

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL  
DA TESE DEFENDIDA POR Mirian de Lourdes  
Noronha Motta Melo E APROVADA PELA  
COMISSÃO JULGADORA EM 29 / 09 / 91.

M.M.  
ORIENTADOR

ANALISE NUMÉRICA DA VARIAÇÃO DA PERMEABILIDADE  
DE CANAIS INTERDENDRÍTICOS DURANTE A  
SOLIDIFICAÇÃO DE LIGAS METÁLICAS

Mirian de Lourdes Noronha Motta Melo

26/91

Trabalho apresentado à comissão  
de Pós-Graduação da Faculdade  
de Engenharia de Campinas, como  
parte dos requisitos para a  
obtenção do título de Mestre em  
Engenharia Mecânica.

Campinas

1991

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECANICA  
DEPARTAMENTO DE MATERIAIS

Tese de : Mestrado

Título : Análise numérica da variação da permeabilidade  
de canais interdendríticos durante a  
solidificação de ligas metálicas.

Autora : Mirian de Lourdes Noronha Motta Melo

Orientador : Rezende Gomes dos Santos

Aprovada por :

Prof. Dr. Rezende Gomes dos Santos

Prof. Dr. Claudio Shyinti Kiminami

Prof. Dr. Amaury Garcia

Campinas, 27 de setembro de 1991.

## RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um modelo numérico , baseado em diferenças finitas , que permite a determinação dos principais parâmetros térmicos e estruturais do processo de solidificação de ligas metálicas , para casos de fluxos de calor unidirecional (placa) e radiais (cilindro e esfera). Utilizando tais parâmetros o modelo permite a determinação da tortuosidade e da permeabilidade dos canais interdendríticos que são importantes para a análise da formação de microporosidades durante o processo de solidificação . O modelo desenvolvido é aplicado para o estudo da solidificação de diferentes ligas em diversas condições do sistema metal/molde.

## ABSTRACT

In this work a numerical method, using finite difference equations , is proposed to study the solidification of metallic alloys under unidirectional (slabs) and radial (cylinders and spheres) heat flux. The method is able to predict the tortosity and permeability of the dendritic channels , which are important to study pore formation during solidification. The method is aplied to study different alloys and different metal/mold conditions.

## ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....	1
1.1 - Considerações gerais.....	1
1.2 - Importância do estudo da formação de microporosidades.....	2
1.3 - Objetivos.....	3
 CAPÍTULO 2 - ANÁLISE DA FORMAÇÃO DE MICROPOROSIDADES DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO DE LIGAS METÁLICAS... ..	4
2.1 - Introdução.....	4
2.2 - Causas da formação de microporosidades.....	4
2.3 - Alguns métodos utilizados para analisar a formação de microporosidades durante a solidificação.....	6
 CAPÍTULO 3 - DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO NUMÉRICO PARA ESTUDO DA SOLIDIFICAÇÃO EM LIGAS METÁLICAS... ..	23
3.1 - Introdução.....	23
3.2 - Análise da solidificação com fluxo de calor unidirecional.....	26
3.3 - Análise da solidificação com fluxo de calor radial cilíndrico.....	30
3.4 - Análise da solidificação com fluxo de calor radial esférico.....	33
3.5 - Convergência do método de diferenças finitas explícito.....	35
3.6 - Determinação da fração líquida.....	36
3.7 - Cálculo do espaçamento interdendrítico.....	38
3.7.1 - Espaçamento primário.....	38
3.7.2 - Espaçamento secundário.....	39
3.8 - Determinação da permeabilidade dos canais interdendríticos.....	39

CAPÍTULO 4 - APLICAÇÃO DO MÉTODO DESENVOLVIDO.....	42
4.1 - Introdução.....	42
4.2 - Comparação com resultados experimentais.....	44
4.3 - Análise dos resultados obtidos com a aplicação do modelo.....	49
CAPÍTULO 5 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO .....	98
5.1 - Introdução.....	98
5.2 - Efeito da geometria.....	98
5.3 - Efeito da direção do fluxo de metal líquido.....	101
5.4 - Comparação entre diferentes ligas.....	101
5.5 - Análise da variação da permeabilidade no final da solidificação.....	105
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES.....	106
REFERÊNCIA BIBLIOGRAFICAS.....	108
APÊNDICES	
APÊNDICE 1 - Simbologia.....	116
APÊNDICE 1 - Propriedades das ligas .....	119

## CAPITULO 1 - INTRODUÇÃO

### 1.1 - Considerações gerais

Embora a história da fundição ,como processo tecnológico a serviço do homem , date de mais de quatro milênios, somente há poucas décadas a solidificação de metais começou a ser estudada sistematicamente . A crescente demanda de produtos fundidos tem estimulado o desenvolvimento e a utilização de métodos de análise cada vez mais elaborados , possibilitando um visível aperfeiçoamento na qualidade metalúrgica das peças fundidas e dos lingotes através de um controle mais eficaz do processo de solidificação <sup>1-2</sup>.

A solidificação de metais pode ser definida como um processo de transformação de fase no qual uma certa quantidade de calor deve ser retirada da fase líquida para que ocorra a nucleação e o crescimento da fase sólida . Como os processos de transferência de calor na solidificação ocorrem em regime transitório , o tratamento matemático dos mesmos torna-se complexo , sendo necessário o uso de equações diferenciais com condições de contorno não lineares . Em função disso as soluções analíticas exatas aplicáveis a casos práticos são raras , em geral restritas à solução de metais puros em sistemas em que o fluxo de calor é unidirecional ,e a maior parte considera um contato térmico perfeito entre metal e molde <sup>2-4</sup>.

Atualmente com o contínuo desenvolvimento observado na área de computação , os métodos numéricos têm apresentado uma crescente importância na análise dos processos de solidificação ,pois estes permitem que se estude a solidificação em condições de contorno mais próximas dos casos observados na prática <sup>5-19</sup>.

O problema da formação de microporosidades se torna mais crítico na fundição de ligas , pois estas se

solidificam numa faixa de temperaturas e apresentam geralmente uma estrutura dendrítica . Desta maneira tornam -se muito mais propensas à formação deste tipo de defeito <sup>2,9-10</sup> .

O desenvolvimento de modelos matemáticos que permitam a determinação de parâmetros relacionados com a solidificação é muito importante sob o ponto de vista prático<sup>5</sup>, uma vez que , possibilitam a determinação das velocidades de avanço da interface sólido/líquido , dos tempos de solidificação e desmoldagem e levam à previsão da microestrutura e de defeitos <sup>4-13</sup> .

## 1.2 - Importância do estudo da formação de microporosidades

A análise da formação de porosidades é de suma importância para a produção de peças fundidas de boa qualidade , pois grande parte dos metais e das ligas usadas apresentam este defeito , que pode causar até mesmo à rejeição de peças , elevando ,desta forma , o custo de produção <sup>2,15</sup> .

Uma das causas da formação de microporosidades é a contração do metal durante a solidificação .Os vazios que surgem devido à contração do metal que se solidificou devem ser preenchidos pelo metal líquido que escoa pelos canais interdendríticos .Devido à resistência oferecida pelos braços dendríticos secundários ao fluxo de metal líquido ocorre uma queda de pressão da entrada para os pontos internos de canal interdendrítico . Quando esta queda de pressão é maior que a pressão atuante na entrada do canal , podem ocorrer condições para a formação de microporosidades interdendríticas <sup>7-9,12-13,15</sup> .

Nos trabalhos sobre a formação de microporosidades notou-se que deve ser calculada a permeabilidade dos canais interdendríticos , que é a medida da resistência oferecida pelos canais ao escoamento do metal líquido . Desta forma há necessidade do cálculo deste parâmetro , a fim de se obter a previsão das microporosidades <sup>7-9,12-13,15</sup> .

### **1.3 - Objetivos**

Tendo em vista a importância do estudo da formação de microporosidades , a precisão e abrangência dos métodos numéricos na análise de casos práticos de fundição ,o principal objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um modelo numérico, baseado em diferenças finitas , que permita a determinação de diversos parâmetros que levem à obtenção da variação da permeabilidade interdendrítica durante o processo de solidificação de ligas metálicas em moldes em que o fluxo de calor é unidirecional (placa plana) e radial (cilindros e esferas).

O modelo deve permitir inicialmente a determinação dos seguintes parâmetros do processo de solidificação :

- evolução das isotermais solidus e liquidus
- tempo local de solidificação
- velocidade de avanço da ponta e raiz das dendritas
- gradiente de temperatura
- perfis de temperatura no sólido e no líquido
- fração de sólido

Usando estes parâmetros e modelos existentes na literatura , são determinadas as variações dos espaçamentos dendríticos , primário e secundário , durante a solidificação <sup>14</sup>.

Finalmente utilizando estes espaçamentos , calculados anteriormente , o modelo deve permitir a determinação da permeabilidade interdendrítica durante o processo , com as devidas variações, de acordo com tipo de fluxo interdendrítico, paralelo ou normal aos ramos dendríticos primários <sup>16-17</sup>.

## CAPÍTULO 2 - ANÁLISE DA FORMAÇÃO DE MICROPOROSIDADES DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO DE LIGAS METÁLICAS

### 2.1 - Introdução

Uma das variáveis que influenciam as propriedades mecânicas de fundidos é a porosidade<sup>2,15</sup>. A presença de poros ou vazios diminui a resistência e a ductilidade do material<sup>18</sup>.

A princípio, a formação de porosidades pode surgir da contração e/ou da evolução de gases durante a solidificação do metal<sup>12-13,15</sup>.

Especificamente no caso de ligas metálicas, que se solidificam numa faixa de temperaturas, a estrutura dendrítica facilita a formação de microporosidades<sup>2,8-10</sup>.

As porosidades, são em geral, encontradas em duas formas: poros macroscópicos em regiões localizadas ou sob a forma de microporosidades espalhadas por todo o fundido<sup>15</sup>.

Deve, entretanto, ser observado que os gases (por exemplo Nitrogênio, Oxigênio, Hidrogênio) atualmente são encontrados, em ligas de alta qualidade, em baixos teores. Daí, poder-se assumir que a microporosidade é formada somente devido à contração da solidificação<sup>7,8</sup>.

### 2.2 - Causas da formação de microporosidades

O processo de solidificação ocorre no momento em que o metal, em estado líquido alcança, durante o resfriamento, condições propícias à transformação de fase. Os mecanismos de transferência de calor entre o material e o meio envolvente se dão em regime transitório<sup>2-3,19</sup>.

Com a mudança de estado líquido/sólido de um metal

ou liga sucedem alguns fenômenos que influenciam a microestrutura que ,por sua vez , irá determinar a qualidade do material fundido <sup>1,7</sup>. Daí a importância de um estudo pormenorizado de como se dá a solidificação .

A evolução da interface sólido/líquido durante a solidificação apresenta características diferentes entre metais puros e ligas metálicas.No caso de metais puros a solidificação se dá numa temperatura constante e a interface avança de forma estável . Já com as ligas metálicas ,com exceção daquelas com composição eutética, a solidificação ocorre numa faixa de temperaturas e as diferenças de solubilidade de elemento de liga , do estado líquido para o estado sólido, provocam a rejeição de soluto <sup>1,10</sup>. A formação de uma camada enriquecida de soluto defronte a interface sólido/líquido pode levar à instabilidade morfológica devido ao superesfriamento constitucional . A interface deixa então de ser plana degenerando-se na forma de células ou de dendritas <sup>1,2</sup>.

À medida que a solidificação progride os braços dendríticos vão se engrossando,o líquido vai ficando cada vez mais rico de soluto , o processo de degeneração acelera e os canais interdendríticos vão se tornando cada vez mais finos . Com as ramificações sucessivas , os canais além de mais finos , ficam também mais tortuosos , e o comprimento útil a ser percorrido pelo líquido torna-se bem maior promovendo uma queda de pressão nos canais interdendríticos e dificultando a penetração do líquido necessário para compensar a contração . A alimentação dos canais torna-se a cada instante mais complexa surgindo , então , condições propícias à formação de microporosidades . Condições estas que podem ser expressas em termos de pressão<sup>2,20</sup>:

$$P_g + P_s > P_{\sigma} + P_M + P_A \quad (2.1)$$

$$\text{onde: } P_{\sigma} = \frac{2\sigma}{r_p} \quad (2.2)$$

A simbologia utilizada se encontra no apêndice 1.

Considerando-se separadamente as causas da formação de microporosidades , tem-se:

(a) Microporosidade causada pela contração do metal.

Para compensar a contração do metal durante a solidificação deve haver um fluxo maior de metal líquido para o interior dos canais interdendríticos <sup>1</sup>. O aumento da rugosidade dos canais , causada pelas ramificações sucessivas dos braços dendríticos , promove uma queda de pressão dentro do canal . Quando esta queda de pressão é maior que a pressão atuante na entrada do canal pode resultar na formação de microporosidades , ou seja:

$$\Delta P > P_o + P_m + P_a \quad (2.3)$$

(b) Microporosidade causada por dissolução de gases.

Geralmente a solubilidade do gás no metal líquido decresce com a diminuição da temperatura , quando o limite de solubilidade é atingido bolhas de gás são formadas e flutuam chegando à superfície antes do início da solidificação <sup>2</sup>. Essa segregação de elementos gasosos porém pode se dar durante a solidificação , possibilitando a formação de porosidade <sup>12</sup>, que se forma quando a pressão parcial do gás no líquido é maior que a pressão local ,ou seja:

$$P_g > P_o + P_m + P_a \quad (2.4)$$

A seguir serão descritos alguns trabalhos publicados nos últimos anos sobre a formação de microporosidades durante a solidificação de ligas .

## 2.3 - Alguns métodos utilizados para analisar a formação de microporosidades durante a solidificação

Em geral são dois os caminhos matemáticos para a solução de problemas de solidificação: métodos analíticos e métodos numéricos .

Os métodos analíticos são desenvolvidos considerando situações ideais com condições de contorno bastante particulares , e suas aplicações são limitadas , embora permitam estudar a influência de parâmetros da solidificação de forma direta .

Os métodos numéricos são os mais usados atualmente, devido aos avanços na área de computação , e permitem o tratamento de casos mais reais<sup>21</sup> .

Outra forma de se estudar a solidificação , e em particular as microporosidades ,são os métodos experimentais. Eles estão relacionados com a análise do escoamento de metal líquido através dos canais interdendríticos , visando a determinação da permeabilidade dos mesmos , e com tentativas de se medir os raios e as quantidades de poros <sup>22</sup> .

São poucos os trabalhos que estudam analiticamente a formação de porosidades , um dos mais importantes é o de PIWONKA e FLEMINGS <sup>15</sup> , publicado em 1966 .Os autores examinaram o problema da formação de porosidades em placas e cilindros de alumínio e de ligas Al-4,5%Cu . Considerando a contração do metal durante a solidificação e a dissolução de gases , assumiram que os poros nucleiam na pressão absoluta , e que estes poros crescem até atingirem o tamanho do canal interdendrítico .

Algumas das equações propostas por PIWONKA e FLEMINGS são mostradas a seguir .

Para metais comercialmente puros solidificados em moldes cilíndricos de areia , com baixos gradientes térmicos e crescimento celular ,os autores indicam que pode haver condições para a formação de canais líquidos em quase toda extensão do

fundido . Durante a solidificação deve ocorrer um escoamento de líquido para preencher os vazios originados pela contração volumétrica . Observa-se , no entanto , uma queda de pressão da entrada para pontos localizados no interior do canal, causada pelo atrito com as paredes do canal .

Considerando um canal cilíndrico de raio ( $r$ ) , e comprimento ( $L$ ) , onde a velocidade de solidificação e o gradiente térmico são constantes assim como a velocidade de alimentação do canal , a equação obtida para a queda de pressão no canal é dada por :

$$P_A - P_L = \frac{32 \mu \beta' \Omega^2 L^2}{r^4} \quad (2.5)$$

Onde:

$$\Omega = \frac{k_M (T_M - T_o)}{\rho_s L_f \sqrt{\pi a}} \quad (2.6)$$

$$\beta' = \frac{\beta}{1 - \beta} \quad (2.7)$$

$$\beta = \frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_s} \quad (2.8)$$

A equação (2.5) pode ser usada para determinar o raio dos poros em um cilindro de metal puro . Com auxilio desta equação , os autores concluiram que :

- o tamanho do poro aumenta com a contração do metal ,  $\beta$  , ou com a viscosidade do metal ,  $\mu$  .
- a pressão ambiente tem pouca influência nas dimensões do poro .

No caso de uma liga , solidificada em molde cilíndrico de areia , a solidificação ocorre de forma dendrítica, e o último líquido a se formar não se localiza na região central do cilindro . Como o gradiente de temperatura é baixo há o aparecimento de uma extensa zona pastosa . Neste caso teremos a

ocorrência de microporosidades entre os braços dendríticos, distribuídas , quase uniformemente, por todo fundido . A queda de pressão nos canais é dada por :

$$P_A - P_L = \frac{32 \mu \beta' \Omega^2 L^2}{r^4} \left( \frac{\tau^2}{\pi R^2 n} \right) \quad (2.9)$$

O parâmetro  $\tau$ , conhecido como tortuosidade , leva em consideração o fato dos canais interdendríticos não serem lisos e retos e será definido mais à frente.

Para o caso de solidificação unidirecional de metal com alguma impureza e crescimento celular , os canais foram idealizados como cilindros de raio constante ( $r$ ) e comprimento ( $L$ ) . Considerando gradiente térmico e velocidade da frente de solidificação constantes , os autores obtiveram a seguinte equação para a queda de pressão:

$$P_A - P_L = \frac{8 \beta' v_s \mu L}{r^2} \quad (2.10)$$

Para o caso de uma liga solidificada unidirecionalmente nas mesmas condições descritas anteriormente, e com a introdução do fator tortuosidade , a equação da queda de pressão do canal é a seguinte:

$$P_A - P_L = - \frac{8 \mu \beta' v_s L}{r^2} \tau \quad (2.11)$$

Os autores analisaram a influência dos gases dissolvidos e da tensão superficial do metal na formação de microporosidades , assumindo que a pressão absoluta ,  $P_L^*$  , necessária para formar um vazio de raio  $r$  é a seguinte:

$$P_L^* = P_g - P_\sigma \quad (2.12)$$

Com o objetivo de determinar a validade do modelo

PIWONKA e FLEMINGS realizaram experiências que consistiam em medir a velocidade de escoamento do metal líquido , através dos canais interdendríticos , em regime de escoamento estacionário. Nestas condições pode-se usar a Lei de Darcy para meios porosos.

$$Q = \left( \frac{n \pi r^2}{8\tau} \right) \frac{\Delta P}{\mu L} \quad (2.13)$$

A fração volumétrica do líquido ,  $g_L$  , é dada por :

$$g_L = n \pi r^2 \quad (2.14)$$

Agrupando as equações (2.13) e (2.14) , temos que:

$$Q = \left( \frac{g_L^2}{8n\pi r^2} \right) \frac{\Delta P}{\mu L} \quad (2.15)$$

Onde a permeabilidade ,K , é definida da seguinte forma:

$$K = \frac{g_L^2}{8 n \pi r^2} \quad (2.16)$$

A permeabilidade mede a resistência que as ramificações dendríticas oferecem ao fluxo de metal líquido .

Para se obter dados experimentais chumbo líquido e nitrogênio , sob pressão , foram forçados a passar nos interstícios dendríticos da liga Al-4,5%Cu . Pode-se , então, estimar a permeabilidade medindo-se a vazão ,Q , e a queda de pressão ,  $\Delta P$  , e introduzindo estes dados na equação (2.16).

Os autores consideraram que a tortuosidade , $\tau$  , e os espaçamentos primários , e portanto o número de canais ,eram constantes . E concluiram que a equação da permeabilidade só pode ser aplicada nos estágios finais da solidificação , quando  $g_L \leq 0,3$  .

A formação de porosidade também tem sido analisada numericamente em diversos trabalhos .

Em 1982 RIQUET<sup>22</sup> estudou a formação de porosidade em peças fundidas pelo processo de cera perdida . Foi usado o método de elementos finitos aplicado ao modelo de FLEMINGS<sup>15</sup>. A peça usada na simulação foi um cilindro com 10 mm de diâmetro , de liga à base de níquel , solidificado em molde cerâmico . Foi considerado contato perfeito na interface metal/molde , e as perdas de calor longitudinais foram desprezadas .

A liberação do calor latente de fusão foi analisada com auxílio de uma modificação do calor específico da liga no intervalo de solidificação, sendo que o calor latente liberado é proporcional à variação da fração sólida .

Das equações de PIWONKA e FLEMINGS<sup>14</sup>, conclui que a queda de pressão , $\Delta P$  , é dada por:

$$\Delta P = - \beta \mu \tau \frac{df_s}{dt} \frac{1}{f^2} \frac{L^2 - x^2}{L} \quad (2.17)$$

E dentro do metal líquido na altura x , a pressão é a seguinte:

$$P = \rho_g ( L - x ) + P_A - \Delta P \quad (2.18)$$

A porosidade pode surgir quando a pressão no metal líquido for tão baixa que permita a sua nucleação, ou seja ,quando  $\Delta P$  atinge um valor crítico:

$$\Delta P^* = \frac{df_s}{dt} \frac{1}{f^2} \frac{L}{L} \quad (2.19)$$

O autor concluiu a partir de dados experimentais, que este valor crítico é aproximadamente  $4 s^{-1}$ , e que a porosidade que se desenvolve quando  $\Delta P$  é maior que este valor é proporcional à fração líquida remanescente em cada instante .

Usando como dados curvas de fração sólida em função da temperatura , o programa de simulação oferece como resultado a variação da fração sólida com o tempo , e portanto a variação de  $\Delta P$  durante todo o processo de solidificação .

RIQUET analisou o efeito dos seguintes parâmetros na formação de porosidades:

- temperatura de vazamento
- temperatura do molde
- calor específico do material cerâmico

Dos resultados obtidos o autor concluiu que a porosidade diminui se:

- as temperaturas de vazamento e do molde aumentam , desde que mantidos os demais parâmetros de solidificação
- a fração eutética diminui
- o intervalo de solidificação aumenta
- a inclinação da curva fração sólida em função da temperatura decresce .

KUBO & PEHLKE <sup>12</sup>, em 1985 , usaram método numérico de diferenças finitas ,explícito e implícito , para calcular as dimensões e a quantidade de porosidades ,incluindo na análise a evolução dos gases dissolvidos . Utilizaram placas de Al-4,5%Cu e aço , solidificados em molde de areia e coquilha , com coeficiente de transferência de calor bem distintos (42 e 420 W/m<sup>2</sup>k respectivamente).

Os autores sugerem que a contração da solidificação e a dissolução dos gases atuam juntas na formação de microporosidades .Afirmando que a porosidade é o resultado da falha dos mecanismos de alimentação de metal líquido . Com resultados experimentais , em ligas de alumínio , os autores concluiram que as falhas da alimentação interdendrítica aliada à rejeição de soluto são as causas mais frequentes .

Os autores consideram o calor específico e a condutibilidade constantes em cada fase (sólida ou líquida) , a mesma consideração foi feita para a densidade , só que na zona pastosa usaram uma média :

$$\rho = f_L \rho_L + f_S \rho_S \quad (2.20)$$

A relação entre a fração líquida e a temperatura no aço , devido à alta difusividade do carbono no ferro sólido, foi obtida através da regra da alavancas :

$$f_L = \frac{C_o m_L - k_o (T - T_M)}{T - T_M - k_o (T - T_M)} \quad (2.21)$$

Para a liga Al-4,5%Cu , como a difusibilidade do cobre no alumínio sólido é baixa , usou-se a equação de Scheil:

$$f_L = \left[ \frac{T - T_M}{m_L C_o} \right]^{-\frac{1}{k_o - 1}} \quad (2.22)$$

Da equação de balanço de massa ,em um elemento de volume , deduziram que a contração durante a solidificação é compensada pelo fluxo interdendrítico e pelo crescimento da porosidade , ou seja:

$$\left( \frac{\rho_S}{\rho_L} - 1 \right) \frac{\partial f_L}{\partial t} - \frac{\partial f_L}{\partial x} u - \frac{\partial f_L}{\partial y} v + \frac{\partial f_P}{\partial t} = 0 \quad (2.23)$$

A lei de Darcy também foi usada pelos autores para descrever o fluxo interdendrítico , ou seja:

$$u = - \frac{K}{\mu f_L} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.24)$$

$$v = - \frac{K}{\mu f_L} \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{K \rho g}{\mu f_L} \quad (2.25)$$

Baseado em um trabalho publicado por CARMAN <sup>29</sup>, em 1937, os autores consideram que a permeabilidade ,K , é dada por:

$$K = \frac{f_L^3 d^2}{180 (1-f_L)^2} \quad (2.26)$$

para  $0,01 < f_s < 0,7$

Se  $f_L < 0,01$  ou  $f_L > 0,7$ , substituir estes valores na equação (2.25), para o cálculo da permeabilidade.

O espaçamento interdendrítico,  $\lambda$ , foi relacionado com o tempo local de solidificação,  $t_f$ , por:

$$\lambda = b t_f \quad (2.27)$$

onde:

$b$  = constante

Para considerar a influência dos gases, os autores afirmaram que a pressão no poro deve ser igual a soma da pressão do metal e da energia superficial líquido/gás, ou seja:

$$P_g = P_m + \frac{2 \sigma_{Lg}}{r} \quad (2.28)$$

e o diâmetro do poro formado deve ser o mesmo da célula dendrítica.

Comparações entre os resultados do modelo, dados experimentais e da literatura mostraram que o modelamento através de métodos numéricos é coerente.

Os resultados obtidos, deste trabalho, podem ser summarizados da seguinte forma:

A quantidade de porosidades aumenta quando:

- a quantidade de gases dissolvidos aumenta
- o coeficiente de transferência de calor diminui
- a espessura da placa fundida aumenta.

O raio da porosidade aumenta quando:

- o coeficiente de transferência de calor diminui
- a espessura da placa aumenta

Os autores recomendam que para a produção de fundidos de boa qualidade, isto é, sem porosidades, deve-se

limitar ao minímo a quantidade de gases , e aumentar a capacidade de extração de calor do molde .

Em 1985 , MINAKAWA ,SAMARASEKEA e WEINNENBERG <sup>19</sup>, usando também métodos numéricos de diferenças finitas (bidimensional) , estudaram a formação da linha central de porosidades em placas de aço e Al-4,5% Cu , solidificadas horizontalmente em moldes de areia e coquilhas .

Os autores associaram a formação de porosidades com a insuficiência do fluxo interdendritico em preencher os vazios causados pela contração . Quando a pressão total para alimentar a contração é maior que a pressão do sistema (pressão atmosférica + pressão metalostática), a porosidade pode se desenvolver .

O modelo considera que o molde é preenchido instantaneamente ,que a convecção é desprezível , que o contato térmico entre metal/molde é perfeito e que o calor latente de solidificação é liberado em função da variação da fração sólida.

O fluxo interdendrítico foi analisado usando a lei de Darcy e a permeabilidade pela equação de Hagen-Poiseuille .

O modelo apresentou uma boa relação com resultados da literatura . Os autores concluíram que a linha central de porosidades depende da capacidade do fluxo interdendrítico em alimentar a contração da solidificação . E que a pressão necessária para que não ocorra porosidade aumenta muito rapidamente no final da solidificação .

Em 1987 , POIRIER , YEUM e MAPLES <sup>20</sup> propuseram um modelo numérico para predizer a formação e quantidade de microporosidades em solidificação unidirecional de liga Al-4,5% Cu . O modelamento considera a interação entre o gradiente térmico , a velocidade de solidificação e a concentração de hidrogênio na formação e na quantidade de porosidade interdendrítica . Dos resultados os autores sugerem que:

- Não há formação de porosidade para uma concentração inicial de

hidrogênio abaixo de 0,03 p.p.m.

- Para concentrações iniciais de hidrogênio entre 0,03 a 1 p.p.m. há formação de microporosidade.

- A quantidade de porosidade é influenciada pelo gradiente térmico e pela velocidade de solidificação . A quantidade de porosidade diminui quando o gradiente térmico e ou a velocidade de solidificação aumentam .

Em 1988 , LECOMTE-BECKERS <sup>7,8</sup> modelou teoricamente a formação de microporosidades na solidificação unidirecional de ligas à base de níquel , baseando-se na queda de pressão de fluxo interdendrítico .

O autor propôs um índice para avaliar a microporosidade ,  $\Delta P^*$ , baseado em parâmetros de solidificação e propriedades da liga .

Considerando a semelhança entre o fluxo interdendrítico e fluxo em meios porosos , o autor usou a lei de Darcy para descrever o fluxo de metal na zona pastosa , na direção x , ou seja:

$$\frac{dP}{dx} = \rho_L g - \frac{\beta' \mu f_L(x)}{K(x)} v_s \quad (2.29)$$

e para a permeabilidade

$$K(x) = \gamma f_L^2(x) \quad (2.30)$$

Onde:

$\gamma$  = constante que depende do tipo de estrutura dendrítica

Então:

$$P(x) = \rho_L g (h' + x) - \Delta P^* \quad (2.31)$$

Dados experimentais do autor mostraram que a fração líquida varia linearmente dentro da zona pastosa , ou seja:

$$f_L(x) = 1 - \left(\frac{x}{L}\right) \quad (2.32)$$

Introduzindo esta expressão na equação (2.30) , e aproximando o logaritmo da integral por série de Taylor, chegou-se a seguinte equação:

$$P(x) = \rho_L g (h + x) - \frac{\mu \beta' v_s L}{\gamma} \left(\frac{x}{L}\right) \quad (2.33)$$

Onde:

$$\gamma = \frac{1}{24 \pi n \tau^3} \quad (2.34)$$

As microporosidades se formam principalmente do resultado da queda de pressão do fluxo através da zona pastosa, que contrabalança com a pressão atmosférica que atua na entrada do canal . A microporosidade não , consegue nuclear enquanto a pressão local é muito elevada , ou seja :

$$h + x = \frac{\mu \beta' v_s L}{\gamma \rho_s g} \left(\frac{x}{L}\right) \quad (2.35)$$

Definiu-se o índice de microporosidade como:

$$\Delta P^* = \frac{\mu \beta' v_s L}{\gamma \rho_L g} \quad (2.36)$$

De acordo com a equação anterior a probabilidade de não ocorrer microporosidade aumenta à medida que diminui a relação  $x/L$  ou a  $\Delta P^*$ .

Fazendo algumas mudanças de variáveis , como:

$$L = \frac{\Delta T}{G} \quad (2.37)$$

$$e \quad v_s = \left( \frac{\Delta T}{G} \right) \left( \frac{df_s}{dt} \right) \quad (2.38)$$

O índice de microporosidade,  $\Delta P^*$ , pode ser expresso

da seguinte forma:

$$\Delta P^* = \frac{24 \mu \beta' n \tau^3}{\rho_L g} \left( \frac{\Delta T}{G} \right) \left( \frac{df_s}{dt} \right) \quad (2.39)$$

O índice de microporosidade proposta,  $\Delta P^*$ , sugere que a produção de peças sem porosidades é favorecida por pequeno intervalo de solidificação, pequeno número de dendritas e baixa tortuosidade, elevado gradiente térmico e alta fluidez do líquido residual e baixa velocidade de solidificação.

Resultados experimentais mostram que a quantidade e as dimensões das microporosidades crescem com o aumento da distância entre a raiz e a ponta da dendrita.

O autor também analisou a influência de elementos de liga como Alumínio, Titânio, Molibidénio e Carbono na formação de microporosidades.

Simultaneamente ao longo dos anos vêm sendo desenvolvidos trabalhos experimentais para estudar a formação de porosidades durante a solidificação de ligas metálicas.

Nos anos 50, PELLINI et al<sup>24-26</sup>, publicaram alguns trabalhos com resultados experimentais, obtidos por radiografia, mostrando a zona central afetada pela porosidade em peças fundidas com diferentes dimensões.

Também através de radiografias, em 1965, TZAVARAS e FLEMINGS<sup>27</sup>, em 1969, CAMPBELL<sup>28-29</sup>, e mais tarde em 1976, LECOMTE<sup>30</sup>, fizeram medições da fração de microporosidades e das dimensões dos poros. CAMPBELL usou, também, técnicas de densidade e metalográficas.

Em 1976, FREDRIKSSON e SVENSON<sup>31</sup> analisaram a formação de porosidades causadas por gases na solidificação unidirecional usando técnicas metalográficas.

Ainda em 1976, ENTWISTLE e GRUZLESKI<sup>20</sup> mediram a quantidade e a distribuição de microporosidades usando, técnica de densidade, em lingotes de liga Al-4,5% Cu fundidas a vácuo.

Os autores avaliaram a influência de parâmetros como temperaturas de vazamento e do molde , diferentes concentrações de hidrogênio na formação de porosidades , e concluiram que os fatores que mais influenciam na formação de porosidades são as temperaturas do molde e de vazamento .

WEINBERG e HIRSCHFELD<sup>32</sup> , em 1979 , analisaram a influência da concentração de hidrogênio e da velocidade de resfriamento na formação de porosidades , no alumínio e na liga Al-4,5% Cu solidificadas unidirecionalmente. Os autores concluiram que: o aumento da concentração de hidrogênio ou decréscimo da velocidade de resfriamento provocam formação de menor quantidade de porosidades , porém de maiores dimensões . E, além disso , que a porosidade é a mesma para fundidos com grãos refinados ou grosseiros , desde que as condições térmicas sejam as mesmas .

KAHN<sup>33</sup> ,em 1983 , tentou encontrar uma relação entre medidas experimentais da quantidade de porosidades e da velocidade de solidificação .

ROSE et al<sup>34-35</sup> , em 1985, desenvolveram alguns trabalhos aplicando ultrassom para caracterizar a porosidade em ligas de alumínio , e concluiram que esta técnica é conveniente para poros da mesma ordem de grandeza do grão e volume maior do que 0,1% .

O estudo da permeabilidade , baseado no escoamento de um fluido através dos canais interdendríticos , foi iniciado por PIWONKA e FLEMINGS<sup>15</sup> , em 1966 . Para se obter dados experimentais chumbo líquido , e para o caso de altos valores de fração líquida nitrogênio , foram forçados a passar através dos interstícios de uma liga Al-4,5% Cu parcialmente solidificada e a velocidade de escoamento e a queda de pressão foram medidas . Os autores estimaram a permeabilidade usando a lei de Darcy , e concluiram que a mesma é proporcional ao quadrado da fração de líquido ,quando esta é menor do que 0,3 , e que a tortuosidade é igual a 2 .

Em 1974 , APELIAN , FLEMINGS E MEHRABIAN<sup>36</sup>

mediram a permeabilidade forçando água destilada sob pressão através da rede dendrítica na liga Al-4% Si solidificada unidirecionalmente (estrutura colunar), e na liga Al-1% Si-0,25% Ti (estrutura equiaxial).

Os autores concluíram que a permeabilidade é proporcional ao quadrado da fração líquida para  $f_L < 0,35$ , e que para frações líquidas equivalentes as amostras com grãos equiaxiais (grãos refinados) tem uma permeabilidade menor.

Em 1976, STREAT e WEINBERG<sup>37</sup> mediram a velocidade de escoamento de um fluido através dos canais interdendríticos de uma liga Pb-20% Sn, parcialmente solidificada. A permeabilidade foi também calculada através da lei de Darcy. A fração líquida foi fixada em 0,19 e concluíram que a tortuosidade era igual a 4,6. Os autores, neste trabalho, mediram os espaçamentos primário e secundário, e concluíram que a permeabilidade é proporcional ao quadrado do espaçamento primário, negligenciando os efeitos do espaçamento secundário.

Em 1985, NASSER-RAFI, DESHMUKH e POIRIER<sup>38</sup> mediram a permeabilidade em ligas Pb-20% Sn solidificadas direcionalmente, variando os espaçamentos primários e secundários para frações líquidas volumétricas iguais a 0.19 e 0.29. Considerando fluxo paralelo e normal aos ramos dendríticos primários. Eles sugerem que a permeabilidade para fluxo paralelo aos ramos dendríticos depende somente do espaçamento primário. Para fluxo normal a permeabilidade depende tanto do espaçamento primário quanto do secundário, e ela é menor para o fluxo normal do que para o fluxo paralelo.

MURAKAMI et al<sup>39-42</sup>, de 1983 a 1986, analisaram a permeabilidade usando compostos orgânicos solidificados unidirecionalmente e uma solução aquosa como fluido. Eles fizeram várias medidas com diferentes espaçamentos primário e secundário para fração líquida variando de 0,26 a 0,66, e com fluxo paralelo e normal aos ramos dendríticos primários. Concluíram que para um fluxo paralelo aos ramos dendríticos primários, a permeabilidade cresce com o aumento do espaçamento primário,

decréscimo do espaçamento secundário e aumento da fração líquida. E para um fluxo normal aos ramos dendríticos primários , a permeabilidade cresce com o aumento dos espaçamentos primário e secundário e da fração líquida . Os autores não relacionam a permeabilidade com a tortuosidade dos canais interdendríticos. Eles obtiveram através de uma regressão múltipla dos dados experimentais as seguintes equações:

- Para fluxo paralelo aos ramos primários:

$$K = (6,2 \cdot 10^{-19}) \lambda_1^{2,2} \lambda_2^{-1,7} g_L^{3,2} \quad (2.40)$$

- Para fluxo normal aos ramos secundários:

$$K = (8,8 \cdot 10^{-19}) \lambda_1^{1,9} \lambda_2^2 g_L^{3,3} \quad (2.41)$$

Em 1987 ,POIRIER <sup>43</sup> , usando os resultados experimentais de MURAKAMI et al , propôs uma nova regressão linear para descrever a variação da permeabilidade .

Em 1989, SPTIZIG , THOMPSON e JILES <sup>44</sup>, através de métodos de potência magnética e ultrassom ,fizeram medidas para caracterizar porosidades em ferros fundidos .

Os modelos apresentados até agora consideram constante a velocidade de avanço da ponta das dendritas ,mesmo os experimentais pois eram controlados de forma que se mantivessem constantes os espaçamentos interdendríticos ,tortuosidade e por consequência a permeabilidade<sup>15,36-38</sup>. O que não está de acordo com a maior parte dos processos de solidificação encontrados na prática. SANTOS <sup>16-17</sup>,em 1988 e 1989,baseado principalmente nos resultados experimentais de MURAKAMI et al , apresentou um equacionamento que leva em conta a influênciia da variação dos espaçamentos dendríticos primário e secundário na permeabilidade. O autor desenvolveu equações diferentes para tortuosidade e permeabilidade em função da direção do fluxo de metal líquido ser paralelo ou normal aos ramos dendríticos primários . Segundo

essas equações a tortuosidade e a permeabilidade dos canais variam com o espaçamento primário e secundário . Essas equações serão usadas neste trabalho , e constam do capítulo que trata do modelamento matemático .

CAPITULO 3 - DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO NÚMERO PARA O  
ESTUDO DA SOLIDIFICAÇÃO DE LIGAS METÁLICAS

3.1 - Introdução

Na solidificação , que é um processo de transformação de fase líquida em sólida , a liga metálica passa por fenômenos que determinam a estrutura e as qualidades metalúrgicas da peça obtida <sup>47</sup>. Para que a solidificação ocorra,o calor latente liberado junto a interface sólido/líquido deve ser removido . Como os mecanismos de transferência de calor ocorrem em regime não estacionário , torna-se complexo o equacionamento matemático do problema,e para que possam ser analizados algumas simplificações devem ser feitas <sup>9</sup> .

Supondo um caso bem geral de uma liga no estado líquido numa temperatura , $T_v$  , superior à temperatura de fusão,  $T_L$  , vazado num molde inicialmente a uma temperatura ,  $T_0$  , menor do que a temperatura de vazamento.

No caso de solidificação as seguintes formas de transferência de calor podem ocorrer : condução térmica no metal líquido e no molde , transferência newtoniana na interface metal/molde , convecção térmica no metal líquido e no meio ambiente e radiação entre molde e o meio ambiente .

No modelamento às vezes são desprezadas algumas dessas formas em função das mais preponderantes .

Como já foi dito a análise matemática da solidificação apresenta dificuldades consideráveis , pois todos os mecanismos de transferência de calor ocorrem em regime transiente e atuam em conjunto . Outro fato que dificulta a análise é a geração contínua de calor latente na interface sólido/líquido<sup>45</sup> .

São dois os métodos mais usados para solução de um problema de transferência de calor na solidificação: numéricos ou analíticos .

O desenvolvimento de trabalhos que usam soluções numéricas para o estudo da solidificação tem aumentado muito nos últimos anos . Isto se deve ao fato da grande disponibilidade de técnicas e equipamentos computacionais , e também porque os métodos numéricos são os mais indicados para estudo de situações de não linearidade . A simulação com auxílio de computador , além disso pode oferecer soluções mais precisas e mais próximas da realidade , com variações de geometrias , dimensões do molde,assim como das propriedades termofísicas <sup>46</sup>.

Neste trabalho o método numérico empregado é o de diferenças finitas explícito . Este método se mostrou o mais indicado , já que as geometrias são simples , a formulação fica fácil e os tempos de computação são menores , em comparação com outros métodos numéricos <sup>47-50</sup> .

Resolver uma equação por método numérico de diferenças finitas consiste em dividir a região em estudo em sub-regiões (malhas) . As equações são então resolvidas , passo a passo,para pequenos intervalos de tempo e a variável em uma determinada malha,em um dado instante,é calculada a partir dos valores nessa malha e nas malhas adjacentes no instante anterior .

Neste trabalho serão estudados problemas de solidificação em sistemas metal/molde em que o fluxo de calor é unidirecional (placa plana) ou radial (cilindro e esfera) .

A seguir serão apresentados os equacionamentos matemáticos da transferência de calor para os sistemas citados (placas , cilindros e esferas), e as respectivas soluções numéricas .

Considerando a condução no metal sólido e sabendo que a solidificação ocorre em regime transiente , isto é , a temperatura varia ponto a ponto com o tempo , usaremos a equação geral para sistemas metal/molde em que ocorre geração de calor latente e transferência de calor <sup>4,6,11,19</sup>:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) + \dot{Q} \quad (3.1)$$

O calor liberado durante a solidificação pode ser colocado na seguinte forma <sup>6,11</sup> :

$$Q = \rho L_f \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad (3.2)$$

Das equações (3.1) e (3.2), temos:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \rho L_f \frac{\partial f_s}{\partial t} \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) \quad (3.3)$$

A entalpia é uma grandeza termodinâmica que varia com a temperatura e que leva em conta as mudanças de estado, como é o caso da solidificação. Torna-se, então, conveniente colocarmos a equação (3.3) em função da entalpia, pelas simplificações que esta possibilita, no tratamento do calor gerado durante a solidificação <sup>6,10-11,51-54</sup>.

Temos que :

$$H = \rho C_p T - \rho L_f f_s \quad (3.4)$$

Derivando em função do tempo:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \rho L_f \frac{\partial f_s}{\partial t} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.5)$$

Combinando as equações (3.2), (3.3) e (3.5), temos:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) \quad (3.6)$$

### 3.2 - Análise da solidificação com fluxo de calor unidirecional

Considerando o sistema mostrado , figura [3.1], em que o fluxo de calor é unidirecional . Partindo da equação geral de condução de calor , equação (3.6) , e considerando que é um meio isotrópico onde a condutibilidade ,k , não varia com a posição , teremos<sup>54</sup>:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3.7)$$

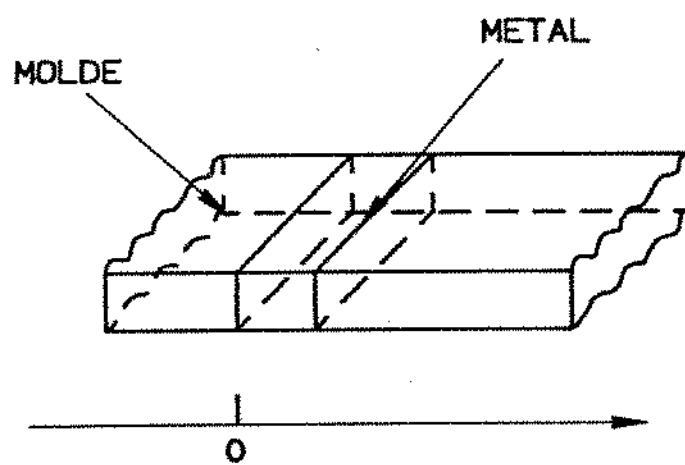


FIGURA 3.1 - Sistema de metal/molde com fluxo de calor unidirecional

Esta equação pode ser resolvida pelo método de diferenças finitas usando a série de Taylor .

A seguir descreveremos somente as fórmulas finais que serão usadas neste trabalho .

A derivada da entalpia em função do tempo em uma malha interna , i , usando diferenças finitas em um instante qualquer , j , é dada por:

$$\left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|_{t=t_j} = \frac{H_{i,j} - H_{i,j-1}}{\Delta t} \quad (3.8)$$

A segunda derivada da temperatura em função distribuição , x , de pontos internos num instante qualquer , j , é dada por:

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|_{x=x_i} = \frac{T_{i+1,j-1} - 2T_{i,j-1} + T_{i-1,j-1}}{(\Delta x)^2} \quad (3.9)$$

Então a equação diferencial (3.7) pode ser colocada na seguinte forma:

$$\frac{H_{i,j} - H_{i,j-1}}{\Delta t} = k \frac{T_{i+1,j-1} - 2T_{i,j-1} + T_{i-1,j-1}}{(\Delta x)^2} \quad (3.10)$$

Como usamos método de diferenças finitas explícito, a entalpia em uma malha i é calculada levando em conta os valores da temperatura nas malhas vizinhas e dela mesma no instante anterior . Explicitando  $H_{i,j}$  na equação acima , teremos :

$$H_{i,j} = \frac{k \Delta t}{\Delta x^2} \left[ T_{i+1,j-1} - 2T_{i,j-1} + T_{i-1,j-1} \right] + H_{i,j-1} \quad (3.11)$$

Esta equação é válida para  $1 < i < n$  .

● CONDIÇÕES DE CONTORNO:

As malhas limites , i e n , malha da interface metal/molde e do centro da peça respectivamente , dependem das condições de contorno impostas ao sistema .

- Determinação da equação da entalpia para a malha i (interface metal/molde) para sistemas com fluxo de calor unidirecional com moldes refrigerados .

Com auxilio da figura [3.2] pode-se fazer um balanço de energia na malha i ( contato metal/molde) , e considerando coeficiente global de transferência de calor , $h$  , entre o metal e o meio que absorve calor .

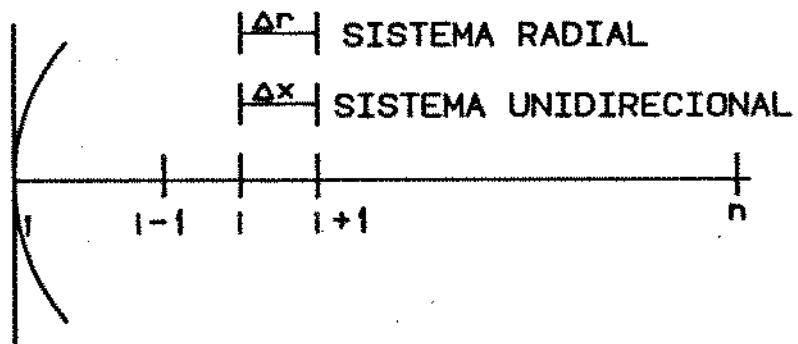


FIGURA 3.2 - Sistema de referência utilizado para o desenvolvimento do método numérico

Sabendo que:

$$\text{calor armazenado} = q_{\text{condução}} - q_{\text{convecção}}$$

$$- k A \frac{\partial T}{\partial x} - h A (T_s - T_o) + m L_f \frac{\partial f_s}{\partial t} = m C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.12)$$

onde:

$$m = \rho V = \rho A \frac{\Delta x}{2} \quad (3.13)$$

Combinando as equações (3.11) e (3.12) com a equação diferencial da entalpia (3.4), temos que:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = - \frac{2}{\Delta x} \left( - k \frac{\partial T}{\partial t} - h (T_s - T_o) \right) \quad (3.14)$$

Já colocando em termos de diferenças finitas, e explicitando em função da entalpia no instante  $j$ , temos:

$$H_{i,j} = \frac{2 \Delta t}{\Delta x} \left[ \frac{(T_{2,i,j-1} - T_{1,i,j-1})}{\Delta x} + h (T_o - T_{1,i,j-1}) \right] + H_{i,j-1} \quad (3.15)$$

- Determinação da equação da entalpia para a malha central da peça para sistema com fluxo de calor unidirecional.

Conforme é mostrado na figura [3.21], e adotando:

$$T_{n-1,j} = T_{n+1,j} \quad (3.16)$$

Substituindo na equação (3.11), tem-se que:

$$H_{n,j} = \frac{2k \Delta t}{\Delta x^2} (T_{n-1,j-1} - T_{n,j-1}) + H_{n,j-1} \quad (3.17)$$

3.3 - Análise da solidificação com fluxo de calor radial  
Sistema metal/molde com geometria cilíndrica

No equacionamento da solidificação em sistema metal/molde com geometria cilíndrica será desprezado o fluxo axial de calor , conforme figura [3.3].

Partindo da equação geral da condução , equação (3.6) , em coordenadas polares , para fluxo radial cilíndrico obtém-se:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = k \left( \frac{\partial T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (3.18)$$

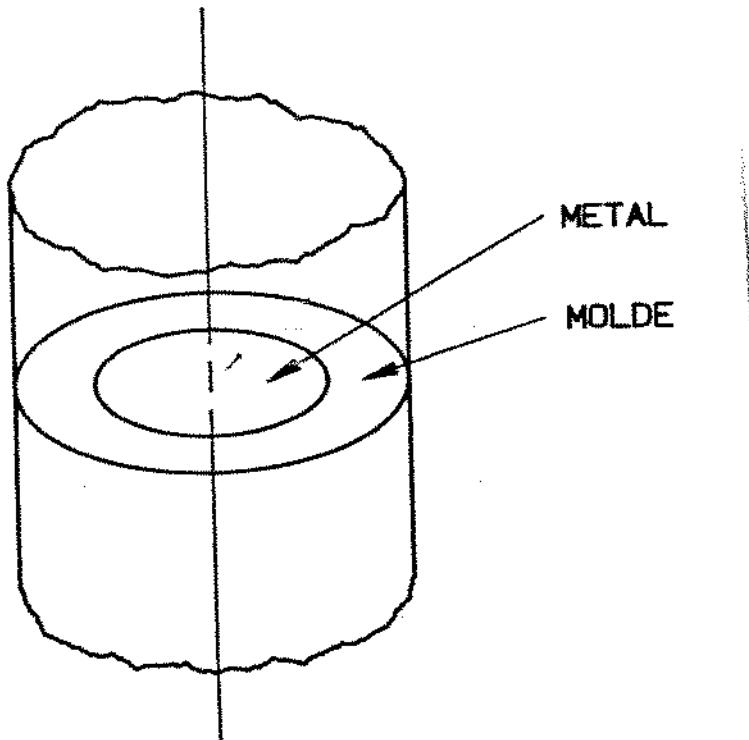


FIGURA 3.3 - Sistema metal/molde com fluxo radial cilíndrico

Utilizando método de diferenças finitas:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_i} = \frac{T_{i+1,j-1} - T_{i-1,j-1}}{-2 \Delta r} \quad (3.19)$$

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right|_{r=r_i} = \frac{T_{i+1,j-1} - 2T_{i,j-1} + T_{i-1,j-1}}{(-\Delta r)^2} \quad (3.20)$$

Combinando a equação (3.18) com as equações (3.19) e (3.20), tem-se a equação da condução de calor, para fluxo radial cilíndrico, em diferenças finitas:

$$H_{i,j} = \frac{k \Delta t}{2 \Delta r^2} \left( T_{i+1,j-1} \left[ 2 - \frac{\Delta r}{r} \right] - 4T_{i,j-1} + T_{i-1,j-1} \left[ 2 + \frac{\Delta r}{r} \right] \right) + H_{i,j-1} \quad (3.21)$$

Esta equação é válida para  $1 < i < n$ .

#### • CONDIÇÕES DE CONTORNO:

As malhas 1 e n, da interface metal/molde e do centro do fundido respectivamente, dependem das condições de contorno impostas ao sistema.

- Determinação da equação da entalpia para a malha 1 (interface metal/molde), para sistema de calor radial cilíndrico com moldes refrigerados.

É o mesmo equacionamento do fluxo unidirecional e a equação fica:

$$H_{1,j} = \frac{2 \Delta t}{\Delta r} \left( k \frac{(T_{2,j-1} - T_{1,j-1})}{\Delta r} + h(T_o - T_{1,j-1}) \right) + H_{1,j-1} \quad (3.22)$$

- Determinação da equação da entalpia para a malha central da peça para sistema cilíndrico com fluxo de calor radial .

Neste caso temos um problema , a descontinuidade, isto é , se  $r \rightarrow 0$  , a equação (3.21) tende a infinito .Logo deve haver uma outra equação para a malha central neste caso, aplicando a regra de L'Hospital , chegamos a:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = 2 k \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \quad (3.23)$$

Combinando a equação (3.23) com as equações (3.19) e (3.20) , já em termos de diferenças finitas , temos:

$$H_{n,j} = \frac{4k \Delta t}{\Delta r^2} ( T_{n-1,j-1} - T_{n,j-1} ) + H_{n,j-1} \quad (3.24)$$

### 3.4 - Análise da solidificação com fluxo de calor radial

#### Sistema metal/molde com geometria esférica

No equacionamento da solidificação em sistemas metal/molde com geometria esférica , conforme figura [3.4].

Partindo da equação geral da condução , equação (3.6) , em coordenadas polares , para fluxo radial esférico, obtém-se:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = k \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right] \quad (3.25)$$

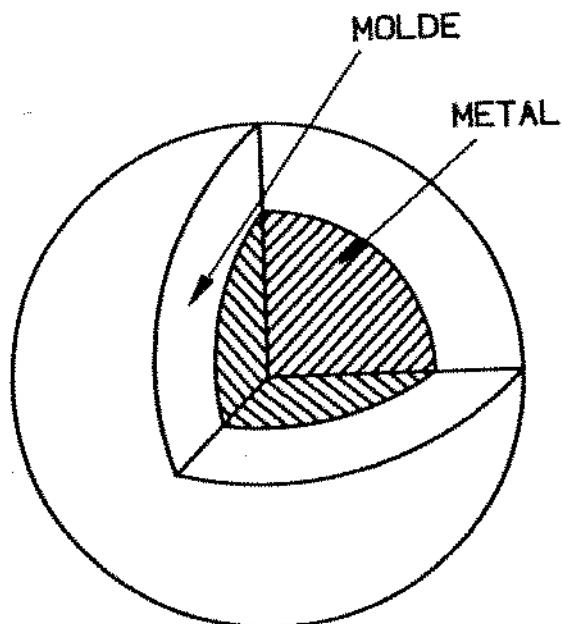


FIGURA 3.4 - Sistema metal/molde com fluxo de calor radial esférico

Combinando a equação (3.25) com as equações (3.19) e (3.20), tem-se a equação de condução de calor para fluxo radial esférico em diferenças finitas:

$$H_{i,j} = \frac{k\Delta t}{\Delta r^2} \left[ T_{i+1,j-1} \left( 1 - \frac{\Delta r}{r} \right) - 2T_{i,j-1} + T_{i-1,j-1} \left( 1 + \frac{\Delta r}{r} \right) \right] + H_{i,j-1} \quad (3.26)$$

Esta equação é válida para  $1 < i < n$ .

#### • CONDIÇÕES DE CONTORNO

As malhas limites,  $i = 1$  e  $i = n$ , malha da interface metal/molde e do centro da peça respectivamente, dependem das condições de contorno impostas ao sistema.

- Determinação da equação da entalpia para a malha 1 (interface metal/molde) para sistemas com fluxo de calor radial esférico com moldes refrigerados.

É o mesmo equacionamento do fluxo de calor unidirecional e a equação fica:

$$H_{1,j} = \frac{2 \Delta t}{\Delta r} \left[ \frac{(T_{2,j-1} - T_{1,j-1})}{\Delta r} + h(T_o - T_{1,j-1}) \right] + H_{1,j-1} \quad (3.22)$$

- Determinação da equação da entalpia para a malha central da peça para sistema com fluxo de calor radial esférico.

Temos o problema da descontinuidade, pois quando  $r \rightarrow 0$ , a equação (3.26) tende a infinito, logo deve haver uma equação diferencial para a malha central. Aplicando a regra de L'Hospital, teremos:

$$H_{n,j} = \frac{6k \Delta t}{\Delta r^2} (T_{n-1,j-1} - T_{n,j-1}) + H_{n,j-1} \quad (3.27)$$

### 3.5 - Convergência do Método de Diferenças Finitas Explícito

O grande inconveniente do método de diferenças finitas explícito é a necessidade de se estabelecer um critério de estabilidade. Que consiste em que o coeficiente da variável ,que está sendo explicitada , deve ser maior do que zero no instante anterior . Isto deve ocorrer para que termodinamicamente o modelo seja convergente<sup>47,50</sup>.

Os critérios , já em termos dos números de Fourier e de Biot .., podem ser expressos da seguinte forma<sup>49</sup>:

- Para fluxo de calor unidirecional

$$FO < \frac{1}{2} (Bi + 1) \quad (\text{interface}) \quad (3.28)$$

e

$$FO < \frac{1}{2} \quad (\text{malhas internas}) \quad (3.29)$$

- Para fluxo de calor radial cilíndrico

$$FO < \frac{1}{2} (Bi + 1) \quad (3.30)$$

e

$$FO < \frac{1}{4} \quad (3.31)$$

- Para fluxo de calor radial esférico

$$FO < \frac{1}{2} (Bi + 1) \quad (3.32)$$

e

$$FO < \frac{1}{6} \quad (3.33)$$

Estas equações podem ser obedecidas a partir da escolha adequada entre intervalos de tempo e espaço<sup>14</sup>.

### 3.6 - Determinação da Fração Líquida

No decorrer da solidificação uma liga metálica pode se encontrar em três formas: sólido líquido pastoso (sólido + líquido)

A fração sólida em cada posição em um determinado instante pode ser calculada de várias maneiras , dependendo das condições do sistema em questão , ou seja:

#### ► SOLIDIFICAÇÃO EM EQUILÍBRIO

Durante a solidificação de uma liga em equilíbrio a composição , do sólido formado e do líquido remanescente variam com a temperatura de acordo com o diagrama de fases . E a regra da alavanca pode ser usada para calcular a fração sólida<sup>1</sup>:

$$f_s = \frac{1}{k_o - 1} \frac{(T - T_L)}{(T_M - T)} \quad (3.34)$$

Onde o coeficiente de distribuição no equilíbrio ,  $k_o$  , é dado por:

$$k_o = \frac{C_s}{C_L} \quad (3.35)$$

#### ► SOLIDIFICAÇÃO FORA DO EQUILÍBRIO

Na prática a solidificação , em geral , não ocorre em equilíbrio e portanto a difusão não é completa , seja no sólido ou no líquido , logo há formação de uma camada rica ou pobre em soluto em frente da interface sólido/líquido , dependendo se  $k_o < 1$  ou  $k_o > 1$  respectivamente .

Nas condições de solidificação fora do equilíbrio, pode-se analisar os seguintes casos:

a ) Em condições de mistura total no líquido mas sem difusão de retorno no sólido , a equação de Scheil pode ser aplicada <sup>1,55-56</sup>.

$$f_s = 1 - \left( \frac{T_M - T_L}{T_M - T} \right)^{\frac{1}{1-k_o}} \quad (3.36)$$

Esta equação é usada com bons resultados para ligas substitucionais onde a difusão no sólido pode ser desprezada.

b ) Em condições de mistura total no líquido e com difusão de retorno , a equação de BROODY-FLEMINGS , pode ser usada <sup>56</sup>.

$$f_s = (1 + \alpha k_o) \left( 1 - \left( \frac{T_M - T_L}{T_M - T} \right)^{\frac{1}{1-k_o}} \right) \quad (3.37)$$

Onde:

$$\alpha = \frac{D}{v_s L} \quad (3.38)$$

Esta equação é usada nos casos de ligas intersticiais onde a difusão no sólido é muito intensa , ou em casos de grande difusividade atômica .

Através de um balanço de massas mais adequado na interface sólido/líquido , KURZ e CLEYNE <sup>57</sup> modificaram a equação anterior ,com o objetivo de torná-la mais geral , fazendo com que a equação que quantifica a fração sólida tomasse a seguinte forma:

$$f_s = \frac{1}{1-2\Omega k_o} \left( 1 - \left( \frac{T_M - T_L}{T_M - T} \right)^{\frac{1-2\Omega k_o}{k_o-1}} \right) \quad (3.39)$$

Onde:

$$\Omega = \alpha \left( 1 - \exp \left( -\frac{1}{\alpha} \right) \right) - \frac{1}{2} \exp \left( -\frac{1}{2\alpha} \right) \quad (3.40)$$

Se  $\Omega \rightarrow \infty$  a equação tende à regra da alavanca e se  $\Omega \rightarrow 1$  a equação tende a equação de Scheil .

Neste trabalho foi usada esta última equação , com as devidas considerações para cada tipo de liga .

A determinação da evolução das isotermas "liquidus" e "solidus" é feita a partir da variação das frações sólido e líquido em cada malha .Com estes resultados também foi possível obter a velocidade de avanço da frente de solidificação e os gradientes de temperatura na ponta das dendritas durante o decorrer da solidificação .

### 3.7 - Cálculo do Espaçamento Interdendrítico

Muitos modelos teóricos tem sido desenvolvidos com o objetivo de se prever a microestrutura de ligas <sup>58-62</sup>. Neste trabalho serão usadas as equações de KURZ <sup>14</sup>.

#### 3.7.1 - Espaçamento Primário

O espaçamento primário é um parâmetro importante na solidificação unidirecional , quando são obtidas dendritas colunares , pois possui grande efeito nas propriedades .A raiz da dendrita é essencialmente uma fibra contínua que contribui para produtos mais dúcteis e resistentes <sup>14,60</sup> .

Define-se espaçoamento primário como a distância entre os ramos primários de duas dendritas .

Para a sua determinação foi usada a seguinte equação<sup>14</sup>:

$$\lambda_1 = \sqrt{3} a R \quad (3.41)$$

Onde:

a = distância entre a raiz e a ponta da dendrita

$$R = 2\pi \left( \frac{D_L \gamma}{v_s k_o \Delta T_o} \right) \quad (3.42)$$

$$\Delta T_o = - m_L \Delta C_o = - m_L C_o \left( \frac{1-k_o}{k_o} \right) \quad (3.43)$$

### 3.7.2 - Espaçamento Secundário

O valor final do espaçamento secundário está fortemente ligado ao tempo de contato das ramificações dendríticas com o metal líquido. Este intervalo de tempo, entre a passagem da ponta e da raiz da dendrita é chamado de tempo local de solidificação<sup>14,41</sup>.

Define-se espaçamento secundário a distância entre duas ramificações secundárias.

Para a determinação do espaçamento secundário é usada a equação<sup>14</sup>:

$$\lambda_2 = 5,5 (M t_f)^{1/3} \quad (3.44)$$

Onde:

$$M = \frac{\gamma D_L \ln \frac{C_e}{C_o}}{m_L (1-k_o) (C_e - C_o)} \quad (3.45)$$

Nestas equações (3.41) e (3.44) algumas considerações foram feitas tais como: crescimento colunar e que a tanto a raiz quanto as ramificações secundárias podem ser descritas por um modelo elíptico. Este modelo dá somente uma descrição quantitativa dos espaçamentos, devido as simplificações usadas. Entretanto indica que gradiente térmico e a velocidade da frente de solidificação atuam de formas diferentes no cálculo dos espaçamentos.

### 3.8 - Determinação da permeabilidade dos canais interdendríticos

De acordo com modelos encontrados na literatura, existe a necessidade do cálculo da permeabilidade,  $K$ , dos canais, para a determinação da pressão necessária ao preenchimento dos canais interdendríticos, sem que ocorra a formação de microporosidades.<sup>7-9,12-13,15</sup>

Os primeiros trabalhos desenvolvidos consideravam a permeabilidade variando sómente com o espaçamento primário, por admitirem a solidificação em condições controladas, (velocidade de solidificação e espaçamentos constantes).<sup>16,36-38</sup> Na prática estas condições, em geral, não são encontradas. Analisando resultados experimentais, obtidos para casos mais gerais em que a velocidade de avanço e os espaçamentos são variáveis, verificou-se que a permeabilidade varia com os espaçamentos primário e secundário.

Neste trabalho foi usado o modelo proposto por SANTOS<sup>16,17</sup>, que considera a permeabilidade variando com a direção do fluxo de metal líquido em relação aos canais interdendríticos, com os espaçamentos e com a fração líquida.

Para se determinar a permeabilidade,  $K$ , é necessária a obtenção da tortuosidade dos canais. A tortuosidade,  $\tau$ , é um fator que leva em conta o fato dos canais interdendríticos não serem lisos devido à presença dos ramos dendríticos secundários.

Definiu-se então, um comprimento efetivo,  $L_{ef}$ , dos canais como o produto da tortuosidade pelo seu comprimento real,  $L$ , ou seja:

$$L_{ef} = \tau L \quad (3.46)$$

A partir de comparações com dados experimentais SANTOS desenvolveu equações para a tortuosidade, que também levam em conta a direção do fluxo de metal líquido em relação às ramificações dendríticas primárias, de acordo com esquema da figura [3.5].

Para o fluxo de metal líquido paralelo aos ramos dendríticos primários as equações desenvolvidas para a determinação da tortuosidade,  $\tau$ , e da permeabilidade,  $K$ , são as seguintes<sup>16</sup>:

$$\tau = 1 + \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{f_L^0} + \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{f_L^1} + \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{f_L^2} + \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{f_L^3} \quad (3.47)$$

$$e \quad K = \frac{\lambda_1^2 f_L^2}{8\pi\tau^3} \quad (3.48)$$

E para fluxo normal aos ramos dendríticos primários as equações são as seguintes<sup>17</sup>:

$$\tau = 1 + \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{f_L^0} + \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{f_L^1} \quad (3.49)$$

$$e \quad K = \frac{\lambda_1^{0.5} \lambda_2^{1.5} f_L^2}{8\pi\tau^3} \quad (3.50)$$

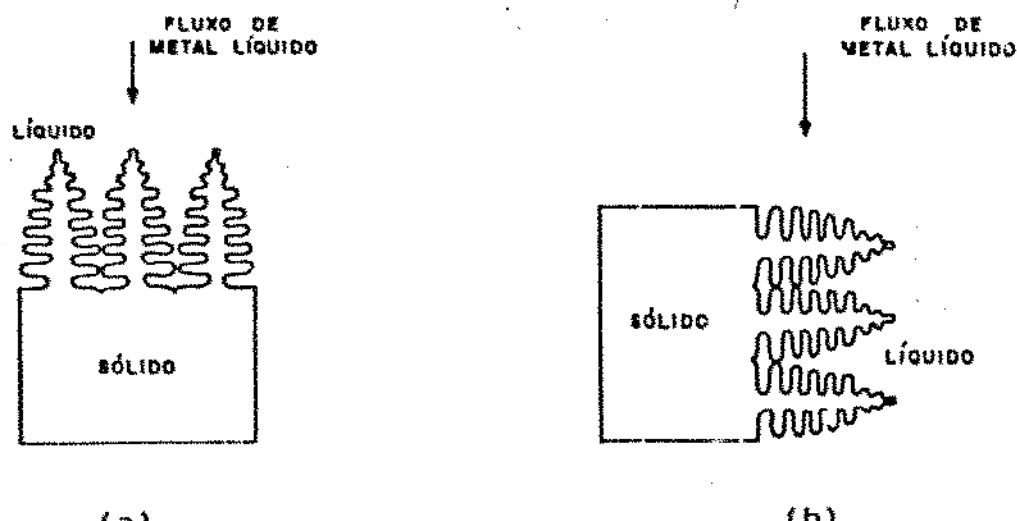


FIGURA 3.5 - Representação esquemática do fluxo de metal líquido paralelo (a) e normal (b) aos ramos dendríticos primários.

4.1 - Introdução

As equações do capítulo anterior são usadas num programa básico de computador em FORTRAN que pode ser usado em computador como VAX ou até mesmo em micro computador PC e similares. Este programa permite calcular, para cada posição em cada instante, o comportamento de diferentes variáveis durante todo o processo de solidificação, para as três geometrias propostas (placa, cilindro e esfera).

Com o objetivo de se obter uma simulação mais próxima das condições reais consideram-se propriedades físicas, como a condutibilidade e o calor específico, variando com a temperatura.

O programa desenvolvido é bastante geral permitindo variações das dimensões da peça, do grau de superaquecimento do metal líquido e do coeficiente de transferência de calor entre o metal e o molde.

Com as equações (3.11), (3.15) e (3.17), para o caso de fluxo de calor unidirecional; equações (3.21), (3.22) e (3.24) para fluxo de calor radial cilíndrico; equações (3.22), (3.26) e (3.27) para fluxo de calor radial esférico descritas no capítulo 3, calcula-se a entalpia para uma malha  $i$  no instante  $j$  a partir das malhas adjacentes e da própria malha  $i$  no instante anterior  $j-1$ .

A partir dos valores calculados de entalpia, através de uma sub-rotina onde os valores calculados para entalpia são transformados em variações de temperaturas. Obtendo-se dessa maneira perfis de temperatura para pontos de interesse da peça, como por exemplo na interface metal/molde, centro da peça, etc.

Com as variações de temperatura pode-se calcular a fração sólida , equação (3.38) , em cada instante em cada malha no decorrer do processo de solidificação , ou até que se atinja a temperatura eutética onde todo o líquido transforma-se em sólido na composição eutética <sup>62</sup>.

Esta variação da fração sólida permite obter informações importantes sobre a zona pastosa , como por exemplo a variação de sua extensão , que tem forte influência nos efeitos de macrosegregação . Esta extensão é dada pela distância entre a raiz e a ponta das dendritas .

As variações das posições das isoterma "liquidus" e "solidus" com o tempo são demarcadas com auxílio da variação das frações sólida e líquida . Quando a fração líquida torna-se menor do que um ( $f_L < 1$ ) em uma dada malha i , significa que a isoterma liquidus atingiu a malha i , e o tempo é armazenado . Este procedimento é repetido para todas as malhas , obtendo-se deste modo a curva de variação . De maneira semelhante obtém-se a evolução da isoterma solidus , isto é , quando em uma malha i a fração sólida atinge o valor um ( $f_s = 1$ ) , o tempo transcorrido é armazenado obtendo-se no final do processo a curva de variação .

Fazendo-se a diferença entre os tempos de passagem das isotermas solidus e liquidus , em cada malha obtemos o tempo local de solidificação ,  $t_f$  , que em outras palavras é o intervalo de tempo transcorrido entre a passagem da ponta e da raiz da dendrita .

A evolução das temperaturas também é usada para o cálculo de outros parâmetros importantes , como o gradiente térmico ,G ,velocidade de avanço da ponta da dendrita, $v_s$ ,que junto com o cálculo dos espaçamentos interdendríticos , para o caso de uma estrutura dendrítica , podem auxiliar na previsão da microestrutura da liga solidificada <sup>1</sup>.

A velocidade de avanço da ponta da dendrita pode ser determinada a partir do tempo gasto para a isoterma liquidus deslocar-se entre duas malhas subsequentes .

O gradiente térmico na ponta da dendrita é determinado da seguinte forma: quando a isoterma liquidus

passa por uma malha i , isto é quando a fração líquida se torna menor do que um ( $f_L < 1$ ) naquele ponto , faz-se a diferença entre as temperaturas nesta malha e na malha subsequente no no instante anterior e divide-se pelo comprimento de malha considerado .

Com todos este dados já determinados pode-se então calcular os espaçamentos primário e secundário usando as equações (3.41) e (3.44) .

Uma vez determinados os espaçamentos primário e secundário , pode-se calcular a tortuosidade , $\tau$  , em função da fração líquida usando as equações (3.47) quando fluxo interdendrítico paralelo aos ramos primários e (3.49) quando fluxo normal aos ramos primários .

Finalmente pode-se , então , calcular a permeabilidade dos canais interdendríticos , $K$ , com as equações (3.48) e (3.50) também em função da fração líquida e da direção do fluxo interdendrítico , e comparar os resultados para as três geometrias com diversas condições de extração de calor .

#### 4.2 - Comparaçao com resultados experimentais

O método numérico desenvolvido pode ser considerado bastante preciso na descrição de fenômenos da solidificação , desde que sejam escolhidos comprimentos de malhas e intervalos de tempos adequados . O maior problema ,no entanto ,é a obtenção de valores confiáveis das propriedades físicas das ligas metálicas , e da suas variações com a temperatura . São poucas as ligas metálicas para as quais se encontram na literatura dados suficientes ,precisos e adequados para serem utilizados nos cálculos , sendo que muitos destes dados são apresentados somente em ordem de grandeza (como por exemplo os coeficientes de difusão). Assim boa parte da imprecisão verificada quando se aplica os métodos numéricos é decorrente da utilização de valores incorretos para propriedades físicas . Mesmo assim foram feitas

algumas comparações de resultados obtidos através da aplicação de modelo e resultados experimentais , verificando-se concordância bastante razoável .

Na figura [4.1] são mostradas as curvas teóricas de evolução das isoterma solidus e liquidus juntamente com valores experimentais , para uma liga chumbo - estanho (Pb-20%Sn).

Os resultados experimentais foram obtidos através de um dispositivo que simula a solidificação da liga em molde cilíndrico , com raio igual a 180 mm , refrigerado à Água . A determinação da evolução das isoterma solidus e liquidus foi feita utilizando-se termopares distribuídos a 30,60,90,120 e 150 (mm) da superfície do cilindro, e com 10 graus de superaquecimento.

Os valores experimentais foram levantados por outro autor que ainda não publicou seus resultados.

Um esquema do dispositivo utilizado pode ser visto na figura [4.2] .

As propriedades da liga são apresentadas no apêndice 2<sup>14,63-68</sup>.

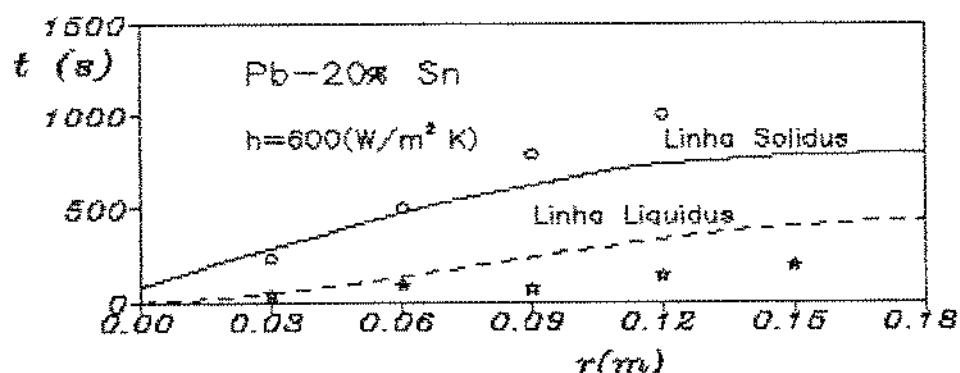


FIGURA 4.1 - Isoterma solidus e liquidus (sistema radial cilíndrico). Comparação entre resultados teóricos e experimentais.

Como pode ser observado na figura [4.1] a comparação dos resultados obtidos para a isoterma liquidus indica uma boa precisão do método . No caso de isoterma solidus a concordância dos resultados não é tão boa , mas ainda assim é bastante razoável . A imprecisão observada pode ser atribuída a diversos fatores tais como: a já citada imprecisão das propriedades físicas ; a imprecisão nos valores do coeficiente de transferência de calor , que na impossibilidade de ser determinado teórica ou experimentalmente foi usado um valor estimado e também a imprecisões nas medidas experimentais , já que foi utilizado um dispositivo de solidificação em moldes cilíndricos , que não permite uma determinação absolutamente precisa das variações de temperatura durante o processo .

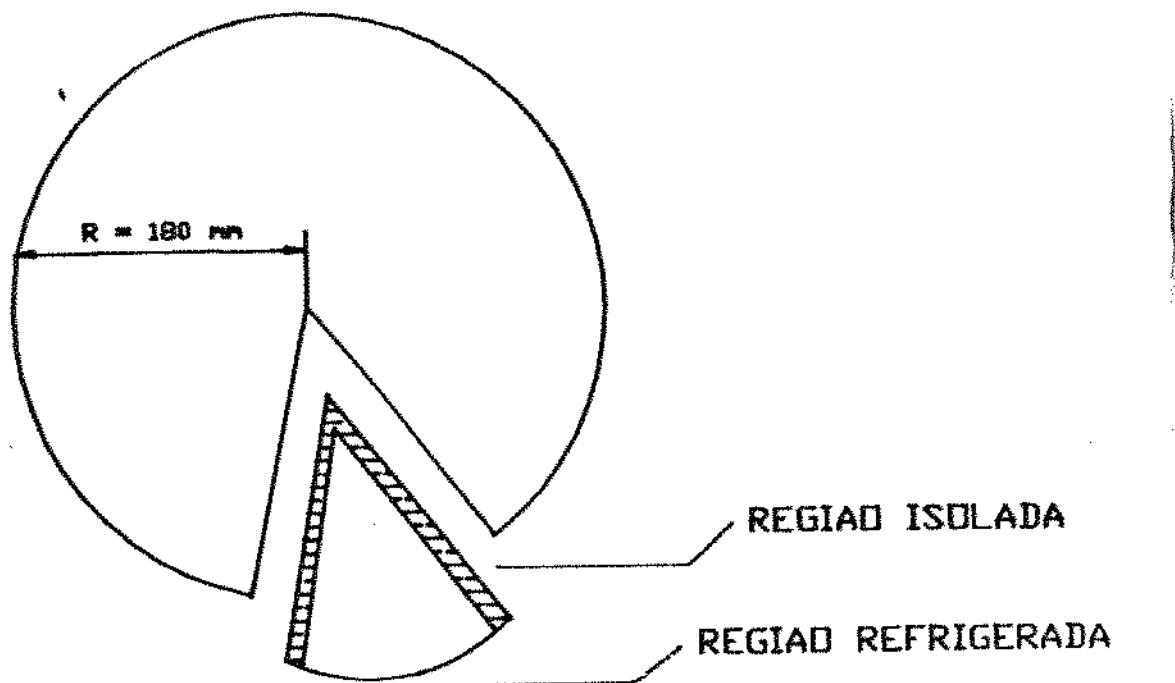


FIGURA 4.2 – Esquema do dispositivo usado para simulação da solidificação em molde radial cilíndrico.

Pode-se considerar , no entanto , pelos resultados obtidos que o modelo descreve bastante bem o fenômeno da solidificação de ligas metálicas .

Para verificar a precisão do modelo na previsão de estrutura de solidificação de ligas metálicas os resultados obtidos para espaçamentos interdendriticos foram comparados com resultados experimentais de BOCCALINI <sup>67</sup> , para ligas cobre-zinco. Foram comparados os resultados para ligas cobre zinco com duas composições diferentes: Cu-15% Zn e Cu-35% Zn .

Na figura [4.3] são apresentadas as comparações dos resultados obtidos no modelo teórico juntamente com os resultados experimentais , para a liga Cu-15% Zn e na figura [4.4] para a liga Cu-35% Zn . Neste caso foi ainda mais difícil obter valores precisos para as propriedades físicas da liga.Mesmo assim pode-se notar que a concordância dos resultados é razoável, indicando que o modelo descreve satisfatoriamente a formação da microestrutura .

Parte do erro pode ser admitido por causa de se usar coeficiente de transferência de calor constante , o que não se verifica na prática. Certamente no início o coeficiente de transferência de calor tem um valor maior o que aproximaria mais os resultados.

Os valores dos coeficientes de transferência de calor são próximos aos usados normalmente em trabalhos semelhantes.

De qualquer forma o objetivo principal é a obtenção de valores pelo menos em ordem de grandeza comparáveis com os encontrados na prática.

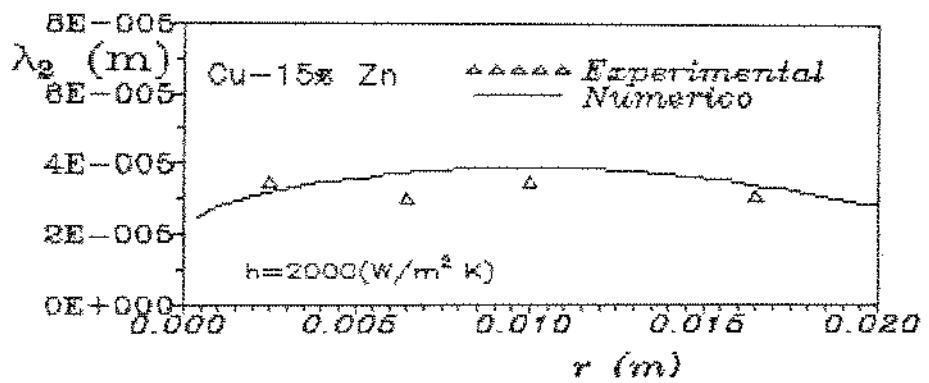


FIGURA 4.3 – Espaçamento secundário em função do raio do cilindro. Comparação entre resultados teóricos e experimentais.

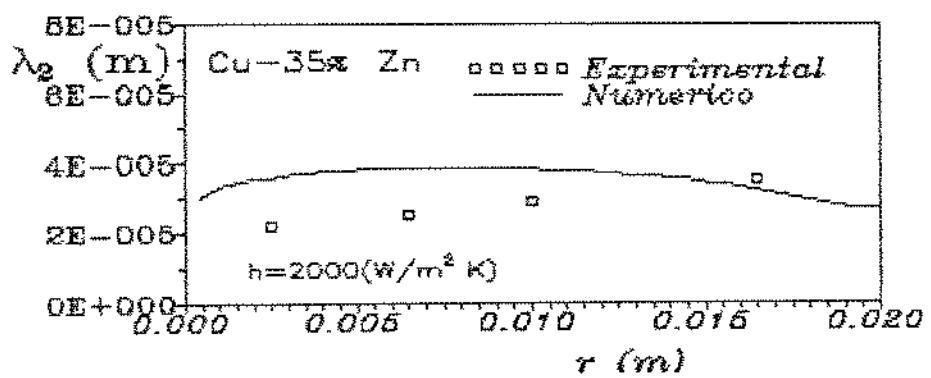


FIGURA 4.4 – Espaçamento secundário em função do raio do cilindro. Comparação entre resultados teóricos e experimentais.

#### 4.3 - Análise dos resultados obtidos com a aplicação do modelo

Foram feitas aplicações do modelo matemático de simulação da solidificação , para as seguintes ligas:

- AÇO 1010
- Al-4,5% Cu
- Al-1% Si

Embora o modelo possa ser usado para outras ligas, estas foram escolhidas porque existe uma vasta bibliografia a respeito do assunto , e por isso mesmo , propriedades físicas melhor definidas . As propriedades físicas utilizadas constam do apêndice 2 .

Como já foi mencionado , o modelo é bastante geral permitindo a análise da variação de características do sistema metal/molde tais como: superaquecimento do metal líquido, coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde, dimensões da peça ,etc . Como exemplo demonstrativo , para cada liga são determinados os parâmetros de solidificação para dois valores do coeficiente de transferência de calor .

Os resultados apresentados a seguir referem-se a placas com 10 cm de espessura , refrigerada em uma das faces apenas , e cilindros e esferas com 10 cm de raio .

Considerou-se tanto no caso do aço quanto da liga Al-4,5% Cu o superaquecimento de 5°C , e no caso da liga Al-1% Si um superaquecimento de 20% .

Os primeiros resultados que são obtidos com a utilização do programa são os referentes às variações de temperatura e da fração sólida no metal durante a solidificação .

Nas figuras [4.5] ,[4.6] e [4.7] são mostradas respectivamente as variações de temperatura para o aço 1010 , em diferentes posições , em placas , cilindros e esferas. Considerando um coeficiente de transferência de calor igual a  $600(W/m^2K)$  e nas figuras [4.8], [4.9] e [4.10] , resultados análogos referentes a um coeficiente de transferência de calor

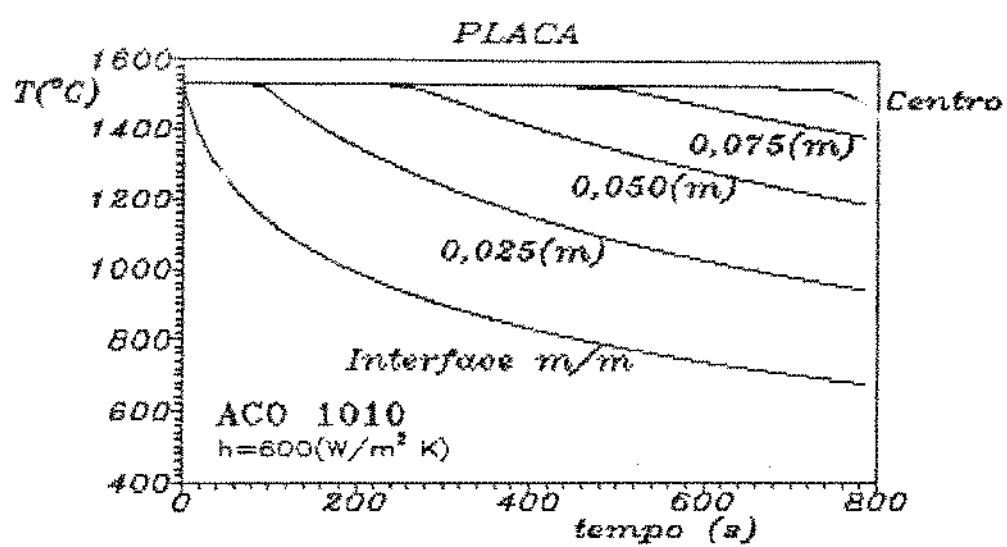


FIGURA 4.5 – Perfis de temperatura

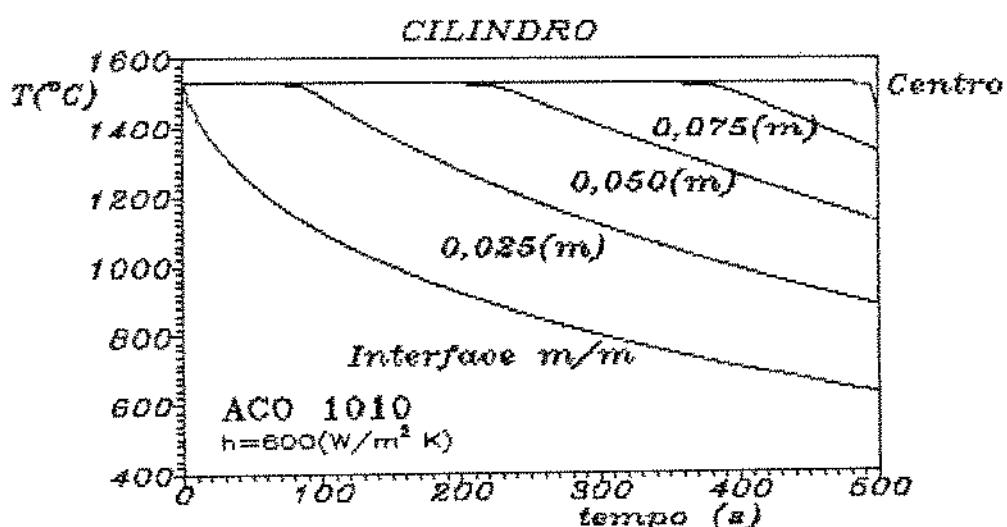


FIGURA 4.6 – Perfis de temperatura

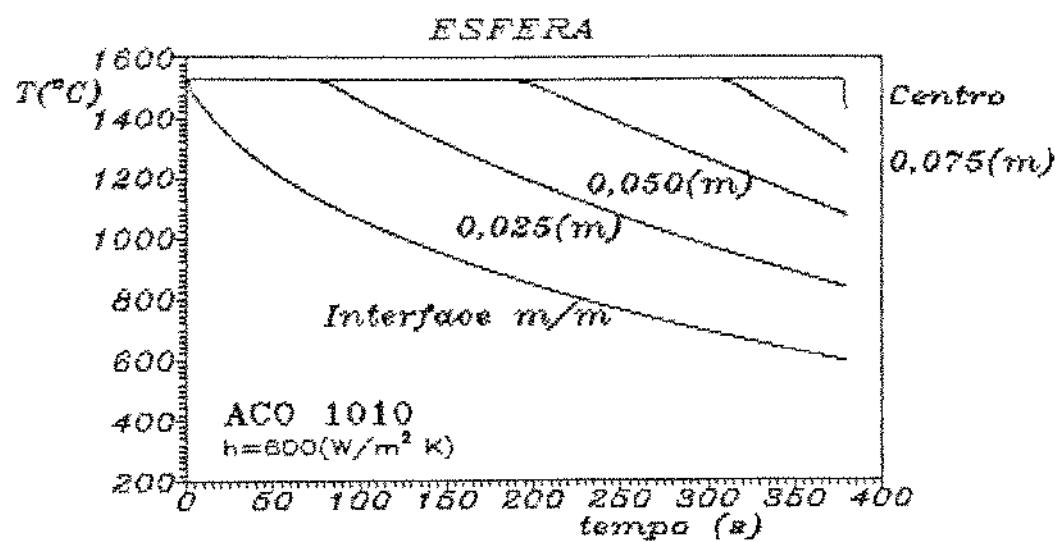


FIGURA 4.7 – Perfis de temperatura

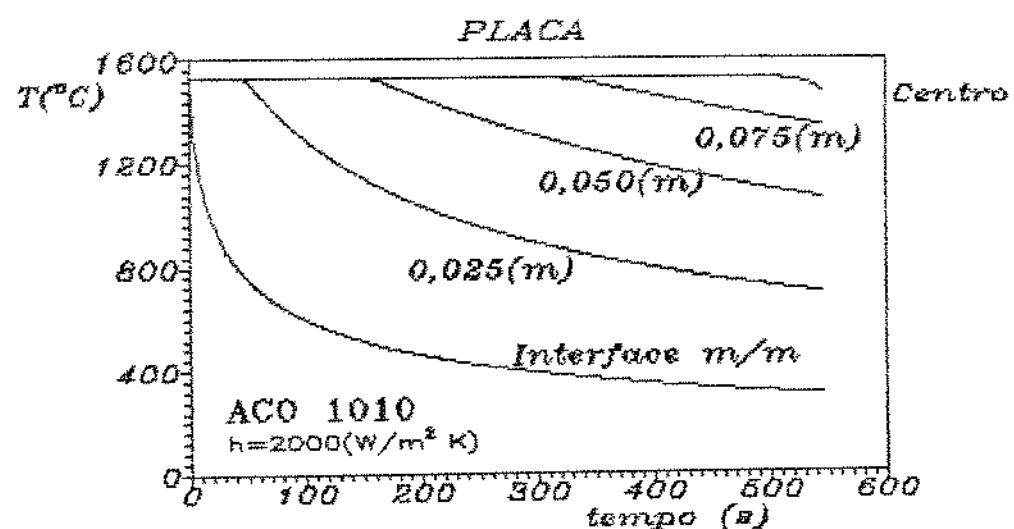


FIGURA 4.8 – Perfis de temperatura

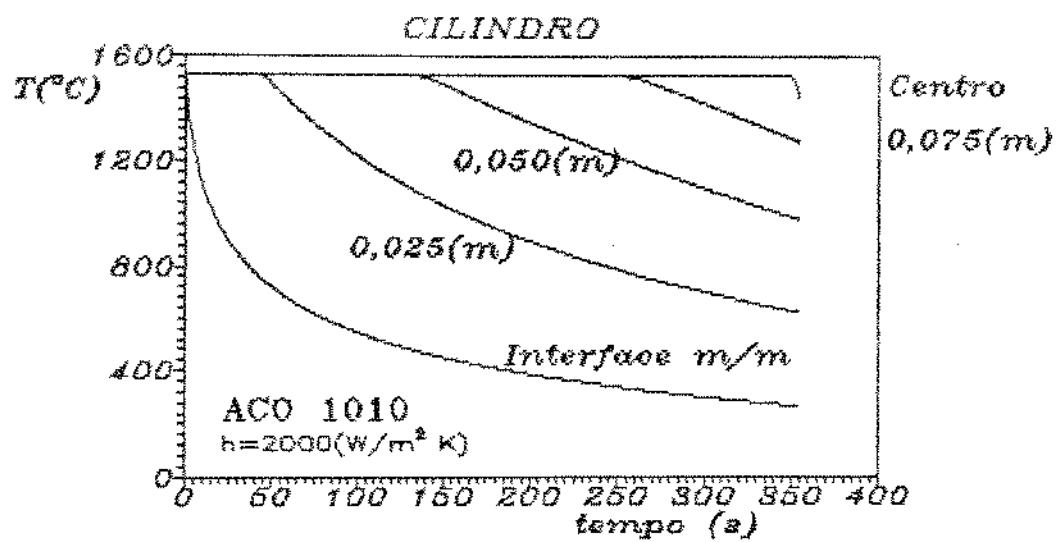


FIGURA 4.9 – Perfis de temperatura

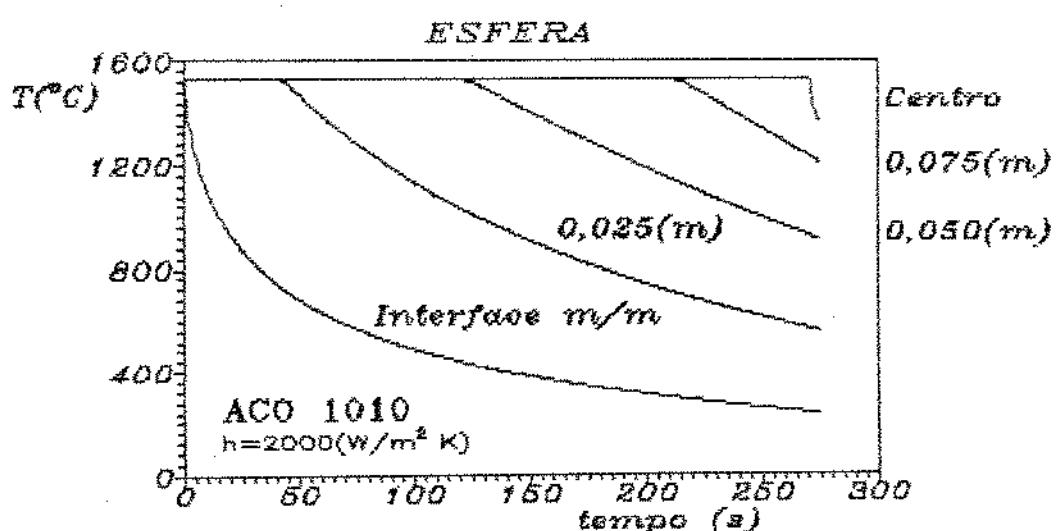


FIGURA 4.10 – Perfis de temperatura

igual a  $2000(\text{W/m}^2\text{K})$  . Nota-se a partir dos gráficos que a temperatura cai mais rapidamente na esfera em relação ao cilindro e neste em relação a placa , indicando uma maior eficiência de transferência de calor nas geometrias radiais , em que o fluxo de calor é radial em relação aquela em que o fluxo é unidirecional. E que entre as radiais a esfera é a mais eficiente . Isto pode ser melhor observado na figura [4.11] que apresenta ,para coeficiente de transferência de calor igual a  $600(\text{W/m}^2\text{K})$  , os resultados para as três geometrias .

Nas figuras [4.12],[4.13] e [4.14] são mostradas respectivamente as variações da fração líquida para o aço 1010, em diferentes posições em placas ,cilindros e esferas. Considerando um coeficiente de transferência de calor igual a  $600(\text{W/m}^2\text{K})$  e nas figuras [4.15] , [4.16] e [4.17] resultados análogos referentes a um coeficiente de transferência de calor igual a  $2000(\text{W/m}^2\text{K})$  . Estas figuras dão uma indicação de tempo de solidificação da liga em cada posição da peça , a partir do momento que fração líquida é menor do que um ( $f_s > 0$ ) (início da solidificação ) até o momento em que a fração líquida passa a ser igual a zero ( $f_s = 1$ ) .

De forma análoga foram determinadas as variações de temperatura e fração líquida em função do tempo para as ligas Al-4,5% Cu e Al-1% Si .

A partir das variações da fração sólida podem ser determinadas as isotermas solidus e liquidus .

Nas figuras [4.18] , [4.19] e [4.20] são mostradas as evoluções das isotermas solidus e liquidus , respectivamente para o aço 1010 , solidificado na forma de placas , cilindros e esferas , considerando coeficiente de transferência de calor igual a  $600(\text{W/m}^2\text{K})$  . Essas curvas são apresentadas em conjunto na figura [4.21] , onde pode se observar claramente que , devido a eficiência na extração de calor , a solidificação na esfera é mais rápida do que a do cilindro e deste mais rápida do que na placa . Nota-se também que estas diferenças se acentuam a partir de uma certa espessura solidificada (aproximadamente 30%), quando o efeito da curvatura passa a ser mais significativo .

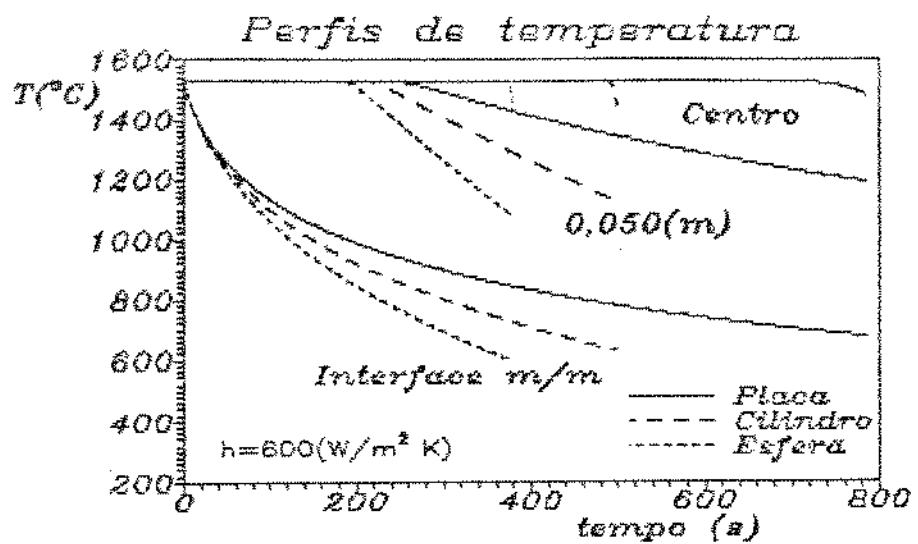


FIGURA 4.11 – Perfis de temperatura para as três geometrias

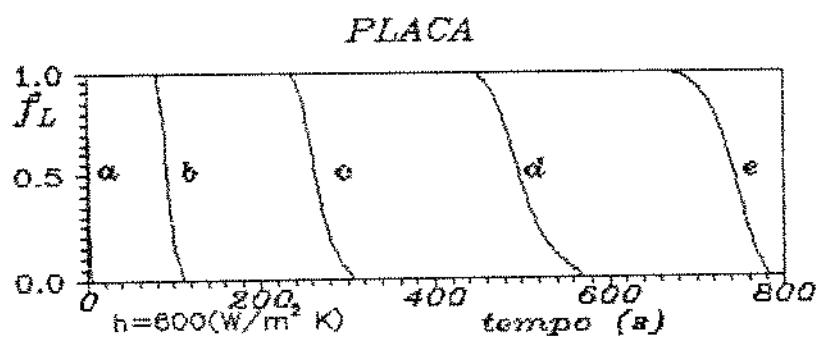
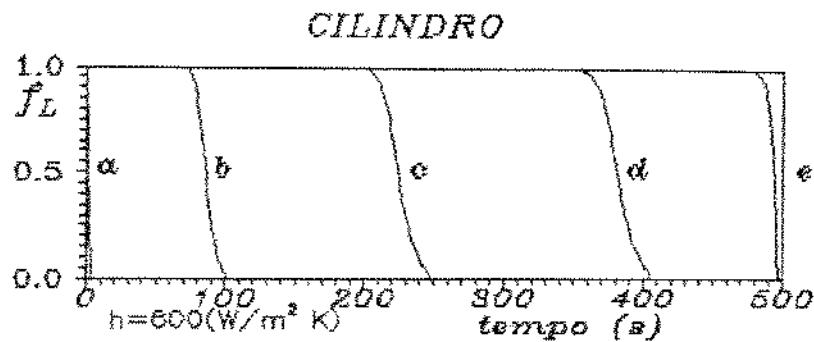
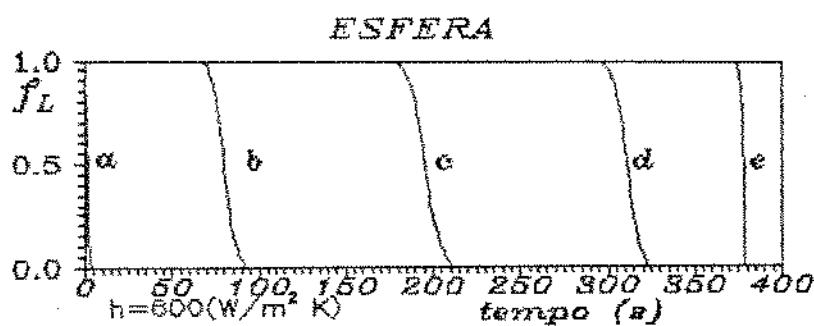


FIGURA 4.12 – Variações da fração líquida com o tempo

- (a) interface metal/molde
- (b) 0,025(m) da interface
- (c) 0,050(m) da interface
- (d) 0,075(m) da interface
- (e) centro da peça



**FIGURA 4.13 – Variações da fração líquida com o tempo**  
 (a) interface metal/molde (b) 0,025(m) da interface  
 (c) 0,050(m) da interface (d) 0,075(m) da interface  
 (e) centro da peça



**FIGURA 4.14 – Variações da fração líquida com o tempo**  
 (a) interface metal/molde (b) 0,025(m) da interface  
 (c) 0,050(m) da interface (d) 0,075(m) da interface  
 (e) centro da peça

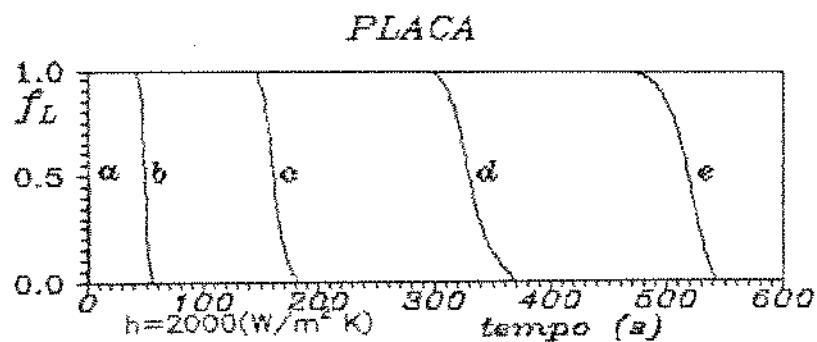


FIGURA 4.15 – Variações da fração líquida com o tempo

- (a) interface metal/molde
- (b) 0,025(m) da interface
- (c) 0,050(m) da interface
- (d) 0,075(m) da interface
- (e) centro da peça

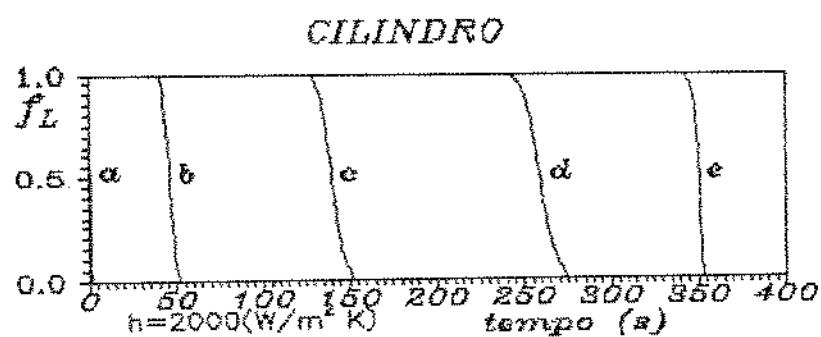


FIGURA 4.16 – Variações da fração líquida com o tempo

- (a) interface metal/molde
- (b) 0,025(m) da interface
- (c) 0,050(m) da interface
- (d) 0,075(m) da interface
- (e) centro da peça

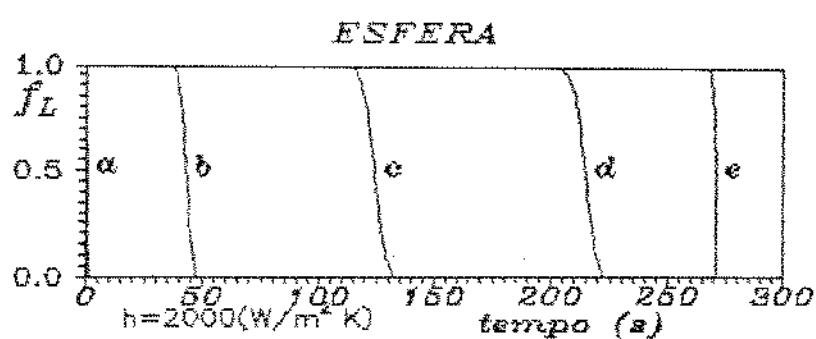


FIGURA 4.17 – Variações da fração líquida com o tempo  
 (a) interface metal/molde (b) 0,025(m) da interface  
 (c) 0,050(m) da interface (d) 0,075(m) da interface  
 (e) centro da peça

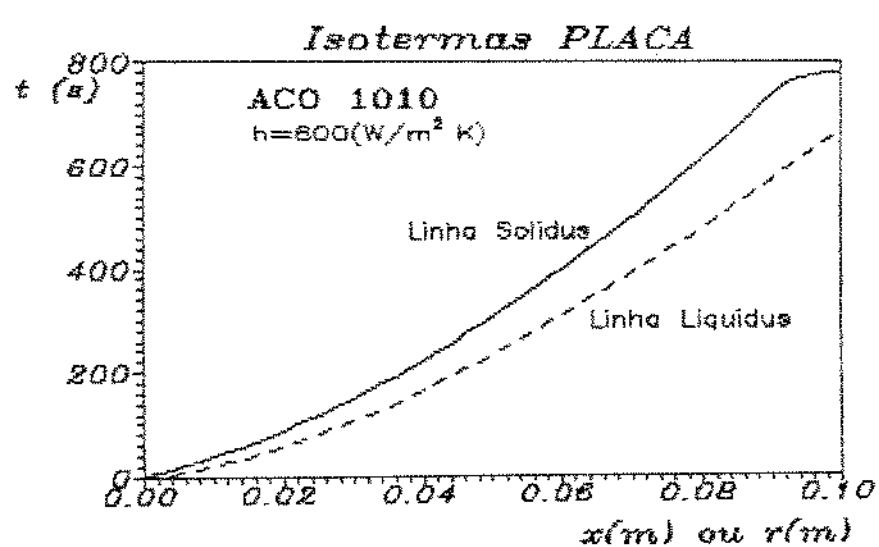


FIGURA 4.18 – Evolução das isotermas solidus e liquidus

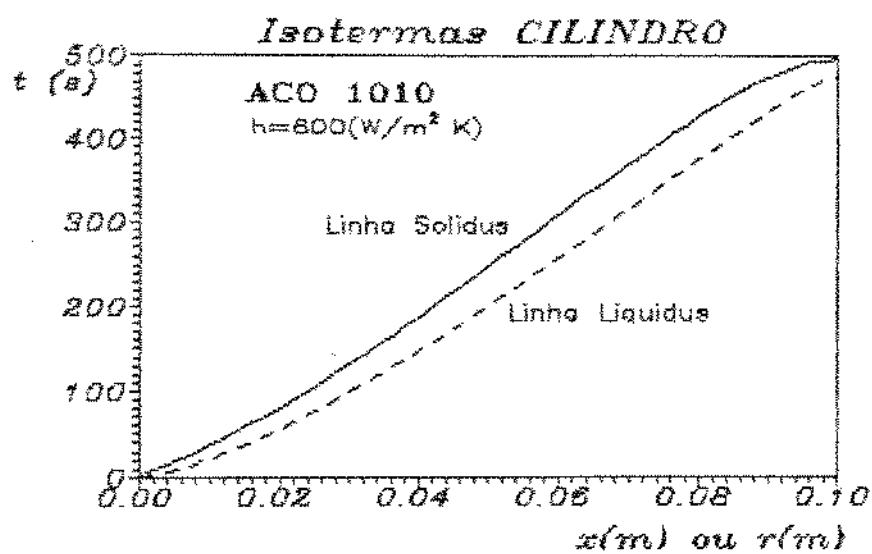


FIGURA 4.19 – Evolução das isoterma solidus e liquidus

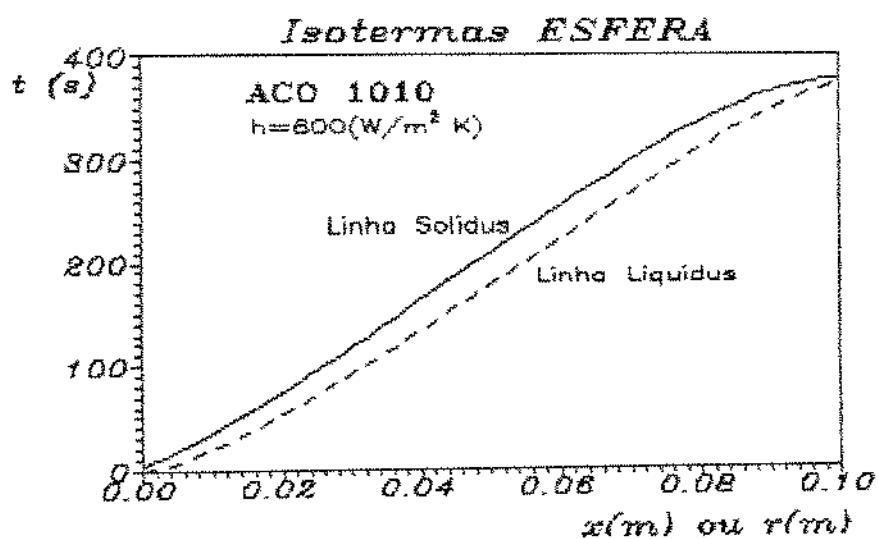


FIGURA 4.20 – Evolução das isoterma solidus e liquidus

Na figura [4.22] são apresentadas as curvas análogas para coeficiente de transferência de calor igual a  $2000(\text{W/m}^2\text{K})$ . Comparando-se as curvas dessa figura com os da figura [4.21] pode-se notar de forma bastante evidente a diminuição do tempo de solidificação com o aumento do coeficiente de transferência de calor.

Nas figuras [4.23] (a) e (b) são mostrados os resultados semelhantes ,para as três geometrias , para a liga Al-4,5% Cu ,considerando coeficiente de transferência de calor igual a  $600(\text{W/m}^2\text{K})$  em [4.23] (a) e coeficiente de transferência de calor igual a  $2000(\text{W/m}^2\text{K})$  em (b).E nas figuras [4.24] (a) e (b) são mostrados os resultados para a liga Al-1% Si também considerando dois diferentes valores do coeficiente de transferência de calor .

Na figura [4.25] é mostrado para o aço a variação do gradiente de temperatura em frente a ponta das dendritas durante a solidificação , para as três geometrias , considerando coeficiente de transferência de calor igual a  $600(\text{W/m}^2\text{K})$ . Pode-se notar nos resultados que não há uma diferença muito grande no valor dos gradientes entre as três geometrias . Na figura [4.26] são mostrados os resultados análogos para coeficiente de transferência de calor igual a  $2000(\text{W/m}^2\text{K})$ .

Nas figuras [4.27] e [4.28] são apresentados os resultados semelhantes para Al-4,5% Cu e Al-1% Si com coeficiente de transferência de calor igual a  $2000(\text{W/m}^2\text{K})$ .

Nas figuras [4.29] (a) e(b) são apresentadas as variações de velocidade de avanço da ponta da dendrita , para placas , cilindros e esferas de aço . Considerando-se respectivamente coeficiente de transferência de calor igual a  $600$  e  $2000 (\text{W/m}^2)$  respectivamente . Nota-se que a esfera apresenta uma velocidade de avanço maior do que do cilindro e este uma velocidade de avanço maior do que da placa . Nota-se também que a velocidade é alta no início cai durante o processo e volta a crescer no final do mesmo . Este comportamento é observado nas três geometrias , no entanto , o crescimento da

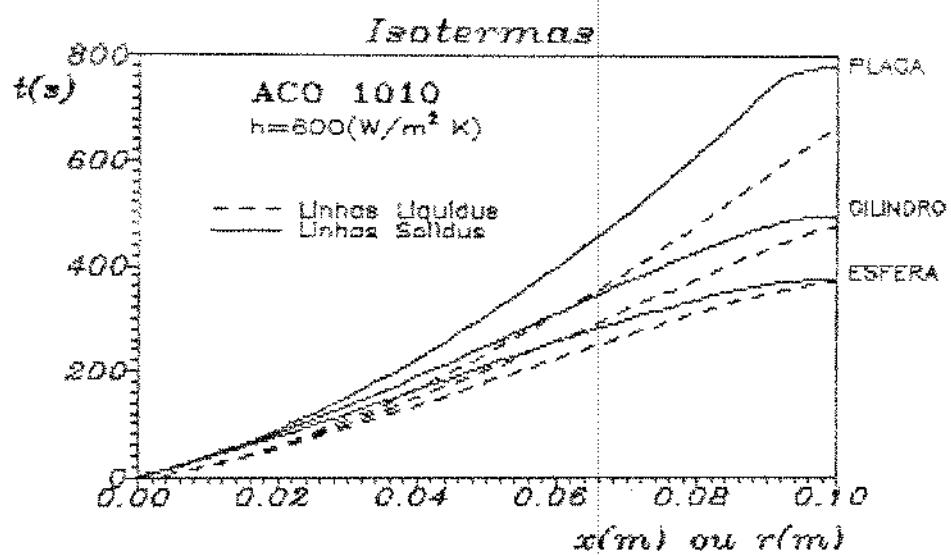


FIGURA 4.21 – Evolução das isotermas solidus e liquidus para as três geometrias

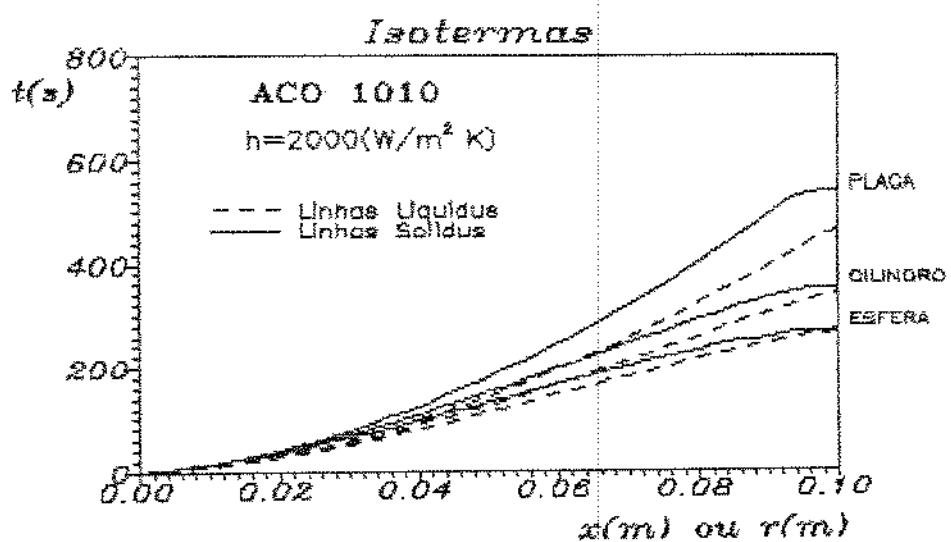
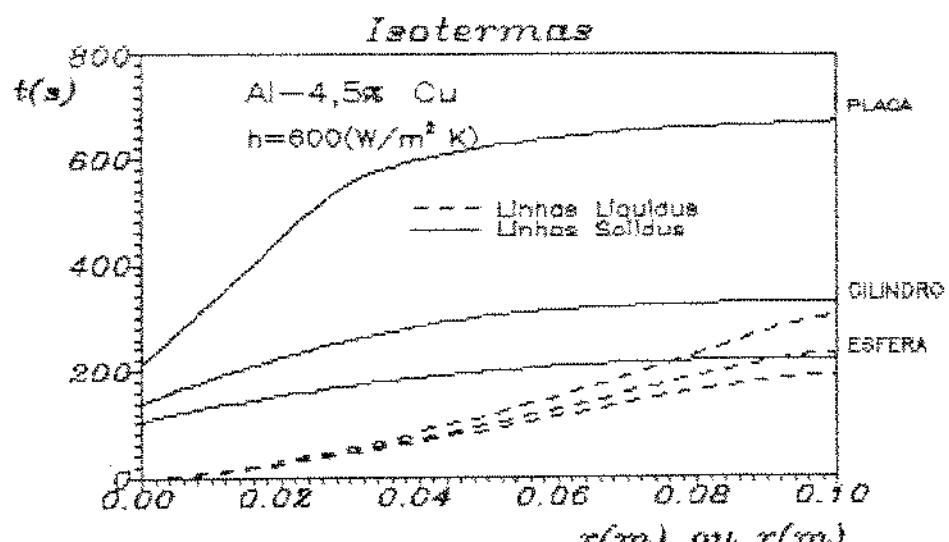
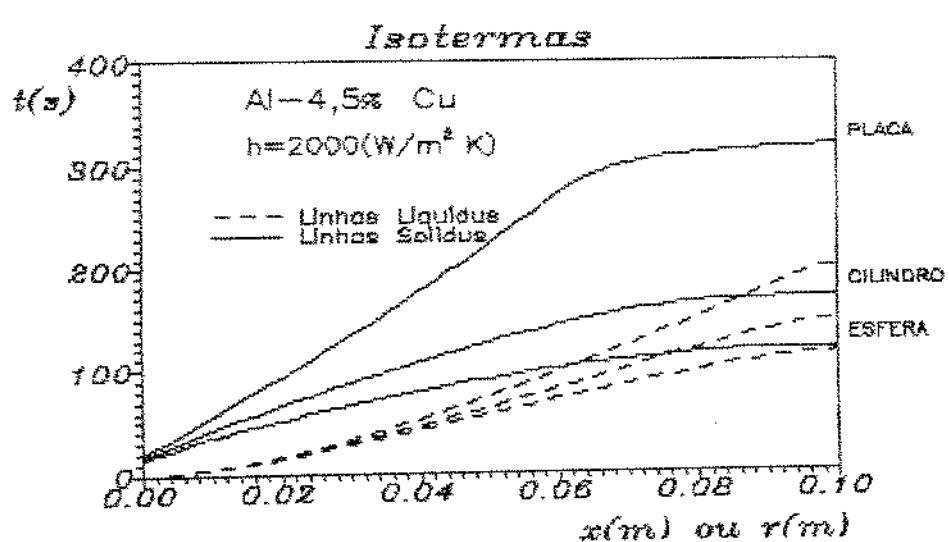


FIGURA 2.22 – Evolução das isotermas solidus e liquidus para as três geometrias

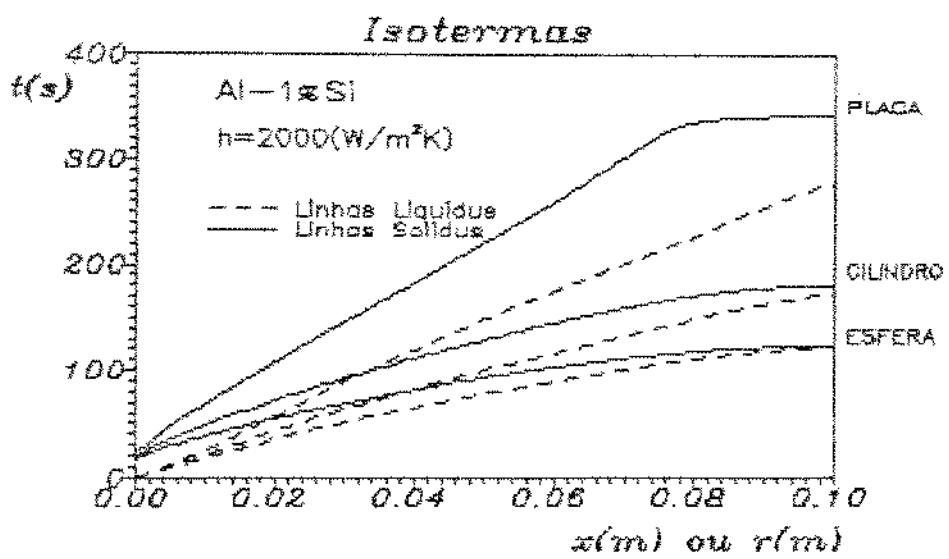


(a)

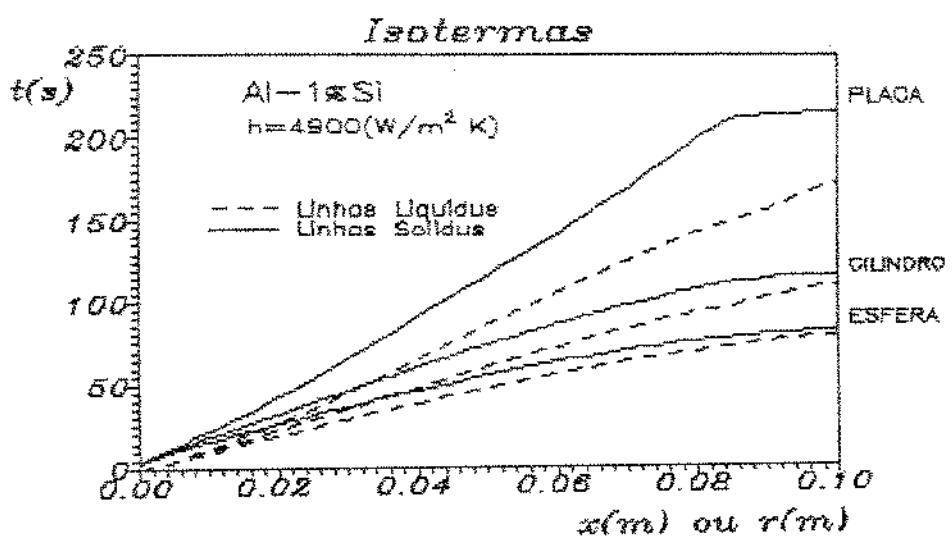


(b)

FIGURA 4.23 – Evolução das isotermas solidus e liquidus para as três geometrias



(a)



(b)

FIGURA 4.24 – Evolução das isotermas solidus e liquidus para as três geometrias

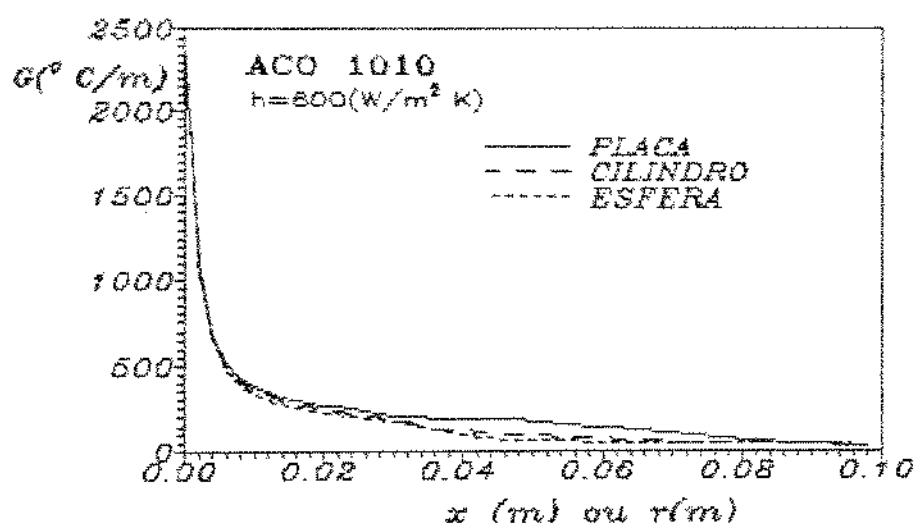


FIGURA 4.25 – Variações do gradiente de temperatura na frente de solidificação

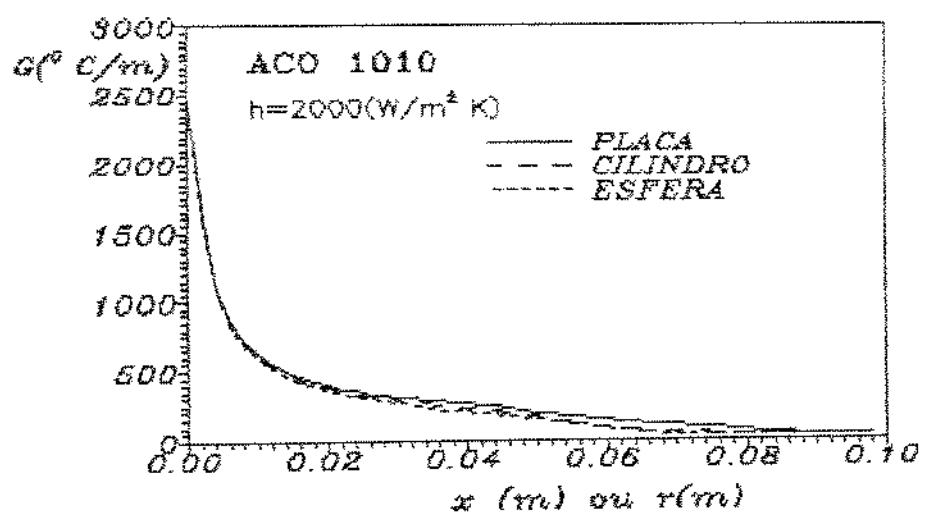


FIGURA 4.26 – Variações do gradiente de temperatura na frente de solidificação

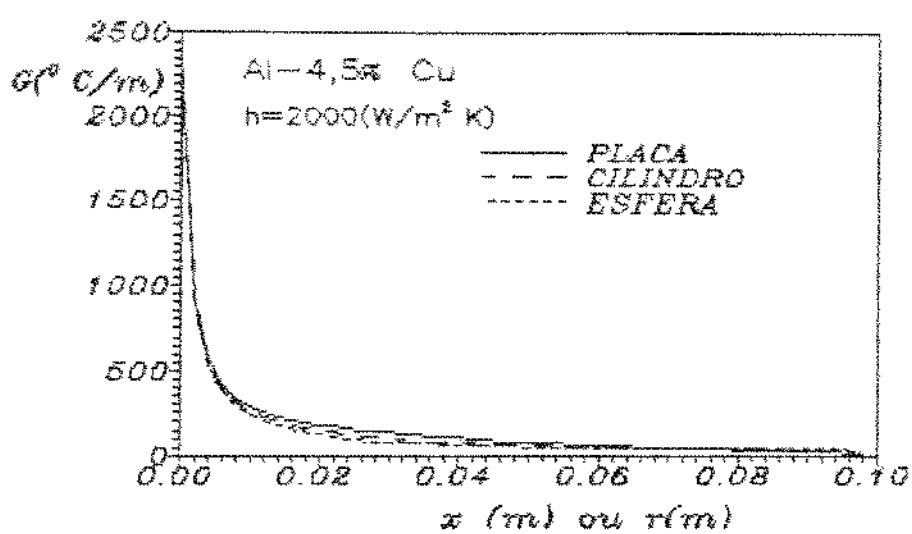


FIGURA 4.27 – Variações do gradiente de temperatura na frente de solidificação

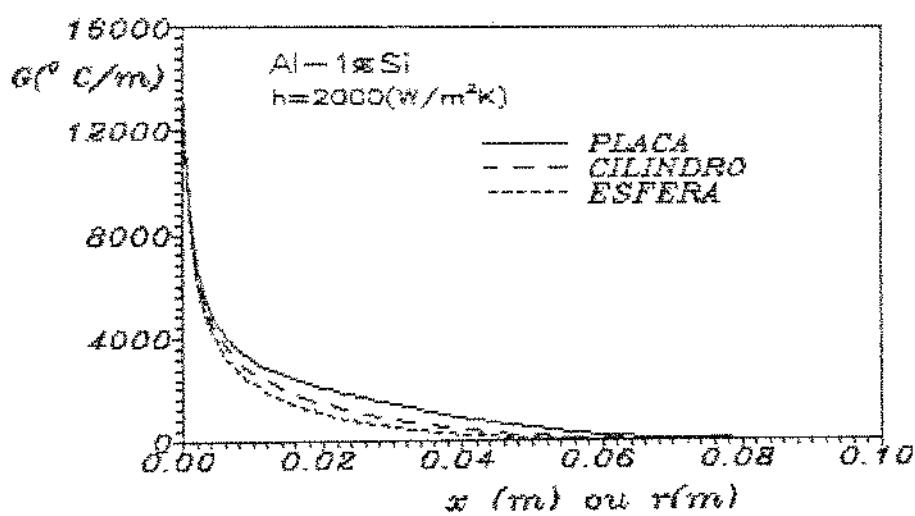
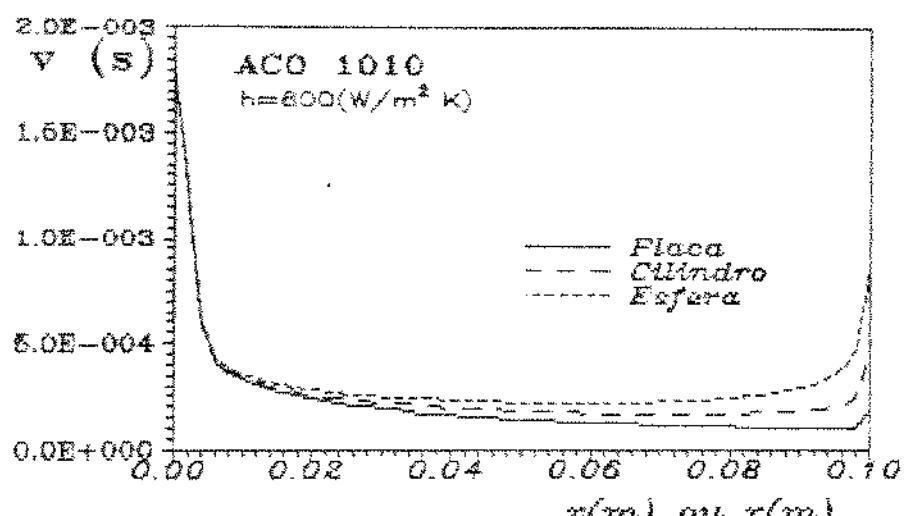
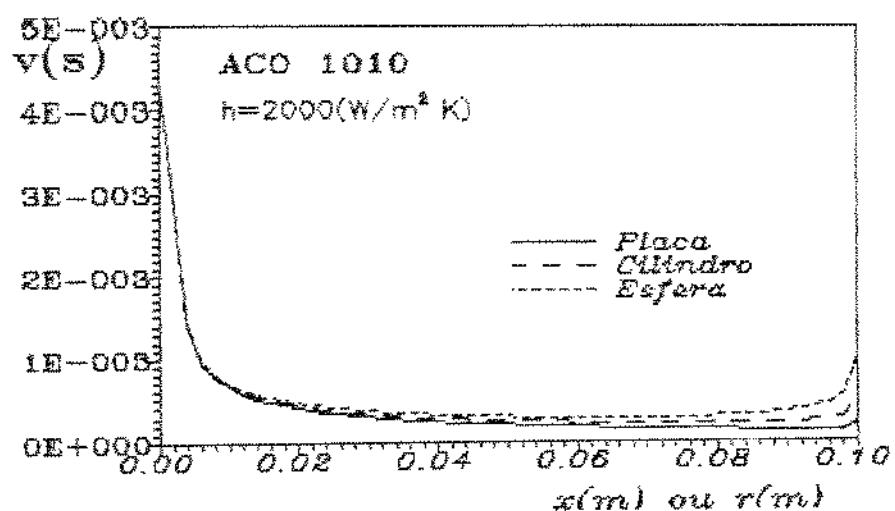


FIGURA 4.28 – Variações do gradiente de temperatura na frente de solidificação



(a)



(b)

FIGURA 4.29 – Variações da velocidade de avanço da frente de solidificação

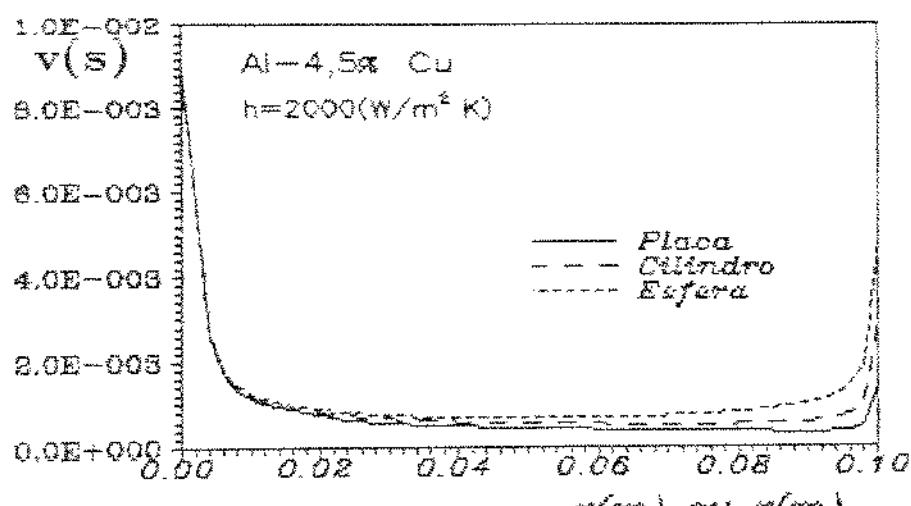
velocidade no final do processo é maior na esfera e menor na placa. Isto ocorre porque a quantidade remanescente de metal líquido é muito menor na esfera no final da solidificação e maior na placa . Observa-se claramente que a velocidade é tanto maior quanto maior for o coeficiente de transferência de calor .

As figuras [4.30] (a) e (b) mostram resultados análogos para ligas Al-4,5% Cu e Al-1% Si para coeficiente de transferência de calor igual a  $2000(\text{W/m}^2\text{K})$  .

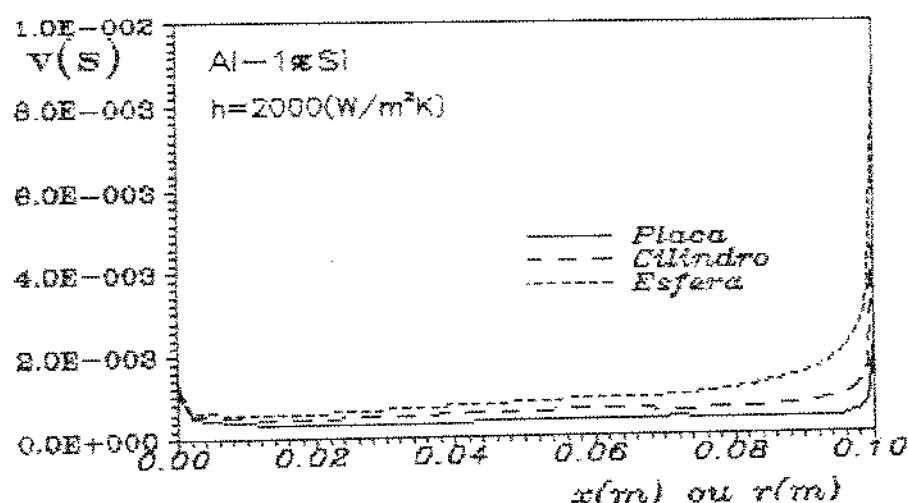
Baseados nas curvas de evolução das isotermais solidus e liquidus foi determinado o tempo local de solidificação, que é o intervalo de tempo entre a passagem da ponta e da raiz da dentrita em um determinado local . Nas figuras [4.31] (a) e (b) são apresentadas , para o aço , as variações do tempo local de solidificação durante o processo para as três geometrias consideradas ,com coeficiente de transferência de calor igual a  $600(\text{W/m}^2\text{K})$  e  $2000(\text{W/m}^2\text{K})$  respectivamente. Nota-se que o tempo local cresce bem mais rapidamente para a placa do que para o cilindro e esfera a partir de 30% da espessura solidificada. Nota-se também que o tempo local de solidificação aumenta inicialmente mas cai no final do processo , essa queda no tempo local é decorrente do aumento da velocidade de solidificação. Esta correspondência é nitidamente observada se estas figuras forem analisadas comparativamente com as figuras [4.32] (a) e (b) ,para estas mesmas condições , que mostram o inverso da velocidade da frente de solidificação.Nota-se comparando as figuras [4.31] (a) e (b) a diminuição do tempo local com o aumento do coeficiente de transferência de calor .

Nas figuras [4.33] (a) e (b) são apresentados resultados semelhantes para as ligas Al-4,5% Cu e Al-1% Si, para coeficiente de transferência de calor igual a  $2000(\text{W/m}^2\text{K})$  .

Comparando-se as figuras [4.31] (b) e[4.33] (a), nota-se que a liga Al- 4,5% Cu por ter um intervalo de solidificação maior apresenta dendritas mais longas e portanto tempo local de solidificação maior .

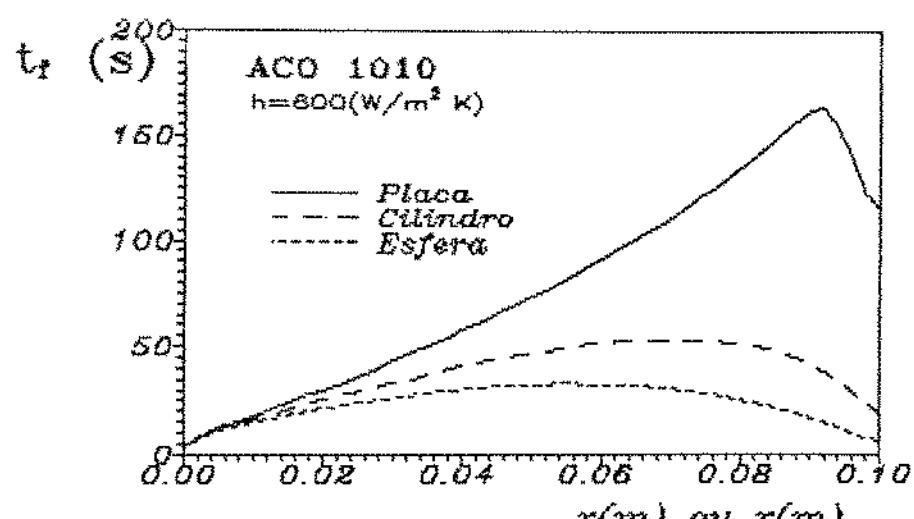


(a)

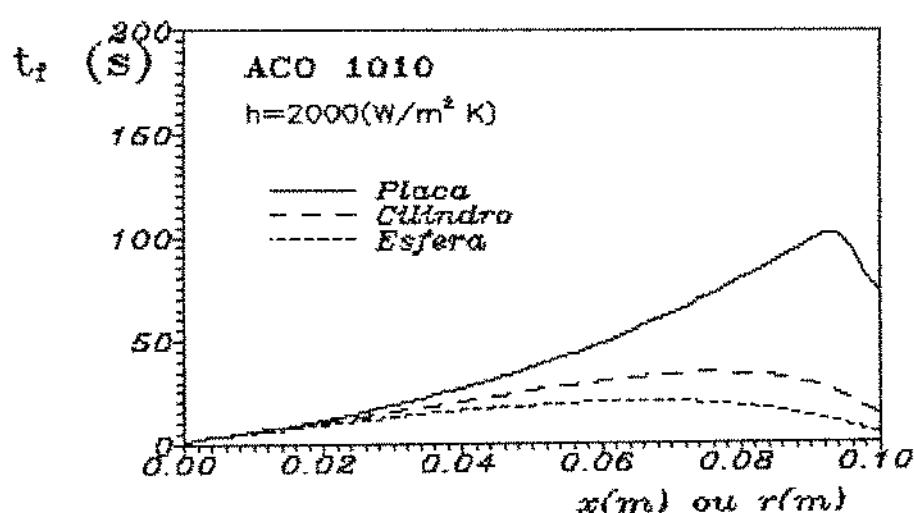


(b)

FIGURA 4.30 - Variações da velocidade de avanço da frente de solidificação

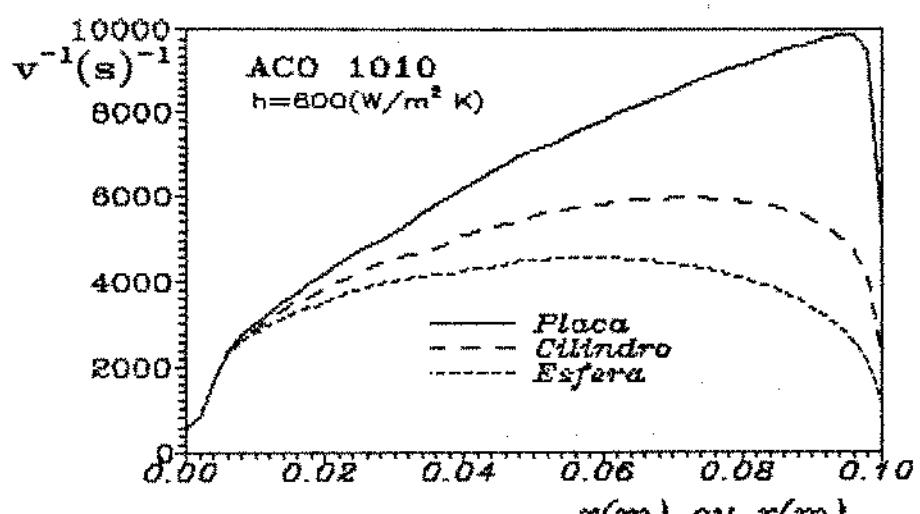


(a)

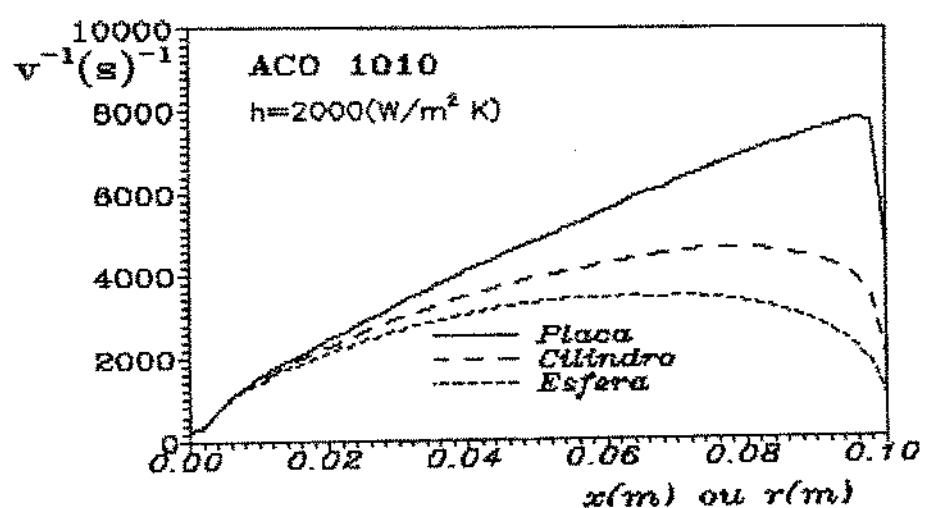


(b)

FIGURA 4.31 – Variações do tempo local de solificação durante o processo

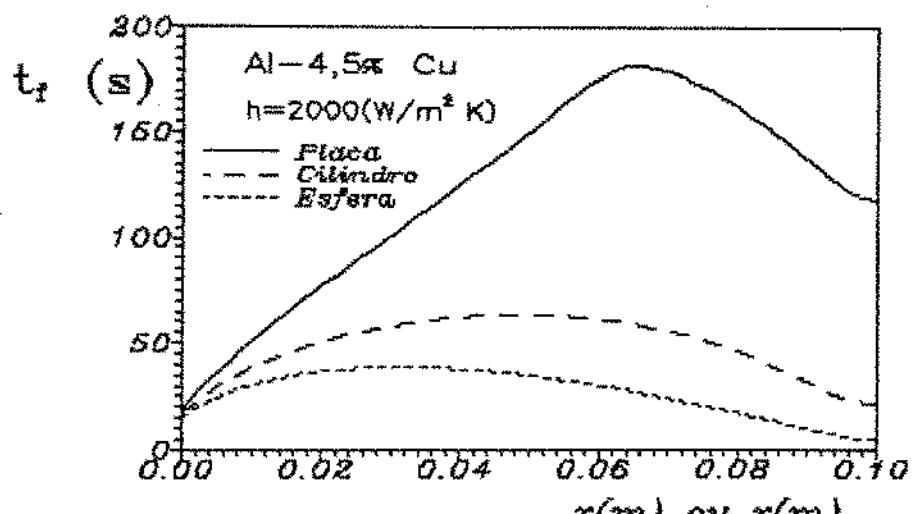


(a)

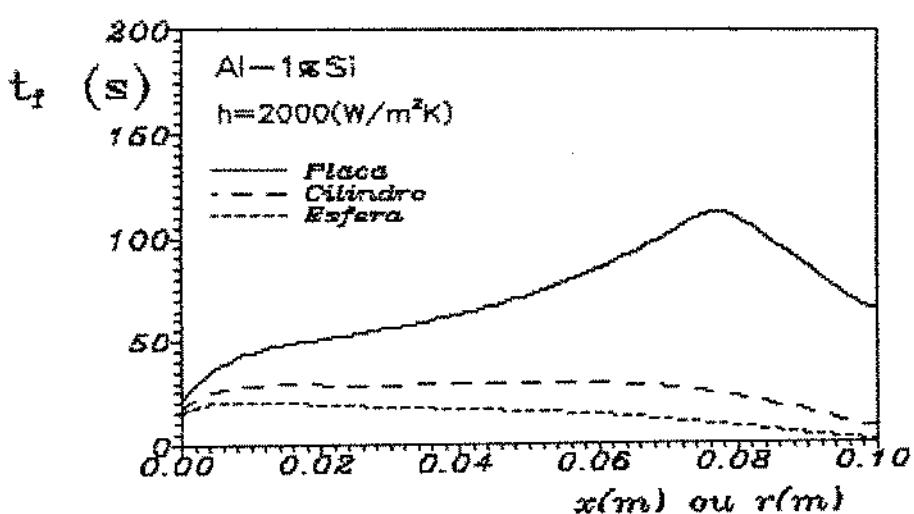


(b)

FIGURA 4.32 – Variações do inverso da velocidade de avanço da frente de solidificação durante o processo



(a)



(b)

FIGURA 4.33 – Variações do tempo local de solidificação durante o processo

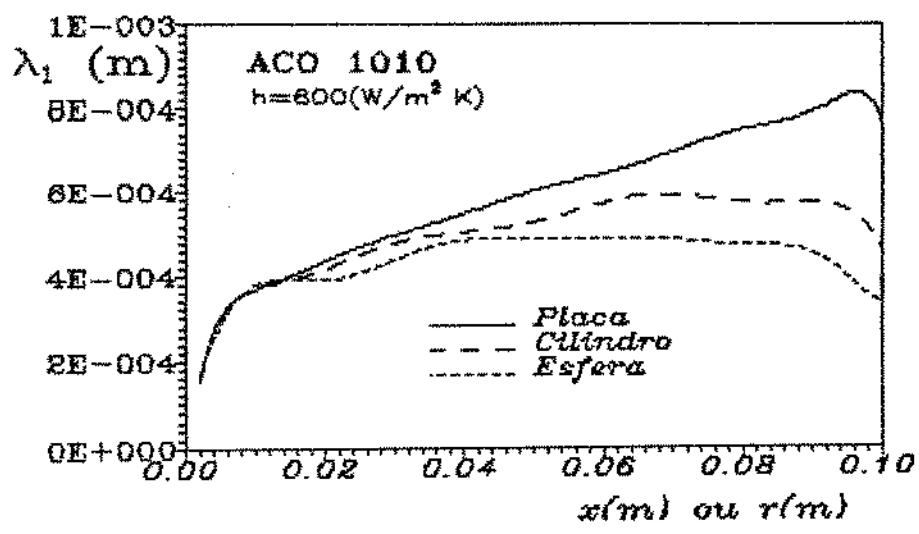
Uma vez determinados estes parâmetros básicos do processo de solidificação, podem ser então determinados os parâmetros relativos à microestrutura .

Nas figuras [4.34] (a) e (b) são apresentados, para o aço, as variações do espaçamento primário , $\lambda_1$  , para as três geometrias, considerando respectivamente coeficiente de transferência de calor igual a 600 e 2000(W/m<sup>2</sup>K) . Pode-se notar que a esfera apresenta um espaçamento primário menor do que o cilindro e este do que da placa , o que é de se esperar já que o espaçamento primário varia com o inverso da velocidade conforme pode ser observado nas equações (3.41) e (3.42) . Nota-se também que o espaçamento primário cai no final do processo para as três geometrias , o que também pode ser explicado pela sua dependência com o inverso da velocidade . Nota-se também que o espaçamento é menor para coeficiente de transferência maior .

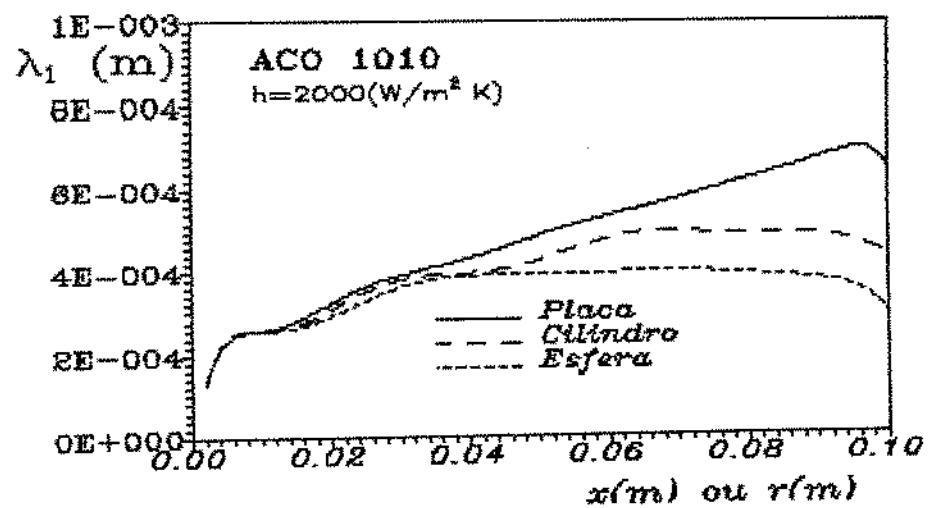
Nas figuras [4.35] e [4.36] são apresentados resultados para as ligas Al-4,5% Cu e Al-1%Si com coeficiente de transferência de calor igual 2000(W/m<sup>2</sup>K) .

Nas figuras [4.37] (a) e (b) são apresentados, para o aço , curvas de variação do espaçamento secundário, respectivamente para coeficiente de transferência de calor igual a 600 e 2000(W/m<sup>2</sup>K) . Nota-se que a esfera apresenta o espaçamento secundário menor do que o cilindro e este menor do que a placa , e que o espaçamento cai no final do processo para as tres geometrias . Este comportamento é explicado pela dependência direta do espaçamento sencudário do tempo local de solidificação, conforme pode ser observado na equação (3.44). Na comparação das curvas (a) e (b) pode-se observar que o espaçamento secundário não apresenta uma variação muito grande com a variação do coeficiente de transfênciia de calor , enquanto os tempos locais apresentam uma variação bastante grande . Isto pode ser explicado porque o espaçamento secundário varia com a raiz cúbica do tempo local .

Nas figuras [4.38] (a) e (b) são mostrados resultados análogos para as ligas Al-4,5%Cu e Al-1%Si,considerando coeficiente de transferência de calor igual a 2000(W/m<sup>2</sup>K) .

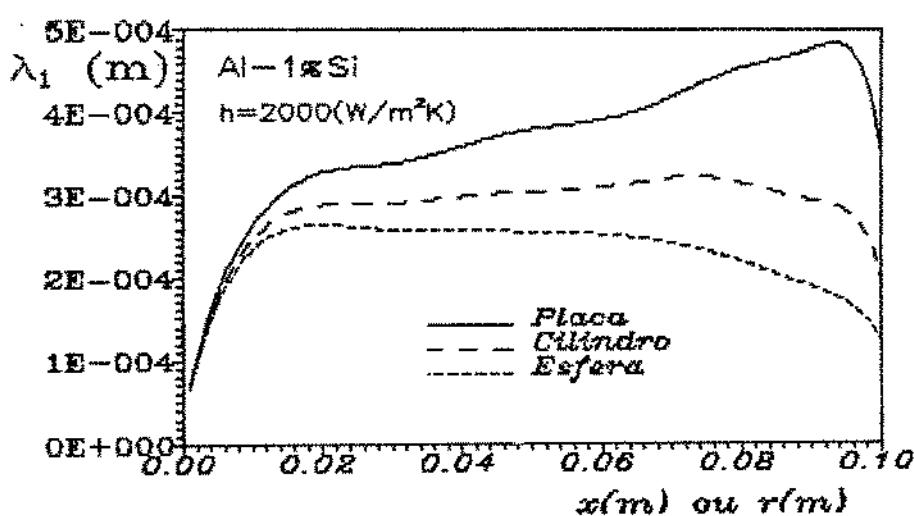
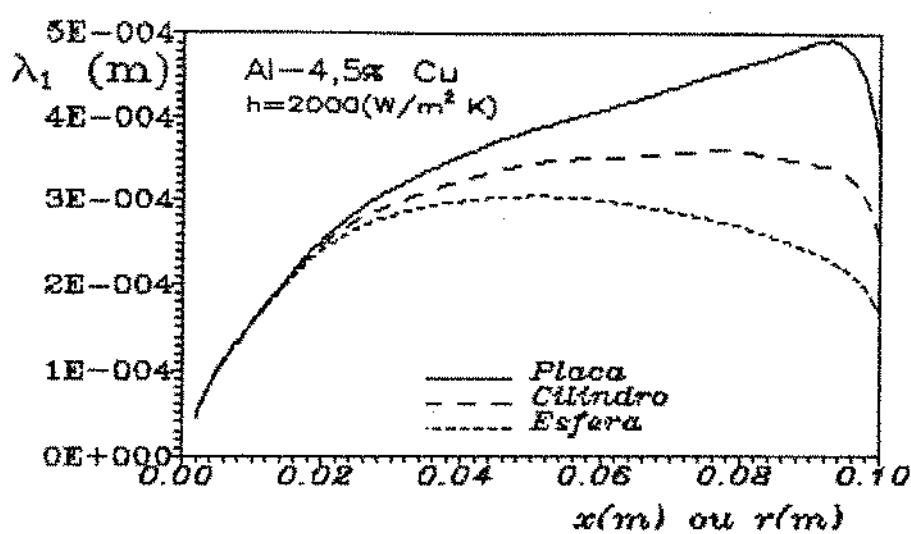


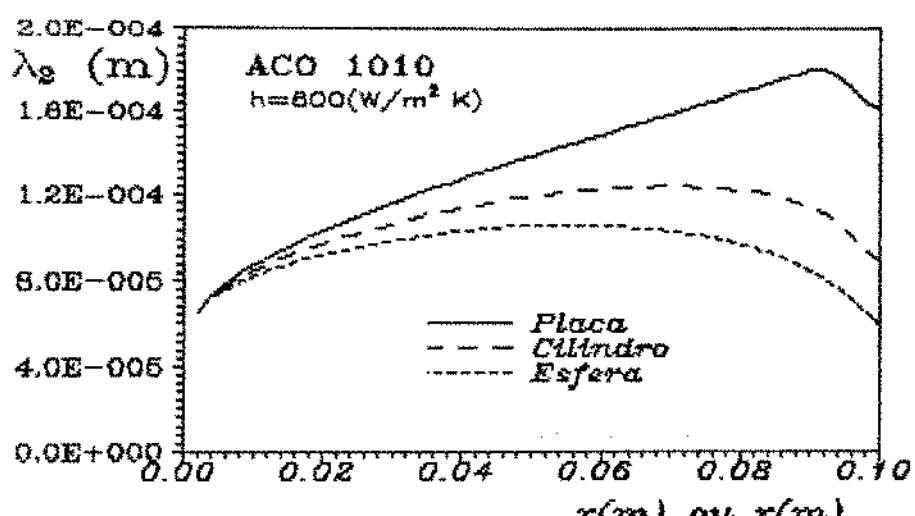
(a)



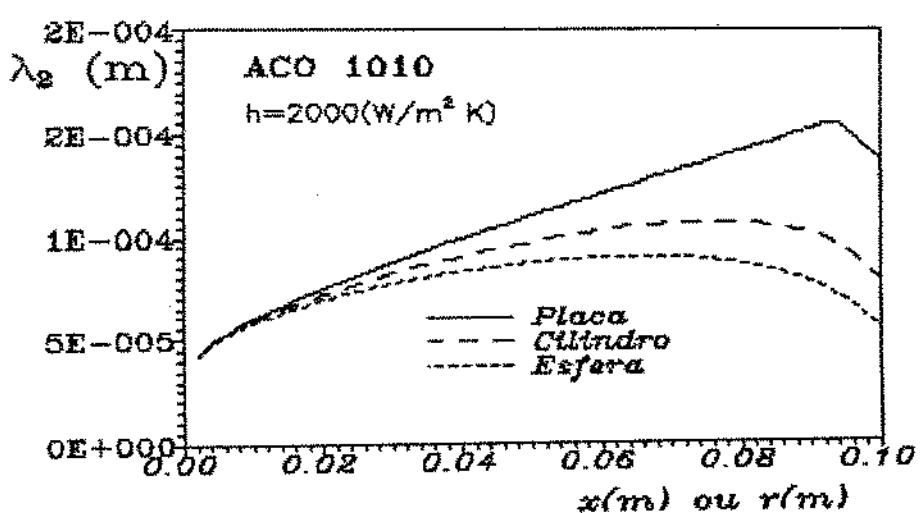
(b)

FIGURA 4.34 – Variações do espaçamento dendrítico primário durante o processo de solidificação



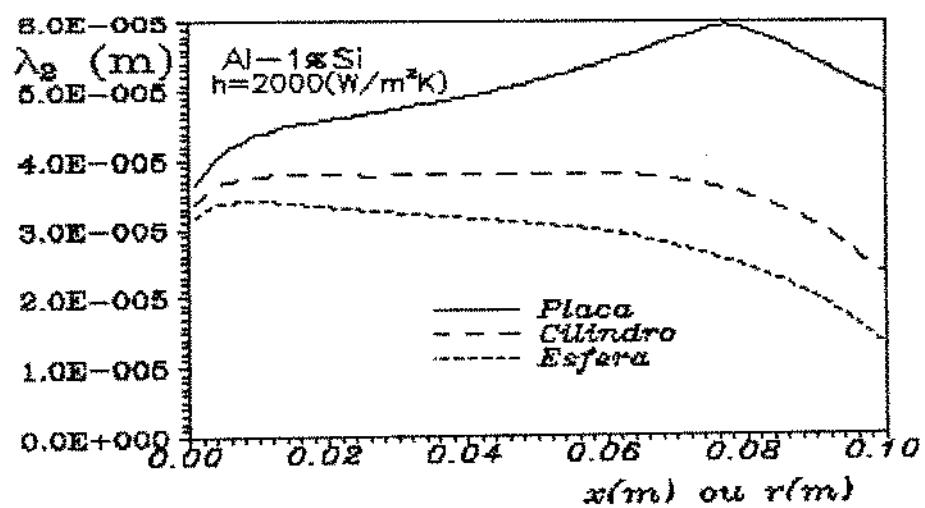
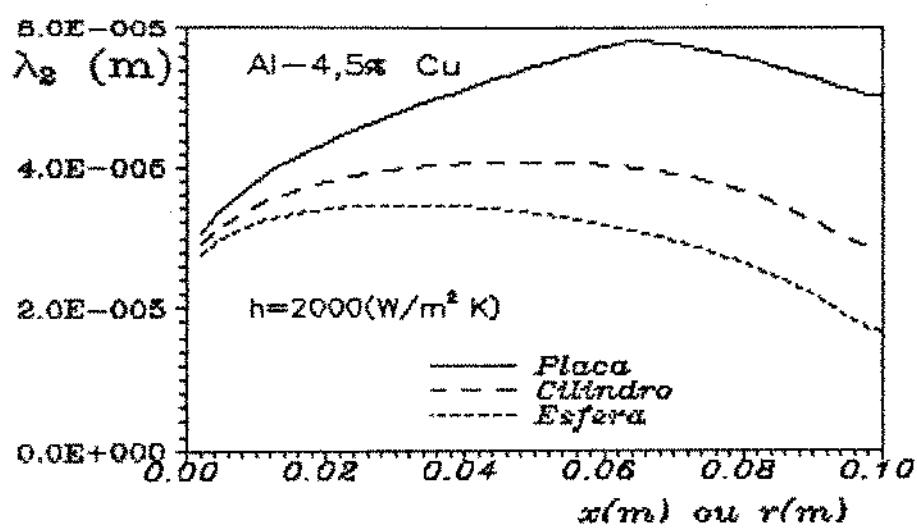


(a)



(b)

FIGURA 4.37 – Variações do espaçamento dendrítico secundário durante o processo de solidificação



E finalmente a partir dos espaçamentos primário e secundário , podem ser determinados os parâmetros mais diretamente ligados a microporosidade: a tortuosidade , $\tau$  , e a permeabilidade,  $K$  , dos canais interdendriticos .

Serão apresentados a seguir as variações da tortuosidade e da permeabilidade dos canais interdendriticos durante a solidificação , para as três geometrias , considerando o fluxo de metal líquido paralelo e normal aos canais interdendriticos ( ver figura [3.5]).

No caso da placa o fluxo paralelo ocorre quando a mesma é solidificada unidirecionalmente a partir da face inferior. O fluxo normal ocorre quando a placa é solidificada com o calor sendo extraído pelas faces laterais .

No caso do cilindro pode ocorrer um fluxo paralelo aos canais interdendriticos , quando este é solidificado em posição horizontal . E o fluxo normal ocorre quando o mesmo é solidificado na posição vertical , e com extração de calor radial em ambos os casos . Evidentemente , o caso mais comum na solidificação de lingotes cilíndricos é o fluxo normal .

No caso da esfera ocorrem simultaneamente fluxo paralelo e normal , mas neste trabalho ,para efeito de análise foram calculados separadamente .

Nas figuras [4.40] [4.41] [4.42] são mostrados para o aço as curvas de variação da tortuosidade em diferentes pontos da peça ,considerando fluxo normal e paralelo, respectivamente para placas , cilindros e esferas , considerando coeficiente de transferência de calor igual a  $600(\text{W/m}^2\text{K})$  . Pode ser observado que as curvas de variação da tortuosidade são muito semelhantes para as diferentes posições indicando que a variação da tortuosidade não depende sensivelmente da posição . Isto pode ser melhor compreendido considerando que a tortuosidade varia com a relação entre o espaçamento primário e o secundário , conforme as equações (3.47) e (3.49) . Observando as curvas de variação do espaçamento primário e secundário , nas figuras [4.34] (a) e [4.37] (a) ,pode-se perceber que a forma de variação dos dois

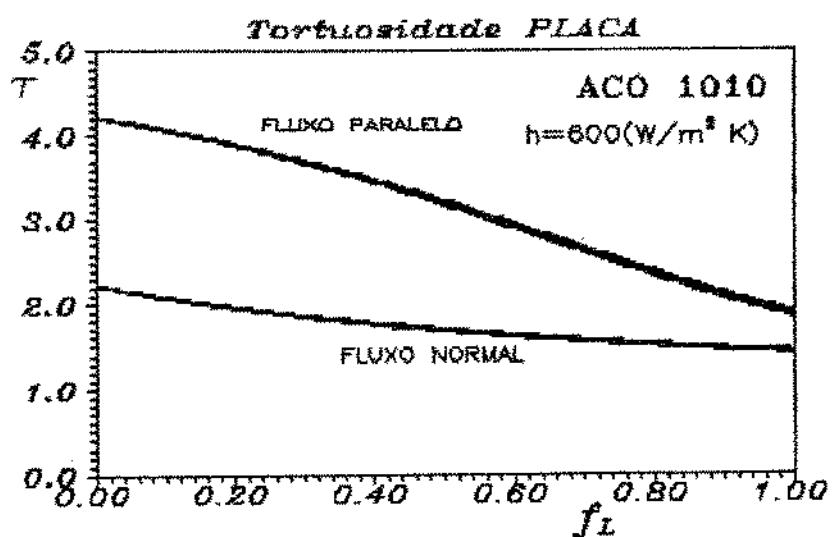


FIGURA 4.40 – Variações da tortuosidade com a fração líquida em diferente pontos da peça

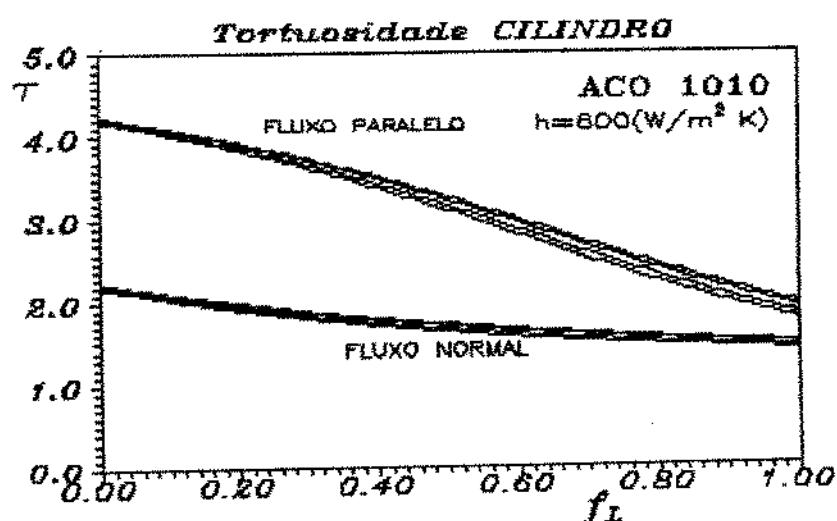


FIGURA 4.41 – Variações da tortuosidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

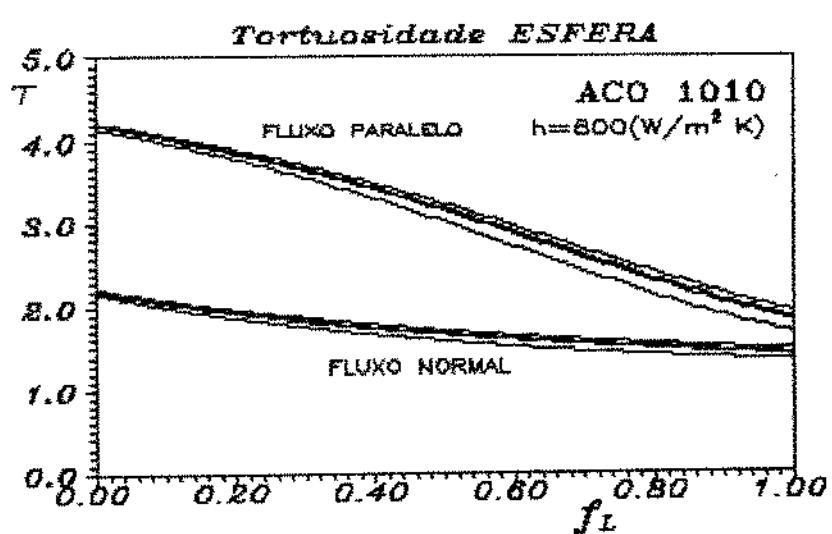


FIGURA 4.42 – Variações da tortuosidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

espaçamentos com a posição é semelhante fazendo com que a relação entre ambos não varie muito , tal fato foi confirmado armazenando durante a processamento do programa os valores da relação  $\lambda_z / \lambda_1$  , conforme mostrado na figura [4.43] .

Fica evidente para as três geometrias a grande diferença da tortuosidade quando se considera fluxo paralelo e normal aos ramos dendríticos primários .

Comparando as figuras das três geometrias verifica-se também que a tortuosidade não varia sensivelmente, pelo mesmo motivo . Isto fica mais evidenciado observando as figuras [4.44] (a) e (b) que mostram a variação da tortuosidade no centro da peça tanto para fluxo paralelo quanto para fluxo normal.

Nas figuras [4.45] ,[4.46] e [4.47] são mostrados resultados análogos aos das figuras [4.40],[4.41] e [4.42] , para coeficiente de transferência de calor igual a  $2000(\text{W}/\text{m}^2\text{K})$ . Comparando-se estas figuras não houve uma variação da tortuosidade com a variação do coeficiente de transferência de calor . A razão é que apesar dos espaçamentos primário e secundário variarem sensivelmente com o coeficiente de transferência de calor, a relação entre eles não apresenta uma diferença muito grande .

Foram calculadas também para as tortuosidades para as ligas Al-4.5% Cu e Al-1% Si apresentando resultados bem semelhantes.

Uma vez determinada a variação da tortuosidade pode-se determinar também a variação da permeabilidade dos canais interdendríticos em função da fração de líquido . Utilizando as equações (3.48) e (3.50) .

Quanto maior a permeabilidade maior a probabilidade do fluxo de metal líquido preencher os canais interdendríticos , para compensar a contração do metal durante a solidificação . Assim pode-se ter uma idéia,dos locais onde haverá mais probabilidade de formação de microporosidades , analisando as curvas de variação da permeabilidade .

Nas figuras [4.48], [4.49] e [4.50] são apresentadas , para o aço, as variações da permeabilidade em

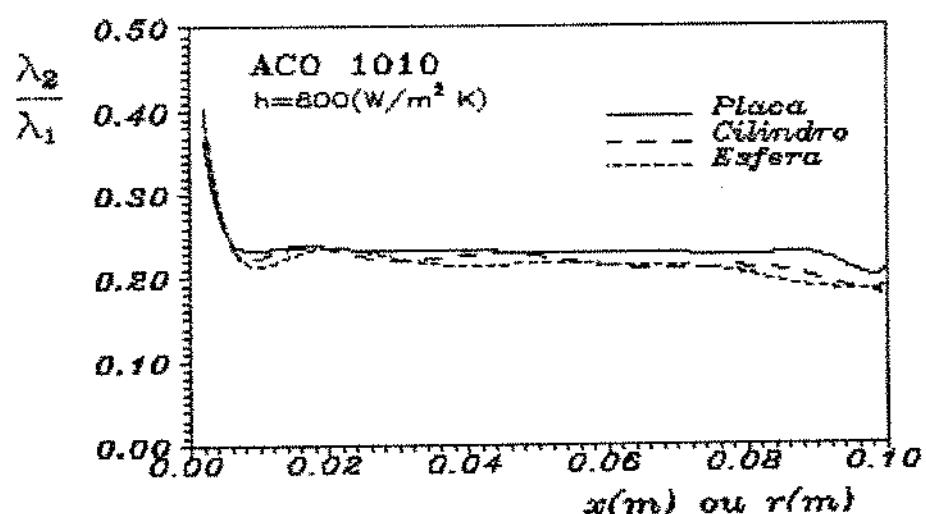
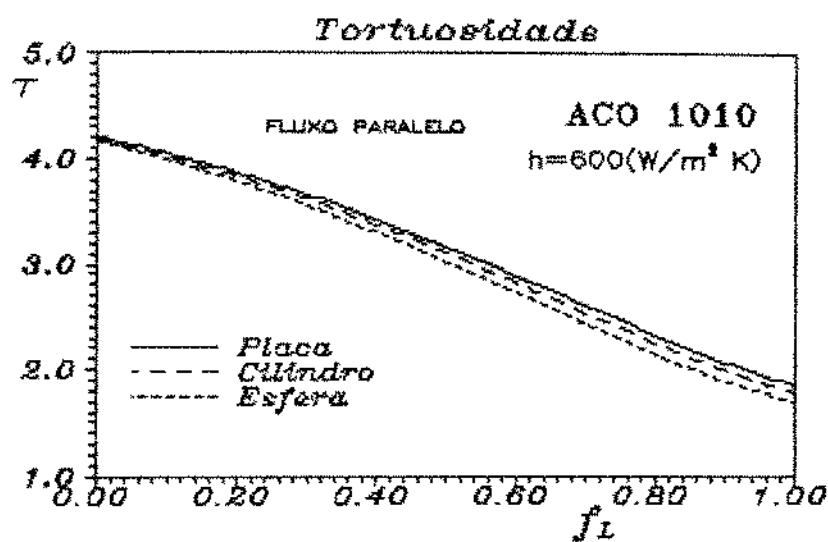
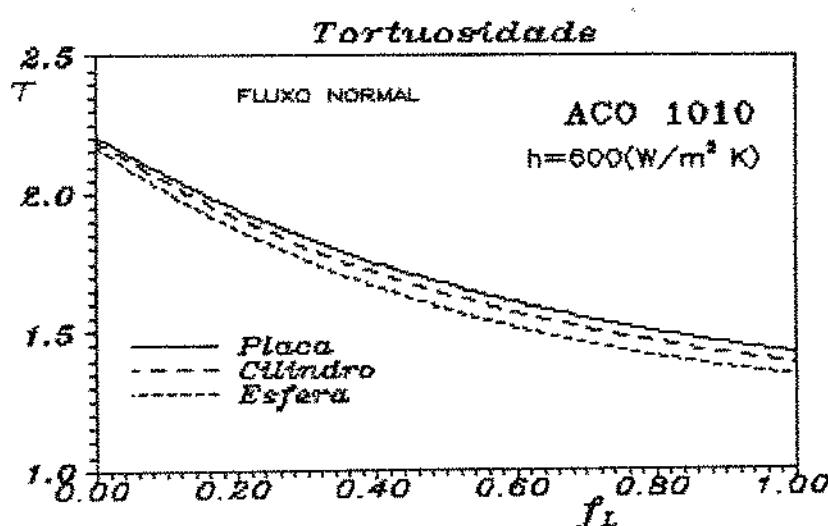


FIGURA 4.43 – Variações da relação  $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$  com a espessura solidificada para as três geometrias



(a)



(b)

**FIGURA 4.44 – Variações da tortuosidade no centro da peça com a fração líquida**

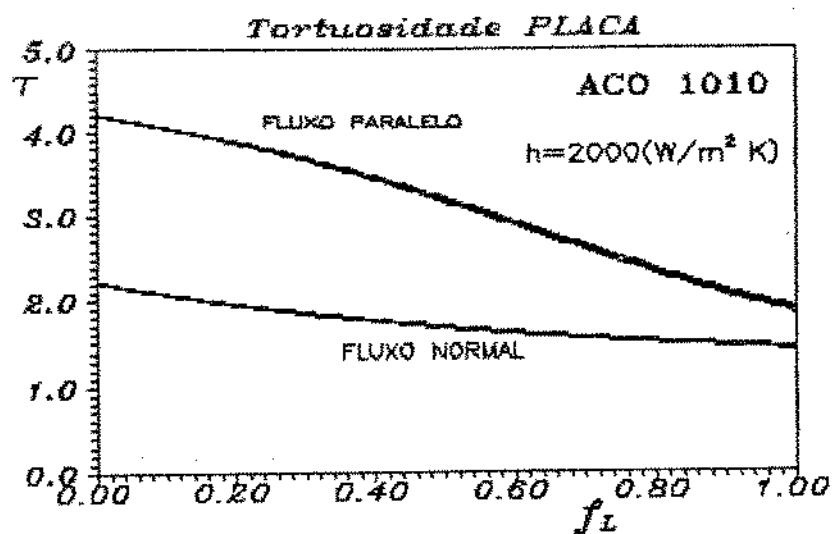


FIGURA 4.45 – Variações da tortuosidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

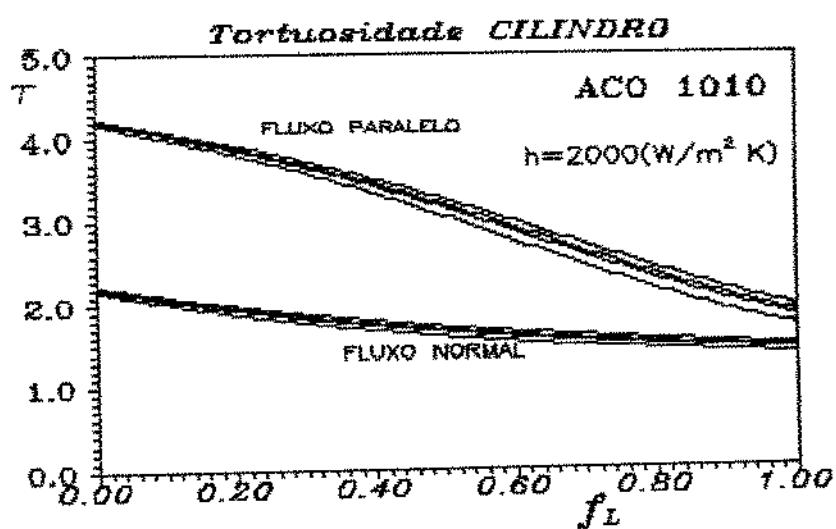
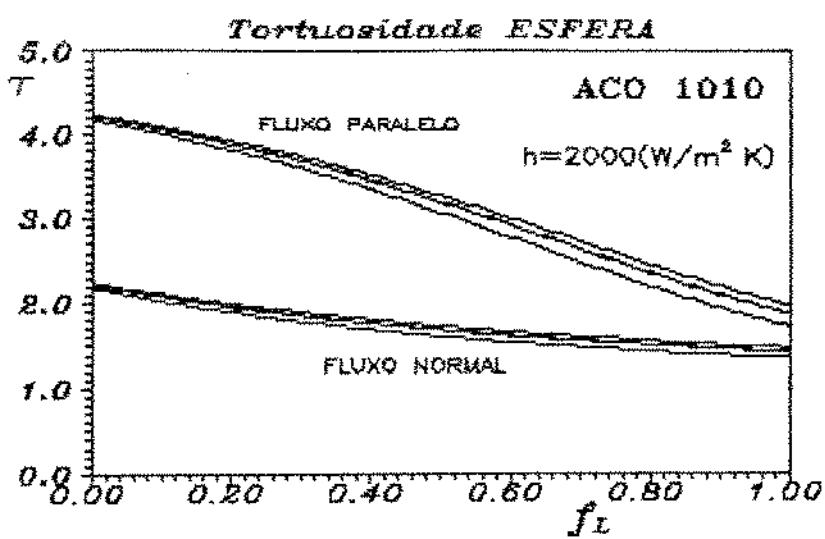
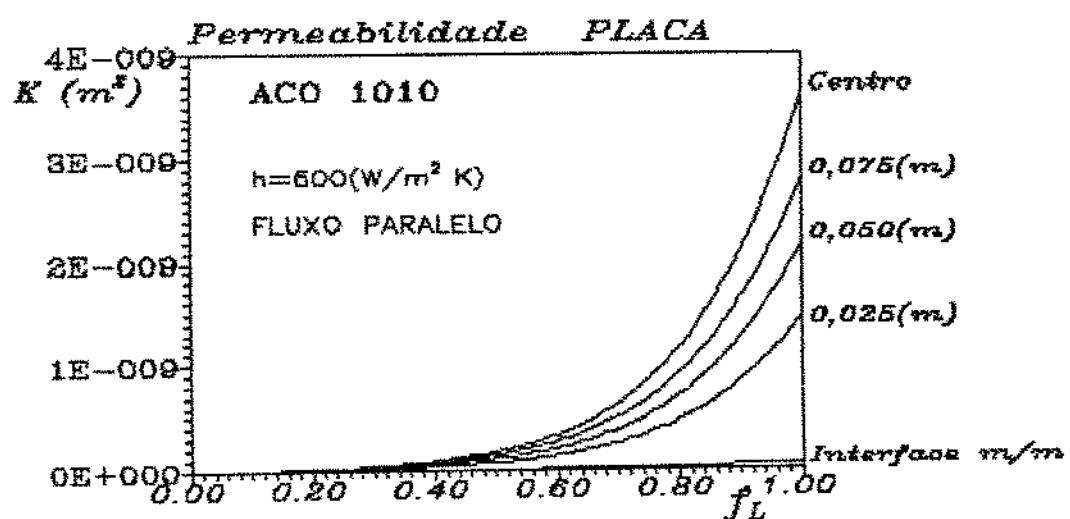


FIGURA 4.46 – Variações da tortuosidade com a fração líquida em diferente pontos da peça



**FIGURA 4.47 – Variações da tortuosidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça**



**FIGURA 4.48 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça**

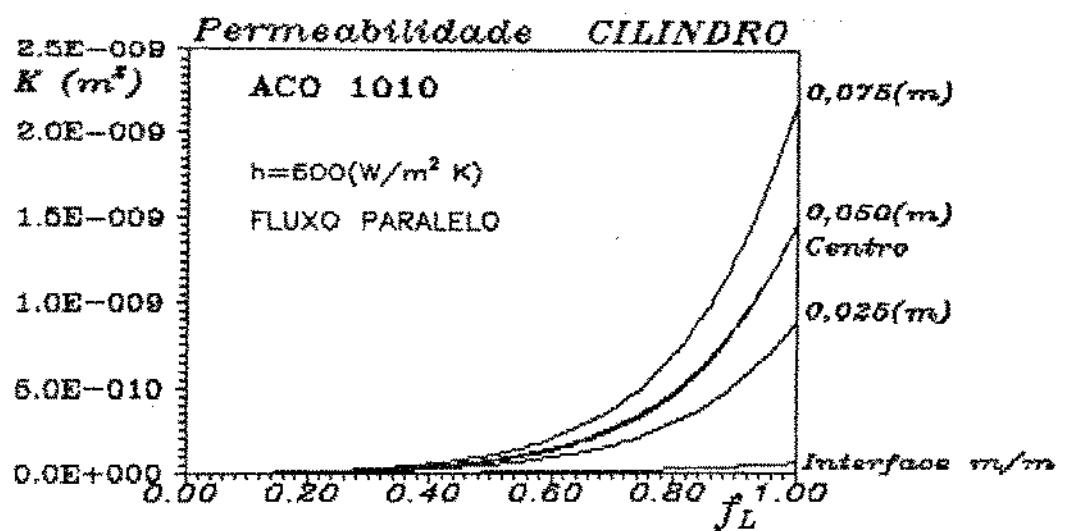


FIGURA 4.49 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

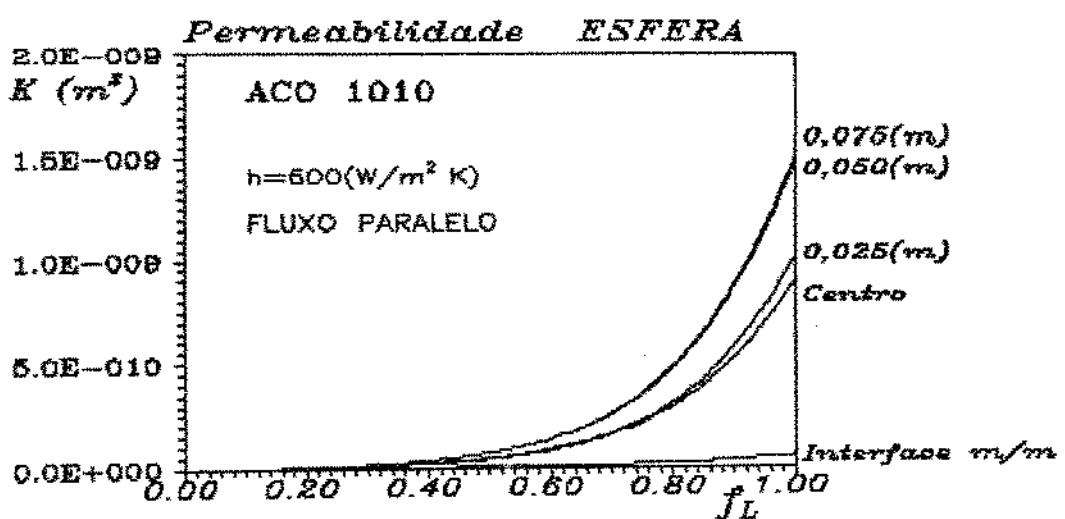


FIGURA 4.50 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

função da fração de líquido , em diferentes posições, considerando fluxo de metal líquido paralelo aos canais interdendríticos, respectivamente para placas , cilindros e esferas , para coeficiente de transferência de calor igual a  $600(\text{W/m}^2\text{K})$  .

As curvas indicam que para cada posição a permeabilidade cai a medida que a fração líquida diminui, como é de se esperar .

No caso da placa (figura [4.48]) ,nota-se que a permabilidade cresce da superfície para o centro da peça , indicando que a probabilidade de formação de microporosidade decresce da superfície para o centro da placa . Já no caso do cilindro (figura [4.49]) , nota-se que há uma inversão no comportamento da permeabilidade , ou seja , a curva de variação da permeabilidade no centro da peça (0,10 m) se situa abaixo da curva de permeabilidade à 0,075 m da superfície , indicando que a possibilidade de se formar microporosidade decresce inicialmente durante a solidificação , mas volta a aumentar quando a frente de solidificação se aproxima do centro da peça . Este tipo de comportamento é ainda mais acentuado no caso da esfera (figura [4.50]). Este comportamento é explicado pelo aumento da velocidade de solidificação no final do processo , que é mais drástico para o cilindro e a esfera , provocando uma diminuição nos espaçamentos primários o que dificulta o fluxo de metal líquido .

Nas figuras [4.51] ,[4.52] e [5.53] são apresentados resultados semelhantes considerando fluxo de metal líquido normal aos ramos dendríticos primários . O comportamento é semelhante mas nota-se que os valores da permeabilidade são bem menores , indicando que há uma maior probabilidade de se formar microporosidades quando o fluxo de metal líquido é normal aos ramos dendríticos primários .

Nas figuras [4.54] , [4.55] e [4.56] são mostrados resultados análogos aos das figuras [4.48] ,[4.49] e [4.50] (para fluxo paralelo) , para coeficiente de transferência de calor igual a  $2000(\text{W/m}^2\text{K})$  , mostrando comportamento semelhante . Nota-se

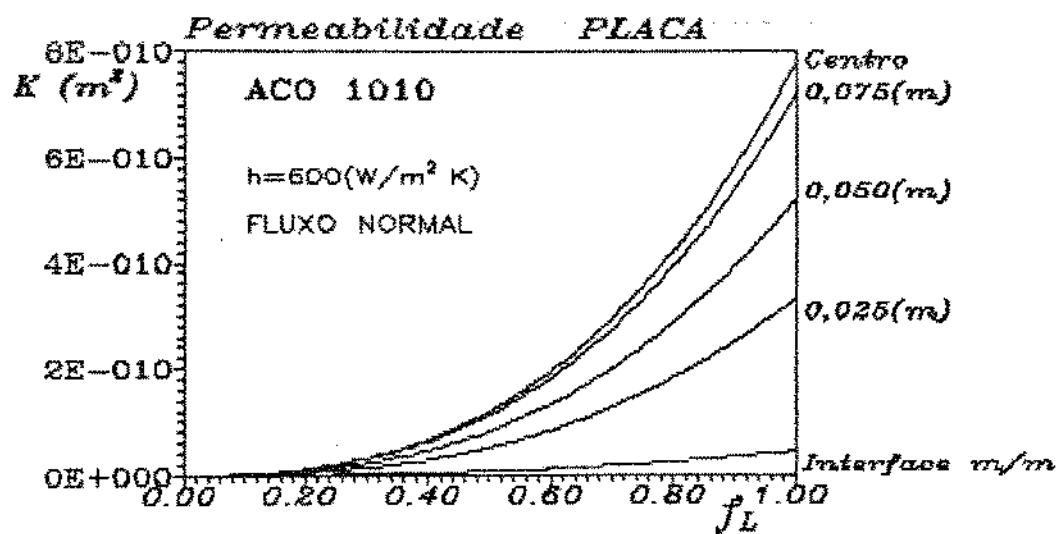


FIGURA 4.51 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

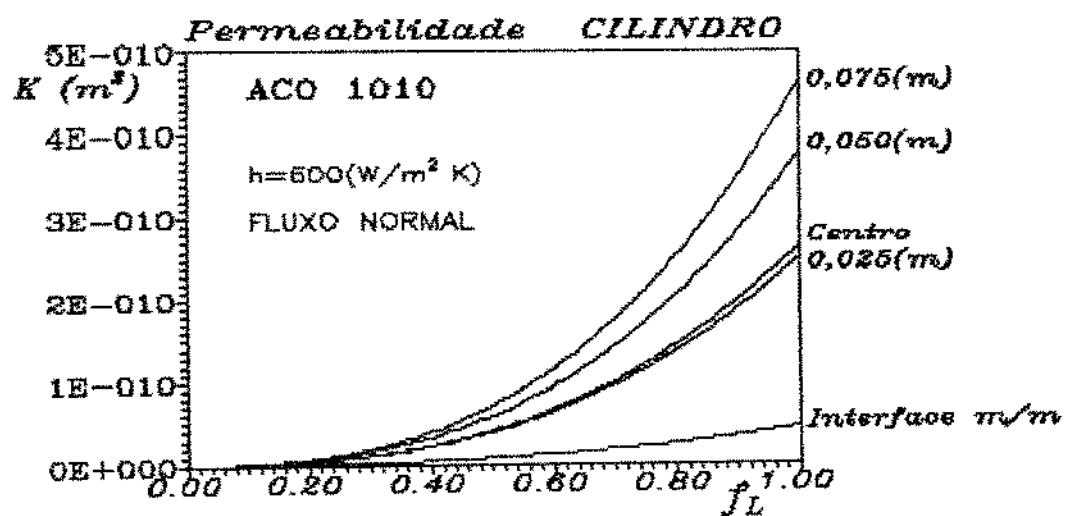


FIGURA 4.52 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

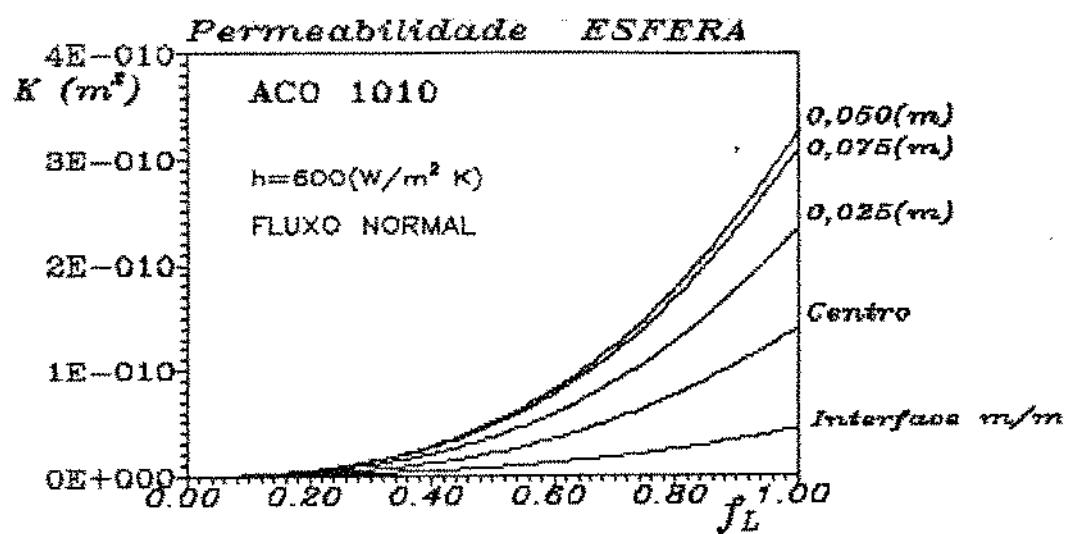


FIGURA 4.53 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

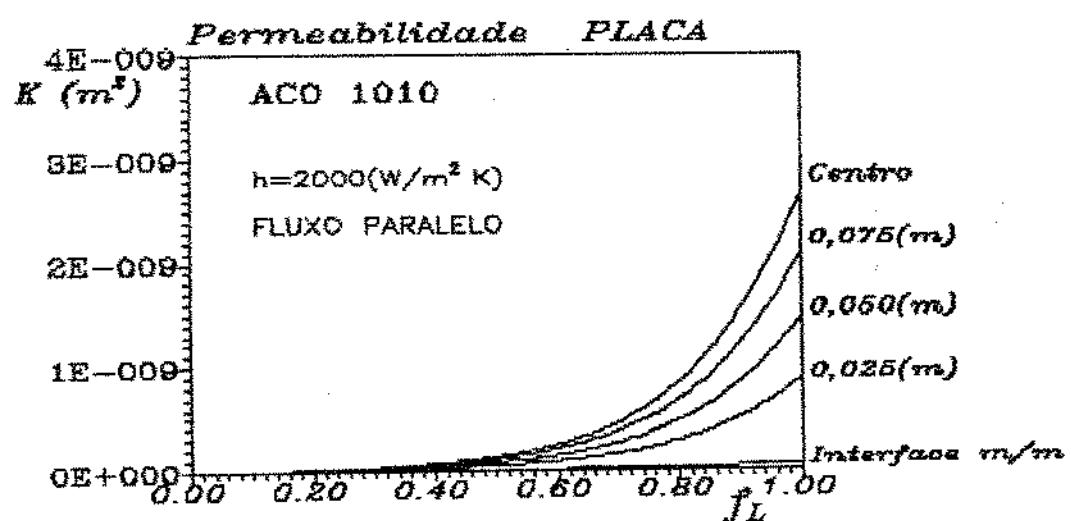


FIGURA 4.54 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

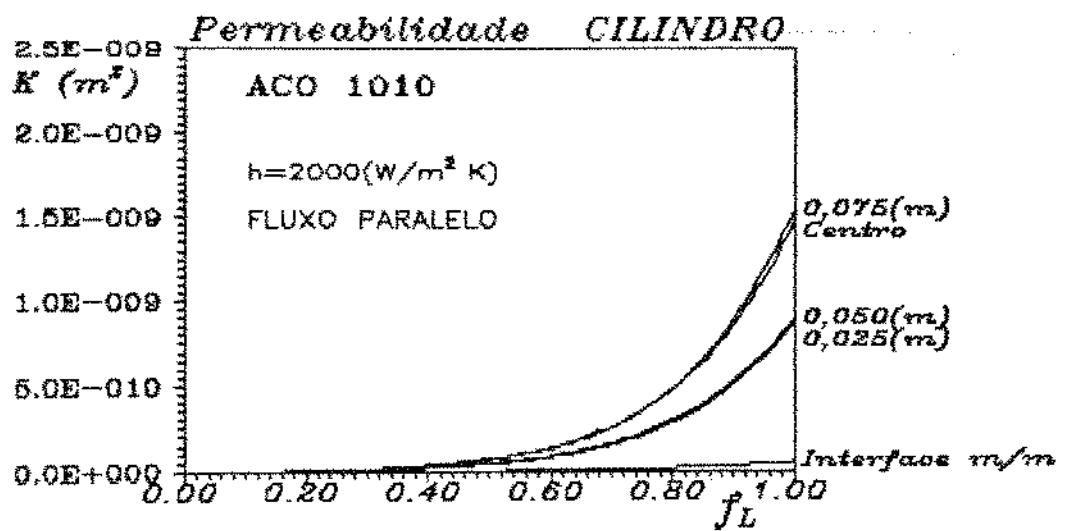


FIGURA 4.55 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

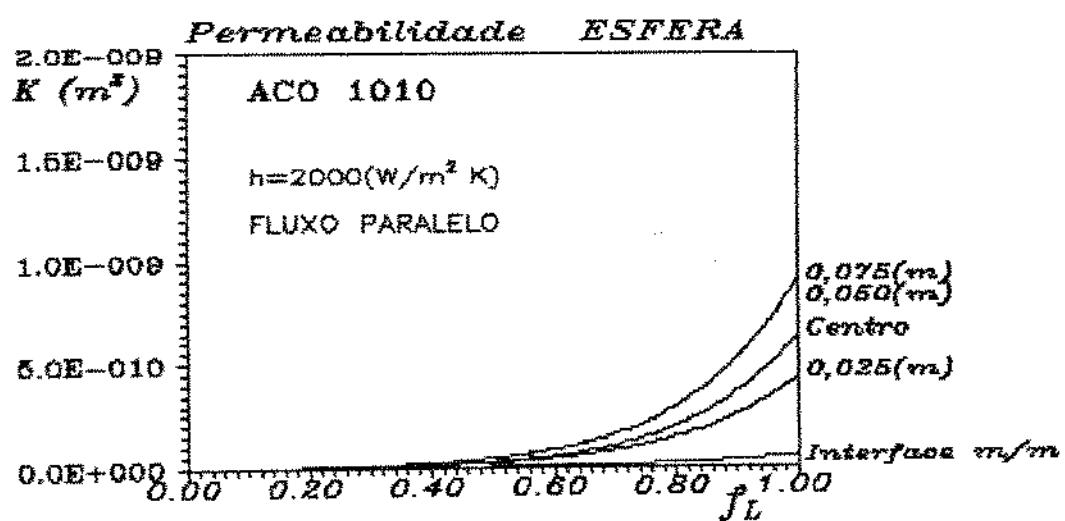


FIGURA 4.56 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

claramente comparando estas figuras que o aumento do coeficiente de transferência de calor provoca um decréscimo da permeabilidade. Isto é explicado pelo aumento da velocidade de solidificação que provoca uma diminuição do espaçamento primário dificultando o fluxo de metal líquido.

As figuras [4.57] , [4.58] e [4.59] são mostrados resultados semelhantes para o fluxo normal , com coeficiente de transferência de calor igual a 2000(W/m<sup>2</sup>K).

Nas figuras [4.60] , [4.61] e [4.62] são apresentadas , para a liga Al-4,5% Cu , variações da permeabilidade , em função da fração líquida , em diversas posições, considerando fluxo de metal líquido paralelo aos canais interdendríticos , respectivamente para placas , cilindros e esferas , e para coeficiente de transferência de calor igual a 600(W/m<sup>2</sup>K) . Comparando com os resultados das figuras [4.54] , [4.55] e [4.56] pode-se notar que a queda da permeabilidade quando se aproxima do centro da peça é mais crítica para a liga de Al-4,5% Cu . Mesmo a placa que não apresenta a inversão para o caso do aço , para a liga Al-4,5% Cu apresenta . Isto pode ser explicado pela maior velocidade de solidificação observada na liga Al-4,5% Cu e também pela quantidade maior de soluto que facilita a formação de estrutura dendrítica . Nas figuras [4.63] , [4.64] e [4.65] são mostrados os resultados análogos para o fluxo normal mostrando a drástica diminuição da permeabilidade .

Nas figuras [4.66] , [4.67] e [4.68] são mostrados os resultados análogos para o Al-1% Si , quando o fluxo é paralelo . Nas figuras [4.69] , [4.70] e [4.71] quando o fluxo é normal , ambos considerando o coeficiente de transferência de calor igual a 2000(W/m<sup>2</sup>K).

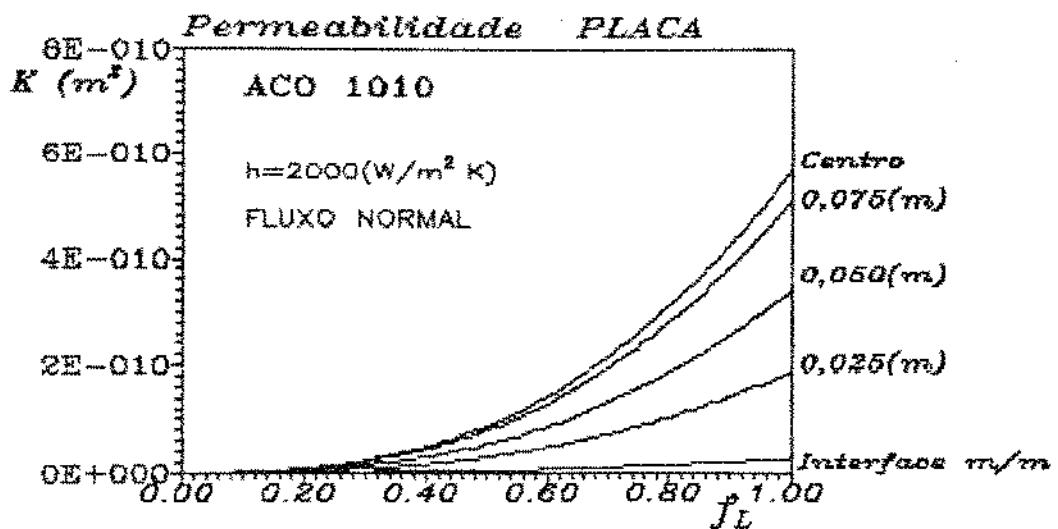


FIGURA 4.57 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

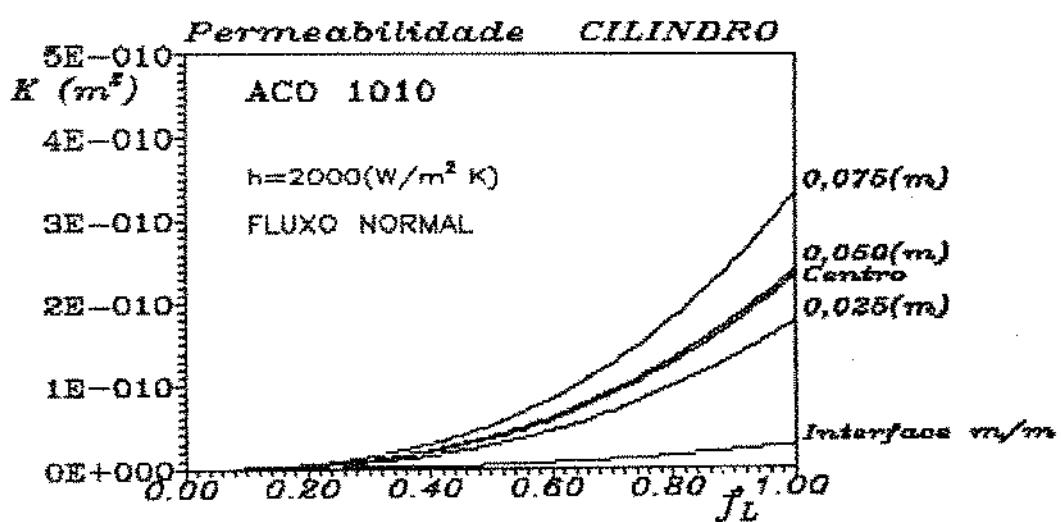


FIGURA 4.58 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

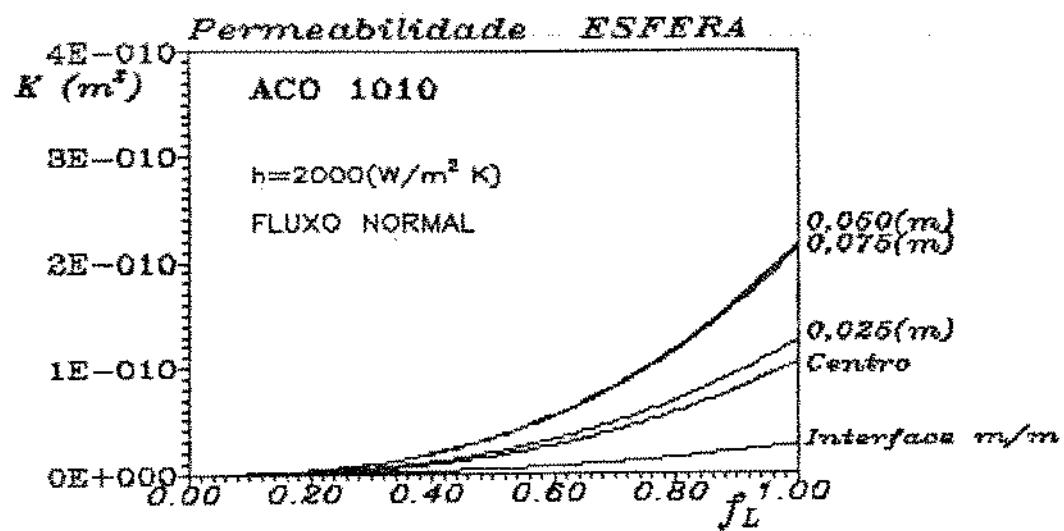


FIGURA 4.59 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

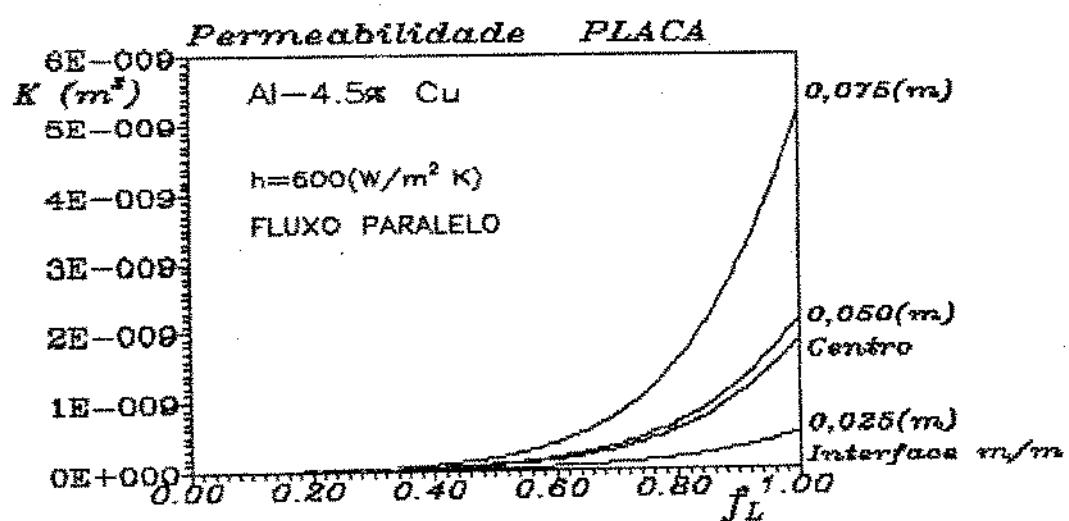


FIGURA 4.60 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

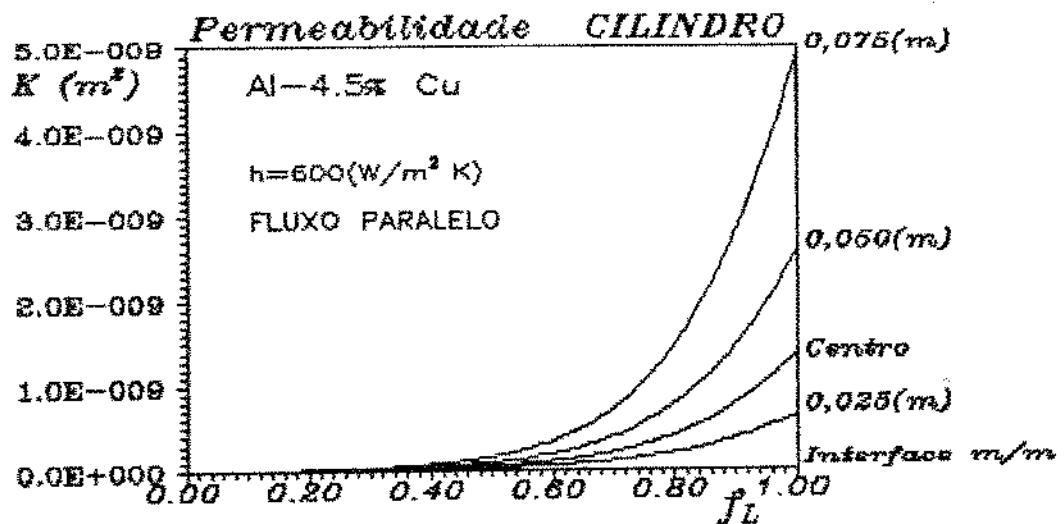


FIGURA 4.61 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

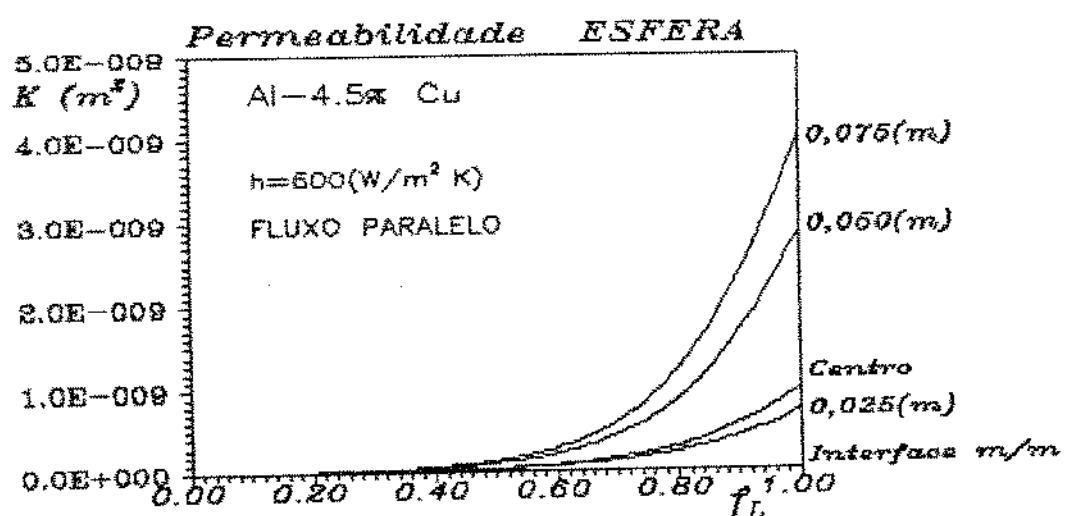


FIGURA 4.62 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

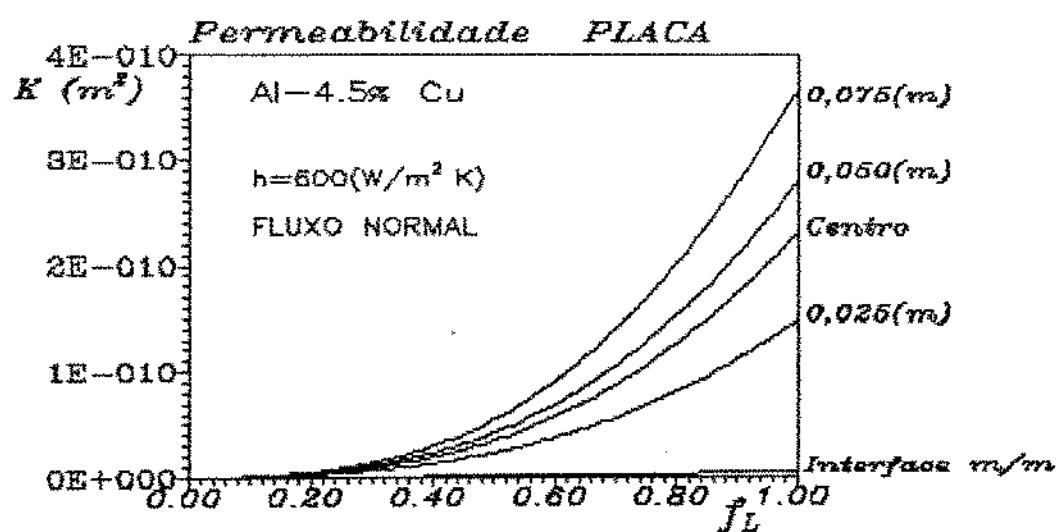


FIGURA 4.63 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

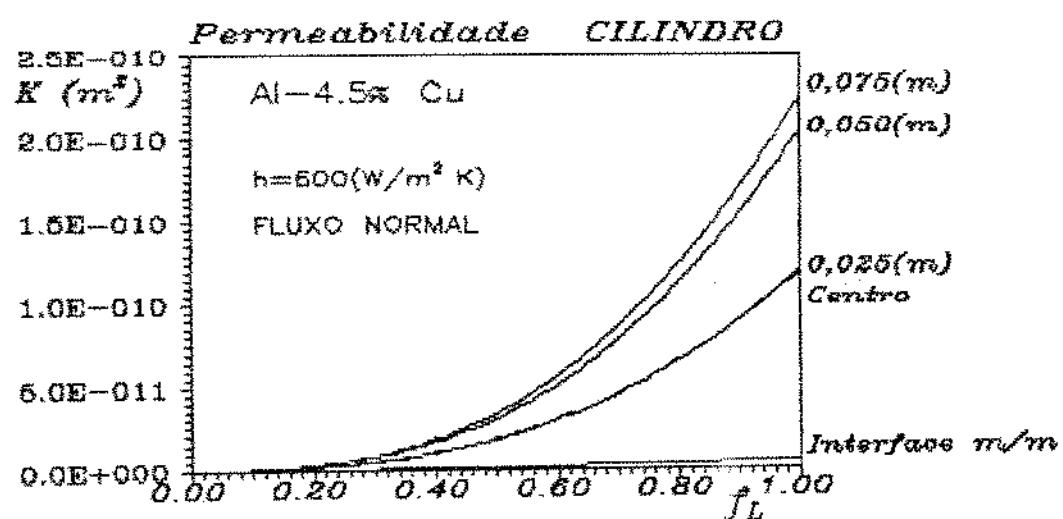


FIGURA 4.64 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

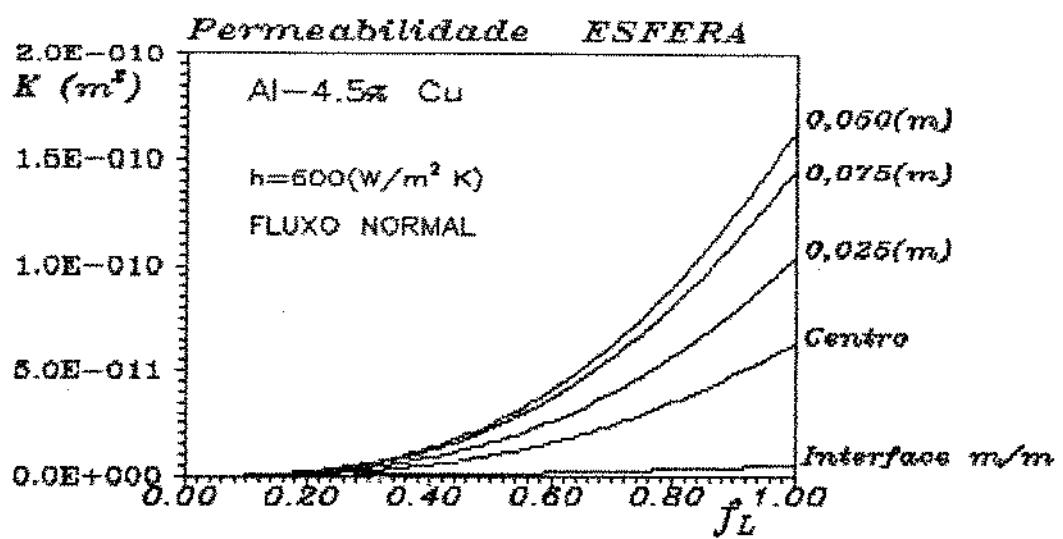


FIGURA 4.65 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

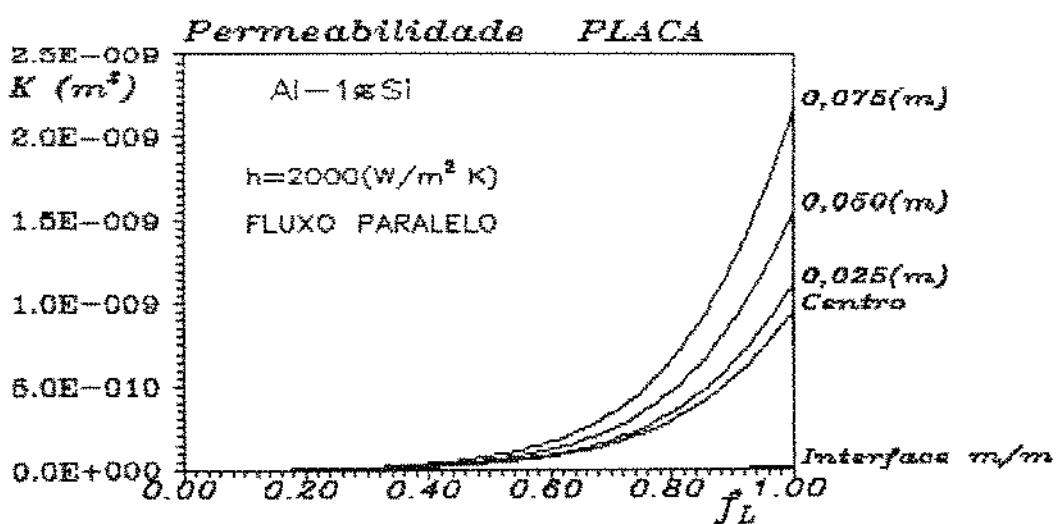


FIGURA 4.66 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

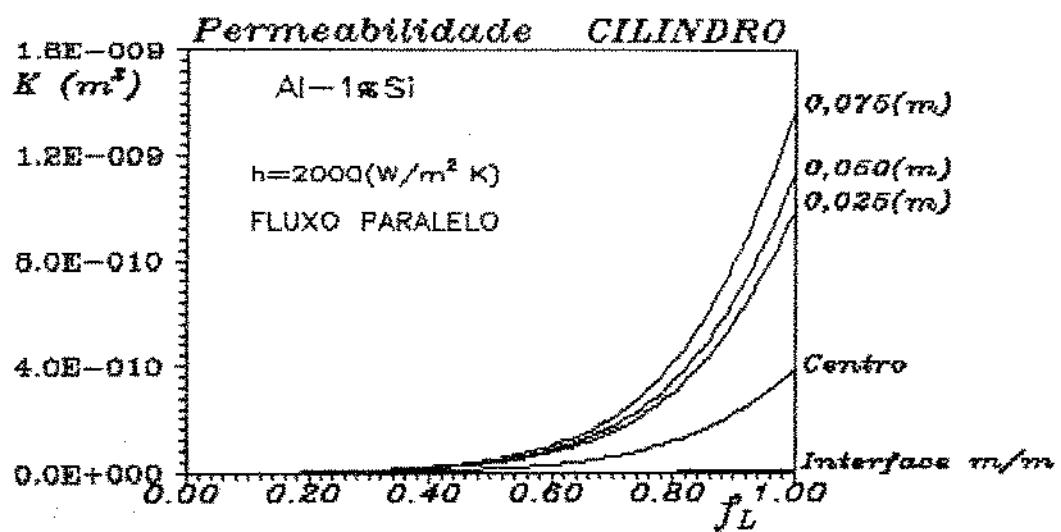


FIGURA 4.67 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

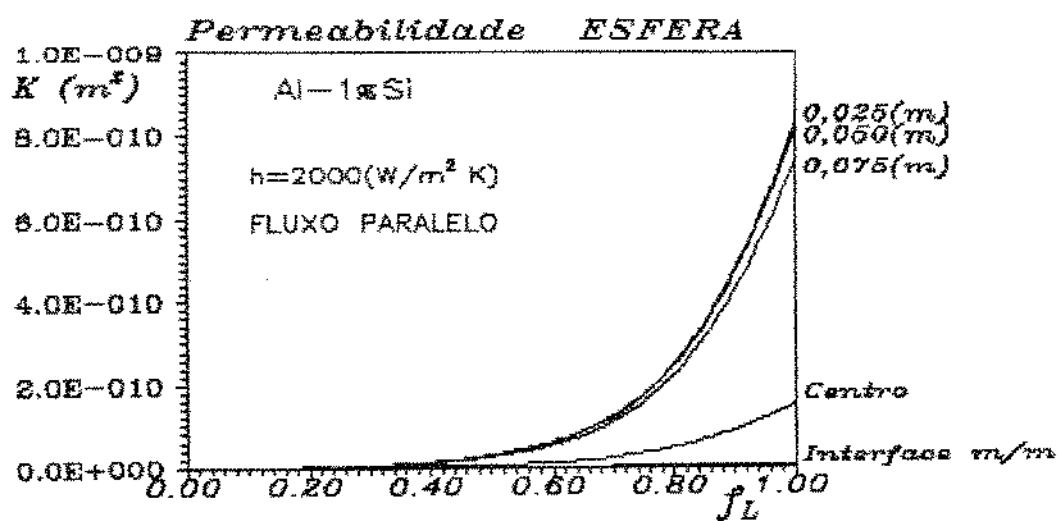


FIGURA 4.68 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

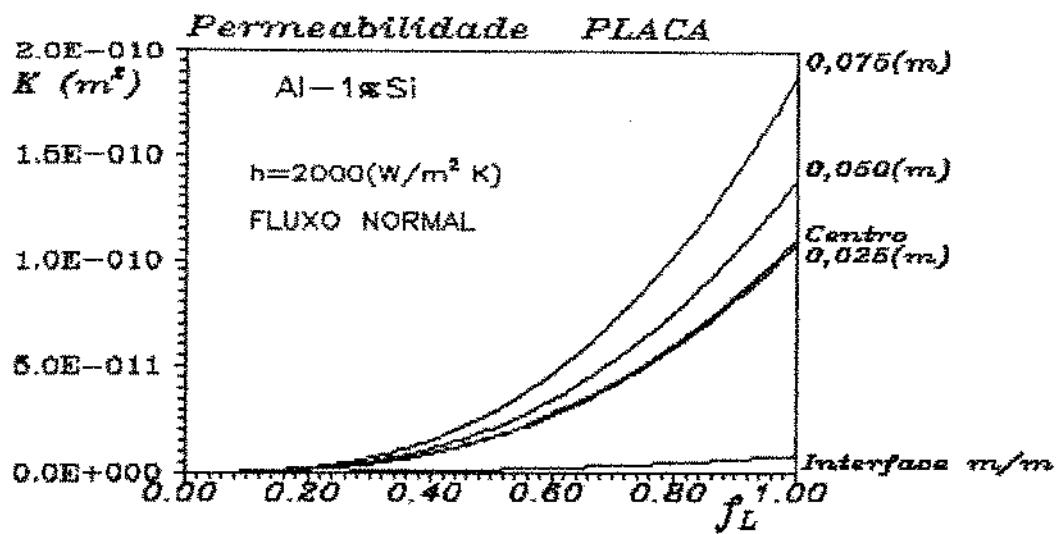


FIGURA 4.69 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

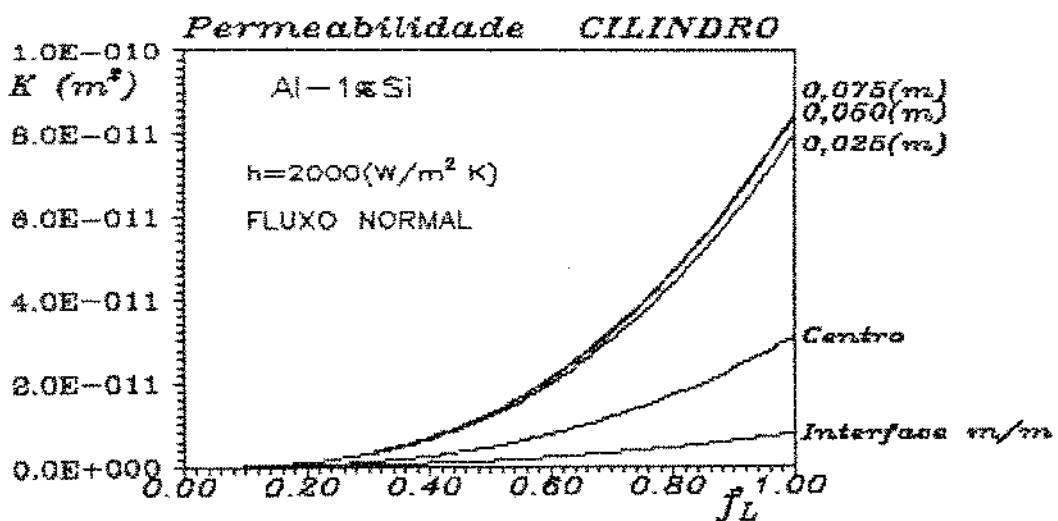


FIGURA 4.70 – Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

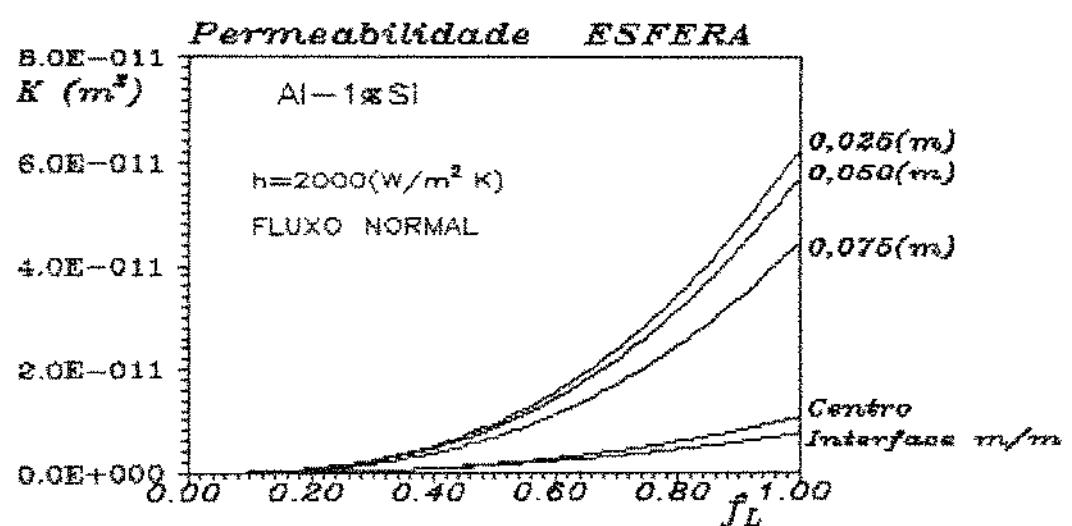


FIGURA 4.71 - Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

## CAPÍTULO 5 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

### 5.1 - Introdução

O modelo desenvolvido permite , como já foi visto no capítulo anterior , a determinação dos principais parâmetros do processo de solidificação , e dos parâmetros estruturais tais como espaçamentos dendríticos primário e secundário e das variações da tortuosidade e da permeabilidade . Apesar dos resultados apresentados referirem-se a um molde refrigerado ,o modelo ,com pequenas modificações , pode ser usado para o estudo de moldes maciços .

A seguir serão apresentados alguns exemplos de aplicação do modelo para análise de variações das características do sistema metal/molde na permeabilidade dos canais interdendríticos .

### 5.2 - Efeito da geometria

Nas figuras [5.1] ,[5.2] ,[5.3] e [5.4] são apresentados os resultados das variações da permeabilidade (fluxo paralelo) para o aço, considerando um coeficiente de transferência de calor igual a  $600(W/m^2K)$  , respectivamente em um ponto muito próximo da interface metal/molde , a 0.025 (m) e a 0.075 (m) desta interface e no centro da peça , para as três geometrias consideradas , ou seja , placas , cilindros e esferas . Nota-se que nesta sequência de resultados que muito próximo da interface o efeito da curvatura não tem influência e a permeabilidade é praticamente igual para as três geometrias . A 0.025(m) da interface metal/molde já se observa uma diferença da permeabilidade da placa em relação a permeabilidade das geometrias

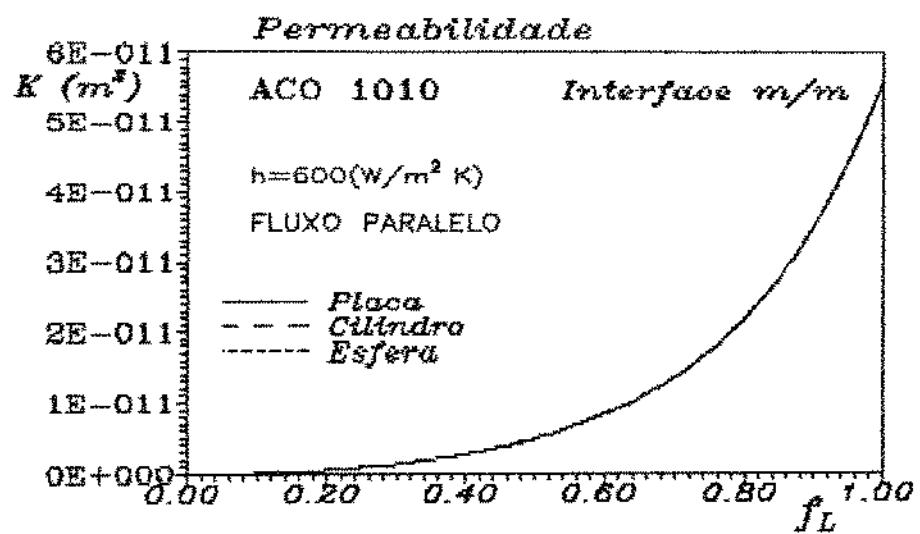


FIGURA 5.1 – Variações da permeabilidade com a fração líquida

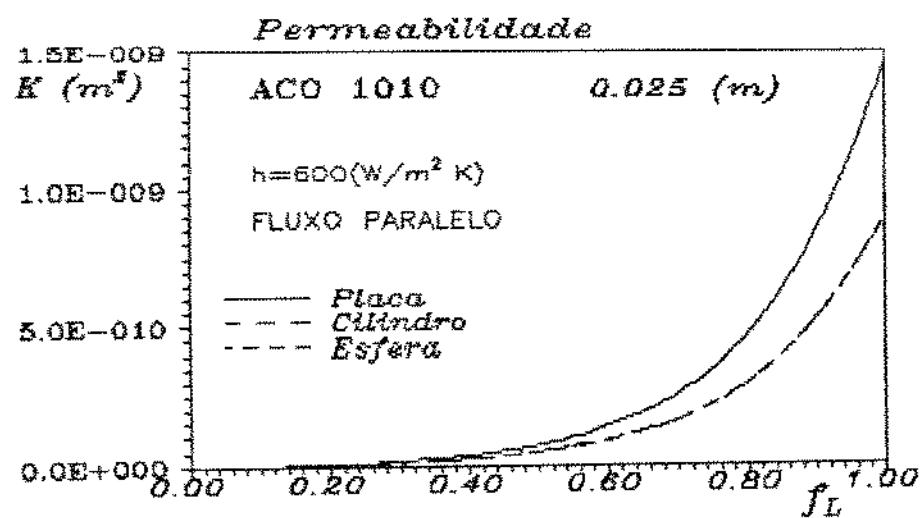


FIGURA 5.2 – Variações da permeabilidade com a fração líquida

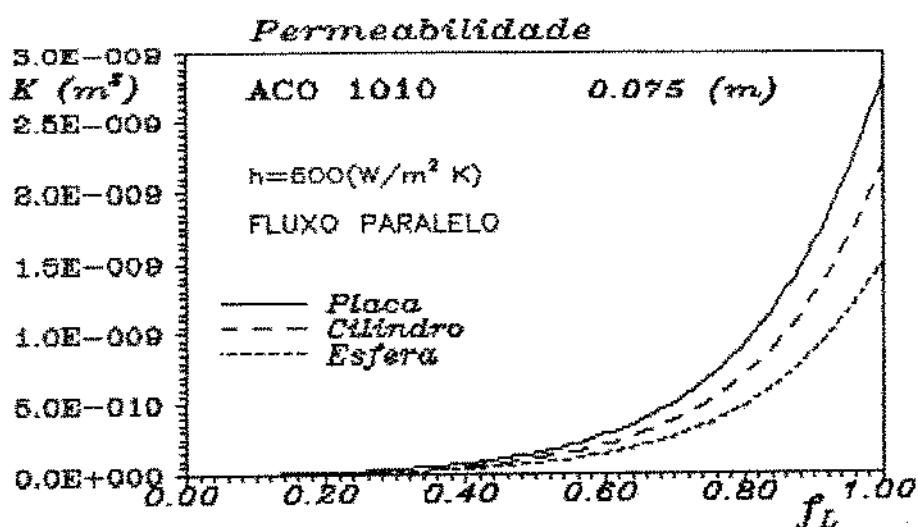


FIGURA 5.3 – Variações da permeabilidade com a fração líquida

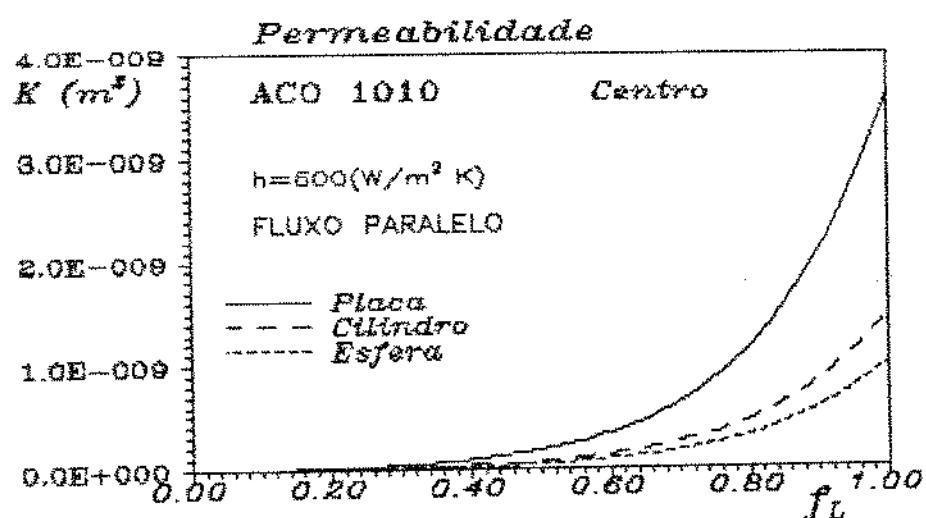


FIGURA 5.4 – Variações da permeabilidade com a fração líquida

radiais , mas não se observa diferença sensível entre cilindros e esferas . Finalmente a 0.075 (m) da interface e no centro da peça fica evidenciado claramente o efeito da curvatura na permeabilidade , para as três geometrias . Nota-se que a permeabilidade é menor na esfera do que no cilindro e do cilindro menor do que na placa para qualquer fração de líquido .

### 5.3 - Efeito da direção do fluxo de metal líquido

Na figura [5.5] são apresentados em conjunto , as variações da permeabilidade no centro da peça para as três geometrias , considerando tanto fluxo normal quanto paralelo, mostrando a redução sensível da permeabilidade para o fluxo normal em relação ao paralelo . Os resultados referem-se ao aço considerando coeficiente de transferência de calor igual a  $600(\text{W}/\text{m}^2\text{K})$  .

### 5.4 - Comparação entre diferentes ligas

Nas figuras [5.6] e [5.7] são mostrados respectivamente para o aço e para a liga Al-4.5% Cu a variação da permeabilidade no centro da peça , considerando coeficiente de transferência de calor igual a  $2000(\text{W}/\text{m}^2\text{K})$  . Pode-se notar que nesta posição as permeabilidades da liga Al-4,5% Cu são bem menores que as do aço . Isto pode ser explicado pela maior velocidade de solidificação da liga Al-4,5% Cu , que apresenta maior condutibilidade .

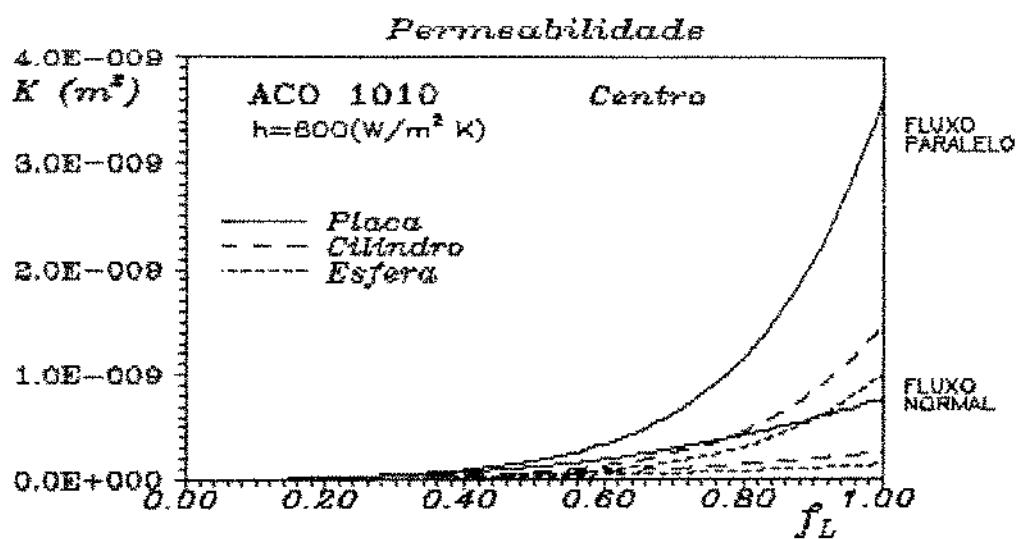


FIGURA 5.5 – Variações da permeabilidade com a fração líquida

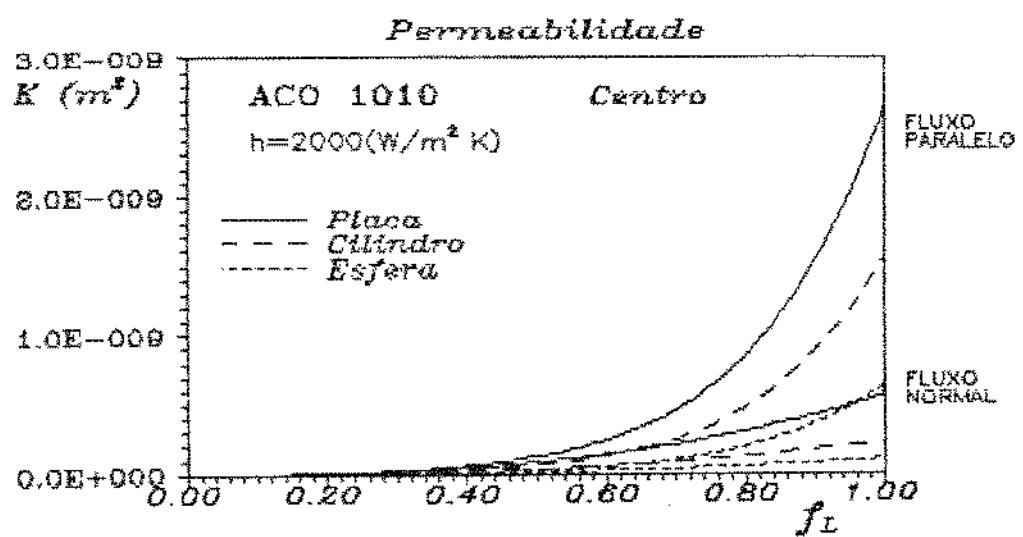


FIGURA 5.6 – Variações da permeabilidade com a fração líquida

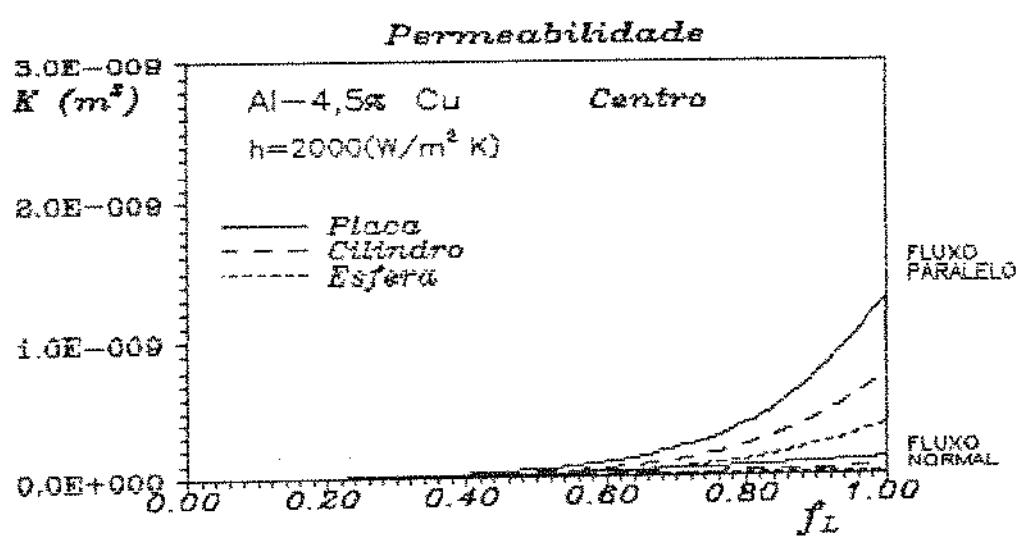


FIGURA 5.7 – Variações da permeabilidade com a fração líquida

## 5.5 - Análise da variação da permeabilidade no final da solidificação

A probabilidade de se formar a microporosidade em uma determinada posição da peça , durante a solidificação , aumenta com a diminuição da fração de líquido . Assim o maior interesse de análise são as posições em que há uma menor fração líquida . Na figura [5.8] são mostradas as curvas ampliadas da variação da permeabilidade em placas com fluxo interdendrítico paralelo aos ramos primários ,em diferentes posições para frações de líquido menores do que 0,5 , permitindo uma análise mais precisa da permeabilidade no final do processo de solidificação . Os resultados se referem a liga Al-4,5% Cu , com coeficiente de transferência de calor igual a  $600(\text{W/m}^2\text{K})$  .

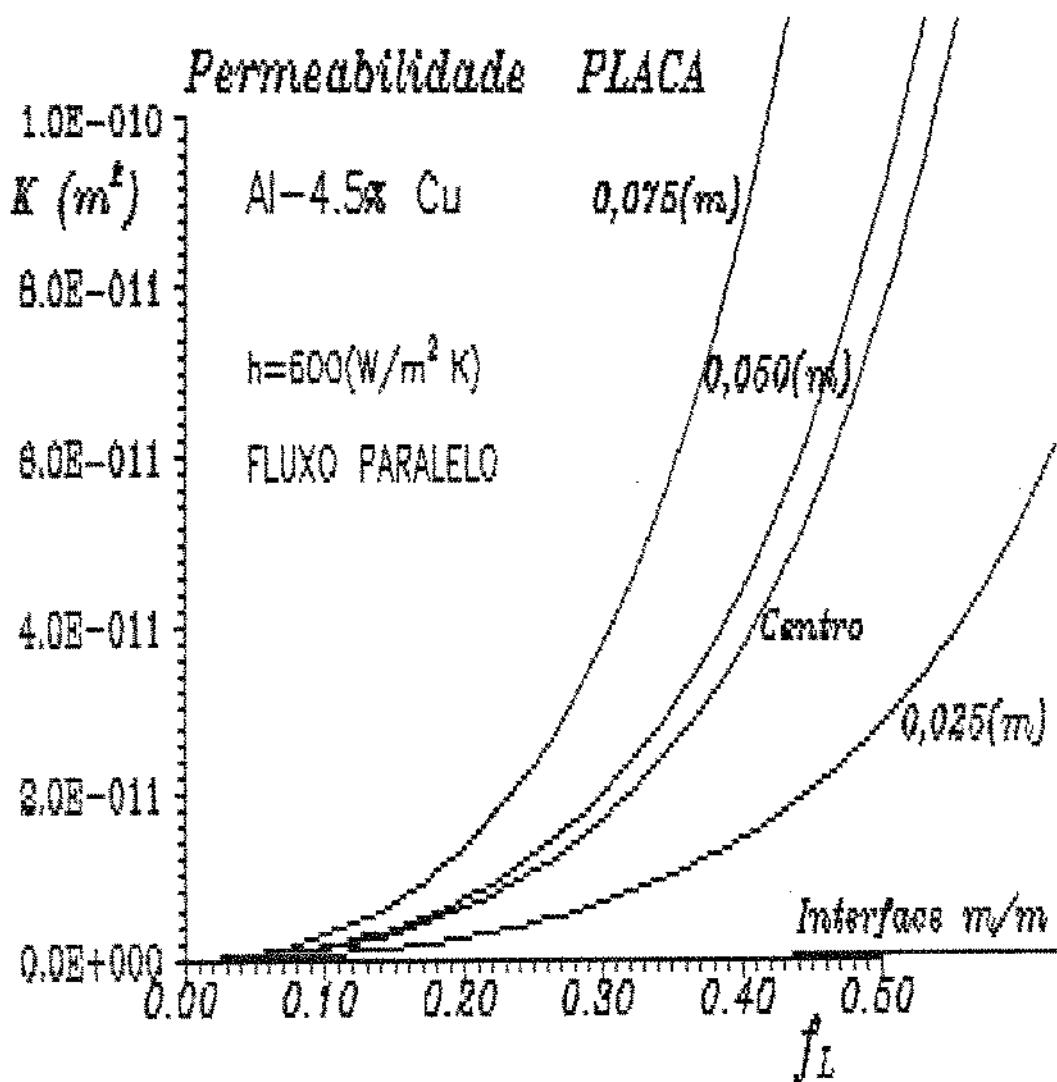


FIGURA 5.8 - Variações da permeabilidade com a fração líquida em diferentes pontos da peça

## CAPITULO 6 - CONCLUSÕES

O modelo desenvolvido permite uma análise bastante completa tanto dos parâmetros térmicos quanto estruturais do processo de solidificação , para casos de fluxos de calor unidirecional (placas) e radiais (cilindros e esferas) . A partir do cálculo desses parâmetros o modelo permite a determinação das variações da permeabilidade dos canais interdendriticos durante o processo de solidificação , que são importantes para a análise da formação de microporosidades ,uma vez que a probabilidade de se formar microporosidade é tanto maior quanto menor for a permeabilidade.

Os resultados das aplicações do modelo efetuadas neste trabalho permitem confirmar que:

- (a) A permeabilidade decresce com a diminuição da fração líquida devido ao engrossamento das dendritas , a medida que a solidificação progride
- (b) Considerando uma mesma geometria a permeabilidade é menor para um fluxo de metal líquido normal aos ramos dendríticos primário do que paralelo aos mesmos .
- (c) Para uma mesma posição na peça a permeabilidade da esfera é menor que a do cilindro , e a do cilindro menor do que a da placa .
- (d) Devido a inversão no comportamento da velocidade a permeabilidade pode aumentar com a posição no início da solidificação, mas apresentar uma queda no final da mesma.
- (e) Considerando-se uma mesma liga a permeabilidade diminui com o aumento do coeficiente de transferência de calor .

PROPOSTAS PARA FUTUROS TRABALHOS

- (1) Desenvolvimento de um método para análise do fluxo de metal líquido e da queda de pressão nos canais interdendriticos visando a determinação da localização e das dimensões das microporosidades que se formam durante a solidificação. Este estudo exige um equacionamento matemático complexo e um trabalho de computação mais intenso.
- (2) Utilizando este modelo analisar a possibilidade de formação de microporosidades em função das características do sistema metal/molde.
- (3) Adaptar o modelo desenvolvido neste trabalho para o estudo da solidificação em moldes maciços.
- (4) Usar o modelo desenvolvido neste trabalho para analisar influência de outras características do sistema metal/molde na permeabilidade dos canais interdendriticos.

## BIBLIOGRAFIA

- 1 - PRATES, M. & DAVIES, G. J. - Solidificação de Metais e suas ligas. 1 ed. Rio de Janeiro , Ed. Livros Técnicos e Científicos , 1978.
- 2 - FLEMINGS, M. C. - Solidification processing. 1 ed. New York, Ed. McGraw - Hill, 1974.
- 3 - CARSLAW, H. S. & JAEGER, J. C. - Heat - conduction of heat in solidus. 2 ed. Londres, Ed. Oxford University Press, 1959, p. 282-296.
- 4 - SANTOS, R. G. - Solidificação sob condições de fluxo de calor radial . Tese de livre-docência , UNICAMP, Campinas, 1985.
- 5 - DAVIES, V. L. & STOKKE, S. & WESTBY, D. - Numerical computacion of heat and temperature destribution in casting. The Bristh Founduyman ,v.66 ,p 305-313 ,1973.
- 6 - RAPPAZ, M. & STEFANESCU, D.M. - Modeling of Microstructural Evolution. in Metals Handbook. 9 ed. , v.15 Casting, p.883-891
- 7 - LECOMTE-BECKERS, J. - Study of Microporosity Fomation in Nickel-Base Superalloys . Metallurgical Transactions ,v. 19A, p. 2341-2348 , 1987.
- 8 - LECOMTE-BECKERS, J. - Study of Solidification Features of Nickel-Base Superalloys in Relation with Composition. Metallurgical Transactions , v. 19A, p.2333-2340 , 1988.
- 9 - POIRIER, D. R. & YEUM, K. & MAPLES, A. L.- A Thermodynamic Prediction for Microporosity Formation in Aluminum-Rich

Al-Cu Alloys . Metallurgical Transactions , v. 18A , p. 1979-1987 , 1987.

- 10 - BASU, B. & SEKHAR, J.A. - Modeling of Multidimensional Solidification of an Alloy . Metallurgical Transactions , v. 20A , p. 1833-1845 , 1989.
- 11 - STEFANESCU, D. M. & UPADHYA, G. & BANDYOPADHYAY, D. - Heat Transfer-Solidification Kinetics Modeling of Solidification of Casting. Metallurgical Transactions v. 21A , p. 997-1005 , 1990.
- 12 - KUBO, K. & PLHLKE, R.D. - Mathematical Modeling of Porosity in Solidification . Metallurgical Transaction , v. 16B, p. 359-366 , 1985.
- 13 - MINAKAWA, S. & SAMARASEKERA, I.V. & WEINBERG, F. - Centerline Porosity in Plate Casting . Metallurgical Transations , v. 16B , p. 823-829 , 1985.
- 14 - KURZ, W. & FISHER, D.J. - Fundamentals of solidification. 1 ed . Switzerland, Ed. Transtech Publications , 1986.
- 15 - PIWONKA, T.S. & FLEMINGS, M.C. - Pore Formation in Solidification . Transactions of The Metallurgical Society AIME , v. 236, p. 1157-1165 , 1966.
- 16 - SANTOS, R. G. - Desenvolvimento de um método para a determinação da permeabilidade de canais interdendríticos. Anais do 43º Congresso Anual da ABM ,p.75-86, 1988.
- 17 - SANTOS, R. G. - Determinação da permeabilidade de canais interdendríticos quando o fluxo de metal é normal aos ramos primários. Anais do 44º Congresso Anual da ABM,p.243-253, 1989.

- 18 - DUBENSKY, E. M. & KOSS, D.A. - Void/Pore Distributions and Ductile Fracture . Metallurgical Transactions ,v. 18A, p. 1887-1895, 1987.
- 19 - SANTOS, R.G. & MELU, M.L.N.M. - Simulação da solidificação de metais e ligas através da aplicação do método numérico. Anais do 9º CBECIMAT, p.823-826, 1990.
- 20 - ENTWISTLE, R.A. & GRUZLESKI, J.E. - A Study of Soundness in a long freezing range alloy cast in vacuum. 5 Conference on Vacuum Metallurgy , Munich , 1976.
- 21 - SANTOS,R.G. - Seminário proferido na Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, SUIÇA , 1987.
- 22 - RUDDLE, R.W. - The Solidification of Castings. 2 ed, Inglaterra , Institute of Metals ,1957.
- 23 - CARMAN ,P.C. - Fluid flow granular beds . Transaction Institute Chemical Engineering , v.15 ,p.150-166,1937.
- 24 - PELLINI ,W.S. - Factors which determine riser adequacy and feeding range. Transactions of American Foundryman's Society , 1953, v.61 ,p.61-80.
- 25 - BISHOP ,H.F. & PELLINI ,W.S. - The contribution of riser and chill edge effects to the soundness of cast steel plates. AFS Transactions, 1950,v.58,p.185-197.
- 26 - BISHOP , H.F. & MYSOWSKY , E.T. & PELLINI , W.S. - The contributions of riser and castings end effects to the soundness of cast steel bars. AFS Transactions, 1951 , v.59, p.171-180.
- 27 - TZAVARAS, A.A. & FLEMINGS, M.C. - Measurement of

microporosity by microradiography .Transactions Metallurgical Society of AIME, 1965, v.233 , p.355-359.

- 28 - CAMPBELL, J. - On the origin of porosity in long freezing range alloys. Bristish Foundryman, April 1969, p.147-158.
- 29 - CAMPBELL, J.- The nonequilibrium freezing range and its relation to hydrostatic tension and pore formation in solidifying binary alloys. Transactions Metallurgical Society of AIME, 1969 , v.245, p. 2323-2334.
- 30 - LECOMTE, V.C. - Etude critique de l'évaluation de la microporosité d'un superalliage de fonderie. Tese - Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris , France, 1976.
- 31 - FREDERICSSON , H. & SVENSONN, I. On the mechanics of pore formation in metals. Metallurgical Transactions , 1976, v.7 B, p.599-606.
- 32 - WEINBERG, F. & HISCHFELD, D.A. - Porosity in cast and directionally solidified Al and Al-Cu alloys. Metal Science, June 1979, p.335-340.
- 33 - KHAN, M.H. - Relation entre la porosité due au retrait et la vitesse de solidification pour divers alliages de fonderie. Fonderie - Fondeur d'Aujourd'hui, octobre 1983, p.39-43.
- 34 - ROSE, J.H. - Ultrasonic characterization of porosity theory. In Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Editado por D.O. Thomson and D.E. Chimenti, Plenum Publishing, 1985, v.4 B, p.909-1017.
- 35 - ROSE, A. & HSU, D.K. & ADLER, L. - Ultrasonic characterization of porosity using the kramers-kronig

- relations. In *J.de Physique Supplément* (Proceedings of 1985 International Conference on Internal Friction).
- 36 - APELIAN, D. & FLEMINGS, M.C. & MEHRABIAN, R. - Specific permeability of partially solidified dendritic networks of Al-Si alloys. *Metallurgical Transactions*, 1974, v.5, p.2533-2537.
- 37 - STREAT, N. & WEINBERG, F. - Interdendritic fluid flow in a lead tin alloy. *Metallurgical Transactions*, 1976, v.7 B, p.417-423.
- 38 - NASSER-RAFI, R. & DESAMUKH, R. & POIRIER, D.R. - Flow of interdendritic liquid and permeability in Pb-20 wt pct Sn alloys. *Metallurgical Transactions*, 1985, v.16 A, p.2263-2271.
- 39 - MURAKAMI, K. & SHIRAISHI, & OKAMOTO, T. - Interdendritic fluid flow to primary dendrite arms in cubic alloys. *Acta Metallurgica*, 1963, v.31, p.1417-1424.
- 40 - MURAKAMI, K. & OKAMOTO, T. - Fluid flow in interdendritic space in cubic alloys. *Acta Metallurgica*, 1984, v.32, p.1423-1428.
- 41 - MURAKAMI, K. & SHIRAISHI, T. & OKAMOTO, T. - Fluid flow in the mushy zone composed of granular grains. *Acta Metallurgica*, 1984, v.32, p.1741-1744.
- 42 - KUBOTA, K & MURAKAMI, K & OKAMOTO, T. - Fluid flow and macrosegregation in cylindrical ingots. *Materials Science and Engineering*, 1986, v.79 , p.67-77.
- 43 - POIRIER, D.R. - Permeability for flow of interdendritic liquid in columnar - Dendritic Alloys. *Metallurgical*

Transactions , v.15 B, p.245-255 , 1987.

- 44 - SPITZIG, W.A. & THOMPSON , R.B. & JILES, D.C. - Ultrasonic and Magnetic Analyses of Porosity in Iron Compacts Metallurgical Transactions , v.20A , p.571-578, 1989.
- 45 - ÖZISIK, M.N. & UZZELL Jr, J.C. - Exact Solution for Freezing in Cylindrical Symmetry with Extended Freezing Temperature Range. Journal of Heat Transfer. v.101, p.331-334, 1979.
- 46 - NISHIDA, Y. & DROSTE, W. & ENGLER, S. - The Air-Gap Formation Process at Casting-Mold Interface and the Heat Transfer Mechanism through the Gap. Metallurgical Transaction , v.17B , p.B33-B44 ,1986.
- 47 - CORUAHU, B & LUTHER, H.A. & WILWER,J. - APPLIED NUMERICAL METHOD ,Ed J.Wiley , 1969.
- 48 - SANTOS, R.G.& GARCIA, A. & KIYAN, C. & MELO, M.L.N.M. - Solidificação de ligas binárias em geometrias cilíndricas e esféricas. Anais do 45º Congresso anual da ABM, v.3 , p.181-195, 1990.
- 49 - CROFT, D. & LILLEY, D.G. - Heat transfer calculations using finite differenc equations. Applied Science publishers LTD,1977.
- 50 - SMITH, G.D. - Numerical solution of partial differencial equations. 2ed, New York , Ed Clarendon Press, 1978.
- 51 VAN WYLEN, G.J. & SONNTAG, R.E. - Fundamentos da termodinâmica clássica. ed 2.São Paulo , Ed.Edgard Blücher Ltda,1976.

- 52 - COSTA, E.C. - Física industrial. 1 ed. Porto Alegre ,Ed. Globo,1971.
- 53 - POIRIER, D.R. & NANDAPURKAR, P. - Enthalpies of a binary alloy during a solidification. Metallurgical Transactions , v.19 A, p.3057-3061,1988.
- 54 -SANTOS, R.G. - Desenvolvimento de um método numérico para a simulação de formação de microestruturas durante a solidificação de ligas metálicas. Anais do 42ºCongresso Anual da ABM , v.1, p.259-273, 1987.
- 55 - FLEMINGS, M.C. & NEREO, G.E. - Macrosegregation: Part 1. Transactions of the metallurgical society of AIME , v.239, p.1449-1461, 1967.
- 56 - BRODY, H.D. & FLEMINGS, M.C. - Solute redistribution in dendritic solidification. Transactions of the metallurgical society of AIME , v.236 , p.615-623, 1966.
- 57 - CLYNE, T.W. & KURZ, W. - Solute redistribution during solidification with rapid solid state diffusion. Metallurgical Transactions , v.12 A, p.965 ,1981
- 58 - GRUGEL, R.N. & ZHOU,Y. - Primary dentrite spacing and the effect of off-axis heat flow. Metallurgical Transactions, v.20 A, p.969-973, 1989.
- 59 - GLICKSMAN, M.E. & SCHAEFER, R.J. & AYERS, J.D. - Dendritic growth - A test of theory. Metallurgical Transactions ,v.7 A, p.1747-1759, 1976.
- 60 - CHOPRA, M.A. & GLICKSMAN, M.E. & SINGH, N.B. - Dendritic solidification in binary alloys. Metallurgical Transactions , v.19 A, p.3087-3096, 1988.

- 61 - YOUNG, K.P. & KIRKWOOD, D.H. - The dendrite arm spacings of aluminum-copper alloys solidified under steady-state conditions. Metallurgical Transactions, v.6 A, p.197-205, 1975.
- 62 - TRIVEDI, R. & KURZ, W. - Modeling of solidification microstructures in concentrated solutions and intermetallic systems. Metallurgical Transactions, v.21 A, p.1311-1318, 1990.
- 63 - MUEHLBAUER, J.C. & HATCHER, J.D. & LYONS, D.W. & SUNDERLAND, J.E. - Transient heat transfer analysis of alloy solidification. Transactions of the ASME, v.95 C ,p.324-332, 1973.
- 64 - JOST, W. - Diffusion in solidus liquidus and gas. 2 ed, New York , Ed. Academic Press, 1960.
- 65 - Metals Handbook , American Society for Metals , OHIO , v.8, 1973.
- 66 - Metals Reference Book , 5 ed , LONDRES,1976.
- 67 - BOCCALINE JUNIOR, M. - Aspectos macro e micrograficos de ligas Cu-Zn binárias brutas de fundição. Tese de mestrado, EPUSP, São Paulo ,1989.
- 68 - SAHN, P.R. & HANSEN, P.N. - Numerical simulation and modelling of casting and solidification processes for foundry and cast-house. Ed. CIATEF ,1984.

## APÊNDICE 1

### SÍMBOLOGIA

a	difusividade térmica do molde
A	área da secção transversal
Bi	número de Biot = $\frac{h \Delta x}{k}$
C <sub>p</sub>	calor específico
C <sub>e</sub>	concentração eutética
C <sub>o</sub>	concentração inicial
C <sub>L</sub>	concentração do líquido
C <sub>s</sub>	concentração do sólido
D <sub>L</sub>	difusibilidade do líquido
D <sub>s</sub>	difusibilidade do sólido
f <sub>L</sub>	fração líquida
f <sub>s</sub>	fração sólida
FO	número de Fourier = $\frac{k \Delta t}{\rho C_p \Delta x^2}$
g	aceleração
g <sub>L</sub>	fração volumétrica de líquido
G	gradiente térmico
h	coeficiente de transferência de calor
h'	altura de metal líquido
H	entalpia
k	condutibilidade
k <sub>M</sub>	condutibilidade do molde
k <sub>o</sub>	coeficiente de partição = $\frac{C_e}{C_L}$
K	pemeabilidade dos canais interdendriticos
L	comprimento do canal
L <sub>ef</sub>	comprimento efetivo do canal
L <sub>f</sub>	calor latente de fusão
m	massa

$m_L$	inclinação da linha liquidus
$n$	número de canais por secção transversal , número de malhas
$P$	pressão
$P_A$	pressão atmosférica
$P_g$	pressão de equilíbrio de todos os gases dissolvidos no líquido
$P_M$	pressão metalostática
$P_L$	pressão local
$P_s$	pressão devido à contração volumétrica durante a solidificação
$P_o$	pressão necessária para vencer a tensão superficial do líquido
$Q$	vazão de fluido
$r$	raio
$r_p$	raio do poro
$R$	raio do molde cilíndrico
$t$	tempo
$t_f$	tempo local de solidificação
$T$	temperatura
$T_L$	temperatura liquidus
$T_m$	temperatura do molde
$T_M$	temperatura de fusão do metal base
$T_o$	temperatura do meio
$T_s$	temperatura solidus
$V$	volume
$v_s$	velocidade da frente de solidificação
$x, y$	coordenadas
$\beta$	contração
$\gamma$	coeficiente de Gibbs-Thompson
$\rho$	densidade
$\rho_g$	densidade do gás
$\rho_L$	densidade do líquido
$\rho_s$	densidade do sólido

$\lambda_1$     espaçamento dendrítico primário  
 $\lambda_2$     espaçamento dendrítico secundário  
 $\mu$     viscosidade do canal líquido  
 $\sigma$     tensão superficial  
 $\tau$     tortuosidade

APÊNDICE 2

PROPRIEDADES DAS LIGAS

PROPRIEDADES	AÇO	Al-4,5%Cu	Al-1%Si
$C_o$	0.1	4.5	1.0
$C_e$	0.53	33.2	12.6
$D_L$ ( $m^2/s$ )	2E-8	3E-9	3E-9
$D_s$ ( $m^2/s$ )	6E-9	3E-13	1E-12
$\gamma$ ( $m^2/k$ )	1.9E-7	0.9E-7	0.9E-7
$L_f$ ( $J/m^3$ )	1.96E9	9.5EB	9.5EB
$k_o$	0.17	0.14	0.13
$m_L$	-81	-3.37	-6
$T_e$ ( $^{\circ}C$ )	1493	548	577
$T_m$ ( $^{\circ}C$ )	1538	660	660
$C_p$ ( $J/k) \times 10E5$	5.93(25)* 5.93(1495) 5.74(1530) 5.74(1600)	3.48(18) 3.48(502) 2.05(638) 2.05(1000)	2.35(25) 2.46(100) 2.69(300) 3.03(577) 2.60(654)
$k$ ( $W/mK$ )	33(25) 33(1495) 35(1530) 35(1600)	190(18) 190(502) 80(638) 90(1000)	235(25) 240(100) 210(300) 90(577) 90(654) 100(700) 110(900)

\* Valores variando com a temperatura

temperaturas correspondentes entre parenteses em  $^{\circ}C$

PROPRIEDADES	Pb-20%Sn	Cu-15%Zn	Cu-35%Zn
$C_o$	20	15	35
$C_e$	61.9	37	37
$D_L$ ( $m^2/s$ )	2E-8	1E-8	1E-8
$\gamma$ ( $m^2/k$ )	1.9E-7	1.5E-7	1.5E-7
$L_f$ ( $J/m^3$ )	1.5E8	1.62E8	1.62E8
$k_o$	0.45	0.86	0.86
$m_L$	-2.33	-4.95	-4.95
$T_e$ ( $^{\circ}C$ )	183	902	902
$T_m$ ( $^{\circ}C$ )	327	1085	1085
$C_p$ ( $J/k$ ) $\times 10^5$	1.73(10)* 1.73(183) 1.61(280) 1.61(350)	4.40(10) 4.40(902) 4.15(912) 4.15(1000)	4.40(10) 4.40(902) 4.15(912) 4.15(1000)
$k$ ( $W/mk$ )	41.8(38) 40.8(181) 23.5(280) 23.5(370)	150(18) 150(902) 80(912) 80(1000)	150(18) 150(902) 80(912) 80(1000)

\* Valores variando com a temperatura  
temperaturas correspondentes entre parenteses em  $^{\circ}C$