

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Este exemplar corresponde a redação final
da tese defendida por Walter
Petrone Lemos e aprovada
pela comissão julgadora em 17/12/1993.

Oswaldo A. Pedrosa Jr.
ORIENTADOR

Dissertação Apresentada à
Faculdade de Engenharia Mecânica
Como Requisito Parcial à Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

ACOPLAMENTO POÇO-RESERVATÓRIO
PARA ANÁLISE DE TESTES EM POÇOS
NÃO SURGENTES

Autor : Walter Petrone Lemos *67/544*

Orientador : Oswaldo Antunes Pedrosa Jr. *67/*

Co-Orientador : Kelsen Valente Serra *67/*

67/93

dezembro de 1993

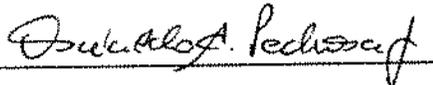


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

A dissertação "Acoplamento Poço-Reservatório para Análise de Testes em Poços Não Surgentes", elaborada por Walter Petrone Lemos e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Sub-Comissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 17 de dezembro de 1993.

Banca Examinadora



Oswaldo Antunes Pedrosa Jr., Ph.D.



Francisco José Soares Alhanati, Ph.D.



Kleber Galvão de Oliveira Pádua, Ph.D.

Aos meus pais,

à minha esposa, Sonia,

e

aos meus filhos, André e Marcela

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores, Prof. Dr. Oswaldo Antunes Pedrosa Jr. e Prof. Dr. Kelsen Valente Serra, pelas valiosas sugestões, pela dedicação e pelo incentivo, tão necessário para vencer as etapas mais difíceis deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Francisco José Soares Alhanati pelos comentários precisos.

Ao matemático José Roberto Pereira Rodrigues, que gentilmente cedeu as eficientes rotinas usadas para solução dos sistemas de equações algébricas.

A Carlos Augusto Ramos Mussi, pela colaboração na preparação de algumas figuras apresentadas neste trabalho.

Aos engenheiros Antonio Carlos Vieira Martins Lage e Fábio Prais, pelas frutíferas discussões na fase inicial desta tese.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Petróleo da UNICAMP, pela dedicação.

Aos colegas do curso de mestrado, pela amizade e companheirismo.

Aos colegas do CENPES, pela amizade, apoio e estímulo.

À PETROBRÁS, pela oportunidade e pelo suporte necessário à realização deste trabalho.

À UNICAMP, pelo suporte tecnológico.

A todos aqueles que, de alguma forma, ajudaram neste trabalho.

Sumário

Durante os períodos de fluxo de testes de formação por tubulação em poços não surgentes, os fluidos podem experimentar elevadas velocidades e rápidas alterações de aceleração no poço, embora não alcancem a superfície. Em geral, soluções analíticas para o teste "*slug*" desprezam efeitos inerciais, de fricção, de compressibilidade, de transferência de massa e de fluxo multifásico no poço. Na maior parte dos modelos, a dinâmica do colchão inicialmente presente no poço também é desconsiderada.

Um simulador numérico, que acopla modelos para o fluxo isotérmico bifásico (gás-óleo), tipo "*black-oil*", no poço e no reservatório, foi desenvolvido para investigar a magnitude destes efeitos nas respostas dos períodos de fluxo e estática do teste. A técnica de acoplamento implementada permite o uso de modelos numéricos independentes para poço e reservatório. A região no poço com fluxo bifásico transiente e comprimento variável foi modelada supondo-se fluxo homogêneo e estados estacionários sucessivos. Efeitos inerciais foram considerados somente para a região com fluxo monofásico incompressível e comprimento constante, correspondente ao colchão. Para simulação do período de estática, o poço foi representado por uma câmara de estocagem. Um simulador clássico, totalmente implícito, com ponto de bolha variável, foi usado para representar o fluxo radial, unidimensional, no reservatório. Para verificar o modelo computacional resultante, as soluções numéricas foram comparadas com soluções analíticas monofásicas disponíveis para o teste "*slug*".

Os resultados mostraram que os efeitos gravitacionais predominam no cálculo da pressão de fundo do poço, durante o período de fluxo. Efeitos do atrito no poço são, em geral, desprezíveis. Efeitos inerciais no colchão podem ser importantes para alguns sistemas, porém se restringem aos primeiros instantes do período de fluxo do teste.

Abstract

During the flow periods of drillstem tests (DST) from non-flowing wells, wellbore fluids may experiment very high velocities and rapid acceleration changes, though they do not reach the surface. Analytical models developed for slug test analysis usually neglect inertial, frictional, compressional, mass transfer and multiphase flow effects inside the wellbore. Also, the dynamics of the cushion initially present in the well is not considered in most models.

A numerical simulator, which couples well and reservoir models for isothermal, black-oil type, gas-oil flow, was developed to investigate the magnitude of such effects on the response of flow and build-up test periods. The coupling technique implemented allows one to use independent numerical models for the well and the reservoir. The two-phase, homogeneous, transient flow region with variable length inside the wellbore was modeled using a succession of steady state conditions. Inertial effects were considered only for the single-phase flow of the incompressible, constant length cushion ahead of the two-phase region in the wellbore. The well was represented as an accumulation chamber for the build-up period simulation. A classical radial, unidimensional, fully implicit, variable bubble-point pressure simulator was used to model reservoir flow. In order to verify the resulting computer model, numerical solutions were compared to available single-phase slug test analytical solutions.

The results showed that the hydrostatic head has the most important contribution to the bottom-hole pressure of the flowing period. Friction effects inside the wellbore are, in general, negligible. Cushion inertial effects may be important for some systems, but they are restricted to the very beginning of the DST flow period.

Conteúdo

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1	Análise de Testes em Poços Não Surgentes	5
2.2	Modelos de Poço / Escoamento Multifásico Transiente em Tubulações	7
2.3	Acoplamento Poço-Reservatório	12
3	FORMULAÇÃO DO MODELO ISOTÉRMICO PARA O POÇO	15
3.1	Modelo Matemático Para o Período de Fluxo	18
3.2	Procedimento Para Cálculo do Fluxo no Poço	27
3.3	Modelo Matemático Para o Período de Estática	31
3.4	Modelo Numérico Para o Período de Estática	34
3.5	Procedimento Para Cálculo da Estática no Poço	37
4	FORMULAÇÃO DO MODELO ISOTÉRMICO PARA O RESERVATÓRIO	38
4.1	Modelo Matemático Para o Fluxo no Reservatório	38
4.2	Modelo Numérico Para o Fluxo no Reservatório	44
4.3	Solução do Modelo Numérico	53
4.4	Ponto de Bolha Variável	58
5	VERIFICAÇÃO DOS MODELOS DE POÇO E RESERVATÓRIO	61
5.1	Verificação do Simulador Para Fluxo no Reservatório	62
5.2	Verificação do Modelo Acoplado Para Fluxo Monofásico	69
6	RESULTADOS	73
6.1	Simulação do Escoamento Monofásico	74
6.1.1	Caso Monofásico 1	74
6.1.2	Caso Monofásico 2	80
6.1.3	Caso Monofásico 3	85

6.1.4	Análise de Sensibilidade - Caso Monofásico 1	90
6.2	Simulação do Escoamento Bifásico	104
6.2.1	Caso Bifásico 1	104
6.2.2	Caso Bifásico 2	111
6.3	Desempenho Computacional do Simulador Desenvolvido	118
7	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	120
7.1	Conclusões	120
7.2	Recomendações	123
	REFERÊNCIAS	125
	APÊNDICES	131
	A - FORMULAÇÕES PARA O FLUXO BIFÁSICO NO POÇO	132
	B - OBTENÇÃO DA FRAÇÃO VOLUMÉTRICA DA FASE ÓLEO	138
	C - SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA VERIFICAÇÃO DO MODELO DE RESERVATÓRIO	141
	D - SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA O TESTE SLUG (PERÍODO DE FLUXO)	144
	E - SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA O TESTE SLUG INCLUINDO EFEITOS INERCIAIS	148
	F - CONVERSÃO DE UNIDADES PARA O SISTEMA INTERNACIONAL (S. I.)	153

Lista de Figuras

1	Modelo Físico	3
2	Padrões do Escoamento Vertical Bifásico	8
3	Modelo Proposto Para o Período de Fluxo	17
4	Malha do Reservatório Linearizada	45
5	Malha Radial do Reservatório	52
6	Estrutura do Jacobiano	56
7	Obtenção da Pressão de Bolha	59
8	Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Monofásico) : $Q_D \times t_D$.	63
9	Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Monofásico) : $P_D \times r_D$.	63
10	Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico) : $Q_o \times t$	67
11	Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico) : $RGO \times t$	67
12	Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico) : $P \times r$ (0,5 d) .	68
13	Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico) : $S_g \times r$ (0,5 d) .	68
14	Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico) : $P \times r$ (1,0 d) .	68
15	Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico) : $S_g \times r$ (1,0 d) .	68
16	Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico) : $P \times t$ (cél. 1) .	69
17	Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico) : $S_g \times t$ (cél. 1) .	69
18	Verificação do Modelo Acoplado (Efeitos Gravitacionais)	71
19	Verificação do Modelo Acoplado (Efeitos Gravitacionais e Inerciais) . . .	72
20	Caso Monofásico 1 - Pressão de Fundo	77
21	Caso Monofásico 1 - Efeitos Inerciais no Colchão	77
22	Caso Monofásico 1 - Efeito do Atrito	78
23	Caso Monofásico 1 - Efeitos do Atrito e da Inércia do Colchão	78
24	Caso Monofásico 1 - Vazão de Óleo	79
25	Caso Monofásico 1 - Comparação com Solução Analítica	79
26	Caso Monofásico 2 - Pressão de Fundo	82
27	Caso Monofásico 2 - Efeitos Inerciais no Colchão	82
28	Caso Monofásico 2 - Efeito do Atrito	83
29	Caso Monofásico 2 - Efeitos do Atrito e da Inércia do Colchão	83
30	Caso Monofásico 2 - Vazão de Óleo	84

31	Caso Monofásico 2 - Comparação com Solução Analítica	84
32	Caso Monofásico 3 - Pressão de Fundo	87
33	Caso Monofásico 3 - Efeitos Inerciais no Colchão	87
34	Caso Monofásico 3 - Efeito do Atrito	88
35	Caso Monofásico 3 - Efeitos do Atrito e da Inércia do Colchão	88
36	Caso Monofásico 3 - Vazão de Óleo	89
37	Caso Monofásico 3 - Comparação com Solução Analítica	89
38	Caso Monofásico 1 - Efeito da Permeabilidade	91
39	Caso Monofásico 1 - Efeito da Permeabilidade Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão	91
40	Caso Monofásico 1 - Efeito da Viscosidade do Fluido	92
41	Caso Monofásico 1 - Efeito da Viscosidade do Fluido Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão	92
42	Caso Monofásico 1 - Efeito da Espessura do Reservatório	93
43	Caso Monofásico 1 - Efeito da Espessura do Reservatório Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão	93
44	Caso Monofásico 1 - Efeito da Compressibilidade do Fluido	94
45	Caso Monofásico 1 - Efeito da Compressibilidade do Fluido Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão	94
46	Caso Monofásico 1 - Efeito da Pressão Inicial	95
47	Caso Monofásico 1 - Efeito da Pressão Inicial Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão	95
48	Caso Monofásico 1 - Efeito do "skin"	96
49	Caso Monofásico 1 - Efeito do "skin" Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão	96
50	Caso Monofásico 1 - Efeito da Redução de Permeabilidade do Bloco 1 do Reservatório	97
51	Caso Monofásico 1 - Efeito da Redução de Permeabilidade do Bloco 1 do Reservatório Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão	97
52	Caso Monofásico 1 - Efeito do Diâmetro da Coluna	98
53	Caso Monofásico 1 - Efeito do Diâmetro da Coluna Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão	98

54	Caso Monofásico 1 - Efeito da Rugosidade da Coluna	99
55	Caso Monofásico 1 - Efeito da Rugosidade da Coluna Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão	99
56	Caso Monofásico 1 - Efeito da Massa Específica do Colchão	100
57	Caso Monofásico 1 - Efeito da Massa Específica do Colchão Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão	100
58	Caso Monofásico 1 - Efeito do Tamanho do Colchão	101
59	Caso Monofásico 1 - Efeito do Tamanho do Colchão Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão	101
60	Caso Monofásico 1 (h = 80 ft) - Comparação com Solução Analítica .	102
61	Caso Bifásico 1 - Pressão de Fundo	107
62	Caso Bifásico 1 - Efeitos Inerciais no Colchão	107
63	Caso Bifásico 1 - Efeito do Atrito	108
64	Caso Bifásico 1 - Efeitos do Atrito e da Inércia do Colchão	108
65	Caso Bifásico 1 - Vazão de Óleo	109
66	Caso Bifásico 1 - Vazão de Gás Total	109
67	Caso Bifásico 1 - Comparação Entre a Velocidade da Mistura na Entrada do Poço e v_{m1}	110
68	Caso Bifásico 1 - Comparação Entre a Velocidade do Colchão e $\Delta Z/\Delta t$	110
69	Caso Bifásico 2 - Pressão de Fundo	114
70	Caso Bifásico 2 - Efeitos Inerciais no Colchão	114
71	Caso Bifásico 2 - Efeito do Atrito	115
72	Caso Bifásico 2 - Efeitos do Atrito e da Inércia do Colchão	115
73	Caso Bifásico 2 - Vazão de Óleo	116
74	Caso Bifásico 2 - Vazão de Gás Total	116
75	Caso Bifásico 2 - Comparação Entre a Velocidade da Mistura na Entrada do Poço e v_{m1}	117
76	Caso Bifásico 2 - Comparação Entre a Velocidade do Colchão e $\Delta Z/\Delta t$	117

Lista de Tabelas

I	Dados PVT do Óleo	65
II	Dados PVT do Gás	65
III	Dados de Interação Rocha-Fluido	66
IV	Tempo Computacional Para Cada Caso Simulado	118

NOMENCLATURA

Letras Romanas :

- A - área transversal [L^2]
- B_p - fator volume de formação da fase p [L^3 / L^3]
- C - coeficiente de estocagem no poço [$L^4 T^2 / M$]
- C_r - compressibilidade da rocha [$L T^2 / M$]
- C_t - compressibilidade efetiva ou total [$L T^2 / M$]
- D - profundidade [L]
- d - diâmetro interno da coluna [L]
- \vec{e}_r - vetor unitário na direção radial
- F_p - fração volumétrica da fase p
- f - fator de fricção
- G_c - fluxo mássico do componente c [$M / L^2 T$]
- G_m - fluxo mássico da mistura [$M / L^2 T$]
- GPA - volume de gás total produzido acumulado, medido em condições padrão [L^3]
- g - aceleração gravitacional [L / T^2]
- H_L - fração volumétrica de líquido ("*hold-up*") *in situ*
- h - espessura do reservatório [L]
- h_p - nível de fluido no poço [L]
- J - Jacobiano
- K - tensor permeabilidade absoluta [L^2]
- K - permeabilidade absoluta [L^2]
- K_r - permeabilidade absoluta na direção radial [L^2]
- K_{rp} - permeabilidade relativa da fase p
- L - distância ou comprimento [L]
- M_p - quantidade de movimento da fase p, por unidade de volume da coluna [$M / L^2 T$]

m_c	- massa do componente c [M]
N	- número de células do poço ocupadas pelos fluidos produzidos pelo reservatório
N_R	- número total de blocos no modelo de reservatório
\vec{n}	- vetor unitário normal à superfície
OPA	- volume de óleo produzido acumulado, medido em condições padrão [L ³]
P	- pressão [M / L T ²]
P_b	- pressão de saturação [M / L T ²]
$P_{c_{go}}$	- pressão capilar gás-óleo [M / L T ²]
P_i	- pressão inicial [M / L T ²]
P_o	- pressão de abertura da válvula testadora [M / L T ²]
P_p	- pressão na fase p [M / L T ²]
P_{wf}	- pressão de fluxo no fundo do poço ou pressão na câmara de estocagem [M / L T ²]
$p_{p,w}$	- perímetro da coluna molhado pela fase p [L]
$p_{o,g,i}$	- perímetro da interface das fases gás e óleo [L]
Q_p	- vazão da fase p [L ³ / T]
q	- vazão [L ³ / T]
q_p	- vazão da fase p , por unidade de volume da câmara de estocagem [L ³ / L ³ T]
R_c	- resíduo do componente c [L ³ / T]
R_s	- razão de solubilidade da fase gás na fase óleo [L ³ / L ³]
r	- raio ou distância radial [L]
r_e	- raio externo do reservatório [L]
r_w	- raio do poço [L]
S	- "skin"
S_p	- saturação da fase p
T_p	- transmissibilidade da fase p entre blocos do reservatório [L ⁴ T / M]
t	- tempo [T]
u	- parâmetro da Transformada de Laplace
u_i	- velocidade relativa da fase gás, na interface gás-óleo [L / T]

u_L	- velocidade do colchão [L / T]
u_p	- velocidade da fase p [L / T]
\vec{u}_p	- vetor velocidade da fase p [L / T]
u_{sp}	- velocidade superficial da fase p [L / T]
V	- volume [L ³]
V_p	- volume da fase p [L ³]
v_m	- velocidade da mistura [L / T]
\vec{x}	- vetor incógnita
y_{cp}	- fração mássica do componente c na fase p
z	- distância ao longo do poço [L]
WI	- fator geométrico do poço, no modelo de reservatório [L ³]

Letras Gregas :

α	- relação adimensional entre os raios das fronteiras de um bloco do reservatório
$\Gamma_{o,g}$	- taxa de transferência de massa entre as fases óleo e gás, por unidade de volume da coluna [M / L ³ T]
γ_p	- peso específico da fase p [M / L ² T ²]
$\Delta\rho$	- distância radial adimensional linearizada
ΔZ	- comprimento de cada célula no poço [L]
ϵ	- rugosidade relativa da coluna
λ_L	- fração volumétrica de líquido (" <i>hold-up</i> ") sem escorregamento
λ_p	- mobilidade da fase p [L ³ T / M]
μ_p	- viscosidade da fase p [M / L T]
ρ_L	- massa específica do colchão [M / L ³]
ρ_m	- massa específica da mistura [M / L ³]
ρ_p	- massa específica da fase p [M / L ³]
$\rho_{\bar{p}}$	- massa específica da fase p, medida em condições padrão [M / L ³]

$\bar{\rho}$	- massa específica média do fluido no poço [M / L ³]
$\tau_{p,w}$	- tensão de cisalhamento devido ao atrito da fase p com a parede da coluna [M / L T ²]
$\tau_{o,g,i}$	- tensão de cisalhamento na interface das fases gás e óleo [M / L T ²]
Φ_p	- potencial da fase p [M / L T ²]
ϕ	- porosidade
φ	- função genérica

Subscritos :

acel	- aceleração convectiva
b	- referente ao ponto de bolha ou fronteira
be	- indica fronteira externa
bi	- indica fronteira interna
bif	- trecho com fluxo bifásico
c	- componente (o - óleo, g - gás)
câm	- câmara de estocagem
cel	- célula do poço
col	- colchão
D	- variável adimensional
e	- externo
fric	- fricção
g	- componente ou fase gás
\bar{g}	- fase gás, medido em condições padrão
grav	- gravidade
i	- indica o número do bloco do poço ou reservatório
inérc	- aceleração inercial
L	- líquido ou colchão
m	- mistura
máx	- máximo

med	- médio
o	- componente ou fase óleo
\bar{o}	- fase óleo, medido em condições padrão
p	- fase (o - óleo, g - gás)
R	- em condições de reservatório
r	- radial
tp	- duas fases
w	- poço

Sobrescritos :

d	- direita
e	- esquerda
n	- passo de tempo
n + 1	- passo de tempo
sc	- medido em condições padrão
ν	- nível de iteração
$\nu + 1$	- nível de iteração

Funções :

I_0	- função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem zero
I_1	- função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem unitária
K_0	- função de Bessel modificada de segunda espécie e ordem zero
K_1	- função de Bessel modificada de segunda espécie e ordem unitária

Operadores :

Δ - diferença

$$\Delta_t F = F^{n+1} - F^n$$

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A análise de testes em poços de petróleo é uma ferramenta importante para a determinação das propriedades físicas dos reservatórios necessárias à avaliação de reservas, previsão de comportamento e ao planejamento de intervenções em poços, visando ao aumento de produtividade/injetividade.

Sucintamente, testes em poços consistem na alteração das condições de fluxo em um determinado poço e registro da resposta do sistema poço-reservatório. A análise de testes reside na solução do problema inverso, ou seja, ajustar à resposta do teste a solução, analítica ou numérica, do modelo matemático escolhido para representar o sistema. A partir desse ajuste, propriedades físicas do reservatório são inferidas. Portanto, está subentendida a hipótese básica de que os fenômenos de fluxo, tanto no poço, como no reservatório, são perfeitamente representados pelo modelo adotado.

Existem diversos tipos de testes de poços em regime transiente, dependendo da perturbação introduzida no sistema. Dentre esses, são brevemente descritos os testes denominados "slug" e DST ("drillstem test" ou teste de formação por tubulação) :

a) "Slug" : nesse teste, impõe-se uma variação instantânea da pressão na face da formação, pela retirada - ou adição - de um determinado volume de fluido do poço, inicialmente em equilíbrio hidrostático. Tais testes têm grande aplicação em Hidrologia ;

b) DST : consiste numa completação provisória do poço, objetivando obtenção de propriedades físicas de fluidos e caracterização do reservatório, através de uma seqüência de períodos de fluxo e estática impostos ao reservatório por meio da abertura ou fechamento, respectivamente, de uma válvula posicionada o mais próximo possível da formação testada (figura 1). Durante o teste, registra-se continuamente a pressão de fundo do poço contra o tempo.

O fluido presente no poço no início do teste - situado acima da válvula testadora, no caso do DST - é denominado colchão. Esse fluido tem a função de evitar danos à formação (produção de areia e migração de finos, por exemplo) e prevenir falhas mecânicas das ferramentas (para um DST).

Em poços não surgentes, os fluidos produzidos pelo reservatório durante os períodos de fluxo de um DST não alcançam a superfície. Nesse caso, o período de fluxo do DST representa, essencialmente, um teste tipo "slug". Assim, por analogia, denomina-se "slug test" o período de fluxo do teste DST em um poço não surgente.

A interpretação de testes de pressão em poços não surgentes constitui um problema importante para a análise de testes, como demonstra a grande evolução nas duas últimas décadas das teorias e métodos de análise disponíveis (ver capítulo 2). Observa-se, entretanto, que diversas simplificações são adotadas nos vários modelos analíticos apresentados. Efeitos inerciais, de fricção, de fluxo multifásico, de compressibilidade dos fluidos ou transferência de massa entre as fases óleo e gás no poço são parcial ou totalmente desprezados. Normalmente, o poço é considerado apenas como uma condição de contorno interno para o reservatório, tanto no fluxo, como na estática.

Segundo SALDANA, 1983, os efeitos inerciais na coluna de fluido, bem como as perdas por fricção durante o movimento do líquido ao longo do poço podem ser importantes para alguns sistemas. De acordo com KATO, 1990, os métodos analíticos monofásicos usados para interpretação dos períodos de fluxo de um sistema multifásico podem fornecer estimativas não realistas das propriedades do reservatório. Enfim, percebe-se a necessidade de modelar o problema de testes em poços não surgentes de uma forma mais completa, por meio do uso de um simulador numérico, no qual sejam acoplados modelos para o fluxo multifásico no reservatório e no poço.

O desenvolvimento de modelos numéricos com poço e reservatório acoplados vem concentrando a atenção de diversos pesquisadores ultimamente (ver capítulo 2),

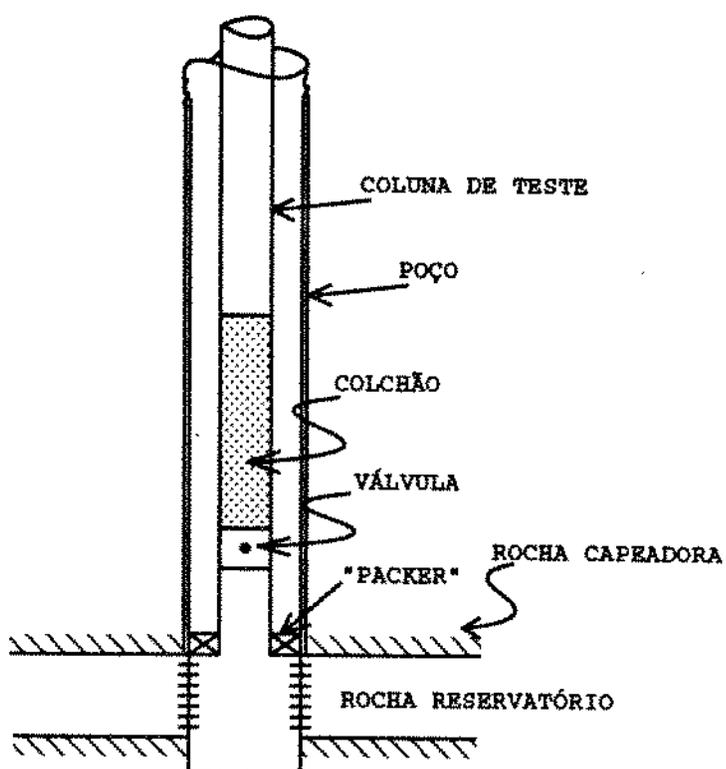


Figura 1 - Modelo Físico

inclusive com trabalhos interessantes visando melhorar a análise de testes em câmaras fechadas ("*CCT - Closed Chamber Tests*"). Porém, ainda não se tem notícia da aplicação de tais modelos à análise de testes em poços não surgentes.

Os objetivos desse trabalho são o desenvolvimento de um modelo mais realista para a interpretação de testes em poços não surgentes e uma análise de sensibilidade aos efeitos normalmente não considerados nos modelos simplificados. Para atingir esses objetivos, elaborou-se um modelo numérico, uma vez que soluções analíticas forçam a adoção de diversas hipóteses simplificadoras, visando tornar o problema matematicamente tratável.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma :

- No capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica sobre análise de testes em poços não surgentes, modelos de poço/escoamento multifásico transiente em tubulações e acoplamento poço-reservatório ;

- No capítulo 3, os modelos matemáticos propostos para o poço - fluxo e estática - são apresentados ; ainda nesse mesmo capítulo, os modelos numéricos correspondentes são formulados ;

- Os modelos matemático e numérico para o fluxo no reservatório são mostrados no capítulo 4 ;

- A validação dos modelos desenvolvidos, considerando-se o acoplamento poço-reservatório, é feita no capítulo 5 ;

- No capítulo 6, realiza-se a análise de sensibilidade a diversos efeitos incorporados ao modelo, discutindo-se os resultados obtidos ;

- Conclusões e recomendações são listadas no capítulo 7.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A pesquisa bibliográfica realizada cobre, basicamente, modelos analíticos e numéricos utilizados em análise de testes em poços não surgentes, escoamento multifásico transiente em tubulações (modelos de poço) e acoplamento poço-reservatório. Todos esses temas estão relacionados ao objetivo desse trabalho, que é o desenvolvimento de um modelo numérico-computacional mais realista para a análise de testes em poços não surgentes.

2.1 ANÁLISE DE TESTES EM POÇOS NÃO SURGENTES

FERRIS e KNOWLES, 1954, propuseram, para aplicação em Hidrologia, um procedimento de teste, denominado teste "*slug*", e o respectivo método de análise dos dados obtidos. A técnica de interpretação baseia-se na solução da Linha Fonte, sendo feita a hipótese que o poço possui raio infinitesimal. O termo "*slug*", adotado pela Engenharia de Petróleo, refere-se ao volume finito de fluido instantaneamente retirado (ou adicionado) de um poço inicialmente em equilíbrio hidrostático (amortecido).

COOPER, BREDEHOEFT e PAPADOPULOS, 1967, apresentaram uma solução para o teste "*slug*", em termos de nível de líquido no poço, considerando estocagem e, portanto, admitindo raio finito para o poço.

RAMEY, AGARWAL e MARTIN, 1975, geraram curvas tipo para análise do período de fluxo de testes em poços não surgentes, incluindo efeito de película infinitesimal ("*skin*") e estocagem constante no poço.

SHINOHARA e RAMEY, 1979, propuseram um modelo teórico, monofásico, para análise de testes "*slug*", levando em conta efeito de película, estocagem constante e efeitos inerciais na coluna de líquido presente no poço. Curvas tipo foram apresentadas.

SALDANA, 1983, desenvolveu um modelo analítico monofásico para o teste "*slug*", incluindo efeitos inerciais e de atrito - o fator de fricção foi estimado considerando-se regime laminar - sobre a coluna de líquido no poço. Soluções para o problema proposto foram obtidas supondo-se um colchão inicial grande e incompressibilidade do fluido presente no poço. Foram estabelecidos critérios para definição das características dos sistemas poço-reservatório em que os efeitos de inércia e fricção são relevantes. Cabe observar que a consideração do fator de fricção em regime de fluxo laminar, embora permita linearização do problema e obtenção de solução analítica, pode subestimar os efeitos do atrito quando o fluxo ocorre com vazão elevada (número de Reynolds alto).

HEGEMAN e ABBASZADEH, 1987, prepararam um simulador para melhorar a interpretação de testes em poços não surgentes. O simulador é uma solução analítica da Equação da Difusividade para fluxo monofásico, cuja condição de contorno interno é uma seqüência de períodos de vazão ou pressão especificada. A metodologia empregada consiste em usar os dados de pressão medidos durante os períodos de fluxo como a condição de pressão especificada. A variação contínua da pressão com o tempo durante o fluxo é substituída por uma série de pressões constantes sucessivas. A condição de vazão especificada (igual a zero) é utilizada nos períodos de fechamento. Através do ajuste das respostas do modelo (em termos de recuperação de fluidos no poço e crescimento da pressão de fundo durante o fechamento) aos dados observados, parâmetros do reservatório são inferidos.

PERES, 1989, desenvolveu uma metodologia para converter a resposta de pressão de um teste tipo "*slug*" na resposta equivalente de pressão para um teste com vazão constante na superfície. A integração no tempo dos dados de pressão do período de

fluxo fornece a variação de pressão que seria obtida caso o poço estivesse produzindo à vazão constante na superfície. Uma vez gerada a resposta de pressão para um teste com vazão constante na superfície, os procedimentos usuais de interpretação são válidos. PERES mostrou que essa técnica é aplicável a qualquer geometria de drenagem, não sendo necessário, portanto, o uso de curvas tipo específicas para o teste "slug".

KATO, 1990, elaborou um simulador numérico de reservatório, "black-oil", com ponto de bolha variável, incorporando a condição de contorno interna típica de um DST e analisou a influência do fluxo multifásico no reservatório sobre a interpretação de testes em poços não surgentes. Efeitos inerciais e de atrito no poço foram desprezados. Baseado nos resultados obtidos, KATO concluiu que o uso de métodos analíticos monofásicos para a interpretação dos períodos de fluxo de um sistema multifásico pode gerar estimativas incorretas das propriedades do reservatório.

2.2 MODELOS DE POÇO / ESCOAMENTO MULTIFÁSICO TRANSIENTE EM TUBULAÇÕES

Segundo ABOBA, 1989, o comportamento do fluxo multifásico em tubulações é diferente, em vários aspectos fundamentais, do fluxo monofásico. Entretanto, apesar das diferenças básicas, os primeiros pesquisadores tentaram aplicar técnicas comprovadamente eficientes para o fluxo monofásico ao fluxo bifásico gás-líquido. Evidentemente, o sucesso foi restrito.

A definição de padrões de fluxo permitiu considerável progresso para o entendimento do fluxo bifásico gás-líquido. A figura 2 (BRILL e BEGGS, 1978) mostra os padrões de fluxo comumente aceitos para o fluxo vertical ascendente. Em BRILL e BEGGS, estão expostos de forma concisa os fundamentos do fluxo bifásico em tubulações, com aplicação à Engenharia de Petróleo. Diversas correlações usualmente empregadas na indústria do petróleo são apresentadas, com os respectivos códigos FORTRAN.

Outra referência básica sobre escoamento bifásico em tubulações é GOVIER e AZIZ, 1972. Nessa publicação, discute-se detalhadamente o assunto, apresentando-se deduções das equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia.

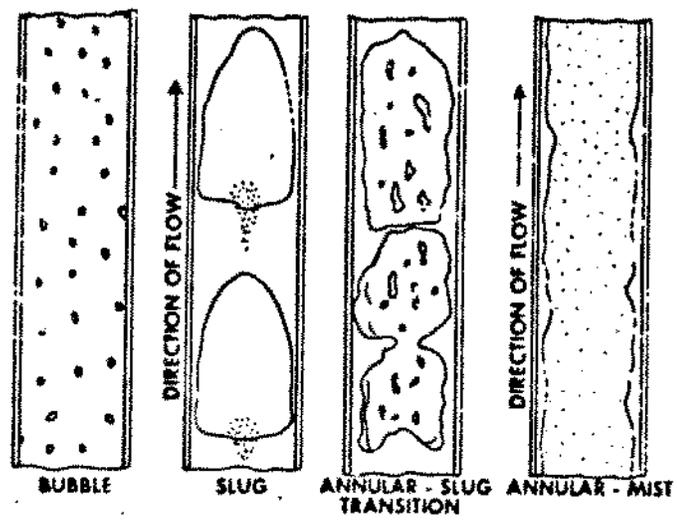


Figura 2 - Padrões do Escoamento Vertical Bifásico
(BRILL e BEGGS, 1978)

Os primeiros modelos para simulação do fluxo multifásico em dutos consideravam somente fluxo de uma mistura homogênea - velocidades das fases líquida e gasosa supostas iguais - em regime permanente (POETTMANN e CARPENTER, 1952). Posteriormente, o conceito de escorregamento da fase gasosa em relação à líquida foi incorporado aos modelos (HAGEDORN e BROWN, 1965 ; AZIZ, GOVIER e FOGARASI, 1972 ; BEGGS e BRILL, 1973, entre outros). Modelos mais recentes passaram a levar em conta os efeitos transientes.

SCOGGINS, 1977, foi um dos precursores na consideração de efeitos transientes em escoamentos bifásicos de hidrocarbonetos. Um modelo foi desenvolvido para simular o escoamento isotérmico, bifásico (gás-líquido) com dois componentes (gás e óleo), transiente, com escorregamento, em oleodutos. Para representar a transferência de massa entre as fases, adotou um modelo "*black-oil*". A equação de conservação da quantidade de movimento foi formulada para a mistura de fases e equações de conservação de massa foram escritas para cada componente (Modelo de Mistura). O Modelo de Mistura tem a vantagem de eliminar os termos de interação entre as fases, que são de difícil determinação. Correlações empíricas para regime permanente foram empregadas para obtenção do fator de fricção para fluxo bifásico e avaliação do "*hold-up*" (fração volumétrica *in situ* da fase líquida). Um método implícito, em diferenças finitas, foi empregado para discretizar o sistema de equações diferenciais parciais. O sistema algébrico não linear resultante foi resolvido usando-se o Método de Newton.

LILES e REED, 1977, apresentaram um método semi-implícito, em diferenças finitas, para resolver as equações de conservação do fluxo bifásico transiente (conservação de massa para a mistura e para a fase gás, conservação da quantidade de movimento e conservação da energia para a mistura de fases, que são as equações do Modelo "*Drift*"). O conceito de malha deslocada - a malha espacial empregada para a discretização da equação da quantidade de movimento tem os centros de seus blocos coincidentes com as fronteiras dos blocos usados para discretização das equações de continuidade e conservação da energia - foi incluído na modelagem numérica. Para obter uma solução estável, os termos situados nas interfaces dos blocos foram avaliados a montante do fluxo. O modelo foi desenvolvido para aplicação na indústria nuclear.

SHARMA *et ali.*, 1986, mostraram um trabalho que, essencialmente, é o mesmo desenvolvido por SCOGGINS em 1977.

KOHDA *et ali.*, 1987, estenderam o modelo de SCOGGINS, incluindo a equação de conservação da energia - podendo, portanto, simular escoamentos não isotérmicos. Em lugar da formulação "*black-oil*", um modelo composicional foi adotado, utilizando-se constantes de equilíbrio para definição das propriedades dos fluidos. Além disso, diversas correlações aceitas na indústria do petróleo foram embutidas no simulador.

SIKONEN, 1987, mostra um método numérico totalmente implícito para solução das equações do fluxo bifásico gás-líquido. O método baseia-se em princípios comumente usados para solução do escoamento bifásico transiente em tubulações : malha deslocada e tratamento a montante para os termos convectivos. Utiliza o Modelo "*Drift*" e o seu propósito foi obter um método robusto e rápido para análise de reatores nucleares.

NICKENS, 1987, apresenta um modelo para simular a erupção de gás ("*kick*") durante a perfuração de um poço. No modelo proposto, são resolvidas separadamente as equações de conservação de massa para cada fase. A equação de conservação da quantidade de movimento é escrita para a mistura de fases, caracterizando um Modelo de Mistura. As equações são discretizadas em diferenças finitas e resolvidas célula após célula, a partir de uma condição de fronteira conhecida (ou estimada), ou seja, marcha-se do fundo do poço até a superfície. É um método iterativo, pois depende da convergência na variável inicialmente estimada no contorno. O modelo não admite transferência de massa entre as fases.

TAITEL *et ali.*, 1988, afirmando que a solução rigorosa das equações do fluxo bifásico transiente conduz a programas de computador complexos e de grande porte e, ainda, considerando questões de estabilidade e boa colocação do problema, propõem um modelo simplificado. A hipótese básica é que a fase gás pode ser considerada em regime quase-permanente. Dessa maneira, o termo transiente na equação de conservação de massa da fase gasosa pode ser desprezado. A justificativa para a adoção dessa hipótese é suportada pelo fato que, na indústria do petróleo, os fenômenos transientes são muito mais lentos que aqueles observados na indústria nuclear, de onde foram adaptados a maior parte dos modelos para escoamento bifásico transiente utilizados na Engenharia de Petróleo.

SANTOS, 1989, usando a metodologia proposta por NICKENS, desenvolveu um simulador numérico para prever esforços dinâmicos impostos aos sistemas de desvio de fluxo, durante a descarga de um poço em perfuração submetido a uma situação de

erupção de gás. Para tornar o simulador mais realista, SANTOS acoplou ao modelo de poço uma solução analítica para a vazão de reservatórios de gás.

CAPUCCI, 1990, adaptou a metodologia de NICKENS para simular a descarga de poços através de válvulas de "gas-lift". O modelo desenvolvido conecta o fluxo no espaço anular com o fluxo na coluna de produção. Nas equações de continuidade que modelam o escoamento na coluna, foram incorporados termos fonte, correspondentes aos fluidos provenientes do anular.

LAGE, 1990, elaborou um modelo matemático e numérico para simular o escoamento transiente durante operações de controle de poços em erupção de gás. As equações do Modelo "Drift" (conservação de massa da mistura e da fase gás e conservação da quantidade de movimento da mistura) são discretizadas de uma forma semelhante à empregada por SCOGGINS (isto é, sem considerar malha deslocada). O sistema não linear de equações algébricas resultante foi resolvido pelo Método de Newton. Transferência de massa entre as fases não é levada em consideração.

MINAMI, 1991, usou um Modelo de Dois Fluidos, transiente, com as mesmas hipóteses simplificadoras adotadas por TAITEL, para estudar o fluxo bifásico em oleodutos.

FOLEFAC *et ali.*, 1991, apresentam um modelo tipo "Drift", no qual a equação da conservação da quantidade de movimento da mistura e as equações de continuidade para cada fase (líquida e gasosa) são resolvidas simultaneamente. A velocidade de escorregamento entre as fases é determinada através de relações mecanicistas, em lugar de correlações empíricas. As equações de conservação são resolvidas em regime permanente, isto é, os termos que envolvem variações com o tempo são considerados desprezíveis. A transferência de massa entre as fases é levada em conta por meio de uma modelagem tipo "black-oil". O acoplamento com o reservatório foi introduzido por um índice de produtividade (IP).

GOKDEMIR, 1992, adaptou o modelo de LILES e REED para o fluxo bifásico vertical em poços de petróleo. Embora na formulação do modelo matemático o termo de transferência de massa entre as fases tenha sido incluído - de uma forma não totalmente clara - no exemplo apresentado o autor o despreza. Expressões para a velocidade da fase gás em relação à fase líquida são empregadas em lugar de correlações empíricas, uma vez que um modelo tipo "Drift" é usado.

2.3 ACOPLAMENTO POÇO-RESERVATÓRIO

Nesse item, são resumidas as publicações onde houve a preocupação de representar não só o fluxo no poço, como também no reservatório, conectando-os.

MILLER, 1979, com o propósito de investigar efeitos de estocagem em poços geotérmicos, preparou um modelo computacional para simular o fluxo compressível transiente, monofásico ou bifásico - com transferência de massa entre as fases - no poço. Transferência de calor entre o poço e a rocha adjacente também foi considerada. As equações de conservação no poço são resolvidas juntamente com a Equação da Difusividade para fluxo radial monofásico no reservatório.

WINTERFELD, 1986, simula um teste de crescimento de pressão em um sistema multifásico, formado pelo poço e reservatório. O sistema de equações que modela o fluxo no poço e no reservatório é discretizado em diferenças finitas e resolvido usando um esquema totalmente implícito. Para o poço, WINTERFELD utiliza um Modelo de Dois Fluidos. Técnicas clássicas, geralmente empregadas na solução de escoamentos bifásicos em dutos, como o uso de malhas defasadas e tratamento a montante dos termos convectivos (especificamente as velocidades das fases) e do "hold-up" (definido como a fração volumétrica *in situ* da fase líquida) também aparecem nesse trabalho. Com o simulador desenvolvido, WINTERFELD conseguiu captar a corcova ("hump"), que por vezes aparece nos gráficos tipo Horner, causada pela segregação de fases no poço durante o crescimento de pressão.

SIU *et ali.*, 1987, simularam o fluxo bifásico transiente para injeção de vapor. Transferência de calor para as formações adjacentes ao poço foi incorporada. O conjunto de equações para o poço e o reservatório é resolvido simultaneamente, através de um método totalmente implícito. No poço, utiliza-se malha deslocada.

STONE *et ali.*, 1989, prepararam um simulador térmico, trifásico, tridimensional, totalmente implícito, para analisar o fluxo no reservatório e no poço. O modelo elaborado permite, inclusive, a simulação de poços horizontais.

ALMEHAIDEB, 1989, propõe um modelo totalmente acoplado poço-reservatório, isotérmico, para analisar injeção multifásica e interpretar testes de pressão

em regime transiente. O sistema de equações diferenciais parciais que representa o escoamento no meio poroso e no poço é discretizado em diferenças finitas. Um esquema totalmente implícito é empregado e o sistema não linear de equações algébricas resultante é resolvido simultaneamente pelo Método de Newton. ALMEHAIDEB incluiu ponto de bolha variável em seu modelo.

DIAS, 1990, elaborou um modelo não isotérmico para acoplamento poço-reservatório. DIAS considerou um fluido pseudo-homogêneo, isto é, as propriedades físicas e termodinâmicas do fluido são funções apenas de pressão e temperatura ; a hipótese de que as velocidades das fases gás e líquido são iguais, tanto no reservatório, como no poço, está subtendida. Essa hipótese permitiu a utilização do Método das Características para resolver as equações do poço.

ABCHIR *et ali.*, 1992, também propõem um modelo para o acoplamento poço-reservatório. Modelagens diferentes são empregadas para o fluxo monofásico e para o fluxo bifásico. O detalhe é que, para o fluxo bifásico, os termos transientes são desprezados nas equações do poço ; além disso, as duas equações de continuidade são substituídas por uma única para a mistura. Logo, o modelo proposto para o escoamento gás-líquido não é, na essência, um modelo transiente bifásico, pois para o poço utiliza-se um modelo estacionário, com um fluido pseudo-homogêneo.

ACOPLAMENTO POÇO-RESERVATÓRIO APLICADO À ANÁLISE DE TESTES EM CÂMARA FECHADA (CCT)

SALAS e SAGEEV, 1987, simularam testes em câmara fechada incluindo efeitos de fricção e compressão dos fluidos no poço. A modelagem consiste no acoplamento de uma solução analítica da Equação da Difusividade para fluxo radial monofásico no reservatório, considerando-se superposição no tempo, a um modelo simplificado para fluxo monofásico no poço.

MFONFU e GRADER, 1989, utilizaram um modelo Lagrangeano, implícito, para resolver as equações do poço. O modelo para o poço é acoplado a um modelo para o fluxo no reservatório.

Analisando-se as referências citadas, observa-se, principalmente na última década, um crescente interesse multidisciplinar pela simulação do fluxo bifásico transiente em tubulações e acoplamento desses simuladores aos de reservatório. Provavelmente, tal interesse se deve ao reconhecimento de que um modelo de reservatório realista deve incorporar uma descrição mais precisa dos fenômenos de fluxo que ocorrem no poço e vice-versa.

Especificamente na área de análise de testes, percebe-se a necessidade de verificar a magnitude de efeitos inerciais, de atrito, de fluxo multifásico, de compressibilidade dos fluidos e transferência de massa entre fases no poço. Qual a consequência das hipóteses simplificadoras, que excluem total ou parcialmente os efeitos citados, sobre a interpretação de testes em poços não surgentes ? Esse trabalho busca o desenvolvimento de um modelo mais completo, que permita analisar o período inicial de fluxo e estática do teste de formação por tubulação em um poço não surgente, objetivando investigar esta questão.

CAPÍTULO 3

FORMULAÇÃO DO MODELO ISOTÉRMICO PARA O POÇO

Segundo ALMEHAIDEB, 1989, três formulações básicas são definidas a partir das equações de conservação (de massa e de quantidade de movimento) que governam o fluxo bifásico (gás-óleo) e isotérmico no poço (ver apêndice A) :

a) Modelo Homogêneo : constituído por uma equação de continuidade e uma equação de conservação da quantidade de movimento para a mistura de fases. Nesse modelo, supõe-se que as fases líquida e gasosa escoam com velocidades iguais na tubulação. São utilizadas propriedades médias para a mistura (fluido pseudo-homogêneo).

b) Modelo de Fases Separadas : nessa formulação, o escorregamento da fase gasosa em relação à fase líquida é levado em conta. As pressões de cada fase são, normalmente, supostas iguais. Duas formas distintas são encontradas na literatura para o Modelo de Fases Separadas :

b.1) Modelo de Dois Fluidos : constituído por duas equações de conservação de massa e duas equações de conservação de quantidade de movimento, sendo uma para cada fase.

b.2) Modelo de Mistura : devido à dificuldade de se determinar as interações entre as fases presentes no poço, é bastante comum na literatura do petróleo combinar-se as duas equações de conservação da quantidade de movimento em uma única

equação para a mistura de fases. Logo, o Modelo de Mistura é formado por duas equações de conservação de massa, uma para cada fase, e uma equação de conservação da quantidade de movimento, para a mistura de fases.

O Modelo de Dois Fluidos é o mais geral, sendo capaz de modelar situações de fluxo reverso. Entretanto, suas vantagens desaparecem caso não se encontre disponível um bom modelo para a interação entre as fases (ISHII e KOCAMUSTAFAOGULLARI, 1983).

Cabe observar que, quando as velocidades das fases são iguais, o Modelo de Mistura se reduz ao Modelo Homogêneo.

c) Modelo de Deslizamento (Modelo "Drift"): é constituído por duas equações de continuidade, uma para a mistura de fases e outra para a fase gasosa, e uma equação para a conservação da quantidade de movimento da mistura de fases. Utiliza o conceito de velocidade de "drift", que é a diferença entre a velocidade de uma das fases - normalmente a fase gás - e a velocidade da mistura. Esse modelo tem tido maior aplicação na indústria nuclear, porém diversos pesquisadores da indústria do petróleo já o estão utilizando (LAGE, 1990; FOLEFAC *et ali.*, 1991; GOKDEMIR, 1992).

Nesse capítulo são apresentadas as equações do modelo de poço, tanto para o período de fluxo, quanto para o fechamento (estática).

Durante a abertura da válvula testadora, supõe-se que duas regiões de fluxo distintas são encontradas no poço: uma contendo os fluidos produzidos pelo reservatório e outra contendo o colchão. Portanto, uma região será modelada considerando-se fluxo bifásico gás-óleo e outra assumindo-se fluxo monofásico incompressível. O comprimento do trecho com fluxo multifásico aumenta com o tempo, em função dos volumes de óleo e gás produzidos pelo reservatório e acumulados no poço. Já o colchão, tem um comprimento constante, a menos que o fluido alcance a superfície. Logo, admite-se que os fluidos produzidos pelo reservatório não penetram no colchão. Um desenho esquemático do modelo proposto para o período de fluxo é mostrado na figura 3.

Para o período de fechamento da válvula testadora, considera-se como "poço" o volume compreendido entre o fundo do poço e a parte inferior da válvula (ver figura 1). Esse domínio foi denominado câmara de estocagem, e nela estão contidos, desde o início da estática, fluidos produzidos pelo reservatório (óleo e gás).

3.1 MODELO MATEMÁTICO PARA O PERÍODO DE FLUXO

A) CONDICÃO INICIAL :

No poço existe, inicialmente, um líquido incompressível (colchão), em condições estáticas, cujo volume, massa específica e viscosidade são conhecidos. A pressão hidrostática no topo da válvula testadora é considerada como a pressão de fundo do poço (P_{wf}), no instante de abertura para o fluxo. Essa hipótese é realista, pois normalmente a válvula é assentada o mais próximo possível da formação produtora.

B) CONDICÃO DE CONTORNO INTERNO :

Até que ocorra produção de fluidos, a pressão na cabeça do poço fica constante e igual a zero. Da cabeça do poço até a parte superior do colchão, a coluna de teste (poço) encontra-se preenchida por ar, cujo peso e a dinâmica são desprezados.

C) CONDICÃO DE INTERFACE POCO-RESERVATÓRIO :

As vazões (óleo e gás total) que saem do reservatório, medidas em condições padronizadas de superfície, são as mesmas que entram no poço (também em condições de superfície). A pressão de fundo do poço é usada como condição de contorno interno para o reservatório, ou seja, o fluxo no reservatório é calculado com pressão especificada, igual à pressão de fundo do poço.

D) CONDICÃO DE RESTRICÃO :

Todos os fluidos produzidos pelo reservatório permanecem no interior da coluna de teste, uma vez que o poço não é surgente.

E) EQUAÇÕES DE FLUXO PARA A REGIÃO COM FLUIDOS PRODUZIDOS PELO RESERVATÓRIO :

As equações foram formuladas considerando-se fluxo vertical e Modelo Homogêneo (MILLER, 1979 e ABCHIR *et ali.*, 1992). Portanto, admite-se que não ocorre escorregamento entre as fases no poço. O eixo z está orientado do fundo para a cabeça do poço. O efeito da variação da temperatura ao longo do poço foi desprezado. As equações de conservação são as seguintes:

Conservação de Massa para a Mistura

$$\frac{\partial (\rho_m)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_m v_m)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

O termo mais à esquerda da equação (1) refere-se à taxa de acumulação de massa da mistura num elemento infinitesimal do escoamento. O termo mais à direita corresponde ao fluxo líquido de massa através das fronteiras desse elemento (termo de fluxo).

Conservação da Quantidade de Movimento para a Mistura

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \rho_m g + \frac{f_{fp} \rho_m v_m^2}{2 d} + \rho_m v_m \frac{\partial v_m}{\partial z} + \rho_m \frac{\partial v_m}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

Os três termos mais à esquerda da equação de conservação da quantidade de movimento correspondem, respectivamente, ao gradiente de pressão, aos efeitos gravitacionais e ao atrito do fluido com a parede da tubulação. Estão relacionados às forças externas que atuam sobre um elemento infinitesimal da mistura de fluidos em escoamento. As duas parcelas mais à direita representam a derivada substantiva da quantidade de movimento, ou seja, equivalem à variação total da quantidade de movimento da mistura de fases.

No modelo proposto, as propriedades médias da mistura gás-óleo (aqui tratada como um fluido pseudo-homogêneo) são obtidas a partir das propriedades de cada fase - usa-se um modelo "black-oil" para avaliação das propriedades de cada fase em fluxo -,

levando-se em conta a pressão e as frações volumétricas dos fluidos produzidos pelo reservatório e acumulados no poço.

F) EQUAÇÕES DE FLUXO PARA A REGIÃO DO COLCHÃO :

O colchão tem por objetivo evitar danos à formação ou falhas mecânicas nas ferramentas de teste. Geralmente, a dinâmica desse líquido, presente no poço desde o início do teste, não é considerada nos modelos para análise de testes em poços não surgentes. Sua presença é modelada apenas através de uma pressão hidrostática constante. Na verdade, dependendo do comprimento e do peso da coluna de líquido inicialmente existente no poço (colchão), efeitos inerciais e de fricção importantes podem surgir.

O colchão é constituído por um líquido pouco compressível - normalmente, fluido de completação, óleo diesel ou óleo morto. Então, adota-se a hipótese consistente de que, na região do colchão, existe um fluxo monofásico incompressível. A outra hipótese básica dessa formulação é que os fluidos produzidos pelo reservatório não penetram no colchão.

As equações de conservação para o colchão são as seguintes:

Conservação de Massa

$$\frac{\partial (\rho_L)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_L u_L)}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

Como o fluido do colchão é suposto incompressível, a velocidade do colchão não varia ao longo do poço, porém varia com o tempo - note-se que o termo de acumulação na equação (3) é nulo, pois a massa específica do fluido é constante.

Conservação da Quantidade de Movimento

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \rho_L g + \frac{f \rho_L u_L^2}{2 d} + \rho_L u_L \frac{\partial u_L}{\partial z} + \rho_L \frac{\partial u_L}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

Modelagem do problema :

Discretizando-se o poço (ver figura 3) e admitindo-se que a pressão na cabeça é igual a zero (condição de contorno interno), então a pressão de fluxo no fundo do poço - como se percebe pelas equações de conservação da quantidade de movimento, (2) e (4) - é dada por :

$$P_{wf} = \left\{ \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{grav,col} + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{fric,col} + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{acel,col} + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{inérc,col} \right\} L_{col} + \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^N \left\{ \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{grav,bif} + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{fric,bif} + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{acel,bif} + \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{inérc,bif} \right\} \Delta Z$$

onde N é o número de células do poço que contêm fluidos produzidos pelo reservatório (variável a cada passo de tempo), ΔZ e L_{col} são os comprimentos de cada célula e do colchão, respectivamente. No modelo proposto, supõe-se que o comprimento do colchão é constante, a não ser que parte do fluido do colchão seja produzido.

A primeira parcela no lado direito da equação (5) corresponde à perda de carga total no colchão e a segunda à perda de carga total no trecho com fluidos vindos do reservatório.

Os termos que compõem a equação (5) são definidos por :

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{grav,col} = \rho_L g \quad (6)$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{fric,col} = \frac{f \rho_L u_L^2}{2 d} \quad (7)$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{acel,col} = 0 \quad (8)$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{inérc,col} \approx \rho_L \frac{(u_L^{n+1} - u_L^n)}{\Delta t} \quad (9)$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{grav,bif} = \rho_m g \quad (10)$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{fric,bif} = \frac{f_{fp} \rho_m v_m^2}{2 d} \quad (11)$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{acel,bif} = \rho_m v_m \frac{\Delta v_m}{\Delta L} \quad (12)$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{inérc,bif} \approx \rho_m \frac{(v_m^{n+1} - v_m^n)}{\Delta t} \quad (13)$$

onde o subscrito *i*, correspondente à cada célula da região bifásica, foi omitido.

A perda de carga causada pelo atrito do fluido na região bifásica com a parede da tubulação (11) depende da estimativa de um fator de fricção para fluxo bifásico (f_{fp}). Sua determinação é feita através de correlações empíricas obtidas em regime permanente, a partir da pressão, da velocidade da mistura e da fração volumétrica da fase óleo na mistura bifásica.

A variação de pressão no trecho bifásico causada pelo termo de aceleração convectiva (12) é, em geral, desprezível. Normalmente, sua contribuição só é avaliada nos casos de elevadas velocidades.

A inclusão da contribuição da aceleração inercial na região com fluxo bifásico (13) para a pressão de fundo torna o problema mais complexo, devido ao comprimento variável, a cada passo de tempo, deste trecho. Por outro lado, esses efeitos podem ser desprezados na modelagem de testes em poços não surgentes quando existe um colchão inicial. A justificativa para essa aproximação é a seguinte: no início do período de fluxo, quando as variações de vazão são grandes, o volume da mistura bifásica no poço é pequeno em relação ao volume do colchão, podendo-se supor que a perda de carga causada pela inércia do colchão prevalece. Para tempos de fluxo maiores, as variações de vazão são menores e, portanto, ocorre um regime transiente relativamente lento. De acordo com TAITEL *et ali.*, 1988, sob as condições de um transiente lento, a utilização rigorosa das equações de conservação provavelmente não é necessária. Em ambas as situações, a alteração da pressão de fundo devido à aceleração inercial dos fluidos produzidos pelo reservatório é desprezível.

Portanto, para avaliar a pressão registrada durante o período de fluxo de um teste em poço não surgente, é necessário calcular, a cada passo de tempo, a velocidade (v_{mi}) e a massa específica da mistura (ρ_{mi}) - para cada célula do trecho bifásico - e a velocidade do colchão (u_L).

Velocidade da mistura :

Para estimar a velocidade da mistura, faz-se a hipótese básica de que o fluxo bifásico transiente no poço pode ser aproximado por uma série de regimes estacionários sucessivos. Ou seja, admite-se uma condição de equilíbrio, a cada passo de tempo, para o trecho do poço que contém fluidos produzidos pelo reservatório. Essa hipótese é coerente com a não inclusão do termo de aceleração inercial no trecho bifásico e já foi considerada por outros pesquisadores, só que para a modelagem do fluxo em poços surgentes (AGARWALL e LI, 1988; FOLEFAC *et ali.*, 1991; ABCHIR *et ali.*, 1992).

No início do fluxo, quando ocorrem rápidas alterações de vazão, o volume da mistura bifásica presente no poço é pequeno. Para essa situação, é razoável supor um estado de equilíbrio instantâneo nesse domínio, pois a variação do fluxo mássico da mistura ao longo do curto trecho bifásico será pequena.

Para tempos de fluxo relativamente longos, as variações de vazão em um poço não surgente são pequenas, e o fluxo se dá sob um regime transiente lento. Nesse caso,

também é aceitável admitir uma condição de equilíbrio para a região bifásica, pois o fluxo mássico da mistura praticamente não sofrerá alteração ao longo do domínio bifásico.

Assim, justifica-se a adoção da hipótese de estados estacionários sucessivos para o trecho com fluidos produzidos pelo reservatório. Ou seja, a cada instante, supõe-se que o fluxo mássico da mistura não varia no trecho bifásico :

$$\Delta (\rho_m v_m) \approx 0 \quad (14)$$

A equação (14) pode ser reescrita da seguinte forma para o modelo discretizado:

$$(\rho_{m_i} v_{m_i}) = G_m \quad (15)$$

É importante salientar que, no modelo proposto, o fluxo mássico da mistura (G_m) varia a cada passo de tempo, apesar de, durante um determinado passo de tempo, não variar ao longo da região bifásica (14).

Estimando-se a pressão de fluxo no fundo do poço - um processo iterativo é necessário -, pode-se calcular as vazões de óleo e gás livre do reservatório, medidas em condições padronizadas de superfície, a partir do modelo para o fluxo no reservatório. Note-se que o intervalo de tempo empregado nesse cálculo deve ser suficiente para que o novo volume da mistura no poço preencha exatamente as N células da região bifásica.

Com a pressão de fluxo no fundo do poço e as vazões do reservatório, obtém-se o fluxo mássico da mistura :

$$G_m = \left[\frac{\rho_o^-}{B_o(P_{wf})} + \frac{\rho_g^- \cdot R_s(P_{wf})}{B_g(P_{wf})} \right] \frac{Q_o}{\left(\frac{\pi d^2}{4} \right)} + \frac{\rho_g^-}{B_g(P_{wf})} \frac{Q_g}{\left(\frac{\pi d^2}{4} \right)} \quad (16)$$

onde Q_o e Q_g são, respectivamente, as vazões de óleo e gás livre nas condições do fundo do poço. Essas, por sua vez, relacionam-se com as vazões medidas em condições padronizadas de superfície (termos fonte do modelo para o fluxo no reservatório) de acordo com as seguintes equações :

$$Q_o = Q_o^{sc} \cdot B_o(P_{wf}) \quad (17)$$

$$Q_g = \left[Q_g^{sc} + (R_s(P_o(1)) - R_s(P_{wf})) \cdot Q_o^{sc} \right] \cdot B_g(P_{wf}) \quad (18)$$

Nessas expressões, $P_o(1)$ é a pressão na fase óleo no bloco do reservatório que alimenta o poço. O segundo termo do lado direito da equação (18) corresponde ao gás que sai de solução do óleo devido à diferença entre a pressão no bloco do modelo do reservatório onde são calculados os termos fonte - $P_o(1)$ - e a pressão no fundo do poço - P_{wf} .

Rearranjando-se a equação (15), chega-se a uma expressão para a velocidade da mistura em uma célula qualquer da região bifásica a partir do fluxo mássico da mistura (equações (16), (17) e (18)) e da massa específica da mistura nessa mesma célula :

$$v_{m_i} = \frac{G_m}{\rho_{m_i}} \quad (19)$$

Massa específica da mistura :

A massa específica da mistura em uma célula da região bifásica no poço é obtida em função da fração volumétrica da fase óleo (F_{o_i}) e da pressão nessa célula, da seguinte forma :

$$\rho_{m_i} = F_{o_i} \left[\frac{\rho_{\bar{o}}}{B_{o_i}} + \frac{\rho_{\bar{g}} \cdot R_{s_i}}{B_{o_i}} \right] + (1 - F_{o_i}) \frac{\rho_{\bar{g}}}{B_{g_i}} \quad (20)$$

A fração volumétrica da fase óleo na célula deve levar em conta a hipótese de estados estacionários sucessivos, a ausência de escorregamento entre as fases, a condição restritiva de que todos os fluidos produzidos pelo reservatório permanecem no interior do poço e o efeito do gradiente de pressão sobre os volumes de óleo e gás (compressibilidade

e transferência de massa entre as fases). Assim, chega-se à seguinte expressão para a fração volumétrica da fase óleo na célula i da região bifásica (ver apêndice B) :

$$F_{o_i} = \frac{OPA B_{o_i}}{OPA (B_{o_i} - R_{s_i} B_{g_i}) + GPA B_{g_i}} \quad (21)$$

onde OPA e GPA são, respectivamente, os volumes produzidos acumulados de óleo e gás (total), atualizados e medidos em condições padrão.

A equação (21) atende à situação limite de fração volumétrica da fase óleo igual à unidade para fluxo monofásico.

É importante ressaltar que, devido à suposição de condições de equilíbrio instantâneas e sucessivas no poço, a fração volumétrica da fase óleo na célula 1, obtida através da equação (21), pode ser diferente do "hold-up" sem escorregamento calculado com as vazões de óleo e gás livre nas condições de fundo do poço, gerando, portanto, uma descontinuidade na velocidade da mistura. Essa diferença será avaliada para os exemplos bifásicos apresentados no capítulo 6 deste trabalho.

Uma vez que o fluxo mássico da mistura, assim como os volumes produzidos acumulados atualizados, são conhecidos - função de P_{wf} , Q_o^{sc} e Q_g^{sc} (ver equações (16) a (18)) - a velocidade e a massa específica da mistura dependem apenas da pressão em cada célula da região bifásica.

Velocidade do colchão :

Devido à hipótese de não penetração da mistura bifásica no colchão - a interface entre o trecho com fluidos produzidos pelo reservatório e o colchão é sempre mantida -, a velocidade do colchão deve ser igual à velocidade da mistura no contato entre as duas regiões de fluxo. Conseqüentemente, no modelo, considera-se a velocidade do colchão igual à velocidade da mistura na N -ésima célula do trecho bifásico, ou seja :

$$u_L = v_{mN} \quad (22)$$

3.2 PROCEDIMENTO PARA CÁLCULO DO FLUXO NO POÇO

A seguir apresenta-se o fluxograma para cálculo da pressão de fluxo de fundo:

- (1) Estima-se Δt (ver notas a seguir) ;
- (2) Estima-se P_{wf} (a primeira estimativa é P_{wf}^a) ;
- (3) Calcula-se as vazões do reservatório (em condições padrão) com P_{wf} e Δt , transformando-as para as condições de fundo de poço (equações (17) e (18));
- (4) Estima-se os volumes produzidos acumulados de óleo e gás, em condições padrão ;
- (5) Calcula-se o fluxo mássico da mistura (equação (16)) ;
- (6) Calcula-se a perda de carga na região com fluidos produzidos pelo reservatório:

* o procedimento descrito abaixo é repetido para cada célula da região com fluxo bifásico, até que todas tenham sido percorridas (a cada passo de tempo, o número de células no poço com fluxo bifásico (N) aumenta de uma unidade)

- (6.1) Estima-se a queda de pressão na célula (ΔP) ;
- (6.2) Calcula-se a pressão média na célula com o ΔP estimado ;
- (6.3) Calcula-se a fração volumétrica da fase óleo e a massa específica da mistura na célula (equações (21) e (20)) ;
- (6.4) Calcula-se a velocidade da mistura na célula (equação (19)) ;
- (6.5) Calcula-se $\Delta P/\Delta L$ para a célula (equações (10) a (12)), multiplica-se por ΔZ e obtém-se nova estimativa para a queda de pressão na célula ;
- (6.6) Verifica-se a convergência em ΔP . Caso não ocorra convergência, repete-se o processo, seguindo-se para o passo (6.1) com ΔP calculado em (6.5). Se houver convergência, segue-se para a próxima célula ;
- (7) Calcula-se a perda de carga na região com fluxo monofásico incompressível;
 - (7.1) Calcula-se a velocidade do colchão (equação (22));
 - (7.2) Verifica-se o comprimento do colchão ;

(7.3) Calcula-se a perda de carga no colchão (eqs. (6) a (9)) ;

(8) Calcula-se a nova pressão de fundo :

$$P_{wf} = \sum_{i=1}^N (\Delta P)_{bifásico} + (\Delta P)_{colchão} \quad (23)$$

onde N é o número de células onde há fluxo bifásico.

(9) Verifica-se a convergência na pressão de fundo. Caso não haja convergência, segue-se para o passo (2), repetindo-se o procedimento com P_{wf} igual à calculada em (8). Se houver convergência, verifica-se o Δt (ver notas a seguir).

NOTAS :

(a) O tamanho do passo de tempo deve ser tal que o novo volume da mistura bifásica no poço preencha exatamente as N células da região bifásica. A cada passo de tempo, o número de células com fluxo bifásico (N) aumenta de uma unidade. A estimativa correta do tamanho do passo de tempo é fundamental para que os erros de balanço de massa (diferença entre a massa presente no poço e a que saiu do reservatório) sejam pequenos. A metodologia adotada neste trabalho é a seguinte:

(1) Faz-se uma estimativa inicial grosseira do Δt :

$$\Delta t = \frac{\Delta Z}{v_m^n} \quad (24)$$

onde v_m^n é a velocidade da mistura no fundo do poço no passo de tempo anterior e ΔZ é o comprimento (uniforme) de cada célula do poço ;

(2) A estimativa inicial do Δt (equação (24)) é opcionalmente corrigida da seguinte forma :

(2.1) Estima-se o valor final da nova pressão de fundo:

$$P_{wf} = P_{wf}^n + [\Delta P(1)]^n \quad (25)$$

onde $\Delta P(1)^n$ é a perda de carga na célula do fundo do poço no passo de tempo anterior ;

(2.2) Calcula-se as vazões de óleo e gás do reservatório (em condições padrão) com P_{wf} e Δt estimados por (25) e (24), respectivamente ;

(2.3) Estima-se uma pressão média na região com fluxo bifásico na coluna ($P_{med,col}$), baseado no gradiente de pressão na mesma região, do passo de tempo anterior;

(2.4) Calcula-se, usando a equação (26) e a pressão média estimada em (2.3), uma fração volumétrica média da fase óleo (F_o) ;

$$F_o = \frac{[OPA^n + Q_o^{sc} \Delta t] B_o(P_{med,col})}{N V_{cel}} \quad (26)$$

onde:

N é o número de células da região com fluxo bifásico

V_{cel} é o volume de cada célula no poço

OPA^n é o volume acumulado de óleo produzido pelo reservatório, medido em condições padrão, no passo de tempo anterior.

(2.5) Melhora-se a estimativa do Δt através de um balanço de materiais, usando os valores médios estimados para pressão e fração volumétrica da fase óleo :

$$\Delta t = \frac{N V_{cel} [F_o \rho_o + (1 - F_o) \rho_g] - OPA^n \rho_o - GPA^n \rho_g}{Q_o^{sc} \rho_o + [Q_o^{sc} R_s(1) + Q_g^{sc}] \rho_g} \quad (27)$$

onde $R_s(1)$ é a razão de solubilidade do gás na fase óleo, no bloco do reservatório que alimenta o poço.

(3) Após convergir na pressão de fundo (ver procedimento descrito no item 3.2 deste capítulo), calcula-se novo Δt , de forma a minimizar os erros de balanço:

$$\Delta t = \frac{N V_{cel} - \frac{OPA^n}{N} \sum_{i=1}^N (B_{oi}^v - R_{si}^v B_{gi}^v) - \frac{GPA^n}{N} \sum_{i=1}^N B_{gi}^v}{\frac{Q_o^{sc}}{N} \sum_{i=1}^N (B_{oi}^v - R_{si}^v B_{gi}^v) + \frac{[Q_o^{sc} R_s(1) + Q_g^{sc}]}{N} \sum_{i=1}^N B_{gi}^v} \quad (28)$$

(4) Verifica-se a convergência no Δt . Caso não tenha ocorrido, repete-se o procedimento de cálculo da pressão de fluxo no fundo do poço com Δt obtido pela equação (28).

(b) A estimativa do tamanho do passo de tempo no início da simulação (quando v_m^n no fundo do poço não é conhecido) é feita da seguinte maneira :

- (1) Estima-se Δt igual ao $\Delta t_{inicial}$ (dado de entrada) ;
- (2) Calcula-se o reservatório com P_{wf} igual à pressão hidrostática do colchão e com o tamanho de passo de tempo estimado ;
- (3) Calcula-se velocidade da mistura no fundo do poço (v_m);
- (4) Calcula-se o novo Δt :

$$\Delta t = \frac{\Delta Z}{v_m} \quad (29)$$

(5) Compara-se o Δt estimado com o novo Δt , repetindo-se o procedimento até obter convergência com tolerância de 1 segundo.

(c) Em alguns casos, a técnica de se usar a pressão de fundo calculada (23) como a estimativa da pressão de fundo para a nova iteração não funciona, ocorrendo oscilações entre um valor elevado de pressão e outro baixo, sem haver convergência. Para esses casos, a solução encontrada foi varrer o intervalo de pressões compreendido entre a pressão de fluxo da última iteração e a pressão inicial do reservatório. Foi usada uma técnica para redução do intervalo de pesquisa a cada iteração, de forma a acelerar a convergência.

3.3 MODELO MATEMÁTICO PARA O PERÍODO DE ESTÁTICA

Para a situação de fechamento, o domínio do modelo de poço é constituído pelo volume compreendido entre o fundo do poço e a parte inferior da válvula testadora (ver figura 1). Durante o fechamento, admite-se a hipótese de que não há fluxo no interior desse volume, que representa apenas uma câmara de estocagem.

A) CONDIÇÃO INICIAL :

A câmara encontra-se, inicialmente, com as mesmas frações volumétricas de óleo e gás que a célula situada no fundo do poço continha ao final do período de fluxo.

B) CONDIÇÃO DE CONTORNO INTERNO :

Não existe fluxo através da borda superior da câmara de estocagem, uma vez que a válvula testadora se encontra fechada.

C) CONDIÇÃO DE CONTORNO EXTERNO :

Não há fluxo através da borda inferior da câmara (fundo do poço).

D) CONDIÇÃO DE INTERFACE POCO-RESERVATÓRIO :

As vazões produzidas pelo reservatório (medidas em condições de fundo) constituem termos fonte para a câmara. Ou seja, as vazões que saem do reservatório (óleo e gás total, medidas em condições padrão) são as mesmas que entram no poço. A pressão na câmara serve como condição de contorno interno para o reservatório.

E) EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO PARA A CÂMARA DE ESTOCAGEM:

Como o fluxo no interior da câmara não é levado em conta, não há necessidade de incorporar a equação de conservação da quantidade de movimento ao modelo. As equações de continuidade descrevem completamente a acumulação de fluidos no poço durante a estática. Essas equações foram formuladas considerando-se dois componentes (óleo e gás) e duas fases (oleosa e gasosa). O componente gás pode se dissolver na fase óleo, entretanto, não é permitido que o componente óleo esteja presente na fase gás (modelo "black-oil").

Conservação de Massa para o Componente Óleo

$$\frac{d (y_{oo} \rho_o H_L)}{dt} + y_{oo} \rho_o q_o = 0 \quad (30)$$

O termo fonte, situado mais à direita, incorpora a vazão do componente óleo por unidade de volume da câmara, em condições de fundo, proveniente do reservatório.

Conservação de Massa para o Componente Gás

$$\frac{d [y_{gg} \rho_g (1 - H_L) + y_{go} \rho_o H_L]}{dt} + y_{gg} \rho_g q_g + y_{go} \rho_o q_o = 0 \quad (31)$$

As vazões de óleo e gás vindas do reservatório têm sinal negativo, pois ocorre uma "injeção" na câmara de estocagem.

As frações mássicas dos componentes em cada fase para um sistema "black-oil", isotérmico, são dadas por :

Componente óleo

$$y_{oo} = \frac{\rho_o^-}{\rho_o B_o} \quad (32)$$

Componente gás

$$y_{gg} = \frac{\rho_{\bar{g}}}{\rho_g B_g} = 1 \quad (33)$$

$$y_{go} = \frac{\rho_{\bar{g}} R_s}{\rho_o B_o} \quad (34)$$

Relação de restrição : a soma das frações mássicas dos componentes de uma determinada fase deve ser igual à unidade.

$$y_{oo} + y_{go} = 1 \quad (35)$$

Substituindo as equações (32), (33) e (34) em (30) e (31) e fazendo as devidas simplificações, vem :

$$\frac{d \left(\frac{H_L}{B_o} \right)}{dt} + \frac{Q_o}{B_o V_{câmara}} = 0 \quad (36)$$

$$\frac{d \left[\frac{(1 - H_L)}{B_g} + \frac{R_s H_L}{B_o} \right]}{dt} + \frac{Q_g}{B_g V_{câmara}} + \frac{R_s Q_o}{B_o V_{câmara}} = 0 \quad (37)$$

onde Q_o e Q_g são dados por (17) e (18).

As equações (36) e (37) formam um sistema de 2 equações diferenciais ordinárias cujas incógnitas são P_{wf} e H_L . Portanto, o modelo matemático é consistente.

Note-se que as propriedades PVT do óleo (R_s e B_o) são funções da pressão na câmara (P_{wf}) e da pressão de bolha do óleo existente na câmara :

$$B_o = B_o(P_{wf}, P_b) \quad (38)$$

$$R_s = R_s(P_{wf}, P_b) \quad (39)$$

A pressão de bolha na câmara de estocagem é calculada de acordo com o procedimento descrito no item (3.5) deste capítulo.

3.4 MODELO NUMÉRICO PARA O PERÍODO DE ESTÁTICA

Para solução das equações no poço durante a estática, foi empregado um esquema IMPES (pressão calculada implicitamente e o "hold-up" - ou saturação, uma vez que não há escoamento no interior da câmara - calculado explicitamente). A idéia básica do método IMPES está resumida nos seguintes passos :

- obter uma equação para a pressão através da combinação das duas equações de conservação de massa ;
- resolver a equação para a pressão de forma iterativa ;
- atualizar o "hold-up" de maneira explícita, usando o valor da pressão encontrado.

Discretizando-se as equações (36) e (37), obtém-se:

$$\frac{V_{cdm}}{\Delta t} \Delta_t \left(\frac{H_L}{B_o} \right) + \frac{Q_o}{B_o^{n+1}} = 0 \quad (40)$$

$$\frac{V_{cdm}}{\Delta t} \Delta_t \left[\frac{(1 - H_L)}{B_g} + \frac{R_s H_L}{B_o} \right] + \frac{Q_g}{B_g^{n+1}} + \frac{R_s^{n+1} Q_o}{B_o^{n+1}} = 0 \quad (41)$$

Os termos de acumulação das equações anteriores podem ser expandidos da seguinte forma :

$$\Delta_t \left(\frac{H_L}{B_o} \right) = - \frac{H_L^n}{(B_o^2)^{n+1}} \left(\frac{dB_o}{dP} \right)^{n+1} \Delta_t(P_{wp}) + \frac{1}{B_o^{n+1}} \Delta_t(H_L) \quad (42)$$

$$\Delta_t \left(\frac{1 - H_L}{B_g} \right) = - \frac{(1 - H_L)^n}{(B_g^2)^{n+1}} \left(\frac{dB_g}{dP} \right)^{n+1} \Delta_t(P_{wp}) + \frac{1}{B_g^{n+1}} \Delta_t(1 - H_L) \quad (43)$$

$$\Delta_t \left(\frac{R_s H_L}{B_o} \right) = H_L^n \left[- \frac{R_s^n}{(B_o^2)^{n+1}} \left(\frac{dB_o}{dP} \right)^{n+1} + \frac{1}{B_o^{n+1}} \left(\frac{dR_s}{dP} \right)^{n+1} \right] \Delta_t(P_{wp}) + \left(\frac{R_s}{B_o} \right)^{n+1} \Delta_t(H_L) \quad (44)$$

Definindo-se os termos :

$$\acute{b}_o = - \left(\frac{1}{B_o^2} \right)^{n+1} \left(\frac{dB_o}{dP} \right)^{n+1} \quad (45)$$

$$\acute{b}_g = - \left(\frac{1}{B_g^2} \right)^{n+1} \left(\frac{dB_g}{dP} \right)^{n+1} \quad (46)$$

$$\dot{R}_s = \left(\frac{dR_s}{dP} \right)^{n+1} \quad (47)$$

Substituindo-se as equações (42) a (47) em (40) e (41), multiplicando-se (40) por $-(R_s^{n+1} B_g^{n+1} - B_o^{n+1}) / B_g^{n+1}$ e somando-se o resultado a (41), vem :

$$\begin{aligned} \frac{V_{c\acute{a}m}}{\Delta t} \frac{1}{B_g^{n+1}} \left[(B_o^{n+1} - R_s^{n+1} B_g^{n+1}) \acute{b}_o H_L^n + B_g^{n+1} H_L^n \left(\frac{\dot{R}_s}{B_o^{n+1}} + R_s^n \acute{b}_o \right) \right. \\ \left. + (1 - H_L^n) \acute{b}_g B_g^{n+1} \right] (P_{wf}^{n+1} - P_{wf}^n) + \frac{(Q_o + Q_g)}{B_g^{n+1}} = 0 \end{aligned} \quad (48)$$

Substituindo-se (42) em (40) e isolando-se $\Delta_i(H_L)$, obtém -se :

$$H_L^{n+1} = H_L^n - B_o^{n+1} \left[H_L^n \acute{b}_o (P_{wf}^{n+1} - P_{wf}^n) \right] - \frac{Q_o \Delta t}{V_{c\acute{a}m}} \quad (49)$$

A expressão (48) é a equação da pressão do Método IMPES. Uma vez obtida P_{wf}^{n+1} , a equação do "hold-up" (49) é calculada explicitamente para se ter H_L^{n+1} .

3.5 PROCEDIMENTO PARA CÁLCULO DA ESTÁTICA NO POÇO

A seguir, apresenta-se o fluxograma para cálculo de pressões e "hold-ups" na câmara de estocagem.

- (1) Estima-se a pressão de bolha na câmara através do seguinte balanço volumétrico :

$$R_{s \text{ máx}} = R_s^n + \frac{(1 - H_L^n) B_o^n}{H_L^n B_g^n} \quad (50)$$

Com os dados PVT tabelados, determina-se a pressão (de bolha) correspondente a $R_{s \text{ máx}}$.

- (2) Estima-se P_{wf}' (a primeira estimativa é P_{wf}^n) ;
- (3) Calcula-se $B_g', B_o', R_s', (b'_o)', (b'_g)'$ e $(R'_g)'$;
- (4) Calcula-se as vazões do reservatório, transformando-as para as condições da câmara de estocagem (utiliza-se um tamanho de passo de tempo preestabelecido) ;
- (5) Calcula-se P_{wf}^{*+1} (equação (48)) ;
- (6) Verifica-se a convergência na pressão de fundo. Caso não tenha convergido, estima-se um novo valor para P_{wf} (igual a P_{wf}^{*+1}) e segue-se para o passo (2);
- (7) Calcula-se H_L^{*+1} (equação (49)) .

NOTA :

Quando a diferença entre a pressão no primeiro bloco do reservatório (bloco que alimenta o poço) e a pressão na câmara é inferior a um limite de tolerância preestabelecido, admite-se que as duas pressões são iguais, não ocorrendo mais, portanto, fluxo do reservatório para o poço. Assim, basta calcular o fluxo no reservatório com vazões especificadas e iguais a zero.

CAPÍTULO 4

FORMULAÇÃO DO MODELO ISOTÉRMICO PARA O RESERVATÓRIO

Considera-se que a porção do reservatório que alimenta o poço possui geometria cilíndrica, com espessura constante. O poço, representado neste modelo por termos fonte, situa-se no centro do reservatório. A fronteira externa é selada e o fluxo para o poço se dá ao longo de toda a espessura da formação. Os fluidos são óleo e gás e a temperatura no reservatório permanece constante.

4.1 MODELO MATEMÁTICO PARA O FLUXO NO RESERVATÓRIO

A) CONDIÇÃO INICIAL :

A distribuição de pressões e saturações inicialmente existente no reservatório é conhecida. O reservatório encontra-se em equilíbrio termodinâmico.

B) CONDIÇÃO DE CONTORNO INTERNO :

O poço, que fisicamente constitui a fronteira interna do domínio em estudo, será representado por termos fonte no modelo matemático para o fluxo no reservatório.

Durante o período de fluxo do teste, considera-se a condição de pressão especificada no poço, igual à pressão de fundo do modelo de poço (descrito no capítulo 3). No período de estática ocorrem duas situações distintas :

- enquanto o reservatório produz para a câmara de estocagem, tem-se um caso análogo ao do período de fluxo - a pressão no poço é especificada e igual à pressão na câmara ;

- quando a diferença entre a pressão na câmara de estocagem e a pressão no bloco de reservatório adjacente for inferior a um limite de tolerância preestabelecido, considera-se que as duas pressões são iguais e adota-se a condição de vazões de óleo e gás especificadas e iguais a zero - o reservatório cessa a produção.

C) CONDIÇÃO DE CONTORNO EXTERNO :

Admite-se que não há fluxo através da borda externa da porção do reservatório simulada - condição de contorno de Neumann.

D) EQUACÕES PARA O ESCOAMENTO BIFÁSICO NO RESERVATÓRIO:

Utilizando-se a formulação integral para as equações de conservação de massa (PEDROSA, 1984) em um volume de controle V, tem-se :

Conservação de Massa para o Componente Óleo

$$\begin{aligned}
 & - \iiint_V \vec{\nabla} \cdot (y_{oo} \rho_o \vec{u}_o) dV = \\
 & \iiint_V \frac{\partial (\phi y_{oo} \rho_o S_o)}{\partial t} dV + y_{oo} \rho_o Q_{oR}
 \end{aligned}
 \tag{51}$$

Conservação de Massa para o Componente Gás

$$\begin{aligned}
 & - \iiint_V \left[\vec{\nabla} \cdot (y_{gg} \rho_g \vec{u}_g) + \vec{\nabla} \cdot (y_{go} \rho_o \vec{u}_o) \right] dV = \\
 & \iiint_V \frac{\partial \left[\phi \left[y_{gg} \rho_g S_g + y_{go} \rho_o S_o \right] \right]}{\partial t} dV + \\
 & (y_{gg} \rho_g Q_{gR} + y_{go} \rho_o Q_{oR})
 \end{aligned} \tag{52}$$

Q_{oR} e Q_{gR} são medidos em condições de reservatório e têm sinal positivo para produção.

Para os modelos de reservatório, a equação de conservação da quantidade de movimento é substituída pela Lei de Darcy :

$$\vec{u}_o = - K \frac{K_{ro}}{\mu_o} \nabla \Phi_o \tag{53}$$

$$\vec{u}_g = - K \frac{K_{rg}}{\mu_g} \nabla \Phi_g \tag{54}$$

Os gradientes da função potencial das fases óleo e gás, usados nas equações (53) e (54), são definidos, respectivamente, por :

$$\nabla \Phi_o = \nabla P_o - \gamma_o \nabla D \tag{55}$$

$$\nabla \Phi_g = \nabla P_g - \gamma_g \nabla D \tag{56}$$

Pelo Teorema de Gauss, transforma-se uma integral em volume numa integral em superfície. Genericamente,

$$\iiint_V \bar{\nabla} \cdot \bar{\phi} \, dV = \iint_A \bar{\phi} \cdot \bar{n} \, dA \quad (57)$$

Aplicando-se o Teorema de Gauss aos termos de fluxo, substituindo-se as relações (32) a (34), válidas para um modelo tipo "black-oil", e usando-se a Lei de Darcy nas equações de continuidade, estas se transformam em :

$$\iint_A \mathbf{K} \frac{K_{ro}}{\mu_o B_o} \nabla \Phi_o \cdot \bar{n} \, dA = \iiint_V \frac{\partial \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right)}{\partial t} \, dV + Q_o^{sc} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \iint_A \mathbf{K} \left[\frac{K_{rg}}{\mu_g B_g} \nabla \Phi_g + R_s \frac{K_{ro}}{\mu_o B_o} \nabla \Phi_o \right] \cdot \bar{n} \, dA = \\ \iiint_V \frac{\partial \left[\phi \left(\frac{S_g}{B_g} + \frac{R_s S_o}{B_o} \right) \right]}{\partial t} \, dV + (Q_g^{sc} + R_s Q_o^{sc}) \end{aligned} \quad (59)$$

onde Q_o^{sc} e Q_g^{sc} são medidos em condições padrão.

Os termos à esquerda de (58) e (59) representam o fluxo volumétrico líquido de óleo e gás total, em condições padrão, através das fronteiras do volume de controle.

Desprezando-se os efeitos gravitacionais e considerando-se fluxo radial (unidimensional) :

$$\nabla \Phi_o = \frac{\partial P_o}{\partial r} \bar{e}_r \quad (60)$$

$$\nabla \Phi_g = \frac{\partial P_g}{\partial r} \bar{e}_r \quad (61)$$

Supondo-se :

$$|K| = K_r = K \quad (62)$$

Para fluxo radial (unidimensional) em um reservatório com espessura constante h , a área de uma fronteira do volume de controle V , transversal ao fluxo, será :

$$A_b = 2 \pi r_b h \quad (63)$$

Definindo-se as mobilidades de cada fase :

$$\lambda_o = \frac{K K_{ro}}{\mu_o B_o} \quad (64)$$

$$\lambda_g = \frac{K K_{rg}}{\mu_g B_g} \quad (65)$$

Substituindo-se (60) a (65) em (58) e (59), chega-se à forma final das equações de conservação dos componentes óleo e gás, que representam o escoamento bifásico, "black-oil", em um reservatório radial (unidimensional), com espessura constante:

$$\left[2 \pi h \lambda_o r \frac{\partial P_o}{\partial r} \right]_{r_{bi}}^{r_{be}} = \iiint_V \frac{\partial \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right)}{\partial t} dV + Q_o^{sc} \quad (66)$$

$$\left[2 \pi h \left(\lambda_g r \frac{\partial P_g}{\partial r} + R_s \lambda_o r \frac{\partial P_o}{\partial r} \right) \right]_{r_{bi}}^{r_{be}} = \iiint_V \frac{\partial \left[\phi \left(\frac{S_g}{B_g} + \frac{R_s S_o}{B_o} \right) \right]}{\partial t} dV + (Q_g^{sc} + R_s Q_o^{sc}) \quad (67)$$

onde r_{bi} e r_{be} são, respectivamente, os raios das fronteiras interna e externa do volume de controle.

Para complementar o modelo matemático, relações constitutivas e de restrição devem ser estabelecidas.

Relações Constitutivas

As relações funcionais entre as propriedades físicas (PVT e petrofísicas) do modelo e as variáveis primárias (pressão e saturação) precisam ser conhecidas.

• As propriedades PVT das fases óleo e gás podem ser expressas da seguinte forma :

$$B_o = B_o(P_o, P_b) \quad (68)$$

$$\mu_o = \mu_o(P_o, P_b) \quad (69)$$

$$R_s = R_s(P_o, P_b) \quad (70)$$

$$B_g = B_g(P_g) \quad (71)$$

$$\mu_g = \mu_g(P_g) \quad (72)$$

• A porosidade do reservatório é uma função da pressão:

$$\phi = \phi(P_o) \quad (73)$$

• As permeabilidades relativas apresentam uma dependência forte da saturação:

$$K_{ro} = K_{ro}(S_g) \quad (74)$$

$$K_{rg} = K_{rg}(S_g) \quad (75)$$

• As pressões nas fases óleo e gás estão relacionadas através da pressão capilar:

$$P_{c\ go} = P_g - P_o \quad (76)$$

Relação de Restrição

A soma das saturações deve ser igual à unidade :

$$S_o + S_g = 1 \quad (77)$$

O modelo matemático apresenta 2 equações de conservação de massa, uma relação para pressão capilar e uma relação de restrição para as saturações. São, portanto, 4 equações e 4 incógnitas (P_o , P_g , S_o e S_g). O número igual de incógnitas e equações assegura a consistência do modelo matemático para o fluxo no reservatório.

4.2 MODELO NUMÉRICO PARA O FLUXO NO RESERVATÓRIO

As equações que descrevem o fluxo bifásico no reservatório - (66) e (67) - serão resolvidas usando-se um método numérico. Para discretização das equações, será utilizada a aproximação por diferenças finitas e um esquema totalmente implícito.

A) CONSTRUÇÃO DA MALHA :

O perfil logarítmico da distribuição de pressão, obtido através de soluções analíticas para um escoamento radial monofásico, sugere a construção de uma malha logarítmica uniforme para a solução numérica (ver figura 4).

Da figura 4, pode-se definir :

CONSTRUÇÃO DO GRID

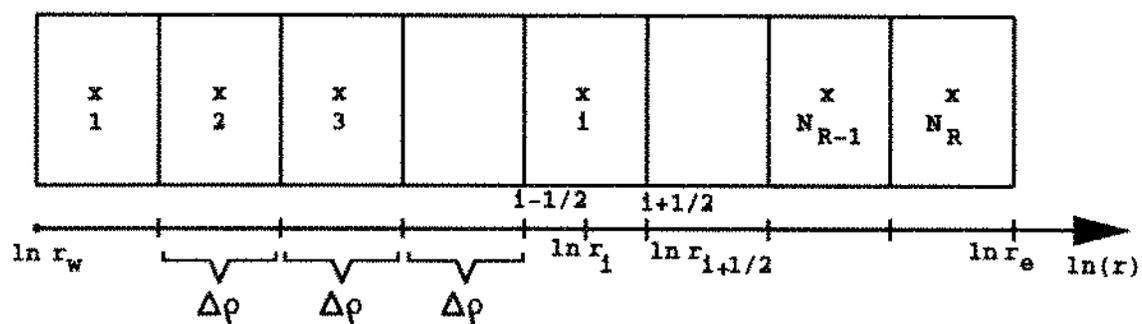


Figura 4 - Malha do Reservatório Linearizada

$$\Delta \rho = \frac{\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)}{N_R} \quad (78)$$

onde N_R é o número de blocos no reservatório.

Verifica-se facilmente que a posição das fronteiras dos blocos é dada por :

$$r_{i+\frac{1}{2}} = r_w e^{i \Delta \rho} \quad (79)$$

Os pontos nodais são encontrados pela seguinte expressão (PEDROSA, 1984):

$$r_i = r_{i-\frac{1}{2}} \exp \left[\frac{\alpha^2}{(\alpha^2 - 1)} \ln \alpha - \frac{1}{2} \right] \quad (80)$$

onde

$$\alpha = \frac{r_{i+\frac{1}{2}}}{r_{i-\frac{1}{2}}} \quad (81)$$

B) DISCRETIZAÇÃO DOS TERMOS DE ACUMULAÇÃO :

Os termos de acumulação nas equações (66) e (67) podem ser aproximados, respectivamente, por :

$$\iiint_V \frac{\partial \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right)}{\partial t} dV \approx \frac{V_i}{\Delta t} \left[\left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right)^{n+1} - \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right)^n \right] \quad (82)$$

$$\iiint_V \frac{\partial \left[\phi \left(\frac{S_g}{B_g} + \frac{R_s S_o}{B_o} \right) \right]}{\partial t} dV \approx \quad (83)$$

$$\frac{V_i}{\Delta t} \left[\left[\phi \left(\frac{S_g}{B_g} + \frac{R_s S_o}{B_o} \right) \right]^{n+1} - \left[\phi \left(\frac{S_g}{B_g} + \frac{R_s S_o}{B_o} \right) \right]^n \right]_i$$

onde V_i é o volume de cada bloco no reservatório, dado por:

$$V_i = \pi \left(r_{i+\frac{1}{2}}^2 - r_{i-\frac{1}{2}}^2 \right) h \quad (84)$$

C) DISCRETIZAÇÃO DOS TERMOS DE FLUXO :

Os termos de fluxo em (66) e (67) representam a soma das vazões volumétricas, em condições padrão, através das faces de um bloco do reservatório. Assumindo-se que essas vazões permanecem constantes durante o passo de tempo, os termos de fluxo podem ser aproximados usando-se o Método Integral de Discretização :

$$\begin{aligned} & \left[2 \pi h \frac{K_{ro}}{\mu_o B_o} K r \frac{\partial P_o}{\partial r} \right]_{r_{i-\frac{1}{2}}}^{r_{i+\frac{1}{2}}} = \\ & 2 \pi h \left(\frac{K_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{i+\frac{1}{2}} \frac{\int_i^{i+1} dP_o}{\int_i^{i+1} \left(\frac{dr}{Kr} \right)} - 2 \pi h \left(\frac{K_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{i-\frac{1}{2}} \frac{\int_{i-1}^i dP_o}{\int_{i-1}^i \left(\frac{dr}{Kr} \right)} = \\ & 2 \pi h \left(\frac{K_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{i+\frac{1}{2}} \frac{(P_{oi+1} - P_{oi})}{\left[\frac{1}{K_{i+1}} \ln \left(\frac{r_{i+1}}{r_{i+\frac{1}{2}}} \right) + \frac{1}{K_i} \ln \left(\frac{r_{i+\frac{1}{2}}}{r_i} \right) \right]} - \\ & 2 \pi h \left(\frac{K_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{i-\frac{1}{2}} \frac{(P_{oi} - P_{oi-1})}{\left[\frac{1}{K_{i-1}} \ln \left(\frac{r_{i-\frac{1}{2}}}{r_{i-1}} \right) + \frac{1}{K_i} \ln \left(\frac{r_i}{r_{i-\frac{1}{2}}} \right) \right]} \end{aligned} \quad (85)$$

Analogamente para o componente gás :

$$\begin{aligned}
 & \left[2 \pi h \left(\frac{K_{rg}}{\mu_g B_g} K r \frac{\partial P_g}{\partial r} + \frac{R_s K_{ro}}{\mu_o B_o} K r \frac{\partial P_o}{\partial r} \right) \right]_{r_{i-\frac{1}{2}}}^{r_{i+\frac{1}{2}}} = \\
 & 2 \pi h \left(\frac{K_{rg}}{\mu_g B_g} \right)_{i+\frac{1}{2}} \frac{(P_{g\ i+1} - P_{g\ i})}{\left[\frac{1}{K_{i+1}} \ln \left(\frac{r_{i+1}}{r_{i+\frac{1}{2}}} \right) + \frac{1}{K_i} \ln \left(\frac{r_{i+\frac{1}{2}}}{r_i} \right) \right]} + \\
 & 2 \pi h \left(\frac{R_s K_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{i+\frac{1}{2}} \frac{(P_{o\ i+1} - P_{o\ i})}{\left[\frac{1}{K_{i+1}} \ln \left(\frac{r_{i+1}}{r_{i+\frac{1}{2}}} \right) + \frac{1}{K_i} \ln \left(\frac{r_{i+\frac{1}{2}}}{r_i} \right) \right]} - \\
 & 2 \pi h \left(\frac{K_{rg}}{\mu_g B_g} \right)_{i-\frac{1}{2}} \frac{(P_{g\ i} - P_{g\ i-1})}{\left[\frac{1}{K_{i-1}} \ln \left(\frac{r_{i-\frac{1}{2}}}{r_{i-1}} \right) + \frac{1}{K_i} \ln \left(\frac{r_i}{r_{i-\frac{1}{2}}} \right) \right]} - \\
 & 2 \pi h \left(\frac{R_s K_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{i-\frac{1}{2}} \frac{(P_{o\ i} - P_{o\ i-1})}{\left[\frac{1}{K_{i-1}} \ln \left(\frac{r_{i-\frac{1}{2}}}{r_{i-1}} \right) + \frac{1}{K_i} \ln \left(\frac{r_i}{r_{i-\frac{1}{2}}} \right) \right]}
 \end{aligned} \tag{86}$$

D) EQUAÇÕES DO FLUXO EM DIFERENÇAS FINITAS :

As equações discretizadas, escritas sob a forma de resíduos, para um esquema totalmente implícito - que tem a vantagem de ser incondicionalmente estável - são :

Componente Óleo

$$\begin{aligned}
 R_{oi}^{n+1} &= T_{oi+\frac{1}{2}}^{n+1} (P_{oi+1}^{n+1} - P_{oi}^{n+1}) + T_{oi-\frac{1}{2}}^{n+1} (P_{oi-1}^{n+1} - P_{oi}^{n+1}) - \\
 & \frac{V_i}{\Delta t} \left[\left[\frac{\phi (1 - S_g)}{B_o} \right]^{n+1} - \left[\frac{\phi (1 - S_g)}{B_o} \right]_i^n \right] - Q_{oi}^{sc\ n+1} = 0
 \end{aligned} \tag{87}$$

Componente Gás

$$\begin{aligned}
R_g^{n+1} &= T_{g\ i+\frac{1}{2}}^{n+1} (P_{o\ i+1}^{n+1} - P_{o\ i}^{n+1}) + T_{g\ i-\frac{1}{2}}^{n+1} (P_{o\ i-1}^{n+1} - P_{o\ i}^{n+1}) + \\
(R_y T_o)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} (P_{o\ i+1}^{n+1} - P_{o\ i}^{n+1}) &+ (R_y T_o)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1} (P_{o\ i-1}^{n+1} - P_{o\ i}^{n+1}) + \\
T_{g\ i+\frac{1}{2}}^{n+1} (P_{c\ go\ i+1}^{n+1} - P_{c\ go\ i}^{n+1}) &+ T_{g\ i-\frac{1}{2}}^{n+1} (P_{c\ go\ i-1}^{n+1} - P_{c\ go\ i}^{n+1}) - \tag{88}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{V_i}{\Delta t} \left[\left[\phi \left(\frac{S_g}{B_g} + \frac{R_y (1 - S_g)}{B_o} \right) \right]^{n+1} - \left[\phi \left(\frac{S_g}{B_g} + \frac{R_y (1 - S_g)}{B_o} \right) \right]^n \right] \\
- Q_{g\ i}^{sc\ n+1} - (R_y Q_o^{sc})_i^{n+1} = 0
\end{aligned}$$

onde as transmissibilidades são definidas por :

$$T_{p\ i+\frac{1}{2}} = \frac{2 \pi h \left(\frac{K_r p}{\mu_p B_p} \right)_{i+\frac{1}{2}}}{\left[\frac{1}{K_{i+1}} \ln \left(\frac{r_{i+1}}{r_{i+\frac{1}{2}}} \right) + \frac{1}{K_i} \ln \left(\frac{r_{i+\frac{1}{2}}}{r_i} \right) \right]} \tag{89}$$

$$T_{p\ i-\frac{1}{2}} = \frac{2 \pi h \left(\frac{K_r p}{\mu_p B_p} \right)_{i-\frac{1}{2}}}{\left[\frac{1}{K_{i-1}} \ln \left(\frac{r_{i-\frac{1}{2}}}{r_{i-1}} \right) + \frac{1}{K_i} \ln \left(\frac{r_i}{r_{i-\frac{1}{2}}} \right) \right]} \tag{90}$$

e os termos de interface são avaliados a montante :

$$\left(\frac{K_{r,p}}{\mu_p B_p} \right)_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \left(\frac{K_{r,p}}{\mu_p B_p} \right)_i, & \text{se } P_{p,i} > P_{p,i+1} \\ \left(\frac{K_{r,p}}{\mu_p B_p} \right)_{i+1}, & \text{se } P_{p,i} \leq P_{p,i+1} \end{cases} \quad (91)$$

$$\left(\frac{K_{r,p}}{\mu_p B_p} \right)_{i-\frac{1}{2}} = \begin{cases} \left(\frac{K_{r,p}}{\mu_p B_p} \right)_i, & \text{se } P_{p,i} \geq P_{p,i-1} \\ \left(\frac{K_{r,p}}{\mu_p B_p} \right)_{i-1}, & \text{se } P_{p,i} < P_{p,i-1} \end{cases} \quad (92)$$

onde $p = o$ ou g

Embora a ponderação à montante utilizada em (91) e (92) seja um esquema de primeira ordem, é um tratamento adequado para fluxo convectivo. Essa técnica de avaliação dos termos de interface é, inclusive, usada nos simuladores comerciais e fornece resultados fisicamente corretos, apesar de afetados por dispersão numérica. No caso em estudo, o problema da dispersão numérica é pouco significativo, uma vez que pode-se evitá-lo através de refinamento da malha, sem incorrer em maiores limitações computacionais.

As equações (87) e (88) equivalem a um balanço de materiais macroscópico para cada componente em cada bloco de simulação. Considerando-se todos os N_R blocos do reservatório, tem-se um sistema com $2 N_R$ equações algébricas não lineares e $2 N_R$ incógnitas.

O primeiro passo para solução do sistema de equações algébricas não lineares é linearizá-lo. Para definir qual esquema de linearização utilizar, é necessário analisar as não linearidades envolvidas :

- não linearidades fracas : relacionam-se aos coeficientes que variam pouco de um passo de tempo para outro. Nesse grupo estão todas as variáveis que dependem da pressão ;

• não linearidades fortes : nesse grupo estão incluídas as variáveis dependentes da saturação, como permeabilidade relativa e pressão capilar.

No próximo item deste capítulo, são descritas as técnicas empregadas para solução do modelo numérico.

NOTAS :

(a) Enquanto o reservatório se encontra em produção - durante o período de fluxo e parte do período de estática - os termos fonte só são diferentes de zero no bloco que contém o poço - bloco 1, como mostra a figura 5. Nesse caso, a pressão no poço é especificada (P_{wf}) e os termos fonte são dados por:

$$Q_{o1}^{sc\ n+1} = WI \left(\frac{K_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_1^{n+1} (P_{o1}^{n+1} - P_{wf}) \quad (93)$$

$$Q_{g1}^{sc\ n+1} = WI \left(\frac{K_{rg}}{\mu_g B_g} \right)_1^{n+1} (P_{g1}^{n+1} - P_{wf}) \quad (94)$$

onde

$$WI = \frac{2 \pi h K_1}{\ln \left(\frac{r_1}{r_w} \right) + S} \quad (95)$$

A partir de um determinado instante no período de estática, quando o reservatório pára de produzir, as vazões de óleo e gás passam a ser especificadas - iguais a zero - e todos os termos fonte são nulos.

(b) As transmissibilidades, de ambas as fases, nas fronteiras interna - o poço é representado por termos fonte no modelo - e externa (que é selada) são nulas :

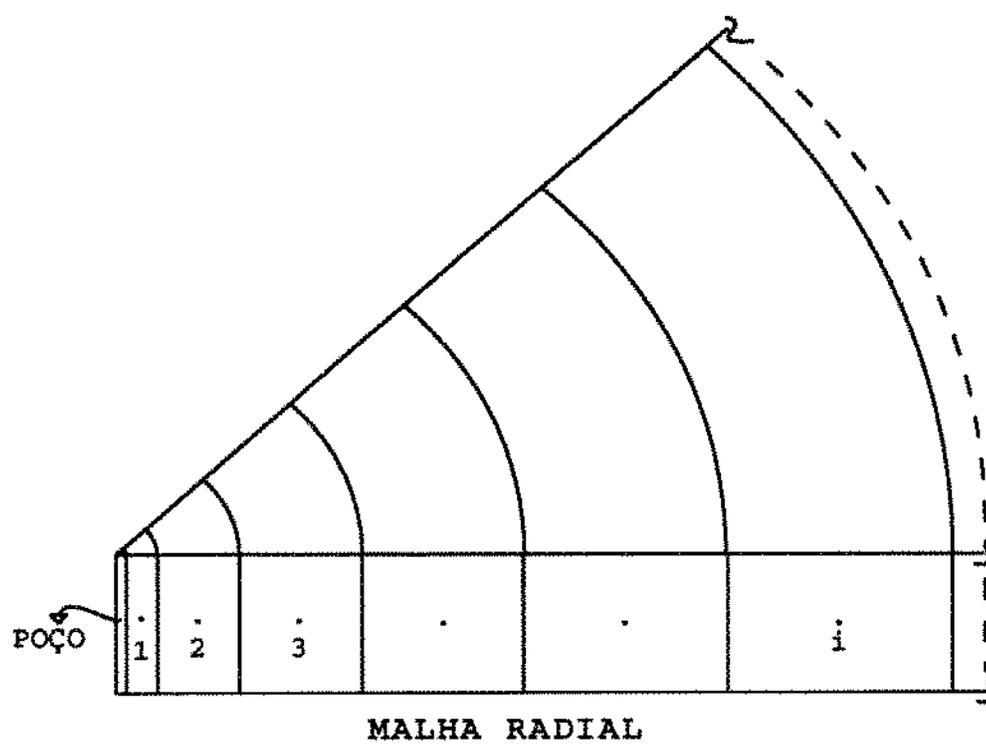


Figura 5 - Malha Radial do Reservatório

$$T_o \frac{1}{2} = T_g \frac{1}{2} = 0 \quad (96)$$

$$T_o NR + \frac{1}{2} = T_g NR + \frac{1}{2} = 0 \quad (97)$$

4.3 SOLUÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Para resolver o sistema de equações algébricas não lineares, será empregado o Método de Newton, descrito a seguir.

Seja o vetor resíduo :

$$\vec{R}^{n+1} = \vec{0} \quad (98)$$

onde :

$$\vec{R}^{n+1} = \begin{pmatrix} \vec{R}_1^{n+1} \\ \vec{R}_2^{n+1} \\ \vdots \\ \vec{R}_i^{n+1} \\ \vdots \\ \vec{R}_{NR}^{n+1} \end{pmatrix} \quad (99)$$

$$\vec{R}_i^{n+1} = \begin{pmatrix} R_{o i}^{n+1} \\ R_{g i}^{n+1} \end{pmatrix} \quad (100)$$

R_{oi} e R_{gi} , dados pelas equações (87) e (88), são funções das variáveis primárias no bloco i e nos blocos vizinhos :

$$R_{oi}^{n+1} = R_o(P_{o\alpha}^{n+1}, S_{g\alpha}^{n+1}) \quad (101)$$

$$R_{gi}^{n+1} = R_g(P_{o\alpha}^{n+1}, S_{g\alpha}^{n+1}) \quad (102)$$

onde $\alpha = i-1, i, i+1$.

A técnica iterativa para resolver o sistema descrito em (98) consiste em encontrar uma melhor estimativa para o vetor solução, X^{v+1} , a partir de uma estimativa anterior, X^v , tal que:

$$\bar{R}^{v+1} = \bar{0} \quad (103)$$

O vetor X é dado por :

$$\bar{X}^{v+1} = \begin{pmatrix} \bar{X}_1^{v+1} \\ \bar{X}_2^{v+1} \\ \vdots \\ \bar{X}_i^{v+1} \\ \vdots \\ \bar{X}_{NR}^{v+1} \end{pmatrix} \quad (104)$$

onde

$$\bar{X}_i^{v+1} = \begin{pmatrix} P_{oi}^{v+1} \\ S_{gi}^{v+1} \end{pmatrix} \quad (105)$$

Usando o Método de Newton, obtém-se uma aproximação de primeira ordem para as equações que constituem o sistema descrito por (103) :

$$R_{p i}^{v+1} = R_{p i}^v + \sum_{\alpha} \frac{\partial R_{p i}^v}{\partial P_{o \alpha}} \delta P_{o \alpha}^{v+1} + \sum_{\alpha} \frac{\partial R_{p i}^v}{\partial S_{g \alpha}} \delta S_{g \alpha}^{v+1} = 0 \quad (106)$$

onde $p = o$ ou g ;

$\alpha = i - 1, i, i + 1$.

O sistema de equações representado por (106) pode ser reescrito como :

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial R_{p i}^v}{\partial P_{o \alpha}} \delta P_{o \alpha}^{v+1} + \sum_{\alpha} \frac{\partial R_{p i}^v}{\partial S_{g \alpha}} \delta S_{g \alpha}^{v+1} = - R_{p i}^v \quad (107)$$

Ou ainda, sob a forma matricial :

$$J^v \delta \bar{X}^{v+1} = - \bar{R}^v \quad (108)$$

onde

$$\delta \bar{X}^{v+1} = \bar{X}^{v+1} - \bar{X}^v \quad (109)$$

A estrutura da matriz Jacobiana (J), mostrada na figura 6, é tridiagonal em blocos (2 X 2), uma vez que o fluxo é unidimensional, bifásico.

As submatrizes correspondentes à linha i do Jacobiano são mostradas abaixo:

$$J_i = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial R_{o i}}{\partial P_{o i}} \right) & \left(\frac{\partial R_{o i}}{\partial S_{g i}} \right) \\ \left(\frac{\partial R_{g i}}{\partial P_{o i}} \right) & \left(\frac{\partial R_{g i}}{\partial S_{g i}} \right) \end{bmatrix} \quad (110)$$

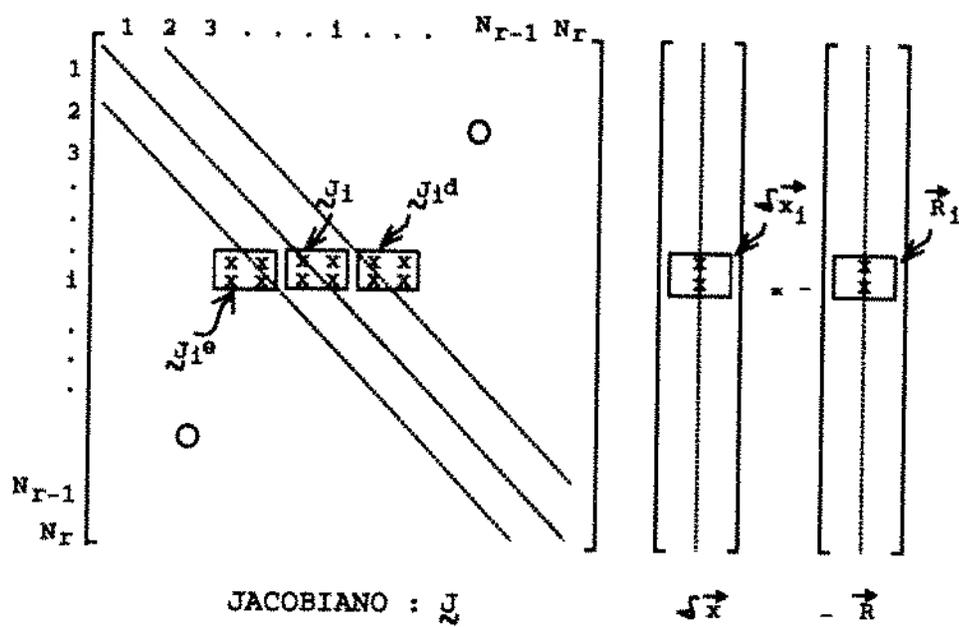


Figura 6 - Estrutura do Jacobiano

$$J_i^e = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial R_{o i}}{\partial P_{o i-1}} \right) & \left(\frac{\partial R_{o i}}{\partial S_{g i-1}} \right) \\ \left(\frac{\partial R_{g i}}{\partial P_{o i-1}} \right) & \left(\frac{\partial R_{g i}}{\partial S_{g i-1}} \right) \end{bmatrix} \quad (111)$$

$$J_i^d = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial R_{o i}}{\partial P_{o i+1}} \right) & \left(\frac{\partial R_{o i}}{\partial S_{g i+1}} \right) \\ \left(\frac{\partial R_{g i}}{\partial P_{o i+1}} \right) & \left(\frac{\partial R_{g i}}{\partial S_{g i+1}} \right) \end{bmatrix} \quad (112)$$

Os elementos dessas matrizes contêm as derivadas dos resíduos em relação às variáveis primárias, P_o e S_g .

Em resumo, os passos para solução do modelo numérico são os seguintes :

- (1) Estima-se X^r e R^r ;
- (2) Constrói-se o Jacobiano : J^r (equações (110) a (112));
- (3) Resolve-se a equação (108) para δX^{r+1} , usando um método adequado para a solução de sistemas lineares ;
- (4) Calcula-se X^{r+1} usando a equação (109) ;
- (5) Verifica-se a convergência em X . Caso não tenha convergido, retorna-se ao passo (1), repetindo o procedimento até obter convergência.

Convergência é atingida quando todos os elementos do vetor δX são menores que uma tolerância especificada.

4.4 PONTO DE BOLHA VARIÁVEL

Durante o período de fluxo do teste, ocorre queda da pressão média no reservatório. Na região mais próxima ao poço, a pressão pode ficar abaixo do ponto de bolha inicial, causando o aparecimento de gás livre. Parte desse gás livre será produzido, caso uma saturação de gás superior à saturação crítica seja alcançada. No decorrer do próprio fluxo - devido ao crescimento da pressão no fundo do poço - e no fechamento, haverá repressurização do reservatório. Essa repressurização faz com que parte ou todo o gás livre entre em solução novamente. Assim, diferentes pressões de bolha surgirão, dependendo do volume de gás disponível em cada parte do reservatório. Portanto, é importante que o simulador numérico para análise de testes em poços não surgentes seja capaz de modelar esse fenômeno.

A modelagem do aparecimento e desaparecimento de fases é um problema complicado para lidar em simuladores totalmente implícitos, tipo "*black-oil*" (FARNSTROM e ERTEKIN, 1987). As duas técnicas mais comumente empregadas são:

- método do pseudogás (AU *et ali.*, 1980) ;
- método da substituição de variáveis (STRIGHT *et ali.*, 1977).

FORSYTH e SAMMON, 1984, descrevem e comparam os dois métodos. Os resultados obtidos após diversos testes indicam que não há, virtualmente, diferença entre as duas técnicas. O método do pseudogás, apesar de ser mais fácil de programar, apresenta maiores erros de balanço de materiais.

Uma forma alternativa para tratar a modelagem do ponto de bolha variável é usada por FANCHI *et ali.*, 1982, e SERRA, 1988, em simuladores IMPES. Essa técnica é descrita a seguir.

Admitindo-se que, em um bloco do reservatório, exista gás livre e óleo com gás em solução, o problema consiste em determinar a pressão em que o gás livre se dissolverá totalmente no óleo. Uma razão de solubilidade máxima do gás, na célula, pode ser estimada a partir dos volumes de gás e óleo presentes no bloco :

$$R_{s \max i}^{n+1} = R_{s i}^n + \frac{S_{g i}^n B_{o i}^n}{(1 - S_{g i}^n) B_{g i}^n} \quad (113)$$

O primeiro termo no lado direito da equação (113) corresponde ao gás inicialmente em solução no óleo presente na célula. O segundo termo relaciona-se ao gás livre no bloco, que entra em solução com o aumento da pressão.

A razão de solubilidade máxima é usada para estimar a nova pressão de bolha no bloco, logo no início do passo de tempo. Com $R_{s \max i}$, entra-se na curva R_s versus P , gerada em condição de subsaturação, obtendo-se P_{bi}^{n+1} (figura 7). Somente no início do passo de tempo seguinte serão calculados novos valores para as pressões de bolha nos blocos.

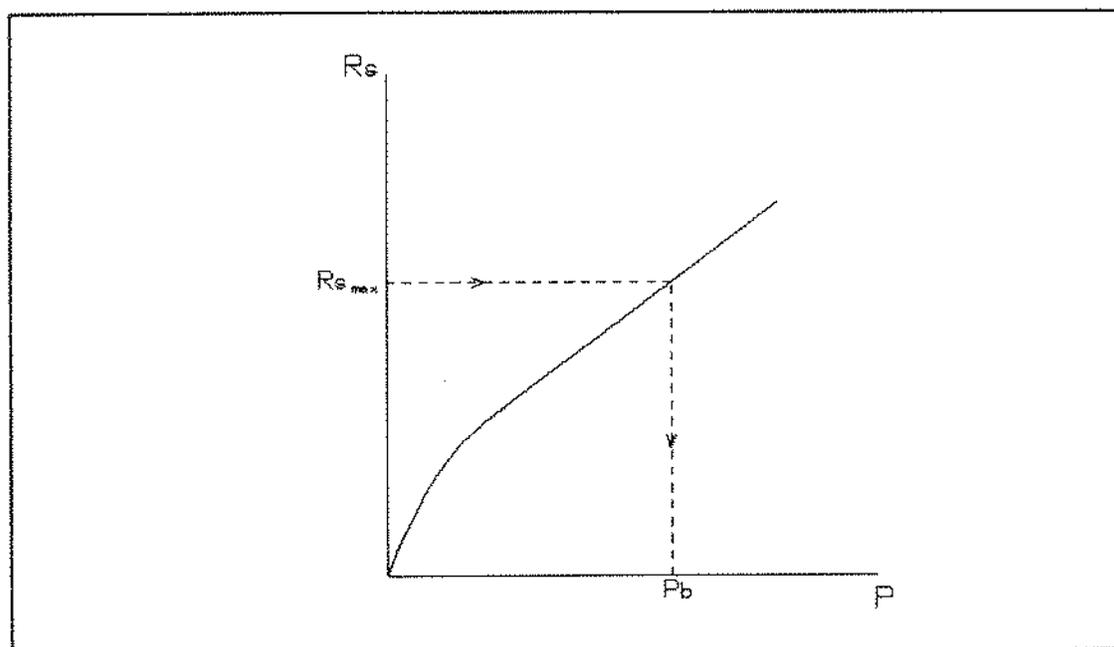


Figura 7 - Obtenção da Pressão de Bolha

A técnica empregada nesse trabalho é uma adaptação da metodologia proposta por FANCHI *et ali.* e SERRA, consistindo em recalcular a pressão de bolha para cada bloco, após a convergência nas variáveis primárias do problema (P_{oi} e S_{gi}). Desta forma, os valores estimados de pressão de bolha são corrigidos e melhores resultados são obtidos. Uma variação da equação (113) é usada para estimar a razão de solubilidade máxima em cada célula após a convergência nas variáveis primárias :

$$R_{v \max i} = R_{S i}^{v+1} + \frac{S_{g i}^{v+1} B_{o i}^{v+1}}{(1 - S_{g i}^{v+1}) B_{g i}^{v+1}} \quad (114)$$

Com $R_{v \max i}$, novos valores de P_{bi} são calculados e comparados com a estimativa feita no início do passo de tempo. Caso haja convergência, considerando-se uma determinada tolerância para a pressão de bolha, parte-se para outro passo de tempo. Caso contrário, o passo de tempo é calculado novamente com P_{bi} , P_{oi} e S_{gi} atualizados.

Embora essa técnica seja mais dispendiosa em termos de processamento computacional, pois exige mais iterações, sua implantação é extremamente simples. Nesse trabalho, em particular, por se usar de um modelo unidimensional para o fluxo no reservatório, o tempo de processamento não é um fator crítico.

Um resumo do procedimento para inclusão do ponto de bolha variável é descrito a seguir :

- (1) Estima-se P_{bi} através da equação (113) ;
- (2) Calcula-se o fluxo no reservatório implicitamente. Após convergência nas variáveis primárias P_{oi} e S_{gi} , calcula-se novos valores para P_{bi} usando a equação (114) ;
- (3) Verifica-se a convergência em P_{bi} para todos os blocos do reservatório. Se houver convergência, segue-se para um novo passo de tempo. Caso contrário, atualiza-se P_{bi} , P_{oi} e S_{gi} e retorna-se ao passo (2).

O procedimento é repetido até a obtenção de convergência em P_{oi} , S_{gi} e P_{bi} para todos os blocos.

CAPÍTULO 5

VERIFICAÇÃO DOS MODELOS DE POÇO E RESERVATÓRIO

Com os modelos numéricos para poço e reservatório apresentados nos capítulos anteriores, foi elaborado um programa computacional para simular os períodos de fluxo e estática iniciais de testes em poços não surgentes.

O desenvolvimento do programa foi feito em três etapas, a saber :

(i) Elaboração de um simulador para o poço, no qual o reservatório foi representado por um índice de produtividade (IP) constante e uma pressão média variável;

(ii) Preparação do simulador para o fluxo no reservatório, considerando-se duas condições no poço : pressão especificada ou vazões de óleo e gás especificadas e iguais a zero ;

(iii) Acoplamento do simulador de poço ao simulador do reservatório, incluindo as adaptações necessárias.

Em todas as fases, foram realizados diversos testes, observando-se principalmente a coerência física dos resultados e os erros de balanço de materiais apresentados. Para verificação do programa computacional, soluções numéricas obtidas foram comparadas com soluções analíticas disponíveis ou com um simulador numérico comercial de eficiência comprovada.

5.1 VERIFICAÇÃO DO SIMULADOR PARA FLUXO NO RESERVATÓRIO

A) CASO MONOFÁSICO :

O modelo numérico do reservatório foi comparado com uma solução analítica da Equação da Difusividade para fluxo radial, condição de contorno interno de Dirichlet e fronteira externa selada. A solução analítica deste problema encontra-se no apêndice C. Os seguintes dados foram usados (uma tabela de conversão de unidades do sistema inglês para o Sistema Internacional é apresentada no apêndice F) :

Características do reservatório :

- porosidade : $\phi = 0,20$ (constante)
- permeabilidade : $K = 100$ mD
- raio externo : $r_e = 2000$ ft
- raio interno : $r_w = 0,328$ ft
- espessura : $h = 65,62$ ft
- efeito de película ("*skin*") : $S = 0$

Características do fluido :

- viscosidade : $\mu = 1$ cp (constante)
- compressibilidade : $C = 2,32 \times 10^{-5}$ 1/psi (constante)

Outros dados :

- pressão inicial do reservatório : $P_i = 4000$ psi
- pressão de fluxo : $P_{wf} = 2750$ psi
- número de blocos para simulação : 40
- tempo de fluxo : 800 dias

Os resultados dos modelos numérico e analítico para vazão adimensional versus tempo adimensional encontram-se na figura 8. A distribuição de pressão adimensional ao longo do raio adimensional do reservatório, para tempos adimensionais distintos, está na figura 9. As definições das variáveis adimensionais estão no apêndice C.

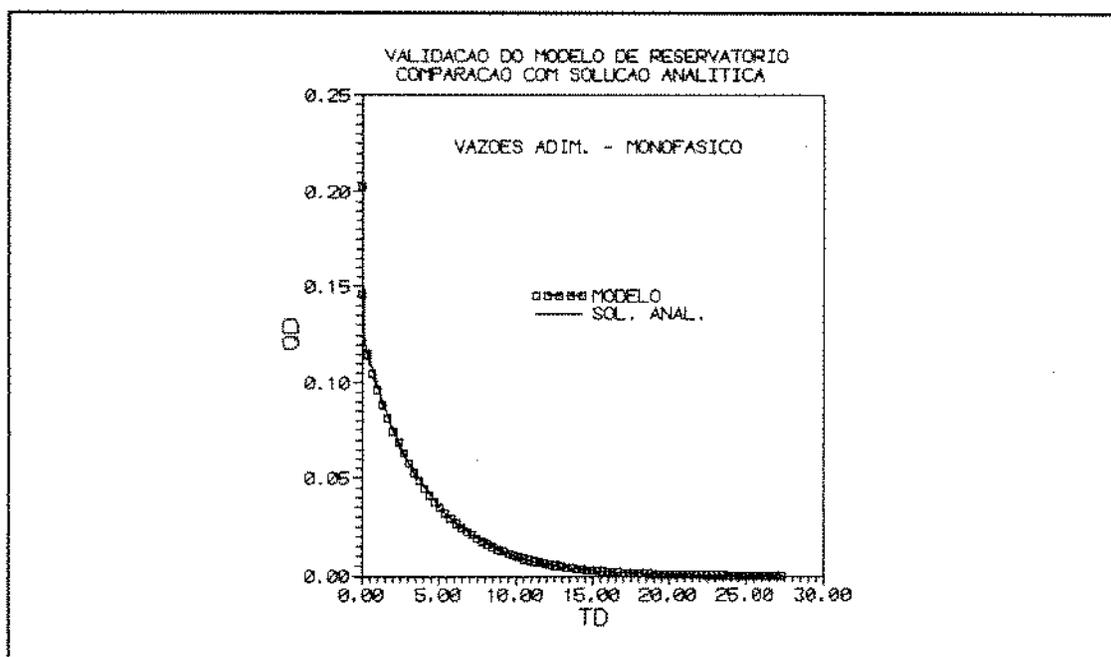


Figura 8 - Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Monofásico) : $Q_D \times t_D$

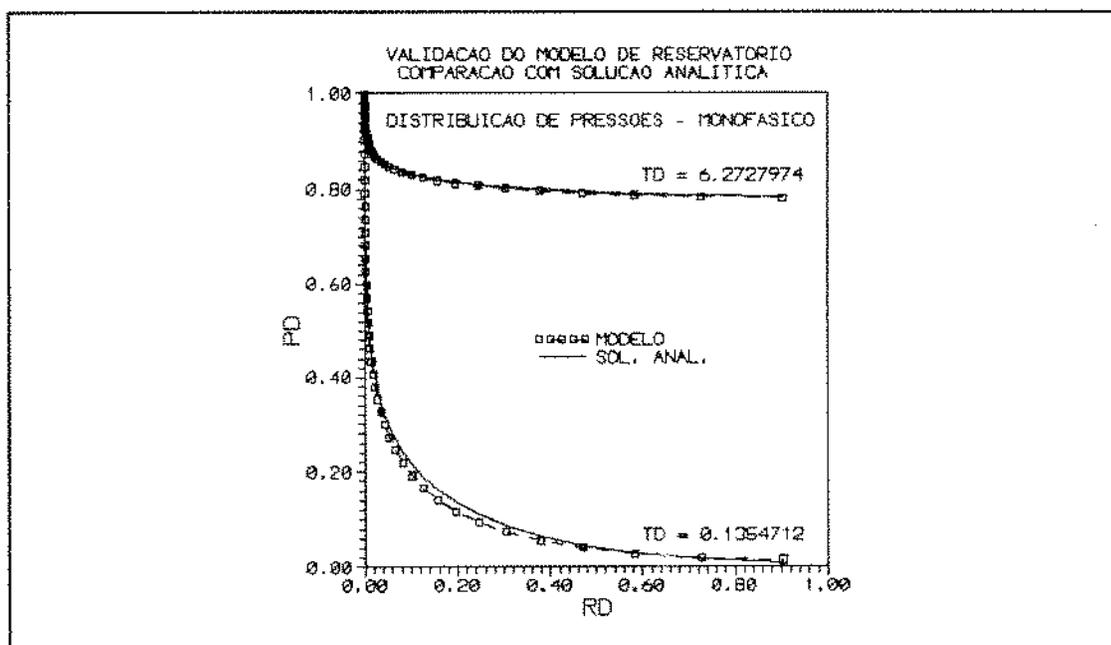


Figura 9 - Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Monofásico) : $P_D \times r_D$

As respostas do modelo numérico para o reservatório se ajustam bem à solução analítica para o caso monofásico.

B) CASO BIFÁSICO (GÁS-ÓLEO) :

O simulador numérico para o fluxo radial no reservatório foi comparado com o simulador comercial IMEX, da CMG. Nesse caso, tentou-se reproduzir, aproximadamente, as condições de um teste em poço não surgente : simulou-se primeiramente um fluxo com pressão especificada constante e depois uma estática (vazões de óleo e gás iguais a zero). Este teste permitiu a verificação do modelo de ponto de bolha variável utilizado - o simulador IMEX emprega o método da substituição de variáveis -, uma vez que ocorre uma situação de repressurização do reservatório durante o fechamento.

Os seguintes dados foram empregados :

Características do reservatório :

- porosidade : $\phi = 0,20 @ 2750 \text{ psi}$
- compressibilidade da rocha : $C_r = 5 \times 10^{-6} \text{ 1/psi}$ (constante)
- permeabilidade : $K = 1000 \text{ mD}$
- raio externo : $r_e = 5000 \text{ ft}$
- raio interno : $r_w = 0,328 \text{ ft}$
- espessura : $h = 15 \text{ ft}$
- "skin" : $S = 0,5$

Características do fluido :

- variação da viscosidade do óleo acima da pressão de saturação :
 $d\mu_o/dP = 4,6 \times 10^{-5} \text{ cp/psi}$
- variação do fator volume do óleo acima da pressão de saturação :
 $dB_o/dP = -2,32 \times 10^{-5} \text{ 1/psi}$
- dados PVT (tabelas I e II)

Tabela I - Dados PVT do Óleo

P(psi)	μ_o (cp)	B_o (adim.)	R_s (scf/stb)
0	1,0400	1,0620	1,0
250	0,9750	1,1500	90,5
500	0,9100	1,2070	180,0
1000	0,8300	1,2950	371,0
2000	0,6950	1,4350	636,0
2500	0,6410	1,5000	775,0
2750	0,6175	1,5325	852,5
3000	0,5940	1,5650	930,0
4000	0,5000	1,6950	1240,0

Tabela II - Dados PVT do Gás

P(psi)	μ_g (cp)	B_g (adim.)
0	0,0080	0,935800
200	0,0096	0,067902
500	0,0112	0,035228
1000	0,0140	0,017951
2000	0,0189	0,009063
2500	0,0208	0,007266
3000	0,0228	0,006064
4000	0,0268	0,004554

Interação rocha-fluido :

- permeabilidade relativa e pressão capilar (tabela III)

Tabela III - Dados de Interação Rocha-Fluido

S_g	K_{ro}	K_{rg}	$P_{cgo}(\text{psi})$
0,00	1,00	0,0	0,0
0,04	0,60	0,0	0,0
0,10	0,33	0,022	0,0
0,20	0,10	0,10	0,0
0,30	0,02	0,24	0,0
0,40	0,0	0,34	0,0
0,50	0,0	0,42	0,0
0,60	0,0	0,50	0,0
0,70	0,0	0,8125	0,0
0,78	0,0	1,0	0,0
1,00	0,0	1,0	0,0

Outros dados :

- pressão inicial do reservatório : $P_i = 2750$ psi
- saturação de gás inicial no reservatório : $S_{gi} = 0,0$
- pressão de fluxo : $P_{wf} = 100$ psi (constante)
- número de blocos para simulação : 10
- tempo de fluxo : 0,5 dias
- tempo de estática : 0,5 dias

As seguintes variáveis foram comparadas :

- variação da vazão de óleo em função do tempo ;
- variação da razão gás-óleo de produção (RGO) em função do tempo ;
- distribuição de pressões no reservatório ao final do período de fluxo e ao final do fechamento ;
- distribuição de saturações de gás no reservatório ao final do período de fluxo e ao final do fechamento ;

- comportamento da pressão na célula 1 em função do tempo ;
- comportamento da saturação de gás na célula 1 em função do tempo.

Os resultados obtidos encontram-se nas figuras 10 a 17. Todos os gráficos apresentam muito boa concordância, validando a técnica empregada para cálculo do ponto de bolha variável e o simulador desenvolvido para o fluxo radial bifásico no reservatório.

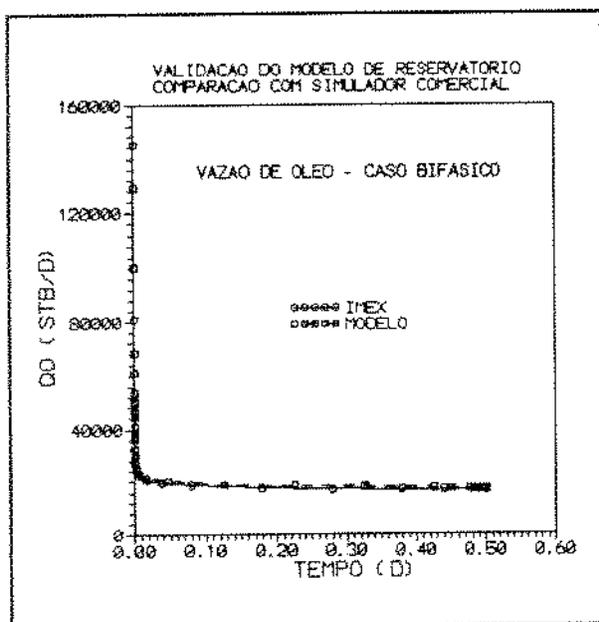


Figura 10 - Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico): $Q_o \times t$

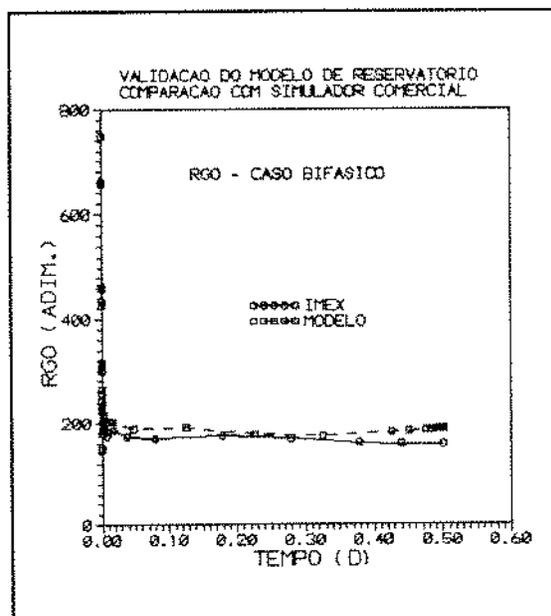


Figura 11 - Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico): $RGO \times t$

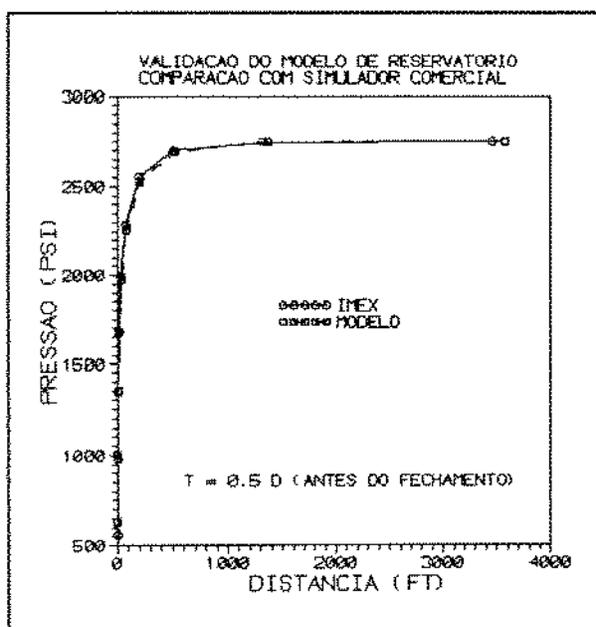


Figura 12 - Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico): $P \times r$ (0,5 d)

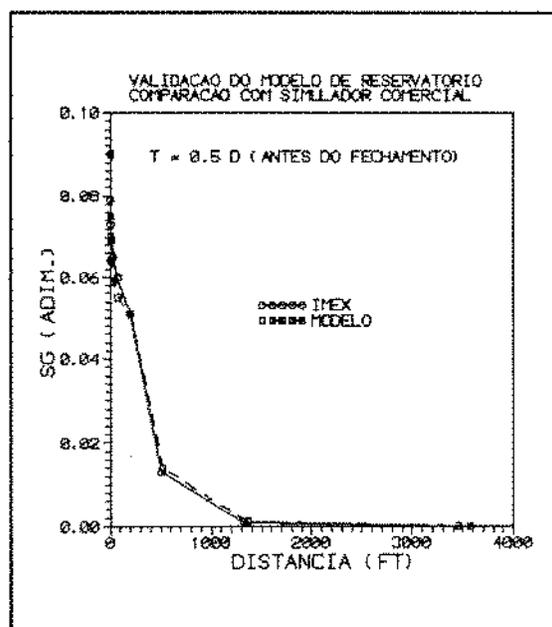


Figura 13 - Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico): $S_g \times r$ (0,5 d)

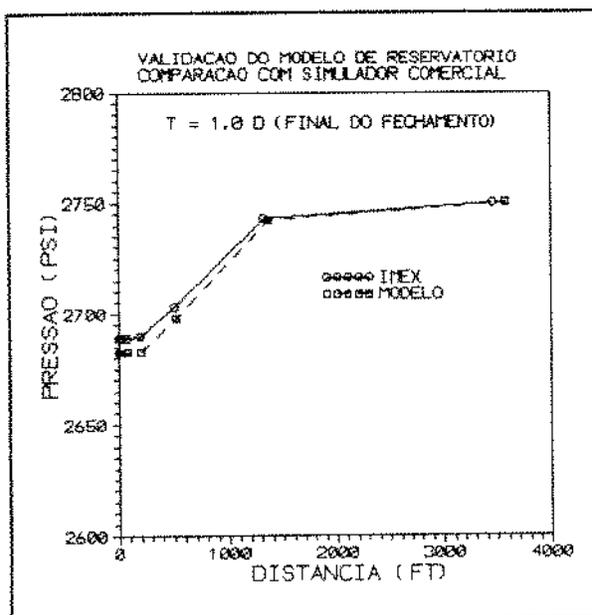


Figura 14 - Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico): $P \times r$ (1,0 d)

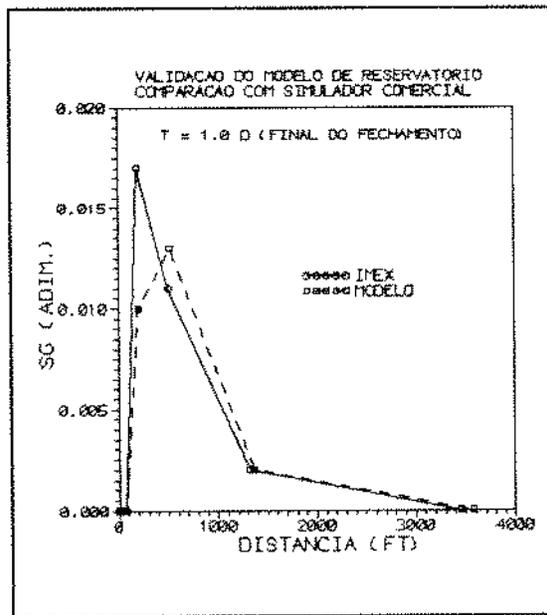


Figura 15 - Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico): $S_g \times r$ (1,0 d)

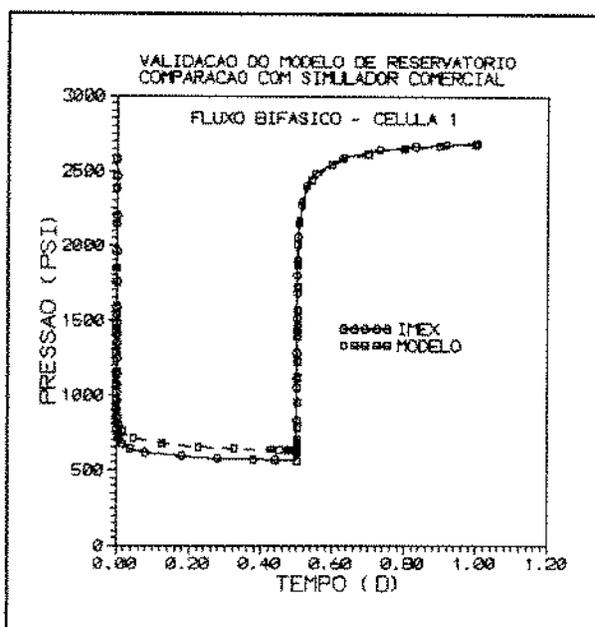


Figura 16 - Verificação do Modelo de Reservatório (Caso Bifásico): $P \times t$ (cél. 1)

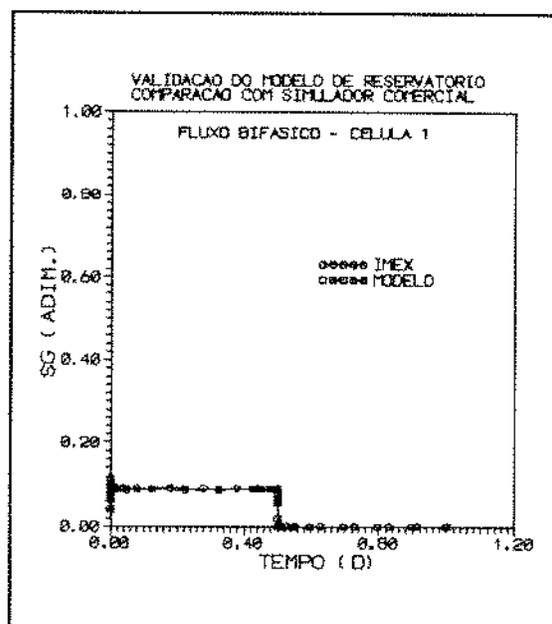


Figura 17 - Verificação do Modelo de Reserv. (Caso Bifásico): $S_g \times t$ (cél.1)

5.2 VERIFICAÇÃO DO MODELO ACOPLADO PARA FLUXO MONOFÁSICO

Para o teste "slug" - período de fluxo -, existem soluções analíticas que consideram somente efeitos gravitacionais (RAMEY, AGARWAL e MARTIN, 1975 - ver apêndice D) e efeitos gravitacionais e inerciais (SALDANA, 1983 - ver apêndice E).

Na validação do modelo acoplado (poço-reservatório), foram usados os dados do sistema de referência publicado por SALDANA, que são reproduzidos abaixo :

Dados do reservatório :

- porosidade : $\phi = 0,20$ (constante)
- permeabilidade : $K = 100$ mD
- espessura : $h = 150$ ft

- raio externo : infinito
- raio interno : 0,25 ft
- compressibilidade total : $C_t = 1 \times 10^{-5}$ 1/psi
- pressão inicial : $P_i = 4480$ psi

Dados do fluido :

- massa específica : $\rho = 63,46$ lbm/ft³
- viscosidade : $\mu = 1$ cp

Dados do poço :

- diâmetro da coluna : $d = 0,334$ ft
- rugosidade relativa da coluna : $\epsilon = 0,0001$
- comprimento do colchão : $L = 2000$ ft

De acordo com SALDANA, o conjunto de dados de referência apresentado poderia representar um sistema contendo óleo pesado de baixa viscosidade ou um reservatório de água com um poço anormalmente profundo. Enfim, não são necessariamente valores encontrados na prática.

Para simulação, foram consideradas 160 células no poço, de comprimento constante e igual a 80 ft, e 40 blocos no reservatório. Esse comprimento elevado para o poço constitui uma adaptação dos dados do sistema de referência, de forma a evitar que o poço seja surgente. O reservatório em questão apresenta pressão inicial alta, e só não ocorrerá produção de fluidos na superfície se o poço for suficientemente profundo, de forma que a coluna de líquido produzido o amortença. O modelo desenvolvido por SALDANA não leva em conta o comprimento do poço.

As variáveis adimensionais usadas são definidas nos apêndices D e E.

O modelo numérico-computacional elaborado foi comparado com as duas soluções analíticas para fluxo monofásico e os resultados são descritos a seguir:

A) EFEITOS GRAVITACIONAIS :

O gráfico obtido para pressão adimensional versus o parâmetro adimensional t_D/C_D é mostrado na figura 18, onde t_D é o tempo adimensional (ver equação D.8) e C_D é o coeficiente de estocagem adimensionalizado (equação D.11). Observa-se um ajuste perfeito entre as soluções numérica e analítica.

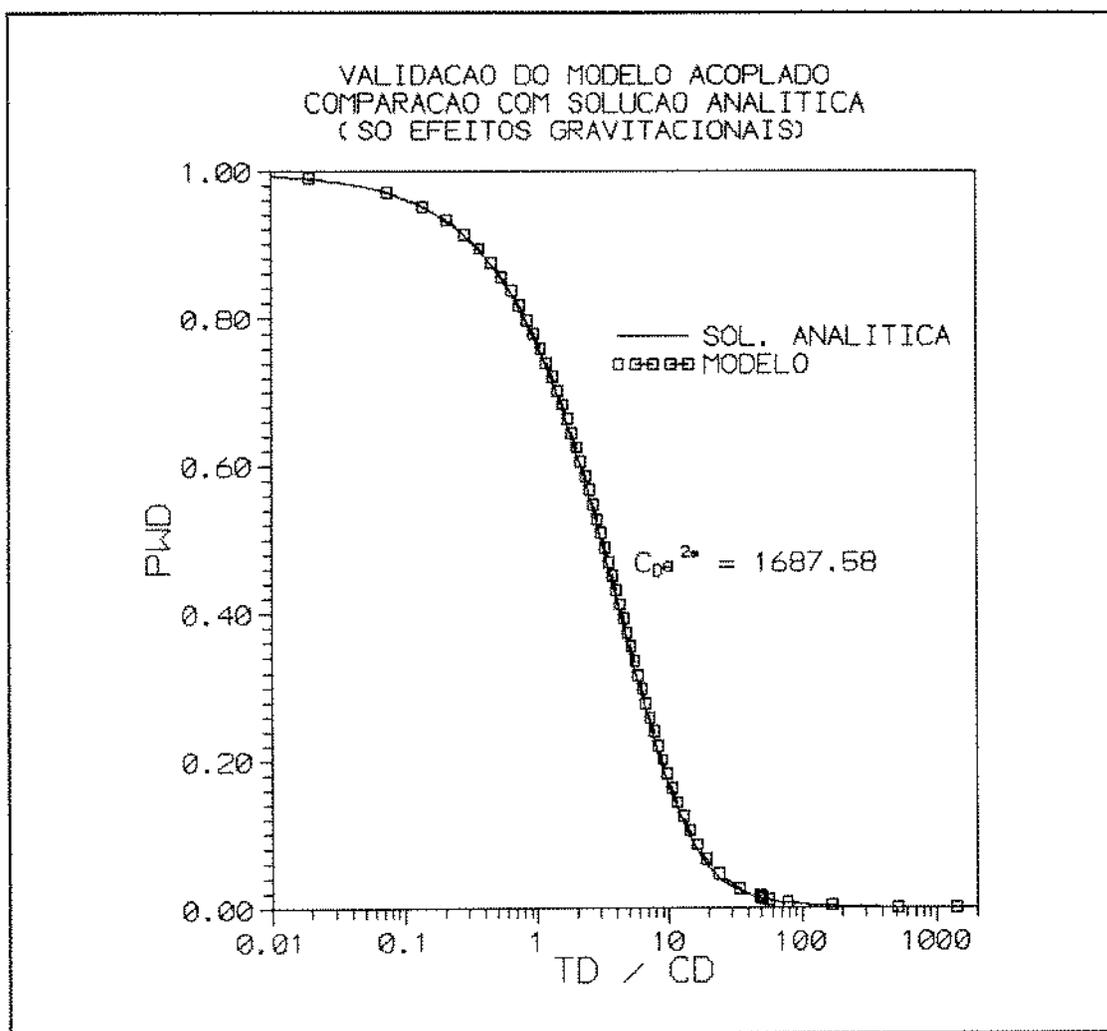


Figura 18 - Verificação do Modelo Acoplado (Efeitos Gravitacionais)

B) EFEITOS GRAVITACIONAIS E INERCIAIS :

O resultado obtido para essa comparação está na figura 19. A solução numérica conseguiu captar a evolução no comportamento da pressão adimensional causado pelos efeitos inerciais, embora ocorrendo um desvio, com relação à solução analítica, para tempos curtos. Atribui-se esse desvio à hipótese de estados estacionários sucessivos. Observe-se que essa diferença em termos de tempo real é desprezível. À medida que os efeitos gravitacionais passam a predominar (t_D/C_D maior que 2, ou seja, para tempos maiores que 58 segundos), as duas soluções passam a ser essencialmente iguais. O ajuste

conseguido permite afirmar que a solução numérica é uma boa aproximação para a solução analítica, sendo capaz de estimar a magnitude dos efeitos inerciais.

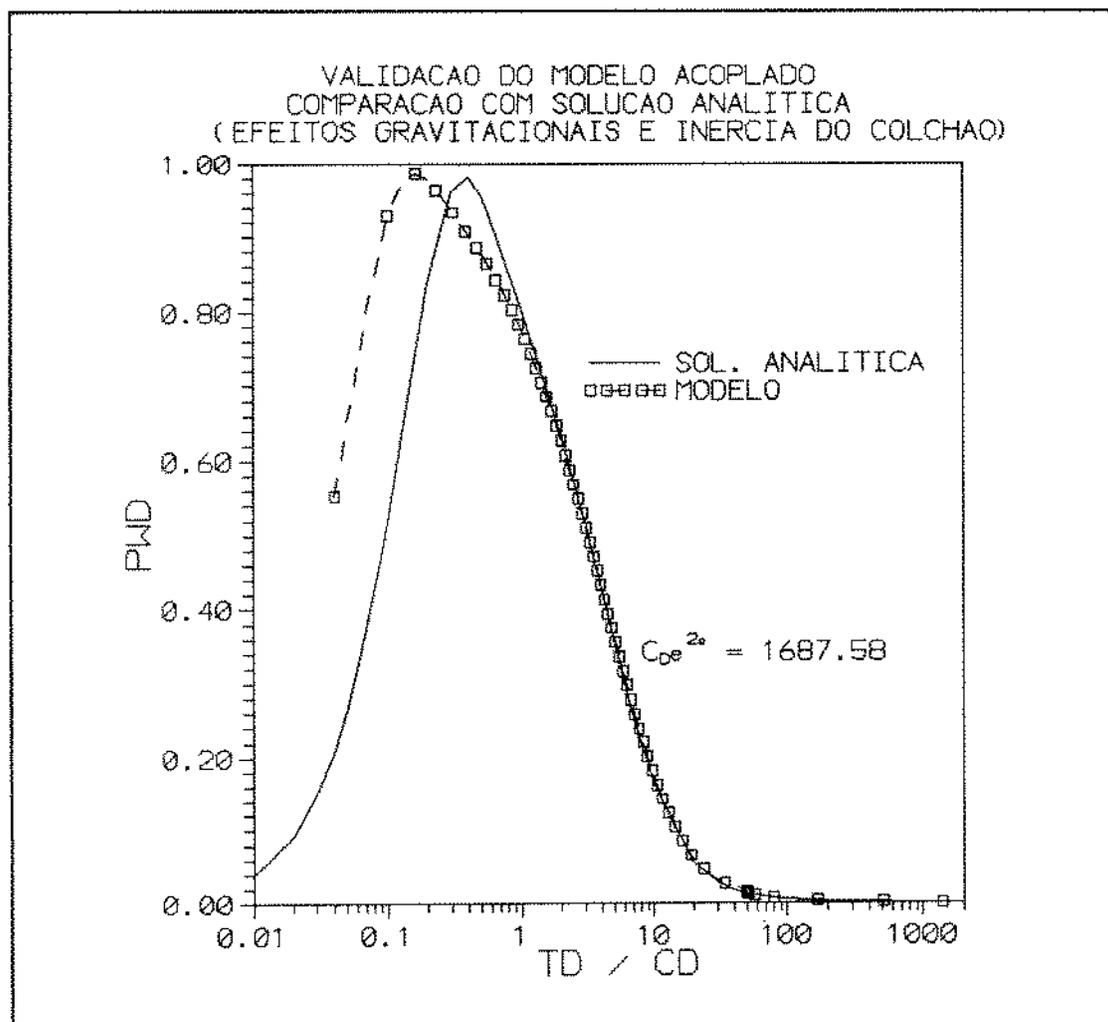


Figura 19 - Verificação do Modelo Acoplado (Efeitos Gravitacionais e Inerciais)

Como houve concordância satisfatória entre o modelo e as soluções disponíveis em todos os testes para verificação, pode-se concluir que o modelo numérico-computacional está validado para o fluxo monofásico. O bom desempenho do programa desenvolvido aumenta a confiança nos resultados e conclusões deste trabalho.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS

Nesse capítulo, o simulador desenvolvido é utilizado para estudar três casos monofásicos e dois bifásicos. Uma análise de sensibilidade a diversos parâmetros do sistema poço-reservatório é realizada a partir de um caso monofásico. Os resultados obtidos para os períodos de fluxo dos exemplos monofásicos são comparados com a solução clássica analítica para o teste "*slug*" (RAMEY, AGARWAL e MARTIN, 1975), de forma a avaliar, principalmente, a importância dos efeitos inerciais, de fricção e de compressibilidade do fluido no poço nas respostas do teste. Os critérios sugeridos por SALDANA, 1983, para estimar a magnitude dos efeitos inerciais e de atrito durante um teste "*slug*" são examinados.

Os efeitos do fluxo bifásico, supondo-se ausência de escorregamento entre as fases no poço, são analisados para os dois exemplos apresentados.

Comentários a respeito do desempenho computacional do simulador aparecem ao final do capítulo.

6.1 SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO MONOFÁSICO

6.1.1 CASO MONOFÁSICO 1:

Nesse exemplo, os seguintes dados foram usados :

Parâmetros do reservatório :

- porosidade : $\phi = 0,26 @ P = 2886,8 \text{ psi}$;
- permeabilidade : $K = 60 \text{ mD}$;
- espessura : $h = 13,1234 \text{ ft}$;
- raio externo : $r_e = 1640,42 \text{ ft}$;
- raio interno : $r_w = 0,5085 \text{ ft}$;
- compressibilidade da rocha : $C_r = 3,3 \times 10^{-6} \text{ 1/psi}$;
- pressão inicial : $P_i = 2886,8 \text{ psi}$;
- efeito de película ("skin") : $S = 0$;
- número de blocos : $N_R = 20$.

Parâmetros do poço :

- diâmetro da coluna : $d = 0,3982 \text{ ft}$;
- rugosidade relativa da coluna : $\epsilon = 0,0006$;
- número de células no poço : 180 ;
- número de células ocupadas pelo colchão : 50 ($L_{col} = 3000 \text{ ft}$) ;
- comprimento de cada célula : $\Delta Z = 60 \text{ ft}$;
- volume da câmara de estocagem : $V_{câm} = 10,66 \text{ ft}^3$.

Parâmetros dos fluidos :

- colchão :

- massa específica : $\rho = 62,4 \text{ lbm/ft}^3$ (constante) ;
- viscosidade : $\mu = 1 \text{ cp}$ (constante) .

- óleo morto :

- grau API = 35,76 ;
- $B_{oi} = 0,9950$;
- $dB_o/dP = - 2,32 \times 10^{-5} \text{ 1/psi}$ (constante) ;
- $\mu_{oi} = 0,8626 \text{ cp}$;

- $d\mu/dP = 4,60 \times 10^{-5}$ cp/psi (constante).

Note-se que a compressibilidade do óleo é variável.

Os resultados obtidos estão nas figuras 20 a 25.

Na figura 20, observa-se o comportamento da pressão de fundo durante os períodos de fluxo e estática. O perfil mostrado é típico de um poço não surgente de alta produtividade.

O efeito da aceleração inercial do colchão sobre a pressão de fundo aparece na figura 21. Percebe-se um acréscimo de pressão no fundo da ordem de 4 psi para colocar em movimento o colchão inicialmente estático. No início, uma breve oscilação é notada, chegando a ocorrer alívio da pressão de fundo, devido à rápida queda da vazão do reservatório. Em pouquíssimo tempo (aproximadamente 200 segundos), o efeito da aceleração inercial do colchão torna-se desprezível.

Na figura 22, está registrado o acréscimo de pressão de fluxo necessário para vencer o atrito do colchão e dos fluidos produzidos com a parede da tubulação. A perda de carga por fricção no colchão decai rapidamente, acompanhando a queda de vazão do reservatório (ver figura 24), como era esperado. Por outro lado, a queda de pressão devido ao atrito na região com óleo mostra um comportamento interessante : apesar das elevadas vazões iniciais, seu valor é pequeno no começo do período de fluxo, pois o volume de fluido produzido e acumulado no poço é pequeno ; durante um certo tempo, à medida que o volume acumulado cresce, aumenta a perda de carga nesse domínio, a despeito da redução da vazão. Entretanto, a partir de determinado momento, a queda da vazão prevalece e o efeito do atrito tende a desaparecer.

O aumento de pressão no fundo resultante da soma dos efeitos inerciais e de fricção está registrado na figura 23. Percebe-se que esses efeitos são mais importantes nos instantes iniciais do fluxo. Para o caso estudado, o acréscimo máximo de pressão representa menos que 0,8 % da pressão hidrostática do colchão.

Na figura 24, mostra-se o comportamento da vazão de óleo durante o teste. Devido à grande variação da vazão, o método de Horner simplificado - que supõe vazão constante durante o período de fluxo - não deve ser empregado para interpretação do período de estática.

Uma comparação da resposta do modelo com a solução clássica analítica do teste "slug" é apresentada na figura 25. Para este exemplo, a solução analítica modela com

boa precisão os fenômenos de fluxo do sistema poço-reservatório. Portanto, para o caso estudado, os efeitos inerciais, de fricção e de compressibilidade do fluido na coluna não são significativos quando comparados aos efeitos gravitacionais.

Em seu trabalho, SALDANA (1983) estabeleceu os seguintes critérios para avaliação da magnitude dos efeitos inerciais e de fricção no poço :

a) Efeitos inerciais são desprezíveis se

$$\sqrt{\frac{P_i}{\rho}} \frac{\rho}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} \frac{K h}{\mu} < 14,92 \cdot 10^7 \quad (115)$$

b) Efeitos de fricção são desprezíveis se

$$\frac{P_i}{\rho} \frac{\mu_p}{\left(\frac{d}{2}\right)^4} \frac{K h}{\mu} < 4,09 \cdot 10^9 \quad (116)$$

onde μ_p é a viscosidade média do fluido no poço.

Ambas as expressões estão em unidades do sistema ingles (ou unidades de campo). Esses critérios consideram as hipóteses de colchão inicial grande, fator de fricção avaliado em regime laminar e incompressibilidade dos fluidos no poço.

Para esse exemplo, as duas relações são atendidas e, de fato, como foi verificado, os efeitos inerciais e de fricção são desprezíveis.

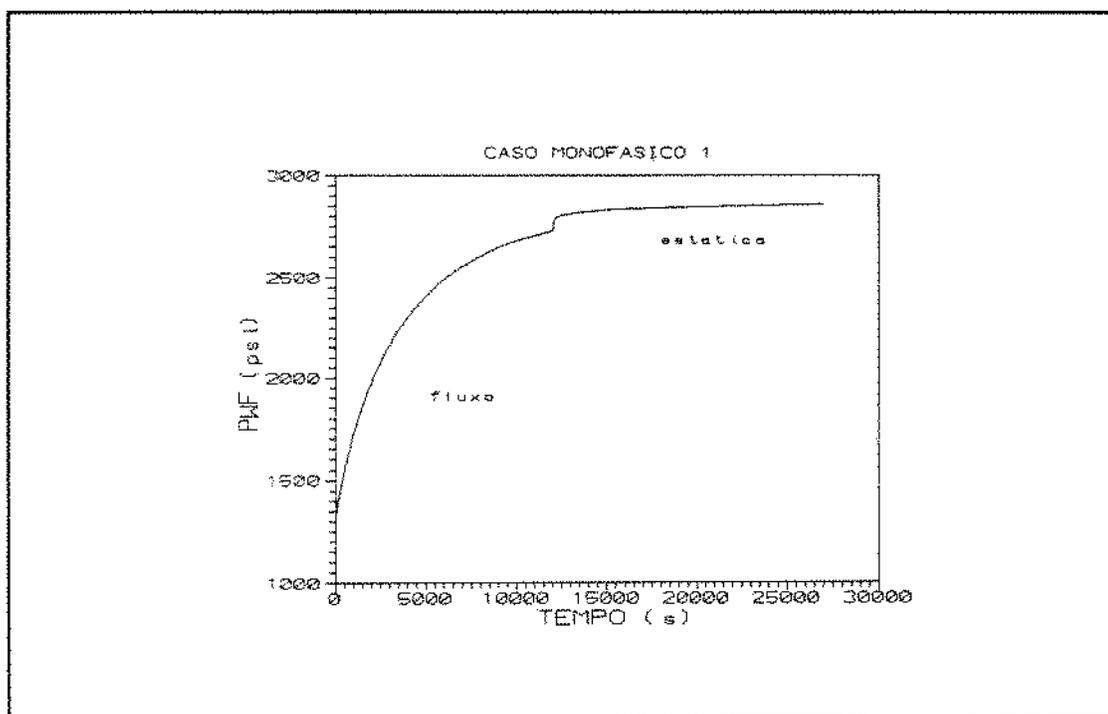


Figura 20 - Caso Monofásico 1 - Pressão de Fundo

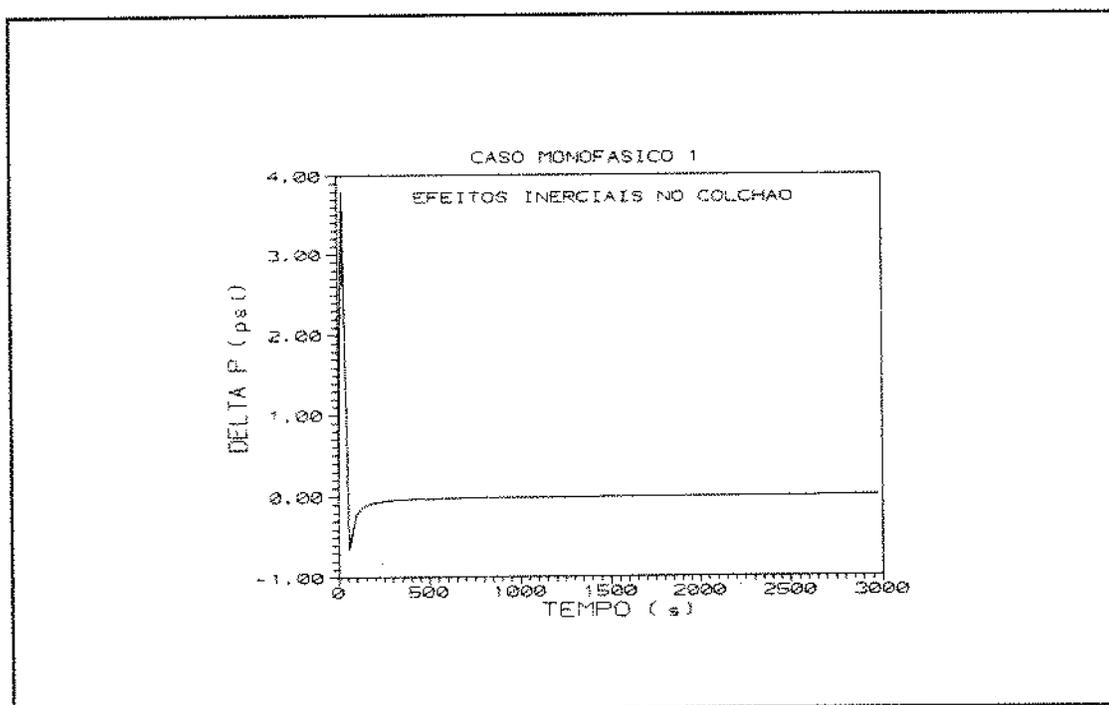


Figura 21 - Caso Monofásico 1 - Efeitos Inerciais no Colchão

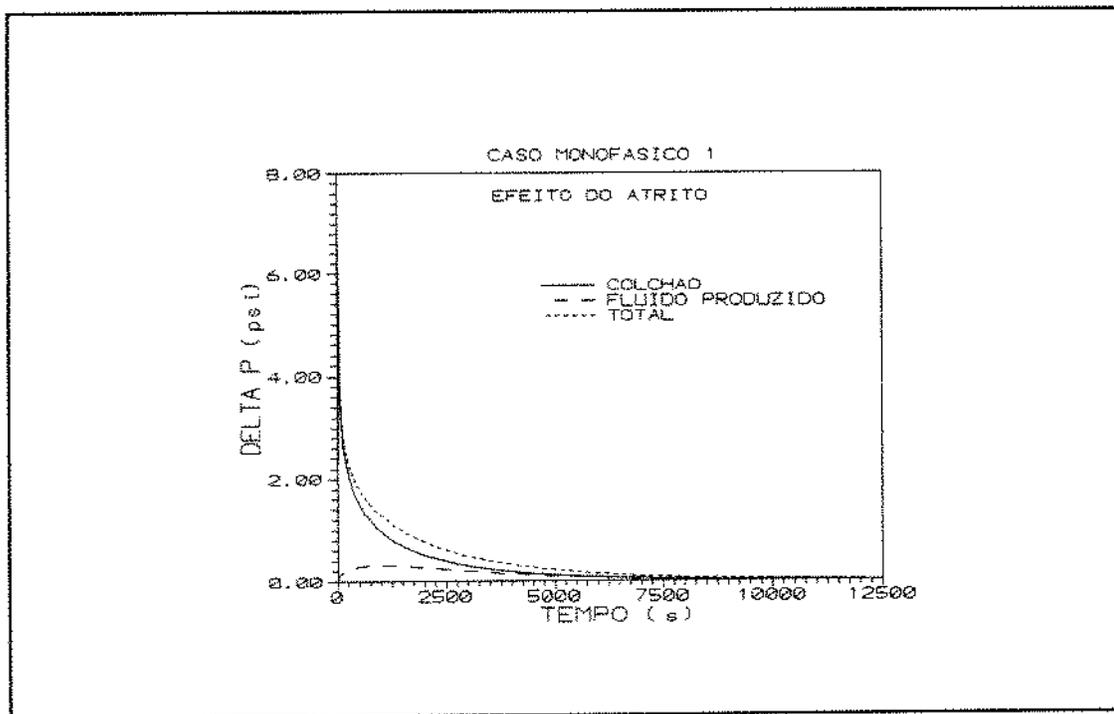


Figura 22 - Caso Monofásico 1 - Efeito do Atrito

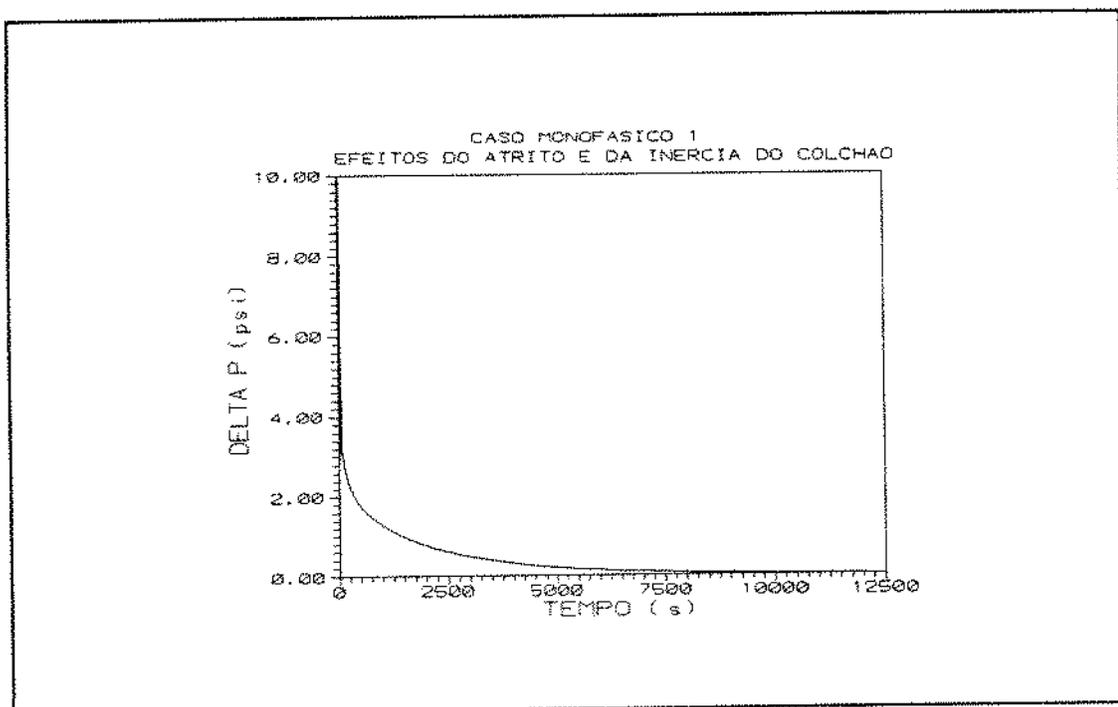


Figura 23 - Caso Monofásico 1 - Efeitos do Atrito e da Inércia do Colchão

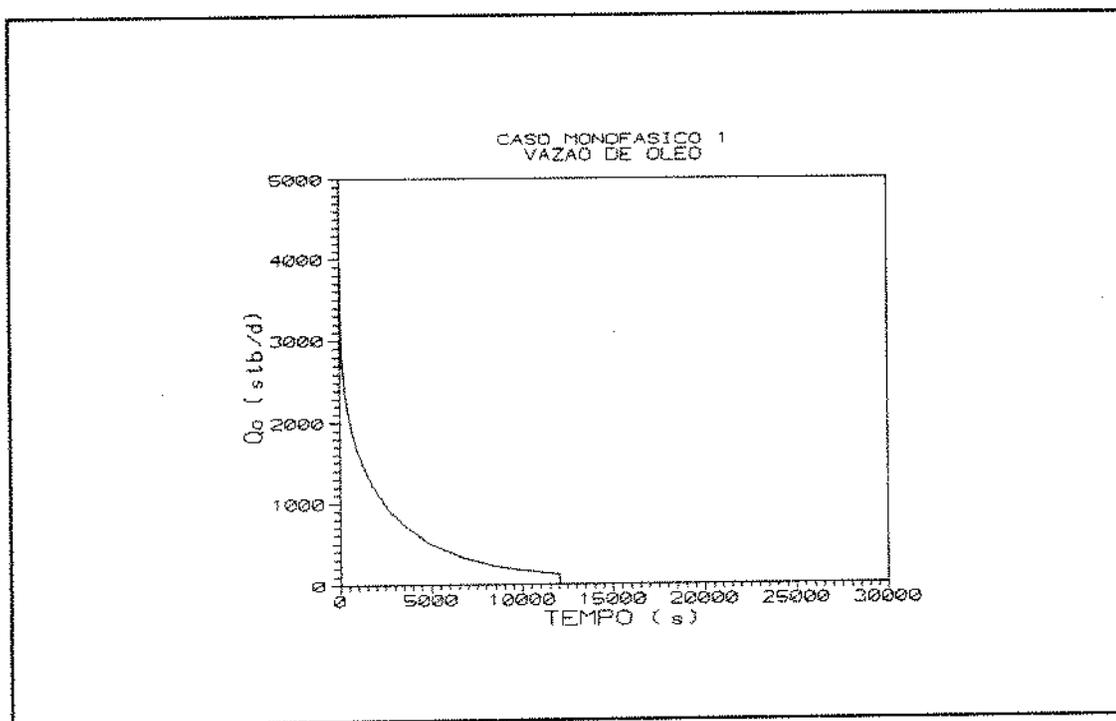


Figura 24 - Caso Monofásico 1 - Vazão de Óleo

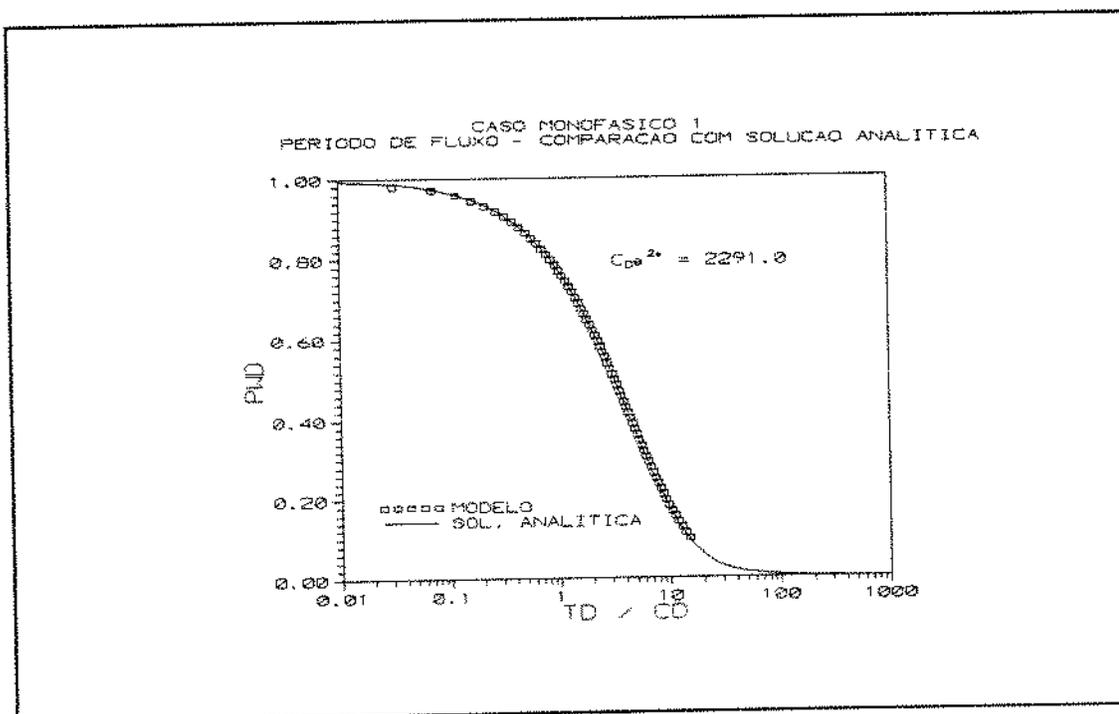


Figura 25 - Caso Monofásico 1 - Comparação com Solução Analítica

6.1.2 CASO MONOFÁSICO 2 :

Para esse caso, os seguintes dados foram empregados :

Parâmetros do reservatório :

- porosidade : $\phi = 0,26 @ P = 2750,0 \text{ psi}$;
- permeabilidade : $K = 60 \text{ mD}$;
- espessura : $h = 13,1234 \text{ ft}$;
- raio externo : $r_e = 1640,42 \text{ ft}$;
- raio interno : $r_w = 0,5085 \text{ ft}$;
- compressibilidade da rocha : $C_r = 3,3 \times 10^{-6} \text{ 1/psi}$;
- pressão inicial : $P_i = 2750,0 \text{ psi}$;
- "skin" : $S = 0$;
- número de blocos : $N_R = 20$.

Parâmetros do poço :

- diâmetro da coluna : $d = 0,3982 \text{ ft}$;
- rugosidade relativa da coluna : $\epsilon = 0,0006$;
- número de células no poço : 160 ;
- número de células ocupadas pelo colchão : 30 ($L_{col} = 1500 \text{ ft}$) ;
- comprimento de cada célula : $\Delta Z = 50 \text{ ft}$;
- volume da câmara de estocagem : $V_{cam} = 10,66 \text{ ft}^3$.

Parâmetros dos fluidos :

- colchão :

- massa específica : $\rho = 62,4 \text{ lbm/ft}^3$ (constante) ;
- viscosidade : $\mu = 1 \text{ cp}$ (constante) .

- óleo morto :

- grau API = 25,0 ;
- $B_{oi} = 0,9982$;
- $dB_o/dP = - 2,32 \times 10^{-5} \text{ 1/psi}$ (constante) ;
- $\mu_{oi} = 10,9826 \text{ cp}$;
- $d\mu_o/dP = 4,60 \times 10^{-5} \text{ cp/psi}$ (constante).

Portanto, nesse exemplo existe um óleo mais "pesado" e mais viscoso no reservatório. A pressão inicial é mais baixa e o poço é mais raso que no caso anterior. O colchão possui a metade do comprimento daquele usado no caso monofásico 1.

Os resultados do caso monofásico 2 estão nas figuras 26 a 31.

O comportamento da pressão de fundo durante o teste é mostrado na figura 26. A curva obtida caracteriza um poço não surgente de baixa produtividade.

Apesar da forma da curva referente à contribuição da aceleração inercial do colchão - figura 27 - ser semelhante à do caso monofásico 1, os valores absolutos são bastante inferiores. Isso é explicado pela menor produtividade do reservatório (ver figura 30) e pelo menor comprimento do colchão.

A figura 28 representa o efeito da fricção na pressão de fundo. Novamente, o aspecto das curvas é semelhante ao do caso monofásico 1, porém com valores absolutos inferiores. A menor produtividade do reservatório explica os resultados.

Na figura 29, mostra-se a contribuição dos efeitos inerciais e de fricção em conjunto. Nesse exemplo, o acréscimo máximo de pressão equivale a 0,01 % da pressão hidrostática do colchão.

O comportamento da vazão está na figura 30. A maior viscosidade do óleo justifica a redução da produtividade em relação ao caso monofásico 1.

Na figura 31, é feita uma comparação com a solução analítica clássica para o período de fluxo. Outra vez os efeitos inerciais, de atrito e de compressibilidade dos fluidos no poço são desprezíveis em relação aos efeitos gravitacionais. Esse resultado também poderia ser previsto aplicando-se os critérios sugeridos por SALDANA.

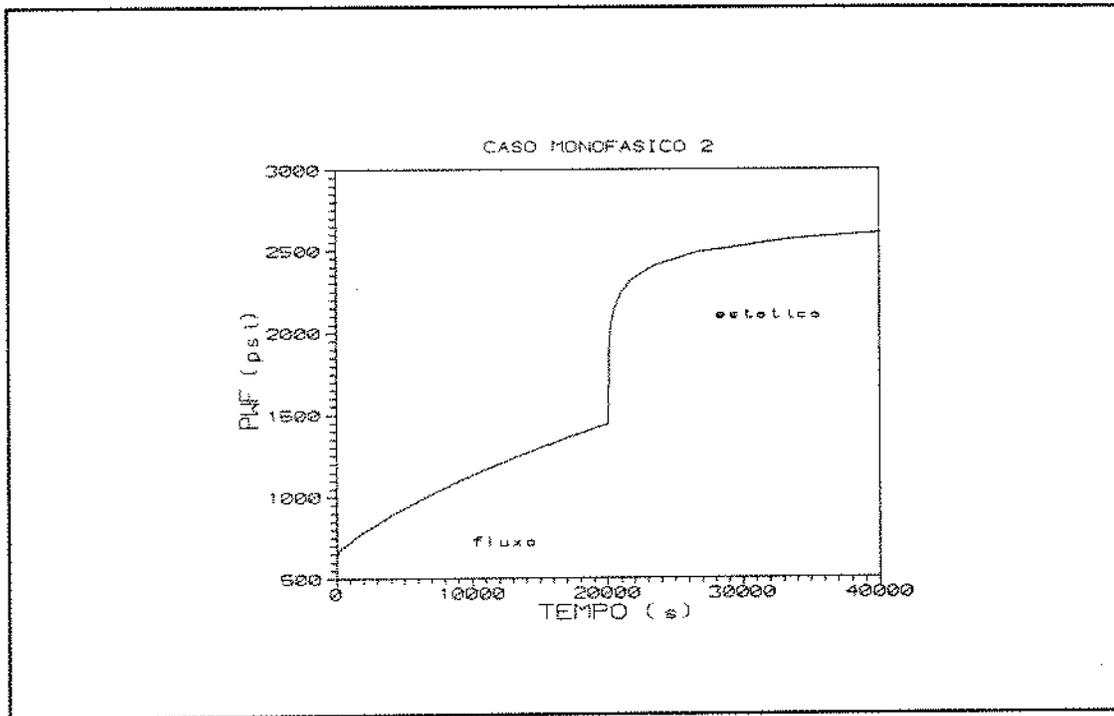


Figura 26 - Caso Monofásico 2 - Pressão de Fundo

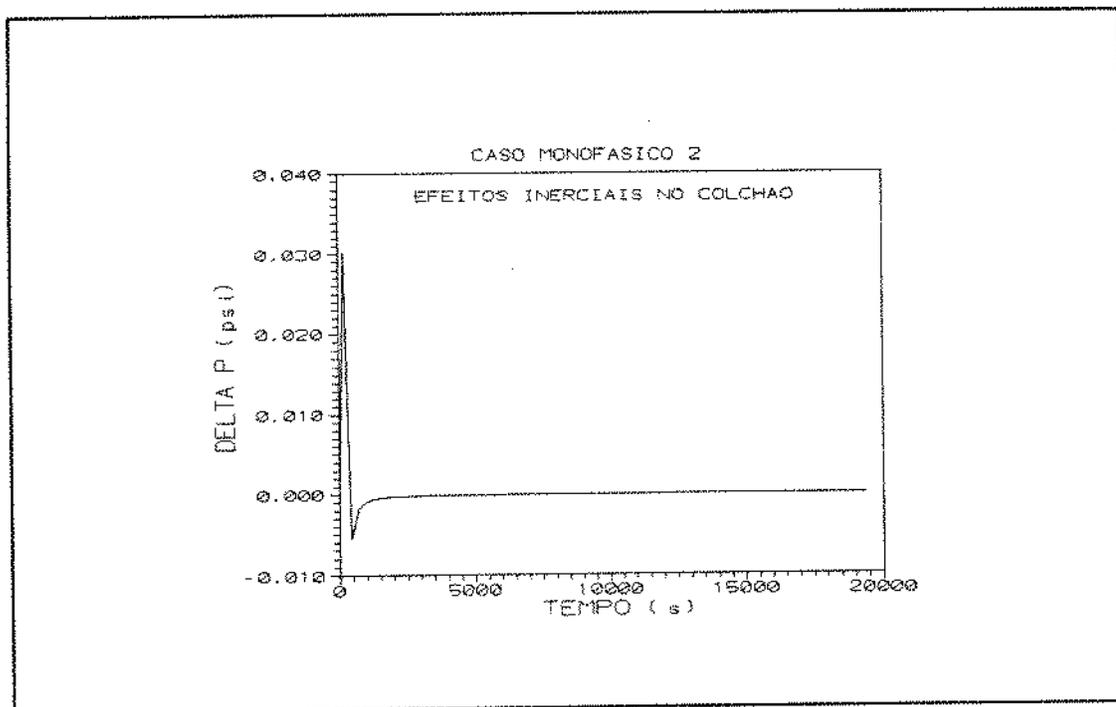


Figura 27 - Caso Monofásico 2 - Efeitos Inerciais no Colchão

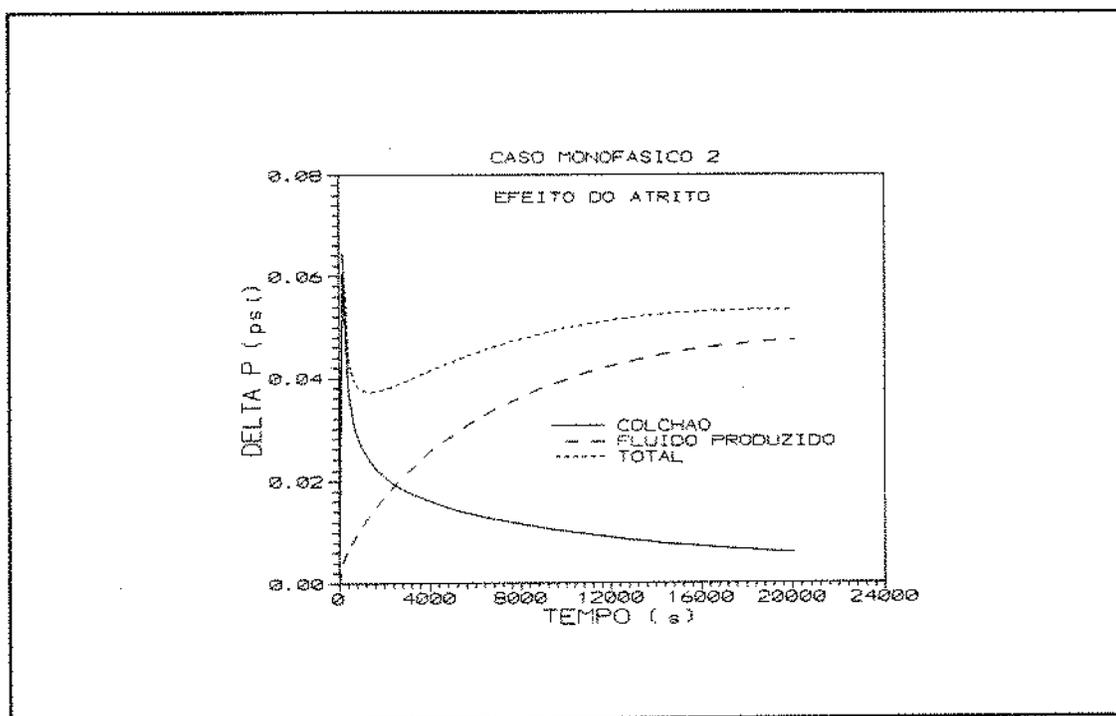


Figura 28 - Caso Monofásico 2 - Efeito do Atrito

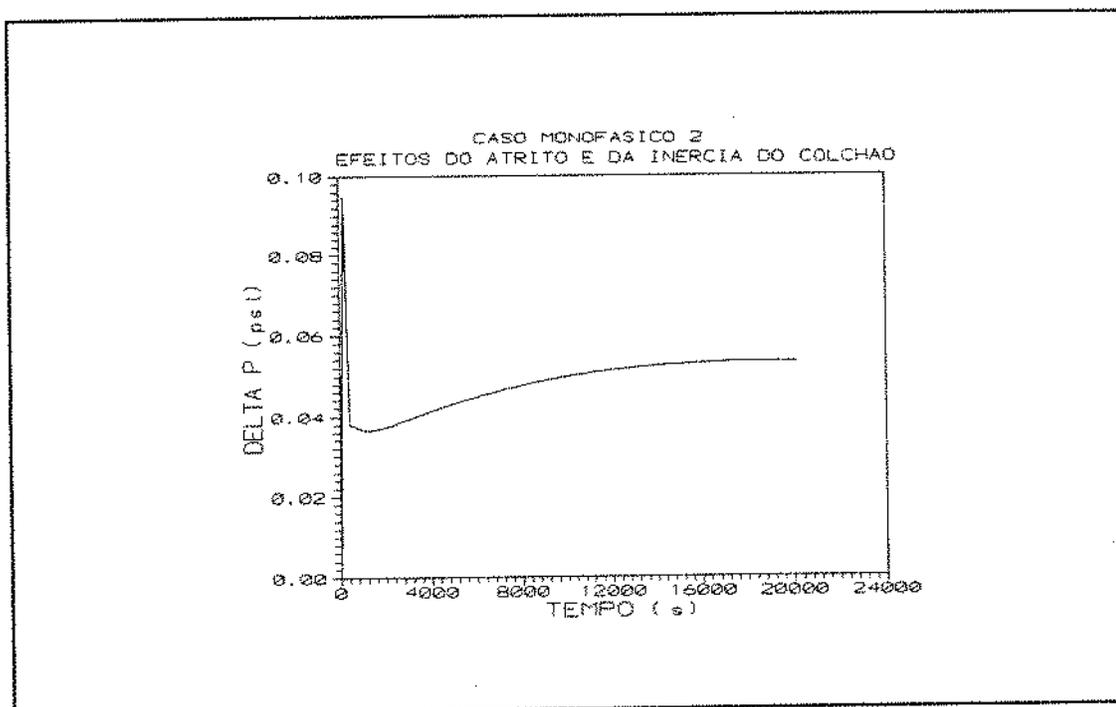


Figura 29 - Caso Monofásico 2 - Efeitos do Atrito e da Inércia do Colchão

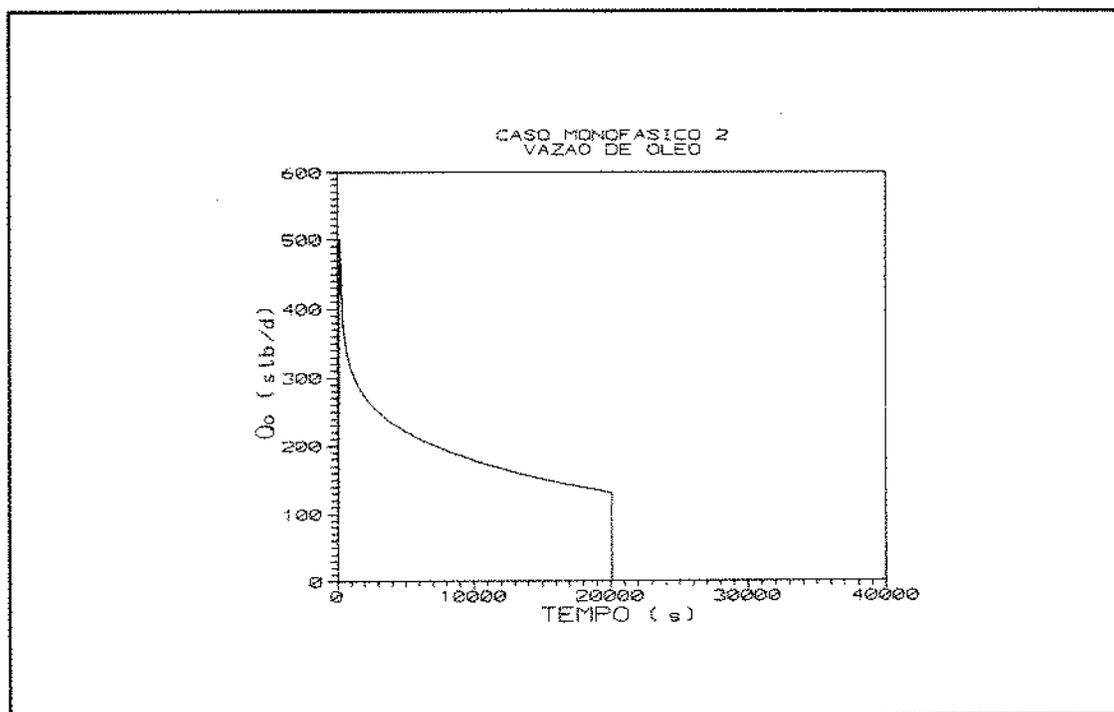


Figura 30 - Caso Monofásico 2 - Vazão de Óleo

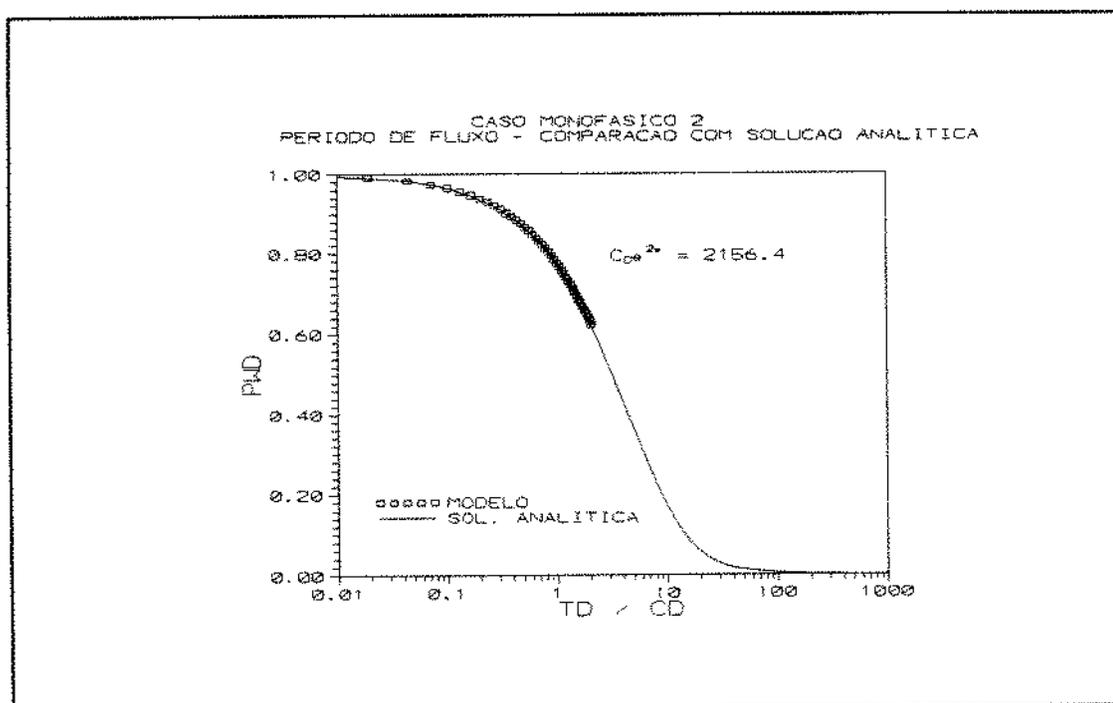


Figura 31 - Caso Monofásico 2 - Comparação com Solução Analítica

6.1.3 CASO MONOFÁSICO 3 :

Para esse exemplo, foram adaptados os dados do caso monofásico apresentado por KATO (1990). Existem diferenças entre os dois modelos que forçam a utilização de dados ligeiramente desiguais : por exemplo, o modelo elaborado por KATO permite a consideração de uma saturação de água irreduzível, o que não é possível no simulador desenvolvido para este estudo. Os seguintes dados foram empregados :

Parâmetros do reservatório :

- porosidade : $\phi = 0,26 @ P = 2986,8 \text{ psi}$;
- permeabilidade : $K = 60 \text{ mD}$;
- espessura : $h = 13,12 \text{ ft}$;
- raio externo : $r_e = 1640,42 \text{ ft}$;
- raio interno : $r_w = 0,5085 \text{ ft}$;
- compressibilidade da rocha : $C_r = 3,3045 \times 10^{-6} \text{ 1/psi}$;
- pressão inicial : $P_i = 2986,8 \text{ psi}$;
- efeito de película ("skin") : $S = 0$;
- número de blocos : $N_R = 20$.

Parâmetros do poço :

- diâmetro da coluna : $d = 0,3982 \text{ ft}$;
- rugosidade relativa da coluna : $\epsilon = 0,0001$;
- número de células no poço : 180 ;
- número de células ocupadas pelo colchão : 110 ($L_{col} = 4950 \text{ ft}$) ;
- comprimento de cada célula : $\Delta Z = 45 \text{ ft}$;
- volume da câmara de estocagem : $V_{câm} = 10,66 \text{ ft}^3$.

Parâmetros dos fluidos :

- colchão :

- massa específica : $\rho = 62,4 \text{ lbm/ft}^3$ (constante) ;
- viscosidade : $\mu = 1 \text{ cp}$ (constante) .

- óleo morto :

- grau API = 35,0 ;
- $B_{oi} = 1,1283$;
- $dB_o/dP = -7,188 \times 10^{-6} \text{ 1/psi}$ (constante) ;

- $\mu_{oi} = 7,5755 \text{ cp}$;
- $d\mu/dP = 7,30 \times 10^{-4} \text{ cp/psi}$ (constante).

As respostas do modelo para o caso monofásico 3 estão nas figuras 32 a 37.

Na figura 32, encontra-se o perfil da pressão de fundo contra o tempo. Apesar das pequenas diferenças nos parâmetros de entrada dos modelos, o resultado obtido corresponde exatamente àquele encontrado por KATO.

O efeito da aceleração inercial está na figura 33.

A contribuição do atrito no colchão para a pressão de fundo apresenta um aspecto interessante : ocorre uma descontinuidade quando o tempo situa-se em aproximadamente 7000 segundos - ver figura 34. A razão dessa anomalia é que o fator de fricção de Moody (f) é calculado por expressões diferentes - e descontínuas -, dependendo do regime de fluxo : para fluxo laminar, o fator de fricção depende apenas do número de Reynolds ($f = 64/R_e$) ; para fluxo não laminar, utiliza-se a equação de Colebrook, sendo necessário um processo iterativo - a primeira estimativa é dada pela equação explícita de Jain (BRILL e BEGGS, 1978).

A contribuição total dos efeitos inerciais e de fricção para a pressão de fundo aparece na figura 35. De novo, esses efeitos são desprezíveis em comparação aos efeitos gravitacionais.

O comportamento da vazão do reservatório em função do tempo está na figura 36.

O período de fluxo do exemplo sugerido por KATO é perfeitamente representado pela solução analítica clássica, como demonstra a figura 37.

Os critérios de SALDANA concordam com os resultados observados.

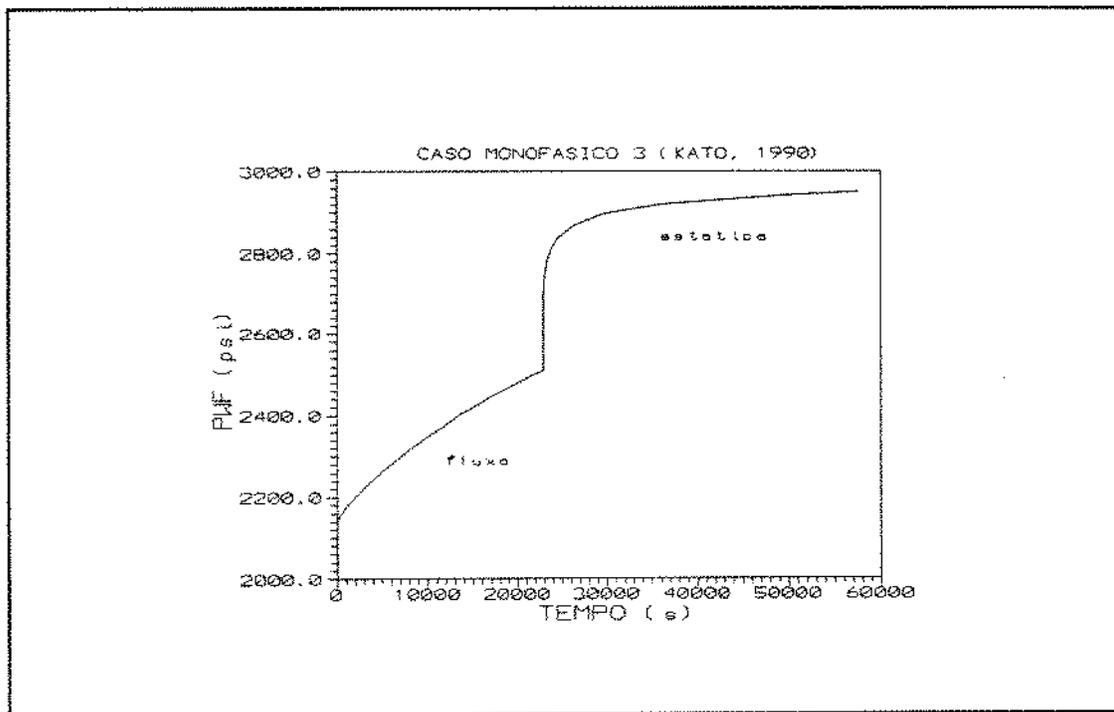


Figura 32 - Caso Monofásico 3 - Pressão de Fundo

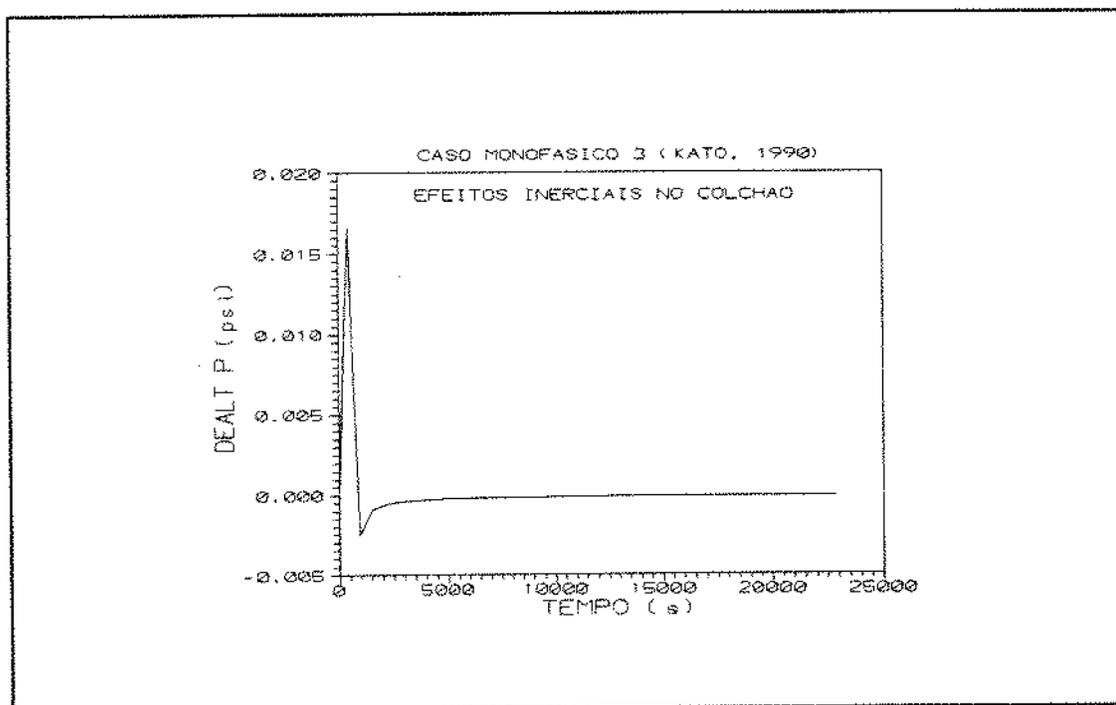


Figura 33 - Caso Monofásico 3 - Efeitos Inerciais no Colchão

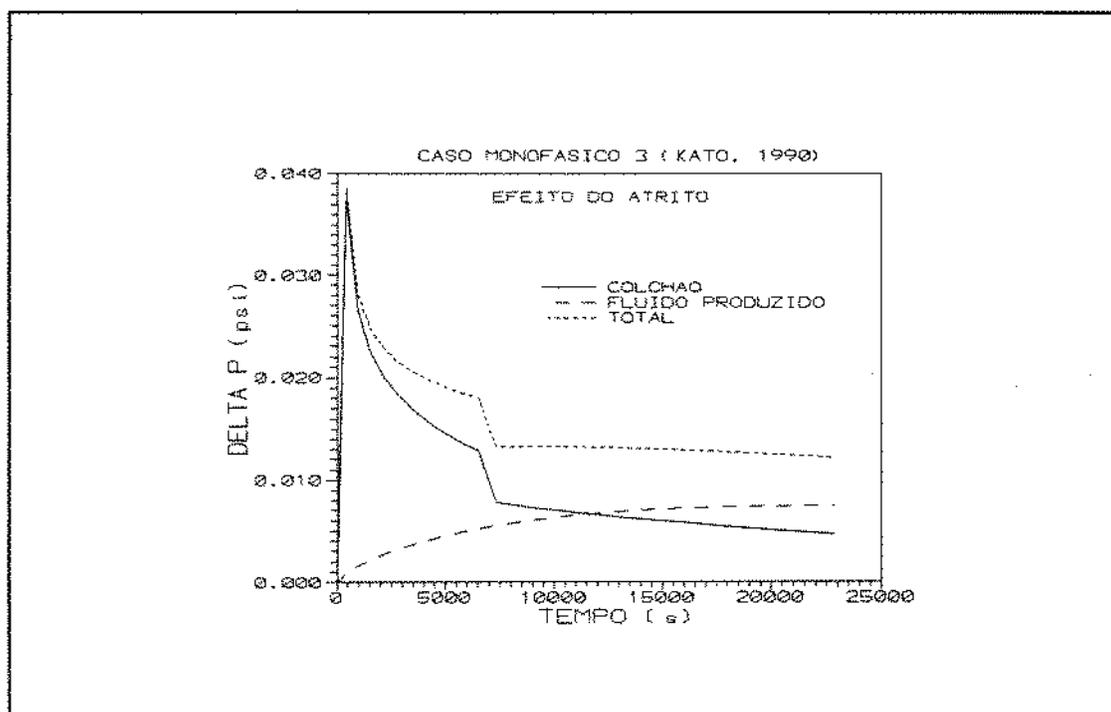


Figura 34 - Caso Monofásico 3 - Efeito do Atrito

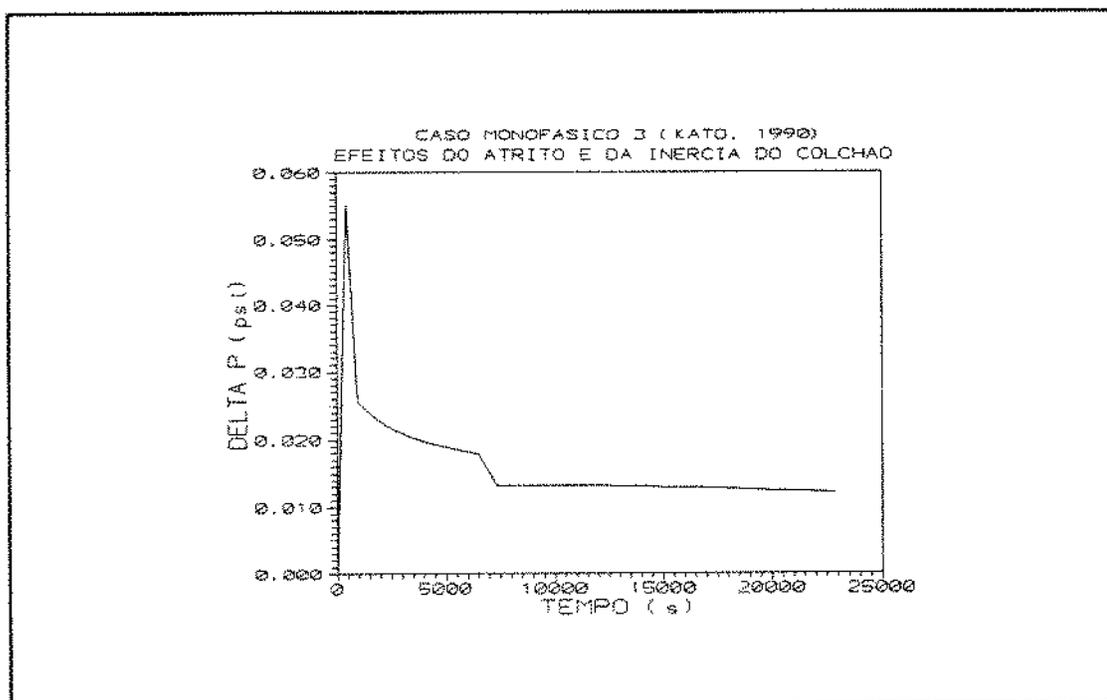


Figura 35 - Caso Monofásico 3 - Efeitos do Atrito e da Inércia do Colchão

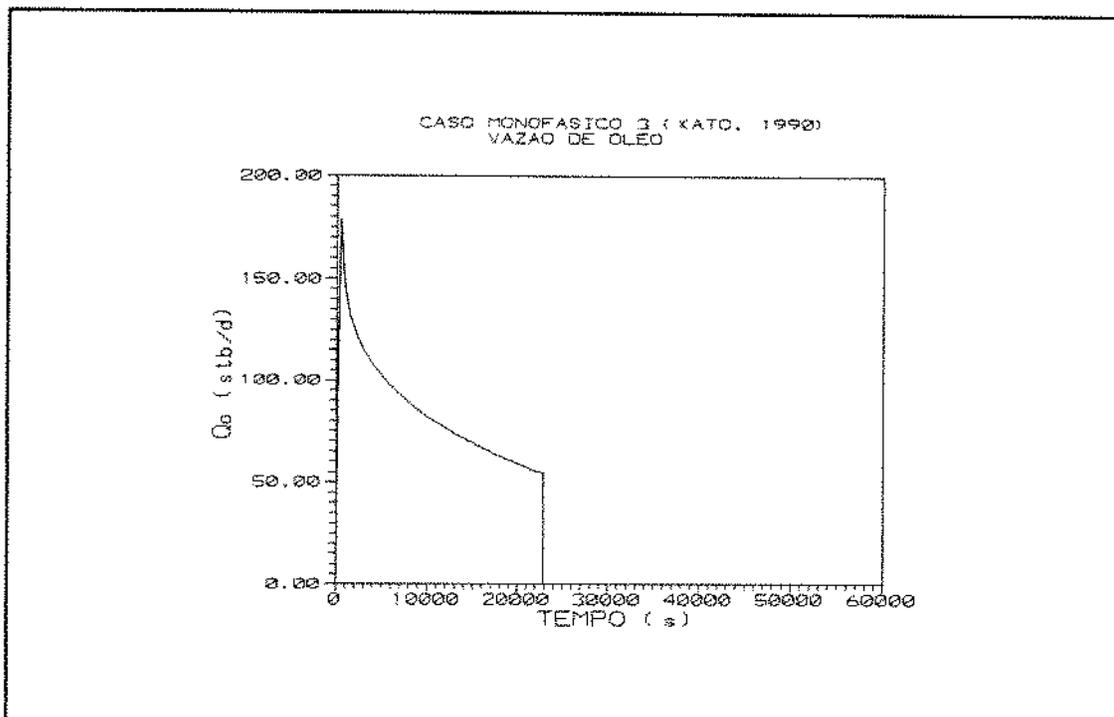


Figura 36 - Caso Monofásico 3 - Vazão de Óleo

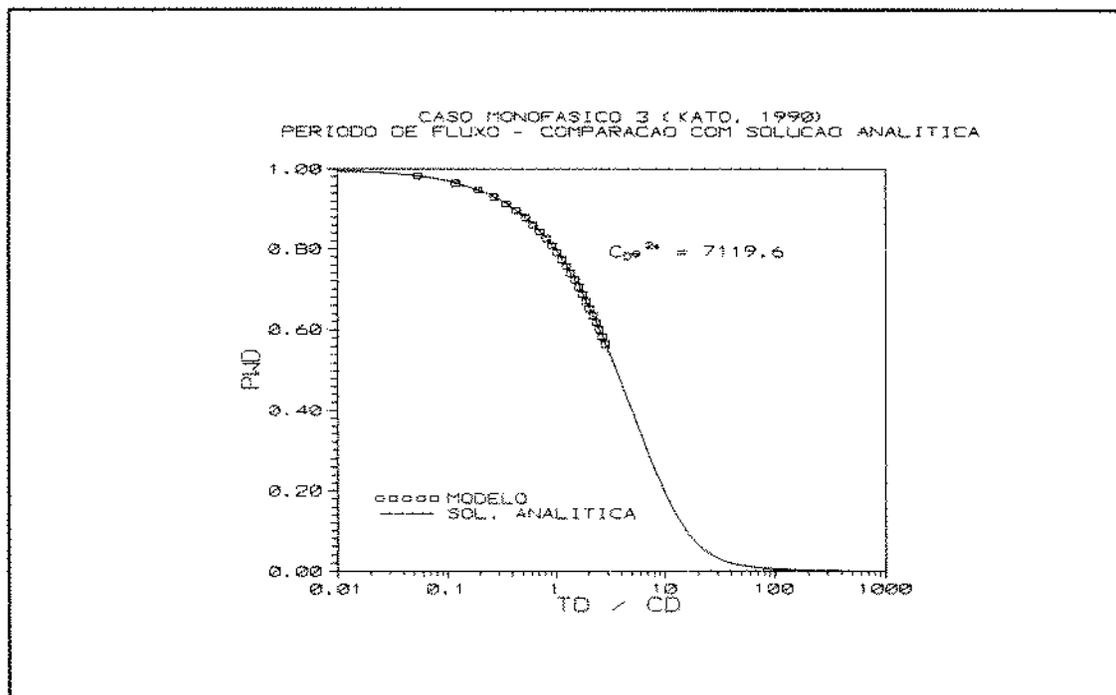


Figura 37 - Caso Monofásico 3 - Comparação com Solução Analítica

6.1.4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE - CASO MONOFÁSICO 1 :

Tomando como base o caso monofásico 1, procedeu-se uma análise de sensibilidade aos seguintes parâmetros :

Reservatório :

- permeabilidade (foi dividida por 10) - resultados nas figuras 38 e 39 ;
- viscosidade (foi multiplicada por 10) - figuras 40 e 41 ;
- espessura (novo valor : $h = 80$ ft) - figuras 42 e 43 ;
- compressibilidade (novo valor : $dB/dP = - 8,12 \times 10^{-5}$ 1/psi) - figuras 44 e 45 ;
- pressão inicial (novo valor : $P_i = 3500$ psi) - figuras 46 e 47 ;
- "skin" (novo valor : $S = 5$) - figuras 48 e 49 ;
- efeito do filtrado no bloco 1 do reservatório ($K(1)/K = 0,10$) - figuras 50 e 51 .

Poço :

- diâmetro interno da coluna (foi multiplicado por 1,5) - figuras 52 e 53 ;
- rugosidade relativa (novo valor : $\epsilon = 0,0001$) - figuras 54 e 55 ;
- massa específica do colchão (foi multiplicada por 0,8) - figuras 56 e 57 ;
- comprimento do colchão (foi dividido por 2) - figuras 58 e 59.

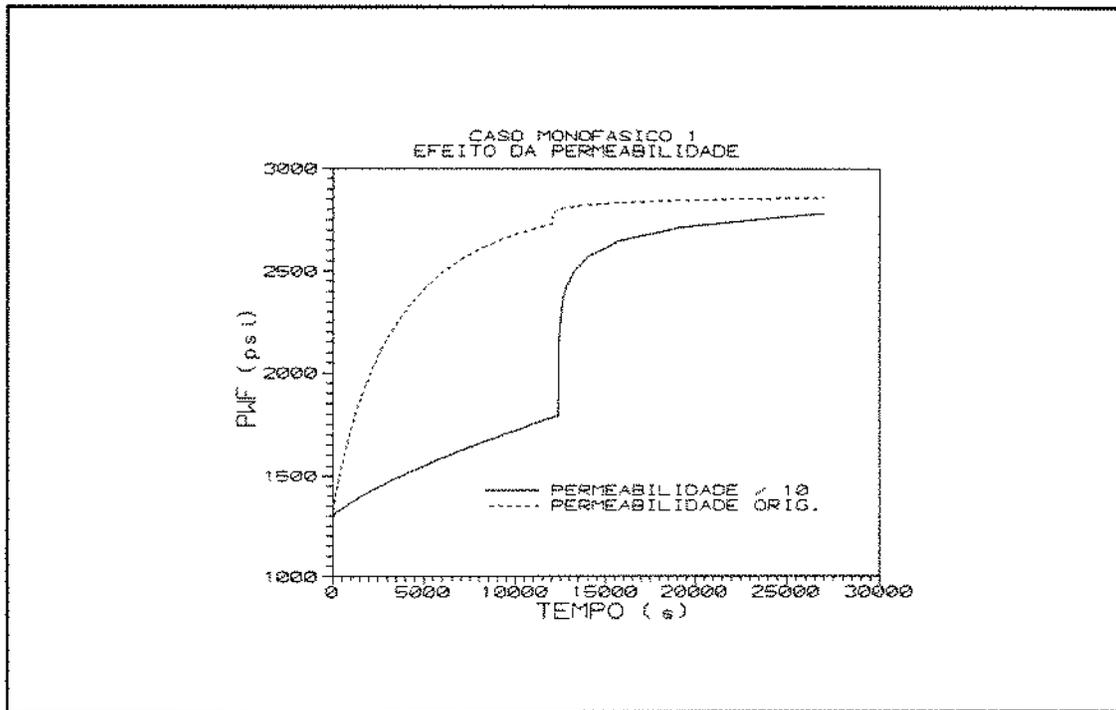


Figura 38 - Efeito da Permeabilidade

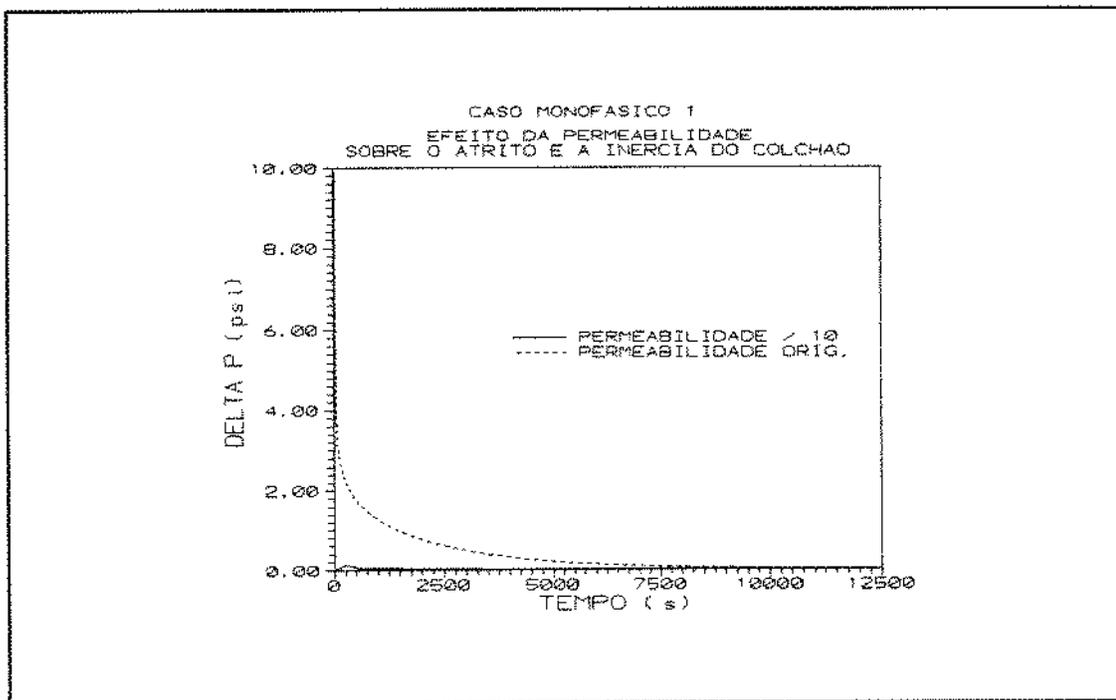


Figura 39 - Efeito da Permeabilidade Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão

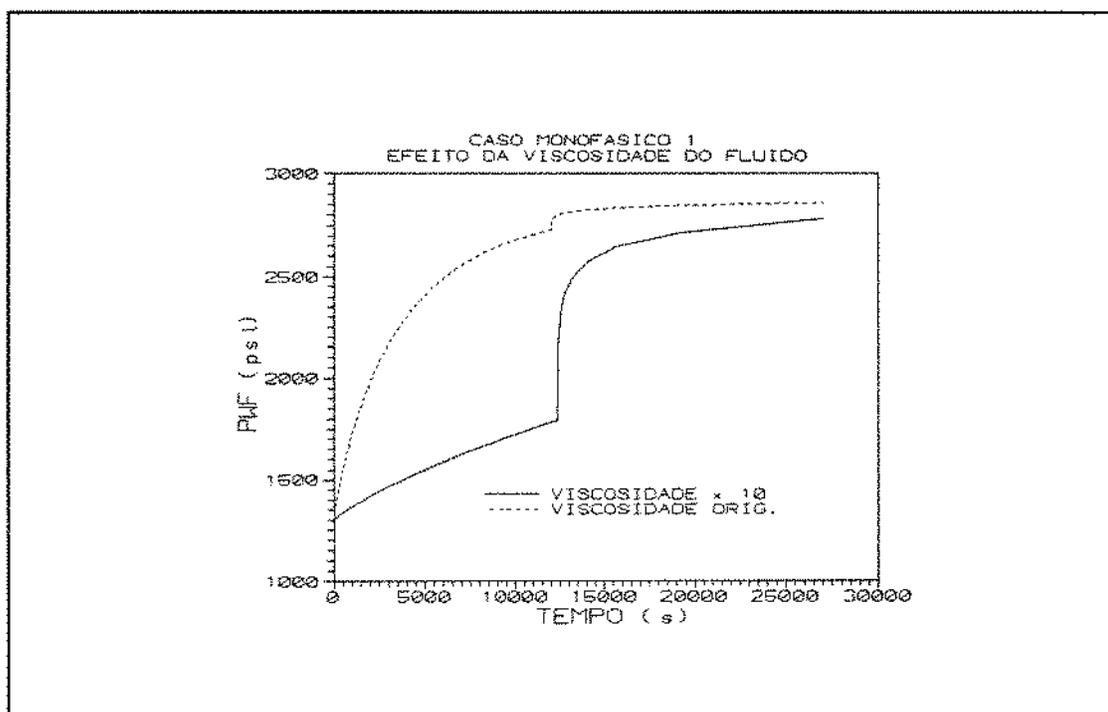


Figura 40 - Efeito da Viscosidade do Fluido

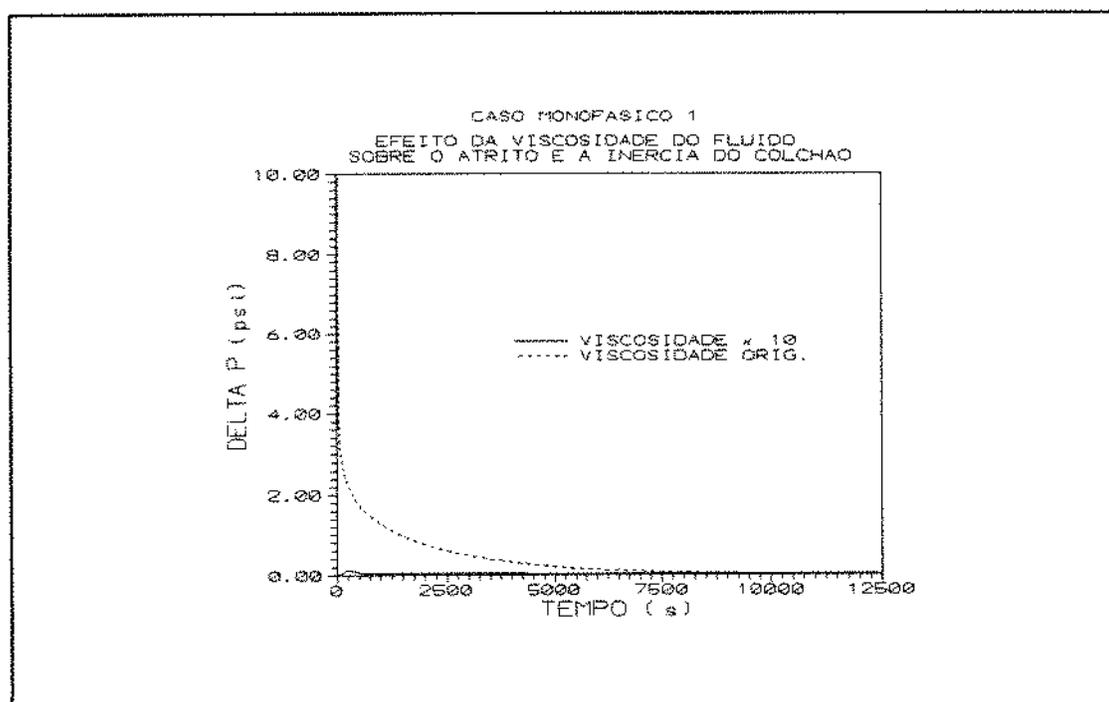


Figura 41 - Efeito da Viscosidade do Fluido Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão

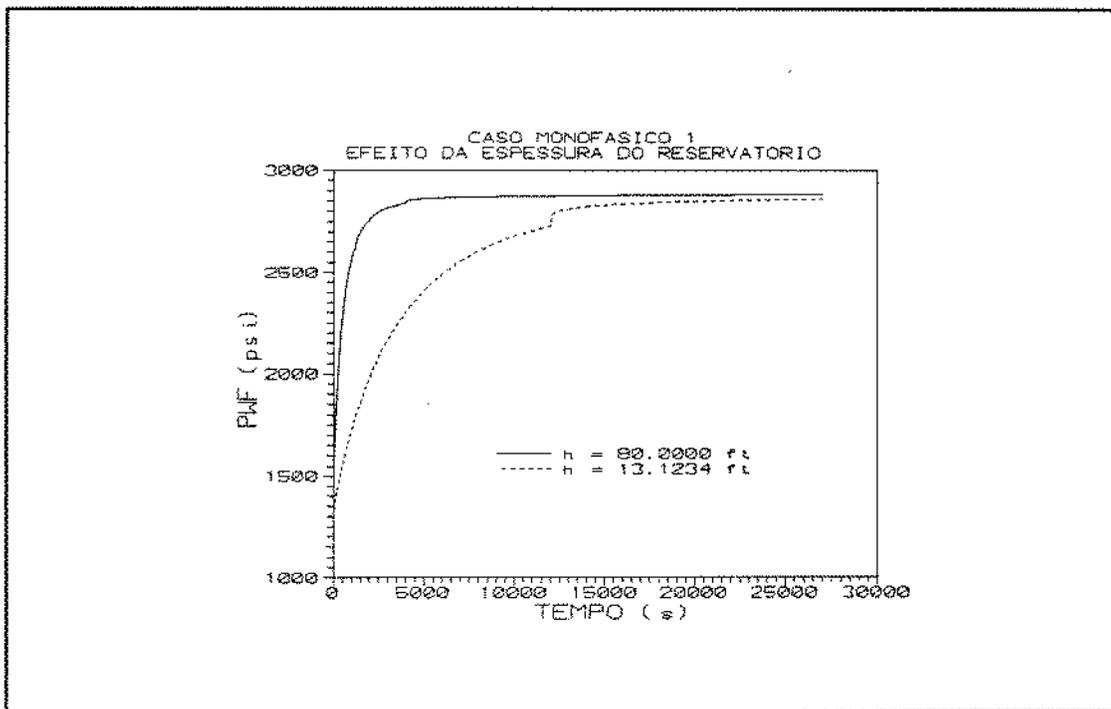


Figura 42 - Efeito da Espessura do Reservatório

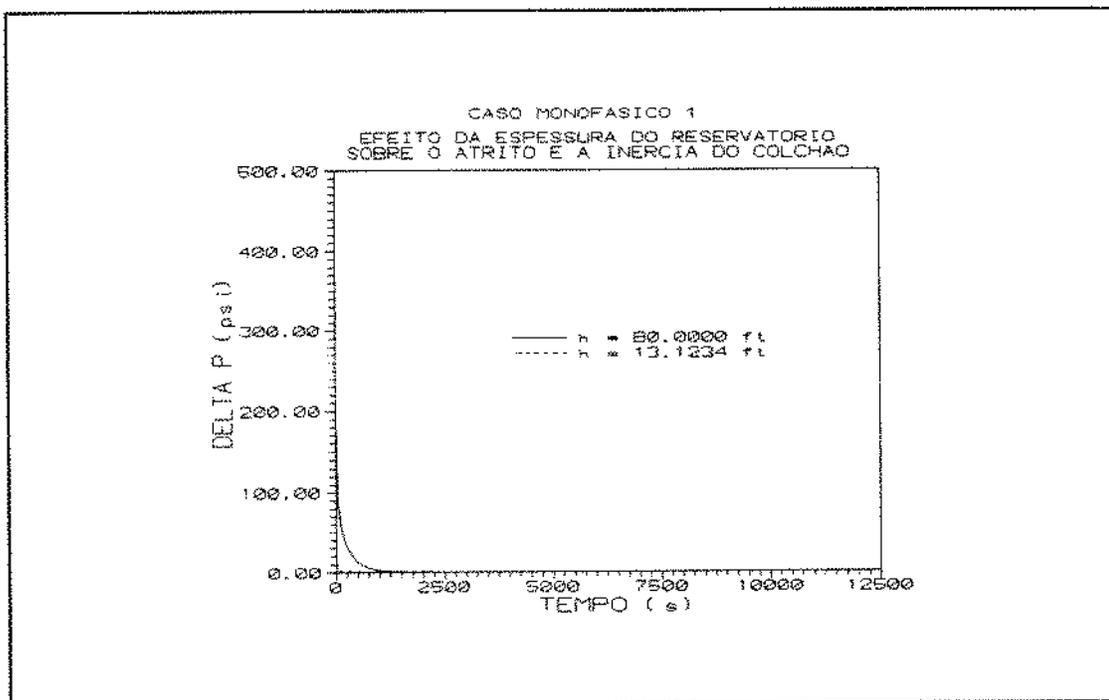


Figura 43 - Efeito da Espessura do Reservatório Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão

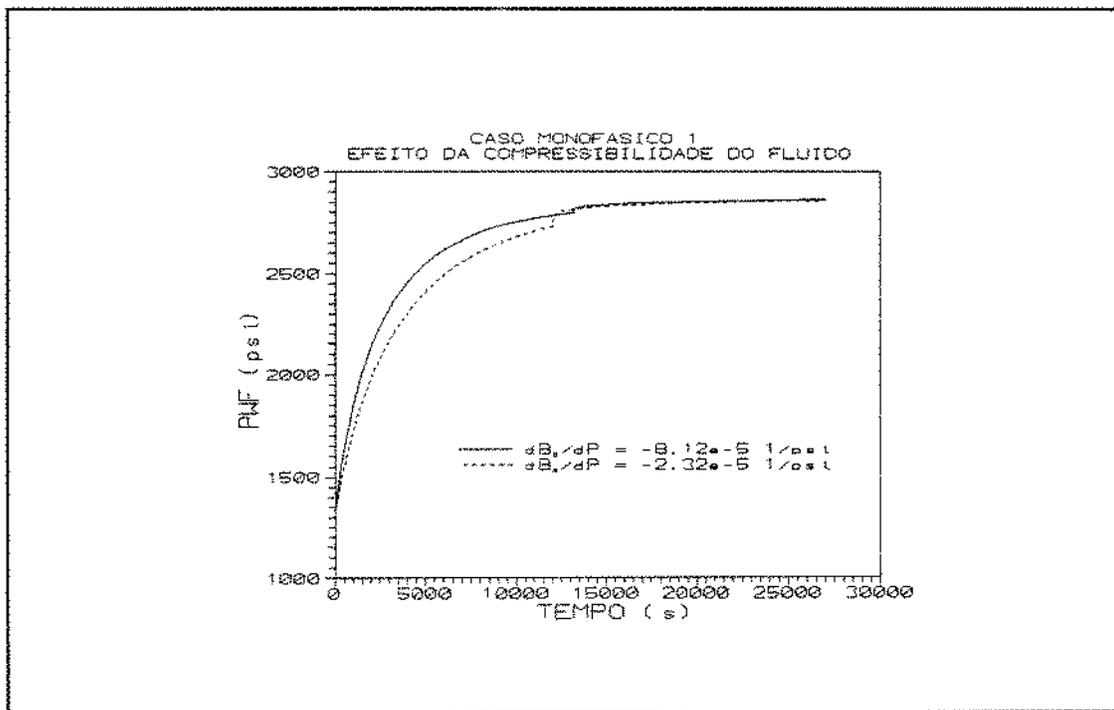


Figura 44 - Efeito da Compressibilidade do Fluido

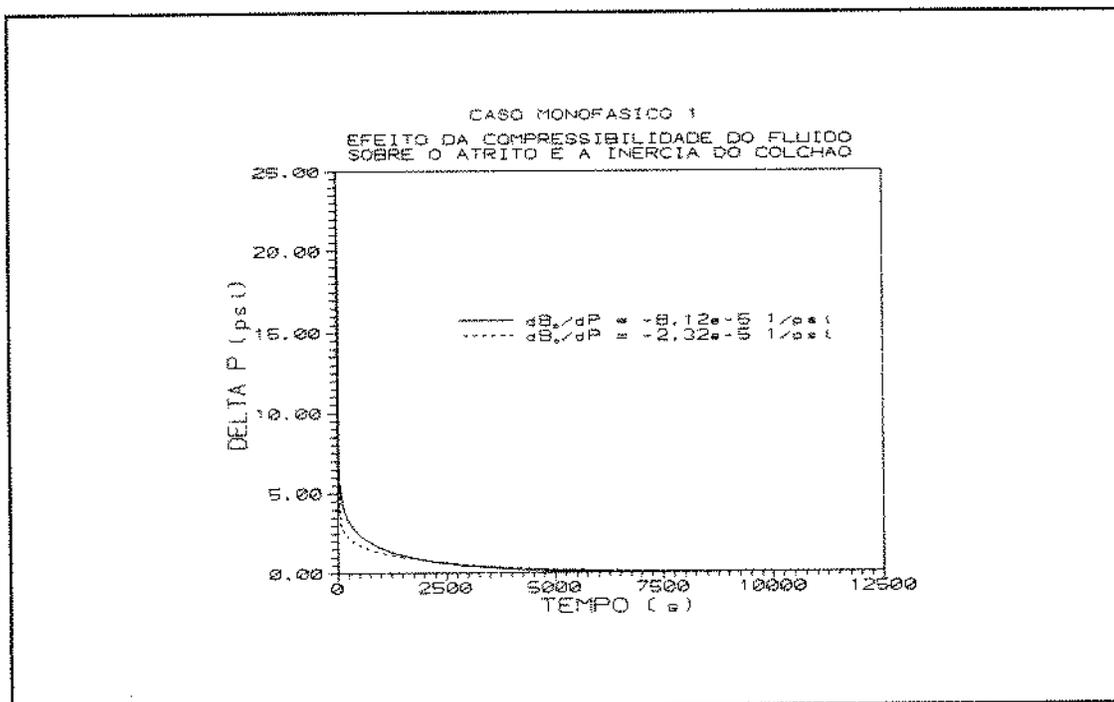


Figura 45 - Efeito da Compressibilidade do Fluido Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão

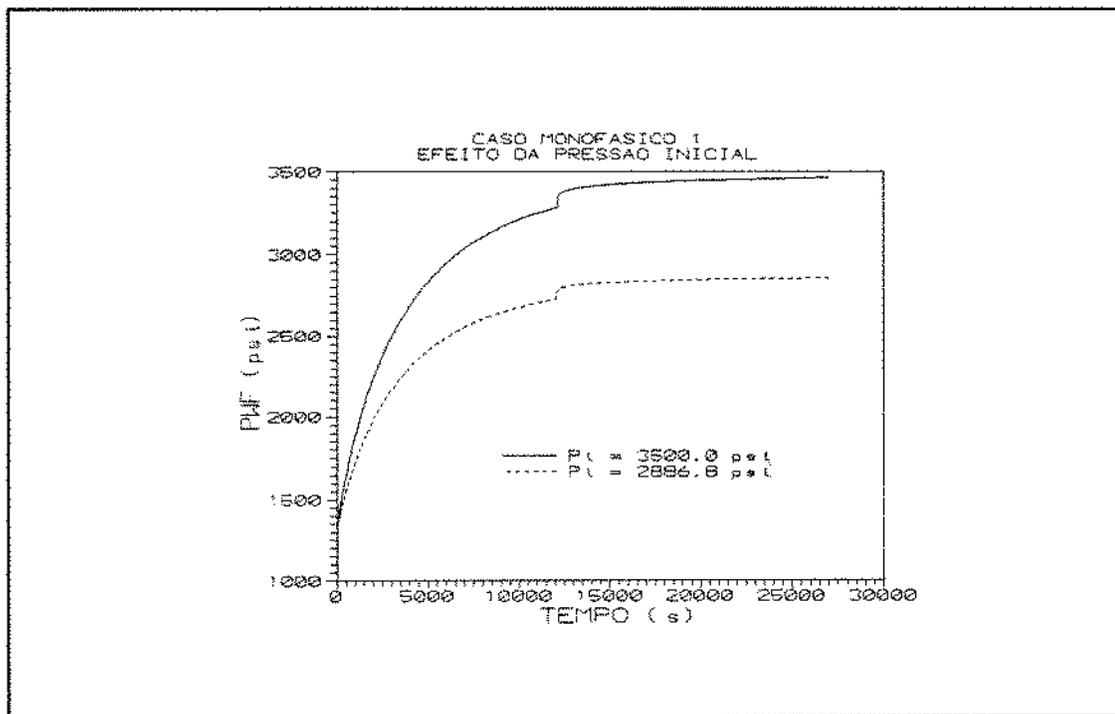


Figura 46 - Efeito da Pressão Inicial

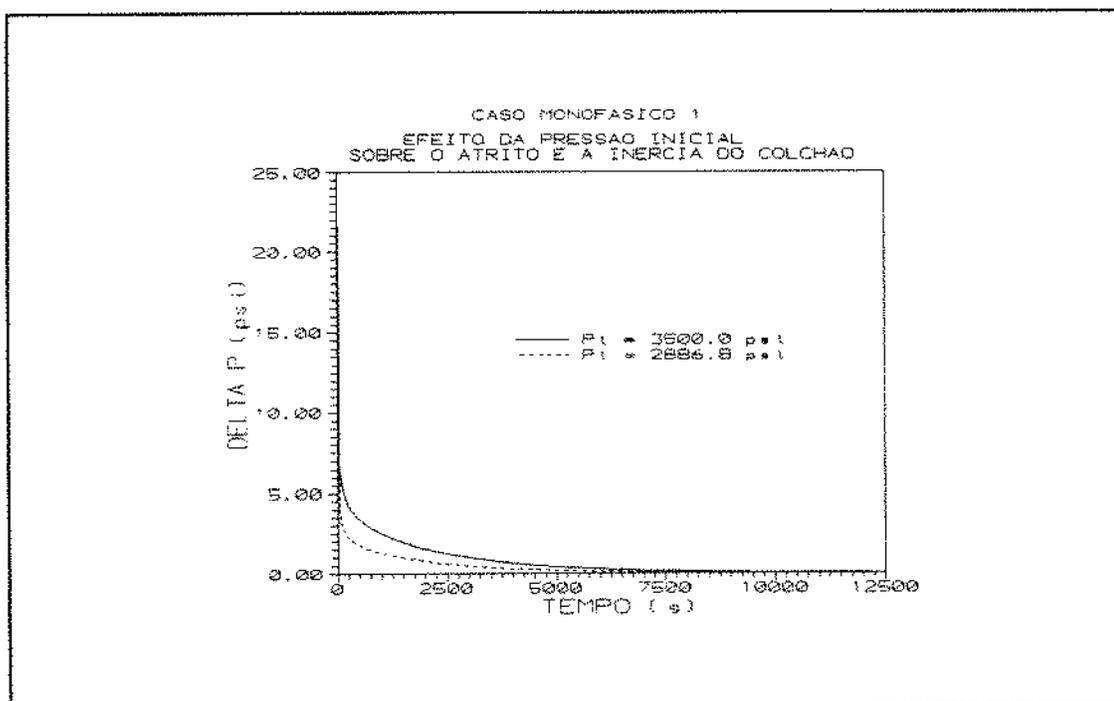


Figura 47 - Efeito da Pressão Inicial Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão

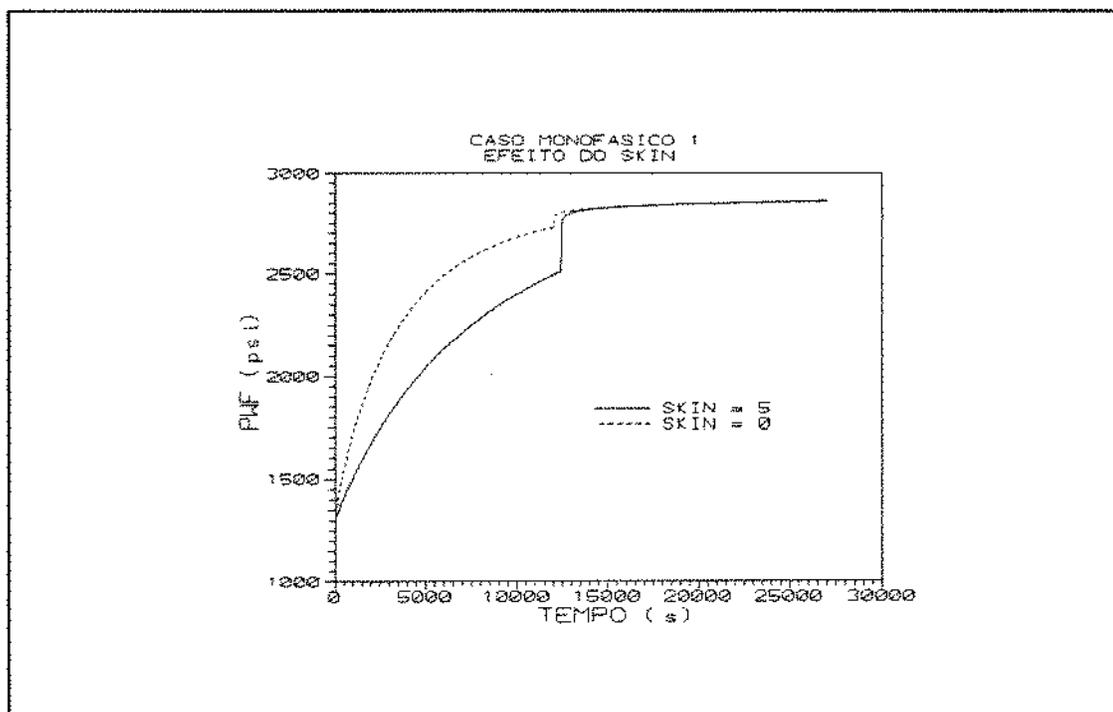


Figura 48 - Efeito do "Skin"

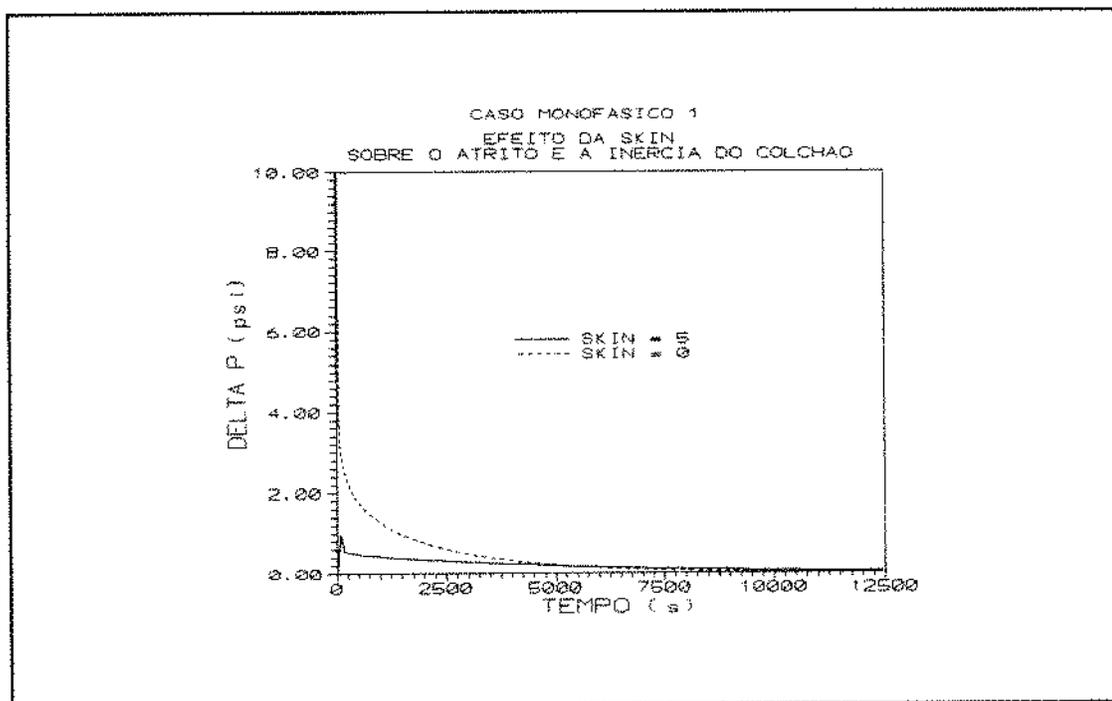


Figura 49 - Efeito do "Skin" Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão

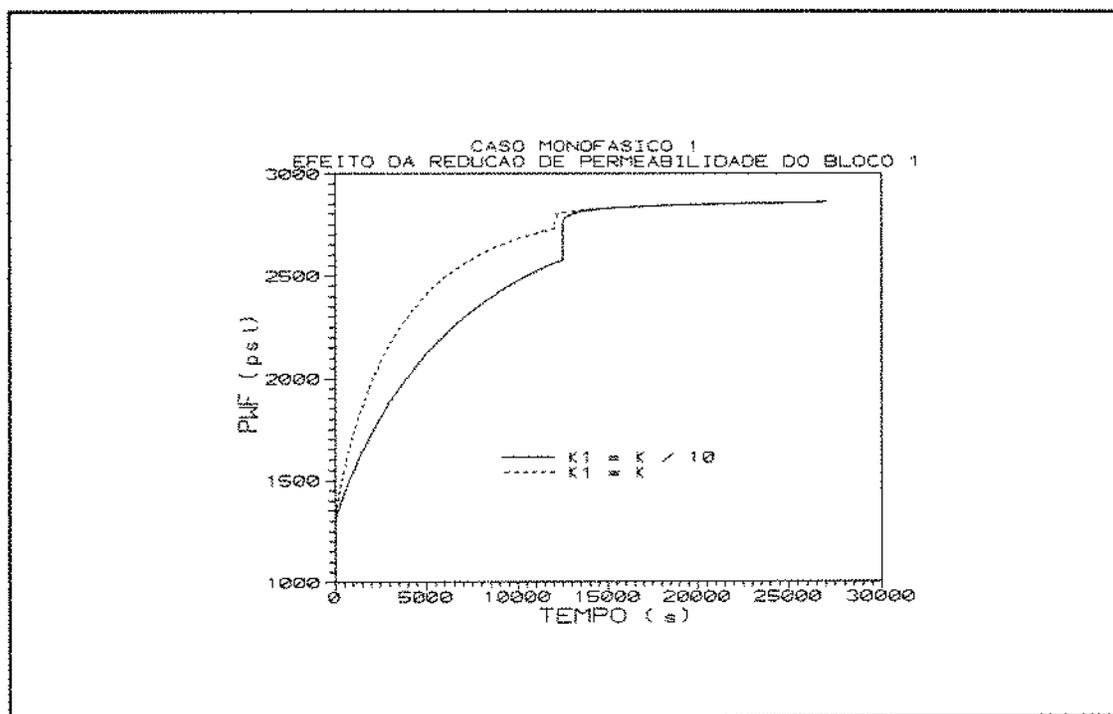


Figura 50 - Efeito da Redução de Permeabilidade do Bloco 1 do Reservatório

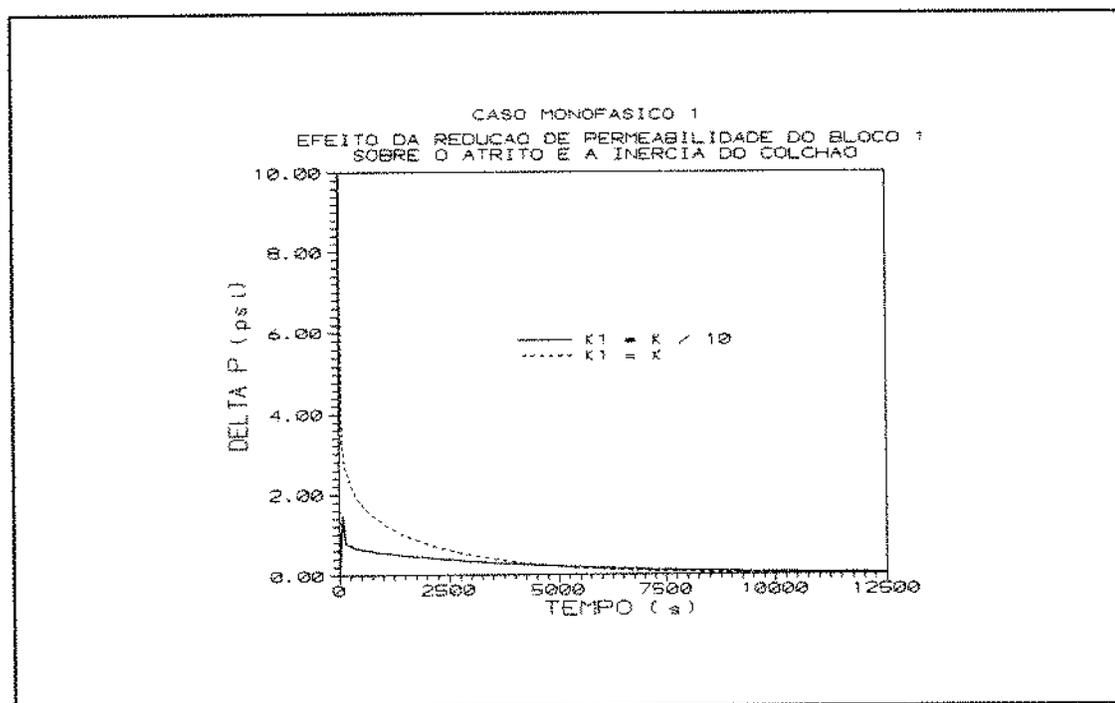


Figura 51 - Efeito da Redução de Permeabilidade do Bloco 1 do Reservatório Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão

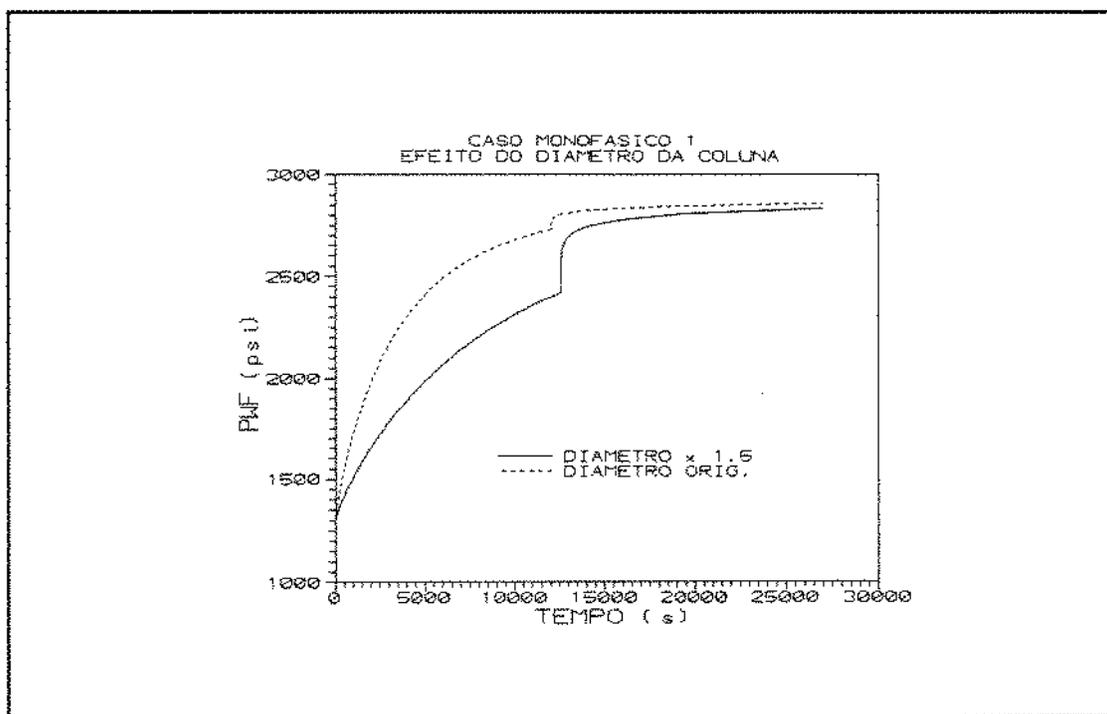


Figura 52 - Efeito do Diâmetro da Coluna

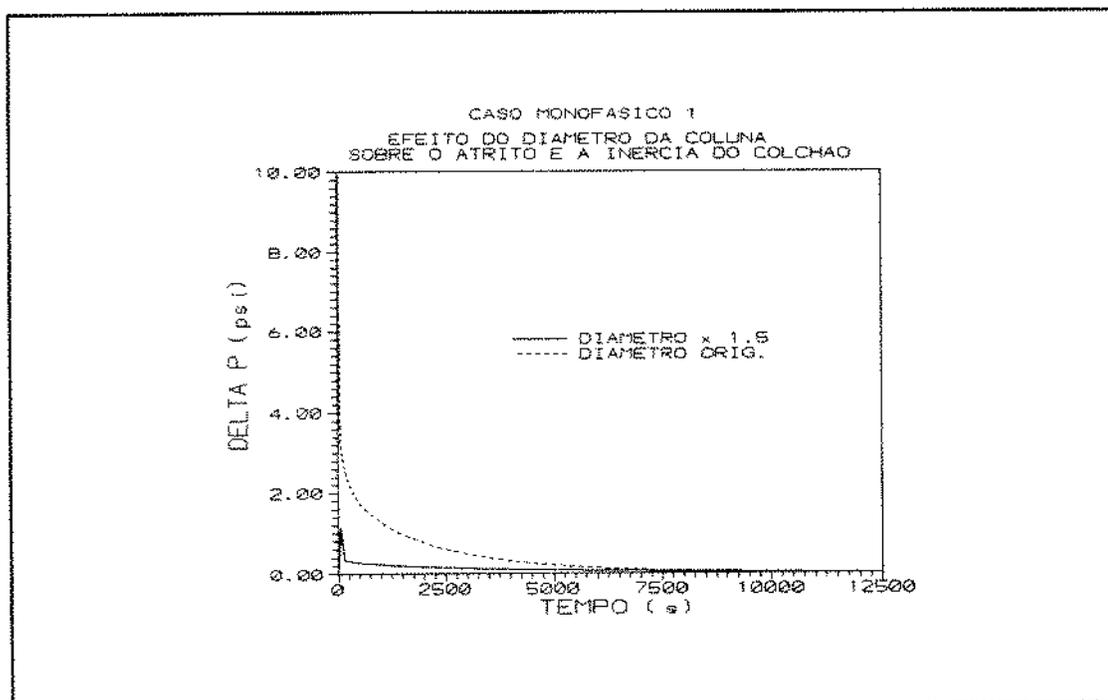


Figura 53 - Efeito do Diâmetro da Coluna Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão

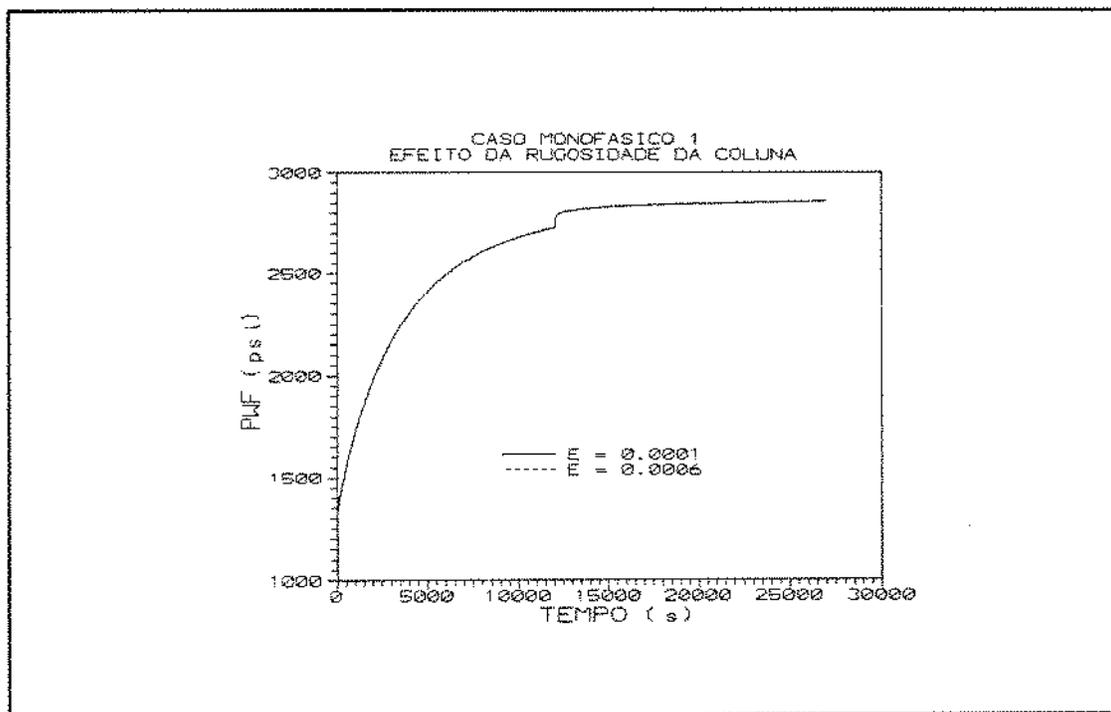


Figura 54 - Efeito da Rugosidade da Coluna

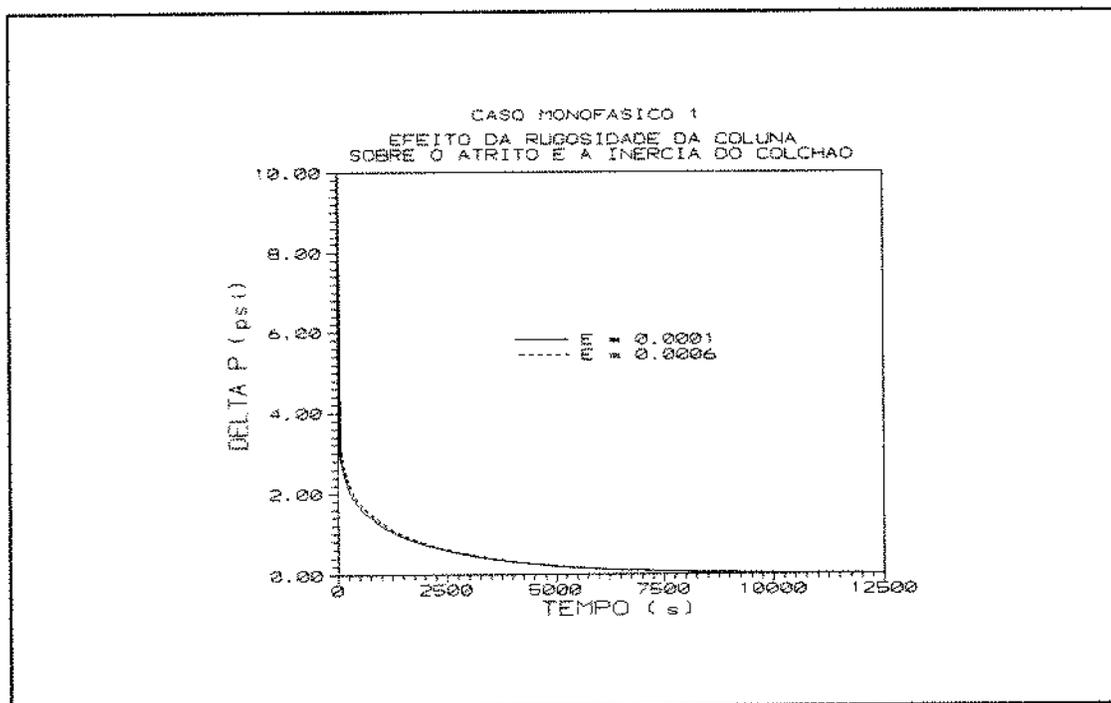


Figura 55 - Efeito da Rugosidade da Coluna Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão

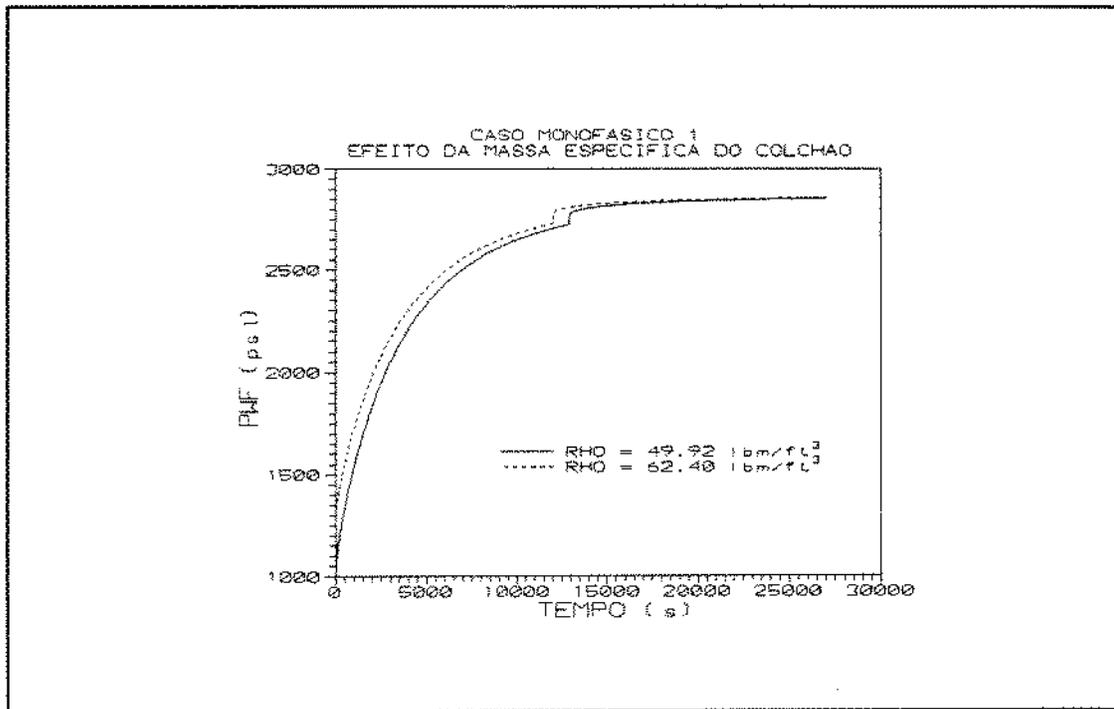


Figura 56 - Efeito da Massa Específica do Colchão

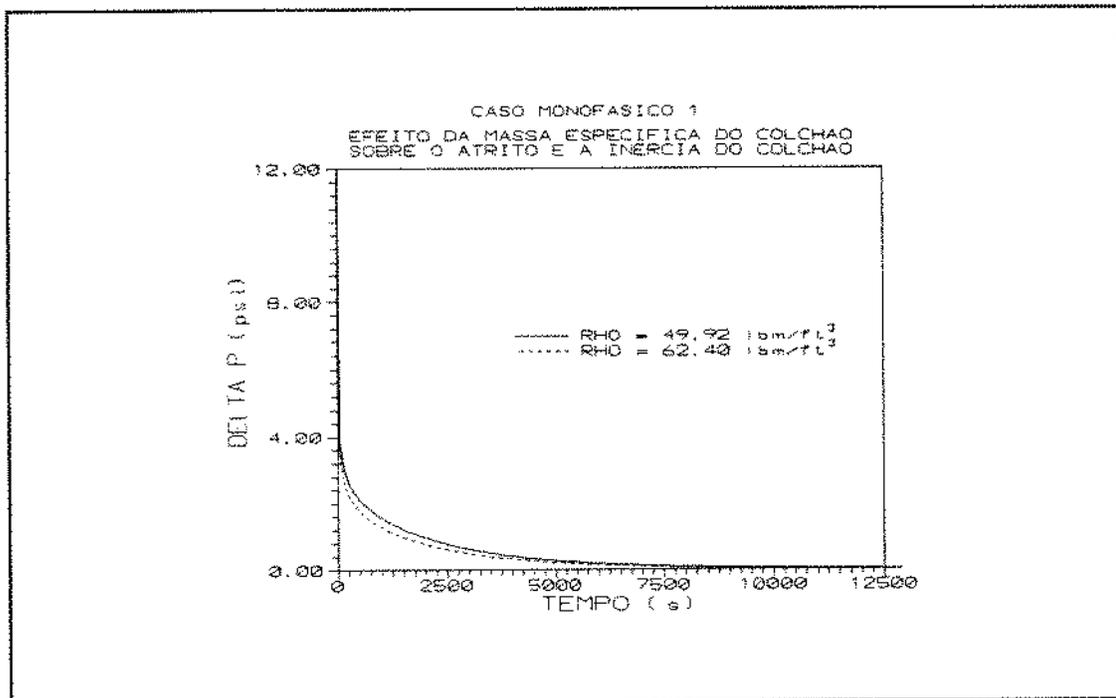


Figura 57 - Efeito da Massa Específica do Colchão Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão

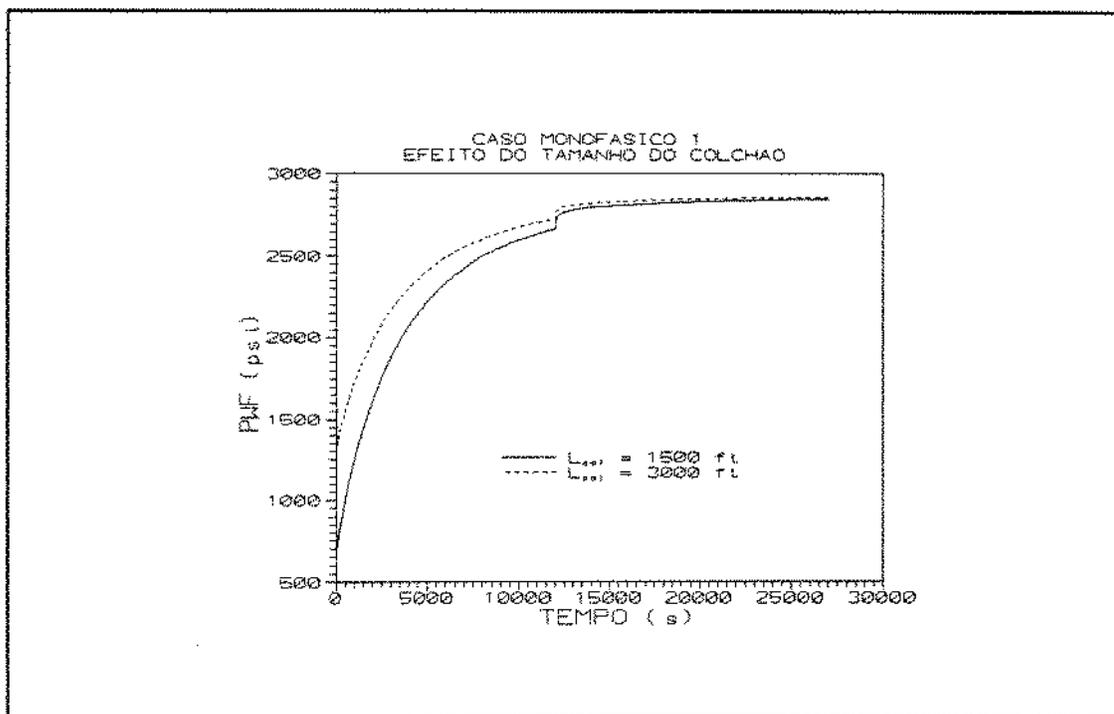


Figura 58 - Efeito do Tamanho do Colchão

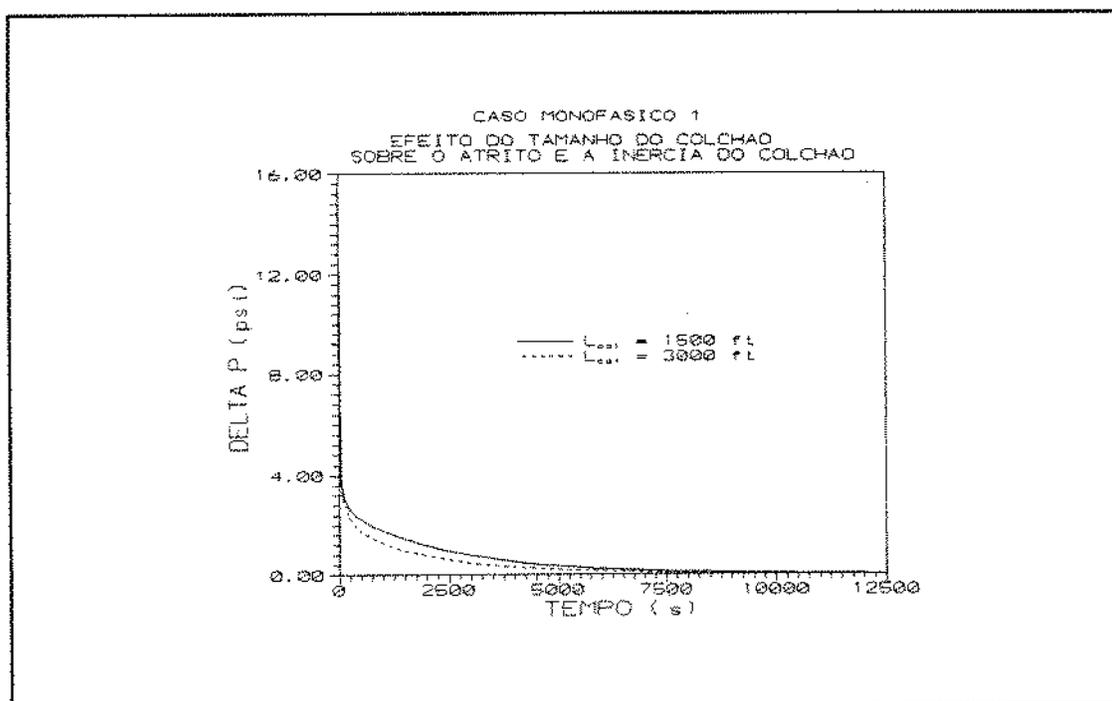


Figura 59 - Efeito do Tamanho do Colchão Sobre o Atrito e a Inércia do Colchão

Pelos resultados obtidos nessa análise de sensibilidade, observa-se que os efeitos inerciais e de fricção no poço crescem quando aumenta a permeabilidade (ver figuras 38 e 39), a espessura do reservatório (figuras 42 e 43) e a pressão inicial (figuras 46 e 47). Por outro lado, decrescem com o aumento da viscosidade do fluido no reservatório (figuras 40 e 41), do "skin" (figuras 48 e 49), do diâmetro interno da coluna (figuras 52 e 53), da massa específica (figuras 56 e 57) e do tamanho do colchão (figuras 58 e 59). Redução da permeabilidade na região vizinha ao poço - causada pelo filtrado, por exemplo - também atenua os efeitos inerciais e de fricção (figuras 50 e 51). A rugosidade relativa da coluna não demonstrou ser importante no caso estudado (figuras 54 e 55). A compressibilidade do fluido produzido pelo reservatório tem pequena influência sobre os efeitos inerciais e de atrito no poço - pelo menos para o fluxo monofásico (figuras 44 e 45).

Os resultados indicam que efeitos inerciais e de atrito podem assumir valores significativos em testes realizados em reservatórios com índice de produtividade elevado, com grande diferencial de pressão reservatório-poço e com coluna de pequeno diâmetro. Entretanto, para poços não surgentes, esses efeitos se restringem aos primeiros instantes do fluxo e logo os efeitos gravitacionais passam a dominar - ver figuras 43 e 60.

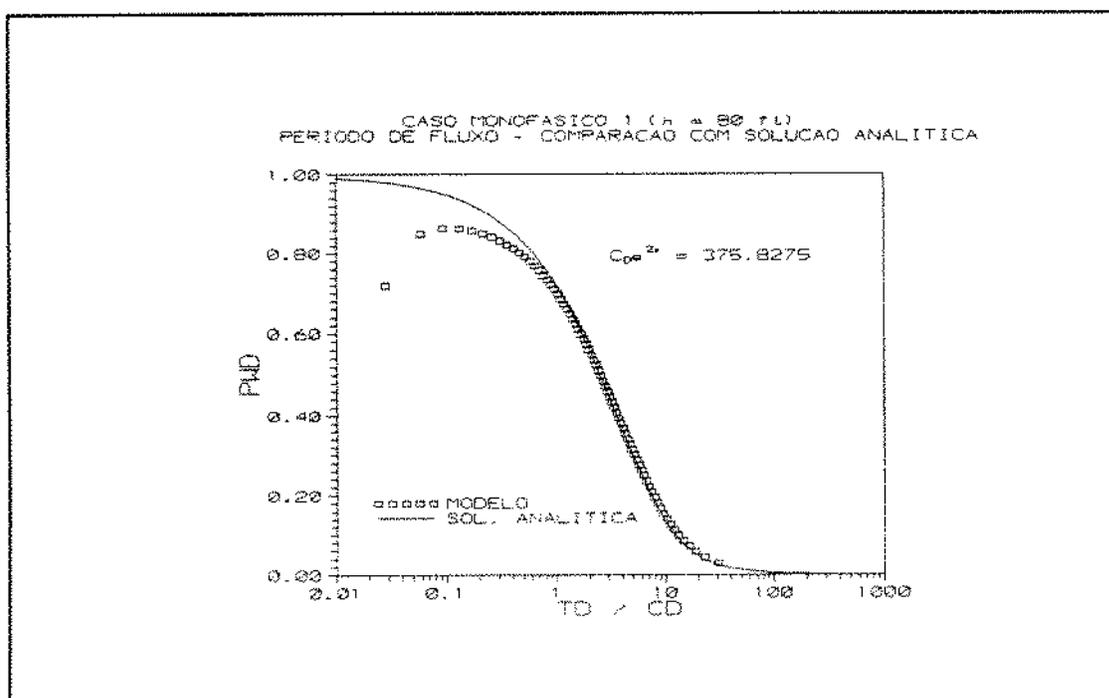


Figura 60 - Caso Monofásico 1 (h = 80 ft) - Comparação com Solução Analítica

Na análise de sensibilidade realizada, os efeitos inerciais e de fricção foram mais elevados (atingindo uma perda de carga conjunta em torno de 425 psi) para o caso em que a espessura do reservatório foi aumentada para 80 pés, mantendo-se os demais parâmetros com os valores originais do caso monofásico 1. A resposta do simulador para esse exemplo foi adimensionalizada e comparada com a solução analítica (ver figura 60). No início, nota-se um desvio da solução clássica do teste "slug", causado pela inércia do colchão e pelo atrito dos fluidos com a coluna. Porém, rapidamente, os efeitos gravitacionais começam a prevalecer - a partir de t_D/C_D maior que 1, ou seja, para tempos de fluxo maiores que 130 segundos, aproximadamente. Portanto, esses efeitos são localizados e não devem interferir na interpretação dos testes em poços não surgentes.

Pelos critérios de SALDANA, os efeitos inerciais e de fricção são desprezíveis também para este caso. De uma forma geral, esses critérios são eficientes, como verificado nos casos estudados. A inclusão da proporcionalidade ao termo Kh/μ contempla a importância do índice de produtividade do reservatório sobre os efeitos inerciais e de atrito. Além disso, as duas expressões indicam que esses efeitos são inversamente proporcionais a uma potência do diâmetro da coluna, concordando com as observações feitas na análise de sensibilidade. O fato de SALDANA ter considerado em seu modelo um colchão inicial grande faz com que seus critérios não levem em conta o diferencial de pressão reservatório-poço (a pressão inicial é incluída nos critérios sugeridos, entretanto o comprimento do colchão - ou sua pressão hidrostática -, que é um parâmetro importante, é desprezado). O efeito de película ("skin") também parece ser importante (ver figura 49), embora SALDANA considere fraca a sua influência sobre os efeitos inerciais e de atrito.

6.2 SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO BIFÁSICO

6.2.1 CASO BIFÁSICO 1 :

Foram usados os dados a seguir :

Parâmetros do reservatório :

- porosidade : $\phi = 0,26 @ P = 2886,8 \text{ psi}$;
- permeabilidade : $K = 60 \text{ mD}$;
- espessura : $h = 13,1234 \text{ ft}$;
- raio externo : $r_e = 1640,42 \text{ ft}$;
- raio interno : $r_w = 0,5085 \text{ ft}$;
- compressibilidade da rocha : $C_r = 3,3 \times 10^{-6} \text{ 1/psi}$;
- pressão inicial : $P_i = 2886,8 \text{ psi}$;
- efeito de película ("skin") : $S = 0$;
- número de blocos : $N_R = 20$.

Parâmetros do poço :

- diâmetro da coluna : $d = 0,3982 \text{ ft}$;
- rugosidade relativa da coluna : $\epsilon = 0,0006$;
- número de células no poço : 180 ;
- número de células ocupadas pelo colchão : 50 ($L_{col} = 3000 \text{ ft}$) ;
- comprimento de cada célula : $\Delta Z = 60 \text{ ft}$;
- volume da câmara de estocagem : $V_{câm} = 10,66 \text{ ft}^3$.

Parâmetros dos fluidos :

- colchão :

- massa específica : $\rho = 62,4 \text{ lbm/ft}^3$ (constante) ;
- viscosidade : $\mu = 1 \text{ cp}$ (constante) .

- óleo :

- grau API = 35,76 ;
- pressão de saturação inicial : $P_{bi} = 2886,8 \text{ psi}$;
- $dB_o/dP = - 2,32 \times 10^{-5} \text{ 1/psi}$ (acima da pressão de saturação - constante);
- $d\mu_o/dP = 4,60 \times 10^{-5} \text{ cp/psi}$ (acima da pressão de saturação - constante).

Os dados de PVT (abaixo da pressão de saturação) e interação rocha-fluido são os mesmos que foram utilizados na validação do modelo para o fluxo no reservatório e estão nas tabelas I, II e III (ver capítulo 5).

Para avaliação do fator de fricção de duas fases, foi empregada a correlação de Beggs e Brill (BEGGS e BRILL, 1973).

As respostas obtidas - supondo-se ausência de escorregamento entre as fases no poço - estão nas figuras 61 a 66. Uma vez que não foi possível validar o modelo acoplado (poço-reservatório) para fluxo bifásico, verificou-se a consistência dos resultados encontrados confrontando-se a velocidade da mistura na primeira célula do poço (v_{m_1}) com a velocidade da mistura na entrada do poço ($(Q_o + Q_g)/(\pi d^2/4)$) e a velocidade do colchão (igual a v_{m_N}) com $(\Delta Z/\Delta t)$. A hipótese de estados estacionários sucessivos para o fluxo no poço causa diferenças nessas variáveis, que precisam ser avaliadas. As figuras 67 e 68, respectivamente, mostram essas comparações.

Na figura 61, observa-se o comportamento da pressão de fundo durante os períodos de fluxo e estática. A curva resultante é característica de um poço não surgente de alta produtividade. Observa-se que as vazões do reservatório já são bastante baixas ao final do primeiro fluxo - ver também as figuras 65 e 66.

O efeito da aceleração inercial do colchão sobre a pressão de fundo é mostrado na figura 62. No início, ocorre uma pequena oscilação, percebendo-se um acréscimo de pressão no fundo da ordem de 26 psi, suficiente para colocar em movimento o colchão inicialmente parado, seguido de um alívio da pressão. Rapidamente, o efeito da aceleração inercial do colchão torna-se insignificante, da mesma forma que no caso monofásico 1.

Na figura 63, apresenta-se o incremento da pressão de fluxo no fundo do poço necessário para vencer o atrito no colchão e na região bifásica. Da mesma forma que no exemplo monofásico, a perda de carga por fricção no colchão decai rapidamente, acompanhando a queda de vazão do reservatório. Na região com escoamento bifásico, a queda de pressão causada pelo atrito é pequena no início do fluxo, pois o volume de fluido produzido e acumulado no poço é pequeno; à proporção que o tamanho do trecho bifásico aumenta, ocorre um crescimento progressivo da perda de carga por atrito nesse domínio, apesar da queda da vazão. Após um certo instante, quando a redução da vazão começa a prevalecer, nota-se diminuição do efeito do atrito.

O aumento de pressão no fundo do poço, resultante da adição dos efeitos inerciais e de fricção, está registrado na figura 64. Como nos casos monofásicos, nota-se que esses efeitos são mais importantes nos instantes iniciais do fluxo, chegando a representar pouco menos que 5 % da pressão de fluxo de fundo.

Nas figuras 65 e 66, respectivamente, mostra-se o comportamento das vazões de óleo e gás total (gás livre somado ao gás em solução) durante o teste.

A comparação entre a velocidade da mistura na entrada do poço ($(Q_o + Q_g)/(\pi d^2/4)$) e a velocidade da mistura calculada para a célula 1 do poço, a cada instante, é apresentada na figura 67. Os resultados são muito próximos, como esperado.

O confronto da velocidade do colchão (igual à velocidade da mistura calculada para a N-ésima célula do poço, onde N é o número de células ocupadas pela mistura bifásica) com $(\Delta Z/\Delta t)$, para cada instante, é mostrado na figura 68 - o colchão incompressível percorre uma distância equivalente a ΔZ no poço a cada passo de tempo, de forma que a sua velocidade deve ser igual a $(\Delta Z/\Delta t)$. Para essa verificação, os resultados também são bastante próximos, indicando que as respostas obtidas pelo modelo são consistentes.

Portanto, para o caso bifásico estudado, os efeitos inerciais e de fricção não são significativos em relação aos efeitos gravitacionais.

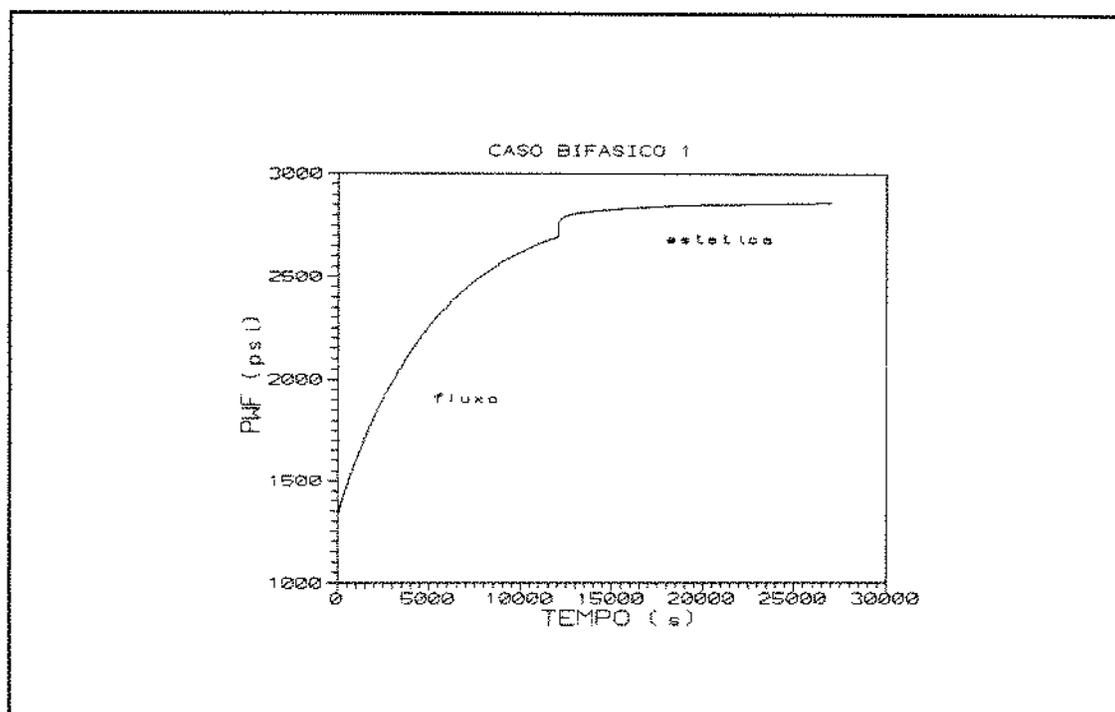


Figura 61 - Caso Bifásico 1 - Pressão de Fundo

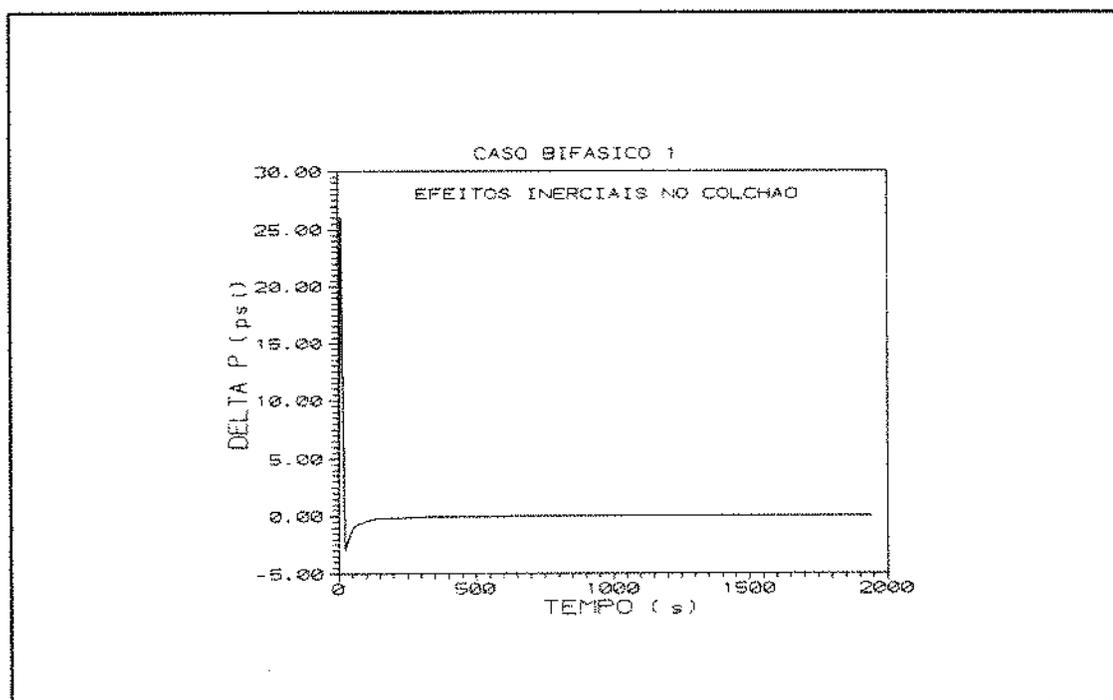


Figura 62 - Caso Bifásico 1 - Efeitos Inerciais no Colchão

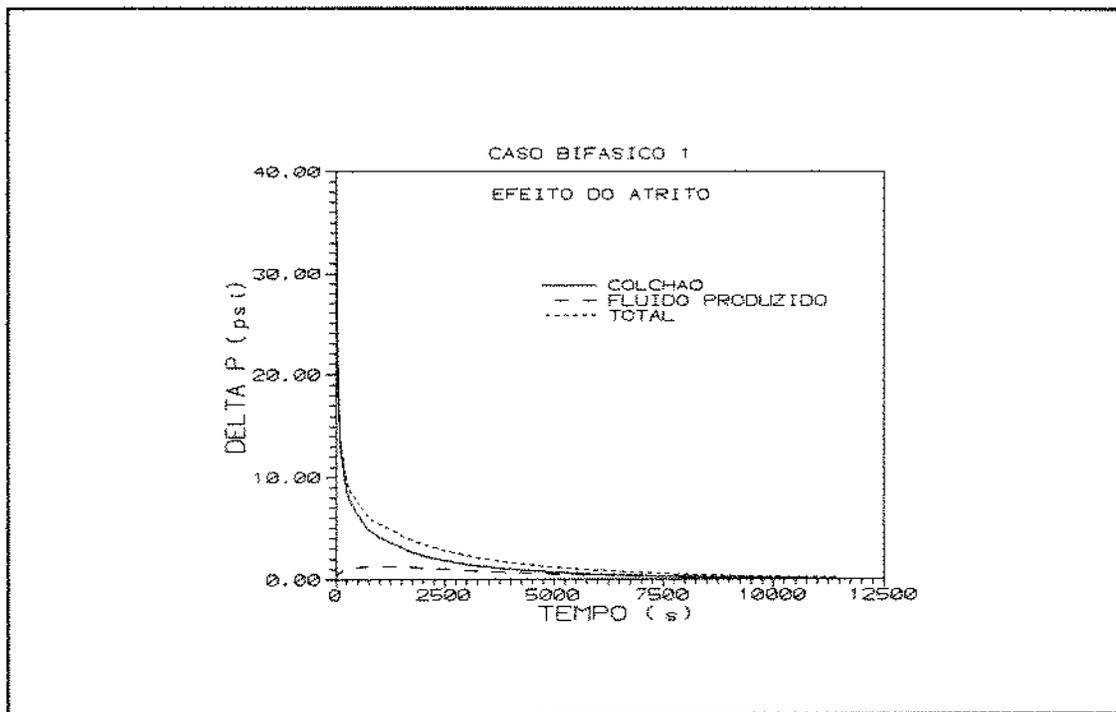


Figura 63 - Caso Bifásico 1 - Efeito do Atrito

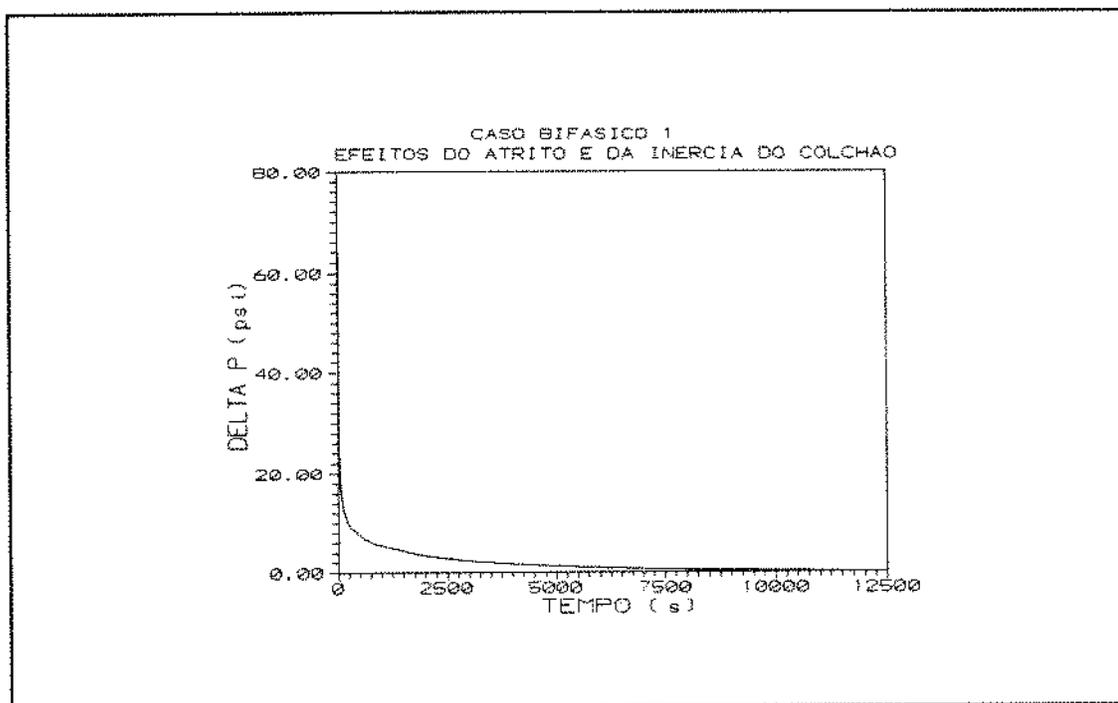


Figura 64 - Caso Bifásico 1 - Efeitos do Atrito e da Inércia do Colchão

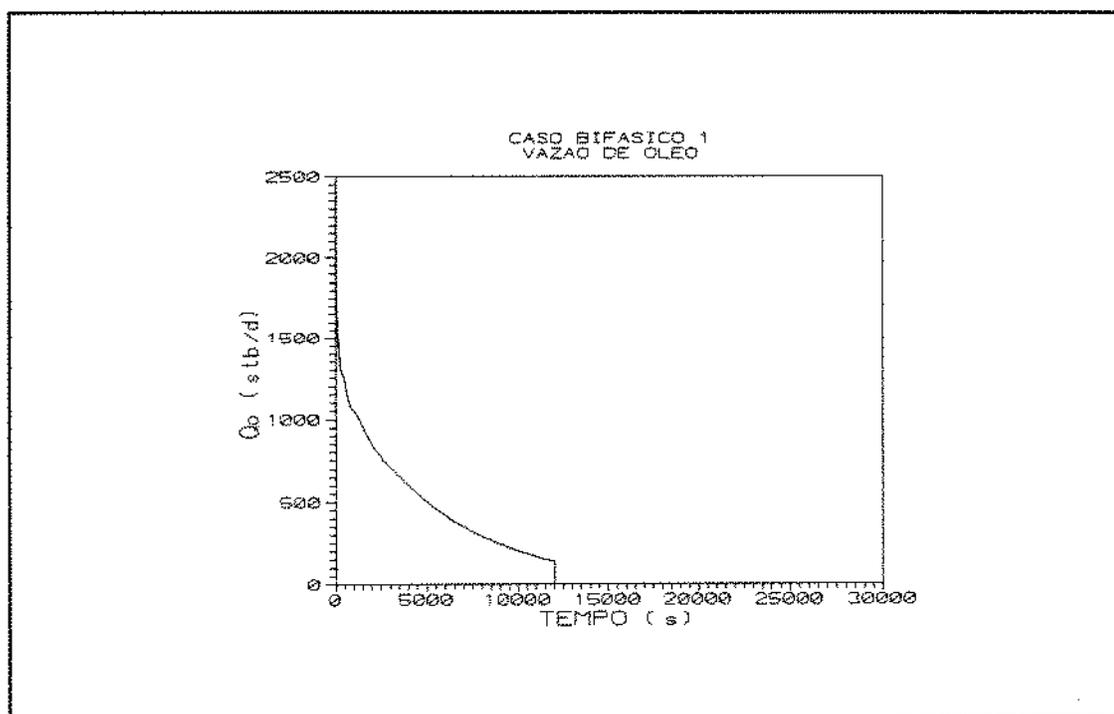


Figura 65 - Caso Bifásico 1 - Vazão de Óleo

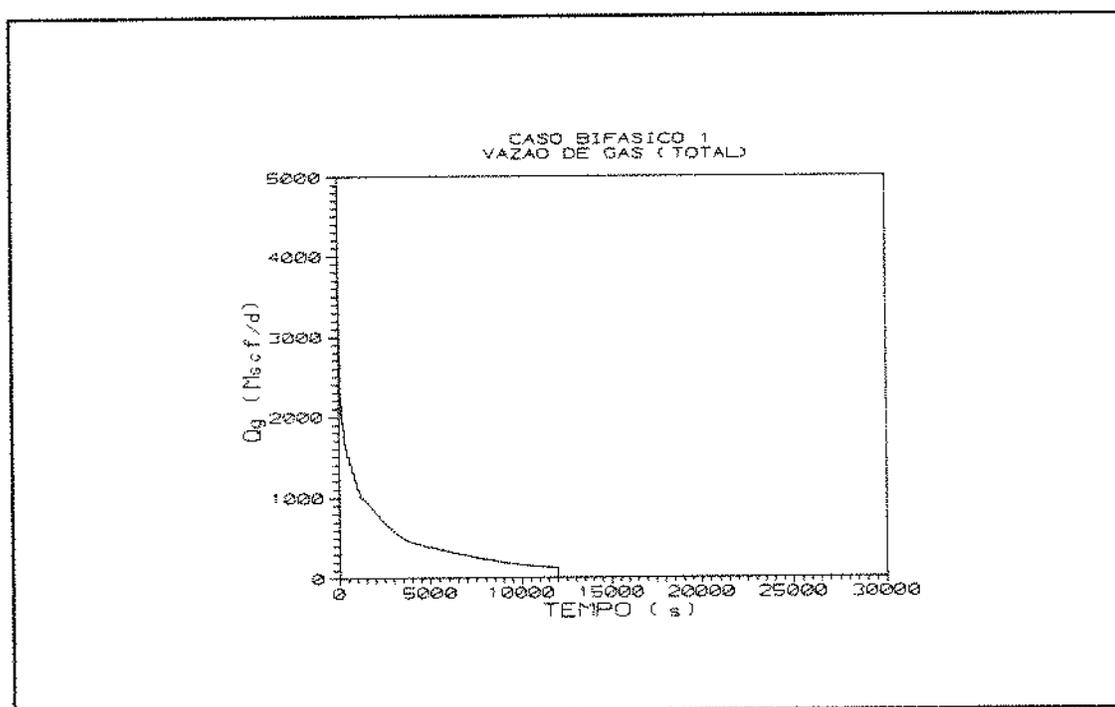


Figura 66 - Caso Bifásico 1 - Vazão de Gás Total

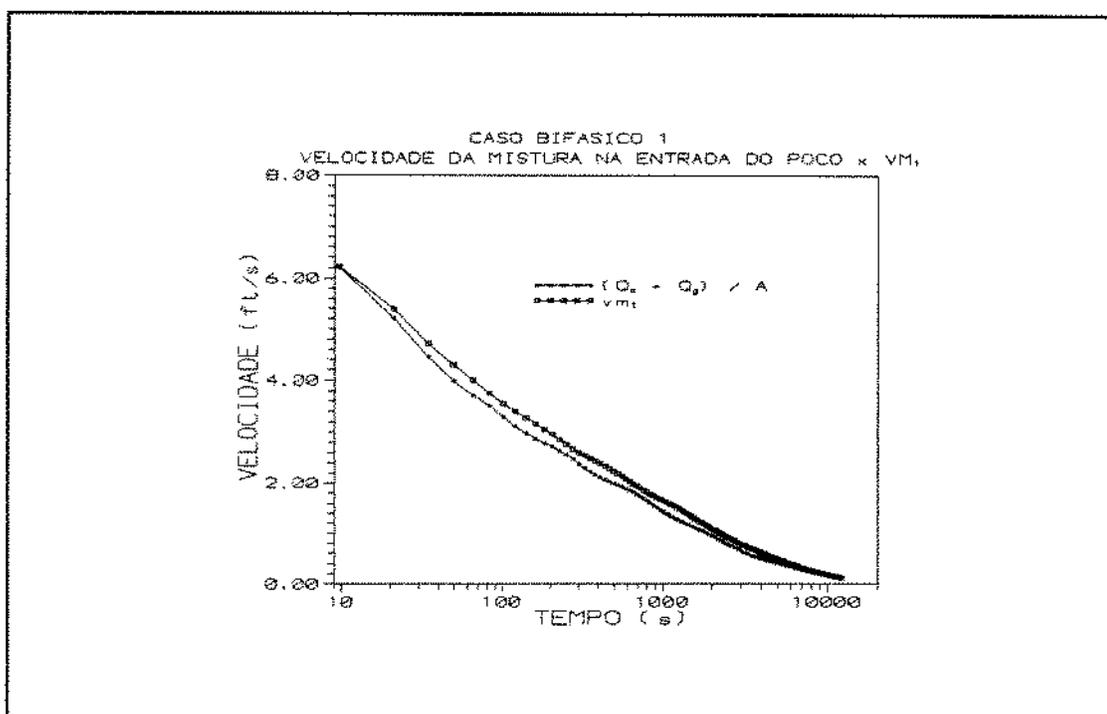


Figura 67 - Caso Bifásico 1 - Comparação Entre a Velocidade da Mistura na Entrada do Poço e vm_1

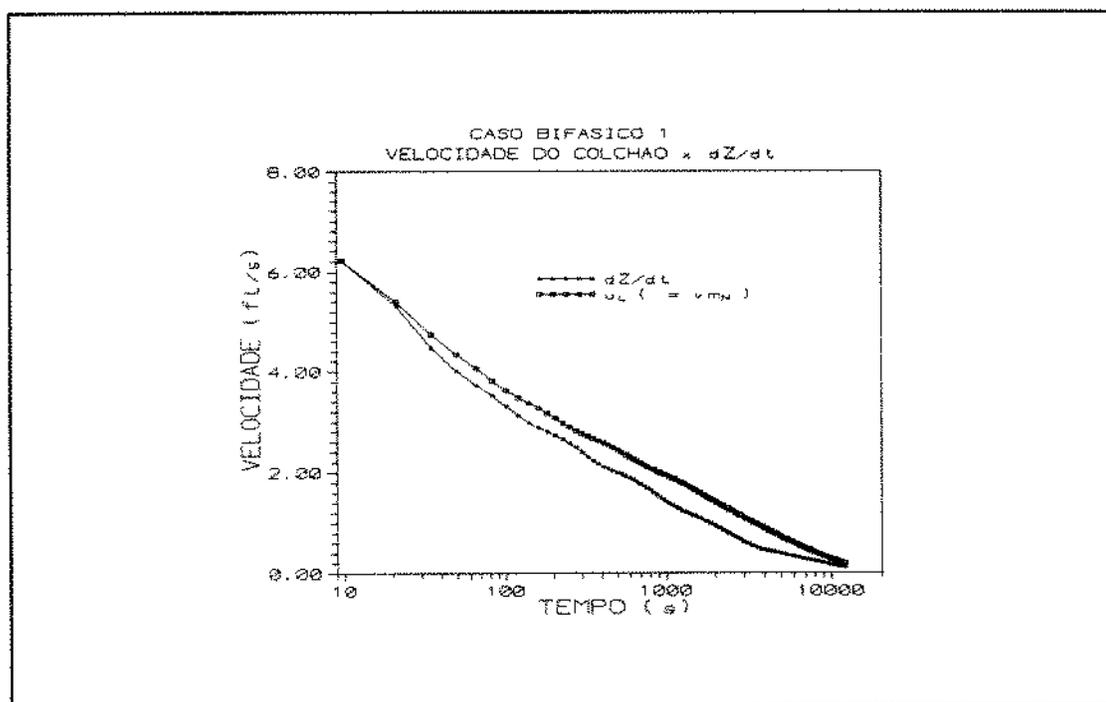


Figura 68 - Caso Bifásico 1 - Comparação Entre a Velocidade do Colchão e $\Delta Z/\Delta t$

6.2.2 CASO BIFÁSICO 2 :

Nesse exemplo, foram adotados os seguintes dados :

Parâmetros do reservatório :

- porosidade : $\phi = 0,26 @ P = 2886,8 \text{ psi}$;
- permeabilidade : $K = 30 \text{ mD}$;
- espessura : $h = 13,1234 \text{ ft}$;
- raio externo : $r_e = 1640,42 \text{ ft}$;
- raio interno : $r_w = 0,5085 \text{ ft}$;
- compressibilidade da rocha : $C_r = 3,3 \times 10^{-6} \text{ 1/psi}$;
- pressão inicial : $P_i = 2886,8 \text{ psi}$;
- "skin" : $S = 0$;
- número de blocos : $N_R = 20$.

Parâmetros do poço :

- diâmetro da coluna : $d = 0,3982 \text{ ft}$;
- rugosidade relativa da coluna : $\epsilon = 0,0006$;
- número de células no poço : 180 ;
- número de células ocupadas pelo colchão : 50 ($L_{\text{col}} = 3000 \text{ ft}$) ;
- comprimento de cada célula : $\Delta Z = 60 \text{ ft}$;
- volume da câmara de estocagem : $V_{\text{câm}} = 10,66 \text{ ft}^3$.

Parâmetros dos fluidos :

- colchão :

- massa específica : $\rho = 62,4 \text{ lbm/ft}^3$ (constante) ;
- viscosidade : $\mu = 1 \text{ cp}$ (constante) .

- óleo :

- grau API = 25 ;
- pressão de saturação inicial : $P_{bi} = 2886,8 \text{ psi}$;
- $dB/dP = - 2,32 \times 10^{-5} \text{ 1/psi}$ (acima da pressão de saturação - constante);
- $d\mu/dP = 4,60 \times 10^{-5} \text{ cp/psi}$ (acima da pressão de saturação - constante).

Alterou-se parte dos dados de PVT mostrados na tabela I : as viscosidades do óleo tabeladas foram multiplicadas por 3. A tabela II não foi modificada para esse caso.

Os dados de interação rocha-fluido (tabela III) foram mantidos (todas as tabelas estão no capítulo 5).

Para determinação do fator de fricção de duas fases, também foi empregada a correlação de Beggs e Brill.

No caso bifásico 2, considera-se um óleo mais "pesado" e mais viscoso e um reservatório menos permeável que no caso bifásico 1 - portanto, esse exemplo permitirá, basicamente, uma análise da influência da produtividade do reservatório nas respostas do modelo para um caso bifásico.

Os resultados obtidos, supondo-se não ocorrência de escorregamento entre as fases no poço, estão nas figuras 69 a 74. Nas figuras 75 e 76, são feitas verificações da resposta do modelo através de comparação da velocidade calculada para a mistura na primeira célula com a velocidade da mistura na entrada do poço e da velocidade do colchão com $(\Delta Z/\Delta t)$.

Na figura 69, observa-se o comportamento da pressão de fundo durante os períodos de fluxo e estática. O perfil resultante denota um poço não surgente de produtividade relativamente baixa.

O efeito da aceleração inercial do colchão sobre a pressão de fundo é mostrado na figura 70. Como esperado, devido à menor produtividade do reservatório, os efeitos inerciais no colchão são menos significativos para esse caso que no caso bifásico 1.

Na figura 71, apresenta-se o acréscimo na pressão de fundo causado pelo atrito no colchão e na região bifásica. É fácil perceber que a magnitude desses efeitos também é inferior à do caso bifásico 1, como poderia ser previsto.

O aumento de pressão no fundo devido aos efeitos inerciais e de fricção em conjunto aparece na figura 72. Esses efeitos, embora desprezíveis, são mais importantes nos instantes iniciais do fluxo, como já constatado nos outros exemplos.

Nas figuras 73 e 74, respectivamente, mostra-se o comportamento das vazões de óleo e gás total - medidas em condições padrão - durante o teste. No decorrer do fluxo, podem ser notadas oscilações nas vazões, causadas por oscilações da saturação de gás no bloco do reservatório que alimenta o poço. Essas oscilações tendem a se acentuar, à medida em que aumenta a viscosidade do óleo usado na simulação. As variações de saturação influem diretamente nas permeabilidades relativas de cada fase e nas pressões no reservatório, sugerindo que o uso generalizado de soluções analíticas monofásicas para

interpretação dos períodos de fluxo de um sistema multifásico pode acarretar estimativas incorretas das propriedades do reservatório. Essa observação corrobora a conclusão obtida por KATO, 1990.

Na figura 75, mostra-se uma comparação entre a velocidade da mistura na entrada do poço e a velocidade calculada para a célula 1, a cada instante. Os resultados são bastante próximos. Pela forma como é calculada, a velocidade da mistura no bloco 1 do poço é menos sensível às oscilações das vazões de óleo e gás provenientes do reservatório.

O confronto da velocidade do colchão com $(\Delta Z/\Delta t)$ é apresentado na figura 76. Para essa verificação, os resultados também são muito próximos, indicando que as respostas obtidas com o modelo para o caso bifásico 2 são consistentes, da mesma forma que no caso bifásico 1. Como se pode perceber, a velocidade do colchão calculada pelo modelo também apresenta um comportamento mais estável que o de $(\Delta Z/\Delta t)$.

Finalmente, pode-se concluir que, para o caso bifásico 2, os efeitos inerciais e de fricção no poço não são significativos, uma vez que os efeitos gravitacionais predominam.

Em linhas gerais, as constatações feitas para os casos bifásicos concordam com aquelas dos casos monofásicos. Vale ressaltar, entretanto, que os resultados obtidos sugerem que a consideração de fluxo multifásico no reservatório é importante para uma interpretação mais apurada dos testes em poços não surgentes.

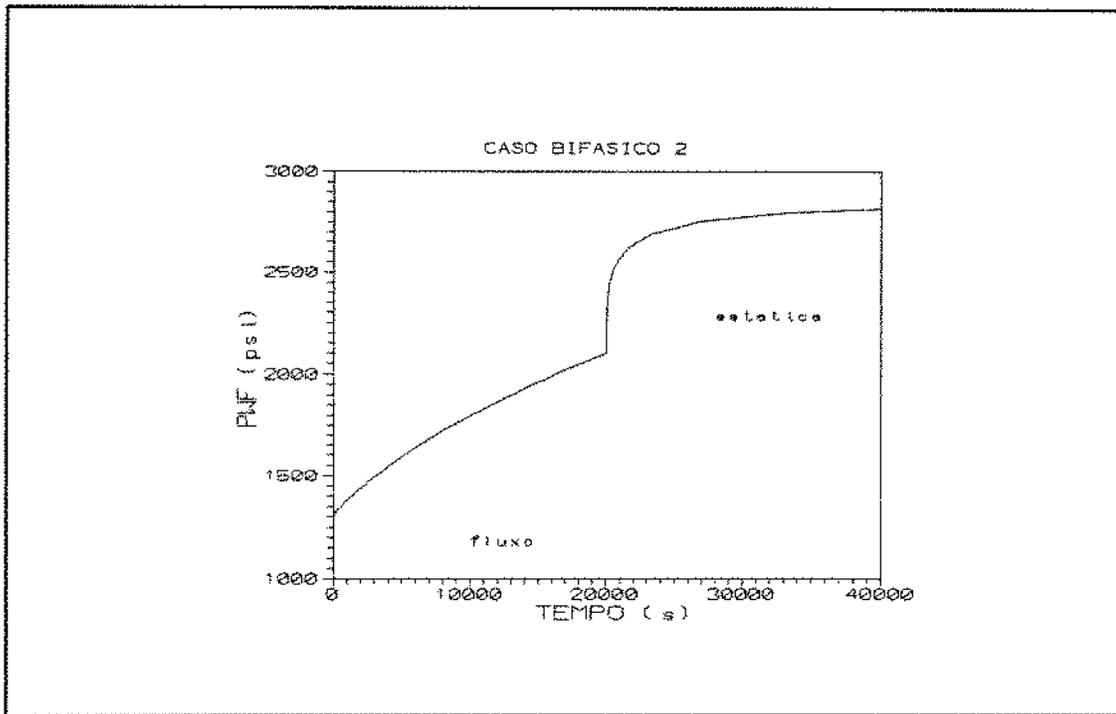


Figura 69 - Caso Bifásico 2 - Pressão de Fundo

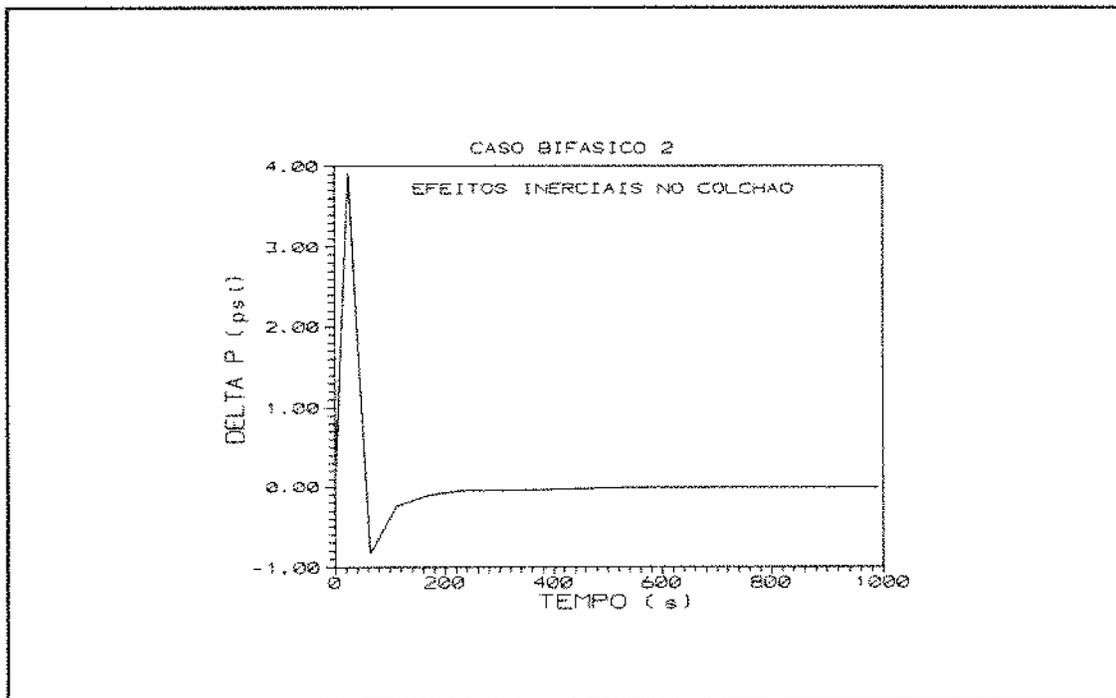


Figura 70 - Caso Bifásico 2 - Efeitos Inerciais no Colchão

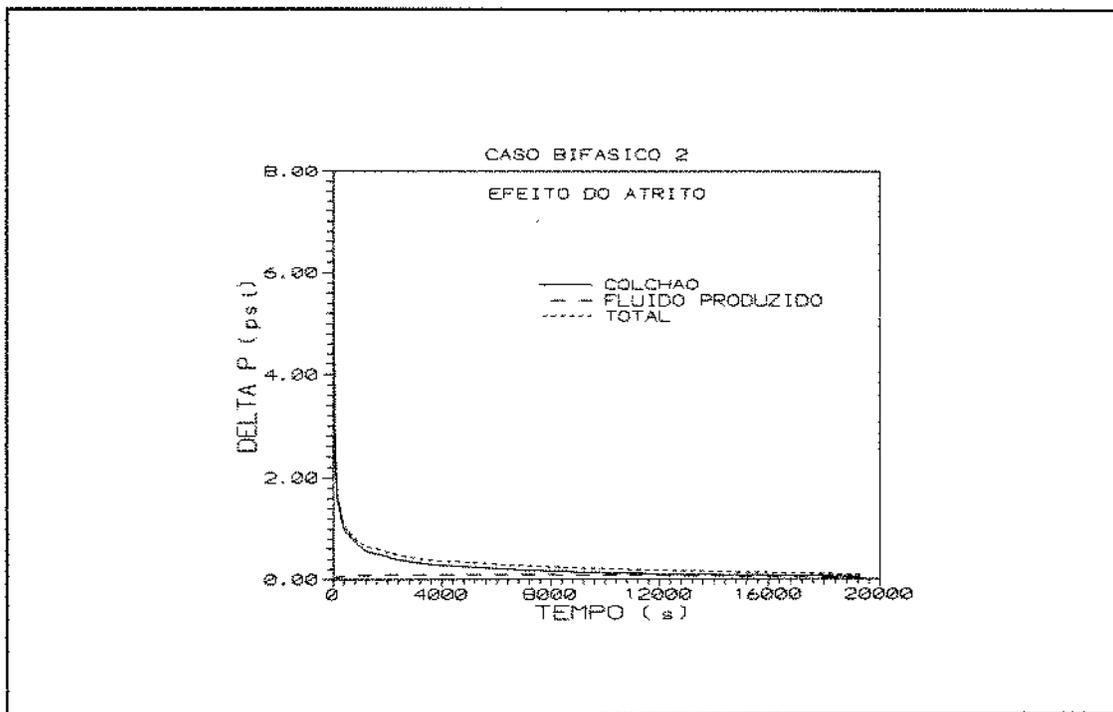


Figura 71 - Caso Bifásico 2 - Efeito do Atrito

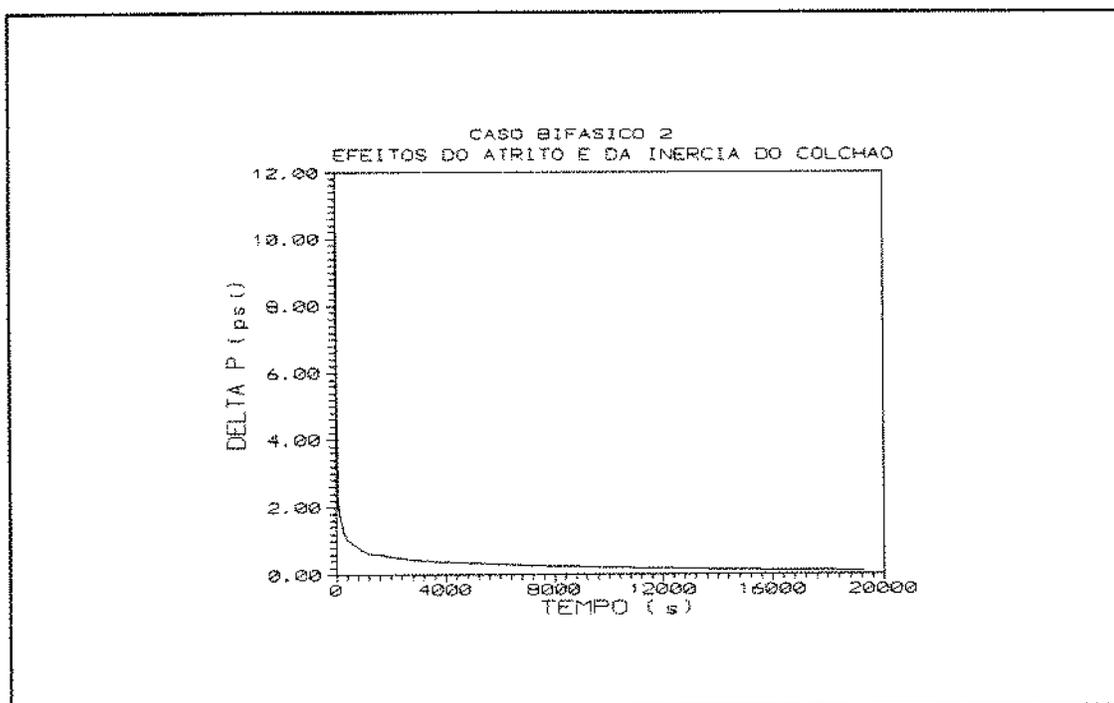


Figura 72 - Caso Bifásico 2 - Efeitos do Atrito e da Inércia do Colchão

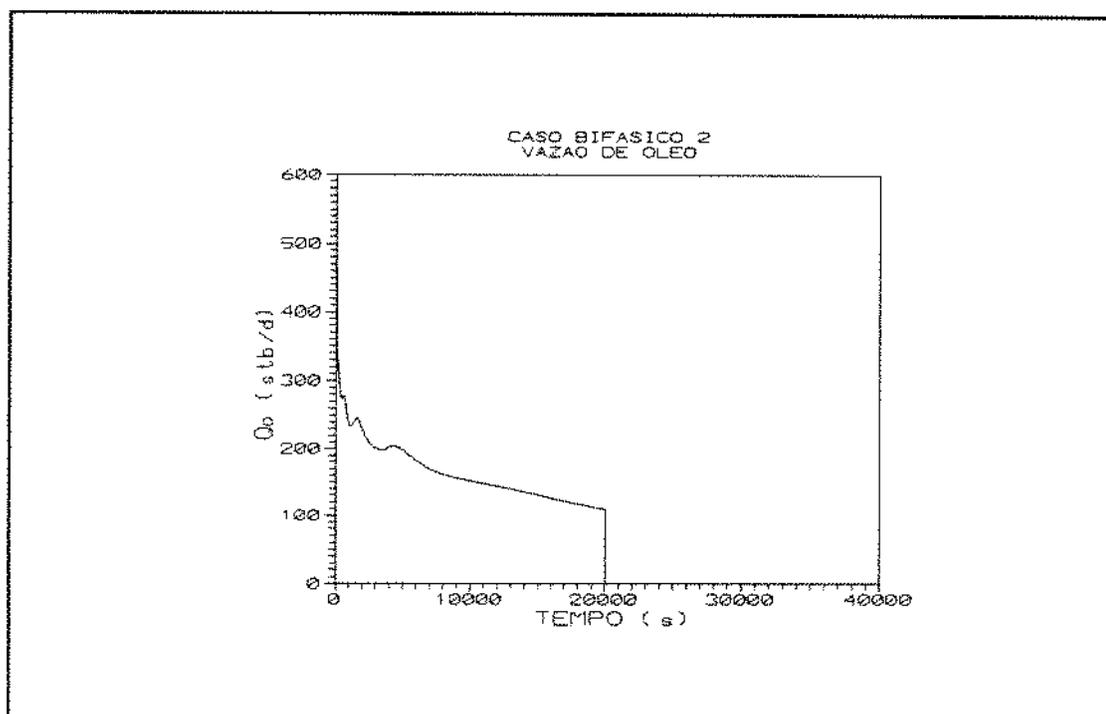


Figura 73 - Caso Bifásico 2 - Vazão de Óleo

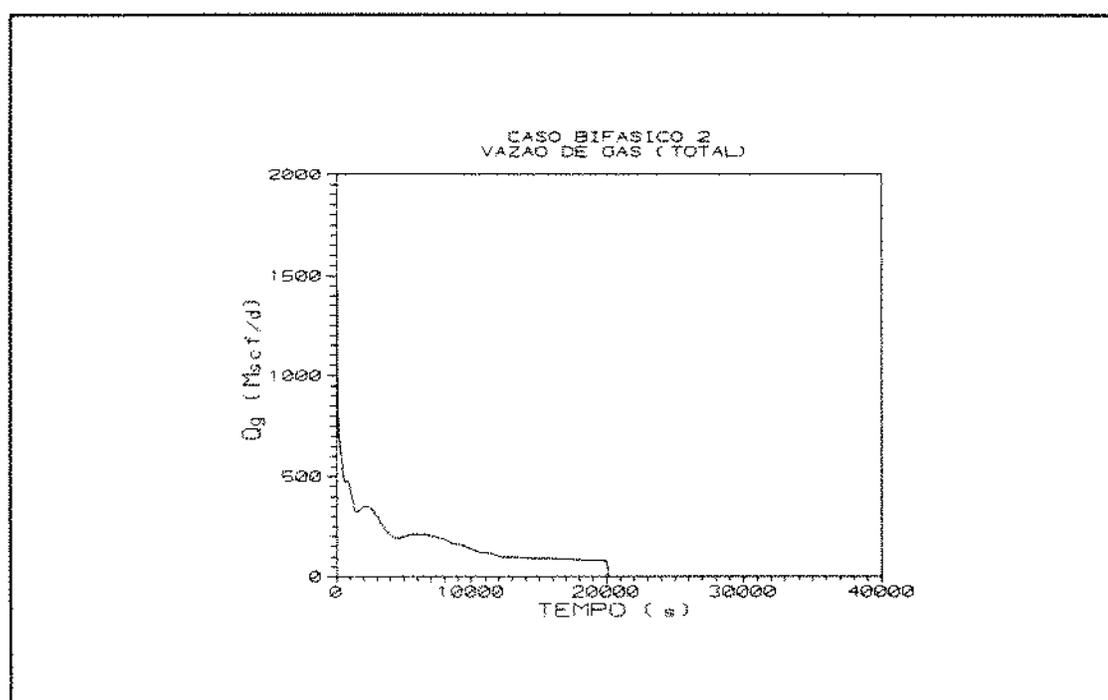


Figura 74 - Caso Bifásico 2 - Vazão de Gás Total

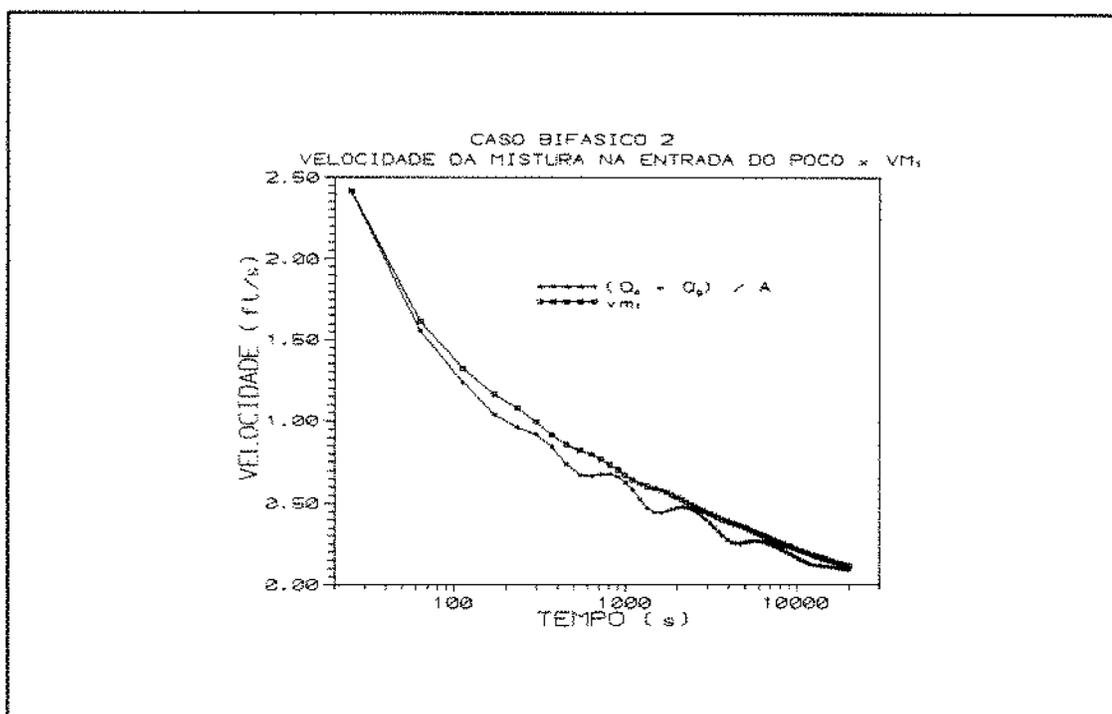


Figura 75 - Caso Bifásico 2 - Comparação Entre a Velocidade da Mistura na Entrada do Poço e v_{m1}

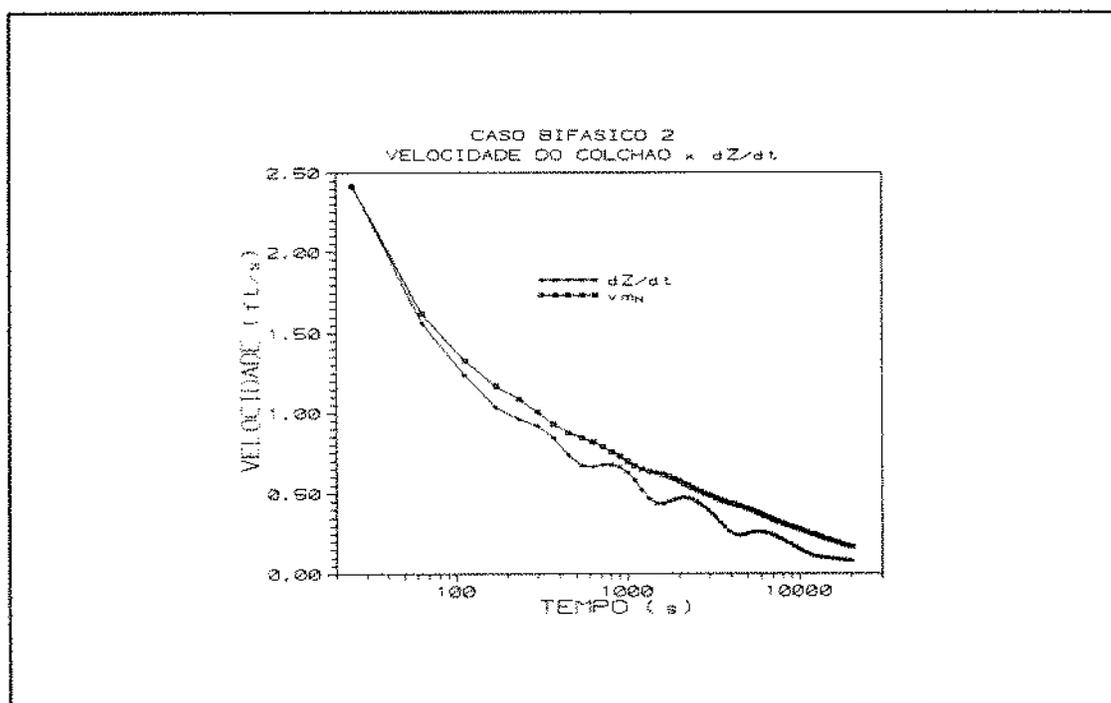


Figura 76 - Caso Bifásico 2 - Comparação Entre a Velocidade do Colchão e $\Delta Z/\Delta t$

6.3 DESEMPENHO COMPUTACIONAL DO SIMULADOR DESENVOLVIDO

Todos os exemplos apresentados neste trabalho foram rodados em um micro-computador 386SX, 16 MHz, com co-processador aritmético. Os casos monofásicos foram executados simulando-se apenas um componente, de forma a evitar o cálculo iterativo para pressão de bolha variável. Essa opção permitiu uma considerável economia de tempo de processamento. A tabela abaixo mostra o tempo total de execução (leitura, processamento e impressão de arquivos com resultados) para cada caso :

Tabela IV - Tempo Computacional Para Cada Caso Simulado

CASO	TEMPO COMPUTACIONAL (segundos)
Monofásico 1 (caso base)	307,3
Monofásico 1 (h = 80 ft)	518,9
Monofásico 2	176,9
Monofásico 3	116,7
Bifásico 1	2123,3
Bifásico 2	975,3

Os tempos obtidos são bastante satisfatórios.

Em todos os exemplos apresentados neste trabalho, não houve problemas de convergência.

A técnica empregada para inclusão de ponto de bolha variável, apesar de extremamente simples para programar, apresenta duas desvantagens : aumenta excessivamente o tempo de processamento (ver tabela IV), devido ao maior número de iterações, e não é robusta - em alguns casos bifásicos, não apresentados neste trabalho, não

se obtém convergência na pressão de bolha para todos os blocos do reservatório. Assim, recomenda-se, para futuros trabalhos, a utilização de técnicas comprovadamente eficientes para cálculo de ponto de bolha variável no reservatório (STRIGHT *et ali.*, 1977, e AU *et ali.*, 1980).

Outro aspecto importante é que o tempo de execução do programa elaborado depende bastante da facilidade de convergência na pressão de fundo. Nos casos em que o efeito gravitacional predomina durante todo o período de fluxo, a convergência na pressão de fundo é mais rápida e o tempo total de execução é bem menor. Como exemplo, pode-se comparar os tempos de execução do caso monofásico 1 (caso base), quando os efeitos gravitacionais dominam todo o período de fluxo, e do caso monofásico 1 com espessura do reservatório alterada para 80 pés, onde os efeitos inerciais e de fricção são importantes no início do fluxo.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

7.1 CONCLUSÕES

Os resultados obtidos neste trabalho permitem as seguintes conclusões :

(1) Um simulador numérico-computacional que acopla modelos para o fluxo bifásico (gás-óleo), isotérmico, tipo "*black-oil*", no reservatório e no poço foi desenvolvido para análise do primeiro fluxo e da primeira estática de testes em poços não surgentes. A dinâmica de um colchão monofásico e incompressível, inicialmente presente no poço, foi incorporada ao modelo. Durante o período de crescimento de pressão, o poço é representado por uma câmara de estocagem. O modelo acoplado foi validado através de comparação das soluções numéricas com soluções analíticas monofásicas disponíveis para o teste "*slug*".

(2) A técnica de acoplamento implementada é eficaz e permite o uso de modelos numéricos independentes para o poço e o reservatório. Observa-se convergência

mais rápida na pressão de fundo quando os efeitos gravitacionais predominam no poço ao longo de todo o período de fluxo.

(3) Os efeitos gravitacionais dão a contribuição mais importante para a pressão de fundo durante a maior parte do período de fluxo de um teste em poço não surgente.

(4) Efeitos inerciais e de fricção podem assumir valores significativos para alguns sistemas poço-reservatório, porém sua importância se restringe aos primeiros instantes do fluxo e, rapidamente, os efeitos gravitacionais passam a prevalecer. A solução analítica clássica do "*slug test*" - que só considera efeitos gravitacionais - ajustou-se com boa precisão a todos os casos monofásicos simulados ; desvios causados por efeitos inerciais e de atrito, quando expressivos, ocorrem durante um espaço de tempo desprezível para qualquer consideração de ordem prática. Generalizando-se os resultados verificados neste estudo, é provável que os efeitos inerciais e de atrito não tenham influência na interpretação de testes em poços não surgentes.

(5) As respostas obtidas para a análise de sensibilidade realizada revelam que os efeitos inerciais e de atrito podem ser elevados, num curto espaço de tempo no início do fluxo, quando :

- o poço testado situa-se em reservatório de boa produtividade (Kh/μ alto) ;
- a coluna de teste possui diâmetro interno pequeno ;
- o diferencial de pressão inicial reservatório-poço é alto (pressão inicial do reservatório muito elevada ou colchão muito pequeno - ou de baixa massa específica).

Por outro lado, os efeitos inerciais e de atrito são atenuados quando :

- o efeito de película ("*skin*") é elevado ;
- ocorre redução da permeabilidade em torno do poço (dano causado por filtrado).

Nos casos simulados, verificou-se que a rugosidade relativa da coluna praticamente não afeta os resultados e que a compressibilidade do óleo apresenta pequena influência sobre a resposta do teste - pelo menos para os casos monofásicos.

(6) As respostas do modelo para os casos com fluxo bifásico sem escorregamento no poço sugerem que os efeitos do fluxo multifásico no reservatório (variações de saturação e das propriedades dos fluidos) devem ser levados em conta na interpretação de testes em poços não surgentes, de forma a evitar estimativas incorretas das propriedades do reservatório. Essa conclusão corrobora as observações feitas por KATO, 1990.

(7) Os critérios elaborados por SALDANA, 1983, para estimar a magnitude dos efeitos inerciais e de atrito no poço a partir das características de um sistema poço-reservatório foram aplicados aos exemplos monofásicos estudados. Apesar desses critérios se basearem nas hipóteses de colchão inicial grande, incompressibilidade dos fluidos no poço e fricção avaliada em regime laminar, suas previsões mostraram-se corretas para todos os casos examinados. Uma avaliação definitiva desses critérios ainda carece dos resultados da sua aplicação a um número maior de casos.

(8) A técnica empregada no simulador para cálculo de ponto de bolha variável não é robusta. Para alguns casos, não ocorreu convergência na pressão de saturação em todos os blocos do reservatório. Além desse problema, essa técnica possui a desvantagem de aumentar sobremaneira o número de iterações no modelo de reservatório até se atingir convergência, elevando bastante o tempo de execução dos casos bifásicos.

7.2 RECOMENDAÇÕES

Baseado nas observações e conclusões deste estudo, as seguintes recomendações podem ser sugeridas para futuros trabalhos :

(1) Para incorporar a opção de ponto de bolha variável ao modelo de reservatório, usar uma formulação de eficiência comprovada - método da substituição de variáveis ou do pseudogás.

(2) Um simulador simplificado poderá ser desenvolvido para a interpretação de testes em poços não surgentes. É importante que o modelo apresente as seguintes características :

- ser capaz de simular vários períodos de fluxo e estática ;
- no poço, apenas os efeitos gravitacionais da fase líquida (óleo e água) precisam ser considerados ;
- o colchão poderá ser representado por uma pressão constante, equivalente à sua pressão hidrostática ;
- caso o volume da câmara de estocagem seja pequeno, a acumulação de fluidos no poço durante os períodos de estática poderá ser desprezada ;
- um modelo trifásico, com ponto de bolha variável, deverá ser utilizado para o reservatório ;
- caso os efeitos de segregação gravitacional no reservatório não sejam importantes, um modelo unidimensional radial poderá ser usado e a técnica de acoplamento descrita neste trabalho poderá ser aplicada ; caso contrário, o uso da técnica de acoplamento desenvolvida por KATO, 1990, é sugerido.

(3) Para futuros trabalhos de pesquisa neste tema, julga-se interessante a aplicação de um modelo transiente multifásico de poço mais rigoroso - um Modelo de Dois Fluidos, mecanicista (para evitar o uso de correlações), por exemplo. Esse modelo poderá ser adaptado à estrutura desenvolvida neste trabalho. A princípio, o colchão poderá ser aproximado por uma pressão constante, simplificando-se bastante o problema. Efeitos do

escorregamento, de fluxo reverso e segregação no poço, nos períodos de fluxo e estática, poderão ser analisados.

(4) Modelos de reservatório mais sofisticados também poderão ser empregados, permitindo estudar o comportamento da pressão em testes de poços não surgentes localizados em reservatórios natural ou artificialmente fraturados, por exemplo.

REFERÊNCIAS

- [1] ABCHIR, C.; BOURGEAT, A.; PELCE, V.; NABIL, R. : "Modelling a Transient Flow in a Well and Coupling it with the Flow in the Reservoir", presented at the 3rd Delft Univ. Technol. et al Math. of Oil Recovery Europe Conf. (ECMOR III), Delft, Neth (June, 1992), proc. p. 373-384.

- [2] ABOBA, B. D. : "Pressure Drop and Void Fraction in Intermittent Inclined Gas-Liquid Pipe Flow", Ph. D. Dissertation, Stanford University, CA (May, 1989).

- [3] AGARWAL, R. K.; LI, Y. : "Implementation of a Simplified Wellbore Model in a Compositional Simulator", Computer Modelling Group, Report 88.13.C (December, 1988).

- [4] ALMEHAIDEB, R. A. : "A Reservoir/Wellbore Model for Multiphase Injection and Pressure Transient Analysis", Ph.D. Dissertation, Stanford University, CA (June, 1989).

- [5] AU, A. D. K.; BEHIE, A.; RUBIN, B.; VINSOME, K. : "Techniques for Fully Implicit Reservoir Simulation", paper SPE 9302, presented at the 55th Annual Fall Tech. Conf. and Exhib. of the SPE, Dallas, TX (Sept., 1980).

- [6] AZIZ, K.; GOVIER, G. W.; FOGARASI, M. : "Pressure Drop in Wells Producing Oil and Gas", J. Canadian Pet. Tech. (July,-Sept., 1972), p. 38-48.

- [7] BAXENDELL, P. B.; THOMAS, R. : "The Calculation of Pressure Gradients in High-Rate Flowing Wells", J. Pet. Tech. (Oct., 1961), p. 1023-1028.

- [8] BEGGS, H. D.; BRILL, J. P. : "A Study of Two-Phase Flow in Oil Wells, Prediction of Pressure Drop", J. Pet. Tech. (May., 1973), p. 607-617.

- [9] BRILL, J. P.; BEGGS, H. D. : "Two-Phase Flow in Pipes", The University of Tulsa (1978).
- [10] CAPUCCI, E. C. : "Simulação da Descarga de Poços Através de Válvulas de Gas-Lift", Tese de Mestrado, UNICAMP, Campinas (Novembro, 1990).
- [11] COOPER, H. H., Jr.; BREDEHOEFT, J. D.; PAPADOPULOS, I. S.: "Response of a Finite-Diameter Well to an Instantaneous Charge of Water", Water Resources Research (1967), v. 3, n. 1, p. 263-269.
- [12] DIAS, S. G. : "Modelo Não Isotérmico de um Sistema Poço-Reservatório Operando com Fluido Pseudo-Homogêneo", Tese de Mestrado, UNICAMP, Campinas (Novembro, 1990).
- [13] FANCHI, J. R.; HARPOLE, K. J.; BUJNOWSKI, S. W.; CARROLL, H. B., Jr.: "BOAST : A Three-Dimensional, Three-Phase Black Oil Applied Simulation Tool (Version 1.1) - Vol. I : Technical Description and Fortran Code", USDOE, DOE/BC/10033-3, Tulsa, Oklahoma (Sept., 1982).
- [14] FARNSTROM, K. L.; ERTEKIN, T. : " A Versatile, Fully Implicit, Black Oil Simulator with Variable Bubble-Point Option", paper SPE 16342, presented at the 57th Annual California Regional Meeting, Ventura, CA (April, 1987), proc. p. 189-206.
- [15] FERRIS, J. C.; KNOWLES, D. B. : "The Slug Test for Estimating Transmissibility of an Aquifer", U. S. Geological Survey Ground Water Note 26 (1954), p. 1-7.
- [16] FOLEFAC, A. N.; ISSA, R. I.; WALL, C. G. : "A Computational Model for Two Phase Flow in Wellbores", paper SPE 22233 (1991).
- [17] FORSYTH, P., Jr.; SAMMON, P. H. : "Gas Phase Appearance and Disappearance in Fully Implicit Black Oil Simulation", SPEJ (October, 1984), p. 505-507.

- [18] GOKDEMIR, O. M. : "Transient Drift Flux Model for Wellbores", M.Sc. Thesis, The University of Tulsa (1992).
- [19] GOVIER, G. W.; AZIZ, K. : "The Flow of Complex Mixtures in Pipes", Van Nostrand Reinhold Company (1972).
- [20] HAGEDORN, A. R.; BROWN, K. E. : "Experimental Study of Pressure Gradients Occurring During Continuous Two-Phase Flow in Small Diameter Vertical Conduits", J. Pet. Tech. (April, 1965), p. 475-484.
- [21] HEGEMAN, P. S.; ABBASZADEH, M. : "A Simulator for Drillstem Test Interpretation", paper SPE 16380, presented at the SPE California Regional Meeting, Ventura, California (April, 1987).
- [22] ISHII, M.; KOCAMUSTAFAOGULLARI, G. : "Two-Phase Models and Their Limitations", NATO Adv. Study Inst. (1983), Ser. E, v. 63, p. 1-14.
- [23] KATO, E. T. : "Influência do Fluxo Multifásico em Análises de Testes de Poços Não Surgentes", Tese de Mestrado, UNICAMP, Campinas (Dez., 1990).
- [24] KOHDA, K.; SUZUKAWA, Y.; FURUKAWA, H. : "Analysis of Transient Gas-Liquid Two-Phase Flow in Natural Gas Pipelines", Nippon Kokan Technical Report (1987), p. 43-50.
- [25] LAGE, A. C. V. M. : "Simulação de Controle de Poços de Petróleo em Erupção", Tese de Mestrado, UFRJ (Dezembro, 1990).
- [26] LILES, D. R.; REED, W. H. : "A Semi-Implicit Method for Two-Phase Fluid Dynamics", J. Comput. Phys. (1978), v. 26, n. 3, p. 390-407.

- [27] MFONFU, G. B. S.; GRADER, A. S. : "An Implicit Numerical Model for the Closed Chamber Test", paper SPE 19832, presented at the 64th Annual Technical Conf. and Exhib. of the SPE, San Antonio, TX (October, 1989).
- [28] MILLER, C. W. : " Wellbore Storage Effects in Geothermal Wells", paper SPE 8203 (1979).
- [29] MINAMI, K. : "Transient Flow and Pigging Dynamics in Two-Phase Pipelines", Ph.D. Dissertation, The University of Tulsa (1991).
- [30] MUKHERJEE, H.; BRILL, J. P. : " Liquid Holdup Correlations for Inclined Two-Phase Flow", J. Pet. Tech. (May, 1983), p. 1003-1008.
- [31] NICKENS, H. V. : "A Dynamic Computer Model of a Kicking Well", SPE Drilling Engineering (June, 1987), p. 159-173.
- [32] PEDROSA, O. A., Jr. : "Use of Hybrid Grid in Reservoir Simulation", Ph.D. Dissertation, Stanford University, CA (December, 1984).
- [33] PERES, A. M. M. : "Analysis of Slug and Drillstem Tests", Ph.D. Dissertation, The University of Tulsa (1989).
- [34] POETTMAN, F. H.; CARPENTER, P. G. : "The Multiphase Flow of Gas, Oil and Water Through Vertical Flow Strings with Application to the Design of Gas-Lift Installations", Drill. and Prod. Prac., API (1952), p. 257-317.
- [35] RAMEY, H. J., Jr.; AGARWAL, R. G.; MARTIN, I. : "Analysis of Slug Test or DST Flow Period Data", J. Canadian Pet. Tech. (July-Sept., 1975), p. 37-47.
- [36] SALAS, B.; SAGEEV, A. : "Closed Chamber Testing : The Effects of Wellbore Friction and Fluids Compression", paper SPE 16800, presented at the 62nd Annual Tech. Conf. and Exhib. of the SPE, Dallas, TX (Sept., 1987).

- [37] SALDANA-CORTEZ, M. A. : "Drillstem Test Data Analysis Considering Inertial and Frictional Wellbore Effects", Ph.D. Dissertation, Stanford University, CA (Nov., 1983).
- [38] SALDANA-CORTEZ, M. A.; RAMEY, H. J., Jr. : "Slug Test and Drillstem Test Flow Phenomena Including Wellbore Inertial and Frictional Effects", paper SPE 15118, presented at the 56th California Regional Meeting of the SPE, Oakland, CA (April, 1986).
- [39] SANTOS, O. L. A. : "A Dynamic Model of Diverter Operations for Handling Shallow Gas Hazards in Oil and Gas Exploratory Drilling", Ph.D. Dissertation, Louisiana State University (1989).
- [40] SCOGGINS, M. W., Jr. : "A Numerical Simulation Model for Transient Two-Phase Flow in a Pipeline", Ph.D. Dissertation, The University of Tulsa (1977).
- [41] SERRA, K. V. : "Well Testing for Solution Gas Drive Reservoirs", Ph.D. Dissertation, The University of Tulsa (1988).
- [42] SHARMA, Y.; SCOGGINS, M. W., Jr.; SHOHAM, O.; BRILL, J. P.: "Simulation of Transient Two-Phase Flow in Pipelines", J. Energy Resources Tech. (Sept., 1986), v. 108, p. 202-206.
- [43] SHINOHARA, K.; RAMEY, H. J. : "Slug Test Data Analysis, Including the Inertia Effect of the Fluid in the Wellbore", paper SPE 8208, presented at the 54th Annual Fall Technical Conference and Exhibition of the SPE of AIME, Las Vegas, Nev. (Sept., 1979).
- [44] SIIKONEN, T. : "Numerical Method for One-Dimensional Two-Phase Flow", Numerical Heat Transfer (1987), v. 12, p. 1-18.

- [45] SIU, A.; ROZEN, B.; NGHIEM, L. : "A Fully Implicit Wellbore Model for Steam Injection Processes", Computer Modelling Group, Report 87.02.W (May, 1987).
- [46] STONE, T. W.; EDMUNDS, N. R.; KRISTOFF, B. J. : "A Comprehensive Wellbore/Reservoir Simulator", paper SPE 18419, presented at the SPE Symposium on Res. Simulation, Houston, TX (Feb., 1989).
- [47] STRIGHT, D. H., Jr.; AZIZ, K.; SETTARI, A.; STARRAT, F. E.: "Carbon Dioxide Injection Into Bottom-Water, Undersaturated Viscous Oil Reservoirs", J. Pet. Tech. (October, 1977), p. 1248-1258.
- [48] TAITEL, Y.; SHOHAM, O.; BRILL, J. P. : "Simplified Transient Solution and Simulation of Two-Phase Flow in Pipelines", Chemical Engineering Science (1989), v. 44, n. 6, p. 1353-1359.
- [49] WINTERFELD, P. H. : "Simulation of Pressure Buildup in a Multiphase Wellbore-Reservoir System", paper SPE 15534, presented at the 61st Annual Technical Conf. and Exhib. of the SPE, New Orleans, LA (October, 1986).

APÊNDICES

A - FORMULAÇÕES PARA O FLUXO BIFÁSICO NO POÇO :

Para o Modelo de Dois Fluidos, supondo-se um escoamento bifásico (gás-óleo), vertical e isotérmico, as equações de conservação são as seguintes:

Conservação de Massa para o Componente Óleo

$$\frac{\partial (y_{oo} \rho_o H_L)}{\partial t} + \frac{\partial (y_{oo} \rho_o H_L u_o)}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.1})$$

Conservação de Massa para o Componente Gás

$$\begin{aligned} & \frac{\partial [y_{gg} \rho_g (1 - H_L) + y_{go} \rho_o H_L]}{\partial t} + \\ & \frac{\partial [y_{gg} \rho_g (1 - H_L) u_g + y_{go} \rho_o H_L u_o]}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Conservação da Quantidade de Movimento para a Fase Óleo

$$\begin{aligned} & -H_L \frac{\partial P_o}{\partial z} - \rho_o H_L g - \frac{\tau_{o,w} P_{o,w}}{A} + \frac{\tau_{o,g,i} P_{o,g,i}}{A} - \Gamma_{o,g} u_i = \\ & \frac{\partial (\rho_o u_{so})}{\partial t} + \frac{\partial \left(\frac{\rho_o u_{so}^2}{H_L} \right)}{\partial z} = \frac{DM_o}{Dt} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

onde A é a área interna da coluna.

Conservação da Quantidade de Movimento para a Fase Gás

$$\begin{aligned}
 & - (1 - H_L) \frac{\partial P_g}{\partial z} - \rho_g (1 - H_L) g - \frac{\tau_{g,w} P_{g,w}}{A} - \frac{\tau_{o,g,i} P_{o,g,i}}{A} + \Gamma_{o,g} u_i = \\
 & \frac{\partial (\rho_g u_{sg})}{\partial t} + \frac{\partial \left[\frac{\rho_g u_{sg}^2}{(1 - H_L)} \right]}{\partial z} = \frac{DM_g}{Dt}
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

Os termos mais à esquerda das equações (A.1) e (A.2) referem-se à taxa de acumulação de massa do componente num elemento infinitesimal do escoamento. Os termos mais à direita correspondem ao fluxo líquido de massa do componente através das fronteiras desse elemento (termos de fluxo).

Os termos à esquerda das equações de conservação da quantidade de movimento para cada fase correspondem, respectivamente, ao gradiente de pressão na direção do fluxo, aos efeitos gravitacionais, ao atrito da fase com a parede da tubulação, ao atrito na interface das fases e à transferência de quantidade de movimento devido à troca de massa entre as fases. Esses termos estão relacionados às forças externas que atuam sobre cada fase, incluindo as interações entre elas.

As duas parcelas mais à direita das equações (A.3) e (A.4) representam a derivada substantiva da quantidade de movimento de cada fase, ou seja, equivalem à variação total da quantidade de movimento em cada fase.

Para um sistema "black-oil", isotérmico, as frações mássicas dos componentes em cada fase são :

Componente óleo

$$y_{oo} = \frac{\rho_{\bar{o}}}{\rho_o B_o} \tag{A.5}$$

Componente gás

$$y_{gg} = \frac{\rho_{\bar{g}}}{\rho_g B_g} \quad (\text{A.6})$$

$$y_{go} = \frac{\rho_{\bar{g}} R_g}{\rho_o B_o} \quad (\text{A.7})$$

O somatório das frações mássicas dos componentes de uma determinada fase deve ser igual a um. Então,

$$y_{oo} + y_{go} = 1 \quad (\text{A.8})$$

$$y_{gg} = 1 \quad (\text{A.9})$$

Além disso, para o fluxo bifásico gás-óleo, valem as seguintes relações:

Velocidade superficial do óleo

$$u_{so} = H_L u_o \quad (\text{A.10})$$

onde H_L é o "hold-up" *in situ* ou fração volumétrica, com escorregamento, da fase líquida.

Velocidade superficial do gás

$$u_{sg} = (1 - H_L) u_g \quad (\text{A.11})$$

Velocidade da mistura

$$v_m = u_{so} + u_{sg} \quad (\text{A.12})$$

"Hold-up" sem escorregamento

$$\lambda_L = \frac{u_{so}}{v_m} \quad (\text{A.13})$$

Das relações (A.12) e (A.13) se obtém :

$$(1 - \lambda_L) = \frac{u_{sg}}{v_m} \quad (\text{A.14})$$

Combinado-se (A.10) e (A.13), vem :

$$H_L u_o = \lambda_L v_m \quad (\text{A.15})$$

Analogamente, de (A.11) e (A.14), vem :

$$(1 - H_L) u_g = (1 - \lambda_L) v_m \quad (\text{A.16})$$

A natureza da interação entre as fases gás e óleo em um escoamento é praticamente impossível de ser definida (ALMEHAIDEB, 1989). Por essa razão um outro modelo, denominado Modelo de Mistura, é comumente utilizado na Engenharia de Petróleo. No Modelo de Mistura, as equações de conservação da quantidade de movimento para cada fase são substituídas por uma única equação para a mistura. As equações de continuidade são mantidas.

Admitindo-se que as pressões nas fases óleo e gás são iguais a P e somando-se as equações (A.3) e (A.4), vem :

$$\begin{aligned}
& - \frac{\partial P}{\partial z} - [\rho_o H_L + \rho_g (1 - H_L)] g - \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_{\text{fricção}} = \\
& \frac{\partial (\rho_o u_{so} + \rho_g u_{sg})}{\partial t} + \frac{\partial \left[\frac{\rho_o u_{so}^2}{H_L} + \frac{\rho_g u_{sg}^2}{(1 - H_L)} \right]}{\partial z} \quad (\text{A.17})
\end{aligned}$$

onde

$$\left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_{\text{fricção}} = \frac{\tau_{o,w} P_{o,w}}{A} + \frac{\tau_{g,w} P_{g,w}}{A} \quad (\text{A.18})$$

A vantagem do Modelo de Mistura é que, ao somar as duas equações da quantidade de movimento, os termos de interação entre as fases se cancelam (ver equação (A.17)). O termo referente à perda de carga por atrito para a mistura bifásica é normalmente determinado empiricamente.

No Modelo Homogêneo, considera-se que as velocidades das fases líquida e gasosa são iguais, isto é, supõe-se que não há escorregamento entre as fases no poço. A equação de continuidade do modelo (A.19) é obtida, após as devidas simplificações, somando-se as equações (A.1) e (A.2) - propriedades médias são definidas, de forma que a mistura multifásica no poço possa ser tratada como um fluido monofásico (fluido pseudo-homogêneo). A equação de conservação da quantidade de movimento para a mistura pseudo-homogênea (A.20) é facilmente deduzida a partir das equações (A.17) e (A.19).

Conservação de Massa para a Mistura

$$\frac{\partial (\rho_m)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_m v_m)}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.19})$$

Conservação da Quantidade de Movimento para a Mistura

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \rho_m g + \frac{f_p \rho_m v_m^2}{2 d} + \rho_m \frac{\partial v_m}{\partial t} + \rho_m v_m \frac{\partial v_m}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.20})$$

onde a velocidade da mistura (v_m) está definida pela equação (A.12) e a massa específica da mistura (ρ_m) é dada por :

$$\rho_m = \lambda_L \rho_o + (1 - \lambda_L) \rho_g \quad (\text{A.21})$$

B - OBTENÇÃO DA FRAÇÃO VOLUMÉTRICA DA FASE ÓLEO :

Para um poço surgente, produzindo em regime permanente, os fluxos mássicos dos componentes óleo e gás independem da posição na coluna de produção (ver equações de continuidade do Modelo de Dois Fluidos, no apêndice A). Logo :

$$G_o = \frac{\rho_o^-}{B_o} \lambda_L v_m \quad (\text{B.1})$$

$$G_g = \frac{\rho_g^-}{B_g} (1 - \lambda_L) v_m + \frac{\rho_g^- R_s}{B_o} \lambda_L v_m \quad (\text{B.2})$$

A velocidade da mistura pode ser isolada em (B.1) e (B.2) e colocada em função dos fluxos mássicos dos componentes óleo e gás, da pressão e do "hold-up" sem escorregamento. Igualando-se as expressões obtidas, chega-se à seguinte equação para o "hold-up" sem escorregamento :

$$\lambda_L = \frac{G_o B_o \rho_g^-}{B_g \left[G_g \rho_o^- + \frac{G_o B_o \rho_g^-}{B_g} - G_o \rho_g^- R_s \right]} \quad (\text{B.3})$$

A relação (B.3) é válida para um poço surgente, produzindo em regime permanente, e pode ser reescrita considerando-se as massas dos componentes óleo e gás que penetram no poço durante um determinado intervalo de tempo (m_o e m_g , respectivamente), em lugar dos fluxos mássicos :

$$\lambda_L = \frac{m_o B_o \rho_g^-}{B_g \left[m_g \rho_o^- + \frac{m_o B_o \rho_g^-}{B_g} - m_o \rho_g^- R_s \right]} \quad (\text{B.4})$$

onde m_o e m_g não variam com o tempo (para um intervalo de tempo fixo).

Por definição, "hold-up" sem escorregamento é a fração volumétrica da fase líquida que existiria em um segmento da tubulação, caso as fases líquida e gasosa escoassem à mesma velocidade (BRILL e BEGGS, 1978).

Para avaliar a fração volumétrica sem escorregamento da fase óleo durante o período de fluxo de um teste em poço não surgente, além de considerar as fases escoando à mesma velocidade, deve-se também atender à condição restritiva de que os fluidos produzidos pelo reservatório permanecem no poço. As massas dos componentes óleo e gás presentes no poço a cada instante - ou seja, as massas dos componentes que entraram no poço durante um intervalo de tempo igual ao tempo de fluxo - são dadas, respectivamente, por :

$$m_o^* = \rho_o^- \cdot OPA \quad (\text{B.5})$$

$$m_g^* = \rho_g^- \cdot GPA \quad (\text{B.6})$$

Substituindo-se m_o e m_g por m_o^* e m_g^* em (B.4) e fazendo as devidas simplificações, obtém-se uma expressão para a fração volumétrica sem escorregamento da fase óleo em um poço não surgente, sob a hipótese de estados estacionários sucessivos - admite-se que a região bifásica assume uma condição de equilíbrio instantâneo a cada passo de tempo :

$$F_o = \frac{OPA B_o}{OPA (B_o - R_s B_g) + GPA B_g} \quad (\text{B.7})$$

A equação (B.7) pode ser deduzida de outra forma : a partir da condição restritiva de que todos os fluidos produzidos permanecem no poço, vem

$$\sum_{i=1}^N \left(\frac{V_{oi}}{B_{oi}} \right) = OPA \quad (\text{B.8})$$

$$\sum_{i=1}^N \left(\frac{V_{oi} R_{si}}{B_{oi}} + \frac{V_{gi}}{B_{gi}} \right) = GPA \quad (\text{B.9})$$

onde N é o número de blocos no poço correspondente ao trecho com fluxo bifásico e OPA e GPA são os volumes produzidos acumulados (atualizados e medidos em condições padrão) de óleo e gás total, respectivamente.

Considerando-se a hipótese de estados estacionários sucessivos, é razoável supor, para efeito de avaliação da fração volumétrica sem escorregamento da fase óleo (as velocidades das fases são iguais), que os volumes em condição padrão produzidos e acumulados no poço se distribuem de uma maneira aproximadamente uniforme, ao longo do trecho bifásico, a cada passo de tempo. Daí vem, para o modelo discretizado :

$$V_{oi} \approx \frac{OPA}{N} B_{oi} \quad (\text{B.10})$$

$$V_{gi} \approx \left(\frac{GPA}{N} - \frac{OPA}{N} R_{si} \right) B_{gi} \quad (\text{B.11})$$

Pela definição de fração volumétrica da fase óleo na célula i :

$$F_{oi} = \frac{V_{oi}}{V_{oi} + V_{gi}} \quad (\text{B.12})$$

Substituindo-se as equações (B.10) e (B.11) em (B.12), chega-se a (B.7).

A expressão obtida para a fração volumétrica sem escorregamento da fase óleo vale para o caso limite de fluxo monofásico, pois, neste caso, seu valor será igual a 1.

C - SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA VERIFICAÇÃO DO MODELO DE RESERVATÓRIO :

Considerando o escoamento de um fluido monofásico, pouco compressível, com viscosidade constante, em um reservatório radial, homogêneo, isotrópico, limitado, com fronteira externa selada e pressão constante no contorno interno, tem-se o seguinte problema:

A) EQUAÇÃO DA DIFUSIVIDADE :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu C_t}{K} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (\text{C.1})$$

onde $t > 0$, $r_w < r < r_e$

B) CONDICÃO INICIAL :

$$P(r,0) = P_i \quad (\text{C.2})$$

C) CONDICÃO DE CONTORNO INTERNO (DIRICHLET) :

$$P(r_w,t) = P_{wf} = \text{constante} \quad (\text{C.3})$$

D) CONDIÇÃO DE CONTORNO EXTERNO (NEUMANN) :

$$\frac{\partial P}{\partial r}(r_e, t) = 0 \quad (\text{C.4})$$

Definindo-se as seguintes variáveis adimensionais :

$$r_D = \frac{r}{r_e} \quad (\text{C.5})$$

$$t_D = \frac{K t}{\phi \mu C_i r_e^2} \quad (\text{C.6})$$

$$P_D = \frac{P_i - P}{P_i - P_{wf}} \quad (\text{C.7})$$

$$q_D = \frac{q \mu}{2 \pi K h (P_i - P_{wf})} \quad (\text{C.8})$$

O problema adimensionalizado fica :

E.D.P. :

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial P_D}{\partial t_D} \quad (\text{C.9})$$

onde $t_D > 0$, $r_w/r_c < r_D < 1$

C. I. :

$$P_D(r_D, 0) = 0 \quad (\text{C.10})$$

C. C. I. :

$$P_D(r_{Dw}, t_D) = 1 \quad (\text{C.11})$$

C. C. E. :

$$\frac{\partial P_D}{\partial r_D}(1, t_D) = 0 \quad (\text{C.12})$$

A pressão adimensional no Campo de Laplace (solução para a E.D.P. e condições de contorno) é :

$$\bar{P}_D(r_D, u) = \frac{K_1(\sqrt{u}) I_0(r_D \sqrt{u}) + K_0(r_D \sqrt{u}) I_1(\sqrt{u})}{u [K_1(\sqrt{u}) I_0(r_{Dw} \sqrt{u}) + K_0(r_{Dw} \sqrt{u}) I_1(\sqrt{u})]} \quad (\text{C.13})$$

A vazão adimensional no Campo de Laplace é dada por :

$$\bar{q}_{Dw}(u) = \frac{r_{Dw} \sqrt{u} [K_1(\sqrt{u}) I_1(r_{Dw} \sqrt{u}) - K_1(r_{Dw} \sqrt{u}) I_1(\sqrt{u})]}{u [K_1(\sqrt{u}) I_0(r_{Dw} \sqrt{u}) + K_0(r_{Dw} \sqrt{u}) I_1(\sqrt{u})]} \quad (\text{C.14})$$

Para obter as pressões e vazões adimensionais a partir das respectivas soluções no Campo de Laplace, foi utilizado o algoritmo de Stehfest.

D - SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA O TESTE SLUG (PERÍODO DE FLUXO) :

Considerando o escoamento de um fluido monofásico, pouco compressível, com viscosidade constante, em um reservatório radial, homogêneo, isotrópico, infinito, o problema do teste "slug" pode ser descrito pela seguinte E.D.P e condições de contorno:

A) EQUACÃO DA DIFUSIVIDADE :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right)}{\partial r} = \frac{\phi \mu C_t}{K} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (D.1)$$

onde $t > 0$, $r_w < r < \infty$

B) CONDICÃO INICIAL :

$$P(r,0) = P_i \quad (D.2)$$

C) CONDICÃO DE CONTORNO INTERNO :

$$P_{wf}(t) = P(r_w, t) - S \left[r \frac{\partial P}{\partial r} \right]_{r_w} \quad (D.3)$$

e

$$P_{wf} = P_0 + \bar{\rho} g h_p(t) \quad (D.4)$$

onde P_0 é a pressão de abertura da válvula testadora (equivalente à pressão hidrostática do colchão) e h_p é o nível de fluido no poço.

Fazendo um balanço de massa para o poço e lembrando que a vazão na superfície é nula, chega-se à :

$$\frac{2 \pi K h}{\mu} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r_w} = \frac{\pi r_p^2}{\bar{\rho} g} \frac{\partial P_{wf}}{\partial t} \quad (D.5)$$

que substitui a equação (D.4) na modelagem do "slug test".

D) CONDIÇÃO DE CONTORNO EXTERNO :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} P(r,t) = P_i \quad (D.6)$$

Definindo-se as seguintes variáveis adimensionais :

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (D.7)$$

$$t_D = \frac{K t}{\phi \mu C_t r_w^2} \quad (D.8)$$

$$P_D = \frac{P_i - P}{P_i - P_0} \quad (\text{D.9})$$

$$P_{wD} = \frac{P_i - P_{wf}}{P_i - P_0} \quad (\text{D.10})$$

$$C_D = \frac{\pi r_p^2}{\gamma 2 \pi \phi C_i r_w^2 h} \quad (\text{D.11})$$

onde $\gamma = \rho g$.

O problema adimensionalizado fica :

E.D.P. :

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial P_D}{\partial t_D} \quad (\text{D.12})$$

onde $t_D > 0, 1 < r_D < \infty$

C. L. :

$$P_D(r_D, 0) = 0 \quad (\text{D.13})$$

C. C. I. :

$$C_D \frac{\partial P_{wD}}{\partial t_D} - \left(r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 0 \quad (\text{D.14})$$

onde

$$P_{wD} = \left[P_D - S \left(r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right) \right]_{r_D=1} \quad (\text{D.15})$$

C. C. E. :

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} P_D(r_D, t_D) = 0 \quad (\text{D.16})$$

A pressão adimensional no fundo do poço, no Campo de Laplace (solução para a E.D.P. e condições de contorno) é :

$$\bar{P}_{wD}(u) = \frac{C_D [K_0(\sqrt{u}) + S \sqrt{u} K_1(\sqrt{u})]}{\{ \sqrt{u} K_1(\sqrt{u}) + C_D u [K_0(\sqrt{u}) + S \sqrt{u} K_1(\sqrt{u})] \}} \quad (\text{D.17})$$

Para obter as pressões adimensionais a partir da solução no Campo de Laplace, foi utilizado o algoritmo de Stehfest.

E - SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA O TESTE SLUG INCLUINDO EFEITOS INERCIAIS :

SHINOHARA e RAMEY, 1979, e SALDANA e RAMEY, 1986, formularam e resolveram um modelo matemático que considera a seguinte equação simplificada para a conservação da quantidade de movimento no poço :

$$L \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + g z = - \frac{P_i - P_{wf}}{\rho} \quad (\text{E.1})$$

O primeiro termo à esquerda de (E.1) corresponde aos efeitos inerciais e o segundo leva em conta a gravidade. Nessa equação, z é uma coordenada que descreve o movimento do nível de líquido no poço ao longo do tempo e L é o comprimento da coluna de líquido que amortece o poço, quando o reservatório se encontra a uma pressão inicial P_i .

A equação (E.1) incorpora as hipóteses de colchão inicial grande e incompressibilidade do líquido no poço.

As condições iniciais do problema no poço são as seguintes :

$$z(0) = z_0 \quad (\text{E.2})$$

$$\frac{\partial z}{\partial t}(0) = 0 \quad (\text{E.3})$$

(E.3) reflete o fato do poço encontrar-se inicialmente em condições estáticas.

O fluxo no reservatório é descrito pela Equação da Difusividade e, portanto, sujeito a todas as hipóteses para sua aplicação - escoamento de um fluido monofásico, pouco compressível, com viscosidade constante, em um reservatório radial, homogêneo e isotrópico :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right)}{\partial r} = \frac{\phi \mu C_t}{K} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (\text{E.4})$$

onde $t > 0$, $r_w < r < \infty$

A condição inicial no reservatório é :

$$P(r,0) = P_i \quad (\text{E.5})$$

A condição de contorno externo considerada é de reservatório infinito :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} P(r,t) = P_i \quad (\text{E.6})$$

Devido à suposição de fluido incompressível no poço, obtém-se a seguinte relação para a taxa de variação do nível dinâmico no poço :

$$\pi r_p^2 \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{2 \pi K h}{\mu} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r=r_w}$$

Considerando-se um "skin" infinitesimal, tem-se ainda a seguinte relação :

$$P_{wf}(t) = P(r_w,t) - S \left[r \frac{\partial P}{\partial r} \right]_{r=r_w} \quad (\text{E.8})$$

As equações (E.1) a (E.8) descrevem os fenômenos de fluxo no sistema poço-reservatório durante um teste "slug" e incluem efeitos inerciais para um colchão inicial grande. Em termos de variáveis adimensionais, vem :

Poço :

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 z_D}{\partial t_D^2} + z_D = -P_{wD} \quad , \quad t_D \geq 0 \quad (\text{E.9})$$

$$z_D(0) = 1 \quad (\text{E.10})$$

$$\frac{\partial z_D}{\partial t_D}(0) = 0 \quad (\text{E.11})$$

Reservatório :

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial \left(r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right)}{\partial r_D} = \frac{\partial P_D}{\partial t_D} \quad (\text{E.12})$$

onde $t_D > 0$, $1 < r_D < \infty$

$$P_D(r_D, 0) = 0 \quad (\text{E.13})$$

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} P_D(r_D, t_D) = 0 \quad (\text{E.14})$$

Condições de Acoplamento :

$$\frac{\partial z_D}{\partial t_D} = - \frac{1}{C_D} \left(r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} \quad (\text{E.15})$$

$$P_{wD} = \left[P_D - S \left(r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right) \right]_{r_D=1} \quad (\text{E.16})$$

onde as variáveis adimensionais são definidas por :

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (\text{E.17})$$

$$t_D = \frac{K t}{\phi \mu C_t r_w^2} \quad (\text{E.18})$$

$$z_D(t_D) = \frac{z}{-z_0} = \frac{\rho g z}{P_i - P_0} \quad (\text{E.19})$$

$$P_D(r_D, t_D) = \frac{P_i - P}{-\rho g z_0} = \frac{P_i - P}{P_i - P_0} \quad (\text{E.20})$$

$$P_{wD}(t_D) = \frac{P_i - P_{wf}}{-\rho g z_0} = \frac{P_i - P_{wf}}{P_i - P_0} \quad (\text{E.21})$$

$$C_D = \frac{\pi r_p^2}{\rho g 2 \pi \phi C_t r_w^2 h} \quad (\text{E.22})$$

$$\alpha^2 = \frac{L}{g} \left[\frac{K}{\phi \mu C_f r_w^2} \right]^2 \quad (\text{E.23})$$

P_0 é a pressão do colchão.

A solução do problema adimensional, no Campo de Laplace, é dada por :

$$\bar{P}_{wD}(u) = \frac{C_D [u \bar{z}_D + 1]}{\sqrt{u} K_1(\sqrt{u})} [K_0(\sqrt{u}) + S \sqrt{u} K_1(\sqrt{u})] \quad (\text{E.24})$$

onde

$$\bar{z}_D(u) = -\frac{1}{u} \frac{\left\{ \sqrt{u} K_1(\sqrt{u}) \left[\alpha^2 u + C_D S \right] + C_D K_0(\sqrt{u}) \right\}}{\left\{ \sqrt{u} K_1(\sqrt{u}) \left[\alpha^2 u + \frac{1}{u} + C_D S \right] + C_D K_0(\sqrt{u}) \right\}} \quad (\text{E.25})$$

Para obter as pressões adimensionais a partir da solução no Campo de Laplace, deve-se utilizar inversão numérica (algoritmo de Stehfest).

F - CONVERSÃO DE UNIDADES PARA O SISTEMA INTERNACIONAL (S. I.) :

Para converter as unidades do sistema ingles (ou unidades de campo) - usadas neste trabalho - para o Sistema Internacional (S. I.), basta multiplicá-las pelos fatores de conversão indicados na última coluna do quadro abaixo. Por exemplo :

$$2 \text{ bbl} = 2 \times 0,1589873 \text{ m}^3 = 0,3179746 \text{ m}^3$$

GRANDEZA DA VARIÁVEL	S. I.	UNIDADES DE CAMPO	FATOR DE CONVERSÃO
volume (líquido)	m ³	bbl	0,1589873
volume (gás)	m ³	ft ³	0,02831685
pressão	Pa	psi	6,894757x10 ³
viscosidade	Pa.s	cp	0,001
permeabilidade	m ²	mD	9,871668x10 ⁻¹⁰
massa específica	kg/m ³	lbm/ft ³	16,01846
comprimento	m	ft	0,3048
massa	kg	lbm	0,4535924
tempo	s	s (ou d)	1,0 (ou 86400,0)
razão de solubilidade	m ³ /m ³	scf/stb	0,1780444