

e exemplar corresponde a redação final da tese
fendida pelo Eng.^o Maurício Gargaglione Prado e
revista pela Comissão Julgadora em 29/03/89

Prof. Dr. Yugdutt Sharma.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

in fase

Dissertação Apresentada à
Faculdade de Engenharia de Campinas
Como Requisito Parcial à Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

ESTUDO DA HIDRODINÂMICA DE UM ESCOAMENTO BIFÁSICO
GÁS LÍQUIDO ANULAR HORIZONTAL EM
REGIME PERMANENTE

Autor : Maurício Gargaglione Prado
Orientador : Yugdutt Sharma
Co-Orientador : Antonio Carlos Bannwart

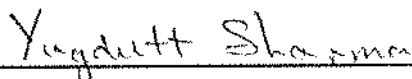
Março, 1989

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

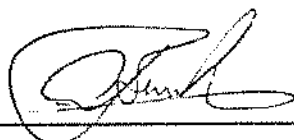
A dissertação "Estudo da Hidrodinâmica de um Escoamento Bifásico Gás Líquido Anular Horizontal em Regime Permanente", elaborada por Maurício Gargaglione Prado e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Sub-Comissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

Campinas, 29 de março de 1989

Banca Examinadora



Yugdutt Sharma, Ph. D.



Antonio Carlos Bannwart, Ph. D.



Elisio Caetano Filho, Ph. D.

A meus pais Manoel e Lauder pela educação
que me deram e a Cristiana pelo amor e
compreensão.

AGRADECIMENTOS

A todos os colegas e companheiros de turma, e aos funcionários da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP por terem de alguma forma colaborado neste trabalho.

Aos companheiros da PETROBRÁS, da Divisão de Óleo - DIOL do Departamento de Produção, e aos colegas do Setor de Métodos de Produção - SEMPRO da DIOL pela amizade e incentivo.

Ao Engenheiro M. Sc. Glaucio Barbosa de Andrade e ao Engenheiro Roberto César de Andrade pelo apoio e estímulo demonstrados com a minha formação técnica e profissional.

Aos professores, por terem colaborado em minha formação.

Ao Prof. Ph.D. Sérgio Bordallo e ao Prof. Ph. D. Kelsen Valente Serra pelos conselhos e esclarecimentos prestados.

Ao Engenheiro Ph. D. Elísio Caetano Filho por ter aceitado participar da banca examinadora.

Aos orientadores, Prof. Ph.D. Yugdutt Sharma e Prof. Ph.D. Antonio Carlos Bannwart, pelos conselhos, esclarecimentos, auxílio e tempo dispensado em todas as fases deste trabalho.

À Virginia Gargaglione Prado, a Américo Caetano Malheiro e a Sérgio Henrique Richiden Guimarães pela ajuda na confecção desta dissertação.

À PETROBRÁS por ter me dado a oportunidade de
participar no curso de Mestrado em Engenharia de Petróleo.

R E S U M O

Um modelo a dois campos de fluxo baseado em balanços diferenciais unidirecionais de massa e de quantidade de movimento é desenvolvido para o escoamento bifásico anular horizontal em regime permanente, permitindo a determinação das características hidrodinâmicas do escoamento tais como : (a) perfis de velocidade; (b) gradiente de pressão; (c) espessura do filme líquido e (d) fração de vazio.

É proposto um modelo de deposição das gotículas de líquido dispersas no núcleo gasoso com a finalidade de calcular a concentração de líquido no mesmo.

Os modelos são aplicados para sistemas gás-líquido multicomponentes, através de um algoritmo de cálculo que envolve a solução simultânea das equações de estado (para o cálculo de equilíbrio líquido-vapor e propriedades das fases), de conservação de massa e de quantidade de movimento, constituindo um simulador computacional.

Os dois modelos são testados com dados de laboratório obtidos na literatura e o simulador é confrontado com dados reais da operação de dutos obtidos do Banco de Dados de Fluxo Multifásico da Petrobrás.

A B S T R A C T

A two-fluid model based on unidirectional differential balances for mass and linear momentum is developed for the horizontal steady state annular two phase flow. The model permits the determination of hydrodynamic characteristics such as : (a) velocity and shear stresses profiles; (b) pressure gradient; (c) liquid film thickness and (d) gas void fraction.

A deposition model for the liquid droplets entrained in the gas core is proposed in order to calculate the entrainment rate.

An algorithm is developed which simultaneously solves the equations of state (to calculate the liquid vapour equilibrium and phase properties), conservation of mass and linear momentum.

Laboratory data obtained in the literature and operational data obtained in the Multiphase Flow Data Bank of Petrobrás were used to verify the models.

S U M Á R I O

	Página
LISTA DE FIGURAS	ix
LISTA DE TABELAS	xiii
LISTA DE QUADROS	xiv
LISTA DE APÊNDICES	xv
NOMENCLATURA	xvi

Capítulo

I. INTRODUÇÃO	1
Importância do Estudo dos Escoamentos Bifásicos	
Métodos de Análise	
Padrões de Fluxo	
Descrição e Caracterização do Regime Anular	
Objetivos e Metodologia deste Estudo	
II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
Modelo de Fases Separadas	
Tensões Cisalhantes	
Equilíbrio Líquido-Vapor	
Dispersão de Líquido no Núcleo Gasoso	
III. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA	32
Equações Gerais de Balanço para Sistemas Multifásicos	
Equações de Balanço de Massa e de Quantidade de Movimento em Regime Permanente	
Aplicação das Equações de Balanço no Desenvolvimento de um Modelo de Dois Campos de Fluxo para o Escoamento Anular em Regime Permanente	
Solução do Modelo	
Resumo do Capítulo	

Capítulo	Página
IV. MODELAGEM DAS TENSÕES CISALHANTES	51
Perfis de Velocidade Monofásicos	
Regimes de Fluxo	
Viscosidade do Núcleo Gasoso	
Regime Laminar	
Regime Turbulento	
Resumo do Capítulo	
V. MODELAGEM DA FRAÇÃO DE LÍQUIDO DISPERSA NO NÚCLEO GASOSO	75
Modelo de Deposição	
Velocidade Radial de Ejeção das Gotas de Líquido	
Taxa de Atomização	
VI. ALGORITMO DE CÁLCULO	83
VII. TESTE DOS MODELOS	86
Gradiente Axial de Pressão e Espessura do Filme Líquido	
Fração de Líquido Dispersa no Núcleo Gasoso	
Simulador	
VIII. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	110
Conclusões	
Recomendações	
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	113
BIBLIOGRAFIA SUPLEMENTAR	117
APÊNDICES	119

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
1. Arranjo Espacial das Fases no Padrão de Fluxo Anular	7
2. Fator de Fricção da Interface segundo Martindale e Smith	16
3. Comparação dos Dados Experimentais de Martindale e Smith com a Correlação de Wallis para o Fator de Fricção da Interface.....	17
4. Perfis de Velocidade no Filme segundo Moeck e Stachiewicz	26
5. Volume de Controle para Sistemas Multifásicos.....	33
6. Fator Geométrico F_{fp}	61
7. Fator Geométrico F_{fn}	62
8. Fator de Fricção Núcleo-Filme para o Padrão Anular baseado no Perfil de Jensen para Velocidades no Núcleo	68
9. Trajetórias de uma Gotícula Ejetada da Interface Filme-Núcleo sob Ação do Campo Gravitacional	78
10. Função $F_d(t)$ para Partículas Geradas na Interface Filme-Núcleo	81

11. Domínio de Geração das Gotículas Dispersas em uma Seção Reta da Tubulação	81
12. Gradiente Axial de Pressão Calculado Utilizando a Correlação de Wallis para o Fator de Fricção na Interface	97
13. Gradiente Axial de Pressão Calculado Utilizando a Correlação de Hoogendorn para o Fator de Fricção na Interface	98
14. Gradiente Axial de Pressão Calculado Utilizando o Perfil de Velocidades de Sullivan para Determinação do Fator de Fricção na Interface	99
15. Gradiente Axial de Pressão Calculado Utilizando o Perfil de Velocidades de Jensen para Determinação do Fator de Fricção na Interface	100
16. Espessura do Filme Líquido Calculada Utilizando a Correlação de Wallis para o Fator de Fricção na Interface	101
17. Espessura do Filme Líquido Calculada Utilizando a Correlação de Hoogendorn para o Fator de Fricção na Interface	102
18. Espessura do Filme Líquido Calculada Utilizando o Perfil de Velocidades de Sullivan para Determinação do Fator de Fricção na Interface	103
19. Espessura do Filme Líquido Calculada Utilizando o Perfil de Velocidades de Jensen para Determinação do Fator de Fricção na Interface	104

Figura	Página
20. Comportamento do Gradiente Axial de Pressão em Função das Vazões Mássicas de Gás e Líquido	105
21. Comportamento da Espessura do Filme Líquido em Função das Vazões Mássicas de Gás e Líquido	106
22. Fração de Líquido Dispersa no Núcleo Gasoso Calculada Segundo o Modelo Proposto	107
23. Fração de Líquido Dispersa no Núcleo Gasoso Calculada Utilizando a Correlação de Wallis	108
24. Comportamento da Fração de Líquido Dispersa no Núcleo Gasoso em Função das Vazões Mássicas de Gás e Líquido	109
25. Sistema de Coordenadas Cartesianas	122
26. Sistema de Coordenadas Cilíndricas	122
27. Regiões de Fluxo para o Filme e para o Núcleo no Padrão Anular	136
28. Solução Gráfica da Equação de Balanço da Quantidade de Movimento segundo o Modelo Simplificado de Fases Separadas	138
29. Volume Geométrico	142
30. Volume de Controle	142
31. Secção Reta da Tubulação em Escoamento Multifásico	148
32. Arranjo de Fases no Padrão Anular	169
33. Perfil de Velocidades em Esocamento Turbulento Monofásico	184

Figura	Página
34. Perfil Universal de Velocidades em Escoamento Turbulento Monofásico	186
35. Perfil de Velocidades de Spalding em Escoamento Turbulento Monofásico	187
36. Perfil de Viscosidades Turbulentas segundo a Correlação de Spalding	188

LISTA DE TABELAS

Tabela	Página
1. Coeficientes da Equação Generalizada de Blasius para Tubulações Lisas	23
2. Coeficientes da Lei de Potência para o Perfil de Velocidades	24
3. Resultados para o Gradiente Axial de Pressão Calculado	90
4. Resultados para a Espessura do Filme Líquido Calculada	91
5. Erros Relativos Obtidos para o Gradiente Axial de Pressão	92
6. Erros Relativos Obtidos para a Espessura do Filme Líquido	93
7. Resultados para a Fração de Líquido Dispersa no Núcleo Gasoso Calculada	94
8. Erros Relativos Obtidos para a Fração de Líquido Dispersa no Núcleo Gasoso	95
9. Resultado da Simulação do Gasoduto	96
10. Dados Experimentais da Literatura Utilizados nos Testes dos Modelos	190

LISTA DE QUADROS

Quadro	Página
1. Valores de ψ_k , J_k e ϕ_k para as Equações Integrais de Balanço	144

LISTA DE APÊNDICES

Anexo	Página
1. Sistemas de Coordenadas e Parâmetros Utilizados no Estudo de Fluxo Multifásico em Tubulações	120
2. Modelo Simplificado de Fases Separadas para Escoamento Bifásico Anular em Regime Permanente	130
3. Equações Gerais de Balanço para Sistemas Multifásicos	139
4. Equações de Balanço de Massa e de Quantidade de Movimento para Escoamento Multifásico em Regime Permanente no Interior de Tubulações	155
5. Modelo a Dois Campos de Fluxo para o Escoamento Bifásico Anular em Regime Permanente	168
6. Perfis de Velocidades em Escoamento Turbulento Monofásico	181
7. Dados Utilizados nos Testes dos Modelos	189

NOMENCLATURA

Alfabeto Romano

Item	Descrição
a	Aceleração
A	Área
D	Diâmetro da tubulação
D_k	Diâmetro hidráulico da fase k
D_n	Domínio de ordem n
E	Fração de líquido dispersa no núcleo gasoso
f	Fator de fricção de Fanning
f_d	Função que especifica se uma gota se depositou ou ainda se encontra no núcleo gasoso
$\vec{F}$	Força externa por unidade de massa
F	Fator geométrico que representa o produto $f Re$ no regime laminar
F_d	Fração das gotas atomizadas que ainda se encontram no núcleo gasoso
g	Aceleração da gravidade
G	Vazão mássica superficial
h	Distância à parede da tubulação
j	Fluxo volumétrico
k	Constante de turbulência
$\uparrow$ m	Transferência de massa por unidade de área por unidade de tempo

Item	Descrição
$\bar{m}$	Média temporal e espacial sobre a linha da interface da variável m [↑]
M	Vazão mássica
P	Pressão
q	Fluxo térmico
Q	Vazão volumétrica
r	Coordenada radial no sistema cilíndrico
$\vec{r}$	Vetor posição
R	Raio da tubulação
$\vec{R}$	Tensor antissimétrico
Re	Número de Reynolds
Ra	Taxa de atomização
S	Perímetro
t	Tempo
T	Temperatura
$\vec{T}$	Tensor das tensões
$\vec{\tau}$	Tensor viscoso
U	Energia interna por unidade de massa
$\vec{U}$	Tensor unitário
V	Velocidade
V	Volume
x	Coordenada no sistema cartesiano
X	Função densidade de fase
X	Parâmetro X de Lockhart-Martinelli

Item	Descrição
y	Coordenada y no sistema cartesiano
Y	Qualidade
Y	Parâmetro Y
z	Coordenada no sistema cartesiano

Alfabeto Grego

Item	Descrição
α	Fração espacial
β	Qualidade volumétrica
ϵ	Rugosidade equivalente
λ	Coeficiente da equação de Spalding
φ	Coordenada angular no sistema cilíndrico
ψ	Quantidade específica na Equação de Balanço
ϕ	Termo fonte na Equação de Balanço
J	Termo de fluxo na Equação de Balanço
μ	Viscosidade
$\vec{\eta}$	Vetor unitário
θ	Inclinação do eixo z com a horizontal
σ	Tensão interfacial
ρ	Massa específica
τ	Tensão cisalhante

Subscritos

Item	Descrição
a	Atomizada
d	Relativo à fase líquida dispersa
e	Efetiva
f	Relativo à fase filme
g	Relativo à fase gás
i	Relativo à interface
j	Relativo à fase j
k	Relativo à fase k
l	Relativo à fase líquida
m	Relativo à fase m
m	Mistura
n	Relativo à fase núcleo
o	Inicial
p	Parede
r	Componente na direção r
s	Superficial
x	Componente na direção x
y	Componente na direção y
z	Componente na direção z

Sobrescritos

Item	Descrição
+	Indicador de variável adimensional
a	Aceleração
e	Elevação
f	Fricção
i	Interface
m	Devido à transferência de massa
p	Parede
sat	Saturação
t	Devido às tensões cisalhantes
tm	Devido à troca de massa
ti	Devido à tensão cisalhante na interface

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Importância do Estudo dos Escoamentos Bifásicos

A importância do estudo dos escoamentos bifásicos reside no fato de tais escoamentos ocorrerem em vários campos da ciência e da tecnologia. Conforme salientado por Alves (1987), tais escoamentos se fazem presentes nas mais diversas áreas :

A ciência investiga desde os escoamentos bifásicos que milenarmente ocorrem no corpo humano até aqueles que não de ocorrer sob campos gravitacionais diferentes do nosso, frente as necessidades demandadas pelas atuais incursões espaciais do homem. Na tecnologia, os escoamentos bifásicos gas-líquido são de fundamental importância para as atividades notadamente desenvolvidas nas indústrias química, nuclear e petróleo. (p. 1)

Como exemplos da ocorrência de tais escoamentos na indústria podemos citar os seguintes.

Indústria Química

Ocorrem em uma grande variedade dos equipamentos tais como condensadores, reatores, trocadores de calor, torres de resfriamento, sifões térmicos, etc. Além disto muitos dos processos desta indústria são idealizados para ocorrerem em ambientes multifásicos.

Indústria Nuclear

Ocorrem no sistema secundário de geração de vapor e ainda podem ocorrer no sistema primário de refrigeração. Especial atenção tem sido dada ao estudo do escoamento bifásico gás-líquido na análise e simulação do chamado acidente por perda de refrigerante ("Loss of Coolant Accident"-LOCA).

Indústria do Petróleo

Ocorre em quase todas as etapas desta indústria, desde o reservatório até as instalações de produção, processamento e transporte, passando pelos poços e linhas de escoamento.

A compreensão dos fenômenos que ocorrem no fluxo bifásico e sua modelagem são ferramentas importantes para o desenvolvimento de processos, assim como para análise de operação de equipamentos e dimensionamento dos mesmos.

Métodos de Análise

O fluxo bifásico obedece a todas as leis básicas da mecânica dos fluidos, porém as equações são mais complexas e numerosas que aquelas que representam o fluxo monofásico, especialmente no que se refere a interação entre as fases.

As técnicas de análise podem ser classificadas segundo seu grau de sofisticação, cada qual requerendo certo tipo de informação para a descrição do fluxo. A maior precisão nos resultados finais calculados, geralmente corresponde a uma complexidade crescente dos modelos. Esta

sequência de níveis de análise é detalhada nos parágrafos que se seguem.

Correlações

Neste nível de análise, dados experimentais são correlacionados em termos de variáveis convenientemente escolhidas de forma a obter equações que permitam determinar grandezas tais como o gradiente axial de pressão com um mínimo de cálculo. As correlações mais elementares resultam de uma análise matemático-estatística sobre uma base de dados. Técnicas mais modernas conduzem a correlações baseadas em análise dimensional de forma a agrupar variáveis em uma forma lógica e coerente.

O emprego das correlações assim obtidas, é simples, porém o campo de aplicação das mesmas é limitado aos casos similares àqueles utilizados na obtenção dos dados que lhes deram origem. A extrapolação não é recomendada e uma vez que pouca informação é dada a respeito dos fenômenos, quase nada pode ser feito para melhorar seu desempenho.

Modelos Analíticos

Seguindo as correlações em termos de complexidade, temos os modelos analíticos. Dentre estes, temos o modelo homogêneo, o modelo de Bankoff, o modelo de Wallis e o modelo de Zuber e Findlay.

No modelo homogêneo as fases são tratadas como um pseudo fluido com propriedades médias e idênticas velocidades locais não importando o arranjo espacial das mesmas.

O modelo homogêneo pode ser melhorado de duas formas. Em primeiro lugar assumindo um perfil para a distribuição de velocidades locais do pseudo fluido, o que conduz a um modelo bidimensional conhecido como modelo de Bankoff. A segunda modificação diz respeito a introdução de velocidades locais diferentes para cada fase, resultando no modelo conhecido como modelo de Wallis ou modelo de deslizamento relativo ("drift flux model"). A combinação das duas modificações (assumir perfis de velocidades locais diferentes para cada fase), conduz ao modelo de Zuber e Findlay.

Modelo de Fases Separadas

Neste método de análise, o arranjo das fases é muito importante, pois as regiões de fluxo de cada fase são tratadas separadamente bem como a interface entre as mesmas. Nos modelos mais simples, os perfis de velocidades das fases são assumidos, e nos mais complexos esses perfis são calculados a partir de leis constitutivas como a lei de Stokes.

A importância do desenvolvimento de modelos mais complexos e genéricos foi bem salientada por Wallis (1969) :

Geralmente as teorias mais complexas conduzem à inclusão de efeitos adicionais e ao cálculo dos valores numéricos de fatores de correção que podem ser aplicados às teorias mais simples com o intuito de aumentar a acurácia das mesmas. As teorias mais complexas conduzem também à relações analíticas não empíricas entre as variáveis. Assim, esta sequência de níveis de análise assemelha-se a uma pirâmide na qual as teorias mais complexas e abrangentes servem para suportar tecnicamente os modelos mais simples. (p. 6)

Padrões de Fluxo

A interface que separa as fases pode assumir várias formas durante o escoamento de sistemas multifásicos. À este arranjo espacial das fases e da interface denomina-se padrão de fluxo multifásico. Como exemplos destes arranjos espaciais podemos citar os seguintes padrões: Escoamento em bôlha, em golfada, estratificado, disperso e anular como exemplos.

No escoamento monofásico, os regimes laminar e turbulento são modelados diferentemente. Da mesma forma em escoamento bifásico, se desejarmos modelar o fenômeno físico o mais próximo da realidade devemos estudar cada padrão de fluxo separadamente e desenvolver modelos específicos que levem em consideração as características de cada regime. O primeiro passo então no estudo dos escoamentos multifásicos consiste na descrição da forma da interface e distribuição das fases no interior da tubulação de forma a obter informações sobre a geometria do fluxo que auxiliem o desenvolvimento e solução das equações do modelo.

Descrição e Caracterização do Padrão Anular

O padrão anular horizontal é caracterizado por um filme líquido contínuo junto à parede da tubulação e por um núcleo gasoso central que contém gotículas de líquido dispersas. O núcleo gasoso se desloca com velocidade superior a do filme e a distribuição de gotículas no seu interior varia de acordo com a posição. O filme de líquido não é

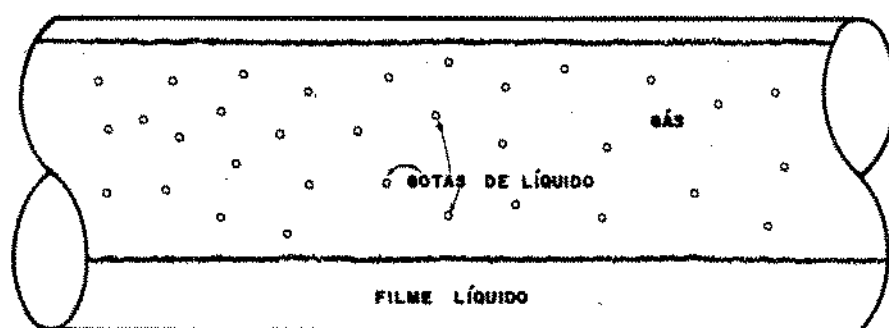
simétrico, e sendo sua densidade superior à do núcleo gasoso, sua espessura tende a ser maior na parte inferior da tubulação. Este filme líquido pode escoar em regime laminar ou turbulento dependendo das condições de fluxo. O núcleo gasoso, devido à sua baixa viscosidade e às condições de ocorrência do padrão anular, tende a estar em regime turbulento. A interface que separa as duas regiões de fluxo (filme líquido e núcleo gasoso) pode ser lisa ou ondulada, esta última mais comum. A interface desempenha um papel importante neste escoamento e sua modelagem é importantíssima para a compreensão e análise dos fenômenos de troca que ocorrem através dela (troca de massa por condensação - vaporização, troca de massa por atomização - deposição de gotículas e troca de quantidade de movimento).

A Figura 1 representa esquematicamente os cortes longitudinal e transversal em uma tubulação horizontal mostrando o arranjo espacial das fases característico do padrão anular.

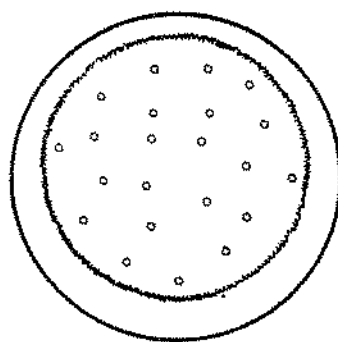
No Apêndice 1 são apresentados os sistemas de coordenadas (cartesianas e cilíndricas) bem como a definição dos parâmetros mais importantes utilizados neste trabalho.

Objetivos e Metodologia deste Estudo

Neste trabalho apresentamos uma análise diferencial do problema do escoamento bifásico gás-líquido anular com o auxílio de um modelo que descreve detalhadamente os fenômenos que ocorrem em tal escoamento.



SECÇÃO LONGITUDINAL



SECÇÃO TRANSVERSAL

Figura 1. Arranjo Espacial das Fases no Padrão de Fluxo Anular

A análise parte de conceitos físicos básicos, como o desenvolvimento das equações gerais de balanço para sistemas multifásicos. Tais equações diferenciais são em seguida mediadas no tempo e na secção de escoamento a fim de se obter os balanços unidirecionais de massa e de quantidade de movimento para o arranjo espacial das fases característico deste escoamento.

Para a solução desses balanços unidimensionais faz-se necessária a construção de modelos para as variáveis e fenômenos dos quais se perdeu a informação no processo de médias das equações iniciais. Assim, após extensiva revisão bibliográfica são apresentados e reestudados modelos que permitem determinar a distribuição de velocidades e de tensões cisalhantes nas fases, bem como um modelo de deposição de gotículas, que juntamente com correlações para a taxa de atomização e velocidade radial de ejeção das mesmas, permite o cálculo da dispersão da fase líquida no núcleo gasoso.

Os modelos desenvolvidos e os balanços unidimensionais conduzem à elaboração de um simulador possibilitando o cálculo de grandezas relevantes como o gradiente axial de pressão, a espessura do filme líquido e a fração de vazio em cada secção de escoamento, percorrendo-se sucessivamente as mesmas em um determinado trecho da tubulação.

Os modelos são então testados com dados da literatura e o simulador com dados obtidos da operação de dutos reais.

O restante desta dissertação está estruturado nos seguintes capítulos:

Capítulo II Revisão Bibliográfica

Neste capítulo é feita uma extensa revisão da bibliografia a respeito dos modelos e correlações para os perfis de velocidades e tensões cisalhantes nas fases, para o cálculo das propriedades físicas das mesmas (equilíbrio líquido-vapor) e para o cálculo da fração de líquido dispersa no núcleo gasoso ("entrainment fraction").

Capítulo III Formulação Matemática do Problema

Neste capítulo são desenvolvidas as equações gerais de balanço para sistemas multifásicos. Em seguida essas são mediadas no tempo e na secção de escoamento obtendo-se as equações de balanço para variáveis médias para o escoamento multifásico em regime permanente. Finalmente as equações são aplicadas à geometria do padrão anular de forma a obtermos as equações de balanço de massa e de quantidade de movimento para este padrão de fluxo. Finalizando, são determinadas as variáveis e modelos necessários ao fechamento do problema.

Capítulo IV Modelagem das Tensões Cisalhantes

Neste capítulo são modelados os perfis de velocidades e de tensões cisalhantes nas fases.

Capítulo V Modelagem da Fração de Líquido Dispersa no Núcleo

Gasoso

Neste capítulo é proposto um modelo para a deposição das gotas de líquido dispersas no núcleo gasoso que juntamente com correlações para a taxa de atomização e velocidade radial de ejeção das mesmas permite o cálculo da fração de líquido dispersa.

Capítulo VI Algoritmo de Cálculo

Neste capítulo é descrito um procedimento que utiliza os modelos de fechamento apresentados e as equações de balanço unidimensionais de massa e de quantidade de movimento para calcular o gradiente axial de pressão e a fração de vazio.

Capítulo VII Teste dos Modelos

Neste capítulo os modelos apresentados são testados com dados experimentais da literatura e o simulador com dados reais de operação de gasodutos obtidos do Banco de Dados de Fluxo Multifásico da Petrobrás (Mussumeci, 1987).

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A metodologia de análise da hidrodinâmica dos escoamentos multifásicos que se consolidou e tornou-se tradicional nas últimas décadas, parte da formulação dos balanços unidimensionais de massa e de quantidade de movimento, que serão desenvolvidas no próximo capítulo. Essa formulação torna aparente a necessidade de modelagem de uma série de variáveis para que as equações possam ser resolvidas e torna clara a importância de modelagens mais genéricas que implicitamente equacionem estas variáveis. Seguindo esta lógica expomos a seguir uma revisão bibliográfica dos modelos apresentados por vários autores para cada uma destas variáveis adicionais.

Modelo de Fases Separadas

Conforme mostrado na Figura 1, o padrão anular caracteriza-se por duas regiões distintas: Núcleo gasoso e filme líquido. Assumindo como hipótese que as gotas de líquido dispersas no núcleo gasoso possuem a mesma velocidade axial que o gás, podemos tratar a região do núcleo como uma pseudo fase homogênea e o filme como uma segunda fase. Doravante denominaremos a região do núcleo gasoso como "fase núcleo" e a do filme líquido como "fase filme".

O Apêndice 2 apresenta as deduções das equações de conservação da quantidade de movimento das fases, bem como da

equação que permite o cálculo da fração de vazio e/ou espessura do filme líquido de equilíbrio segundo um modelo simplificado de fases separadas para o padrão de fluxo anular.

Entretanto, tais equações não são suficientes para a solução do problema. Necessitamos determinar uma série de termos em cada uma delas como: (a) propriedades físicas das fases núcleo e filme, (b) tensões cisalhantes entre a fase filme e a parede, e entre a fase filme e a fase núcleo. Além disto no escoamento bifásico, devido a variação de pressão e da temperatura ao longo da tubulação ocorre troca de massa entre as fases líquida e gasosa por condensação ou vaporização, bem como atomização e deposição de gotículas do filme líquido, fazendo com que as vazões de líquido, gás e consequentemente as vazões das pseudo-fases filme e núcleo sejam diferentes a cada secção. Estes novos fenômenos e variáveis podem ser agrupados em três modelos secundários : (a) tensões cisalhantes, (b) equilíbrio líquido-vapor e (c) dispersão de líquido no núcleo gasoso. A solução das equações unidimensionais de balanço depende, portanto, essencialmente da modelagem destes três fenômenos.

Tensões Cisalhantes

Tensão Cisalhante na Interface

Wallis (1970) apresentou um modelo de fases separadas para o regime anular no qual o núcleo gasoso foi tratado como se escoasse em um "tubo rugoso" cuja parede

consistia da interface entre o filme líquido e o núcleo. Por analogia com o fluxo monofásico a tensão cisalhante entre o núcleo e o filme, τ_{nf} , depende da diferença entre a velocidade do núcleo e a velocidade da interface. Wallis então assumiu que a velocidade do núcleo é muito maior que a velocidade do filme líquido e consequentemente da interface, e análogamente ao escoamento monofásico relacionou a tensão cisalhante à um fator de fricção da interface, f_i , definido por :

$$f_i = \frac{2 \tau_{nf}}{\rho_g V_g^2} \quad (1)$$

Wallis apresentou ainda uma correlação para este fator de fricção em função da espessura adimensional do filme líquido, ou com a distância da interface à parede da tubulação, h_i :

$$f_i = 0.005 \left[1 + 300 \frac{h_i}{D} \right] \quad (2)$$

A correlação de Wallis foi então comparada com a expressão de Nikuradse e Moody para fatores de fricção monofásicos em tubos rugosos (equação 3), e como resultado prático ficou evidenciado que a interface entre o filme e o núcleo apresentava um comportamento semelhante a uma parede cuja "rugosidade" equivalente era de quatro vezes a espessura do filme líquido. Desta forma a correlação de Wallis pode ser vista como uma correlação para a rugosidade equivalente da interface dada pela equação 4.

$$f = 0.005 \left[1 + 75 \frac{\epsilon_p}{D} \right] \quad (3)$$

$$\epsilon_i = 4 h_i \quad (4)$$

Hewitt (1981), numa análise de vários trabalhos acêrca dos fatores de fricção da interface confirmou este tipo de correlação, salientando que observações empíricas indicavam que a configuração da interface parecia ser aproximadamente a mesma para uma dada espessura do filme líquido, independente das vazões que produziam aquele filme. Hewitt salientou que esta "similaridade geométrica" da interface era responsável pela correlação entre a espessura do filme líquido e a rugosidade equivalente aparente da interface.

Hewitt apresentou ainda uma pequena modificação na correlação de Wallis, na qual o fator 0.005 deveria ser substituído por um fator de fricção monofásico para o núcleo gasoso em uma tubulação lisa.

Forde e Norstrud (1984) assumiram uma relação entre as forças de fricção por unidade de massa e a tensão superficial líquido-gás, e com isto apresentaram um modelo para a rugosidade equivalente da interface da seguinte forma:

$$\epsilon_i = 4 h_i \left[\frac{(1-\alpha)_g}{\alpha_g} \frac{\sigma}{\mu_g V_g} \right]^{1/2} \quad (5)$$

Tendo em vista a semelhança entre as equações 4 e 5, os autores especularam que sua expressão poderia ser tomada como uma generalização da correlação de

Wallis.

Hoogendorn e Welling (1965) conduziram experimentos com óleos minerais e ar em tubulações horizontais de 51 mm e 140 mm e a análise dos resultados proporcionou a elaboração de uma nova correlação entre a rugosidade equivalente aparente e a espessura de filme líquido conforme a equação 6.

$$\varepsilon_i = 2.7 h_i \quad (6)$$

Henstock e Hanratty (1976) examinaram estudos experimentais de outros autores e apesar da pouca quantidade de dados para o fluxo horizontal desenvolveram correlações para o fator de fricção da interface e para a espessura do filme líquido. O fator de fricção da interface foi correlacionado com o fator de fricção monofásico para o núcleo gasoso em uma tubulação de parede lisa e com um grupo adimensional F que incorpora parâmetros como as vazões e propriedades físicas dos fluidos.

Martindale e Smith (1981) examinaram o comportamento do fator de fricção na interface e apresentaram resultados empíricos deste fator em função da qualidade da fase gasosa e do Número de Reynolds do núcleo. Os resultados foram obtidos a partir da análise de dados experimentais realizados com água e ar em uma tubulação vertical de 2 m de comprimento e 0.032 m de diâmetro interno. O fator de fricção na interface foi então deduzido pela aplicação de um modelo de fases separadas, sendo que este fator deduzido incorporava os efeitos de troca de quantidade de movimento por atomização

e deposição de gotículas por não ser este efeito explicitado no modelo de fases separadas. A Figura 2 é o resultado final obtido pelos autores.

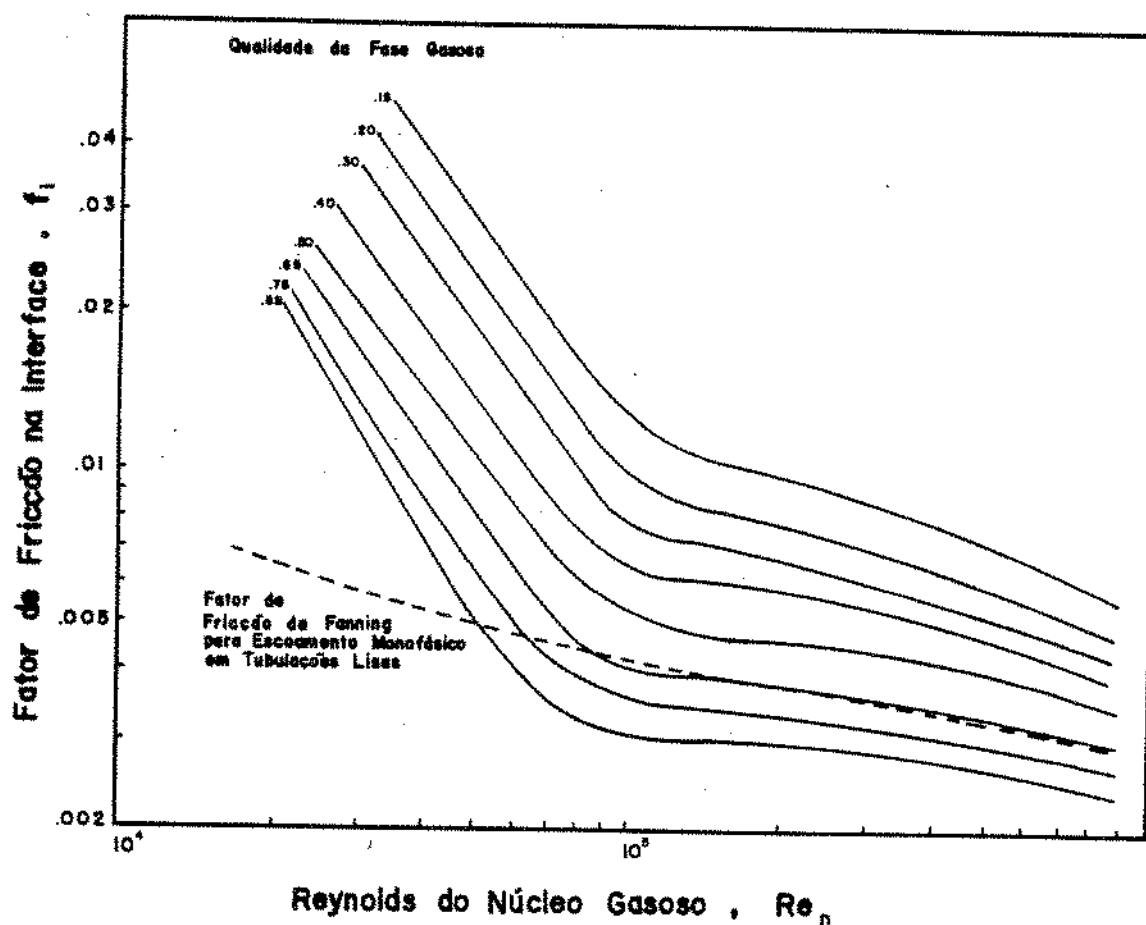


Figura 2. Fator de Fricção da Interface segundo Martindale e Smith

Os autores salientaram que o fato de algumas curvas ficarem abaixo da curva de fator de fricção monofásico para tubos lisos talvez se devesse à uma redução da turbulência no núcleo gasoso como resultado da dispersão de gotículas líquidas no mesmo, o que teria o efeito de tornar o

escoamento mais laminar. A Figura 3 ilustra uma comparação feita pelos autores dos seus resultados com a correlação de Wallis.

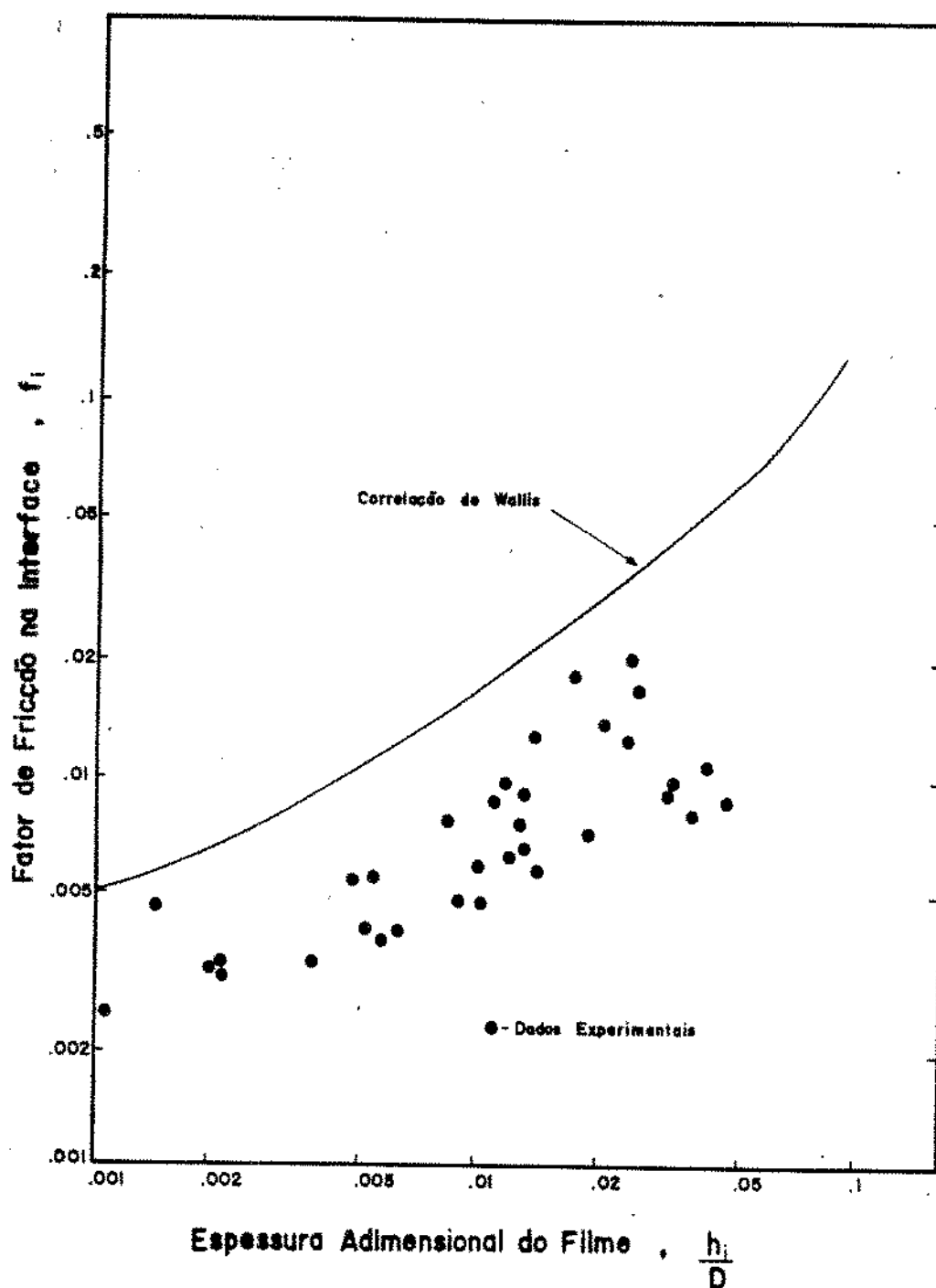


Figura 3. Comparação dos Dados Experimentais de Martindale e Smith com a Correlação de Wallis para o Fator de Fricção da Interface

Sullivan e Wallis (1970), buscaram desenvolver um perfil "universal" para a velocidade do núcleo gasoso baseando-se em modelos já existentes para o escoamento monofásico. Em vez de buscar correlações para a rugosidade aparente equivalente da interface, os autores adotaram um desenvolvimento analítico utilizando a espessura do filme líquido como parâmetro de correlação com o intuito de deduzir as possíveis constantes universais do perfil.

Analisando os perfis de velocidade determinados por Gill, Hewitt e Lacey (1963), Sullivan et al constataram que o perfil de velocidade do núcleo gasoso seguia uma lei logarítmica semelhante a do escoamento monofásico :

$$V_n^* = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{h}{h_i} \right) + B \quad (7)$$

Os perfis de velocidade permitiram determinar o valor da constante k como 0.308, um valor menor do que o tradicional valor de 0.4 atribuído a constante de turbulência de von Karman em escoamento monofásico. A razão deste decréscimo no valor da constante k foi atribuído à presença de gotículas de líquido no núcleo gasoso que diminuiriam o comprimento de mistura e consequentemente o valor de k . Este resultado parece confirmar o efeito de laminarização do fluxo no núcleo pelas gotículas de líquido constatado posteriormente por Martindale et al. Gill et alii (1963) constataram também em seus experimentos que à medida em que a vazão de líquido é aumentada para uma mesma vazão de gas (com consequente aumento da dispersão de líquido no núcleo), o perfil de velocidades do núcleo parece caminhar na direção de

um perfil mais parabólico característico do escoamento laminar. Sullivan et al (1970) salientaram que a diferença básica entre o escoamento laminar e o turbulento seria que neste último a transferência de quantidade de movimento não ocorre apenas devido a viscosidade molecular mas principalmente devido ao movimento de correntes turbulentas, e que a presença de gotículas de líquido no núcleo gasoso tendiam a reduzir este movimento transversal, realçando a importância relativa da transferência de quantidade de movimento pelo efeito da viscosidade molecular.

A equação 8 apresenta a expressão final obtida por Sullivan et al (1970) para o perfil "universal" de velocidades no núcleo gasoso

$$V_n^+ = 7.5 \log \left[\frac{h}{h_i} \right] + 8 \log \left[\frac{R}{h_i} \right] - 12 \quad (8)$$

Em seguida os autores realizaram a integração do perfil adimensional de velocidades para obtenção da equação 9 que representa a velocidade média adimensional do núcleo gasoso numa secção.

$$\langle V_n^+ \rangle = 15.5 \log \left[\frac{R}{h_i} \right] - 12.4345 \quad (9)$$

Pela definição das variáveis adimensionais é possível deduzir a equação 10 para o fator de fricção na interface.

$$\frac{1}{\sqrt{f_i}} = 5.48 \log \left[\frac{R}{h_i} \right] - 4.4 \quad (10)$$

O ajuste aos dados experimentais conduziu a uma alteração dos coeficientes da equação 10 dando origem à :

$$\frac{1}{\sqrt{f_i}} = 4.50 \log \left[\frac{R}{h_i} \right] + 2 \quad (11)$$

Sullivan et al compararam então a equação 11 com a expressão de Schlichting para o fator de fricção monofásico em regime turbulento (equação 12), o que permitiu correlacionar a rugosidade aparente equivalente da interface com a espessura do filme líquido pela equação 13.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4 \log \left[\frac{R}{\varepsilon_p} \right] + 3.48 \quad (12)$$

$$\varepsilon_i = R \left[2.13 \frac{h_i}{R} \right]^{1.125} \quad (13)$$

Jensen (1987) constatou que as atenções com relação a forma dos perfis de velocidade no escoamento anular estavam excessivamente voltadas para a região do filme líquido, pouca coisa tendo sido feita em relação ao núcleo gasoso. Conforme este autor, o tratamento dispensado ao núcleo gasoso, em geral considerado como uma mistura homogênea de velocidade uniforme parecia ser inadequado, pois como observado por Gill et alii e por Sullivan et al, dependendo das condições de fluxo o perfil na região do núcleo podia ser achatado, lembrando um perfil turbulento, ou tender a um perfil mais parabólico característico do escoamento laminar. Portanto a hipótese de velocidade uniforme podia conduzir a erros consideráveis.

Em analogia com o escoamento monofásico, o perfil

adimensional de velocidade do núcleo deveria relacionar-se com uma distância adimensionalizada, com algum parâmetro que refletisse um efeito de rugosidade da interface, e com parâmetros outros intrínsecos ao problema bifásico que pudessem influenciar este perfil. À semelhança dos modelos e correlações mencionados anteriormente, o parâmetro escolhido por Jensen para refletir a influência rugosa da interface foi a espessura do filme líquido. Por outro lado, Jensen tinha conhecimento dos trabalhos que evidenciavam a influência da dispersão de gotículas no perfil de velocidades, e por isto acrescentou ao problema a quantidade de líquido dispersa no núcleo. A suposta relação funcional entre o perfil de velocidade e estas variáveis foi expressa na forma:

$$V_n^+ = f \left[h^+, h_l^+, (1-Y_g)E \right] \quad (14)$$

No fluxo monofásico, as variáveis adimensionais são definidas relativamente às condições da parede, e portanto, para a região do núcleo, estas variáveis devem ser definidas em relação às condições da interface. Assim, a velocidade adimensional na equação 14 é a velocidade local no núcleo relativa a da interface, e a distância adimensional h^+ é tomada em relação à interface.

Utilizando os resultados experimentais de Gill et alii (1963), Jensen, através de um procedimento estatístico, determinou a relação funcional dada pela equação 15.

$$V_n^+ = \left\{ 4.22 + 14.05 \left[(1 - Y_g) E \right]^{2.96} \right\} \ln \left[h^+ \right] + 0.963 - 4.43 \ln \left[h_i^+ \right] \quad (15)$$

Tensão Cisalhante na Parede

Similarmente ao problema da tensão cisalhante na interface, o problema da tensão cisalhante na parede da tubulação, τ_{fp} , consiste na obtenção de um fator de fricção definido pela equação 16.

$$f_p = \frac{2 \tau_{fp}}{\rho_f V_f^2} \quad (16)$$

Segundo Wallis a relação entre o fator de fricção e o número de Reynolds do filme líquido, calculado com base no diâmetro hidráulico do mesmo, apresenta o mesmo comportamento do escoamento monofásico nos regimes laminar e turbulento. No regime laminar, isto é, para números de Reynolds do filme inferiores a 2100, o fator de fricção é dado pela equação 17.

$$f_p = \frac{16}{Re_f} \quad (17)$$

Para números de Reynolds superiores a 2100, ou seja, no regime turbulento, Wallis sugeriu como aproximação o valor de 0.005, ou a aproximação de Blasius para regime turbulento em tubulações lisas. A equação de Blasius pode ser generalizada de modo a representar também o regime laminar de forma que o fator de fricção pode ser calculado pela equação 18, sendo os parâmetros A e B determinados pela

Tabela 1 em função do regime de fluxo determinado.

$$f_p = C \left[Re_f \right]^B \quad (18)$$

Tabela 1

Coeficientes da Equação Generalizada de Blasius
para Tubulações Lisas

Coeficiente	Regime	
	Laminar	Turbulento
C	16	0.079
B	-1	-.25

A forma matemática simples da equação generalizada de Blasius permite uma série de simplificações em algumas deduções e por isto é largamente utilizada na literatura.

Oliemans, Pott e Trompé (1986) utilizaram uma relação mais genérica de Colebrook para o cálculo do fator de fricção na parede, em função do número de Reynolds do filme líquido e da rugosidade relativa da tubulação.

Alguns autores adotaram para o filme um modelo baseado em análise integral e para tanto assumiram alguns perfis para a distribuição de velocidades no filme. Neste tipo de análise os regimes laminar e turbulento também são tratados separadamente.

Sullivan et al (1970) adotaram para o regime laminar a distribuição de velocidades parabólica característica do escoamento monofásico e dada pela

equação 19.

$$V_f(r) = - \frac{1}{4 \mu_f} \left(R^2 - r^2 \right) \frac{dP}{dz} \quad (19)$$

Para o regime turbulento os autores assinalaram a possibilidade da utilização de dois perfis : (a) Um perfil baseado numa lei de potência, (b) "Perfis Universais" monofásicos. Na primeira hipótese a distribuição de velocidades é descrita por uma curva dada pela equação 20, sendo os valores mais comuns do parâmetro $A(n)$ dados pela Tabela 2.

$$V_f^* = A(n) \left[h^* \right]^{1/n} \quad (20)$$

Tabela 2
Coeficientes da Lei de Potência
para o Perfil de Velocidades

	Denominador do Expoente (n)			
	7	8	9	10
$A(n)$	8.74	9.71	10.6	11.5

No segundo caso, os perfis adotados seriam qualquer das expressões ou conjunto de expressões disponíveis na literatura para representação do Perfil Universal para fluxo monofásico turbulento. No Apêndice 6 são discutidos alguns destes perfis. Este procedimento também foi utilizado por Tandon, Varma e Gupta (1985).

Segundo Dobran (1983), a presença de ondas na

interface acarreta uma estrutura turbulenta no filme diferente daquela que ocorre em fluxo monofásico. O autor cita os trabalhos experimentais de Chien e Ibele (1964), Ueda e Tanaka (1974) e Ueda e Nose (1974) indicando que o filme líquido pode ser dividido em duas sub-regiões : (a) Uma contínua de espessura h_{fc} e (b) Uma região descontínua e perturbada por ondas de espessura $(h_i - h_{fc})$.

Na região contínua a transferência de quantidade de movimento seria governada pelas condições reinantes próxima à parede da tubulação como no caso turbulento monofásico, e portanto o perfil nesta região seria igual ao perfil universal turbulento para escoamento monofásico. Na região próxima à interface ondulada, os fenômenos de transferência de quantidade de movimento deveriam ser proporcionais à espessura desta região e não à distância da parede. Em contraste com o escoamento monofásico, a viscosidade turbulenta seria crescente até determinada distância da parede e depois sofreria uma redução até a interface.

Idéia semelhante foi apresentada por Moeck e Stachiewicz (1972) que adotaram um perfil composto como mostra a Figura 4. Em sua modelagem, Moeck et al assumiram um perfil universal até metade da espessura do filme e daí até a interface um perfil linear. Os autores desejavam desta forma obter uma aproximação para o perfil real uma vez que o perfil assumido se situava entre o perfil universal, que pressupõe um aumento crescente da viscosidade turbulenta, e o perfil duplo, que pressupõe uma atenuação completa da turbulência na

interface. O perfil duplo era composto de um perfil universal para a velocidade do filme da parede da tubulação até metade da espessura do filme e por um outro perfil universal para a diferença de velocidade entre a interface e o filme ($V_i - V_f$) da interface até a metade da espessura do filme.

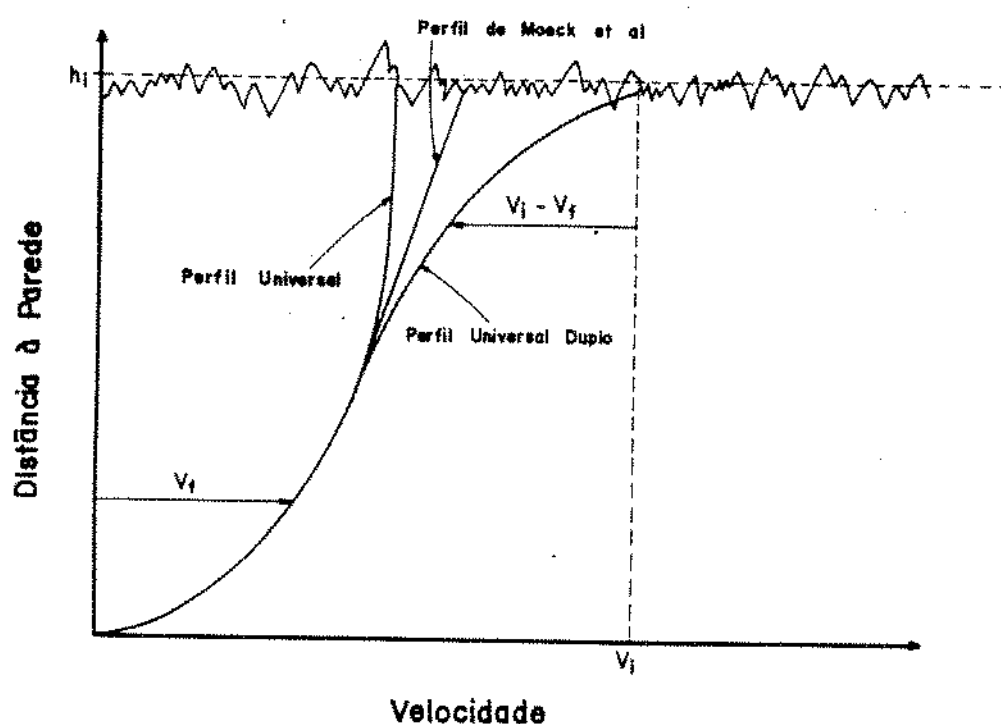


Figura 4. Perfis de Velocidade no Filme segundo Moeck e Stachiewicz

Segundo Dobran, o perfil de velocidades na região contínua do filme é descrito pelo perfil universal monofásico. Na parte descontínua do filme Dobran propôs o seguinte perfil:

$$V_f^+ = V_f^+(h_{fc}^+) + \frac{(h^+ - h_{fc}^+)}{\left[\frac{\mu_{ef}}{\mu_f} \right]_{fo}} \left[1 - \left(1 - \frac{\tau_{nf}}{\tau_{fp}} \right) \frac{h^+ - h_{fc}^+}{2 h_i^+} \right] \quad (21)$$

O primeiro termo do lado direito da equação 21 é o valor da velocidade adimensional calculada no limite da região contínua do filme pelo perfil universal. As equações 22 e 23 representam a correlação apresentada por Dobran para cálculo da espessura contínua do filme, e a equação 24 representa a correlação para a razão entre a viscosidade efetiva e a viscosidade molecular para o filme na região descontínua.

$$\frac{h_{fc}^+}{D^+} = 140 N_f^{0.433} Re_n^{-1.35} \quad (22)$$

$$N_f = \left[\frac{g D^3 \rho_f (\rho_f - \rho_n)}{\mu_f^2} \right]^{1/2} \quad (23)$$

$$\left[\frac{\mu_{ef}}{\mu_f} \right]_{fo} = 1 + 0.0018 \left(h_i^+ - h_{fc}^+ \right)^{1.8} \quad (24)$$

Jensen (1987) em seu trabalho investigou tres tipos de perfis para o filme: (a) Um perfil universal, (b) Um perfil duplo e (c) O perfil de Dobran. Jensen integrando os tres perfis obteve a vazão volumétrica para cada caso, e

comparou os resultados com os dados experimentais de sete outros pesquisadores, concluindo que o perfil duplo era o que melhor previa as vazões medidas.

Equilíbrio Líquido-Vapor e Propriedades Físicas

Como foi visto no início deste capítulo, o cálculo das propriedades físicas das fases líquida e gasosa em cada secção é obviamente necessário para que as equações do modelo possam ser resolvidas.

O procedimento tradicionalmente adotado, consiste em admitir-se que a taxa de transferência de massa entre as fases é baixa o suficiente para que a hipótese de quase-equilíbrio termodinâmico seja aplicável. Resta confirmar a validade desta hipótese, sendo para tanto fundamental avaliar a importância de: (a) diferença de temperatura entre o interior e o exterior da tubulação e (b) resistência térmica externa. Neste trabalho adotaremos o procedimento usual mencionado acima, o que significa admitir que, em cada secção do escoamento as fases líquida e gasosa estão em equilíbrio termodinâmico; e que a transferência de massa ocorrida entre duas secções consecutivas se deve à variação de pressão e temperatura entre essas secções. Na Indústria do Petróleo, dois tipos de modelo de equilíbrio líquido-vapor tem sido empregados. O primeiro utiliza correlações do tipo "Black-Oil". Estas correlações permitem determinar a quantidade das fases líquida e gasosa bem como propriedades tais como massas específicas, viscosidades e tensão interfacial. Um resumo das correlações mais comuns

pode ser encontrado em Brill e Beggs (1982). Modernamente tem sido dado ao problema uma abordagem composicional, na qual o equilíbrio líquido-vapor é determinado para qualquer mistura multifásica pela solução simultânea das equações de estado para cada componente e para cada condição de temperatura e pressão, e as propriedades são calculadas para cada fase baseando-se na composição das mesmas. A descrição da metodologia composicional para cálculo do equilíbrio líquido-vapor e das propriedades físicas foge ao escopo deste trabalho. Uma descrição detalhada deste procedimento pode ser encontrada em Amorim (1983).

Dispersão de Líquido no Núcleo Gasoso

No modelo de fases separadas dividimos o domínio do nosso estudo em dois campos de fluxo (núcleo gasoso e filme líquido). Esta divisão torna necessário o cálculo das propriedades da pseudo fase núcleo bem como a modelagem dos fenômenos de troca de massa e quantidade de movimento que se dão pela interface. As propriedades do núcleo são ponderadas em relação as propriedades e quantidades das fases líquida e gasosa presentes no núcleo. A troca de massa pela interface núcleo-filme ocorre não só por condensação e/ou vaporização, mas também pelos processos de atomização e deposição de gotículas líquidas. Desta forma necessitamos representar estes fenômenos.

O enfoque tradicional dos pesquisadores para este problema tem sido o de buscar correlações que a partir das condições de fluxo, permitam calcular a fração de líquido que

se dispersa no núcleo gasoso. Wallis (1970) sugere que esta fração de líquido dispersa seja função única da velocidade superficial do gás quando o filme de líquido for completamente turbulento:

$$E = 1 - \exp \left[- 0.125 \left(1000 V_{sg} - 1.5 \right) \right] \quad (25)$$

Inúmeros outros pesquisadores desenvolveram também correlações como : Guevara e Gothan (1983), Hutchinson e Walley (1973), Palleev e Filippovich (1966) e Hoogendoren (1965), Whalley e Hewitt (1978), Cousins e Hewitt (1968).

O grande número de correlações nesta área reflete a não universalidade das correlações e a complexidade do fenômeno. Alguns autores passaram então a estudar separadamente os fenômenos de atomização e deposição buscando correlações para estes processos, entre os quais citamos : McCoy e Hanratty (1977), Dallman, Laurinat e Hanratty (1984), Andreussi e Azzopardi (1983) e Ganic e Mastanaiah (1981).

James, Wilkes, Conkie e Burns (1987) desenvolveram um dos mais sofisticados modelos para deposição de gotículas para o caso horizontal. Segundo os autores há dois mecanismos pelos quais as gotículas podem se depositar no filme. O primeiro é governado por modelos de difusão e acontece devido às sucessivas interações das gotículas com as correntes turbulentas no núcleo gasoso. No segundo processo as partículas se depositam como resultado de seu movimento cinemático; as partículas são ejetadas do filme com determinada velocidade e sofrem ação do campo gravitacional. O modelo desenvolvido pelos autores é baseado no segundo

mecanismo e pressupõe que as gotículas são geradas a partir de uma fonte circular ao longo da periferia da interface, sendo ejetadas da mesma com uma velocidade radial que segue uma distribuição estatística. A dificuldade da aplicação deste modelo reside na determinação correta dos parâmetros para esta distribuição.

CAPÍTULO III

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

Equações Gerais de Balanço para Sistemas Multifásicos

A Figura 5 ilustra um volume de controle fixo V limitado por uma superfície contínua A e contendo m fases. Estas fases estão se deslocando com o tempo, e portanto, o volume V é dividido por $(m(m-1))/2$ superfícies $A_{kj}^i(t)$, que constituem as interfaces entre as fases k e j . Os subvolumes $V_k(t)$ gerados contêm somente uma fase k . Estes subvolumes são limitados por uma superfície fechada constituída por uma parte da superfície externa A , que chamaremos $A_k(t)$, e por uma superfície interna ao volume V separando a fase k das demais, que chamaremos $A_k^i(t)$. Esta superfície $A_k^i(t)$, por sua vez é composta de $(m-1)$ superfícies $A_{kj}^i(t)$ cada uma separando a fase k de uma fase j . O vetor unitário normal às interfaces $A_k(t)$ e $A_{kj}^i(t)$ e direcionado para fora do volume $V_k(t)$ será chamado $\vec{n}_k(t)$ ou simplesmente $\vec{n}_k$.

Em um dado ponto p do espaço de coordenadas cartesianas (x, y, z) , e em um dado instante t , cada fase k possui uma massa específica $\rho_k(p, t)$ e um vetor velocidade $\vec{V}_k(p, t)$.

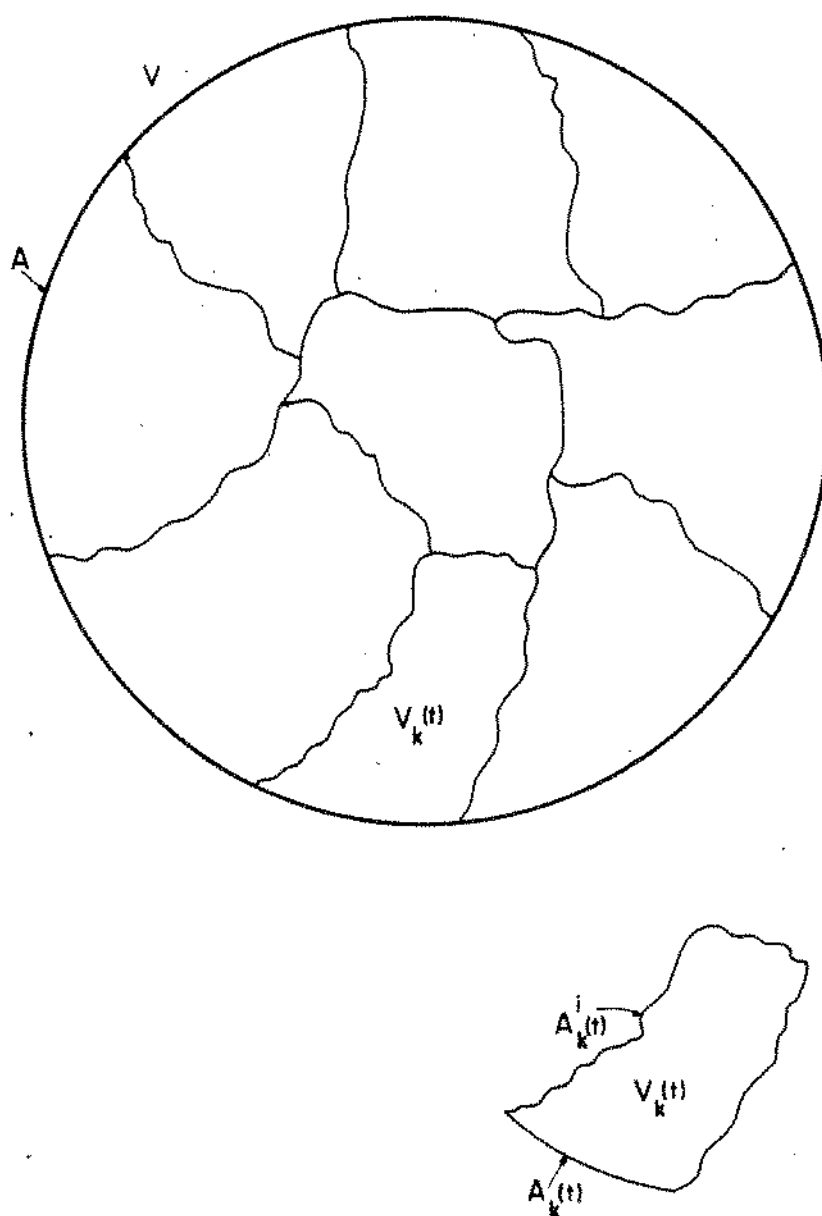


Figura 5. Volume de Controle para Sistemas Multifásicos

As leis integrais de balanço de massa, de quantidade de movimento linear, de quantidade de movimento angular e de energia no volume V podem ser expressas na seguinte forma geral:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1,m} \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_k(t)} \rho_k \psi_k dV &= - \sum_{k=1,m} \int_{A_k(t)} \rho_k \psi_k (\vec{V}_k \cdot \vec{n}_k) dA \\ &+ \sum_{k=1,m} \int_{V_k(t)} \rho_k \phi_k dV - \sum_{k=1,m} \int_{A_k(t)} (\vec{n}_k \cdot \vec{J}_k) dA \end{aligned} \quad (26)$$

Para cada uma das leis de balanço (também chamadas leis de conservação), os valores da quantidade específica ψ_k , do termo de fonte ϕ_k e do termo de fluxo J_k são dados segundo o Quadro 1 do Apêndice 3.

Aplicando os teoremas de Leibniz e de Gauss à equação 26, podemos obter as equações de balanço locais instantâneas. Esta dedução se encontra detalhada no Apêndice 3. A aplicação de tais teoremas, levando-se em conta que as leis integrais devem valer qualquer que seja o arranjo das fases, transforma a mesma em dois grupos de equações : (a) Um grupo de equações locais instantâneas para cada fase k do sistema, e (b) Um grupo de equações válido para cada interface $A_{k,j}(t)$ aqui chamadas equações de salto na interface.

Para cada tipo de equação de balanço desejada, as equações locais instantâneas de conservação válidas para cada fase k são dadas por :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_k \psi_k + \nabla \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) + \nabla \cdot \vec{J}_k - \rho_k \phi_k = 0 \quad (27)$$

Da mesma forma, para cada tipo de Equação de Balanço desejada, a equação de salto na interface $A_{kj}^i(t)$ é dada por :

$$\left[\begin{array}{c} \uparrow \\ m_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k + m_j \psi_j + \vec{\eta}_j \cdot \vec{J}_j \end{array} \right] = 0 \quad (28)$$

A equações 27 e 28 representam as leis de balanço e de salto para grandezas locais e instantâneas. Desejamos obter as equações de balanço para grandezas médias na área e no tempo por serem mais fáceis de se medir. No Apêndice 3 a dedução destas equações foi feita pela integração em uma seção reta da tubulação e em um dado intervalo de tempo T de observação.

As equações de conservação baseadas em quantidades médias na área e no tempo para cada fase k são sintetizadas por :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \overline{A_k(z,t) \langle \rho_k \psi_k \rangle_z} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{A_k(z,t) \langle \vec{\eta}_z \cdot \langle \rho_k \psi_k \vec{V}_k \rangle \rangle} \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \overline{A_k(z,t) \langle \vec{\eta}_z \cdot \vec{J}_k \rangle_z} - \overline{A_k(z,t) \langle \rho_k \phi_k \rangle_z} \\ & = - \overline{S_k^p(z,t) \langle \frac{\vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \rangle_i} \\ & - \overline{S_k^i(z,t) \langle \frac{m_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \rangle_i} \end{aligned} \quad (29)$$

A definição dos operadores $\langle \rangle_1$, $\langle \rangle_2$ e $\overline{\quad}$ (respectivamente média espacial linear, média espacial em

área e média temporal) são encontradas no Apêndice 1.

Da mesma forma, as equações de salto são :

$$S_{kj}^i(z, t) < \frac{\overline{\vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k} + \overline{\vec{\eta}_j \cdot \vec{J}_j}}{\overline{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}}} >_1 = 0 \quad (30)$$

A combinação das equações de balanço para as fases com as equações de salto para as interfaces conduz à equação geral de balanço :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1, m} \left[\frac{\partial}{\partial t} A_k(z, t) \langle \rho_k \psi_k \rangle_z + \frac{\partial}{\partial z} A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) \rangle_z \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z} A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot \vec{J}_k \rangle_z - A_k(z, t) \langle \rho_k \phi_k \rangle_z \right] \\ = \sum_{k=1, m} S_k^p(z, t) < \frac{\overline{\vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k}}{\overline{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}}} >_1 \end{aligned} \quad (31)$$

Equações de Balanço de Massa e de Quantidade de Movimento em Regime Permanente

No Apêndice 4 através de algumas hipóteses simplificadoras e definições auxiliares usualmente adotadas, foi possível obter as equações de balanço e de salto na interface de massa e de quantidade de movimento para o escoamento multifásico em tubulações em regime permanente:

Equações de Balanço de Massa

Fase k

$$\frac{d}{dz} \overline{A_k(z,t)} \overline{\rho_k(z,t)} \overline{V_{kz}(z,t)} = - \overline{S_{k1}^i} \overline{\hat{m}_{k1}} - \dots - \overline{S_{kk-1}^i} \overline{\hat{m}_{kk-1}} \\ - \overline{S_{kk+1}^i} \overline{\hat{m}_{kk+1}} - \dots - \overline{S_{km}^i} \overline{\hat{m}_{km}} \quad (32)$$

Salto na Interface

$$\overline{S_{kj}^i} \left[\overline{\hat{m}_{kj}} + \overline{\hat{m}_{jk}} \right] = 0 \quad (33)$$

Global

$$\sum_{k=1, m} \frac{d}{dz} \overline{A_k(z,t)} \overline{\rho_k(z,t)} \overline{V_{kz}(z,t)} = 0 \quad (34)$$

Equações de Balanço da Quantidade de Movimento

Fase k

$$\frac{d}{dz} \overline{A_k(z,t)} \overline{\rho_k(z,t)} \overline{V_{kz}^2(z,t)} \\ + \overline{A_k(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} + \overline{A_k(z,t)} \overline{\rho_k(z,t)} g \sin(\theta) \\ = - \overline{S_{k1}^i} \overline{\tau_{k1}^m} - \dots - \overline{S_{kk-1}^i} \overline{\tau_{kk-1}^m} - \overline{S_{kk+1}^i} \overline{\tau_{kk+1}^m} - \dots - \overline{S_{km}^i} \overline{\tau_{km}^m} \\ - \overline{S_{k1}^i} \overline{\tau_{k1}^t} - \dots - \overline{S_{kk-1}^i} \overline{\tau_{kk-1}^t} - \overline{S_{kk+1}^i} \overline{\tau_{kk+1}^t} - \dots - \overline{S_{km}^i} \overline{\tau_{km}^t} \\ - \overline{S_k^p} \overline{\tau_{kp}^t} \quad (35)$$

Salto na Interface

$$\overline{S_{kj}^i(z,t)} \left[\overline{\tau_{kj}^m} + \overline{\tau_{kj}^t} + \overline{\tau_{jk}^m} + \overline{\tau_{jk}^t} \right] = 0 \quad (36)$$

ou

$$\left[\overline{\tau_{kj}^m} + \overline{\tau_{kj}^t} + \overline{\tau_{jk}^m} + \overline{\tau_{jk}^t} \right] = 0 \quad (37)$$

Global

$$\sum_{k=1,m} \left[\frac{d}{dz} \overline{A_k(z,t)} \overline{\rho_k(z,t)} \overline{V_{kz}^2(z,t)} + \overline{A_k(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} + \overline{A_k(z,t)} \overline{\rho_k(z,t)} g \sin(\theta) \right] = - \sum_{k=1,m} \overline{S_k^p(z,t)} \overline{\tau_{kp}^t} \quad (38)$$

As equações de conservação da quantidade de movimento podem ser reescritas de forma a obter as equações para o gradiente de pressão :

Global

$$- \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} = \sum_{k=1,m} \overline{\alpha_k(z,t)} \overline{\rho_k(z,t)} g \sin(\theta) + \sum_{k=1,m} \frac{\overline{S_k^p(z,t)}}{\overline{A(z)}} \overline{\tau_{kp}^t} + \sum_{k=1,m} \frac{d}{dz} \overline{\alpha_k(z,t)} \overline{\rho_k(z,t)} \overline{V_{kz}^2(z,t)} \quad (39)$$

Esta é a equação clássica para o gradiente axial de pressão. Os três termos do segundo membro são usualmente chamados de gradiente de pressão de elevação, de fricção e de aceleração respectivamente e compõe o gradiente total de pressão:

$$\left[\frac{dP}{dz} \right]^{total} = \left[\frac{dP}{dz} \right]^e + \left[\frac{dP}{dz} \right]^f + \left[\frac{dP}{dz} \right]^a \quad (40)$$

Fase k

$$\begin{aligned} - \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} &= \overline{\alpha_k(z,t)} \overline{\rho_k(z,t)} g \sin(\theta) \\ &+ \overline{\alpha_k(z,t)} \overline{\rho_k(z,t)} \overline{V_{kz}^2(z,t)} \\ &+ \sum_{\substack{j=1, m \\ j \neq k}} \frac{\overline{S_{kj}^i}}{\overline{A(z)}} \overline{\gamma_{kj}^m} + \sum_{\substack{j=1, m \\ j \neq k}} \frac{\overline{S_{kj}^i}}{\overline{A(z)}} \overline{\gamma_{kj}^t} + \overline{S_k^p} \overline{\gamma_{kp}^t} \end{aligned} \quad (41)$$

É interessante notar que na equação 41 do gradiente axial de pressão expresso nas fases aparecem os termos de elevação, aceleração, fricção com a parede da tubulação e ainda dois termos novos, um composto pelos efeitos das tensões cisalhantes nas interfaces da fase k com as demais, e outro composto dos efeitos da troca de quantidade de movimento por troca de massa da fase k através das suas interfaces com as demais fases.

$$\left[\frac{dP}{dz} \right]^{total} = \left[\frac{dP}{dz} \right]_k^e + \left[\frac{dP}{dz} \right]_k^f + \left[\frac{dP}{dz} \right]_k^a + \sum_{\substack{j=1, m \\ j \neq k}} \left\{ \left[\frac{dP}{dz} \right]_{kj}^{ti} + \left[\frac{dP}{dz} \right]_{kj}^{tm} \right\} \quad (42)$$

Aplicação das Equações de Balanço no Desenvolvimento
de um Modelo de Dois Campos de Fluxo
para o escoamento Anular em
Regime Permanente

Como mostrado na Figura 1, o regime anular apresenta duas regiões de fluxo bem distintas. O núcleo gasoso e o filme de líquido. No núcleo gasoso encontram-se presentes duas fases: a gasosa e a líquida na forma de gotículas dispersas. No filme líquido só está presente a fase líquida. Pelo visto na literatura, as gotículas de líquido possuem praticamente a mesma velocidade axial do gás. Devido a esta característica foi desenvolvido um modelo a dois campos de fluxo. A fase líquida foi tratada como duas fases distintas: (a) Uma constituída do filme de líquido e (b) Outra constituída das gotículas dispersas. Desta forma estas duas fases possuem as mesmas propriedades físicas e só diferem entre si pela região do espaço em que podem ocorrer. O gás foi tratado como uma terceira fase. O fato de as gotículas de líquido terem a mesma velocidade axial do gás permite tratar o núcleo gasoso como uma região única de fluxo, onde as equações de balanço e de salto na interface são aplicadas às duas fases que a compõem, de forma a se obter equações que se apliquem a esta região. Desta forma foi obtido um novo conjunto de equações de balanço válidos para as regiões núcleo e filme, e condições de salto para a interface núcleo-filme, bem como a definição de propriedades da fase núcleo em função das propriedades e quantidades de gás e líquido presentes no mesmo, de forma a tornar válidas

as equações desenvolvidas nesta região. Este procedimento é detalhado no Apêndice 5.

Como resultado deste procedimento foram obtidas as seguintes equações de balanço e condições de salto na interface para massa e quantidade de movimento no núcleo e no filme :

Balanço de Massa

Núcleo

$$\frac{d}{dz} \overline{M_n(z,t)} = - \overline{S_{nf}^i(z,t)} \quad \overline{\dot{m}_{nf}} \quad (43)$$

Filme

$$\frac{d}{dz} \overline{M_f(z,t)} = - \overline{S_{nf}^i(z,t)} \quad \overline{\dot{m}_{fn}} \quad (44)$$

Salto na Interface

$$\overline{\dot{m}_{fn}} + \overline{\dot{m}_{nf}} = 0 \quad (45)$$

Global

$$\frac{d}{dz} \left[\overline{M_f(z,t)} + \overline{M_n(z,t)} \right] = 0 \quad (46)$$

Balanço da Quantidade de Movimento

Núcleo

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \overline{A_n(z,t) \rho_n(z,t) V_{nz}^2(z,t)} + \overline{A_n(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} \\ + \overline{A_n(z,t) \rho_n(z,t) g \sin(\theta)} = - \overline{S_{nf}^i} \left[\overline{\tau_{nf}^m} + \overline{\tau_{nf}^l} \right] \end{aligned} \quad (47)$$

Filme

$$\frac{d}{dz} \overline{A_f(z,t)} \overline{\rho_f(z,t)} \overline{V_{fz}^2(z,t)} + \overline{A_f(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} + \overline{A_f(z,t)} \overline{\rho_f(z,t)} g \sin(\theta) = - \overline{S_{nf}^i} \left[\overline{\mathcal{T}_{fn}^m} + \overline{\mathcal{T}_{fn}^l} \right] - \overline{S_f^p} \overline{\mathcal{T}_{fp}^l} \quad (48)$$

Salto na Interface

$$\overline{\mathcal{T}_{fn}^m} + \overline{\mathcal{T}_{fn}^l} + \overline{\mathcal{T}_{nf}^m} + \overline{\mathcal{T}_{nf}^l} = 0 \quad (49)$$

Global

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \overline{A_n(z,t)} \overline{\rho_n(z,t)} \overline{V_{nz}^2(z,t)} + \frac{d}{dz} \overline{A_f(z,t)} \overline{\rho_f(z,t)} \overline{V_{fz}^2(z,t)} \\ + \overline{A(z)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} \\ + \left[\overline{A_n(z,t)} \overline{\rho_n(z,t)} - \overline{A_f(z,t)} \overline{\rho_f(z,t)} \right] g \sin(\theta) \\ = - \overline{S_f^p} \overline{\mathcal{T}_{fp}^l} \end{aligned} \quad (50)$$

Para compatibilidade entre as definições das vazões mássicas de gás, de gotículas e do núcleo adotadas, é necessário definir a massa específica do núcleo como :

$$\rho_n(z,t) = \frac{\overline{M_g(z,t)} + \overline{M_d(z,t)}}{\frac{\overline{M_g(z,t)}}{\overline{\rho_g(z,t)}} + \frac{\overline{M_d(z,t)}}{\overline{\rho_d(z,t)}}} \quad (51)$$

Com a finalidade de simplificar a notação, suprimiremos daqui por diante a simbologia de médias na área e no tempo.

A aplicação das condições de salto da interface às equações de balanço para o núcleo e para o filme, permite reduzir o número total de equações do modelo. Lembrando que as variáveis são função da pressão e temperatura, o modelo do escoamento bifásico anular em regime permanente resume-se então na solução das seguintes equações unidimensionais de balanço de massa e quantidade de movimento.

Conservação da massa

Núcleo

$$\frac{\partial}{\partial P} M_n(z) \frac{dP}{dz} + \frac{\partial}{\partial T} M_n(z) \frac{dT}{dz} = - S_{nf}^i(z) \dot{m}_{nf} \quad (52)$$

Filme

$$\frac{\partial}{\partial P} M_f(z) \frac{dP}{dz} + \frac{\partial}{\partial T} M_f(z) \frac{dT}{dz} = + S_{nf}^i(z) \dot{m}_{nf} \quad (53)$$

Conservação da Quantidade de Movimento

As equações de conservação da quantidade de movimento podem ser expressas em termos das equações de gradiente de pressão. Após uma manipulação matemática, as equações 47 e 48 se transformam em :

Núcleo

$$\begin{aligned} - \frac{dP}{dz} = & \left\{ \rho_n(z) g \sin(\theta) + \frac{S_{nf}^i(z)}{A_n(z)} \tau_{nf}^t \right. \\ & + \frac{dT}{dz} \frac{1}{A_n(z)} \left[\frac{\partial A_n(z)}{\partial T} \frac{\rho_n(z) V_{nz}^2(z)}{\partial T} - V_i(z) \frac{\partial M_n(z)}{\partial T} \right] \Bigg\} \\ & \left\{ 1 + \frac{1}{A_n(z)} \left[\frac{\partial A_n(z)}{\partial P} \frac{\rho_n(z) V_{nz}^2(z)}{\partial P} - V_i(z) \frac{\partial M_n(z)}{\partial P} \right] \right\} \quad (54) \end{aligned}$$

Filme

$$\begin{aligned}
-\frac{dP}{dz} = & \left\{ \rho_f(z) g \sin(\theta) + \frac{S_{nf}^i(z)}{A_f(z)} \tau_{nf}^i + \frac{S_f^p(z)}{A_f(z)} \tau_{fp}^i \right. \\
& + \frac{dT}{dz} \frac{1}{A_f(z)} \left[\frac{\partial A_f(z)}{\partial T} \frac{\rho_f(z)}{\rho_f(z)} \frac{V_{fz}^2(z)}{V_{fz}^2(z)} + V_{fz}(z) \frac{\partial M_n(z)}{\partial T} \right] \Bigg\} \\
& \left\{ 1 + \frac{1}{A_f(z)} \left[\frac{\partial A_f(z)}{\partial P} \frac{\rho_f(z)}{\rho_f(z)} \frac{V_{fz}^2(z)}{V_{fz}^2(z)} + V_{fz}(z) \frac{\partial M_n(z)}{\partial P} \right] \right\} \quad (55)
\end{aligned}$$

Solução do Modelo

Estamos interessados em obter a solução simultânea das equações 52, 53, 54 e 55 de forma a podermos calcular a espessura do filme líquido e o gradiente axial de pressão. Para que isto seja possível, necessitamos de modelos e leis de fechamento adicionais para o cálculo de algumas variáveis presentes nestas equações.

Supomos que conhecemos os seguintes dados:

- (a) Composição da mistura multifásica
- (b) Vazão mássica total
- (c) Gradiente de temperatura
- (d) Diâmetro da tubulação
- (e) Inclinação da tubulação com a horizontal
- (f) Aceleração da gravidade

A análise das equações 52, 53, 54 e 55 permite identificar 18 variáveis ou grupos de variáveis, a saber :

$$\frac{dP}{dz} ; \frac{\partial}{\partial P} M_n(z) ; \frac{\partial}{\partial T} M_n(z) ; \frac{\partial}{\partial P} M_f(z) ; \frac{\partial}{\partial T} M_f(z)$$

$$S_{nf}^l(z) ; \dot{m}_{nf} ; \rho_n(z) ; \rho_f(z) ; A_n(z) ; A_f(z) ; V_l(z)$$

$$\begin{aligned} T_{nf}^l ; T_{fp}^l ; & \frac{\partial A_n(z) \rho_n(z) V_{nz}^2(z)}{\partial T} ; \frac{\partial A_n(z) \rho_n(z) V_{nz}^2(z)}{\partial P} \\ & \frac{\partial A_f(z) \rho_f(z) V_{fz}^2(z)}{\partial P} ; \frac{\partial A_f(z) \rho_f(z) V_{fz}^2(z)}{\partial T} \end{aligned}$$

Assumindo que as propriedades médias das fases gasosa e líquida são as propriedades advindas do equilíbrio termodinâmico entre as fases, podemos utilizar um simulador composicional que, a partir da vazão mássica total e da composição da mistura multifásica determina para qualquer estado temperatura-pressão o equilíbrio-líquido vapor, ou seja a qualidade das fases gasosa e líquida bem como as propriedades físicas destas fases. Assim, é possível com este simulador solucionar as equações de conservação de massa para as fases líquida e gasosa e ainda determinar em cada seção reta da tubulação de pressão P e temperatura T as seguintes variáveis :

$$Y_l(P,t) = \frac{M_l(P,t)}{M} = f(\text{composição}, P, T) \quad (56)$$

$$Y_g(P,t) = \frac{M_g(P,t)}{M} = f(\text{composição}, P, T) \quad (57)$$

$$\rho_l(z) = \rho_l(\text{composição}, P, T) \quad (58)$$

$$\rho_g(z) = \rho_g(\text{composição}, P, T) \quad (59)$$

O simulador composicional de equilíbrio permite também a determinação das derivadas parciais com relação à temperatura e à pressão das vazões mássicas e das massas específicas.

Suponhamos agora que saibamos determinar o equilíbrio entre os processos de atomização e deposição de gotículas do filme líquido. O conhecimento deste processo permite determinar para cada seção z da tubulação a fração da vazão mássica de líquido que está no núcleo em forma de gotas:

$$E(z) = \frac{M_d(z)}{M_l(z)} \quad (60)$$

O modelo de equilíbrio líquido-vapor e o modelo atomização-deposição permitem solucionar as equações de balanço de massa para o núcleo e o filme bem como as vazões mássicas e massas específicas como função da temperatura e pressão.

Dispomos ainda das seguintes relações entre algumas das variáveis das equações de balanço.

$$\rho_d(z) = \rho_l(z) \quad (61)$$

$$\rho_f(z) = \rho_l(z) \quad (62)$$

$$\rho_n(z) = \frac{\frac{M_g(z)}{\rho_g(z)} + \frac{M_d(z)}{\rho_d(z)}}{\frac{M_g(z)}{\rho_g(z)} + \frac{M_d(z)}{\rho_d(z)}} \quad (63)$$

$$M_n(z) = M_d(z) + M_g(z) \quad (64)$$

$$M_f(z) = M_l(z) - M_d(z) \quad (65)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_n(z)}{\partial P} \rho_n(z) V_{nz}^2(z) &= 2 V_{nz}(z) \frac{\partial M_n(z)}{\partial P} \\ - \rho_n(z) V_{nz}^2(z) \frac{\partial A_n(z)}{\partial P} &- A_n(z) V_{nz}^2(z) \frac{\partial \rho_n(z)}{\partial P} \end{aligned} \quad (66)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_n(z)}{\partial T} \frac{\rho_n(z)}{\rho_n(z)} \frac{V_{nz}^2(z)}{V_{nz}^2(z)} &= 2 V_{nz}(z) \frac{\partial M_n(z)}{\partial T} \\ - \rho_n(z) V_{nz}^2(z) \frac{\partial A_n(z)}{\partial T} - A_n(z) V_{nz}^2(z) \frac{\partial \rho_n(z)}{\partial P} & \end{aligned} \quad (67)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_f(z)}{\partial P} \frac{\rho_f(z)}{\rho_f(z)} \frac{V_{fz}^2(z)}{V_{fz}^2(z)} &= 2 V_{fz}(z) \frac{\partial M_f(z)}{\partial P} \\ - \rho_f(z) V_{fz}^2(z) \frac{\partial A_f(z)}{\partial P} - A_f(z) V_{fz}^2(z) \frac{\partial \rho_f(z)}{\partial P} & \end{aligned} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_f(z)}{\partial T} \frac{\rho_f(z)}{\rho_f(z)} \frac{V_{fz}^2(z)}{V_{fz}^2(z)} &= 2 V_{fz}(z) \frac{\partial M_f(z)}{\partial T} \\ - \rho_f(z) V_{fz}^2(z) \frac{\partial A_f(z)}{\partial T} - A_f(z) V_{fz}^2(z) \frac{\partial \rho_f(z)}{\partial T} & \end{aligned} \quad (69)$$

$$\frac{\partial A_f(z)}{\partial T} = \frac{\partial A_f(z)}{\partial z} \frac{dz}{dT} \quad (70)$$

$$\frac{\partial A_f(z)}{\partial P} = \frac{\partial A_f(z)}{\partial z} \frac{dz}{dP} \quad (71)$$

$$\frac{\partial A_n(z)}{\partial T} = \frac{\partial A_n(z)}{\partial z} \frac{dz}{dT} \quad (72)$$

$$\frac{\partial A_n(z)}{\partial P} = \frac{\partial A_n(z)}{\partial z} \frac{dz}{dP} \quad (73)$$

$$V_{nz}(z) = \frac{M_n(z)}{A_n(z) \rho_n(z)} \quad (74)$$

$$V_{fz}(z) = \frac{M_f(z)}{A_f(z) \rho_f(z)} \quad (75)$$

Assumindo ainda que o fluxo tem simetria axial, e que a tubulação tem diâmetro constante, podemos obter relações geométricas entre outras variáveis:

$$S_{nf}^i(z) = \sqrt{4 A_n(z) \Pi} \quad (76)$$

$$S_f^p(z) = \sqrt{4 A(z) \Pi} \quad (77)$$

$$A(z) = A_n(z) + A_f(z) \quad (78)$$

$$\frac{dA_n(z)}{dz} + \frac{dA_f(z)}{dz} = 0 \quad (79)$$

Em vista das relações apresentadas e lembrando que o conhecimento dos equilíbrios líquido-vapor e atomização-deposição permitem solucionar as equações de balanço de massa, restam a solucionar as equações de balanço de quantidade de movimento. As variáveis das quais ainda não temos informação são:

O gradiente total de pressão, $\frac{dP}{dz}$

A área ocupada por uma fase, $A_n(z)$

A velocidade da interface, $V_i(z)$

A tensão cisalhante na interface, τ_{fn}^t

A tensão cisalhante do filme com a tubulação, τ_{fp}^t

Desta forma para que o problema possa ser fechado, necessitamos conhecer as seguintes informações adicionais: (a) Perfil de velocidades das fases e (b) Perfil de tensões cisalhantes nas fases.

Definindo os seguintes termos auxiliares :

$$\gamma_1 = 1 + \frac{1}{A_n(z)} \left[\frac{\partial A_n(z)}{\partial P} \frac{\rho_n(z)}{\partial P} \frac{V_{nz}^2(z)}{\partial P} - V_i(z) \frac{\partial M_n(z)}{\partial P} \right] \quad (80)$$

$$\gamma_2 = 1 + \frac{1}{A_f(z)} \left[\frac{\partial A_f(z)}{\partial P} \frac{\rho_f(z)}{\partial P} \frac{V_{fz}^2(z)}{\partial P} + V_i(z) \frac{\partial M_n(z)}{\partial P} \right] \quad (81)$$

$$\gamma_3 = \frac{1}{A_n(z)} \left[\frac{\partial A_n(z)}{\partial T} \frac{\rho_n(z)}{\partial T} \frac{V_{nz}^2(z)}{\partial T} - V_i(z) \frac{\partial M_n(z)}{\partial T} \right] \quad (82)$$

$$\gamma_4 = \frac{1}{A_f(z)} \left[\frac{\partial A_f(z)}{\partial T} \frac{\rho_f(z)}{\partial T} \frac{V_{fz}^2(z)}{\partial T} + V_i(z) \frac{\partial M_n(z)}{\partial T} \right] \quad (83)$$

Eliminando o gradiente de pressão entre as equações 54 e 55 obtemos :

$$\begin{aligned} \rho_n g \sin(\theta) \gamma_2 + \frac{S_{nf}^i}{A_n} \gamma_{nf}^t \gamma_2 + \frac{dT}{dz} \gamma_3 \gamma_2 = \\ \rho_f g \sin(\theta) \gamma_1 - \frac{S_{nf}^i}{A_f} \gamma_{nf}^t \gamma_1 + \frac{S_f^p}{A_f} \gamma_{fp}^t \gamma_1 + \frac{dT}{dz} \gamma_4 \gamma_1 \end{aligned} \quad (84)$$

Reagrupando os termos da equação 84 obtemos a equação 85. É interessante observar as semelhanças e diferenças desta equação com a equação 195 obtida no Apêndice 2 quando do desenvolvimento do modelo simplificado de duas fases para o padrão anular. Na equação agora apresentada são levados em consideração os termos de troca de quantidade de movimento por troca de massa entre as regiões de fluxo e os termos de aceleração das fases. É interessante observar o aparecimento do efeito do gradiente de temperatura existente na tubulação que permite se desejado o acoplamento desta equação com a equação do balanço de energia.

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_{fp}^t}{\gamma_{nf}^t} - \left[\frac{S_{nf}^i}{A_f} + \frac{S_{nf}^i}{A_n} \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right] \frac{A_f}{S_{fp}} + \\ \frac{g \sin(\theta)}{\gamma_{nf}^t} \frac{A_f}{S_{fp}} \left[\rho_f - \rho_n \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right] + \\ \frac{dT}{dz} \frac{1}{\gamma_{nf}^t} \frac{A_f}{S_{fp}} \left[\gamma_4 - \gamma_3 \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right] = 0 \end{aligned} \quad (85)$$

Usando a equação 54, o gradiente de pressão é dado por:

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{(A_n \rho_n - A_f \rho_f) g \sin(\theta) + S_f^p \gamma_{fp}^t + \frac{dT}{dz} (\gamma_3 A_n + \gamma_4 A_f)}{\left[\frac{A_n}{\gamma_2} + \frac{A_f}{\gamma_1} \right]} \quad (86)$$

Resumo do Capítulo

Neste capítulo foram obtidas as equações de balanço de massa e de quantidade de movimento mediadas no tempo e na secção de escoamento para o escoamento anular em regime permanente. O fechamento do problema depende da modelagem de quatro fenômenos adicionais: (a) equilíbrio líquido-vapor, (b) dispersão de líquido no núcleo gasoso, (c) perfil de velocidades e (d) perfil de tensões cisalhantes.

No Capítulo 4 foi modelado o perfil de velocidades e de tensões cisalhantes e no Capítulo 5 é apresentado um modelo para o cálculo da fração de líquido dispersa no núcleo gasoso.

CAPÍTULO IV

MODELAGEM DAS TENSÕES CISALHANTES

Perfis de Velocidade Monofásicos

A equação que relaciona o gradiente de fricção com o perfil de velocidades para escoamento monofásico, axial, axisimétrico e desenvolvido de um fluido k em coordenadas cilíndricas pode ser dada por :

$$\left[\frac{dP}{dz} \right]_k^f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{k,e} \frac{\partial V_{fz}}{\partial r} \right) \quad (87)$$

A propriedade viscosidade efetiva $\mu_{k,e}$ do fluido k depende do regime de fluxo. Em regime laminar a viscosidade efetiva é constante e idêntica a viscosidade do fluido, porém em regime turbulento ela não é constante e está relacionada com as flutuações da velocidade do fluido e o comprimento de mistura, ou seja com a intensidade da turbulência. Na literatura existem várias equações para a viscosidade efetiva do fluido em escoamento monofásico turbulento.

Neste capítulo será solucionada a equação 87 nas fases filme e núcleo impondo-se as condições de contorno apropriadas, de forma a obter os perfis de tensões cisalhantes e de velocidades nas duas regiões. Na região do núcleo as condições de contorno são: velocidade interfacial V_i , a ser determinada posteriormente, e simetria do perfil de velocidades em relação ao eixo da tubulação. No filme as

condições são: velocidade nula na parede da tubulação (condição de não escorregamento) e velocidade V_i na interface.

$$\text{Condições de contorno no núcleo} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{nz} = V_i \quad \text{para } r = r_n \\ \frac{dV_{fz}}{dr} = 0 \quad \text{para } r = 0 \end{array} \right.$$

$$\text{Condições de contorno no filme} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{fz} = V_i \quad \text{para } r = r_n \\ V_{fz} = 0 \quad \text{para } r = R \end{array} \right.$$

Assim, dependendo do gradiente de pressão por fricção em cada região (ou do valor assumido para a velocidade da interface V_i), teremos vários perfis, porém a condição adicional de que as tensões cisalhantes sejam contínuas na interface impõe uma nova condição ao problema, só obedecida por um perfil de velocidades no filme e um no núcleo, ou em outras palavras para um único valor para a velocidade interfacial.

No escoamento laminar este procedimento torna-se simples, uma vez que a viscosidade efetiva de cada fluido é igual a viscosidade molecular do mesmo, esta sofrendo uma discontinuidade na interface. No regime turbulento no entanto, sabemos do escoamento monofásico que a viscosidade efetiva depende entre outras variáveis da distância à parede da tubulação. Segundo Dobran (1983), isto é válido para a região contínua do filme mas não para a região próxima a interface, porém devido aos poucos trabalhos a respeito do comportamento da viscosidade efetiva do filme nesta região,

adotaremos aqui o mesmo modelo utilizado em escoamento monofásico. Para a região do núcleo a literatura consultada também não apresentou relações para a viscosidade turbulenta efetiva. Os trabalhos de Jensen (1987) e Sullivan et al (1970) fornecem relações para os perfis de velocidades nesta região que implicitamente consideram uma determinada distribuição para a viscosidade turbulenta. Neste trabalho utilizaremos o perfil de velocidades de Sullivan para obtenção da tensão cisalhante e do fator de fricção na interface, por ser a expressão mais recente encontrada na literatura.

Regimes de Fluxo

A distinção entre os regimes laminar e turbulento foi primeiramente elucidada por Osborne Reynolds em 1883. Em seus experimentos, Reynolds mostrou que para pequenas velocidades, o fluxo seguia um regime laminar, enquanto que a velocidades maiores correntes turbulentas se desenvolviam e o fluxo era caracterizado por um movimento aparentemente caótico. Reynolds mostrou também que o critério para a transição laminar-turbulento era dado por um grupo adimensional que recebeu o seu nome : Numero de Reynolds. Hoje reconhece-se que esta determinação empírica é de grande importância uma vez que este número reflete a razão entre as forças inerciais e viscosas que se desenvolvem durante o fluxo. Experimentos indicaram, e é usualmente aceito, que a transição entre o regime laminar e o turbulento em tubulações ocorre a um número de Reynolds de 2100. Utilizando a equação

88 para definir o número de Reynolds, este critério pode ser estendido para tubos lisos de qualquer geometria.

$$Re_k = \frac{D_k V_{kz} \rho_k}{\mu_k} \quad (88)$$

onde o diâmetro hidráulico D_k é definido por :

$$D_k = \frac{4 \text{ Área de fluxo da fase } k}{\text{Perímetro molhado pela fase } k} \quad (89)$$

No modelo de duas regiões de fluxo, o núcleo pode ser visto como se fluísse numa tubulação de raio r_n cujas paredes estão se movendo com velocidade V_i , desta forma os números de Reynolds são:

$$Re_n = \frac{D_n \rho_n (V_n - V_i)}{\mu_n} \quad (90)$$

$$Re_f = \frac{D_f \rho_f V_f}{\mu_f} \quad (91)$$

Viscosidade do Núcleo Gasoso

Segundo Hewitt (1982), não há uma definição universal para a viscosidade de uma mistura homogênea. O autor cita uma série de definições encontradas na literatura com as de McAdams et al (1942), Chicchitti et al (1960) e Dukler et al (1964). Hewitt (1981) optou por utilizar a relação de Ishii e Zuber (1979) dada por:

$$\mu_n = \mu_g \left[1 - \frac{A_d}{A_n} \right]^{-2.5} \left[\frac{\mu_d + 0.4 \mu_g}{\mu_d + \mu_g} \right] \quad (92)$$

Regime LaminarNúcleo Gasoso

Em regime laminar na região do núcleo a viscosidade efetiva é dada pela viscosidade do núcleo μ_n e a equação 87 é solucionada segundo as condições de contorno já descritas. O resultado obtido é :

$$V_{nz}(r) = V_i + \frac{r^2 - r_n^2}{4 \mu_n} \left[\frac{dP}{dz} \right]_n^f \quad (93)$$

Conforme podemos notar, a velocidade relativa do núcleo com relação à interface segue o tradicional perfil parabólico obtido para fluxo laminar monofásico em tubulações. É interessante obter este perfil em termos da velocidade média V_{nz} do núcleo definida por :

$$\langle V_{nz} \rangle = \frac{1}{A_n} \int_0^{r_n} V_{nz}(r) 2 \pi r dr \quad (94)$$

A substituição da equação 93 na equação 94 conduz à equação 95 :

$$\langle V_{nz} \rangle = V_i - \frac{r_n^2}{8 \mu_n} \left[\frac{dP}{dz} \right]_n^f \quad (95)$$

A eliminação do gradiente de fricção entre as equações 93 e 95 conduz ao perfil de velocidade no núcleo :

$$V_{nz}(r) = V_i - 2 (\langle V_{nz} \rangle - V_i) \left[\frac{r^2}{r_n^2} - 1 \right] \quad (96)$$

A tensão cisalhante na interface entre o núcleo e o filme é dada por :

$$\tau_{nf} = - \mu_n \left. \frac{dV_{nz}(r)}{dr} \right|_{r=r_n} \quad (97)$$

Utilizando o perfil parabólico na expressão acima obtemos :

$$\tau_{nf} = \frac{4 \mu_n (\langle V_{nz} \rangle - V_i)}{r_n} \quad (98)$$

Podemos associar a tensão cisalhante à um fator de fricção, e utilizando a definição do número de Reynolds para o núcleo dada pela equação 89 obtemos :

$$f_{nf} = \frac{2 \tau_{nf}}{\rho_n (\langle V_{nz} \rangle - V_i)^2} = \frac{16}{Re_n} \quad (99)$$

Este é o fator de fricção clássico válido para regime laminar monofásico em tubos redondos.

Filme

A solução da equação 87 impondo as condições de contorno específicas para a região filme no regime laminar é :

$$V_{fz}(r) = \frac{1}{4 \mu_f \ln\left(\frac{r_n}{R}\right)} \left[4 \mu_f V_i \ln\left(\frac{r}{R}\right) + \left[\frac{dP}{dz} \right]_f \left[r^2 \ln\left(\frac{r_n}{R}\right) + R^2 \ln\left(\frac{r}{r_n}\right) - r_n^2 \ln\left(\frac{r}{R}\right) \right] \right] \quad (100)$$

Analogamente ao que foi feito na região do núcleo,

a velocidade média do filme é dada por :

$$\langle V_{fz} \rangle = \frac{1}{A_f} \int_{r_n}^R V(r) 2 \pi r dr \quad (101)$$

Substituindo o perfil de velocidades nesta expressão obtemos :

$$\begin{aligned} \langle V_{fz} \rangle = \frac{1}{2 \mu_f \ln\left(\frac{r_n}{R}\right) (R^2 - r_n^2)} & \left[-4 \mu_f V_i \left(\frac{R^2 - r_n^2}{4} + \right. \right. \\ & \left. \frac{r_n^2}{2} \ln\left(\frac{r_n}{R}\right) \right] + \left[\frac{dP}{dz} \right]_f \left(- \frac{R^4 - r_n^4}{4} \ln\left(\frac{r_n}{R}\right) + \right. \\ & \left. \left. \frac{R^2 r_n^2}{2} - \frac{R^4 + r_n^4}{4} \right) \right] \quad (102) \end{aligned}$$

Eliminando o gradiente de fricção entre as equações 100 e 102, obtem-se a forma final do perfil de velocidades :

$$\begin{aligned} V_{fz}(r) = \frac{1}{4 \mu_f \ln(K) [K^2 - 1 - (K^2 + 1) \ln(K)]} & \left\{ 8 \mu_f \ln(K) \langle V_{fz} \rangle \right. \\ & \left[\frac{r^2}{R^2} \ln(K) + \ln\left(\frac{r}{r_n}\right) - K^2 \ln\left(\frac{r}{R}\right) \right] \\ & + 4 \mu_f V_i \left[\ln\left(\frac{r}{R}\right) [K^2 - 1 - (K^2 + 1) \ln(K)] \right. \\ & \left. - \left[\frac{r^2}{R^2} \ln(K) + \ln\left(\frac{r}{r_n}\right) - K^2 \ln\left(\frac{r}{R}\right) \right] \right. \\ & \left. \left[\frac{2 K^2 \ln(K) - K^2 + 1}{K^2 - 1} \right] \right\} \quad (103) \end{aligned}$$

onde $K = \frac{r_n}{R}$

As tensões cisalhantes entre o filme e a parede e entre o filme e o núcleo gasoso são definidas por :

$$\tau_{fp} = - \mu_f \left. \frac{dV_{fz}(r)}{dr} \right|_{r=R} \quad (104)$$

$$\tau_{fn} = \mu_f \left. \frac{dV_{fz}(r)}{dr} \right|_{r=r_n} \quad (105)$$

Substituindo o perfil de velocidades nas expressões acima obtemos :

$$\begin{aligned} \tau_{fp} = & \frac{-1}{R (K^2-1) \left[K^2-1-(K^2+1) \ln(K) \right]} \left[2 \mu_f \langle V_{fz} \rangle \right. \\ & \left. \left(2 K^2 + 2 K^2 \ln(K) - 2 \ln(K) - K^4 - 1 \right) + \right. \\ & \left. \mu_f V_i \left(K^4 - 4 K^2 \ln(K) - 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (106)$$

$$\begin{aligned} \tau_{fn} = & \frac{1}{r_n (K^2-1) \left[K^2-1-(K^2+1) \ln(K) \right]} \left[2 \mu_f \langle V_{fz} \rangle \right. \\ & \left. \left(2 K^4 \ln(K) - K^4 + 2 K^2 - 2 K^2 \ln(K) - 1 \right) \right. \\ & \left. \mu_f V_i \left(3 K^4 - 4 K^2 - 4 K^4 \ln(K) + 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (107)$$

Utilizando agora as definições de fator de fricção e número de Reynolds podemos obter as equações para o fator

de fricção do filme com a parede e do filme com o núcleo gasoso:

$$f_{fp} = \frac{16}{Re_f} \frac{1}{(K^2-1) \left[K^2-1-(K^2+1) \ln(K) \right]} \left\{ \frac{K-1}{2} \left[2 K^2 \left[1 + \ln(K) \right] - 2 \ln(K) - K^4 - 1 \right] + \frac{K-1}{4} \frac{V_i}{\langle V_{fz} \rangle} \left[K^4 - 4 K^2 \ln(K) - 1 \right] \right\} \quad (108)$$

$$f_{fn} = \frac{16}{Re_f} \frac{1}{(K^2-1) \left[K^2-1-(K^2+1) \ln(K) \right]} \left\{ \frac{1-K}{2 K} \left[2 K^4 \ln(K) - K^4 + 2 K^2 - 2 K^2 \ln(K) - 1 \right] + \frac{1-K}{4 K} \frac{V_i}{\langle V_{fz} \rangle} \left[3^4 K - 4^2 K - 4^4 K \ln(K) + 1 \right] \right\} \quad (109)$$

Podemos definir os fatores geométricos F_{fn} , F_{fp} , e F_{nf} associados aos fatores de fricção do filme com o núcleo, do filme com a parede e do núcleo com o filme respectivamente de forma que estes fatores de fricção possam ser expressos na forma:

$$f_{fn} = \frac{F_{fn}}{Re_f} \quad (110)$$

$$f_{fp} = \frac{F_{fp}}{Re_f} \quad (111)$$

$$f_{nf} = \frac{F_{nf}}{Re_n} \quad (112)$$

Estes fatores geométricos são então :

$$F_{fp} = \frac{16}{(K^2-1) \left[K^2-1-(K^2+1) \ln(K) \right]} \left\{ \right. \\ \frac{K-1}{2} \left[2 K^2 \left(1 + \ln(K) \right) - 2 \ln(K) - K^4 - 1 \right] \\ \left. + \frac{K-1}{4} \frac{V_i}{\langle V_{fz} \rangle} \left[K^4 - 4 K^2 \ln(K) - 1 \right] \right\} \quad (113)$$

$$F_{fn} = \frac{16}{(K^2-1) \left[K^2-1-(K^2+1) \ln(K) \right]} \left\{ \right. \\ \frac{1-K}{2 K} \left[2 K^4 \ln(K) - K^4 + 2 K^2 - 2 K^2 \ln(K) - 1 \right] \\ \left. + \frac{1-K}{4 K} \frac{V_i}{\langle V_{fz} \rangle} \left[3 K^4 - 4 K^2 - 4 K^4 \ln(K) + 1 \right] \right\} \quad (114)$$

$$F_{nf} = 16 \quad (115)$$

As Figuras 6 e 7 ilustram o comportamento dos fatores geométricos do filme em função da razão de diâmetros K e da razão entre a velocidade da interface e a velocidade média do filme. Nota-se destes resultados que a equação generalizada de Blasius para o regime laminar, só tem aplicabilidade na região do núcleo gasoso. Já na região do filme o comportamento do fator de fricção tanto com a parede como com a interface depende da razão entre o raio do núcleo gasoso e o da tubulação, bem como da razão entre a velocidade da interface e a velocidade média do filme líquido.

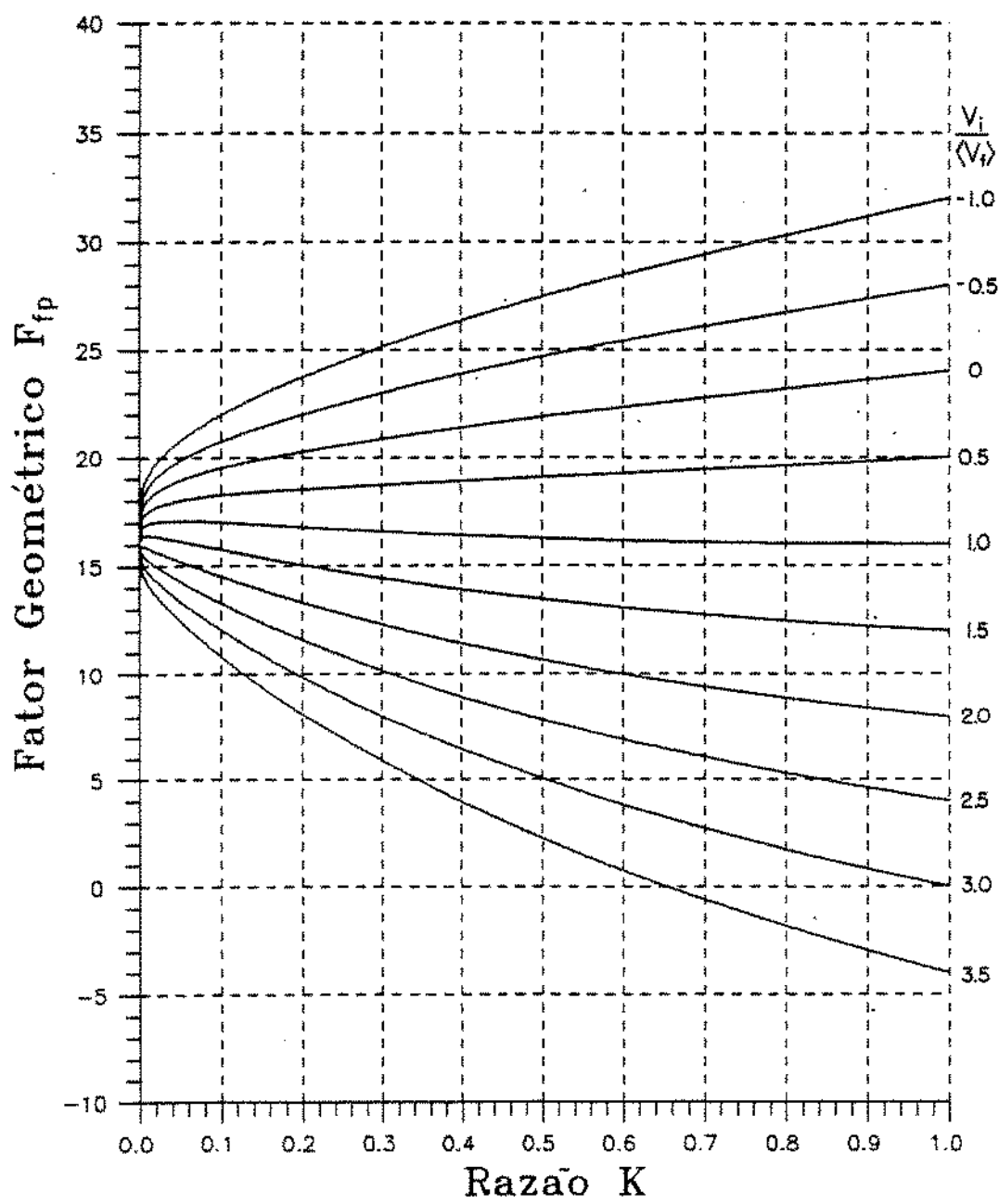


Figura 6. Fator Geométrico F_{gp}

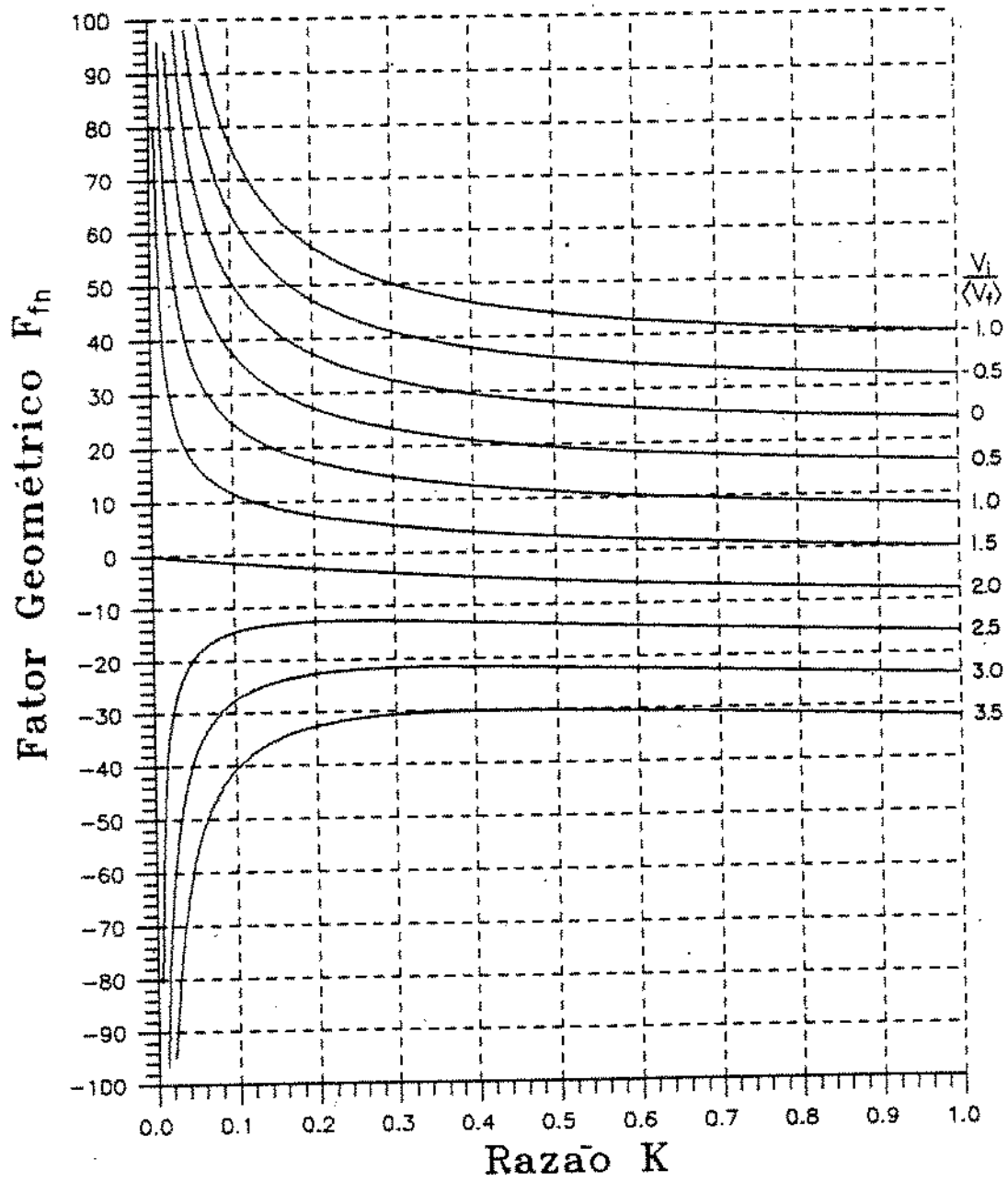


Figura 7. Fator Geométrico F_{gn}

É interessante também observar que, se mantivermos a velocidade da interface nula e definirmos a tensão cisalhante como a média entre as tensões na parede e na interface ponderada com os respectivos perímetros, obtém-se a solução tradicional para o escoamento monofásico laminar em um anulo.

$$\tau_{\text{anulo}} = \frac{\tau_{fp} R + \tau_{fn} r_n}{R + r_n} \quad (116)$$

$$f_{\text{anulo}} = \frac{2 \tau_{\text{anulo}}}{\rho_f V_f^2} \quad (117)$$

$$f_{\text{anulo}} = \frac{16}{Re_f} \frac{(1-K)^2}{\left[\frac{1-K^4}{1-K^2} + \frac{1-K^2}{\ln(K)} \right]} \quad (118)$$

$$f_{\text{anulo}} = \frac{F_{\text{anulo}}}{Re} \quad (119)$$

$$F_{\text{anulo}} = \frac{16 (1-K)^2}{\left[\frac{1-K^4}{1-K^2} + \frac{1-K^2}{\ln(K)} \right]} \quad (120)$$

Regime Turbulento

No regime turbulento o procedimento é análogo ao que foi feito para o regime laminar. Devemos resolver a equação 87, levando em conta as condições de contorno para cada uma das regiões. A grande diferença está no cálculo da viscosidade efetiva nas regiões núcleo e filme. Até a data deste trabalho não haviam relações ou expressões para o cálculo da viscosidade efetiva da mistura gás-líquido no

núcleo gasoso, porém Jensen (1987), em seu estudo sobre os perfis de velocidade no padrão anular, propõe um perfil turbulento universal para esta região fazendo uma analogia com o escoamento monofásico, e portanto este perfil implicitamente considera uma determinada função para o cálculo desta viscosidade turbulenta. Na região do filme, Dobran (1983) especula que na região contínua do filme a viscosidade turbulenta possui um comportamento semelhante ao do escoamento monofásico, e na região próxima à interface o autor propõe uma correlação para esta viscosidade. Pelo fato de ser a única equação para este fenômeno na interface, por haver uma discontinuidade na viscosidade turbulenta entre as duas regiões do filme, por não ser uma expressão matemática que facilite os cálculos, e por incluir no seu cálculo correlações experimentais, optamos por não utilizar tal modelo neste trabalho. Ao contrário de Dobran, utilizaremos para a distribuição de viscosidade turbulenta no filme aquela que se aplica ao escoamento monofásico.

Núcleo Gasoso

Segundo Jensen (1987), o perfil de velocidade no núcleo pode ser expresso, em analogia com o escoamento monofásico, por uma função do tipo :

$$V_{nz}^+ = f \left[h^+, h_l^+, (1-Y_g)E \right] \quad (121)$$

onde, h^+ é a distância adimensional a partir da interface, h_l^+ é a espessura adimensional do filme líquido e o termo $(1-Y_g)E$ representa a quantidade de líquido disperso no núcleo gasoso.

$$V_{nz}^+ = \frac{\left[V_{nz}(y) - V_i \right]}{V_n^*} \quad (122)$$

$$h^+ = \frac{(h-h_i) V_n^* \rho_n}{\mu_n} \quad (123)$$

$$h_i^+ = \frac{h_i V_n^* \rho_n}{\mu_n} \quad (124)$$

o termo V_n^* é a velocidade de fricção do núcleo gasoso :

$$V_n^* = \sqrt{\frac{\tau_{nf}}{\rho_n}} \quad (125)$$

Após um ajuste com dados experimentais, o autor obteve a seguinte relação funcional para o perfil de velocidades:

$$V_{nz}^+ = \left\{ 4.22 + 14.05 \left[(1-Y_g)E \right]^{2.96} \right\} \ln(h^+) + 0.963 - 4.43 \ln(h_i^+) \quad (126)$$

A velocidade média do núcleo gasoso é obtida com a integração deste perfil ao longo da região do mesmo. Após uma mudança de variável de integração, a equação 93 se transforma em :

$$\langle V_{nz} \rangle = \frac{2}{r_n^2} \int_0^{r_n} V_{nz} (r_n - h) dh \quad (127)$$

Substituindo as expressões para as variáveis adimensionais, o perfil de velocidades pode ser escrito :

$$\begin{aligned}
V_{nz}(y) = V_i + \sqrt{\frac{\tau_{nf}}{\rho_n}} \left\{ 4.22 + 14.05 \left[(1-Y_g)E \right]^{2.96} \right\} \\
\ln \left(\frac{h}{\mu_n} \sqrt{\frac{\tau_{nf}}{\rho_n}} \right) + 0.963 \sqrt{\frac{\tau_{nf}}{\rho_n}} \\
- 4.43 \sqrt{\frac{\tau_{nf}}{\rho_n}} \ln \left(\frac{h_i}{\mu_n} \sqrt{\frac{\tau_{nf}}{\rho_n}} \right) \quad (128)
\end{aligned}$$

Substituindo esta expressão na equação 127 e realizando a integração obtemos a velocidade média no núcleo gasoso :

$$\begin{aligned}
\langle V_{nz} \rangle = V_i + 0.963 \sqrt{\frac{\tau_{nf}}{\rho_n}} \\
- 4.43 \sqrt{\frac{\tau_{nf}}{\rho_n}} \ln \left(\frac{h_i}{\mu_n} \sqrt{\frac{\tau_{nf}}{\rho_n}} \right) \\
+ \sqrt{\frac{\tau_{nf}}{\rho_n}} \left\{ 4.22 + 14.05 \left[(1-Y_g)E \right]^{2.96} \right\} \\
\left\{ \ln \left(\frac{\rho_n}{\mu_n} \sqrt{\frac{\tau_{nf}}{\rho_n}} \right) + \ln r_n - 1.5 \right\} \quad (129)
\end{aligned}$$

Exprimindo a tensão cisalhante na interface em termos do fator de fricção núcleo filme, a equação acima se torna:

$$1 = \sqrt{\frac{f_{nf}}{2}} \left[0.963 - 4.43 \ln \left(\frac{h_i \rho_n}{\mu_n} (V_{nz} - V_i) \sqrt{\frac{f_{nf}}{2}} \right) \right] + \left\{ 4.22 + 14.05 \left[(1 - Y_g) E \right]^{2.96} \right\} \left\{ \ln \left(\frac{\rho_n}{\mu_n} (V_{nz} - V_i) \sqrt{\frac{f_{nf}}{2}} \right) + \ln r_n - 1.5 \right\}$$

Finalmente, utilizando a definição do número de Reynolds para a região do núcleo, podemos obter a equação que relaciona o fator de fricção núcleo filme :

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{f_{nf}}{2}}} = 0.963 - 4.43 \ln \left(\sqrt{\frac{f_{nf}}{2}} \frac{h_i Re_n}{D_n} \right) + \left\{ 4.22 + 14.05 \left[(1 - Y_g) E \right]^{2.96} \right\} \left\{ \ln \left(\sqrt{\frac{f_{nf}}{2}} \frac{Re_n}{2} \right) - 1.5 \right\} \quad (131)$$

É interessante notar a semelhança desta equação com a equação de Colebrook para fatores de fricção monofásicos em tubulações rugosas. A relação entre a espessura do filme líquido e o diâmetro do núcleo gasoso parece desempenhar nesta equação um papel semelhante ao da rugosidade relativa na equação de Colebrook. A Figura 8 ilustra o comportamento do fator de fricção entre o núcleo e o filme, dado pela equação 131.

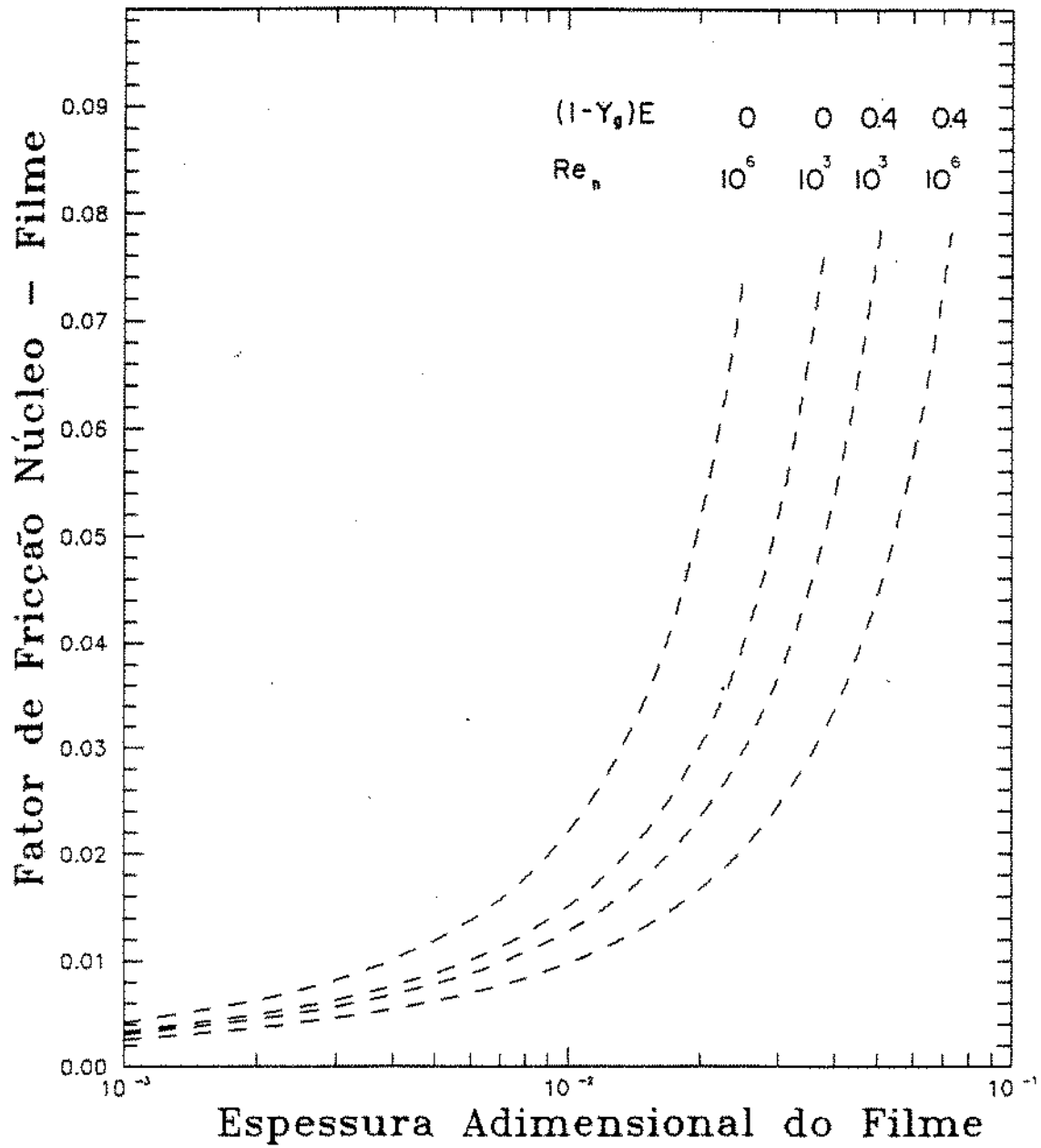


Figura 8. Fator de Fricção Núcleo-Filme para o Padrão Anular baseado no Perfil de Jensen para Velocidades no Núcleo

Filme

Definindo as seguintes variáveis adimensionais :

$$V_f^* = \sqrt{\frac{\tau_{fp}}{\rho_f}} \quad (132)$$

$$V_{fz}^+ = \frac{V_{fz}}{V_f^*} \quad (133)$$

$$r^+ = \frac{r V_f^* \rho_f}{\mu_f} \quad (134)$$

Podemos adimensionalizar a equação 87 para aplicação na região do filme :

$$\frac{\tau_{fp} \rho_f}{\mu_f^2} \sqrt{\frac{\tau_{fp}}{\rho_f}} \frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(r^+ \mu_{ef} \frac{\partial V_{fz}^+}{\partial r^+} \right) = \left[\frac{dP}{dz} \right]_f^f \quad (135)$$

Condições de contorno no filme

$$\begin{cases} V_{fz}^+ = V_i^+ & \text{para } r^+ = r_n^+ \\ V_{fz}^+ = 0 & \text{para } r^+ = R^+ \end{cases}$$

A primeira integração desta equação fornece :

$$r^+ \mu_{ef} \frac{\partial V_{fz}^+}{\partial r^+} = \left[\frac{dP}{dz} \right]_f^f \frac{\mu_f^2}{\tau_{fp} \rho_f} \frac{1}{\sqrt{\frac{\tau_{fp}}{\rho_f}}} \frac{r^{+2}}{2} + A \quad (136)$$

onde A é uma constante de integração.

Reagrupando alguns termos desta equação obtemos :

$$\int \frac{\mu_{ef}}{\mu_f} dV_{fz}^+ = \int \left\{ \left[\frac{dP}{dz} \right]_f \frac{\mu_f}{\tau_{fp} \rho_f} \frac{1}{\sqrt{\frac{\tau_{fp}}{\rho_f}}} \frac{r^+}{2} + \frac{A}{r^+ \mu_f} \right\} dr^+ \quad (137)$$

A integral do primeiro membro envolve a razão entre a viscosidade turbulenta e a viscosidade do fluido. Aqui optaremos por utilizar a expressão de Spalding (1961) (citado por Kays (1966)) para escoamento monofásico em tubulações lisas para esta razão de viscosidades. No Apêndice 6 é feita uma comparação do perfil de velocidades turbulento obtido com esta expressão e com o perfil universal de Nikuradse-Martinelli. A equação 137 torna-se então :

$$\begin{aligned} V_{fz}^+ + \frac{1}{10} \left\{ e^{\lambda V_{fz}^+} - \lambda V_{fz}^+ - \frac{(\lambda V_{fz}^+)^2}{2!} - \frac{(\lambda V_{fz}^+)^3}{3!} - \frac{(\lambda V_{fz}^+)^4}{4!} \right\} \\ = \left[\frac{dP}{dz} \right]_f \frac{\mu_f}{\tau_{fp} \rho_f} \frac{1}{\sqrt{\frac{\tau_{fp}}{\rho_f}}} \frac{R^+ r^+}{2} - \frac{R^+ A}{r^+ \mu_f} + B \end{aligned} \quad (138)$$

onde $\lambda = 0.407$.

A aplicação das condições de contorno permite determinar os valores das constantes de integração A e B.

$$A = \frac{\frac{1}{10} - h_s^{i+} - \left[\frac{dP}{dz} \right]_f \frac{\mu_f}{\tau_{fp} \rho_f} \frac{1}{\sqrt{\frac{\tau_{fp}}{\rho_f}}} \frac{1}{2} \left[R^{+2} - R^+ r_n^+ \right]}{\frac{1}{\mu_f} \ln \left[\frac{R^+}{r_n^+} - 1 \right]} \quad (139)$$

$$B = \frac{1}{10} - \left[\frac{dP}{dz} \right]_f \frac{\mu_f}{\tau_{fp} \rho_f} \frac{1}{\sqrt{\frac{\tau_{fp}}{\rho_f}}} \frac{R^{+2}}{2} - \frac{A}{\mu_f} \quad (140)$$

onde h_s^{i+} é a distância adimensional a partir da parede da tubulação na qual o perfil monofásico de Spalding atinge o valor da velocidade adimensional da interface V_i^+ .

Uma vez obtido o perfil de velocidades, podemos obter o perfil de tensões cisalhantes a partir da relação :

$$\frac{\tau}{\tau_{fp}} = \frac{\mu_{ef}}{\mu_f} \frac{d V_{fz}^+}{dr^+} \quad (141)$$

A tensão cisalhante do filme com o núcleo pode então ser expressa em função da tensão na parede da tubulação e do perfil de velocidade obtido:

$$\tau_{fn} = \tau_{fp} \frac{\mu_{ef}}{\mu_f} \frac{d V_{fz}^+}{dr^+} \bigg|_{r^+ = r_n^+} \quad (142)$$

ou, empregando o perfil de velocidades já determinado:

$$\tau_{fn} = \tau_{fp} \left\{ \left[\frac{dP}{dz} \right]_f \frac{\mu_f}{\tau_{fp} \rho_f} \frac{1}{\sqrt{\frac{\tau_{fp}}{\rho_f}}} \frac{r_n^+}{2} + \frac{A}{r_n^+ \mu_f} \right\} \quad (143)$$

O gradiente de pressão por fricção no filme também pode ser relacionado com as tensões cisalhantes através de um balanço de forças na região do filme:

$$\left[\frac{dP}{dz} \right]_f = \frac{-2 \left(\tau_{fp} R + \tau_{fn} r_n \right)}{R^2 - r_n^2} \quad (144)$$

ou, utilizando as definições das variáveis adimensionais:

$$\left[\frac{dP}{dz} \right]_f = \frac{-2 \left(\tau_{fp} R^+ + \tau_{fn} r_n^+ \right)}{R^{+2} - r_n^{+2}} \frac{\rho_f}{\mu_f} \sqrt{\frac{\tau_{fp}}{\rho_f}} \quad (145)$$

Agora, substituindo a equação 145 na equação 143, obtemos a razão entre a tensão cisalhante entre o filme e o núcleo e a tensão cisalhante do filme com a parede.

$$\frac{\tau_{fn}}{\tau_{fp}} = 1 + \frac{\left[R^+ + r_n^+ \right]}{\left[R^+ - r_n^+ \right]} \left[\frac{1}{10} - h_s^{i+} \right] \quad (146)$$

As expressões dos perfis de velocidades (equação 138) e de tensões (equação 146) dependem da tensão cisalhante entre o filme e a parede. A fim de obtermos o perfil de velocidades em forma mais apropriada, devemos integrá-lo na região do filme e igualar este resultado à velocidade média do filme, como foi feito no regime laminar.

$$\langle V_{fz} \rangle = \frac{\int_{r_n}^R 2 \pi V_{fz} r dr}{\pi (R^2 - r_n^2)} \quad (147)$$

ou em termos de variáveis adimensionais.

$$\langle V_{fz} \rangle = \frac{2}{R^{+2} - r_n^{+2}} \sqrt{\frac{\tau_{fp}}{\rho_f}} \int_{r_n^+}^{R^+} V_{fz}^+ r^+ dr^+ \quad (148)$$

Utilizando a definição do fator de fricção obtemos a equação 149 que representa a equação para o fator de fricção do filme com a parede da tubulação.

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{f_{fp}}{2}}} = \frac{2}{R^{+2} - r_n^{+2}} \int_{r_n^+}^{R^+} V_{fz}^+ r^+ dr^+ \quad (149)$$

Cabe aqui salientar que a integral na equação acima depende da tensão cisalhante na parede da tubulação e portanto do fator de fricção filme-parede, o que torna a solução desta equação um processo iterativo. Esta equação pode ser interpretada como o equivalente à equação de Colebrook, aplicada à geometria do filme líquido.

Resumo do Capítulo

Neste capítulo foram obtidas as expressões para os perfis de velocidades e de tensões cisalhantes nos regimes laminar e turbulento para as regiões do filme e do núcleo.

No regime laminar, os perfis de velocidades foram obtidos pela solução da equação 87 através da aplicação das condições de contorno adequadas a cada caso. As equações 93 e 103 representam os perfis assim obtidos para as regiões do núcleo e do filme respectivamente. Foram obtidas também as equações para as tensões cisalhantes e fatores de fricção entre o núcleo e o filme (equações 98 e 99), entre o filme e a parede (equações 106 e 108) e entre o filme e o núcleo (equações 107 e 109).

No regime turbulento, utilizamos o perfil de velocidades no núcleo gasoso determinado por Jensen (1987) dado pela equação 126. Este perfil permitiu determinar a equação 131 para o respectivo fator de fricção. Nesta região poderíamos utilizar alternativamente a equação 11 obtida por Sullivan et al (1970) para o fator de fricção interfacial. Tal equação foi obtida após um ajuste à dados experimentais da equação 10 que foi deduzida pelos autores a partir da expressão para o perfil de velocidades turbulentas no núcleo (equação 8). Na região do filme foi assumido a distribuição de viscosidades turbulentas monofásicas dada pela correlação de Spalding. Isto permitiu determinar o perfil de velocidades nesta região (equação 138), a relação entre a tensão cisalhante na interface e na parede (equação 146) e a equação para o fator de fricção filme-parede (equação 149).

CAPÍTULO V

MODELAGEM DA FRAÇÃO DE LÍQUIDO DISPERSA NO NÚCLEO GASOSO

O cálculo da fração de líquido dispersa no núcleo gasoso é de fundamental importância no cálculo das vazões das fases filme e núcleo, bem como no cálculo das propriedades deste último.

Azzopardi (1987), através de experimentos, verificou que as gotas de líquido são criadas quando o topo das ondas do filme é cortado pelo fluxo gasoso. As gotas são arrancadas com uma certa quantidade de movimento e se movimentam no núcleo gasoso segundo trajetórias parabólicas, sofrendo a ação da gravidade, do arraste no núcleo gasoso e de correntes turbulentas no mesmo.

Modelo de Deposição

Conforme salientado a análise do processo de deposição consiste na análise do movimento descrito pelas gotículas arrastadas do filme líquido até a sua deposição sobre o mesmo.

No modelo que desenvolveremos a seguir, baseado no trabalho de James et alii (1987), assumiremos que as gotículas se originam em uma fonte circular ao longo da interface líquido-gás, sendo ejetadas com certa velocidade radial, e sofrendo durante sua trajetória no núcleo gasoso o

efeito da campo gravitacional. Assumimos também que não há escorregamento entre as gotículas e o gás no núcleo, ou seja que a velocidade local das gotículas e dos gás são idênticas, e não consideramos os efeitos de turbulência e de arraste do gás sobre as partículas.

Para as partículas que se originam numa fonte circular na interface filme-núcleo, a posição inicial é dada por :

$$x_o = r_n \sin(\varphi) \quad (150)$$

$$y_o = r_n \cos(\varphi) \quad (151)$$

Se o único campo externo agindo sobre as gotículas é o campo gravitacional, a aceleração sofrida pelas mesmas é devida ao próprio peso e ao empuxo do núcleo, isto é:

$$a_x = 0 \quad (152)$$

$$a_y = g \left[\frac{\rho_n - \rho_d}{\rho_d} \right] \cos(\theta) \quad (153)$$

$$a_z = -g \left[\frac{\rho_n - \rho_d}{\rho_d} \right] \sin(\theta) \quad (154)$$

Cabe notar que a inclusão do empuxo do núcleo gasoso acarreta um processo iterativo, uma vez que o mesmo depende da fração de líquido dispersa que é a variável que desejamos modelar.

Neste modelo assumimos que a velocidade radial da partícula independe da posição azimutal em que a mesma foi gerada.

Assumindo ainda que a tubulação é horizontal e que a velocidade axial das gotículas é a mesma que a do gás, temos para a velocidade das mesmas :

$$\vec{V} = - \vec{V}_r \sin(\varphi) \vec{\eta}_x - \vec{V}_r \cos(\varphi) \vec{\eta}_y + \vec{V}_{nz} \vec{\eta}_z \quad (155)$$

Tendo em vista estas hipóteses simplificadoras podemos escrever a equação do movimento da gotícula ejetada como :

$$x(t) = r_n \sin(\varphi) - V_r \sin(\varphi) t \quad (156)$$

$$y(t) = r_n \cos(\varphi) - V_r \cos(\varphi) t + 0.5 a_y t^2 \quad (157)$$

A partícula irá se depositar no filme quando sua posição radial coincidir com o raio do núcleo gasoso, ou seja

$$r(t)^2 = x(t)^2 + y(t)^2 = r_n^2 \quad (158)$$

Em outras palavras a partícula se depositará quando atingir a interface filme-núcleo, e o tempo que transcorrerá desde sua geração até a deposição será:

$$t^4 \left(\frac{-a_y}{r_n} \right)^2 \frac{1}{4} + t^3 \cos(\varphi) \left(\frac{V_r}{r_n} \right) \left(\frac{-a_y}{r_n} \right) +$$

$$t^2 \left\{ \left(\frac{V_r}{r_n} \right)^2 + \cos(\varphi) \left(\frac{a_y}{r_n} \right) \right\} - t \frac{2}{r_n} \left(\frac{V_r}{r_n} \right) = 0 \quad (159)$$

A equação 159 possui 4 raízes matemáticas incluindo uma solução trivial como pode ser visto na Figura 9. Estamos interessados apenas na primeira raiz real positiva não nula da equação. Esta raiz será chamada de tempo

de deposição t_d .

Para cada posição azimutal φ e para cada tempo t decorrido após a geração de uma partícula, podemos definir uma função $f_d(\varphi, t)$ que define se a partícula ainda se encontra no núcleo gasoso ou se já se depositou no filme. Caso a partícula ainda se encontre no núcleo esta função assume o valor de 1, caso tenha se depositado 0.

$$f_d(\varphi, t) = \begin{cases} 1 & \text{se } t < t_d(\varphi) \\ 0 & \text{se } t \geq t_d(\varphi) \end{cases} \quad (160)$$

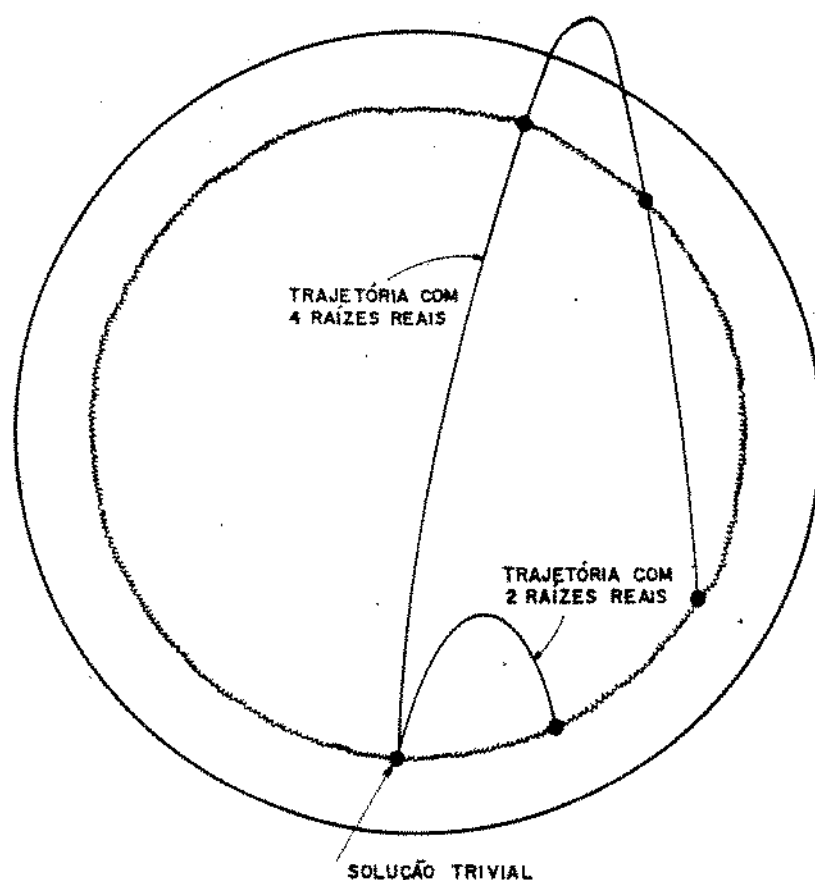


Figura 9. Trajetórias de uma Gotícula Ejetada da Interface Filme-Núcleo sob Ação do Campo Gravitacional

Com o auxílio desta função, em um dado instante t podemos saber que fração $F_d(t)$ das partículas geradas na fonte circular ainda se encontram dispersas no núcleo gasoso.

$$F_d(t) = \frac{\int_0^{2\pi} f_d(\varphi, t) d\varphi}{2\pi} \quad (161)$$

A Figura 10 ilustra o comportamento desta função. Uma vez que assumimos que as gotas de líquido se deslocam com a mesma velocidade axial do gás, podemos relacionar a variável tempo com a distância axial percorrida pela gotícula.

$$z = \langle V_{nz} \rangle t \quad (162)$$

Conforme notamos pela Figura 10, todas as partículas geradas no fonte circular se depositam após um tempo $t_{d\max}$. Este tempo máximo de deposição pode ser transformado para uma distância $z_{\max}$, e com o auxílio da Figura 11 podemos observar que todas as gotículas que se encontram ainda dispersas no núcleo gasoso na secção 2 foram geradas entre esta secção e a secção 1 distante $z_{\max}$ antes daquela. Qualquer gota gerada antes da secção 1 será depositada antes de atingir a secção 2, já que seu tempo de percurso até a secção 2 será maior que o tempo máximo de deposição $t_{d\max}$. Se soubermos com que taxa as gotículas são atomizadas na fonte circular, podemos calcular a vazão mássica de gotas dispersas em uma dada secção reta, pela integração do produto da função $F_d(t)$ com a taxa de

atomização de gotículas entre duas secções distantes $z_{\max}$ uma da outra, ou entre o instante 0 e o instante $t_{d\max}$. Assim:

$$M_d(t) = \int_0^{t_{d\max}} F_d(t) dt \quad (163)$$

A vazão mássica de gotas atomizadas é geralmente definida com o auxílio de uma taxa de atomização dada por :

$$R_a = \frac{1}{\pi D} \frac{dM_a}{dz} \quad (164)$$

Desta forma, a vazão mássica de líquido disperso no núcleo gasoso pode ser expressa como :

$$M_d(z) = \pi D R_a V_{nz} \int_0^{t_{d\max}} F_d(t) dt \quad (165)$$

e a fração de líquido disperso no núcleo gasoso se torna:

$$EC(z) = \frac{\pi D R_a V_{nz} \int_0^{t_{d\max}} F_d(t) dt}{M_l} \quad (166)$$

O modelo acima descrito permite calcular a fração de líquido dispersa no núcleo gasoso se tivermos meios de calcular a velocidade radial de ejeção das gotículas e sua taxa de atomização.

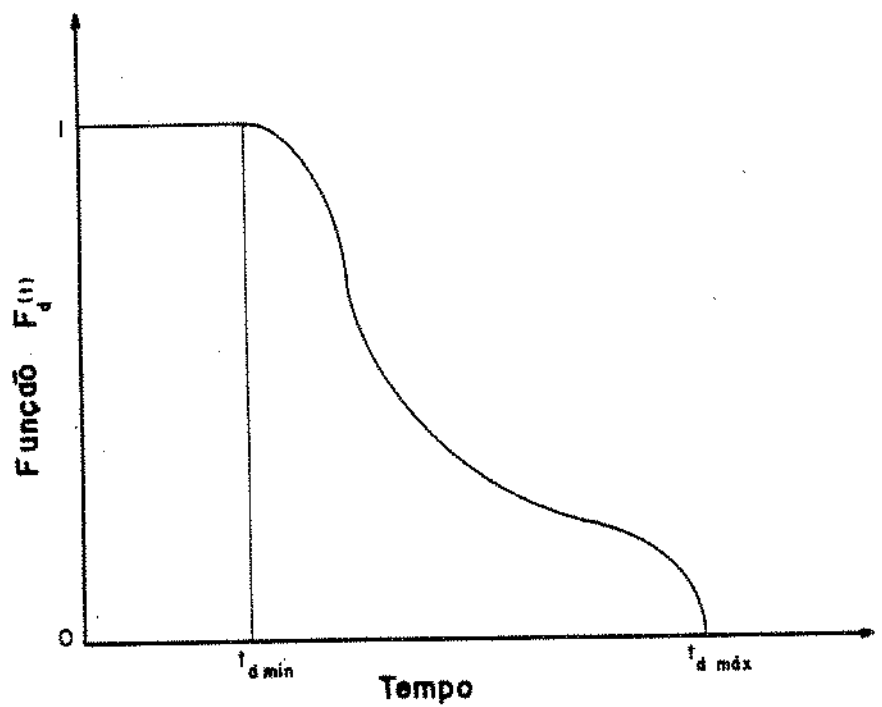


Figura 10. Função $F_d(t)$ para Partículas Geradas na Interface Filme-Núcleo

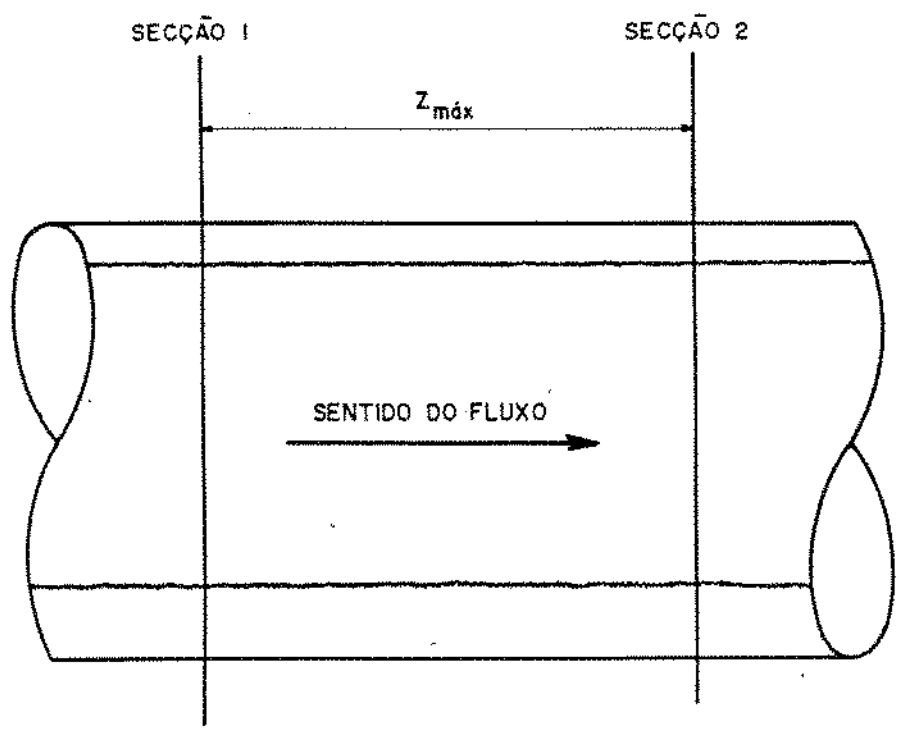


Figura 11. Domínio de Geração das Gotículas Dispersas em uma Seção Reta da Tubulação

Velocidade Radial de Ejeção das Gotas de Líquido

Taylor (1940) (citado por Andreussi e Azzopardi (1984)) indicou o mecanismo de instabilidade de Kelvin-Helmholtz como o responsável pelo processo de atomização de gotículas. Segundo Andreussi et al (1984) a análise de Taylor pode ser estendida para prever a velocidade radial de ejeção das gotículas assumindo-se esta velocidade como a velocidade com que as ondas crescem na direção do núcleo gasoso. Após um ajuste do modelo de Taylor à dados experimentais, os autores propuseram que a velocidade radial de ejeção pode ser dada por:

$$V_r = 1.0368 V_{nz} \frac{\rho_n}{\rho_f} \quad (167)$$

Taxa de Atomização

A correlação por nós adotada no presente trabalho para a taxa de atomização é a proposta por Dallman e Hanratty (1979) a partir de dados experimentais definida como :

$$R_a = m \left[\frac{M_l - M_{lc}}{\pi D} \right] V_{nz}^2 \sqrt{\rho_g \rho_l} \quad (168)$$

onde M_{lc} é o valor crítico da vazão mássica de líquido em que começa a ocorrer atomização. Andreussi (1983) assumiu o valor de $6.7 \cdot 10^{-5}$ para m e o valor de 0.008 Kg/m.s para $M_{lc}/\pi D$ baseando-se em resultados experimentais.

CAPÍTULO VI

ALGORITMO DE CÁLCULO

O objetivo deste Capítulo é desenvolver um procedimento de cálculo que permita resolver passo a passo as equações de balanço unidimensionais de massa e de quantidade de movimento ao longo da tubulação. Este procedimento requer a aplicação conjunta dos modelos para cálculo do equilíbrio líquido-vapor, cálculo da fração de líquido dispersa no núcleo gasoso, cálculo do perfil de velocidades e tensões cisalhantes nas regiões núcleo e filme.

(1) Ler Dados

Ler dados como o diâmetro da tubulação, ângulo de inclinação com a horizontal, vazão mássica total dos fluidos, pressão inicial, gradiente de temperatura, comprimento da tubulação e composição da mistura de fluidos.

(2) Discretização da Tubulação

Dividir a tubulação em segmentos para aplicar as equações e modelos em cada secção, de forma que o algoritmo de cálculo possa "marchar" ao longo da mesma.

(3) Cálculo do Equilíbrio Líquido Vapor

Com o auxílio de um simulador composicional calcular, a partir da composição dos fluidos, a qualidade das fases e suas propriedades na pressão e temperatura reinantes na secção em que estiver trabalhando. O mesmo simulador

permite calcular as variações das qualidades (e consequentemente vazões mássicas) das fases e de suas propriedades com a temperatura e a pressão.

(4) Cálculo da Fração de Líquido Dispersa

Com o modelo de deposição proposto e as correlações de atomização e velocidade radial de ejeção adotadas, calcular na secção qual a fração de líquido que está na forma de gotículas dispersa no núcleo gasoso. Calcular também a variação desta fração com a temperatura e a pressão.

(5) Cálculo das Vazões e Propriedades das Fases

Com as relações apropriadas calcular as vazões mássicas e propriedades físicas das fases filme e núcleo a partir das propriedades das fases líquida e gasosa e da fração de líquido dispersa. Utilizando as variações das vazões e propriedades do líquido e do gás com a temperatura e pressão, calcular as variações das vazões e das propriedades do filme e do núcleo com a pressão e a temperatura.

(6) Estimar Espessura do Filme

Com o auxílio do modelo simplificado de fases separadas do Apêndice 2 estimar uma espessura inicial para o filme líquido.

(7) Estimar uma Velocidade da Interface

Estimar inicialmente a velocidade da interface como a velocidade média do filme líquido.

(8) Calcular os Regimes de Fluxo

Calcular, com a espessura do filme e a velocidade da interface, os números de Reynolds do núcleo e do filme e os respectivos regimes de fluxo.

(9) Calcular Perfis de Velocidade e Tensões

Segundo o regime de fluxo em cada região, utilizar os modelos adequados para calcular o perfil de velocidade e de tensões cisalhantes para a velocidade imposta na interface.

(10) Comparar Tensões na Interface

Comparar as tensões do núcleo com o filme e do filme com o núcleo na interface. Devem ser iguais em módulo e de sinais contrários, ao que corresponde o correto valor da velocidade da interface. Caso contrário a velocidade da interface não é correta, ou seja não permite continuidade das tensões cisalhantes na interface. Neste caso estimar nova velocidade da interface e voltar ao passo (8).

(11) Verificar se os Gradientes de Pressão nas Duas Regiões são iguais

Verificar se a equação 85 é obedecida. Em caso positivo, o gradiente total de pressão nas duas regiões é igual e a espessura do filme é correta. Caso contrário estimar nova espessura do filme e voltar ao passo (7).

(12) Incrementar Cálculo

Calcular o gradiente de pressão (equação 86), e prosseguir o cálculo, voltando ao passo (3).

CAPÍTULO VII

TESTE DOS MODELOS

As equações de conservação de massa e de quantidade de movimento desenvolvidas para aplicação do modelo a dois campos de fluxo para o padrão anular requerem, como foi visto, a modelagem das tensões cisalhantes, do perfil de velocidades e da fração de líquido dispersa no núcleo gasoso. Com base nos procedimentos detalhados nos capítulos anteriores, foram desenvolvidos três programas de computador. O primeiro permitiu a simulação da fração de líquido dispersa no núcleo gasoso. O segundo permitiu a determinação dos perfis de velocidade, de tensões cisalhantes, e do gradiente de pressão. O terceiro programa utiliza os dois primeiros e constitui um simulador para escoamento em padrão anular em tubulações.

A literatura de escoamento multifásico apresenta poucos dados experimentais do escoamento anular horizontal. Wicks e Dukler (1960) e Swanson (1966) apresentaram medidas de gradiente de pressão, espessura do filme líquido e fração de líquido dispersa no núcleo gasoso. No Apêndice 7 encontram-se os dados destes trabalhos que foram utilizados nos testes dos modelos.

Gradiente Axial de Pressão e Espessura do Filme Líquido

O programa para cálculo do gradiente axial de pressão e espessura do filme líquido permite que sejam

utilizados fatores de fricção núcleo-filme no regime turbulento obtidos a partir dos perfis de velocidades de Sullivan et al (1970) ou de Jensen (1987). Foi elaborado ainda um outro programa que soluciona o modelo para escoamento anular utilizando as correlações de Wallis ou Hoogendorn para o fator de fricção interfacial. As Tabelas 3 e 4 representam os resultados obtidos para o gradiente axial de pressão e espessura do filme líquido. As Figuras 12 a 15 e 16 a 19 representam os resultados das Tabelas 3 e 4 respectivamente em forma gráfica. As Tabelas 5 e 6 apresentam os erros relativos obtidos em cada caso para o gradiente axial de pressão e espessura do filme líquido para as várias expressões acima mencionadas para o fator de fricção núcleo-filme.

No cálculo da espessura do filme, o modelo utilizando o fator de fricção interfacial baseado no perfil de velocidades de Jensen para a região do núcleo tem um desempenho superior ao demais (erro médio relativo de 11 %). Já no cálculo do gradiente de pressão os resultados do modelo utilizando o fator de fricção interfacial baseado no perfil de velocidades de Sullivan para o núcleo teve um desempenho superior aos demais. O modelo utilizando o perfil de velocidades de Jensen acarretou o maior erro médio absoluto. Cabe lembrar no entanto que os maiores erros deste modelo ocorrem para os testes 17 e 18 que são justamente os que possuem os menores valores medidos para o gradiente de pressão e consequentemente os que incorporam os maiores erros experimentais. A eliminação destes dois testes acarreta um

erro médio relativo do modelo de 38 % para os 16 testes restantes, valor bem próximo do obtido com as correlações.

As Figuras 20 e 21 ilustram respectivamente o comportamento do gradiente axial de pressão e espessura do filme líquido, calculados segundo os diversos modelos para a tensão cisalhante na interface, em função das vazões mássicas de gás e líquido obtidas do conjunto de pontos experimentais.

Fração de Líquido Dispersa no Núcleo Gasoso

A Figura 22 ilustra os resultados obtidos com o modelo para o cálculo da fração de líquido dispersa no núcleo gasoso. A Figura 23 ilustra os resultados obtidos utilizando a correlação de Wallis para cálculo da fração de líquido dispersa. As tabelas 7 e 8 apresentam os valores numéricos e os erros relativos respectivamente no cálculo da fração de líquido dispersa utilizando-se o modelo proposto e a correlação de Wallis.

As Figuras 22 e 23 permitem constatar que apesar dos altos erros obtidos com o modelo proposto e com a correlação de Wallis para o cálculo da fração de líquido dispersa, aquele apresenta resultados com um comportamento melhor que essa. O alto erro médio relativo (54 %) obtido com o modelo é reduzido para 23 % quando eliminamos os testes de menores valores medidos, ou seja os testes 18, 11, 17 e 5.

A Figura 24 ilustra o comportamento da fração de líquido dispersa no núcleo gasoso calculada segundo o modelo de deposição proposto e a correlação de Wallis, em função das vazões mássicas de gás e líquido obtidas do conjunto de

pontos experimentais.

Simulador

O Banco de dados de Escoamento Multifásico da Petrobrás possui uma série de dados de gradiente de pressão em dutos reais. Foi elaborado um programa que acessava este banco e utilizando o método de Taitel e Dukler (1976) verificava os regimes de fluxo que ocorriam nas extremidades do duto. Desta forma foi possível selecionar um gasoduto que se encontrava em padrão anular a jusante e montante, garantindo assim a aplicação do modelo na simulação do comportamento deste duto. Os resultados desta simulação encontram-se na Tabela 9, e os dados operacionais encontram-se no Apêndice 7.

Tabela 3
Resultados para o Gradiente Axial de Pressão
(10^4 Pa/m)

Teste	Valor Medido	Método de Cálculo da Tensão Cisalhante na Interface			
		Wallis	Hoogendorn	Sullivan	Jensen
1	.359	.363	.328	.276	.252
2	.303	.398	.354	.295	.301
3	.249	.301	.265	.220	.350
4	.212	.231	.201	.167	.311
5	.144	.166	.145	.121	.240
6	1.054	1.207	1.098	.914	1.099
7	.934	1.038	.945	.845	.963
8	.818	.895	.826	.676	.826
9	.722	.799	.729	.604	.724
10	.614	.714	.647	.542	.570
11	.204	.226	.197	.164	.365
12	.282	.326	.284	.237	.478
13	.463	.621	.546	.454	.637
14	.133	.116	.104	.087	.182
15	.479	.976	.852	.714	1.229
16	.640	1.543	1.357	1.137	.857
17	.065	.130	.113	.094	.193
18	.097	.199	.173	.144	.324

Tabela 4
Resultados para a Espessura do Filme Líquido
(10^{-3} m)

Teste	Valor Medido	Método de Cálculo da Tensão Cisalhante na Interface			
		Wallis	Hoogendorn	Sullivan	Jensen
1	.173	.094	.099	.108	.175
2	.268	.231	.245	.268	.266
3	.384	.356	.380	.417	.330
4	.457	.471	.505	.554	.404
5	.594	.578	.621	.681	.480
6	.037	.020	.021	.023	.032
7	.036	.019	.019	.021	.030
8	.035	.017	.017	.019	.027
9	.038	.018	.019	.021	.029
10	.077	.043	.045	.050	.075
11	.573	.678	.729	.799	.548
12	.435	.539	.578	.634	.457
13	.292	.334	.357	.392	.341
14	.198	.176	.186	.204	.246
15	.612	.624	.669	.733	.570
16	.499	.428	.457	.500	.594
17	.813	1.028	1.103	1.211	.867
18	1.158	1.346	1.446	1.586	1.078

Tabela 5

Erros Relativos Obtidos para o Gradiente
Axial de Pressão

(%)

Teste	Valor Medido	Método de Cálculo da Tensão Cisalhante na interface			
		Wallis	Hoogendorn	Sullivan	Jensen
6	1.054	14.516	4.203	-13.229	4.326
7	.934	11.056	1.107	-9.495	3.068
8	.818	9.476	1.007	-17.313	1.034
9	.722	10.692	.916	-16.347	.300
16	.640	141.142	112.023	77.670	33.920
10	.614	16.285	5.392	-11.739	-7.144
15	.479	103.826	77.949	49.210	156.580
13	.463	34.115	17.851	-1.966	37.516
1	.359	1.087	-8.559	-23.245	-29.892
12	.282	15.363	.573	-16.131	69.404
2	.303	31.407	16.782	-2.685	-.679
3	.249	20.803	6.130	-11.731	40.381
4	.212	8.940	-5.017	-20.870	47.003
11	.204	11.047	-3.531	-19.446	78.953
5	.144	15.220	.283	-16.312	66.388
14	.133	-13.062	-21.697	-34.778	36.436
18	.097	104.738	77.949	48.717	233.083
17	.065	97.435	72.063	43.317	192.591
Erro Medio Absoluto		36.678	24.057	24.122	57.706

Tabela 6
 Erros Relativos Obtidos para a Espessura
 do Filme Líquido
 (%)

Teste	Valor Medido	Método de Cálculo da Tensão Cisalhante na interface			
		Wallis	Hoogendorn	Sullivan	Jensen
18	1.158	16.223	24.901	36.988	-6.907
17	.813	26.373	35.565	48.836	6.614
15	.612	2.009	9.363	19.715	-6.890
5	.594	-2.589	4.580	14.734	-19.225
11	.573	18.366	27.234	39.611	-4.277
16	.499	-14.318	-8.525	.090	18.854
4	.457	3.106	10.554	21.340	-11.453
12	.435	23.756	32.734	45.666	5.071
3	.384	-7.190	-.896	8.817	-13.991
13	.292	14.334	22.065	34.013	16.679
2	.268	-13.840	-8.557	.261	-.768
14	.198	-10.711	-5.739	3.225	24.451
1	.173	-45.672	-42.864	-37.597	1.199
10	.077	-43.614	-40.827	-35.279	-2.236
9	.038	-52.334	-50.132	-45.267	-22.634
6	.037	-45.969	-43.441	-37.998	-12.271
7	.036	-47.525	-45.072	-41.181	-15.512
8	.035	-52.006	-49.976	-44.888	-22.664
Erro Medio Absoluto		24.441	25.723	28.639	11.761

Tabela 7

Resultados para a Fração de Líquido Dispersa
no Núcleo Gasoso

Teste	Valor Medido	Método do Cálculo	
		Wallis	Modelo
1	.673	.264	.653
2	.466	.215	.441
3	.249	.164	.283
4	.115	.128	.200
5	.074	.072	.111
6	.975	.535	1.00
7	.980	.483	1.00
8	.986	.430	1.00
9	.986	.382	1.00
10	.930	.322	1.00
11	.096	.062	.112
12	.155	.118	.207
13	.340	.229	.606
14	.133	.132	.194
15	.270	.156	.351
16	.470	.211	.578
17	.078	.134	.335
18	.098	.130	.353

Tabela 8
 Erros Relativos Obtidos para a Fração
 de Líquido Dispersa
 (%)

Teste	Valor Medido	Método do Cálculo	
		Wallis	Modelo
8	.986	-56.398	1.362
9	.986	-61.255	1.362
7	.980	-50.658	1.957
6	.975	-45.091	2.559
10	.930	-65.346	7.423
1	.673	-60.686	-3.052
16	.470	-54.962	23.147
2	.466	-53.768	-5.429
13	.340	-32.523	77.937
15	.270	-42.067	30.296
3	.249	-34.162	13.490
12	.155	-24.219	32.974
14	.133	-.645	46.156
4	.115	11.567	74.297
18	.098	32.938	259.138
11	.096	-34.499	16.859
17	.078	72.202	329.513
5	.074	-2.970	48.311
Erro Medio Absoluto		40.886	54.181

Tabela 9
Resultados da Simulação do Gasoduto

Vazão Mássica Total (Kg/s)	Pressão a Montante (Pa)	Pressão a Jusante Medida (Pa)	Pressão a Jusante Calculda (Pa)
7.885	$8.87 \cdot 10^6$	$8.56 \cdot 10^6$	$8.62 \cdot 10^6$

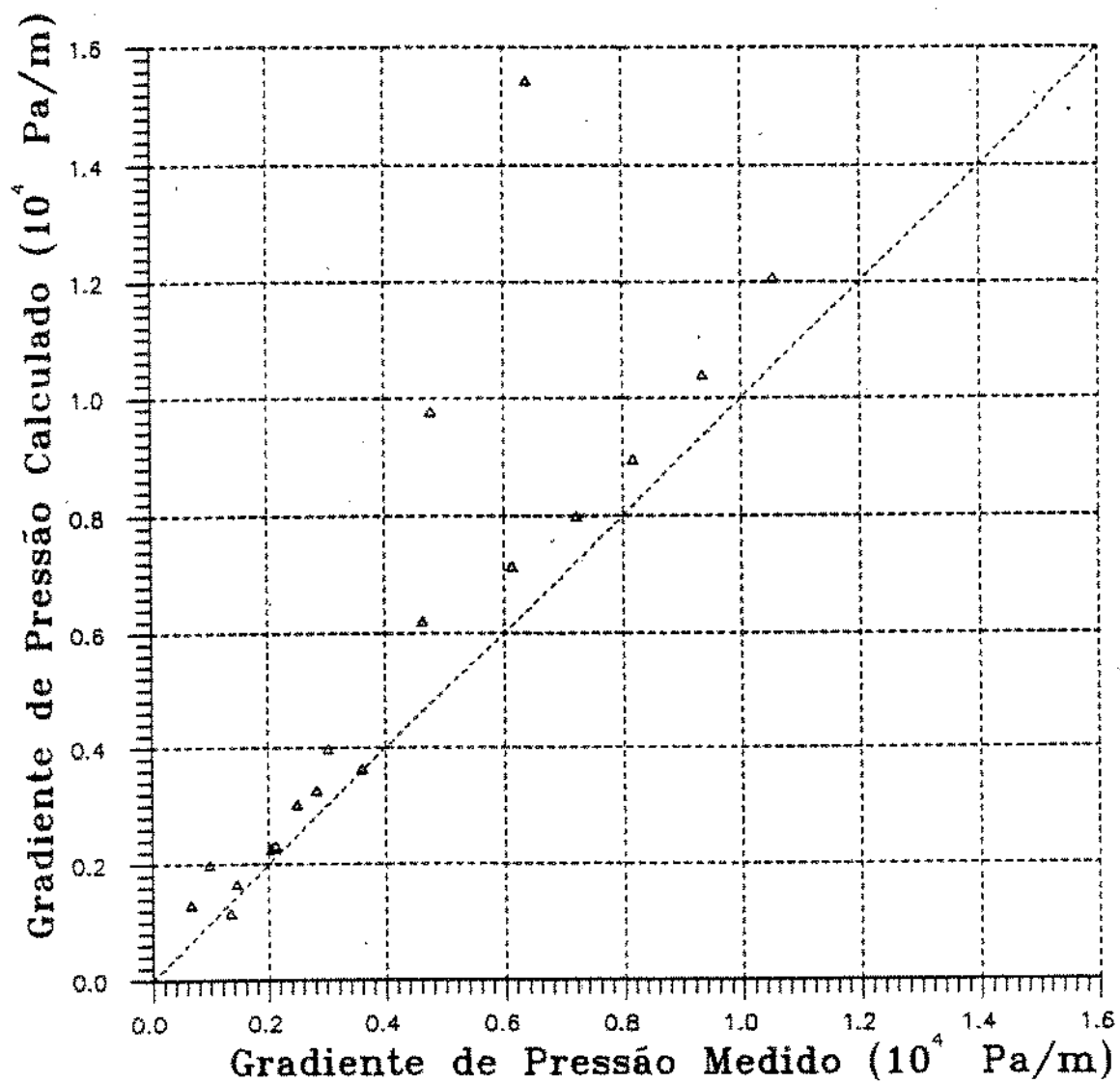


Figura 12. Gradiente Axial de Pressão Calculado Utilizando a Correlação de Wallis para o Fator de Fricção na Interface

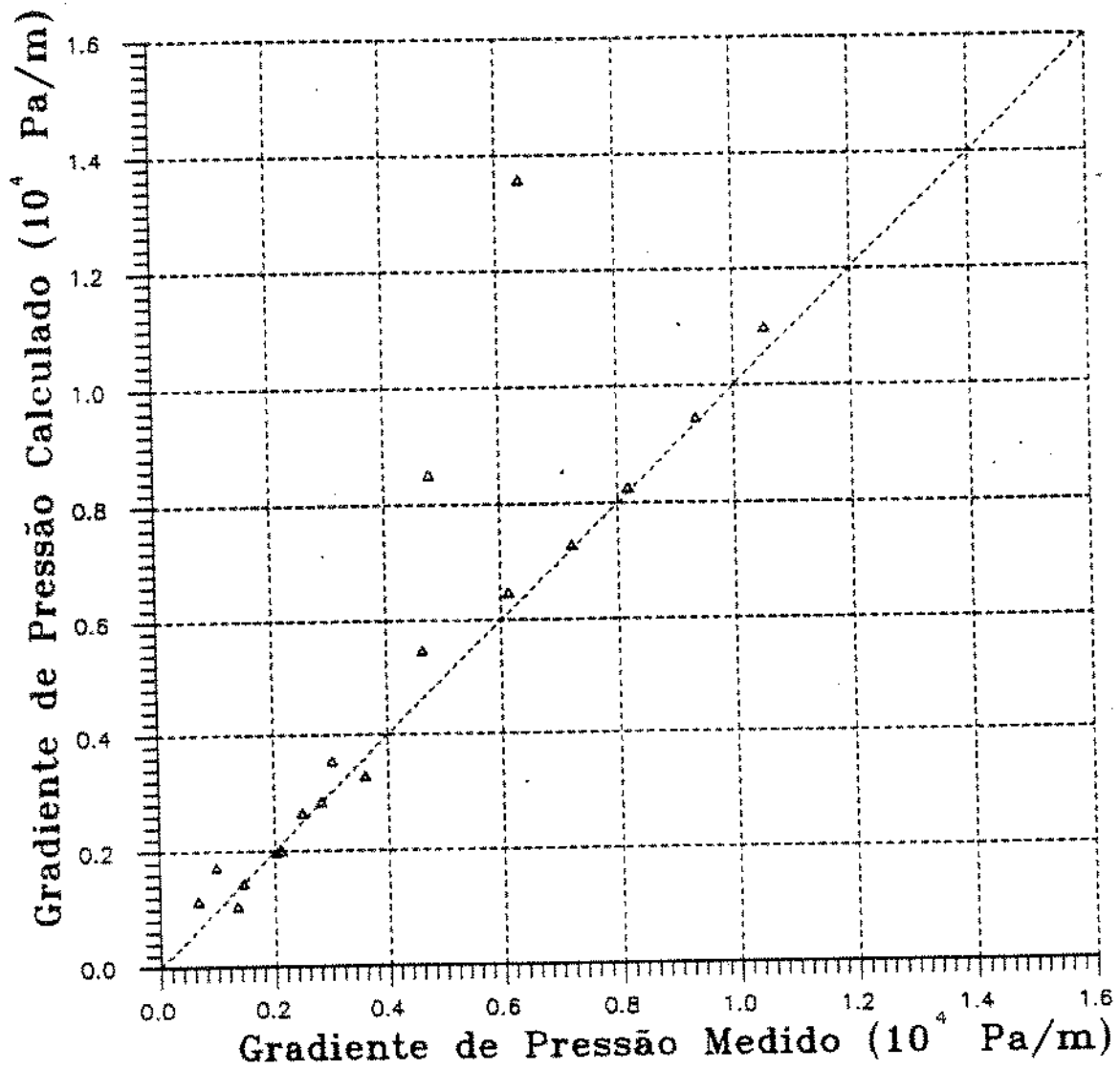


Figura 13. Gradiente Axial de Pressão Calculado Utilizando a Correlação de Hoogendorn para o Fator de Fricção na Interface

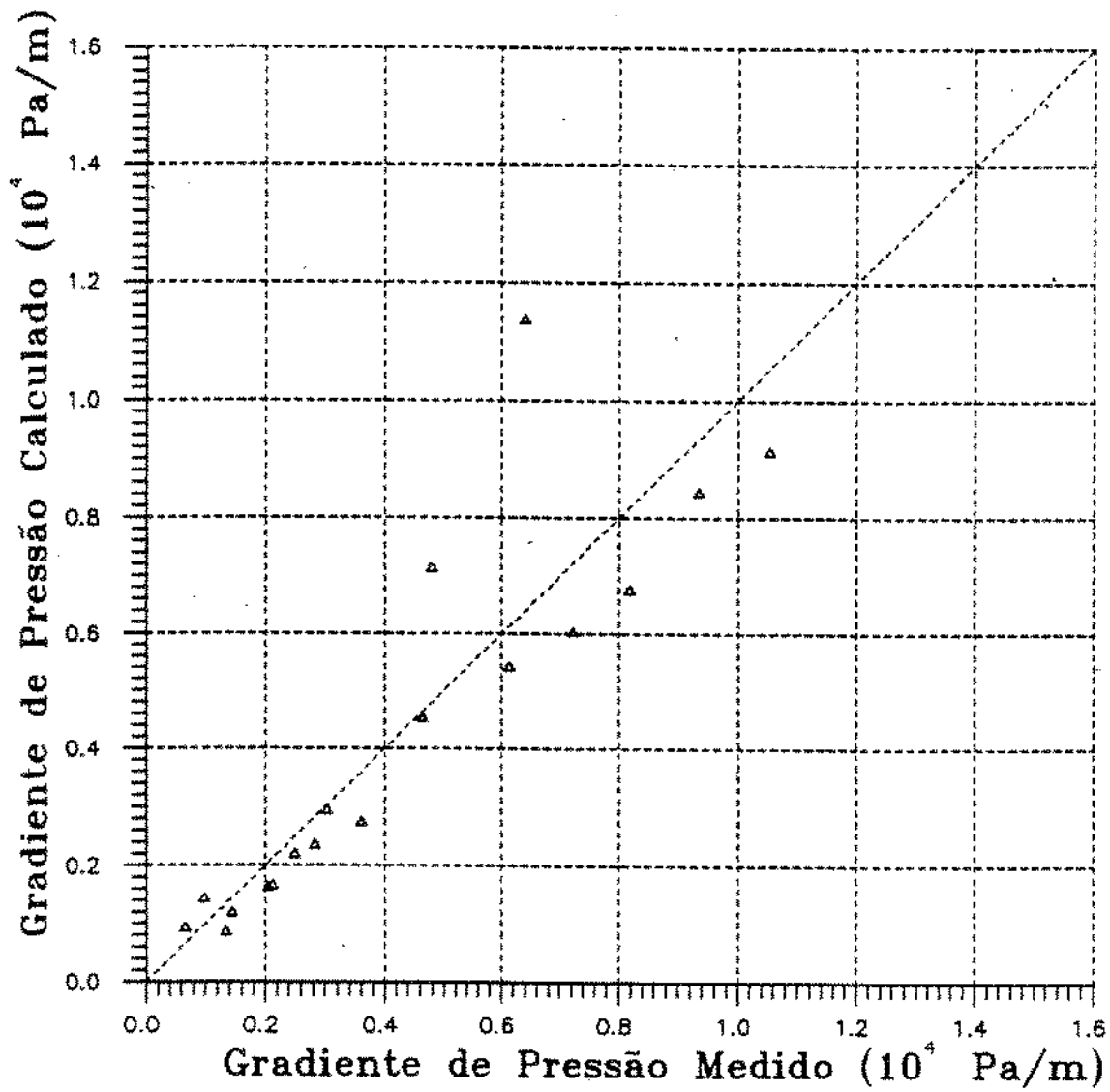


Figura 14. Gradiente Axial de Pressão Calculado Utilizando o Perfil de Velocidades de Sullivan para Determinação do Fator de Fricção na Interface

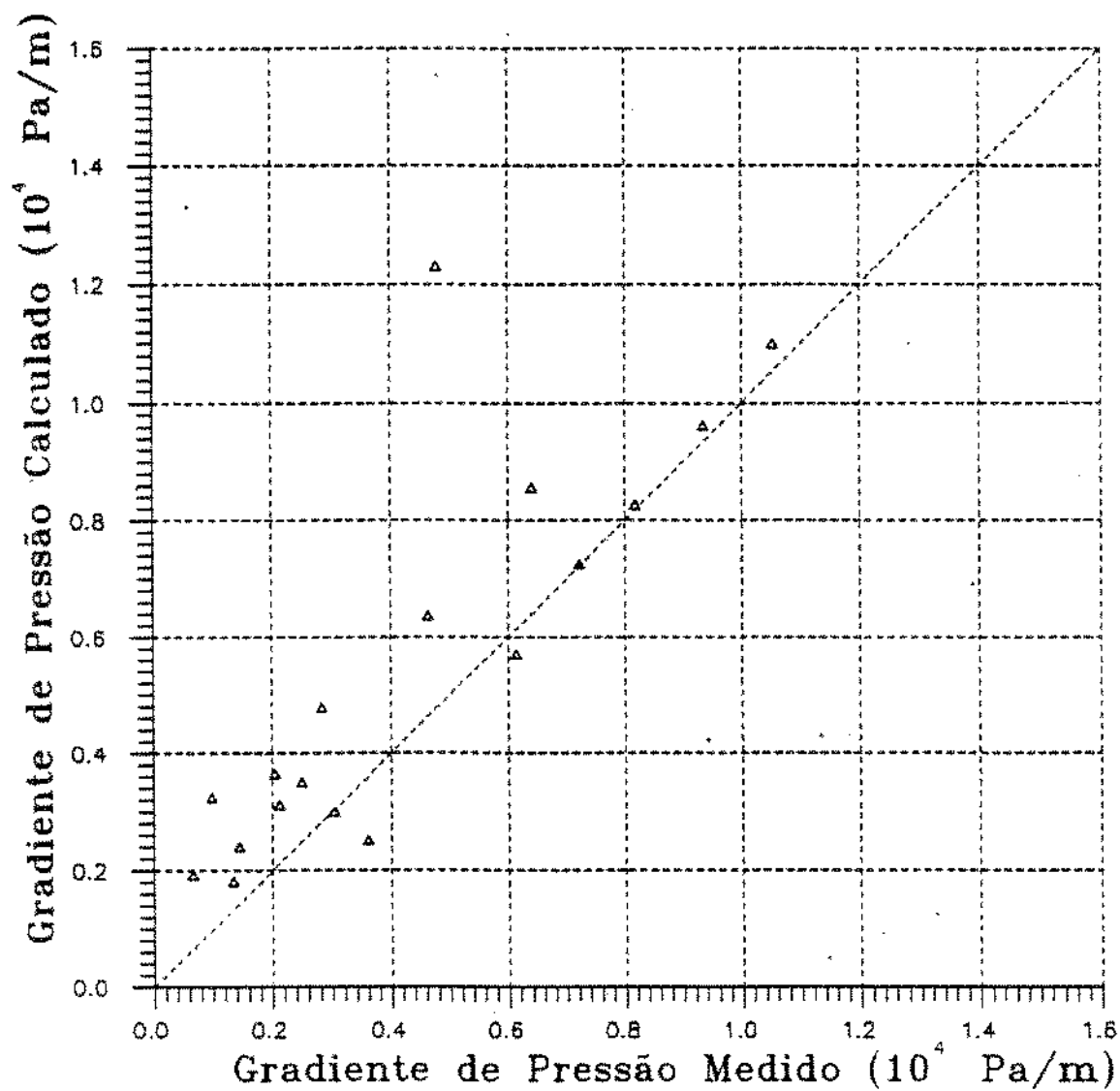


Figura 15. Gradiente Axial de Pressão Calculado Utilizando o Perfil de Velocidades de Jensen para Determinação do Fator de Fricção na Interface

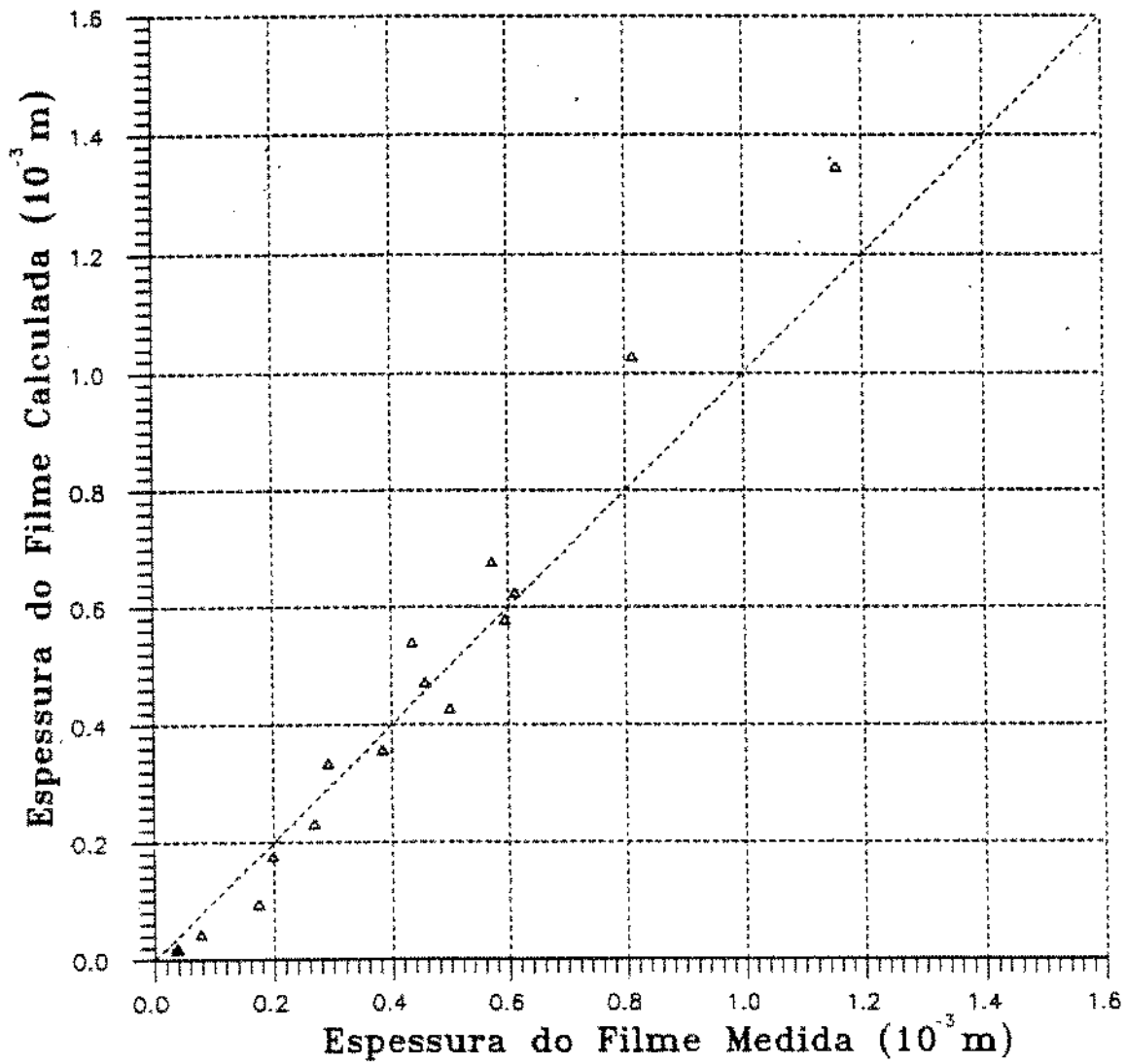


Figura 16. Espessura do Filme Líquido Calculada Utilizando a Correlação de Wallis para o Fator de Fricção na Interface

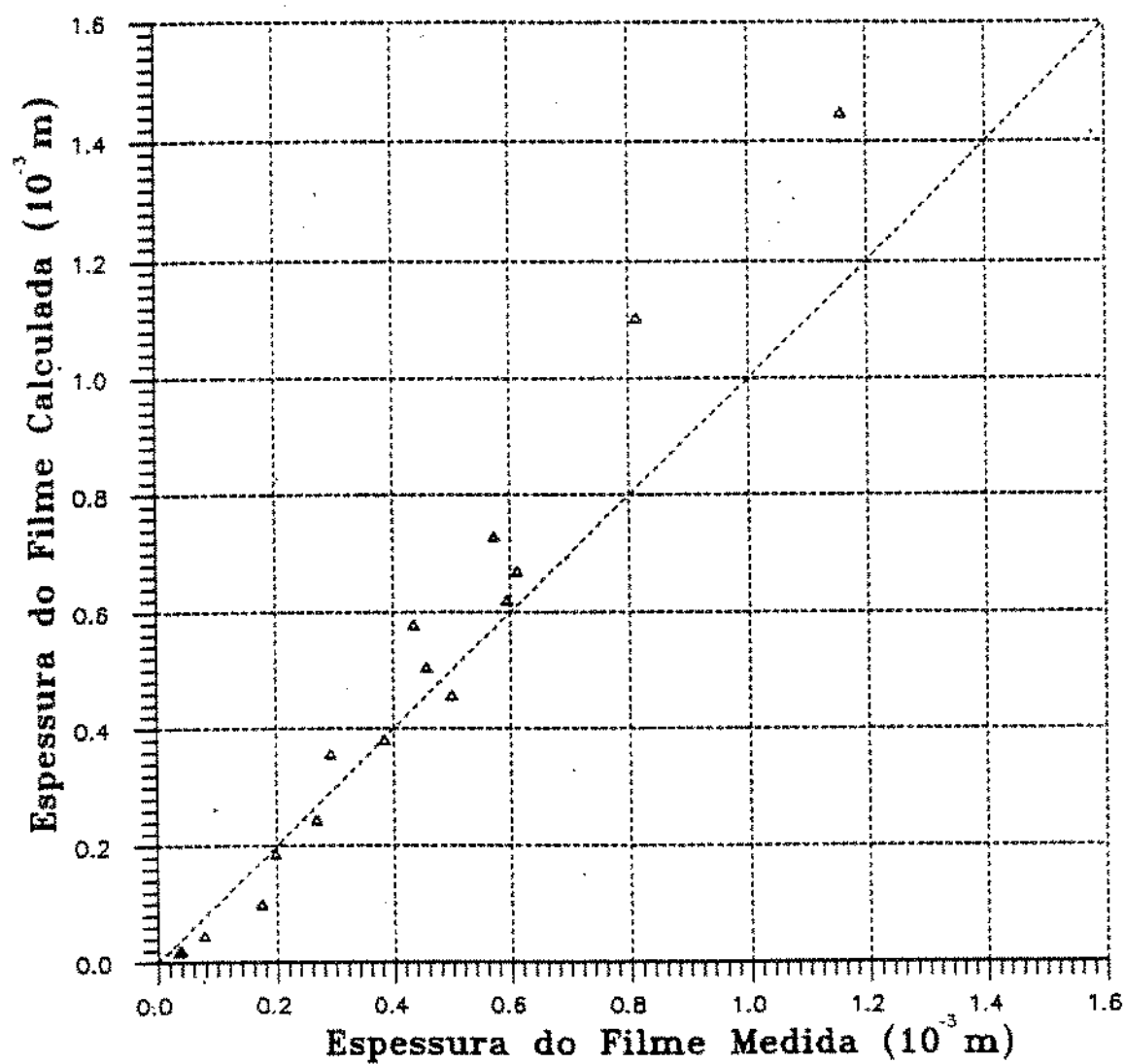


Figura 17. Espessura do Filme Líquido Calculada Utilizando a Correlação de Hoogendorn para o Fator de Fricção na Interface

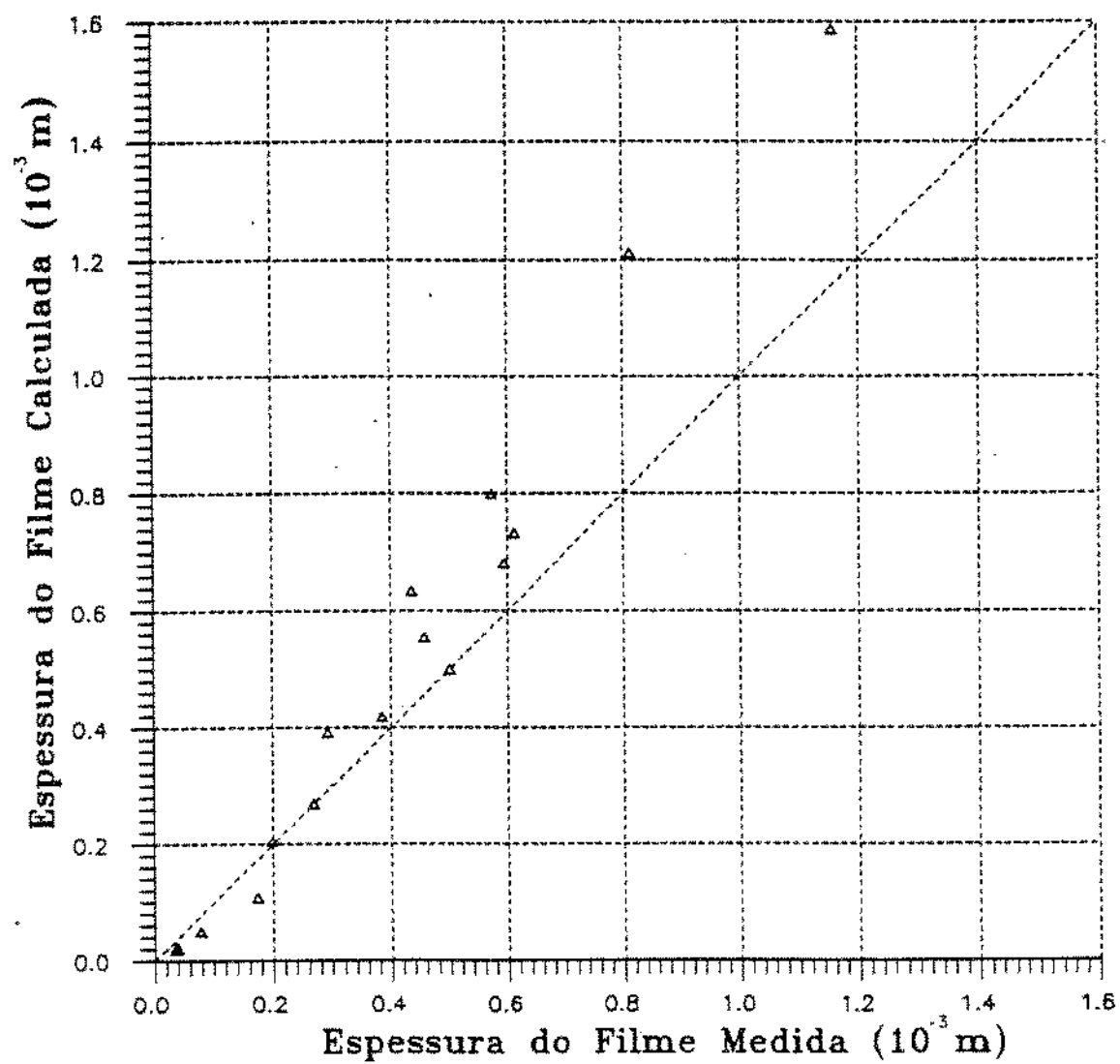


Figura 18. Espessura do Filme Líquido Calculada Utilizando o Perfil de Velocidades de Sullivan para Determinação do Fator de Fricção na Interface

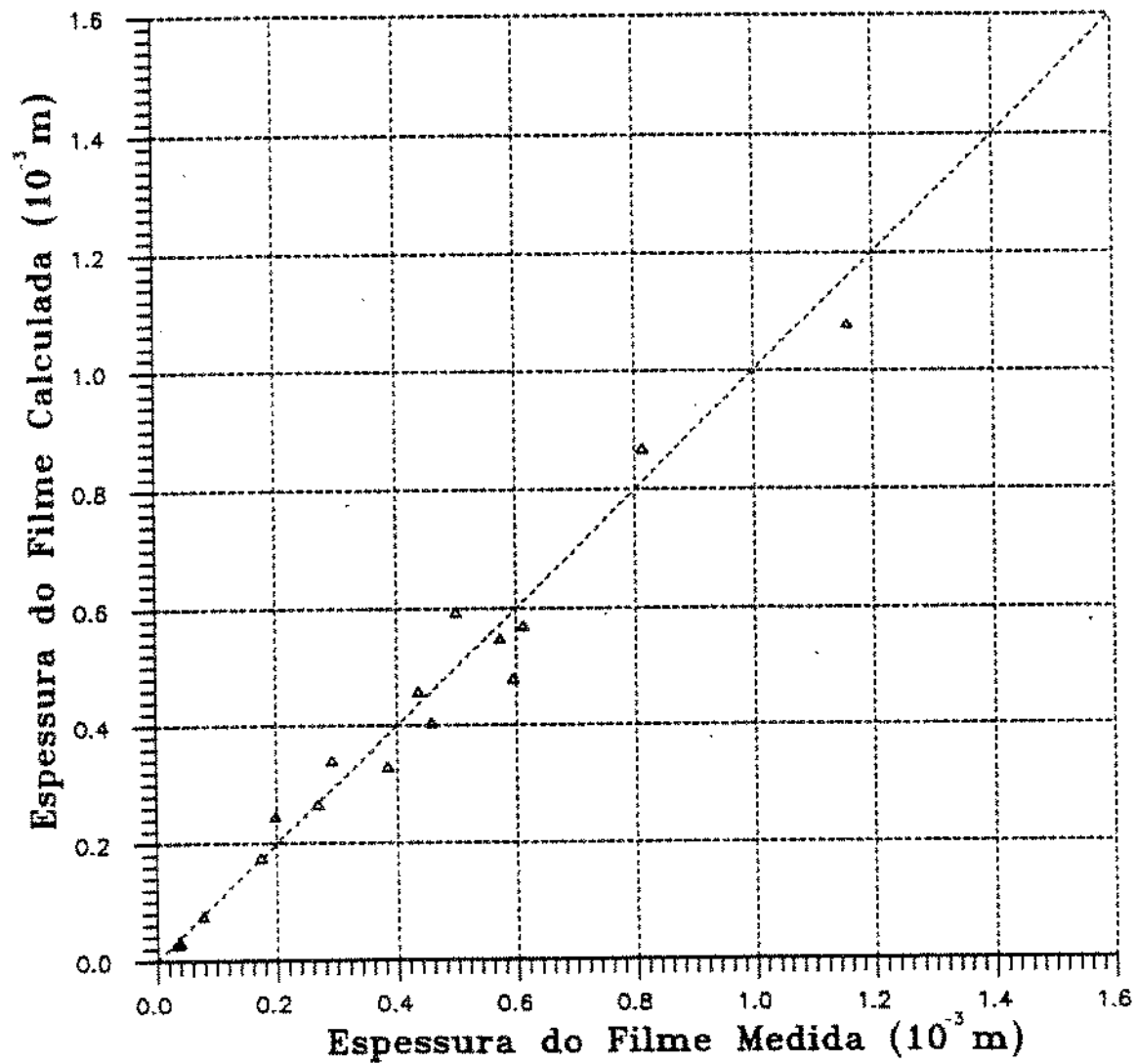


Figura 19. Espessura do Filme Líquido Calculada Utilizando o Perfil de Velocidades de Jensen para Determinação do Fator de Fricção na Interface

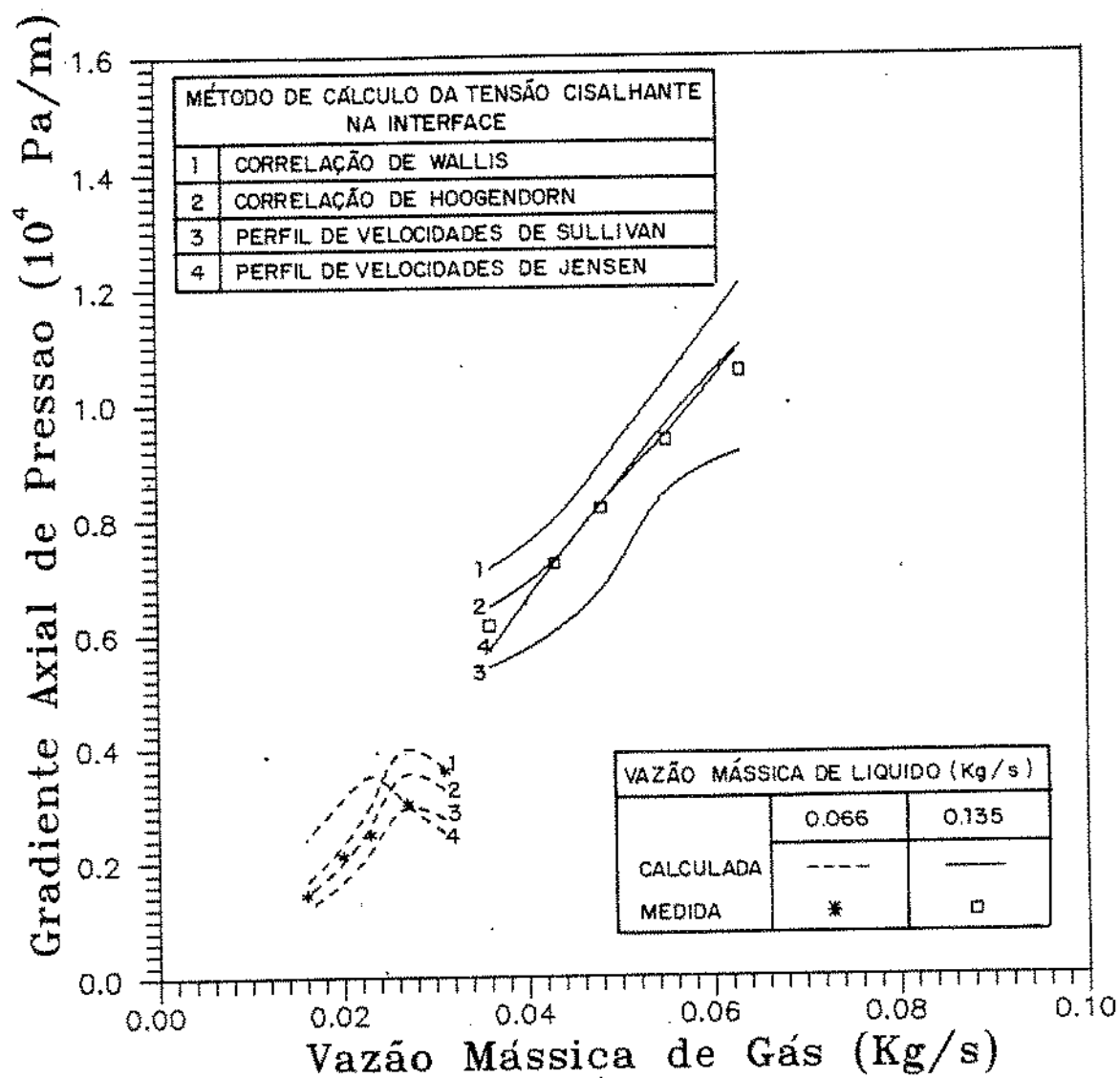


Figura 20. Comportamento do Gradiente Axial de Pressão em Função das Vazões Mássicas de Gás e Líquido

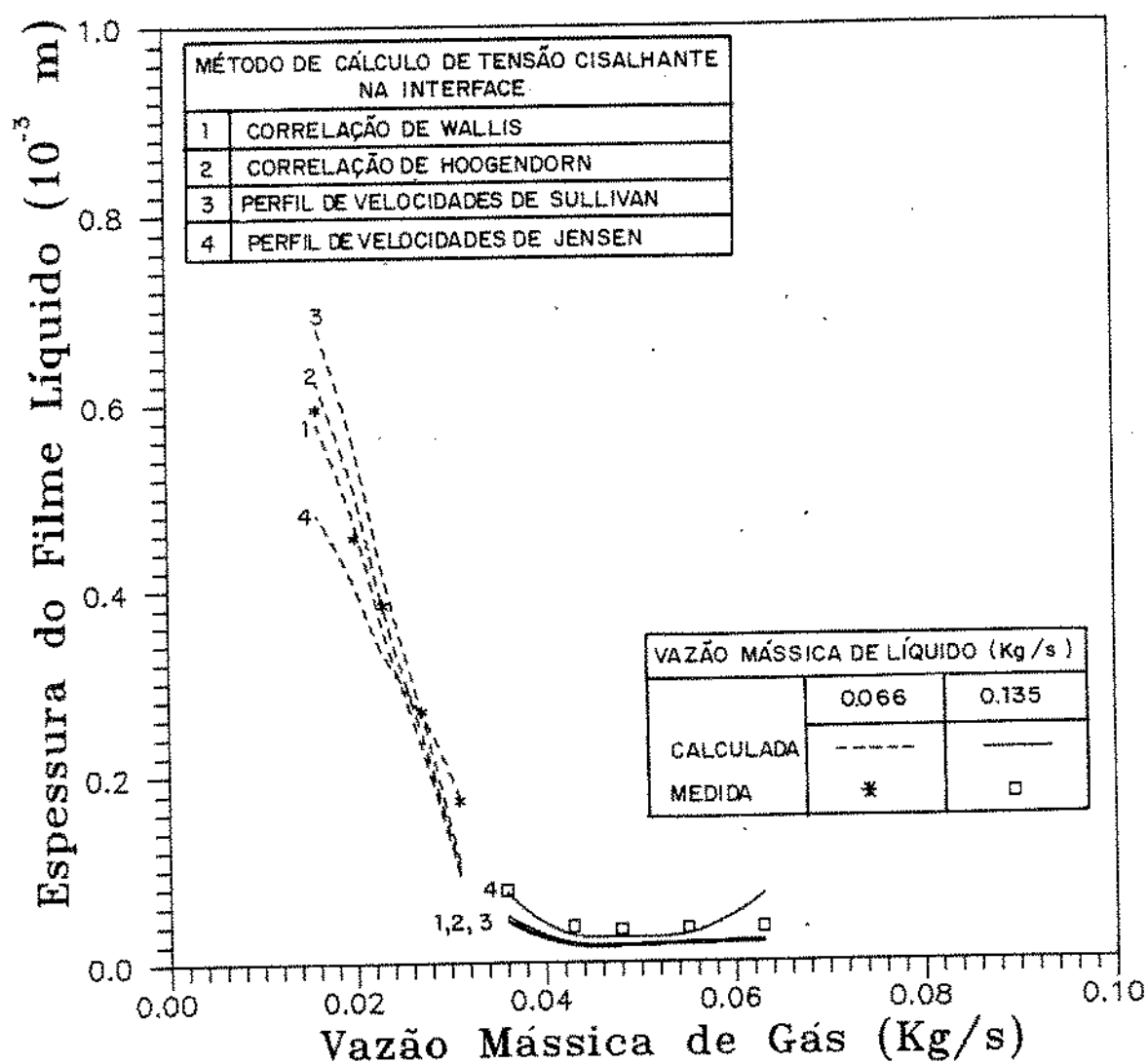


Figura 21. Comportamento da Espessura do Filme Líquido em Função das Vazões Mássicas de Gás e Líquido

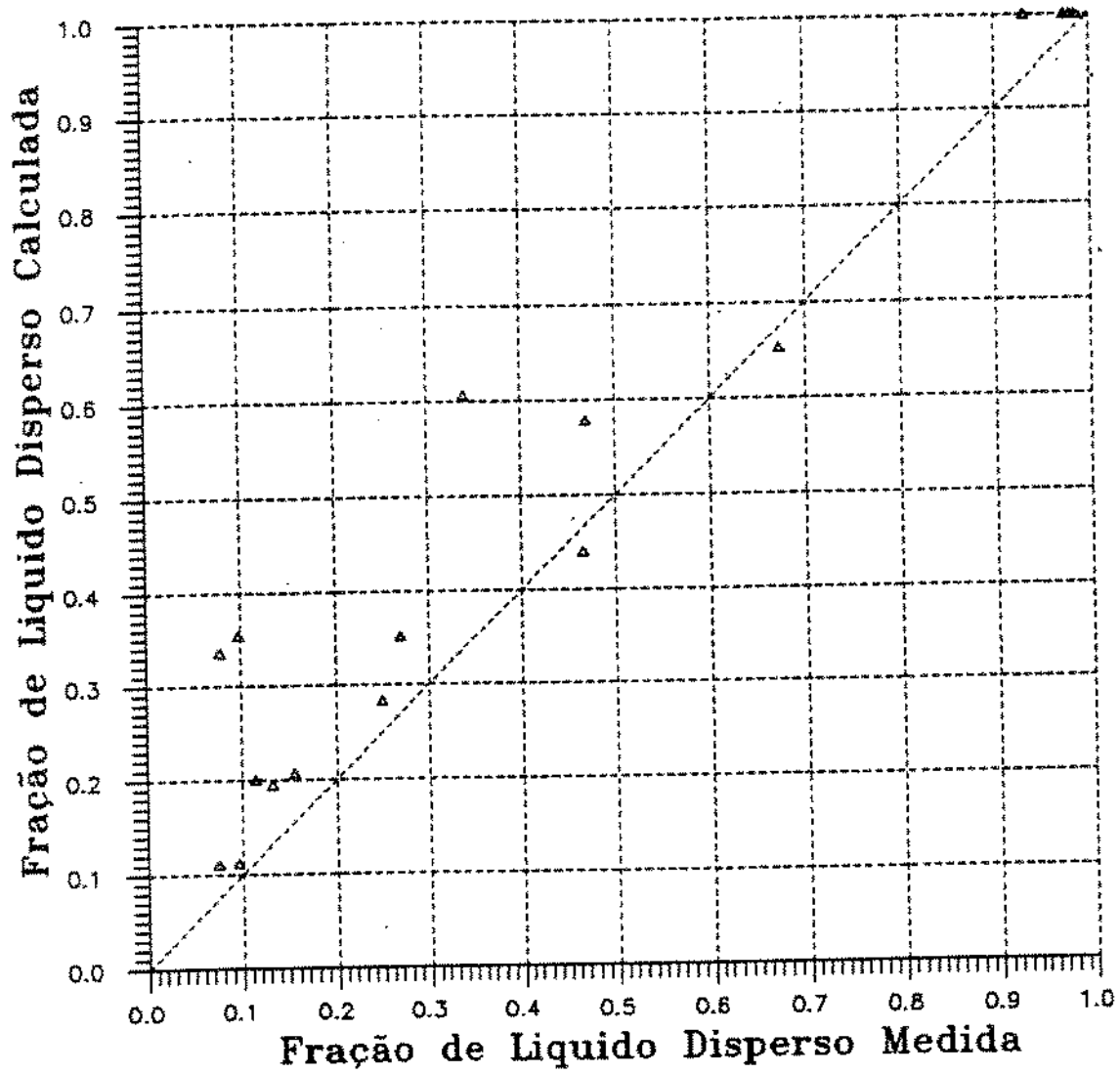


Figura 22. Fração de Líquido Dispersa no Núcleo Gasoso Calculada Segundo o Modelo Proposto

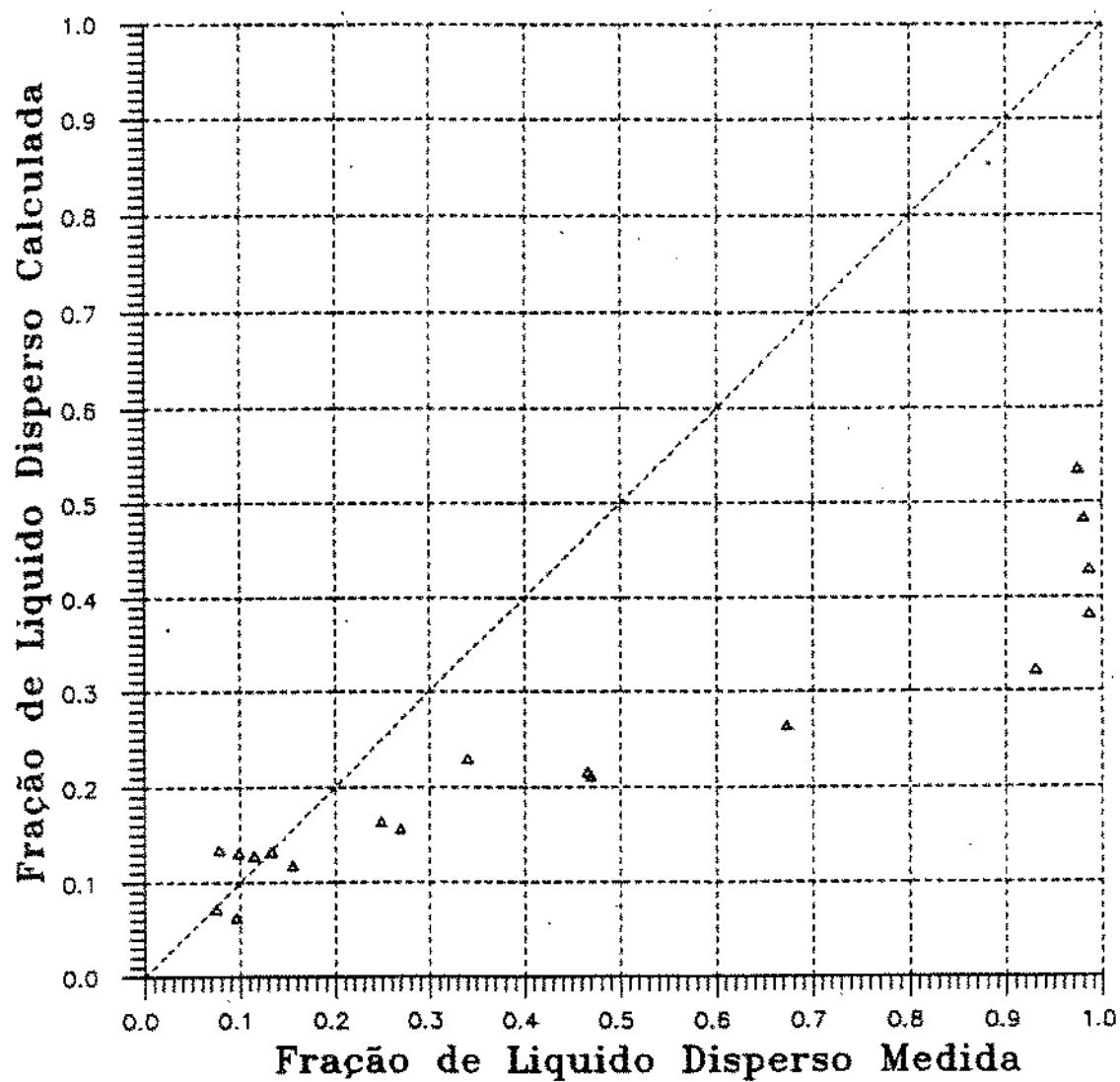


Figura 23. Fração de Líquido Dispersa no Núcleo Gasoso Calculada Utilizando a Correlação de Wallis

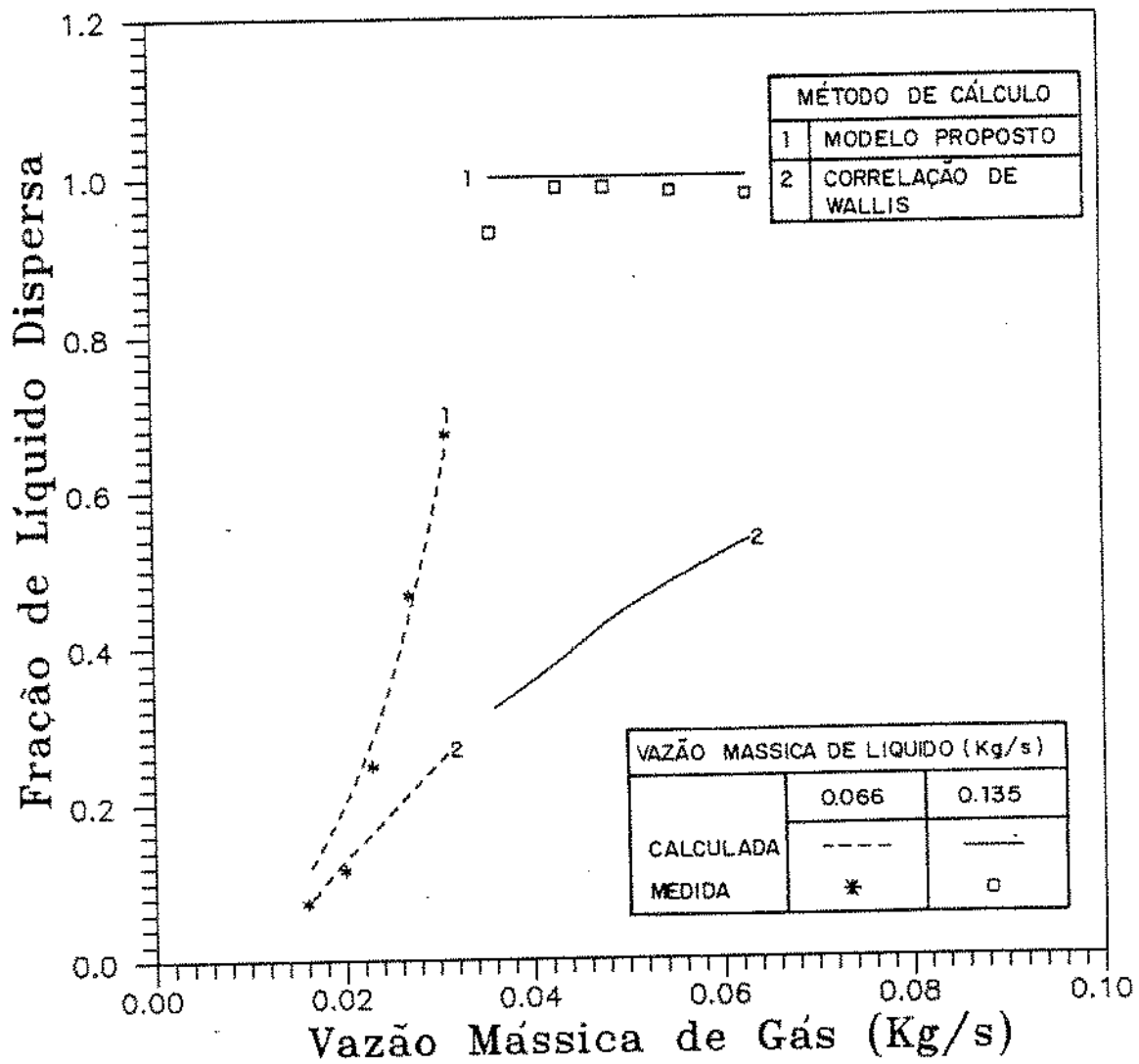


Figura 24. Comportamento da Fração de Líquido Dispersa no Núcleo Gasoso em Função das Vazões Mássicas de Gás e Líquido

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

CONCLUSÕES

1. Foi realizada uma profunda revisão bibliográfica dos modelos hidrodinâmicos para o escoamento anular.

2. Seguindo uma metodologia rigorosa e genérica baseada nas equações gerais de balanço, foram desenvolvidas equações de balanço de massa e de quantidade de movimento para aplicação em um modelo a dois campos de fluxo para o escoamento anular em regime permanente.

3. Foi assumida a hipótese de quase-equilíbrio (baixa taxa de transferência de massa entre as fases) para a determinação do equilíbrio líquido-vapor e propriedades físicas das fases com o auxílio de um modelo clássico composicional.

4. Foram obtidas equações que permitem a descrição detalhada dos perfis de velocidades e tensões cisalhantes nas duas regiões de fluxo a partir de modelos conhecidos e da hipótese de baixa transferência de massa entre as fases.

5. Foram adotadas correlações conhecidas para a taxa de atomização de gotículas e para a velocidade radial de ejeção das mesmas.

6. Foi proposto um novo modelo para a deposição de gotículas de líquido dispersas no núcleo gasoso baseado em

uma análise que leva em conta o efeito do campo gravitacional sobre a trajetória das mesmas.

7. O modelo de deposição e as correlações de atomização e velocidade radial de ejeção permitiram a determinação da dispersão de líquido no núcleo gasoso.

8. O conjunto de equações de balanço e as relações e modelos de fechamento conduziram a elaboração de um simulador composicional para escoamento anular horizontal.

9. Os modelos apresentados foram testados com dados experimentais e os resultados se mostraram satisfatórios. O modelo proposto utilizando o fator de fricção núcleo-filme baseado no perfil de velocidades de Jensen teve um desempenho quanto a espessura do filme líquido superior ao obtido com correlações tradicionais. Quanto ao gradiente de pressão, descartando-se os pontos onde os erros experimentais das medidas poderiam ser maiores, o comportamento deste modelo foi semelhante ao das correlações, e quando este modelo foi aplicado com o fator de fricção obtido do perfil de velocidades de Sullivan, os resultados foram os melhores (provavelmente devido às correções realizadas por Sullivan na expressão final para o fator de fricção). O modelo para cálculo da fração de líquido dispersa no núcleo gasoso apresenta um comportamento melhor que a correlação de Wallis.

Recomendações

1. Realizar estudos a fim de verificar a adequabilidade da hipótese de baixa transferência de massa

entre as fases. Em dutos onde haja uma alta transferência de calor entre os fluidos e o exterior (caso de dutos marinhos) a transferência de massa tende a ser alta também.

2. Realizar estudos com o intuito de desenvolver modelos para o comportamento da viscosidade turbulenta do líquido na região do filme próxima à interface e próxima à região da parede levando em conta a rugosidade desta.

3. Modelar com mais rigor o processo de atomização.

4. Realizar mais testes do modelo de deposição a fim de verificar se os efeitos de arraste do gás e turbulência são relevantes ou não.

5. Realizar uma análise de sensibilidade no modelo.

6. Verificar a importância da não simetria do filme líquido no desempenho do modelo.

REFERÊNCIAS

BIBLIOGRÁFICAS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alves, Iberê N. Modelagem composicional do escoamento bifásico anular. (Dissertação de Mestrado). Ouro Preto : Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, 1987.
- Amorim, C. G. Investigação dos mecanismos de condensação em gasodutos. Rio de Janeiro, PETROBRAS/CENPES/DIPILOT (Rel. Interno), Julho 1983.
- Andreussi, P. Droplet transfer in two phase annular flow. Int. J. Multiphase Flow, 1983, vol 9, nº 6, 697-713.
- Andreussi, P. & Azzopardi, B. J. Droplet deposition and interchange in annular two phase flow. Int. J. Multiphase Flow, 1983, vol 9, nº 6, 681-695.
- Andreussi, P. & Azzopardi, B. J. On the entrainment of drops by the gas in two phase annular flow. Chemical Engineering Science, 1984, vol 39, nº 9, 1426-1428.
- Azzopardi, B. J. Observations of drop motion in horizontal annular flow. Chemical Engineering Science, 1987, nº 8, 2059-2062.
- Brill, J. P. & Beggs, H. D. Two phase flow in pipes. Tulsa, Oklahoma, The University of Tulsa, 1982.
- Chisholm, D. Friction, entrainment and flow pattern in two phase flow in horizontal tubes. Trabalho apresentado na Segunda Conferência Internacional de Fluxo Multifásico, Londres, 1985.
- Dallman, J. C., Laurinat, J. E. & Hanratty, T. J. Entrainment for horizontal annular gas liquid flow. Int. J. Multiphase Flow, 1984, vol 10, nº 6, 677-690.
- Dobran, F. Hydrodynamic and heat transfer analysis of two phase annular flow with a new liquid film model of turbulence. Int. J. Multiphase Flow, 1983, vol 28, nº 8, 1159-1171.
- Forde, M. & Norstrud, H. On frictional pressure gradient in annular flow. Int. J. Multiphase Flow, 1984, vol 10, nº 1, 115-119.
- Ganic, E. N. & Mastanaiah, K. Investigation of droplet deposition from a turbulent gas stream. Int. J. Multiphase Flow, 1981, vol 7, 401-422.

- Guevara, E. & Gotham, D. A. Entrainment in condensing annular flow. Int. J. Multiphase Flow, 1983, vol 9, nº 4, 411-419.
- Henstock, W. H. & Hanratty, T. J. The interfacial drag and the height of the wall layer in annular flows. AIChE Journal, 1976, vol 22, nº 6, 990-1000.
- Hestroni, G. Handbook of multiphase systems, New York: McGraw-Hill, 1982
- Hewitt, G. F. Annular flow. In A. E. Bergles (Org.). Two phase flow and heat transfer in the power and process Industries. New York: Mc Graw-Hill, 1981.
- Hoogendorn, C. J. & Welling, W. A. Experimental studies on the characteristics of annular mist flow in horizontal pipes. Trabalho apresentado no Simpósio de Fluxo Bifásico, Exeter, 1965 (Artigo C3).
- Hutchinson, P. & Whalley, P. B. A possible characterization of entrainment in annular flow. Chemical Engineering Science, 1973, vol 28, 974-975.
- James, P. W., Wilkes, N. S., Conkie, W. & Burns, A. Developments in the modelling of horizontal annular two phase flow. Int. J. Multiphase Flow, 1987, vol 13, nº 2, 173-198.
- Kays, W. M. Convective heat and mass transfer, New Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing Company, 1966.
- Martindale, W. R. & Smith, R. V. Two phase two component interfacial drag coefficients in separated phase flows. Int. J. Multiphase Flow, 1981, vol 7, 211-219.
- McCoy, D. D. & Hanratty, T. J. Rate of deposition of droplets in annular two phase flow. Int. J. Multiphase Flow, 1977, vol 3, 319-331.
- Moeck, E. O. & Stachiewicz, J. W. A droplet interchange model for annular dispersed two phase flow. J. Heat Mass Transfer, 1972, vol 15, 637-653.
- Mussumeci, A. Banco de Dados para Fluxo Multifásico em tubulações Composicional e Black-Oil. Rio de Janeiro, PETROBRAS/CENPES/DIPILOT/SEPROV - (CENPES-777). Maio, 1987
- Paleev, I. I. & Filippovich, B. S. Phenomena of liquid transfer in two phase dispersed annular flow. J. Heat Mass Transfer, 1966, vol 9, 1089-1093.
- Sullivan, D. A. & Wallis, G. B. Two phase annular flow in pipes : Analytical models. Thayer School of Engineering, Dartmouth College, Report nº 27327-10, Hanover, 1970.

- Jensen, M. K. The liquid film and the core region velocity profiles in annular two phase flow in vertical pipes. Int. J. Multiphase Flow, 1987, vol 13, n° 5, 615-628.
- Oliemans, R. V. A., Pots, B. F. M. & Trompé, N. Modelling of annular dispersed two phase flow in vertical pipes. Int. J. Multiphase Flow, 1986, vol 12, n° 5, 711-732.
- Tandon, T. N., Varma, H. K. & Gupta, C. P. A void fraction model for annular two phase flow. Int. J. Multiphase Flow, 1985, vol 28, n° 1, 191-198.
- Ishii, M. & Zuber, N. Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows. AIChE Journal, 1979, vol 25, n° 5, 843-855.
- Swanson, R. W. Characteristics of the gas liquid interface in two phase annular flow, Ph. D. Thesis, University of Delaware, 1966.
- Taitel, Y. & Dukler, A. E. A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas liquid flow. AIChE Journal, 1976, vol 22, n° 1, 47-55.
- Wallis, Graham B. One dimensional two phase flow. New York: Mc Graw-Hill, 1970.
- Wicks, M. & Dukler, A. E. Entrainment and pressure drop in cocurrent gas liquid flow.: I. Air water in horizontal flow. AIChE Journal, 1960, vol 6, n° 3, 463-468.

BIBLIOGRAFIA

SUPLEMENTAR

BIBLIOGRAFIA SUPLEMENTAR

Cheremisinoff, Nicholas P. & Gupta, Ramesh, Handbook of fluids in motion, Michigan: Ann Arbor Science Publishers, 1983.

Reynolds, A. J. Turbulent flows in Engineering, London: John Willey & Sons, 1974.

APÊNDICES

A P Ê N D I C E 1

SISTEMAS DE COORDENADAS E PARÂMETROS UTILIZADOS
NO ESTUDO DE FLUXO MULTIFÁSICO
EM TUBULAÇÕES

SISTEMAS DE COORDENADAS E PARÂMETROS UTILIZADOS
NO ESTUDO DE FLUXO MULTIFÁSICO
EM TUBULAÇÕES

SISTEMAS DE COORDENADAS

Sistema de Coordenadas Cartesianas

A Figura 25 ilustra o sistema cartesiano de coordenadas adotado. Um dos eixos (o eixo z) é coincidente com o eixo da tubulação e faz um ângulo θ com a horizontal. Por convenção este ângulo será positivo se o fluxo for ascendente e negativo caso o fluxo seja descendente. O eixo y é perpendicular ao eixo z e ambos definem um plano vertical. O eixo x por sua vez é perpendicular a este plano.

O eixo z é orientado sempre no sentido do fluxo.

Os vetores unitários paralelos aos eixos x, y e z serão chamados por $\vec{n}_x$, $\vec{n}_y$ e $\vec{n}_z$ respectivamente.

Sistema de Coordenadas Cilíndricas

A Figura 26 ilustra o sistema de coordenadas cilíndricas adotado. Para facilitar as definições nesta figura aparece também o sistema cartesiano anteriormente definido. O eixo z do sistema cilíndrico é idêntico ao eixo de mesmo nome no sistema cartesiano. A segunda coordenada no sistema cilíndrico é dada pelo ângulo φ , medido a partir do eixo y do sistema cartesiano e orientado segundo o movimento horário. A terceira coordenada é dada pela distância radial r medida perpendicularmente a partir do eixo z.

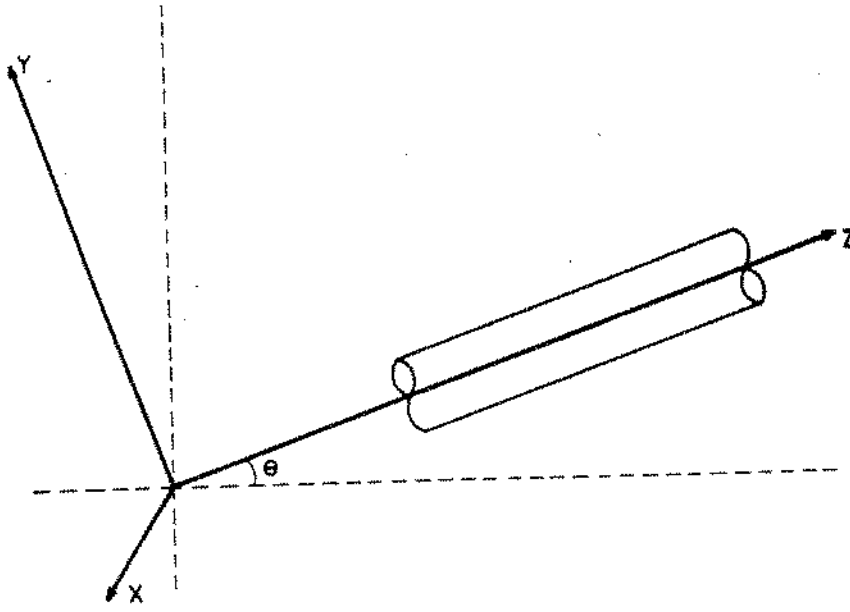


Figura 25. Sistema de Coordenadas Cartesianas

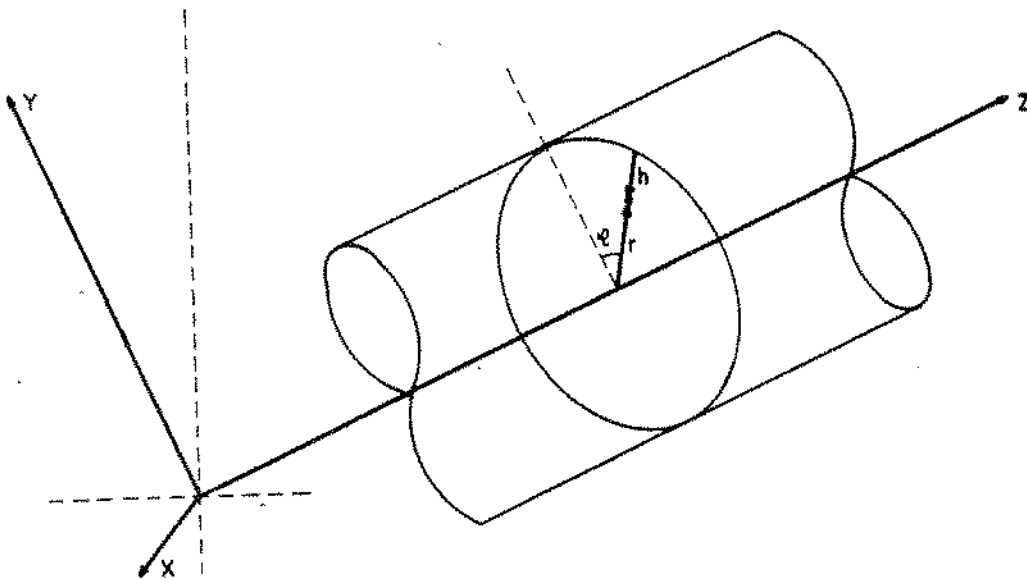


Figura 26. Sistema de Coordenadas Cilíndricas

Em alguns casos a terceira coordenada pode não ser medida pela distância radial r ao eixo z , mas por uma distância h contada a partir da parede da tubulação.

Definição de Variáveis

Com o intuito de simplificar a notação, a simbologia adotada para a função em um ponto p no espaço de coordenadas (x,y,z) será $f(p)$, valendo então a seguinte identidade :

$$f(x, y, z) \equiv f(p) \quad (169)$$

Função Densidade de Fase

Seja um ponto p no espaço de coordenadas (x,y,z) . A presença ou ausência de uma fase k neste ponto do espaço num dado tempo t é caracterizada pelo valor da Função densidade de fase desta fase. A notação para esta função é $X_k(p, t)$ e ela é definida por :

$$X_k(p, t) \equiv \begin{cases} 1 & \text{se a fase } k \text{ está presente} \\ 0 & \text{se a fase } k \text{ está ausente} \end{cases} \quad (170)$$

Operadores

No desenvolvimento de algumas equações muitas vezes desejamos calcular a média de variáveis quer seja num domínio espacial ou temporal. Surge então a necessidade de definir operadores que representem estas operações.

Podemos calcular a média de uma variável ao longo

de uma linha, área ou volume. Esta linha, área ou volume define um domínio espacial de ordem n (D_n) no qual a média da variável é calculada. Num sistema multifásico contendo m fases, este domínio pode ser subdividido em m subdomínios D_{kn} cada um pertencendo a região de ocorrência de uma fase k ($k=1,2,3,\dots,m$).

$$D_n = D_{1n} + D_{2n} + \dots + D_{mn} \quad (171)$$

Assim podemos definir dois operadores que realizam médias espaciais:

$$\{f\}_n \triangleq \frac{1}{D_n} \int_{D_n} f \, dD_n \quad (172)$$

$$\langle f \rangle_n \triangleq \frac{1}{D_{kn}} \int_{D_{kn}} f \, dD_n \quad (173)$$

Durante o escoamento multifásico, uma fase k passa por um dado ponto do espaço de coordenadas (x,y,z) intermitentemente, e desta forma as variáveis associadas com esta fase serão funções descontínuas do tempo neste ponto. Durante um intervalo de tempo T , a fase k passa pelo ponto por um intervalo de tempo T_k (tempo de residência). Podemos então definir dois operadores para cálculo de médias temporais das variáveis.

$$\overline{f} \triangleq \frac{1}{T} \int_T f \, dt \quad (174)$$

$$\overline{\overline{f}} \triangleq \frac{1}{T_k} \int_{T_k} f \, dt \quad (175)$$

Fração Espacial Instantânea

A fração espacial instantânea $\alpha_{kn}(t)$ de uma fase k é definida como a média sobre o domínio espacial D_n da Função Densidade de Fase. Representa num dado tempo t a fração do domínio que pertence a fase k.

$$\alpha_{kn}(t) \triangleq \langle X_k(p,t) \rangle = \frac{D_{kn}}{D_n} \quad (176)$$

O domínio D_n pode ser uma linha, área ou volume. No caso deste domínio ser a área da secção reta da tubulação, a fração espacial instantânea da fase gasosa α_{gz} ou simplesmente α_g recebe o nome de fração de vazio, e a fração espacial instantânea da fase líquida α_{lz} ou simplesmente α_l recebe o nome de "hold-up" líquido.

Velocidade da Fase

Em um determinado instante t, a velocidade da fase k no ponto (x,y,z) é dada por uma função vetorial.

$$\vec{V}_k(p,t) = V_{kx}(p,t) \cdot \vec{\eta}_x + V_{ky}(p,t) \cdot \vec{\eta}_y + V_{kz}(p,t) \cdot \vec{\eta}_z \quad (177)$$

Vazão Volumétrica Instantânea

Para uma dada tubulação podemos nos referir a qualquer secção reta da mesma pela sua coordenada z ($A(z)$). De forma semelhante podemos nos referir a parte desta secção reta ocupada pela fase k em um instante t por $A_k(z,t)$.

A vazão volumétrica instantânea de uma fase k por uma secção reta $A_k(z)$ é dada por :

$$Q_k(z, t) \triangleq \int_{A_k(z, t)} \vec{\eta}_z \cdot \vec{V}_k(p, t) \, dA = \int_{A_k(z, t)} V_{kz}(p, t) \, dA \quad (178)$$

ou aplicando as definições anteriores :

$$Q_k(z, t) = A(z) \, \alpha_{k2}(t) \, \langle V_{kz}(p, t) \rangle_z = A_k(z, t) \, \langle V_{kz}(p, t) \rangle_z \quad (179)$$

Vazão Mássica Instantânea

A vazão mássica instantânea da fase k por uma secção reta $A(z)$ da tubulação é dada por

$$M_k(z, t) \triangleq \int_{A_k(z, t)} \rho_k(p, t) \, \vec{\eta}_z \cdot \vec{V}_k(p, t) \, dA \quad (180)$$

onde $\rho_k(p, t)$ é a massa específica da fase no ponto p em um dado instante t. Aplicando as definições anteriores, obtemos:

$$\begin{aligned} M_k(z, t) &= \int_{A_k(z, t)} \rho_k(p, t) \, V_{kz}(p, t) \, dA \\ &= A(z) \, \alpha_{k2}(t) \, \langle \rho_k(p, t) \, V_{kz}(p, t) \rangle_z \\ &= A_k(z, t) \, \langle \rho_k(p, t) \, V_{kz}(p, t) \rangle_z \end{aligned} \quad (181)$$

Vazão Volumétrica Média no Tempo

A vazão volumétrica média no tempo da fase k é definida pela aplicação do operador $\overline{\quad}$ à vazão volumétrica instantânea desta fase.

$$\overline{Q_k(z, t)} \triangleq A(z) \, \overline{\alpha_{k2}(t) \, \langle V_{kz}(p, t) \rangle_z} = \overline{A_k(z, t) \, \langle V_{kz}(p, t) \rangle_z} \quad (182)$$

Vazão Volumétrica Total Média no Tempo

É definida como a soma das vazões volumétricas médias no tempo para todas as fases do sistema.

$$\overline{Q(z, t)} \cong \sum_{k=1, m} \overline{Q_k(z, t)} \quad (183)$$

Vazão Mássica Média no Tempo

Definida de forma semelhante a vazão volumétrica média.

$$\begin{aligned} \overline{M_k(z, t)} &\cong A(z) \overline{\alpha_{k2}(t) \langle \rho_k(p, t) V_{kz}(p, t) \rangle_z} \\ &= \overline{A_k(z, t) \langle \rho_k(p, t) V_{kz}(p, t) \rangle_z} \end{aligned} \quad (184)$$

Vazão Mássica Total Média no Tempo

Definida como a soma das vazões mássicas médias no tempo de todas as fases presentes no sistema.

$$\overline{M(z, t)} \cong \sum_{k=1, m} \overline{M_k(z, t)} \quad (185)$$

Vazão Mássica Superficial Média no Tempo

É definida como a razão entre a vazão mássica média no tempo da fase k e a área da tubulação.

$$\overline{G_k(z, t)} \cong \frac{\overline{M_k(z, t)}}{A(z)} \quad (186)$$

Qualidade da Fase

Define-se a qualidade da fase k em uma mistura multifásica como a razão entre a vazão mássica média no tempo da fase k e a vazão mássica total média no tempo.

$$Y_k(z, t) \triangleq \frac{\overline{M_k(z, t)}}{\overline{M(z, t)}} \quad (187)$$

Qualidade Volumétrica da Fase

Define-se como qualidade volumétrica da fase k, a razão entre a vazão volumétrica média no tempo da fase k e a vazão volumétrica total média no tempo.

$$\beta_k(z, t) \triangleq \frac{\overline{Q_k(z, t)}}{\overline{Q(z, t)}} \quad (188)$$

No caso da fase líquida denomina-se a qualidade volumétrica líquida por "no slip liquid hold-up".

Fluxo Volumétrico Local Instantâneo

O fluxo volumétrico local instantâneo de uma fase k é definido como :

$$j_k(p, t) \triangleq X_k(p, t) V_{kz}(p, t) \quad (189)$$

Velocidade Superficial

A velocidade superficial da fase k é definida como a média na seção reta $A(z)$ do fluxo volumétrico da mesma fase. Corresponde à velocidade que haveria se só a fase k fluísse em toda a área $A(z)$ com uma vazão volumétrica

$$\overline{Q_k(z, t)}.$$

$$V_{sk}(z, t) \triangleq \langle j_k(x, y, z, t) \rangle_z \equiv \frac{\overline{Q_k(z, t)}}{A(z)} \quad (190)$$

Velocidade da Mistura

É definida como a soma das velocidades superficiais de todas as fases, ou ainda como a razão entre a vazão volumétrica total média no tempo e a área $A(z)$.

$$V_m(z, t) \triangleq \sum_{k=1, m} V_{sk}(z, t) \equiv \frac{\overline{Q(z, t)}}{A(z)} \quad (191)$$

APÊNDICE 2

MODELO SIMPLIFICADO DE FASES SEPARADAS
PARA O ESCOAMENTO BIFÁSICO ANULAR
EM REGIME PERMANENTE

MODELO SIMPLIFICADO DE FASES SEPARADAS
PARA O ESCOAMENTO BIFÁSICO ANULAR
EM REGIME PERMANENTE

Conforme mostrado na Figura 1, o regime anular caracteriza-se por duas regiões de fluxo bem distintas. Uma, o núcleo gasoso formada principalmente pela fase gasosa e contendo no seu meio, gotículas de líquido que foram arrastadas pelo fluxo deste gás da segunda região, ou filme líquido. O que desejamos é calcular a real distribuição das fases nestes dois campos, ou seja a espessura do filme líquido, e o gradiente de pressão.

No modelo de fases separadas simplificado, ou neste caso mais propriamente chamado de modelo a dois campos de fluxo, o núcleo gasoso é tratado como uma pseudo fase homogênea, representando uma das regiões de fluxo, e o filme como a segunda região de fluxo.

As seguintes hipóteses se aplicam ao desenvolvimento deste modelo :

- (a) Fluxo em regime permanente e unidirecional.
- (b) Não há transferência de massa entre as fases gasosa e líquida nem entre as pseudo fases núcleo e o filme.
- (c) As gotículas de líquido têm a mesma velocidade axial do gás no núcleo gasoso.
- (d) O termo de aceleração na equação de balanço da quantidade de movimento pode ser desprezado.
- (e) Fluxo isotérmico.

- (f) Fluxo com simetria axial (filme de líquido de espessura constante).
- (g) O gradiente axial de pressão é o mesmo ao longo de toda a seção reta da tubulação.
- (h) Continuidade das velocidades e das tensões cisalhantes na interface núcleo-filme.

As equações de balanço da quantidade de movimento levando em conta as hipóteses acima podem ser expressas da seguinte forma:

Balanço da Quantidade de Movimento no Núcleo

$$-\frac{dP}{dZ} = \rho_n g \sin(\theta) + \frac{\tau_{nf} S_{nf}^l}{A_n} \quad (192)$$

Balanço da Quantidade de Movimento no Filme

$$-\frac{dP}{dZ} = \rho_f g \sin(\theta) + \frac{\tau_{fp} S_f^p - \tau_{nf} S_{nf}^l}{A_f} \quad (193)$$

Balanço Total da Quantidade de Movimento

$$-\frac{dP}{dZ} = \frac{[\rho_f A_f + \rho_n A_n] g \sin(\theta)}{A} + \frac{\tau_{fp} S_f^p}{A} \quad (194)$$

A equação 194 permite o cálculo do gradiente de pressão uma vez conhecida a tensão cisalhante de filme com a parede τ_{fp} , as propriedades físicas ρ_n e ρ_f das fases núcleo e filme, e a geometria da distribuição das fases neste padrão de fluxo dada por A_f e A_n .

A eliminação do gradiente de pressão nas equações 192 e 193 conduz a:

$$\frac{\tau_{fp}}{\tau_{nf}} - \left[\frac{S_{nf}^i}{S_f^p} + \frac{A_f}{A_n} \frac{S_{nf}^i}{S_f^p} \right] + \frac{A_f}{S_f^p} \frac{(\rho_f - \rho_n) g \sin(\theta)}{\tau_{nf}} = 0 \quad (195)$$

A equação 195 exprime uma relação entre as tensões cisalhantes na interface, e na parede da tubulação, geometria do duto, propriedades físicas do filme e do núcleo e arranjo espacial das fases. Portanto o conhecimento dos tres primeiros permite a solução da equação de forma a se obter a distribuição espacial das fases, ou melhor, a espessura do filme líquido ou fração da área ocupada pelo núcleo.

As tensões cisalhantes do filme com a parede e do núcleo com a parede podem ser expressas em termos de fatores de fricção.

$$\tau_{fp} = \frac{1}{2} f_{fp} \rho_f V_f^2 \quad (196)$$

$$\tau_{nf} = \frac{1}{2} f_{nf} \rho_n [V_n - V_i]^2 \quad (197)$$

O fator de fricção entre o núcleo e o filme pode ser dado pela correlação de Wallis :

$$f_{nf} = f_n^* \left[1 + 300 \frac{h_i}{D} \right] \quad (198)$$

Conforme visto no Capítulo II, adotaremos para os fatores de fricção a equação generalizada de Blasius baseada no conceito de diâmetros hidráulicos.

$$f_{fp} = C_f \left[Re_f \right]^{B_f} \quad (199)$$

$$f_n^* = C_n \left[Re_n \right]^{B_n} \quad (200)$$

Os valores dos coeficientes da equação generalizada de Blasius são dados na Tabela 1 em função do regime de fluxo. Para determinar este regime de fluxo devemos calcular o número de Reynolds para as fases núcleo e filme, e conforme já salientado estes números são baseados no conceito de diâmetros hidráulicos.

$$Re_f = \frac{D_f V_f \rho_f}{\mu_f} \quad (201)$$

$$Re_n = \frac{D_n (V_n - V_i) \rho_n}{\mu_n} \quad (202)$$

Os diâmetros hidráulicos são dados por :

$$D_f = \frac{4 \text{ Área de fluxo do filme}}{\text{Perímetro da tubulação}} \quad (203)$$

$$D_n = \frac{4 \text{ Área de fluxo do núcleo}}{\text{Perímetro da interface}} \quad (204)$$

A Figura 27 ilustra uma seção transversal da tubulação com as áreas de fluxo do núcleo e do filme, bem como os perímetros da parede e da interface. Desta geometria e do conceito de fração espacial das fases podemos deduzir as seguintes relações :

$$\alpha_f = \frac{A_f}{A} \quad (205)$$

$$\alpha_n = \frac{A_n}{A} \quad (206)$$

$$D_n = \sqrt{\alpha_n} D \quad (207)$$

$$D_f = \alpha_f D \quad (208)$$

$$S_{nf}^i = \Pi \sqrt{\alpha_n} D \quad (209)$$

$$S_f^p = \pi D \quad (210)$$

$$\alpha_f = 4 \frac{h_i}{D} \left[1 - \frac{h_i}{D} \right] \quad (211)$$

Segundo o conceito de velocidades superficiais, e assumindo que a velocidade do núcleo gasoso é muito maior que a velocidade do filme líquido e da própria interface, podemos ainda definir números de Reynolds superficiais para as fases filme e núcleo.

$$V_{sf} = \alpha_f V_f \quad (212)$$

$$V_{sn} = \alpha_n V_n \quad (213)$$

$$Re_{sf} = \frac{D V_{sf} \rho_f}{\mu_f} \quad (214)$$

$$Re_{sn} = \frac{D V_{sn} \rho_n}{\mu_n} \quad (215)$$

Definindo os gradientes de pressão por fricção superficiais de cada fase como o gradiente de pressão por fricção que ocorreria se só a fase fluísse na tubulação, temos :

$$\left[\frac{dP}{dz} \right]_{sf}^f = \frac{4}{D} \frac{1}{2} C_f \left[Re_{sf} \right]_f^B \rho_f V_{sf}^2 \quad (216)$$

$$\left[\frac{dP}{dz} \right]_{sn}^f = \frac{4}{D} \frac{1}{2} C_n \left[Re_{sn} \right]_n^B \rho_n V_{sn}^2 \quad (217)$$

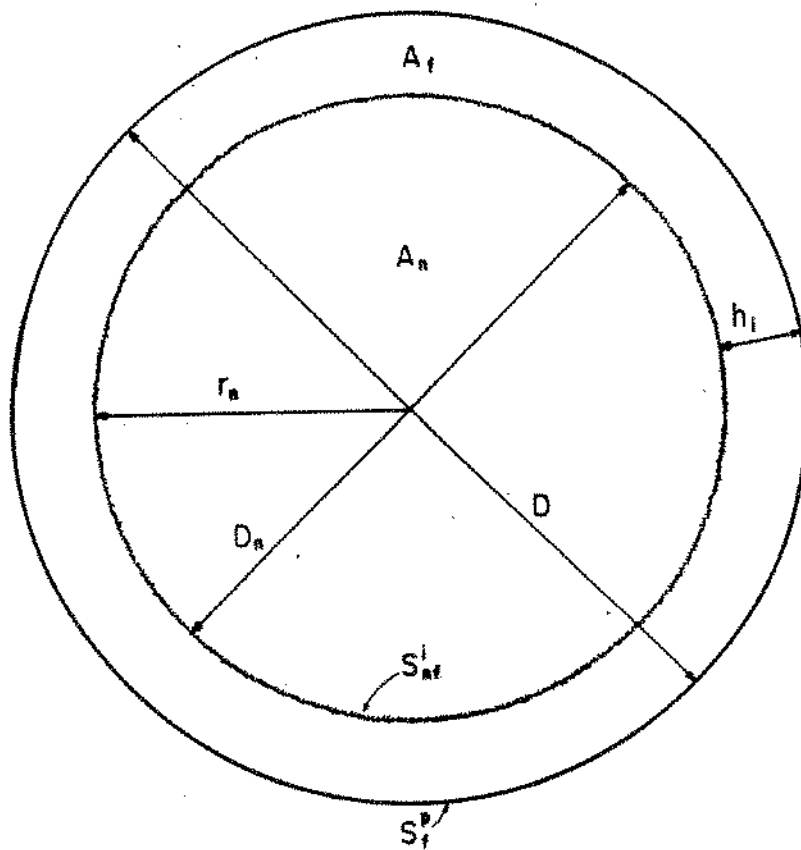


Figura 27. Regiões de Fluxo para o Filme e para o Núcleo no Padrão Anular

O parâmetro X^2 de Lockhart-Martinelli é definido como a razão entre os gradientes de pressão por fricção superficiais das duas fases.

$$X^2 = \frac{\left[\frac{dP}{dz} \right]_{sf}^f}{\left[\frac{dP}{dz} \right]_{sn}^f} \quad (218)$$

Definindo-se o parâmetro Y como :

$$Y = \frac{(\rho_f - \rho_n) g \sin(\theta)}{\left[\frac{dP}{dz} \right]_{sn}^f} \quad (219)$$

De posse destas relações, definindo a espessura adimensional do filme h_l^+ como a razão entre a espessura e o diâmetro da tubulação e assumindo fluxo turbulento no núcleo gasoso (isto é, o valor de B_n igual a -0.2), podemos reescrever a equação 195 como :

$$X^2 - \frac{\alpha_f^2}{\alpha_n^{2.4}} \left[\frac{f_{fn}}{f_n^*} \right] + Y \alpha_f^3 = 0 \quad (220)$$

Ou ainda :

$$X^2 - \frac{\left[4 h_l^+ (1-h_l^+) \right]^2 \left[1 + 300 h_l^+ \right]}{\left[1 - 4 h_l^+ (1-h_l^+) \right]^{2.4}} + Y \left[4 h_l^+ (1-h_l^+) \right]^3 = 0 \quad (221)$$

A Figura 28 é a representação gráfica da equação

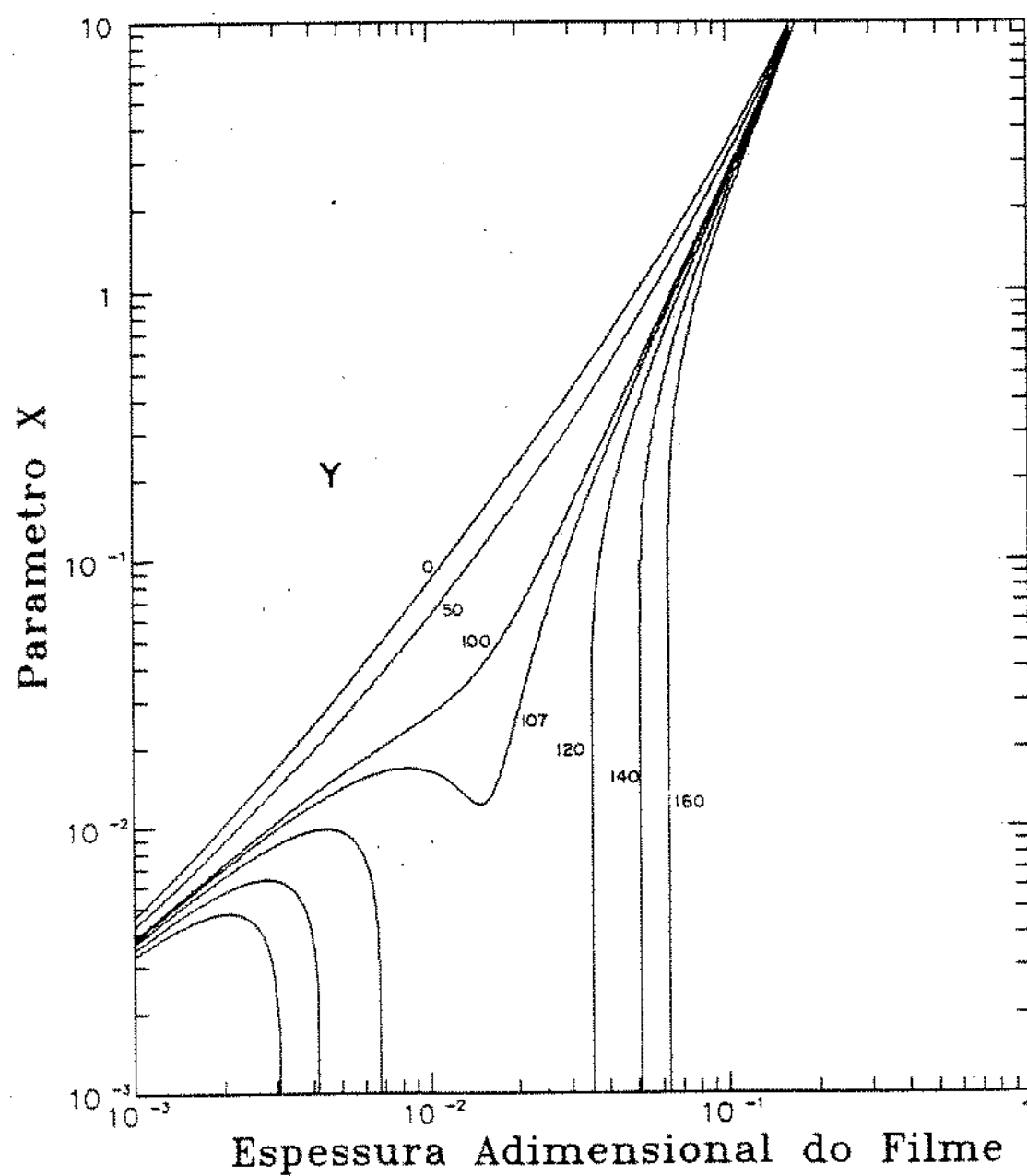


Figura 28. Solução Gráfica da Equação de Balanço da Quantidade de Movimento segundo o Modelo Simplificado de Fases Separadas

A P Ê N D I C E 3

EQUAÇÕES GERAIS DE BALANÇO PARA SISTEMAS MULTIFÁSICOS

EQUAÇÕES GERAIS DE BALANÇO PARA SISTEMAS MULTIFÁSICOS

Desenvolvimento das Equações de Balanço Médias na Área e no Tempo para Escoamento Multifásico

Equações de Balanço Locais Instantâneas

Em escoamento monofásico, as equações de balanço locais para um ponto (x,y,z) do espaço são expressas por equações diferenciais parciais se o ponto não pertence a uma superfície de descontinuidade. Se o ponto pertence a uma superfície de descontinuidade, então as leis de balanço são dadas por condições de salto que relacionam os valores dos parâmetros de fluxo de ambos os lados da descontinuidade.

Uma analogia pode ser feita com o escoamento multifásico, no qual as interfaces entre as fases podem ser tratadas como superfícies de descontinuidade. O objetivo principal deste Apêndice é desenvolver a partir das leis integrais de balanço, equações de balanço para variáveis médias no tempo e na área e condições de salto na interface para sistemas multifásicos. O primeiro passo consiste na obtenção das equações de balanço locais instantâneas e para isto utilizaremos duas ferramentas matemáticas importantes que cabe aqui serem repetidas.

Lei de Leibniz

Considere o volume geométrico $V(t)$ que se desloca no espaço, limitado por uma superfície fechada $A(t)$ mostrado na Figura 29. Seja i um ponto da superfície $A(t)$, então chamamos de $\vec{V}_i(t)$ o vetor velocidade do ponto i , e $\vec{\eta}_i(t)$ o vetor unitário normal à superfície neste ponto e direcionado para fora do volume. Definamos também a velocidade de deslocamento da interface no ponto i como o produto escalar $\vec{V}_i(t) \cdot \vec{\eta}_i(t)$. A título de simplificação da notação chamaremos $\vec{V}_i(t)$ como $\vec{V}_i$ e $\vec{\eta}_i(t)$ como $\vec{\eta}_i$.

A lei de Leibniz diz que :

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} f(x, y, z, t) dV = \int_{V(t)} \frac{\partial}{\partial t} f(x, y, z, t) dV + \int_{A(t)} f(x, y, z, t) (\vec{V}_i \cdot \vec{\eta}_i) dA \quad (222)$$

Teorema de Gauss

Sejam $\vec{B}$ e $\vec{M}$ campos vetoriais e tensoriais respectivamente. O teorema de Gauss aplicado ao volume $V(t)$ é :

$$\int_{A(t)} (\vec{\eta}_i \cdot \vec{B}) dA = \int_{V(t)} (\nabla \cdot \vec{B}) dV \quad (223)$$

$$\int_{A(t)} (\vec{\eta}_i \cdot \vec{M}) dA = \int_{V(t)} (\nabla \cdot \vec{M}) dV \quad (224)$$

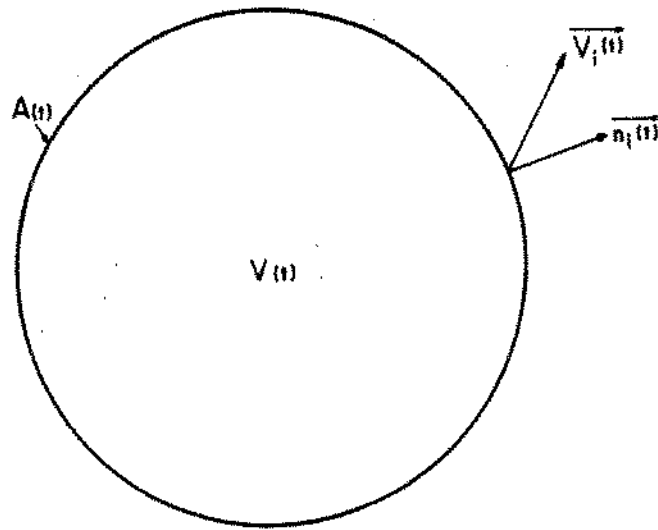


Figura 29. Volume Geométrico

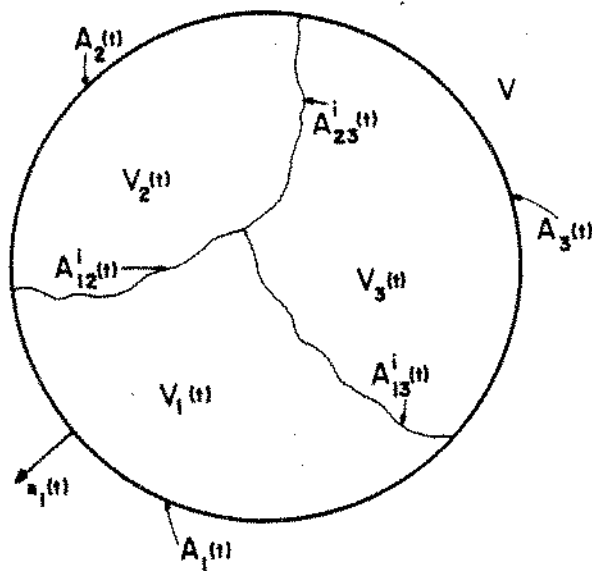


Figura 30. Volume de Controle

Leis Integrais de Balanço

Considere agora o volume de controle fixo V limitado por uma superfície fechada A , contendo m fases. O volume é cortado por $(m(m-1))/2$ interfaces denominadas $A_{kj}^i(t)$ cada uma separando as fases k e j . O volume V é então dividido em m subvolumes $V_k(t)$ ($k=1,2,\dots,m$) cada um contendo apenas a fase k . Cada volume $V_k(t)$ é limitado por uma superfície fechada. Esta superfície é composta de $A_k(t)$ (uma porção da superfície A) e por interfaces $A_{kj}^i(t)$ com as demais fases j ($j=1,2,3,\dots,k-1,k+1,\dots,m$). A primeira interface $A_k(t)$ é chamada de interface externa da fase k e as interfaces $A_{kj}^i(t)$ podem ser agrupadas em um conjunto chamado $A_k^i(t)$, dito interface da fase k com as demais fases do sistema. O vetor unitário normal as interfaces $A_k(t)$ e $A_k^i(t)$ e direcionado para fora da fase k é chamado $\eta_k(t)$ ou simplesmente η_k . Para simplificar a notação denominaremos a massa específica da fase k , $\rho_k(x,y,z,t)$, como ρ_k , e a velocidade desta fase, $V_k(x,y,z,t)$, como V_k .

A Figura 30 ilustra as definições acima para um volume V contendo 3 fases.

As Equações Integrais de Balanço de massa, quantidade de movimento linear, quantidade de movimento angular e energia, podem ser expressas na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1,m} \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_k(t)} \rho_k \psi_k dV &= - \sum_{k=1,m} \int_{A_k(t)} \rho_k \psi_k (\vec{V}_k \cdot \vec{\eta}_k) dA \\ &+ \sum_{k=1,m} \int_{V_k(t)} \rho_k \phi_k dV - \sum_{k=1,m} \int_{A_k(t)} (\vec{\eta}_k \cdot \vec{j}_k) dA \quad (225) \end{aligned}$$

Para cada uma das grandezas anteriores, a quantidade específica, ψ_k , o termo de fonte ϕ_k e o termo de fluxo J_k são dados de acordo com a Quadro 1.

Quadro 1

Valores de ψ_k , ϕ_k e J_k para as Equações Gerais de Balanço

Equação de Balanço de	Termo		
	ψ_k	J_k	ϕ_k
Massa	1	0	0
Quantidade de Movimento	$\vec{V}_k$	$\vec{T}_k$	$\vec{F}$
Quantidade de Movimento Angular	$\vec{r} \times \vec{V}_k$	$\vec{T}_k \cdot \vec{R}$	$\vec{r} \times \vec{F}$
Energia Total	$U_k + V_k^2/2$	$q_k + \vec{T}_k \cdot \vec{V}_k$	$\vec{F} \cdot \vec{V}_k$

Equações Locais Instantâneas

Aplicando a lei de Leibniz e o teoremas de Gauss as equações integrais de balanço para o volume de controle V , e observando que para cada fase k , o vetor $\vec{\eta}_k$ é idêntico ao vetor $\vec{\eta}_i$ obtemos :

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1, m} \int_{V_k(t)} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_k \psi_k) dV + \sum_{k=1, m} \int_{A_k^i(t)} \rho_k \psi_k (\vec{V}_i \cdot \vec{\eta}_k) dA + \\
& \sum_{k=1, m} \int_{A_k(t)} \rho_k \psi_k (\vec{V}_i \cdot \vec{\eta}_k) dA = - \sum_{k=1, m} \int_{V_k(t)} \rho_k \psi_k (\nabla \cdot \vec{V}_k) dV \\
& + \sum_{k=1, m} \int_{A_k^i(t)} \rho_k \psi_k (\vec{V}_k \cdot \vec{\eta}_k) dA + \sum_{k=1, m} \int_{V_k(t)} \rho_k \phi_k dV \\
& - \sum_{k=1, m} \int_{V_k(t)} \nabla \cdot \vec{J}_k dV + \sum_{k=1, m} \int_{A_k^i(t)} (\vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k) dA \quad (226)
\end{aligned}$$

Uma vez que o volume de controle V é fixo, a velocidade $\vec{V}_i$ na área $A_k(t)$ é nula e as equações locais instatâneas se transformam em :

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1, m} \int_{V_k(t)} \left[\frac{\partial}{\partial t} \rho_k \psi_k + \nabla \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) + \nabla \cdot \vec{J}_k - \rho_k \phi_k \right] dV - \\
& \sum_{k=1, m} \left[\int_{A_k^i(t)} \left(\overset{\uparrow}{m}_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k \right) \right] dA = 0 \quad (227)
\end{aligned}$$

onde $\overset{\uparrow}{m}_k$ é a transferência de massa da fase k por unidade de área de interface e por unidade de tempo e é definida como :

$$\overset{\uparrow}{m}_k = \rho_k (\vec{V}_k - \vec{V}_i) \cdot \vec{\eta}_k \quad (228)$$

O segundo termo da equação 227 pode ser reescrito como :

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1, m} \left[\int_{A_k^i(t)} \left(\vec{m}_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k \right) \right] dA = \\
& \sum_{k=1, m} \left[\sum_{j \neq k} \int_{A_{kj}^i(t)} \left(\vec{m}_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k \right) \right] dA \quad (229)
\end{aligned}$$

Uma vez que A_{kj}^i é igual a A_{jk}^i podemos escrever :

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1, m} \left[\int_{A_k^i(t)} \left(\vec{m}_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k \right) \right] dA = \\
& \sum_{k=1, m-1} \left[\sum_{j=k+1, m} \int_{A_{kj}^i(t)} \left(\vec{m}_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k + \vec{m}_j \psi_j + \vec{\eta}_j \cdot \vec{J}_j \right) \right] dA \quad (230)
\end{aligned}$$

As equações de balanço locais instantâneas se transformam em :

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1, m} \int_{V_k(t)} \left[\frac{\partial}{\partial t} \rho_k \psi_k + \nabla \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) + \nabla \cdot \vec{J}_k - \rho_k \phi_k \right] dV + \\
& \sum_{k=1, m-1} \left[\sum_{j=k+1, m} \int_{A_{kj}^i(t)} \left(\vec{m}_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k + \vec{m}_j \psi_j + \vec{\eta}_j \cdot \vec{J}_j \right) \right] dA \quad (231)
\end{aligned}$$

Uma vez que a equação 231 deve valer para qualquer volume $V_k(t)$ e qualquer arranjo de interfaces $A_{kj}^i(t)$, ambos as integrais devem ser nulas. Concluimos então que a equação local instantânea de balanço para a fase k é:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_k \psi_k + \nabla \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) + \nabla \cdot \vec{J}_k - \rho_k \phi_k = 0 \quad (232)$$

e que a condição de salto na interface $A_{kj}^i(t)$ é :

$$\left(\vec{m}_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k + \vec{m}_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k \right) = 0 \quad (233)$$

Lei de Leibniz e Teoremas de Gauss para Áreas

Considere um tubo com eixo $\overrightarrow{OZ}$ (vetor unitário $\vec{\eta}_z$). Utilizando um sistema de coordenadas cartesianas, qualquer secção reta da tubulação pode ser referenciada por sua coordenada z . Considere agora um volume $V_k(t)$ contendo uma fase k no interior deste tubo. Este volume é limitado por uma interface $A_k^i(t)$ e por uma porção da parede $A_k^p(t)$. Tomando uma secção reta da tubulação que atravessa o volume $V_k(t)$ definindo a área $A_k(z,t)$ como mostra a Figura 31 O vetor unitário normal a interface e direcionado para fora da fase k é chamado $\vec{\eta}_k(t)$. A intersecção da interface $A_k^i(t)$ com o plano da secção reta é chamada de $S_k^i(z,t)$, e a intersecção da interface $A_k^p(t)$ com este plano de $S_k^p(z,t)$. O vetor unitário normal à $S_k^i(z,t)$ localizado no plano da secção reta e direcionado para fora da fase k será denominado $\vec{\eta}_{kc}(t)$. Por simplificação da notação nos referiremos à $\vec{\eta}_k(t)$ como $\vec{\eta}_k$ e à $\vec{\eta}_{kc}(t)$ como $\vec{\eta}_{kc}$.

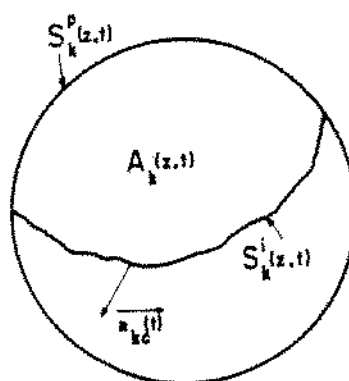
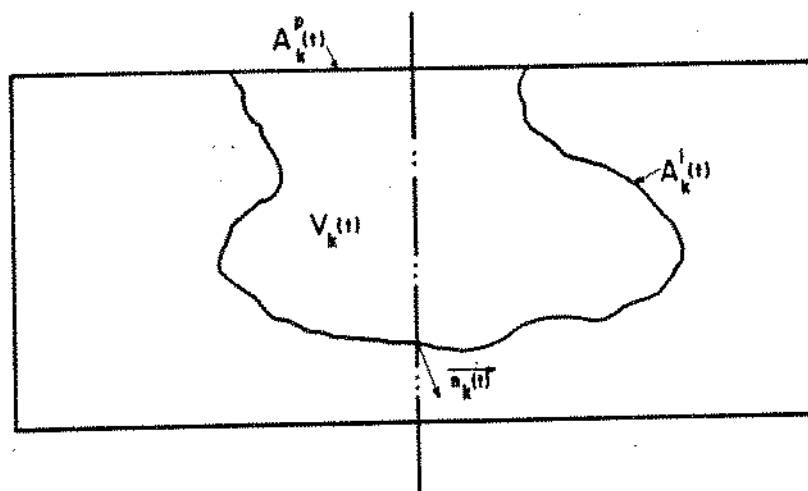


Figura 31. Secção Reta da Tubulação em Escoamento Multifásico

A lei de Leibniz aplicada à área $A_k(z, t)$ torna-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{A_k(z, t)} f \, dA &= \int_{A_k(z, t)} \frac{\partial f}{\partial t} \, dA \\ &+ \int_{S_k^i(z, t)} f (\vec{V}_i \cdot \vec{\eta}_k) \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} + \int_{S_k^p(z, t)} f (\vec{V}_i \cdot \vec{\eta}_k) \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \end{aligned} \quad (234)$$

uma vez que a parede da tubulação é impermeável temos :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{A_k(z, t)} f \, dA = \int_{A_k(z, t)} \frac{\partial f}{\partial t} \, dA + \int_{S_k^i(z, t)} f (\vec{V}_i \cdot \vec{\eta}_k) \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \quad (235)$$

Os teoremas de Gauss aplicado a área $A_k(z, t)$ ficam:

$$\begin{aligned} \int_{A_k(z, t)} \nabla \cdot \vec{B} \, dA &= \frac{\partial}{\partial z} \int_{A_k(z, t)} \eta_z \cdot \vec{B} \, dA \\ &+ \int_{S_k^i(z, t)} \eta_k \cdot \vec{B} \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} + \int_{S_k^p(z, t)} \eta_k \cdot \vec{B} \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \end{aligned} \quad (236)$$

e

$$\begin{aligned} \int_{A_k(z, t)} \nabla \cdot \vec{M} \, dA &= \frac{\partial}{\partial z} \int_{A_k(z, t)} \eta_z \cdot \vec{M} \, dA \\ &+ \int_{S_k^i(z, t)} \eta_k \cdot \vec{M} \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} + \int_{S_k^p(z, t)} \eta_k \cdot \vec{M} \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \end{aligned} \quad (237)$$

Equações de Balanço Instantâneas Médias na Área

Consideremos uma secção reta da tubulação onde estão escoando m fases. Esta área $A(z)$ é dividida em m sub-áreas $A_k(z, t)$ cada um contendo somente uma fase k . A área $A_k(z, t)$ possui uma linha de interface com a parede da tubulação denominada $S_k^p(z, t)$ e $(m-1)$ linhas interfaciais $S_{kj}^i(z, t)$ com as demais fases cujo conjunto é simplesmente denominado $S_k^i(z, t)$.

A integração da equação local instantânea de balanço para a fase k sobre a área $A_k(z, t)$ ocupada pela fase k fornece a equação de balanço instantânea média na área para a fase k .

$$\int_{A_k(z, t)} \frac{\partial}{\partial t} \rho_k \psi_k dA + \int_{A_k(z, t)} \nabla \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) dA + \int_{A_k(z, t)} \nabla \cdot \vec{J}_k dA - \int_{A_k(z, t)} \rho_k \phi_k = 0 \quad (238)$$

Aplicando-se a lei de Leibniz e os teoremas de Gauss para áreas obtemos :

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \int_{A_k(z,t)} \rho_k \psi_k dA - \int_{S_k^i(z,t)} \rho_k \psi_k (\vec{V}_i \cdot \vec{\eta}_k) \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \\
& - \int_{S_k^p(z,t)} \rho_k \psi_k (\vec{V}_i \cdot \vec{\eta}_k) \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} + \frac{\partial}{\partial z} \int_{A_k(z,t)} \eta_z \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) dA \\
& + \int_{S_k^i(z,t)} \eta_k \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} + \int_{S_k^p(z,t)} \eta_k \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \\
& + \frac{\partial}{\partial z} \int_{A_k(z,t)} \vec{\eta}_z \cdot \vec{J}_k dA + \int_{S_k^i(z,t)} \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \\
& + \int_{S_k^p(z,t)} \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} - \int_{A_k(z,t)} \rho_k \phi_k dA = 0 \quad (239)
\end{aligned}$$

Lembrando que a parede da tubulação é fixa e impermeável, o que significa que são nulos os valores de $\vec{V}_i$ e $\vec{\eta}_k \cdot \vec{V}_k$ na linha $S_k^p(z,t)$, obtemos :

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \int_{A_k(z,t)} \rho_k \psi_k dA - \int_{S_k^i(z,t)} \rho_k \psi_k (\vec{V}_i \cdot \vec{\eta}_k) \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \\
& + \frac{\partial}{\partial z} \int_{A_k(z,t)} \eta_z \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) dA + \int_{S_k^i(z,t)} \eta_k \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \\
& + \frac{\partial}{\partial z} \int_{A_k(z,t)} \vec{\eta}_z \cdot \vec{J}_k dA + \int_{S_k^i(z,t)} \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \\
& + \int_{S_k^p(z,t)} \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k \frac{dS}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} - \int_{A_k(z,t)} \rho_k \phi_k dA = 0 \quad (240)
\end{aligned}$$

Aplicando a definição dos operadores $\langle \rangle_2$, e $\langle \rangle_1$

descritos no Apêndice 1, e da taxa de transferência de massa por unidade de área e por unidade de tempo $\dot{m}_k$, e a definição da interface linear $S_k^i(z, t)$, a equação 240 pode ser expressa como:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} A_k(z, t) \langle \rho_k \psi_k \rangle_z + \frac{\partial}{\partial z} A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) \rangle_z \\ & + \frac{\partial}{\partial z} A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot \vec{J}_k \rangle_z - A_k(z, t) \langle \rho_k \phi_k \rangle_z \\ & = - S_k^p(z, t) \left\langle \frac{\vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 - S_k^i(z, t) \left\langle \frac{\dot{m}_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 \quad (241) \end{aligned}$$

Uma vez que $\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}$ e $\vec{\eta}_j \cdot \vec{\eta}_{jc}$ são idênticos na interface linear $S_{kj}^i(z, t)$, as condições de salto na interface se tornam :

$$S_{kj}^i(z, t) \left\langle \frac{\dot{m}_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k + \dot{m}_j \psi_j + \vec{\eta}_j \cdot \vec{J}_j}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 = 0 \quad (242)$$

A equação global de balanço torna-se :

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1, m} \left[\frac{\partial}{\partial t} A_k(z, t) \langle \rho_k \psi_k \rangle_z + \frac{\partial}{\partial z} A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) \rangle_z \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial z} A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot \vec{J}_k \rangle_z - A_k(z, t) \langle \rho_k \phi_k \rangle_z \right] \\ & = - \sum_{k=1, m} S_k^p(z, t) \left\langle \frac{\vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 \quad (243) \end{aligned}$$

Equações de Balanço Médias na Área e no Tempo

As equações de balanço médias na área e no tempo são obtidas pela integração das equações instantâneas médias na área num intervalo de tempo [T].

$$\begin{aligned}
 & \int_{[T]} \frac{\partial}{\partial t} A_k(z, t) \langle \rho_k \psi_k \rangle_z + \int_{[T]} \frac{\partial}{\partial z} A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) \rangle_z \\
 & + \int_{[T]} \frac{\partial}{\partial z} A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot \vec{J}_k \rangle_z + \int_{[T]} A_k(z, t) \langle \rho_k \phi_k \rangle_z \\
 = & - \int_{[T]} S_k^p(z, t) \langle \frac{\vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \rangle_1 - \int_{[T]} S_k^i(z, t) \langle \frac{\vec{m}_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \rangle_1 \quad (244)
 \end{aligned}$$

Utilizando a definição do operador de média no tempo podemos simplificar a notação da equação 244.

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} \overline{A_k(z, t) \langle \rho_k \psi_k \rangle_z} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) \rangle_z} \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot \vec{J}_k \rangle_z} - \overline{A_k(z, t) \langle \rho_k \phi_k \rangle_z} \\
 = & - \overline{S_k^p(z, t) \langle \frac{\vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \rangle_1} - \overline{S_k^i(z, t) \langle \frac{\vec{m}_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \rangle_1} \quad (245)
 \end{aligned}$$

As condições de salto tornam-se

$$S_{kj}^i(z, t) < \frac{\overline{m_k \psi_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k} + \overline{m_j \psi_j + \vec{\eta}_j \cdot \vec{J}_j}}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} >_1 = 0 \quad (246)$$

E a equação global de balanço :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1, m} \left[\frac{\partial}{\partial t} \overline{A_k(z, t) \langle \rho_k \psi_k \rangle_z} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot (\rho_k \psi_k \vec{V}_k) \rangle_z} \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z} \overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot \vec{J}_k \rangle_z} - \overline{A_k(z, t) \langle \rho_k \phi_k \rangle_z} \right] \\ = \sum_{k=1, m} \overline{S_k^p(z, t) \left\langle \frac{\vec{\eta}_k \cdot \vec{J}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1} \quad (247) \end{aligned}$$

A P Ê N D I C E 4

EQUAÇÕES DE BALANÇO DE MASSA E DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO
PARA ESCOAMENTO MULTIFÁSICO EM REGIME PERMANENTE
NO INTERIOR DE TUBULAÇÕES

EQUAÇÕES DE BALANÇO DE MASSA E DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO
PARA ESCOAMENTO MULTIFÁSICO EM REGIME PERMANENTE
NO INTERIOR DE TUBULAÇÕES

Um modelo matemático é um conjunto de equações, condições iniciais e de contorno que supõe-se representar o comportamento de um sistema sob certas condições.

No escoamento multifásico, a modelagem matemática envolve as equações de balanço de massa, de quantidade de movimento e de energia bem como as condições de salto nas interfaces e condições de contorno.

A aplicação das equações de balanço médias na área e no tempo para a massa e quantidade de movimento em sistemas multifásicos requer que certas hipóteses sejam feitas de forma a tornar possível a obtenção de soluções para estas equações. As hipóteses aqui assumidas para a modelagem do escoamento anular em regime permanente são as que se seguem :

A) Em escoamento permanente, as médias no tempo não variam com o tempo. Desta forma podemos desprezar as derivadas com relação ao tempo nas equações de balanço. As médias temporais são realizadas para levar em consideração as flutuações inerentes ao fenômeno do escoamento multifásico e a turbulência.

B) O campo de tensão $\vec{T}_k$ na equação de balanço da quantidade de movimento é composto do tensor viscoso $\vec{T}_k$ e do termo de pressão $P_k \vec{U}$

$$\vec{T}_k \equiv P_k \vec{U} + \vec{U}_k \quad (248)$$

C) A pressão P_k na região de ocorrência da fase k é assumida como constante na secção reta.

$$\overline{\langle P_k(x, y, z, t) \rangle_2} = \overline{\langle P_k(x, y, z, t) \rangle_1} = P_k(z, t) \quad (249)$$

D) A temperatura $T(z, t)$ em cada secção é suposta conhecida e constante ao longo da mesma.

E) É assumido equilíbrio termodinâmico entre as fases, o que significa que a pressão $\overline{P_k(z, t)}$ é igual a pressão de saturação da fase P_k^{sat} .

F) Efeitos de tensão superficial são desprezados e a pressão das fases é suposta a mesma em toda secção reta.

$$\overline{P_k(z, t)} = \overline{P(z, t)} \quad (250)$$

G) O gradiente de pressão é o mesmo para todas as fases.

$$\overline{\frac{d P_k(z, t)}{dz}} = \overline{\frac{d P(z, t)}{dz}} \quad (251)$$

H) O único campo de forças externo $\vec{F}$ é o campo gravitacional $\vec{g}$, dado por :

$$\vec{g} = 0 \vec{\eta}_x - g \cos(\theta) \vec{\eta}_y - g \sin(\theta) \vec{\eta}_z \quad (252)$$

I) Equações de estado válidas para quantidades locais aplicam-se a quantidades médias.

$$\overline{\rho_k(z, t)} = \overline{\langle \rho_k(x, y, z, t) \rangle_2} \quad (253)$$

J) A média na área do produto de variáveis é igual ao produto das médias nas áreas destas variáveis.

$$\langle f g \rangle_z = \langle f \rangle_z \langle g \rangle_z \quad (254)$$

L) A média no tempo do produto de variáveis é igual ao produto das médias no tempo destas variáveis.

$$\overline{f g} = \overline{f} \overline{g} \quad (255)$$

M) Fluxo simétrico com relação ao eixo de simetria da tubulação. As equações de balanço vetoriais reduzem-se então à balanços na componente paralela ao eixo de simetria.

Além destas hipóteses, lembremonos que o teorema de Gauss para áreas aplicado ao vetor $\vec{\eta}_z$ fornece :

$$\frac{\partial A_k(z, t)}{\partial z} = - \int_{S_k^i(z, t)} \frac{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_z}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \frac{dS}{S_k^i(z, t)} - \int_{S_k^p(z, t)} \frac{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_z}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \frac{dS}{S_k^p(z, t)} \quad (256)$$

A segunda integral na interface com a parede da fase k é nula e os vetores $\vec{\eta}_k$ e $\vec{\eta}_z$ são normais entre si nesta interface, desta forama, temos :

$$\frac{dA_k(z, t)}{dz} = - \int_{S_k^i(z, t)} \frac{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_z}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \frac{dS}{S_k^i(z, t)} = -S_k^i(z, t) \left\langle \frac{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_z}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_i \quad (257)$$

Equações Simplificadas para o Balanço
de Massa e de Quantidade de Movimento

Balanço de Massa

Fase k

$$\frac{d}{dz} \overline{A_k(z,t) \rho_k(z,t) V_{kz}(z,t)} = - \overline{S_k^i(z,t)} \left\langle \frac{\overset{\uparrow}{m_k}}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 \quad (258)$$

Condição de Salto na Interface

$$\overline{S_{kj}^i(z,t)} \left\langle \frac{\overset{\uparrow}{m_k} + \overset{\uparrow}{m_j}}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 = 0 \quad (259)$$

Balanço Global

$$\sum_{k=1,m} \frac{d}{dz} \overline{A_k(z,t) \rho_k(z,t) V_{kz}(z,t)} = 0 \quad (260)$$

Simplificando a notação dos termo $\overline{S_{kj}^i(z,t)}$ como S_{kj}^i , os termos da interface nas equações acima podem ser expressos por :

$$\begin{aligned}
 \overline{S_k^i} < \frac{\uparrow m_k}{\downarrow \eta_k \cdot \eta_{kc}} >_1 = \overline{S_{k1}^i} < \frac{\uparrow m_k}{\downarrow \eta_k \cdot \eta_{kc}} >_1 \\
 + \overline{S_{k2}^i} < \frac{\uparrow m_k}{\downarrow \eta_k \cdot \eta_{kc}} >_1 + \dots + \overline{S_{kk-1}^i} < \frac{\uparrow m_k}{\downarrow \eta_k \cdot \eta_{kc}} >_1 \\
 + \overline{S_{kk+1}^i} < \frac{\uparrow m_k}{\downarrow \eta_k \cdot \eta_{kc}} >_1 + \dots + \overline{S_{km}^i} < \frac{\uparrow m_k}{\downarrow \eta_k \cdot \eta_{kc}} >_1
 \end{aligned} \quad (261)$$

Se definirmos :

$$\overline{S_{kj}^i(z,t)} < \frac{\uparrow m_k}{\downarrow \eta_k \cdot \eta_{kc}} >_1 \quad \hat{=} \quad \overline{S_{kj}^i} \quad \hat{m}_{kj} \quad (262)$$

onde o termo $\hat{m}_{kj}$ é a transferência de massa da fase k pela linha de interface S_{kj}^i .

Com estas definições temos :

Balanco de Massa

Fase k

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dz} \overline{A_k(z,t) \rho_k(z,t) V_{kz}(z,t)} = \\
 - \overline{S_{k1}^i} \hat{m}_{k1} - \dots - \overline{S_{kk-1}^i} \hat{m}_{kk-1} - \overline{S_{kk+1}^i} \hat{m}_{kk+1} - \dots - \overline{S_{km}^i} \hat{m}_{km}
 \end{aligned} \quad (263)$$

Salto na Interface

$$\overline{S_{kj}^i} \left[\hat{m}_{kj} + \hat{m}_{jk} \right] = 0 \quad (264)$$

Balanço Global

$$\sum_{k=1, m} \frac{d}{dz} \overline{A_k(z, t) \rho_k(z, t) V_{kz}(z, t)} = 0 \quad (265)$$

Equações de Balanço de Quantidade de MovimentoFase k

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dz} \overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot (\rho_k \vec{V}_k \vec{V}_k) \rangle_z} \\ & + \frac{d}{dz} \overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot \vec{T}_k \rangle_z} - \overline{A_k(z, t) \langle \rho_k \vec{g} \rangle_z} \\ & = - S_k^p(z, t) \left\langle \frac{\vec{\eta}_k \cdot \vec{T}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 - S_k^i(z, t) \left\langle \frac{\vec{m}_k \vec{V}_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{T}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 \quad (266) \end{aligned}$$

Separando o tensor $\vec{T}_k$ nas componentes tensor viscoso e pressão, obtemos :

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dz} \overline{A_k(z, t) \langle \rho_k \vec{V}_k V_{kz} \rangle_z} \\ & + \frac{d}{dz} \left[\overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot P_k \vec{U} \rangle_z} + \overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot \vec{T}_k \rangle_z} \right] \\ & - \overline{A_k(z, t) \langle \rho_k \vec{g} \rangle_z} = - S_k^p(z, t) \left\langle \frac{\vec{\eta}_k \cdot P_k \vec{U} + \vec{\eta}_k \cdot \vec{T}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 \\ & - S_k^i(z, t) \left\langle \frac{\vec{m}_k \vec{V}_k + \vec{\eta}_k \cdot P_k \vec{U} + \vec{\eta}_k \cdot \vec{T}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 \quad (267) \end{aligned}$$

Uma vez que o tensor unitário $\mathcal{U}$ tem a propriedade $\vec{V} \cdot \mathcal{U} \equiv \vec{V}$.

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{dz} \overline{A_k(z, t) \langle \rho_k \vec{V}_k V_{kz} \rangle_z} \\
 & + \frac{d}{dz} \left[\overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z P_k \rangle_z} + \overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot \vec{\Pi}_k \rangle_z} \right] \\
 & - \overline{A_k(z, t) \langle \rho_k \vec{g} \rangle_z} = -S_k^p(z, t) \left\langle \frac{\vec{\eta}_k P_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{\Pi}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 \\
 & - S_k^i(z, t) \left\langle \frac{\vec{\eta}_k \vec{V}_k + \vec{\eta}_k P_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{\Pi}_k}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 \quad (268)
 \end{aligned}$$

Como dito anteriormente, para fluxo simétrico, só necessitamos realizar o balanço na componente axial.

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{dz} \overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot (\rho_k \vec{V}_k V_{kz}) \rangle_z} \\
 & + \frac{d}{dz} \left[\overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot \vec{\eta}_z P_k \rangle_z} + \overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_z \cdot \vec{\Pi}_k) \rangle_z} \right] \\
 & - \overline{A_k(z, t) \langle \rho_k \vec{\eta}_z \cdot \vec{g} \rangle_z} = -S_k^p(z, t) \left\langle \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k P_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{\Pi}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 \\
 & - S_k^i(z, t) \left\langle \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k \vec{V}_k + \vec{\eta}_k P_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{\Pi}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 \quad (269)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dz} \overline{A_k(z, t) \langle \vec{\rho}_k V_{kz} V_{kz} \rangle_2} \\
& + \frac{d}{dz} \left[\overline{A_k(z, t) \langle P_k \rangle_2} + \overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_z \cdot \vec{\Pi}_k) \rangle_2} \right] \\
& + \overline{A_k(z, t) \langle \rho_k g \sin(\theta) \rangle_2} = - S_k^p(z, t) \left\langle \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k P_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{\Pi}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 \\
& - S_k^i(z, t) \left\langle \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{m}_k \vec{V}_k + \vec{\eta}_k P_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{\Pi}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1
\end{aligned} \tag{270}$$

Expandido o termo $\overline{A_k(z, t) \langle P_k \rangle_2}$ obtemos :

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dz} \overline{A_k(z, t) \langle \vec{\rho}_k V_{kz}^2 \rangle_2} + \overline{A_k(z, t) \frac{d}{dz} P_k} \\
& + P_k \frac{d}{dz} \overline{A_k(z, t)} + \frac{d}{dz} \left[\overline{A_k(z, t) \langle \vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_z \cdot \vec{\Pi}_k) \rangle_2} \right] \\
& + \overline{A_k(z, t) \langle \rho_k g \sin(\theta) \rangle_2} = - S_k^p(z, t) \left\langle \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k P_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{\Pi}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 \\
& - S_k^i(z, t) \left\langle \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{m}_k \vec{V}_k + \vec{\eta}_k P_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{\Pi}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1
\end{aligned} \tag{271}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dz} \overline{A_k(z,t) \langle \vec{\rho}_k V_{kz}^2 \rangle_z} + \overline{A_k(z,t) \frac{d}{dz} P_k} \\
& - \overline{P_k} \overline{S_k^i(z,t) \langle \frac{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_z}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \rangle_1} + \frac{d}{dz} \left[\overline{A_k(z,t) \langle \vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_z \cdot \vec{\Pi}_k) \rangle_z} \right] \\
& + \overline{A_k(z,t) \langle \rho_k g \sin(\theta) \rangle_z} = - \overline{S_k^P(z,t) \langle \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k P_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{\Pi}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \rangle_1} \\
& - \overline{S_k^i(z,t) \langle \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k \vec{V}_k + \vec{\eta}_k P_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{\Pi}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \rangle_1} \quad (272)
\end{aligned}$$

Ignorando as tensões viscosas na fase e notando que o produto escalar $\vec{\eta}_z \cdot \vec{\eta}_k$ vale zero na parede, podemos dizer :

Fase k

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dz} \overline{A_k(z,t) \rho_k(z,t) V_{kz}^2(z,t)} \\
& + \overline{A_k(z,t) \frac{d}{dz} P(z,t)} + \overline{A_k(z,t) \rho_k(z,t) g \sin(\theta)} \\
& = - \overline{S_k^i(z,t) \langle \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k \vec{V}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \rangle_1} - \overline{S_k^i(z,t) \langle \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k \cdot \vec{\Pi}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \rangle_1} \\
& - \overline{S_k^P(z,t) \langle \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k \cdot \vec{\Pi}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \rangle_1} \quad (273)
\end{aligned}$$

Simplificando a notação dos termos $S_{kj}^i(z, t)$ como $S_k^p(z, t)$ e S_{kj}^i como S_k^p respectivamente, podemos exprimir os termos da interface como :

$$\begin{aligned}
 \overline{S_k^i} < \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{m}_k \cdot \vec{V}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} >_1 = \overline{S_{k1}^i} < \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{m}_k \cdot \vec{V}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} >_1 \\
 + \overline{S_{k2}^i} < \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{m}_k \cdot \vec{V}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} >_1 + \dots + \overline{S_{kk-1}^i} < \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{m}_k \cdot \vec{V}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} >_1 \\
 + \overline{S_{kk+1}^i} < \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{m}_k \cdot \vec{V}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} >_1 + \dots + \overline{S_{km}^i} < \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{m}_k \cdot \vec{V}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} >_1 \quad (274)
 \end{aligned}$$

e :

$$\begin{aligned}
 \overline{S_k^i} < \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} >_1 = \overline{S_{k1}^i} < \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} >_1 \\
 + \overline{S_{k2}^i} < \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} >_1 + \dots + \overline{S_{kk-1}^i} < \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} >_1 \\
 + \overline{S_{kk+1}^i} < \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} >_1 + \dots + \overline{S_{km}^i} < \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} >_1 \quad (275)
 \end{aligned}$$

Definindo :

$$\overline{S_{kj}^i(z,t)} = \overline{\left\langle \frac{\vec{\eta}_z \cdot (m_k \vec{V}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1} \cong \overline{S_{kj}^i(z,t)} \quad \overline{\tau_{kj}^m} \quad (276)$$

e :

$$\overline{S_{kj}^i(z,t)} = \overline{\left\langle \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k \cdot \vec{U}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1} \cong \overline{S_{kj}^i(z,t)} \quad \overline{\tau_{kj}^t} \quad (277)$$

similarmente :

$$\overline{S_k^p(z,t)} = \overline{\left\langle \frac{\vec{\eta}_z \cdot (\vec{\eta}_k \cdot \vec{U}_k)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1} \cong \overline{S_k^p(z,t)} \quad \overline{\tau_{kp}^t} \quad (278)$$

O termo $\overline{\tau_{kp}^t}$ é a tensão cisalhante entre a fase k e a parede da tubulação, o termo $\overline{\tau_{kj}^t}$ é a tensão cisalhante na interface da fase k com a fase j, e o termo $\overline{\tau_{kj}^m}$ é o efeito de troca de quantidade de movimento devido à troca de massa entre as fases k e j pela interface A_{kj}^i .

A equação de balanço da quantidade de movimento para a fase k se torna :

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dz} \overline{A_k(z,t)} \overline{\rho_k(z,t)} \overline{V_{kz}^2(z,t)} \\ & + \overline{A_k(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} + \overline{A_k(z,t)} \overline{\rho_k(z,t)} g \sin(\theta) \\ = & - \overline{S_{k1}^i} \overline{\tau_{k1}^m} - \dots - \overline{S_{kk-1}^i} \overline{\tau_{kk-1}^m} - \overline{S_{kk+1}^i} \overline{\tau_{kk+1}^m} - \dots - \overline{S_{km}^i} \overline{\tau_{km}^m} \\ & - \overline{S_{k1}^i} \overline{\tau_{k1}^t} - \dots - \overline{S_{kk-1}^i} \overline{\tau_{kk-1}^t} - \overline{S_{kk+1}^i} \overline{\tau_{kk+1}^t} - \dots - \overline{S_{km}^i} \overline{\tau_{km}^t} \\ & - \overline{S_k^p} \overline{\tau_{kp}^t} \end{aligned} \quad (279)$$

Salto na Interface

$$\left[\overline{S_{kj}^i(z,t)} \left\langle \frac{\eta_z (\hat{m}_k \vec{V}_k + \vec{\eta}_k \cdot \vec{U}_k + \hat{m}_j \vec{V}_j + \vec{\eta}_j \cdot \vec{U}_j)}{\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc}} \right\rangle_1 \right] = 0 \quad (280)$$

or :

$$\overline{S_{kj}^i(z,t)} \left[\overline{g_{kj}^m} + \overline{g_{kj}^l} + \overline{g_{jk}^m} + \overline{g_{jk}^l} \right] = 0 \quad (281)$$

Balanco Global

$$\sum_{k=1, m} \left[\frac{d}{dz} \overline{A_k(z,t)} \overline{\rho_k(z,t)} \overline{V_{kz}^2(z,t)} + \overline{A_k(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} + \overline{A_k(z,t)} \overline{\rho_k(z,t)} g \sin(\theta) \right] = - \sum_{k=1, m} \overline{S_k^p(z,t)} \overline{g_{kp}^l} \quad (282)$$

A P Ê N D I C E 5

MODELO A DOIS CAMPOS DE FLUXO PARA
ESCOAMENTO BIFÁSICO ANULAR
EM REGIME PERMANENTE

MODELO A DOIS CAMPOS DE FLUXO PARA
ESCOAMENTO BIFÁSICO ANULAR
EM REGIME PERMANENTE

Imagine o arranjo de fases mostrado na Figura 32 que consiste de um filme líquido f molhando a parede da tubulação, um núcleo contendo uma fase gasosa contínua g e uma fase líquida dispersa d na forma de gotas. Considere também que esta distribuição das fases é simétrica com relação ao eixo da tubulação.

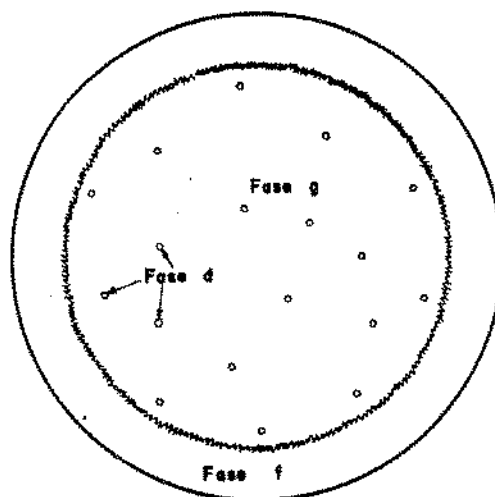


Figura 32. Arranjo de Fases no Padrão Anular

Podemos então escrever as equações de conservação da massa e quantidade de movimento para cada fase.

Conservação de Massa

Fase Filme

$$\frac{d}{dz} \overline{A_f(z,t) \rho_f(z,t) V_f(z,t)} = - \overline{S_{fg}^i(z,t) \dot{m}_{fg}} - \overline{S_{fd}^i(z,t) \dot{m}_{fd}} \quad (283)$$

ou

$$\frac{d}{dz} \overline{M_f(z,t)} = - \overline{S_{fg}^i(z,t) \dot{m}_{fg}} - \overline{S_{fd}^i(z,t) \dot{m}_{fd}} \quad (284)$$

Fase Núcleo

$$\frac{d}{dz} \overline{A_g(z,t) \rho_g(z,t) V_{gz}(z,t)} = - \overline{S_{gf}^i(z,t) \dot{m}_{gf}} - \overline{S_{gd}^i(z,t) \dot{m}_{gd}} \quad (285)$$

ou

$$\frac{d}{dz} \overline{M_g(z,t)} = - \overline{S_{gf}^i(z,t) \dot{m}_{gf}} - \overline{S_{gd}^i(z,t) \dot{m}_{gd}} \quad (286)$$

Fase Dispersa

$$\frac{d}{dz} \overline{A_d(z,t) \rho_d(z,t) V_{dz}(z,t)} = - \overline{S_{df}^i(z,t) \dot{m}_{df}} - \overline{S_{dg}^i(z,t) \dot{m}_{dg}} \quad (287)$$

ou

$$\frac{d}{dz} \overline{M_d(z,t)} = - \overline{S_{gf}^i(z,t)} \overline{\dot{m}_{gf}} - \overline{S_{gd}^i(z,t)} \overline{\dot{m}_{gd}} \quad (288)$$

Assumindo que as fases g e d possuem a mesma velocidade axial, podemos tratar a região do núcleo como uma pseudo fase homogênea n. As equações de conservação da massa para esta pseudo fase n e fase f podem ser escritas como :

Fase Núcleo: Lembrando que por definição, $S_{kj}^i(z,t) = S_{jk}^i(z,t)$ e que em um dado ponto da interface entre as fases j e k temos $\vec{\eta}_k \cdot \vec{\eta}_{kc} = \vec{\eta}_j \cdot \vec{\eta}_{jc}$ e aplicando as condições de salto na interface entre as fases g e d.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \overline{A_g(z,t) \rho_g(z,t) V_{gz}(z,t)} + \frac{d}{dz} \overline{A_d(z,t) \rho_d(z,t) V_{dz}(z,t)} \\ = - \overline{S_{gf}^i(z,t)} \overline{\dot{m}_{gf}} - \overline{S_{df}^i(z,t)} \overline{\dot{m}_{df}} \end{aligned} \quad (289)$$

ou

$$\frac{d}{dz} \left[\overline{M_g(z,t)} + \overline{M_d(z,t)} \right] = - \overline{S_{gf}^i(z,t)} \overline{\dot{m}_{gf}} - \overline{S_{df}^i(z,t)} \overline{\dot{m}_{df}} \quad (290)$$

Fase Filme :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \overline{A_f(z,t) \rho_f(z,t) V_f(z,t)} = \\ - \overline{S_{fg}^i(z,t)} \overline{\dot{m}_{fg}} - \overline{S_{fd}^i(z,t)} \overline{\dot{m}_{fd}} \end{aligned} \quad (291)$$

ou :

$$\frac{d}{dz} \overline{M_f(z,t)} = - \overline{S_{gf}^i(z,t)} \overline{\dot{m}_{gf}} - \overline{S_{df}^i(z,t)} \overline{\dot{m}_{df}} \quad (292)$$

Global :

$$\frac{d}{dz} \overline{A_f(z,t) \rho_f(z,t) V_{fz}(z,t)} + \frac{d}{dz} \overline{A_g(z,t) \rho_g(z,t) V_{gz}(z,t)} + \frac{d}{dz} \overline{A_d(z,t) \rho_d(z,t) V_{dz}(z,t)} = 0 \quad (293)$$

ou

$$\frac{d}{dz} \left[\overline{M_f(z,t)} + \overline{M_d(z,t)} + \overline{M_g(z,t)} \right] = 0 \quad (294)$$

Equações de Balanço para Quantidade de Movimento

Fase Filme

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dz} \overline{A_f(z,t) \rho_f(z,t) V_{fz}^2(z,t)} \\ & + \overline{A_f(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} + \overline{A_f(z,t) \rho_f(z,t) g \sin(\theta)} \\ = & - \overline{S_{fg}^i} \overline{\tau_{fg}^m} - \overline{S_{fd}^i} \overline{\tau_{fd}^m} - \overline{S_{fg}^i} \overline{\tau_{fg}^t} - \overline{S_{fd}^i} \overline{\tau_{fd}^t} - \overline{S_f^p} \overline{\tau_{fp}^t} \end{aligned} \quad (295)$$

Fase Gas

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dz} \overline{A_g(z,t) \rho_g(z,t) V_{gz}^2(z,t)} \\ & + \overline{A_g(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} + \overline{A_g(z,t) \rho_g(z,t) g \sin(\theta)} \\ = & - \overline{S_{gf}^i} \overline{\tau_{gf}^m} - \overline{S_{gd}^i} \overline{\tau_{gd}^m} - \overline{S_{gf}^i} \overline{\tau_{gf}^t} - \overline{S_{gd}^i} \overline{\tau_{gd}^t} \end{aligned} \quad (296)$$

Fase Dispersa

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dz} \overline{A_d(z,t) \rho_d(z,t) V_{dz}^2(z,t)} \\
& + \overline{A_d(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} + \overline{A_d(z,t) \rho_d(z,t)} g \sin(\theta) \\
& = - \overline{S_{df}^i} \overline{\mathcal{T}_{df}^m} - \overline{S_{dg}^i} \overline{\mathcal{T}_{dg}^m} - \overline{S_{df}^i} \overline{\mathcal{T}_{df}^t} - \overline{S_{dg}^i} \overline{\mathcal{T}_{dg}^t} \quad (297)
\end{aligned}$$

De forma análoga ao que foi feito para a conservação da massa podemos obter as equações de conservação da quantidade de movimento para a pseudo fase núcleo e para a fase filme.

Fase Núcleo

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dz} \overline{A_g(z,t) \rho_g(z,t) V_{gz}^2(z,t)} + \frac{d}{dz} \overline{A_d(z,t) \rho_d(z,t) V_{dz}^2(z,t)} + \\
& \overline{A_g(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} + \overline{A_d(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} \\
& + \overline{A_g(z,t) \rho_g(z,t)} g \sin(\theta) + \overline{A_d(z,t) \rho_d(z,t)} g \sin(\theta) \\
& = - \overline{S_{gf}^i} \overline{\mathcal{T}_{gf}^m} - \overline{S_{df}^i} \overline{\mathcal{T}_{df}^m} - \overline{S_{gf}^i} \overline{\mathcal{T}_{gf}^t} - \overline{S_{df}^i} \overline{\mathcal{T}_{df}^t} \quad (298)
\end{aligned}$$

Fase Filme

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dz} \overline{A_f(z,t) \rho_f(z,t) V_{fz}^2(z,t)} \\
& + \overline{A_f(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} + \overline{A_f(z,t) \rho_f(z,t)} g \sin(\theta) \\
& = - \overline{S_{fg}^i} \overline{\mathcal{T}_{fg}^m} - \overline{S_{fd}^i} \overline{\mathcal{T}_{fd}^m} - \overline{S_{fg}^i} \overline{\mathcal{T}_{fg}^t} - \overline{S_{fd}^i} \overline{\mathcal{T}_{fd}^t} - \overline{S_f^p} \overline{\mathcal{T}_{fp}^t} \quad (299)
\end{aligned}$$

Balanco Global

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dz} \overline{A_g(z,t) \rho_g(z,t) V_{gz}^2(z,t)} + \frac{d}{dz} \overline{A_d(z,t) \rho_d(z,t) V_{dz}^2(z,t)} \\
& + \frac{d}{dz} \overline{A_f(z,t) \rho_f(z,t) V_{fz}^2(z,t)} + \\
& \overline{A_g(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} + \overline{A_d(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} + \overline{A_f(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} \\
& + \left[\overline{A_g(z,t) \rho_g(z,t)} - \overline{A_d(z,t) \rho_d(z,t)} - \overline{A_f(z,t) \rho_f(z,t)} \right] g \sin(\theta) \quad (300) \\
& = - \overline{S_f^p(z,t)} \overline{T_{fp}^t}
\end{aligned}$$

Podemos agora definir propriedades para a fase núcleo :

$$\overline{A_n(z,t)} = \overline{A_g(z,t)} + \overline{A_d(z,t)} \quad (301)$$

$$\overline{M_n(z,t)} = \overline{A_n(z,t) \rho_n(z,t) V_{nz}(z,t)} \quad (302)$$

lembrando que

$$\overline{V_{gz}(z,t)} = \overline{V_{dz}(z,t)} = \overline{V_{nz}(z,t)} \quad (303)$$

$$\overline{M_n(z,t)} = \overline{M_g(z,t)} + \overline{M_d(z,t)} \quad (304)$$

então

$$\rho_n(z,t) = \frac{\overline{M_g(z,t)} + \overline{M_d(z,t)}}{\frac{\overline{M_g(z,t)}}{\overline{\rho_g(z,t)}} + \frac{\overline{M_d(z,t)}}{\overline{\rho_d(z,t)}}} \quad (305)$$

$$\overline{A_g(z)} = \overline{A_n(z)} \frac{\overline{M_g(z,t) \rho_d(z,t)}}{\overline{M_g(z,t) \rho_d(z,t)} + \overline{M_d(z,t) \rho_g(z,t)}} \quad (306)$$

$$\overline{A_d(z)} = \overline{A_n(z)} \frac{\overline{M_d(z,t) \rho_g(z,t)}}{\overline{M_g(z,t) \rho_d(z,t)} + \overline{M_d(z,t) \rho_g(z,t)}} \quad (307)$$

Imagine um círculo $S(z, r)$ localizado na seção reta $A(z)$ com centro no eixo da tubulação e raio r . Definimos a função $\alpha_{k1}(z, r, t)$ como a porção do perímetro deste círculo que atravessa a fase k .

$$\alpha_{k1}(z, r, t) = \frac{\int_{S(z, r)} X_k(x, y, z, t) \, dc}{\int_{S(z, r)} dS} \quad (308)$$

O comprimento do círculo que atravessa a fase k $S_k(z, r, t)$ é então :

$$S_k(z, r, t) = \alpha_{k1}(z, r, t) \, 2 \pi r \quad (309)$$

De forma semelhante podemos calcular o comprimento da interface entre as fases núcleo e filme que atravessam respectivamente as fases gasosa e líquido dispersa.

$$S_{gf}^i(z, t) = S_{nf}^i(z, t) \, \alpha_{g1}^i(z, t) \quad (310)$$

$$S_{df}^i(z, t) = S_{nf}^i(z, t) \, \alpha_{d1}^i(z, t) \quad (311)$$

Com estas definições, a equação de balanço da massa e quantidade de movimento para as fases núcleo e filme torna-se:

Balanco de MassaFase Núcleo

$$\frac{d}{dz} \overline{M_n(z,t)} = - \overline{S_{nf}^i(z,t)} \left[\overline{\alpha_{g1}(z,t)} \overline{\dot{m}_{gf}} + \overline{\alpha_{d1}(z,t)} \overline{\dot{m}_{df}} \right] \quad (312)$$

Fase Filme

$$\frac{d}{dz} \overline{M_f(z,t)} = - \overline{S_{nf}^i(z,t)} \left[\overline{\alpha_{g1}(z,t)} \overline{\dot{m}_{fg}} + \overline{\alpha_{d1}(z,t)} \overline{\dot{m}_{fd}} \right] \quad (313)$$

Salto na Interface

$$\overline{\dot{m}_{fg}} + \overline{\dot{m}_{gf}} = 0 \quad (314)$$

$$\overline{\dot{m}_{fd}} + \overline{\dot{m}_{df}} = 0 \quad (315)$$

Balanco Global

$$\frac{d}{dz} \left[\overline{M_f(z,t)} + \overline{M_n(z,t)} \right] = 0 \quad (316)$$

Balanco de Quantidade de MovimentoFase Núcleo

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dz} \overline{A_n(z,t)} \overline{\rho_n(z,t)} \overline{V_{nz}^2(z,t)} + \overline{A_n(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} \\
& + \overline{A_n(z,t)} \overline{\rho_n(z,t)} g \sin(\theta) \\
= & - \overline{S_{nf}^i} \left[\overline{\alpha_{g1}} \overline{\gamma_{gf}^m} + \overline{\alpha_{d1}} \overline{\gamma_{df}^m} + \overline{\alpha_{g1}} \overline{\gamma_{gf}^t} + \overline{\alpha_{d1}} \overline{\gamma_{df}^t} \right] \quad (317)
\end{aligned}$$

Fase Filme

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dz} \overline{A_f(z,t)} \overline{\rho_f(z,t)} \overline{V_{fz}^2(z,t)} + \overline{A_f(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} \\
& + \overline{A_f(z,t)} \overline{\rho_f(z,t)} g \sin(\theta) \\
= & - \overline{S_{nf}^i} \left[\overline{\alpha_{g1}} \overline{\gamma_{fg}^m} + \overline{\alpha_{d1}} \overline{\gamma_{fd}^m} + \overline{\alpha_{g1}} \overline{\gamma_{fg}^t} + \overline{\alpha_{d1}} \overline{\gamma_{fd}^t} \right] \quad (318) \\
& - \overline{S_f^p} \overline{\gamma_{fp}^t}
\end{aligned}$$

Salto na Interface

$$\overline{\gamma_{fg}^m} + \overline{\gamma_{fg}^t} + \overline{\gamma_{gf}^m} + \overline{\gamma_{gf}^t} = 0 \quad (319)$$

$$\overline{\gamma_{fd}^m} + \overline{\gamma_{fd}^t} + \overline{\gamma_{df}^m} + \overline{\gamma_{df}^t} = 0 \quad (320)$$

Balanço Global

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dz} \overline{A_n(z,t) \rho_n(z,t) V_{nz}^2(z,t)} + \frac{d}{dz} \overline{A_f(z,t) \rho_f(z,t) V_{fz}^2(z,t)} \\
& + A(z) \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} \\
& + \left[\overline{A_n(z,t) \rho_n(z,t)} - \overline{A_f(z,t) \rho_f(z,t)} \right] g \sin(\theta) \\
& = - \overline{S_f^p} - \overline{\mathcal{J}_{fp}^t}
\end{aligned} \tag{321}$$

O efeito de troca de quantidade de movimento por troca de massa entre as fases é :

$$\overline{\mathcal{J}_{kj}^m} = \overline{\dot{\hat{m}}_{kj}} \overline{V_i} \tag{322}$$

Se definirmos :

$$\overline{\alpha_{gi}} \overline{\mathcal{J}_{gf}^m} + \overline{\alpha_{di}} \overline{\mathcal{J}_{df}^m} = \overline{\mathcal{J}_{nf}^m} \tag{323}$$

$$\overline{\alpha_{gi}} \overline{\mathcal{J}_{fg}^m} + \overline{\alpha_{di}} \overline{\mathcal{J}_{fd}^m} = \overline{\mathcal{J}_{fn}^m} \tag{324}$$

$$\overline{\alpha_{gi}} \overline{\mathcal{J}_{gf}^t} + \overline{\alpha_{di}} \overline{\mathcal{J}_{df}^t} = \overline{\mathcal{J}_{nf}^t} \tag{325}$$

$$\overline{\alpha_{gi}} \overline{\mathcal{J}_{fg}^t} + \overline{\alpha_{di}} \overline{\mathcal{J}_{fd}^t} = \overline{\mathcal{J}_{fn}^t} \tag{326}$$

$$\overline{\alpha_{gi}(z,t)} \overline{\dot{\hat{m}}_{gf}} + \overline{\alpha_{di}(z,t)} \overline{\dot{\hat{m}}_{df}} = \overline{\dot{\hat{m}}_{nf}} \tag{327}$$

$$\overline{\alpha_{gi}(z,t)} \overline{\dot{\hat{m}}_{fg}} + \overline{\alpha_{di}(z,t)} \overline{\dot{\hat{m}}_{fd}} = \overline{\dot{\hat{m}}_{fn}} \tag{328}$$

Podemos simplificar ainda mais a notação das equações de balanço

Balanço de MassaFase Núcleo

$$\frac{d}{dz} \overline{M_n(z,t)} = - \overline{S_{nf}^i(z,t)} \quad \overline{\dot{m}_{nf}} \quad (329)$$

Fase Filme

$$\frac{d}{dz} \overline{M_f(z,t)} = - \overline{S_{nf}^i(z,t)} \quad \overline{\dot{m}_{fn}} \quad (330)$$

Salto na Interface

$$\overline{\dot{m}_{fn}} + \overline{\dot{m}_{nf}} = 0 \quad (331)$$

Balanço Global

$$\frac{d}{dz} \left[\overline{M_f(z,t)} + \overline{M_n(z,t)} \right] = 0 \quad (332)$$

Balanço da Quantidade de MovimentoFase Núcleo

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \overline{A_n(z,t)} \overline{\rho_n(z,t)} \overline{V_{nz}^2(z,t)} + \overline{A_n(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} \\ + \overline{A_n(z,t)} \overline{\rho_n(z,t)} g \sin(\theta) = - \overline{S_{nf}^i} \left[\overline{\tau_{nf}^m} + \overline{\tau_{nf}^t} \right] \end{aligned} \quad (333)$$

Fase Filme

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dz} \overline{A_f(z,t)} \overline{\rho_f(z,t)} \overline{V_{fz}^2(z,t)} + \overline{A_f(z,t)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} \\ & + \overline{A_f(z,t)} \overline{\rho_f(z,t)} g \sin(\theta) = - \overline{S_{nf}^i} \left[\overline{g_{fn}^m} + \overline{g_{fn}^t} \right] - \overline{S_f^p} \overline{g_{fp}^t} \quad (334) \end{aligned}$$

Salto na Interface

$$\overline{g_{fn}^m} + \overline{g_{fn}^t} + \overline{g_{nf}^m} + \overline{g_{nf}^t} = 0 \quad (335)$$

Balanco Global

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dz} \overline{A_n(z,t)} \overline{\rho_n(z,t)} \overline{V_{nz}^2(z,t)} + \frac{d}{dz} \overline{A_f(z,t)} \overline{\rho_f(z,t)} \overline{V_{fz}^2(z,t)} \\ & + \overline{A(z)} \frac{d}{dz} \overline{P(z,t)} \\ & + \left[\overline{A_n(z,t)} \overline{\rho_n(z,t)} - \overline{A_f(z,t)} \overline{\rho_f(z,t)} \right] g \sin(\theta) \\ & - \overline{S_f^p} \overline{g_{fp}^t} \quad (336) \end{aligned}$$

A P Ê N D I C E 6

PERFIS DE VELOCIDADES EM ESCOAMENTO
TURBULENTO MONOFÁSICO

PERFIS DE VELOCIDADES EM ESCOAMENTO
TURBULENTO MONOFÁSICO

Para números de Reynolds superiores a 2100, o movimento laminar se torna instável sob a presença de pequenas perturbações. A estrutura laminar desaparece, e a velocidade flutua em magnitude e em direção aumentando o transporte da quantidade de movimento. O movimento do fluido se torna muito complexo e é geralmente tratado estatisticamente sendo este comportamento descrito por correlações obtidas de dados experimentais. Descreveremos agora algumas características do fluxo turbulento e apresentaremos correlações tradicionais como a de Nikuradse-Martinelli e Spalding para os perfis de velocidade.

A Figura 33 ilustra o perfil de velocidades em regime monofásico turbulento. Perto da parede parece haver uma região na qual o movimento é laminar e a velocidade muda de valor rapidamente. À medida que nos afastamos da parede, o movimento do fluido se torna instável e finalmente no núcleo o fluxo se torna turbulento.

A média no tempo da velocidade de um ponto perto da parede é função das condições locais de fluxo e parece não depender muito da distância da outra parede. A velocidade nesta região é então função da distância h à parede, da tensão cisalhante na mesma τ_0 , da viscosidade μ e da massa específica ρ do fluido. Uma análise dimensional indica que a relação funcional para o perfil de velocidade é do tipo

$$\frac{V}{\sqrt{\tau_o \rho}} = \text{função} \left[\frac{h \sqrt{\tau_o \rho}}{\mu / \rho} \right] \quad (337)$$

Definindo a velocidade cisalhante como :

$$V^* = \sqrt{\tau_o \rho} \quad (338)$$

e as seguintes variáveis adimensionais :

$$V^+ = \frac{V}{V^*} \quad (339)$$

$$h^+ = \frac{h V^*}{\mu / \rho} \quad (340)$$

A relação funcional se transforma em :

$$V^+ = \text{função} (h^+) \quad (341)$$

A Figura 34 mostra o perfil universal de velocidades para regime turbulento monofásico em tubulações baseado em um grande número de experimentos. Vários pesquisadores desenvolveram equações algébricas para descrever este perfil. A mais tradicional é o conjunto de equações de Nikuradse-Martinelli dada por :

$$h^+ < 5 \quad V^+ = h^+ \quad (342)$$

$$5 < h^+ < 30 \quad V^+ = -3.05 + 5 \ln(h^+) \quad (343)$$

$$h^+ > 30 \quad V^+ = 5.5 + 2.5 \ln(h^+) \quad (344)$$

Spalding apresentou uma única equação algébrica para representar todo o perfil.

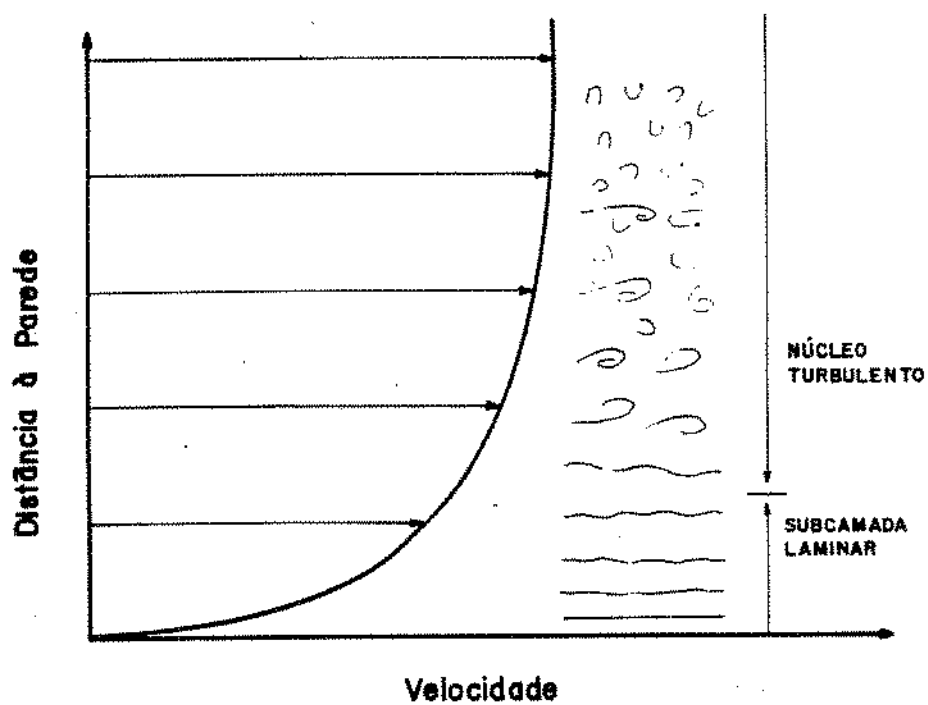


Figura 33. Perfil de Velocidades em Esocamento Turbulento Monofásico

$$h^+ = V^+ + \frac{1}{10} \left\{ e^{\lambda V^+} - 1 - \lambda V^+ - \frac{(\lambda V^+)^2}{2!} - \frac{(\lambda V^+)^3}{3!} - \frac{(\lambda V^+)^4}{4!} \right\} \quad (345)$$

onde o valor de λ é 0.407

A tensão cisalhante no fluido pode ser dada por :

$$\tau = \mu_e \frac{dV}{dh} \quad (346)$$

Utilizando variáveis adimensionais obtemos :

$$\frac{\tau}{\tau_o} = \frac{\mu_e}{\mu} \frac{dV^+}{dh^+} \quad (347)$$

Podemos então obter a expressão para a relação entre a viscosidade turbulenta e a molecular como:

$$\frac{\mu_e}{\mu} = \left[1 + \frac{\lambda}{10} \left\{ e^{\lambda V^+} - 1 - \lambda V^+ - \frac{(\lambda V^+)^2}{2!} - \frac{(\lambda V^+)^3}{3!} \right\} \right] \frac{\tau}{\tau_o} \quad (348)$$

Um balanço de forças fornece a clássica distribuição linear para as tensões cisalhantes:

$$\tau(r) = - \frac{dP}{dz} \frac{r}{2} \quad (349)$$

Utilizando a equação 349 na equação 348 obtemos:

$$\frac{\mu_e}{\mu} = \left[1 + \frac{\lambda}{10} \left\{ e^{\lambda V^+} - 1 - \lambda V^+ - \frac{(\lambda V^+)^2}{2!} - \frac{(\lambda V^+)^3}{3!} \right\} \right] \frac{R^+ - h^+}{R^+} \quad (350)$$

A Figura 35 ilustra uma comparação entre os perfis universais de Nikuradse-Martinelli e Spalding e a Figura 36

ilustra o comportamento da relação entre a viscosidade turbulenta e a viscosidade molecular do fluido segundo a lei de Spalding.

A expressão de Spalding é muito útil por representar o perfil por uma única equação e garantir uma continuidade na viscosidade turbulenta do fluido, no perfil de velocidade e no perfil de tensões cisalhantes.

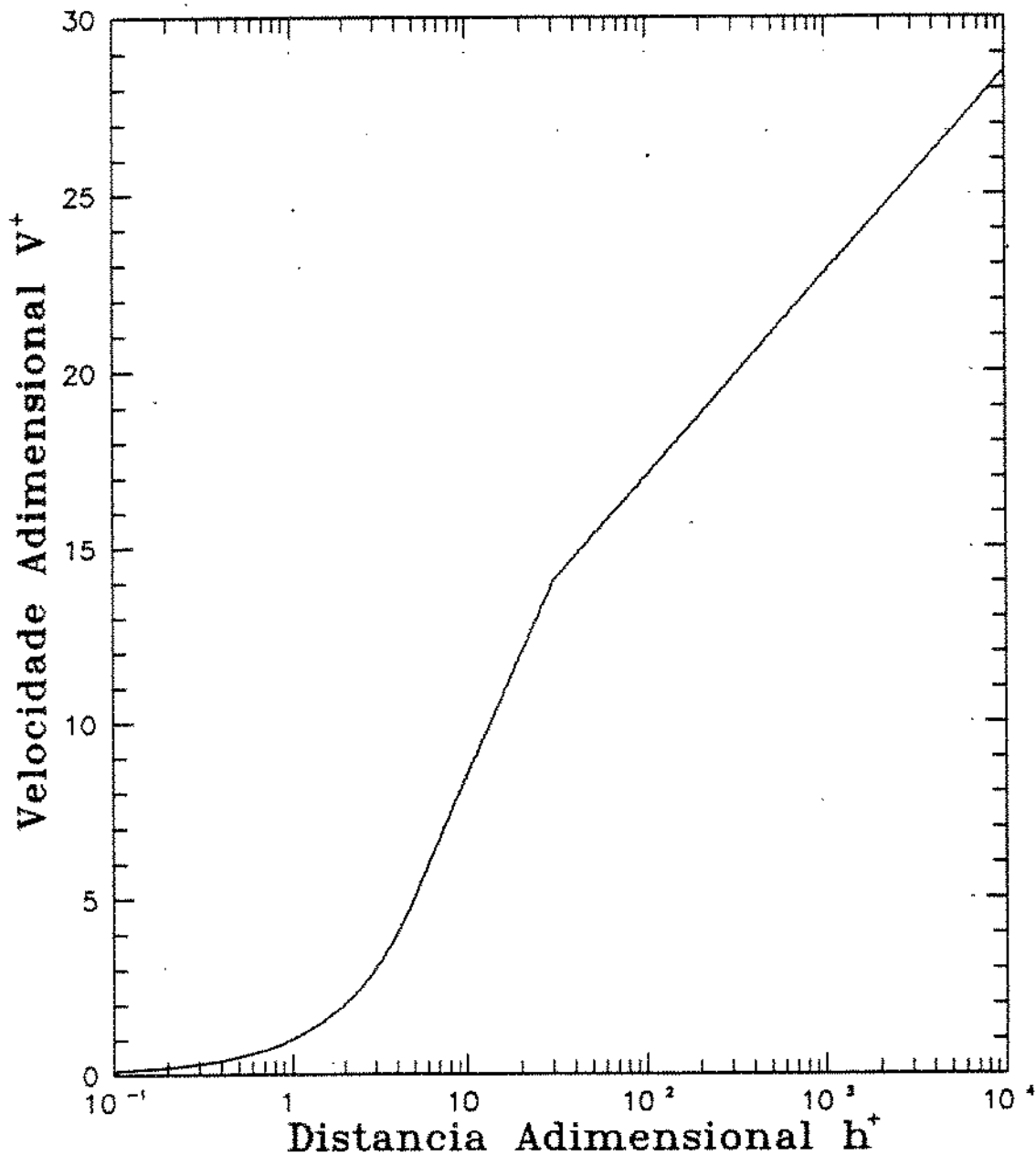


Figura 34. Perfil Universal de Velocidades em Escoamento Turbulento Monofásico

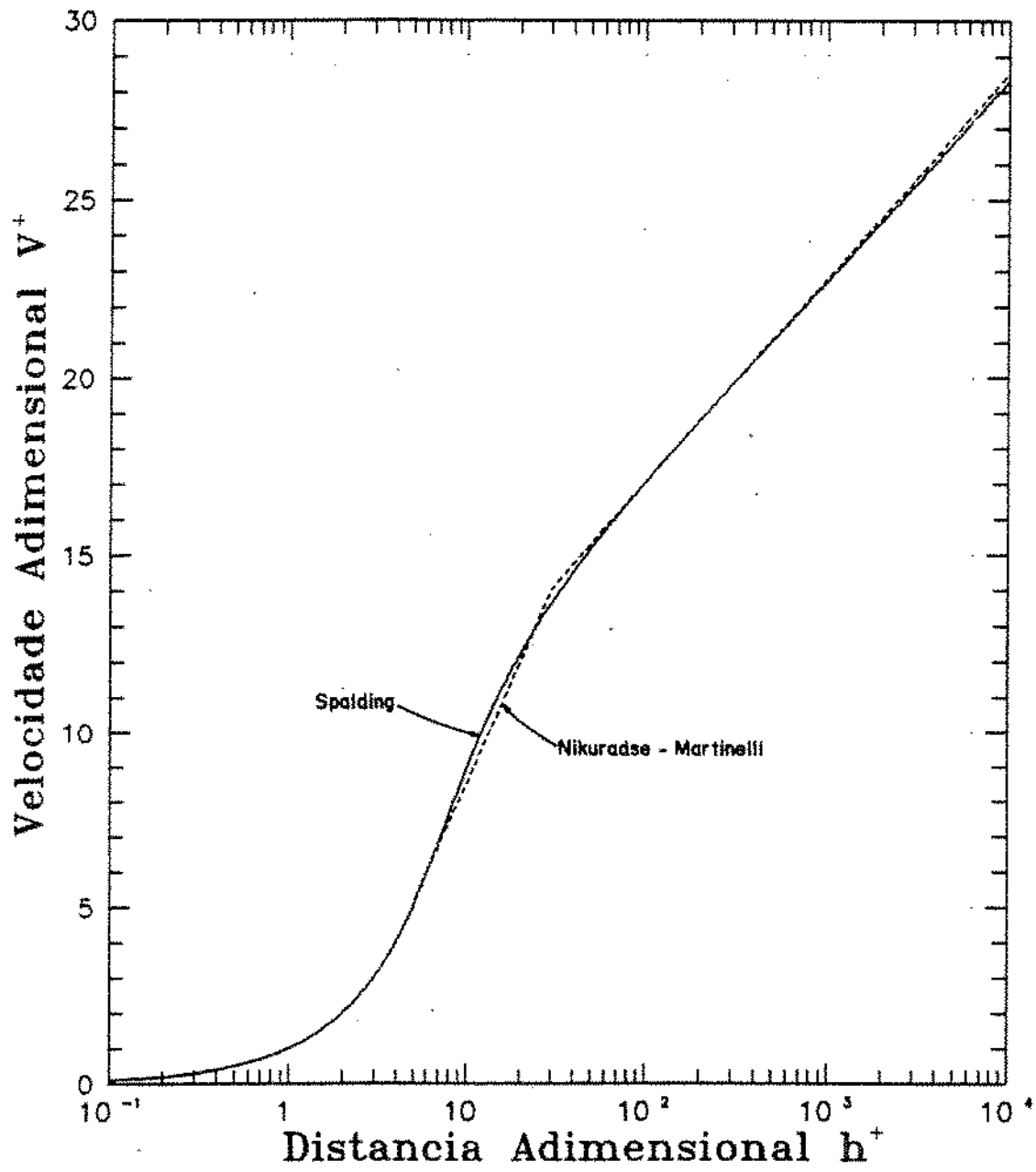


Figura 35. Perfil de Velocidades de Spalding em Escoamento Turbulento Monofásico

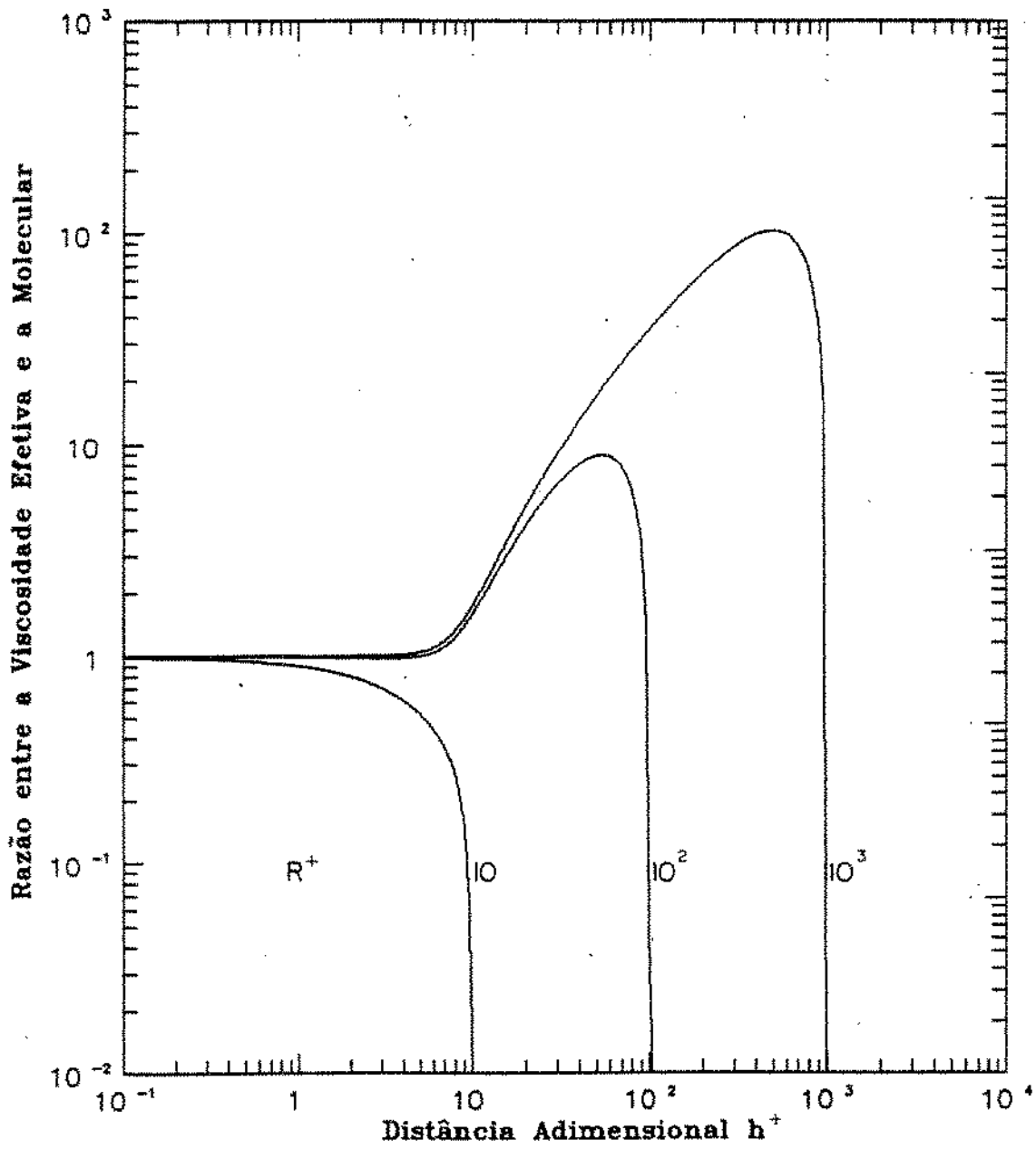


Figura 36. Perfil de Viscosidades Turbulentas segundo a Correlação de Spalding

A P Ê N D I C E 7

DADOS UTILIZADOS NOS TESTES DOS MODELOS

DADOS UTILIZADOS NOS TESTES DOS MODELOS

Dados Experimentais

A Tabela 10 apresenta os parâmetros mais importantes dos dados experimentais coletados na literatura.

Tabela 10

Dados Experimentais Utilizados nos Testes dos Modelos

Teste	Diâmetro (10^{-3} m)	Vazões Mássicas		Fração Dispersa	Espessura Filme (10^{-3} m)	Gradiente Pressão (10^4 Pa/m)
		Líquido (kg/s)	Gás (kg/s)			
1	26.035	.066	.031	.673	.173	.359
2	26.035	.066	.027	.466	.268	.303
3	26.035	.066	.023	.249	.384	.249
4	26.035	.066	.020	.115	.457	.212
5	26.035	.066	.016	.074	.594	.144
6	26.035	.131	.063	.975	.037	1.054
7	26.035	.131	.055	.980	.036	.934
8	26.035	.131	.048	.986	.035	.818
9	26.035	.131	.043	.986	.038	.722
10	26.035	.131	.036	.930	.077	.614
11	25.400	.100	.015	.096	.573	.204
12	25.400	.100	.019	.155	.435	.282
13	25.400	.100	.028	.340	.292	.463
14	25.400	.023	.019	.133	.198	.133
15	25.400	.200	.023	.270	.612	.479
16	25.400	.200	.028	.470	.499	.640
17	50.800	.200	.075	.078	.813	.065
18	50.800	.400	.075	.098	1.158	.097

Os testes de 1 a 10 foram obtidos do artigo "Entrainment and Pressure Drop in Concurrent Gas-Liquid Flow: I. Air-Water in Horizontal Flow" de Moye Wicks e A. E. Dukler, publicado em A.I.Ch.E. Journal, vol 6, nº 3, Setembro 1960, paginas 463 a 468. Os testes de 11 a 18 foram obtidos da Dissertação de Doutorado de Ronald W. Swanson "Characteristics of the gas-liquid interface in two-phase annular flow", University of Delaware, 1966.

Dados do Duto Selecionado do
Banco de Dados Multifásicos
da Petrobrás

Composição do Fluido

Componente	Fração Molar
Metano	0.7082
Etano	0.0816
Propano	0.0230
I-Butano	0.0057
N-Butano	0.0040
N-Pentano	0.0045
N-Hexano	0.0066
Nitrogênio	0.0114
Diox. Carb.	0.0209
Sulf. Hidr.	0.1004

Tipo do Duto: Gasoduto Comercial

Instalação a Montante: Poço

Instalação a Jusante: Manifold

Perfil do Duto:

Nó	Comprimento (m)	Ângulo (graus)
1	61.0	0.000
2	46.0	0.747
3	9.0	3.814
4	35.1	19.830
5	114.3	8.556
6	25.1	4.346
7	100.2	3.319
8	41.1	4.185
9	60.0	2.291
10	64.0	1.432
11	61.0	0.564
12	67.0	2.052
13	62.0	1.109
14	45.2	4.700
15	79.5	6.571
16	12.3	11.768
17	21.0	3.270
18	15.1	6.843
19	46.3	6.080
20	17.2	8.036
21	8.8	24.821
22	12.0	1.432
23	4.0	0.000
24	61.0	0.000

Diâmetro Interno da Tubulação: 0.15405 m

Condições de Fluxo

Vazão de Líquido : 146.7 m³/dia

Vazão de Gás : 603760 m³/dia

Pressão a Montante : 8.87 10⁶ Pa

Pressão a Jusante : 8.56 10⁶ Pa