

Este exemplar
corresponde a versão
final da sua defesa
por João Maurício Rolão
e aprovada pela comissão
julgaria em 25/05/84
Douglas E. Zampieri

ANÁLISE DINÂMICA DE UM SISTEMA COM
BIFURCAÇÃO DE POTÊNCIA E CONTROLE
DE VELOCIDADE

75/2000

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DINÂMICA DE UM SISTEMA COM BIFURCAÇÃO DE POTÊNCIA
E CONTROLE DE VELOCIDADE

João Maurício Rosário

Tese submetida à Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestrado em Engenharia Mecânica.

Aprovada por

AP
Douglas Eduardo Zampieri - Orientador

Hans Ingo Weber

Álvaro Geraldo Badan Palhares

- CAMPINAS -

Maio de 1984

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Prof. Dr. DOUGLAS EDUARDO ZAMPIERI, orientador deste trabalho, pela dedicação e modo amigo que sempre me recebeu.

Aos professores Dr. Hans Ingo Weber e Dr. Álvaro Geraldo Badan Palhares pela imprescindível ajuda na realização deste trabalho.

À FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pelo apoio fornecido para a realização deste.

Aos amigos José Egílio Tardivo, Robson Pederiva, Rubens Morandi Filho e Antonio Melo Oliveira pelas discussões e valiosas sugestões.

Ao Júlio Cesar Casangel da Silva pelas montagens experimentais, Armando Arruda pelos desenhos confeccionados neste e a Taka Ota Perroni pelo excelente trabalho de datilografia.

E a todos que me auxiliaram de maneira direta ou indireta, em particular aos amigos do GEPRON pela atenção e boa vontade demonstrada.

Para José e Victória,
meus pais, pelo amor
e dedicação que sem-
pre me deram.

Í N D I C E

	Pág.
RESUMO	i
ABSTRACT	ii
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 - SIMULAÇÃO DIGITAL DE UM VEÍCULO HÍBRIDO	4
1.1. INTRODUÇÃO	4
1.2. ANÁLISE DO FLUXO DE POTÊNCIA	5
1.2.1. Análise do fluxo de potência na fase de aceleração	5
1.2.2. Análise do fluxo de potência na fase de velocidade constante	6
1.2.3. Análise do fluxo de potência na fase de frenagem .	7
1.3. SÍNTESE DE OPERAÇÃO DO CONTROLADOR	8
1.4. SIMULAÇÃO DIGITAL DE UM VEÍCULO HÍBRIDO	9
CAPÍTULO 2 - ANÁLISE MATEMÁTICA DE UM T.E.P. COMPOSTO	19
2.1. RELAÇÕES CINEMÁTICAS EM UM T.E.P. COMPOSTO	19
2.2. ESTUDO DO FLUXO DE POTÊNCIA E DO RENDIMENTO DO T.E.P. COMPOSTO	22
CAPÍTULO 3 - CONTROLE DO MODELO ATRAVÉS DE MODULAÇÃO POR <u>LAR</u> GURA DE PULSO	29
3.1. INTRODUÇÃO	29
3.2. EQUAÇÕES DO MODELO	32
3.3. ANÁLISE DE ESTABILIDADE DOS PONTOS DE EQUILÍBRIO ...	43
3.4. RESULTADOS	45

	Pág.
CAPÍTULO 4 - ANÁLISE DINÂMICA DO SISTEMA UTILIZANDO A TÉCNICA DE MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA	49
4.1. MODELO TEÓRICO	50
4.2. RESULTADOS	56
CAPÍTULO 5 - ANÁLISE EXPERIMENTAL	60
5.1. ENSAIO DE RENDIMENTOS DE UM SISTEMA DE BIFURCAÇÃO DE POTÊNCIA	61
5.1.1. Caracterização dos elementos externos atuantes ..	62
5.1.2. Medidas experimentais para obtenção das perdas ..	64
5.1.3. Obtenção dos rendimentos dos encostos dos engrenamentos da caixa	71
5.1.4. Modelo Matemático	72
5.1.5. Ensaio realizados	73
5.1.6. Resultados obtidos	75
5.2. DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS.	76
5.2.1. Resposta do sistema mediante excitação impulsional	76
5.2.2. Excitação do sistema mediante varredura senoidal.	78
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E RESULTADOS	81
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	84
APÊNDICE 1 - TREM DE ENGRENAGENS PLANETÁRIAS	87
APÊNDICE 2 - MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA APLICADA A SISTEMAS TORCIONAIS	92
A2.1. SISTEMA TORCIONAL - CONVENÇÃO DE SINAIS	92
A2.2. SISTEMAS COM AMORTECIMENTO	93

	Pág.
A2.3. SISTEMAS ENGRENADOS	95
A2.4. TRENS DE ENGRENAGENS PLANETÁRIAS	96
A2.4.1. Matriz de transferência associada ao modelo com o fluxo de potência no sentido do eixo "1" para "s"	97
A2.4.2. Matriz de transferência associada a um planetário simples com o fluxo de potência no sentido do eixo "s" para "1"	99
A2.4.3. Matriz de transferência associada a um planetário com o fluxo de potência no sentido do eixo "1" para "2"	100
A2.4.4. Matriz de transferência associada a um planetário simples com o fluxo de potência no sentido do eixo "2" para "1".	100
A2.4.5. Matriz de transferência associada a um planetário simples com o fluxo de potência no sentido do eixo "2" para o eixo "s"	101
A2.4.6. Matriz de transferência associada a um planetário simples com o fluxo de potência no sentido do eixo "s" para "2"	102
APÊNDICE 3 - SERVOMOTORES	104
A3.1. CONTROLE DE CAMPO DE UM MOTOR DC	105
A3.2. CONTROLE DE ARMADURA DE UM MOTOR DC	107
APÊNDICE 4 - EXPRESSÕES COMPUTACIONAIS PARA O CÁLCULO DOS PONTOS DE EQUILÍBRIO DO MODELO E ANÁLISE DE ESTABILIDADE DO CONTROLADOR	112
A4.1. EQUAÇÃO DE ESTADO E MEDIÇÃO	112
A4.2. MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE ESTADO	112
A4.3. EQUAÇÃO DE RECORRÊNCIA	112

	Pág.
A4.4. SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE RECORRÊNCIA	113
A4.5. LUGAR GEOMÉTRICO DOS PONTOS DE EQUILÍBRIO	114
A4.6. ANÁLISE DE ESTABILIDADE DOS PONTOS DE EQUILÍBRIO .	114
APÊNDICE 5 - SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS	116
APÊNDICE 6 - PROGRAMAS COMPUTACIONAIS	118
A6.1. PROGRAMA BIFURC - SIMULAÇÃO DIGITAL DE UM VEÍCULO HÍBRIDO	119
A6.2. PROGRAMA PPDFV - DETERMINAÇÃO DAS FAIXAS DE OPERA- ÇÃO DA CAIXA DE ENGRENAGENS PLANETÁRIAS	121
A6.3. PROGRAMA REND - RENDIMENTO DO T.E.P. COMPOSTO NA SUA FAIXA DE OPERAÇÃO	122
A6.4. PROGRAMA BADSN - DETERMINAÇÃO DOS PONTOS DE EQUILÍ- BRIO DO CONTROLADOR E ANÁLISE DE ESTABILIDADE	123
A6.5. PROGRAMA TRANSF - DETERMINAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NA- TURAIS EM CAIXA DE ENGRENAGENS	125
A6.6. PROGRAMA AqJ1 - AQUISIÇÃO DE DADOS	128

ANÁLISE DINÂMICA DE UM SISTEMA COM BIFURCAÇÃO DE POTÊNCIA E CONTROLE DE VELOCIDADE

R E S U M O

Neste trabalho é desenvolvido a simulação digital simplificada de um veículo híbrido, no intuito de se analisar a viabilidade de uma operação pré-programada por um perfil de percurso.

O controle para o elemento principal do veículo, sua transmissão, é analisada teórico e experimentalmente. Posteriormente são estudadas as instabilidades introduzidas pelo controle e também estabelecida uma rotina de cálculo baseada na generalização da técnica de matriz de transferência para determinação das frequências naturais do sistema.

TITLE: "DINAMICAL ANALYSIS OF A SYSTEM WITH POWER BIFURCATION AND VELOCITY CONTROL".

A B S T R A C T

In this work a simplified digital simulation of an hybrid vehicle is developed, and the feasibility of the pre-programmed operation of a driving cycle is investigated.

The control of the transmission of the vehicle is analised theoretically and experimentaly, and the instabilities introduced by the control are determined. A generalized technique based on transfer matrices is also developed and the natural frequencies of the transmission are obtained.

INTRODUÇÃO

A crise energética mundial nos últimos anos alertou a humanidade sobre a necessidade de se criar tecnologias que possibilitem o aproveitamento das fontes alternativas de energia e sistemas mais eficientes que acompanhem sua utilização.

Grandes perdas ocorrem, por exemplo, durante a frenagem de um veículo comum, quando parte de sua energia cinética é dissipada pelos freios. Se o ciclo de operação do veículo (aceleração, manutenção de velocidade e desaceleração) ocorrer com frequência alta, ter-se-á um desperdício elevado de energia.

A utilização de um volante, para armazenamento de energia, incorporado ao veículo permite recuperar uma parcela considerável de energia que seria dissipada na frenagem. Esta recuperação é conseguida pelo aumento de rotação do volante que virá a fornecer parte da energia necessária à aceleração subsequente. Com isto é possível nivelarmos a demanda de potência da fonte, e se utilizarmos uma transmissão continuamente variável (com rendimento razoável dentro da faixa de operação necessária), temos a possibilidade de manipular adequadamente o fluxo de potência entre as fontes de energia (no caso volante e motores elétricos) permitindo assim, condições de máxima eficiência.

Esta bifurcação através de um redutor (caixa de engrenagens planetárias) permite, também, reduzir a potência que passa pelas máquinas elétricas e, conseqüentemente, as perdas de energia e o tamanho destas máquinas.

O acionamento elétrico do sistema pode ser feito por motores c.c., de excitação independente mantendo-se fixa a corrente de campo; o que torna conveniente o controle na armadura através de um recortador. Deste modo, é possível manter-se as velocidades angulares de cada elemento do redutor dentro de faixas de velocidades pré-estabelecidas para que o rendimento do mesmo seja máximo.

A complexidade e o número de fatores envolvidos na síntese de um sistema de transmissão híbrido exigem, como estudo prévio, a simulação do sistema num computador. Um trabalho semelhante é apresentado por Stavropoulou em [1], que simulava em um com-

putador um veículo híbrido cujo sistema de transmissão era controlado por máquinas elétricas. Ao mesmo tempo, Souza Lima [2] otimizou uma caixa de engrenagens planetárias de 3 eixos, de tal modo que ela tivesse um rendimento ótimo dentro das faixas de operação especificadas no projeto de um protótipo de um veículo híbrido, construído pelo Laboratório de Projetos Mecânicos da UNICAMP.

O presente trabalho tem como primeiro objetivo simular em um computador o ciclo completo de operação deste veículo híbrido já com uma transmissão otimizada incorporada, levando-se em conta, inclusive, as perdas do sistema.

De posse deste estudo de viabilidade serão analisados os elementos responsáveis pela bifurcação de potência. Com isto, o objetivo principal do trabalho se fixa no estudo dinâmico de uma transmissão de engrenagens planetárias com seu controle.

No primeiro capítulo deste trabalho caracterizaremos a simulação da operação completa de um veículo híbrido, levando-se em conta um dado perfil de velocidade. Assim será possível viabilizarmos uma estratégia de controle, que permitirá ao sistema atuar dentro de faixas ótimas de operação.

No capítulo dois, de posse do estudo de viabilidade, estudaremos trens de engrenagens planetárias compostos, obtendo as relações principais entre torques e rotações para os seus eixos.

Mais ainda, no capítulo três, implementaremos um sistema de controle por realimentação de estado e modulação em largura de pulsos, utilizando recortadores projetados para transferir potência de duas fontes de energia (uma representará um volante e a outra um motor elétrico) a um eixo (representará as rodas de um veículo). Tal controle visa manter as velocidades angulares de cada elemento do redutor dentro de faixas pré-estabelecidas, para que o rendimento do mesmo atinja um ponto ótimo.

O capítulo quatro será dedicado à análise dinâmica do sistema eletromecânico. Enquanto a análise de estabilidade feita no capítulo anterior para o controlador permite determinar as regiões estáveis de operação, a modelação através de matriz de transferência permite avaliar as características dinâmicas do trem de engrenagens planetárias (TEP).

O capítulo cinco apresentará a simulação de um modelo em escala reduzida que representa os componentes principais de um TEP, seu controlador e as fontes de energia (mecânica e elétrica),

objetivando ensaiar o rendimento e a performance dinâmica deste modelo.

Finalmente, no capítulo seis, um resumo das principais conclusões é apresentado. Um esquema demonstrativo do plano de trabalho proposto é mostrado na figura I.1.

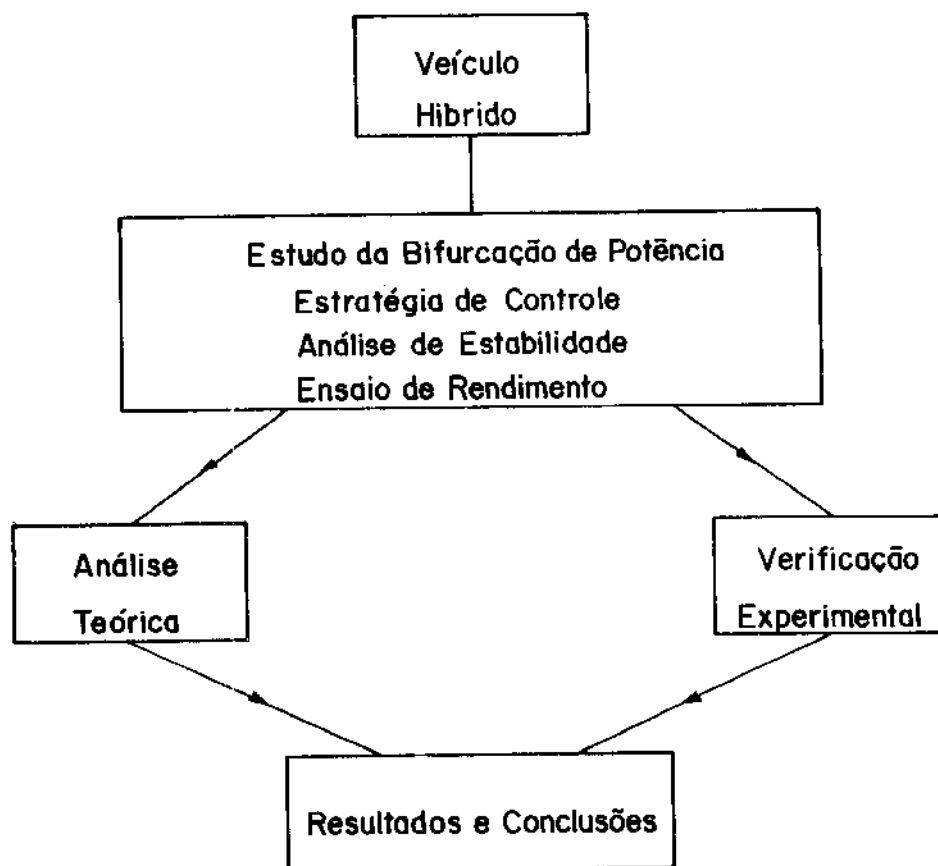


Figura I.1 - Plano de trabalho proposto.

CAPÍTULO 1

SIMULAÇÃO DIGITAL DE UM VEÍCULO HÍBRIDO

1.1. INTRODUÇÃO

Nosso sistema básico de bifurcação de potência no ciclo de operação de um veículo híbrido esquematizado na figura 1.1, consiste de um volante, uma caixa de engrenagens planetárias composta, dois motores - geradores CC, um banco de baterias e um controlador de velocidades. O volante incorporado ao sistema tem por objetivo nivelar os picos de potência na bateria, além de permitir a regeneração da energia de frenagem do mesmo, armazenando no volante parte de energia cinética, que seria dissipada em calor.

Neste capítulo obteremos, a partir de um dado perfil de velocidade imposto às rodas de um veículo, uma estratégia de controle, que permitirá ao sistema trabalhar dentro de suas faixas de rendimento ótimo. Salientamos, que dentre as diversas formas de se chegar a estes resultados, o caminho escolhido deveu-se às características da caixa planetária.

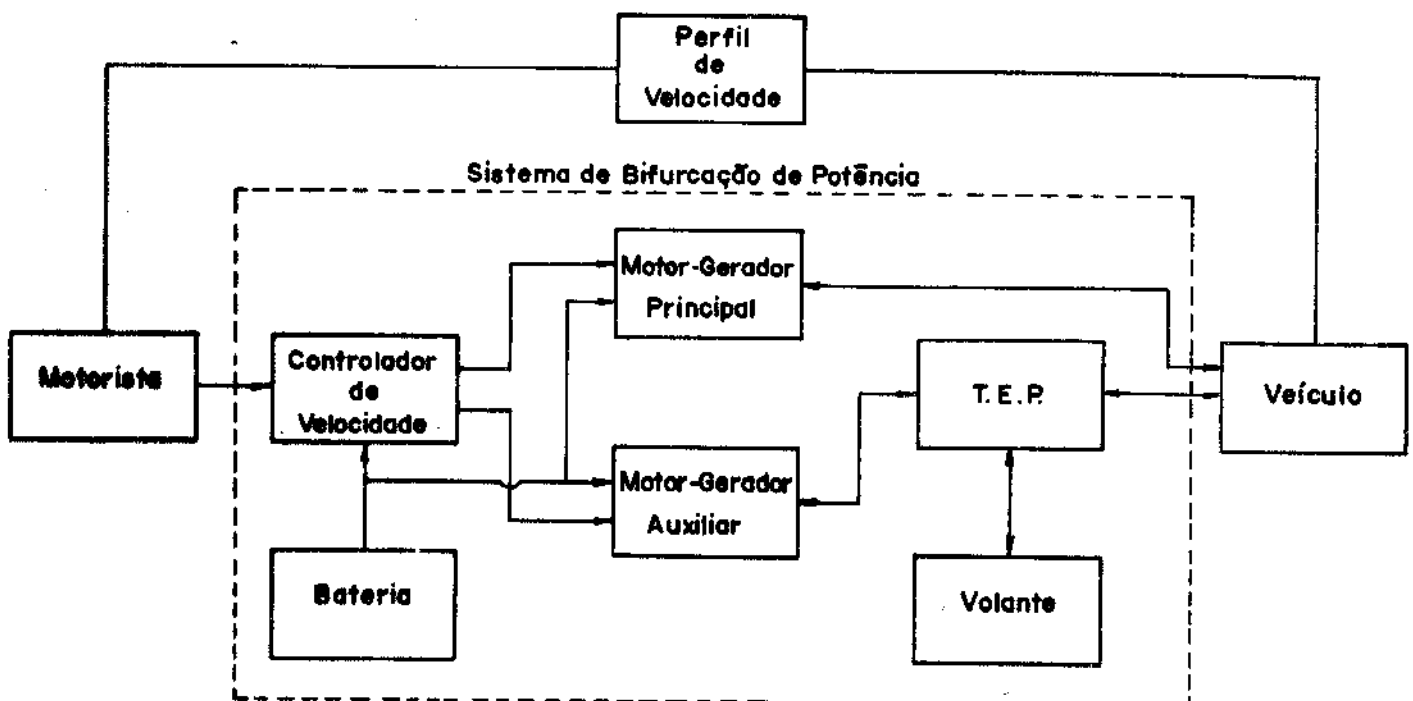


Figura 1.1 - Esquema básico do ciclo de operação de um veículo híbrido.

1.2. ANÁLISE DO FLUXO DE POTÊNCIA

A análise do fluxo de potência entre volante e os motores geradores é função do perfil de velocidade do veículo, que possui três fases distintas, a saber: aceleração, velocidade constante e frenagem.

Assim sendo, para um estudo completo do sistema, é necessário analisar cada fase separadamente. Saliente-se que tais perfis de velocidade são normalizados e uma rápida discussão será abordada, ainda neste capítulo.

1.2.1. Análise do fluxo de potência na fase de aceleração

Durante a fase de aceleração, além da energia proveniente do motor principal, parte da energia disponível no volante é transmitida mecanicamente às rodas do veículo através da caixa planetária. O restante desta energia é transmitida para o motor auxiliar, agora funcionando como gerador.

A eficiência da transmissão de potência é alta devido ao fato do caminho escolhido ser o preferencial para o fluxo de potência mecânico e, conseqüentemente, o rendimento será o otimizado. Além disso, como o circuito de controle mantém constante o nível de corrente na bateria, não há ocorrência de descargas de corrente na bateria (que acarretariam altas perdas de energia). O esquema básico desta fase é mostrado na figura 1.2.

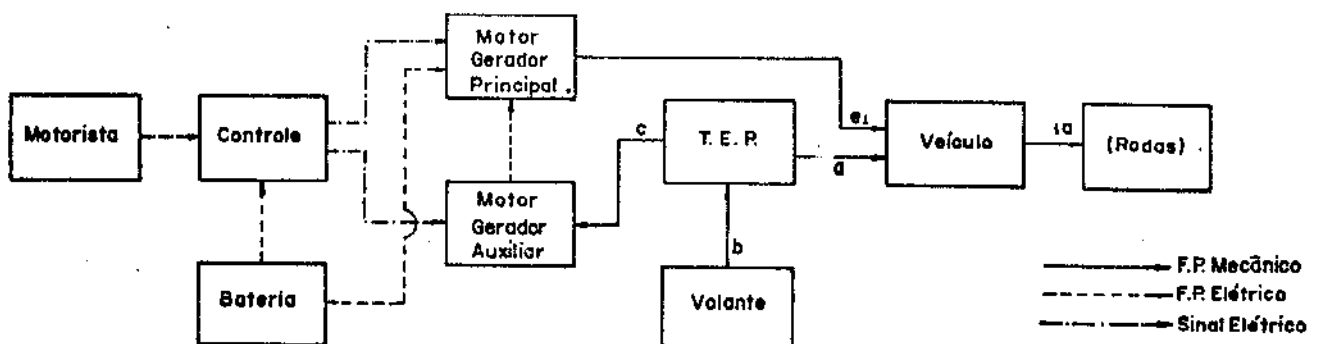


Figura 1.2 - Fluxo de potência do veículo híbrido na aceleração.

Como as máquinas elétricas e o volante podem atuar como motor e/ou gerador é necessário convencionar-se um sentido de torque e

rotação para as diferentes etapas. Assim, a representação de sinais para a caixa de engrenagens planetária na fase de aceleração fica sendo:

eixo	M	ω	P
a	-	+	-
b	+	+	+
c	+	-	-

onde convencionou-se que:

- rotação (ω): é positiva se o vetor rotação tiver o mesmo sentido do versor de referência do eixo.
- momento (M): é positivo se o vetor momento aplicado tiver o mesmo sentido do versor de referência do eixo.
- Potência (P): é positiva se estiver entrando no sistema (se o momento e rotação tiverem o mesmo sentido), ou seja, a máquina atua como gerador.

1.2.2. Análise do fluxo de potência na fase de velocidade constante.

Nesta fase as duas máquinas elétricas existentes no modelo funcionarão como motores. O motor principal manterá o veículo numa dada velocidade, enquanto o motor auxiliar terá a função de vencer as perdas do sistema de bifurcação (engrenamentos, mancais, perdas aerodinâmicas). O esquema deste processo está representado na figura 1.3.

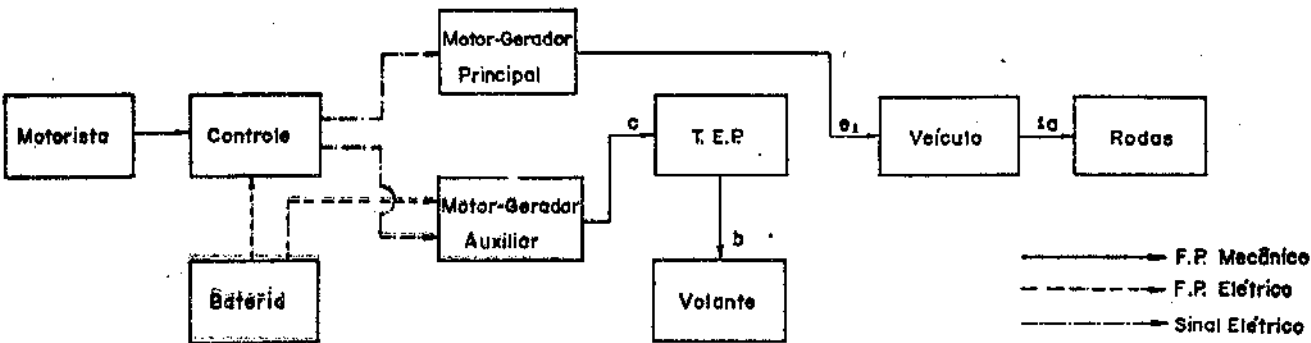


Figura 1.3 - Fluxo de potência do veículo híbrido para manter a velocidade.

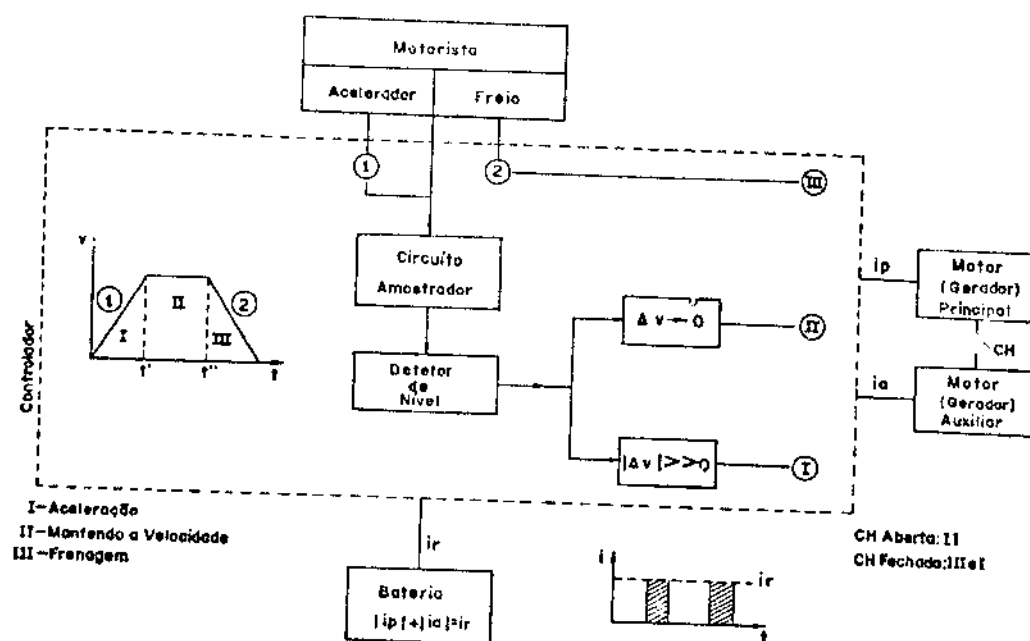
eixo	M	ω	P
a	+	+	+
b	-	+	-
c	-	-	+

1.3. SÍNTESE DE OPERAÇÃO DO CONTROLADOR

As três situações anteriormente descritas só serão viáveis através da implementação de um controle. Como foi visto anteriormente, o veículo híbrido possui duas máquinas elétricas de corrente contínua, sendo que ora uma funciona como gerador e outra como motor, ora ocorre o inverso. Há instantes, ainda, em que ambas as máquinas estarão funcionando como motor. Tais inversões são realizadas pelo controlador que deverá funcionar do seguinte modo:

- (a) quando a máquina elétrica é operada como motor, a potência elétrica entra através dos terminais da armadura e sai pelo eixo na forma mecânica.
- (b) no funcionamento como gerador, entra potência mecânica pelo eixo e sai potência na forma elétrica, através dos terminais da armadura.

Portanto, para a máquina funcionar como motor é necessário que a tensão nos terminais da armadura seja maior que a força contra-eletromotriz, e o inverso deve acontecer para o funcionamento como gerador. Um esquema de atuação do controlador é mostrado na figura 1.5.



i_p : corrente na armadura do motor principal

i_a : corrente na armadura do motor auxiliar

Δv : variação de velocidade.

Figura 1.5 - Esquema do funcionamento do controlador de velocidade

1.4. SIMULAÇÃO DIGITAL DE UM VEÍCULO HÍBRIDO

Até agora ficaram estabelecidas condições de operação para nosso sistema. Fica claro pelo que foi visto anteriormente, que devemos controlar as duas máquinas elétricas de tal forma que estas levem o sistema para suas faixas ótimas de operação.

Devido a complexidade de nosso sistema de bifurcação, simularemos num computador digital as condições de operação do veículo híbrido, otimizando assim um perfil de velocidade que será imposto ao nosso motor auxiliar, através de um controlador.

O programa deverá simular os perfis de velocidade, aceleração, torque, potência e energia de cada componente do veículo híbrido. A simulação completa é desenvolvida a partir das equações de energia do modelo, comparando-se as entradas e saídas desta energia. Em outras palavras, no fim de cada ciclo, a energia consumida da bateria é igual a energia requerida pelo veículo acrescida das perdas envolvidas no sistema.

Durante a aceleração a energia consumida da bateria, somada à energia extraída do volante, é igual a energia requerida pelo veículo mais as perdas no sistema; enquanto que na frenagem, o consumo de energia da bateria, mais a redução da energia cinética do veículo é igual as perdas no sistema mais a variação de energia cinética que o volante ganha.

Pelo exposto acima, até o momento a simulação restringe-se somente ao fluxo de potência, uma vez que não foi modelado o sistema de bifurcação de potência (vide também Ming-Chan, [3]). Seja então, um esquema completo do veículo e sua transmissão por engrenagens planetárias detalhados na figura 1.6.

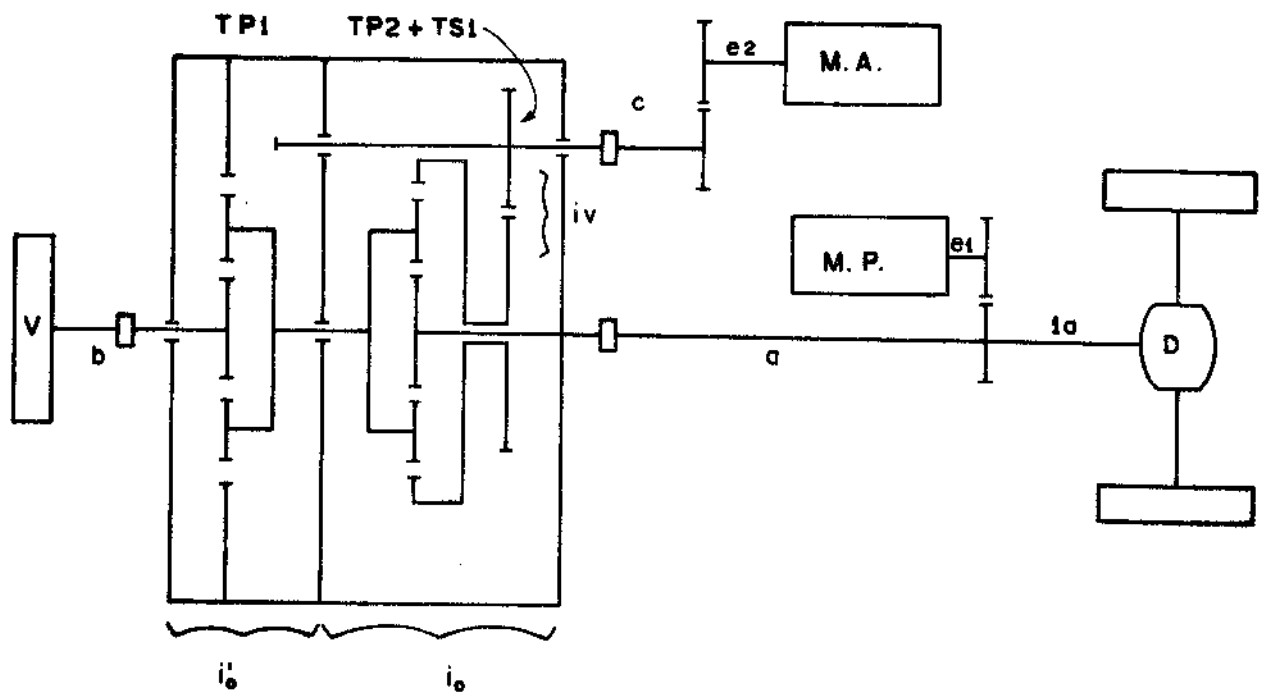


Figura 1.6 - Esquema da transmissão obtida para estudo.

Uma análise desta figura mostra que a caixa proposta é constituída de dois planetários (P_1 , P_2) com relação de transmissão i'_0 e i_0 , respectivamente, e de uma transmissão simples com redução i_v .

Mais ainda, temos que definir o perfil de percurso do veículo, ou seja, a curva $v(t)$, velocidade do veículo em função do tempo.

Existem diversos percursos padronizados. A MAN* sugere um perfil de percurso na forma de trapézio isósceles (figura 1.7

(a)), enquanto a SAE** recomenda um perfil de quatro etapas para veículos elétricos, cuja forma é representada na figura 1.7(b).

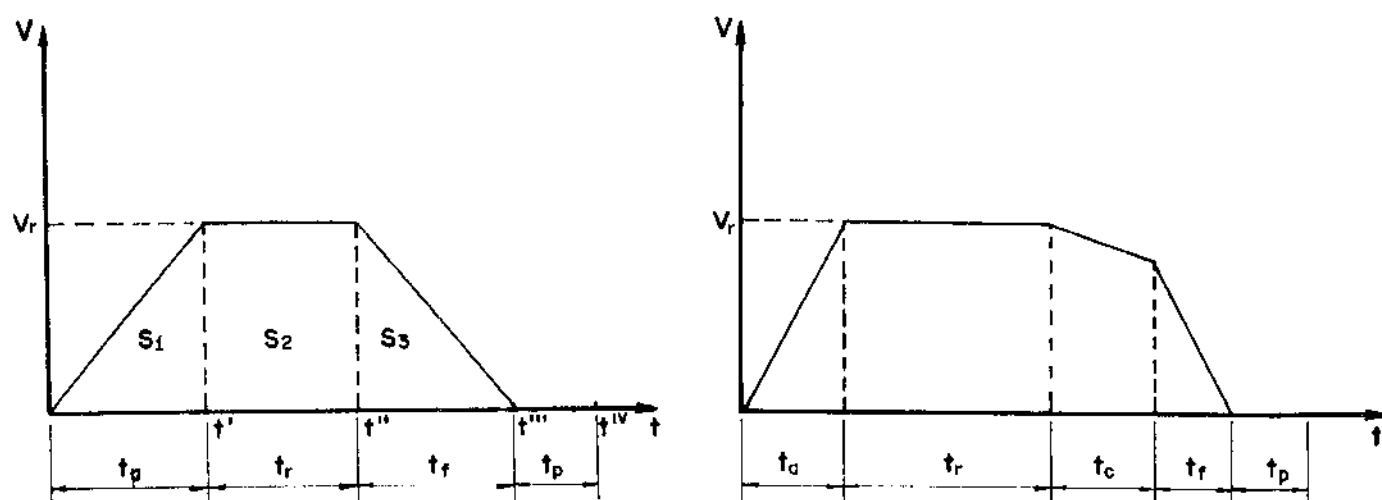


Figura 1.7 - Perfis de percurso sugeridos para veículos híbridos

(a) perfil sugerido pela MAN(*)

(b) perfil sugerido pela SAE(**)

Utilizaremos o perfil de velocidade sugerido pela MAN, por ser o mais simples para uma análise inicial. Os valores recomendados para os parâmetros do perfil são apresentados na tabela abaixo.

v_r	- velocidade de regime	50 Km/h
a	- aceleração	1.3 m/s ²
S	- espaço percorrido	500 m
t_a	- tempo de aceleração	10.7 s
t_r	- tempo no regime	25.3 s
t_f	- tempo de frenagem	10.7 s
t_p	- tempo parado	18.0 s

Tabela 1.1 - Valores recomendados para o perfil de percurso de um veículo híbrido.

*MAN = Maschinenfabrik Augsburg Nürnberg

**SAE = Standard Automotive Engineer

De posse de um perfil de velocidade conveniente, introduziremos os principais dados inerentes ao sistema que possibilitarão a simulação do comportamento cinemático de um veículo híbrido. Utilizaremos, para tal finalidade, os dados de um protótipo existente no Laboratório de Projeto Mecânico da UNICAMP, que se encontram sumarizados na tabela 1.2.

-INÉRCIA DO VOLANTE	$J_v = 1,82 \text{ kg.m}^2$
-INÉRCIA EQUIVALENTE DO VEÍCULO	$I_{vc} = 16,18 \text{ kg.m}^2$
-EXTREMOS DAS FAIXAS DE ROTAÇÃO DOS EIXOS DA CAIXA DE ENGRENAGENS PLANETÁRIAS	$\omega_a = 0 \text{ a } \pm 3000 \text{ rpm}$ $\omega_b = \pm 12000 \text{ a } \pm 8000 \text{ rpm}$ $\omega_c = \pm 3000 \text{ a } \pm 2200 \text{ rpm}$
-RAZÕES BÁSICAS i_o (planetário 1) ...	-2,56
i_o' (planetário 2) ...	-5,18
-RENDIMENTO NOS ENCOSTOS DOS ENGRENAM.	$\eta_o = \eta_o' = \eta_{TS} = .90$
-RELAÇÃO ENTRE AS VELOCIDADES DOS EIXOS DA CAIXA PLANETÁRIA	$\omega_c = \frac{1}{i_o} (\omega_b (\frac{i-i_o}{i-i_o'}) - \omega_a)$
-RELAÇÃO ENTRE OS TORQUES DOS EIXOS ..	$M_a = \frac{(i_o' \eta_o' \frac{W_1}{W_1-1} - 1)}{i_o \eta_o \frac{W_1}{W_1-1}} M_b$ $M_c = \frac{i_o \eta_o \frac{W_1}{W_1-1}}{i_v \eta_{TS}} M_a$

Tabela 1.2 - Dados principais de um veículo híbrido.

Até o momento definimos todos os elementos do sistema de bifurcação, além da sistemática de atuação nos controles. Com estes dados podemos simular o comportamento do veículo híbrido, caracterizado através de sua transmissão, e posteriormente impor uma estratégia de controle que leve o veículo ao comportamento desejado previamente.

Inicialmente simularemos nosso veículo, sem considerar as perdas envolvidas durante o processo. De acordo com o que foi assumido com respeito ao perfil de velocidade do veículo, a aceleração de sua inércia é constante (figura (1.10a)).

Sendo o torque também constante, a potência que acelera o veículo é linear e parte de zero. Considerando-se isso, parece ser uma boa aproximação assumirmos que a potência disponível no volante é, também, uma função linear com o tempo (figura 1.8).

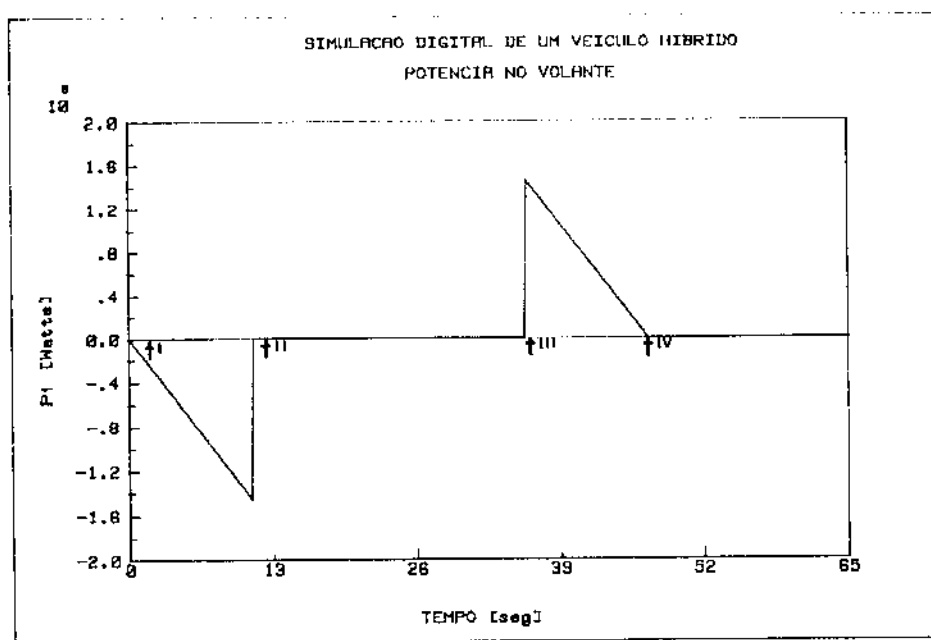


Figura 1.8 - Potência disponível no volante.

A variação de energia armazenada no volante, dada pela área da figura 1.8 no intervalo $\Delta t = t'' - t'$, é:

$$\Delta E_v = \frac{1}{2} P_{i\text{máx}} \cdot \Delta t \quad (1.1)$$

onde $P_{i\text{máx}}$ é a potência máxima no volante.

Utilizando-se uma variável de tempo normalizada, a expressão da potência em função do tempo será então:

$$P_i = P_{i\text{máx}} \cdot t \quad ; \quad 0 \leq t < 1 \quad (1.2)$$

Conseqüentemente, a expressão da velocidade angular no eixo do volante, poderá ser determinada a partir da igualdade:

$$\int P_i dt = \Delta E_v \quad (1.3)$$

$$\text{com } \Delta E_v = \frac{1}{2} \left\{ J_v (\omega_f^2 - \omega_o^2) \right\}$$

Como a potência no volante $\tilde{e}$ linear com o tempo, a velocidade neste eixo $\tilde{e}$ expressada, ent $\tilde{a}$ o, por:

$$\omega_b = \sqrt{\frac{P_{i\tilde{m}\tilde{a}x} t^2 \cdot \Delta t}{J_v} + \omega_f^2} \quad (1.4)$$

Por sua vez, a velocidade no eixo do motor auxiliar, poder $\tilde{a}$ ser determinada facilmente, a partir das rela $\tilde{c}$ oes cinem $\tilde{a}$ ticas de um TEP. A figura 1.9 apresenta o comportamento cinem $\tilde{a}$ tico de um ve $\tilde{e}$ culo h $\tilde{i}$ brido, a partir de um perfil de velocidade conhecido, e a figura 1.10, mostra a acelera $\tilde{c}$ ao nos eixos do sistema em estudo.

Conhecendo-se a pot $\tilde{e}$ ncia P_i e a rota $\tilde{c}$ ao ω_b no eixo do volante, pode-se obter, numericamente, o torque no eixo do volante:

$$M_b = \frac{P_i}{\omega_b} \quad (1.5)$$

A figura 1.11 representa os torques nos eixos da caixa de engrenagens planet $\tilde{a}$ rias, cujas rela $\tilde{c}$ oes s $\tilde{a}$ o obtidas a partir da equa $\tilde{c}$ ao 1.5.

Como o maior interesse $\tilde{e}$ no conhecimento das pot $\tilde{e}$ ncias envolvidas no processo, as mesmas apresentam-se representadas na figura 1.12.

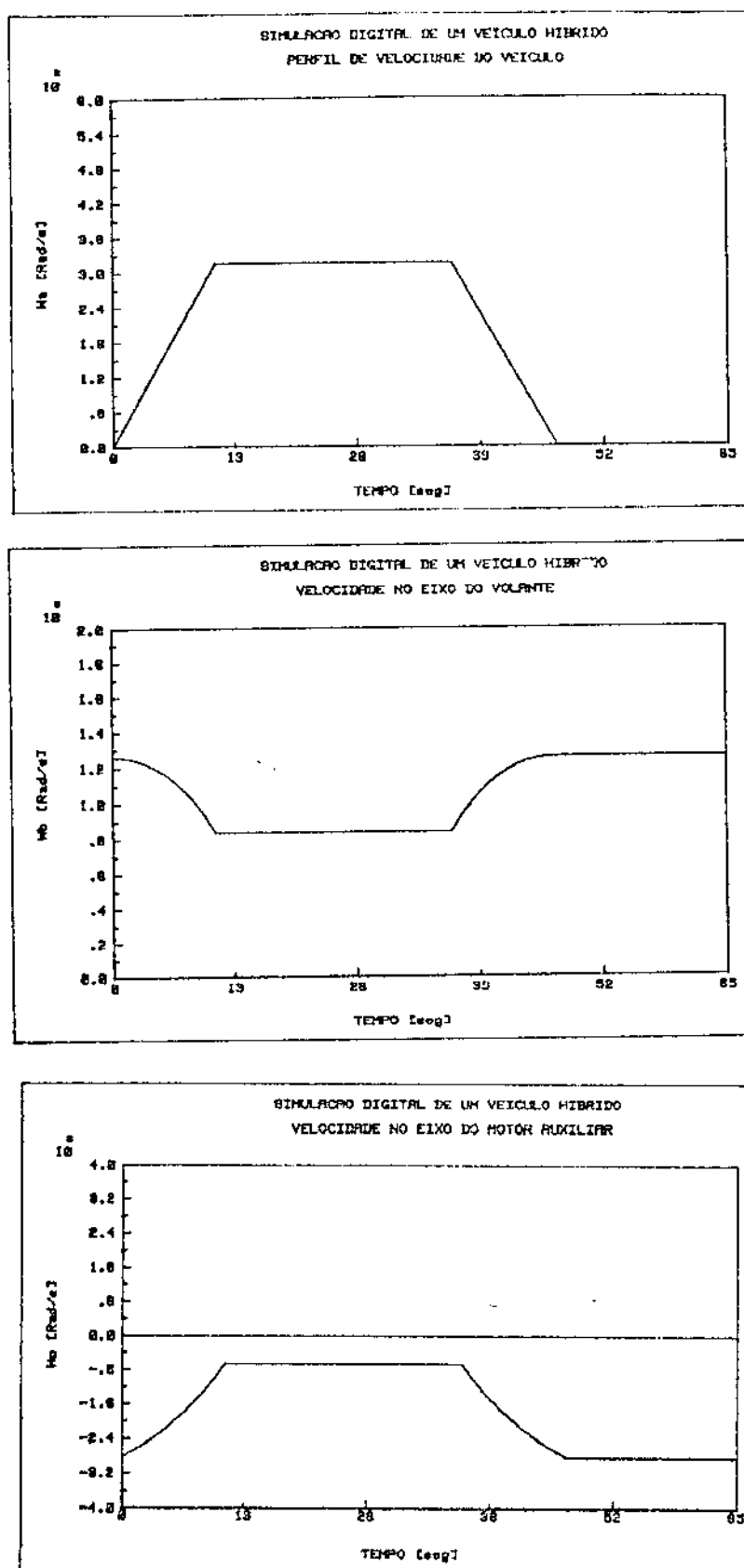


Figura 1.9 - Comportamento cinemático de um veículo híbrido
 (a) Perfil de velocidade do veículo
 (b) velocidade no eixo do volante
 (c) velocidade no eixo do motor auxiliar.

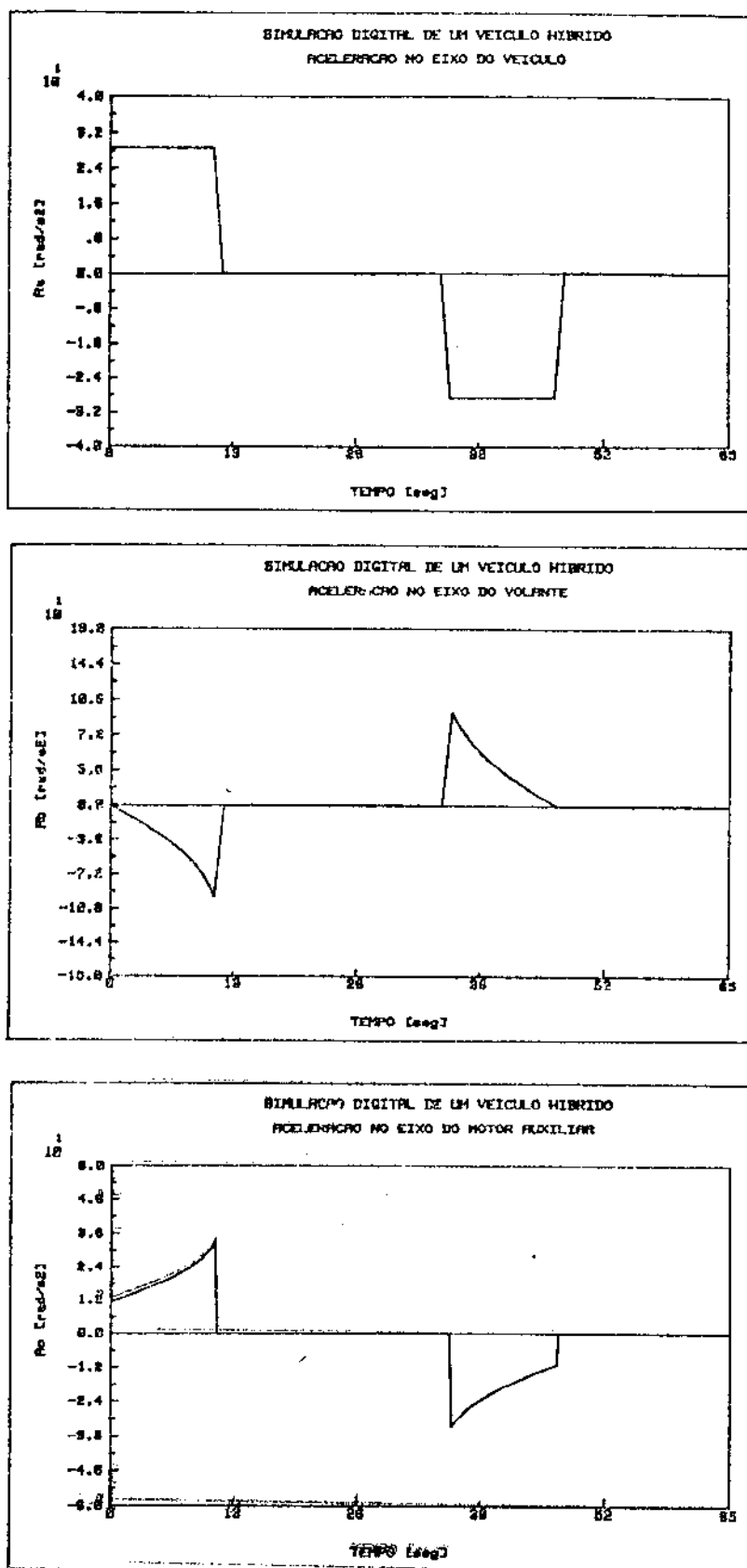


Figura 1.10 - Aceleração versus tempo

- (a) Aceleração no eixo do veículo
- (b) Aceleração no eixo do volante
- (c) Aceleração no eixo do motor auxiliar.

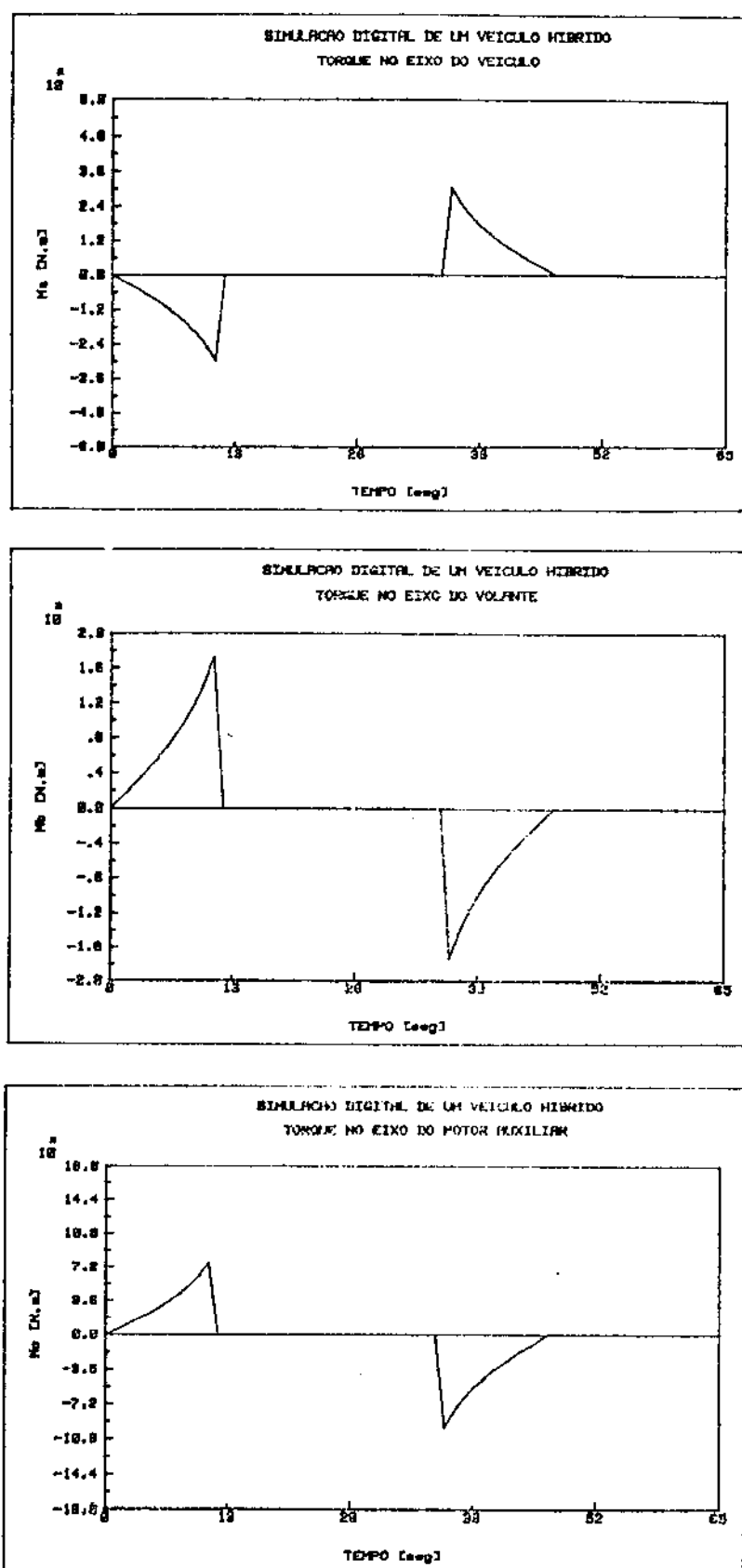


Figura 1:11 - Torque nos eixos do sistema
 (a) torque no eixo do veículo
 (b) torque no eixo do volante
 (c) torque no eixo de motor auxiliar.

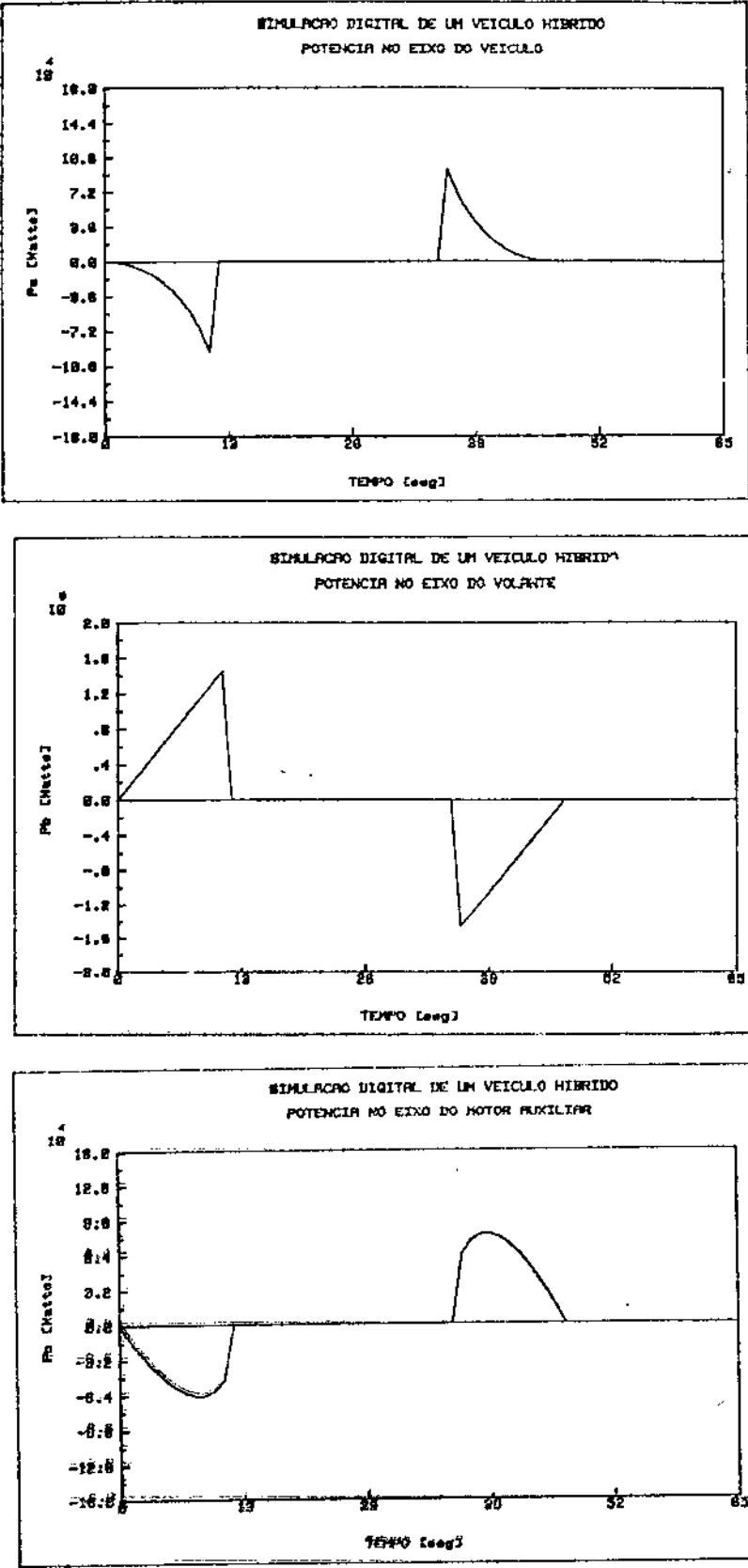


Figura 1.12 - Potência envolvida no processo.
(a) Potência no eixo do veículo
(b) Potência no eixo do volante
(c) Potência no eixo do motor-auxiliar.

CAPÍTULO 2

ANÁLISE MATEMÁTICA DE UM T.E.P. COMPOSTO

Como citado na introdução o objetivo principal deste trabalho é o estudo dinâmico da transmissão por engrenagens planetárias do veículo híbrido simulado no capítulo um, cujos resultados apresentados naquele capítulo demonstram a viabilidade do sistema. A partir deste capítulo deixaremos de lado o veículo como um todo e nos restringiremos à caixa de engrenagens planetárias.

2.1. RELAÇÕES CINEMÁTICAS EM UM T.E.P. COMPOSTO

Trens de engrenagens planetárias são mecanismos relativamente complexos, e o estudo de suas características é assunto de inúmeros artigos publicados, destacando-se os trabalhos de Lévai [4], Sanger [5]. Neste capítulo desenvolveremos as principais relações cinemáticas de um T.E.P. composto. Estas baseiam-se, em princípio, em relações derivadas de um T.E.P. simples, cujas equações básicas são apresentadas no apêndice 1.

Propõe-se para modelo de T.E.P. composto uma transmissão feita da associação de dois planetários (P_1 e P_2) e uma engrenagem simples. Essa caixa está representada esquematicamente na figura 2.1 a qual servirá de referência para os desenvolvimentos que se seguem.

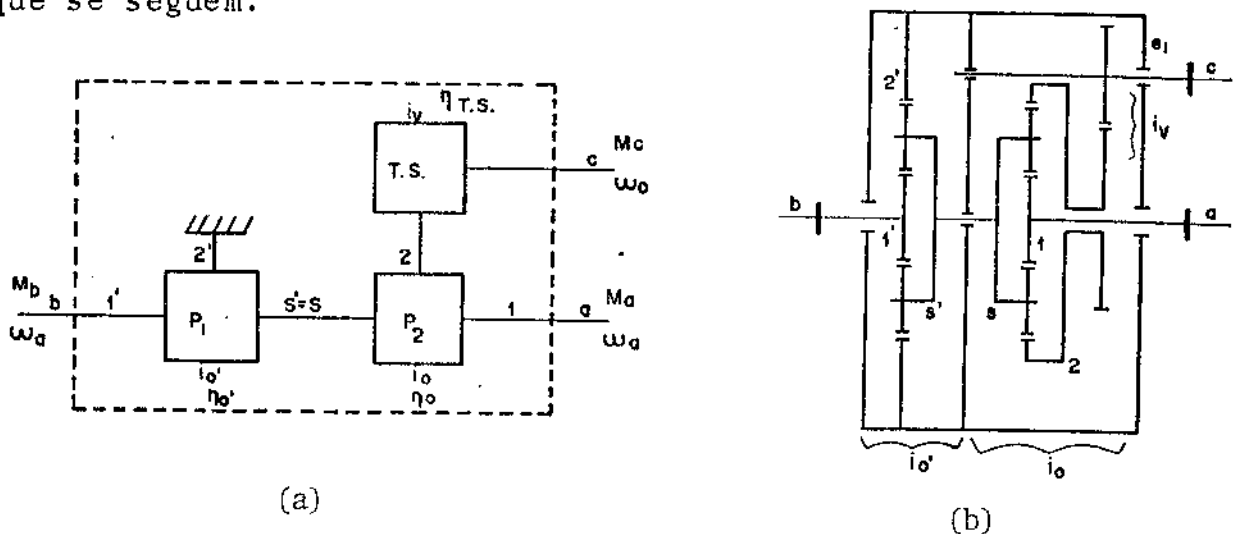


Figura 2.1 - (a) Redutor Planetário Composto
(b) Esquema do T.E.P. Composto.

Como pode-se notar pela figura 2.1, enquanto o planetário P_1 possui a coroa fixa (suas relações de interesse são denotadas pelo sub-índice "''), o planetário P_2 é associado a uma transmissão simples (T.S.) por engrenagem. M_a , M_b e M_c representam os momentos aplicados aos eixos para os quais as velocidades angulares são denotadas, respectivamente, por ω_a , ω_b e ω_c .

Denominaremos i_o , i'_o as razões básicas dos planetários 1 e 2, respectivamente e, i_v a relação da transmissão simples. Estas podem ser escritas (vide apêndice 1) como:

$$i_o = \frac{\omega_1 - \omega_s}{\omega_2 - \omega_s} \quad (2.1)$$

$$i'_o = \frac{\omega'_1 - \omega'_s}{\omega'_2 - \omega'_s} \quad (2.2)$$

$$i_v = \frac{\omega_c}{\omega_2} \quad (2.3)$$

Por analogia ao exposto no apêndice 1 e, observando a figura 2.1b, podemos escrever que:

$$\omega_a = \omega_1 \quad ; \quad \omega_b = \omega'_1 \quad \text{e} \quad \omega'_s = \omega_s \quad (2.4)$$

Manipulando-se conveniente, as expressões (2.1) a (2.4), chega-se a equação que relaciona as velocidades angulares entre os eixos da caixa:

$$\omega_b = \left(\frac{1 - i'_o}{1 - i_o} \right) \left[\omega_a = \frac{i_o}{i_v} \cdot \omega_c \right] \quad (2.5)$$

A partir da equação 2.5, podemos obter as seguintes expressões:

$$K_{ba} = \left(\frac{1 - i'_o}{1 - i_o} \right) \left[1 = \frac{i_o}{i_v} K_{ca} \right] \quad (2.6)$$

$$K_{ac} = \left(\frac{1 - i_o}{1 - i'_o} \right) K_{bc} + \frac{i_o}{i_v} \quad (2.7)$$

$$K_{cb} = \frac{i_v}{i_o} K_{ab} - \frac{i_v}{i_o} \left(\frac{1 - i_o}{1 - i'_o} \right) \quad (2.8)$$

$$K_{bc} = \left(\frac{1 - i'_o}{1 - i_o} \right) \left[K_{ac} - \frac{i_o}{i_v} \right] \quad (2.9)$$

$$K_{ab} = \frac{1 - i_o}{1 - i'_o} - \frac{i_o}{i_v} K_{cb} \quad (2.10)$$

$$K_{ca} = \frac{i_v}{i_o} - \frac{i_v}{i_o} \left(\frac{1 - i_o}{1 - i'_o} \right) K_{ba} \quad (2.11)$$

onde $k_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j} \quad i, j = a, b, c$

A figura 2.2 ilustra a faixa de operação do sistema, determinada a partir das equações (2.5) e (2.7). Para uma melhor visualização do comportamento cinemático do T.E.P. composto em estudo representaremos essas faixas de velocidade de duas maneiras distintas. Os valores de i_o , i'_o e i_v são constantes e se encontram na figura 2.2b.

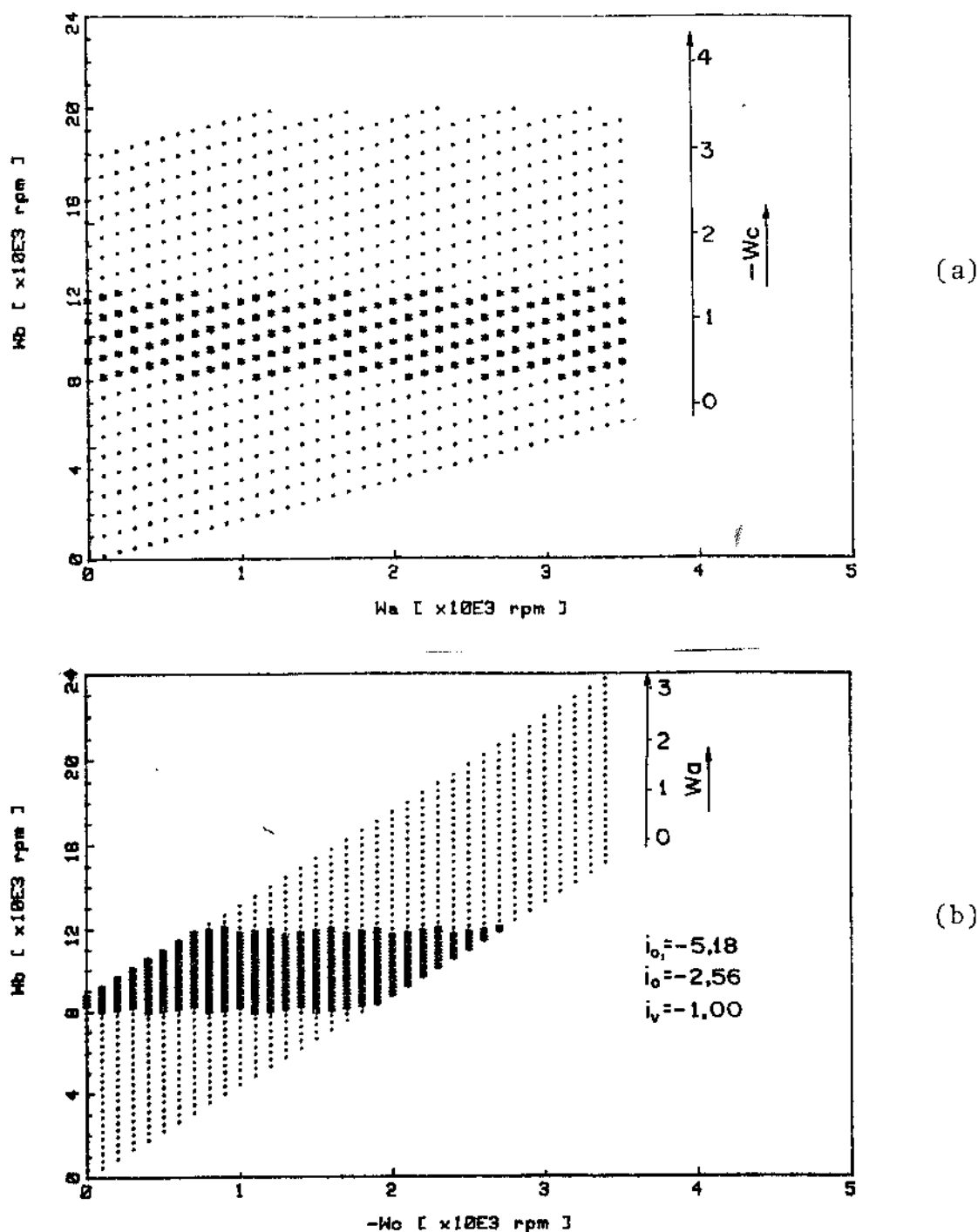


Figura 2.2 - Faixa de operação do sistema

(a) ω_b em função de ω_a

(b) ω_b em função de ω_c

2.2. ESTUDO DO FLUXO DE POTÊNCIA E DO RENDIMENTO DO T.E.P. COMPOSTO

As equações (A1-8), (A1-10) e (A1-11), referenciadas no apêndice 1 relacionam os momentos entre os eixos de um planetário simples. Manipulando-se convenientemente essas expressões, do mesmo modo como é feito para um T.E.P. simples, podemos chegar as ex

pressões que relacionam dois eixos da caixa (vide figura 2.1), ou seja:

$$M_a = \frac{(i'_o \eta'_o W'_1 - 1)}{i_o \eta_o W_1 - 1} M_b \quad (2.12)$$

$$M_c = - \frac{i_o \eta_o W_1 i_v M_a}{\eta_{TS}} \quad (2.13)$$

$$M_b = \left(\frac{1}{i_o \eta_o W_1} - 1 \right) \frac{\eta_{TS}}{i_v} \cdot \frac{1}{(i'_o \eta'_o W'_1 - 1)} \cdot M_c \quad (2.14)$$

Sendo o rendimento do sistema expresso pelo quociente entre o fluxo de potência que sai e o fluxo de potência que entra a análise se reduz a três situações: aceleração, frenagem e velocidade constante, cujos perfis propostos foram descritos no capítulo anterior. Assim sendo, tem-se:

(a) Aceleração

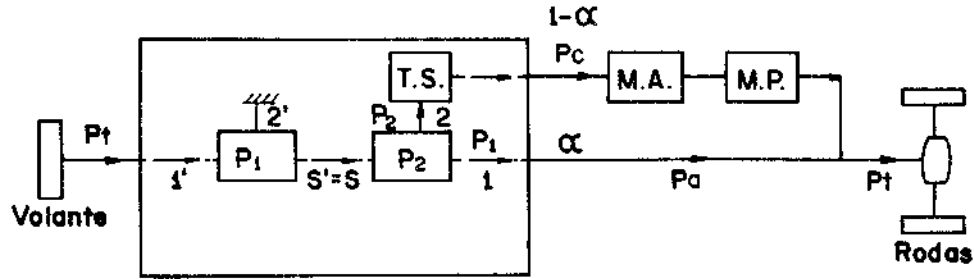
Como descrito no apêndice 1, o rendimento neste caso possui a seguinte forma:

$$\eta_b \begin{matrix} \nearrow c \\ \searrow a \end{matrix} = - \frac{M_c \omega_c + M_a \omega_a}{M_b \omega_b} \quad (2.15)$$

ou seja,

$$\eta_b \begin{matrix} \nearrow c \\ \searrow a \end{matrix} = \frac{\left(\frac{1}{i_o \eta_o W_1} - 1 \right) \cdot i_v \cdot \eta_{TS} \cdot \frac{1}{(i'_o \eta'_o W'_1 - 1)} \cdot \frac{\omega_b}{\omega_a}}{1 + \frac{i_v \eta_{TS}}{i_o \eta_o W_1} \left\{ \frac{(1-i_o)}{(1-i'_o)} \frac{\omega_b}{\omega_c} + \frac{i_o}{i_v} \right\}} \quad (2.16)$$

Para a análise da equação (2.16) é necessário determinarmos o sinal de W_1 e W'_1 . O fluxo de potência nesta fase é no sentido volante-rodas do veículo, conforme esquema da figura 2.3.



P_t - Pot. total (armazenada no volante)
 P_c - Pot. bifurcada no eixo c
 P_a - Pot. bifurcada no eixo a

Figura 2.3 - Esquema da bifurcação de potência na aceleração.

Neste caso, temos para ambos os planetários P_1 e P_2 , a configuração do fluxo de potência no interior do planetário representada na figura 2.4.

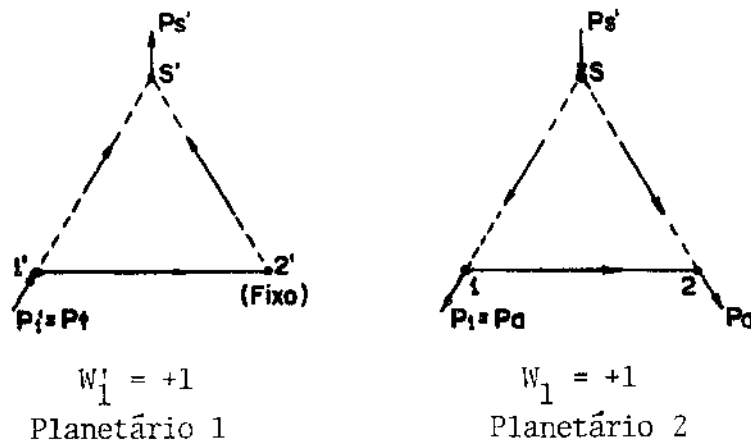


Figura 2.4 - Representação esquemática do fluxo de potência
(a) planetário 1; (b) planetário 2.

A porcentagem de potência transferida aos eixos "c" e "a" será, respectivamente:

$$\frac{P_2}{P_s} = - \frac{M_2 \omega_2}{M_s \omega_s} = \frac{-\eta_o W_1}{1 - i_o \eta_o W_1} \left(\frac{\omega_1}{\omega_s} - (1 - i_o) \right) \quad (2.17)$$

$$\frac{P_1}{P_s} = \frac{-M_1 \omega_1}{M_s \omega_s} = - \frac{1}{i_o \eta_o W_1 - 1} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_s} \quad (2.18)$$

Considerando $\eta_0 = 1$, podemos escrever, sem perda de generalidade,

$$\frac{P_2}{P_S} = 1 - \alpha \quad \text{e} \quad \frac{P_1}{P_S} = \alpha \quad (2.19)$$

onde

$$\alpha = \left(\frac{1}{1 - i_0} \right) \frac{\omega_1}{\omega_S} = \left(\frac{1 - i'_0}{1 - i_0} \right) \frac{\omega_1}{\omega_b} \quad (2.20)$$

A figura 2.5 mostra a variação de α , dentro da faixa de operação do sistema. Através desta e da equação 2.20, determina-se o sinal de W_1 . ($P_2 > P_1$).

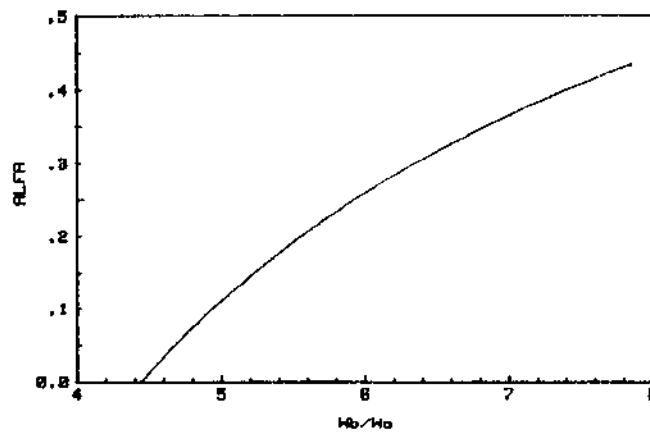


Figura 2.5 - Variação de α dentro da faixa de operação do modelo.

(b) velocidade constante

Analogamente à fase anterior, o rendimento nesta etapa pode ser descrito por:

$$\eta_{c \rightarrow b} = \frac{-M_b \omega_b}{M_c \omega_c} \quad (2.21)$$

ou seja,

$$\eta_{c \rightarrow b} = \left(\frac{1}{i_0 \eta_0 W_1} - 1 \right) \frac{\eta_{TS}}{i_v} \cdot \frac{1}{(i'_0 \eta'_0 W_1 - 1)} \cdot \frac{\omega_b}{\omega_c} \quad (2.22)$$

A figura 2.6 mostra um esquema da bifurcação de potência nesta fase. O eixo "a" é desacoplado, e o fluxo de potência é no sentido motor auxiliar - volante.

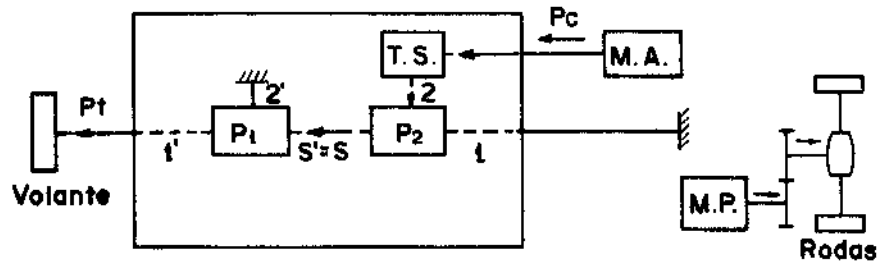


Figura 2.6 - Esquema de bifurcação de potência para manter a velocidade do veículo.

Do mesmo modo anterior, a representação esquemática do fluxo de potência no interior da caixa planetária é mostrado na figura 2.7.

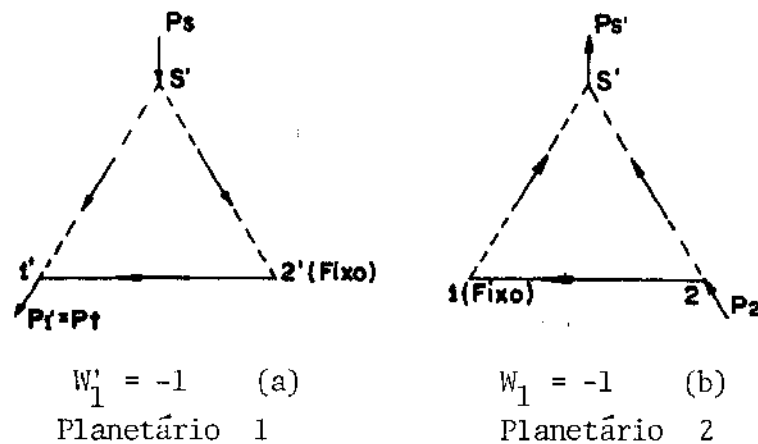


Figura 2.7 - Representação esquemática do fluxo de potência
(a) planetário 1; (b) planetário 2.

Através da figura 2.7, vemos que os sinais de W_1 e W_1' nesta etapa ficam automaticamente determinados.

(c) Frenagem

Nesta fase, o rendimento do sistema é determinado por:

$$\eta_{c \rightarrow b} = - \frac{M_b \omega_b}{M_c \omega_c + M_a \omega_a} \quad (2.23)$$

ou ainda:

$$\eta_{c \rightarrow b} = \frac{1 + \frac{i_v \eta_{TS}}{i_o \eta_o W_1'} \left\{ \frac{1-i_o}{i-i_o} \frac{\omega_b}{\omega_a} + \frac{i_o}{i_v} \right\}}{\left(\frac{1}{i_o \eta_o W_1'} - 1 \right) i_v \eta_{TS} \frac{1}{(i_o' \eta_o' W_1' - 1)} \frac{\omega_b}{\omega_c}} \quad (2.24)$$

A figura 2.8 mostra um esquema da bifurcação de potência na fase de frenagem c, a configuração do fluxo de potência no interior da caixa planetária é representada na figura 2.9.

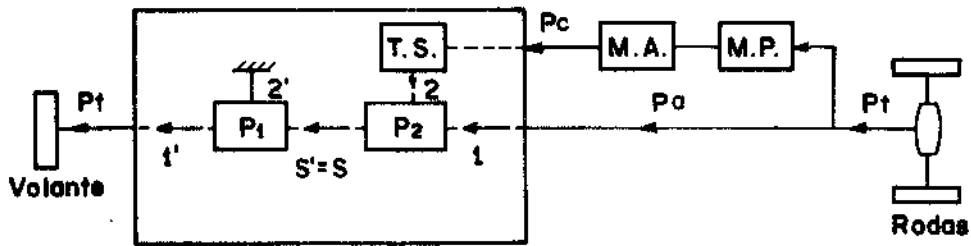


Figura 2.8 - Esquema da bifurcação de potência na etapa de frenagem.

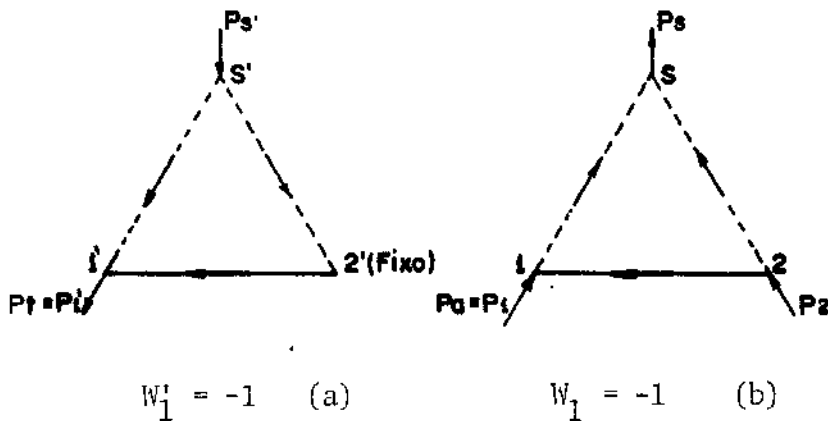


Figura 2.9 - Configuração do fluxo de potência.
(a) Planetário 1; (b) Planetário 2.

A porcentagem de potência bifurcada por "c" e "a" ao eixo "b" será, então:

$$\frac{P_S}{P_2} = - \frac{M_S \omega_S}{M_2 \omega_2} = - \left(\frac{1}{i_0 \eta_0^{W_1}} - 1 \right) \cdot \frac{i_0}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_S} - (1 - i_0) \right)} \quad (2.25)$$

$$\frac{P_S}{P_1} = - \frac{M_S \omega_S}{M_1 \omega_1} = - \frac{(i_0 \eta_0^{W_1} - 1)}{\frac{\omega_1}{\omega_S}} \quad (2.26)$$

Finalmente, considerando-se $\eta_0 \approx 1$, podemos escrever:

$$\frac{P_S}{P_2} = \frac{1}{1 - \alpha} \quad \text{e} \quad \frac{P_S}{P_1} = \frac{1}{\alpha} \quad (2.27)$$

Como $P_2 > P_1$, vemos claramente pelo valor de α (figura 2.5), que o sinal de W_1 será negativo ($W_1 = -1$).

CAPÍTULO 3

CONTROLE DO MODELO ATRAVÉS DE MODULAÇÃO EM LARGURA DE PULSO (MLP)

Como já citado na introdução deste trabalho, só é possível obter-se rendimento máximo da T.E.P. composto, quando as faixas de velocidades pré-estabelecidas são mantidas por um controlador. Neste capítulo desenvolveremos um modelo matemático de um controlador através de modulação por largura de pulso (MLP), que atuará em um dos motores de tração.

Esta análise matemática diz respeito a linearização da equação recorrente da função de comutação, da qual os pontos de equilíbrio serão determinados e, a análise de estabilidade destes pontos será feita utilizando-se o "método das transformações pontuais de Poincaré-Andronov".

3.1. INTRODUÇÃO

O problema fundamental do sistema de bifurcação de potência utilizado é que as velocidades angulares de cada elemento do redutor devem ser mantidas dentro de faixas pré-estabelecidas para que o rendimento do mesmo, seja máximo. Sendo o acionamento elétrico do sistema feito por motores c.c., de excitação independente, e controle na armadura, mantendo-se fixa a corrente de campo, o controle mais apropriado é aquele feito por meio de recortadores ("chopper"), já que o mesmo além de outras vantagens, proporciona uma economia considerável de energia, e torna-se indispensável caso a fonte de alimentação for uma bateria.

Em estudos anteriormente realizados por Bottura [6] e Palhares [7] mostrou-se que em controle de máquinas por MLP, utilizando-se recortadores e/ou inversores, existem regiões de instabilidade local, além das instabilidades globais. E neste caso, o sistema opera em altas rotações, a ocorrência dos tipos de oscilações escritas, são sem dúvida indesejáveis, pois ocorrem com amplitudes de ondulação elevadas, podendo acarretar danos ao sistema, além de tornar insegura a sua utilização em transportes.

Sendo o processo extremamente complicado, visto que há possibilidade de fluxo de energia em dois sentidos e a necessida-

de de dois motores para acioná-lo, torna-se necessário assumir al gumas hipóteses simplificadoras para procedermos a uma primeira análise. Nosso modelo matemático levará em consideração o contro- le de velocidade somente de um motor, acoplado a uma inércia equi- valente, conforme o esquema apresentado na figura 3.1.



Figura 3.1 - Esquema simplificado do processo.

Saliente-se que a ocorrência de instabilidades no mode- lo simplificado implicará, muito provavelmente, que o processo glo- bal apresentará tal comportamento por necessitar de um sistema de controle mais sofisticado e portanto mais sujeito à instabilidades.

O sinal de modulação pode ser obtido de duas maneiras distintas: por amostragem natural ou uniforme. Caso a largura dos pulsos dependa do valor de referência amostrado a intervalos de tempos iguais diz-se que está havendo amostragem uniforme, e se a largura dos pulsos for função do valor de referência no ins- tante de tempo em que ocorre o bordo do pulso deslocado de sua po- sição de repouso, a amostragem é dita natural.

A modulação por amostragem natural permite uma realiza- ção prática mais simples que a uniforme, embora, o tratamento ma- temático para fins de análise seja mais complicado. Isto deve-se ao fato de ser a largura do pulso, neste caso, expressa implica- mente como função do estado no instante de comutação, ou seja, na modulação por amostragem natural um sinal de comutação periódico adequado é adicionado à referência e a combinação passa por um de- tetor de nível que comanda o comutador, como mostra a figura 3.2.

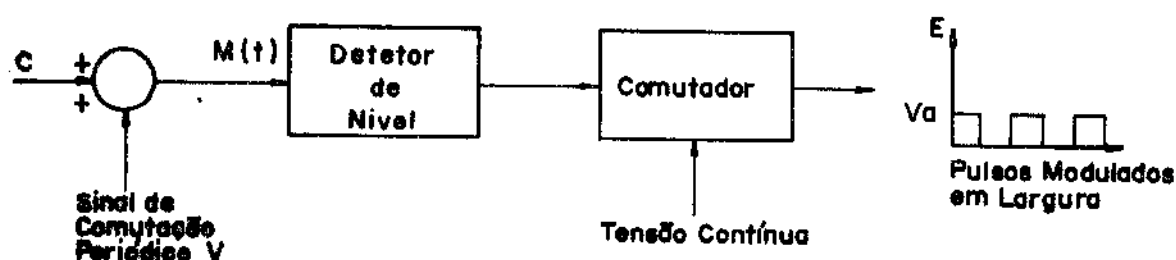


Figura 3.2 - Modulador por amostragem natural.

Como sinal de comutação é possível utilizarmos um sinal dente de serra, triangular ou mesmo senoidal. Nos dois primeiros casos haverá linearidade entre o valor médio da saída do comutador e a referência. A frequência dos pulsos obtidos será, então, igual a frequência do sinal de comutação, que deve ser constante.

Para regulação da tensão deve-se fechar a malha do sistema: o comutador é comandado pelo sinal de erro, diferença entre a referência e o sinal de velocidade como mostra a figura 3.3, onde unimos em um só bloco o detetor de nível e o comutador. Utilizamos, neste caso, um controlador proporcional, onde o sinal de controle é adicionado ao sinal de comutação e o sinal resultante comanda o comutador.

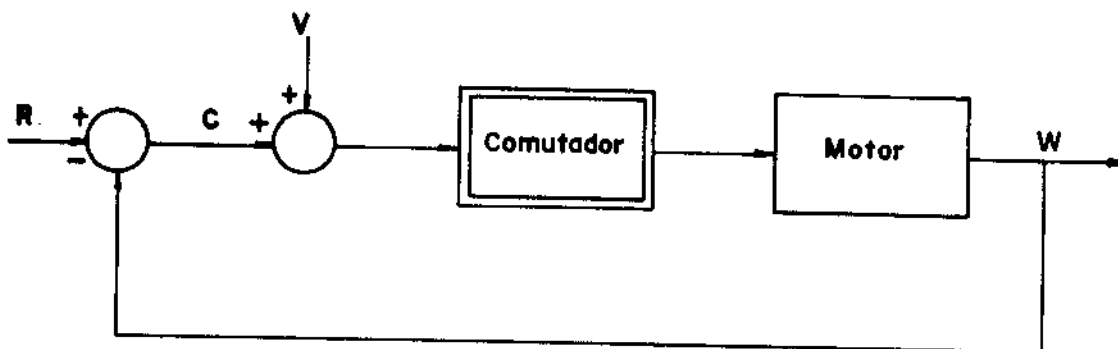


Figura 3.3 - Diagrama de blocos do sistema.

Através do comutador a tensão de alimentação V_a é comutada com frequência constante e aplicada ao motor. Por meio de um transdutor mede-se a velocidade ω do motor que é comparada com a tensão R no detector de erro. O sinal resultante é manipulado por um controlador de tensão, que envia um sinal para o recortador.

Durante o intervalo de condução do "recortador" a tensão V_a é aplicada ao motor e a velocidade no mesmo deve crescer, enquanto que durante o intervalo de não condução do recortador a velocidade do motor deve decrescer. Assim pela variação do intervalo de condução por período (ciclo de trabalho do recortador), controlamos o valor médio da tensão aplicada a armadura do motor.

3.2. EQUAÇÕES DO MODELO

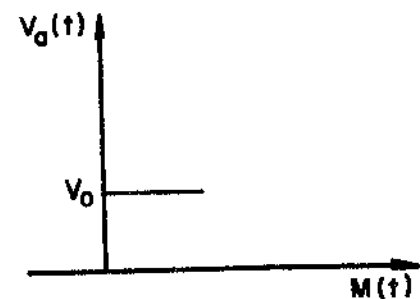
O próximo passo é o modelamento matemático do sistema a partir de suas equações eletromecânicas, referenciadas no apêndice 3. Assim sendo, temos para um motor D.C. de excitação independente, com corrente de campo fixa as seguintes equações:

$$V_a(t) = R_a I_a(t) + L_a \frac{dI_a(t)}{dt} + K_b \omega(t) \quad (3.1)$$

$$J_{eq} \dot{\omega}(t) = K_T I_a(t) \quad (3.2)$$

onde

$$V_a(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } M(t) < 0 \\ V_0 & \text{para } M(t) \geq 0 \end{cases}$$



Sendo,

- $V_a(t)$ - tensão nos terminais da armadura
- $I_a(t)$ - corrente de armadura
- L_a - indutância da armadura
- R_a - resistência da armadura
- K_T, K_b - constantes eletromecânicas
- J_{eq} - inércia equivalente do sistema
- V_0 - tensão nominal do motor
- $M(t)$ - sinal digital definido na fig. 3.2.

De posse das equações (3.1), (3.2) e, baseando-se na figura 3.3, podemos representar o sistema completo através do diagrama de blocos esquematizado na figura 3.4, onde através de um transdutor de velocidade, compara-se a velocidade do motor ω , com um sinal de referência R num detetor de erro. Este sinal resultante é adicionado através de um controlador proporcional K ao sinal de comutação que comandará o motor através da condução ou não do recortador.

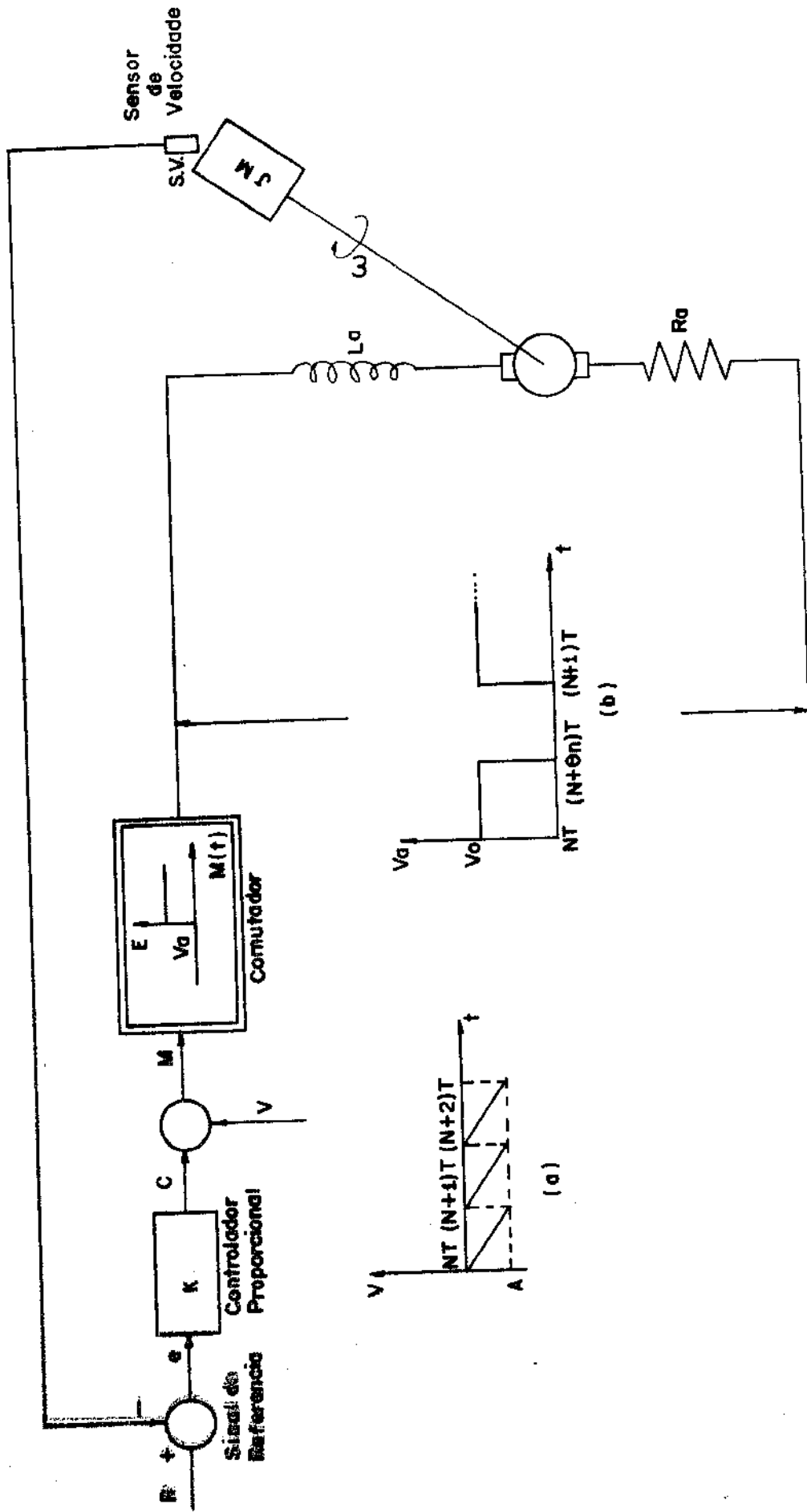


Figura 3.4 - Diagrama de blocos do modelamento do sistema.

(a) Sinal de comutação dente - de - serra.

(b) Sinal de tensão V_a aplicado na armadura do motor.

Como mostrado na figura 3.4, o sinal de erro é dado por:

$$e = R - \omega \quad , \quad R \geq 0 \quad (3.3)$$

O sinal de controle C, por sua vez, será uma tensão contínua proporcional ao sinal de erro, com constante de proporcionealidade K, ou seja:

$$C = K \cdot e \quad (3.4)$$

Sendo o sinal de comutação V um dente-do-serra de período T, tal que:

$$V = -A(t - NT) \quad \text{com} \quad NT \leq t < (N+1)T, \quad (3.5)$$

onde t é o tempo real, A é a amplitude constante do sinal dente-de-serra e $N=0,1,2,\dots,\infty$, podemos escrever:

$$M(t) = C + V \quad (3.6)$$

Nota-se pela equação (3.6) que dependendo da polaridade de M(t) o recortador conduzirá ou não.

Visto que o modelo apresenta diversos parâmetros variáveis, uma normalização do mesmo torna-se necessária [7]. Propõe-se uma normalização no tempo e em magnitude. Assim, uma variável de tempo adimensional é escrita na forma:

$$\theta = \frac{t}{T} - N \quad (3.7)$$

onde T é o período de amostragem constante,
N é o n-ésimo período adimensional.

Podemos reescrever, então as equações (3.1) e (3.2) em termos da variável θ , dado que:

$$\omega(t) = \omega(0) \quad (3.8)$$

ou seja,

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{d\omega(\theta)}{d\theta} = \frac{1}{T} \dot{\omega}(0) \quad (3.9)$$

$$\frac{d^2\omega(t)}{dt^2} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \cdot \frac{d^2\omega(\theta)}{d^2\theta} = \frac{1}{T^2} \ddot{\omega}(0) \quad (3.10)$$

Assim sendo temos:

$$\dot{\omega}(\theta) = T \frac{K_T}{J} I_a(\theta) \quad (3.11)$$

$$TV_a(\theta) = T R_a I_a(\theta) + L_a \dot{I}_a(\theta) + K_b T \omega(\theta) \quad (3.12)$$

e a tensão modulada nos terminais da armadura será:

$$V_a(\theta) = \begin{cases} V_o & \text{para } 0 \leq \theta < \theta_N \\ 0 & \text{para } \theta_N \leq \theta < 1 \end{cases}$$

Estas equações representam o modelo matemático do processo normalizado no tempo. A normalização em magnitude poderá ser feita definindo-se variáveis adimensionais $Z(\theta)$, $I(\theta)$ e $u(\theta)$ correspondendo, respectivamente a velocidade angular, corrente e tensão adimensionais do motor. Estas variáveis podem ser definidas como:

$$Z(\theta) = \frac{J R_a}{K_T L_a i_o} \omega(\theta) \quad \text{com} \quad \frac{J R_a}{K_T L_a i_o} c_{te} \quad \forall t,$$

$$i(\theta) = \frac{I_a(\theta)}{i_a} \quad \text{e} \quad u(\theta) = \frac{V_a(\theta)}{R_a i_o}$$

onde i_o é a corrente nominal de armadura do motor.

Definindo-se λ_i como o inverso da constante de tempo adimensional, tem-se:

$$\lambda_i = \frac{T}{\tau_i} \quad (3.13)$$

onde,

$$\lambda_1 = \frac{K_b K_T}{R_a J} T \quad \text{e} \quad \lambda_2 = \frac{R_a}{L_a} T$$

e, a partir dos dados anteriormente obtidos, conseguimos finalmente, o modelo mormalizado em tempo e magnitude:

$$\dot{Z}(\theta) = \lambda_2 I(\theta) \quad (3.14)$$

$$\dot{I}(\theta) = \lambda_2 I(\theta) - \lambda_1 Z(\theta) + \lambda_2 u(\theta)$$

O sinal de erro para o sistema em malha fechada, com realimentação de velocidade e com ganho de realimentação K_r será então:

$$E(\theta) = R(\theta) - K_r \omega(\theta) \quad (3.15)$$

Expressando-se a equação (3.15) na forma adimensional e, representando realimentação unitária, tem-se:

$$\epsilon(\theta) = r - Z(\theta) \quad (3.16)$$

com

$$\epsilon(\theta) = \frac{J R_a}{K_T L_a V_o K_r} \dot{E}(\theta) \quad \text{e} \quad r = \frac{J R_a}{K_T L_a V_o K_r} R.$$

Uma vez que estamos interessados na simulação digital ,

escreveremos o modelo na forma de representação de estado. Assim sendo, seja o seguinte vetor de estado:

$$X(\theta) = \begin{bmatrix} x_1(\theta) \\ x_2(\theta) \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda_2} \begin{bmatrix} Z(\theta) \\ I(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

A dinâmica do sistema expressa por sua equação de estado e por sua equação de medição, será então:

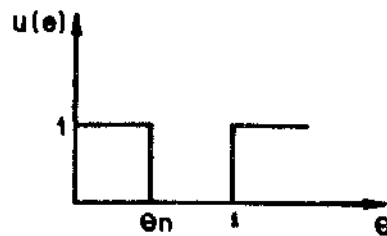
$$\begin{aligned} \dot{X}(\theta) &= AX(\theta) + b u(\theta) \\ Y(\theta) &= cX(\theta) \end{aligned} \quad 0 \leq \theta < 1 \quad (3.18)$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \lambda_2 \\ -\lambda_1 & -\lambda_2 \end{bmatrix} ; \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad e \quad c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A variável de controle $u(\theta)$ será dada por:

$$u(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{para } 0 \leq \theta < \theta_N \\ 0 & \text{para } \theta_N \leq \theta < 1 \end{cases} \quad (3.19)$$



onde θ_N é a largura adimensional do n -ésimo pulso positivo de tensão do motor.

A figura 3.5 esquematiza o sistema de controle do processo em malha com realimentação de estado e controle proporcional expresso pelas equações (3.15), (3.18) e (3.19).

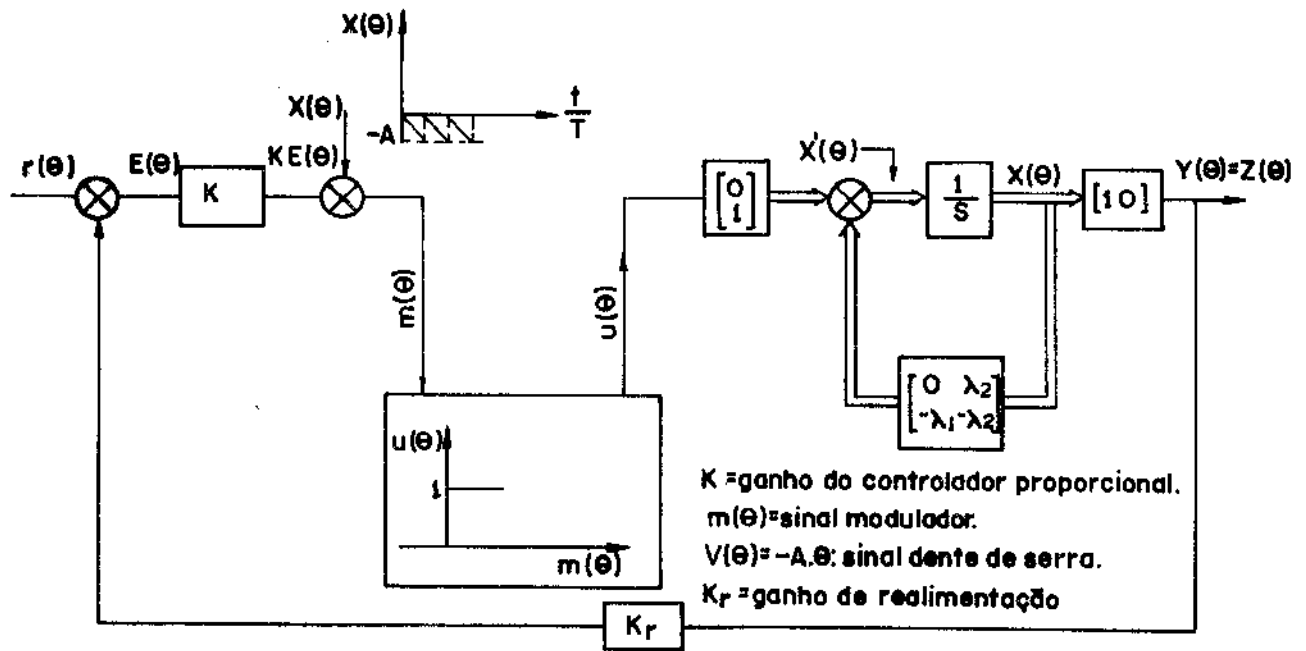


Figura 3.5 - Diagrama de blocos do controlador proporcional e o processo controlado com MLP por amostragem natural.

Para obtermos a solução completa da equação dinâmica expressa em (3.18), empregamos o método da variação de parâmetros [8] a partir de um dado instante θ_0 , ou seja:

$$\begin{aligned}
 \underline{x}(\theta) &= e^{\underline{A}(\theta-\theta_0)} \cdot \underline{x}(\theta_0) + \int_{\theta_0}^{\theta} e^{\underline{A}(\theta-\tau)} \underline{b} \underline{u}(\tau) d\tau \\
 &= \phi(\theta-\theta_0) \underline{x}(\theta_0) + \int_{\theta_0}^{\theta} \phi(\theta-\tau) \underline{b} \underline{u}(\tau) d\tau
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

onde $\phi(\theta-\theta_0) = e^{\underline{A}(\theta-\theta_0)}$ é conhecida como matriz de transição de estado.

Como já mostrado na figura 3.5, a função de comutação $u(\tau)$ assume valores discretos 0 ou 1. Deste modo para acharmos a solução da equação (3.18), analisaremos 2 intervalos a saber:

(a) Para o primeiro intervalo do período com $\theta \in (0, \theta_N]$ a solução da equação (3.19) com $u(\tau)=1$, é:

$$X(\theta_N) = e^{A\theta_N} X(0) + e^{A\theta_N} \int_0^{\theta_N} e^{-A\tau} b d\tau. \quad (3.21)$$

(b) a solução, após a comutação, isto é, $\theta \in (0, 1-\theta_N]$, com $u(\tau) = 0$ será:

$$X(\theta) = e^{A\theta} X(0_N) \quad (3.22)$$

Para a resolução das equações (3.21) e (3.22) é necessário determinar-se os auto-valores da matriz A expressa em (3.18). Resolvendo-se a equação $\det(A-SI)=0$, chega-se a:

$$S = \frac{-\lambda_2 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{\lambda_1}{\lambda_2}}}{2} \begin{cases} S_1 = -\lambda_1 \\ S_2 = -\lambda_2 \end{cases} \text{ para } \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \ll 1 \quad (3.23)$$

De posse dos auto-valores da matriz A , calcula-se a matriz de transição de estado pelo método de Cayley-Hamilton [9], ou seja:

$$\begin{aligned} e^{-\lambda_1 \theta} &= \alpha_0 - \lambda_1 \alpha_1 \\ e^{-\lambda_2 \theta} &= \alpha_0 - \lambda_2 \alpha_1 \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\text{onde, } \alpha_0 = \frac{\lambda_2 e^{-\lambda_1 \theta} - \lambda_1 e^{-\lambda_2 \theta}}{\lambda_2 - \lambda_1} \text{ e } \alpha_1 = \frac{e^{-\lambda_1 \theta} - e^{-\lambda_2 \theta}}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

Como $\phi(\theta) = e^{A\theta} = \alpha_0 I + \alpha_1 A$, tem-se:

$$\phi(\theta) = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_2 \theta} - \lambda_2 e^{-\lambda_1 \theta}}{\lambda_1 - \lambda_2} & \frac{\lambda_2 (e^{-\lambda_2 \theta} - e^{-\lambda_1 \theta})}{\lambda_1 - \lambda_2} \\ \frac{\lambda_1 (e^{-\lambda_1 \theta} - e^{-\lambda_2 \theta})}{\lambda_1 - \lambda_2} & e^{-\lambda_2 \theta} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Através da matriz de transição $\phi(\theta)$ é possível determinarmos os pontos de equilíbrio do sistema, a partir da resolução das equações (3.21) e (3.22). Para tanto basta calcularmos a solução destas equações nos intervalos $[\theta_N, 1-\theta_N]$. Assim sendo, temos:

$$X_{\theta_N} = X(\theta_N) = \phi(\theta_N) X_N + J(\theta_N) \quad \text{para } [\theta_N, 1-\theta_N] \quad (3.26)$$

onde $X_N = X(\theta) = X(0)$, e $J(\theta_N) = \int_0^{\theta_N} \phi(\theta_N - \tau) b d\tau$.

Levando-se em conta a equação (3.25), obtém-se para $J(\theta_N)$ a seguinte expressão:

$$J(\theta_N) = \begin{bmatrix} \frac{-\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \left[\frac{1}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 \theta_N}) - \frac{1}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 \theta_N}) \right] \\ \frac{-1}{\lambda_2} [1 - e^{-\lambda_2 \theta_N}] \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Se substituirmos $J(\theta_N)$ na solução geral (3.20), e calcularmos esta equação no instante de tempo $\theta=1-\theta_N$, que corresponde ao fim do n -ésimo período de amostragem, e início do próximo período de amostragem (X_{N+1}), chega-se a:

$$X_{N+1} = X(1-\theta_N) = \phi(1-\theta_N) \cdot X(\theta_N) + J(1-\theta_N) \quad (3.28)$$

Sabendo-se que $J(1-\theta_N)=0$, e observando-se o valor de $X(\theta_N)$ dado através da equação (3.26), podemos reescrever a equação (3.28), como:

$$X_{N+1} = \phi(1-\theta_N) \cdot \phi(\theta_N) X_N + \phi(1-\theta_N) \cdot J(\theta_N) \quad (3.29)$$

que é uma equação recorrente não linear e implícita, de segunda ordem, associada ao modelo adimensional do sistema.

Devido a complexidade do problema simplificaremos as ex

pressões matemáticas envolvidas no modelo do seguinte modo:

$$T(\lambda) = \phi(1-\theta_N) \phi(\theta_N) = \phi(1) \quad (3.30)$$

$$H(\theta_N) = \phi(1-\theta_N) J(\theta_N)$$

Assim, chega-se a:

$$T(\lambda) = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_2} - \lambda_2 e^{-\lambda_1}}{\lambda_1 - \lambda_2} & \frac{\lambda_2 (e^{-\lambda_2} - e^{-\lambda_1})}{\lambda_1 - \lambda_2} \\ \frac{\lambda_1 (e^{-\lambda_1} - e^{-\lambda_2})}{\lambda_1 - \lambda_2} & e^{-\lambda_2} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$H(\theta_N) = \begin{bmatrix} H_1(\theta_N) \\ H_2(\theta_N) \end{bmatrix}$$

que definem a nova equação recorrente não linear e implícita expressa por:

$$X_{N+1} = T(\lambda) X_N + H(\theta_N) \quad (3.32)$$

Pode-se observar, que a obtenção dos pontos de equilíbrio do sistema, depende da resolução da equação (3.31). Para tanto, é necessário considerarmos um ciclo completo de chaveamento do motor, esquematizado na figura 3.6.

Tomando-se para referência os bordos posteriores $X_1, X_2, \dots, X_n$ (vide figura 3.6) e, levando-se em consideração o sinal modulador $m(\theta)$ representado na figura 3.5, podemos escrever:

$$g(X_N, \theta_N) = m(\theta) \Big|_{\theta=\theta_N} = K_r \cdot E(\theta_N) - A\theta_N \quad (3.33)$$

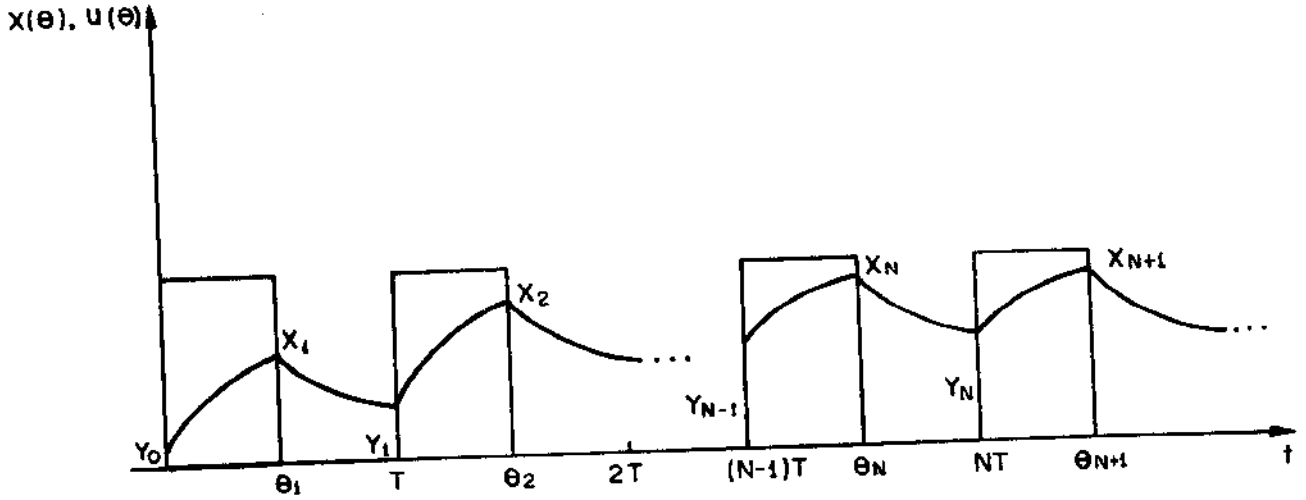


Figura 3.6 - Ciclo completo de chaveamento de um motor.

Substituindo-se o valor do sinal de erro $E(\theta)$ expresso em (3.15), temos:

$$g(X_N, 0_N) = \bar{K} \left\{ r - c \left[\phi(0_N) X_N + J(0_N) \right] \right\} - 0_N \quad (3.34)$$

onde

$$\bar{K} = \frac{K_r}{\Lambda}$$

Como o ponto de equilíbrio X_p pode ser expresso por:

$$X_p = X_{N+1} = X_N, \quad (3.35)$$

que representa uma situação de regime permanente periódico (figura 3.6), teremos nestas condições $\theta_N = \theta_p$, isto é o p-ésimo pulso positivo em regime permanente periódico. Aplicando-se esta condição nas equações (3.32) e (3.34) chegamos a:

$$(I - T(\lambda)) \underline{X}_p = \underline{H}(\theta_p) \quad (3.36)$$

e

$$g(X_p, \theta_p) = \bar{K} \left\{ r - c \left[\phi(\theta_p) X_p + J(\theta_p) \right] \right\} - \theta_p = 0 \quad (3.37)$$

Através da equação (3.37), obtém-se o lugar geométrico dos pontos de equilíbrio, que formam uma família de curvas $\bar{K}_X \lambda_2$, dentro do período de amostragem, parametrizados em θ_p (figura 3.7). O apêndice 4 apresenta detalhadamente, as expressões computacionais utilizadas no desenvolvimento deste item.

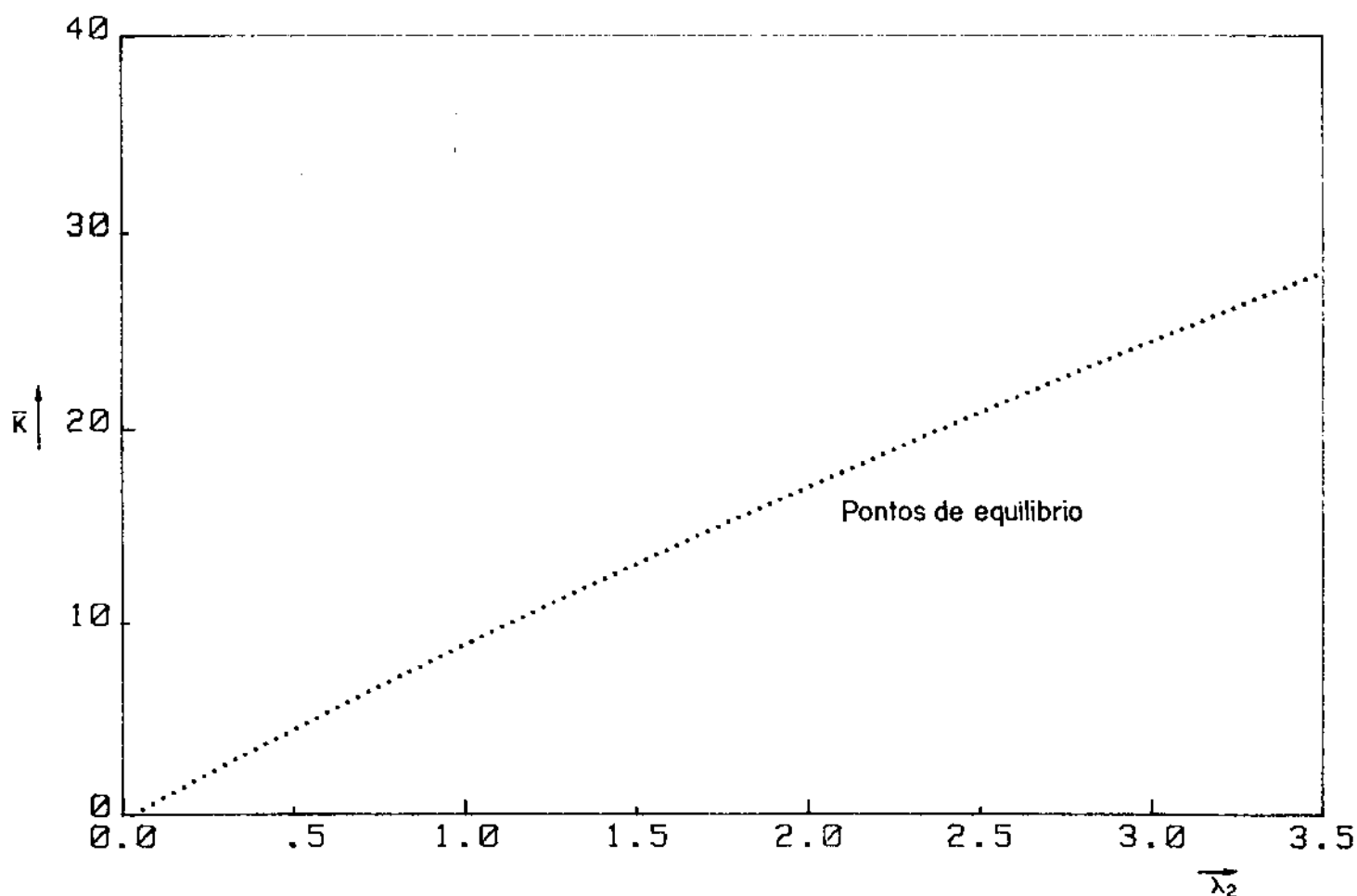


Figura 3.7 - Região dos pontos de equilíbrio do sistema.

3.3. ANÁLISE DE ESTABILIDADE DOS PONTOS DE EQUILÍBRIO

Para análise de estabilidade do sistema, a equação recorrente (3.32) será linearizada na vizinhança do ponto de equilíbrio, designado genericamente por $P_0(X_1, X_2, \theta_p)$. Essa expressão linearizada através da série de Taylor, será:

$$X_{N+1} = X_p + \phi(1)\delta X_N + h(\theta_p)\delta \theta_N \quad (3.38)$$

onde δX_N e $\delta \theta_N$ definem uma vizinhança em torno do ponto de equilíbrio, caracterizada por pequenas perturbações que afetam o de-

sempenho do processo, e definidas por:

$$\delta X_N = \begin{bmatrix} X_{1N} - X_{1p} \\ X_{2N} - X_{2p} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \delta \theta_N = \theta_N - \theta_p. \quad (3.39)$$

Deseja-se encontrar uma matriz A_r , associada a um sistema recorrente linear de 2ª ordem, cuja estabilidade dependerá das raízes de sua equação característica. Porém, nota-se através da equação de comutação (3.37) que θ_N é implícito ao vetor de estado $X(\theta_N)$, pela função de comutação $g(X_N, \theta_N)$, conseqüentemente explicitaremos θ_N por aproximação linear [6] através da relação:

$$\theta_N = \theta_p + \frac{1}{\left. \frac{\partial g}{\partial \theta_N} \right|_{p_0}} \cdot \langle \nabla g(X_p, \theta_p), \delta X_N \rangle \quad (3.40)$$

onde $\nabla g(X_p, \theta_p) = \left[\left. \frac{\partial g}{\partial X_{1N}} \right|_{p_0} \quad \left. \frac{\partial g}{\partial X_{2N}} \right|_{p_0} \right]$, isto é, o gradiente de g , aplicado no ponto duplo.

O vetor $h(\theta_p)$ é definido como o primeiro termo da expansão de Taylor do vetor $H(\theta_N)$, no ponto θ_p (vide equação 3.31), ou seja:

$$h(\theta_p) = \left[\left. \frac{\partial H_1(\theta_N)}{\partial \theta_N} \right|_{p_0} \quad \left. \frac{\partial H_2(\theta_N)}{\partial \theta_N} \right|_{p_0} \right]^T \quad (3.41)$$

onde H_1 e H_2 são componentes de $H(\theta_N)$

Assim, a equação 3.38, torna-se:

$$X_{N+1} - X_p = \phi(1) \delta X_N - \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial H_1(\theta_N)}{\partial \theta_N} \right|_{p_0} \\ \left. \frac{\partial H_2(\theta_N)}{\partial \theta_N} \right|_{p_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial g}{\partial X_{1N}} \right|_{p_0} & \left. \frac{\partial g}{\partial X_{2N}} \right|_{p_0} \\ \left. \frac{\partial g}{\partial \theta_N} \right|_{p_0} & \left. \frac{\partial g}{\partial \theta_N} \right|_{p_0} \end{bmatrix} \cdot \delta X_N \quad (3.42)$$

que por sua vez pode ser reescrita como um sistema recorrente de 2ª ordem, dado por:

$$\Delta X_{N+1} = A_r \Delta X_N \quad (3.43)$$

onde,

$$A_r = \phi(1) + \begin{bmatrix} \left. \begin{array}{c} -\frac{\partial H_1}{\partial \theta_N} \\ \frac{\partial g}{\partial \theta_N} \end{array} \right|_{p_0} \cdot \frac{\partial g}{\partial X_1} & \left. \begin{array}{c} -\frac{\partial H_1}{\partial \theta_N} \\ \frac{\partial g}{\partial \theta_N} \end{array} \right|_{p_0} \cdot \frac{\partial g}{\partial X_2} \\ \left. \begin{array}{c} -\frac{\partial H_2}{\partial \theta_N} \\ \frac{\partial g}{\partial \theta_N} \end{array} \right|_{p_0} \cdot \frac{\partial g}{\partial X_1} & \left. \begin{array}{c} -\frac{\partial H_2}{\partial \theta_N} \\ \frac{\partial g}{\partial \theta_N} \end{array} \right|_{p_0} \cdot \frac{\partial g}{\partial X_2} \end{bmatrix}$$

é uma matriz 2x2, definida no apêndice 4.

A estabilidade local do ponto duplo será garantida para um conjunto de parâmetros que tornam os auto-valores da matriz A_r , em módulo estritamente menores que a unidade [8]. Neste caso dizemos que o ponto duplo será assintoticamente estável. A fronteira deste domínio de estabilidade contém os pontos correspondentes a pelo menos um auto-valor unitário. Neste caso devemos lembrar que pelo senso de Lyapunov o ponto duplo será estável, porém não assintoticamente, caracterizando um caso crítico [10].

3.4. CONDIÇÃO DE ESTABILIDADE

A condição de estabilidade local exige que as raízes da equação característica da recorrência, $\det[\mu I - A_r] = 0$, sejam menores que um em módulo. O plano de parâmetros do sistema de 2ª ordem em estudo, onde T_1 é o traço de A_r e T_2 é o determinante de A_r é apresentado na figura 3.8.

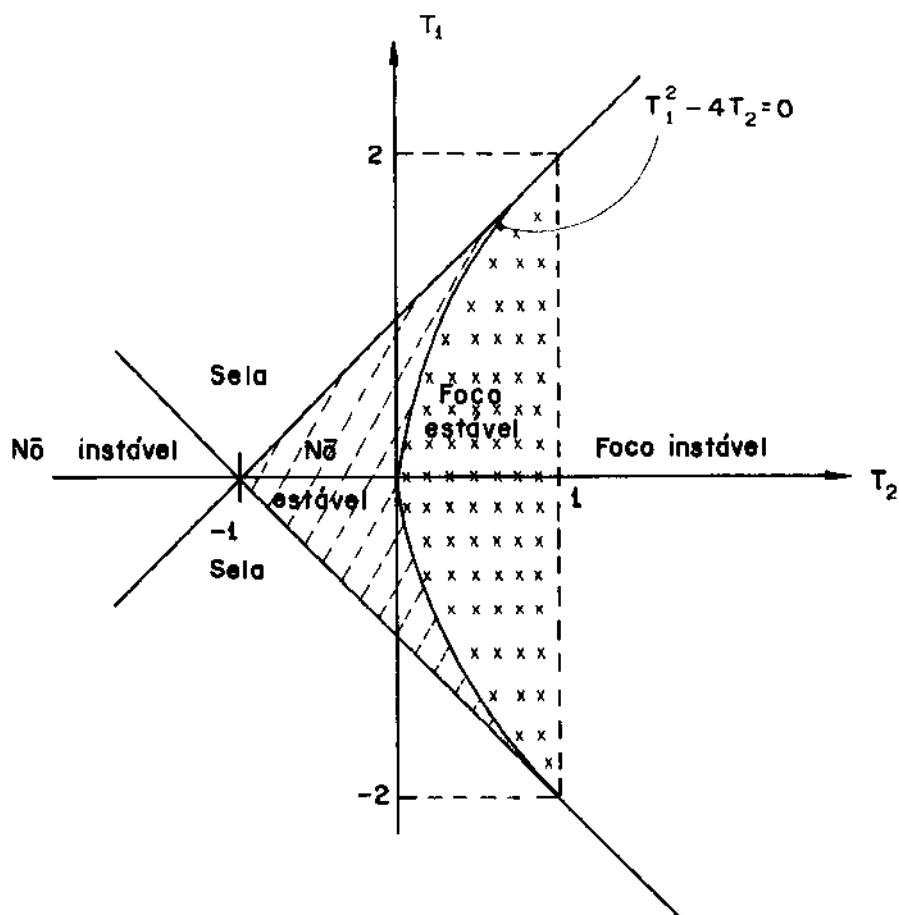


Figura 3.8 - Plano de Parâmetros $T_1 \times T_2$

A partir da figura 3.8, obtemos as fronteiras da região de estabilidade [6], ou seja:

$$\begin{aligned}
 T_2 &< 1 \\
 T_2 - T_1 + 1 &> 0 \\
 T_2 + T_1 + 1 &> 0
 \end{aligned}
 \tag{3.44}$$

3.4. RESULTADOS

A simulação digital das equações (3.37) e (3.44), que definem respectivamente o lugar geométrico dos pontos de equilíbrio e suas fronteiras da região de estabilidade, nos permite representar graficamente a fronteira da região globalmente estável [11] do sistema apresentado na figura 3.4, bem como suas instabilidades locais em função de diferentes parâmetros. Assim, a figura 3.9 apresenta a análise de estabilidade global e local do sistema levando-se em conta um sinal de referência igual a 0,5.

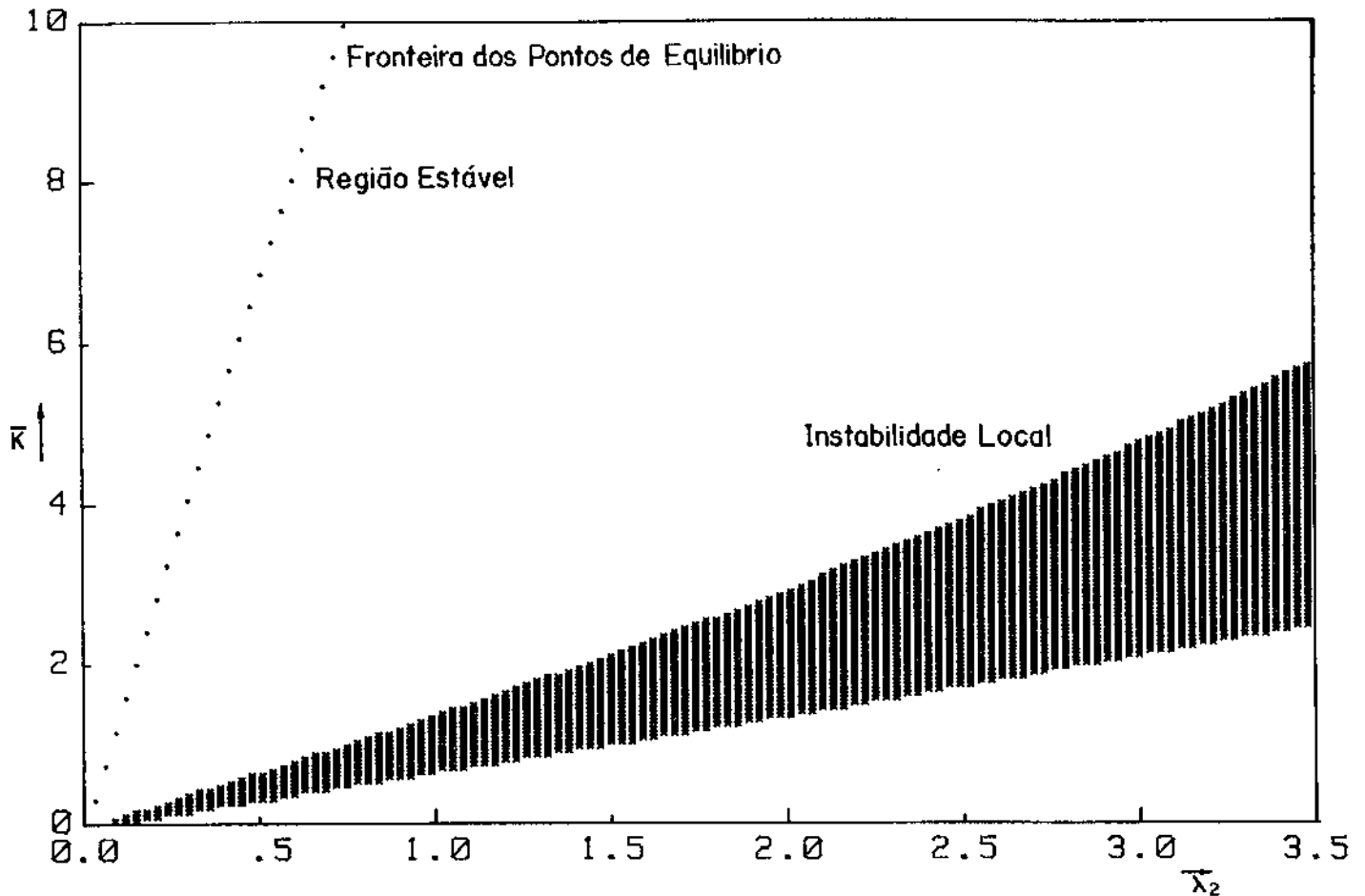


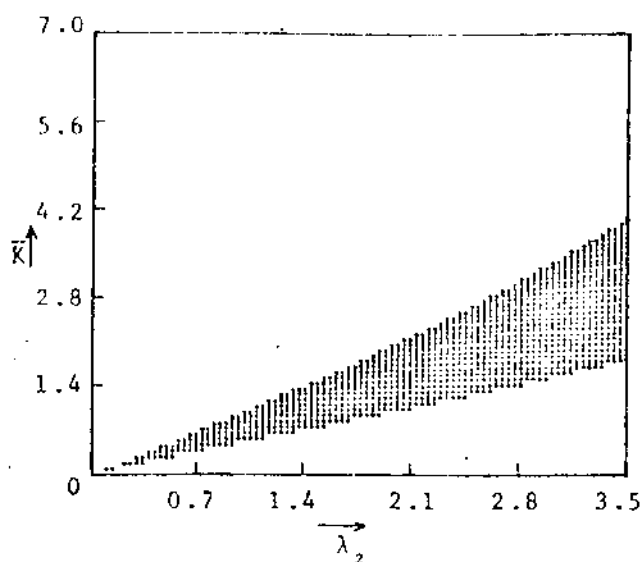
Figura 3.9 - Análise de estabilidade do sistema.

Como o interesse maior está na variação das instabilidades locais a alguns parâmetros do sistema a figura 3.10 apresenta dois resultados para diferentes valores do sinal de referência e dois resultados para diferentes inércias acopladas ao motor.

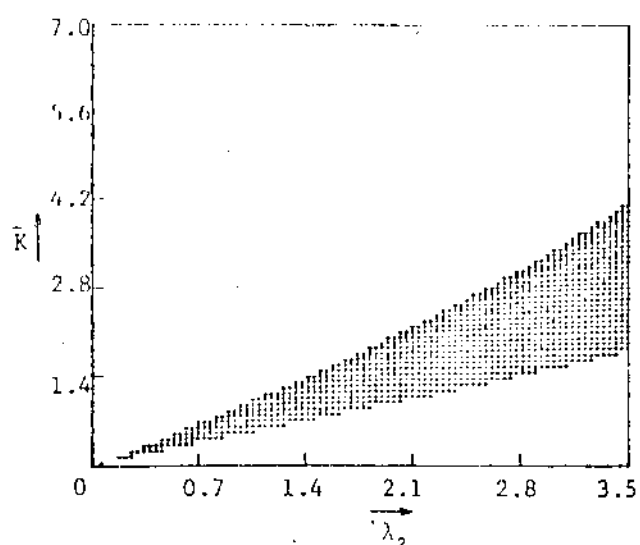
Os resultados apresentados mostram que, enquanto, as regiões de instabilidade local são independentes do sinal de referência, o mesmo não acontece com as relações de inércia carga/motor.

Pode-se concluir que quanto maior for esta relação menor será a região de instabilidade local. Tal resultado era esperado, já que a carga age como um filtro para frequências mais elevadas.

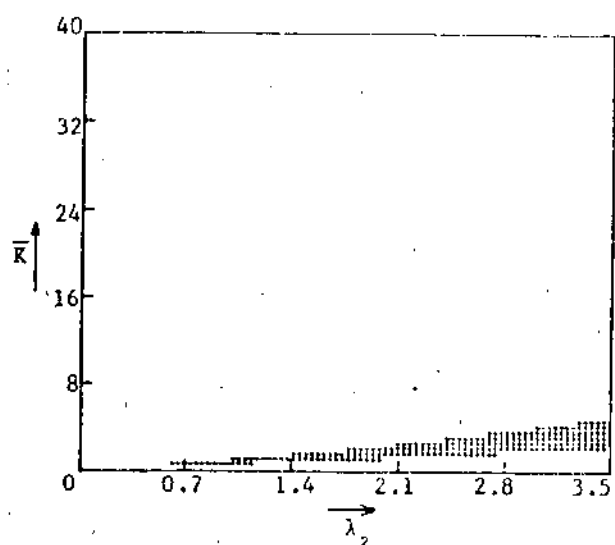
Mais ainda, de forma geral pode-se afirmar que o acionamento de uma carga por um motor de c.c. controlado através de rectorador com MLP pode apresentar regiões instáveis nas vizinhanças de seus pontos de operação, justificando assim, que se faça um estudo de estabilidade.



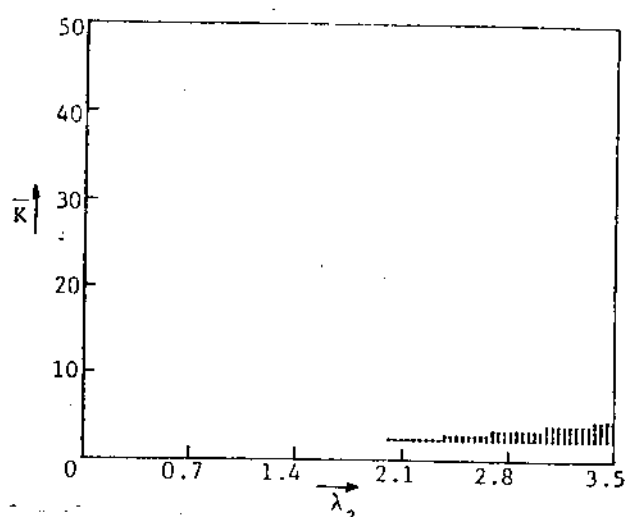
a) Região de instabilidade local para um motor cc-excitação independente, com corrente de campo constante e desconectado da carga; $r=1$.



b) Região de instabilidade local para um motor cc-excitação independente, com corrente de campo constante e desconectado da carga; $r=0,001$.



c) Região de instabilidade, com o motor acoplado à carga com uma relação entre as suas inércias de 300.



d) Região de instabilidade, com o motor acoplado a um volante com uma inércia 3.000 vezes maior que a do motor.

Figura 3.10 - Regiões de instabilidade do modelo.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DINÂMICA DO SISTEMA UTILIZANDO A TÉCNICA DE
MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA

Devido ao fato de estarmos projetando um sistema de controle para uma caixa de engrenagens planetárias, que aciona um volante à altas rotações, é necessário fazer-se um estudo dinâmico da transmissão, visando determinar as frequências naturais da mesma.

Neste capítulo analisaremos dinamicamente o sistema utilizando-se a técnica de matriz de transferência [apêndice 2], através da discretização do sistema em vários nós e matrizes associadas aos vetores de estado de cada nó.

Como desenvolvido nos capítulos anteriores, proporemos, inicialmente, um modelo genérico para análise de um veículo híbrido e, nos restringindo posteriormente ao modelo teórico/experimental de uma caixa de engrenagens planetária.

Para efeito de análise consideremos inicialmente as operações de aceleração e frenagem do veículo esquematizado na figura 4.1a.

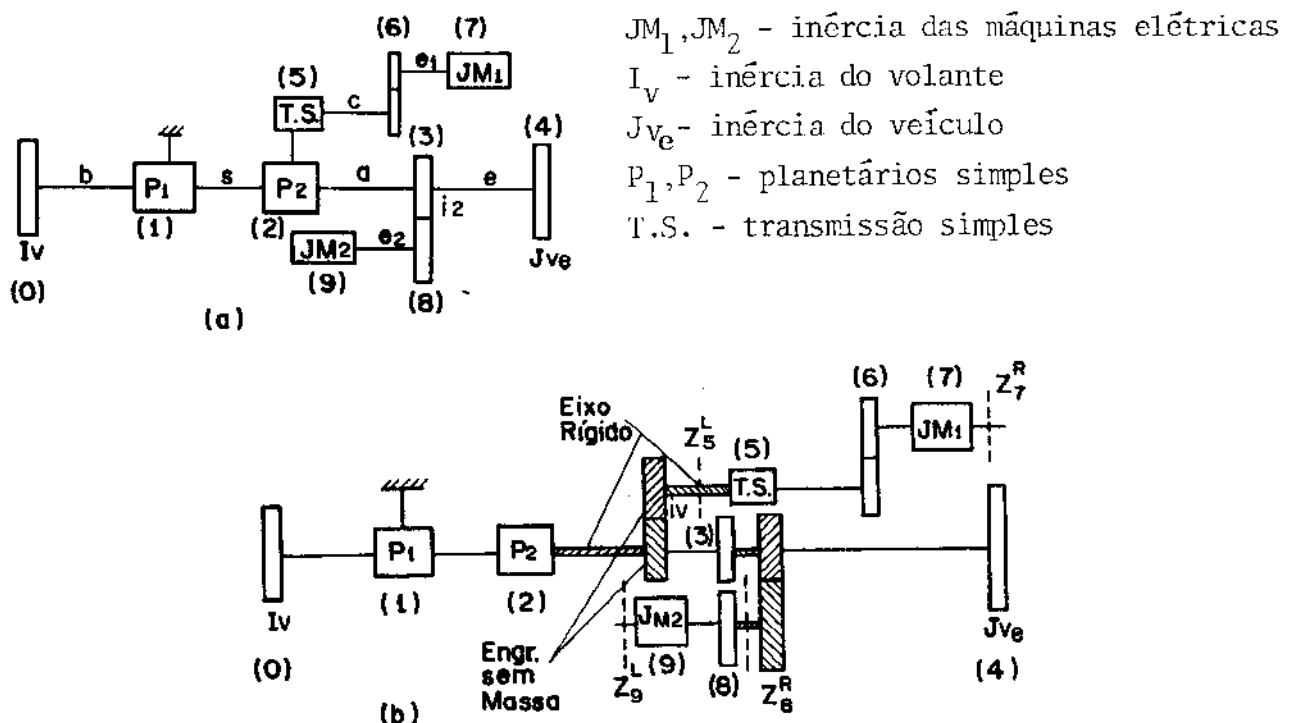


Figura 4.1 (a) - Esquema simplificado do sistema mecânico.

(b) - Sistema substituto para aplicação da técnica de matriz de transferência.

Na figura 4.1a é escolhido o ramo 01234 como sistema principal e os ramos 567 e 89 como sistema bifurcado. Torna-se mais conveniente [12, 13] representar o sistema como é mostrado na figura 4.1b, onde as engrenagens sem massa (hachuradas) são utilizadas para representar a bifurcação de potência. Os sub-escritos L e R representam, respectivamente, o lado esquerdo e direito.

As variáveis de estado são o deslocamento angular ϕ e o torque M representando o vetor de estado $\{Z\}_n$ num dado ponto n . A seguir, será calculada a matriz de transferência associada ao sistema com o objetivo de determinarmos as frequências naturais torcionais do mesmo.

4.1. MODELO TEÓRICO

A figura 4.1b pode ser reduzida a nós, representando os estados associados ao modelo, conforme mostra a figura 4.2.

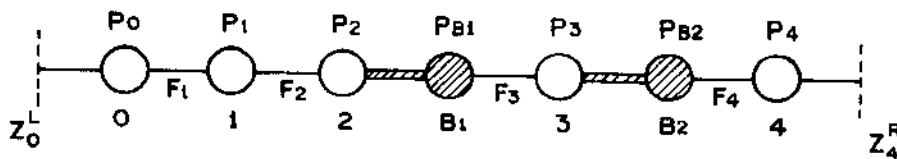


Figura 4.2 - Esquema dos estados e matrizes associadas ao sistema reduzido.

A relação entre $\{Z_0\}^L$ e $\{Z_4\}^R$, pode ser escrita como:

$$\{Z_0\}_{2 \times 1}^L = P_0 \cdot F_1 \cdot P_1 \cdot F_2 \cdot P_2 \cdot P_{B1} \cdot F_3 \cdot P_3 \cdot P_{B2} \cdot F_4 \cdot P_4 \{Z_4\}_{2 \times 1}^R \quad (4.1)$$

onde as matrizes P_i , F_i , são respectivamente as matrizes de ponto e campo associadas ao modelo [12], e são apresentadas na tabela 4.1, no final deste capítulo. As matrizes P_{B1} e P_{B2} representam as bifurcações de potência, respectivamente nos ramos 567 e 89.

Esquemáticamente a representação gráfica da relação entre os nós 5 e 7 pode ser representada na figura 4.3.

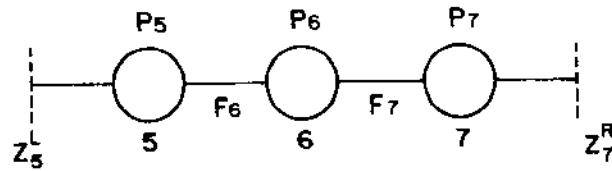


Figura 4.3 - Esquema simplificado do ramo 567 da bifurcação.

A matriz que associa Z_5^L e Z_7^R , pode, então, ser escrita como:

$$\{Z_5^L\}_{2 \times 1} = P_5 \cdot F_6 \cdot P_6 \cdot F_7 \cdot P_7 \{Z_7^R\}_{2 \times 1} \quad (4.2)$$

Através da figura 4.1b vemos que a relação entre Z_5^L e Z_7^R , considerando livre o lado direito da bifurcação, isto é, $Z_7^R = [\phi \ 0]^T_7$, tem a forma (vide [14]):

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_5^L = \begin{bmatrix} U_1 \\ S_1 \end{bmatrix} \{\phi\}_7^R \quad (4.3)$$

onde $\begin{bmatrix} U_1 \\ S_1 \end{bmatrix}_{2 \times 1}$ é a matriz de transferência que associa o nó 7 ao 5.

Eliminando-se ϕ_7 da expressão (4.3), tem-se:

$$M_5^L = S_1 U_1^{-1} \phi_5 \quad (4.4)$$

E ainda, levando-se em consideração a transmissão de torque no ponto de bifurcação (figura 4.4), relacionamos o eixo do motor auxiliar com o eixo do volante, através das seguintes equações:

$$\phi_5 = i_v \phi_2 \quad (4.5)$$

$$M_2^R = M_2^M - M_5^L \quad (4.6)$$

onde i_v é a relação de transmissão associada a engrenagem.

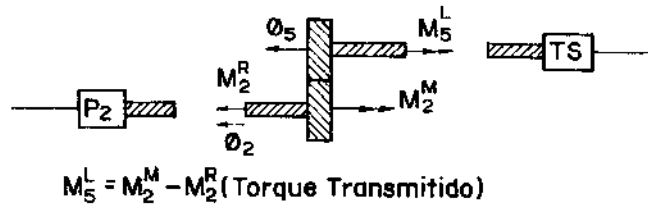


Figura 4.4 - Transmissão de torque na conexão de bifurcação (P_{B1})

Substituindo-se (4.4) em (4.6), tem-se finalmente:

$$M_2^R = M_2^M - i_v \phi_2 S_1 U_1^{-1} \quad (4.7)$$

que representa a transmissão de torque no ponto de bifurcação.

A partir dessa expressão, obtemos a matriz ponto associada a bifurcação de potência entre os eixos "c" e "a".

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_2^R = [P_{B1}] \begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_2^M \quad (4.8)$$

com

$$[P_{B1}] = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & & 0 \\ \hline & -i_v S_1 U_1^{-1} & 1 \end{array} \right]$$

onde U_1 , S_1 são encontrados a partir da equação (4.2).

De forma semelhante, podemos chegar a matriz ponto que relaciona o eixo do motor principal (e_1) com o eixo do veículo (a) ou seja, a relação entre Z_9^L e Z_8^R . Conforme mostra a figura 4.5, esta relação pode ser escrita como:

$$\{Z_9\}_L = P_9 \cdot F_3 \cdot P_3 \{Z_8\}_R \quad (4.9)$$

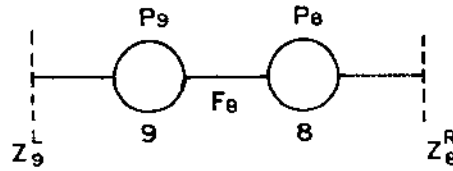


Figura 4.5 - Esquema simplificado do ramo 8-9 da bifurcação.

Analogamente, a relação entre $\{Z_9\}^L = \{\phi_0\}_9^T$ e Z_8^R pode ser reescrita como:

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_8^R = \begin{bmatrix} U_2 \\ S_2 \end{bmatrix} \{\phi\}_9^R \quad (4.10)$$

onde $\begin{bmatrix} U_2 \\ S_2 \end{bmatrix}_{2 \times 1}$ é a matriz de transferência que associa o nó 9 ao 8.

Eliminando-se ϕ_9 da expressão (4.10), chega-se a:

$$M_8^R = S_2 U_2^{-1} \phi_8 \quad (4.11)$$

Considerando-se, ainda, a transmissão de torque no ponto de bifurcação (figura 4.6) e a relação de transmissão i_2 entre as engrenagens, o eixo do motor principal é relacionado com o eixo do veículo, a partir das equações descritas a seguir:

$$\phi_8 = i_2 \phi_3 \quad (4.12)$$

$$M_3^R = M_3^M - M_8^R \quad (4.13)$$

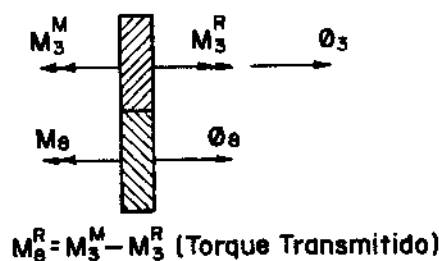


Figura 4.6 - Transmissão de torque na conexão de bifurcação (P_{B2}).

e substituindo-se as equações (4.11) e (4.12) em (4.13), chegamos a expressão que relaciona as variáveis de estado dos dois eixos, ou seja:

$$M_3^R = M_3^M - i_2 \phi_3 S_2 U_2^{-1} \quad (4.14)$$

Conseqüentemente, a matriz ponto associada a (4.14) será:

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_3^R = \begin{bmatrix} P_{B2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_3^M \quad (4.15)$$

$$P_{B2} = \left[\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ \hline -i_2 S_2 U_2^{-1} & 1 \end{array} \right]$$

De posse das expressões (4.3) e (4.15) é possível construir-se uma tabela contendo as matrizes de transferência envolvidas no modelo, mostrada a seguir.

$P_0: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\omega^2 J_V & 1 \end{bmatrix}$	
$F_1: \begin{bmatrix} 1 & 1/K_b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$P_1: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \omega_1^2 (1 + \frac{I_2}{I_0}) + (1 + \frac{1}{I_0} (1 + \frac{I_2}{I_0})) \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} & i_0 n_0 K_1^{-1} \end{bmatrix}$
$F_2: \begin{bmatrix} 1 & 1/K_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$P_2: \begin{bmatrix} \frac{1-i_0}{1-\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} i_0} & 0 \\ \frac{-\omega^2}{i_0 n_0 - 1} \frac{i_0 - 1}{\omega_1^2} (1 + \frac{I_2}{I_0}) + (1 + \frac{1}{I_0} (1 + \frac{I_2}{I_0})) \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} & (i_0 n_0 K_1 - 1)^{-1} \end{bmatrix}$
$F_3: \begin{bmatrix} 1 & 1/K_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$P_3: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\omega^2 J_3 & 1 \end{bmatrix}$
$F_4: \begin{bmatrix} 1 & 1/K_e \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$P_4: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\omega^2 J_{ve} & 1 \end{bmatrix}$
Matriz de Bifurcação P_{B_1}	
$P_5: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -J_{TS} \omega^2 & 1 \end{bmatrix}$	
$F_6: \begin{bmatrix} 1 & 1/K_c \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$P_6: \begin{bmatrix} \frac{-r_1}{r_2} & 0 \\ r_1 r_2 (\frac{I_1 + I_2}{r_1^2 r_2^2}) \omega^2 & \frac{-r_2}{r_1} \end{bmatrix}$
$F_7: \begin{bmatrix} 1 & 1/K_{e_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$P_7: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\omega^2 J_{M1} & 1 \end{bmatrix}$
Matriz de Bifurcação P_{B_2}	
$P_9: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -J_{M2} \omega^2 & 1 \end{bmatrix}$	
$F_8: \begin{bmatrix} 1 & 1/K_{e_2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$P_8: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -J_{e_2} \omega^2 & 1 \end{bmatrix}$

Tabela 4.1 - Matrizes de transferência associadas ao modelo

4.2. RESULTADOS

Como foi citado no início deste capítulo, a análise experimental restringir-se-á a caixa de transmissão e volante do veículo híbrido detalhado no item 4.1. Neste item nos restringiremos a obtenção de valores das grandezas físicas de uma bancada que será analisada no próximo capítulo. De posse destes dados uma simulação digital no modelo matemático proposto será feita.

A situação que analisaremos é aquela que está havendo armazenamento de energia no volante, isto é, o fluxo de potência é no sentido motor auxiliar-volante. Sem perda de generalidade, a figura 4.7 mostra um esquema simplificado do sistema em estudo, no qual o ramo 8-9 é desconsiderado, pois ele não transmite potência.

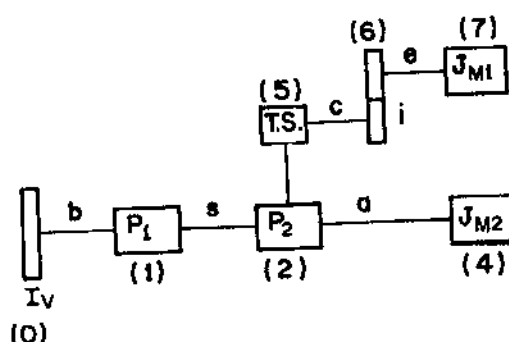


Figura 4.7 - Esquema simplificado do sistema mecânico.

Para o estudo das frequências naturais de vibração torsional, foram levantadas as constantes de rigidez (K) e os momentos de inércia (I) dos componentes do sistema desde o volante até os motores que acionam o sistema.

Os momentos de inércia destes componentes foram estimados a partir da equação:

$$I = \int_0^R r^2 dm \quad (4.16)$$

onde m = massa do elemento
 r = raio de giração

enquanto as constantes de rigidez (K), foram determinadas através da equação:

$$K = \frac{G \cdot J_o}{\ell} \quad (4.17)$$

onde ℓ - comprimento do eixo

G - módulo de elasticidade transversal.

com $J_o = \frac{\pi D_e^4}{32}$, para eixos redondos e cheios,

e $J_o = \frac{\pi}{32} (D_e^4 - D_i^4)$, para eixos redondos e ocos.

onde D_e , D_i , são respectivamente, os diâmetros externos e internos dos eixos.

Em nosso modelo não foram considerados os momentos de inércias dos eixos, pois seus valores são muito pequenos em relação aos outros elementos constituintes do sistema, o mesmo acontecendo para as rigidez dos dentes dos engrenamentos, por serem muito altas em relação ao sistema global. Assim sendo, o modelo apresentado na figura 4.7, pode ser substituído, para efeito de obtenção das matrizes de transferência pelo esquema da figura 4.8.

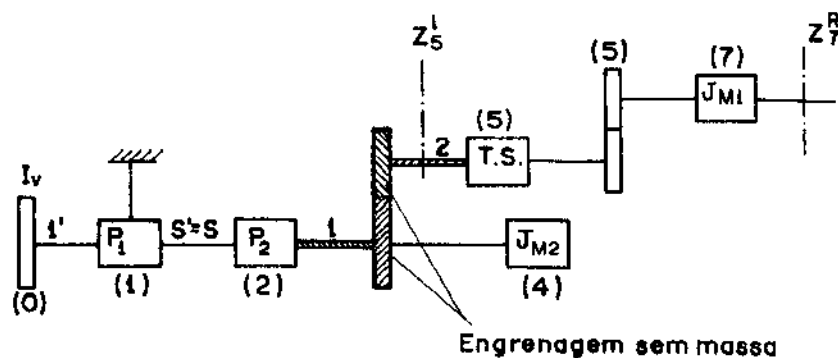


Figura 4.8 - Esquema substituto para aplicação da técnica de matriz de transferência.

Reduzindo-se, o sistema a vários nós, associado a seus vetores de estado, conforme mostra a figura 4.9,

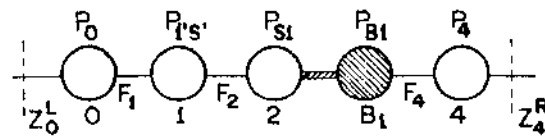


Figura 4.9 - Esquema dos estados e matrizes associados ao sistema reduzido.

obtém-se a relação entre $\{Z_0\}^L$ e $\{Z_4\}^R$ como sendo:

$$\{Z_0\}^L = P_0 \cdot F_1 \cdot P_{1s} \cdot F_2 \cdot P_{2s} \cdot P_{B1} \cdot F_4 \cdot P_4 \{Z_4\}^R \quad (4.18)$$

onde as matrizes P_i , F_i são respectivamente as matrizes de ponto e campo associadas ao modelo experimental, apresentadas na tabela 4.1.

A determinação das frequências naturais do sistema é feita através da condição de contorno $Z_4^R = \{\phi \ 0\}^T$, isto é a extremidade direita é considerada livre, ou seja $M_4^R = 0$.

A tabela 4.2 apresenta os valores dos momentos de inércia e constantes de rigidez que simulam o sistema torcional em estudo. A figura 4.10 por sua vez, mostra as duas frequências encontradas em nosso modelo matemático.

```

** Razoes basicas **
* Io=-2.56 *
* Iol=-5.10 *
* Iv=-1 *
* Its=2 *
** Inercias **
* I1=3.2*10E(-7) *
* I2=7.0E(-6) *
* Is=1.5E(-7) *
* I11=1.2E(-9) *
* I12=7.0E(-7) *
* I1s=1.5E(-7) *
* Jts=1.0E(-9) *
* Jm1=1.0E(-9) *
* Jm2=1.0E(-9) *
* J1=1.0E(-9) *
* J2=1.0E(-9) *
* Jv=6.3E(-5) *
** Rigidez **
* Kc=2.0E(8) *
* Ke=6.0E(8) *
* Ke1=6.0E(8) *
* Ks=3.4E(8) *
* Kb=2.0E(8) *
* Ka=10 E(8) *

```

Tabela 4.2 - Valores utilizados na simulação do problema em um computador.

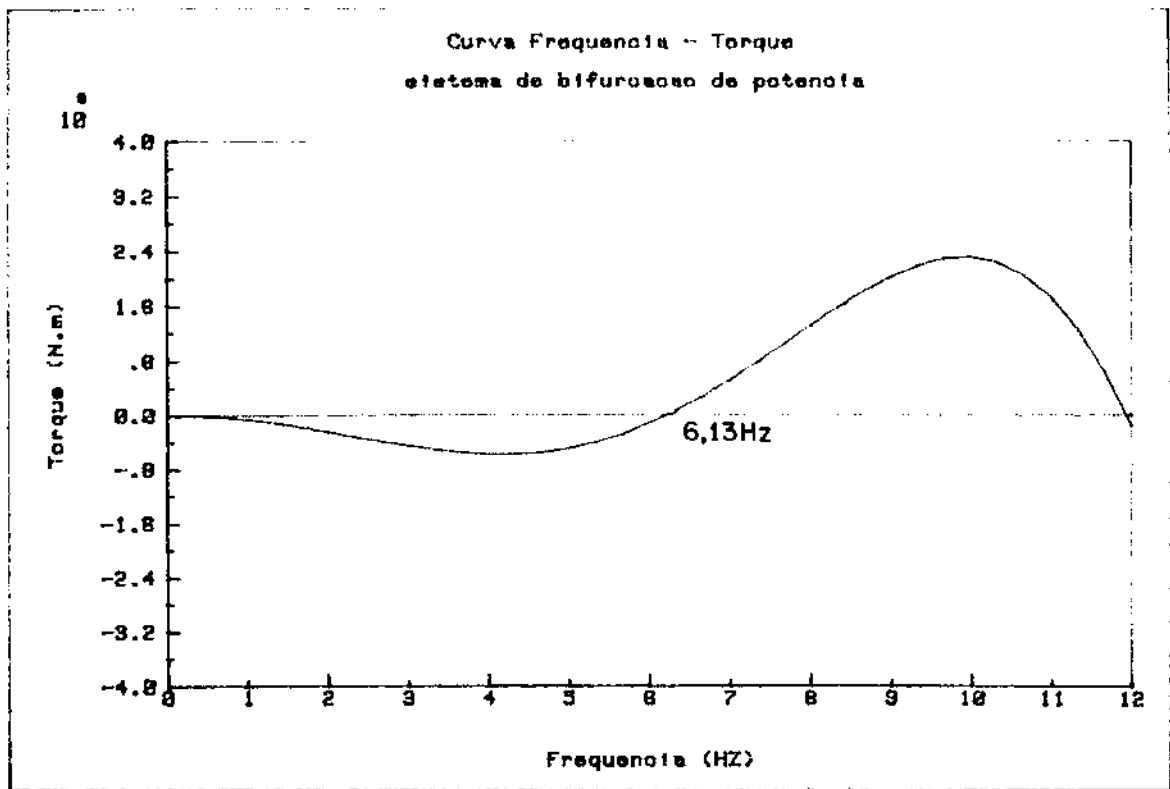


Figura 4.10 - Curva frequência-torque.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE EXPERIMENTAL

Neste capítulo objetivamos determinar, através de simulação, o rendimento de um protótipo de uma T.E.P. composto com controle de velocidade, bem como o comportamento dinâmico do mesmo.

O método utilizado para a determinação do rendimento baseia-se na obtenção de dados básicos tais como torque e velocidade e a partir destes, determina-se as perdas no sistema [15].

Num segundo item será analisado a resposta em frequência do sistema a dois tipos diferentes de excitação (impulsiva e senoidal). [16, 17, 18].

A figura 5.1 apresenta uma visão geral da bancada, utilizada na simulação citada, onde pode-se notar os principais elementos.

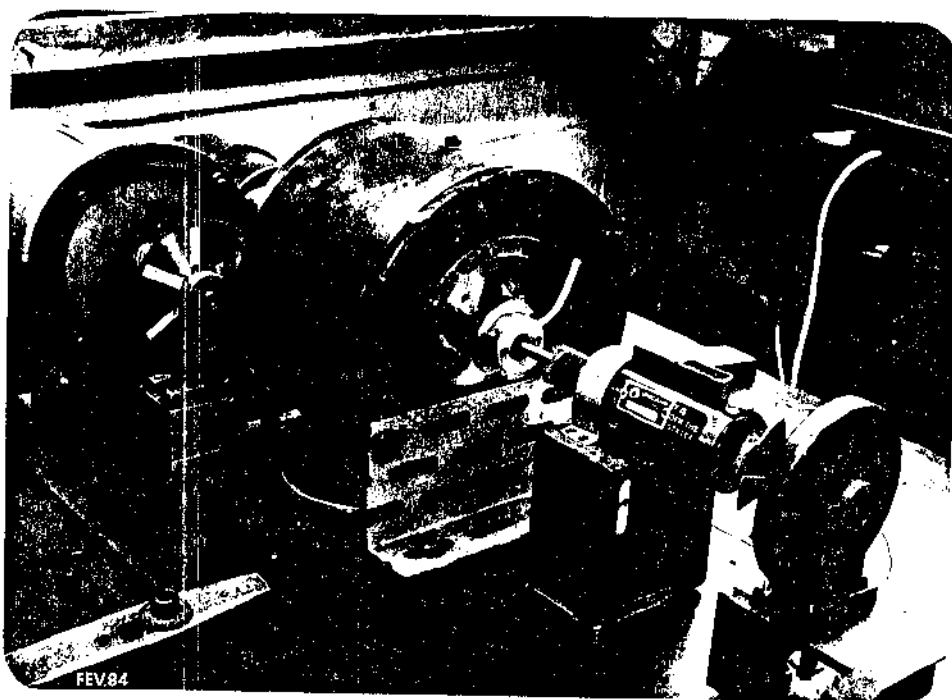


Figura 5.1 - Bancada utilizada para ensaio da transmissão.

5.1. ENSAIO DE RENDIMENTOS DE UM SISTEMA DE BIFURCAÇÃO DE POTÊNCIA

O rendimento de um mecanismo pode ser expresso como a razão entre o fluxo de potência que sai deste mecanismo e o fluxo de potência que entra. Portanto ele pode ser calculado a partir dos valores de torque de entrada e saída do sistema considerado, bem como de suas respectivas rotações.

O método desenvolvido e aqui apresentado, deverá posteriormente ser utilizado para identificar o sistema protótipo da caixa de engrenagens planetárias.

Para medição do conjugado de reação foi construído um apoio com dois mancais de rolamento para a carcaça de um motor elétrico. Tal carcaça aciona através de um sistema de alavancas uma célula de carga (c.c.) utilizada para a medição de torque de reação conforme mostra a montagem na figura 5.2, onde pode ver claramente o motor modificado com a célula de carga. Desta forma identifica-se a potência conhecendo-se a velocidade em um dos eixos do sistema.

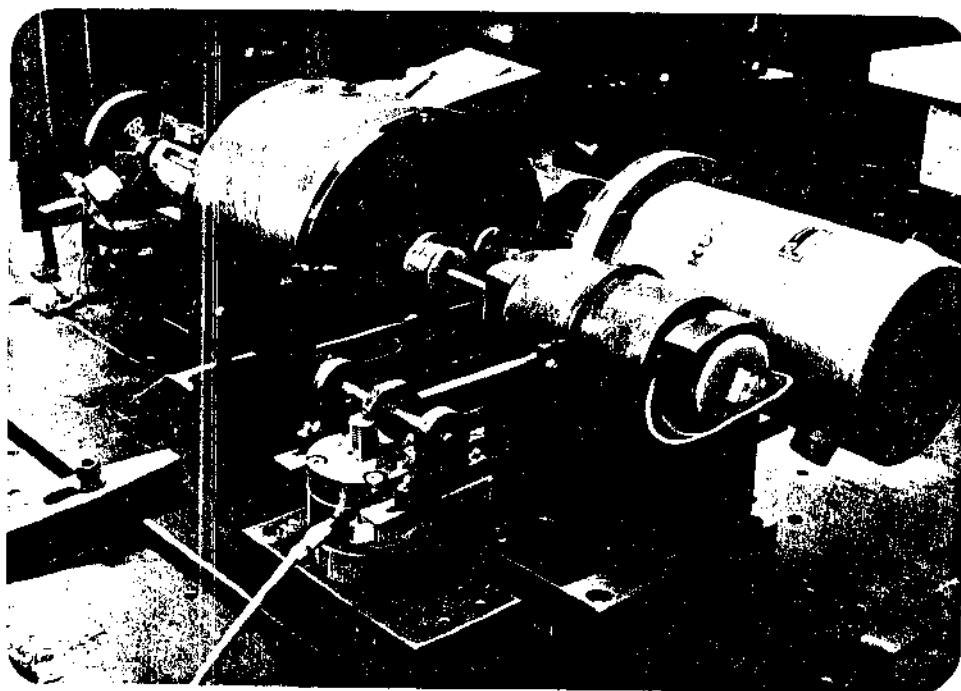


Figura 5.2 - Detalhe do motor modificado para medição de torque.

O sistema tem dois graus de liberdade, e a análise foi feita fixando-se um dos eixos, através de um freio, e depois alternando sua posição. Nos outros eixos colocou-se um motor modifi-

cado e um volante com características conhecidas. São, portanto, três possibilidades de montagem.

Inicialmente foram identificadas as perdas no motor e no volante, caracterizando-se assim os elementos externos ao sistema, e através das equações que fornecem o rendimento em função dos encostos dos engrenamentos da caixa foi obtida a curva de rendimento do sistema na faixa de operação para a qual o sistema foi projetado.

Nosso modelo matemático constituir-se-á de um sistema de equações montados a partir da fixação de um dos eixos da caixa conforme mostra a figura (5.3). Dentro de cada planetário serão consideradas duas fontes de perdas, a saber. (vide figura 5.3):

- (a) Entre a coroa e os planetas, cujo rendimento será denotado por η_1 ;
- (b) Entre os planetas e o sol, cujo rendimento será denotado por η_2 .

Mais ainda, o produto entre esses rendimentos será denominado η_0 e η'_0 respectivamente para P_1 e P_2 .

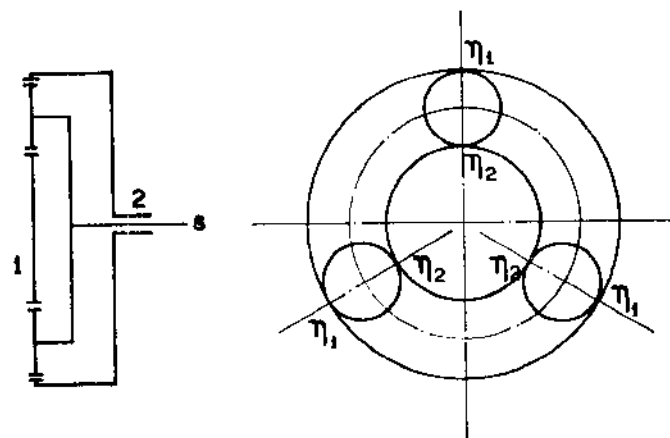


Figura 5.3 - Esquema de um T.E.P. simples.

Inicialmente, caracterizaremos os elementos externos atuantes no sistema, para posterior análise de rendimentos.

5.1.1. Caracterização dos elementos externos atuantes

O motor elétrico utilizado pode ser esquematizado [18],

como mostra a figura 5.4, sendo:

- M - torque do motor
- F - Força aplicada na c.c. através de uma alavanca
- M_a - torque de perdas no acoplamento
- M_r - torque de perdas no rolamento
- M_{RM} - torque de perdas no motor (elétricas e mecânicas)
- M_{RV} - torque de perdas no volante
- M_M - torque do motor detectado na c.c.

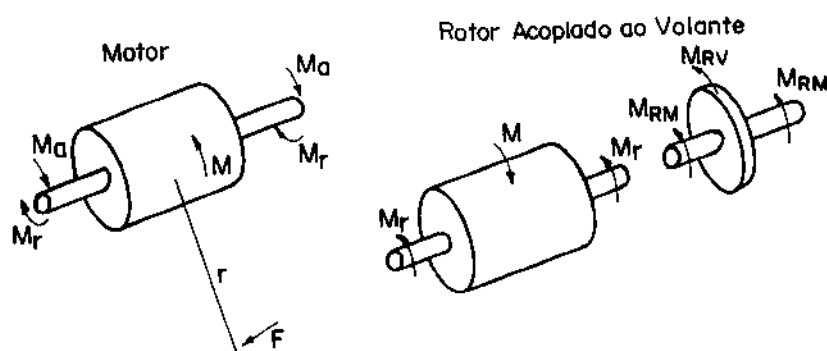


Figura 5.4 - Diagrama de equilíbrio do sistema motor-volante.

Sendo α a aceleração angular e J_M , J_V as inércias do motor e do volante, respectivamente, pode-se escrever as seguintes expressões de equilíbrio do sistema para o volante acoplado (5.1) e desacoplado do motor (5.2).

$$M_{Ma} = M_{RM} + (J_M + J_V)\alpha_a + M_{RV} \quad (5.1)$$

$$M_{Md} = M_{RM} + J_M \alpha_d \quad (5.2)$$

onde os índices (a) e (d) referem-se respectivamente ao motor acoplado e desacoplado do volante.

Combinando-se (5.1) e (5.2) pode-se encontrar a expressão de perdas no volante:

$$M_{RV} = M_{Ma} + J_M (\alpha_d - \alpha_a) - J_V \alpha_a - M_{Md} \quad (5.3)$$

5.1.2. Medidas experimentais para obtenção das perdas

Para a obtenção do momento M_{RV} expresso na equação (5.3) é necessário conhecer-se a priori a inércia do motor J_M . Sua determinação exata pode ser feita por diferentes métodos, dos quais foi escolhido primeiramente o método da desaceleração do sistema.

Este método consiste em elevar-se o conjunto até uma rotação conhecida. Desligamos a tensão de armadura e acionamos um cronômetro até a máquina elétrica parar (figura 5.5a). A equação dinâmica do sistema será, então:

$$J_M \frac{d\omega}{dt} = M_g - M_r \quad (5.4)$$

onde ω é a velocidade angular do sistema,

M_g é o torque gerador, e

M_r é o torque de perdas.

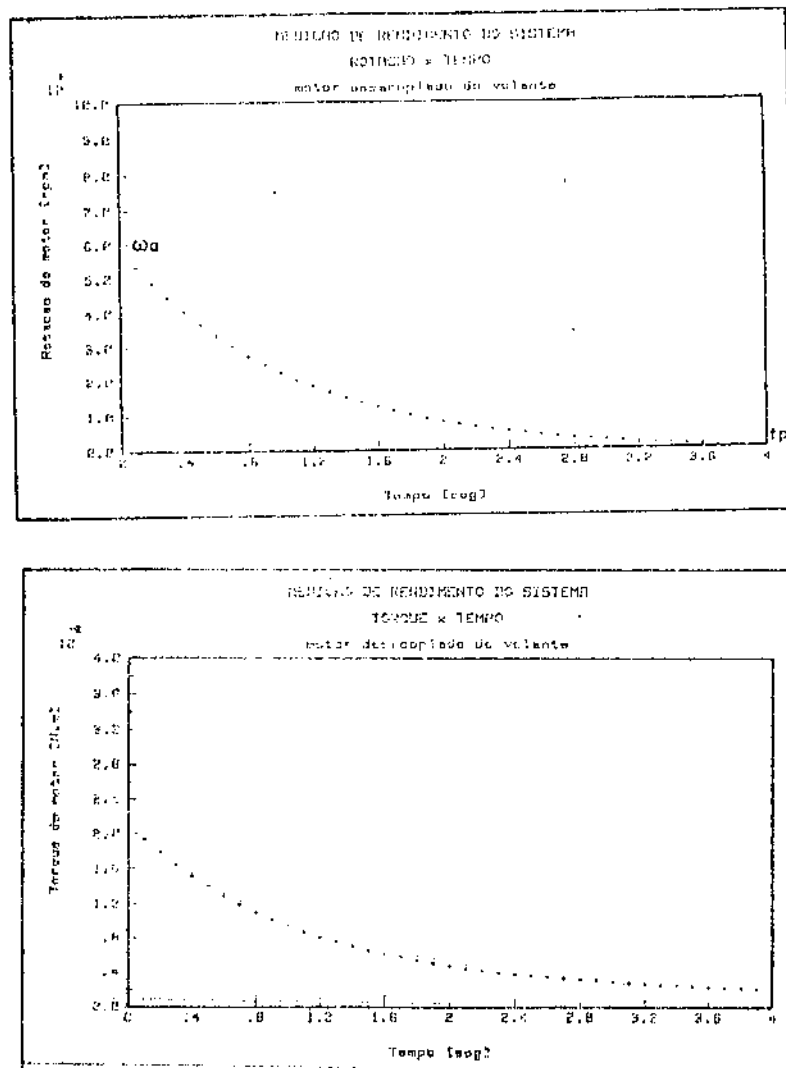


Figura 5.5 - (a) Queda de velocidade do sistema
(b) torque do motor desacoplado do volante.

A figura (5.5b) apresenta o torque do motor nessa situação, medido a partir da corrente do motor.

Como ao desligarmos a máquina $M_g=0$, podemos aproximar M_r a uma expressão linear com a velocidade, que é mostrado na figura (5.6).

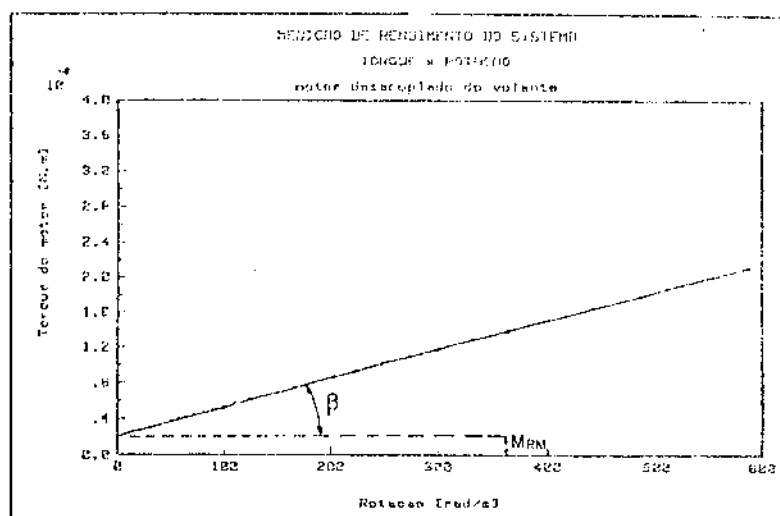


Figura 5.6 - Torque do motor versus rotação.

Pela análise da figura 5.6 podemos escrever uma relação entre os valores médios dos torques, a saber:

$$\bar{M}_r = \bar{M}_{RM} - \beta \omega \quad (5.5)$$

onde $\bar{M}_{RM}$ é o torque médio inicial (perdas no motor)

β é o coeficiente angular da reta.

Substituindo-se (5.5) em (5.4), chegamos a uma equação diferencial de primeira ordem,

$$J_M \frac{d\omega}{dt} + \beta \omega = M_{RM} \quad (5.6)$$

cuja solução nos fornecerá J_M :

$$J_M = -\beta \cdot tp \frac{1}{\left[\ln \frac{M_{RM}}{\beta (\omega_0 + \frac{M_{RM}}{\beta})} \right]} \quad (5.7)$$

onde t_p é o torque de desaceleração do motor, mostrado na figura 5.5a. Resumidamente, os resultados obtidos foram:

```

*****
**** MODELO LINEAR Y=A*X+B ****
**** A=2.029999667E-03 B=3.2558162559E-05 ****
**** Correlacao= .999987 ****
**** Wo= 586.816 Rad/s Tp= 4seg ****
**** Inercia do motor: Jm=5.585E-05 Kg.m2 ****
**** Inercia do Volante: Jv=4.58E-04 Kg.m2 ****
**** Torque de perdas no motor: NRM=2.03E-03 N.m ****
*****

```

onde J_v , é determinado a partir da forma geométrica do volante.

Finalmente, podemos encontrar as perdas no volante. Para isso realizamos medidas com o motor alimentado por uma determinada corrente (2,4A) a fim de garantir que o torque pudesse ser considerado constante. Nestas condições os sinais de torque médio através da célula de carga (B) e rotação (A) tanto para o volante desacoplado como acoplado ao motor foram gravados (C) juntamente com um sinal de gatilhamento (D), conforme mostra o esquema de montagem apresentado na figura 5.7.

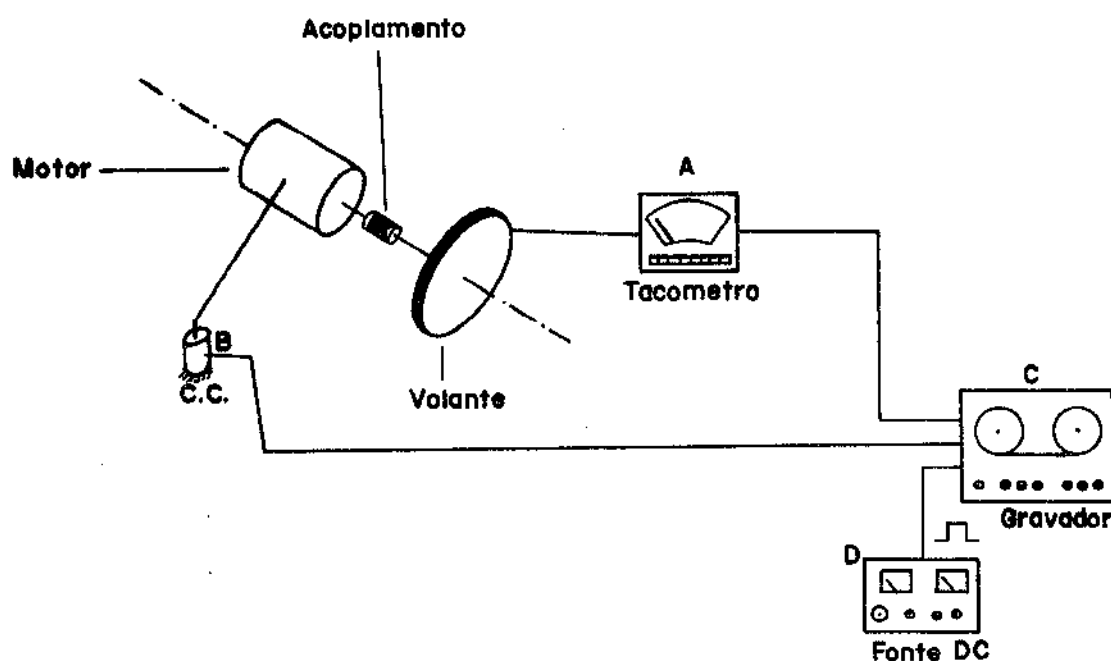


Figura 5.7 - Esquema de montagem das medições.

A partir de um programa computacional para aquisição destes dados (apêndice 5) foram registradas as curvas de rotação x tempo, aceleração x rotação e torque x rotação para o motor acoplado e desacoplado do volante expressas na figura 5.8.

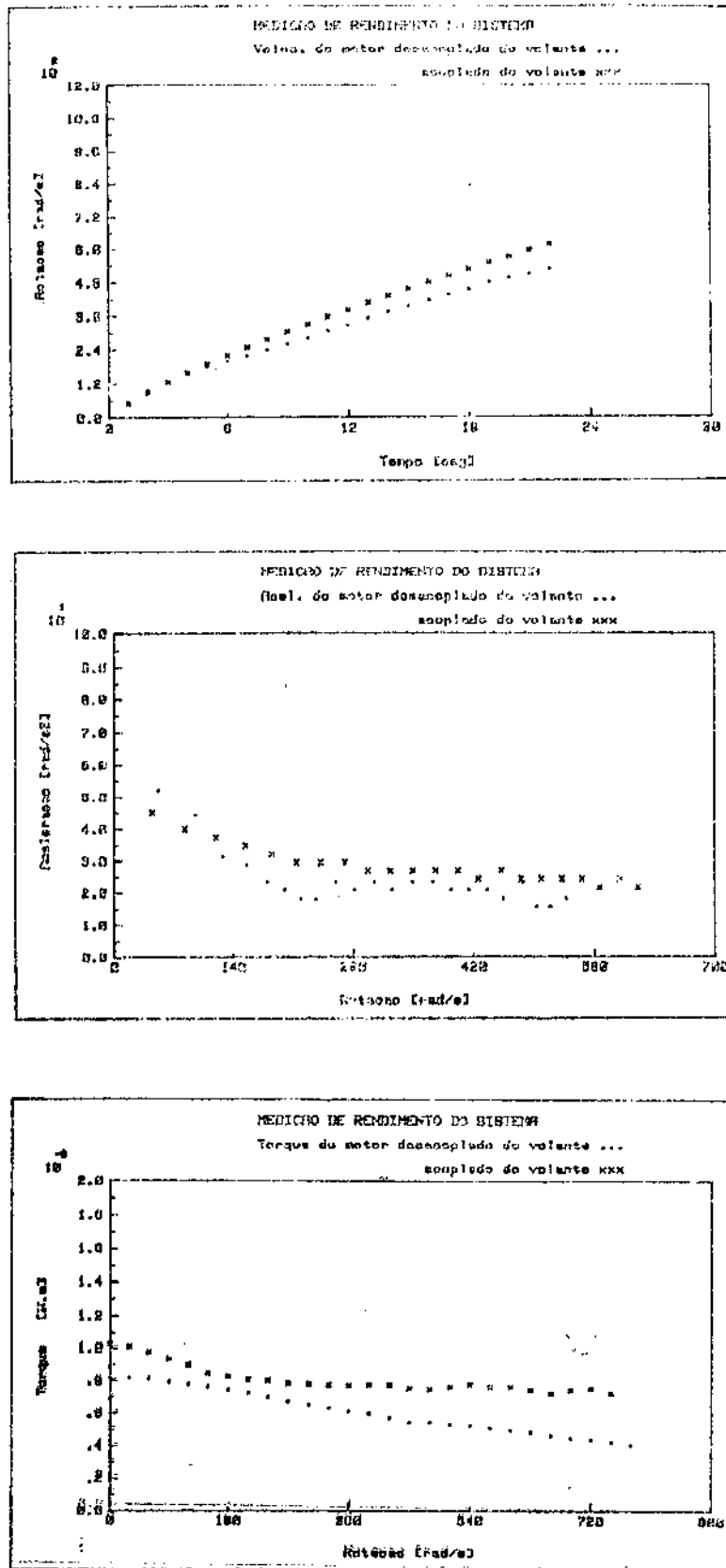


Figura 5.8 = Curvas para obtenção das perdas no volante.

a) rotação x tempo; b) aceleração x rotação; c) torque x rotação.

De posse destes resultados, e levando-se em consideração a equação 5.3 podemos obter o torque médio de perdas no volante em função de sua rotação (figura 5.9), cujo resumo dos resultados é apresentado a seguir.

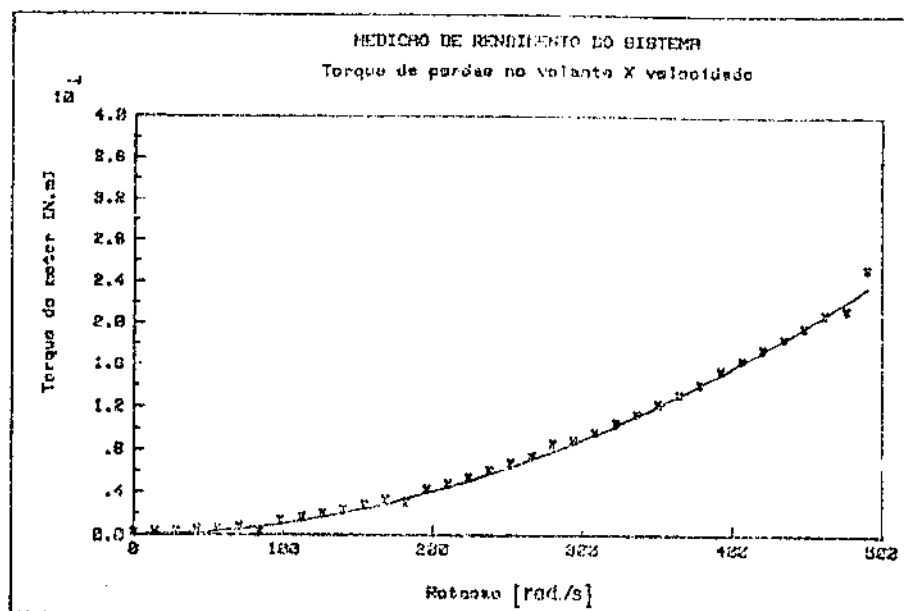


Figura 5.9 - Torque de perdas no volante.

RESUMO DOS RESULTADOS

```

*****
*** MODELO POLINOMIAL      Y=A(N)*X^N+A(N-1)*X^(N-1)+...+A(1)*X+A(0) ***
*** Grau do polinomio= 2 ***
*** Correlacao= .890351 ***
*** A(0)=-2.91896300E-08 ***
*** A(1)= 1.26832535E-08 ***
*** A(2)= 9.485536828-10 ***
*****

```

Um segundo método para obtenção da curva de torque resistivo do volante consiste em elevá-lo a uma dada rotação (no caso presente utilizou-se 6000 rpm) e depois deixá-lo perder a energia acumulada sem qualquer influência externa, como mostra a figura 5.10.

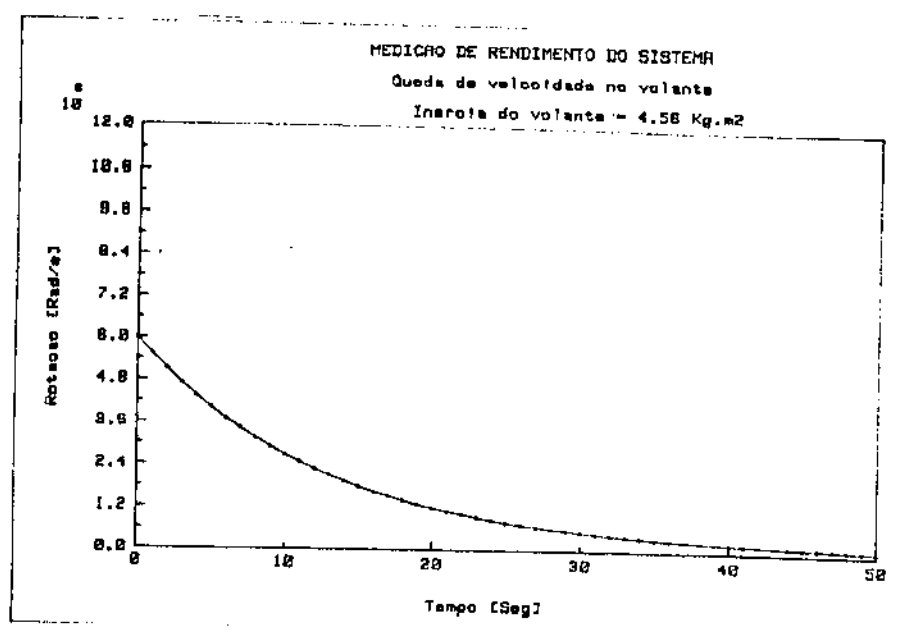


Figura 5.10 - Curva de desaceleração do sistema.

Sabendo-se que para um corpo em rotação em torno de um eixo fixo, é válida a expressão:

$$M = J_V \cdot \alpha \quad (5.8)$$

onde, M - torque aplicado ao corpo,

J_V - momento de inércia do corpo em relação ao eixo de rotação,

α - aceleração angular do corpo.

obtém-se o torque médio de perdas no volante como função da rotação (figura 5.11) e correspondente resumo de resultados.

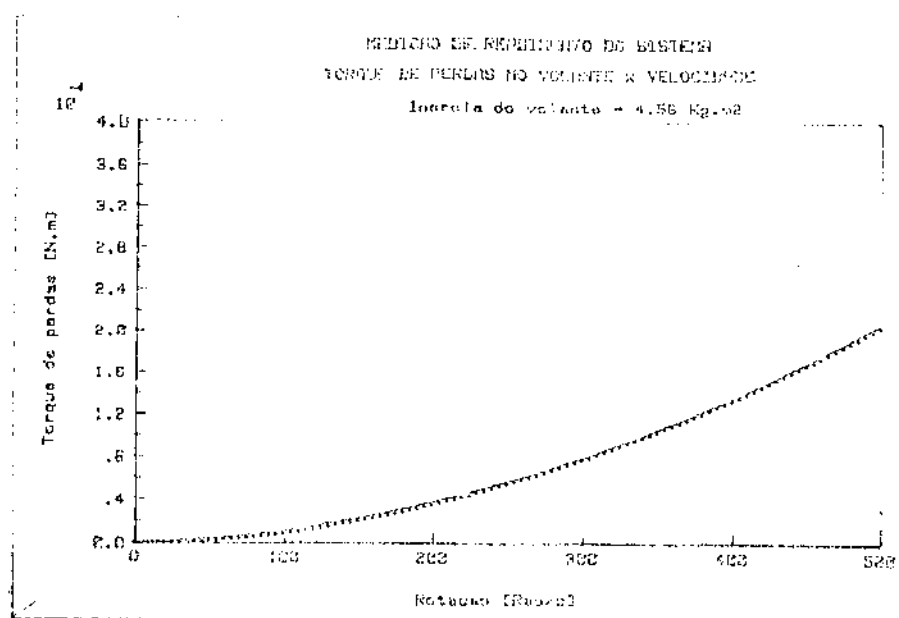


Figura 5.11 - Curva de torque de perdas no volante.

RESUMO DOS RESULTADOS

```

*****
*** MODELO POLINOMIAL      Y=A(4)*X^N+A(N-1)*X^(N-1)+...+A(1)*X+A(0) ***
*** Grau do polinomio= 2                                     ***
*** Correlacao= .999965                                       ***
*** A(0)=-1.25756475E-06                                       ***
*** A(1)= 4.13565966E-08                                       ***
*** A(2)= 7.458813609-10                                       ***
*****

```

Como podemos notar, enquanto o primeiro método possibilitou a determinação das perdas no motor e no volante, o segundo método se atém à determinação das perdas somente do volante. Ambos foram apresentados a título ilustrativo, já que nem sempre é possível realizar em sistemas reais de grande porte o segundo método, pois ele parte da premissa de que o volante deve ser desacoplado do resto do sistema. Porém, este método é mais preciso, principalmente para as velocidades mais elevadas, motivo pelo qual os nossos cálculos serão baseados neste segundo método.

Finalmente na figura 5.12, traçamos as curvas de torque resistivo, da potência perdida e da potência perdida por unidade de energia armazenada em função da rotação para o volante considerado.

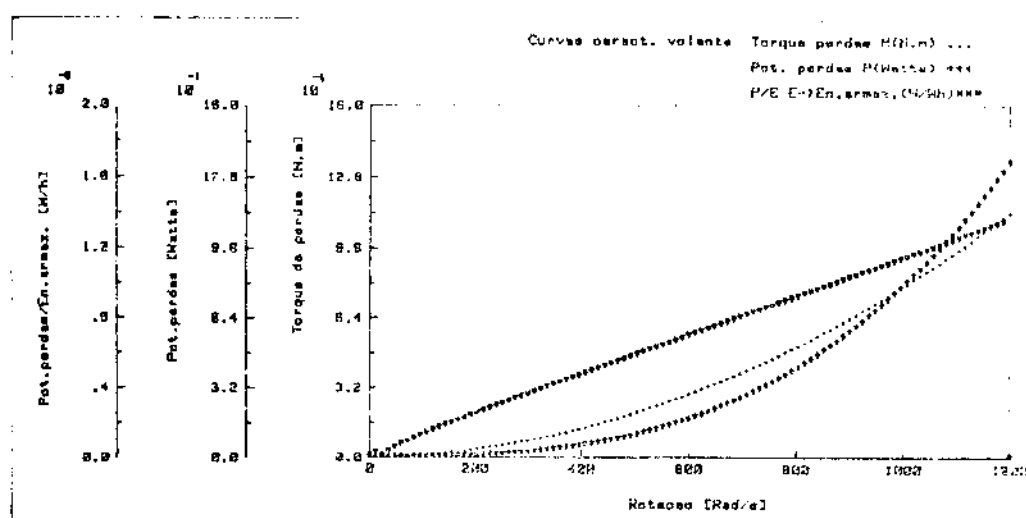


Figura 5.12 - Curvas características do volante.

5.1.3. Obtenção dos rendimentos dos encostos dos engrenamentos da caixa

Como foi dito anteriormente, nosso modelo matemático constituir-se-á de um sistema de equações, montadas a partir da fixação de um dos eixos da caixa. Com isso podemos determinar o rendimento nos encostos dos engrenamentos, η_0 , η'_0 e η_{TS} , que constituem a caixa de redução, considerando somente o fluxo de potência que entra e sai da caixa.

Um freio eletrodinâmico (F) é colocado em um dos eixos, enquanto que o motor modificado (M) é colocado juntamente com o volante (V) com perdas já conhecidas e um torquímetro (T), no outro eixo, com três possibilidades de montagem. Através da curva de perdas do volante caracteriza-se a potência de saída, enquanto a potência de entrada é identificada pelo torque do motor menos suas perdas.

A título de melhor esclarecer o ensaio realizado a figura 5.13a apresenta uma fotografia da bancada de ensaio com a instrumentação utilizada e a figura 5.13b mostra um esquema simplificado de uma das possibilidades de montagem.

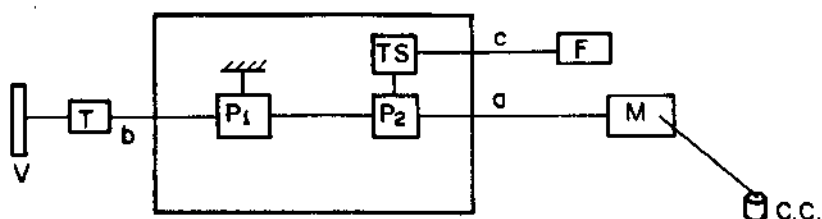
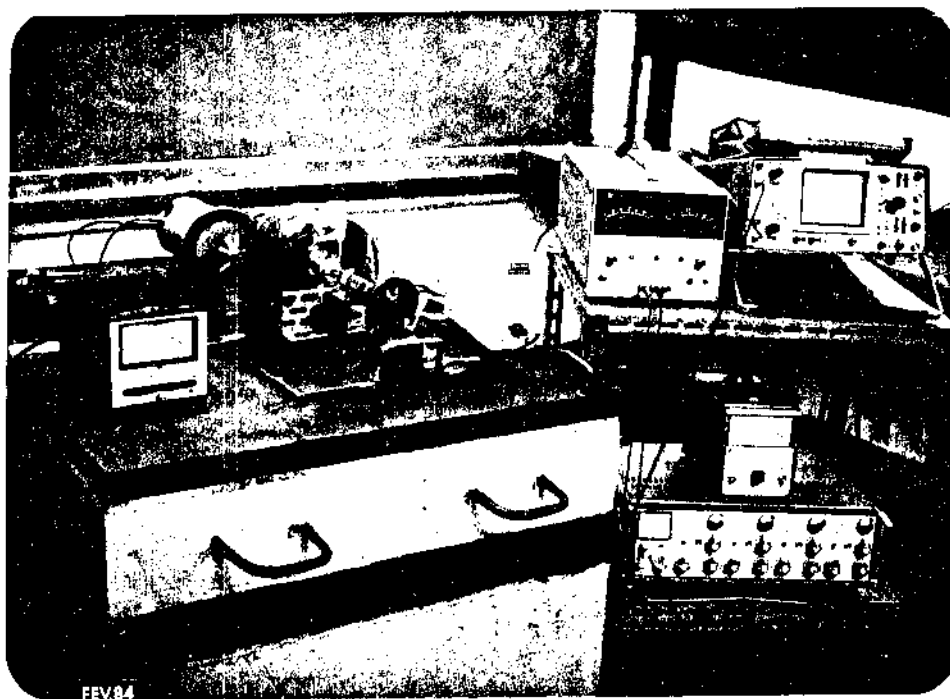


Figura 5.13 - a) Bancada para ensaio de rendimentos
b) Esquema de uma das possibilidades de montagem

5.1.4. Modelo Matemático

Inicialmente foi fixado o eixo "a" e o motor elétrico foi colocado no eixo "c" (potência entrando) e o volante no eixo "b" (potência saindo). O rendimento do sistema, nesta situação, onde o fluxo de potência tem o sentido $c \rightarrow b$, pode ser escrito como:

$$\eta_{c \rightarrow b} = \eta_{TS} (\eta_{2s})_{P_2} (\eta_{s,1})_{P_1} \quad (5.9)$$

Baseando-se nas expressões de torque (M) e rotação

(ω) entre dois eixos de um planetário, conforme mostrado no capítulo 2, esta mesma expressão pode ser reescrita como:

$$\eta_{c \rightarrow b} = \eta_{TS} \left[\frac{i_o - \frac{1}{\eta_o W_1}}{i_o - 1} \right]_{P_2} \left[\frac{i_o' - 1}{i_o' \eta_o' W_1' - 1} \right]_{P_1} \quad (5.10)$$

O sinal de W_1 e W_1' da expressão (5.10), como já detalha do no capítulo 2, assume, respectivamente, os valores +1 e -1, de acordo com a configuração do fluxo de potência. Analogamente, para os eixos "b" e "c" fixos, respectivamente, tem-se:

$$\eta_{a \rightarrow c} = \left[\eta_o^{W_1} \right]_{P_2} \cdot \eta_{TS} \quad \text{com } W_1 = +1 \quad (5.11)$$

$$\eta_{a \rightarrow b} = \left[\frac{i_o \eta_o^{W_1} - 1}{i_o - 1} \right]_{P_1} \left[\frac{i_o' - 1}{i_o' \eta_o' W_1' - 1} \right]_{P_2} \quad \text{com } \begin{matrix} W_1 = +1 \\ W_1' = -1 \end{matrix} \quad (5.12)$$

5.1.5. Ensaios realizados

As medidas foram realizadas à rotação constante para que os resultados não fossem afetados pelas inércias dos engrenamentos que compõem a caixa. Mediu-se o torque e a rotação na entrada e saída da caixa para diferentes rotações mostradas nas tabelas a seguir:

(a) eixo "a" fixo → fluxo de potência c→b $\eta_{c \rightarrow b} = - \frac{M_b \omega_b}{M_c \omega_c} = R_1$

```
*****
tabela 1
Mb (N.m)    Wb (rpm)    Mc (N.m)    Wc (rpm)    R1
(a)         .15049        5300        .753        1200        .8827
(b)         .00697        1000        .036        220         .8800
(c)         .00435        2200        .022        500         .8700
*****
```

(b) eixo "b" fixo $\rightarrow$ fluxo de potência c $\rightarrow$ a $\eta_{c \rightarrow a} = - \frac{M_a \omega_a}{M_c \omega_c} = R_2$

tabela 2	Ma (N.m)	Wa (rpm)	Mb (N.m)	Wb (rpm)	R2
(a)	..3705	3000	.1752	5200	.8196
(b)	..5051	560	.2308	980	.7996
(c)	..2176	1300	.0997	2300	.8106

(c) eixo "c" fixo $\rightarrow$ fluxo de potência a $\rightarrow$ b $\eta_{a \rightarrow b} = - \frac{M_b \omega_b}{M_a \omega_a} = R_3$

tabela 3	Ma (N.m)	Wa (rpm)	Mc (N.m)	Wc (rpm)	R3
(a)	..4202	3000	.872	1200	.8301
(b)	..0231	560	.0717	220	.8201
(c)	..0166	1300	.0518	500	.8332

A partir da resolução do sistema constituído pelas equações (5.10) , (5.11) e (5.12), pode-se obter uma equação do 2º grau em η_o ,

$$\eta_o^2 + B\eta_o + C = 0 \quad (5.13)$$

$$\text{com } B = \frac{1}{i_o} \left(\frac{R_3 R_2}{R_1} - 1 \right) \quad \text{e} \quad C = \frac{-R_3 R_2}{R_1}$$

A solução desta equação (5.13), nos fornecerá os valores de η_o , η'_o e η_{TS} , ou seja:

$$\eta_o = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4C}}{2} \quad \text{com } \eta_o > 0 \quad (5.14)$$

$$\eta'_o = \frac{L \cdot i'_o}{i'_o - 1 + L} \quad \text{com } L = \frac{R_2(i_o - 1)}{i_o \eta_o - 1} \quad (5.15)$$

$$\eta_{TS} = \frac{R_3}{\eta_o} \quad (5.16)$$

5.1.6. Resultados obtidos

Os rendimentos η_0 , η'_0 e η_{TS} foram considerados constantes face a ordem de grandeza de sua variação. A tabela a seguir apresenta um resumo dos resultados obtidos.

```

*****
***** Caso (a) *****
***** No=.85608      Np1=.90793      Nts=.96965 *****
*****
***** Caso (b) *****
***** No=.83896      Np1=.89782      Nts=.97749 *****
*****
***** Caso (c) *****
***** No=.85976      Np1=.89026      Nts=.96911 *****
*****

```

A partir das relações que caracterizam um T.E.P. (capítulo 2) chega-se a seguinte curva de rendimento da caixa planetária em função da razão de velocidades entre dois eixos, dentro de sua faixa de operação.

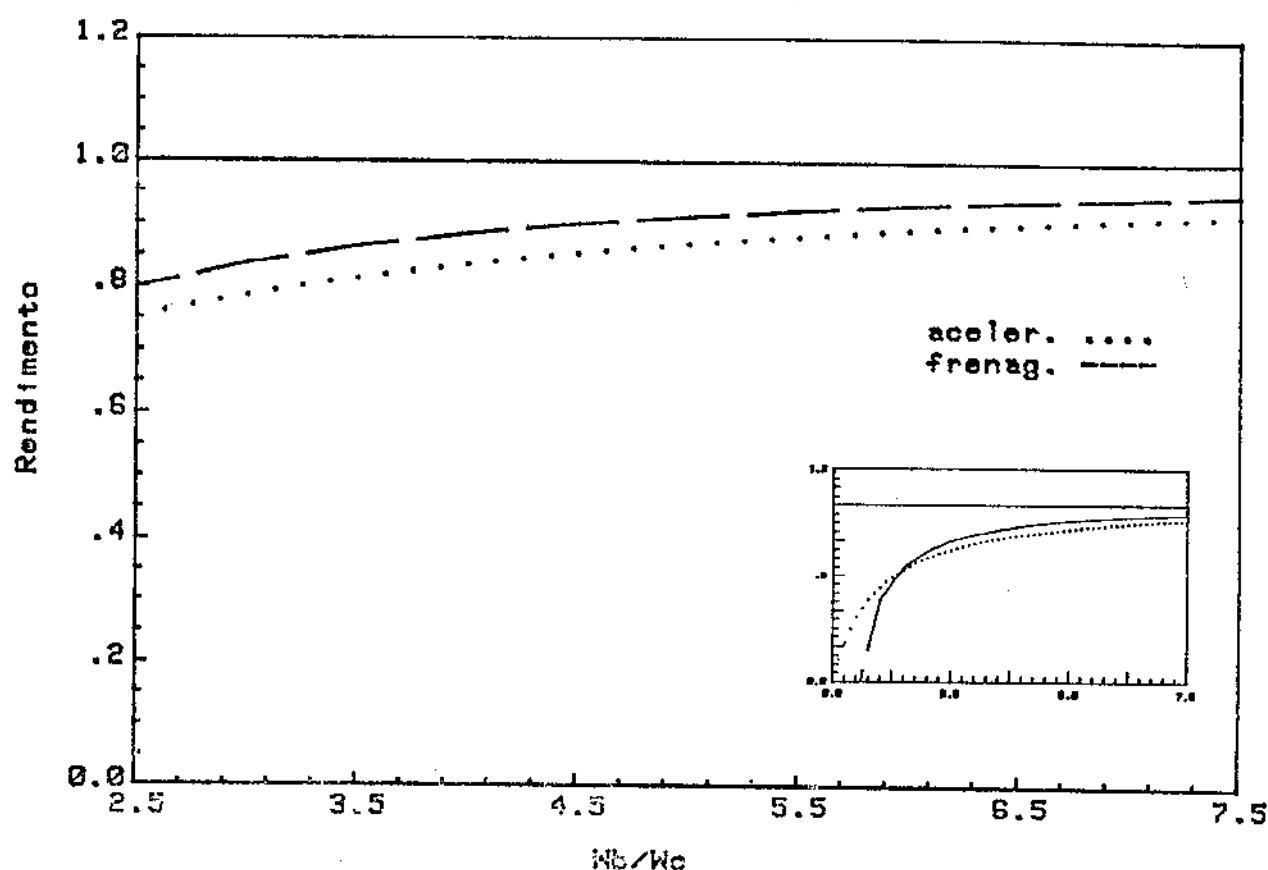


Figura 5.14 - Rendimento da caixa planetária dentro de sua faixa de operação.

5.2. DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS

Para verificarmos as frequências naturais torcionais en-contradas no modelo teórico (capítulo 4), procedeu-se por dois métodos distintos: através da excitação do sistema mediante excitação impulsional e mediante varredura senoidal. Esses métodos e resultados são apresentados a seguir.

5.2.1. Resposta do sistema mediante excitação impulsional

Nosso sistema foi excitado torcionalmente em um dos eixos (motor principal) mediante a utilização de uma carga de impacto com martelo de borracha e a resposta, no eixo do volante foi adquirida diretamente em um Analisador de Fourier (HP-9872A), conforme mostra o esquema abaixo:

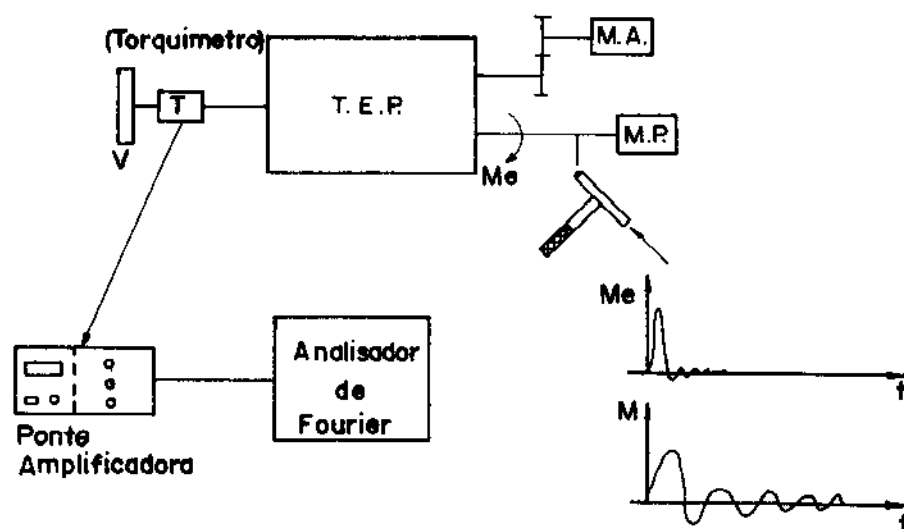


Figura 5.15 - Detalhe da montagem experimental mostrando a forma do sinal (Me) e de resposta (M).

Foram tomados blocos de 512 pontos através do conver-sor analógico digital (CAD), com um número de 5 médias. Os gráfi-cos de densidade espectral de potência (DEP) foram obtidos confor-me a configuração mostrada na figura 5.16.

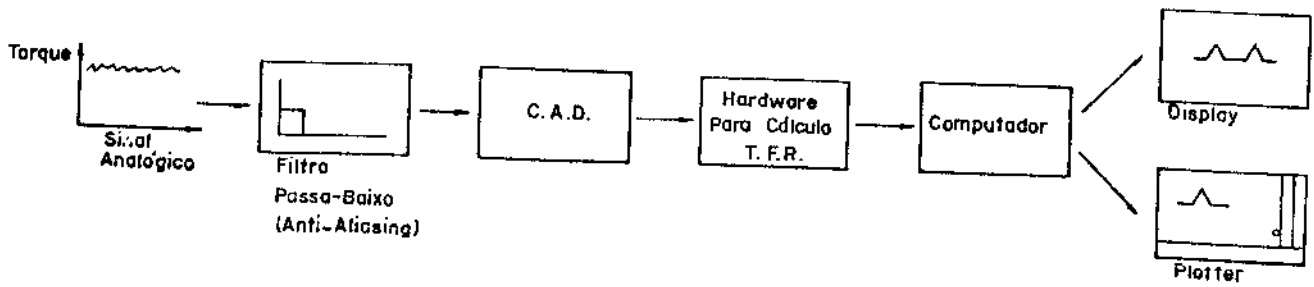


Figura 5.16 - Configuração do sistema para obtenção do espectro de frequência (DEP) através da transformada de Fourier rápida (TFR).

A DEP é a expressão do valor médio quadrático do sinal por unidade de frequência, dada em Volts^2/Hz . Para obtermos os resultados em unidades físicas, podemos transformar o valor em Volts^2 na DEP pelo valor correspondente em torque $(\text{N.m})^2$, bastando para isso multiplicar pela sensibilidade do transdutor em $\text{Volt}/(\text{N.m})$.

No espectro de frequência obtido, mostrado na figura 5.17, na faixa de frequência de 0-125 Hz, o principal "pico" de frequência é caracterizado pela frequência de 5,86 Hz.

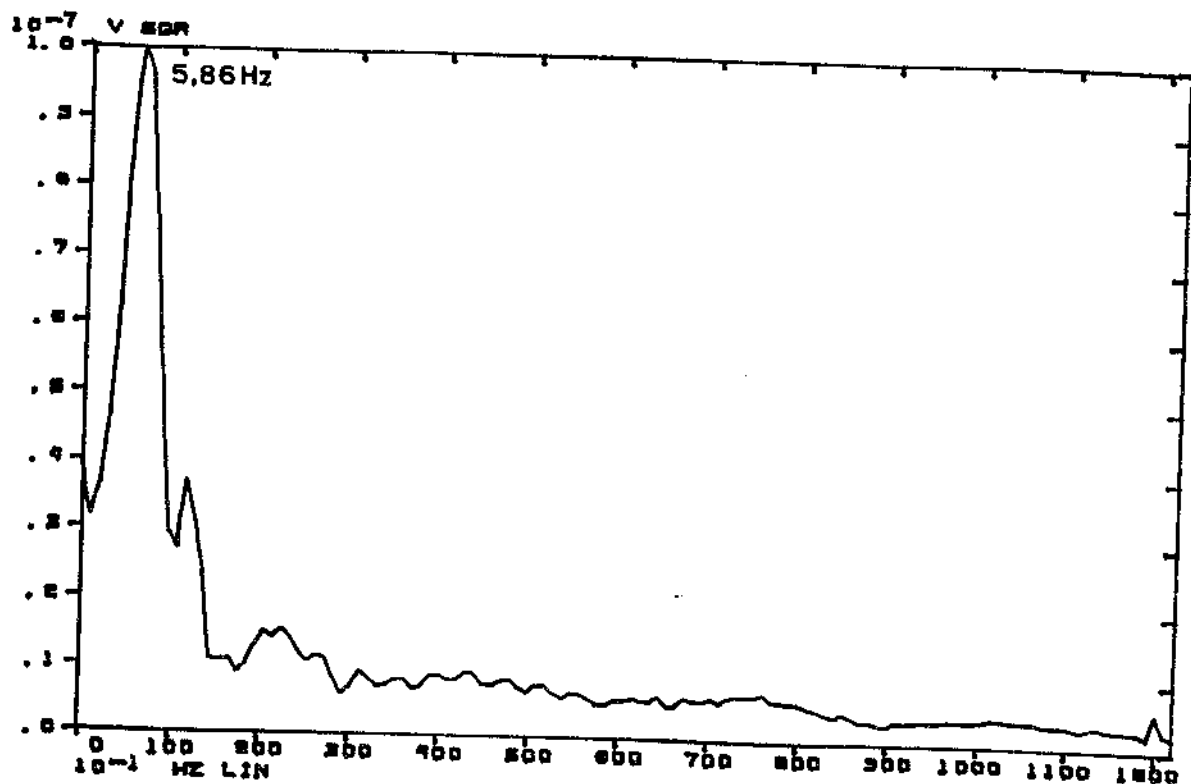


Figura 5.17 - Espectro de frequência da resposta ao impulso do sistema (M).

5.2.2. Excitação do sistema mediante varredura senoidal

Outra maneira de se comprovar os resultados anteriormente encontrados foi excitar o sistema com um torque senoidal e varrer a frequência, a fim de se procurar as frequências naturais do sistema. Para esta finalidade somou-se ao nível DC da tensão de alimentação de um dos motores um sinal senoidal com variação de frequência controlada, como é mostrado na figura 5.18. Variando-se senoidalmente a velocidade tem-se um torque variando também senoidalmente (sistema linear) na mesma frequência.

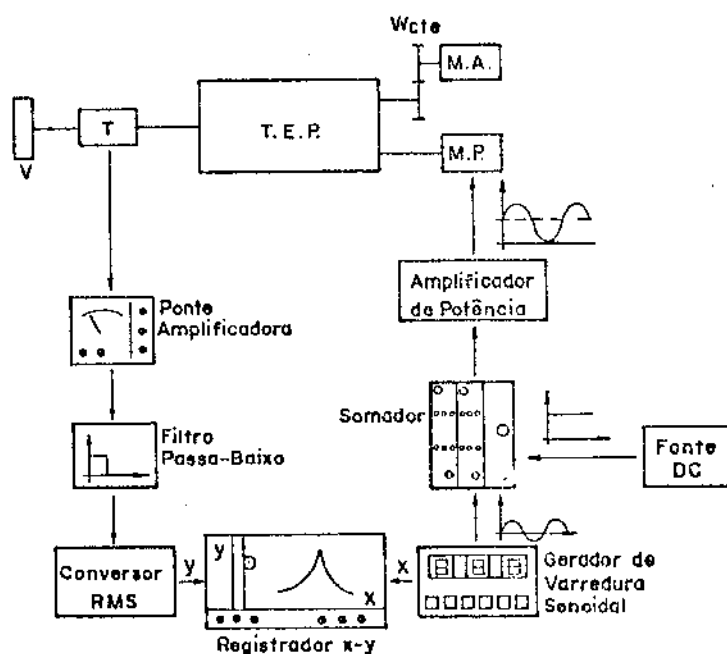
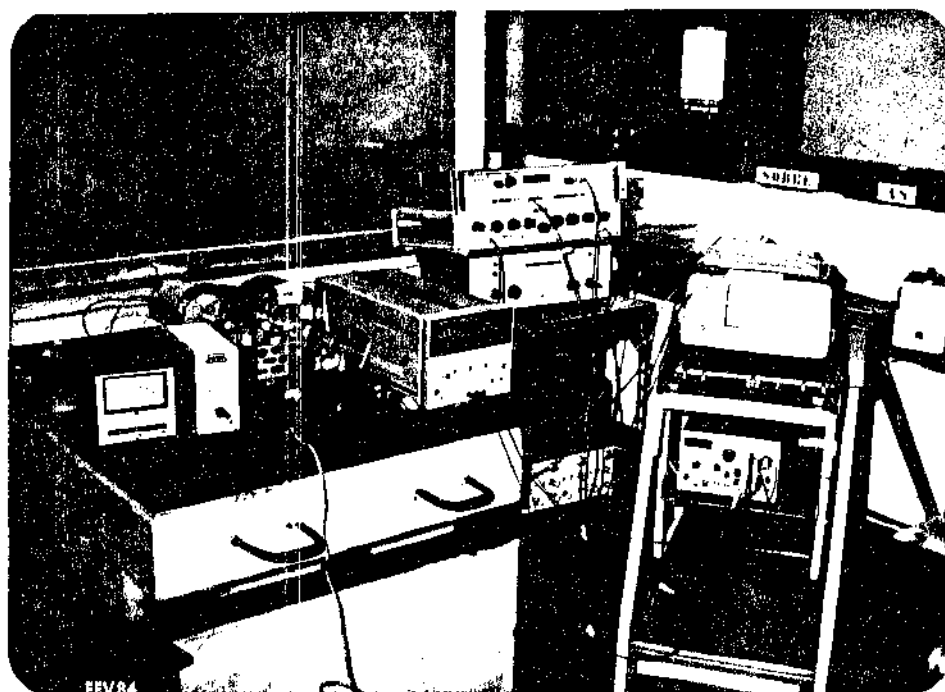


Figura 5.18 - a) Fotografia da bancada de ensaio
b) Esquema de montagem.

Devido ao fato da impedância do motor utilizado ser grande comparada com o gerador de função, ficou mais simples implementar um circuito que somasse um nível de tensão baixo ao sinal de varredura senoidal, e posteriormente amplificarmos a potência desse sinal resultante. Para isto utilizamos um amplificador operacional. A representação esquemática do circuito utilizado é mostrada na figura 5.19.

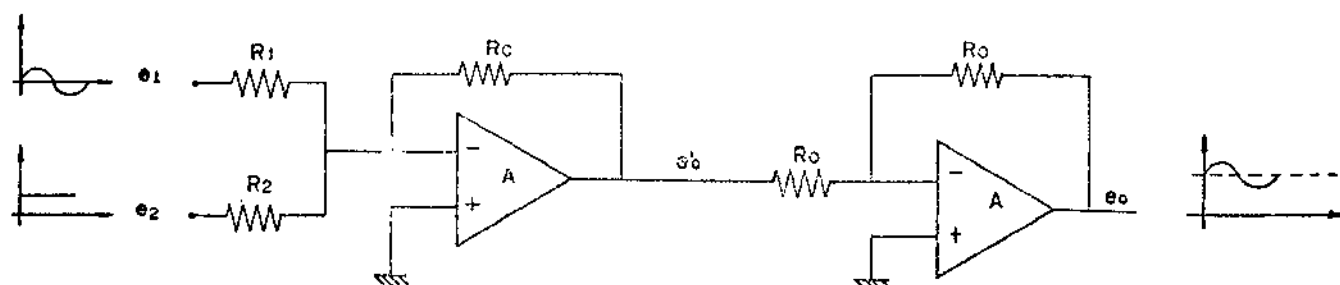


Figura 5.19 - Circuito utilizado para somar os sinais.

A figura 5.20 apresenta a curva nível RMS do torque de resposta (M) x Freqüência para o modelo em estudo, onde as freqüências mais características encontradas foram de 7,36 Hz e 39 Hz.

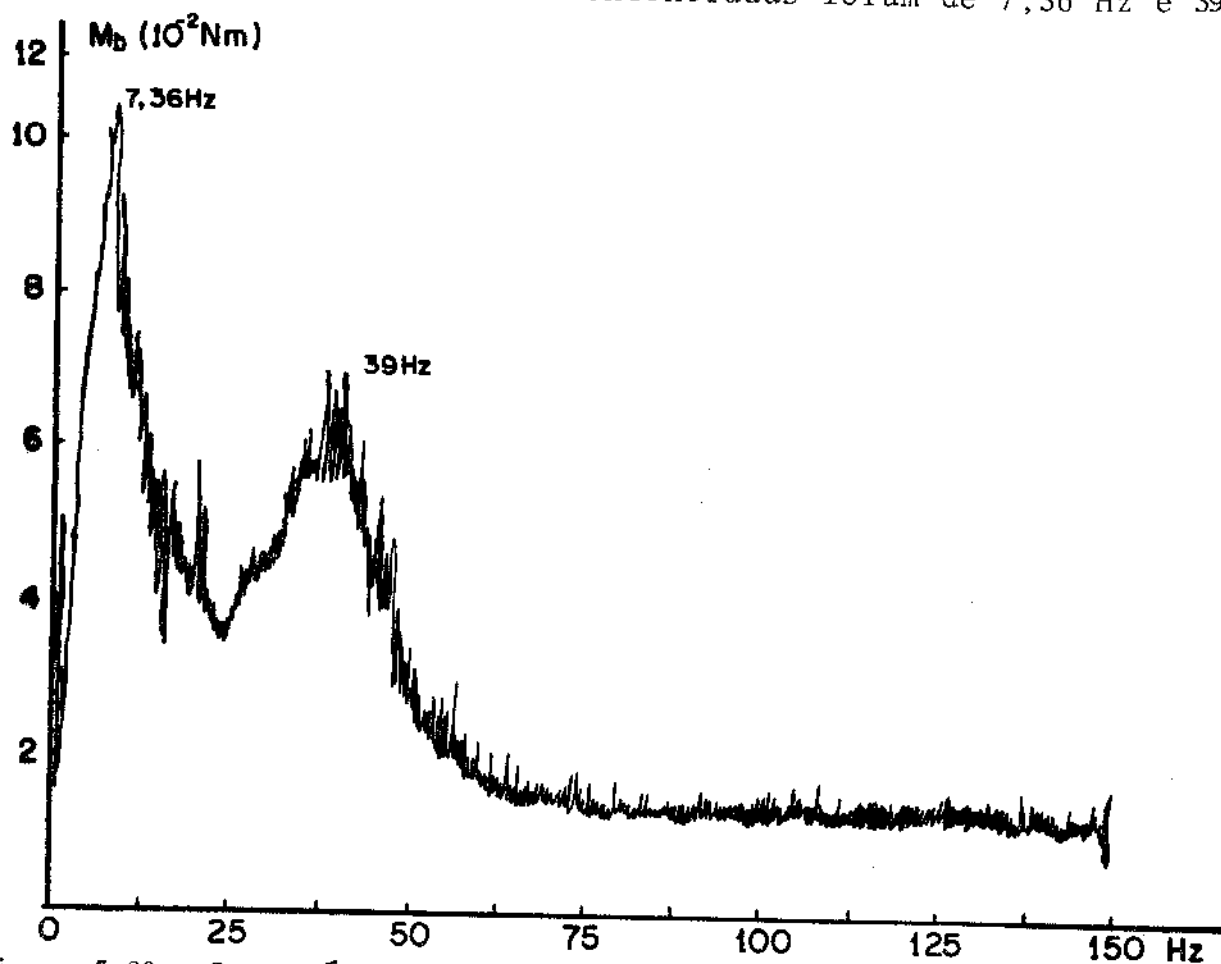


Figura 5.20 - Curva nível RMS do torque de resposta (M) x Freqüência para o

Os resultados encontrados mostram que os dois métodos parecem satisfatórios para verificação das frequências naturais torcionais do sistema. A tabela abaixo apresenta os valores encontrados para a primeira frequência natural, para efeito de comparação dos resultados.

Modelo	Frequência (Hz)
Teórico	6.13 (Cap.4)
Excitação impulsio <u>nal</u>	5.86
Varredura senoidal	7.36

Visto que para efeito de análise real, necessitaríamos acrescentar em nosso modelo matemático, efeitos como rigidez dos dentes dos engrenamentos, amortecimento do sistema, folga entre engrenagens, os resultados para um modelo aproximado parecem bons, e permitem uma implementação de um controlador que opere fora de suas frequências naturais.

Um outro método que poderia ser sugerido para identificarmos as frequências deste modelo seria a partir de um excitador de vibração (Shaker), com varredura de frequência (ou um ruído branco). As vantagens deste método em relação ao último apresentado, é que não necessitaríamos acionar o motor, eliminando as interferências causadas pelo mesmo, que aparentemente, não afetaram muito na determinação da 1^a frequência natural.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E RESULTADOS

O trabalho apresentado pode ser considerado como possuindo duas etapas distintas, a saber:

- (a) simulação digital da operação simplificada de um veículo híbrido, feita no intuito de se analisar a viabilidade de uma operação pré-programada.
- (b) a partir do resultado obtido em (a) desenvolver teórico e experimentalmente o controle para o clemento principal do veículo, que é sua transmissão.

A simulação da operação do veículo foi baseada em perfis de velocidade pré-determinados e a partir daí, verificou-se o comportamento do sistema como um todo em termos de torque e rotação.

As simplificações assumidas foram de que o sistema não possuía perdas, e os perfis de velocidade do veículo obedeciam um ciclo padrão.

Os resultados obtidos demonstraram que é viável manter-se uma potência máxima no motor auxiliar, não muito maior que a potência média desenvolvida por ele nas fases de aceleração e frenagem. Assim é possível utilizar-se motores de mais baixa potência, nos quais não haveriam picos de demanda.

Mais ainda, pode-se ajustar a corrente no motor principal em função da operação do motor auxiliar, resultando, então, em uma otimização da bateria do veículo, já que o nível de corrente de ambos os motores seria aproximadamente constante.

A partir destes resultados apresentados no capítulo 1, concentrou-se o estudo na transmissão por engrenagens planetárias, para a qual foi proposta uma estratégia de controle.

No capítulo 2 desenvolveu-se o estudo matemático da transmissão, visando um rendimento otimizado e, através de uma metodologia que possibilitasse o estudo da bifurcação de potência no sistema, determinou-se as faixas de operação dos três eixos da transmissão.

De posse da otimização destas faixas de operação do T.E.P., desenvolveu-se matematicamente um controle para a mesma baseado em Modulação em Largura de Pulso, onde esse controle é o mais indicado por permitir uma economia considerável de energia (capítulo 3).

Os resultados obtidos demonstram haver regiões instáveis que devem ser evitadas. Por isso desenvolveu-se um estudo dinâmico da caixa de modo a que as frequências naturais torcionais estivessem longe destas faixas de instabilidade.

O método que se apresentou como mais indicado foi o de matriz de transferência, segundo o qual desenvolveu-se um modelo de dois graus de liberdade. Este modelo permitiu a estimação das frequências naturais da caixa (capítulo 4).

O capítulo 5 foi dedicado a uma montagem experimental através de uma bancada em escala reduzida, que possibilitou obtermos os rendimentos, perdas e suas frequências naturais torcionais.

Como o sistema é constituído de motores, volante e T.E.P. determinamos, também, as perdas e conseqüente rendimento para cada elemento.

Para o motor o rendimento foi obtido através do método de desaceleração do conjunto, através do qual identificou-se o torque de perdas e inércia do motor. No caso do volante propôs-se dois métodos diferentes à saber:

- (a) desaceleração;
- (b) identificação dos parâmetros do volante à partir de dados obtidos para o conjunto motor-volante.

Ambos os métodos apresentam vantagens e limitações. A vantagem do primeiro método em relação ao segundo é a precisão e equacionamento simplificado, mas de difícil implementação experimental, pelo fato de precisarmos desacoplar o sistema transmissão - volante; enquanto que o segundo método do ponto de vista experimental é mais simples, mas em compensação depende de um maior número de transformações algébricas.

Os resultados obtidos permitiram a determinação das características do volante, não se notando grande diferença nos dois métodos quanto aos resultados encontrados.

Em seguida, propôs-se para a T.E.P. um ensaio estacioná

rio para determinação dos rendimentos dos encostos dos engrenamentos.

Os resultados demonstram que o rendimento em ambas as fases (aceleração e frenagem) são bastante altos, comparados com os rendimentos fora da faixa de operação da caixa. Mais ainda, nota-se que o rendimento na aceleração é maior que o rendimento na frenagem. Isto deve-se ao fato dos caminhos do fluxo de potência serem diferentes.

Finalmente, determinou-se experimentalmente as frequências naturais da caixa pelos métodos de excitação impulsional e varredura senoidal.

Como estamos interessados em faixas de operação o método de excitação impulsional, através de um martelo de impacto é mais viável, por sua simplicidade, muito embora tenha uma precisão menor, uma vez que ele depende do número de médias e é suscetível ao erro e folga nas engrenagens.

Para concluir, vemos que é indispensável a continuidade do presente trabalho em uma série de linhas que passamos a descrever a seguir:

- (a) Simulação digital do veículo híbrido, levando-se em conta as perdas do sistema;
- (b) Verificação das instabilidades inerentes ao sistema, tendo em vista o tempo de resposta do mesmo;
- (c) Verificação experimental em laboratório em um protótipo que simularia o veículo deste trabalho;
- (d) Influência de um controle para diferentes perfis de percurso do veículo híbrido;
- (e) Simulação de carga (perfil de linha);
- (f) Aplicação dos ensaios realizados neste trabalho, e programa de bifurcação de potência em caixas de veículos nacionais;
- (g) Elaboração da estratégia de controle para operação ótima de veículo com bifurcação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] STAVROPOULOU, K., "Simulação em computador de um veículo híbrido com armazenamento de energia em volante", Tese de Mestrado, UNICAMP, 1981.
- [2] SOUZA LIMA, C., "Trens de engrenagens planetárias: análise, síntese e aplicação em veículo híbrido", Tese de Mestrado, UNICAMP, 1980.
- [3] MING-CHENG, CHANG, "Computer simulation of an advanced hybrid electric - powered vehicle", SAE 780217.
- [4] LÉVAI, Z., "Moon-and-Planet gear train", J. Mechanics 6, 21-25 (1971).
- [5] SANGER, D.J., "Synthesis of multiple-speed transmissions of the planetary gear type", J. Mech. Eng. Sc., vol. 14, nº 5 (1972).
- [6] BOTTURA, C.P., "Contribuição ao controle de torque em máquina série por modulação em largura de pulso", Tese de Doutorado, UNICAMP, 1973.
- [7] PALHARES, A.G.B., "Controle por realimentação de estado e modulação em largura de pulso de um servoposicionador eletrohidráulico: Análise das Oscilações Instáveis", Tese de Doutorado, UNICAMP, 1982.
- [8] SCHWARZ, G., "Computadores em tempo real: uma introdução aos conceitos básicos", COPPE/UFRJ, 1981.
- [9] CHEN, C.T., "Introduction to linear system theory", Holt, Rinehart and Winston, Inc., U.S.A. (1970).
- [10] ANDRONOV, A.A.; KHAIKIN, S.E.; VITT, A.A., "Theory of Oscillators", Pergamon Press, 1966.

- [11] PALHARES, A.C.B.; ROSÁRIO, J.M.; ZAMPIERI, D.E., "Determinação das regiões instáveis de um sistema de transmissão com engrenagens planetária, controladas por MLP", 4º CBA, Campinas, S.P. (1982).
- [12] PESTEL, E.C.; LECKIE, F.A., "Matrix methods in elastomechanics" - New York - McGraw-Hill, 1963.
- [13] TSE, F.S., "Mechanical vibrations" - Allyn and Bacon, 1978.
- [14] TANAKA, K.; KIKUCHI, K.; OKUMURA, A., "Improvement of Computation accuracy in transfer matrix method vibration analysis by using a branching process" - J. Sound and Vibration - 1984.
- [15] ROSÁRIO, J.M.; WEBER, H.I., "Medição de rendimentos em caixas de engrenagens planetárias", VI COBEM, Vol. C., 249-258 - Rio de Janeiro - 1981.
- [16] COLLACOTT, R.A., "Mechanical fault diagnosis" - John Wiley and Sons, Inc, New York, 1977.
- [17] BROCK, J.T., "Mechanical vibration and shock measurements" B&K - october 1980.
- [18] ROSÁRIO, J.M.; ZAMPIERI, D.E.; WEBER, H.I.; PALHARES, A.C.B. "Análise dinâmica de um sistema com bifurcação de potência e controle de velocidade", 7º COBEM; Vol C-8; pp 69-78, Uberlândia - 1984.
- [19] "DC Motors - Speed Controls - Servo Systems" - Electro-Craft Corporation - July - 1978.
- [20] BARÁNOV, G.C., "Curso de la teoria de mecanismos y máquinas" MIR, 1975.
- [21] PILKEY, W.D.; CHANG, P.Y., "Modern formulas for statics and dynamics" - McGraw-Hill Book Company, 1978.
- [22] THOMSON, W.T., "Teoria de vibração" - Interciência, 1978.

- [23] CELSO DE LIMA, W. - "Servomotores: Aplicações" - UFSC, 1983.
- [24] ROSOW, J.L., "Máquinas elétricas e transformadores" Ed. Globo, 1977.
- [25] McLAMROCH, N.H., "State Models of Dynamic Systems", Springer Verlag, New York 1980.
- [26] LAURER, H.; LESNICK, R.; MATSON, L.E. - "Servomechanism Fundamentals" - McGraw-Hill Co., Inc. - 1947.
- [27] MESQUITA NETO, E., "Transmissões hidrostáticas: Características gerais, proposta e análise de um modelo", Tese de Mestrado, UNICAMP, 1981.
- [28] PEDERIVA, R. - "Identificação de sistemas mecânicos no domínio do tempo - alguns aspectos práticos", Tese de Mestrado, UNICAMP, 1983.

APÊNDICE 1

TREM DE ENGRENAGENS PLANETÁRIAS

O texto apresentado neste apêndice, baseia-se em textos tradicionais sobre trens de engrenagens planetárias, e é fundamental para o desenvolvimento matemático apresentado nos capítulos 2 e 4. Um detalhamento maior pode ser encontrado em [2, 20].

Considere-se os elementos da transmissão planetária esquematizada na figura A1.1, onde M_1 , M_2 e M_s são momentos aplicados e ω_1 , ω_2 e ω_s são rotações que envolvem os seus eixos.

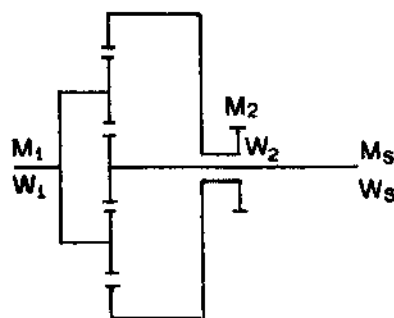


Figura A1.1 - Esquema de um T.E.P. simples.

A relação básica de um T.E.P. é função do raio dos engrenamentos que compõem a caixa, de forma que a razão entre as velocidades angulares de dois membros relativos ao terceiro é uma constante. Uma vez indexados os membros principais de um planetário, podemos obter seis constantes diferentes. Por conveniência uma delas será definida como razão básica e as outras postas em função desta.

Se os índices utilizados forem 1, 2, s, a razão básica do planetário será " i_o " definido por:

$$i_o = \frac{\omega_1/s}{\omega_2/s} = \frac{\omega_1 - \omega_s}{\omega_2 - \omega_s} \quad (A1.1)$$

onde $\omega_{1/s}$ é a velocidade angular de "1" em relação a "s"

É interessante observarmos que com relação às rotações, os T.E.P. simples são mecanismos de dois graus de liberdade, isto é, temos que fornecer a velocidade angular de dois eixos para obtermos a rotação do terceiro. Assim, a equação cinemática fundamental dos planetários (A1.1) apresentada, pode ser rearranjada em função das razões destas velocidades angulares, ou seja:

$$k_{21} = \frac{1}{i_o} + \left(1 - \frac{1}{i_o}\right) k_{s1} \quad (A1.2)$$

$$k_{1s} = (1 - i_o) + i_o k_{2s} \quad (A1.3)$$

$$k_{s2} = \frac{i_o - k_{12}}{i_o - 1} \quad (A1.4)$$

$$k_{12} = i_o + (1 - i_o) k_{s2} \quad (A1.5)$$

$$k_{s1} = \frac{i_o k_{21} - 1}{i_o - 1} \quad (A1.6)$$

$$k_{2s} = \frac{k_{1s} - (1 - i_o)}{i_o}, \quad k_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j}, \quad i, j = s, 1, 2 \quad (A1.7)$$

A diferença fundamental entre a propagação do fluxo de potência nos trens de engrenagens comuns e nos trens planetários-simples será que nos planetários o fluxo de potência poderá se propagar por mais de um caminho, ou seja duas formas distintas, uma idêntica à que ocorre nos engrenamentos comuns que será chamada de potência de rolamento, e a outra, intrínseca apenas aos trens planetários, denominada potência de acoplamento.

Quando todos os elementos do planetário estiverem girando com a mesma rotação, o planetário se moverá como um corpo rígido, sem rolamento dos planetas sobre as engrenagens centrais, e

também, conseqüentemente sem perdas. Mas se a potência é transmitida apenas pelo rolamento dos planetas, sem que seus centros se desloquem, dizemos que a potência é de rolamento puro.

Para a obtenção das equações que relacionam os torques entre os eixos, decomponemos os movimentos dos membros principais de forma conveniente, como mostra a figura A1.2.

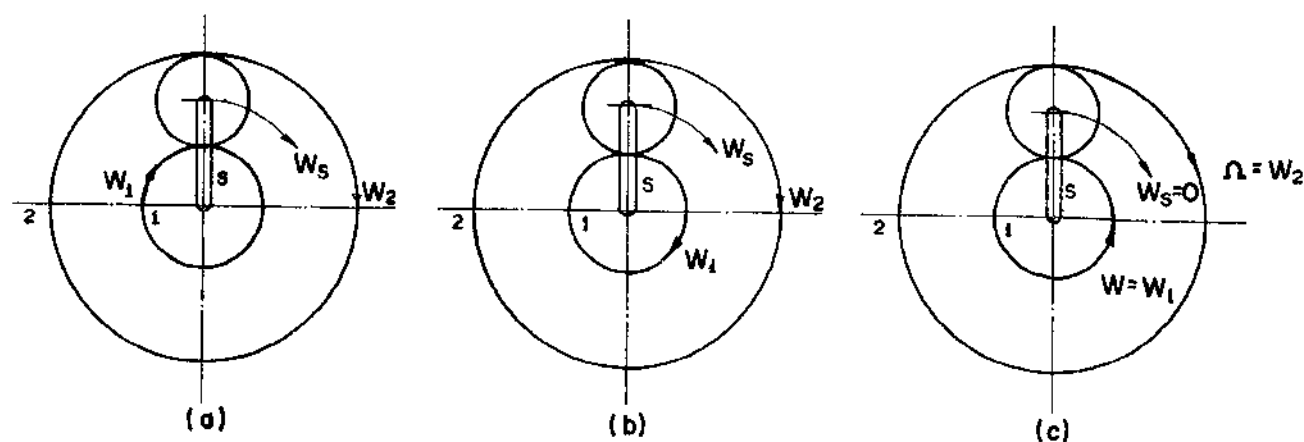


Figura A1.2 - Esquema de superposição dos membros de um planetário.

(a) movimento geral

(b) movimento de acoplamento $\omega_1 = \omega_2 = \omega_s$

(c) movimento de rolamento

A partir da figura A1.2, conclui-se que o fluxo de potência de rolamento faz sempre o percurso entre as engrenagens centrais ("1" e "2"). Mais ainda, a perda de potência global no planetário, corresponde praticamente a perda de potência de rolamento entre as duas engrenagens centrais, sendo a causa desta perda o atrito entre as engrenagens.

Aplicando-se a lei de conservação da energia para os planetários da figura A1.2, e considerando-se η_o , o rendimento no encosto entre os engrenamentos centrais, chega-se a equação que relaciona o torque entre os dois eixos, expressa abaixo:

$$\frac{M_2}{M_1} = - i_o \eta_o \frac{W_1}{W_2} \quad (A1.8)$$

onde W_1 indica o sentido do fluxo de potência de rolamento e é de

finido por:

$$W_1 = \frac{M_1 (\omega_1 - \omega_s)}{|M_1 (\omega_1 - \omega_s)|} = \pm 1 \quad (A1.9)$$

A partir da equação de conservação dos momentos, chega-se as seguintes expressões que relacionam os momentos entre os eixos:

$$\frac{M_s}{M_1} = i_o \eta_o^{W_1} - 1 \quad (A1.10)$$

$$\frac{M_s}{M_2} = \frac{1}{i_o \eta_o^{W_1}} - 1 \quad (A1.11)$$

Como vimos anteriormente, a potência de acoplamento difere da potência de rolamento pelo fato da primeira formar dois caminhos distintos no interior do planetário. Para uma melhor visualização as possíveis configurações de fluxo de potência que podem ocorrer em um T.E.P. simples serão esquematizadas na figura A1.3. Um fato a se observar é que qualquer um dos tres membros principais poderá servir como elemento de convergência da potência de acoplamento.

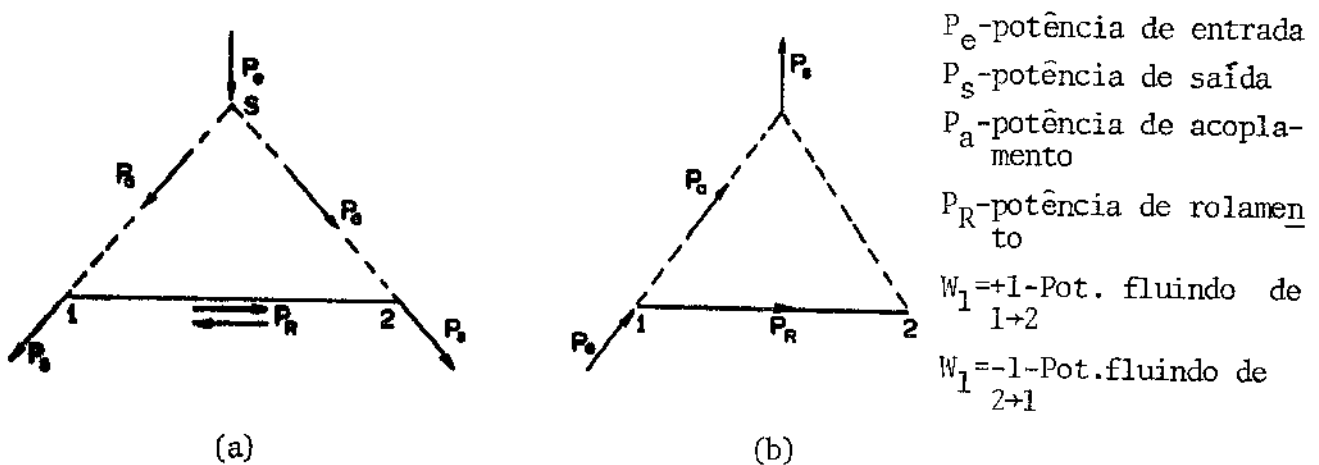


Figura A.13 - Configurações possíveis, do fluxo de potência em um T.E.P. simples

- (a) sentido indefinido da potência de rolamento
 (b) sentido definido da potência de rolamento.

De posse das relações entre torques e rotações dos eixos, podemos calcular as expressões de rendimento do sistema. O rendimento de um mecanismo pode ser expresso como a razão entre o fluxo de potência que sai desse mecanismo e o fluxo de potência que entra. Baseando-se nessa relação apresentamos, seis expressões possíveis de rendimento, nas situações onde há bifurcação e adição de potência.

BIFURCAÇÃO DE POTÊNCIA

$$\eta_{1 \rightarrow s}^2 = \frac{-(P_2 + P_s)}{P_1} = \eta_o^{W1} + k_{s1}(1 - \eta_o^{W1}) \quad (A1.12)$$

$$\eta_{s \rightarrow 2}^1 = \frac{-(P_1 + P_2)}{P_s} = \eta_o^{W1}(k_{1s} - 1) \quad (A1.13)$$

$$\eta_{2 \rightarrow 1}^s = \frac{-(P_s + P_1)}{P_2} = \frac{1}{\eta_o^{W1}} + \left(1 - \frac{1}{\eta_o^{W1}}\right)k_{s2} \quad (A1.14)$$

ADIÇÃO DE POTÊNCIA

$$\eta_{2 \rightarrow 1}^s = \frac{-P_1}{P_2 + P_s} = \frac{1}{\eta_o^{W1} + k_{s1}(1 - \eta_o^{W1})} \quad (A1.15)$$

$$\eta_{2 \rightarrow s}^1 = \frac{-P_s}{P_1 + P_2} = \frac{i_o \eta_o^{W1} - 1}{\eta_o^{W1}(k_{1s} - 1 + i_o) - k_{1s}} \quad (A1.16)$$

$$\eta_{1 \rightarrow 2}^s = \frac{-P_2}{P_1 + P_s} = \frac{1}{\frac{1}{\eta_o^{W1}} + \left(1 - \frac{1}{\eta_o^{W1}}\right)k_{s2}} \quad (A1.17)$$

APÊNDICE 2

MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA APLICADA A SISTEMAS TORCIONAIS

A técnica de matriz de transferência, consiste em dividir um sistema geral em subsistemas cujas propriedades elásticas e dinâmicas sejam facilmente encontradas. Sua formulação básica é em termos:

- do vetor de estado, que é uma matriz coluna dos deslocamentos e das forças internas (ou momentos);
- da matriz ponto, que encerra as propriedades dinâmicas do subsistema;
- e da matriz campo, que define as propriedades elásticas do subsistema.

O cálculo se processa em termos dessas quantidades, de um extremo a outro do sistema, e as frequências naturais são estabelecidas satisfazendo as condições de contorno.

A2.1 - SISTEMA TORCIONAL - CONVENÇÃO DE SINAIS

Utilizaremos a regra da mão direita para convenção dos sinais de torque e rotação nos sistemas rotativos, através da indicação, por meio de setas, dos torques positivos (M) e deslocamentos angulares positivos (ϕ). A figura A2.1 mostra a convenção de sinais utilizada para um sistema torcional.

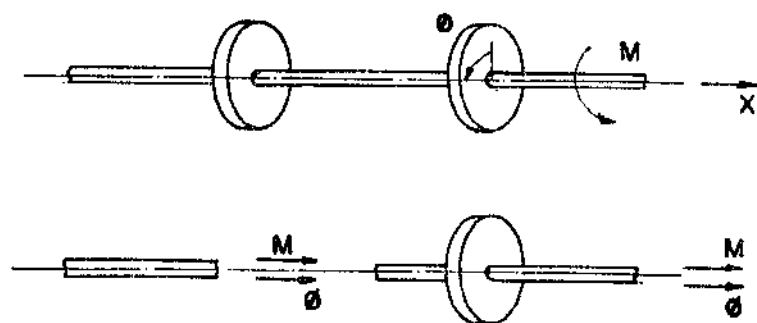


Figura A2.1 - Convenção de sinais para um sistema torcional.

O desenvolvimento da matriz de transferência de um sistema torcional é idêntico ao de um sistema massa-mola com $\{\phi \ M\}^T$, sendo o vetor de estado [21, 22]. Isolando-se a n-ésima seção (figura A2.2) pode-se escrever a equação dinâmica, a partir da qual obtêm-se a matriz ponto (A2.1) e a matriz campo (A2.2).

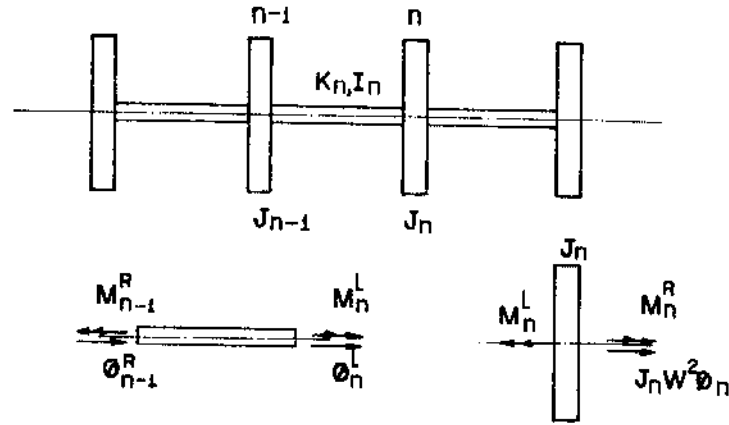


Figura A2.2 - Sub-seção de um sistema torcional

Assim sendo, a matriz ponto e a matriz campo do subsistema são respectivamente:

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_n^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\omega^2 J & 1 \end{bmatrix}_n \begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_n^L \quad (\text{A2.1})$$

e

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_n^L = \begin{bmatrix} 1 & 1/K \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_n \begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_{n-1}^R \quad (\text{A2.2})$$

que podem ser combinadas resultando em:

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_n^R = \begin{bmatrix} 1 & 1/K \\ -\omega^2 J & (1 - \frac{\omega^2 J}{K}) \end{bmatrix}_n \begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_{n-1}^R \quad (\text{A2.3})$$

A2.2 - SISTEMAS COM AMORTECIMENTO

Quando é incluído o amortecimento, a forma da matriz de

transferência não se altera, mas os elementos de massa e rigidez torna-se quantidades complexas. Isso é fácil de se verificar escrevendo as equações para n-ésimo subsistema (figura A2.3).

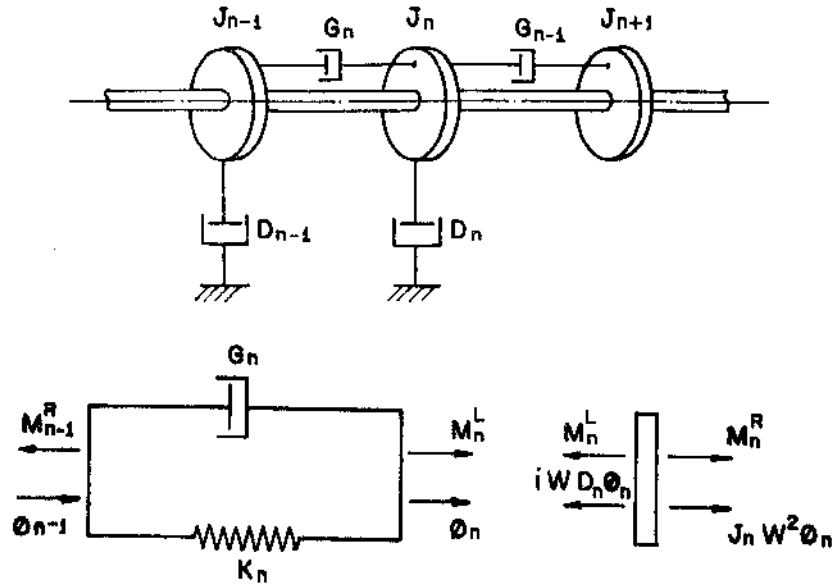


Figura A2.3 - Subseção de um sistema torsional com amortecimento.

As matrizes de ponto e campo para a n-ésima seção do eixo serão então:

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_n^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (i\omega D - \omega^2) & 1 \end{bmatrix}_n \begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_n^L \quad (A2.4)$$

e

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_n^L = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{(K + i\omega G)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_n \begin{Bmatrix} \phi \\ M \end{Bmatrix}_{n-1}^R \quad (A2.5)$$

as quais são semelhantes às da hipótese de não amortecimento. Quanto aos elementos de massa e rigidez, eles são agora quantidades complexas.

A presença de quantidades complexas, faz com que torne difícil implementar num computador digital estas matrizes. Um ar-

tifício para fins computacionais é dobrar a ordem da matriz. Assim, podemos escrever:

$$\begin{bmatrix} \phi_{Re} \\ M_{Re} \\ \phi_{im} \\ M_{im} \end{bmatrix}_n^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega^2 J & 1 & -\omega D & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \omega D & 0 & -\omega^2 J & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{Re} \\ M_{Re} \\ \phi_{im} \\ M_{im} \end{bmatrix} \quad (A2.6)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{Re} \\ M_{Re} \\ \phi_{im} \\ M_{im} \end{bmatrix}_n^L = \begin{bmatrix} 1 & \frac{K}{K^2 + (\omega G)^2} & 0 & \frac{\omega G}{K^2 + (\omega G)^2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\omega G}{K^2 + (\omega G)^2} & 1 & \frac{K}{K^2 + (\omega G)^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{Re} \\ M_{Re} \\ \phi_{im} \\ M_{im} \end{bmatrix} \quad (A2.7)$$

A2.3 - SISTEMAS ENGRENADOS

A matriz de transferência associada a um sistema constituído de n engrenagens, pode ser descrita através das equações que relacionam os deslocamentos e torques entre os eixos.

Considere-se o esquema de uma transmissão constituída de n engrenagens representadas na figura A2.4.

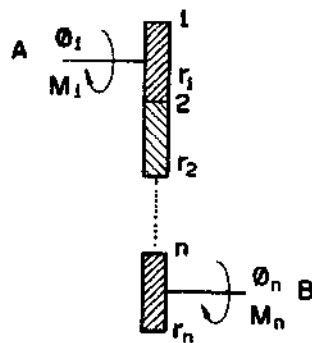


Figura A2.4 - Sistema constituído de n engrenagens.

A relação entre os deslocamentos pode ser escrita como sendo:

$$\begin{aligned} \phi_1 r_1 &= -\phi_2 r_2 \\ \phi_2 r_2 &= -\phi_3 r_3 \\ &\vdots \\ \phi_{n-1} r_{n-1} &= -\phi_n r_n \end{aligned} \tag{A2.8}$$

Conseqüentemente,

$$\phi_1 = (-1)^{n-1} \frac{r_n}{r_1} \phi_n \tag{A2.9}$$

e a relação entre os torques será:

$$M_n = (-1)^{n-1} \frac{r_n}{r_1} + (-1)^n (I_1 \omega^2 \frac{r_n}{r_1} + I_2 \omega^2 \frac{r_1 r_n}{r_2^2} + \dots + I_n \omega^2 \frac{r_n}{r_1}) \tag{A2.10}$$

Assim, a matriz de transferência associada a um sistema constituído de n engrenagens será:

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ \vdots \\ M \end{Bmatrix}_n^R = \begin{bmatrix} (-1)^{n-1} \frac{r_1}{r_n} & 0 \\ \hline (-1)^n \left\{ r_1 r_n \sum_{i=1}^n \frac{I_i}{r_i^2} \right\} \omega^2 & (-1)^{n-1} \frac{r_n}{r_1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ \vdots \\ M \end{Bmatrix}_n^L \tag{A2.11}$$

A2.4 - TRENS DE ENGRENAGENS PLANETÁRIAS

Consideremos os elementos de uma transmissão planetária simples, esquematizados na figura A2.5. M_1 , M_2 e M_s são os momentos angulares e ω_1 , ω_2 e ω_s são as rotações dos eixos.

Para melhor compreensão, será montado um catálogo das matrizes de transferência associados aos planetários, de acordo com o fluxo de potência que regem seus eixos.

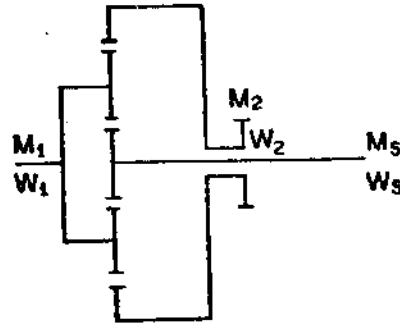


Figura A2.5 - Trem de engrenagem planetário simples.

Basicamente serão utilizadas as relações entre as rotações de dois eixos (apêndice 1), além de condição de equilíbrio entre os eixos do T.E.P.

As relações entre os torques de dois eixos do planetário, esquematizadas na figura A2.5 são, então:

$$M_s = M_1 (i_o \eta_o^{W_1} - 1) + (I_1 \alpha_1 + I_2 \alpha_2 + I_s \alpha_s), \quad (a)$$

$$M_s = -M_2 \frac{(i_o \eta_o^{W_1} - 1)}{i_o \eta_o^{W_1}} + \frac{(I_1 \alpha_1 + I_2 \alpha_2 + I_s \alpha_s)}{i_o \eta_o^{W_1}}, \quad (b) \quad (A2.12)$$

$$M_2 = -M_1 i_o \eta_o^{W_1} - (I_1 \alpha_1 + I_2 \alpha_2 + I_s \alpha_s) \quad (c)$$

Nota-se que a condição de equilíbrio é satisfeita, ou seja, $M_1 + M_2 + M_s = 0$.

A2.4.1 - Matriz de transferência associada ao modelo com o fluxo de potência no sentido do eixo "1" para "s".

A expressão A2.12a, que relaciona os momentos entre os eixos (1) e (s), pode ser reescrita da seguinte forma:

$$M_s = M_1 (i_o \eta_o^{W_1} - 1) + \alpha_1 (I_1 + I_2 \frac{\alpha_2}{\alpha_1} + I_s \frac{\alpha_s}{\alpha_1}) \quad (A2.13)$$

Como visto anteriormente (apêndice 1),

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{i_0} + \left(1 - \frac{1}{i_0}\right) \frac{\omega_s}{\omega_1} \quad \text{e} \quad \frac{\alpha_s}{\alpha_1} = \frac{\omega_s}{\omega_1}$$

Como $\alpha_1 = \omega_1^2 \phi_1$ [12], então a expressão A2.13 resultará em:

$$M_s = M_1 (i_0 \eta_0^{W_1} - 1) + \omega_1^2 \phi_1 \left\{ I_1 + \frac{I_2}{i_0} + \left(I_2 \left(1 - \frac{1}{i_0} \right) + I_s \right) \frac{\omega_s}{\omega_1} \right\} \quad (\text{A2.14})$$

onde ω_i , M_i , I_i com $i=1,2,s$ são respectivamente a velocidade angular, momento e inércia de cada eixo.

A partir da expressão (A1.6), apresentada no apêndice 1, que relaciona as velocidades angulares dos eixos 1 e s, chega-se a expressão que relaciona os deslocamentos angulares entre dois eixos. Assim:

$$\phi_s = \left(\frac{\frac{\omega_2}{\omega_1} i_0 - 1}{i_0 - 1} \right) \phi_1 \quad (\text{A2.15})$$

Através das equações (A2.14) e (A2.15), chegamos a matriz de transferência P_{1s} que relaciona os eixos "1" e "s". Logo:

$$\begin{Bmatrix} \phi_s \\ M_s \end{Bmatrix} = [P_{1s}] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ M_1 \end{Bmatrix} \quad (\text{A2.16})$$

onde

$$[P_{1s}] = \left[\begin{array}{c|c} \frac{\frac{\omega_2}{\omega_1} i_0 - 1}{i_0 - 1} & 0 \\ \hline \omega_1^2 \left\{ I_1 + \frac{I_2}{i_0} + \left(I_2 \left(1 - \frac{1}{i_0} \right) + I_s \right) \frac{\omega_s}{\omega_1} \right\} & i_0 \eta_0^{W_1} - 1 \end{array} \right]$$

O procedimento para obtermos as outras matrizes de transferência associadas aos eixos de um planetário simples é análogo ao que foi feito anteriormente; nos próximos itens transcreveremos as matrizes encontradas.

A2.4.2 - Matriz de transferência associada a um planetário simples com o fluxo de potência no sentido do eixo "s" para "l".

Relação entre os torques de dois eixos

$$M_l = M_s (i_o n_o^{W_l-1})^{-1} - \frac{\omega_1^2 \phi_s}{(i_o n_o^{W_l-1})} \cdot \frac{i_o^{-1}}{\frac{\omega_2}{\omega_1} i_o^{-1}} \left\{ I_1 + \frac{I_2}{i_o} + (I_2 (1 - \frac{1}{i_o}) + I_s) \frac{\omega_s}{\omega_1} \right\} \quad (A2.17)$$

Relação entre os deslocamentos angulares

$$\phi_l = \frac{1 - i_o}{1 - \frac{\omega_2}{\omega_1} i_o} \phi_s \quad (A2.18)$$

Matriz de transferência associada ao modelo

$$\begin{Bmatrix} \phi_l \\ M_l \end{Bmatrix} = [P_{sl}] \begin{Bmatrix} \phi_s \\ M_s \end{Bmatrix} \quad (A2.19)$$

onde

$$[P_{sl}] = \left[\begin{array}{c|c} \frac{1-i_o}{1-\frac{\omega_2}{\omega_1} i_o} & 0 \\ \hline -\frac{\omega_1^2}{i_o n_o^{W_l-1}} \cdot \frac{i_o^{-1}}{\frac{\omega_2}{\omega_1} i_o^{-1}} \left\{ I_1 + \frac{I_2}{i_o} + (I_2 (1 - \frac{1}{i_o}) + I_s) \frac{\omega_s}{\omega_1} \right\} & (-i_o n_o^{W_l-1})^{-1} \end{array} \right]$$

A2.4.3 - Matriz de transferência associada a um planetário simples com o fluxo de potência no sentido do eixo "1" para "2"

Relação entre os torques dos eixos

$$M_2 = -M_1 i_o \eta_o^{W_1} - \omega_1^2 \phi_1 \left\{ I_1 + \left(I_2 + \frac{I_s i_o}{i_o - 1} \right) \frac{\omega_2}{\omega_1} - \frac{I_s}{i_o - 1} \right\} \quad (A2.20)$$

Relação entre os deslocamentos angulares

$$\phi_2 = \left(\frac{1}{i_o} + \left(1 - \frac{1}{i_o} \right) \frac{\omega_s}{\omega_1} \right) \phi_1 \quad (A2.21)$$

Matriz de transferência associada ao modelo

$$\begin{Bmatrix} \phi_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = [P_{12}] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ M_1 \end{Bmatrix} \quad (A2.22)$$

onde

$$[P_{12}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{i_o} + \left(1 - \frac{1}{i_o} \right) \frac{\omega_s}{\omega_1} & 0 \\ -\omega_1^2 \left\{ I_1 + \left(I_2 + \frac{i_o}{i_o - 1} I_s \right) - \frac{I_s}{i_o - 1} \right\} & -i_o \eta_o^{W_1} \end{bmatrix}$$

A2.4.4 - Matriz de transferência associada a um planetário simples com o fluxo de potência no sentido do eixo "2" para "1"

Relação entre os torques de dois eixos

$$M_1 = -M_2 (i_o \eta_o^{W_1})^{-1} \frac{-\omega_1^2}{i_o \eta_o^{W_1}} \left(\frac{1}{i_o} + \left(1 - \frac{1}{i_o} \right) \frac{\omega_s}{\omega_1} \right)^{-1} \phi_2 \left(I_1 + \left(I_2 + I_s \frac{i_o}{i_o - 1} \right) \frac{\omega_2}{\omega_1} - \frac{I_s}{i_o - 1} \right) \quad (A2.23)$$

Relação entre os deslocamentos angulares

$$\phi_1 = \left(\frac{1}{i_o} + \left(1 - \frac{1}{i_o} \right) \frac{\omega_s}{\omega_1} \right)^{-1} \phi_2 \quad (\text{A2.24})$$

Matriz de transferência associada ao modelo

$$\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ M_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{A2.25})$$

onde

$$[p_{21}] = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{i_o} + \left(1 - \frac{1}{i_o} \right) \frac{\omega_s}{\omega_1} \right)^{-1} & 0 \\ -\frac{\omega_1^2}{i_o \eta_o W_1} \left(\frac{1}{i_o} + \left(1 - \frac{1}{i_o} \right) \frac{\omega_s}{\omega_1} \right)^{-1} \left\{ I_1 + \left(I_2 + I_s \frac{i_o}{i_o - 1} \right) \frac{\omega_2}{\omega_1} - \frac{I_s}{\omega_1} \right\} & -(i_o \eta_o W_1)^{-1} \end{bmatrix}$$

A2.4.5 - Matriz de transferência associada a um planetário simples com o fluxo de potência no sentido do eixo "2" para o eixo "s"

Relação entre os torques de dois eixos

$$M_s = -M_2 \left(\frac{i_o \eta_o W_1 - 1}{i_o \eta_o W_1} \right) + \frac{\omega_2 \phi_2}{i_o \eta_o W_1} \left\{ I_1 i_o + I_2 + (I_1 (1 - i_o) + I_s) \frac{\omega_s}{\omega_2} \right\} \quad (\text{A2.26})$$

Relação entre os deslocamentos angulares

$$\phi_s = \left(\frac{i_o - \frac{\omega_1}{\omega_2}}{i_o - 1} \right) \phi_2 \quad (\text{A2.27})$$

Matriz de transferência associada ao modelo

$$\begin{Bmatrix} \phi_s \\ M_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{2s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} \quad (A2.28)$$

onde

$$[P_{2s}] = \begin{bmatrix} \frac{i_o - \frac{\omega_1}{\omega_2}}{i_o - 1} & 0 \\ \frac{\omega_2^2}{i_o \eta_o^{W1}} \left\{ I_1 i_o + I_2 + (I_1 (1 - i_o) + I_s) \frac{\omega_s}{\omega_2} \right\} & \frac{-(i_o \eta_o^{W1} - 1)}{i_o \eta_o^{W1}} \end{bmatrix}$$

A2.4.6 - Matriz de transferência associada a um planetário simples com o fluxo de potência no sentido do eixo "s" para "2".

Relação entre os torques de dois eixos

$$M_2 = -M_s \left(\frac{i_o \eta_o^{W1}}{i_o \eta_o^{W1} - 1} \right) + \frac{\omega_2^2 \phi_2}{i_o \eta_o^{W1} - 1} \left\{ I_1 i_o + I_2 + (I_1 (1 - i_o) + I_s) \frac{\omega_s}{\omega_2} \right\} \quad (A2.29)$$

Relação entre os deslocamentos angulares

$$\phi_2 = \frac{i_o - 1}{i_o - \frac{\omega_1}{\omega_2}} \phi_s \quad (A2.30)$$

Matriz de transferência associada ao modelo

$$\begin{Bmatrix} \phi_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{s2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_s \\ M_s \end{Bmatrix} \quad (A2.31)$$

onde

$$[p_{s2}] = \left[\begin{array}{c|c} \frac{i_o - 1}{\omega_1} & 0 \\ \frac{i_o - 1}{\omega_2} & \\ \hline \frac{\omega_2^2}{i_o \eta_o^{W1-1}} \cdot \frac{i_o - 1}{\omega_1} \left\{ I_1 i_o + I_2 + (I_s + I_1 (1 - i_o)) \frac{\omega_s}{\omega_2} \right\} & \frac{-i_o \eta_o^{W1}}{i_o \eta_o^{W1-1}} \end{array} \right]$$

É interessante observar que $[p_{ij}] \cdot [p_{ji}]$ com $i \neq j$ e $i, j = 1, 2, s$, é igual a matriz identidade.

APÊNDICE 3

SERVOMOTORES

Os motores DC são bastante utilizados em servomecanismos porque seu controle é relativamente simples e fácil. Existem vários tipos de motores DC: excitação independente, derivação ("shunt"), série e composto ("compound") [23, 24]. Dentre eles o mais utilizado é o de excitação independente por ter características mais lineares.

O progresso no desenvolvimento de motores provocou o aparecimento de motores DC com campos magnéticos permanentes com alta intensidade de campo e rotores com baixa inércia, ou seja, uma relação torque-inércia muito alta. Nesta classe encontram-se motores com mais de 4 HP e constante de tempo mecânica de 2 ms sendo estes controlados pela corrente de armadura.

Desenvolveremos a seguir o modelo matemático de um motor DC, primeiramente controlado pelo campo do motor e depois pela armadura, desprezando-se histereses, correntes parasitas e quedas de tensão através das escovas [25, 26]. Nestas condições podemos afirmar que o fluxo do entreferro do motor é proporcional à corrente de campo (desde que o campo não esteja saturado), ou seja:

$$\phi = K_f \cdot i_f \quad (A3.1)$$

onde ϕ é o fluxo magnético do motor em Webers, K_f é uma constante de campo do motor (Webers/A) e i_f é a corrente de campo (A). Pressupõe-se que o torque desenvolvido pelo motor esteja relacionado linearmente com ϕ e com a corrente de armadura (i_a), segundo a expressão:

$$T_m(t) = K_1 \phi I_a(t) = K_1 K_f I_f(t) I_a(t) \quad (A3.2)$$

onde T_m é o torque do motor [N-m], K_1 é uma constante do motor [N-m/(Webers/A)].

O torque aproximadamente constante é uma característica dos motores DC. Observamos através da equação (A3.2) que para se obter um dispositivo linear, uma das correntes deve ser mantida constante, resultando assim duas possibilidades de controle de servomotores DC: por i_f e por i_a .

A3.1 - CONTROLE DE CAMPO DE UM MOTOR DC

O controle pela corrente de campo fornece uma significativa amplificação de potência, pois a potência necessária no campo é muito menor que a solicitada na armadura. Tomando-se as transformadas de Laplace da equação (A3.2):

$$T_m(s) = (K_f K_l I_a) I_f(s) = K_m I_f(s) \quad (\text{A3.3})$$

onde I_a é constante, e K_m é uma constante do motor dada em N-m/A.

Se representarmos o circuito de um motor como o mostrado na figura A3.1, podemos escrever:

$$V_f(s) = (R_f + sL_f) I_f(s) \quad (\text{A3.4})$$

onde V_f é a tensão no campo [V], R_f é a resistência de enrolamento do campo [Ω] e L_f é a indutância deste enrolamento [H]. O torque do motor é igual ao torque na carga, ou seja:

$$T_m(s) = T_L(s) + T_d(s) \quad (\text{A3.5})$$

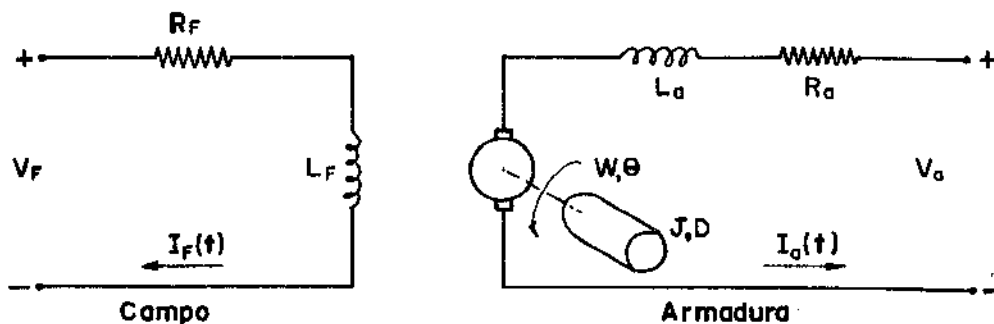


Figura A3.1 - Circuito de um motor DC.

onde T_L é o torque da carga e T_d é um torque de distúrbio freqüentemente desprezado.

Assim sendo, podemos escrever para o torque de carga:

$$T_L(s) = s^2 J \omega(s) + D \omega(s), \quad (A3.6)$$

onde J é o momento de inércia do eixo do motor $[Kg.m^2]$, D é o coeficiente de atrito viscoso (fricção) também no eixo $[N-m/rad s^{-1}]$ e ω a rotação deste eixo $[rad/s]$. Considerando inicialmente $T_d(s)=0$, a função de transferência do sistema será:

$$\frac{\omega(s)}{V_f(s)} = \frac{K_m}{(sJ+D)(sL_f+R_f)} = \frac{K_m/DR_f}{s(\tau_c+1)(\tau_m+1)} \quad (A3.7)$$

onde $\tau_c = L_f/R_f$ e $\tau_m = J/D$ são as constantes de tempo, respectivamente elétrica e mecânica do motor. Considerando $T_d(s)$, e sendo o sistema linear, isto é, valendo o princípio da superposição, tem-se:

$$\omega(s) = \frac{K_m V_f(s)}{(sJ+D)(sL_f+R_f)} - \frac{T_d(s)}{sJ+D} \quad (A3.8)$$

A figura A3.2 mostra um diagrama de blocos do modelo matemático obtido em (A3.8), que representa a equação de um motor DC controlado pelo campo.

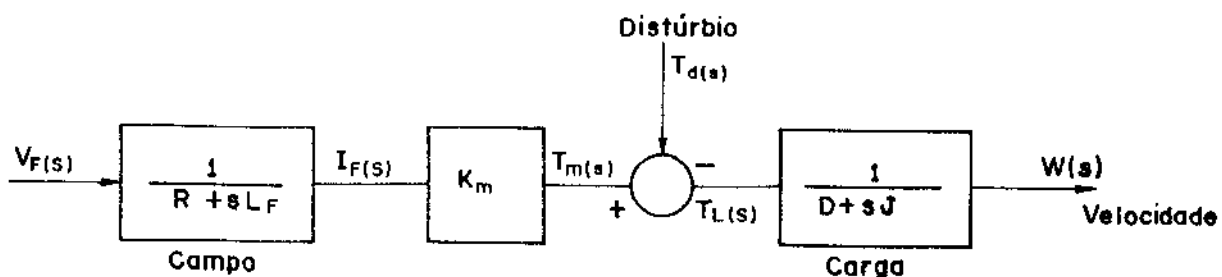


Figura A3.2 - Diagrama de blocos do motor DC controlado pelo campo.

Uma outra maneira de expressar o modelo matemático é em termos de variáveis de estado. Seja:

$$L_f \frac{di_f}{dt} = -R_f i_f + V_f \quad (\text{A3.9})$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = -D\omega + K_m i_f$$

expressões obtidas das equações (A3.4) e (A3.6). E definindo-se as variáveis de estado: $X_1 = i_f(t)$; $X_2 = \omega(t)$ sendo $u = V_f(t)$, obtém-se

$$\dot{\underline{X}} = \begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_f}{L_f} & 0 \\ \frac{K_m}{J} & \frac{-D}{J} \end{bmatrix} \underline{X} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_f} \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (\text{A3.10})$$

As vantagens desta representação são devidas a uma representação mais adequada ao cálculo computacional.

A3.2 - CONTROLE DE ARMADURA DE UM MOTOR DC

Neste caso tem-se a corrente de campo (I_f) constante, e conseqüentemente a equação (A3.1) reduz-se à:

$$T_m(s) = K_m I_a(s) \quad (\text{A3.11})$$

Para o circuito elétrico da armadura, temos:

$$V_a(s) = (R_a + sL_a) I_a(s) + V_b(s), \quad (\text{A3.12})$$

onde $V_b(s)$ é a força contra-eletromotriz, proporcional à velocidade de do eixo do motor, ou seja:

$$V_b(s) = K_b \omega(s), \quad (\text{A3.13})$$

onde K_b é uma constante do motor em $[\text{V/rad s}^{-1}]$. Logo:

$$I_a(s) = \frac{V_a(s) - V_b(s)}{R_a + sL_a}. \quad (\text{A3.14})$$

Para o "circuito mecânico" do motor podemos escrever:

$$T_L(s) = s^2 J \theta(s) + s D \theta(s) = T_m(s) - T_d(s). \quad (\text{A3.15})$$

E ainda, considerando $T_d(s)=0$, a função de transferência associada ao sistema será:

$$\frac{\omega(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m}{(R_a + sL_a)(D + sJ) + K_b K_m} = \frac{K_m / J L_a}{(s + DJ)(s + R_a / L_a) + K_b K_m / J L_a} \quad (\text{A3.16})$$

e considerando $T_d(s)$, tem-se:

$$\omega(s) = \frac{K_m}{(R_a + sL_a)(D + sJ) + K_b K_m} V_a(s) - \frac{(R_a + sL_a)}{(R_a + sL_a)(D + sJ) + K_b K_m} T_d(s) \quad (\text{A3.17})$$

A figura A3.3 representa um diagrama de blocos da equa-

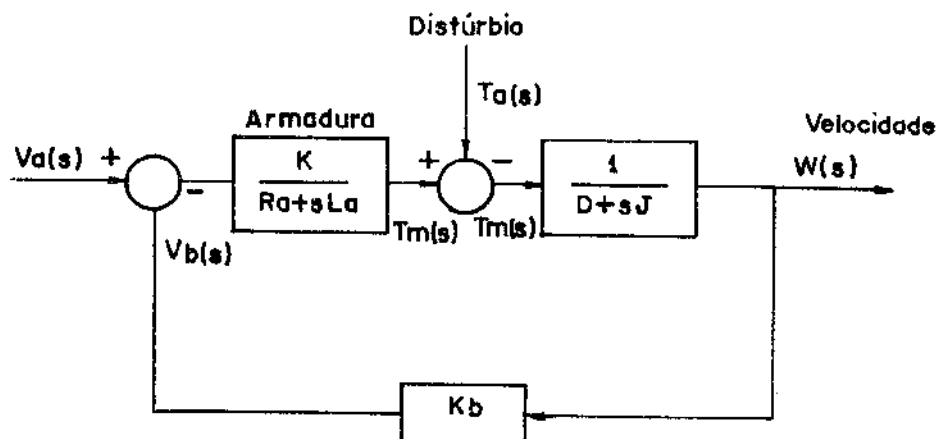


Figura A3.3 - Diagrama de blocos do motor DC controlado pela armadura.

ção A3.15, que é a equação de um motor DC controlado pela armadura.

A análise de estabilidade do controle do motor DC é feita através da função de transferência que possui dois polos, os quais na prática são reais e negativos. Eles são raízes da equação característica representada pelo denominador da equação A3.16, ou seja:

$$s^2 L_a J + s(L_a D + R_a J) + R_a D + K_b K_m = 0 \quad (A3.18)$$

Podemos fazer algumas simplificações a respeito dos parâmetros do motor com o intuito de simplificarmos o modelo. O amortecimento D pode ser desprezado e a indutância L_a considerada pequena. Assim, a equação característica reduzir-se-á:

$$s^2 L_a J + s R_a J + K_b K_m \quad (A3.19)$$

e os polos $\tilde{a}$:

$$p_{1,2} = \frac{-R_a J \pm \sqrt{(R_a J)^2 - 4 L_a J K_b K_m}}{2 L_a J} \quad (A3.20)$$

Como na prática a indutância L_a dos motores é muito pequena, é válida a seguinte asserção:

$$R_a^2 J^2 - 4 L_a J K_b K_m > 0 \quad (A3.21)$$

conseqüentemente os dois polos são considerados reais negativos, e podem ser escritos como:

$$p_1 = \frac{-R_a J + \sqrt{(R_a J)^2 - 4 L_a J K_b K_m}}{2 L_a J} \quad (A3.22)$$

$$p_2 = \frac{-R_a J - \sqrt{(R_a J)^2 - 4 L_a J K_b K_m}}{2 L_a J}$$

Podemos considerar $L_a \ll R_a^2 J / K_b K_m$ [19], e com isso fazer a seguinte aproximação na equação característica.

$\sqrt{1-x} = 1 - \frac{x}{2}$, que será válida para pequenos valores de x , resultando em:

$$\sqrt{(R_a J)^2 - 4L_a J K_b K_m} = R_a J \sqrt{1 - 4 \frac{L_a K_b K_m}{R_a^2 J}} = R_a J \left(1 - \frac{2L_a K_b K_m}{R_a^2 J}\right) \quad (A3.23)$$

e conseqüentemente os polos serão:

$$p_1 = \frac{-K_b K_m}{R_a J} \quad \text{e} \quad p_2 = \frac{-R_a}{L_a} \quad (A3.24)$$

A função de transferência do sistema pode, então, ser escrita como:

$$\frac{\omega(s)}{V_a(s)} = \frac{1/K_b}{(s\tau_m + 1)(s\tau_e + 1)} \quad (A3.25)$$

onde $\tau_m = \frac{-1}{p_1}$ e $\tau_e = \frac{-1}{p_2}$, são constantes de tempo mecânica e elétrica, respectivamente:

$$\tau_m = \frac{R_a J}{K_b K_m} \quad \text{e} \quad \tau_e = \frac{L_a}{R_a} \quad (A3.26)$$

Como na prática $\tau_m > 10\tau_e$, os dois polos sempre são negativos. Uma observação a ser feita é que se $4L_a J K_b K_m > R_a^2 J^2$ os dois polos tornar-se-iam complexos. Entretanto, isso não acontece para a maioria dos motores existentes no mercado [19, 24]. Outra afirmação é que $K_b = K_m$; isto em relação a condição de regime permanente, quando a potência dissipada na resistência dos enrolamentos do rotor pode ser desprezada.

Definindo para variáveis de estado de um servomotor DC:

$$x_1 = i_a(t) \quad ; \quad x_2 = \omega(t) \quad \text{e sendo } u = V_a(t)$$

obtem-se a partir de (A3.12):

$$V_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + K_b \omega(t) \quad (\text{A3.27})$$

cujá representação na forma de estado será:

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \frac{-R_a}{L_a} & \frac{-K_b}{L_a} \\ \frac{K_m}{J} & \frac{-D}{J} \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (\text{A3.28})$$

Embora o motor DC seja basicamente um sistema em malha aberta, o motor controlado pela armadura apresenta internamente uma malha de realimentação causada pela força contra-eletromotriz. Fisicamente a tensão contra-eletromotriz representa uma realimentação de um sinal que é proporcional à velocidade (com sinal invertido) do motor. Esta força contra-eletromotriz representa um termo adicional na função de transferência ($K_b K_m$). Conseqüentemente o efeito da força contra-eletromotriz é equivalente a uma "fricção elétrica" que tende a melhorar a estabilidade do motor. Outra observação é que a resposta dinâmica do motor DC controlado por campo é muito mais lenta que a resposta do motor DC controlado pela armadura. Por isso o controle por armadura é mais largamente usada.

APÊNDICE 4

EXPRESSÕES COMPUTACIONAIS PARA O CÁLCULO DOS PONTOS DE EQUILÍBRIO
DO MODELO E ANÁLISE DE ESTABILIDADE DO CONTROLADOR

A4.1 - EQUAÇÃO DE ESTADO E MEDIÇÃO

$$\begin{aligned}\dot{X}(\theta) &= AX(\theta) + bu(\theta) \\ Y(\theta) &= cX(\theta)\end{aligned}\tag{A4.1}$$

A4.2 - MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE ESTADO

$$\phi(\theta) = \begin{bmatrix} A(\theta) & B(\theta) \\ C(\theta) & D(\theta) \end{bmatrix}\tag{A4.2}$$

onde

$$\begin{aligned}A(\theta) &= \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_2 \theta} - \lambda_2 e^{-\lambda_1 \theta}}{\lambda_1 - \lambda_2} & B(\theta) &= \frac{\lambda_2 (e^{-\lambda_2 \theta} - e^{-\lambda_1 \theta})}{\lambda_1 - \lambda_2} \\ C(\theta) &= \frac{\lambda_1 (e^{-\lambda_1 \theta} - e^{-\lambda_2 \theta})}{\lambda_1 - \lambda_2} & D(\theta) &= e^{-\lambda_2 \theta}\end{aligned}$$

A4.3 - EQUAÇÃO DE RECORRÊNCIA

$$X(\theta_N) = \phi(\theta_N) X_N + J(\theta_N) \quad p/[\theta_N, 1 - \theta_N]\tag{A4.3}$$

$$J(\theta) = \begin{bmatrix} F(\theta) \\ G(\theta) \end{bmatrix}\tag{A4.4}$$

onde

$$F(\theta) = \frac{-\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \left[\frac{1}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 \theta_N}) - \frac{1}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 \theta_N}) \right]$$

$$G(\theta) = \frac{1}{\lambda_2} \left[1 - e^{-\lambda_2 \theta_N} \right]$$

$$X_{N+1} = T(\lambda) \cdot X_N + H(\theta_N) \quad (A4.5)$$

onde

$$T(\lambda) = \phi(1 - \theta_N) \quad \phi(\theta_N) = \phi(1)$$

$$H(\theta_N) = \phi(1 - \theta_N) \quad J(\theta_N)$$

$$H(\theta_N) = \begin{bmatrix} H_1(\theta_N) \\ H_2(\theta_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(1 - \theta) F(\theta) + B(1 - \theta) G(\theta) \\ C(1 - \theta) F(\theta) + D(1 - \theta) G(\theta) \end{bmatrix}$$

A4.4 - SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE RECORRÊNCIA

$$\begin{bmatrix} 1 - A(1) & -B(1) \\ -C(1) & 1 - D(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1p} \\ X_{2p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1(\theta_p) \\ H_2(\theta_p) \end{bmatrix} \quad (A4.6)$$

que tem como solução o vetor $\begin{bmatrix} X_{1p} \\ X_{2p} \end{bmatrix}$ onde:

$$X_{1p} = (H_1(\theta_p) + \frac{H_2(\theta_p) B(1)}{1 - D(1)}) / (1 - A(1) - \frac{B(1) C(1)}{1 - D(1)})$$

$$X_{2p} = \frac{H_2(\theta_p) + C(1) X_{1p}}{1 - D(1)}$$

sendo $\begin{bmatrix} X_{1p} \\ X_{2p} \end{bmatrix}$ o ponto duplo da recorrência descrita por A4.5.

A4.5 - LUGAR GEOMÉTRICO DOS PONTOS DE EQUILÍBRIO

$$\text{Função de comutação: } G = \bar{K}\{r - (A(\theta)X_1 + B(\theta)X_2 + F(\theta))\} \quad (\text{A4.7})$$

$$\bar{K} = \frac{\theta_p}{r - \{A(\theta_p)X_{1p} + B(\theta_p)X_{2p} + F(\theta_p)\}} \quad (\text{A4.8})$$

A4.6 - ANÁLISE DE ESTABILIDADE DOS PONTOS DE EQUILÍBRIO

$$\Delta r = \psi(1) + \begin{bmatrix} \frac{-\partial H_1}{\partial \theta_N} \cdot \frac{\partial G}{\partial X_1} \Big|_{\theta_p} & \frac{-\partial H_1}{\partial \theta_N} \cdot \frac{\partial G}{\partial X_2} \Big|_{\theta_p} \\ \frac{-\partial H_2}{\partial \theta_N} \cdot \frac{\partial G}{\partial X_1} \Big|_{\theta_p} & \frac{-\partial H_2}{\partial \theta_N} \cdot \frac{\partial G}{\partial X_2} \Big|_{\theta_p} \end{bmatrix} \quad (\text{A4.9})$$

onde

$$\frac{\partial G}{\partial X_1} = -\bar{K}A(\theta) \quad \frac{\partial G}{\partial X_2} = -\bar{K}B(\theta)$$

e ainda,

$$H_{11} = \frac{\partial H_1}{\partial \theta} = \frac{\partial A(1-\theta)}{\partial \theta} \cdot F(\theta) + A(1-\theta) \frac{\partial F(\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial B(1-\theta)}{\partial \theta} G(\theta) + \frac{\partial G(\theta)}{\partial \theta} B(1-\theta),$$

$$H_{22} = \frac{\partial H_2}{\partial \theta} = \frac{\partial C(1-\theta)}{\partial \theta} \cdot F(\theta) + C(1-\theta) \frac{\partial F(\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial D(1-\theta)}{\partial \theta} G(\theta) + \frac{\partial G(\theta)}{\partial \theta} D(1-\theta),$$

e

$$G_{11} = \frac{\partial G}{\partial \theta} = -\bar{K} \left\{ \frac{\partial A(\theta)}{\partial \theta} X_1 + \frac{\partial X_1}{\partial \theta} A(\theta) + \frac{\partial B(\theta)}{\partial \theta} X_2 + \frac{\partial X_2}{\partial \theta} B(\theta) + \frac{\partial F(\theta)}{\partial \theta} \right\} - 1$$

e designando,

$$\Lambda_r(I, J) = \begin{bmatrix} \Lambda_r(1, 1) & \Lambda_r(1, 2) \\ \Lambda_r(2, 1) & \Lambda_r(2, 2) \end{bmatrix} \quad (\text{A4.10})$$

onde

$$\Lambda_r(1, 1) = \Lambda(1) + \frac{H_{11}}{G_{11}} \bar{K}\Lambda(0),$$

$$\Lambda_r(1, 2) = B(1) + \frac{H_{11}}{G_{11}} \bar{K}B(0),$$

$$\Lambda_r(2, 1) = C(1) + \frac{H_{22}}{G_{11}} \bar{K}\Lambda(0),$$

e

$$\Lambda_r(2, 2) = D(1) + \frac{H_{22}}{G_{11}} \bar{K}B(0).$$

A4.7 - CONDIÇÃO DE ESTABILIDADE

$$T_2 < 1$$

$$T_2 - T_1 + 1 > 0 \quad (\text{A4.11})$$

$$T_2 + T_1 + 1 > 0$$

onde

$$T_1 = \Lambda_r(1, 1) + \Lambda_r(2, 2)$$

$$T_2 = \Lambda_r(1, 1) \cdot \Lambda_r(2, 2) - \Lambda_r(1, 2) \cdot \Lambda_r(2, 1)$$

As expressões anteriormente mostradas foram implantadas num computador digital e os resultados foram apresentados no capítulo 3. Para facilitar o manuseio dos dados, utilizamos a relação:

$$R = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (\text{A4.12})$$

que relaciona as constantes de tempo mecânico (λ_1) e elétrico (λ_2)

APÊNDICE 5

SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS

A medição de várias grandezas simultaneamente, nos ensaios realizados no capítulo 5, foi executada através de um sistema de aquisição de dados disponível no laboratório de Projeto Mecânico, que é mostrado na figura A5.1.

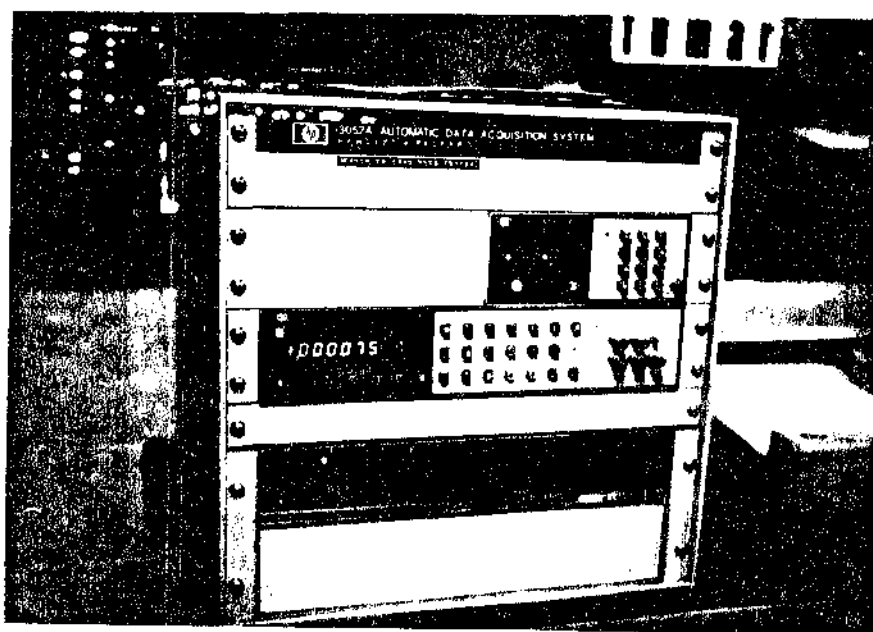


Figura A5.1 - Sistema de Aquisição de Dados.

A aquisição consiste basicamente em ler em determinados instantes, o sinal analógico que um transdutor fornece, convertê-lo para a forma digital e transferi-lo à unidade do processamento ou armazenagem.

O sistema é constituído basicamente de dois voltímetros digitais, sendo um deles de maior resolução e um "scanner", que é um instrumento capaz de fechar e abrir "relês" na seqüência que ele foi programado. Tal programação é feita através de uma interface com um mini-computador. Os relês que o "scanner" abre ou fecha representam canais por onde passam informações vindas dos transdutores. Maiores detalhes podem ser obtidos em [27, 28].

Um inconveniente do scanner é ele possuir diversos canais de entrada, mas somente um canal de saída, que pode ser conectado ao voltímetro de maior resolução, fazendo com que a leitura

ra das diversas grandezas medidas no ensaio não seja simultâneo, mas sim com uma frequência de amostragem da ordem de 10 Hz.

Para contornar esta defasagem existente entre os sinais utilizou-se um gravador HP 3664A com capacidade para gravação de até 4 canais. Em um dos canais gravou-se um sinal de referência, que dispara o sistema de aquisição, garantindo, assim, um início sincronizado na leitura dos sinais.

A figura A5.2 apresenta um diagrama de blocos do procedimento seguido.

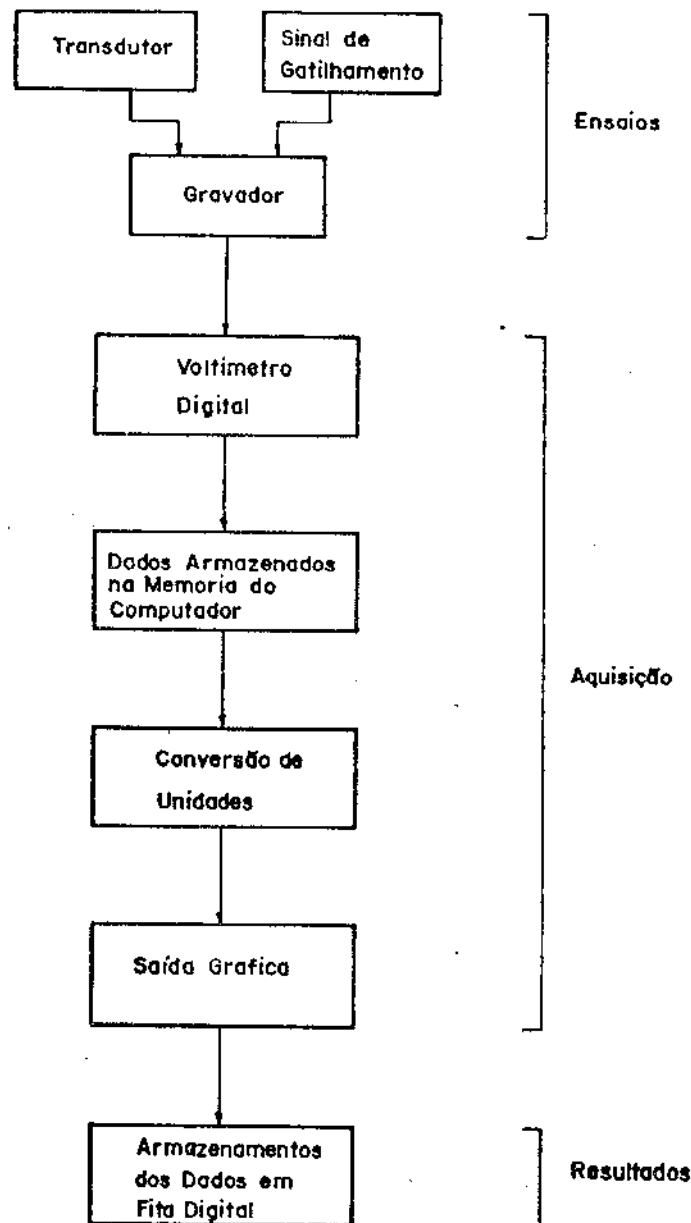


Figura A5.2 - Diagrama de blocos da aquisição de dados.

No apêndice 6 o correspondente programa computacional elaborado é apresentado.

APÊNDICE 6 - PROGRAMAS COMPUTACIONAIS

A6.1. PROGRAMA: BIFURC - Simulação digital de um veículo híbrido.

```

1      ! BIFURC : Programa para simulação de um veículo híbrido
           através de um computador digital.
10     OPTION BASE 0
20     Io=-2.56
30     Io1=-5.18
40     Iv=-1
50     Ho=.9
60     No1=.9
70     Nts=.9
80     ! Dados sobre o sistema
90     INPUT "Intervalos de tempo",Dt1,Dt2,Dt3,Dt4
100    Wo=8000*PI/30      ! rad/s
110    Wf=12000*PI/30     ! rad/s
120    Ju=1.82            ! Kg/M^2
130    Mpmx=4              ! Torque maximo de perdas
140    Wmax=3000/60*(2*PI) ! Velocidade maxima no eixo principal
150    SHORT V(300,3),P(300),R(300,3),M(300,3),Pt(300,3),Vet(300,3),Pi(300),Rend(3
00),Pd(300)
160    DIM H$(5)(50)
170    N1c=2
180    N=4
190    Inb=(Dt1+Dt2+Dt3+Dt4)*N
200    A1=Wmax/Dt1
210    A2=0
220    A3=-Wmax/Dt1      ! Variar o denominador se necessario
230    A4=0
240    W4=0
250    Dev1=Ju*(Wf^2-Wo^2)/2      ! Variacao de energia armazenada no volante
260    Dev2=0
270    Dev3=Ju*(Wo^2-Wf^2)/2
280    Dev4=0
290    Pmax1=2*Dev1/Dt1      ! Potencia maxima [Watts]
300    Pmax2=2*Dev2/Dt2
310    Pmax3=2*Dev3/Dt3
320    Pmax4=2*Dev4/Dt4
330    ! Potencia no eixo do volante (aproximacao linear com o tempo)
340    FOR I=0 TO Dt1*N
350    P(I)=I/N
360    Pi(I)=Pmax1*P(I)/Dt1
370    NEXT I
380    FOR J=1 TO Dt2*N-1
390    P(J+N*Dt1)=(J+N*Dt1)/N
400    Pi(J+Dt1*N)=0
410    NEXT J
420    FOR K=0 TO Dt3*N
430    P(K+N*(Dt1+Dt2))=(K+N*(Dt1+Dt2))/N
440    Pi(K+(Dt1+Dt2)*N)=-(Pmax3*P(K)/Dt3-Pmax3)
450    NEXT K
460    FOR K=1 TO Dt4*N
470    P(K+N*(Dt1+Dt2+Dt3))=(K+N*(Dt1+Dt2+Dt3))/N
480    Pi(K+(Dt1+Dt2+Dt3)*N)=0
490    NEXT K
500    FOR I=0 TO Dt1*N
510    ! Expressoes de velocidade
520    ! Aceleracao do veiculo
530    V(I,1)=A1*P(I)
540    V(I,2)=(Wf^2-Pi(Dt1*N)*P(I))^2/(Ju*Dt1))^-.5
550    V(I,3)=Iv/Io*(V(I,1)-(1-Io)/(1-Io1)*V(I,2))
560    NEXT I
570    ! Mantendo a velocidade
580    FOR I=1 TO Dt2*N-1
590    V(I+N*Dt1,2)=V(N*Dt1,2)
600    V(I+N*Dt1,1)=A1*P(Dt1*N)
610    V(I+N*Dt1,3)=Iv/Io*(V(I+N*Dt1,1)-(1-Io)/(1-Io1)*V(I+N*Dt1,2))
620    NEXT I
630    ! Frenagem do veiculo
640    FOR I=0 TO Dt3*N
650    V(I+N*(Dt1+Dt2),1)=V(N*(Dt1+Dt2)-1,1)+A3*P(I)
660    V(I+N*(Dt1+Dt2),2)=(V(N*(Dt1+Dt2)-1,2)^2+Pi(N*(Dt1+Dt2))*P(I)^2/(Ju*Dt3)-2
*P(I)/Ju))^-.5
670    V(I+N*(Dt1+Dt2),3)=Iv/Io*(V(I+N*(Dt1+Dt2),1)-(1-Io)/(1-Io1)*V(I+N*(Dt1+Dt2)
,2))
680    NEXT I
690    FOR I=1 TO Dt4*N
700    V(I+N*(Dt1+Dt2+Dt3),1)=V(N*(Dt1+Dt2+Dt3),1)
710    V(I+N*(Dt1+Dt2+Dt3),2)=V(N*(Dt1+Dt2+Dt3),2)
720    V(I+N*(Dt1+Dt2+Dt3),3)=Iv/Io*(V(I+N*(Dt1+Dt2+Dt3),1)-(1-Io)/(1-Io1)*V(I+N*(
Dt1+Dt2+Dt3),2))
730    NEXT I
740    ! Aceleracoes
750    FOR I=0 TO Dt1*N
760    A(I,1)=A1
770    A(I,2)=-Pi(Dt1*N)*P(I)/(Dt1*Ju)*(Wf^2-Pi(I)*P(I)^2/(Dt1*Ju))^(-.5)
780    A(I,3)=Iv/Io*(A(I,1)-(1-Io)/(1-Io1)*A(I,2))

```

```

790 NEXT I
800 FOR J=1 TO Dt2*N-1
810 A(J+N*Dt1,1)=A2
820 A(J+N*Dt1,2)=0
830 A(J+N*Dt1,3)=Io/Io*(A(J+N*Dt1,1)-(1-Io)/(1-Io1)*A(J+N*Dt1,2))
840 NEXT J
850 FOR K=0 TO N*Dt3
860 A(K+N*(Dt1+Dt2),1)=A3
870 A(K+N*(Dt1+Dt2),2)=1/Jo*(P(K)/Dt3-1)*Pi(N*(Dt1+Dt2))*(V((Dt1+Dt2)*N-1,2)^2+
Pi(N*(Dt1+Dt2))*P(K)^2/(Jo*Dt3)-2*P(K)/Jo))^(.5)
880 A(K+N*(Dt1+Dt2),3)=Io/Io*(A(K+N*(Dt1+Dt2),1)-(1-Io)/(1-Io1)*A(K+N*(Dt1+Dt2),
2))
890 NEXT K
900 FOR K=1 TO N*Dt4
910 A(K+N*(Dt1+Dt2+Dt3),1)=0
920 A(K+N*(Dt1+Dt2+Dt3),2)=0
930 A(K+N*(Dt1+Dt2+Dt3),3)=0
940 NEXT K
950 ! Expressões dos torque nos eixos
960 FOR I=0 TO Inb
970 M(I,2)=Pi(I)/V(I,2)
980 NEXT I
990 FOR I=0 TO Dt1*N
1000 W1=1
1010 W1=1
1020 M(I,1)=-(Io1*No1^W1-1)/(Io*No^W1-1)*M(I,2)
1030 M(I,3)=-Io*No^W1*Io/Nts*M(I,1)
1040 NEXT I
1050 FOR I=0 TO Dt3*N
1060 W1=-1
1070 W1=-1
1080 M(I+N*(Dt1+Dt2),1)=-(Io1*No1^W1-1)/(Io*No^W1-1)*M(I+N*(Dt1+Dt2),2)
1090 A(I+N*(Dt1+Dt2),3)=-Io*No^W1*Io/Nts*M(I+N*(Dt1+Dt2),1)
1100 NEXT I
1110 FOR I=0 TO Inb
1120 Pt(I,1)=V(I,1)*M(I,1)
1130 Pt(I,2)=V(I,2)*M(I,2)
1140 Pt(I,3)=V(I,3)*M(I,3)
1150 NEXT I
1160 ! Rendimento
1170 ! Aceleração do veículo
1180 FOR I=1 TO Dt1*N
1190 Rend(I)=-(Pt(I,1)+Pt(I,3))/Pt(I,2)
1200 NEXT I
1210 ! Velocidade constante
1220 FOR I=Dt1*N+1 TO (Dt1+Dt2)*N-1
1230 Mbc=Io*Nts/(Io*No^W1*(Io*No^W1-1)/(Io1*No1^W1-1)-1)
1240 Rend(I)=Rend(Dt1*N)
1250 NEXT I
1260 ! Frenagem do veículo
1270 FOR I=(Dt1+Dt2)*N TO (Dt1+Dt2+Dt3)*N-1
1280 Rend(I)=-Pt(I,2)/(Pt(I,1)+Pt(I,3))
1290 NEXT I
1300 FOR I=(Dt1+Dt2+Dt3)*N TO Inb
1310 Rend(I)=-Mbc*V((Dt1+Dt2+Dt3)*N,2)/V((Dt1+Dt2+Dt3)*N,3)
1320 NEXT I
1330 FOR K=1 TO 1
1340 FOR I=0 TO Inb
1350 Vet(I,K)=Rend(I)
1360 P(I)=I/N
1370 ! PRINT I,Rend(I),Pt(I,1);Pt(I,2);Pt(I,3)
1380 NEXT I
1390 NEXT K
1400 PRINT "Press CONT para graficos"
1410 PAUSE
1420 H$(1)="SIMULACAO DIGITAL DE UM VEICULO HIBRIDO"
1430 H$(2)="      RENDIMENTO DO T.E.P. NO PROCESSO      "
1440 H$(4)="      TEMPO [seg]"
1450 H$(5)="      Rendimento      "
1460 CALL Graficos(Xm,N,Step,Inb,H$(*),Nic,Vet(*),P(*))
1470 END

```

A6.2. PROGRAMA: PPDF - Determinação das faixas de operação da caixa de engrenagens planetária.

```

1 ! PPDFV : Programa para determinação das faixas de operação
      de uma caixa de engrenagens planetárias composta.
10  OPTION BASE 1
20  ! Dados da caixa de engrenagens planetária
30  Iol=-5.18
40  Io=-2.56
50  Iv=-1
60  ! GRAFICOS
70  PLOTTER IS 7,5,"9872A"
80  LIMIT 15,15+150,10,10+100
90  LOCATE 12,105,10,70
100 FRAME
110 INPUT "Cor da pena",P
120 PEN P
130 SCALE 0,5,0,20
140 AXES 1,1,0,0,2,4,2
150 FRAME
160 CSIZE 3
170 LDIR 0
180 LORG 6
190 FOR I=0 TO 5 STEP 1
200 MOVE I-.05,-.4
210 LABEL USING "DD";I
220 NEXT I
230 FOR J=0 TO 20 STEP 4
240 LORG 8
250 DEG
260 LDIR 90
270 MOVE -.08,J+.2
280 LABEL USING "DDD";J
290 NEXT J
300 CSIZE 3
310 MOVE 2.5,-2
320 LORG 6
330 LDIR 0
340 LABEL USING "K";"Wa [ x10E3 rpm ]"
350 DEG
360 MOVE -.45,15
370 LDIR 90
380 LORG 8
390 LABEL USING "K";"Wb [ x10E3 rpm ]"
400 FOR Wc=-4 TO 0 STEP .2
410 FOR Wa=0 TO 5 STEP .1
420 Wb=(1-Iol)/(1-Io)*(Wa-Io/Iv*Wc)
430 IF Wb>20 THEN 560
440 PEN 2
450 IF ABS(Wb)>12 THEN 470
460 IF ABS(Wb)>8 THEN 520
470 CSIZE 2
480 LORG 4
490 MOVE Wa,Wb
500 LABEL USING "1A";","
510 GOTO 560
520 CSIZE 1
530 LORG 5
540 MOVE Wa,Wb
550 LABEL USING "1A";"*"
560 NEXT Wa
570 NEXT Wc
580 PEN 0
590 END

```

A6.3. PROGRAMA: REND - Rendimento da T.E.P. na sua faixa de operação.

```

10  OPTION BASE 1
20  ! PROGRAMA PARA DETERMINAÇÃO DE RENDIMENTOS DE UMA CAIXA DE ENGRENAGENS
    PLANETARIA COMPOSTA
30  ! RENDIMENTOS DOS ENGRENAMENTOS
40  No=.8516
50  No1=.8987
60  Nts=.9728
70  ! RAZOES BASICAS
80  Io=-2.56
90  Io1=-5.18
100 Iv=-1
110 ! GRAFICOS
120 PLOTTER IS 7,5,"9872A"
130 LIMIT 15,15+250,10,10+180
140 ! PLOTTER IS 13,"GRAPHICS"
150 ! GRAPHICS
160 LOCATE 12,185,10,78
170 FRAME
180 INPUT "Cor da pena",P
190 PEN P
200 SCALE 2.5,7.5,0,1.2
210 AXES .2,.05,2.5,0,5,4,2
220 FRAME
230 CSIZE 3
240 LDIR 0
250 LORG 6
260 FOR I=2.5 TO 7.5 STEP 1
270 MOVE I+.02,-.02
280 LABEL USING "D.D";I
290 NEXT I
300 FOR J=0 TO 1.2 STEP .2
310 LORG 8
320 DEG
330 LDIR 0
340 MOVE 2.45,J+.008
350 LABEL USING "D.D";J
360 NEXT J
370 CSIZE 3
380 MOVE 4.8,-.11
390 LORG 6
400 LDIR 0
410 LABEL USING "K";"Nb/Mc"
420 MOVE 6.6,.7
430 LABEL USING "K";"aceler. ...."
440 MOVE 6.6,.65
450 LABEL USING "K";"frenag. ----"
460 DEG
470 MOVE 2,.8
480 LDIR 90
490 LORG 8
500 LABEL USING "K";"Rendimento"
510 ! FRENAGEM      W1=-1   W11=-1
520 ! ACELERAÇÃO   W1=+1   W11=1
530 ! VEL const.  W1=+1   W11=1
540 FOR X=-7.5 TO -2.5 STEP .1
550 PLOT -X,1
560 NEXT X
570 MOVE 0,0
580 FOR X=-7.5 TO -2.5 STEP .5
590 ! EXPRESSOES DAS VELOCIDADES
600 ! X=Nb/Mc      Y=Na/Mc
610 ! Y=0          ! Velocidade no eixo "a" = 0
620 Y=X*(1-Io)/(1-Io1)+Io/Iv
630 X=(Y-Io/Iv)*(1-Io1)/(1-Io)
640 ! EXPRESSOES DOS MOMENTOS NOS EIXOS DA CAIXA
650 ! Mbc=Mb/Mc    Mca=Mc/Ma    Mab=Ma/Mb
660 W1=1
670 W11=1
680 Mab=(Io1*No1^W11-1)/(Io*No^W1-1)
690 Mba=Mab^(-1)
700 Mca=-Io*No^W1/(Nts*Iv)
710 Mac=Mca^(-1)
720 Mcb=Mab*Mca
730 Mbc=Mcb^(-1)
740 ! EXPRESSOES DOS RENDIMENTOS
750 Rendf=Mbc*X/(1+Y*Mac)
760 Renda=(Mac*Y+1)/(Mbc*X)
770 Rendc=Mbc*X
780 ! MOVE -X,Rendf
790 PLOT -X,Renda
800 LINE TYPE 3
810 CSIZE 1
820 LORG 4
830 ! LABEL USING "1A";"X"
840 NEXT X
850 PENUP
860 PEN 0
870 END

```

A6.4. PROGRAMA BADSN - Determinação dos pontos de equilíbrio do controlador e análise de estabilidade.

```

1 ! BADSN : Programa para determinação dos pontos de equilíbrio de um sistema
      utilizando MLP e, análise de estabilidade desses pontos.-
10  OPTION BASE 0      !Prog BADSN Plota a região de equilíbrio e faz análise
                        de estabilidade
20  INPUT "N ",N
30  INPUT "K",K
40  INPUT "R",R
50  DIM Ar(2,2)
60  Teta=.0004
70  P=0
80  FOR I=0 TO .9995 STEP .0005
90    Teta=Teta+I
100   T=.0000001
110   FOR J=0 TO .35 STEP .005
120     T=T+J
130     Y=1-Teta
140     E11=EXP(K*N*T*Y)
150     E22=EXP(K*T*Y)
160     Ac=(E11-N*E22)/(1-N)
170     Bc=(E11-E22)*N/(1-N)
180     Cc=(E22-E11)/(1-N)
190     Dc=E11
200     Fc=((1-E11)/N-(1-E22))*N^2/(1-N)
210     Gc=1-E11
220     A1c=K*N*T*(E11-E22)/(1-N)
230     B1c=K*N*T*(N*E11-E22)/(1-N)
240     C1c=K*T*(E22-N*E11)/(1-N)
250     D1c=K*N*T*E11
260     E1=EXP(K*N*T*Teta)
270     E2=EXP(K*T*Teta)
280     A=(E1-N*E2)/(1-N)
290     B=(E1-E2)*N/(1-N)
300     C=(E2-E1)/(1-N)
310     D=E1
320     F=((1-E1)/(N*K*T)-(1-E2)/(K*T))*N/(1-N)
330     G=(1-E1)/(N*K*T)
340     A1=K*N*T*(E1-E2)/(1-N)
350     B1=K*N*T*(N*E1-E2)/(1-N)
360     C1=K*T*(E2-N*E1)/(1-N)
370     D1=K*N*T*E1
380     V1=EXP(K*N*T)
390     V2=EXP(K*T)
400     Ao=(V1-N*V2)/(1-N)
410     Bo=(V1-V2)*N/(1-N)
420     Co=(V2-V1)/(1-N)
430     Do=V1
440     H1=Ac*F+Bc*G
450     H2=Cc*F+Dc*G
460     X1=(H1+H2*Bo/(1-Do))/(1-Ao-Bo*Co/(1-Do))
470     X2=(H2+Co*X1)/(1-Do)
480     IF R-(A*X1+B*X2+F)=0 THEN 1050
490     K1=N*Teta/(R-(A*X1+B*X2+F))
500 ! MOVE T,K1
510 ! LABEL USING "1A"; "-"
520 ! IF P>0 THEN 500
530 ! PLOTTER IS 10,"GRAPHICS"
540 ! GRAPHICS
550 ! FRAME
560 ! SCALE 0,.35,0,3.5
570 ! AXES .35,.7,0,0,1,1,5
580 ! P=P+1
590 ! T=.0001
600 ! NEXT J
610 ! Teta=.00005
620 ! BEEP
630 ! NEXT I
640 ! DUMP GRAPHICS
650 ! END
660 F1=N*(E2-E1)/(1-N)
670 G1=-E1
680 H11=-A1c*F+Ac*F1-B1c*G+G1*Bc
690 H22=-C1c*F+Cc*F1-D1c*G+G1*Dc
700 X11=(H11+H22*Bo/(1-Do))/(1-Ao-Bo*Co/(1-Do))
710 X22=(H22+Co*X11)/(1-Do)
720 G11=-K1*(A1*X1+X11*A+B1*X2+X22*B+F1)-1
730 IF G11=0 THEN 1050
740 Ar(1,1)=Ao+H11*K1*A/G11
750 Ar(1,2)=Bo+H11*K1*B/G11
760 Ar(2,1)=Co+H22*K1*A/G11
770 Ar(2,2)=Do+H22*K1*B/G11
780 T1=Ar(1,1)+Ar(2,2)
790 T2=Ar(1,1)*Ar(2,2)-Ar(1,2)*Ar(2,1)

```

```

800 IF P>0 THEN 890
810 ! PLOTTER IS 7,5,"9872A"
811 PLOTTER IS 13,"GRAPHICS"
812 GRAPHICS
820 LIMIT 45,135,40,100
830 FRAME
840 INPUT "COR DA PENHA ",P
850 PEN P
860 SCALE 0,.35,0,.7
870 AXES .07,.14,0,0,1,1,5
880 P=P+1
890 IF T1+T2+1<=0 THEN 950
900 IF T2-T1+1<=0 THEN 950
910 IF T2<=1 THEN 1030
920 ! PRINT "Teta=";Teta,"T=";T,"K1=";K1,"Ts",Ts
930 ! PRINT "Teta=";Teta,"T=";T,"K1=";K1,"P",P
940 ! PRINT "Teta=";Teta,"T=";T,"K1=";K1,"S",S
950 MOVE T,K1
960 IF K1<10 THEN 1010
970 PRINTER IS 0
980 PRINT T,K1
990 PRINTER IS 16
1000 CSIZE 2,.1
1010 LABEL USING "1A";"x"
1020 GOTO 1050
1030 MOVE T,K1
1040 LABEL USING "1A";"."
1050 T=.00001
1060 NEXT J
1070 Teta=.0004
1080 BEEP
1090 NEXT I
1100 ! DUMP GRAPHICS
1110 PEN 0
1120 END

```

A6.5. PROGRAMA TRANSF - Determinação das frequências naturais em caixas de engrenagens.

```

1  ! TRANSF : Programa para calcular as frequências naturais de caixas de
    engrenagens utilizando a técnica de matriz de transferência.
10  OPTION BASE 0
20  DIM A(4,1,18),B(4,8,18),H$(5)(30),Ra(18)
30  DIM J(18),K(18),I(6,18),C(18),Z(6,18),G(18),D(18),Coeffs(18),Rroot(18),Rcoe
f(18),Icoef(18),Inoot(18)
40  SHORT Vet(1000)
50  SHORT P(1000)
60  INPUT "N",N
70  Degree=2*N
80  MAT A=ZER
90  MAT G=ZER
100 MAT C=ZER
110 MAT K=ZER
120 MAT J=ZER
130 MAT I=ZER
140 PRINT "RIGIDEZ"
150 FOR X=2 TO N
160 PRINT "K(";X;")", "1<=K<10"
170 INPUT K(X)
180 NEXT X
190 INPUT "Existe amortecimento estrutural: Sim(1) ?",Af
200 IF Af=0 THEN 260
210 PRINT "AMORTECIMENTO ESTRUTURAL"
220 FOR X=1 TO N
230 PRINT "G(";X;")", "1<=G<10"
240 INPUT G(X)
250 NEXT X
260 INPUT "Existe amortecimento viscoso: Sim(1) ?",Aff
270 IF Aff=0 THEN 330
280 PRINT "AMORTECIMENTO VISCOZO"
290 FOR X=1 TO N
300 PRINT "D(";X;")", "1<=D<10"
310 INPUT D(X)
320 NEXT X
330 FOR X=1 TO N
340 FOR I=1 TO 4
350 B(I,I,X)=1
360 B(I,I+4,X)=1
370 NEXT I
380 ! Selecionamento da caixa
390 ! Linha 190 Sub-rotina para engrenamento
400 IF X=12 THEN 460
410 IF X=13 THEN 460
420 PRINT "INERCIAS"
430 PRINT "J(";X;")", "1<=J<10"
440 INPUT J(X)
450 GOTO 470
460 CALL Engr(I(*),J(*),K(*),M,Ic,T,H,X,B(*),C(*),Z(*))
470 NEXT X
480 PRINT "Fator multiplicativo da inercia em potencia de dez"
490 INPUT "Inercia x ... ",In
500 PRINT "Fator multiplicativo da rigidez em potencia de dez"
510 INPUT "Rigidez x ... ",Rg
520 IF Af=Nao THEN 530
530 IF Aff=Nao THEN 560
540 PRINT "Fator multiplicativo do amortecimento em potencia de dez"
550 INPUT "Amortecimento x ... ",Am
560 FOR I=1 TO N
570 J(I)=J(I)*In
580 K(I)=K(I)*Rg
590 G(I)=G(I)*Am
600 C(I)=C(I)*Am
610 NEXT I
620 Inb=0
630 INPUT "Fmax",Fmax
640 INPUT "STEP",Step
650 FOR F=0 TO Fmax STEP Step
660 Inb=Inb+1
670 Ww=(2*PI*F)^2
680 P(Inb)=F
690 FOR X=2 TO N
700 B(1,2,X)=K(X)/(K(X)^2+Ww*G(X)^2)
710 B(3,4,X)=B(1,2,X)
720 B(1,4,X)=SQR(Ww)*G(X)/(K(X)^2+Ww*G(X)^2)
730 B(3,2,X)=-B(1,4,X)
740 B(2,5,X)=-J(X)*Ww
750 B(4,5,X)=SQR(Ww)*D(X)
760 B(4,7,X)=B(2,5,X)
770 B(2,7,X)=-B(4,5,X)
780 NEXT X
790 FOR X=1 TO N-1
800 A(1,1,1)=1

```

```

810 A(2,1,1)=-J(1)*Wm ! Se a primeira matriz for de campo J(1)=grande
820 A(4,1,1)=SQRT(Wm)*D(1)
830 Y1=(A(1,1,X)*B(1,1,X+1)+A(2,1,X)*B(1,2,X+1)+A(3,1,X)*B(1,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
1,4,X))*B(1,5,X+1)
840 Y2=(A(1,1,X)*B(2,1,X+1)+A(2,1,X)*B(2,2,X+1)+A(3,1,X)*B(2,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
2,4,X))*B(1,6,X+1)
850 Y3=(A(1,1,X)*B(3,1,X+1)+A(2,1,X)*B(3,2,X+1)+A(3,1,X)*B(3,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
3,4,X))*B(1,7,X+1)
860 Y4=(A(1,1,X)*B(4,1,X+1)+A(2,1,X)*B(4,2,X+1)+A(3,1,X)*B(4,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
4,4,X))*B(1,8,X+1)
870 A(1,1,X+1)=Y1+Y2+Y3+Y4
880 Y1=(A(1,1,X)*B(1,1,X+1)+A(2,1,X)*B(1,2,X+1)+A(3,1,X)*B(1,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
1,4,X))*B(2,5,X+1)
890 Y2=(A(1,1,X)*B(2,1,X+1)+A(2,1,X)*B(2,2,X+1)+A(3,1,X)*B(2,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
2,4,X))*B(2,6,X+1)
900 Y3=(A(1,1,X)*B(3,1,X+1)+A(2,1,X)*B(3,2,X+1)+A(3,1,X)*B(3,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
3,4,X))*B(2,7,X+1)
910 Y4=(A(1,1,X)*B(4,1,X+1)+A(2,1,X)*B(4,2,X+1)+A(3,1,X)*B(4,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
4,4,X))*B(2,8,X+1)
920 A(2,1,X+1)=Y1+Y2+Y3+Y4
930 Y1=(A(1,1,X)*B(1,1,X+1)+A(2,1,X)*B(1,2,X+1)+A(3,1,X)*B(1,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
1,4,X))*B(3,5,X+1)
940 Y2=(A(1,1,X)*B(1,1,X+1)+A(2,1,X)*B(1,2,X+1)+A(3,1,X)*B(1,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
1,4,X))*B(3,6,X+1)
950 Y3=(A(1,1,X)*B(3,1,X+1)+A(2,1,X)*B(3,2,X+1)+A(3,1,X)*B(3,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
3,4,X))*B(3,7,X+1)
960 Y4=(A(1,1,X)*B(4,1,X+1)+A(2,1,X)*B(4,2,X+1)+A(3,1,X)*B(4,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
4,4,X))*B(3,8,X+1)
970 A(3,1,X+1)=Y1+Y2+Y3+Y4
980 Y1=(A(1,1,X)*B(1,1,X+1)+A(2,1,X)*B(1,2,X+1)+A(3,1,X)*B(1,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
1,4,X))*B(4,5,X+1)
990 Y2=(A(1,1,X)*B(1,1,X+1)+A(2,1,X)*B(1,2,X+1)+A(3,1,X)*B(1,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
1,4,X))*B(4,6,X+1)
1000 Y3=(A(1,1,X)*B(3,1,X+1)+A(2,1,X)*B(3,2,X+1)+A(3,1,X)*B(3,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
3,4,X))*B(4,7,X+1)
1010 Y4=(A(1,1,X)*B(4,1,X+1)+A(2,1,X)*B(4,2,X+1)+A(3,1,X)*B(4,3,X+1)+A(4,1,X)*B(
4,4,X))*B(4,8,X+1)
1020 A(4,1,X+1)=Y1+Y2+Y3+Y4
1030 NEXT X
1040 ! Vet(Inb)=ABS(A(4,1,N))
1050 Vet(Inb)=A(2,1,N)
1060 ! Vet(Inb)=ABS(A(2,1,N)^2+A(4,1,N)^2)^.5
1070 PRINT Wm,Vet(Inb)
1080 NEXT F
1090 Abort=0
1100 CALL Polynomial(Inb,Degree,Coeffs(*),Regss,Resss,Totalss,Regms,Resms,F,Dfres
g,Dfres,Dftot,Abort,Vet(*),P(*))
1110 ! PRINTER IS 0
1120 PRINT "MODELO POLINOMIAL: Y=A(N)*X^N+A(N-1)*X^(N-1)+...+A(1)*X+A(0)"
1130 PRINT "Coeficientes:"
1140 FOR I=0 TO Degree STEP 2
1150 PRINT USING Set;I,Coeffs(I)
1160 Set: IMAGE "Aa("DDDD")=",K
1170 NEXT I
1180 N=Degree
1190 PRINT "Grau do polinomio=",N
1200 FOR I=0 TO N STEP 2
1210 Icoef(I)=0
1220 Rcoef(I)=Coeffs(I)
1230 NEXT I
1240 Tola=.0000001
1250 Tolf=.0000001
1260 Itmax=100
1270 CALL Siljak(N,Rcoef(*),Icoef(*),Tola,Tolf,Itmax,Rroot(*),Inroot(*))
1280 PRINT LIN(2),"RAIZES:",LIN(1),SPA(3),"REAL",LIN(2)
1290 FOR I=1 TO N
1300 FIXED 2
1310 PRINT Rroot(I)
1320 NEXT I
1330 PRINT LIN(5)
1340 FOR I=1 TO Inb+1
1350 Vet(I)=ABS(Vet(I))
1360 NEXT I
1370 PRINTER IS 16
1380 PRINT "Frequencia maxima=";P(Inb)
1390 Nlc=1
1400 H$(1)="Curva Frequencia - Torque"
1410 H$(2)="TESTE "
1420 H$(5)="Torque"
1430 H$(4)="Frequencia"
1440 PAUSE
1450 CALL Graficos(Xm,Step,Inb,H$(*),Nlc,Degree,Coeffs(*),Vet(*),P(*)) !---Gr
aficos--
1460 END

```



```

1470 SUB Engr(I(*),J(*),K(*),M,Ic,T,H,K,B(*),C(*),Z(*))
1480 PRINT "Numero do no =";X
1490 INPUT "Numero de engrenagens",M
1500 FOR Ic=1 TO M
1510 PRINT "Z(";Ic;X;")","Numero de dentes de cada engrenagem"
1520 INPUT Z(Ic,X)
1530 PRINT "I(";Ic;X;")","Inercia de cada engrenagem 1<=I<10"
1540 INPUT I(Ic,X)
1550 NEXT Ic
1560 B(1,5,X)=(-1)^(M-1)*Z(1,X)/Z(M,X)
1570 B(3,7,X)=B(1,5,X)
1460 END
1470 SUB Engr(I(*),J(*),K(*),M,Ic,T,H,K,B(*),C(*),Z(*))
1480 PRINT "Numero do no =";X
1490 INPUT "Numero de engrenagens",M
1500 FOR Ic=1 TO M
1510 PRINT "Z(";Ic;X;")","Numero de dentes de cada engrenagem"
1520 INPUT Z(Ic,X)
1530 PRINT "I(";Ic;X;")","Inercia de cada engrenagem 1<=I<10"
1540 INPUT I(Ic,X)
1550 NEXT Ic
1560 B(1,5,X)=(-1)^(M-1)*Z(1,X)/Z(M,X)
1570 B(3,7,X)=B(1,5,X)
1580 C(1)=I(1,X)/Z(1,X)^2
1590 FOR T=1 TO M-1
1600 C(T+1)=I(T+1,X)/Z(T+1,X)^2
1610 H=C(T)+C(T+1)
1620 C(T+1)=H
1630 NEXT T
1640 J(X)=-(-1)^M*(Z(1,X)*Z(M,X)*H)
1650 B(2,6,X)=(-1)^(M-1)*Z(M,X)/Z(1,X)
1660 B(4,8,X)=B(2,6,X)
1670 SUBEND

```

A6.6. PROGRAMA AqJ. - Aquisição de dados.

```

1   ! AqJ1 : Programa para aquisição de dados e processamento
10  OPTION BASE 0
20  DIM H$(5)[35]
30  SHORT VC(201),D(201),Vet(201,9),P(201)
40  P(0)=0           ! variavel de tempo
50  DATA 7,724
60  READ Bus,Sum
70  Number=200
80  ! Tempo Total de aquisição : Tt=Number*D
90  D=.01
100 RESET Sum
110 OUTPUT Sum;"P2T2R2NG200SE2SD.001S"
120 REDIM VC1:Number)
130 ENTER Sum BFHS 2*Number USING "#,.";VC*)
140 STATUS Sum;Sta
150 WRITE IO Bus,6;95
160 Hand: IF NOT IOFLAG(Bus) THEN Hand:
170 OUTPUT Sum USING "2A";"T3"
180 CALL Unpack(V(*)*)
190 Inb=Number
200 INPUT "NUMERO DO RECORD ONDE SERA FEITA A GRAVACAO [Sensor]",H
210 FOR I=1 TO Number
220 Vet(I,H)=V(I)
230 P(I)=P(I-1)+D
240 PRINT I,Vet(I,H),P(I)
250 NEXT I
260 ! GRAFICOS
270 Nlc=3           ! Numero de mensagens
280 Step=1
290 H$(1)="Simulacao Digital de um veiculo hibrido"
300 H$(2)="      Curva Torque X rotacao"
310 H$(4)="      Rotacao [rpm]"
320 H$(5)="      Torque EN.m1"
330 CALL Graficos(Inb,H,H$(*),Nlc,Step,Vet(*),P(*))      !---Graficos---
340 BEEP
350 PRINT "Press CONT para armazenar na fita"
360 PAUSE
370 ! CRIACAO DO ARQUIVO
380 ! CREATE "DATAJ",10,5120           ! Depois de criado colocar !
390 ASSIGN #1 TO "DATAJ"
400 PRINT #1,H
410 FOR I=1 TO Number
420 PRINT #1;Vet(I,H),P(I)
430 NEXT I
440 PRINT "TERMINADA A EXECUCAO"
450 END
460 SUB Unpack(SHORT Pak(*))
470 INTEGER Ind,Pak
480 FOR Ind=1 TO POW(Pak)
490   Pak=Pak(Ind)
500   Pak(Ind)=(2*BIT(Pak,13)-1)*(10*BIT(Pak,12)+BINAND(SHIFT(Pak,8),15)+.1*
BINAND(SHIFT(Pak,4),15)+.01*BINAND(Pak,15))*10^(BIT(Pak,14)*(BIT(Pak,15)-2))
510   NEXT Ind
520 SUBEND
530 SUB Graficos(Inb,H,H$(*),Nlc,Step,SHORT Vet(*),P(*))      !---Graficos---
cos--
540 PRINT PAGE,"O vetor contem";Inb;"pontos"
550 INPUT "Numero de pontos a serem graficados",In1
560 OPTION BASE 0
570 Fmax=P(In1)
580 Neg=0
590 Valormx=0
600 FOR I=1 TO In1
610 IF Vet(I,H)>=0 THEN 630
620 Neg=1
630 IF Valormx>ABS(Vet(I,H)) THEN 650
640 Valormx=ABS(Vet(I,H))
650 NEXT I
660 Scal=FHSscalex(Valormx)
670 Ymx=Valormx/Scal
680 Ymax=2*INT(Ymx)
690 IF Neg=1 THEN 730
700 Ymin=0
710 Yp=Ymax/20
720 GOTO 750
730 Ymin=-Ymax
740 Yp=Ymax/10
750 Xmin=P(0)
760 Xmax=P(In1)
770 Ypp=2

```