UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Juan José Guillermo Navarro

Estudo do Comportamento Dinâmico de um Escoamento Padrão Golfadas de Líquido

Campinas, 2010

93/2010

Juan José Guillermo Navarro

Estudo do Comportamento Dinâmico de um Escoamento Padrão Golfadas de Líquido

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Térmica e Fluídos

Orientador: Ricardo Augusto Mazza.

Campinas
2010

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

G944e	Guillermo Navarro, Juan José Estudo do comportamento dinâmico de um escoamento padrão golfadas de líquido/ Juan José Guillermo Navarro. --Campinas, SP: [s.n.], 2010. Orientador: Ricardo Augusto Mazza. Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica. 1. Escoamento bifásico. 2. Hilbert, Transformadas de. 3. Gás. 4. Engenharia de petróleo. 5. Simulação. I. Mazza, Ricardo Augusto. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Study of dynamic behavior of a regime slug flow of liquid
Palavras-chave em Inglês: Two phase flow, Hilbert Transform, Gas, Petroleum engineering, Simulation
Área de concentração: Térmica e Fluídos
Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica
Banca examinadora: Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, Robson Pederiva
Data da defesa: 08/07/2010
Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADEMICO

Estudo do Comportamento Dinâmico de um Escoamento Padrão Golfadas de Líquido

Autor: Juan José Guillermo Navarro
Orientador: Ricardo Augusto Mazza

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza, Presidente
Universidade Estadual de Campinas – DE/FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Cezar Otaviano Ribeiro Negrão
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR

Prof. Dr. Robson Pederiva
Universidade Estadual de Campinas – DPM/FEM/UNICAMP

Campinas, 08 de julho de 2010.

Dedicatória

Dedico este trabalho às pessoas que vivem extinguindo-se, porque elas são as que passam ao outro lado.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Ao meu orientador, Ricardo Augusto Mazza, pelo incentivo, acompanhamento e revisão do estudo, assim como pelas incontáveis ajudas pessoais prestadas a minha pessoa.

A Karolina Mosqueira Aguilar eu agradeço fervorosamente pelo carinho, respeito, incentivo, paciência, compreensão e amor durante o decorrer deste curso, principalmente durante a experiência vivida num país estrangeiro.

A minha família pelo incentivo em todos os momentos da minha vida.

A todos os colegas do departamento, que ajudaram de forma indireta na conclusão deste trabalho.

El ave canta aunque la rama cruja,
porque conoce lo que son sus alas.

José Santos Chocano

Resumo

O escoamento gás-líquido intermitente em golfadas de líquido é composto por uma sucessão de bolhas de gás alongadas e pistões de líquido, que interagem cinematicamente e dinamicamente à medida que viajam ao longo da tubulação. Essas interações produzem o caráter intermitente do escoamento fazendo com que o escoamento não seja periódico nem no tempo nem no espaço. Desta forma, modelar o escoamento padrão golfadas de líquido é um desafio aos pesquisadores. O presente trabalho tem como objetivo determinar as freqüências características/naturais da oscilação da velocidade do pistão e da pressão da bolha em escoamento padrão golfadas de líquido. O fenômeno oscilatório é estudado numericamente utilizando-se um modelo de seguimento dinâmico de pistões, no qual se obtém um sinal característico da evolução da velocidade de líquido e da pressão da bolha ao longo do tempo. Esses sinais são analisados utilizando-se a transformada de Hilbert-Huang para determinar as freqüências características. Também é proposta uma solução analítica aproximada para determinar as freqüências naturais de oscilação, sendo comparada com os resultados numéricos, determinando os limites da validade para a solução analítica aproximada. A solução analítica é obtida por meio de análise dimensional das principais grandezas envolvidas e a similaridade com sistemas massa-mola.

Palavras Chaves: Escoamento intermitente, Escoamento bifásico, freqüência natural, Transformada de Hilbert - Huang

Abstract

The slug flow pattern is described by a succession of liquid pistons trailed by elongated gas bubbles. One of the least known features of this specific flow pattern is the compressibility effect associated with the elongated gas bubble. In fact when the gas-liquid mixture is subjected to a pressure or velocity disturbance it is expected that the system, composed by liquid pistons trailed by elongated bubbles, oscillates. The objective of this work is to disclose the natural frequency modes of this system as a function of the flow properties including the lengths of the liquid piston and gas bubble, the bubble liquid holdup among others. The kinematical and dynamical interactions among the bubbles and the liquid pistons are modeled accordingly to the slug tracking model. A numerical and an analytical solution to this model are sought. The first one retains all non-linear terms and the frequency signal response is obtained using Hilbert-Huang transform. The second one is an approximated solution given by linearizing the slug tracking model to get an analytical solution to the frequency in terms of the slug flow properties. An analysis of the frequency spectra obtained from the analytical solution and from the Hilbert-Huang transformation is performed within the linear range of the model. Both techniques disclose that the gas pressure and the liquid piston velocity have time dependent frequencies.

Key Words: Slug flow, two - phase flow, natural frequency, transform Hilbert - Huang

Lista de Ilustrações

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas e Siglas

2PFG – Two phase flow group

EMD – Empirical Mode Decomposition

FFT – Fast Fourier transform

THH – Hilbert–Huang transform

HSA – Hilbert Spectral Analysis

IMF – Intrinsic Mode Functions

SC – Superfície de Controle

STFT – Short-Time Fourier Transform

VC – Volume de Controle

Lista de Símbolos

A – Área da seção transversal	[m^2]
C_∞ - Parâmetro de deslizamento	
C_0 – Parâmetro de distribuição	
D – Diâmetro da tubulação	[m]
Eo – Número de Eotvos	
Fr – Número de Froude	
g – gravidade	[m/s^2]
J – Velocidade de mistura	[m/s]
J_G – Velocidade superficial do gás	[m/s]
J_L – Velocidade superficial do líquido	[m/s]
L – Comprimento do Duto	[m]
LB – Comprimento da bolha alongada	[m]
LS – Comprimento do pistão	[m]
m_G – Massa de gás na bolha	[Kg]
P_j – Pressão na bolha j	[N/m^2]
Q_G – Vazão volumétrica do gás	[m^3/s]
Q_L – Vazão volumétrica do líquido	[m^3/s]
R – Constante universal dos gases	[J/(kg.K)]

Re – Número de Reynolds

RG – Fração volumétrica de gás na região da bolha

$\mathbf{U_f}$ – velocidade absoluta do filme de líquido [m/s]

$\mathbf{U_j}$ – Velocidade absoluta do pistão de líquido j [m/s]

VB – Velocidade de translação da frente da bolha [m/s]

$\mathbf{X_j}$ – Posição da frente do pistão j

$\mathbf{Y_j}$ – Posição da frente da bolha j

$\boldsymbol{\beta}$ – Ângulo de inclinação

μ_L – viscosidade dinâmica do líquido [$N.s/m^2$]

σ - Tensão superficial [N/m]

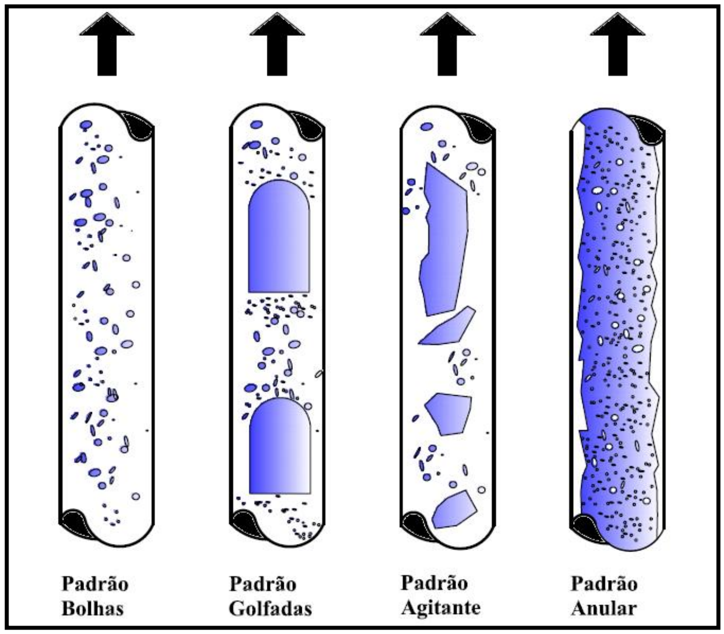
ρ - Densidade [Kg/m^3]

τ_S – Tensão de cisalhamento no pistão de líquido [N/m^2]

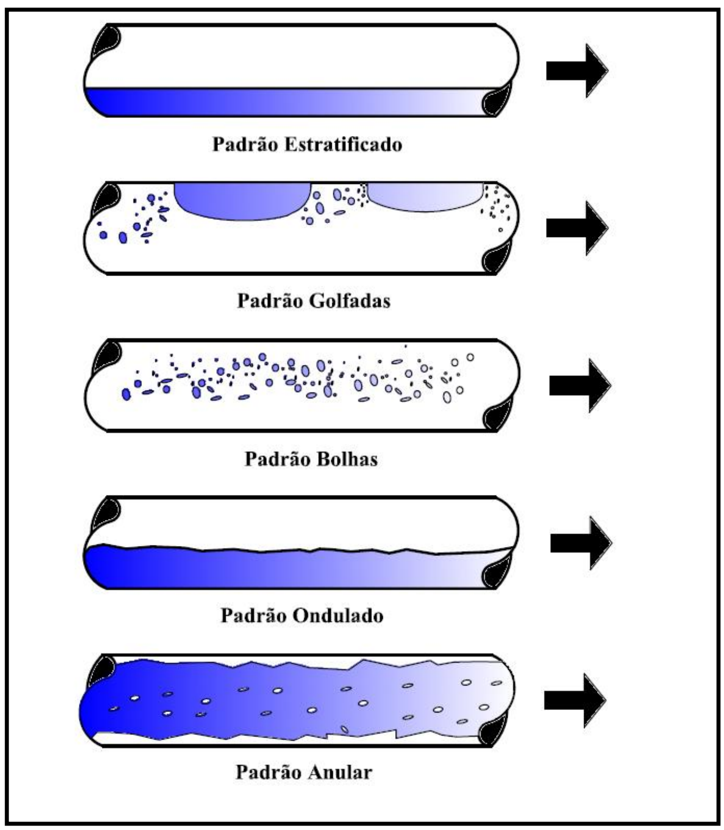
Sumario

1 INTRODUÇÃO

Uma linha de produção de petróleo é caracterizada pelo escoamento bifásico líquido–gás, com as fases podendo estar arranjadas em diversos padrões dependendo de características como, velocidades superficiais de líquido e gás, propriedades físicas dos fluidos (densidade, viscosidade, tensão superficial, etc.), propriedades geométricas da tubulação (diâmetro, inclinação, rugosidade, etc.), entre outros. Prever os padrões bem como defini-los é uma área de pesquisa ativa e controversa, contudo, para escoamento na vertical há quatro padrões comumente aceitos: bolhas, golfadas, agitante e anular (Taitel et. al. ,1980). Para escoamento na horizontal, os padrões comumente aceitos são cinco, a saber: estratificado, golfadas, bolhas, ondulado e anular (Shoham, 2006). A Figura 1-1 (a) e (b) apresentam o arranjo de fases para o escoamento na vertical e horizontal, respectivamente. De todos os padrões, acredita-se que o de golfadas é o mais comum em linhas de produção de petróleo. Portanto, esforços para a compreensão de seus mecanismos e no desenvolvimento de modelos matemáticos e/ou numéricos que possam reproduzir suas características são importantes.



(a)

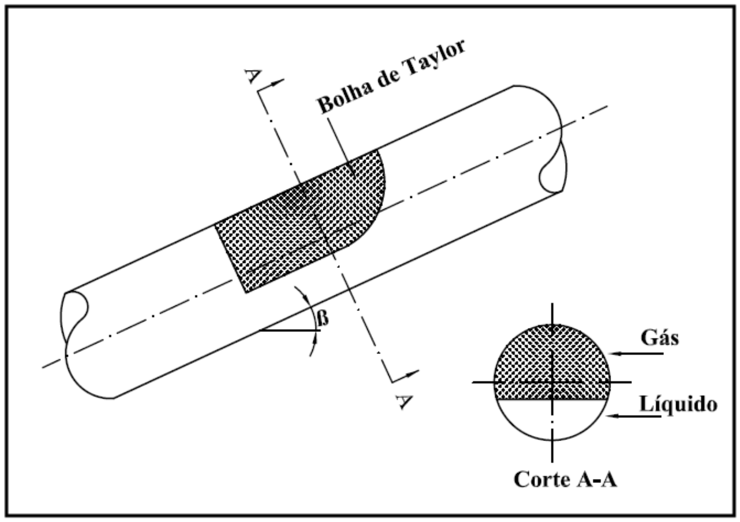


(b)

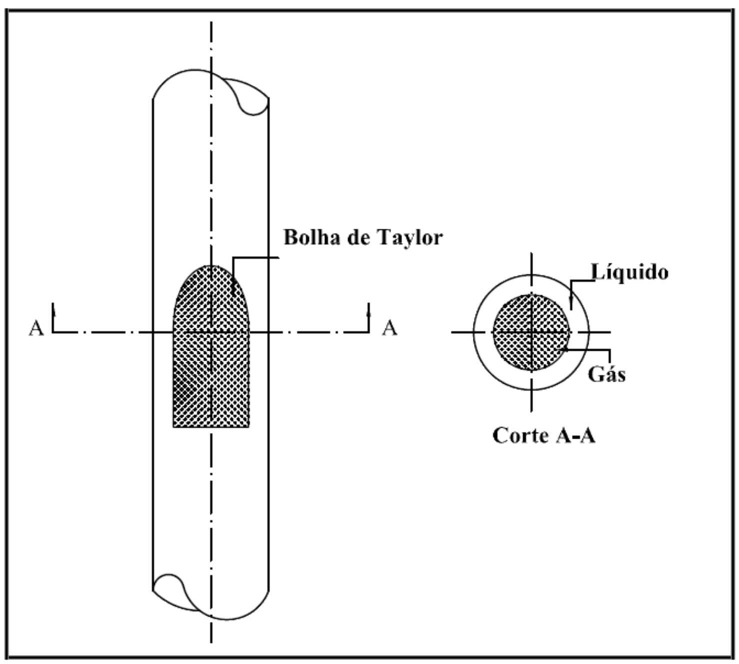
Figura 1-1. Escoamento gás – líquido. (a) Vertical; (b) Horizontal

O escoamento padrão golfadas de líquido é caracterizado pela passagem alternada de pistões de líquido seguidos na tubulação por longas bolhas de gás. Essas estruturas não são periódicas no tempo e no espaço, mas sim distribuídas ao redor de um valor médio. Essas variações estão associadas ao processo de formação e a interação dinâmica ao longo da tubulação. A longa bolha de gás (conhecida como bolhas de Taylor) pode ser a excêntrica ou concêntrica, dependendo da influência da gravidade. Na forma excêntrica, a interface é plana e na concêntrica não, conforme mostra a Figura 1-2 (a) e (b). Ao redor da bolha de Taylor se desenvolve o filme de líquido, que pode apresentar ou não pequenas bolhas de gás dispersas. Os mecanismos de aeração do filme são complexos e são pouco conhecidos ainda, mas segundo Andreussi et. al, (1993) o filme se mostra aerado para velocidades elevadas e em escoamentos de líquidos com baixa tensão superficial. O comprimento do filme e da bolha de Taylor é considerado idêntico e seu valor vai depender principalmente da vazão de gás, uma vez que o gás é preferencialmente transportado pela bolha de Taylor. O pistão de líquido, ao contrário da bolha de Taylor, ocupa toda a secção transversal do duto e, de forma análoga ao filme, pode ou não conter bolhas de gás dispersas. O comprimento dos pistões de líquido é independente das vazões de líquido e do gás, sendo dependente do diâmetro do duto (Taitel e Barnea, 1990). Para o caso vertical há reportado na literatura que o comprimento do pistão de líquido estável para água e ar é de 10-20D (Moissis e Griffith, 1962; Fernandes, 1983; Barnea e Shemer, 1989) e de 30D para escoamentos horizontais (Nicholson et. al, 1978), contudo, pode haver uma grande variação na distribuição dos comprimentos dos pistões em relação a valor médio (Barnea e Taitel, 1993). Medidas realizadas no 2PFG[1] mostram que para escoamentos horizontais com água e ar o comprimento do pistão estável é da ordem de 15D.

[1] Grupo de escoamento bifásico da DE/FEM/UNICAMP.



(a)



(b)

Figura 1-2. Ilustração da bolha de Taylor. (a) Horizontal e inclinado (b) Vertical

A velocidade da bolha é uma das grandezas que possui um papel central no escoamento intermitente. Por este motivo, conhecer o comportamento do movimento da bolha é de fundamental importância para o desenvolvimento de modelos para predição de escoamento. A velocidade de deslocamento do nariz da bolha está relacionada com a inclinação e o diâmetro da tubulação, com as velocidades das fases e também com as propriedades dos fluidos, viscosidade, densidade e tensão superficial. Os estudos para a determinação da velocidade de deslocamento da bolha no escoamento intermitente foram obtidos na sua maioria sob condições experimentais, sendo que os primeiros estudos relativos à velocidade de ascensão da bolha surgiram com os trabalhos de Dumitrescu (1943), Davies e Taylor (1950) e Nicklin et al. (1962). A relação que determina a velocidade da bolha aplica-se tanto para escoamento horizontal, ascendente, inclinado ou vertical. Essa relação mostra que a velocidade de translação da bolha é proporcional à velocidade do líquido no pistão de líquido à sua frente, mais um termo de deslizamento proporcional à raiz quadrada da gravidade pelo diâmetro. Além desses parâmetros, a velocidade da bolha é influenciada pela esteira da bolha à sua frente. A esteira faz com que a bolha acelere, promovendo a coalescência de bolhas adjacentes. Usualmente a esteira é modelada como sendo uma função exponencial que cresce com a diminuição do tamanho do pistão à frente da bolha.

A influência da interação entre bolhas de Taylor consecutivas no comprimento das golfadas tem sido analisada por diversos autores entre eles, Moissis e Griffth (1962); Grenier (1997); Barnea e Taitel (1993); Fagundes Netto et. al. (1999). Moissis e Griffith (1962) apresentam um estudo teórico–experimental em um escoamento vertical e mostram que a esteira é função unicamente da distância entre as bolhas e faz com que a velocidade da bolha que escoa atrás aumente exponencialmente com a diminuição do comprimento do pistão que separa as bolhas. Posteriormente Barnea e Taitel (1993), Grenier (1997) e Fagundes Netto et al. (1999) propuseram uma modificação da correlação de Moissis e Griffith (1962). Fagundes Netto et al. (1999) apresentam um estudo experimental sobre a influência da distância entre duas bolhas sobre a velocidade da bolha que escoa atrás. Seus resultados são obtidos para o escoamento horizontal e mostram que os pistões menores que 63D desaparecem, devido a coalescência, enquanto os maiores evoluem ao longo da tubulação.

Além da velocidade da bolha, desenvolver modelos matemáticos que reproduzam gradiente de pressão, fração de vazio e comprimento de bolhas e pistões tem sido alvo de pesquisa desde 1950. As primeiras pesquisas focaram na determinação das grandezas médias e somente na década de 1980 que se começou a desenvolver modelos que reproduziam as características intermitentes do escoamento pistonado, reproduzindo os termos médios e as distribuições dos parâmetros. Para esses casos a metodologia mais utilizada para o escoamento padrão golfada de líquido é o modelo de célula unitária, o modelo Euleriano e o Lagrangeano.

Os primeiros modelos mecanicistas se baseavam no conceito de célula unitária proposto por Wallis (1969). O modelo de célula unitária considera que o escoamento é periódico no espaço e no tempo de tal forma que o foco da modelagem é um conjunto pistão-bolha, denominado por célula unitária, que se repete ao longo do tempo e do espaço. Uma representação da célula unitária é mostrada na Figura 1-3. Dukler e Hubbard 1975 foram os pioneiros a usar essa metodologia para escoamentos horizontais e levemente inclinado ascendente seguidos de Nicholson et al. (1978), que propuseram principalmente correções à forma de cálculo de velocidade da bolha. Posteriormente, Fernandes et. al. (1983) aplicaram a metodologia para derivar um modelo para a tubulação na vertical. Para o escoamento na horizontal e/ou levemente inclinado ascendente, o modelo considerado mais completo é o proposto por Taitel e Barnea (1990), o qual considera todas as forças no balanço de forças bem como considera a aeração do pistão de forma apropriada. Além dos modelos já citados, há os modelos propostos por Kokal e Stanislav (1989), Andreussi et. all. (1993) e Cook e Behnia (1997) e (2000). Os modelos mecanicistas são simples, rápidos e são úteis em muitas circunstâncias, principalmente quando se está interessado na determinação de propriedades médias como queda de pressão na tubulação e *hold ups* de líquido. Entretanto, como são fortemente dependentes de equações constitutivas experimentais, não são confiáveis quando aplicados a cenários distintos aos do original e não capturam as características intermitentes do escoamento. Além dos modelos baseados no conceito de célula unitária existem os modelos Eulerianos, que surgiram pela necessidade de modelar escoamentos intrinsecamente transientes e lidar com instabilidades. Os principais modelos desse tipo são os modelos de dois fluidos[2] e fluxo de deslizamento[3].

[2] Two – Fluid Model.
[3] Drift – Flux Model.

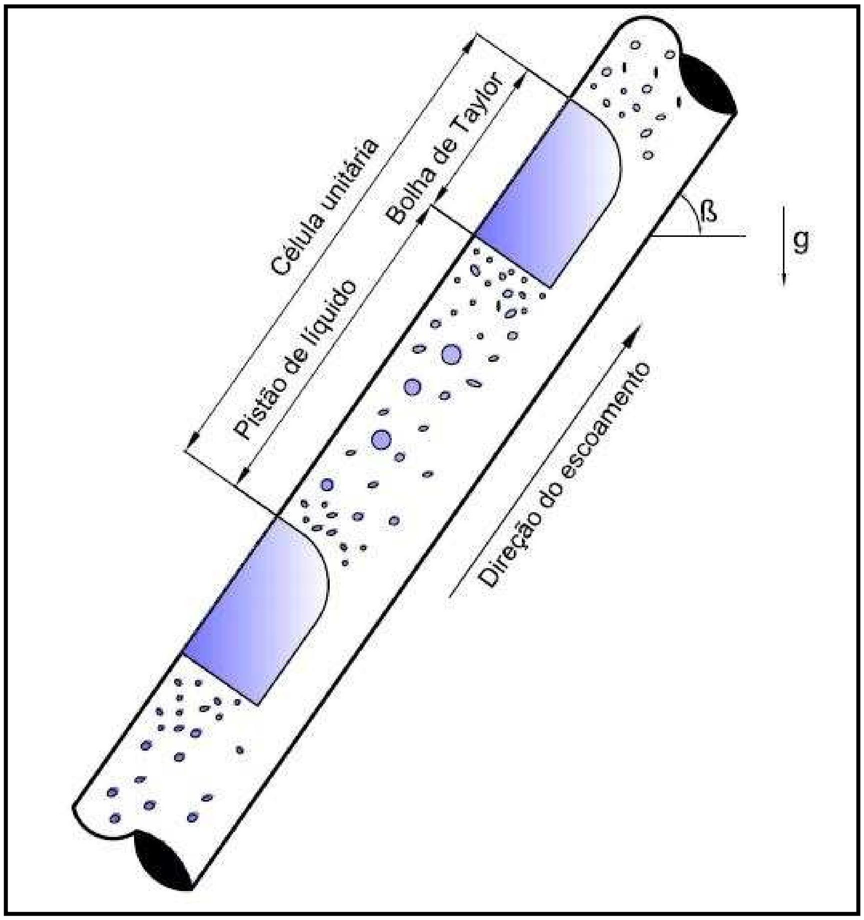


Figura 1-3. Ilustração esquemática de uma unidade característica do escoamento pistonado.

Desde a década de 90 o modelo de dois fluidos e de deslizamento vem sendo utilizado em problemas de escoamento bifásico no padrão golfada de líquido. O modelo de dois fluidos foi originalmente apresentado por Ishii (1975), sendo aplicado para o padrão golfada de líquido por De-Henau e Raithby (1995) e Issa e Kempf (2003). O modelo de fluxo de deslizamento é uma extensão do modelo de mistura e é citado por Pauchon et. al. (1994) e Omgba et. all. (2000). A diferença básica entre as duas abordagens é que o modelo de dois fluidos modela cada fase de forma separada e o de mistura não. No modelo de dois fluidos as equações de conservação são aplicadas a cada fase gerando seis[4] equações diferenciais parciais que necessitam ser resolvidas simultaneamente. Já o modelo de fluxo de deslizamento trata o fluido como sendo uma mistura de fluidos, mas com deslizamento entre as fases. Desta forma são geradas quatro equações apenas para as mesmas condições. Os modelos Eulerianos apresentam a vantagem de lidar com

[4] Considerando um escoamento 1-D as equações geradas são: duas de conservação de massa, duas de quantidade de momento e duas de energia.

transiente e instabilidades, consideram as interações entre as estruturas de gás-líquido, são mais generalistas e requerem um menor numero de correlações empíricas para o fechamento. Algumas das limitações são: necessita de uma cuidadosa modelagem de leis constitutivas para o atrito; não há distinção da ocorrência de cada fase e por isso fornece apenas a concentração volumétrica média de cada fase; necessitam de uma grande quantidade de dados experimentais para alimentar leis constitutivas para as velocidades de propagação das fronteiras. O desenvolvimento de equações constitutivas é complexo e exigem grande esforço computacional, sendo inadequados para responder às necessidades da simulação dinâmica devido aos elevados tempos de execução.

Um procedimento menos restritivo que o modelo Euleriano é o modelo de seguimento de células. Esse tipo de modelo emprega uma abordagem Lagrangeana para seguir as frentes de bolhas e de pistão, requer menos equações constitutivas e é capaz de prever parâmetros como comprimentos e velocidades de cada bolha e pistão ao longo da tubulação, levando em consideração a intermitência e a interação existentes neste tipo de escoamento. Outro ponto importante é que a difusão numérica no modelo Lagrangeano é eliminada. Alguns dos estudos sobre modelos lagrangeanos foram apresentados por Barnea e Taitel (1993), Zheng et al. (1994), Nydal e Barnerjee (1996), Grenier (1997) e Franklin (2004). Esse último será tomado como modelo base para esta dissertação. Para se aplicar esse tipo de modelo é necessário se conhecer as características do escoamento no padrão golfadas em um ponto da tubulação, sendo então possível ao modelo reproduzir as características do escoamento ao longo da tubulação e enquanto o padrão golfada estive presente. Desta forma, o modelo só pode ser aplicado ao padrão golfada e é impossível de se capturar as transições dos padrões. Além disso, há a necessidade de se empregar equações constitutivas para fechar o modelo, as quais podem influenciar fortemente os resultados, principalmente as distribuições.

Apesar dos esforços para a modelagem de escoamento bifásico líquido–gás padrão golfada, pouco interesse vem sendo dado para a determinação das freqüências características desse tipo de escoamento. No entanto, alguns trabalhos mostram-se promissores para entender as suas características oscilatórias. Para escoamentos verticais, Vergniolle et.al. (1996), usando analogia com um sistema massa–mola apresenta um modelo que determina a variação da pressão acústica num conduto vulcânico para uma grande bolha. Conforme a bolha viaja no conduto de magma, o modelo captura sua oscilação. No trabalho de Jame et al. (2004) há uma comparação das freqüências obtidas experimentalmente com as previstas pelo modelo de Vergniolle (1996) obtendo boa concordância. Liang e Ma (2004) apresentam um modelo Langrangiano para escoamento horizontal que descreve as características oscilatórias para o padrão golfada em um tubo capilar. Mazza e Rosa (2008) utilizam um modelo *Slug Traking* proposto por Franklin (2004) para obter as freqüências naturais quando há uma ou duas bolhas escoando na tubulação. O modelo é obtido a partir de uma filtragem linear nas flutuações e análise da ordem da grandeza dos termos, sendo os resultados comparados com a solução numérica. Os resultados obtidos mostram uma boa concordância entre as duas soluções. Madani et al. (2009) apresentam um estudo experimental em um tubo vertical oscilante discutindo o mecanismo físico da propagação da bolha, os efeitos do diâmetro da tubulação e a influência das propriedades físicas dos fluidos no movimento da bolha de Taylor.

1.1 OBJETIVO

O objetivo principal desse trabalho é analisar as características oscilatórias do escoamento padrão golfada de líquido. A análise consiste em identificar se o sistema possui e quais são as freqüências naturais. Para tanto, o sistema é modelado usando-se uma abordagem lagrangeana com um modelo de seguimento dinâmico de bolhas e pistões (*slug tracking*) onde as velocidades do líquido e as pressões das bolhas são monitoradas ao longo do escoamento. A análise em freqüência desses parâmetros determina as características oscilatórias do escoamento. O modelo é solucionado usando-se duas abordagens distintas: uma analítica onde o sistema é simplificado permitido obter uma solução analítica para o sistema em freqüência; outra numérica onde o sistema completo é solucionado, sendo obtido um sinal para a pressão e velocidade, sendo as freqüências obtidas por ferramentas de análise tempo-freqüência.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho está dividido em seis capítulos. No primeiro capítulo é apresentada a importância do escoamento bifásico, suas principais características, dificuldades de modelagem e, de forma sintética, um histórico da modelagem desse tipo de escoamento. Essa contextualização é finalizada com a apresentação de alguns desafios para a modelagem do escoamento bifásico padrão golfada de líquido. Também é apresentado nesse capítulo o objetivo do trabalho e a organização do trabalho. No capítulo seguinte é realizada uma revisão bibliográfica detalhada dos modelos e das abordagens para se estudar o escoamento padrão golfadas, destacando as vantagens e desvantagens.

O terceiro capítulo apresenta o modelo matemático empregado nesse estudo, que é baseado nas equações integrais de conservação de quantidade de movimento e massa e é capaz de seguir a evolução de pistões de líquido e bolhas no interior da tubulação capturando suas variações. Como o modelo obtido não descreve a cinemática do movimento de bolhas e pistões, são apresentadas nesse capítulo também as equações cinemáticas auxiliares utilizadas e que descrevem as posições ocupadas pelas das bolhas e pistões. Devido à inexistência de dados experimentais para validar a solução do modelo matemático, uma solução analítica aproximada do sistema físico é utilizada para esse fim. Essa solução é apresentada no capítulo quatro juntamente com a implantação da solução computacional do modelo matemático.

O capítulo cinco é dividido em duas partes distintas. A primeira procura validar a solução numérica a partir de uma análise comparativa com a resposta analítica dentro de seus limites de validade. Posteriormente, o procedimento de solução numérico é utilizado em casos similares aos reais. O capítulo seis apresenta as conclusões do trabalho e recomendações para trabalhos futuros. Nos anexos é apresentado o código Matlab para determinar a freqüência natural e a descrição da transformada de Hilbert – Huang.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Dentre os padrões de escoamento bifásico o mais comum é o de golfada de líquido, que é caracterizado pela passagem alternada de pistões de líquido seguidos, na tubulação, por longas bolhas de gás. Nas últimas décadas o estudo e a modelagem desse tipo de escoamento vêm sendo necessário ao desenvolvimento de diversas indústrias, com destaque para a de energia-petróleo e isso é caracterizado pelo aumento das publicações na área. A seguir será realizada uma descrição resumida dos principais trabalhos disponíveis na literatura aberta que modelam a hidrodinâmica do escoamento padrão golfada de líquido.

As primeiras abordagens desse padrão surgiram após o conceito de célula unitária (Wallis, 1969) que caracterizava o escoamento como periódico no espaço e no tempo, de tal forma que o foco da modelagem é um conjunto pistão-bolha (célula unitária), que se repete ao longo do tempo e do espaço dentro da tubulação. Esses modelos são simples de ser aplicados e úteis em muitas aplicações, principalmente quando se está interessado na determinação de propriedades médias como queda de pressão na tubulação e *hold ups* de líquido. Entretanto, como são fortemente dependentes de equações constitutivas, obtidas a partir de dados experimentais, não são confiáveis quando aplicados a cenários distintos aos do original e não abordam as características intermitentes do escoamento. Os principais trabalhos empregando o conceito de célula unitária para escoamento em golfadas foram: Dukler e Hubbard (1975), Nicholson et. al. (1978), Fernandes et. al. (1983), Kokal e Stanislav (1989) e Taitel e Barnea (1990).

Um dos primeiros trabalhos divulgado na literatura utilizando essa abordagem foi proposto por Dukler e Hubbard (1975). Os autores estudaram o escoamento horizontal e levemente inclinado e estavam interessados no gradiente de pressão, no *hold up* de líquido, na velocidade da bolha, do filme e do líquido no pistão e no comprimento do pistão. O modelo só considerava o atrito no pistão de líquido, que era admitido como não aerado, embora tenham considerado a aeração dos pistões no modelo. A velocidade da bolha era calculada a partir da velocidade do líquido no pistão de líquido, que é válido somente quando o pistão é não aerado. Nicholson et. al.

(1978) corrigiram essa inconsistência e usaram a velocidade da mistura para o cálculo da velocidade da bolha. O parâmetro de distribuição utilizado foi o obtido experimentalmente, ao contrário do semi–analítico proposto por Dukler e Hubbard (1975). Também foi considerada a velocidade de deslizamento das fases, desprezada por Dukler e Hubbard (1975).

Fernandes et. al. (1983) estenderam o modelo de célula unitária para escoamentos ascendentes verticais. No modelo foi considerado que a espessura do filme era constante ao longo da bolha, exceto no nariz da bolha. O modelo é capaz de calcular a velocidade da bolha, a razão dos comprimentos entre bolhas e pistão, o *hold up* de líquido na região da bolha e pistão, a freqüência de passagem da bolha e o gradiente de pressão. Kokal e Stanislav (1989) voltaram a modelar a tubulação na horizontal e levemente inclinada. Os autores adicionaram a tensão interfacial ao balanço de forças e usaram o parâmetro de distribuição para escoamento turbulento (C_0=1,2). Os autores consideravam o deslizamento entre as fases e usaram como parâmetro de deslizamento o proposto por Nicklin, (1962) para escoamentos verticais (C_∞=0,345), apesar de modelar escoamentos horizontais e levemente inclinados.

O modelo mecanicista mais completo disponíveis na literatura é o apresentado por Taitel e Barnea (1990). Esse modelo é o único que considera o pistão de líquido aerado apropriadamente, todas as tensões de cizalhamento e a inércia do gás. A grande limitação do modelo é a forte dependência das equações de fechamento, principalmente à referente à aeração do pistão, que são específicas e pouco confiáveis. Outra característica desse modelo é que ao invés de se determinar o *hold up* de líquido na região da bolha, o modelo determina a espessura do filme. Para o cálculo da velocidade da bolha os autores utilizaram parâmetro de deslizamento distinto para escoamento laminar (C_0=2,0) e turbulento (C_0=1,2). Para o deslizamento, os autores usaram a proposta de Bendiksen, (1994) (C_∞=0,345Sinθ + 0,54Cosθ). Cook e Behnia (1997) também utilizam um modelo mecanicista para estudar o escoamento padrão golfada em tubulações de até 5° de inclinação. O modelo apresentado pelos autores é uma particularização do modelo de Taitel e Barnea (1990), uma vez que desconsidera os efeitos do gás quando comparadas aos do líquido nos termos de origem gravitacional. Posteriormente Cook e Behnia (2000) estenderam o estudo para até 10° de inclinação e utilizaram o modelo proposto por Taitel e Barnea (1990).

Além dos modelos baseados no conceito de célula unitária, existem os modelos Eulerianos. Esses modelos surgiram pela necessidade de se tratar com escoamentos intrinsecamente transientes e lidar com instabilidades. Os principais modelos desse tipo são os modelos de Dois Fluidos e de Fluxo de Deslizamento. Os principais trabalhos foram apresentados por: Zuber (1965), Ishii (1975), Pauchon et. al. (1994), De-Henau e Raithby (1995), Issa e Kemppf (2003), Teychené et al. (2003) e Omgba (2004). O modelo de Dois Fluidos foi originalmente apresentado por Ishii (1975). Esse modelo utiliza equações de conservação escrita para cada fase do fluido em separado e considera o escoamento como sendo unidimensional. Desta forma, para ambas as fases, o perfil de velocidade é considerado uniforme. Por escrever equações de conservação para cada fase são geradas duas equações diferenciais parciais para a continuidade, quantidade de movimento e energia que devem ser resolvidas simultaneamente para obter as velocidades e as temperaturas ou entalpias do líquido e de gás, a fração de vazio ou o *hold up* de líquido e a pressão na interface. O Modelo de Fluxo de Deslizamento trata as duas fases como uma mistura, ao mesmo tempo em que permite o deslizamento entre o gás e o líquido. Neste modelo, as equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia são escritas para a mistura, resultando em três equações diferenciais parciais. Em aumento, outra equação de continuidade para uma das duas fases é escrita, normalmente para o gás. Assim, o Modelo de Fluxo de Deslizamento consiste de quatro equações para as seguintes incógnitas: Pressão, Temperatura ou Entalpia, Fluxo de massa total e concentração em massa de gás. O Modelo de Dois Fluidos é mais adequado para o padrão estratificado ou anular. O Modelo de Fluxo de Deslizamento é mais adequado para lidar com fluxos misturados tais como Bolhas, Bolhas Dispersas ou Slug Flow. Ambos os modelos requerem equações constitutivas para serem fechados. O Modelo de Dois Fluidos necessita de relações para a tensão interfacial e o Modelo de Fluxo de Deslizamento necessita de relações para a velocidade de deslizamento e de mistura para o gás (Shoham, 2006)

De-Henau e Raithby (1995) apresentam um modelo de dois fluidos para escoamentos transientes e isotérmicos baseados nas equações de conservação de massa e quantidade de movimento unidimensional para cada fase. Como esse tipo de modelo não reproduz fielmente o padrão golfada de líquido, equações constitutivas são desenvolvidas especificamente para considerar a transferência de quantidade de movimento interfacial. Essas relações são obtidas por meio de um sub–modelo baseado nos trabalhos de célula unitária como os propostos pro Dukler e Hubbard, 1975; Nicholson et. al., 1978; Fernandes et. al., 1983; Kokal e Stanislav, 1989 e Taitel e Barnea, 1990. O sub–modelo utiliza como parâmetros de entrada a velocidade do líquido e do gás e a fração de vazio, obtida a partir do modelo de dois fluidos. O trabalho de De-Henau e Raithby (1995) trata especificamente do padrão golfadas de líquido, mas segundo os autores, com sub–modelos apropriados é possível estender o modelo para outros padrões como estratificado, anular e bolhas dispersas.

Issa e Kemppf (2003) apresentam um modelo transiente e uni-dimensional para simular o padrão golfada em tubo horizontal ou quase horizontal baseado no modelo de dois fluidos. Diferente do modelo apresentado por De-Henau e Raithby (1995), esse modelo não utiliza um sub-modelo para o padrão golfada e é capaz de simular o crescimento das instabilidades a partir do escoamento estratificado, capturando dessa forma, o desenvolvimento do padrão golfadas. Oliveira e Issa (2003) fizeram um estudo dos aspectos numéricos dos algoritmos utilizados na solução do modelo de dois fluidos e apresentaram formas alternativas para resolver as equações de conservação. Omgba (2004) apresenta uma nova metodologia numérica que combina um solver de alta resolução numérica com refinamento adaptativo de malhas. O autor modela a transição de escoamento estratificado para golfada usando um modelo de dois fluidos.

Um procedimento menos restritivo que o modelo Euleriano é o modelo de seguimento de pistão. Esse tipo de modelo aparece como uma alternativa e é baseado numa abordagem Lagrangeana. Dentre os autores que trabalham com modelos Lagrangeanos pode-se citar: Fagundes Netto (1993), Barnea e Taitel (1993), Zheng et al. (1994), Nydal e Barnerjee (1996), Grenier (1997) e Franklin (2004). As vantagens dos modelos Lagrangeanos são de requerer menos equações constitutivas e de ser capaz de prever parâmetros como comprimentos e velocidades de cada bolha e pistão ao longo da tubulação, levando em consideração a intermitência e a interação existentes neste tipo de escoamento. Outro ponto importante é que não há difusão numérica. Alguma de suas limitações é a necessidade de se empregar equações constitutivas para fechar o modelo, as quais podem influenciar fortemente os resultados, principalmente as distribuições.

Barnea e Taitel (1993) apresentam um modelo bastante simplificado para tubulações horizontais, onde consideram tanto o líquido como o gás como incompressíveis, o pistão de líquido não aerado e o *hold up* de líquido constante. O modelo é puramente cinemático, não sendo respeitada a conservação de quantidade de movimento para o líquido e o gás. Todo o modelo é baseado na velocidade da frente da bolha, sendo as dimensões calculadas a partir dessa velocidade. Também os autores assumem que a velocidade da traseira da bolha é a mesma da frente, sendo essa velocidade determinada em função da velocidade da mistura à frente da bolha, do parâmetro de distribuição e do deslizamento. Além disso, é considerado o efeito de esteira da bolha à frente. Desta forma, há coalescência entre bolhas, o que garante a característica não periódica ao modelo. Como resultado obtém-se as distribuições dos comprimentos de bolha e pistão, velocidade, etc. Como condição de contorno na entrada, os autores impuseram tanto uma distribuição uniforme quanto uma normal. Zheng et al. (1994) estenderam esse modelo para escoamentos em terrenos acidentados. O pistão foi considerado como sendo aerado, sendo a fração de líquido no pistão de líquido calculada a partir da velocidade do pistão. Para reproduzir as características do escoamento em terrenos acidentados, foi adicionada ao modelo a geração e dissipação de pistões nas mudanças de direção de escoamento.

Straume et al. (1992) também apresenta um modelo de seguimento de pistões para terrenos acidentados. O modelo é implantado sobre um código Euleriano uni-dimensional transiente que utiliza o modelo de dois fluidos (OLGA) e permite que as frentes e traseiras das bolhas e pistões se movimentem de forma independente uma das outras. Desta forma, é possível reproduzir o comportamento do escoamento em terrenos acidentados de forma apropriada. Nydal e Barnerjee (1995) e (1996) propuseram um modelo de seguimento de pistões Lagrangiano para escoamento padrão golfada usando a metodologia de programação orientada a objetos, onde pistões e bolhas são tratados como objetos computacionais discretos e organizados em listas entrelaçadas. Esse modelo é uma continuação do modelo proposto por Straume et al. (1992). Posteriormente Grenier (1997), baseado nos trabalhos de Straume et al. (1992), Nydal e Barnerjee (1995) e (1996), propôs um modelo de seguimento de pistões em escoamento horizontal. O modelo apresentado considera as hipóteses de pistão não aerado e pressão constante ao longo da bolha. A bolha é considerada cilíndrica e a altura do filme líquido é constante e o escoamento é considerado como isotérmico.

Franklin (2004) apresenta um modelo Lagrangeano uni-dimensional baseado no modelo proposto por Grenier (1997). O modelo respeita a conservação de massa de gás e líquido e quantidade de movimento para o pistão de líquido. O modelo desenvolvido considera as seguintes simplificações: escoamentos horizontais em regime transiente; pistão de líquido não aerado; densidade do líquido constante; fase líquida tem comportamento de fluido Newtoniano; não há transferência de massa entre as fases e não há mudanças de fase; o filme de líquido não transporta bolhas dispersas e possui altura constante; a pressão ao longo de uma bolha de gás é constante e considera-se que a velocidade de líquido no pistão é constante O modelo é capaz de prever parâmetros como comprimentos e velocidades de cada bolha e cada pistão ao longo da tubulação, além do gradiente de pressão. Em relação ao modelo apresentado por Grenier (1997) e aos demais modelos de seguimento de pistões, um dos principais avanços do modelo de Franklin (2004) é a modelagem da pressão.

Apesar dos diversos trabalhos e modelos para simular o padrão de escoamento intermitente em regime de golfadas, pouco interesse vem sendo dada as características oscilatórias desse tipo de escoamento. Dentro os autores que vêm propondo modelos para capturar as características oscilatórias para o padrão golfadas podemos citar Vergniolle e Brandeis (1996), Polonsky et al. (1999), Liang e Ma (2004), Jame et al. (2004), Mazza e Rosa (2008) e Madani et al. (2009). O trabalho realizado por Vergniolle e Brandeis (1996) apresenta um modelo que determina a variação da pressão acústica num conduto vulcânico para uma grande bolha. Conforme a bolha viaja no conduto, o modelo captura sua oscilação. Os autores comparam os resultados com dados experimentais e encontram que a correlação entre eles é bastante razoável. Jame et al. (2004) fez uma análise do padrão golfada para tubos verticais e inclinada levantando experimentalmente as variações de pressão e velocidade. No trabalho de James et.al. (2004) é comparada as freqüências obtidas experimentalmente com as previstas pelo modelo de Vergniolle e Brandeis (1996) obtendo uma boa concordância.

O trabalho apresentado por Liang e Ma (2004) apresenta um modelo Lagrangeano para escoamento horizontal que descreve as características oscilatórias para o padrão golfadas em um tubo capilar. Os autores utilizam uma analogia massa-mola para descrever as variações de velocidade e pressão em um tubo capilar. O modelo começa a partir da j-ésima célula composta por um pistão de líquido seguido por uma bolha. Para simplificar o problema e encontrar os fatores que afetam o movimento oscilatório, os autores supõem que as bolhas estão uniformemente distribuídas e com pressão constante. A pressão na região do filme é aproximadamente igual à pressão das bolhas, porém somente se o diâmetro do tubo capilar não for tão pequeno. O modelo mostra que os diâmetros dos tubos capilares, comprimento da bolha e do pistão determinam o movimento de oscilação. Os autores também mostram que para tubos capilares a força capilar, a força gravitacional e as distribuições iniciais da pressão afetam significativamente a freqüência e a amplitude de oscilação.

Mazza e Rosa (2008) apresentam um modelo para freqüências naturais baseado no modelo de seguimento dinâmico de pistões proposto por Franklin (2004). O modelo apresentado pelos autores obtém as freqüências naturais para uma e duas bolhas escoando numa tubulação horizontal, usando analogia com um sistema massa–mola. O modelo é obtido a partir de uma filtragem linear nas flutuações e análise da ordem de grandeza, sendo os resultados comparados com uma solução numérica. Os resultados obtidos mostram uma boa concordância entre as duas soluções. A analogia massa-mola para descrever as variações de velocidade e pressão também foi apresentada por Liang e Ma (2004) para o caso de um conjunto de bolhas, sendo os resultados dos diferentes autores condizentes entre si.

Madani et al. (2007) e (2009) apresenta um estudo experimental para o padrão golfadas em um tubo vertical oscilante. O estudo é realizado para diferentes diâmetros e para diferentes tipos de fluidos. O modelo mostra o mecanismo físico da propagação da bolha de Taylor, os efeitos do diâmetro da tubulação e a influência das propriedades físicas dos líquidos no movimento da bolha de Taylor. Os autores também fazem uma investigação da evolução do número de Froude, e de Bond para diferentes freqüências e diferentes fluidos. Os dados experimentais obtidos são comparados com os dados numéricos obtidos mediante o modelo de Clanet et al. (2004) e mostram uma boa concordância.

Face o exposto acima, define-se a finalidade desta dissertação o estudo do comportamento da freqüência de oscilação do escoamento padrão golfada de líquido em dutos horizontais e verticais. Para tanto um modelo Lagrangeano de seguimento dinâmico de bolhas e pistões foi utilizado. Com esse tipo de modelo é possível correlacionar as principais variáveis do sistema físico (diâmetros e comprimento da tubulação, propriedades e vazões dos fluidos, etc) com a freqüência, uma vez que esse tipo de modelo captura a evolução no tempo dos principais parâmetros do escoamento como: velocidades para cada um dos pistões de líquido; pressões de cada bolha; comprimento para cada pistão e bolha. A evolução para todos os pistões e bolhas que se encontram no interior da tubulação de cada um desses parâmetros corresponde aos sinais da reposta no tempo dessas variáveis. Aplicando uma ferramenta de análise tempo-freqüência apropriada nesses sinais é possível obter a freqüência do sistema. Uma restrição do modelo empregado é que os comprimentos de pistões e bolhas estão acoplados com a velocidade e pressão de forma linear, respectivamente. Desta forma, a resposta da velocidade e comprimento do pistão é similar bem como da pressão e do comprimento da bolha. Portanto, o estudo em freqüência só é aplicado ou a velocidade ou a pressão. O estudo se concentrou na determinação das freqüências naturais do sistema e, a partir da sua determinação, em se analisar se haveria mudanças significativas na evolução dos parâmetros caso o sistema fosse excitado próximo as freqüências naturais caracterizando a existência da ressonância.

3 MODELO MATEMÁTICO

Nessa seção é apresentado um modelo Lagrangeano para escoamento padrão golfadas de líquido, seguindo a metodologia de seguimento dinâmico de pistões e bolhas (*Slug-Traking*). Com esse tipo de modelo é possível capturar as características intermitentes do escoamento obtendo-se além dos valores médios das propriedades do escoamento suas distribuições. O modelo proposto é baseado nas equações de conservação de massa e quantidade de movimento na forma integral e aplicadas a volumes de controle que se deslocam acompanhando os pistões de líquido, de forma similar aos propostos por Grenier (1997) e Franklin (2004). O modelo resultante é formado por duas equações diferenciais no tempo relacionando as propriedades de células adjacentes como velocidade do líquido no pistão de líquido, pressão na bolha de Taylor, características geométricas (comprimento e fração de vazio do pistão e da bolha, diâmetros e inclinação da tubulação) e físicas do fluido.

A Figura 3-1 mostra o volume de controle adotado, representado pelas linhas pontilhadas, e apresenta as principais variáveis envolvidas na formulação, sendo LS e LB os comprimentos do pistão de líquido e da bolha de Taylor, respectivamente; P é a pressão na bolha de Taylor e U e U_f é a velocidade do líquido no pistão de líquido e no filme respectivamente, medidas a partir do referencial inercial. O nariz e a cauda da j-ésima bolha é definido pelas coordenadas y_j e x_{j-1}, respectivamente, e a frente do j-ésimo pistão pela coordenada x_j. Como pistões e bolhas se movem no interior do duto, as coordenadas x e y acompanham as interfaces das bolhas e pistões de cada célula e, como essa coordenadas definem as fronteiras do volume de controle, as superfícies de controle são deformáveis por que acompanham continuamente as frentes dos pistões e bolhas.

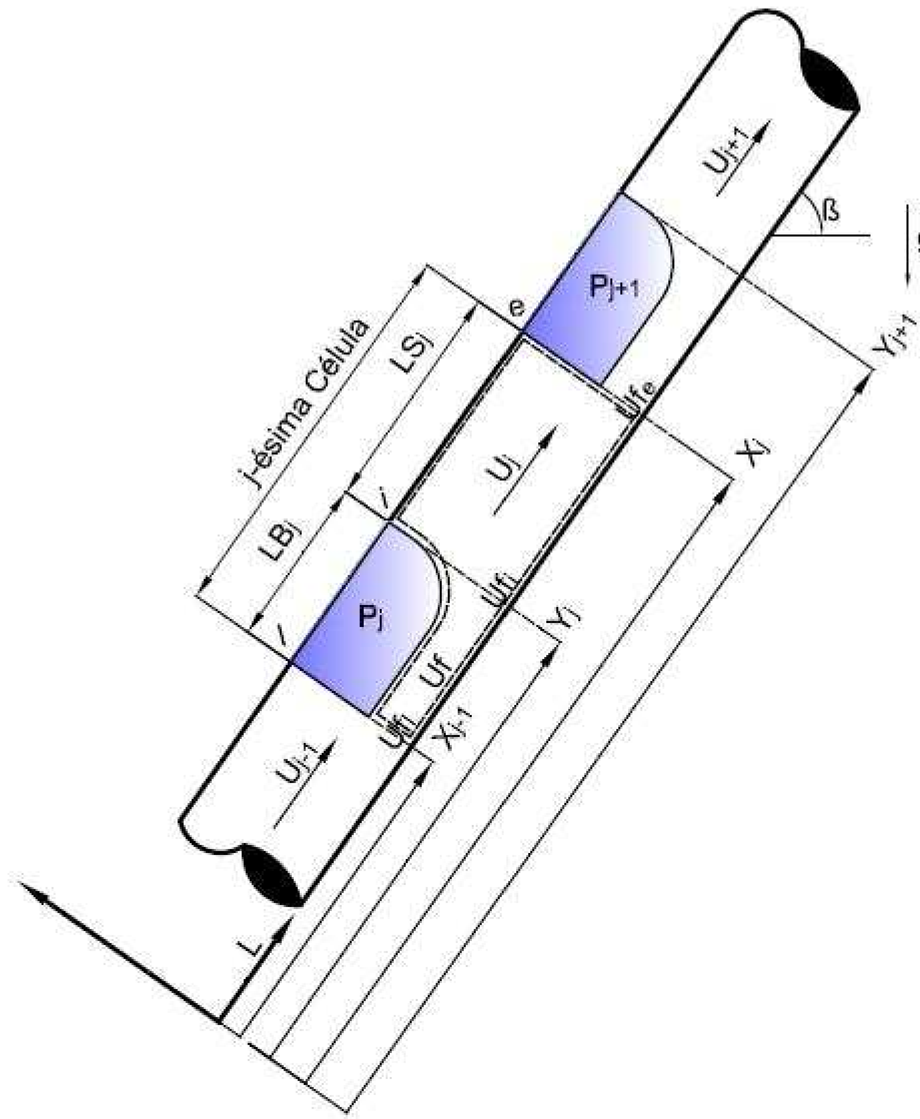


Figura 3-1. Definição do posicionamento das interfaces e velocidades associadas ao pistão e bolha da ja – ésima célula a partir de um referencial inercial estacionário.

3.1 HIPÓTESES E SIMPLIFICAÇÕES

Dada a complexidade do escoamento intermitente, é necessário adotar hipóteses simplificadoras que estão mostradas a seguir:

- O escoamento é isotérmico e ascendente;
- O pistão e o filme de líquido são tratados como tendo uma única fase;
- A massa específica do líquido é considerada constante ao longo do escoamento;

- A fase gasosa se comporta como gás perfeito e o escoamento é considerado isotérmico;
- O filme de líquido possui altura constante, não variando no espaço e no tempo;
- A pressão ao longo de uma bolha de gás é constante;
- A velocidade do líquido no pistão é constante;
- Não há transferência de massa entre as fases nem mudanças de fase;
- A fase líquida tem comportamento de fluido newtoniano.

Ao se utilizar as equações integrais para a formulação do problema, considera-se que o escoamento é unidimensional condensando-se, dessa forma, toda a informação da seção transversal. Sendo assim toda a variação de propriedades ao longo da seção transversal é desconsiderada.

3.2 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO DE MASSA E DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO

A equação de conservação de massa em sua forma integral para uma mistura pode ser escrita como:

$$\frac{d}{dt}\int_{\forall C} R_k \rho_k d\forall + \int_{SC} R_k \rho_k \vec{V}_{kr}.\vec{n} \cdot dS = 0 \tag{3.1}$$

onde k é o índice referente à cada fase; R_k é a fração volumétrica da fase k presente na região considerada; $\vec{V}_{kr}$ a velocidade da fase k em relação à fronteira do volume de controle medida a partir de um referencial inercial; ρ_k densidade da fase k; $d\forall$ e dS é um elemento de volume e de área, respectivamente. Na Equação (3.1), o primeiro termo representa a variação da massa no interior do volume de controle e o segundo termo é o fluxo líquido de massa que atravessa a superfície de controle.

Integrando a Equação (3.1) e considerando um duto de área transversal constante, o balanço aplicado à superfície de controle é dado por:

$$A\frac{d}{dt}\int_{z_1}^{z_2} R_k\rho_k dz + \left(R_k\rho_k\vec{V}_{kr}.A\right)_{z=z_2} - \left(R_k\rho_k\vec{V}_{kr}.A\right)_{z=z_1} = 0 \tag{3.2}$$

A equação de conservação de quantidade de movimento para a mesma situação pode ser escrita como:

$$A\frac{d}{dt}\int_{z_1}^{z_2} R_k\rho_k V_k dz + R_k\rho_k V_k V_{kr} A\Big|_{z=z_2} - R_k\rho_k V_k V_{kr} A\Big|_{z=z_1} = -\int p\vec{n}dA + \int \tau_w \vec{n}dA + \int \rho_L \vec{g}d\forall \tag{3.3}$$

onde $\vec{V}_k$ é a velocidade absoluta da fase k em relação à fronteira do volume de controle, medida a partir de um referencial inercial. No balanço de forças, foi considerado que apenas as forças atuantes no pistão de líquido são importantes, a saber: tensão normal (pressão) e de cisalhamento e gravitacional, representados pelo primeiro, segundo e terceiro termo do lado direito da Equação (3.3). A Equação (3.3) pode ser aplicada ao volume de controle apresentado na Figura 3-1 a fim de obter o modelo desejado. Como a massa específica do gás é muito menor que a do líquido, a equação de conservação de quantidade de movimento só será aplicada ao líquido e, como a grande maioria do líquido é transportado apenas pelos pistões, será considerada somente essa região nesse balanço. Desta forma, para o balanço de quantidade de movimento, o volume de controle apresentado na Figura 3-1 é simplificado e engloba apenas o pistão.

3.3 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO DE MASSA E DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO APLICADO AO PISTÃO LÍQUIDO

O volume de controle que engloba apenas o pistão de líquido é destacado na Figura 3-2, que apresenta um referencial estacionário (L) e um não inercial (L') que acompanha o deslocamento do líquido no pistão de líquido e sob esse referencial as velocidades são representadas genericamente por $\vec{V} = \vec{U} - \vec{U}_{ref}$. Desta forma, a velocidade do líquido no pistão de líquido é nula e a velocidade do líquido no filme pode ser determinada por $Vf_i = dY_j/dt - U_j$ e $Vf_e = dX_j/dt - U_j$, para as posições referentes à frente de bolha e do pistão, respectivamente. O volume de controle possui superfícies deformáveis em "e" e "i", de tal forma que a superfície acompanha o deslocamento da frente do j-ésimo pistão e bolha. Como o pistão é não aerado, ao longo de todo o volume de controle só há líquido o que faz com que o escoamento seja incompressível. Além disso, as propriedades são uniformes ao longo do volume de controle. Aplicando a Equação (3.2) ao volume de controle da Figura 3-2, pode-se escrever a equação de conservação de massa de líquido no pistão como:

$$\rho_L \cdot A \cdot \frac{d\left(LS_j\right)}{dt} + \dot{m}_e - \dot{m}_i = 0 \tag{3.4}$$

onde ρ_L é a massa específica do líquido; A é área transversal; LS comprimento do pistão; $\dot{m}_i$ e $\dot{m}_e$ são as vazões mássicas de líquido que cruzam as faces nas seções associadas aos índices, respectivamente. As vazões mássicas são determinadas a partir do produto escalar entre a velocidade relativa do fluido nas fronteiras (e) e (i) e o vetor normal a essas fronteiras, como:

$$\dot{m}_i = \rho_L \cdot A\left(U_j - \frac{dy_j}{dt}\right) \tag{3.5}$$

$$\dot{m}_e = \rho_L \cdot A\left(U_j - \frac{dx_j}{dt}\right) \tag{3.6}$$

Nas Equações (3.5) e (3.6) observa-se que a velocidade do líquido no pistão é constante, bem como as vazões mássicas são sempre menores que zero, uma vez que a velocidade relativa do fluido é sempre negativa.

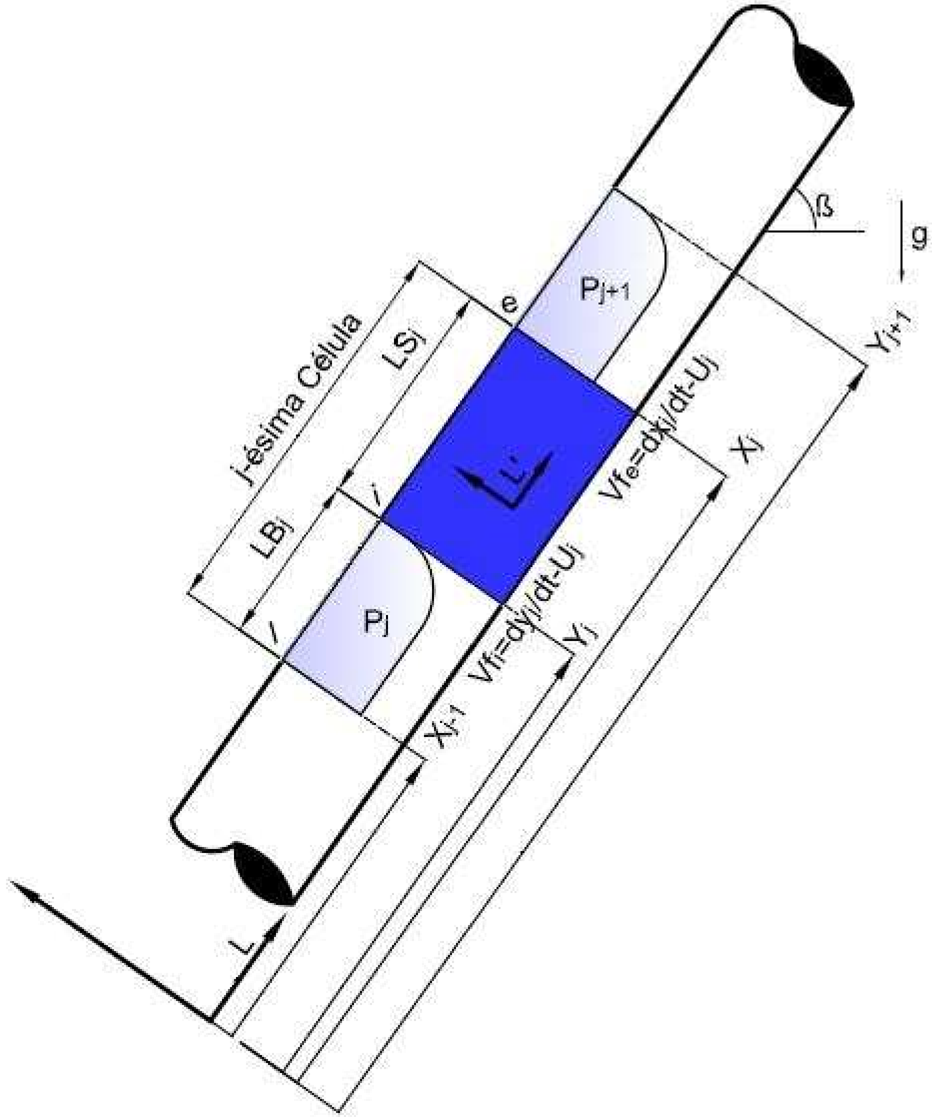


Figura 3-2. Definição do posicionamento das interfaces e velocidades associadas ao pistão da ja – ésima célula a partir de um referencial não inercial.

Aplicando a equação de conservação de quantidade de movimento, Equação (3.3), ao mesmo volume de controle pode-se escrever que:

$$\rho_L A \cdot \frac{d}{dt}\left[LS_j.U_j\right] + \left(Uf_e.\dot{m}_e - Uf_i.\dot{m}_i\right) = \left(P_j - P_{j+1}\right)A - \rho_L g \cdot \sin\left(\beta\right) \cdot A \cdot LS_j - \tau_s.\pi.D.LS_j \quad (3.7)$$

onde o termo de atrito, τ_s, representa a força de cisalhamento exercida pela parede no líquido.

Substituindo as definições das Equações (3.5) e (3.6) na Equação (3.7), tem-se

$$U_j \frac{d}{dt}\left[LS_j\right]+\left(Uf_e.\left(U_j - \frac{dx_j}{dt}\right) - Uf_i.\left(U_j - \frac{dy_j}{dt}\right)\right)+LS_j \frac{d}{dt}\left[U_j\right]= \\ \frac{1}{\rho_L}\left(P_j - P_{j+1}\right) - g.\sin(\beta).LS_j - \frac{1}{(\rho_L A)}\tau_s.\pi.D.LS_j \tag{3.8}$$

A Equação (3.8) apresenta um termo com a derivada do comprimento do pistão. Da a Figura 3-2 pode-se observar que o comprimento da bolha pode ser determinado a partir das coordenadas x e y como:

$$LS_j = x_j - y_j \tag{3.9}$$

e sua derivada como:

$$\frac{d}{dt}\left[LS_j\right]=\frac{d}{dt}\left[x_j - y_j\right] \tag{3.10}$$

Como conseqüência da Equação (3.10), pode-se afirmar que a velocidade do líquido no pistão de líquido é constante e que a Equação (3.8) pode ser reescrita como:

$$P_j = P_{j+1} + \rho_L.g.\sin(\beta).LS_j + \rho_L.LS_j \frac{d}{dt}\left[U_j\right] + \tau_s.(4/D).LS_j \tag{3.11}$$

onde a tensão τ_s é determinada por meio do fator de atrito de Fanno.

$$\tau_s = \frac{1}{2} f_j.\rho_L.\left(U_j\right)^2 \tag{3.12}$$

Como o pistão não é aerado, aplica-se o fator de atrito, f_j para escoamento monofásico. Apesar desta correlação não ser uma correlação para padrão golfada, é uma aproximação necessária. Ressalta-se que o fator de atrito deve ser calculado em função do número de Reynolds do pistão.

A Equação (3.11) mostra que a pressão na bolha a montante depende da pressão na bolha à jusante, do peso do líquido no pistão de líquido à frente da bolha, da aceleração do líquido no pistão de líquido e da tensão de cisalhamento. Contudo, deve-se destacar que, uma vez que o referencial se move com a velocidade do líquido no pistão de líquido, não há variação de velocidade dentro do volume de controle, mas sim devido à aceleração do referencial. E é esse o termo que é representado pela antepenúltima parte do lado direito da equação. A Equação (3.11) garante a conservação de massa de líquido e de quantidade de movimento no pistão de líquido, que representa grande parte do líquido transportado. Contudo, sozinha não satisfaz a conservação da massa de gás. Desta forma, para finalizar o modelo é necessário aplicar a equação de conservação de massa à bolha de Taylor.

3.4 BALANÇO DE MASSA PARA A BOLHA DE GÁS

Considerando um volume de controle que engloba a bolha de Taylor, possuindo, dessa forma, fronteiras deformáveis que acompanham a frente e a traseira da bolha conforme mostra a Figura 3-3 e considerando que não há incorporação nem desprendimento de massa pela bolha de Taylor para os pistões adjacentes e filme, a equação de conservação de massa, Equação (3.2), pode ser escrita como:

$$\frac{d}{dt}\left[\rho_G . LB_j \left(RG_j\right)\right] = 0 \qquad (3.13)$$

onde RG é a fração de vazio na região da bolha, ρ_G é a massa específica do gás na bolha e LB é o comprimento da bolha. Abrindo a derivada, a Equação (3.13) pode ser expressa como:

$$LB_j\left(RG_j\right)\frac{d}{dt}\left[\rho_G\right] + \rho_G \frac{d}{dt}\left[LB_j\left(RG_j\right)\right] = 0 \qquad (3.14)$$

Como não há incorporação nem desprendimento de massa pela bolha de Taylor, pode-se afirmar que não há variação significativa da fração de vazio da bolha. Desta forma, a Equação (3.14) pode ser reescrita como:

$$\left(RG_j\right)\frac{d}{dt}LB_j + \left(RG_j\right)LB_j\frac{1}{\rho_G}\frac{d\rho_G}{dt} = 0 \tag{3.15}$$

De forma similar ao comprimento do pistão, o comprimento da bolha pode ser escrito em função das coordenadas x e y como:

$$LB_j = y_j - x_{j-1} \tag{3.16}$$

e sua derivada como:

$$\frac{d}{dt}\left[LB_j\right] = \frac{d}{dt}\left[y_j - x_{j-1}\right] \tag{3.17}$$

Além disso, os comprimentos dos filmes sempre serão coincidentes com os comprimentos das bolhas. Se aplicarmos a equação de conservação de massa ao filme de líquido, com todas as hipóteses já listadas, é possível mais uma equação para o comprimento da bolha como:

$$\frac{d}{dt}\left[\left(1-RG_j\right)LB_j\right] + \left(1-RG_i\right)\left(Uf_i - \frac{dy_j}{dt}\right) - \left(1-RG_l\right)\left(Uf_l - \frac{dx_{j-1}}{dt}\right) = 0 \tag{3.18}$$

Considerando um balanço de massa de líquido na frente e na traseira da bolha, fronteira i e l, respectivamente, é possível escrever a velocidade do líquido no filme em função da velocidade do líquido no pistão de líquido:

$$\left(1-RG_i\right)\left(Uf_i - \frac{dy_j}{dt}\right) = \left(U_j - \frac{dy_j}{dt}\right) \tag{3.19}$$

$$\left(1-RG_l\right)\left(Uf_l-\frac{dx_{j-1}}{dt}\right)=\left(U_{j-1}-\frac{dy_{j-1}}{dt}\right) \tag{3.20}$$

Considerando que não há variação significativa na fração de vazio na região da traseira de duas bolhas consecutiva e a Equação (3.17), pode-se escrever que:

$$RG_j\frac{d}{dt}LB_j=U_j-U_{j-1} \tag{3.21}$$

que uma vez substituída na (3.15) tem-se que:

$$U_{j\text{-}1}-U_j=RG.LB_j\frac{1}{\rho_G}\frac{d\rho_G}{dt} \tag{3.22}$$

A Equação (3.22) expressa que a diferença de velocidades do líquido no pistão de líquido entre duas células consecutivas depende da variação da massa específica do gás na bolha no tempo. Essa forma não é a mais adequada para representar essa equação. Se o gás for considerado como perfeito e sendo o escoamento isotérmico é possível escrever a variação da massa específica em função da pressão da bolha como:

$$\frac{1}{\rho_G}\frac{d\rho_G}{dt}=\frac{1}{P_j}\frac{dP_j}{dt} \tag{3.23}$$

Substituindo a Equação (3.23) na Equação (3.22) é possível escrever a equação da conservação de massa de gás na bolha de Taylor como:

$$U_{j-1}=U_j+\frac{RG.LB_j}{P_j}\left(\frac{dP_j}{dt}\right) \tag{3.24}$$

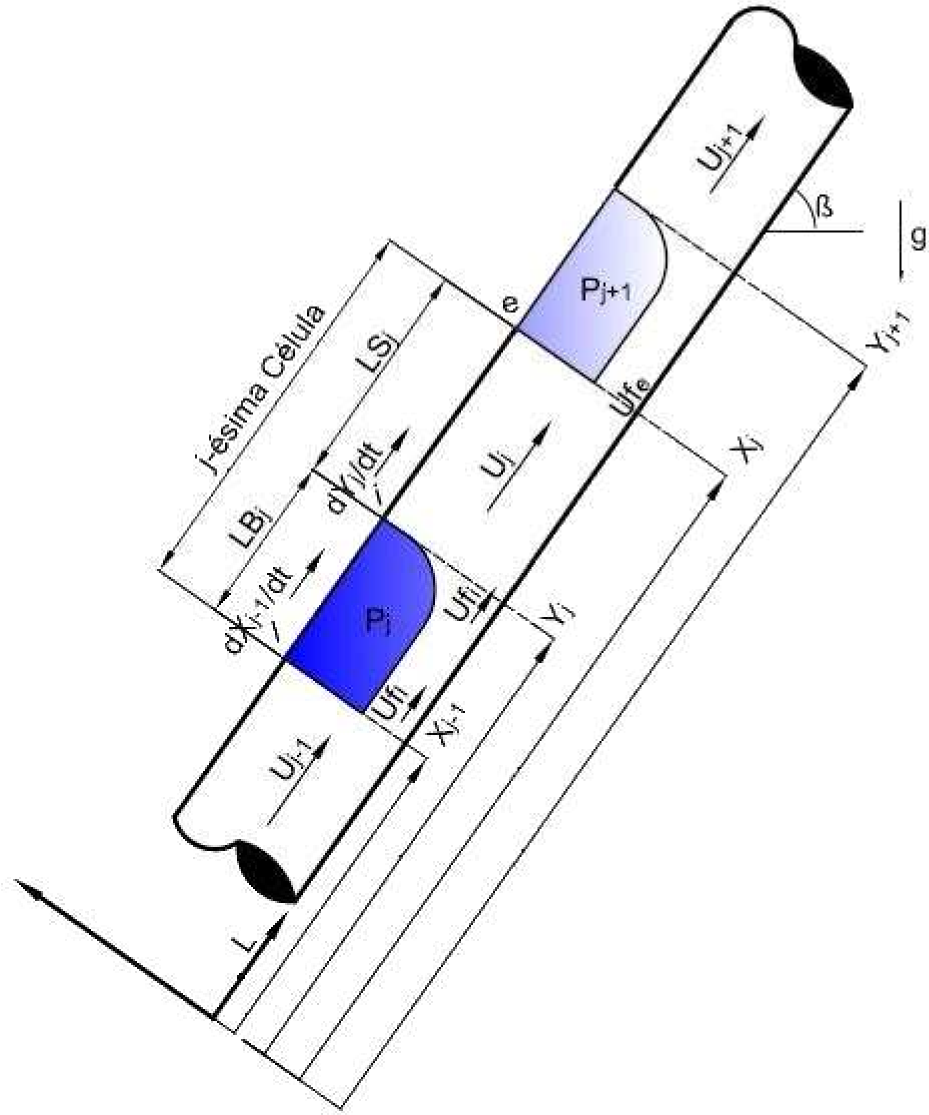


Figura 3-3. Representação dos fluxos de massas nas fronteras 'i' e 'l' da bolha.

3.5 EQUAÇÕES DE FECHAMENTO

O movimento intermitente de bolhas e pistões de líquido, como mostrada na Figura 3-1, pode ser descrita utilizando um modelo de seguimento dinâmico de bolhas e pistões por meio das Equações (3.11) e (3.24) repetidas abaixo por simplicidade:

$$P_j = P_{j+1} + \rho_L.g.\sin(\beta)LS_j + \rho_L LS_j \frac{d}{dt}\left[U_j\right] + \tau_s.(4/D).LS_j \tag{3.25}$$

$$U_{j-1} = U_j + \frac{RG.LB_j}{P_j}\left(\frac{dP_j}{dt}\right) \qquad (3.26)$$

Essas equações correlacionam a pressão das bolhas (P) e velocidades do líquido nos pistões de líquido (U) adjacentes com características geométricas de bolhas e pistões. Como é considerado que não há transferência de massa de gás entre as bolhas, as frações de vazio das bolhas serão sempre constantes. Desta forma, para o fechamento do modelo será necessário conhecer apenas os comprimentos de bolhas e pistões. Esses comprimentos podem ser determinados a partir de relações geométricas como:

$$LB_j = y_j - x_{j-1} \qquad (3.27)$$

$$LS_j = x_j - y_j \qquad (3.28)$$

onde y e x sãos as frentes de bolhas e pistões, respectivamente, e essas grandezas podem ser obtidas a partir da conservação da massa de gás na bolha como:

$$P_j\, LB_j = P_j\,\left(y_j - x_{j-1}\right) = \text{Constante} \qquad (3.29)$$

e a partir da velocidade de translação do nariz da bolha (VB) como:

$$VB = \frac{dy_j}{dt} \qquad (3.30)$$

O avanço no espaço e no tempo da frente do pistão (x_j) é determinado a partir da equação da conservação da massa de gás da bolha e do avanço da frente da bolha. A bolha não troca massa de gás com os pistões, assim, a massa de gás, m_G , é constante com o tempo e com o espaço.

$$m_G = \rho_G.RG.V_G = Cte \qquad (3.31)$$

onde ρ_G é a massa específica de gás na bolha; RG é a fração volumétrica de gás na região da bolha e V_G é o volume.

Dada a hipótese de gás perfeito e isotérmico, emprega-se a lei dos gases perfeitos à fase gasosa.

$$m_G = \frac{P}{RT} . RG . A . LB = Cte \tag{3.32}$$

Portanto, o avanço da frente de um pistão pode ser calculado com base no avanço da frente da bolha à sua frente e na variação da pressão desta mesma bolha.

3.5.1 EQUAÇÃO DA VELOCIDADE DA BOLHA

A velocidade de translação de bolhas é um dos principais parâmetros a ser determinado em escoamentos multifásicos, sendo realizados diversos estudos com essa finalidade. Para o escoamento intermitente, a determinação da velocidade de translação da bolha foi obtida em sua maioria sob condições experimentais. Os primeiros estudos para a determinação da velocidade de translação de bolhas foram realizados por Dumitrescu (1943) e Davies e Taylor (1950). Os autores analisaram o movimento de uma bolha isolada em uma coluna de líquido estagnado na vertical e determinaram que a velocidade de ascensão da frente da bolha é dada por uma relação cinemática proporcional a raiz quadrada do produto do diâmetro do tubo e a aceleração da gravidade. Esta velocidade é também conhecida como velocidade de deslizamento ou "drift" e é representado pela seguinte equação:

$$VB = C_\infty \sqrt{g.D\left[1-(\rho_G/\rho_L)\right]} \tag{3.33}$$

onde g é a gravidade, D é o diâmetro da tubulação, ρ_G e ρ_L são as massas específicas do gás e do líquido, respectivamente e C_∞ é um parâmetro a ser determinado experimentalmente.

Posteriormente, Nicklin et al. (1962) estende os estudos realizados por Dumitrescu (1943) e Davies e Taylor (1950) para casos em que há uma seqüência de bolhas e o líquido está em movimento. Neste caso, além da velocidade de deslizamento ele propõe um novo termo proporcional à velocidade da mistura na frente da bolha. Desta forma, a velocidade de translação da bolha pode ser expressa por:

$$VB = C_O J + C_\infty \sqrt{g.D\left[1-(\rho_G/\rho_L)\right]} \tag{3.34}$$

onde C_0 é o parâmetro de distribuição e representa a máxima velocidade da mistura na frente da bolha e desta forma depende do perfil de velocidades à frente da bolha; J é a velocidade de mistura, e esta representada pela seguinte equação:

$$J = \left(Q_L + Q_G\right) / A \tag{3.35}$$

onde Q_L e Q_G representam as vazões de líquido e gás, respectivamente. Nesse trabalho, os valores de C_0 e C_∞ utilizados para a determinação da velocidade de translação da bolha foi o proposto por Bendiksen (1984) e estão reportados na Tabela 3-1.

Tabela 3-1. Parâmetro de distribuição (C_0) e de deslizamento (C_∞) para determinação da velocidade da bolha.

	$C_0(\theta)$	$C_\infty(\theta)$
$Re_M \geq 1000$	**$Fr_M \geq 3,5$** $C_0 = 1,2$	$\dfrac{0,345}{\left(1+\dfrac{3805}{Eo^{3,06}}\right)^{0,58}} Sen\theta$
	$Fr_M < 3,5$ $C_0(0°)+\left[C_0(90°)-C_0(0°)\right]sen^2\theta$ onde: $C_0(0°)=1,0$ $C_0(90°)=1,2$	$\left(0,542-\dfrac{1,76}{Eo^{0,56}}\right)Cos\theta+\dfrac{0,345}{\left(1+\dfrac{3805}{Eo^{3,06}}\right)^{0,58}} Sen\theta$
$Re_M < 1000$	$C_0(\theta)=1,2$	$\left(0,542-\dfrac{1,76}{Eo^{0,56}}\right)Cos\theta+\dfrac{0,345}{\left(1+\dfrac{3805}{Eo^{3,06}}\right)^{0,58}} Sen\theta$
$Re_M = \dfrac{\rho_L JD}{\mu_L}$ $\quad Fr_M = \dfrac{J}{\sqrt{gD}}$ $\quad Eo = \dfrac{\left(\rho_L - \rho_G\right)gD^2}{\sigma}$		

O modelo Lagrangeano para escoamento padrão golfadas de líquido que segue a metodologia de seguimento dinâmico de pistões e bolhas (*Slug – Traking*) já foi apresentado no presente capítulo sendo apresentadas abaixo as equações que compõem o modelo por simplicidade. A Tabela 3-2 mostra as equações de conservação de massa e quantidade de movimento na forma integral e as equações necessárias para o fechamento do modelo.

Tabela 3-2. Equações que compõem o modelo de seguimento dinâmico de bolhas e pistões.

Equação	#
$P_j = P_{j+1} + \rho_L.g.\text{sen}(\beta).LS_j + \rho_L LS_j \frac{d}{dt}\left[U_j\right]$	(3.11)
$U_{j-1} = U_j + \frac{RG.LB_j}{P_j}\left(\frac{dP_j}{dt}\right)$	(3.24)
$LB_j = y_j - x_{j-1}$	(3.27)
$LS_j = x_j - y_j$	(3.28)
$VB = dy_j / dt$	(3.30)
$VB = C_O J + C_\infty \sqrt{g.D\left[1-(\rho_G/\rho_L)\right]}$	(3.32)

4 MODELO ANALÍTICO

Um modelo baseado na metodologia de seguimento dinâmico de pistões e bolhas para o escoamento padrão golfadas de líquido foi apresentado no Capítulo 3, sendo reapresentadas abaixo apenas as equações resultantes por conveniência. Por simplicidade, no procedimento de solução e devido ao seu caráter puramente dissipativo, o atrito não será considerado na análise e não é apresentado na equação de conservação de quantidade de movimento mostrada abaixo. Devido ao caráter intermitente do escoamento é esperado que bolhas e pistões apresentem movimentos oscilatórios. Essas oscilações são confirmadas por evidências experimentais mostradas na Figura 4-1, em que medidas realizadas pelo 2PFG/DE/FEM/UNICAMP para a velocidade da bolha exibe oscilações. Dessa forma, a determinação das freqüências características é importante e constitui um dos objetos desse trabalho. Visando obter as freqüências características, duas abordagens são propostas: uma analítica utilizando técnicas assintóticas e outra numérica, as quais serão descritas em mais detalhes a seguir.

$$P_j = P_{j+1} + \rho_L.g.sen\left(\beta\right).LS_j + \rho_L LS_j \frac{d}{dt}\left[U_j\right] \tag{4.1}$$

$$U_{j-1} = U_j + \frac{RG.LB_j}{P_j}\left(\frac{dP_j}{dt}\right) \tag{4.2}$$

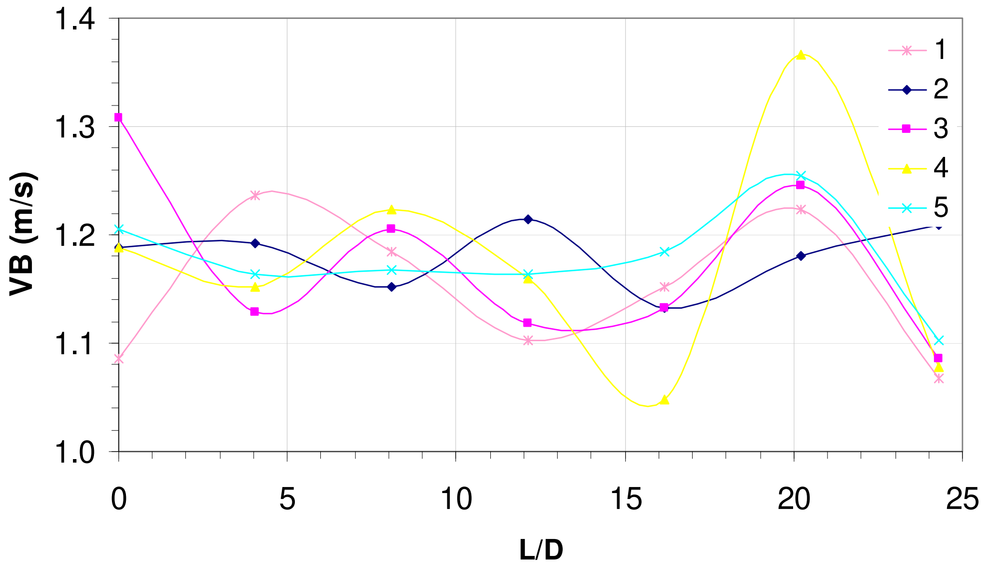


Figura 4-1. Velocidade de translação para cinco bolhas consecutivas passando por um ponto da tubulação, reproduzidos de Rosa e Altemani, (2005). Condições operacionais: JL = 0,5 m/s e JG = 0,52 m/s.

Como já foi dito, o escoamento intermitente é caracterizado pela passagem alternada de pistões e bolhas de forma que, em um dado ponto da tubulação, todos os parâmetros apresentam uma distribuição em torno de um valor médio. Desta forma, a situação que se deseja analisar é quando há variações desses parâmetros e sua influência no sistema. Decompondo os valores instantâneos em um termo médio e um de flutuação, exceto para RG que foi considerado constante na dedução do modelo, pode-se escrever que:

$$Z_j = \left\{ \overline{Z}_j + \tilde{Z}_j \text{ sendo } Z = P, U, LS, LB \right\} \tag{4.3}$$

onde o sobrescrito ‘–‘ significa médio temporal e o ‘~’ significa sua flutuação. Medidas experimentais também mostram que as variações de pressão e de comprimento de bolhas e pistões são muito pequenas, dessa forma:

$$Z_j \sim \left\{ \overline{Z}_j \text{ sendo } Z = LS, LB \right\} \tag{4.4}$$

Empregando as Equações (4.3) e (4.4) em (4.1) e (4.2), pode-se reescrever a equação da conservação da massa e da quantidade de movimento em função da variação dos parâmetros do escoamento como:

$$\tilde{U}_j + \overline{U}_j = \tilde{U}_{j-1} + \overline{U}_{j-1} - \frac{\overline{LB}_j RG_j}{\overline{P}_j} \frac{d\left(\tilde{P}_j + \overline{P}_j\right)}{dt} \tag{4.5}$$

$$\tilde{P}_j = \tilde{P}_{j+1} + \rho_L \overline{LS}_j \frac{d\left(\tilde{U}_j + \overline{U}_j\right)}{dt} \tag{4.6}$$

uma vez que:

$$\overline{P}_j = \overline{P}_{j+1} + \rho_L g \overline{LS}_j \operatorname{sen}\beta \tag{4.7}$$

A forma apresentada pelas Equações (4.5) e (4.6) não é adequada para se obter uma solução analítica, contudo se derivarmos a Equação (4.5) em relação ao tempo:

$$\frac{d\left(\tilde{U}_j + \overline{U}_j\right)}{dt} = \frac{d\left(\tilde{U}_{j-1} + \overline{U}_{j-1}\right)}{dt} - \frac{\overline{LB}_j RG_j}{\overline{P}_j} \left\{ \left(\frac{d^2\tilde{P}_j}{dt^2} + \frac{d^2\overline{P}_j}{dt^2} \right) - \frac{1}{\overline{P}_j} \frac{d\overline{P}_j}{dt} \left(\frac{d\tilde{P}_j}{dt} + \frac{d\overline{P}_j}{dt} \right) \right\} \tag{4.8}$$

e substituirmos na Equação (4.6), obtém-se:

$$\begin{aligned} &\frac{\rho_L \overline{LS}_j \overline{LB}_j RG_j}{\overline{P}_j} \left(\frac{d^2\tilde{P}_j}{dt^2} - \frac{1}{\overline{P}_j} \frac{d\overline{P}_j}{dt} \frac{d\tilde{P}_j}{dt} \right) + \tilde{P}_j - \tilde{P}_{j+1} = \\ &\rho_L \overline{LS}_j \frac{d\left(\tilde{U}_{j-1} + \overline{U}_{j-1}\right)}{dt} - \frac{\rho_L \overline{LS}_j \overline{LB}_j RG_j}{\overline{P}_j} \left[\frac{d^2\overline{P}_j}{dt^2} - \frac{1}{\overline{P}_j} \left(\frac{d\overline{P}_j}{dt} \right)^2 \right] \end{aligned} \tag{4.9}$$

que representa um sistema similar a massa-mola-amortecedor, excitado com coeficientes variáveis uma vez que $\overline{P}_j$ está variando no tempo. Caso haja várias bolhas no duto, pode-se, a partir da Equação (4.8), reescrever a variação da velocidade de líquido de cada um dos pistões a partir da variação ocorrida no pistão de entrada como:

$$\frac{d\left(\tilde{U}_{j-1}+\overline{U}_{j-1}\right)}{dt}=\frac{d\left(\tilde{U}_{0}+\overline{U}_{0}\right)}{dt}-\sum_{k=1}^{n=j-1}\frac{\overline{LB}_k RG_k}{\overline{P}_k}\left[\frac{d^2\tilde{P}_k}{dt^2}+\frac{d^2\overline{P}_k}{dt^2}-\frac{1}{\overline{P}_k}\frac{d\overline{P}_k}{dt}\left(\frac{d\tilde{P}_k}{dt}+\frac{d\overline{P}_k}{dt}\right)\right] \tag{4.10}$$

e substituindo a Equação (4.10) em (4.9) obtém-se que:

$$\begin{aligned}
&\rho_L \overline{LS}_j\left\{\frac{\overline{LB}_j RG_j}{\overline{P}_j}\left[\frac{d^2\tilde{P}_j}{dt^2}-\frac{1}{\overline{P}_j}\frac{d\overline{P}_j}{dt}\frac{d\tilde{P}_j}{dt}\right]+\sum_{k=1}^{n=j-1}\frac{\overline{LB}_k RG_k}{\overline{P}_k}\left[\frac{d^2\tilde{P}_k}{dt^2}-\frac{1}{\overline{P}_k}\frac{d\overline{P}_k}{dt}\frac{d\tilde{P}_k}{dt}\right]\right\}+\\
&\tilde{P}_j-\tilde{P}_{j+1}=\rho_L\overline{LS}_j\frac{d\left(\tilde{U}_0+\overline{U}_0\right)}{dt}-\\
&\rho_L \overline{LS}_j\left\{\frac{\overline{LB}_j RG_j}{\overline{P}_j}\left[\frac{d^2\overline{P}_j}{dt^2}-\frac{1}{\overline{P}_j}\left(\frac{d\overline{P}_j}{dt}\right)^2\right]+\sum_{k=1}^{n=j-1}\frac{\overline{LB}_k RG_k}{\overline{P}_k}\left[\frac{d^2\overline{P}_k}{dt^2}-\frac{1}{\overline{P}_k}\left(\frac{d\overline{P}_k}{dt}\right)^2\right]\right\}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

De forma similar, pode-se escrever, a partir da Equação (4.7), que a pressão média em uma bolha qualquer em função da pressão atmosférica é:

$$\overline{P}_j=P_{atm}+\rho_L g.\text{sen}\beta\sum_{m=1}^{n=j}\overline{LS}_m \tag{4.12}$$

e sua derivada:

$$\frac{d\overline{P}_j}{dt}=\rho_L g.\text{sen}\beta\frac{d}{dt}\sum_{m=1}^{n=j}\overline{LS}_m \tag{4.13}$$

Os comprimentos médios de bolhas e pistões foram considerados constantes, contudo isso nunca será válido para o último pistão, pois esse se encontra na saída tubulação e diminui continuamente. Desta forma, a variação da pressão média de qualquer bolha no duto será determinada pela variação de comprimento desse último pistão e pode ser determinada por:

$$\frac{d\overline{P}_j}{dt} = \rho_L g.\text{sen}\beta \frac{d}{dt}\left(\overline{LS_n}\right) \quad (4.14)$$

sendo que a variação do comprimento médio do último pistão pode ser determinado pela velocidade de translação da última bolha como:

$$\frac{d\overline{LS_n}}{dt} = -VB_n \quad (4.15)$$

Substituindo as Equações (4.15), (4.14) e (4.12) em (4.11) e escrevendo na forma matricial, pode-se mostrar que a variação de pressão das bolhas em um escoamento padrão golfadas de líquido pode ser determinada por:

$$\mathbf{M}_{nxn}\ddot{\tilde{\mathbf{P}}}_{nx1} + \mathbf{A}_{nxn}\dot{\tilde{\mathbf{P}}}_{nx1} + \mathbf{K}_{nxn}\tilde{\mathbf{P}}_{nx1} = \mathbf{Fe}_{nx1} \quad (4.16)$$

onde $\mathbf{M}$, $\mathbf{A}$ e $\mathbf{K}$ são matrizes que dependem de grandezas geométricas e propriedades do escoamento. A Equação (4.16), caso os coeficientes das matrizes sejam constantes, mostra que a flutuação de pressão em um escoamento pistonado é semelhante à de um sistema massa-mola-amortecedor e suas freqüências podem ser determinadas analiticamente. Caso essas matrizes não sejam constantes, é desconhecida uma solução analítica para as freqüências. A matriz $\mathbf{M}$ é determinada por:

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix}\dfrac{\rho_L\overline{LS_1}\,\overline{LB_1}RG_1}{P_{atm}+\rho_L g.\text{sen}\beta\sum_{m=1}^{n}\overline{LS_m}} & 0 & \cdots & 0\\ \dfrac{\rho_L\overline{LS_2}\,\overline{LB_1}RG_1}{P_{atm}+\rho_L g.\text{sen}\beta\sum_{m=1}^{n}\overline{LS_m}} & \dfrac{\rho_L\overline{LS_2}\,\overline{LB_2}RG_2}{P_{atm}+\rho_L g.\text{sen}\beta\sum_{m=2}^{n}\overline{LS_m}} & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & 0\\ \dfrac{\rho_L\overline{LS_n}\,\overline{LB_1}RG_1}{P_{atm}+\rho_L g.\text{sen}\beta\sum_{m=1}^{n}\overline{LS_m}} & \dfrac{\rho_L\overline{LS_n}\,\overline{LB_2}RG_2}{P_{atm}+\rho_L g.\text{sen}\beta\sum_{m=2}^{n}\overline{LS_m}} & \cdots & \dfrac{\rho_L\overline{LS_n}\,\overline{LB_j}RG_j}{P_{atm}+\rho_L g.\text{sen}\beta.\overline{LS_n}}\end{bmatrix} \quad (4.17)$$

A matriz $\mathbf{A}$ é definida como:

$$\mathbf{A}=\left(m_{i,j}\overline{P}_{i,j}\right)\rho_L g\left(VB\right)_n \text{sen}\beta \quad (4.18)$$

sendo que $\left(m_{i,j}\overline{P}_{i,j}\right)$ é o produto termo a termo da matriz $\mathbf{M}$, representada pela Equação (4.17), e a matriz que representa o inverso da pressão média, escrita como:

$$\overline{\mathbf{P}}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{P_{atm}+\rho_L g.\text{sen}\beta\sum_{m=1}^{n}\overline{LS_m}} & 0 & \cdots & 0\\ \dfrac{1}{P_{atm}+\rho_L g.\text{sen}\beta\sum_{m=1}^{n}\overline{LS_m}} & \dfrac{1}{P_{atm}+\rho_L g.\text{sen}\beta\sum_{m=2}^{n}\overline{LS_m}} & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & 0\\ \dfrac{1}{P_{atm}+\rho_L g.\text{sen}\beta\sum_{m=1}^{n}\overline{LS_m}} & \dfrac{1}{P_{atm}+\rho_L g.\text{sen}\beta\sum_{m=2}^{n}\overline{LS_m}} & \cdots & \dfrac{1}{P_{atm}+\rho_L g.\text{sen}\beta.\overline{LS_n}}\end{bmatrix} \quad (4.19)$$

A matriz $\mathbf{K}$ é determinada como:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

o vetor de excitação é determinado por:

$$\mathbf{Fe} = \begin{Bmatrix} \rho_L \overline{LS_1} \left\{ \dfrac{d\left(\tilde{U}_0 + \overline{U}_0\right)}{dt} - \dfrac{\overline{LB_1} RG_1}{\overline{P}_1} \left[\dfrac{d^2\overline{P}_1}{dt^2} - \dfrac{1}{\overline{P}_1} \left(\dfrac{d\overline{P}_1}{dt} \right)^2 \right] \right\} \\ \rho_L \overline{LS_2} \left\{ \dfrac{d\left(\tilde{U}_0 + \overline{U}_0\right)}{dt} - \sum_{k=1}^{2} \dfrac{\overline{LB_k} RG_k}{\overline{P}_k} \left[\dfrac{d^2\overline{P}_k}{dt^2} - \dfrac{1}{\overline{P}_k} \left(\dfrac{d\overline{P}_k}{dt} \right)^2 \right] \right\} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \rho_L \overline{LS_n} \left\{ \dfrac{d\left(\tilde{U}_0 + \overline{U}_0\right)}{dt} - \sum_{k=1}^{n} \dfrac{\overline{LB_k} RG_k}{\overline{P}_k} \left[\dfrac{d^2\overline{P}_k}{dt^2} - \dfrac{1}{\overline{P}_k} \left(\dfrac{d\overline{P}_k}{dt} \right)^2 \right] \right\} + P_{atm} \end{Bmatrix} \tag{4.21}$$

A flutuação de pressão em um escoamento padrão golfada de líquido, quando as variações dos comprimentos de pistões e bolhas são desprezíveis face aos valores médios, pode ser determinada a partir da Equação (4.16), que representa um sistema massa-mola-amortecedor. A grande dificuldade em se obter uma solução analítica para esse sistema é o fato de que os coeficientes das matrizes não são constantes, uma vez que os coeficientes dependem direta ou indiretamente do comprimento médio do último pistão de líquido. Entretanto, em alguns casos especiais pode-se assumir que essa variação é pequena quando comparada com o comprimento do próprio pistão e, desta forma, pode-se assumir os coeficientes como sendo constantes. Assim é possível se obter uma solução analítica para a determinação das freqüências considerando o caso homogêneo. Esse é o cenário que se irá abordar seguir.

4.1 FREQÜÊNCIA NATURAL PARA UMA BOLHA

Caso haja apenas uma bolha em uma tubulação com um comprimento de tal forma que faça com que o pistão na saída tenha uma variação desprezível, os coeficientes das matrizes da Equação (4.16) serão constantes e a equação será reduzida para:

$$\left(\frac{d^2\tilde{P}_1}{dt^2}\right)+\frac{\rho_L.g.\text{sen}\beta VB}{P_{atm}+\rho_L.g.\text{sen}\beta.\overline{LS_1}}\left(\frac{d\tilde{P}_1}{dt}\right)+\frac{P_{atm}+\rho_L.g.\text{sen}\beta.\overline{LS_1}}{\rho_L\,\overline{LS_1}\,\overline{LB_1}.RG_1}\left(\tilde{p}_1\right)=0 \tag{4.22}$$

Definindo-se:

$$a=\frac{1}{2}\frac{\rho_L.g.VB.\text{sen}\beta}{P_{atm}+\rho_L.g.\overline{LS_1}.\text{sen}\beta} \tag{4.23}$$

e

$$\omega_o^2=\frac{P_{atm}+\rho_L.g.\overline{LS_1}.\text{sen}\beta}{\rho_L\,\overline{LS_1}\,\overline{LB_1}.RG_1} \tag{4.24}$$

pode-se determinar a freqüência natural do sistema como:

$$\omega_1=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\omega_o^2-a^2} \tag{4.25}$$

sendo:

$$\overline{LS_1}=LS_i-VB_1.t \tag{4.26}$$

onde LS_i é o comprimento inicial do pistão de líquido.

Caso a tubulação se encontre na horizontal o termo definido pela Equação (4.23) é igual a zero, portanto a freqüência natural será determinada por:

$$\omega_1 = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{P_{atm}}{\rho_L \overline{LS_1}\,\overline{LB_1}.RG_1}\right)^{1/2} \tag{4.27}$$

que corresponde à solução para a freqüência natural obtida por Mazza e Rosa, (2007) para o escoamento de uma única bolha em padrão golfadas de líquido para uma tubulação na horizontal.

4.2 FREQÜÊNCIA NATURAL PARA DUAS BOLHAS

Para uma situação similar à descrita na seção anterior, mas com duas bolhas ao invés de apenas uma, a Equação (4.16) pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\rho_L \overline{LS_1}\,\overline{LB_1} RG_1}{P_{atm}+\rho_L g.\mathrm{sen}\beta\left(\overline{LS_1}+\overline{LS_2}\right)} & 0 \\ \dfrac{\rho_L \overline{LS_2}\,\overline{LB_1} RG_1}{P_{atm}+\rho_L g.\mathrm{sen}\beta\left(\overline{LS_1}+\overline{LS_2}\right)} & \dfrac{\rho_L \overline{LS_2}\,\overline{LB_2} RG_2}{P_{atm}+\rho_L g.\mathrm{sen}\beta\overline{LS_2}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\tilde{P}}_1 \\ \ddot{\tilde{P}}_2\end{bmatrix}+$$

$$\rho_L g VB_2 \mathrm{sen}\beta\begin{bmatrix} \dfrac{\rho_L \overline{LS_1}\,\overline{LB_1} RG_1}{\left[P_{atm}+\rho_L g\mathrm{sen}\beta\left(\overline{LS_1}+\overline{LS_2}\right)\right]^2} & 0 \\ \dfrac{\rho_L \overline{LS_2}\,\overline{LB_1} RG_1}{\left[P_{atm}+\rho_L g\mathrm{sen}\beta\left(\overline{LS_1}+\overline{LS_2}\right)\right]^2} & \dfrac{\rho_L \overline{LS_2}\,\overline{LB_2} RG_2}{\left[P_{atm}+\rho_L g\mathrm{sen}\beta\overline{LS_2}\right]^2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\tilde{P}}_1 \\ \dot{\tilde{P}}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\tilde{P}_1 \\ \tilde{P}_2\end{bmatrix}=0 \tag{4.28}$$

Como o segundo termo da Equação (4.28) é desprezível, é inversamente proporcional ao quadrado da pressão em cada bolha, as freqüências analíticas aproximadas podem ser obtidas a partir da equação característica usando um procedimento similar ao utilizado na seção anterior, sendo essas determinadas por:

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2\overline{P}_1\,\overline{P}_2/\rho_L}{\overline{P}_1 A_2+\overline{P}_2\left(A_1+A_4\right)\pm\sqrt{\left(\overline{P}_1 A_2+\overline{P}_2\left(A_1+A_4\right)\right)^2-A_3\overline{P}_1\,\overline{P}_2}}} \tag{4.29}$$

com as constantes determinadas por:

$$A_1 = \overline{LB_1} RG_1 \overline{LS_1} \tag{4.30}$$

$$A_2 = \overline{LB_2} RG_2 \overline{LS_2} \tag{4.31}$$

$$A_3 = 4A_1A_2 \tag{4.32}$$

$$A_4 = \overline{LB_1} RG_1 \overline{LS_2} \tag{4.33}$$

$$\overline{P}_1 = P_{atm} + \rho_L g.\text{sen}\beta\left(\overline{LS_1} + \overline{LS_2}\right) \tag{4.34}$$

$$\overline{P}_2 = P_{atm} + \rho_L g.\text{sen}\beta\overline{LS_2} \tag{4.35}$$

sendo

$$\overline{LS_2} = LS_i - VB_2.t \tag{4.36}$$

onde LS_i é o comprimento inicial do pistão de líquido.

Caso a tubulação se encontre na horizontal, as freqüência naturais serão determinadas por:

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2P_{atm}/\rho_L}{A_2 + A_1 + A_4 \pm \sqrt{\left(A_2 + A_1 + A_4\right)^2 - A_3}}} \tag{4.37}$$

que corresponde à solução obtida por Mazza e Rosa, (2008) para o escoamento de duas bolhas em padrão golfadas de líquido para uma tubulação na horizontal.

4.3 FREQÜÊNCIA NATURAL PARA VÁRIAS BOLHAS

A Equação (4.16) representa a oscilação da pressão em um escoamento padrão golfada de líquido em uma tubulação com uma inclinação qualquer β em relação à horizontal e sua solução permite obter as freqüências naturais do sistema. Com $\mathbf{A}=\mathbf{0}$, as freqüências naturais podem ser obtidas resolvendo-se a equação:

$$\mathbf{M}_{nxn}\ddot{\tilde{\mathbf{P}}}_{nx1}+\mathbf{K}_{nxn}\tilde{\mathbf{P}}_{nx1}=\mathbf{0}_{nx1} \tag{4.38}$$

onde $\mathbf{M}$ e $\mathbf{K}$ são as matrizes definidas nas Equações (4.19) e (4.20). A solução do sistema consiste na solução de um problema de autovalores e autovetores, bastando resolver a seguinte equação para obter as freqüências naturais:

$$\left|\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}-\omega^2\mathbf{I}\right|=0 \tag{4.39}$$

onde $\mathbf{I}$, representa a matriz identidade. As freqüências serão obtidas como:

$$\boldsymbol{\omega}=\frac{1}{2\pi}\mathbf{A}^{\frac{1}{2}} \tag{4.40}$$

onde o vetor $\mathbf{A}$ é um vetor que contém os autovalores da matriz quadrada $\mathbf{Q}$ definida como:

$$\mathbf{Q}=\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \tag{4.41}$$

Pode-se observar pela Equação (4.17) que as freqüências naturais desse sistema não são constantes no tempo uma vez que os comprimentos de bolhas e pistões estão se alterando ao longo do tempo. No caso de se tratar com muitas bolhas no interior do duto, a consideração de coeficientes constantes não é mais válida, principalmente para o comprimento do último pistão $\overline{LS_n}$. Portanto, a matriz $\mathbf{M}$ é função do tempo, como mostra a Figura 4-2, e a Equação (4.40) forneceria uma freqüência para cada instante de tempo. Se analisarmos as freqüências para os casos de 1 e 2 bolhas no interior do duto mostradas anteriormente, as freqüências também serão função do tempo uma vez que as Equações (4.25) e (4.37) são funções do tempo em $\overline{LS}_n$.

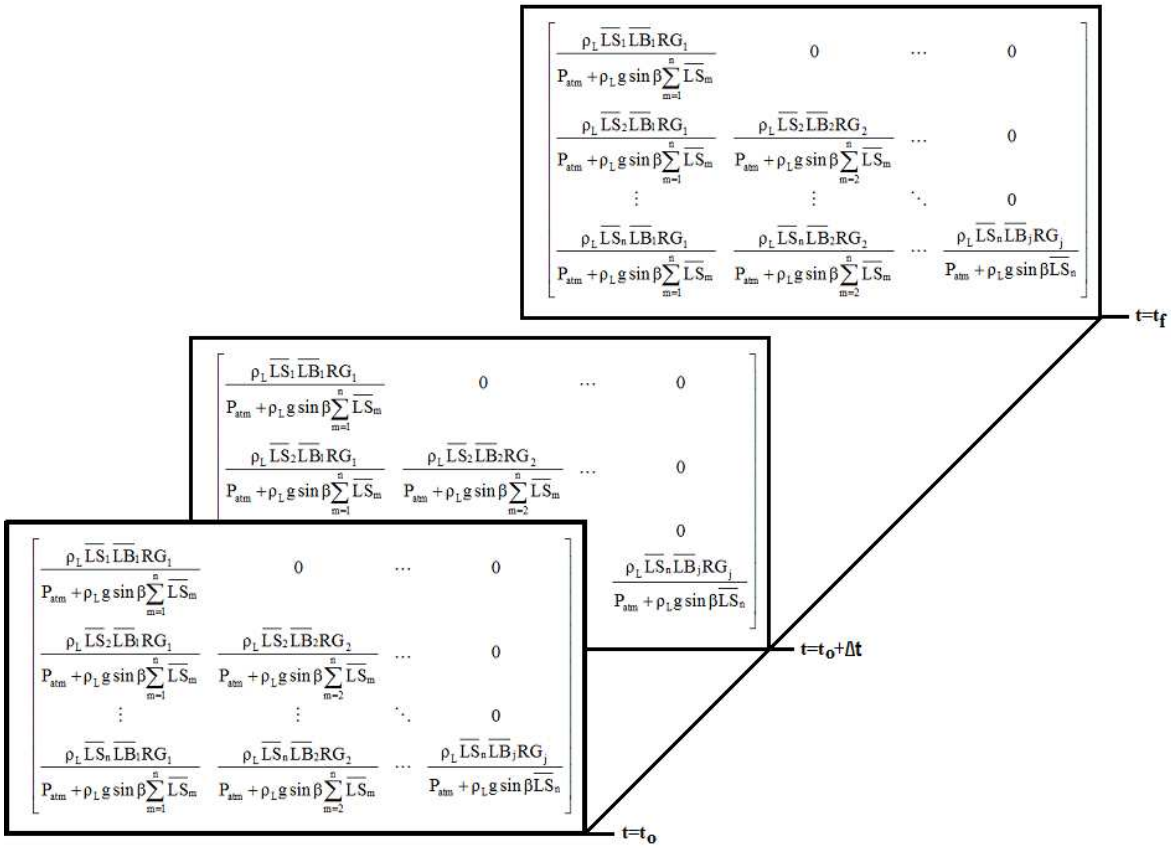


Figura 4-2. Variação da matriz [M] em função do tempo

Analisando atentamente a Equação (4.17), observa-se que a sua variação ocorre porque $\overline{LS}_n$ é função do tempo. Entretanto, essa função é conhecida uma vez que a velocidade de translação das bolhas, conforme mostra a Equação (4.15), é conhecida. Desta forma é possível se determinar em cada instante de tempo o valor de $\mathbf{M}$ e obter as freqüências em cada instante de tempo. Esse procedimento foi incorporado no software Matlab®, sendo possível determinar as diferentes freqüências de um sinal a partir das características geométricas do sistema. Essa implantação computacional se encontra no Anexo – A.

4.4 FREQÜÊNCIA INSTANTÂNEA

A noção de energia instantânea de um sinal é muito bem aceita, contudo a noção de freqüência instantânea não (Huang et all, 1998). Aqui não se pretende entrar no mérito dessa questão. Somente será mostrado que, a partir do fato que exista uma freqüência que varie no tempo, é possível se definir uma freqüência instantânea. Sob a transformada de Hilbert - Huang[5] é possível se definir a freqüência instantânea como:

$$\theta = \frac{d\left(\omega.t\right)}{dt} \tag{4.42}$$

onde θ é a freqüência instantânea e ω é uma função que define a freqüência no tempo. Sob essa definição, para o caso do escoamento contar com apenas uma bolha no duto, pode-se definir a freqüência instantânea aplicando a Equação (4.42) na (4.25) como,

$$\theta = \omega_1 \left[1 + \frac{VB_1.t}{2} \left(\frac{1}{LS_i - VB_1.t} - \frac{\rho_L.g.\sin\beta}{P_{atm} + \rho_L.g.\sin\beta\left(LS_i - VB_1.t\right)} \right) \right] \tag{4.43}$$

onde LS_i é o comprimento do pistão à frente da bolha no instante inicial. Para o caso de duas bolhas, a freqüência instantânea será:

$$\theta = \omega_{1,2} \left\{ 1 + \frac{VB_2 t}{2} \left[2\pi^2 \omega_{1,2}^2 \left(\begin{array}{l} \left(\dfrac{A_1}{\overline{LS}_1 P_1} + \dfrac{A_2}{\left(LS_i \text{-} VB_2 t\right) P_2} + \dfrac{\left(A_1 + A_2 + A_4\right)\rho_L g \sin\beta}{P_1 P_2} \right) \\ \dfrac{1}{2}\left(1 \pm \dfrac{A_2 P_1 + \left(A_1 + A_4\right) P_2}{K_{AP}} \right) \rho_L \mp \\ \dfrac{2 A_2 A_1 \rho_L}{K_{AP}} \left(\dfrac{1}{\left(LS_i \text{-} VB_2 t\right)} + K_P \right) \end{array} \right) \text{-} K_P \right] \right\} \tag{4.44}$$

sendo,

[5] Maiores detalhes sobre a Transformada de Hilbert – Huang, vide o Anexo - B.

$$K_P = g.\text{sen}\beta.\rho_L \frac{P_1 + P_2}{P_1 P_2} \tag{4.45}$$

$$K_{AP} = \sqrt{\left(A_2 P_1 + \left(A_1 + A_4\right) P_2\right)^2 - A_3 P_1 P_2} \tag{4.46}$$

onde VB_2 é a velocidade de translação da segunda bolha do duto e LS_i é o comprimento inicial do pistão à frente dessa bolha. Para o caso de várias bolhas, também é possível se obter a freqüência instantânea uma vez que, com o procedimento descrito na secção anterior, pode-se obter a evolução da freqüência no tempo, calculando numericamente a freqüência instantânea como definida pela Equação (4.42).

4.5 IMPLANTAÇÃ COMPUTACIONAL DO SISTEMA ACOPLADO

Na seção anterior se apresentou um procedimento analítico para a obtenção das freqüências de oscilação da pressão em um escoamento padrão golfadas de líquido. A técnica consiste em uma filtragem das equações que compõem o modelo, Equações (4.1) e (4.2), gerando uma equação diferencial de segunda ordem para a pressão da bolha. Durante o processo de filtragem, as características não-lineares do sistema desaparecem e é possível se obter uma solução analítica para as freqüências. Entretanto, como mostrado na seção anterior, obter uma solução analítica para duas bolhas no interior do duto é difícil e por isso foi proposta uma solução semi-analítica para o problema. Nessa proposta somente o procedimento de solução do problema de autovalor é numérico. Como é um procedimento numérico é possível atualizar os coeficientes das matrizes em cada passo de tempo antes de se obter os autovalores. Entretanto, as características não-lineares do sistema não estão mais presentes, uma vez que a técnica de filtragem já os eliminou. Desta forma, para se analisar a influência das não-linearidades do sistema, uma solução numérica é proposta para se resolver as equações do modelo.

A modelagem numérica deste trabalho é a mesma empregada por Franklin (2004), Cozin (2008) e Rodrigues (2009), e somente será replicado aqui o necessário a esse trabalho. Maiores detalhes sobre o modelo computacional podem ser obtidas nos trabalhos citados. A diferença deste para os outros trabalhos é que aqui foi utilizada uma implantação computacional da modelagem computacional baseado no compilador Intel Visual Fortran, utilizando-se a metodologia de Orientação a Objetos. Essa implantação computacional adotou o nome de “Slug” e está em desenvolvimento em parceria entre o Grupo de Escoamentos Bifásicos chamado de 2PFG (Two Phase Flow Group) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e o LACIT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

4.6 DISCRETIZAÇÃO DO SISTEMA ACOPLADO

As equações geradas no modelo matemático – Equações (4.1) e (4.2) – são diferenciais no tempo e para sua solução é utilizado um processo de marcha no tempo, onde as variáveis no instante atual são calculadas a partir das do tempo anterior. Para realizar esse processo, as equações são discretizadas no tempo e o sistema resultante, escrito na forma matricial, é representado por:

$$\mathbf{A}^0\mathbf{X}^N = \mathbf{B}^0 \tag{4.47}$$

onde o sobrescrito “O” e “N” refere-se as variáveis no instante anterior e atual, respectivamente; $\mathbf{A}$ é uma matriz e $\mathbf{B}$ um vetor constituídos por coeficientes determinados no tempo “O”; $\mathbf{X}$ é o vetor que determina as velocidades do líquido no pistão de líquido e a pressão das bolhas no instante de tempo atual, calculadas como resultado do procedimento numérico. O vetor $\mathbf{X}$ é definido como:

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} P_1^N \\ U_1^N \\ \vdots \\ \vdots \\ P_n^N \\ U_n^N \end{Bmatrix} \tag{4.48}$$

e a matriz $\mathbf{A}$ é definida como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} AI_1 & 1 & & & & \\ -1 & AP_1 & & & & \\ & -1 & & & & \\ & & \vdots & \vdots & \vdots & \\ & & & -1 & AI_n & 1 \\ & & & & -1 & AP_n \end{bmatrix} \tag{4.49}$$

sendo os coeficientes AI e AP calculados em cada instante de tempo por:

$$AI = \frac{1}{\alpha.\Delta t} \frac{\overline{RG}_j^O LB_j^O}{P_j^O} \tag{4.50}$$

e

$$AP = \frac{\rho_L LS_j^O}{\alpha.\Delta t} \tag{4.51}$$

sendo adotado α = 0,5 para uma discretização tipo Crank-Nicholson. O vetor **B** é determinado por:

$$\mathbf{B} = \begin{Bmatrix} BI_1 \\ BP_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ BI_n \\ BP_n \end{Bmatrix} \tag{4.52}$$

sendo os coeficientes BI e BP determinados por:

$$BI = \frac{\overline{RG}_j^O LB_j^O}{\alpha.\Delta t} + U_{j-1}^N + \frac{(1-\alpha)}{\alpha}\left(U_{j-1}^O - U_j^O\right) \tag{4.53}$$

e

$$BP=\frac{\rho_L LS_j^O.U_j^O}{\alpha.\Delta t}-P_{j+1}^N+\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\left(P_j^O-P_{j+1}^O\right)-\frac{\rho_L LS_j^O.g.sen\beta}{\alpha} \tag{4.54}$$

O sistema de equações representado pela Equação (4.47) é um sistema tri-diagonal de ordem 2n, onde n é o número total de células unitárias presentes no duto. Dessa forma, a matriz $\mathbf{A}$ e os vetores $\mathbf{X}$ e $\mathbf{B}$ são transientes e sua dimensão é alterada com as entradas, saídas e coalescência de bolhas. Para se resolver a Equação (4.47) se faz necessárias equações de fechamento que determinem o comprimento de bolhas e pistões. Como mostrado no Capítulo 3, o comprimento da bolha pode ser obtido a partir do balanço de massa na bolha como:

$$LB_j^N=\frac{P_j^O}{P_j^N}\left(Y_j^N-X_j^O\right) \tag{4.55}$$

onde X e Y é a posição da frente do pistão e da bolha respectivamente. A posição da frente da bolha pode ser obtida diretamente da velocidade da bolha como:

$$Y_j^N=Y_j^O+VB.\Delta t \tag{4.56}$$

onde VB é a velocidade de translação da frente da bolha e é determinada como proposto por Bendiksen (1984) e mostrado na seção 3.5.1.

Com o procedimento descrito acima se obtém a evolução temporal da pressão da bolha e da velocidade do líquido no pistão de líquido para todas as células no interior do duto. Pelo fato de se considerar o escoamento sem atrito, caso a velocidade do pistão de líquido na entrada da tubulação não se altere tanto a velocidade quanto a pressão serão constantes ao longo do tempo. Caso haja uma perturbação nessa velocidade, a pressão e a velocidade oscilarão com freqüências características que podem ser determinada por uma ferramenta de análise tempo-freqüência. A determinação da freqüência é obtida nesse estudo a partir de três configurações distintas para a variação da velocidade:

1 – Variação brusca de baixa amplitude da velocidade na entrada do duto durante um tempo pré-estabelecido depois voltando ao valor original (função degrau);

2 – Cada pistão de líquido entra com uma velocidade diferente e constante até o pistão entrar totalmente no duto (função escada);

3 – Um pistão específico entra com uma velocidade periódica de freqüência pré-estipulada e baixa amplitude.

A primeira configuração foi utilizada quando todas as células possuíam os mesmos parâmetros, o segundo quando os parâmetros de todas as células eram diferentes e o terceiro quando se desejava analisar a influência da excitação na freqüência principal no comportamento dinâmico do sistema.

Para a análise em freqüência do sinal numérico foi utilizada duas transformadas tempo-freqüência distintas, dependendo da situação em específico. Uma das transformadas utilizada foi a de Hilbert-Huang (THH) e outra foi a Rápida de Fourier (FFT). A THH é uma técnica de análise de sinais em tempo-freqüência que pode ser utilizada em sinais não lineares e não estacionários, onde a transformada de Fourier apresenta limitações. As vantagens principais da THH em relação à FFT são: tratar séries curtas e não necessariamente periódicas; o sinal não tem que ser linear nem estacionário. Maiores detalhes sobre a THH e de sua implantação computacional podem ser obtidos no Anexo B. A FFT é uma ferramenta consagrada de análise tempo-freqüência e foi utilizada quando a análise pela THH se mostrava inadequada. De uma maneira geral, a THH foi utilizada nas situações onde havia poucas bolhas no interior do duto, onde a solução analítica mostrava que a freqüência era função do tempo. A FFT foi utilizada quando havia um maior número de bolhas no interior do duto, situação em que somente se poderiam obter as freqüências pelo processo semi-analítico ou pelo numérico. Em ambas as situações foram feitas comparações entre as soluções para se verificar os resultados obtidos.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A seguir serão apresentados os resultados em freqüência para diversas situações a fim de determinar como o sistema se comporta com os diversos parâmetros. Será mostrada primeiramente uma comparação da solução numérica e analítica para até duas bolhas no duto e depois entre as soluções numéricas e semi-analíticas para diversas bolhas. Por último será avaliada a existência ou não da ressonância e suas conseqüências para o caso de diversas bolhas no interior do duto. Esse estudo será mostrado tanto para o duto na horizontal quanto na vertical. A freqüência analítica é obtida utilizando a técnica aproximada mostrada no capítulo anterior e a numérica foi obtida analisando-se o sinal de velocidade ou pressão usando as transformadas de Hilbert-Huang (THH[6]), no caso de até duas bolhas no duto, ou Rápida de Fourier (FFT), para os outros casos. O emprego do sinal da velocidade ou da pressão não modifica a representação Tempo–Freqüência uma vez que ambos os sinais tem a mesma resposta no tempo, com apenas uma defasagem de $\pi/2$.

5.1 RESULTADOS NA HORIZONTAL

Para o tubo na direção horizontal foram analisados, para os três cenários propostos, diversos casos compondo um total 26. Os casos foram gerados variando-se os principais parâmetros que influenciam a freqüência do sistema, mostrada pela solução analítica. Em todos os casos o comprimento do duto foi de 20 m e os fluidos que escoavam eram água e ar (ρ_{h20} = 999, $\mu_{h2O} = 10^{-3}$ Pa.s; ρ_{ar} = 1,2 kg/m^3; $\mu_{ar} = 0^{-3}$ Pa.s). Os parâmetros que foram alterados para gerar os 26 casos foi o comprimento da bolha e do pistão, a fração de vazio da bolha e a velocidade superficial do líquido e a pressão na saída do duto, que variou desde a pressão atmosférica (10^5 Pa) até cinco atmosferas (5.10^5 Pa). O diâmetro do duto também foi alterado, pois afeta a velocidade da bolha, que acaba afetando a variação do comprimento do pistão e a freqüência instantânea indiretamente.

[6] HHT: Transformada de Hilbert – Huang. Ver Anexo – B.

Em todas as figuras onde é apresentada a resposta no tempo para a velocidade do líquido do pistão de líquido e onde se apresenta a freqüência instantânea como função do tempo, o tempo corresponde ao tempo de simulação.

5.1.1 FREQÜÊNCIA PARA UMA BOLHA

A análise comparativa da variação da freqüência obtida com a ferramenta analítica e numérica tem dois objetivos distintos: avaliar a influência de diversos parâmetros do sistema na freqüência instantânea e se a solução numérica adere à solução analítica aproximada. Nesse cenário, foram propostos 15 casos distintos e apresentados na Tabela 5-1. A fim de facilitar a análise, também são adicionados à tabela os valores dos parâmetros adimensionais Reynolds, Eötvos e Froude. Os valores das dimensões e das velocidades utilizadas são típicos da instalação laboratorial do 2PFG/DE/FEM/UNICAMP e representam valores típicos de Re e Fr em linhas de transporte de petróleo. Do caso #1 ao #6 procura-se analisar a influência da variação do comprimento do pistão na freqüência instantânea, uma vez que se está alterando a velocidade da bolha. Do #7 ao #12 procura-se avaliar a influência da fração de vazio e do comprimento das bolhas e dos #13 ao #15 a da pressão de descarga na freqüência instantânea. Não foi analisada diretamente a influência do comprimento do pistão porque sua influência é considerada nos 6 primeiros casos de forma indireta.

Nas Figuras 5-1, 5-3, 5-5, 5-7 e 5-9 é apresentada a resposta no tempo para a velocidade do líquido do pistão de líquido para os casos de #1 a #10. Em todas as figuras a linha continua (—), tracejada (**---**) e pontilhada (···) representa a velocidade do pistão de líquido à frente da bolha e a linha traço e ponto (−·−) representa a velocidade do pistão de líquido na entrada do duto. É imposta numericamente uma função degrau para a velocidade do líquido na entrada do duto com 0,10 s de duração e amplitude de 0,10 m/s para todos os casos. As Figuras 5-2, 5-4, 5-6, 5-8 e 5-10 apresentam a variação da freqüência instantânea da velocidade com o tempo para os 10 primeiros casos, sendo a linha contínua (—) e a tracejada (**---**) a freqüência instantânea obtida pela solução analítica e a numérica via THH, respectivamente. A solução analítica para uma bolha foi apresentada na seção 4.4 e é reproduzida abaixo por conveniência:

$$\theta = \omega_1 \left[1 + \frac{VB_1.t}{2} \left(\frac{1}{LS_i - VB_1.t} \right) \right] \qquad (5.1)$$

Tabela 5-1. Grade de testes para o caso de uma bolha na horizontal

Caso #	(m/s) JG	(m/s) JL	(m) LB	(m) LS	(---) RG	(m) D	(---) Re	(---) Eo	(---) Fr	(Pa) P
1	0,4						23850		1,77	
2	0,5	0,5	0,53	20	0,5	0,0265	26500	172	1,96	10^5
3	0,6						29150		2,16	
4			0,530			0,0265	26500	172	1,96	
5	0,5	0,5	0,795	20	0,5	0,0398	39800	388	1,60	10^5
6			1,060			0,0530	53000	688	1,39	
7					0,5					
8	0,5	0,5	0,53	20	0,6	0,0265	26500	172	1,96	10^5
9					0,7					
10			0,265							
11	0,5	0,5	0,530	20	0,5	0,0265	26500	172	1,96	10^5
12			0,795							
13										10^5
14	0,5	0,5	0,53	20	0,5	0,0265	26500	172	1,96	2.10^5
15										5.10^5

$$Re_M = \frac{\rho_L J D}{\mu_L} \qquad Fr_M = \frac{J}{\sqrt{gD}} \qquad Eo = \frac{(\rho_L - \rho_G) g D^2}{\sigma}$$

Para os casos #1 a #3 impõem-se uma variação de 20% na velocidade superficial de ar com respeito ao caso base (#2), o que acarreta em uma variação de 10% na velocidade do líquido no pistão de líquido conforme mostra a Figura 5-1. De acordo como a Figura 5-2 pode-se observar que todos os casos apresentam uma boa concordância entre a freqüências analítica e numérica até cerca de 6 s, quando a freqüência analítica apresenta uma taxa de crescimento maior que a obtida pela THH. Esse comportamento pode ser explicado pelo fato de que se considerou o comprimento médio do pistão como sendo constante na solução analítica. Essa premissa só pode ser considerada válida no início do processo, pois a variação do comprimento do pistão é muito menor que o próprio comprimento. Uma estimativa para a escala de tempo para a região de validade da suposição de comprimento de pistão constante pode ser obtida a partir da relação cinemática que determina o próprio comprimento do pistão:

$$\overline{LS_1} = LS_i - VB_1.t\,. \tag{5.2}$$

Da Equação (5.2), para que $\overline{LS_1}$ seja considerado constante, é necessário que:

$$LS_i \sim VB_1.t \text{ ou } t \ll \frac{LS_i}{VB_1}\,. \tag{5.3}$$

onde VB é a velocidade da bolha determinada de acordo com a Equação (3.34). Para os casos mostrados aqui, pode-se assumir o comprimento do pistão constante desde que t << 18, 16 e 15 s aproximadamente para os casos #1 a #3, respectivamente. Da análise de escala, pode-se observar que quanto menor for a velocidade da bolha, nesse caso determinada pela menor velocidade superficial do gás, maior será o tempo em que se pode considerar o comprimento do pistão constante e, conseqüentemente, a concordância entre solução analítica e numérica ocorrerá por um período de tempo maior. Essa tendência também é capturada na Figura 5-2. Desta forma, para os casos mostrados, pode-se afirmar que a solução numérica representa a analítica e que a freqüência do sistema varia entre ≈ 0,8 e 1,8 Hz para o caso #1, entre ≈ 0,8 e 2,1 Hz para #2 e entre ≈ 0,8 e 3,8 Hz para #3.

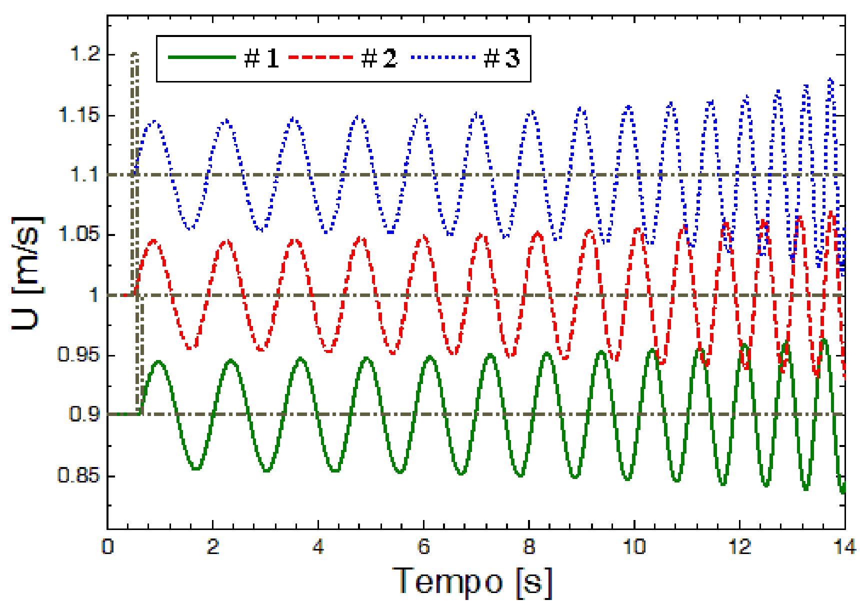


Figura 5-1. Velocidade do líquido no pistão de líquido no domínio de tempo para os casos #1 a #3.

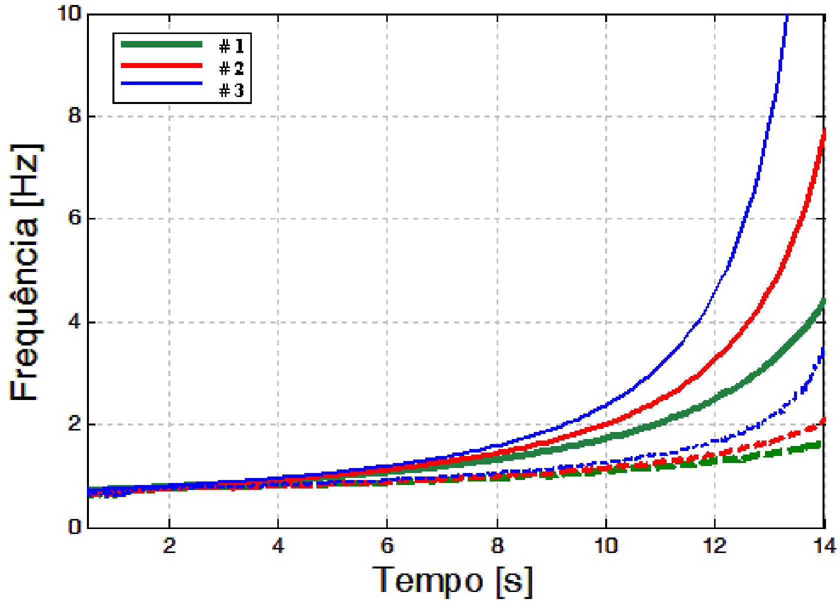


Figura 5-2. Comparação entre a evolução da freqüência analítica e numérica via THH no tempo para os casos #1 a #3.

O segundo grupo de casos (#4 a #6) analisa a influência do diâmetro da tubulação na freqüência instantânea. Apesar da solução analítica não apresentar uma influência direta do diâmetro na freqüência instantânea, optou-se por estudar a influência do diâmetro devido a sua influência indireta na velocidade da bolha. Foram escolhidos diâmetros entre uma polegada e duas polegadas, que representa a tubulação presente no aparato experimental do 2PFG/DE/FEM e de linhas de transporte de petróleo. Essa variação no diâmetro da linha faz com a velocidade da bolha varie de aproximadamente 1,22 até 1,25 m/s para o caso #4 e #6, respectivamente. A Figura 5-3 e 5-4 apresenta a velocidade do pistão de líquido no domínio do tempo e a freqüência instantânea para os casos #4 à #6, respectivamente. Pode-se observar que em ambas as soluções não há influência significativa do diâmetro na freqüência instantânea, como era de se esperar, e que a resposta numérica é condizente com a analítica até aproximadamente 8 s, sendo que na análise de escala mostra que esse tempo deveria ser tal que t < < 16 s. Além disso, a THH mostra que a freqüência para os três casos varia entre 0,8 e 2,1 Hz aproximadamente.

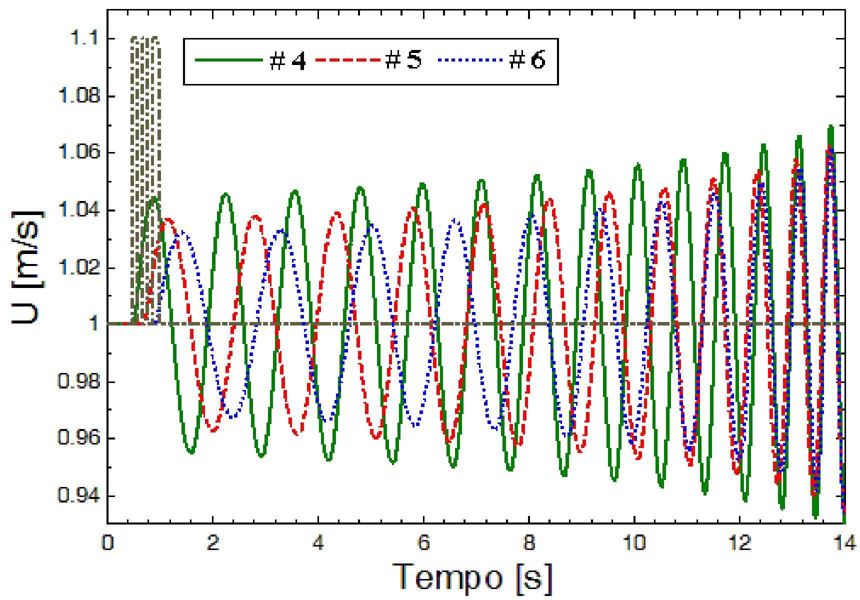


Figura 5-3. Velocidade do líquido no pistão de líquido no domínio de tempo para os casos #4 a #6.

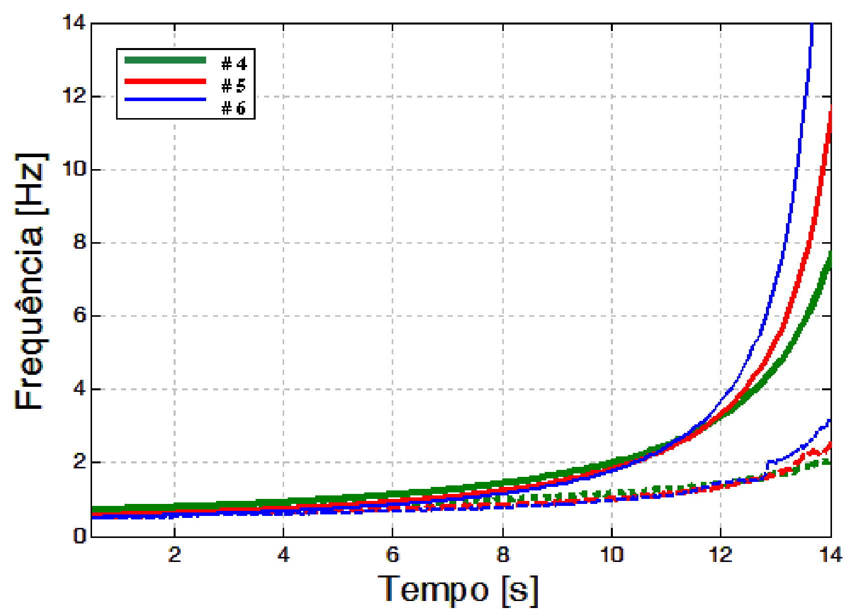


Figura 5-4. Comparação entre a evolução da freqüência analítica e numérica via THH no tempo para os casos #4 a #6.

A solução analítica mostra que a freqüência instantânea é inversamente proporcional à fração de vazio (RG) e, como esse parâmetro é sempre menor que a unidade, a freqüência instantânea aumentará com a sua diminuição. Esse comportamento é analisado com o terceiro grupo de casos (#7 a #9) e os valores para a fração de vazio foi escolhidos de tal forma que representam os limites típicos do escoamento padrão golfada de líquido. A velocidade do pistão de líquido e a freqüência instantânea para esse grupo é apresentada na Figura 5-5 e 5-6, respectivamente. Nas figuras é possível observar que a freqüência instantânea varia muito pouco com a fração de vazio. Como nos outros casos, o comportamento da solução analítica e numérica são muito próximas até aproximadamente 6 s e os valores da freqüência instantânea obtida via THH mostram uma variação entre 0,8 e 2,1 Hz. Além disso, a solução numérica apresenta um ligeiro aumento com a diminuição da fração de vazio, reproduzindo assim o comportamento mostrado pela solução analítica.

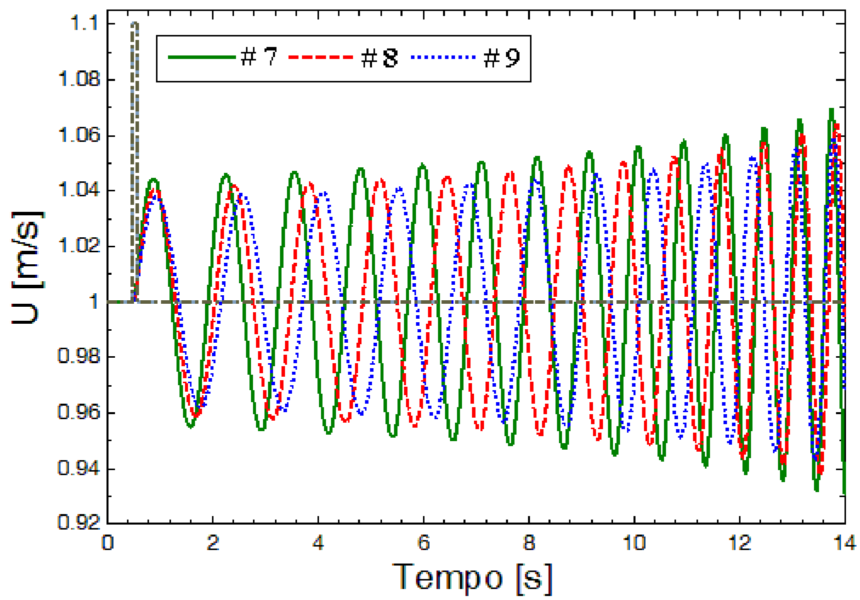


Figura 5-5. Velocidade do líquido no pistão de líquido no domínio de tempo para os casos #7 a #9.

O quarto grupo de casos (#10 a #12) analisa a influência do comprimento da bolha na freqüência instantânea. O escoamento padrão golfadas é intermitente por natureza, desta forma todos os parâmetros variam no tempo e no espaço. Os valores escolhidos para o comprimento da bolha representam o valor médio e aproximadamente um desvio padrão para cima e um para baixo, de acordo com os dados experimentais obtidos no aparato experimental do 2PFG/DE/FEM. A resposta no tempo e a freqüência instantânea para a velocidade do líquido no pistão de líquido é mostrada na Figura 5-7 e 5-8, respectivamente para esse grupo de casos. Pode-se observar das figuras que tanto a solução analítica quanto a numérica mostra que a freqüência aumenta significativamente com a diminuição do comprimento da bolha. Esse comportamento era esperado uma vez que a bolha de gás funciona como uma “mola” devido à compressibilidade. Quanto maior for a bolha de gás, maior será o efeito de compressibilidade e conseqüentemente menor será a freqüência do sistema. Esse efeito era o esperado para a fração de vazio também, contudo a análise anterior mostrou que o efeito é menor. Em parte essa discrepância pode ser explicada pelo fato de que tanto o modelo analítico quanto o numérico consideram que a fração de vazio permanece inalterada com a variação da pressão no interior da bolha. Desta forma, o efeito de compressibilidade do gás só se faz sentir no comprimento da bolha. Analisando a freqüência instantânea mostrada na Figura 5-8 pode-se observar que a solução numérica obtida via THH reproduz a analítica até cerca de 6 s e se encontra dentro do limite de validade da solução analítica, como nos outros casos. A TTH mostra também que para o caso #10 a freqüência instantânea varia entre 0,8 e 3,0 Hz, entre 0,8 e 2,1 para o caso #11 e entre 0,8 e 1,8 para o caso #12.

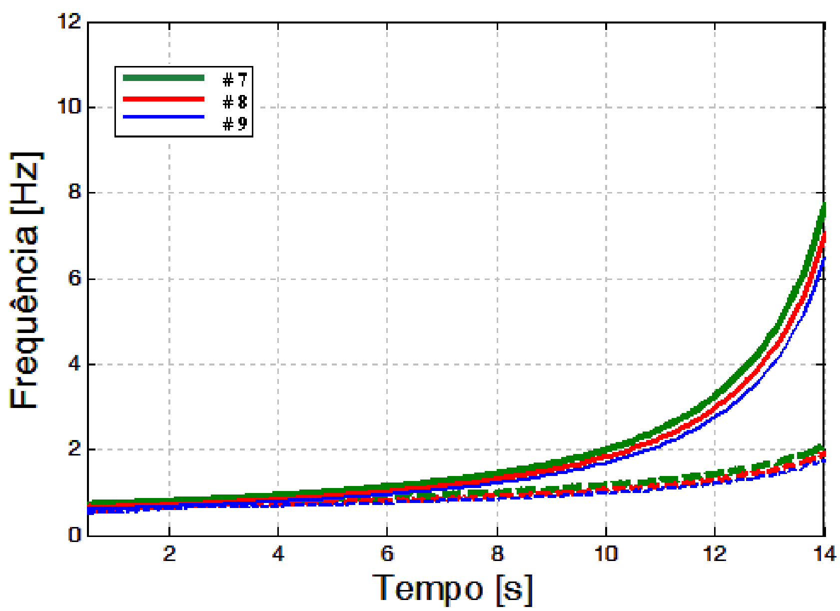


Figura 5-6. Comparação entre a evolução da freqüência analítica e numérica via THH no tempo para os casos #7 a #9.

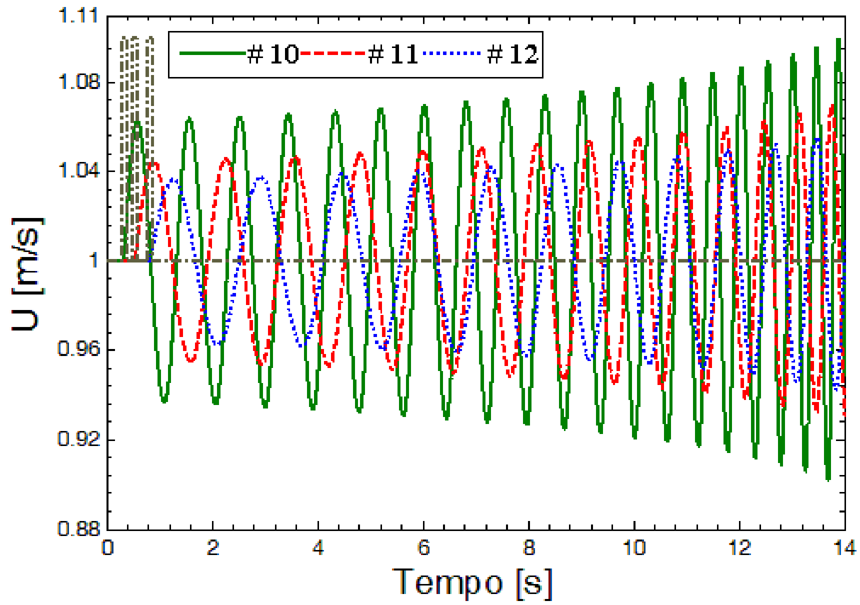


Figura 5-7. Velocidade do líquido no pistão de líquido no domínio de tempo para os casos #10 a #12.

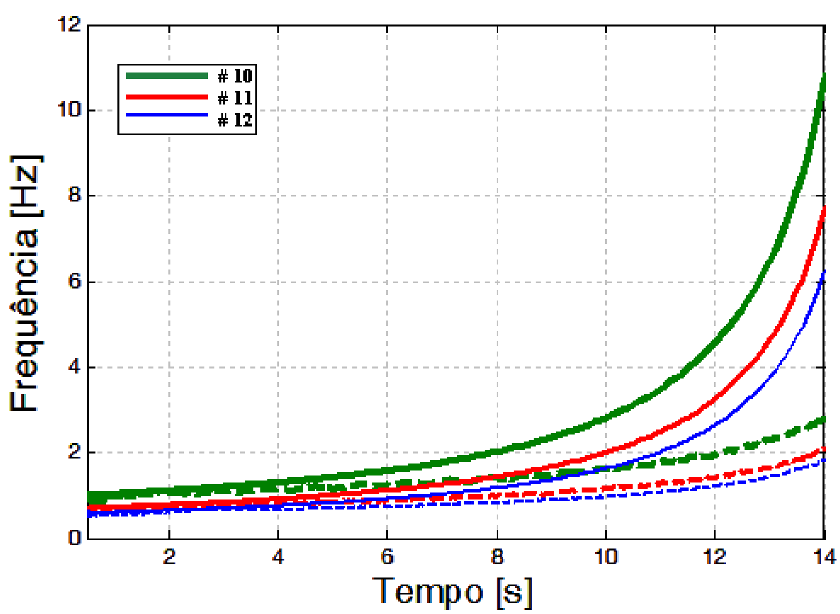


Figura 5-8. Comparação entre a evolução da freqüência analítica e numérica via THH no tempo para os casos #10 a #12.

O último grupo de casos (#13 a #15) analisa a influência da pressão (P) na variação da freqüência instantânea. O valor mínimo foi escolhido por representar a pressão típica da linha do 2PFG/DE/FEM, enquanto a máxima ainda reflete as suposições adotadas para a obtenção da solução analítica, que as flutuações dos parâmetros são muito menores que os valores médios. A evolução no tempo da velocidade do líquido no pistão de líquido e sua respectiva freqüência instantânea para esse grupo de casos é mostrado na Figura 5-9 e 5-10, respectivamente. Pode-se observar nas figuras que a pressão eleva a freqüência instantânea significativamente. Esse comportamento ocorre tanto para a solução analítica quanto a numérica e era previsto pela solução analítica. Observa-se também que a divergência entre a solução analítica e a numérica é antecipada com o aumento da pressão, sendo que há concordância entre as soluções até 6, 4 e 2 s para pressões de 10^5, 2.10^5 e 5.10^5 Pa, respectivamente. Essa antecipação pode ser explicada pelo aumento das oscilações na velocidade do líquido no pistão de líquido que chega a ser superior a 10% quando a pressão é de 5.10^5, conforme mostra a Figura 5-9 e que contradiz a suposição adotada para a obtenção da solução analítica. Observa-se também na Figura 5-10 que as freqüências obtidas para o caso #13 variou entre 0,8 e 2,0 Hz e entre 1,0 e 3,0 Hz para o caso #14 e entre 1,8 e 4,6 Hz para o caso #15.

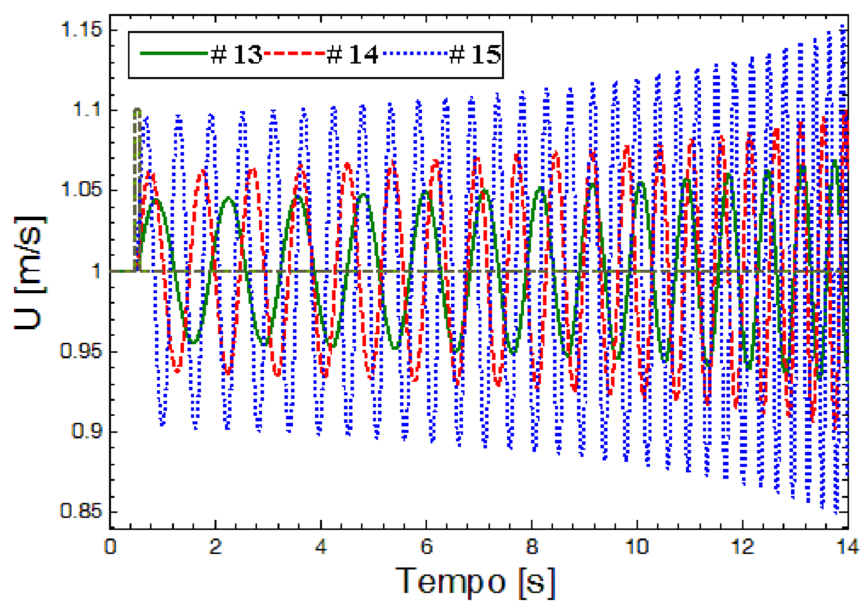


Figura 5-9. Velocidade do líquido no pistão de líquido no domínio de tempo para os casos #13 a #15.

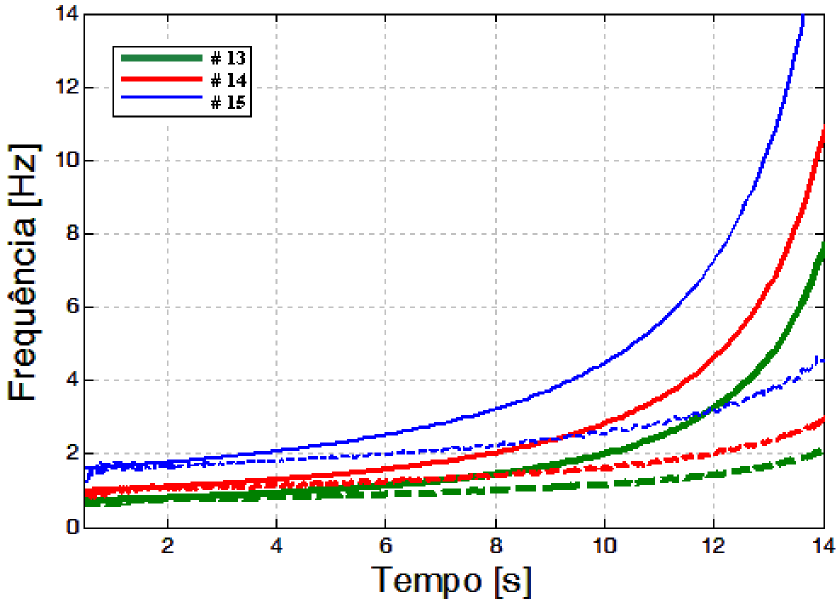


Figura 5-10 Comparação entre a evolução da freqüência analítica e numérica via THH no tempo para os casos #13 a #15.

Os testes apresentadas para os 15 primeiros casos mostram que a solução numérica apresenta o mesmo comportamento da analítica do ponto de vista qualitativo e quantitativo dentro dos limites estimados de validade para a solução analítica. Também se observa que tanto os parâmetros como a forma como influenciam a freqüência instantânea são similares na solução analítica e na numérica. Desta forma, pode-se afirmar que para o caso de uma única bolha no interior da tubulação o procedimento para obter a solução numérica representa o sistema em termos de freqüência

5.1.2 Freqüência Para Duas Bolhas

De forma análoga ao caso de uma bolha, mas para duas bolhas na horizontal, a freqüência instantânea e seguindo a metodologia apresentada na seção 4.4, a Equação (4.44) pode ser escrita como:

$$\theta = \omega_{1,2} + \frac{\pi^2 \omega_{1,2}^3}{P_{atm}/\rho_L} VB_2.t \left[\left(\frac{A_1}{LS_1} + \frac{A_2}{\left(LS_i - VB_2 t\right)} \right) \left(1 \pm \frac{A_2 + A_1 + A_4}{\sqrt{\left(A_2 + A_1 + A_4\right)^2 - A_3}} \right) \mp \frac{2A_2A_1\rho_L}{\left(LS_i - VB_2 t\right)\sqrt{\left(A_2 + A_1 + A_4\right)^2 - A_3}} \right] \tag{5.4}$$

A freqüência numérica pode ser obtida analisando-se o sinal de velocidade obtido com a modelagem *slug tracking* usando-se a THH. A grade de testes foi montada de forma a analisar os principais parâmetros levantados na seção anterior e suas dimensões foram escolhidas de acordo com a base experimental do 2PFG/DE/FEM. As dimensões do duto e os fluidos são os mesmos do caso de uma bolha. Ao todo foram propostos 8 casos distintos nessa análise e estão mostrados na Tabela 5-2. Os casos foram numerados de forma seqüencial para facilitar a interpretação dos resultados. No primeiro conjunto (#16 a #19) procurou-se avaliar a influência da velocidade da bolha, comprimentos de pistão e bolha e fração de vazio. No segundo conjunto (#20 a #23) repetiu-se o primeiro conjunto, mas avaliando a influência da pressão na variação em freqüência. Em todos os oito casos testados, o comprimento da bolha no início do processo era o mesmo e entre as bolhas havia um pistão de líquido separando-as com o comprimento especificado de acordo com o que mostra a Tabela 5-2.

Tabela 5-2. Grade de testes para o caso de duas bolhas na horizontal.

Caso #	(m/s) JG	(m/s) JL	(m) LB	(m) LS	(---) RG	(m) D	(---) Re	(---) Eo	(---) Fr	(Pa) P
16	0,6	0,4	1,3	0,6	0,60	0,0265	26500	172	1,96	10^5
17	0,5	0,5	0,5	0,4	0,50					
18	1,6	0,4	3,5	0,5	0,75		53000		3,92	
19	0,6	1,4	0,15	0,3	0,34					
20	0,6	0,4	1,3	0,6	0,60	0,0265	26500	172	1,96	5.10^5
21	0,5	0,5	0,5	0,4	0,50					
22	1,6	0,4	3,5	0,5	0,75		53000		3,92	
23	0,6	1,4	0,15	0,3	0,34					

$$Re_M = \frac{\rho_L JD}{\mu_L} \qquad Fr_M = \frac{J}{\sqrt{gD}} \qquad Eo = \frac{\left(\rho_L - \rho_G\right)gD^2}{\sigma}$$

As Figuras 5-11 a 5-18 apresentam a resposta no tempo para a flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido em sua porção superior (a) e a freqüência instantânea na inferior (b). A freqüência instantânea foi obtida usando-se a Equação (5.4) e a numérica pela THH no sinal mostrado na parte (a) da figura. Para cada bolha se tem um sinal de velocidade, porém todas as bolhas têm a mesma freqüência. Em todas as figuras a freqüência instantânea analítica é representada pela linha contínua (—) e a numérica pelas tracejada (---). Em todos os casos testados é possível verificar que o sistema possui duas freqüências características: uma baixa, que apresenta uma variação mais acentuada, e outra alta, praticamente constante no tempo. As duas freqüências eram esperadas pela solução analítica e pelo fato do sistema possuir dois graus de liberdade. A variação somente na freqüência de baixa é justificada pelo fato de que o que causa a variação da freqüência é a variação do comprimento do pistão e é apenas o pistão que se encontra saindo do duto apresenta esse comportamento.

A Figura 5-11 apresenta a flutuação da velocidade do líquido e a freqüência instantânea para o caso #16. Nesse caso temos duas bolhas relativamente grandes separadas por um pequeno pistão de líquido e depois um grande pistão de líquido saindo do duto. Pode-se observar na Figura 5-11.(b) que há duas freqüências bem distintas e que a solução analítica e numérica são praticamente idênticas para a maior freqüência e são muito próximas até cerca de 8 s para a menor. A análise de escala mostra que esse tempo deveria ser tal que $t << 12s$. Surpreendentemente observa-se que uma das freqüências é praticamente constante ao longo do tempo, tanto para solução numérica quanto para a THH, mesmo tendo um dos pistões de líquido uma variação de comprimento da mesma ordem de grandeza da do caso de apenas uma bolha no interior do duto. A presença de outra bolha no duto fez com que o efeito da variação do comprimento do pistão seja minimizado. A THH mostra que a maior freqüência se situa em torno de 3,1 Hz e é constante ao longo de todo o tempo e a outra varia entre 0,5 e 2,0 Hz.

Analisar diretamente a solução analítica para tentar encontrar uma explicação para a dependência da freqüência em relação aos parâmetros do sistema é difícil devido à complexidade da solução. Entretanto, utilizando-se de uma analogia massa-mola, onde as bolhas representam molas e os pistões massas, é possível traçar uma estratégia de análise do sistema. Com bolhas relativamente grandes o sistema deverá apresentar uma baixa rigidez o que faz com que as vibrações sejam absorvidas com maior facilidade e apresente menores freqüências. Esse comportamento se confirma ao analisarmos as freqüências para os casos #17 e #19 apresentadas Figuras 5-12.(b) e 5-14.(b), respectivamente. Esses casos apresentam freqüências maiores que as dos casos #16 e #18 e suas freqüências são mostradas nas Figuras 5-11.(b) e 5-13.(b), respectivamente. Para o caso #17 e #19 foram usadas bolhas relativamente grandes, respectivamente 1,3 e 3,5 m e nos #16 e #19 bolhas pequenas com 0,5 e 0,15 m respectivamente.

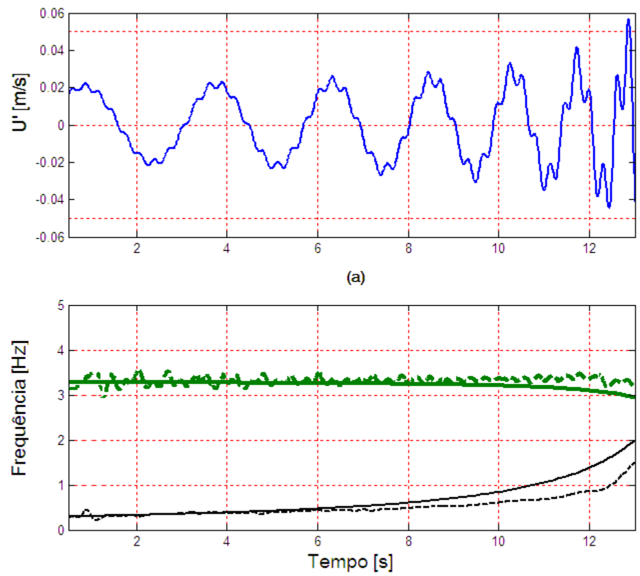


Figura 5-11. Flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para o caso #16: (a) domínio do tempo; (b) freqüência instantânea analítica (—) e obtida via THH (---).

Para caso #17 a flutuação de velocidade e a freqüências são mostradas na Figura 5-12. No sinal da velocidade podem-se observar duas freqüências distintas nitidamente, uma elevada e outra baixa. De maneira similar ao caso anterior, há uma boa concordância entre a solução analítica e a numérica para a freqüência elevada e para a mais baixa até cerca de 8 s, sendo que análise de escala mostra que $t << 13$ s. A THH mostra que a freqüência elevada é praticamente constante ao longo de todo o tempo e se situa próximo aos 7,5 Hz e a baixa varia entre 0,5 e 2,0 Hz. Essa variação é idêntica à apresentada para o caso anterior. A variação do comprimento do último pistão em ambos os casos é muito próxima e isso pode explicar esse tipo de comportamento.

O caso #18 e #19 analisa a influência da velocidade de mistura na freqüência. No caso #18 o comprimento da bolha é grande o que faz com que a freqüência seja menor, o que pode ser observado na Figura 5-13. Na figura também pode ser observado que a freqüência obtida pela solução numérica e analítica é coincidente e constante ao longo de todo o tempo analisado. A freqüência de alta se situa em torno de 2 Hz e a de baixa próximo a 0,25 Hz. No caso #19 o comprimento da bolha é 23 vezes menor que a do caso #18. Pode-se observar na Figura 5-14 que essa diminuição do comprimento da bolha afeta fortemente a freqüência fazendo com que as freqüências aumentem. Esse comportamento é observado tanto na solução analítica quanto na numérica, que apresenta uma boa concordância para a freqüência mais elevada e até cerca de 5 s para a mais baixa. Nesse caso, a análise de escala mostra uma concordância até $t << 8$ s. A freqüência mais elevada permaneceu também constante em cerca de 17,0 Hz e a de baixa variou entre 1 e 4,5 Hz, segundo da THH.

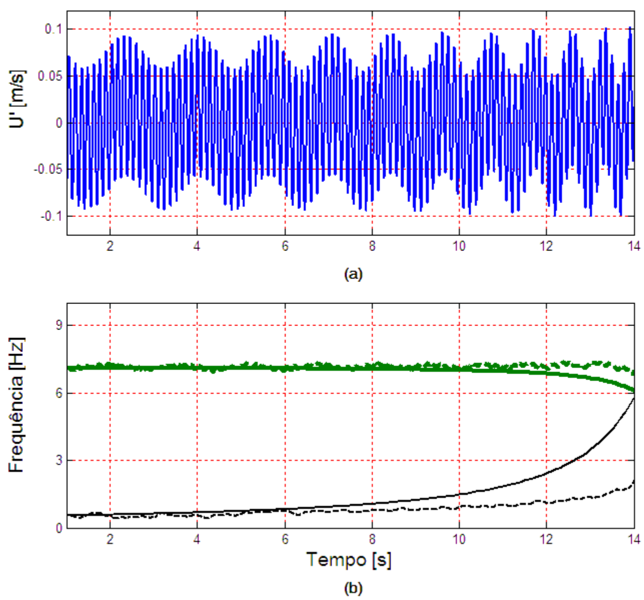


Figura 5-12. Flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para o caso #17: (a) domínio do tempo; (b) freqüência instantânea analítica (—) e obtida via THH (---).

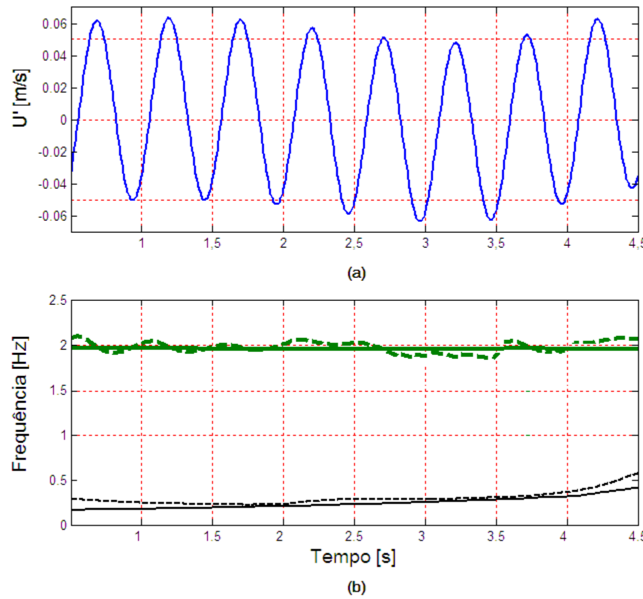


Figura 5-13. Flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para o caso #18: (a) domínio do tempo; (b) freqüência instantânea analítica (—) e obtida via THH (---).

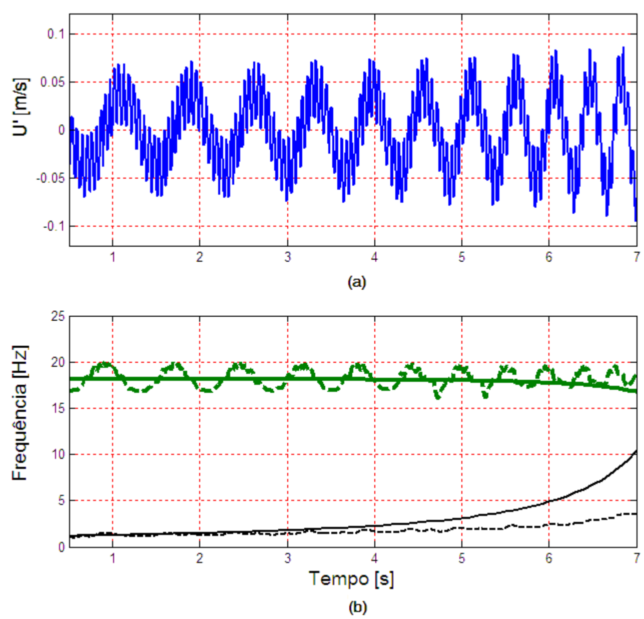


Figura 5-14. Flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para o caso #19: (a) domínio do tempo; (b) freqüência instantânea analítica (—) e obtida via THH (---).

Os casos #20 a #23 apresentam situações similares aos anteriores. A diferença diz respeito à pressão na saída no duto que foi aumentada em 5 vezes. No caso de uma bolha, observou-se que o aumento da pressão faz com que a freqüência aumente. Esse comportamento também pode ser observado no caso de duas bolhas. Tomando como base os resultados dos casos de uma bolha é de se esperar que as freqüências subam de $\sqrt{5}$, isso ocorre porque na Equação (4.27) a freqüência é proporcional a raiz quadrada das pressões e como há um aumento de cinco vezes na pressão faz com que a freqüência aumente em $\sqrt{5}$. O comportamento em relação ao comprimento da bolha segue a tendência dos casos anteriores. Quanto maior for o comprimento da bolha, menor será a freqüência devido à diminuição da rigidez do sistema. A Figura 5-15 apresenta a resposta da flutuação de velocidade e da freqüência para o caso #20. Pode-se observar na figura que a freqüência de alta é de 7 Hz contra 3,1 Hz do caso #16. A concordância da solução analítica e numérica para a freqüência mais baixa ocorre até de 8 s, como no caso #16, sendo que a THH mostra que uma variação de 1,0 a 3,0 Hz, contra 0,5 a 2,0 Hz para o caso #16. Comportamento similar pode ser observado para o caso #21, como mostra a Figura 5-16. A freqüência mais elevada é de 17 Hz contra 7,5 Hz do caso #17 e a de baixa varia entre 1,5 a 5 Hz, contra 0,5 a 2,0 Hz para o caso #17.

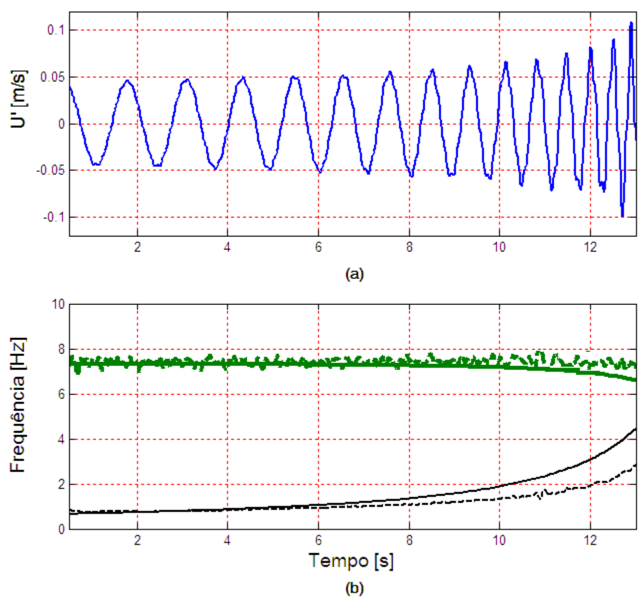


Figura 5-15. Flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para o caso #20: (a) domínio do tempo; (b) freqüência instantânea analítica (—) e obtida via THH (---).

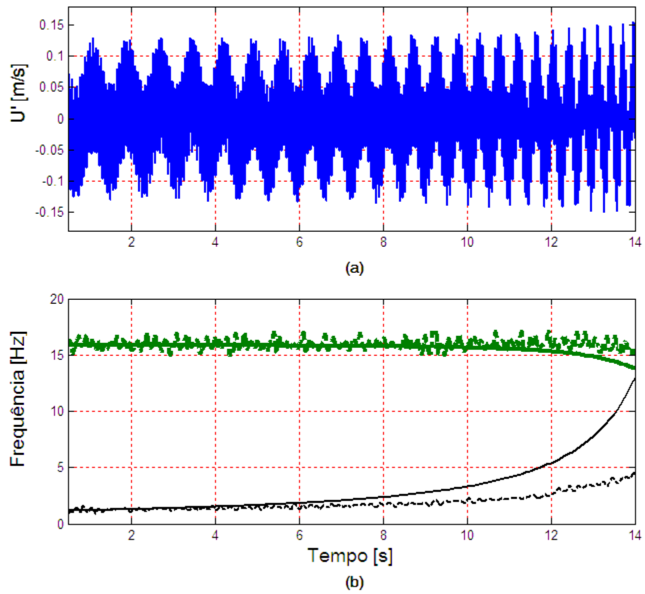


Figura 5-16. Flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para o caso #21: (a) domínio do tempo; (b) freqüência instantânea analítica (—) e obtida via THH (---).

O aumento de $\sqrt{5}$ das freqüências com a pressão continua quando se aumenta a velocidade de mistura. Os casos #22 e #23 são idênticos aos #18 e #19, respectivamente, exceto pelo aumento da pressão na saída do duto. Pode-se observar na Figura 5-17 e 5-18 que há um aumento de $\sqrt{5}$ nas freqüências, principalmente na mais elevada. Para caso #22, pode-se observar na Figura 5-17 que a freqüência mais elevada foi de 4,5 Hz contra 2 Hz do caso #18 e a de baixa variou de 0,25 a 1 Hz enquanto no caso #18 ficou constante em 0,25 Hz. No caso #23 a Figura 5-18 mostra que a freqüência alta ficou em 40 Hz contra 17 Hz do caso #19 e a de baixa variou entre 2 e 8 Hz, contra 1,0 e 4,0Hz do caso #19.

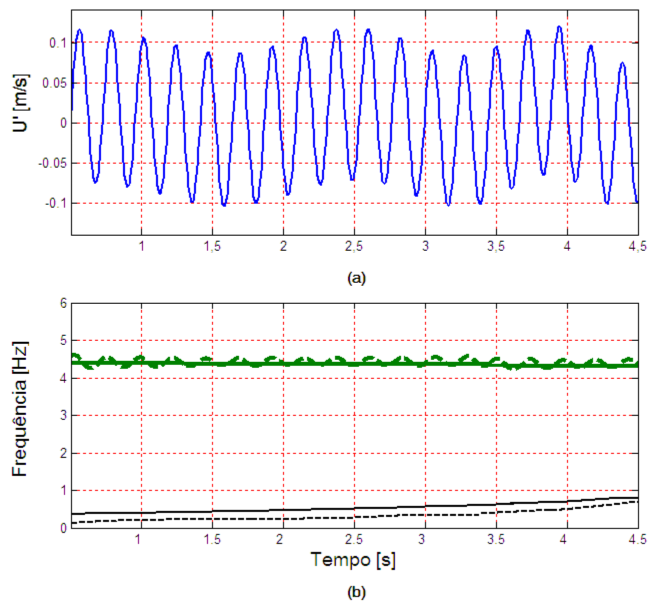


Figura 5-17. Flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para o caso #22: (a) domínio do tempo; (b) freqüência instantânea analítica (—) e obtida via THH (---).

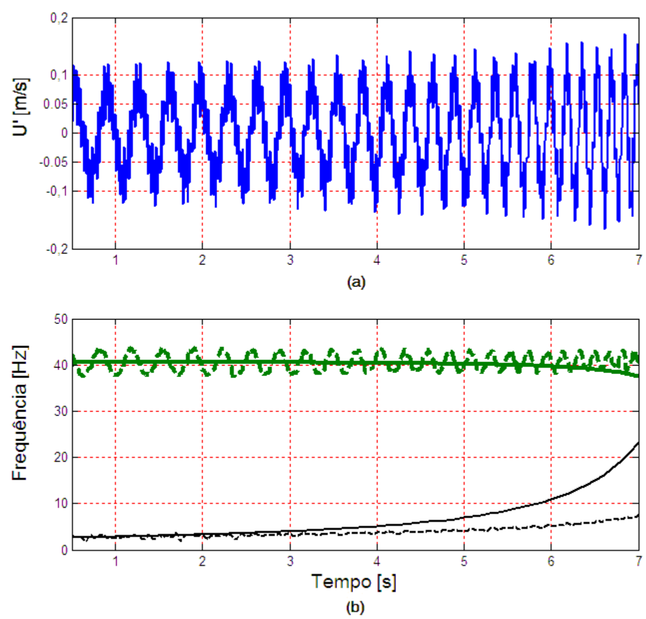


Figura 5-18. Flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para o caso #23: (a) domínio do tempo; (b) freqüência instantânea analítica (—) e obtida via THH (---).

5.1.3 FREQÜÊNCIA PARA VÁRIAS BOLHAS

Para o caso de várias bolhas no duto são apresentados dois casos distintos. No primeiro um conjunto de 15 células idênticas é posicionado no duto, exceto a que se encontra na saída que possui tamanho variável. Desta forma, as velocidades de todas as bolhas serão iguais. Os valores para os parâmetros de bolhas e pistões nesse caso correspondem ao valor médio obtido nas instalações do 2PFG/DE/FEM para uma dada condição operacional de JG e JL. No segundo caso, os valores de todos os parâmetros dos conjuntos bolhas e pistões estão variando. Desta forma, cada conjunto apresenta velocidade e comprimento próprio. Os valores utilizados para os parâmetros foram obtidos de parte da série que gerou os dados médios do caso anterior. Ambos os casos estão mostrados na Tabela 5-3 numerados de forma seqüencial, sendo que o caso #24 refere-se a todos os conjuntos iguais e o #25 a todos diferentes.

Tabela 5-3. Grade de testes para o caso de várias bolhas na horizontal.

Caso	(m/s) JG	(m/s) JL	(m) LB	(m) LS	(---) RG	(---) Re	(---) Eo	(---) Fr	(Atm) Patm
24	0,5	0,5	0,5	0,4	0,5	26500	172	1,96	10^5
25	0,5056	0,525	0,2766	0,1101	0,6239	27311	172	2,02	10^5
	0,4313	0,525	0,3678	0,1361	0,5517	25342	172	1,88	
	0,5946	0,525	0,2676	0,1189	0,6848	29669	172	2,20	
	0,6087	0,525	0,3441	0,1413	0,6762	30043	172	2,22	
	0,4997	0,525	0,3083	0,2025	0,7213	27155	172	2,01	
	0,7332	0,525	0,2203	0,113	0,7872	33342	172	2,47	
	0,7853	0,525	0,3696	0,0969	0,6754	34723	172	2,57	
	0,6604	0,525	0,1686	0,0758	0,7211	31413	172	2,32	
	0,6023	0,525	0,1614	0,0694	0,6823	29873	172	2,21	
	0,4475	0,525	0,2844	0,1522	0,6307	25771	172	1,91	
	0,3271	0,525	0,0956	0,1032	0,713	22581	172	1,67	
	0,3745	0,525	0,1886	0,0921	0,5533	23837	172	1,76	
	0,5698	0,525	0,2765	0,0818	0,6022	29012	172	2,15	
	0,4656	0,525	0,0708	0,0706	0,8382	26251	172	1,94	
	0,5578	0,525	0,2765	0,0739	0,5828	28694	172	2,12	
	0,5857	0,525	0,1892	0,1266	0,7859	29434	172	2,18	

$$\mathrm{Re}_M = \frac{\rho_L J D}{\mu_L} \qquad \mathrm{Fr}_M = \frac{J}{\sqrt{gD}} \qquad \mathrm{Eo} = \frac{(\rho_L - \rho_G) g D^2}{\sigma}$$

A Figura 5-19 apresenta a resposta no tempo da velocidade do líquido em cada um dos pistões de líquido que se encontram no interior da tubulação para o caso #24. A linha contínua (—) representa a velocidade do líquido nos pistões que estão no interior do duto, enquanto a linha tracejada (---) representa a velocidade do líquido no pistão de líquido que se encontra atrás da primeira bolha no duto. Pode-se observar na figura que até próximo de 11 s todos os conjuntos possuem a mesma velocidade, conforme foi imposta. Em 10,8 s a velocidade do líquido no pistão de líquido na entrada é subitamente aumentada para 1,1 m/s por 0,1 s. A partir desse momento, cada pistão apresentará uma velocidade diferente como se observa na Figura 5-19. Para se determinar as freqüências características desse sistema uma análise da variação em freqüência desse sistema é realizada utilizando-se a FFT[7].

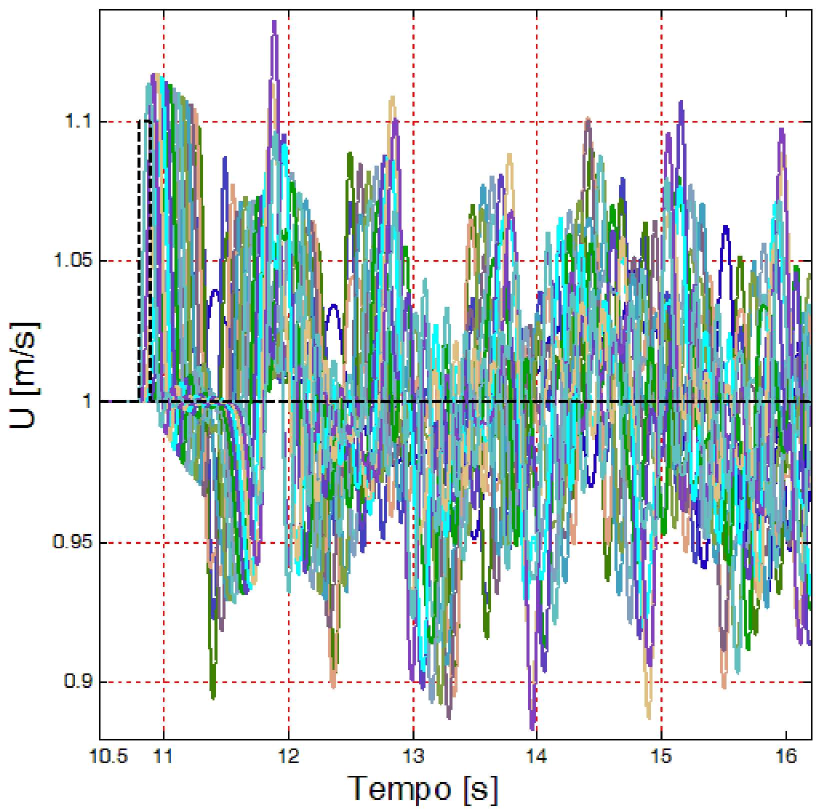


Figura 5-19. Velocidade do pistão de líquido no domínio do tempo para o caso #24.

Para o caso de mais de duas bolhas no duto é muito difícil de obter uma expressão analítica para todas as freqüências instantâneas, pois cada conjunto bolha/pistão representa um grau de liberdade. No caso específico há 15 conjuntos bolhas/pistões e se espera que haja 15 freqüências distintas. Para se verificar a solução numérica, nesse caso, será realizada uma comparação com a solução semi-analítica apresentada na seção 4.3. Na solução numérica cada sinal de velocidade foi analisado por meio da FFT, sendo que as freqüências obtidas de todos os sinais foram semelhantes e não serão apresentados individualmente aqui, porém são apresentadas no Anexo -

[7] Transformada rápida de Fourier.

C. A Figura 5-20.(a) e (b) apresenta a flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido no domínio do tempo e da freqüência para a décima célula do duto, respectivamente. A variação em freqüência foi obtida com a FFT e pode-se observar que o sinal possui nove freqüências aparentes entre 0,5 e 8,2 Hz.

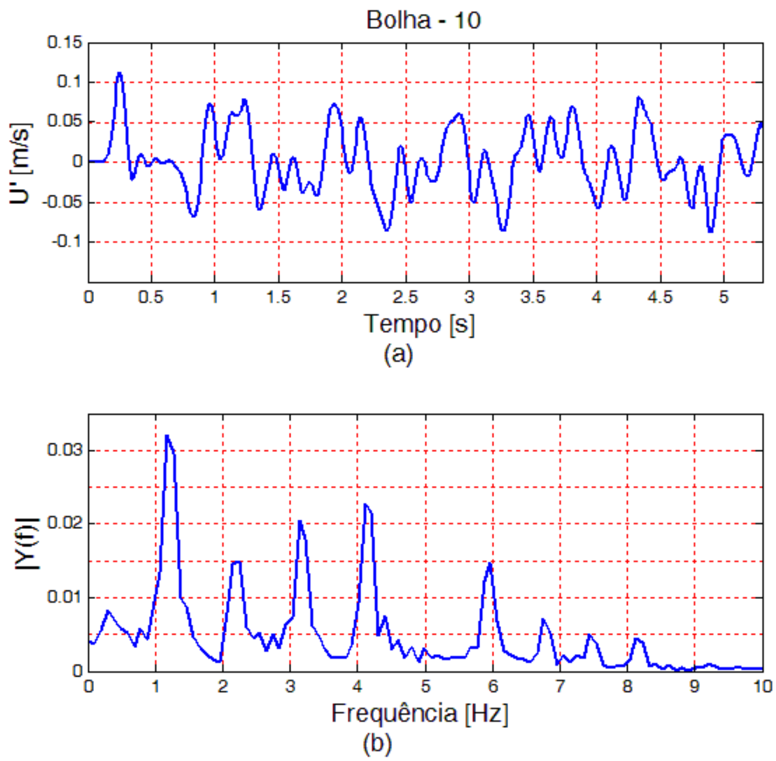


Figura 5-20. Flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para o décimo pistão do caso #24 no domínio: (a) do tempo; (b) da freqüência via FFT.

Para se confirmar o resultado numérico, mostra-se na Figura 5-21 uma comparação com a solução semi-analítica proposta na seção 4.3. Na figura é apresentada a freqüência obtida via FFT e a freqüência numérica como função do tempo. Pode-se observar que a solução semi-analítica capturou 15 freqüências variando entre 0,5 e 10,0 Hz e que até a oitava freqüência (8,2 Hz) há uma boa concordância entre a solução semi-analítica e numérica. As outras freqüências capturadas pela solução semi-analítica não é capturada pela solução numérica. A solução semi-analítica também mostra que as freqüências de até 5,0 Hz apresentam uma pequena variação com o tempo, sendo que a de 0,5 Hz apresenta a maior variação. Entretanto, mesmo essa variação ainda é muito menor que as apresentadas nos casos estudados quando havia até duas bolhas no interior do duto.

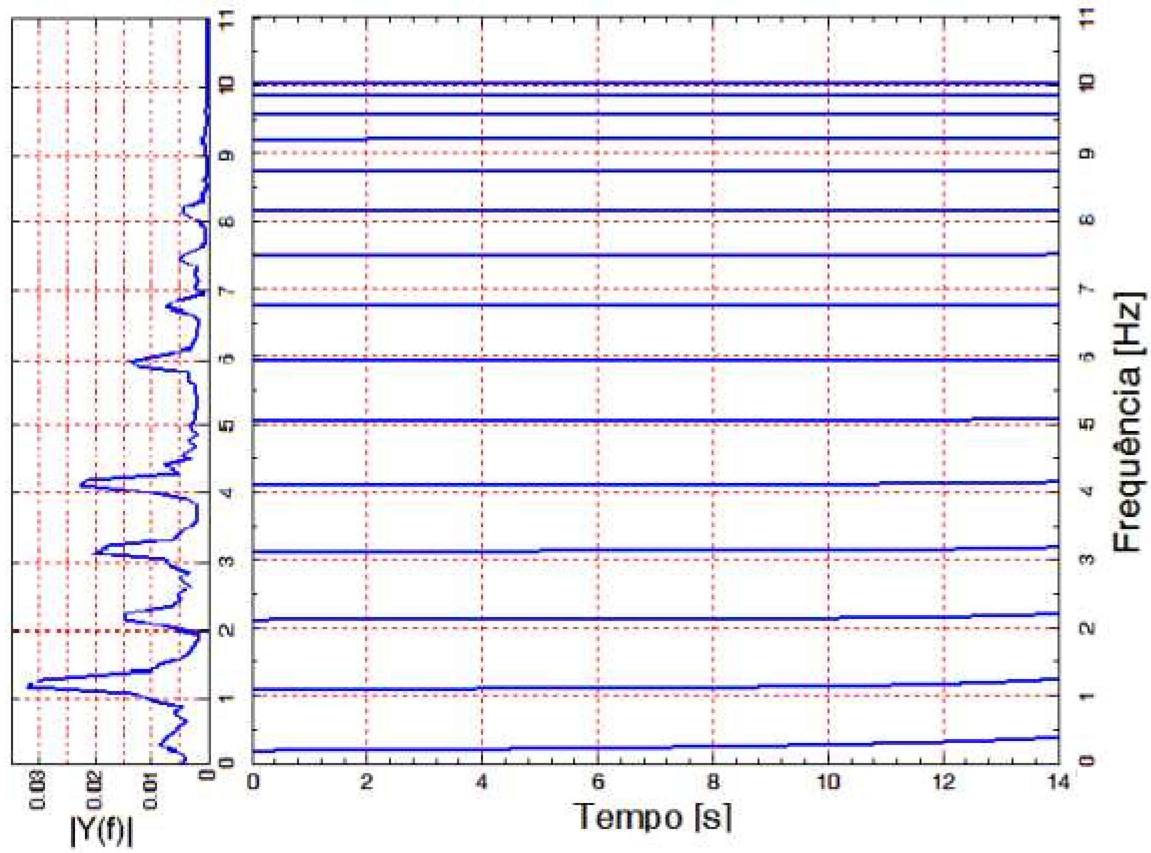


Figura 5-21. Comparação em freqüência da solução semi-analítica e numérica para a décima bolha do caso #24.

As análises anteriores mostram que há uma consistência entre a solução analítica ou semi-analítica e numérica em todos os 24 casos propostos para a tubulação horizontal. Desta forma, pode-se afirmar que o procedimento numérico adotado reproduz a resposta dinâmica do sistema. Portanto, as próximas análises, que visam verificar a existência ou não de freqüências ressonantes e seus efeitos na coalescência de bolhas, serão realizadas somente com o procedimento numérico.

Uma vez que para a situação de várias bolhas presentes no duto as freqüências são praticamente constantes ao longo do tempo, o estudo de ressonância é simplificado. Esse estudo será baseado na análise em freqüência apresentada anteriormente, mas ao invés de utilizar uma função degrau na velocidade do líquido no pistão de líquido para o pistão atrás da primeira bolha será utilizada uma função senoidal do tipo:

$$U_0 = 1,0 + 0,1\left[\sin\left(2\pi\omega''.t\right)\right] \tag{5.5}$$

sendo ω" é uma das freqüências naturais. Para se escolher qual freqüência será utilizada, é analisado o espectro de cada bolha verificando qual das freqüências apresenta a maior energia em todas as bolhas. Para 15 bolhas diferentes no duto, caso #24, escolheu-se a freqüência que se situava entre 3,0 e 3,5 Hz. Como a resolução em freqüência era pobre, resolveu-se fazer uma varredura entre essas duas freqüências para verificar se há ressonância. A primeira freqüência escolhida foi de 3,0 Hz, sendo o sinal de velocidade para esse caso mostrado na Figura 5-22. Pode-se observar que há um aumento significativo das velocidades do líquido em todos os pistões, mas sem apresentar as características de ressonância.

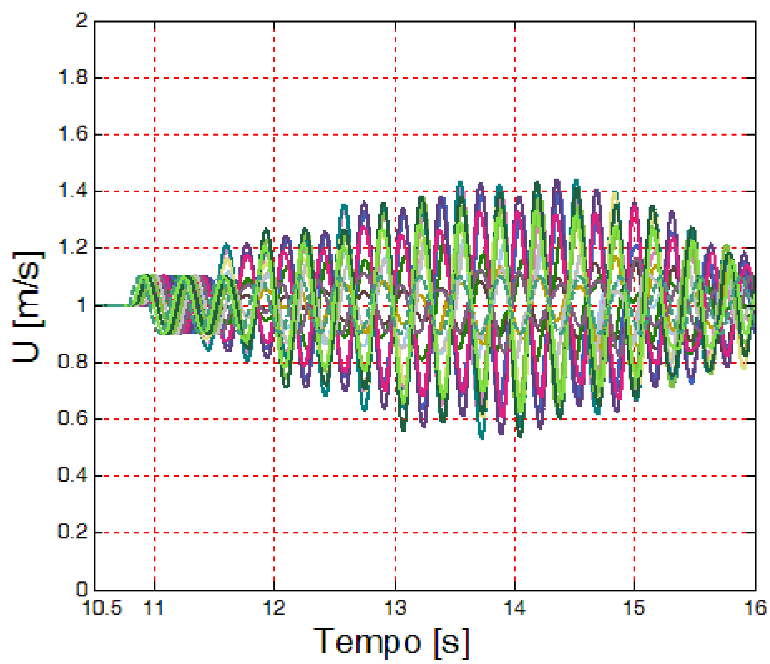


Figura 5-22. Velocidade do líquido nos pistões de líquido no domínio do tempo quando de uma excitação de 3,0 Hz.

Uma análise da variação em freqüência do sistema quando excitado em 3,0 Hz é mostrado na Figura 5-23. A parte (a) da figura mostra a flutuação de velocidade para o décimo pistão de líquido e a (b) sua freqüência. Apesar das condições serem idênticas às do caso #24, excetuando a excitação do sistema em 3,0 Hz, pode-se observar que a freqüência do sistema é totalmente diferente. O sistema ao invés de apresentar diversas freqüências, responde apenas na freqüência de excitação, como pode ser observado na Figura 5-23.(b).

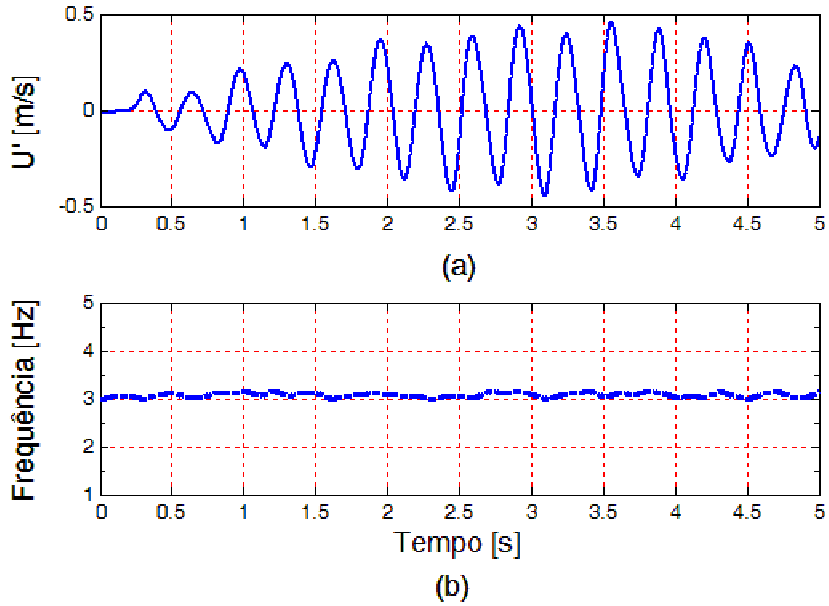


Figura 5-23. Flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para o décimo pistão do caso #24 no domínio: (a) do tempo; (b) da freqüência via FFT quando excitado com 3,0 Hz.

Como as características da ressonância ainda não foram obtidas, mas há fortes indícios, decidiu-se excitar o sistema com 3,15 Hz. A Figura 5-24 apresenta o sinal das velocidades de líquido nos pistões de líquido para essa situação. Pode-se observar na figura que o sinal de velocidade é alterado apresentando um aumento significativo da amplitude de oscilação, característico de ressonância. Uma análise em freqüência para o décimo quarto pistão nesse caso é mostrada na Figura 5-25. Pode-se observar que a amplitude de oscilação da velocidade do líquido aumenta com o tempo, ao contrário de quando a excitação foi de 3,0 Hz. Essa característica é típica de ressonância, mas ainda nesse caso não se observa o fenômeno de coalescência. Uma análise da freqüência mostra que o sistema responde apenas na freqüência de excitação, como mostra a Figura 5-25.(b).

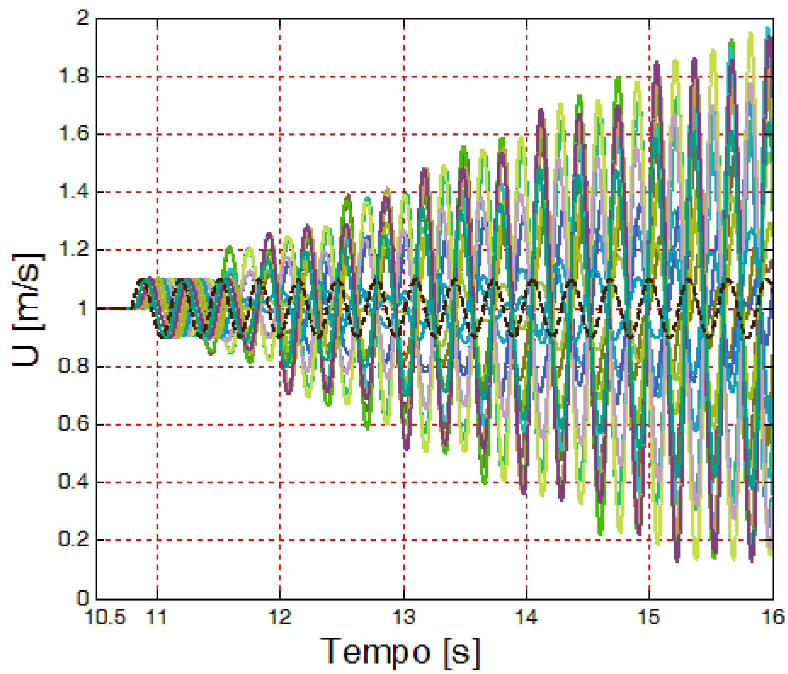


Figura 5-24. Velocidade do líquido nos pistões de líquido no domínio do tempo para o caso #24 e quando de uma excitação de 3,15 Hz.

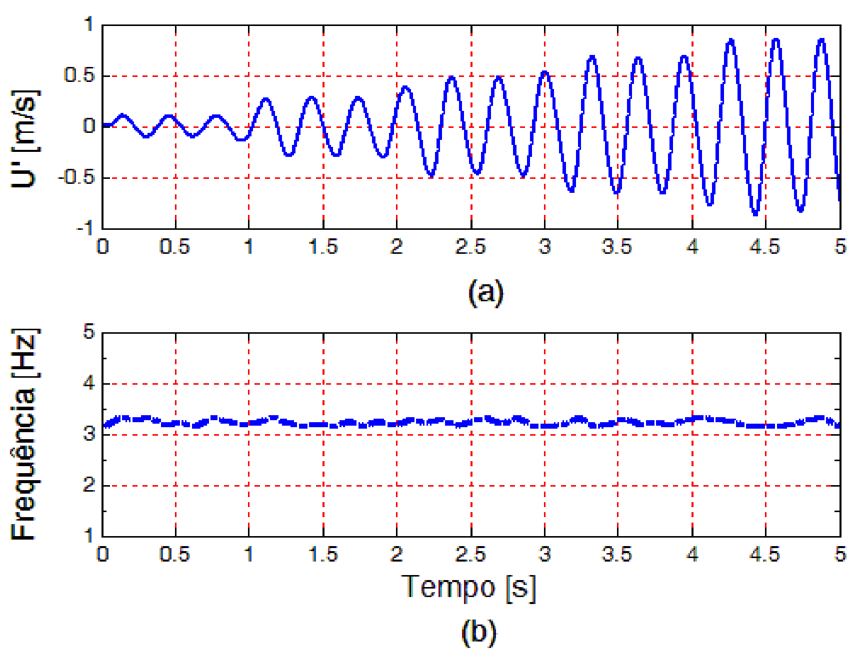


Figura 5-25. Flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para o décimo quarto pistão do caso #24 no domínio: (a) do tempo; (b) da freqüência via FFT quando excitado com 3,15 Hz.

Uma situação mais próxima da realidade é proposta para o caso #25. Nesse caso todas as células que adentram ao tubo possuem parâmetros distintos como mostra a Tabela 5-3. Os parâmetros foram retirados da base de dados experimental do 2PFG/DE/FEM e correspondem a uma parte da série que gerou a média dos parâmetros apresentados no caso #24. Como todos os parâmetros estão variando para cada célula, desde o início há variação da velocidade do líquido em todos os pistões de líquido, conforme mostra a Figura 5-26. Pode-se observar que, mesmo sendo a velocidade média do líquido no pistão de líquido próxima de 1 m/s, o sistema apresenta velocidades até o dobro desse valor. Mesmo com a variação significativa das velocidades não é observada coalescência durante o período de simulação. Esse fato pode ser comprovado pela análise do comprimento das bolhas mostrada na Figura 5-27, uma vez que é possível identificar comprimentos distintos para as 15 bolhas no interior do duto. Além disso, pode-se observar que a variação do comprimento da bolha é muito pequena quando comparado com o termo médio.

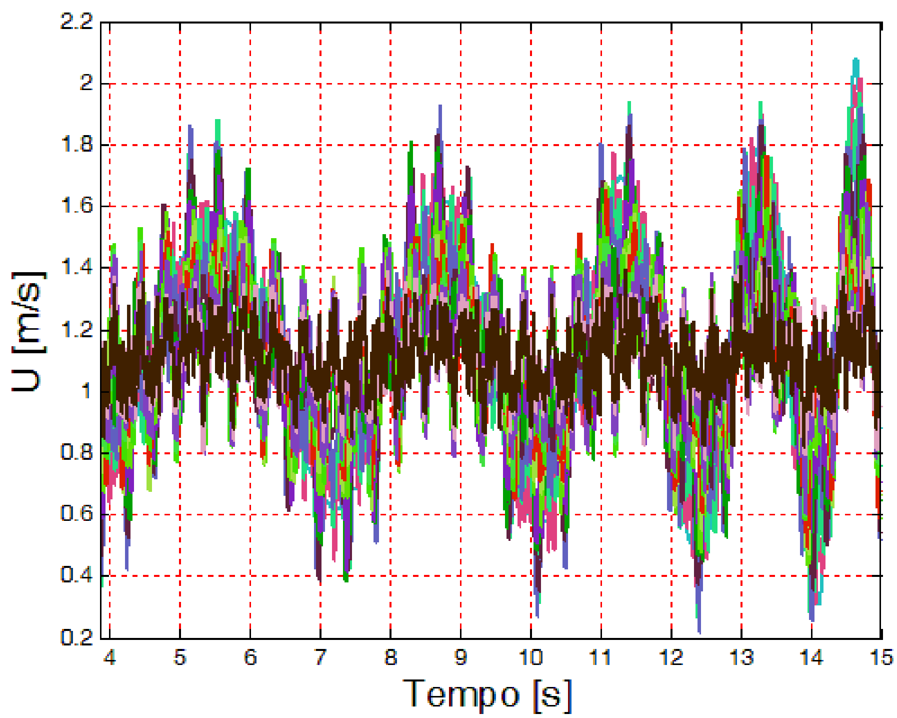


Figura 5-26. Velocidade do líquido nos pistões de líquido no domínio do tempo para o caso #25.

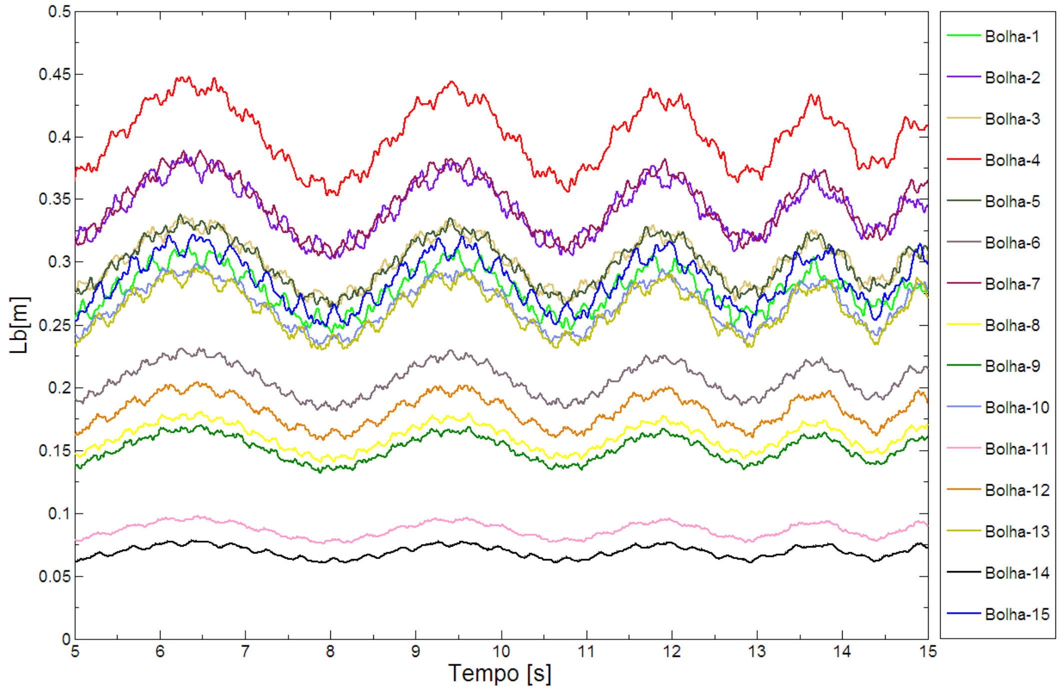


Figura 5-27. Evolução dos comprimentos das bolhas no tempo.

Uma análise em freqüência para a velocidade do líquido no décimo segundo pistão de líquido para esse caso é mostrada na Figura 5-28 e o Anexo - C mostra os outros 14 pistões. Diferente dos casos anteriores, não é necessário se excitar o sistema artificialmente uma vez que cada pistão de líquido entra no duto com uma velocidade diferente. Da Figura 5-28.(b) pode-se observar que esse sistema possuí duas freqüências importantes, em 2,5 e 5,0 Hz aproximadamente. Para o estudo de ressonância optou-se por excitar o sistema com freqüência de 2,5 Hz, pois é a de maior energia.

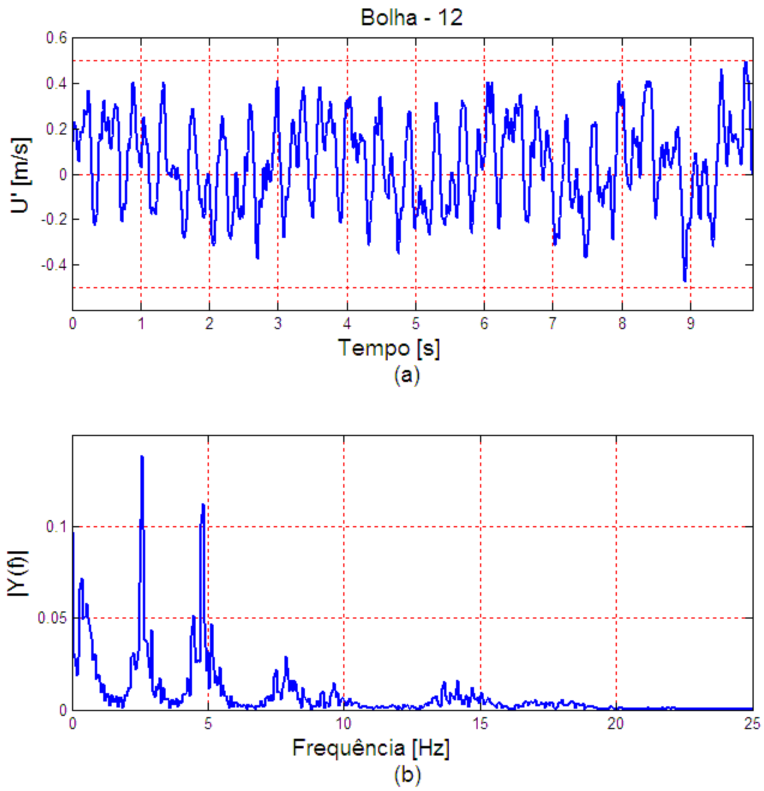


Figura 5-28. Flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para o décimo segundo pistão do caso #25 no domínio: (a) do tempo; (b) da freqüência via FFT.

No estudo de ressonância, a velocidade do líquido no pistão que segue a primeira bolha do duto foi definida de acordo com a Equação (5.5) com uma amplitude de oscilação de 0,1 m/s e média como mostrada na Tabela 5-3. A resposta no tempo para a velocidade do líquido em todos os pistões de líquido é mostrada na Figura 5-29, onde é possível se observar que há um aumento significativo das amplitudes de oscilação. Analisando os comprimentos das bolhas pode-se observar que há três coalescências, em 11,5s, 13,5s e 14,1s como mostra a Figura 5-30. Desta forma, excitações próximas das freqüências naturais podem alterar o comportamento do sistema promovendo coalescência. Analisando a base de dados experimentais do 2PFG/DE/FEM observa-se que a freqüência de passagem das células ao longo do duto variou entre 0,5 e 2,9 Hz para as mesmas condições de vazões de gás e líquido utilizadas nesse trabalho. Desta forma, há no sistema freqüências próximas às naturais e que podem promover a coalescência de bolhas. Contudo, como esse é um mecanismo novo e ainda não reportado na literatura da área é necessária uma comprovação experimental antes de se chegar a uma conclusão definitiva sobre o assunto.

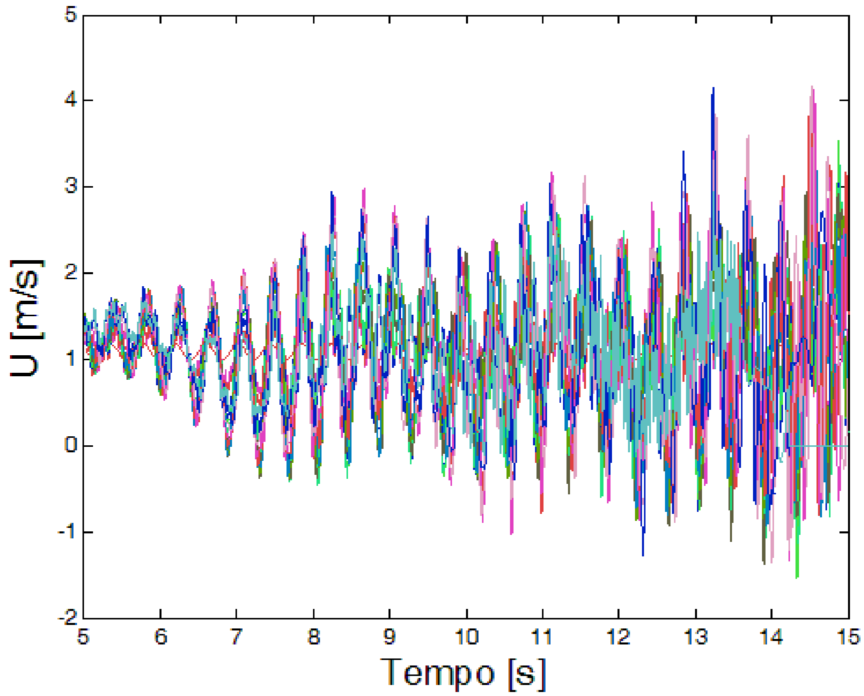
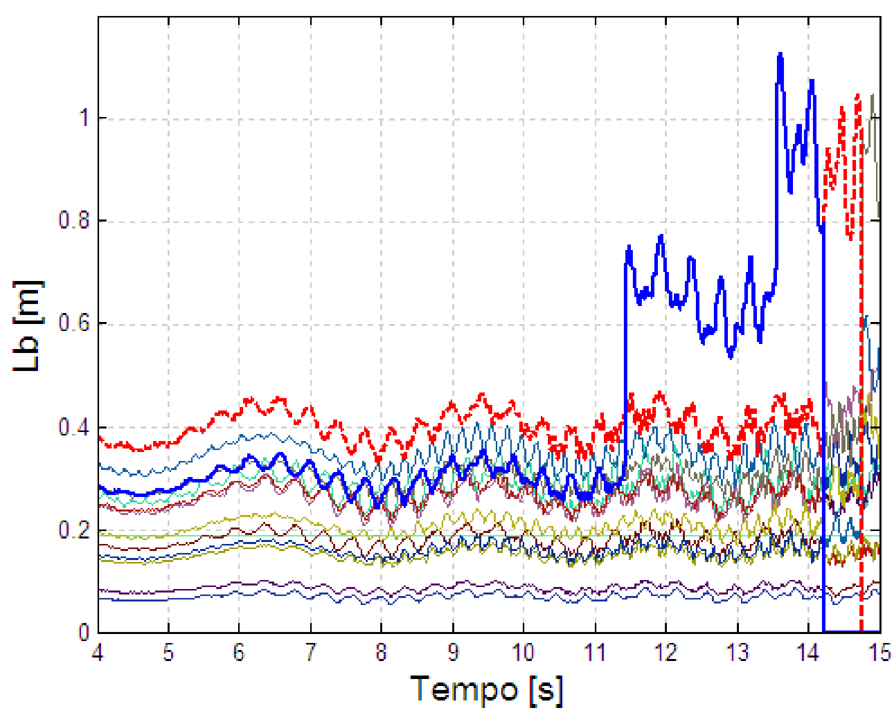


Figura 5-29. Velocidade do líquido nos pistões de líquido no domínio do tempo para o caso #25 excitado com 2,5 Hz.



#	LB
1	0,2766
2	0,3678
3	0,2676
4	0,3441
5	0,3083
6	0,2203
7	0,3696
8	0,1686
9	0,1614
10	0,2844
11	0,0956
12	0,1886
13	0,2765
14	0,0708
15	0,2765

Figura 5-30. Comprimento das bolhas no domínio do tempo para o caso #25 excitado em 2,5 Hz.

5.2 RESULTADOS NA VERTICAL

Para o caso vertical será realizado um estudo similar ao horizontal. Primeiro será realizada uma comparação entre a solução numérica e analítica para até duas bolhas no duto e depois entre a numérica e a semi-analítica para diversas bolhas. Por último será avaliada a existência ou não da ressonância e sua conseqüência para o caso de haver diversas bolhas no interior do duto. Diversos cenários foram propostos variando-se os principais parâmetros que influenciam a freqüência do sistema gerando 19 casos distintos, conforme mostra a solução analítica. Os parâmetros que foram alterados para gerar os 19 casos foram os comprimentos da bolha e do pistão, a fração de vazio da bolha, a velocidade superficial do líquido, a pressão na saída do duto e o diâmetro do duto. Em todos os casos o comprimento do duto foi de 5,811 (m) e os fluidos que escoavam eram água e ar. Em todas as figuras no domínio do tempo é apresentada a resposta para a razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido. A análise em freqüência é realizada sobre esse sinal e não mais sobre o sinal da velocidade. O tempo atribuído para cada um dos casos analisados corresponde ao tempo de simulação.

5.2.1 FREQÜÊNCIA PARA UMA BOLHA

Para o caso de uma bolha foram propostos 15 casos distintos, mostrados na Tabela 5-4. Os valores das dimensões e das velocidades utilizados são os valores típicos obtidos na instalação laboratorial do 2PFG/DE/FEM/UNICAMP e representam valores típicos de Re e Fr em linhas de transporte de petróleo. Do caso #1 ao #6 se está procurando analisar a influência da variação do comprimento do pistão na freqüência instantânea uma vez que se está alterando a velocidade da bolha. Do #7 ao #12 se está procurando avaliar a influência da fração de vazio e do comprimento das bolhas e dos #13 ao #15 a da pressão de descarga na freqüência instantânea.

Tabela 5-4. Grade de testes para o caso de uma bolha na vertical.

Caso \#	(m/s) JG	(m/s) JL	(m) LB	(m) LS	(---) RG	(m) D	(---) Re	(---) Eo	(---) Fr	(Pa) P
1	0,3126						31604		2,34	
2	0, 6186	0,88	0,132	5,811	0,65	0,0265	39713	172	2,94	10^5
3	0,9247						47825		3,54	
4						0,0265	39713	172	2,94	
5	0,6186	0,88	0,132	5,811	0,65	0,0398	59644	388	2,40	10^5
6						0,0530	79426	688	2,08	
7					0,65					
8	0, 6186	0,88	0,132	5,811	0,70	0,0265	39713	172	2,94	10^5
9					0,75					
10			0,159							
11	0, 6186	0,88	0,212	5,811	0,65	0,0265	39713	172	2,94	10^5
12			0,265							
13										10^5
14	0, 6186	0,88	0,132	5,811	0,65	0,0265	39713	172	2,94	2.10^5
15										5.10^5

$$\mathrm{Re}_M = \frac{\rho_L J D}{\mu_L} \qquad \mathrm{Fr}_M = \frac{J}{\sqrt{gD}} \qquad \mathrm{Eo} = \frac{\left(\rho_L - \rho_G\right) g D^2}{\sigma}$$

Na Figura 5-31, 5-33, 5-35 e 5-37 é apresentada a resposta no tempo para a razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido para os todos os casos referentes a uma bolha. Em todas as figuras a linha contínua (—), tracejadas (---) e pontilhadas (···) representa a razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido para cada um dos casos analisados. É imposta numericamente uma função degrau para a velocidade do líquido na entrada do duto com 0,10 s de duração e amplitude de 0,10 m/s para todos os casos. A Figura 5-32, 5-34, 5-36, 5-38 e 5-40 apresenta a freqüência instantânea da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido com o tempo para todos os casos. Em todas as figuras a linha contínua (—) é a solução analítica e a tracejada (---) a numérica obtida via THH. A solução analítica para uma bolha foi apresentada na seção 4.4 e é reproduzida abaixo por conveniência como:

$$\theta = \omega_1 \left[1 + \frac{VB_1.t}{2} \left(\frac{1}{LS_i - VB_1.t} - \frac{\rho_L.g.\sin\beta}{P_{atm} + \rho_L.g.\sin\beta\left(LS_i - VB_1.t\right)} \right) \right] \tag{5.6}$$

De acordo como a Figura 5-32 pode-se observar que todos os casos apresentam uma boa concordância entre a freqüência analítica e numérica até cerca de 1 s, quando a freqüência analítica apresenta uma taxa de crescimento maior que a obtida pela THH. Similar ao caso horizontal, é possível fazer uma estimativa para a escala de tempo para a região de validade da suposição de comprimento de pistão constante. Para os casos estudados pode-se assumir o comprimento do pistão constante desde que t << 3,6, 3 e 2,5 s para os casos #1 a #3, respectivamente. Da análise de escala, pode-se observar que quanto menor for a velocidade da bolha, nesse caso determinada pela menor velocidade superficial do gás, maior será o tempo em que se pode considerar o comprimento do pistão constante e, conseqüentemente, a concordância entre a solução analítica e a numérica ocorrerá por um período de tempo maior. Essa tendência também é capturada na Figura 5-32. Desta forma, para os casos mostrados, pode-se afirmar que a solução numérica representa a analítica dentro dos seus intervalos de validade. Nas figuras, é possível observar que a freqüência instantânea obtida via THH permanece aproximadamente constante em 3,1 Hz para os casos #1 a #3.

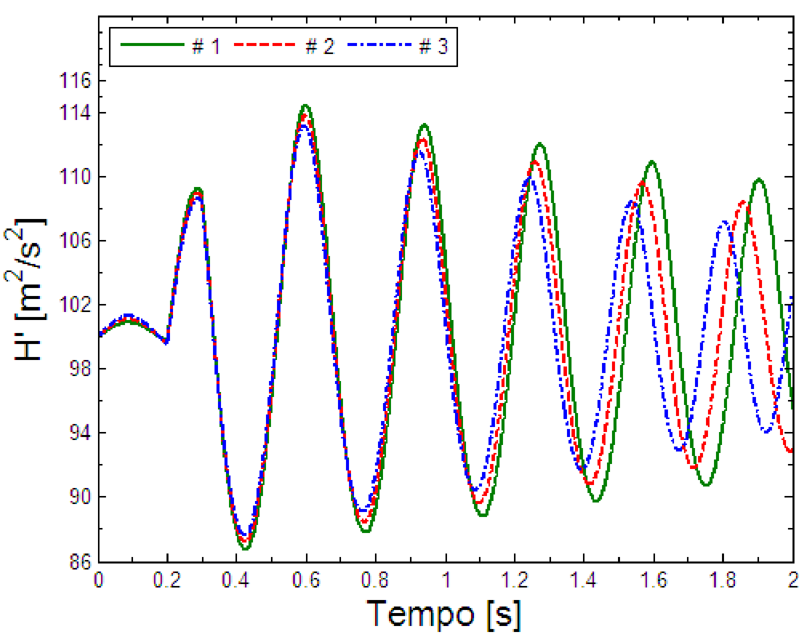


Figura 5-31. Razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido no domínio de tempo para os casos #1 a #3.

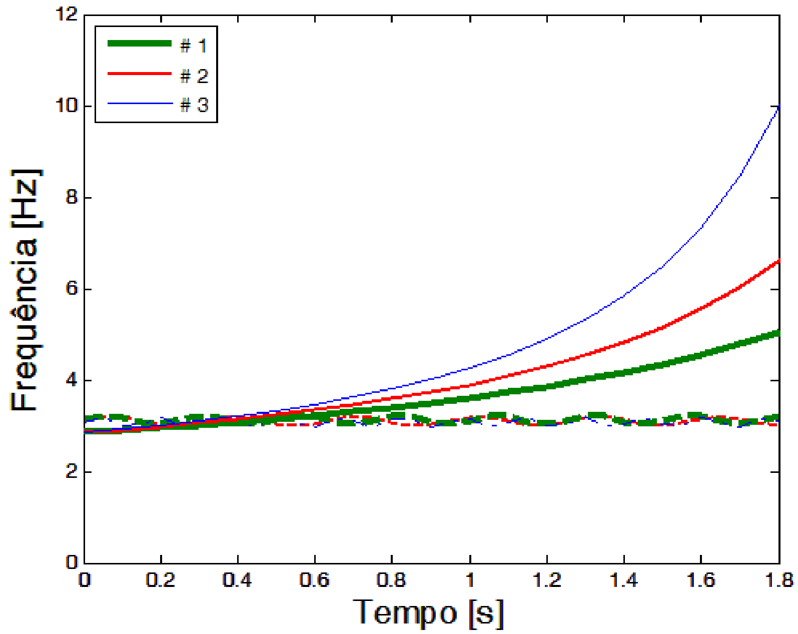


Figura 5-32. Comparação entre a evolução da freqüência analítica e numérica via THH no tempo para os casos #1 a #3.

No segundo grupo de casos (#4 a #6) analisa-se a influência do diâmetro da tubulação na freqüência instantânea. Foram escolhidos diâmetros entre aproximadamente uma polegada e duas polegadas, que representa a tubulação presente no aparato experimental do 2PFG/DE/FEM (#4) e de linhas de transporte de petróleo. Essa variação no diâmetro da linha faz com a velocidade da bolha varie de aproximadamente 1,97 até 2,05 m/s para o caso #4 e #6, respectivamente. A Figura 5-33 e 5-34 apresenta a razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido no domínio do tempo e a freqüência instantânea para esses casos, respectivamente. Pode-se observar que a resposta numérica é condizente com a analítica até aproximadamente 1 s, sendo que na análise de escala esse tempo deveria ser tal que $t << 2{,}9$ s. Para os casos mostrados, pode-se afirmar que a solução numérica representa a analítica dentro dos seus intervalos de validade e que a freqüência do sistema varia entre ≈ 2,3 e 3,3 Hz para o caso #4, entre ≈ 1,7 e 2,7 Hz para #5 e entre ≈ 1,6 e 2,6 Hz para #6.

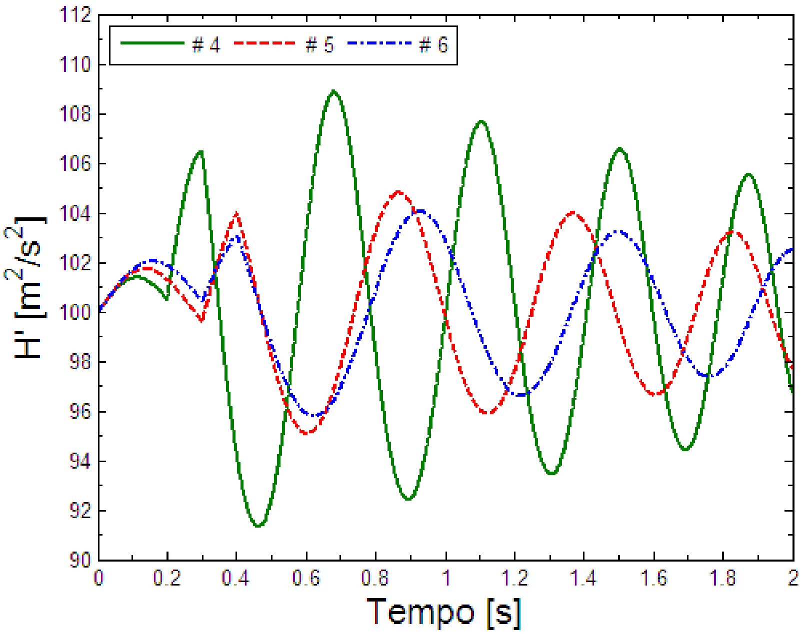


Figura 5-33. Razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido no domínio de tempo para os casos #4 a #6.

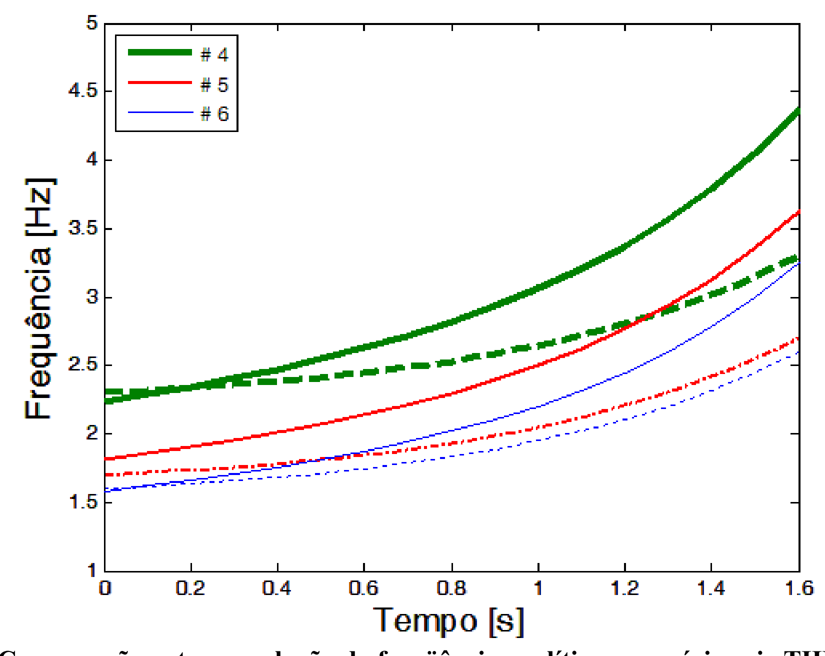


Figura 5-34. Comparação entre a evolução da freqüência analítica e numérica via THH no tempo para os casos #4 a #6.

A solução analítica mostra que freqüência instantânea é inversamente proporcional a fração de vazio (RG) e, como esse parâmetro é sempre menor que a unidade, a freqüência instantânea aumentará com a sua diminuição. Esse comportamento é analisado com o terceiro grupo de casos (#7 a #9). Os valores para a fração de vazio foram escolhidos de tal forma que representam os limites para o escoamento padrão intermitente. A razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido e a freqüência instantânea para esse grupo é apresentada na Figura 5-35 e 5-36, respectivamente. Nas figuras é possível observar que a freqüência instantânea varia muito pouco com a fração de vazio. Como nos outros casos, o comportamento da solução analítica e numérica é muito próximo até aproximadamente 1 s e o valor da freqüência instantânea obtida via THH varia entre 2,85 e 3,85 Hz. Além disso, a freqüência numérica apresenta um aumento com a diminuição da fração de vazio, reproduzindo assim o comportamento mostrado pela solução analítica.

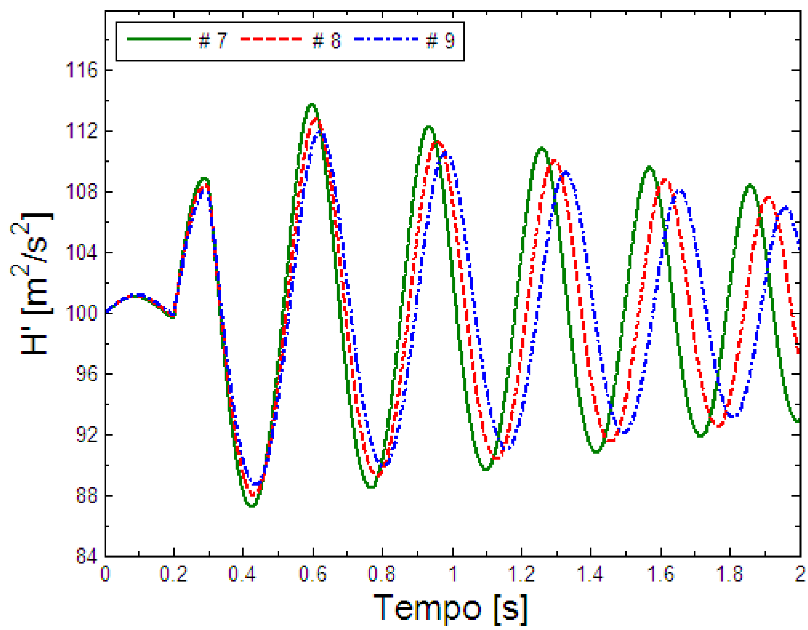


Figura 5-35. Razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido no domínio de tempo para os casos #7 a #9.

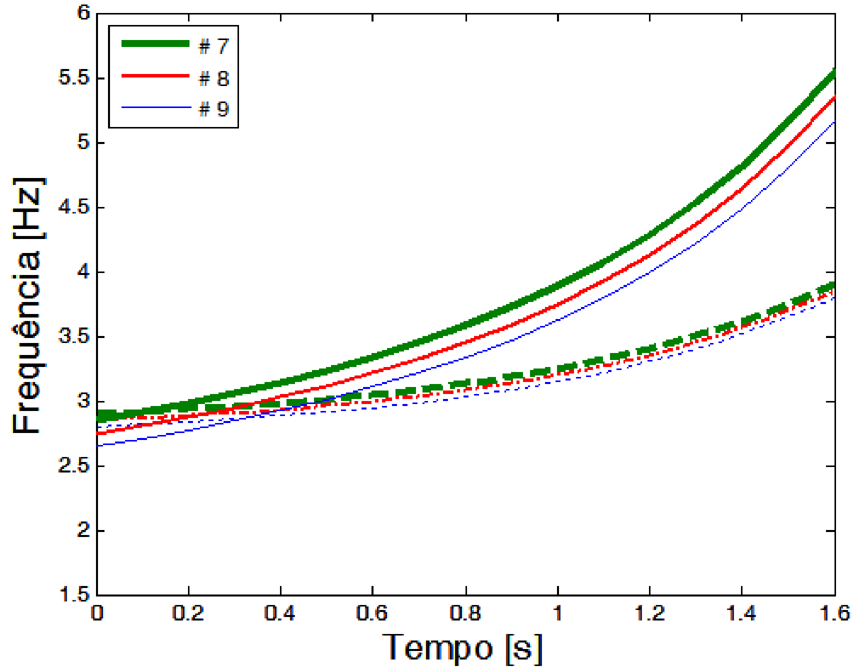


Figura 5-36. Comparação entre a evolução da freqüência analítica e numérica via THH no tempo para os casos #7 a #9.

O quarto grupo de casos (#10 a #12) analisa a influência do comprimento da bolha na freqüência instantânea. Os valores escolhidos para o comprimento da bolha representam o valor médio e aproximadamente um desvio padrão para cima e um para baixo, de acordo com os dados experimentais obtidos no aparato experimental do 2PFG/DE/FEM para as mesmas vazões de gás e líquido. A resposta no domínio do tempo para a razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido e sua freqüência instantânea é mostrada na Figura 5-37 e 5-38, respectivamente, para esse grupo de casos. Pode-se observar das figuras que tanto a solução analítica quanto a numérica mostra que a freqüência aumenta significativamente com a diminuição do comprimento da bolha. Esse comportamento era esperado uma vez que a bolha de gás funciona como uma "mola" no sistema devido à compressibilidade. Quanto maior for a bolha de gás, maior será o efeito de compressibilidade e conseqüentemente menor será a freqüência do sistema. Analisando a freqüência instantânea mostrada na Figura 5-38 pode-se observar que a solução numérica obtida via THH reproduz a analítica até cerca de 1 s. A THH mostra também que para o caso #10 a freqüência instantânea varia entre 2,6 e 3,6 Hz, entre 2,2 e 3,2 Hz para o caso #11 e entre 2,1 e 2,9 Hz para o caso #12.

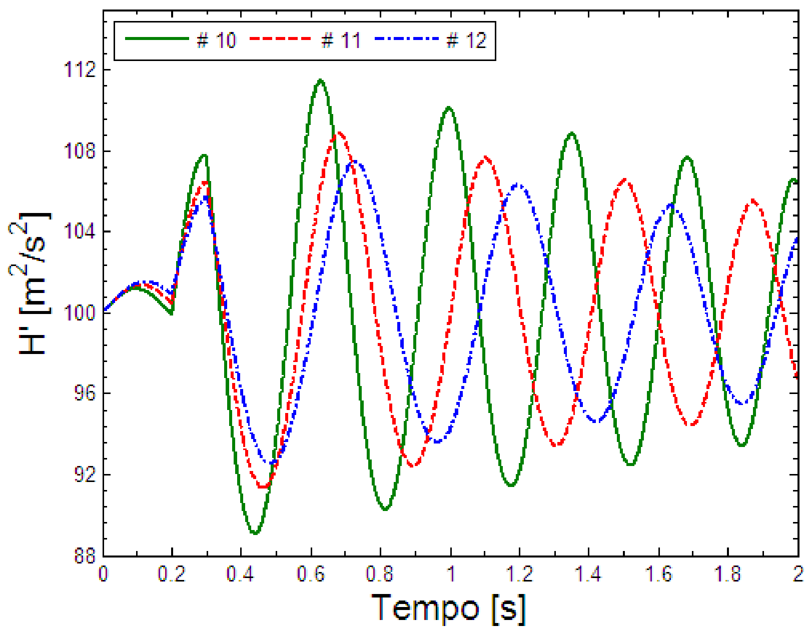


Figura 5-37. Razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido no domínio de tempo para os casos #10 a #12.

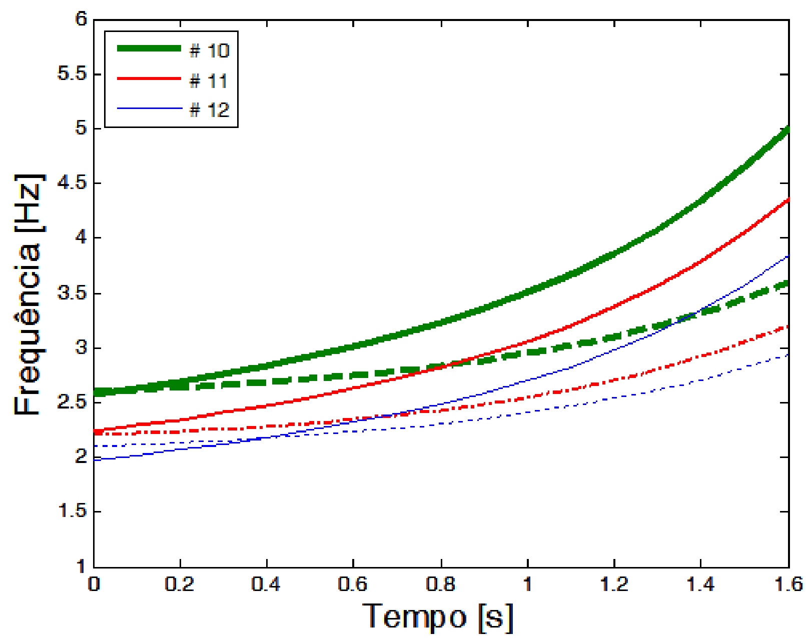


Figura 5-38. Comparação entre a evolução da freqüência analítica e numérica via THH no tempo para os casos #10 a #12.

O último grupo de casos (#13 a #15) analisa a influência da pressão (P) na variação da freqüência instantânea. A evolução no tempo da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido e sua respectiva freqüência instantânea para esse grupo de casos é mostrado na Figura

5-39 e 5-40, respectivamente. Pode-se observar nas figuras que a pressão aumenta a freqüência instantânea significativamente. Esse comportamento ocorre tanto para a solução analítica quanto a numérica como era previsto pela solução analítica. Observa-se também que a divergência entre a solução analítica e a numérica é antecipada com o aumento da pressão, sendo que há concordância entre as soluções até 0,6 s para a pressão de 10^5 Pa, e 0,4 e 0,2 s para as pressões de 2.10^5 e 5.10^5 Pa, respectivamente. Observa-se também na Figura 5-40 que as freqüências obtidas para o caso #13 variou entre 2,7 e 3,5 Hz e entre 3,6 e 5,3 Hz para o caso #14 e entre 5,1 e 8,9 Hz para o caso #15.

Os 15 casos analisados mostram que a solução numérica apresenta o mesmo comportamento da analítica do ponto de vista qualitativo e quantitativo, dentro dos limites estimados de validade para a solução analítica. Portanto, pode-se afirmar que para o caso de uma única bolha no interior da tubulação, a solução numérica representa o sistema em termos de freqüência

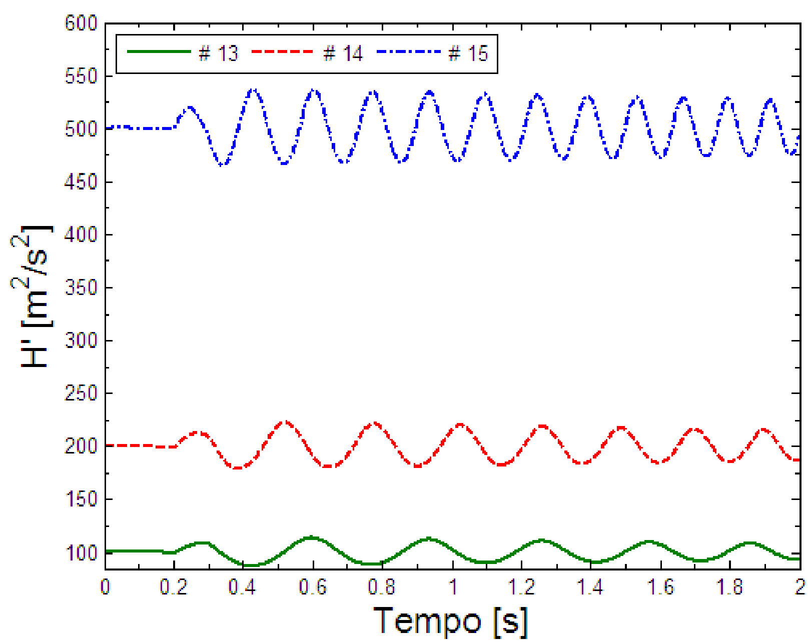


Figura 5-39. Razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido no domínio de tempo para os casos #13 a #15.

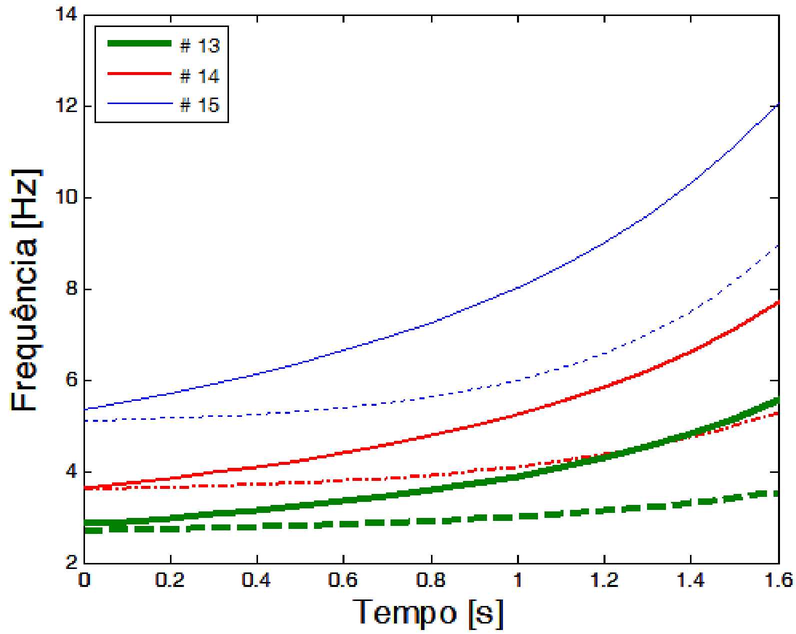


Figura 5-40. Comparação entre a evolução da freqüência analítica e numérica via THH no tempo para os casos #13 a #15.

5.2.2 Freqüência Para Duas Bolhas

De forma análoga ao caso de duas bolhas na horizontal, a freqüência instantânea, seguindo a metodologia apresentada na seção 4.4 e Equação (4.44), é repetida abaixo:

$$\theta=\omega_{1,2}\left\{1+\frac{VB_2 t}{2}\left[2\pi^2\omega_{1,2}^2\left(\begin{array}{l}\left(\dfrac{A_1}{\overline{LS_1}P_1}+\dfrac{A_2}{\left(LS_i-VB_2t\right)P_2}+\dfrac{\left(A_1+A_2+A_4\right)\rho_L g\sin\beta}{P_1P_2}\right)\\ \dfrac{1}{2}\left(1\pm\dfrac{A_2P_1+\left(A_1+A_4\right)P_2}{K_{AP}}\right)\rho_L\mp\\ \dfrac{2A_2A_1\rho_L}{K_{AP}}\left(\dfrac{1}{\left(LS_i-VB_2t\right)}+K_P\right)\end{array}\right)-K_P\right]\right\} \quad (5.7)$$

A freqüência numérica é obtida analisando a sinal da pressão usando-se a THH. As dimensões do duto e os fluidos são os mesmos do caso de uma bolha na vertical. A grade de testes foi montada de acordo com a base experimental do 2PFG/DE/FEM. Foram 2 casos distintos nessa análise e estão mostrados na Tabela 5-5. Da mesma forma que na horizontal, os comprimentos das bolhas no início do processo eram os mesmos e entre as bolhas havia um pistão de líquido com o comprimento especificado na Tabela 5-5 separando-as.

Tabela 5-5. Grade de testes para o caso de duas bolhas na vertical.

	(m/s)	(m/s)	(m)	(m)	(---)	(---)	(---)	(---)	(Atm)
Caso	JG	JL	LB	LS	RG	Re	Eo	Fr	Patm
16	0,9247	0,88	0,1335	0,0913	0,6992	47825	172	3,5	10^5
17	0,9247	0,88	0,1335	0,0913	0,6992	47825	172	3,5	5.10^5

$$Re_M = \frac{\rho_L J D}{\mu_L} \qquad Fr_M = \frac{J}{\sqrt{gD}} \qquad Eo = \frac{(\rho_L - \rho_G) g D^2}{\sigma}$$

A Figura 5-41 e 5-42 apresenta em sua porção superior (a) a resposta no tempo para a flutuação da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido na segunda bolha e na parte inferior (b) sua freqüência instantânea. A freqüência instantânea foi obtida usando-se a Equação (5.7) e a numérica foi obtida pela THH no sinal mostrado na parte (a) da figura. Em todas as figuras, a freqüência instantânea analítica é representada pela linha contínua (—) e a numérica pelas linhas tracejadas (---).

A Figura 5-41 apresenta a flutuação da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido e a freqüência instantânea para o caso #16. Nesse caso temos duas bolhas relativamente pequenas separadas por um pequeno pistão de líquido e depois um grande pistão de líquido saindo do duto. Pode-se observar na Figura 5-41(b) que há duas freqüências bem distintas e que a solução analítica e numérica é praticamente idêntica para ambas as freqüências. A THH mostra que a maior freqüência se situa em torno de 7 Hz e é constante ao longo de todo o tempo de análise e outra relativamente constante em torno de 1,8 Hz.

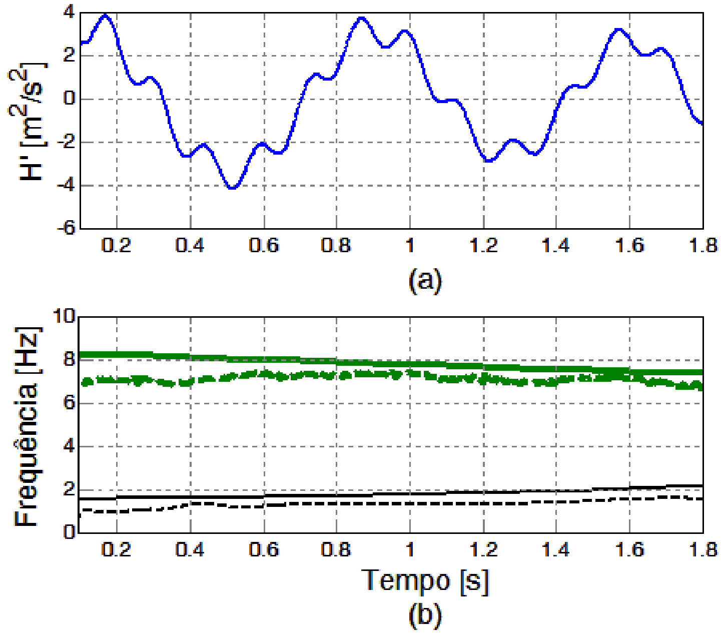


Figura 5-41. Flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para o caso #16: (a) domínio do tempo; (b) freqüência instantânea analítica (—) e obtida via THH (---).

O caso #17 apresenta uma situação similar ao caso anterior. A diferença diz respeito a pressão na saída do duto que foi aumentada em 5 vezes. Como se observou para o caso na horizontal, para uma e duas bolhas, o aumento da pressão faz com que a freqüência aumente. Esse comportamento também pode ser observado no caso de duas bolhas na vertical. A Figura 5-42 apresenta a variação da flutuação razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido e da freqüência para o caso #17. Pode-se observar na figura que a freqüência de alta é de aproximadamente 16 Hz contra 7 Hz do caso #16. Para a freqüência mais baixa a THH mostra uma freqüência quase constante de 4,0 Hz contra 1,8 Hz para o caso #16.

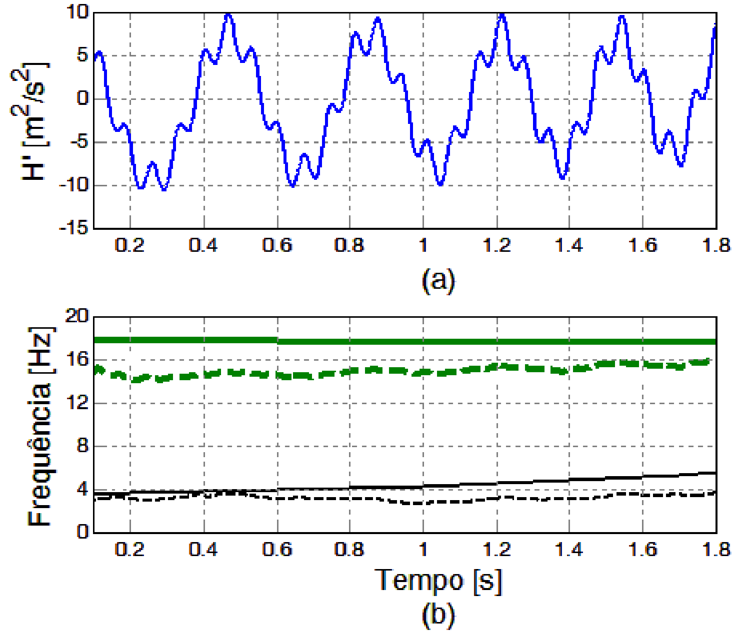


Figura 5-42. Flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para o caso #17: (a) domínio do tempo; (b) freqüência instantânea analítica (—) e obtida via THH (---).

5.2.3 FREQÜÊNCIA PARA VÁRIAS BOLHAS

Para o caso de várias bolhas na vertical, apresentam-se dois casos. No primeiro caso, se tem sete bolhas e pistões idênticos no duto, exceto o que se encontra na saída que possui tamanho variável. Desta forma, as velocidades de todas as bolhas serão iguais. Os valores para os parâmetros de bolhas e pistões correspondem aos valores médios obtidos nas instalações do 2PFG/DE/FEM para uma dada condição operacional de JG e JL. No segundo caso, os valores de todos os parâmetros dos conjuntos bolhas e pistões estão variando. Ambos os casos estão mostrados na Tabela 5-6.

Tabela 5-6. Grade de testes para o caso de várias bolhas na vertical.

Caso	(m/s) JG	(m/s) JL	(m) LB	(m) LS	(---) RG	(---) Re	(---) Eo	(---) Fr	(Atm) Patm
18	0,6186	0,88	0,132	0,14	0,65	39713	172	2,94	10^5
19	0,6186	0,88	0,132	0,1389	0,6503	39040	172	2,89	10^5
	0,5677	0,88	0,1381	0,1483	0,6181	38311	172	2,84	
	0,5472	0,88	0,1311	0,1512	0,6224	41854	172	3,10	
	0,6294	0,88	0,1300	0,1456	0,6778	37694	172	2,79	
	0,5851	0,88	0,1380	0,1269	0,5892	39037	172	2,89	
	0,6264	0,88	0,1327	0,147	0,6720	35367	172	2,62	
	0,6152	0,88	0,1314	0,1498	0,6727	45991	172	3,40	
	0,6270	0,88	0,1383	0,1442	0,6537	43280	172	3,20	

$$Re_M = \frac{\rho_L J D}{\mu_L} \qquad Fr_M = \frac{J}{\sqrt{gD}} \qquad Eo = \frac{\left(\rho_L - \rho_G\right) g D^2}{\sigma}$$

A Figura 5-43 apresenta a variação no tempo da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido em cada uma das bolhas que se encontram no interior da tubulação. Pode-se observar na figura que cada bolha apresentará uma pressão diferente como se observa na Figura 5-43. Para se determinar as freqüências características desse sistema uma análise da variação em freqüência desse sistema é realizada utilizando-se a FFT[8].

[8] Transformada rápida de Fourier.

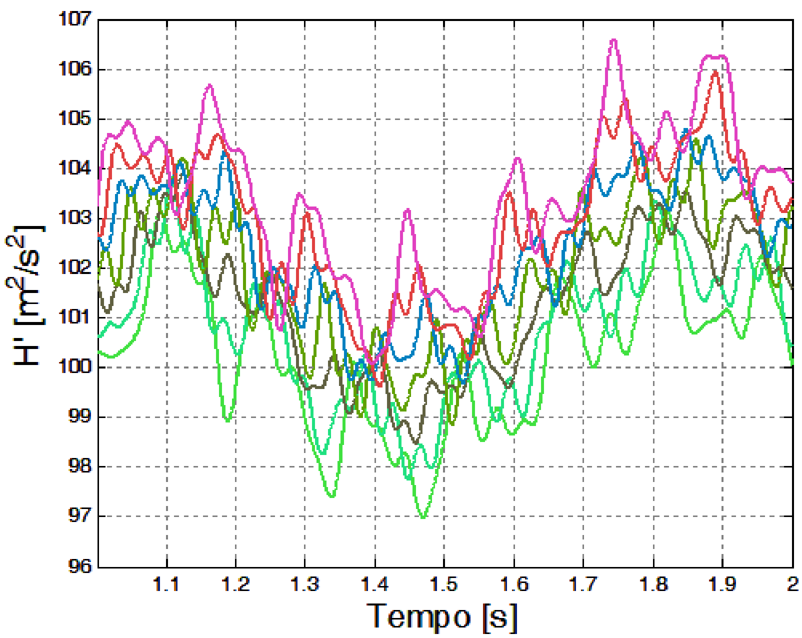


Figura 5-43. Razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido no domínio do tempo para o caso #18.

Como foi expressa para várias bolhas na horizontal, é muito difícil se obter uma expressão analítica para as freqüências instantâneas nessa situação. Nesse caso específico há 7 conjuntos bolhas/pistões e se espera que haja 7 freqüências distintas. Para se verificar a solução numérica será realizada uma comparação com a solução semi-analítica apresentada na seção 4.3. Na solução numérica cada sinal da pressão foi analisado por meio da FFT, sendo que as freqüências obtidas de todos os sinais foram semelhantes e, portanto não serão apresentados individualmente aqui, porém são apresentadas no Anexo - C. A Figura 5-44(a) e (b), apresenta a flutuação da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido no domínio do tempo e da freqüência para a sexta célula do duto, respectivamente. A variação em freqüência foi obtida com a FFT e pode-se observar que o sinal possui cinco freqüências entre 0,5 e 35 Hz.

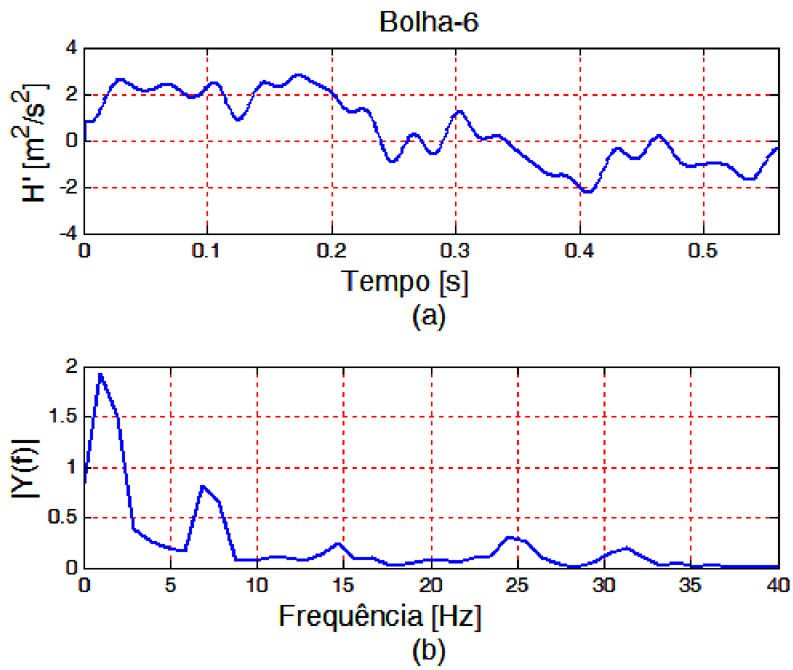


Figura 5-44. Flutuação da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido para o décimo pistão do caso #18 no domínio: (a) do tempo; (b) da freqüência via FFT.

Para se confirmar os resultados numéricos mostra-se na Figura 5-45 uma comparação com a solução semi-analítica proposta na seção 4.3. Na figura é apresentada a freqüência obtida via FFT e vai procedimento semi-analítico. Pode-se observar que a solução semi-analítica capturou 7 freqüências entre 0,5 e 36,0 Hz e que até a quinta freqüência (29-25 Hz) há uma boa concordância entre a solução semi-analítica e numérica. Em todos os casos testados para mais de duas bolhas nem todas as freqüências capturadas pela solução semi-analítica é capturada pela numérica, tanto para a horizontal como na vertical. A solução semi-analítica também mostra que as cinco freqüências maiores apresentam uma variação com o tempo, sendo que a maior variação é de 4 Hz. Essa variação é muito maior que as apresentadas nos casos estudados quando havia até duas bolhas no interior do duto.

As análises comparativas entre a solução analítica e numérica mostram que há uma consistência em todos os casos propostos tanto para a tubulação horizontal como na vertical. Desta forma, pode-se afirmar que o procedimento numérico adotado reproduz a resposta dinâmica do sistema.

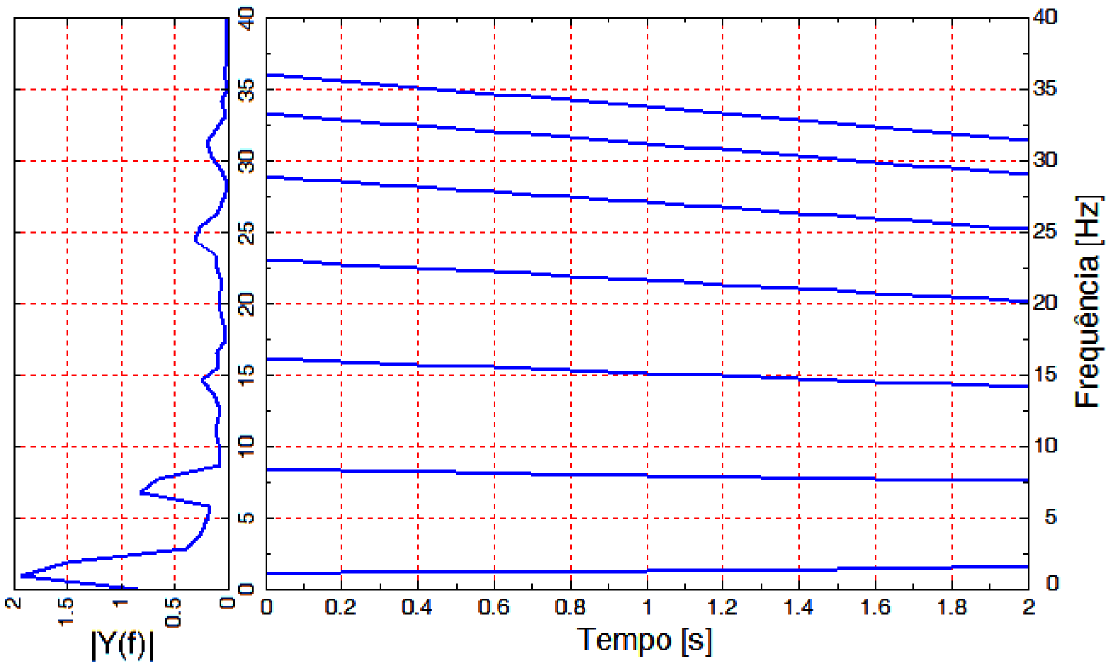


Figura 5-45 Comparação em freqüência da solução semi-analítica e numérica para a décima bolha do caso #18.

Para a situação de várias bolhas presentes no duto, uma análise de ressonância é simplificada baseada na análise em freqüência apresentada anteriormente. Para se escolher qual freqüência se deveria utilizar foi analisado o espectro de cada bolha e verificou-se qual das freqüências apresentava a maior energia em todas as bolhas. Desse estudo escolheu-se a freqüência que se situava entre 5,5 e 8,0 Hz. A primeira freqüência escolhida foi de 6,0 Hz e o sinal da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido é mostrado na Figura 5-46. Pode-se observar que há um aumento significativo das pressões em todas as bolhas, mas sem apresentar as características de ressonância.

Uma análise da variação em freqüência do sistema quando excitado em 6,0 Hz é mostrado na Figura 5-47. A parte (a) da figura mostra a flutuação da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido para a segunda bolha e a (b) sua freqüência. Apesar das condições serem idênticas às do caso #18, excetuando a excitação do sistema em 6,0 Hz, pode-se observar que a variação em freqüência do sistema é totalmente diferente. O sistema ao invés de apresentar diversas freqüências, responde apenas na freqüência de excitação, como pode ser observado na Figura 5-47(b).

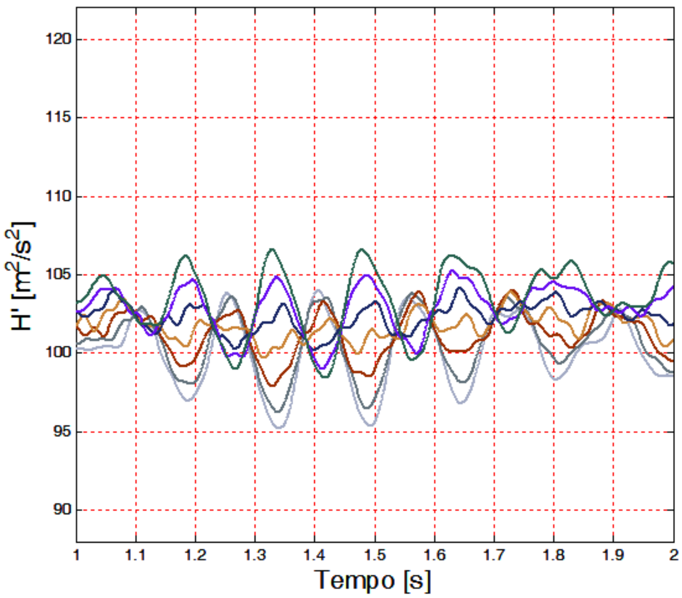


Figura 5-46. Razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido no domínio do tempo quando de uma excitação de 6,0 Hz.

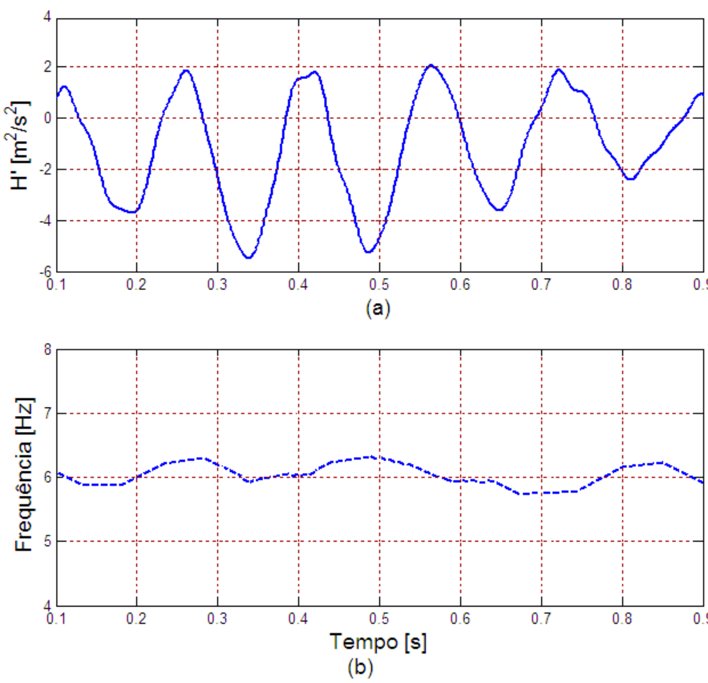


Figura 5-47. Flutuação da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido para o segundo pistão do caso #24 no domínio: (a) do tempo; (b) da freqüência via FFT quando excitado com 6,0 Hz.

Como as características da ressonância ainda não foram obtidas, decidiu-se excitar o sistema com base na Figura 5-44 com 7,0 Hz. A Figura 5-48 apresenta o sinal das pressões das bolhas para essa situação. Pode-se observar na figura que o sinal da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido é alterado apresentando um aumento significativo de amplitude de oscilação, característico de ressonância. Uma análise em freqüência para o segundo pistão nesse caso é mostrada na Figura 5-49. Pode-se observar que a amplitude de oscilação da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido aumenta com o tempo, ao contrário de quando a excitação foi de 6,0 Hz. Essa característica é típica de ressonância, mas ainda nesse caso não se observa o fenômeno de coalescência. Uma análise da freqüência mostra que o sistema responde apenas na freqüência de excitação, como mostra a Figura 5-49(b).

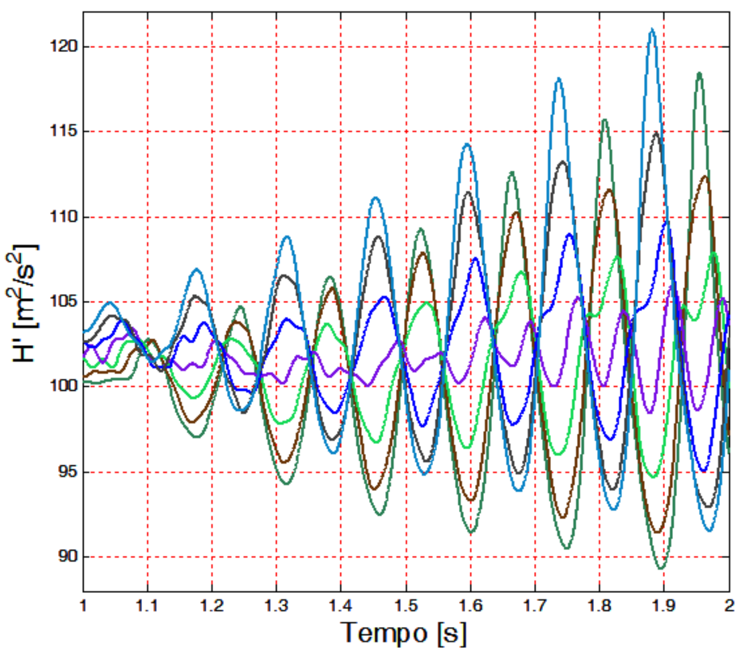


Figura 5-48. Razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido no domínio do tempo quando de uma excitação de 7,0 Hz.

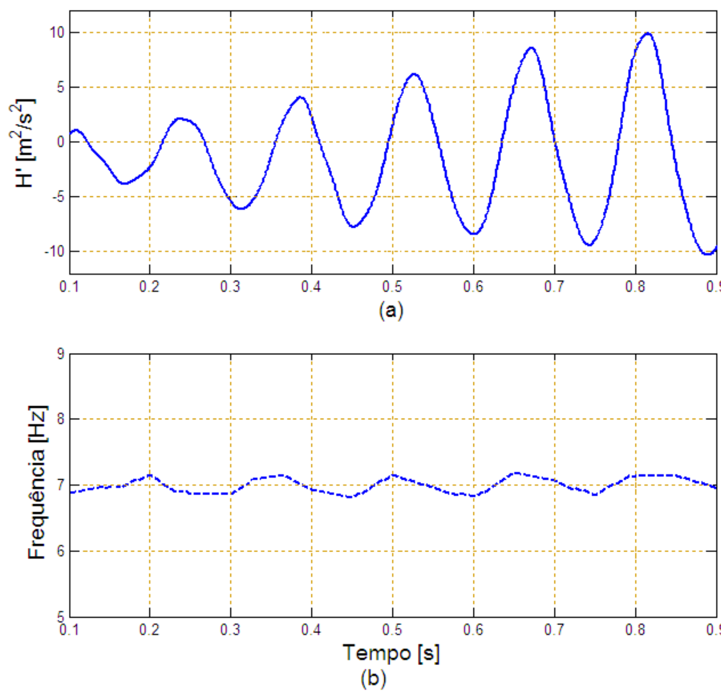


Figura 5-49. Flutuação da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido para o segundo pistão do caso #24 no domínio: (a) do tempo; (b) da freqüência via FFT quando excitado com 7,0 Hz.

O caso #19 apresenta uma situação mais próxima da realidade onde todas as células que adentram ao tubo possuem parâmetros distintos. A Figura 5-50 apresenta a variação no tempo da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido em cada uma das bolhas que se encontram no interior da tubulação. Pode-se observar na figura que cada bolha apresentará uma pressão diferente. Da mesma maneira que para o caso horizontal, todos os parâmetros estão variando para cada célula, conforme mostra a Figura 5-50, mesmo com essa variação não é observada coalescência durante o período de simulação.

A seguir se procede da mesma forma que o caso horizontal é dizer para o estudo de ressonância e coalescência excita-se o sistema com a freqüência que apresentava a maior energia em todas as bolhas. Fizeram-se diversas simulações e várias mudanças na grade de testes, no entanto com todas essas mudanças não foi encontrada coalescência ao contrário do que aconteceu no caso horizontal.

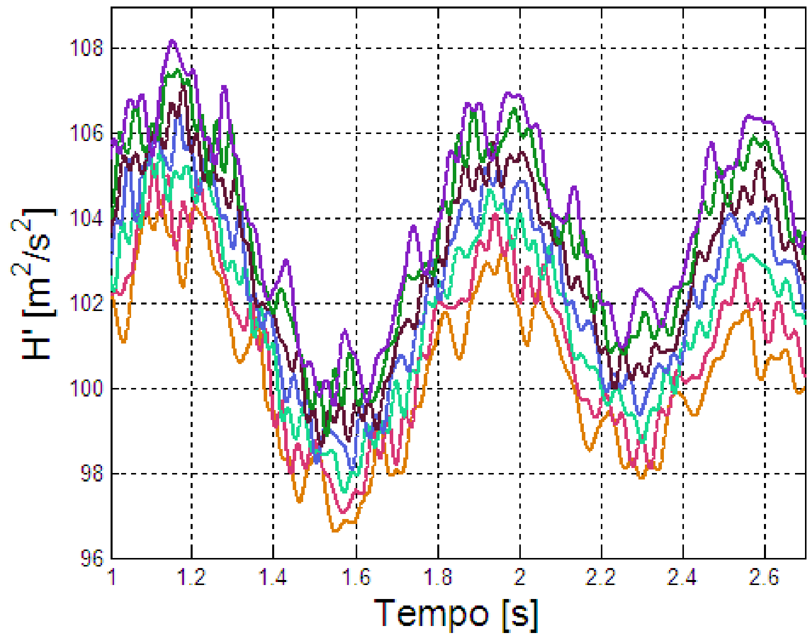


Figura 5-50. Razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido no domínio do tempo para o caso #19.

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O escoamento gás-líquido intermitente em golfadas de líquido pode ser visto como sendo um oscilador não linear. O sistema apresenta oscilações a partir do momento em que ocorre uma perturbação na entrada da tubulação. Aplicando as equações de conservação de massa e de quantidade de movimento a j-ésima célula é possível obter um modelo matemático baseado no seguimento dinâmico de células. A solução do modelo determina um sinal para a evolução da pressão e da velocidade do líquido no pistão líquido em todas as células presente em um duto. Com uma ferramenta de análise tempo-freqüência no sinal é possível obter as características oscilatórias nesse padrão de escoamento. Nesse estudo são propostas duas soluções para o modelo matemático: uma numérica e outra analítica. A solução numérica é obtida a partir da discretização temporal das equações e a analítica por meio da decomposição e linearização das equações que compõem o modelo matemático.

O sistema tem similaridade com sistemas massa-mola e dessa forma haverá tantas freqüências quanto às combinações distintas para os comprimentos de bolhas, pistões e frações de gás na bolha de cada célula presente no interior da tubulação. Utilizando-se uma analogia massa-mola, onde as bolhas representam molas e os pistões massas, foi observado que o fator de amortecimento é desprezível, por ser inversamente proporcional ao quadrado da pressão em cada bolha.

Das diversas simulações numéricas que foram executadas, pode-se afirmar que: há uma boa concordância entre as freqüências analíticas e numéricas; as maiores diferenças ocorrem ao final, pois a variação do comprimento do pistão é significativa. Observou-se que as freqüências naturais desse sistema não são constantes no tempo uma vez que os comprimentos de bolhas e pistões estão alterando-se ao longo do tempo. No caso de se tratar com muitas bolhas no interior do duto, a aproximação que os coeficientes são constantes não é mais válida, principalmente para o comprimento do último pistão.

Dependo da forma como o sistema é excitado, pode acontecer ressonância ou não, a ressonância não depende somente da freqüência de excitação, mas também de quando o sistema é excitado.

Uma das conclusões mais importantes deste trabalho é que a ressonância pode originar coalescência embora o modelo não considere o efeito esteira.

Alguns pontos que não foram abordados nesse trabalho e podem ser focados em trabalhos futuros são:

- Modelagem do escoamento em tubulações com variações de inclinação, que é o caso mais comum na indústria.
- Introduzir a inércia e o atrito no filme de líquido e verificar qual é sua influencia na freqüência natural do sistema.
- Modificações no modelo para simulação de pistões aerados

BIBLIOGRAFIA

Andreussi P., Bendiksen K. H., Nydal O. J. "Void distribution in slug flow." *Int. J. Multiphase Flow* 19, no. 5 (1993): 817-828.

Barnea D., Shemer L. "Void fraction measurements in vertical slug flow: applications to slug characteristics and transition." *Int. J. Multiphase Flows* 15 (1989): 495-504.

Barnea D., Taitel Y. "A Model For Slug Length Distribution In Gas-Liquid Slug Flow." *Int. J. Multiphase Flow* 19, no. 5 (1993): 829-838.

Cherneva Z., Velcheva A. "Wave Group Analysis based on Phase Properties." *The First International Conference on the Mediterranean coastal environment*, (1993): 1213–1220.

Clanet C., Heraud P., Searby G. "On the motion of bubbles in vertical tubes of arbitrary cross-section: some complements to the Dumitrescu-Taylor problem." *J. Fluid Mech.* 519 (2004): 359-376.

Cook M., Behnia M. "Film profiles behind liquid slugs in gas-liquid pipe flow." *AIChE Journal* 43, n. 9 (1997): 2180-2186.

Cook M., Behnia M. "Pressure drop calculation and modelling of inclined intermittent gas-liquid flow." *Chemical Engineering Science* 55 (2000): 4699-4708.

Davies R., Taylor G. "The Mechanics of Large Bubbles Rising through Extended Liquids and through Liquids in Tubes." *Proc. Soc. London* 200, no. 1062 (1950): 375-390.

De-Henau V., Raithby G. D. "A transient two-fluid model for the simulation of slug flow in pipelines – II. Validation." *Int. J. Multiphase Flow* 21, no. 3 (1995): 351-363.

De-Henau V., Raithby, G. D. "A transient two-fluid model for the simulation of slug flow in pipelines – I. theory." *Int. J. Multiphase Flow* 21, no. 3 (1995): 335-349.

Ding H., Huang Z., Song Z., Yan Y. "Hilbert–Huang transform based signal analysis for the characterization of gas–liquid two-phase flow." *Flow Measurement and Instrumentation* 18 (2007): 37–46.

Dukler A. E., Hubbard M. G. "A model for gas-liquid slug in horizontal and near horizontal tubes." *Ind. Eng. Chem. Fundam.* 14, no. 4 (1975): 337-347.

Dumitrescu D. T. "Strömung an einer Luftblase im senkrechten Rohr." *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* 23, no. 3 (1943): 139-149.

Fagundes Netto J.R. "Simulação numérica de escoamentos bifásicos a bolhas e pistonado usando um método euleriano-lagrangeano." Dissertação de mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, (1993).

Fagundes Netto J.R., Fabre J., Peresson L. "Shape of long bubbles in horizontal slug flow." *Int. J. Multiphase Flow* 25 (1999): 1129-1160.

Fernandes R. C. "Hydrodynamic Model for Gas-Liquid Slug Flow in Vertical Tubes." *AIChE Journal* 29, no. 6 (1983): 981-989.

Franklin E. M. “Modelagem numérica para seguimento dinâmico de bolhas em escoamento intermitente gás-líquido.” Dissertação de mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, (2004), 255.

Gabor D. "Theory of communication." *Journal of IEEE* 93 (1946): 429-459.

Grenier P. "Evolution des longueurs de bouchons en écoulement intermittent horizontal." Tese de Doutorado, Institut National Polytechnique de Toulouse, Toulouse, (1997), 193.

Huang N. E., Long S. R., Tung C. C., Donelan M. A., Yuan Y., et. al. "The local properties of ocean surface waves by the phase-time method." *Geophys. Res. Lett.* 19, no. 7 (1992): 685–88.

Huang N. E., Shen Z., Long R. S., et. al. "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis." *Proc. R. Soc. Lond* 454 (1998): 903-995.

Huang N., Attoh-Okine N. O. *The Hilbert-Huang Transform in Engineering*. Florida: Taylor & Francis, (2005).

Ishii M. *Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow*. Paris: Evrolles, (1975).

Issa R. I., Kempf M. H. W. "Simulation of Slug Flow in Horizontal and Nearly Horizontal Pipes with the Two-Fluid Model." *Int. J. Multiphase Flow* 26 (2003): 69-95.

James M. R., Lane S. J., Chouet B., Gilbert J. S. "Pressure changes associated with the ascent and bursting of gas slugs in liquid-filled vertical and inclined conduits." *Journal of Volcanology and Geothermal* 129 (2004): 61-82.

Kokal S. L, Stanislav J. F. "An Experimental Study of Two-Phase Flow in Slightly Inclined Pipes – II. Liquid Holdup and Pressure Drop." *Chem. Engng. Sci.* 44, no. 3 (1989): 681-693.

Liang S. B., Ma H. B. "Oscillating Motions of Slug Flow in Capillary Tubes." *Int. Comm. Heat Mass Transfer* 31, no. 3 (2004): 365-373.

Madani S., Caballina O., Souhar M. "Unsteady Dynamics of Taylor Bubble Rising in Vertical Oscillating Tubes." *Int. J. Multiphase Flow* 35 (2009): 363–375.

Mazza R. A., Rosa E. S. "Frequências naturais de bolhas em um escoamento pistonado." *Encontro Brasileiro sobre Ebulição Condensação e Escoamento Multifásico Líquido-Gás*, (2008).

Mazza R. A., Rosa E. S. "Natural frequency of gas bubble in slug flow." *Proceedings of 19th international congress of mechanical engineering*, (2007).

Moissis R., Griffith P. "Entrance effects in a two-phase slug flow." *J. Heat Transfer* 84 (1962): 29-39.

Nicholson M. K., Aziz K., Gregory G. A. "Intermittent Two Phase Flow in Horizontal Pipes: Predictive Models." *Can. J. Chem. Eng.* 56 (1978): 653-663.

Nicklin D. J., Wilkes J. O., Davidson J. F. "Two-Phase Flow in Vertical Tubes." *Trans. Inst. Chem. Eng.* 40 (1962): 61-68.

Nydal O. J., Banerjee S. "Dynamic slug tracking simulations for gas-liquid flow in pipes." *Chem. Eng. Comm.* 141-142 (1996): 13-39.

Oliveira P.J., Issa R.I. "Numerical Aspects of an Algorithm for the Eulerian Simulation of Two-Phase Flows." *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 43 (2003): 1177-1198.

Omgba C. "Numerical Modelling of Transient Gas-Liquid Flows." Tese de Doutorado, School of Engineering Applied Mathematics and Computing Group , Cranfield University, Cranfield, (2004), 252.

Omgba C., Hanich L., Thompson C., Lezeau P. "Adaptative grid refinement for transient two-phase flows." *Proceedings of the AMIF-ESF Workshop*, (2000).

Pauchon C., Dhulesia H., Binh-Cirlot G., Fabre J. "TACITE: A transient tool for multiphase pipeline and well simulation." *Proceedings of the SPE Annual Technical Conferemce* SPE28545 (1994): 25-28.

Polonsky S., Barnea D., Shemer L. "Averaged and time-dependent characteristics of the motion of an elongated bubble in a vertical pipe." *Int. J. Multiphase Flow* 25 (1999): 795-812.

Rosa E. S., Altemani C. A. “Terceiro Relatório de Análise de Escoamentos em Golfadas de Óleos Pesados e de Emulsões Óleo-Água.” (2005).

Shoham O. *Mechanistic Modeling of Gas-Liquid Two-Phase Flow in Pipes.* Texas: Society of Petroleum Engineers, (2006).

Straume T., Nordsveen M., Bendiksen K. "Numerical simulation of slugging in pipelines." *Multiphase Flow in Wells and Pipelines* 144 (1992): 103-112.

Sun B., Zhang H., Cheng L., Zhao Y. "Flow Regime Identification of Gas-liquid Two-phase Flow Based on HHT." *Chinese J. Chem. Eng.* 14, no. 1 (2006): 24-30.

Sun B., Zheng Y., Liu T. "Analysis of void fraction of Gas-liquid Two-phase Flow on the Hilbert-Huang Transform." *Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation*, (2008): 4960-4963.

Taitel Y., Barnea D. "Two phase slug flow." *Advances in Heat Transfer* 20 (1990): 83-132.

Taitel Y., Barnea D., Dukler A. E. "Modelling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes." *AIChE Journal* 26, no. 3 (1980): 345-354.

Teychené S., Décarre S., Henriot V., Liné A. "Downward two phase gas-liquid flow modelling." *Proceedings of the 11th International Conference on Multiphase*, (2003): 147-153.

Vergniolle S., Brandeis G. "Strombolian explosions 1. A Large Bubble Breaking at the Surface of a Lava Column as a Source of Sound." *Journal of Geophysical Reaserch* 101, no. B9 (1996): 433-447.

Wallis G. B. *One-dimensional two-phase flow.* New York: McGraw-Hill Book Comp, (1969).

Zheng G., Brill J. P. Taitel Y. "Slug flow behavior in a hilly terrain pipeline." *Int. J. Multiphase Flow* 20, no. 1 (1994): 63-79.

Zuber N., Findlay J. A. "Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow Systems." *J. Heat Transfer* 87 (1965): 453-468.

ANEXO A – CÓDIGO MATLAB PARA DETERMINAR A FREQÜÊNCIA NATURAL

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% SOLUTION PSEUDO-ANALYTIC N-BUBBLES-HORIZONTAL
%
% CODE:
%      HYBRID_H.m
%      MAT_K.m
%      power_method
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function  HYBRID_H()
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

DN=load('nBH.txt');

Patm= DN(1,1);
RHOP= DN(2,1);
VB=   DN(3,1);
tfim= DN(4,1);
%
LB=load('LB.txt');
RG=load('RG.txt');
LS=load('LS.txt');

LB=LB';RG=RG';LS=LS';
%TIME
tiempo=0:0.1:tfim;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%NUMBER BUBBLES
NB=15;
%MATRIX: K
K=feval('MAT_K',NB);
%
M=zeros(NB,NB);
%
t=0:0.1:tfim;
%
LSi=LS(1,NB);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for k=1:length(t)
   LS(NB)=LSi-VB*t(1,k);
for i=1:NB
    for j=1:i
        M(i,j)=(RHOP/Patm)*(RG(j)*LB(j)*LS(i));
    end
end
%EIGENVALUES AND EIGENVECTORS
A=inv(M)*K;
AUTO(:,k)=eig(A);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for k=1:NB%------>
for i=1:length(AUTO)
 W(k,i)=sqrt(  AUTO(k,i)  );
end
%
X(k,:)=(1/(2*pi))*((  W(k,:)  ));
%
%PLOT
plot(  t,X(k,:) )
hold on
grid on,legend('  ANALYTIC-50%  ')
%
%SAVE DATA
PS(:,k)=(  X(k,:)  );
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%SAVE DATA
savefile='PSNA.txt';
save(savefile, 'PS', '-ASCII')
%SAVE FIGURE
saveas(gcf,'PSNA.fig')
saveas(gcf,'PSNA.jpg')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [K]=MAT_K(n)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
k1=zeros(n,n);
% DIAGONAL
for i=1:n
        k1(i,i)=1;
end
%DIAGONAL UPPER
for i=1:n-1
        k1(i,i+1)=-1;
end
%
K=k1;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

http://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/m_src/power_method/power_method.html

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [lambda, v] = power_method ( A, x, TOL, Nmax )
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% %
%POWER_METHOD   approximate the dominant eigenvalue and an associated
%               eigenvector for an arbitrary matrix using the power
%               method
%
%     calling sequences:
%             [lambda, v] = power_method ( A, x, TOL, Nmax )
%             lambda = power_method ( A, x, TOL, Nmax )
%             power_method ( A, x, TOL, Nmax )
%
%     inputs:
%             A       square matrix whose dominant eigenvalue is to be
%                     approximated
%             x       initial approximation to eigenvector corresponding
%                     to the dominant eigenvalue
%             TOL     absolute error convergence tolerance
%                     (convergence is measured in terms of the maximum
%                     norm of the difference between successive terms
%                     in the eigenvector seqeunce)
%             Nmax    maximum number of iterations to be performed
%
%     outputs:
%             lambda  approximation to dominant eigenvalue of A
%             v       an eigenvector of A corresponding to the eigenvalue
%                     lambda - vector will be normalized to unit length
%                     in the maximum norm
%
%     NOTE:
%             if POWER_METHOD is called with no output arguments, the
%             iteration number, the current eigenvector approximation,
%             the current eigenvalue approximation and an estimate of
%             the rate of convergence of the eigenvalue sequence will
%             be displayed
%
%             if the maximum number of iterations is exceeded, a message
%             to this effect will be displayed and the most recent
%             approximations to the dominant eigenvalue and its corresponding
%             eigenvector will be returned in the output values
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[r c] = size ( A );
[rx rc] = size ( x );
if ( rx == 1 ) x = x'; rx = rc; end;

if ( r ~= c )
   disp ( 'power_method error: matrix must be square' );
   return;
elseif ( r ~= rx )
   disp ( 'power_method error: dimensions of matrix and vector are not
compatible' );
   return;
end;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
p = min ( find ( abs(x)  == max(abs(x)) ) );
x = x / x(p);
mu_old = 0;

if ( nargout == 0 )
   s = sprintf ( '%3d \t %10f ', 0, x(1) );
   for j = 2 : rx
       s = sprintf ( '%s%10f ', s, x(j) );
   end;
   disp ( s );
end;

for i = 1 : Nmax
    xnew = A * x;
    mu = xnew(p);
    p = min ( find ( abs(xnew)  == max(abs(xnew)) ) );
    xnew = xnew / xnew(p);

    if ( nargout == 0 )
       s = sprintf ( '%3d \t %10f ', i, xnew(1) );
       for j = 2 : rx
           s = sprintf ( '%s%10f ', s, xnew(j) );
       end;
       s = sprintf ( '%s \t %10f', s, mu );
       if ( i >= 2 ) s = sprintf ( '%s \t \t %10f', s, abs((mu-
mu_old)/(mu_old-mu_older)) ); end;
       disp ( s );
    end;

    err = max ( abs ( x - xnew ) );
    if ( err < TOL )
       if ( nargout >= 1 ) lambda = mu; end;
       if ( nargout >= 2 ) v = xnew; end;
       return;
    else
       x = xnew;
       mu_older = mu_old;
       mu_old = mu;
    end;

end;

disp ( 'power_method error: Maximum number of iteration exceeded' );
if ( nargout >= 1 ) lambda = mu; end;
if ( nargout >= 2 ) v = xnew; end;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

ANEXO B - ANÁLISE TEMPO FREQÜÊNCIA MEDIANTE A TRANSFORMADA DE HILBERT HUANG

Neste anexo será feita uma breve descrição dos métodos tradicionais de tempo – freqüência mostra-se suas principais características e deficiências. Apresenta-se a Transformada de Hilbert – Huang (THH) que é uma ferramenta muito relevante no âmbito do processamento de sinais com características de não linearidade e de não estacionaridade. Essas qualidades da THH são muito importantes para analisar as características oscilatórias do padrão intermitente.

B.1 ANTECEDENTES NA RESOLUÇÃO TEMPO – FREQÜÊNCIA

Como é conhecido, a Transformada de Fourier constitui uma ferramenta mediante a qual podemos obter informação sobre como está distribuída a energia de um sinal através de suas distintas componentes de freqüência, ou seja dizer, podemos conhecer todas as componentes de freqüência existentes no sinal e seus respectivos aportes energéticos.

A Transformada de Fourier é uma ferramenta muito útil para o análise de sinais estacionários, mas ela não pode ser aplicada com o objetivo de obter informação precisa de quando ou onde as diferentes componentes de freqüência encontram-se no sinal como é o caso de sinais quase estacionários ou não estacionários, cujo conteúdo espectral varia com o tempo.

Gabor (1946) adapta a Transformada de Fourier empregando um procedimento chamado janelamento. Esse procedimento consiste em dividir um sinal em pequenos segmentos através do tempo de tal forma que podemos assumir que para cada segmento o sinal é estacionário e assim calcular a Transformada de Fourier para cada porção do sinal.

O jeito de dividir o sinal se realiza mediante o que chamaremos uma função tempo – janela cujo suporte correspondente a comprimento de cada segmentação do sinal. Com a função janela enquadramos o sinal ao redor de um instante de tempo e calculamos sua Transformada de Fourier. Em seguida trasladamos a função janela até que não se sobrepõe com a anterior cobrindo uma nova porção do sinal a que recalcula-se sua Transformada de Fourier. Esse processo é repetido até que seja coberta a totalidade do sinal.

As características da janela constitui um parâmetro de muita importância já que podemos estabelecer o grau de resolução tanto de tempo como de freqüência que desejamos. Se nossa janela é muito estreita analisaremos uma porção muito pequena do sinal, portanto com uma boa resolução em tempo, mas uma resolução ruim em freqüência já que conheceremos só uma mínima fração do espectro total existente no sinal. Por outro lado, se nossa janela é muito larga teremos uma boa resolução em freqüência, mas uma resolução ruim em tempo.

Portanto, o defeito da Transformada de Fourier de tempo reduzido, (STFT) é que não se consegue uma boa resolução tanto no tempo como na freqüência de maneira instantânea já que a característica da janela é fixa.

Nas próximas secções apresenta-se a transformada de Hilbert-Huang uma nova ferramenta que trabalha com os sinais não-lineares e não – estacionarias.

B.2 TRANSFORMADA DE HILBERT – HUANG

A Transformada de Hilbert – Huang é uma técnica que foi desenvolvida na NASA por Huang et. al. (1998). A Transformada de Hilbert-Huang é uma técnica de análise de sinais em Tempo - Freqüência. Tem especial importância quando os sinais são não estacionários e não lineares.

A THH é um processo que comporta duas fases: (a) A primeira (Empirical Mode Decomposition - EMD) que permite obter um conjunto de funções base de forma adaptativa. (b) A segunda (Hilbert Spectral Analysis -HSA) que possibilita a obtenção de uma representação no domínio tempo-frequência através do cálculo da transformada de Hilbert de cada uma das funções obtidas na primeira parte por EMD.

A Transformada de Hilbert – Huang tem sido aplicada a sinais nos mais variados ramos da ciência. Algumas destas aplicações são mostradas no trabalho apresentado por Huang e Attoh-

Okine (2005). Alguns autores têm aplicado a THH para o estudo de escoamento bifásico. Destacam – se os trabalhos apresentados por Sun et. al. (2006) onde emprega a THH para caracterização de escoamento bifásico. Sun et. al. (2008) analisaram a fração de vazio mediante THH. No trabalho apresentado por Din et. al. (2006) apresenta-se a aplicação da THH para a caracterização dinâmica de escoamento bifásico gás – líquido numa tubulação horizontal.

A transformada de Hilbert, ao contrario de outras transformadas, como a transformada de Fourier, pelo fato de se basear numa decomposição que deriva do próprio sinal, sendo, portanto adaptativa e a posteriori, é uma alternativa que resolve o problema da não linearidade e não estacionaridade. Nos seguintes itens são apresentadas suas principais características.

B.2.1 FREQÜÊNCIA E AMPLITUDE INSTANTÂNEA

Para calcular as características instantâneas (Freqüência e amplitude) de um sinal real, x(t), é possível utilizar o sinal analítico $z(t)$ associado a $x(t)$.

$$z(t) = x(t) + i.y(t) = a(t).e^{i.\theta(t)} \tag{B. 1}$$

sabendo que $y(t)$ é a transformada de Hilbert de $x(t)$, onde $a(t)$ e $\theta(t)$ são amplitude e fase instantânea de $z(t)$ respectivamente definidas como:

$$a(t) = \sqrt{\left[x^2(t) + y^2(t)\right]} \tag{B. 2}$$

$$\theta(t) = \arctan\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right) \tag{B. 3}$$

A freqüência instantânea de z(t) e em conseqüência de x(t) não é outra que a derivada da fase instantânea e é dada por:

$$\omega = \frac{d\theta(t)}{dt} \tag{B.4}$$

Enfatiza-se que: a freqüência instantânea, definida pela Equação (B.4) determina a taxa de mudança de fase, é chamada de freqüência instantânea, e sua alteração de valor é função do tempo. Esta definição de freqüência instantânea foi adotada por Huang et. al. (1992) e usado por Cherneva e Veltcheva (1993) para a investigação das propriedades locais de ondas do mar. Mais tarde Huang et. al. (1998) enfatizou uma considerável controvérsia nesta definição de freqüência instantânea, mesmo com a utilização da THH. A definição da freqüência instantânea é uma área de pesquisa ativa e controversa, contudo para este trabalho empregou-se o conceito mais comumente aceito definido por Huang et. al. (1998).

B.2.2 DECOMPOSIÇÃO MODAL EMPÍRICA

A decomposição modal empírica (EMD) é uma técnica desenvolvida por Huang et. al. (1998) para analisar sinais Não – Lineares e Não – Estacionarias. A EMD é definida como um algoritmo de decomposição de sinal baseado na sucessiva remoção de componentes do sinal.

Empregando a EMD é possível separar qualquer sinal numa soma de modos intrínsecos de oscilação. Onde cada modo intrínseco ou IMF (Intrinsic Mode Functions) representa uma oscilação própria do sinal.

B.2.2.1 FUNÇÃO MODAL INTRÍNSECA

Uma função modal intrínseca (IMF) é uma função que satisfaz duas condições:

i. O número de extremos e o número de zeros em todo o sinal têm se ser iguais, ou podem ter uma unidade de diferença;
ii. Em qualquer ponto, o valor médio da envolvente definida pelos máximos locais (e_{sup}) e pelos mínimos locais (e_{inf}) é nulo.

A primeira das condições anteriores cumpre a condição global imposta para se obterem sinais monocomponentes. A segunda modifica o requisito global para uma propriedade local ao obrigar a que em cada instante a média seja nula. Este é um requisito que só se consegue obter através do uso das envolventes (envelopes) e da sua média.

B.2.2.2 PROCESSO DE FILTRAGEM

O processo usado para obter as IMF's de um sinal é conhecido como 'sifting' e consiste em diversas etapas. A seguir se descreve as etapas usando um sinal arbitrário denotado por f(t).

1. Calculam-se os extremos, e por interpolação desses pontos (máximos e mínimos) obtenha-se a envolvente superior e_{sup}, e a envolvente inferior e_{inf} de f(t).
2. Calcula-se a média das envolventes m_1 definida por:

$$m_1 = \frac{1}{2}\left(e_{sup}(t) + e_{inf}(t)\right) \tag{B.5}$$

3. Calcula-se a primeira componente, h_1, que se obtém da diferença entre o sinal original f(t) e m_1.

$$h_1 = f(t) - m_1 \tag{B.6}$$

A etapa seguinte é verificar se o sinal $h_1(t)$ for um IMF ou não. Idealmente h_1 teria de satisfazer os requisitos para ser IMF (envolventes simétricas, e diferença entre número de extremos e de zeros no máximo de uma unidade). No entanto o mais natural é que isso não aconteça e por isso o processo continua por forma a tornar possível um perfil mais simétrico.

4. Se $h_1(t)$ não for um IMF, h_1 é tido como o novo sinal, é feita a interpolação, são obtidas as envolventes e uma nova média $m_{1,1}$ é calculada. O novo candidato a IMF $h_{1,1}$ é obtido por:

$$h_{1,1} = f(t) - m_{1,1}(t) \tag{B.7}$$

Este procedimento é repetido k vezes até ser obtida uma função que cumpra os requisitos para ser IMF. Após k iterações obtemos:

$$h_{1,k} = h_{1,k-1}(t) - m_{1,k}(t) \qquad \text{(B.8)}$$

onde chamamos c_1 a $h_{1,k}$ que é a primeira IMF obtida.

O modo de oscilação c_1 agora encontrado deve conter a escala mais fina (freqüência mais elevada) de todas as restantes componentes do sinal, e vai ser separado do sinal original dando origem ao primeiro resíduo r_1;

$$r_1 = f(t) - c_1 \qquad \text{(B.9)}$$

5. Seguindo-se um processo análogo ao que foi implementado para o primeiro modo, e o resíduo é tratado como se fosse o sinal original, sendo os restantes obtidos por:

$$r_1 - c_2 = r_2, \quad r_2 - c_3 = r_3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots r_{n-1} - c_n = r_n \qquad \text{(B.10)}$$

O sinal original pode ser obtido pela soma das componentes c_1 obtidas, a que se junta o resto r_n,

$$f(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i + r_n \qquad \text{(B.11)}$$

Donde c_i são os diferentes IMFs, n é o numero total de IMFs e r_n é o resíduo final. Os IMFs são quase ortogonais entre se e tem media zero, portanto cada IMF contem um largo de banda em freqüência e amplitude do sinal original.

As primeiras etapas do processo de filtragem encontram-se ilustradas na Figura B.1 , onde se pode observar o sinal, os extremos, as envolventes obtidas por interpolação com splines cúbicas e a média.

Na Figura B.2 obtida após k iterações de “sifting” podemos verificar que as envolventes são simétricas e que a média é nula, estando portanto cumpridos os requisitos para ser IMF.

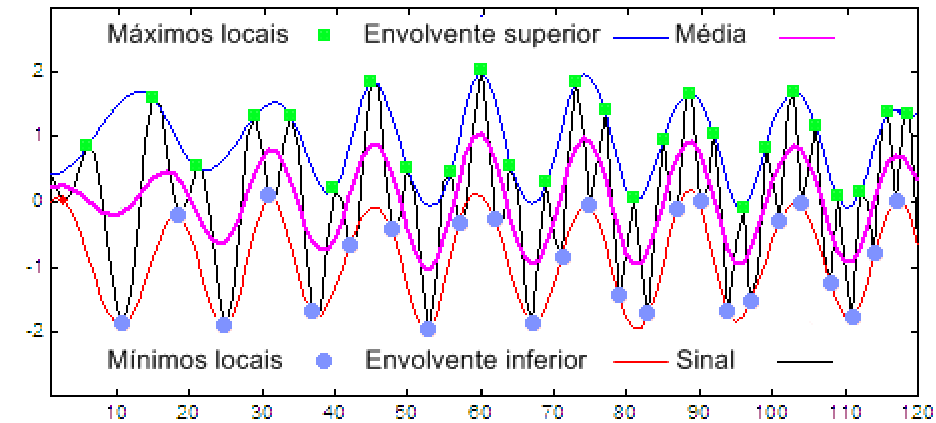


Figura B.1 Primeira iteração do algoritmo de sifting.

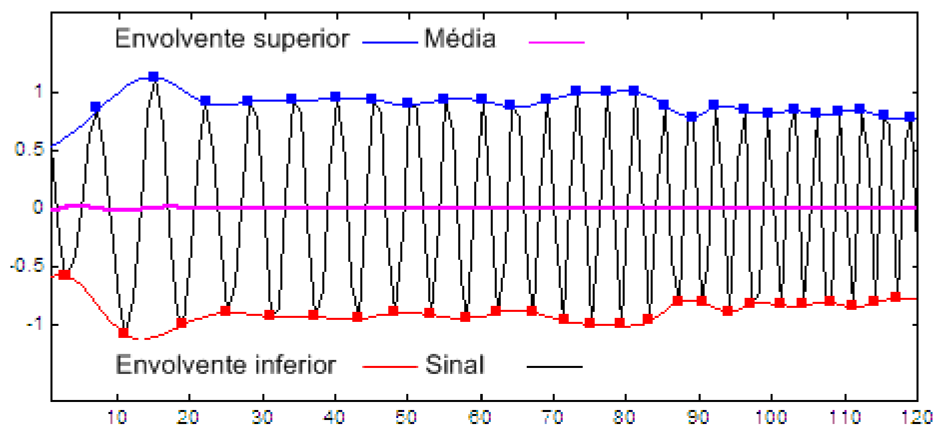


Figura B.2 Exemplo de uma IMF obtida após k iterações.

B.2.3 ANÁLISE ESPECTRAL DE HILBERT

A segunda etapa na obtenção da representação tempo-frequência proposta pela THH é a análise espectral (Hilbert Spectral Analysis - HSA). Após a obtenção da base de funções por EMD, é possível calcular a transformada de Hilbert de cada IMF e obter para cada IMF a frequência instantânea e depois disso representar o sinal original através de um processo de síntese definido por:

$$f(t) = \sum_{j=1}^{n} a_j(t).e^{i\left(\int w_j(t).dt\right)} \tag{B.12}$$

que dá origem ao espectro de Hilbert-Huang (HHS).

A Equação (B.12) permite-nos representar a amplitude e a freqüência instantânea como funções do tempo em um gráfico tridimensional, em que a amplitude pode ser contorneada no plano da freqüência-tempo.

Na Figura B.3 pode-se olhar o espectro de Hilbert da função: $f_1(t) = \cos(2\pi(50.t).t)$. Nessa representação pode-se olhar claramente o desenvolvimento da freqüência em função do tempo e a boa resolução em freqüência e em tempo.

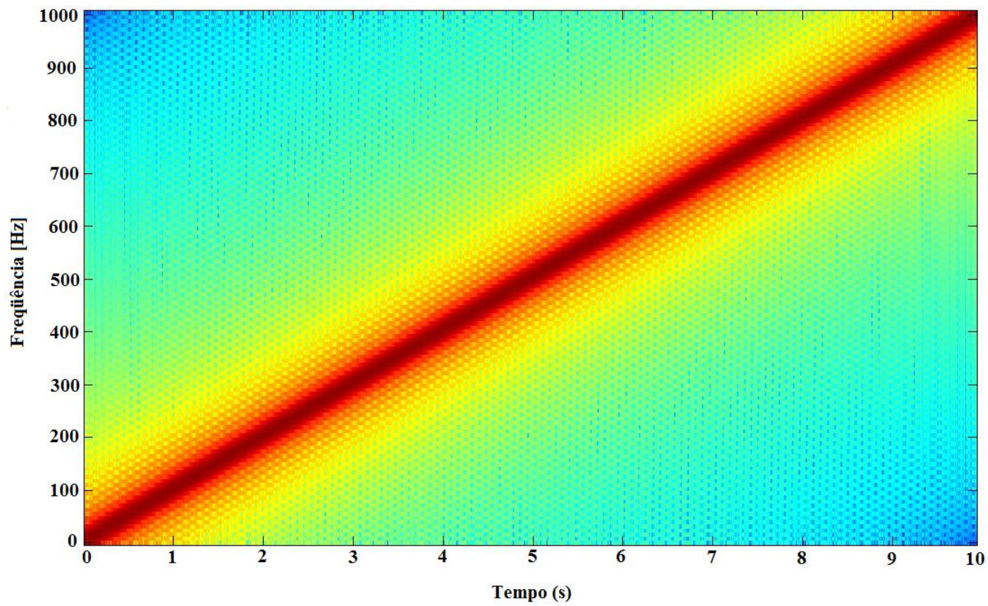


Figura B.3 Espectro de Hilbert da função $f_1(t)$

B.3 COMPARAÇÃO DAS FERRAMENTAS TEMPO – FREQÜÊNCIA

Para a execução numérica do método da Transformada de Hilbert – Huang foi adotado o software Matlab 7.5 (R2007b). Para mostrar a eficiência da decomposição modal empírica e do espectro de Hilbert, apresenta-se um exemplo elementar onde a THH é comparado com outros métodos de tempo freqüência.

Validaremos a Implantaçã da Transformada de Hilbert-Huang com um exemplo irrelevante. Consideremos o caso de uma onda com uma freqüência que troca repentinamente a outra freqüência e um tipo impulso que acontece em certo tempo. Esse sinal é definido pela seguinte equação:

$$f(t)=\begin{cases}\cos(2\pi f_1 t) & / \quad 0.000<t\le 0.125\\ \cos(2\pi f_2 t)+\delta(t=0.1875s) & / \quad 0.125<t\le 0.250\end{cases} \tag{B.13}$$

onde $f_1 = 500$ e $f_2 = 1000$

Esse sinal foi escolhido a fim de mostrar a habilidade da Decomposição Modal Empírica, de separar os diversos componentes da freqüência, como também de identificar irregularidades num sinal.

A representação no domínio do tempo e seu espectro de Fourier são dados na Figura B.4 e Figura B.5 respectivamente.

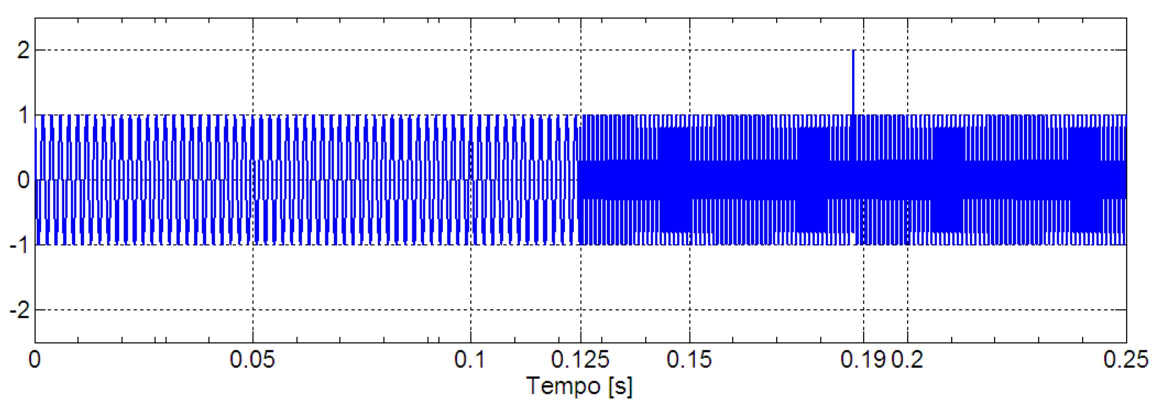


Figura B.4 Sinal no domínio do tempo.

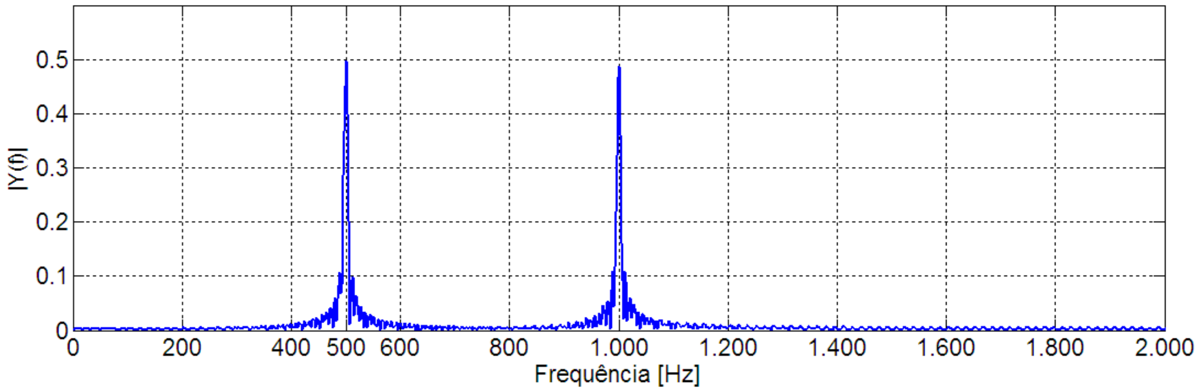


Figura B.5 Espectro de freqüência.

Como pode se ver acontece o esperado, ou seja, as duas freqüências presentes no sinal mostram-se no espectro de Fourier, mas o pico é imperceptível. Agora a freqüência instantânea é representada como função do tempo empregando o espectro de Hilbert-Huang, Figura B.6 .

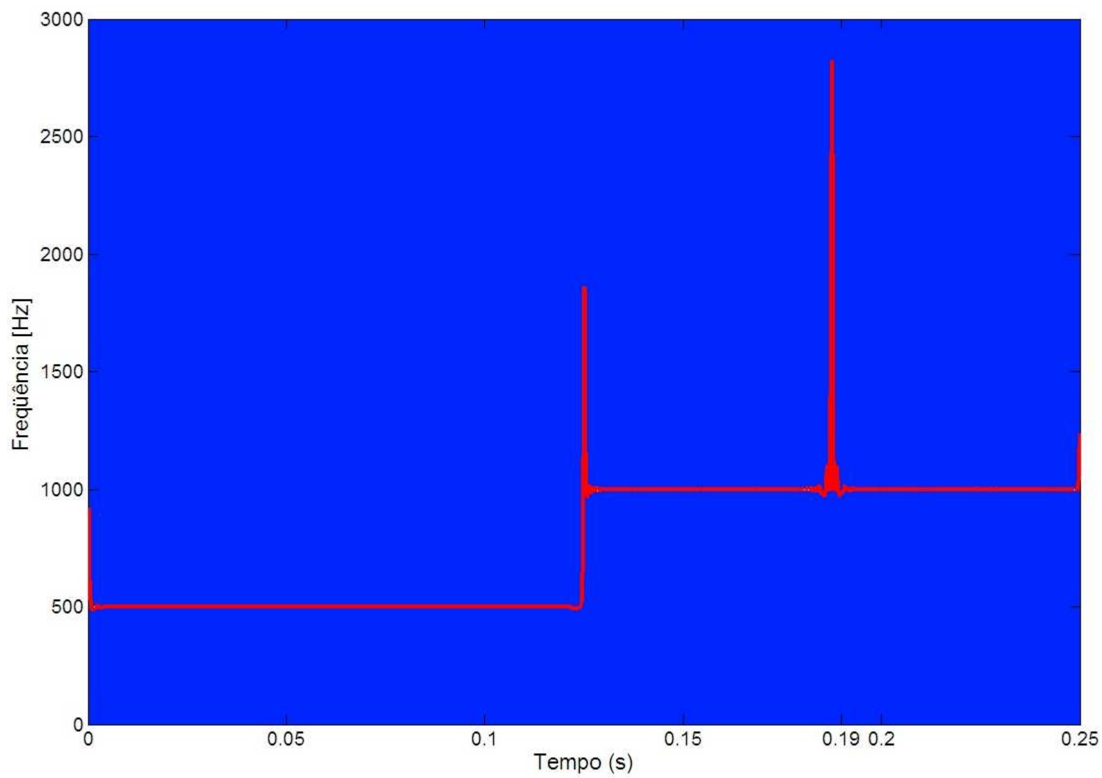


Figura B.6 Espectro de Hilbert – Huang de f(t).

A Decomposição Modal Empírica com o espectro de Hilbert – Huang da uma representação de alta resolução da Freqüência-Tempo. O diagrama 2D fornece detalhes finos sobre a natureza das duas ondas do seno assim como o impulso. As duas freqüências podem exatamente ser determinadas, assim como sua duração do tempo. As definições da freqüência e do tempo são excelentes. O impulso aparece como uma descontinuidade na faixa de freqüência, isto pode ser comparado a uma descontinuidade para uma função matemática. Esta descontinuidade é bem localizada no tempo e espalhada para fora sobre a escala da freqüência, enquanto um impulso no domínio de tempo contém teoricamente todas as freqüências. Todos estes detalhes podem ser vistos na Figura B.6 .

Alem da FFT existem diversas ferramentas de análise tempo – freqüência, entre as mais importantes pode – se citar: Wigner – Ville Distribution, Wavelets Transform, Short-Time Fourier Transform, Hilbert – Huang Transform. Cada uma destas ferramentas apresenta características na sua formulação que representam vantagens e desvantagens na análise do sinal. Sendo assim, uma análise de um sinal utilizando apenas uma ferramenta pode não ser completa. Portanto, é aconselhável o uso de mais de uma ferramenta tempo freqüência para uma análise consistente.

A seguir faz – se uma comparação do sinal definido na Equação (B.13) entre a Short-Time Fourier Transform, Hilbert – Huang Transform e Wavelets.

O espectrograma de f(t) correspondente ao STFT é mostrado na Figura B.7 (a) e Figura B.7 (b). O escalograma correspondente a transformada de Wavelet na Figura B.7 (c). A representação Tempo – freqüência empregando THH é novamente apresentada na Figura B.7 (d). A comparação mediante estas ferramentas é meramente qualitativa já que, dependendo da ferramenta, pode – se encontrar em outra escala. Portanto, os valores numéricos do eixo correspondente a freqüência foi retirado.

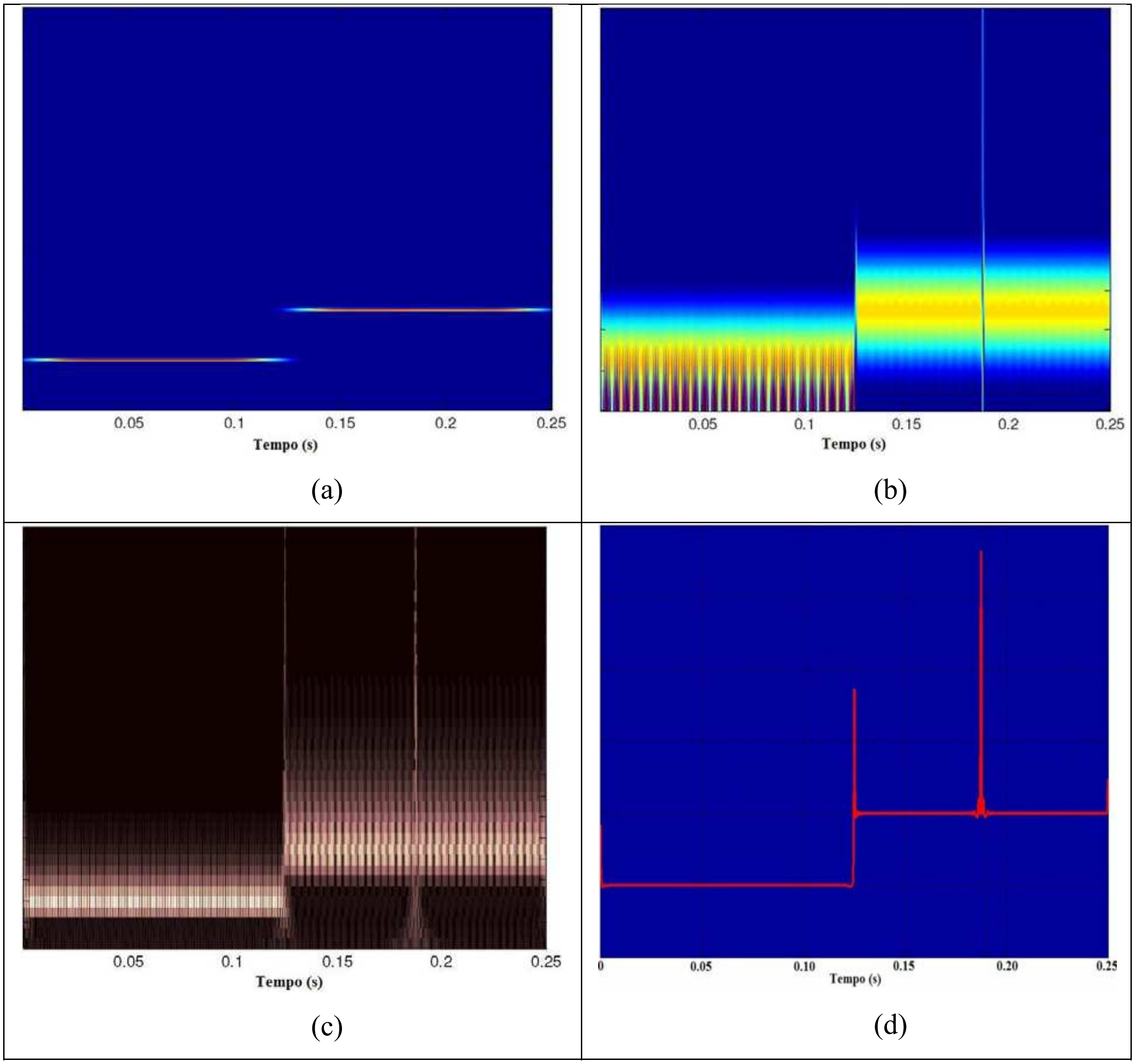


Figura B.7 Comparação das três metodologias: (a) - (b) STFT; (c) Wavelet; (d) THH.

Um tamanho aleatório da janela foi escolhido para a Transformada de Fourier de tempo reduzido, isto é, um quarto do comprimento do sinal. Uma janela grande no tempo implica uma boa definição da freqüência e uma resolução pobre no tempo. Portanto, poderíamos acreditar que ambas freqüências estão presentes na sinal durante um curto período, o que não é verdade. O impulso não aparece no espectrograma. A STFT não pode extrair a presença do impulso no sinal com este tamanho da janela.

Não há nenhuma garantia que o tamanho da janela adotado coincida com as escalas de tempo inclusive com uma janela estreita. Se escolhesse uma janela 50 vezes mais estreita, implica uma definição pobre da freqüência como é mostrado na Figura B.7 (b). O impulso pode agora ser visto, mas o espectrograma dá agora uma escala de freqüências manchadas. O STFT é muito limitado comparado com a Transformada de Hilbert-Huang para análise de dados não estacionários.

Um dos melhores métodos é mediante a transformada Wavelet, mesmo assim, a escolha entre os vários tipos de funções Wavelet mãe dificulta uma aplicação direta. Para fazer a comparação emprego – se a wavelet de Morlet. O análise de Morlet identifica a freqüência local antes e depois de trocar, também a localização onde troca a freqüência, mas o resultado também mostra o escapamento da energia. No espectrograma de Hilbert – Huang, nós podemos ver umas definições muito mais definidas das freqüências e a posição do tempo da mudança da freqüência que no escalograma

Outra observação interessante é que o escalograma mostra uma distorção na posição precisa do tempo de mudança na escala da Mínima – freqüência. Se nós olhamos somente na escala de Baixa – freqüência, nós não podemos dizer o tempo exato do impulso visto que é localizado bem na escala de alta freqüência. Mas geralmente, para procurar a definição de um evento Baixa – freqüência nós temos que olhar a escala de alta freqüência no espectrograma de Wavelet. Ao contrario, a energia do impulso é localizada bem em domínios do tempo e da freqüência no espectrograma de Hilbert – Huang.

Este exemplo relativamente elementar foi usado para conhecer as vantagens e desvantagens dos métodos de Tempo – Freqüência. O análise do sinal f(t) provou que a THH oferece melhores definições da freqüência do que as outras ferramentas e também permite uma melhor interpretação física.

O fato de que a THH se mostre uma boa ferramenta para analisar a função f(t), não significa que seja a melhor para qualquer tipo de função, assim como as outras ferramentas; contudo a THH é a que mais se mostra apropriada

ANEXO C - RESULTADOS SIMULADOS DOS TESTES

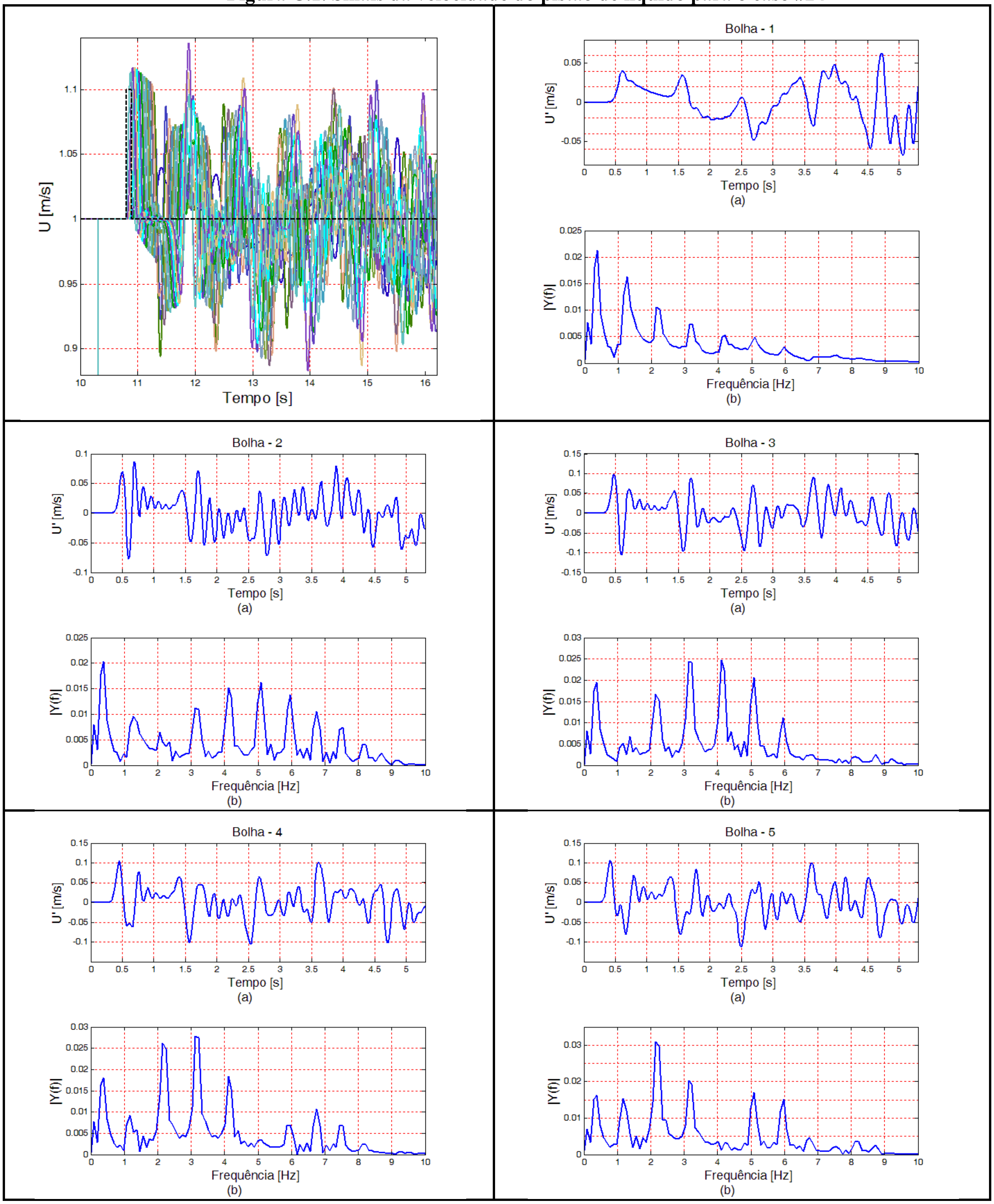
A seguir são apresentados os sinais da velocidade do pistão de líquido para o caso #24, #25 e os sinais da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido para o caso #18 no domínio do tempo e da freqüência para cada uma das células do duto.

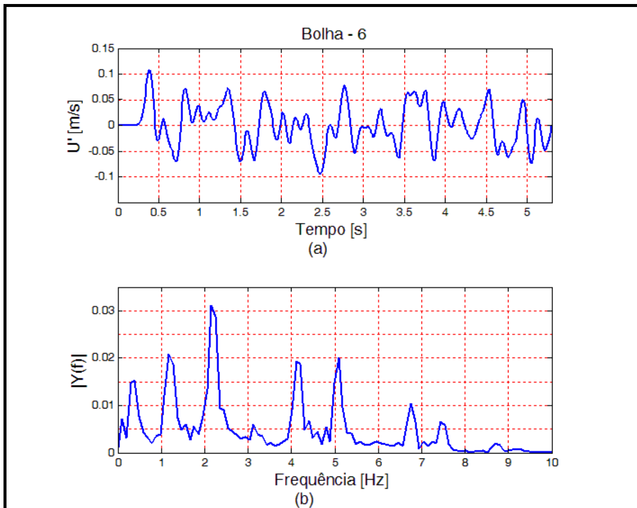
A Figura C.1 e Figura C.2 contêm 16 gráficos onde o primeiro gráfico é a velocidade do pistão de líquido no domínio do tempo, os gráficos restantes mostram a flutuação da velocidade do líquido no pistão de líquido para cada um dos pistões no domínio: (a) do tempo; (b) da freqüência.

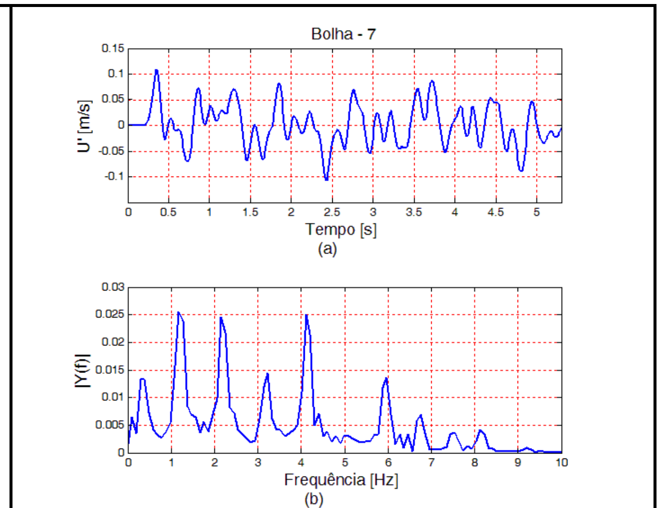
A Figura C.3 contém oito gráficos onde o primeiro é a razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido no domínio do tempo, os gráficos restantes mostram a flutuação da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido para cada uma das bolhas no domínio: (a) do tempo; (b) da freqüência.

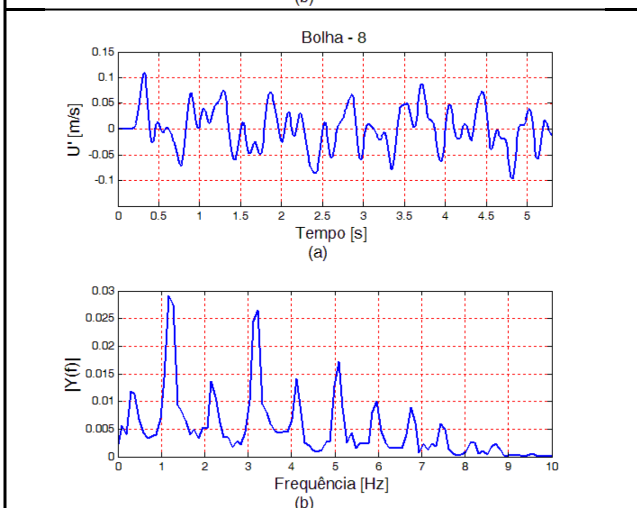
Cada sinal da velocidade do pistão de líquido e da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido foi analisado por meio da Transformada de Fourier. De forma geral, os resultados aqui apresentados indicam que as freqüências obtidas de todos os sinais para cada caso foram semelhantes.

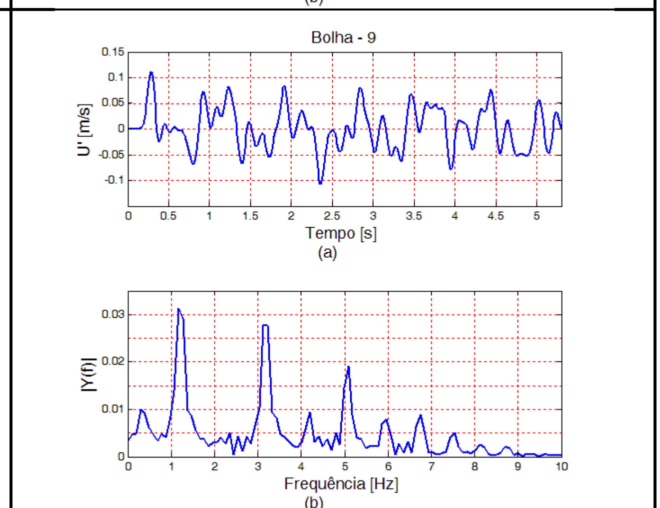
Figura C.1. Sinais da velocidade do pistão de líquido para o caso #24

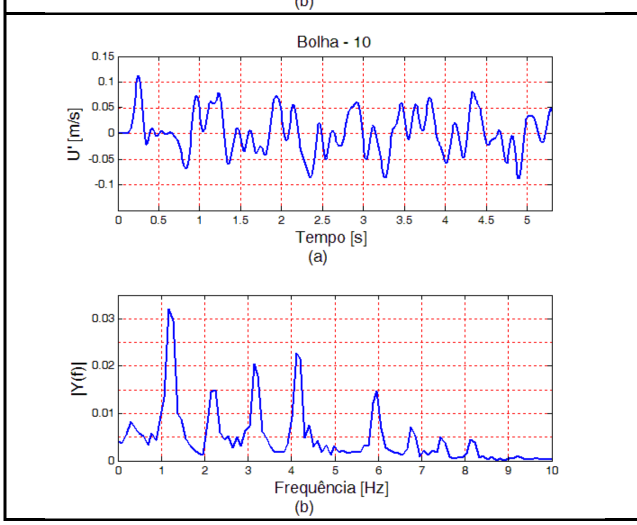


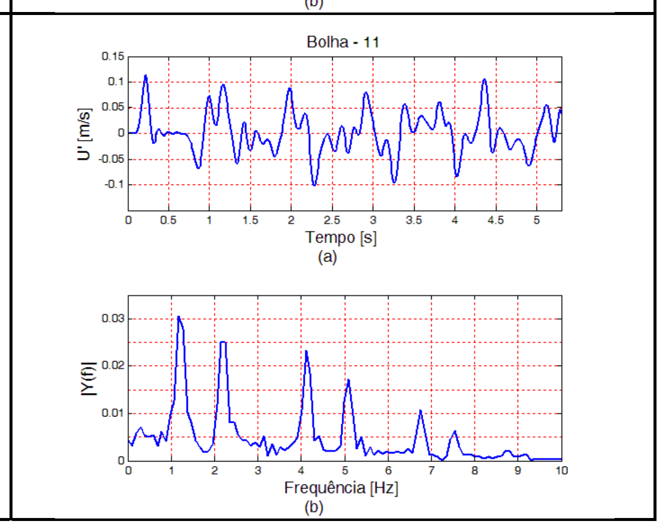

Bolha - 6
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)


Bolha - 7
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)


Bolha - 8
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)


Bolha - 9
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)


Bolha - 10
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)


Bolha - 11
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)

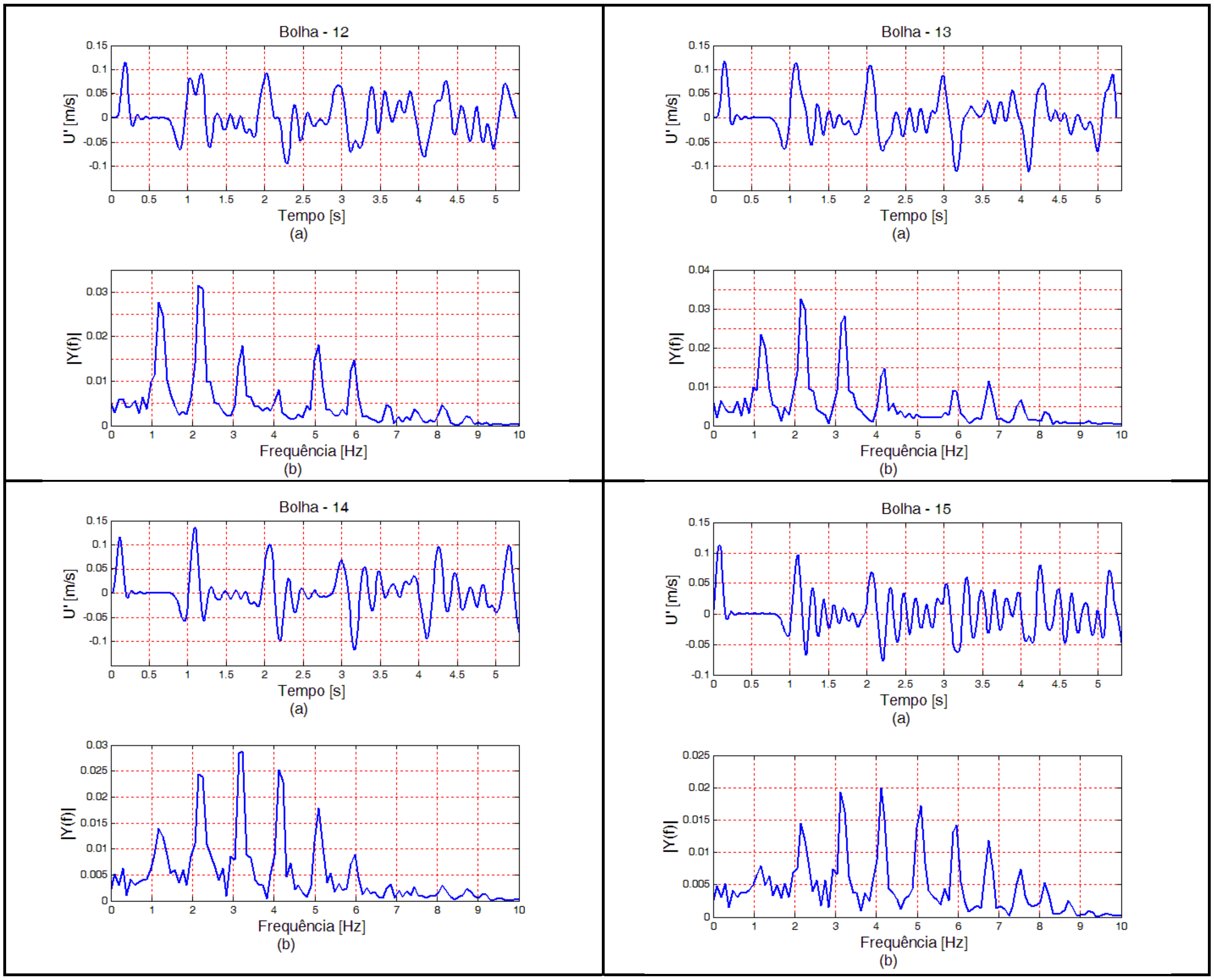
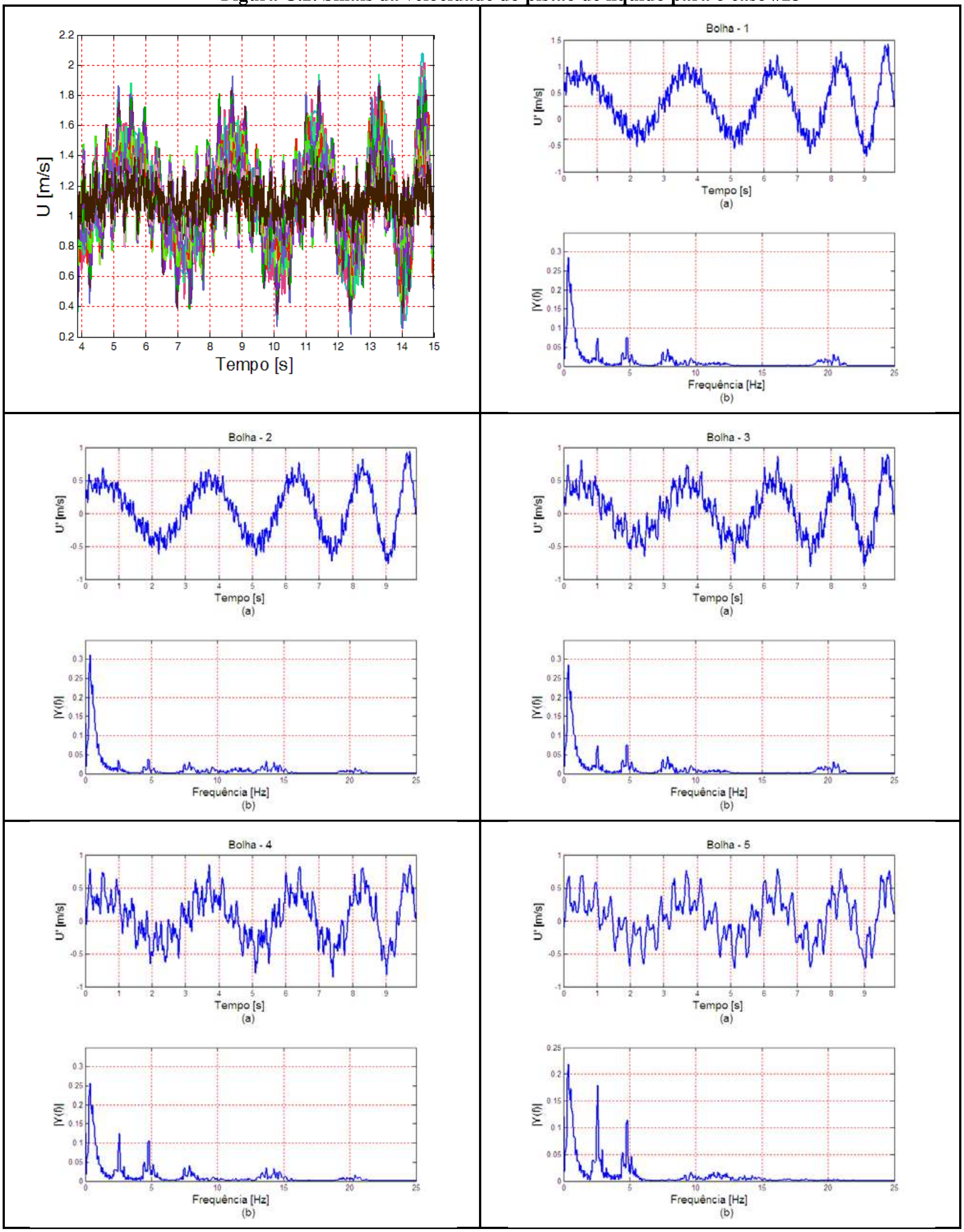
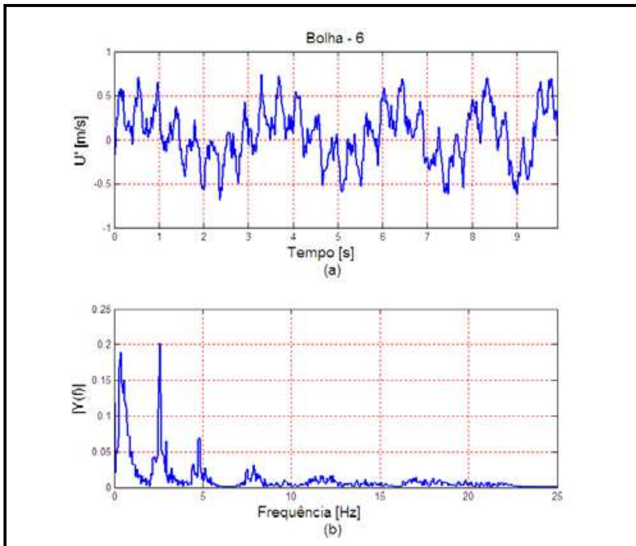
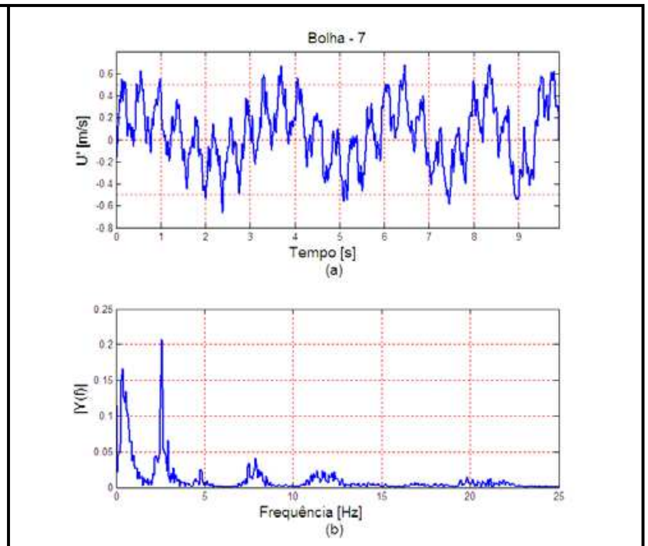
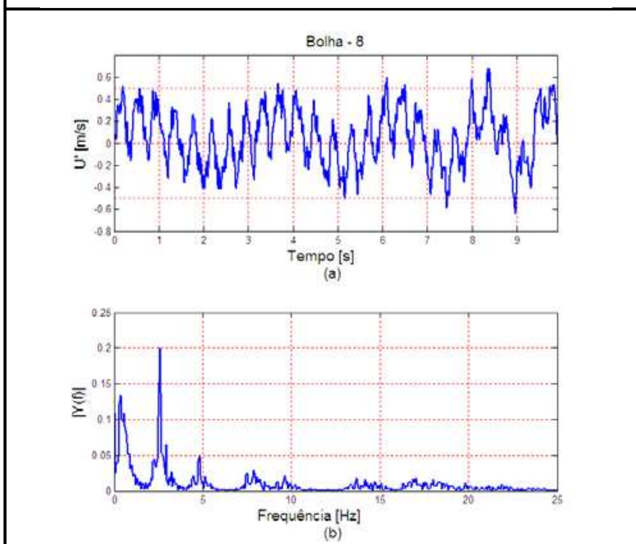

Bolha - 12
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)
Bolha - 13
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)
Bolha - 14
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)
Bolha - 15
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)

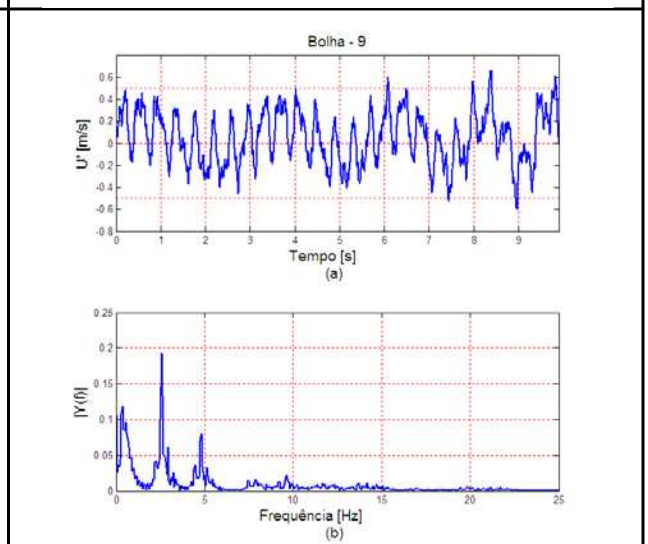
Figura C.2. Sinais da velocidade do pistão de líquido para o caso #25

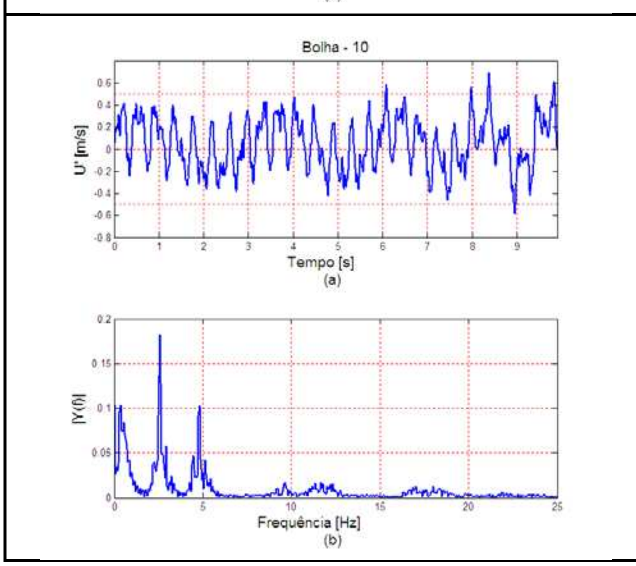


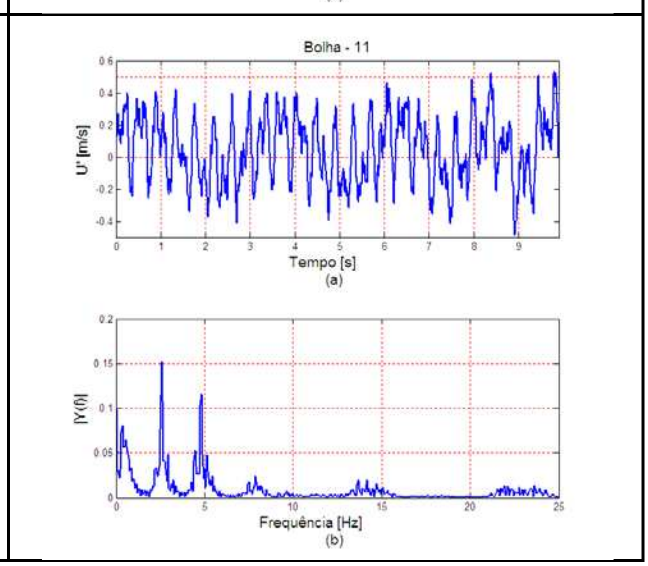

Bolha - 6
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)


Bolha - 7
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)


Bolha - 8
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)


Bolha - 9
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)


Bolha - 10
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)


Bolha - 11
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)

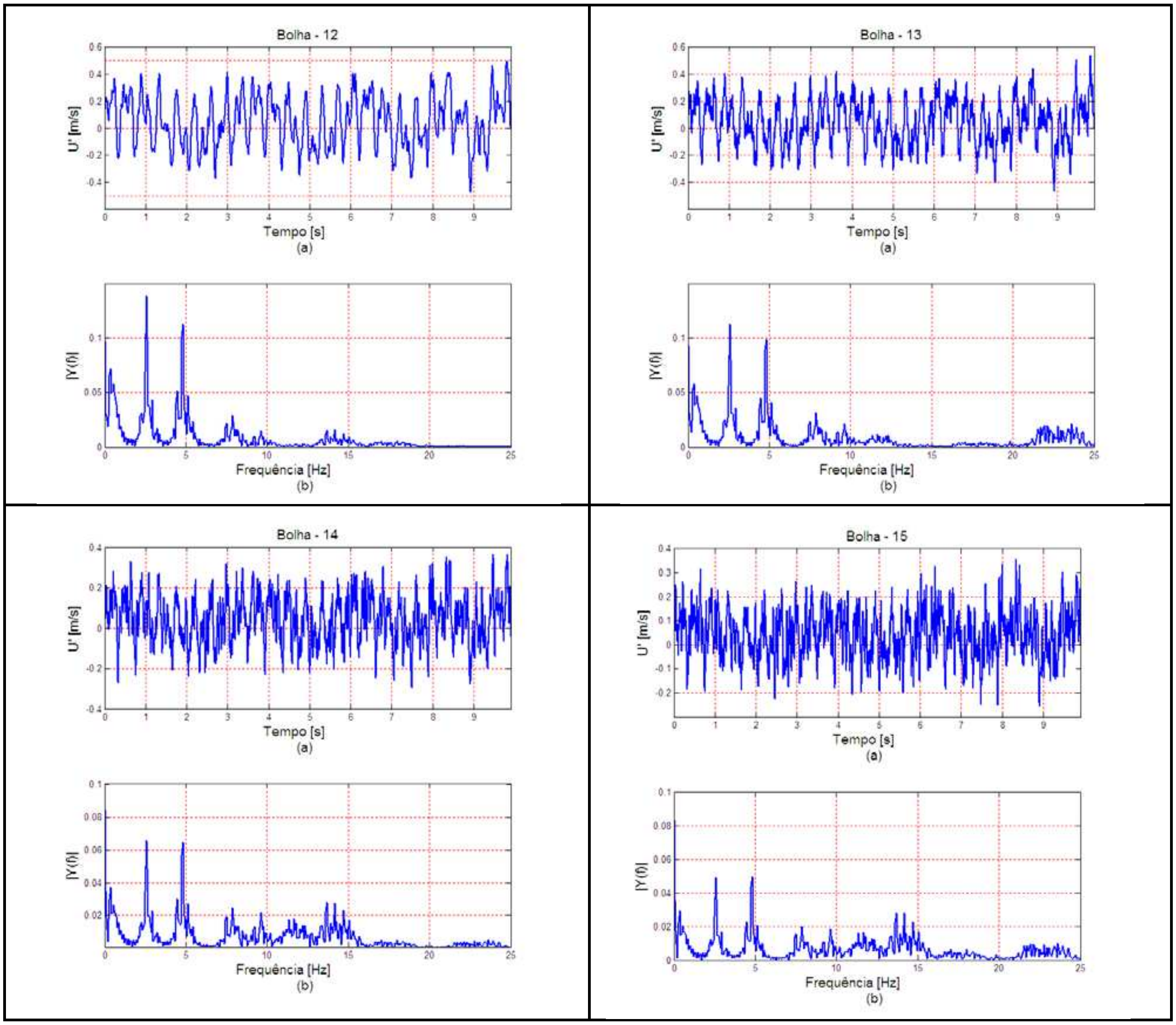
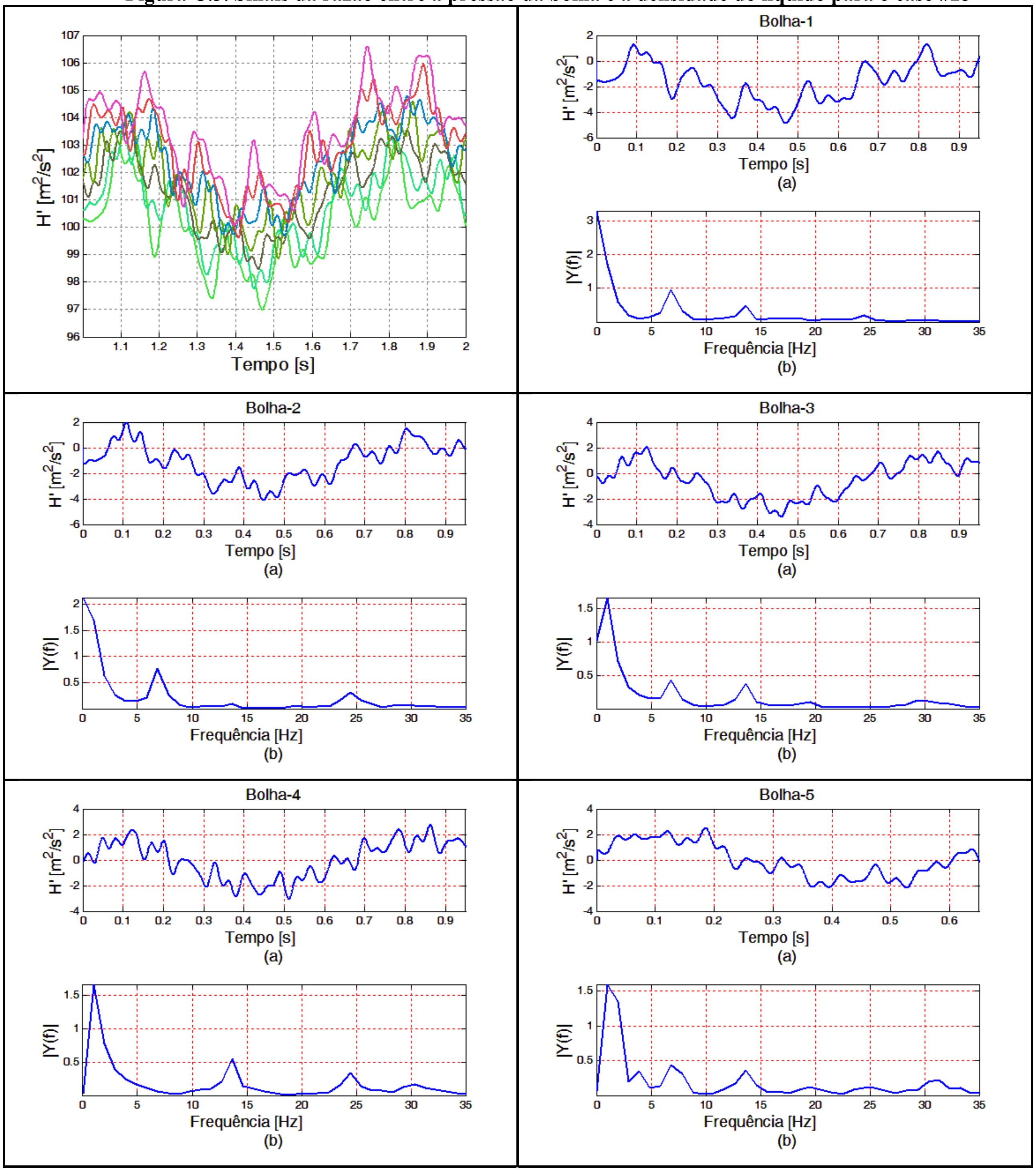
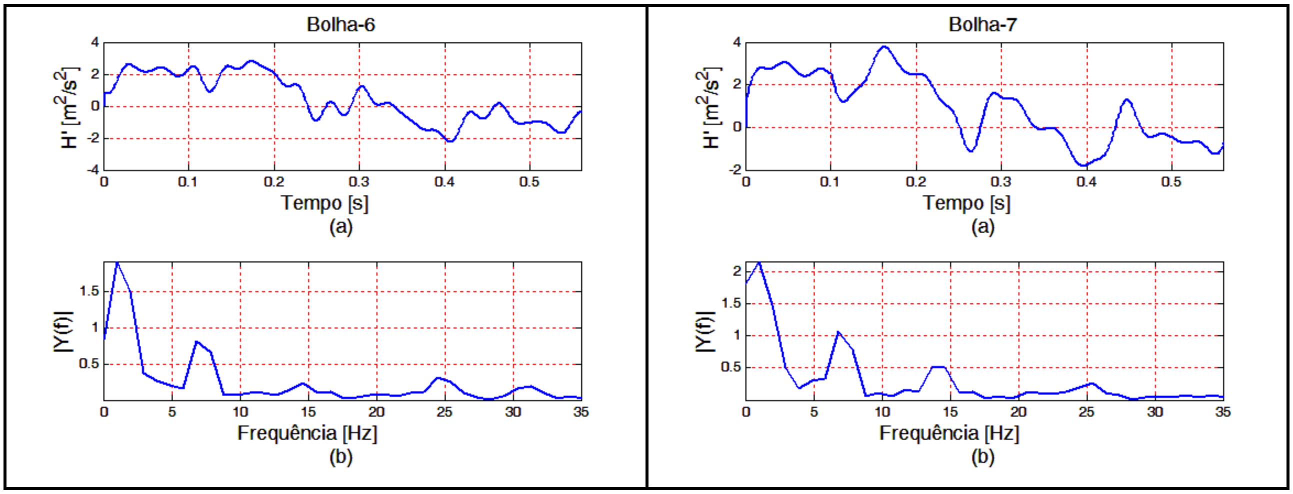

Bolha - 12
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)
Bolha - 13
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)
Bolha - 14
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)
Bolha - 15
U' [m/s]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)

Figura C.3. Sinais da razão entre a pressão da bolha e a densidade do líquido para o caso #25




Bolha-6
H' [m^2/s^2]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)
Bolha-7
H' [m^2/s^2]
Tempo [s]
(a)
|Y(f)|
Frequência [Hz]
(b)