOUR*DABS(X)),H)
465 H = HNEW
      RETURN

C * * * FIM DO BLOCO # 4 * * *
      END

C -----
C SUBROUTINE INTRP(X,Y,XOUT,YOUT,YPOUT,NEQN,KOLD,PHI,PSI)

C O metodo usado na subrotina STEP interpola a solucao, proxima
C ao ponto X, por um polinomio. A subrotina INTRP aproxima a
C solucao em XOUT avaliando o polinomio neste ponto. As informa-
C coes que definem este polinomio sao passadas de STEP, assim
C INTRP nao pode ser usada sozinha.

```

13

```

C Entradas para INTRP:
C O usuario deve prever memoria no programa principal para as
C matrizes da lista de chamada
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      DIMENSION Y(NEQN),YOUT(NEQN),YPOUT(NEQN),
      1 PHI(NEQN,16),PSI(12)

C e definir
C XOUT = ponto no qual a solucao e desejada.
C Os parametros restantes sao definidos em STEP e passados pelo
C comando CALL.

C Saída de INTRP:
C YOUT = solucao em XOUT,
C YPOUT = derivada da solucao em XOUT.
C Os parametros restantes permanecem inalterados. Integracao com
C STEP pode ser continuada.
      DIMENSION G(13),W(13),SHO(13)
      DATA G(1)/1.0/,RHO(1)/1.0/
      H = XOUT-X
      KI = KOLD+1
      KIP1 = KI+1

C Inicializar W(*) para computar G(*).
      DO 5 I = 1,KI
        TEMP1 = I
        W(I) = 1.0/TEMP1
      5 TEMP1 = 0.0

C Computar G(*).
      DO 15 J = 2,KI
        JMI = J-1
        PSIUM1 = PSI(JMI)
        GAMMA = (H1+TEMP1)/PSIUM1
        ETA = H1/PSIUM1
        LIMIT2 = KIP1-J
        DO 10 I = 1,LIMIT1
          J(I) = GAMMA*W(I)-ETA*W(I+1)
          G(I) = W(I)
          RHO(J) = GAMMA*RHO(JMI)
        10 TERM = PSIUM1
      15 TERM = PSIUM1

C Interpolar.
      DO 20 L = 1,NEQN
        YPOUT(L) = 0.0
      20 YOUT(L) = 0.0
      DO 30 J = 1,KI
        Z = KIP1-J
        TEMP2 = G(I)

```

14

```

10E3UG
C
C      S U B R O T I N A   P S E U D O

SUBROUTINE PSEUDO (NPGE,WD,DT,AMPL,FR,FRP,NF)
C Esta sub-rotina gera um sinal pseudo-aleatorio periodico com
C baixo fator de pico-27 baseado no algoritmo desenvolvido por
C Schroeder para geracao de sequencias binarias com baixa auto-
C correlacao.

C Os parametros representam:
C NPGE -- numero de pontos a serem gerados;
C WD -- resolucao em frequencia;
C AMPL -- amplitude do sinal gerado;
C DT -- intervalo de discretizacao;
C FR -- vetor contendo os pontos gerados;
C FRP -- derivada do vetor FR;
C NF -- numero de componentes em frequencia;
C PP -- vetor contendo o valor da Densidade Espectral de Po-
C tencia;
C PHFI -- vetor dos angulos de fase das componentes da DEP.

IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION FR(NPGE),FRP(NPGE)
DIMENSION PP(256),PHFI(256)
NM = 1.
PI = 4.*DATAN(UM)

DO 10 I = 1,NF
10 PP(I) = 1./DBLE(NF)

C Ajuste do angulo de fase.
DO 40 I = 1,NF
PHFI(I) = 0.0
IF (1.EQ. 1) GOTO 30
LS = I-1
DO 20 L = 1,LS
20 PHFI(I) = DBLE(L-1)*PP(L)*PHFI(I)
PHFI(I) = PHFI(I)*PI/20.
30 IF (PHFI(I) .GE. 2.*PI) PHFI(I)=PHFI(I)-2.*PI
IF (PHFI(I) .GE. 2.*PI) GOTO 30
IF (PHFI(I) .LT. 0.5*PI .AND. PHFI(I) .GE. 0.0) PHFI(I)=0.0
IF (PHFI(I) .LT. 2.*PI .AND. PHFI(I) .GE. 1.5*PI)
1 PHFI(I)=0.0
IF (PHFI(I) .GE. 0.5*PI .AND. PHFI(I) .LT. 1.5*PI)
1 PHFI(I)=PI
40 CONTINUE

```

1

```

TEMP3 = RH0(I)
DO 25 L = 1,NEQN
YOUT(L) = YOUT(L)+TEMP2*PHI(L,I)
YOUT(L) = YOUT(L)+TEMP3*PHI(L,I)
25 CONTINUE
DO 35 L = 1,NEQN
35 YOUT(L) = Y(L)+HI*YOUT(L)
RETURN
END

C -----
C      S U B R O T I N A   M A C H I N

SUBROUTINE MACHIN(U)
C U e o menor numero positivo de modo que ( 1.0 + U ) .GT. 1.0.
C U e computado aproximadamente como uma potencia de 1./2.

IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
HALFU = 0.5
50 TEMP1 = 1.0+HALFU
IF (TEMP1 .LE. 1.0) GOTO 100
HALFU = 0.5*HALFU
GO TO 50
100 U = 2.0* HALFU
RETURN
END

```

130

15

C Calculo do sinal e sua derivada.

```

DO 60 K = 1,NPGE
FR(K) = 0.0
FRP(K) = 0.0
DO 50 I = 1,NF
FR(K) = FR(K)+DSORT(PP(I)/2.)*AMPL*DCOS(2.*PI*DBLE(I))*WO*
1 (DBLE(K)-1.)*DT+PHI(I)
FRP(K) = FRP(K)-DSORT(PP(I)/2.)*AMPL*2.*PI*DBLE(I))*WO*
1 DSIN(2.*PI*DBLE(I))*WO*(DBLE(K)-1.)*DT+PHI(I)
50 CONTINUE
60 CONTINUE
RETURN
END

```

C SUBROUTINE GAUSS

SUBROUTINE GAUSS(A,B,X,NE,DDT,NOSING)

C Esta subrotina resolve um sistema de equacoes lineares da
C forma $AX=B$ utilizando o Metodo de Gauss com Pivota-
C cao Maxima.
C A resposta do sistema e' armazenada no vetor X.NE e' a or-
C dem do problema e DDT e' o determinante da matriz A.
C A variavel NOSING indica se o sistema a ser resolvido tem
C (NOSING = 0), ou nao (NOSING = 1), equacoes linear-
C mente dependentes, ou seja, se o determinante da matriz
C A e', ou nao, igual a zero.
C Se a dimensao do problema for maior que 10, deve-se re-
C dimensionar os vetores auxiliares D e ICOL com os valores
C adequados.

IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)

INTEGER NOSING

DIMENSION A(NE,NE),B(NE),X(NE)

DIMENSION D(10),ICOL(10)

NN = NE-1

DO 5 I=1,NE

ICOL(I) = 1

DO 60 I=1,NN

MERD = ICOL(I)

IIN = I

AUX = A(I,I)

C Procura do maior pivo.

```

DO 15 J=I,NE
DO 10 JJ=J,NE
U = DABS(AUX)-DABS(A(J,J))
IF(U.GE. 0.0) GOTO 10
ICOL(I) = JJ

```

2

```

IIN = J
AUX = A(J,JJ)
10 CONTINUE
15 CONTINUE

```

C Teste para verificar se o pivo escolhido e' zero.

IF(DABS(AUX).LE. 1.E-30) GOTO 85

C Troca de linhas.

```

IZ = IIN-I
IF(IZ.EQ. 0) GOTO 30
DO 25 K=I,NE
D(K) = A(I,K)
A(I,K) = A(IZ,K)
25 A(IZ,K) = D(K)
B(I) = B(IZ)
B(IZ) = B(I)

```

C Troca de colunas.

```

30 MERI = MERD-ICOL(I)
IF(MERI.EQ. 0) GOTO 40
DO 35 K=I,NE
D(K) = A(K,I)
INDI = ICOL(I)
A(K,I) = A(K,INDI)
35 A(K,INDI) = D(K)
JJ = ICOL(I)
ICOL(I) = ICOL(JJ)
ICOL(JJ) = MERD

```

C Pivotação.

```

40 IF(I) = I+1
DO 55 K=INIC,NE
FAT = A(K,I)
DO 50 KK=I,NE
A(K,KK) = A(K,KK)-FAT/A(I,I)*A(I,KK)
55 S(K) = B(K)-FAT/A(I,I)*B(I)
60 CONTINUE

```

C Teste para verificar se o elemento 'A(NE,NE)' e' zero.

IF(DABS(A(NE,NE)).LE. 1.E-30) GOTO 85

C Retro-substituicao.

```

X(NE) = B(NE)/A(NE,NE)
DO 70 I=1,NN
SOM = 0.0
MX = NE-I+1
LL = NE-I

```

3

```

C XSP -- vetor dos coeficientes do polinomio interpolador;
C IMIN2 -- variavel para verificar se o polinomio interpola-
C dor de duas chamadas consecutivas de SPLINE coincidem;
C RHX -- solucao da interpolacao no instante XS.
C INOUT -- variavel que indica se XS esta ( XS = 1 ), ou nao
C ( XS = 0 ), fora do intervalo permitido.
C NOSING -- variavel usada na subrotina GAUSS que indica se
C o sistema a ser resolvido tem ( NOSING = 0 ), ou nao ( NOSING
C = 1 ), equacoes linearmente dependentes.

IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
INTEGER INOUT,NOSING
DIMENSION RH(NP),RHP(NP)
DIMENSION ASP(5),FSP(5),XSP(5),BSP(5),ISP(9)
DD1 = (DBLE(NP)-1.)*DD
IF(XS.LT. 0.0 .OR. XS .GT. XS .GT. DD1) THEN
  WRITE(*,5)
  FORMAT(2X,'PONTO FORA DO INTERVALO PERMITIDO...'),//
  INOUT = 0
  RETURN
ENDIF
IMIN = 2
IF(XS .LE. DD) GOTO 20
AUX = (DBLE(NP)-2.)*DD
IF(XS .GE. AUX) THEN
  IMIN = NP-1
  GO TO 20
ENDIF
DIFM1 = XS-DD
LSUP = NP-1
DO 10 I=2,LSUP
  DIFM2 = XS-DBLE(I)*DD
  IF(DABS(DIFM2) .GT. DABS(DIFM1)) GOTO 20
  IMIN = I
  DIFM1 = DIFM2
CONTINUE
10 CONTINUE
20 IF(IMIN .EQ. IMIN2) GOTO 70
IMIN2 = IMIN
DO 30 I=1,5
  FSP(I) = 0.0
  FSP(1) = RHP(IMIN-1)
  FSP(2) = RH(IMIN-1)
  FSP(3) = RH(IMIN)
  FSP(4) = RH(IMIN+1)
  FSP(5) = RHP(IMIN+1)
  TSP(1) = (DBLE(IMIN)-5.)*DD
  TSP(2) = (DBLE(IMIN)-4.)*DD
  TSP(3) = (DBLE(IMIN)-3.)*DD
  TSP(4) = (DBLE(IMIN)-2.)*DD
  TSP(5) = (DBLE(IMIN)-1.)*DD
  TSP(6) = DBLE(IMIN)*DD
  TSP(7) = (DBLE(IMIN)+1.)*DD
  TSP(8) = (DBLE(IMIN)+2.)*DD
  TSP(9) = (DBLE(IMIN)+3.)*DD
DO 50 I=1,5

```

5

```

  JJ = LL+1
  DO 65 J=1,1
    SOM = SOM+X(MM)*A(LL,JJ)
    MM = MM+1
    JJ = JJ+1
  65
  70 X(LL) = (B(LL)-SOM)/A(LL,LL)
  DOT = A(1,1)
  DO 80 I=1,NN
    DOT = DOT*A(I+1,I+1)
    DO 75 IJ=1,NE
      IC = I-ICOL(IJ)
      IF(IC.NE. 0) GOTO 75
      X(I) = X(IJ)
      X(IJ) = BS
      ICOL(IJ) = ICOL(I)
    GOTO 80
  75 CONTINUE
  80 CONTINUE
  IF(DABS(DOT)-1.E-50)BS,BS,100
  85 WRITE(*,95)
  95 FORMAT(///IX,'MATRIZ SINGULAR...')
  97 FORMAT(IX,'SISTEMA COM EQUACOES LINEARMENTE DEPENDENTES...')
  1,///)
  NOSING = 0
  100 RETURN
  END

```

132

C -----

C SUBROTINA SPLINE

```

SUBROUTINE SPLINE(RH,RHP,XS,DD,NP,XSP,IMIN2,RHX,
  1 INOUT,NOSING)

C A subrotina SPLINE e' usada para se obter valores de funcoes
C atraves de interpolacao por splines cublicas. Os valores conhe-
C cidos devem estar armazenados no vetor RH - o vetor RHP contem
C as derivadas de RH - sendo que o primeiro ponto deve corres-
C ponder ao instante t = 0. Dado o ponto XS, onde se deseja o
C valor interpolado da funcao, serao considerados, para obten-
C cao das splines, os tres valores correspondentes aos tres
C pontos mais proximos de XS.

C Os parametros de SPLINE sao:
C RH -- vetor contendo os valores da funcao ( ou uma sequen-
C cia de dados qualquer ),
C RHP -- vetor contendo os valores da derivada de RH;
C XS -- instante em que se deseja a solucao interpolada;
C DD -- intervalo de tempo entre dois pontos de RH consecuti-
C vos;
C NP -- numero de pontos total.

```

4

```

DO 40 J=1,5
40 ASP(I,J) = 0.0
50 CONTINUE
DO 60 I=1,5
IF(I.EQ.1) THEN
    ASP(I,1) = -3./DD
    ASP(I,1+2) = 3./DD
ELSEIF(I.EQ.5) THEN
    ASP(I,1) = 3./DD
    ASP(I,1-2) = -3./DD
ELSE
    ASP(I,1-1) = 1.
    ASP(I,1) = 4.
    ASP(I,1+1) = 1.
ENDIF
60 CONTINUE
CALL GAUSS(ASP,FSP,XSP,5,DDT,NDSINC)
IF(NOSING.EQ.0) GOTO 100
70 DO 80 I=1,5
80 BSP(I) = 0.0
RHX = 0.0
DO 90 I=1,5
IF(XS.LE.TSP(I)) THEN
    BSP(I) = 0.0
ELSEIF(XS.LE.TSP(I+1)) THEN
    BSP(I) = ((XS-TSP(I))/DD)**3
ELSEIF(XS.LE.TSP(I+2)) THEN
    BSP(I) = ((XS-TSP(I+1))/DD)**3
ELSEIF(XS.LE.TSP(I+3)) THEN
    BSP(I) = ((XS-TSP(I+2))/DD)**3
ELSEIF(XS.LE.TSP(I+4)) THEN
    BSP(I) = ((XS-TSP(I+3))/DD)**3
ELSEIF(XS.LE.TSP(I+5)) THEN
    BSP(I) = ((XS-TSP(I+4))/DD)**3
ELSE
    BSP(I) = 0.0
ENDIF
RHX = RHX+BSP(I)
90 CONTINUE
100 RETURN
END

```

1003

```

$DEBUG
C SUBROUTINE MEDCOR
SUBROUTINE MEDCOR(VET,N,NC,AUTCOR,AMED)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION VET(N)
DIMENSION AUTCOR(NC)
C Calculo da media do sinal.
AMED = 0.0
DO 10 I=1,N
10 AMED = AMED+VET(I)
AMED = AMED/DOLE(N)
C Calculo da funcao de auto-correlacao.
N4 = N/4+1
DO 30 K=1,N4
KM1 = K-1
NKK = N-KM1
AUTCOR(K) = 0.0
DO 20 IT=1,NKK
ITKM1 = IT+KM1
AUTCOR(K) = AUTCOR(K)+(VET(IT)-AMED)*(VET(ITKM1)-AMED)
20 CONTINUE
AUTCOR(K) = AUTCOR(K)/DOLE(NKK)
30 CONTINUE
CORL0 = AUTCOR(1)
DO 40 K=1,N4
AUTCOR(K) = AUTCOR(K)/CORL0
40 CONTINUE
RETURN
END
C SUBROUTINE FFT
SUBROUTINE FFT(V,FX,FY,WX,WY,N,N2,N1)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION FX(N),FY(N),V(N),WX(N2),WY(N2)
CALL ORDER(FX,FY,V,N)
CALL TABW(WX,WY,N,N2)
CALL COTUK(FX,FY,WX,WY,N,N2,N1)
RETURN
END
C SUBROUTINE ORDER

```

6

C SUBROUTINE COTUK

```

SUBROUTINE COTUK(FX,FY,UX,WY,N,N2,N1)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION FX(N),FY(N),UX(N2),WY(N2)
DO 10 LM=1,N1
  LD = 2*(LM-1)
  LPM = 2*LM
  DO 10 I=1,N,LPM
    DO 10 K=1,LD
      LP = I+K-1
      LQ = LP+LD
      LR = (N/(2*(LM-1)))*(K-1)+1
      SX = FX(LQ)*UX(LR)-FY(LQ)*WY(LR)
      SY = FX(LQ)*WY(LR)+FY(LQ)*UX(LR)
      FX(LQ) = FX(LP)-SX
      FY(LQ) = FY(LP)-SY
      FX(LP) = FX(LP)+SX
      FY(LP) = FY(LP)+SY
10 CONTINUE
RETURN
END

```

C

```

SUBROUTINE ORDERM(FX,FY,V,N)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION FX(N),FY(N),V(N)
DO 5 I=1,N
  FY(I) = 0.0
DO 10 I=1,N
  J = I-1
  CALL REBIT(J,N)
  FX(I) = V(J+1)
10 CONTINUE
RETURN
END

```

C

C SUBROUTINE REBIT

```

SUBROUTINE REBIT(J,N)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
I = 0
N2 = N
IF(J.EQ.(N-1)) GOTO 30
IF(J.EQ.0) GOTO 20
IF(MOD(J,2).NE.0) I = I+N2/2
J = J/2
N2 = N2/2
GOTO 10
20 J = I
30 RETURN
END

```

134

C

C SUBROUTINE TABW

```

SUBROUTINE TABW(UX,WY,N,N2)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION UX(N2),WY(N2)
QUATRO = 4.
UM = 1.
PI = QUATRO*DATAN(UM)
TETA = 2.*PI/DBLE(N)
DO 10 K=1,N2
  UX(K) = DCOS(TETA*(K-1))
  WY(K) = -DSIN(TETA*(K-1))
10 CONTINUE
RETURN
END

```

C

10EBUG

C SUBROUTINE SISTOP (A-H, O-Z)

1 SUBROUTINE SISTOP(Y, DRC, NPD)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H, O-Z)
DIMENSION Y(10)

COMMON /SISTE/ISIS
COMMON /PARID/PAR(15)
COMMON /RESUL/RESULT(4, 4000)
COMMON /SINEL/SINEL(3, 2500)
COMMON /ERRID/ERRID(2, 4000)
COMMON /IDENT/COVA(10, 10)
COMMON /NEQNN/NEQN

DO 1 NI=1, NEQN
DO 1 NJ=1, NEQN

1 COVA(NI, NJ) = COVA(NI, NJ) + Y(NI) * Y(NJ)
IRC = IDINT(DRC)
IF (OBLE(IRC) .EQ. DRC) THEN
GO TO (5, 10, 15, 20, 25) ISIS
ELSE
RETURN
ENDIF

RETURN

5 RESULT(1, IRC) = COVA(2, 2) / COVA(1, 1)
RESULT(2, IRC) = -(PAR(4) + RESULT(1, IRC) * COVA(1, 3) / COVA(2, 3))
RESULT(3, IRC) = COVA(1, 2)

ERRID(1, IRC) = DABS((PAR(1) - RESULT(1, IRC)) * 100. / PAR(1))
ERRID(2, IRC) = DABS((PAR(2) - RESULT(2, IRC)) * 100. / PAR(2))
IF (IRC .GT. NPD) RETURN

SINEL(1, IRC) = Y(1)
SINEL(2, IRC) = Y(2)
SINEL(3, IRC) = Y(4)
RETURN

10 A1 = (COVA(1, 1) * PAR(1) / COVA(2, 2)) - 1.
A2 = (PAR(1) * COVA(1, 3) / COVA(2, 3)) + PAR(4)
A3 = A2 * 2 + 4. * A1 * A1 * PAR(5) / (COVA(2, 2) * COVA(2, 3))
IF (A3 .GE. 0.0) THEN

RESULT(1, IRC) = (-A2 + DSORT(A3)) / 2.
RESULT(2, IRC) = (-A2 - DSORT(A3)) / 2.
RESULT(3, IRC) = RESULT(1, IRC) / A1
ERRID(1, IRC) = DABS((PAR(2) - RESULT(1, IRC)) * 100. / PAR(2))
ERRID(2, IRC) = DABS((PAR(3) - RESULT(3, IRC)) * 100. / PAR(3))
ENDIF

RESULT(4, IRC) = COVA(1, 2)
IF (IRC .GT. NPD) RETURN
SINEL(1, IRC) = Y(1)
SINEL(2, IRC) = Y(2)
SINEL(3, IRC) = Y(4)
RETURN

15 RESULT(1, IRC) = COVA(2, 2) / COVA(1, 1)
RESULT(2, IRC) = (-COVA(2, 4) + RESULT(1, IRC) * COVA(1, 3)) /
COVA(1, 4)

RESULT(3, IRC) = COVA(1, 2)
ERRID(1, IRC) = DABS((PAR(1) - RESULT(1, IRC)) * 100. / PAR(1))
ERRID(2, IRC) = DABS((PAR(2) - RESULT(2, IRC)) * 100. / PAR(2))

IF (IRC .GT. NPD) RETURN
SINEL(1, IRC) = Y(1)
SINEL(2, IRC) = Y(2)
RETURN

20 A1 = PAR(1) * COVA(1, 1) / COVA(2, 2) - 1.
A2 = (COVA(2, 4) * (A1 - 1.) + PAR(1) * COVA(1, 3)) / COVA(2, 3)
A3 = ((PAR(4) - PAR(1)) * COVA(2, 3) - PAR(7) * COVA(2, 2)) +
1 PAR(5) * COVA(2, 4)) * A1 / COVA(2, 3)
A4 = A2 * 2 - 4. * A3
IF (A3 .GE. 0.0) THEN

RESULT(1, IRC) = (-A2 + DSORT(A4)) / 2.
RESULT(2, IRC) = (-A2 - DSORT(A4)) / 2.
RESULT(3, IRC) = RESULT(1, IRC) / A1
ERRID(1, IRC) = DABS((PAR(2) - RESULT(1, IRC)) * 100. / PAR(2))
ERRID(2, IRC) = DABS((PAR(8) - RESULT(3, IRC)) * 100. / PAR(8))
ENDIF

RESULT(4, IRC) = COVA(1, 2)
IF (IRC .GT. NPD) RETURN
SINEL(1, IRC) = Y(1)
SINEL(2, IRC) = Y(2)
SINEL(3, IRC) = Y(5)
RETURN

25 CONTINUE
RETURN
END

C

5DEBUB

C SUBROUTINE CALESC

```

SUBROUTINE CALESC(FNAME,NV,ICRT)
  IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
  CHARACTER*64 FNAME
  5 WRITE(ICRT,10)
  10 FORMAT(//,6X,'QUAL O NOME DO ARQUIVO ? ',\N)
  READ(0, '(A)',ERR=5)FNAME
  15 NV = 0
  WRITE(ICRT,20)
  20 FORMAT(//,6X,'ARQUIVO NOVO ( 1 ) OU VELHO ( 0 OU RET ) ',
  1 ? ,\N)
  READ(0, '(I2)',ERR=15)NV
  RETURN
END

```

C

C SUBROUTINE CALLER

```

SUBROUTINE CALLER(FNAME,NVA,ICRT)
  IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
  CHARACTER*64 FNAME
  5 WRITE(ICRT,10)
  10 FORMAT(//,6X,'QUANTOS VALORES DEVEM SER LIDOS ? ',\N)
  READ(0, '(I4)',ERR=5)NVA
  15 WRITE(ICRT,20)
  20 FORMAT(//,6X,'QUAL O NOME DO ARQUIVO ? ',\N)
  READ(0, '(A)',ERR=15)FNAME
  RETURN
END

```

C

C SUBROUTINE ESCRIVER

```

SUBROUTINE ESCRIVER(FNAME,N,IPA,NV)
  IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
  CHARACTER*64 FNAME
  COMMON /SISTE/ISIS
  COMMON /PARID/PAR(15)
  COMMON /FRFRP/FR(512),FRP(512)
  COMMON /AUXG1/DT
  COMMON /SINEX/NPGE,FMAX,AMPL
  COMMON /AUTCO/AUCO1(129)
  COMMON /TRNSF/FFR(512)
  COMMON /AUXG2/WD
  COMMON /NEQN/NEQN
  COMMON /PINT/RELERR,ABSERR,NT,T0,TDI,NRC,NPD
  COMMON /RESUL/RESULT(4,4000)
  COMMON /SINEL/SINAL(3,2500)

```

1

```

COMMON /ERRID/ERRID(2,4000)
IF(NV.EQ.0) OPEN(9,FILE=FNAME)
IF(NV.EQ.1) OPEN(9,FILE=FNAME,STATUS='NEW')
REWIND 9
GO TO (10,20,40,70,50,350,80,110,130,150) IPA
10 WRITE(9,270)(PAR(I),I=1,N)
GO TO 350
20 WRITE(9,190)
WRITE(9,200)N,DT
DO 30 I=1,N
  WRITE(9,170)FR(I),FRP(I)
CONTINUE
GO TO 350
40 WRITE(9,210)NPGE,FMAX,AMPL
GO TO 350
50 WRITE(9,220)
WRITE(9,230)N,WD
DO 60 I=1,N
  WRITE(9,270)FFR(I)
CONTINUE
GO TO 350
70 WRITE(9,240)NEQN,RELERR,ABSERR,NT,T0,TDI,NRC,NPD
WRITE(9,270)(Y(I),I=1,NEQN)
GO TO 350
80 WRITE(9,250)
90 WRITE(9,260)N,DT
DO 100 I=1,N
  WRITE(9,270)AUCO1(I)
GO TO 350
110 WRITE(9,280)
DCC = DBLE(NRC)
IF(ISIS.EQ.1.OR. ISIS.EQ.3) THEN
  WRITE(9,290)N,DCC
DO 120 KK=1,N
  WRITE(9,320)RESULT(1,KK),RESULT(2,KK),RESULT(3,KK)
CONTINUE
ELSE
  WRITE(9,295)N,DCC
DO 125 KK=1,N
  WRITE(9,180)RESULT(1,KK),RESULT(2,KK),RESULT(3,KK),
  1 RESULT(4,KK)
CONTINUE
ENDIF
GO TO 350
130 WRITE(9,300)
IF(ISIS.EQ.1.OR. ISIS.EQ.3) THEN
  WRITE(9,310)N,TDI
DO 140 I=1,N
  WRITE(9,170)SINAL(1,I),SINAL(2,I)
CONTINUE
ELSE
  WRITE(9,315)N,TDI
DO 145 I=1,N
  WRITE(9,320)SINAL(1,I),SINAL(2,I),SINAL(3,I)
CONTINUE
145

```

2

```

150      ENDIF
      GO TO 350
      WRITE(9,330)
      OCC = DOLE(NRC)
      WRITE(9,340)N,DCC
      DO 160 I=1,N
      WRITE(9,170)ERRO(I),ERRO(2,I)
160      CONTINUE
      GO TO 350
170      FORMAT(2F15.5)
180      FORMAT(4F15.5)
190      FORMAT('SINAL DE EXCITACAO GERADO E SUA DERIVADA')
200      FORMAT('2',I4,/,',0000E00',E15.4,/,',TEMPO',/,
1      'SINAL',',',',DERIVADA')
210      FORMAT(I4,2F15.5)
220      FORMAT('FFT DO SINAL DE EXCITACAO GERADO')
230      FORMAT('1',I4,/,',0000E00',E15.4,/,',FREQ.',/,
1      'FFT DA FORCA')
240      FORMAT(12,2E15.5,15,2E15.5,12,I4)
250      FORMAT('FUNCAO DE AUTO-CORRELACAO DO SINAL GERADO')
260      FORMAT('1',I4,/,',0000E00',E15.4,/,',TAU',/,
1      'CORREL. DA FORCA')
270      FORMAT(F15.5)
280      FORMAT('RESULTADO DO PROCESSO DE IDENTIFICACAO')
290      FORMAT('3',I4,/,',0000E00',E15.4,/,',PONTOS',/,
1      'RIGIDEZ AMORTECIMENTO CRRL. DESL.-VEL.',)
295      FORMAT('4',I4,/,',0000E00',E15.4,/,',PONTOS',/,
1      'AMORTEC.1 AMORTEC.2 ATENUACAO
2      'CRRL. DESL.-VEL.',)
300      FORMAT('RESPOSTA DO SISTEMA NO TEMPO')
310      FORMAT('2',I4,/,',0000E00',E15.4,/,',TEMPO',/,
1      'DESLOCAMENTO VELOCIDADE')
315      FORMAT('3',I4,/,',0000E00',E15.4,/,',TEMPO',/,
1      'DESLOCAMENTO VELOCIDADE RUIDO COLORIDO')
320      FORMAT(3F15.5)
330      FORMAT('ERRO NA IDENTIFICACAO DA RIGIDEZ E DO
1      'AMORTECIMENTO DO SISTEMA')
340      FORMAT('2',I4,/,',0000E00',E15.4,/,',PONTOS',/,
1      'ERRO PARAMETRO 1 ERRO PARAMETRO 2')
350      CONTINUE
      CLOSE(9)
      RETURN
      END

```

137

C SUBROTINA LER

```

SUBROUTINE LER(FNAME,N,IPA)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
CHARACTER*64 FNAME
COMMON /PARID/PAR(15)
COMMON /FRFRP/FR(512),FRP(512)
COMMON /AUXG1/DT

```

3

4

```

COMMON /SINEX/NPGE,FMAX,AMPL
COMMON /AUTCO/AUCO1(129)
COMMON /NEGN/NEQN
COMMON /PINT/RELERR,ABSERR,NT,T0,Y(10),TDI,NRC,NPD
OPEN(9,FILE=FNAME)
REWIND 9
GO TO (10,20,50,60) IPA
10      READ(9,120,END=130)(PAR(I),I=1,N)
      GO TO 130
20      READ(9,90,END=30)
      DO 40 I=1,N
      READ(9,80,END=130)FR(I),FRP(I)
40      CONTINUE
      GO TO 130
50      READ(9,100,END=130)NPGE,FMAX,AMPL
      GO TO 130
60      READ(9,110,END=70)NEQN,RELERR,ABSERR,NT,T0,TDI,NRC,NPD
70      READ(9,120,END=130)(Y(I),I=1,NEQN)
      GO TO 130
80      FORMAT(2F15.5)
90      FORMAT(////)
100      FORMAT(I4,2F15.5)
110      FORMAT(12,2E15.5,15,2E15.5,12,I4)
120      FORMAT(F15.5)
130      CONTINUE
      CLOSE(9)
      RETURN
      END

```

C

SDEBUE

C SUBROUTINE IMPRES

SUBROUTINE IMPRES(LSUP,IMPR,NLSU)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)

COMMON /SISTE/ISIS
COMMON /RESULT/RESULT(4,4000)
COMMON /ERRID/ERRID(2,4000)
COMMON /IDENT/COVA(10,10)
COMMON /NEQNN/NEQN
WRITE(IMPR,5)LSUP

5 FORMAT(//,8X,'RESULTADOS DA IDENTIFICACAO APÓS PROCESSA'
1 'MENTO DO '15,'-ESIMO PONTO :',/)

10 WRITE(IMPR,10)
FORMAT(//,30X,'MATRIZ DE COVARIANCA',/)

DO 15 NI=1,NEQN
IF(ISIS.EQ.1) WRITE(IMPR,'(15X,\'))'
IF(ISIS.EQ.2.OR. ISIS.EQ.3) WRITE(IMPR,'(7X,\'))'
IF(ISIS.EQ.4.OR. ISIS.EQ.5) WRITE(IMPR,'(1X,\'))'

15 WRITE(IMPR,20)(COVA(NI,NJ),NJ=1,NEQN)
20 FORMAT(6(1PE15.5))

IF(ISIS.EQ.1.OR. ISIS.EQ.3) THEN
PYPP = RESULT(3,NLSU)/DBLE(NLSU)
ELSE
PYPP = RESULT(4,NLSU)/DBLE(NLSU)

ENDIF
WRITE(IMPR,25)PYPP

25 FORMAT(//,14X,'CORRELACAO DESLOCAMENTO-VELOCIDADE = ',
1,1PE15.5)

GO TO (30,45,30,45,90) ISIS
30 WRITE(IMPR,35)RESULT(1,NLSU),RESULT(2,NLSU)
35 FORMAT(//,6X,'RIGIDEZ = ',F15.5,8X,'AMORTECIMENTO = ',
1,F15.5)

WRITE(IMPR,40)ERRID(1,NLSU),ERRID(2,NLSU)
40 FORMAT(//,6X,'ERRO RIGIDEZ = ',F15.5,8X,'ERRO AMORTEC. = ',
1,F15.5)

RETURN
45 WRITE(IMPR,50)RESULT(1,NLSU),RESULT(3,NLSU)
50 FORMAT(//,6X,'AMORTECIMENTO = ',F15.5,8X,'ATENUACAO = ',
1,F15.5)

WRITE(IMPR,55)ERRID(1,NLSU),ERRID(2,NLSU)
55 FORMAT(//,6X,'ERRO AMORTEC. = ',F15.5,8X,'ERRO ATEN. = ',
1,F15.5)

RETURN
90 CONTINUE

C WRITE(IMPR,95)RESULT(1,LSUP),RESULT(2,LSUP)
C 95 FORMAT(//,10X,'PAR(1) = ',F15.5,8X,'PAR(2) = ',F15.5)

C WRITE(IMPR,100)RESULT(3,LSUP),RESULT(4,LSUP)
C 100 FORMAT(//,10X,'PAR(8) = ',F15.5,8X,'PAR(9) = ',F15.5)

C WRITE(IMPR,105)ERRID(1,LSUP),ERRID(2,LSUP)
C 105 FORMAT(//,10X,'ERRO PAR(1) = ',F15.5,8X,'ERRO PAR(2) = ',
1,F15.5)

C WRITE(IMPR,110)ERRID(3,LSUP),ERRID(4,LSUP)
C

C 110 FORMAT(//,10X,'ERRO PAR(8) = ',F15.5,8X,'ERRO PAR(9) = ',
1,F15.5)
C RETURN
C END

C

SDRBUG

RETURN
END

C SUBROUTINE F

```

SUBROUTINE F(X,Y,YP)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
INTEGER INOUT,NOSING
COMMON /NEQNN/NEQN
COMMON /SINEX/NP,A1,A2
DIMENSION Y(NEQN),YP(NEQN)
COMMON /PARID/PAR(15)
COMMON /SISTE/ISIS
COMMON /AUXG1/DO
COMMON /FRFRP/RH(S12),RHP(S12)
COMMON /SPLIN/XSP(5),IMIN2,RHX,INOUT,NOSING
TMAX = (DBLE(NP)-1.)*DD
XS = X
5 IF(XS.LE. TMAX) GO TO 10
XS = XS-TMAX
GO TO 5
10 VK = XS/DD+1.
K = IDINT(VK)
AUX = VK-DBLE(K)
IF(AUX.EQ. 0. 0.) THEN
  RHX = RH(K)
  GO TO 20
ENDIF
CALL SPLINE(RH,RHP,XS,DO,NP,XSP,IMIN2,RHX,INOUT,NOSING)
20 GO TO (25,30,35,40,45) ISIS
25 YP(1) = Y(2)
YP(2) = -PAR(1)*Y(1)-PAR(2)*Y(2)+PAR(3)*RHX
YP(3) = -PAR(4)*Y(3)+PAR(5)*Y(1)
RETURN
30 YP(1) = Y(2)
YP(2) = -PAR(1)*Y(1)-PAR(2)*Y(2)+PAR(3)*Y(4)
YP(3) = -PAR(4)*Y(3)+PAR(5)*Y(1)
YP(4) = -PAR(6)*Y(4)+PAR(7)*RHX
RETURN
35 YP(1) = Y(2)
YP(2) = -PAR(1)*Y(1)-PAR(2)*Y(2)+PAR(3)*RHX
YP(3) = Y(4)
YP(4) = -PAR(4)*Y(3)-PAR(5)*Y(4)+PAR(6)*Y(1)+PAR(7)*Y(2)
RETURN
40 YP(1) = Y(2)
YP(2) = -PAR(1)*Y(1)-PAR(2)*Y(2)+PAR(3)*Y(5)
YP(3) = Y(4)
YP(4) = -PAR(4)*Y(3)-PAR(5)*Y(4)+PAR(6)*Y(1)+PAR(7)*Y(2)
YP(5) = -PAR(8)*Y(5)+PAR(9)*RHX
RETURN
45 YP(1) = Y(2)
YP(2) = -PAR(1)*Y(1)-PAR(2)*Y(2)+PAR(3)*Y(5)
YP(3) = Y(4)
YP(4) = -PAR(4)*Y(3)-PAR(5)*Y(4)+PAR(6)*Y(1)+PAR(7)*Y(2)
YP(5) = Y(6)
YP(6) = -PAR(8)*Y(5)-PAR(9)*Y(6)+PAR(10)*RHX

```

1000