

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

**Transferência de Calor no Escoamento de
Gases Participantes em Alta Temperatura
através de Dutos de Secção Circular
Revestidos com Isolamento Não Ideal**

Autor: **Francis Henrique Ramos França**
Orientador: **Leonardo Goldstein Jr.**

33/95

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL
DA TESE DEFENDIDA POR FRANCIS HENRIQUE
RAMOS FRANÇA E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 18 / 10 / 95.

Leonardo Goldstein Jr.

ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA TÉRMICA E DE FLUIDOS**

Transferência de Calor no Escoamento de Gases Participantes em Alta Temperatura através de Dutos de Secção Circular Revestidos com Isolamento Não Ideal

Autor: **Francis Henrique Ramos França**
Orientador: **Leonardo Goldstein Jr.**

Curso: Engenharia Mecânica
Área de Concentração: Térmica e Fluidos

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 1995
S.P. - Brasil



UNIDADE	BC		
N.º CHAMADA:	1/Unicamp		
	F844t		
V.	Ex.		
TOMBO BC	26934		
PROC.	667/96		
C	<input type="checkbox"/>	D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00		
DATA	02/03/96		
N.º CPD	C.n.00085360-5		

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

F844t França, Francis Henrique Ramos
Transferência de calor no escoamento de gases
participantes em alta temperatura através de dutos de seção
circular revestidos com isolamento não ideal / Francis
Henrique Ramos França.--Campinas, SP: [s.n.], 1995.

Orientador: Leonardo Goldstein Junior.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Gás - Escoamento. 2. Calor - Condução. 3. Calor -
Convecção. 4. Radiação. 5. Tubulação - Hidrodinâmica.
6. Isolamento (Calor). 7. Cálculos numéricos. I. Goldstein
Junior, Leonardo. II. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA TÉRMICA E FLUIDOS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Transferência de Calor no Escoamento de
Gases Participantes em Alta Temperatura
através de Dutos de Secção Circular
Revestidos com Isolamento Não Ideal**

Autor: Francis Henrique Ramos França
Orientador: Leonardo Goldstein Jr.

Leonardo Goldstein Jr

Prof. Dr. Leonardo Goldstein Jr.
Universidade Estadual de Campinas

Luís Fernando Azevedo

Prof. Dr. Luís Fernando Alzuguir Azevedo
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Jorge Isaias Llagostera

Prof. Dr. Jorge Isaias Llagostera Beltran
Universidade Estadual de Campinas

Campinas, 18 de outubro de 1995

Aos meus pais,
Marildete e Sebastião França

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Leonardo Goldstein Jr., pelo auxílio constante, pelos estímulos encorajadores e por tudo que me ensinou durante os anos em que tive a honra de ser seu orientado.

À FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - e à Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP, por terem me propiciado as condições necessárias à realização deste trabalho.

Ao advogado Silvério Carlos Colicchio Machado e queridos familiares, pela amizade com que me acolheram desde a minha chegada a Campinas.

A Ryuichi Fukuoka, Alexandre Schirmbeck e Armando César Mazzoni, pelos anos que vivemos e amadurecemos juntos.

A Fábio Luís Fassani e Paulo Roberto Tardin Jr., meus colegas de trabalho e amigos.

A Agnaldo Morales, Valter Silva Júnior e a todos os amigos que fiz nos cursos de graduação e pós-graduação.

A Wilton Furquim, pelas figuras deste texto, e ao pessoal do Departamento de Engenharia Térmica e de Fluidos.

Aos meus diletos padrinhos, Eunice e Domiciano de Faria, devido às infindáveis provas de profundo interesse por meu futuro.

Aos meus pais, Sebastião França e Marildete, e aos meus irmãos, Evelinne e Demartonne, pelos laços fraternos que nos mantêm unidos, que nem o tempo nem a distância são capazes de enfraquecer.

E, acima de tudo, a Deus.

Índice

	Dedicatória	ii
	Agradecimentos	iii
	Índice	iv
	Lista de Figuras	vii
	Lista de Tabelas	x
	Nomenclatura	xi
	Resumo	xviii
	Abstract	xix
Capítulo 1	Introdução	1
	1.1 Localização do Problema	1
	1.2 Estado da Arte	2
	1.3 Objetivos deste Trabalho	5
Capítulo 2	Convecção Forçada em Dutos Circulares	8
	2.1 Introdução	8
	2.2 Tipos de Escoamentos Internos	9
	2.3 Modelos de Turbulência	10
	2.4 Transferência de Calor em Escoamentos Turbulentos em Dutos	18
Capítulo 3	Radiação Térmica	20
	3.1 Radiação em Superfícies	20
	3.2 Radiação em Meios Participantes	26
	3.3 Modelos de Gases Participantes	38
	3.4 Métodos de Solução de Problemas de Radiação em Meios Participantes	42
	3.5 O Modelo da Soma Ponderada de Gases Cinzas Aplicado ao Método das Zonas	44
	3.6 Balanço Global de Energia Radiante	53
	3.7 Áreas de Troca Direta para Cavidades Cilíndricas	54
Capítulo 4	Modelagem do Problema	61
	4.1 Descrição do Problema	61

	4.2 Equações Básicas para o Gás	62
	4.3 Transferência de Calor nas Paredes do Duto	69
Capítulo 5	Solução Numérica	72
	5.1 Solução de Problemas de Convecção-Difusão Bidimensionais: Equação da Energia no Gás	72
	5.2 Solução do Balanço de Energia na Parede do Duto	87
	5.3 Acoplamento entre o Método das Zonas e o de Volume de Controle	94
	5.4 Procedimento Geral de Solução	96
	5.5 Critério de Convergência e Relaxação	97
Capítulo 6	Apresentação e Discussão dos Resultados	98
	6.1 Verificação do Procedimento de Cálculo Proposto: Condição de Temperatura Uniforme na Parede do Duto	98
	6.1.1 Convecção Forçada em Duto com Temperatura de Superfície Uniforme	98
	6.1.2 Convecção Forçada Combinada com Radiação Térmica em Duto com Temperatura de Superfície Uniforme	103
	6.2 Condição de Isolamento Não-Ideal do Tubo	107
	6.2.1 Efeito da Inclusão ou Não da Radiação Interna	108
	a. Perfis de Temperatura do Gás, do Tubo e do Isolante	108
	b. Números de Nusselt Nu_T , Nu_C e Nu_R	110
	6.2.2 Efeito da Temperatura de Entrada do Gás	112
	6.2.3 Influência da Emitância da Superfície do Tubo	112
	6.2.4 Influência do Diâmetro Interno do Tubo	116
	6.2.5 Influência do Comprimento do Duto	116
	6.2.6 Influência da Espessura do Isolante	120
	6.2.7 Influência da Emitância da Superfície do Isolante	120
	6.2.8 Influência da Radiação Interna: Gás Participante Versus Gás Transparente	123
	6.2.9 Aspectos Numéricos da Solução	125
Capítulo 7	Conclusões e Recomendações	129

	Bibliografia	132
Apêndice A	Propriedades Físicas dos Gases	A1
Apêndice B	Código Computacional	B1

Lista de Figuras

Figura	Título	Página
2-1	Comprimentos de mistura obtidos por Anderson et al. (1975) .	12
2-2	Perfis de velocidade na camada limite externa turbulenta. Dados experimentais de Anderson et al. (1975).	14
3-1	Energia radiante abandonando o elemento de área dA .	21
3-2	Integração da intensidade de radiação no hemisfério.	21
3-3	Comparação entre as propriedades radiantes do tungstênio e dióxido de carbono: efeito do comprimento de onda na (a) emitância monocromática hemisférica do tungstênio; (b) absorptância monocromática direcional do dióxido de carbono (Siegel e Howell, 1981).	27
3-4	Geometria para definição de intensidade de radiação em meios participantes.	28
3-5	Incidência de intensidade de radiação: (a) camada infinitesimal; (b) camada finita.	28
3-6	Emissão de energia radiante em um elemento de volume no gás.	30
3-7	Geometria para avaliação do efeito do gás na intensidade de radiação incidente.	32
3-8	Cavidade composta por N superfícies isotérmicas e contendo gás participante.	34
3-9	Troca radiante entre duas superfícies com meio participante entre elas.	35
3-10	Troca de energia radiante entre uma zona de superfície e uma zona de gás.	45
3-11	Troca de energia radiante entre duas zonas de superfície.	47
3-12	Troca de energia radiante entre duas zonas de gás.	50
3-13	Troca de energia radiante entre uma zona de superfície e uma zona de gás.	51
3-14	Zonas de radiação no interior de uma cavidade cilíndrica.	55
3-15	Par de zonas de gás.	55
3-16	Par de zonas de gás e superfície.	56
3-17	Par de zonas de gás e superfície.	57
3-18	Par de zonas de superfície.	58
3-19	Par de zonas de superfície.	58
4-1	Geometria do duto com isolamento.	61
5-1	Volume de controle típico.	76
5-2	Volumes de controle no interior do duto.	76

5-3	Continuidade de temperatura em volumes de controle adjacentes.	79
5-4	Domínios de aplicação das Eqs. (5-16) e (5-22).	81
5-5	Domínios de aplicação das Eqs. (5-19) e (5-22).	82
5-6	Fronteiras do domínio.	82
5-7	Volume de controle no tubo.	89
5-8	Domínios de aplicação das Eqs. (5-35) e (5-39).	91
5-9	Malha empregada na discretização do interior do duto.	95
6-1	Números de Nusselt convectivos ao longo do duto para diferentes números de Reynolds. Escoamentos turbulento e laminar ($Pr = 0,71$).	102
6-2	Número de Nusselt total ao longo do duto. Comparação entre a presente solução e a apresentada por Smith et al. (1985).	105
6-3	Temperatura de mistura do gás incluindo ou não o processo de radiação. Escoamentos laminar e turbulento.	106
6-4	Efeito da radiação interna nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento laminar.	109
6-5	Efeito da radiação interna nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento turbulento.	109
6-6	Efeito da radiação interna nas temperaturas de mistura do gás e do tubo. Escoamento turbulento - ampliação da Fig. 6-5.	110
6-7	Números de Nusselt total, convectivo e radiante. Escoamento laminar.	111
6-8	Números de Nusselt total, convectivo e radiante. Escoamento turbulento.	111
6-9	Efeito da temperatura de entrada do gás no número de Nusselt total. Escoamento laminar.	113
6-10	Efeito da temperatura de entrada do gás no número de Nusselt total. Escoamento turbulento.	113
6-11	Números de Nusselt total, convectivo e radiante para $T_o = 800$ K e $T_o = 1400$ K. Escoamento laminar.	114
6-12	Números de Nusselt total, convectivo e radiante para $T_o = 800$ K e $T_o = 1400$ K. Escoamento turbulento.	114
6-13	Efeito da emitância do tubo no número de Nusselt total. Escoamento laminar.	115
6-14	Efeito da emitância do tubo no número de Nusselt total. Escoamento turbulento.	115
6-15	Efeito do diâmetro interno do tubo no número de Nusselt total. Escoamento laminar.	117
6-16	Efeito do diâmetro interno do tubo no número de Nusselt total. Escoamento turbulento.	117

6-17	Efeito do comprimento do duto nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento laminar.	119
6-18	Efeito do comprimento do duto nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento turbulento.	119
6-19	Efeito do comprimento do duto nas temperaturas de mistura do gás e do tubo. Escoamento turbulento - ampliação da Fig. 6-18.	120
6-20	Efeito do diâmetro externo do isolante nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento laminar.	121
6-21	Efeito do diâmetro externo do isolante nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento turbulento.	121
6-22	Efeito da emitância do isolante nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento laminar.	122
6-23	Efeito da emitância do isolante nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento turbulento.	122
6-24	Efeito da radiação interna nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante, considerando o gás como participante e transparente. Escoamento laminar.	124
6-25	Efeito da radiação interna nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante, considerando o gás como participante e transparente. Escoamento turbulento.	124
6-26	Efeito da radiação interna nas temperaturas de mistura do gás e do tubo, considerando o gás como participante e transparente. Escoamento turbulento - ampliação da Fig. 6-25.	125

Lista de Tabelas

Tabela	Título	Página
1-1	Quadro comparativo dos trabalhos sobre transferência de calor combinando condução, convecção e radiação no escoamento de gases participantes em dutos circulares.	6
2-1	Rugosidade superficial para materiais utilizados em dutos de condução (Fox e McDonald, 1988).	16
3-1	Coefficientes para cálculo da emitância total - modelo de soma ponderada de gases cinzas (Smith, Shen e Friedman, 1982).	42
3-2	Argumentos das funções \overline{gs}_o , \overline{gg}_o , \overline{ss}_o e coeficientes ξ .	60
6-1	Número de Nusselt convectivo em $x = 50$ para diferentes malhas. Escoamento laminar ($Pe = 710$).	100
6-2	Número de Nusselt convectivo ao longo do duto. Escoamento laminar ($Pe = 710$).	100
6-3	Número de Nusselt convectivo em $x = 50$ para diferentes malhas. Escoamento turbulento ($Re = 50000$, $Pr = 0,71$).	101
6-4	Comparação entre os números de Nusselt convectivos obtidos pela solução numérica e pela correlação de Petukhov et al. (1963) - ($Pr = 0,71$).	102
6-5	Fração percentual de energia que os reservatórios fornecem ao duto. Escoamento laminar.	118
6-6	Fração percentual de energia que os reservatórios fornecem ao duto. Escoamento turbulento.	118

Nomenclatura

a_i	coeficiente de absorção do gás cinza i
a_λ	coeficiente de absorção monocromático
A	área
A^+	constante empregada no cálculo de ℓ pela equação de van Driest
AIM	coeficiente das equações de t e t'
$AIMp$	coeficiente das equações de t_p e t_p'
AIP	coeficiente das equações de t e t'
$AIPp$	coeficiente das equações de t_p e t_p'
AJM	coeficiente das equações de t e t'
AJP	coeficiente das equações de t e t'
AP	coeficiente das equações de t e t'
APP	coeficiente das equações de t_p e t_p'
B	radiosidade total
BJp	coeficiente da equação dos fluxos Jp
BJr	coeficiente da equação dos fluxos Jr
BJx	coeficiente da equação dos fluxos Jx
B_X	forças de campo aplicadas a um elemento de volume do gás
c_e	coeficientes polinomiais das funções de ponderação C_e
c_s	coeficiente empregado na equação de t_p
cte	constante
C	constante utilizada no cálculo de Nu_{CD} pela correlação de Petukhov et al. (1963)
C_a	função de ponderação do modelo de soma ponderada de gases cinzas
C_e	função de ponderação do modelo de soma ponderada de gases cinzas
CJp	coeficiente da equação dos fluxos Jp
CJr	coeficiente da equação dos fluxos Jr
CJx	coeficiente da equação dos fluxos Jx
c_p	calor específico do gás
dB_λ	radiosidade monocromática
dH_λ	irradiação monocromática
dq_λ	taxa de energia radiante monocromática perdida por unidade de volume
dQ_1	taxa de calor que um elemento diferencial do tubo perde por condução axial
dQ_2	taxa de calor que um elemento diferencial do tubo perde por condução radial
dQ_3	taxa de calor que um elemento diferencial do tubo recebe do gás por convecção
dQ_4	taxa de calor que um elemento diferencial do tubo perde por radiação térmica

dQ_λ	taxa de energia radiante monocromática
$dQ_{\lambda a}$	taxa de energia radiante monocromática absorvida
$dQ_{\lambda e}$	taxa de energia radiante monocromática emitida
$dQ_{\lambda i}$	taxa de energia radiante monocromática incidente
$dQ_{\lambda r}$	taxa de energia radiante monocromática refletida
dV	elemento infinitesimal de volume do gás
dV_p	elemento infinitesimal de volume do tubo
D_i	diâmetro interno do tubo
D_e	diâmetro externo do tubo
D_{Jp}	coeficiente da equação dos fluxos J_p
D_{Jr}	coeficiente da equação dos fluxos J_r
D_{Jx}	coeficiente da equação dos fluxos J_x
D_s	diâmetro externo do isolante
e_b	poder emissivo total de corpo negro
e_s	rugosidade superficial da parede do tubo
esp	espessura do isolante
$e_{\lambda b}$	poder emissivo monocromático de corpo negro
f	coeficiente de atrito
F	fator de correção das áreas de troca direta
g	constante gravitacional
$\overrightarrow{g_\gamma^* g_\gamma}$	área de fluxo direcionado entre as zonas de gás γ^* e γ
$(\overrightarrow{g_\gamma^* g_\gamma})_i$	área de troca direta entre as zonas de gás γ^* e γ , para o gás cinza i
$\overrightarrow{g_\gamma s_k}$	área de fluxo direcionado entre a zona de gás γ e a de superfície k
$(\overrightarrow{g_\gamma s_k})_i$	área de troca direta entre a zona de gás γ e a de superfície k , para o gás cinza i
H	irradiação total
h_C	coeficiente de película para a convecção forçada no interior do duto
h_e	coeficiente de película para a convecção natural no lado externo do duto
i	intensidade de radiação total
i_λ	intensidade de radiação monocromática
\bar{i}_λ	intensidade de radiação monocromática média
$i_{\lambda b}$	intensidade de radiação monocromática de corpo negro
$i_{\lambda e}$	intensidade de radiação monocromática emitida
I	número de gases cinzas utilizados no modelo de soma ponderada de gases cinzas
J	número de zonas de superfície
$J-1$	ordem da função polinomial C_e
J_p	fluxo difusivo adimensional no tubo na direção axial

J_p^*	estimativa de J_p
\hat{J}_p	parâmetro adimensional
\hat{J}_p^*	estimativa de \hat{J}_p
J_r	fluxo difusivo adimensional no gás na direção r
J_r^*	estimativa de J_r
\hat{J}_r	parâmetro adimensional
\hat{J}_r^*	estimativa de \hat{J}_r
J_x	fluxo difusivo adimensional no gás na direção x
J_x^*	estimativa de J_x
\hat{J}_x	parâmetro adimensional
\hat{J}_x^*	estimativa de \hat{J}_x
k	condutividade térmica do gás
k_p	condutividade térmica do tubo
k_s	condutividade térmica do isolante
K_λ	coeficiente de extinção monocromático
ℓ	comprimento de mistura de Prandtl
l	comprimento adimensional do duto
L	comprimento do duto
L	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta
M	número de volumes de controle na direção radial
\dot{M}	descarga de gás
n	índice de refração
N	número de volumes de controle ou zonas na direção axial
N	número de superfícies isotérmicas contidas em uma cavidade
Nu_C	número de Nusselt convectivo
Nu_{CD}	número de Nusselt convectivo na região térmica desenvolvida
N_{CR}	parâmetro condução-radiação
Nu_e	número de Nusselt para convecção natural
Nu_R	número de Nusselt radiante
Nu_T	número de Nusselt total
P	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta
P	pressão do gás
\bar{P}	componente média da pressão
Pe	número de Peclet
Pe_t	número de Peclet turbulento
Pr	número de Prandtl do gás
Pr_{ar}	número de Prandtl do ar
Pr_t	número de Prandtl turbulento

Pr_{∞}	constante utilizada no cálculo de Pr_t
P_T	pressão total do gás
P_x	parâmetro adimensional
q'''	taxa de energia gerada no gás, por unidade de volume
q_C	fluxo de calor convectivo no tubo
q_R	taxa de energia radiante perdida por unidade de volume
q_R^*	taxa de energia radiante perdida por unidade de volume (adimensional)
q_{Rp}	fluxo de calor radiante no tubo
Q	taxa de energia radiante perdida
Q_a	taxa de energia radiante absorvida
Q_b	taxa de energia radiante emitida pelo corpo negro
Q_e	taxa de energia radiante emitida
Q_G	calor total fornecido ao tubo pelo gás
Q_i	taxa de energia radiante incidente
Q_r	taxa de energia radiante refletida
Q_{RES}	calor total fornecido ao tubo pelos reservatórios
Q_T	calor total fornecido ao tubo pelo gás e pelos reservatórios
r	coordernada radial adimensional, R/D_i
r	raio do hemisfério para integração da energia radiante direcional
R	coordenada radial
R	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta
Ra_{ar}	número de Rayleigh para o ar
R_i	raio interno do tubo
Re	número de Reynolds
Re_e	número de Reynolds para rugosidade
R_{min}	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta
$\overrightarrow{s_j g_\gamma}$	área de fluxo direcionado entre a zona de superfície j e a de gás γ
$(\overrightarrow{s_j g_\gamma})_i$	área de troca direta entre a zona de superfície j e a de gás γ , para o gás cinza i
$\overrightarrow{s_j s_k}$	área de fluxo direcionado entre as zonas de superfície j e k
$(\overrightarrow{s_j s_k})_i$	área de troca direta entre as zonas de superfície j e k , para o gás cinza i
S	trajetória em um gás participante
S	termo fonte da equação da conservação da energia no gás
Sp_1	termo fonte da equação do balanço de energia no tubo
Sp_2	termo fonte da equação do balanço de energia no tubo
Sp_3	termo fonte da equação do balanço de energia no tubo
t	temperatura adimensional do gás, T/T_o

t'	correção da temperatura t
t^*	estimativa de t
t_m	temperatura de mistura adimensional do gás
t_p	temperatura adimensional do tubo, T_p/T_o
t_p^*	estimativa de t_p
t_p'	correção da temperatura t_p
t_s	temperatura adimensional da superfície externa do isolante, T_s/T_o
T	temperatura
T	temperatura do gás
\bar{T}	componente média de T
T'	componente flutuante de T
T_e	temperatura da fonte emissora de energia radiante
T_m	temperatura de mistura do gás
T_o	temperatura de entrada do gás
T_p	temperatura do tubo
T_s	temperatura da superfície externa do isolante
T_∞	temperatura do meio externo ao duto
u	velocidade adimensional na direção x
u^+	velocidade adimensional na direção x
U	velocidade na direção X
U	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta
\bar{U}	componente média da velocidade U
U'	componente flutuante da velocidade U
U_m	velocidade média do gás
U_∞	velocidade da corrente livre em placa plana
V	velocidade do gás na direção normal a X
\bar{V}	componente média de V
V'	componente flutuante de V
\vec{V}	velocidade vetorial do gás
W	velocidade do gás na direção θ
x	coordenada adimensional, X/D_i
x_D	comprimento de entrada térmico
X	coordenada na direção axial
y^+	coordenada adimensional na direção normal a X
Y	coordenada na direção normal a X
Y_e	dimensão empregada no cálculo de ℓ em tubos rugosos

Símbolos Gregos

α	absortância total hemisférica
α_{ar}	difusividade térmica do ar
α_g	absortância total direcional do gás
α_p	absortância total hemisférica da superfície do tubo
α_s	absortância total hemisférica da superfície externa do isolante
α_λ	absortância monocromática hemisférica de superfície
α_λ	absortância monocromática direcional de gás
β	ângulo de cone
β	coeficiente de expansão do gás
β_{ar}	coeficiente de expansão do ar
δ_{99}	espessura da camada limite em placa plana
Δr	dimensão radial de cada volume de controle
Δx	dimensão axial de cada volume de controle
ΔX	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta
ε	emitância total hemisférica
ε_λ	emitância monocromática hemisférica de superfície
ε_λ	emitância monocromática direcional de gás
ε_g	emitância total direcional do gás
ε_H	difusividade turbulenta para a equação da conservação da energia
ε_M	difusividade turbulenta para a equação da quantidade de movimento
ε_p	emitância total hemisférica da superfície do tubo
ε_s	emitância total hemisférica da superfície do isolante
ε_λ	emitância monocromática hemisférica
Φ	termo de dissipação viscosa
γ	ângulo de azimute
η	fator de relaxação
Γ	número de zonas de gás
Γ_r	coeficiente difusivo radial adimensional
Γ_x	coeficiente difusivo axial adimensional
κ	constante de von Karman
κ_λ	espessura óptica ou opacidade monocromática
θ	coordenada cilíndrica, normal a R
ρ	densidade do gás
μ	viscosidade dinâmica do gás
σ	constante de Stefan-Boltzmann
σ_λ	coeficiente de espalhamento monocromático

τ	instante de tempo
τ_λ	transmitância monocromática direcional
ν	viscosidade cinemática do gás
ν_{ar}	viscosidade cinemática do ar
ω	ângulo sólido
ξ	constante empregada no cálculo de ℓ para regiões afastadas da placa plana
ξ	erro relativo entre dois passos consecutivos
ξ	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta
ψ	parâmetro utilizado no cálculo das áreas de troca direta

Sub-índices

i	posição axial dos volumes de controle
i	especificação do gás cinza
j	posição radial dos volumes de controle
j	zona de superfície
j	especificação dos coeficientes polinomiais da soma ponderada de gases cinzas
j	índice da Tabela 3-2
k	zona de superfície
k	índice da Tabela 3-2
l	índice da Tabela 3-2

Abreviaturas

CPL	escoamento laminar, considerando apenas o processo de convecção
CPT	escoamento turbulento, considerando apenas o processo de convecção
CRL	escoamento laminar, combinando os processo de convecção e radiação para a mistura de CO ₂ , H ₂ O e N ₂
CRT	escoamento turbulento, combinando os processo de convecção e radiação para a mistura de CO ₂ , H ₂ O e N ₂
GGL	escoamento laminar, combinando os processo de convecção e radiação para o gás cinza de coeficiente de absorção $a = 0,1 \text{ m}^{-1}$
GGT	escoamento turbulento, combinando os processo de convecção e radiação para o gás cinza de coeficiente de absorção $a = 0,1 \text{ m}^{-1}$
Lit	resultados provenientes da literatura
Num	resultados provenientes da solução numérica
VC	volume de controle no gás
VCp	volume de controle no tubo

Resumo

FRANÇA, Francis Henrique Ramos. *Transferência de Calor no escoamento de Gases Participantes em Alta Temperatura através de Dutos de Secção Circular Revestidos com Isolamento Não Ideal*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1995, 220 p., Dissertação (Mestrado).

Nesta dissertação de mestrado, é estudada a transferência de calor no escoamento de gases participantes em dutos de secção circular, combinando os três processos básicos: a condução, a convecção e a radiação. Considera-se o caso em que o gás, em temperatura elevada, escoar através de um tubo revestido por um isolante não-ideal, implicando na perda de calor para o meio externo. O gás possui temperatura uniforme na entrada do duto, sendo considerada a região de desenvolvimento térmico. O perfil de velocidade é plenamente desenvolvido em todo o duto para ambos os escoamentos laminar e turbulento. O gás é constituído por uma mistura de CO₂, H₂O e N₂ e suas propriedades físicas são admitidas uniformes e calculadas na temperatura de mistura média; as propriedades radiantes são dependentes da temperatura e modeladas pela soma de gases cinzas. O campo de temperatura do gás é obtido a partir da solução numérica da equação bidimensional da conservação da energia: os termos difusivos e convectivos são discretizados através do método de volumes de controle *Flux-Spline*; as trocas de energia radiante são determinadas pelo método das zonas, onde cada zona de radiação corresponde a um volume de controle. As distribuições de temperatura no tubo e no isolante são obtidas através do balanço de energia no duto, que é acoplado à solução da equação da energia no gás. O procedimento de cálculo proposto e o código computacional desenvolvido foram verificados a partir da comparação com resultados divulgados na literatura para o caso de temperatura uniforme do duto, considerando ou não a radiação térmica. Os resultados apresentados incluem as distribuições de temperatura no gás, no tubo e no isolante, e os números de Nusselt total, convectivo e radiante no interior do duto. O efeito da radiação térmica na transferência de calor é analisado para os diferentes parâmetros envolvidos: a temperatura de entrada do gás, as emitâncias do tubo e do isolante, o diâmetro interno do tubo, o comprimento do duto e a espessura do isolante.

Palavras-chave: Gás participante, Condução, Convecção, Radiação, Duto de secção circular, Isolamento não-ideal, Solução numérica, *Flux-Spline*, Método das zonas.

Abstract

FRANÇA, Francis Henrique Ramos. *Transferência de Calor no Escoamento de Gases Participantes em Alta Temperatura através de Dutos de Secção Circular Revestidos com Isolamento Não Ideal*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1995, 220 p., Dissertação (Mestrado).

In this Master degree thesis, the heat transfer in the flow of participating gases through circular cross section ducts is studied, combining the three basic processes: conduction, convection and radiation. It is considered the case in which a high temperature gas flows through a tube covered by a non-ideal insulation. The gas inlet temperature is uniform and the thermal entry region is taken into consideration. The velocity profile is fully developed throughout the duct for both laminar and turbulent flows. The gas is composed by CO₂, H₂O and N₂ and its physical properties are assumed to be constant and calculated at the average bulk temperature. The gas radiant properties are temperature dependent and evaluated through the weighted sum of gray gases model. The temperature field is obtained by the solution of the bidimensional energy conservation equation: the convective and difusive terms are discretized by the Flux-Spline control volume method; the radiative exchanges are determined by the zoning method, where each radiative zone corresponds to a control volume. The tube and insulation temperature distributions are obtained by the energy balance in the duct, which is coupled to the gas energy equation. The proposed calculation procedure and the computational code which was developed were verified by comparing the obtained results with those available in the literature regarding uniform duct temperature, when thermal radiation is considered or not. The results presented include the gas, tube and insulation temperature distributions, and the total, convective and radiative Nusselt number inside the duct. The effect of thermal radiation in the heat transfer was analysed as a function of the following parameters: gas inlet temperature, tube and insulation surface emittance, tube inner diameter, duct length and insulation thickness.

Keywords: Participating gas, Conduction, Convection, Radiation, Circular cross section duct, Non-ideal insulation, Numerical solution, *Flux-Spline*, Zoning method.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Localização do Problema

Os gases participantes são capazes de emitir, absorver e espalhar energia radiante. Exemplos desses gases incluem o monóxido e o dióxido de carbono e o vapor de água. Por outro lado, ar e gases monoatômicos não participam do processo de radiação e são denominados transparentes. Em temperaturas elevadas, a energia radiante emitida por gases participantes é considerável e deve ser incluída nos cálculos de transferência de calor, juntamente com os outros dois processos básicos: a condução e a convecção. Esse problema é reconhecidamente importante dentro da engenharia térmica e constitui uma das áreas que ainda requer estudos e pesquisas, como apontado no Encontro "*Thermal Engineering Technologies and Critical Phenomena*", realizado em Chicago (EUA), 1991, promovido pela *ASME - The American Society of Mechanical Engineers*.

Um exemplo de grande importância industrial constitui as fornalhas, onde a radiação predomina na transferência de calor, devido à presença de gases quentes resultantes de combustão. Outra situação de interesse relaciona-se à transferência de calor no escoamento de gases participantes em dutos. Linhas de transporte de gases provenientes de fornalhas e turbinas a gás e trocadores de calor operando em temperaturas altas são exemplos típicos em que a radiação deve ser combinada com a convecção e a condução para cálculos térmicos. Nesses casos, as correlações recomendadas para avaliação do coeficiente de película no interior do duto não conduzem a resultados satisfatórios, pois apenas o processo de convecção é considerado. Estudos para incluir radiação podem seguir duas direções distintas: medidas experimentais ou soluções numéricas, a partir das equações fundamentais. Apesar de complexa, a teoria básica da transferência de calor por radiação e convecção em dutos está bem estabelecida atualmente. Isso torna a solução numérica possível e desejável em relação à experimental, pois são muito menores os custos envolvidos na simulação das diversas condições de interesse.

Nesta dissertação, resolve-se numericamente a transferência de calor combinando condução, convecção e radiação no escoamento de gases participantes em dutos circulares com isolamento térmico não-ideal. Seguem o estado da arte dos trabalhos relacionados a esse problema e as condições específicas consideradas na solução.

1.2 Estado da Arte

Einstein (1963) estudou a transferência de calor no escoamento de gás participante no interior de duto circular com parede negra e à temperatura uniforme. O gás foi admitido cinza, ou seja, o coeficiente de absorção não dependia do comprimento de onda, evitando a análise espectral das trocas de energia radiante. O duto possuía comprimento de 5 diâmetros, e seu interior foi dividido em um número relativamente pequeno de zonas toroidais: 50 no total, 5 na direção radial e 10 na axial. O balanço de energia foi aplicado em elementos diferenciais localizados no centro de cada zona, sendo os termos convectivos e difusivos da equação da energia discretizados por meio de diferenças finitas. No cálculo das trocas de energia radiante, as temperaturas das zonas não foram admitidas uniformes, devido ao pouco refinamento da malha. Ao invés disso, impôs-se variação linear do poder emissivo, ou da quarta potência da temperatura, no interior de cada zona. Entre os resultados apresentados, discutiu-se o efeito da radiação na energia transferida da parede aquecida ao gás participante para dois perfis desenvolvidos de velocidade: uniforme e laminar.

Perfis radiais de temperatura de gases participante e não-participante, CO_2 e ar, foram obtidos teórica e experimentalmente por Habib e Greif (1970). Os gases escoavam em regime turbulento através de duto aquecido eletricamente, recebendo fluxo de calor uniforme. Os resultados foram obtidos para um comprimento igual a 108 diâmetros, contido na região completamente desenvolvida. Na formulação das trocas de energia radiante, considerou-se apenas o fluxo radial e as propriedades espectrais do CO_2 foram modeladas por meio de bandas de radiação. A parede foi considerada negra e difusa, admitindo-se ser pequeno o efeito da emitância da parede do duto.

Pearce e Emery (1970) estudaram a energia transferida no escoamento de gases participantes, monóxido e dióxido de carbono, combinando os processos de radiação e convecção na região de entrada térmica. A parede do tubo era negra e isotérmica e os gases foram considerados tanto cinzas quanto não-cinzas. Nesse último caso, o espectro de absorção foi modelado por coeficientes de absorção constantes nas bandas efetivas e nulos nas bandas transparentes. No cálculo de energia radiante, desconsiderou-se a variação axial de temperatura do gás. O escoamento dos gases era laminar, sendo incluída a dependência das propriedades físicas do gás em relação à temperatura. Nas condições estabelecidas nesse trabalho, observou-se que, quando a radiação é dominante na transferência de calor, o efeito da dependência das propriedades físicas do gás em relação à temperatura torna-se secundário.

No trabalho de Wassel et al. (1975), o calor gerado por um gás era perdido por convecção e radiação para uma parede negra. O escoamento era desenvolvido e ambos os

casos laminar e turbulento foram analisados. Considerou-se que todo o calor gerado pelo gás era perdido para a parede, de modo que a temperatura de mistura do gás mantinha-se constante. Tratou-se o gás como não cinza, utilizando-se as bandas de absorção de Wassel e Edwards (1974). Apenas o fluxo radial de energia radiante foi incluído no balanço de energia, tornando o problema unidimensional.

Echigo et al. (1975) consideraram a transferência de calor combinando convecção e radiação, incluindo tanto o fluxo radial quanto axial de energia radiante no interior de dutos circulares. A superfície do duto era cinza e perfeitamente difusa, sendo mantida à temperatura uniforme. O gás era cinza, com propriedades físicas constantes, e escoava através do duto em regime laminar plenamente desenvolvido. Na entrada do duto, foi observado que o número de Nusselt para fluxo de energia radiante bidimensional (radial e axial) era maior do que quando apenas o fluxo radial era considerado.

Em estudo semelhante ao de Wassel et al. (1975), Wassel e Edwards (1976) consideraram escoamento desenvolvido, laminar e turbulento, de gás participante através de duto circular com paredes negras. Nesse caso, porém, não havia geração de energia interna no gás, o perfil de temperatura era completamente desenvolvido e o fluxo de calor do gás para a parede era uniforme. Novamente foi considerado apenas o fluxo radial de energia radiante, o problema tornando-se unidimensional.

Jeng et al. (1976) estudaram a transferência de calor no escoamento de gases participantes, vapor de água, monóxido de carbono e metano, escoando em tubo circular aquecido, com paredes cinzas e à temperatura constante. O escoamento era laminar e ambos os perfis de temperatura e velocidade foram admitidos plenamente desenvolvidos. Duas condições foram empregadas para simplificar o tratamento da radiação térmica: gás pouco e muito espesso. Considerou-se ainda pequena variação de temperatura dentro do gás, permitindo a linearização dos termos de radiação. Os resultados incluem o fluxo de calor na parede e temperatura na linha de centro ao longo do escoamento.

Nakra e Smith (1977) utilizaram o método das zonas, combinado com o modelo de soma ponderada de gases cinzas, para a solução da transferência de calor no escoamento de gases participantes em dutos circulares. A superfície do duto era negra e possuía temperatura constante. Considerou-se escoamento desenvolvido com velocidade uniforme. O gás foi dividido em zonas cilíndricas e a convecção foi introduzida por meio de coeficientes de película supostos inicialmente conhecidos, ao invés de serem obtidos a partir da solução da equação da energia. O gás era mistura equimolar de dióxido de carbono e vapor de água.

Analisaram-se os efeitos do comprimento do duto, das temperaturas da parede e de entrada do gás e do número de Stanton, dependente do escoamento e do coeficiente de película.

Resultados experimentais e teóricos para escoamento completamente desenvolvido de dióxido de carbono em duto circular, combinando convecção laminar e radiação foram apresentados por Greif (1978). Foi considerado apenas o fluxo radial de energia radiante. Comparou-se o perfil de temperatura do gás obtido experimentalmente, com os provenientes de três soluções distintas: (a) considerando apenas convecção forçada; (b) considerando convecção forçada e laminar; e (c) incluindo radiação e os dois modos de convecção.

Em análise semelhante à apresentada por Nakra e Smith (1977), Clausen e Smith (1979) consideraram o caso em que o fluxo de calor na parede era constante e incluíram a variação do coeficiente de película na entrada do duto. Foram apresentadas as distribuições de temperatura do gás e da parede em função do comprimento do duto e do número de Stanton. Nessas duas análises, as zonas eram fatias cilíndricas e a convecção foi introduzida por meio de coeficientes de película previamente conhecidos. Em trabalho posterior, Smith et al. (1985) consideraram zonas toroidais, ou seja, anéis de secção retangular, permitindo a determinação do fluxo convectivo de calor a partir do balanço de energia aplicado em cada zona de gás. A parede do tubo era negra e possuía temperatura uniforme. O perfil de velocidade era plenamente desenvolvido e os casos laminar e turbulento foram incluídos. O gás era constituído de mistura equimolar de dióxido de carbono e vapor de água, sendo modelados por soma ponderada de gases cinzas (Smith et al., 1982). Os resultados incluem a distribuição radial e axial de temperatura do gás e os números de Nusselt correspondentes à soma dos fluxos de calor convectivo e radiante.

Stasiek (1988) considerou a radiação térmica no gás por meio de zonas cilíndricas, que eram transformadas em superfícies equivalentes para efeito de cálculo das trocas de energia radiante. O gás foi modelado como cinza e o coeficiente de película para convecção térmica era previamente conhecido, ou seja, não foi determinado a partir da solução da equação da energia. A parede era cinza e perfeitamente difusa, à qual era fornecido um fluxo uniforme de calor. Estudou-se o efeito da emitância da parede do duto, do coeficiente de absorção do gás e do comprimento do duto. Incluiu-se, ainda, verificação experimental do modelo de solução proposto, através do escoamento de ar e dióxido de carbono através de um duto de comprimento 9 diâmetros. A distribuição de temperatura da parede obtida pela solução numérica foi ajustada à experimental por meio do coeficiente de absorção.

Campo e Schuler (1988a) consideraram o escoamento laminar de gás cinza através de duto circular com superfície cinza e difusa, mantida à temperatura uniforme. Nessa solução, a

variação da intensidade de radiação foi descrita por meio de aproximações diferenciais, ao invés de termos íntegro-diferenciais. Para esse propósito, utilizou-se a aproximação P-1. O fluxo de energia radiante tornou-se unidimensional, ou seja, apenas a variação radial do fluxo foi considerada. Em trabalho equivalente, Schuler e Campo (1988b) consideraram o escoamento como sendo turbulento e completamente desenvolvido. Os resultados incluem o número de Nusselt total para tubos longos: 50 diâmetros de comprimento.

Utilizando-se o mesmo procedimento apresentado por Stasiek (1988), Stasiek e Collins (1993) estenderam a solução para o caso em que tanto o fluxo de calor fornecido à parede quanto o coeficiente de película variavam ao longo do duto.

Seo et al. (1994), analogamente a Schuler e Campo (1988) e Campo e Schuler (1988), utilizaram a aproximação P-1 para simplificar os termos íntegro-diferenciais, provenientes do balanço de energia radiante, por meio de diferenciais de primeira ordem. Nesse caso, porém, considerou-se a dependência espectral do coeficiente de absorção do gás, utilizando-se bandas de absorção. O escoamento era laminar e o perfil de velocidade na entrada do duto era uniforme, exigindo a solução da equação da quantidade de movimento para incluir o desenvolvimento hidrodinâmico. Entretanto, as propriedades físicas do gás eram independentes da temperatura, desacoplando as equações da quantidade de movimento e da energia. A parede do duto era isotérmica e admitida cinza e perfeitamente difusa.

Na Tabela 1-1, os trabalhos mencionados são listados segundo os seguintes critérios: tipo de escoamento, condição de contorno na parede do duto, características radiantes da superfície do duto, modelo de gás participante e fluxo de energia radiante.

1.3 Objetivos deste Trabalho

Nesta dissertação, considerou-se o problema da transferência de calor no escoamento de gases participantes no interior de dutos circulares. Os gases possuem temperaturas elevadas, de modo que a radiação térmica deve ser incluída na solução, combinada com os processos de condução e convecção. O tubo é isolado do meio externo por intermédio de isolante real, ou seja, há fluxo de calor radial em direção ao meio externo, conduzindo ao aparecimento de uma outra incógnita: a temperatura da parede externa do isolante. Os termos convectivos e difusivos da equação da energia são discretizados por meio do método de volumes de controle *Flux-Spline* (Varejão, 1978). Utiliza-se o método das zonas para avaliação das trocas de energia radiante, levando em conta as direções radial e axial no interior do duto. A dependência das propriedades radiantes do gás em relação ao comprimento de onda é incluída

Tabela 1-1 Quadro comparativo dos trabalhos sobre transferência de calor combinando condução, convecção e radiação no escoamento de gases participantes em dutos circulares

Trabalho	Escoamento ⁽¹⁾	Condição de Contorno na Parede	Superfície do Duto	Modelo de Gás	Fluxo de Energia Radiante
Einstein (1963)	uniforme e laminar	temperatura uniforme	negra	cinza	radial e axial
Habib e Greif (1970)	turbulento	geração interna de calor	negra	bandas de absorção	radial
Pearce e Emery (1970)	laminar	temperatura uniforme	negra	bandas de absorção	radial e axial
Wassel et al. (1975)	laminar e turbulento	desenvolvimento térmico ⁽³⁾	negra	bandas de absorção	radial
Echigo et al. (1975)	laminar	temperatura uniforme	negra	cinza	radial e axial
Wassel e Edwards (1976)	laminar e turbulento	desenvolvimento térmico ⁽³⁾	negra	bandas de absorção	radial
Jeng et al. (1976)	laminar	temperatura uniforme	cinza	bandas de absorção	radial
Nakra e Smith (1977)	uniforme	temperatura uniforme	negra	soma ponderada de gases-cinzas	radial e axial
Greif (1978)	laminar	desenvolvimento térmico ⁽³⁾	negra	bandas de absorção	radial
Clausen e Smith (1979)	laminar	geração interna de calor	negra	soma ponderada de gases-cinzas	radial e axial
Smith et al. (1985)	laminar e turbulento	temperatura uniforme	negra	soma ponderada de gases-cinzas	radial e axial
Stasiek (1988)	laminar e turbulento ⁽²⁾	geração interna de calor	cinza	cinza	radial e axial
Campo e Schuler (1988a)	laminar	temperatura uniforme	cinza	cinza	radial
Schuler e Campo (1988b)	turbulento	temperatura uniforme	cinza	cinza	radial
Stasiek e Collins (1993)	laminar e turbulento ⁽²⁾	geração interna de calor	cinza	cinza	radial e axial
Seo et. al (1994)	laminar	temperatura uniforme	cinza	bandas de absorção	radial

(1) Todos os perfis de velocidade são plenamente desenvolvidos na entrada do duto, com exceção de Pearce e Emery (1970) e Seo et al. (1994);

(2) A convecção foi introduzida através de coeficientes de película que eram conhecidos previamente. Assim, tanto escoamento laminar quanto turbulento poderiam ser incluídos, e

(3) Devido à hipótese de desenvolvimento térmico, é possível estabelecer a solução em termos da diferença entre as temperaturas do gás e da parede.

por meio do modelo de soma ponderada de gases cinzas. Os gases são constituídos de misturas de dióxido de carbono, vapor de água e nitrogênio, que são produtos típicos de processos de combustão. A parede do duto é cinza e perfeitamente difusa para radiação térmica. As propriedades físicas do gás são admitidas independentes da temperatura, sendo calculadas na temperatura de mistura média. Na entrada do duto, os gases possuem temperatura uniforme e o perfil de velocidade é completamente desenvolvido. Como as propriedades do gás são uniformes, o perfil de velocidade não se altera ao longo do duto e as equações da energia e da quantidade de movimento tornam-se desacopladas. Ambos os escoamentos laminar e turbulento são considerados.

Do exposto acima, a única simplificação desta solução em relação ao estado da arte consiste no desacoplamento das equações da energia e da quantidade de movimento, uma vez que o campo de escoamento é previamente conhecido. Apenas Pearce e Emery (1970) e Seo et al. (1994) resolveram o escoamento do gás a partir de um perfil uniforme de velocidade na entrada do duto, sendo o primeiro deles o único a incluir a dependência das propriedades físicas do gás em relação à temperatura. No entanto, ambas as soluções consideraram apenas o escoamento laminar, sendo a parede mantida à temperatura uniforme. A condição de isolamento real introduzida neste trabalho nunca foi considerada antes em problemas incluindo o processo de radiação no interior do duto.

Capítulo 2

Convecção Forçada em Dutos Circulares

Este capítulo trata o escoamento de gases em dutos circulares, com interesse especial no caso turbulento, que exige modelos para a sua solução. Os resultados apresentados aqui serão diretamente empregados no Cap. 4, onde é desenvolvida a formulação matemática para o problema da dissertação.

2.1 Introdução

O processo de convecção resulta do transporte de energia térmica devido ao movimento de elementos do fluido. O conhecimento do campo de escoamento é necessário à determinação da transferência de calor por convecção. A troca de energia térmica entre um fluido e uma parede sólida, em diferentes temperaturas, é muito maior quando o fluido está em movimento do que quando em repouso; isso se deve ao processo de convecção. Esse mecanismo está relacionado ao padrão de escoamento, que deve ser conhecido para a solução de qualquer problema de transferência de calor envolvendo convecção. De acordo com o tipo de indução, esse mecanismo pode ser dividido em dois modos. O primeiro deles é a convecção forçada, quando o escoamento é induzido artificialmente, como exemplo, por bombas ou ventiladores. No outro modo, o movimento resulta das diferenças de densidade no fluido, devido ao campo de temperaturas, sendo denominado convecção natural.

Em problemas importantes da engenharia, a convecção é o mecanismo predominante na transferência de calor, o que tem estimulado diversos trabalhos experimentais e modelos físicos para a sua descrição. Kays e Crawford (1980) citam as duas fases em que a pesquisa em convecção poderia ser dividida: a primeira delas corresponde ao período em que quase todos os conhecimentos estavam baseados nos resultados experimentais, conduzindo a coeficientes de película de, ainda hoje, aplicações práticas extensivas; a partir de 1960, iniciou-se a segunda fase, com a tentativa de desenvolvimento de modelos físicos e matemáticos para aplicação das equações básicas. Essa última fase depende muito de métodos computacionais, cujo desenvolvimento nos últimos anos tem permitido contribuição significativa, levando à solução de problemas novos e complexos. A escolha entre um e outro método depende das exigências e características de cada problema. Nesta dissertação, a inclusão da radiação térmica exige uma análise do problema a partir das equações

fundamentais. Por isso, serão abordados a seguir os modelos físicos de convecção no escoamento de gases em dutos circulares, necessários para a solução numérica do problema proposto.

2.2 Tipos de Escoamentos Internos

O primeiro ponto a ser considerado é a respeito do padrão de escoamento interno. Dois critérios diferentes podem ser utilizados, conduzindo às divisões seguintes, independentes entre si: laminar ou turbulento e desenvolvido ou não-desenvolvido.

Os escoamentos laminares caracterizam-se pelo movimento suave do fluido em lâminas ou camadas, que não se misturam entre si. No regime turbulento, pequenos volumes do fluido, denominados turbilhões, apresentam movimento caótico que se superpõe ao movimento médio. Se no regime laminar o calor propaga-se por difusão molecular, que é uma propriedade do fluido, no caso turbulento deve ser adicionado o transporte de energia devido ao movimento desses pequenos volumes, caracterizando a difusão turbilhonar. Observações experimentais indicam que a transição do regime laminar para o turbulento em escoamentos em dutos circulares ocorre para números de Reynolds, Re , em torno de 2300. Assim, pode-se estabelecer uma divisão quantitativa entre os dois regimes através de:

$$\begin{array}{ll} Re < 2300 & \text{regime laminar, e} \\ Re > 2300 & \text{regime turbulento} \end{array}$$

sendo o número de Reynolds definido por:

$$Re = \frac{\rho U_m D_i}{\mu} \quad (2-1)$$

ρ e μ são, respectivamente, a densidade e a viscosidade dinâmica do fluido, U_m é a velocidade média e D_i o diâmetro interno do duto.

Quando um fluido com velocidade uniforme entra em um duto, o perfil de velocidade modifica-se até atingir seu padrão final, que depende das características do escoamento. A primeira região, quando o perfil de velocidade está ainda se modificando, é denominada não desenvolvida; a outra região é a desenvolvida. O comprimento de entrada compreende o trecho do duto em que o perfil está se desenvolvendo e seu tamanho depende se o regime é laminar ou turbulento. Deve ser ressaltado que escoamentos desenvolvidos são possíveis apenas quando não há variação de temperatura do fluido ou quando as propriedades físicas

destes são independentes da temperatura. Quando não é esse o caso, o perfil de velocidades altera-se continuamente à medida que as propriedades modificam-se. O problema torna-se, deste modo, acoplado e exige a solução simultânea das equações da quantidade de movimento e da energia para a obtenção dos perfis de velocidades e temperaturas, respectivamente.

Escoamentos turbulentos correspondem à grande maioria das aplicações em engenharia. Por isso, os modelos de turbulência ocuparão a maior parte da análise de convecção forçada em dutos apresentada neste capítulo. O caso laminar é muito mais simples, não exigindo modelos para sua solução.

2.3 Modelos de Turbulência

Turbulência é um dos mais importantes problemas de engenharia ainda sem solução. Não existe teoria geral através da qual esse fenômeno possa ser tratado para todas as configurações de interesse. Sabe-se que as equações de Navier-Stokes, juntamente com as equações da continuidade e da energia, governam os escoamentos turbulentos. Porém, mesmo considerando os recentes avanços computacionais, não é possível a solução numérica das equações descrevendo a maioria das aplicações práticas. Mesmo geometrias simples requerem elevado esforço computacional e dependem das informações provenientes de observações experimentais (Pletcher, 1988). Entre as conquistas obtidas, a estrutura da camada limite turbulenta externa, em placa plana, está razoavelmente compreendida e muitas de suas características são universais, ou seja, são também apresentadas por escoamentos em outras geometrias, como escoamentos em dutos circulares. Por isso, a camada limite externa será discutida inicialmente. Em seguida, esses resultados são estendidos aos dutos circulares.

Estrutura da turbulência em camadas limites externas. Conforme observações experimentais, a camada limite externa turbulenta pode ser dividida em duas regiões distintas. A primeira situa-se imediatamente próxima à superfície da parede, onde as transferências de quantidade de movimento e energia são devidas principalmente aos mecanismos de tensão viscosa e condução molecular. A segunda região é a completamente turbulenta e compreende a maior parte da camada limite, apresentando flutuações de velocidade em consequência dos turbilhões. As transferências de quantidade de movimento e energia são maiores do que as provocadas pela tensão viscosa e pela condução molecular, devido à existência de elementos do fluido com velocidade normal à direção principal de escoamento, transportando tanto quantidade de movimento quanto energia térmica.

A primeira região é denominada subcamada viscosa e, embora seja fina e junto à parede, é nela que ocorrem os eventos fundamentais que conduzem à turbulência. Ela corresponde aproximadamente a uma camada laminar que se desenvolve continuamente, até acontecer a ruptura. Nesse ponto, ocorre a ejeção de elementos de fluido da parede, com baixa velocidade, até a região completamente turbulenta, onde a colisão com elementos de maior velocidade origina a fonte primária de energia mecânica turbulenta, ou seja, a energia cinética dos turbilhões.

Matematicamente, as velocidades são tratadas como contendo duas componentes, uma média e independente do tempo, no regime permanente, e outra levando em conta as flutuações, como indicado abaixo:

$$\begin{aligned} U &= \bar{U} + U' \\ V &= \bar{V} + V' \end{aligned} \tag{2-2}$$

U e V são, respectivamente, as velocidades na direção X , paralela à direção de escoamento, e na direção Y , perpendicular a X . Nessas expressões, o primeiro termo é o valor médio e o segundo corresponde à flutuação. A conveniência desse tipo de notação ficará evidente no Cap.4, quando são apresentadas as equações da quantidade de movimento e da energia. O importante no momento é que, nessas deduções, aparece o termo $\overline{U'V'}$, definido como uma tensão turbulenta aparente, devido ao deslocamento de elementos do fluido para pontos de diferentes velocidades. Caso não houvesse gradientes de velocidades no fluido, era de se esperar que essa tensão fosse zero. Por isso é razoável admitir que:

$$\overline{U'V'} \propto \frac{\partial \bar{U}}{\partial Y}$$

O fator de proporcionalidade é definido como a difusividade turbulenta da equação quantidade de movimento ϵ_M :

$$\overline{U'V'} = -\epsilon_M \frac{\partial \bar{U}}{\partial Y} \tag{2-3}$$

Em escoamentos laminares, $U' = V' = 0$, ou seja, $U = \bar{U}$, $V = \bar{V}$ e $\epsilon_M = 0$.

Entre os vários métodos existentes para a avaliação da difusividade turbulenta ϵ_M , a teoria do comprimento de mistura de Prandtl é a mais simples e conduz a resultados adequados para camadas limites externas. O mesmo não ocorre nos casos de turbulência elevada na corrente livre, de superfícies com fortes curvaturas, quando os efeitos tridimensionais devem ser considerados e, de um modo geral, nos casos em que as hipóteses

da camada limite não mais se aplicam. Enquanto essas condições não são de interesse aqui, a teoria do comprimento de mistura de Prandtl é bastante conveniente e será utilizada.

Essa teoria postula que a difusividade turbulenta ϵ_M é proporcional ao módulo do gradiente de velocidade na direção normal ao escoamento:

$$\epsilon_M = \ell^2 \left| \frac{\partial \bar{U}}{\partial Y} \right| \quad (2.4)$$

ℓ é denominado comprimento de mistura de Prandtl, cujo valor deve ser determinado a partir de resultados experimentais. Prandtl considerou que ℓ , para regiões não muito distantes da parede, deveria ser proporcional à distância Y da parede:

$$\ell = \kappa Y \quad (2.5)$$

sendo κ a constante de von Karman. A Fig. 2.1 apresenta medidas experimentais de ℓ em diferentes posições na superfície. δ_{99} corresponde à espessura da camada limite em que $\bar{U} / U_\infty = 0,99$, sendo U_∞ a velocidade da corrente livre, distante da placa. Próximo à parede, a Eq. (2-5) mostra-se adequada, com $\kappa = 0,41$. Para Y/δ_{99} acima de 0,70, o comprimento de mistura torna-se diretamente proporcional à espessura da camada limite, de acordo com:

$$\ell = \xi \delta_{99} \quad (2.6)$$

sendo ξ igual a 0,085. Nas condições do experimento, o gradiente de pressão era adverso e fraco, embora tenha sido observado que κ e ξ variem pouco com diferentes gradientes de

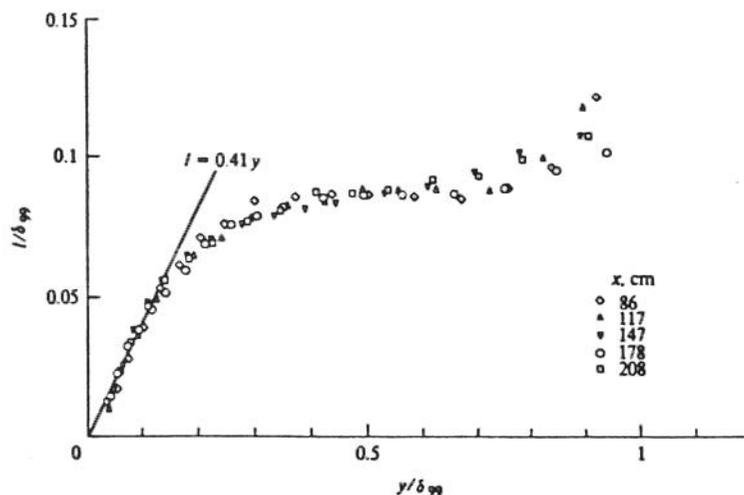


Fig. 2-1 Comprimentos de mistura obtidos por Anderson et al. (1975).

pressão. Pode ser notado na Fig. 2-1 que as medidas experimentais não englobam a subcamada laminar, por estar muito próxima à parede. Além disso, a Eq. (2-3) não é representativa dessa região, pois foi concebida apenas para regiões turbulentas.

Com os resultados apresentados acima, pode-se obter o perfil de velocidades no escoamento turbulento ao longo de uma placa plana: na subcamada viscosa, admite-se que $\varepsilon_M = 0$; e, na camada turbulenta, desconsidera-se os efeitos moleculares ($\varepsilon_M \gg \nu$) e admite-se que ε_M se comporta segundo a Eq. (2-5). Em seguida, resolve-se a equação da quantidade de movimento. Obtém-se, desse modo, um perfil de velocidade para cada região, como apresentado abaixo na forma adimensional:

$$u^+ = y^+ \quad y^+ \leq 10,8 \quad \text{subcamada viscosa}$$

e

$$u^+ = 2,44 \ln y^+ + 5,0 \quad y^+ > 10,8 \quad \text{região turbulenta}$$

onde:

$$u^+ = \frac{\bar{U} / U_\infty}{\sqrt{f/2}} \quad (2-7a)$$

e

$$y^+ = \frac{Y U_\infty \sqrt{f/2}}{\nu} \quad (2-7b)$$

onde f é o coeficiente de atrito. O perfil de velocidades da camada turbulenta possui padrão logarítmico, recebendo a denominação de lei da parede. O valor 10,8 foi obtido de modo a minimizar o desvio das duas equações acima em relação aos resultados experimentais, que serão discutidos adiante. Considerou-se não haver transferência de massa na parede, nem gradiente de pressão na direção do escoamento.

O modelo das duas camadas possui a limitação de assumir uma subcamada perfeitamente laminar ($\varepsilon_M = 0$). Enquanto para solução da equação da quantidade de movimento isso possa não trazer erros significativos, a qualidade dos resultados para o cálculo da transferência de calor pode ficar comprometida, pois uma pequena difusividade turbulenta na região $y^+ < 5,0$ pode contribuir consideravelmente neste último cálculo.

Van Driest (1956) propôs um modelo de subcamada em que a difusividade turbulenta ε_M é zero apenas na parede, $Y = 0$; a partir daí, ε_M eleva-se até a região turbulenta, sem descontinuidade. Assim, estende-se o comprimento de mistura de Prandtl até a parede, ao

invés de assumi-lo zero na subcamada, através de uma função de amortecimento aplicada à Eq. (2-5):

$$\ell = \kappa Y \left[1 - \frac{1}{\exp(y^+ / A^+)} \right] \quad (2-8)$$

Por meio da expressão acima, resolve-se a equação da quantidade de movimento para a obtenção do perfil de velocidades na camada limite externa. O valor de A^+ é obtido pela escolha de vários valores e a comparação dos perfis de velocidades calculados com os experimentais. $A^+ = 25,0$ conduziu aos melhores resultados, sendo válido apenas quando não há gradiente de pressão ou transferência de massa na parede. O modelo acima é denominado lei contínua da parede. Na Fig. 2-2, são apresentados os perfis de velocidade $u^+ = u^+(y^+)$ para os dois modelos, o das duas camadas e o de van Driest, juntamente com os resultados experimentais. As vantagens do segundo método são evidentes. À medida que se afasta da parede, porém, o desvio entre os modelos e as medidas experimentais aumenta. Isso pode ser explicado pelo fato de que o comprimento de mistura deveria ser calculado, na região distante da parede, por intermédio da Eq. (2-6), ao invés de (2-5) ou (2-8). Outra fonte de desvio seria a presença de gradiente de pressão ao longo da camada limite, que possui influência sobre A^+ .

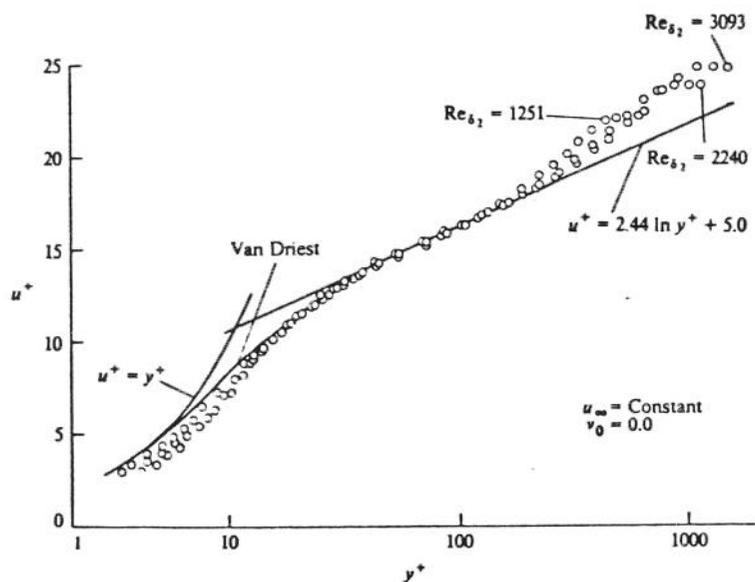


Fig. 2-2 Perfis de velocidade na camada limite externa turbulenta. Dados experimentais de Anderson et al. (1975).

Pode-se estabelecer, assim, o procedimento para determinação da distribuição de velocidade na camada limite externa turbulenta. A equação da quantidade de movimento exige o conhecimento da difusividade turbulenta ε_M , calculada a partir da Eq. (2-4). O

comprimento de mistura ℓ é calculado na região próxima à parede por (2-8), enquanto que nos pontos mais afastados por meio da Eq. (2-6). Para determinar o domínio de aplicação das duas equações, determina-se o valor de Y para o qual os valores de ℓ , quando calculados por (2-6) e (2-8), coincidem.

Escoamento turbulento em dutos circulares. As características da turbulência em escoamentos em dutos são muito semelhantes às da camada limite externa. Do mesmo modo, observam-se duas regiões: uma subcamada viscosa próxima à parede, onde os efeitos moleculares são predominantes, e um núcleo turbulento, em que os efeitos de turbulência são mais importantes. A diferença básica em relação ao caso externo é que a camada limite desenvolve-se até a linha de centro, onde se encontra com a camada limite da parede oposta. Quando as propriedades físicas são constantes, o escoamento não mais se modifica e é denominado desenvolvido.

A solução da equação da quantidade de movimento exige o conhecimento da difusividade turbulenta ε_M . Na subcamada viscosa, poderia ser utilizado o modelo de van Driest, Eq. (2-8), sendo que, neste caso, $A^+ = 26,0$ conduz a melhores resultados do que $A^+ = 25,0$. Na região externa à subcamada laminar, a utilização de um comprimento de mistura constante, como no caso de camada limite externa, não conduz a bons resultados. Reichardt (1951) propôs a seguinte expressão empírica para a difusividade turbulenta nessa região:

$$\frac{\varepsilon_M}{\nu} = \frac{\kappa y^+}{6} \left(1 + \frac{R}{R_i} \right) \left[1 + 2 \left(\frac{R}{R_i} \right)^2 \right] \quad (2-9)$$

sendo R_i o raio interno do duto e R , no sistema de coordenadas cilíndricas, a distância do ponto à linha de centro. Nesse caso, a constante de von Karman, κ , é melhor representada por 0,40. A grandeza y^+ é adimensionalizada de acordo com:

$$y^+ = \frac{Y U_m \sqrt{f/2}}{\nu} \quad (2-10)$$

em que $Y = R_i - R$. O limite de aplicação de cada equação é o ponto no qual os valores de ε_M/ν , calculados por (2-8) e (2-9), são os mesmos. Uma alternativa mais simples e que conduz a resultados adequados é utilizar, em todo o núcleo turbulento, o valor de ε_M/ν calculado pela Eq. (2-9) na linha de centro.

Efeito da rugosidade. Todos os resultados apresentados até aqui são para paredes lisas. O efeito primário da rugosidade é desestabilizar a subcamada viscosa, reduzindo sua espessura

até o limite em que ela desaparece. Para inclusão desse efeito, define-se o número de Reynolds para rugosidade, Re_e , como:

$$Re_e = \frac{e_s U_m \sqrt{f/2}}{\nu} \quad (2-11)$$

sendo e_s a rugosidade da parede. A Tabela 2.1 mostra valores de e_s para algumas superfícies utilizadas em dutos. Experimentalmente, são observadas três regiões diferentes: $Re_e \leq 5,0$ corresponde ao regime de tubos lisos, onde valem todos os resultados anteriores; $5,0 < Re_e < 70$ é a região de transição, caracterizada pela redução contínua da subcamada viscosa; e $Re_e \geq 70$, que é a região completamente rugosa, onde não se observa mais a subcamada viscosa. Neste último regime, a hipótese de difusividade turbulenta da quantidade de movimento ϵ_M nula não é mais válida, assim como as Eqs. (2-5) e (2-8). Foi proposta a seguinte equação para o comprimento de mistura próximo à superfície rugosa:

$$\ell = \kappa(Y + Y_e) \quad (2-12)$$

tendo-se obtido, experimentalmente, que:

$$Y_e = 0,031 \frac{\nu}{U_m \sqrt{f/2}} Re_e \quad (2-13)$$

Tabela 2-1 Rugosidade superficial para materiais utilizados em dutos de condução (Fox e McDonald, 1988).

Material	e_s (10^{-3} m)
Ferro fundido	0,2591
Ferro galvanizado	0,1524
Ferro fundido asfaltado	0,1219
Aço comercial	0,0457
Tubo estirado	0,0015

Em escoamentos turbulentos em dutos em regime completamente rugoso, a solução da quantidade de movimento pode ser alcançada pelo seguinte procedimento: na região próxima à parede, o comprimento de mistura é calculado pela equação (2-12), ao invés de (2-8), que só vale para regime de tubos lisos; em pontos mais afastados da parede, o efeito da rugosidade não é percebido e a expressão de Reichardt é mantida. Do mesmo modo, o domínio de

aplicação dessas equações é definido pelo ponto no qual os valores de ε_M , calculados a partir de cada uma delas, são os mesmos.

O coeficiente de atrito f é obtido por meio de correlações empíricas. Para a região de tubos lisos, f pode ser calculado por meio da correlação proposta por Prandtl (1952), Kármán (1934) e Nikuradse (1966), válida para $4 \times 10^3 \leq Re \leq 10^7$. Os resultados concordam com os obtidos experimentalmente dentro de $\pm 2\%$:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,7372 \ln(Re \sqrt{f}) - 0,3946 \quad (2-14)$$

Para a solução iterativa da equação acima, o coeficiente de atrito f pode ser inicialmente estimado através da correlação de Techo et al. (1965):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,7372 \ln\left(\frac{Re}{1,964 \ln Re - 3,8215}\right)$$

Na região completamente rugosa, o coeficiente de atrito é calculado por meio de (Kays e Crawford, 1980):

$$\frac{f}{2} = [2,46 \ln(D_i / e_s) + 3,22]^{-2} \quad (2-15)$$

Nesse caso, f não depende do escoamento nem da viscosidade do fluido.

Efeito da variação das propriedades físicas do fluido com a temperatura. Até agora, todos os resultados foram apresentados sem considerar o que acontece quando propriedades como viscosidade e densidade variam com a temperatura. Por exemplo, na adimensionalização indicada em (2-7), essas duas propriedades são empregadas e surge a questão a respeito do local, ou da temperatura, em que elas deveriam ser avaliadas. A mesma questão surge a respeito da avaliação dos números de Reynolds, Eqs. (2-1) e (2-11). Há poucos trabalhos que tratam do efeito provocado pela dependência das propriedades físicas do fluido com a temperatura. A maioria deles propõe coeficientes de correção dos números de Nusselt e não fornecem informações a respeito de como considerar as equações básicas. Bankston e McEligot (1970) resolveram por diferenças finitas as equações da quantidade de movimento e da energia, considerando a dependência das propriedades. Nesse trabalho, foram testados vários modelos para o cálculo da difusividade turbulenta, comparados com dados experimentais para um escoamento com fortes variações nas propriedades. O modelo de comprimento de mistura, calculado pela expressão de van Driest resultou nos melhores

resultados, sendo as propriedades avaliadas na temperatura da parede. Nos cálculos, porém, a expressão de van Driest foi empregada em todo o domínio, ou seja, da parede até a linha de centro, o que poderia explicar os desvios entre os resultados numéricos e experimentais. Por outro lado, Kays e Crawford (1980) sugeriram que, no cálculo do comprimento de mistura, a viscosidade e a densidade deveriam ser avaliadas localmente e a tensão de cisalhamento, na temperatura da parede.

A determinação do perfil de velocidade a partir da equação da quantidade de movimento depende do conhecimento, em cada ponto do escoamento, das propriedades físicas, que dependem do campo de temperatura. Esse campo, por sua vez, é obtido da equação da energia apenas quando se conhece a distribuição de velocidades. O problema torna-se, assim, acoplado e as equações devem ser resolvidas simultaneamente: considerando propriedades constantes, resolve-se o campo de velocidade pela equação da quantidade de movimento. Com esse campo, calculam-se as temperaturas em cada ponto pela equação da energia e, em seguida, as propriedades físicas, que serão novamente introduzidas na equação da quantidade de movimento. Repete-se esse processo até a convergência das distribuições de velocidade e temperatura.

2.4 Transferência de Calor em Escoamentos Turbulentos em Dutos

Na solução da equação da energia em escoamentos turbulentos, surge o termo $\overline{T'V'}$, sendo T' a flutuação de temperatura resultante da turbulência. Em analogia ao tratamento do termo $\overline{U'V'}$, Eq. (2-3), define-se a difusividade turbulenta térmica ε_H como:

$$\overline{T'V'} = -\varepsilon_H \frac{\partial \bar{T}}{\partial Y} \quad (2-16)$$

\bar{T} é a temperatura média em cada ponto do escoamento. Interessa aqui apenas como estimar o valor de ε_H ; o modo como o termo $\overline{T'V'}$ surge será discutido no Cap. 4, quando as equações da energia e da quantidade de movimento são discutidas com mais detalhes. Os resultados apresentados para ε_M e ε_H neste capítulo serão diretamente inseridos naquelas equações. No caso laminar, $\overline{T'V'} = 0$, de modo que $\varepsilon_H = 0$.

Para a avaliação de ε_H , dois procedimentos poderiam ser utilizados: estabelecer uma teoria para cálculo de $\overline{T'V'}$ ou relacionar ε_H à difusividade turbulenta da quantidade de movimento, ε_M . A segunda mostra-se mais interessante, uma vez que o procedimento para cálculo de ε_M já está estabelecido. Desse modo, define-se número de Prandtl turbulento, Pr_t :

$$Pr_t = \frac{\varepsilon_M}{\varepsilon_H} \quad (2-17)$$

Em geometrias complexas, a definição do número de Prandtl turbulento Pr_t é pouco útil; para escoamentos em dutos circulares, essa definição é muito conveniente e conduz a bons resultados (Kays, 1994).

Para estimar o número de Prandtl turbulento Pr_t , há a analogia entre a transferência da quantidade de movimento e energia, a mais simples das quais é a denominada Analogia de Reynolds, segundo a qual $\varepsilon_M = \varepsilon_H$ e $Pr_t = 1,0$. Embora uma simplificação de um fenômeno bastante complexo, o resultado acima mostra-se adequado para fluidos com número de Prandtl, Pr , acima de 5,0. Experimentos para camada limite indicam que Pr_t varia entre 0,6 e 0,7 na região externa da camada limite e em torno de 1,5 próximo à parede (Moffat e Kays, 1984). Porém, os modelos algébricos de turbulência fornecem bons resultados para número de Prandtl turbulento Pr_t constante e em torno de 0,9 e 1,0 (Pletcher, 1988). Para a determinação de Pr_t com maior precisão, pode-se utilizar a seguinte expressão (Kays e Crawford, 1980):

$$Pr_t = \frac{1}{\frac{1}{2 Pr_{t\infty}} + C Pe_t \sqrt{\frac{1}{Pr_{t\infty}}} - (C Pe_t)^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{C Pe_t \sqrt{Pr_{t\infty}}}\right) \right]} \quad (2-18)$$

sendo: $Pe_t = \frac{\varepsilon_M}{\nu} Pr$;

$$Pr_{t\infty} = 0,86 , e$$

$$C = 0,2$$

O número de Prandtl é calculado por:

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k} \quad (2-19)$$

sendo c_p , k e μ o calor específico a pressão constante, a condutividade térmica e a viscosidade dinâmica do fluido, respectivamente.

Capítulo 3

Radiação Térmica

Discutem-se, neste capítulo, os princípios físicos, os modelos de gases participantes e os métodos de solução empregados em problemas de radiação. Em seguida, desenvolve-se a formulação do método das zonas, associado ao modelo de soma ponderada de gases cinzas, para cálculo da transferência de energia radiante, incluindo as expressões para determinação das áreas de troca direta para zonas contidas no interior de cavidades cilíndricas.

3.1 Radiação em Superfícies

A radiação térmica caracteriza-se pela não necessidade de meio material para sua propagação. Em oposição à convecção e à condução, ela não depende de diferenças de temperatura para que ocorra. Assim, mesmo quando dois corpos estão à mesma temperatura, há transferência de energia radiante de um corpo para o outro, embora o balanço de energia seja nulo. O transporte da energia radiante pode ser explicado tanto pelas ondas eletromagnéticas quanto pelos fótons, embora, isoladamente, nenhuma dessas teorias expliquem completamente o fenômeno. De acordo com a teoria eletromagnética, os comprimentos de onda de radiação térmica estão compreendidos entre 0,3 e 50 μm .

Intensidade de Radiação. A Fig. 3-1 apresenta um elemento diferencial de área dA , do qual sai a taxa de energia radiante d^2Q , contida dentro do ângulo sólido $d\omega$. A intensidade de radiação é definida como:

$$i = \frac{d^2Q}{dA \cos \beta d\omega}$$

sendo β o ângulo entre as direções da normal a dA e da intensidade de radiação. Analogamente, define-se intensidade de radiação monocromática, i_λ , como:

$$i_\lambda = \frac{d^3Q_\lambda}{dA \cos \beta d\omega d\lambda} \quad (3-1)$$

em que d^3Q_λ corresponde à parcela da energia radiante d^2Q contida dentro do intervalo diferencial de comprimento de onda $d\lambda$, que contém λ . Assim:

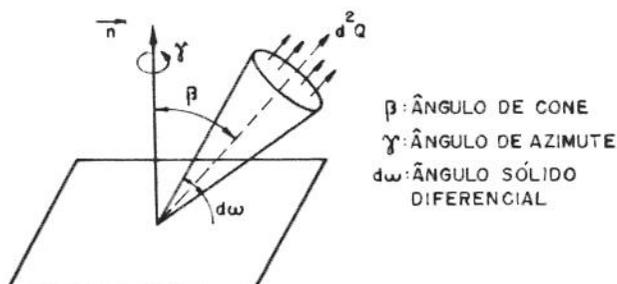


Fig. 3-1 Energia radiante abandonando o elemento de área dA .

$$d^2Q = \int_{\lambda} d^3Q_{\lambda} \Rightarrow i = \int_{\lambda} i_{\lambda} d\lambda$$

A taxa total de energia monocromática que abandona o elemento de área dA , d^2Q_{λ} , é obtida pela integração de d^3Q_{λ} em todos os ângulos sólidos contidos no hemisfério, como indicado pela Fig. 3-2 :

$$d^2Q_{\lambda} = \int i_{\lambda} dA \cos\beta d\omega d\lambda$$

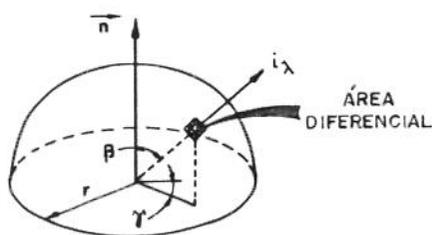


Fig. 3-2 Integração da intensidade de radiação no hemisfério.

O ângulo sólido $d\omega$ é determinado a partir de:

$$d\omega = \frac{\text{área diferencial no hemisfério}}{(\text{raio do hemisfério})^2} = \frac{rd\beta(rs\text{en}\beta d\gamma)}{r^2} = \text{sen}\beta d\beta d\gamma \quad (3-2)$$

De modo que:

$$d^2 Q_\lambda = dA \int_{\beta=0}^{\pi/2} \int_{\gamma=0}^{2\pi} i_\lambda d\lambda \sin \beta \cos \beta d\beta d\gamma$$

Para as superfícies difusas, nas quais a intensidade de radiação não depende da direção, $d^2 Q_\lambda$ torna-se:

$$d^2 Q_\lambda = \pi i_\lambda dA d\lambda \quad (3-3)$$

O corpo negro é aquele capaz de absorver toda a energia radiante incidente em todos os comprimentos de onda. Embora ele seja uma idealização das superfícies reais, o corpo negro serve como elemento de referência para avaliação do comportamento radiante de corpos reais. O poder emissivo monocromático hemisférico de corpo negro, $e_{\lambda b}$, é dado por:

$$e_{\lambda b} = \frac{d^2 Q_{\lambda b}}{dA d\lambda} \quad (3-4)$$

sendo $d^2 Q_{\lambda b}$ a taxa total de energia monocromática emitida pela área dA . Por meio da estatística quântica, demonstra-se que $e_{\lambda b}$ depende da temperatura do corpo negro e do índice de refração do meio com que faz contacto. O poder emissivo total, e_b , é obtido de:

$$e_b = \int_\lambda e_{\lambda b} d\lambda = \frac{\int_\lambda d^2 Q_{\lambda b}}{dA}$$

e corresponde a toda energia radiante emitida pelo corpo negro, por unidade de área e de tempo. A partir de resultados tanto teóricos da estatística quântica quanto experimentais, demonstra-se que:

$$e_b = n^2 \sigma T^4 \quad (3-5)$$

onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann, igual a $5,6697 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$, T a temperatura do corpo negro e n é o índice de refração do meio, admitido independente da frequência de radiação. A Eq. (3-5) é conhecida como Lei de Stefan-Boltzmann. Para $n = 1$, a taxa de energia emitida por dA é:

$$dQ_b = \int_\lambda d^2 Q_{\lambda b} = \int_\lambda e_{\lambda b} dA d\lambda = dA \int_\lambda e_{\lambda b} d\lambda = dA e_b = dA \sigma T^4$$

Para um corpo negro de área finita A :

$$Q_b = A\sigma T^4 \quad (3-6)$$

Outra propriedade importante do corpo negro é que sua intensidade de radiação não depende da direção de emissão, sendo um dos resultados das Leis de Kirchhoff. Assim, a superfície do corpo negro é difusa. Das Eqs. (3-3) e (3-4), obtém-se que:

$$e_{\lambda b} = \pi i_{\lambda b} \quad (3-7)$$

sendo $i_{\lambda b}$ a intensidade de radiação monocromática do corpo negro.

Superfícies Reais. Em geral, a radiação das superfícies encontradas na natureza possuem comportamento espectral diferente do apresentado pelo corpo negro. Na determinação da transferência de energia radiante nessas superfícies, é comum a utilização de coeficientes que relacionam o comportamento radiante dessas superfícies, emissão e absorção, com o do corpo negro.

Uma superfície de área A recebe a taxa de energia monocromática $dQ_{\lambda i}$, admitida uniformemente distribuída na área e perfeitamente difusa, ou seja, a intensidade de radiação é constante em todas as direções. A absorptância monocromática hemisférica, α_λ , é a razão entre a parcela da energia absorvida pela superfície, $dQ_{\lambda a}$, e a incidente:

$$\alpha_\lambda = \frac{dQ_{\lambda a}}{dQ_{\lambda i}} \quad (3-8)$$

A irradiação monocromática dH_λ é estabelecida como:

$$dH_\lambda = \frac{dQ_{\lambda i}}{A} \quad (3-9)$$

O restante da energia incidente, ou seja, a que não é absorvida, é totalmente refletida, uma vez que o fenômeno de refração é insignificante em corpos sólidos opacos. Desse modo, a taxa de energia refletida, $dQ_{\lambda r}$, é:

$$dQ_{\lambda r} = dQ_{\lambda i} - dQ_{\lambda a} = (1 - \alpha_\lambda)dQ_{\lambda i} = (1 - \alpha_\lambda)AdH_\lambda \quad (3-10)$$

Quando se leva em conta a radiação total incidida na superfície A , Q_i , define-se a absorptância total hemisférica, α , como:

$$\alpha = \frac{Q_a}{Q_i} = \frac{\int_{\lambda} dQ_{\lambda a}}{\int_{\lambda} dQ_{\lambda i}} \quad (3-11)$$

sendo Q_a a taxa total de energia absorvida pela superfície. A irradiação total H é calculada como:

$$H = \frac{Q_i}{A} = \int_{\lambda} \frac{dQ_{\lambda i}}{A} = \int_{\lambda} dH_{\lambda} \quad (3-12)$$

e a taxa total de energia refletida por A , Q_r , é:

$$Q_r = Q_i - Q_a = (1 - \alpha)Q_i = (1 - \alpha)AH \quad (3-13)$$

A emissão de energia pela superfície A é também analisada pela comparação com a emissão de corpo negro. A emitância monocromática hemisférica ε_{λ} é calculada como:

$$\varepsilon_{\lambda} = \frac{dQ_{\lambda e}}{dQ_{\lambda b}} \quad (3-14)$$

em que $dQ_{\lambda e}$ e $dQ_{\lambda b}$ correspondem, respectivamente, às taxas de energia monocromáticas emitidas por A e pelo corpo negro à temperatura de A . De acordo com a Eq. (3-4):

$$dQ_{\lambda e} = \varepsilon_{\lambda} e_{\lambda b} A d\lambda \quad (3-15)$$

A integração de $dQ_{\lambda e}$ e $dQ_{\lambda b}$ em todos os comprimentos de onda fornece, respectivamente, a taxa de energia emitida por A , Q_e , e a taxa de energia que seria emitida pelo corpo negro à temperatura de A , Q_b . A emitância total hemisférica, ε , é calculada a partir da razão entre esses dois valores:

$$\varepsilon = \frac{Q_e}{Q_b} = \frac{\int_{\lambda} dQ_{\lambda e}}{\int_{\lambda} dQ_{\lambda b}} \quad (3-16)$$

Combinando as Eqs. (3-6) e (3-16):

$$Q_e = \varepsilon A \sigma T^4 \quad (3-17)$$

sendo T a temperatura de A .

A radiosidade monocromática dB_λ é a taxa de energia monocromática, por unidade de área, que deixa a superfície A , levando em conta tanto a emissão quanto a reflexão. Das Eqs. (3-15) e (3-10), obtém-se:

$$dB_\lambda = \frac{dQ_{\lambda e} + dQ_{\lambda r}}{A} = \varepsilon_\lambda e_{\lambda b} d\lambda + (1 - \alpha_\lambda) dH_\lambda \quad (3-18)$$

A radiosidade total, B , é obtida pela integração de dB_λ em todos os comprimentos de onda:

$$B = \int_\lambda dB_\lambda = \int_\lambda \frac{dQ_{\lambda e} + dQ_{\lambda r}}{A} = \frac{Q_e + Q_r}{A} = \varepsilon \sigma T^4 + (1 - \alpha) H \quad (3-19)$$

A taxa de energia monocromática trocada pela superfície A , dQ_λ , é dada por:

$$dQ_\lambda = dQ_{\lambda e} + dQ_{\lambda r} - dQ_{\lambda i} = A(dB_\lambda - dH_\lambda) \quad (3-20)$$

Seu valor integrado em todos os comprimentos de onda vale:

$$Q = \int_\lambda dQ_\lambda = \int_\lambda A(dB_\lambda - dH_\lambda) = A(B - H) \quad (3-21)$$

Superfícies nas quais a emitância e a absorptância monocromáticas hemisféricas não dependem do comprimento de onda são chamadas superfícies cinzas. Dessa forma, de acordo com as Eqs. (3-14), (3-16), (3-8) e (3-11):

$$\varepsilon = \frac{Q_e}{Q_b} = \frac{\int_\lambda dQ_{\lambda e}}{\int_\lambda dQ_{\lambda b}} = \frac{\int_\lambda \varepsilon_\lambda dQ_{\lambda b}}{\int_\lambda dQ_{\lambda b}} = \varepsilon_\lambda \frac{\int_\lambda dQ_{\lambda b}}{\int_\lambda dQ_{\lambda b}} = \varepsilon_\lambda \quad (3-22a)$$

e

$$\alpha = \frac{Q_a}{Q_i} = \frac{\int_\lambda dQ_{\lambda a}}{\int_\lambda dQ_{\lambda i}} = \frac{\int_\lambda \alpha_\lambda dQ_{\lambda i}}{\int_\lambda dQ_{\lambda i}} = \alpha_\lambda \frac{\int_\lambda dQ_{\lambda i}}{\int_\lambda dQ_{\lambda i}} = \alpha_\lambda \quad (3-22b)$$

Uma consequência das Leis de Kirchhoff é que ε_λ e α_λ são iguais quando a radiação incidente, $dQ_{\lambda i}$, e a emissão, $dQ_{\lambda e}$, são perfeitamente difusas. Nesse caso, para superfícies cinzas e difusas, resulta:

$$\varepsilon = \alpha \quad (3-23)$$

ε_λ e α_λ geralmente variam significativamente com o comprimento de onda em superfícies reais. Entretanto, essas superfícies podem apresentar comportamento de corpo cinza, ou seja, $\varepsilon = \alpha$, desde que ε_λ e α_λ variem pouco dentro da faixa do espectro em que a emissão e a irradiação, respectivamente, são significativas.

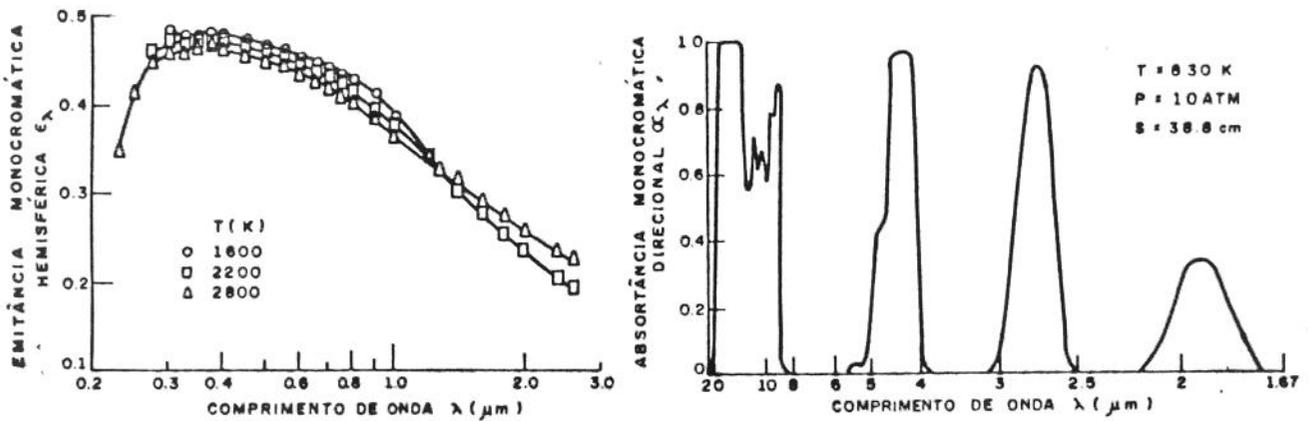
3.2 Radiação em Meios Participantes

Os meios participantes absorvem, emitem e espalham energia radiante. São exemplos de meios participantes gases como o monóxido e o dióxido de carbono, o metano e o vapor de água. O ar e os gases monoatômicos são transparentes à radiação térmica.

Mecanismos Físicos de Absorção e Emissão. As propriedades radiantes de sólidos opacos variam mais suavemente com o comprimento de onda do que as dos gases. As Figs. 3-3(a) e (b) mostram essa tendência para a emitância monocromática hemisférica do tungstênio e o coeficiente de absorção do dióxido de carbono.

As irregularidades decorrem dos vários tipos de transição de energia que ocorrem nos gases, compostos de moléculas, átomos, íons e elétrons livres, cada qual com níveis diferentes de energia. Sob o ponto de vista atômico, o processo de radiação pode ser entendido através do conceito de fóton, a unidade básica de radiação. Emissão e absorção ocorrem quando fótons são liberados e capturados, respectivamente, provocando transições de energia. Além desses dois processos, é possível que parte da energia do fóton seja transferida devido ao espalhamento inelástico, processo sem importância em problemas usuais de engenharia.

Três tipos de transição podem ocorrer : *bound-bound*, *bound-free* e *free-free*. No primeiro caso, o fóton é absorvido ou emitido por um átomo ou molécula e não se verifica recombinação de íons e elétrons, mas salto quântico de energia de um estado de vibração, rotação ou eletrônico para outro. Uma vez que essas variações de energia ocorrem aos saltos, os coeficientes de absorção e emissão são funções que variam abruptamente com o comprimento de onda. A absorção resultante da transição *bound-free* ocorre quando o átomo absorve energia suficiente para causar ionização, de modo que o íon e o elétron ficam livres para assumir qualquer energia cinética. Do contrário, quando o elétron e o íon se combinam, ocorre emissão *free-bound*. Nesses dois últimos casos, não há saltos quânticos de energia e os coeficientes de absorção e emissão variam continuamente no espectro. Por fim, a transição *free-free* é observada quando um elétron interage eletricamente com um íon, liberando ou



(a)

(b)

Fig. 3-3 Comparação entre as propriedades radiantes do tungstênio e dióxido de carbono: efeito do comprimento de onda na (a) emitância monocromática hemisférica do tungstênio; (b) absortância monocromática direcional do dióxido de carbono (Siegel e Howell, 1981).

capturando o fóton. Também nesse caso, os coeficientes variam suavemente com o comprimento de onda.

A radiação em problemas de engenharia geralmente envolve gases que participam com transições nos estados de vibração ou rotação (*bound-bound*) e que, desse modo, têm coeficientes de absorção que variam bruscamente com o comprimento de onda.

Formulação matemática. Na área diferencial dA da Fig. 3-4, contida em gás participante, incide a taxa de energia radiante monocromática d^3Q_{λ} , dentro do ângulo sólido $d\omega$. A intensidade de radiação i_{λ} é a energia radiante incidente nessa área por unidade de tempo, ângulo sólido e área projetada na direção normal a i_{λ} :

$$i_{\lambda} = \frac{d^3Q_{\lambda}}{dA \cos \beta d\omega d\lambda} \quad (3-24)$$

onde β é o ângulo entre a normal da área e a direção do ângulo sólido. A intensidade mantém-se constante quando não há atenuação ou emissão no meio.

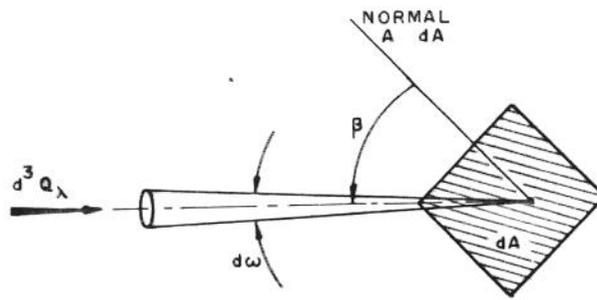


Fig. 3-4 Geometria para definição de intensidade de radiação em meio participante

A Fig. 3-5(a) mostra a intensidade de radiação i_λ atravessando uma placa de espessura dS de um meio que absorve radiação térmica. Essa camada de gás é mantida em baixa temperatura para que sua emissão possa ser desprezada. A experiência demonstra que, nessas condições, a redução na intensidade é proporcional ao produto de i_λ por dS , sendo a constante de proporcionalidade dada pelo coeficiente de extinção K_λ :

$$di_\lambda = -K_\lambda i_\lambda dS \quad (3-25)$$

K_λ depende do comprimento de onda λ e das temperatura, pressão e composição do gás ou mistura de gases. Quando a intensidade atravessa uma camada finita, Fig. 3-5(b), a Eq. (3-25) é integrada ao longo da trajetória percorrida:

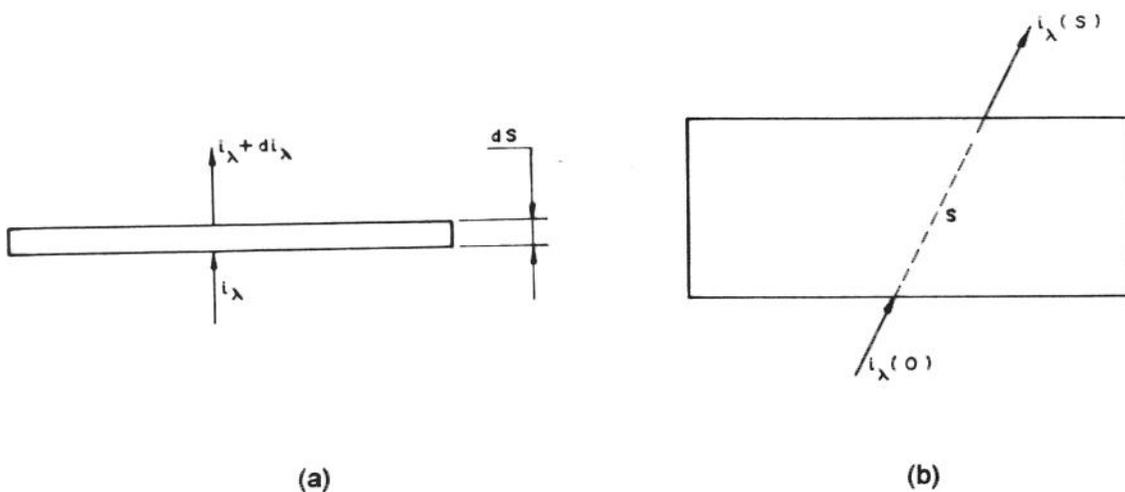


Fig. 3-5 Incidência de intensidade de radiação: (a) camada infinitesimal; (b) camada finita.

$$i_{\lambda}(S) = i_{\lambda}(0) \exp \left[- \int_0^S K_{\lambda}(S^*) dS^* \right] \quad (3-26)$$

onde $i_{\lambda}(0)$ e $i_{\lambda}(S)$ são as intensidades nas extremidades inicial e final da trajetória. A Eq. (3-26), a Lei de Bouguer, mostra que a intensidade de radiação é atenuada exponencialmente ao longo do caminho considerado.

O coeficiente de extinção K_{λ} é composto pelos coeficientes de absorção, a_{λ} , e de espalhamento, σ_{λ} :

$$K_{\lambda} = a_{\lambda} + \sigma_{\lambda}$$

Neste trabalho, não é considerada a existência de espalhamento, de modo que $K_{\lambda} = a_{\lambda}$. O coeficiente de absorção depende da temperatura e pressão do gás e apresenta forte variação com o comprimento de onda, como visto na Fig. 3-3(b).

A Lei de Bouguer pode ser escrita simplificadamente por meio da grandeza adimensional κ_{λ} , a espessura óptica ou opacidade:

$$\kappa_{\lambda}(S) = \int_0^S K_{\lambda} dS^* = \int_0^S a_{\lambda} dS^*$$

de modo que a Eq. (3-26) fica:

$$i_{\lambda}(S) = i_{\lambda}(0) \exp[-\kappa_{\lambda}(S)] \quad (3-27)$$

Como a_{λ} , a espessura óptica depende da temperatura, pressão e composição do meio ao longo da trajetória de integração, sendo uma medida da capacidade do meio de atenuar energia radiante no comprimento de onda λ . Quanto maior a espessura óptica, maior será a atenuação. Quando o coeficiente de absorção a_{λ} é constante ao longo da trajetória de integração, a espessura óptica se reduz a:

$$\kappa_{\lambda}(S) = a_{\lambda} S \quad (3-28)$$

Além da absorção e espalhamento, os gases participantes emitem radiação. Considera-se um elemento infinitesimal de gás, dV , à temperatura T , no centro de uma esfera, cuja superfície é negra e está à mesma temperatura de dV . A intensidade de radiação monocromática $i_{\lambda b}$ deixa o elemento de área dA e atravessa o volume dV , como indicado na Fig. 3-6. De acordo com a Eq. (3-25), $i_{\lambda b}$ é parcialmente absorvida e, após percorrer uma distância dS , sua variação é:

$$di_{\lambda b} = -a_{\lambda} i_{\lambda b} dS$$

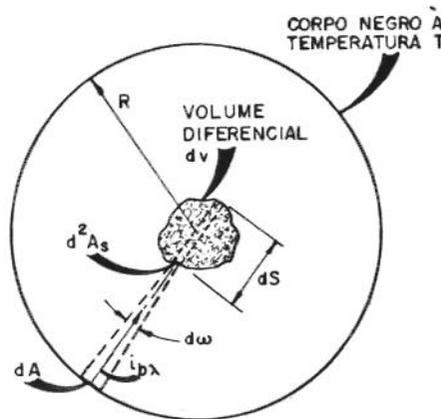


Fig. 3-6 Emissão de energia radiante em um elemento de volume de gás.

A energia absorvida pelo subelemento cilíndrico de volume $dS \times d^2A_s$ é dada, a partir da Eq. (3-1), por:

$$\begin{aligned} d^5 Q_{\lambda a} &= -di_{\lambda b} d^2 A_s d\lambda d\omega \\ &= a_{\lambda} i_{\lambda b} dS d^2 A_s d\lambda d\omega \end{aligned}$$

onde $d\omega = dA/R^2$. A integração de $d^5 Q_{\lambda a}$ em todos os subvolumes contidos em dV conduz a:

$$\begin{aligned} d^4 Q_{\lambda a} &= \int_{dV} d^5 Q_{\lambda a} = i_{\lambda b} a_{\lambda} d\lambda d\omega \int d^2 A_s dS \\ &\quad \text{área projetada de } dV \text{ em} \\ &\quad \text{relação à trajetória de } i_{\lambda b} \end{aligned} \quad (3-29)$$

$$= i_{\lambda b} a_{\lambda} d\lambda d\omega dV$$

$d^4Q_{\lambda a}$ é a energia contida em $d\omega$ absorvida por dV . A energia total absorvida por dV é obtida pela integração de $d^4Q_{\lambda a}$ em todos os ângulos sólidos $d\omega$ da cavidade esférica:

$$\begin{aligned} d^3Q_{\lambda a} &= \int_{\omega} d^4Q_{\lambda a} = i_{\lambda b} a_{\lambda} d\lambda dV \int_{4\pi} d\omega \\ &= 4\pi i_{\lambda b} a_{\lambda} d\lambda dV \end{aligned}$$

De acordo com a Eq. (3-7), $d^3Q_{\lambda a}$ pode ser reescrito como:

$$d^3Q_{\lambda a} = 4e_{\lambda b} a_{\lambda} d\lambda dV$$

sendo $e_{\lambda b}$ o poder emissivo de corpo negro à temperatura do elemento dV .

Como a superfície da esfera e o elemento de gás dV estão à mesma temperatura, o sistema está em equilíbrio térmico, ou seja, a energia absorvida pelo elemento dV deve ser igual à energia que emite, $d^3Q_{\lambda e}$. Assim:

$$d^3Q_{\lambda a} = d^3Q_{\lambda e} = 4e_{\lambda b} a_{\lambda} d\lambda dV \quad (3-30)$$

Embora o valor de $d^3Q_{\lambda e}$ tenha sido obtido para essa condição particular, a emissão do elemento dV é independente do meio vizinho e a expressão acima tem validade geral. Quando a intensidade de radiação emitida pelo volume dV é igual em todas as direções, a taxa de energia emitida dentro de um ângulo sólido $d\omega$ corresponde a:

$$\begin{aligned} d^4Q_{\lambda e} &= d^3Q_{\lambda e} \frac{d\omega}{4\pi} \\ &= i_{\lambda b} a_{\lambda} d\lambda d\omega dV \end{aligned} \quad (3-31)$$

Nesse caso, a variação da intensidade de radiação emitida é obtida de:

$$di_{\lambda e} = a_{\lambda} i_{\lambda b} dS \quad (3-32)$$

obtida por procedimento inverso ao empregado na dedução da Eq. (3-29).

Considerando o volume cilíndrico de comprimento S da Fig. 3-7, no qual chega a energia radiante de intensidade $i_{\lambda}(0)$, a absorptância monocromática direcional $\alpha_{\lambda}(S)$ é

igual à razão entre as intensidades absorvida e incidida para a radiação de comprimento λ , e, a partir da Lei de Bouguer, Eq.(3-27), pode ser obtida de:

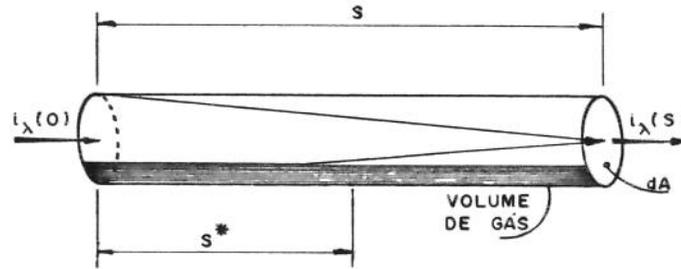


Fig. 3-7 Geometria para avaliação do efeito do gás na intensidade de radiação incidente.

$$\begin{aligned}\alpha_{\lambda}(S) &= \frac{i_{\lambda}(0) - i_{\lambda}(S)}{i_{\lambda}(0)} \\ &= 1 - \exp[-\kappa_{\lambda}(S)]\end{aligned}\quad (3-33)$$

onde $i_{\lambda}(S)$ corresponde à intensidade da radiação que deixa o cilindro. A transmitância monocromática direcional $\tau_{\lambda}(S)$ é a fração da intensidade que atravessa o volume :

$$\begin{aligned}\tau_{\lambda}(S) &= \frac{i_{\lambda}(S)}{i_{\lambda}(0)} = 1 - \alpha_{\lambda}(S) \\ &= \exp[-\kappa_{\lambda}(S)]\end{aligned}\quad (3-34)$$

Quando o coeficiente de absorção a_{λ} independe da temperatura e da pressão do meio, a expressão para a absorptância monocromática torna-se, de acordo com as Eqs. (3-28) e (3-33):

$$\alpha_{\lambda}(S) = 1 - \exp(-a_{\lambda}S) \quad (3-35)$$

A intensidade de radiação emitida pelo cilindro de gás, $i_{\lambda e}$, leva em conta tanto as emissões quanto as absorções locais. No elemento de volume localizado em S^* , chega a intensidade de radiação $i_{\lambda e}(S^*)$ emitida pelo cilindro. A intensidade em $S^* + dS^*$ é igual à intensidade em S^* adicionada à emissão e subtraída da absorção que ocorrem em dS^* . De acordo com as Eqs. (3-32) e (3-25):

$$i_{\lambda e}(S^* + dS^*) = i_{\lambda e}(S^*) + i_{\lambda b}(S^*)a_{\lambda}(S^*)dS^* - i_{\lambda e}(S^*)a_{\lambda}(S^*)dS^* \quad (3-36)$$

O segundo termo do segundo membro corresponde à energia emitida em dS^* ; e o terceiro termo, à energia absorvida em dS^* . A expressão acima é uma equação diferencial de primeira ordem linear. Levando em conta que no início do cilindro a intensidade emitida é zero, $i_{\lambda e}(0) = 0$, a solução da Eq. (3-36) fornece:

$$i_{\lambda e}(S) = \int_0^{\kappa_{\lambda}} i_{\lambda b}(\kappa_{\lambda}^*) \exp(\kappa_{\lambda} - \kappa_{\lambda}^*) d\kappa_{\lambda}^* \quad (3-37)$$

sendo $\kappa_{\lambda} = \kappa_{\lambda}(S)$ e $\kappa_{\lambda}^* = \kappa_{\lambda}(S^*)$. Quando a temperatura do cilindro é constante, a equação acima se reduz a:

$$i_{\lambda e}(S) = [1 - \exp(-a_{\lambda}S)]i_{\lambda b}$$

Nesse caso, define-se a emitância monocromática direcional, $\varepsilon_{\lambda}(S)$, como:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\lambda}(S) &= \frac{i_{\lambda e}(S)}{i_{\lambda b}} \\ &= 1 - \exp(-a_{\lambda}S) \end{aligned} \quad (3-38)$$

onde $i_{\lambda b}$ é a intensidade de radiação do corpo negro à temperatura do cilindro. Comparando-se as Eqs. (3-35) e (3-38), tem-se que, quando a temperatura do cilindro é constante, $\varepsilon_{\lambda}(S) = a_{\lambda}(S)$.

Transferência de Energia Radiante no Interior de Cavidades. A Fig. 3-8 apresenta uma cavidade limitada por N superfícies e contendo um gás participante em seu interior. Nesta análise, cada uma das superfícies é admitida isotérmica e assume-se que as energias radiantes emitida e refletida por elas, bem como a incidente, sejam difusas e uniformemente distribuídas em suas áreas. O gás, porém, não é necessariamente isotérmico.

Conforme a Eq. (3-20), a taxa de energia radiante monocromática, $dQ_{\lambda,k}$, que uma superfície genérica k perde é obtida de:

$$dQ_{\lambda,k} = A_k(dB_{\lambda,k} + dH_{\lambda,k})$$

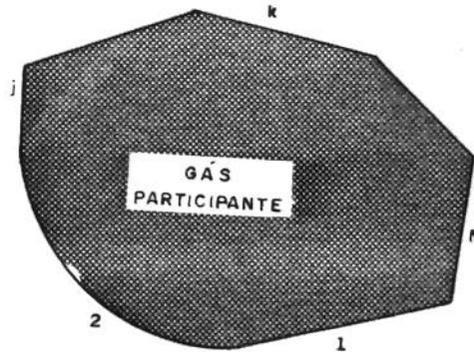


Fig. 3-8 Cavidade composta por N superfícies isotérmicas e contendo gás participante.

onde $dB_{\lambda,k}$ e $dH_{\lambda,k}$ são, respectivamente, a radiosidade e a irradiação monocromáticas da superfície k , sendo A_k sua área. A Eq. (3-18) fornece a relação entre $dB_{\lambda,k}$ e $dH_{\lambda,k}$:

$$dB_{\lambda,k} = \varepsilon_{\lambda,k} e_{\lambda b,k} d\lambda + (1 - \alpha_{\lambda,k}) dH_{\lambda,k}$$

$\varepsilon_{\lambda,k}$ e $\alpha_{\lambda,k}$ são, respectivamente, a emitância e a absortância monocromáticas hemisféricas da superfície k e $e_{\lambda b,k}$, o poder emissivo do corpo negro à temperatura dessa superfície. A radiosidade e a irradiação são também consideradas difusas.

A irradiação $dH_{\lambda,k}$ leva em consideração tanto a radiação das superfícies quanto o efeito do gás participante. Na Fig. 3-9, apresenta-se um par de superfícies $j-k$, separadas pelo gás. Na direção de S , sai da área dA_j a radiação de intensidade $i_{\lambda,j}$ que atravessa o meio contido no ângulo sólido $d\omega_k$ e atinge dA_k . A intensidade $i_{\lambda,j-k}$ que chega em dA_k é obtida pela soma da energia transmitida e da emitida ao longo de S . De acordo com as Eqs. (3-34) e (3-37):

$$i_{\lambda,j-k} = i_{\lambda,j} \exp(-\kappa_{\lambda}) + \int_0^{\kappa_{\lambda}} i_{\lambda b}(\kappa_{\lambda}^*) \exp(\kappa_{\lambda} - \kappa_{\lambda}^*) d\kappa_{\lambda}^*$$

sendo κ_{λ} a espessura óptica total entre dA_j e dA_k . κ_{λ}^* é a espessura óptica em cada ponto da trajetória. Na equação acima, a primeira parcela contabiliza a energia radiante que sai de dA_j e

é transmitida pelo gás até atingir dA_k ; a segunda fornece a energia radiante emitida pelo meio ao longo dessa trajetória e que atinge dA_k .

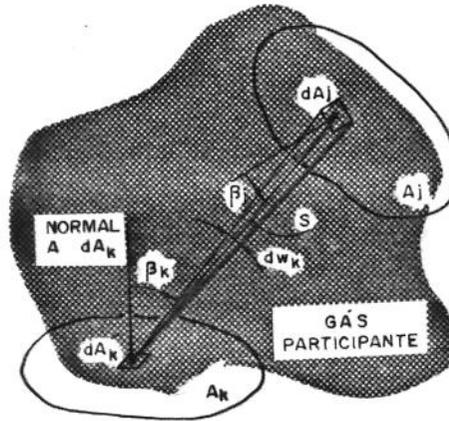


Fig. 3-9 Troca radiante entre duas superfícies com meio participante entre elas.

Como a radiação que abandona cada superfície é assumida difusa, tem-se que $i_{\lambda,j} = dB_{\lambda,j} / (\pi d\lambda)$, como pode ser deduzido da Eq. (3-3). $i_{\lambda,b}(\kappa_{\lambda}^*)$ é a intensidade de radiação de corpo negro à temperatura do ponto do gás correspondente à espessura óptica κ_{λ}^* e é igual a $e_{\lambda,b}(\kappa_{\lambda}^*) / \pi$, conforme Eq. (3-7). A taxa de energia radiante que chega em dA_k , $d^3Q_{\lambda i,j-k}$, provém da definição de intensidade de radiação, Eq. (3-1):

$$d^3Q_{\lambda i,j-k} = i_{\lambda,j-k} d\omega \cos\beta_k dA_k d\lambda \quad (3-39)$$

De acordo com a Eq. (3-2), o ângulo sólido $d\omega$ é igual a $dA_j \cos\beta_j / S^2$. Substituindo essas informações na Eq. (3-39), obtém-se:

$$d^3Q_{\lambda i,j-k} = \left(\frac{dB_{\lambda,j}}{\pi} \exp(-\kappa_{\lambda}) + \int_0^{\kappa_{\lambda}^*} \frac{e_{\lambda,b}(\kappa_{\lambda}^*)}{\pi} \exp(-\kappa_{\lambda} + \kappa_{\lambda}^*) d\kappa_{\lambda}^* \right) \times \frac{\cos\beta_j \cos\beta_k}{S^2} dA_j dA_k \quad (3-40)$$

Integrando-se a Eq. (3-40) nas áreas A_j e A_k :

$$dQ_{\lambda i, j-k} = \iint_{A_j A_k} d^3 Q_{\lambda i, j-k}$$

De definição de radiosidade monocromática, Eq. (3-9):

$$\begin{aligned} dH_{\lambda, j-k} &= \frac{dQ_{\lambda i, j-k}}{A_k} \\ &= \frac{1}{A_k} \iint_{A_j A_k} d^3 Q_{\lambda i, j-k} \end{aligned}$$

A irradiação monocromática total que chega em k deve levar em conta todas as outras superfícies:

$$dH_{\lambda, k} = \sum_{j=1}^N dH_{\lambda, j-k}$$

A irradiação total em k , H_k , é obtida pela integração de $dH_{\lambda, k}$ em todos os comprimentos de onda λ :

$$H_k = \int_{\lambda} dH_{\lambda, k}$$

Conhecida a distribuição de temperatura do gás, a solução do problema exige o conhecimento da temperatura ou da taxa de energia radiante monocromática em cada superfície. Em geral, o campo de temperatura do gás é desconhecido e é necessário o balanço de energia radiante no gás. Na realidade, os problemas contêm os outros modos de transferência, condução e convecção, e é necessário o balanço global de energia no gás e nas superfícies envolventes.

Balanço de Energia Radiante no Gás. Na solução da equação da energia no gás, é necessário o balanço de energia radiante em cada volume infinitesimal do meio. Como será visto no Cap. 4, esse balanço aparece como a divergência do fluxo de energia radiante que atravessa as fronteiras desse volume, igual a $div(\vec{q}_R)$. Fisicamente, esse termo corresponde à taxa de energia radiante perdida por unidade de volume.

De acordo com a Eq. (3-30), a taxa de energia monocromática emitida por um elemento volumétrico de gás dV é:

$$d^3Q_{\lambda e} = 4e_{\lambda b}a_{\lambda}d\lambda dV$$

De modo análogo ao utilizado na obtenção da equação acima, pode-se demonstrar que a energia absorvida por esse elemento é:

$$\begin{aligned} d^3Q_{\lambda a} &= \int \frac{a_{\lambda}i_{\lambda}d\lambda dV d\omega}{4\pi} \\ &= a_{\lambda}d\lambda dV \int \frac{i_{\lambda}d\omega}{4\pi} \end{aligned}$$

sendo i_{λ} a intensidade de radiação incidente em dV dentro do ângulo sólido $d\omega$. Definindo-se \bar{i}_{λ} como o valor médio de i_{λ} , ou seja,

$$\bar{i}_{\lambda} = \frac{1}{4\pi} \int i_{\lambda}d\omega$$

têm-se que:

$$d^3Q_{\lambda a} = 4\pi\bar{i}_{\lambda}a_{\lambda}d\lambda dV$$

A taxa de energia monocromática perdida por dV por unidade de volume, dq_{λ} , é:

$$\begin{aligned} dq_{\lambda} &= \frac{d^3Q_{\lambda e} - d^3Q_{\lambda a}}{dV} \\ &= 4a_{\lambda}d\lambda(e_{\lambda b} - \pi\bar{i}_{\lambda}) \end{aligned}$$

A taxa total de energia perdida, por unidade de volume, deve levar em conta todos os comprimentos de onda. Desse modo:

$$\begin{aligned} \text{div}(\vec{q}_R) &= \int_{\lambda} dq_{\lambda} \\ &= 4 \int_{\lambda} a_{\lambda} [e_{\lambda b}(T) - \pi\bar{i}_{\lambda}] d\lambda \end{aligned} \tag{3-41}$$

Análise da Formulação de Cálculo. Embora o procedimento descrito acima seja completo e consistente, sua aplicação em problemas reais é quase impraticável. Em primeiro lugar, o campo de temperaturas no gás dificilmente é conhecido e a utilização da Eq. (3-41) é dificultada por duas razões: a intensidade média em cada ponto é desconhecida e a avaliação da emissão depende das temperaturas, tornando o processo iterativo. Segundo, as propriedades radiantes do gás dependem de suas condições térmicas, que não são conhecidas. Além disso, o balanço total de energia requer a integração das equações monocromáticas, que são dificultadas pelo comportamento descontínuo das propriedades espectrais.

Desse modo, simplificações são feitas tanto na descrição das propriedades dos gases quanto na formulação do processo. São comuns soluções que admitem o gás como cinza, ou seja, suas propriedades radiantes não variam no espectro. Em outros problemas, sua temperatura pode ser assumida constante, permitindo o uso de tabelas apropriadas à transferência radiante em cavidades de diferentes geometrias. De qualquer forma, a formulação desenvolvida é valiosa, pois grande parte dos modelos de solução origina-se nela.

3.3 Modelos de Gases Participantes

A absorção e a emissão de energia radiante estão associadas às transições entre os níveis de energia dos átomos e das moléculas constituintes do gás. Explica-se com isso o comportamento irregular de suas propriedades espectrais e o fato da emissão e da absorção serem significantes apenas em certas regiões do comprimento de onda, principalmente em temperaturas abaixo de 1000 K. Esse comportamento introduz dificuldades na integração das equações monocromáticas em todos os comprimentos de onda para o cálculo da energia radiante a ser inserida na equação global da energia. Seguem as abordagens adotadas para a descrição do comportamento dos gases participantes.

• Gás Cinza

Nesse modelo, o coeficiente de extinção do gás (ou o coeficiente de absorção, quando não ocorre espalhamento) é considerado independente do comprimento de onda. De acordo com as características das propriedades espectrais dos gases, é evidente que eles estão distantes desse modelo. Entretanto, há algumas situações em que os gases podem ser considerados cinzas sobre trechos do espectro. Em outros casos, quando há presença de partículas de fuligem ou outro material no meio para melhorar sua emissão e absorção, o comportamento da mistura pode aproximar-se do de gás cinza. Além disso, gases cinzas são considerados por permitirem o entendimento de muitas das características do processo de radiação térmica, sem as complicações que os efeitos espectrais podem trazer. Por isso, esses gases são de interesse prático e teórico e recebem atenção constante da literatura ainda hoje.

• Bandas de Absorção

Nesse caso, o espectro de radiação é discretizado em intervalos finitos de comprimento de onda, denominados bandas. Fora de cada uma delas, o coeficiente de absorção possui valor nulo. O objetivo desse modelo consiste em determinar a emitância e absortância totais de cada banda, de modo que a integração das equações monocromáticas simplifica-se em um somatório dos efeitos de cada banda. Dependendo do modo como o coeficiente de absorção é aproximado nas bandas, algumas subdivisões podem ser estabelecidas para esse modelo. Duas das mais comuns são: (a) *box-model*, em que o coeficiente de absorção é admitido constante em cada banda, e (b) modelo exponencial, por meio do qual o coeficiente de absorção possui comportamento exponencial em torno do centro da banda. De todos os modelos de bandas de absorção, o exponencial é o que conduz a melhores resultados.

• Soma Ponderada de Gases Cinzas

Supondo-se um gás participante à temperatura constante e estabelecida uma trajetória S , sua emitância direcional monocromática ϵ_λ é obtida pela Eq. (3-38), sendo dependente da trajetória S , da temperatura e da pressão do gás. Define-se emitância direcional total, ϵ_g , é a razão da energia radiante emitida pelo gás na direção S pela energia que seria emitida pelo corpo negro à temperatura do gás. Assim, expressando-se essas energias direcionais em termos de intensidade de radiação, de acordo com a Eq. (3-38), obtém-se:

$$\epsilon_g = \frac{\int_\lambda i_{\lambda e} d\lambda}{\int_\lambda i_{\lambda b} d\lambda} = \frac{\int_\lambda [1 - \exp(-a_\lambda S)] e_{\lambda b} d\lambda}{\int_\lambda e_{\lambda b} d\lambda}$$

sendo $e_{\lambda b} = i_{\lambda b}/\pi$, conforme a Eq. (3-7).

Embora o coeficiente de absorção apresente comportamento descontínuo no espectro de radiação, Fig. 3-3(b), é possível dividir esse espectro em I regiões onde o coeficiente de absorção pode ser considerado constante. Assim, a equação acima poderia ser calculada por:

$$\epsilon_g = \sum_{i=0}^I \left\{ [1 - \exp(-a_i S)] \frac{\int_{\Delta\lambda_i} e_{\lambda b} d\lambda}{\int_\lambda e_{\lambda b} d\lambda} \right\}$$

sendo $\Delta\lambda_i$ o intervalo no espectro no qual o coeficiente de absorção é constante e igual a a_i . O primeiro termo do somatório corresponde à emitância do gás cinza de coeficiente de absorção igual a a_i e o segundo, à fração de energia radiante que o corpo negro emite na faixa espectral $\Delta\lambda_i$, dependente apenas da temperatura do gás. Assim, a emitância do gás real pode ser dada

pela soma ponderada das emitâncias dos gases cinzas "contidos" no seu espectro de radiação, sendo o fator de ponderação função apenas da temperatura. De modo simplificado, a emitância do gás poderia ser escrita como:

$$\varepsilon_g = \sum_{i=0}^I C_{e,i}(T)[1 - \exp(-a_i S)] \quad (3-42)$$

em que $C_{e,i}$ são os termos de ponderação, função apenas da temperatura; $i = 0$ corresponde a todas as faixas do espectro nas quais o coeficiente de absorção é zero. Assim, $a_0 = 0$ e, pela definição dos fatores de ponderação:

$$C_{e,0}(T) = 1 - \sum_{i=1}^I C_{e,i}(T)$$

O coeficiente de absorção é dependente da temperatura, pressão e composição do gás, e a emitância total depende, adicionalmente, da trajetória S considerada.

O mesmo procedimento pode ser utilizado para a avaliação da absorptância direcional total do gás, α_g , definida como a razão entre a energia absorvida pelo gás na trajetória S e a energia incidente. Assim, das Eqs. (3-33) e (3-35):

$$\alpha_g = \frac{\int_{\lambda} [1 - \exp(-a_{\lambda} S)] i_{\lambda}(0) d\lambda}{\int_{\lambda} i_{\lambda}(0) d\lambda}$$

Novamente, divide-se o domínio de integração acima nas I regiões em que a_{λ} pode ser considerado constante, ou seja, nas I regiões "cinzas" do gás. Assim:

$$\begin{aligned} \alpha_g &= \sum_{i=0}^I \left\{ [1 - \exp(-a_i S)] \frac{\int_{\Delta\lambda_i} i_{\lambda}(0) d\lambda}{\int_{\lambda} i_{\lambda}(0) d\lambda} \right\} \\ &= \sum_{i=0}^I \{ C_{a,i}(T, T_e) [1 - \exp(-a_i S)] \} \end{aligned} \quad (3-43)$$

sendo $C_{a,i}$ os coeficientes de ponderação, dependentes das temperaturas do gás, T , e da fonte emissora, T_e . A dependência de $C_{a,i}$ em relação a T deve-se ao fato de que é essa temperatura

que determina as faixas $\Delta\lambda_i$ do espectro em que a_i pode ser admitida constante; em relação a T_e , essa dependência vem da relação entre os termos integrais da Eq. (3-43).

As Eqs. (3-42) e (3-43) foram obtidas apenas por meio de artifícios algébricos e são capazes de fornecer valores exatos para ε_g e α_g , desde que conhecido o comportamento espectral do coeficiente de absorção a_λ . Mas, nesse ponto reside a maior dificuldade, pois para cada temperatura e pressão, esse comportamento varia muito, sendo necessário o conhecimento do comportamento espectral de a_λ para cada condição. Uma alternativa é empregar as Eqs. (3-42) e (3-43) como equações de interpolação de valores experimentais de ε_g e α_g , sendo os coeficientes de absorção a_i considerados independentes da temperatura, e $C_{e,i}(T)$ e $C_{a,i}(T, T_e)$ funções apenas das temperaturas envolvidas, sendo esse, em essência, o procedimento adotado no modelo da soma ponderada de gases cinzas. Além disso, as faixas do espectro em que a_λ é constante são independentes da temperatura do gás, de modo que $C_{a,i}(T, T_e) = C_{a,i}(T_e)$. Quando a fonte emissora é um corpo negro, ocorre, da definição dos coeficientes de ponderação $C_{e,i}$ e $C_{a,i}$, que $C_{e,i}(T) = C_{a,i}(T)$.

Smith, Shen e Friedman (1982) representaram os coeficientes de ponderação por meio de uma função polinomial de ordem $J-1$ da temperatura:

$$C_{e,i}(T) = \sum_{j=1}^J c_{e,i,j} T^{j-1} \quad (3-44)$$

em que $c_{e,i,j}$ são os coeficientes da função polinomial. Assim, a Eq. (3-42) torna-se:

$$\varepsilon_g = \sum_{i=1}^I \left(\sum_{j=1}^J c_{e,i,j} T^{j-1} \right) [1 - \exp(-a_i S)] \quad (3-45)$$

Utilizou-se o modelo de soma ponderada de gases cinzas para determinar as absortâncias e emitâncias de gases resultantes de combustão. Geralmente, a temperatura desses gases situa-se entre 600 e 2400 K e a pressão total mantém-se em torno de 1 atm. O produto da combustão estequiométrica de óleos combustíveis contém a mistura de dióxido de carbono e vapor de água, ambos à pressão de 0,1 atm; no caso de combustão estequiométrica e metano, as pressões parciais do dióxido de carbono e do vapor de água são, respectivamente, 0,1 e 0,2 atm. O restante da mistura é nitrogênio, que é transparente à radiação térmica.

Para essas condições de temperatura e pressão, utilizou-se a Eq. (3-45) como equação de interpolação de valores experimentais da emitância total dessas misturas. Testes preliminares mostraram a equação de interpolação resultante de $I = 3$ e $J = 4$ como adequada. Os

coeficientes polinomiais $c_{e,ij}$ e os coeficientes de absorção a_i , assim obtidos, são apresentados na Tabela 3-1, que também indica as condições físicas para as quais os resultados foram gerados. A emitância total, avaliada por meio da Eq. (3-45) através desses coeficientes, manteve-se em concordância com os dados disponíveis.

Tabela 3-1 Coeficientes para cálculo da emitância total - modelo de soma ponderada de gases cinzas (Smith, Shen e Friedman, 1982).

i	a_i (m^{-1})	$c_{e,i,1} \times 10^1$	$c_{e,i,2} \times 10^4$ (K^{-1})	$c_{e,i,3} \times 10^7$ (K^{-2})	$c_{e,i,4} \times 10^{11}$ (K^{-3})
Mistura CO_2+H_2O : $P_{CO_2} = 0,1$ atm, $P_{H_2O} = 0,1$ atm					
1	0,08606	5,150	-2,303	0,9779	-1,494
2	1,4110	0,7749	3,399	-2,297	3,770
3	35,620	1,907	-1,824	0,5608	-0,5122
Mistura CO_2+H_2O : $P_{CO_2} = 0,1$ atm, $P_{H_2O} = 0,2$ atm					
1	0,12603	6,508	-5,551	3,029	5,353
2	1,9548	-0,2504	6,112	-3,882	6,528
3	39,570	2,718	-3,118	1,221	-1,612
$P_T = 1$ atm; $0,001 \leq PS \leq 10,0$ atm-m; $600 \leq T \leq 2400$ K					

3.4 Métodos de Solução de Problemas de Radiação em Meios Participantes

A maioria dos métodos de solução da transferência de calor combinando condução, convecção e radiação em meios participantes foi desenvolvida a partir dos anos sessenta. De um modo geral, não existe método que possa ser considerado o melhor para todos os problemas, e a escolha depende das características e exigências de cada um deles. Howell (1988) realizou uma análise dos principais métodos disponíveis para a solução de problemas envolvendo radiação em meios participantes, bem como as dificuldades enfrentadas nesses métodos.

• Aproximações $P-N$

Consistem na expansão da intensidade de radiação em harmônicos esféricos, com aproximação até N termos. Através desse procedimento, é possível reduzir os termos integro-diferenciais resultantes do balanço de energia radiante em termos diferenciais. Quanto maior o valor de N , maior a precisão dos resultados provenientes desse método. Quando $N = 1$, o fluxo

de energia radiante é expresso por meio de diferenciais de primeira ordem da intensidade de radiação, e o método é denominado aproximação diferencial. Campo e Schuler (1988), Schuler e Campo (1988) e Seo et al. (1994) utilizaram a aproximação $P-1$ no problema de transferência de calor no escoamento de gases participantes em dutos circulares, considerando apenas as trocas radiais de energia radiante, obtendo resultados satisfatórios do ponto de vista de tempo de cálculo. Esse método permite a introdução da dependência do coeficiente de absorção em relação ao espectro de radiação e do fenômeno de espalhamento.

• Método de Monte Carlo

Esse método estatístico pode, em princípio, ser utilizado para simulação de todos os processos envolvidos em problemas de radiação. Sua limitação reside na dificuldade de compatibilizar a malha por ele exigida e a requerida para a solução das equações da energia e da quantidade de movimento. Necessita-se, nesse caso, de poder computacional suficiente para a redução da malha do método de Monte Carlo para que haja coincidência com as malhas das equações da energia e da quantidade de movimento, resultando no aumento do número de simulações estatísticas. Trabalhos recentes têm utilizado o método de Monte Carlo para a solução de problemas difíceis, como a transferência de energia em meios sem equilíbrio termodinâmico, polarização em transferência radiante, meios não homogêneos e inclusão do efeito de espalhamento em fornalhas. Não há exemplos, porém, de aplicação desse método em problemas de transferência de calor no escoamento de gases participantes em dutos.

• Método de Elementos Finitos

Soluções por elementos finitos têm sido aplicadas em problemas combinando condução e convecção com radiação, incluindo ou não espalhamento, e as condições de contorno podem ser temperaturas ou fluxos de calor. O método dos elementos finitos de Galerkin é o mais usual. A solução, em princípio, pode ser tão precisa quanto se queira, a menos dos erros introduzidos pela solução numérica. Cada elemento pode ter sua temperatura, ou a quarta potência desse valor, descrita em termos de vários graus de precisão. Usualmente, em problemas bidimensionais, as temperaturas são descritas por funções biquadráticas, garantindo a continuidade igualando-se as temperaturas da fronteira de cada elemento com as da fronteira do elemento adjacente. A maior limitação desse método consiste no longo tempo de cálculo exigido, o que leva ao emprego de malhas pouco refinadas. Chung e Kim (1990) aplicaram esse método na solução da transferência de calor no escoamento de gases participantes em duto retangular de secção não uniforme.

• Método das Zonas

Consiste na subdivisão do meio participante não isotérmico em volumes de gás onde as temperaturas são admitidas uniformes, denominados zonas de radiação. Da mesma forma, as

superfícies envolventes podem ser divididas em zonas de superfície. O conceito básico do método é que as energias radiantes recebidas por uma zona de gás, por exemplo, de outras zonas, de área e de gás, são proporcionais, respectivamente, à radiosidade e ao poder emissivo de corpo negro correspondentes. As constantes de proporcionalidade são denominadas áreas de troca direta. Algumas limitações do método residem na dificuldade de tratar geometrias mais complexas do que cavidade cilíndricas e retangulares, na incorporação do fenômeno de espalhamento e na compatibilização da malha do método das zonas com a requerida para solução dos termos difusivos e convectivos da equação da energia. Ainda assim, esse método tem se mostrado poderoso na solução de problemas tridimensionais e tem sido o mais utilizado em projetos de fornalhas. Nakra e Smith (1977), Clausen e Smith (1979) e Smith et al. (1985) empregaram o método das zonas na transferência de calor no escoamento de gases participantes em dutos circulares. A dependência do coeficiente de absorção em relação ao comprimento de onda pode ser introduzida por meio do modelo de soma ponderada de gases cinzas. Nesta dissertação, o método das zonas foi o escolhido para a avaliação das trocas de energia radiante, tendo-se mostrado adequado para o problema estudado.

3.5 O Modelo da Soma Ponderada de Gases Cinzas Aplicado ao Método das Zonas

Detalha-se, nesta secção, o procedimento para obter as expressões necessárias ao cálculo das trocas radiantes no interior de um duto de superfície cinza, sem a ocorrência de espalhamento.

• Troca de energia radiante gás-superfície

A Fig. 3-10 apresenta um volume de gás participante, V_γ , e uma superfície de área A_k . De acordo com o método das zonas, assume-se que cada um deles possui temperatura constante. A determinação da energia radiante que a zona de gás envia à área é dada pela integração das energias radiantes que cada volume infinitesimal dV_γ , contido em V_γ , envia a cada elemento infinitesimal dA_k , contido em A_k . Conforme a Eq. (3-30), a energia radiante monocromática emitida por dV_γ é dada por $4a_\lambda(T_\gamma)e_{\lambda b}(T_\gamma)dV_\gamma d\lambda$, sendo $a_\lambda(T_\gamma)$ o coeficiente de absorção de V_γ e $e_{\lambda b}(T_\gamma)$ o poder emissivo do corpo negro à temperatura de V_γ . Essa emissão é uniforme em todas as direções, de modo que a energia emitida, por unidade de ângulo sólido é $a_\lambda(T_\gamma)e_{\lambda b}(T_\gamma)dV_\gamma d\lambda / \pi$. A energia emitida por V_γ que chega em dA_k deve estar contida dentro do ângulo sólido $d\omega_{\gamma-k} = dA_k \cos\beta_k / S_{\gamma-k}^2$, como indicado na Fig. 3-10.

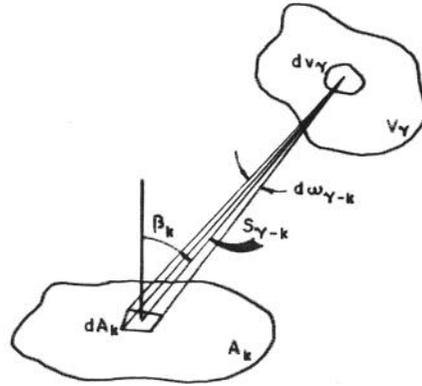


Fig.3-10 Troca de energia radiante entre uma zona de superfície e uma zona de gás.

Além disso, apenas a fração transmitida ao longo da trajetória $S_{\gamma-k}$ deve ser levada em conta. Assim, de acordo com a Eq. (3-34):

$$d^4 Q_{\lambda, \gamma-k} = a_{\lambda}(T_{\gamma}) e_{\lambda b}(T_{\gamma}) dV_{\gamma} d\lambda \frac{dA_k \cos \beta_k}{\pi S_{\gamma-k}^2} \exp \left[- \int_0^{S_{\gamma-k}} a_{\lambda}(S^*) dS^* \right]$$

sendo $d^4 Q_{\lambda, \gamma-k}$ a energia radiante proveniente de dV_{γ} que atinge dA_k . Integrando-se em V_{γ} e A_k , obtém-se a taxa de energia monocromática $dQ_{\lambda, \gamma-k}$ que chega em A_k , proveniente de V_{γ} :

$$dQ_{\lambda, \gamma-k} = d\lambda \int \int_{V_{\gamma}, A_k} \frac{a_{\lambda}(T_{\gamma}) e_{\lambda b}(T_{\gamma}) \cos \beta_k}{\pi S_{\gamma-k}^2} \exp \left[- \int_0^{S_{\gamma-k}} a_{\lambda}(S^*) dS^* \right] dV_{\gamma} dA_k$$

A irradiação monocromática $dH_{\lambda, \gamma-k}$ é dada por $dQ_{\lambda, \gamma-k}/A_k$, conforme a Eq. (3-9). Como V_{γ} é isotérmico, $a_{\lambda}(T_{\gamma})$ e $e_{\lambda b}(T_{\gamma})$ são constantes e podem ser retirados do integral, de modo que:

$$dH_{\lambda, \gamma-k} A_k = d\lambda a_{\lambda}(T_{\gamma}) e_{\lambda b}(T_{\gamma}) \int \int_{V_{\gamma}, A_k} \frac{\cos \beta_k}{\pi S_{\gamma-k}^2} \exp \left[- \int_0^{S_{\gamma-k}} a_{\lambda}(S^*) dS^* \right] dV_{\gamma} dA_k$$

A irradiação total $H_{\gamma-k}$ que chega em A_k , proveniente de V_γ , é determinada pela integração da equação acima em todo o espectro de radiação. Utiliza-se, para tanto, o modelo da soma ponderada de gases cinzas. Divide-se o espectro de radiação em I intervalos nos quais o coeficiente de absorção é independente do comprimento de onda e observa-se que a_i não depende da temperatura, sendo constante na trajetória $S_{\gamma-k}$:

$$\exp\left[-\int_0^{S_{\gamma-k}} a_\lambda(S^*) dS^*\right] = \exp(-a_i S_{\gamma-k})$$

Assim:

$$\begin{aligned} H_{\gamma-k} A_k &= \sum_{i=0}^I \left[C_{e,i}(T_\gamma) a_i \int_{V_\gamma} \int_{A_k} \frac{\cos\beta_k}{\pi S_{\gamma-k}^2} \exp(-a_i S_{\gamma-k}) dV_\gamma dA_k \right] \int_\lambda e_{\lambda b}(T_\gamma) d\lambda \\ &= \sum_{i=0}^I \left[C_{e,i}(T_\gamma) \frac{a_i}{\pi} \int_{V_\gamma} \int_{A_k} \frac{\cos\beta_k}{S_{\gamma-k}^2} \exp[-a_i S_{\gamma-k}] dV_\gamma dA_k \right] \sigma T_\gamma^4 \end{aligned}$$

em que os termos $C_{e,i}(T_\gamma)$ são os coeficientes de ponderação da Eq. (3-42), calculados a partir da Eq. (3-44). Define-se como área de troca direta $(\overline{g_\gamma s_k})_i$, para cada gás cinza i :

$$(\overline{g_\gamma s_k})_i = \frac{a_i}{\pi} \int_{V_\gamma} \int_{A_k} \frac{\cos\beta_k}{S_{\gamma-k}^2} \exp[-a_i S_{\gamma-k}] dV_\gamma dA_k \quad (3-46)$$

A chamada área de fluxo direcionado $\overline{g_\gamma s_k}$ é obtida de:

$$\overline{g_\gamma s_k} = \sum_{i=0}^I C_{e,i}(T_\gamma) (\overline{g_\gamma s_k})_i \quad (3-47)$$

e a irradiação $H_{\gamma-k}$ torna-se igual a:

$$H_{\gamma-k} = \frac{\overline{g_\gamma s_k}}{A_k} \sigma T_\gamma^4 \quad (3-48)$$

$\vec{g}_\gamma s_k$ depende da temperatura da fonte emissora de energia, o que determina um sentido de V_γ para A_k .

• Troca de energia radiante superfície-superfície

Considere-se, agora, a troca entre duas superfícies, A_j e A_k , conforme a Fig. 3-11. Como já discutido na apresentação da Eq. (3-40), a taxa de energia $d^3Q_{\lambda,j-k}$ que deixa dA_j e chega em dA_k é fornecida por:

$$d^3Q_{\lambda,j-k} = \frac{dB_{\lambda,j}}{\pi} \exp\left[-\int_0^{S_{j-k}} a_\lambda(S^*)dS^*\right] \frac{\cos\beta_j \cos\beta_k}{S_{j-k}^2} dA_j dA_k$$

onde $dB_{\lambda,j}$ é a radiosidade monocromática da superfície A_j . Obtêm-se a taxa total de energia Q_{j-k} e, portanto, a irradiação H_{j-k} , pela integração desta equação nas áreas A_j e A_k e em todos os comprimentos de onda λ :

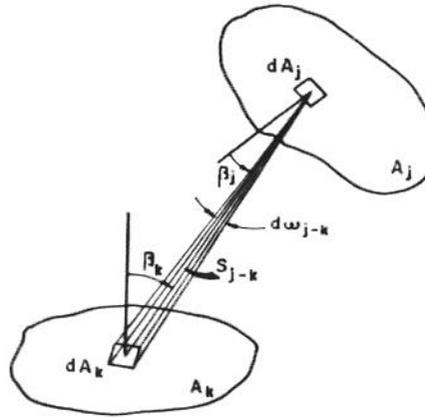


Fig.3-11 Troca de energia radiante entre duas zonas de superfície.

$$Q_{j-k} = H_{j-k} A_k$$

$$= \int_{\lambda} \int_{A_j} \int_{A_k} \frac{dB_{\lambda,j}}{\pi} \exp\left[-\int_0^{S_{j-k}} a_\lambda(S^*)dS^*\right] \frac{\cos\beta_j \cos\beta_k}{S_{j-k}^2} dA_j dA_k$$

Na avaliação do integral acima, também se utilizou o modelo de soma ponderada de gases cinzas, de modo que:

$$H_{j-k}A_k = \sum_{i=0}^I \left(\int_{A_j} \int_{A_k} \exp(-a_i S_{j-k}) \frac{\cos\beta_j \cos\beta_k}{\pi S_{j-k}^2} dA_j dA_k \int_{\Delta\lambda_i} dB_{\lambda,j} \right)$$

Admite-se que $dB_{\lambda,j}$ é diretamente proporcional a $e_{\lambda b}(T_j)di_{\lambda}$, isto é:

$$dB_{\lambda,j} = cte \times e_{\lambda b}(T_j)di_{\lambda} \quad (3-49)$$

onde cte é a constante de proporcionalidade. Integrando-se os dois membros desta equação em todo o espectro de radiação e no intervalo $\Delta\lambda_i$, resulta:

$$\begin{aligned} \int_{\lambda} dB_{\lambda,j} &= cte \times \int_{\lambda} e_{b\lambda}(T_j)di_{\lambda} \\ &= B_j = cte \times \sigma T_j^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{\Delta\lambda_i} dB_{\lambda,j} &= cte \times \int_{\Delta\lambda_i} e_{\lambda b}(T_j)di_{\lambda} \\ &= cte \times C_{e,i}(T_j)\sigma T_j^4 \end{aligned}$$

onde B_j é a radiosidade da superfície A_j e $C_{e,i}$, os mesmos coeficientes da Eq. (3-42). Combinando as duas equações anteriores, tem-se:

$$\int_{\Delta\lambda_i} dB_{\lambda,j} = C_{e,i}(T_j)B_j$$

A Eq. (3-49) é rigorosamente exata apenas quando a superfície A_j é negra. Neste trabalho, as superfícies são assumidas cinzas e ela constitui uma aproximação. Desse modo, pode-se escrever:

$$H_{j-k}A_k = \sum_{i=0}^I \left(C_{e,i}(T_j) \int_{A_j} \int_{A_k} \exp(-a_i S_{j-k}) \frac{\cos\beta_j \cos\beta_k}{\pi S_{j-k}^2} dA_j dA_k \right) B_j$$

As áreas de troca direta $(\overline{s_j s_k})_i$ e de fluxo direcionado $\overrightarrow{s_j s_k}$ podem ser escritas como:

$$\overline{(s_j s_k)}_i = \int_{A_j} \int_{A_k} \exp(-a_i S_{j-k}) \frac{\cos \beta_j \cos \beta_k}{\pi S_{j-k}^2} dA_j dA_k \quad (3-50)$$

$$\overrightarrow{s_j s_k} = \sum_{i=0}^I C_{e,i}(T_j) \overline{(s_j s_k)}_i \quad (3-51)$$

Com isso, H_{j-k} torna-se:

$$H_{j-k} = \frac{\overrightarrow{s_j s_k}}{A_k} B_j \quad (3-52)$$

Observar que a irradiação da superfície k depende do conhecimento da radiosidade em cada superfície j e que, conforme a Eq. (3-19), a radiosidade é obtida por meio do conhecimento da irradiação, que é o que se pretende determinar. Um modo de evitar esse problema é utilizar as chamadas áreas de troca direta totais (Hotell e Sarofim, 1967), que levam em conta as múltiplas reflexões e absorções que ocorrem nas superfícies. Nesse caso, a energia radiante que a zona A_j envia a A_k é obtida pelo produto da área de troca direta total pelo poder emissivo do corpo negro à temperatura de A_j , σT_j^4 . Neste trabalho, optou-se por manter as áreas de troca direta, não introduzindo as áreas de troca totais. As irradiações e radiosidades em cada superfície são determinadas iterativamente, sendo que os detalhes são apresentados na solução numérica (Cap. 5).

A irradiação total em A_k é dada pela soma das irradiações provenientes das Γ zonas de gás e das J zonas de superfície:

$$\begin{aligned} H_k &= \sum_{\gamma=1}^{\Gamma} H_{\gamma-k} + \sum_{j=1}^J H_{j-k} \\ &= \frac{1}{A_k} \left(\sum_{\gamma=1}^{\Gamma} \overrightarrow{g_{\gamma} s_k} \sigma T_{\gamma}^4 + \sum_{j=1}^J \overrightarrow{s_j s_k} B_j \right) \end{aligned} \quad (3-53)$$

• Troca de energia radiante gás-gás

Considera-se, a seguir, a troca de energia radiante entre duas zonas de gás, V_{γ} e V_{γ^*} , conforme a Fig. 3-12. A taxa de energia monocromática emitida por dV_{γ^*} , contida no ângulo

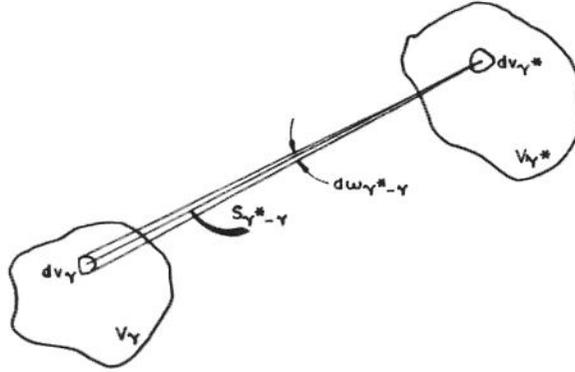


Fig.3-12 Troca de energia radiante entre duas zonas de gás.

sólido $d\omega_{\gamma^*-\gamma} = dA_{\gamma} / S_{\gamma^*-\gamma}^2$, é igual a $i_{\lambda b}(T_{\gamma^*})a_{\lambda}(T_{\gamma^*})d\lambda d\omega_{\gamma^*-\gamma}dV_{\gamma^*}$, de acordo com a Eq. (3-31). Assim, taxa de energia que dV_{γ} recebe de dV_{γ^*} vale:

$$d^4Q_{\lambda a, \gamma^*-\gamma} = a_{\lambda}(T_{\gamma^*}) \frac{e_{b\lambda}(T_{\gamma^*})}{\pi} d\lambda dV_{\gamma^*} \frac{dA_{\gamma}}{S_{\gamma^*-\gamma}^2} \exp \left[- \int_0^{S_{\gamma^*-\gamma}} a_{\lambda}(S^*) dS^* \right]$$

Como já visto, a energia absorvida por dV_{γ} , $d^5Q_{\lambda a, \gamma^*-\gamma}$, é dada por:

$$\begin{aligned} d^5Q_{\lambda a, \gamma^*-\gamma} &= d^4Q_{\lambda, \gamma^*-\gamma} a_{\lambda}(T_{\gamma}) dS_{\gamma} \\ &= a_{\lambda}(T_{\gamma^*}) e_{\lambda b}(T_{\gamma^*}) d\lambda dV_{\gamma^*} \frac{a_{\lambda}(T_{\gamma}) dV_{\gamma}}{\pi S_{\gamma-\gamma^*}^2} \exp \left[- \int_0^{S_{\gamma^*-\gamma}} a_{\lambda}(S^*) dS^* \right] \end{aligned}$$

pois $dV_{\gamma} = dS_{\gamma} dA_{\gamma}$. Encontra-se a energia total emitida por V_{γ^*} e absorvida por V_{γ} pela integração de $d^5Q_{\lambda a, \gamma^*-\gamma}$ em V_{γ^*} , V_{γ} e λ :

$$Q_{a, \gamma^*-\gamma} = \int_{\lambda} \int_{V_{\gamma^*}} \int_{V_{\gamma}} a_{\lambda}(T_{\gamma^*}) e_{\lambda b}(T_{\gamma^*}) d\lambda \frac{a_{\lambda}(T_{\gamma})}{\pi S_{\gamma-\gamma^*}^2} \exp \left[- \int_0^{S_{\gamma^*-\gamma}} a_{\lambda}(S^*) dS^* \right] dV_{\gamma^*} dV_{\gamma}$$

Aplicando-se novamente o modelo de soma ponderada de gases cinzas, obtém-se:

$$Q_{a,\gamma^*-\gamma} = \left[\sum_{i=0}^I C_{e,i}(T_{\gamma^*}) a_i^2 \int_{V_{\gamma^*}} \int_{V_{\gamma}} \frac{\exp(-a_i S_{\gamma^*-\gamma})}{\pi S_{\gamma^*-\gamma}^2} dV_{\gamma} dV_{\gamma^*} \right] \sigma T_{\gamma^*}^4$$

As áreas de troca direta $(\overline{g_{\gamma^*g_{\gamma}}})_i$ e de fluxo direcionado $\overrightarrow{g_{\gamma^*g_{\gamma}}}$ são definidas como:

$$(\overline{g_{\gamma^*g_{\gamma}}})_i = a_i^2 \int_{V_{\gamma^*}} \int_{V_{\gamma}} \frac{\exp(-a_i S_{\gamma^*-\gamma})}{\pi S_{\gamma^*-\gamma}^2} dV_{\gamma} dV_{\gamma^*} \quad (3-54)$$

e

$$\overrightarrow{g_{\gamma^*g_{\gamma}}} = \sum_{i=0}^I [C_{e,i}(T_{\gamma^*}) (\overline{g_{\gamma^*g_{\gamma}}})_i] \quad (3-55)$$

Assim, a taxa de energia radiante emitida por V_{γ^*} e absorvida por V_{γ} é dada por:

$$Q_{a,\gamma^*-\gamma} = \overline{g_{\gamma^*g_{\gamma}}} \sigma T_{\gamma^*}^4$$

• Troca de energia radiante superfície-gás

A energia radiante que o volume V_{γ} recebe de uma área A_j , conforme a Fig. 3-13, provém da integração em A_k , V_{γ} e λ da energia radiante proveniente de dA_j e absorvida por dV_{γ} , indicada por $d^4 Q_{\lambda a, j-\gamma}$:

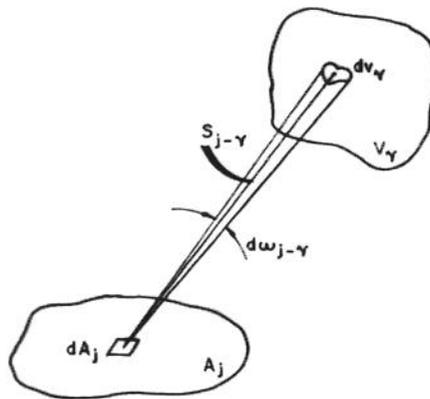


Fig.3-13 Troca de energia radiante entre uma zona de superfície e uma zona de gás.

$$d^4 Q_{\lambda a, j-\gamma} = \frac{dB_{\lambda, j}}{\pi} \exp\left(\int_0^{S_{j-\gamma}} -a_{\lambda}(S^*) dS^*\right) dV_{\gamma} \frac{dA_j \cos\beta_j}{S_{\gamma-j}^2} a_{\lambda}(T_{\gamma})$$

Utilizando-se o modelo de soma ponderada de gases cinzas no método das zonas, chega-se a:

$$Q_{a, j-\gamma} = \sum_{i=0}^I \left(C_{e, i}(T_j) \frac{a_i}{\pi} \int_{V_{\gamma}} \int_{A_j} \frac{\exp(-a_i S_{j-\gamma}) \cos\beta_j}{S_{j-\gamma}^2} dV_{\gamma} dA_j \right) B_j$$

As áreas de troca direta $(\overline{s_j g_{\gamma}})_i$ e de fluxo direcionado $\overrightarrow{s_j g_{\gamma}}$ são obtidas de:

$$(\overline{s_j g_{\gamma}})_i = \frac{a_i}{\pi} \int_{V_{\gamma}} \int_{A_j} \frac{\exp(-a_i S_{j-\gamma}) \cos\beta_j}{S_{j-\gamma}^2} dV_{\gamma} dA_j \quad (3-56)$$

e

$$\overrightarrow{s_j g_{\gamma}} = \sum_{i=0}^I C_{e, i}(T_j) (\overline{s_j g_{\gamma}})_i \quad (3-57)$$

sendo T_j a temperatura da superfície A_j . Nota-se que $(\overline{s_j g_{\gamma}})_i = (\overline{g_{\gamma} s_j})_i$, porém $\overrightarrow{g_{\gamma} s_j}$ e $\overrightarrow{s_j g_{\gamma}}$ não são necessariamente iguais. Desse modo, a taxa de energia proveniente de A_j e absorvida por V_{γ} torna-se:

$$Q_{a, j-\gamma} = \overrightarrow{s_j g_{\gamma}} B_j \quad (3-58)$$

A energia total absorvida por V_{γ} , $Q_{a\gamma}$, é determinada pela inclusão da contribuição de todas as Γ zonas de gás e J zonas de superfície:

$$\begin{aligned} Q_{a, \gamma} &= \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} Q_{a, \gamma^*-\gamma} + \sum_{j=1}^J Q_{a, j-\gamma} \\ &= \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} \overrightarrow{g_{\gamma^*} g_{\gamma}} \sigma T_{\gamma^*}^A + \sum_{j=1}^J \overrightarrow{s_j g_{\gamma}} B_j \end{aligned}$$

As Eqs. (3-52) e (3-58) são obtidas apenas quando se admite a validade da hipótese da Eq. (3-49). Ainda assim, elas são comumente aceitas (Modest, 1993).

A energia total emitida por V_γ , $Q_{e,\gamma}$, provém da integração da Eq. (3-30) em todos os comprimentos de onda e no volume V_γ :

$$Q_{e,\gamma} = \int_{\lambda} \int_{V_\gamma} 4e_{\lambda b}(T_\gamma) a_\lambda(T_\gamma) dV_\gamma d\lambda$$

Como cada volume V_γ tem propriedades uniformes:

$$Q_{e,\gamma} = \int_{\lambda} 4e_{\lambda b}(T_\gamma) a_\lambda(T_\gamma) V_\gamma d\lambda = 4V_\gamma \sum_{i=0}^I (C_{e,i}(T_\gamma) a_i) \sigma T_\gamma^4$$

Assim, a taxa de energia radiante perdida por V_γ , por unidade de volume, é dada por:

$$\begin{aligned} q_{R,\gamma} &= \frac{1}{V_\gamma} (Q_{e,\lambda} - Q_{a,\lambda}) \\ &= \frac{1}{V_\gamma} \left[4V_\gamma \sum_{i=0}^I (C_{e,i}(T_\gamma) a_i) \sigma T_\gamma^4 - \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} \overline{g_{\gamma^*} g_\gamma} \sigma T_{\gamma^*}^4 - \sum_{j=1}^J \overline{s_j g_\gamma} B_j \right] \end{aligned} \quad (3-59)$$

3-6 Balanço Global de Energia Radiante

Para um gás participante cinza de coeficiente de absorção a_i , a taxa de energia radiante $Q_{e,\gamma}$ emitida por uma zona de volume V_γ é igual a:

$$Q_{e,\gamma} = 4V_\gamma a_i \sigma T_\gamma^4 \quad (3-60)$$

Para que o equilíbrio de energia radiante seja respeitado, $Q_{e,\gamma}$ deve ser igual à soma das taxas de energia enviadas a cada uma das outras zonas de volume e superfície, V_{γ^*} e A_j , recebem de V_γ . Assim:

$$Q_{e,\gamma} = \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} (\overline{g_{\gamma} g_{\gamma^*}})_i \sigma T_{\gamma}^4 + \sum_{j=1}^J (\overline{g_{\gamma} s_j})_i \sigma T_{\gamma}^4 \quad (3-61)$$

As Eqs. (3-60) e (3-61) são obtidas de modo análogo ao apresentado na Secção (3-6), com a diferença de que, neste caso, o coeficiente de absorção é constante e igual a a_i . Combinando-se as Eqs. (3-60) e (3-61), obtém-se:

$$4V_{\gamma} a_i = \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} (\overline{g_{\gamma} g_{\gamma^*}})_i + \sum_{j=1}^J (\overline{g_{\gamma} s_j})_i \quad (3-62)$$

Considerando-se agora uma zona de superfície A_k , a aplicação do procedimento acima conduz a:

$$A_k = \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} (\overline{s_k g_{\gamma^*}})_i + \sum_{j=1}^J (\overline{s_k s_j})_i \quad (3-63)$$

Quando o gás real é modelado pela soma de gases cinzas, a verificação das Eqs. (3-62) e (3-63) para cada gás cinza garante que a energia radiante emitida por cada zona corresponda à soma das energias radiantes recebidas por todas as outras zonas e provenientes daquela. Respeita-se, desse modo, o balanço global de energia radiante. É importante observar que as Eqs. (3-62) e (3-63) não trazem informações novas a respeito do cálculo das áreas de troca direta. Em outras palavras, as Eqs. (3-62) e (3-63) devem ser verificadas quando as áreas de troca direta são avaliadas por meio das Eqs. (3-46), (3-50) e (3-54).

3-7 Áreas de Troca Direta para Cavidades Cilíndricas

O método das zonas permite um tratamento direto das trocas de energia radiante, desde que sejam conhecidas as áreas de troca direta para cada par de zonas, indicadas pelas Eqs. (3-46), (3-48), (3-54) e (3-56). Apresentam-se, a seguir, as expressões para o cálculo das áreas de troca direta para as zonas contidas no interior de uma cavidade cilíndrica, para a geometria de interesse neste trabalho. Essas expressões foram desenvolvidas por Sika (1991), e são vantajosas por permitirem o cálculo das áreas de troca direta para zonas axissimétricas de dimensões arbitrárias.

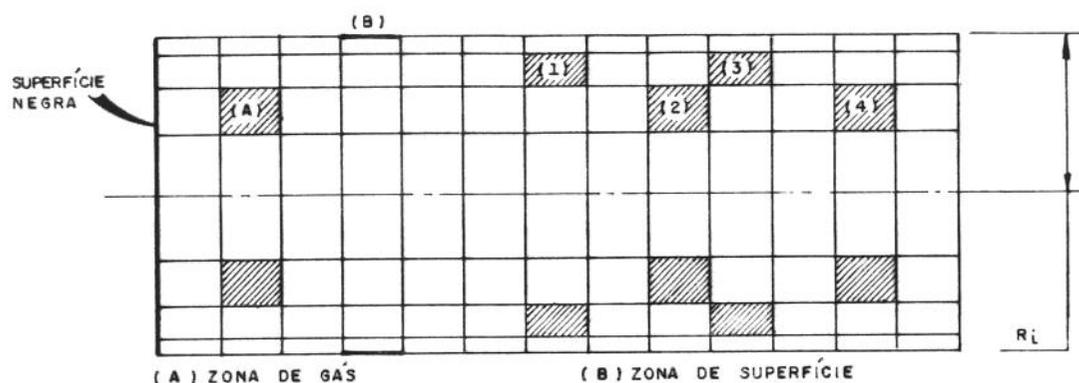


Fig. 3-14 Zonas de radiação no interior de uma cavidade cilíndrica.

A Fig. 3-14 mostra o interior do duto dividido em zonas de volume e de superfície. As extremidades do duto são representadas por superfícies negras, à temperatura dos reservatórios correspondentes, sendo incluídas nas trocas de energia radiante. O gás possui coeficiente de absorção a_i . Os cinco tipos de pares de zonas são apresentados nas Figs. 3-15 a 3-19.

A área de troca direta $(\overline{g_1 g_2})_i$ para duas zonas de gás, Fig. 3-15, é calculada por:

$$(\overline{g_1 g_2})_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \xi_j \sum_{k=1}^2 \xi_k \sum_{l=1}^4 \xi_l (\overline{g_1 g_2})_o (R_j, R_k, \Delta X_l) \quad (3-64)$$

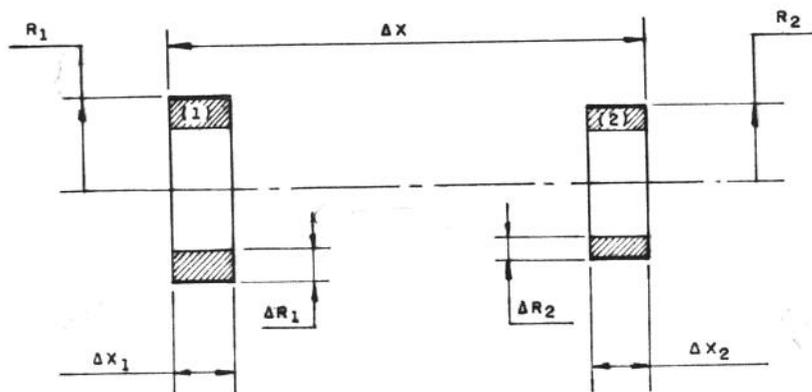


Fig. 3-15 Par de zonas de gás.

em que:

$$\frac{\overline{g_1 g_2}}{a_i^2} (R_j, R_k, \Delta X_l) = 4 R_j R_k \int_{\beta=0}^{\pi} P \int_{\phi=0}^{\psi} (tg\psi - tg\phi) \exp(-a_i R / \cos\phi) d\phi d\beta$$

$$+ 2\pi R_{min}^2 \left\{ \int_{|R_j - R_k|}^{\sqrt{(R_j - R_k)^2 + \Delta X_l}} \left[L^2 - (R_j - R_k)^2 - 2\Delta X_l \sqrt{L^2 - (R_j - R_k)^2} \right] \exp\left(\frac{-a_i L}{L}\right) dL \right.$$

$$\left. + \int_0^{\sqrt{(R_j - R_k)^2 + \Delta X_l}} (2\Delta X_l - L) \exp(-a_i L) dL + \int_{\Delta X_l}^{\sqrt{(R_j - R_k)^2 + \Delta X_l}} (\Delta X_l - L)^2 \frac{\exp(-a_i L)}{L} dL \right\}$$

O par da Fig. 13-16 compreende uma zona de gás e outra de parede do duto. A área de troca direta $(\overline{g_1 s_2})_i$ para esse par é:

$$(\overline{g_1 s_2})_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \xi_i \sum_{l=1}^4 \xi_l \overline{g_1 s_s}_o (R_j, R_l, \Delta X_l) \quad (3-65)$$

sendo:

$$\frac{\overline{g_1 s_2}}{a_i} (R_j, R_k, \Delta X_l) = 8 R_j^2 R_k^2 \int_{\beta=0}^{\pi} \frac{\sin^2 \beta}{R} \int_{\phi=0}^{\psi} (tg\psi - tg\phi) \cos\phi \exp\left(\frac{-a_i R}{\cos\phi}\right) d\phi d\beta$$

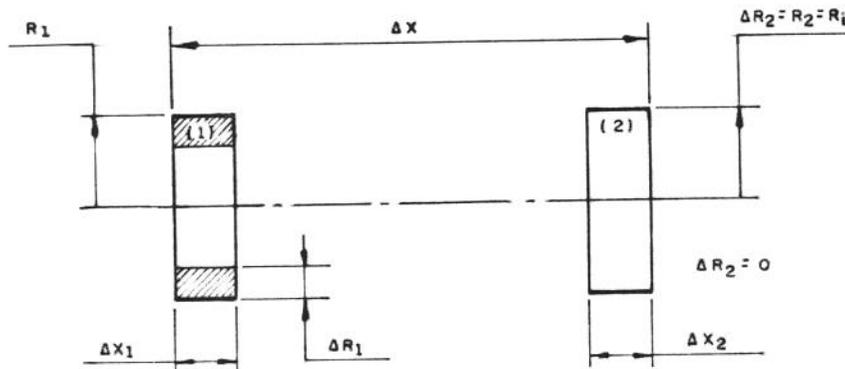


Fig. 3-16 Par de zonas de gás e superfície.

Na Fig. 3-17, o par é constituído por uma zona de gás e pela extremidade do duto. Nesse caso, a área de troca direta $(\overline{g_1 s_2})_i$ é:

$$(\overline{g_1 s_2})_i = \sum_{j=1}^2 \xi_j \sum_{l=1}^2 \xi_l \overline{g_1 s_2}_o (R_j, R_l, \Delta X_l) \quad (3-66)$$

em que:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{g_1 s_2}_o (R_j, R_k, \Delta X_l)}{a_i} &= \frac{R_j R_k}{2} \int_0^\pi (2PR^2 + UR_j^2 R_k^2) \left[\frac{\exp(-a_i R)}{R^3} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\exp\left(-a_i \sqrt{R^2 + \Delta X_l^2}\right)}{\sqrt{(R^2 + \Delta X_l^2)^3}} \right] d\beta + \pi \frac{R_j^2 R_k^2}{R_j + R_k} \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\Delta X_l}{(R_j + R_k)}\right) \int_0^\pi \operatorname{sen} \beta \exp\left(-a_i (R_j + R_k) / \cos \beta\right) d\beta \\ &\quad + \pi R_{\min}^2 \left[\int_0^{|R_j - R_k|} \exp(-a_i L) dL - \int_{\Delta X_l}^{\sqrt{(R_j - R_k)^2 + \Delta X_l^2}} \left(1 - \frac{\Delta X_l}{L^2}\right) \exp(-a_i L) dL \right] \end{aligned}$$

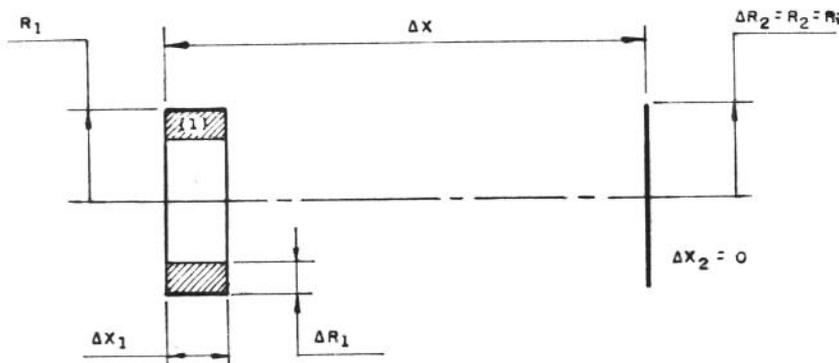


Fig. 3-17 Par de zonas de gás e superfície.

Para as duas zonas de superfície da Fig. 3-18, a área de troca direta $(\overline{s_1 s_2})_i$ é obtida de:

$$\overline{(s_1 s_2)}_i = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^4 \xi_l \overline{(s_1 s_2)}_o (R_i, R_i, \Delta X_k) \quad (3-67)$$

sendo:

$$\overline{(s_1 s_2)}_o (R_j, R_k, \Delta X_l) = 2 \int_{\beta=0}^{\pi} R^2 \int_{\phi=0}^{\psi} (\operatorname{tg} \psi - \operatorname{tg} \phi) \cos^2 \phi \exp\left(\frac{-a_i R}{\cos \phi}\right) d\phi d\beta$$

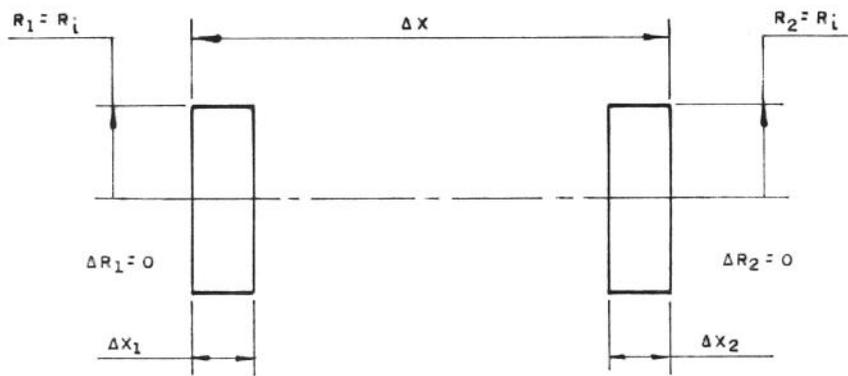


Fig. 3-18 Par de zonas de superfície.

A última combinação corresponde às duas zonas de superfície da Fig. 3-19. A área de troca direta $\overline{(s_1 s_2)}_i$, nesse caso, é:

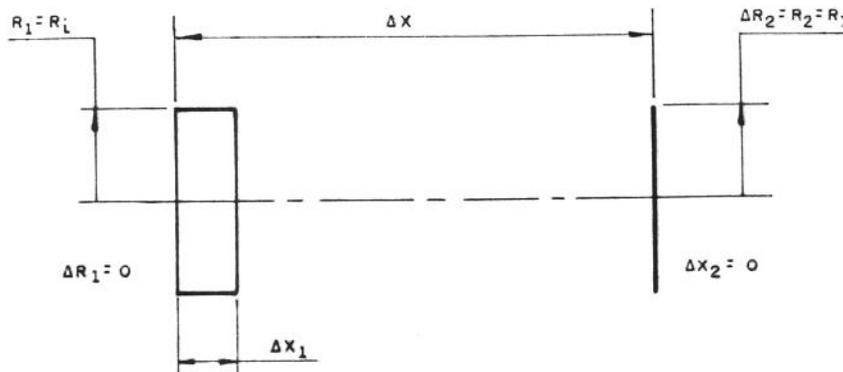


Fig. 3-19 Par de zonas de superfície.

$$\overline{(s_1 s_2)}_i = \sum_{l=1}^2 \xi_l \overline{(s_1 s_2)}_o (R_i, R_i, \Delta X_k) \quad (3-68)$$

em que:

$$\begin{aligned} \overline{(s_1 s_2)}_o (R_j, R_k, \Delta x_l) = R_j^3 R_k^3 \int_0^\pi U \left[\frac{\exp(-a_i R)}{R^4} - \frac{\exp\left(-a_i \sqrt{R^2 + \Delta X_l^2}\right)}{(R^2 + \Delta X_l^2)^2} \right] d\beta \\ + 2\pi \frac{R_j^2 R_k^2}{(R_j + R_k)^2} \int_0^{\text{tg}^{-1}(\Delta X_l / (R_j + R_k))} \text{sen}\beta \cos\beta \exp\left(\frac{-a_i (R_j + R_k)}{\cos\beta}\right) d\beta \end{aligned}$$

Os parâmetros das expressões anteriores são obtidos de:

$$P = \left[R_j^2 \cos^{-1}\left(\frac{R_j - R_k \cos\beta}{R}\right) + R_k^2 \cos^{-1}\left(\frac{R_k - R_j \cos\beta}{R}\right) - R_j R_k \text{sen}\beta \right] \text{sen}\beta$$

$$\text{para } R_j = R_k : P = R_j^2 (\pi - \beta - \text{sen}\beta) \text{sen}\beta$$

$$U = (2\beta - \text{sen}2\beta) \text{sen}\beta$$

$$R = \sqrt{R_j^2 + R_k^2 - 2R_j R_k \cos\beta} \quad \text{para } R_j = R_k : R = 2\text{sen}(\beta/2)$$

$$\psi = \text{tg}^{-1}\left(\frac{\Delta X_l}{R}\right)$$

$$R_{\min} = \min\{R_j, R_k\}$$

Na Tabela 3-2, são apresentados os argumentos das funções $\overline{(gs)}_o$, $\overline{(gg)}_o$ e $\overline{(ss)}_o$, bem como os coeficientes ξ .

Como pode ser observado, as expressões para o cálculo das áreas de troca direta são muito complexas e exigem esforço computacional intenso, principalmente se houver um número elevado de zonas no duto. Além disso, os cálculos devem ser repetidos para cada um dos três gases cinzas que compõem o gás. Um modo de reduzir os cálculos é pelo emprego de

Tabela 3-2 Argumentos das funções $\overline{gs})_o$, $\overline{gg})_o$ e $\overline{ss})_o$ e coeficientes ξ

	j, k, l			
	1	2	3	4
R_j	R_1	$R_1 - \Delta R_1$		
R_k	R_2	$R_2 - \Delta R_2$		
ΔX_l	ΔX	$ \Delta X - \Delta X_1 $	$ \Delta X - \Delta X_2 $	$ \Delta X - \Delta X_1 - \Delta X_2 $
ξ_j, ξ_k, ξ_l	+1	-1	-1	+1

zonas de largura ΔX uniforme. Por exemplo, a área de troca direta do par de zonas de gás (1)-(2) é igual, por simetria, à do par (3)-(4), Fig. 3-13.

Capítulo 4

Modelagem do Problema

Neste capítulo, é apresentada a formulação matemática da transferência de calor no escoamento de gases participantes em dutos circulares, com as equações necessárias à determinação dos campos de temperatura no gás, na parede do tubo e na superfície externa do isolante.

4-1 Descrição do Problema

A Fig. 4-1 mostra um duto de seção circular de diâmetro interno D_i e comprimento L , pelo qual escoa um gás participante. Por hipótese, o problema é axissimétrico e, por isso, as coordenadas X e R são suficientes para a descrição do fenômeno. A temperatura do gás na entrada é uniforme e indicada por T_0 . O escoamento pode ser tanto laminar quanto turbulento, e o perfil de velocidade na entrada é considerado plenamente desenvolvido, sendo indicado por $U(R)$. As propriedades físicas do gás são admitidas independentes da temperatura, de modo que o perfil de velocidade não se modifica ao longo do duto. O tubo é isolado do ambiente, que está à temperatura T_∞ , por meio de um material isolante de raio externo D_s . O isolamento não é ideal, ou seja, há fluxo de calor em direção ao meio externo. Desse modo, três distribuições de temperatura devem ser determinadas: $T(X,R)$, $T_p(X)$ e $T_s(X)$, que

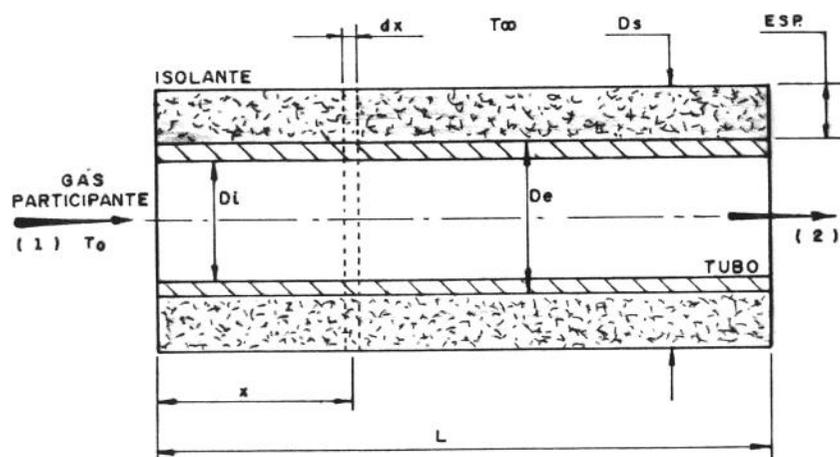


Fig. 4-1 Geometria do duto com isolamento.

correspondem às temperaturas do gás, da superfície interna do tubo e da superfície externa do isolante, respectivamente. O conhecimento dessas distribuições de temperaturas é necessário para a determinação da transferência de calor do processo.

4.2 Equações Básicas para o Gás

Três equações básicas são necessárias para o balanço de energia no gás: continuidade, quantidade de movimento e energia. A solução acoplada das duas primeiras fornece o campo de velocidades. Quando as propriedades físicas do gás dependem da temperatura, essas duas equações devem ser resolvidas simultaneamente com a da energia. Neste problema, as propriedades são admitidas constantes, de maneira que o perfil de velocidade da entrada do duto, admitido desenvolvido, se mantém inalterado. Isso torna não necessária a solução das equações da continuidade e da quantidade de movimento, pois os perfis de velocidade laminar e turbulento plenamente desenvolvidos são conhecidos. Ainda assim, elas são apresentadas nesta secção, por serem utilizadas na dedução da equação da energia.

Equação da Continuidade. Corresponde ao princípio da conservação de massa de um sistema. Em coordenadas cilíndricas, ela é expressa por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R\rho V) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho W) + \frac{\partial}{\partial X} (\rho U) = 0$$

τ corresponde à variável tempo e U , V e W são as velocidades nas direções de X , R e θ , respectivamente. Para escoamento axissimétrico e regime permanente:

$$\frac{\partial ()}{\partial \tau} = \frac{\partial ()}{\partial \theta} = W = 0$$

e a equação da continuidade fica:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R\rho V) + \frac{\partial}{\partial X} (\rho U) = 0 \quad (4-1)$$

Quando o escoamento é turbulento, as velocidades V e U são flutuantes e variam no tempo. Como indicado na Eq. (2-2), elas podem ser tratadas como contendo uma componente média e outra flutuante. Rigorosamente, as propriedades do fluido também apresentam comportamento flutuante. Considera-se que essas flutuações são menores que as apresentadas pelo campo de velocidade, não sendo levadas em consideração nesta análise. Assim, a Eq. (4-1) torna-se:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} [R\rho(\bar{V} + V')] + \frac{\partial}{\partial X} [\rho(\bar{U} + U')] = 0$$

Integra-se a equação acima em um período longo de tempo τ^* , divide-se o resultado por τ^* para obter uma equação média no tempo. Utilizam-se as seguintes propriedades da turbulência:

$$\frac{1}{\tau^*} \int_0^{\tau^*} \bar{U} d\tau = \bar{U} \Rightarrow \frac{1}{\tau^*} \int_0^{\tau^*} \frac{\partial \bar{U}}{\partial X} d\tau = \frac{\partial \bar{U}}{\partial X} \quad (4-2a)$$

e

$$\frac{1}{\tau^*} \int_0^{\tau^*} U' d\tau = 0 \Rightarrow \frac{1}{\tau^*} \int_0^{\tau^*} \frac{\partial U'}{\partial X} d\tau = 0 \quad (4-2b)$$

O mesmo é válido para \bar{V} e V' . A Eq. (4-2b) baseia-se no fato de que a média no tempo dos termos de flutuação é nula. Elimina-se, com isso, todos os termos de flutuação e a equação da continuidade fica:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R\rho\bar{V}) + \frac{\partial}{\partial X} (\rho\bar{U}) = 0 \quad (4-3)$$

A Eq. (4-3) vale também para o caso laminar, no qual as velocidades médias são iguais às velocidades do escoamento.

Equação da Quantidade de Movimento. Essa equação provém da segunda lei de Newton: a variação da quantidade de movimento de um elemento de fluido é igual à resultante das forças que agem nele. A equação da quantidade de movimento, aplicada à direção X , estabelece que:

$$\begin{aligned} \rho \frac{dU}{d\tau} = B_X - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial X} \left[\mu \left(2 \frac{\partial U}{\partial X} - \frac{2}{3} \text{div} \bar{V} \right) \right] \\ + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R\mu \left(\frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right] + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\mu \left(\frac{\partial W}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) \right] \end{aligned} \quad (4-4)$$

O primeiro membro dessa equação é dado por:

$$\rho \frac{dU}{d\tau} = \rho \left(\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{W}{R} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right)$$

No caso de regime permanente e escoamento axissimétrico, $\partial(\)/\partial\tau = \partial(\)/\partial\theta = 0$, a equação anterior se reduz a:

$$\rho \frac{dU}{d\tau} = \rho \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial R} \right)$$

O segundo membro da Eq. (4-4) corresponde à resultante de todas as forças que agem no elemento de fluido, por unidade de volume. B_X refere-se às forças de campo, como a gravidade, que agem no fluido, e não será considerado no presente trabalho. $\partial P/\partial X$ corresponde à variação de pressão P na direção X . Por fim, os últimos três termos contabilizam as tensões cisalhantes agindo nesse elemento na direção X . \vec{V} é a velocidade do fluido expressa vetorialmente, e sua divergência, $div(\vec{V})$, é calculada por:

$$\begin{aligned} div(\vec{V}) &= div(U\vec{i}_X + V\vec{i}_R + W\vec{i}_\theta) \\ &= \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R}(RV) + \frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial \theta} \end{aligned}$$

em que \vec{i}_X, \vec{i}_R e \vec{i}_θ são os vetores unitários na direção de X, R e θ , respectivamente. Como o problema é axissimétrico, $\partial(\)/\partial\theta = W = 0$, e o último termo é nulo. Assumem-se ainda as seguintes simplificações:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[\mu \left(2 \frac{\partial U}{\partial X} - \frac{2}{3} div \vec{V} \right) \right] \ll \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \mu \left(\frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right]$$

e

$$\frac{\partial V}{\partial X} \ll \frac{\partial U}{\partial R}$$

Estas desigualdades partem do conhecimento prévio de que, em escoamentos no interior de dutos, as variações de velocidade na direção R são muito maiores do que na direção X . Além disso, a pressão pode ser considerada função apenas de X , pois são válidas as hipóteses de camada limite. Desse modo, a equação da quantidade de movimento na direção X torna-se:

$$\rho \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial R} \right) = - \frac{dP}{dX} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \mu \frac{\partial U}{\partial R} \right)$$

Em escoamentos turbulentos, a pressão e as velocidades podem ser expressas por meio de um valor médio e outro de flutuação e a equação acima fica:

$$\rho \left((\bar{U} + U') \frac{\partial(\bar{U} + U')}{\partial X} + (\bar{V} + V') \frac{\partial(\bar{U} + U')}{\partial R} \right) = -\frac{d(\bar{P} + P')}{dX} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R\mu \frac{\partial}{\partial R} (\bar{U} + U') \right]$$

A média da equação anterior é obtida como no caso da equação da continuidade. Isso resulta em:

$$\rho \left(\bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial X} + \bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R\rho \overline{U'V'}) = -\frac{d\bar{P}}{dX} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R\mu \frac{\partial \bar{U}}{\partial R} \right)$$

O termo $\overline{U'V'}$ pode ser expresso em termos da difusividade turbulenta para a equação da quantidade de movimento ϵ_M , Eq. (2-3):

$$\overline{U'V'} = -\epsilon_M \frac{\partial \bar{U}}{\partial R}$$

A difusividade turbulenta está relacionada ao padrão de escoamento e pode ser calculada por meio das equações apresentadas na secção 2.3. Dessa forma, a equação da quantidade de movimento torna-se:

$$\rho \left(\bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial X} + \bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial R} \right) = -\frac{d\bar{P}}{dX} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R(\mu + \rho\epsilon_M) \frac{\partial \bar{U}}{\partial R} \right]$$

Levando em conta a equação da conservação da massa, Eq. (4-3), o primeiro termo da equação acima pode ser escrito como:

$$\rho \left(\bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial X} + \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial R} \right) = \frac{\partial}{\partial X} [(\rho \bar{U})\bar{U}] + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} [(\rho \bar{V})\bar{U}]$$

e a equação da quantidade de movimento fica:

$$\frac{\partial}{\partial X} [(\rho \bar{U})\bar{U}] + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R(\rho \bar{V})\bar{U} - R(\mu + \rho\epsilon_M) \frac{\partial \bar{U}}{\partial R} \right] = -\frac{d\bar{P}}{dX} \quad (4-5)$$

Há, portanto, três incógnitas, \bar{U} , \bar{V} e \bar{P} , e apenas uma equação. Ou seja, a solução desse problema exige outras duas equações. A primeira delas é a da continuidade diferencial, Eq. (4-3). A segunda equação corresponde à da continuidade integral:

$$\dot{M} = \int_A (\rho \bar{U}) dA$$

sendo \dot{M} a descarga de gás e A a área de secção do duto.

Na presente solução, o perfil de velocidade é plenamente desenvolvido e as propriedades físicas do gás são independentes da temperatura. Isso implica que:

$$\frac{\partial}{\partial X} [(\rho \bar{U}) \bar{U}] = 0 ;$$

$$\bar{V} = 0 ,$$

e

$$\frac{d\bar{P}}{dX} \equiv \text{constante}$$

A equação da quantidade de movimento, Eq. (4-5), se reduz a:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R(\mu + \rho \varepsilon_M) \frac{\partial \bar{U}}{\partial R} \right] = \frac{d\bar{P}}{dX} \quad (4-6)$$

A determinação do campo de escoamento torna-se, desse modo, um problema unidimensional em R . No caso laminar, $\varepsilon_M = 0$ e a solução da Eq. (4-6) fornece:

$$\bar{U}(R) = U_m \left[1 - 4 \left(\frac{R}{D_i} \right)^2 \right] \quad (4-7)$$

sendo U_m a velocidade média do gás no duto. Em oposição ao laminar, o caso turbulento não possui solução exata para o perfil de velocidade completamente desenvolvido. Existem, porém, várias soluções que apresentam resultados muito próximos dos experimentais. Entre elas, têm-se a de Reichardt (1951):

$$u^+ = 2,5 \ln(1 + 0,4y^+) + 7,8 \left[1 - \exp\left(\frac{y^+}{11}\right) - \frac{y^+}{11} \exp(-0,33y^+) \right] \quad (4-8)$$

sendo
$$u^+ = \frac{U}{U_m} \sqrt{f}$$

A grandeza adimensional y^+ e o fator de atrito f são calculados pelas Eqs. (2-10) e (2-14) ou (2-15). A Eq. (4-8) é conveniente pelo fato da velocidade e de sua derivada serem contínuas em todo o domínio ($y^+ > 0$).

Equação da Conservação da Energia. Corresponde à primeira lei da termodinâmica, ou seja, o calor transferido para cada elemento infinitesimal do gás é igual à variação de sua energia interna adicionada ao trabalho realizado por ele. A equação da energia pode ser escrita como:

$$\rho c_p \frac{dT}{d\tau} = \beta T \frac{dP}{d\tau} + \Phi + q''' + \text{div}(\bar{q})$$

O primeiro membro dessa equação se refere aos efeitos convectivos, em que $dT/d\tau$ é a derivada substancial da temperatura em relação ao tempo. O primeiro termo do segundo membro corresponde ao trabalho das forças de compressão realizado nesse elemento, em que β e $dP/d\tau$ são o coeficiente de expansão térmica e a derivada substancial da pressão em relação ao tempo. Φ corresponde à taxa de energia produzida por efeitos viscosos, e q''' , à gerada no interior do volume. O último termo contabiliza o fluxo de energia atravessando a fronteira do volume, sendo \bar{q} dado por:

$$\bar{q} = k \text{div}(T) - \bar{q}_R$$

A primeira parcela é o fluxo de energia entrando no elemento de volume por condução. O vetor \bar{q}_R indica o fluxo total de energia radiante perdido por esse elemento. Os termos de energia mencionados correspondem, dimensionalmente, à energia por unidade de volume e de tempo. A inclusão da radiação pode ainda influenciar a equação da energia através de dois efeitos adicionais: armazenamento de energia radiante e trabalho das tensões resultantes da radiação. Mesmo em elevadas temperaturas, esses dois componentes são geralmente desprezíveis e não são incluídos nesta análise. Também não será considerada a dissipação viscosa e não ocorre, neste problema, geração de energia no gás, ou seja, $\Phi = q''' = 0$.

Desenvolvendo-se, a seguir, cada termo em coordenadas cilíndricas:

$$\rho c_p \frac{dT}{d\tau} = \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{W}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right)$$

$$\beta T \frac{dP}{d\tau} = \beta T \left(\frac{\partial P}{\partial \tau} + U \frac{\partial P}{\partial X} + V \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{W}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta} \right)$$

$$\text{div}(\bar{q}) = \frac{\partial}{\partial X} \left(k \frac{\partial T}{\partial X} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(Rk \frac{\partial T}{\partial R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{k}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) - q_R$$

sendo q_R a taxa de energia radiante perdida por unidade de volume. Neste problema, o escoamento é axissimétrico e o regime permanente, $\delta(\)/\delta\tau = \delta(\)/\theta = W = 0$. Além disso, a pressão é função apenas da coordenada X. Com essas simplificações, a equação se reduz a:

$$\rho c_p \left(U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial R} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left(k \frac{\partial T}{\partial X} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(Rk \frac{\partial T}{\partial R} \right) + \beta TU \frac{dP}{dX} - q_R$$

No escoamento turbulento, as velocidades, a temperatura e a pressão são expressas através de um termo médio e outro de flutuação. Procedese do mesmo modo que nas equações da continuidade e quantidade de movimento para obter a equação da energia em termos médios. Por meio da Eqs. (4-2a) e (4-2b) e das equações da continuidade (4-1) e (4-3), chega-se a:

$$\rho c_p \left[\bar{U} \frac{\partial \bar{T}}{\partial X} + \bar{V} \frac{\partial \bar{T}}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R\overline{V'T'}) \right] = \frac{\partial}{\partial X} \left(k \frac{\partial \bar{T}}{\partial X} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(Rk \frac{\partial \bar{T}}{\partial R} \right) + \beta \bar{T} \bar{U} \frac{d\bar{P}}{dX} - q_R \quad (4-9)$$

A Eq. (4-9) pode ser simplificada quando as propriedades físicas do gás independem da temperatura e o perfil de velocidade é plenamente desenvolvido. Sendo a densidade constante, o coeficiente de expansão β torna-se nulo; além disso, $\bar{V} = 0$ em escoamentos plenamente desenvolvidos. Introduzindo esses resultados e utilizando as Eq. (2-16) e (4-3), chega-se a:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[(\rho \bar{U}) \bar{T} - \frac{k}{c_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial X} \right] - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \left(\frac{k}{c_p} + \rho \epsilon_H \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial R} \right] = - \frac{q_R}{c_p} \quad (4-10)$$

onde introduziu-se a difusividade térmica ϵ_H , calculada a partir da Eq. (2-16):

$$\overline{V'T'} = -\epsilon_H \frac{\partial \bar{T}}{\partial R}$$

A taxa de energia radiante perdida por unidade de volume, q_R , corresponde à divergência do fluxo de energia radiante, $\text{div}(\bar{q}_R)$, calculada pela Eq. (3-41). Devido ao grau de dificuldade imposto por essa equação, o interior do duto é dividido em zonas de superfície e gás, e q_R pode ser obtido pela Eq. (3-59).

4.3 Transferência de Calor nas Paredes do Duto

Superfície interna do tubo. A distribuição de temperatura da superfície interna da parede do tubo é igual à do gás em contacto, correspondendo a uma das condições de contorno da equação da conservação da energia do gás, Eq. (4-6). Num elemento de comprimento dX no tubo, Fig. 4-1, quatro processos básicos devem ser incluídos na análise da transferência de calor: condução axial e radial, convecção forçada e radiação, indicadas pelas taxas $dQ_1(X)$, $dQ_2(X)$, $dQ_3(X)$ e $dQ_4(X)$, respectivamente.

De acordo com a Lei de Fourier, a taxa de energia perdida por condução axial é dada por:

$$dQ_1(X) = \pi \frac{D_e^2 - D_i^2}{4} \frac{d}{dX} \left(-k_p \frac{dT_p(X)}{dX} \right) dX \quad (4-11)$$

onde k_p é a condutividade térmica do material do tubo e D_i e D_e são, respectivamente, seus diâmetros interno e externo, como indicado na Fig. 4-1. Na expressão acima, admitiu-se não haver variação radial na temperatura do tubo, o que é aceitável desde que a espessura da parede seja pequena e a condutividade k_p , elevada.

O fluxo radial de calor que abandona o elemento do tubo pode ser obtida de:

$$dQ_2(X) = \frac{2\pi k_s}{\ln(D_s / D_e)} (T_p(X) - T_s(X)) dX \quad (4-12)$$

em que k_s e D_s são, respectivamente, a condutividade térmica e o diâmetro externo do isolante. Na dedução desta equação, considerou-se não haver fluxo de calor axial no isolante. A validade dessa hipótese será discutida no Cap. 6, quando serão estabelecidas as condições específicas do problema.

A transferência de calor para o elemento do tubo do gás, por convecção forçada, é obtida de:

$$dQ_3(X) = -k\pi D_i dX \left. \frac{\partial T(X, R)}{\partial R} \right)_{R=D_i/2} \quad (4-13)$$

que requer o conhecimento da distribuição de temperatura no gás para o cálculo.

Por fim, a taxa de energia radiante que abandona esse elemento é fornecida pela Eq. (3-21):

$$dQ_4(X) = [B(X) - H(X)]\pi D_i dX \quad (4-14)$$

onde $B(X)$ e $H(X)$ são a radiosidade e a irradiação do elemento dX e correspondem à energia radiante que abandona e chega ao elemento, respectivamente. Assume-se que as superfícies sejam difusas e que a radiosidade e a irradiação sejam uniformemente distribuídas. Esses dois termos são relacionados pela Eq. (3-19):

$$B(X) = \varepsilon_p \sigma T_p^4(X) + (1 - \alpha_p) H(X)$$

onde ε_p e α_p são, respectivamente, as emitância e absortância hemisféricas totais da superfície do tubo. Quando a superfície do tubo é cinza, $\varepsilon_p = \alpha_p$, e a equação acima torna-se:

$$B(X) = \varepsilon_p \sigma T_p^4(X) + (1 - \varepsilon_p) H(X) \quad (4-15)$$

Quando cada elemento de área do tubo corresponde a uma zona isotérmica, $H(X)$ pode ser calculado de acordo com a Eq. (3-53).

O balanço de energia em cada elemento do duto implica que:

$$dQ_1(X) + dQ_2(X) + dQ_4(X) = dQ_3(X) \quad (4-16)$$

Superfície externa do isolante. O cálculo de $dQ_2(X)$ depende do conhecimento da temperatura do isolante, $T_s(X)$, introduzindo uma nova incógnita e exigindo o balanço de energia no isolante. Esse balanço requer que a taxa de energia $dQ_2(X)$, fornecida pelo tubo ao isolante, seja igual à perda para o meio externo. Dois processos estão envolvidos: convecção natural e radiação:

$$dQ_2(X) = \left\{ \varepsilon_s \sigma [T_s^4(X) - T_\infty^4] + h_e(X) [T_s(X) - T_\infty] \right\} \pi D_s dX \quad (4-17)$$

sendo ε_s a emitância da superfície do isolante e $h_e(X)$ o coeficiente de película para convecção natural. Esse coeficiente pode ser calculado pela correlação de Churchill e Chu (1975), válida para $10^{-5} < Ra_{ar} < 10^{12}$:

$$Nu_e(X) = \left\{ 0,6 + \frac{0,387[Ra_{ar}(X)]^{1/6}}{[1 + (0,559 / Pr_{ar})^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \quad (4-18)$$

em que $Nu_e(X)$ é o número de Nusselt para convecção natural e $h_e(X) = Nu_e(X)k_{ar}/D_s$, onde k_{ar} é a condutividade térmica do ar. O número de Rayleigh é calculado por:

$$Ra_{ar}(X) = \frac{g\beta_{ar}[T_s(X) - T_\infty]D_s^3}{\nu_{ar}\alpha_{ar}}$$

sendo g a constante gravitacional e β_{ar} , ν_{ar} e α_{ar} , respectivamente, o coeficiente de expansão, a viscosidade cinemática e a difusividade térmica do ar. Todas essas propriedades devem ser calculadas na temperatura de filme, ou seja, $[T_s(X) + T_\infty]/2$. A correlação (4-18) foi obtida para condição de temperatura uniforme em superfícies externas de cilindros. Ela é mantida nesta solução, como aproximação, por ser utilizada em pequenos elementos de área, onde a temperatura pode ser considerada uniforme.

Capítulo 5

Solução Numérica

A determinação das distribuições de temperatura no gás e nas superfícies interna do tubo e externa do isolante depende da solução das Eqs. (4-10), (4-16) e (4-17). Devido ao grau de dificuldade dessas equações e ao acoplamento entre elas, que exige um processo iterativo de cálculo, a solução é viável apenas numericamente. Emprega-se neste trabalho o método de volumes de controle *Flux-Spline*, para avaliação dos termos convectivos e difusivos, associado ao método das zonas, para inclusão das trocas de energia radiante. Neste capítulo, é apresentado o método *Flux-Spline* para solução de problemas bidimensionais de convecção e difusão, bem como o procedimento de acoplamento desse método com o das zonas.

5.1 Solução de Problemas de Convecção-Difusão Bidimensionais: Equação da Energia no Gás

Nesta solução, considera-se que as propriedades físicas do gás são independentes da temperatura e que o perfil de velocidade do gás, na entrada do duto, é completamente desenvolvido. Como consequência, a determinação do campo de temperatura do gás exige apenas a solução da Eq. (4-10), uma vez que a velocidade do gás é conhecida em cada ponto do escoamento. Apresenta-se, a seguir, o método de volumes de controle para discretização dos termos difusivos e convectivos da Eq. (4-10). Antes, essa equação é reescrita em forma adimensional.

Adimensionalização da Equação da Energia. A equação da energia, aplicada ao gás, é:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[\left((\rho \bar{U}) T - \frac{k}{c_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial X} \right) \right] - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \left(\frac{k}{c_p} + \rho \epsilon_H \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial R} \right] = - \frac{q_R}{c_p} \quad (4-10)$$

Ela pode ser escrita adimensionalmente como:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(ut - \Gamma_x \frac{\partial t}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_r \frac{\partial t}{\partial r} \right) = - \frac{1}{PeN_{CR}} q_R^* \quad (5-1)$$

em que:

$$t = \frac{\bar{T}}{T_o}; x = \frac{X}{D_i}; r = \frac{R}{D_i}; u = \frac{\bar{U}}{U_m};$$

$$\Gamma x = \frac{1}{Pe}; \Gamma r = \frac{1}{Pe} + \frac{1}{Re} \frac{\varepsilon_H}{\nu};$$

$$q_R^* = \frac{q_R}{\sigma T_o^4 / D_i}, \text{ e}$$

$$N_{CR} = \frac{k}{\sigma D_i T_o^3}$$

T_o é a temperatura do gás na entrada do duto, admitida uniforme e U_m é a velocidade média do gás. N_{CR} é denominado parâmetro condução-radiação. O termo Pe é o número de Peclet:

$$Pe = RePr$$

sendo os números de Reynolds, Re , e Prandtl, Pr , calculados pelas Eqs. (2-1) e (2-19), respectivamente. Em escoamentos de fluidos com número de Peclet elevado, os efeitos convectivos são predominantes na transferência de energia; do contrário, quando o número de Peclet é pequeno, os efeitos difusivos são mais importantes.

No caso de escoamentos laminares, $\varepsilon_H = 0$, de modo que $\Gamma x = \Gamma r$. O perfil de velocidade laminar, Eq. (4-7), pode ser escrito adimensionalmente como:

$$u = 1 - 4r^2 \quad (5-2)$$

No caso turbulento, Eq. (4-8), o perfil de velocidade já foi apresentado em forma adimensional:

$$u^+ = 2,5 \ln(1 + 4y^+) + 7,8 \left[1 - \exp\left(\frac{y^+}{11}\right) - \frac{y^+}{11} \exp(-0,33y^+) \right] \quad (5-3)$$

sendo: $u^+ = u\sqrt{f}$

A grandeza adimensional y^+ , Eq. (2-10), pode ser reescrita como:

$$y^+ = (0,5 - r) Re \sqrt{f/2}$$

De acordo com a Eq. (2-17), o termo ε_H/ν relaciona-se com ε_M/ν através de:

$$\frac{\varepsilon_H}{\nu} = \frac{1}{Pr_t} \frac{\varepsilon_M}{\nu} \quad (5-4)$$

em que o número de Prandtl turbulento, Pr_t , é dependente dos números de Prandtl, Pr , e de Reynolds, Re , conforme a Eq. (2-18). Como discutido na secção 2.3, a difusividade turbulenta para quantidade de movimento, ε_M , pode ser calculada através de duas expressões distintas. No núcleo turbulento, vale a Eq. (2-9), que na forma adimensional fica:

$$\frac{\varepsilon_M}{\nu} = \frac{\kappa y^+}{6} (1+2r)(1+8r^2) \quad (5-5)$$

Próximo à parede, ε_M é calculado pela Eq. (2-4). A adimensionalização dessa equação resulta em:

$$\frac{\varepsilon_M}{\nu} = Re \left(\frac{\ell}{D_i} \right)^2 \left| \frac{du}{dr} \right| \quad (5-6)$$

O comprimento de mistura ℓ é calculado pela expressão de van Driest, Eq. (2-8):

$$\frac{\ell}{D_i} = \kappa(0,5-r) \left[1 - \frac{1}{\exp(y^+ / A^+)} \right] \quad (5-7)$$

sendo $\kappa = 0,40$ e $A^+ = 26,0$.

De acordo com a adimensionalização realizada, o primeiro membro da Eq. (5-1), que leva em conta os efeitos convectivos e difusivos, fica completamente caracterizado pelo número de Peclet se o escoamento for laminar. No caso turbulento, tanto o número de Reynolds quanto o de Prandtl são necessários para a caracterização do problema. Quando o escoamento turbulento está compreendido na região completamente rugosa, surge um outro adimensional, que é a razão entre o diâmetro do duto e a rugosidade superficial do duto, D_i/e_s , empregada no cálculo do coeficiente de atrito, Eq. (2-15).

O primeiro adimensional que aparece quando a radiação térmica é incluída no balanço de energia é o parâmetro condução-radiação, N_{CR} . Quanto menor esse número, maior o efeito da radiação em comparação ao processo de condução. A taxa de energia radiante perdida por unidade de volume, q_R , foi adimensionalizada pelo termo $\sigma T_o^4 / D_i$. Quando o gás é cinza e possui coeficiente de absorção a_i , um único parâmetro adicional é necessário para caracterizar

q_R^* , obtido a partir do produto $D_i a_i$. Quando se trata de gases reais, devem ser especificados o gás e uma temperatura de referência, T_o , para cálculo dos coeficientes de ponderação utilizados no modelo de soma ponderada de gases cinzas. Além dos grupos adimensionais mencionados, devem ser especificadas as condições de contorno nas fronteiras do problema, que serão discutidas adiante. A especificação da fronteira exige o conhecimento do comprimento adimensional do duto, $l = L / D_i$.

Método de Volumes de Controle *Flux-Spline*. O *Flux-Spline* (Varejão, 1979) foi desenvolvido a partir do método de volumes de controle convencional (Patankar, 1980). Embora sua formulação seja mais complexa do que a do método convencional, ele é vantajoso em problemas de difusão-convecção, pois permite, em geral, atingir a convergência muito mais rapidamente, mesmo com malhas mais grosseiras. Essa característica é importante, pois nesta solução, cada volume de controle corresponde a uma zona de radiação. Isso exige a utilização de uma malha menos refinada para os volumes de controle, para que não haja um número excessivo de áreas de troca direta a serem calculadas. Por essa razão, emprega-se o método de volumes de controle *Flux-Spline*. Segue sua aplicação para a discretização da Eq. (5-1).

O primeiro passo consiste em definir os fluxos J_x e J_r e o termo fonte S :

$$J_x = ut - \Gamma x \frac{\partial t}{\partial x} \quad (5-8a)$$

$$J_r = -\Gamma r \frac{\partial t}{\partial r} \quad (5-8b)$$

$$S = -\frac{1}{PeN_{CR}} q_R^* \quad (5-8c)$$

Assim, Eq. (5-1) pode ser reescrita de modo mais simplificado:

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r J_r)}{\partial r} = S \quad (5-9)$$

Embora S não corresponda fisicamente a uma fonte de energia no gás, mas ao balanço de energia radiante em cada elemento infinitesimal do gás, essa denominação será mantida, devido a seu uso corrente em soluções numéricas.

A Fig. 5-1 apresenta um volume de controle típico, indicado por VC_{ij} . Os volumes são estabelecidos de modo que os pontos da malha mantenham-se no centro de cada um deles. O problema é axissimétrico, ou seja, as grandezas t , J_x , J_r e S dependem apenas de x e r , de modo que os volumes de controle podem ser representados por anéis de secção retangular. Os índices i e j indicam a posição de cada ponto na direção x e r , respectivamente, e definem a temperatura t em cada volume de controle, bem como os fluxos J_x e J_r em suas fronteiras. Δx_i e Δr_j correspondem às dimensões da secção de VC_{ij} ; r_j indica a posição radial de cada ponto da malha em relação à linha de centro do escoamento. A malha não é necessariamente uniforme, de modo que Δx_i e Δr_j podem variar dentro do domínio. A divisão do interior do duto em volumes de controle é mostrada na Fig. 5-2.

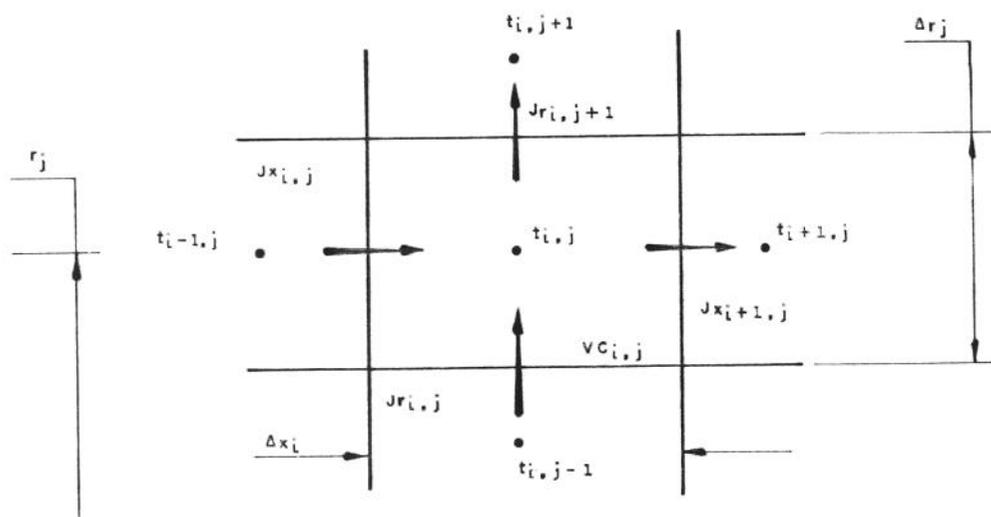


Fig. 5-1 Volume de controle típico.

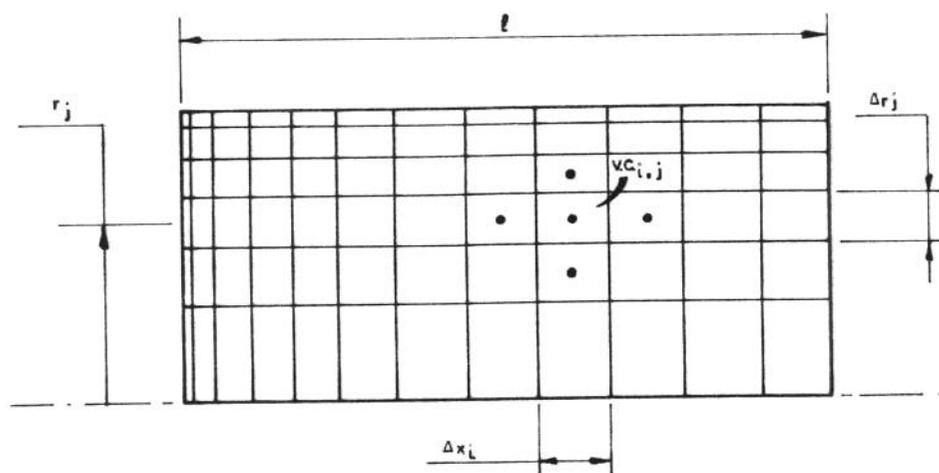


Fig. 5-2 Volumes de controle no interior do duto.

A característica básica do método de volumes de controle é que as equações de discretização são obtidas da integração das equações básicas em cada volume de controle. Como conseqüência, o princípio de conservação da energia é respeitado em cada volume de controle e, portanto, em todo o domínio. Integra-se, a seguir, a Eq. (5-9) no volume de controle VC_{ij} :

$$\int_{VC_{ij}} \left[\frac{\partial Jx}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rJr)}{\partial r} \right] dV = \int_{VC_{ij}} S dV \quad (5-10)$$

Integrando cada termo, separadamente:

$$\int_{VC_{ij}} \frac{\partial Jx}{\partial x} dV = \int_{\Delta x_i} \int_{\Delta r_j} \frac{\partial Jx}{\partial x} 2\pi r dr dx ;$$

$$\int_{VC_{ij}} \frac{1}{r} \frac{\partial(rJr)}{\partial r} dV = \int_{\Delta r_j} \int_{\Delta x_i} \frac{\partial(rJr)}{\partial r} 2\pi dx dr ,$$

e

$$\int_{VC_{ij}} S dV = \int_{\Delta x_i} \int_{\Delta r_j} 2\pi S r dr dx = 2\pi r_j \Delta x_i \Delta r_j S_{i,j}$$

onde $S_{i,j}$ é o valor de S dentro de VC_{ij} . Considera-se que, nas fronteiras de VC_{ij} , Jx e Jr são constantes nas direções radial e axial, respectivamente. Assim:

$$\int_{\Delta x_i} \int_{\Delta r_j} \frac{\partial Jx}{\partial x} 2\pi r dx dr = 2\pi (Jx_{i+1,j} - Jx_{i,j}) r_j \Delta r_j$$

e

$$\int_{\Delta x_i} \int_{\Delta r_j} \frac{\partial(rJr)}{\partial r} 2\pi dx dr = 2\pi \left[\left(r_j + \frac{\Delta r_j}{2} \right) Jr_{i,j+1} - \left(r_j - \frac{\Delta r_j}{2} \right) Jr_{i,j} \right] \Delta x_i$$

Desse modo, a equação integrada da energia, Eq. (5-10), pode ser escrita como:

$$(Jx_{i+1,j} - Jx_{i,j}) r_j \Delta r_j + \left[\left(r_j + \frac{\Delta r_j}{2} \right) Jr_{i,j+1} - \left(r_j - \frac{\Delta r_j}{2} \right) Jr_{i,j} \right] \Delta x_i = r_j \Delta x_i \Delta r_j S_{i,j} \quad (5-11)$$

O método *Flux-Spline* caracteriza-se pela imposição de variação linear dos fluxos Jx e Jr dentro de cada volume de controle, como o próprio nome do método sugere. Assim, Jx e Jr podem ser calculados dentro de VC_{ij} por meio de:

$$Jx = Jx_{i,j} + \frac{Jx_{i+1,j} - Jx_{i,j}}{\Delta x_i} x \quad (5-12a)$$

e

$$Jr = Jr_{i,j} + \frac{Jr_{i,j+1} - Jr_{i,j}}{\Delta r_j} r \quad (5-12b)$$

em que $0 \leq x \leq \Delta x_i$ e $0 \leq r \leq \Delta r_j$. Por outro lado, as Eqs. (5-8a) e (5-8b) podem ser escritas, dentro do volume de controle, como:

$$Jx = u_j t - \Gamma x \frac{\partial t}{\partial x} \quad (5-13a)$$

e

$$Jr = -\Gamma r_j \frac{\partial t}{\partial r} \quad (5-13b)$$

O coeficiente difusivo Γx é constante em todos os volumes de controle, mas Γr_j depende da posição radial; u_j é a velocidade na fronteira correspondente a $Jx_{i,j}$, sendo dependente apenas da posição radial. Combinando-se as Eqs. (5-12a) e (5-13a), resulta:

$$u_j t - \Gamma x \frac{\partial t}{\partial x} = Jx_{i,j} + \frac{Jx_{i+1,j} - Jx_{i,j}}{\Delta x_i} x \quad (5-14)$$

Considerando o problema como unidimensional em x , $\partial t / \partial x = dt / dx$ e a Eq. (5-14) torna-se uma equação diferencial ordinária linear. Sua solução fornece a temperatura t , dentro do volume de controle, como função de x , $t_{i,j}$, $Jx_{i,j}$, $Jx_{i+1,j}$, u_j e Γx . O valor de t em $x = 0$ é denominado $t_{i,j}^-$. Adota-se o mesmo procedimento para o volume de controle correspondente ao ponto $(i-1, j)$. Do mesmo modo, a temperatura t dentro desse volume dependerá de x , $t_{i-1,j}$, $Jx_{i-1,j}$, $Jx_{i,j}$, u_j e Γx . O valor de t em $x = \Delta x_{i-1}$ é denominado $t_{i-1,j}^+$. Como $t_{i,j}^-$ e $t_{i-1,j}^+$ correspondem ao mesmo ponto P , Fig. 5-3, impõe-se a continuidade de temperatura nas fronteiras dos volumes adjacentes:

$$t_{i,j}^- = t_{i-1,j}^+ \quad (5-15)$$

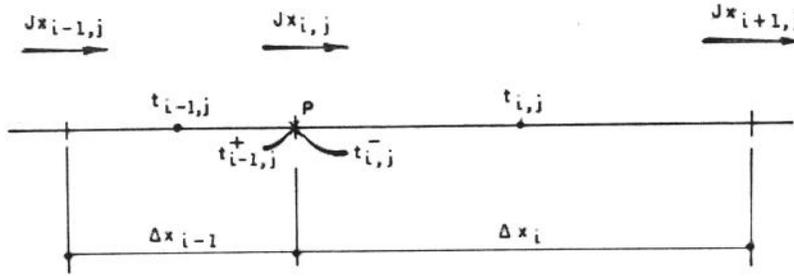


Fig. 5-3 Continuidade de temperatura em volumes de controle adjacentes.

Igualando-se as expressões para $t_{i,j}^-$ e $t_{i-1,j}^+$, chega-se à equação dos fluxos na direção x :

$$(1 - BJx_{i,j} - CJx_{i,j})Jx_{i,j} = -BJx_{i,j}Jx_{i+1,j} - CJx_{i,j}Jx_{i-1,j} + DJx_{i,j}[\exp(Px_{i-1,j})t_{i-1,j} - \exp(-Px_{i,j})t_{i,j}] \quad (5-16)$$

em que

$$DJx_{i,j} = \left[\frac{1}{A(-Px_{i,j})} \frac{\Delta x_i}{2\Gamma x} + \frac{1}{A(Px_{i-1,j})} \frac{\Delta x_{i-1}}{2\Gamma x} \right]^{-1};$$

$$BJx_{i,j} = \frac{\Delta x_i}{4\Gamma x} G(-Px_{i,j}) DJx_{i,j};$$

$$CJx_{i,j} = \frac{\Delta x_{i-1}}{4\Gamma x} G(Px_{i-1,j}) DJx_{i,j};$$

$$Px_{i,j} = \frac{u_j \Delta x_i}{2\Gamma x};$$

$$A(P) = \frac{P}{\exp(P) - 1}, \text{ para } P \neq 0; \text{ e } A(P) = 1, \text{ para } P = 0,$$

e

$$G(P) = \frac{\exp(P)(P-1)+1}{P^2}, \text{ para } P \neq 0; \text{ e } G(P) = 1, \text{ para } P = 0$$

A Eq. (5-16) pode ser reescrita como:

$$Jx_{i,j} = \hat{J}x_{i,j} + DJx_{i,j} \left[\exp(Px_{i-1,j})t_{i-1,j} - \exp(-Px_{i,j})t_{i,j} \right] \quad (5-17)$$

sendo

$$\hat{J}x_{i,j} = BJx_{i,j}(Jx_{i,j} - Jx_{i+1,j}) + CJx_{i,j}(Jx_{i,j} - Jx_{i-1,j}) \quad (5-18)$$

De modo análogo, obtém-se a equação dos fluxos na direção r :

$$(1 - BJr_{i,j} - CJr_{i,j})Jr_{i,j} = -BJr_{i,j}Jr_{i,j+1} - CJr_{i,j}Jr_{i,j-1} + DJr_{i,j}(t_{i,j-1} - t_{i,j}) \quad (5-19)$$

em que

$$DJr_{i,j} = \left[\frac{\Delta r_j}{2\Gamma r_j} + \frac{\Delta r_{j-1}}{2\Gamma r_{j-1}} \right]^{-1};$$

$$BJr_{i,j} = \frac{\Delta r_j}{4\Gamma r_j} DJr_{i,j},$$

e

$$CJr_{i,j} = \frac{\Delta r_{j-1}}{4\Gamma r_{j-1}} DJr_{i,j}$$

Reescrevendo a Eq. (5-19):

$$Jr_{i,j} = \hat{J}r_{i,j} + DJr_{i,j}(t_{i,j-1} - t_{i,j}) \quad (5-20)$$

sendo

$$\hat{J}r_{i,j} = BJr_{i,j}(Jr_{i,j} - Jr_{i,j+1}) + CJr_{i,j}(Jr_{i,j} - Jr_{i,j-1}) \quad (5-21)$$

O próximo passo consiste em aplicar as Eqs. (5-17) e (5-20) na equação integrada da energia, Eq. (5-11). Obtém-se, desse modo, a equação das temperaturas t :

$$\begin{aligned}
 AP_{i,j}t_{i,j} = & AIP_{i,j}t_{i+1,j} + AIM_{i,j}t_{i-1,j} + AJP_{i,j}t_{i,j+1} + AJM_{i,j}t_{i,j-1} \\
 & + r_j\Delta r_j(\hat{J}x_{i,j} - \hat{J}x_{i+1,j}) + \left(r_j - \frac{\Delta r_j}{2}\right)\Delta x_i\hat{J}r_{i,j} - \left(r_j + \frac{\Delta r_j}{2}\right)\Delta x_i\hat{J}r_{i,j+1} + r_j\Delta x_i\Delta r_jS_{i,j}
 \end{aligned}
 \tag{5-22}$$

em que

$$AIP_{i,j} = r_j\Delta r_j \exp(-Px_{i+1,j})DJx_{i+1,j};$$

$$AIM_{i,j} = r_j\Delta r_j \exp(Px_{i-1,j})DJx_{i,j};$$

$$AJP_{i,j} = \left(r_j + \frac{\Delta r_j}{2}\right)\Delta x_iDJr_{i,j+1};$$

$$AJM_{i,j} = \left(r_j - \frac{\Delta r_j}{2}\right)\Delta x_iDJr_{i,j}, \text{ e}$$

$$AP_{i,j} = AIP_{i,j} + AIM_{i,j} + AJP_{i,j} + AJM_{i,j}$$

Os domínios de aplicação das Eqs. (5-16) a (5-22) não abrangem toda a malha, sendo indicados nas Figs. 5-4 e 5-5. Há N pontos nodais na direção x , enquanto que, na direção r , existem M pontos, ou seja, existem $N-1$ e $M-1$ intervalos nas direções x e r , respectivamente. As demais equações provém das condições de contorno.

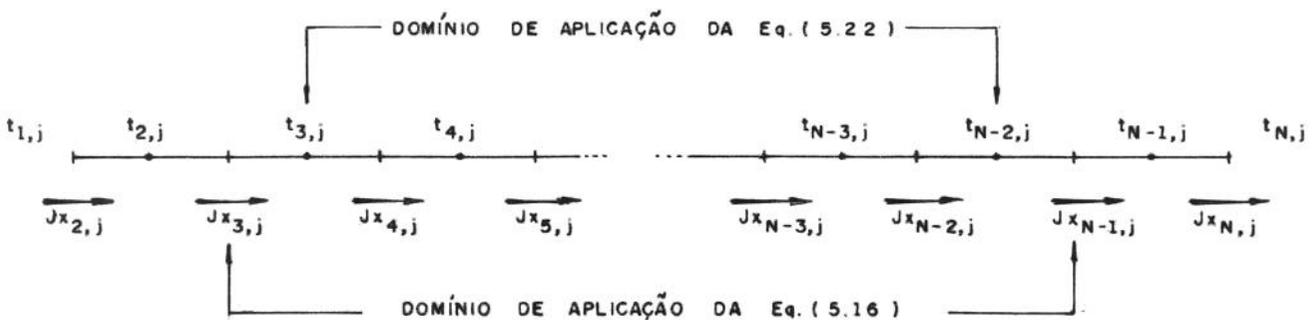


Fig. 5-4 Domínios de aplicação das Eqs. (5-16) e (5-22).

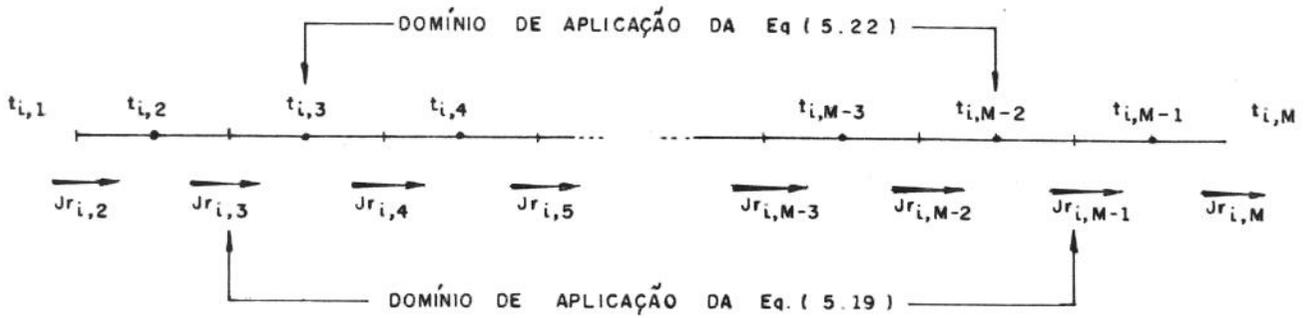


Fig. 5-5 Domínios de aplicação das Eqs. (5-19) e (5-22).

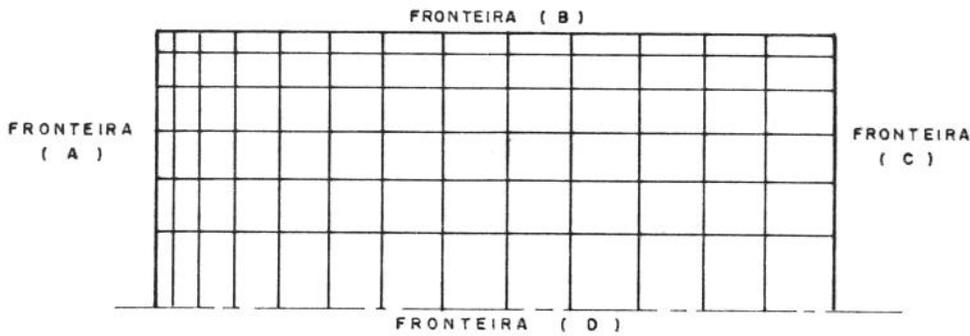


Fig. 5-6 Fronteiras do domínio.

Condições de Contorno. Para a solução do problema, é necessário o conhecimento da temperatura ou do fluxo em cada fronteira. A Fig. 5-6 apresenta as quatro fronteiras do domínio:

- Fronteira (A): neste caso, a condição de contorno é a temperatura de entrada, que, neste problema, é uniforme e igual a T_0 . Assim:

$$t_{1,j} = 1, \text{ para } 1 \leq j \leq M$$

Seguindo o mesmo procedimento utilizado para se chegar à Eq. (5-16), impondo que, em $x = 0$, $t_{2,j}^- = t_{1,j}$, as expressões que se obtêm para $Jx_{2,j}$ e $\hat{J}x_{2,j}$ são análogas, respectivamente, às Eqs. (5-16) e (5-18), em que:

$$DJx_{2,j} = \left[\frac{1}{A(-Px_{2,j})} \frac{\Delta x_2}{2\Gamma x} \right];$$

$$CJx_{2,j} = 0,$$

e

$$Px_{1,j} = 0$$

Todos os demais termos são idênticos. Conhecido $Jx_{2,j}$, é possível estabelecer a expressão para $t_{2,j}$ ($3 \leq j \leq M-2$), que é idêntica à Eq. (5-22), com exceção do termo $AIM_{2,j}$:

$$AIM_{2,j} = r_j \Delta r_j DJx_{2,j}$$

• Fronteira (B): a condição de contorno é a temperatura do gás em contacto com a parede, ou seja, a temperatura da parede:

$$t_{i,M} = tp_i, \text{ para } 2 \leq i \leq N$$

As expressões para $Jr_{i,M}$ e $\hat{J}r_{i,M}$ são idênticas às Eqs. (5-19) e (5-21), sendo:

$$DJr_{i,M} = \left[\frac{\Delta r_{M-1}}{2\Gamma r_{M-1}} \right];$$

e

$$BJr_{i,M} = 0$$

A equação para $t_{i,M-1}$ ($3 \leq i \leq N-2$) corresponde à Eq. (5-22), em que:

$$AJP_{i,M-1} = \left(r_{M-1} + \frac{\Delta r_{M-1}}{2} \right) \Delta x_i DJr_{i,M}$$

• Fronteira (C): nesta fronteira, são desconhecidos tanto o fluxo Jx quanto a temperatura t . Para contornar essa dificuldade, admite-se conhecida a temperatura $t_{N,j}$, de modo que as equações para $Jx_{N,j}$, $\hat{J}x_{N,j}$ e $t_{N-1,j}$ ($3 \leq i \leq M-2$) podem ser obtidas das Eqs. (5-16), (5-18) e (5-22), respectivamente, através das modificações seguintes:

$$DJx_{N,j} = \left[\frac{1}{A(Px_{N-1,j})} \frac{\Delta x_{N-1}}{2\Gamma x} \right]^{-1} ;$$

$$BJx_{N,j} = 0 ;$$

$$Px_{N,j} = 0 ,$$

e

$$AIP_{N-1,j} = r_j \Delta r_j DJx_{N,j}$$

Resta ainda estabelecer o valor de $t_{N,j}$. Uma possibilidade seria interpolar linearmente as temperaturas $t_{N-1,j}$ e $t_{N-2,j}$, calculadas na iteração anterior:

$$t_{N,j} = t_{N-2,j} - \frac{\Delta x_{N-1} + 2\Delta x_{N-2}}{\Delta x_{N-1} + \Delta x_{N-2}} (t_{N-2,j} - t_{N-1,j}) \quad (5-23)$$

Esta proposição deve ser vista como uma aproximação e deve ser verificada para ser aceita. Isso será feito no Cap. 6, na apresentação e discussão de resultados.

• Fronteira (D): o problema é axissimétrico, de modo que:

$$Jr_{i,1} = 0$$

A equação para $t_{i,2}$ ($3 \leq i \leq N-2$) corresponde à Eq. (5-22), sendo:

$$AJM_{i,2} = 0$$

A temperatura na linha de centro do escoamento é determinada pela solução da equação diferencial resultante da combinação das Eqs. (5-12b) e (5-13b):

$$t_{i,1} = t_{i,2} + \frac{\Delta r_2}{4\Gamma r_2} Jr_{i,3}$$

As expressões para as temperaturas dos volumes de controle que se limitam com duas fronteiras do domínio, ou seja, para $t_{2,2}$, $t_{2,M-1}$, $t_{N-1,2}$, e $t_{N-1,M-1}$, correspondem à Eq. (5-22), modificando os coeficientes seguintes:

$$AIM_{2,2} = r_2 \Delta r_2 DJx_{2,2}$$

$t_{2,2}$:

$$AJM_{2,2} = 0$$

$$AIM_{2,M-1} = r_{M-1} \Delta r_{M-1} DJx_{2,M-1}$$

$t_{2,M-1}$:

$$AJP_{2,M-1} = \left(r_{M-1} + \frac{\Delta r_{M-1}}{2} \right) \Delta x_2 DJr_{2,M}$$

$$AIP_{N-1,2} = r_2 \Delta r_2 DJx_{N,2}$$

$t_{N-1,2}$:

$$AJM_{N-1,2} = 0$$

$$AIP_{N-1,M-1} = r_{M-1} \Delta r_{M-1} DJx_{N,M-1}$$

$t_{N-1,M-1}$:

$$AJP_{N-1,M-1} = \left(r_{M-1} + \frac{\Delta r_{M-1}}{2} \right) \Delta x_{N-1} DJr_{N-1,M}$$

Desse modo, completa-se a formulação para todo o domínio, que compreende:

$$Jx_{i,j}: \quad 2 \leq i \leq N \text{ e } 2 \leq j \leq M-1 ;$$

$$Jr_{i,j}: \quad 2 \leq i \leq N-1 \text{ e } 2 \leq j \leq M ,$$

e

$$t_{i,j}: \quad 1 \leq i \leq N \text{ e } 1 \leq j \leq M$$

Procedimento de Cálculo. Conhecido o campo de temperatura, os fluxos Jx e Jr podem ser calculados na fronteira de cada volume de controle por meio das Eqs. (5-16) e (5-19). Porém, as temperaturas são desconhecidas e, para determiná-las através da Eq. (5-22) é necessário o conhecimento dos fluxos. Assim, o problema deve ser resolvido iterativamente. Admitindo, inicialmente, um campo de temperatura t^* , pode-se obter os fluxos Jx^* e Jr^* , bem como $\hat{J}x^*$ e $\hat{J}r^*$, através das Eqs. (5-16), (5-18), (5-19) e (5-21), chegando-se às seguintes expressões:

$$Jx_{i,j}^* = \hat{J}x_{i,j}^* + DJx_{i,j} \left[\exp(Px_{i-1,j})t_{i-1,j}^* - \exp(-Px_{i,j})t_{i,j}^* \right] \quad (5-24a)$$

e

$$Jr_{i,j}^* = \hat{J}r_{i,j}^* + DJr_{i,j} \left[t_{i,j-1}^* - t_{i,j}^* \right] \quad (5-24b)$$

Subtraindo a Eq. (5-24a) da Eq. (5-17) e a Eq. (5-24b) da Eq. (5-20), e considerando que $\hat{J}x_{i,j} \cong \hat{J}x_{i,j}^*$ e $\hat{J}r_{i,j} \cong \hat{J}r_{i,j}^*$, chega-se a:

$$Jx_{i,j} = Jx_{i,j}^* + DJx_{i,j} \left[\exp(Px_{i-1,j})t'_{i-1,j} - \exp(-Px_{i,j})t'_{i,j} \right] \quad (5-25a)$$

e

$$Jr_{i,j} = Jr_{i,j}^* + DJr_{i,j} \left[t'_{i,j-1} - t'_{i,j} \right] \quad (5-25b)$$

em que t' é a correção de temperatura, isto é:

$$t'_{i,j} = t_{i,j} - t_{i,j}^*$$

Substituindo-se as Eqs. (5-25a) e (5-25b) na Eq. (5-11), obtém-se a equação para t' :

$$\begin{aligned} AP_{i,j}t'_{i,j} &= AIP_{i,j}t'_{i+1,j} + AIM_{i,j}t'_{i-1,j} + AJP_{i,j}t'_{i,j+1} + AJM_{i,j}t'_{i,j-1} + \\ & r_j \Delta r_j \left(Jx_{i,j}^* - Jx_{i+1,j}^* \right) + \left(r_j - \frac{\Delta r_j}{2} \right) \Delta x_i Jr_{i,j}^* - \left(r_j + \frac{\Delta r_j}{2} \right) \Delta x_i Jr_{i,j+1}^* + r_j \Delta x_i \Delta r_j S_{i,j}^* \end{aligned} \quad (5-26)$$

Os coeficientes desta equação são os mesmos da Eq. (5-22); $S_{i,j}^*$ corresponde ao termo fonte calculado a partir das temperaturas estimadas t^* . O domínio de aplicação da Eq. (5-26) é mostrado nas Figs. 5-5 e 5-6 e sua extensão aos demais pontos é feita do mesmo modo que para a Eq. (5-22). Nas fronteiras (A), (B), (C), as temperaturas são conhecidas, de modo que $t' = 0$ nesses pontos. Não é necessário o conhecimento de t' na fronteira (D), na medida em que $AJM_{i,2} = 0$.

A solução do problema pode ser obtida, portanto, através dos seguintes passos:

- (i) Estima-se um campo de temperatura t^* ;
- (ii) Por meio desse campo, calculam-se os fluxos Jx^* e Jr^* através das Eqs. (5-16) e (5-19);
- (iii) Resolve-se o campo t' por meio da Eq. (5-26);
- (iv) Obtido o campo t' , corrigem-se os fluxos Jx e Jr através de (5-25a) e (5-25b);
- (v) Com Jx e Jr , determinam-se $\hat{J}x$ e $\hat{J}r$ pelas Eqs. (5-18) e (5-21) e, em seguida, o campo t através da Eq. (5-22), e
- (vi) Retorna-se ao passo (i), fazendo $t^* = t$, repetindo o processo até que a convergência seja alcançada.

Embora a inclusão da correção de temperatura t' introduza uma equação adicional, verificou-se que a convergência da solução tornou-se mais rápida. Em problemas difusivos unidimensionais, por exemplo, uma única repetição do processo é suficiente para alcançar a convergência (Varejão, 1979).

5.2 Solução do Balanço de Energia na Parede do Duto

Para estabelecer as expressões das temperaturas do tubo, $T_p(X)$, e da superfície externa do isolante, $T_s(X)$, substituem-se as Eqs. (4-11), (4-12), (4-13) e (4-14) em (4-16):

$$\frac{D_e^2 - D_i^2}{4} \frac{d}{dX} \left(-k_p \frac{dT_p(X)}{dX} \right) = -kD_i \left. \frac{\partial T}{\partial R} \right)_{R=D_i/2} - \frac{2k_s}{\ln(D_s/D_e)} (T_p(X) - T_s(X)) - (B(X) - H(X))D_i \quad (5-27)$$

Da definição de Jr , Eq. (5-8b):

$$Jr)_{r=0,5} = -\Gamma r \left. \frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=0,5} = -\Gamma r \left. \frac{D_i}{T_o} \frac{\partial T}{\partial R} \right)_{R=D_i/2}$$

Ou seja,

$$\left. \frac{\partial T}{\partial R} \right)_{R=D_i/2} = -\frac{T_o}{\Gamma r D_i} Jr)_{r=0,5}$$

Admitindo-se que k_p seja constante no tubo, a Eq. (5-27) pode ser escrita adimensionalmente através de:

$$\frac{d}{dx} \left(-\frac{dt_p(x)}{dx} \right) = Sp_1 + Sp_2 + Sp_3 \quad (5-28)$$

em que:

$$Sp_1 = \frac{4k}{\Gamma r k_p [(D_e / D_i)^2 - 1]} Jr)_{r=0,S}; \quad (5-29a)$$

$$Sp_2 = -\frac{8k_s}{k_p [(D_s / D_e)^2 - 1] \ln(D_s / D_e)} (t_p(x) - t_s(x)); \quad (5-29b)$$

$$Sp_3 = -\frac{4D_i}{k_p T_o [(D_e / D_i)^2 - 1]} (B(X) - H(X)); \quad (5-29c)$$

$$t_p(x) = \frac{T_p(X)}{T_o}, \text{ e } t_s(x) = \frac{T_s(X)}{T_o}$$

Definindo-se o fluxo Jp como

$$Jp = -\frac{dt_p(x)}{dx} \quad (5-30)$$

a Eq. (5-28) pode ser reescrita como:

$$\frac{dJp}{dx} = Sp_1 + Sp_2 + Sp_3 \quad (5-31)$$

A Fig. 5-7 apresenta um volume de controle VCp_i , localizado no tubo. A discretização da Eq. (5-31) é obtida pela integração dessa equação em VCp_i :

$$\int_{VCp_i} \frac{dJp}{dx} dVp = \int_{VCp_i} (Sp_1 + Sp_2 + Sp_3) dVp$$

Integrando-se cada termo separadamente:

$$\int_{VCp_i} \frac{dJp}{dx} dVp = \frac{\pi}{4} (D_e^2 - D_i^2) \int_{VCp_i} \frac{dJp}{dx} dx = \frac{\pi}{4} (D_e^2 - D_i^2) (Jp_{i+1} - Jp_i)$$

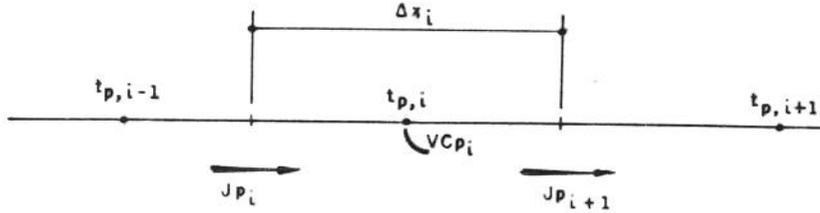


Fig. 5-7 Volume de controle no tubo.

e

$$\int_{VC_{p_i}} (Sp_1 + Sp_2 + Sp_3) dV_p = \frac{\pi}{4} (D_e^2 - D_i^2) \Delta x_i (Sp_{1,i} + Sp_{2,i} + Sp_{3,i})$$

em que $Sp_{1,i}$, $Sp_{2,i}$ e $Sp_{3,i}$ são os valores de Sp_1 , Sp_2 e Sp_3 no ponto i . Assim, a forma integrada da Eq. (5-30) é:

$$J_{p_{i+1}} - J_{p_i} = (Sp_{1,i} + Sp_{2,i} + Sp_{3,i}) \Delta x_i \quad (5-32)$$

Aplicando-se o método *Flux-Spline*, J_p deve variar linearmente dentro de VC_{p_i} , isto é:

$$J_p = J_{p_i} + \frac{J_{p_{i+1}} - J_{p_i}}{\Delta x_i} x \quad (5-33)$$

para $0 \leq x \leq \Delta x_i$. Combinando as Eqs. (5-33) e (5-30), obtém-se a seguinte expressão:

$$-\frac{dt_p(x)}{dx} = J_{p_i} + \frac{J_{p_{i+1}} - J_{p_i}}{\Delta x_i} \quad (5-34)$$

Repete-se o mesmo procedimento utilizado no problema de difusão-convecção: resolve-se a Eq. (5-34) para dois volumes de controle adjacentes e impõe-se a continuidade de temperatura na fronteira comum. Chega-se, desse modo, à equação dos fluxos:

$$(1 - BJ_{p_i} - CJ_{p_i}) J_{p_i} = -BJ_{p_i} J_{p_{i+1}} - CJ_{p_i} J_{p_{i-1}} + DJ_{p_i} (t_{p,i-1} - t_{p,i}) \quad (5-35)$$

onde

$$DJp_i = \frac{2}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} ;$$

$$BJp_i = \frac{\Delta x_i}{8} DJp_i ,$$

e

$$CJp_i = \frac{\Delta x_{i-1}}{8} DJp_i$$

Definindo-se o fluxo $\hat{J}p_i$ como:

$$\hat{J}p_i = BJp_i(Jp_i - Jp_{i+1}) + CJp_i(Jp_i - Jp_{i-1}) \quad (5-36)$$

a Eq. (5-35) simplifica-se, tal que:

$$Jp_i = \hat{J}p_i + DJp_i(t_{p,i-1} - t_{p,i}) \quad (5-37)$$

O passo seguinte consiste em substituir a Eq. (5-37) em (5-32), resultando a expressão para a temperatura t_p :

$$\begin{aligned} (AIPp_i + AIMp_i)t_{p,i} = AIPp_it_{p,i+1} + AIMp_it_{p,i-1} \\ + (Sp_{1,i} + Sp_{2,i} + Sp_{3,i})\Delta x_i + \hat{J}p_i - \hat{J}p_{i+1} \end{aligned} \quad (5-38)$$

em que:

$$AIPp_i = DJp_{i+1} = \frac{2}{\Delta x_{i+1} + \Delta x_i}$$

e

$$AIMp_i = DJp_i = \frac{2}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}}$$

Reescrevendo a Eq. (5-29b) como:

$$Sp_2 = c_s(t_p(x) - t_s(x))$$

sendo:

$$c_s = \frac{8k_s}{k_p \left[\left(\frac{D_e}{D_s} \right)^2 - 1 \right] \ln(D_s / D_e)}$$

a Eq. (5-38) pode ser reescrita como:

$$APp_i t_{p,i} = AIPp_i t_{p,i+1} + AIMp_i t_{p,i-1} + c_s \Delta x_i t_{s,i} + (Sp_{1,i} + Sp_{3,i}) \Delta x_i + \hat{J}p_i - \hat{J}p_{i+1} \quad (5-39)$$

em que:

$$APp_i = AIPp_i + AIMp_i + c_s \Delta x_i$$

Os domínios de aplicação das Eqs. (5-35) e (5-39) são mostrados na Fig. 5-8. As equações para os demais pontos dependem das condições de contorno na parede do tubo, que são as seguintes:

- A parede do tubo e o gás estão à mesma temperatura na entrada: $t_{p,1} = 1$, e
- Isolamento ideal na extremidade direita do tubo: $Jp_N = 0$.

As expressões para Jp_i e $\hat{J}p_i$ são obtidas pela solução da Eq. (5-34), considerando que, em $x = 0$, $t = t_{p,1}$. Elas são análogas às Eqs. (5-35) e (5-36), com a modificação dos seguintes coeficientes:

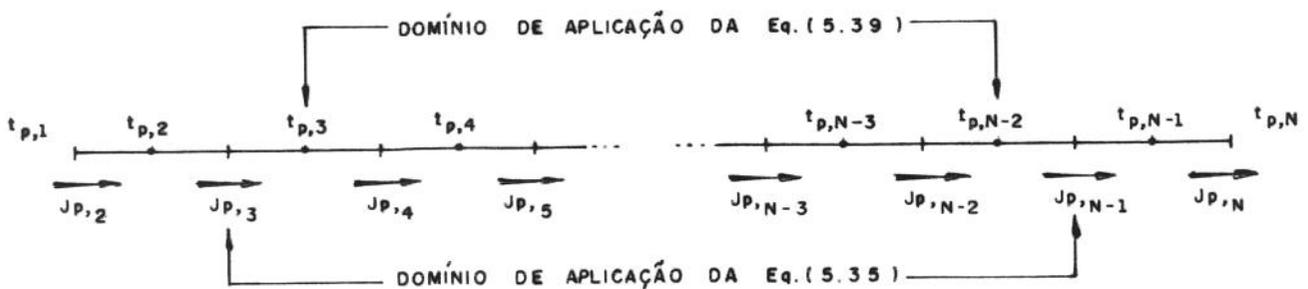


Fig. 5-8 Domínios de aplicação das Eqs. (5-35) e (5-39).

$$DJp_2 = \frac{2}{\Delta x_2}$$

e

$$CJp_2 = 0$$

A equação para $t_{p,2}$ é idêntica à Eq. (5-39), com exceção do coeficiente $AIMp_2$:

$$AIMp_2 = DJp_2 = \frac{2}{\Delta x_2}$$

A substituição de Jp_N e Jp_{N-1} na Eq. (5-32) conduz à expressão para $t_{p,N-1}$, que é análoga à Eq. (5-39), com as seguintes diferenças:

$$AIPp_{N-1} = 0$$

e

$$\hat{J}p_N = 0$$

Por fim, a expressão para $t_{p,N}$ provém da solução da Eq. (5-34):

$$t_{p,N} = t_{p,N-1} - \frac{\Delta x_{N-1}}{8} Jp_{N-1}$$

De modo análogo ao discutido na solução do problema de difusão-convecção bidimensional, introduz-se a correção de temperatura $t'_{p,i}$:

$$t'_{p,i} = t_{p,i} - t^*_{p,i}$$

em que $t^*_{p,i}$ é o valor estimado da temperatura no ponto i . A equação para correção do fluxo Jp_i é:

$$Jp_i = Jp_i^* + DJp_i(t'_{p,i-1} - t'_{p,i}) \quad (5-40)$$

sendo Jp_i^* o fluxo obtido através da Eq. (5-35) para o campo de temperatura t^*_p .

Considerando-se, para chegar-se à Eq. (5-40), que $\hat{J}p_i \equiv \hat{J}p_i^*$. A substituição da Eq. (5-40) em (5-32) fornece a equação para $t'_{p,i}$:

$$(AIPp_i + AIMp_i)t'_{p,i} = AIPp_i t'_{p,i+1} + AIMp_i t'_{p,i-1} + (Sp_{1,i}^* + Sp_{2,i}^* + Sp_{3,i}^*)\Delta x_i + \hat{J}p_i^* - \hat{J}p_{i+1}^* \quad (5-41)$$

em que $Sp_{1,i}^*$, $Sp_{2,i}^*$ e $Sp_{3,i}^*$ são os valores de $Sp_{1,i}$, $Sp_{2,i}$ e $Sp_{3,i}$ calculados a partir do campo de temperatura estimado, t_p^* . O mesmo se aplica aos fluxos $\hat{J}p_i^*$ e $\hat{J}p_{i+1}^*$. O domínio da Eq. (5-41) é o mesmo da Eq. (5-39), e sua extensão aos demais pontos, $t'_{p,2}$ e $t'_{p,N-1}$, é realizada do mesmo modo. A temperatura $t_{p,1}$ é conhecida e, portanto, $t'_{p,1} = 0$; não é necessário o conhecimento de $t'_{p,N}$, desde que $AIPp_{N-1} = 0$.

Para a obtenção do campo da temperatura t_p , são necessários os seguintes passos:

- (i) Estima-se o campo de temperatura t_p^* ;
- (ii) Por meio da Eq. (5-35), obtêm-se os fluxos Jp^* ;
- (iii) Conhecidos os fluxos Jp^* , calculam-se os fluxos $\hat{J}p$ através de (5-36), e o campo t'_p por meio de (5-41);
- (iv) Corrigem-se os fluxos Jp pela Eq. (5-40);
- (v) Com os valores corrigidos de Jp , utiliza-se a Eq. (5-39) para obter o campo t_p , e
- (vi) Retorna-se ao passo (i), fazendo $t_{p,i}^* = t_{p,i}$, e repete-se o processo até a convergência.

É interessante notar que, no volume de controle VCp_i :

$$Jr)_{r=0,5} = Jr_{i,M+1} \quad (5-42)$$

sendo $Jr_{i,M+1}$ obtido a partir da solução da Eq. (5-20), para o gás. Combinando-se as Eqs. (5-23a) e (5-42), o termo fonte $Sp_{1,i}$ torna-se:

$$Sp_{1,i} = \frac{4k}{\Gamma rk_p \left[(D_e / D_i)^2 - 1 \right]} Jr_{i,M+1} \quad (5-43)$$

Finalmente, para o cálculo da temperatura da superfície externa do isolante, utiliza-se a Eq. (4-17), que, na forma discretizada, fica:

$$\frac{2k_s}{\ln(D_s/D_e)}(t_{p,i} - t_{s,i}) = \left[\varepsilon_s \sigma T_o^3 (t_{s,i}^4 - t_\infty^4) + h_e(X)(t_{s,i} - t_\infty) \right] D_s \quad (5-44)$$

em que $t_\infty = T_\infty/T_o$.

5.3 Acoplamento entre o Método das Zonas e o de Volumes de Controle

No tratamento numérico dos termos convectivos e difusivos da equação da energia, o interior do duto foi dividido em volumes de controle. As expressões para cálculo das trocas de energia radiante foram obtidas a partir da divisão do domínio em zonas de radiação. Assim, há dois tipos de malhas envolvidos: volumes de controle e zonas de radiação.

Em princípio, não é necessário que essas duas malhas sejam coincidentes, ou seja, volumes de controle e zonas de radiação do mesmo tamanho. Um exemplo disso constitui o trabalho de Steward e Tannakore (1979), em que a malha para discretização dos termos convectivos e difusivos era mais refinada que a de zonas. Esse procedimento é estimulado pelas diferentes exigências e limitações de cada tipo de malha. Como foi discutido na secção 3.8, o emprego de zonas de dimensão uniforme na direção axial reduz sensivelmente o número de áreas de troca direta a serem calculadas, devido à simetria. Por outro lado, é conveniente que a malha de volumes de controle possua maior refinamento na região de entrada do duto, onde os gradientes de temperatura são mais elevados. A desvantagem desse procedimento consiste na dificuldade de acoplar os resultados obtidos para as zonas com os obtidos para os volumes de controle.

Alternativamente, o emprego de volumes de controle e zonas de mesma dimensão, ou seja, malhas coincidentes, permite que o balanço de energia radiante em cada zona de gás, Eq. (3-59), seja utilizado diretamente no cálculo do termo fonte S , Eq.(5-8c), do volume de controle correspondente. A desvantagem deste procedimento é a necessidade de se utilizar volumes de controle de dimensão uniforme na direção axial, o que pode impedir o refinamento da malha na região de entrada.

No presente trabalho, a malhas dos volumes de controle e a das zonas foram adotadas coincidentes, possuindo dimensão uniforme na direção axial. Na direção radial, porém, não é

necessário que a malha seja uniforme, permitindo maior refinamento próximo à parede, como mostrado na Fig. 5-9. Para que não haja um número excessivo de volumes de controle (ou zonas) no duto, a região de entrada não pode ser muito refinada. Daí a necessidade de se empregar um método eficiente para a avaliação dos termos difusivos e convectivos.

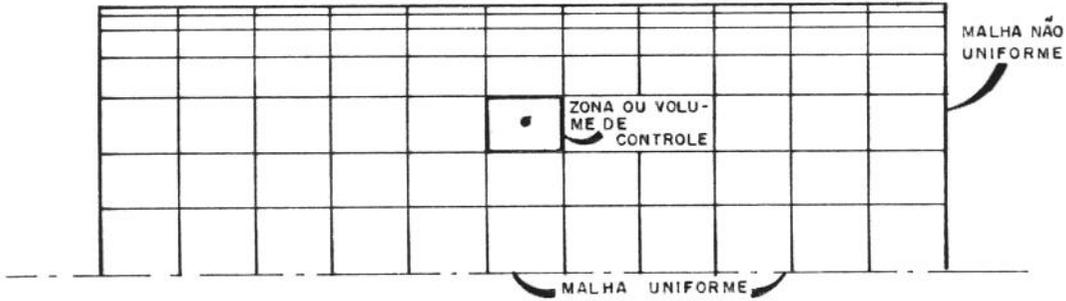


Fig. 5-9 Malha empregada na discretização do interior do duto.

Cada volume de controle correspondendo a uma zona de radiação, o cálculo de q_R , por meio da Eq. (3-59), permite a avaliação de S , Eq. (5-8c). No caso de volumes de controle na superfície do duto, o termo Sp_3 , Eq. (5-29c), pode ser obtido através das Eqs. (3-19) e (3-53). O problema deve ser resolvido iterativamente, ou seja, as distribuições de temperatura do gás e da parede dependem do conhecimento das trocas de energia radiante, que, por sua vez, são determinadas a partir das distribuições de temperatura. O procedimento adotado consiste em calcular as trocas de energia radiante a partir das temperaturas calculadas na iteração anterior. Embora possua a vantagem da simplicidade, essa solução não é a mais eficiente do ponto de vista de convergência numérica. O modo mais recomendado (Patankar, 1979) consiste na linearização de alguns termos de S e Sp_3 e introduzi-los diretamente nas Eqs. (5-22) e (5-39), respectivamente. Um exemplo desse procedimento foi empregado na dedução da Eq. (5-39), quando parte do termo fonte Sp_2 foi introduzida no coeficiente APp_i . Shen et al. (1983) apresentaram um procedimento para linearização das expressões referentes ao balanço de energia radiante pelo método das zonas, reduzindo o número de iterações necessário para a convergência. Ainda assim, na presente solução, foi mantido o cálculo das trocas de energia radiante a partir do campo de temperatura obtido na iteração anterior, devido à maior simplicidade.

5.4 Procedimento Geral de Solução

Descrevem-se, a seguir, os passos seguidos para a solução global do problema, ou seja, levando-se em conta o acoplamento entre o método das zonas e o de volumes de controle, bem como as expressões referentes às superfícies interna do tubo e externa do isolante:

- (i) Assume-se, inicialmente, que não há troca de energia radiante no interior do duto. Assim, para cada volume de controle no gás e na parede, têm-se:

$$S_{i,j} = 0$$

e

$$Sp_{3,i} = 0$$

- (ii) Estima-se uma distribuição de temperatura na parede do tubo, t_p , que corresponderá à condição de contorno da Fronteira (B). Resolve-se, em seguida, a equação da energia no gás, Eq. (5-22), através do procedimento descrito na secção 5.1;
- (iii) O passo anterior permite o conhecimento de Jr_{M+1} em cada volume de controle do tubo. Estima-se uma distribuição de temperatura na superfície externa do isolante, t_s , para a determinação de t_p por meio da Eq. (5-39). Corrige-se t_s pela Eq. (5-44), que é introduzida novamente em (5-39) para novo cálculo de t_p . Esse processo é repetido até as convergências de t_p e t_s ;
- (iv) Com o novo valor de t_p , retorna-se ao passo (ii), até a convergência da temperatura do gás, t ;
- (v) Conhecidas as temperaturas em cada volume de controle, ou zonas, determinam-se as trocas de energia radiante. Estima-se a radiosidade B_i em cada volume de controle na superfície do duto, VCp_i , como:

$$B_i = \sigma T_{p,i}^4 \tag{5-45}$$

A expressão acima é exata quando a parede do duto é negra. Determinada a radiosidade de cada volume de controle VCp_i , a irradiação pode ser calculada por meio da Eq. (3-53). Utiliza-se H_i para uma nova estimativa de B_i , conforme a Eq. (3-19):

$$B_i = \epsilon_p \sigma T_p^4 + (1 - \epsilon_p) H_i \tag{5-46}$$

sendo ϵ_p a emitância da superfície interna do duto, admitida cinza ($\epsilon_p = \alpha_p$). Repete-se esse processo até a convergência de B_i em cada VCp_i . Em seguida, determina-se

$q_{Ri,j}$ em cada volume do gás por meio da Eq. (3-59). Pode-se, desse modo, calcular os termos fontes $S_{i,j}$ e $Sp_{3,i}$ através das Eqs. (5-8c) e (5-29c);

(VI) Com os novos valores de $S_{i,j}$ e $Sp_{3,i}$, retorna-se ao passo (ii), repetindo os outros passos até a convergência final.

5.5 Critério de Convergência e Relaxação

Convergência numérica é alcançada quando os valores das grandezas a serem calculadas não se modificam de um passo iterativo para o seguinte. O critério de parada utilizado nesta solução, ou seja, o ponto em que o processo iterativo é interrompido, é baseado no desvio relativo entre dois passos consecutivos:

$$\xi = \frac{z^{(k+1)} - z^{(k)}}{z^{(k+1)}} \quad (5-47)$$

sendo $z^{(k+1)}$ e $z^{(k)}$ os valores de uma variável z nos passos $(k+1)$ e (k) . A Eq. (5-47) é utilizada na avaliação do desvio nos diversos passos iterativos do problema. O passo (iii) do processo iterativo descrito na secção (5-4), por exemplo, é repetido até que o desvio no cálculo da temperatura de cada volume de controle VCP_i seja menor do que o limite estabelecido, ou seja:

$$\xi = \frac{t_{p,i}^{(k+1)} - t_{p,i}^{(k)}}{t_{p,i}^{(k+1)}} < \xi_{lim} \quad 1 \leq i \leq N$$

O valor de ξ_{lim} deve ser tal que o resultado do problema não varie significativamente de uma iteração para a seguinte quando a relação acima é verificada.

A seqüência de passos apresentada na secção 5.4 não é necessariamente convergente. Um modo de evitar a divergência do problema é através de relaxação, que pode ser esquematizada do seguinte modo:

$$z^{(k+1)} = z^{(k)} + \eta(z'^{(k+1)} - z^{(k)}) \quad (5-48)$$

sendo η o fator de relaxação e $z'^{(k+1)}$ o valor de z efetivamente calculado no passo $(k+1)$. A relaxação é empregada nas diversas variáveis do problema, como tp , t , S e Sp_3 . Podem ser utilizados diferentes valores de η para uma mesma variável, dependendo do processo iterativo envolvido.

Capítulo 6

Apresentação e Discussão dos Resultados

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos para o problema de transferência de calor no escoamento de gases participantes em dutos de secção circular, levando em conta os três processos básicos de transferência de calor: condução, convecção e radiação. Inicialmente, a formulação de cálculo proposta neste trabalho é verificada para a condição de temperatura uniforme na parede do duto, para a qual são disponíveis resultados na literatura. Em seguida, estende-se a solução para o caso de isolamento não ideal, que requer o balanço de energia tanto no gás quanto no duto, empregando-se o procedimento de cálculo proposto na secção 5.4.

6.1 Verificação do Procedimento de Cálculo Proposto: Condição de Temperatura Uniforme na Parede do Duto

Comparam-se, nesta secção, os resultados obtidos pelo procedimento de cálculo proposto com os apresentados na literatura para o caso de temperatura uniforme da parede do tubo. Em um primeiro passo, é verificado o caso em que não se considera transferência de energia radiante, ou seja, considera-se apenas a convecção forçada, para os escoamentos laminar e turbulento. Em seguida, inclui-se o processo de radiação, comparando-se os resultados com os obtidos por Smith et al. (1985).

6.1.1 Convecção Forçada em Duto com Temperatura de Superfície Uniforme

O problema de convecção forçada no escoamento de gases em dutos exige a solução da Eq. (5-1) com $q_R^* = 0$. A condição de contorno na parede corresponde à temperatura do duto, que é conhecida e admitida uniforme.

O número de Nusselt convectivo, Nu_C , é calculado como:

$$Nu_C = \frac{h_C(X)D_i}{k} \quad (6-1)$$

em que $h_C(X)$ corresponde ao coeficiente de película na coordenada X , calculado a partir de:

$$h_C(X) = \frac{q_C(X)}{T_m(X) - T_p(X)} \quad (6-2)$$

onde $q_C(X)$ é o calor que chega ao duto por convecção e $T_p(X)$ e $T_m(X)$ são as temperaturas da parede e de mistura do gás. A temperatura de mistura do gás é calculada, para o caso em que se admite a densidade independente da temperatura, como:

$$T_m(X, R) = \frac{1}{U_m A} \int_A U(R) T(X, R) dA$$

em que A é a área de secção transversal do duto. A equação anterior, na forma adimensional, fica:

$$t_m(x) = 8 \int_0^{0,5} u(r) t(x, r) r dr \quad (6-3)$$

onde $t_m(x) = T_m(X)/T_o$. O fluxo de calor convectivo, $q_C(X)$, é obtido do calor que o gás cede por condução à parede e é calculado por meio de:

$$q_C(X) = -k \left. \frac{\partial T(X, R)}{\partial R} \right)_{R=D_i/2} \quad (6-4)$$

Combinando-se as equações anteriores, obtém-se a seguinte expressão para o número de Nusselt convectivo:

$$Nu_C(x) = - \left. \frac{1}{t_m(x) - t_p(x)} \frac{\partial t(x, r)}{\partial r} \right)_{r=0,5} \quad (6-5)$$

Quando não se considera a radiação térmica no gás, Nu_C depende unicamente do número de Peclet, em escoamentos laminares, e dos números de Reynolds e Prandtl, em turbulentos. Esse resultado pode ser obtido da análise dos grupos adimensionais apresentados na secção 5.1.

Na entrada do duto, Nu_C possui valor elevado, tendendo a $+\infty$ para $x = 0$. À medida em que o fluido escoar ao longo do duto, Nu_C se reduz, até atingir um valor limite, Nu_{CD} , caracterizando o desenvolvimento térmico do escoamento. O trecho do duto em que Nu_C ainda se altera é denominado região de entrada térmica.

O problema de escoamento laminar, Eq. (5-1) com $\varepsilon_H = 0$, possui solução analítica e, para o caso de temperatura uniforme no duto, o número de Nusselt convectivo desenvolvido, Nu_{CD} , é igual a 3,66. Costuma-se definir o comprimento de entrada x_D como a posição do duto em que Nu_C atinge o valor de 3,71 (Kays e Crawford, 1980). A partir da solução analítica, obtém-se uma expressão aproximada para x_D :

$$x_D \cong 0,05Pe \quad (6-6)$$

Na Tabela 6-1, considera-se o escoamento laminar através de um duto de comprimento adimensional igual a 50, com o número de Peclet igual a 710. Nesta tabela, Nu_C em $x = 50$ foi calculado para quatro malhas diferentes, sendo N e M o número de volumes de controle na direção axial e radial, respectivamente. Como se pode verificar, para as quatro malhas consideradas, o valor de Nu_C em $x = 50$ é igual a 3,67, próximo do valor correspondente à região plenamente desenvolvida, 3,66. A Tabela 6-2 apresenta Nu_C em diferentes posições x ao longo do duto. Observa-se que Nu_C atinge o valor 3,71, estabelecido como característico da condição desenvolvida, em $x_D = 35,2$, sendo 35,5 o valor previsto pela Eq. (6-6).

Tabela 6-1 Número de Nusselt convectivo em $x = 50$ para diferentes malhas. Escoamento laminar ($Pe = 710$)

N	M	$Nu_C)_{x=50}$
500	24	3,67
500	12	3,67
400	12	3,67
300	12	3,67

Tabela 6-2 Número de Nusselt convectivo ao longo do duto. Escoamento laminar ($Pe = 710$)

x	Nu_C	x	Nu_C
0,0020	94,1	17,79	4,00
0,0310	40,0	21,11	3,90
0,1032	20,7	26,01	3,80
0,7300	10,1	35,21	3,71
6,623	5,01	50,00	3,67

$N = 300, M = 12$

Ao contrário do caso laminar, o problema de transferência de calor em escoamentos turbulentos não possui solução analítica. Estima-se o número de Nusselt convectivo na região

desenvolvida por meio de correlações apresentadas na literatura. Dessas correlações, a que fornece resultados mais próximos dos verificados experimentalmente é a proposta por Petukhov et al. (1963):

$$Nu_{CD} = \frac{(f/2)RePr}{C + 12,7(f/2)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)} \quad (6-7)$$

onde
$$C = 1,07 + \frac{900}{Re} - \frac{0,63}{1 + 10Pr}$$

A Eq. (6-7) concorda com os resultados experimentais dentro de uma precisão de $\pm 5\%$ e é válida para $0,5 \leq Pr \leq 10^6$ e $4,0 \times 10^3 \leq Re \leq 10^6$. Para a região de tubos lisos, o fator de atrito f é calculado por meio da Eq. (2-14). A correlação (6-7) foi obtida para condição de fluxo de calor uniforme na parede do duto. Entretanto, para fluidos com números de Prandtl próximos ou superiores a 1,0, a condição de contorno possui pequena influência no valor de Nu_{CD} , permitindo o emprego da Eq. (6-7) para o caso em que a temperatura da parede é uniforme (Kays e Crawford, 1980). A Tabela 6-3 apresenta resultados obtidos para um exemplo de caso turbulento: $Re = 50000$ e $Pr = 0,71$. São comparados Nu_C em $x = 50$ para seis malhas diferentes. Pode-se notar que mesmo o emprego da malha mais grosseira, $N = 300$ e $M = 12$, gerou resultados próximos do obtido para a malha mais refinada, $N = 500$ e $M = 40$. Na Tabela 6-4, comparam-se os valores de Nu_C obtidos por meio da Eq. (6-7) e da solução numérica desenvolvida, para a malha $N = 300$ e $M = 36$. Para números de Reynolds acima de 20000, a concordância entre os resultados é satisfatória, com erros relativos na ordem de 1%. Para números de Reynolds menores, abaixo de 10000, o desvio entre as duas soluções cresce. Isso pode ser explicado pelo fato da Eq. (6-7) não ser adequada para a condição de temperatura uniforme quando o número de Reynolds é pouco elevado. Ou seja, quanto menor a velocidade do fluido no duto, maior a influência da condição de contorno na parede no processo de transferência de calor.

Tabela 6-3 Número de Nusselt convectivo em $x = 50$ para diferentes malhas. Escoamento turbulento ($Re = 50000$, $Pr = 0,71$)

N	M	$Nu_C)_{x=50}$
500	40	99,0
500	36	99,0
500	24	99,2
500	12	100
400	12	100
300	12	100

Tabela 6-4 Comparação entre os números de Nusselt convectivos obtidos pela solução numérica e pela correlação de Petukhov et al. (1963) - ($Pr = 0,71$)

Re	$Nu_{CD})_{Num}$	$Nu_{CD})_{Lit}$	Desvio (%)
7500	23,6	22,0	6,78
10000	29,1	27,9	4,12
20000	48,9	48,7	0,41
50000	99,0	100	1,01
75000	136	138	1,47
100000	171	173	1,17

Na Fig. 6-1, apresentam-se os números de Nusselt para $Pr = 0,71$ e diferentes números de Reynolds, incluindo os casos laminar e turbulento. No caso laminar, Nu_C tende a um único limite, igual a 3,66, enquanto que, no turbulento esse limite depende do número de Reynolds. Em escoamentos turbulentos, o fluido atinge o desenvolvimento térmico mais rapidamente que em escoamentos laminares, devido à maior capacidade do fluido em transferir energia térmica. Isso pode ser notado na Fig. 6-1, onde o comprimento de entrada térmico x_D é menor nos escoamentos turbulentos do que nos laminares.

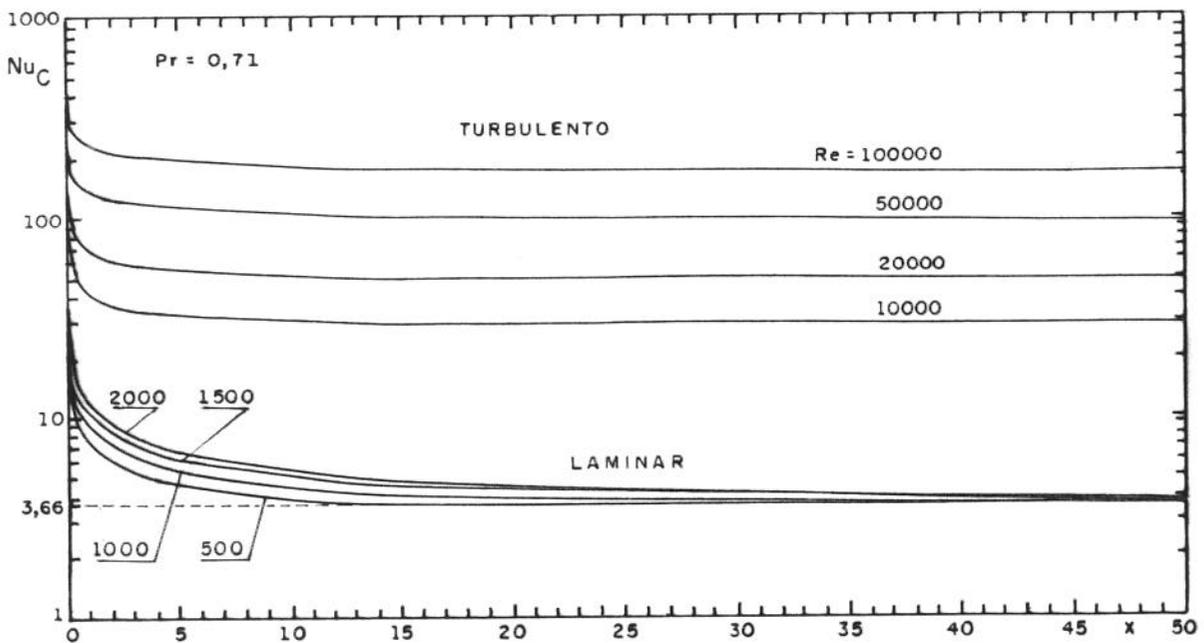


Fig. 6-1 Números de Nusselt convectivos ao longo do duto para diferentes números de Reynolds. Escoamentos turbulento e laminar ($Pr = 0,71$)

Nesses resultados, empregaram-se malhas não uniformes tanto na direção radial quanto axial. No caso laminar, $\Delta r_M = 0,5/(1,2 \times M)$ e, no turbulento, $\Delta r_M = 5y^+$, este último correspondendo à espessura da subcamada viscosa em placas planas. As dimensões radiais dos demais volumes de controle foram obtidas impondo-se que elas obedecessem uma progressão geométrica. Na direção axial, para os casos laminar e turbulento, foi adotada a mesma dimensão. Para $N = 300$, por exemplo, de $x = 3,0$ até $x = 50$, o duto foi dividido em 240 partes iguais, correspondendo a intervalos iguais a 0,196; o trecho de $x = 0$ até $x = 3,0$ foi dividido em 60 partes, sendo o comprimento do último volume de controle igual a 0,196 e os demais obtidos por progressão geométrica. Assim, $\Delta x_1 = 0,004$.

A solução da Eq. (5-1) é iterativa em t . Para a convergência da solução, a temperatura t foi relaxada por um fator $\eta = 0,40$, no escoamento laminar, e $\eta = 0,10$, no turbulento, conforme indicado na Eq. (5-48). O valor do fator de relaxação η foi obtido a partir da análise da convergência. O critério de parada foi estabelecido através do desvio entre dois passos consecutivos, conforme Eq. (5-47), sendo imposto um desvio máximo $\xi_{MÁX} = 10^{-7}$. Embora o campo de temperatura do gás não apresentasse alteração significativa para $\xi_{MÁX} = 10^{-3}$, observou-se que o fluxo de calor na parede e, portanto, Nu_C oscilava em torno do valor real quando o desvio imposto para convergência de t não era suficientemente baixo (10^{-7}).

Do que foi apresentado, verifica-se que a solução numérica da Eq. (5-1) fornece resultados satisfatórios em comparação com os apresentados na literatura, para os escoamentos laminar e turbulento, quando não se considera a transferência de energia radiante. Isso valida a solução numérica desenvolvida do problema bidimensional de difusão-convecção, utilizando o método de volumes de controle *Flux-Spline*, bem como a hipótese adotada para a condição de contorno na fronteira (C).

6.1.2 Convecção Forçada Combinada com Radiação Térmica em Duto com Temperatura de Superfície Uniforme

Verificada a solução numérica da Eq. (5-1) para o caso em que $q_R = 0$, considera-se, a seguir, o problema incluindo a transferência de calor radiante no gás e na superfície do duto.

O primeiro passo consiste na determinação do número de Nusselt radiante Nu_R . Analogamente a Nu_C , ele é definido como:

$$Nu_R = -\frac{D_i}{k} \frac{q_{Rp}(X)}{T_m(X) - T_p(X)} \quad (6-8)$$

onde $q_{Rp}(X)$ é o fluxo total de energia radiante que o elemento do tubo, localizado em X , perde. De acordo com a Eq. (3-21), $q_{Rp}(X)$ é obtido de:

$$q_{Rp}(X) = B(x) - H(X) \quad (6-9)$$

Reescrevendo a Eq. (6-8) a partir de termos adimensionais e utilizando a Eq. (6-9), obtém-se:

$$Nu_R = -\frac{1}{N_{CR}} \frac{1}{t_m(x) - t_p(x)} \frac{B(X) - H(X)}{\sigma T_o^4} \quad (6-10)$$

O número de Nusselt radiante $Nu_R(x)$ leva em conta não apenas a energia radiante que o elemento do duto troca com o gás, mas também com os demais elementos do duto e com os reservatórios nas extremidades do duto.

O número de Nusselt total $Nu_T(x)$ considera toda energia que chega ao elemento do duto, incluindo tanto a radiação quanto a convecção. Assim, da definição dos números $Nu_C(x)$ e $Nu_R(x)$, obtém-se:

$$Nu_T(x) = Nu_C(x) + Nu_R(x) \quad (6-11)$$

O número de Nusselt convectivo, Nu_C , é calculado pelo mesmo procedimento adotado quando a radiação térmica não foi incluída, levando em conta a energia que o gás cede ao duto por condução, em $R = D/2$. Quando a radiação térmica não é considerada, $Nu_T = Nu_C$.

A solução foi comparada com a apresentada por Smith et al. (1985). Considerou-se o escoamento de gás participante através de um duto de diâmetro interno de 1,0 m e comprimento de 5,0 m ($l = 5,0$), mantido à temperatura uniforme de 800 K. O gás entrava no duto à temperatura de 2000 K e era constituído pelos seguintes gases: dióxido de carbono, vapor de água, ambos à pressão parcial de 0,1 atm, e nitrogênio, a 0,8 atm. As propriedades radiantes desse gás foram modeladas pela soma ponderada de gases cinzas, como descrito na secção 3.3. Foi também considerado um gás cinza de coeficiente de absorção igual a $0,1 \text{ m}^{-1}$. Dois escoamentos foram analisados: laminar, com $Pe = 2000$; e turbulento, com $Pe = 10000$. O parâmetro condução-convecção e o número de Prandtl eram iguais a 0,0098 e 0,71, respectivamente. A Fig. 6-2 compara os números de Nusselt totais, Nu_T , obtidos por Smith et al. e pela presente solução para os seis casos distintos indicados abaixo:

- CPL: escoamento laminar, considerando apenas o processo de convecção;
- CPT: escoamento turbulento, considerando apenas o processo de convecção;

- GCL: escoamento laminar, combinando os processos de convecção e radiação para o gás cinza ($a = 0,1 \text{ m}^{-1}$);
- GCT: escoamento turbulento, combinando os processos de convecção e radiação para o gás cinza;
- CRL: escoamento laminar, combinando a convecção e a radiação para o gás real, mistura de CO_2 , H_2O e N_2 , e
- CRT: escoamento turbulento, combinando a convecção e a radiação para o gás real.

Como pode ser observado na Fig. 6-2, os números de Nusselt totais, Nu_T , obtidos pelas duas soluções são coincidentes quando o processo de radiação é considerado. Os resultados mostram que a inclusão do processo de radiação aumentou a energia térmica cedida pelo gás ao duto. Ao contrário dos casos em que apenas a convecção forçada foi considerada, Nu_T elevou-se na saída do duto quando a radiação foi incluída na solução. Isso se deve à energia radiante proveniente do reservatório 2, que é representado por uma superfície negra na temperatura de saída do gás. Na Fig. 6-3, apresentam-se as temperaturas de mistura do gás quando apenas a convecção é considerada e quando esse processo é combinado com a radiação, para o gás real. A temperatura de mistura do gás na saída do duto reduziu-se

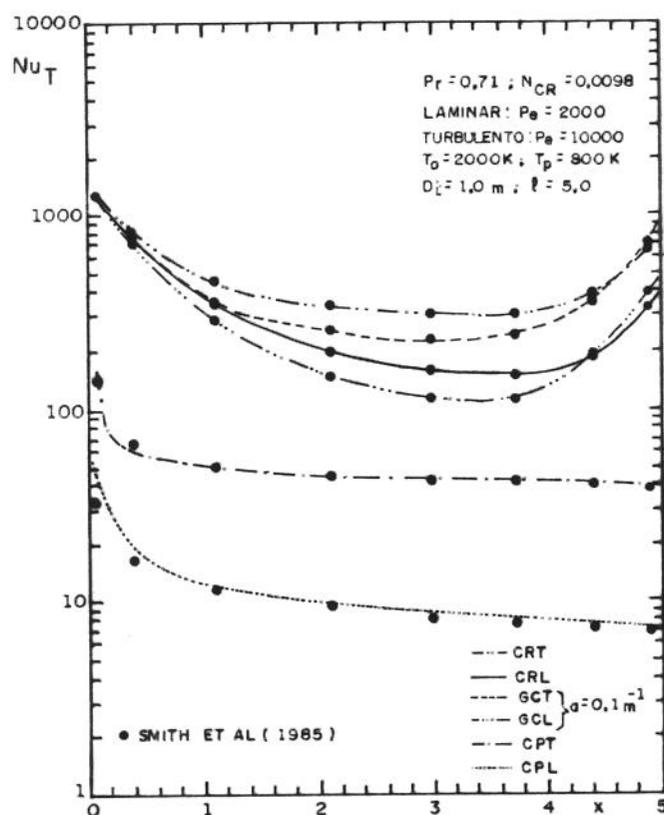


Fig. 6-2 Número de Nusselt total ao longo do duto. Comparação entre a presente solução e a apresentada por Smith et al. (1985)

consideravelmente quando a radiação térmica foi considerada, pois a energia que o gás cedeu ao duto tornou-se muito maior. No escoamento laminar, essa temperatura reduziu-se de 1869 K para 1084 K; no turbulento, de 1884 K para 1474 K.

Os resultados apresentados nas Figs. 6-2 e 6-3 foram obtidos, em ambas as soluções, para $N = 40$ e $M = 10$. O emprego de malhas mais refinadas não provocou alterações significativas nos resultados. Na direção axial, o duto foi dividido uniformemente em N partes, para redução do número de áreas de troca direta a serem calculadas. Na direção radial, a malha empregada não foi uniforme: no escoamento laminar, $\Delta r_M = 0,5/(1,2 \times M)$ e, no turbulento, $\Delta r_M = 10y^+$. As dimensões Δr_j dos demais elementos foram obtidas segundo uma progressão geométrica.

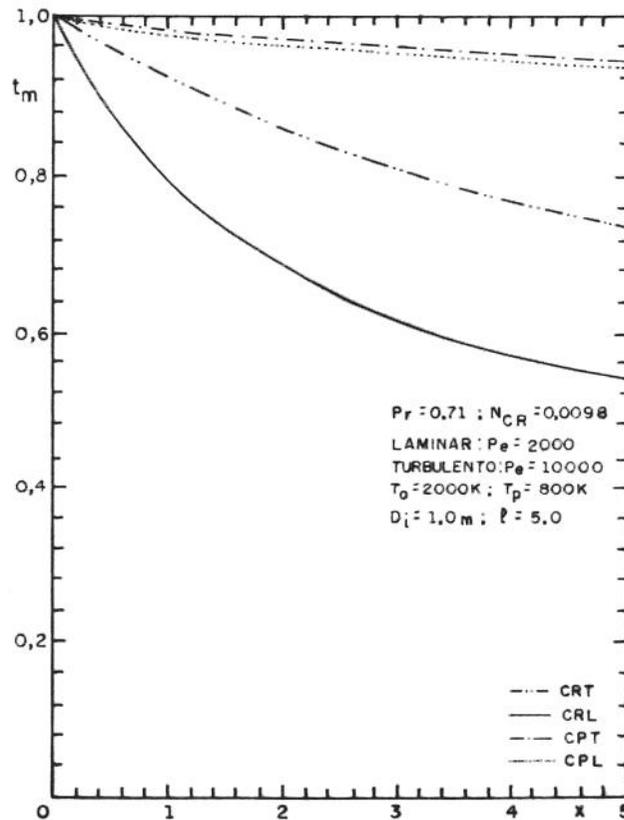


Fig. 6-3 Temperatura de mistura do gás incluindo ou não o processo de radiação. Escoamentos laminar e turbulento

Para chegar à convergência numérica, inicialmente resolvia-se a Eq. (5-1), impondo $q_R^* = 0$. Com o campo de temperatura obtido, determinavam-se as trocas de energia radiante entre as zonas, ou volumes de controle, por meio do método das zonas. Em seguida, resolvia-

se novamente a Eq. (5-1), com os novos valores de q_R^* . Esse processo era repetido até que o campo de temperatura, calculado para o novo campo q_R^* , não se alterasse significativamente em relação ao interior. Impôs-se um erro relativo máximo de 10^{-3} . Porém, apenas por meio de intensa relaxação foi possível atingir a convergência, pois o processo de radiação era o mais importante e o campo de temperatura obtido pelo problema considerando apenas a convecção ($q_R^* = 0$) mostrou-se distante do real. Assim, no primeiro passo, 2 % do valor de q_R^* era incorporado à Eq. (5-1); no segundo passo, 4%, e assim por diante. Desse modo, apenas após 50 iterações, o valor calculado de q_R^* era integralmente incorporado à Eq. (5-1). Além disso, para o novo cálculo de q_R^* , o campo de temperatura obtido pela Eq. (5-1) era relaxado por um fator $\eta = 0,05$. Esse procedimento tornou a convergência numérica lenta, exigindo em torno de 170 iterações. Deve ser observado que, em cada uma dessas iterações, a obtenção do campo de temperatura provém da solução da Eq. (5-1), que, em si, constitui um outro processo iterativo: o critério de parada e os fatores de relaxação foram os mesmos empregados na solução do problema envolvendo apenas convecção, discutido anteriormente.

6.2 Condição de Isolamento Não-Ideal do Tubo

Os resultados discutidos na seção anterior confirmaram a metodologia desenvolvida pela sua aplicação ao problema da transferência de calor no escoamento de gases participantes em dutos circulares com temperatura uniforme. Ela é aplicada, a seguir, ao caso em que o tubo é revestido por um isolamento real, não adiabático, o que acrescenta duas outras incógnitas ao problema: as temperaturas das superfícies interna da parede do tubo e externa do isolante.

O seguinte problema é considerado: o gás participante provém da combustão estequiométrica de óleos combustíveis e é constituído por: dióxido de carbono (0,1 atm), vapor de água (0,1 atm) e nitrogênio (0,8 atm). Suas propriedades radiantes são modeladas pela soma de gases cinzas, como descrito na seção 3-6. As propriedades físicas do gás são admitidas uniformes no interior do duto e são calculadas na temperatura de mistura média do gás ao longo do duto. Essa temperatura não é conhecida e deve ser determinada em cada passo iterativo da solução. Para o cálculo das propriedades físicas do gás, utilizam-se as expressões apresentadas no Apêndice A. O gás encontra-se, na entrada do duto, a 1200 K e o meio ambiente está a 300 K. Duas velocidades médias de escoamento do gás são consideradas, $U_m = 1,5$ m/s e $U_m = 15$ m/s, correspondendo aos casos laminar e turbulento, respectivamente. A especificação do tubo é *schedule 40* e diâmetro nominal de 4 pol, ou seja, $D_i = 0,1023$ m e $D_s = 0,1143$ m. O comprimento do duto é 3,069 m, de modo que o comprimento adimensional

l é igual a 30. O diâmetro externo do isolante, D_s , é igual a 0,2780 m, o que fornece uma espessura adimensional, esp/D_i , igual a 0,8. As condutividades térmicas do tubo e do isolante são, respectivamente, 37 W/m°C e 0,059 W/m°C. Nessas condições, $k_p \gg k_s$ e, como consequência, a condução axial no isolante é muito menor do que no tubo. A hipótese de não se considerar a condução axial no isolante é válida neste caso. As superfícies do tubo e do isolante são perfeitamente difusas e cinzas, possuindo emitâncias iguais a 0,20 e 0,90, respectivamente. O tubo é de aço e possui rugosidade superficial e_s igual a $0,0457 \times 10^{-3}$ m, conforme a Tabela 2-1.

6.2.1 Efeito da Inclusão ou Não da Radiação Interna

(a) Perfis de Temperatura do Gás, do Tubo e do Isolante

As Figs. 6-4 e 6-5 apresentam os perfis de temperatura de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante para os escoamentos laminar e turbulento, respectivamente. Comparam-se os casos em que a radiação térmica no interior do duto, denominada radiação interna, é incluída e excluída. A consideração da radiação interna implicou na aproximação das temperaturas do gás, t_m , e do tubo, t_p , assim como foi observado no caso em que a temperatura do duto era mantida constante, Fig. 6-3. Porém, no caso de isolamento não-ideal, essa aproximação ocorreu principalmente devido à elevação da temperatura do tubo. A temperatura do gás apresentou uma pequena queda com a inclusão da radiação interna para o caso laminar, enquanto que, no turbulento, ela praticamente não se alterou nos dois casos. A temperatura da superfície externa do isolante, t_s , apresentou uma variação suave ao longo do duto, mas não significando que ela possa ser considerada constante: no escoamento laminar, por exemplo, incluindo a radiação interna, $t_s = 0,2802$ em $x = 0$, enquanto que $t_s = 0,2747$ em $x = 30$. Essas temperaturas correspondem a 336,2 K e 329,6 K, respectivamente, e o fluxo de calor em $x = 0$ é 1,27 vezes maior do que em $x = 30,0$. Pelas Figs. 6-4 e 6-5, também pode ser observado que a queda de temperatura do gás foi maior no caso laminar do que no turbulento, embora o calor total perdido fosse menor no primeiro do que no segundo: 800,1 W contra 978,2 W, respectivamente, devido à maior descarga de gás no escoamento turbulento. Quando a radiação interna foi considerada, a temperatura de mistura média do gás, no escoamento laminar, foi 1120 K, e os números de Reynolds e Prandtl, 1070 e 0,83, respectivamente. No turbulento, os valores correspondentes foram 1190 K, 9650 e 0,84, e o escoamento manteve-se na região de tubos lisos: $Re_e = 0,30 < 5,0$. Em $x = 0$, o duto não se encontra isolado, mas mantido à mesma temperatura do gás na entrada, implicando no surgimento de um fluxo axial de calor nesse ponto. No escoamento laminar, esse fluxo correspondeu a 4,07 % do total

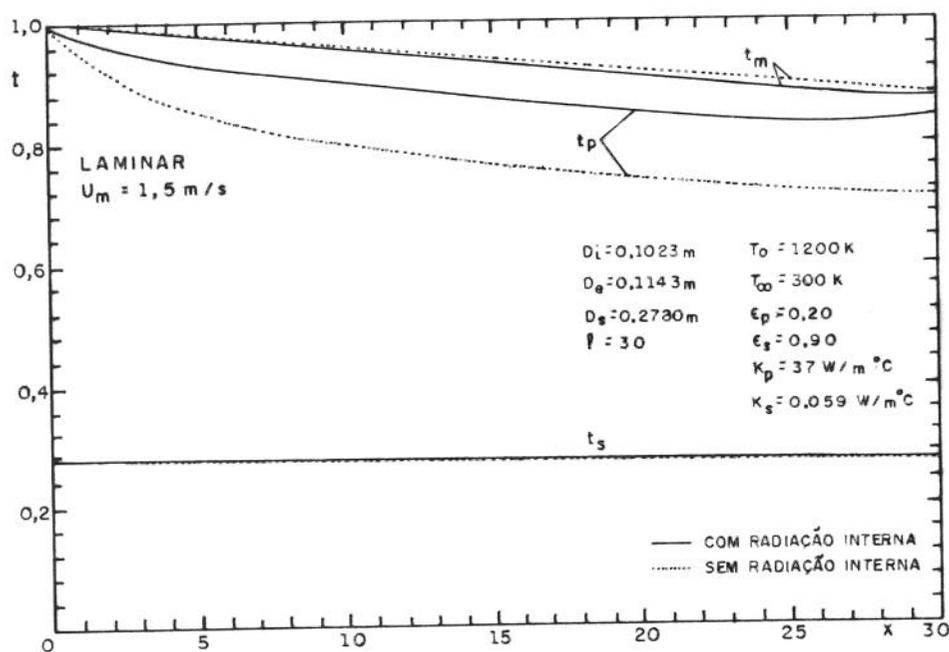


Fig. 6-4 Efeito da radiação interna nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento laminar.

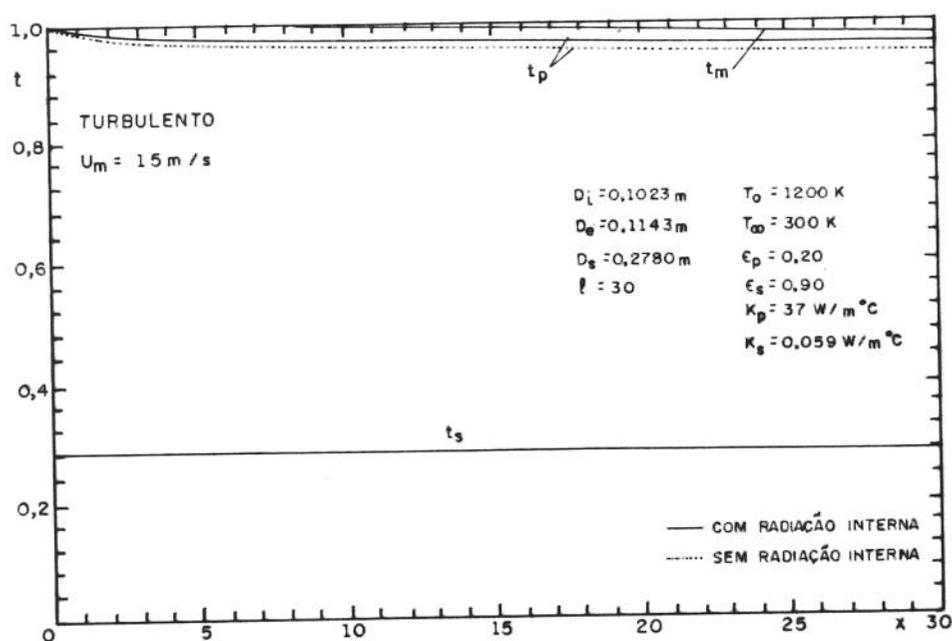


Fig. 6-5 Efeito da radiação interna nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento turbulento.

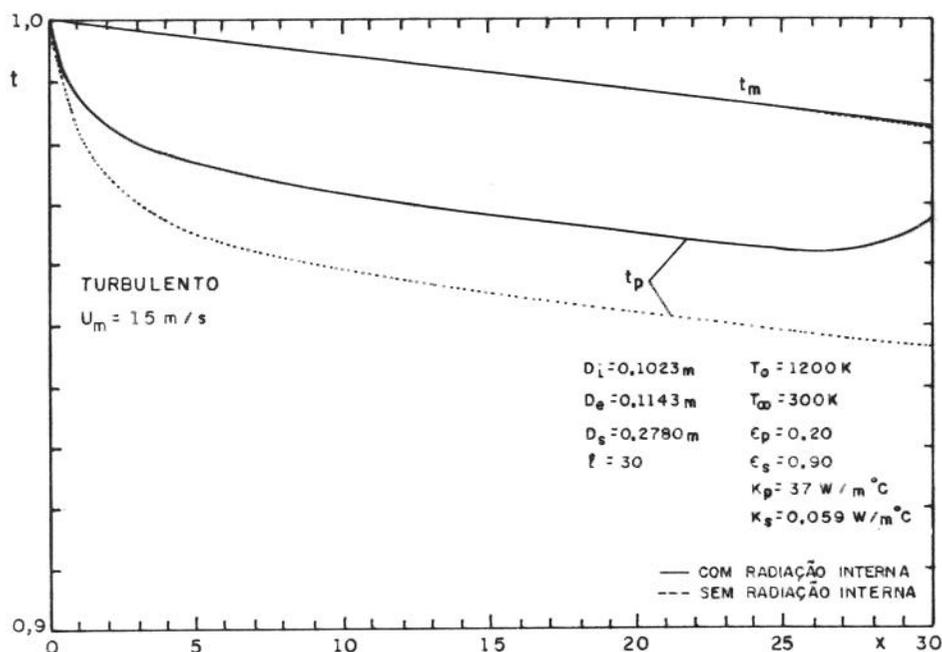


Fig. 6-6 Efeito da radiação interna nas temperaturas de mistura do gás e do tubo. Escoamento turbulento - ampliação da Fig. 6-5.

de energia recebido pelo duto e, no turbulento, a 2,15 %. A Fig. 6-6 mostra os perfis de temperatura do gás e do tubo para o escoamento turbulento, numa escala ampliada dez vezes em relação à Fig. 6-5. Assim como no caso laminar, a temperatura do tubo elevou-se na saída do duto, devido à radiação proveniente do reservatório 2.

(b) Números de Nusselt Nu_T , Nu_C e Nu_R

Nas Figs. 6-7 e 6-8, apresenta-se o número de Nusselt total, Nu_T , para os casos em que a radiação interna é incluída ou não. No caso em que a radiação é considerada, Nu_T possui dois componentes Nu_C e Nu_R , que também são apresentados nessas figuras. A inclusão da radiação implicou na elevação de Nu_T , o que já poderia ser previsto pelas Figs. 6.4 e 6.5, pois o gás cedeu, no mínimo, a mesma quantidade de energia ao tubo, embora a diferença entre as temperaturas de ambos fosse menor. No escoamento laminar, a transferência de calor por radiação foi maior do que por convecção ($Nu_R > Nu_C$), enquanto que, no turbulento, a convecção mostrou-se mais importante ($Nu_C > Nu_R$). Para ambos os escoamentos, os números Nu_C e Nu_R comportaram-se de modo contrário na entrada do duto: quando $x \rightarrow 0$, $Nu_C \rightarrow +\infty$ e $Nu_R \rightarrow -\infty$. Além disso, $|Nu_R| > |Nu_C|$ quando $x \rightarrow 0$, de modo que $Nu_T \rightarrow -\infty$. O número de

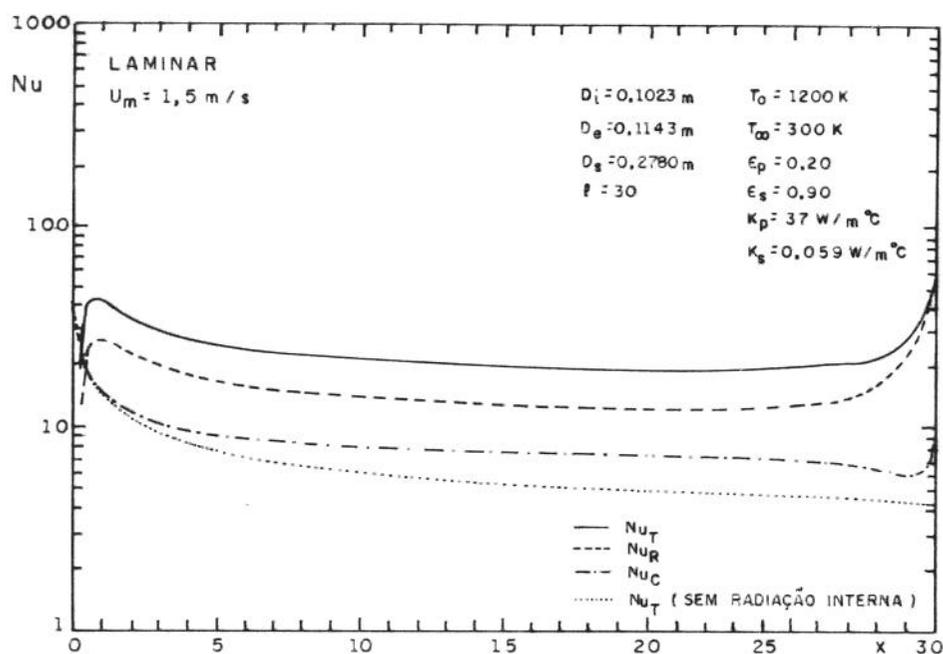


Fig. 6-7 Números de Nusselt total, convectivo e radiante.
 Escoamento laminar.

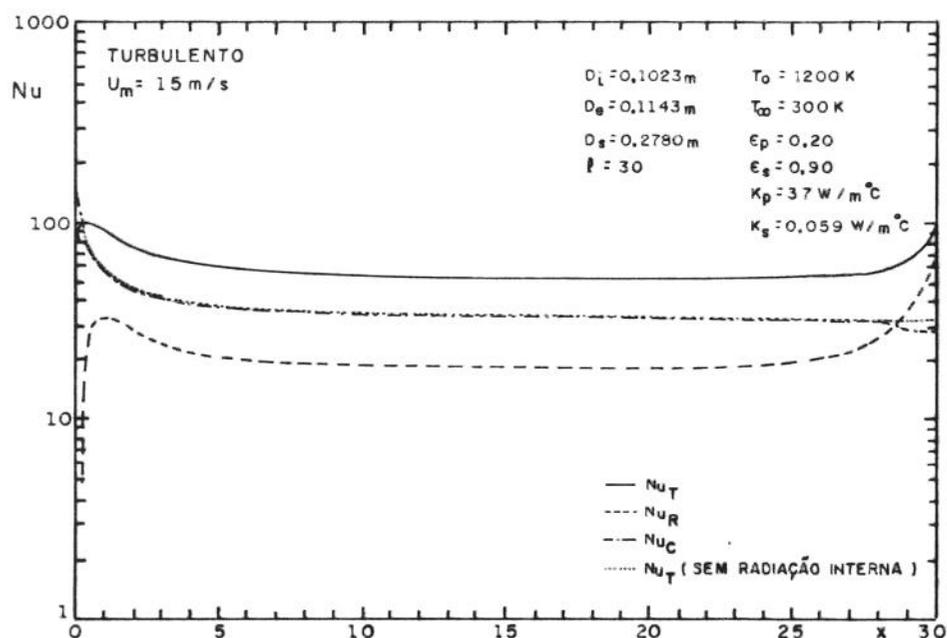


Fig. 6-8 Números de Nusselt total, convectivo e radiante.
 Escoamento turbulento.

Nusselt radiante tende a $-\infty$, pelo fato da extremidade do duto, mantida à mesma temperatura do gás na entrada, perder energia radiante para o interior do duto, mais frio. No caso em que a radiação interna não é incluída, Nu_T leva em conta apenas os efeitos convectivos. Pode ser observado que, no escoamento laminar, Nu_C foi superior a Nu_T obtido para o caso em que a radiação é excluída; no turbulento, esses dois números mantiveram-se coincidentes, com excessão da saída do duto, onde ocorreu uma redução de Nu_C . Uma conclusão importante, a partir desta análise, é que não se pode admitir o número de Nusselt convectivo conhecido e igual ao obtido para o caso em que a radiação interna não é incluída, como feito em alguns trabalhos. Do que foi discutido, essa hipótese não seria correta para o escoamento laminar, conduzindo a resultados satisfatórios apenas para o turbulento.

6.2.2 Efeito da Temperatura de Entrada do Gás

A influência da temperatura de entrada do gás, T_o , em Nu_T é mostrada nas Figs. 6-9 e 6-10. Nota-se que os escoamentos laminar e turbulento apresentaram comportamento oposto em relação a essa grandeza: no primeiro caso, a elevação de T_o implicou no aumento de Nu_T ; no segundo, na redução de Nu_T . Isso pode ser explicado por dois efeitos distintos resultantes da elevação de T_o : por um lado, o número de Reynolds, sendo mantida a mesma velocidade do gás, é reduzido devido à variação das propriedades físicas do gás; por outro lado, ocorre aumento em Nu_R , pois esse número relaciona-se com a quarta potência da temperatura. A Fig. 6-11 apresenta, para o escoamento laminar, Nu_C , Nu_R e Nu_T para duas temperaturas de entrada do gás: $T_o = 800$ K e 1400 K. Como pode ser observado, a elevação de T_o de 800 K para 1400 K provocou pequena redução em Nu_C , enquanto que Nu_R aumentou significativamente. Como consequência, Nu_T aumentou com a elevação de T_o . No escoamento turbulento, Fig. 6-12, Nu_R também aumentou quando T_o elevou-se de 800 K para 1400 K. Entretanto, Nu_C reduziu-se praticamente à metade, devido à variação das propriedades do gás: quando $T_o = 800$ K, $Pr = 0,77$ e $Re = 19200$; quando $T_o = 1400$ K, $Pr = 0,86$ e $Re = 7540$. A queda em Nu_C é mais significativa do que o aumento de Nu_R e, desse modo, Nu_T reduziu-se quando T_o elevou-se de 800 K para 1400 K.

6.2.3 Influência da Emitância da Superfície do Tubo

As Figs. 6-13 e 6-14 indicam a influência da emitância ϵ_p da superfície do tubo em Nu_T , considerando os escoamentos laminar e turbulento, respectivamente. Como pode ser visto, Nu_T eleva-se com o aumento de ϵ_p , devido ao aumento em Nu_R . Porém, para valores de ϵ_p acima de 0,5, Nu_T variou pouco, com exceção dos pontos localizados na saída do duto,

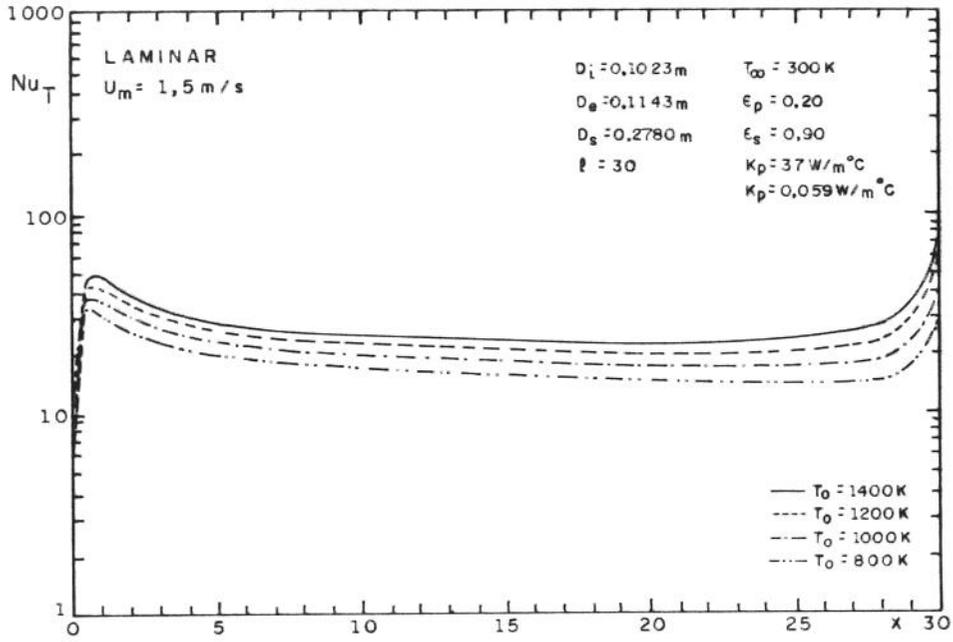


Fig. 6-9 Efeito da temperatura de entrada do gás no número de Nusselt total.
 Escoamento laminar.

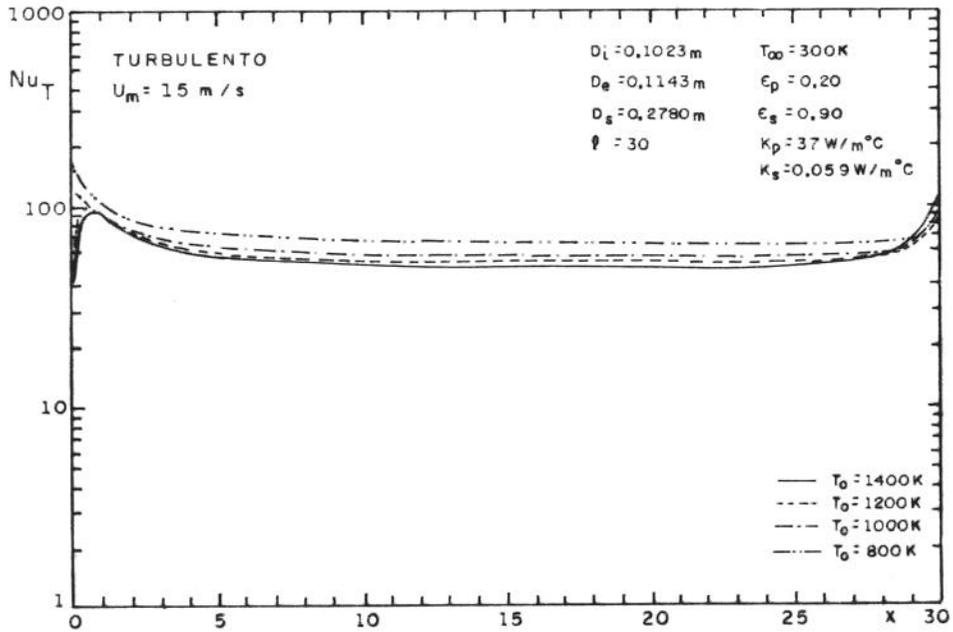


Fig. 6-10 Efeito da temperatura de entrada do gás no número de Nusselt total.
 Escoamento turbulento.

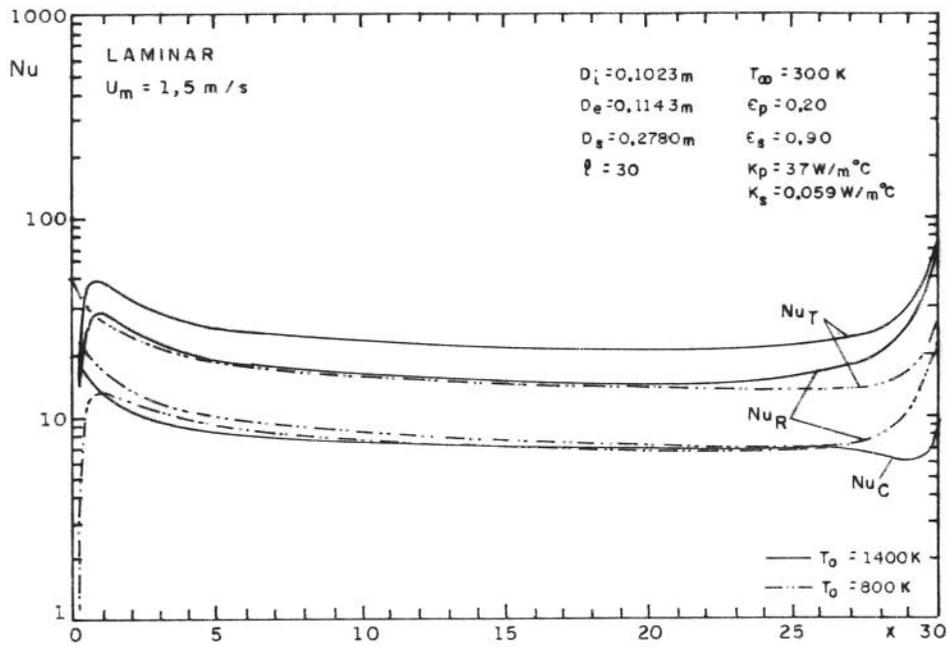


Fig. 6-11 Número de Nusselt total, convectivo e radiante para $T_0 = 800 \text{ K}$ e $T_0 = 1400 \text{ K}$.
 Escoamento laminar.

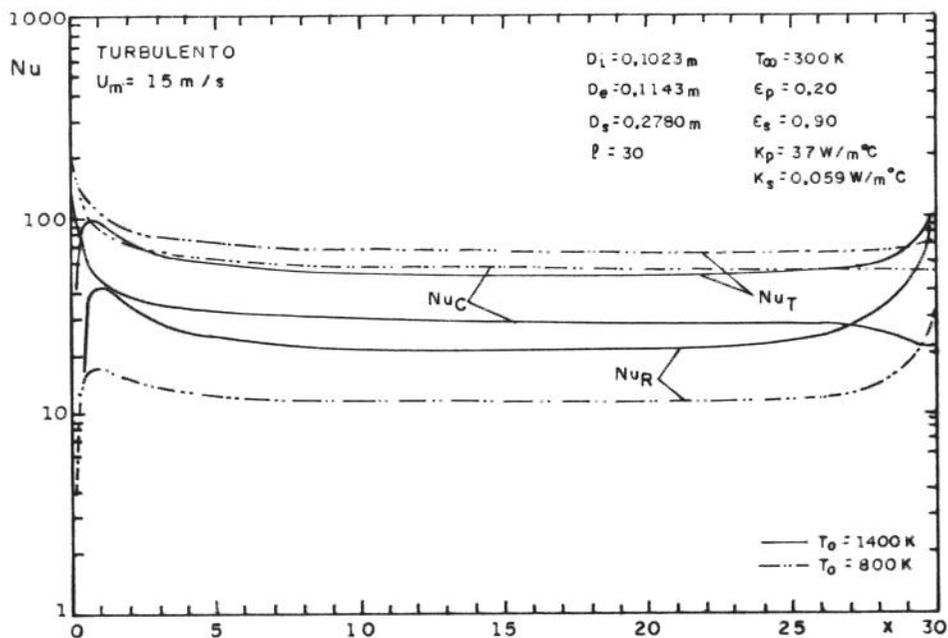


Fig. 6-12 Número de Nusselt total, convectivo e radiante para $T_0 = 800 \text{ K}$ e $T_0 = 1400 \text{ K}$.
 Escoamento turbulento.

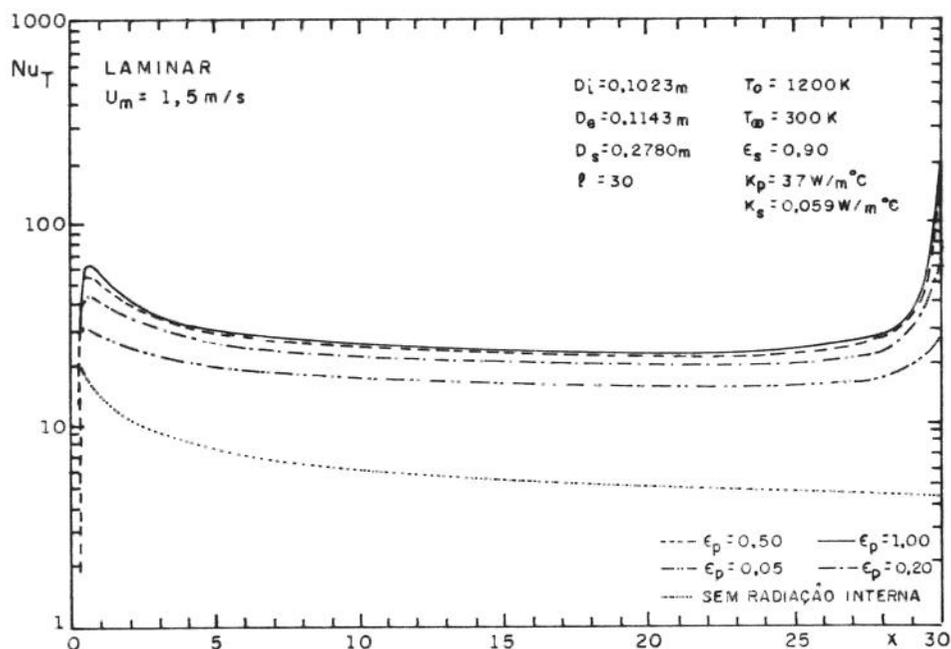


Fig. 6-13 Efeito da emitância do tubo no número de Nusselt total.
Escoamento laminar.

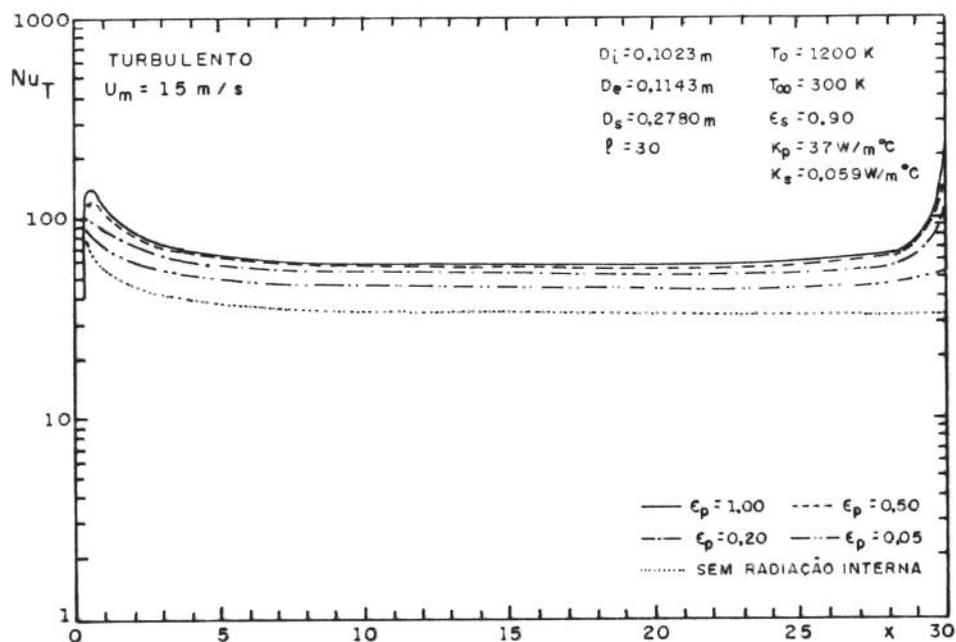


Fig. 6-14 Efeito da emitância do tubo no número de Nusselt total.
Escoamento turbulento.

onde a radiação proveniente do reservatório possui maior efeito. Esse resultado concorda com os obtidos por Stasiek (1988) e Seo et al. (1994). Assim, superfícies cinzas com emitância superior a 0,5 podem, em princípio, ser tratadas como negras, o que simplifica a solução e conduz a resultados satisfatórios.

6.2.4 Influência do Diâmetro Interno do Tubo

As Figs. 6-15 e 6-16 apresentam o efeito do diâmetro interno do tubo em Nu_T para os escoamentos laminar e turbulento, respectivamente. Dois tubos *schedule* 40 foram comparados: o primeiro, com diâmetro nominal de 4 pol, já descrito anteriormente, e o segundo, com diâmetro nominal de 10 pol, equivalendo a diâmetros interno e externo iguais a 0,2545 m e 0,2731 m, respectivamente. Neste último caso, o isolante possuía diâmetro externo igual a 0,6642 m, fornecendo a mesma relação D_s/D_e para os dois casos. De modo a também manter o mesmo número de Reynolds na entrada do duto, as velocidades médias do gás para o tubo de maior diâmetro foram 0,603 m/s e 6,03 m/s para os escoamentos laminar e turbulento, respectivamente. De acordo com as Figs. 6-15 e 6-16, quando a radiação térmica não foi incluída, Nu_T manteve-se inalterado para os dois casos, o que era previsível, na medida em que Nu_T leva em conta apenas os efeitos convectivos, que não dependem do diâmetro, mas unicamente dos números de Reynolds e Prandtl, mantidos aproximadamente constantes nos dois casos. Por outro lado, o efeito do diâmetro do tubo tornou-se importante quando a radiação interna foi considerada. As Figs. 6-15 e 6-16 indicam que a elevação do diâmetro do tubo provocou significativo aumento em Nu_T . Explica-se esse fato pelo aumento em Nu_R , devido à dependência da radiação térmica em relação ao volume de gás e, portanto, ao diâmetro interno do duto. Em $x = 15$, por exemplo, Nu_R elevou-se quatro vezes no escoamento laminar: de 13,0 para 52,8; no turbulento, Nu_R aumentou de 18,7 para 70,2, tornando-se, nesse caso, maior que Nu_C .

6.2.5 Influência do Comprimento do Duto

A influência do comprimento do duto em t_m , t_p e t_s é apresentada nas Figs. 6-17 e 6-18 para os escoamentos laminar e turbulento. Para melhor visualização desse efeito para o escoamento turbulento, t_m e t_s são mostrados numa escala ampliada dez vezes na Fig. 6-19. Quatro casos são considerados: $l = 50, 30, 10$ e 5 . As temperaturas de mistura do gás e da superfície externa do isolante pouco se alteraram com l . O único efeito do comprimento do duto consistiu na elevação da temperatura do tubo próximo à saída do duto, devido à energia

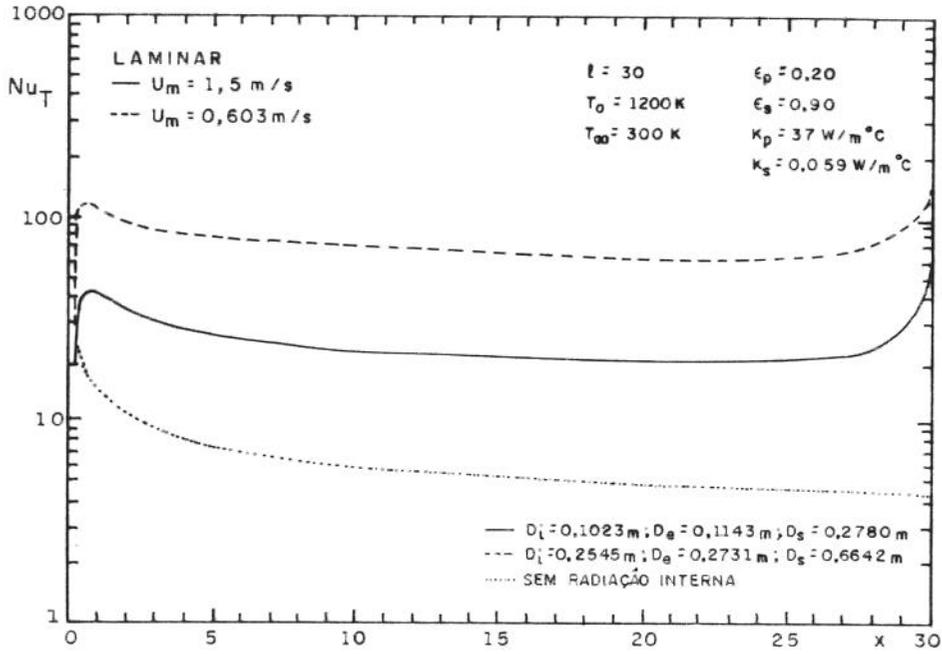


Fig. 6-15 Efeito do diâmetro interno do tubo no número de Nusselt total. Escoamento laminar.

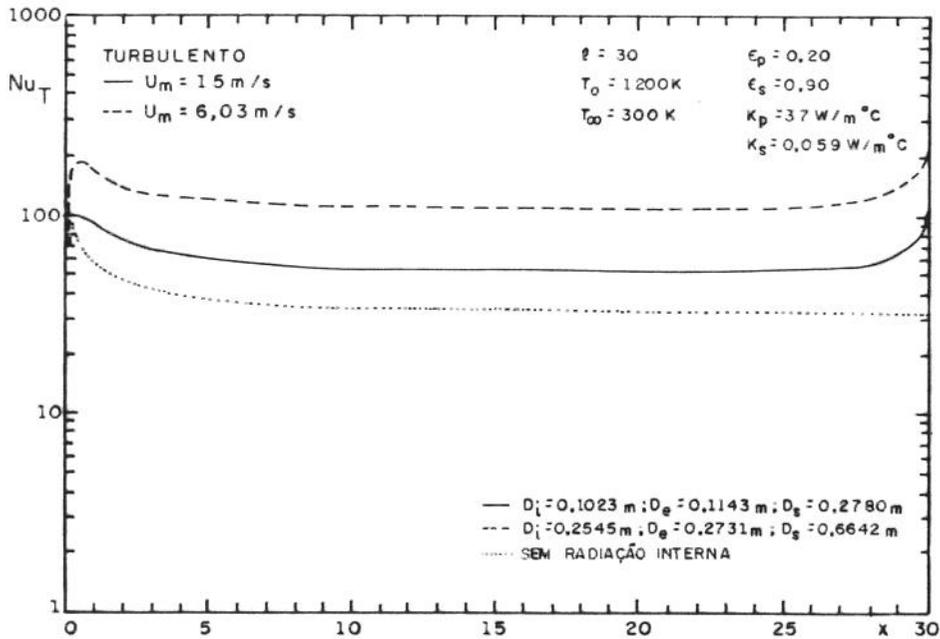


Fig. 6-16 Efeito do diâmetro interno do tubo no número de Nusselt total. Escoamento turbulento.

radiante proveniente do reservatório 2. Porém, a influência desse reservatório não é mais observável a mais do que cinco diâmetros de distância. Para avaliar a influência dos reservatórios, define-se a fração percentual de energia E_{Res} que o tubo recebe dos reservatórios em relação à total:

$$E_{Res} = 100 \times \frac{Q_{Res}}{Q_T} \quad (6-11)$$

onde Q_{Res} é o calor radiante líquido que o tubo recebe dos reservatórios e Q_T , a energia total recebida pelo duto, levando em conta tanto a energia proveniente do gás, Q_G , quanto dos reservatórios. As Tabelas 6-5 e 6-6 apresentam Q_T , Q_G , Q_{Res} e E_{Res} para os quatro valores de l , considerando os escoamentos laminar e turbulento. Como pode ser observado, quanto menor o comprimento do duto, maior o efeito dos reservatórios. Para $l = 5$, E_{Res} atingiu os valores de 55,0 % e 33,1 % para os escoamentos laminar e turbulento, respectivamente, enquanto que, para $l = 50$, E_{Res} reduziu-se para 6,09 % e 2,63 %. Levando-se em conta que a energia radiante proveniente dos reservatórios propaga-se axialmente no interior do duto, a desconsideração do fluxo axial de energia radiante, como comumente realizada em alguns trabalhos (ver Tabela 1.1), poderia conduzir a resultados imprecisos para dutos curtos, $l \leq 10$. Para dutos longos, $l \geq 50$, por exemplo, essa hipótese seria adequada.

Tabela 6-5 Fração percentual de energia que os reservatórios fornecem ao duto. Escoamento laminar.

l	Q_T (W)	Q_G (W)	Q_{RES} (W)	E_{RES} (%)
5	144,4	64,94	79,46	55,0
10	305,7	204,4	101,3	33,1
30	895,3	800,1	95,23	10,6
50	1406	1320	85,66	6,09

Tabela 6-6 Fração percentual de energia que os reservatórios fornecem ao duto. Escoamento turbulento.

l	Q_T (W)	Q_G (W)	Q_{RES} (W)	E_{RES} (%)
5	157,3	109,6	47,66	30,3
10	333,6	278,9	54,68	16,4
30	1033	978,2	54,77	5,30
50	1719	1674	45,13	2,36

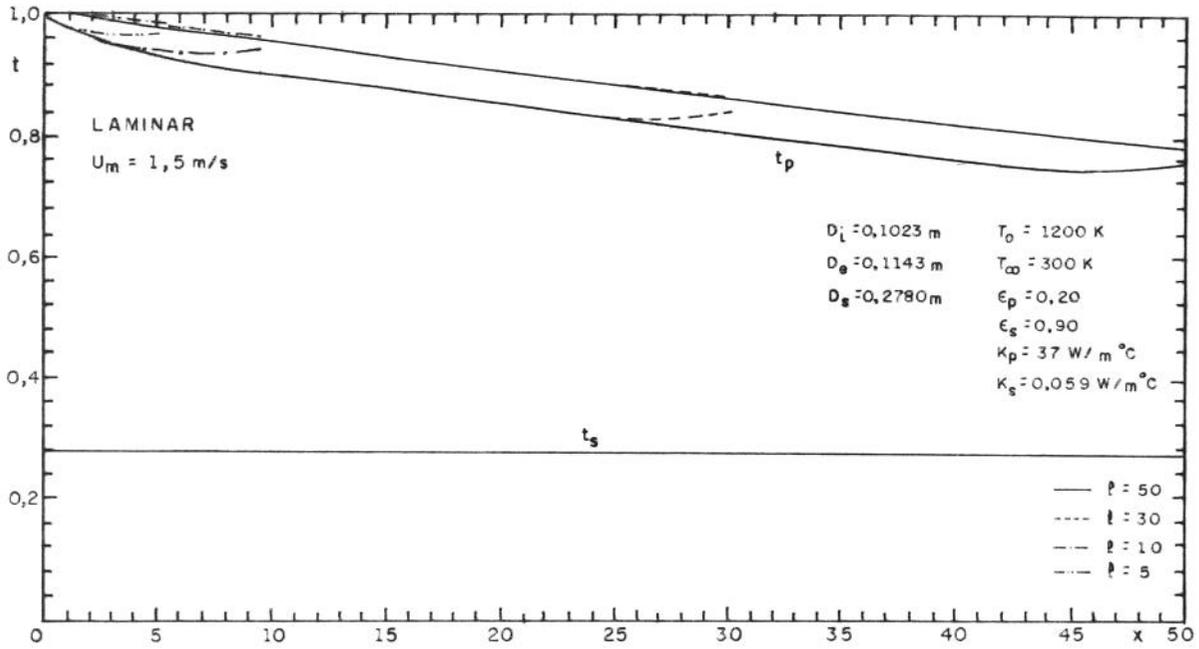


Fig. 6-17 Efeito do comprimento do duto nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento laminar.

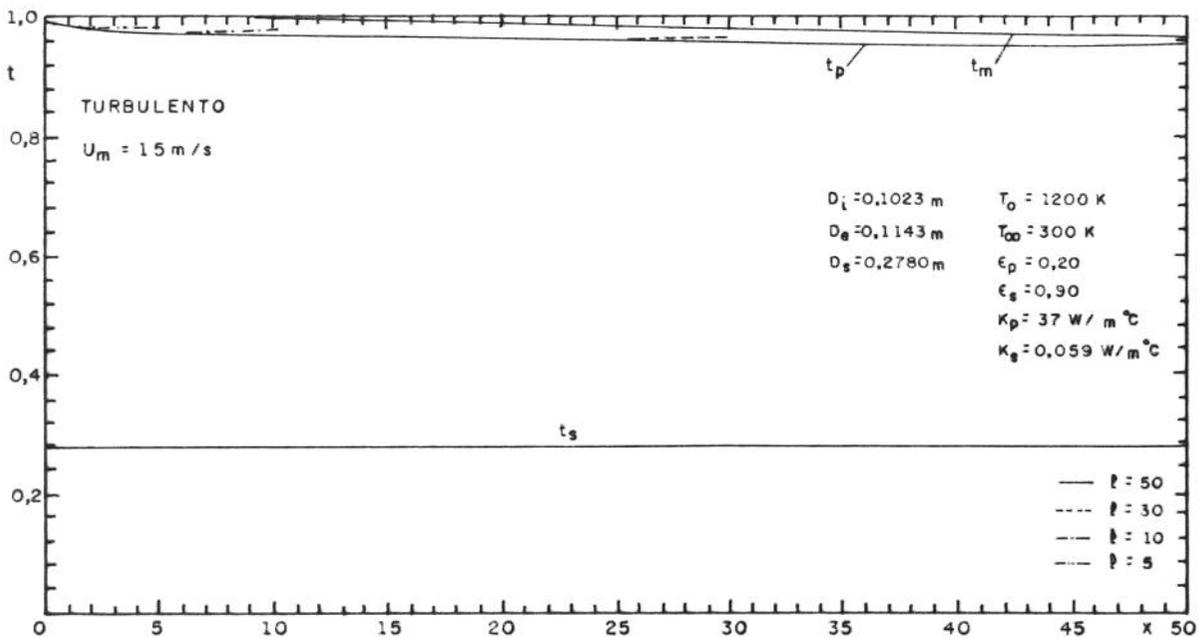


Fig. 6-18 Efeito do comprimento do duto nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento turbulento.

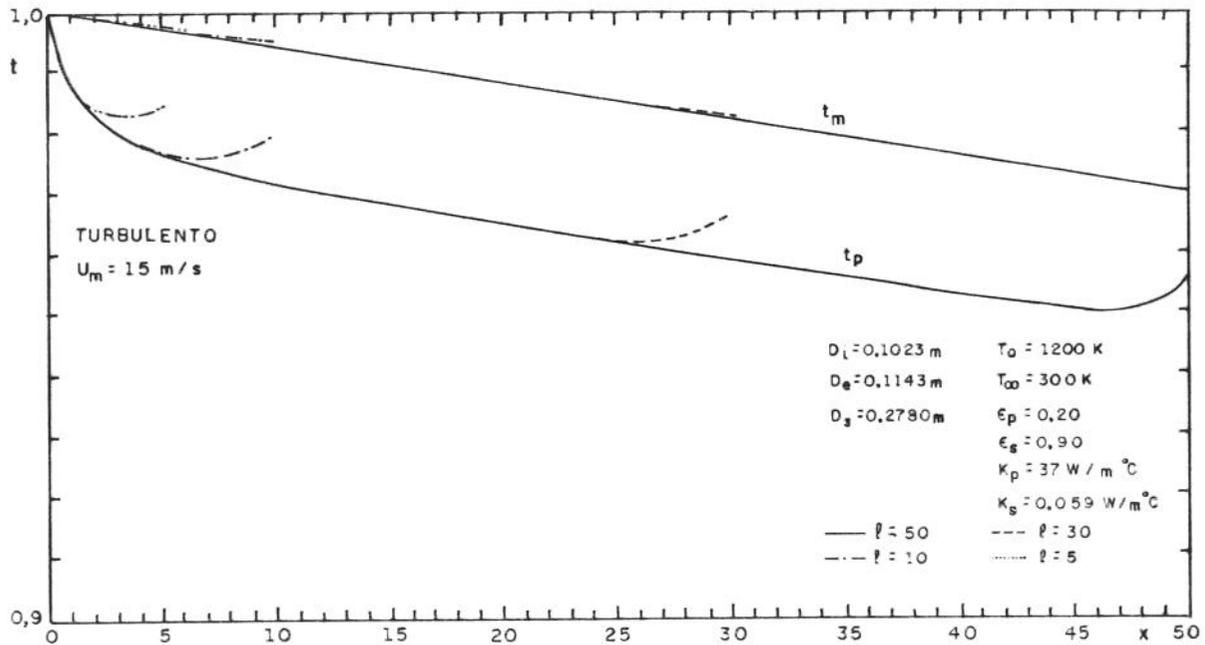


Fig. 6-19 Efeito do comprimento do duto nas temperaturas de mistura do gás e do tubo. Escoamento turbulento - ampliação da Fig. 6-18.

6.2.6 Influência da Espessura do Isolante

O efeito do diâmetro externo do isolante, D_s , é mostrado nas Figs. 6-20 e 6-21, para os escoamentos laminar e turbulento. Comparam-se dois diâmetros externos: $D_s = 0,1961 \text{ m}$ e $D_s = 0,3598 \text{ m}$, equivalendo a espessuras adimensionais, esp/D_i , iguais a 0,4 e 1,2, respectivamente. A redução em D_s provocou uma queda maior na temperaturas de mistura do gás e do tubo. Isso ocorre pois a redução em esp diminui a resistência térmica entre o interior e o exterior do duto, o que possibilitou ao gás perder maior quantidade de energia para o ambiente. Por outro lado, a temperatura externa do isolante aumentou com a redução de D_s : no escoamento laminar, ela elevou-se de um valor médio em torno de 322,8 K ($t_s \cong 0,269$) para 360 K ($t_s \cong 0,300$); no turbulento, de 324,0 K ($t_s \cong 0,270$) para 367,2 K ($t_s \cong 0,306$).

6.2.7 Influência da Emitância da Superfície do Isolante

As Figs. 6-22 e 6-23 apresentam o efeito da emitância da superfície externa do isolante, ϵ_s , em t_m , t_p e t_s . Três casos são comparados: $\epsilon_s = 0,90$, que corresponde ao valor empregado

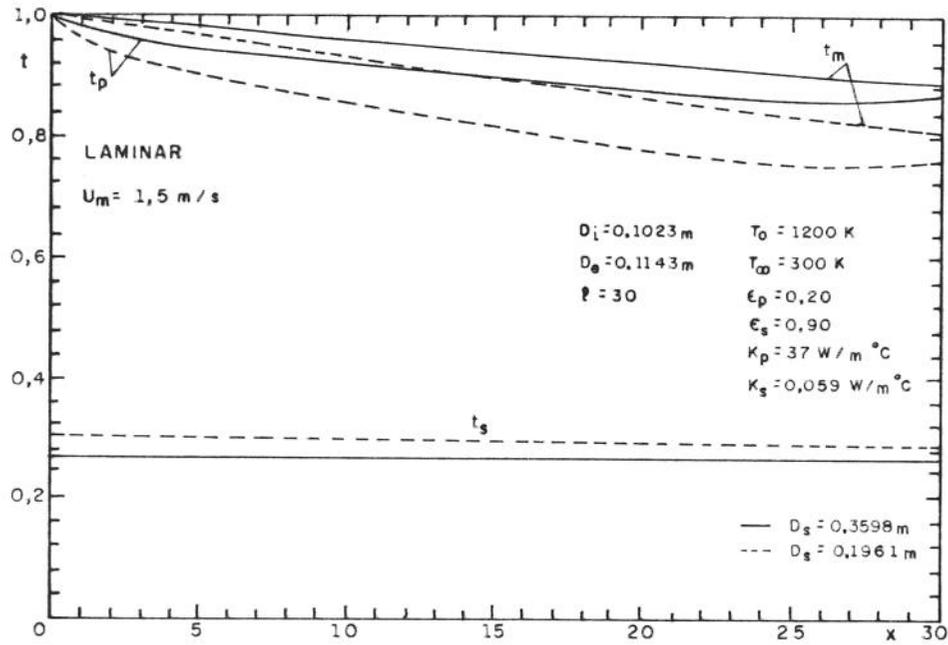


Fig. 6-20 Efeito do diâmetro externo do isolante nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento laminar.

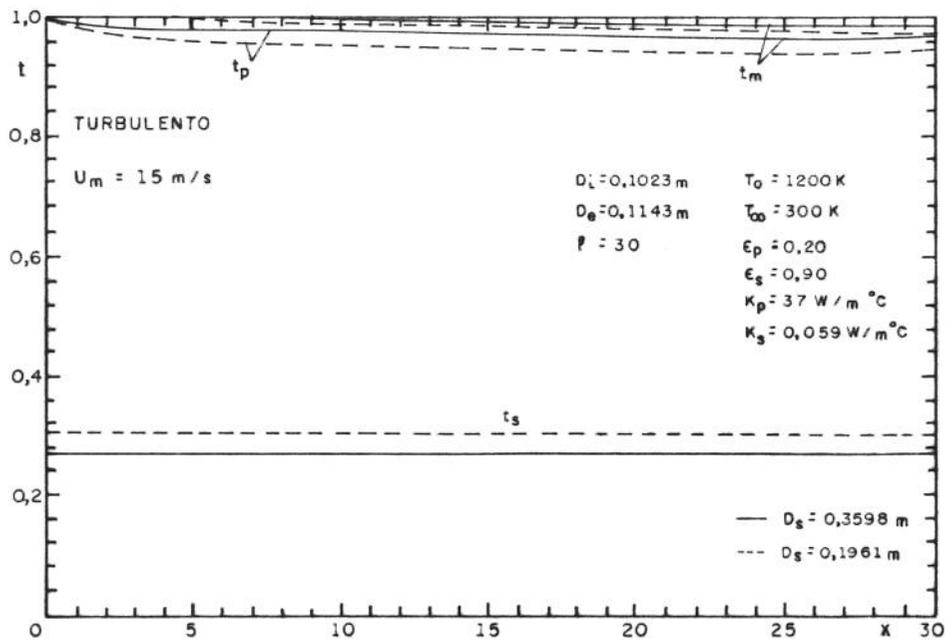


Fig. 6-21 Efeito do diâmetro externo do isolante nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento turbulento.

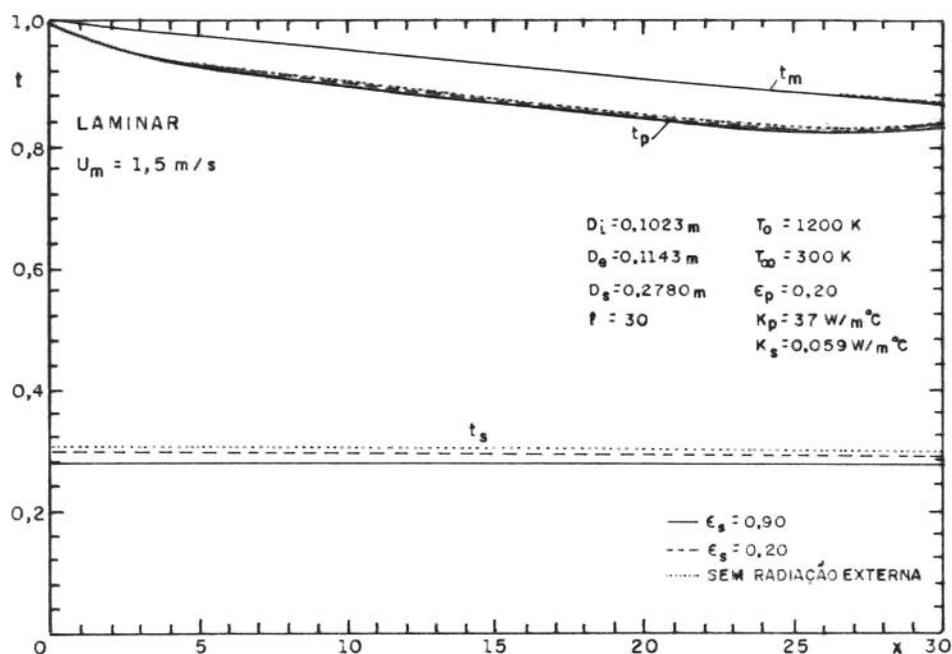


Fig. 6-22 Efeito da emitância do isolante nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento laminar.

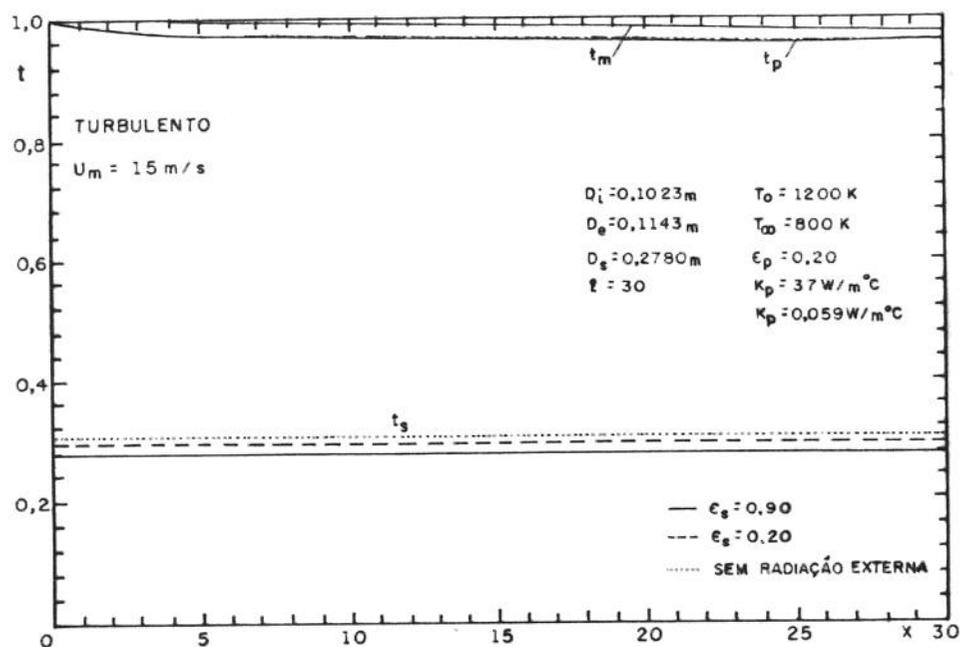


Fig. 6-23 Efeito da emitância do isolante nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante. Escoamento turbulento.

nos resultados anteriores; $\epsilon_s = 0,20$; e $\epsilon_s = 0$, para simular a condição em que a radiação térmica no lado externo do duto, denominada radiação externa, não é considerada. Para os escoamentos laminar e turbulento, a variação em ϵ_s não provocou modificações significativas em t_m e t_p , ou seja, o calor perdido pelo gás praticamente não se alterou nos três casos. Entretanto, esses resultados não significam que a radiação externa possa ser excluída da solução. De acordo com as Figs. 6-22 e 6-23, t_s elevou-se com a redução de ϵ_s , tornando-se máxima quando $\epsilon_s = 0$. Assim, se a radiação externa fosse desconsiderada, o cálculo da temperatura da superfície externa do isolante conduziria, para os dois escoamentos, a um valor em torno de 366 K ($t_s \cong 0,305$) enquanto que o valor real seria em torno de 333,6 K ($t_s \cong 0,278$), quando $\epsilon_s = 0,90$. Esse resultado possui uma importante implicação prática: no dimensionamento de isolantes, recomenda-se limitar a temperatura externa do isolante em cerca de 333 K (60 °C), por motivos de segurança. No caso da radiação externa ser desconsiderada, seria calculada uma espessura de isolante maior do que a necessária para manter a temperatura externa do isolante em 333 K. Comparando-se os resultados obtidos para $\epsilon_s = 0,90$ e $\epsilon_s = 0,20$, conclui-se também que não seria vantajoso o emprego de isolantes com pequena emissividade, pois não haveria redução significativa no calor perdido pelo gás e a temperatura externa do isolante se elevaria de 333,6 K ($t_s \cong 0,278$) para 354,0 K ($t_s \cong 0,295$).

6.2.8 Influência da Radiação Interna: Gás Participante Versus Gás Transparente

Os perfis de temperatura do gás, do tubo e do isolante são apresentados nas Figs. 6-24 e 6-25 para três situações distintas: incluindo a radiação interna com o gás transparente, incluindo a radiação interna com o gás participante e excluindo a radiação interna. Os gases transparentes não emitem ou absorvem energia radiante, de modo que cada elemento do tubo troca energia radiante apenas com os outros elementos do tubo e com os reservatórios. A Fig. 6-24, que trata do escoamento laminar, mostra que t_p , quando o gás é considerado transparente, situa-se um pouco acima do obtido quando a radiação interna é excluída, com exceção da extremidade final do duto, onde a radiação proveniente do reservatório 2 aproxima essa temperatura da obtida quando o gás é participante. O gás transparente perdeu uma quantidade menor de energia quando comparado com os outros dois casos, pois escoou através de um tubo mais aquecido do que quando a radiação interna foi desconsiderada e trocou energia apenas por convecção. A Fig. 6-26 apresenta as temperaturas de mistura do gás e do tubo para o escoamento turbulento, numa escala ampliada dez vezes em relação à Fig. 6-25. Observa-se que o comportamento de t_p e t_m é similar ao do escoamento laminar. Nesse caso, porém, as soluções na qual a radiação interna foi excluída e na qual o gás foi tratado como transparente tornaram-se ainda mais próximas. Isso se explica pelo fato de que, em

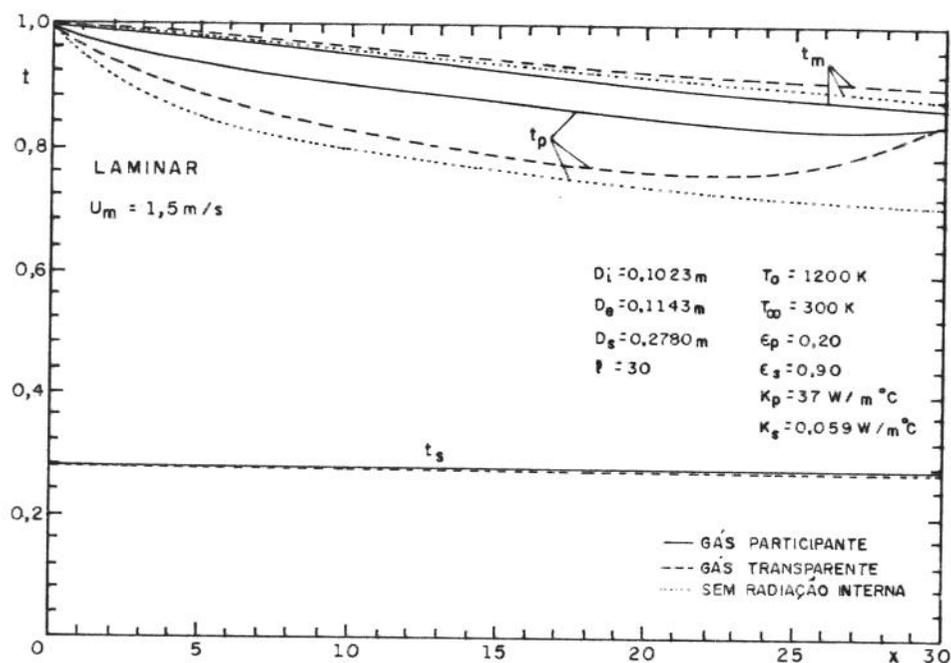


Fig. 6-24 Efeito da radiação interna nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante, considerando o gás como participante e transparente. Escoamento laminar.

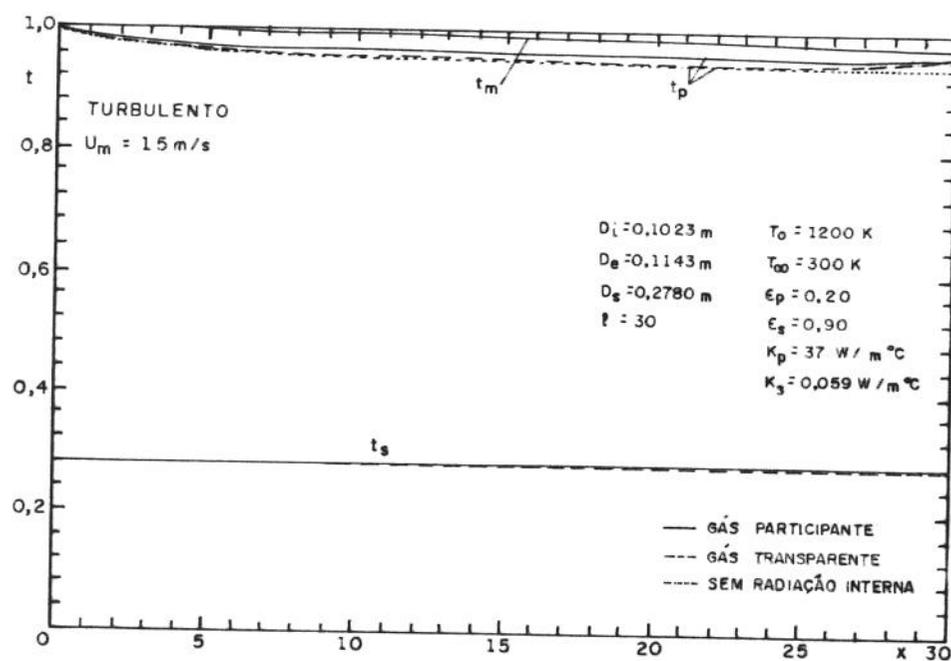


Fig. 6-25 Efeito da radiação interna nas temperaturas de mistura do gás, do tubo e da superfície externa do isolante, considerando o gás como participante e transparente. Escoamento turbulento.

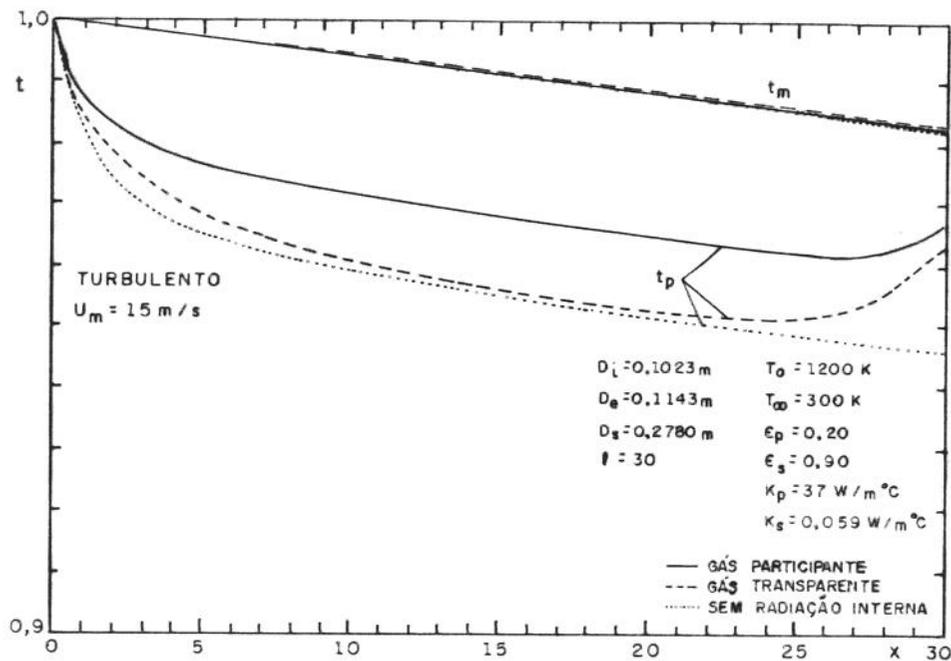


Fig. 6-26 Efeito da radiação interna nas temperaturas de mistura do gás e do tubo, considerando o gás como participante e transparente. Escoamento turbulento - ampliação da Fig. 6-25.

escoamentos turbulentos de gases transparentes, a intensidade da radiação interna é muito inferior à da convecção forçada, principalmente para números de Reynolds elevados. Esse comportamento também foi verificado por França e Goldstein (1995) para escoamentos turbulentos de gases transparentes em dutos circulares.

6.2.9 Aspectos Numéricos da Solução

As malhas empregadas para a obtenção dos resultados apresentados foram estabelecidas de modo que refinamentos adicionais não implicassem em alterações significativas nos resultados. O número de volumes de controle na direção axial dependia do comprimento adimensional do duto: para $l = 30$, por exemplo, N possuía o valor de 300. Assim cada zona ou volume de controle possuía comprimento $\Delta x = 0,1$. Na direção radial, obteve-se resultados suficientemente precisos para $M = 8$. O caso de isolamento não ideal do tubo exigiu uma malha menos refinada do que no caso de temperatura uniforme no duto, por não haver variação abrupta na temperatura do gás em $x = 0$ e $r = 0,5$, já que $t_p(0) = t(0,r) = 1,0$. A malha na direção radial não era uniforme: $\Delta r_M = 0,5/(2 \times M)$, no escoamento laminar, e $\Delta r_M = 6y^+$, no turbulento. Esses valores foram obtidos a partir da análise dos resultados, com o objetivo de

obter uma malha otimizada, ou seja, capaz de fornecer resultados precisos com o menor número de pontos possível.

Para a convergência do problema, foram adotados os passos iterativos apresentados na secção 5-8: inicialmente, impunha-se $q_R^* = 0$ e resolvia-se a Eq. (5-1) para a determinação de t a partir de uma dada estimativa de t_p . Obtido o campo de temperatura t , determinava-se t_p e t_s a partir da solução acoplada das Eqs. (5-28) e (5-44), com $B = H = 0$. Com a nova distribuição de t_p , determinava-se um novo campo t , ainda com $q_R^* = 0$. Esse processo era repetido até que a variação relativa no cálculo de t_p , em dois passos iterativos consecutivos, se tornasse inferior a 10^{-3} . Em cada passo iterativo, t_p foi relaxado por um fator η igual a 0,2, no escoamento laminar, e a 0,05, no turbulento. Determinadas as distribuições de t e t_p , q_R^* , B e H eram calculados em cada volume de controle, sendo empregados, em seguida, em novo cálculo de t , t_p e t_s . O processo iterativo era interrompido quando os valores de t e t_p , obtidos para dois cálculos sucessivos de q_R^* , B e H , não apresentavam variação relativa superior a 10^{-3} . A relaxação imposta em q_R^* , B e H dependia de cada caso específico, de acordo com a relevância da radiação térmica na transferência de calor. Assim, quanto maior o efeito da radiação interna, menor o fator de relaxação η . Para o caso em que $D_i = 0,1023$ m, no primeiro passo, 4 % de q_R^* era introduzido na Eq. (5-1); no segundo, 8 %, e assim por diante. Desse modo, apenas após 25 iterações q_R^* era integralmente introduzido na Eq. (5-1). O mesmo procedimento foi utilizado para B e H . Para o novo cálculo de q_R^* , B e H as temperaturas t e t_p foram relaxadas por um fator $\eta = 0,40$. No caso em que $D_i = 0,2545$ m, foi necessária a utilização de um fator de relaxação $\eta = 0,20$, pois o processo de radiação mostrou-se mais intenso para diâmetros internos maiores.

Devido aos termos integrais das Eqs. (3-64) a (3-68), as áreas de troca direta foram determinadas a partir da integração numérica, o que tornou inevitável o surgimento de erros computacionais. Desse modo, as Eqs. (3-62) e (3-63) não eram verificadas com exatidão, mas com um desvio, que sempre se manteve abaixo de 1 %. Apesar do erro pequeno, observou-se que, nessas condições, a solução do problema não convergia com o maior refinamento da malha, ou seja, à medida em que a malha era refinada, os resultados não tendiam a uma única solução, mas variavam continuamente. Esse problema foi contornado quando as Eqs. (3-62) e (3-63) foram empregadas para a correção das áreas de troca direta para cada zona, do seguinte modo:

- Zonas de gás:

$$F_{\gamma,i} = \frac{\sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} (\overline{g_{\gamma} g_{\gamma^*}})_i + \sum_{j=1}^J (\overline{g_{\gamma} s_j})_i}{4V_{\gamma} a_i} \quad (6-12)$$

em que $F_{\gamma,i}$ é o fator de correção para as áreas de troca direta correspondentes à zona de volume γ , para o gás cinza i . Assim,

$$(\overline{g_{\gamma} g_{\gamma^*}})_i^c = (\overline{g_{\gamma} g_{\gamma^*}})_i / F_{\gamma,i}$$

e

$$(\overline{g_{\gamma} s_j})_i^c = (\overline{g_{\gamma} s_j})_i / F_{\gamma,i}$$

onde $(\overline{g_{\gamma} g_{\gamma^*}})_i^c$ e $(\overline{g_{\gamma} s_j})_i^c$ são as áreas de troca direta corrigidas.

- Zonas de superfície:

$$F_{k,i} = \frac{\sum_{\gamma=1}^{\Gamma} (\overline{s_k g_{\gamma^*}}) + \sum_{j=1}^J (\overline{s_k s_j})}{A_k} \quad (6-13)$$

em que $F_{k,i}$ é o fator de correção para as áreas de troca direta correspondente à zona de superfície k , para o gás cinza i . Desse modo,

$$(\overline{s_k g_{\gamma^*}})_i^c = (\overline{s_k g_{\gamma^*}})_i / F_{k,i}$$

e

$$(\overline{s_k s_j})_i^c = (\overline{s_k s_j})_i / F_{k,i}$$

onde $(\overline{s_k g_{\gamma^*}})_i^c$ e $(\overline{s_k s_j})_i^c$ são as áreas de troca direta corrigidas.

Por meio das áreas de troca direta corrigidas, a dificuldade numérica discutida acima foi superada. Modest (1993) propôs um modo alternativo para se contornar esse problema: as

áreas de troca direta seriam determinadas através das expressões provenientes da integração geométrica, com exceção de um único elemento, cuja área de troca direta seria determinada por meio das Eqs. (3-62) e (3-63). Howell (1988) citou dois outros trabalhos que lidaram com essa mesma dificuldade: Vercammen e Froment (1980) e Larsen e Howell (1986).

Capítulo 7

Conclusões e Recomendações

Nesta dissertação de mestrado, foi estudada a transferência de calor no escoamento de gases participantes em dutos de secção circular, considerando os três processos básicos: a condução, a convecção e a radiação. O gás era constituído por uma mistura de dióxido de carbono, vapor de água e nitrogênio, correspondendo a um produto típico da combustão de óleos combustíveis. As propriedades físicas do gás foram admitidas uniformes em todo o duto e calculadas na temperatura de mistura média; as propriedades radiantes foram modeladas pela soma ponderada de gases cinzas. Na entrada do duto, a temperatura do gás era uniforme, sendo considerada a região de desenvolvimento térmico. O escoamento era plenamente desenvolvido para ambos os escoamentos laminar e turbulento. O isolamento do tubo era não-ideal e as distribuições de temperatura no tubo e na superfície externa do isolante foram obtidas por meio do balanço de energia no duto, que foi acoplado ao balanço de energia no gás. O campo de temperatura do gás foi obtido a partir da solução da equação bidimensional da conservação da energia: os termos difusivos e convectivos foram discretizados através do método de volumes de controle *Flux-Spline*; as trocas de energia radiante foram avaliadas por meio do método das zonas, onde cada zona de radiação correspondia a um volume de controle.

As seguintes conclusões podem ser inferidas dos resultados apresentados:

- A radiação interna, que considera a troca de energia radiante no interior do duto, mostrou-se significativa em todos os casos tratados e, em muitas situações, mais importante do que o processo de convecção. No caso em que a temperatura do duto foi mantida constante, a inclusão da radiação interna, quando comparada com a solução em que apenas a convecção foi considerada, provocou a aproximação das temperaturas de mistura do gás e do tubo. Essa aproximação deveu-se, principalmente, à elevação da temperatura do tubo, enquanto que a temperatura de mistura do gás alterou-se pouco nos casos em que a radiação foi levada em conta ou não;
- O número de Nusselt total elevou-se quando a radiação interna foi incluída. Para o escoamento laminar, o número de Nusselt convectivo quando a radiação interna foi incluída mostrou-se maior do que o obtido quando apenas a convecção foi considerada. Para o turbulento, porém, esse número praticamente não se alterou nos dois casos, com

exceção do trecho final do duto, devido aos efeitos do reservatório 2. Assim, a hipótese de admitir o número de Nusselt convectivo igual nos casos em que a radiação é ou não incluída conduziria a resultados satisfatórios para o escoamento turbulento, mas não para o laminar;

- A elevação da temperatura do gás provocou efeitos opostos nos números de Nusselt convectivo e radiante. Por um lado, o número de Nusselt convectivo reduziu-se com o aumento da temperatura, devido à variação das propriedades físicas do gás. Esse efeito mostrou-se mais intenso no escoamento turbulento, devido à maior dependência do número de Nusselt convectivo em relação ao número de Reynolds, quando comparado com o caso laminar. Por outro lado, o número de Nusselt radiante elevou-se com o aumento na temperatura de entrada do gás, devido à dependência do processo de radiação em relação à quarta potência da temperatura. Assim, o efeito final da elevação da temperatura tanto pode ser o aumento quanto a diminuição do número de Nusselt total;
- O efeito da emitância do tubo mostrou-se pequeno para valores acima de 0,50. Assim, as superfícies cinzas com emitância superior a 0,50 poderiam, em princípio, ser tratadas como negras, o que torna a solução mais simples;
- O diâmetro interno do tubo apresentou influência significativa no número de Nusselt total, devido, principalmente, à elevação do número de Nusselt radiante, que depende do volume de gás. No exemplo considerado, quando o diâmetro interno aumentou em aproximadamente 2,5 vezes, o número de Nusselt radiante elevou-se 4 vezes no escoamento laminar e cerca de 3 vezes no turbulento. Quando a radiação interna foi excluída da solução, o número de Nusselt total não se alterou com o diâmetro do duto, mantidos os mesmos números de Reynolds e Prandtl;
- A temperatura do tubo elevou-se na saída devido à radiação do reservatório 2. A contribuição dos reservatórios no total de energia cedida ao tubo mostrou-se importante para dutos curtos ($l \leq 10$) e pequena para dutos longos ($l \geq 50$). Como a radiação proveniente dos reservatórios propaga-se axialmente no duto, isso implica que a desconsideração do fluxo axial de energia radiante não é adequada para dutos curtos;
- A desconsideração da radiação externa não provocou alterações significativas na energia total perdida pelo gás. Nesse caso, porém, o cálculo da temperatura da superfície externa do isolante conduz a um valor maior do que o real, ou seja, aquele obtido quando tanto a convecção natural quanto a radiação são consideradas. Como consequência, a exclusão

da radiação externa levaria erroneamente ao emprego de uma espessura de isolante maior do que a necessária para manter a temperatura externa do isolante abaixo do limite de segurança, 333 K (60 °C), por exemplo. A utilização de isolantes com emitância pequena não se mostrou vantajosa, pois o calor perdido pelo gás não se reduziu significativamente, enquanto que a temperatura da superfície externa do isolante aumentou quando comparada com a obtida para isolantes de maior emitância;

- O efeito da radiação interna tornou-se menor quando o gás foi admitido transparente, ao invés de participante, principalmente no escoamento turbulento. O perfil de temperatura do tubo, quando o gás foi considerado transparente, situou-se um pouco acima do obtido para o caso em que a radiação interna foi desconsiderada, e
- As trocas de energia radiante foram calculadas a partir das distribuições de temperatura obtidas na iteração anterior. Esse procedimento numérico foi capaz de conduzir a solução à convergência em todos os casos, embora exigisse relaxação intensa entre dois passos consecutivos, implicando em um número elevado de iterações. De modo geral, quanto maior a importância do processo de radiação na transferência de calor, maior deve ser a relaxação numérica para se atingir a convergência.

Com base nos resultados obtidos e nas dificuldades surgidas, algumas sugestões podem ser dadas para trabalhos futuros:

- Inclusão da dependência das propriedades físicas do gás em relação à temperatura. Nessas condições, o campo de velocidade do gás altera-se ao longo do duto, conforme as variações nas propriedades físicas, exigindo o acoplamento das equações da quantidade de movimento e da conservação da energia;
- Aplicação do procedimento numérico proposto para a solução da equação da energia, combinando a condução, a convecção e a radiação, em situações mais complexas, como fornalhas ou reatores de alta temperatura, onde ocorrem combustão ou reações químicas,
- Do ponto de vista numérico, os estudos seguintes são de interesse: linearização dos termos de energia radiante, de modo a acelerar o processo de convergência; emprego de malhas de volumes de controle e de zonas com dimensões diferentes, de acordo com as limitações e exigências de cada uma delas; modificação do método das zonas de modo a considerar apenas as trocas radiais de energia radiante, para comparação com a solução em que tanto o fluxo axial quanto radial são incluídos.

Referências

- Anderson, P. S., Kays, W. M., e Moffat, R. J., 1975, *J. Fluid Mechanics*, Vol. 69, pp. 353-375, citados em Kays e Crawford (1980).
- Bankston, C. A., e McEligot, D. M., 1970, "Turbulent and Laminar Heat Transfer to Gases with Varying Properties in the Entry Region of Circular Ducts", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 13, pp. 319-344.
- Campo, A., e Schuler, C., 1988a, "Thermal Radiation and Laminar Forced Convection in a Gas Pipe Flow", *Wärme-und Stoffübertragung* 22, pp. 251-257.
- Chung, T. J., Kim, J. Y., 1984, "Two-Dimensional, Combined-Mode Heat Transfer by Conduction, Convection, and Radiation in Emitting, Absorbing, and Scattering Media-Solution by Finite Elements", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 448-452.
- Clausen, C. W., Smith, T. F., 1979, "Radiative and Convective Transfer for Real Gas Flow through a Tube with Specified Wall Heat Flux", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 101, pp. 376-378.
- Echigo, R., Hasegawa, S., e Kamiuto, K., 1975, "Composite Heat Transfer in a Pipe with Thermal Radiation of Two-Dimensional Propagation - in Connection with the Temperature Rise in Flowing Medium Upstream from Heating Section", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 18, pp. 1149-1159.
- Einstein, T.H., 1963, "Radiant Heat Transfer to Absorbing Gases Enclosed in a Circular Pipe with Conduction, Gas Flow, and Internal Heat Generation", *NASA TR R-156*, 28 pp.
- França, F. H. R., e Goldstein Jr., L., 1995, "Heat Transfer Combining Convection, Conduction and Radiation in the Flow of Heated Air Through an Insulated Tube", a ser apresentado em *1995 International Mechanical Engineering Congress and Exposition - Radiation in Energy Systems Session*, Novembro de 1995, São Francisco, EUA.
- Greif, R., 1978, "Laminar Convection with Radiation: Experimental and Theoretical Results", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 21, pp. 477-480.
- Goldstein Jr., L., 1988, *Elementos de Radiação Térmica*, Editora da Unicamp, Campinas.
- Habib, I. S., e Greif, R., 1970, "Heat Transfer to a Flowing Non-Gray Radiating Gas : an Experimental and Theoretical Study", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.13, pp. 1571-1582.
- Holman, J. P., 1983, *Transferência de Calor*, McGraw Hill do Brasil, São Paulo.
- Hottel, H. C., e Sarofim, A. F., 1967, *Radiative Transfer*, McGraw-Hill Book Company.
- Howell, J. R., 1988, "Thermal Radiation in Participating Media: the Past, the Present, and Some Possible Futures", *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 110, pp. 1220-1229.

- Jeng, D. R., Lee, E. J., e DeWitt, K. J., 1976, "A Study of Two Limiting Cases in Convective and Radiative Heat Transfer with Nongray Gases", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 19, pp. 589-596.
- Kakaç, S., Shah, R. K., e Aung, W., 1987, *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, John Wiley & Sons.
- von Kármán, T., 1934, "Turbulence and Skin Friction", *J. Aerosp. Sci.*, Vol. 7, pp. 1-20, citado em Kakaç et al. (1987).
- Kays, W. M., 1994, "Turbulent Prandtl Number - Where Are We?", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 116, pp. 284-295.
- Kays, W. M., e Crawford, M. E., 1980, *Convective Heat and Mass Transfer*, McGraw Hill Book Company, 2nd edition.
- Modest, M. F., 1993, *Radiative Heat Transfer*, McGraw Hill Book Company.
- Nakra, N. K., e Smith, T. F., 1977, "Combined Radiation-Convection for a Real Gas", *ASME Journal of Heat Transfer*, pp. 60-65.
- Nikuradse, J., 1966, NASA TT F-10, citado em Kakaç et al. (1987).
- Patankar, S. V., 1979, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation.
- Pearce, B. E., e Emery, A. F., 1970, "Heat Transfer by Thermal Radiation and Laminar Forced Convection to an Absorbing Fluid in the Entry Region of a Pipe", *ASME Journal of Heat Transfer*, pp. 221-230.
- Petukhov, B. S., e Popov, V. N., 1963, "Theoretical Calculation of Heat Exchange in Turbulent Flow in Tubes of an Incompressible Fluid with Variable Physical Properties, *High Temp.*, Vol. 1, No. 1, pp. 69-83, 1963, citado em Kakaç et al. (1987).
- Pletcher, R. H., "Progress in Turbulent Forced Convection", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1129-1144.
- Prandtl, L., 1944, *Führer durch die Stömungslehre*, Vieweg, Braunschweig, citado em Kakaç et al. (1987).
- Reichardt, H., 1951, *Arch. Ges. Warmetechnik*, Vol. 6/7, citado em Kays e Crawford (1980).
- Reid, R. C., Prausnitz, J. M., e Sherwood, T. K., 1977, *The Properties of Gases and Liquids*, McGraw Hill Book Company, 3rd edition.
- Schuler, C., e Campo, A., 1988b, "Numerical Prediction of Turbulent Heat Transfer in Gas Pipe Flows Subject to Combined Convection and Radiation", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 9, No. 3, pp. 308-315.
- Seo, T., Kaminski, e Jensen, M. K., 1994, "Combined Convection and Radiation in Simultaneously Developing Flow and Heat Transfer with Nongray Gas Mixtures", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 26, pp. 49-66.

- Siegel, R., e Howell, J. R., 1981, *Thermal Radiation Heat Transfer*, McGraw-Hill Book Company, 2nd edition.
- Sika, J., 1991, "Evaluation of Direct-Exchange Areas for a Cylindrical Enclosure", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 113, pp. 1040-1044.
- Smith, T. F., Shen, Z. F., e Friedman, J. N., 1982, "Evaluation of Coefficients for the Weighted Sum of Gray Gases Model", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 104, pp. 602-608.
- Smith, T. F., Shen, Z. F., e Alturki, A. M., 1985, "Radiative and Convective Transfer in a Cylindrical Enclosure for a Real Gas", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 107, pp. 482-485.
- Stasiak, J., 1988, "Transformational-Zone Method of Calculation of Complex Heat Exchange During Flow of Optically Active Medium Inside Tube of Diffuse Grey Surface", *Wärme-und Stoffübertragung* 22, pp. 129-139.
- Stasiak, J., e Collins, M. W., 1993, "Radiant and Convective Heat Transfer for Flow of a Radiation Gas in a Heated/Cooled Tube with a Grey Wall", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 14, pp. 3633-3645.
- Techo, R., Tickner, R. R., e James, R. E., 1965, "An Accurate Equation for the Computation of the friction Factor for Smooth Pipes from the Reynolds-Number", *J. Appl. Mech.*, Vol. 32, citado em Kakaç et al. (1987).
- Varejão, L. M. C., 1979, *Flux-Spline Method for Heat, Mass, and Momentum Transfer*. Minnesota: Faculty of the Graduate School of the University of Minnesota, 235 p. Tese (Doutorado).
- Wassel, A. T., e Edwards, D. K., 1974, "Molecular Gas Band Radiation in Cylinders", *J. Heat Transfer* 96C, pp. 21-26.
- Wassel, A. T., e Edwards, D. K., 1976, "Molecular Gas Radiation in a Laminar or Turbulent Pipe Flow", *ASME Journal of Heat Transfer*, pp. 101-107.
- Wassel, A. T., Edwards, D. K., e Catton, I., 1975, "Molecular Gas Radiation and Laminar or Turbulent Heat Diffusion in a Cylinder with Internal Heat Generation", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 18, pp.1267-1276.

Apêndice A

Propriedades Físicas do Gases

A.1 Gás Participante: Mistura de CO₂, H₂O e N₂

Densidade. A densidade do gás participante, ρ , é calculada como:

$$\rho = \sum_{j=1}^3 y_j \rho_j \quad (\text{A-1})$$

onde y_j é a fração molar de cada um dos componentes da mistura, equivalendo a:

$$y_j = P_j / P_T \quad (\text{A-2})$$

em que P_j é a pressão parcial de cada componente e P_T a pressão total. A densidade de cada componente j é calculada como:

$$\rho_j = \frac{P_j M_j}{\bar{R} T} \quad (\text{A-3})$$

onde \bar{R} e M_j correspondem, respectivamente, à constante universal dos gases e à massa molar de cada componente. Para o dióxido de carbono, o vapor de água e o nitrogênio, M_j vale 44,01, 28,02 e 18,02 kg/kmol, respectivamente. A Eq. (A-3) considera que cada componente apresente comportamento de gás perfeito, o que é razoável na medida em que o gás participante se encontra em temperaturas elevadas.

Calor Específico a Pressão Constante. O calor específico do gás participante, c_p , é obtido por meio de:

$$c_p = \sum_{j=1}^3 y_j c_{pj} \quad (\text{A-4})$$

em que c_{pj} é o calor específico de cada componente e pode ser calculado por meio da seguinte expressão:

$$c_{pj} = A_j + B_j T + C_j T^2 + D_j T^3 \quad [\text{kcal/kmol K}] \quad (\text{A-5})$$

T em graus Kelvin. Os valores de A_j , B_j , C_j e D_j são apresentados na Tabela A-1.

Tabela A-1 Coeficientes para cálculo do calor específico de cada componente do gás

	j	A_j	$B_j (\times 10^{-3})$	$C_j (\times 10^{-6})$	$D_j (\times 10^{-9})$	Validade
CO ₂	1	5,14	15,4	-9,94	2,42	298 K - 1500 K
H ₂ O	2	8,10	-0,72	3,63	-1,16	298 K - 1500 K
N ₂	3	7,07	-1,32	3,31	-1,26	298 K - 1500 K

Viscosidade dinâmica. Conforme Reid et al. (1977), a viscosidade dinâmica da mistura pode ser obtida de:

$$\mu = \frac{\sum_{j=1}^3 \frac{y_j \mu_j}{3}}{\sum_{i=1}^3 y_j \phi_{ji}} \quad (\text{A-6})$$

Para a determinação de ϕ_{ji} , utiliza-se a expressão de Wilke (1950):

$$\phi_{ij} = \frac{\left[1 + (\mu_j / \mu_i)^{1/2} (M_i / M_j)^{1/4} \right]^2}{\left[8(1 + M_j / M_i) \right]^{1/2}} \quad (\text{A-7})$$

A viscosidade de cada componente é calculada como:

$$\mu_j = A_j + B_j T + C_j T^2 \quad [10^{-7} \text{ kg/(ms)}] \quad (\text{A-8})$$

T em graus Kelvin. Os coeficientes A_j , B_j e C_j são fornecidos na Tabela A-2.

Tabela A-2 Coeficientes para cálculo da viscosidade dinâmica de cada componente do gás

	j	A_j	$B_j (\times 10^{-2})$	$C_j (\times 10^{-6})$	
CO ₂	1	25,45	45,49	-86,49	200 K - 1700 K
H ₂ O	2	-31,89	41,45	-8,272	273 K - 1300 K
N ₂	3	30,43	49,89	-109,3	100 K - 1500 K

Condutividade térmica. De acordo com Reid et al. (1977), A condutividade térmica k do gás pode ser calculada como:

$$k = \frac{\sum_{j=1}^3 y_j k_j}{\sum_{j=1}^3 y_j \psi_{ji}} \quad (\text{A-9})$$

em que $\psi_{ji} = \phi_{ji}$. A condutividade k_j de cada componente provém da seguinte expressão:

$$k_j = A_j + B_j T + C_j T^2 + D_j T^3 \quad [\times 10^{-3} \text{ cal}/(\text{smK})] \quad (\text{A-11})$$

T em graus Kelvin. Os valores de A_j , B_j , C_j e D_j são apresentados nas Tabela A-3.

Tabela A-3 Coeficientes para cálculo da condutividade de cada componente do gás

	j	A_j	$B_j (\times 10^{-2})$	$C_j (\times 10^{-4})$	$D_j (\times 10^{-8})$	
CO ₂	1	-17,23	19,14	0,1308	-2,514	200 K - 1400 K
H ₂ O	2	17,53	-2,42	2,93	-8,68	273 K - 1100 K
N ₂	3	0,9354	23,44	-1,21	3,591	100 K - 1500 K

Os coeficientes das Tabelas A-1, A-2 e A-3 foram obtidos de *Physical & Thermodynamic Properties*.

A.2 Ar

As propriedades físicas do ar são necessárias para a determinação do coeficiente de película para a convecção natural no lado externo do duto. As expressões apresentadas abaixo foram obtidas a partir da interpolação polinomial das propriedades do ar fornecidas em Holman (1983), sendo válidas para $300 \text{ K} \leq T \leq 2500 \text{ K}$:

- Condutividade térmica do ar [W/(mK)]:

$$k_{ar} = 7,0928 \times 10^{-3} + 7,0875 \times 10^{-5} T - 9,6146 \times 10^{-9} T^2$$

- Calor específico [J/(kgK)]:

$$c_{par} = 1,0738 - 5,6452 \times 10^{-4} T + 1,4214 \times 10^{-6} T^2 - 1,0756 \times 10^{-9} T^3 + 2,8649 \times 10^{-12} T^4$$

- Viscosidade dinâmica [$10^{-6} \times \text{Ns/m}^2$]:

A densidade do ar pode ser obtida a partir da equação de estado para gases perfeitos:

$$\rho_{ar} = 346,31 T^{-0,9973} \quad [\text{kg/m}^3]$$

Nessas expressões, a temperatura deve ser expressa em graus Kelvin.

Apêndice B

Código Computacional

O código computacional para a solução numérica do problema proposto foi desenvolvido em linguagem C. Seguem as funções e a nomenclatura das variáveis do programa principal e a listagem.

B.1 Funções do Programa Principal

fDens():	determinação da densidade do gás participante, conforme a secção A.1;
fCesp():	determinação do calor específico do gás participante, conforme a secção A.1;
fVisc():	determinação da viscosidade dinâmica e da condutividade térmica do gás participante, conforme a secção A.1;
GEOMETx():	estabelecimento das dimensões axiais dos volumes de controle;
GEOMETrl():	estabelecimento das dimensões radiais dos volumes de controle, para o escoamento laminar;
GEOMETrt():	estabelecimento das dimensões radiais dos volumes de controle, para o escoamento turbulento;
GEOMETrz():	estabelecimento das dimensões radiais das zonas. Para os resultados obtidos, as dimensões das zonas e dos volumes de controle são as mesmas, pois as malhas são coincidentes, mas o programa permite o emprego de malhas não coincidentes;
absorcao():	determinação dos coeficientes de absorção de cada gás cinza utilizado no modelo de soma ponderada de gases cinzas. As duas misturas da Tabela 3-1 são consideradas;
AREASgg():	cálculo das áreas de troca direta entre as zonas de gás, conforme a Eq. (3-64);
AREASgs():	cálculo das áreas de troca direta entre as zonas de gás e de superfície do tubo, de acordo com a Eq. (3-65);
AREASss():	cálculo das áreas de troca direta entre as zonas de superfície do tubo, conforme a Eq. (3-67);

AREASsr():	cálculo das áreas de troca direta entre as zonas de superfície do tubo e as das extremidades do duto (reservatórios), pela Eq. (3-68);
AREASgr():	cálculo das áreas de troca direta entre as zonas de gás e as das extremidades do duto, através da Eq. (3-66);
CORRfsg():	determinação dos fatores de correção das áreas de troca direta, obtidos pelas Eqs. (6-12) e (6-13);
ESTIMAqr():	estimativa inicial das trocas de energia radiante no gás e na superfície do tubo;
CAMPOul():	determinação das velocidades axiais em cada volume de controle para o escoamento laminar. Essas velocidades são médias, ou seja, correspondem à integração da Eq. (5-2) em todo o volume de controle;
CAMPOut():	determinação das velocidades axiais em cada volume de controle para o escoamento turbulento. Essas velocidades são médias, ou seja, correspondem à integração da Eq. (5-3) em todo o volume de controle;
ESTIMAtp():	estimativa da distribuição de temperatura no tubo;
ESTIMAts():	estimativa da distribuição de temperatura na superfície externa do isolante;
ESTIMAt():	estimativa do campo de temperatura do gás;
ESTIMAtc():	estimativa da temperatura de correção do gás;
fre()	determinação da posição radial em que as difusividades turbulentas, calculadas pelas Eqs. (2-8) e (2-9), são iguais;
fgAMAr():	cálculo do coeficiente difusivo do gás na direção radial para o caso de escoamento laminar;
fgAMAt():	cálculo do coeficiente difusivo do gás na direção radial para o caso de escoamento turbulento;
COEFJx():	determinação dos coeficientes empregados na equação dos fluxos J_x , Eq. (5-16);
COEFJr():	determinação dos coeficientes empregados na equação dos fluxos J_r , Eq. (5-19);
COEFt():	determinação dos coeficientes empregados na equação das temperaturas t e t' , Eqs. (5-22) e (5-26);
FLUXOJx():	determinação dos fluxos J_x . Consiste na solução da Eq. (5-16), para $1 \leq j \leq M$, por meio do método TDMA — <i>Tri-Diagonal Matrix Algorithm</i> ;
FLUXOJr():	determinação dos fluxos J_r . Consiste na solução da Eq. (5-16), para $1 \leq i \leq N$, por meio do método TDMA — <i>Tri-Diagonal Matrix Algorithm</i> ;
CAMPOte():	determinação da correção de temperatura do gás, t' , pela solução da Eq. (5-26). Utilizou-se o método iterativo <i>line-by-line</i> , que consiste basicamente na combinação do método de Gauss-Seidel e do TDMA, como descrito em Patankar (1979);

CORRJx():	correção dos fluxos J_x por intermédio da Eq. (5-25a);
CORRJr():	correção dos fluxos J_r por intermédio da Eq. (5-25b);
FLUXOSJJ():	cálculo dos fluxos \hat{J}_x e \hat{J}_r , de acordo com as Eqs. (5-18) e (5-21);
CAMPOt():	determinação do campo de temperatura do gás, através solução da Eq. (5-22) pelo método iterativo <i>line-by-line</i> . Além disso, essa função retorna o erro relativo máximo entre as temperaturas calculadas neste passo e no anterior;
CAMPOtp():	determinação das distribuições de temperatura do tubo e da superfície externa do isolante, através da solução acoplada das Eqs. (5-39) e (5-44). Essa função retorna, ao programa principal, o erro relativo máximo entre os valores calculados neste passo e no anterior;
CAMPOtz():	determinação da temperatura de cada zona no gás e na superfície do tubo. Nesta solução, cada zona corresponde a um volume de controle, de modo que a temperatura de cada zona equivale à temperatura do volume de controle correspondente. O programa permite o emprego de malhas não coincidentes e, nesse caso, a temperatura de uma zona é obtida pela média da quarta potência das temperaturas dos volumes de controle ponderadas em relação ao volume contido nessa zona. Essa função também retorna o erro relativo máximo entre os valores calculados neste passo e no anterior;
RADz():	determinação das trocas de energia radiante pelo método das zonas, secção 3.5: a radiosidade H pela Eq. (3-51) e q_R pela Eq. (3-59);
RAD():	distribuição das trocas de energia radiante nos volumes de controle. Quando as zonas e volumes de controle são coincidentes, as trocas de energia radiante nos volumes de controle correspondem às calculadas para as zonas;
imprime1():	cálculo e impressão em arquivo dos números de Nusselt convectivo, radiante e total ao longo de x ;
fNud():	cálculo do número de Nusselt convectivo desenvolvido pela correlação de Petukhov (1963) para o escoamento turbulento;
imprime2()	cálculo e impressão em arquivo das trocas de calor envolvidas: balanço global de energia no duto.

B.2 Nomenclatura do Programa Principal

a	coeficientes de absorção do gases cinzas, em m^{-1}
ADM	parâmetro utilizado para adimensionalizar q_r
AIM	coeficiente AIM
AIP	coeficiente AIP

AJM	coeficiente AJM
AJP	coeficiente AJP
BJr	coeficiente BJr
BJx	coeficiente BJx
c1	constante empregada no balanço de energia no tubo
c2	constante empregada no balanço de energia no tubo
c2	constante empregada no balanço de energia no tubo
Cesp	calor específico do gás, c_p , em J/kgK
Cond	condutividade térmica do gás, k , em W/mK
CJr	coeficiente CJr
CJx	coeficiente CJx
dr	dimensão radial dos volumes de controle
dx	dimensão axial dos volumes dos de controle
dxz	dimensão axial de cada zona
De	diâmetro externo do tubo, D_e , em m
Dens	densidade do gás, ρ , em kg/m ³
Di	diâmetro interno do tubo, D_i , em m
Ds	diâmetro externo do isolante, D_s , em m
DJr	coeficiente DJr
DJx	coeficiente DJx
ep	emitância hemisférica total do tubo, ϵ_p
es	emitância hemisférica total do isolante, ϵ_s
ERRO1	erro máximo entre dois cálculos sucessivos de T_{pz} e T_z
ERRO2	erro máximo entre dois cálculos sucessivos de t_p
ERRO3	erro máximo entre dois cálculos sucessivos de t
f	coeficiente de atrito, f
fg1	fatores de correção das áreas de troca direta para as zonas de volume do gás, para o gás cinza 1, $F_{\gamma,1}$
fg2	fatores de correção das áreas de troca direta para as zonas de volume do gás, para o gás cinza 2, $F_{\gamma,2}$
fg3	fatores de correção das áreas de troca direta para as zonas de volume do gás, para o gás cinza 3, $F_{\gamma,3}$
fs0	fatores de correção das áreas de troca direta para as zonas de superfície do tubo, para o gás transparente, $F_{k,0}$
fs1	fatores de correção das áreas de troca direta para as zonas de superfície do tubo, para o gás cinza 1, $F_{k,1}$
fs2	fatores de correção das áreas de troca direta para as zonas de superfície do tubo, para o gás cinza 2, $F_{k,2}$

fs3	fatores de correção das áreas de troca direta para as zonas de superfície do tubo, para o gás cinza 3, $F_{k,3}$
GAMAr	coeficiente de difusão adimensional na direção radial, Γ_r
GAMAx	coeficiente de difusão adimensional na direção axial, Γ_x
gg1	áreas de troca direta entre duas zonas de gás para o gás cinza 1, normalizadas por D_i^2
gg2	áreas de troca direta entre duas zonas de gás para o gás cinza 2, normalizadas por D_i^2
gg3	áreas de troca direta entre duas zonas de gás para o gás cinza 3, normalizadas por D_i^2
gr1	áreas de troca direta entre uma zona de gás e outra de superfície da extremidade do tubo para o gás cinza 1, normalizadas por D_i^2
gr2	áreas de troca direta entre uma zona de gás e outra de superfície da extremidade do tubo para o gás cinza 2, normalizadas por D_i^2
gr3	áreas de troca direta entre uma zona de gás e outra de superfície da extremidade do tubo para o gás cinza 3, normalizadas por D_i^2
gs1	áreas de troca direta entre uma zona de gás e outra de superfície do tubo para o gás cinza 1, normalizadas por D_i^2
gs2	áreas de troca direta entre uma zona de gás e outra de superfície do tubo para o gás cinza 2, normalizadas por D_i^2
gs3	áreas de troca direta entre uma zona de gás e outra de superfície do tubo para o gás cinza 3, normalizadas por D_i^2
JJr	parâmetro \hat{J}_r
JJx	parâmetro \hat{J}_x
Jp1	fluxo J_p em $x = 0$
Jr	fluxo J_r
Jx	fluxo J_x
l	comprimento adimensional do duto
L	comprimento do duto, em m
kp	condutividade térmica do tubo, k_p , em W/mK
ks	condutividade térmica do isolante, k_s , em W/mK
Pr	número de Prandtl, Pr
Px	parâmetro adimensional P_x
M	número de volumes de controle na direção radial, M
Mz	número de zonas na direção radial
N	número de volumes de controle na direção axial, N
Nz	número de zonas de radiação na direção axial

Nud	número de Nusselt convectivo na região desenvolvida, determinado pela correlação de Petukhov (1963), Nu_{CD}
qr	energia perdida por um volume de controle do gás por unidade de volume. Neste caso, $qr = qrz$
qrz	energia perdida por uma zona de gás por unidade de volume, q_R
qrp	energia perdida por um volume de controle da superfície do tubo por unidade de área. Neste caso, $qrp = qrpz$
qrpz	energia perdida por uma zona de superfície do tubo por unidade de área, q_{Rp}
r	posição radial dos volumes de controle, r
re	posição radial em que as difusividades térmicas, calculadas pelas Eqs. (2-8) e (2-9), são coincidentes
rz	posição radial das zonas de radiação
Re	número de Reynolds, Re
sigma	constante de Stefan-Boltzmann, σ , em W/m^2K^4
sr0	áreas de troca direta entre uma zona de superfície do tubo e outra da extremidade do duto para o gás transparente, normalizadas por D_i^2
sr1	áreas de troca direta entre uma zona de superfície do tubo e outra da extremidade do duto para o gás cinza 1, normalizadas por D_i^2
sr2	áreas de troca direta entre uma zona de superfície do tubo e outra da extremidade do duto para o gás cinza 2, normalizadas por D_i^2
sr3	áreas de troca direta entre uma zona de superfície do tubo e outra da extremidade do duto para o gás cinza 3, normalizadas por D_i^2
ss0	áreas de troca direta entre duas zonas de superfície do tubo para o gás transparente, normalizadas por D_i^2
ss1	áreas de troca direta entre duas zonas de superfície do tubo para o gás cinza 1, normalizadas por D_i^2
ss2	áreas de troca direta entre duas zonas de superfície do tubo para o gás cinza 2, normalizadas por D_i^2
ss3	áreas de troca direta entre duas zonas de superfície do tubo para o gás cinza 3, normalizadas por D_i^2
s1	constante empregada no balanço de energia no isolante
s2	constante empregada no balanço de energia no isolante
t	temperatura adimensional do gás, t
te	correção da temperatura adimensional do gás, t'
tp	temperatura do tubo, t_p

ts	temperatura da superfície externa do isolante, t_s
Tm	temperatura de mistura média do gás ao longo do duto, utilizada no cálculo das propriedades físicas do gás, em K
To	temperatura de entrada do gás, T_o , em K
Tpz	temperatura de cada zona de superfície do tubo, em K
Too	temperatura do meio ambiente externo ao duto, T_{∞} , em K
Tz	temperatura de cada zona de volume do gás, em K
T2	temperatura de saída do gás ou do reservatório 2, em K
x	posição axial dos volumes de controle, x
u	velocidade média na direção axial de cada volume de controle, u
Um	velocidade média do gás, U_m , em m/s
Visc	viscosidade dinâmica do gás, μ , em kg/ms

B.3 Listagem do Código Computacional

```

/***** PROGRAMA PRINCIPAL *****/

#include <math.h>
#include <stdio.h>

#include "geomet.h"
#include "campou.h"
#include "estima.h"
#include "coef.h"
#include "fluxos.h"
#include "campote.h"
#include "campot.h"
#include "campotp.h"
#include "imprime1.h"
#include "imprime2.h"
#include "prop.h"
#include "areas.h"
#include "rad.h"
#include "compl.h"

#define N 300
#define M 8
#define Nz 300
#define Mz 8

double T2,Tm,Jp1,f,Re,Cond;

main()
{
int mz,mist,ITER;
double x[N+1],dx[N+1],r[M+1],dr[M+1],u[M+1],Px[N+1][M+1],BJx[N+2][M+1],
CJx[N+2][M+1],DJx[N+2][M+1],BJr[N+1][M+2],CJr[N+1][M+2],
DJr[N+1][M+2],AIP[N+1][M+1],AIM[N+1][M+1],AJP[N+1][M+1],
AJM[N+1][M+2],Jx[N+2][M+1],Jr[N+1][M+2],JJx[N+2][M+1],
JJr[N+1][M+2],te[N+2][M+2],t[N+2][M+2],tp[N+2],ts[N+2],
rz[Mz+1],a[4],gg1[Mz+1][Mz+1][Nz+1],gg2[Mz+1][Mz+1][Nz+1],

```

```

gg3[Mz+1][Mz+1][Nz+1],gs1[Mz+1][Nz+1],gs2[Mz+1][Nz+1],
gs3[Mz+1][Nz+1],ss0[Nz+1],ss1[Nz+1],ss2[Nz+1],ss3[Nz+1],
sr0[Nz+1],sr1[Nz+1],sr2[Nz+1],sr3[Nz+1],gr1[Mz+1][Nz+1],
gr2[Mz+1][Nz+1],gr3[Mz+1][Nz+1],qrp[N+1],qrpz[Nz+1],qr[N+1][M+1],
qrz[Nz+1][Mz+1],Tz[Nz+1][Mz+1],Tpz[Nz+1],fDens(),fCesp(),fVisc(),
dxz,Di,De,Ds,L,l,ks,kp,ep,es,sigma,Too,To,Cesp,Dens,Visc,Um,Pr,
GAMAx,GAMAr[M+1],re,fre(),ADM,c1,c2,c3,s1,s3,ERRO1,ERRO2,
ERRO3,CAMPOT(),CAMPOTp(),CAMPOTz(),fs0[Nz+1],fs1[Nz+1],
fs2[Nz+1],fs3[Nz+1],fg1[Nz+1][Mz+1],fg2[Nz+1][Mz+1],fg3[Nz+1][Mz+1],
Nud,fNud());

```

```
/* PROPRIEDADES FISICAS E CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DO DUTO */
```

```

Di = 0.1023;
De = 0.1143;
Ds = 0.2780;
kp = 37.0;
ks = 0.059;
ep = 0.20;
es = 0.90;
sigma = 5.6697E-8;
L = 3.069;
l = L/Di;

```

```
/* PROPRIEDADES DO GAS PARTICIPANTE: MISTURA DE CO2, H2O E N2 */
```

```

mist = 1;
To = 1073;
Dens = fDens(To,mist);
Cesp = fCesp(To,mist);
Visc = fVisc(To,mist);
Um = 15.0;
Re = Dens*Um*Di/Visc;
Pr = Visc*Cesp/Cond;
ff();
GAMAx = 1.0/(Re*Pr);
ADM = Di*Di/(To*Re*Pr*Cond);
Too = 300;
Tm = To;

```

```
/* CONSTANTES UTILIZADAS NO BALANCO DE ENERGIA NO DUTO */
```

```

c1 = 4*Di*Cesp*Dens*Um/(kp*((De/Di)*(De/Di)-1));
c2 = 4*Di/(kp*To*((De/Di)*(De/Di)-1));
c3 = 8*ks/(kp*((De/Di)*(De/Di)-1)*log(Ds/De));
s1 = 2*ks/log(Ds/De);
s3 = es*sigma*To*To*To*Ds;

```

```
/* GERACAO DA MALHA DE VOLUMES DE CONTROLE */
```

```

GEOMETx(x,dx,l,N);
if(Re <= 2300)
  GEOMETrl(r,dr,M);
else
  GEOMETrt(r,dr,M);

```

```

/* GERACAO DAS ZONAS DE RADIACAO;
CALCULO DAS AREAS DE TROCA DIRETA;
CORRECAO DAS AREAS DE TROCA DIRETA, E
ESTIMATIVA DAS TROCAS DE ENERGIA NO INTERIOR DO DUTO */

```

```

dxz = l/Nz;
mz = M/Mz;
GEOMETrz(rz,r,dr,mz,Mz);

```

```

absorcao(a,mist);
AREASgg(gg1,gg2,gg3,rz,Di,dxz,a);
AREASgs(gs1,gs2,gs3,rz,Di,dxz,a);
AREASss(ss0,ss1,ss2,ss3,Di,dxz,a);
AREASsr(sr0,sr1,sr2,sr3,Di,dxz,a);
AREASgr(gr1,gr2,gr3,rz,Di,dxz,a);
CORRfsfg(fs0,fs1,fs2,fs3,fg1,fg2,fg3,ss0,ss1,ss2,ss3,sr0,sr1,sr2,sr3,gs1,
gs2,gs3,gg1,gg2,gg3,gr1,gr2,gr3,a,rz,dxz,Di);
ESTIMAqr(qr,qrp,qrpz);

/* DETERMINACAO DO CAMPO DE ESCOAMENTO */

if(Re <= 2300)
  CAMPOul(u,r,dr,M);
else
  CAMPOut(u,r,dr,M);

/* ESTIMATIVA DAS TEMPERATURAS t, tp, ts, te */

ESTIMAtp(tp,To,Too,x,l);
ESTIMAts(ts,To,Too);
ESTIMAt(t,tp,x,r,l);
ESTIMAt(te);

/* SOLUCAO GLOBAL */

ITER = 1;
ERRO1 = 1.0;
while(ERRO1 >= 1.0E-3 || ITER <= 25)
{
  ERRO2 = 1.0;
  while(ERRO2 >= 1.0E-3)
  {
    ERRO3 = 1.0;
    while(ERRO3 >= 1.0E-4)
    {

      /* PROPRIEDADES DO GAS NA TEMPERATURA DE MISTURA MEDIA */

      Dens = fDens(Tm,mist);
      Cesp = fCesp(Tm,mist);
      Visc = fVisc(Tm,mist);
      Re = Dens*Um*Di/Visc;
      Pr = Visc*Cesp/Cond;
      ADM = Di*Di/(To*Re*Pr*Cond);
      GAMAx = 1.0/(Re*Pr);
      if(Re <= 2300)
        fGAMAr(GAMAr,GAMAx,M);
      else
      {
        ff();
        re = fre();
        fGAMAr(GAMAr,GAMAx,r,M,re,Pr);
      }

      /* METODO DE VOLUMES DE CONTROLE "FLUX-SPLINE" */

      COEFJx(BJx,CJx,DJx,dx,GAMAx,Px,u);
      COEFJr(BJr,CJr,DJr,dr,GAMAr);
      COEFt(AIP,AIM,AJP,AJM,DJx,DJr,Px,dx,r,dr,GAMAx);
      FLUXOJx(Jx,BJx,CJx,DJx,t,Px,dx,GAMAx);
      FLUXOJr(Jr,BJr,CJr,DJr,t);
      CAMPOte(te,AIP,AIM,AJP,AJM,Jx,Jr,dx,r,dr,qr,ADM);
      CORRJx(Jx,te,DJx,Px,dx,GAMAx);

```

```

CORRJR(Jr,te,DJr);
FLUXOSJJ(JJx,JJr,Jx,Jr,BJx,CJx,BJr,CJr);
ERRO3 = CAMPOt(t,AIP,AIM,AJP,AJM,JJx,JJr,dx,r,dr,Jr,GAMAr,qr,ADM,
              u,To,l);
}

/* DETERMINACAO DAS TEMPERATURAS DO TUBO E
   DA SUPERFICIE EXTERNA DO ISOLANTE */

c1 = 4*Di*Cesp*Dens*Um/(kp*((De/Di)*(De/Di)-1));
ERRO2 = CAMPOtp(tp,ts,t,Jr,dx,c1,c2,c3,Too,To,s1,s3,Ds,qrp);
}

/* DETERMINACAO DAS TROCAS DE ENERGIA RADIANTE */

ERRO1 = CAMPOtz(Tz,Tpz,t,tp,To,dxz,rz,x,dx,r,dr,mz,u);
RADz(qrz,qrpz,Tz,Tpz,To,T2,Di,dxz,rz,ep,gg1,gg2,gg3,gs1,gs2,gs3,gr1,gr2,
     gr3,ss0,ss1,ss2,ss3,sr0,sr1,sr2,sr3,a,mist,fs0,fs1,fs2,fs3,
     fg1,fg2,fg3);
RAD(qr,qrp,qrz,qrpz,dxz,x,dx,mz,ITER);
ITER = ITER+1;
}

/* IMPRESSAO DAS DISTRIBUICOES DE TEMPERATURA DO GAS, DO TUBO E DO
   ISOLANTE; NUMEROS DE NUSSELT CONVECTIVO, RADIANTE E TOTAL */

imprime1(t,tp,ts,x,r,dr,u,Jr,GAMAr,qrp,Di,To,ITER);

/* IMPRESSAO DAS TROCAS DE CALOR ENVOLVIDAS */

Nud = fNud(Re,Pr);
imprime2(t,tp,ts,Jr,qrp,u,r,dx,dr,To,Too,Di,De,Ds,Dens,Cesp,Um,es,kp,ks,
        GAMAr,ERRO,Pr,Nud,ITER);

/***** FIM DO PROGRAMA PRINCIPAL *****/
}

/***** (1) BIBLIOTECA geomet.h *****/

/* DETERMINACAO DA DIMENSAO AXIAL DOS VOLUMES DE CONTROLE */

GEOMETx(x,dx,l,N)
int N;
double *x,*dx,l;
{
int i,N1;
double x1,rx,frx();

for(i = 1; i <= N; i++)
    dx[i] = l/N;
x[1] = dx[1]/2;
for(i = 2; i <= N; i++)
    x[i] = x[i-1]+(dx[i]+dx[i-1])/2;
}

/* FUNCAO EMPREGADA EM GEOMETx() PARA MALHA AXIAL NAO UNIFORME:
   RAZAO DA PROGRESSAO GEOMETRICA FORMADA PELA DIMENSOES AXIAIS */

double frx(dxN1,x1,N1)
int N1;
double dxN1,x1;
{
double rx,rxo,f,Df,erro;

```

```

rxo = 0.8;
erro = 1.0;
while(erro >= 1.0E-12)
{
f = exp(N1*log(rxo))-x1/dxN1*rxo+x1/dxN1-1.0;
Df = N1*exp((N1-1)*log(rxo))-x1/dxN1;
rx = rxo-f/Df;
erro = fabs((rx-rxo)/rx);
rxo = rx;
}
return(rx);
}

```

```

/* DETERMINACAO DA DIMENSAO RADIAL DOS VOLUMES DE CONTROLE:
ESCOAMENTO LAMINAR */

```

```

GEOMETrl(r,dr,M)
int M;
double *r,*dr;
{
int j;
double rr,frr();

dr[M] = 0.5/(1.2*M);
rr = frr(dr[M],M);
for(j = M-1; j >= 1; j--)
dr[j] = dr[j+1]*rr;
r[1] = dr[1]/2;
for(j = 2; j <= M; j++)
r[j] = r[j-1]+(dr[j]+dr[j-1])/2;
}

```

```

/* DETERMINACAO DA DIMENSAO RADIAL DOS VOLUMES DE CONTROLE:
ESCOAMENTO TURBULENTO */

```

```

extern double Re,f;

GEOMETrt(r,dr,M)
int M;
double *r,*dr;
{
int j;
double rr,frr();

dr[M] = 6.0/(Re*sqrt(f/2));
rr = frr(dr[M],M);
for(j = M-1; j >= 1; j--)
dr[j] = dr[j+1]*rr;
r[1] = dr[1]/2;
for(j = 2; j <= M; j++)
r[j] = r[j-1]+(dr[j]+dr[j-1])/2;
}

```

```

/* FUNCAO EMPREGADA EM GEOMETrl() E GEOEMTrt():
RAZAO DA PROGRESSAO GEOMETRICA FORMADA PELA DIMENSOES RADIAIS */

```

```

double frr(drM,M)
int M;
double drM;
{
double rr,rro,f,Df,erro;

rro = 10.3;

```

```

erro = 1.0;
while(erro >= 1.0E-12)
{
f = exp(M*log(rro))-0.5/drM*rro+0.5/drM-1.0;
Df = M*exp((M-1)*log(rro))-0.5/drM;
rr = rro-f/Df;
erro = fabs((rr-rro)/rr);
rro = rr;
}
return(rr);
}

/* DETERMINACAO DAS DIMENSOES RADIAIS DAS ZONAS DE RADIACAO */

GEOMETrz(rz,r,dr,mz,Mz)
int    mz,Mz;
double *rz,*r,*dr;
{
int    jz;

rz[0] = 0.0;
for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
rz[jz] = r[jz*mz]+dr[jz*mz]/2;
}

/* DETERMINACAO DO COEFICIENTE DE ATRITO: TUBOS LISOS */

ff()
{
double fo,Ff,dFf,erro;
double df = 1.0E-10;

/* ESTIMATIVA INICIAL: CORRELACAO DE TECHO ET AL. (1965) */

f = 1.7372*log(Re/(1.964*log(Re)-3.8215));
f = 1.0/(f*f);

/* CORRELACAO DE PRANDTL (1952), KARMAN (1934) E NIKURADSE (1966) */

erro = 1.0;
while(erro > 1.0E-10)
{
fo = f;
Ff = 1.0/sqrt(f)-1.7372*log(Re*sqrt(f)-0.3946);
dFf = (1.0/sqrt(f+df)-1.7372*log(Re*sqrt(f+df)-0.3946)-Ff)/df;
f = f-Ff/dFf;
erro = fabs(f-fo)/f;
}
}

/* DETERMINACAO DA POSICAO RADIAL EM QUE AS DIFUSIVIDADES TURBULENTAS,
CALCULADA PELAS EQS. (2-8) E (2-9) SAO COINCIDENTES */

double fre()
{
double re,rre,dfe,fe(),erro;
double dre = 1.0E-6;

re = 0.40;
erro = 1.0;
while(erro >= 1.0E-6)
{
rre = re;
dfe = (fe(re+dre)-fe(re-dre))/(2*dre);
}
}

```

```

re = re-fe(re)/dfe;
erro = fabs((re-rre)/re);
}
return(re);
}

```

```
/* FUNCAO EMPREGADA EM fre() */
```

```

double fe(re)
double re;
{
double ym,e1,e2,l,ffe,ffu();
double dre = 1.0E-6;

ym = (0.5-re)*(Re*sqrt(f/2));
e1 = 0.40*ym/6*(1+2*re)*(1+8*re*re);
l = 0.40*(0.5-re)*(1-1.0/exp(ym/26));
e2 = Re*l*fabs(ffu(re+dre)-ffu(re-dre))/(2*dre);
ffe = e1-e2;
return(ffe);
}

```

```
/* DETERMINACAO DOS COEFICIENTES DE DIFUSAO NA DIRECAO RADIAL:
ESCOAMENTO LAMINAR */
```

```

fGAMArI(GAMAr,GAMAx,M)
int M;
double *GAMAr,GAMAx;
{
int j;

```

```

for(j = 1; j <= M; j++)
GAMAr[j] = GAMAx;
}

```

```
/* DETERMINACAO DOS COEFICIENTES DE DIFUSAO NA DIRECAO RADIAL:
ESCOAMENTO TURBULENTO */
```

```

fGAMArT(GAMAr,GAMAx,r,M,re,Pr)
int M;
double *GAMAr,GAMAx,*r,re,Pr;
{
int j;
double em,et,Prt,Prto,C,ym,l,ffu(),c1,c2,c3,c4;
double dr = 1.0E-6;

```

```

Prto = 0.86;
C = 0.2;
c1 = 1.0/(2*Prto);
c2 = C*sqrt(1.0/Prto)*Pr;
c3 = C*Pr;
c4 = c3*sqrt(Prto);
for(j = 1; j <= M; j++)
{
ym = (0.5-r[j])*(Re*sqrt(f/2));
if(r[j] < re)
{
em = 0.40*ym/6*(1+2*r[j])*(1+8*r[j]*r[j]);
Prt = 1.0/(c1+c2*em-c3*c3*em*em*(1-exp(-1.0/(c4*em))));
et = em/Prt;
GAMAr[j] = GAMAx+et/Re;
}
else
{

```

```

l = 0.40*(0.5-r[j])*(1-1.0/exp(ym/26));
em = l*I*fabs(ffu(r[j]+dr)-ffu(r[j]-dr))/(2*dr);
Prt = 1.0/(c1+Re*c2*em-Re*Re*c3*c3*em*em*(1-exp(-1.0/(Re*c4*em))));
et = em/Prt;
GAMAr[j] = GAMAx+et;
}
}
}

/* DETERMINACAO DO NUMERO DE NUSSELT CONVECTIVO PELA CORRELACAO DE
PETUKHOV ET AL. (1963), EQUACAO (6-7) */

double fNud(Re,Pr)
double Re,Pr;
{
double Nud,C;

C = 1.07+900.0/Re-0.63/(1+10*Pr);
Nud = (f/2)*Re*Pr/(C+12.7*sqrt(f/2)*(exp(2.0/3*log(Pr))-1));
return(Nud);
}

/***** (2) BIBLIOTECA campou.h *****/

/* DETERMINACAO DO PERFIL DE VELOCIDADE LAMINAR A PARTIR DA
EQUACAO (5-2) */

CAMPOul(u,r,dr,M)
int M;
double *u,*r,*dr;
{
int j;
double ful(),soma,fator;

/* DETERMINACAO DA VELOCIDADE MEDIA EM CADA VOLUME DE CONTROLE */

for(j = 1; j <= M; j++)
u[j] = ful(r[j],dr[j]);

/* CORRECAO DO PERFIL DE VELOCIDADE A PARTIR DA EQUACAO GLOBAL
DA CONSERVACAO DA MASSA */

soma = 0.0;
for(j = 1; j <= M; j++)
soma = soma+8*u[j]*r[j]*dr[j];
fator = 1.0/soma;
for(j = 1; j <= M; j++)
u[j] = u[j]*fator;
}

/* FUNCAO EMPREGADA EM CAMPOul() */

double ful(r,dr)
double r,dr;
{
int i,j,n;
double u,frul(),rr,ddr,soma,soma1,soma2;

n = 100;
ddr = dr/n;
rr = r-dr/2;
soma = 0.0;
for(i = 1; i <= n; i++)

```

```

{
soma1 = frul(rr+ddr/3)+frul(rr+2*ddr/3);
soma2 = frul(rr)+frul(rr+ddr);
soma = soma+(3*soma1+soma2)*ddr/8;
rr = rr+ddr;
}
u = soma/(r*dr);
return(u);
}

/* FUNCAO EMPREGADA EM ful() */

double frul(rr)
double rr;
{
double ru;

ru = rr*2*(1-4*rr*rr);
return(ru);
}

/* DETERMINACAO DO PERFIL DE VELOCIDADE TURBULENTO A PARTIR DA
EQUACAO (5-3) */

CAMPOut(u,r,dr,M)
int M;
double *u,*r,*dr;
{
int j;
double fut(),soma,fator;

/* DETERMINACAO DA VELOCIDADE MEDIA EM CADA VOLUME DE
CONTROLE */

for(j = 1; j <= M; j++)
u[j] = fu(r[j],dr[j]);

/* CORRECAO DO PERFIL DE VELOCIDADE A PARTIR DA EQUACAO GLOBAL
DA CONSERVACAO DA MASSA */

soma = 0.0;
for(j = 1; j <= M; j++)
soma = soma+8*u[j]*r[j]*dr[j];
fator = 1.0/soma;
for(j = 1; j <= M; j++)
u[j] = u[j]*fator;
}

/* FUNCAO EMPREGADA EM CAMPOut() */

double fut(r,dr)
double r,dr;
{
int i,j,n;
double u,frut(),rr,ddr,soma,soma1,soma2;

n = 100;
ddr = dr/n;
rr = r-dr/2;
soma = 0.0;
for(i = 1; i <= n; i++)
{
soma1 = frut(rr+ddr/3)+frut(rr+2*ddr/3);
soma2 = frut(rr)+frut(rr+ddr);

```

```

soma = soma+(3*soma1+soma2)*ddr/8;
rr = rr+ddr;
}
u = soma/(r*dr);
return(u);
}

/* FUNCAO EMPREGADA EM fut() */

double  frut(r)
double  r;
{
double  ru,ffut();

ru = r*ffut(r);
return(ru);
}

/* FUNCAO EMPREGADA EM frut() */

extern  double Re,f;

double  ffut(r)
double  r;
{
double  um,u,ym;

ym = (0.5-r)*(sqrt(f/2)*Re);
um = 2.5*log(1+0.4*ym)+7.8*(1-exp(-ym/11)-(ym/11)*exp(-0.33*ym));
u = um*sqrt(f/2);
return(u);
}

/***** (3) BIBLIOTECA estima.h *****/

#define N 300
#define M 8

/* ESTIMATIVA DA TEMPERATURA DO GAS */

ESTIMAt(t,tp,x,r,l)
double  t[][M+2],*tp,*x,*r,l;
{
int      i,j;

for(i = 0; i <= N+1; i++)
    t[i][M+1] = tp[i];
for(j = 0; j <= M; j++)
    t[0][j] = 1.0;
t[N+1][0] = 1.0;
for(j = 1; j <= M; j++)
    t[N+1][j] = t[N+1][0]-r[j]/0.5*(t[N+1][0]-t[N+1][M+1]);
for(j = 0; j <= M; j++)
    for(i = 1; i <= N; i++)
        t[i][j] = t[0][j]-x[i]/l*(t[0][j]-t[N+1][j]);
}

/* ESTIMATIVA DA TEMPERATURA DE CORRECAO DO GAS */

ESTIMAtc(te)
double  te[][M+2];
{
int      i,j;

```

```

for(j = 0; j <= M+1; j++)
{
te[0][j] = 0.0;
te[N+1][j] = 0.0;
}
for(i = 1; i <= N; i++)
{
te[i][M+1] = 0.0;
te[i][0] = 0.0;
for(j = 1; j <= M; j++)
te[i][j] = 0.2;
}
}

```

/* ESTIMATIVA DA TEMPERATURA DO TUBO */

ESTIMAtp(tp, To, Too, x, l)

double *tp, To, Too, *x, l;

```

{
int i;

tp[0] = 1.0;
tp[N+1] = (9*To+Too)/(10*To);
for(i = 1; i <= N; i++)
tp[i] = tp[0]-x[i]/l*(tp[0]-tp[N+1]);
for(i = 1; i <= N+1; i++)
tp[i] = tp[0];
}

```

/* ESTIMATIVA DA TEMPERATURA DA SUPERFICIE EXTERNA DO
ISOLANTE */

ESTIMAts(ts, To, Too)

double *ts, To, Too;

```

{
int i;

ts[0] = (5*Too+To)/(6*To);
for(i = 1; i <= N+1; i++)
ts[i] = ts[0];
}

```

/****** (4) BIBLIOTECA coef.h *****/

#define N 300

#define M 8

/* DETERMINACAO DOS COEFICIENTES UTILIZADOS NA EQUACAO
DOS FLUXOS Jx */

COEFJx(BJx, CJx, DJx, dx, GAMAx, Px, u)

double BJx[][M+1], CJx[][M+1], DJx[][M+1], *dx, GAMAx, Px[][M+1], *u;

```

{
int i, j;
double aux, A(), G();

for(j = 1; j <= M; j++)
{
for(i = 1; i <= N; i++)
Px[i][j] = u[j]*dx[i]/(2*GAMAx);
if(Px[1][j] > 60)
{

```

```

    DJx[1][j] = Px[1][j]*2*GAMAx/dx[1];
    BJx[1][j] = 1/(2*Px[1][j]);
}
else
{
    DJx[1][j] = A(-Px[1][j])*2*GAMAx/dx[1];
    BJx[1][j] = G(-Px[1][j])*DJx[1][j]*dx[1]/(4*GAMAx);
}
}
for(i = 2; i <= N; i++)
{
    if(Px[i-1][j] > 60)
    {
        DJx[i][j] = 0.0;
        BJx[i][j] = 0.0;
        CJx[i][j] = 0.5;
    }
    else
    {
        aux = dx[i]/(A(-Px[i][j])*2*GAMAx);
        aux = aux+dx[i-1]/(A(Px[i-1][j])*2*GAMAx);
        DJx[i][j] = 1.0/aux;
        BJx[i][j] = G(-Px[i][j])*DJx[i][j]*dx[i]/(4*GAMAx);
        CJx[i][j] = G(Px[i-1][j])*DJx[i][j]*dx[i-1]/(4*GAMAx);
    }
}
if(Px[N][j] > 60)
{
    DJx[N+1][j] = 0.0;
    CJx[N+1][j] = 0.5;
}
else
{
    DJx[N+1][j] = A(Px[N][j])*2*GAMAx/dx[N];
    CJx[N+1][j] = G(Px[N][j])*DJx[N+1][j]*dx[N]/(4*GAMAx);
}
}
}

/* DETERMINACAO DOS COEFICIENTES UTILIZADOS NA EQUACAO
DOS FLUXOS Jr */

COEFJr(BJr,CJr,DJr,dr,GAMAr)
double BJr[][M+2],CJr[][M+2],DJr[][M+2],*dr,*GAMAr;
{
    int i,j;

    for(i = 1; i <= N; i++)
    {
        for(j = 2; j <= M; j++)
        {
            DJr[i][j] = 2.0/(dr[j]/GAMAr[j]+dr[j-1]/GAMAr[j-1]);
            BJr[i][j] = dr[j]*DJr[i][j]/(8*GAMAr[j]);
            CJr[i][j] = dr[j-1]*DJr[i][j]/(8*GAMAr[j-1]);
        }
        DJr[i][M+1] = 2*GAMAr[M]/dr[M];
        CJr[i][M+1] = 1.0/4;
    }
}

/* DETERMINACAO DOS COEFICIENTES UTILIZADOS NAS EQUACOES DAS
TEMPERATURAS t E te */

COEFt(AIP,AIM,AJP,AJM,DJx,DJr,Px,dx,r,dr,GAMAx)
double AIP[][M+1],AIM[][M+1],AJP[][M+1],AJM[][M+1],DJx[][M+1],DJr[][M+2],

```

```

        Px[M+1]*dx,*r,*dr,GAMAx;
    {
    int    i,j;

for(i = 2; i <= N-1; i++)
    {
    for(j = 2; j <= M; j++)
        {
        AIP[i][j] = r[j]*dr[j]*DJx[i+1][j]*exp(-Px[i+1][j]);
        if(Px[i-1][j] > 60)
            AIM[i][j] = r[j]*dr[j]*Px[i-1][j]*2*GAMAx/dx[i-1];
        else
            AIM[i][j] = r[j]*dr[j]*DJx[i][j]*exp(Px[i-1][j]);
            AJP[i][j] = (r[j]+dr[j]/2)*dx[i]*DJr[i][j+1];
            AJM[i][j] = (r[j]-dr[j]/2)*dx[i]*DJr[i][j];
        }
        AIP[i][1] = r[1]*dr[1]*DJx[i+1][1]*exp(-Px[i+1][1]);
        if(Px[i-1][1] > 60)
            AIM[i][1] = r[1]*dr[1]*Px[i-1][1]*2*GAMAx/dx[i-1];
        else
            AIM[i][1] = r[1]*dr[1]*DJx[i][1]*exp(Px[i-1][1]);
            AJP[i][1] = (r[1]+dr[1]/2)*dx[i]*DJr[i][2];
            AJM[i][1] = 0.0;
        }
    for(j = 2; j <= M; j++)
        {
        AIP[1][j] = r[j]*dr[j]*DJx[2][j]*exp(-Px[2][j]);
        AIM[1][j] = r[j]*dr[j]*DJx[1][j];
        AJP[1][j] = (r[j]+dr[j]/2)*dx[1]*DJr[1][j+1];
        AJM[1][j] = (r[j]-dr[j]/2)*dx[1]*DJr[1][j];
        AIP[N][j] = r[j]*dr[j]*DJx[N+1][j];
        if(Px[N-1][j] > 60)
            AIM[N][j] = r[j]*dr[j]*Px[N-1][j]*2*GAMAx/dx[N-1];
        else
            AIM[N][j] = r[j]*dr[j]*DJx[N][j]*exp(Px[N-1][j]);
            AJP[N][j] = (r[j]+dr[j]/2)*dx[N]*DJr[N][j+1];
            AJM[N][j] = (r[j]-dr[j]/2)*dx[N]*DJr[N][j];
        }
        AIP[1][1] = r[1]*dr[1]*DJx[2][1]*exp(-Px[2][1]);
        AIM[1][1] = r[1]*dr[1]*DJx[1][1];
        AJP[1][1] = (r[1]+dr[1]/2)*dx[1]*DJr[1][2];
        AJM[1][1] = 0.0;
        AIP[N][1] = r[1]*dr[1]*DJx[N+1][1];
        if(Px[N-1][1] > 60)
            AIM[N][1] = r[1]*dr[1]*Px[N-1][1]*2*GAMAx/dx[N-1];
        else
            AIM[N][1] = r[1]*dr[1]*DJx[N][1]*exp(Px[N-1][1]);
            AJP[N][1] = (r[1]+dr[1]/2)*dx[N]*DJr[N][2];
            AJM[N][1] = 0.0;
        }
    }

/***** (5) BIBLIOTECA fluxos.h *****/

/* DETERMINACAO DOS FLUXOS Jx: EQUACAO (5-16) */

FLUXOJx(Jx,BJx,CJx,DJx,t,Px,dx,GAMAx)
double  Jx[M+1],BJx[M+1],CJx[M+1],DJx[M+1],t[M+2],Px[M+1],
        *dx,GAMAx;
    {
    int    i,j;
    double  a,b,c,d,PS[N+1],QS[N+1];

for(j = 1; j <= M; j++)

```

```

{
a = 1-BJx[1][j];
b = -BJx[1][j];
d = DJx[1][j]*(t[0][j]-exp(-Px[1][j])*t[1][j]);
PS[1] = b/a;
QS[1] = d/a;
for(i = 2; i <= N; i++)
{
a = 1-BJx[i][j]-CJx[i][j];
b = -BJx[i][j];
c = -CJx[i][j];
if(Px[i-1][j] > 60)
d = Px[i-1][j]*2*GAMAx/dx[i-1]*t[i-1][j];
else
d = DJx[i][j]*(exp(Px[i-1][j])*t[i-1][j]-exp(-Px[i][j])*t[i][j]);
PS[i] = b/(a-c*PS[i-1]);
QS[i] = (d+c*QS[i-1])/(a-c*PS[i-1]);
}
a = 1-CJx[N+1][j];
c = -CJx[N+1][j];
if(Px[N][j] > 60)
d = Px[N][j]*2*GAMAx/dx[N]*t[N][j];
else
d = DJx[N+1][j]*(exp(Px[N][j])*t[N][j]-t[N+1][j]);
Jx[N+1][j] = (d+c*QS[N])/(a-c*PS[N]);
for(i = N; i >= 1; i--)
Jx[i][j] = PS[i]*Jx[i+1][j]+QS[i];
}
}

/* DETERMINACAO DOS FLUXOS Jr: EQUACAO (5-19) */

FLUXOJr(Jr,BJr,CJr,DJr,t)
double Jr[M+2],BJr[M+2],CJr[M+2],DJr[M+2],t[M+2];
{
int i,j;
double a,b,c,d,PS[M+1],QS[M+1];

for(i = 1; i <= N; i++)
{
Jr[i][1] = 0.0;
a = 1-BJr[i][2]-CJr[i][2];
b = -BJr[i][2];
d = DJr[i][2]*(t[i][1]-t[i][2])-CJr[i][2]*Jr[i][1];
PS[2] = b/a;
QS[2] = d/a;
for(j = 3; j <= M; j++)
{
a = 1-BJr[i][j]-CJr[i][j];
b = -BJr[i][j];
c = -CJr[i][j];
d = DJr[i][j]*(t[i][j-1]-t[i][j]);
PS[j] = b/(a-c*PS[j-1]);
QS[j] = (d+c*QS[j-1])/(a-c*PS[j-1]);
}
a = 1-CJr[i][M+1];
c = -CJr[i][M+1];
d = DJr[i][M+1]*(t[i][M]-t[i][M+1]);
Jr[i][M+1] = (d+c*QS[M])/(a-c*PS[M]);
for(j = M; j >= 2; j--)
Jr[i][j] = PS[j]*Jr[i][j+1]+QS[j];
}
}

```

```

/* CORRECAO DOS FLUXOS Jx: EQUACAO (5-25a) */

CORRJx(Jx,te,DJx,Px,dx,GAMAx)
double  Jx[][M+1],te[][M+2],DJx[][M+1],Px[][M+1],*dx,GAMAx;
{
  int    i,j;

  for(j = 1; j <= M; j++)
  {
    Jx[1][j] = Jx[1][j]+DJx[1][j]*(te[0][j]-te[1][j]*exp(-Px[1][j]));
    for(i = 2; i <= N; i++)
    {
      if(Px[i-1][j] > 60)
        Jx[i][j] = Jx[i][j]+Px[i-1][j]*2*GAMAx/dx[i-1]*te[i-1][j];
      else
        Jx[i][j] = Jx[i][j]+DJx[i][j]*(te[i-1][j]*exp(Px[i-1][j])-te[i][j]*
          exp(-Px[i][j]));
    }
    Jx[N+1][j] = Jx[N-1][j]-(dx[N]+dx[N-1])/dx[N-1]*(Jx[N-1][j]-Jx[N][j]);
  }
}

/* CORRECAO DOS FLUXOS Jx: EQUACAO (5-25b) */

CORRJr(Jr,te,DJr)
double  Jr[][M+2],te[][M+2],DJr[][M+2];
{
  int    i,j;

  for(i = 1; i <= N; i++)
  for(j = 2; j <= M+1; j++)
    Jr[i][j] = Jr[i][j]+DJr[i][j]*(te[i][j-1]-te[i][j]);
}

/* DETERMINACAO DOS FLUXOS JJx E JJr: EQUACOES (5-18) E (5-21) */

FLUXOSJJ(JJx,JJr,Jx,Jr,BJx,CJx,BJr,CJr)
double  JJx[][M+1],JJr[][M+2],Jx[][M+1],Jr[][M+2],BJx[][M+1],CJx[][M+1],
        BJr[][M+2],CJr[][M+2];
{
  int    i,j;

  for(j = 1; j <= M; j++)
  {
    for(i = 2; i <= N; i++)
      JJx[i][j] = BJx[i][j]*(Jx[i][j]-Jx[i+1][j])+CJx[i][j]*(Jx[i][j]-
        Jx[i-1][j]);
    JJx[1][j] = BJx[1][j]*(Jx[1][j]-Jx[2][j]);
    JJx[N+1][j] = CJx[N+1][j]*(Jx[N+1][j]-Jx[N][j]);
  }
  for(i = 1; i <= N; i++)
  {
    for(j = 2; j <= M; j++)
      JJr[i][j] = BJr[i][j]*(Jr[i][j]-Jr[i][j+1])+CJr[i][j]*(Jr[i][j]-
        Jr[i][j-1]);
    JJr[i][M+1] = CJr[i][M+1]*(Jr[i][M+1]-Jr[i][M]);
    JJr[i][1] = 0.0;
  }
}

/***** (6) BIBLIOTECA campote.h *****/

/* DETERMINACAO DA CORRECAO DE TEMPERATURA DO GAS:

```

EQUACAO (5-26) */

```

CAMPOte(te,AIP,AIM,AJP,AJM,Jx,Jr,dx,r,dr,qr,ADM)
double te[M+2],AIP[M+1],AIM[M+1],AJP[M+1],AJM[M+1],Jx[M+1],
        Jr[M+2],*dx,*r,*dr,qr[M+1],ADM;
{
int i,j;
double a,b,c,d,PS[N+1],QS[N+1],aux,erro,erromax;

erromax = 1.0;
while(erromax >= 1.0E-9)
{
for(i = 1; i <= N; i++)
{
a = AIP[i][M]+AIM[i][M]+AJP[i][M]+AJM[i][M];
b = AJM[i][M];
d = AIP[i][M]*te[i+1][M]+AIM[i][M]*te[i-1][M]+r[M]*dr[M]*(Jx[i][M]-
        Jx[i+1][M])+(r[M]-dr[M]/2)*dx[i]*Jr[i][M]-(r[M]+dr[M]/2)*dx[i]*
        Jr[i][M+1]-r[M]*dr[M]*dx[i]*ADM*qr[i][M];
PS[M] = b/a;
QS[M] = d/a;
for(j = M-1; j >= 2; j--)
{
a = AIP[i][j]+AIM[i][j]+AJP[i][j]+AJM[i][j];
b = AJM[i][j];
c = AJP[i][j];
d = AIP[i][j]*te[i+1][j]+AIM[i][j]*te[i-1][j]+r[j]*dr[j]*(Jx[i][j]-
        Jx[i+1][j])+(r[j]-dr[j]/2)*dx[i]*Jr[i][j]-(r[j]+dr[j]/2)*dx[i]*
        Jr[i][j+1]-r[j]*dr[j]*dx[i]*ADM*qr[i][j];
PS[j] = b/(a-c*PS[j+1]);
QS[j] = (d+c*QS[j+1])/(a-c*PS[j+1]);
}
a = AIP[i][1]+AIM[i][1]+AJP[i][1]+AJM[i][1];
c = AJP[i][1];
d = AIP[i][1]*te[i+1][1]+AIM[i][1]*te[i-1][1]+r[1]*dr[1]*(Jx[i][1]-
        Jx[i+1][1])+(r[1]-dr[1]/2)*dx[i]*Jr[i][1]-(r[1]+dr[1]/2)*dx[i]*
        Jr[i][2]-r[1]*dr[1]*dx[i]*ADM*qr[i][1];
te[i][1] = (d+c*QS[2])/(a-c*PS[2]);
for(j = 2; j <= M; j++)
te[i][j] = PS[j]*te[i][j-1]+QS[j];
}
for(j = M; j >= 1; j--)
{
a = AIP[1][j]+AIM[1][j]+AJP[1][j]+AJM[1][j];
b = AIP[1][j];
d = AJP[1][j]*te[1][j+1]+AJM[1][j]*te[1][j-1]+r[j]*dr[j]*(Jx[1][j]-
        Jx[2][j])+(r[j]-dr[j]/2)*dx[1]*Jr[1][j]-(r[j]+dr[j]/2)*dx[1]*
        Jr[1][j+1]-r[j]*dr[j]*dx[1]*ADM*qr[1][j];
PS[1] = b/a;
QS[1] = d/a;
for(i = 2; i <= N-1; i++)
{
a = AIP[i][j]+AIM[i][j]+AJP[i][j]+AJM[i][j];
b = AIP[i][j];
c = AIM[i][j];
d = AJP[i][j]*te[i][j+1]+AJM[i][j]*te[i][j-1]+r[j]*dr[j]*(Jx[i][j]-
        Jx[i+1][j])+(r[j]-dr[j]/2)*dx[i]*Jr[i][j]-(r[j]+dr[j]/2)*dx[i]*
        Jr[i][j+1]-r[j]*dr[j]*dx[i]*ADM*qr[i][j];
PS[i] = b/(a-c*PS[i-1]);
QS[i] = (d+c*QS[i-1])/(a-c*PS[i-1]);
}
a = AIP[N][j]+AIM[N][j]+AJP[N][j]+AJM[N][j];
c = AIM[N][j];
d = AIP[N][j]*te[N+1][j]+AJP[N][j]*te[N][j+1]+AJM[N][j]*te[N][j-1]+

```

```

    r[j]*dr[j]*(Jx[N][j]-Jx[N+1][j])+(r[j]-dr[j]/2)*dx[N]*Jr[N][j]-
    (r[j]+dr[j]/2)*dx[N]*Jr[N][j+1]-r[j]*dr[j]*dx[N]*ADM*qr[N][j];
    aux = te[N][j];
    te[N][j] = (d+c*QS[N-1])/(a-c*PS[N-1]);
    erromax = fabs((te[N][j]-aux));
    for(i = N-1; i >= 1; i--)
    {
        aux = te[i][j];
        te[i][j] = PS[i]*te[i+1][j]+QS[i];
        erro = fabs((te[i][j]-aux));
        if(erro > erromax)
            erromax = erro;
    }
}
}
}

/***** (7) BIBLIOTECA campot.h *****/

/* DETERMINACAO DO CAMPO DE TEMPERATURA DO GAS:
   EQUACAO (5-22) */

extern double Tm;

double CAMPOt(t,AIP,AIM,AJP,AJM,JJx,JJr,dx,r,dr,Jr,GAMAr,qr,ADM,u,To,l)
double t[M+2],AIP[M+1],AIM[M+1],AJP[M+1],AJM[M+1],JJx[M+1],
    JJr[M+2],*dx,*r,*dr,Jr[M+2],*GAMAr,qr[M+1],ADM,*u,To,l;
{
    int i,j;
    double a,b,c,d,PS[N+1],QS[N+1],tt[N+2][M+2],aux,erro,erromax,ERRO3,tm;
    double alfa = 0.1;

    for(i = 0; i <= N+1; i++)
        for(j = 0; j <= M+1; j++)
            tt[i][j] = t[i][j];
    erromax = 1.0;
    while(erromax >= 1.0E-9)
    {
        for(i = 1; i <= N; i++)
        {
            a = AIP[i][M]+AIM[i][M]+AJP[i][M]+AJM[i][M];
            b = AJM[i][M];
            d = AIP[i][M]*t[i+1][M]+AIM[i][M]*t[i-1][M]+AJP[i][M]*t[i][M+1]+r[M]*
                dr[M]*(JJx[i][M]-JJx[i+1][M])+(r[M]-dr[M]/2)*dx[i]*JJr[i][M]-
                (r[M]+dr[M]/2)*dx[i]*JJr[i][M+1]-r[M]*dr[M]*dx[i]*ADM*qr[i][M];
            PS[M] = b/a;
            QS[M] = d/a;
            for(j = M-1; j >= 2; j--)
            {
                a = AIP[i][j]+AIM[i][j]+AJP[i][j]+AJM[i][j];
                b = AJM[i][j];
                c = AJP[i][j];
                d = AIP[i][j]*t[i+1][j]+AIM[i][j]*t[i-1][j]+r[j]*dr[j]*(JJx[i][j]-
                    JJx[i+1][j])+(r[j]-dr[j]/2)*dx[i]*JJr[i][j]-(r[j]+dr[j]/2)*dx[i]*
                    JJr[i][j+1]-r[j]*dr[j]*dx[i]*ADM*qr[i][j];
                PS[j] = b/(a-c*PS[j+1]);
                QS[j] = (d+c*QS[j+1])/(a-c*PS[j+1]);
            }
            a = AIP[i][1]+AIM[i][1]+AJP[i][1]+AJM[i][1];
            c = AJP[i][1];
            d = AIP[i][1]*t[i+1][1]+AIM[i][1]*t[i-1][1]+r[1]*dr[1]*(JJx[i][1]-
                JJx[i+1][1])+(r[1]-dr[1]/2)*dx[i]*JJr[i][1]-(r[1]+dr[1]/2)*dx[i]*
                JJr[i][2]-r[1]*dr[1]*dx[i]*ADM*qr[i][1];

```

```

t[i][1] = (d+c*QS[2])/(a-c*PS[2]);
for(j = 2; j <= M; j++)
  t[i][j] = PS[j]*t[i][j-1]+QS[j];
}
for(j = M; j >= 1; j--)
{
a = AIP[1][j]+AIM[1][j]+AJP[1][j]+AJM[1][j];
b = AIP[1][j];
d = AIM[1][j]*t[0][j]+AJP[1][j]*t[1][j+1]+AJM[1][j]*t[1][j-1]+r[j]*
  dr[j]*(JJx[1][j]-JJx[2][j])+(r[j]-dr[j]/2)*dx[1]*JJr[1][j]-(r[j]+
  dr[j]/2)*dx[1]*JJr[1][j+1]-r[j]*dr[j]*dx[1]*ADM*qr[1][j];
PS[1] = b/a;
QS[1] = d/a;
for(i = 2; i <= N-1; i++)
{
a = AIP[i][j]+AIM[i][j]+AJP[i][j]+AJM[i][j];
b = AIP[i][j];
c = AIM[i][j];
d = AJP[i][j]*t[i][j+1]+AJM[i][j]*t[i][j-1]+r[j]*dr[j]*(JJx[i][j]-
  JJx[i+1][j])+(r[j]-dr[j]/2)*dx[i]*JJr[i][j]-(r[j]+dr[j]/2)*dx[i]*
  JJr[i][j+1]-r[j]*dr[j]*dx[i]*ADM*qr[i][j];
PS[i] = b/(a-c*PS[i-1]);
QS[i] = (d+c*QS[i-1])/(a-c*PS[i-1]);
}
a = AIP[N][j]+AIM[N][j]+AJP[N][j]+AJM[N][j];
c = AIM[N][j];
d = AIP[N][j]*t[N+1][j]+AJP[N][j]*t[N][j+1]+AJM[N][j]*t[N][j-1]+r[j]*
  dr[j]*(JJx[N][j]-JJx[N+1][j])+(r[j]-dr[j]/2)*dx[N]*JJr[N][j]-(r[j]+
  dr[j]/2)*dx[N]*JJr[N][j+1]-r[j]*dr[j]*dx[N]*ADM*qr[N][j];
aux = t[N][j];
t[N][j] = (d+c*QS[N-1])/(a-c*PS[N-1]);
erromax = fabs((t[N][j]-aux)/t[N][j]);
for(i = N-1; i >= 1; i--)
{
aux = t[i][j];
t[i][j] = PS[i]*t[i+1][j]+QS[i];
erro = fabs((t[i][j]-aux)/t[i][j]);
if(erro > erromax)
  erromax = erro;
}
}
}

/* DETERMINACAO DAS TEMPERATURAS DO GAS NAS FRONTEIRAS (C) E (D) */

for(i = 1; i <= N; i++)
  t[i][0] = t[i][1]+Jr[i][2]*dr[1]/(8*GAMAr[1]);
for(j = 0; j <= M; j++)
  t[N+1][j] = t[N-1][j]-(dx[N]+2*dx[N-1])/(dx[N]+dx[N-1])*(t[N-1][j]-
  t[N][j]);

/* DETERMINACAO DA TEMPERATURA DE MISTURA MEDIA DO GAS */

Tm = 0.0;
for(i = 1; i <= N; i++)
{
tm = 0.0;
for(j = 1; j <= M; j++)
  tm = tm+8*u[j]*t[i][j]*r[j]*dr[j];
tm = tm*dx[i];
Tm = Tm+tm;
}
Tm = To*Tm/I;

```

```
/* DETERMINACAO DO ERRO MAXIMO NO CALCULO DA TEMPERATURA DO
   GAS ENTRE DOIS PASSOS CONSECUTIVOS */
```

```
ERRO3 = 0.0;
for(i = 1; i <= N+1; i++)
  for(j = 0; j <= M; j++)
  {
    erro = fabs((t[i][j]-tt[i][j])/t[i][j]);
    if(erro > ERRO3)
      ERRO3 = erro;
    t[i][j] = tt[i][j]+alfa*(t[i][j]-tt[i][j]);
  }

return(ERRO3);
}
```

```
/****** (8) BIBLIOTECA campotp.h *****/
```

```
/* DETERMINACAO DAS DISTRIBUICOES DE TEMPERATURA NO TUBO E
   NO ISOLANTE */
```

```
#include "campots.h"
#include "he.h"

#define N 300

extern double Jp1;

double CAMPOtp(tp,ts,t,Jr,dx,c1,c2,c3,Too,To,s1,s3,Ds,grp)
double *tp,*ts,t[M+2],Jr[M+2],*dx,c1,c2,c3,Too,To,s1,s3,Ds,*grp;
{
  int i;
  double BJp[N+1],CJp[N+1],DJp[N+1],Jp[N+2],JJp[N+2],AIPp[N+1],
    AIMp[N+1],tpe[N+1],a,b,c,d,PS[N],QS[N],ttp[N+2],tts[N+2],
    erro,erromax,aux,ERRO2,S,balanco;
  double alfa = 0.05;

  for(i = 0; i <= N+1; i++)
    ttp[i] = tp[i];
  DJp[1] = 2.0/dx[1];
  BJp[1] = 1.0/4;
  for(i = 2; i <= N; i++)
  {
    DJp[i] = 2.0/(dx[i]+dx[i-1]);
    BJp[i] = dx[i]*DJp[i]/8;
    CJp[i] = dx[i-1]*DJp[i]/8;
  }
  for(i = 1; i <= N; i++)
  {
    AIPp[i] = DJp[i+1];
    AIMp[i] = DJp[i];
  }
  Jp[N+1] = 0.0;
  tpe[0] = 0.0;
  erromax = 1.0;
  while(erromax >= 1.0E-9)
  {
    erromax = 1.0;

    /* DETERMINACAO DA TEMPERATURA DO TUBO: EQUACAO (5-39) */

    while(erromax >= 1.0E-9)
    {
```

```

a = 1-BJp[1];
b = -BJp[1];
d = DJp[1]*(tp[0]-tp[1]);
PS[2] = b/a;
QS[2] = d/a;
for(i = 2; i <= N-1; i++)
{
a = 1-BJp[i]-CJp[i];
b = -BJp[i];
c = -CJp[i];
d = DJp[i]*(tp[i-1]-tp[i]);
PS[i] = b/(a-c*PS[i-1]);
QS[i] = (d+c*QS[i-1])/(a-c*PS[i-1]);
}
a = 1-BJp[N]-CJp[N];
c = -CJp[N];
d = DJp[N]*(tp[N-1]-tp[N])-BJp[N]*Jp[N+1];
Jp[N] = (d+c*QS[N-1])/(a-c*PS[N-1]);
for(i = N-1; i >= 1; i--)
Jp[i] = Jp[i+1]*PS[i]+QS[i];
a = AIPp[1]+AIMp[1];
b = AIPp[1];
d = AIMp[1]*tpe[0]+(c1*Jr[1][M+1]-c2*grp[1]-c3*(tp[1]-ts[1]))*
dx[1]+Jp[1]-Jp[2];
PS[1] = b/a;
QS[1] = d/a;
for(i = 2; i <= N-1; i++)
{
a = AIPp[i]+AIMp[i];
b = AIPp[i];
c = AIMp[i];
d = (c1*Jr[i][M+1]-c2*grp[i]-c3*(tp[i]-ts[i]))*dx[i]+
Jp[i]-Jp[i+1];
PS[i] = b/(a-c*PS[i-1]);
QS[i] = (d+c*QS[i-1])/(a-c*PS[i-1]);
}
a = AIMp[N];
c = AIMp[N];
d = (c1*Jr[N][M+1]-c2*grp[N]-c3*(tp[N]-ts[N]))*dx[N]+Jp[N]-Jp[N+1];
tpe[N] = (d+c*QS[N-1])/(a-c*PS[N-1]);
for(i = N-1; i >= 1; i--)
tpe[i] = tpe[i+1]*PS[i]+QS[i];
for(i = 1; i <= N; i++)
Jp[i] = Jp[i]+DJp[i]*(tpe[i-1]-tpe[i]);
JJp[1] = BJp[1]*(Jp[1]-Jp[2]);
for(i = 2; i <= N; i++)
JJp[i] = BJp[i]*(Jp[i]-Jp[i+1])+CJp[i]*(Jp[i]-Jp[i-1]);
a = AIPp[1]+AIMp[1]+c3*dx[1];
b = AIPp[1];
d = AIMp[1]*tp[0]+(c1*Jr[1][M+1]-c2*grp[1]+c3*ts[1])*dx[1]+
JJp[1]-JJp[2];
PS[1] = b/a;
QS[1] = d/a;
for(i = 2; i <= N-1; i++)
{
a = AIPp[i]+AIMp[i]+c3*dx[i];
b = AIPp[i];
c = AIMp[i];
d = (c1*Jr[i][M+1]-c2*grp[i]+c3*ts[i])*dx[i]+JJp[i]-JJp[i+1];
PS[i] = b/(a-c*PS[i-1]);
QS[i] = (d+c*QS[i-1])/(a-c*PS[i-1]);
}
a = AIMp[N]+c3*dx[N];
c = AIMp[N];

```

```

d = (c1*Jr[N][M+1]-c2*qrp[N]+c3*ts[N])*dx[N]+JJp[N];
aux = tp[N];
tp[N] = (d+c*QS[N-1])/(a-c*PS[N-1]);
erromax = fabs((tp[N]-aux)/tp[N]);
for(i = N-1; i >= 1; i--)
{
    aux = tp[i];
    tp[i] = PS[i]*tp[i+1]+QS[i];
    erro = fabs((tp[i]-aux)/tp[i]);
    if(erro > erromax)
        erromax = erro;
}
}

/* DETERMINACAO DA TEMPERATURA DA SUPERFICIE EXTERNA
DO ISOLANTE: EQUACAO (5-44) */

for(i = 1; i <= N; i++)
    tts[i] = ts[i];
CAMPOts(ts,tp,Too,To,s1,s3,Ds);

erromax = 0.0;
for(i = 1; i <= N; i++)
{
    erro = fabs(ts[i]-tts[i])/ts[i];
    if(erro > erromax)
        erromax = erro;
}
}

/* DETERMINACAO DA TEMPERATURA DO TUBO NA EXTREMIDADE FINAL E
DO FLUXO DE CALOR AXIAL NO TUBO EM x = 0 */

tp[N+1] = tp[N]-Jp[N]*dx[N]/8;
Jp1 = Jp[1];

/* DETERMINACAO DO ERRO MAXIMO NO CALCULO DA TEMPERATURA DO
TUBO ENTRE DOIS PASSOS CONSECUTIVOS */

ERRO2 = 0.0;
for(i = 1; i <= N+1; i++)
{
    erro = fabs((tp[i]-ttp[i])/tp[i]);
    tp[i] = ttp[i]+alfa*(tp[i]-ttp[i]);
    t[i][M+1] = tp[i];
    if(erro > ERRO2)
        ERRO2 = erro;
}
return(ERRO2);
}

/***** (8.1) BIBLIOTECA campots.h *****/

/* DETERMINACAO DA TEMPERATURA DA SUPERFICIE EXTERNA DO
ISOLANTE: EQUACAO (5-44) */

CAMPOts(ts,tp,Too,To,s1,s3,Ds)
double *ts,*tp,Too,To,s1,s3,Ds;
{
    int i;
    double too,s2,he,fhe(),fts();

    too = Too/To;

```

```

for(i = 0; i <= N+1; i++)
{
  he = fhe(ts[i],Too,To,Ds);
  s2 = he*Ds;
  ts[i] = fts(ts[i],tp[i],too,s1,s2,s3);
}
}

/* FUNCAO EMPREGADA EM CAMPOts() */

double fts(tsi,tpi,too,s1,s2,s3)
double tsi,tpi,too,s1,s2,s3;
{
  double f,Df,aux,erro;

  erro = 1.0;
  while(erro >= 1.0E-9)
  {
    aux = tsi;
    f = s1*(tpi-tsi)-s2*(tsi-too)-s3*(tsi*tsi*tsi*tsi-too*too*too);
    Df = -s1-s2-4*s3*tsi*tsi*tsi;
    tsi = (aux-f)/Df;
    erro = fabs((tsi-aux)/tsi);
  }
  return(tsi);
}

/***** (8.2) BIBLIOTECA he.h *****/

/* DETERMINACAO DO COEFICIENTE DE PELICULA PARA A CONVECCAO
   NATURAL NO LADO EXTERNO DO DUTO: EQUACAO (4-18) */

double fhe(tsi,Too,To,Ds)
double tsi,Too,To,Ds;
{
  double g = 9.81;
  double he,Tfm,beta,miar,fmiar(),cpar,fcpar(),kar,fkar(),rar,frar(),var,
    Pr,Gr,Ra,A,Nu;

  Tfm = (tsi+Too/To)*To/2;
  beta = 1/Tfm;
  miar = fmiar(Tfm);
  cpar = fcpar(Tfm);
  rar = frar(Tfm);
  kar = fkar(Tfm);
  var = miar/rar;
  Pr = miar*cpar/kar;
  Gr = g*beta*(tsi-Too/To)*To*Ds*Ds*Ds/(var*var);
  Ra = Gr*Pr;
  A = exp(8.0/27*log(1+exp(9.0/16*log(0.559/Pr))));
  Nu = 0.60+0.387*exp(1.0/6*log(Ra))/A;
  Nu = Nu*Nu;
  he = Nu*kar/Ds;
  return(he);
}

/* DETERMINACAO DAS PROPRIEDADES DO AR NA TEMPERATURA DE FILME */

/* CONDUTIVIDADE TERMICA */

double fkar(T)
double T;
{

```

```

double kar;

kar = 0.00709278+7.08749E-5*T-9.61458E-9*T*T;
return(kar);
}

/* VISCOSIDADE DINAMICA */

double fmiar(T)
double T;
{
double miar;

miar = (0.286217+0.00613621*T-3.23135E-6*T*T+9.73235E-10*T*T*T)*1.0E-5;
return(miar);
}

/* DENSIDADE */

double frar(T)
double T;
{
double rar;

rar = 346.314*exp(-0.997291*log(T));
return(rar);
}

/* CALOR ESPECIFICO A PRESSAO CONSTANTE */

double fcpar(T)
double T;
{
double cpar;

cpar = 1.07384-0.000564517*T+1.42137E-6*T*T-1.07564E-9*T*T*T
+2.86493E-13*T*T*T*T;
cpar = cpar*1000;
return(cpar);
}

/***** (9) BIBLIOTECA areas.h *****/

/* DETERMINACAO DAS AREAS DE TROCA DIRETA */

#include "gg.h"
#include "gs.h"
#include "ss.h"
#include "sr.h"
#include "gr.h"

#define Nz 300
#define Mz 8

/* AREAS DE TROCA DIRETA GAS-GAS */

AREASgg(gg1,gg2,gg3,rz,Di,dxz,a)
double gg1[][Mz+1][Nz+1],gg2[][Mz+1][Nz+1],gg3[][Mz+1][Nz+1],*rz,Di,
dxz,*a;
{
int iz,jz,jz;
double R1,DR1,R2,DR2,DX,DX1,DX2,Vz,aa,fgg(),aux,pi,limite;

```

```

pi = 4*atan(1.0);
limite = 1.0E-3;
for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
  for(jjz = 1; jjz <= Mz; jjz++)
    for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
      {
        gg1[jz][jjz][iz] = 0.0;
        gg2[jz][jjz][iz] = 0.0;
        gg3[jz][jjz][iz] = 0.0;
      }
DX1 = dxz;
DX2 = DX1;
for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
  {
    R1 = rz[jz];
    DR1 = rz[jz]-rz[jz-1];
    Vz = 2*pi*(R1-DR1/2)*DR1*DX1;
    for(jjz = jz; jjz <= Mz; jjz++)
      {
        R2 = rz[jjz];
        DR2 = rz[jjz]-rz[jjz-1];
        aa = a[1];
        iz = 1;
        while(iz <= Nz)
          {
            DX = iz*dxz;
            gg1[jz][jjz][iz] = fgg(R1,R2,DR1,DR2,DX,DX1,DX2,Di*aa);
            if(gg1[jz][jjz][iz] < 0.0)
              gg1[jz][jjz][iz] = 0.0;
            gg1[jjz][jz][iz] = gg1[jz][jjz][iz];
            aux = Mz*Nz*gg1[jz][jjz][iz]/(4*Di*aa*Vz);
            if(aux <= limite)
              iz = Nz;
            iz = iz+1;
          }
        aa = a[2];
        iz = 1;
        while(iz <= Nz)
          {
            DX = iz*dxz;
            gg2[jz][jjz][iz] = fgg(R1,R2,DR1,DR2,DX,DX1,DX2,Di*aa);
            if(gg2[jz][jjz][iz] < 0.0)
              gg2[jz][jjz][iz] = 0.0;
            gg2[jjz][jz][iz] = gg2[jz][jjz][iz];
            aux = Mz*Nz*gg2[jz][jjz][iz]/(4*Di*aa*Vz);
            if(aux <= limite)
              iz = Nz;
            iz = iz+1;
          }
        aa = a[3];
        iz = 1;
        while(iz <= Nz)
          {
            DX = iz*dxz;
            gg3[jz][jjz][iz] = fgg(R1,R2,DR1,DR2,DX,DX1,DX2,Di*aa);
            if(gg3[jz][jjz][iz] < 0.0)
              gg3[jz][jjz][iz] = 0.0;
            gg3[jjz][jz][iz] = gg3[jz][jjz][iz];
            aux = Mz*Nz*gg3[jz][jjz][iz]/(4*Di*aa*Vz);
            if(aux <= limite)
              iz = Nz;
            iz = iz+1;
          }
      }
  }
}

```

```

}
}

/* AREAS DE TROCA DIRETA GAS-SUPERFICIE */

AREASgs(gs1,gs2,gs3,rz,Di,dxz,a)
double gs1[][Nz+1],gs2[][Nz+1],gs3[][Nz+1],*rz,Di,dxz,*a;
{
int iz,jz;
double R1,R2,DR1,DX,DX1,DX2,Vz,aa,fgs(),aux,pi,limite;

pi = 4.0*atan(1.0);
limite = 1.0E-3;
for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
{
gs1[jz][iz] = 0.0;
gs2[jz][iz] = 0.0;
gs3[jz][iz] = 0.0;
}
R2 = 0.5;
DX1 = dxz;
DX2 = DX1;
for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
{
R1 = rz[jz];
DR1 = rz[jz]-rz[jz-1];
Vz = 2*pi*(R1-DR1/2)*DR1*DX2;
aa = a[1];
iz = 1;
while(iz <= Nz)
{
DX = iz*dxz;
gs1[jz][iz] = fgs(R1,R2,DR1,DX,DX1,DX2,Di*aa);
aux = Nz*gs1[jz][iz]/(4*Di*aa*Vz);
if(aux <= limite)
iz = Nz;
iz = iz+1;
}
aa = a[2];
iz = 1;
while(iz <= Nz)
{
DX = iz*dxz;
gs2[jz][iz] = fgs(R1,R2,DR1,DX,DX1,DX2,Di*aa);
aux = Nz*gs2[jz][iz]/(4*Di*aa*Vz);
if(aux <= limite)
iz = Nz;
iz = iz+1;
}
aa = a[3];
iz = 1;
while(iz <= Nz)
{
DX = iz*dxz;
gs3[jz][iz] = fgs(R1,R2,DR1,DX,DX1,DX2,Di*aa);
aux = Nz*gs3[jz][iz]/(4*Di*aa*Vz);
if(aux <= limite)
iz = Nz;
iz = iz+1;
}
}
}
}

```

```
/* AREAS DE TROCA DIRETA SUPERFICIE-SUPERFICIE */
```

```
AREASsss(ss0,ss1,ss2,ss3,Di,dxz,a)
```

```
double *ss0,*ss1,*ss2,*ss3,Di,dxz,*a;
```

```
{
```

```
int iz,jz;
```

```
double R1,DX,DX1,DX2,Az,aa,fss(),aux,pi,limite;
```

```
pi = 4.0*atan(1.0);
```

```
limite = 1.0E-5;
```

```
for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
```

```
{
```

```
ss0[iz] = 0.0;
```

```
ss1[iz] = 0.0;
```

```
ss2[iz] = 0.0;
```

```
ss3[iz] = 0.0;
```

```
}
```

```
R1 = 0.5;
```

```
DX1 = dxz;
```

```
DX2 = DX1;
```

```
Az = 2*pi*R1*DX1;
```

```
aa = a[0];
```

```
iz = 1;
```

```
while(iz <= Nz)
```

```
{
```

```
DX = iz*dxz;
```

```
ss0[iz] = fss(R1,DX,DX1,DX2,Di*aa);
```

```
aux = ss0[iz]/Az;
```

```
if(aux <= limite)
```

```
iz = Nz;
```

```
iz = iz+1;
```

```
}
```

```
aa = a[1];
```

```
iz = 1;
```

```
while(iz <= Nz)
```

```
{
```

```
DX = iz*dxz;
```

```
ss1[iz] = fss(R1,DX,DX1,DX2,Di*aa);
```

```
aux = ss1[iz]/Az;
```

```
if(aux <= limite)
```

```
iz = Nz;
```

```
iz = iz+1;
```

```
}
```

```
aa = a[2];
```

```
iz = 1;
```

```
while(iz <= Nz)
```

```
{
```

```
DX = iz*dxz;
```

```
ss2[iz] = fss(R1,DX,DX1,DX2,Di*aa);
```

```
aux = ss2[iz]/Az;
```

```
if(aux <= limite)
```

```
iz = Nz;
```

```
iz = iz+1;
```

```
}
```

```
aa = a[3];
```

```
iz = 1;
```

```
while(iz <= Nz)
```

```
{
```

```
DX = iz*dxz;
```

```
ss3[iz] = fss(R1,DX,DX1,DX2,Di*aa);
```

```
aux = ss3[iz]/Az;
```

```
if(aux <= limite)
```

```
iz = Nz;
```

```
iz = iz+1;
```

```
}
```

```

}
}

/* AREAS DE TROCA DIRETA SUPERFICIE-RESERVATORIO */

AREASsr(sr0,sr1,sr2,sr3,Di,dxz,a)
double *sr0,*sr1,*sr2,*sr3,Di,dxz,*a;
{
int iz;
double R1,DX,DX1,Az,aa,fsr(),aux,pi,limite;

pi = 4.0*atan(1.0);
limite = 1.0E-5;
for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
{
sr0[iz] = 0.0;
sr1[iz] = 0.0;
sr2[iz] = 0.0;
sr3[iz] = 0.0;
}
R1 = 0.5;
DX1 = dxz;
Az = 2*pi*R1*DX1;
aa = a[0];
iz = 1;
while(iz <= Nz)
{
DX = iz*dxz;
sr0[iz] = fsr(R1,DX,DX1,Di*aa);
aux = sr0[iz]/Az;
if(aux <= limite)
iz = Nz;
iz = iz+1;
}
aa = a[1];
iz = 1;
while(iz <= Nz)
{
DX = iz*dxz;
sr1[iz] = fsr(R1,DX,DX1,Di*aa);
aux = sr1[iz]/Az;
if(aux <= limite)
iz = Nz;
iz = iz+1;
}
aa = a[2];
iz = 1;
while(iz <= Nz)
{
DX = iz*dxz;
sr2[iz] = fsr(R1,DX,DX1,Di*aa);
aux = sr2[iz]/Az;
if(aux <= limite)
iz = Nz;
iz = iz+1;
}
aa = a[3];
iz = 1;
while(iz <= Nz)
{
DX = iz*dxz;
sr3[iz] = fsr(R1,DX,DX1,Di*aa);
aux = sr3[iz]/Az;
if(aux <= limite)

```

```

    iz = Nz;
    iz = iz+1;
}
}

/* AREAS DE TROCA DIRETA GAS-RESERVATORIO */

AREASgr(gr1,gr2,gr3,rz,Di,dxz,a)
double gr1[][Nz+1],gr2[][Nz+1],gr3[][Nz+1],*rz,Di,dxz,*a;
{
int    iz,jz;
double R1,R2,DR1,DX,DX1,Vz,aa,fgr(),aux,pi,limite;

pi = 4.0*atan(1.0);
limite = 1.0E-3;
for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
  for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
    {
    gr1[jz][iz] = 0.0;
    gr2[jz][iz] = 0.0;
    gr3[jz][iz] = 0.0;
    }
DX1 = dxz;
R2 = 0.5;
for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
  {
  R1 = rz[jz];
  DR1 = rz[jz]-rz[jz-1];
  Vz = 2*pi*(R1-DR1/2)*DR1*DX1;
  aa = a[1];
  iz = 1;
  while(iz <= Nz)
    {
    DX = iz*dxz;
    gr1[jz][iz] = fgr(R1,R2,DR1,DX,DX1,Di*aa);
    aux = gr1[jz][iz]/(4*Di*aa*Vz);
    if(aux <= limite)
      iz = Nz;
    iz = iz+1;
    }
  aa = a[2];
  iz = 1;
  while(iz <= Nz)
    {
    DX = iz*dxz;
    gr2[jz][iz] = fgr(R1,R2,DR1,DX,DX1,Di*aa);
    aux = gr2[jz][iz]/(4*Di*aa*Vz);
    if(aux <= limite)
      iz = Nz;
    iz = iz+1;
    }
  aa = a[3];
  iz = 1;
  while(iz <= Nz)
    {
    DX = iz*dxz;
    gr3[jz][iz] = fgr(R1,R2,DR1,DX,DX1,Di*aa);
    aux = gr3[jz][iz]/(4*Di*aa*Vz);
    if(aux <= limite)
      iz = Nz;
    iz = iz+1;
    }
  }
}
}

```

```

/***** (9.1) BIBLIOTECA gg.h *****/

/* DETERMINACAO DA AREA DE TROCA DIRETA ENTRE DUAS ZONAS DE
   GÁS: EQUACAO (3-64) */

double  DXi,qsi,xi,wi;

double  fgg(R1,R2,DR1,DR2,DX,DX1,DX2,a)
double  R1,R2,DR1,DR2,DX,DX1,DX2,a;
{
int      i;
double  gg,fgg1();

gg = 0.0;
for(i = 1; i <= 4; i++)
{
fDXqsi(DX,DX1,DX2,i);
if(DXi != 0.0)
    gg = gg+qsi*fgg1(R1,R2,DXi,a);
if(R2-DR2 != 0.0 && DXi != 0.0)
    gg = gg-qsi*fgg1(R1,R2-DR2,DXi,a);
}
for(i = 1; i <= 4; i++)
{
fDXqsi(DX,DX1,DX2,i);
if(R1-DR1 != 0.0 && DXi != 0.0)
    gg = gg-qsi*fgg1(R1-DR1,R2,DXi,a);
if(R1-DR1 != 0.0 && R2-DR2 != 0.0 && DXi != 0.0)
    gg = gg+qsi*fgg1(R1-DR1,R2-DR2,DXi,a);
}
gg = gg/2;
return(gg);
}

double  fgg1(R1,R2,DX,a)
double  R1,R2,DX,a;
{
int      i,j,n;
double  pi,l,gg1,L1,L2,fgg11(),fgg12(),fgg13(),fgg14(),Rmin,dL,DXmax,aux;

pi = 4.0*atan(1.0);
if(R1 <= R2)
{
Rmin = R1;
DXmax = 0.5;
}
else
{
Rmin = R2;
DXmax = 1.0;
}
aux = pi*Rmin*Rmin*a*a;
l = 0.0;
for(i = 1; i <= 10; i++)
    l = l+fgg11(i,R1,R2,DX,a);
gg1 = 2*R1*R2*a*a*pi*l;
L2 = sqrt((R2-R1)*(R2-R1)+DX*DX);
L1 = fabs(R2-R1);
if(L1 != L2 && L2-L1 > DXmax)
{
n = ((L2-L1)-fmod((L2-L1),DXmax))/DXmax+1;
dL = (L2-L1)/n;
}
}

```

```

if(L1 == 0.0)
{
l = 0.0;
for(i = 1; i <= 10; i++)
l = l+fgg12(i,R1,R2,DX,L1,dL/10,a);
gg1 = gg1+aux*dL/10*i;
l = 0.0;
for(i = 1; i <= 10; i++)
l = l+fgg12(i,R1,R2,DX,dL/10,dL,a);
gg1 = gg1+aux*9*dL/10*i;
n = n-1;
L1 = dL;
}
for(j = 1; j <= n; j++)
{
l = 0.0;
for(i = 1; i <= 10; i++)
l = l+fgg12(i,R1,R2,DX,L1,L1+dL,a);
gg1 = gg1+aux*dL*i;
L1 = L1+dL;
}
}
L1 = fabs(R2-R1);
if(L1 != L2 && L2-L1 <= DXmax)
{
if(L1 == 0.0)
{
l = 0.0;
for(i = 1; i <= 10; i++)
l = l+fgg12(i,R1,R2,DX,L1,L2/10,a);
gg1 = gg1+aux*L2/10*i;
l = 0.0;
for(i = 1; i <= 10; i++)
l = l+fgg12(i,R1,R2,DX,L2/10,L2,a);
gg1 = gg1+aux*9*L2/10*i;
}
else
{
l = 0.0;
for(i = 1; i <= 10; i++)
l = l+fgg12(i,R1,R2,DX,L1,L2,a);
gg1 = gg1+aux*(L2-L1)*i;
}
}
L1 = 0.0;
if(L2 > DXmax)
{
n = (L2-fmod(L2,DXmax))/DXmax+1;
dL = L2/n;
for(j = 1; j <= n; j++)
{
l = 0.0;
for(i = 1; i <= 10; i++)
l = l+fgg13(i,DX,L1,L1+dL,a);
gg1 = gg1+aux*dL*i;
L1 = L1+dL;
}
}
else
{
l = 0.0;
for(i = 1; i <= 10; i++)
l = l+fgg13(i,DX,L1,L2,a);
gg1 = gg1+aux*(L2-L1)*i;
}
}

```

```

}
L1 = DX;
l = 0.0;
if(L1 != L2)
  for(i = 1; i <= 10; i++)
    l = l+fgg14(i,DX,L1,L2,a);
gg1 = gg1+aux*(L2-L1)*l;
return(gg1);
}

double fgg11(i,R1,R2,DX,a)
int i;
double R1,R2,DX,a;
{
int ii;
double pi,betai,r,P,psi,l,gg11,fgg1110;

pi = 4.0*atan(1.0);
fxw(i);
betai = pi/2*(xi+1);
if(R1 == R2)
{
r = 2*R1*sin(betai/2);
P = R1*R1*(pi-betai-sin(betai))*sin(betai);
}
else
{
r = sqrt(R1*R1+R2*R2-2*R1*R2*cos(betai));
P = (R1*R1*acos((R1-R2*cos(betai))/r)+R2*R2*acos((R2-R1*cos(betai))/r)-
R1*R2*sin(betai))*sin(betai);
}
psi = atan(DX/r);
l = 0.0;
for(ii = 1; ii <= 10; ii++)
  l = l+fgg111(ii,psi,a,r);
gg11 = P*psi*l/2;
fxw(i);
betai = pi/2*(-xi+1);
if(R1 == R2)
{
r = 2*R1*sin(betai/2);
P = R1*R1*(pi-betai-sin(betai))*sin(betai);
}
else
{
r = sqrt(R1*R1+R2*R2-2*R1*R2*cos(betai));
P = (R1*R1*acos((R1-R2*cos(betai))/r)+R2*R2*acos((R2-R1*cos(betai))/r)-
R1*R2*sin(betai))*sin(betai);
}
psi = atan(DX/r);
l = 0.0;
for(ii = 1; ii <= 10; ii++)
  l = l+fgg111(ii,psi,a,r);
gg11 = gg11+P*psi*l/2;
fxw(i);
gg11 = wi*gg11;
return(gg11);
}

double fgg111(ii,psi,a,r)
int ii;
double psi,a,r;
{
double fi,gg111;

```

```

fxw(ii);
fi = psi/2*(xi+1);
gg111 = (tan(psi)-tan(fi))*exp(-a*r/cos(fi));
fi = psi/2*(-xi+1);
gg111 = gg111+(tan(psi)-tan(fi))*exp(-a*r/cos(fi));
gg111 = wi*gg111;
return(gg111);
}

double fgg12(i,R1,R2,DX,L1,L2,a)
int i;
double R1,R2,DX,L1,L2,a;
{
double Li,gg12;

fxw(i);
Li = (L2-L1)/2*xi+(L2+L1)/2;
gg12 = (Li*Li-(R2-R1)*(R2-R1)-2*DX*sqrt(Li*Li-(R2-R1)*(R2-R1)))*
exp(-a*Li)/Li;
Li = (L2-L1)/2*(-xi)+(L2+L1)/2;
gg12 = gg12+(Li*Li-(R2-R1)*(R2-R1)-2*DX*sqrt(Li*Li-(R2-R1)*(R2-R1)))*
exp(-a*Li)/Li;
gg12 = wi*gg12;
return(gg12);
}

double fgg13(i,DX,L1,L2,a)
int i;
double DX,L1,L2,a;
{
double Li,gg13;

fxw(i);
Li = (L2-L1)/2*xi+(L2+L1)/2;
gg13 = (2*DX-Li)*exp(-a*Li);
Li = (L2-L1)/2*(-xi)+(L2+L1)/2;
gg13 = gg13+(2*DX-Li)*exp(-a*Li);
gg13 = wi*gg13;
return(gg13);
}

double fgg14(i,DX,L1,L2,a)
int i;
double DX,L1,L2,a;
{
double Li,gg14;

fxw(i);
Li = (L2-L1)/2*xi+(L2+L1)/2;
gg14 = (DX-Li)*(DX-Li)*exp(-a*Li)/Li;
Li = (L2-L1)/2*(-xi)+(L2+L1)/2;
gg14 = gg14+(DX-Li)*(DX-Li)*exp(-a*Li)/Li;
gg14 = wi*gg14;
return(gg14);
}

/***** (9.2) BIBLIOTECA gs.h *****/

/* DETERMINACAO DA AREA DE TROCA DIRETA ENTRE UMA ZONA DE GAS
E UMA ZONA DE SUPERFICIE DO TUBO: EQUACAO (3-65) */

double DXi,qsi,xi,wi;

```

```

double fgs(R1,R2,DR1,DX,DX1,DX2,a)
double R1,R2,DR1,DX,DX1,DX2,a;
{
int i;
double gs,fgs1();

gs = 0.0;
for(i = 1; i <= 4; i++)
{
fDXqsi(DX,DX1,DX2,i);
if(R1 != 0.0 && R2 != 0.0 && DXi != 0.0)
gs = gs+qsi*fgs1(R1,R2,DXi,a);
if(R1-DR1 != 0.0 && R2 != 0.0 && DXi != 0.0)
gs = gs-qsi*fgs1(R1-DR1,R2,DXi,a);
}
gs = gs/2;
return(gs);
}

```

```

double fgs1(R1,R2,DX,a)
double R1,R2,DX,a;
{
int i;
double l,pi,fgs11(),gs1;

pi = 4.0*atan(1.0);
l = 0.0;
for(j = 1; j <= 10; j++)
l = l+fgs11(j,R1,R2,DX,a);
gs1 = 4*R1*R1*R2*R2*a*pi*l;
return(gs1);
}

```

```

double fgs11(i,R1,R2,DX,a)
int i;
double R1,R2,DX,a;
{
int ii;
double pi,betai,r,psi,l,gs11,fgs111();

pi = 4.0*atan(1.0);
fxw(i);
betai = pi/2*(xi+1);
if(R1 == R2)
r = 2*R1*sin(betai/2);
else
r = sqrt(R1*R1+R2*R2-2*R1*R2*cos(betai));
psi = atan(DX/r);
l = 0.0;
for(ii = 1; ii <= 10; ii++)
l = l+fgs111(ii,psi,a,r);
gs11 = sin(betai)*sin(betai)*psi*l/(2*r);
fxw(i);
betai = pi/2*(-xi+1);
if(R1 == R2)
r = 2*R1*sin(betai/2);
else
r = sqrt(R1*R1+R2*R2-2*R1*R2*cos(betai));
psi = atan(DX/r);
l = 0.0;
for(ii = 1; ii <= 10; ii++)
l = l+fgs111(ii,psi,a,r);
gs11 = gs11+sin(betai)*sin(betai)*psi*l/(2*r);
}

```

```

fxw(i);
gs11 = wi*gs11;
return(gs11);
}

double fgs111(ii,psi,a,r)
int ii;
double psi,a,r;
{
double fi,gs111;

fxw(ii);
fi = psi/2*(xi+1);
gs111 = (tan(psi)-tan(fi))*cos(fi)*exp(-a*r/cos(fi));
fi = psi/2*(-xi+1);
gs111 = gs111+(tan(psi)-tan(fi))*cos(fi)*exp(-a*r/cos(fi));
gs111 = wi*gs111;
return(gs111);
}

/***** (9.3) BIBLIOTECA ss.h *****/

/* DETERMINACAO DA AREA DE TROCA DIRETA ENTRE DUAS ZONAS DE
SUPERFICIE DO TUBO: EQUACAO (3-67) */

double DXi,qsi,xi,wi;

double fss(R1,DX,DX1,DX2,a)
double R1,DX,DX1,DX2,a;
{
int i;
double ss,fss1();

ss = 0.0;
for(i = 1; i <= 4; i++)
{
fDXqsi(DX,DX1,DX2,i);
if(DXi != 0.0)
ss = ss+qsi*fss1(R1,DXi,a);
}
ss = ss/2;
return(ss);
}

double fss1(R1,DX,a)
double R1,DX,a;
{
int i;
double ss1,fss11(),l,pi;

pi = 4.0*atan(1.0);
l = 0.0;
for(i = 1; i <= 10; i++)
l = l+fss11(i,R1,DX,a);
ss1 = pi*l;
return(ss1);
}

double fss11(i,R1,DX,a)
int i;
double R1,DX,a;
{
int ii;

```

```

double pi,betai,r,psi,l,ss11,fss1110);

pi = 4.0*atan(1.0);
fxw(i);
betai = pi/2*(xi+1);
r = 2*R1*sin(betai/2);
psi = atan(DX/r);
l = 0.0;
for(ii = 1; ii <= 10; ii++)
    l = l+fss111(ii,psi,r,a);
ss11 = r*r*psi*l/2;
fxw(i);
betai = pi/2*(-xi+1);
r = 2*R1*sin(betai/2);
psi = atan(DX/r);
l = 0.0;
for(ii = 1; ii <= 10; ii++)
    l = l+fss111(ii,psi,r,a);
ss11 = ss11+r*r*psi*l/2;
fxw(i);
ss11 = wi*ss11;
return(ss11);
}

double fss111(ii,psi,r,a)
int ii;
double psi,r,a;
{
double fi,ss111;

fxw(ii);
fi = psi/2*(xi+1);
ss111 = (tan(psi)-tan(fi))*cos(fi)*cos(fi)*exp(-a*r/cos(fi));
fi = psi/2*(-xi+1);
ss111 = ss111+(tan(psi)-tan(fi))*cos(fi)*cos(fi)*exp(-a*r/cos(fi));
ss111 = wi*ss111;
return(ss111);
}

/***** (9.4) BIBLIOTECA sr.h *****/

/* DETERMINACAO DA AREA DE TROCA DIRETA ENTRE UMA ZONA DE SUPERFICIE
DO TUBO E UMA ZONA DE SUPERFICIE LOCALIZADA NA EXTREMIDADE DO DUTO
(RESERVATORIO): EQUACAO (3-68) */

double xi,wi;

double fsr(R1,DX,DX1,a)
double R1,DX,DX1,a;
{
double sr,fsr10);

sr = fsr1(R1,DX,a);
if(DX-DX1 != 0.0)
    sr = sr-fsr1(R1,DX-DX1,a);
return(sr);
}

double fsr1(R1,DX,a)
double R1,DX,a;
{
int i;
double l,sr1,fsr11(),fsr12(),pi,beta;

```

```

pi = 4.0*atan(1.0);
l = 0.0;
for(i = 1; i <= 10; i++)
    l = l+fsr11(i,R1,DX,a);
sr1 = R1*R1*l/2;
beta = atan(DX/(R1+R1));
l = 0.0;
for(i = 1; i <= 10; i++)
    l = l+fsr12(i,R1,beta,a);
sr1 = sr1+beta*l/((R1+R1)*(R1+R1));
sr1 = R1*R1*R1*R1*pi*sr1;
return(sr1);
}

```

```

double fsr11(i,R1,DX,a)
int i;
double R1,DX,a;
{
double pi,betai,U,r,sr11,aux;

```

```

pi = 4.0*atan(1.0);
fxw(i);
betai = pi/2*(xi+1);
U = (2*betai-sin(2*betai))*sin(betai);
r = 2*R1*sin(betai/2);
aux = r*r+DX*DX;
sr11 = U*(exp(-a*r)/(r*r*r*r)-exp(-a*sqrt(aux))/(aux*aux));
betai = pi/2*(-xi+1);
U = (2*betai-sin(2*betai))*sin(betai);
r = 2*R1*sin(betai/2);
aux = r*r+DX*DX;
sr11 = sr11+U*(exp(-a*r)/(r*r*r*r)-exp(-a*sqrt(aux))/(aux*aux));
sr11 = wi*sr11;
return(sr11);
}

```

```

double fsr12(i,R1,beta,a)
int i;
double R1,beta,a;
{
double betai,sr12;

```

```

fxw(i);
betai = beta/2*(xi+1);
sr12 = sin(betai)*cos(betai)*exp(-a*(R1+R1)/cos(betai));
betai = beta/2*(-xi+1);
sr12 = sr12+sin(betai)*cos(betai)*exp(-a*(R1+R1)/cos(betai));
sr12 = wi*sr12;
return(sr12);
}

```

```

/***** (9.5) BIBLIOTECA gr.h *****/

```

```

/* DETERMINACAO DA AREA DE TROCA DIRETA ENTRE UMA ZONA DE GAS E UMA
ZONA DE SUPERFICIE LOCALIZADA NA EXTREMIDADE DO DUTO (RESERVATORIO):
EQUACAO (3-66) */

```

```

double xi,wi;

```

```

double fgr(R1,R2,DR1,DX,DX1,a)
double R1,R2,DR1,DX,DX1,a;
{

```

```

double gr,fgr1();

gr = fgr1(R1,R2,DX,a);
if(DX-DX1 != 0.0)
{
gr = gr-fgr1(R1,R2,DX-DX1,a);
if(R1-DR1 != 0.0)
gr = gr+fgr1(R1-DR1,R2,DX-DX1,a);
}
if(R1-DR1 != 0.0)
gr = gr-fgr1(R1-DR1,R2,DX,a);
return(gr);
}

double fgr1(R1,R2,DX,a)
double R1,R2,DX,a;
{
int i;
double pi,l,gr1,fgr11(),fgr12(),fgr13(),fgr14(),beta,L1,L2,Rmin;

pi = 4.0*atan(1.0);
l = 0.0;
for(i = 1; i <= 10; i++)
l = l+fgr11(i,R1,R2,DX,a);
gr1 = R1*R2*pi/4;
beta = atan(DX/(R1+R2));
l = 0.0;
for(i = 1; i <= 10; i++)
l = l+fgr12(i,R1,R2,beta,a);
gr1 = gr1+R1*R1*R2*R2*pi*beta*l/(2*(R1+R2));
if(R1 <= R2)
Rmin = R1;
else
Rmin = R2;
L2 = fabs(R2-R1);
l = 0.0;
if(L2 != 0.0)
for(i = 1; i <= 10; i++)
l = l+fgr13(i,L2,a);
gr1 = gr1+pi*Rmin*Rmin*L2*l/2;
L2 = sqrt((R2-R1)*(R2-R1)+DX*DX);
L1 = DX;
l = 0.0;
if(L2 != 0.0)
for(i = 1; i <= 10; i++)
l = l+fgr14(i,DX,L2,L1,a);
gr1 = gr1-pi*Rmin*Rmin*(L2-L1)*l/2;
gr1 = a*gr1;
return(gr1);
}

double fgr11(i,R1,R2,DX,a)
int i;
double R1,R2,DX,a;
{
double pi,betai,r,P,U,gr11,aux;

pi = 4.0*atan(1.0);
fxw(i);
betai = pi/2*(xi+1);
if(R1 == R2)
{
r = 2*R1*sin(betai/2);
P = R1*R1*(pi-betai-sin(betai))*sin(betai);
}
}

```

```

}
else
{
r = sqrt(R1*R1+R2*R2-2*R1*R2*cos(betai));
P = (R1*R1*acos((R1-R2*cos(betai))/r)+R2*R2*acos((R2-R1*cos(betai))/r)
-R1*R2*sin(betai))*sin(betai);
}
U = (2*betai-sin(2*betai))*sin(betai);
aux = r*r+DX*DX;
gr11 = (2*P*r*r+U*R1*R1*R2*R2)*(exp(-a*r)/(r*r*r)-exp(-a*sqrt(aux)))/
sqrt(aux*aux*aux));
betai = pi/2*(-xi+1);
if(R1 == R2)
{
r = 2*R1*sin(betai/2);
P = R1*R1*(pi-betai-sin(betai))*sin(betai);
}
else
{
r = sqrt(R1*R1+R2*R2-2*R1*R2*cos(betai));
P = (R1*R1*acos((R1-R2*cos(betai))/r)+R2*R2*acos((R2-R1*cos(betai))/r)
-R1*R2*sin(betai))*sin(betai);
}
U = (2*betai-sin(2*betai))*sin(betai);
aux = r*r+DX*DX;
gr11 = gr11+(2*P*r*r+U*R1*R1*R2*R2)*(exp(-a*r)/(r*r*r)-exp(-a*sqrt(aux)))/
sqrt(aux*aux*aux));
gr11 = wi*gr11;
return(gr11);
}

double fgr12(i,R1,R2,beta,a)
int i;
double R1,R2,beta,a;
{
double beta_i,gr12;

fxw(i);
beta_i = beta/2*(xi+1);
gr12 = sin(beta_i)*exp(-a*(R1+R2)/cos(beta_i));
beta_i = beta/2*(-xi+1);
gr12 = gr12+sin(beta_i)*exp(-a*(R1+R2)/cos(beta_i));
gr12 = wi*gr12;
return(gr12);
}

double fgr13(i,L2,a)
int i;
double L2,a;
{
double Li,gr13;

fxw(i);
Li = L2/2*(xi+1);
gr13 = exp(-a*Li);
Li = L2/2*(-xi+1);
gr13 = gr13+exp(-a*Li);
gr13 = wi*gr13;
return(gr13);
}

double fgr14(i,DX,L2,L1,a)
int i;
double DX,L2,L1,a;

```

```

{
double Li,gr14;

fxw(i);
Li = (L2-L1)/2*xi+(L2+L1)/2;
gr14 = (1-DX*DX/(Li*Li))*exp(-a*Li);
Li = (L2-L1)/2*(-xi)+(L2+L1)/2;
gr14 = gr14+(1-DX*DX/(Li*Li))*exp(-a*Li);
gr14 = wi*gr14;
return(gr14);
}

/***** (10) BIBLIOTECA rad.h *****/

#define N 300
#define M 8
#define Nz 300
#define Mz 8

/* ESTIMATIVA DO CAMPO DE RADIAÇÃO NO INTERIOR DO DUTO */

ESTIMAqr(qr, qrp, qrpz)
double qr[M+1], *qrp, *qrpz;
{
int i, j;

for(i = 1; i <= N; i++)
{
qrp[i] = 0.0;
for(j = 1; j <= M; j++)
qr[i][j] = 0.0;
}
for(i = 1; i <= Nz; i++)
qrpz[i] = 0.0;
}

/* DETERMINAÇÃO DAS TEMPERATURAS DE CADA ZONA DE RADIAÇÃO */

extern double T2;

double CAMPOtz(Tz, Tpz, t, tp, To, dxz, rz, x, dx, r, dr, mz, u, ITER)
int mz, ITER;
double Tz[Mz+1], *Tpz, t[Mz+2], *tp, To, dxz, *rz, *x, *dx, *r, *dr, *u;
{
int iz, jz, i, j, j1, j2, l;
double xz, soma, Vz, ERRO1, erro, TTz[Nz+1][Mz+1], TTPz[Nz+1];
double alfa = 0.05;

for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
{
TTPz[iz] = Tpz[iz];
for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
TTz[iz][jz] = Tz[iz][jz];
}

/* VOLUMES DE CONTROLE E ZONAS DE RADIAÇÃO COINCIDENTES */

if(Nz == N && Mz == M)
for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
{
Tpz[iz] = To*tp[iz];
for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
Tz[iz][jz] = To*t[iz][jz];
}

```

```

}

/* VOLUMES DE CONTROLE E ZONAS DE RADIAÇÃO NÃO-COINCIDENTES */

else
{
  l = 1;
  for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
  {
    xz = iz*dxz;
    for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
    {
      j1 = (jz-1)*mz+1;
      j2 = jz*mz;
      soma = 0.0;
      for(j = j1; j <= j2; j++)
      {
        i = l;
        if(x[i]+dx[i]/2 >= xz)
          soma = r[j]*dr[j]*dxz*t[i][j]*t[i][j]*t[i][j]*t[i][j];
        else
        {
          soma = soma+r[j]*dr[j]*(x[i]+dx[i]/2-(iz-1)*dxz)*t[i][j]*
            t[i][j]*t[i][j]*t[i][j];
          i = i+1;
          while(x[i]+dx[i]/2 <= xz && i < N)
          {
            soma = soma+r[j]*dr[j]*dx[i]*t[i][j]*t[i][j]*t[i][j]*t[i][j];
            i = i+1;
          }
          soma = soma+r[j]*dr[j]*(xz-x[i]+dx[i]/2)*t[i][j]*t[i][j]*
            t[i][j]*t[i][j];
        }
      }
      Vz = (rz[jz]+rz[jz-1])*(rz[jz]-rz[jz-1])*dxz/2;
      Tz[iz][jz] = To*exp(0.25*log(soma/Vz));
    }
    i = l;
    if(x[i]+dx[i]/2 >= xz)
      soma = dxz*tp[i]*tp[i]*tp[i]*tp[i];
    else
    {
      soma = (x[i]+dx[i]/2-(iz-1)*dxz)*tp[i]*tp[i]*tp[i]*tp[i];
      i = i+1;
      while(x[i]+dx[i]/2 <= xz && i < N)
      {
        soma = soma+dx[i]*tp[i]*tp[i]*tp[i]*tp[i];
        i = i+1;
      }
      soma = soma+(xz-x[i]+dx[i]/2)*tp[i]*tp[i]*tp[i]*tp[i];
    }
    Tpz[iz] = To*exp(0.25*log(soma/dxz));
    l = i;
  }
}

/* DETERMINAÇÃO DA TEMPERATURA DO RESERVATÓRIO (2) */

T2 = 0.0;
for(j = 1; j <= M; j++)
  T2 = T2+8*u[j]*r[j]*dr[j]*t[N+1][j];
T2 = To*T2;

/* DETERMINAÇÃO DO ERRO MÁXIMO NO CÁLCULO DAS TEMPERATURAS DAS ZONAS

```

DE RADIAÇÃO ENTRE DOIS PASSOS CONSECUTIVOS */

```
ERRO1 = 0.0;
for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
{
  erro = fabs((Tpz[iz]-TTpz[iz])/Tpz[iz]);
  if(erro > ERRO1)
    ERRO1 = erro;
  for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
  {
    erro = fabs((Tz[iz][jz]-TTz[iz][jz])/Tz[iz][jz]);
    if(erro > ERRO1)
      ERRO1 = erro;
  }
}
```

/* RELAXAÇÃO DAS TEMPERATURAS DAS ZONAS DE RADIAÇÃO */

```
if(ITER > 1)
  for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
  {
    Tpz[iz] = TTpz[iz]+alfa*(Tpz[iz]-TTpz[iz]);
    for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
      Tz[iz][jz] = TTz[iz][jz]+alfa*(Tz[iz][jz]-TTz[iz][jz]);
  }

return(ERRO1);
}
```

/* DETERMINAÇÃO DAS TROCAS DE ENERGIA RADIANTE ENTRE AS ZONAS */

```
int    MIST;
double Qrrp,Qrrg;

RADz(qrz,qrpz,Tz,Tpz,T1,T2,Di,dxz,rz,ep,gg1,gg2,gg3,gs1,gs2,gs3,gr1,
      gr2,gr3,ss0,ss1,ss2,ss3,sr0,sr1,sr2,sr3,a,mist,fs0,fs1,fs2,fs3,
      fg1,fg2,fg3)
int    mist;
double qrz[Mz+1],*qrpz,Tz[Mz+1],*Tpz,T1,T2,Di,dxz,*rz,ep,
      gg1[Mz+1][Nz+1],gg2[Mz+1][Nz+1],gg3[Mz+1][Nz+1],gs1[Nz+1],
      gs2[Nz+1],gs3[Nz+1],gr1[Nz+1],gr2[Nz+1],gr3[Nz+1],
      *ss0,*ss1,*ss2,*ss3,*sr0,*sr1,*sr2,*sr3,*a,*fs0,*fs1,*fs2,*fs3,
      fg1[Mz+1],fg2[Mz+1],fg3[Mz+1];
{
  int    i,iz,ijz,jz,jjz;
  double B[Nz+1],H[Nz+1],pi,sigma,Ap,erro,erromax,T,ce1(),ce2(),ce3(),cc1,
         cc2,cc3,Vz,aux;
```

```
MIST = mist;
pi = 4.0*atan(1.0);
sigma = 5.6697E-8;
Ap = pi*dxz;
erromax = 1.0;
for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
{
  T = Tpz[iz];
  B[iz] = sigma*T*T*T*(1-ep)*qrpz[iz]/ep;
}
```

/* CÁLCULO ITERATIVO DA IRRADIAÇÃO E DA RADIOSIDADE EM CADA ZONA DE SUPERFÍCIE: EQUAÇÕES (3-51) E (3-19) */

```
while(erromax >= 1.0E-4)
{
```

```

erromax = 0.0;
for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
  H[iz] = 0.0;
for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
  {
  for(iiz = 1; iiz <= Nz; iiz++)
    for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
      {
      i = abs(iz-iiz)+1;
      T = Tz[iiz][jz];
      H[iz] = H[iz]+(ce1(T)*fs1[iz]*gs1[jz][i]+ce2(T)*fs2[iz]*gs2[jz][i]+
        ce3(T)*fs3[iz]*gs3[jz][i])*T*T*T;
      }
  cc1 = ce1(T1);
  cc2 = ce2(T1);
  cc3 = ce3(T1);
  H[iz] = H[iz]+((1-cc1-cc2-cc3)*fs0[iz]*sr0[iz]+cc1*fs1[iz]*sr1[iz]+
    cc2*fs2[iz]*sr2[iz]+cc3*fs3[iz]*sr3[iz])*T1*T1*T1;
  cc1 = ce1(T2);
  cc2 = ce2(T2);
  cc3 = ce3(T2);
  i = Nz-iz+1;
  H[iz] = H[iz]+((1-cc1-cc2-cc3)*fs0[iz]*sr0[i]+cc1*fs1[iz]*sr1[i]+cc2*
    fs2[iz]*sr2[i]+cc3*fs3[iz]*sr3[i])*T2*T2*T2;
  H[iz] = sigma*H[iz];
  for(iiz = 1; iiz <= Nz; iiz++)
    {
    T = Tpz[iiz];
    cc1 = ce1(T);
    cc2 = ce2(T);
    cc3 = ce3(T);
    i = abs(iz-iiz)+1;
    H[iz] = H[iz]+((1-cc1-cc2-cc3)*fs0[iz]*ss0[i]+cc1*fs1[iz]*ss1[i]+cc2*
      fs2[iz]*ss2[i]+cc3*fs3[iz]*ss3[i])*B[iiz];
    }
  H[iz] = H[iz]/Ap;
  T = Tpz[iz];
  aux = qrpz[iz];
  qrpz[iz] = ep*(sigma*T*T*T-H[iz]);
  erro = fabs((qrpz[iz]-aux)/qrpz[iz]);
  if(erro >= erromax)
    erromax = erro;
  T = Tpz[iz];
  B[iz] = sigma*T*T*T-(1-ep)*qrpz[iz]/ep;
  }
}

```

/* DETERMINACAO DA ENERGIA RADIANTE PERDIDA PELO GAS POR UNIDADE DE VOLUME: EQUACAO (3-59) */

```

for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
  {
  Vz = (rz[jz]*rz[jz]-rz[jz-1]*rz[jz-1])*pi*dxz;
  for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
    {
    T = Tz[iz][jz];
    qrz[iz][jz] = 4*Vz*Di*(ce1(T)*a[1]+ce2(T)*a[2]+ce3(T)*a[3])*sigma*
      T*T*T;
    for(iiz = 1; iiz <= Nz; iiz++)
      {
      i = abs(iz-iiz)+1;
      for(jjz = 1; jjz <= Mz; jjz++)
        {
        T = Tz[iiz][jjz];

```

```

    qrz[iz][jz] = qrz[iz][jz]-(ce1(T)*fg1[iz][jz]*gg1[jz][jz][i]+
        ce2(T)*fg2[iz][jz]*gg2[jz][jz][i]+ce3(T)*
        fg3[iz][jz]*gg3[jz][jz][i])*sigma*T*T*T;
}
T = Tpz[iiz];
qrz[iz][jz] = qrz[iz][jz]-(ce1(T)*fg1[iz][jz]*gs1[jz][i]+ce2(T)*
    fg2[iz][jz]*gs2[jz][i]+ce3(T)*fg3[iz][jz]*gs3[jz][i])*
    B[iiz];
}
qrz[iz][jz] = qrz[iz][jz]-(ce1(T1)*fg1[iz][jz]*gr1[jz][iz]+ce2(T1)*
    fg2[iz][jz]*gr2[jz][iz]+ce3(T1)*fg3[iz][jz]*gr3[jz][iz])
    *sigma*T1*T1*T1*T1;
i = Nz-iz+1;
qrz[iz][jz] = qrz[iz][jz]-(ce1(T2)*fg1[iz][jz]*gr1[jz][i]+ce2(T2)*
    fg2[iz][jz]*gr2[jz][i]+ce3(T2)*fg3[iz][jz]*gr3[jz][i])
    *sigma*T2*T2*T2*T2;
qrz[iz][jz] = qrz[iz][jz]/(Vz*Di);
}
}

/* CALCULO DA ENERGIA RADIANTE QUE O TUBO TROCA COM OS RESERVATORIOS */

Qrrp = 0.0;
for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
{
    cc1 = ce1(T1);
    cc2 = ce2(T1);
    cc3 = ce3(T1);
    Qrrp = Qrrp+((1-cc1-cc2-cc3)*fs0[iz]*sr0[iz]+cc1*fs1[iz]*sr1[iz]+cc2*
        fs2[iz]*sr2[iz]+cc3*fs3[iz]*sr3[iz])*sigma*T1*T1*T1*T1;
    i = Nz-iz+1;
    cc1 = ce1(T2);
    cc2 = ce2(T2);
    cc3 = ce3(T2);
    Qrrp = Qrrp+((1-cc1-cc2-cc3)*fs0[iz]*sr0[i]+cc1*fs1[iz]*sr1[i]+cc2*
        fs2[iz]*sr2[i]+cc3*fs3[iz]*sr3[i])*sigma*T2*T2*T2*T2;
    cc1 = ce1(Tpz[iz]);
    cc2 = ce2(Tpz[iz]);
    cc3 = ce3(Tpz[iz]);
    Qrrp = Qrrp-((1-cc1-cc2-cc3)*fs0[iz]*sr0[iz]+cc1*fs1[iz]*sr1[iz]+cc2*
        fs2[iz]*sr2[iz]+cc3*fs3[iz]*sr3[iz])*B[iz];
    i = Nz-iz+1;
    Qrrp = Qrrp-((1-cc1-cc2-cc3)*fs0[iz]*sr0[i]+cc1*fs1[iz]*sr1[i]+cc2*
        fs2[iz]*sr2[i]+cc3*fs3[iz]*sr3[i])*B[iz];
}

/* CALCULO DA ENERGIA RADIANTE QUE O GAS TROCA COM OS RESERVATORIOS */

Qrrg = 0.0;
for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
    for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
    {
        Qrrg = Qrrg+(ce1(T1)*fg1[iz][jz]*gr1[jz][iz]+ce2(T1)*fg2[iz][jz]*
            gr2[jz][iz]+ce3(T1)*fg3[iz][jz]*gr3[jz][iz])*sigma*T1*T1*T1*T1;
        i = Nz-iz+1;
        Qrrg = Qrrg+(ce1(T2)*fg1[iz][jz]*gr1[jz][i]+ce2(T2)*fg2[iz][jz]*
            gr2[jz][i]+ce3(T2)*fg3[iz][jz]*gr3[jz][i])*sigma*T2*T2*T2*T2;
        T = Tz[iz][jz];
        Qrrg = Qrrg-(ce1(T)*fg1[iz][jz]*gr1[jz][iz]+ce2(T)*fg2[iz][jz]*
            gr2[jz][iz]+ce3(T)*fg3[iz][jz]*gr3[jz][iz])*
            sigma*T*T*T*T;
        Qrrg = Qrrg-(ce1(T)*fg1[iz][jz]*gr1[jz][i]+ce2(T)*fg2[iz][jz]*
            gr2[jz][i]+ce3(T)*fg3[iz][jz]*gr3[jz][i])*sigma*T*T*T*T;
    }
}

```

```

}

/* FUNCOES POLINOMIAIS UTILIZADAS NO MODELO DE SOMA PONDERADA DE
   GASES CINZAS: EQUACAO (3-44) E TABELA (3-1) */

/* GAS CINZA i = 1 */

double ce1(T)
double T;
{
double cce1;

if(MIST == 1)
  cce1 = 5.150*(1.0E-1)-2.303*1.0E-4*T+0.9779*1.0E-7*T*T-1.494*
        1.0E-11*T*T*T;
else
  cce1 = 6.508*(1.0E-1)-5.551*1.0E-4*T+3.029*1.0E-7*T*T+5.353*
        1.0E-11*T*T*T;
return(cce1);
}

/* GAS CINZA i = 2 */

double ce2(T)
double T;
{
double cce2;

if(MIST == 1)
  cce2 = 0.7749*(1.0E-1)+3.399*1.0E-4*T-2.297*1.0E-7*T*T+3.770*
        1.0E-11*T*T*T;
else
  cce2 = -0.2504*(1.0E-1)+6.112*1.0E-4*T-3.882*1.0E-7*T*T+6.528*
        1.0E-11*T*T*T;
/* cce2 = 0.0; */
return(cce2);
}

/* GAS CINZA i = 3 */

double ce3(T)
double T;
{
double cce3;

if(MIST == 1)
  cce3 = 1.907*(1.0E-1)-1.824*1.0E-4*T+0.5608*1.0E-7*T*T-0.5122*
        1.0E-11*T*T*T;
else
  cce3 = 2.718*(1.0E-1)-3.118*1.0E-4*T+1.221*1.0E-7*T*T-1.612*
        1.0E-11*T*T*T;
/* cce3 = 0.0; */
return(cce3);
}

/* DISTRIBUICAO DA ENERGIA RADIANTE NOS VOLUMES DE CONTROLE */

RAD(qr,qrp,qrz,qrpz,dxz,x,dx,mz,ITER)
int mz,ITER;
double qr[M+1],*qrp,qrz[Mz+1],*qrpz,dxz,*x,*dx;
{
int iz,jz,i,j,j1,j2,l;
int iter = 50;
double xz,alfa,alfa1,qqr[N+1][M+1],qqrp[N+1];

```

```

double  alfa2 = 0.05;

for(i = 1; i <= N; i++)
{
  qqrp[i] = qrp[i];
  /* qrp[i] = 0.0; */
  qrp[i] = qrpz[i];
  for(j = 1; j <= M; j++)
  {
    qqr[i][j] = qr[i][j];
    /* qr[i][j] = 0.0; */
    qr[i][j] = qrz[i][j];
  }
}
/* l = 1;
for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
{
  xz = iz*dxz;
  for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
  {
    j1 = (jz-1)*mz+1;
    j2 = jz*mz;
    for(j = j1; j <= j2; j++)
    {
      i = l;
      if(x[i]+dx[i]/2 >= xz)
        qr[i][j] = qr[i][j]+qrz[iz][jz]*dxz/dx[i];
      else
      {
        qr[i][j] = qr[i][j]+qrz[iz][jz]*(x[i]+dx[i]/2-(iz-1)*dxz)/dx[i];
        i = i+1;
        while(x[i]+dx[i]/2 <= xz && i < N)
        {
          qr[i][j] = qrz[iz][jz];
          i = i+1;
        }
        qr[i][j] = qrz[iz][jz]*(xz-x[i]+dx[i]/2)/dx[i];
      }
    }
  }
}
i = l;
if(x[i]+dx[i]/2 >= xz)
  qrp[i] = qrp[i]+qrpz[iz]*dxz/dx[i];
else
{
  qrp[i] = qrp[i]+qrpz[iz]*(x[i]+dx[i]/2-(iz-1)*dxz)/dx[i];
  i = i+1;
  while(x[i]+dx[i]/2 <= xz && i < N)
  {
    qrp[i] = qrpz[iz];
    i = i+1;
  }
  qrp[i] = qrpz[iz]*(xz-x[i]+dx[i]/2)/dx[i];
}
l = i;
}
alfa1 = 1.0/iter;
if(ITER <= iter)
{
  alfa = alfa1*ITER;
  for(i = 1; i <= N; i++)
  {
    qrp[i] = alfa*qrp[i];
    for(j = 1; j <= M; j++)

```

```

    qr[i][j] = alfa*qr[i][j];
  }
}
else
for(i = 1; i <= N; i++)
{
  qrp[i] = qqrp[i]+alfa2*(qrp[i]-qqrp[i]);
  for(j = 1; j <= M; j++)
    qr[i][j] = qqr[i][j]+alfa2*(qr[i][j]-qqr[i][j]);
}
*/
}

/* FATORES DE CORRECAO DAS AREAS DE TROCA DIRETA */

CORRfsfg(fs0,fs1,fs2,fs3,fg1,fg2,fg3,ss0,ss1,ss2,ss3,sr0,sr1,sr2,sr3,gs1,
gs2,gs3,gg1,gg2,gg3,gr1,gr2,gr3,a,rz,dxz,Di)
double *fs0,*fs1,*fs2,*fs3,fg1[Mz+1],fg2[Mz+1],fg3[Mz+1],*ss0,*ss1,
*ss2,*ss3,*sr0,*sr1,*sr2,*sr3,gs1[Nz+1],gs2[Nz+1],gs3[Nz+1],
gg1[Mz+1][Nz+1],gg2[Mz+1][Nz+1],gg3[Mz+1][Nz+1],gr1[Nz+1],
gr2[Nz+1],gr3[Nz+1],*a,*rz,dxz,Di;
{
int iz,jz,iiz,jz,i;
double A1,A2,pi;

pi = 4.0*atan(1.0);

for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
{
  A1 = pi*dxz;
  A2 = 0.0;
  for(iiz = 1; iiz <= Nz; iiz++)
  {
    i = abs(iz-iiz)+1;
    A2 = A2+ss0[i];
  }
  A2 = A2+sr0[iz]+sr0[Nz-iz+1];
  fs0[iz] = A1/A2;
}

for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
{
  A1 = pi*dxz;
  A2 = 0.0;
  for(iiz = 1; iiz <= Nz; iiz++)
  {
    i = abs(iz-iiz)+1;
    A2 = A2+ss1[i];
    for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
      A2 = A2+gs1[jz][i];
  }
  A2 = A2+sr1[iz]+sr1[Nz-iz+1];
  fs1[iz] = A1/A2;
}

for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
{
  A1 = pi*dxz;
  A2 = 0.0;
  for(iiz = 1; iiz <= Nz; iiz++)
  {
    i = abs(iz-iiz)+1;
    A2 = A2+ss2[i];
    for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)

```

```

    A2 = A2+gs2[jz][i];
  }
  A2 = A2+sr2[iz]+sr2[Nz-iz+1];
  fs2[iz] = A1/A2;
}

for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
{
  A1 = pi*dxz;
  A2 = 0.0;
  for(iiz = 1; iiz <= Nz; iiz++)
  {
    i = abs(iz-iiz)+1;
    A2 = A2+ss3[i];
    for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
      A2 = A2+gs3[jz][i];
  }
  A2 = A2+sr3[iz]+sr3[Nz-iz+1];
  fs3[iz] = A1/A2;
}

for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
{
  A1 = 4*a[1]*(rz[jz]*rz[jz]-rz[jz-1]*rz[jz-1])*pi*dxz*Di;
  for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
  {
    A2 = 0.0;
    for(iiz = 1; iiz <= Nz; iiz++)
    {
      i = abs(iz-iiz)+1;
      A2 = A2+gs1[jz][i];
      for(jjz = 1; jjz <= Mz; jjz++)
        A2 = A2+gg1[jz][jjz][i];
    }
    A2 = A2+gr1[jz][iz];
    A2 = A2+gr1[jz][Nz-iz+1];
    fg1[iz][jz] = A1/A2;
  }
}

for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
{
  A1 = 4*a[2]*(rz[jz]*rz[jz]-rz[jz-1]*rz[jz-1])*pi*dxz*Di;
  for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
  {
    A2 = 0.0;
    for(iiz = 1; iiz <= Nz; iiz++)
    {
      i = abs(iz-iiz)+1;
      A2 = A2+gs2[jz][i];
      for(jjz = 1; jjz <= Mz; jjz++)
        A2 = A2+gg2[jz][jjz][i];
    }
    A2 = A2+gr2[jz][iz];
    A2 = A2+gr2[jz][Nz-iz+1];
    fg2[iz][jz] = A1/A2;
  }
}

for(jz = 1; jz <= Mz; jz++)
{
  A1 = 4*a[3]*(rz[jz]*rz[jz]-rz[jz-1]*rz[jz-1])*pi*dxz*Di;
  for(iz = 1; iz <= Nz; iz++)
  {

```

```

A2 = 0.0;
for(iiz = 1; iiz <= Nz; iiz++)
{
  i = abs(jz-iiz)+1;
  A2 = A2+gs3[jz][i];
  for(jjz = 1; jjz <= Mz; jjz++)
    A2 = A2+gg3[jz][jjz][i];
}
A2 = A2+gr3[jz][iz];
A2 = A2+gr3[jz][Nz-iz+1];
fg3[iz][jz] = A1/A2;
}
}
}

```

```

/***** (11) BIBLIOTECA prop.h *****/

```

```

/* DETERMINACAO DAS PROPRIEDADES FISICAS DO GAS PARTICIPANTE:
MISTURA DE CO2, H2O E N2 */

```

```

/* (11.1) DENSIDADE DO GAS PARTICIPANTE */

```

```

double fDens(T,mist)
int     mist;
double  T;
{
double  Dens,DensCO2,DensH2O,DensN2,fDensCO2(),fDensH2O(),fDensN2(),P,y[3];

```

```

comp(y,mist);
P = y[0];
DensCO2 = fDensCO2(T,P);
P = y[1];
DensH2O = fDensH2O(T,P);
P = y[2];
DensN2 = fDensN2(T,P);
Dens = DensCO2+DensH2O+DensN2;
return(Dens);
}

```

```

/* (11.1.1) DENSIDADE DO CO2 */

```

```

double fDensCO2(T,P)
double T,P;
{
double  DensCO2,MCO2,R;

MCO2 = 44.01;
R = 0.08206;
DensCO2 = P*MCO2/(R*T);
return(DensCO2);
}

```

```

/* (11.1.2) DENSIDADE DO H2O */

```

```

double fDensH2O(T,P)
double T,P;
{
double  DensH2O,MH2O,R;

MH2O = 18.016;
R = 0.08206;
DensH2O = P*MH2O/(R*T);
return(DensH2O);
}

```

}

/* (11.1.3) DENSIDADE DO N2 */

```
double fDensN2(T,P)
double T,P;
{
double DensN2,MN2,R;

MN2 = 28.016;
R = 0.08206;
DensN2 = P*MN2/(R*T);
return(DensN2);
}
```

/* (11.2) CALOR ESPECIFICO DO GAS PARTICIPANTE */

```
double fCesp(T,mist)
int mist;
double T;
{
double Cesp,CespCO2,CespH2O,CespN2,fCespCO2(),fCespH2O(),fCespN2(),y[3];

comp(y,mist);
CespCO2 = fCespCO2(T);
CespH2O = fCespH2O(T);
CespN2 = fCespN2(T);
Cesp = y[0]*CespCO2+y[1]*CespH2O+y[2]*CespN2;
return(Cesp);
}
```

/* (11.2.1) CALOR ESPECIFICO DO CO2 */

```
double fCespCO2(T)
double T;
{
double CespCO2,A,B,C,D,MCO2;

MCO2 = 44.01;
A = 5.14;
B = 15.4E-3;
C = -9.94E-6;
D = 2.42E-9;
CespCO2 = A+B*T+C*T*T+D*T*T*T;
CespCO2 = CespCO2/(0.2388*MCO2*1.0E-3);
return(CespCO2);
}
```

/* (11.2.2) CALOR ESPECIFICO DO H2O */

```
double fCespH2O(T)
double T;
{
double CespH2O,A,B,C,D,MH2O;

MH2O = 18.016;
A = 8.10;
B = -0.72E-3;
C = 3.63E-6;
D = -1.16E-9;
CespH2O = A+B*T+C*T*T+D*T*T*T;
CespH2O = CespH2O/(0.2388*MH2O*1.0E-3);
return(CespH2O);
}
```

```
/* (11.2.3) CALOR ESPECIFICO DO N2 */
```

```
double fCespN2(T)
double T;
{
double CespN2,A,B,C,D,MN2;

MN2 = 28.016;
A = 7.07;
B = -1.32E-3;
C = 3.31E-6;
D = -1.26E-9;
CespN2 = A+B*T+C*T*T+D*T*T*T;
CespN2 = CespN2/(0.2388*MN2*1.0E-3);
return(CespN2);
}
```

```
/* (11.3) VISCOSIDADE DINAMICA E CONDUTIVIDADE TERMICA DO GAS PARTICIPANTE */
```

```
extern double Cond;

double fVisc(T,mist)
int mist;
double T;
{
int i,j;
double Visc,VISC[3],fViscCO2(),fViscH2O(),fViscN2(),COND[3],fCondCO2(),
fCondH2O(),fCondN2(),MM[3],y[3],soma,ffi();

comp(y,mist);
VISC[0] = fViscCO2(T);
VISC[1] = fViscH2O(T);
VISC[2] = fViscN2(T);
COND[0] = fCondCO2(T);
COND[1] = fCondH2O(T);
COND[2] = fCondN2(T);
MM[0] = 44.01;
MM[1] = 18.016;
MM[2] = 28.016;
Visc = 0.0;
Cond = 0.0;
for(i = 0; i <= 2; i++)
{
soma = 0.0;
for(j = 0; j <= 2; j++)
soma = soma+y[j]*ffi(VISC[i],VISC[j],MM[i],MM[j]);
Visc = Visc+y[i]*VISC[i]/soma;
Cond = Cond+y[i]*COND[i]/soma;
}
return(Visc);
}
```

```
/* (11.3.1.a) VISCOSIDADE DINAMICA DO CO2 */
```

```
double fViscCO2(T)
double T;
{
double ViscCO2,A,B,C;

A = 25.45;
B = 45.49E-2;
C = -86.49E-6;
ViscCO2 = A+B*T+C*T*T;
```

```

ViscCO2 = 1.0E-7*ViscCO2;
return(ViscCO2);
}

```

```

/* (11.3.2.a) VISCOSIDADE DINAMICA DO H2O */

```

```

double fViscH2O(T)
double T;
{
double ViscH2O,A,B,C;

A = -31.89;
B = 41.45E-2;
C = -8.272E-6;
ViscH2O = A+B*T+C*T*T;
ViscH2O = 1.0E-7*ViscH2O;
return(ViscH2O);
}

```

```

/* (11.3.3.a) VISCOSIDADE DINAMICA DO N2 */

```

```

double fViscN2(T)
double T;
{
double ViscN2,A,B,C;

A = 30.43;
B = 49.89E-2;
C = -109.3E-6;
ViscN2 = A+B*T+C*T*T;
ViscN2 = 1.0E-7*ViscN2;
return(ViscN2);
}

```

```

/* (11.3.1.b) CONDUTIVIDADE TERMICA DO CO2 */

```

```

double fCondCO2(T)
double T;
{
double CondCO2,A,B,C,D;

A = -17.23;
B = 19.14E-2;
C = 0.1308E-4;
D = -2.514E-8;
CondCO2 = A+B*T+C*T*T+D*T*T*T;
CondCO2 = CondCO2*1.0E-4/(0.2388);
return(CondCO2);
}

```

```

/* (11.3.2.b) CONDUTIVIDADE TERMICA DO H2O */

```

```

double fCondH2O(T)
double T;
{
double CondH2O,A,B,C,D;

A = 17.53;
B = -2.42E-2;
C = 4.3E-4;
D = -21.73E-8;
CondH2O = A+B*T+C*T*T+D*T*T*T;
CondH2O = CondH2O*1.0E-4/(0.2388);
return(CondH2O);
}

```

```

}

/* (11.3.3.b) CONDUTIVIDADE TERMICA DO N2 */

double fCondN2(T)
double T;
{
double CondN2,A,B,C,D;

A = 0.9354;
B = 23.44E-2;
C = -1.21E-4;
D = 3.591E-8;
CondN2 = A+B*T+C*T*T+D*T*T*T;
CondN2 = CondN2*1.0E-4/(0.2388);
return(CondN2);
}

/* FUNCAO EMPREGADA EM fVisc() */

double ffi(VISCi,VISCj,MMi,MMj)
double VISCi,VISCj,MMi,MMj;
{
double fi;

fi = 1+sqrt(VISCi/VISCj)*exp(0.25*log(MMj/MMi));
fi = fi/sqrt(8*(1+MMi/MMj));
return(fi);
}

/****** (12) BIBLIOTECA compl.h *****/

/* FUNCOES AUXILIARES */

/* FUNCAO UTILIZADA EM coef.h */

double A(Pxr)
double Pxr;
{
double AA;

AA = Pxr/(exp(Pxr)-1);
return(AA);
}

/* FUNCAO UTILIZADA EM coef.h */

double G(Pxr)
double Pxr;
{
double GG;

GG = (exp(Pxr)*(Pxr-1)+1)/(Pxr*Pxr);
return(GG);
}

/* DETERMINACAO DOS COEFICIENTES DE ABSORCAO DOS GASES CINZAS QUE
COMPOEM O GAS PARTICIPANTE */

absorcao(a,mist)
int mist;
double *a;
{

```

```

a[0] = 0.0;
if(mist == 1)
{
a[1] = 0.2*0.4303;
a[2] = 0.2*7.055;
a[3] = 0.2*178.1;
}
else
{
a[1] = 0.3*0.4201;
a[2] = 0.3*6.516;
a[3] = 0.3*131.9;
}
}

```

```

/* FUNCAO EMPREGADA NO CALCULO DAS AREAS DE TROCA DIRETA:
INTEGRACAO GAUSSIANA COM 20 PONTOS */

```

```
extern double DXi, qsi;
```

```

fDXqsi(DX,DX1,DX2,i)
int i;
double DX,DX1,DX2;
{
switch(i)
{
case 1 : DXi = DX;
qsi = 1.0;
break;
case 2 : DXi = fabs(DX-DX1);
qsi = -1.0;
break;
case 3 : DXi = fabs(DX-DX2);
qsi = -1.0;
break;
case 4 : DXi = fabs(DX-DX1-DX2);
qsi = 1.0;
break;
}
}

```

```

/* FUNCAO EMPREGADA NO CALCULO DAS AREAS DE TROCA DIRETA:
INTEGRACAO GAUSSIANA COM 20 PONTOS */

```

```
extern double xi,wi;
```

```

fxw(i)
int i;
{
switch(i)
{
case 1 : xi = 0.07652;
wi = 0.15275;
break;
case 2 : xi = 0.22778;
wi = 0.14917;
break;
case 3 : xi = 0.37370;
wi = 0.14209;
break;
case 4 : xi = 0.51086;
wi = 0.13168;
break;
}
}

```

```

case 5 : xi = 0.63605;
        wi = 0.11819;
        break;
case 6 : xi = 0.74633;
        wi = 0.10193;
        break;
case 7 : xi = 0.83911;
        wi = 0.08327;
        break;
case 8 : xi = 0.91223;
        wi = 0.06267;
        break;
case 9 : xi = 0.96397;
        wi = 0.04060;
        break;
case 10 : xi = 0.99312;
        wi = 0.01761;
        break;
}
}

```

```
/* COMPOSICAO DA MISTURA */
```

```

comp(y,mist)
int    mist;
double *y;
{
if(mist == 1)
{
y[0] = 0.1;
y[1] = 0.1;
y[2] = 0.8;
}
else
{
y[0] = 0.1;
y[1] = 0.2;
y[2] = 0.7;
}
}
}

```

```
/****** (13) BIBLIOTECA imprime1.h *****/
```

```
/* IMPRESSAO DAS DISTRIBUICOES DE TEMPERATURA DO GAS, DO TUBO E DO
ISOLANTE; NUMEROS DE NUSSELT CONVECTIVO, RADIANTE E TOTAL */
```

```
extern double Cond;
```

```

imprime1(t,tp,ts,x,r,dr,u,Jr,GAMAr,qrp,Di,To,ITER)
int    ITER;
double t[][M+2],*tp,*ts,*x,*r,*dr,*u,Jr[][M+2],*GAMAr,*qrp,Di,To;
{
FILE *fp;
int    i,j;
double tm,Nuc,Nur,Nut,rr;

fp = fopen("rad.xls","w");
x[0] = 0.0;
for(i = 1; i<= N; i++)
{
tm = 0.0;
for(j = 1; j <= M; j++)

```

```

    tm = tm+8*u[j]*t[i][j]*r[j]*dr[j];
    Nuc = -Jr[i][M+1]/(GAMAr[M]*(tp[i]-tm));
    Nur = (qrp[i]/((tp[i]-tm)*To))*Di/Cond;
    Nut = Nuc+Nur;
    fprintf(fp,"%7.4f %12.4f %12.4f %12.4f %12.4f %12.4f %12.4f\n",x[i],
           tp[i],tm,ts[i],Nuc,Nur,Nut);
}
fprintf(fp,"ITER = %d\n",ITER);
fclose(fp);
}

```

```

/***** (13) BIBLIOTECA imprime1.h *****/

```

```

/* IMPRESSAO DAS DISTRIBUICOES DE TEMPERATURA DO GAS, DO TUBO E DO
ISOLANTE; NUMEROS DE NUSSELT CONVECTIVO, RADIANTE E TOTAL */

```

```

extern double Cond;

```

```

imprime1(t,tp,ts,x,r,dr,u,Jr,GAMAr,qrp,Di,To,ITER)
int ITER;
double t[M+2],*tp,*ts,*x,*r,*dr,*u,Jr[M+2],*GAMAr,*qrp,Di,To;
{
FILE *fp;
int i,j;
double tm,Nuc,Nur,Nut,rr;

fp = fopen("rad.xls","w");
x[0] = 0.0;
for(i = 1; i<= N; i++)
{
tm = 0.0;
for(j = 1; j <= M; j++)
tm = tm+8*u[j]*t[i][j]*r[j]*dr[j];
Nuc = -Jr[i][M+1]/(GAMAr[M]*(tp[i]-tm));
Nur = (qrp[i]/((tp[i]-tm)*To))*Di/Cond;
Nut = Nuc+Nur;
fprintf(fp,"%7.4f %12.4f %12.4f %12.4f %12.4f %12.4f %12.4f\n",x[i],
        tp[i],tm,ts[i],Nuc,Nur,Nut);
}
fprintf(fp,"ITER = %d\n",ITER);
fclose(fp);
}

```

```

/***** FIM DO CODIGO COMPUTACIONAL *****/

```