

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ESCOAMENTO DE COUETTE ENTRE  
DUAS PLACAS COM PARTE DO ESPA  
ÇAMENTO PREENCHIDA COM MEIO  
POROSO.

*7/3/82*

080/82

Trabalho apresentado à Comissão de  
Pós-Graduação da Faculdade de Enge  
nharia de Campinas, como parte dos  
requisitos para a obtenção do título  
de Mestre em Engenharia Mecânica.

CAMPINAS, 1982

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

i

LUIZ ROBERTO CARROCCI  
Eng. Mecânico, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP

ESCOAMENTO DE COUETTE ENTRE DUAS PLACAS COM PAR  
TE DO ESPAÇAMENTO PREENCHIDA COM MEIO POROSO

Orientador: Prof. Dr. CHANG-YU LIU

Trabalho apresentado à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia de Campinas, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

CAMPINAS, 1982

A meus pais: Lázara e José  
 À minha esposa: Andrenilsa  
 À minha filha: Juliana  
 A meus irmãos: M. José  
                   Ari Luiz  
                   M. Terezinha  
                   M. Regina

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. Chang-Yu Liu, pelo apoio na orienta  
ção e dedicação no desenvolvimento desse trabalho.

À diretoria e aos departamentos de Mecânica e Matemá  
tica da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetã que prestaram  
grande auxílio para realização e conclusão desse estudo.

Aos operadores e perfuradores: Luiz Wagner, Marina e  
Waldir do Centro de Processamento de Dados da Faculdade de Engen  
haria de Guaratinguetã.

Aos desenhistas Mauro P. Peres e Gilson B. Reis.

Aos professores do Departamento de Engenharia Mecânica  
da Faculdade de Engenharia de Campinas.

À todos os amigos que incentivaram nessa árdua tarefa.

Às secretárias Zélia e Maria Cláudia.

A todos os meus profundos agradecimentos.

## RESUMO

Tem esse trabalho como objetivo principal estudar e apresentar soluções para o escoamento de Couette entre placas com parte do espaçamento preenchida com meio poroso e a placa superior com velocidade constante.

Para esse estudo foram aplicadas as equações: da continuidade, da quantidade de movimento, da energia térmica e a de Darcy generalizada, todas com parâmetros adimensionais.

Com as equações citadas acima foram determinados os perfis de velocidades e de temperaturas em função do gradiente de pressão, do parâmetro de porosidade, do produto Prandtl x Eckert e finalmente da relação entre os coeficientes de condutibilidade térmica do meio poroso e da região de fluido puro.

Em alguns casos as soluções são apresentadas analiticamente e em outros numericamente usando o método de diferenças finitas, já que algumas equações não apresentavam soluções exatas.

Também foram realizados estudos dos perfis de velocidades para o escoamento não permanente de Couette com o meio poroso tomando todo o espaçamento entre as placas.

## ABSTRACT

The main objective to this work is to study the solutions for the Couette flow between two infinite plates with part of the space filled with a porous medium and the upper plate maintaining a constant velocity.

For this study, continuity, momentum and thermal energy equations were applied, accompanied with the generalized Darcy's Law, all with dimensionless parameters. With these equations it was possible to determine the velocity and the temperature profiles which dependents of the pressure gradients, the permeability parameters, the product of Prandtl by Eckert and finally the relation of the thermic conductibility coefficients between porous medium and the region of pure fluid.

In some cases, the solutions are obtained analytically and in others, numerically, using a finite differences method, since it is difficult to find the analytical solutions.

A study of the velocity field of the non-permanent Couette flow with the porous medium occupying the entire space between the plates was also realized.

## ÍNDICE

|                                                                                                                                |      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| LISTA DE FIGURAS .....                                                                                                         | viii |
| NOMENCLATURA .....                                                                                                             | x    |
| SÍMBOLOS GREGOS .....                                                                                                          | xi   |
| 1. INTRODUÇÃO .....                                                                                                            | 01   |
| 2. ANÁLISE TEÓRICA .....                                                                                                       | 04   |
| 1. Formulação e Modelo Físico .....                                                                                            | 04   |
| 2. Distribuições de Velocidades .....                                                                                          | 05   |
| a. Escoamento em Regime permanente .....                                                                                       | 05   |
| b. Escoamento em Regime não permanente .....                                                                                   | 09   |
| 3. Distribuições de Temperaturas .....                                                                                         | 11   |
| a. Temperatura no escoamento permanente sem<br>dissipação no meio poroso .....                                                 | 11   |
| b. Temperatura no escoamento permanente com<br>dissipação em ambas as regiões .....                                            | 14   |
| c. Temperatura no escoamento permanente com a<br>placa superior adiabática .....                                               | 15   |
| d. Temperatura no escoamento permanente com a<br>placa superior adiabática e a temperatura<br>da placa inferior variável ..... | 16   |
| e. Número de Nusselt local e avaliação da tem<br>peratura na placa superior .....                                              | 18   |
| 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....                                                                                               | 20   |
| 1. Resultados dos perfis de velocidades .....                                                                                  | 20   |

|                                                                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| a. Escoamento em regime permanente .....                                                                                              | 20 |
| b. Escoamento em regime não permanente .....                                                                                          | 24 |
| 2. Resultados dos perfis de temperaturas .....                                                                                        | 26 |
| a. Temperatura no escoamento permanente, sendo<br>as temperaturas das placas constantes, com e<br>sem dissipação no meio poroso ..... | 26 |
| b. Temperatura no escoamento permanente com e<br>sem dissipação na região porosa com a placa<br>superior adiabática .....             | 32 |
| c. Temperatura no escoamento permanente com a<br>placa superior adiabática e a temperatura<br>da placa inferior variável .....        | 35 |
| d. Número de Nusselt local .....                                                                                                      | 38 |
| 4. CONCLUSÕES .....                                                                                                                   | 44 |
| APÊNDICE A .....                                                                                                                      | 45 |
| APÊNDICE B .....                                                                                                                      | 46 |
| APÊNDICE C .....                                                                                                                      | 49 |
| REFERÊNCIAS .....                                                                                                                     | 53 |

## LISTA DE FIGURAS

|      |                                                                                                    |    |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2-1  | Modelo Físico .....                                                                                | 04 |
|      | PERFIS DE VELOCIDADES PARA REGIME PERMANENTE                                                       |    |
| 3-1  | $b = 0$ .....                                                                                      | 21 |
| 3-2  | $b = 3$ .....                                                                                      | 22 |
| 3-3  | $b = -3$ .....                                                                                     | 23 |
|      | PERFIS DE VELOCIDADES PARA REGIME NÃO PERMANENTE                                                   |    |
| 3-4  | $b = 0$ e $a = 1$ .....                                                                            | 25 |
| 3-5  | $b = 0$ , $a = 1$ e $a = 5$ (efeito da porosidade )                                                | 25 |
| 3-6  | $b = 1$ e $a = 1$ .....                                                                            | 27 |
| 3-7  | $b = -2$ e $a = 1$ .....                                                                           | 27 |
|      | PERFIS DE TEMPERATURAS COM AS PLACAS À TEMPERATURAS CONSTANTES                                     |    |
| 3-8  | Efeito do parâmetro porosidade .....                                                               | 29 |
| 3-9  | Efeito do gradiente de pressão .....                                                               | 29 |
| 3-10 | Efeito do produto PE .....                                                                         | 30 |
| 3-11 | Efeito da relação de condutibilidade térmica                                                       | 30 |
| 3-12 | Efeito da relação de condutibilidade térmica                                                       | 31 |
|      | PERFIS DE TEMPERATURAS COM A TEMPERATURA DA PLACA INFERIOR CONSTANTE E A PLACA SUPERIOR ADIABÁTICA |    |
| 3-13 | Efeito do parâmetro porosidade .....                                                               | 33 |
| 3-14 | Efeito do gradiente de pressão .....                                                               | 33 |
| 3-15 | Efeito do produto PE .....                                                                         | 34 |

|      |                                              |    |
|------|----------------------------------------------|----|
| 3-16 | Efeito da relação de condutibilidade térmica | 35 |
|------|----------------------------------------------|----|

PERFIS DE TEMPERATURAS COM A TEMPERATURA DA  
PLACA INFERIOR VARIÁVEL E A PLACA SUPERIOR  
ADIABÁTICA

|      |                                                      |    |
|------|------------------------------------------------------|----|
| 3-17 | Temperatura na placa inferior .....                  | 36 |
| 3-18 | Temperatura ao longo de $x$ ( $\theta_o=1.0$ ) ..... | 37 |
| 3-19 | Temperatura ao longo de $x$ ( $\theta_o=5.0$ ) ..... | 37 |
| 3-20 | Temperatura na placa superior .....                  | 40 |
| 3-21 | Temperatura na placa superior .....                  | 41 |

VARIAÇÃO DO NÚMERO DE NUSSELT LOCAL

|      |                                                              |    |
|------|--------------------------------------------------------------|----|
| 3-22 | Variação do $Nu_{loc}$ ( $y_1=-1.0$ , $\theta_o=1.0$ ) ..... | 43 |
| 3-23 | Variação do $Nu_{loc}$ ( $y_1=-1.0$ , $\theta_o=5.0$ ) ..... | 44 |

## NOMENCLATURA

|            |                                                  |
|------------|--------------------------------------------------|
| $a$        | parâmetro de porosidade                          |
| $b$        | parâmetro de gradiente de pressão                |
| $h$        | espaçamento entre as placas                      |
| $k$        | permeabilidade do meio poroso                    |
| $p$        | pressão                                          |
| $q$        | fluxo de calor                                   |
| $t$        | tempo                                            |
| $t_1$      | tempo adimensional                               |
| $u$        | velocidade                                       |
| $u_1$      | velocidade adimensional na região de fluido puro |
| $u_2$      | velocidade adimensional na região porosa         |
| $x$        | direção axial do escoamento                      |
| $x_1$      | direção axial adimensional do escoamento         |
| $y$        | direção transversal ao escoamento                |
| $y_1$      | direção transversal adimensional ao escoamento   |
| $A_1, A_2$ | constantes de integração                         |
| $C_1, C_2$ | constantes de integração                         |
| $C_p$      | calor específico à pressão constante             |
| $E$        | número de Eckert                                 |
| $K_C^f$    | condutibilidade térmica do fluido                |
| $K_C^p$    | condutibilidade térmica da região porosa         |

|            |                               |
|------------|-------------------------------|
| $L_1, L_2$ | constantes de integração      |
| $Nu_{loc}$ | número de Nusselt local       |
| $P$        | número de Prandtl             |
| $R$        | número de Reynolds            |
| $T$        | temperatura                   |
| $T_1$      | temperatura da placa superior |
| $T_2$      | temperatura da placa inferior |
| $U_0$      | velocidade de referência      |
| $z_1, z_2$ | constantes de integração      |

#### SÍMBOLOS GREGOS

|            |                                            |
|------------|--------------------------------------------|
| $\alpha$   | coeficiente de transferência de calor      |
| $\theta$   | temperatura adimensional                   |
| $\theta_1$ | temperatura adimensional na placa superior |
| $\theta_2$ | temperatura adimensional na placa inferior |
| $\mu$      | viscosidade absoluta do fluido             |
| $\rho$     | densidade do fluido                        |
| $\nu$      | viscosidade cinemática do fluido           |

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

O escoamento de Couette já vem sendo estudado há muito tempo, visto que é de grande interesse prático na aplicação de engenharia; em mancais de deslizamento (hidrodinâmica de lubrificação), perfuração de petróleo e em superfícies deslizantes sendo uma de material poroso para reter o lubrificante e a outra de material sólido, existindo entre essas superfícies um filme de fluido.

O escoamento através do meio poroso é usualmente estudado pela lei clássica de Darcy e em outros casos havendo necessidade de usar esta lei generalizada, por exemplo, em meios altamente porosos, onde se deve levar em consideração a tensão viscosa e satisfazendo a condição de não deslizamento na superfície sólida, proposta esta feita por Brinkman | 1 | em 1957.

Mais tarde apareceu a demonstração analítica desta lei por Tan | 2 | usando um conjunto de esferas uniforme com números de Reynolds pequenos, por esta razão não levando em consideração os termos inerciais. Yamamoto e Yoshida | 3 | também estudaram o escoamento através de corpos porosos considerando os termos inerciais, baseando-se na lei de Darcy generalizada.

Baseando-se também na lei de Darcy generalizada Dev Sarma | 5 | em 1978 determinou o perfil de velocidade para um escoamento sobre um cilindro horizontal, circundado por meio poroso estabelecendo os campos de velocidades dependentes do parâmetro de porosidade.

Os estudos para determinação dos perfis de temperatu

ras também estão em evidência para o escoamento de Couette entre placas. Lin | 6 | em 1978 usando um escoamento para fluido não Newtoniano e na ausência do meio poroso mostra a transferência de calor do escoamento de Couette.

Bruin | 7 | em 1970 estudou a distribuição de temperatura no escoamento de Couette, mas agora com gradiente de pressão e ainda ausência do meio poroso. Um estudo bem parecido foi feito por Hudson e Bankoff | 8 |.

Baseando-se nessas bibliografias esse trabalho se compromete em mostrar dois objetivos principais: a) estudo dos perfis de velocidades e b) estudos dos perfis de temperaturas para escoamento entre placas com parte do espaçamento preenchida com meio poroso, com várias condições de gradiente de pressão, porosidade, produtos de números adimensionais e da relação de condutibilidade térmica.

Como originalidade o presente trabalho trás o equacionamento e resolução dos perfis de velocidades e temperaturas para um mesmo fluido escoando simultaneamente em duas regiões distintas, sendo uma porosa e outra de fluido puro, em escoamento permanente e não permanente.

Para o desenvolvimento do modelo dos perfis de velocidades no escoamento permanente foi utilizada a lei de Darcy generalizada, com soluções exatas para todos os casos presentes, satisfazendo as condições de não deslizamento nas fronteiras sólidas com continuidade do perfil na interface das regiões.

Ainda para velocidade, mas agora para o período transitório, isto é, para escoamento não permanente e com todo o espaçamento entre as placas preenchido com meio poroso, sendo des

prezado a espessura do filme de fluido entre a camada porosa e a placa móvel que será colocada subitamente em velocidade, partindo do repouso; os perfis de velocidade foram também desenvolvidos. Neste caso as soluções apresentadas foram numéricas, pelo método de diferenças finitas de acordo com as condições de contorno.

O mesmo problema mencionado anteriormente a menos do meio poroso foi resolvido por G.G. Stokes partindo da equação de Navier-Stokes apresentado por Schlichting H. | 9 |.

No desenvolvimento dos modelos para os campos de temperaturas foram levados em conta vários parâmetros, já mencionados e usando a equação da Energia Térmica, dividiu-se esta análise em três partes; da seguinte maneira: a) escoamento permanente com as placas superior e inferior com temperaturas constantes, com e sem dissipação no meio poroso; b) escoamento permanente com a placa inferior a uma temperatura constante e a placa superior adiabática e c) escoamento permanente com a placa superior adiabática e a temperatura da placa inferior variando com  $x$ .

## CAPÍTULO 2

### ANÁLISE TEÓRICA

#### 1. FORMULAÇÃO E MODELO FÍSICO

Neste capítulo serão abordados os conceitos básicos para análise dos campos de velocidades e de temperaturas de um fluido escoando em duas regiões distintas simultaneamente sendo uma delas porosa.

Melhor dizendo, por meio de um volume de controle de forma e tamanho arbitrário que caracterizado pela quantidade fixa de massa no tempo, foram deduzidas as equações da continuidade, da conservação da quantidade de movimento e da energia térmica mostradas por Zanardi | 10 | em sua tese de mestrado.

As equações mostradas no seguinte trabalho será daqui para frente utilizadas nesse trabalho, com base no modelo físico mostrado na figura (2-1).

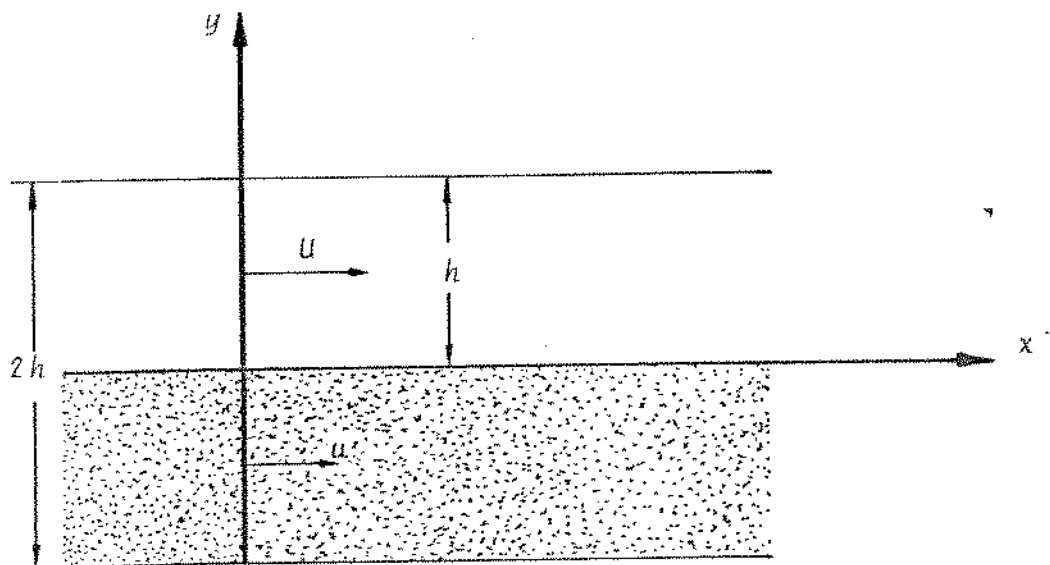


Figura 2-1 Modelo Físico

O sistema mostrado anteriormente possui a placa superior com velocidade constante  $U_0$  para o escoamento permanente, com duas regiões distintas, sendo uma porosa de espessura  $h$ . Para o escoamento não permanente, isto é, para análise do período de transição este sistema se apresenta com o meio poroso tomando todo o espaço entre as placas e com a placa superior sendo colocada bruscamente em velocidade partindo de zero e acelerada até  $U_0$ .

O fluido usado possui comportamento Newtoniano.

## 2. DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADES

### a) Escoamento em regime permanente

Para a região de fluido puro o escoamento obedece a equação de Navier-Stokes na direção de  $x$ .

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \dots (2-1)$$

e na região porosa a equação governante também na direção  $x$  é

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{\mu u}{\rho k} \dots (2-2)$$

Em ambas as regiões a equação da continuidade é satisfeita:  $\nabla \cdot \vec{V} = 0$

onde:  $k$  - permeabilidade

$p$  - pressão na direção  $x$

$u$  - velocidade na direção  $x$  na região porosa

$U$  - velocidade na direção  $x$  na região de fluido puro

$v$  - velocidade na direção  $y$  na região porosa

$V$  - velocidade na direção  $y$  na região de fluido puro

$w$  - velocidade na direção  $z$  na região porosa

$W$  - velocidade na direção  $z$  na região de fluido puro  
 $x$  - coordenada paralela às placas  
 $y$  - coordenada transversal às placas  
 $\nu$  - viscosidade cinemática do fluido  
 $\rho$  - densidade do fluido

Obedecendo as considerações:

- a) Escoamento permanente:  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial t} = 0$   
 b) Escoamento bidimensional:  $w = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial U}{\partial z} = 0$   
 c) Escoamento incompressível:  $\rho = \text{constante}$   
 d) Escoamento completamente desenvolvido:  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x} = 0$ ;  $\frac{\partial p}{\partial x} \neq 0$   
 e) :  $V = 0$

Pode-se então neste passo escrever realmente as equações que governam este escoamento.

Na região de fluido puro

$$\mu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2-3)$$

Na região porosa

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\mu}{k} u = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2-4)$$

Que juntamente com as condições de contorno abaixo:

$$\left. \begin{array}{l} y = h \Rightarrow U = U_0 \quad ; \quad y = 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial y} \\ y = 0 \Rightarrow u = U \quad ; \quad y = -h \Rightarrow u = 0 \end{array} \right\} \quad (2-5)$$

e as transformações adimensionais

$$u_1 = \frac{U}{U_0} \quad x_1 = \frac{x}{h} \quad p_1 = \frac{p}{\rho U_0^2}$$

$$u_2 = \frac{u}{U_0} \quad y_1 = \frac{y}{h}$$

tem-se

$$\frac{d^2 u_1}{dy_1^2} = b \quad (2-6)$$

$$\frac{d^2 u_2}{dy_1^2} - a^2 u_2 = b \quad (2-7)$$

onde:  $a^2 = \frac{h^2}{k}$  parâmetro de porosidade

$b = \frac{\rho U_0 h}{\mu} \cdot \frac{\partial p_1}{\partial x_1}$  parâmetro do gradiente de pressão

$u_1 =$  velocidade adimensional na região de fluido puro

$u_2 =$  velocidade adimensional na região porosa

Com as novas condições de contorno adimensionais

$$\left. \begin{aligned} y_1 = 1 &\Rightarrow u_1 = 1 ; \quad y_1 = 0 \Rightarrow \frac{\partial u_1}{\partial y_1} = \frac{\partial u_2}{\partial y_1} \\ y_1 = 0 &\Rightarrow u_1 = u_2 ; \quad y_1 = -1 \Rightarrow u_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-8)$$

Integrando as equações (2-6) e (2-7) duas vezes, os perfis de velocidades em ambas as regiões são determinados:

$$u_1 = \frac{b}{2} y_1^2 + C_1 y_1 + C_2 \quad (2-9)$$

$$u_2 = A_1 e^{ay_1} + A_2 e^{-ay_1} - \frac{b}{a^2} \quad (2-10)$$

onde:  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $C_1$  e  $C_2$  são constantes de integração determinadas pela aplicação das condições (2-8).

$$A_1 = \frac{\left[ \frac{b(1-a)}{a^2 e^a} + \frac{b}{2} - 1 - \frac{b}{a^2} \right]}{[-a - 1 + e^{-2a}(1-a)]}$$

$$A_2 = \frac{\left[ \frac{b(1+a)}{a^2 e^{-a}} + \frac{b}{2} - 1 - \frac{b}{a^2} \right]}{[a - 1 + e^{2a}(1+a)]}$$

$$C_1 = a(A_1 - A_2)$$

$$C_2 = A_1 + A_2 - \frac{b}{a^2}$$

Então para se obter os perfis de velocidades para o escoamento permanente entre placas com meio poroso basta oferecer os valores dos parâmetros de porosidade ( $a$ ) que será sempre positivo e do gradiente de pressão ( $b$ ) que poderá ser negativo, zero ou positivo.

## b) Escoamento em regime não permanente

Baseando-se no mesmo esquema da figura 2-1, mas com todo o espaçamento entre as placas preenchido com meio poroso, ficando somente uma película de fluido puro de espessura desprezível entre a placa móvel (superior) e a camada porosa.

A placa móvel não mais está com velocidade constante, sendo bruscamente colocada em movimento a partir do repouso até  $U_0$ . Nesse período transitório os perfis de velocidades serão apresentados em função do tempo, do parâmetro porosidade e do gradiente de pressão.

Como somente existe meio poroso a equação na direção de x que governa o escoamento será:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{\mu}{\rho k} u \quad (2-11)$$

Com as considerações abaixo, modifica-se a equação (2-11)

a) Escoamento bidimensional  $w = \frac{\partial u}{\partial z} = 0$

b) Escoamento incompressível:  $\rho = \text{constante}$

c) As placas são muito longas:  $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$  exceto  $\frac{\partial p}{\partial x}$

d)  $v = 0$

para a seguinte forma

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\mu}{\rho k} u - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2-12)$$

Usando então das condições de contorno e condições ini

ciais para o escoamento não permanente proposto,

$$\left. \begin{array}{l} \text{condições de contorno} \\ t > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} u = U_0 \quad \text{para } y = h \\ u = 0 \quad \text{para } y = -h \end{array} \quad (2-13)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{condições iniciais} \\ t \leq 0 \end{array} \right\} u = 0 \quad \text{para todo } y$$

e com as transformações adimensionais tanto em (2-12) como em (2-13)

$$u_2 = \frac{u}{U_0} \quad x_1 = \frac{x}{h} \quad t_1 = \frac{U_0^2 \cdot t \cdot \rho}{\mu}$$

$$p_1 = \frac{p}{\rho U_0^2} \quad y_1 = \frac{y}{h}$$

tem-se

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial y_1^2} - \frac{\partial u_2}{\partial t_1} - a^2 u_2 = b \quad (2-14)$$

onde:  $a^2 = \frac{h^2}{k}$

$$b = \frac{\rho U_0 h}{\mu} \cdot \frac{\partial p_1}{\partial x_1}$$

$u_2$  = velocidade adimensional no meio poroso

Para as condições de contorno a seguir.

$$\begin{array}{l}
 \text{condições de contorno} \\
 t > 0
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{ll}
 u_2 = 1 & \text{para } y_1 = 1 \\
 u_2 = 0 & \text{para } y_1 = -1
 \end{array}
 \right\}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{condição inicial} \\
 t \leq 0
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{ll}
 u_2 = 0 & \text{para todo } y_1
 \end{array}
 \right\}
 \quad (2-15)$$

Como este problema apresenta dificuldades para solução analítica foi necessário resolvê-lo numericamente usando o método de diferenças finitas [11] iterativamente.

Finalmente, para a obtenção dos perfis de velocidade no período do transitório, basta oferecer os valores dos parâmetros  $a$  e  $b$  com variação do tempo.

### 3. DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA

a) Temperatura no escoamento permanente sem dissipação no meio poroso.

Para a distribuição de temperatura entre duas placas, com parte de meio poroso, é aplicável a equação da Energia Térmica.

$$\rho C_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_c \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (3-1)$$

onde:  $C_p$  = calor específico à pressão constante  
 $k_c$  = coeficiente de condutibilidade térmica  
 $T$  = temperatura  
 $u$  = velocidade na direção de  $x$

$v$  = velocidade na direção de  $y$

$\mu$  = viscosidade do fluido

$\rho$  = densidade do fluido

Também como na velocidade as considerações são feitas

i) Não há variação de temperatura em  $x$ :  $\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$

ii) O escoamento é completamente desen-

volvido e não há velocidade em  $y$ :  $v = 0$

A equação (3-1) apresenta-se na seguinte forma:

$$k_c \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = - \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (3-2)$$

com as seguintes condições de contorno

$$\left. \begin{array}{ll} y = h \Rightarrow T = T_1 & y = 0 \Rightarrow k_c^f \frac{\partial T_1}{\partial y} = k_c^p \frac{\partial T_2}{\partial y} \\ y = 0 \Rightarrow T_1 = T_2 & y = -h \Rightarrow T = T_2 \end{array} \right\} \quad (3-3)$$

Em seguida com as transformações adimensionais aplica-  
das à equação (3-2) e às condições de contorno (3-3)

$$u_1 = \frac{U}{U_0} \quad x_1 = \frac{x}{h} \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} \quad u_2 = \frac{u}{U_0} \quad y_1 = \frac{y}{h}$$

onde:  $T_0$  é a temperatura de referência e  $T_1$  é a temperatura na placa superior.

se tem as equações definitivas para distribuição de temperatura.

$$\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y_1^2} = - P_1 E \left( \frac{\partial u_1}{\partial y_1} \right)^2 \quad (3-4)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y_1^2} = - P_2 E \left( \frac{\partial u_2}{\partial y_1} \right)^2 \quad (3-5)$$

onde:  $\theta_1$  = temperatura adimensional na região de fluido puro

$\theta_2$  = temperatura adimensional na região porosa

$P_1 E$  = número de Prandtl na região de fluido puro vezes o número de Eckert

$P_2 E$  = número de Prandtl na região porosa vezes o número de Eckert

Sob as condições de contorno (3-6)

$$\left. \begin{array}{ll} y_1 = 1 \Rightarrow \theta_1 = 1 & y_1 = 0 \Rightarrow k_c^P \frac{\partial \theta_1}{\partial y_1} = k_c^P \frac{\partial \theta_2}{\partial y_1} \\ y_1 = 0 \Rightarrow \theta_1 = \theta_2 & y_1 = -1 \Rightarrow \theta_2 = 0 \end{array} \right\} \quad (3-6)$$

Como neste caso foi considerado que o termo de dissipação no meio poroso era muito pequeno, isto é, desprezível  $\frac{\partial u_2}{\partial y_1} = 0$  as soluções das equações (3-4) e (3-5) são:

$$\theta_1 = -P_1 E \left[ \frac{b^2 y_1^4}{12} + \frac{C_1 b}{3} y_1^3 + \frac{C_1^2}{2} y_1^2 \right] + L_1 y_1 + L_2 \quad (3-7)$$

$$\theta_2 = L_3 y_1 + L_4 \quad (3-8)$$

onde:  $C_1$  = constante de integração determinada para os per  
fis de velocidades

$$L_1 = \left[ \frac{(K_c^p / K_c^f)}{(K_c^p / K_c^f) + 1} \right] \cdot \left[ 1 + P_1 E \left( \frac{b^2}{12} + \frac{C_1 b}{3} + \frac{C_1^2}{2} \right) \right]$$

$$L_2 = \left[ \frac{1}{K_c^p / K_c^f} \right] \cdot L_1$$

$$L_3 = L_2$$

$$L_4 = L_2$$

Como os perfis de temperaturas já foram apresentados a  
naliticamente, as distribuições de temperaturas sã dependerã de  
 $K_c^f$ ,  $K_c^p$ ,  $P_1 E$ ,  $a$  e  $b$  valores estes oferecidos para os cã  
los.

b) Temperatura no escoamento permanente com dissipação  
em ambas as regiões

As equações (3-4) e (3-5) do item anterior serão apli  
cadas também para este caso com as mesmas condições de contorno  
(3-6) e com a consideração de não mais desprezar o termo de dis  
sipação na região porosa.

Os perfis de temperaturas sã:

$$\theta_1 = -P_1 E \left[ \frac{b^2 y_1^4}{12} + \frac{C_1 b}{3} y_1^3 + \frac{C_1^2}{2} y_1^2 \right] + Z_1 y_1 + Z_2 \quad (3-9)$$

$$\theta_2 = -P_2 E \left[ \frac{A_1^2 e^{2ay_1}}{4} - A_1 A_2 a^2 y_1^2 + \frac{A_2^2 e^{-2ay_1}}{4} \right] + Z_3 y_1 + Z_4 \quad (3-10)$$

onde:  $C_1$ ,  $A_1$  e  $A_2$  = constantes de integração determinadas para os perfis de velocidades

$$Z_1 = \left[ \frac{K_c^P / K_c^f}{(K_c^P / K_c^f) + 1} \right] \cdot \left[ \frac{-P_2 E \cdot A_1^2 \cdot a}{2} + \frac{P_1 E \cdot A_2^2 \cdot a}{2} + \frac{P_2 E}{4} (A_1^2 + A_2^2) + 1 + P_1 E \left( \frac{b^2}{12} + \frac{C_1 b}{3} + \frac{C_1^2}{2} \right) - P_2 E \left( \frac{A_1^2 e^{-2a}}{4} - A_1 A_2 \cdot a^2 + \frac{A_2^2 e^{2a}}{4} \right) \right]$$

$$Z_2 = 1 + P_1 E \left( \frac{b^2}{12} + \frac{C_1 b}{3} + \frac{C_1^2}{2} \right) - Z_1$$

$$Z_3 = \frac{P_2 E}{4} (A_1^2 + A_2^2) + Z_2 - P_2 E \left( \frac{A_1^2 e^{-2a}}{4} - A_1 A_2 \cdot a^2 + \frac{A_2^2 e^{2a}}{4} \right)$$

$$Z_4 = P_2 E \left( \frac{A_1^2 e^{-2a}}{4} - A_1 A_2 \cdot a^2 + \frac{A_2^2 e^{2a}}{4} \right) + Z_3$$

Finalmente esse problema depende dos mesmos parâmetros do item anterior acompanhado do produto  $P_2 E$ , por ter considerado dissipação na camada porosa.

c. Temperatura no escoamento permanente com a placa superior adiabática

Foi considerado nessa análise o termo de dissipação do meio poroso e a placa superior adiabática  $\left( \frac{\partial \theta_1}{\partial y_1} = 0 \right)$ .

As equações governantes para o campo de temperatura no

escoamento presente são as mesmas (3-4) e (3-5), apenas acompanhadas de novas condições de contorno.

$$\left. \begin{array}{ll} y_1 = 1 \Rightarrow \frac{\partial \theta_1}{\partial y_1} = 0 & y_1 = 0 \Rightarrow K_c^f \frac{\partial \theta_1}{\partial y_1} = K_c^p \frac{\partial \theta_2}{\partial y_1} \\ y_1 = 0 \Rightarrow \theta_1 = \theta_2 & y_1 = -1 \Rightarrow \theta_2 = 1 \end{array} \right\} \quad (3-11)$$

Nessas condições a solução do problema foi numérica, novamente utilizando o método de diferenças finitas iterativamente por divisões sucessivas de intervalo (Apêndice B).

Novamente dependente dos parâmetros citados anteriormente os perfis de temperaturas são determinados.

- d) Temperatura no escoamento permanente com a placa superior adiabática e a temperatura da placa inferior variável

As considerações aqui presentes foram para mostrar um caso extremo de variação em degrau da temperatura na placa inferior, com a superior adiabática e ainda com dissipação na camada porosa.

Voltando à equação (3-1) mas agora considerando  $\frac{\partial T}{\partial x} \neq 0$  e  $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$  por ser muito pequeno em comparação com os outros termos, pode-se escrever a equação da energia térmica aplicável na análise dos perfis de temperaturas deste problema.

A equação da energia se apresenta na seguinte forma

$$\rho C_p \frac{u \partial T}{\partial x} = K_c \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (3-12)$$

Substituindo as transformações adimensionais

$$u_1 = \frac{U}{U_0} \quad x_1 = \frac{x}{h} \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}$$

$$u_2 = \frac{u}{U_0} \quad y_1 = \frac{y}{h}$$

na equação (3-12) tem-se

$$P_1 R \left[ u_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1} \right] = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y_1^2} + P_1 E \left[ \frac{\partial u_1}{\partial y_1} \right]^2 \quad (3-13)$$

$$P_2 R \left[ u_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial x_1} \right] = \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y_1^2} + P_2 E \left[ \frac{\partial u_2}{\partial y_1} \right]^2 \quad (3-14)$$

onde:  $P_1 R$  = número de Prandtl na região de fluido puro vezes  
o número de Reynolds

$P_2 R$  = número de Prandtl na região porosa vezes o número  
de Reynolds

com as seguintes condições de contorno

$$\left. \begin{aligned} x_1 = 0 \quad e \quad 0 \leq y_1 \leq 1 &\Rightarrow \theta_1 = \theta_0 \\ x_1 = 0 \quad e \quad -1 \leq y_1 \leq 0 &\Rightarrow \theta_1 = \theta_0 \\ x_1 > 0 \quad e \quad y_1 = 1 &\Rightarrow \frac{\partial \theta_1}{\partial y_1} = 0 \\ x_1 > 0 \quad e \quad y_1 = 0 &\Rightarrow K_c^f \frac{\partial \theta_1}{\partial y_1} = K_c^p \frac{\partial \theta_2}{\partial y_1} \\ x_1 > 0 \quad e \quad y_1 = 0 &\Rightarrow \theta_1 = \theta_2 \\ x_1 > 0 \quad e \quad y_1 = -1 &\Rightarrow \theta_2 = \theta(x) \end{aligned} \right\} \quad (3-15)$$

Para o sistema de equações diferenciais do tipo (3-13), (3-14) e com as condições de contorno (3-15) foi necessário a aplicação do método implícito de diferenças finitas, utilizando uma subrotina [12] que opera com matriz tridiagonal.

A obtenção dos perfis de temperaturas se resume em oferecer todos os parâmetros dos casos anteriores acompanhados de  $P_1R$  e  $P_2R$  com a variação de  $x$  ao longo do escoamento.

#### e. Número de Nusselt local e avaliação da temperatura na placa superior

O número de Nusselt local, também chamado de coeficiente local de transferência de calor será calculado para o escoamento do item d anterior, com temperatura da placa inferior variando com  $x$ .

O número de Nusselt local ( $Nu_{loc}$ ) para a placa inferior ( $y_1 = -1$ ) em função de  $x$  será definido por.

$$Nu_{loc}(x) = \frac{\alpha(x) \cdot h}{K} \quad (3-16)$$

onde:  $\alpha(x)$  = coeficiente de transferência de calor

$h$  = espaçamento das placas

$K$  = condutibilidade térmica

Através da superfície de contato de um corpo sólido com um fluido se verifica troca de calor por condução, corrente calorífica, segundo Fourier, que é proporcional ao gradiente de temperatura normal à placa.

$$q(x) = K \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y_1=-1} \quad (3-17)$$

Para transporte de calor por convecção, a equação básica vem da segunda lei de Newton do resfriamento

$$q(x) = \alpha(x) (T_2 - T_o)_{y_1=-1} \quad (3-18)$$

onde:  $T_2$  = temperatura da placa inferior

$T_o$  = temperatura do fluido que sofre convecção

Igualando (3-17) com (3-18) tem-se  $\alpha(x)$  definido por :

$$\alpha(x_1) = \frac{K}{(T_2 - T_o)} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (3-19)$$

e substituindo as transformações adimensionais em (3-19)

$$\theta_2 = \frac{T - T_o}{T_2 - T_o} \quad x_1 = \frac{x}{h} \quad y_1 = \frac{y}{h}$$

tem-se

$$\alpha(x_1) = \frac{K}{h} \frac{\partial \theta_2}{\partial y_1} \quad (3-20)$$

Finalmente de (3-20) e (3-16) obtem-se o número de Nusselt local para cada valor de  $x$ .

$$Nu_{loc}(x_1) = \frac{\partial \theta_2}{\partial y_1} \quad (3-21)$$

Com a expressão (3-21) a análise da transferência de calor da placa para o fluido ou do fluido para placa pode ser de terminada ao longo de  $x$ .

## CAPÍTULO 3

### RESULTADOS E DISCUSSÕES

#### 1. RESULTADOS DOS PERFIS DE VELOCIDADES

##### a) Escoamento em Regime Permanente

Nas figuras a seguir estão os perfis de velocidades sob as influências do gradiente de pressão e do parâmetro porosidade, resultados obtidos das soluções analíticas das equações (2-6) e (2-7). Quanto maior o valor de  $a$  significa menor permeabilidade da camada porosa, isto é, o meio poroso tende para uma placa sólida, indo então provocar um escoamento próximo da configuração de escoamento entre placas sólidas.

Para o gradiente de pressão zero significa que o escoamento é apenas causado pelo deslocamento da placa superior figura (3-1), com o perfil na região de fluido puro apresentando-se linearmente enquanto que na camada porosa aparece a forma exponencial.

Quando o gradiente de pressão é maior que zero figura (3-2), este provoca um escoamento de sentido contrário ao movimento imposto pela placa superior, prevalecendo quase que somente o efeito do gradiente de pressão na região porosa, para valores de  $a$  em torno de 1, pois os perfis na região de fluido puro pouco diferenciam entre si para diferentes valores de  $a$ .

O gradiente menor que zero, efeitos mostrados na figura (3-3) provoca uma ajuda no sentido do escoamento imposto pela placa superior, sendo este efeito bem mais visualizado para valores de  $a$  em torno de 1. Para valores de porosidade muito maiores que 1 os perfis praticamente só existe na região de fluido puro, desta feita não é muito evidenciado o efeito de  $b$ .

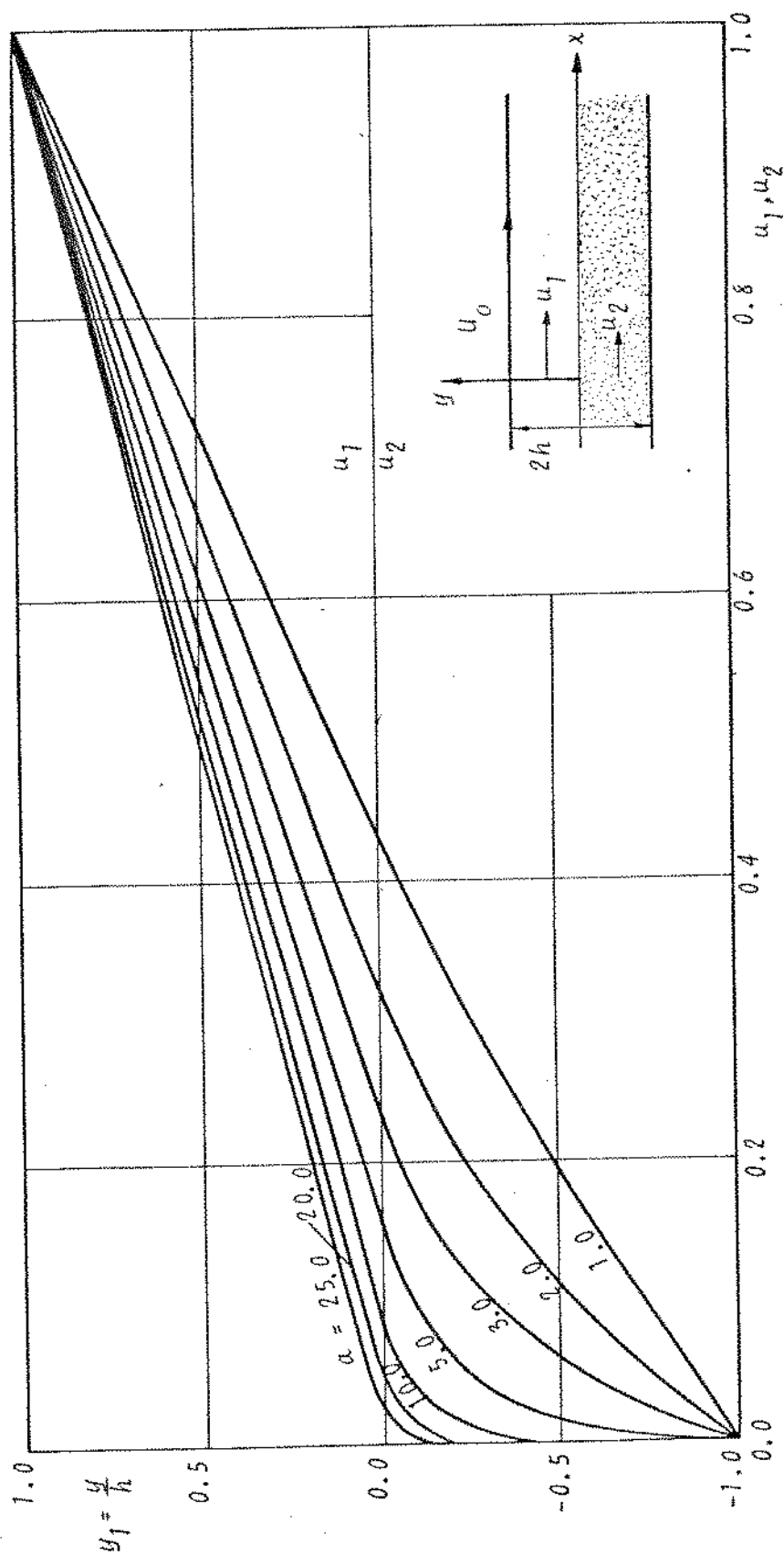


Figura 3-1 Perfil de Velocidade  $b = 0$

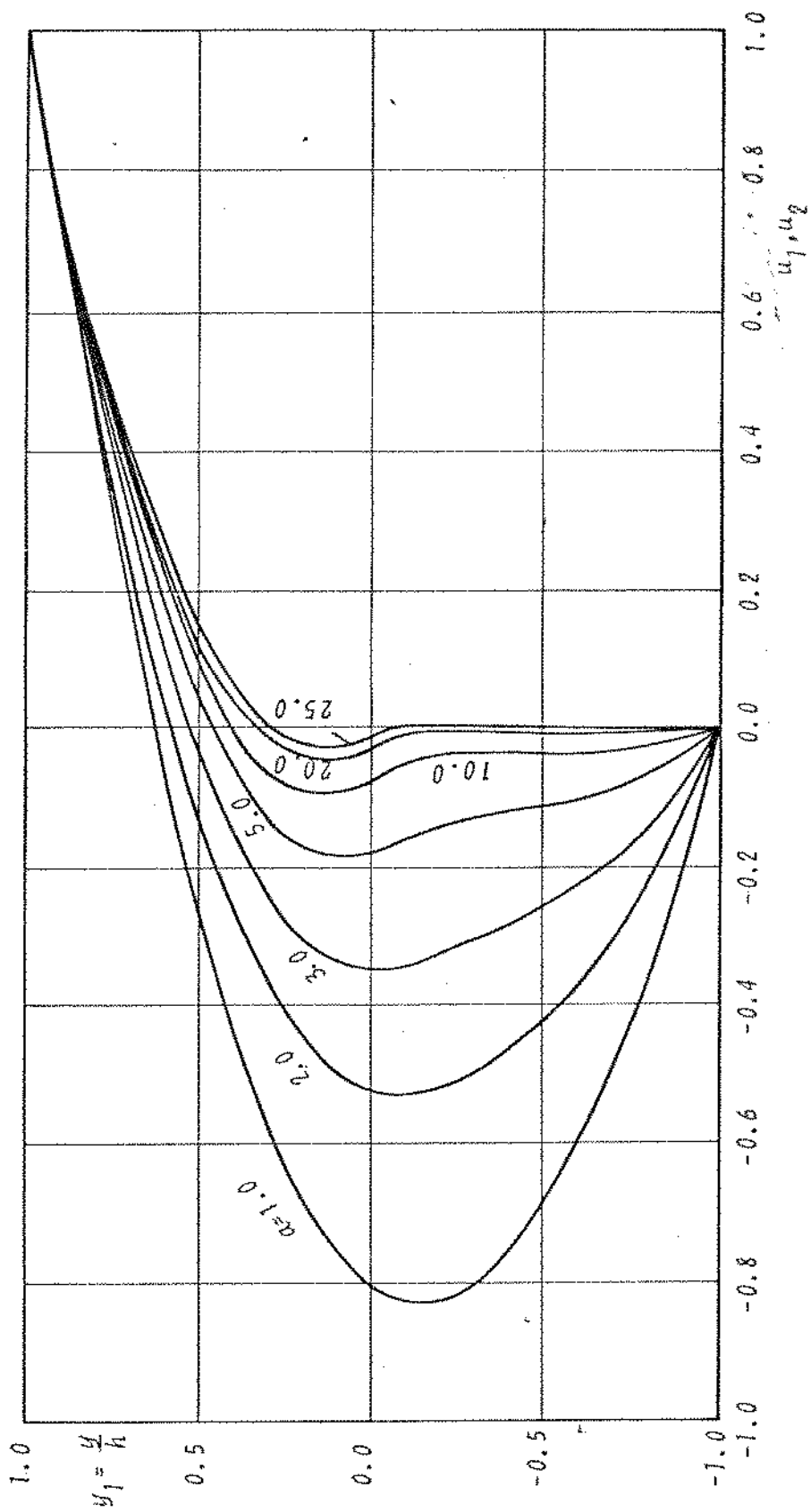


Figura 3-2 Perfil de Velocidade  $b = 3$

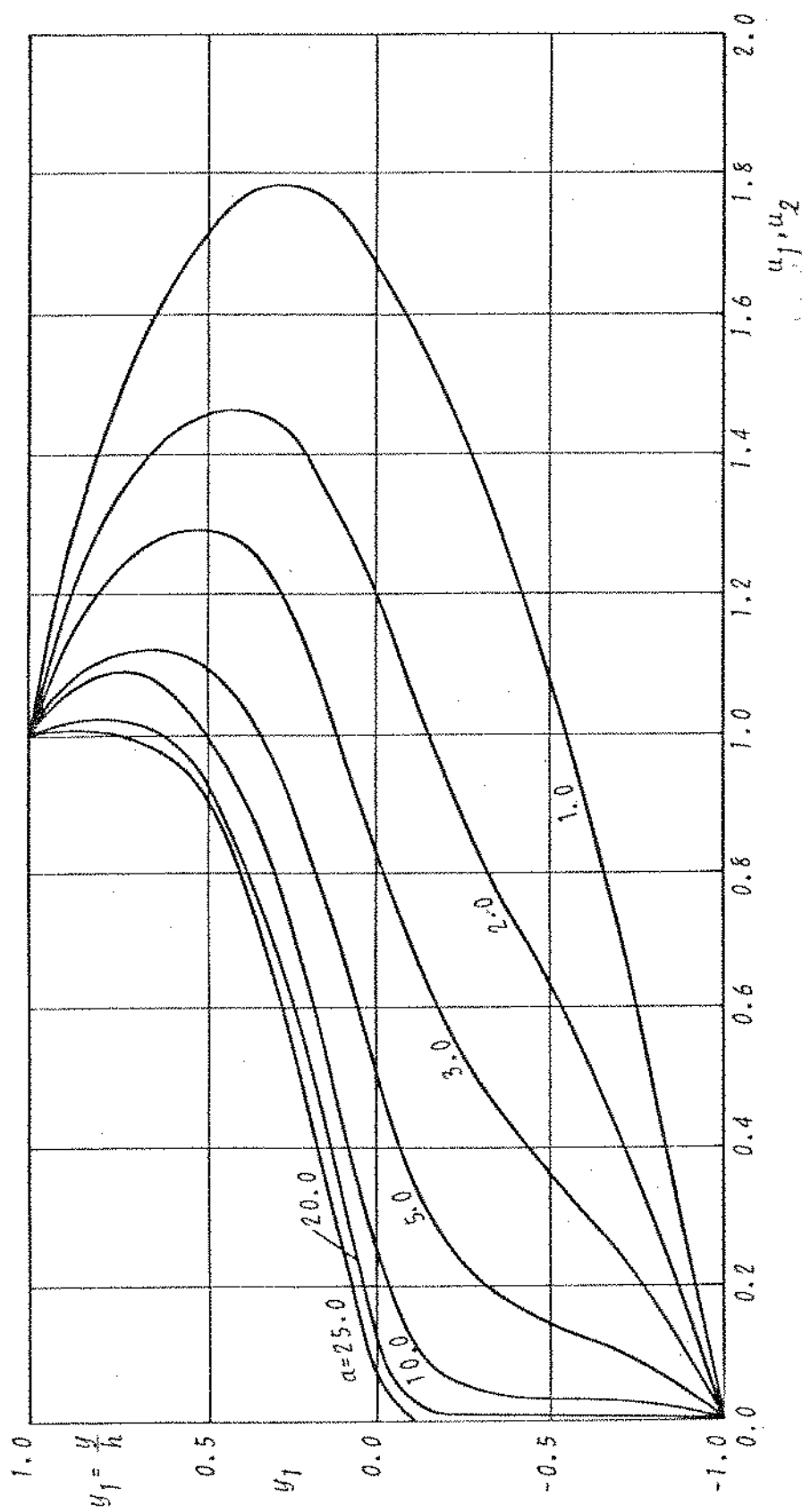


Figura 3-3 Perfil de Velocidade  $b = -3$

## b) Escoamento em regime não permanente

Nesses resultados em que o meio poroso toma todo o espaçamento entre as placas, sobrando apenas uma película de espesura desprezível entre a placa móvel e a camada porosa; tem como característica o período do transitório, justamente pela condição de movimento da placa superior.

Os perfis de velocidades entre as placas para tempos menores ou iguais a zero foi considerado nulo, sendo então alterados para tempo maior que zero somente pelo efeito da placa superior e dos parâmetros  $\underline{a}$  e  $\underline{b}$ .

Na figura (3-4) está apresentado o efeito do tempo no período de transição, apresentando perfis aproximando do perfil do regime permanente, para o tempo caminhando para o infinito. Com esses perfis consegue-se analisar somente o efeito imposto pelo movimento da placa superior na transição. Esse efeito vai se tornando cada vez menor para valores grandes de  $\underline{a}$ , ou em outras palavras o perfil demora mais para se aproximar do perfil do regime permanente para valores muito maiores que 1, isto pode ser visto na figura (3-5).

Para tempos maiores que zero e gradiente de pressão também maior que zero, produzem alterações nos perfis de velocidades mostradas na figura (3-6). Nesses perfis pode-se notar que para tempos muito pequenos prevalece o efeito imposto pela placa sendo muito pequeno o efeito do gradiente de pressão. De acordo com o crescimento do tempo começa a aparecer e até a prevalecer o efeito do gradiente de pressão tendendo para o perfil do regime permanente. Também esses efeitos devem ser diminuídos com o acréscimo do parâmetro porosidade.

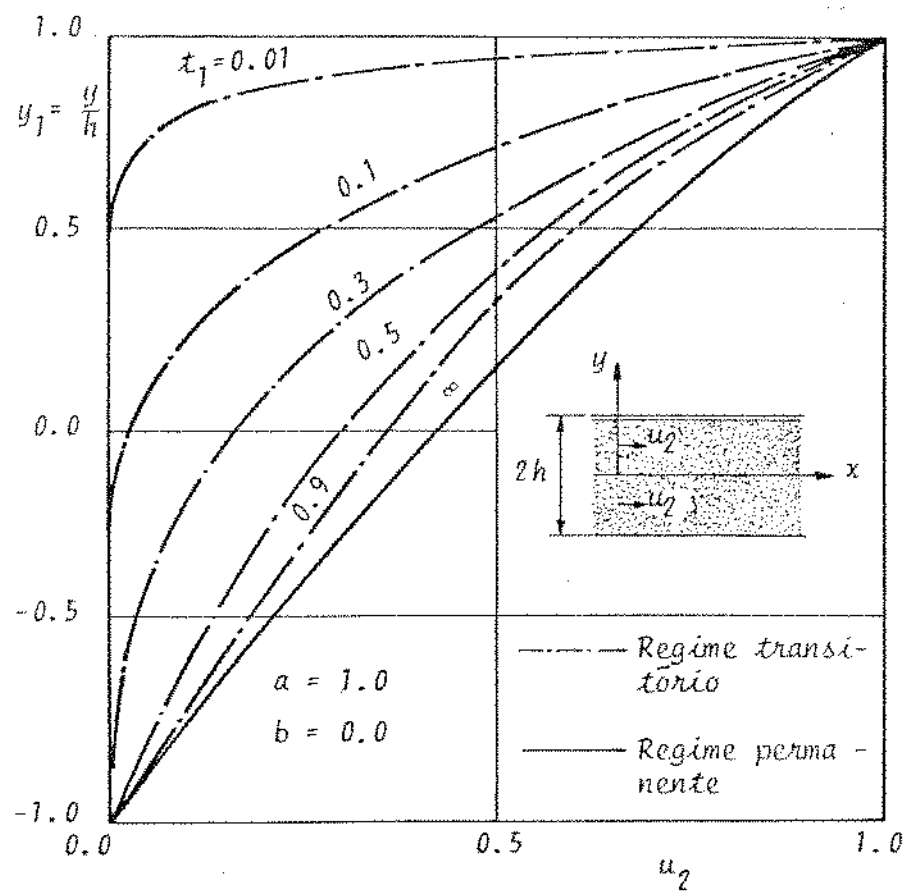


Figura 3-4 Perfil de Velocidade

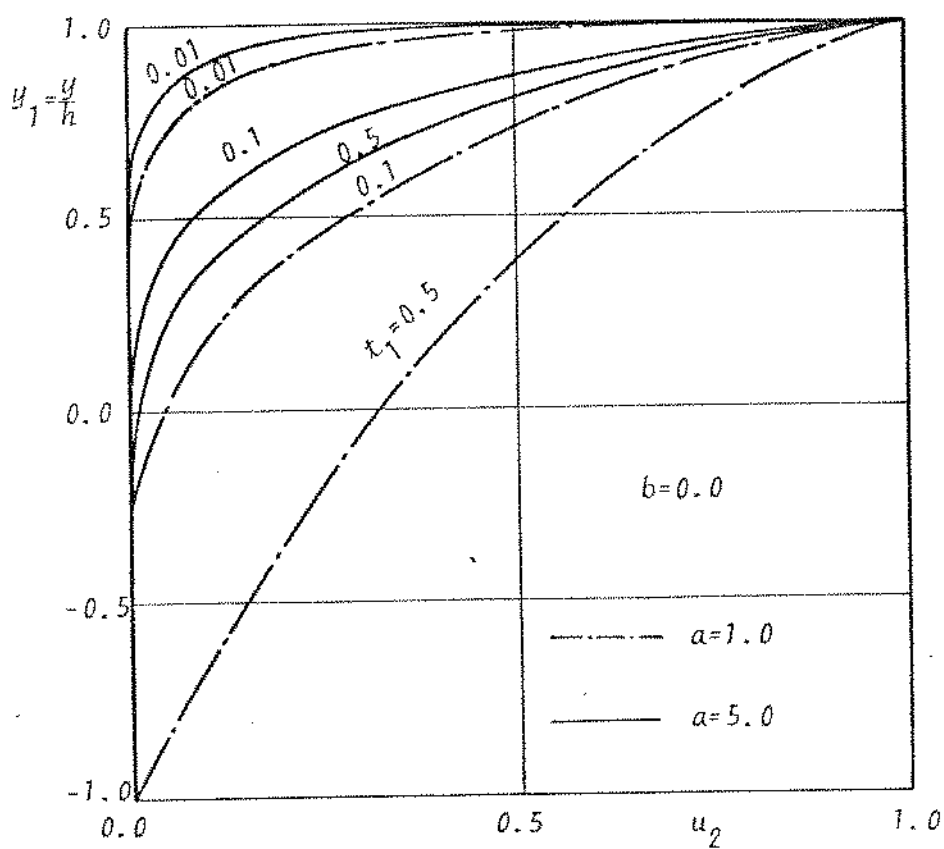


Figura 3-5 Efeito do parâmetro porosidade

Finalmente para o campo de velocidade com gradiente de pressão menor que zero está representado na figura (3-7) que mostra o auxílio desse parâmetro para o escoamento causado pela placa superior. Nota-se também que o efeito de  $b$  só começa a prevalecer depois de um certo tempo, sendo que esse tempo também aumenta com o aumento de  $a$ . No tempo infinito esses perfis de  $v$  vem coincidirem com os da figura (3-3) mais rapidamente ou menos rapidamente, dependendo do valor de  $a$ .

## 2. RESULTADOS DOS PERFIS DE TEMPERATURAS

- a) Temperatura no escoamento permanente, sendo as temperaturas das placas constantes, com e sem dissipação no meio poroso

Os perfis de temperaturas com e sem dissipação no meio poroso são soluções analíticas das equações diferenciais (3-4) e (3-5). Os perfis sem dissipação em ambas as regiões, as configurações são lineares sendo também soluções das mesmas equações.

Esses resultados foram colocados numa mesma figura para efeito de comparação e com cada uma mantendo um parâmetro constante.

Na figura (3-8) as curvas de temperaturas são caracterizadas pela influência do parâmetro porosidade para: a) sem dissipação em ambas regiões, b) sem dissipação apenas na região porosa e c) com dissipação em ambas regiões. Coloca a vista essa figura que, quanto maior o parâmetro  $a$  (menor permeabilidade) a temperatura máxima alcançada também é maior e que quando há dissipação no meio poroso a temperatura máxima para um mesmo valor

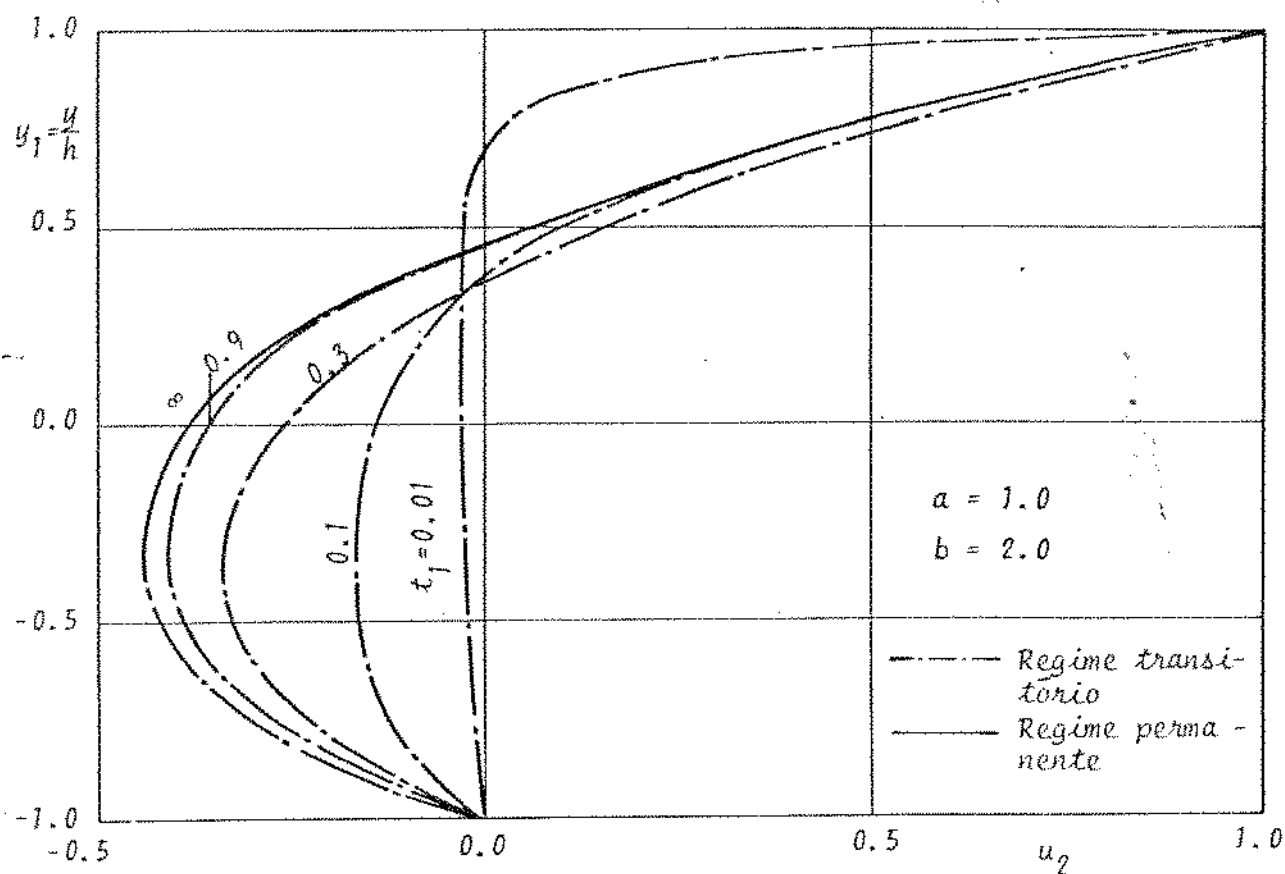


Figura 3-6 Perfil de Velocidade

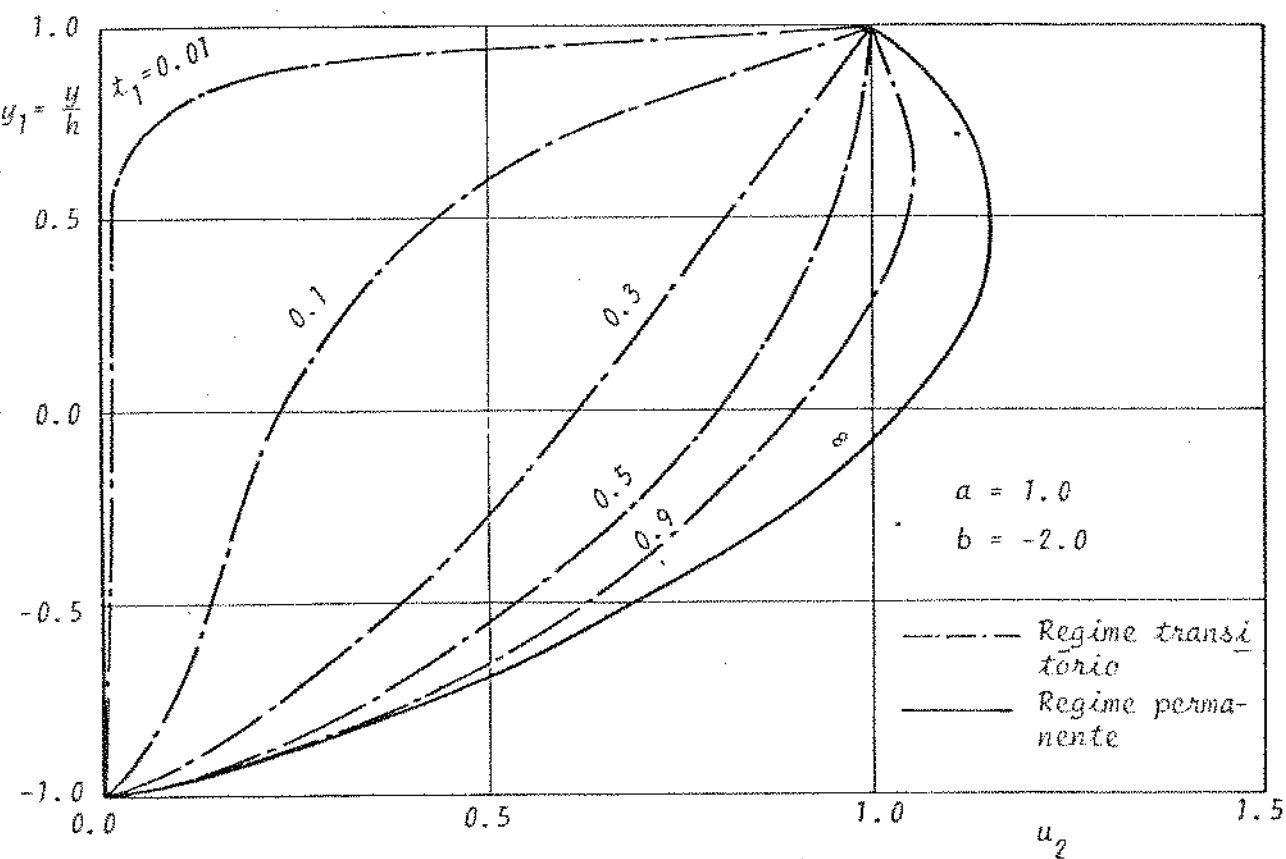


Figura 3-7 Perfil de Velocidade

de a também aumenta.

Este efeito é devido ao fato que quando a aumenta o gradiente de velocidade na região de fluido puro também aumenta, influenciando diretamente a dissipação na camada de fluido puro.

O efeito do gradiente de pressão pode ser visto na figura (3-9) e mostrando com maior evidência que para gradiente de pressão de sinal contrário provoca configurações de perfis de temperaturas bastante diferentes, porque o parâmetro b modifica bastante o perfil de velocidade e este por sua vez modifica o perfil de temperatura.

No campo de temperatura da figura (3-10) está caracterizada o efeito do parâmetro PE sendo considerado  $P_1E = P_2E$  e nota-se que quanto maior o valor de PE maior será o valor da temperatura, isto porque o número de Eckert ( $\frac{U^2}{C_p(\Delta T)}$ ) depende da velocidade e isto indica que o gradiente de velocidade aumenta com o aumento de PE então pela função dissipação aparece o aumento das temperaturas.

Nota-se também que quanto menor a relação  $K_C^p/K_C^f$ , relação esta entre coeficientes de condutibilidade térmica do meio poroso e do fluido puro, consegue-se maiores temperaturas,efeito este presente nas figuras (3-11) e (3-12). Este fato deve-se à influência de que para valores da relação maior que 1, indica que  $K_C^p$  é maior que  $K_C^f$ , então a região de fluido puro cede mais calor para região porosa. Isto invertido acontece para valores da relação menores que 1; a região de fluido puro cede menos calor para região porosa alcançando então temperaturas mais elevadas na região de fluido puro.

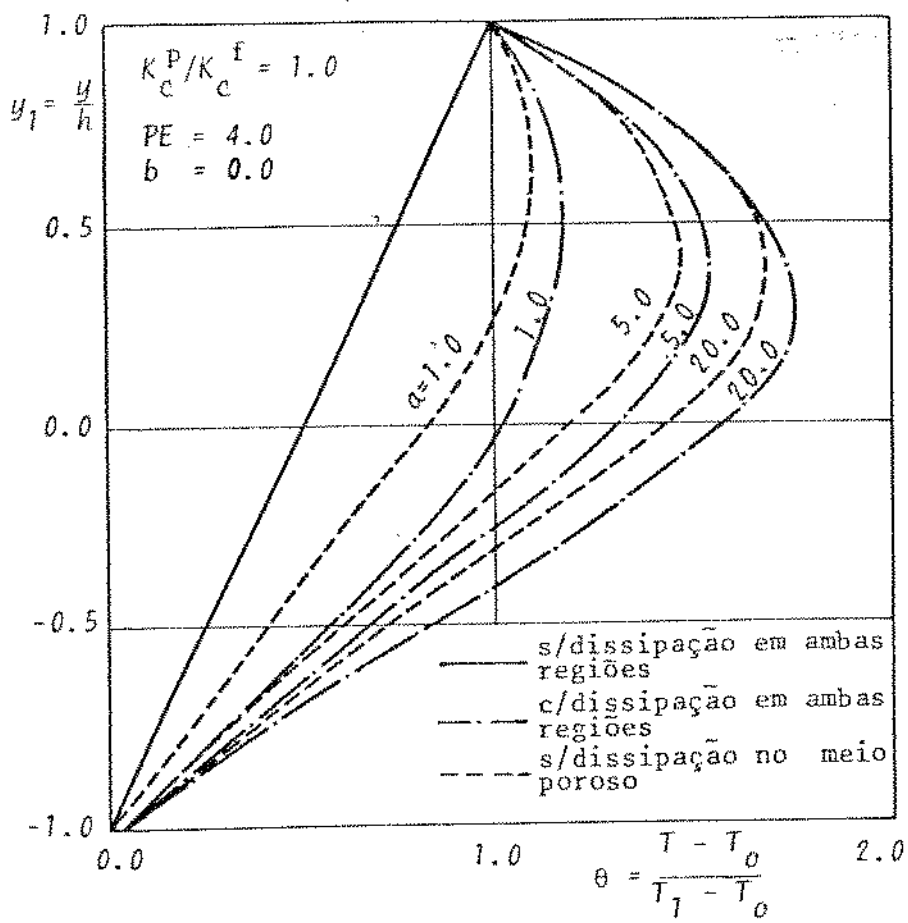


Figura 3-8 Efeito do parâmetro porosidade

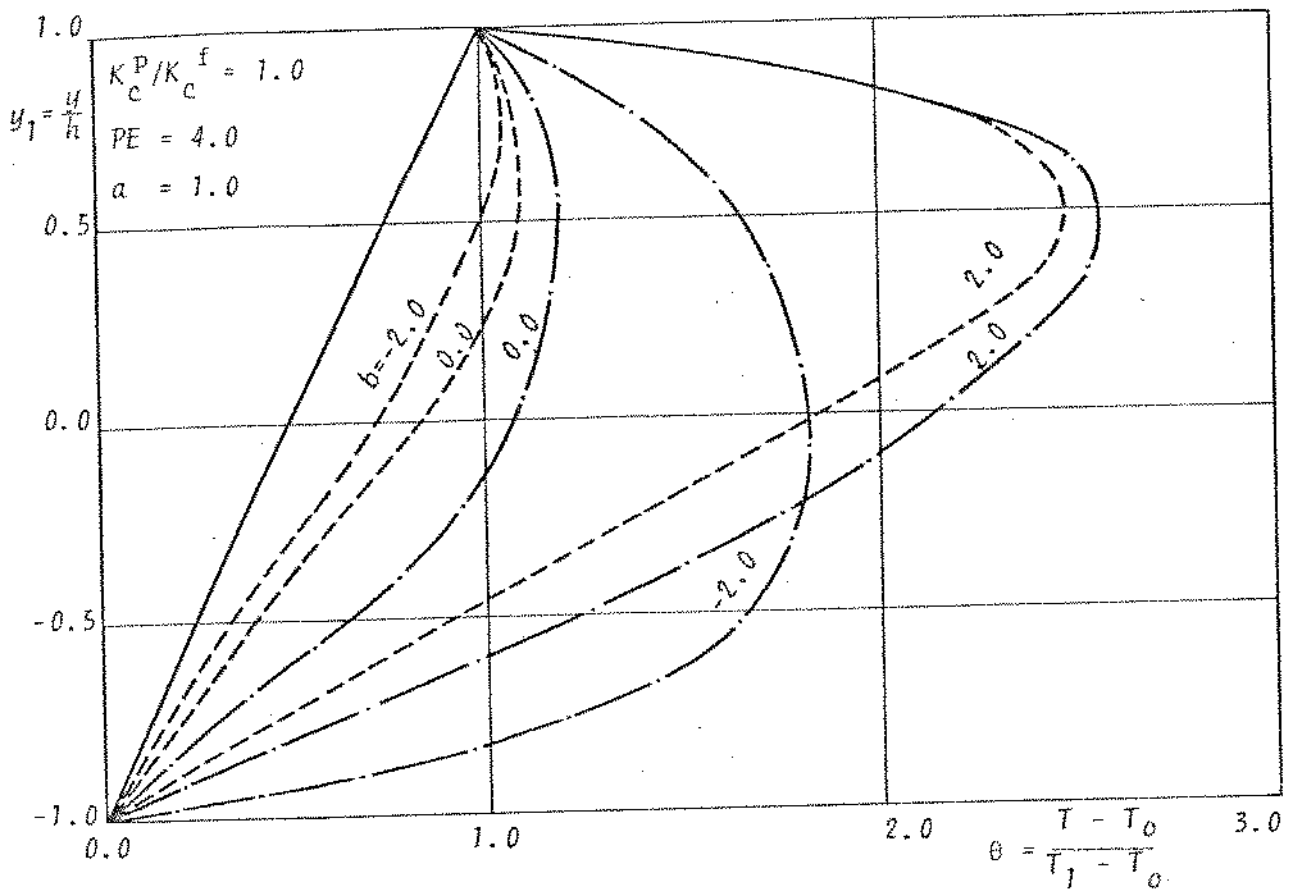


Figura 3-9 Efeito do gradiente de pressão

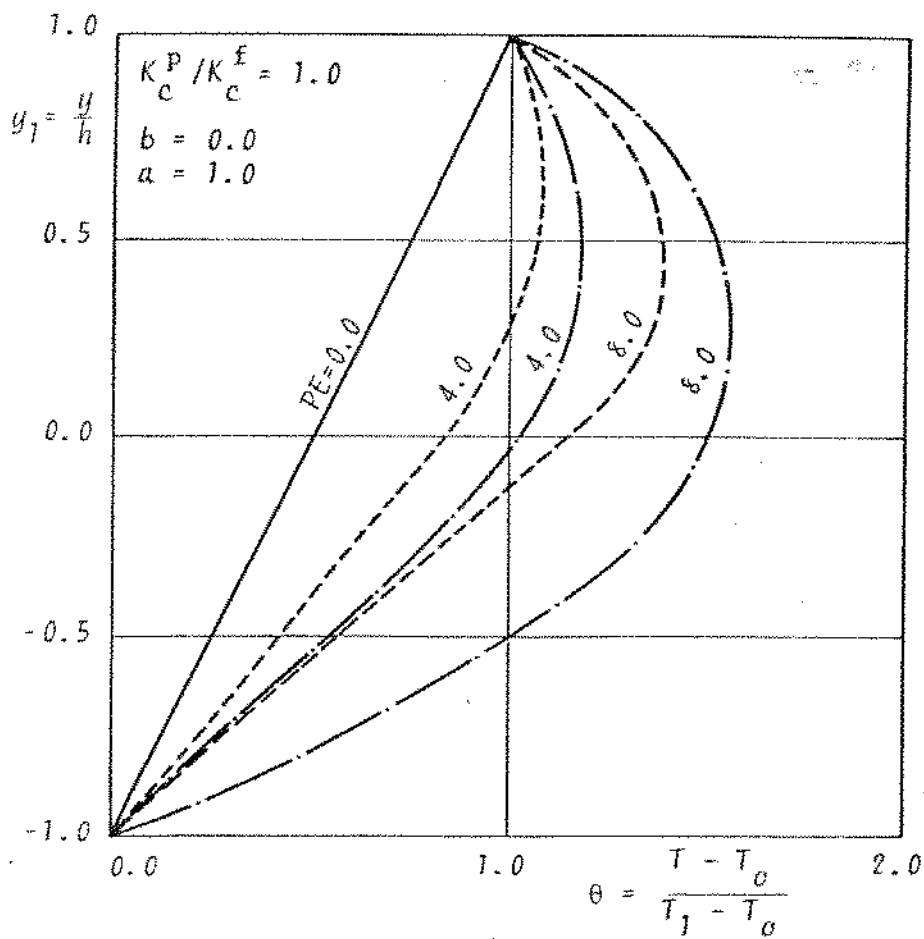


Figura 3-10 Efeito do produto PE

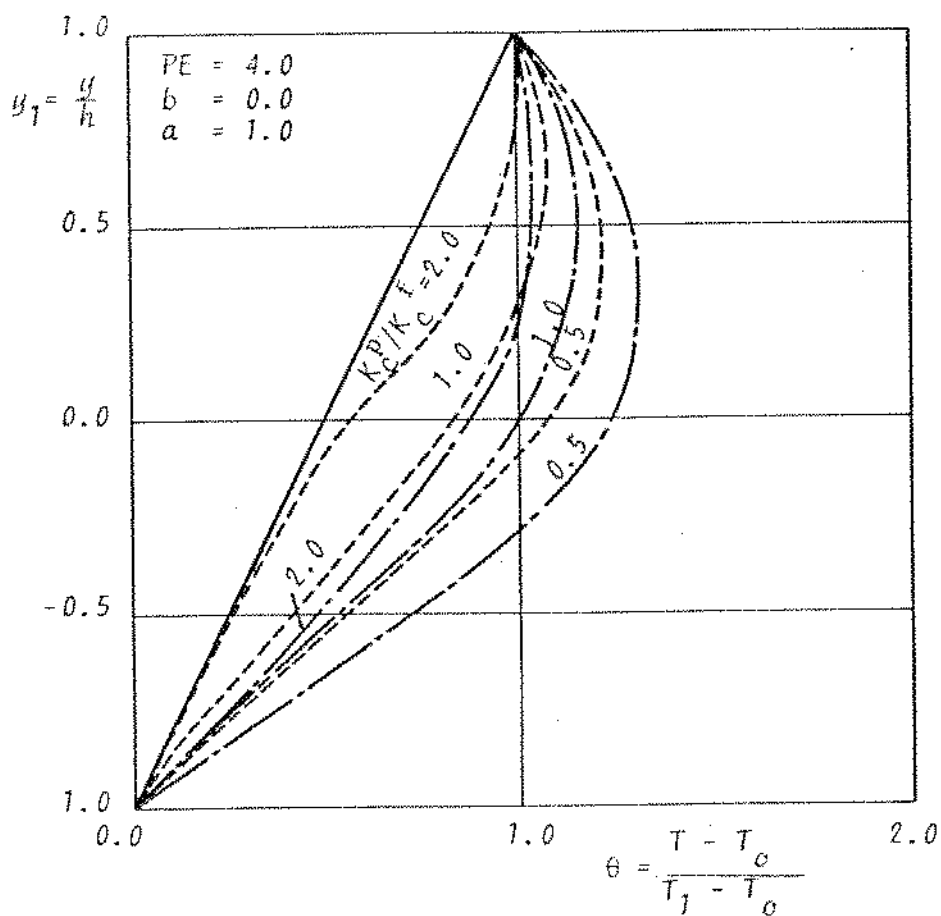


Figura 3-11 Efeito da relação de condutibilidade térmica

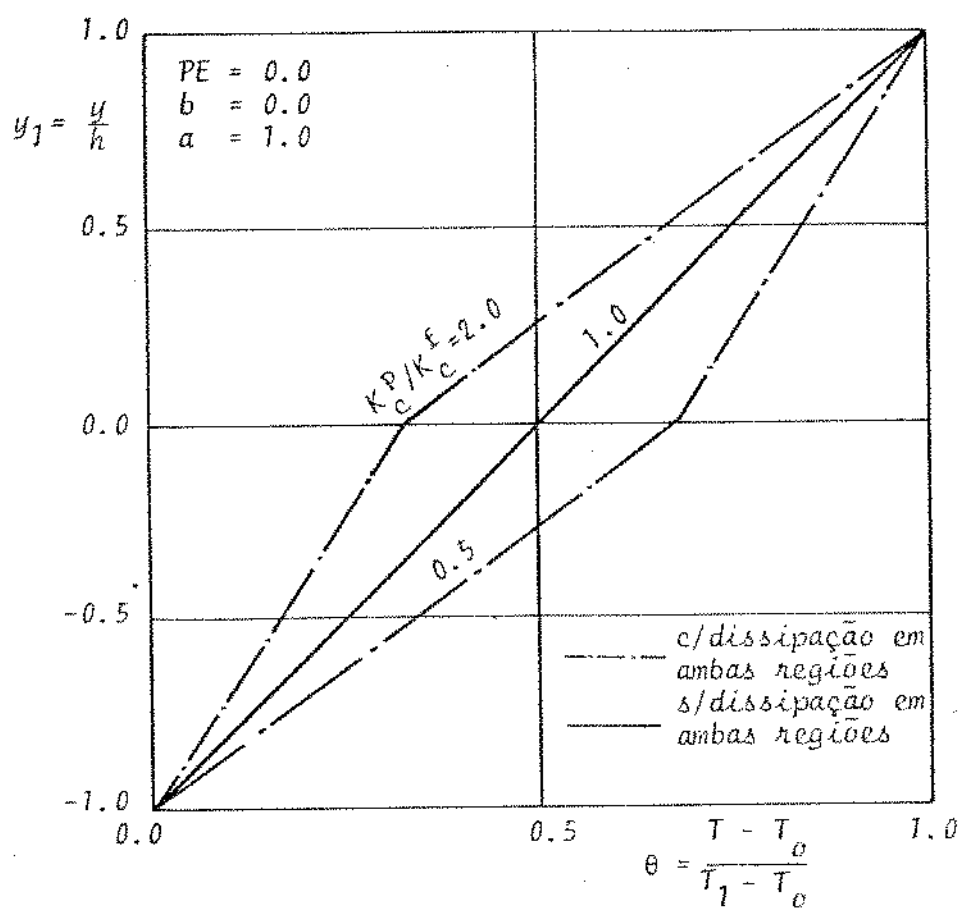


Figura 3-12 Efeito da relação de condutibilidade térmica

- b) Temperatura no escoamento permanente com e sem dis  
sipação na região porosa com a placa superior adia  
bática

Presente na figura (3-13) está a influência do parâmetro a nos perfis de temperaturas, está também mostrado que a dis  
sipação no meio poroso decresce com o aumento de a, isto porque  
a velocidade no meio poroso decresce com o acréscimo da porosidade,  
então o gradiente de velocidade diminui, diminuindo por sua  
vez a dissipação.

Nos resultados da figura (3-14) estão presentes os e  
feitos do parâmetro b que mostra uma grande diferença de perfis  
para valor de gradiente de pressão positivo passando para o negati  
vo. Isto também como no caso anterior é porque o gradiente de  
pressão altera o perfil de velocidade e este altera a temperatura.  
Sem dissipação em ambas regiões o perfil é linear e independe  
de de b.

Na figura (3-15) o efeito do produto  $PE$ , sendo  $P_1E = P_2E$  se faz presente. As diferenças entre os perfis com dissipa  
ção e sem dissipação são grande devido ao fato que a porosidade  
neste caso é 1. Mas como era de se esperar as temperaturas al  
cançadas pela placa superior aumentam com o aumento de  $PE$ .

Como a porosidade nesses perfis não muda; só resta a  
dependência do número de Prandtl ( $\frac{\mu C_p}{K}$ ) que depende do coeficiente  
de condutibilidade térmica. Quanto maior  $K_c$ , maior será a  
temperatura na placa superior.

Fato bastante parecido acontece nos resultados da figura  
(3-16), nas quais os perfis dependem da relação de coeficientes de

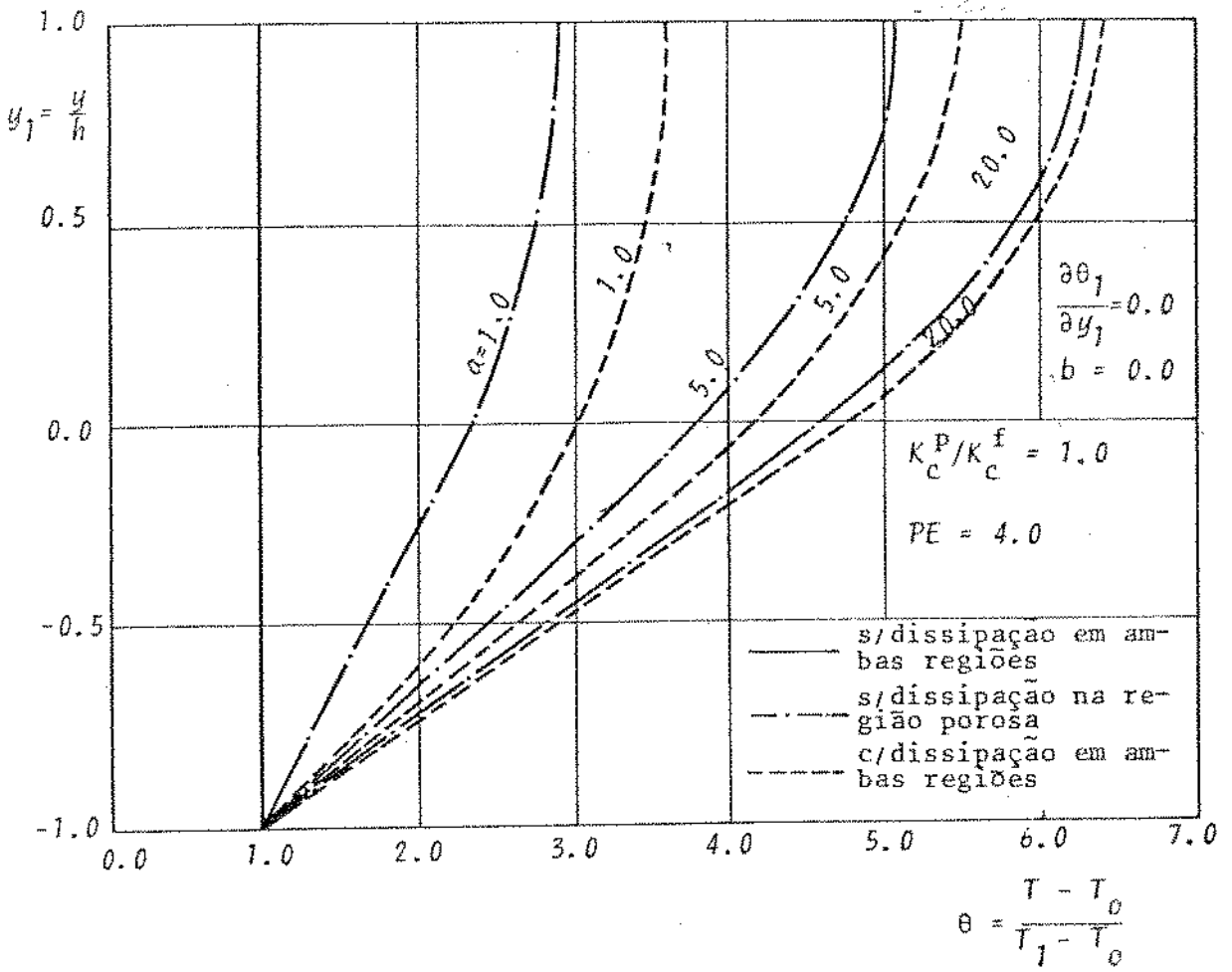


Figura 3-13 Efeito do parâmetro porosidade

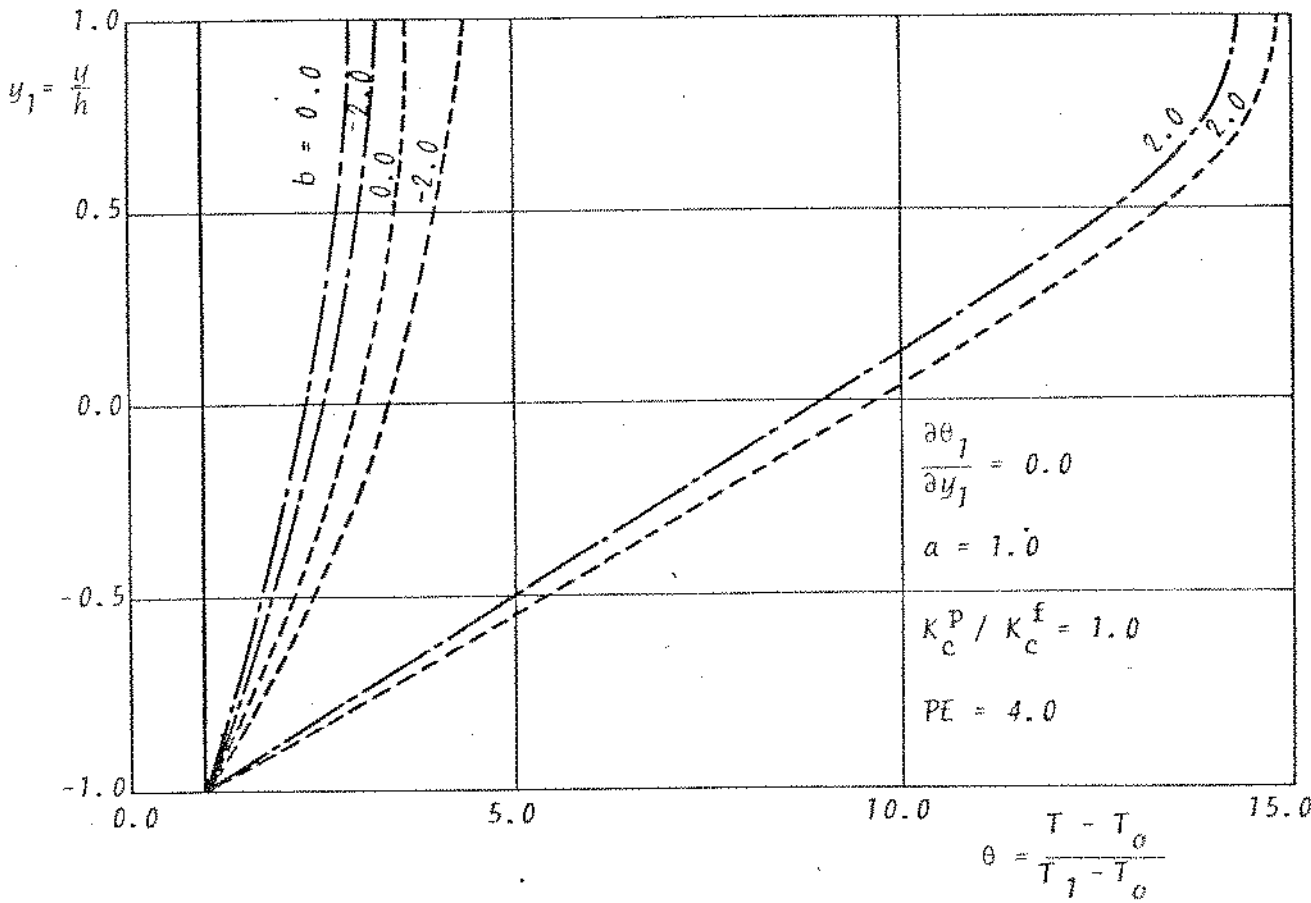


Figura 3-14 Efeito do gradiente de pressão

condutibilidade térmica. Quando a relação  $\tilde{e}$  é menor que 1 significa  $K_C^f > K_C^p$  e então a camada de fluido puro rouba mais calor da camada porosa indo aquecer mais a placa superior. Para  $K_C^p > K_C^f$  acontece justamente o inverso e a temperatura da placa superior  $\tilde{e}$  é menor.

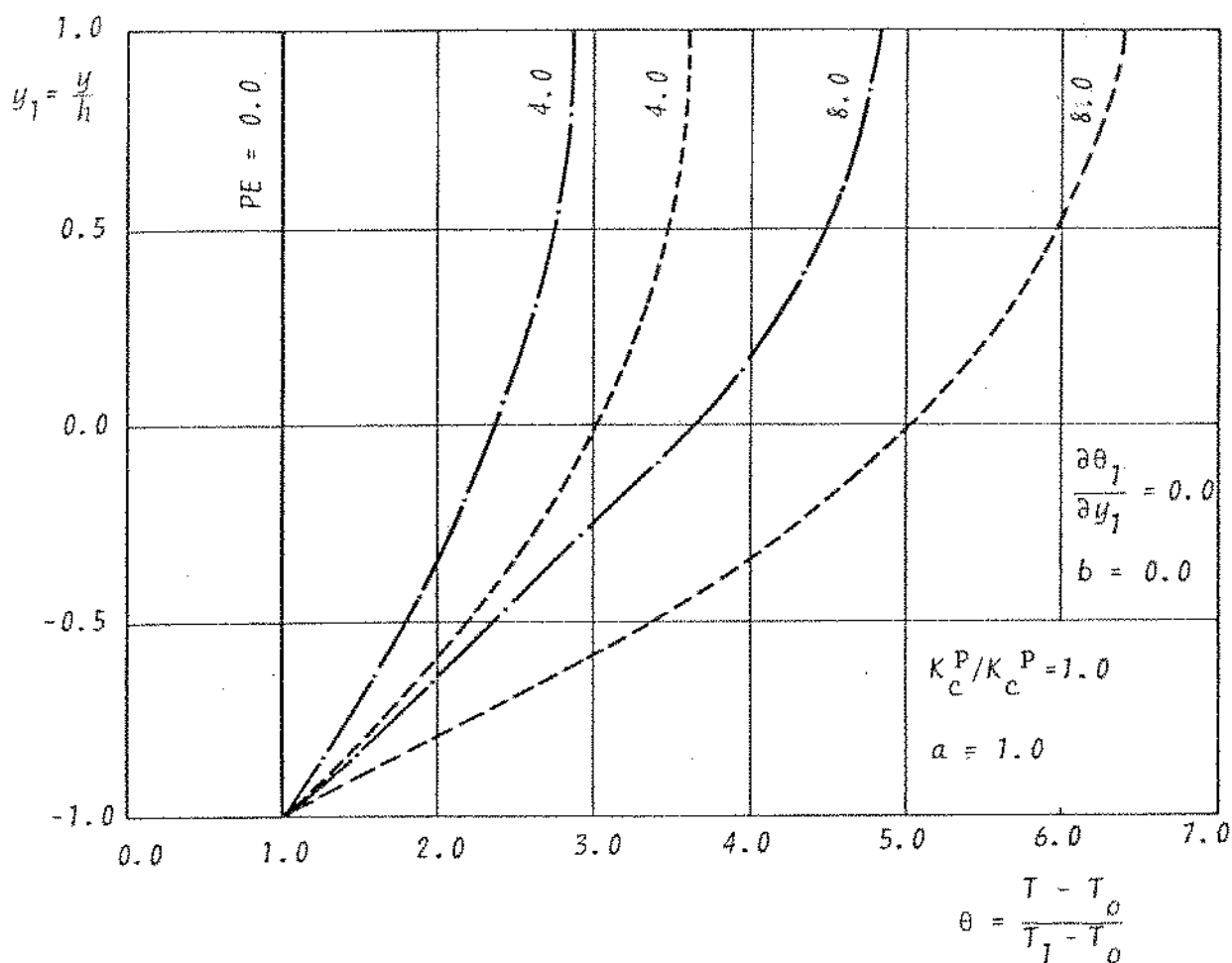


Figura 3-75 Efeito do produto PE

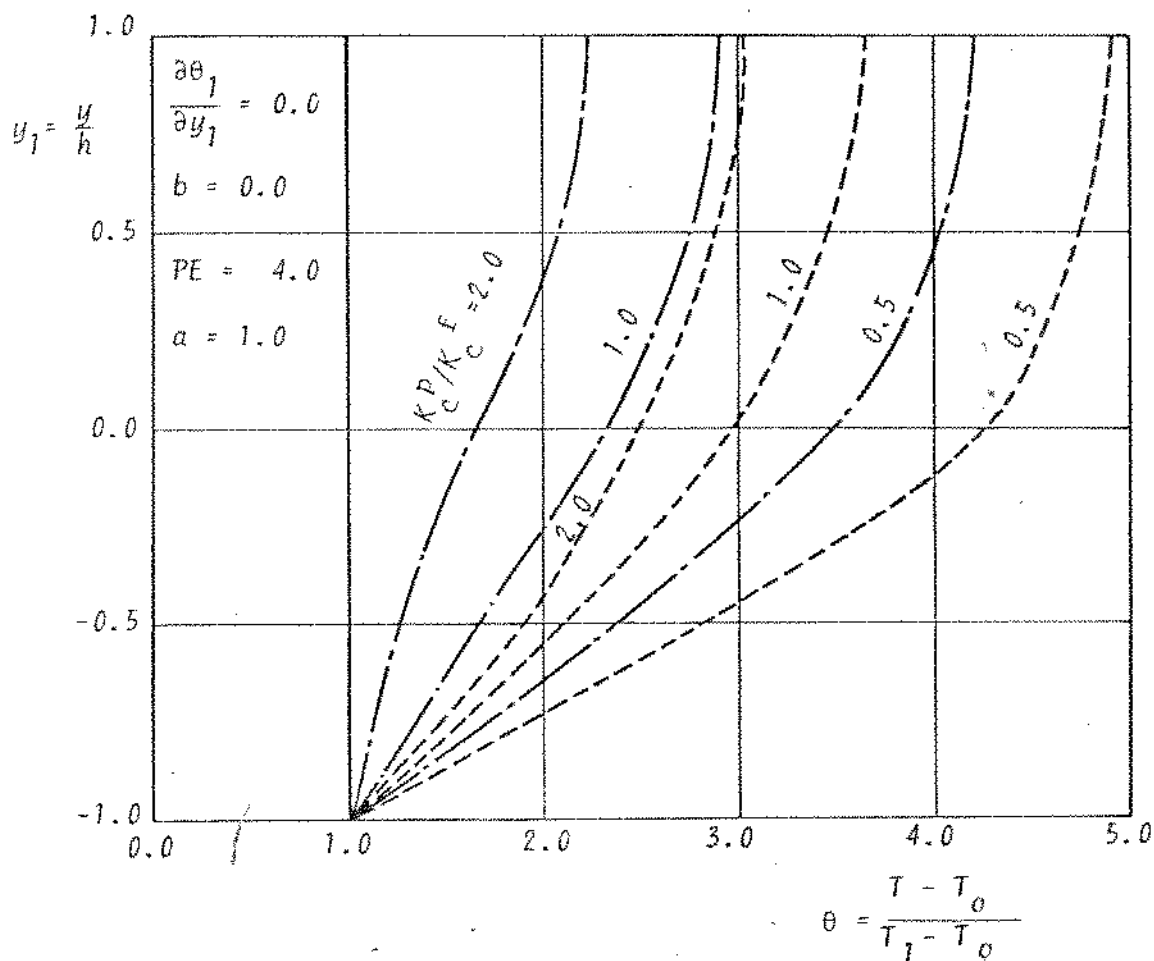


Figura 3-16. Efeito da relação de condutibilidade térmica

c) Temperatura no escoamento permanente com a placa superior adiabática e a temperatura da placa inferior variando com  $x$ .

Tendo a temperatura da placa inferior a variação de acordo com a lei da figura (3-17) pode-se analisar as distribuições de temperaturas em função de todos os parâmetros já bastante citados e ainda do produto  $PR$ , sendo  $P_1R = P_2R$  e com duas temperaturas iniciais do fluido ( $\theta_0$ ) que para efeito de análise será  $\theta_0 = 1,0$  e  $\theta_0 = 5,0$ .

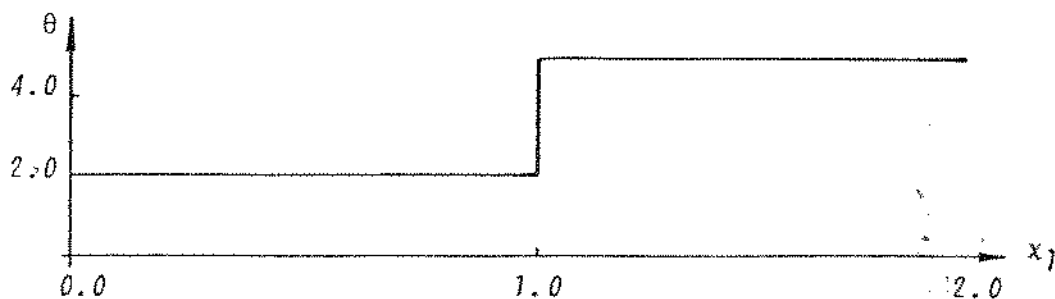
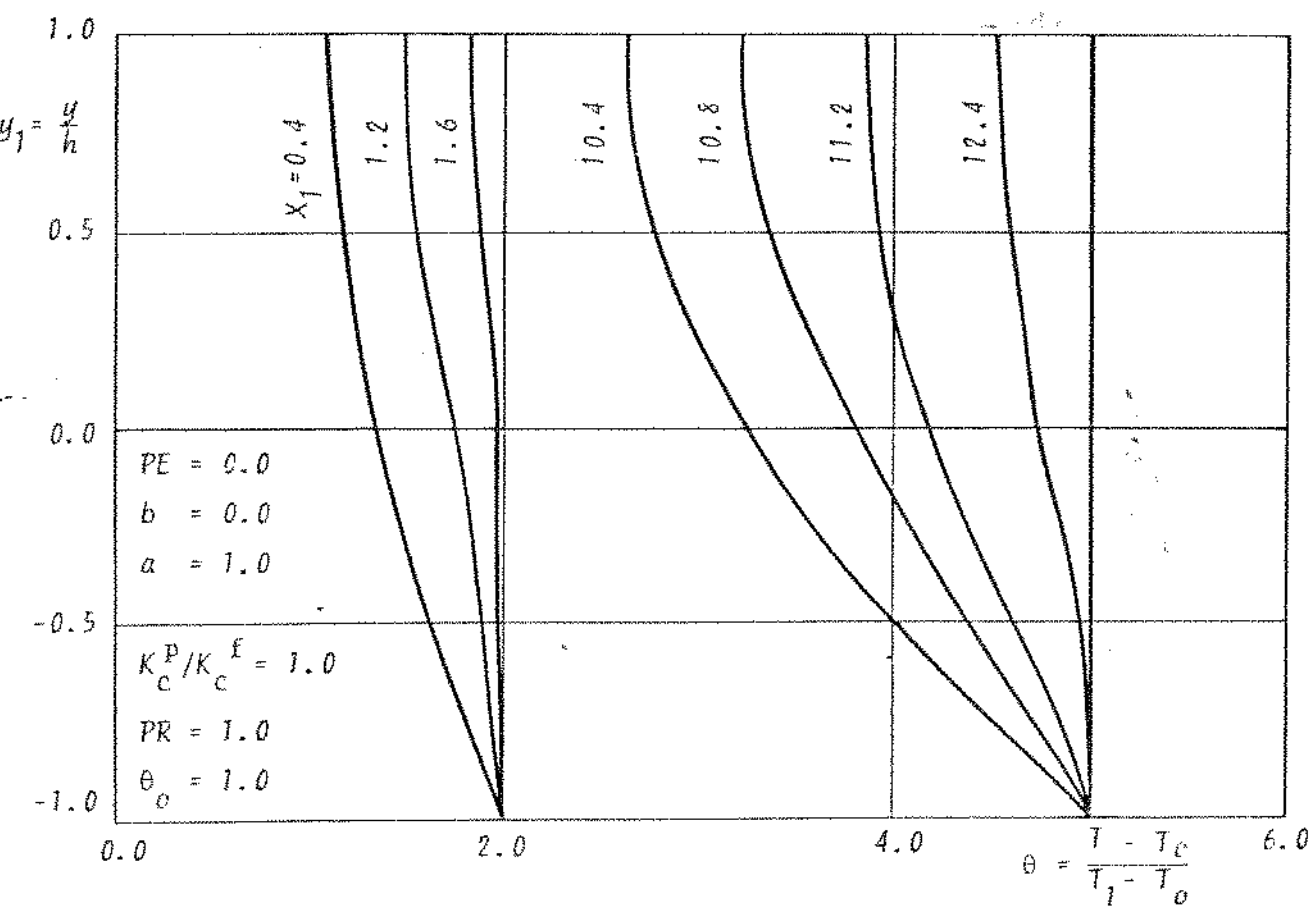
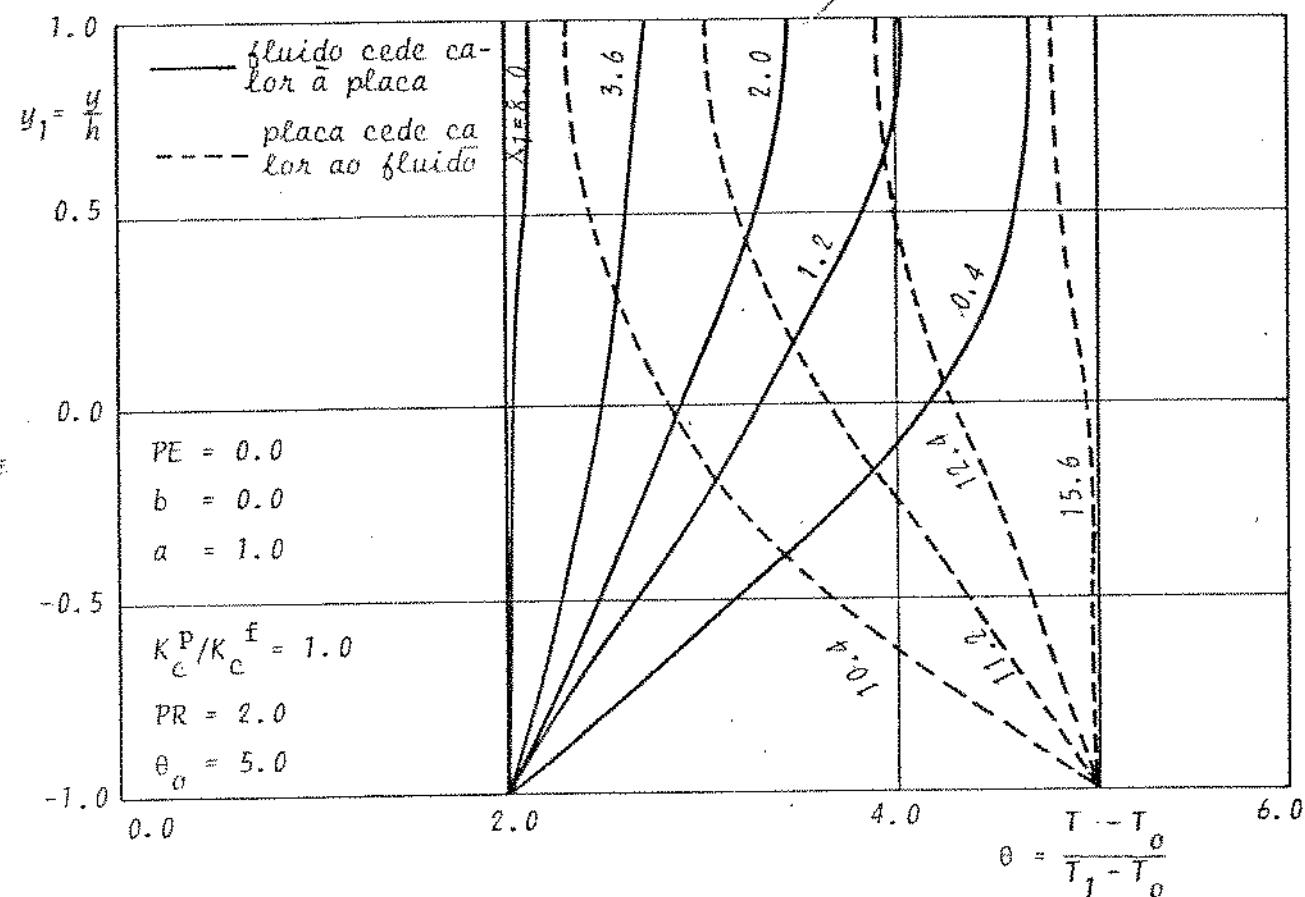


Figura 3-17 Temperatura na placa inferior

Os resultados das figuras (3-18) e (3-19) mostra a distância que o fluido percorre para estabilizar com a temperatura da placa inferior ao longo de  $x$ .

Como era de se esperar, um valor de  $\theta_0$  abaixo da menor temperatura da placa inferior causará um aquecimento constante do fluido. Como a maior temperatura da placa inferior é 5,0, numa distância bastante grande depois do degrau de temperatura o perfil fica uma constante se não possuir dissipação em ambas regiões. Se possuir dissipação tenderá para perfis do tipo apresentado nas figuras (3-13), (3-14), (3-15) e (3-16).

Para os resultados da figura (3-19) a troca de calor se processa de maneira inversa, para a fase inicial da placa inferior o fluido se resfria porque  $\theta_0$  é maior que a temperatura da placa. Passando o degrau a temperatura da placa também aumenta e começa novamente a aquecer o fluido. Numa distância infinita se não houver dissipação nas camadas a temperatura será uma constante.

Figura 3-18 Temperatura ao longo de  $x$ Figura 3-19 Temperatura ao longo de  $x$

Dos resultados das figuras (3-18) e (3-19) surgiram os resultados das figuras (3-20) e (3-21) que mostram as temperaturas na placa superior ao longo de  $x$ .

Na figura (3-20) nota-se na segunda fase da placa inferior ( $\theta_2=5,0$ ), isto é depois do degrau de temperatura, uma variação diferente de distância para que a placa superior alcance o mesmo valor de temperatura e esta razão está bem caracterizada na figura (3-21), mostrando que este efeito também está presente na fase anterior ao degrau de temperatura. Este fato está diretamente ligado com a velocidade, ou melhor com o parâmetro  $PR$ , isto é quanto maior a velocidade do escoamento, maior a distância que a placa superior necessita para alcançar uma mesma temperatura.

#### d) Número de Nusselt local

Para o último problema analisado, ou seja, o caso em que a temperatura da placa inferior varia com  $x$ , também foi analisada a variação do número de Nusselt ao longo de  $x$ . Nos resultados das figuras (3-22) e (3-23) estão representados os comportamentos do coeficiente de taxa de calor na placa inferior, em função da temperatura de entrada do fluido ( $\theta_0$ ).

Na figura (3-22) para as duas regiões de temperatura da placa inferior, isto é, antes e depois do degrau o fluido é aquecido e as curvas indicam que quando o número de Nusselt local tende a valores constantes, cessa a troca de calor, tendo então a temperatura se estabilizada ao longo de  $y$ .

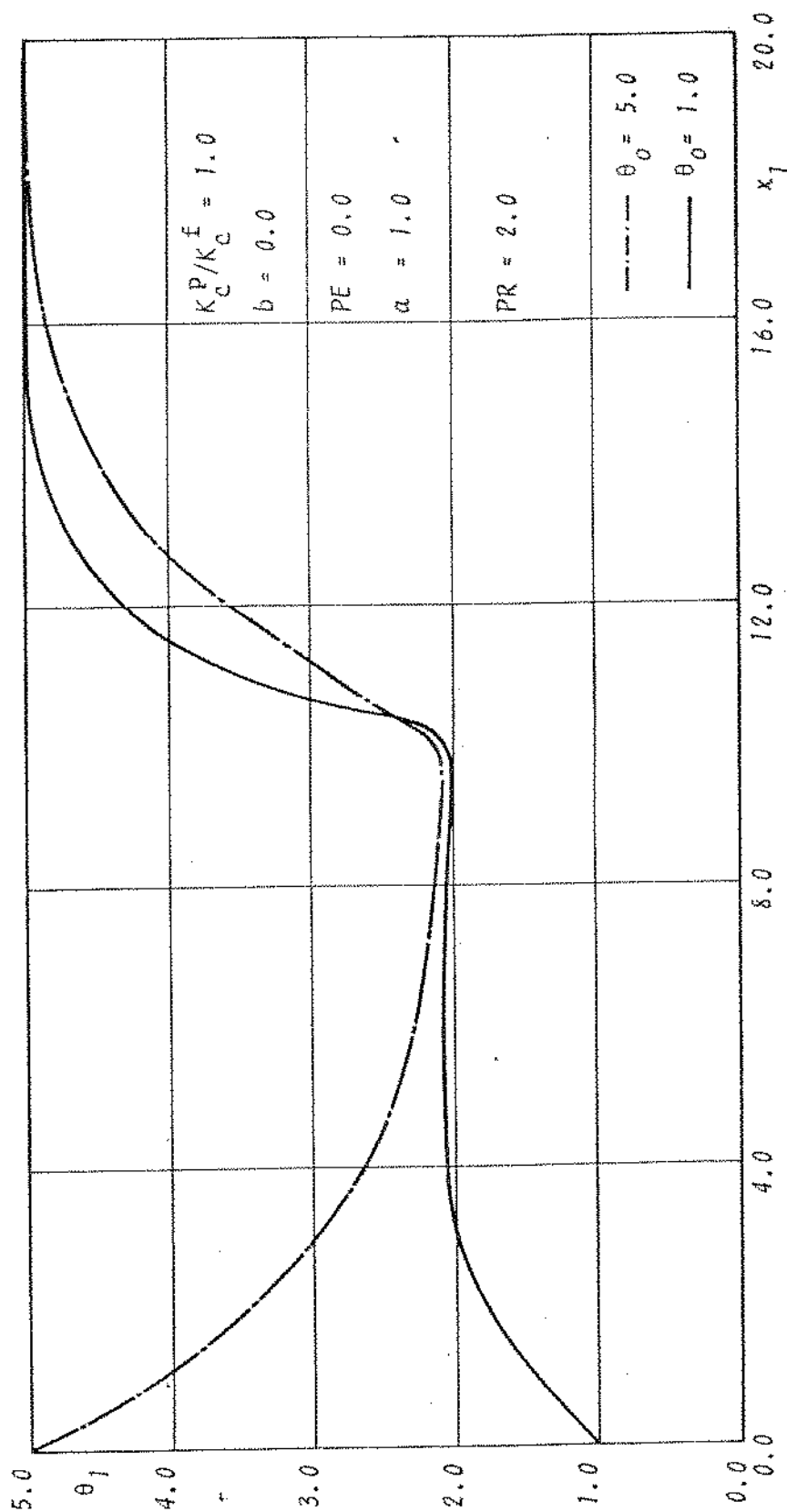


Figura 3-20 Temperatura na placa superior

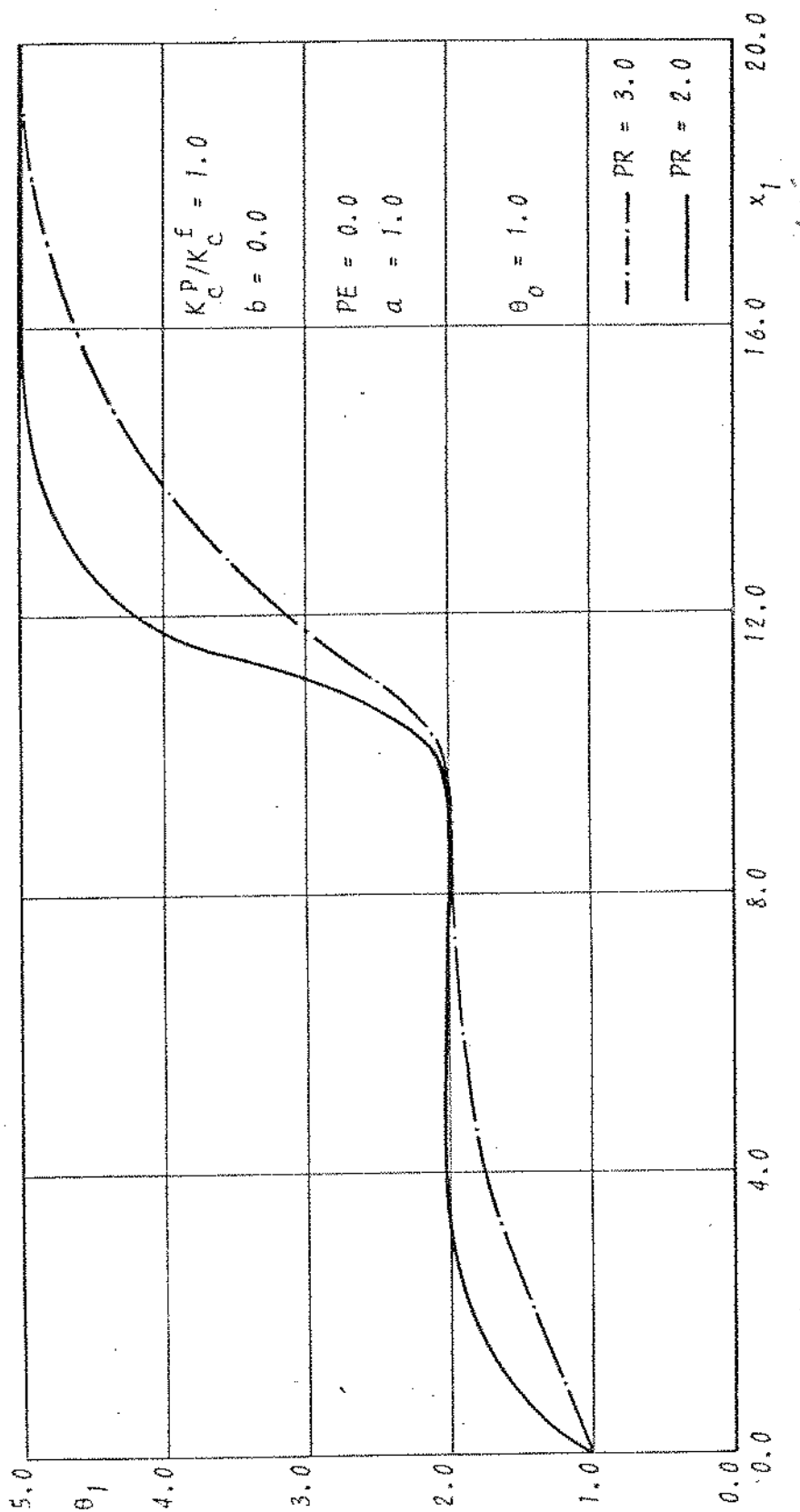


Figura 3-21 Temperatura na placa superior

Nas curvas da figura (3-23) estão presentes dois efeitos, a chapa rouba calor do fluido e depois do degrau o fluido rouba calor da chapa. Novamente o número de Nusselt tendendo a valores constantes significa o final da corrente de calor, isto é regime de temperatura entre o fluido e a placa.

Essas figuras mostram a distância necessária percorrida pelo fluido ao longo de  $x$  para que as temperaturas se estabilizem.

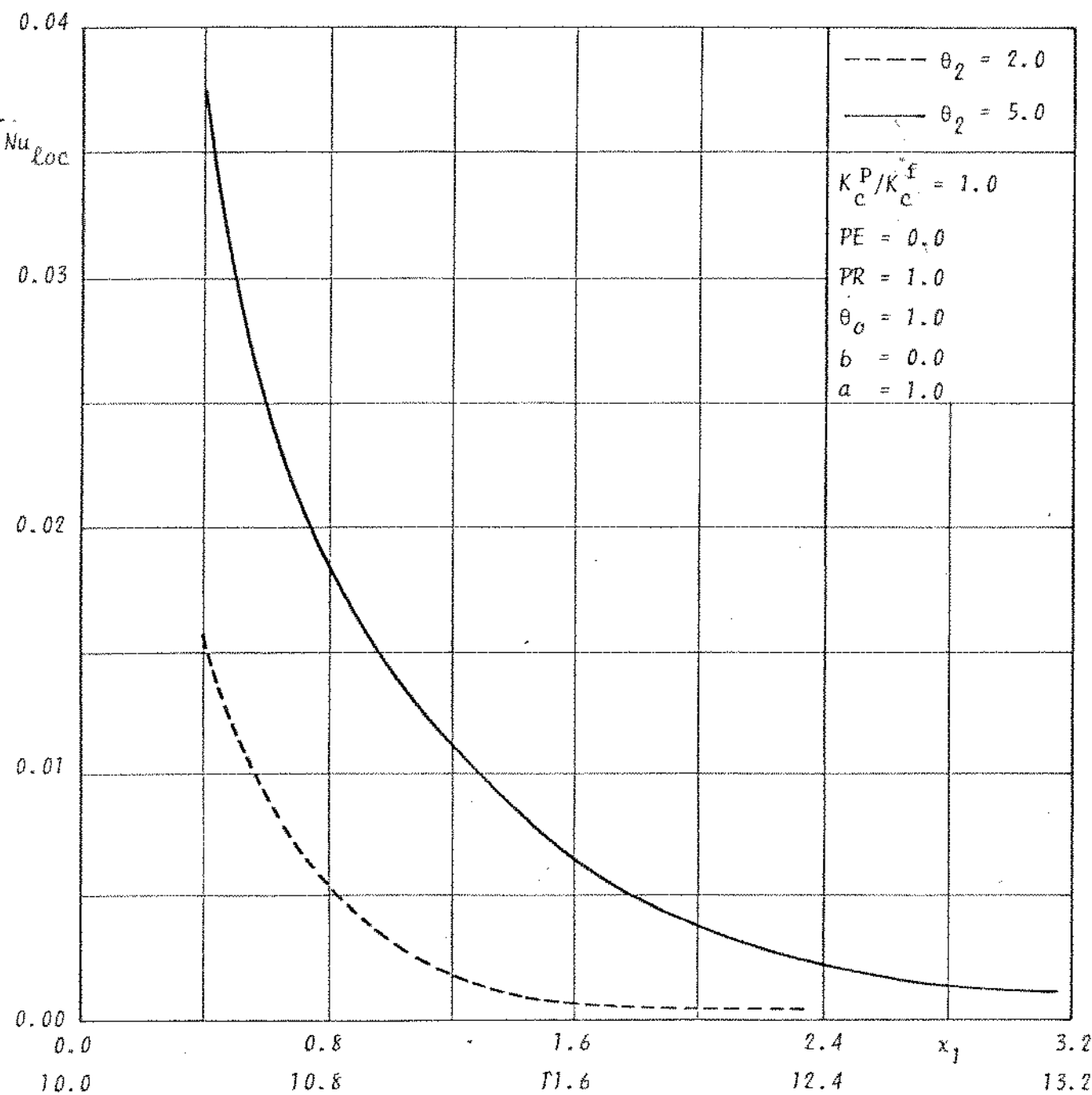


Figura 3-22 Variação do número de Nusselt local  
 ( $y_1 = -1.0$ )

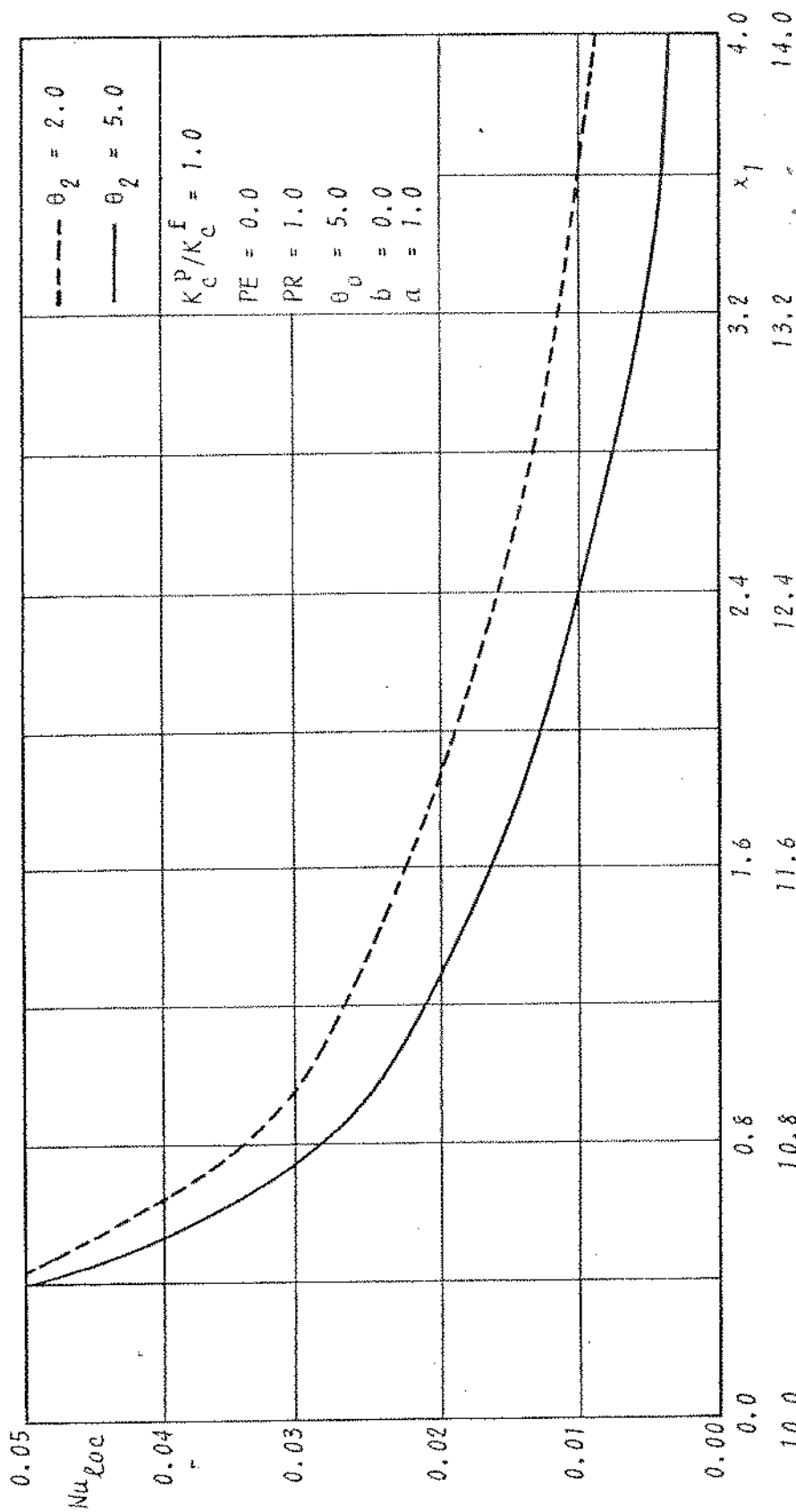


Figura 3-23 Variação do número de Nusselt local  
( $y_1 = -1.0$ )

## CAPÍTULO 4

## CONCLUSÕES

O estudo realizado foi praticamente uma sondagem geral do escoamento de Couette com meio poroso, em termos de velocidade e temperatura.

O trabalho mostra que esse tipo de escoamento depende diretamente de vários fatores importantes como: porosidade, gradiente de pressão, temperatura das placas, dos produtos adimensioais PE e PR e da relação dos coeficientes de condutibilidade térmica dos meios.

Em relação ao termo de dissipação, conclue-se também que nem sempre pode ser desprezado; em alguns casos as diferenças de perfis entre o escoamento com dissipação e sem dissipação são grandes. Esse efeito está diretamente ligado com a porosidade.

O gradiente de pressão que afeta diretamente a velocidade também afeta indiretamente a temperatura de maneira acentuada.

Finalmente, entre os fatores citados acima os mais críticos são: porosidade, gradiente de pressão e para alguns caso o termo de dissipação.

## APÊNDICE A

/CARBUCCI /TESTE

:Z NO PAP

:FILED 6=IMPRESSORA,UNIT=PRINTER,UNLABELED

:C

:C ESTE PROGRAMA RESOLVE EQ. PARABOLICA PARA ESCOAMENTO

:C EM MEIOS POROSOS

:C

: DIMENSION F(31),U(31)

: READ(5,100)G,A,G,H

: 100 FORMAT(2F3.0,2F7.5)

:C I

: R=G/(H\*\*2)

:C

:C CONDICAO INICIAL

: T=J

: AZ=-G\*B

: DO 10 I=1,31

: U(I)=0

: 10 F(I)=AZ

:C I

:C SOLUCAO PARA TODA FAIXA DE TEMPO

: 302 IF(T-1.0)300,301,301

: 301 STOP

: 300 T=T+0.01

: N=1

: U(1)=1.

: U(31)=0.

: DO 12 N=2,20

: DO 13 I=2,30

: 13 U(I)=0.401\*(U(I-1)+U(I+1))+0.357\*F(I)-0.16\*U(I)

: 12 CONTINUE

: WRITE(6,200)(U(I),I=1,31)

: 200 FORMAT(15F8.4)

: WRITE(6,201)T

: 201 FORMAT(/,20X,'SOLUCAO PARA T =',F5.2)

: DO 14 I=2,30

: 14 F(I)=U(I)+((1-G\*A\*\*2)+0.5\*R\*(U(I+1)-2\*U(I)+U(I-1)))-G\*B

: GO TO 302

: END

## APÊNDICE B

/CARROCCI /PERF-TEMP

:E NO PAP

:FILE 6=IMPRESSORA,UNIT=PRINTER,UNLABELED

:C 1 PROGRAMA PARA PERFIL DE TEMPERATURA

:C T2=CIE E T1=VARIÁVEL

:C METODO INTERATIVO

: REAL KCR

: EXTERNAL F1,F2

: DIMENSION TETA1(101),TETA2(100),Y1(101),Y2(100)

: COMMON/CONSTE/B,AP,PE,A1,A2,C1

: READ(5,15)NO

:15: FORMAT(I4)

: READ(5,23)NIT,CONV

:20: FORMAT(I4,F6.4)

: READ(5,25)PC,SC,T2

:25: FORMAT(3F8.4)

: 23 READ(5,13),END=900)B,AP,PE,KCR

:10: FORMAT(4F5.1)

: LIN=0

: A1=((B\*(1.0-AP)/(AP+AP\*EXP(AP)))+B/2.0-1.0-B/AP/AP)/(-AP-1.0+EXP(

: \*-2.0\*AP)\*(1.0-AP))

: A2=((B\*(AP+1.0)/(AP+2\*EXP(-AP)))+B/2.0-1.0-B/AP/AP)/(AP-1.0+EXP(

: +2.0\*AP)\*(1.0+AP))

: C1=AP\*(A1-A2)

: WRITE(6,610)

: WRITE(6,660)B,AP,KCR,PE,CONV

:660: FORMAT(53X,"PERFIS DE TEMPERATURA",/,56X,21(" ")/,///)

: \*41X,"DIFERENCIAL DE PRECISAO (S) ..... ",F12.3,///

: \*41X,"CONSTANTE DE PERMEABILIDADE (AP) ..... ",F12.3,///

: \*41X,"RAZAO DE CONDUTIBILIDADE TERMICA (KCR) ... ",F12.3,///

: \*41X,"PRANDTL X ECKERT (PE) ..... ",F12.3,///

: \*41X,"PRECISAO DE CONVERGENCIA (CONV) ..... ",F12.3,///

: Y1(1)=1.

: Y2(1)=0.

: NP1=NO+1

: NP2=NP1

: NPUM=NP1+1

: Y2(NP2)=-1.

: H=(Y2(NP2)-Y1(1))/(2\*N)

: DO 100 I=1,NP1

: TETA1(I)=0.

: TETA2(I)=0.

: Y1(I)=Y1(1)+(I-1)\*H

: Y2(I)=Y2(1)+(I-1)\*H

:100: TETA1(NPUM)=0.

: Y1(NPUM)=Y1(1)+(NPUM-1)\*H

: TETA1(1)=PC

: TETA1(2)=TETA1(1)

: CALL TETA(TETA1,H,F1,NPUM,Y1)

: TETA2(1)=TETA1(NP1)

: TETA2(2)=(TETA1(NPUM)-TETA1(NP1))/KCR+TETA2(1)

: CALL TETA(TETA2,H,F2,NP2,Y2)

: TETA1=TETA2(NP2)

: DO 110 I=1,NP1

: TETA1(I)=0.

: TETA2(I)=0.

:110: CONTINUE

: TETA1(NP)M)=0.

: TETA1(1)=SC

: TETA1(2)=TETA1(1)

: CALL TETA(TETA1,H,F1,NPUM,Y1)

: TETA2(1)=TETA1(NP1)

: TETA2(2)=(TETA1(NPUM)-TETA1(NP1))/KCR+TETA2(1)

: CALL TETA(TETA2,H,F2,NP2,Y2)

: TETA2=TETA2(NP2)

: P1=PC

: P2=SC

: IT=1

```

:115  CONTINUE
:    DO 120 I=1,NP1
:      TETA1(I)=0.
:      TETA2(I)=0.
:120  CONTINUE
:      TETA1(NPJM)=.
:      AUX=(P1+P2)/2.
:      TETA1(1)=AUX
:      TETA1(2)=TETA1(1)
:      CALL TETA(TETA1,H,F1,NPJM,Y1)
:      TETA2(1)=TETA1(NP1)
:      TETA2(2)=(TETA1(NPJM)-TETA1(NP1))/KCR+TETA2(1)
:      CALL TETA(TETA2,H,F2,NP2,Y2)
:      TETALM=TETA2(NP2)
:      IF(ABS(TETALM-T2)-CONV)30,30,45
:30    WRITE(6,600)IT,A1,A2,C1
:600  FORMAT(43X,"HOUE CONVERGENCIA COM",I4," ITERACOES",///,39X,"A1=",
:      *F10.7,5X,"A2=",F10.7,5X,"C1=",F10.7,/)
:      LIN=LIN+26
:      WRITE(6,620)T2
:      DO 125 I=1,NP1
:      IF(LIN.LE.60) GO TO 40
:      LIN=6
:      WRITE(6,610)
:610  FORMAT(14I1)
:620  FORMAT(/,40X,"T2=",F9.5,///,40X,"Y1",12X,"TETA1",16X,"Y1",12X,
:      *,"TETA2",/)
:640  WRITE(6,630)Y1(1),TETA1(1),Y2(1),TETA2(1)
:630  FORMAT(37X,F8.5,5X,F12.7,10X,F8.5,5X,F12.7)
:      LIN=LIN+1
:125  CONTINUE
:      GO TO 23
:      45 IF(TETALM-T2)55,50,60
:      55 P1=AUX
:      TETAL1=TETALM
:      GO TO 65
:      50 GO TO 30
:      60 P2=AUX
:      TETAL2=TETALM
:      GO TO 65
:65    IT=IT+1
:      IF(IT-NIT)115,115,70
:70    WRITE(6,650)NIT
:650  FORMAT(43X,"NAD HOUE CONVERGENCIA COM ",I4," ITERACOES")
:      GO TO 23
:900  STOP
:      END

```

```

/CARROCCI /PERF-TEMP
:  FUNCTION F1(Y)
:  COMMON/CONSTE/3,AP,PE,A1,A2,C1
:  F1=0
:  RETURN
:  END

```

```
/CARROCCI /PERF-TEMP
```

```
: FUNCTION F2(Y)
: COMMON/CONSTE/B,AP,PE,A1,A2,C1
: F2=0
: RETURN
: END
```

```
:
:
:
:
:
```

```
/CARROCCI /PERF-TEMP
```

```
: SUBROUTINE TETA(T,H,F,V,YY)
: DIMENSION T(1),YY(1)
: DO 1000 I=3,N
: Y=YY(I)
: T(I)=H*H*F(Y)+2*T(I-1)-T(I-2)
:1000 CONTINUE
: RETURN
: END
```

```
:
:
:
:
:
:
:
```

## APENDICE C

/CARROCCI /PERF-TEMP

:E VO FAP :

:FILE 6=IMPRESSORA,UNIT=PRINTER,UNLASELED :

:C PROGRAMA PARA PERFIL DE TEMPERATURA :

:C T2=F(X) :

:C METODO IMPLICITO :

: REAL KCR :

: EXTERNAL F5,F6,F7,FR :

: DIMENSION Y(100),A(100),B(100),C(100),O(100),T(100),TT(100) :

: COMMON/CONSTE/B1,AP,PE,PR,A1,A2,C1,C2 :

:5 READ(5,1),END=910)B1,PE,KCR,PR,TU :

:10 FORMAT(5F5.1) :

: READ(5,15)NY,KMAX :

:15 FORMAT(15,F6.3) :

: READ(5,20)HX :

:20 FORMAT(F6.3) :

: NY1=NY+1 :

: Y(1)=1. :

: Y(NY1)=-1. :

: HY=(Y(1)-Y(NY1))/NY :

: RZ1=HX/HY\*\*2 :

: DO 25 N=2,NY :

: Y(N)=1.0-(N-1)\*HY :

: IF(Y(N))25,23,25 :

:23 IX=N :

:25 CONTINUE :

: IX1=IX+1 :

: IX2=IX-1 :

: DO 30 I=1,NY1 :

: T(1)=TU :

:30 CONTINUE :

: X1=0.0 :

: WRITE(6,35)X1 :

:35 FORMAT(15X,"X1=",F7.4) :

: WRITE(6,37)B1,PE,KCR,PR,TU :

:37 FORMAT(77,5X,"B1=",F5.1,4X,"PE=",F4.1,4X,"KCR=",F4.1,4X,

:"PR=",F5.1,4X,"TU=",F5.1) :

: WRITE(6,40) :

:40 FORMAT(39X,"Y",9X,"TEMPERATURA" ) :

: DO 50 J=1,NY1 :

: WRITE(6,45)Y(J),T(J) :

:45 FORMAT(37X,F8.5,5X,F8.5) :

:50 CONTINUE :

:53 READ(5,54,END=900)AP :

:54 FORMAT(F4.1) :

: A1=((B1\*(1.0-AP)/(AP\*A2\*EXP(AP)))+B1/2.0-1.0-B1/AP/AP)/(-AP-1.0)+EX :

:\*P(-2.0+AP)\*(1.0-AP)) :

: A2=((B1\*(1.0+AP)/(AP\*A2\*EXP(-AP)))+B1/2.0-1.0-B1/AP/AP)/(AP-1.0)+EX :

:\*P(2.0+AP)\*(1.0+AP)) :

: C1=AP\*(A1-A2) :

: C2=A1+A2-B1/AP/AP :

: X1=0.0 :

: DO 55 KK=1,NY1 :

: T(KK)=TU :

:55 CONTINUE :

: X1=X1+HX :

: DO 65 K=2,IX2 :

: YY=Y(K) :

: A(K)=((1./F5(YY))\*RZ1-1.) :

: B(K)=(-2./F5(YY))\*RZ1 :

: C(K)=(1./F5(YY))\*RZ1 :

: D(K)=-TU+(F6(YY)/F5(YY))\*HX :

:65 CONTINUE :

```

:      T(NY1)=T2(X1)
:      A(IX)=-1.
:      B(IX)=KCR+1.
:      C(IX)=-KCR
:      D(IX)=0.0
:      B(2)=B(2)+A(2)
:      DO 70 L=IX1,NY
:      Y1=Y(L)
:      A(L)=(1./F7(Y1))*RZ1-1)
:      B(L)=(-2./F7(Y1))*RZ1
:      C(L)=(1./F7(Y1))*RZ1
:      D(L)=-T0*(F8(Y1)/F7(Y1))*HX
:70    CONTINUE
:      D(NY)=D(NY)-C(NY)*T(NY1)
:      CALL PERF1(2,NY,A,B,C.),T)
:      T(1)=T(2)
:      WRITE(6,75)X1,AP
:75    FORMAT(15X,"X1 =",F7.4,10X,"AP =",F4.1)
:      WRITE(6,40)
:      DO 85 M=1,NY1
:      WRITE(6,40)Y(M),T(M)
:80    FORMAT(37X,F8.5,5X,F12.7)
:85    CONTINUE
:90    DO 95 M=1,NY1
:      IT(M)=T(M)
:95    CONTINUE
:      X1=X1+4X
:      DO 100 K1=2,IX2
:      Y1=Y(K1)
:      A(K1)=(1./F5(Y1))*RZ1-1.)
:      B(K1)=(-2./F5(Y1))*RZ1
:      C(K1)=(1./F5(Y1))*RZ1
:      D(K1)=-IT(K1)+(F6(Y1)/F5(Y1))*HX
:100   CONTINUE
:      T(NY1)=T2(X1)
:      A(IX)=-1.
:      B(IX)=KCR+1.
:      C(IX)=-KCR
:      D(IX)=0.0
:      B(2)=B(2)+A(2)
:      DO 105 L1=IX1,NY
:      Y2=Y(L1)
:      A(L1)=(1./F7(Y2))*RZ1-1.)
:      B(L1)=(-2./F7(Y2))*RZ1
:      C(L1)=(1./F7(Y2))*RZ1
:      D(L1)=-IT(L1)-(F8(Y2)/F7(Y2))*HX
:105   CONTINUE
:      D(NY)=D(NY)-C(NY)*T(NY1)
:      CALL PERF1(2,NY,A,B,C.),T)
:      T(1)=T(2)
:      WRITE(6,110)X1,AP
:110   FORMAT(15X,"X1 =",F7.4,10X,"AP =",F4.1)
:      WRITE(6,40)
:      DO 120 M=1,NY1
:      WRITE(6,115)Y(M),T(M)
:115   FORMAT(37X,F8.5,5X,F12.7)
:120   CONTINUE
:      IF(X1.LT.XMAX) GO TO 90
:      GO TO 53
:900   GO TO 5
:910   STOP
:      END

```

/CARROCCI /PERF-TEMP

```

: FUNCTION F5(Y)
: COMMON/CONSTE /B1,AP,PE,PR,A1,A2,C1,C2
: F5=PR*((C1/2.)*Y+Y*C1+Y*C2)
: RETURN
: END

```

```

:
:
:
:
:

```

/CARROCCI /PERF-TEMP

```

: FUNCTION F6(Y)
: COMMON/CONSTE /B1,AP,PE,PR,A1,A2,C1,C2
: F6=PE*(B1*Y+C1)*(B1*Y+C1)
: RETURN
: END

```

```

:
:
:
:
:

```

/CARROCCI /PERF-TEMP

```

: FUNCTION F7(Y)
: COMMON/CONSTE /B1,AP,PE,PR,A1,A2,C1,C2
: F7=PR*(A1*EXP(AP*Y)+A2*(-AP*Y)-S1/(AP*AP))
: RETURN
: END

```

```

:
:
:
:
:

```

/CARROCCI /PERF-TEMP

```

: FUNCTION F8(Y)
: COMMON/CONSTE /B1,AP,PE,PR,A1,A2,C1,C2
: F8=PE*(AP*A1*EXP(AP*Y)-AP*A2*EXP(-AP*Y))*2
: RETURN
: END

```

```

:
:
:
:
:

```

```

/CARROCCI /PERF-TEMP
: FUNCTION T2(X)
: IF(X-10.)2,2,3
:2 T2=2.
: RETURN
:3 T2=5.
: RETURN
: END

```

```

/CARROCCI /PERF-TEMP
: SUBROUTINE PERF1(IF,L,A,B,C,D,T)
: DIMENSION A(1),B(1),C(1),D(1),T(1),BETA(101),GAMA(101)
: BETA(IF)=B(IF)
: GAMA(IF)=D(IF)/BETA(IF)
: IFP1=IF+1
: DO 1 I=IFP1,L
: BETA(I)=B(I)-A(I)*C(I-1)/BETA(I-1)
:1 GAMA(I)=(D(I)-A(I)*GAMA(I-1))/BETA(I)
: T(L)=GAMA(L)
: LAST=L-IF
: DO 2 K=1,LAST
: J=L-K
:2 T(J)=GAMA(J)-C(J)*T(J+1)/BETA(J)
: RETURN
: END

```

## REFERÊNCIAS

- | 1 | Brinkman, H.C. Calculation of the viscous force exerted by a flow in fluid of a dense swarm of particles. Aplied Science Research Section A1: 27-34, 1957.
- | 2 | Tan, C.W. The drag of a cloud spherical particles in low Reynolds number flow. Journal of Fluid Mechanics, 38: 537-546, 1969
- | 3 | Yamato, K., Yoshida, Z. Flow trough a porous wall with convective acceleration. Journal of Physical Society of Japan, 37: 774-779, 1974.
- | 4 | Narasimhacharyulu, V.; Ramocharyulu, P. Steady flow through a porous region contained between two cylinder, Journal of Indian Institute, 60 (B): 37-42, 1978
- | 5 | Dev Sarma, B.K. Flow in a horizontal circular cylinder bounded by a porous medium. Acta Mechanica, 34: 251-255, 1979
- | 6 | Lin, S.H. Heat Transfer to plane Newtonian Couette Flow. Int. J. Heat Mass Transfer, 22: 1117-1123, 1979
- | 7 | Bruin, S. Temperature distributions ins Couette flow with and without additional pressure gradient. Int. J. Heat Mass Transfer, 15: 341-349, 1972
- | 8 | Hudson, J.L.; Bankoff, S.G. Heat transfer to a steady Couette flow with pressure gradient. Chem. Engng Sei, 30, 415-421

- | 9 | Schlichting, H.H. Boundary Layer Theory. New York, McGraw-Hill - 1968
- | 10 | Zanardi, M.A. As equações Governantes. In: ----- Escoamento entre cilindros concêntricos com parte porosa. Tese de Mestrado. Faculdade de Engenharia de Campinas UNICAMP. Campinas, 1982. Cap 2, 4-17
- | 11 | Smith, G.D. Numerical Solution of Partial Differential Equations. Oxford, Oxford University Press - 1975
- | 12 | Carnahan, B. et alii. Applied Numerical Methods. New York, John Wiley, 1969