

*ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS EM SISTEMAS*  
ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS EM SISTEMAS  
METAL/MOLDE COM GEOMETRIA CILÍNDRICA

37/78

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS EM SISTEMAS  
METAL/MOLDE COM GEOMETRIA CILÍNDRICA

NELSON GUEDES DE ALCANTARA

DISSERTAÇÃO APRESENTADA À FACULDADE DE  
ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE  
CAMPINAS, PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA, NA MODA-  
LIDADE "MATERIAIS E PROCESSOS".

*Orientador: Profo Dr. Mauricio Prates de Campos Filho*

- CAMPINAS -  
1978

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS

Dedico o presente trabalho aos  
meus pais Nelson e Elisa, por  
serem incansáveis em suas lou  
vações e apoios.

"Se deres um peixe a um homem  
Ele se alimentará uma só vez,  
Mas se o ensinares a pescar  
Ele se alimentará toda a vida"

Kuan Tzu

Obrigado Profº Mauricio Prates  
por ter-me ensinado a pescar.

ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS EM SISTEMAS  
METAL/MOLDE COM GEOMETRIA CILÍNDRICA

RESUMO

A influência da geometria do molde na solidificação de metais foi o fator considerado preponderante no presente trabalho. Assim sendo, a geometria cilíndrica foi envolvida inicialmente como trabalho de pesquisa bibliográfica, que indicou serem escassos e complexos os modelos representativos para solidificação de cilindros. Verificou-se também que os modelos analíticos não são viáveis por tornarem as soluções de caráter muito mais matemático do que tecnológico.

Para solução deste problema aplicou-se equações experimentais com parâmetros conhecidos, e um valor a ser determinado, sendo que este fator de correção faz com que estas equações representem os valores obtidos experimentalmente.

Os valores experimentais são obtidos primordialmente com alumínio e duas condições de interface metal/molde, para verificar a influência da resistência térmica nesta interface. Os dispositivos utilizados para estes ensaios experimentais foram: coquilha basculante externa refrigerada a água, visando a determinação da cinética de solidificação de cilindros, e moldes internos maciços para verificação da evolução da temperatura dentro do molde e cinética de solidificação do metal.

ANALYSIS OF METALS SOLIDIFICATION ON METAL/  
MOULD SYSTEM WITH CYLINDRICAL GEOMETRY

ABSTRACT

The mould geometry's influence on metals solidification was considered the main factor investigated in this work. Thus, extensive bibliographical review work was carried out on the influence of the cylindrical mould geometry which yielded very little information on the matter, and presented rather complex models for solidification of cylinders. Again it became apparent from this study that analytical models were not viable for technological solutions due to their mathematical complexity.

To solve this problem, experimental equations with known parameters were applied with the intention of determining the correction factors, so as to equate these experimental equations with the experimental data obtained in our investigations.

The experimental results were obtained primarily for aluminium with two different interfaces metal/mould conditions, in order to investigate the thermal resistance at these interfaces. The apparatus used in these experiments were: Cooled chill mould, for the purpose of determination of the solidification kinetics of cylinders, and Massive internal mould to verify the heat build-up in the mould as well as the solidification kinetics of the metal.

## INDÍCE DE ASSUNTOS

AGRADECIMENTOS .....	i
RESUMO DA DISSERTAÇÃO .....	ii
ABSTRACT .....	iii
ÍNDICE DE ASSUNTOS .....	iv

## SEÇÕES

CAPÍTULO I - <i>Introdução</i> .....	01
1.1 - Considerações Gerais .....	01
1.2 - Objetivos do Presente Trabalho .....	05
CAPÍTULO II - <i>Introdução ao Problema de Transferência de Calor na Solidificação</i> .....	07
2.1 - Parâmetros que afetam o Processo de Solidificação .....	07
2.2 - Análise dos Tipos de Transferência de Calor durante a Solidificação .....	08
2.3 - Formulação do Problema .....	10
2.4 - Caso de Molde Externo .....	11
2.4.1 - Métodos Analíticos Exatos .....	11
a) Critério de Chvorinov .....	12
b) Critério de Adams e Taylor .....	16
2.4.2 - Métodos Analíticos Aproximados .....	17
a) Solução de Kern e Wells .....	22
b) Solução de Shih e Tsay .....	25
c) Solução de Adams .....	27

2.4.3 - Métodos Analógicos .....	32
2.4.4 - Métodos Numéricos e Gráficos .....	33
2.4.5 - Métodos Experimentais .....	34
2.5 - Caso de Molde Interno .....	35
2.5.1 - Solução de Shih e Tsay .....	35
2.6 - Quadro Comparativo dos Métodos de Análise .....	37
 <i>CAPÍTULO III - Análise Matemática da Solidificação em Sistemas</i>	
<i>Metal/Molde com Geometria Cilíndrica .....</i>	40
3.1 - Caso de Molde Externo (coquilha refrigerada a água) ....	41
3.2 - Caso de Molde Interno (tarugo maciço) .....	44
 <i>CAPÍTULO IV - Materiais e Métodos</i>	
4.1 - Metais Utilizados .....	48
4.2 - Moldes Utilizados .....	49
4.2.1 - Molde Externo Refrigerado a água .....	49
4.2.2 - Moldes internos maciços .....	54
4.3 - Técnicas de Medida de Temperatura, Tempo e Avanço da Interface Sólido/Líquido .....	57
4.3.1 - Caso de Molde Externo .....	57
4.3.2 - Caso de Molde Interno .....	58
4.4 - Medidas Finais da Área Transversal para o caso de Mol de Externo .....	62



CAPÍTULO V - Resultados Experimentais .....	67
5.1 - Caso de Molde Externo .....	67
5.1.1 - Precisão dos Resultados .....	71
5.2 - Caso de Molde Interno .....	72
5.2.1 - Evolução da Interface Sólido/Líquido .....	72
5.2.2 - Precisão dos Resultados .....	72
5.2.3 - Evolução da Temperatura Dentro do Tarugo .....	77
5.2.4 - Precisão dos Resultados .....	77
5.3 Aspecto Macroscópico dos Cilíndricos .....	82
 CAPÍTULO VI - Discussão dos Resultados Obtidos .....	 84
6.1 - Equação que Descreve a Variação de Temperatura no <u>In</u> terior de Moldes Cilíndricos Internos Maciços .....	 84
6.2 - Equação que Descreve a Cinética de Solidificação em Sistemas Metal/Molde utilizando Moldes Cilíndricos <u>In</u> ternos Maciços .....	 93
6.3 - Equação que descreve a Cinética de Solidificação em Sistemas Metal/Molde utilizando Moldes Cilíndricos <u>Ex</u> ternos Refrigerado a Água .....	 106
 CAPÍTULO VII - Conclusões .....	 115
 CAPÍTULO VIII - Linhas de Pesquisa Decorrentes Deste Trabalho ...	 119
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	 120
 APÊNDICE 1 - Lista de Símbolos Utilizados .....	 127

APÊNDICE 2 - Função-Erro e Função-Erro Complementar .....	131
APÊNDICE 3 - Propriedades Físicas dos Materiais Utilizados .....	132
APÊNDICE 4 - Dados Experimentais e Dados Calculados .....	133
APÊNDICE 5 - Programas de Computação .....	147

## CAPÍTULO I

### 1- INTRODUÇÃO

#### 1.1- Considerações Gerais

Mesmo estando o homem vivendo a idade das viagens espaciais, este ainda é completamente dependente de seu próprio planeta. O ar que respira, a água que bebe, e os materiais metálicos e não-metálicos com que constroi sua civilização, são elementos ainda indispensáveis para sua sobrevivência.

A abundância relativa de 8 dos elementos que constituem a crosta terrestre pode ser vista na tabela I.1 e indica-nos que equivalem a 98,6% do total estimado (1).

É dentro deste escopo global que encontramos os metais mais utilizados pelo homem: Ferro e Alumínio.

A utilização do alumínio é ainda pequena em comparação a sua abundância na crosta terrestre de 81 300 ppm, enquanto que o uso do ferro (em peso) é superior a 20 vezes ao do alumínio, mesmo sendo sua abundância relativamente pequena, ou seja, 50 000 ppm.

É dever do Brasil preocupar-se com a tecnologia e exploração racionais dos minérios de alumínio, uma vez que o Brasil possui a terceira reserva mundial de bauxita com 15% do total medido, podendo ser na realidade a maior do mundo contando com o potencial bauxífero da Amazônia, ainda em exploração (2,3,4).

Devido as suas múltiplas utilidades, o alumínio vem sendo

ORDEM	ELEMENTO	ABUNDÂNCIA RELATIVA (ppm/peso)
1	oxigênio	466.000
2	silício	277.000
3	alumínio	81.300
4	ferro	50.000
5	cálcio	36.300
6	sódio	28.300
7	potássio	25.900
8	magnésio	20.900
	outros	14.300

TABELA I 1. - Os 8 Elementos mais Abundantes da Crosta Terrestre

do cada vez mais empregado em muitos campos de aplicação, substituindo muitas vezes o ferro, o zinco ou o cobre. Cerca de 23,2% (20%) do alumínio consumido no Brasil (mundo) vai para o setor de construção civil, 20% (17%) para transporte, 8% (15%) para embalagens, 21% (12%) para aplicações elétricas e de comunicação, 16% (8%) para bens de consumo e manufaturados e 12% (28%) para aplicações diversas. A porcentagem de distribuição dos transformados de alumínio no Brasil em 1974 foi de 32% para chapas e lâminas, 5% para folhas, 22% para extrudados, 18% para cabos condutores, 17% para fundidos e 6% para pó, pasta e usos destrutivos (1,5,6).

Dentre todas as formas finais dos transformados de alumínio, a que requisita menos passos entre a matéria prima e os produtos acabados são os obtidos por processos de fundição. Assim sendo, a fundição consiste em produzir objetos o mais próximo possível da sua forma de utilização, e apresentam um interesse especial tecnológico, ou seja: peças fundidas não apresentam propriedades direcionais, estrutura laminada ou segregada, desde que o metal não seja desordenado após a solidificação. Isto significa que a resistência mecânica, ductilidade e tenacidade são iguais em todas as direções, o que é de grande significado para aplicação em tubos, cilindros, pistões, anéis, engrenagens, etc.

Na fundição de alumínio utiliza-se principalmente os seguintes processos: fundição em areia, em moldes permanentes, em casca, por investimento e em gesso. A utilização de moldes permanentes é dos mais importantes, uma vez que estes moldes são reutilizados inúmeras vezes, ou seja, a vida média do molde é de mais de 100.000 fundições, sendo que as outras características mais importantes deste pro

cesso são: as peças obtidas possuem acabamento superficial muito bom, a tolerância dimensional é boa, o tempo de desmoldagem é pequeno, e a fundição pode ser automática, o que incrementa ainda mais a produtividade. A única desvantagem deste processo é o alto investimento inicial para elaboração do molde e do dispositivo automático (7).

Juntando o aspecto estratégico e econômico do alumínio, inclui-se as características físico-mecânicas. Normalmente o alumínio é pouco empregado na forma pura, sendo somente utilizado quando se requisita produtos que devem apresentar alta condutibilidade elétrica - ou térmica. As ligas de alumínio mais utilizadas podem ser agrupados nos seguintes sistemas binários: 1) Alumínio/Cobre, que possuem resistência mecânica e dureza mais elevada; 2) Alumínio/Silício, que apresentam boa resistência a corrosão, isenção de fragilidade a quente, boa fluidez, e são susceptíveis ao tratamento térmico de solubilização e precipitação para melhoria das características mecânicas; 3) Alumínio/Magnésio, que possuem altíssima resistência a corrosão; 4) Alumínio/Zinco, para aplicação em moldes permanentes e possuem boa usinabilidade; 5) Alumínio/Níquel, usada exclusivamente na produção de peças fundidas por pressão; 6) Alumínio/Manganês, empregada na confeção de tubulações e acessórios de tanques por possuir boa resistência a corrosão; 7) Alumínio/Estanho, que devem ser fundidos em moldes permanentes e indicado para uso em mancais para sustentar cargas pesadas; 8) Outras ligas, principalmente utilizando cobre, ferro, silício e magnésio, que podem ser combinados objetivando a melhoria de alguma propriedade do alumínio (8).

Em resumo, pode-se avaliar a importância tecnológica, estratégica e econômica da utilização do alumínio e suas ligas, e da

importância do seu processo mais simples de obtenção de um produto final com bom acabamento superficial, e que é a fundição em moldes permanentes.

### 1.2- Objetivos do Presente Trabalho

É muito comum na tecnologia da fundição, viabilizar peças com formas complexas. Para tanto, torna-se indispensável o conhecimento dos parâmetros e fundamentos do processo de solidificação, principalmente sob ponto de vista de transferência de calor, que considerem os efeitos do contorno do molde.

Torna-se pois muito importante avaliar o tempo de solidificação de peças, considerando-se estes efeitos do contorno da parede do molde, uma vez que o fluxo de calor através de paredes côncavas é convergente e menos rápido que através de paredes planas, e este por sua vez é menos rápido que o fluxo de calor divergente de uma parede convexa, conforme ilustração esquemática da figura I. 1.

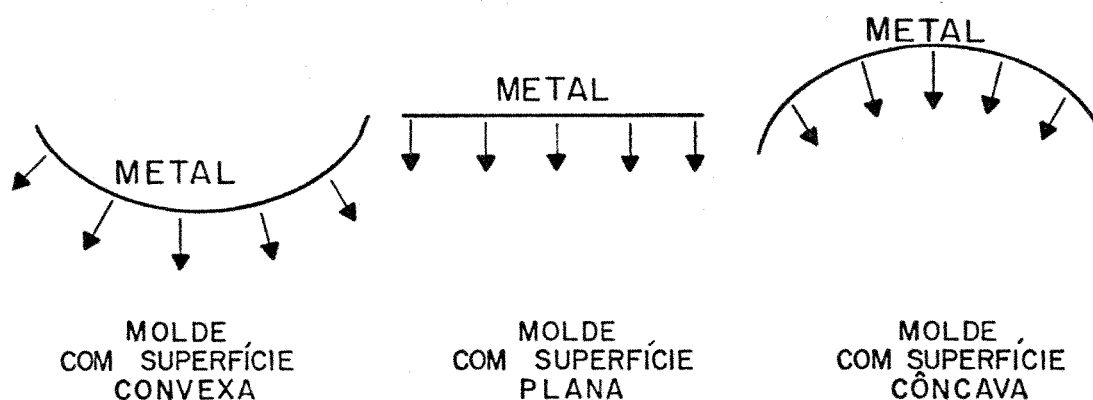


FIG. I.1 — EFEITO DO CONTORNO DOS MOLDES SOBRE O FLUXO DE CALOR.

Visando principalmente o estudo da solidificação de metais em sistemas metal/molde com geometria cilíndrica, o presente trabalho pode ser resumido conforme se segue:

- a) Análise matemática da solidificação de metais, para o caso de molde cilíndrico externo refrigerado a água e para o caso de molde cilíndrico interno maciço.
- b) Proposição de equações experimentais que representem o comportamento real da solidificação e que consideram o tempo e a cinética de solidificação.
- c) Comprovação experimental do caso de molde externo refrigerado a água sob ponto de vista de cinética, em relação ao modelo experimental correspondente.
- d) Comprovação experimental do caso de molde interno maciço sob ponto de vista de cinética e distribuição de temperatura durante o processo de solidificação, em relação ao modelo experimental correspondente.



## CAPÍTULO II

### 2- INTRODUÇÃO AO PROBLEMA DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA SOLIDIFICAÇÃO

#### 2.1- Parâmetros que afetam o processo de Solidificação

A produção da maioria das peças metálicas, com exceção dos produtos obtidos pela metalurgia do pó, envolve a solidificação. O processo de solidificação de um metal é essencialmente um processo de transferência de calor em regime não estacionário onde ocorre ao menos uma mudança de fase, e há evolução contínua de calor latente na frente de solidificação.

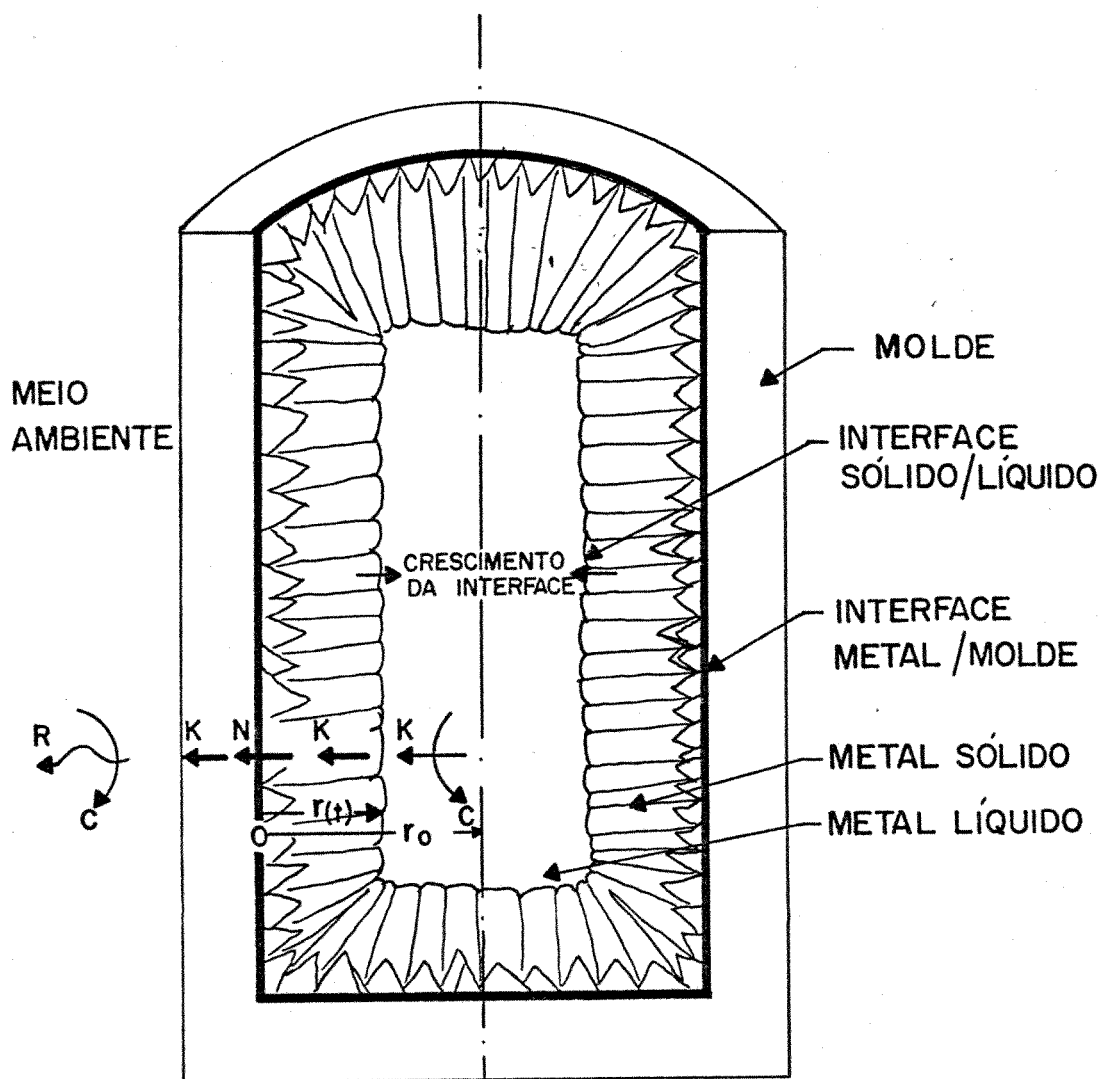
As características térmicas e físicas do processo de solidificação fornecem as variáveis indispensáveis ao estudo de modelos analíticos, analógicos e experimentais. Assim sendo, a "*condutividade térmica*" determina o fluxo de calor no sistema metal/molde, bem como a relação de redistribuição de temperatura em uma dada secção; a "*difusividade térmica*" determina a quantidade de calor acumulada (ou perdida) pelo sistema metal/molde, bem como a queda da temperatura ao longo desta secção; o "*coeficiente newtoniano*" de transmissão de calor devido a resistência da interface metal/molde; e o "*calor latente de fusão*" que é a quantidade de calor liberada pelo metal a fim de que o processo de solidificação tenha continuidade (9,10).

Com auxílio destes elementos e seus derivativos, faz-se a análise da transferência de calor na solidificação de um metal, onde objetiva-se:

- a) determinação da distribuição de temperatura no sistema metal/molde durante o processo de solidificação,
- b) determinação da cinética de solidificação do metal, levando em consideração vários parâmetros dentre os quais se destacam: geometria do molde, condição da interface metal/molde e temperatura do metal líquido no momento do vazamento (11).

## 2.2- Análise dos Tipos de Transferência de Calor Durante a Solidificação

O processo de solidificação que se desenvolve em um sistema metal/molde, ocorre principalmente a partir da interface de contato e com mecanismos de transferência de calor conforme representação esquemática da figura II.1 (10-13). Assim sendo existe condução térmica no metal e no molde, transferência newtoniana na interface metal/molde devido ao contato imperfeito ocasionado ou pela expansão do molde e/ou devido a contração do metal durante a solidificação, podendo ser desprezada ou quando existe contato perfeito entre o metal e o molde ou no caso de moldes de areia (14). As trocas de calor por convecção e radiação entre o molde e o meio ambiente não existem no caso de moldes refrigerados, ou no caso de moldes com paredes espessas (e que podem ser consideradas semi-infinitas), enquanto que a convecção térmica existente no metal líquido anula-se com a dissipação do superaquecimento necessário ao preenchimento completo da cavidade do molde.



K - CONDUÇÃO  
C - CONVECÇÃO  
N - TRANSFERÊNCIA NEWTONIANA  
R - RADIAÇÃO  
→ MODOS PRINCIPAIS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

FIG. II.1 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DE UM SISTEMA METAL/MOLDE EM UM INSTANTE QUALQUER DO PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO, MOSTRANDO OS MECANISMOS POSSÍVEIS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR.

### 2.3- *Formulação do Problema*

O processo de solidificação envolve transmissão de calor do tipo não-estacionário, e o problema da análise dessa transmissão tem condições de contorno que não são lineares nem constantes.

A análise matemática do problema recai em equações diferenciais de derivadas parciais não lineares, de soluções muito complexas ou mesmo impossíveis (15-16), sendo quase que inexistentes no caso de moldes com geometria cilíndrica. Basicamente, os métodos de análise conhecidas podem ser classificadas em:

- a) métodos analíticos exatos,
- b) métodos analíticos aproximados,
- c) métodos analógicos,
- d) métodos gráficos e numéricos e,
- e) métodos experimentais.

Assim sendo, as chamadas Soluções Analíticas Exatas, que não admitem simplificações de caráter matemático, mas introduzem hipóteses simplificadoras de caráter físico a fim de tornar viável as soluções dos problemas, afastam-se demasiadamente da maioria dos casos das condições físicas reais (17), sendo muito incompleto os modelos existentes para o caso de molde com geometria cilíndrica.

As soluções analíticas aproximadas foram desenvolvidas sobre modelos com maiores restrições, podendo, no entanto, ser apli cadas eventualmente, na fundição contínua (9,15,18-22). Essas soluções também são complexas e assumem determinadas condições de contorno que restringem o problema real, porém torna viável a solução analítica.

Os métodos analógicos, são baseados na analogia existente entre as equações que regem a transferência de calor e as equações que descrevem um fluxo elétrico, sendo escassos os modelos existentes para solidificação de cilindros (23).

Os métodos numéricos e gráficos permitem a análise do problema de solidificação próxima a realidade, no entanto a complexidade envolvida na programação do problema para o cálculo em computadores, e a dificuldade da generalização dos métodos, impedem uma maior utilização (24).

Muitas vezes utilizados em unidades industriais, os métodos de análise essencialmente experimental conduzem os resultados somente a problemas particulares (25).

A simbologia utilizada para apresentação dos métodos que se seguem esta definida no APÊNDICE 1:

## 2.4- Caso de Molde Externo

Poucos são os métodos funcionais existentes para modelos que utilizam moldes externos cilíndricos, sendo que a seguir serão analisados os existentes na literatura, com o objetivo de serem comparados ao modelo proposto pelo presente trabalho.

### 2.4.1- Métodos Analíticos Exatos

A análise profunda dos métodos analíticos exatos faz

com que as soluções adotadas ao problema necessitam de hipóteses simplificadoras, tais como as que se seguem (10-11,14):

- a) o metal e o molde comportam-se como elementos semi-infinitos ou seja, o molde é suficientemente espesso para absorver todo o calor do metal,
- b) o fluxo de calor é unidirecional,
- c) o molde deve ter baixíssima capacidade de extração de calor, tal como molde de areia,
- d) o metal é vazado sem superaquecimento,
- e) a interface sólido/líquido deve ser plana, ou seja, utiliza-se metal puro,
- f) a temperatura da interface metal/molde permanece constante durante o processo de solidificação e,
- g) negligencia-se a resistência térmica da interface metal/molde.

Assumindo estas hipóteses, os modelos analíticos exatos existentes para moldes com geometria cilíndrica serão esquematizados a seguir.

#### 2.4.1. a) Critério de Chvorinov

O equacionamento geral do problema de transferência de calor no sólido durante a solidificação em parede plana é dado por:

$$\nabla k \nabla T = \rho \frac{\partial (C_p T)}{\partial t} \quad (2.1)$$

A forma mais comum desta equação ser escrita, conside

rando a condutividade independente da posição no espaço e para o calor específico independente da temperatura é:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (2.2)$$

onde a difusividade térmica é definida como

$$\alpha = k / \rho C_p \quad (2.3)$$

No caso de um fluxo de calor unidirecional a equação (2.2) torna-se

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.4)$$

e o fluxo de calor por unidade de área é dado pela equação de Fourier

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.5)$$

Utilizando a figura II.2 com os respectivos sistemas de referência e observando-se as seguintes condições de contorno

$$T_i = T_f \quad (2.6)$$

$$T(-\infty, t) = T_0 \quad (2.7)$$

temos que a solução para este problema é dada pela seguinte distribuição de temperatura no molde

$$\frac{T - T_f}{T_0 - T_f} = \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{\alpha_m t}} \quad , \quad x < 0 \quad (2.8)$$

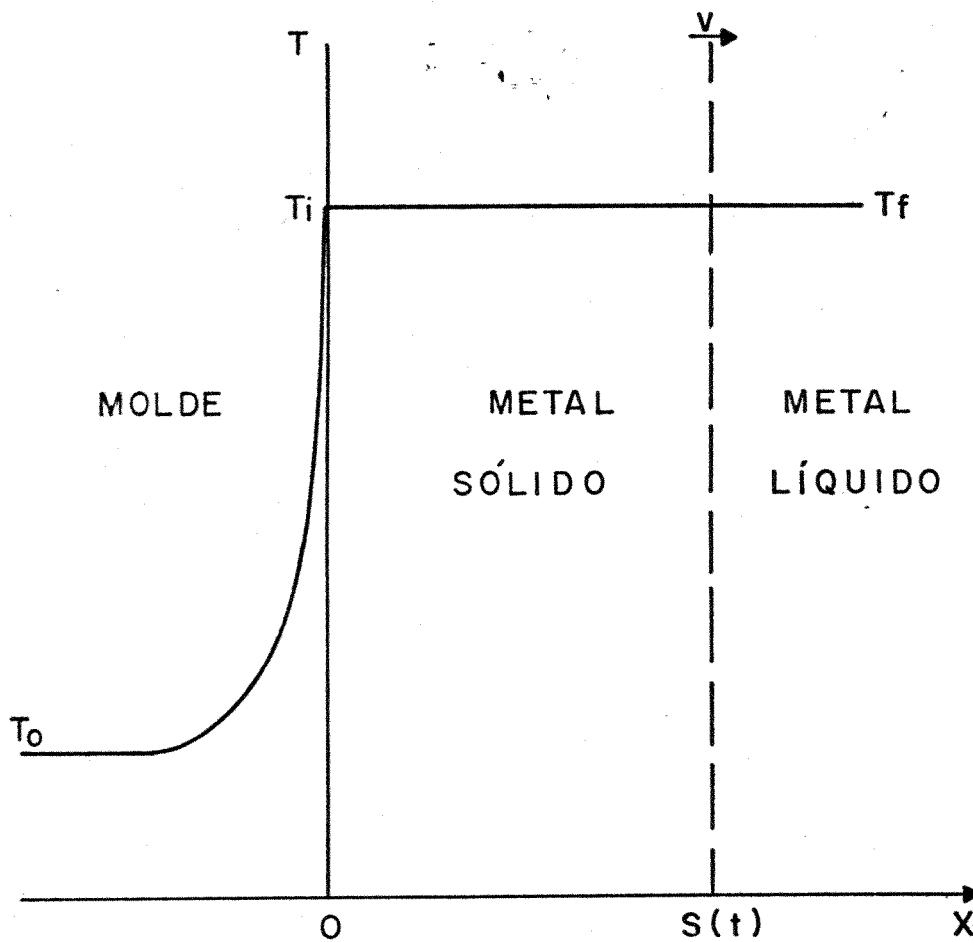


FIG. II. 2 — ESQUEMA DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO DE UM METAL EM MOLDE DE AREIA, CONFORME CRITÉRIO DE CHVORINOV.



Considerando que os efeitos do fluxo de calor através de uma superfície plana, côncava ou convexa podem ser negligenciados uma vez que a zona aquecida no molde é rasa, Chvorinov procurou generalizar seu critério para todos os tipos de contorno(26), e para uma dada área A, o molde absorve uma quantidade de calor Q no tempo t

$$Q = \int_0^t A q_{x=0} dt = \frac{2Ak_m(T_f - T_0)}{\sqrt{\alpha_m t}} \sqrt{t} \quad (2.9)$$

Para uma peça fundida de volume  $V_s$  até completa solidificação, todo seu calor latente deve ser removido, então o calor latente total Q envolvido é

$$Q = \rho_s V_s H_f \quad (2.10)$$

Combinando-se as equações (2.9) e (2.10) temos a relação entre o tempo de solidificação em termos de  $(V_s/A)$

$$t = C \left( \frac{V_s}{A} \right)^2 \quad (2.11)$$

onde

$$C = \frac{\pi}{4} \left( \frac{\rho_s H_f}{T_f - T_0} \right)^2 \left( \frac{1}{k_m \rho_m C_{p,m}} \right)$$

Considerar os seguintes parâmetros adimensionais

$$\mu^* = \frac{V_s / A}{\sqrt{\alpha_m t}}$$

e

$$\delta^* = \left( \frac{T_f - T_0}{\rho_s H_f} \right) \rho_m C_{p,m} \quad (2.12)$$

onde

$$\mu^* = \delta^* \left( \frac{2}{\sqrt{\pi r}} \right) \quad (2.13)$$

A equação (2.11) é referenciada como critério de Chvorinov e permite comparação entre tempos de solidificação de peças com formas e tamanhos diferentes. Esta relação funciona melhor no caso de peças com geometrias no qual o material do molde nunca fique saturado com calor, e somente quando as peças fundidas tenham geometrias similares mas tamanhos diferentes. Entretanto este critério é falho por não considerar o contorno do molde, conforme será apresentado a seguir.

#### 2.4.1. b) Critério de ADAMS e TAYLOR

Na maioria das aplicações, quanto maior a precisão desejada para se obter dados a partir dos modelos existentes, maior é a necessidade de considerar o efeito do contorno do molde na solidificação. Sendo assim, Adams e Taylor (27) formularam uma expressão exata para o fluxo de calor total que vai para o molde

$$q_{x \ll 0} = \frac{4 k_m (T_f - T_0)}{\pi^2 r_0} \int_0^{\infty} \left[ \frac{e^{-\alpha_m \mu^2 t}}{J_0^2(\mu r_0) + Y_0^2(\mu r_0)} \right] \frac{d\mu}{\mu} \quad (2.14)$$

Calculando esta expressão e com aproximações de grande precisão obtiveram

$$Q = k_m(T_f - T_0) \left[ \frac{t}{2r_0} + 2 \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{\alpha_m \pi}} \right] \quad (2.15)$$

Utilizando os parâmetros adimensionais definidos em (2.12) obtiveram para moldes cilíndricos

$$\mu^* = \delta^* \left( \frac{2}{\sqrt{\pi}} + \frac{1}{4\mu^*} \right) \quad (2.16)$$

A figura II.3 apresenta uma comparação entre os tempos de solidificação utilizando os critérios de Chvorinov e Adams/Taylor (26-28), mostrando que o fato de Chvorinov desprezar o contorno do molde, faz com que o erro no tempo de solidificação atinja 40 a 50%.

Conclui-se que através do método analítico exato aplicado por Adams e Taylor, pode-se chegar a soluções aceitáveis para problemas práticos de solidificação em moldes de areia com geometria cilíndrica, desprezando os efeitos da interface metal/molde.

#### 2.4.2- Métodos Analíticos Aproximados

Os métodos analíticos aproximados utilizam para seus modelos funções matemáticas auxiliares, que descrevem a distribuição de temperaturas no metal e, difere basicamente do método analítico exato, pelo fato de considerar que o contato térmico entre o metal e o molde durante a solidificação é imperfeito, sendo que para tanto admite existir uma resistência térmica na interface metal/molde. As hipó

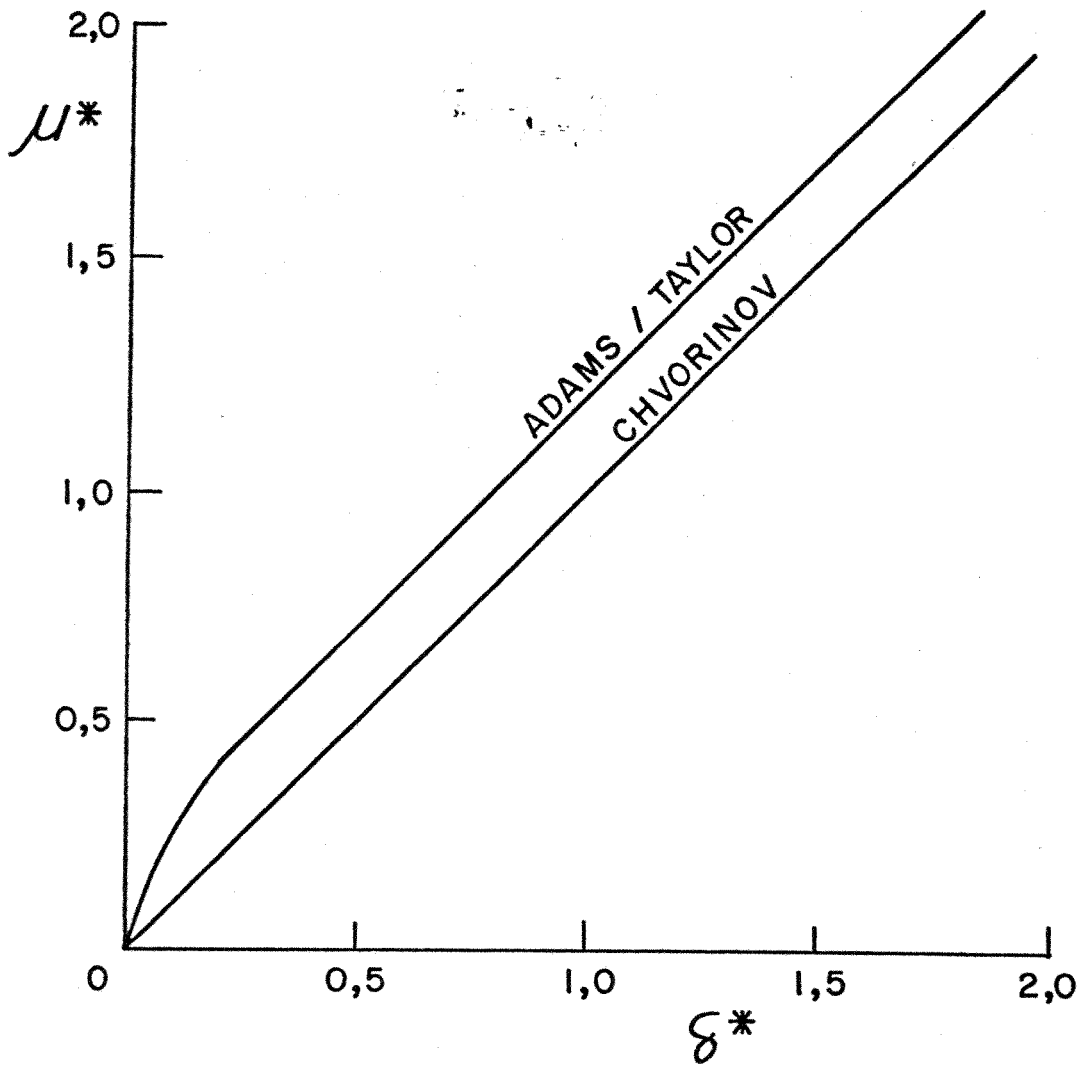


FIG. II. 3 — COMPARAÇÃO ENTRE OS TEMPOS DE SOLIDIFICAÇÃO DE PEÇAS CILÍNDRICAS EM MOLDES DE AREIA SEGUNDO CRITÉRIO DE CHVORINOV E ADAMS/TAYLOR.

teses simplificadoras utilizadas por estes modelos são (10-11,14):

- a) o fluxo de calor é geometricamente unidirecional,
- b) as propriedades físicas do metal e do molde não va  
riam durante o processo de solidificação,
- c) o metal líquido é vazado sem superaquecimento,
- d) o molde funciona como um absorvedor perfeito de ca  
lor,
- e) o molde e o metal comportam-se como elementos semi-  
infinitos,
- f) a interface sólido/líquido é considerada plana e,
- g) a resistência térmica na interface metal/molde não é  
negligenciada ou seja, considera-se que o contato -  
térmico entre o metal e o molde não é perfeito.

O desenvolvimento de soluções analíticas aproximadas é baseado em balanços de fluxo de calor em um instante qualquer do pro  
cesso de solidificação associando ao sistema metal/molde coordenadas conforme o esquema da figura II.4.

A dinâmica de solidificação para cilindros infinitiva -  
mente longo em regime não permanente é dado pela equação diferencial básica em coordenadas cilíndricas.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial T}{\partial R} \right), 0 \leq R \leq r(t) \quad (2.17)$$

Considerando-se os seguintes balanços térmicos em um  
instante  $t > 0$

- na interface metal/molde ( $R = 0$ )

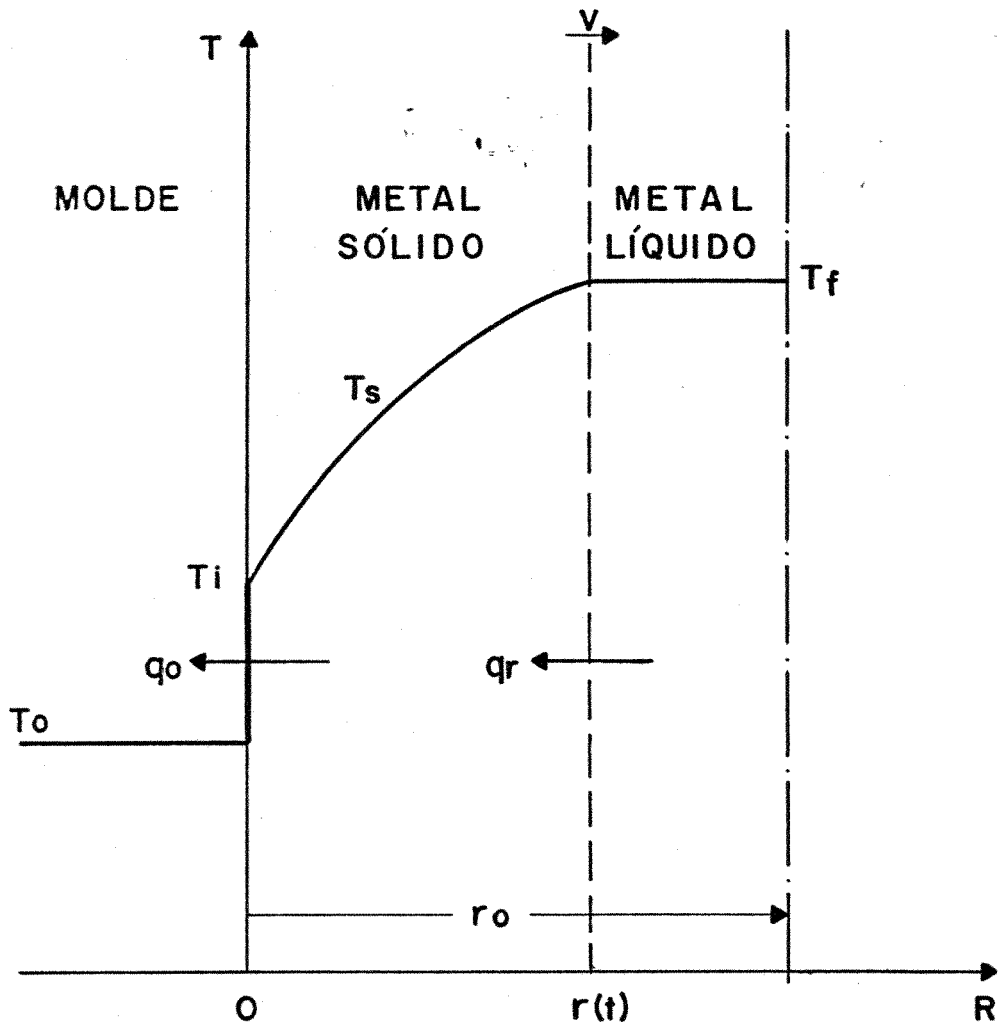


FIG. II. 4 — REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO DE CILINDROS, EVIDENCIANDO O FLUXO DE CALOR NAS INTERFACES METAL/MOLDE E SÓLIDO/LÍQUIDO.

$$q_o = -k_s \left( \frac{\partial T_s}{\partial R} \right)_{R=0} \quad (2.18)$$

- na interface sólido/líquido ( $R = r$ )

$$q_s = k_s \left( \frac{\partial T_s}{\partial R} \right)_{R=r} + H_f \rho_s \left( \frac{\partial R}{\partial t} \right) \quad (2.19)$$

- na interface sólido/líquido devido a mudança de energia interna do sistema ( $R = r$ )

$$q_s = C_p \rho_s \frac{V_s}{A} \left( \frac{\partial T_s}{\partial t} \right)_{R=r} \quad (2.20)$$

Admite-se que o fluxo de calor na interface metal/molde é controlada por um coeficiente de transmissão de calor de valor finito e constante durante o processo de solidificação (14,29-30), e o fluxo de calor na interface metal/molde é dado por

$$q_o = h_i (T_i - T_o) \quad (2.21)$$

As condições de contorno que devem ser obedecidas pelos balanços térmicos são

$$\text{para } R = 0 \quad T_s = T_i \quad (2.22)$$

$$\text{para } R = r \quad T_s = T_f \quad (2.23)$$

Aplicando estas hipóteses, considerando diferentes parâmetros e variáveis adimensionais aos modelos de distribuição de temperatura no metal, serão apresentados a seguir os métodos analíticos

aproximados.

2.4.2. a) Solução de Kern e Wells

Kern e Wells (31), utilizando as hipóteses simplificadas das soluções analíticas aproximadas, e a equação geral do balanço energético definida em partes pelas equações (2.18), (2.19), (2.20) e (2.21), ou seja

$$h_i A_i (T_i - T_0) + \frac{k_s}{r} (T_i - T_0) = H_f \rho_s A_r \frac{dr}{dt} + C_{p,s} \rho_s \frac{d}{dt} \left[ V_s (T_f - \bar{T}_s) \right] \quad (2.24)$$

onde  $\bar{T}_s$  é a temperatura média do metal solidificado, e assumindo que o perfil de temperatura é linear conforme ilustração na figura II.5 tem-se

$$\begin{aligned} (T_f - \bar{T}_s) &= 1/2 (T_f - T_i) \\ &= 1/2 (T_f - T_0) \cdot \frac{1}{\frac{\bar{A} k_s}{A_i h_i r} + 1} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Para conveniência da equação final utiliza-se os seguintes parâmetros adimensionais

$$F_0 = \frac{\alpha t}{r_0^2} \quad r^* = \frac{r}{r_0} \quad B_i = \frac{h_i r_0}{k} \quad Ph = \frac{H_f}{C_p (T_f - T_0)} \quad (2.26)$$

Utilizando a equação (2.25) e os parâmetros adimensionais definidos em (2.26), a equação (2.24) fica



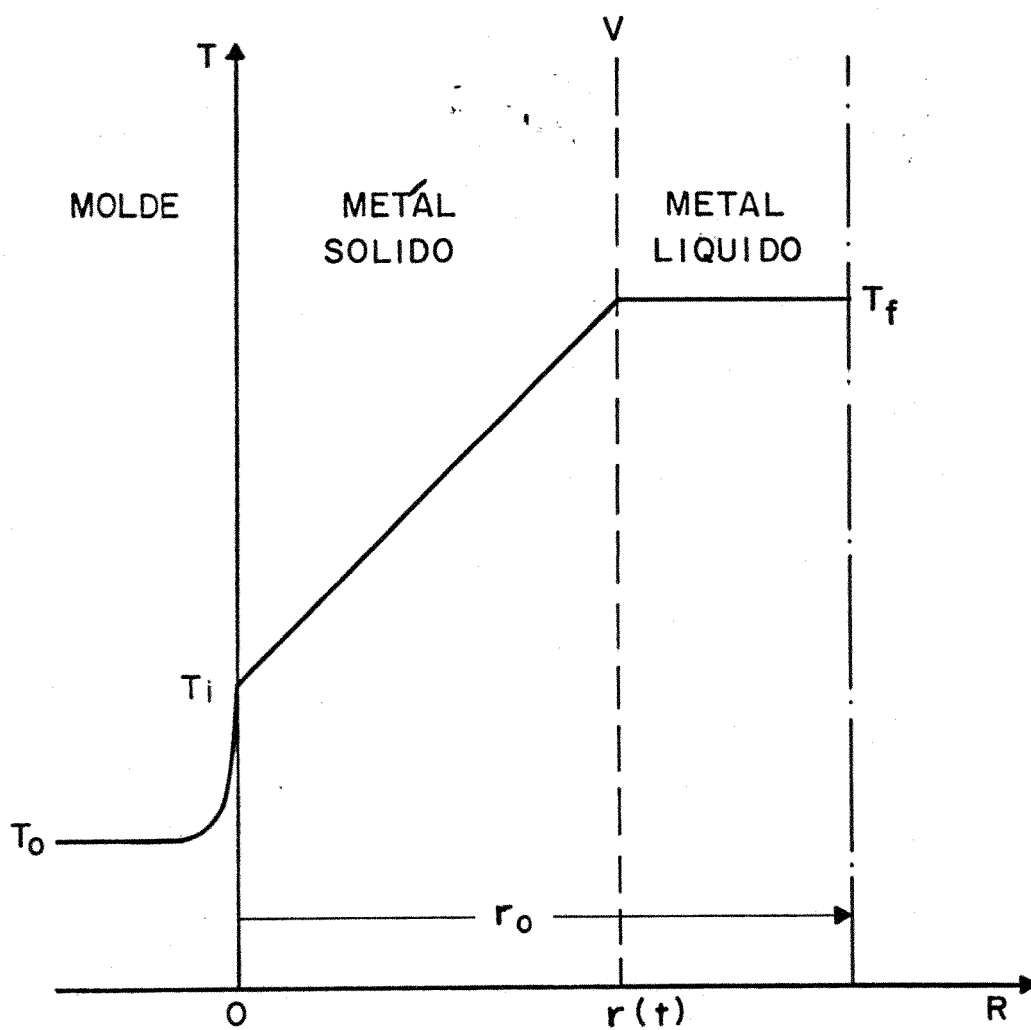


FIG. II.5 — ESQUEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NO SISTEMA METAL / MOLDE, SE GUNDO AS HIPÓTESES ADMITIDAS NA SOLUÇÃO DE KERN E WELLS.

(2.27)

$$\frac{1}{\frac{\bar{A}}{A_i B_i r^*} + 1} = \frac{Ar}{\bar{A}} Ph r^* \frac{dr^*}{dF_0} \frac{r}{2Ar_0} \frac{d}{dF_0} \left[ V_s \left( \frac{1}{\frac{\bar{A}}{A_i B_i r^*} + 1} \right) \right]$$

Analisando a equação (2.27) é conveniente encontrar valores para  $V_s$  e  $\bar{A}$  no caso de cilindros

$$V_s = \pi \left[ r_0^2 (r_0 - r)^2 \right] \quad (2.28)$$

$$\bar{A} = \frac{(A + Ar)}{2} = \pi (2r_0 - r) \quad (2.29)$$

A equação geral para solidificação de cilindros fica

$$\frac{1}{\frac{1-r^*/2}{B_i r^*} + 1} = 2Ph \frac{(1-r^*)r^*}{2-r^*} \frac{dr^*}{dF_0} + \frac{r^*}{2(2-r^*)} \frac{d}{dF_0} \left\{ \frac{[1-(1-r^*)^2] r^* B_i}{1-r^*(1/2-B_i)} \right\} \quad (2.30)$$

Fazendo as devidas integrações entre  $0 < r^* < 1$  obtém-se a expressão adimensional para os tempos de solidificação. No caso de solidificação total  $r^* = 1$ , a equação (2.30) modifica-se para

$$F_{0(r^*=1)} = \frac{Ph}{2} \left( \frac{1}{B_i} + 6 - 8 \ln 2 \right) + \frac{1}{4} (6 - 8 \ln 2) + \frac{1}{2(B_i - 1/2)} \left[ 1 - \frac{1}{B_i - 1/2} \ln(B_i + 1/2) \right] \quad (2.31)$$

A solução gráfica para a equação (2.31) é plotada na figura II.6. Porém, ao confrontar com os resultados numéricos obtidos por Stephan e Holzkecht (32) foi necessário fazer uma nova correção devido a velocidade de solidificação não ser constante. Após vários ensaios encontrou-se a correção para a equação (2.31)

(2.32)

$$F_{o(r^*=1)} = \frac{Ph}{2} \left( \frac{1}{Bi} + 0,455 \right) + \frac{\sqrt{Ph}}{2Bi-1} \left[ 1 - \frac{1}{Bi-0,5} \ln (Bi+0,5) \right] + 0,14$$

cuja solução gráfica também é apresentada na figura II.6.

Em conclusão, temos que a equação (2.32) ou a equação equivalente para tempo adimensional de solidificação com valores obtidos entre  $0,5 < r^* < 1$ , constitui um resultado preciso para muitas combinações de parâmetros de interesse prático.

#### 2.4.2 b) Solução de Shih e Tsay

Com o auxílio de técnicas analíticas de interações sucessivas para encontrar soluções que determinassem a espessura da camada solidificada e o perfil de temperatura, Shih e Tsay (33), utilizaram as seguintes variáveis adimensionais, associadas as apresentadas em (1.27)

$$\alpha^* = \frac{1}{Ph} \quad e \quad \beta^* = \frac{1}{Bi} \quad (2.33)$$

Utilizando as equações de balanço térmico (2.18), (2.19) e (2.21), fizeram uma modificação de coordenadas cilíndricas para configuração retangular

$$U^* = \frac{T - T_f}{T_f - T_o} ; \quad x^* = \ln \frac{r_o}{R} ; \quad X^* = \ln \frac{r_o}{r} ; \quad \tau^* = \frac{F_o}{Ph} \quad (2.34)$$

e a solução geral fica

$$\alpha^* e^{-2x^*} \frac{\partial U^*}{\partial \tau^*} = \frac{\partial^2 U^*}{\partial x^{*2}}, \quad 0 < x^* < X^*(t) \quad (2.35)$$

Através de procedimentos analíticos de interação, obtêm-se os valores de  $\tau^*$  expresso em termos de  $X^*$ , e a expressão resultante da interação de primeira ordem fica

$$\tau_I^* = \frac{1}{4} \left[ 1 + 2\beta^* - (1 + 2\beta^* + 2X^*) e^{-2X^*} \right] \quad (2.36)$$

enquanto que a expressão resultante da interação de terceira ordem já é convergente e precisa

$$\tau_{III}^* = \tau_I^* - \alpha^* G_{III}(X^*) \quad (2.37)$$

onde

$$\begin{aligned} G_{III}(X^*) = & -\tau_I^* + \frac{1}{4P} \frac{5}{8} \alpha^* + \frac{5}{2} \alpha^* \beta^* + 5\alpha^* \beta^{*2} + 4\alpha^* \beta^{*3} - |2\alpha^* (1 + 4\beta^* + 6\beta^{*2} + 4\beta^{*3}) \\ & - 4\beta^{*2} (1 + 2\beta^* + 2\beta^{*2}) | e^{-2x^*} - |4\alpha^* (1 + 2\beta^* + 2\beta^{*2}) - 8\beta^* (1 + 2\beta^* + 2\beta^{*2}) | \\ & x^* e^{-2x^*} \\ & + 4(1 + 2\beta^* + 2\beta^{*2}) x^{*2} e^{-2x^*} + | \alpha^* \left( \frac{11}{8} + \frac{11}{2} \beta^* + 7\beta^{*2} + 4\beta^{*3} \right) - 4\beta^{*2} \\ & (1 + 2\beta^* + 2\beta^{*2}) | e^{-4x^*} \\ & + | \alpha^* \left( \frac{11}{2} + 14\beta^* + 12\beta^{*2} \right) - 8\beta^* (1 + 3\beta^* + 4\beta^{*2}) | x^* e^{-4x^*} - |4 - \alpha^* \\ & (7 + 12\beta^*) \\ & + 24\beta^* (1 + 2\beta^*) | x^{*2} e^{-4x^*} - 4(2 - \alpha^* + 8\beta^*) x^{*3} e^{-4x^*} - 8x^{*4} \\ & e^{-4x^*} | \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$P = \alpha^* (1 + 2\beta^* + 2\beta^{*2}) - [\alpha^* + 2\alpha^*\beta^* + 2\alpha^*\beta^{*2} - 4\beta^{*3} + (2\alpha^* + 4\alpha^*\beta^* - 12\beta^{*2})\chi^* + (2\alpha^* - 12\beta^*)\chi^{*2} - 4\chi^{*3}] e^{-2\chi^*} \quad (2.39)$$

A representação gráfica desta interação de terceira ordem esta esquematizada nas figuras II.7 e II.8, onde Shih e Tsay comparam seus resultados com experimentais obtidos por Seban/London(34), e com soluções numéricas obtidas por Tao (35).

Esta solução analítica aproximada de Shih e Tsay apresentam valores imprecisos no final da solidificação, devido as aproximações executadas para se obter a interação de terceira ordem.

#### 2.4.2. c) Solução de Adams

Com auxílio da equação geral de balanço energético definidas em partes pelas equações (2.18), (2.19) e (2.20) Adams (36) utilizou métodos iterativos para obter soluções com série de potência, em estudo de moldes metálicos com geometria cilíndrica.

O resultado da integração numérica da equação (2.40) - que se segue, utilizando a representação esquemática da figura II. 9 (onde é desprezada a resistência térmica da interface metal/molde), bem como os parâmetros adimensionais definidos em (2.26), fornece os valores adimensionais para tempos de solidificação, valores estes mostrados na figura II.10

$$\left| \frac{\alpha_s}{r_o} \frac{dt}{dr^*} \right| = \frac{Hfr^* \ln 1/r^*}{2(T_f - T_o) C_{p,s}} \left( 1 + \sqrt{1 + G \frac{(T_f - T_o) C_{p,s}}{H_f}} \right) \quad (2.40)$$

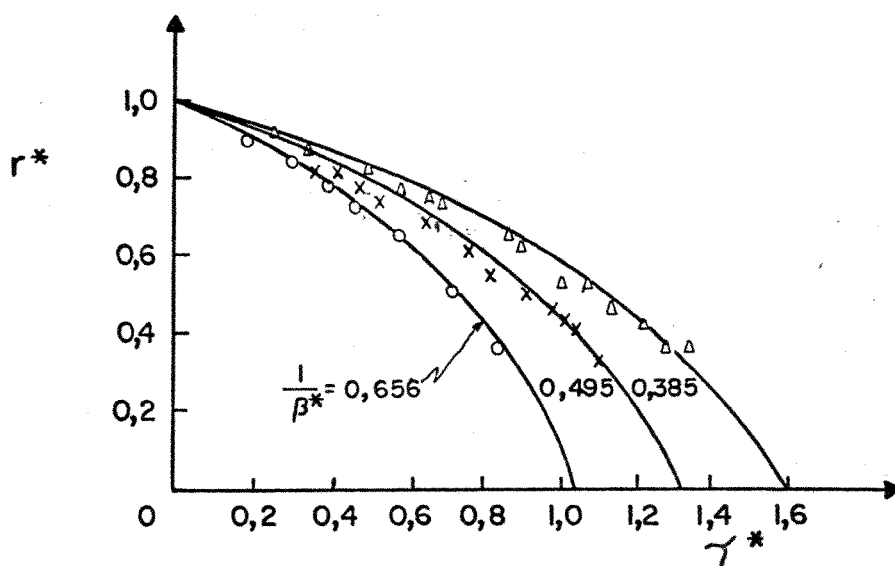


FIG. II.7 — COMPARAÇÃO ENTRE A SOLUÇÃO ANALÍTICA APROXIMADA DE TERCEIRA ORDEM PROPOSTA POR SHIH E TSAY, COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS POR SEBAN E LONDON.

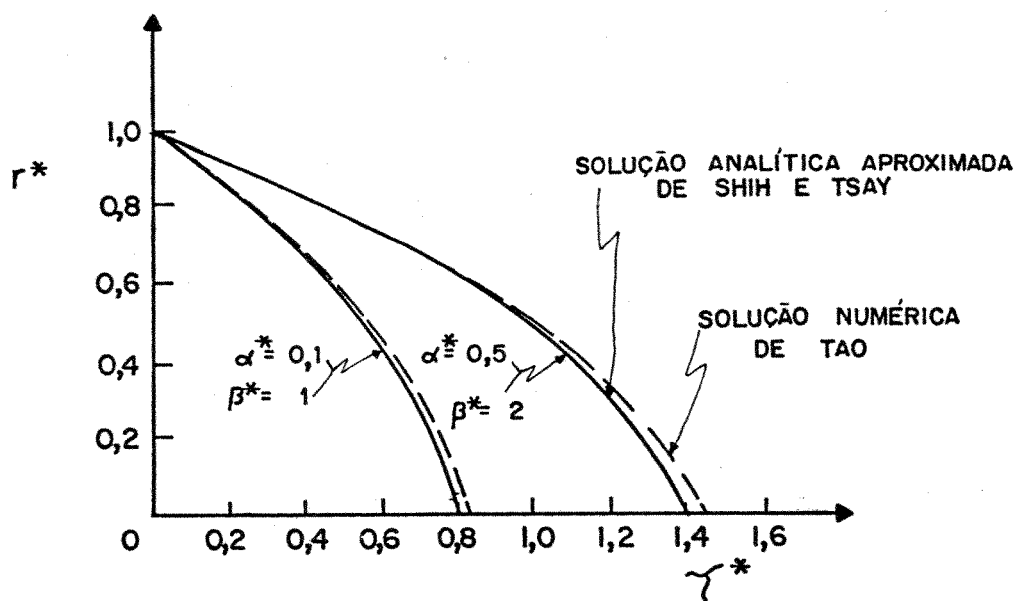


FIG. II.8 — COMPARAÇÃO ENTRE A SOLUÇÃO ANALÍTICA APROXIMADA DE TERCEIRA ORDEM PROPOSTA POR SHIH E TSAY, COM SOLUÇÕES NUMÉRICAS DE TAO.

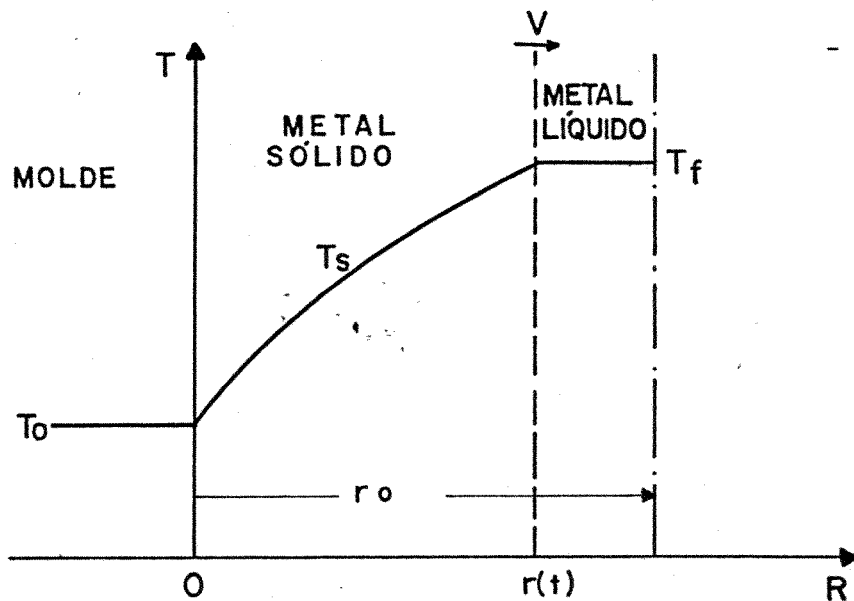


FIG. II.9 — REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO DE CILINDROS, SEGUNDO HIPÓTESES ADMIDAS POR ADAMS, NO CASO DE NÃO CONSIDERAR A RESISTÊNCIA TÉRMICA NA INTERFACE METAL MOLDE.

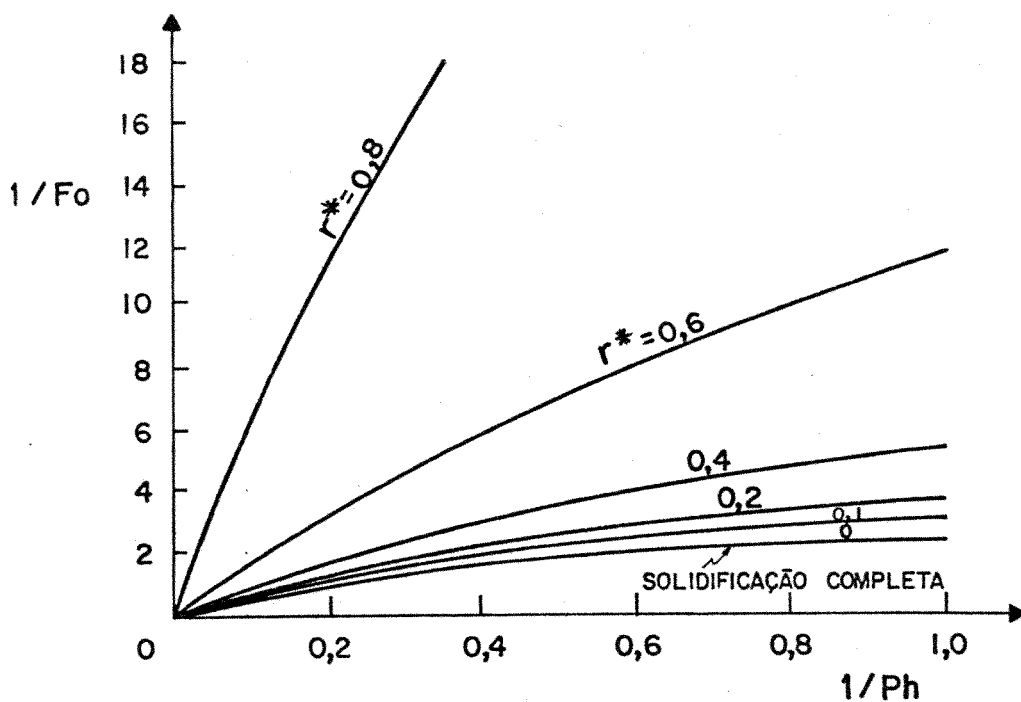


FIG. II.10 — TEMPOS ADIMENSIONAIS, DE SOLIDIFICAÇÃO EM RESFRIADORES CILINDRICOS, SEGUNDO SOLUÇÃO ANALÍTICA APROXIMADA DE ADAMS.

onde

$$G = \frac{1 - r^{*2} - 2r^{*2} \ln 1/r^*(1 + \ln 1/r^*)}{r^{*2} (\ln 1/r^*)^3}$$

Estas mesmas considerações e sequências de raciocínio foi utilizada por Adams, que incluiu posteriormente o efeito da resistência térmica da interface metal/molde conforme esquema representativo da figura II. 11. O valor de  $T_M$  é constante e desconhecido, devendo ser eliminado. Sendo assim, o calor que entra no molde durante um tempo  $t$  é dado pela equação (2.41). A mesma quantidade de calor atravessa a interface metal/molde durante o mesmo tempo  $t$ , originando a equação (2.42). Esta temperatura efetiva média desconhecida  $T_M$  da interface metal/molde, é eliminada utilizando-se as equações (2.41) e (2.42), resultando a equação (2.43)

$$Q = k_m (T_M - T_o) \left[ \frac{t}{2r_o} + 2 \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{\pi \alpha_m}} \right] \quad (2.41)$$

$$Q = h_i (T_i - T_M) t \quad (2.42)$$

$$\frac{\alpha_m Q}{k_m r_o (T_i - T_o)} = \frac{\alpha_m t / r_o^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{r_o}{\sqrt{\alpha_m t}} \right)}{1 + \frac{k_m}{h_i r_o} \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{r}{\sqrt{\alpha_m t}} \right)} \quad (2.43)$$

Conforme observa-se a maior limitação dos modelos analíticos aproximados é o fato de considerar o molde como absorvedor perfeito de calor, restringindo as aplicações dos métodos aos casos de moldes refrigerados. No entanto, o fato de considerar a resistência



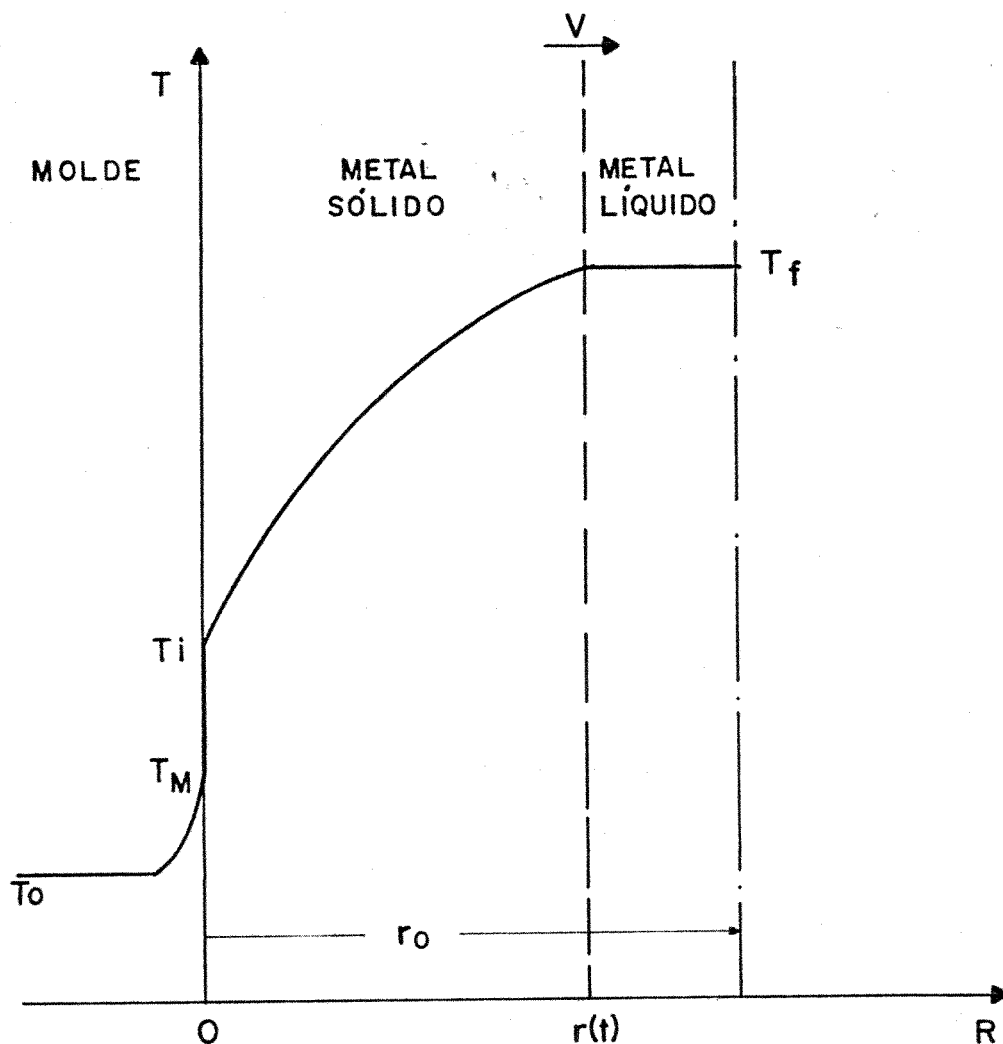


FIG. II.11 — ESQUEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NO SISTEMA METAL/MOLDE, SEGUNDO AS HIPÓTESES ADMITIDAS NA SOLUÇÃO DE ADAMS, NO CASO DE CONSIDERAR A RESISTÊNCIA TÉRMICA NA INTERFACE METAL MOLDE.

térmica na interface metal/molde, faz com que os resultados analíticos aproximados sejam mais corretos em relação aos métodos analíticos exatos.

### 2.4.3- Métodos Analógicos

Dois sistemas são ditos análogos, quando ambos obedecem equações semelhantes. Assim sendo, pode-se utilizar a analogia existente entre as equações de transferência de calor e as de circuitos elétricos em regimes transitórios (37-39).

Para que seja possível correlacionar estas equações, é indispensável a apresentação de alguma das grandezas correspondentes aos sistemas térmico e elétrico, definidas na tabela II. 1.

SISTEMA TÉRMICO	SISTEMA ELÉTRICO
Temperatura (T)	Diferença de potencial (v)
Tempo (t)	Tempo (t)
Distância (x)	Distância (x)
Quantidade de calor (Q)	Carga elétrica ( $Q_e$ )
Fluxo de calor (q)	Corrente elétrica (i)
Resistência térmica ( $R_t$ )	Resistência elétrica ( $R_e$ )
Capacidade térmica ( $C_t$ )	Capacidade elétrica ( $C_e$ )
Condutibilidade térmica (k)	Condutibilidade elétrica ( $k_e$ )
Difusividade térmica ( $\alpha$ )	Difusividade elétrica ( $\alpha_e$ )

TABELA II. 1. - Analogia entre Grandezas Térmicas e Elétricas

Como exemplo, a equação de fluxo térmico (2.5) equipara-se a equação de fluxo elétrico

$$\frac{\partial Q_e}{\partial t} = i = \frac{1}{R_e} \frac{\partial V}{\partial x} = k_e \frac{\partial V}{\partial x} \quad (2.44)$$

e a equação de condução térmica (2.4) corresponde a equação de condução elétrica

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \alpha_e \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{1}{R_e C_e} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \quad (2.45)$$

A vantagem de se estabelecer a analogia básica, denota-se principalmente pelo fato de que as grandezas elétricas podem ser manipuladas mais facilmente e suas medidas são mais precisas. Assim sendo, as soluções apresentadas podem considerar certos fatores que influem no processo de solidificação, e que foram muitas vezes negligenciados pelos métodos analíticos, tais como: superaquecimento do metal no momento de vazamento, geometria do molde e resistência térmica na interface metal/molde.

O trabalho analógico mais significativo foi desenvolvido por Pashkis (40), que explicou o comportamento de peças de aço de formato cilíndrico vazadas em moldes de areia.

#### 2.4.4- Métodos Numéricos e Gráfico

Os métodos numéricos e gráficos baseiam-se em aproximações das equações diferenciais de transmissão de calor em regime não estacionário, a equações de diferenças finitas que são resolvidas pas

so a passo.

Os métodos numéricos de maior significância, para o caso de formato cilíndrico, foram desenvolvidos por Tao (35,41), cuja representação gráfica de sua solução é apresentada na figura II. 8, e por Stephan e Holzkecht (30), cuja solução esta representada na figura II. 6. O método gráfico foi desenvolvido por Longwell (42) para resolver problemas de solidificação em moldes cilíndricos.

A vantagem dos métodos numéricos e gráficos sobre os analíticos, de não considerar hipóteses simplificadoras, desaparece devido a necessidade da utilização de computadores, que além de possuir alto custo operacional, necessita novas reprogramações cada vez que uma variável do processo de solidificação é alterada.

#### 2.4.5- Métodos Experimentais

A análise essencialmente experimental dos fenômenos de solidificação, serve como método para propor certas equações experimentais. Assim sendo, Srinivasan, Seshadri e Ramachandran (43) analisaram a influência da forma geométrica de moldes metálicos na taxa de extração de calor, para alumínio e suas ligas; enquanto que os dados experimentais devido a Seban e London (34) estão plotados adimensionalmente na figura II. 7.

Os resultados de algumas análises experimentais convergem para uma equação clássica, que expressa tempo de solidificação em função da espessura solidificada.

$$t = \epsilon \sqrt{S} - \mu \quad (2.46)$$

onde  $\epsilon$  e  $\mu$  são constantes.  $\epsilon$  depende fundamentalmente da capacidade de extração de calor do sistema metal/molde e  $\mu$  do superaquecimento do metal vazado, sendo que ambas as constantes também dependem do formato e dimensões da peça a ser solidificada. A tabela II. 2 apresenta uma síntese de alguns valores destas constantes.

Fica assim evidenciado a particularidade dos métodos experimentais, pois os parâmetros  $\epsilon$  e  $\mu$  devem ser determinados cada vez que um parâmetro ou variável do sistema de solidificação é alterado.

## 2.5- Caso de Molde Interno

Os moldes internos, também denominados machos, são utilizados em fundição para dar forma a algum perfil interno da peça fundida, geralmente com limitação do vazio do molde.

São escassos os estudos de moldes internos cilíndricos, visando a análise da transferência de calor em processos de solidificação.

### 2.5.1- Solução de Shih e Tsay

Shih e Tsay (33) utilizaram o método analítico aproximado, e realizaram interações sucessivas para encontrar as soluções que determinassem a espessura da camada solidificada e o perfil de tempo

METAL/LIGA	SUPER-AQUE- CIMENTO (°C)	FORMATO DA PEÇA	MOLDE	$\epsilon$ ( $\times 10^{-1}$ )	$\mu$ ( $\times 10^{-1}$ )	REFE- RÊNCIA
COBRE	100	CILÍNDRICO VERTICAL DIÂMETRO = 12,7cm (A) ALTURA = 25,4cm	AREIA	3,94	53,3	(38)
		CILÍNDRICO VERTICAL DIÂMETRO = 12,7cm (B) ALTURA = 15,2cm		3,61	35,6	
ALUMÍNIO	100	FORMATO (A)	AREIA	1,64	20,3	(38)
		FORMATO (B)		1,64	63,5	
		CILÍNDRICO VERTICAL DIÂMETRO = 7,0cm (C) ALTURA = 8,5cm	AÇO ABNT 1010 POLIDO	6,50	15,0	(44)
	AÇO ABNT 1010 RECOBERTO COM ZIRCONATO	5,30	15,0			
ZINCO	100	FORMATO (A)	AREIA	4,26	116,8	(38)
	150	FORMATO (B)		2,65	114,8	
CHUMBO	100	FORMATO (C)	AÇO ABNT 1010 POLIDO	4,60	7,0	(44)
			AÇO ABNT 1010 RECOBERTO COM ZIRCONATO	4,40	7,0	
COBRE 10% ALUMÍNIO	100	FORMATO (A)	AREIA	3,94	55,9	(44)
		FORMATO (B)		3,28	71,1	
AÇO ABNT 4340	TEMPERATURA DE VAZAMENTO 1600°C	CILÍNDRICO DIÂMETRO BASE = 10,2cm ALTURA = 21,6cm	COBRE REFRIGERADO À ÁGUA	3,94	8,90	(45)

TABELA II.2 - Valores das Constantes  $\epsilon$  e  $\mu$  da Equação (2.46), Para Sistemas de Solidificação que Envolva Geometria Cilíndrica

ratura. Para tanto, consideraram o caso de um molde cilíndrico interno com refrigeração, de tal maneira que a temperatura interna ficasse constante.

O procedimento algébrico e as considerações utilizadas neste modelo são os mesmos já expostos no item 2.4.2. b), sendo que os resultados obtidos são comparados com as soluções numéricas de Tien e Churchill (46), conforme figura II 12.

Conclui-se que estes métodos para análise de moldes cilíndricos internos não são completos, uma vez que a condição limitante é o fato de se considerar que a temperatura interna do molde, para onde flui o calor liberado pela solidificação do metal, mantenha constante, caso este de difícil viabilização prática.

## *2.6- Quadro Comparativo dos Métodos de Análise*

Conforme foi visto anteriormente, os métodos de análise do problema de transferência de calor na solidificação apresentam diversas vantagens e restrições, sendo que a maioria destes modelos possuem muito mais caráter matemático do que tecnológico, o que faz com que não sejam uma ferramenta eficiente para aplicação industrial. A tabela II. 3 mostra um panorama geral das aplicações dos métodos de análise de solidificação sob ponto de vista de transferência de calor (10).

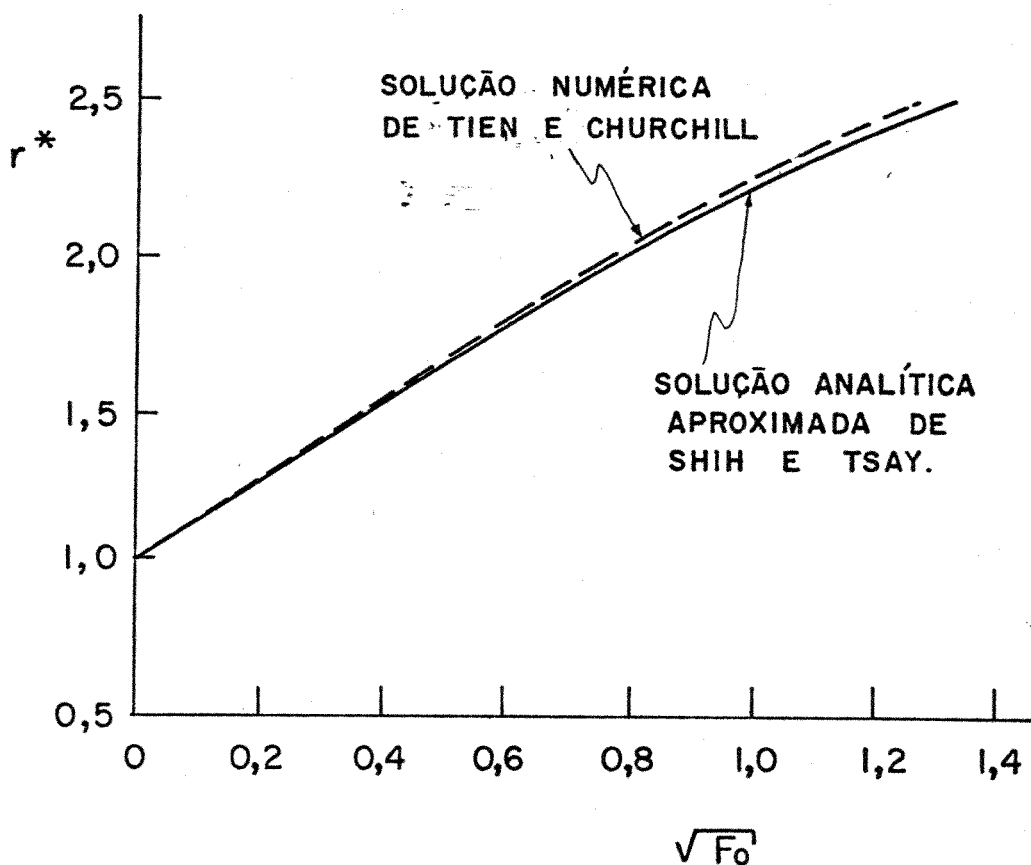


FIG.II.12. — COMPARAÇÃO ENTRE A SOLUÇÃO ANALÍTICA APROXIMADA DE SHIH E TSAY, MOSTRANDO A INTERAÇÃO DE TERCEIRA ORDEM, COM A SOLUÇÃO NUMÉRICA DE TIEN E CHURCHILL.



MÉTODOS	HIPÓTESES ASSUMIDAS NO DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO		CARACTERÍSTICAS DO MOLDE			PARÂMETROS OPERACIONAIS	
	SIMPLIFICAÇÕES MATEMÁTICAS	SIMPLIFICAÇÕES FÍSICAS	MOLDE REFRIGERADO	GEOMETRIA DO MOLDE	ESPESSURA DO MOLDE	TIPO DE CONTA TO TÉRMICO NA INTERFACE METAL/MOLDE	SUPERAQUECIMENTO NO METAL LÍQUIDO
ANALÍTICOS EXATOS	Não Admitem	Admitem	Análises	Plana e ou Cilíndrica	Semi-infinita	Infinito	Consideram
ANALÍTICOS APROXIMADOS	Admitem	Admitem	Análises	Plana e ou Cilíndrica	Semi-infinita	Finito	Consideram
GRÁFICOS E NUMÉRICOS	Admitem	Admitem	Análises	Plana e ou Cilíndrica	Variável	Finito	Consideram
ANALÓGICOS	Admitem	Admitem	Análises	Plana e ou Cilíndrica	Variável	Finito	Consideram
EQUAÇÕES EXPERIMENTAIS	Admitem	Admitem	Análises	Plana e ou Cilíndrica	Semi-infinita	Finito	Consideram

TABELA II. 3. - Quadro Comparativo dos Diversos Métodos de Análise do Problema de Transferência de Calor durante a Solidificação

### CAPÍTULO III

#### 3- ANÁLISE MATEMÁTICA DA SOLIDIFICAÇÃO EM SISTEMAS METAL/MOLDE COM GEOMETRIA CILÍNDRICA

##### 3.1- Caso de Molde Externo (Coquilha Refrigerada a Água)

É indispensável caracterizar as seguintes hipóteses simplificadoras para proposição do modelo matemático em análise de solidificação que utiliza molde cilíndrico externo:

- a) o fluxo de calor é geometricamente radial,
- b) considera-se a resistência térmica na interface metal/molde,
- c) as propriedades físicas do metal e do molde não variam durante o processo de solidificação.
- d) o metal líquido é vazado sem superaquecimento,
- e) a interface sólido/líquido é considerada plana,
- f) o molde e o metal comportam-se como elementos semi-infinitos,
- g) o molde funciona como um absorvedor perfeito de calor, pois utiliza-se coquilha refrigerada a água.

O desenvolvimento de uma solução analítica é baseado em balanços de fluxo de calor em um instante qualquer do processo de solidificação, no qual a equação geral que governa o fenômeno é a equação de Fourier para condução de calor em regime não estacionário

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial T}{\partial R} \right), \quad r(t) \leq R \leq r_0 \quad (3.1)$$

Utilizando-se a figura III.1 como referência de coordenadas temos em um instante  $t > 0$ :

a) Balanço térmico na interface metal/molde ( $R = r_0$ )

$$q'_{H,r_0} + q'_{k,r_0} + q'_{i,r_0} = 0 \quad (3.2)$$

onde

$q'_H$  = devido a mudança de energia interna do sistema,

$q'_k$  = devido a condução térmica no sólido,

$q'_i$  = devido a resistência térmica da interface.

logo

$$\rho_s A r_0 H_f \frac{\partial R}{\partial t} - k_s A r_0 \frac{\partial T}{\partial R} + h_i A r_0 (T_i - T_0) = 0 \quad (3.3)$$

integrando

$$k_s \frac{(T_f - T_i)}{S} = h_i (T_i - T_0) \quad (3.4)$$

e reagrupando algebricamente

$$(T_i - T_0) = (T_f - T_0) / \left( 1 + \frac{h_i}{k_s} S \right) \quad (3.5)$$

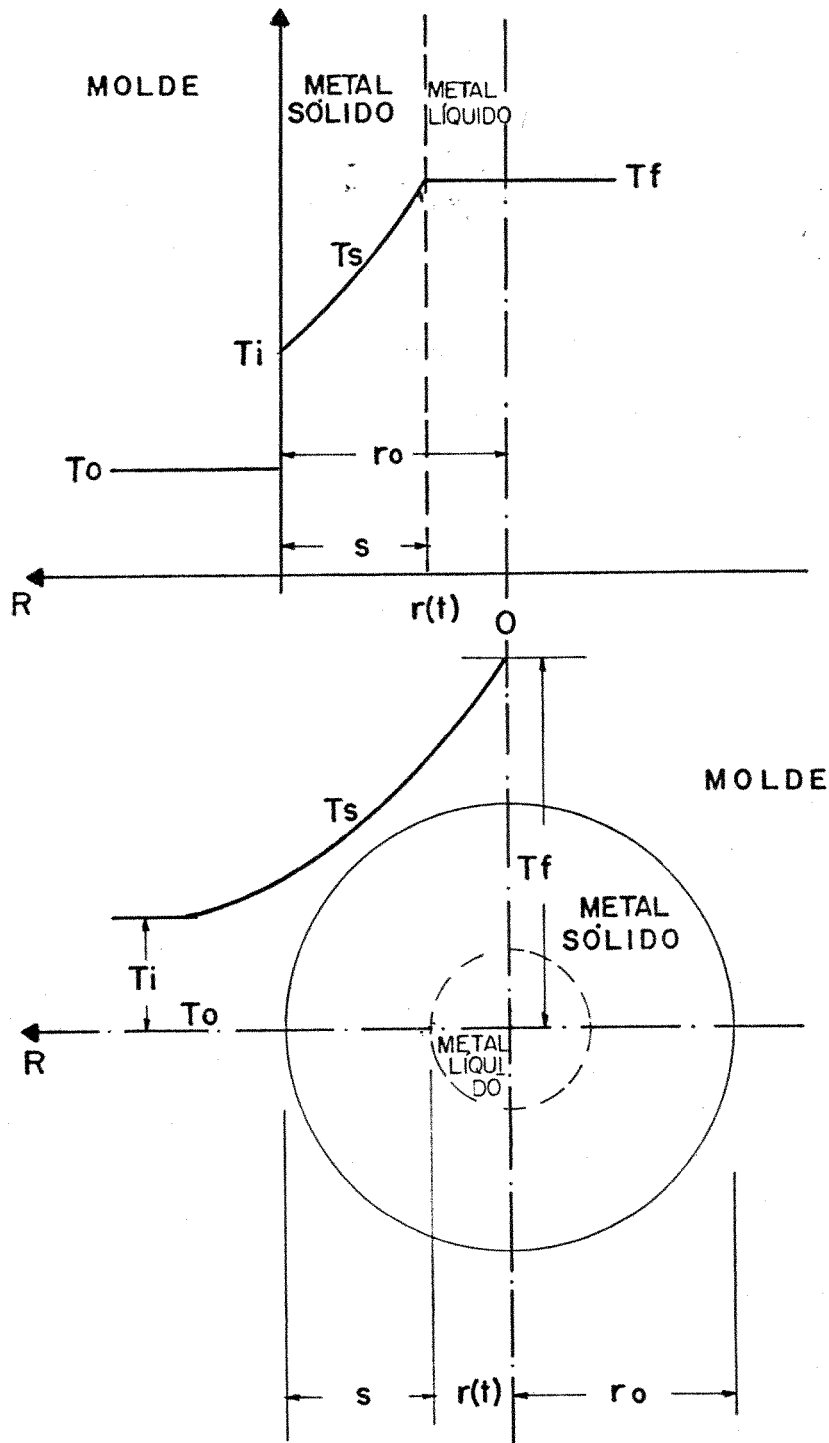


FIG. III. 1 — REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA EM UM INSTANTE  $t > 0$  DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO DE CILINDROS.

b) Balanço térmico na interface sólido/líquido

$$(R = r(t))$$

$$q'_{H,r} + q'_{k,r} + q'_{i,r} = 0 \quad (3.6)$$

onde

$$q'_{k,r} = -k_s A_r \frac{\partial T}{\partial R}, \quad A_r = 2\pi r l \quad (3.7)$$

cuja integração resulta

$$q'_{k,r} = \frac{T_f - T_i}{\ln(r_0/r)} k_s 2\pi l \quad (3.8)$$

logo a equação (3.6) fica

$$\rho_s H_f 2\pi r l \frac{\partial R}{\partial t} - \frac{T_f - T_i}{\ln(r_0/r)} k_s 2\pi l + h_i A_r (T_f - T_f) = 0 \quad (3.9)$$

utilizando as equações (3.4) e (3.5) em 3.9) temos

$$\rho_s H_f r \frac{dR}{dt} = \frac{T_f - T_0}{\frac{1}{k_s} + \frac{1}{h_i(r_0-r)}} \cdot \frac{1}{\ln(r_0/r)} \quad (3.10)$$

cuja solução analítica aproximada é muito complexa e difícil de ser obtida, sendo pois necessário a utilização de soluções numéricas, o que foge dos objetivos do presente trabalho que pretende um modelo simples visando uma aplicação tecnológica.

### 3.2- Caso de Molde Interno (Tarugo Maciço)

As mesmas hipóteses simplificadoras utilizadas no item anterior são aqui aplicadas com exceção ao tópico (g) onde:

g) o molde funciona como um absorvedor eficiente de calor até um ponto de saturação.

A figura III.2 indica o perfil de temperatura em um instante qualquer do processo de solidificação em sistemas metal/molde com geometria cilíndrica.

Fazendo uma análise similar ao sistema anterior, verifica-se que a solução da equação (3.1) de Fourier para determinação do perfil térmico no metal sólido e da cinética de solidificação, torna-se ainda mais complexa, uma vez que a temperatura interna da interface metal/molde evolui durante o processo de solidificação.

Para análise do perfil térmico no molde utiliza-se a equação (3.1) e as seguintes condições de contorno (47, 48), conforme indica a figura III.3.

$$T_f = T'_f ; \quad \frac{\partial T(0,t)}{\partial R} = 0 ; \quad -k_m \frac{\partial T(r_o,t)}{\partial R} = h_i T(r_o,t) \quad (3.11)$$

Por separação de variáveis

$$T(R,t) = \mathcal{R}(R) \mathcal{T}(t) \quad (3.12)$$

temos que as equações (3.1) e (3.11) ficam

$$\frac{d}{dR} \left( R \frac{d\mathcal{R}}{dR} \right) + \lambda^2 R \mathcal{R} = 0 ; \quad \left. \begin{array}{l} \frac{d\mathcal{R}(0)}{dR} = 0 ; \\ \frac{d\mathcal{R}(r_o)}{dR} + \frac{h_i}{k_m} \mathcal{R}(r_o) = 0 \end{array} \right\} \quad (3.13)$$

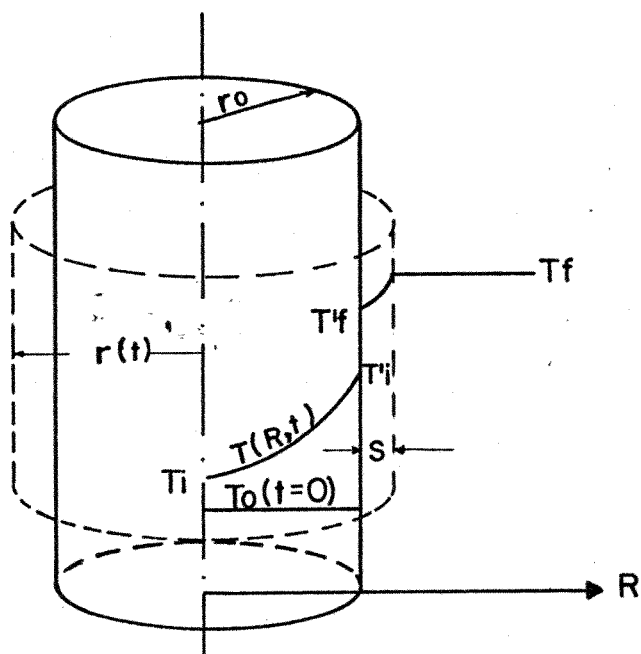


FIG. III.2 — PERFIL REAL DE TEMPERATURA EM UM INSTANTE  $t > 0$ , NO SISTEMA METAL/MOLDE, DURANTE O PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO DE CILINDROS.

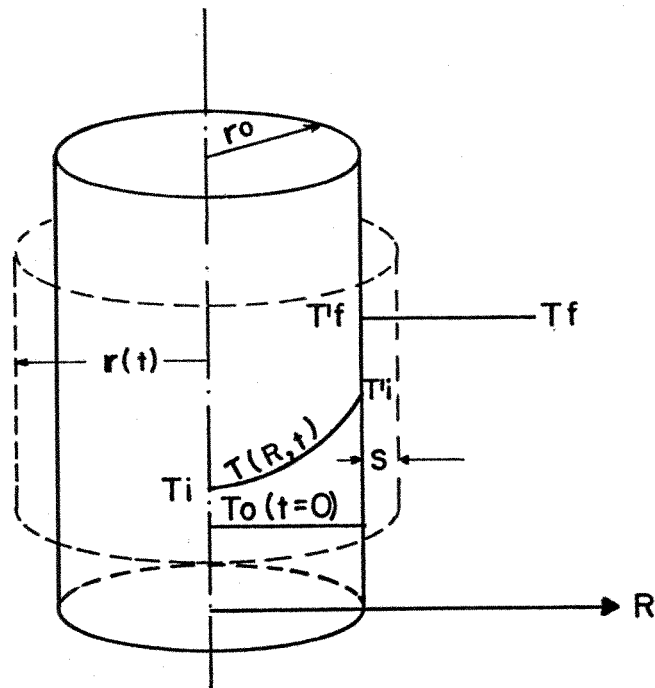


FIG. III.3 — PERFIL DE TEMPERATURA DA ANÁLISE REALIZADA EM SISTEMAS METAL/MOLDE, EM UM INSTANTE  $t > 0$  DURANTE O PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO DE CILINDROS.

e

$$\frac{dT}{dt} + \alpha_m \lambda^2 T = 0 \quad (3.14)$$

A solução para (3.13) é

$$R_n(R) = A_n \psi_n(R) \quad ; \quad \psi_n(R) = J_0(\lambda_n R) \quad (3.15)$$

que são as funções características e

$$(\lambda_n r_0) J_1(\lambda_n r_0) + B_i J_0(\lambda_n r_0) = 0 \quad ; \quad B_i = h_i r_0 / k_m \quad (3.16)$$

que são os valores característicos. A solução da equação (3.14) é

$$T_n(t) = C_n e^{-\alpha \lambda_n^2 t} \quad (3.17)$$

Logo o produto em (3.12) fica

$$T(R,t) = a_n e^{-\alpha \lambda_n^2 t} J_0(\lambda_n R) \quad , \quad a_n = A_n C_n \quad (3.18)$$

cujo valor inicial vale

$$T_0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n J_0(\lambda_n R) \quad (3.19)$$

que é a expansão da série de Fourier-Bessel em  $T_0$ . O coeficiente  $a_n$  torna-se

$$a_n = \frac{2 T_0 B_i}{(\lambda_n r_0)^2 + B_i^2} J_0(\lambda_n r_0) \quad (3.20)$$

Com isto, a temperatura não estacionária do tarugo é



$$\frac{T(R,t) - T_f}{T_o - T_f} = 2 B_i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha \lambda_n^2 t} J_0(\lambda_n R)}{(\lambda_n^2 R^2 B_i^2) J_0(\lambda_n r_o)} \quad (3.21)$$

Observa-se que também neste caso apesar das simplificações propostas, o molde possui caráter muito mais matemático do que tecnológico, o que faz com que seu uso seja restritivo e não conveniente para o presente trabalho.

## CAPÍTULO IV

### 4- MATERIAIS E MÉTODOS UTILIZADOS

#### 4.1- Metais Utilizados

Os metais não ferrosos utilizados na realização do presente trabalho e seus respectivos grau de pureza comercial, estão indicados na tabela IV.1.

METAL	GRAU DE PUREZA (PORCENTAGEM EM PESO)
Alumínio	99,5%
Chumbo	99,5%
Zinco	99,8%
Estanho	99,8%

TABELA IV.1 - Grau de Pureza dos Metais Não-Ferrosos Utilizados (Análise Realizada nos Laboratórios do DEMa/UFSCar).

O trabalho-base foi desenvolvido com alumínio, sendo que os demais metais foram utilizados somente para comprovação experimental em alguns pontos dos modelos propostos.

A utilização-base de alumínio deve-se ao fato de ser um metal de grande importância estratégica e tecnológica, conforme foi visto no item 1.1., bem como é fácil sua manipulação em laboratório, o ponto de fusão não é muito elevado e suas propriedades físicas estão amplamente divulgadas na literatura.

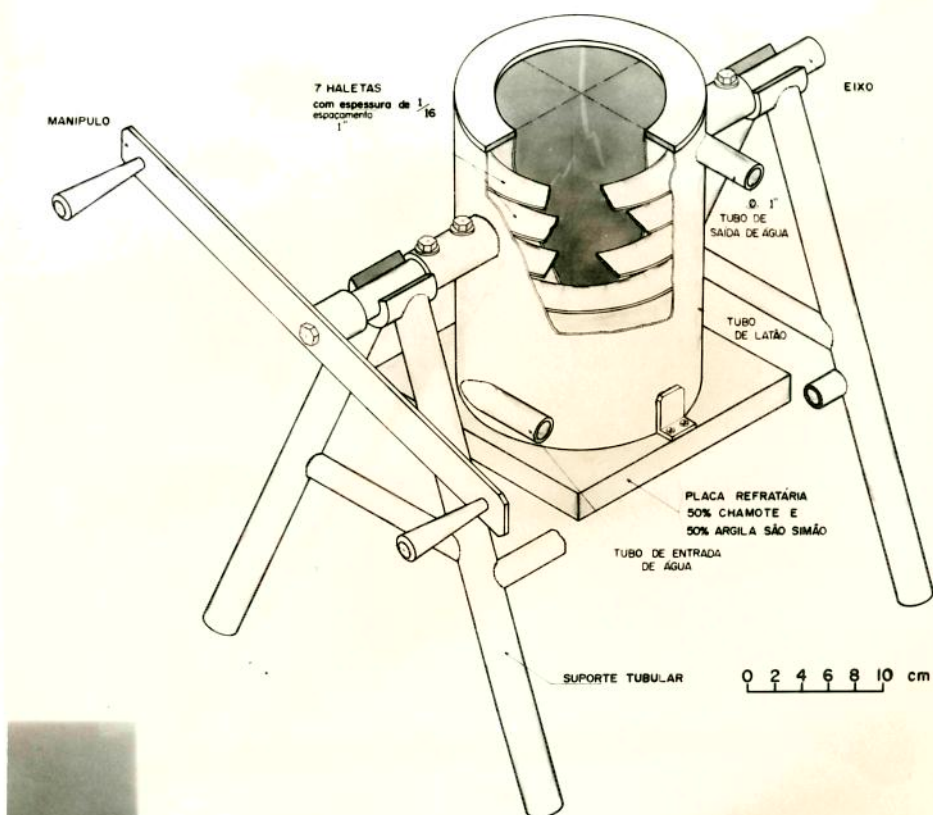
Os outros metais não-ferrosos foram utilizados também por ser facilmente manipulados em laboratório, por cobrirem uma faixa bastante representativa dentre os metais não-ferrosos, e por possuírem suas propriedades físicas em diversas literaturas.

As propriedades físicas mais importantes destes metais não-ferrosos, e que são utilizadas no presente trabalho encontram-se no APÊNDICE 3.

#### 4.2- Moldes Utilizados

##### 4.2.1- Molde Externo Refrigerado a Água

O molde externo utilizado pelo presente trabalho denomina-se "*coquilha basculante refrigerada a água*", e consiste em dois tubos concêntricos de latão com as extremidades soldadas, de tal maneira que é possível a circulação interna de água, cujo fluxo é direcionado por haléatas para melhor eficiência de refrigeração. A circulação de água dentro da coquilha é forçada com auxílio de uma motobomba MARK com motor de 1CV, sendo que a velocidade da água dentro dos dutos de 1" de diâmetro é de 500cm/seg. No fundo da coquilha acopla-se uma placa de material refratário, com a finalidade de minimizar os efeitos das perdas de calor pelo fundo. Esta coquilha também possui suportes laterais dispostos de tal maneira que faça com que a coquilha e o fundo refratário sejam basculáveis. A observação de maiores detalhes referentes ao projeto da coquilha basculante refrigerada a água pode ser feita nas figuras IV.1 e IV.2.



COQUILHA BASCULANTE REFRIGERADA A ÁGUA  
(para experiências de "pouring out")

FIG. IV. 1 — COQUILHA BASCULANTE REFRIGERADA  
A ÁGUA.

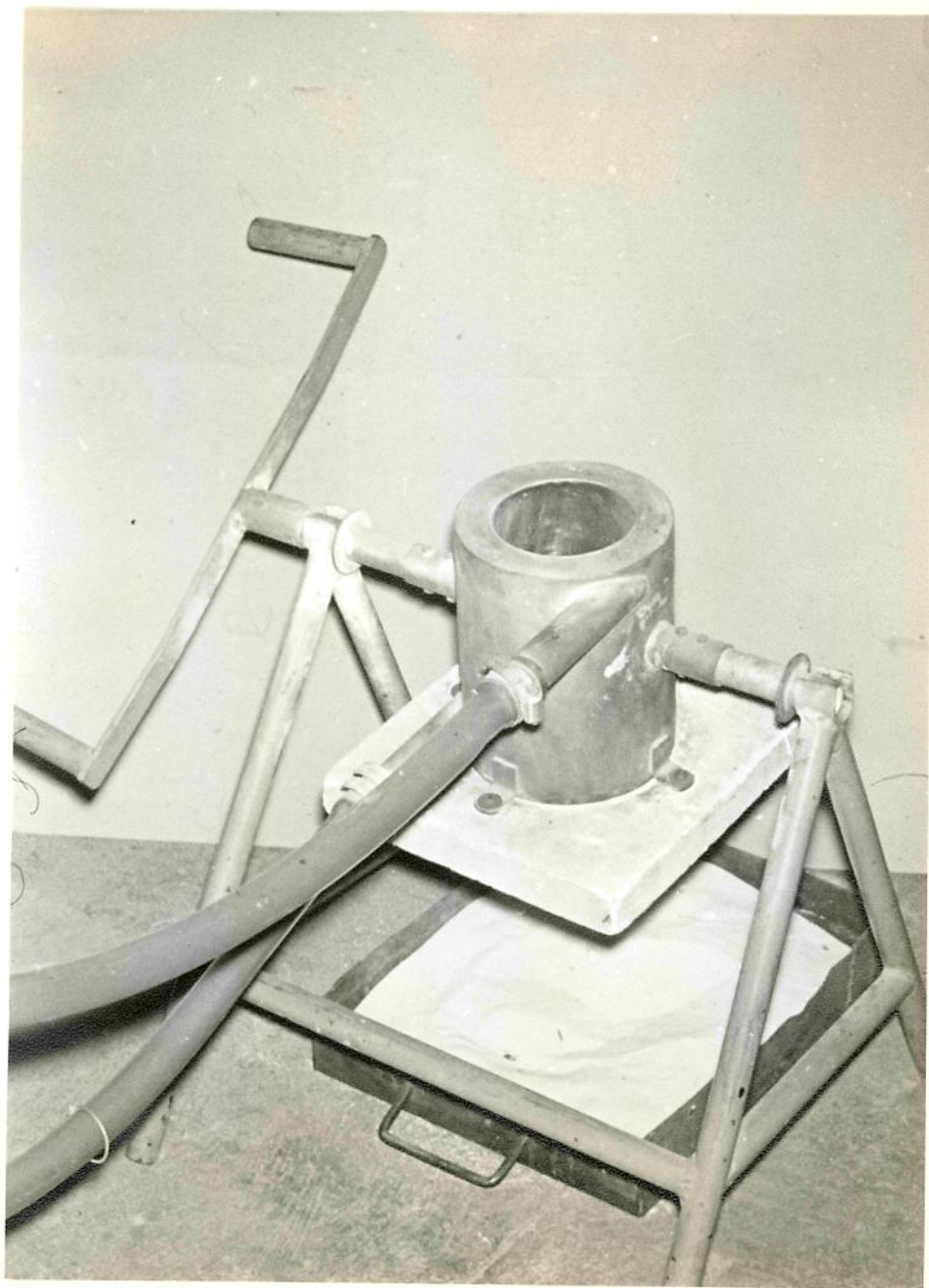


FIG. IV. 2 — VISTA EXTERNA DA COQUILHA BASCU  
LANTE REFRIGERADA A ÁGUA.

Esta coquilha constitui a parte mais importante de um sistema que também utiliza um forno poço cilíndrico elétrico com potência de 3,5 KW e volume útil de 4,2 litros, no qual funde-se os metais não-ferrosos, que posteriormente são transportados por um cadinho de carbureto de silício, e no qual é feita a homogeneização e espera, ou seja, toda massa do metal líquido só é vazada na coquilha a uma temperatura uniforme, temperatura essa de fusão do metal, pois não se desejava estudar o efeito do superaquecimento. A figura IV.3 ilustra este sistema "molde externo" construído totalmente no Laboratório de Preparação, Processamento e Tratamentos Térmicos de Materiais Metálicos, do Departamento de Engenharia de Materiais da Universidade Federal de São Carlos.

Foram utilizadas duas condições diferentes de contato térmico na interface metal/molde

- a) Interface polida
- b) Interface recoberta com pintura isolante, DYCOTE 39 da FOSECO

O objetivo da montagem deste sistema, foi com o propósito de realizar testes experimentais cujos resultados fornecessem informações sobre a cinética de solidificação da interface sólido/líquido, sendo que para isto realizou-se o "pouring-out" ou seja, parte do metal vazado (sem superaquecimento) para dentro do molde refrigerado a água, estará solidificado quando após algum tempo realizar uma basculação na coquilha, de tal maneira que o metal interior ainda não solidificado, será vazado para fora deixando formado um tubo, que é o objeto em estudo.

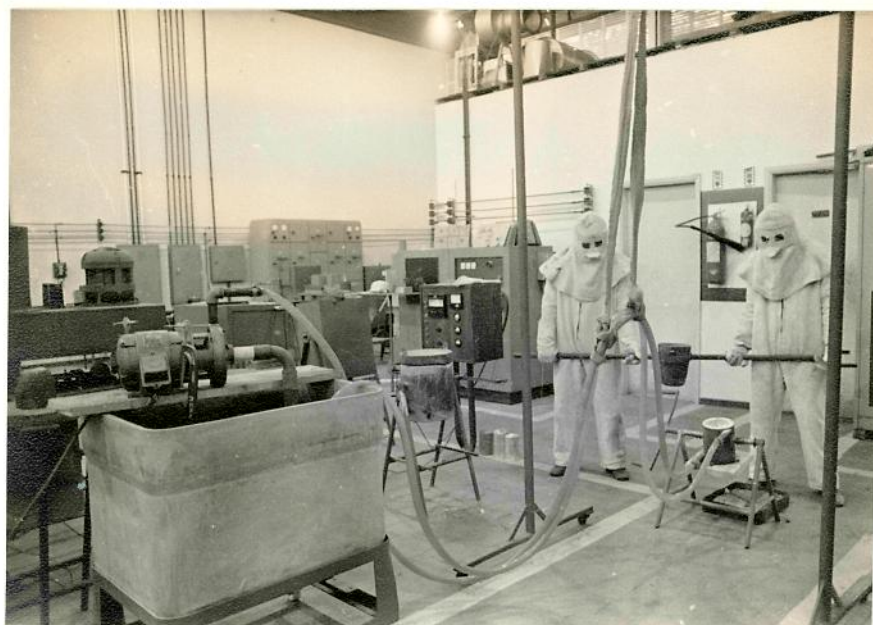


FIG. IV. 3 — " SISTEMA MOLDE EXTERNO "

#### 4.2.2- Moldes Internos Maciços

Os tarugos maciços de aço ABNT 1045 utilizados como moldes internos são apoiados unitariamente em um aro metálico fixado em um dispositivo suporte, sobre o qual está montado o "dipstick". Estes tarugos possuem em suas extremidades que ficam imersas no banho metálico em estudo, uma bolacha de material refratário com a finalidade de minimizar os efeitos da solidificação pelo fundo, enquanto que na outra extremidade que fica fora do banho metálico possuem 2 orifícios nos quais são colocados 2 termopares. Os diâmetros dos tarugos utilizados são 2, 4, 6, 8 e 10 cm conforme mostra a figura IV.4.

O "dipstick" foi desenvolvido com a finalidade de analisar os movimentos da interface sólido/líquido no caso do estudo da formação de cilindros. O forno poço retangular elétrico com potência de 9 KW possui em seu interior um cadinho de carbureto de silício com volume útil de 8,7 l, que vai conter o metal em estudo. Este forno poço, bem como o "dipstick" e os tarugos de aço foram totalmente montados no Laboratório de Preparação, Processamento e Tratamentos Térmicos de Materiais Metálicos, do Departamento de Engenharia de Materiais da Universidade Federal de São Carlos.

Os tarugos maciços, "dipstick", forno poço, termopares, registrador gráfico, galvanômetro e cronômetro constituem o sistema "molde interno" que pode ser visto na figura IV.5.

Também neste caso foram utilizadas duas condições diferentes de contato térmico na interface metal/molde

- a) Interface polida.
- b) Interface recoberta com pintura isolante, e que foi Dycote 39 da FOSECO.



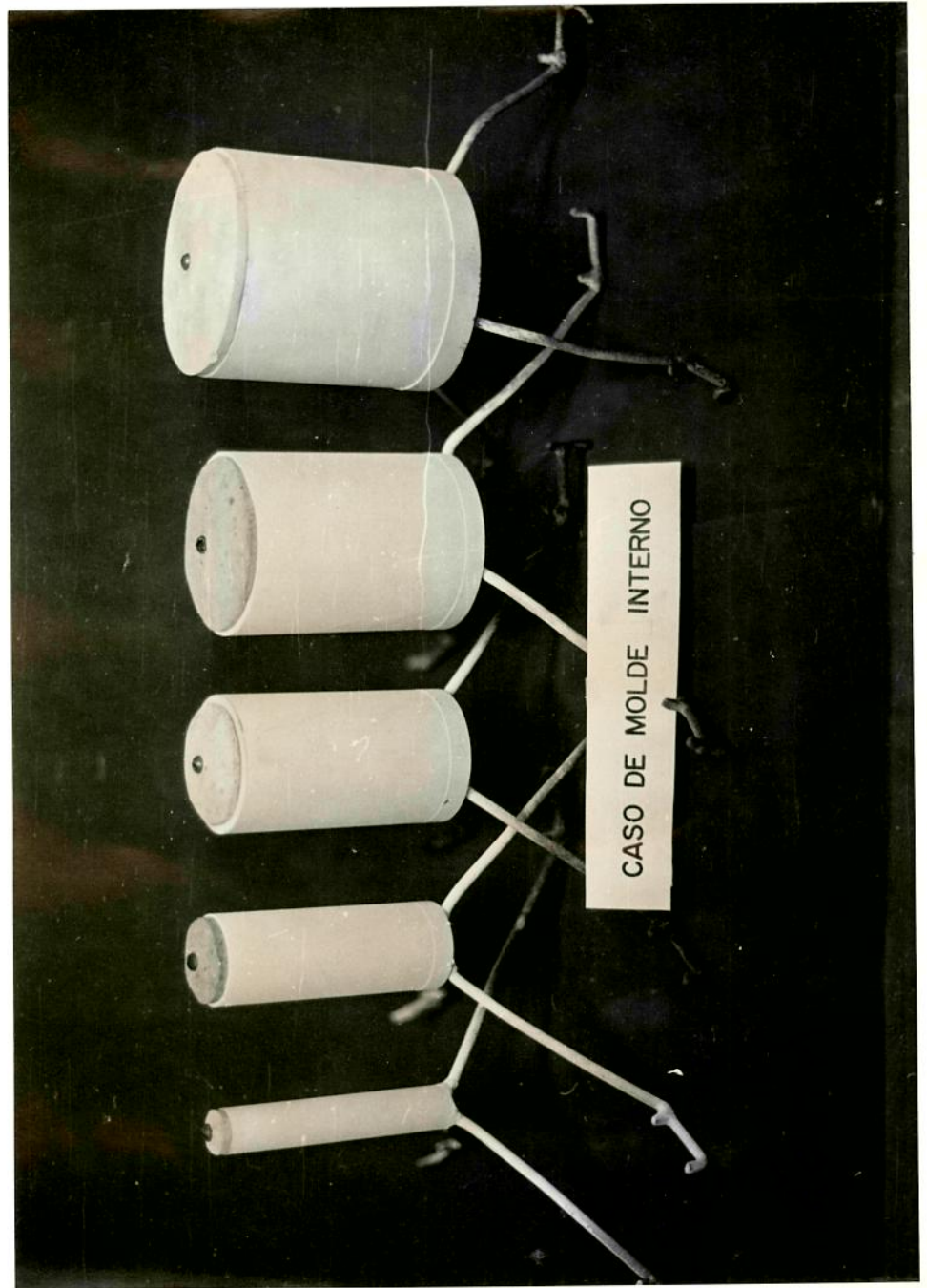


FIG. IV. 4 — MOLDES MACIÇOS DE AÇO.

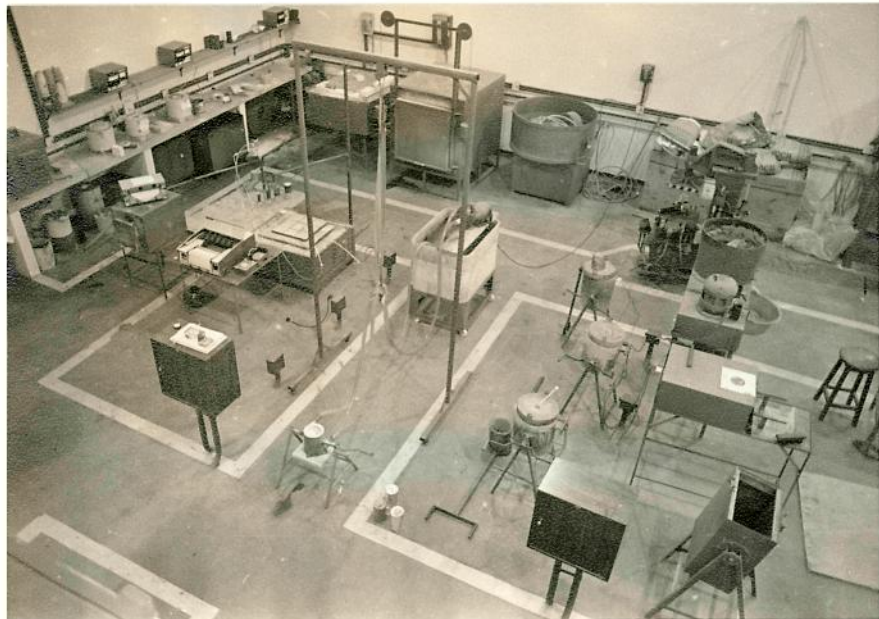


FIG. IV. 5 — " SISTEMA MOLDE INTERNO "

O objetivo da montagem deste sistema, foi com o propósito de realizar testes experimentais de imersão de tarugos maciços em banho metálico, de tal maneira que fornecesse informações sobre a cinética de solidificação da interface sólido/líquido, bem como o estudo da distribuição de temperatura durante o processo de solidificação de cilindros.

#### 4.3- Técnicas de Medida de Temperatura, Tempo, e Avanço da Interface Sólido/líquido

##### 4.3.1- Caso de Molde Externo

A medida de temperatura do banho metálico que é vazado sem superaquecimento para dentro da coquilha refrigerada a água, foi feita com auxílio de termopares cromel-alumel da isolação mineral da EQUIPE, com diâmetro externo da capa protetora de 3 mm, e fio de compensação que conduzia a força eletromotriz (f.e.m.) produzida pela junta quente, até um galvanômetro CRÓPICO, tipo P.6, que compensava a milivoltagem de entrada e fornecia o valor já convertido em temperatura real, com a devida correção da temperatura ambiente.

Este galvanômetro foi previamente calibrado com auxílio de um multímetro PHILIPS com erro de  $\pm 0,50$  mV e uma fonte de milivoltagem CRÓPICO com ajuste grosso e fino, sendo que a faixa de erro para leituras de temperatura foi  $\pm 1^{\circ}\text{C}$ . Todos os termopares pelo presente trabalho são de cromel-alumel devido a sua excelente con

dição de trabalho da temperatura ambiente até 1200<sup>o</sup>C, e foram previamente calibrados com auxílio de um termopar padrão de Pt/Pt - Rh 10%, forno de calibração de construção própria, e um instrumental de precisão constituído por um potenciômetro LEEDS & NORTHRUP 7555, tipo K-5 e um detetor de nulo D.C. 9828 da LEEDS & NORTHRUP, sendo que a tolerância máxima encontrada para temperaturas até 800<sup>o</sup>C foi de  $\pm 3\%$  e o tempo máximo de resposta 2 segundos.

A determinação do avanço da interface sólido/líquido foi feita utilizando os recursos do "pouring-out", cujos tempos foram determinados por um cronômetro JAQUET com erro de  $\pm 1/10$ ".

#### 4.3.2- Caso de Molde Interno

As mesmas considerações referentes aos termopares e galvanômetro feitas no item anterior são válidas para este item.

As medidas da evolução da temperatura dentro dos moldes maciços foram feitas com auxílio de uma bateria de 4 termopares cromel-alumel, sendo posicionador conforme esquema representativo da figura IV.6. Estes termopares são acoplados em um registrador gráfico multi-canal RIKADENKI, tipo KA-61, cujas curvas características podem ser vistas nas figuras IV.7 e IV.8, sendo que este registrador também foi previamente calibrado com auxílio do multímetro e da fonte de milivoltagem.

O movimento da interface sólido/líquido durante o processo de solidificação ao redor dos tarugos maciços de aço, foi medido através da técnica de "dipstick". Para montagem deste dispositivo utilizou-se um braço de compasso feito com aço VILLARES VPCW, e que é

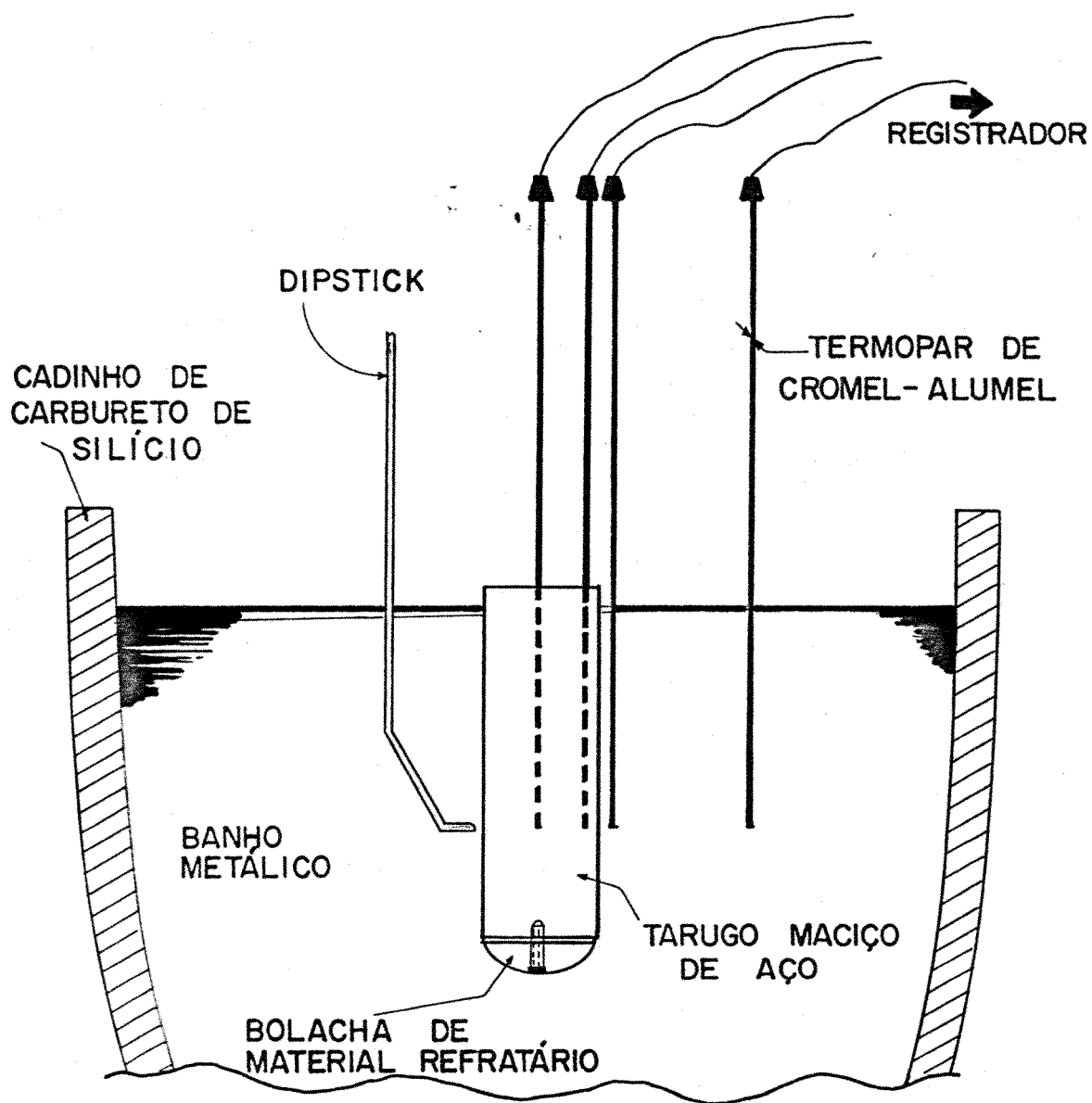
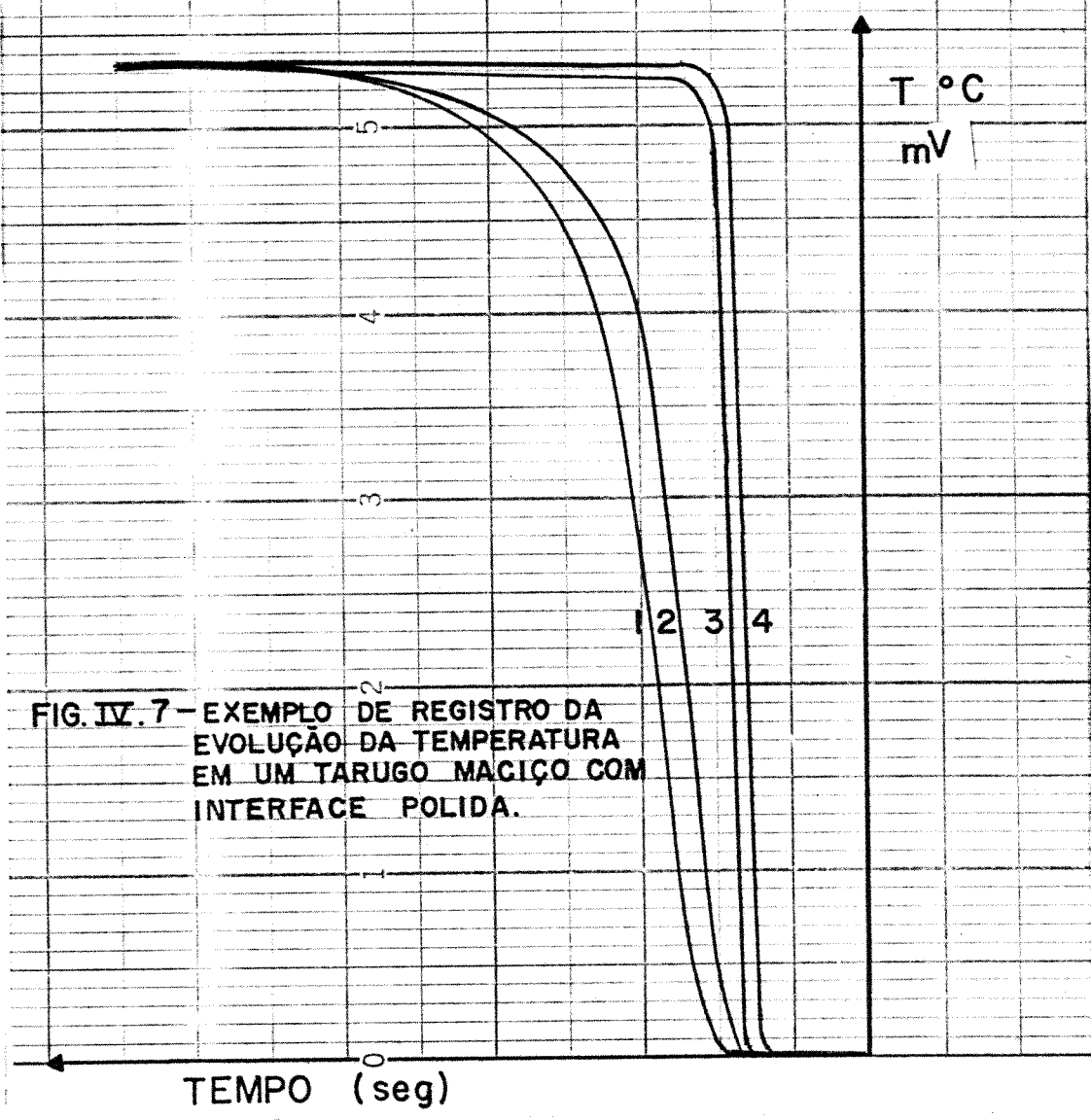
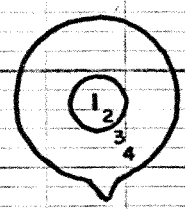
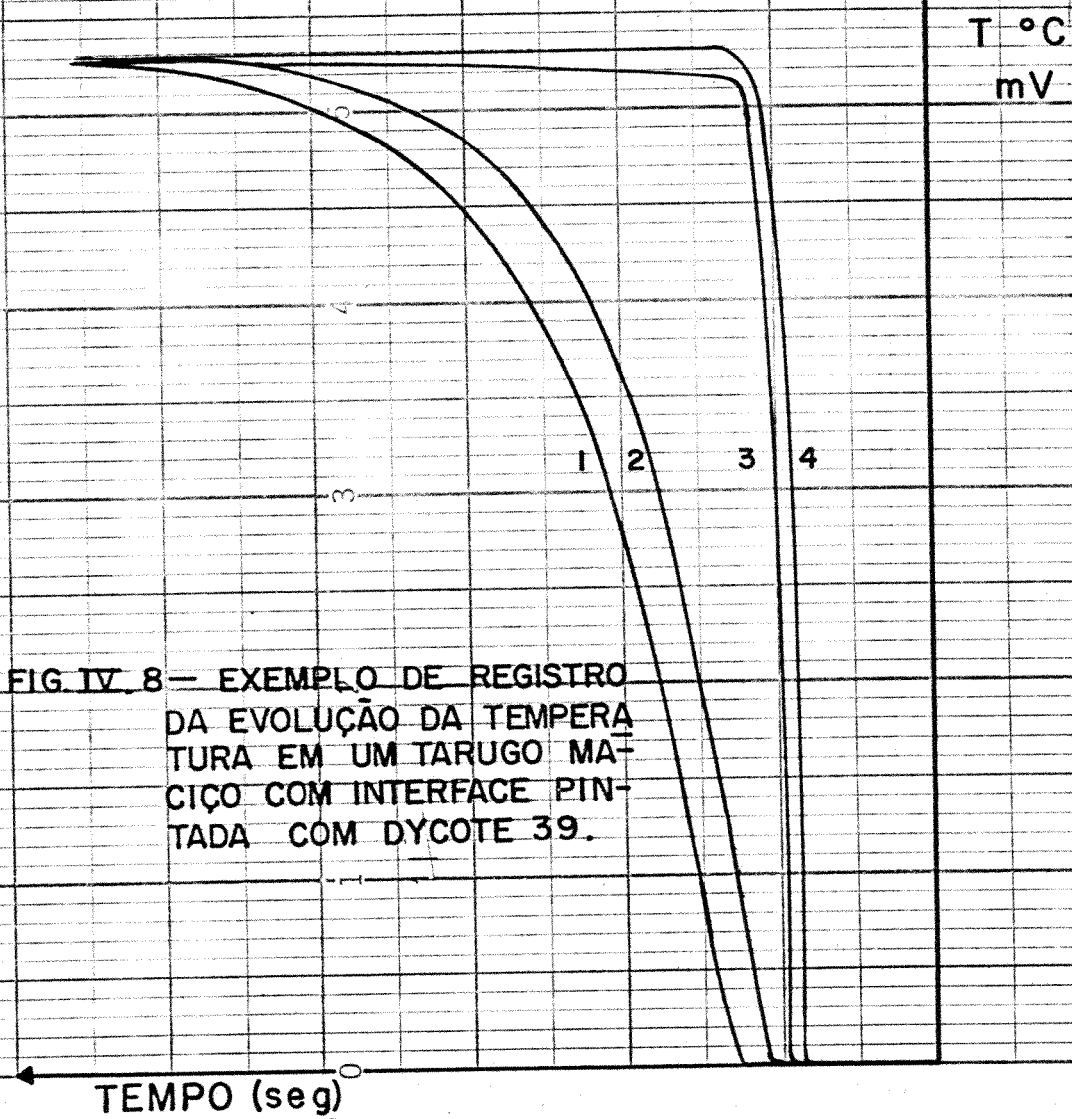
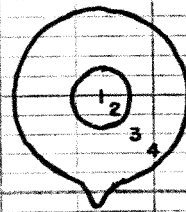


FIG. IV.6 — ESQUEMA REPRESENTATIVO DE UM TARUGO MACIÇO DE AÇO IMERSO NO BANHO METÁLICO, EVIDENCIANDO-SE A DISPOSIÇÃO DA BATERIA DE TERMOPARES E DO "DIPSTICK".

TARUGO DE AÇO POLIDO, ( $r_0 = 2\text{ cm}$ )  
TEMPERATURA DE IMERSÃO :  $660^\circ\text{C}$   
TEMPERATURA AMBIENTE :  $20^\circ\text{C}$   
METAL : ALUMÍNIO COMERCIAL PURO  
VELOCIDADE DO PAPEL :  $3\text{ cm/min}$   
FUNDO DE ESCALA :  $50\text{ mV}$   
TERMOPAR : CROMEL-ALUMEL



TARUGO DE AÇO PINTADO COM DYCOTE 39 ( $r_0 = 2$  cm)  
TEMPERATURA DE IMERSÃO : 660°C  
TEMPERATURA AMBIENTE : 28°C  
METAL : ALUMÍNIO COMERCIAL PURO  
VELOCIDADE DO PAPEL : 3 cm / min  
FUNDO DE ESCALA : 50 mV  
TERMOPAR : CROMEL-ALUMEL



acoplado a um sistema de eixos cujo terminal é um manípulo que comanda os movimentos deste braço e de outro cuja extremidade registra em forma de picotes, de tempos em tempos, a evolução da interface sólido/líquido, conforme mostra as figuras IV.9 e IV.10. Uma vista geral do "dipstick" utilizado para solidificação de cilindros externos ao molde é apresentado nas figuras IV.11 e IV.12.

#### 4.4- Medidas Finais da Área Transversal Solidificada para o Caso de Molde Externo

Após a realização do "pouring-out" é retirado o cilindro de metal solidificado, de cuja secção transversal mais representativa corta-se uma bolacha, e que foi a 10 cm da base. O perfil externo e interno desta bolacha é reproduzido em um papel, do qual mede-se posteriormente as respectivas áreas com auxílio de um planímetro polar MOM BUDAPEST, tipo K-800. A diferença entre as áreas externa e interna representa a área da secção transversal solidificada e está representada na figura IV.13.



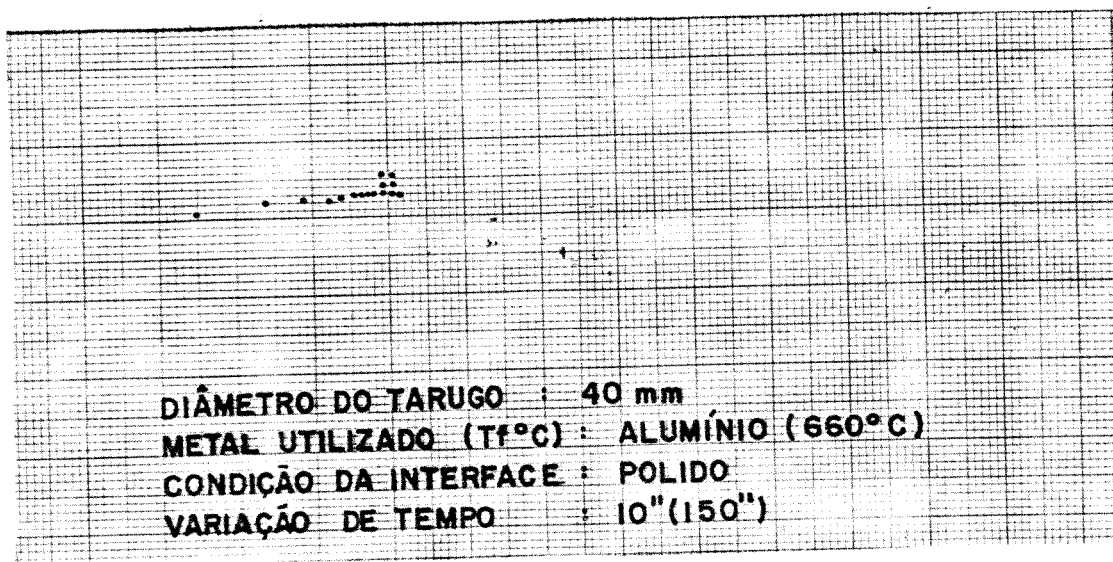


FIG. IV. 9 — EXEMPLO DE REGISTRO DA EVOLUÇÃO DA INTERFACE METAL SÓLIDO / LÍQUIDO MEDIDA PELO "DIPSTICK" PARA O CASO APRESENTADO PELA FIGURA IV. 7.

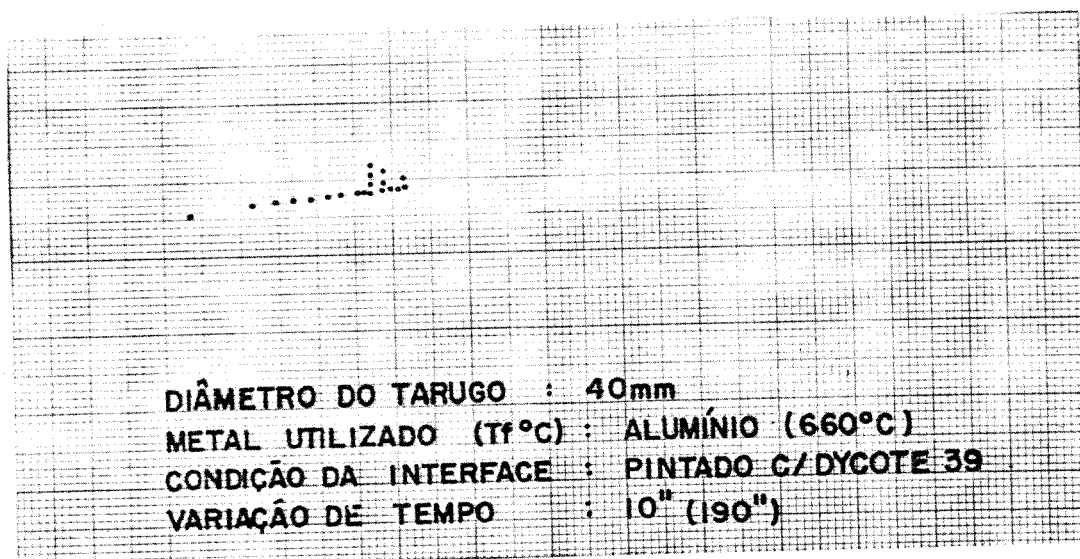
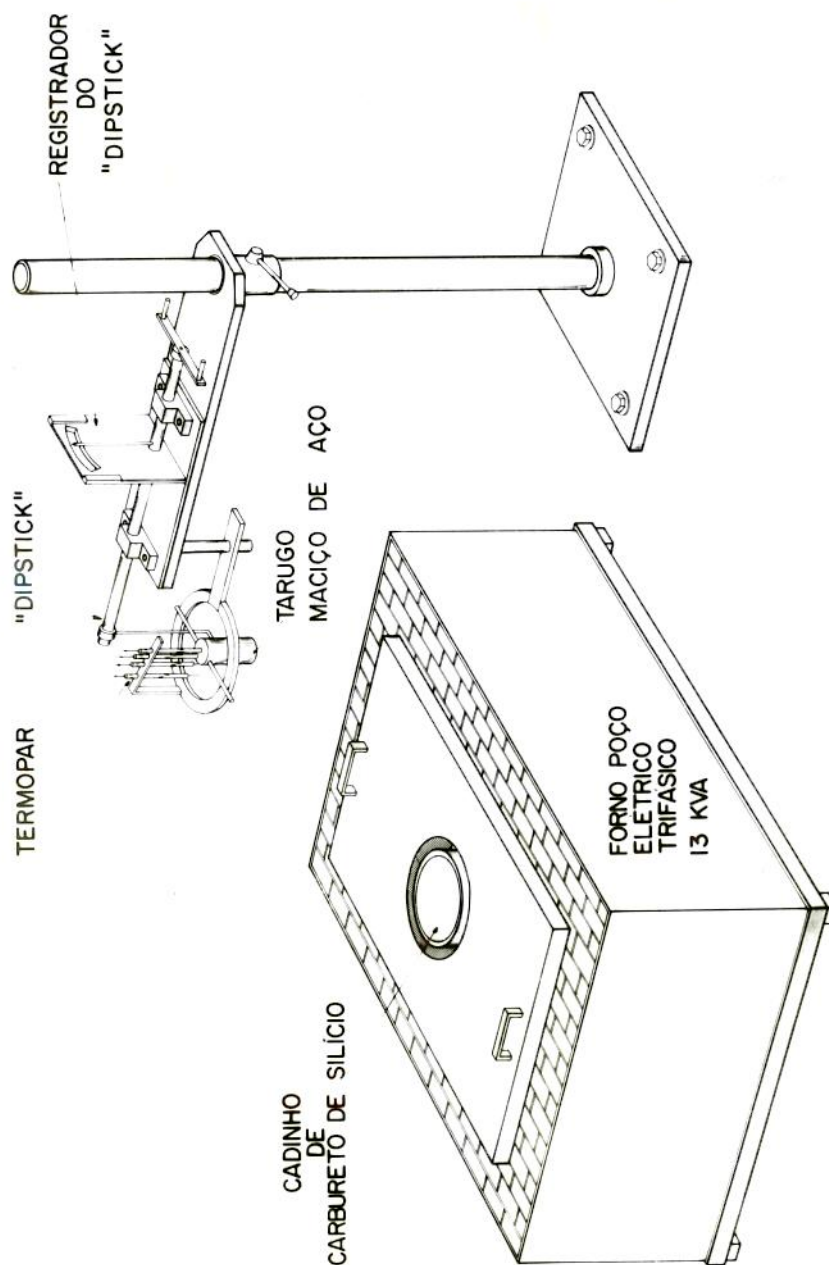


FIG. IV. 10 — EXEMPLO DE REGISTRO DA EVOLUÇÃO DA INTERFACE METAL SÓLIDO / LÍQUIDA MEDIDA PELO "DIPSTICK" PARA O CASO APRESENTADO PELA FIGURA IV. 8.



"DIPSTICK" — DISPOSITIVO PARA MEDIR O AVANÇO DA INTERFACE SÓLIDO-LÍQUIDO EM MOLDES COM GEOMETRIA CILÍNDRICA.

FIG. IV. 11 — "DIPSTICK"— DISPOSITIVO PARA MEDIR O AVANÇO DA INTERFACE SÓLIDO/LÍQUIDO EM MOLDES COM GEOMETRIA CILÍNDRICA.

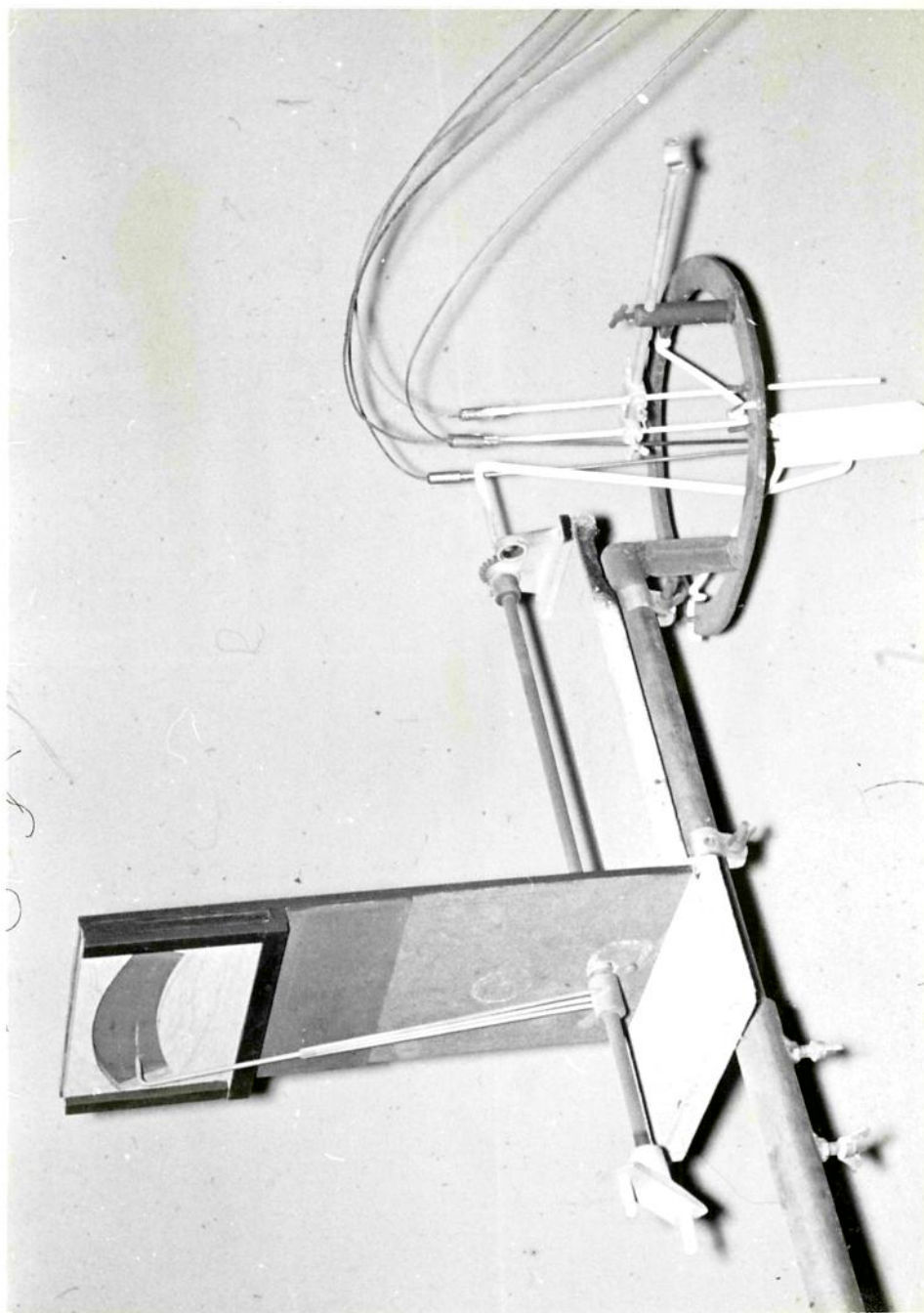


FIG. IV. 12 — VISTA GERAL DO "DIPSTICK" UTILIZADO PARA MEDIR A EVOLUÇÃO DA INTERFACE METAL SÓLIDO / LÍQUIDO DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO DE CILINDROS EXTERNOS AO MOLDE

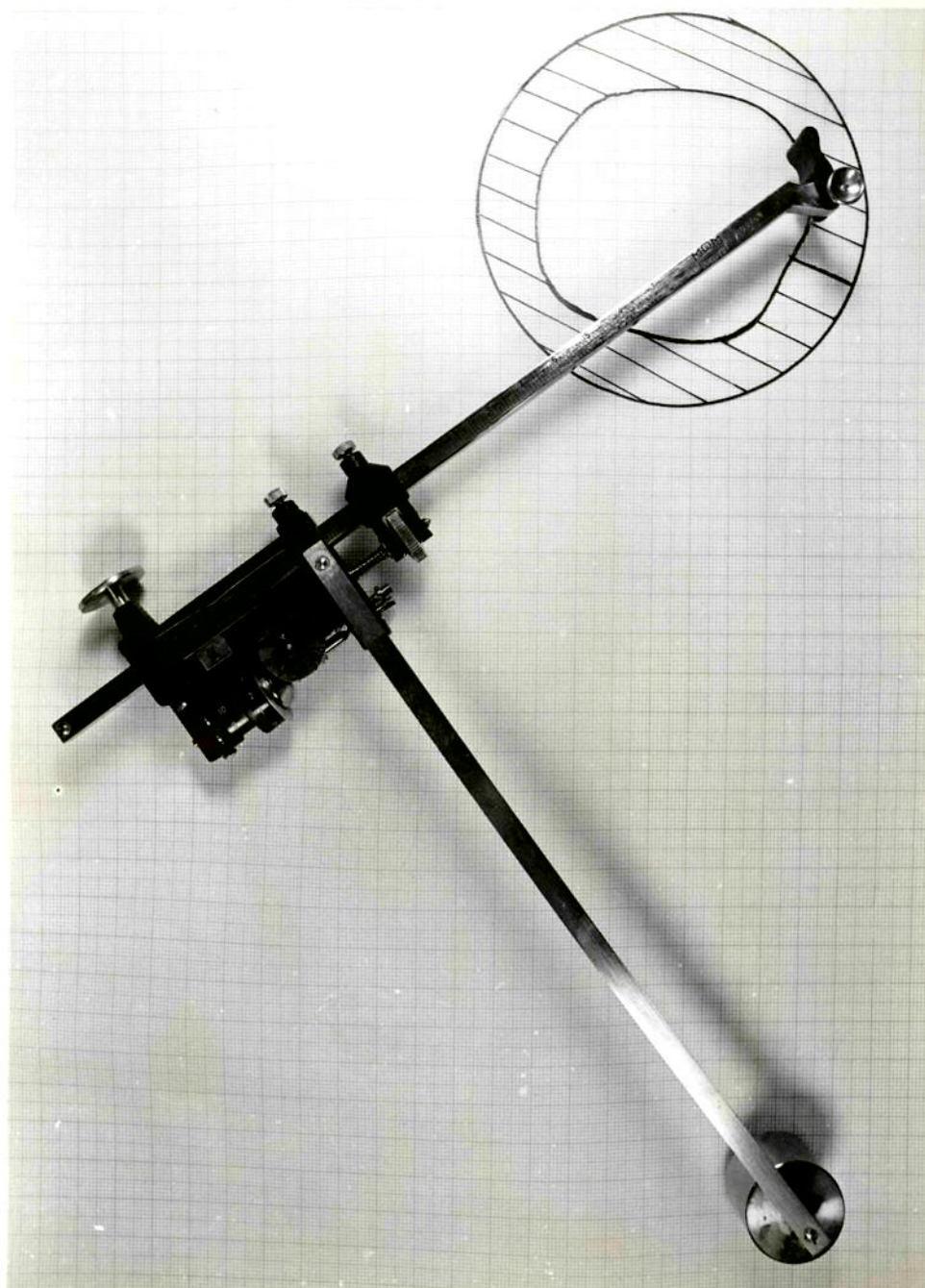


FIG. IV.13 — SECCÃO TRANSVERSAL DE UM CILINDRO DE ALUMÍNIO, EVIDENCIANDO-SE A ÁREA TOTAL SOLIDIFICADA E MEDIDA COM AUXÍLIO DO PLANÍMETRO POLAR.

## CAPÍTULO V

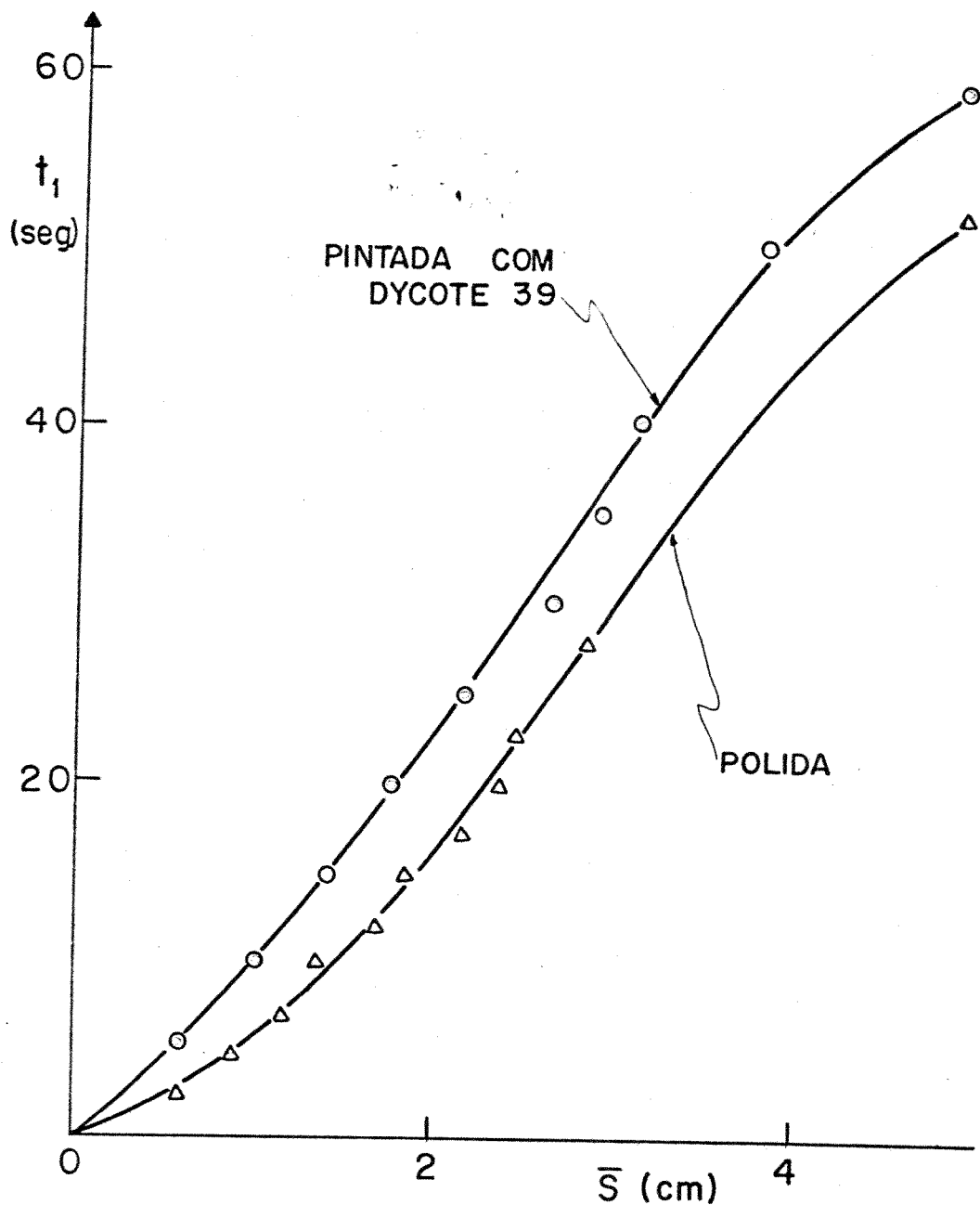
### 5- RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A maneira mais representativa de se apresentar a maioria dos resultados experimentais obtidos pelo presente trabalho é na forma gráfica. No entanto os valores numéricos para montagem destes gráficos estão no APÊNDICE 4.

#### 5.1- Caso de Molde Externo

A figura V.1 apresenta a variação da espessura média solidificada em função do tempo de solidificação, no caso da utilização de alumínio, com 2 condições da interface metal/molde: polida e pintada com dycote 39. Esta curva é muito importante para mostrar a influência da resistência desta interface no processo de solidificação. Os valores da espessura média foram extraídos a partir da área solidificada medida pelo planímetro. A figura V.2 mostra as bolachas das quais foram extraídos os valores utilizados para montagem das curvas apresentadas na figura V.1.

A tabela V.1 apresenta os tempos totais médios de solidificação para o caso da coquilha refrigerada a água, utilizando interface metal/molde polida e os seguintes metais não-ferrosos:



OBS.: VALORES NUMÉRICOS NOS APÊNDICES 4.1.a e 4.2.b

FIG. V .1 — RESULTADOS EXPERIMENTAIS DA CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO DE CILINDROS EM MOLDE REFRIGERADO A ÁGUA, NO QUAL UTILIZOU-SE ALUMÍNIO E DUAS CONDIÇÕES DA INTERFACIE METAL / MOLDE.

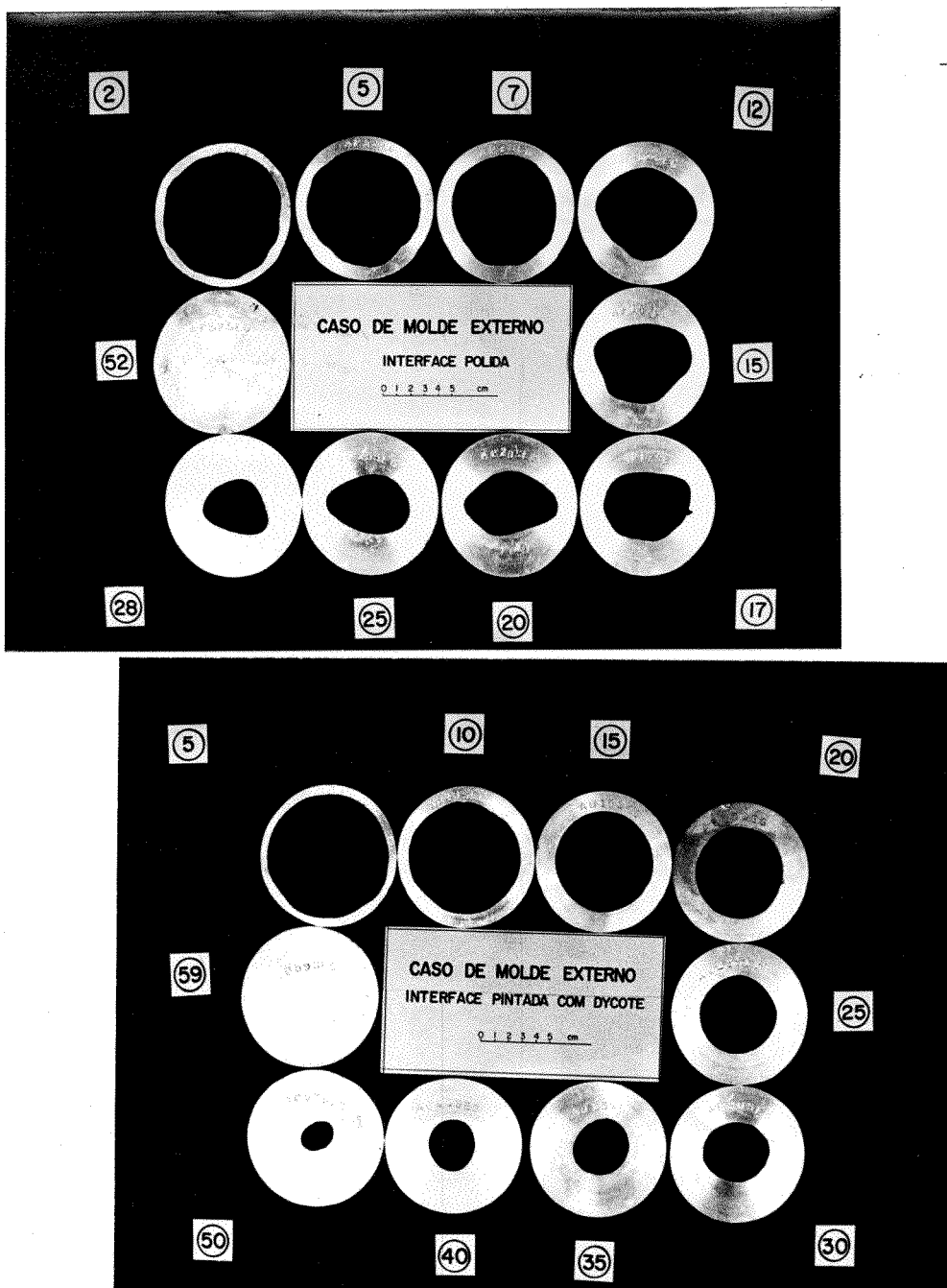


FIG. V. 2 — VISTA DA SECÇÃO TRANSVERSAL DOS CILINDROS DE ALUMÍNIO OBTIDOS NA COQUILHA REFRIGERADA A ÁGUA, MOSTRANDO OS TEMPOS ( $t$ , EM SEGUNDOS) EM QUE FORAM REALIZADOS OS "POURING-OUT".

- a) INTERFACE METAL / MOLDE POLIDA ,
- b) INTERFACE METAL / MOLDE PINTADA COM DYCOTE 39.

alumínio, chumbo, estanho e zinco

METAL \ CONDIÇÃO DA INTERFACE	POLIDA
Alumínio	52"
Chumbo	109"
Estanho	104"
Zinco	107"

TABELA V.1 - Tempos Totais Médios de Solidificação (Seg) de Alguns Metais Não-Ferrosos, Utilizando a Coquilha Refrigerada a Água.

Fixou-se um tempo  $t = 20$  seg para determinação da espessura média solidificada destes metais não-ferrosos, e os resultados são apresentados na tabela V.2

METAL	ESPESSURA $\bar{x}$ (cm) SOLIDIFICADA NO INSTANTE $t_1 = 20$ seg
	CONDIÇÃO DA INTERFACE
	P O L I D A
Alumínio	2,38
Chumbo	1,35
Estanho	1,44
Zinco	1,26

TABELA V.2 - Espessuras Médias Solidificadas no Instante  $t_1 = 20$  seg para Alguns Metais Não-Ferrosos.



5.1.1- Precisão dos Resultados

A reprodutibilidade dos resultados experimentais obtidos através da técnica de "pouring-out" foi verificada no caso em que a interface metal/molde da coquilha refrigerada a água estava polida, pois o perfil interno da solidificação dos cilindros era mais irregular. Assim sendo, os valores experimentais, a média, a variação percentual em relação a média, e o desvio padrão com 95 a 90% de confiança podem ser vistos na tabela V.3 (49-50).

$t_i$ (seg)	$A_e$ (cm <sup>2</sup> )	$A_i$ (cm <sup>2</sup> )	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$S$ (cm)
7	76,9	46,9	30,0	1,08
7	78,0	43,2	34,8	1,27
7	77,0	46,6	30,4	1,09
7	77,7	44,6	33,1	1,21
7	78,0	43,7	34,3	1,26
MÉDIA	77,5	45,0	32,5	1,18
$\delta \times 1,39$				0,13
$\Delta_{95} (\%)$				10,7
$\delta \times 1,065$				0,10
$\Delta_{90} (\%)$				8,2

TABELA V.3 - Precisão dos Valores Obtidos Experimentalmente Através do "Pouring-Out", para Alumínio e Interface Metal/Molde Polida.

Conforme observa-se a técnica de "pouring-out" tem reprodutibilidade aceitável, uma vez que a variação percentual máxima

em relação a média de uma amostragem para 95 e 90% de confiança foi 10,7 e 8,2% respectivamente.

## 5.2- Caso de Molde Interno

As imersões dos tarugos maciços foram realizadas em bano de alumínio a uma temperatura de 660°C.

### 5.2.1- Evolução da Interface Sólido/Líquido

Com auxílio do "dipstick" obteve-se os dados experimentais que são mostrados nas figuras V.3 e V.4 e indicam os valores dos tempos decorridos desde a imersão dos tarugos em função da espessura solidificada, com interface polida e pintada com dycote 39 respectivamente. Estes tarugos maciços de aço possuem raios 1, 2 e 3 cm.

A figura V.5 ilustra dois exemplos de cilindros retirados de um tarugo de aço com raio 2 cm, utilizando as duas condições de interface metal/molde: polida e pintada com dycote 39.

### 5.2.2- Precisão dos Resultados

Para verificação da eficiência deste dispositivo repetiu-se a imersão do tarugo com raio 2 cm e interface pintado com dycote 39, conforme figura V.6. Observa-se que os desvios padrões das espassuras médias com 95 e 90% de confiança respectivamente, são bem

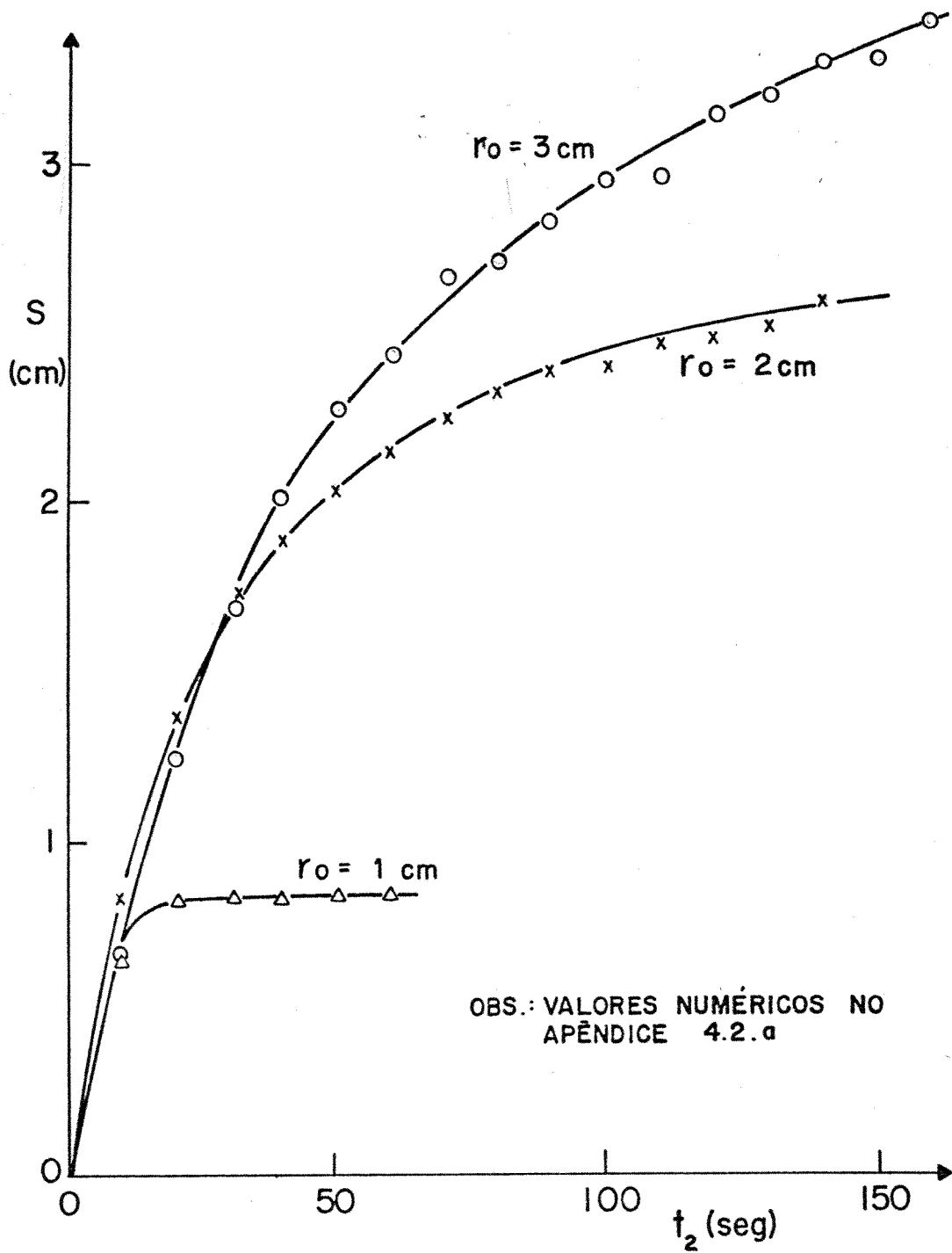


FIG. V. 3 — RESULTADOS EXPERIMENTAIS DA CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO DE CILINDROS EM MOLDES MACIÇOS INTERNOS, NO QUAL UTILIZOU-SE ALUMÍNIO E INTERFACE METAL/MOLDE POLIDA.

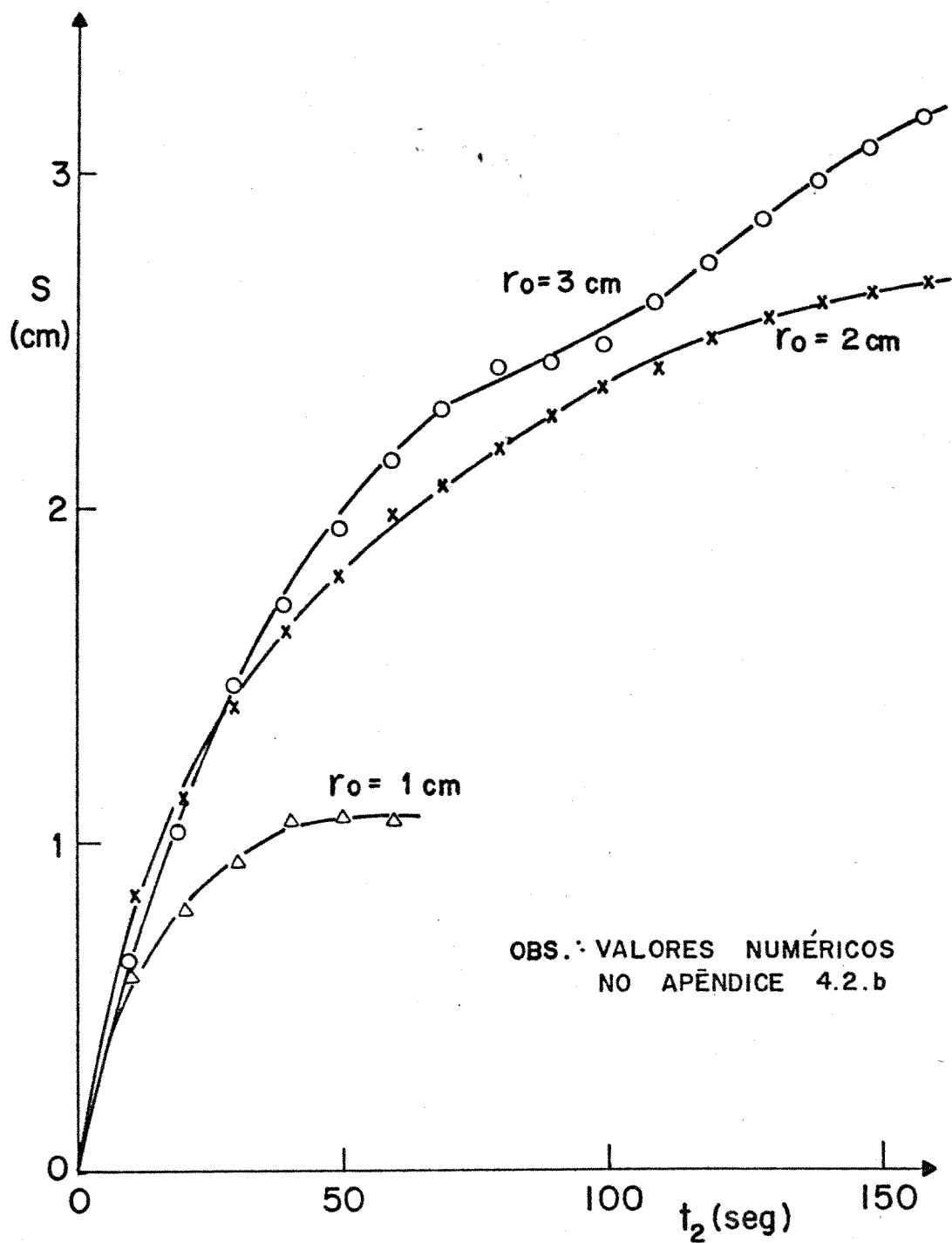


FIG. V. 4. — RESULTADOS EXPERIMENTAIS DA CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO DE CILINDROS EM MOLDES MACIÇOS INTERNOS, NO QUAL UTILIZOU-SE ALUMÍNIO E INTERFACE METAL/MOLDE PINTADA COM DYCOTE 39.

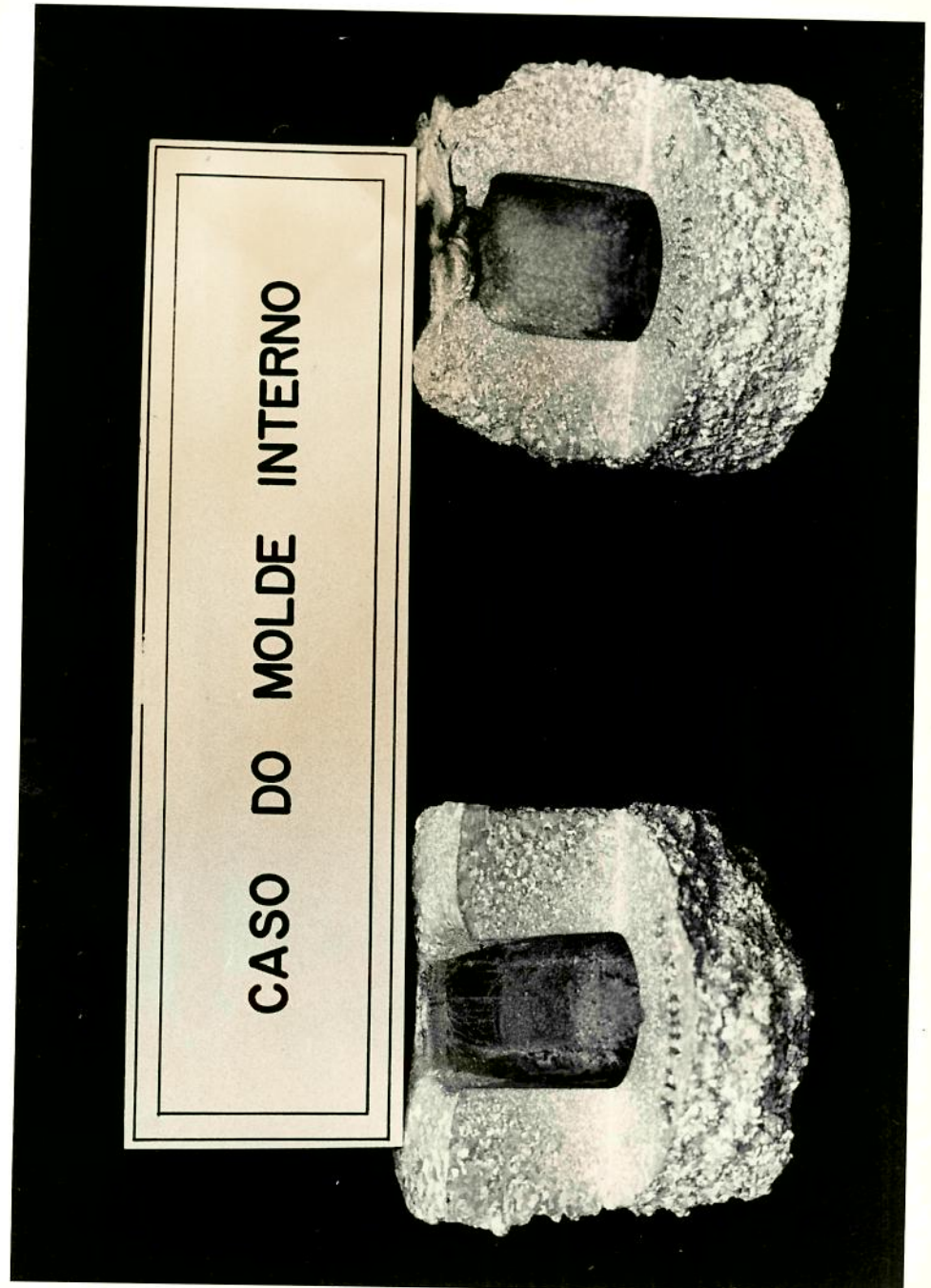


FIG.V.5 — AMOSTRAS DE ALUMÍNIO RETIRADAS DE UM TARUGO DE AÇO COM RAIO DE 2cm. TEMPO TOTAL DE IMERSÃO PARA AMBOS OS CASOS : 180 seg.

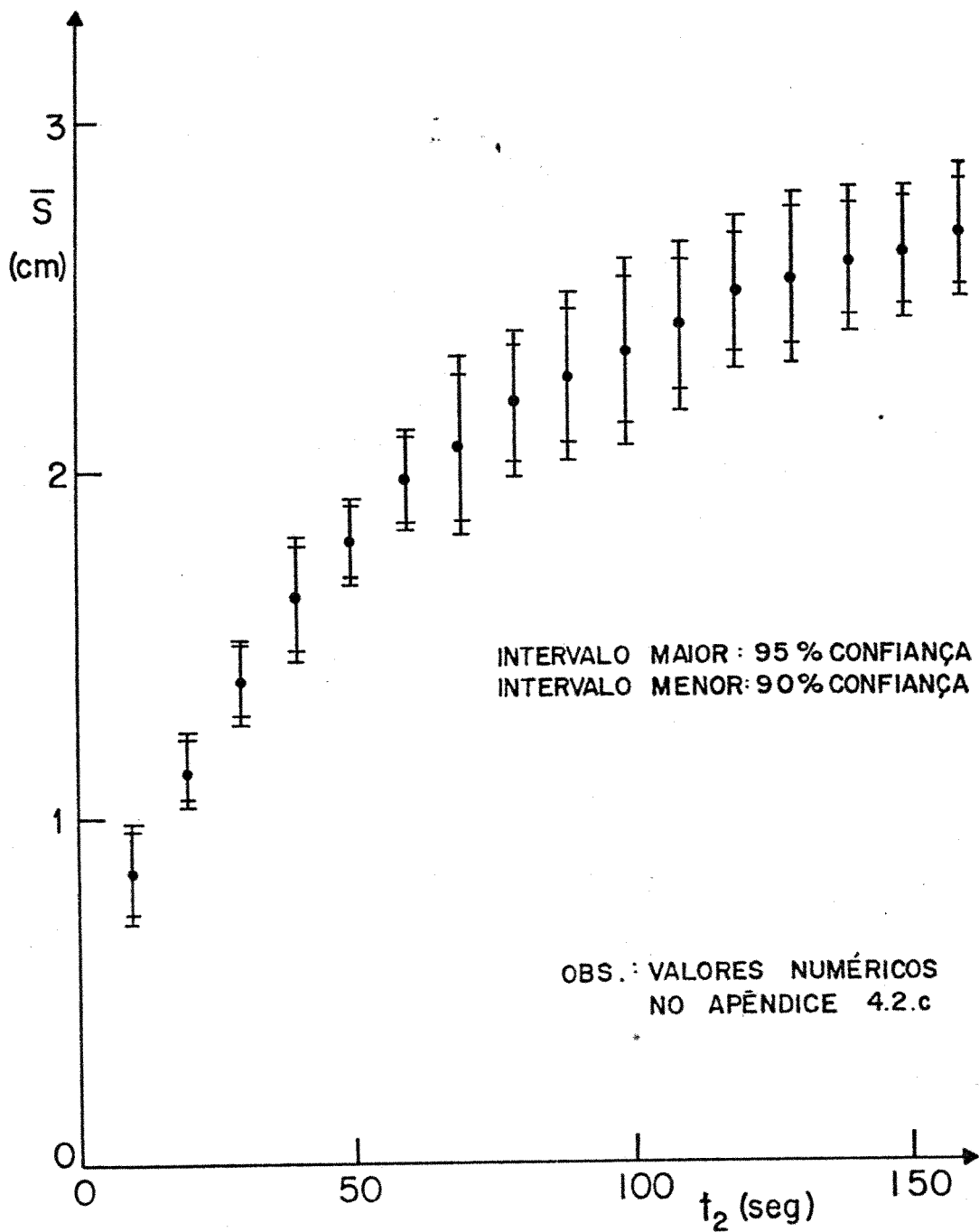


FIG. V. 6 — PRECISÃO DOS VALORES OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE ATRAVÉS DO "DIPSTICK", PARA TARUGO COM RAIO  $r_0 = 2$  cm E INTERFACE PINTADA COM DYCOTE 39, EM BANHO DE ALUMÍNIO.

aceitáveis, com exclusão do primeiro ponto quando  $t_2 = 10$  seg. Isto porém não influi de maneira alguma na tendência da curva, que é o objetivo deste gráfico.

### 5.2.3- Evolução da Temperatura Dentro do Tarugo

O registrador gráfico multi-canal foi utilizado para indicar a evolução das temperaturas dentro dos tarugos, bem como a do banho de alumínio, sendo que os resultados obtidos na periferia interna dos tarugos com interface polida e pintada com dycote 39 podem ser vistas respectivamente nas figuras V.7 e V.8.

As tabelas V.4 e V.5 indicam os valores médios dos tempos decorridos para início da evolução da temperatura no centro dos tarugos meciços de aço, para imersões em banho de alumínio e chumbo respectivamente. Estes valores são cronometrados.

### 5.2.4- Precisão dos Resultados

A figura V.9 ilustra a precisão dos dados obtidos através do registrador gráfico multi-canal, para o caso da imersão de tarugo com raio 2 cm, em banho de alumínio a  $660^{\circ}\text{C}$ . Observa-se que a altas temperaturas a variação porcentual em relação ao valor médio vai aumentando, e isto deve-se ao fato de que a temperatura do banho metálico não é a mesma em todas imersões, a temperatura ambiente variou durante os ensaios e principalmente o fato de que o recobrimento da interface metal/molde com dycote 39 foi-se desgastando com o realizar de experiências sucessivas.

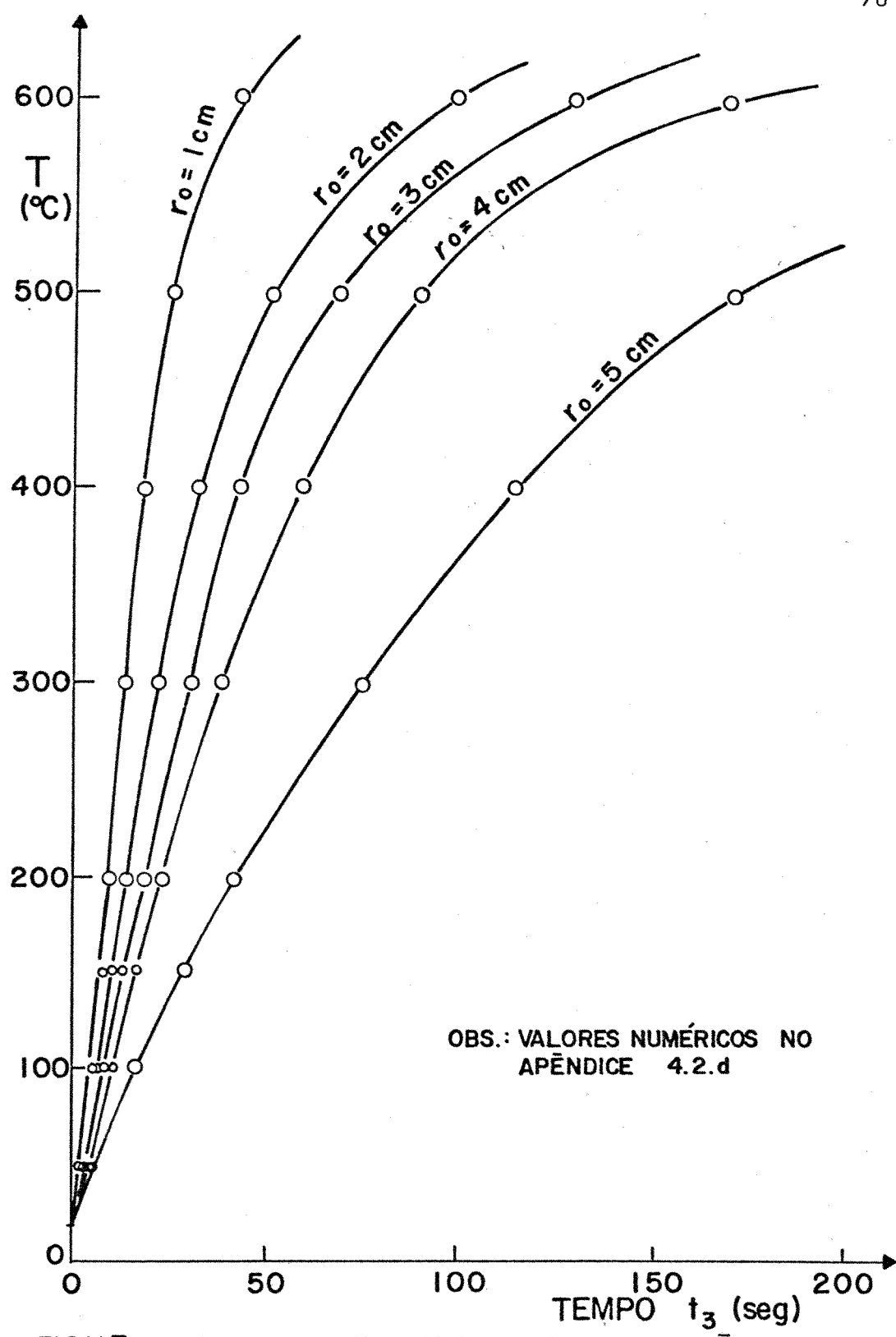


FIG.V.7— RESULTADOS EXPERIMENTAIS PARA EVOLUÇÃO DA TEMPERATURA NA PERIFERIA INTERNA DOS TARUGOS MACIÇOS IMERSOS EM BANHO DE ALUMÍNIO. INTERFACE METAL/MOLDE POLIDA.



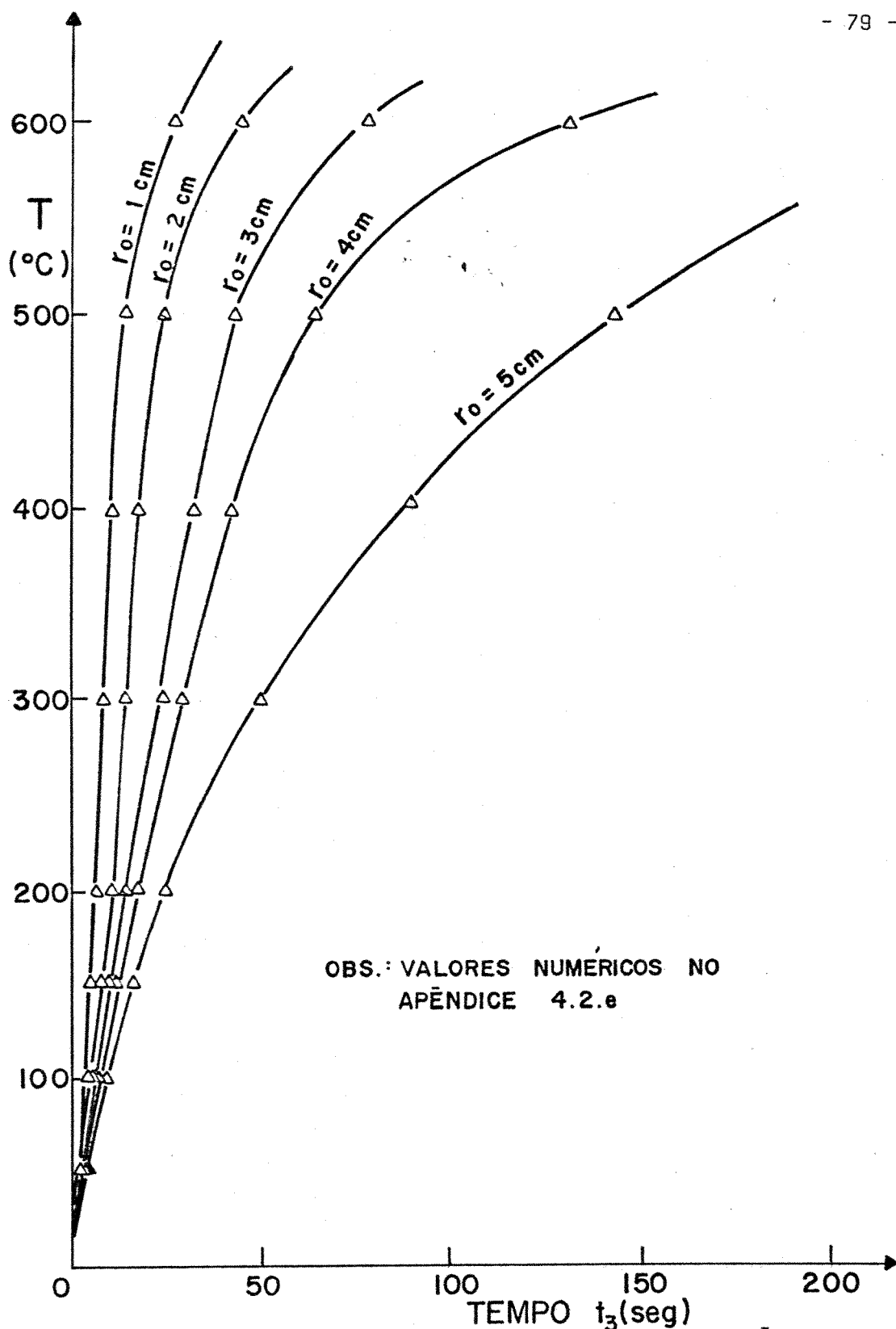


FIG. V.8. — RESULTADOS EXPERIMENTAIS PARA EVOLUÇÃO DA TEMPERATURA NA PERIFERIA INTERNA DOS TARUGOS MACIÇOS IMERSOS EM BANHO DE ALUMÍNIO. INTERFACE METAL/MOLDE PINTADA COM DYCOTE 39.

RAIO DO TARUGO (cm)	CONDIÇÃO DA INTERFACE METAL/MOLDE	
	POLIDA	PINTADA COM DYCOTE 39
1	1 8/10"	2"
2	3 6/10"	4 4/10"
3	8"	9"
4	11"	12"
5	14"	16"

TABELA V.4 - Tempo ( $t_4$ ) decorrido desde a imersão dos tarugos em banho de alumínio e a resposta do termopar central.

RAIO DO TARUGO (cm)	CONDIÇÃO DA INTERFACE METAL/MOLDE	
	POLIDA	PINTADA COM DYCOTE 39
1	1 8/10"	2 8/10"
2	4 6/10"	5 6/10"
3	7 6/10"	10 8/10"
4	11 6/10"	14"
5	18"	23"

TABELA V.5 - Tempo ( $t_4$ ) decorrido desde a imersão dos tarugos em banho de chumbo e a resposta do termopar central.

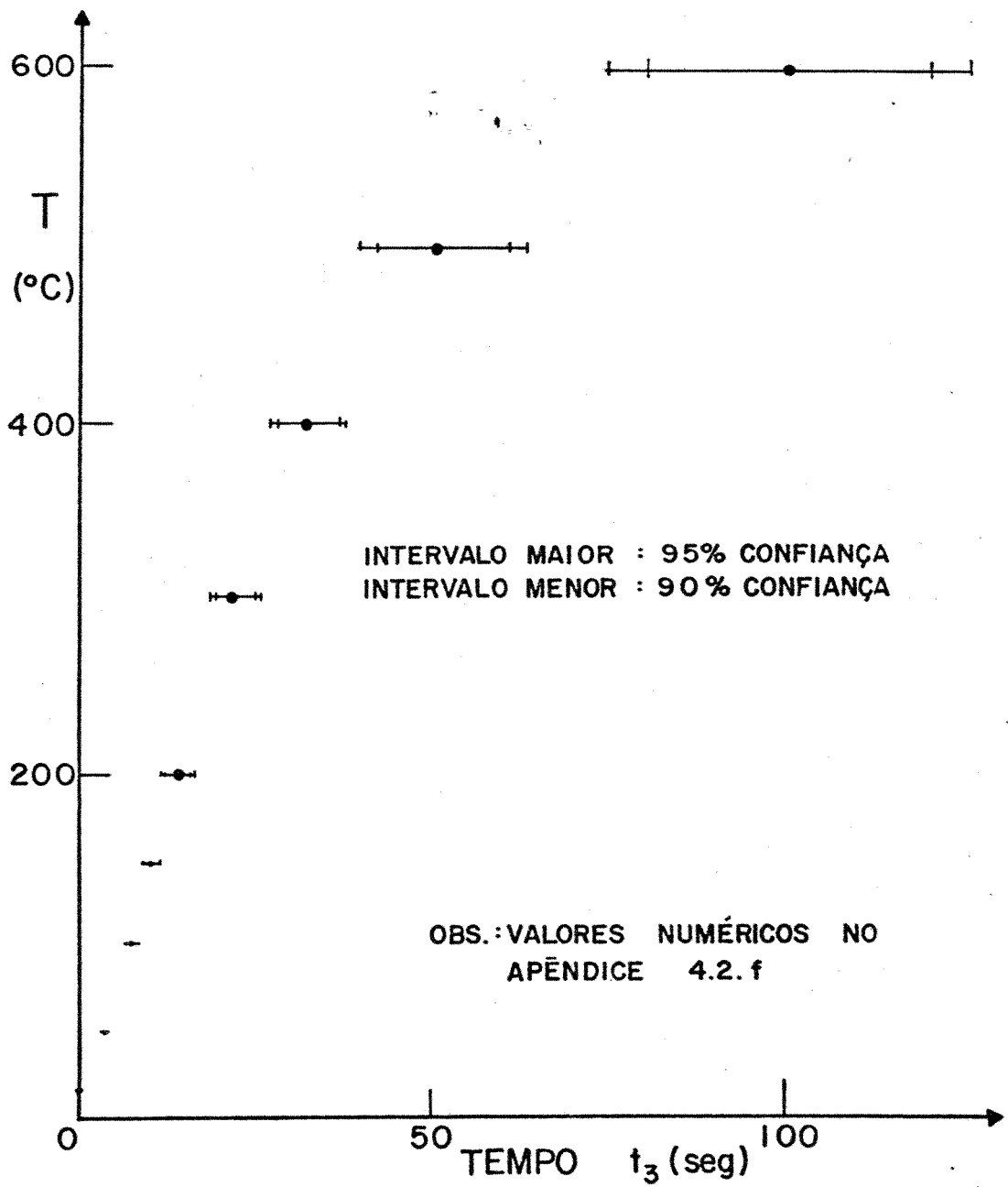


FIG. V. 9 — PRECISÃO DOS VALORES LIDOS NO REGISTRADOR GRÁFICO MULTI-CANAL. TARUGO MACIÇO DE AÇO RECOBERTO COM DYCOTE 39 (RAIO  $r_o = 2\text{cm}$ ) E IMERSO EM BANHO DE ALUMÍNIO.

### 5.3- Aspecto Macroscópico dos Cilindros

Após realizar o corte de maneira e em secção adequada dos cilindros obtidos experimentalmente, foi feito um lixamento da superfície de observação metalográfica com lixas de granulação 240, 320, 400 e 600.

Os corpos cilíndricos assim preparados, foram atacados quimicamente para revelação da macroestrutura, e no caso de alumínio puro utilizou-se uma solução contendo 64 ml de ácido clorídrico, 32 ml de ácido nítrico e 4 ml de ácido fluorídrico.

O resultado mais significativo desta revelação pode ser visto na figura V.10 no caso de molde interno. O aspecto macrográfico apresenta grãos equiaxiais e crescentes a partir da interface metal/molde, e isto deve-se ao fato de que:

- a) o metal foi vazado sem superaquecimento,
- b) a alta extração de calor, e o uso de metal com alta condutividade térmica,
- c) o banho metálico de alumínio foi desgaseificado e purificado com hexacloroetano da PROFUSA,
- d) utilizou-se refinador de grão de alumínio a base de titânio e boro, e que foi tiboral da PROFUSA,
- e) o alumínio é comercialmente puro o que implica em um superesfriamento de natureza constitucional e,
- f) a dificuldade da nucleação da fase sólida ocasiona um superesfriamento de natureza térmica.

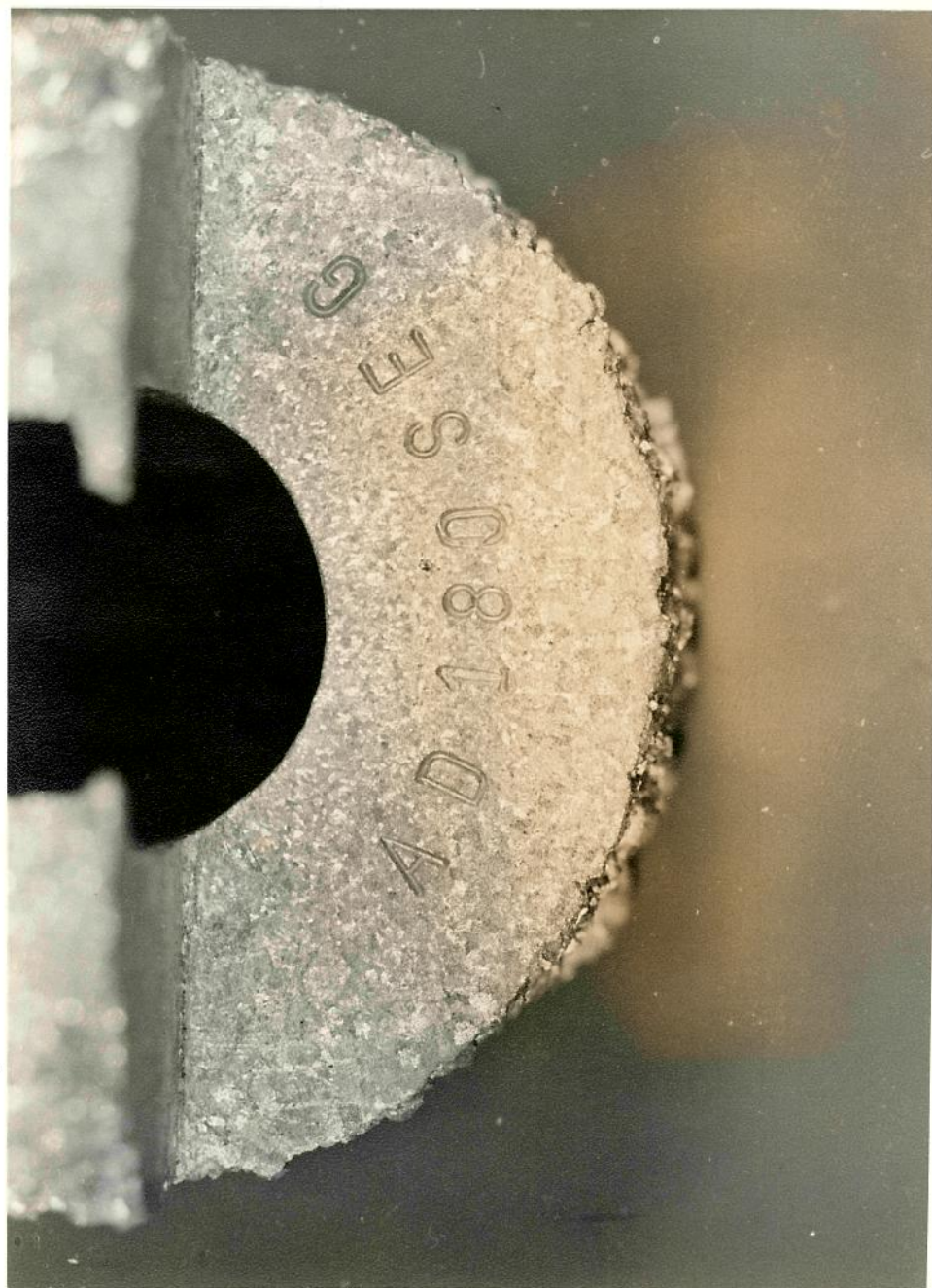


FIG. V. 10 — MACROESTRUTURA LONGITUDINAL E TRANSVERSAL DE UM CILINDRO DE ALUMÍNIO SOLIDIFICADO EXTERNAMENTE AO MOLDE.

## CAPÍTULO VI

### 6- DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS

#### 6.1- Equação que Descreve a Variação de Temperatura no Interior de Moldes Cilíndricos Internos Maciços

A análise matemática prévia realizada no Capítulo III, referente a solidificação em sistemas metal/molde com geometria cilíndrica, bem como as existentes na literatura, indicam que as soluções para o problema de transferência de calor durante a solidificação são difíceis e complexas de serem obtidas, sendo porém viáveis matematicamente. Visto que, o objetivo principal do presente trabalho é racionalizar estas soluções, tornando-as de fácil aplicação tecnológica, desenvolveu-se uma equação experimental que permite a estimativa da evolução da temperatura no interior de moldes cilíndricos maciços.

Assim sendo, as figuras V.7 e V.8 indicam os resultados experimentais para evolução da temperatura na periferia interna dos tarugos imersos em banho de alumínio, cujas interfaces metal/molde estavam polidas e pintadas com dycote 39 respectivamente. Estas curvas fornecem valores de temperatura e tempo os quais serão utilizados para viabilizar a equação experimental.

Os valores de temperatura de fusão ( $T_f$ ), temperatura ambiente ( $T_0$ ) e temperatura ( $T_1$ ) em um dado instante  $t > 0$ , são os parâmetros utilizados para constituir a temperatura adimensional do sistema, ou seja

$$T^* = \frac{T_f - T_i}{T_f - T_o} ; \quad T^x = f(t) \quad (6.1)$$

Utilizando-se estas temperaturas adimensionais em função dos tempos decorridos para atingir a temperatura  $T_i$ , torna-se possível delinear as curvas representadas na figura VI.1 no caso de interface metal/molde polida, e figura VI.2 no caso de interface metal/molde pintada com dycote 39.

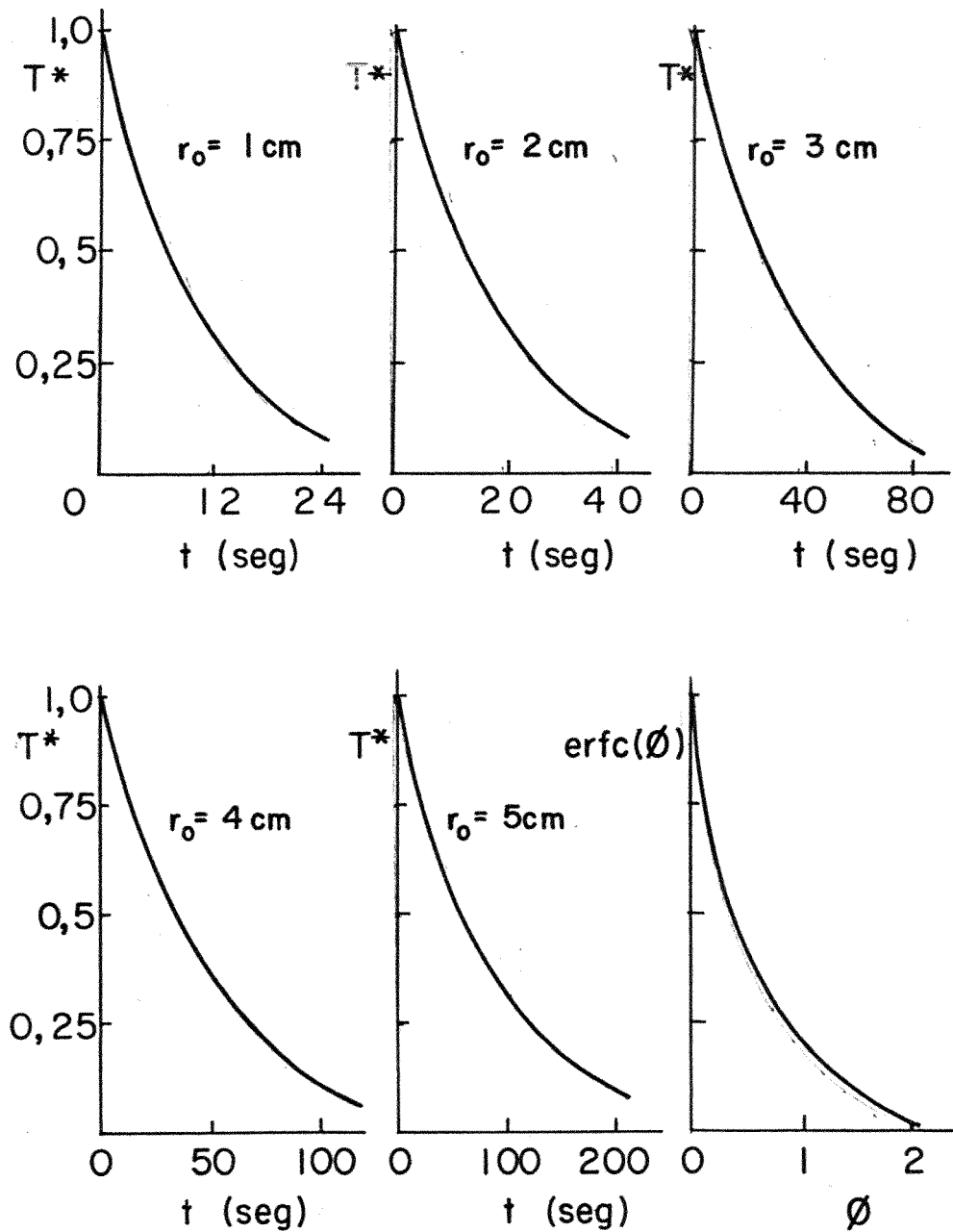
Estas curvas são de extrema importância pois indicam a tendência da equação experimental, ou seja, a equação representativa desta curva relaciona-se com uma função erro complementar (vide APÊNDICE 2)

$$T^* = \text{erfc} (Ct) \quad (6.2)$$

onde C é um parâmetro que vai corrigir a defasagem de  $\text{erfc}(t)$ , e cujo valor está relacionado com o raio do tarugo maciço, bem como do metal utilizado, do material do molde e da condição da interface metal/molde. Salienta-se que a temperatura de vazamento é também muito importante, porém fixou-se que o metal é somente utilizado sem superaquecimento.

Assim sendo, a equação experimental proposta no presente trabalho para representar o perfil térmico do molde durante a solidificação, até o ponto de saturação é

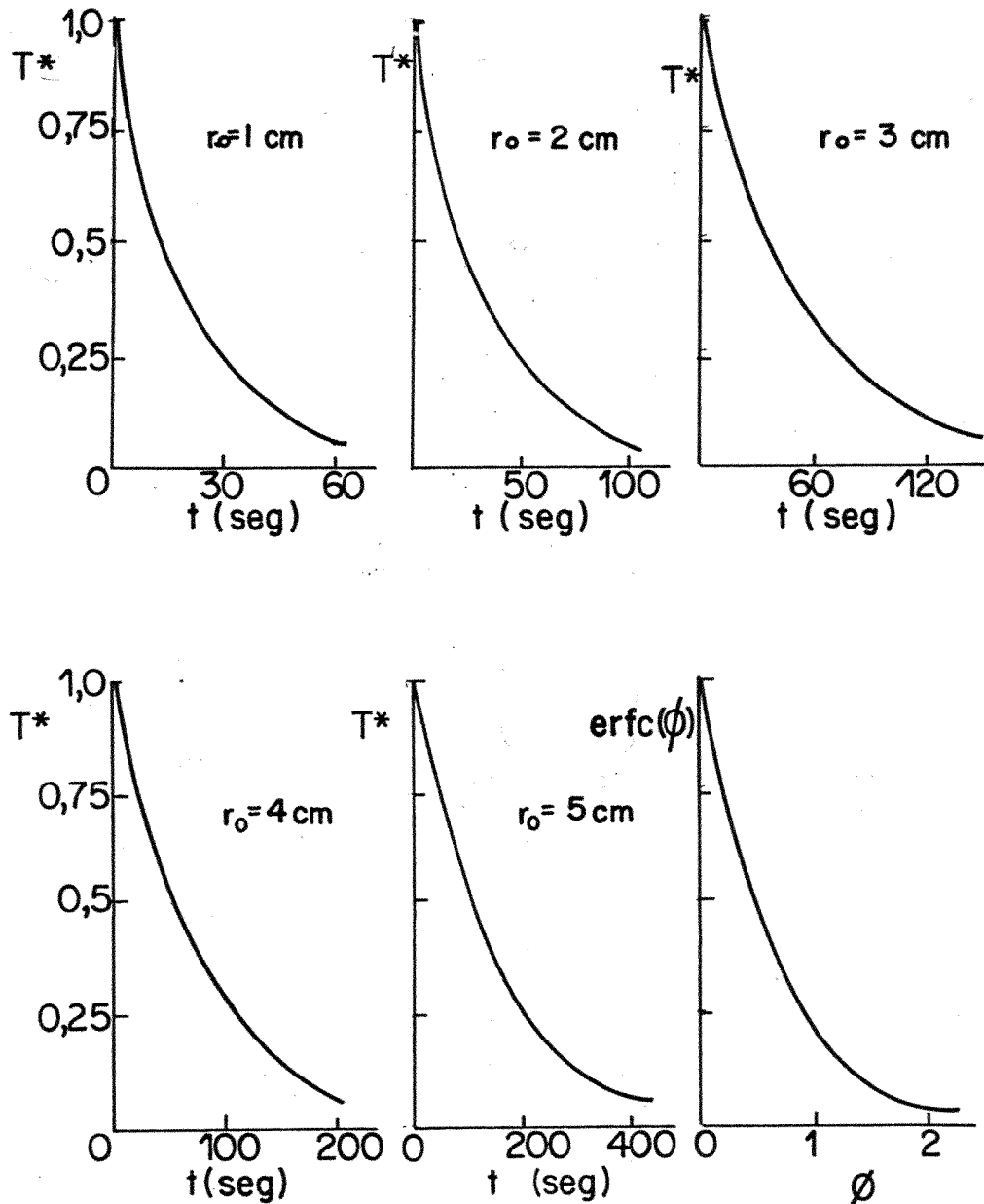
$$T^* = \text{erfc} \left( \frac{B}{r_o} t \right) \quad (6.3)$$



OBS.: VALORES NUMÉRICOS NO APÊNDICE 4.3.a

FIG. VI.1 — VARIACÃO DA TEMPERATURA ADIMENSIONAL ( $T^*$ ) EM FUNÇÃO DO TEMPO DECORRIDO ( $t$ ) PARA ATINGIR A TEMPERATURA ( $T_i$ ). CASO DE MOLDES INTERNOS COM INTERFACES POLIDAS E IMERSOS EM ALUMÍNIO.





OBS.: VALORES NUMÉRICOS NO APÊNDICE 4.3.b

FIG. VI.2 — VARIÇÃO DA TEMPERATURA ADIMENSIONAL ( $T^*$ ) EM FUNÇÃO DO TEMPO DECORRIDO ( $t$ ) PARA ATINGIR A TEMPERATURA ( $T_i$ ). CASO DE MOLDES INTERNOS COM INTERFACE PINTADA COM DYCOTE 39 E IMERSOS EM ALUMÍNIO.

onde B é a constante a ser calculada a partir dos dados experimentais e  $r_0$  o raio do tarugo interno maciço.

Para a determinação dos valores de B e C utilizou-se o programa de computação em linguagem FORTRAN mostrado no APÊNDICE 5.A, e trabalhado em um computador Hewlet Packard modelo 2100 (49-51), cujos resultados estão apresentados nas tabelas VI.1 e VI.2 para o caso de interface metal/molde e pintada com dycote 39 respectivamente.

RAIO DO TARUGO $r_0$ (cm)	$B \times 10^{-4}$ (cm/seg)	$C = B/r_0 \times 10^{-4}$ (seg <sup>-1</sup> )
1	553	553
2	672	336
3	614	205
4	643	161
5	420	84

TABELA VI.1 - Valores das Constantes B e C Aplicadas nas Equações (6.2) e (6.3) e Determinadas pelo Computador HP 2100. Interface Metal/Molde Polida.

RAIO DO TARUGO $r_0$ (cm)	$B \times 10^{-4}$ (cm/seg)	$C = B/r_0 \times 10^{-4}$ (seg <sup>-1</sup> )
1	325	325
2	470	235
3	458	153
4	459	115
5	302	60

TABELA VI.2 - Valores das Constantes B e C Aplicadas nas Equações (6.2) e (6.3) e Determinadas pelo Computador HP 2100. Interface Metal/Molde Pintada com Dycote 39.

A sequência do programa apresentado no APÊNDICE 5.a, relaciona os valores do parâmetro C em função do raio do tarugo, e através do método do mínimo erro quadrático médio determinam as equações das curvas apresentadas na figura VI.3.

Uma vez determinado o valor do parâmetro C em função do raio do tarugo, é conveniente realizar o raciocínio inverso para constatação da validade deste modelo experimental. Assim sendo, as figuras VI.4 e VI.5 mostram a comparação entre os valores experimentais e os valores a partir da equação experimental para o caso de interface metal/molde polida e pintada com dycote 39, respectivamente. Estas curvas foram fotografadas a partir de uma "display" TEKTRONIX acoplados ao computador HP 2100.

Utilizando a figura V.9 que mostra a precisão dos valores obtidos pelo registrador gráfico multi-canal, pode-se afirmar que a equação experimental é válida e indica o comportamento real de como evolui a temperatura na interface de moldes internos maciços, até o ponto de saturação de calor, sendo que a determinação de outros parâmetros C em função do raio do tarugo para diferentes metais envolvidos na solidificação, poderão indicar como é sua dependência em função da condição da interface metal/molde, da temperatura de superaquecimento e o do material utilizado como molde interno.

Como ponto de saturação de calor dos moldes internos maciços, pode-se considerar o limite do fluxo de calor para o centro do molde até o ponto em que ocorre a reversão deste fluxo de calor. Isto foi constatado experimentalmente, ou seja, durante o processo de solidificação ocorre contração do metal solidificado, e consequentemente a soldagem deste metal e o molde. Após um certo tempo, observa-

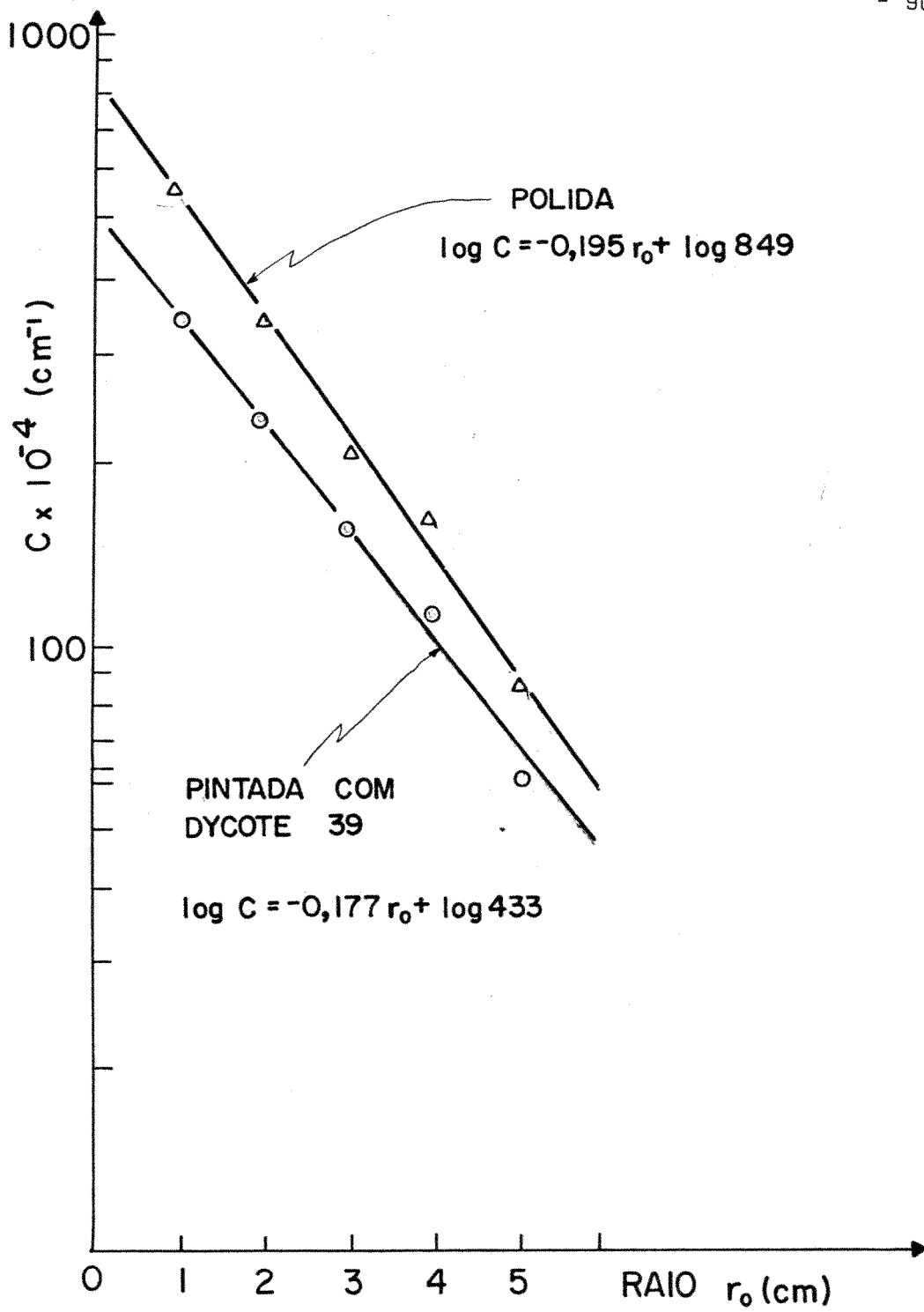
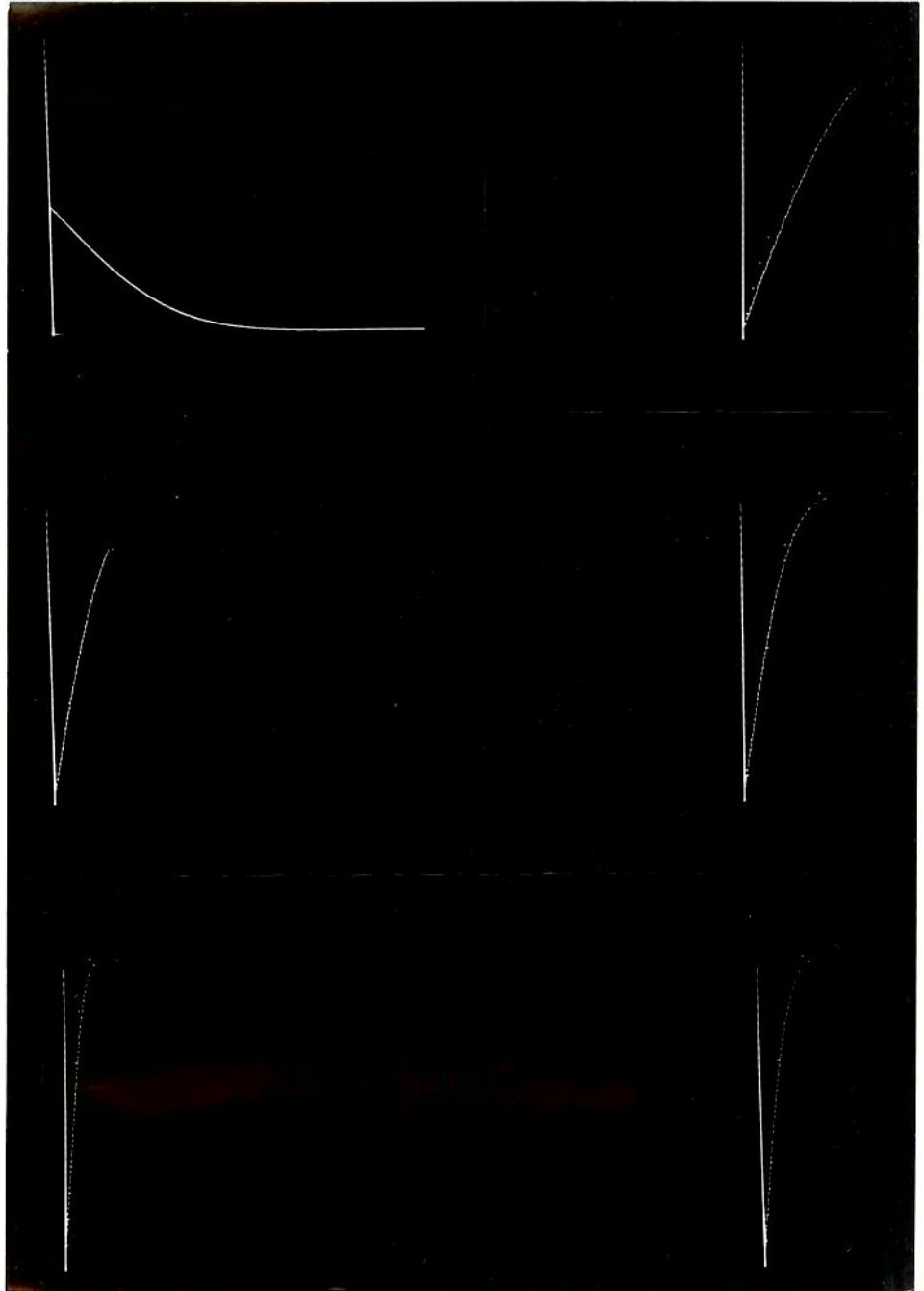


FIG. VI.3 — RELAÇÃO ENTRE O VALOR DO PARÂMETRO C EM FUNÇÃO DO RAIO DO TARUGO MACIÇO, SOB DUAS CONDIÇÕES DE CONTATO TÉRMICO NA INTERFACE METAL/MOLDE.

$T$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) x  $t$  (seg)  
(erfc ( $\emptyset$ ),  $r_0 = 5, 3, 4, 1, 2$  cm)

- 91 -

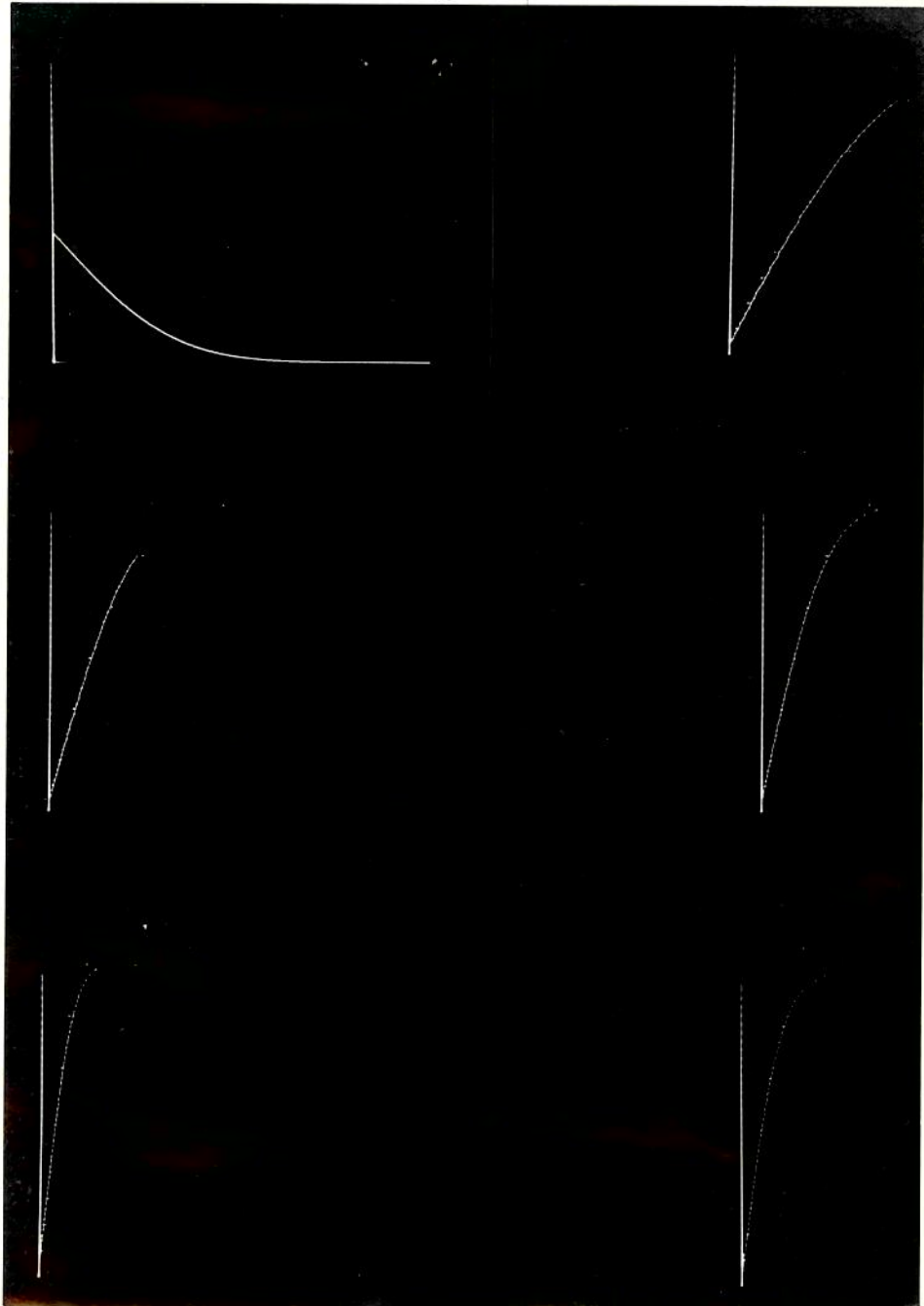


OBS.: VALORES NUMÉRICOS NOS APÊNDICES  
4.2.d e 4.3.d

FIG. VI. 4 — COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES EXPERIMENTAIS E OS OBTIDOS A PARTIR DA EQUAÇÃO EXPERIMENTAL, QUE DETERMINA A EVOLUÇÃO DA TEMPERATURA NA INTERFACE METAL/MOLDE POLIDA.

T (°C) x t (seg)  
(erfc( $\emptyset$ ),  $r_0 = 5, 3, 4, 1, 2$  cm)

- 92 -



OBS.: VALORES NUMÉRICOS NOS APÊNDICES  
4.2.e. e 4.3.e.

FIG. VI.5 — COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES EXPERIMENTAIS E OBTIDOS A PARTIR DA EQUAÇÃO EXPERIMENTAL QUE DETERMINA A EVOLUÇÃO DA TEMPERATURA NA INTERFACE METAL MOLDE PINTADA COM DYCOTE 39.

-se que as curvas de temperatura e tempo traçadas pelo registrador multi-canal, e que representam os termopares no centro e na periferia interna do tarugo maciço, sofrem uma inversão conforme figura VI.6, o que denota o refluxo de calor no sentido molde/metal, determinando a refusão do metal na periferia do molde.

Este aspecto é de grande relevância, pois pode ser considerado o modo pelo qual extrai-se o cilindro solidificado ao redor do molde, e também deve indicar qual a temperatura inicial deste molde interno maciço, para que tenha frente a solidificação do metal sem que ocorra o fenômeno de soldagem.

## 6.2- Equação que Descreve a Cinética de Solidificação em Sistemas Metal/Molde Utilizando Moldes Cilíndricos Internos Maciços.

Para a determinação de uma equação que descreve a cinética de solidificação em sistemas metal molde utilizando moldes cilíndricos internos maciços, torna-se necessário utilizar a figura VI.7 como referência e o observa-se que não será considerado a condutividade térmica no metal solidificado, bem como não existe superaquecimento do banho metálico, e considera-se que as propriedades físicas do metal e do molde permanecem constantes durante todo o processo de solidificação.

Assim sendo o balanço de fluxo de calor por unidade de área fica

$$q_i = q_H \quad (6.4)$$

TARUGO DE AÇO PINTADO COM DYCOTE Ø 40 mm

TEMPERATURA IMERSÃO : 660°C

TEMPERATURA AMBIENTE : 24°C

MATERIAL : ALUMÍNIO COMERCIAL PURO

VELOCIDADE PAPEL : 3 cm/min

FUNDO DE ESCALA : 50 mV

TERMOPAR : CROMEL - ALUMEL

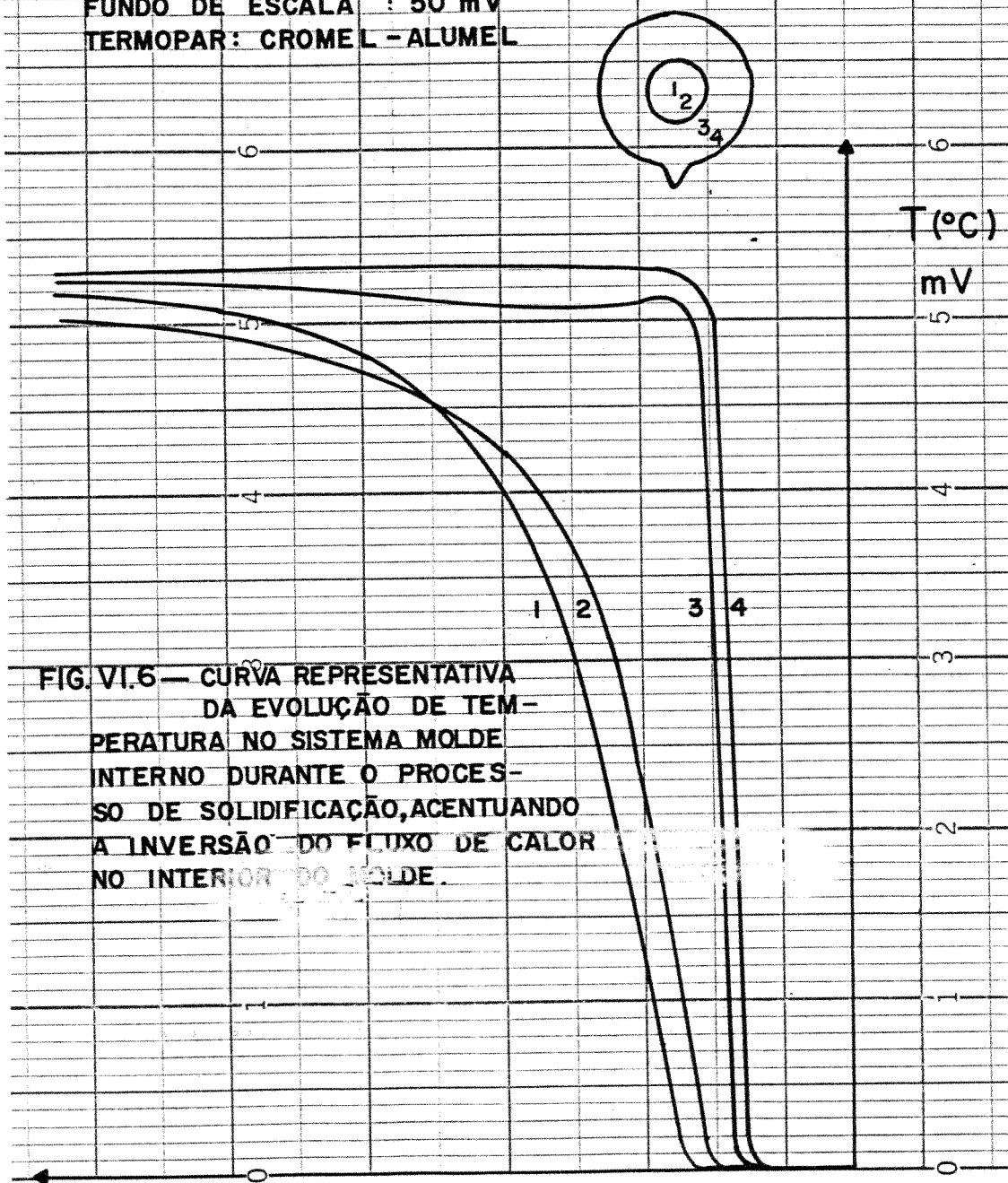


FIG. VI.6 — CURVA REPRESENTATIVA DA EVOLUÇÃO DE TEMPERATURA NO SISTEMA MOLDE INTERNO DURANTE O PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO, ACENTUANDO A INVERSÃO DO FLUXO DE CALOR NO INTERIOR DO SOLDO.



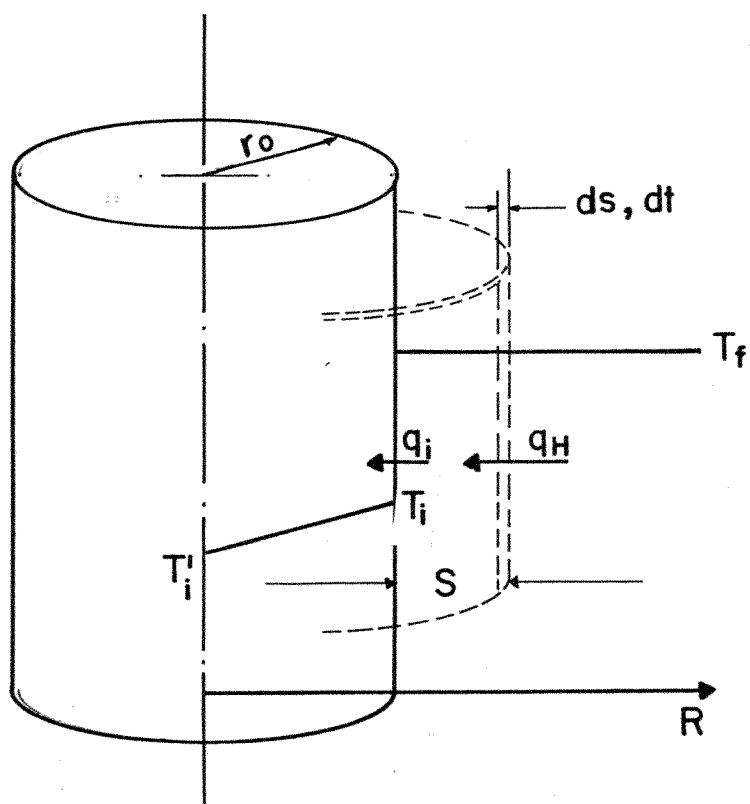


FIG. VI. 7 — ESQUEMA REPRESENTATIVO DA SOLIDIFICAÇÃO DE UM METAL AO REDOR DE UM TARUGO CILÍNDRICO MACIÇO EM UM INSTANTE QUALQUER ( $t > 0$ ).

ou

$$h_i (T_f - T_i) = \frac{H_f \rho_s \cancel{2\pi} l (r_o + S) dS}{\cancel{2\pi} l r_o dt} \quad (6.5)$$

Da equação experimental proposta (6.3) temos

$$(T_f - T_i) = (T_f - T_o) \operatorname{erfc} \left( \frac{B}{r_o} t \right) \quad (6.6)$$

e a equação (6.5) torna-se

$$\frac{H_f \rho_s}{h_i (T_f - T_o)} \left( 1 + \frac{S}{r_o} \right) dS = \operatorname{erfc} \left( \frac{B}{r_o} t \right) dt \quad (6.7)$$

onde

$$\beta = \frac{H_f \rho_s}{h_i (T_f - T_o)} \quad (6.8)$$

O resultado da integração de (6.7) fica

$$\sqrt{\pi} \frac{B}{r_o} \beta \left( S + \frac{S^2}{2r_o} \right) = 1 + \sqrt{\pi} \frac{B}{r_o} t \operatorname{erfc} \left( \frac{B}{r_o} t \right) - \frac{1}{\exp \left( \frac{B}{r_o} t \right)^2} \quad (6.9)$$

seja

$$\left( \frac{B}{r_o} t \right) = t^x \quad (6.10)$$

e como

$$1 + \sqrt{\pi} t^* \operatorname{erfc}(t^*) - \frac{1}{\exp(t^*)} = \operatorname{erf}(t^*) \quad (6.11)$$

a equação (6.9) torna-se

$$B \frac{\sqrt{\pi}}{r_0} \beta \left( S + \frac{S^2}{2r_0} \right) = \operatorname{erf}(t^*) \quad (6.12)$$

Para cilindros longos que solidificam segundo modelo representado na figura VI.7, temos que

$$\frac{V_s}{A} = S + \frac{S^2}{2r_0} \quad (6.13)$$

logo a equação (6.12) fica

$$\frac{V_s}{A} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{r_0}{B \beta} \operatorname{erf}(t^*) \quad (6.14)$$

Através da figura VI.8 que representa a equação (6.11) obtem-se

para  $t = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{V_s}{A} = 0 \quad (6.15)$

e  $t = \infty \quad \longrightarrow \quad \left( \frac{V_s}{A} \right)_{\text{máx}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{r_0}{B \beta} \quad (6.16)$

A quantidade de calor emitida para que seja possível o metal solidificar é igual a quantidade de calor absorvido pelo molde, assim sendo

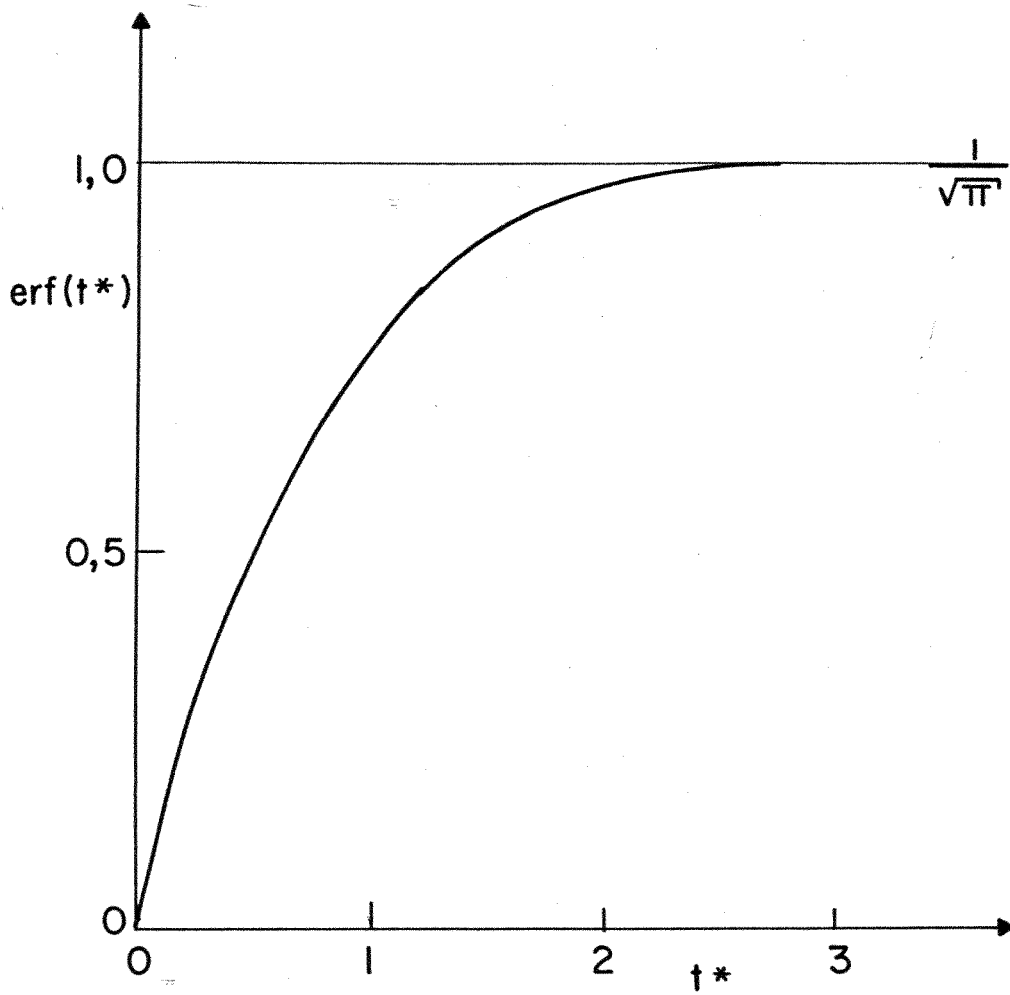


FIG. VI.8. — CURVA REPRESENTATIVA DA FUNÇÃO ERRO APLICADA NA EQUAÇÃO (6.11).

$$m_m C_{p,m}(T_f - T_0) = m_s H_{f,s} \quad (6.17)$$

onde

$$m_m = \pi r_0^2 l \rho_m \quad (6.18)$$

logo a equação (6.17) fica

$$\frac{\pi r_0^2 \rho_m C_{p,m}(T_f - T_0)}{A} = \frac{V_s}{A} \rho_s H_f \quad (6.19)$$

Como

$$A = 2 \pi r_0 l \quad (6.20)$$

e a equação (6.19) fica

$$\left( \frac{V_s}{A} \right)_{\max} = \frac{r_0 \rho_m C_{p,m}(T_f - T_0)}{2 \rho_s H_f} = r_0 C_1 \quad (6.21)$$

onde

$$C_1 = \frac{\rho_m C_{p,m}(T_f - T_0)}{2 \rho_s H_f} \quad (6.22)$$

Esta relação foi calculada a partir da quantidade máxima de calor que o tarugo pode absorver.

Confrontando-se as equações (6.16) e (6.21), e utilizando (6.18) resulta

$$B = \frac{2 h_i}{\sqrt{\pi} \rho_m C_{p,m}} = C_2 h_i \quad (6.23)$$

onde

$$C_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi} \rho_m C_{p,m}} \quad (6.24)$$

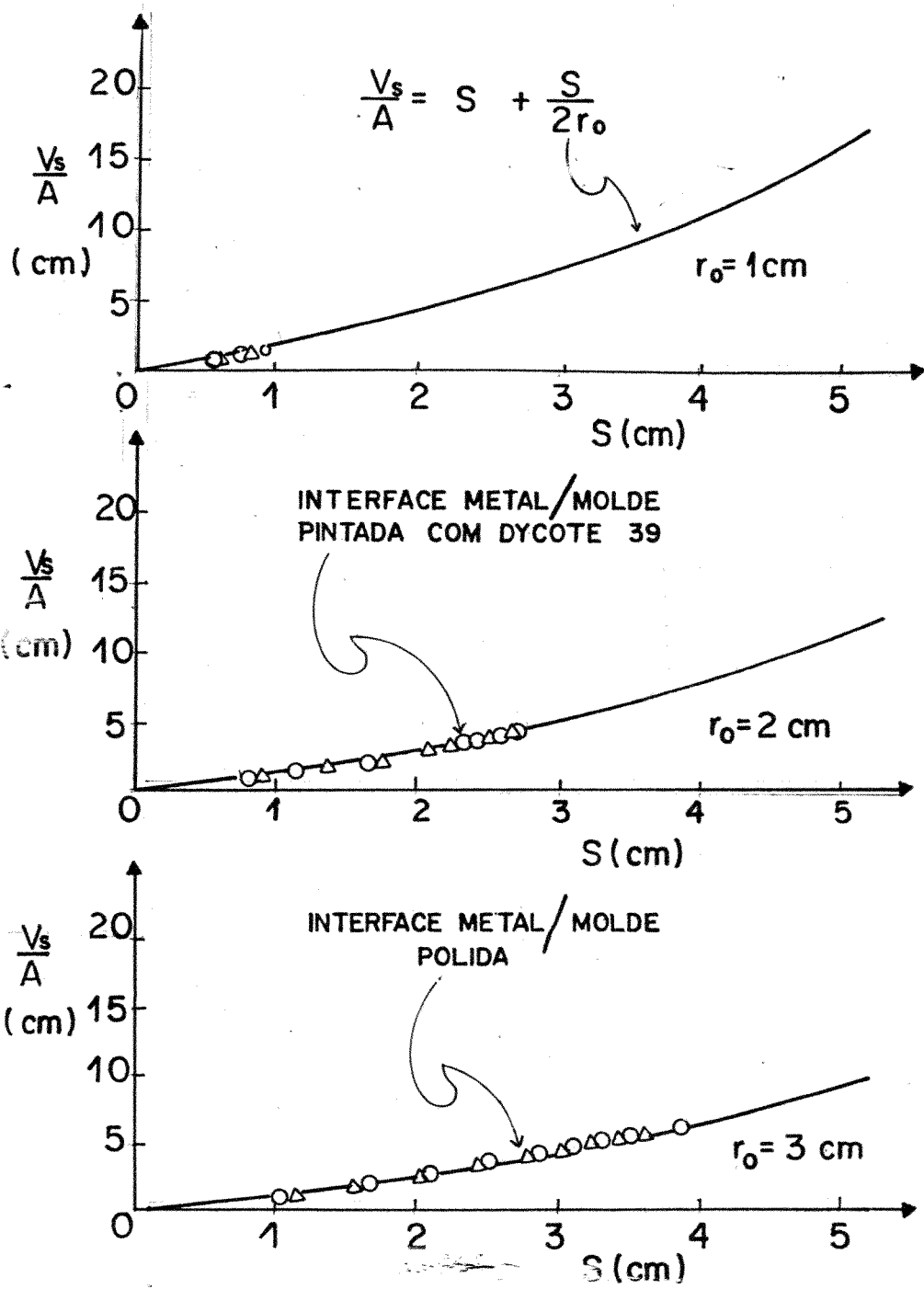
e a equação que descreve a cinética de solidificação utilizando mol des internos maciços fica

$$\frac{V_s}{A} = C_1 r_0 \operatorname{erf} \left( \frac{C_2 h_i}{r_0} t \right) \quad (6.25)$$

Analisando a equação (6.25) observamos a dependência da espessura solidificada em função do coeficiente newtoniano de transmissão de calor ( $h_i$ ), do raio do tarugo ( $r_0$ ) e das propriedades físicas do metal e molde ( $C_2$ ).

Assim sendo, para confrontar os valores experimentais e os obtidos pelas equações experimentais delinea-se as curvas da figura VI.9. Observa-se que os resultados para ambas as condições de interface metal/molde coincidem exatamente com a equação experimental (6.13), cujos valores são calculados pelo programa de computação apresentado no APÊNDICE 5.b, sendo portanto válida esta prerrogativa.

A sequência do programa de computação do APÊNDICE 5.b, faz as correções necessárias à equação experimental (6.25), de tal forma que fique coincidente com os valores obtidos experimentalmente. Para tanto, utiliza o método do mínimo erro quadrático para determinação dos valores de D e  $h_i$ , onde D é o fator de correção intro



OBS.: Valores numéricos nos Apêndices 4.2.a, 4.2.b, 4.3.e e 4.3.f

FIG. VI.9 — CONFRONTO ENTRE VALORES EXPERIMENTAIS OBTIDOS PELA TÉCNICA DE "DIPSTICK" E OS OBTIDOS PELA EQUAÇÃO (6.13) PARA ALUMÍNIO.

duzido para corrigir os efeitos desprezados da condução térmica no metal solidificado e da mudança das propriedades físicas do metal e do molde durante o processo de solidificação, e cujo valor está relacionado com o raio do molde ( $r_0$ ). Assim sendo, a forma definitiva para a equação que descreve a cinética de solidificação de cilindros utilizando moldes internos maciços é

$$\frac{V_s}{A} = C_1 D r_0 \operatorname{erf} \left( \frac{C_2}{r_0} h_i t \right) \quad (6.26)$$

cujos valores de  $C_1$  e  $C_2$  estão definidos em (6.22) e (6.23) respectivamente, e os valores de  $D$  e  $h_i$  foram calculados conforme citação anterior e estão colocados na tabela VI.3.

CONDIÇÃO DA INTERFACE METAL/MOLDE	RAIO DO MOLDE $r_0$ (cm)	$h_i$ (cal/seg $\text{cm}^2 \text{C}$ )	D ADIMENSIONAL
POLIDA	1		0,85
	2		1,33
	3		1,14
	Valor Médio	0,08	
PINTADA COM DYCOTE 39	1		1,11
	2		1,35
	3		0,96
	Valor Médio	0,06	

TABELA VI.3 - Valores Calculados para a Equação que Descreve a Cinética de Solidificação de Cilindros Utilizando Moldes Internos Maciços.



O fato de que o fluxo de calor na interface metal/molde é controlada pelo coeficiente newtoniano de transmissão de calor de valor finito e constante durante o processo de solidificação, induz a que os valores de  $h_i$  sejam únicos para qualquer tipo e geometria de molde e dependentes apenas do contato entre o metal e o molde.

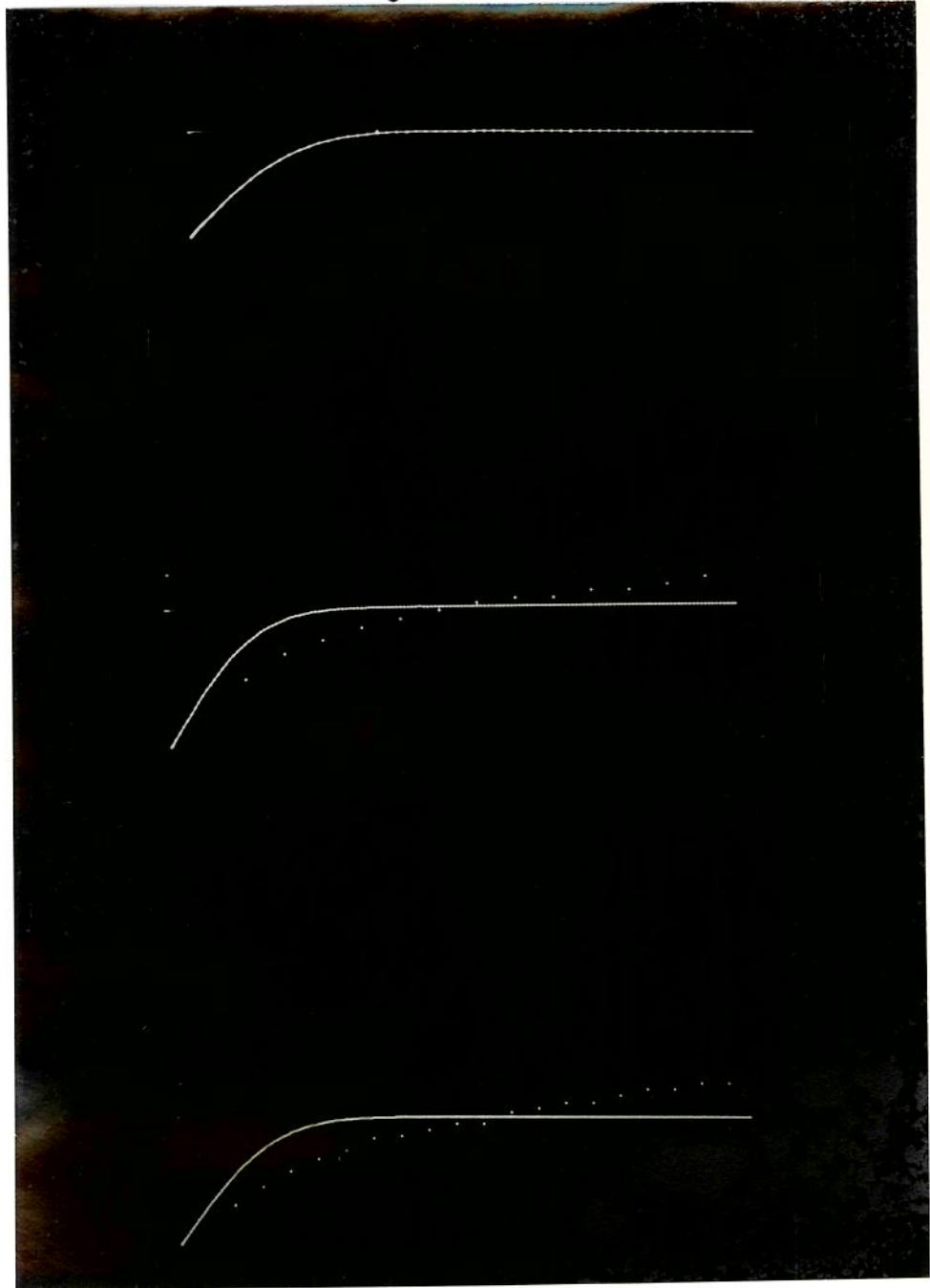
Com isto, utiliza-se os valores médios de  $h_i$  indicados na tabela VI.3 para corrigir os valores do parâmetro D, e que são utilizados na equação (6.26), cujo resultado é confrontado com os valores obtidos experimentalmente, conforme mostram as figuras VI.10 e VI.11 para interface metal/molde polida e pintada com dycote 39 respectivamente.

As literaturas especializadas que fazem referências ao coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde (10, 14, 15, 51, 53), indicam que os valores de  $h_i$  aumentam com a eficiência do contato entre o metal e o molde. Assim sendo, no caso de um contato perfeito como o do ensaio realizado com moldes internos espera-se encontrar valores de  $h_i$  acima de  $10^{-1}$  cgs, sendo maior quando se utiliza moldes sem revestimento, do que moldes com revestimento isolante como é o caso de dycote 39. Isto leva a indicação de que os valores determinados pelo presente método são válidos.

Com auxílio da figura V.6 que mostra a precisão dos valores obtidos experimentalmente através do "dipstick", também pode-se afirmar que a equação experimental proposta é válida e indica o comportamento real da cinética de solidificação de cilindros que utilizam moldes internos maciços, sendo que o valor do parâmetro D é levado em consideração e deve estar relacionado principalmente com a condução térmica no metal solidificado.

$V_s/A$  (cm) x t (seg)  
( $r_0 = 1, 2, 3$  cm)

- 104 -

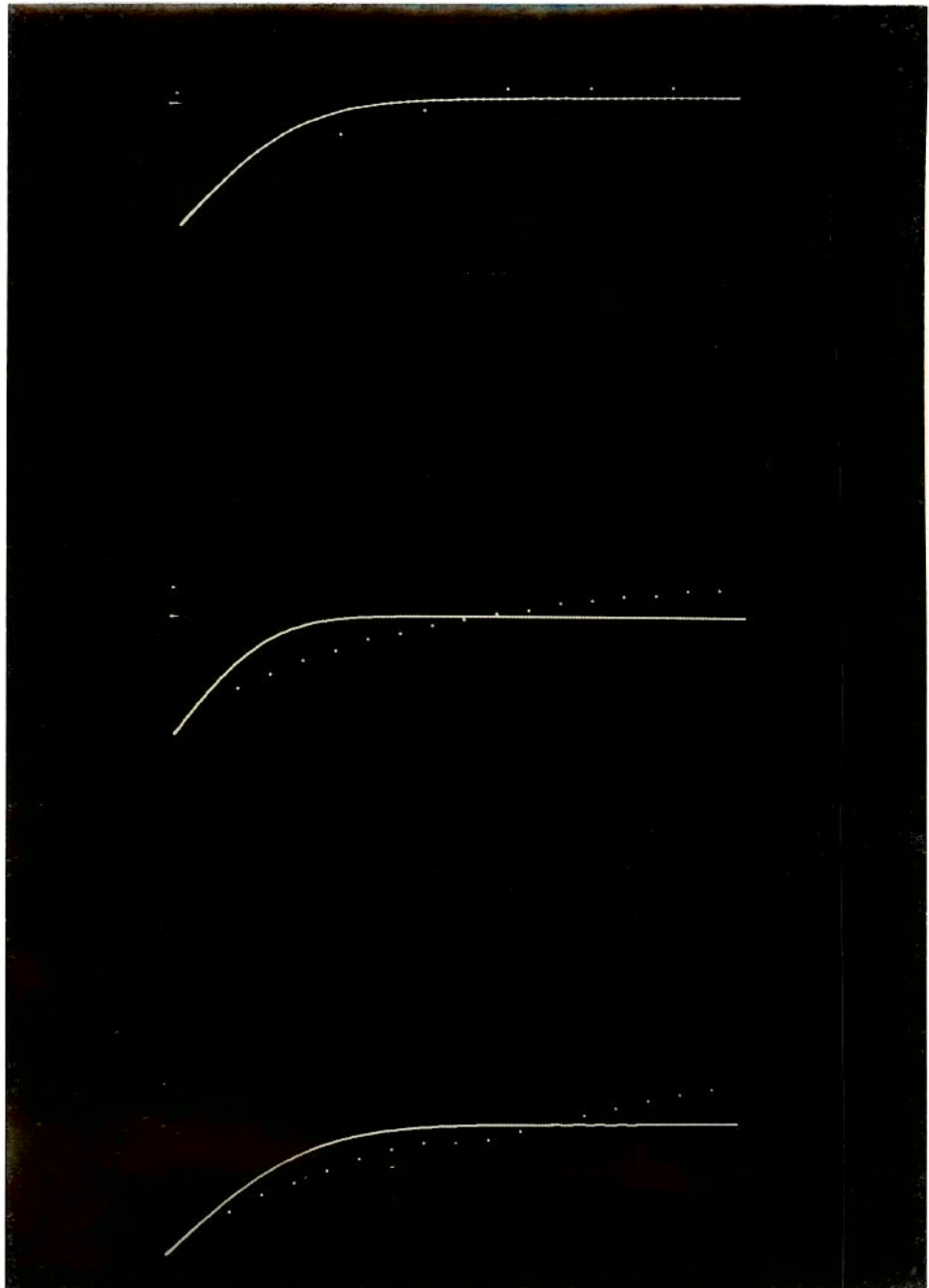


OBS.: VALORES NUMÉRICOS NO APÊNDICE  
4.2.a. e 4.3.e.

FIG. VI. 10 — COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES EXPERIMENTAIS E OS OBTIDOS A PARTIR DA EQUAÇÃO EXPERIMENTAL QUE DETERMINA A CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO DE CILINDROS UTILIZANDO MOLDES INTERNOS MACIÇOS POLIDOS.

$V_s/A$  (cm) x t (seg)  
( $r_0 = 1, 2, 3$  cm)

- 105 -



OBS.: VALORES NUMÉRICOS NOS APÊNDICES  
4.2.b e 4.3.f.

FIG.VI.11 — COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES EXPERIMENTAIS E OS OBTIDOS A PARTIR DA EQUAÇÃO EXPERIMENTAL QUE DETERMINA A CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO DE CILINDROS UTILIZANDO MOLDES INTERNOS MACIÇOS REVESTIDOS COM DYCOTE 39.

6.3- Equação que Descreve a Cinética de Solidificação em Sistemas Me  
tal/Molde Utilizando Moldes Cilíndricos Externos Refrigerado a  
Água.

A análise prévia da solidificação em sistemas metal/molde efetivado no Capítulo III, bem como dos modelos existentes na literatura especializada, indicam serem complexas e escassas as soluções envolvendo moldes com geometria cilíndrica.

Com as mesmas hipóteses simplificadoras aplicadas no item 3.1, para o caso de coquilha externa refrigerada a água, e considerando-se a figura VI.12 como referência, observa-se que o perfil térmico no metal solidificado é considerado linear reto, o que torna analiticamente possível a solução do problema.

Assim sendo, esta solução analítica é baseada em balanços de fluxo de calor em um instante qualquer do processo de solidificação:

a) Balanço térmico na interface metal/molde ( $R = r_o$ )

$$q_{H,r_o} + q_{k,r_o} + q_{i,r_o} = 0 \quad (6.27)$$

ou

$$\rho_s H_f \frac{\partial R}{\partial t} - k_s \frac{\partial T}{\partial R} + h_i (T_i - T_o) = 0 \quad (6.28)$$

cujo resultado de integração e posterior reagrupamento fica

$$(T_i - T_o) = (T_f - T_o) / 1 + \frac{h_i}{k_s} S \quad (6.29)$$

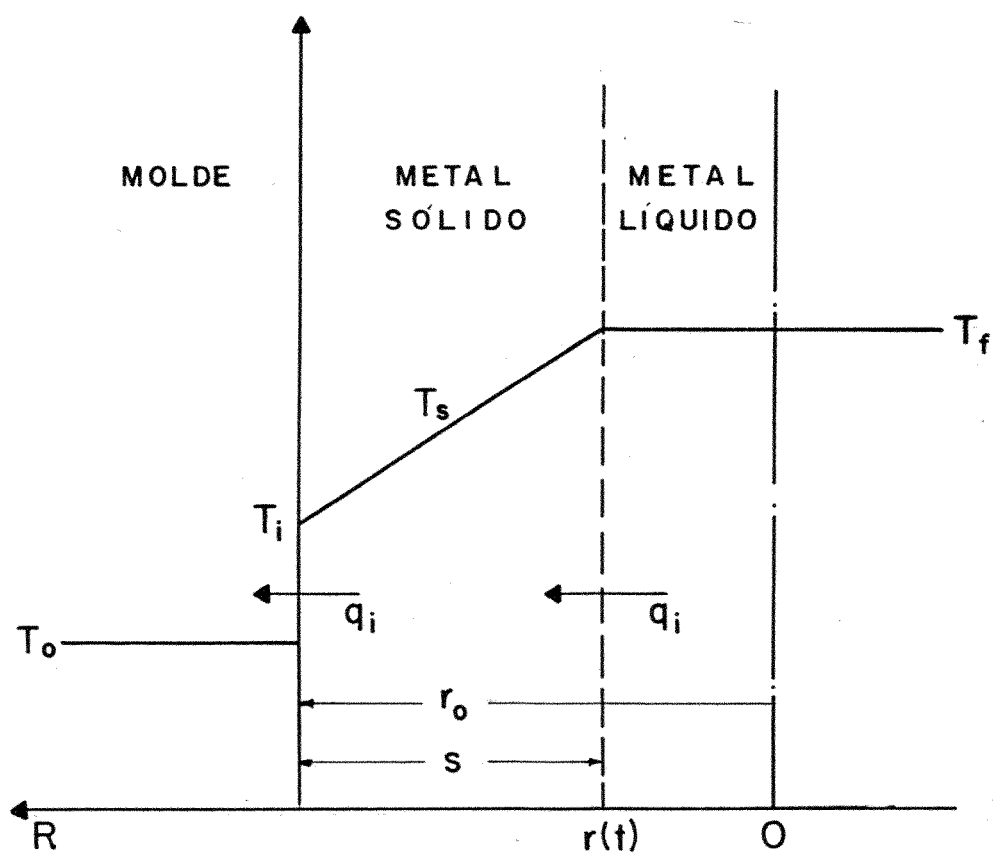


FIG. VI.12 — REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO PERFIL DE TEMPERATURA DURANTE O PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO QUE ENVOLVE MOLDE CILÍNDRICO EXTERNO REFRIGERADO A ÁGUA.

b) Balanço térmico na interface sólido-líquido

$$(R = r(t))$$

$$q_{H,r} + q_{k,r} + q_{i,r} = 0 \quad (6.30)$$

ou

$$\rho_s H_f \frac{\partial R}{\partial t} - k_s \frac{\partial T}{\partial R} + h_i (T_f - T_o) = 0 \quad (6.31)$$

O fluxo de calor por unidade de área, através das resistências oferecidas pelo metal sólido e interface metal/molde, atuando em série, como resultado do potencial de temperatura  $(T_f - T_o)$  fica

$$q = h_i (T_f - T_o) + \frac{k_s}{S} (T_f - T_o) \quad (6.32)$$

que é o fluxo de calor que remove o calor latente de fusão necessário para a solidificação na interface sólido-líquido, definida pela equação (6.31). Assim sendo o resultado da combinação entre (6.31) e (6.32) é

$$\frac{(T_f - T_o)}{1/h_i + S/k_s} = \rho_s H_f \frac{dS}{dt} \quad (6.33)$$

Separando-se as variáveis convenientemente e integrando a equação (6.33) resulta

$$t = \frac{H_f \rho_s}{k_s (T_f - T_o)} \frac{1}{2} S^2 + \frac{H_f \rho_s}{h_i (T_f - T_o)} S \quad (6.34)$$

Fazendo

$$\alpha' = \frac{H_f \rho_s}{2k_s(T_f - T_0)} \text{ e } \beta = \frac{H_f \rho_s}{h_i(T_f - T_0)} \quad (6.35)$$

a equação que descreve a cinética de solidificação fica

$$t = \alpha' S^2 + \beta S \quad (6.36)$$

onde  $S$  é a espessura solidificada em um instante  $t$ ,  $\alpha'$  é o parâmetro que depende da condução térmica no metal solidificado e  $\beta$  é o parâmetro determinado pela condução térmica na interface metal/molde.

Colocando-se os valores obtidos experimentalmente em um gráfico  $(t/S)$  versus  $S$ , adaptados a equação (6.36) conforme figuras VI.13 e VI.14, dever-se-ia resultar uma reta, o que não ocorreu. Isto era esperado, uma vez que foi desprezado os efeitos da geometria do molde.

Torna-se então conveniente relacionar a espessura solidificada em função de  $(V_s/A)$ , e utilizando-se molde externo fica

$$\frac{V_s}{A} = S - \frac{S^2}{2r_0} \quad (6.37)$$

logo a nova forma para a equação (6.36) é

$$t = \alpha' \left( \frac{V_s}{A} \right)^2 + \beta \left( \frac{V_s}{A} \right) \quad (6.38)$$

cuja correlação com os valores experimentais são mostrados na figura VI.13 e VI.14 e também não resulta em uma reta.

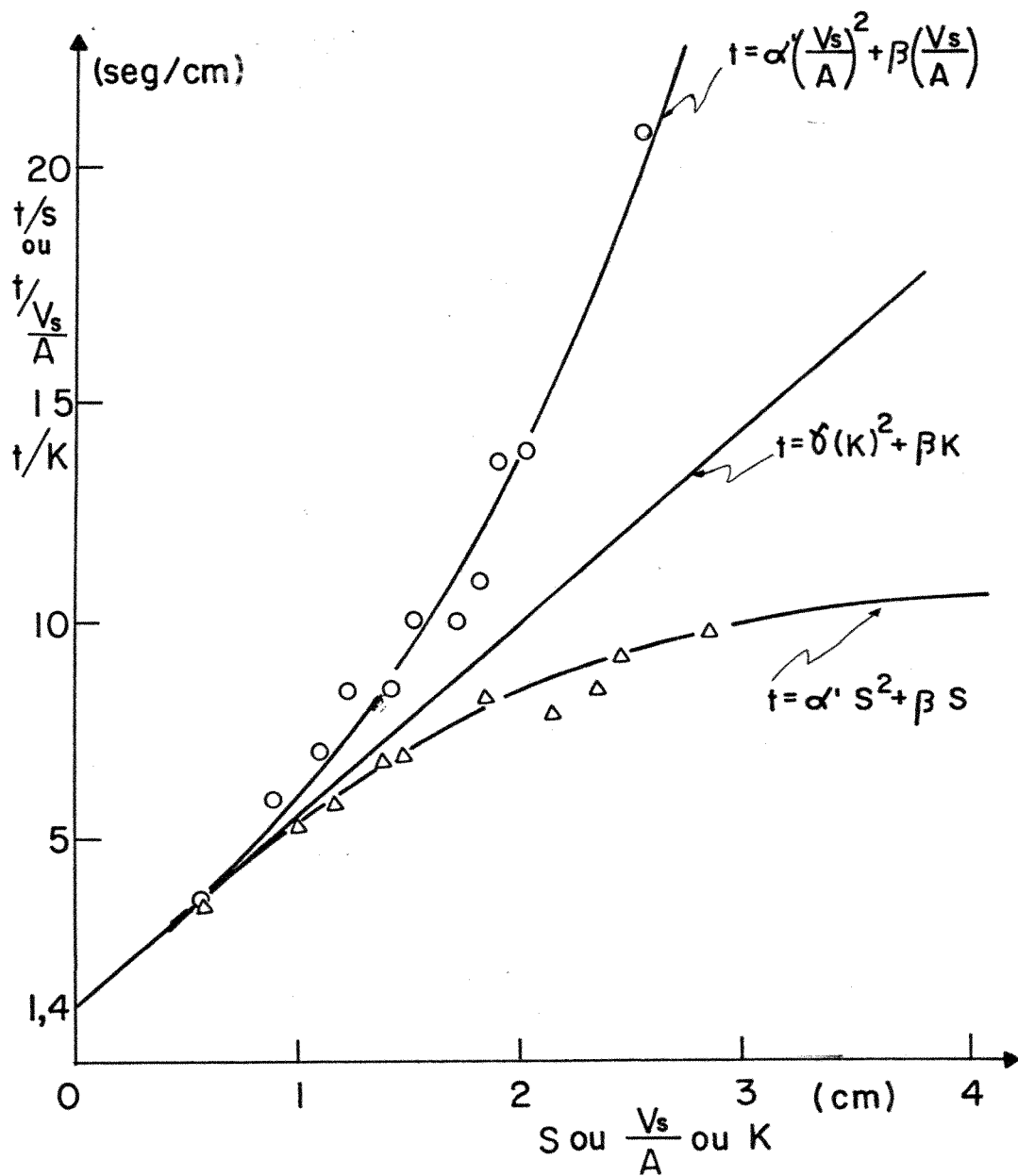


FIG. VI.13 — CURVAS REPRESENTATIVAS DAS EQUAÇÕES QUE DEFINEM A CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO DE ALUMÍNIO, ENVOLVENDO MOLDE CILÍNDRICO POLIDO.

OBS.: VALORES NUMÉRICOS NO APÊNDICE 4.1.a



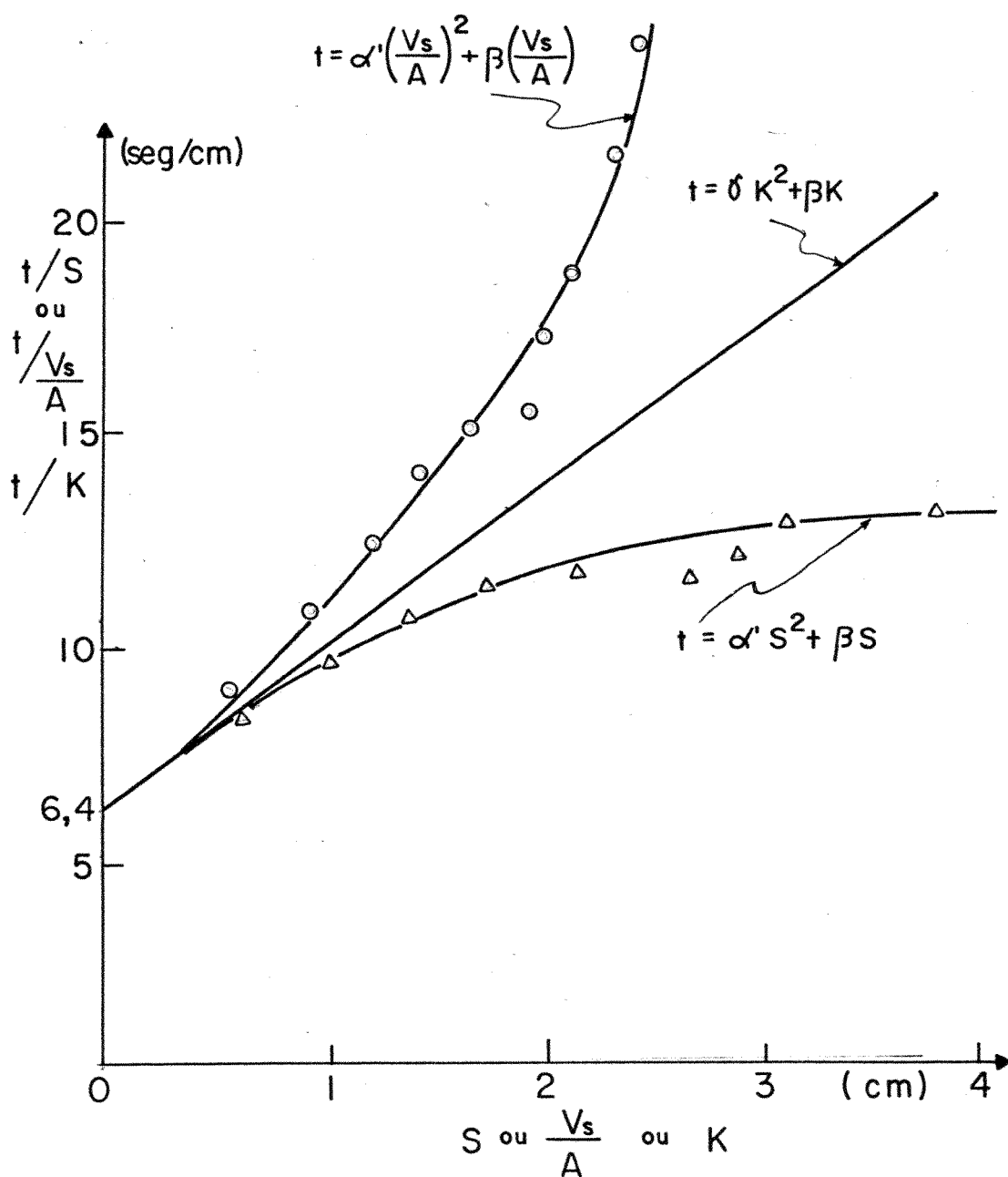


FIG. VI.14. — CURVAS REPRESENTATIVAS DAS EQUAÇÕES QUE DEFINEM A CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO DE ALUMÍNIO ENVOLVENDO MOLDE CILÍNDRICO REVESTIDO COM DYCOTE 39.

OBS.: VALORES NUMÉRICOS NO APÊNDICE 4.1. b.

Observa-se porém através das curvas apresentadas nas figuras VI.13 e VI.14 que uma é projeção da outra, se referenciada uma reta média e que será representada por

$$t = \delta K^2 + \beta K, \quad \delta = a \alpha' \quad (6.39)$$

onde o valor de K está relacionado com a espessura solidificada S, ou seja

$$\frac{t}{K} = \frac{t}{V_s/A} + \frac{t}{S} \quad (6.40)$$

Reagrupando-se algebricamente e introduzindo a equação (6.37) é determinado o valor de K

$$K = \frac{4 S r_o - 2 S^2}{4 r_o - S} \quad (6.41)$$

Esta equação (6.39) quando confrontada com valores de S introduzidos em (6.41) mostrou-se perfeita, devendo-se apenas determinar um fator de correção em  $\gamma$ . Assim sendo, a solidificação de alumínio cujos resultados estão representados nas figuras VI.13 e VI.14, bem como os valores obtidos para chumbo, estanho e zinco, que estão apresentados nas tabelas V.1 e V.2, fornecem ferramentas para determinação de  $\gamma$ ,  $a$ ,  $\beta$  e  $h_1$  conforme indica a tabela VI.4.

Observa-se ainda que a espessura total solidificada não é equivalente ao raio da coquilha refrigerada a água, sendo indispensável considerar os efeitos da contração do metal durante a solidificação (vide APÊNDICE 3). Desta maneira, para determinação do tempo total de solidificação pode-se avaliar a partir do raio da coquilha,

desde que subtraia-se o valor da contração do metal. Como exemplo, para o caso de alumínio com interface metal/molde pintada com dycote 39, a contração é de 6,6% o que resulta em

$$K = \frac{4 \times (4,63) 4,96 - 2 (4,63)^2}{4 \times 4,96 - (4,63)} = 3,22$$

$$\therefore \frac{t}{K} = 6,4 + 3,6 \times 3,22 = 18,0 \text{ (cm/seg)}$$

cujo resultado pode ser conferido na figura VI.14.

METAL	CONDIÇÃO DO MOLDE	$\delta$ seg/cm <sup>2</sup>	$a$	$\beta$ seg/cm	$h_i$ cal/segcm <sup>2</sup> °C
ALUMÍNIO	POLIDO	4,3	7,4	1,4	0,28
CHUMBO	POLIDO	8,6	5,5	5,2	0,04
ESTANHO	POLIDO	8,6	4,7	3,6	0,14
ZINCO	POLIDO	7,9	7,6	7,9	0,06

TABELA VI.4 - Parâmetros determinados experimentalmente para a equação que descreve a cinética de solidificação, envolvendo o Molde Externo Refrigerado a Água.

Calculando-se os valores de  $\alpha'$  através de (6.35) quando utilizado alumínio, observa-se que ocorre uma defasagem do valor  $\gamma$  extraído das curvas experimentais, e isto pode ser explicado pelo fato de que a reta representada pelo parâmetro K possui inclinação  $\alpha'$  diferente das curvas definidas por S e  $(V_s/A)$ , e isto ocasionado pela mudança de variável e por ter-se menosprezado os efeitos do contorno de molde nos cálculos iniciais.

Com auxílio da tabela V.3 que mostra a precisão dos valores obtidos experimentalmente através da técnica de "pouring-out", pode-se afirmar que a equação experimental proposta é válida e representa o comportamento real da cinética de solidificação de cilindros que envolvem moldes externos refrigerados a água.

Os valores de  $h_1$  determinados pelo presente método podem ser considerados aceitáveis quando comparados com os existentes na literatura (10, 14-15, 51, 53), e a diferença observada nos casos em que se obteve bolachas de alumínio, a partir de um molde refrigerado a água com interface polida e pintada com dycote 39, é constatada experimentalmente ao verificar a grande diferença dos perfis internos destas bolachas, que estão apresentadas na figura V.2, efeito este provocado fundamentalmente pela resistência térmica da interface metal/molde.

## CAPÍTULO VII

### 7- CONCLUSÕES

Os resultados obtidos e discutidos no presente trabalho, decorrentes da solidificação de metais puros em moldes cilíndricos internos maciços e molde externo refrigerado a água, permitem que extraídas as seguintes conclusões:

1. A evolução da temperatura na interface interna de um molde cilíndrico interno maciço com raio  $r_0$ , pode ser representada, até o ponto de saturação, pela equação experimental:

$$T^* = \operatorname{erfc} \left( \frac{B}{r_0} t \right)$$

onde  $T^*$  é a temperatura adimensional e dependente da temperatura de fusão do metal ( $T_f$ ), da temperatura ambiente ( $T_0$ ) e da temperatura ( $T_i$ ) em um instante  $t$  durante o processo de solidificação do metal, enquanto que  $B$  é uma constante que depende da condição da interface metal/molde.

2. Existe um ponto de saturação de calor nos moldes internos maciços utilizados, a partir do qual o fluxo de calor originário do metal em solidificação torna-se reversível, possibilitando o início da refusão do metal solidificado na interface metal/molde.
3. A cinética de solidificação envolvendo moldes cilíndricos internos maciços pode ser representada pela equação experimental:

$$\frac{V_s}{A} = C_1 \cdot D \cdot r_o \cdot \text{erf} \left( \frac{C_2}{r_o} h_i t \right)$$

onde D é o fator correção introduzido para representar os efeitos da condução térmica do metal solidificado, enquanto que C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub> e (V<sub>s</sub>/A) são representados por:

$$C_1 = \frac{\rho_m C_{p,m} (T_f - T_o)}{2 \rho_s H_f} ; \quad C_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi} \rho_m C_{p,m}} \quad \text{e} \quad \frac{V_s}{A} = S + \frac{S^2}{2 r_o}$$

e os valores de h<sub>i</sub> determinados no presente trabalho para esta equação, possuem as seguintes ordens de grandeza

	MOLDE POLIDO	MOLDE RECOBERTO COM DYCOTE 39
	(cal/segcm <sup>2</sup> °C)	(cal/segcm <sup>2</sup> °C)
ALUMÍNIO	0,08	0,06

- O dispositivo utilizado para determinar a cinética de solidificação de cilindros ao redor de moldes internos maciços, ou seja, o "dipstick", mostrou-se versátil e eficaz para obtenção de valores experimentais, podendo ser aplicado para qualquer tipo de metal.
- A cinética de solidificação envolvendo coquilha cilíndrica externa refrigerada a água, pode ser referenciada pela equação:

$$t = \delta k^2 + \beta k$$

onde  $\gamma = a \alpha'$ , e "a" é o fator correção dependente principalmente dos efeitos do contorno do molde e da condutividade térmica do

metal solidificado, enquanto que  $\alpha'$ ,  $\beta$  e  $K$  são representados por:

$$\alpha = \frac{H_f \rho_s}{2k_s (T_f - T_0)} \quad , \quad \beta = \frac{H_f \rho_s}{h_i (T_f - T_0)} \quad \text{e} \quad K = \frac{4Sr_0 - 2S^2}{4r_0 - S}$$

6. A equação representativa da cinética de solidificação de cilindros utilizando coquilha refrigerada a água propicia a determinação dos valores de  $h_i$ , pois:

$$\frac{t}{K} = \beta + \alpha K$$

que é a equação de uma reta onde  $\beta$  é a intersecção com o eixo das ordenadas, logo:

$$h_i = \frac{H_f \rho_s}{\beta (T_f - T_0)}$$

sendo que os valores determinados pelo presente trabalho são:

	MOLDE POLIDO (cal/segcm <sup>2</sup> °C)
ALUMÍNIO	0,28
CHUMBO	0,04
ESTANHO	0,14
CHUMBO	0,06

7. A técnica de "pouring-out" utilizado para determinar a cinética de solidificação de cilindros envolvendo coquilha refrigerada a água, mostrou-se versátil e eficaz na obtenção de valores experimentais,

podendo ser aplicado para qualquer tipo de metal com alto grau de reprodutibilidade.



## CAPÍTULO VIII

### 8- LINHAS DE PESQUISA DECORRENTES DESTE TRABALHO

1. Verificação da influência do superaquecimento, condição da interface metal/molde e da utilização de outros metais e ligas, com o propósito da determinação da dependência dos parâmetros de correção nas equações experimentais propostas.
2. Determinação do ponto de saturação de calor em moldes cilíndricos internos com vários diâmetros, a fim de se conhecer a partir de que temperatura da interface metal/molde o metal não solda com o molde, de tal maneira que torne viável a extração dos cilindros solidificados.
3. Verificação do resultado da integração das equações experimentais propostas, para o caso de molde interno maciço e molde externo refrigerado a água, visando um modelo geral que determine a cinética de solidificação de tubos.
4. Verificação da correlação entre os modelos existentes para geometria plana e cilíndrica, com o objetivo de adaptar as equações representativas destes modelos, para o caso de se utilizar moldes com geometria intermediária.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- (1) HURLICK, A. - "Planet Earth's Metal Resources", Metal Progress, p. H1, oct. (1977).
- (2) "Mineral Facts and Problems", Bureau of Mines, Bulletin 667, USA, (1976).
- (3) LUZ, A.A. - "Situação Brasileira dos não-ferrosos", Fundação J.P. Belo Horizonte, vol 6, p. 1, jan. (1976).
- (4) "Conselho de não ferrosos e de Siderurgia", Ministério da Indústria e Comércio, Relatório de 1976.
- (5) "Associação Brasileira de Alumínio", Anuário Estatístico de 1974.
- (6) "Trabalho de Classificação e Identificação dos Materiais de Grau Eletrônico", Grupo de Materiais e Processos da FEC-UNICAMP, (1976).
- (7) ALCANTARA, N.G. - "Notas de Aula do Curso de Processos de Fundição", Universidade Federal de São Carlos, (1977).
- (8) SIEGEL, M. - "Curso de Fundição", Associação Brasileira de Metais, São Paulo, (1975).
- (9) VEINIK, A.I. - "Thermodynamics for the Foundryman", McLaren and Sons Ltda., (1968).
- (10) GARCIA, A. - "Desenvolvimento e Verificação Experimental de um

Modelo Matemático para Análise da Solidificação Unidirecional de Metais", Tese de Doutorado, FEC-UNICAMP, Campinas, (1978).

- (11) SANTOS, R.G. - "Influência da Espessura de Parede de Molde no Tempo de Solidificação e na Estrutura de Fundição da Liga Eutética Alumínio - 12% Silício (SILUMIN)", Tese de Mestrado, FEC-UNICAMP, Campinas, (1977).
- (12) SCIAMA, G. - "Calcul du Temps de Refroidissement de Jets Cylindriques Coules en Moules Metalliques", *Founderie*, v. 268, p. 267, (1968).
- (13) PEREIRA, O.J.; KURI, S.E. e PRATES, M. - "Influência da Capacidade de Extração de Calor do Sistema Metal/Molde no tempo de Solidificação de Lingotes de Alumínio", Trabalho apresentado no 2º CBCIMAT, São Carlos, (1976).
- (14) PRATES, M. - "Influência de la Capacidad de Extraccion Calorica del Sistema Metal/Molde sobre el Proceso de Solidificacion", Tese de Doutorado apresentada na Universidade Nacional Del Sur, Argentina, (1971).
- (15) PIRES, O.S.; PRATES, M. e BILONI, H. - "Cinética de Solidificação Unidirecional de Metais Vazados sem Superaquecimento", *Meturgia*, nº 193, v. 29, p. 813, dez. (1973).
- (16) CARSLAW, H.S. and JAEGER, J.C. - "Heat Conduction in Solids", Oxford University Press, Oxford, London, p. 282, (1959).
- (17) PRATES, M. e BILONI, H. - "Soluciones Analiticas Exactas", *Publi*

- cacion OEA-CNEA, n° PMM/R-49, Buenos Aires, (1971).
- (18) CHOPRA, O. and NIESSEN, P. - "Solidification of Lead and Lead Alloys in Continuous Drum Sheet Casting", Z. Metallkd, v. 66, p.10, jan. (1975).
- (19) KING, R. - "A Mathematical Model for Determining the Solidus position during fully continuous Casting", Metals and Materials, vol. 6, p. 96, feb. (1972).
- (20) STANEK, V. and SZEKELY, J. - "A Mathematical Model of the Closed Mold (Watts) Horizontal Continuous Casting Process", Met. Trans. B, v. 78, p. 619, dec. (1976).
- (21) THOMSON, R. - "Notes of Heat Transfer and Solidification Rates in the Continuous Casting of Cast Iron", Br. Foundryman, v. 70, p. 1, jan. (1977).
- (22) HILL, A.W.D. - "Simplified Theoretical Treatment for the transfer of Heat in Continuous Casting Machine Moulds", Journal Iron and Steel Inst., v. 203, p. 18, (1965).
- (23) PASCHKIS, V. - "Solidification of Cylinders", trans. American Foundrymen's Society, v. 61, p. 142, (1953).
- (24) DAVIES, L. and WESTBY, O. - "Numerical Computation of the Solidification of Continuously Cast Aluminium Rod", Brit Foundryman, v. 67, p. 259, oct. (1974).
- (25) URUKAWA, K. and MORIOKA, I. - "The Fundamental Study on Chill - Mould Casting Heat Transfer", Bulletin of the JSME, v. 19, p. 1054, sept. (1976).

- (26) GEIGER, G.H. and POIRIER, D.R. - "Transport Phenomena in Metallurgy", Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, USA, (1973).
- (27) CHVORINOV, N. - "Theory of the Solidification of Castings", Giessereie, v. 27, p. 177, (1940).
- (28) ADAMS, C.M. and TAYLOR, H.F. - "Flow of the Heat from Sand Casting by Conduction, Radiation, and Convection", Trans. AFS 65, p. 170, (1957).
- (29) NISHIDA, Y. and SUZUKI, S. - "Heat Resistance at the Mold/Ingot Interface", Journal Japan Inst. Metals, v. 32, p. 882, (1968).
- (30) RABINOVICH, A.R. - "Initial Metal/Mould Heat Exchange", Russian Casting Production, p. 276, (1968).
- (31) KERN, J. and WELL, G.L. - "Simple Analysis and Working Equations for The Solidification of Cylinder and Spheres", Met. Trans. B., v. 8B, p. 99, march (1977).
- (32) STEPHAN, K. and HOLZKNECHT, B. - "Waerme Stoffübertragung", v. 7, p. 200, (1974).
- (33) SHING, Y. P. and TSAY, S.Y. - "Analytical Solutions for Freezing a Saturated Liquid insid or Outsid Cylinders", Chemical Engineering Science", v. 26, p. 809, (1971).
- (34) SEBAN, R.A. and LONDON, A.L. - Trans. ASME, v. 67, p. 39, (1945)
- (35) TAO, L.C. - Chemical Engineering Science , v. 13, p. 165, (1967)
- (36) ADMS Jr., C.M. - "Thermal Considerations in Freezing, Liquid Metals and Solidification", ASM, Ohio, (1958).

- (37) SCIAMA, G. - "Transmission de Chaleur et Solidification",  
Fonderie, v. 218, p. 138, (1964).
- (38) RUDDLE, R.W. - "The Solidification of Casting", The Institute of  
Metals, London, (1957).
- (39) KREITH, F. - "Princípios da Transmissão de Calor", Editora Ed-  
gard Blücher Ltda, São Paulo, (1973).
- (40) PASCHKIS, V. - "Solidification of Cylinders", Trans. AFS, v. 61,  
p. 142, (1953).
- (41) TAO, L.C. - A. I. Ch. E. Jl., v. 14, p. 720, (1968).
- (42) LONGWELL, P.A. - A. I. Ch. E. Jl., v. 4, p. 53, (1958).
- (43) SRINIVASAN, M.N., SESHADRI, M.R. and RAMACHANDRAN, A. - "Heat  
Extraction by Metallic Molds During Solidification of Simple  
Shaped Aluminium and its Alloy Castings", Trans. AFS, v. 67,  
p. 21, (1975).
- (44) PRATES, M.; FISSOLO, J. and BILONI, H. - "Heat Flow Parameter  
Affecting the Unidirectional Solidification of Pure Metals",  
Metall Trans., v. 3, p. 1419, (1972).
- (45) WEINBERG, F. and BUHR, R.K. - "Solidification Studies of Steel  
Castings", The Solidifications of Metals, Iron and Steel Ins-  
titute, (1968).
- (46) TIEN, L.C. and CHURCHILL, S.W. - A. I. Ch. E. Jl., v. 11, p.  
790, (1965).
- (47) ARPACI, V.S. - "Conduction Heat Transfer", Addison-Wesley Pub-  
lishing Company, USA, (1966).

- (48) BUTKOV, E. - "Mathematical Physics", Addison-Wesley Publishing Company, USA, (1968).
- (49) LEME, R.A.S. - "Curso de Estatística", Elementos, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, (1974).
- (50) SPIEGEL, M.R. - "Estatística", Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda São Paulo, (1975).
- (51) PRATES, M. and BILONI, H. - "Variables Affecting the Nature of the Chill Zone", Metall. Trans., v. 3, p. 1501, (1972).
- (52) SMITHELLS, C.J. - "Metals Reference Book", Ed. Butterworths, London & Boston, 5<sup>a</sup> ed., (1976).
- (53) PRATES, M. - "Notas de Aula do Curso de Solidificação e Fundição", Universidade Federal de São Carlos, (1977).
- (54) BEREZIN, I.S. and ZHIDKOV, N.P. - "Empirical Formulae by the Least Squares Method", The Solution of Linear Algebraic Equations by the Least Squares Method, Computing Methods, Pergamon Press, p. 442, (1965).
- (55) FORTRAN IV, "Método do Mínimo Erro Quadrático Médio", Apostila da Universidade Federal de São Carlos, (1973).
- (56) PINATTI, D.G. - Programa de Computação Utilizado na Dissertação de tese intitulada "Anisotropia da Relaxação Anelástica em Nióbio Puro", Escola de Engenharia de São Carlos, USP, (1973)
- (57) Van HORN, K.R. - "Aluminum", vol. I., Properties, Physical Metallurgy and Phase Diagrams, ASM, Ohio, (1968).

- (58) CHALMERS, B. - "Principles of Solidification", John Wiley & Sons, Inc., New York, (1967).
- (59) FLEMINGS, M.C. - "Solidification Processing", McGraw-Hill Book Company, New York, (1974).
- (60) DAVIES, G.J. - "Solidification and Casting", Applied Science Publishers Ltd., London, (1973).
- (61) KUBASCHEWSKI, O.; EVANS, E.L. and ALCOCK, C.B. - "Metallurgical Thermochemistry", Pergamon Press, Oxford, (1967).



## APÊNDICE I

### LISTA DOS SÍMBOLOS UTILIZADOS

#### 1- Parâmetros Utilizados nas Equações:

- $A$  = área da superfície de troca de calor ( $\text{cm}^2$ )
- $A_e$  = área externa solidificada ( $\text{cm}^2$ )
- $A_{in}$  = área interna solidificada ( $\text{cm}^2$ )
- $c_p$  = calor específico a pressão constante ( $\text{cal/g}^\circ\text{C}$ )
- $h_i$  = coeficiente newtoniano de transmissão do calor inter-  
face metal/molde ( $\text{cal/seg cm}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ )
- $H_f$  = calor latente de fusão ( $\text{cal/g}$ )
- $k$  = condutividade térmica ( $\text{cal/seg cm} \text{ }^\circ\text{C}$ )
- $l$  = comprimento (cm)
- $m$  = massa (g)
- ppm = partes por milhão
- $q$  = fluxo de calor por unidade de área ( $\text{cal/cm}^2\text{seg}$ )
- $q'$  = fluxo de calor ( $\text{cal/seg}$ )
- $Q$  = calor total que deixa o metal no tempo  $t$  por unidade  
de área (cal)
- $r$  = raio solidificado (cm)
- $r_o$  = raio do cilindro (cm)
- $R$  = raio (cm)
- $S$  = espessura solidificada (cm)
- $\bar{S}$  = espessura média solidificada (cm)

- $t$  = tempo (seg)
- $t_1$  = tempo decorrido entre o vazamento do metal na coquilha e o "*pouring-out*" (seg)
- $t_2$  = tempo decorrido entre a imersão do tarugo e a medida feita pelo "*dipstick*" (seg)
- $t_3$  = tempo decorrido desde a imersão do tarugo para evoluir a temperatura na periferia (seg)
- $t_4$  = tempo decorrido desde a imersão do tarugo e a resposta do termopar central (seg)
- $T$  = temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )
- $\bar{T}$  = temperatura média ( $^{\circ}\text{C}$ )
- $T_0$  = temperatura do meio ambiente ( $^{\circ}\text{C}$ )
- $T_f$  = temperatura de fusão ( $^{\circ}\text{C}$ )
- $v$  = velocidade de solidificação (cm/seg)
- $V$  = volume ( $\text{cm}^3$ )
- $x, y, z$  = coordenadas cartesianas (cm)
- $\alpha$  = difusividade térmica ( $\text{cm}^2/\text{seg}$ )
- $\rho$  = densidade ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )
- $\sigma$  = desvio padrão
- $\Delta$  = variação percentual em relação ao valor médio (%)

## 2- Constantes das Equações Experimentais

- $a$  = adimensional
- $B = C_2 h_i$  (cm/seg)
- $C = (\text{seg}^{-1})$
- $C_1 = \rho_m C_{p,m} (T_f - T_0) / 2 \sigma_s H_{f,s}$  adimensional
- $C_2 = 2 / \sqrt{\pi} \rho_m C_{p,m}$  ( $\text{cm}^3 \text{ } ^{\circ}\text{C}/\text{cal}$ )

D = adimensional

$$K = 4 S r_o - 2 S^2 / (4 r_o - S) \quad (\text{cm})$$

$$\alpha' = H_f \rho_s / 2 k_s (T_f - T_o) \quad (\text{seg/cm}^2)$$

$$\beta = H_f \rho_s / h_i (T_f - T_o) \quad (\text{seg/cm})$$

$$\gamma = a \alpha' \quad (\text{seg/cm}^2)$$

$$\epsilon = (\text{seg/cm}^{1/2})$$

$$\mu = (\text{seg})$$

### 3- Parâmetros Adimensionais

$$B_i = \text{módulo de Biot} = h_i r_o / k$$

$$F_o = \text{número de Fourier} = \alpha t / r_o^2$$

$$Ph = \text{parâmetro de mudança de fase} = H_f / C_p (T_f - T_o)$$

$$r^* = \text{espessura da camada solidificada} = r / r_o$$

$$t^* = Bt / r_o$$

$$T^* = (T_f - T_i) / (T_f - T_o)$$

$$U^* = (T - T_f) / (T_f - T_o)$$

$$x^* = \ln (r_o / R)$$

$$X^* = \ln (r_o / r)$$

$$\alpha^* = 1 / Ph$$

$$\beta^* = 1 / B_i$$

$$\sigma^* = (T_f - T_o) \rho_m C_{p,m} / \rho_s H_{f,s}$$

$$\mu^* = V_s / A \sqrt{\alpha_{mt}}$$

$$\tau^* = F_o / Ph$$

### 4- Sub-Índices Utilizados

i = interface metal/molde

$l$  = metal líquido

$m$  = molde

$s$  = metal sólido

### 5- Funções Utilizadas

$\text{erf}(x)$  = função erro (definido no Apêndice 2)

$\text{erfc}(x)$  = função erro complementar

$\text{exp}(x)$  = função exponencial

$J_0(\mu r_0)$  = função de Bessel de primeira classe, de ordem zero

$y_0(\mu r_0)$  = função de Bessel de segunda classe, de ordem zero

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

## APÊNDICE 2

### FUNÇÃO ERRO (erf) e FUNÇÃO ERRO COMPLEMENTAR (erfc)

#### 1- Notas da Função Erro

$$a) \operatorname{erf} N = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^N e^{-\beta^2} d\beta$$

$$b) \operatorname{erf} 0 = 0, \operatorname{erf} \infty = 1, \operatorname{erf} (-\infty) = -1$$

$$c) \operatorname{erf} (-N) = -\operatorname{erf} (N)$$

$$d) N < 0,2, \operatorname{erf} N \cong 2N / \sqrt{\pi}$$

#### 2- Notas da Função Erro Complementar

$$a) \operatorname{erfc} (N) = 1 - \operatorname{erf} (N)$$

$$b) N > 2,0, \operatorname{erfc} N \cong e^{-N^2} / \sqrt{\pi N}$$

c) Valores calculados pelo programa de computação apresentados no Apêndice 5.a

#### 3- Derivada

$$\frac{d}{dN} \operatorname{erf} (N) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-N^2)$$

$$\frac{d^2}{dN^2} \operatorname{erf} (N) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N \exp(-N^2)$$

## A P Ê N D I C E 3

## PROPRIEDADES FÍSICAS DOS MATERIAIS UTILIZADOS (8, 52-53)

MATERIAL	$H_f$ (cal/g)	$T_f$ (°C)	$k$ $\frac{\text{cal}}{\text{cm}^{\circ}\text{C}\text{seg}}$	$C_p$ (cal/g°C)	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	CONTRAÇÃO VOLUMÉTRICA DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO (%)
ALUMÍNIO	96	660	0,35	0,29	2,7	6,6
CHUMBO	6	327	0,07	0,03	11,3	3,5
ESTANHO	15	232	0,14	0,06	7,3	3,0
ZINCO	27	420	0,23	0,11	7,1	6,5
AÇO 1045	-	1500	0,10	0,14	7,85	-
AREIA	-	-	0,002	0,25	1,6	-

DADOS EXPERIMENTAIS

4.1- Caso de Molde Externo

4.1.a - Metal: Alumínio

Condição da Interface Metal/Molde: Polida

Temperatura de Vazamento: 660°C

Método Utilizado: "Pouring-out"

$t_1$ (seg)	$A_e$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{in}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$\bar{S}$ (cm)	$t_1/\bar{S}$ (seg/cm)	$V_s/A$ (cm)	$t_1/(V_s/A)$ (seg/cm)
2	77,1	59,5	17,6	0,59	3,39	0,56	3,57
5	77,5	50,8	26,7	0,95	5,26	0,86	5,81
7	77,5	45,0	32,5	1,18	5,93	1,04	6,73
10	77,0	40,2	36,8	1,37	7,30	1,18	8,47
12	77,9	34,0	43,9	1,70	7,06	1,40	8,51
15	77,6	30,5	47,1	1,85	8,11	1,51	9,93
17	77,6	24,5	53,1	2,18	7,80	1,70	10,0
20	78,0	21,2	56,8	2,38	8,40	1,81	11,05
23	77,4	19,8	57,6	2,46	9,35	1,85	13,51
28	77,2	13,8	63,4	2,85	9,82	2,03	13,79
52	77,3	0	77,3	4,66	11,16	2,48	20,97

4.1.b - Metal: Alumínio

Condição da Interface Metal/Molde: Pintada com Dycote 39

Temperatura de Vazamento: 660<sup>o</sup>C

Método Utilizado: "Pouring-out"

$t_1$ (seg)	$A_e$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{in}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$\bar{S}$ (cm)	$t_1/\bar{S}$ (seg/cm)	$V_s/A$ (cm)	$t_1/(V_s/A)$ (seg/cm)
5	77,4	59,8	17,6	0,60	8,33	0,56	8,93
10	77,3	48,2	29,1	1,04	9,62	0,93	10,75
15	77,4	39,1	38,3	1,43	10,49	1,23	12,19
20	77,6	32,3	45,3	1,76	11,36	1,45	13,79
25	77,3	24,5	52,8	2,17	15,52	1,69	14,79
30	77,6	16,0	61,6	2,71	11,07	1,97	15,23
35	77,5	13,0	64,5	2,93	11,95	2,07	16,91
40	77,6	10,1	67,5	3,18	12,58	2,16	18,52
50	77,4	3,9	73,5	3,85	12,99	2,36	21,19
59	77,3	0	77,3	4,66	12,66	2,48	23,79



4.2- Caso de Molde Interno

4.2.a - Metal: Alumínio

Condição da Interface Metal/Molde: Polida

Temperatura do Banho Metálico: 660°C

Método Utilizado: "Dipstick"

t <sub>2</sub> (seg)	RAIO DO TARUGO (cm)					
	1		2		3	
	S (cm)	V <sub>s</sub> /A (cm)	S (cm)	V <sub>s</sub> /A (cm)	S (cm)	V <sub>s</sub> /A (cm)
10	0,65	0,86	0,93	1,15	0,66	0,73
20	0,82	1,16	1,37	1,84	1,25	1,51
30	0,82	1,16	1,72	2,46	1,69	2,17
40	0,82	1,16	1,90	2,80	2,03	2,72
50	0,82	1,16	2,05	3,10	2,28	3,15
60	0,82	1,16	2,15	3,31	2,45	3,45
70			2,25	3,52	2,69	3,90
80			2,34	3,71	2,73	3,97
90			2,39	3,82	2,83	4,16
100			2,39	3,82	2,95	4,40
110			2,47	4,00	2,95	4,40
120			2,47	4,00	3,15	4,80
130			2,53	4,13	3,22	4,95
140			2,61	4,31	3,31	5,14
150			2,69	4,50	3,31	5,14
160					3,43	5,39
170					3,54	5,63
180					3,54	5,63
190					3,63	5,83
200					3,63	5,83
210					3,63	5,83

4.2.b - Metal: Alumínio

Condição da Interface Metal/Molde: Pintada com Dycote 39

Temperatura do Banho Metálico: 660°C

Método Utilizado: "Dipstick"

$t_2$ (seg)	RAIO DO TARUGO (cm)					
	1		2		3	
	S (cm)	$V_s/A$ (cm)	$\bar{S}$ (cm)	$V_s/A$ (cm)	S (cm)	$V_s/A$ (cm)
10	0,60	0,78	0,85	1,03	0,65	0,72
20	0,80	1,12	1,15	1,48	1,12	1,32
30	0,94	1,38	1,40	1,89	1,48	1,85
40	1,06	1,62	1,64	2,31	1,71	2,20
50	1,06	1,62	1,80	2,61	1,94	2,57
60	1,06	1,62	1,98	2,96	2,14	2,90
70	1,06	1,62	2,07	3,14	2,30	3,18
80			2,19	3,39	2,41	3,38
90			2,27	3,56	2,41	3,38
100			2,36	3,75	2,46	3,47
110			2,41	3,86	2,60	3,73
120			2,50	4,06	2,71	3,93
130			2,54	4,15	2,85	4,20
140			2,59	4,27	2,96	4,42
150			2,61	4,31	3,07	4,64
160			2,67	4,45	3,16	4,82
170			2,68	4,48	3,23	4,97
180			2,70	4,52	3,34	5,20

4.2.c - Metal: Alumínio

Condição da Interface Metal/Molde: Pintada com Dycote 39

Temperatura do Banho Metálico: 660°C

Método Utilizado: "Dipstick"

t <sub>2</sub> (seg)	RAIO DO TARUGO : 2 cm									
	S (cm)					$\bar{S}$ (cm)	$\delta_{x1,39}$	$\Delta_{95}(\%)$	$\delta_{x1,065}$	$\Delta_{90}(\%)$
10	1,00	0,83	0,88	0,82	0,70	0,85	0,15	18,0	0,12	14,1
20	1,26	1,15	1,16	1,10	1,05	1,15	0,11	9,7	0,09	7,8
30	1,48	1,35	1,50	1,40	1,29	1,40	0,13	9,3	0,10	7,1
40	1,79	1,60	1,76	1,56	1,47	1,64	0,19	11,6	0,15	9,1
50	1,88	1,80	1,93	1,72	1,68	1,80	0,14	7,8	0,11	6,1
60	2,04	2,00	2,08	1,97	1,79	1,98	0,15	7,6	0,12	6,1
70	2,16	2,20	2,25	1,97	1,79	2,07	0,26	12,6	0,20	9,7
80	2,16	2,30	2,35	2,14	1,98	2,19	0,21	9,6	0,16	7,3
90	2,27	2,40	2,45	2,24	1,98	2,27	0,25	11,0	0,19	8,4
100	2,38	2,40	2,65	2,33	2,05	2,36	0,29	12,3	0,22	9,3
110	2,38	2,40	2,70	2,33	2,23	2,41	0,25	10,4	0,19	7,9
120	2,53	2,45	2,75	2,33	2,42	2,50	0,22	8,8	0,17	6,8
130	2,53	2,50	2,85	2,40	2,42	2,54	0,25	9,8	0,19	7,5
140	2,57	2,50	2,85	2,53	2,50	2,59	0,21	8,1	0,16	6,2
150	2,57	2,60	2,85	2,53	2,50	2,61	0,19	7,3	0,15	5,7
160	2,57	2,70	2,90	2,53	2,65	2,67	0,19	7,1	0,15	5,6
170	2,60	2,70	2,90	2,53	2,65	2,68	0,19	7,1	0,15	5,6
180	2,60	2,80	2,90	2,53	2,70	2,70	0,21	7,8	0,16	5,9

4.2.d - Metal: Alumínio

Condição da Interface Metal/Molde: Polida

Temperatura do Banho Metálico: 660°C

Método Utilizado: Registrador Gráfico Multi-Canal

T (°C)	RAIO DO TARUGO (cm)				
	1	2	3	4	5
	TEMPO $t_3$ (seg)				
20	0	0	0	0	0
50	2,0	3,2	3,4	3,5	3,6
100	4	6	7	8	9
150	5	8	10	12	17
200	6	10	14	17	25
300	8	14	24	29	49
400	10	18	33	41	69
500	15	23	42	64	142
600	26	44	77	130	250

4.2.e - Metal: Alumínio

Condição da Interface Metal/Molde: Pintada com Dycote 39

Temperatura do Banho Metálico: 660°C

Método Utilizado: Registrador Gráfico Multi-Canal

T (°C)	RAIO DO TARUGO (cm)				
	1	2	3	4	5
	TEMPO $t_3$ (seg)				
20	0	0	0	0	0
50	3,2	3,7	4,4	4,6	5,0
100	6,0	7	9	11	17
150	8,0	10	14	17	30
200	10	14	19	23	42
300	14	22	31	38	76
400	19	32	43	69	114
500	26	51	61	90	171
600	43	100	130	170	334

4.2.f - Metal: Alumínio

Condição da Interface Metal/Molde: Pintada com Dycote 39

Temperatura do Banho Metálico: 660°C

Método Utilizado: Registrador Gráfico Multi-Canal

T (°C)	RAIO DO TARUGO : 2 cm									
	TEMPO $t_3$ (seg)					$\bar{t}_3$ (seg)	$\delta_{x1,39}$ $\Delta_{95}$ (%)	$\delta_{x1,065}$ $\Delta_{90}$ (%)	$\delta_{x1,065}$ $\Delta_{90}$ (%)	$\delta_{x1,065}$ $\Delta_{90}$ (%)
	0	3,6	7,0	10,4	13,6					
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	3,6	3,6	3,6	4,0	3,8	3,7	0,3	0,2	0,2	5,4
100	6,6	7,0	6,8	7,6	7,8	7,2	0,7	0,5	0,5	6,9
150	10,0	9,6	9,2	10,4	11,6	10,2	1,3	1,0	1,0	9,8
200	13,6	12,8	12,6	13,6	17,0	13,9	2,5	1,9	1,9	13,6
300	21,0	20,2	19,6	21,2	26,0	21,6	3,5	2,7	2,7	12,5
400	30,8	29,2	27,6	33,8	38,0	31,9	5,7	4,4	4,4	13,8
500	47,8	43,4	42,4	60,4	60,4	50,8	12,2	9,4	9,4	18,5
600	118,0	80,0	84,0	122,0	122,0	100,2	26,7	20,4	20,4	20,3

DADOS CALCULADOS

4.3- Caso de Molde Interno

4.3.a - Metal: Alumínio

Condição da Interface Metal/Molde: Polida

Temperatura do Banho Metálico: 660°C

Temperatura Ambiente: 20°C

Método: Gráfico Experimental

T* ou erfc(ø)	RAIO DO TARUGO (cm)					ø
	1	2	3	4	5	
	TEMPO t <sub>3</sub> (seg)					
1,0	0	0	0	0	0	0
0,9	1,8	3,8	5,2	7	14	0,08
0,8	3,7	6,2	10,6	15	29	0,18
0,7	5,5	9,2	16,2	22,5	44	0,27
0,6	7,4	12,2	21,8	31	60	0,37
0,5	9,7	15,6	28,6	39	77	0,47
0,4	12	19	35	48	95	0,59
0,3	14,8	23	42,4	58	114	0,72
0,2	18,2	28,2	52	71	141	0,90
0,1	23,8	38,4	68,8	99	190	1,16

4.3.b - Metal: Alumínio

Condição da Interface Metal/Molde: Pintada com Dycote 39

Temperatura do Banho Metálico: 660°C

Temperatura Ambiente: 20°C

Método: Gráfico Experimental

T* ou erfc(ø)	RAIO DO TARUGO (cm)					ø
	1	2	3	4	5	
	TEMPO t <sub>3</sub> (seg)					
1,0	0	0	0	0	0	0
0,9	3,1	5,3	7	11	20	0,08
0,8	6,2	11	14,5	23	42	0,18
0,7	9,6	16,5	22	35	64	0,27
0,6	13	23	30	49	88	0,37
0,5	16,7	29,5	38	62	112	0,47
0,4	20,5	36	47	77	140	0,59
0,3	25	43,5	57	93	170	0,72
0,2	30,6	53	70	114	208	0,90
0,1	40	68	92	150	268	1,16



4.3.c - Metal: Alumínio

Condição da Interface Metal/Molde: Polida

Temperatura do Banho Metálico: 660°C

Método: Equação Experimental

T (°C)	RAIO DO TARUGO (cm)				
	1	2	3	4	5
	TEMPO (seg)				
20	0	0	0	0	0
50	0,9	1,5	2,4	3,1	5,9
100	2,2	3,6	5,9	7,5	14,3
150	3,6	5,9	9,8	12,4	23,8
200	5,1	8,3	13,7	17,4	33,3
250	6,7	11,0	18,1	23,0	44,0
300	8,3	13,7	22,5	28,6	54,7
350	10,1	16,7	27,4	34,8	66,6
400	12,1	19,9	32,7	41,7	79,7
450	14,5	23,8	39,1	49,8	95,1
500	17,6	28,9	47,4	60,3	115,3
550	21,9	36,0	59,1	-	-
600	54,3	89,2	16,7	-	-

4.3.d - Metal: Alumínio

Condição da Interface Metal/Molde: Pintada com Dycote 39

Temperatura do Banho Metálico: 660<sup>D</sup>C

Método: Equação Experimental

T (°C)	RAIO DO TARUGO (cm)				
	1	2	3	4	5
	TEMPO (seg)				
20	0	0	0	0	0
50	1,5	2,1	3,3	4,3	8,3
100	3,7	5,1	7,9	10,4	19,9
150	6,2	8,5	13,1	17,4	33,1
200	8,6	11,9	18,3	24,4	46,4
250	11,4	15,7	24,2	32,2	61,3
300	14,2	19,6	30,1	40,1	76,2
350	17,3	23,8	36,7	48,8	92,8
400	20,6	28,5	43,9	58,3	111,0
450	24,6	34,0	52,4	69,7	132,6
500	29,9	41,3	63,5	84,4	160,7
550	37,3	51,5	79,2	-	-
600	92,4	127,6	196,5	-	-

4.3.e - Metal: Alumínio

Condição da Interface Metal/Molde: Polida

Temperatura do Banho Metálico: 660°C

Método: Equação Experimental

TEMPO (seg)	RAIO DO TARUGO (cm)					
	1		2		3	
	S (cm)	V <sub>s</sub> /A (cm)	S (cm)	V <sub>s</sub> /A (cm)	S (cm)	V <sub>s</sub> /A (cm)
10	0,66	0,87	1,21	1,59	1,17	1,40
20	0,81	1,13	1,86	2,73	1,97	2,61
30	0,82	1,16	2,16	3,33	2,48	3,50
40	0,82	1,16	2,26	3,55	2,79	4,08
50	0,82	1,16	2,29	3,61	2,95	4,40
60	0,82	1,16	2,30	3,62	3,02	4,55
70			2,30	3,62	3,06	4,61
80			2,30	3,62	3,07	4,65
90			2,30	3,62	3,07	4,65
100			2,30	3,62	3,07	4,65
110			2,30	3,62	3,07	4,65
120			2,30	3,62	3,07	4,65
130			2,30	3,62	3,07	4,65
140			2,30	3,62	3,07	4,65
150			2,30	3,62	3,07	4,65
160					3,07	4,65
170					3,07	4,65
180					3,07	4,65
190					3,07	4,65
200					3,07	4,65

4.3.f - Metal: Alumínio

Condição da Interface Metal/Molde: Pintada com Dycote 39

Temperatura do Banho Metálico: 660°C

Método: Equação Experimental

TEMPO (seg)	RAIO DO TARUGO (cm)					
	1		2		3	
	S (cm)	V <sub>s</sub> /A (cm)	S (cm)	V <sub>s</sub> /A (cm)	S (cm)	V <sub>s</sub> /A (cm)
10	0,69	0,93	0,99	1,23	0,79	0,90
20	0,94	1,39	1,61	2,26	1,40	1,72
30	1,00	1,49	1,98	2,96	1,85	2,43
40	1,00	1,51	2,18	3,37	2,17	2,96
50	1,00	1,51	2,27	3,56	2,40	3,36
60	1,00	1,51	2,30	3,63	2,54	3,61
70	1,00	1,51	2,31	3,66	2,62	3,76
80			2,32	3,66	2,67	3,85
90			2,32	3,66	2,69	3,89
100			2,32	3,66	2,70	3,91
110			2,32	3,66	2,71	3,92
120			2,32	3,66	2,71	3,93
130			2,32	3,66	2,71	3,93
140			2,32	3,66	2,71	3,93
150			2,32	3,66	2,71	3,93
160			2,32	3,66	2,71	3,93
170			2,32	3,66	2,71	3,93
180			2,32	3,66	2,71	3,93
190					2,71	3,93
200					2,71	3,93

A P E N D I C E 5

PROGRAMAS DE COMPUTAÇÃO (54-56)

A - Programa aplicado no estudo da evolução de temperatura dentro dos moldes internos maciços cilíndricos, durante a solidificação.

```

0001 FTN4,L
0002 SUBROUTINE CMRET(C,IN,N,DECL,TCR,EQM)
0003 REAL C(1)
0004 NRT=N-IN+1
0005 XYM=0
0006 X2=0
0007 Y2=0
0008 X0=0
0009 Y0=0
0010 DO 110 I=IN,N
0011 XYM=XYM+I*C(I)
0012 X2=X2+I**2
0013 Y2=Y2+C(I)**2
0014 X0=X0+I
0015 110 Y0=Y0+C(I)
0016 X0=X0/NRT
0017 Y0=Y0/NRT
0018 H=Y2-NRT*Y0**2
0019 F=XYM-NRT*X0*Y0
0020 G=X2-NRT*X0**2
0021 DECL=F/G
0022 TCR=Y0-DECL*X0
0023 EQM=SQRT((G*H-F**2)/(G*NRT))
0024 END
0025 PROGRAM AAG00
0026 INTEGER PXY(2)
0027 REAL DADOS(14,6),TAS(14),TEMPO(14),BK(14),LK(14),C(5),YY1(69)
0028 REAL X(301),Y(301),XX(69),YY(10),YYY(4),RESP(14,6),TAS1(69)
0029 REAL XX1(14)
0030 LOGICAL FLAG
0031 CALL PAGE
0032 WRITE(1,800)7
0033 800 FORMAT(11,"O PROGRAMA TRACARA GRAFICOS NO DIS"LAY"/,
0034 >"CORTE O PROGRAMA APENAS EM CASO DE ERRO.")
0035 CALL TIME(10,0)
0036 X=0
0037 Y=1
0038 DO 350 I=2,301
0039 X(I)=X(I-1)+0.01
0040 YA=1/(1+0.47*X(I))
0041 350 Y(I)=EXP(-X(I)**2)*(0.35*YA-0.1*YA**2+0.75*YA**3)
0042 READ(7,490)FLAG
0043 490 FORMAT(L1)
0044 IF(.NOT.FLAG)GO TO 480
0045 CALL PLOTX(X,Y,301,1)
0046 CALL EXEC(3,1106B,62)
0047 CALL EXEC(3,1106B,63)
0048 WRITE(6,470)
0049 470 FORMAT(3/," TABELA DA FUNCAO ERFC(Z) ",2/)
0050 DO 450 I=1,100
0051 450 WRITE(6,400)X(I),Y(I),X(I+100),Y(I+100),X(I+200),Y(I+200)
0052 400 FCRMAT(X,2(E13.7,8X,E13.7,4X,"",4X),E13.7,8X,E13.7)
0053 480 READ(7,*)NTM,NRM,NRI,ALFA
0054 DO 10 I=1,NTM
0055 10 READ(7,*)(DADOS(I,J),J=1,NRM)
0056 NRT=NRM-1
0057 CALL EXEC(3,1106B,62)
0058 CALL EXEC(3,1106B,63)
0059 WRITE(6,1)
0060 1 FORMAT(2/," CALCULO DOS PARAMETROS B E C DA FUNCAO ERRO.",2/)

```

```

0061     AUXY=DADOS(NTM,1)-DADOS(1,1)
0062     DO 310 J=1,NTM
0063     YY(J)=DADOS(J,1)
0064 310   TAS(J)=(DADOS(NTM,1)-DADOS(J,1))/AUXY
0065     RESP(1,1)=20.0
0066     YY1(1)=20.0
0067     IIC=2
0068     DO 130 J=2,59
0069     YY1(J)=YY1(J-1)+10.0
0070     IF(J.NE.1.AND.MOD((J-4),10).NE.0.AND.MOD((J-9),10).NE.0)GO TO 130
0071     RESP(IIC,1)=YY1(J)
0072     IIC=IIC+1
0073 130  CONTINUE
0074     AUXY=YY1(59)-YY1(1)
0075     DO 500 J=1,59
0076     TASI(J)=(YY1(59)-YY1(J))/AUXY
0077 500  CONTINUE
0078     DO 100 I=2,NRM
0079     B=0.026
0080     N=I-1
0081     NTJJ=NTM
0082     IF(N.EQ.4.OR.N.EQ.5)NTJJ=NTM-1
0083     R=FLOAT(N)
0084     DO 300 J=1,NTM
0085     XX1(J)=DADOS(J,1)*2
0086 300  TEMPO(J)=DADOS(J,I)
0087     WRITE(6,15)N,ALFA,NRI
0088 15  FORMAT(5/, " CALCULO PARA R IGUAL 'A ",I2," CENTIMETROS, COM ALFA",
0089     >" IGUAL 'A ",E13.7/, " NRO MAXIMO DE ITERACOES = ",I5)
0090     DO 20 K=1,NRI
0091     DO 35 J=1,NTJJ
0092     C(N)=B*R**ALFA
0093     FI=C(N)*TEMPO(J)
0094     Z=1/(1+0.47*FI)
0095     BK(J)=R**ALFA*TEMPO(J)*(-1.128379)*EXP(-FI**2)
0096     ERFC=EXP(-FI**2)*(0.35*Z-0.1*Z**2+0.75*Z**3)
0097 35  LK(J)=TAS(J)-ERFC
0098     BAHN=B
0099     S=0
0100     RS=0
0101     DO 75 L=1,NTM
0102     S=S+BK(L)**2
0103 75  RS=RS+BK(L)*LK(L)
0104     B=B+RS/S
0105     IF(BAHN.EQ.B)GO TO 80
0106 20  CONTINUE
0107 80  WRITE(6,85)B,C(N)
0108 85  FORMAT(2/, " B = ",E13.7, " *** C = ",E13.7,3/)
0109     ICT=1
0110     NTT=59
0111     IF(N.EQ.4.OR.N.EQ.5)NTT=49
0112     DO 140 J=1,NTT
0113     ERR=ABS(TASI(J)-Y)
0114     FIO=X
0115     DO 210 IK=2,301
0116     ERR1=ABS(TASI(J)-Y(IK))
0117     IF(ERR.LE.ERR1)GO TO 210
0118     ERR=ERR1
0119     FIO=X(IK)
0120 210  CONTINUE
0121     XX(J)=FIO/C(N)*2
0122     IF(J.NE.1.AND.MOD((J-4),10).NE.0.AND.MOD((J-9),10).NE.0)GO TO 140
0123     RESP(ICT,I)=XX(J)
0124     ICT=ICT+1
0125 140  CONTINUE
0126     CALL PAGE
0127     CALL LSFAT(XX,YY,9,EF1,YYY)
0128     CALL LSFAT(XX1,YY,9,EF2,YYY)
0129     EF=AMINI(EF1,EF2)
0130     CALL AXIS1(YYY,PXY)
0131     CALL PLOT1(XX1,YY,9,EF,PXY,-1)
0132     CALL PLOT1(XX,YY1,NTT,EF,PXY,1)
0133     CALL TIME(15.0)
0134 100  CONTINUE
0135     CALL EXEC(3,1106B,62)
0136     CALL EXEC(3,1106B,63)
0137     WRITE(6,510)
0138 510  FORMAT(2/, " TABELA DE DADOS MEDIDOS:" )
0139     WRITE(6,520)((I),I=1,5)
0140 520  FORMAT(/,20X, "TEMPO(S)",2/, " RAO (CM) ==>",13X,5(I1,22X),2/,
0141     >" TEMPERATURA(C)",/)
0142     UU 540 I=1,NRM
0143 540  WRITE(6,530)(DADOS(I,J),J=1,NRM)
0144 530  FORMAT(X,E13.7,7X,5(E13.7,10X))
0145     CALL EXEC(3,1106B,10)
0146     WRITE(6,550)
0147 550  FORMAT(2/, " TABELA DE DADOS CALCULADOS:" )
0148     WRITE(6,520)((I),I=1,5)
0149     DO 570 I=1,13
0150     NTG=NRM

```

```

0151     IF(I.GT.11)NTG=NRM-2
0152 570 WRITE(6,530)(RESP(I,J),J=1,NTG)
0153     CALL EXEC(3,1106B,62)
0154     CALL EXEC(3,1106B,63)
0155     DO 700 I=1,NRM-1
0156 700 C(I)=ALOGT(C(I)*10**4)
0157     CALL CMRET(C,1,5,DECL,TCR,EQM)
0158     WRITE(6,580)
0159 580 FORMAT(5/," CALCULO DA EQUACAO DA RETA USANDO 5 PONTOS DE R E C.")
0160     WRITE(6,120)DECL,TCR,EQM
0161 120 FORMAT(2/," EQUACAO DA RETA FUNCAO ENTRE C E R: C = ",E13.7,
0162 >" * R + ",E13.7,/," COM ERRO QUADRATICO MEDIO MINIMO DE ",
0163 >E13.7)
0164     CALL EPL0T
0165     END

```

```

** NO ERRORS** PROGRAM = 03912 COMMON = 00000

```

B - Programa aplicado no estudo da cinética de solidificação de cilindros utilizando moldes internos maciços.

```

0001 FTN4,L
0002     SUBROUTINE GJR1S(N,A,FLAG)
0003     LOGICAL FLAG
0004     DIMENSION A(4,5),B(5),C(4),IP(4),IQ(4)
0005     DO 1 K=1,N
0006     T=0.
0007     DO 6 I=K,N
0008     S=0.
0009     DO 3 J=K,N
0010     3 S=S+ABS(A(I,J))
0011     IF(S.EQ.0)GO TO 5
0012     4 DO 2 J=K,N
0013     IF(ABS(A(I,J))-S*T)2,2,7
0014     7 IP(K)=I
0015     IQ(K)=J
0016     PIVO=A(I,J)
0017     T=ABS(PIVO/S)
0018     2 CONTINUE
0019     6 CONTINUE
0020     IF(T)101,5,101
0021 101 IF(IP(K)-K)8,98,8
0022     8 N1=N+1
0023     DO 9 J=1,N1
0024     IPK=IP(K)
0025     Z=A(IPK,J)
0026     A(IPK,J)=A(K,J)
0027     9 A(K,J)=Z
0028     98 IF(IQ(K)-K)10,20,10
0029     10 IQK=IQ(K)
0030     DO 11 I=1,N

```

```

0031      Z=A(I,IQK)
0032      A(I,IQK)=A(I,K)
0033      11 A(I,K)=Z
0034      20 DO 12 J=1,N
0035          IF(J-K)13,14,13
0036      14 B(J)=1./PIVO
0037          C(J)=1.
0038          GO TO 15
0039      13 B(J)=-A(K,J)/PIVO
0040          C(J)=A(J,K)
0041      15 A(K,J)=0.
0042      12 A(J,K)=0.
0043          B(N+1)=-A(K,N+1)/PIVO
0044          A(K,N+1)=0.
0045          N1=N+1
0046          K1=K+1
0047          DO 1 I=1,N
0048              DO 1 J=K1,N1
0049          1 A(I,J)=A(I,J)+C(I)*B(J)
0050              DO 16 K=N+1,-1
0051                  IF(IQ(K)-K)17,16,17
0052      17 Z=A(IQ(K),N+1)
0053          A(IQ(K),N+1)=A(K,N+1)
0054          A(K,N+1)=Z
0055      16 CONTINUE
0056          GO TO 18
0057      5 WRITE(6,100)
0058      100 FORMAT(3/," MATRIZ SINGULAR - SISTEMA NAO RESOLVIDO.",3/)
0059          FLAG=.FALSE.
0060          RETURN
0061      18 FLAG=.TRUE.
0062          END
0063          FUNCTION FAT(N)
0064          FAT=1.
0065          IF(N.LT.2)RETURN
0066          DO 1 I=2,N
0067          1 FAT=FAT*I
0068          END
0069          FUNCTION ERFC(Z)
0070          ERR=0.001
0071          IF(Z.GE.0.2)GO TO 6
0072          ERFC=1.12838*Z
0073          RETURN
0074      6 IF(Z.GT.3)GO TO 8
0075          SOMA=0.
0076          K=0
0077          2 TERMO=Z**((2*K+1)/((2*K+1)*FAT(K)))
0078          IF(TERMO.LT.ERR)GO TO 4
0079          SOMA=SOMA+(-1)**K*TERMO
0080          K=K+1
-----
0081          GO TO 2
0082      4 ERFC=1.12838*SOMA
0083          RETURN
0084      8 ERFC=1.
0085          END
-----
0086          FUNCTION F(I,J)
0087          COMMON DTA(200,2),D,HI
0088          GO TO (1,2),I
0089      1 F=D*ERFC(DTA(23,1)*HI/DTA(22,1)*DTA(J,1))
0090          RETURN
0091      2 F=ERFC(DTA(23,1)*HI/DTA(22,1)*DTA(J,1))
0092          END
-----
0093          SUBROUTINE NILS1(N,M,FLAG)
0094          LOGICAL FLAG
0095          COMMON DTA(200,2),CHT(5)
0096          REAL L(200),B(200,4),MPAR(4,5)
0097          DO 20 I=1,N
0098      20 L(I)=DTA(I,2)-F(I,1)
0099          DO 30 J=1,M
0100              DO 30 I=1,N
0101      30 B(I,J)=F(J+1,I)
0102          CALL FILL(MPAR,1,40,0)
0103          DO 90 J=1,M
0104              DO 90 I=1,M
0105                  DO 90 K=1,N
0106      90 MPAR(J,I)=MPAR(J,I)+B(K,I)*B(K,J)
0107          DO 40 I=1,M
0108              DO 40 K=1,N
0109      40 MPAR(I,M+1)=MPAR(I,M+1)-B(K,I)*L(K)
0110          CALL GJRIS(M,MPAR,FLAG)
0111          DO 50 I=1,M
0112      50 CHT(I)=CHT(I)+MPAR(I,M+1)
0113          END
0114          PROGRAM AAG00
0115          COMMON DTA(200,2),D,HI

```



```
0116 LOGICAL FLAG
0117 INTEGER PXY(2)
0118 REAL S(21),X(21),X1(210),Y1(210),Y(21)
0119 REAL XY(4)
0120 READ(7,*)ISCF
0121 READ(7,*)NEXP,T0,TF,ROM,CM,HF,ROS,D1
0122 WRITE(6,110)NEXP,T0,TF,ROM,CM,HF,ROS,D1
0123 110 FORMAT(X,15,7(SX,E13.7))
0124 DO 140 I=1,210
0125 140 X1(I)=1
0126 CALL PAGE
0127 WRITE(1,130)7
0128 130 FORMAT(R1,"O PROGRAMA TRACARA* GRAFICOS NO DISPLAY.",/
0129 >"CORTE APENAS EM CASO DE ERRO.")
0130 CALL TIME(10.0)
0131 C1=((TF-T0)*ROM*CM)/(2*HF*ROS)
0132 DTA(23,1)=1.12838/(ROM*CM)
0133 DTA(1,1)=10.0
0134 X=10.0
0135 DO 10 I=2,21
0136 DTA(I,1)=DTA(I-1,1)+10.0
0137 10 X(I)=DTA(I,1)
0138 CALL EXEC(3,1106B,62)
0139 CALL EXEC(3,1106B,63)
0140 WRITE(6,60)
0141 60 FORMAT(2/, " CALCULO DA EXPRESSAO (V/A)=S+(S**2/2*R), DO PAR",
0142 >"METRO DE CORRECAO D E DE HI",3/)
0143 DO 1 I1=1,NEXP
0144 READ(7,*)NRAIO,HI1
0145 DO 1 J=1,NRAIO
0146 D=D1
0147 HI=HI1
0148 DTA(22,1)=J
0149 C3=C1*DTA(22,1)
0150 READ(7,*)NS,(S(I),I=1,NS)
0151 WRITE(6,70)DTA(22,1)
0152 70 FORMAT(2/, " RAO= ",E13.7, " CM.",2/, " S",30X,"T",30X,"V/A")
0153 DO 20 K=1,NS
0154 DTA(K,2)=S(K)+(S(K)**2/(DTA(22,1)**2))
0155 WRITE(6,30)S(K),DTA(K,1),DTA(K,2)
0156 30 FORMAT(X,3(E13.7,17X))
0157 Y(K)=DTA(K,2)*ISCF
0158 DTA(K,2)=DTA(K,2)/C3
0159 20 CONTINUE
0160 WRITE(6,90)
0161 90 FORMAT(3/, " RESULTADOS DAS ITERACOES:",/)
0162 DO 40 K=1,10
0163 WRITE(6,80)HI,D
0164 80 FORMAT(X,E13.7,10X,E13.7)
0165 AUX=D
0166 CALL NILS1(NS,1,FLAG)
0167 IF(.NOT.FLAG)GO TO 1
0168 IF(AUX.EQ.D)GO TO 100
0169 40 CONTINUE
0170 100 WRITE(6,50)HI,D
0171 50 FORMAT(3/, " HI CALCULADO= ",E13.7, " *** FATOR DE CORRECAO D= ",
0172 >E13.7)
0173 WRITE(6,160)
0174 160 FORMAT(3/, " V/A CALCULADO PELO COMPUTADOR:",2/)
0175 DO 120 K=1,NS*10
0176 Y1(K)=D*C3*ERFC(DTA(23,1)*HI/DTA(22,1)*X1(K))
0177 IF(MOD(K,10).NE.0)GO TO 170
0178 WRITE(6,150)Y1(K)
0179 150 FORMAT(X,E13.7)
0180 170 Y1(K)=Y1(K)*ISCF
0181 120 CONTINUE
0182 CALL PAGE
0183 CALL LSFAT(X,Y,NS,EF1,XY)
0184 CALL LSFAT(X1,Y1,NS*10,EF2,XY)
0185 EF=AMIN1(EF1,EF2)
0186 CALL AXIS1(XY,PXY)
0187 CALL PLOT1(X,Y,NS,EF,PXY,-1)
0188 CALL PLOT1(X1,Y1,NS*10,EF,PXY,1)
0189 CALL TIME(15.0)
0190 1 CONTINUE
0191 CALL EPLOTT
0192 END
```

\*\* NO ERRORS\*\* PROGRAM = 01952 COMMON = 00804