

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR *Frederico Rodrigues*  
*Minucci* ..... E APROVADA  
PELA COMISSÃO JULGADORA EM *12/07/10*

  
.....  
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Frederico Rodrigues Minucci

# **Fadiga Multiaxial Aplicada à Avaliação da Vida de Virabrequins**

Campinas, 2010.

Frederico Rodrigues Minucci

# **Fadiga Multiaxial Aplicada à Avaliação da Vida de Virabrequins**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Projeto Mecânico

Orientador: Prof. Dr. Auteliano Antunes dos Santos Júnior

Campinas  
2010

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

M668f Minucci, Frederico Rodrigues  
Fadiga multiaxial aplicada à avaliação da vida de virabrequins / Frederico Rodrigues Minucci. --Campinas, SP: [s.n.], 2010.

Orientador: Auteliano Antunes dos Santos Júnior.  
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Materiais - Fadiga. 2. Motores de combustão interna. 3. Método dos elementos finitos. I. Santos Júnior, Auteliano Antunes dos. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Multiaxial fatigue applied to evaluation of crankshafts's life

Palavras-chave em Inglês: Materials - Fatigue, Internal combustion engines, Finite element method

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Itamar Ferreira, José Juliano de Lima Junior

Data da defesa: 12/07/2010

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO**

**Fadiga Multiaxial Aplicada à Avaliação da  
Vida de Virabrequins**

Autor: Frederico Rodrigues Minucci

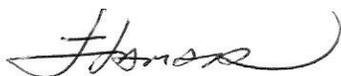
Orientador: Prof. Dr. Auteliano Antunes dos Santos Júnior

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



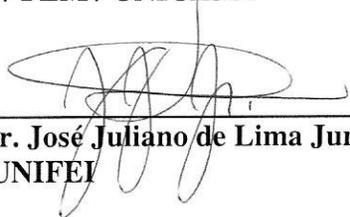
---

**Prof. Dr. Auteliano Antunes dos Santos Júnior, Presidente  
DPM / FEM / UNICAMP**



---

**Prof. Dr. Itamar Ferreira  
DEMA / FEM / UNICAMP**



---

**Prof. Dr. José Juliano de Lima Junior  
IEM / UNIFEI**

Campinas, 12 de julho de 2010.

Dedico este trabalho a toda minha família que esteve o tempo todo ao meu lado e me apoiou durante toda essa etapa da minha vida.

## **Agradecimentos**

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Aos meus pais Silvio e Cecilia, que deram a base para eu ser quem eu sou e chegar onde cheguei.

À Rosi pela companhia, compreensão e paciência durante todos os dias de dedicação a este trabalho.

Ao meu orientador Prof. Dr. Auteliano, pelo apoio, direcionamento, confiança e amizade durante todo o desenvolvimento desta dissertação.

À ThyssenKrupp Metalúrgica Campo Limpo Ltda, pela grande oportunidade.

Aos engenheiros Rafael, Alex, Sergio e Robson da ThyssenKrupp Metalúrgica Campo Limpo Ltda pelas dicas e sugestões para a pesquisa.

## Resumo

O virabrequim é um dos principais componentes do motor de combustão interna e sua função é, em conjunto com a biela, transformar o movimento de translação do pistão em movimento de rotação. Como sofrem carregamentos cíclicos durante toda sua vida útil, o principal tipo de falha de um virabrequim é por fadiga. Porém, por estarem sujeitos a carregamentos complexos, tensões multiaxiais são geradas resultando no problema da fadiga multiaxial. Nos últimos anos, diversos métodos que tratam desse problema foram apresentados, porém, até hoje, nenhuma abordagem foi universalmente aceita. Este trabalho apresenta a avaliação da vida de dois virabrequins fornecidos pela empresa ThyssenKrupp Metalúrgica Campo Limpo Ltda quanto à falha por fadiga utilizando os critérios de fadiga multiaxial para elevado número de ciclos de Matake, McDiarmid e DangVan, baseados nos planos críticos, e os critérios de Sines, Crossland e Kakuno-kawada, baseados nos invariantes de tensão. Ao longo do trabalho, é descrita a cinemática e a dinâmica do movimento de um virabrequim bem como uma forma adequada de tratamento para a vibração torcional. Com base nos esforços, é feita a análise de tensões através do método de superposição de esforços unitários. Os resultados das tensões são utilizados como entradas em um algoritmo especialmente desenvolvido para os critérios de fadiga citados. As análises feitas mostram que os projetos analisados são seguros quando avaliados utilizando tais critérios.

*Palavras Chave:* Materiais - Fadiga, Motores de combustão interna, Método dos elementos finitos.

## **Abstract**

The crankshaft is one of the most important components of the internal combustion engine and its function is, with the rods, transforming the linear movement of the piston into rotation. As it is under cyclic loading during all of his life, the main type of failure in these components is due to fatigue. However, as they are subject to complex loads, multiaxial stresses arise, which results in the problem of multiaxial fatigue. Recently, several approaches to this problem were proposed but until now, there is no universally accepted approach. This work evaluates the life of two designs of crankshafts provided by ThyssenKrupp Metalúrgica Campo Limpo Ltda with respect to the fatigue failure using the multiaxial high-cycle fatigue criteria of Mataka, McDiarmid and Dang Van, based on critical planes, and Sines, Crossland and Kakuno-Kawada, which are based on the stress invariants. Throughout the work it is described the kinematics and the dynamics of the cranckshaft movement and an appropriate form of treatment for the torsional vibration. Based on the loads, a stress analysis is performed using the finite elements method and the superposition principle. The resulting stresses are used as inputs in a specially developed algorithm to evaluate the fatigue criteria cited. These analyses show that the designs are safe when they are evaluated using such criteria.

*Key words:* Materials – Fatigue, Internal combustion engines, Finite element method.

## Lista de Ilustrações

1.1	Virabrequim típico e seus componentes.	2
2.1	Mecanismo pistão-biela-manivela.	6
2.2	Simulação da aceleração do pistão para diferentes ordens da equação da série utilizada.	8
2.3	Exemplo de uma curva de pressão típica para motores de combustão.	10
2.4	Esforços atuantes no virabrequim e suas decomposições.	11
3.1	Torques atuantes no virabrequim de um motor de quatro cilindros.	15
3.2	Sistema massa-mola equivalente para o modelo.	15
3.3	Segmento do virabrequim utilizado para a obtenção de sua inércia.	16
3.4	Método para se obter a rigidez torcional em um virabrequim (Wladyslaw, 2008).	18
4.1	Possíveis combinações de carregamentos cíclicos.	25
4.2	Tensões normal e de cisalhamento atuantes em um plano $\Delta$ .	27
4.3	Histórico das tensões atuantes em um plano $\Delta$ .	28
4.4	Abordagem da maior corda.	30
4.5	Abordagem da maior projeção – Detalhe da linha H de projeção.	30
4.6	Abordagem da menor circunferência circunscrita.	31
4.7	Menor hipersfera que circunscribe a trajetória da tensão desviadoras.	34
4.8	Crítério de fadiga de Dang Van (Henry et al, 1992).	38
5.1	Virabrequim fornecido por Lima e Silva (2009), conforme dados da empresa ThyssenKrupp Metalúrgica Campo Limpo Ltda.	44
5.2	Esforços unitários aplicados no moente do virabrequim.	47
5.3	Esforços unitários aplicados no munhão do virabrequim.	47
5.4	Uma das simulações onde a pressão unitária é aplicada na direção $-Y$ no segundo moente do virabrequim.	48
5.5	Pontos críticos do virabrequim.	49
5.6	Sistema esférico de coordenadas convencionado.	50

5.7	Tensão equivalente de Von Mises para todos os 4160 pontos fornecidos por Lima e Silva (2010).	51
5.8	Ampliação da Figura 5.7 nos pontos de máxima tensão equivalente de Von Mises.	52
6.1	Deslocamento, velocidade e aceleração do pistão, para o motor à 1700rpm.	54
6.2	Forças atuantes no pistão para o motor à 1700 rpm.	54
6.3	Forças atuantes no moente do virabrequim para o motor a 1700 rpm.	55
6.4	Máxima força radial, amplitude da força radial, máxima força tangencial e amplitude da força tangencial.	56
6.5	Máximo torque para todas as rotações fornecidas por Silva (2009).	56
6.6	Deslocamento angular nos 4 segmentos do virabrequim a 1700 rpm.	57
6.7	Deslocamento angular nos 4 segmentos do virabrequim a 2100 rpm.	58
6.8	Deslocamento angular nos 4 segmentos do virabrequim a 3050 rpm.	58
6.9	Malha utilizada para uma das simulações do método de superposição.	59
6.10	Tensão de Von Mises para quatro pontos do primeiro segmento do virabrequim para uma rotação de 1700 rpm.	60
6.11	Tensão de Von Mises para quatro pontos do primeiro segmento do virabrequim para uma rotação de 2100 rpm.	60
6.12	Tensão de Von Mises para quatro pontos do primeiro segmento do virabrequim para uma rotação de 3050 rpm.	61
6.13	Histórico da tensão de cisalhamento e a menor circunferência que o circunscribe a 1700 rpm no ponto 1-3.	63
6.14	Tensão normal atuante no ponto 1-3 a 1700 rpm.	63
6.15	Critério de Dang Van para o motor a 1700 rpm no ponto 1-3.	65
6.16	Critério de Dang Van para o motor a 2100 rpm no ponto 1-3.	65
6.17	Critério de Dang Van para o motor a 3050 rpm no ponto 1-3.	66
6.18	Histórico de tensão no plano entre os espaços S4 e S5 no ponto 1-3 a 1700 rpm e a mínima circunferência que o circunscribe.	67
6.19	Tensão hidrostática atuante no ponto 1-3 a 1700 rpm.	67
6.20	Histórico de tensão no plano entre os espaços S3 e S5 no ponto 4-4 a 1700 rpm e a mínima circunferência que o circunscribe.	68

6.21	Tensão hidrostática atuante no ponto 4-4 a 1700 rpm.	69
6.22	Coeficientes de segurança para um determinado ponto a uma rotação de 1700 rpm.	72
6.23	Coeficientes de segurança para um determinado ponto a uma rotação de 2100 rpm.	73
6.24	Coeficiente de segurança para um determinado ponto a uma rotação de 3050 rpm.	74
6.25	Tensão de Von Mises para os 12 pontos selecionados para estudo.	76
6.26	Histórico da tensão de cisalhamento e a menor circunferência que o circunscribe no ponto 4.	77
6.27	Tensão normal atuante no ponto 4.	78
6.28	Critério de Dang Van para o ponto 6.	79
6.29	Histórico de tensão no plano entre os espaços S3 e S4 no ponto 4 e a mínima circunferência que o circunscribe.	79
6.30	Tensão hidrostática atuante no ponto 4.	80
6.31	Histórico de tensão no plano entre os espaços S3 e S4 no ponto 1 e a mínima circunferência que o circunscribe.	81
6.32	Tensão hidrostática atuante no ponto 1.	81
6.33	Coeficiente de segurança para os 12 pontos para todos os critérios de fadiga.	83

## Lista de Tabelas

6.1	Plano de máxima tensão de cisalhamento para os critérios do plano crítico de Matake e McDiarmid.	62
6.2	Orientação dos planos críticos para o critério de Dang Van.	64
6.3	Coeficientes de segurança a uma rotação de 1700 rpm.	70
6.4	Coeficientes de segurança a uma rotação de 2100 rpm.	70
6.5	Coeficientes de segurança a uma rotação de 3050 rpm.	71
6.6	Orientação dos planos críticos para cada critério.	77
6.7	Coeficiente de segurança para todos os pontos e para todos os critérios de fadiga.	82

## Lista de Abreviaturas e Siglas

### *Letras Latinas*

$a$	aceleração instantânea do pistão
$a_{dv}, b_{dv}$	parâmetros materiais do critério de fadiga de Dang Van
$C$	vetor tensão cisalhamento
$C_a$	amplitude da tensão de cisalhamento
$C_m$	tensão de cisalhamento média
$C_{\max}$	tensão de cisalhamento máxima
$[C_c]$	matriz de amortecimento
$d$	diâmetro do pistão
$F$	força resultante atuante no pistão
$F_a$	força de inércia alternada
$F_g$	força de combustão
$F_{ir}$	força de inércia de rotação da biela
$F_r$	força radial resultante
$F_{rr}$	força resultante de inércia de rotação
$F_t$	força tangencial resultante
$F_w$	força de inércia de rotação de compensação do braço do virabrequim
$f_{-1}$	limite de resistência à fadiga para flexão pura alternada
$f_0$	limite de resistência à fadiga para flexão repetida
$[I]$	matriz de inércia
$\sqrt{J_2}$	raiz quadrada do segundo invariante do tensor desviador
$\sqrt{J_{2,a}}$	amplitude de tensão desviadora em termos do segundo invariante do tensor tensão desviador

$\sqrt{J_{2,m}}$	valor médio da tensão desviadora em termos do segundo invariante do tensor tensão desviador
$[K]$	matriz de rigidez torcional
$L$	comprimento da biela
$m_a$	massas da componente alternativa da biela
$m_b$	massa da biela
$m_p$	massa do pistão
$m_r$	massa da componente rotativa da biela
$m_w$	massa do braço da manivela
$\mathbf{n}$	vetor normal à um plano
$\mathbf{N}$	vetor tensão normal
$N$	tensão normal (valor algébrico)
$N_a$	amplitude da tensão normal
$N_m$	tensão normal média
$N_{\max}$	tensão normal máxima
$p$	pressão interna no cilindro
$p_h$	tensão hidrostática
$p_{h,\max}$	valor máximo da tensão hidrostática
$p_{h,a}$	amplitude da tensão hidrostática
$p_{h,m}$	valor médio da tensão hidrostática
$r$	raio do virabrequim
$r_w$	raio de compensação do braço de manivela
$r_t$	raio para o cálculo da rigidez torcional
$\mathbf{S}$	tensor tensão desviador
$\mathbf{S}_n$	vetor tensão resultante em um plano qualquer
$S_{ut}$	máxima resistência à tração

$T$	torque aplicado no virabrequim
$t_{-1}$	limite de resistência a fadiga para torção pura alternada
$t_0$	limite de resistência a fadiga para torção repetida
$t_{a,b}$	limite de fadiga para os casos A e B que dependem de como a trinca se propaga
$u_t$	deslocamento tangencial
$v$	velocidade instantânea do pistão
$x$	posição instantânea do pistão

### ***Letras Gregas***

$\alpha$	ângulo do virabrequim
$\beta$	ângulo da biela
$\Delta$	plano definido por $\theta$ e $\varphi$
$\varepsilon$	coeficiente para o amortecimento equivalente
$\phi$	deslocamento angular em cada segmento do virabrequim
$\kappa, \lambda, \mu$	parâmetros dos materiais para os critérios de fadiga
$\lambda$	relação entre o raio da manivela e o comprimento da biela
$\theta$	ângulo a colatitude
$\varphi$	ângulo a longitude
$\sigma_c$	tensor de tensões
$\sigma$	componentes da tensão normal
$\sigma_{VonMises}$	tensão de Von Mises
$\tau$	componentes da tensão de cisalhamento
$\omega$	velocidade angular do virabrequim
$\Psi$	curva descrita pelo vetor $S_n$ em um ciclo
$\Psi'$	projeção da curva $\Psi$ em um plano $\Delta$

# SUMÁRIO

1. Introdução	1
1.1. Objetivos do trabalho	3
1.2. Descrição dos capítulos	3
2. Modelagem dinâmica tradicional de um sistema pistão-biela-manivela	5
2.1. Cinemática	5
2.2. Esforços dinâmicos	9
2.3. Esforços atuantes no virabrequim	11
2.4. Considerações finais	12
3. Modelagem da vibração torcional	14
3.1. Momentos torçores atuantes no sistema	14
3.2. Modelagem como um sistema massa mola	15
3.2.1. Cálculo da rigidez torcional para o modelo	18
3.3. Considerações finais	19
4. Fadiga	20
4.1. Histórico da falha por fadiga	20
4.2. Fadiga Multiaxial	23
4.2.1. Definições importantes	26
4.2.2. Critérios de fadiga multiaxial	34
4.2.2.1. Critério de Mataka	35
4.2.2.2. Critério de McDiarmid	36
4.2.2.3. Critério de Dang Van	37
4.2.2.4. Critério de Sines	38
4.2.2.5. Critério de Crossland	39
4.2.2.6. Critério de Kakuno-Kawada	40
4.2.3. Fadiga multiaxial aplicada em virabrequins	40
4.3. Considerações finais	42
5. Metodologia	43

5.1. Motor MWM Tractor de quatro cilindros	43
5.1.1. Análise de tensões	45
5.1.2. Aplicação dos critérios de fadiga	49
5.2. Outros tipos de virabrequim	50
5.3. Considerações finais	52
6. Resultados e discussão	53
6.1. Motor MWM Tractor de quatro cilindros	53
6.1.1. Esforços dinâmicos	53
6.1.2. Vibração torcional	57
6.1.3. Esforços atuantes	59
6.1.4. Fadiga multiaxial aplicada ao virabrequim	61
6.1.4.1. Critérios baseados no plano crítico	61
6.1.4.2. Critérios baseados nos invariantes de tensão	66
6.1.5. Comparação entre os resultados obtidos para o primeiro virabrequim	69
6.2. Motor de 6 cilindros	75
6.2.1. Fadiga multiaxial	75
6.2.1.1. Critérios baseados plano crítico	76
6.2.1.2. Critérios baseados nos invariantes de tensão	79
6.2.2. Comparação entre os resultados obtidos para o segundo virabrequim	82
6.3. Considerações finais	84
7. Conclusões e sugestões para próximos trabalhos	85
Referências Bibliográficas	87

# 1 INTRODUÇÃO

O mercado atual requer motores menores, mais econômicos e mais potentes. Leis obrigam fabricantes a diminuir suas emissões de carbono. Menos emissão significa mais eficiência na queima de combustível e uma forma de se obter isso é aumentar a pressão ou a relação ar-combustível dentro da câmara de combustão. Assim, os estudos na área de durabilidade e otimização tornam-se cada vez mais importantes para a indústria automotiva.

Como definido por Giacosa (1986), motores são máquinas que tem por objetivo transformar algum tipo de energia em energia mecânica. No caso deste trabalho, tratar-se-á de motores de combustão interna, ou seja, motores que transformam, dentro de uma câmara, energia proveniente de uma reação química (combustão de um gás) em energia mecânica que movimenta as partes móveis do motor, tais como pistão, biela, virabrequim e comando de válvulas.

Segundo Zissimos (2001), nas últimas décadas foram desenvolvidas ferramentas sofisticadas que podem aumentar a compreensão dos fenômenos físicos associados ao funcionamento de componentes vitais do motor. Isso é particularmente verdade para os virabrequins, um dos componentes mais estudados e mais importantes do motor de combustão interna.

O virabrequim ou árvore de manivelas ou cambota é o componente do motor que traduz o movimento alternativo linear do pistão em movimento de rotação. Ele é basicamente um eixo principal, onde estão localizados os munhões, com sub-eixos descentralizados, onde se encontram os moentes, que fornecem torque ao eixo principal quando submetido a uma carga. A carga do sistema vem da pressão do cilindro devido à explosão de um combustível e da inércia da biela conectada ao pistão. Na Figura 1.1 é apresentado um virabrequim e seus componentes.

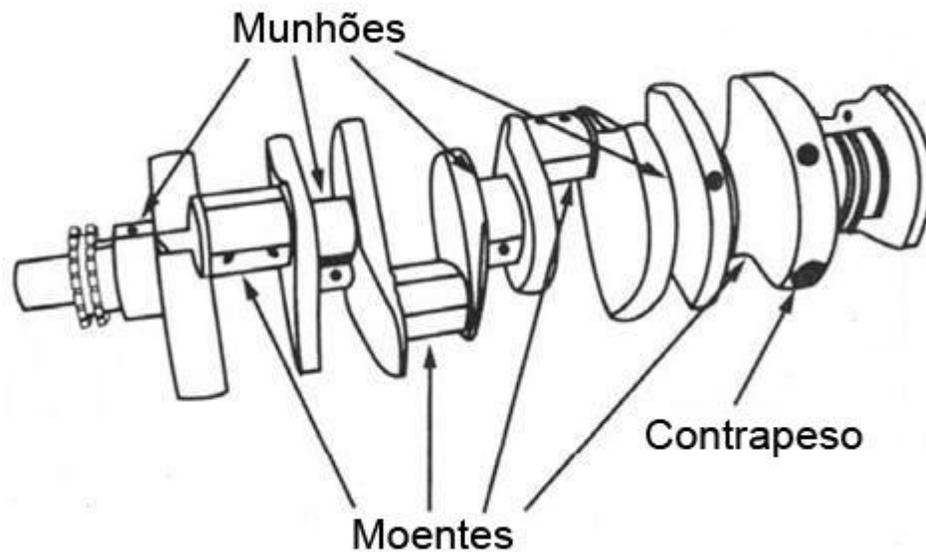


Figura 1.1 - Virabrequim típico e seus componentes.

O tamanho e o peso de um virabrequim dependem do número de cilindros e da potência de saída do motor. De acordo com Montazersadgh e Fatemi (2007), o peso varia de 3,2 kg para um motor de apenas um cilindro com a potência de 12 hp, até 300 toneladas para um motor diesel de 14 cilindros com uma potência de 108920 hp.

O principal tipo de falha em um virabrequim e na maioria dos componentes mecânicos, por estarem sujeitos a carregamentos variáveis, é por fadiga. Uma abordagem comum é tratar a fadiga em virabrequins com critérios de tensões equivalentes, como mostrado por Villalva et. al (2006), o que é uma grande simplificação do problema real, pois o virabrequim está sujeito a carregamentos complexos que geram tensões multiaxiais. Portanto, a melhor forma de tratar o problema é com critérios de fadiga multiaxial, tais como os que serão apresentados e comparados neste trabalho.

Mesmo com o grande número de estudos relatados na literatura sobre critérios de fadiga multiaxial, os métodos atuais para projeto de virabrequins ainda fazem uso de critérios de fadiga simplificados (Heath, 1990) e levam a coeficientes de segurança que, na verdade, podem ser menores.

A importância de utilizar os critérios corretos para o projeto de componentes mecânicos pode ser vista na diferença de dimensões encontradas em projetos feitos no início do século 20 e

projetos feitos atualmente. Isso ocorre, porque, hoje, há um conhecimento mais profundo do comportamento dos materiais e das formas mais efetivas de estimar os esforços atuantes. Com o emprego de métodos numéricos, os projetos atuais permitem o cálculo da segurança com maior confiabilidade. Isso permitiu reduzir a incerteza quanto à adequação de uma solução às especificações de vida requerida. A mesma razão move a busca por métodos mais adequados para previsão de vida em casos onde as tensões têm distribuição complexa, como o abordado nesse texto, e justifica o desenvolvimento deste trabalho.

## **1.1 Objetivos do trabalho**

Este trabalho tem como objetivo avaliar a vida de virabrequins através da aplicação de critérios de fadiga multiaxial e compará-los entre si. Como parte do trabalho, serão calculadas as tensões atuantes em pontos críticos de um virabrequim e será estimada a resistência à fadiga, o que permitirá o cálculo da segurança em operação para cada critério de fadiga multiaxial adequado. Como forma de contribuir para a realização de trabalhos futuros, será criado um algoritmo que possibilite o cálculo da vida em fadiga utilizando todos os critérios apresentados para uma determinada condição de tensão.

## **1.2 Descrição dos capítulos**

Os conceitos básicos e revisão de literatura estão distribuídos entre os capítulos 2, 3 e 4 deste trabalho.

O capítulo 2 apresenta o método tradicional para análise cinemática e dinâmica do mecanismo pistão-biela-manivela utilizado para obter os esforços dinâmicos atuantes na manivela, o que equivale aos esforços atuantes no virabrequim de um motor monocilíndrico e que é estendido a motores com vários cilindros.

O capítulo 3 apresenta a metodologia para o cálculo e análise das vibrações torcionais atuantes no sistema a partir de um modelo equivalente de um virabrequim de quatro cilindros. Além disso, um método para o cálculo da rigidez torcional é mostrado.

O capítulo 4 aborda o tema fadiga. Primeiramente, é apresentado um breve histórico sobre fadiga uniaxial e multiaxial. Definições importantes para os critérios de fadiga multiaxial baseados nos planos críticos e nos invariantes de tensão são apresentadas em seguida. Finalizando o capítulo, os critérios de Mataka, McDiarmid, DangVan, Sines, Crossland e Kakuno-Kawada são expostos.

O capítulo 5 trata da metodologia do trabalho. Como foram feitas as simulações e aplicações dos critérios de fadiga em estudo. Quais as simplificações, condições de contorno e hipóteses adotadas. Além disso, o método da superposição é apresentado.

O capítulo 6 apresenta os resultados obtidos para as simulações dos virabrequins, bem como a análise, discussão e limitação de cada simulação.

O capítulo 7 apresenta as conclusões do trabalho, as dificuldades encontradas e temas para trabalhos posteriores.

## 2 MODELAGEM DINÂMICA TRADICIONAL DE UM SISTEMA PISTÃO-BIELA-MANIVELA

Neste capítulo, será apresentada a análise cinemática e dinâmica que permitirá o cálculo dos esforços gerados pelo movimento do pistão e servirá de entrada para o modelo numérico para cálculo de tensões. Estas, por sua vez, serão utilizadas na comparação com a resistência utilizando os diversos critérios propostos.

Existem dois modelos para o cálculo das forças dinâmicas de um sistema pistão-biela-manivela. Um deles é baseado na dinâmica de múltiplos corpos rígidos e que utiliza as equações de Newton-Euler; o outro é baseado na decomposição da força de inércia em parcelas oscilatória e rotativa (modelo tradicional). Segundo Villalva et al. (2006), os resultados são muito semelhantes, mas como o método tradicional é o mais utilizado na indústria automotiva, este será o empregado neste trabalho.

### 2.1 Cinemática

A Figura 2.1 ilustra o mecanismo pistão-biela-manivela para um único cilindro. Para efeito de cálculo, considera-se o movimento circular do virabrequim uniforme.

Por geometria, a partir da Figura 2.1, obtém-se:

$$x = r(1 - \cos \alpha) + L(1 - \cos \beta), \quad (2.1)$$

$$r \cdot \text{sen} \alpha = L \cdot \text{sen} \beta. \quad (2.2)$$

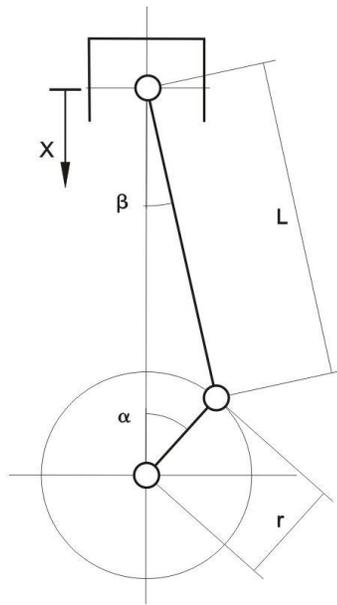


Figura 2.1- Mecanismo pistão-biela-manivela.

Manipulando a Equação 2.2 e adotando  $r/L=\lambda$ , tem-se:

$$\text{sen}\beta = \frac{r}{L} \text{sen}\alpha , \quad (2.3)$$

$$\text{sen}\beta = \lambda \cdot \text{sen}\alpha . \quad (2.4)$$

Como:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \text{sen}^2 \beta} , \quad (2.5)$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \lambda^2 \text{sen}^2 \alpha} , \quad (2.6)$$

pode-se, então, expressar o deslocamento do pistão  $x$  apenas em função do ângulo  $\alpha$  do virabrequim substituindo a Equação 2.6 na Equação 2.1:

$$x = r(1 - \cos \alpha) + L(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}). \quad (2.7)$$

A Equação 2.6 pode ser expandida em série binomial da seguinte forma:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha} = 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \alpha - \frac{1^4}{8} \lambda^4 \sin^4 \alpha - \frac{1}{16} \lambda^6 \sin^6 \alpha + \dots, \quad (2.8)$$

onde, a partir de relações trigonométricas:

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\alpha, \quad (2.9)$$

$$\sin^4 \alpha = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos 2\alpha + \frac{1}{8} \cos 4\alpha, \quad (2.10)$$

$$\sin^6 \alpha = \frac{15}{16} - \frac{15}{32} \cos 2\alpha + \frac{3}{16} \cos 4\alpha - \frac{1}{32} \cos 6\alpha. \quad (2.11)$$

Como  $\lambda$  é um número pequeno, com valores na ordem de grandeza de 0,25, os termos superiores aos de segunda ordem da Equação 2.8 podem ser desprezados sem que a precisão dos cálculos seja comprometida, como é ilustrado na Figura 2.2, onde é plotada a aceleração de um pistão em relação ao seu ângulo de giro dependendo do número de termos. Como se pode observar, as curvas para dois e quatro termos se sobrepõem.

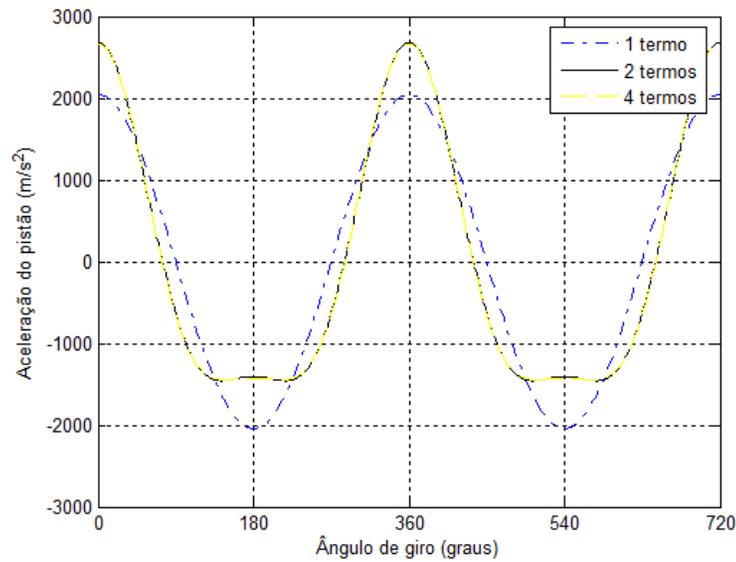


Figura 2.2 – Simulação da aceleração do pistão para diferentes ordens da equação da série utilizada.

Assim, a expressão do movimento do pistão fica:

$$x = r \left[ (1 - \cos \alpha) + \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\alpha) \right]. \quad (2.12)$$

A velocidade do pistão é dada pela derivada do deslocamento no tempo:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = \omega \cdot \frac{dx}{d\alpha} = \omega r \left( \sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha \right). \quad (2.13)$$

Sua aceleração é dada pela derivada da velocidade no tempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = \omega \cdot \frac{dv}{d\alpha} = \omega^2 \cdot r (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha). \quad (2.14)$$

Resumindo, dos resultados anteriores têm-se:

$$x = r \left[ (1 - \cos \alpha) + \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\alpha) \right], \quad (2.15)$$

$$v = \omega.r \left( \sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha \right), \quad (2.16)$$

$$a = \omega^2.r(\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha). \quad (2.17)$$

## 2.2 Esforços dinâmicos

Os esforços atuantes em um virabrequim são decorrentes das forças de combustão do gás nos cilindros e das forças de inércia dos componentes do motor, que pode ser decomposta em força de inércia alternada e de rotação.

A força de combustão é calculada pela Equação 2.18 a partir da curva da pressão interna  $p(\alpha)$  no cilindro em função do ângulo de giro do virabrequim. A curva é mostrada na Figura 2.3.

$$F_g(\alpha) = p(\alpha) \cdot \frac{\pi.d^2}{4}. \quad (2.18)$$

A força de inércia deve ser decomposta em duas componentes, uma alternada e uma de rotação, sendo que a primeira é a força resultante apenas do movimento da massa oscilatória do sistema, parte não rotativa: pistão ( $m_p$ ) e biela ( $m_b$ ).

$$F_a = \left( \frac{1}{3} m_b + m_p \right) \cdot \omega^2.r(\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha). \quad (2.19)$$

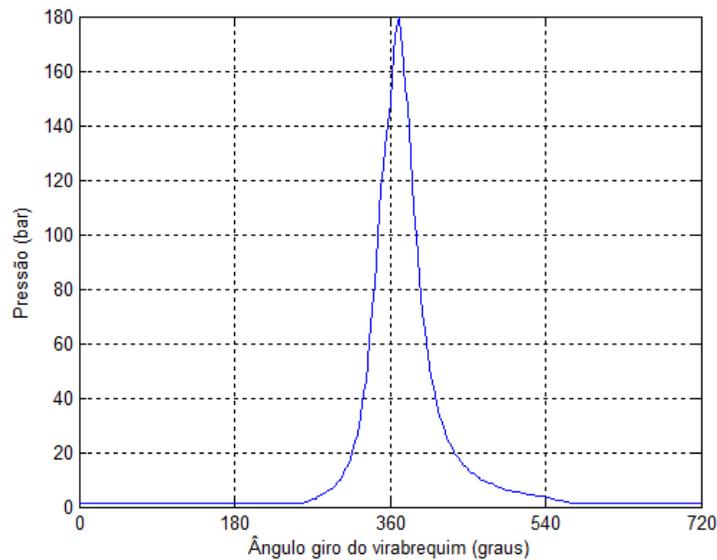


Figura 2.3 – Exemplo de uma curva de pressão típica para motores a combustão.

Já a força de inércia de rotação é decorrente dos movimentos de rotação das massas do sistema, dadas por:

$$F_{ir} = \left( \frac{2}{3} m_b \right) \cdot \omega^2 \cdot r . \quad (2.20)$$

Como se pode observar, a massa da biela ( $m_b$ ) foi dividida em duas massas equivalentes. De acordo com Mendes (2005), essas relações entre as massas da biela podem ser utilizadas sem comprometer a precisão dos cálculos. Apenas um terço da massa da biela é considerada como que transladando, enquanto que dois terços da massa total é considerada com movimento circular.

Outro fator que não pode ser desconsiderado é a força de inércia de compensação do braço da manivela, que é dada dada por:

$$F_w = 2m_w \omega^2 r_w . \quad (2.21)$$

Então, a força resultante de inércia de rotação é obtida da seguinte forma:

$$F_{rr} = F_{ir} - F_w. \quad (2.22)$$

Depois de calculadas todas as forças, pode-se obter a força resultante da força de combustão e da força de inércia alternada, através da Equação 2.23.

$$\vec{F} = \vec{F}_g + \vec{F}_a. \quad (2.23)$$

### 2.3 Esforços atuantes no virabrequim

É necessário conhecer os esforços atuantes diretamente no virabrequim. A força resultante pode ser decomposta em componentes tangenciais e radiais atuantes no moente do virabrequim. A Figura 2.4 ilustra os esforços dinâmicos encontrados no virabrequim.

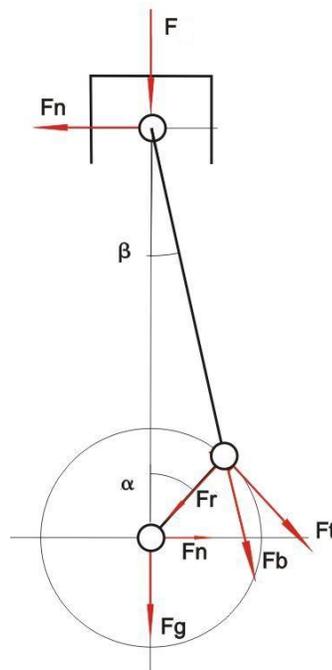


Figura 2.4 - Esforços atuantes no virabrequim e sua decomposição.

A força resultante no pistão é decomposta em duas componentes:  $F_n$ , que atua sobre o cilindro, e  $F_b$ , que atua na direção da biela:

$$F_n = F \cdot \tan \beta, \quad (2.24)$$

$$F_b = \frac{F}{\cos \beta}. \quad (2.25)$$

A força  $F_b$ , por sua vez, pode ser decomposta como uma força radial  $F_r$  e como força tangencial  $F_t$ :

$$F_t = F_b \cdot \sin(\alpha + \beta) = \frac{F \cdot \sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}, \quad (2.26)$$

$$F_r = F_b \cdot \cos(\alpha + \beta) = \frac{F \cdot \cos(\alpha + \beta)}{\cos \beta}. \quad (2.27)$$

O torque atuante no virabrequim, então, é dado por:

$$T = F_t \cdot r = \frac{F \cdot r \cdot \sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}. \quad (2.28)$$

## 2.4 Considerações finais

Neste capítulo, foram apresentados modelos cinemáticos e dinâmicos do conjunto Pistão-Biela-Manivela que serão utilizados nas análises de fadiga em capítulos posteriores. O desenvolvimento apresentado permite o cálculo das velocidades e acelerações do sistema, bem

como das forças que atuam no virabrequim e do torque aplicado a este por componentes destas forças.

Tanto as forças como o torque variam com a posição da biela ao longo do ciclo de trabalho do motor como esperado. Isso mostra um conjunto de esforços com variação não linear, o que tem reflexo direto nas tensões calculadas para cada ponto do virabrequim. Essa variação é que é responsável pela falha por fadiga destes componentes. Com base no campo de variação destas tensões, serão definidos os critérios de vida adequados para a avaliação da segurança do virabrequim.

### **3 MODELAGEM DA VIBRAÇÃO TORCIONAL**

Segundo Shu et al. (2007), apesar dos virabrequins estarem sujeitos a vários tipos de vibrações, como axiais, flexionais e torcionais, as mais importantes e que devem ser levadas em conta para os atuais projetos de virabrequins são as vibrações torcionais. Tal consideração também é feita por Brusa et al. (1997) e, por isso, as tensões geradas por este tipo de esforço serão as estudadas neste trabalho. Neste capítulo, definem-se os momentos atuantes no sistema e a rigidez torcional associada a eles e que servirão como base para o cálculo das tensões.

#### **3.1 Momentos torçores atuantes no sistema**

Para um motor de combustão interna de quatro cilindros e de quatro tempos, onde os gases completam um ciclo termodinâmico a cada duas voltas, ou seja, 720 graus, as explosões em cada cilindro ocorrem com uma defasagem de 180 graus. Isto é mostrado na Figura 3.1. Como pode ser visto, os torques atuantes em cada segmento do virabrequim são os mesmos e apenas sofrem uma defasagem de 180 graus. Se numerarmos os cilindros de um motor de 1 a 4. A sequência de explosões para um motor de quatro cilindros deve ser 1 3 4 2.



A inércia pode ser obtida empregando um software CAD convencional. Neste modelo, é levada em conta, além da massa de cada segmento do virabrequim, a massa rotativa da biela  $m_r$ , conforme mostrado na Figura 3.3.

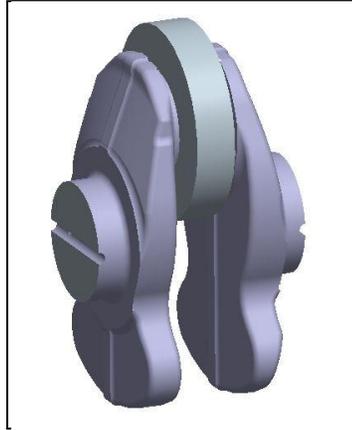


Figura 3.3 – Segmento do virabrequim utilizado para a obtenção de sua inércia.

A equação de movimento aplicada a este sistema é:

$$[I]\{\ddot{\phi}(t)\} + [C_c]\{\dot{\phi}(t)\} + [K]\{\phi(t)\} = \{T(t)\}, \quad (3.1)$$

onde  $[I]$  é uma matriz diagonal com os valores de suas inércias, dada por:

$$[I] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_6 \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

$[K]$  é a matriz de rigidez, dada por:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1 + K_2 & -K_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_3 & K_3 + K_4 & -K_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_4 & K_4 + K_5 & -K_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_5 & K_5 + K_6 \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Na Equação 3.1,  $[C_c]$  é a matriz de amortecimento. De acordo com Mendes et al.(2003), pode-se considerar o amortecimento como sendo viscoso proporcional, assim:

$$[C_c] = \varepsilon_1 [I] + \varepsilon_2 [K]. \quad (3.4)$$

Tal modelo, por não estarmos usando anti-vibrador, e o material do virabrequim ser considerado isotrópico, pode ser simplificado como:

$$[C_c] = \varepsilon_2 [K]. \quad (3.5)$$

O vetor  $\{\phi(t)\}$  da Equação 3.1 representa o ângulo de deslocamento no tempo e o vetor  $\{T(t)\}$ , descrito pela Equação 3.6, representa o torque aplicado ao sistema. Como no volante e na polia, respectivamente 1º e o 6º grau de liberdade, nenhum torque é aplicado, ou seja, seu valor no vetor é zero. Nas outras posições os valores dependem do torque aplicado em cada segmento do virabrequim, conforme detalhado no capítulo 3.1, assim:

$$\{T(t)\} = [0 \quad T_1(t) \quad T_3(t) \quad T_4(t) \quad T_2(t) \quad 0]. \quad (3.6)$$

Segundo Chopra (2001), a equação 3.1 pode ser resolvida numericamente utilizando o método de integração de Newmark, que fornece o deslocamento  $\phi(t)$ , a velocidade  $\dot{\phi}(t)$  e aceleração  $\ddot{\phi}(t)$  angular para cada elemento do sistema. Assim, um momento equivalente pode ser encontrado em cada segmento do virabrequim (grau de liberdade) multiplicando o deslocamento  $\phi(t)$  pela rigidez torcional  $K$  do virabrequim, como mostrado na Equação 3.7, para

que posteriormente, junto com as forças de combustão, possam ser encontradas as tensões em cada ponto do virabrequim.

$$M = K.\phi. \quad (3.7)$$

### 3.2.1 Cálculo da rigidez torcional para o modelo

Para calcular o momento, segundo a equação 3.7, é necessário conhecer a rigidez  $K$ . Um método para encontrar a rigidez para cada elemento é engastar a extremidade do munhão e aplicar um torque unitário no moente, como foi feito por Wladyslaw (2008) e é ilustrado na Figura 3.4. A partir dos valores dos deslocamentos tangenciais  $u_t$  na extremidade da superfície de aplicação do torque unitário e do raio  $r_t$  desse ponto até o ponto em que o deslocamento tangencial  $u_t$  é zero, pode-se determinar o valor da rigidez, como demonstrado pela Equação 3.8.

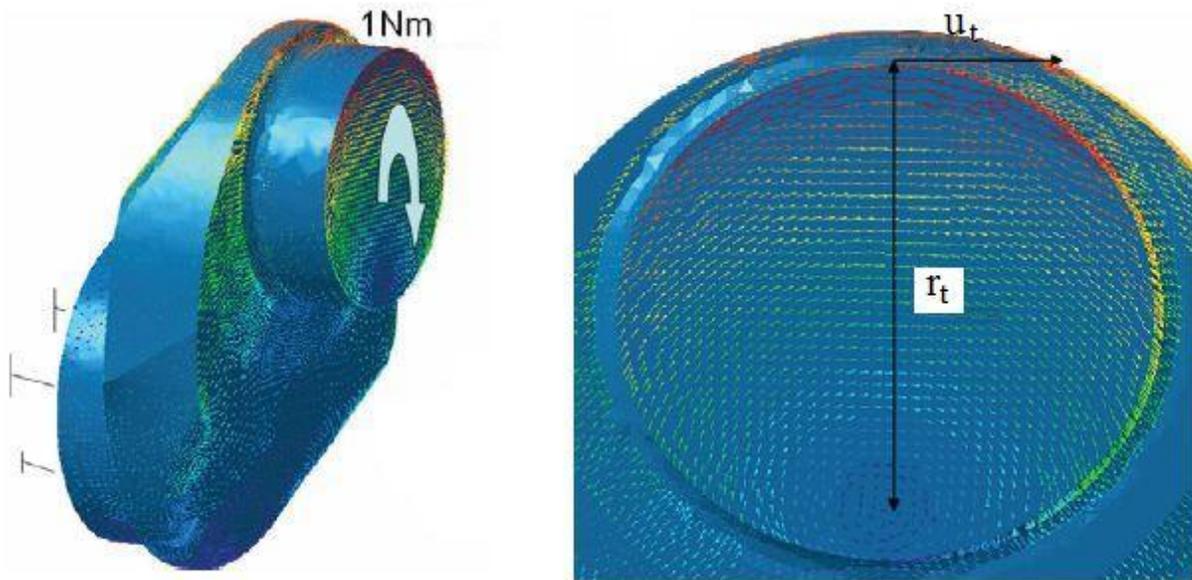


Figura 3.4 – Método para se obter a rigidez torcional em um virabrequim (Wladyslaw, 2008).

$$K = \frac{1}{\phi} = \frac{r_t}{u_t}. \quad (3.8)$$

### **3.3 Considerações finais**

Neste capítulo, foi apresentado um modelo para a vibração torcional do virabrequim. Tal modelo permite que sejam calculados os esforços que são mais representativos para a abordagem apresentada nesta dissertação. Foi apresentado, também, um método para a obtenção da rigidez torcional do virabrequim, baseado na divisão do mesmo em segmentos e no cálculo do deslocamento em cada um. Tal modelo possibilita a obtenção dos momentos atuantes no sistema, que são os esforços de entrada para os cálculos das tensões.

## **4 FADIGA**

De acordo com Norton (2006), a maioria das falhas em máquinas, veículos e estruturas ocorre devido a carregamentos variáveis e não a esforços estáticos. Mesmo submetidas a tensões bem menores que o limite de resistência do material, falhas catastróficas podem surgir a partir de falhas microscópicas nos componentes.

Fadiga é definida pela norma ASTM E1823 (2005) como sendo um processo progressivo e localizado de modificações estruturais permanentes ocorridas em um material submetido a condições que produzam tensões e deformações cíclicas em um ou mais pontos do material e que podem culminar em trincas ou fratura após certo número de ciclos. Ou seja, fadiga é um processo de falha gradativa de um componente submetido a uma solicitação mecânica cíclica.

### **4.1 Histórico da falha por fadiga**

Os primeiros ensaios envolvendo a falha de um metal através da aplicação de esforços cíclicos foram feitos por um funcionário alemão das minas de Clausthal, na Alemanha, chamado W. A. J. Albert, por volta de 1828. De acordo com Shutz (1996), Albert estava tentando estudar as correntes dos transportadores da mina que quebravam com frequência. Assim, construiu uma máquina de ensaio para o estudo da vida em fadiga dos componentes da corrente. Mas o termo “fadiga” foi utilizado pela primeira vez, mais de dez anos depois de Albert, por J. V. Poncelet, em 1839, na França.

Segundo Fine (1980), o primeiro artigo a tratar claramente da existência de falhas por fadiga foi escrito por W. J. Macquorn Rankine, em 1843, que observou a existência de eixos ferroviários que se rompiam após poucos anos de serviço.

Shutz (1996) relata que muitos acidentes ferroviários e aéreos desastrosos ocorreram no século XIX e XX devido a falhas por fadiga. Em 1842, o eixo de uma locomotiva quebrou em Versailles matando 60 pessoas. Em 1954, dois aviões a jato denominados “comets” caíram, e em

1988, outro grave acidente ocorreu no Havaí, quando um avião perdeu parte da sua fuselagem durante um pouso.

Um dos nomes mais importantes da história da fadiga é o de August Wöhler, que estabeleceu o primeiro laboratório de fadiga e publicou os primeiros estudos e ensaios sobre o assunto já em 1858. Seu trabalho “Die differenzen der spannungen welsche die schwingungen eingrenzen, send dabei fur zerstorung dêz zusammenhanges maasgebend”, mostra que, da mesma forma que Rankine, ele sabia que descontinuidades e cantos vivos são prejudiciais à resistência dos componentes, mesmo quando comparadas às mudanças graduais de secção. É interessante o fato de que Wöhler não usou o termo alemão “ermudang” (fadiga) e sim o termo “ruptura devido a cargas repetidas”.

Rankine e Wohler reconheciam que falhas por fadiga ocorriam pela iniciação de microtrincas, mas ainda eram fortes os conceitos da teoria da cristalização. Segundo esta a resistência de um material se reduz pelas vibrações às quais o componente está submetido, pois tais vibrações alteravam sua estrutura cristalina. O que evidentemente é um equívoco.

A curva S-N, que é baseada no que convencionou-se chamar de “fadiga de alto ciclo”, foi uma das contribuições de Wöhler. Sem dúvida, foi e continua sendo para diversos autores como Ferreira (2008), uma das maiores contribuições ao estudo da fadiga. Tal curva simplesmente mostra como um material se comporta quando submetido a carregamento variável. A tensão  $S$  é definida como a máxima magnitude que o material pode suportar para que atinja uma vida de  $N$  ciclos. O modelo de fadiga em alto ciclo se aplica, normalmente, para componentes mecânicos cuja vida supera os 1000 ciclos.

Nos anos de 1870 a 1890, novos resultados foram acrescentados aos trabalhos de Wöhler. Gerber, por exemplo, analisou os efeitos da tensão média na fadiga. Goodman fez um trabalho similar e até hoje seus nomes estão relacionados aos diagramas de fadiga mais populares para aplicações em engenharia.

O advento do microscópio ótico colaborou com novos estudos de tal forma que, em 1920, Griffith já publicava seus resultados sobre estudos da fratura. Ele é considerado por Fine (1980) o iniciador dos estudos da “mecânica da fratura”. Dez anos mais tarde, Haigh já tinha resultados sobre o comportamento dos aços de alta e média resistência, quando na presença de uma trinca.

Nessa época, Almen e Horger propunham artifícios para aprimorar a resistência à fadiga dos materiais, tais como tensões de compressão induzidas ou o encruamento das superfícies. Ao

fim da primeira metade do século, mais precisamente durante a Segunda Guerra Mundial, tanques Centurion e navios Liberty construídos em materiais de alta resistência apresentavam fratura frágil com consequências catastróficas. Observou-se, então, que tais trincas eram geralmente oriundas em descontinuidades, soldas ou furos de rebite.

Levando-se em conta o aumento do interesse pela durabilidade, a importância econômica e não menos a responsabilidade pelo produto, os fabricantes automobilísticos alemães, por volta de 1975, aumentaram ainda mais seus laboratórios e investimentos em máquinas e equipamentos para este tipo de ensaio (Schutz, 1996). Com isso, com o passar do tempo não foram mais exigidos termos de confiabilidade das máquinas de fadiga apenas no campo aeronáutico, mas também no campo automobilístico. Nessa época, apenas o fenômeno de fadiga de alto ciclo era estudado, já que se considerava que a ruptura em um número de ciclos menor estava ligada apenas ao limite de escoamento do material.

O advento do microscópio eletrônico aprofundou os conhecimentos sobre os mecanismos de fadiga e fratura. Com a introdução por Irwing dos conceitos básicos da mecânica da fratura linear elástica, a fadiga e a fratura tiveram seus conhecimentos ampliados.

No início da década de 60, Manson e Coffin estudaram as relações entre deformações plásticas e resistência à fadiga. Na mesma época, Paris relacionou o fator de intensidade de tensões à propagação de trincas.

Nas décadas de 70 e 80, os quesitos de fratura e fadiga já faziam parte de qualquer projeto cujo componente demandasse responsabilidade e segurança, pelo menos para uma razoável expectativa de vida, segundo Salamani (1991). Com o passar dos tempos, análise numérica aliada a resultados experimentais permitiram um projeto mais preciso, com sensível redução do número de protótipos e tempo gasto em análises.

Segundo Dowling (1993), o custo anual da fadiga de materiais para a economia dos EUA, em 1982, estava por volta de US\$100 bilhões, correspondendo a aproximadamente 3% do produto interno bruto (PIB). Esses custos são o resultado da ocorrência ou da prevenção da falha por fadiga em veículos terrestres, veículos ferroviários, aviões de todos os tipos, pontes, guindastes, equipamentos industriais, estruturas marítimas de poços de petróleo e uma ampla variedade de mecanismos e equipamentos incluindo itens de uso doméstico, brinquedos e equipamentos esportivos.

Classicamente, o problema de fadiga de materiais tem sido estudado segundo três abordagens principais.

a) Fadiga de alto ciclo ou fadiga controlada por tensões cíclicas. Quase toda a sua teoria foi desenvolvida até 1955. Engloba situações nas quais o componente sofre uma tensão nominal que é menor que a tensão de escoamento do seu material. Convencionou-se, para o emprego desse tipo de modelo, que a vida do componente é superior a  $10^3$  ou  $10^4$  ciclos. As curvas *S-N* (tensão em função do número de ciclos até a fratura) são as curvas características mais importantes para esse modelo.

b) Fadiga de baixo ciclo ou fadiga controlada por deformações cíclicas. Nesse caso, a tensão nominal aplicada no componente é maior que a tensão de escoamento do material e a vida desse componente é menor que  $10^3$  ou  $10^4$  ciclos. As curvas características dessa abordagem são as curvas de deformação em função do número de ciclos até a fratura, também chamadas de curvas  $\epsilon-N$ . A fadiga em baixo ciclo é particularmente importante onde há grandes deformações plásticas, como no caso da ruptura de um arame quando é deformado plasticamente por diversas vezes seguidas.

c) Propagação de trinca por fadiga. Baseada na teoria de mecânica de fratura, que trata do crescimento de trincas. A curva característica é a taxa de propagação da trinca por fadiga em função da variação do fator de intensidade de tensão. Essa abordagem, empregada em especial para materiais frágeis, permite o acompanhamento da vida em serviço de um componente, prevendo se uma trinca em um determinado estágio pode ou não levar a uma falha catastrófica.

## **4.2 Fadiga Multiaxial**

Muitos componentes mecânicos sofrem carregamentos mais complexos que os até agora apresentados. Ao invés de apenas gerarem tensões em uma direção, como no caso de fadiga uniaxial, podem ser geradas tensões ao longo de vários eixos, chamadas de tensões multiaxiais. Um exemplo comum é a combinação de flexão e torção em eixos.

Além disso, os esforços podem estar combinados de diversas maneiras. Pode ser que os oriundos da flexão sejam variáveis e os gerados pela torção sejam fixos (caso mais comum); pode ser o contrário; pode ser que todos variem simultaneamente (flexão, torção, axial) e, no caso mais complexo, pode ser que todos variem simultaneamente, mas defasados e com amplitudes diferentes. Quanto mais complexas forem essas combinações mais complexo será o critério para a estimativa confiável de vida do componente. A Figura 4.1 ilustra diversos tipos de combinações de carregamentos cíclicos.

Para cada tipo de carregamento ilustrado na Figura 4.1 são apresentados três gráficos: o primeiro é da amplitude da tensão de cisalhamento em função do tempo; o segundo, da amplitude da tensão normal em função do tempo e um terceiro gráfico, da amplitude de tensão de cisalhamento em função da amplitude da tensão normal.

Os esforços podem ser periódicos, transientes ou aleatórios. Se forem periódicos, eles podem ser sincronizados ou não-sincronizados, ou seja, podem ter o mesmo comprimento de onda ou não. Se forem sincronizados, podem ter relações em fase ou fora de fase.

Para o caso da tensão multiaxial simples - esforços sincronizados, periódicos e em fase, um exemplo simples ocorre quando temos um eixo em rotação sob flexão e torção combinados (quando o torque é constante).

Vários autores propuseram critérios de limite de fadiga multiaxial nas últimas décadas. Porém, apesar do grande número de propostas, não há ainda uma abordagem universalmente aceita. Autores como Papadopoulos et al. (1997), Wang e Yao (2004), Liu e Mahadevan (2005), Papuga (2005) e Jiang et al. (2007) fizeram ensaios e comparações entre os diversos critérios existentes, como é o tema desta dissertação. Os vários modelos de fadiga apresentados até hoje podem ser classificados em:

- a) Critérios experimentais;
- b) Critérios baseados nos invariantes do tensor de tensão;
- c) Critérios de energia;
- d) Critérios associados a planos críticos.

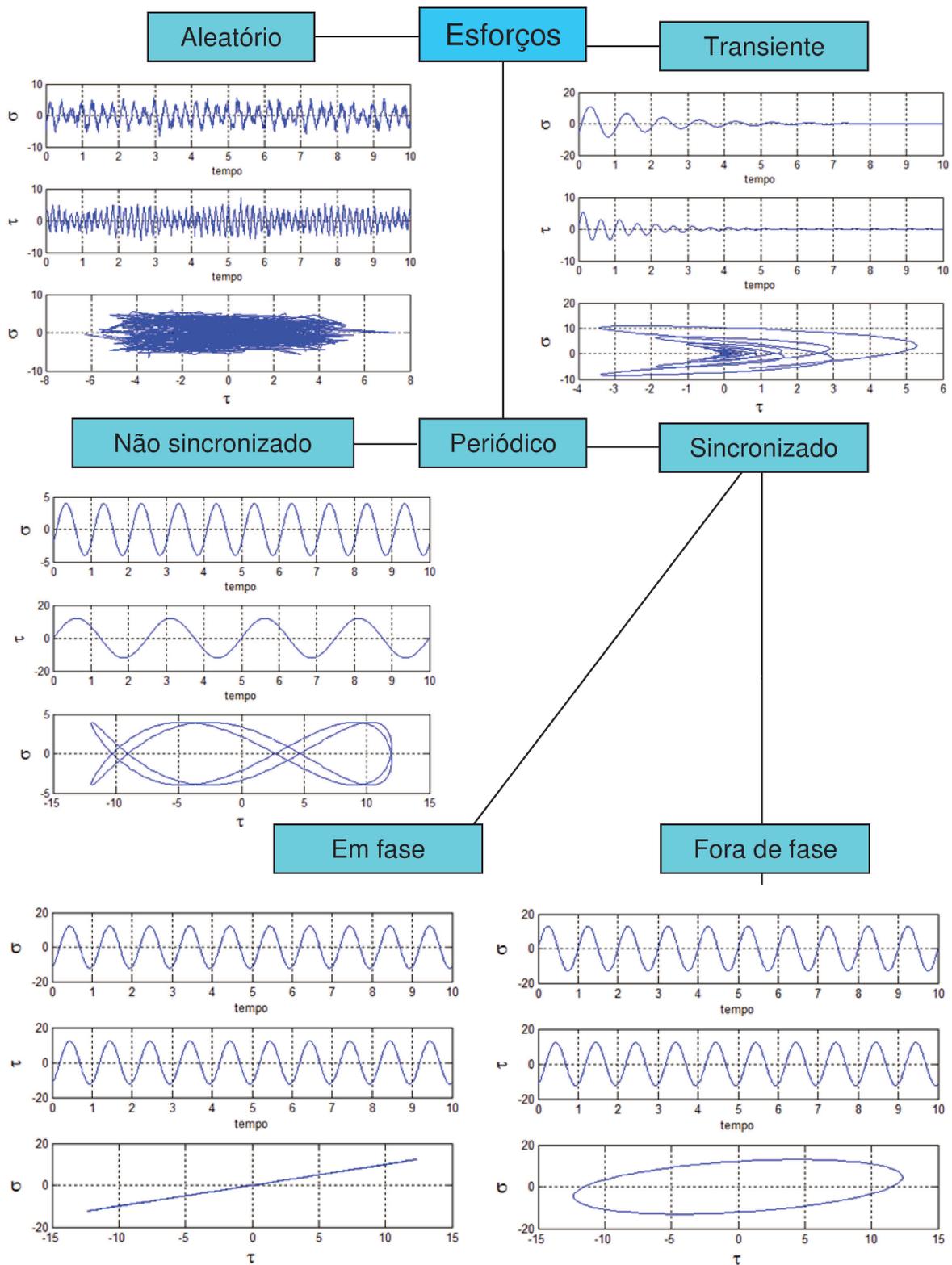


Figura 4.1: Possíveis combinações de carregamentos cíclicos.

A utilização dos métodos experimentais é restrita ao tipo de carregamento para a qual ela foi desenvolvida. Como a maioria dos métodos se refere a carregamentos combinados de flexão e torção em fase os critérios empíricos, não serão utilizados no presente trabalho.

Além disso, como as abordagens baseadas nos planos críticos e nos invariantes do tensor de tensão são as mais utilizadas em projetos de engenharia, apenas essas serão tratadas neste trabalho.

Baseados nos invariantes de tensão, Sines (1959) apresentou um critério utilizando valores médios da tensão hidrostática. Crossland (1956) propôs um critério semelhante, porém a tensão hidrostática máxima é que era a mais importante. Kakuno e Kawada (1979) sugeriram a separação entre o valor médio e amplitude da pressão hidrostática.

Os critérios baseados no plano crítico, além de prever a resistência à fadiga e o local de iniciação da trinca, prevêm sua orientação. Findley, em 1959, foi um dos primeiros autores a apresentar trabalhos sobre o plano crítico, segundo Gonçalves (2006), seguido por Matake (1977) e McDiarmid (1991). Apesar do critério de Dang Van et al. (1989) ser caracterizado por alguns autores como mesoscópico, uma escala entre a escala microscópica e macroscópica, outros o tratam como critério baseados no plano crítico. Como o critério proposto por Dang Van et al. (1989) pode e deve ser calculado em qualquer plano de cisalhamento, será considerado neste trabalho também como um critério baseado nos planos críticos.

#### **4.2.1 Definições importantes**

A fim de se entender melhor os critérios de fadiga multiaxial apresentados neste trabalho, seguem, agora, algumas definições e conceitos importantes que dizem respeito aos critérios de fadiga abordados.

- **Tensões aplicadas em um plano específico**

Em um ponto qualquer do espaço passam infinitos planos. A Figura 4.2 ilustra um desses planos  $\Delta$  que é definido pelo seu vetor normal  $\mathbf{n}$  em função dos ângulos esféricos  $(\varphi, \theta)$ . O vetor  $\mathbf{n}$  pode ser descrito pela seguinte equação:

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \text{sen}(\varphi) \cdot \cos(\theta) \\ \text{sen}(\varphi) \cdot \text{sen}(\theta) \\ \cos(\varphi) \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

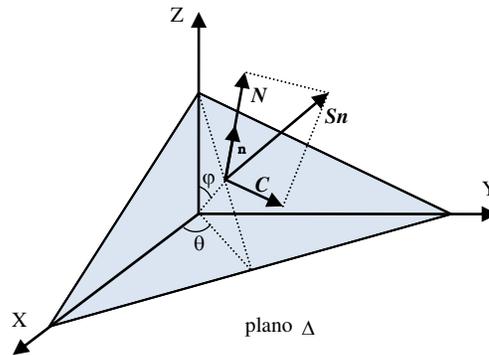


Figura 4.2 – Tensões normal e de cisalhamento atuantes em um plano  $\Delta$ .

O vetor tensão resultante nesse plano pode ser obtido pela multiplicação do tensor de tensões  $\sigma_c$  para esse ponto pelo vetor normal  $\mathbf{n}$  do plano  $\Delta$ , como mostrado na Equação 4.2:

$$\mathbf{S}_n = \sigma_c \cdot \mathbf{n}, \quad (4.2)$$

onde:

$$\sigma_c = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

O vetor tensão resultante  $\mathbf{S}_n$  deve, então, ser decomposto nas componentes normal e tangencial ao plano  $\Delta$ , na qual a tensão normal  $N$  é a projeção do vetor  $\mathbf{S}_n$  na direção  $\mathbf{n}$  e a tensão cisalhante  $C$  é projeção ortogonal de  $\mathbf{S}_n$  no plano  $\Delta$ , obtidas da seguinte forma:

$$N = (n \cdot S_n) n, \quad (4.4)$$

$$C = S_n - N. \quad (4.5)$$

Quando se tem um carregamento cíclico complexo, o vetor de tensão resultante  $S_n$  descreve uma curva fechada no espaço denominada  $\psi$ , como é observado na Figura 4.3.

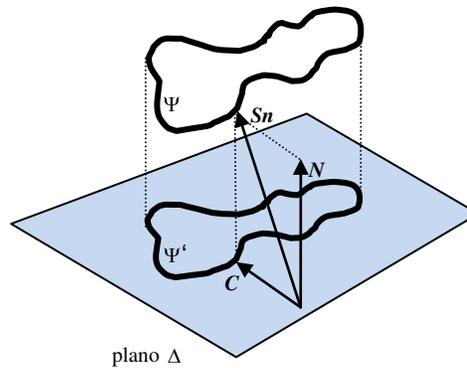


Figura 4.3 – Histórico das tensões atuantes em um plano  $\Delta$ .

Verifica-se que, durante o carregamento, apenas a magnitude da tensão normal  $N$  varia, ou seja, a tensão pode ser totalmente descrita pelo seu valor algébrico:

$$N = n \cdot S_n. \quad (4.6)$$

A amplitude, valor médio e valor máximo dessa tensão podem ser definidos da seguinte forma:

$$N_a = \frac{1}{2} \{ \max_{t \in P} N(t) - \min_{t \in P} N(t) \}, \quad (4.7)$$

$$N_m = \frac{1}{2} \{ \max_{t \in P} N(t) + \min_{t \in P} N(t) \}, \quad (4.8)$$

$$N_{\max} = N_a + N_m, \quad (4.9)$$

onde  $N(t)$  é uma função periódica e escalar,  $t$  é o tempo e  $P$  o período do carregamento.

Já para a tensão de cisalhamento  $C$  tem-se uma situação mais complexa, pois, além de variar em magnitude o vetor tensão de cisalhamento, também varia em direção. Esse vetor descreve a curva fechada  $\psi'$  observada para a Figura 4.3. A próxima sessão será toda dedicada à forma de definir os valores da tensão média de cisalhamento  $C_m$  e de sua amplitude  $C_a$ , para que possam ser usados nos modelos de vida.

- **Determinação da amplitude da tensão de cisalhamento equivalente**

Existem diversas propostas para a determinação da amplitude e valor médio da tensão de cisalhamento. Dentre elas, pode-se destacar a da maior corda, da maior projeção e da menor circunferência circunscrita, todas apresentadas por Bernasconi e Papadopoulos (2005).

A primeira abordagem, conhecida como método da maior corda e mostrada na Figura 4.4, propõe que  $2C_a$  corresponde à maior corda que pode ser desenhada entre dois pontos na curva  $\psi'$ . O valor da tensão média de cisalhamento é dado pelo vetor da origem até o ponto médio dessa corda. Esse método possibilita que existam mais de uma reta com o mesmo valor, por exemplo quando a curva  $\psi'$  for um triângulo isósceles acutângulo, o que implicaria na existência de dois vetores diferentes para a tensão média de cisalhamento.

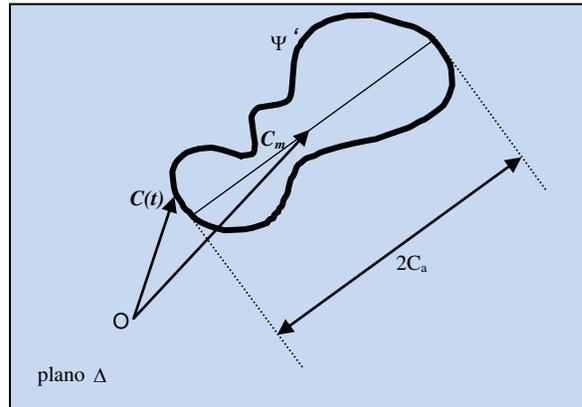


Figura 4.4 – Abordagem da maior corda.

O método da maior projeção, ilustrado na Figura 4.5, consiste na determinação da maior projeção da curva  $\psi'$  paralela a uma linha que passa pela origem. Nesse método, o valor da tensão média de cisalhamento é determinado pelo vetor que parte da origem até o ponto médio da maior projeção. Da mesma forma, como na abordagem anterior, a tensão média pode não ser única, causando assim ambiguidades no resultado.

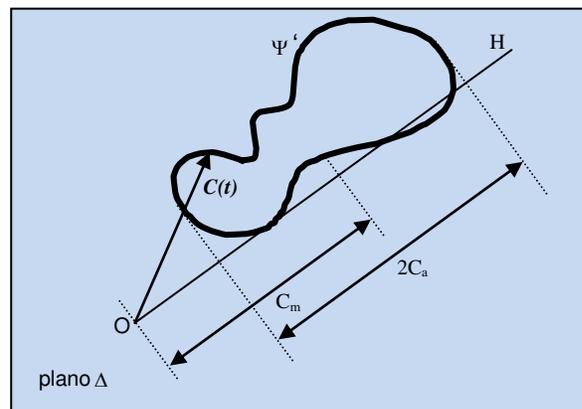


Figura 4.5 - Abordagem da maior projeção – Detalhe da linha H de projeção.

Além desses, existe o método da menor circunferência circunscrita que propõe que:

$$C_a = \max_{t \in P} \|C(t) - C_m(t)\|, \quad (4.10)$$

onde a amplitude corresponde ao raio da circunferência que circunscribe a curva  $\psi'$  e seu centro define a ponta do vetor de tensão média de cisalhamento. A Figura 4.6 ilustra este método.

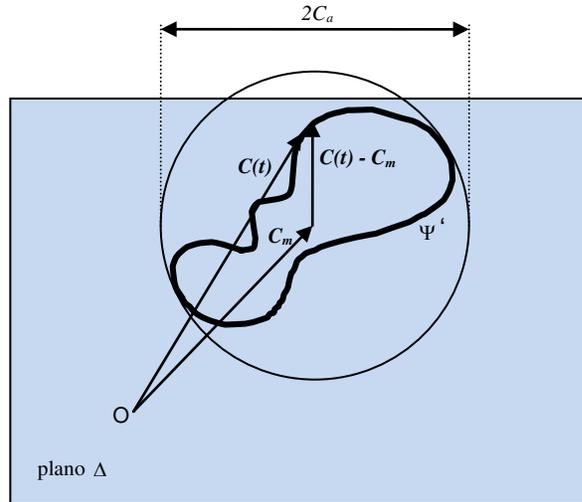


Figura 4.6 - Abordagem da menor circunferência circunscrita.

Esse último método, por não causar ambiguidades é o método mais utilizado atualmente e o que melhor define os termos da amplitude da tensão de cisalhamento e seu valor médio. Assim é o que será aplicado neste trabalho.

- **Invariantes de tensão**

O tensor de Cauchy  $\sigma_c(t)$  em função do tempo que é definido da seguinte forma:

$$\sigma_c(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}(t) & \tau_{xy}(t) & \tau_{xz}(t) \\ \tau_{yx}(t) & \sigma_{yy}(t) & \tau_{yz}(t) \\ \tau_{zx}(t) & \tau_{zy}(t) & \sigma_{zz}(t) \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

pode ser decomposto em duas componentes: uma devido ao carregamento hidrostático  $\mathbf{h}(t)$ , que muda somente o volume do elemento onde a tensão é aplicada, e outra devido ao carregamento cisalhante  $\mathbf{S}(t)$ , que causa distorção no elemento, ou seja, uma mudança em sua forma:

$$\boldsymbol{\sigma}_c(t) = \mathbf{S}(t) + \mathbf{h}(t). \quad (4.12)$$

A componente hidrostática é definida como um carregamento com tensões iguais em todas as direções de um ponto. Assim só são produzidas mudanças no volume do material sem causar deformação plástica, que é sempre associada à distorção. A componente hidrostática é definida por:

$$\mathbf{h}(t) = p_h(t) \mathbf{I}_d, \quad (4.13)$$

onde  $\mathbf{I}_d$  é a matriz identidade e  $p_h(t)$  é a tensão hidrostática em função do tempo, que pode ser equacionada como:

$$p_h(t) = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}(t)) = \frac{\sigma_{xx}(t) + \sigma_{yy}(t) + \sigma_{zz}(t)}{3}. \quad (4.14)$$

Pode-se então definir o tensor de tensões desviador (ou desviatório)  $\mathbf{S}(t) = \boldsymbol{\sigma}(t) - \mathbf{h}(t)$ , como sendo:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \frac{2\sigma_{xx} - \sigma_{yy} - \sigma_{zz}}{3} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \frac{2\sigma_{yy} - \sigma_{xx} - \sigma_{zz}}{3} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \frac{2\sigma_{zz} - \sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{3} \end{pmatrix}. \quad (4.15)$$

Para um carregamento cíclico,  $p_h(t)$  é uma função periódica e escalar no tempo com período  $P$ . A amplitude de tensão hidrostática, seu valor médio e seu valor máximo são definidos como:

$$p_{h,a} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in P} p_h(t) - \min_{t \in P} p_h(t) \right\}, \quad (4.16)$$

$$p_{h,m} = \frac{1}{2} \left\{ \max_{t \in P} p_h(t) + \min_{t \in P} p_h(t) \right\}, \quad (4.17)$$

$$p_{h,\max} = p_{h,a} + p_{h,m}. \quad (4.18)$$

Outra medida importante é a raiz quadrada do segundo invariante do tensor desviador  $\sqrt{J_2}$  que é definida por:

$$\sqrt{J_2} = \sqrt{\frac{1}{2} \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}}. \quad (4.19)$$

A fim de facilitar a obtenção da amplitude e do valor médio do segundo invariante do tensor tensão ao longo de um ciclo de carregamento, Papadopoulos et al. (1997) propôs as transformações mostradas na Equação 4.20.

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{\sqrt{3}}{2} S_{xx} \\ s_2 &= \frac{1}{2} (S_{yy} - S_{zz}) \\ s_3 &= S_{xy} \\ s_4 &= S_{xz} \\ s_5 &= S_{yz} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Assim, as seis componentes do tensor desviador  $\mathbf{S}$  são descritas através de um vetor  $s$  em um espaço euclidiano de cinco dimensões denominado  $E_5$ . Desta maneira:

$$\sqrt{J_2} = \sqrt{\frac{1}{2} \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}} = \sqrt{s \cdot s} . \quad (4.21)$$

A amplitude da raiz quadrada do segundo invariante do tensor  $\sqrt{J_2}$ , denotada por  $\sqrt{J_{2,a}}$ , corresponde ao raio da menor hipersfera de cinco dimensões que circunscreve a curva  $\phi$  descrita pelo vetor  $s$  em um período. Já o valor médio  $\sqrt{J_{2,m}}$  é definido pela distância entre o centro desta hipersfera até a origem. A Figura 4.7 ilustra estas definições para um único plano  $(s_2, s_1)$ .

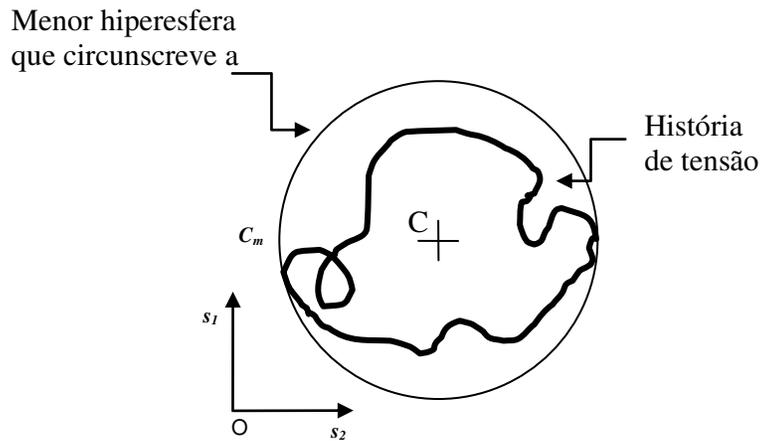


Figura 4.7- Menor hipersfera que circunscreve a trajetória de tensões desviadoras.

#### 4.2.2 Critérios multiaxiais de fadiga

Nos tópicos a seguir, são apresentados os critérios baseados no plano crítico e nos invariantes de tensão.

##### Abordagem do plano crítico

Nesta abordagem, que vem ganhando popularidade recentemente, deve-se encontrar um plano crítico no material onde a tensão normal e de cisalhamento agem de forma mais severa. Critérios como estes são capazes de prever não apenas a resistência a fadiga do material e o local

da iniciação da trinca, mas também sua orientação. Critérios de Findley, Yokobori, Deperrois, Matake, Robert, McDiarmid e Dietmann são alguns exemplos apresentados por Papadopoulos et al. (1997), Wang e Yao (2004), Liu e Mahadevan (2005), Papuga (2005) e Jiang et al. (2007). No presente trabalho apenas serão estudados os critérios propostos por Matake (1997), McDiarmid (1991), e Dang Van et al. (1989).

### **Abordagens baseadas nos invariantes de tensão**

Os parâmetros desses critérios de fadiga são os tensores hidrostáticos e os tensores desviadores. Segundo Papadopoulos et AL. (1997) esses critérios fornecem corretamente se vai ou não ocorrer a falha por fadiga, porém a orientação da falha não é especificada.

#### **4.2.2.1 Critério de Matake**

É uma combinação linear entre as tensões de cisalhamento e normal. O plano crítico coincide com a orientação da máxima amplitude de tensão de cisalhamento. Seu equacionamento se dá conforme apresentado pela Equação 4.22:

$$C_a + \kappa N_{\max} \leq \lambda. \quad (4.22)$$

Os parâmetros  $\kappa$  e  $\lambda$  são fatores que dependem do material e que podem ser obtidos de ensaios de torção pura alternada ( $C_a=t_{-1}$ ,  $N_{\max}=0$ ), e ensaios de flexão pura alternada, ( $C_a=f_{-1}/2$ ,  $N_{\max}=f_{-1}/2$ ). Os fatores  $t_{-1}$  e  $f_{-1}$  são definidos na nomenclatura e representam, respectivamente, o limite de resistência à fadiga para torção pura alternada e o mesmo limite para flexão pura alternada. A partir de um ensaio de torção pura alternada, tem-se:

$$t_{-1} + 0 = \lambda \Rightarrow \lambda = t_{-1}. \quad (4.23)$$

A partir de um ensaio e ensaios de flexão pura alternada, obtém-se:

$$\frac{f_{-1}}{2} + \kappa \frac{f_{-1}}{2} = t_{-1} \Rightarrow \kappa = \frac{2t_{-1} - f_{-1}}{f_{-1}}. \quad (4.24)$$

Assim,  $\kappa$  e  $\lambda$  valem, respectivamente:

$$\kappa = \left( \frac{2t_{-1}}{f_{-1}} \right) - 1, \quad (4.25)$$

$$\lambda = t_{-1}. \quad (4.26)$$

#### 4.2.2.2 Critério de McDiarmid

Esse critério usa amplitude da tensão de cisalhamento e o máximo valor da tensão normal no plano crítico. Como no critério de Mataké, o plano crítico se encontra na mesma direção da máxima amplitude da tensão de cisalhamento. Seu equacionamento é mostrado na Equação 4.27:

$$C_a + \kappa N_{\max} \leq \lambda. \quad (4.27)$$

Nesse caso, as definições de  $\kappa$  e  $\lambda$  são diferentes, conforme as Equações 4.28 e 4.29:

$$\kappa = \frac{t_{a,b}}{2\sigma_f}, \quad (4.28)$$

$$\lambda = t_{a,b}, \quad (4.29)$$

onde  $t_{a,b}$  corresponde ao limite de fadiga  $t_a$  e  $t_b$  para os casos A e B respectivamente. No caso A, a trinca se propaga paralelamente ao longo da superfície, enquanto, no caso B, a trinca se propaga em direção ao interior da superfície.

### 4.2.2.3 Critério de Dang Van

Esse critério define uma tensão equivalente como uma combinação da diferença da tensão de cisalhamento de um determinado plano e o seu valor médio durante um ciclo de carga (amplitude de tensão) e a tensão hidrostática. De forma geral, esse critério estabelece que o dano devido à fadiga ocorre somente em um determinado ponto crítico.

Dang Van et al. (1989) demonstrou em seu trabalho a aplicação de seu critério na indústria e sua utilização para o cálculo de fadiga em virabrequins. O critério pode ser enunciado da seguinte forma:

$$a_{dv} \cdot C_a + b_{dv} p_{h,\max} \leq f_{-1}. \quad (4.30)$$

Onde os fatores do material são:

$$a_{dv} = \frac{f_{-1}}{t_{-1}}, \quad (4.31)$$

$$b_{dv} = 3 - \frac{3 f_{-1}}{2 t_{-1}}. \quad (4.32)$$

Henry et al. (1992) também utilizaram o critério de Dang Van para seu trabalho sobre fadiga em virabrequins. A Figura 4.8 ilustra o critério. Nessa figura, o coeficiente de segurança é dado pela distância entre a linha de limite de resistência e a linha paralela a esta que tangencia a curva do ciclo de carga.

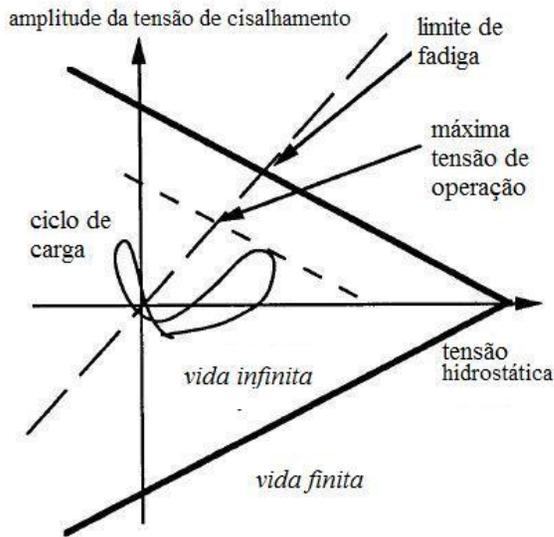


Figura 4.8 Critério de fadiga de Dang Van (Henry et al., 1992).

#### 4.2.2.4 Critério de Sines

Um dos primeiros e mais utilizados critérios de fadiga multiaxial, segundo Papadopoulos et al. (1997), é o de Sines. O critério é definido da seguinte forma:

$$\sqrt{J_{2,a}} + \kappa p_{h,m} \leq \lambda, \quad (4.33)$$

onde  $\kappa$  e  $\lambda$  são fatores que dependem do material e que podem ser obtidos de testes de torção ( $\sqrt{J_{2,a}}=t_{-1}$ ,  $p_{h,m}=0$ ) e flexão repetida ( $\sqrt{J_{2,a}}=f_0/\sqrt{3}$ ,  $p_{h,m}=f_0/3$ ).

Para o ensaio de torção obtém-se:

$$t_{-1} + 0 = \lambda \Rightarrow \lambda = t_{-1}. \quad (4.34)$$

Para o ensaio de flexão repetida, tem-se:

$$\frac{f_0}{\sqrt{3}} + \kappa \frac{f_0}{3} = t_{-1} \Rightarrow k = \left( \frac{3t_{-1}}{f_0} \right) - \sqrt{3}. \quad (4.35)$$

Assim,  $\kappa$  e  $\lambda$  valem:

$$\kappa = \left( \frac{3t_{-1}}{f_0} \right) - \sqrt{3}, \quad (4.36)$$

$$\lambda = t_{-1}. \quad (4.37)$$

#### 4.2.2.5 Critério de Crossland

Esse critério difere do critério de Sines apenas em relação à influência da tensão hidrostática; ele considera a tensão hidrostática máxima e não a tensão hidrostática média como Sines. Sua formulação é a seguinte:

$$\sqrt{J_{2,a}} + \kappa p_{h,\max} \leq \lambda. \quad (4.38)$$

Os parâmetros  $\kappa$  e  $\lambda$  são fatores que dependem do material que podem ser obtidos de testes de torção ( $\sqrt{J_{2,a}}=t_{-1}$ ,  $p_{h,\max}=0$ ) e flexão pura alternada ( $\sqrt{J_{2,a}}=f_{-1}/\sqrt{3}$ ,  $p_{h,m}=f_{-1}/3$ ).

Então, para o ensaio de torção, o parâmetro  $\lambda$  é obtido da seguinte forma:

$$t_{-1} + 0 = \lambda \Rightarrow \lambda = t_{-1}. \quad (4.39)$$

Para o ensaio de flexão repetida, o fator  $\kappa$  é obtido da seguinte forma:

$$\frac{f_{-1}}{\sqrt{3}} + \kappa \frac{f_{-1}}{3} = t_{-1} \Rightarrow \kappa = \left( \frac{3t_{-1}}{f_{-1}} \right) - \sqrt{3}. \quad (4.40)$$

Assim,  $\kappa$  e  $\lambda$  valem:

$$\kappa = \left( \frac{3t_{-1}}{f_{-1}} \right) - \sqrt{3}, \quad (4.41)$$

$$\lambda = t_{-1}. \quad (4.42)$$

#### 4.2.2.6 Critério de Kakuno-Kawada

O critério de Kakuno-Kawada sugere separar os efeitos da amplitude e do valor médio da tensão hidrostática da seguinte forma:

$$\sqrt{J_{2,a}} + \kappa p_{h,a} + \lambda p_{h,m} \leq \mu. \quad (4.43)$$

Para esse caso,  $\kappa$  e  $\lambda$  são definidos por:

$$\kappa = \left( \frac{3t_{-1}}{f_{-1}} \right) - \sqrt{3}, \quad (4.44)$$

$$\lambda = \left( \frac{3t_{-1}}{f_0} \right) - \sqrt{3}. \quad (4.45)$$

Além disso,  $\mu$  é definido por:

$$\mu = t_{-1}. \quad (4.46)$$

#### 4.2.3 Fadiga multiaxial aplicadas em virabrequins

De acordo com Silva (2003), falhas em eixos, em geral, e falhas em virabrequins são originadas por diversas causas, porém falhas mecânicas por fadiga são provavelmente as mais comuns.

Componentes sujeitos a esse tipo de falha devem possuir alta resistência à fadiga, pois sofrem carregamentos cíclicos durante toda sua vida útil. Entretanto muitos são os fatores que podem alterar essa característica, introduzidos pelo processo de fabricação, montagem, manutenção, material, operação, etc.

Uma ampla revisão da literatura sobre virabrequins foi realizada por Zoroufi e Fatemi (2005). O estudo está focado na avaliação no desempenho em fadiga e na comparação de virabrequins de aço forjado e ferro fundido nodular. No estudo, especificações de um virabrequim, condições de operação e origem de diversas falhas são discutidos. Sua pesquisa incluiu uma revisão do efeito da influência dos principais parâmetros, tais como o comportamento na presença de tensões residuais, e métodos de induzir tensões residuais compressíveis nos virabrequins.

Mourelatos (1995) fez um estudo analítico sobre a flexão no virabrequim causada pela vibração de um motor V6. Ele utilizou um modelo de virabrequim no software (CRANKSWM) para verificar, analiticamente, o efeito da vibração no volante do eixo sobre a vida.

Prakash et al. (1998) utilizaram as vantagens tanto do método clássico como do método dos elementos finitos em seus estudos para a concepção virabrequins. Empregaram o método clássico a fim de calcular os resultados aproximados. Com base nesse método um programa foi desenvolvido, TVAL, que dava rapidamente às frequências naturais, modos críticos, deslocamentos e tensões.

Existem muitas fontes de falha no motor. Uma das mais comuns nos virabrequins é a fadiga nas áreas de entalhe devido à carga de flexão causada pela combustão.

Silva (2003) classificou a origem da falha nos moentes e munhões nos virabrequins da seguinte forma:

1- origem de operação, tal como falta de óleo no Carter, lubrificação defeituosa nos moentes e munhões, altas temperaturas do óleo e uso inadequado do motor.

2- origem mecânica, tal como desalinhamento do virabrequim na montagem, dimensões dos moentes e munhões erradas, nenhum controle sobre o tamanho da folga entre o moentes e munhões e o mancal e vibração no virabrequim.

3- origem de reparos, tais como desalinhamento dos moentes e munhões ou desalinhamento do virabrequim, altas concentrações de tensões, alta rugosidade superficial, solda ou acabamento inadequado ou o uso de lubrificante inapropriado.

### **4.3 – Considerações finais**

Este capítulo apresentou um breve resumo histórico sobre fadiga uniaxial, fadiga multiaxial e falhas em virabrequim. Os trabalhos apresentados mostram a atualidade e importância do tema, já que não há trabalhos que tenham comparado os critérios de fadiga em virabrequim com a profundidade pretendida nesta dissertação. Além disso, mostram, também, que o tema não é de abordagem óbvia, necessitando de trabalhos de pesquisa complementares, como este, para que seja encontrada uma solução que possa ser aplicada pelos engenheiros de projeto de virabrequins.

O capítulo apresenta também os conceitos necessários para o entendimento dos critérios de fadiga, tais como, o que são e a forma de medir as tensões médias e alternadas para emprego nos critérios e o que são os invariantes de tensão.

Ao final do capítulo, são apresentados os critérios baseados nos dois modelos principais abordados nesta dissertação, o baseado no plano crítico e o baseado nos invariantes de tensão, seguido da discussão sobre sua aplicação a virabrequins.

## **5 METODOLOGIA**

Neste capítulo é apresentada a metodologia empregada nesta dissertação para atingir os objetivos propostos. O trabalho propõe uma análise de fadiga para dois virabrequins fornecidos por Lima e Silva (2009) e Lima e Silva (2010), com dados disponibilizados pela empresa Thyssenkrupp Metalúrgica Campo Limpo Ltda. Essa empresa, além de conceder os recursos que permitiu a execução deste trabalho, também contribuiu com todas as informações técnicas necessárias para que o trabalho pudesse ser feito.

O capítulo se inicia com a apresentação do primeiro virabrequim a ser estudado. Na sequência é apresentada a proposta para a análise de tensões utilizando o método da superposição e como será a aplicação dos critérios de falha por fadiga para os virabrequins propostos. Além disso, são apresentadas as condições de contorno, as simplificações e hipóteses adotadas nos modelos. Por fim, uma análise para um segundo virabrequim é sugerida.

### **5.1 Motor MWM Tractor de quatro cilindros**

O primeiro virabrequim é de um motor de quatro cilindros e foi entregue como arquivo do software Pro-engineer, que pode ser visto na Figura 5.1. Para este motor, as curvas de pressão para diferentes rotações também foram fornecidas.

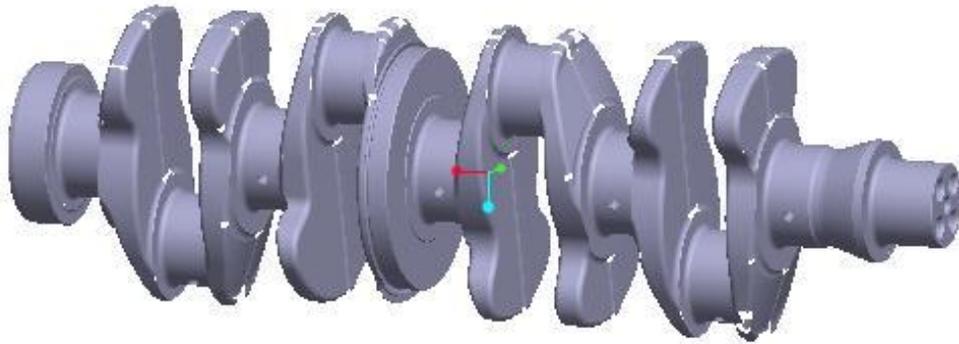


Figura 5.1 – Virabrequim fornecido por Lima e Silva (2009), conforme dados da empresa Thyssenkupp Metalúrgica Campo Limpo Ltda.

Suas principais características são:

- Motor MWM Tractor de 4 cilindros
- Curvas de pressão fornecidas para as seguintes rotações: 1100, 1300, 1500, 1700, 1900, 2100, 2300, 2500, 2650, 3050 rpm
- Diâmetro do pistão: 0,105 m
- Meio curso: 0,064 m
- Comprimento da biela: 0,207 m
- Massa do pistão mais massa do pino 3,87 kg
- Massa da biela: 1,70 kg
- Posição do centro de gravidade da biela: 0,145 m
- Rotação de máxima potência 2100 rpm
- Dados do material do virabrequim
  - Material: Aço SAE 1548
  - Máxima resistência à tração:  $S_{ut}=1100\text{ MPa}$
  - Limite de escoamento:  $S_y=800\text{ MPa}$
  - Limite de fadiga à flexão alternada simétrica  $f_{-1}=720\text{ MPa}$

De acordo com Norton (2006), podemos encontrar o limite de fadiga ao cisalhamento puro a partir do limite de fadiga à flexão da seguinte forma:

$$t_{-1} = f_{-1} \cdot 0,577, \quad (5.1)$$

O limite de fadiga para flexão repetida  $t_0$  pode ser obtido a partir do limite de fadiga à flexão alternada  $f_{-1}$  combinando com o critério de Goodman, como foi apresentado por Papadopoulos et al. (1997). Assim:

$$f_0 = \frac{f_{-1}}{\left(1 + \frac{f_{-1}}{S_{ut}}\right)}. \quad (5.2)$$

A partir destes dados deve, então, ser feita uma análise dos esforços dinâmicos atuantes no virabrequim com os conceitos apresentados no capítulo 2 e as análises de vibração torcional como apresentadas no capítulo 3. A partir dos esforços resultantes, a análise de tensões que será apresentada neste capítulo poderá ser feita e, por fim, a aplicação dos critérios de fadiga multiaxial.

Para este virabrequim, as análises dinâmicas e de vibração devem ser feitas, conforme descrito nos capítulos 2 e 3 respectivamente, para que todos os esforços atuantes no virabrequim sejam obtidos, a fim de aplicar os critérios de fadiga propostos. Nos próximos itens, será definido como será feita a análise de tensão do mesmo, bem como as condições de contorno e as hipóteses adotadas.

### **5.1.1 Análise de tensões**

Existem dois tipos de abordagens para o cálculo das tensões atuantes no virabrequim, como apresentado por Montazersadgh e Fatemi (2007) e que fornecem o mesmo resultado. A primeira consiste em aplicar todas as forças atuantes no virabrequim, já com o módulo e direção definidos, para diversos ângulos do ciclo de carregamento, ou seja, para cada ângulo do ciclo de

carregamento, a força em cada moente do virabrequim deve ser encontrada e aplicada. Assim, as tensões equivalentes em cada ponto podem ser obtidas. Já a segunda e a mais prática abordagem, consiste na superposição de carregamentos básicos, que será utilizada no trabalho e será descrita no próximo item.

- **Método da superposição**

O método de superposição, com uma análise de elementos finitos, é um método eficiente e simples para obter as tensões nos pontos de interesse para diferentes condições de carregamento de acordo com a forma que as forças são aplicadas no virabrequim.

O método consiste em aplicar esforços unitários nas direções principais do virabrequim, salvar o tensor de tensões para cada ponto de interesse e, posteriormente, escalonar as tensões de cada força unitária. No caso específico deste trabalho, tal escalonamento está baseado na análise dinâmica e na de vibração torcional.

A Figura 5.2 ilustra como devem ser aplicados os esforços unitários. O mesmo se deve repetir para todos os segmentos do virabrequim. Além desses, um momento unitário deve ser aplicado em todos os segmentos do virabrequim, Figura 5.3. Porém, neste caso podemos colocá-lo apenas em uma das direções, já que representam as reações que são transferidas entre os diversos segmentos do virabrequim através da seção que está na intersecção entre dois segmentos.

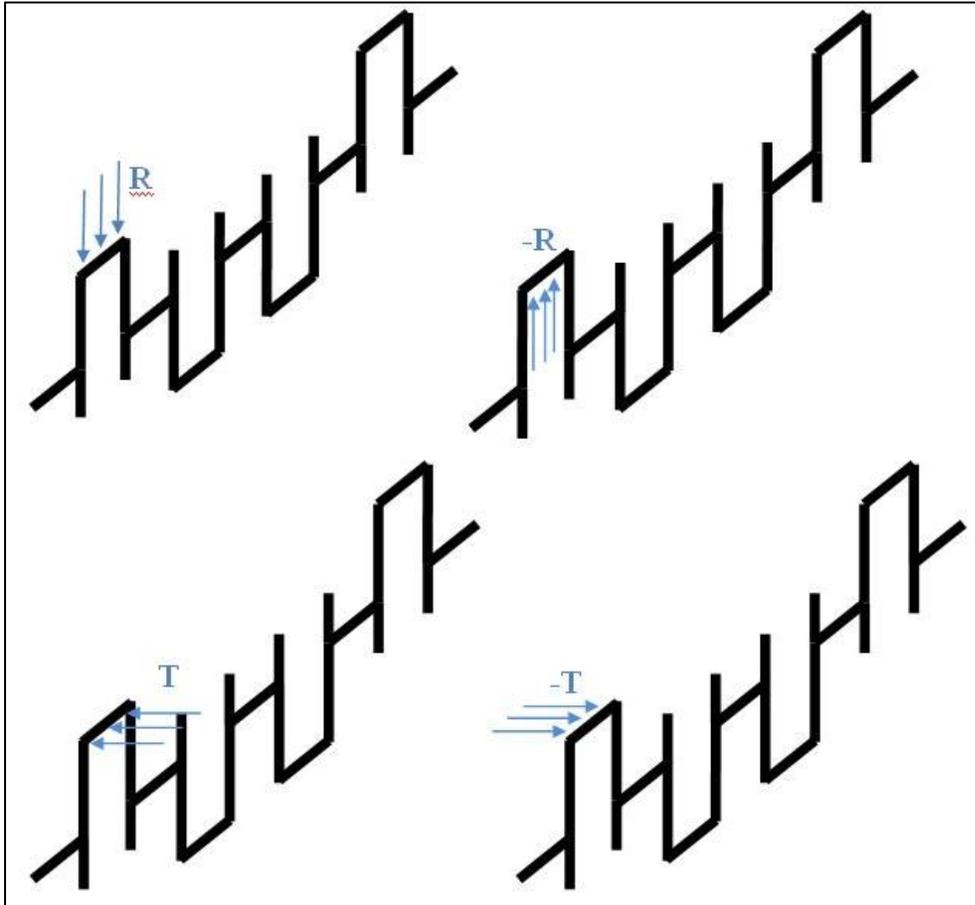


Figura 5.2 – Esforços unitários aplicados no moente do virabrequim.

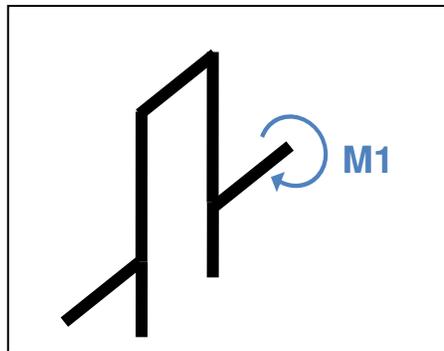


Figura 5.3 – Esforços unitários aplicados no munhão do virabrequim.

- **Condições de contorno**

As condições de contorno podem ser observadas na Figura 5.4 e referem-se aos pontos onde o virabrequim está em contato com algum outro componente. O primeiro munhão é totalmente engastado, pois é nele que se encontra o mancal axial do virabrequim. Os outros munhões ficam livres para girar em torno do eixo Z, pois é neles que estão os mancais radiais.

A força unitária deve ser aplicada na forma de pressão distribuída homogeneamente sobre uma superfície de 120° nas direções X, -X, Y, -Y para cada segmento, ver Fig. 5.2. Assim têm-se um total de 16 simulações: 4 (cilindros) x 4 (direções X, -X, Y, -Y).

Para a vibração torcional, é aplicado um momento unitário em cada segmento (apenas em um sentido). Assim, têm-se quatro simulações adicionais, totalizando 20.

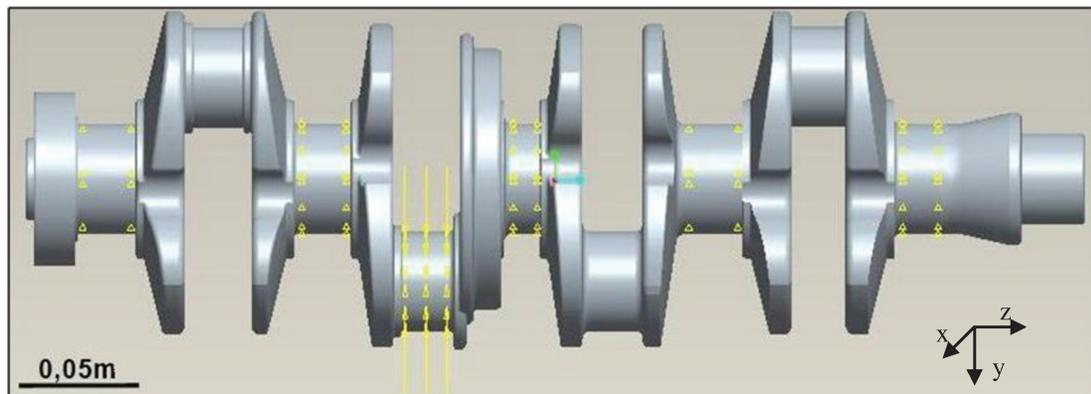


Figura 5.4 – Uma das simulações onde a pressão unitária é aplicada na direção -X no segundo moente do virabrequim.

- **Pontos críticos no virabrequim**

Os pontos críticos em um virabrequim, de acordo com vários autores como Heyes (1998), Wang et al. (2005), Yu e Xu (2005) e Zhang et al. (2005), estão entre os moentes e os braços da manivela, entre os munhões e o braço da manivela e ao redor do furo de lubrificação. Assim, criaram-se em nosso estudo 16 pontos que terão suas tensões gravadas para posteriores análises.

Os pontos podem ser observados na Figura 5.5. O primeiro dígito representa o segmento do virabrequim em que ele se encontra e o segundo dígito, sua posição no mesmo.

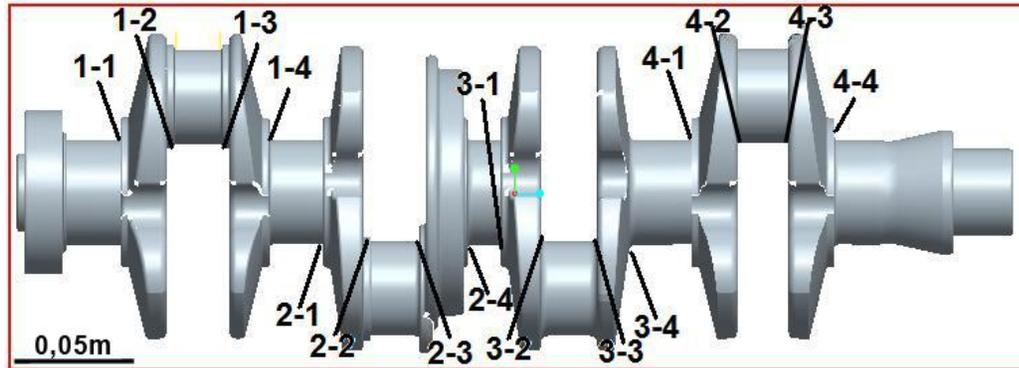


Figura 5.5 – Pontos críticos do virabrequim.

- **Superposição das tensões**

A partir dos esforços unitários, utilizando o software MATLAB, faz-se a superposição utilizando a carga real aplicada (já calculada anteriormente), a fim de se obter as tensões em qualquer local, em diferentes ângulos manivela.

Depois de obter o tensor de tensão para cada ponto, em qualquer instante de tempo, a tensão equivalente de Von Mises pode ser obtida da seguinte forma:

$$\sigma_{VonMises} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \quad (5.1)$$

### 5.1.2 Aplicação dos critérios de fadiga

A etapa de análise de tensão nos fornece as componentes no tempo do tensor de tensão para todos os pontos em estudo. Assim, esses servem como entrada para o algoritmo criado pelo autor deste trabalho que calcula e aplica todos os critérios de fadiga multiaxial descritos.

Para os critérios de plano crítico, o primeiro passo é a determinação do número de planos que devem ser varridos para cada ponto em estudo; quanto mais planos varridos melhor, porém o tempo computacional aumenta muito para números elevados de planos.

Assim, para um menor tempo computacional, a proposta é de varrer 288 planos com  $\theta$  e  $\varphi$  variando de 15 em 15 graus.

Neste trabalho, o sistema esférico de coordenadas foi convencionado da seguinte maneira:  $\theta$  a colatitude e  $\varphi$  o azimute, sendo que  $0 \leq \theta \leq \pi$  e  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  como ilustrado na Figura 5.6.

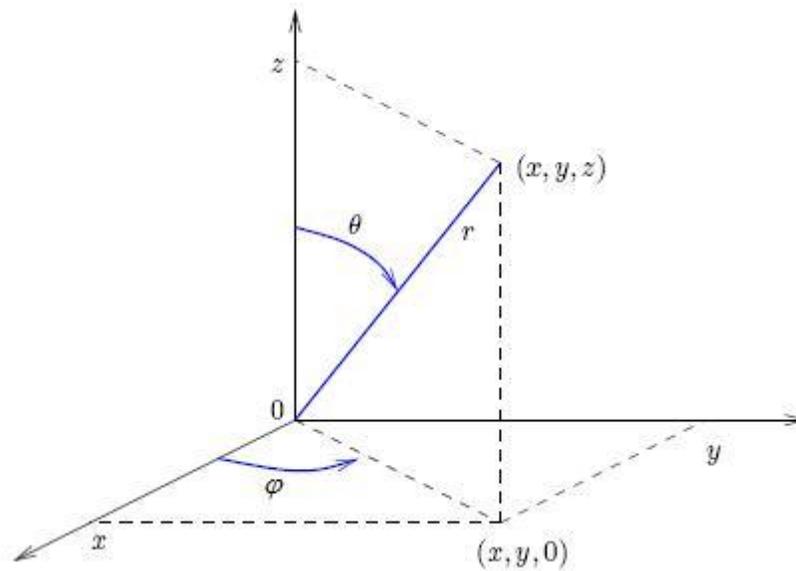


Figura 5.6 – Sistema esférico de coordenadas convencionado.

## 5.2 Outros tipos de virabrequim

O segundo virabrequim, de um motor de 6 cilindros, foi disponibilizado por Lima e Silva (2010) de uma forma diferente: apenas um arquivo de texto com todos os tensores de tensão para cada um dos 4160 pontos do virabrequim em cada ângulo de giro do mesmo ( $0$  à  $720^\circ$ ) foi fornecido. Ou seja, todas as etapas de cálculo de esforços dinâmicos e de vibração e de análise de tensão podem ser evitadas, sendo necessário apenas a aplicação dos critérios de fadiga multiaxial para o mesmo.

Pelo fato de o tempo computacional necessário para a aplicação dos critérios de fadiga para os 4160 pontos ser muito elevado, decidiu-se calcular a tensão de Von Mises para todos os pontos e fazer a análise de fadiga multiaxial apenas para os pontos que obtiverem maiores tensões equivalentes de Von Mises. A Figura 5.7 apresenta as tensões de Von Mises para todos os 4160 pontos, já a Figura 5.8 apresenta uma ampliação da Figura 5.7 na região onde aparecem os picos da tensão equivalente de Von Mises. Assim, foram escolhidos, para a análise de fadiga, 12 pontos do segundo virabrequim, apresentados na Figura 5.7.

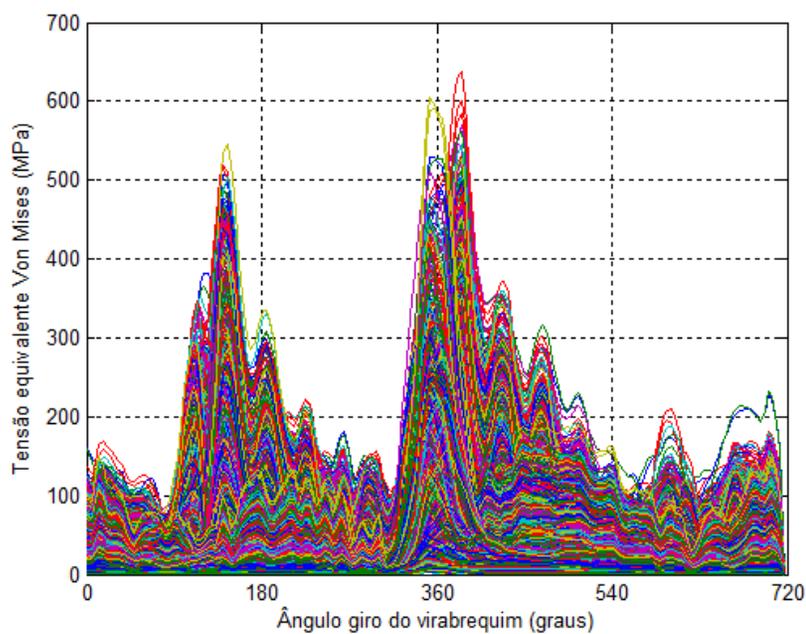


Figura 5.7 – Tensão equivalente de Von Mises para todos os 4160 pontos fornecidos por Lima e Silva (2010).

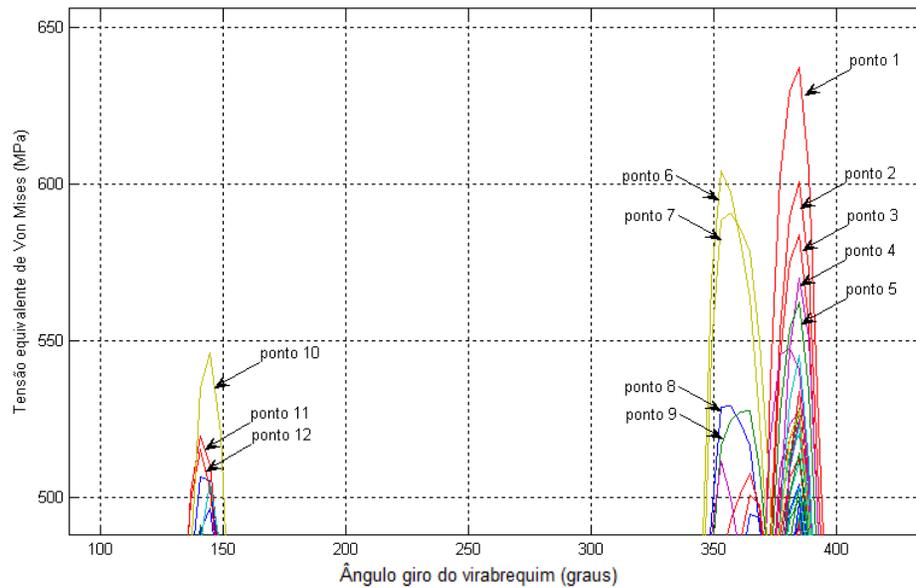


Figura 5.8 – Ampliação da Figura 5.7 nos pontos de máxima tensão equivalente de Von Mises.

### 5.3 Considerações finais

Neste capítulo apresentou-se a metodologia do cálculo das tensões para dois modelos de virabrequins. Para o primeiro deles, foi feita a avaliação dos esforços seguindo os métodos desenvolvidos em capítulos anteriores. Para o outro, as tensões foram fornecidas por um fabricante desse componente, que também forneceu informações adicionais que permitiram que as simulações anteriores fossem feitas.

Foi detalhada a metodologia de trabalho para os dois virabrequins, bem como as condições de contorno, simplificações e pontos críticos para atingir os objetivos do final do trabalho.

## **6 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Neste capítulo serão apresentados os resultados dos esforços dinâmicos, bem como dos deslocamentos relacionados à vibração torcional para o primeiro virabrequim proposto por Lima e Silva (2009). Também serão apresentados os esforços atuantes após a aplicação do método da superposição e, finalmente, os resultados para todos os critérios de fadiga multiaxial nos pontos críticos.

Para o segundo virabrequim proposto por Lima e Silva (2010) serão apresentados os resultados para os critérios de fadiga multiaxial nos pontos definidos no Capítulo 5.

### **6.1 Motor MWM Tractor de quatro cilindros**

Nesta seção, serão apresentados os resultados para o virabrequim de um motor de quatro cilindros fornecido pela empresa ThyssenKrupp Metalúrgica Campo Limpo Ltda.

#### **6.1.1 Esforços dinâmicos**

A Figura 6.1 apresenta os resultados para o deslocamento, a velocidade e a aceleração em função ângulo de giro do sistema pistão-biela-manivela para o motor na rotação de 1700 rpm.

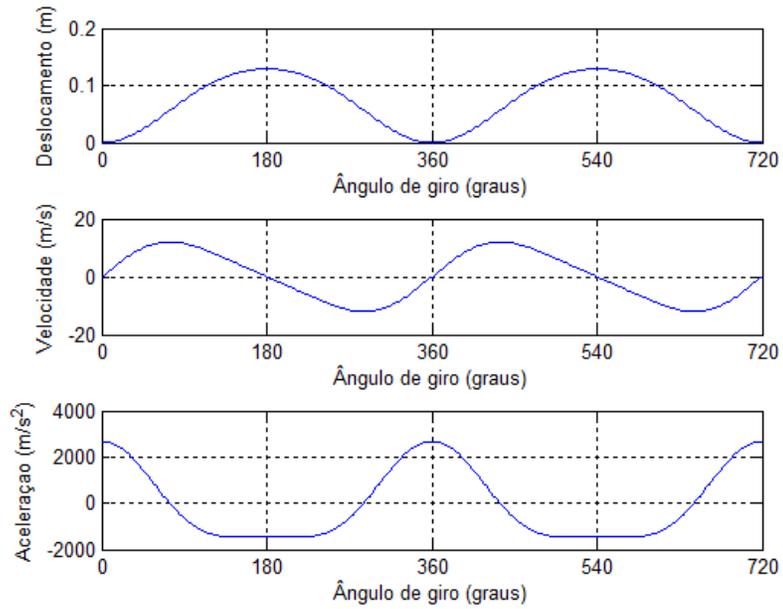


Figura 6.1 – Deslocamento, velocidade e aceleração do pistão, para o motor à 1700rpm.

A Figura 6.2 mostra as forças atuantes no pistão do virabrequim em função do seu ângulo de giro, obtidas da análise dinâmica do mecanismo pistão-biela-manivela.

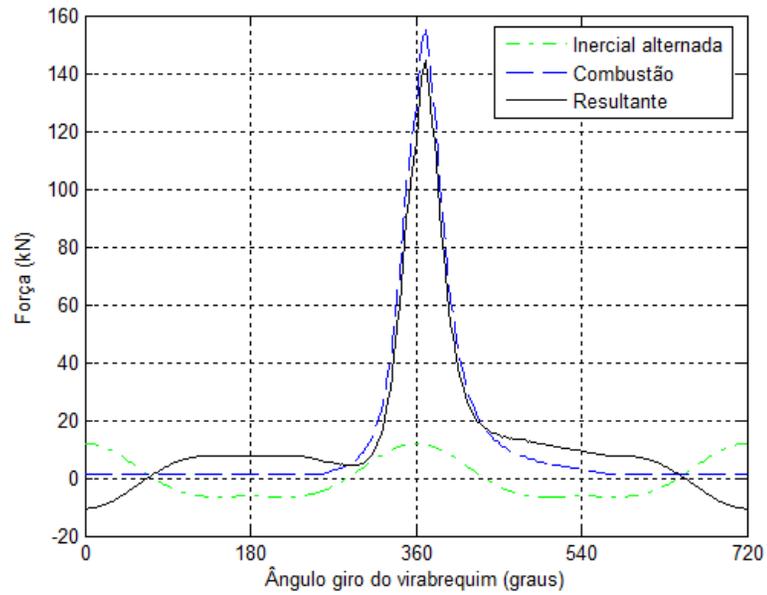


Figura 6.2 – Forças atuantes no pistão para o motor à 1700 rpm.

Observa-se a grande influência da força de combustão na força resultante. Vale ressaltar que a força de inércia depende da velocidade de rotação do sistema e que, quanto maior a velocidade, maior será a influência dessa força.

Após a decomposição das forças aplicadas ao pistão, a Figura 6.3 mostra as forças atuantes no moente do virabrequim em função do seu ângulo de giro e considerando o motor na rotação de 1700 rpm.

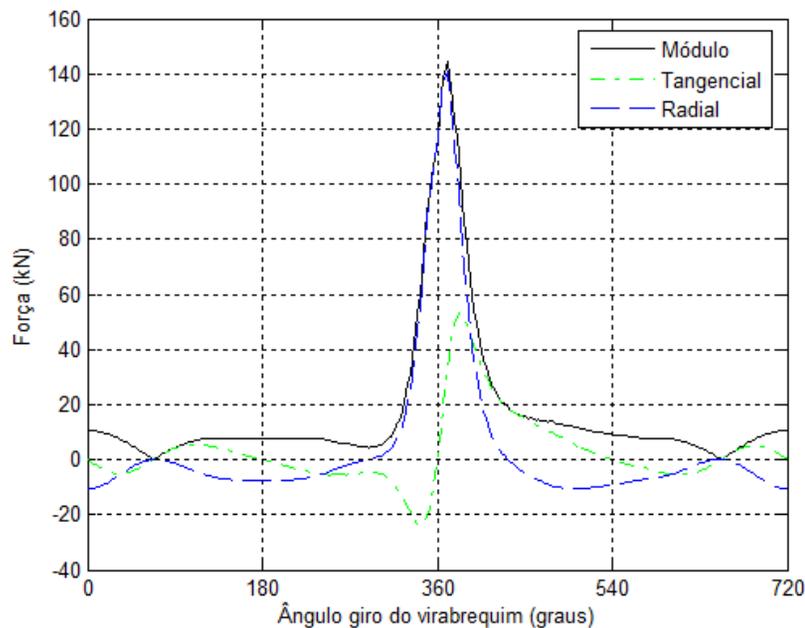


Figura 6.3 – Forças atuantes no moente do virabrequim para o motor a 1700 rpm.

As mesmas simulações anteriores foram feitas para todas as rotações fornecidas por Lima e Silva (2009). A Figura 6.4 apresenta os valores da máxima força radial (MaxFr), amplitude da força radial (AmpliFr), máxima força tangencial (MaxFt) e amplitude da força tangencial (AmpliFt) para cada uma dessas rotações.

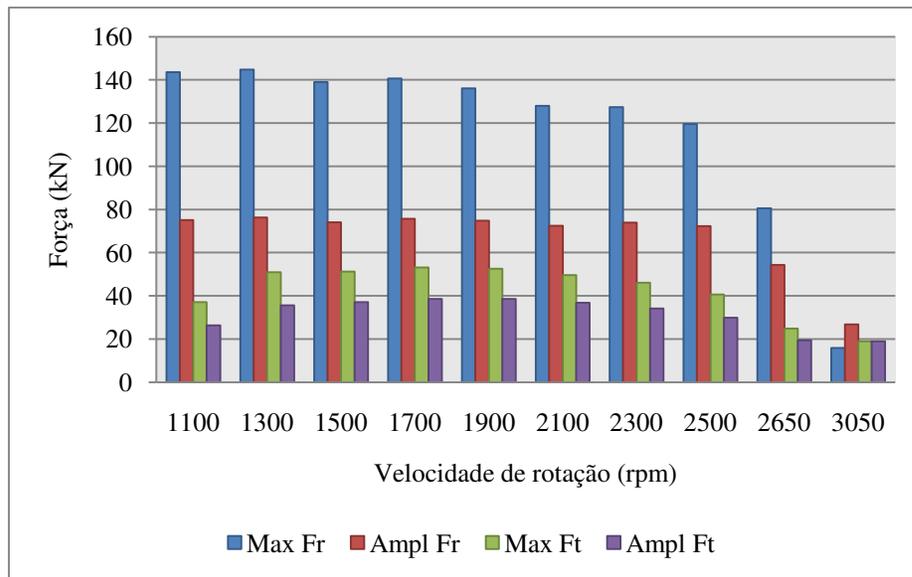


Figura 6.4 – Máxima força radial, amplitude da força radial, máxima força tangencial e amplitude da força tangencial.

A Figura 6.5 apresenta o torque máximo para cada uma das rotações. Observa-se que o torque máximo ocorre a 1700 rpm.

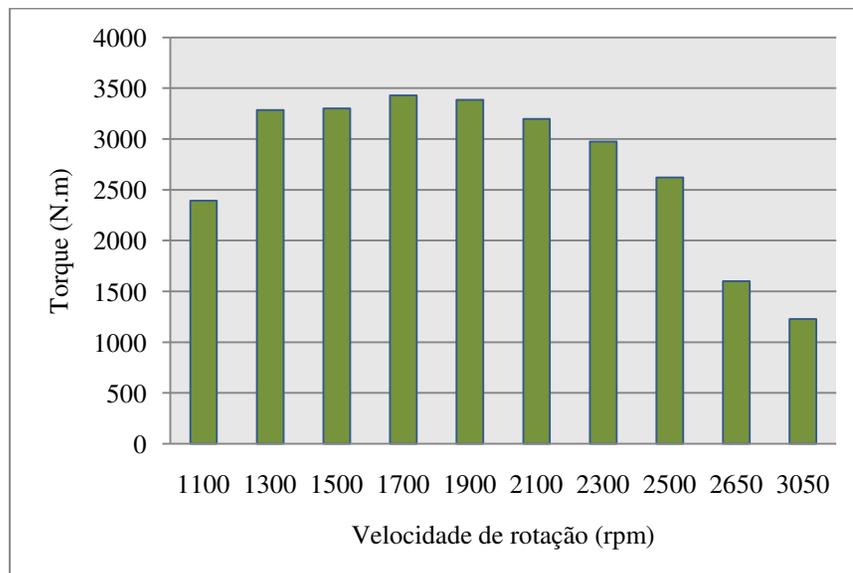


Figura 6.5 – Máximo torque para todas as rotações fornecidas por Lima e Silva (2009).

Assim, são consideradas situações críticas de funcionamento do motor a de máximo torque, máxima potência e máxima rotação que são respectivamente 1700 rpm, 2100 rpm (Lima e Silva, 2009) e 3050 rpm. Todas as análises seguintes serão feitas nessas três rotações.

### 6.1.2 Vibração torcional

Os resultados para os deslocamentos dos quatro segmentos do virabrequim em estudo são mostrados na Figura 6.6 a 6.8 para o motor nas rotações críticas.

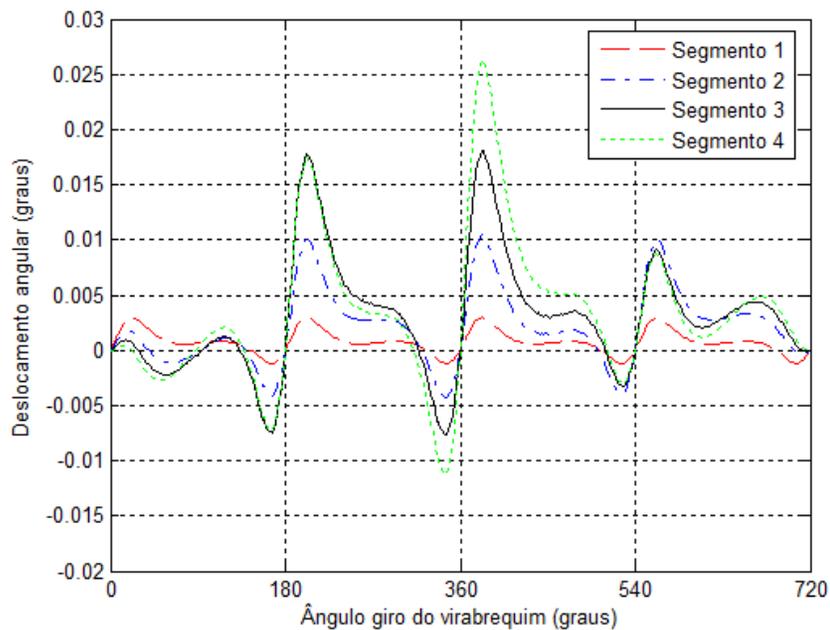


Figura 6.6 – Deslocamento angular nos 4 segmentos do virabrequim a 1700 rpm.

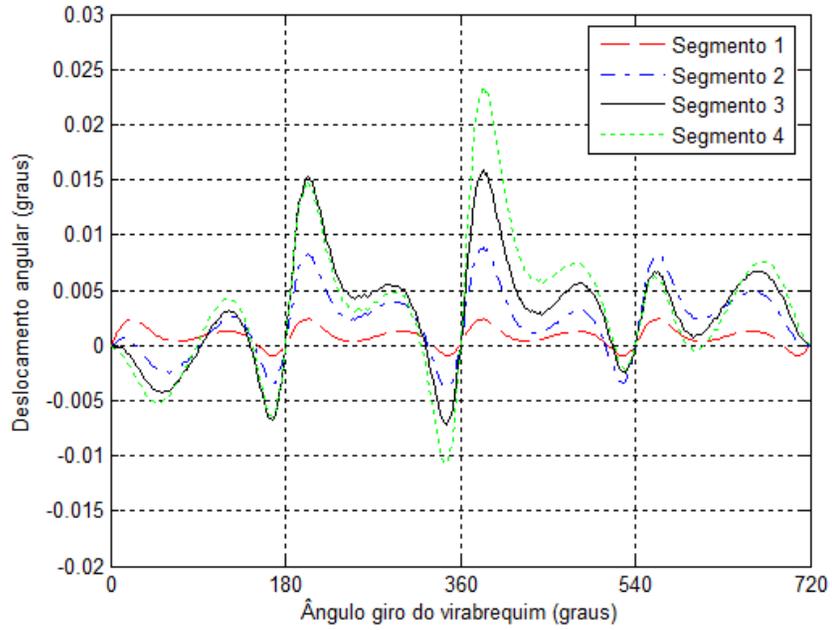


Figura 6.7 – Deslocamento angular nos 4 segmentos do virabrequim a 2100 rpm.

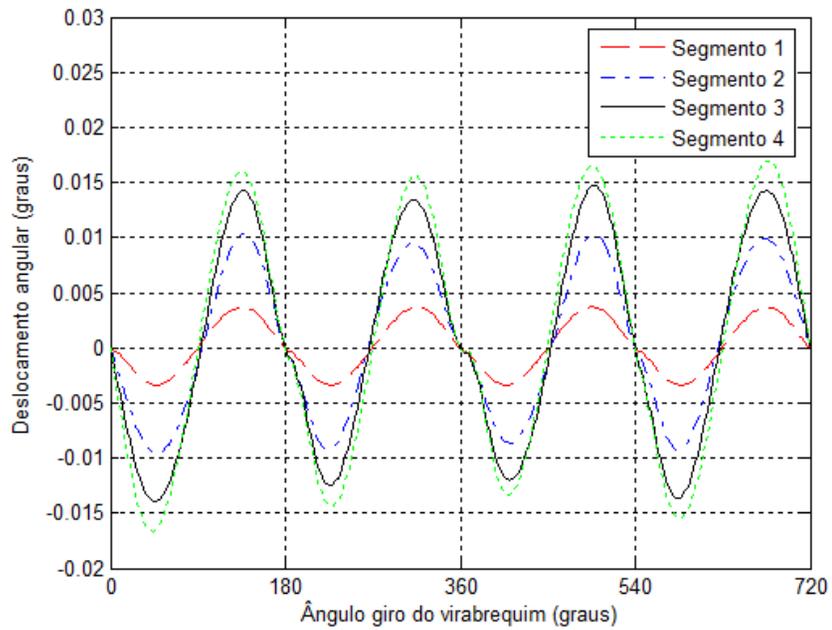


Figura 6.8 – Deslocamento angular nos 4 segmentos do virabrequim a 3050 rpm.

É importante observar que os deslocamentos têm o referencial no primeiro munhão. Assim, ao calcular o deslocamento de um grau de liberdade em relação a outro é necessário fazer a subtração de cada deslocamento anterior.

Os esforços atuantes decorrentes da vibração torcional podem ser obtidos multiplicando o deslocamento de cada grau de liberdade pela sua rigidez torcional, obtida conforme apresentado no item 3.2.1.

### 6.1.3 Esforços atuantes

A partir do modelo do virabrequim de Lima e Silva (2009), foi gerada uma malha utilizando elementos tetraédricos no software Pro-Engineer v.4.0. O método utilizado no software foi: “Multi-Pass Adaptive” com polinômio de ordem mínima 1 e máxima 6, com uma convergência limite de 10%. Nas zonas de concentração de tensão do setor sob avaliação, a malha foi refinada, ou seja, entre os braços de manivela e os moentes e munhões. As simulações realizadas geraram 27156 elementos e 7841 nós. Uma das malhas pode ser observada na Figura 6.9. Esta corresponde ao modelo que tem a tensão unitária aplicada no segundo segmento, ou seja, apenas esse tem as zonas de concentração de tensão com a malha refinada.

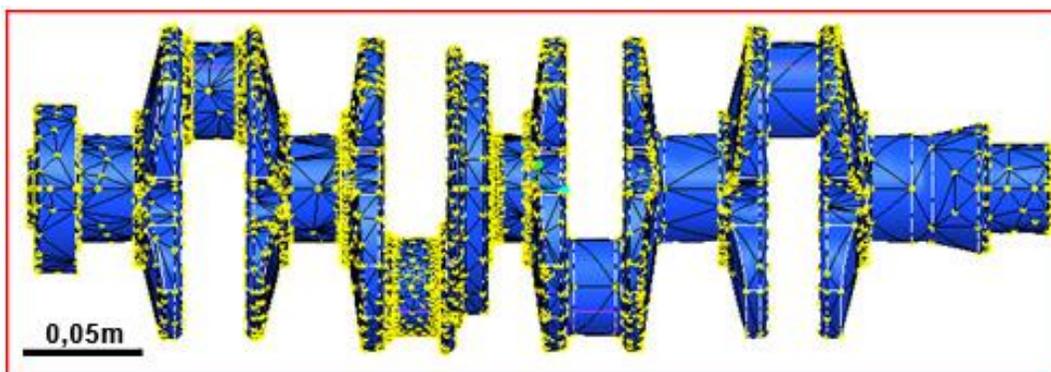


Figura 6.9 – Malha utilizada para uma das simulações do método de superposição.

Após a obtenção das forças atuantes no moente do virabrequim e dos deslocamentos em cada segmento, que multiplicado pela sua rigidez resulta no momento atuante no mesmo, o método da superposição é aplicado. As Figuras 6.10, 6.11 e 6.12 mostram as tensões equivalentes

de Von Mises para os quatro pontos estudados do primeiro segmento (o que foi considerado o mais crítico), para o motor nas três rotações críticas. Das figuras, observa-se o quão maiores são as tensões no ponto 1-3.

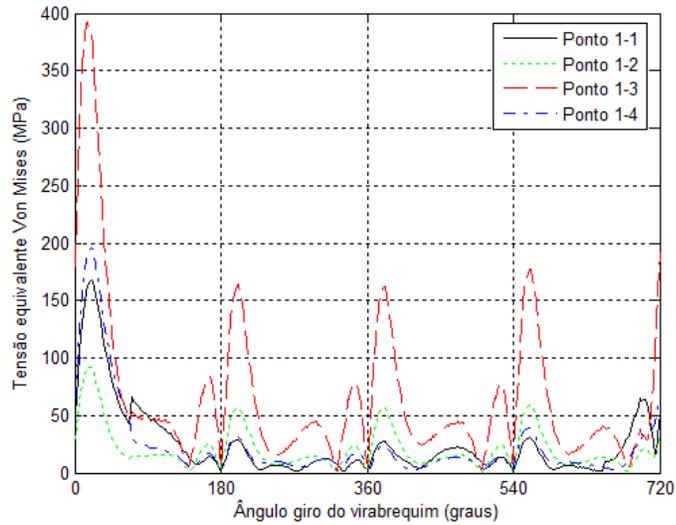


Figura 6.10 – Tensão de Von Mises para quatro pontos do primeiro segmento do virabrequim para uma rotação de 1700 rpm.

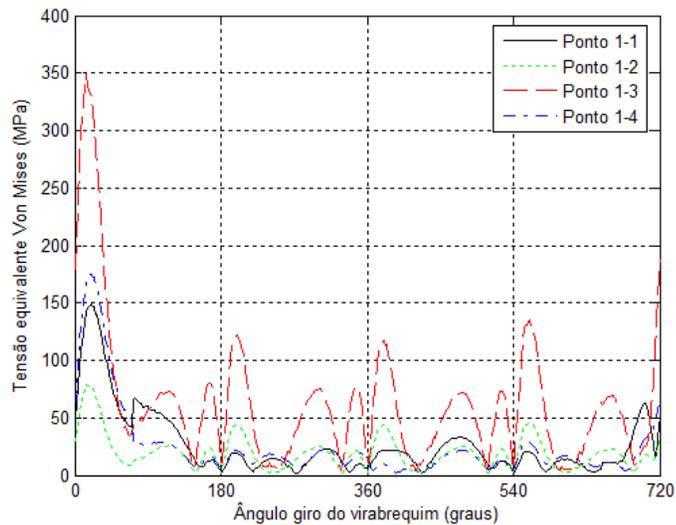


Figura 6.11 - Tensão de Von Mises para quatro pontos do primeiro segmento do virabrequim para uma rotação de 2100 rpm.

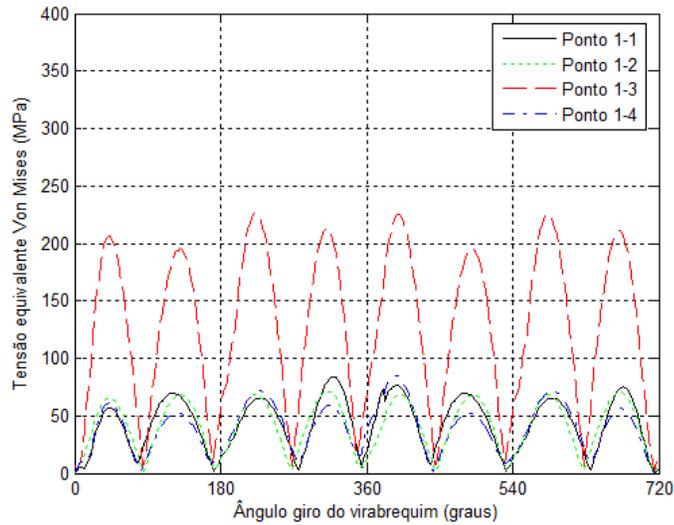


Figura 6.12 – Tensão de Von Mises para quatro pontos do primeiro segmento do virabrequim para uma rotação de 3050 rpm.

#### 6.1.4 Fadiga multiaxial aplicada ao virabrequim

Ao final da etapa anterior, obtivemos as componentes no tempo do tensor de tensão para todos os pontos em estudo. Esses valores foram usados como entrada em um algoritmo criado no software Matlab® para a aplicação dos critérios de fadiga apresentados anteriormente. Os resultados para a estimativa da vida serão mostrados a seguir.

##### 6.1.4.1 Critério baseados no plano crítico

O algoritmo criado varre 288 planos em cada ponto crítico do virabrequim, variando de 15° em 15° os ângulos  $\theta$  e  $\varphi$  referentes ao vetor normal do plano, conforme já apresentado. Em cada um dos planos, o algoritmo calcula as tensões normais médias, máximas e suas amplitudes, além de encontrar a menor circunferência que circunscreve o histórico da tensão de cisalhamento. Além disso, o algoritmo compara os resultados para todos os planos e fornece o plano mais crítico.

A Tabela 6.1 mostra os planos críticos para cada ponto crítico nas rotações de 1700, 2100 e 3500 rpm para os critérios de Matak e McDiarmid, para os quais o plano crítico é o plano com a máxima tensão de cisalhamento.

Tabela 6.1 – Plano de máxima tensão de cisalhamento para os critérios do plano crítico de Matak e McDiarmid.

	Plano de máxima tensão de cisalhamento					
	1700 rpm		2100 rpm		3050 rpm	
PONTO	$\theta$ (°)	$\varphi$ (°)	$\theta$ (°)	$\varphi$ (°)	$\theta$ (°)	$\varphi$ (°)
1 - 1	75	90	75	90	75	270
1 - 2	0	195	0	15	75	15
1 - 3	75	195	75	15	45	15
1 - 4	75	90	90	240	0	45
2 - 1	15	15	15	195	30	90
2 - 2	75	105	75	105	0	45
2 - 3	75	105	75	285	0	45
2 - 4	15	255	15	255	15	75
3 - 1	60	15	75	15	90	15
3 - 2	15	30	15	30	15	30
3 - 3	15	30	15	30	15	30
3 - 4	60	195	60	15	45	105
4 - 1	0	210	0	30	0	30
4 - 2	15	195	15	195	30	195
4 - 3	15	15	15	195	30	195
4 - 4	0	45	90	90	0	45

Os planos em amarelo correspondem aos planos que apresentam as máximas tensões de cisalhamento para cada uma das rotações, como pode ser observado. Para os 2 critérios apresentados a máxima tensão de cisalhamento aparece no mesmo ponto (1-3) para todas as rotações em estudo.

A Figura 6.13 ilustra o histórico da tensão de cisalhamento no plano crítico referente às componentes  $\theta=75^\circ$  e  $\varphi=195^\circ$  do vetor normal a esse plano, no ponto 1-3 e a uma rotação de 1700 rpm.

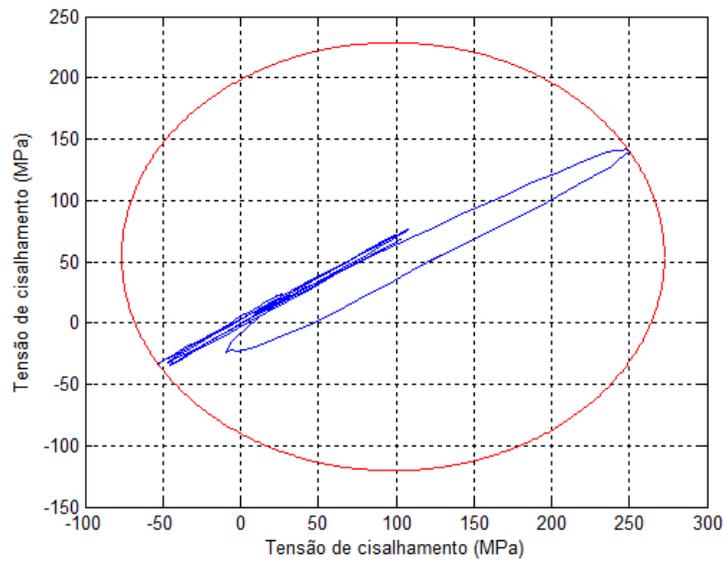


Figura 6.13 – Histórico da tensão de cisalhamento e a menor circunferência que o circunscribe a 1700 rpm no ponto 1-3.

Nesse mesmo ponto, a tensão normal atuante é mostrada na Figura 6.14.

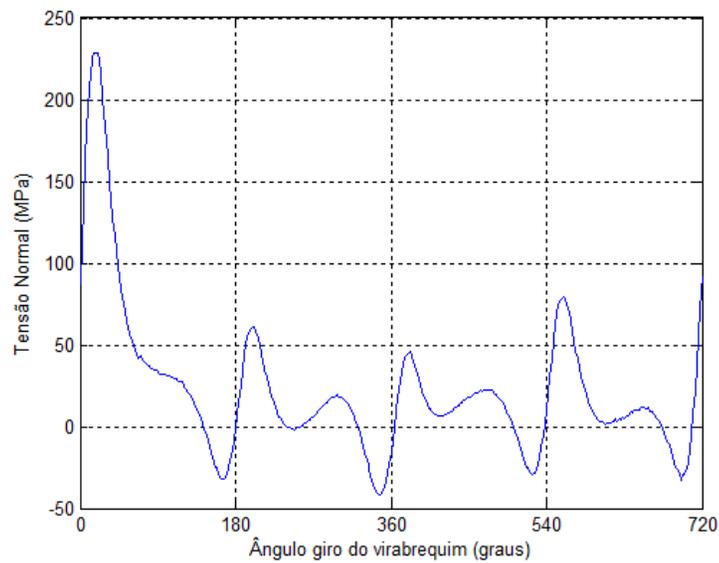


Figura 6.14 – Tensão normal atuante no ponto 1-3 a 1700 rpm.

O valor do raio da circunferência da Figura 6.13, ou seja, o valor da amplitude da tensão de cisalhamento para esse plano é  $C_a=174,5MPa$ .

A amplitude, a média e a máxima tensão normal obtidas para os dados da Figura 6.14 são  $N_a=134,5MPa$ ,  $N_m=92,8MPa$  e  $N_{max}=227,3MPa$  respectivamente.

Assim, com esses dados, os critérios de fadiga multiaxial de Matake e McDiarmid podem ser aplicados. Posteriormente, serão apresentados os resultados para os dois critérios em todas as rotações críticas.

Para o critério de Dang Van, o algoritmo foi criado de forma diferente. Nesse critério, não é usada apenas a máxima tensão de cisalhamento na determinação do plano crítico e sim uma combinação entre a amplitude equivalente da tensão de cisalhamento e a pressão hidrostática.

A Tabela 6.2 mostra os planos críticos para cada ponto do virabrequim nas rotações críticas. Da mesma forma, o ponto crítico do virabrequim se confirma como sendo o ponto 1-3.

Tabela 6.2 – Orientação dos planos críticos para o critério de Dang Van.

	Plano crítico do método de Dang Van					
	1700 rpm		2100 rpm		3050 rpm	
PONTO	$\theta$ (°)	$\varphi$ (°)	$\theta$ (°)	$\varphi$ (°)	$\theta$ (°)	$\varphi$ (°)
1 - 1	75	90	75	90	75	90
1 - 2	0	15	0	15	75	15
1 - 3	75	195	75	15	45	15
1 - 4	75	90	90	60	0	45
2 - 1	15	15	15	15	30	90
2 - 2	75	105	75	105	0	45
2 - 3	75	105	75	105	0	45
2 - 4	15	75	15	255	15	75
3 - 1	60	15	30	15	90	15
3 - 2	15	30	15	30	15	30
3 - 3	15	30	15	30	15	30
3 - 4	60	15	60	15	45	105
4 - 1	0	30	0	30	0	30
4 - 2	15	15	15	15	30	15
4 - 3	15	15	0	15	30	15
4 - 4	0	45	90	270	0	45

As três figuras (6.15, 6.16, 6.17) são as aplicações do critério de Dang Van aos planos críticos no ponto 1-3 para cada uma das rotações propostas. Observa-se que em nenhuma das rotações o virabrequim falharia, ou seja, em nenhuma das rotações o carregamento (em azul) ultrapassa alguma linha vermelha (limite de fadiga segundo o critério de Dang Van).

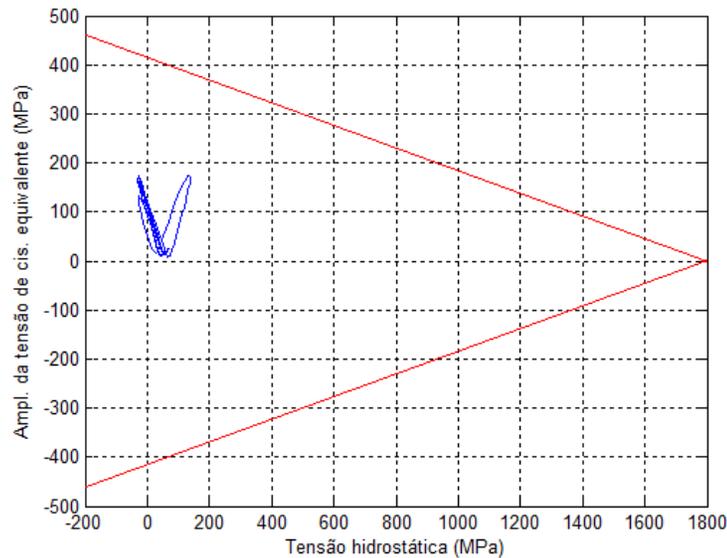


Figura 6.15 – Critério de Dang Van para o motor a 1700 rpm no ponto 1-3.

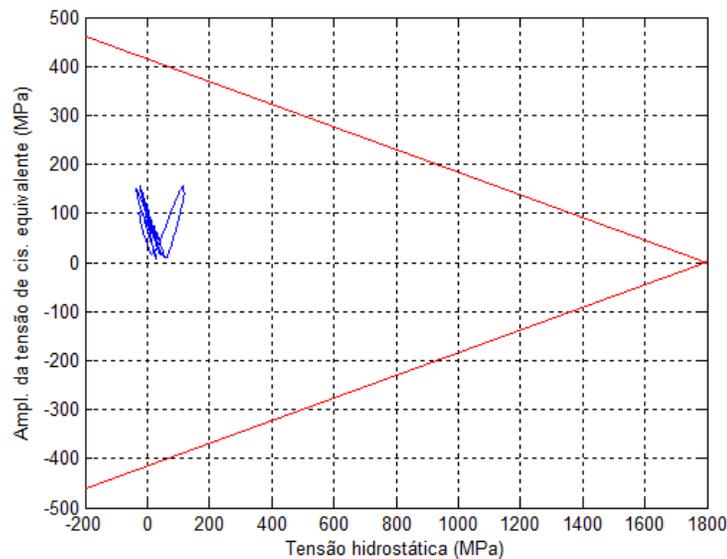


Figura 6.16 – Critério de Dang Van para o motor a 2100 rpm no ponto 1-3.

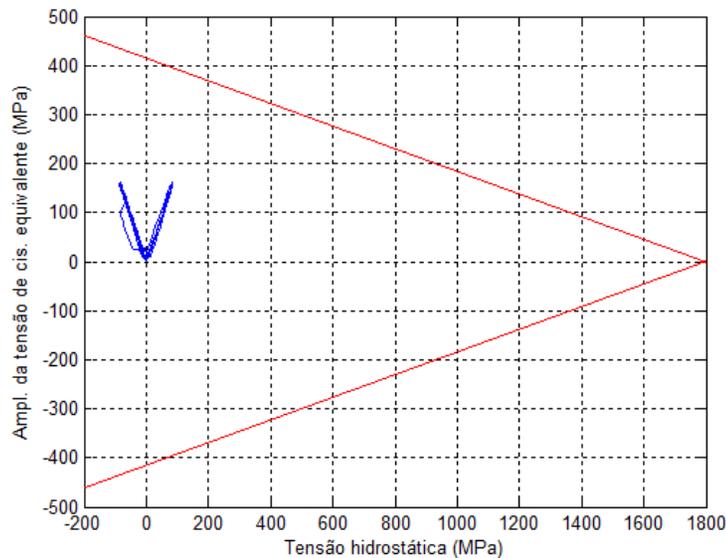


Figura 6.17 - Critério de Dang Van para o motor a 3050 rpm no ponto 1-3.

#### 6.1.4.2 Critérios baseados no invariante de tensão

Para os critérios de Sines, Crossland e Kakuno-Kawada, o algoritmo funciona de outra forma. Ele varre todas as combinações entre os planos do espaço vetorial de cinco dimensões e encontra também a menor circunferência que circunscribe a tensão de cisalhamento.

As tensões hidrostáticas, consequentemente seus valores médios, máximos e de suas amplitudes, são obtidas da mesma forma que as tensões normais no item anterior. Além disso, o algoritmo compara os resultados para todas as dimensões e fornece a combinação das duas dimensões mais críticas.

No critério de Crossland, o maior valor para a amplitude do invariante de tensões é encontrado entre as dimensões  $S_4$  e  $S_5$  como mostra na Figura 6.18, seu valor é  $\sqrt{J_{2,a}}=160,0 MPa$ . A situação mais crítica aparece no ponto 1 – 3 do virabrequim.

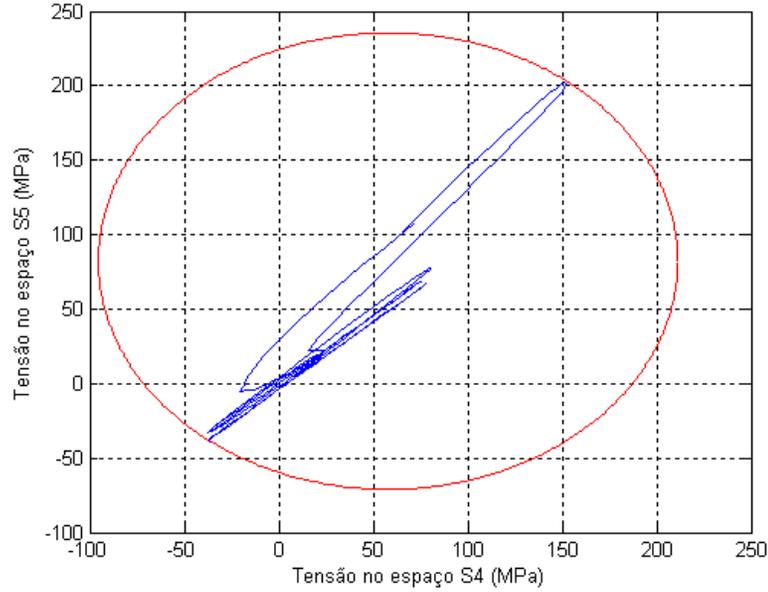


Figura 6.18 – Histórico de tensão no plano entre os espaços S4 e S4 no ponto 1-3 a 1700rpm e a mínima circunferência que o circunscribe.

A Figura 6.19 ilustra a variação da tensão hidrostática atuante no ponto 1-3 do virabrequim a 1700rpm.

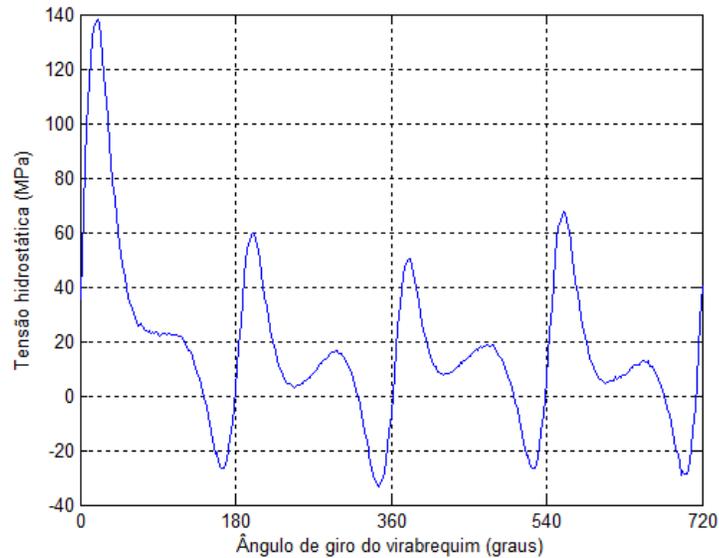


Figura 6.19 – Tensão hidrostática atuante no ponto 1-3 a 1700 rpm.

Os valores da amplitude, média e máxima tensão hidrostática nesse ponto são  $ph_a=85,7 \text{ MPa}$ ,  $ph_m=52,4 \text{ MPa}$  e  $ph_{max}=138,2 \text{ MPa}$  respectivamente.

Já para os critérios de Sines e Kakuno-Kawada, a situação mais crítica aparece no ponto 4-4 do virabrequim. O maior valor da amplitude do invariante de tensões é mostrado na figura 6.20 e seu valor é  $\sqrt{J_{2,a}}=99,8 \text{ MPa}$ .

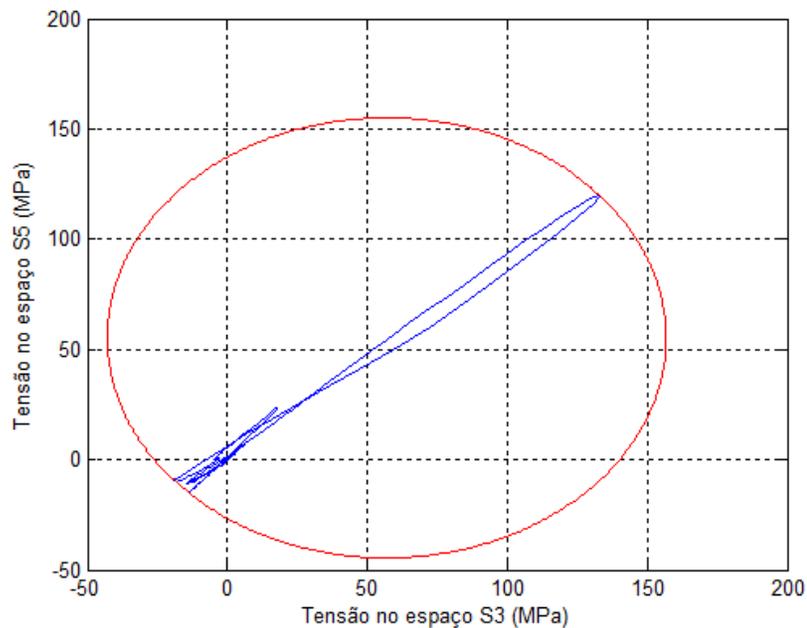


Figura 6.20 - Histórico de tensão no plano entre os espaços S3 e S5 no ponto 4-4 a 1700 rpm e a mínima circunferência que o circunscreve.

A figura 6.21 ilustra a variação da tensão hidrostática atuante no ponto 4-4 do virabrequim a 1700 rpm.

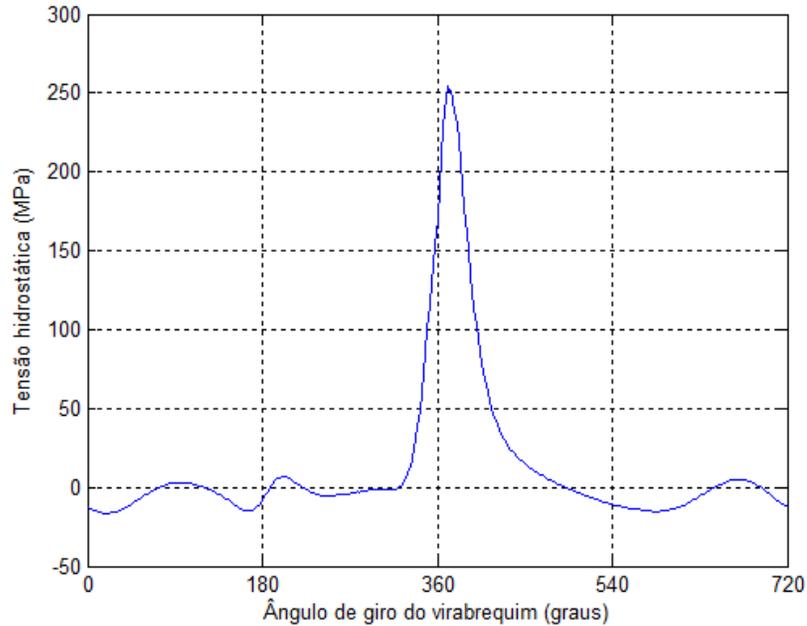


Figura 6.21 - Tensão hidrostática atuante no ponto 4-4 a 1700 rpm.

Os valores da amplitude, média e máxima tensão hidrostática nesse ponto são  $ph_a=135,4 \text{ MPa}$ ,  $ph_m=118,9 \text{ MPa}$  e  $ph_{max}=254,3 \text{ MPa}$  respectivamente.

O fato desses critérios terem seus resultados diferentes dos outros, ou seja, apontando o ponto 4-4 como o mais crítico se deve à influência da pressão hidrostática média, que é um fator muito importante para os critérios de Sines e Kakuno-Kawada e é muito superior nesse ponto.

### 6.1.5 Comparação entre os resultados obtidos para o primeiro virabrequim

As Tabelas 6.3, 6.4 e 6.5 mostram a comparação entre os seis critérios citados. As tabelas fornecem os valores do coeficiente de segurança para a vida infinita para cada ponto do virabrequim em cada um dos seis critérios apresentados. As Figuras 6.22, 6.23 e 6.24 ilustram os resultados das tabelas a fim de facilitar a interpretação das mesmas.

Tabela 6.3- Coeficientes de segurança a uma rotação de 1700 rpm.

PONTO	1700 rpm					
	Matake	McDiarmid	Dang Van	Sines	Crossland	Kakuno-Kawada
1 - 1	2,9	2,7	4,3	3,8	5,2	3,8
1 - 2	5,2	4,7	8,3	6,4	10,0	6,4
1 - 3	1,9	1,8	2,1	1,9	2,6	1,9
1 - 4	3,1	2,8	5,1	3,9	5,4	3,9
2 - 1	4,9	4,4	8,3	7,1	10,1	7,1
2 - 2	4,5	4,0	10,0	8,4	9,5	8,4
2 - 3	4,9	4,3	11,9	9,9	11,6	9,9
2 - 4	2,8	2,6	3,4	2,4	5,3	2,4
3 - 1	3,6	3,3	5,5	4,8	6,6	4,8
3 - 2	5,3	4,7	12,7	9,5	13,3	9,5
3 - 3	5,1	4,5	11,7	8,6	12,5	8,6
3 - 4	3,2	3,0	4,6	4,1	5,4	4,1
4 - 1	4,3	4,0	6,9	6,0	7,6	6,0
4 - 2	4,2	3,8	6,3	5,3	7,7	5,3
4 - 3	4,2	3,8	5,9	4,7	7,8	4,7
4 - 4	3,0	2,8	2,7	1,8	4,2	1,8

Tabela 6.4 - Coeficientes de segurança a uma rotação de 2100 rpm.

PONTO	2100 rpm					
	Matake	McDiarmid	Dang Van	Sines	Crossland	Kakuno-Kawada
1 - 1	3,2	2,9	4,4	4,3	5,8	4,3
1 - 2	5,8	5,2	8,5	7,3	11,4	7,3
1 - 3	2,1	2,0	2,2	2,2	2,9	2,2
1 - 4	3,3	3,0	5,2	4,3	5,9	4,3
2 - 1	5,3	4,8	8,2	7,9	10,7	7,9
2 - 2	4,8	4,3	9,8	9,1	10,0	9,1
2 - 3	5,3	4,7	11,7	10,7	12,2	10,7
2 - 4	3,0	2,8	3,5	2,6	5,7	2,6
3 - 1	3,9	3,6	5,4	5,3	7,1	5,3
3 - 2	5,8	5,1	12,8	11,4	15,1	11,4
3 - 3	5,6	5,0	11,8	10,0	13,8	10,0
3 - 4	3,4	3,2	4,8	4,4	5,8	4,4
4 - 1	4,7	4,3	6,8	6,5	8,1	6,5
4 - 2	4,6	4,2	6,4	5,8	8,3	5,8
4 - 3	4,6	4,2	6,1	5,2	8,5	5,2
4 - 4	2,9	2,7	2,8	1,9	4,3	1,9

Tabela 6.5 – Coeficientes de segurança a uma rotação de 3050 rpm.

PONTO	3050 rpm					
	Matake	McDiarmid	Dang Van	Sines	Crossland	Kakuno-Kawada
1 - 1	6,2	6,1	6,4	8,9	7,3	8,9
1 - 2	7,2	7,1	7,7	9,0	8,6	9,0
1 - 3	2,5	2,5	2,4	2,9	2,9	3,0
1 - 4	7,0	6,9	7,9	9,4	7,9	9,4
2 - 1	9,0	8,7	10,7	12,1	10,9	12,2
2 - 2	15,3	14,8	19,4	19,3	18,3	19,3
2 - 3	17,8	17,2	22,2	25,8	22,0	25,9
2 - 4	8,6	8,3	9,3	23,1	13,3	23,2
3 - 1	5,2	5,2	5,3	5,8	5,7	5,8
3 - 2	10,0	9,8	12,1	12,5	11,9	12,5
3 - 3	9,9	9,7	11,9	12,1	11,7	12,1
3 - 4	6,9	6,7	7,3	8,6	8,4	8,6
4 - 1	10,6	10,3	11,4	12,7	12,3	12,7
4 - 2	9,2	9,0	10,0	11,8	11,3	11,8
4 - 3	9,5	9,3	10,2	14,0	12,2	14,0
4 - 4	7,6	7,5	7,9	13,6	8,5	13,6

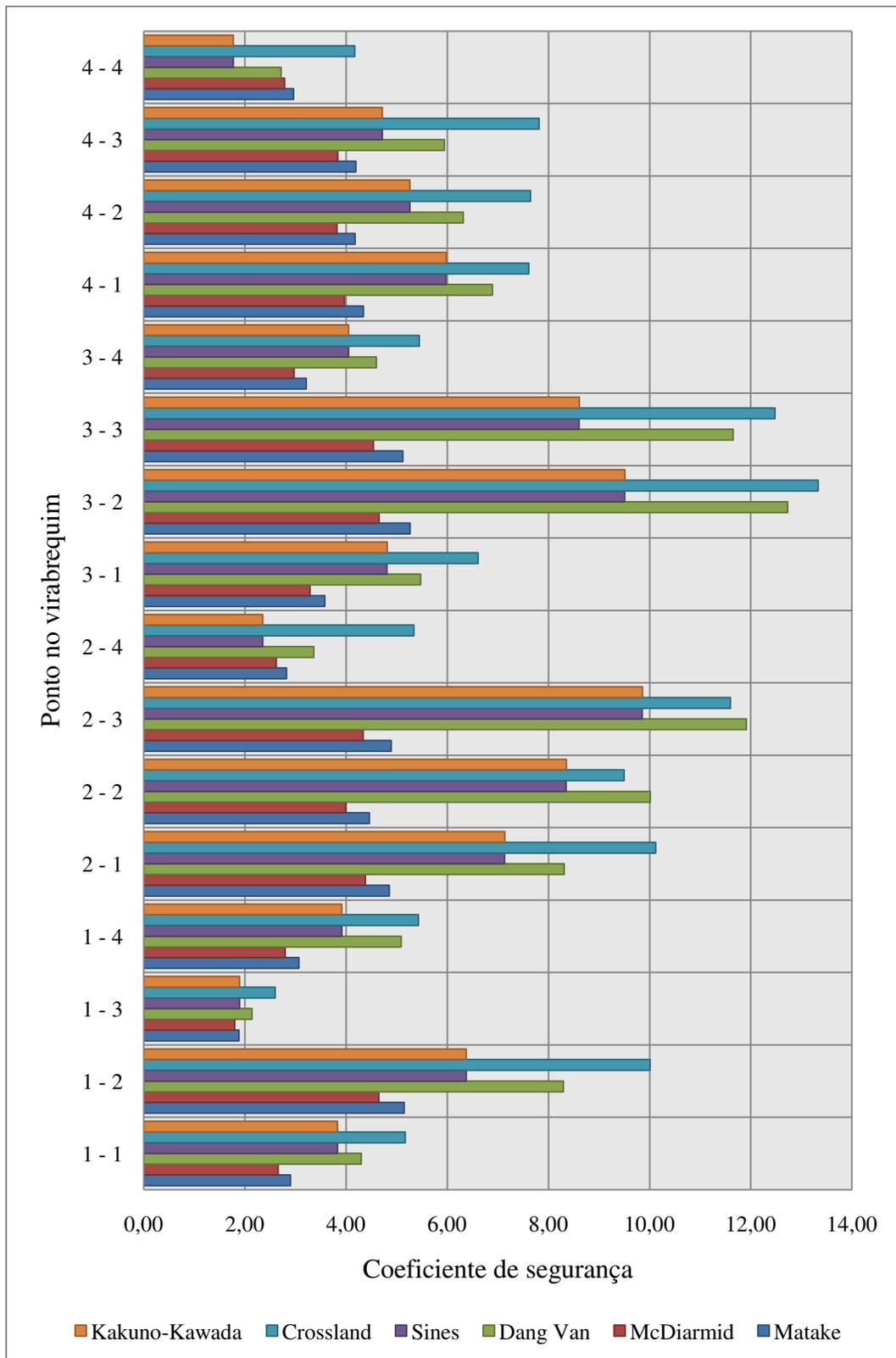


Figura 6.22 - Coeficientes de segurança para um determinado ponto a uma rotação de 1700 rpm.

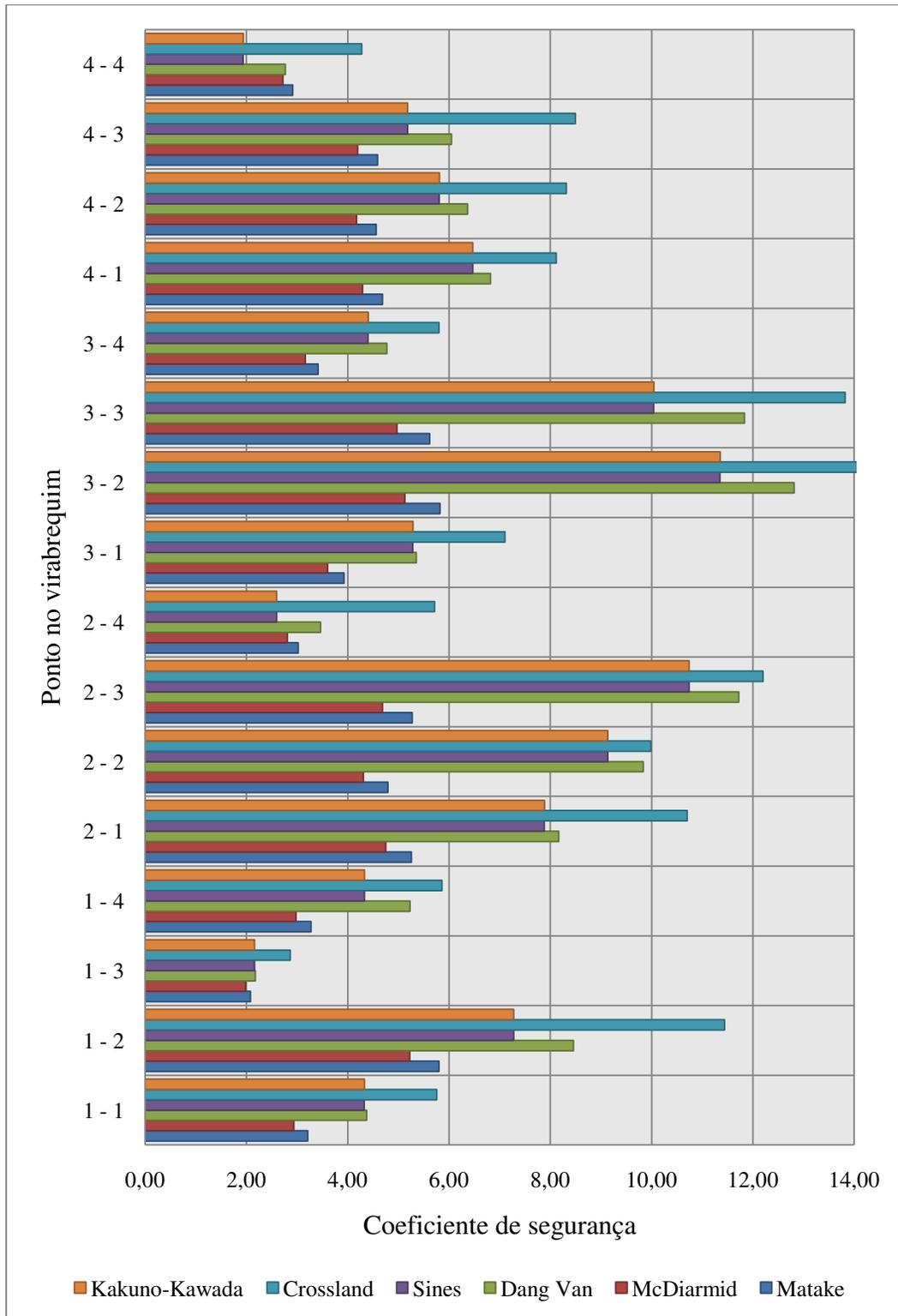


Figura 6.23 - Coeficientes de segurança para um determinado ponto a uma rotação de 2100 rpm.

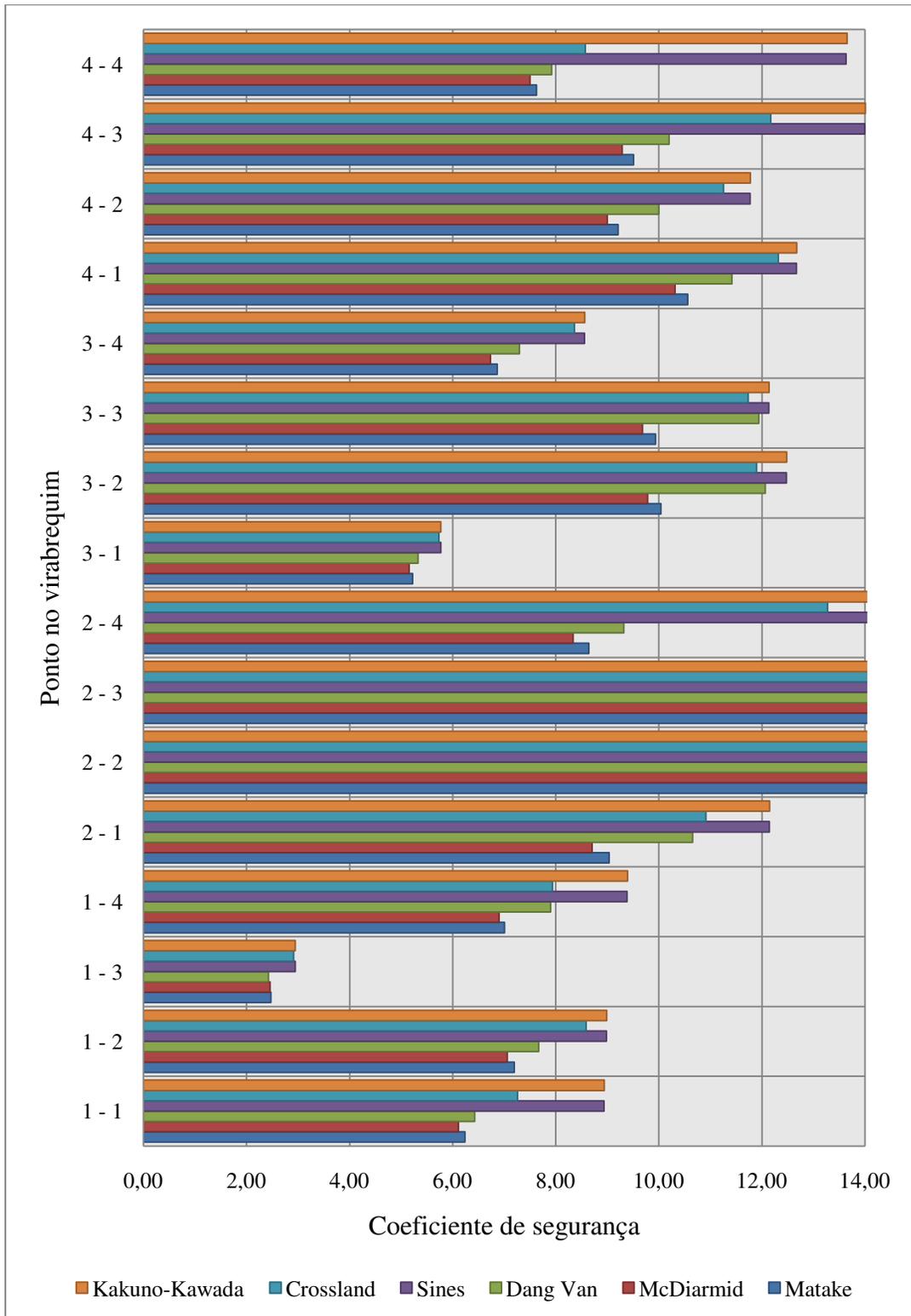


Figura 6.24 Coeficiente de segurança para um determinado ponto a uma rotação de 3050 rpm.

Observa-se que a condição mais crítica é a condição de máximo torque (1700 rpm), porém com uma margem muito pequena em relação à condição de máxima potência (2100 rpm). O ponto 1-3 é o ponto crítico para a maioria dos critérios e o ponto 4-4 é crítico para os critérios de Sines e Kakuno-Kawada. Observa-se, também, que, para a condição de máxima rotação (3050 rpm), as tensões são muito inferiores e pouco preocupantes.

## **6.2 Motor de 6 cilindros**

Conforme dito, para este caso o arquivo texto foi fornecido por Lima e Silva (2010) com os tensores de tensão para cada ponto. Cada ângulo de giro do virabrequim serviu de entrada para o algoritmo criado no programa desenvolvido para aplicação dos critérios multiaxiais de fadiga e os resultados são mostrados a seguir.

O material utilizado nesse virabrequim foi considerado o mesmo para o virabrequim anterior.

### **6.2.1 Fadiga Multiaxial**

Inicialmente foram selecionados os 12 pontos críticos, conforme citado no capítulo 5. A Figura 6.25 apresenta a tensão equivalente de Von Mises para os 12 pontos divididos da seguinte forma:

- Em azul estão os 5 pontos do primeiro pico (pontos 1, 2, 3, 4 e 5)
- Em vermelho os 4 pontos do segundo maior pico (pontos 6, 7, 8 e 9)
- Em verde os 3 pontos do terceiro maior pico (pontos 10, 11 e 12)

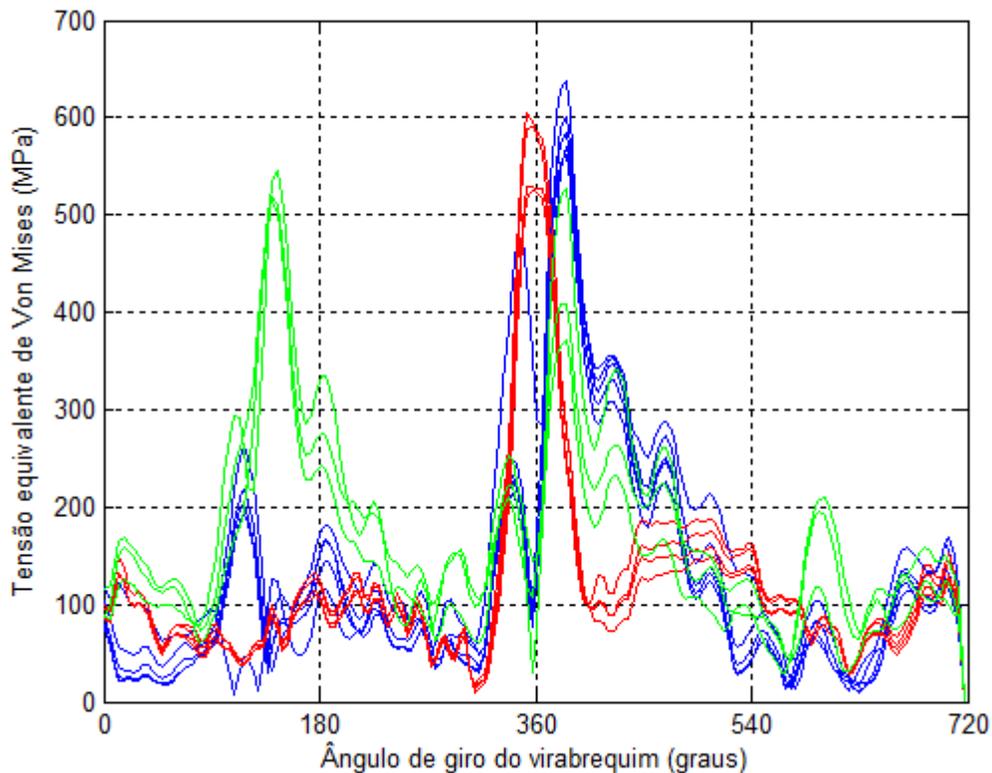


Figura 6.25 – Tensão de Von Mises para os 12 pontos selecionados para estudo.

### 6.2.1.1 Critérios baseados no plano crítico

Da mesma forma que para o outro virabrequim, o algoritmo varre 288 planos em cada ponto. Em cada um dos planos, o algoritmo calcula as tensões normais médias, máximas e suas amplitudes, além de encontrar a menor circunferência que circunscreve o histórico da tensão de cisalhamento. Além disso, o algoritmo compara os resultados para todos os planos e fornece o plano mais crítico.

A Tabela 6.6 mostra os planos críticos para cada um dos 12 pontos para os critérios de Mataké e McDiarmid, onde o plano crítico é o plano com a máxima tensão de cisalhamento. Mostra, também, para o critério de Dang Van, onde o plano crítico é uma combinação entre a amplitude equivalente da tensão de cisalhamento e a tensão hidrostática.

Tabela 6.6 – Orientação dos planos críticos para cada critério.

PONTO	Plano de máxima tensão de cisalhamento		Plano crítico para o método de Dang Van	
	$\theta$ (°)	$\varphi$ (°)	$\theta$ (°)	$\varphi$ (°)
1	90	150	90	150
2	90	-15	75	165
3	90	150	90	150
4	0	255	0	75
5	75	150	75	150
6	60	165	60	165
7	0	75	0	75
8	0	15	0	15
9	0	90	0	90
10	0	75	0	75
11	150	15	150	15
12	135	90	135	90

A Figura 6.26 ilustra o histórico de tensão de cisalhamento no plano crítico referente às componentes  $\theta=0^\circ$  e  $\varphi=255^\circ$  do vetor normal a esse plano, no ponto 4 do virabrequim.

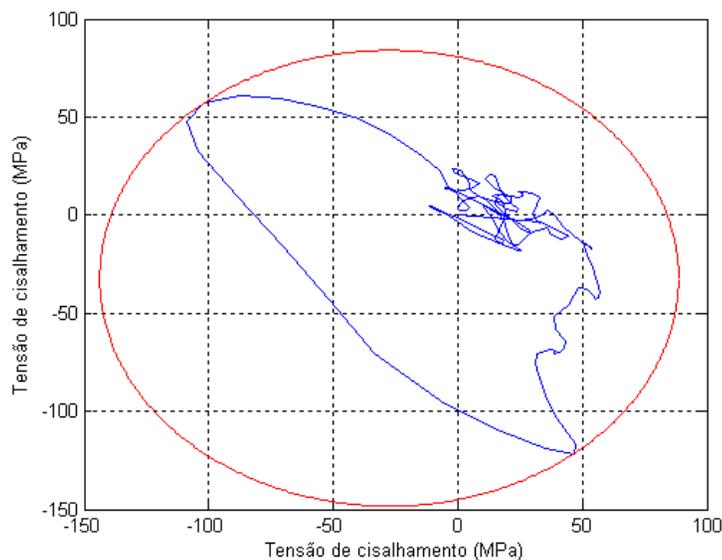


Figura 6.26 – Histórico da tensão de cisalhamento e a menor circunferência que o circunscreve no ponto 4.

Nesse mesmo ponto a tensão normal atuante é mostrada na Figura 6.27.

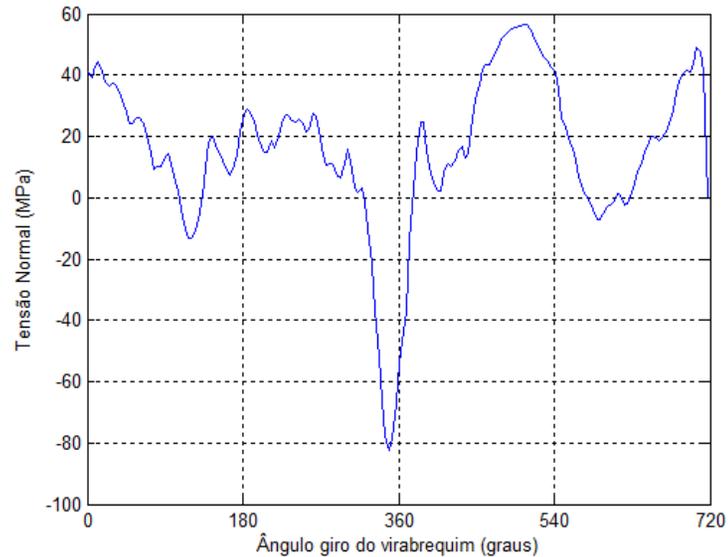


Figura 6.27 – Tensão normal atuante no ponto 4.

O valor do raio da circunferência da Figura 6.26 é  $C_a = 116,2 \text{ MPa}$ .

A amplitude, a média e a máxima tensão normal obtidas para os dados da Figura 6.27 são  $N_a = 69,6 \text{ MPa}$ ,  $N_m = -13,0 \text{ MPa}$  e  $N_{max} = 56,6 \text{ MPa}$  respectivamente.

De acordo com Dang Van, o ponto mais crítico é o ponto 6 e orientação do plano nesse ponto tem como componentes  $\theta = 60^\circ$  e  $\varphi = 165^\circ$ . A Figura 6.28 representa a aplicação do critério de Dang Van para este ponto.

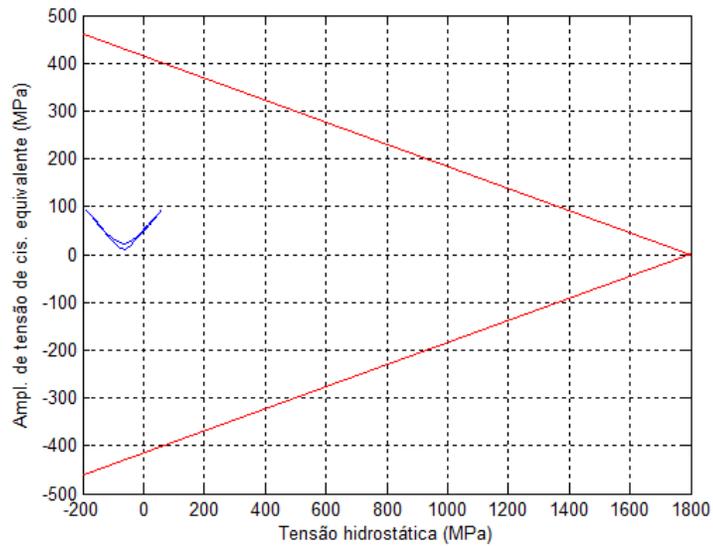


Figura 6.28 – Critério de Dang Van para o ponto 6.

### 6.2.1.2 – Critérios baseados nos invariantes de tensão

No critério de Crossland, o maior valor para a amplitude do invariante de tensões é encontrado entre as dimensões S3 e S4 como mostra na Figura 6.29; seu valor é  $\sqrt{J_{2,a}}=114,5 \text{ MPa}$ . A situação mais crítica aparece no ponto 4 do virabrequim.

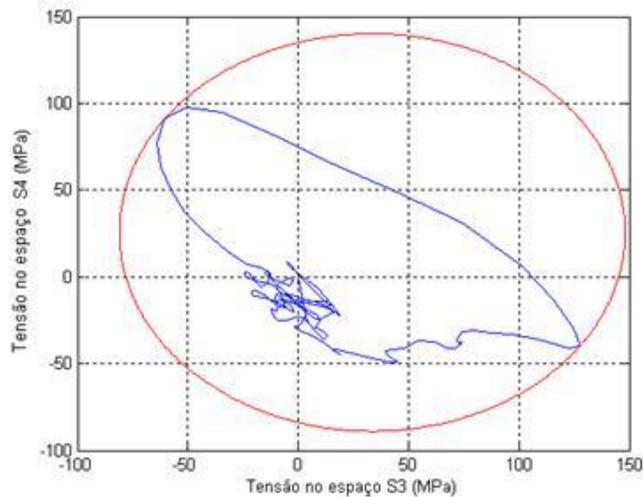


Figura 6.29 – Histórico de tensão no plano entre os espaços S3 e S4 no ponto 4 e a mínima circunferência que o circunscreve.

A figura 6.30 ilustra a variação da pressão hidrostática atuante no ponto 4 do virabrequim.

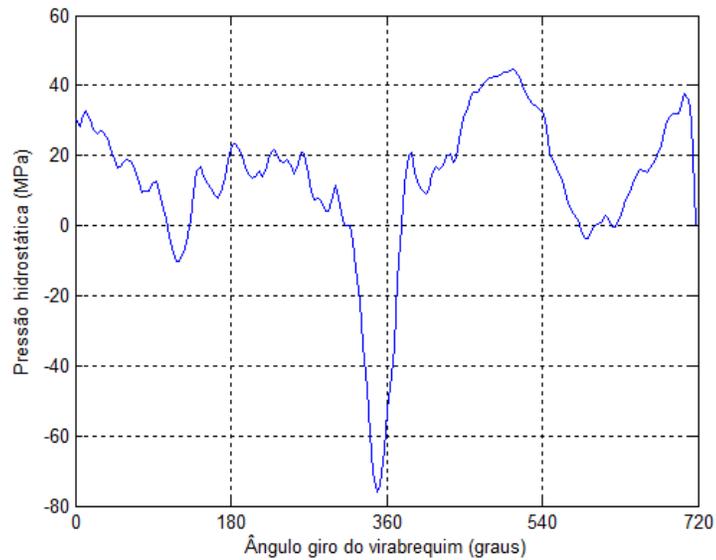


Figura 6.30 – Tensão hidrostática atuante no ponto 4.

Os valores da amplitude, média e máxima tensão hidrostática nesse ponto são  $ph_a=60,4 MPa$ ,  $ph_m=-15,7 MPa$  e  $ph_{max}=44,7 MPa$  respectivamente.

Já para os critérios de Sines e Kakuno-Kawada, a situação mais crítica aparece no ponto 1 e o maior raio da menor hipersfera aparece entre as dimensões S3 e S4. O maior valor da amplitude do invariante de tensões é mostrado na figura 6.31e seu valor é  $\sqrt{J_{2,a}}=91,3 MPa$ .

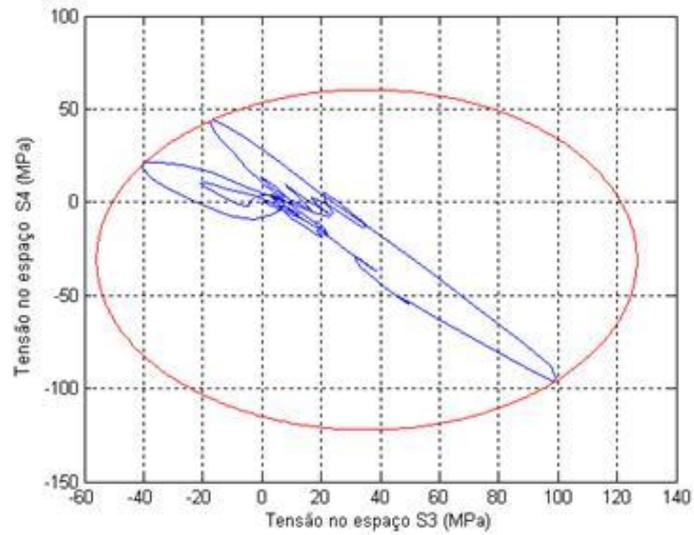


Figura 6.31 – Histórico de tensão no plano entre os espaços S3 e S4 no ponto 1 e a mínima circunferência que o circunscribe.

A figura 6.32 ilustra a variação da tensão hidrostática atuante no ponto 1 do virabrequim.

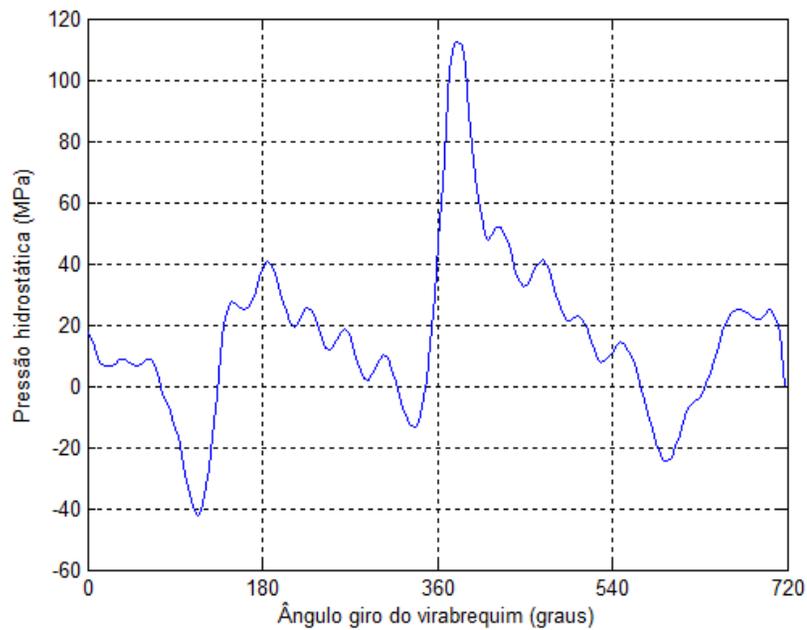


Figura 6.32 – Tensão hidrostática atuante no ponto 1.

Os valores da amplitude, média e máxima tensão hidrostática nesse ponto são  $ph_a=77,2 \text{ MPa}$ ,  $ph_m=35,0 \text{ MPa}$  e  $ph_{max}=112,2 \text{ MPa}$  respectivamente.

Da mesma forma que ocorreu para o virabrequim do motor de 4 cilindros, os resultados para os critérios de Sines e Kakuna-Kawada foram diferentes do resultado de Crossland e, mais uma vez, isso se deveu à influência da pressão hidrostática média, como é observado no presente item do trabalho.

### 6.2.2 Comparação entre os resultados obtidos para o segundo virabrequim

A tabela 6.7 mostra a comparação entre os seis critérios utilizados. A tabela fornece os valores do coeficiente de segurança para a vida infinita para cada ponto do virabrequim em cada um dos seis critérios apresentados. Da mesma forma que para o primeiro virabrequim, a figura 6.33 ilustra os resultados da tabela a fim de facilitar a interpretação das mesmas.

Tabela 6.7 – Coeficientes de segurança para todos os pontos e para todos os critérios de fadiga.

Coeficiente de segurança.

PONTO	Matake	McDiarmid	Dang Van	Sines	Crossland	Kakuno-Kawada
1	3,9	3,8	4,4	3,2	4,6	3,2
2	3,9	3,9	4,4	3,4	4,5	3,4
3	4,2	4,2	4,7	3,5	4,8	3,5
4	3,2	3,1	5,6	4,3	3,6	4,3
5	3,9	3,8	5,2	3,5	4,7	3,5
6	4,2	4,1	3,6	14,7	4,1	14,8
7	3,9	3,8	3,9	13,0	4,0	13,0
8	4,1	3,9	3,9	7,5	4,3	7,5
9	4,8	4,7	4,3	15,9	5,1	16,0
10	3,9	3,8	7,0	3,8	4,4	3,8
11	4,1	4,0	5,9	4,9	5,0	4,9
12	3,9	3,7	4,8	4,6	4,7	4,5

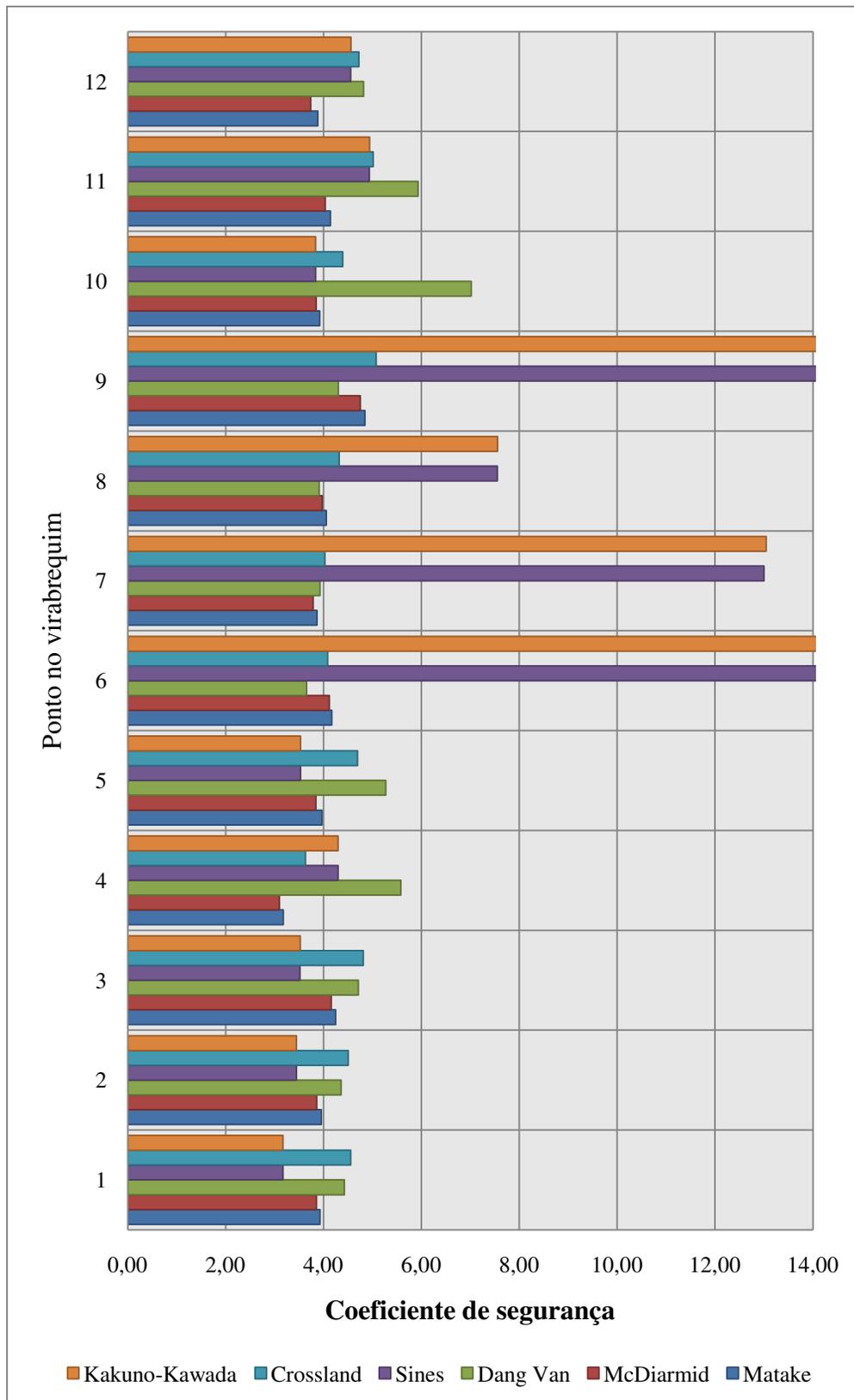


Figura 6.33 – Coeficientes de segurança para os 12 pontos para todos os critérios de fadiga.

Como pode-se observar, os coeficientes de segurança apareceram em ordem de grandeza maior que para o primeiro virabrequim estudado. Tal fato pode estar relacionados a vários motivos como:

- O material utilizado para as simulações do segundo virabrequim foi o mesmo do primeiro, o que pode não ser realmente o caso.
- Os pontos estudados podem não ser os pontos críticos do segundo virabrequim.
- As tensões fornecidas podem não ser as tensões com o motor em rotações críticas.
- O virabrequim pode ter sido projetado utilizando critérios de fadiga uniaxial. Dessa forma, em todos os seus pontos ele estaria superdimensionado.

### **6.3 Considerações finais**

Ao longo deste capítulo foram aplicados os critérios de tensão multiaxial desenvolvidos nesta dissertação para a avaliação da vida em fadiga de virabrequins. Através das duas abordagens adotadas, a do plano crítico e a do invariante de tensões, foram calculados os valores do coeficiente de segurança para vida infinita para os diversos critérios.

Este estudo mostrou, ainda, que há necessidade da definição, através de experimentos, a respeito de qual é o método mais adequado para a avaliação da vida em fadiga. Uma abordagem possível é a comparação da vida prevista pelos critérios propostos com aquela encontrada na prática, em estudos experimentais específicos para a validação do modelo.

## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS

O objetivo desta dissertação foi avaliar a vida de virabrequins através da aplicação de critérios de fadiga multiaxial e compará-los entre si, relacionando-os com os critérios simplificados usados atualmente. A fim de atingir os objetivos, o trabalho foi dividido nas seguintes etapas:

- Cálculo dos esforços dinâmicos atuantes no virabrequim;
- Análise das vibrações torcionais atuantes no sistema;
- Análise de tensões;
- Aplicação dos critérios multiaxiais de fadiga.

Como forma de demonstrar a efetividade dos métodos desenvolvidos nesta dissertação, dois virabrequins foram analisados. Para a análise do primeiro virabrequim, todas as etapas previstas foram necessárias. Para o primeiro dos virabrequins, analisado integralmente, as principais conclusões foram:

- Dos resultados dinâmicos do mecanismo, nota-se a grande influência da força de combustão se comparada com a força de inércia do sistema. Porém deve-se lembrar que quanto maior for a velocidade de rotação, maior será a influência da inércia;
- Apesar da força radial, que resulta nas tensões de flexão no virabrequim, ser consideravelmente superior à força tangencial no moente do virabrequim, esta última é fundamental para a criação das tensões no componente. Isso se dá porque a força tangencial é aplicada fora do eixo de simetria do virabrequim, o que leva ao surgimento da vibração torcional;
- O ponto crítico encontrado para esse virabrequim com relação a quatro dos seis critérios de fadiga apresentados está de acordo com relatos históricos de falha por fadiga encontrados na literatura. O ponto está entre o moente e o braço de manivela do primeiro segmento do virabrequim;
- O primeiro virabrequim em estudo foi aprovado em todos os critérios de fadiga multiaxial com uma boa margem de segurança. O menor coeficiente de segurança foi  $FS = 1,8$ .

Para o segundo virabrequim, partiu-se diretamente da quarta etapa proposta pelo trabalho, ou seja, da aplicação dos critérios multiaxiais de fadiga. Ainda dentro dos objetivos do trabalho, o algoritmo para o primeiro virabrequim foi adaptado para o segundo, possibilitando o cálculo da resistência à fadiga utilizando todos os critérios apresentados para uma entrada padrão de tensores de tensão.

Por não termos a localização dos pontos fornecidos no segundo virabrequim analisado, foi impossível determinar o local do ponto crítico para o segundo virabrequim. No entanto, conforme os valores encaminhados, os coeficientes de segurança para o segundo virabrequim foram sempre superiores a 3,1 .

Como conclusão geral, este trabalho atingiu plenamente aos objetivos propostos. Através dele foi possível determinar se um virabrequim convencional falha. Foi possível também quantificar a segurança em manter um componente qualquer desse tipo em serviço, utilizando os critérios apresentados. A abordagem apresentada aqui permite que qualquer virabrequim seja analisado e sua vida em serviço prevista.

As sugestões a seguir são propostas para trabalhos futuros sobre temas decorrentes:

- Avaliação do fator de segurança para outras situações, que não a de vida infinita.
- Modificação nas condições de contorno do problema a fim de torná-las mais realistas. Como exemplo, inserir um valor para a rigidez nas regiões dos mancais.
- Estudo da resistência por fadiga do virabrequim, levando em conta também as tensões axiais que surgem no mesmo, geradas pela dinâmica do movimento.
- Comparação os resultados apresentados com resultados experimentais para um virabrequim, sujeito a diversas condições de operação controladas, para a validação do modelo.

## Referências Bibliográficas

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM E1823**: Standard Terminology Relating to Fatigue and Fracture Testing. Philadelphia. 2005.

BERNASCONI, A.; PAPADOPOULOS, I. V. Efficiency of algorithms for shear stress amplitude calculation in critical plane class fatigue criteria. **Computational Materials Science**, v.34, p.355-368, 2005.

BRUSA, E.; DELPRETE, C.; GENTA, G. Torsional vibration of crankshafts: Effects of Non-Constant Moments of Inertia. **Journal of Sound and Vibration**, v.205, p.135-150, 1997.

CHOPRA, A. **Dynamics of Structures**. New Jersey: Prentice Hall, 2001.

CROSSLAND, B. Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. In: Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, Institution of Mechanical Engineers, London, p.138-49, 1956.

DANG VAN, K.; CAILLETAUD, G.; FLAVENOT, J. F.; LE DOUARON, A.; LIEVRADÉ, H. P. Criterion for High Cycle Fatigue Failure Under Multiaxial Loading. In: **Biaxial and Multiaxial Fatigue**. Cambridge: EGF Publication, v.3, p.459-478, 1989.

DANG VAN, K.; GRIVEAU, B.; MESSAGE, O. On a New Multiaxial Fatigue Limit Criterion: Theory and Application. In: **Biaxial and Multiaxial Fatigue**. Cambridge: EGF Publication, v.3 p.479-496, 1989.

DOWLING, N.E. Mechanical behavior of materials, Prentice-hall, New Jersey, Chapter 9: Fatigue of materials: introduction and stress-based approach, 1993.

FERREIRA, I. Propriedades Mecânicas dos Materiais e Mecanismos de Fratura, Parte B, Apostila EM738. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, 2008.

FINE, M. E. Fatigue resistance of metals. Metallurgical Transaction of the American Society for Metals, v.11, 1980.

GIACOSA, D. **Motores Endotérmicos**. 3.ed. Madrid: editorial dossat, s.a., 1986.

GONÇALVES, C. A. **Fadiga Multiaxial Policíclica: Modelagem e Simulação**. 2006. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília.

HEATH, A. R., MCNAMARA, P. M., Crankshaft stress analysis – Combination of finite element and classical analysis techniques, *Transaction of the ASME*, v.112, p.268-275, 1990.

HENRY, J. P.; TOPLOSKY, J.; ABRAMCZUK, M., Crankshaft Durability Prediction - A new 3-D Approach, **Sae Technical Paper**, Series 920087, 1992.

HEYES, A. M., Automotive component failures, **Engineering Failure Analysis**, v.5, no.2, pp.129-141, 1998.

JIANG, Y.; HERTEL, O.; VORMWALD, M. An experimental evaluation of three critical plane multiaxial fatigue criteria. **International Journal of Fatigue**, V.29, p.1490-1502, 2007.

KAKUNO H.; KAWADA Y. A new criterion of fatigue strength of a round bar subjected to combined static and repeated bending and torsion. **Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures**, v.2, p.229-236, 1979.

LIMA E SILVA, R. A. L. MWM data, [mensagem pessoal], mensagem recebida em 3 jun. 2009 por <fredy\_minucci@yahoo.com.br>.

LIMA E SILVA, R. A. L. Tensores de Tensões Cummins ISB 6.7L, [mensagem pessoal], mensagem recebida em 6 jan. 2010 por <fredy\_minucci@yahoo.com.br>.

LIU, Y.; MAHADEVAN, S. Multiaxial High-cycle Fatigue Criterion and Life Prediction for Metals, **International Journal of Fatigue**, v.27 p.790-800, 2005.

MATAKE, T. An explanation on fatigue limit under combined stress. **JSME**, v.20, p.257-263, 1977

MCDIARMID, D. L. A general criterion for high cycle multiaxial fatigue failure, **Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures**, v.14 p.429-453, 1991.

MENDES, A. S.; RAMINELLI, L. F.; GOMES, M. P. Dimensionamento estrutural da árvore de manivelas de um motor diesel de alta potência. **SAE Technical Paper**, no 2003-01-3530, 2003.

MENDES, A. S. **Desenvolvimento e Validação de Metodologia para Análise de Vibrações Torcionais em Motores de Combustão Interna**. 2005. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

MONTAZERSADGH, F. H.; FATEMI, A. **Stress Analysis and Optimization of Crankshafts Subject do Dynamic Loading**. 2007. Final project report, University of Toledo.

MOURELATOS, Z. P. An Analytical Investigation of the Crankshaft-Flywheel Bending Vibrations for a V6 Engine. **SAE Technical Paper** No.951276, Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA, USA. 1995.

NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas**. Bookman, 2006.

PAPADOPOULOS, I. V.; DAVOLI, P.; GORLA, C.; FILIPPINI, M.; BERNASCONI, A. A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. **International Journal of Fatigue**, v.19, p.219-235, 1997.

PAPUGA, J., **Mapping of fatigue damages – Program shell of FE-Calculation**. 2005, PhD Thesis, Faculty of Mechanical Engineering, Czech Technical University in Prague.

PRAKASH, V.; APRAMEYAN, K.; SHRINIVASA, U. An FEM Based Approach to Crankshaft Dynamics and Life Estimation. **SAE Technical Paper** No. 980565, Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA, USA, 1998.

SCHUTZ, W. A History of Fatigue. **Engineering Fracture Mechanics**, v.52, n.2, p.263-300, 1996.

SHU, Q. G.; LIANG, X.Y.; LU, X.C. Axial vibration of high-speed automotive engine crankshaft. **International Journal of Vehicle Design**, v.45, n.4, p.542-554, 2007.

SILVA, F. S., An investigation into the mechanism of a crankshaft failure, **Key Engineering Materials**, v.245-246, p.251-358, 2003.

SINES, G. Behavior of metals under complex static and alternating stresses. **Metal Fatigue**, McGraw-Hill, New York p.145-169, 1959.

VILLALVA, S. G.; LIMA E SILVA, R. A.; MARQUEZI DE OLIVEIRA, F. L.; KURKA, P. K.; SANTOS, I. F.; BITTENCOURT, M. L.; GALLI, L. A. F. Determinação de esforços dinâmicos, vibração torcional e análise de tensões em virabrequins de motores de combustão interna. Relatório Técnico, CONSICAE – Consórcio setorial para inovação tecnológica em engenharia assistida por computador, Campinas, 2006, 199p.

WANG, C.; ZHAO, C.; WANG, D. Analysis of an unusual crankshaft failure. **Engineering Failure Analysis**. v.12, p.465-473, 2005.

WANG, YY.; YAO, WX. Evaluation and Comparison of several multiaxial fatigue criteria. **International Journal of Fatigue**, v.26, p.17-25, 2004.

WLADYSLAW, M. Torsional vibration analysis of crankshaft in heavy duty six cylinder inline engine, **Czasopismo Techniczne**, z.8-M, 2008.

YU, Z.; XU, X. Failure analysis of a diesel engine crankshaft. **Engineering Failure Analysis**. v.12, p.487-495, 2005.

ZHANG G.; WANG C.; PU, G. Fatigue live prediction of crankshafts repaired by twin arc praying. **J. Cent. South. Univ. Technol**, v.12, p.70-76, 2005.

ZISSIMOS P.; M. A crankshaft system model for structural dynamic analysis of internal combustion engines. **Computers and Structures** , v.79, p.2009-2027, 2001.

ZOROUIFI, M.; FATEMI, A. A Literature Review on Durability Evaluation of Crankshafts Including Comparisons of Competing Manufacturing Processes and Cost Analysis. 26th Forging Industry Technical Conference, Chicago, IL, USA. 2005.