MARCUS VINICIUS MONTEIRO VARANIS

DETECÇÃO DE FALHAS EM MOTORES ELÉTRICOS UTILIZANDO A TRANSFORMADA WAVELET PACKET E MÉTODOS DE REDUÇÃO DE DIMENSIONALIDADE

88/2014

CAMPINAS
2014

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

MARCUS VINICIUS MONTEIRO VARANIS

Detecção de Falhas em Motores Elétricos Utilizando a Transformada Wavelet Packet e Métodos de Redução de Dimensionalidade

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Robson Pederiva

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA TESE DEFENDIDA PELO ALUNO MARCUS VINICIUS MONTEIRO VARANIS, E ORIENTADA PELO PROF. DR. ROBSON PEDERIVA.

_____

CAMPINAS
2014

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

V421d

Varanis, Marcus Vinicius Monteiro, 1979-
Detecção de falhas em motores elétricos através da transformada wavelet packet e métodos de redução de dimensionalidade / Marcus Vinicius Monteiro Varanis. – Campinas, SP : [s.n.], 2014.

Orientador: Robson Pederiva.
Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Motores eletricos. 2. Vibração. 3. Analise de componentes principais. 4. Wavelet (Matematica). 5. Analise linear discriminante. I. Pederiva, Robson,1957-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Fault detection in eletric motor through Wavelet packet transform and dimensionality reduction methods
Palavras-chave em inglês:

Eletrical Motors

Vibrations
Principal components analysis
Linear discriminat analysis
Wavelet (Mathematical)
Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico
Titulação: Doutor em Engenharia Mecânica
Banca examinadora:
Robson Pederiva [Orientador]
Katia Lucchesi Cavalca Dedini
Niederauer Mastelari
Rodrigo Capobianco Guido
Lane Maria Rabelo Baccarini
Data de defesa: 05-08-2014
Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS INTEGRADOS

TESE DE DOUTORADO

Detecção de falhas em motores elétricos utilizando a transformada wavelet packet e métodos de redução de dimensionalidade

Autor: Marcus Vinicius Monteiro Varanis
Orientador: Prof. Dr. Robson Pederiva

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:

Prof. Dr. Robson Pederiva
FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Katia Lucchesi Cavalca Dedini
FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Niederauer Mastelari
FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Rodrigo Capobianco Guido
UNESP/São José do Rio Preto

Prof. Dr. Lane Maria Rabelo Baccarini
UFSJ/ São João del-Rei

Campinas, 05 de Agosto de 2014.

Dedico minha Esposa e aos meu Pais.

AGRADECIMENTOS

Nesse caminho que percorri em mais uma etapa da minha formação profissional e intelectual, gostaria de agradecer às seguintes pessoas e entidades:

Primeiramente, a Deus e aos sagrados Orixás, por terem me proporcionado saúde e força de vontade para concluir esta tese de doutoramento.

Ao Prof. Robson Pederiva, pela preciosa orientação deste trabalho, amizade, incentivo, compreensão e pelos ensinamentos transmitidos.

A minha esposa Carola pela compreensão e incentivo para vencer este desafio.

Aos meus Pais por tudo.

Aos colegas e amigos do Laboratório de Vibrações, pela companhia, apoio, ajuda e amizade, os quais em especial: Jakerson Gevinski, Eder Andreatta , Fábio Sanches, André Suetti, Vinicius Silva, Diego Martins, Henrique Silveira e Clodoaldo Chagas.

Ao Professor Rodrigo Capobianco Guido por todo apoio, sugestões e correções que contribuíram muito ao trabalho.

Ao Departamento de Projeto Mecânico da FEM - Unicamp, pelo apoio e facilidades proporcionadas.

Aos professores do curso de pós-graduação em Engenharia Mecânica, pela amizade e ensinamentos. A Capes pelo apoio financeiro.

Comece fazendo o que é necessário, depois o que é possível,
e de repente você estará fazendo o impossível.
(Francisco de Assis)

RESUMO

Motores elétricos são componentes de grande importância na maioria dos equipamentos de plantas industriais. As diversas falhas que ocorrem nas máquinas de indução podem gerar consequências severas no processo industrial. Os principais problemas estão relacionados à elevação dos custos de produção, piora nas condições do processo e de segurança e, sobretudo piora na qualidade do produto final. Muitas destas falhas mostram-se progressivas. Neste trabalho, apresenta-se uma contribuição ao estudo de Técnicas de Processamento de Sinais Baseadas na Transformada Wavelet para extração de parâmetros de Energia e Entropia a partir de sinais de vibração para detecção de falhas no regime não-estacionário (parada e partida do motor). Em conjunto com a transformada Wavelet utilizam-se métodos de redução de dimensionalidade como, a análise em componentes principais (PCA e a análise Linear Discriminante (LDA). O uso de uma bancada experimental mostra que os resultados da classificação têm alta precisão.

Palavras-chave: Motores elétricos, Vibração, Transformada Wavelet Packet, Análise de componentes Principias (PCA), Análise Linear Discriminante (LDA).

ABSTRACT

Electric motors are very important components in most industrial plants equipment. The several faults occurring in induction machines can generate severe consequences in the industrial process. The main problems are related to high production costs, worsening the conditions of process and security, and especially poor quality of the final product. Many of these failures are shown progressive. This work presents a contribution to the study of Signal Processing Techniques Based on Wavelet Packet Transform for extracting parameters of Energy and Entropy, together makes the use of dimensionality reduction methods like the Principal components Analysis (PCA) and Linear Dscriminant Analysis (LDA). This analysis is done from the acquisition of vibration signals in Non-Stationary state (stop and start the engine). The results show that the performance of classification has high accuracy based on experimental work.

Keywords: Electric motors, Vibration, Wavelet Packet Transform, Principal component analysis (PCA), Linear discriminant Analysis (LDA).

LISTA DE FIGURAS

Figura 2. 1 - Processo de translações e mudanças de escala 29

Figura 2.2 - Relação entre escalas e frequências na análise *Wavelet* 31

Figura 2.3 - Representação gráfica dos coeficientes *Wavelet* 31

Figura 2.4 - Comparativo da visualização da representação de um sinal não-estacionário arbitrário em vários domínios, adaptado de SHUKLA (2003) 32

Figura 2.5 - Diferença da análise das bandas de frequência em (a) STFT ("janelas fixas") e em (b) Transformada Wavelet ("janelas variáveis") em função das diferenças das "janelas" 33

Figura 2.6 - Representação da *Wavelet* do tipo Haar 34

Figura 2.7 - Representação da *Wavelet* do tipo chapéu mexicano 35

Figura 2.8 - Representação da *Wavelet* do tipo Morlet 37

Figura 2.9 - Representação da família de Wavelets do tipo Daubechies 38

Figura 2.10 - Diferentes tipos de *Wavelet*s podem ser utilizadas para obtenção da Transformada *Wavelet* 40

Figura 2.11 - *Wavelet* (em vermelho) comparada com o sinal (em azul) 41

Figura 2.12 - Representação do 3º passo para obtenção da Transformada *Wavelet*. 41

Figura 2.13 - Representação do 4º passo para obtenção da Transformada *Wavelet* 42

Figura 2.14 - Finalmente os passos 1º a 4º são repetidos para todas as escalas 42

Figura 2.15 - Escala de intensidade de Energia no Escalograma 43

Figura 2.16 - Sinal senoidal f(t), com frequência fundamental de 10 Hz, amostrado com 1024 pontos 44

Figura 2.17 - Escalograma da Transformada Wavelet aplicado ao sinal f(t) 45

Figura 2.18 - Relação escala-frequência da Transformada Wavelet, utilizando Morlet, aplicada ao sinal f (t) 45

Figura 2.19 - Representação da Transformada Wavelet aplicada ao sinal f (t) 46

Figura 2.20 - Interpretação da Transformada Wavelet Contínua como um banco de filtros 47

Figura 2.21 - Espaço de funções Wavelets 50

Figura 2.22 - Representação da Transformada Wavelet através da analogia de subespaços 55

Figura 2.23 - Esquema de projeção dos operadores H e G 56

Figura 2.24 - Coeficientes gerados na decomposição e suas respectivas bandas espectrais 57

Figura 2.25 - Analogia código de sub-bandas (subband coding) e Transformada Wavelet discreta ... 58

Figura 2.26 - Decomposição e reconstrução via banco de filtros 59
Figura 2.27 - Funções Wavelet Daubechies de 1- 12 61
Figura 2.28 - Funções de escala Daubechies de 1-12 61
Figura 2.29 - Filtros de Decomposição e Filtro de Reconstrução Daubechies-5 62
Figura 2.30 - Resposta em Frequência Daubechies-5 62
Figura 2.31 - Filtros de Decomposição e Filtro de Reconstrução Daubechies-10 63
Figura 2.32 - Resposta em Frequência Daubechies-10 63
Figura 2.33 - Funções Wavelet Symlet de 2- 9 64
Figura 2.34 - Funções de escala Symlet de 2-9 64
Figura 2.35 - Filtros de Decomposição e Filtro de Reconstrução Symlet-4 65
Figura 2.36 - Resposta em Frequência Symlet-4 65
Figura 2.37 - Função escala tipo Meyer 67
Figura 2.38 - Função Wavelet tipo Meyer 68
Figura 2.39 - Filtros de Decomposição e Filtro de Reconstrução Meyer discretizado 69
Figura 2.40 - Resposta em Frequência DMeyer 69
Figura 2.41 - Arvore Wavelet da decomposição de $\Omega_{0,0}$ com j=3, analogia com subespaços vetoriais 72
Figura 2.42 - Árvore Wavelet da decomposição de para um sinal x com j=3 73
Figura 2.43 - Diagrama sub-bandas ou Packets de frequência para o ultimo nível (terceiro nível) de decomposição, j=3 74
Figura 2.46 - Comparação de filtragem através do uso da Transformada Wavelet e da Transformada Wavelet Packet 79
Figura 2.47 - Sinal senoidal 80
Figura 2.48 - Decomposição Wavelet Packet – Plano Tempo-Frequência 81
Figura 2.49 - Chirp quadrático com duração de 2 segundos 82
Figura 2.50 - Decomposição Wavelet Packet de um Chirp quadrático com Filtro Wavelet Symlet-8 83
Figura 2.51 - Decomposição Wavelet Packet de um Chirp quadrático com Filtro Wavelet Meyer discretizado 84
Figura 3.1 - Comparação das amostras com e sem aplicação do método PCA 87
Figura 4.1 - Sinais Utilizados na Simulação 1 96
Figura 4.2 - Conjunto de dados para Treinamento (Simulação 1) 97

Figura 4.3 - Conjunto de dados para Teste (Simulação 1) 97

Figura 4.4 - Sinais Utilizados na Simulação 2, construídos a partir dos parâmetros apresentados na Tabela 4.2 99

Figura 4.5 - Conjunto de dados para Treinamento (Simulação 2) 103

Figura 4.6 - Conjunto de dados para Teste (Simulação 2) 103

Figura 5.1 - Bancada de teste..... 105

Figura 5.2 - Posicionamento dos acelerômetros no motor de indução 107

Figura 5.3 - sinais de aceleração do motor na partida, regime estacionário e parada 109

Figura 6.1 - Distribuição de Energia por Sub-banda de frequência (*Packets*) 113

Figura 6.2 - Assinatura de Energia por Sub-banda de frequência (*Packets*), para um sinal amostra de um sinal de partida do motor elétrico, sem falha 114

Figura 6.3 - Assinatura de Energia por Sub-banda de frequência (*Packets*), para um sinal amostra de um sinal de partida do motor elétrico, com falha de desbalanceamento 115

Figura 6.4 - Assinatura de Energia por Sub-banda de frequência (*Packets*), para um sinal amostra de um sinal de partida do motor elétrico, com Folga Mecânica 115

Figura 6.5 - Assinatura de Energia por Sub-banda de frequência (*Packets*), para um sinal amostra de um sinal de partida do motor elétrico, em Curto circuito 116

Figura 6.6 - Assinatura de Energia por Sub-banda de frequência (*Packets*), para um sinal amostra de um sinal de partida do motor elétrico, em Desequilíbrio de Fase 116

Figura 6.7 - diagrama de processamento proposto para classificação 118

Figura 6.3 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas elétricas no regime estacionário utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA..... 140

Figura 6.4 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas mecânicas no regime estacionário utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA..... 141

Figura 6.5 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas mecânicas e elétricas no regime estacionário utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA 141

Figura 6.6 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas elétricas no regime transiente (partida do motor) utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA 142

Figura 6.7 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas mecânicas no regime transiente (partida do motor) utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA 143

Figura 6.8 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas elétricas e mecânicas no regime transiente (partida do motor) utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA... 144

Figura 6.9 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas elétricas no regime transiente (parada do motor) utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA..... 144

Figura 6.10 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas mecânicas no regime transiente (parada do motor) utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA 145

Figura 6.11 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas elétricas e mecânicas no regime transiente (parada do motor) utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA ... 146

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Analogia entre operações na Transformada Wavelet na forma Contínua e Discreta (GOSWAMI, 2001) 59

Tabela 4.1 - Índices de acerto na classificação dos sinais analíticos utilizando WPT e PCA..... 98

Tabela 4.2 - Parâmetros Utilizados para simulação dos distúrbios nos sinais Tensão elétrica 99

Tabela 4.3 - Resultados da Classificação para o conjunto de dados de teste utilizando-se PCA (Simulação2) 101

Tabela 4.4 - Índices de acerto na classificação dos sinais com distúrbio de tensão elétrica utilizando WPT e PCA através do Algoritmo kNN 101

Tabela 4.5 - Resultados da Classificação para o conjunto de dados de teste utilizando-se LDA (Simulação 2) 102

Tabela 4.6 - Índices de acerto na classificação dos sinais com distúrbio de tensão elétrica utilizando WPT e LDA através do Algoritmo kNN 102

Tabela 4.7 - Comparação dos métodos propostos, com métodos baseados em Energia e Entropia presentes na literatura 104

Tabela 6.1 - Índices de acerto global na classificação das falhas elétricas no regime permanente com três classes (Sem Falha, Curto Circuito e desiquilíbrio de fase) utilizando os filtros propostos e apenas os parâmetros de Energia e Entropia 119

Tabela 6.2 - Índices de acerto global na classificação das falhas elétricas no regime permanente com três classes (Sem Falha, Curto Circuito e desiquilíbrio de fase) utilizando os filtros propostos e PCA 123

Tabela 6.3 - Índices de acerto na classificação das falhas mecânicas no regime permanente utilizando os filtros propostos e PCA 124

Tabela 6.4 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas e mecânicas no regime permanente utilizando-se os filtros propostos e PCA 125

Tabela 6.5 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas na partida (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e PCA 126

Tabela 6.6 - Índices de acerto na classificação das falhas mecânicas na partida (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e PCA 127

Tabela 6.7 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas e mecânicas no regime utilizando-se os filtros propostos e PCA 128

Tabela 6.8 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas na parada do motor (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e PCA 129

Tabela 6.9 - Índices de acerto na classificação das falhas mecânicas na parada (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e PCA 130

Tabela 6.10 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas e mecânicas parada (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e PCA 131
Tabela 6.11 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas no regime permanente utilizando-se os filtros propostos e LDA 132
Tabela 6.12 - Índices de acerto na classificação das falhas mecânicas no regime permanente utilizando-se os filtros propostos e LDA 133
Tabela 6.13 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas e mecânicas no regime utilizando-se os filtros propostos e LDA 134
Tabela 6.14 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas na partida (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e LDA 135
Tabela 6.15 - Índices de acerto na classificação das falhas mecânicas na partida (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e LDA 136
Tabela 6.16 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas e mecânicas no regime permanente utilizando-se os filtros propostos e LDA 137
Tabela 6.17 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas na parada (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e LDA 138
Tabela 6.18 - Índices de acerto na classificação das falhas mecânicas na parada (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e LDA 138
Tabela 6.19 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas e mecânicas na parada (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e LDA 139

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 17
1.1 INTRODUÇÃO 17
1.2 OBJETIVOS 21
1.3 ORGANIZAÇÃO DA TESE 22
2 REVISÃO DA LITERATURA 24
2.1 ANÁLISE TRANSIENTE 24
2.2 TEORIA WAVELET 26
2.2.1 Histórico 26
2.2.2 Análise Wavelet 27
2.2.2.1 Convolução 27
2.2.2.2 Transformada Wavelet contínua 28
2.2.2.3 Famílias Wavelet 35
2.2.3 Escolha da Wavelet-Mãe 40
2.2.4 Obtenção da Transformada Wavelet 41
2.2.5 Interpretação da Transformada Wavelet Contínua como um Banco de Filtros 47
2.3 .....
2.3.1 Transformada Wavelet Discreta 48
2.3.2 Análise em Multiresolução 50
2.3.3 Transformada Wavelet Discreta: Analogia com Subespaços. 53
2.3.4 Transformada Wavelet Discreta: Analogia com Banco de Filtros 56
2.3.5 Banco de Filtros 56
2.3.6 Wavelets Escritas como Filtros H e G 61
2.4 TRANSFORMADA WAVELET PACKET 71
2.4.1 Energia Associada a Sub-banda de Frequência ou Packet 75
2.4.2 Entropia Associada a Sub-banda de Frequência ou Packet 76
2.5 APLICAÇÕES 77
2.5.1 Remoção de Ruído através da Transformada Wavelet Packet. 79
2.5.2 Detecção de Mudança de Frequências com o uso WPT (Wavelet Packet Transform) 80
2.5.3 Análise de Chirp. 83

3 MÉTODOS DE REDUÇÃO DE DIMENSIONALIDADE 86
3.1 ANÁLISE EM COMPONENTES PRINCIPAIS 87
3.2 ANÁLISE LINEAR DISCRIMINANTE 90
4 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL 94
4.1 MÉTODO PROPOSTO 94
4.2 SIMULAÇÃO 1 96
4.3 SIMULAÇÃO 2 99
4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS 105
5 ANÁLISE EXPERIMENTAL 107
5.1 AQUISIÇÃO DOS SINAIS DE ACELERAÇÃO 110
5.1.1 Condição Normal 112
5.1.2 Desequilíbrio de Fase 112
5.1.3 Curto-circuito 112
5.1.4 Desbalanceamento 113
5.1.5 Folga Mecânica 113
6 RESULTADOS 114
6.1 CLASSIFICAÇÃO BASEADA APENAS COM OS PARÂMETROS DE ENERGIA E ENTROPIA 121
6.2 CLASSIFICAÇÃO BASEADA NOS PARÊMETROS WAVELET-PCA 123
6.2.1 Regime Permanente - Falhas Elétricas 124
6.2.2 Regime Permanente - Falhas Mecânicas 125
6.2.3 Regime Permanente - Falhas Elétricas e Mecânicas 126
6.2.4 Regime Transiente (Partida) - Falhas Elétricas 127
6.2.5 Regime Transiente (Partida) - Falhas Mecânicas 128
6.2.6 Regime Transiente (Partida) - Falhas Elétricas e Mecânicas 129
6.2.7 Regime Transiente (Parada) - Falhas Elétricas 130
6.2.8 Regime Transiente (Parada) - Falhas Mecânicas 131
6.2.9 Regime Transiente (Parada) - Falhas Elétricas e Mecânicas 132
6.3 CLASSIFICAÇÃO BASEADAS NOS PARÂMETROS WAVELET-LDA 133
6.3.1 Regime Permanente - Falhas Elétricas 134
6.3.2 Regime Permanente - Falhas Mecânicas 134
6.3.3 Regime Permanente - Falhas Elétricas e Mecânicas 135

6.2.4 Regime Transiente (Partida) - Falhas Elétricas 136
6.3.5 Regime Transiente (Partida) - Falhas Mecânicas 137
6.3.6 Regime Transiente (Partida) - Falhas Elétricas e Mecânicas 138
6.3.7 Regime Transiente (Parada) - Falhas Elétricas 139
6.3.8 Regime Transiente (Parada) - Falhas Mecânicas 140
6.3.9 Regime Transiente (Parada) - Falhas Elétricas e Mecânicas 141
6.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS ÍNDICES DE CLASSIFICAÇÃO BASEADAS NOS PARÂMETROS WAVELET-PCA E WAVELET-LDA 141
6.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 148
7 CONCLUSÕES E DISCUSSÕES 149
7.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS 152
REFERÊNCIAS 153

Nomenclatura

Letras Latinas

A – Coeficiente de Aproximação

C – Matriz de covariância

D - Coeficiente de Detalhe

E- Energia

f(x) - Função de x.

$\mathbf{F_c}$ -Frequência central da Wavelet Mãe

g - Filtro passa alta

h – Filtro passa baixa

I – Matriz Identidade

j – níveis de decomposição

M – Quantidade total de amostras

PD – Componente Principal

s - Parâmetro de escala da wavelet

S – Entropia

$\mathbf{V_j}$ – Subespaços correspondentes as escalas

W – Matriz de projeção

$\mathbf{W_j}$ - Subespaços correspondentes as bases

kNN – k-vizinhos mais próximos

$\mathbf{2^j}$ – Escala diatica DWT e WPT

.....

Letras Gregas

$\boldsymbol{\mu_n(t)}$ **–** Função Wavelet Packet

τ - Coeficiente de translação da wavelet

φ - Função escala da wavelet

ψ - Wavelet mãe

ψ(ω) - Transformada de Fourier da wavelet

Ω – Subespaço Vetorial

.....

Abreviações

CWT - Transformada Wavelet Continua

DWT - Transformada Wavelet Discreta

FFT - Transformada Rápida de Fourier

HHT - Transformada de Hilbert-Huang

ICA - Análise de componentes independentes

LDA - Análise linear Discriminante

MRA - Análise Multi-Resolução

PCA - Análise de componentes principais

STFT - Transformada de Fourier de Curta Duração

WPS - Wavelet Phase Espectrum

WPT - Transformada Wavelet Packet

WT - Transformada Wavelet

WVD - Distribuição de Wigner-Ville

Daubn - Filtro Wavelet Tipo Daubechies de suporte n.

Symn - Filtro Wavelet Tipo Symlet de suporte n.

Dmey - Filtro Wavelet Tipo Meyer discretizado

.....

1 INTRODUÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO

Todo sistema mecânico requer algum tipo de manutenção, em maior ou menor nível. Por este motivo os procedimentos de monitoração e controle do sistema são importantes, pois reduzem os custos com manutenção, paradas não programadas e, ainda, prolonga sua vida útil. É fato que a grande maioria dos métodos utilizados em manutenção preventiva, ou mesmo em detecção de falhas, são baseados em processamentos de sinais, provenientes da análise de vibrações e de sinais acústicos, através de técnicas fundamentadas na Transformada de Fourier e Análise Estatística de Sinais (RANDALL, 2011).

Segundo Fourier, a Transformada de Fourier decompõe qualquer sinal ou série temporal de característica estacionária, em uma série de funções compostas por senos e cossenos. Os coeficientes dessa função de base ortogonal representam a contribuição de cossenos e senos em todas as frequências presentes no sinal.

Cooley e Tukey, em 1965, propuseram a implementação da Transformada rápida de Fourier (do inglês, *Fast Fourier Transform* - FFT). O algoritmo da FFT revolucionou a análise e processamento de sinais, pois reduziu de forma significativa o seu custo computacional. Um estudo histórico mais aprofundado pode ser visto em Oppenheim (1999).

Com a consolidação do uso da Transformada de Fourier, através do algoritmo da FFT, para processamento de sinais, emerge um campo de estudo que ficou conhecido como Análise

Espectral, que de forma geral utiliza o espectro de frequências gerado a partir da Transformada de Fourier, para análise e extração dos parâmetros de sinais ou séries temporais.

As técnicas de Análise Espectral, aplicadas à detecção de falhas, são muito bem resolvidas e amplamente utilizadas, visto que o movimento da maioria das máquinas em "regime" é de natureza estacionária. No regime estacionário, defeitos e falhas incipientes podem ser detectados através de variações no espectro de frequência do sinal medido (ISERMANN, 2006)

A crescente necessidade de monitoramento e diagnóstico de máquinas e equipamentos industriais tem alavancado o crescimento de pesquisas sobre novas técnicas de análise e processamento de sinais, com o objetivo de obter informações relevantes sobre a condição de uma máquina ou equipamento, a partir dos dados medidos (GIRDHAR et al, 2004).

Técnicas clássicas de processamento de sinais e séries temporais, como Transformada Rápida de Fourier (do inglês, *Fast Fourier Transform*), Densidade Espectral de Potência, métodos de correlação e outras técnicas baseadas em Transformadas integrais e análise estatística, têm sido utilizadas já há algumas décadas na detecção de falhas de máquinas e componentes mecânicos. Tais técnicas mostram-se bastante eficientes e estão plenamente consolidadas em soluções de engenharia quando utilizadas para análise no regime estacionário. Entretanto, os resultados demonstram que esse tipo de análise não se mostra eficaz na detecção de anomalias não repetitivas ou quando a ocorrência se dá em um período de tempo muito curto e, sobretudo, na análise de sinais não estacionários e transientes (BOGGESS, 2001).

Segundo Hammond (1996), é conhecida e discutida na literatura que a análise de sinais estacionários ou transientes pode ser feita através de técnicas estatísticas, densidade espectral de potência, além do uso da Transformada de Fourier de Tempo Curto (do inglês, *Short Time Fourier Transform, STFT*), que também é utilizada para análises onde é necessária a relação tempo-frequência.

Nas últimas duas décadas, a Transformada Wavelet tem sido utilizada com sucesso nas mais diversas áreas do conhecimento cientifico, e, em especial, na área de monitoramento e detecção de falhas em sistemas mecânicos, além de muitos outros campos da engenharia. Vários estudos fazem o seu uso com relativo sucesso, isso pode ser visto nos trabalhos de Yan e Gao

(2011). Chinmaya; Mohanty (2008) também apresentam uma abordagem na qual utilizam a Transformada Wavelet e fazem comparações com técnicas baseadas na Transformada de Fourier.

O uso de técnicas baseadas na Transformada Wavelet pode ser notado dado o número de trabalhos e publicações na área, Yan e Gao (2011) fazem várias aplicações da Transformada Wavelet e outras técnicas emergentes como a Transformada de Hilbert-Huang, para detecção e monitoramento de falhas em sistemas mecânicos.

Inúmeros trabalhos buscam caracterizar fenômenos transientes através da utilização de técnicas baseadas na Transformada Wavelet. O trabalho de Douglas (2004) e também o de Widodo e Yang (2008), demonstram sua eficiência para a análise de sinais dessa natureza. Inúmeros trabalhos também fazem comparações entre a Transformada Wavelet com técnicas clássicas, como a Transformada de Fourier, para análise de sinais não estacionários, observa-se nos trabalhos de Burrus (1998), Daubechies (1992), Qian (2002) e Mallat (2008) as vantagens da utilização de técnicas baseadas em Wavelets, como por exemplo.

- Por sua comprovada eficácia na representação de sinais não-estacionários (transientes).

- Ao contrário da Análise de Fourier baseada no uso de bases globais, funções seno e cosseno, a análise Wavelet usa bases que estão localizadas em tempo e frequência reapresentando de forma mais eficaz sinais não-estacionários.

- Ao contrário da Transformada de Fourier, a Transformada Wavelet não possui um único conjunto de funções base, mas sim vários (infinitos) conjuntos de funções bases possíveis.

Outra característica importante da Transformada Wavelet é a sua eficácia em problemas onde se faz necessário a identificação temporal das frequências presentes no sinal ou série temporal. Nesse tipo de abordagem, técnicas baseadas em Wavelet levam grande vantagem sobre outras Transformadas integrais e técnicas clássicas, pois permitem a localização do tempo e da frequência simultaneamente, sem a necessidade de mudança de domínio. Daubechies (1990) demostra a superação do problema de tamanho fixo de janelas existente na STFT.

No sentido de monitoramento e detecção de falhas, diversos trabalhos propõem o uso da Transformada Wavelet, mesmo em problemas que envolvem sinais do tipo estacionário, isso pode ser constatado nos trabalhos de Gao (2006) e também nos trabalhos de Yan (2009). Bouzida (2011) propõe o uso da Transformada Wavelet Discreta para detecção de falhas em motores de indução no regime estacionário, quando sinais de aceleração do motor elétrico são analisados, com o objetivo de detectar falhas (Folga mecânica, desbalanceamento e barras quebradas). Neste trabalho os resultados obtidos são equivalentes aos que se utilizam da Transformada de Fourier.

Hong et al (2009), Zhen (2008), Konar (2011), Liu (2008), Li (2008) e Kankar e Chattopadhyay (2011) aplicam com sucesso, diversas técnicas baseadas na Transformada Wavelet Contínua para detecção de falhas em rolamentos. O trabalho de Kankar e Chattopadhyay (2011), faz a aplicação de um modelo de detecção de falhas em que a Transformada Wavelet Continua é utilizada com sucesso em conjunto com as Máquinas de Vetores de Suporte (do Inglês, *Support Vector Machines*), para detecção de falhas em rolamentos de um motor de indução, no regime estacionário.

Várias aplicações foram feitas no estudo de detecção de falhas em máquinas rotativas e outros componentes mecânicos, Santiago (2004) propõe um método para Diagnóstico de Falhas em Máquinas Rotativas utilizando a Transformada de Wavelet e Redes Neurais Artificiais. Rafiee (2009) propôs um novo sistema para o diagnóstico de falhas em engrenagens utilizando-se da técnica de autocorrelação dos coeficientes obtidos através da Transformada Wavelet Contínua. Aquino (2008) utilizou a Transformada Wavelet Packet para o estudo da detecção da condição de *rubbing* em máquinas rotativas. Al-Badour (2011) faz também um estudo extenso sobre a localização de falhas em sistemas rotativos, em regime não-estacionário, utilizando-se de várias técnicas que relacionam tempo-frequência e apresentando as vantagens da Transformada *Wavelet* (no caso, a Transformada *Wavelet Packet*), sobre as técnicas clássicas, como a STFT.

Recentemente as técnicas baseadas na Transformada Wavelet vem ganhando mais aplicações na área de detecção de falhas, em particular devido a sua capacidade de tratar sinais de natureza não-estacionária (YAN et al, 2013).

1.2 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivos estudar e classificar falhas elétricas e mecânicas em um motor elétrico de indução através da análise de seus sinais de aceleração no regime não-estacionário (transiente), ou seja, na partida e na parada do motor utilizando-se técnicas baseadas na Transformada Wavelet. Para tanto, uma bancada experimental de testes foi utilizada nesta pesquisa, e por meio dela foi possível fazer a medição dos sinais nos regimes estacionário e não estacionário, aquisitados para diferentes parâmetros de entrada. A partir desta proposta inicial objetiva-se também:

- Aplicar técnicas de redução de dimensionalidade de dados em conjunto com a Transformada Wavelet Packet para detecção e classificação de falhas;
- Comparar a Transformada Wavelet com técnicas tradicionais baseadas na Transformada de Fourier para a detecção de falhas;
- Propor um modelo baseado na Transformada Wavelet, no qual seja possível a classificação de falhas no regime transiente (parada e partida do motor);
- Aplicar a técnica a uma bancada experimental.

1.3 ORGANIZAÇÃO DA TESE

Este trabalho foi divido em sete capítulos, assim distribuído: as revisões bibliográficas, as metodologias utilizadas, simulações computacionais, experimentos realizados, resultados obtidos e as conclusões pertinentes à pesquisa realizada.

A seguir faz-se uma sucinta descrição de cada capítulo deste trabalho.

No segundo capítulo foi realizado um levantamento das pesquisas já realizadas acerca da utilização da Transformada Wavelet na caracterização de sinais transientes e como os autores investigaram os efeitos provenientes dessa análise, bem como suas aplicações em problemas de engenharia. Na sequência foram apresentados os trabalhos mais recentes relacionados à Transformada Wavelet, na caracterização de falhas em sistemas mecânicos e os principais trabalhos publicados sobre a aplicação dessa técnica. Posteriormente, uma descrição mais detalhada sobre a formulação da Transformada Wavelet na sua forma Contínua, Discreta e Packet.

O terceiro capítulo traz a descrição e formulação dos métodos de redução de dimensionalidade utilizando a Análise em Componentes Principais (PCA) e a Análise Linear Discriminante (LDA), também conhecida como Análise Discriminante de Fisher.

No quarto capítulo figura algumas simulações computacionais envolvendo a análise de sinais transientes e a classificação de sinais utilizando os métodos descritos no segundo e terceiro capítulo.

O quinto capítulo ateve-se na descrição da análise experimental, bem como a descrição da bancada de testes utilizados, a forma de aquisição e preparação dos sinais de aceleração para posterior processamento e classificação.

No sexto capítulo os resultados reais de sinais de aceleração obtidos através da bancada experimental são processados, classificados e discutidos, utilizando a metodologia proposta, a

qual utiliza técnicas baseadas na Transformada Wavelet e técnicas de redução de dimensionalidade.

No sétimo e último capítulo são apresentadas as conclusões e discussões do trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 ANÁLISE TRANSIENTE

A análise de Fourier feita através da FFT mostra-se eficiente para sinais ou séries temporais, com características estacionárias, porém, muitos processos randômicos são de natureza não estacionaria, fazendo com que haja variação das frequências em função do tempo. Dessa forma o sinal perde a característica periódica, uma das premissas básicas para o uso da Transformada de Fourier (ADDISON, 2010).

Segundo Addison (2010), vários sinais provenientes de máquinas e componentes mecânicos possuem característica transiente, como, por exemplo, sinais de parada e de partida de motores. Os sinais de parada e partida são particularmente interessantes, pois guardam o espectro de frequências mais rico. Nesses casos a Transformada de Fourier torna-se completamente inadequada para a representação do sinal no domínio da frequência.

Uma das técnicas utilizadas na análise transiente é a Transformada de Fourier de Tempo Curto, STFT (do inglês, *Short Time Fourier Transform*). Gabor adaptou a Transformada de Fourier para analisar apenas uma porção do sinal no tempo. Nesse caso coloca-se o sinal em duas dimensões, tempo e frequência.

Na Equação 2.1, apresenta-se a expressão da STFT (do inglês, *Short Time Fourier Transform*), onde um sinal x(t) é previamente "janelado" por uma função g(t), ao redor de um tempo τ (POULARIKAS, 2010).

$$STFT(\tau, f) = \int x(t) g(t-\tau) e^{-j2\pi ft} dt \tag{2.1}$$

Na STFT existe um compromisso entre tempo e a frequência. Na análise do sinal obtém-se a informação de quando e quais frequências variam. Contudo, essas informações estão

limitadas ao tamanho da janela, que uma vez fixado será o mesmo para todas as frequências (POULARIKAS, 2010).

Outra técnica utilizada para a análise de sinais em regime transiente é a distribuição de Wigner-Ville (Do inglês, *Wigner-Ville Distribution* -WVD), que faz parte de um grupo de Transformadas integrais denominadas bilineares. Esta técnica foi a primeira tentativa de se realizar uma análise conjunta em tempo e frequência (AUGER, 1995). Miranda (2002) fez a aplicação da distribuição de Wigner-Ville ao estudo de máquinas rotativas.

Segundo Flandrin (1998), a distribuição de Wigner-Ville bilinear consegue melhor resolução no domínio conjunto do tempo-frequência comparativamente com qualquer Transformada linear. No entanto sofre de um problema de interferência de termos cruzados (*cross-term)*, que não representa qualquer informação do sinal, ou seja, a WVD de dois sinais não é a soma das suas WVD individuais (POULARIKAS, 2010). Se um sinal contém mais do que um componente no domínio conjunto do tempo-frequência, a sua Transformada de WVD irá conter termos cruzados (FLANDRIN, 1998). Apesar da sua limitação, a WVD é importante, pois serve de base para outras representações no domínio conjunto do tempo e frequência, e possui diversas propriedades matemáticas importantes, como a que preserva o deslocamento no tempo e em frequência, tendo sempre como resultado valores reais (FENG, 2010).

Nesse contexto de análise, o tempo-frequência surge à Transformada Wavelet, que foi proposta com o intuito de superar a limitação da janela existente na formulação STFT, com relação à distribuição Wigner-Ville, superar problemas de interferência e deficiências de outros métodos baseados em Transformadas integrais (POULARIKAS, 2010). Uma característica importante da Transformada Wavelet, e que será discutida de forma mais aprofundada no capitulo 2, é que a resolução da frequência varia na proporção da variação da frequência central.

2.2 TEORIA WAVELET

2.2.1 Histórico

A Transformada Wavelet baseia-se fundamentalmente na análise de sinais em diferentes escalas ou resoluções, o que não se trata de um conceito novo (COIFMAN, 1992). Porém, só recentemente a Teoria Wavelet tomou forma, principalmente devido aos trabalhos de Alex Grossman, na área de física teórica, na década de 1980. Aliás, Grosmman foi o primeiro pesquisador a utilizar o termo Wavelet (BURRUS, 1998).

Para Torrence (1998), o desenvolvimento da Teoria Wavelet está relacionado a várias linhas de pensamento, a começar com o trabalho de Alfred Haar no início do século 20. Posteriormente o trabalho de Dennis Gabor rendeu os átomos Gabor (1946), que são construídos de forma bastante semelhante às Wavelets, e suas aplicações são feitas para fins semelhantes. Contribuições notáveis para a teoria Wavelet podem ser atribuídas à George Zweig, pela formulação inicial da Transformada Wavelet na sua forma Contínua, em 1975, a Pierre Goupillaud, Alex Grossmann e Jean Morlet pela formulação do que é hoje conhecido como Transformada Wavelet Contínua (1982), a os primeiros trabalhos Jan-Olov Strömberg sobre Wavelets Discretas (1983), a Ingrid Daubechies sobre Wavelets ortogonais com suporte compacto (1988), ao quadro de Mallat de multiresolução (1989), a Nathalie Delprat a interpretação do plano tempo-frequência da Transformada Wavelet Contínua (1991.).

Uma rápida cronologia resumida é descrita a seguir.

- 1910, Alfred Haar, introdução das funções de Haar, análise em escalas hoje conhecidas como Wavelets de Haar;
- 1975, George Zweig, formulação inicial da Transformada Wavelet Contínua;

- 1984, Jean Morlet e Alex Grossmann, desenvolvem o conceito de que um sinal pode ser transformado através da Transformada Wavelet e sua inversão seria possível de forma que a construção do sinal original poderia ser feita sem qualquer perda de informação;
- 1985, Yves Meyer, Wavelets Ortogonais;
- 1988, Ingrid Daubechies, Suporte Compacto;
- 1989, Stéphane Mallat, Análise em Multiresolução, Fast Wavelet Transform (algoritmo Piramidal);
- 1991, Nathalie Delprat, a interpretação do plano tempo-frequência da Transformada Wavelet Contínua.

2.2.2 Análise Wavelet

Neste tópico, pretende-se fornecer uma introdução à teoria Wavelet, com o objetivo de compreender os seus mecanismos em sua forma Contínua, Discreta e Generalizada, bem como suas aplicações em monitoramento e detecção de falhas.

Segundo Mallat (2008) existem dois tipos de Transformada Wavelet: redundantes e não redundantes. As Transformadas redundantes incluem a Transformada Wavelet na forma Contínua e análise via frames (Wavelets Frames). De um modo geral, tais análises fornecem uma descrição completa do plano tempo-frequência.

2.2.2.1 Convolução

Segundo Poularikas (2010) a Transformada Wavelet é essencialmente uma Convolução em multi-escala de um sinal $f(t)$ pela Função Wavelet (Wavelet Mãe) $\psi(t)$. Para uma única escala, a convolução de um sinal $f(t)$ com um filtro qualquer g filtro, tendo uma operação do tipo $h = f * g$ (*, denota uma operação de convolução no tempo), escrita como segue:

$$h(x) = \int f(u)g(x-u)du \tag{2.2}$$

Na Equação 2.2 a integração é feita sobre o espaço em que as funções f e g são definidas.

2.2.2.2 Transformada Wavelet Contínua

A Transformada Wavelet em sua forma Contínua foi proposta com o intuito de superar a limitação do tamanho da janela existente na Transformada de Fourier de Tempo Curto (*Short Time Fourier Transform*). A Transformada Wavelet lança mão de uma janela variável, onde as resoluções Δt e Δf variam ao longo do plano tempo-frequência, de modo a obter-se toda a informação contida no plano-frequência (ADDISON, 2010).

Na Equação 2.3 apresenta-se a Transformada Wavelet na forma Contínua.

$$CWT(\tau, a) = \int x(t)\psi_{a,\tau}(t)dt \tag{2.3}$$

Onde,

$$\psi_{a,\tau} = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) \tag{2.4}$$

Na Equação 2.4 o termo $\psi(t)$ é o protótipo de janelas, conhecido na análise Wavelet como, Wavelet Mãe (do inglês, *Mother Wavelet*), que deve ter propriedade na qual o conjunto $\{\psi_{a,\tau}(t)\}$ forme uma base ortogonal no espaço $L^2(\Re)$ (*The space of square-integrable function*). O fator $\frac{1}{\sqrt{a}}$ assegura a normalização da energia para qualquer escala a (COIFMAN, 1992). Essa análise determina a correlação do sinal $x(t)$ através de translações (τ) e mudanças de escalas, para uma determinada Wavelet mãe. Na Figura 2.1 exemplifica-se o processo de translação e mudança de escalas.

Segundo Arkfen (1999), em análise funcional, uma função é dita quadrática integrável, em $L^2(\Re)$, real ou complexa, se a integral do seu valor absoluto ao quadrado é finito, de forma que , $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 \, dx < \infty$.

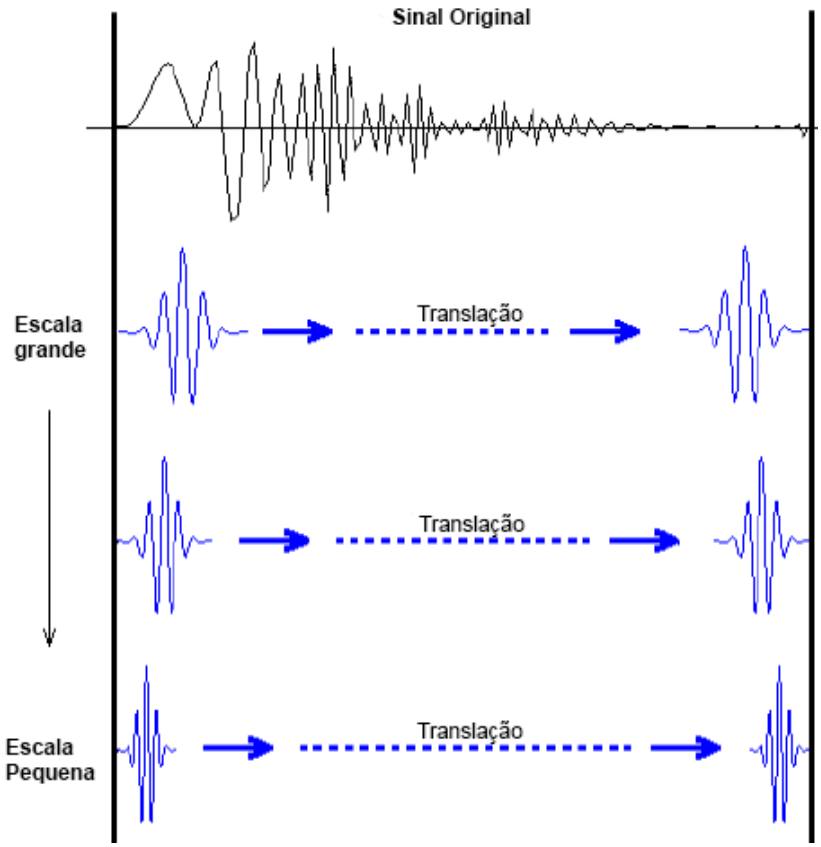


Figura 2. 1 - Processos de translações e mudanças de escala.

Segundo Addison (2010), a função $\psi(t)$ deve possuir as seguintes características:

a) Satisfazer as condições de normalização;

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 \, dt = 1 \qquad (2.5)$$

b) Decair suficientemente rápido para obter uma boa localização;

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)\,dt < \infty \tag{2.6}$$

c) Satisfazer a condição de admissibilidade;

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi_{(\omega)}|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \tag{2.7}$$

onde $\Psi(\omega)$ é a Transformada de Fourier de $\psi(t)$. As condições acima garantem a existência da Transformada *Wavelet* inversa:

$$f(t) = \frac{1}{C_{\psi}} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} C(a,b)\frac{1}{\sqrt{a}}\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)\frac{dadb}{a^2} \tag{2.8}$$

d) a média de $\psi(t)$ deve ser igual a zero, $\psi(t)$ comporta-se como uma onda (daí o nome *Wavelet*).

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)\,dt = 0 \tag{2.9}$$

A condição apresentada na Equação 2.8 implica que a Wavelet terá um comportamento de um filtro passa-banda. Tal propriedade será discutida de forma mais aprofundada mais adiante.

O parâmetro de escala é análogo ao conceito de escalas utilizado em mapas, assim, em escalas pequenas têm-se Wavelets mais comprimidas, detalhes rapidamente variáveis. Já em escalas grandes têm-se Wavelets mais dilatadas, características mais visíveis e mudando lentamente. Em outras palavras, escalas pequenas fornecem boa resolução no domínio do tempo,

ou seja, preserva-se a informação temporal. Enquanto escalas grandes fornecem boa resolução do domínio da frequência. Na Figura 2.2 apresenta-se um diagrama a respeito da relação escalas/ frequências (MISITI, 2013).

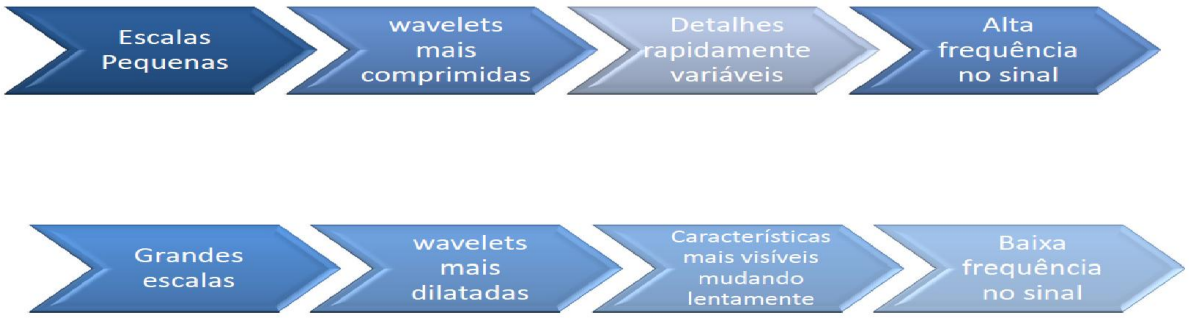


Figura 2.2 - Relação entre escalas e frequências na análise *Wavelet.*

Na Figura 2.3 apresenta-se a representação no espaço tridimensional dos coeficientes Wavelets para cada nível de resolução e tempo de translação, onde τ representa o parâmetro de translação e a o parâmetro de escalonamento.

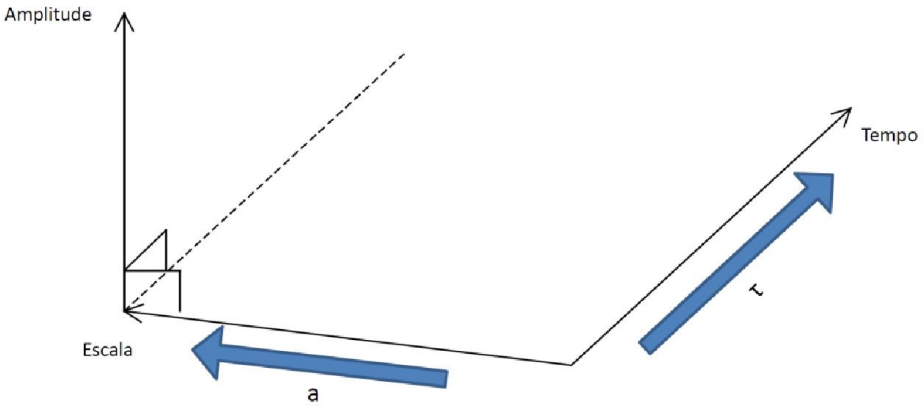


Figura 2.3 - Representação gráfica dos coeficientes *Wavelet.*

De acordo com Canal (2010), a grande diferença e principal vantagem em relação à Transformada de Fourier de Tempo Curto (*Short Time Fourier Transform*) é o fato de que, enquanto a Transformada Wavelet utiliza janelas curtas em altas frequências e longas em baixas frequências, a STFT utiliza uma janela de tamanho fixo, a Figura 2.4 ilustra os resultados do uso de diferentes técnicas e diferentes janelas e suas respostas nos domínios do tempo e da frequência.

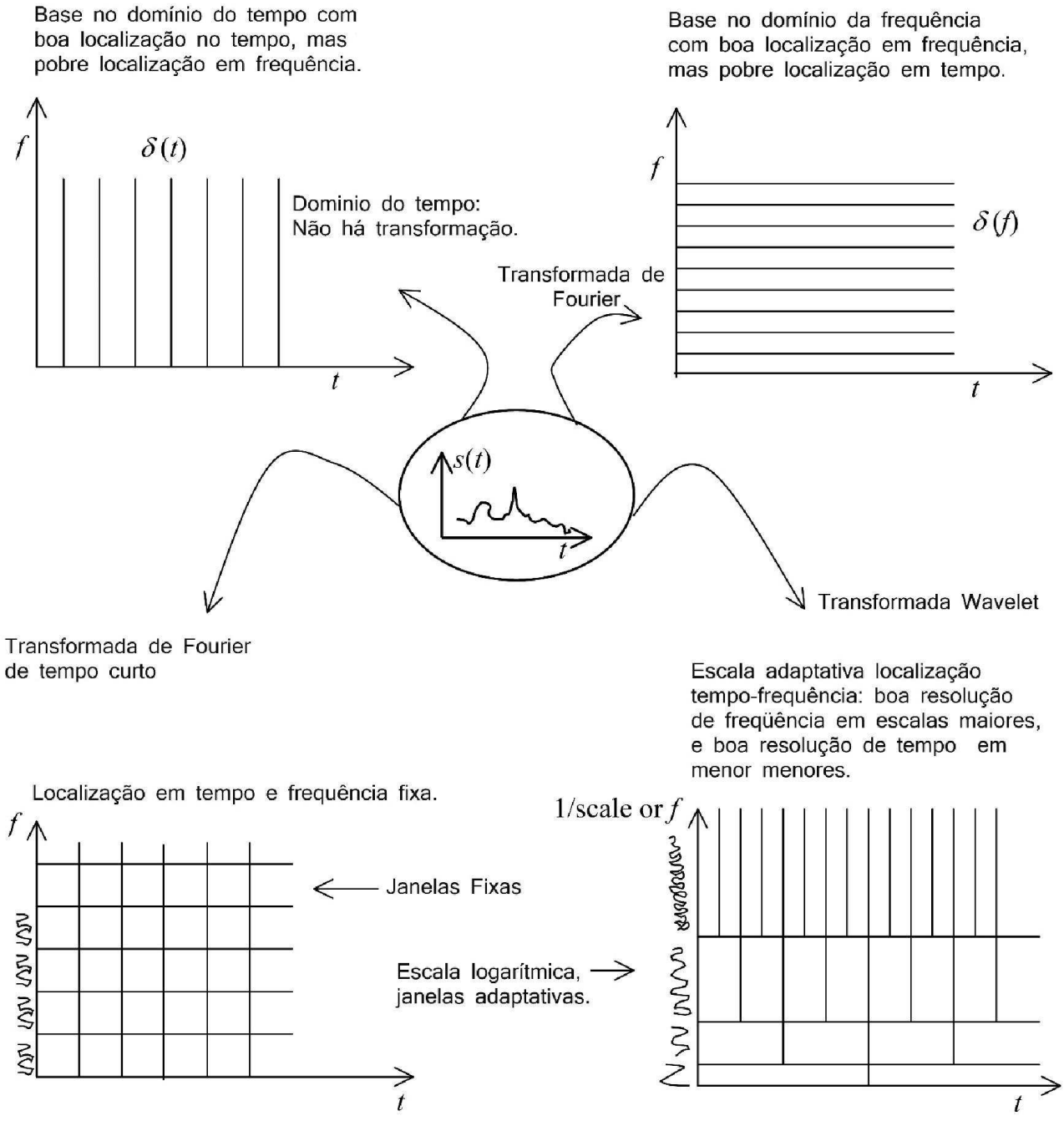


Figura 2.4 - Comparativo da visualização da representação de um sinal não-estacionário arbitrário em vários domínios, adaptado de SHUKLA (2003).

As Equações 2.10 e 2.11 são propriedades chave da Transformada Wavelet (MISITI, 2013), pois permitem relacionar escalas e frequências, de forma que,

$$Escala = \frac{1}{f} \tag{2.10}$$

$$c = \frac{\Delta f}{f} \tag{2.11}$$

Nas Equações 2.10 e 2.11, Δf é a largura da banda de frequência, f é a frequência central. A relação mostrada na Equação 2.10, permite que as funções Wavelets sejam interpretadas como um banco de filtros. Essa questão será melhor explorada nos tópicos relativos à análise em multiresolução e Transformada Wavelet Discreta. O parâmetro de escala denotado por a refere-se à localização da janela que se move ao longo do sinal. Assim, a Figura 2.5 mostra a diferença da análise das bandas de frequência na STFT, com "janelas" fixas e na Transformada Wavelet em função das diferenças das "janelas" de tamanho variável.

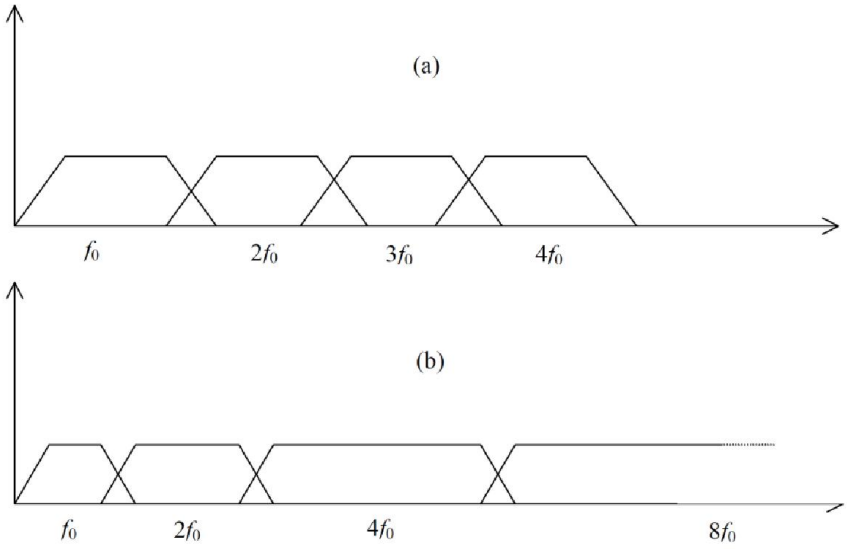


Figura 2.5 - Diferença da análise das bandas de frequência em (a) STFT ("janelas fixas") e em (b) Transformada Wavelet ("janelas variáveis") em função das diferenças das "janelas".

2.2.2.3 Famílias Wavelet

A seguir alguns tipos de famílias de Wavelets e suas aplicações na análise Contínua:

Wavelet do tipo Haar

A função $\psi(t)$ que define a *Wavelet* de Haar é um pulso quadrado dado por:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \le t < \frac{1}{2} \\ -1, & \text{se } \frac{1}{2} \le t < 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{2.12}$$

E seu gráfico está representado na Figura 2.6.

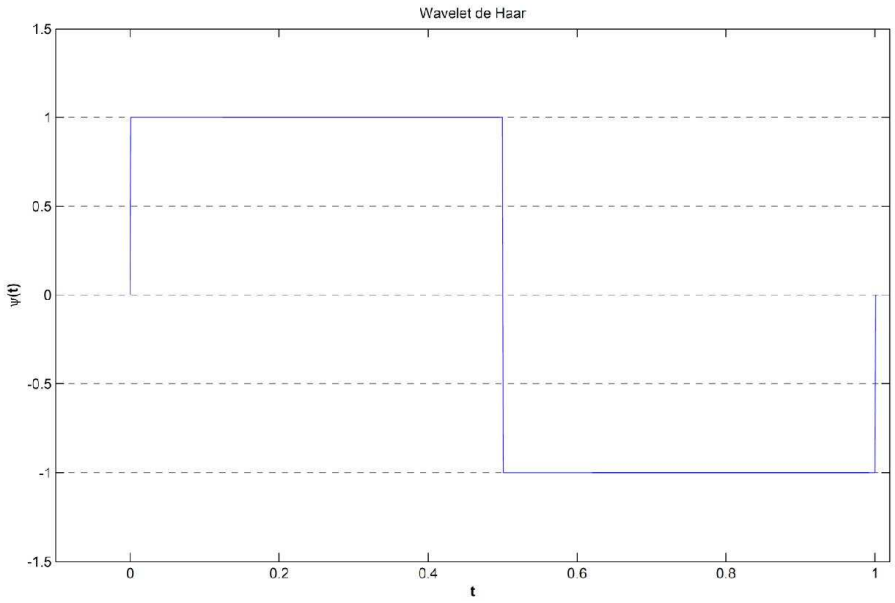


Figura 2.6 - Representação da *Wavelet* do tipo Haar

A *Wavelet* do tipo Haar é particularmente utilizada em muitas aplicações, especialmente em processamentos de imagens digitais (GONZALEZ, 2009).

Wavelet do tipo chapéu mexicano

Essa *Wavelet* recebe esse nome pelo fato de seu gráfico ser parecido ao de um chapéu mexicano, e consiste na derivada segunda da função densidade de probabilidade Gaussiana e expressa por:

$$\psi(t) = (1 - t^2)\, e^{-t^2/2} \tag{2.13}$$

A Figura 2.7 mostra a sua representação gráfica.

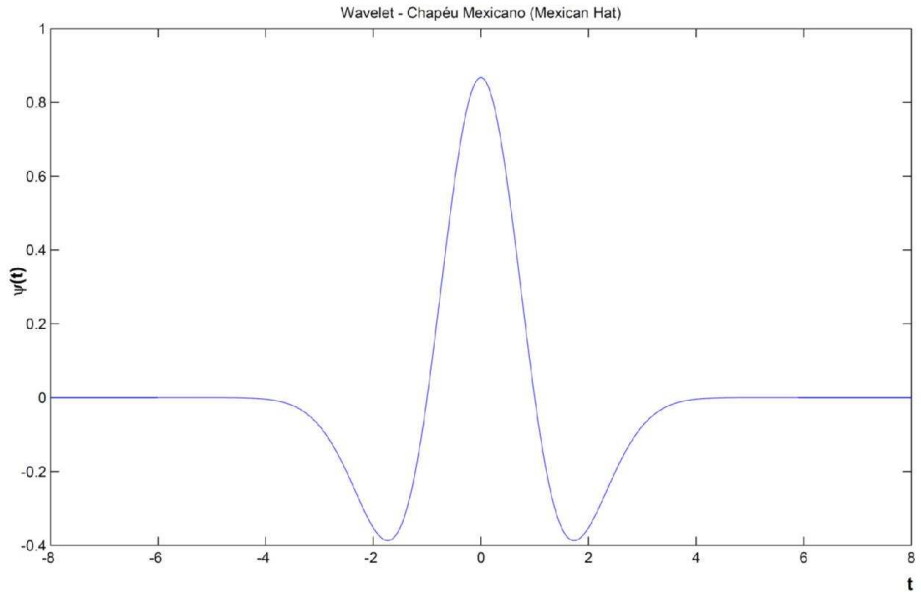


Figura 2.7 - Representação da *Wavelet* do tipo chapéu mexicano

Esse tipo de *Wavelet* é amplamente usado para a análise de sinais geofísicos (COIFFMAN, 1992).

Wavelet do tipo Morlet

Essa *Wavelet,* também denominada gaussiana modulada, é uma função complexa, para ω_0 fixo e é definida por:

$$\psi(t) = e^{i\omega_0 t}\ e^{-t^2/2} \tag{2.14}$$

A Equação (2.15), pela fórmula de Euler, pode ser decomposta em uma parte real e outra imaginária.

$$\psi(t) = (\cos\omega_0 t + i\,\mathrm{sen}\omega_0 t)\, e^{-t^2/2} \tag{2.15}$$

Onde a parte real da *Wavelet* de Morlet é dada pela Equação:

$$\psi(t) = e^{-t^2/2}\cos(\omega_0 t) \tag{2.16}$$

Na Equação 2.16, se for atribuída à frequência ω_0 um valor, como por exemplo $\omega_0 = 5$, tem-se a parte real da *Wavelet* de Morlet, o gráfico está apresentado na Figura 2.8.

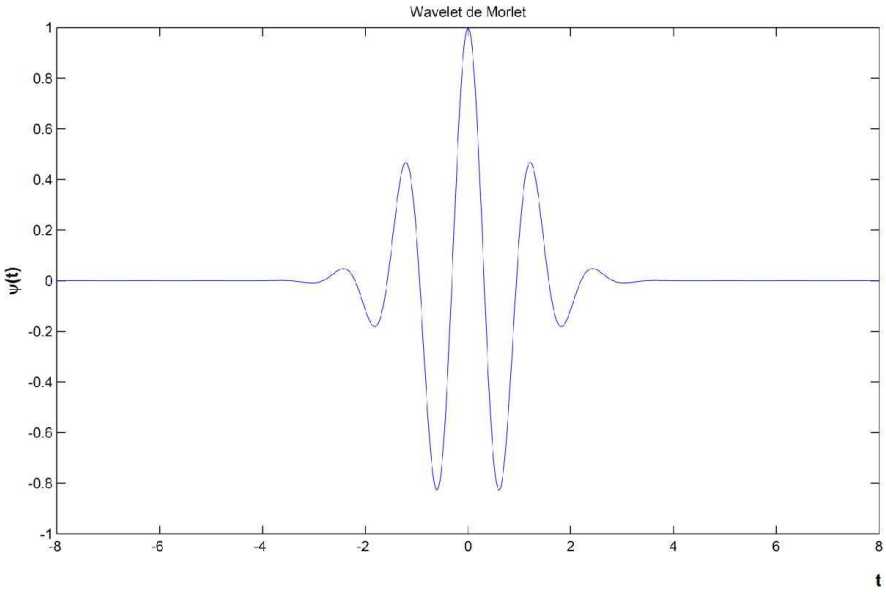


Figura 2.8 - Representação da *Wavelet* do tipo Morlet.

Esse tipo de *Wavelet* é muito utilizada para análise de sinais atmosféricos, e também em diversos tipos de aplicações que envolvam a análise de sinais periódicos. Uma função Wavelet complexa retornará informações sobre amplitude e fase do sinal. A vantagem das Wavelets complexas é que sua parte imaginária é ortogonal a parte real, o que insensível a posição (MALLAT, 2008).

Wavelet do tipo Daubechies

As *Wavelet*s de Daubechies apresentam uma capacidade de análise e síntese mais efetiva do que as de Haar por possuírem maior regularidade (suavidade) e aproximarem melhor funções (suaves) em L^2. Ao tentarmos aproximar funções regulares por *Wavelet*s do tipo Haar, que são descontínuas, são introduzidos efeitos indesejados na representação do sinal.

Na Figura 2.9 apresenta-se um conjunto de Wavelets do tipo Daubechies, $\psi(t)$, sendo que Daub-1 é a Wavelet de Haar. A construção das funções Wavelet de Daubechies será demonstrada no capítulo que descreve sua forma discretizada.

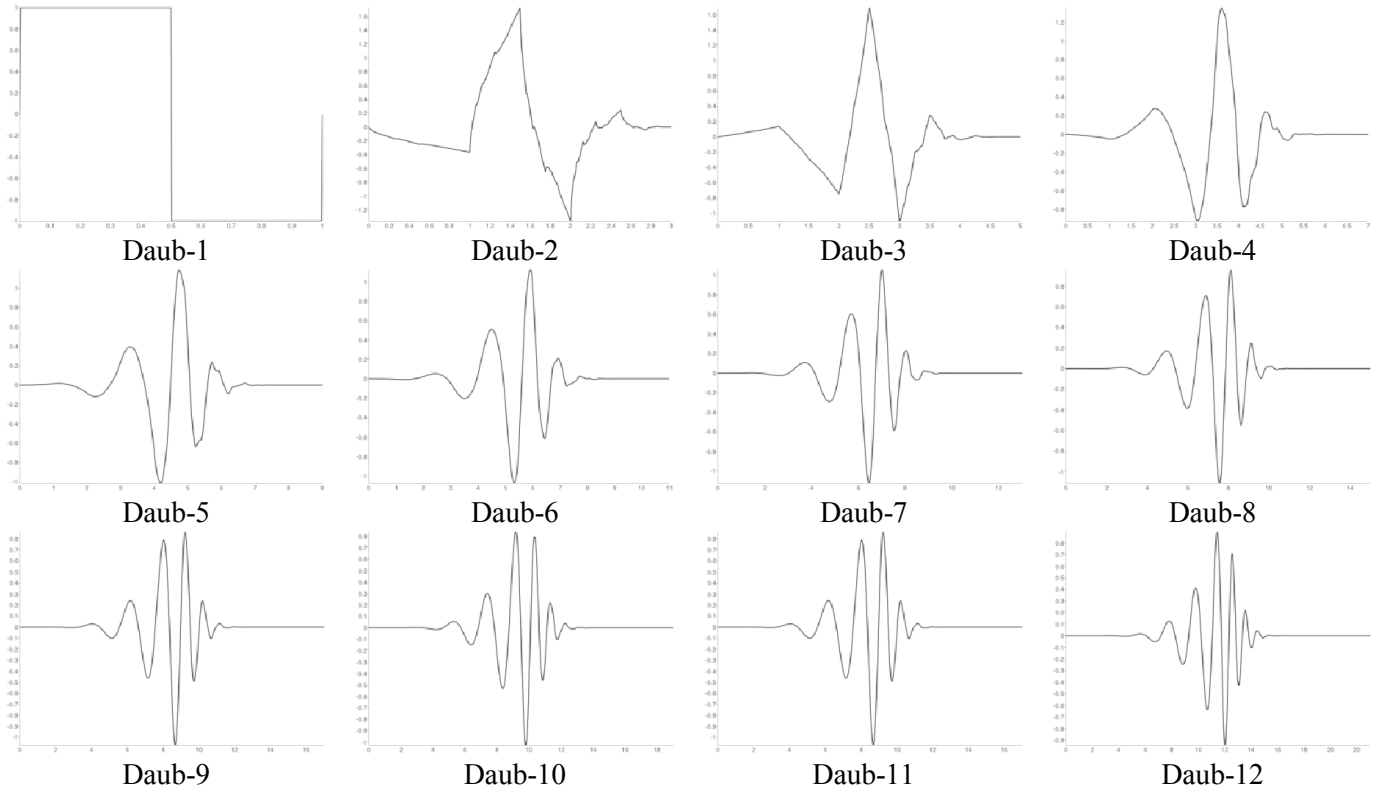


Figura 2.9 - Representação da família de Wavelets do tipo Daubechies

As *Wavelet*s de Daubechies têm grande aplicação na análise de sinais de vibrações, sinais de fenômenos turbulentos, sinais que possuem grande variação ao longo do tempo como transientes e mesmo sinais caóticos, pois se verifica que para a análise desses tipos de sinais a escolha deve ser a que menos desbalanceia a energia do sinal, isto é, a que necessita do menor número de coeficientes para representar o sinal (Mallat, 1998).

Outros tipos de Wavelets

Existe uma infinidade de *Wavelet*s que podem ser utilizadas, uma extensa lista de famílias *Wavelet*s e suas principais propriedades pode ser encontrada em Misiti (2013). Um estudo mais aprofundado sobre o tema pode ser visto em Strang (1999).

2.2.3 Escolha da Wavelet-Mãe

Segundo Graps (1995), a escolha da função Wavelet na análise Contínua está fortemente associada à aplicação, e de certa forma, a literatura mostra que este é um processo empírico. Porém, os trabalhos de Ahuja et al (2005) e Labat (2005), demonstram que alguns critérios devem ser levados em consideração na hora da escolha.

Ortogonalidade: Para DAUBECHIES (1992) deve-se utilizar famílias Wavelets ortogonais, pois o número de convoluções em cada escala é proporcional à janela da função escolhida nesta escala. Essa operação produz um espectro Wavelet que contém porções discretas de energia, o que torna sua representação mais compacta.

O uso de famílias de Wavelets não ortogonais torna o processo altamente redundante e caro computacionalmente em escalas maiores, onde o espectro Wavelet em tempos adjacentes possui alta correlação (MEYER, 1995).

Complexa ou real*:* Segundo Mallat (2008), o uso de uma função Wavelet complexa fornecerá informações sobre amplitude e fase. Sendo assim, esta se mostra muito mais bem adaptada para detecção comportamentos oscilatórios de séries temporais, pelo fato de funções Wavelets complexas retornarem informações sobre amplitude e fase. Já uma função Wavelet real fornecerá apenas informação sobre um componente e deve ser utilizada apenas para detectar e localizar picos, descontinuidades e variações bruscas no espectro frequência, como transientes por exemplo.

Suporte Compacto: A resolução de uma função Wavelet é determinada pelo balanço entre seu suporte no espaço Real e o seu suporte (Na análise Continua, trata-se do comprimento da

Wavelet) no espaço da frequência. Uma função Wavelet com suporte mais compacto (Mais estreita) vai possuir melhor resolução no domínio do tempo e pior resolução no domínio da frequência. Já uma função Wavelet com suporte mais amplo (mais larga) vai possuir uma melhor resolução no domínio da frequência e uma pior resolução no domínio do tempo (DAUBECHIES, 1992).

Simetria: A simetria é uma propriedade que facilita o entendimento visual da Wavelet Mãe, pois os valores dos coeficientes se distribuem de forma simétrica ao longo do mesmo. Além disso, Wavelets simétricas evitam a perda de fase do sinal analisado (DAUBECHIES, 1992).

2.2.4 Obtenção da Transformada Wavelet

Para obtenção da Transformada *Wavelet* Contínua pode-se utilizar um algoritmo proposto por Poularikas (2010), sem rigor matemático e composto de 5 etapas, que são descritas a seguir.

1: Escolhe-se uma *Wavelet Mãe* e faz-se a comparação com uma porção contida no sinal original. A Figura 2.10 apresenta alguns tipos de Wavelet mãe.

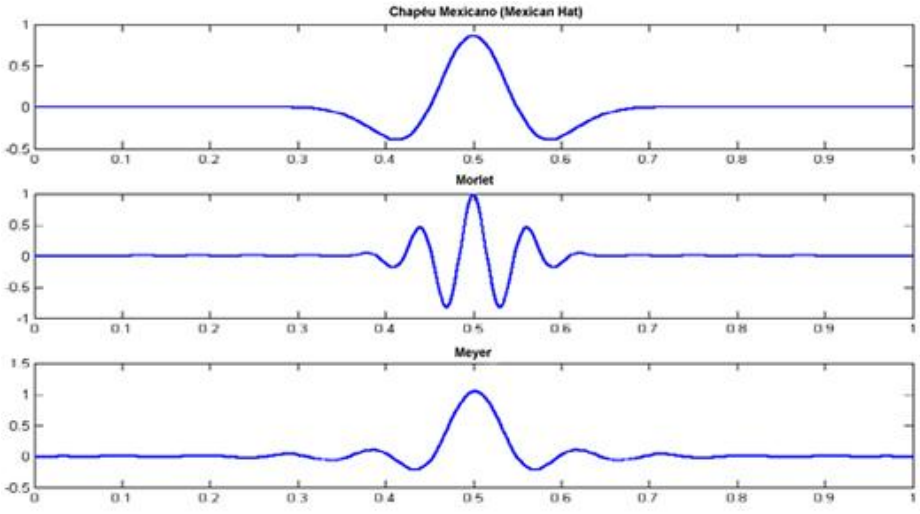


Figura 2.10 - Diferentes tipos de *Wavelet*s podem ser utilizados para obtenção da Transformada *Wavelet*.

2: Calcula-se então o coeficiente C, apresentado e na Equação 2.11 e que representa a correlação da *Wavelet* com a porção do sinal analisado. Na Figura 2.11, apresenta-se a descrição desta etapa do processo.

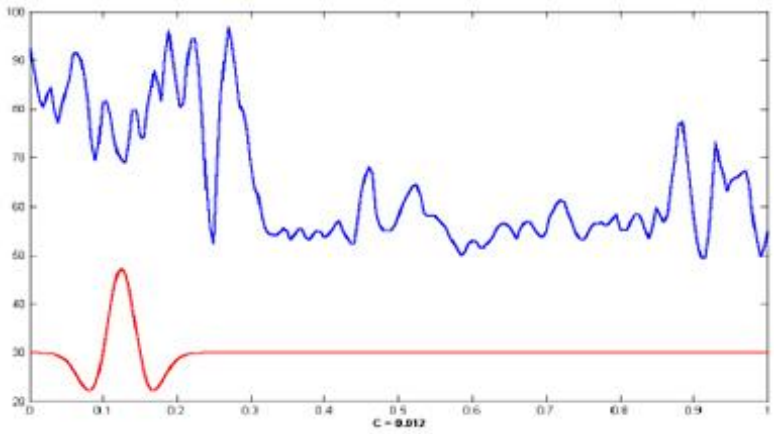


Figura 2.11 - *Wavelet* (em vermelho) comparada com o sinal (em azul)

3: Move-se a *Wavelet* para a direita e iniciam-se novamente os passos (1) e (2) até que todo o sinal seja percorrido pela *Wavelet*. A Figura 2.12 ilustra essa etapa do processo.

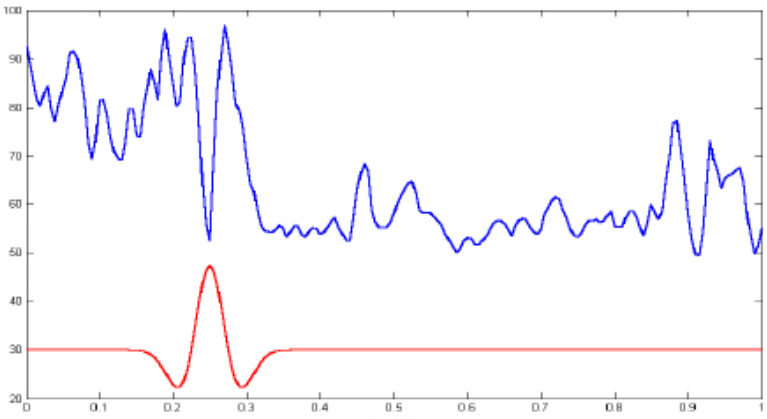


Figura 2.12 - Representação do 3º passo para a obtenção da Transformada *Wavelet*.

4: A *Wavelet* é dilatada e repetem-se os passos (1) a (3). A Figura 2.13 apresenta a descrição desta etapa d rocesso.

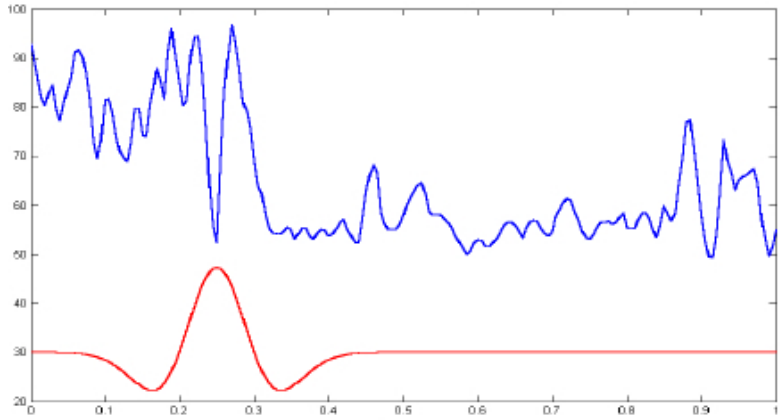


Figura 2.13 - Representação do 4º passo para a obtenção da Transformada *Wavelet*

5. Os passos de (1) a (4) são repetidos até a obtenção de todas as escalas. A Figura 2.14 apresenta o escalograma obtido após o processo da Transformada Wavelet Contínua, no qual o eixo vertical representa os valores das escalas obtidas.

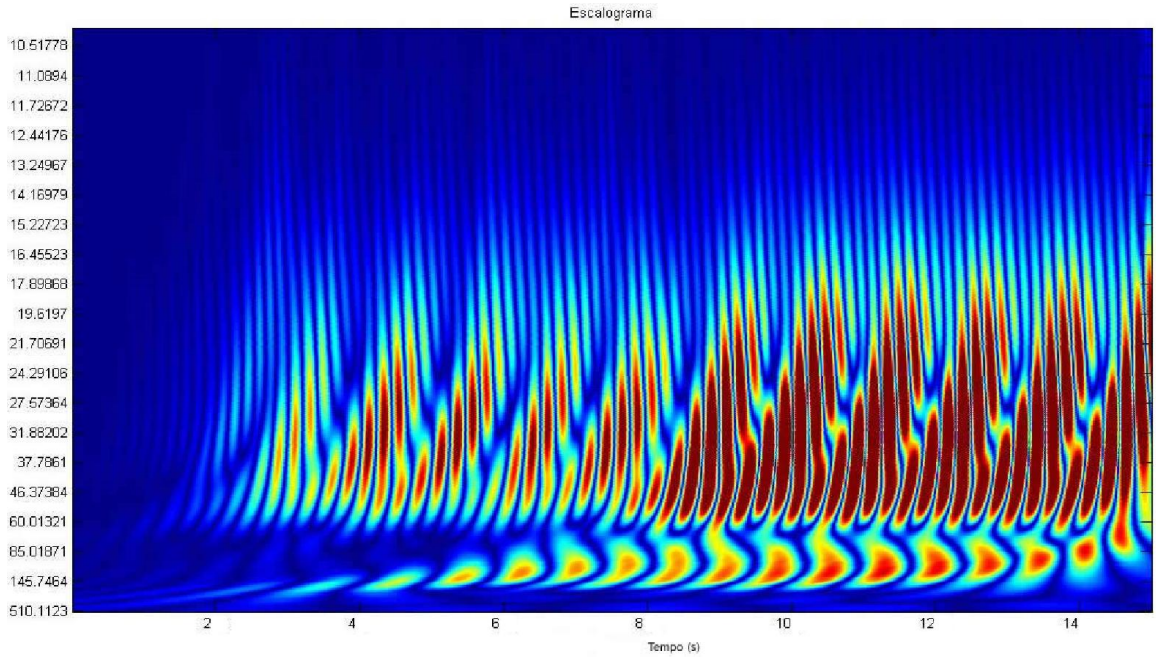


Figura 2.14 - Finalmente os passos do 1º ao 4º são repetidos para todas as escalas.

Os coeficientes *Wavelet* das escalas maiores estão associados à *Wavelet*s mais dilatadas em escalas menores, as *Wavelet*s mais comprimidas, conforme descrito no diagrama apresentado na Figura 2.2. A Transformada Wavelet permite representar um sinal por meio de um diagrama tempo-escala, conhecido como escalograma, apresentado como exemplo na Figura 2.14, no qual os coeficientes são representados por meio de intensidade de cores, a cor azul significa menor intensidade do coeficiente Wavelet ou energia e a cor vermelha representa maior intensidade do coeficiente Wavelet ou energia, conforme ilustra a Figura 2.15.

Figura 2.15 – Escala de intensidade de Energia no Escalograma

Nota-se que quanto mais dilatada for a *Wavelet*, maior será a seção do sinal com o qual ela estará sendo comparada e, deste modo, as características mais visíveis estão sendo medidas pelos coeficientes *Wavelet*s.

Assim, na análise Wavelet existe uma correspondência entre as escalas e a frequência (MISITI, 2013), conforme descrito no diagrama apresentado na Figura 2.2.

Aplica-se a Transformada Wavelet ao sinal $f(\mathrm{t}) = \sin(2\pi 10t)$, utilizando-se a Wavelet de Morlet, como apresentado o sinal f(t) na Figura 2.16.

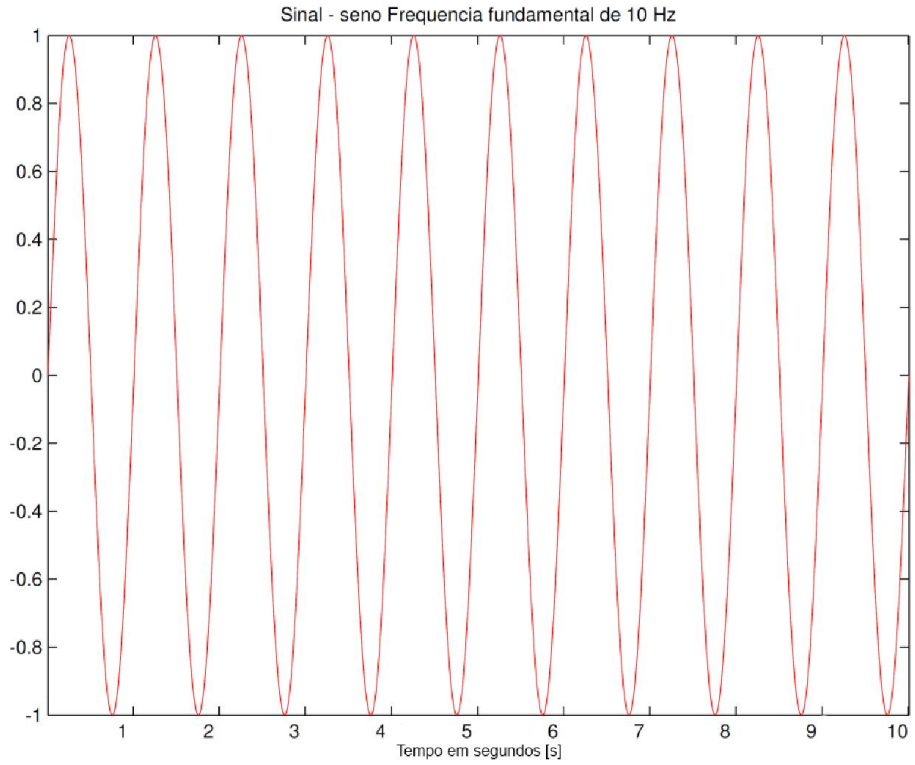


Figura 2.16 - Sinal senoidal f(t), com frequência fundamental de 10 Hz, amostrado com 1024 pontos.

O resultado da Transformada Wavelet é apresentado na Figura 2.17. Observa-se um valor de escala em torno de 50. Através da relação escala-frequência, mostra-se que esse valor corresponde à frequência fundamental do sinal f(t), 10 Hz. A Figura 2.18 mostra a relação escala-frequência.

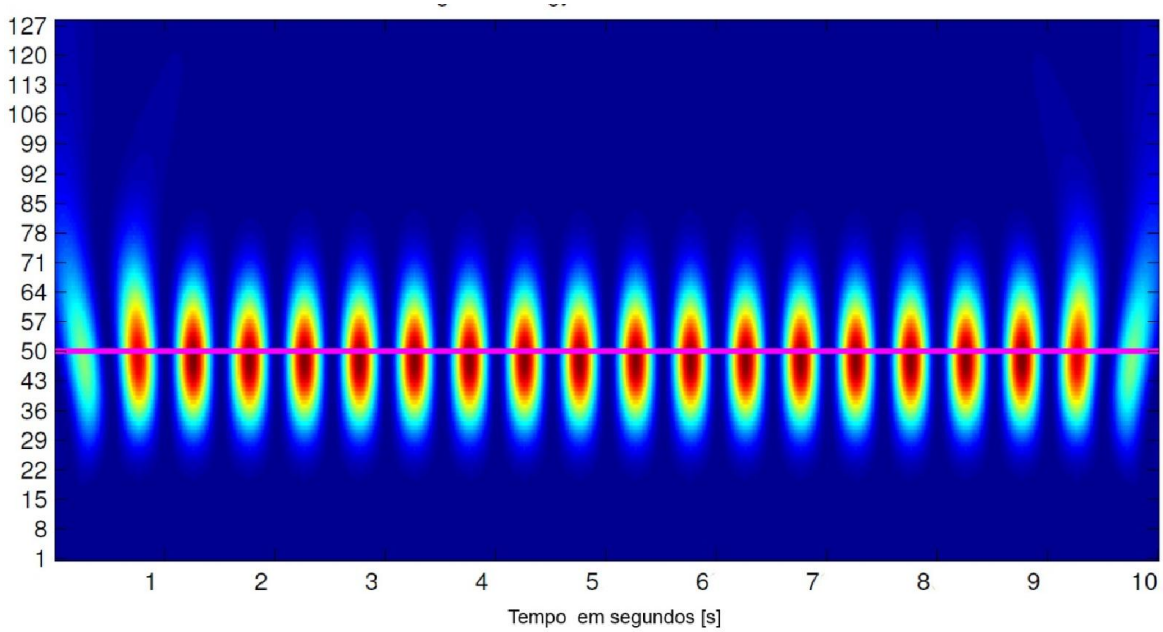


Figura 2.17 - Escalograma da Transformada Wavelet aplicado ao sinal f(t).

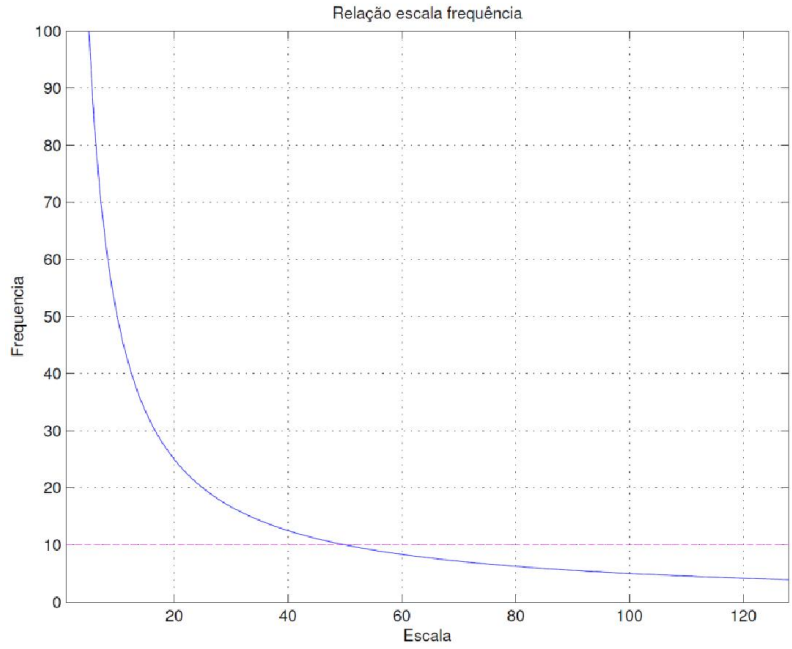


Figura 2.18 - Relação escala-frequência da Transformada Wavelet, utilizando Morlet, aplicada ao sinal f (t).

A Figura 2.19 apresenta a visualização gráfica da Transformada Wavelet ao estilo *Waterfall*, tal qual utilizada na representação da Transformada rápida de Fourier.

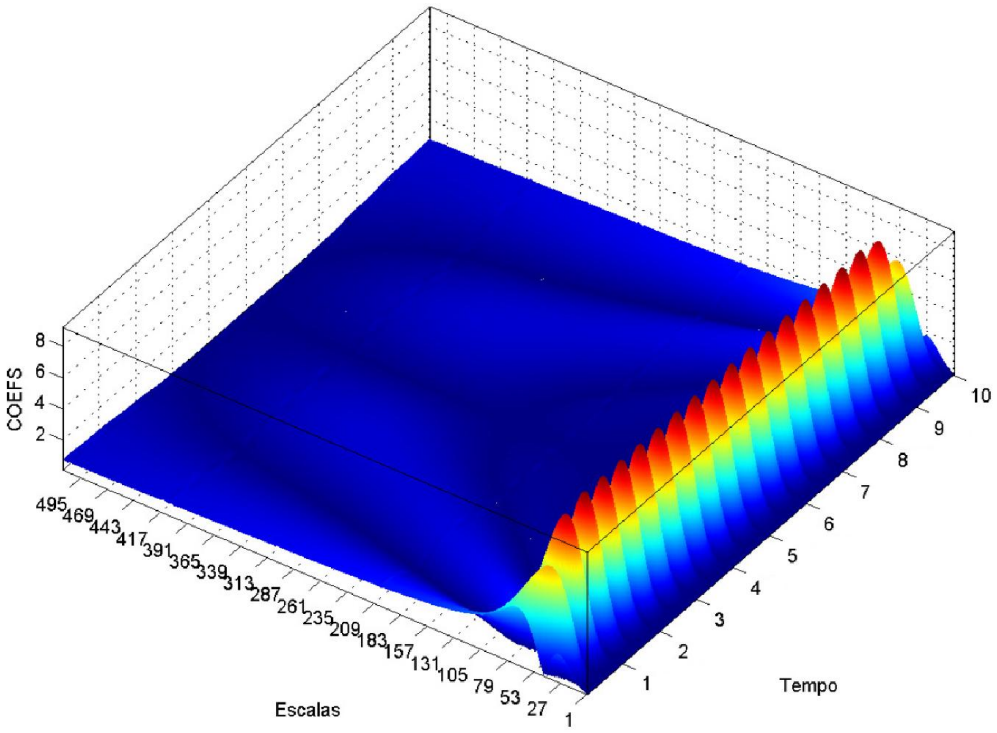


Figura 2.19 - Representação da Transformada Wavelet aplicada ao sinal f (t).

2.2.5 Interpretação da Transformada Wavelet Contínua como um banco de filtros

Segundo Strang (1996), a Transformada Wavelet Contínua (CWT) pode ser entendida como um banco de filtros. Nas Equações 2.3 e 2.4, definiu-se o conceito da Transformada Wavelet Contínua. Sabe-se que $CWT(\tau,a)$ é o produto de convolução do sinal $x(t)$ com o complexo conjugado de $\psi_{a,\tau}$ da Wavelet Mãe escalonada (função Wavelet). Por este motivo pode-se associar a Transformada Wavelet Contínua a um banco de filtros lineares.

Deve-se tomar cuidado com esse tipo de afirmação, pois, como a convolução é feita no domínio do tempo, de forma que não há mudança de domínio e também pelo fato de não existir relação explicita com frequências no processo da Transformada Wavelet. A relação entre escalas e frequências na Transformada Wavelet foi apresentada nas Equações 2.10 e 2.11. A Figura 2.20 ilustra a descrição da Transformada Wavelet Contínua como um banco de filtros.

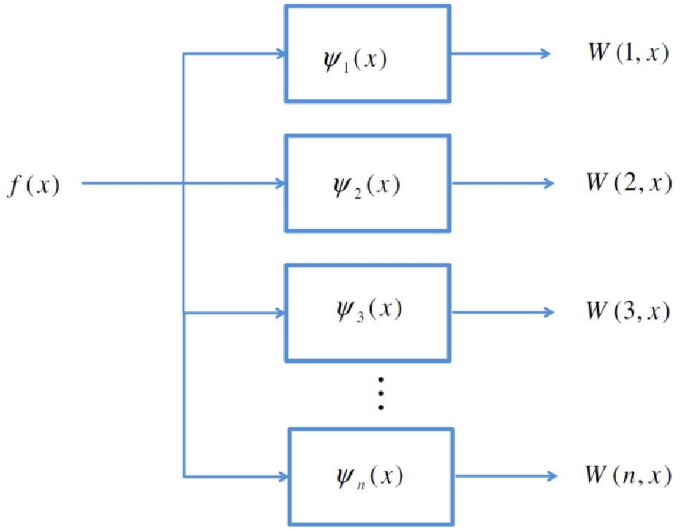


Figura 2.20 - Interpretação da Transformada Wavelet Contínua como um banco de filtros.

2.3.1 Transformada Wavelet Discreta

Os cálculos dos coeficientes em cada escala possível tornam o cálculo da Transformada Wavelet Contínua computacionalmente caro. Uma alternativa é escolher as escalas e posições baseadas em potência de 2. Esse é o processo utilizado na Transformada Wavelet Discreta (MALLAT, 2008).

Esse processo permitiu a criação de algoritmos para análise e decomposição de sinais através da Transformada Wavelet em sua forma discretizada. Apresenta-se a expressão da Transformada Wavelet Discreta na Equação 2.17.

$$f(t) = \sum_{k=0}^{2^{j_0}-1} c_{j_o,k}\varphi_{j_n,k}(t) + \sum_{j-j_0}^{N-1}\sum_{k=0}^{j-1} d_{j,k}\psi_{j,k}(t) \quad j,k \in Z^+ \tag{2.17}$$

Onde $c_{j_0 k}$ são os coeficientes de escala, $d_{j,k}$, são os coeficientes Wavelet, j_0 fornece o espaço inicial V_{j_0}, que é o espaço de resolução mais baixa. 2^n é o tamanho do sinal, que determina o nível máximo de decomposição.

Os trabalhos de Mallat permitiram o desenvolvimento de algoritmos rápidos para obtenção da Transformada Wavelet, entre eles, o que ficou conhecido como Transformada rápida Wavelet (do inglês, *Fast Wavelet Transform* – FWT), que é construído sob a teoria da análise em multiresolução. O algoritmo da FWT foi adaptado por Mallat e Meyer para aplicações em análise e processamento de imagens e sua forma final é conhecida como algoritmo piramidal de Mallat. Alguns trabalhos na literatura referenciam o método como FWT (COHEN, 1993), outros como algoritmo piramidal de Mallat (MALLAT, 1992).

A Transformada Rápida Wavelet utiliza uma série de filtros lineares (Passa-baixa e Passa-alta), para decompor o sinal e separá-lo em componentes de baixas e altas frequências. O algoritmo de Mallat também combina esses filtros, com operações de amostragem descendente, isto é, os passos que dizimam o sinal em cada etapa, de forma a reduzir os dados em cada subamostragem. Isso explica o aumento da "velocidade" do algoritmo, devido à resolução, os cálculos em cada iteração geometricamente (MALLAT, 2008).

Pode-se interpretar a Transformada Wavelet Discreta de diversas maneiras. As formulações mais utilizadas na literatura são a analogia com subespaço e a analogia através de banco de filtros. Para um melhor entendimento de tais interpretações faz-se necessária uma discussão mais aprofundada sobre a análise em multiresolução.

2.3.2 Análise em Multiresolução

De acordo com Ouahabi (2012), a análise em multiresolução permite decompor sinais discretos, utilizando frequências de corte diferentes, que são utilizadas para analisar o sinal em diferentes escalas. O sinal é transmitido através de filtros passa-alta para separação do conteúdo de altas frequências e também por filtros passa-baixa para separação do conteúdo de baixas frequências, através de operações de interpolação e subamostragem.

A análise em multiresolução consiste basicamente em aproximar uma função $f(t)$, em diferentes níveis de resolução ($f_1(t), f_2(t), \ldots, f_n(t)$), isto é, um nível de resolução j é aproximado por $f_j(t)$, enquanto em outro nível de resolução $j+1$, chamado de detalhe, é incluído e denotado por $d_j(t)$, daí tem-se a aproximação $f(t)$, como um novo nível de resolução $f_j(t) = f_j(t) + d_j(t)$. Pode-se generalizar a expressão para j níveis de resolução, como apresenta-se na Equação 2.18 (DEBNATH, 2005)

$$f(t) = f_j(t) + \sum_{k=j}^{\infty} d_k(t) \tag{2.18}$$

A Equação 2.18 representa a forma de decompor a função $f(t)$. Os níveis de resolução são descritos por multiresolução, pelos subespaços V_j e W_j, onde os espaços de dimensionamento V_j e o espaço Wavelet W_j é dado pela diferença entre V_j e V_{j+1}. A soma de V_j e W_j resulta em V_{j+1}. Como a análise em multiresolução implica em uma decomposição do espaço funcional em uma sequência de subespaços V_j e de acordo com Arfken (1999), esta precisa atender a alguns requisitos, que serão descritos a seguir.

A Figura 2.21 ilustra o espaço de funções Wavelet, onde:

V_j : Subespaços correspondentes às escalas (aproximações).

W_j : Subespaços correspondentes às bases Wavelet (detalhes).

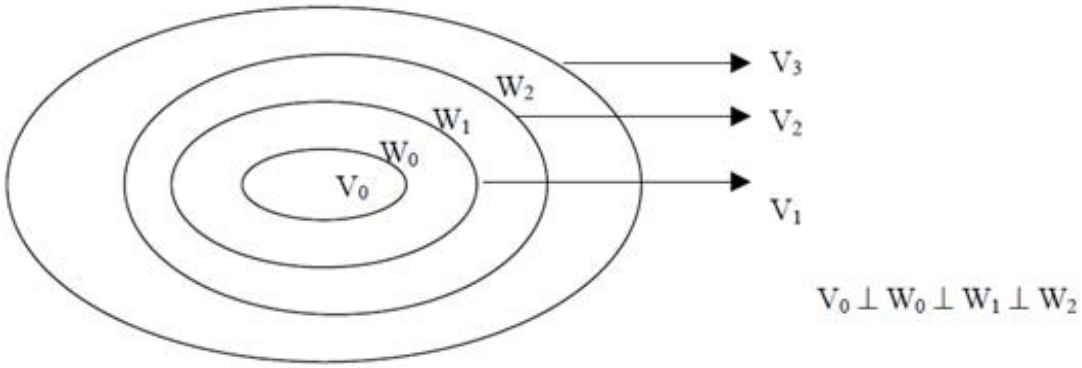


Figura 2.21 - Espaço de funções Wavelets.

O subespaço V_j deve estar contido em cada subespaço superior, mostra-se essa relação na Equação 2.19.

$$V_0 \subset V_1 \subset \ldots \subset V_j \subset V_{j+1} \subset \ldots \tag{2.19}$$

De forma que $V_{-\infty} = \{0\}$ e $V_{\infty} = L^2$. Esses espaços tambem devem satisfazer a condição mostrada na Equação 2.20 (DEBNATH, 2005).

$$f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2t) \in V_{j+1} \tag{2.20}$$

A condição mostrada na Equação 2.20 assegura que os elementos dos espaços são versões em escala dos espaços seguintes. Resultando em outro requisito da análise em multiresolução, que é o parâmetro associado à dilatação.

A diferença entre $f_{j+1}(t)$ e $f_j(t)$, permite a obtenção de informações adicionais sobre os detalhes na escala $2^{-(j+1)}$, denotado por $df = f_{j+1}(t) - f_j(t)$. Assim, os subespaços podem ser decompostos e reescritos como mostra na Equação 2.21.

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j \tag{2.21}$$

Onde W_j é conhecido como detalhe do nível j de resolução, e é ortogonal a V_j. O símbolo $\oplus$ denota uma operação conhecida como soma direta, utilizado na Equação 2.21 por tratar-se de uma soma de subespaços vetoriais.

Generalizando a decomposição do espaço V pode ser feita conforme relação apresentada na Equação 2.23.

$$V_{j+1} = W_j \oplus V_j = W_j \oplus W_j \oplus V_{j-1} = \ldots = W_j \oplus W_{j-1} \oplus W_{j-2} \oplus \ldots \oplus W_{j-J} \oplus V_{j-J} \tag{2.22}$$

Outra condição importante é a variância translacional do espaço V_j, que implica que todos os espaços V_j são versões em escala do espaço central V_0, . Se $f(t)$ está em contido em V_j , é fato que $f(t)$ não contém detalhes ou flutuações em pequenas escalas $\frac{1}{2^j}$, assim $f(2t)$ é uma função obtida a partir de $f(t)$ por um fator de 2 e não contém nenhum detalhe em escalas menores que $\frac{1}{2^{j+1}}$, portanto, $f(2t)$ encontra-se contido em V_{j+1}.

A condição final é que deve existir uma função ϕ, de tal forma que se traduzam em uma forma base ortonormal para V_0. A função ϕ, que gera as funções para todos os espaços V_j, é conhecida como função de escalonamento da análise em multiresolução (DEBNATH, 2010).

A seguir a descrição da Transformada Wavelet Discreta através da analogia com subespaços e a sua analogia utilizando o conceito de banco de filtros.

2.3.3 Transformada Wavelet Discreta: Analogia com Subespaços.

Segundo Mallat (2008), a forma didática da Transformada Wavelet é construída como mostra na Equação 2.23.

$$\psi_{j,n}(t) = 2^{-j/2}\psi(2^{-j}t - n) \tag{2.23}$$

Onde o conjunto $\{\psi_{j,n}(t)\}$, $j,n \in \mathrm{Z}$, forma uma base ortogonal esparsa em $L^2(R)$. Esse fato significa que a base Wavelet induz a uma decomposição ortogonal de qualquer função em $L^2(R)$. Assim,

$$L^2(R) = \bigoplus_j \Omega_{j,1} \tag{2.24}$$

$\Omega_{j,1}$ denota o subespaço gerado por $\{\psi_{j,n}(t)\}$, $j,n \in \mathrm{Z}$ e $\oplus$ representa a soma direta dos subespaços. Desta forma, é possível obter uma descrição completa de um sinal a partir da soma direta dos subespaços ortogonais. A função Wavelet está sempre associada a uma função de escala, conforme mostra na Equação 2.25.

$$\varphi_{j,n}(t) = 2^{-j/2}\varphi(2^{-j}t - n) \tag{2.25}$$

A função Wavelet e o conjunto $\{\psi_{j,n}(t)\}$, $j,n \in Z$ formam uma base ortogonal esparsa em $L^2(R)$. A função de escala induz a uma cadeia de subespaços aninhados conforme expressão apresentada na Equação 2.26 (DEBNATH, 2010).

$$\Omega_{j,0} \subset \Omega_{j-1,0} \subset \cdots \subset \Omega_{1,0} \subset \Omega_{0,0} \tag{2.26}$$

Onde $\Omega_{0,1}$ é o subespaço gerado por $\{\psi_{j,n}(t)\}$, $j,n \in Z$.

A natureza da função de escala é que a projeção de um sinal $x(t)$ para o espaço é equivalente a uma filtragem em passa-baixa. De forma mais especifica, a projeção $x(t)$ em $\Omega_{0,1}$ é uma aproximação de escala a=2^j. Assim,

$$A_j[n] = \sum a_{j,n}\varphi_{j,n}(t) \tag{2.27}$$

Na Equação 2.27, os termos $a_{j,n}$, representam os coeficientes de escalas e denota o produto interno do sinal $x(t)$ com $\varphi_n(t)$, conforme mostra a Equação 2.28.

$$a_{j,n} = \langle x(t), \varphi_n(t) \rangle \tag{2.28}$$

Por definição $\Omega_{0,0}$ (escala a=2^0=1) é o espaço do sinal original $x(t)$, escrito como $A_0[n] = x[n]$. Os subespaços gerados pela função Wavelet e pelas funções de escala, podem ser escritos como:

$$\Omega_{j,0} = \Omega_{j+1,0} \oplus \Omega_{j+1,1} \tag{2.29}$$

O resultado obtido através da Equação (2.29) significa dizer que contém os detalhes necessários para uma análise indo a um nível mais elevado de aproximação. O componente de detalhe do sinal $x(t)$ para escala $a = 2j$ é escrito como mostra a Equação 2.30.

$$Dj[n] = \sum_{n \in Z} d_{j,n} \psi_{j,n}(t) \tag{2.30}$$

Onde os termos $d_{j,n}$ são os coeficientes Wavelet, obtidos através do produto interno entre o sinal $x(t)$ e a função $\psi_{j,n}(t)$. Essa operação equivale a uma filtragem do tipo passa-banda (DEBNATH, 2010).

$$d_{j,n} = \left\langle x(t), \psi_{j,n}(t) \right\rangle \tag{2.31}$$

A Transformada Wavelet pode ser vista como uma forma de representar $\Omega_{0,0}$, como a soma direta de subespaços ortogonais entre si, de forma que,

$$\Omega_{0,0} = \left(\bigoplus_{j=1}^{J} \Omega_{J,0} \right) \oplus \Omega_{J,0} \tag{2.32}$$

O conjunto mostrado na Equação 2.32 pode ser ilustrado na Figura 2.22. A Transformada Wavelet é um processo de sucessivas decomposições $A_j[n] \in \Omega_{j,0}$ e detalhes $D_j[n] \in \Omega_{j,1}$. A aproximação do sinal é reamostrada em cada fase da decomposição, já os coeficientes e detalhes são mantidos. O objetivo da análise é chegar a partir do sinal amostrado $x(t) = A_0[n]$ em uma decomposição em sinais de aproximação e detalhe, de forma que,

$$\{D1[n], \ldots, Dj[n], Aj[n]\} \tag{2.33}$$

Na Figura 2.22, tem-se a representação da Transformada Wavelet, através da analogia de subespaços para uma decomposição em escalas j, a transformação consiste de j escalas para os coeficientes de detalhe e $j_{1,n}$, que representam o menor nível de decomposição do sinal de aproximação.

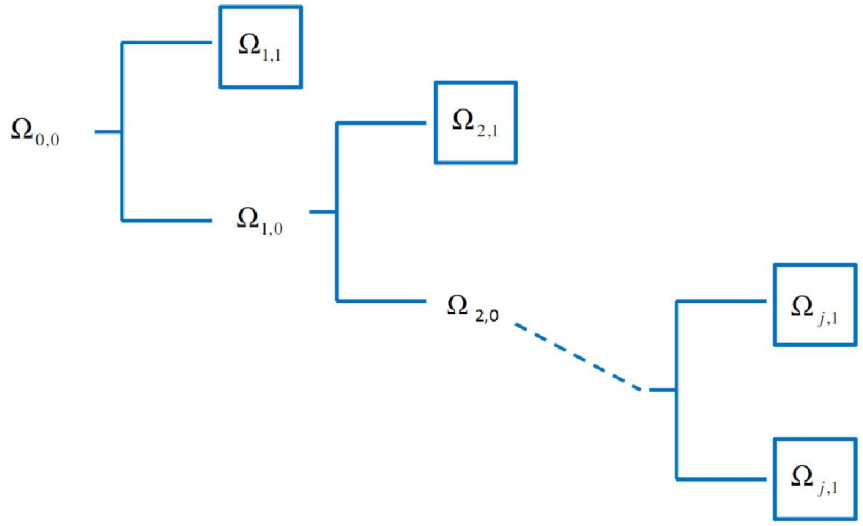


Figura 2.22 - Representação da Transformada Wavelet através da analogia de subespaços.

2.3.4 Transformada Wavelet Discreta: Analogia com Banco de Filtros

Outra forma de entendimento da Transformada Wavelet, sob a ótica do processamento de sinais, é a analogia com banco de filtros que na década 90 foi amplamente divulgado pelos trabalhos de Strang (1996). O objetivo desse tópico é demonstrar que a estrutura de decomposição da Transformada Wavelet equivale a um banco de filtros passa-baixa e passa-alta.

2.3.5 Banco de Filtros

Seja o mapa $\Omega_{j,0} \to \Omega_{j+1,0}$, que passa a ser representado pelo operador H, e o mapa $\Omega_{j,0} \to \Omega_{j+1,1}$, que será representado pelo operador G. A Figura 2.23 apresenta a ilustração para o esquema de projeção dos operadores G e H (STRANG, 1996).

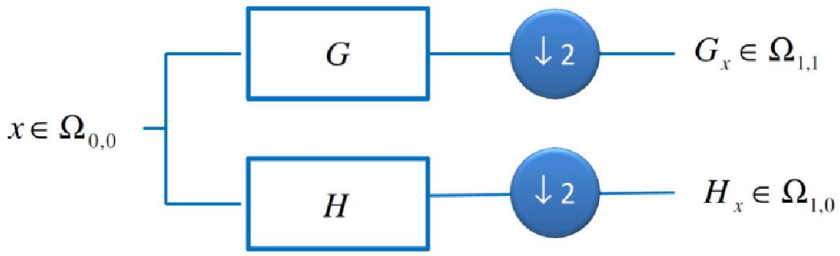


Figura 2.23 – Esquema de projeção dos operadores H e G.

A operação apresentada na Figura 2.23 consiste de dois estágios separados, onde $g = \{g[n]\}_{n=0}^{L-1}$ e $h = \{h[n]\}_{n=0}^{L-1}$ são filtros do tipo passa-alta e passa-baixa de tamanho L, respectivamente, e operador $\downarrow 2$ implica uma decimação por dois a cada etapa da operação. Nas Equações 2.34 e 2.35 apresentam-se as expressões que descrevem essa operação. A decimação é um processo de descarte espaçado de amostras de um dado sinal discreto, este procedimento equivale a reamostrar o sinal contínuo com uma frequência de amostragem menor. Em Análise em Multiresolução o processo de decimação minimiza a perda de informação por efeito aliasing (WEEKS, 2010), a Figura 2.24 apresenta a relação entre os coeficientes gerados na decomposição e suas respectivas bandas espectrais.

$$(Hx)_n = \sum_{k=0}^{L-1} h[k]x[2n-k] \tag{2.34}$$

$$(Gx)_n = \sum_{k=0}^{L-1} g[k]x[2n-k] \tag{2.35}$$

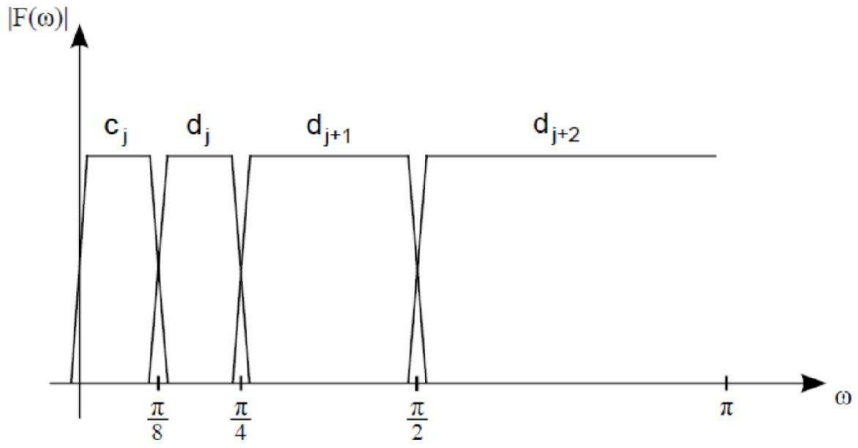


Figura 2.24 - coeficientes gerados na decomposição e suas respectivas bandas espectrais.

Os operadores G e H são conhecidos com "*Quadrature Mirror Filters*" (QMF), e devem satisfazer as condições de ortogonalidade, mostrada nas Equações 2.36 e 2.37 (VAN DRONGELEN, 2006).

$$HG^* = GH^* \tag{2.36}$$

$$HH^* = GG^* = I \tag{2.37}$$

Nas Equação 2.36 e 2.37, $*$ denota o operador adjunto e I é representação da matriz identidade. Na Figura 2.25, faz-se a ilustração da analogia do código de sub-bandas (*subband coding*) com a Transformada Wavelet Discreta.

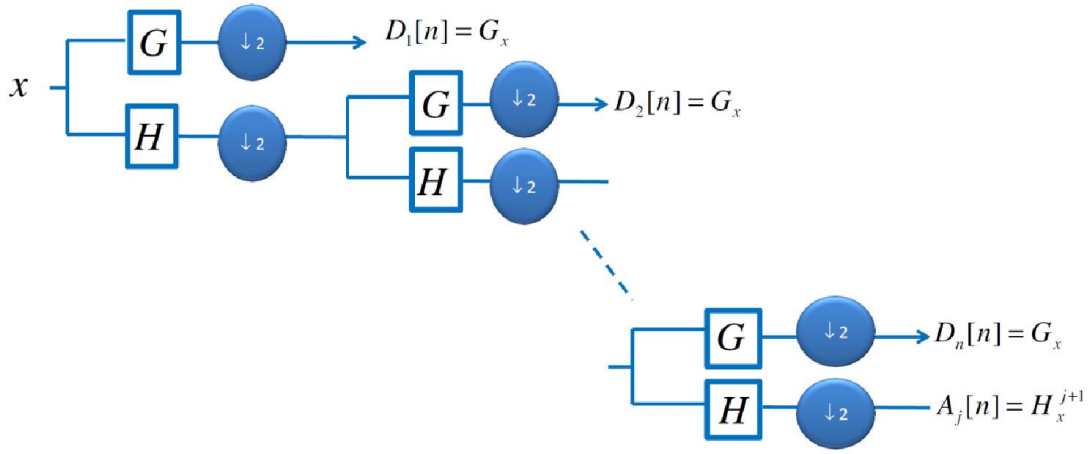


Figura 2.25 – Analogia código de sub-bandas (subband coding) e Transformada Wavelet discreta

Os Filtros do tipo QMF ("*Quadrature Mirror Filters*") estão relacionados à função Wavelet e a função de escala da forma que segue,

$$h[n] = \left\langle \varphi(t), \sqrt{2}(2t-n) \right\rangle \tag{2.38}$$

$$g[n] = \left\langle \psi(t), \sqrt{2}(2t-n) \right\rangle \tag{2.39}$$

As expressões apresentadas nas Equações 2.39 e 2.40, discretizam e relacionam os filtros G e H com as funções Wavelet e função escala, respectivamente. Desta forma pode-se entender a

Transformada Wavelet Discreta como uma operação de filtragem de um sinal, através de bancos de filtros. Na Tabela 2.1 apresenta-se a relação dos elementos envolvidos na Transformada Wavelet Contínua e sua respectiva forma discretizada.

Tabela 2.1 - Analogia entre operações na Transformada Wavelet na forma Contínua e Discreta (GOSWAMI, 2001).

Operação Contínua	Operação Discreta	Expressão Discretizada
Integração	Soma	$\sum_k a(k)$
Translação	Deslocamento para esquerda, com fator p inteiro.	$f(k) \rightarrow f(k-p)$
Dilatação	*Downsampling* / *upsampling* com fator p inteiro	$f(k) \rightarrow f(pk)$ $f(k) \rightarrow \begin{cases} f(k/p) \\ 0 \end{cases}$

Como G e H são filtros do tipo QMF, essa característica também permite a reconstrução do sinal através dos coeficientes da Transformada Wavelet, ou seja, a operação admite a inversão do processo, o que matematicamente representa a obtenção da Transformada Inversa. Na teoria QMF essa característica é chamada de reconstrução perfeita. Na Figura 2.26, representa-se o processo de decomposição e reconstrução perfeita do sinal através de banco de filtros.

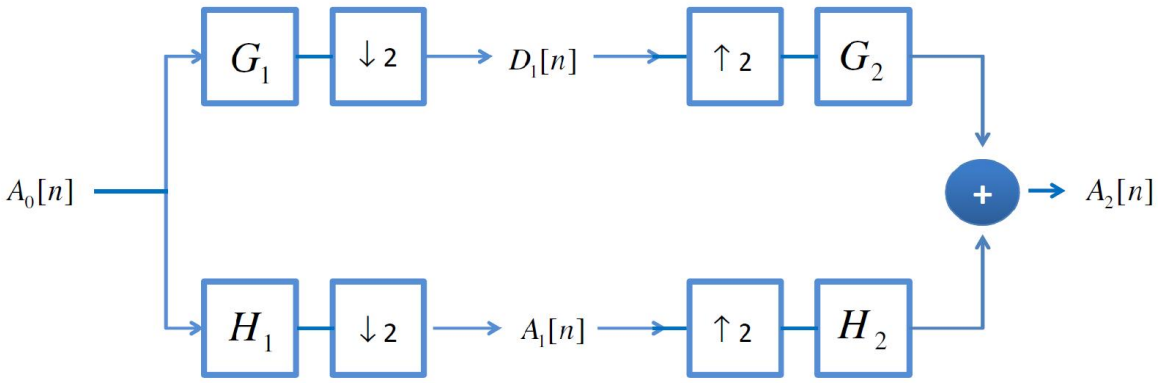


Figura 2.26 - Decomposição e reconstrução via banco de filtros.

2.3.6 Wavelets Escritas como Filtros H e G

A escolha do filtro Wavelet na decomposição e reconstrução do sinal também traz algumas discussões, como consequência da escolha do filtro que será crucial para obter-se, ou não, uma perfeita reconstrução do sinal original. Essa perfeita reconstrução é realmente possível e significativa. É sabido que *o downsampling* dos componentes do sinal executado durante a fase de decomposição introduz uma distorção chamada *aliasing* (ADDISON, 2010). Se escolhermos adequadamente e cuidadosamente os filtros para as fases de decomposição e reconstrução (que são muito parecidas, mas não idênticas), pode-se eliminar os efeitos de *aliasing*. Em Geral tal escolha remete assim a filtros Wavelet com suporte alto (GUIDO, 2011).

Neste trabalho serão utilizados três grupos de filtros: Daubechies, Symlet e Meyer Discretizado. As Figuras 2.27 e 2.28 apresentam os conjuntos de funções Wavelet e funções de escala para Daubechies de 1 a 12. Na literatura os filtros Daubechies são denominados Daub-2N, onde 2N representa o suporte do filtro (ou número de coeficientes do filtro na forma Discreta) (MISITI, 2013).

A construção de funções Wavelet de Daubechies é feita a partir da função de escala ou dilatação e um conjunto de coeficientes h_k, $k \in Z$ (DAUBECHIES, 1992). De acordo com Strang (1999), a equação geradora da função de escala é:

$$\varphi(t) = \sum_{k=0}^{N-1} h_k \varphi(2x - k) \tag{2.40}$$

E da função Wavelet,

$$\psi(t) = \sum_{k=0}^{N-1} g_k \varphi(2x - k) \tag{2.41}$$

Onde $g_k = (-1)^k h_{N-1-k}$, e $\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)dx = 1$.

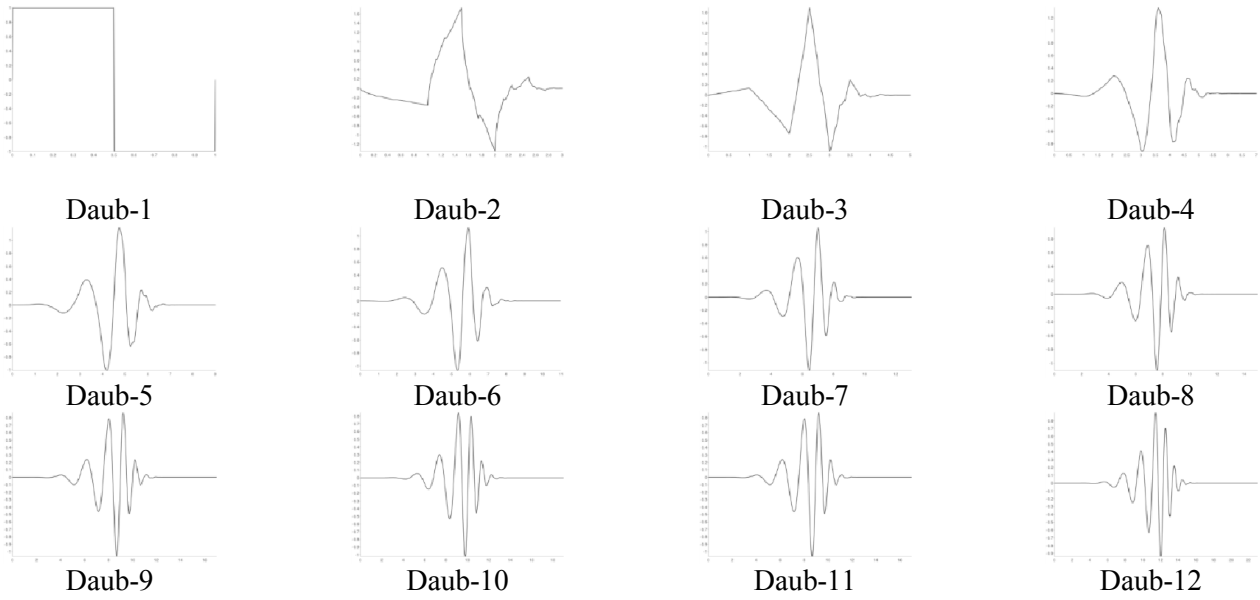


Figura 2.27 - Funções Wavelet Daubechies de 1- 12.

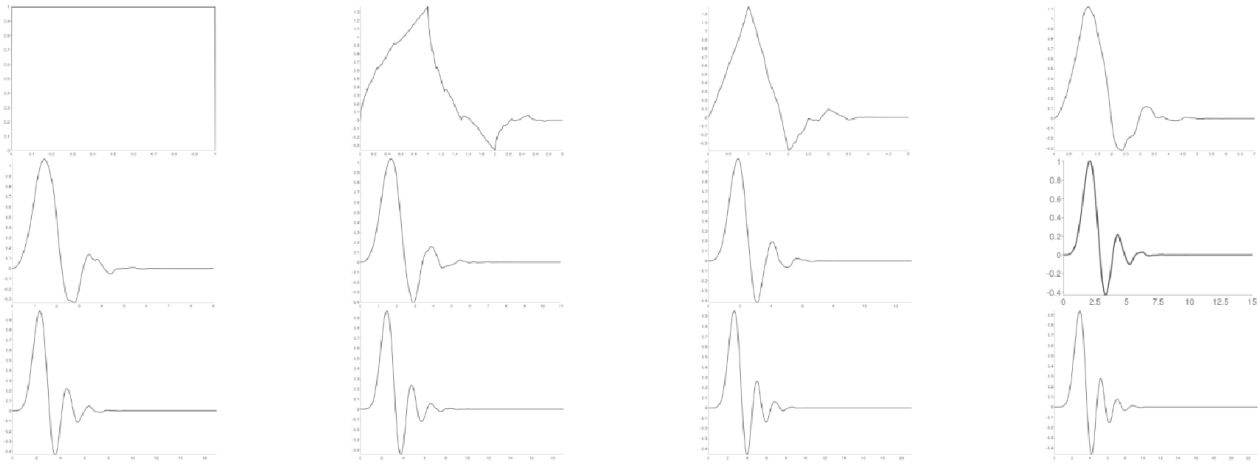


Figura 2.28 - Funções de escala Daubechies de 1-12.

A Figura 2.29 apresenta os filtros de decomposição e reconstrução (que equivalem às funções Wavelet e Escala na forma Contínua), Daubechies-5. Já na Figura 2.30 a resposta em Frequência dos mesmos, e percebe-se a característica de filtros passa alta e passa-baixa.

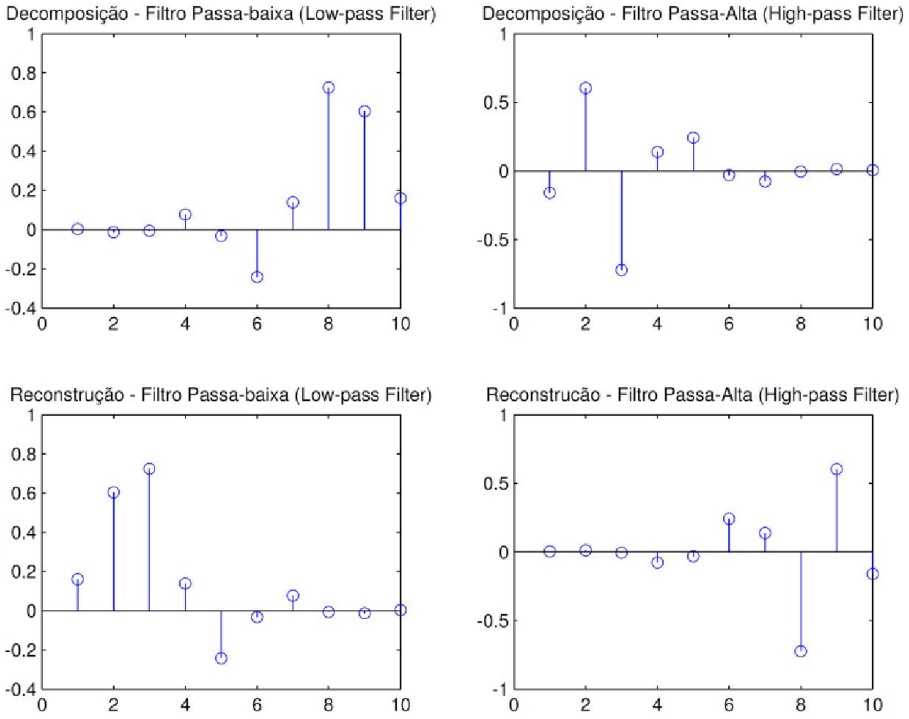


Figura 2.29 - Filtros de Decomposição e Filtro de Reconstrução Daubechies-5.

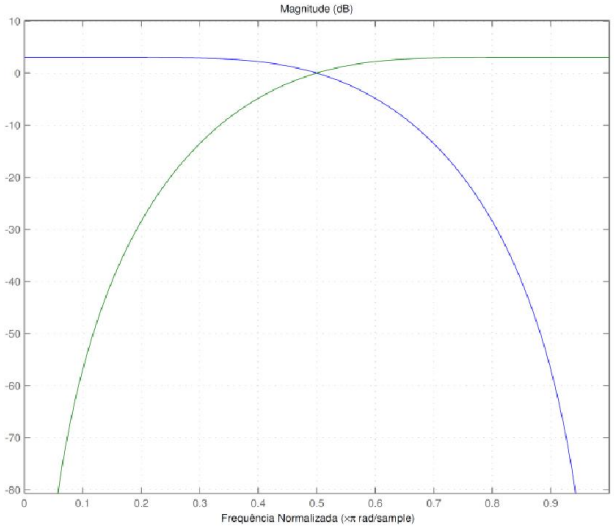


Figura 2.30 - Resposta em Frequência Daubechies-5.

A Figura 2.31 apresenta os filtros de decomposição e reconstrução do tipo Daubechies-10, já na Figura 2.32 as respostas em Frequência relativa à decomposição e análise.

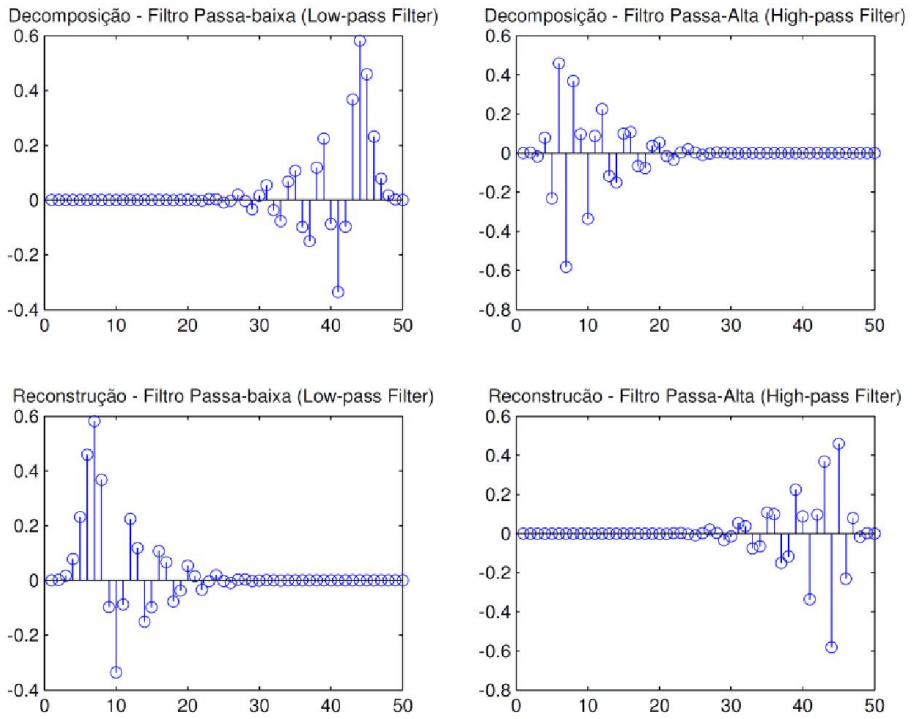


Figura 2.31 - Filtros de Decomposição e Filtro de Reconstrução Daubechies-10.

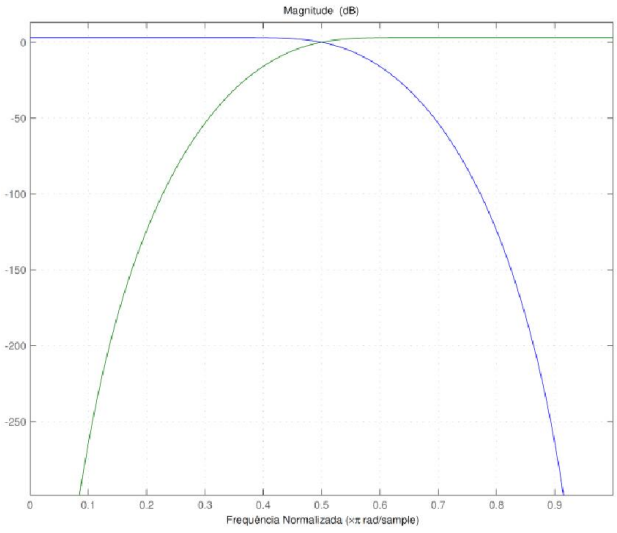


Figura 2.32 – Resposta em Frequência Daubechies-10.

Filtros de Daubechies são do tipo FIR (*Finite Impulse Response*) com fase não linear e resposta em frequência tendendo a ideal à medida que o suporte aumenta. Possui n/2 momentos nulos, sendo n o suporte dos filtros de análise (MISITI, 2013).

De acordo com Lepik (2014), o Filtro de Haar é do tipo FIR (*Finite Impulse Response*) com fase linear e resposta em frequência bastante distante da ideal (devido ao suporte 2).

Nas Figuras 2.33 e 2.34 apresentam-se as Funções Wavelet e a Funções de escala para a família de Wavelets Tipo Symlet de 2 a 9. Na literatura os filtros Symlet são denominados Sym-N, onde N representa o suporte do filtro (ou número de coeficientes do filtro) (MISITI, 2013).

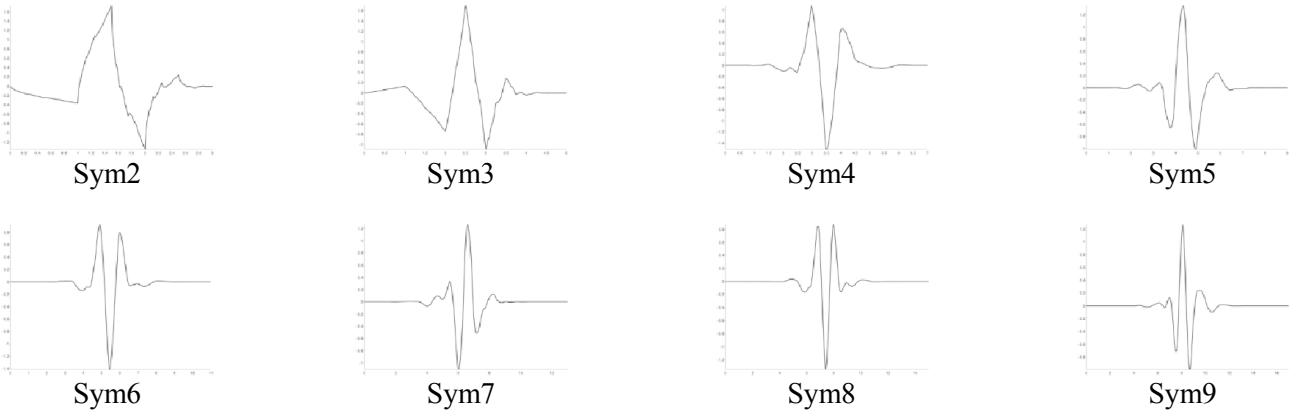


Figura 2.33 - Funções Wavelet Symlet de 2- 9.

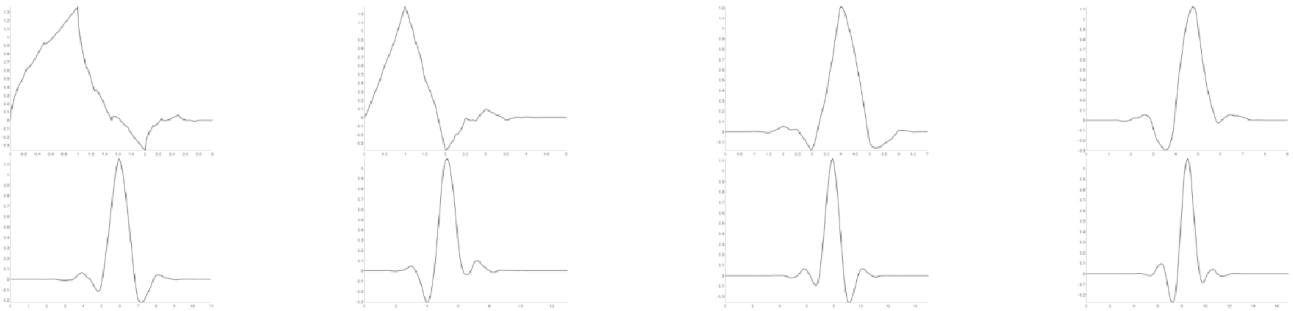


Figura 2.34 - Funções de escala Symlet de 2-9.

A Figura 2.35 apresenta os filtros de decomposição e reconstrução Symlet-4, já na Figura 2.36, a resposta em Frequência relativa à decomposição e análise.

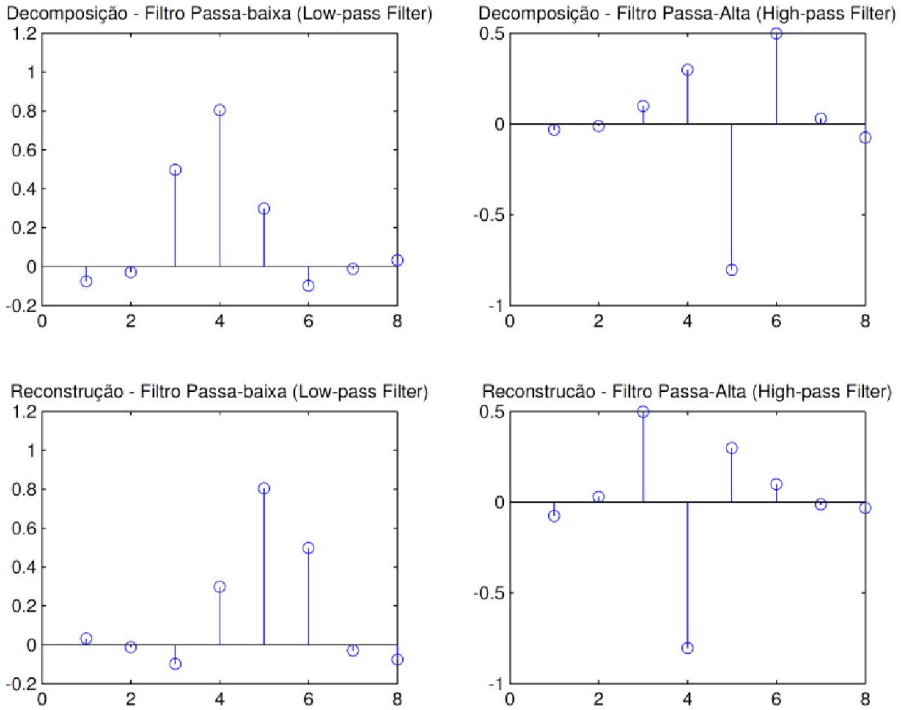


Figura 2.35 - Filtros de Decomposição e Filtro de Reconstrução Symlet-4.

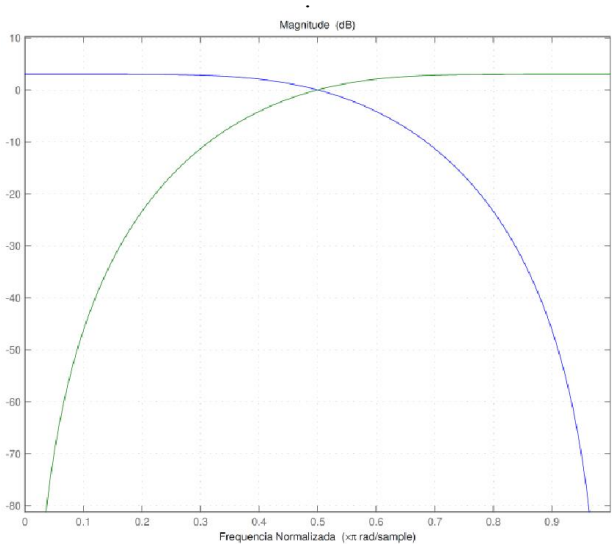


Figura 2.36 – Resposta em Frequência Symlet-4.

Filtros Symlet são do tipo FIR (*Finite Impulse Response*) com fase quase linear e resposta em frequência tendendo a ideal à medida que o suporte aumenta (MISITI, 2013).

Nas Figuras 2.37 e 2.38 apresentam-se a Função Wavelet e a Função de escala para a família do tipo Meyer discretizado. A construção do filtro de Meyer na forma Contínua é obtida a através da Equação proposta por VERTTERLI (1995), a partir da qual se pode determinar:

$$g_0(t) = \sqrt{2}\left[\frac{\sin(\frac{\pi t}{3})}{2t} + \frac{1}{\pi}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \cos\left(\frac{\pi}{2}\beta\left(\frac{3\omega}{\pi} - 1\right)\right)\cos(\omega t)d\omega\right] \tag{2.42}$$

Onde,

$$\beta = x^5(126 - 420x + 540x^2 - 315x^3 + 70x^4) \tag{2.43}$$

Segundo (MALLAT, 2008), o cálculo de $g_0(t)$ na forma discretizada e implementado através do uso de banco de filtros é apresentado na Equação 2.44.

$$\sum_{n=-K+1}^{K} g_0[n]\delta\left(t - nT + \frac{T}{2}\right) = g_0(t)\sum_{n=-K+1}^{K}\delta\left(t - nT + \frac{T}{2}\right) \tag{2.44}$$

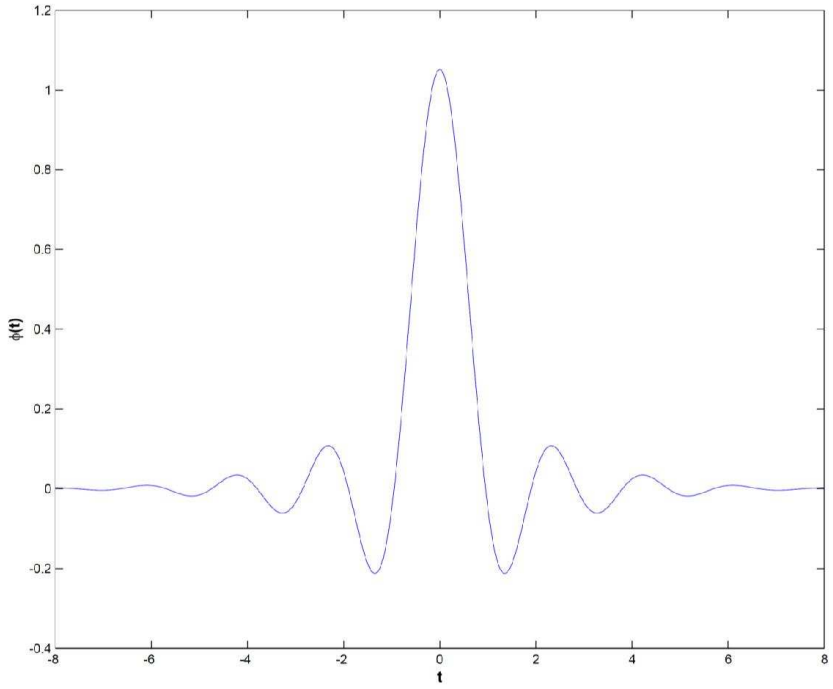


Figura 2.37 - Função escala tipo Meyer.

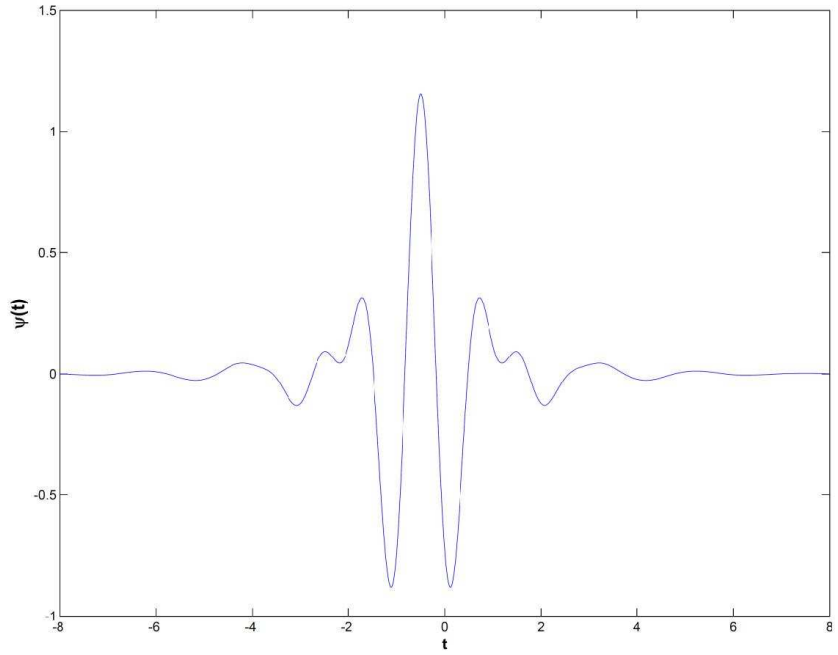


Figura 2.38 - Função Wavelet tipo Meyer.

A Figura 2.39 apresenta os filtros de decomposição e reconstrução Meyer, enquanto na Figura 2.40 a resposta em Frequência relativa à decomposição e análise.

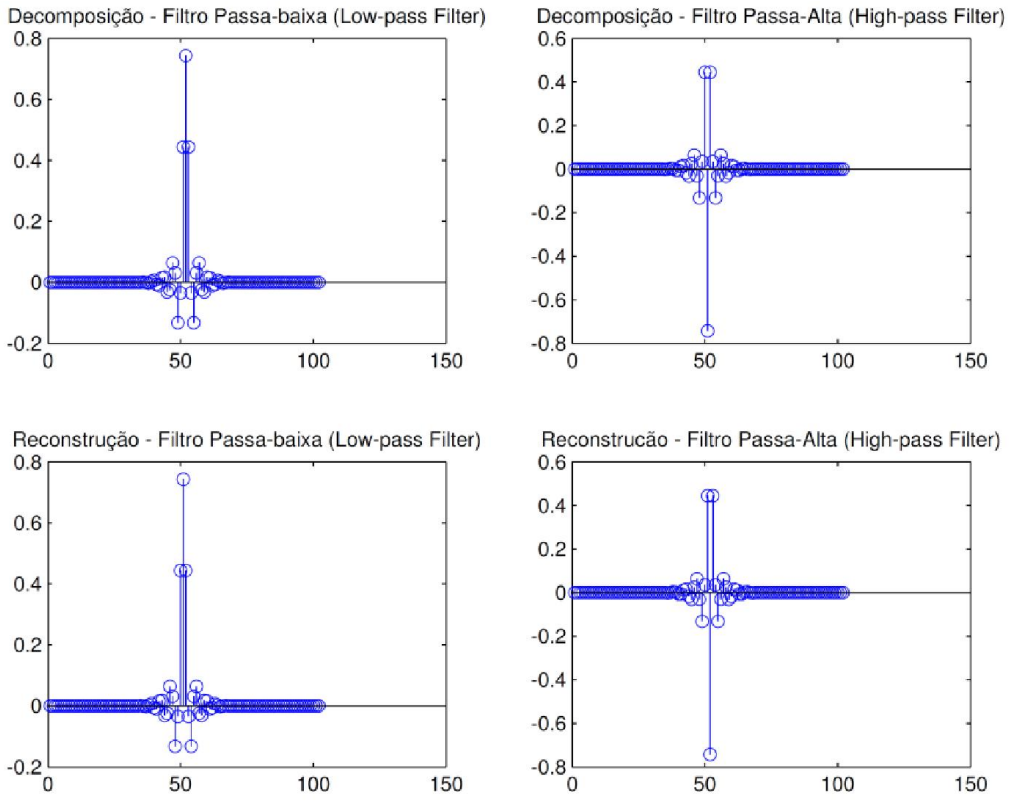


Figura 2.39 - Filtros de Decomposição e Filtro de Reconstrução Meyer discretizado.

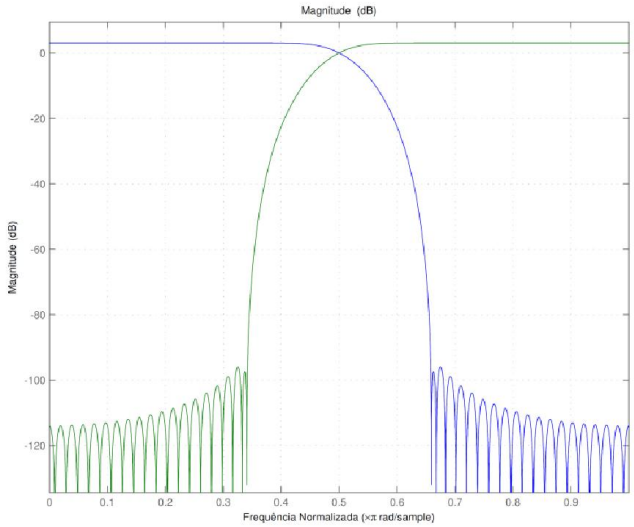


Figura 2.40 - Resposta em Frequência DMeyer.

De acordo com Daubechies (1992), filtros de Meyer na forma Discreta, apresentam resposta em frequência do tipo IIR (*Infinite Impulse Response*) e possuem fase próxima a linear e suporte alto. De forma que sua resposta em frequência é muito boa e bastante próxima da ideal (MISITI, 2013).

Segundo Mallat (2008), existem diversos tipos de famílias de funções Wavelets (filtros), cujas qualidades variam de acordo com diversos critérios. Um dos aspectos relevantes é o comprimento das funções Wavelet (também chamado de "suporte"), bem como de convergência para zero dessa função à medida que o tempo (ou a frequência no caso das Transformadas) tende para infinito, quantifica a capacidade de localização da função (no tempo ou na frequência). Outro aspecto importante é a simetria, especialmente porque é desejável evitar a perda de fase do sinal analisado. Além da resposta em frequência, que deve ser próxima da ideal.

Vários trabalhos abordam questões sobre ortogonalidade, biortogonalidade, simetria, suporte compacto, suavidade, regularidade, resposta em frequência e extensão dos filtros Wavelets, analisando vantagens e desvantagens de cada família de Wavelets em aplicações específicas como Mallat (2008) Daubechies (1992), Meyer (1993), Strang & Nguyen (1996), Hess-Nielsen (1996), Vetterli (1995) e Wickerhauser (1994).

2.4 TRANSFORMADA WAVELET PACKET

De acordo com Jensen (2001), a Transformada Wavelet Packet (do inglês, Wavelet Packet Transform, WPT) é a generalização do conceito da Transformada Wavelet Discreta, onde a decomposição não é feita apenas sobre as bandas de baixa frequência, mas, também, sobre as bandas de alta frequência, de forma que a resolução tempo-frequência pode ser escolhida de acordo com o sinal.

Conforme mostrou, a Transformada Wavelet Discreta pode ser entendida como um banco de filtros com melhor resolução em frequência, em baixas frequências, e melhor resolução temporal em altas frequências. Na análise Discreta os coeficientes Wavelet são divididos em aproximação e detalhe, porém, apenas os coeficientes de aproximação são divididos novamente em coeficientes de aproximação e detalhe, chamado de 2º nível de decomposição. Esse processo pode ser repetido n vezes onde 2^n representa o tamanho do sinal amostrado.

Na decomposição Wavelet Packet já no 1º nível os coeficientes de detalhe também são decompostos, formando o que na literatura denomina-se de arvore Wavelet Packet. Assim obtém-se a decomposição do sinal em frequência para diferentes resoluções.

Utilizando-se a analogia de subespaços vetoriais, escreve-se:

$$\Omega_{j,k} = \Omega_{j+1,2}k \oplus \Omega_{j+1,2k+1} \tag{2.45}$$

Para j=3, a Equação 2.45 obtém-se a estrutura de decomposição $\Omega_{0,0}$ de subespaços, esse resultado pode ser visto na Figura 2.41 (FRAZIER, 1991).

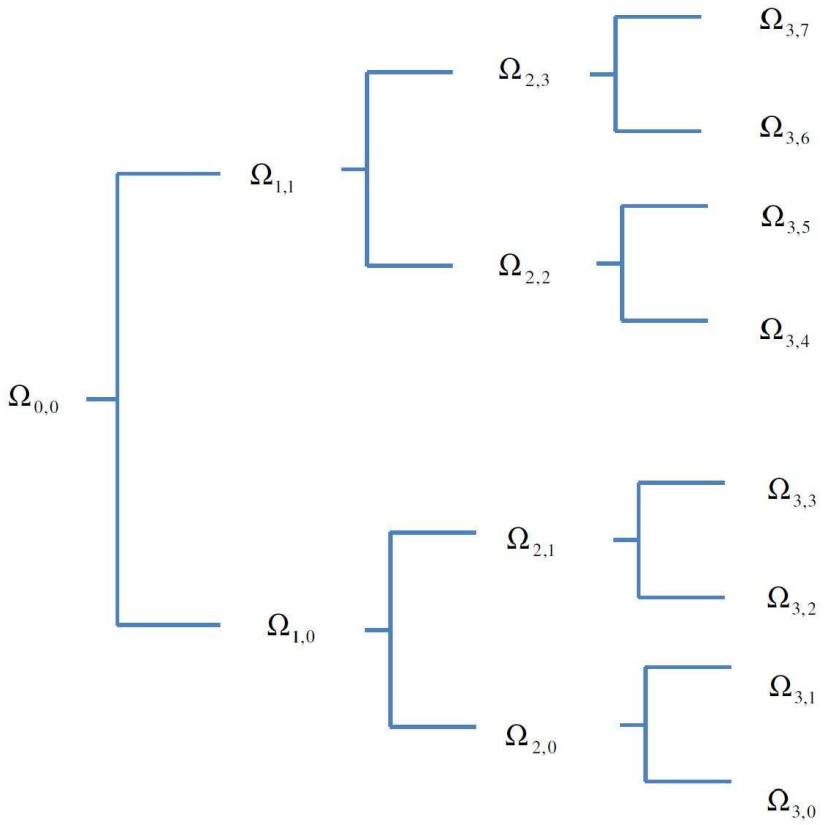


Figura 2.41 - Arvore Wavelet da decomposição de $\Omega_{0,0}$ com j=3, analogia com subespaços vetoriais.

Como citado, a Transformada Wavelet Packet (WPT) é a generalização do conceito da Transformada Wavelet Discreta, de forma que, tanto os coeficientes de aproximação e os coeficientes de detalhe, serão ambos decompostos a partir do 1 nível. Por este motivo pode-se obter resultados com maior resolução em tempo ou frequência de acordo com o sinal de interesse. De acordo com Walczak (2000), a Transformada Wavelet Packet pode ser expressa por:

$$x_p^{n,j} = 2^{-j/2} \int_R x(t)\overline{\mu_n(2^{-j}t - p)}dt\,, \qquad 0 \le j \le S\,,\ 0 \le n \le 2^S - 1 \tag{2.46}$$

Em que $\mu_n(t)$ é a função Wavelet Packet, j representa o número de níveis de decomposição, também chamado parâmetro de escala (em referência a análise Contínua), o símbolo p representa o parâmetro de posição, n é o número de *Packets* resultantes da decomposição, S denota o nível máximo de decomposição.

Para o sinal $x(t)$, decomposto através WPT, utiliza-se o algoritmo de decomposição rápida correspondente, que é expresso por:

$$\begin{aligned} x_k^{2n,j+1} &= \sum_{p \in z} H(p - 2k)_{xp}^{n,j} \\ x_k^{2n,+1j+1} &= \sum_{p \in z} G(p - 2k)_{xp}^{n,j} \end{aligned} \tag{2.47}$$

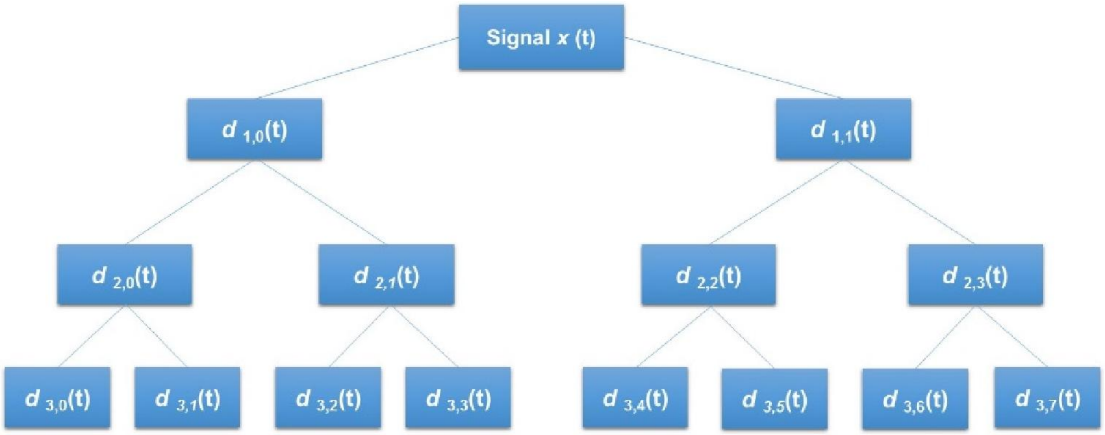


Figura 2.42 - Árvore Wavelet da decomposição de para um sinal x com j=3.

Como citado no Capítulo 2, item 2.3.1, que discute a Transformada Wavelet na forma Discreta, os operadores G e H são conhecidos com *Quadrature Mirror Filters* (QMF), e devem satisfazer as condições de ortogonalidade, já apresentadas nas Equações 2.37 e 2.38.

O resultado da decomposição de um sinal através da Transformada Wavelet Packet permite obter-se uma informação muito mais apurada sobre o conteúdo de frequências do sinal. Na Figura 2.43 ilustra-se, a título de exemplo, as sub-bandas de frequência para 3 níveis de decomposição (j=3).

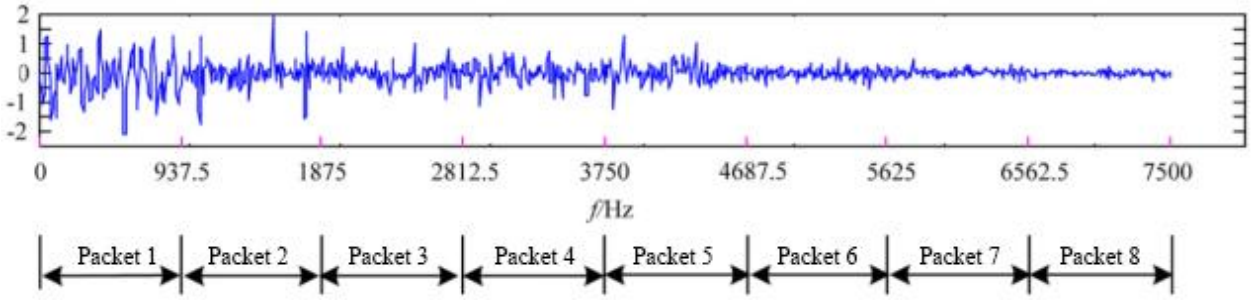


Figura 2.43 - Diagrama sub-bandas ou Packets de frequência para o ultimo nível (terceiro nível) de decomposição, j=3.

A decomposição de um sinal feita a partir da Transformada Wavelet Packet, permite que várias características sejam através das informações presentes nas sub-bandas de frequências ou Packets. Essas informações podem ser entendidas como uma variação ou mudança no espectro de

frequência do sinal. Tais variações nem sempre podem ser detectadas a partir da análise direta da sub-banda de frequência, várias técnicas vêm sendo utilizadas para este propósito, entre elas estão o cálculo de energia de cada sub-banda, o cálculo da entropia e a curtose (GAO, 2011).

2.4.1 Energia Associada à Sub-banda de Frequência ou Packet

O método de Cálculo de energia de cada Packet proveniente da decomposição WPT é um dos métodos mais robustos de representação de um sinal, quando comparado ao uso direto dos coeficientes da decomposição (LEARNED, 1995)

A Energia associada à decomposição Wavelet Packet é expressa por:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x_j^i(t)dt \tag{2.48}$$

A energia total do sinal pode ser expressa como:

$$E_{tot} = \sum_{i=1}^{2^j} E \tag{2.49}$$

A energia de cada sub-banda de frequências ou *Packet* é definida como E_l. O valor de energia normalizada, que corresponde à energia de cada pacote Wavelet é dado por:

$$P_l = \frac{E_l}{E_{tot}} \tag{2.50}$$

Através do cálculo de P_l, obtêm-se a energia normalizada de cada sub-banda de frequência (Packet).

2.4.2 Entropia Associada à Sub-banda de Frequência ou Packet

O conceito de entropia tem sido amplamente utilizado como uma medida da desordem de um sistema Coifman; Wickerhauser (1992). Nesse trabalho a entropia é obtida através da Transformada Wavelet Packet. A distribuição de probabilidade da energia para cada sub-banda é obtida através da Equação 2.46. Originária de estudos de termodinâmica onde foi introduzida para caracterizar o grau de desordem de um sistema, a noção de entropia já foi objeto de muitas controvérsias e distintas formulações. O conceito de entropia adotado por Shannon (1948) foi responsável por aplicações de relevo em diversos campos de investigação científica, embora seu trabalho tenha se destacado mais pela medida de quantificação de entropia que propôs, cujas propriedades despertaram o interesse em outras áreas.

A entropia de Shannon é um conceito que pode ser utilizado como uma medida de incerteza sobre informações de um conjunto de dados. Métodos baseados em entropia permitem a comparação entre propriedades do sistema em termos numéricos, através da sua distribuição de probabilidades, uma vez que a entropia pode ser utilizada como uma medida de dispersão. Utilizando-se do conceito proposto por Shannon, define-se a entropia de cada pacote Wavelet como (MISSITI, 2013):

$$S = -\sum p_l \ln(p_l) \tag{2.51}$$

Em que S é a medida de entropia de Shannon com probabilidades $p_1, p_2, ..., p_l$, e será calculada sobre cada sub-banda de frequências (*Packets*). Uma longa discussão sobre entropia e suas aplicações em teoria da informação é feita por Gray (2011).

2.5 APLICAÇÕES

Nas últimas décadas a Análise Wavelet vem sendo aplicada nas mais diversas finalidades em diferentes áreas do conhecimento cientifico. Não é possível mencionar todos os campos de

aplicação. As aplicações Wavelet em processamento de sinais encontrados na literatura serão brevemente resumidas neste tópico, informações mais pormenorizadas de diversas aplicações podem ser encontradas nas referências correspondentes.

Em Análise numérica, técnicas baseadas em Wavelets são utilizadas na solução de equações diferenciais ordinárias (EDO) e equações diferencias ordinárias parciais (EDP), devido a sua comprovada eficiência computacional (BENEDETTO, 1993).

Na área de química experimental diversas técnicas de espectroscopia utilizam-se de métodos baseados na Transformada Wavelet e Wavelet Packet. Aplicações de cromatografia também utilizam a Transformada Wavelet como ferramenta de extração de parâmetros (WALCZACK, 2000).

Na área de Física aplicada Van Den Berg (2005), descreve uma ampla gama de problemas, incluindo turbulência, meteorologia, física de plasma, atômica e física do estado sólido, Fractais, biofísica (em medicina e fisiologia) e física matemática.

Porém, a grande aplicação da análise Wavelet é vista na área de processamento de sinais e processamento de imagens (PETROU, 2006). Técnicas de processamento de sinais baseadas na Transformada Wavelet e Wavelet Packet são utilizadas em um amplo conjunto de aplicações nas mais diversas áreas, de acordo com Addinson (2010), pode-se citar:

Em engenharia:

- Monitoramento e detecção de falhas em sistemas mecânicos, citado na Capitulo1;
- Detecção de danos em estruturas;
- Análise Modal de estruturas.

Em Medicina:

- Análise de sinais ECG;
- Análise de sinais provenientes do cérebro;
- Processamento de imagens (ultrassom, ressonância magnética e tomografia computadorizada);

- Detecção e classificação de patologias da voz.

Em economia:

- Análise se serie temporais de bolsa de valores.

Em Matemática aplicada:

- Analise de sistema caótico.

No tópico seguinte serão descritas algumas aplicações da Transformada Wavelet Packet, em processamento de sinais.

2.5.1 Remoção de Ruído Através da Transformada Wavelet Packet.

Uma das principais aplicações da Transformada Wavelet é a remoção de ruído de um sinal, o objetivo dessa aplicação é mostrar a eficiência do seu uso para remoção de ruído em sinais. A Figura 2.46 mostra um exemplo de um *chirp* quadrático ao qual foi adicionado ruído branco, mantendo-se uma relação sinal ruído da ordem de 30 dB, aplica-se inicialmente a Transformada Wavelet Discreta, utilizando-se o filtro Wavelet Daubechies-25, e, posteriormente, aplica-se a Transformada Wavelet Packet fazendo-se uso do mesmo filtro. Nota-se (Figura 2.46) que na reconstrução dos sinais a Transformada Wavelet Packet filtrou o sinal de maneira mais eficiente que a Transformada Wavelet Discreta, isso ocorre em função do conteúdo espectral da Wavelet Packet ser mais abrangente, devido a forma de construção da sua árvore de decomposição (MISSITI, 2013).

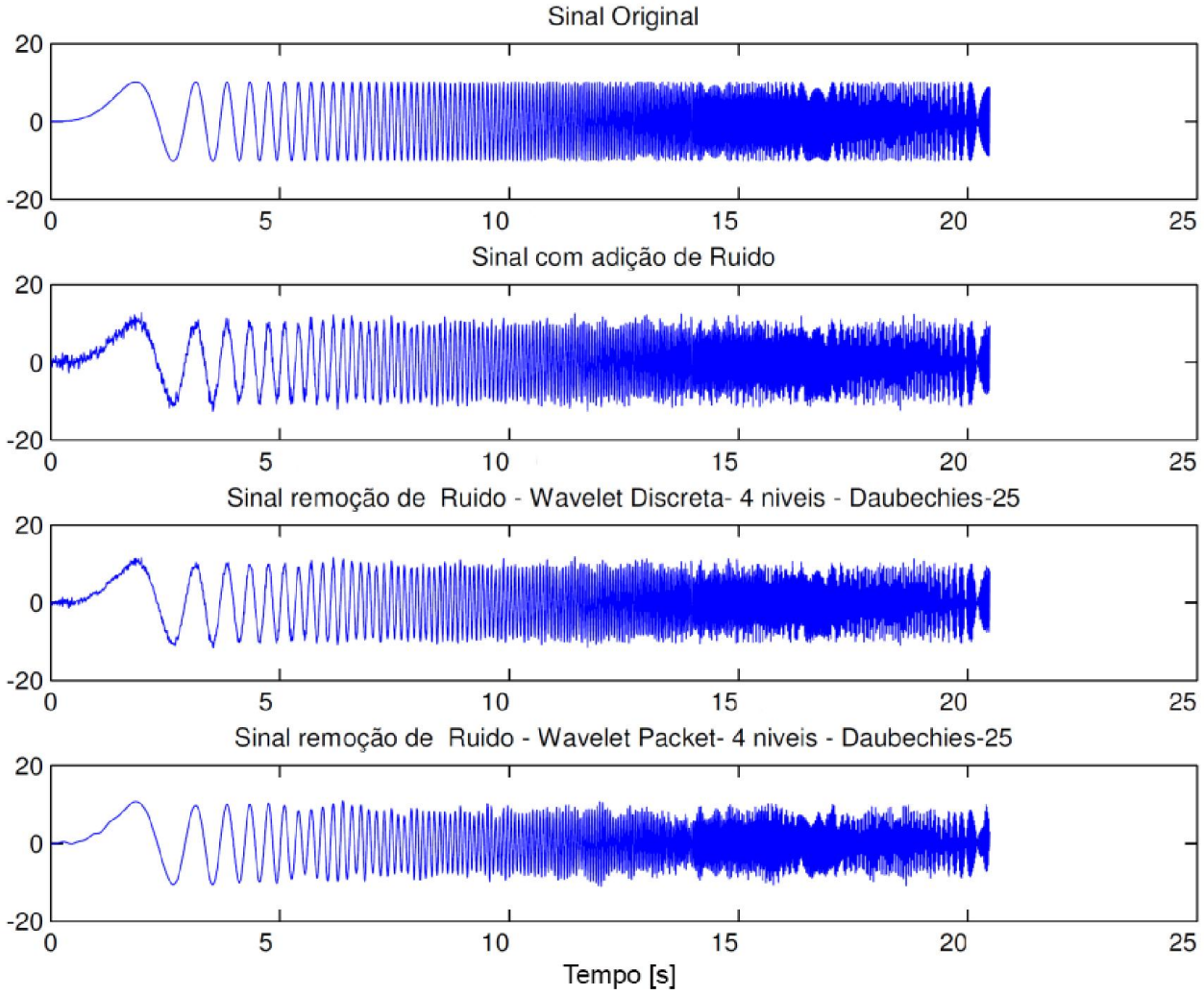


Figura 2.46 - Comparação de filtragem através do uso da Transformada Wavelet e da Transformada Wavelet Packet.

2.5.2 Detecção de Mudança de Frequências com o Uso WPT (Wavelet Packet Transform)

Esta aplicação tem o objetivo de mostrar a eficiência do uso da Transformada Wavelet Packet na detecção de mudança de frequências de um sinal. A Figura 2.47 mostra um sinal senoidal que apresenta frequência fundamental de 16 Hz durante o intervalo de 0 a 2 segundos, e, após esse intervalo, o sinal passa a apresentar frequência fundamental de 64 Hz. Aplica-se então a Transformada Wavelet Packet, com frequência de amostragem de 500 Hz e utiliza-se o filtro Wavelet Symlet-8.

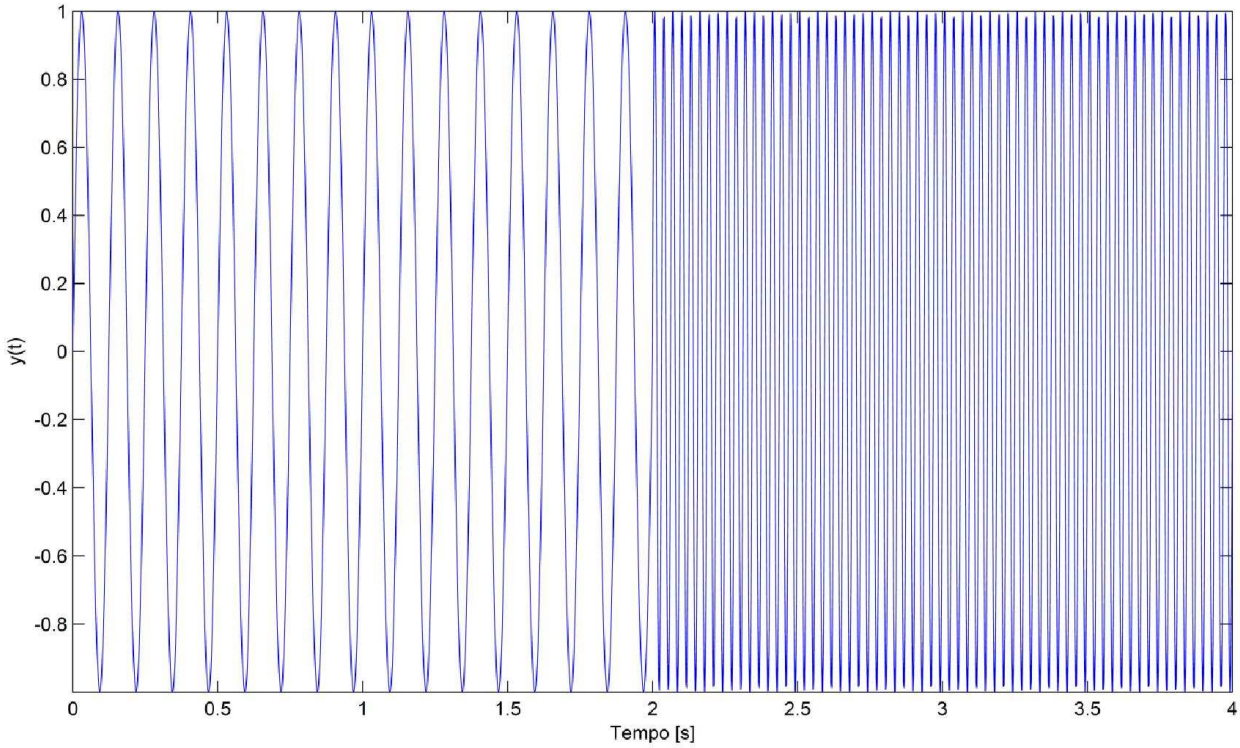


Figura 2.47 - Sinal senoidal.

Na Figura 2.48 o diagrama tempo-frequência, obtido através da Transformada Wavelet Packet, é possível identificar a presença das duas frequências no sinal, também é possível observar o momento em que ocorre a mudança na frequência no sinal.

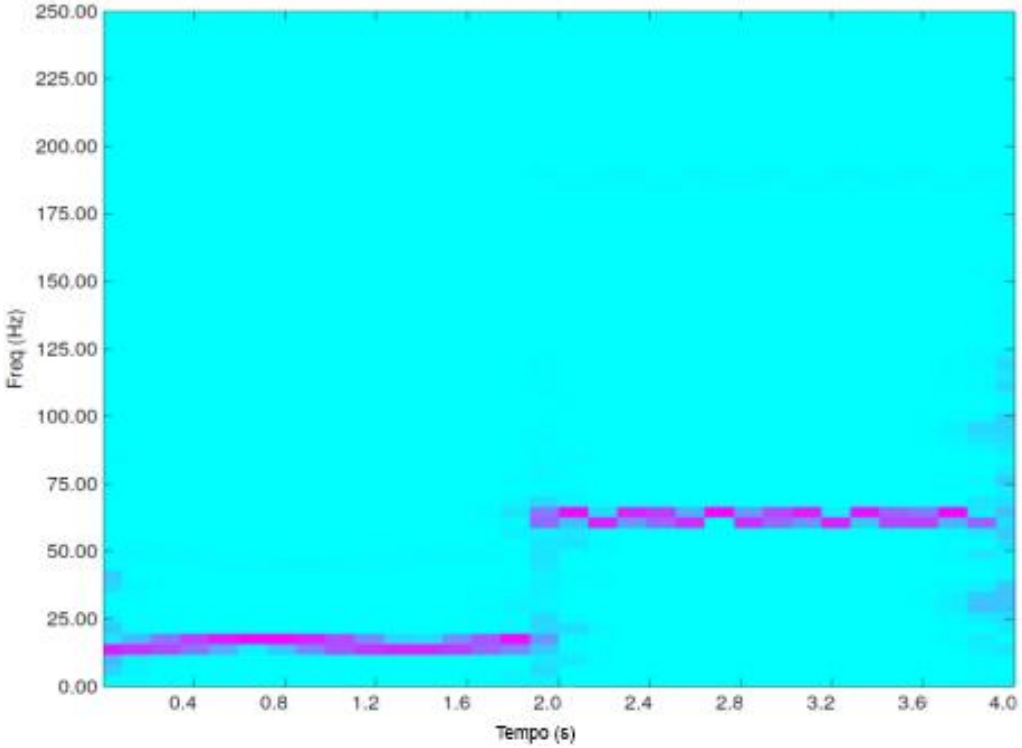


Figura 2.48 - Decomposição Wavelet Packet – Plano Tempo-Frequência.

2.5.3 Análise de Chirp.

Nesta aplicação faz-se a análise de um Chirp quadrático de duração de 2 segundos, apresentado na Figura 2.49. Utiliza-se a Transformada Wavelet Packet até o 6º nível de decomposição, com frequência de amostragem de 100 Hz, faz-se, então, dois testes; o primeiro utilizando o filtro Symlet-8, enquanto no segundo faz-se o uso do filtro Meyer Discretizado.

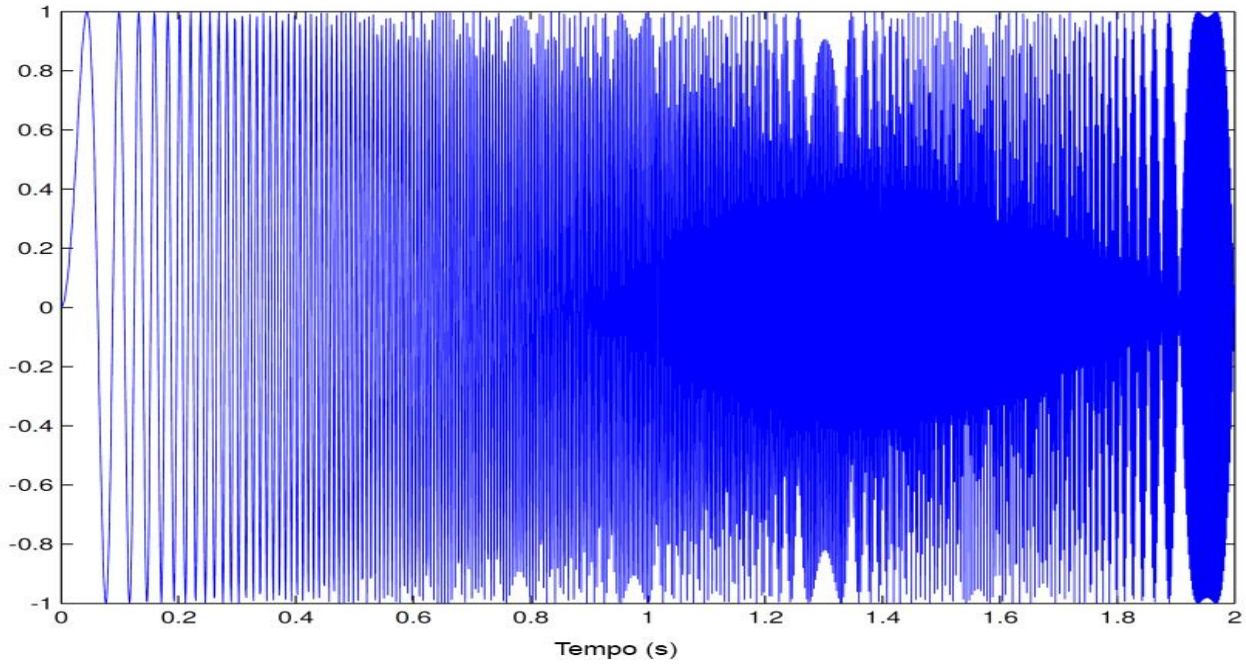


Figura 2.49 - Chirp quadrático com duração de 2 segundos.

Na Figura 2.50, apresenta a decomposição Wavelet Packet do Chirp quadrático, é possível verificar a variação crescente de frequências como esperado, porém, percebe-se que há a dispersão da energia do conteúdo de frequências, esse problema ocorre em função do baixo suporte do filtro utilizado. Tal dispersão pode ser atenuada com o uso de filtros com suporte alto (KAR, 2008).

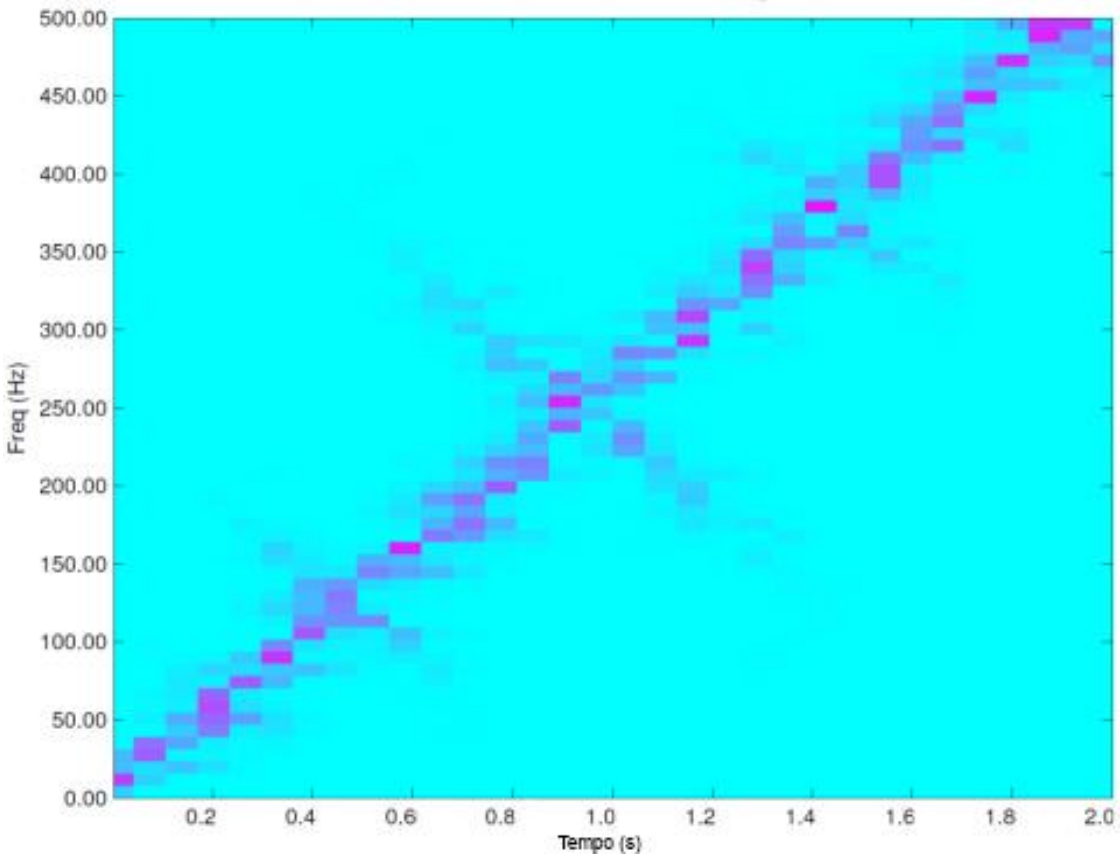


Figura 2.50 - Decomposição Wavelet Packet de um Chirp quadrático com Filtro Wavelet Symlet-8.

A Figura 2.51 apresenta o plano tempo-frequência, obtido através da decomposição Wavelet, com o uso do filtro Meyer discretizado, nota-se que a dispersão de energia é bem menos acentuada, isso se deve ao fato de o filtro utilizado ter suporte mais alto, em relação ao filtro Symlet-8.

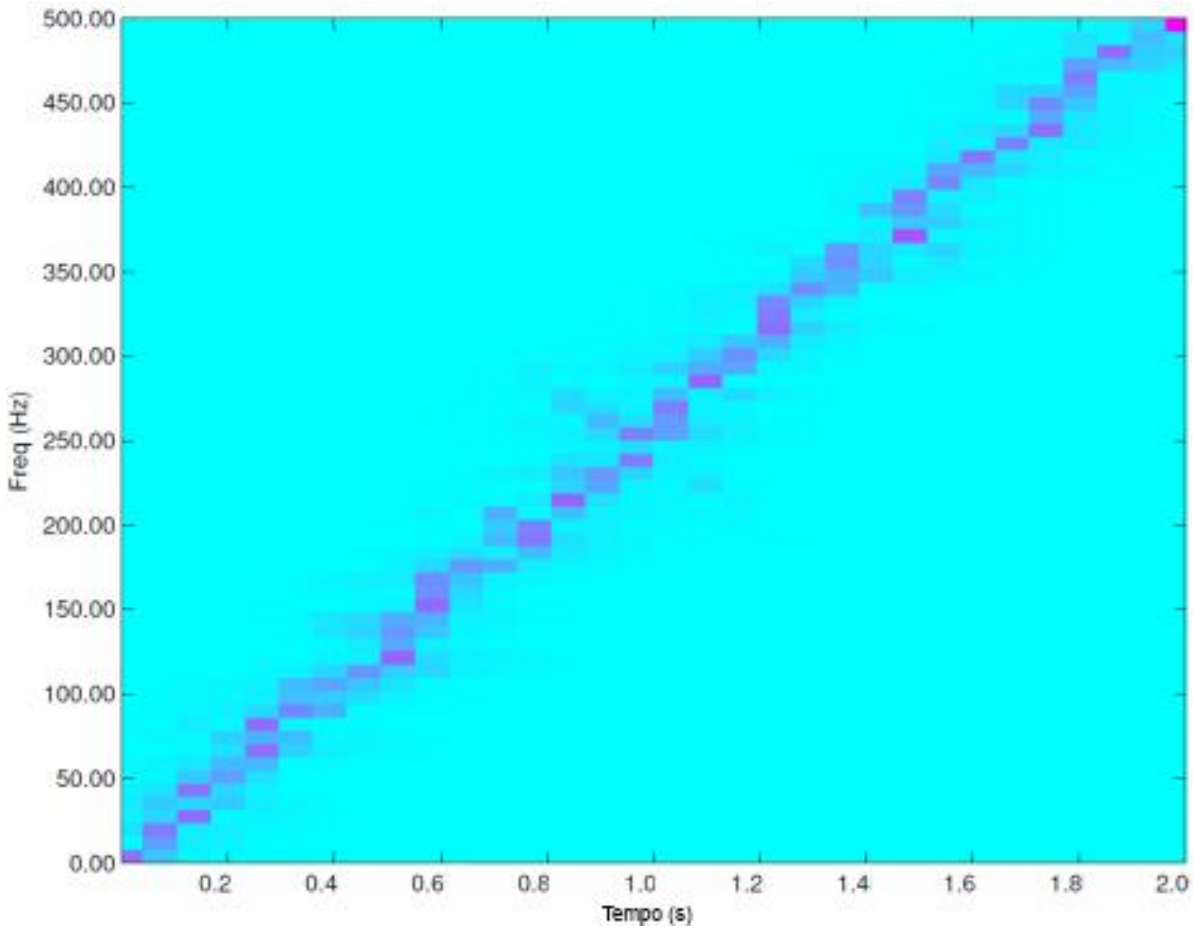


Figura 2.51 - Decomposição Wavelet Packet de um Chirp quadrático com Filtro Wavelet Meyer discretizado.

3 MÉTODOS DE REDUÇÃO DE DIMENSIONALIDADE

A redução de dimensionalidade é uma técnica amplamente utilizada em reconhecimento de padrões (DUDA et al, 2012). Em muitas aplicações é necessária a obtenção de um número grande de características com o objetivo de assegurar uma classificação cuidadosa de classes desconhecidas. Em muitos casos é necessário a redução do número de características antes de utilizar-se um classificador, pois o método de classificação utilizado pode se tornar computacionalmente caro e/ou analiticamente intratável (BISHOP, 1995). Os métodos de redução de dimensionalidade buscam um espaço de dimensão menor, que ainda represente a informação contida nestes dados.

A literatura mostra que a redução de dimensionalidade está ligada à capacidade dos algoritmos em utilizar o espaço das características para promover uma boa classificação. Portanto, em muitos casos, é útil ou mesmo necessário primeiro fazer o pré-processamento dos dados, no sentido de reduzir a dimensão das características. Segundo Duda (2012), pode-se pensar que um fenômeno representado por um espaço de padrões de alta dimensão, e assim complexo, pode realmente ser governado por umas poucas variáveis (espaço de características).

Os métodos de redução de dimensionalidade encontrados na literatura (BISHOP, 2006) estudam inúmeras técnicas que permitem a redução de espaços de altas dimensões para espaços de dimensões menores. Dentre as diversas técnicas destacam-se:

- Análise de Componentes Principais (do inglês, *Principal Component Analysis*, PCA);
- Análise Fatorial (do inglês, *Factorial Analysis*);
- Análise Discriminante Linear (do inglês, *Linear Discriminant Analysis*, LDA);
- Curvas e Superfícies Principais ;
- Rede de Kohonen. (*Kohonen Maps*).

Neste trabalho é utilizado os métodos de Análise em Componentes Principais (PCA) e Análise Linear Discriminante (LDA), para redução de dimensionalidade, em função da comprovada eficiência dos métodos, conforme comprova a literatura e, também, pelo fato da fácil implementação computacional.

3.1 ANÁLISE EM COMPONENTES PRINCIPAIS

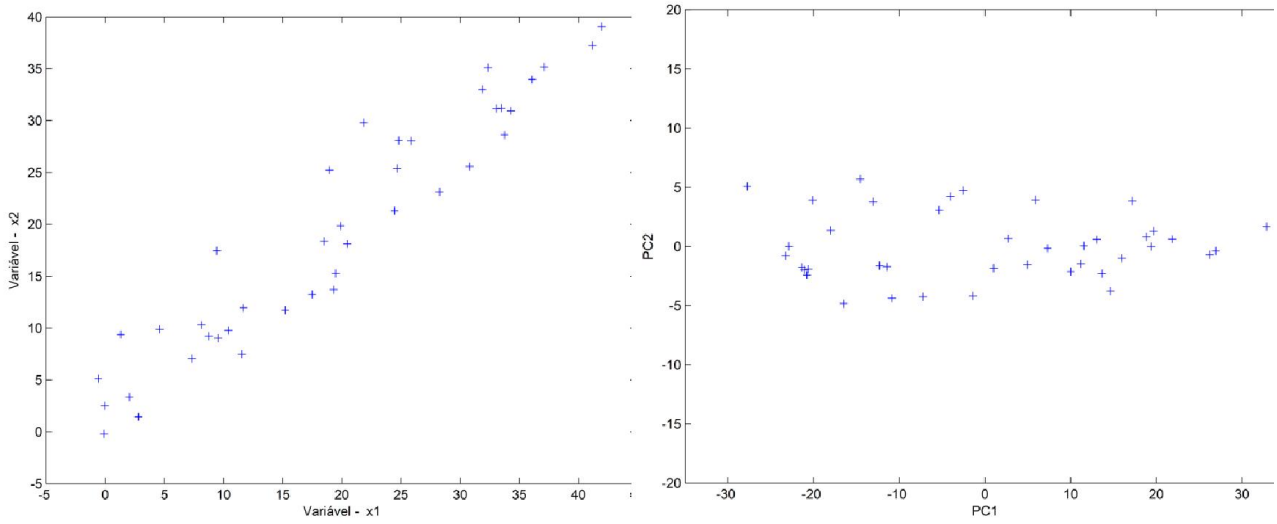
A Análise em Componentes Principais (do inglês, *Principal Components Analysis* – PCA) é um método que tem por objetivo a análise de um conjunto de dados para sua posterior redução, eliminação de sobreposições e a escolha das formas mais representativas de dados a partir das combinações lineares das variáveis originais (JOLLIFFE, 2005).

Segundo Jolliffe (2005), PCA é uma transformação linear dos dados para um novo sistema de coordenadas, onde a maior variância de todas as projeções dos dados será posicionada como primeira coordenada (chamada componente principal), a segunda maior variância será a segunda coordenada e assim sucessivamente. Uma percentagem da variância total dos dados é definida como o limiar, a fim de selecionar o número de componentes principais.

Além disso, PCA é considerada uma transformação linear ótima, pois preserva o subespaço que possui a maior variância. Esta técnica também é denominada na literatura como Transformada Karhunen-Loeve (KLT), sendo que outras referências citam essa técnica como Transformada de Hotelling. Uma longa discussão a respeito de denominações e aspectos históricos sobre o método pode ser vista em (TABACHNICK, 2001).

A Análise em Componentes Principais (PCA) é um dos métodos estatísticos multivariados mais simples. Em geral, utiliza-se esse método como uma forma de identificar a relação entre características extraídas dos dados. Torna-se bastante útil quando o vetor de características tem dimensões muito altas.

A Figura 3.1-a mostra um conjunto de dados de 40 observações de duas variáveis com alta correlação, sem aplicação de PCA, percebe-se uma variação considerável entre as variáveis x_1 e x_2. Já na Figura 3.1-b mostra a dispersão das amostras após aplicação do método PCA e percebe-se que existe uma maior variação na direção de PC1 (eixo horizontal) e pouca variação na direção de PC2 (eixo vertical). Segundo Duda (2012), de modo geral, se um conjunto tem dimensão maior que 2 e as variáveis tem correlação entre si, então os primeiros componentes principais irão guardar a maior parte da variação das variáveis originais.



a) Conjunto de dados sem aplicação de PCA

b) Conjunto de dados com aplicação de PCA

Figura 3.1 - Comparação das amostras com e sem aplicação do método PCA .

Existem diversos métodos para se realizar PCA, tais como:

- Estatísticos e Algébricos (Método da Covariância, Método da Correlação);
- Redes Auto-Organizadas (Algoritmo Hebbiano Generalizado – AHG, *Adaptive Principal Components Extraction* – APEX);
- *Kernel PCA*.

Neste trabalho foi utilizado o Método da Covariância para obtenção da Análise em Componentes Principais, por sua implementação computacional ser relativamente simples.

O cálculo dos componentes principais envolve cálculo da matriz de covariância dos dados, a decomposição de seus autovalores, a triagem de autovetores na ordem decrescente de valores próprios e, finalmente, a projeção dos dados em uma nova base definida por componentes principais, contendo o produto interno dos sinais originais e os autovetores ordenados (JOLLIFF, 2005).

O procedimento de cálculo detalhado da técnica PCA, utilizando o método da covariância é mostrado a seguir (JOLLIFF, 2005).

Passo 1: Calcula-se a matriz de covariância dos dados, conforme apresenta a Equação 3.1.

$$C = (X - \bar{x})(X - \bar{x})^T \tag{3.1}$$

Onde X representa a matriz que contém as características de dimensão $N \times M$, onde N é o número total de características, M a quantidade total de amostras e $\bar{x}$ representa o vetor médio de X.

A matriz de covariância é sempre real e simétrica, sendo sempre possível encontrar um conjunto de n autovalores e seus correspondentes autovetores ortonormais.

Passo 2: Calcula-se a matriz de autovetores V e a matriz diagonal D, que contém os autovalores.

$$V^{-1}CV = D \tag{3.2}$$

Passo 3: Os autovetores contidos em V são ordenados em ordem decrescente dos autovalores contidos em D e os dados são projetados na direção dos autovetores, tomando-se o produto interno entre a matriz de dados (X) e a matriz de autovetores ordenados, de forma que os dados projetados podem ser escritos como:

$$PD = [V^T (X - \bar{x})^T]^T \quad (3.3)$$

Em que as linhas de V são autovetores da matriz de covariância. Cada coluna de PD representa um componente principal.

Jolliffe (2005) descreve que o procedimento de cálculo descrito consiste em uma transformação linear de modo que os dados resultantes da transformação tenham seus componentes mais relevantes nas primeiras dimensões, em eixos denominados eixos principais. Nesse sentido, mostra-se uma técnica eficiente de extração de características (não supervisionada), pois opera sobre um espaço de alta dimensionalidade, projetando-o sobre um espaço de característica de menor dimensionalidade, sem causar prejuízo à discriminação dos padrões contidos no conjunto de dados analisados.

3.2 ANÁLISE LINEAR DISCRIMINANTE

Segundo Martinez (2004), Análise Discriminante Linear (do inglês, *Linear Discriminant Analysis*), também conhecida como Análise de Fisher, é um método estatístico multivariado, utilizado para descobrir as características que distinguem os membros de um grupo dos de outro, de modo que, conhecida as características de um novo indivíduo se possa prever a que grupo pertence. Foi originalmente desenvolvido para se resolver um problema da área de botânica, para que fosse feita a distinção entre grupos de plantas baseada no tamanho e no tipo de folhas, o que tornaria possível, posteriormente, classificar as novas espécies encontradas. Em 1936, Fisher foi o responsável pelo desenvolvimento da análise para dois grupos.

A Análise discriminante Linear tem por objetivo (BISHOP, 2006):

- Estabelecer funções discriminantes, ou combinações lineares das variáveis independentes que melhor discriminem entre as categorias da variável independente (classes);
- Verificar se existem diferenças significativas entre as classes;
- Determinar as variáveis preditoras que mais contribuem para determinar diferenças entre as classes;
- Enquadrar ou classificar os casos em uma das classes, com base nos valores das variáveis preditoras;
- Avaliar a precisão da classificação.

Assim como a Análise em Componentes Principais (PCA) a Análise Discriminante Linear (LDA) também pode ser usada para fins de redução de dimensionalidade, mas, com a vantagem de ter poder discriminatório, enfatizando a separação inter-classes. Trata-se de uma técnica de extração de características, supervisionada e amplamente utilizada e bem sucedida em vários problemas de reconhecimento de padrões nas mais diversas áreas do conhecimento (MARTINEZ, 2004).

A Análise em Componentes Principais (PCA) projeta os dados para as direções de maior variância, fato que contribui para a representação dos dados, sem perda relevante de informação, no menor número de componentes principais. No entanto, esses componentes não precisam estar nas melhores direções para que se obtenha maior discriminação possível, de modo que seja possível qualificar em diferentes classes. Análise Discriminante Linear de Fisher (DUDA, 2012) fornece maior discriminação possível entre diferentes classes de dados, o que permite classificar um conjunto de dados com maior precisão.

A fim de reduzir-se a dimensionalidade dos dados usando Análise Discriminante Linear (LDA), a matriz de covariância pertencente a classe é definida como:

$$S_W = \sum_{k=1}^{K} S_k \tag{3.4}$$

Em que,

$$S_k = \sum_{n \in C_k} (x_n - m_k)(x_n - m_k)^T \tag{3.5}$$

Sendo,

$$m_k = \frac{1}{N_K} \sum_{n \in C_k} x_n \tag{3.6}$$

Na Equação 3.6, N_K o número de padrões na classe C_K, x_n é o enésimo elemento do vetor de características e K é o número total das classes presentes no conjunto de dados. A matriz de covariância entre as classes é definida como:

$$S_B = \sum_{k=1}^{K} N_k (m_k - m)(m_k - m)^T \tag{3.7}$$

Onde m representa a média global dos dados, e pode ser defino por:

$$m = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} x_n = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} N_k m_k \tag{3.8}$$

A matriz de covariância total é definida por:

$$S_T = S_W + S_B \tag{3.9}$$

de forma que a matriz de projeção pode ser calculada como:

$$W = \arg_W \max \{ (W S_W W^T)^{-1} (W S_B W_T) \} \tag{3.10}$$

$\arg_W \max$, retorna a posição x em que W é maximizada.

A partir da matriz de projeção os coeficientes LDA são obtidos conforme apresenta-se na Equação 3.11:

$$y = W^t x \tag{3.11}$$

onde x é o vetor de características e y é o vetor de coeficientes LDA.

4 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

O objetivo deste capítulo é demonstrar através de simulações numéricas a eficiência do método para classificação de sinais, baseado no uso da Transformada Wavelet Packet e métodos de redução de dimensionalidade LDA e PCA.

Para testar a eficiência do método foram criados dois grupos de sinais. No primeiro grupo, denominado *Simulação 1* têm-se 4 classes de sinais analíticos. O segundo grupo de sinais denominado *Simulação 2*, extraído de Hu (2008), têm-se 5 classes de distúrbios de tensão em sinais elétricos, simulados computacionalmente. Em ambos os casos o tamanho dos sinais é de 1024 pontos.

4.1 MÉTODO PROPOSTO

O método proposto para classificação dos sinais consiste na aplicação da WPT até ao quarto nível de decomposição, para a análise do espectro de frequências e das formas de onda, o que resulta 16 sub-bandas de frequências (*Packets*). A decomposição até o quarto de nível de decomposição se justifica pelo fato de o tamanho de cada sub-banda de frequência ser suficiente para detectar alterações no espectro de frequências dos sinais. A frequência de amostragem utilizada foi de 2500 Hz.

Calcula-se então a energia: energia relativa e a entropia de cada sub-banda de frequência do último nível de decomposição. Monta-se o vetor de características considerando os valores calculados de energia relativa e entropia, resultando em um vetor com 32 características ou dimensão 32.

Aplica-se o Método de Análise de Componentes Principais (PCA) ao conjunto de dados, a fim de se reduzir o tamanho do vetor de características para a dimensão 2, pois, a maior parte da variância do sistema está contido nos dois primeiros componentes.

Aplica-se o Método de análise Linear Discriminante (PCA) ao conjunto de dados, a fim de reduzir-se o tamanho do vetor de características.

Para realizar a classificação utilizou-se o classificador k-vizinhos mais próximos (kNN).

A seguir descrição de forma detalhada da sequência de procedimentos para a extração de parâmetros e classificação dos sinais:

1. Aplica-se a Transformada Wavelet Packet com o uso do filtro Daubechies-25 (Daub-25), até o 4 º nível de decomposição, resultando em 16 Packets, ou sub-bandas de frequência. O uso do filtro Daub-25 justifica-se pelo fato de que seus filtros de decomposição e reconstrução apresentam respostas em Frequência com as características de filtros passa-alta e passa-baixa, suporte alto (tamanho 50), além disso, também apresentam comportamento de filtros tipo QMF;

2. Calcula-se a Energia de cada Packet do 4 º nível de decomposição;

3. Calcule-se a Energia relativa de cada Packet do 4 º nível de decomposição.

4. Calcula-se a Entropia de cada Packet do 4 º nível de decomposição;

5. Monta-se o vetor de características, utilizando os valores de energia relativa, obtêm-se um vetor com 32 características, sendo 16 parâmetros de energia relativa e 16 parâmetros de entropia;

6. Reduz-se a dimensionalidade do vetor de características, utilizando o método de Análise em Componentes Principais (PCA);

7. Reduz-se a dimensionalidade do vetor de características utilizando o método de Análise Linear Discriminante;

8. Faz-se a Classificação das falhas utilizando os parâmetros dos vetores reduzidos através do método PCA e/ou LDA, classifica-se cada um deles separadamente, através do uso do algoritmo K-vizinhos mais próximos (do inglês, *K-Nearest Neighbor* - kNN).

O procedimento descrito pode ser aplicado a outros sistemas, ajustando-se o filtro a ser utilizado, o nível de decomposição da Transformada Wavelet Packet e a frequência de amostragem da análise, que deve respeitar o critério de Nyquist.

4.2 SIMULAÇÃO 1

Todas as classes de sinais têm a adição de ruído branco, mantendo uma relação sinal/ ruído da ordem de 40dB. Para cada classe de sinais são utilizados 100 sinais para treino e 900 sinais para teste e o ruído branco é gerado para cada sinal em instante de tempo. Na Figura 4.1 é apresentada uma amostra de cada classe de sinal com 1024 pontos (sem adição de ruído), o que permite que na aplicação da WPT os sinais sejam decompostos até o décimo nível.

Na Equação 4.1 apresentam-se os sinais analíticos que serão utilizados para processamento e classificação na *Simulação 1*.

$$\begin{cases} x^{(1)}(t) = \sin(2\pi 30t) + noise_1(t) \\ \mathrm{x}^{(2)}(\mathrm{t}) = \sin(256\pi \mathrm{t}^2) + \mathrm{noise}_5(\mathrm{t}) \\ x^{(3)}(t) = \mathrm{pulstran(t)} + \mathrm{noise}_2(\mathrm{t}) \\ \mathrm{x}^{(4)}(\mathrm{t}) = \mathrm{e}^{(-0.7*\mathrm{t})}.*\sin(\mathrm{w}*\mathrm{t}) + \mathrm{noise}_3(\mathrm{t}) \end{cases} \tag{4.1}$$

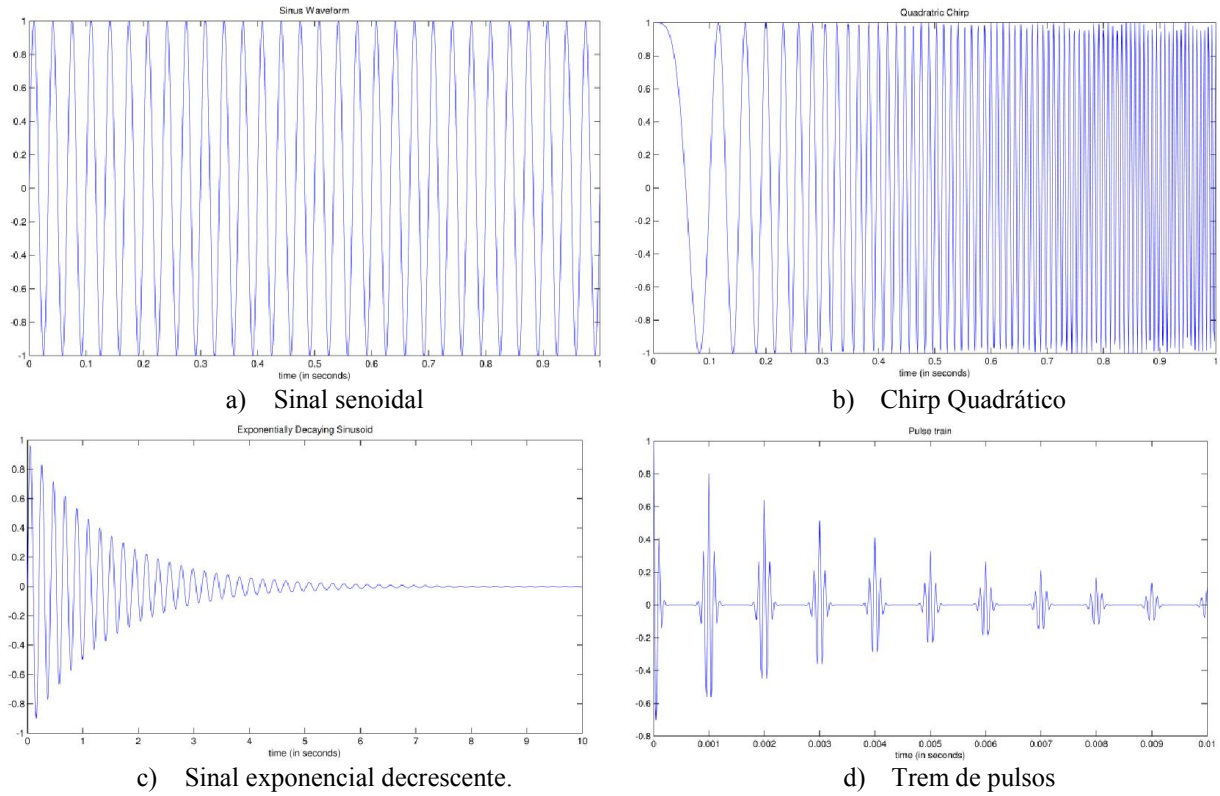
Em que:

$x^{(1)}(t)$ *Um sinal do tipo senoidal (seno com frequência fundamental de 30 Hz).*

$x^{(2)}(t)$ *Chirp quadrático.*

$x^{(3)}(t)$ *Trem de pulsos.*

$x^{(4)}(t)$ *Transiente.*



a) Sinal senoidal

b) Chirp Quadrático

c) Sinal exponencial decrescente.

d) Trem de pulsos

Figura 4.1 - Sinais Utilizados na Simulação 1.

O conjunto de dados gerados tem suas características perfeitamente separadas após a aplicação do método proposto. Isto pode ser verificado no conjunto de dados de treinamento e teste, conforme se apresentam nos gráficos de dispersão, Figuras 4.2 e 4.3.

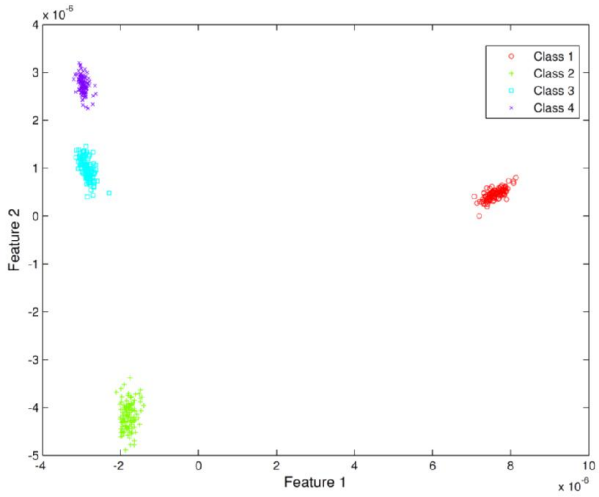


Figura 4.2 - Conjunto de dados para Treinamento (Simulação 1).

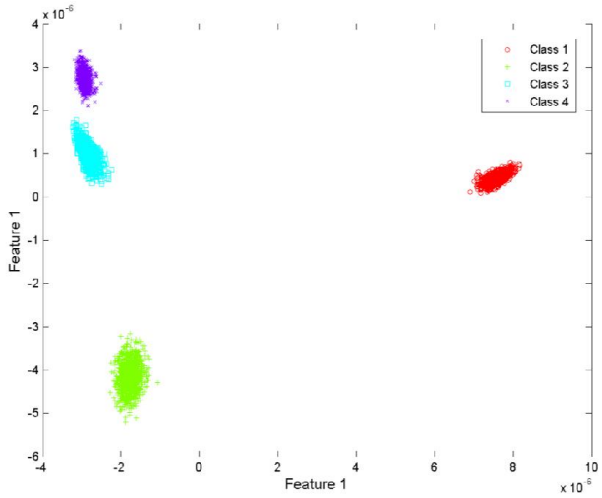


Figura 4.3 - Conjunto de dados para Teste (Simulação 1).

Dado a simplicidade dos sinais presentes no conjunto de dados o índice de acerto de classificação foi de 100%, este resultado é apresentado na Tabela 4.1. O uso da redução do vetor de características usando LDA apresentou os mesmos resultados na classificação.

Tabela 4.1 - Índices de acerto na classificação dos sinais analíticos utilizando WPT e PCA.

Classe	Número de Sinais por Classe	Número de Sinais Classificados Corretamente	Taxa de acerto Global (%)
Classe 1	900	900	
Classe 2	900	900	
Classe 3	900	900	
Classe 4	900	900	
Total	3600	3600	100%

4.3 SIMULAÇÃO 2

Assim como na *Simulação 1*, todas as classes de sinais têm a adição de ruído branco. Para cada classe de sinais são 100 sinais para treino e 900 sinais para teste e o ruído branco gerado para cada sinal em cada instante de tempo, todos com 1024 pontos. Na Figura 4.4 apresenta-se uma amostra de cada classe de sinal.

Na Equação 4.2 apresentam-se equações paramétricas utilizadas para simulação dos principais distúrbios em sinais de tensão elétrica, descrita em Hu (2008), e que serão utilizados para processamento e classificação.

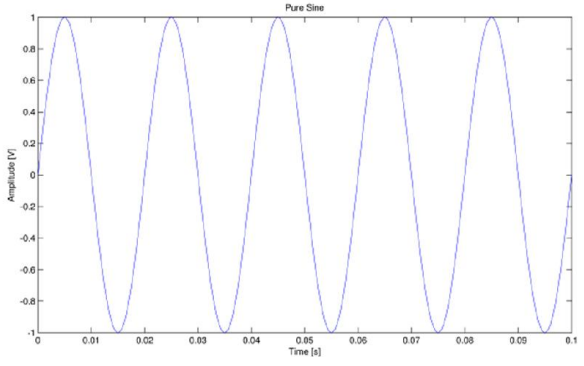
$$\begin{cases} v^{(1)}(t) = \sin(\omega t) \\ \mathrm{v}^{(2)}(\mathrm{t}) = (1 - \alpha_{ss}(1(t - t_b) - 1(t - t_e)))\sin(\omega t) \\ v^{(3)}(t) = (1 + \alpha_{sw}(1(t - t_b) - 1(t - t_e)))\sin(\omega t) \\ \mathrm{v}^{(4)}(\mathrm{t}) = (1 + \alpha_f \sin(\beta_f \omega t))\sin(\omega t) \\ \mathrm{v}^{(5)}(\mathrm{t}) = (\sin(\omega t) + \alpha_{osc} \exp(-(t - t_b)/\tau_{osc})\sin(\omega_{nosc}(t - t_b))) \end{cases} \quad (4.2)$$

Os distúrbios simulados contém *Queda de Tensão de curta duração* ($v^{(2)}$, *Sudden Sag*), *Elevação de Tensão de Curta Duração* ($v^{(3)}$, *Sudden Swell*), *Flutuações de Tensão* ($v^{(4)}$, *Flicker*) e *Transitórios Oscilatórios* ($v^{(5)}$, *Oscillatory Transient*).

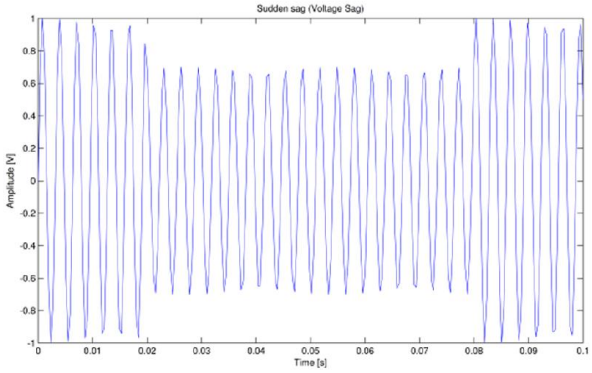
Na Tabela 4.2 apresentam-se os parâmetros utilizados para *Simulação 2*, a partir do conjunto de expressões mostradas na Equação 4.2.

Tabela 4.2 - Parâmetros Utilizados para simulação dos distúrbios nos sinais Tensão elétrica.

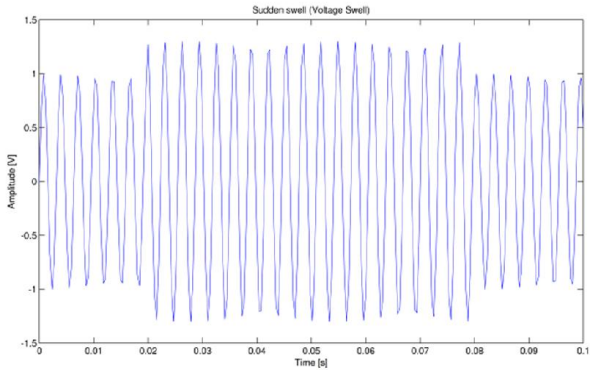
Classes (ou Distúrbios)	**Variação de parâmetros**
$v^{(1)}$ - Onda senoidal - sem Distúrbios	Amplitude:1. Frequência: $50Hz$
$v^{(2)}$ - Queda de Tensão de Curta Duração (*Sudden Sag*)	Duração: $(t_1 - t_2) = (0-9)T$ Amplitude: $\alpha_{ss} = 0.3 - 0.9$
$v^{(3)}$ - Elevação de Tensão de Curta Duração (*Sudden Swell*)	Duração: $(t_2 - t_1) = (0-8)T$ amplitude: $\alpha_{sw} = 0.3 - 0.7$
$v^{(4)}$ - Flutuações de Tensão (*Flicker*)	Frequência: $(5-10)Hz$ Amplitude: $\alpha_f = 0.1 - 0.2$
$v^{(5)}$ - Transitórios Oscilatórios (*Oscillatory Transient*)	Tempo constante: $(0.008 - 0.04)s$ Frequência: $(100-400)Hz$



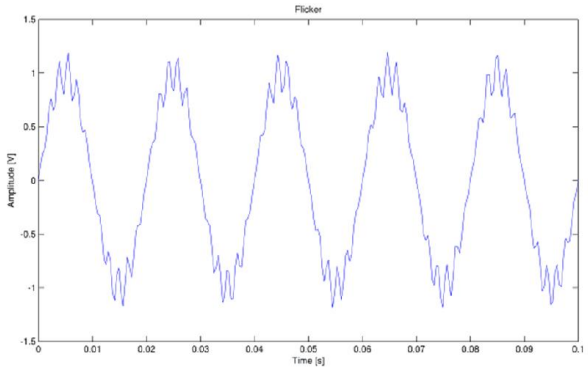
a) Onda senoidal – Sem Disturbios



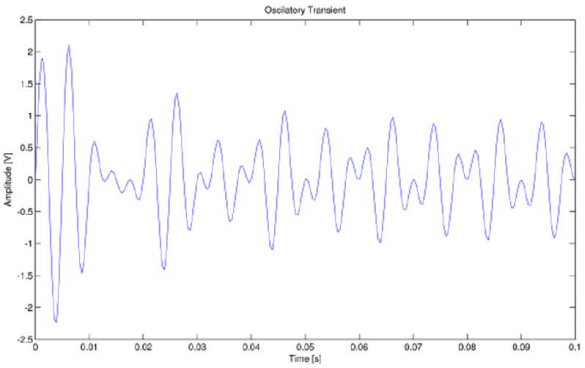
b) Queda de Tensão de Curta Duração (*Sudden Sag*)



c) Elevação de Tensão de Curta Duração (*Sudden Swell*)



d) Flutuações de Tensão(*Flicker*)



e) Transitórios Oscilatórios (*Oscillatory Transient*)

Figura 4.4 - Sinais Utilizados na Simulação 2, construídos a partir dos parâmetros apresentados na Tabela 4.2.

Para a classificação dos distúrbios utilizou-se o filtro Daub-25, a redução de dimensionalidade através de PCA e LDA. Nas Tabelas 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6 mostram-se os resultados da classificação com o uso do algoritmo kNN. Pode-se notar o que o uso dos parâmetros de Energia e Entropia associadas à Transformada Wavelet Packet e o uso de técnicas PCA e LDA para redução, resultam em uma taxa de acerto global de 98,42% e 99,90%, respectivamente.

Tabela 4.3 - Resultados da Classificação para o conjunto de dados de teste utilizando-se PCA (Simulação 2).

Classes	Onda senoidal	Queda de Tensão	Elevação de Tensão	Flutuações de Tensão	Transitórios Oscilatórios
Onda senoidal	900	0	0	0	0
Queda de Tensão	0	886	14	0	0
Elevação de Tensão	0	0	900	0	0
Flutuações de Tensão	0	0	0	900	0
Transitórios Oscilatórios	0	0	0	0	900

Tabela 4.4 - Índices de acerto na classificação dos sinais com distúrbio de tensão elétrica utilizando WPT e PCA através do Algoritmo kNN.

Tipo de Distúrbio	Quantidade de distúrbios	Número de casos identificados corretamente	Taxa de acerto Global (%)
Onda senoidal	900	900	
Queda de Tensão	900	886	
Elevação de Tensão	900	900	
Flutuações de Tensão	900	900	
Transitórios Oscilatórios	900	900	
Soma	4500	4486	98,42%

Tabela 4.5 - Resultados da Classificação para o conjunto de dados de teste utilizando-se LDA (Simulação 2).

Classes	Onda senoidal	Queda de Tensão	Elevação de Tensão	Flutuações de Tensão	Transitórios Oscilatórios
Onda senoidal	900	0	0	0	0
Queda de Tensão	0	899	1	0	0
Elevação de Tensão	0	0	900	0	0
Flutuações de Tensão	0	0	0	900	0
Transitórios Oscilatórios	0	0	0	0	900

Tabela 4.6 - Índices de acerto na classificação dos sinais com distúrbio de tensão elétrica utilizando WPT e LDA através do Algoritmo kNN.

Tipo de Distúrbio	Quantidade de distúrbios	Número de casos identificados corretamente	Taxa de acerto Global (%)
Onda senoidal	900	900	
Queda de Tensão	900	898	
Elevação de Tensão	900	900	
Flutuações de Tensão	900	900	
Transitórios Oscilatórios	900	900	
Soma	4500	4499	99,90%

Nas Figuras 4.5 e 4.6 são apresentados os gráficos de dispersão do conjunto de dados de treinamento e teste, respectivamente. Nota-se que mesmo com a proximidade entre as classes de Queda de Tensão (Classe 2) e Elevação de Tensão (Classe 3), o índice de erros na classificação é

muito baixo com a utilização de PCA. Já a análise utilizando-se LDA, o índice de acerto global é muito próximo de 100%.

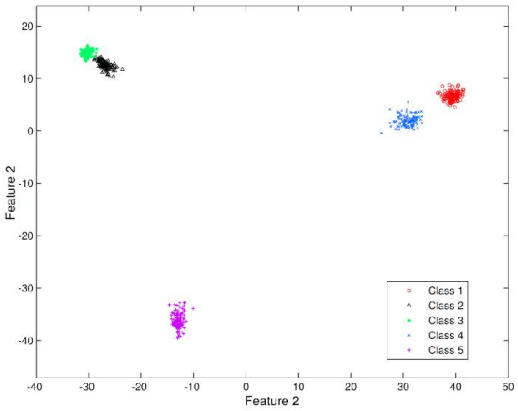


Figura 4.5 - Conjunto de dados para Treinamento (Simulação 2).

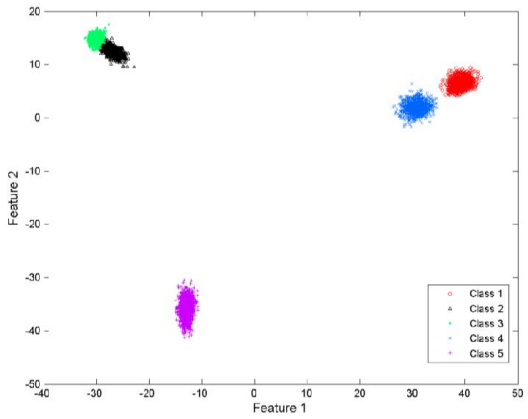


Figura 4.6 - Conjunto de dados para Teste (Simulação 2).

Os métodos de Energia e Entropia associados à Transformada Wavelet são bastante utilizados como parâmetro de classificação para sinais com distúrbios de tensão elétrica, como mostrado por Hu et al (2008) e também nos trabalhos de Manimala et al (2007). Neste trabalho propõe-se a redução do vetor de caraterísticas formadas pelos parâmetros de Energia e Entropia associados à Transformada Wavelet Packet, utilizando-se as técnicas de Análise de componentes Principais e Análise Discriminante Linear, e com o uso dessas técnicas percebe-se o aumento do

índice global de acertos em relação a outros métodos, conforme apresenta-se a comparação na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 - Comparação dos métodos propostos, com métodos baseados em Energia e Entropia presentes na literatura.

	Acerto Global (%)
MANIMALA et al (2007)	96.0%
HU et al. (2008)	98.40%
Este Estudo – (utilizando-se PCA)	98.42%
Este Estudo - (utilizando-se LDA)	99.90%

Ressalta-se que foram feitas diversas simulações com outros filtros Wavelet, porém, não notou-se variações significativas no índice global de acertos, quando tais filtros tinham suporte alto. Já com uso de filtros com baixo suporte, percebeu-se pequenas variações nos índices globais de acerto.

4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo procurou demostrar que os parâmetros de energia e entropia associados à Transformada Wavelet Packet são eficazes para a extração de características dos sinais. Porém, apenas com esses parâmetros não foi possível classificar os sinais e distúrbios elétricos com eficiência. Por este motivo utilizou os métodos de redução de dimensionalidade, com o objetivo de reduzir a dimensão do conjunto de dados, a fim de obter uma melhor separação entre as classes (sinais de distúrbios elétricos). Com a associação dessas técnicas se obteve altos índices de acertos na classificação, como foi possível verificar por meio das simulações numéricas, o que demonstrou a eficácia do método proposto.

5 ANÁLISE EXPERIMENTAL

Os experimentos foram realizados na Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, no Laboratório de Vibrações e Controle.

A bancada de teste utilizada neste trabalho é composta por um motor de indução trifásico {1}, uma máquina de corrente contínua {4}, um banco de resistências variáveis, um varivolt trifásico, um sistema de medição e um microcomputador. A máquina de corrente contínua funciona como gerador, alimentando um banco de resistências, atuando como carga para o motor de indução. Variando a corrente de excitação do campo do gerador CC ou alterando o banco de resistências consegue-se, consequentemente, a variação da carga do motor. Na Figura 5.1 tem-se uma visão geral da bancada de testes.

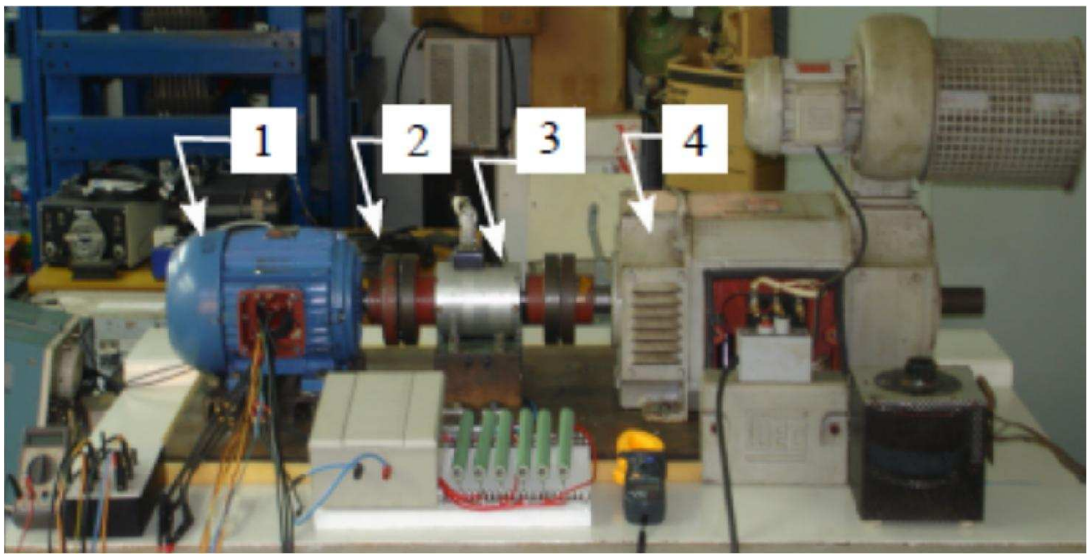


Figura 5.1 - Bancada de teste.

As falhas foram introduzidas no motor elétrico, WEG (FH 88747), rotor gaiola, 5 CV, 1730 rpm, 220 V, 60 Hz, 4 polos, categoria N, 44 barras, 36 ranhuras, rolamento SKF 6205–2Z, ID–1, carcaça 100L, classe de isolamento B, FS 1.15, Ip/In 7.5, IP 55, 13.8 A.

O motor de indução foi modificado para possibilitar os testes de falhas elétricas, tais como baixa isolação (curto-circuito) entre espiras do enrolamento do estator. Para simular uma baixa isolação, entre espiras de uma mesma fase, foram extraídas quatro derivações em uma bobina. Essas derivações foram dispostas externamente e ligadas em série (duas de cada vez) com um banco de resistência, de 1 e 100 Watts (cada uma), conectadas em paralelo, e que são adicionadas ao circuito por meio de um grupo de disjuntores para que controle a intensidade da corrente elétrica, mantendo-se sempre a carga nominal do motor.

O gerador está acoplado ao motor elétrico através de acoplamentos flexíveis {2} um torquímetro {3} da S. Himmelstein and Company, modelo MCRT 9-02T(1-3), 0-7500 rpm, bidirecional e torque máximo de 1000 lb-in, porém, este não foi utilizado neste trabalho..

De acordo com Lamim Filho (2003), cada bobina é constituída por 26 espiras com bitola do fio igual a 16. Como cada fase é formada por 6 bobinas, tem-se o total de 156 espiras por fase. Assim, a configuração permite analisar a baixa isolação entre, no mínimo, duas espiras e, no máximo, dez espiras para uma mesma fase, correspondendo aos percentuais de 1.2% (2/156) e 6.4% (10/156) de baixa isolação.

A corrente de curto-circuito foi limitada em 10A, inserindo um resistor entre os terminais das espiras em curto-circuito, para garantir que o motor funcionasse por um tempo indeterminado e sem o comprometimento da isolação do mesmo. Caracterizando o início de uma real situação de baixa isolação (curto-circuito) entre espiras.

A excitação por desequilíbrio de fase foi obtida inserindo uma resistência variável em série com uma das fases de alimentação do motor elétrico.

Já, para as falhas mecânicas, o desbalanceamento foi inserido através da colocação de massas na extremidade do eixo, na parte não acoplada do motor elétrico. A folga mecânica foi inserida afrouxando os parafusos de fixação do motor elétrico.

Para todas as falhas os acelerômetros foram posicionados em quatro localizações diferentes, conforme ilustrado na Figura 5.2, sendo elas denominadas: Acelerômetro 1 (ACC1), Acelerômetro 2 (ACC2), Acelerômetro 3 (ACC3) e Acelerômetro 4 (ACC4).

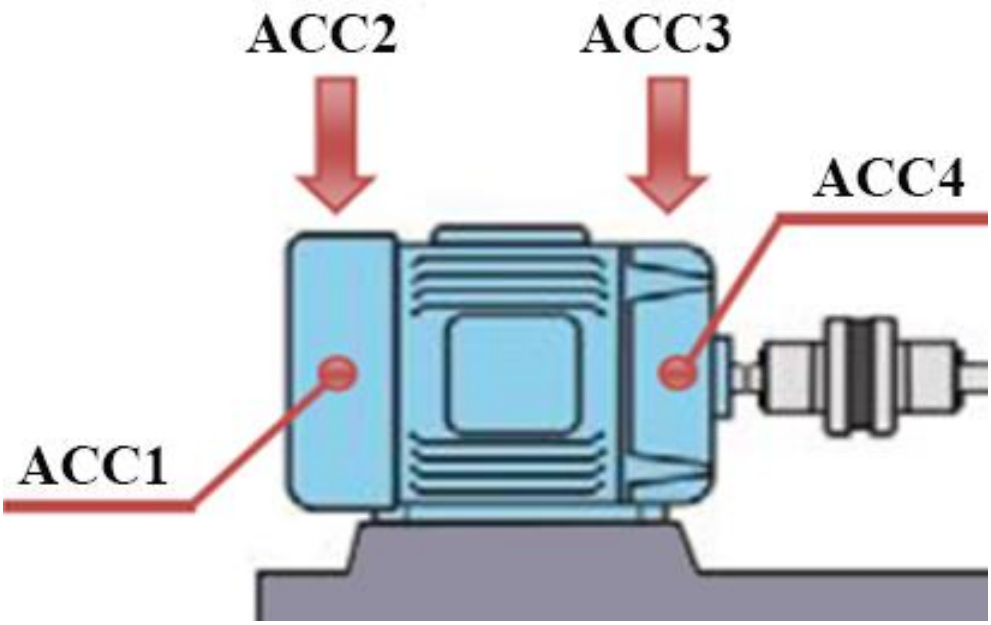


Figura 5.2 - Posicionamento dos acelerômetros no motor de indução.

Na obtenção dos dados, utilizou-se a placa NI-6251 da *National Instruments*. Essa placa possui 16 canais analógicos de entrada que podem amostrar em até 200kHz e 2 contadores digitais de 24 bits cada. As entradas analógicas possuem resolução de 16 bits. Os sinais de vibração foram submetidos a um filtro *anti-aliasing,* com frequência de corte de 2kHz. Para a implementação do algoritmo de aquisição de dados utilizou-se o software MATLAB R2010b.

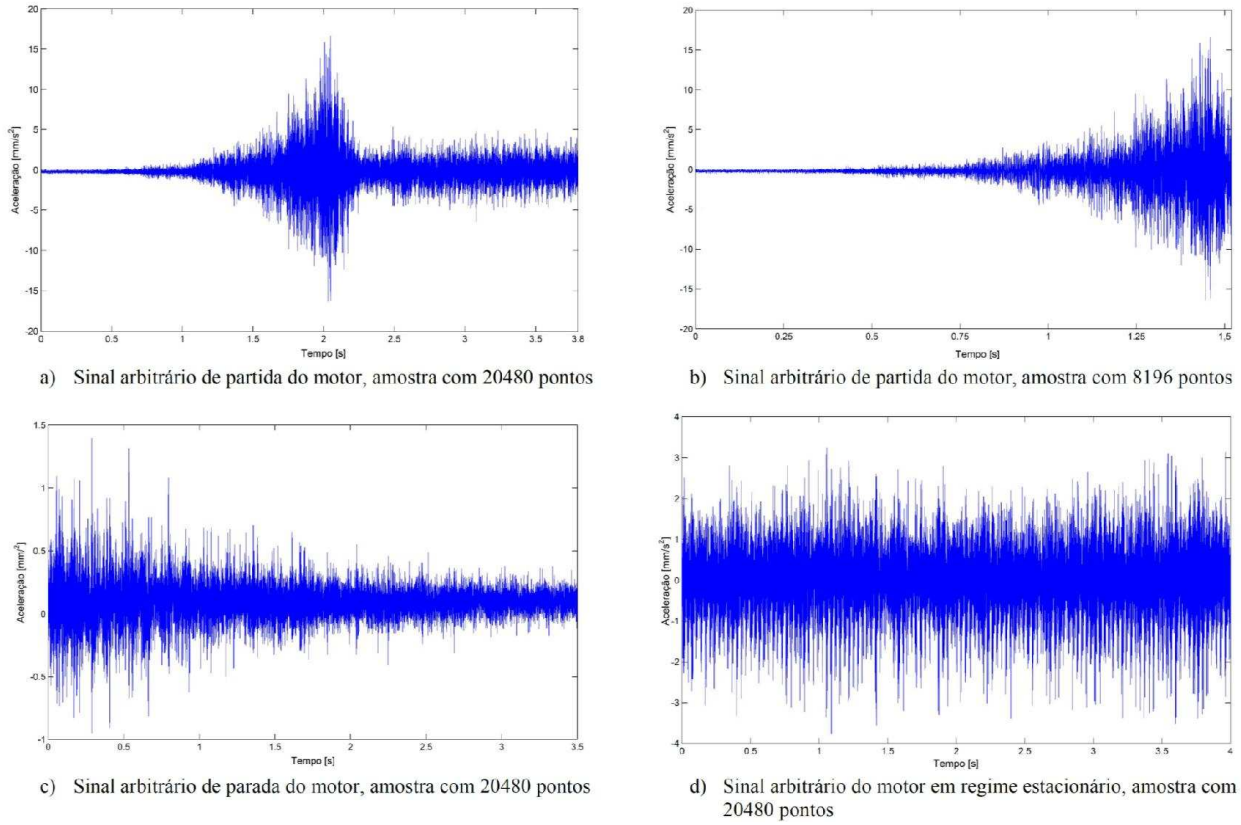
Antes dos testes a bancada foi balanceada e alinhada objetivando eliminar as fontes de vibrações indesejáveis. Dessa forma foi possível determinar a condição normal de funcionamento do conjunto motor-gerador (assinatura da bancada), a qual se estipulou como sendo no máximo 0.5 mm/s de amplitude de vibração no regime estacionário, segundo a norma VDI 2056, (VDI, 1964).

5.1 AQUISIÇÃO DOS SINAIS DE VIBRAÇÃO

Os sinais foram obtidos no plano radial (posição vertical e horizontal) do motor elétrico, tanto no lado do acoplamento quanto no lado da ventoinha (lado oposto ao acoplamento). Os sinais foram coletados a uma frequência de amostragem de 5 kHz e 20480 pontos, de modo a analisar toda a faixa de frequência na qual os defeitos em estudo são identificados.

Foram coletados aleatoriamente 1440 sinais de vibração para cada estado do motor (partida, regime estacionário e parada), sendo estes distribuídos entre as falhas em estudo: 240 sinais coletados em cada regime e para cada uma das falhas mecânicas e para a condição sem falha mecânica e 240 sinais coletados para em cada regime e para cada uma das falhas elétricas e para a condição sem falha elétrica. Nas Figuras 5.3-a, 5.3-c e 5.3-d, observam-se as amostras de sinais de aceleração aquisitados com 20480 pontos e frequência de amostragem de 5kHz, para cada estado medido (partida, regime estacionário e parada). Já na Figura 5.3-b, observam-se apenas os primeiros 8196 pontos de uma amostra do sinal de partida do motor. Tal redução foi feita com o objetivo de analisar apenas o regime transiente.

Não houve controle na partida dos diversos testes, sendo que esta foi feita manualmente utilizando-se um varivolt. Não houve variação de carga em nenhum dos testes realizados.



a) Sinal arbitrário de partida do motor, amostra com 20480 pontos

b) Sinal arbitrário de partida do motor, amostra com 8196 pontos

c) Sinal arbitrário de parada do motor, amostra com 20480 pontos

d) Sinal arbitrário do motor em regime estacionário, amostra com 20480 pontos

Figura 5.3 - sinais de aceleração do motor na partida, regime estacionário e parada.

Na Figura 5.3-a é possível notar que a aquisição do sinal de aceleração da partida com 20480 pontos compreende o regime transiente e parte do regime estacionário. Como citado anteriormente, a análise do regime transiente (na partida do motor) é feita considerando-se apenas os primeiros 8196 pontos. Esse intervalo mostrou-se suficiente em todas as análises dos sinais de partida do motor.

As análises dos sinais no regime estacionário e na parada do motor foram feitas com sinais de 20480 pontos.

5.1.1 Condição Normal

Para a condição Normal (livre de falhas) aquisitou-se 960 sinais na partida do motor (regime transiente), 960 sinais em regime permanente e 960 sinais na parada do motor (regime transiente), provenientes de 240 medições para cada estado do motor (partida, regime estacionário e parada do motor), tomadas a partir de 4 acelerômetros posicionados no motor de indução.

5.1.2 Desequilíbrio de Fase

Para o desequilíbrio de fase foram aquisitados 240 sinais na partida do motor (regime transiente), 240 sinais em regime permanente e 240 sinais na parada do motor (regime transiente), provenientes de 60 medições para cada estado do motor (partida, regime estacionário e parada do motor), feitas aleatoriamente e tomadas a partir de 4 acelerômetros posicionados no motor de indução.

5.1.3 Curto-circuito

Este tipo de falha no isolamento é tipicamente causado por contaminação do enrolamento, abrasão, vibração ou surtos de tensão, podendo ser agravada por falhas ou ineficiência do processo de impregnação, incluindo-se aí a utilização de condutores e verniz ou resina de má qualidade, mal preservados, ou incompatíveis com a classe térmica e tensão do equipamento.

Para o curto circuito foram aquisitados 240 sinais na partida do motor (regime transiente), 240 sinais em regime permanente e 240 sinais na parada do motor (regime transiente),

provenientes de 60 medições para cada estado, feitas aleatoriamente e tomadas a partir de 4 acelerômetros posicionados no motor de indução.

5.1.4 Desbalanceamento

Assim como nas medições das falhas descritas anteriormente, no caso do desbalanceamento foram aquisitados 240 sinais na partida do motor (regime transiente), 240 sinais em regime permanente e 240 sinais na parada do motor (regime transiente), provenientes de 60 medições para cada estado, feitas aleatoriamente e tomadas a partir de 4 acelerômetros posicionados no motor de indução. Para esse teste utilizou-se dois níveis de desbalanceamento, adicionando-se um e depois dois parafusos, de massa 0,03 Kg cada, em diferentes posições em um disco fixado no eixo traseiro do motor elétrico.

5.1.5 Folga Mecânica

Como na medição do desbalanceamento e demais falhas descritas, o desequilíbrio de fase, obteve-se 240 sinais na partida do motor (regime transiente), 240 sinais em regime permanente e 240 sinais na parada do motor (regime transiente), provenientes de 60 medições para cada estado (partida, regime estacionário e parada do motor). A folga mecânica foi inserida afrouxando os parafusos de fixação do motor elétrico.

6 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos através da utilização dos parâmetros de energia e entropia, obtidos com a aplicação da Transformada Wavelet Packet e os métodos de redução de dimensionalidade (PCA e LDA). Conforme mencionado no capítulo anterior, os experimentos para condição normal de funcionamento do motor elétrico, para falhas mecânicas (desbalanceamento e folga mecânica) e falhas elétricas (curto-circuito entre espiras e desequilíbrio de fase).

Para detecção de falhas elétricas e mecânicas propôs-se um esquema de processamento para extração de parâmetros e posterior classificação, descrito a seguir.

Faz-se a aquisição dos sinais de aceleração do motor elétrico na partida, no regime estacionário e na parada, todas as aquisições foram feitas no domínio do tempo, com o objetivo de formar uma base de dados. A aquisição é feita a partir de quatro acelerômetros posicionados no motor de indução (Figura 5.2), conforme descrito no capítulo 5. Os sinais de partida são reduzidos para 8196 pontos, com o objetivo de analisar apenas o regime transiente, verificou-se que todos os transientes de partida estão dentro desse limite.

Aplica a WPT a todos os sinais até o quarto nível de decomposição, resultando em 16 sub-banda de frequência (Packet). A decomposição até o quarto nível mostrou-se suficiente para a detecção de alterações no espectro de frequência.

Calcula-se a energia e a energia relativa de cada sub-banda de frequência do quarto nível de decomposição. Calcula-se em seguida a entropia de cada sub-banda de frequência do quarto nível de decomposição. Outro ponto que justifica a decomposição da WPT apenas até o quarto nível é o fato da distribuição de energia dos sinais analisados terem sua maior concentração até a oitava Sub-banda de frequência. Na Figura 6.1 se apresenta a distribuição de energia relativa do

quarto nível de decomposição de uma amostra de um sinal de partida em condição normal (sem falha), folga mecânica, desbalanceamento, curto-circuito entre espiras e desequilíbrio de fase.

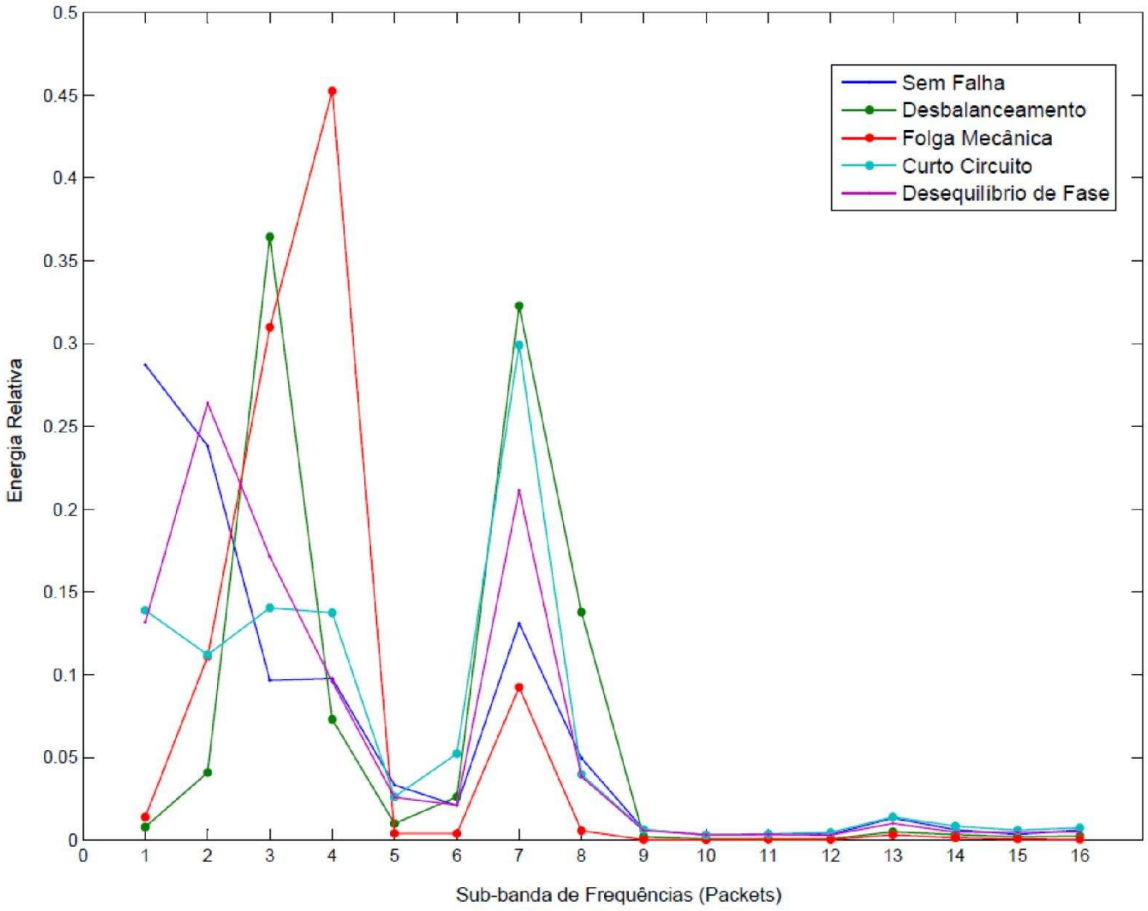


Figura 6.1 - Distribuição de Energia por Sub-banda de frequência (*Packets*).

A Figura 6.2 apresenta a assinatura de energia relativa do quarto nível de decomposição de uma amostra de um sinal de partida em condição normal (sem falha).

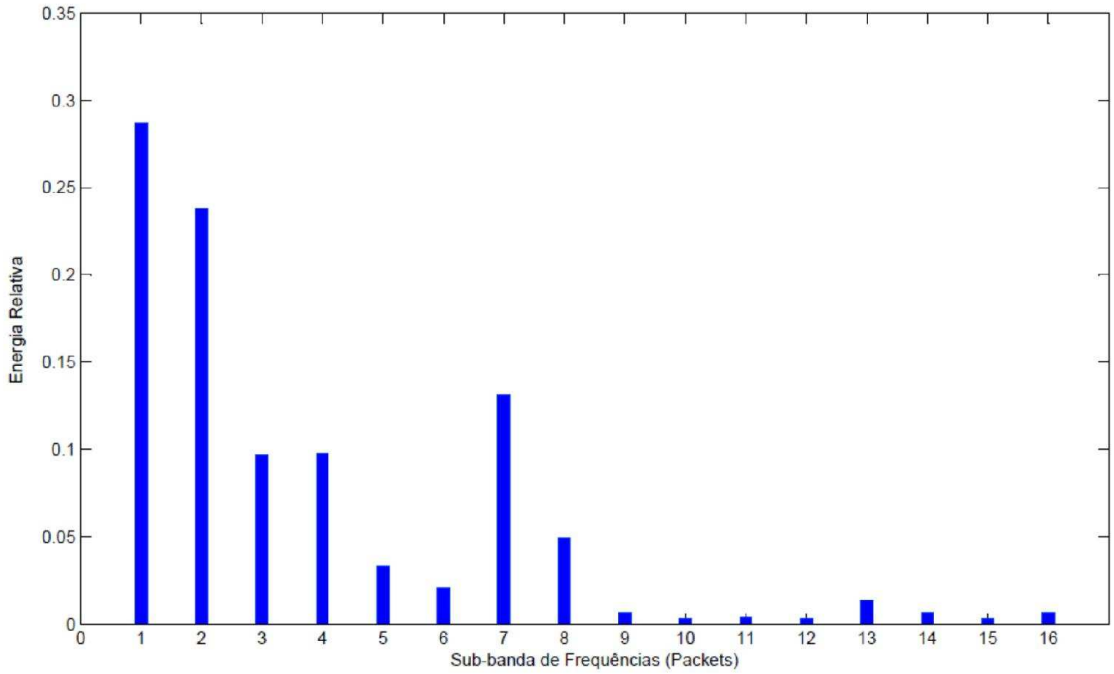


Figura 6.2 - Assinatura de Energia por Sub-banda de frequência (*Packets*), para um sinal amostra de um sinal de partida do motor elétrico, sem falha.

As Figuras 6.3, 6.4, 6.5 e 6.6 mostram as assinaturas de energia relativa do quarto nível de decomposição de 4 amostras de sinais de partida do motor, com falha de desbalanceamento, Folga mecânica, em curto-circuito e em desequilíbrio de fase, respectivamente.

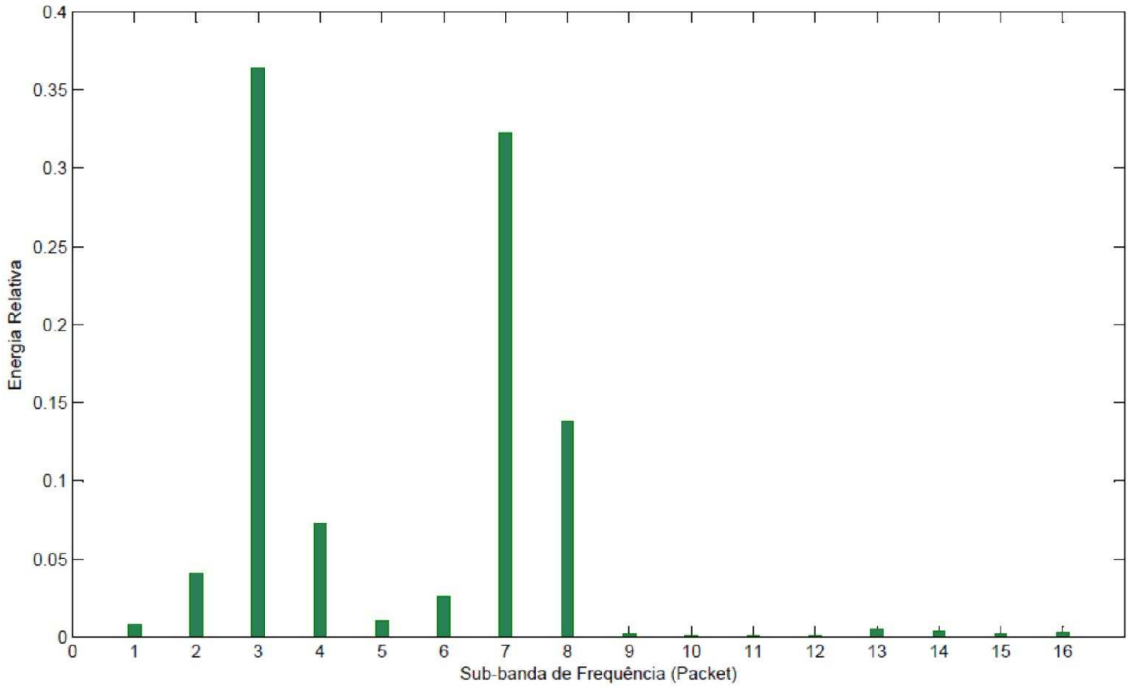


Figura 6.3 - Assinatura de Energia por Sub-banda de frequência (*Packets*), para um sinal amostra de um sinal de partida do motor elétrico, com falha de desbalanceamento.

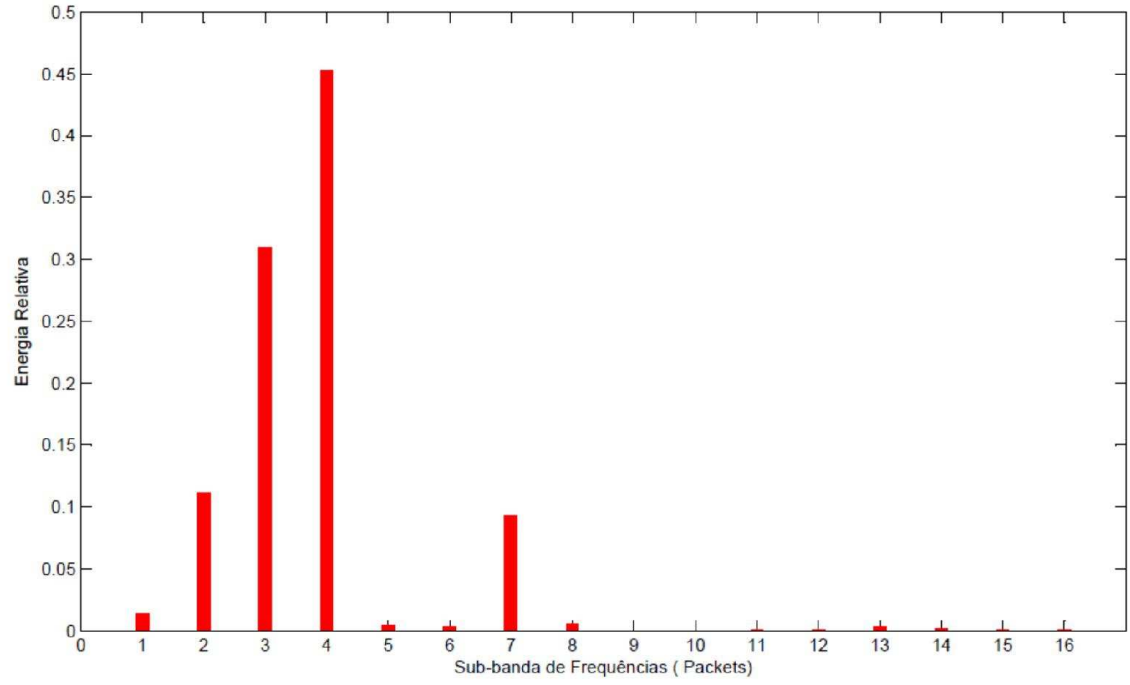


Figura 6.4 - Assinatura de Energia por Sub-banda de frequência (*Packets*), para um sinal amostra de um sinal de partida do motor elétrico, com Folga Mecânica.

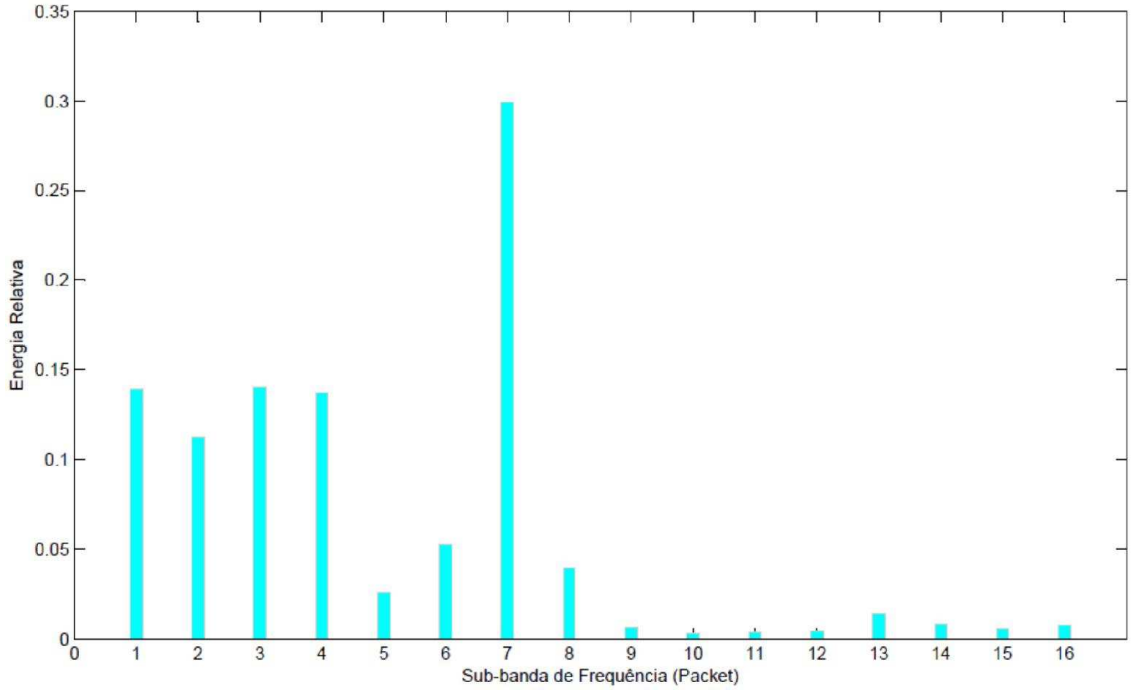


Figura 6.5 - Assinatura de Energia por Sub-banda de frequência (*Packets*), para um sinal amostra de um sinal de partida do motor elétrico, em Curto circuito.

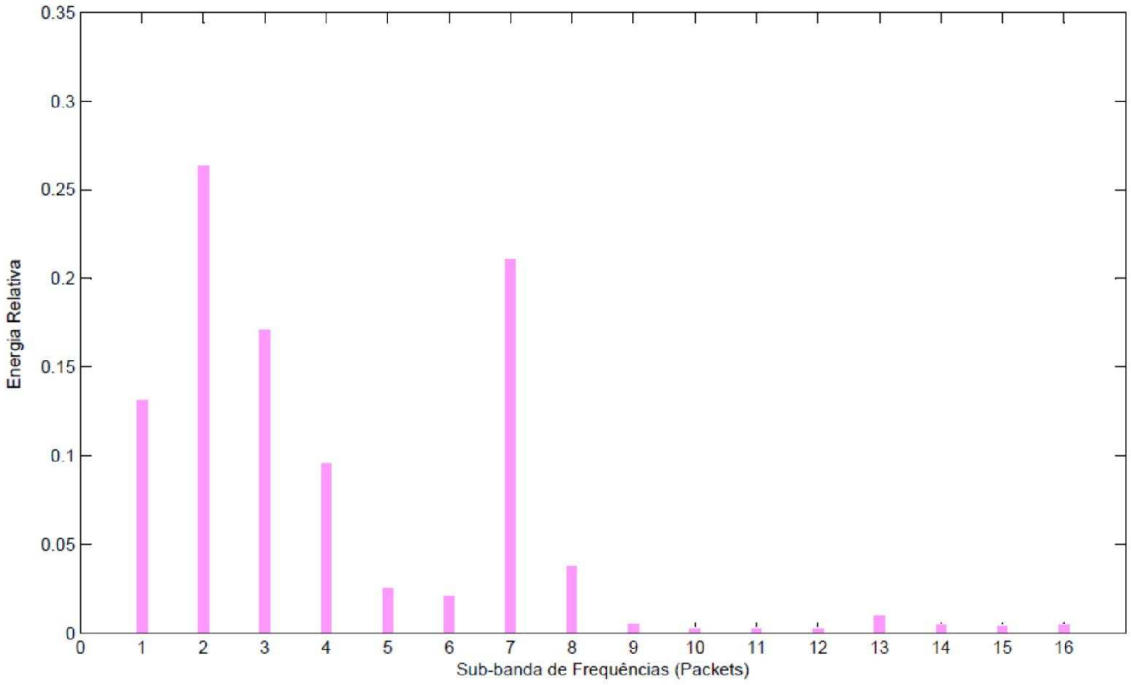


Figura 6.6 - Assinatura de Energia por Sub-banda de frequência (*Packets*), para um sinal amostra de um sinal de partida do motor elétrico, em Desequilíbrio de Fase.

Nota-se que a distribuição de energia relativa nas sub-bandas de frequências é bem caracterizada para cada assinatura do motor, nota-se também, que para essas amostras as maiores variações ocorrem nas amplitudes das distribuições de energia.

Monta-se o vetor de Energia/Entropia para cada sinal, utilizando-se os valores obtidos do cálculo da energia relativa e da entropia. Obtém-se um vetor com 32 características, sendo 16 parâmetros de energia relativa e 16 parâmetros de entropia.

Reduz-se a dimensionalidade do vetor de características de cada sinal utilizando-se separadamente os métodos de Análise de Componentes Principais (PCA) e Análise Linear Discriminante (LDA).

Finalmente, faz-se a classificação utilizando os parâmetros dos vetores reduzidos, através dos métodos LDA e PCA, com o uso do algoritmo k-vizinhos mais próximos (do inglês, k-Nearest Neighbor - kNN).

Na Figura 6.7 tem-se o diagrama da metodologia proposta para a classificação da condição de funcionamento do motor elétrico.

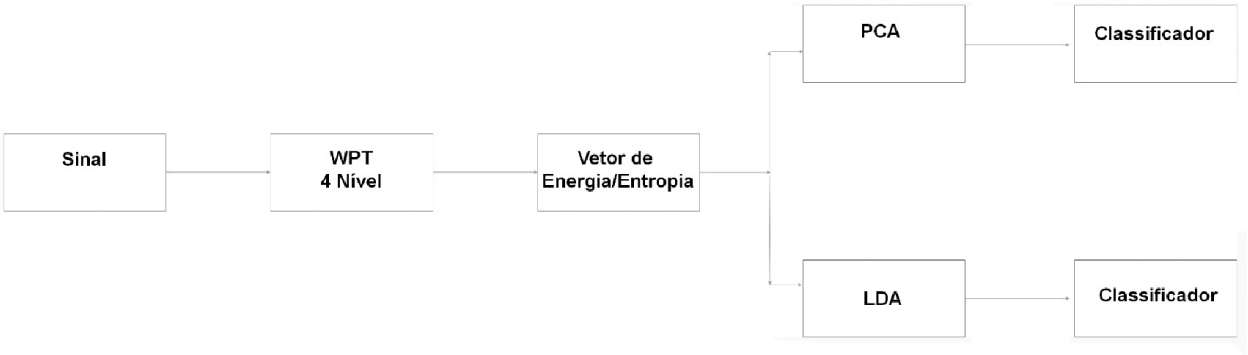


Figura 6.7 - diagrama de processamento proposto para classificação.

Inicialmente as classes são separadas em falhas elétricas e mecânicas e a classificação feita separadamente e testada com parâmetros extraídos a partir de vários filtros diferentes, para efeito de comparação. Utiliza-se 30% das classes para treino e 70% para classificação.

Os filtros utilizados são:

- *Haar* (suporte 2);
- *Daubechies* - Daub-2 (suporte 4), Daub-4 (suporte 8), Daub-5 (suporte 10), Daub-10 (suporte 20), Daub-20 (suporte 40), Daub-40 (suporte 80);
- *Symlet* – Sym2 (suporte 4), Sym4 (suporte 8), Sym6 (suporte 12), Sym8 (suporte 16), Sym10 (suporte 20);
- *Meyer Discretizado* – DMey (suporte 60).

6.1 CLASSIFICAÇÃO BASEADA APENAS COM OS PARÂMETROS DE ENERGIA E ENTROPIA

Com o objetivo de demonstrar que apenas os parâmetros de Energia e Entropia associados a Transformada Wavelet Packet, ou seja, sem a redução do vetor de características, não são suficientes para que a classificação seja feita de forma eficiente. Para tanto, foram utilizadas três

classes para a classificação das seguintes condições do motor: Sem Falha, Curto-circuito e Desequilíbrio de fase. Esta análise foi feita apenas no regime estacionário. Para esta análise serão utilizados para a extração dos parâmetros de energia e entropia os seguintes filtros: Daubechies (Haar, Daub-2, Daub-5, Daub-10, Daub-20, Daub-40), Symlet (sym2, sym4, sym6, sym8 e sym10) e Meyer Discretizado (DMey).

Tabela 6.1 - Índices de acerto global na classificação das falhas elétricas no regime permanente com três classes (Sem Falha, Curto Circuito e desiquilíbrio de fase) utilizando os filtros propostos e apenas os parâmetros de Energia e Entropia.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas- Filtros Daubechies

Filtro	Taxa de Acerto Global
Haar	60.00%
Daub-2	62.45%
Daub-5	63.45%
Daub-10	63.45%
Daub-20	63.80%
Daub-40	63.45%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas – Filtros Symlet e DMeyer

Filtro	Taxa de Acerto Global
Sym-2	62.80%
Sym-4	63.45%
Sym-6	64.00%
Sym-8	63.33%
Sym-10	64.33%
DMey	63.75%

Nota-se nos resultados apresentados nas Tabelas 6.1-a e 6.1-b que os índices de acertos foram muito baixos (em torno de 60%). Esse índice de acertos na classificação deve-se ao fato das classes (Sem Falha, Curto-circuito e Desequilíbrio de fase) apresentarem variações muito sutis nas amplitudes dos em energia e entropia ao longo das sub-bandas de frequência, o que não permite que o classificador utilizado faça uma correta distinção entre as classes.

Os resultados obtidos utilizando-se falhas mecânicas também apresentam resultados de classificação insatisfatórios, na faixa de 60 % de acertos, o que demonstra que somente os parâmetros de energia e entropia não são suficientes para a detecção e classificação das falhas de forma satisfatória.

Neste trabalho propôs-se a utilização dos métodos de redução de dimensionalidade para superação desse problema, conforme apresenta-se nos tópicos seguintes.

6.2 CLASSIFICAÇÃO BASEADA NOS PARÂMETROS WAVELET-PCA

Para a classificação das falhas são feitos três padrões para classificação, da seguinte forma.

Falhas elétricas:

Serão utilizadas três classes para classificação, baseadas nas seguintes condições do motor: Sem Falha, Curto-circuito e Desequilíbrio de Fase. As falhas serão classificadas em três situações de acordo com o regime do motor (partida, regime permanente e parada).

Em todas as análises serão utilizados para extração dos parâmetros de energia e entropia os seguintes filtros, Daubechies (Haar, Daub-2, Daub-5, Daub-10, Daub-20, Daub-40), Symlet (sym2, sym4, sym6, sym8 e sym10) e Meyer Discretizado (DMey). O objetivo da utilização de diversos filtros da mesma família, é demonstrar que quanto maior for o seu suporte (número de coeficientes do filtro discretizado) melhor o resultado da extração de parâmetros para a classificação. O vetor de característica terá sua dimensionalidade reduzida através do método da análise em componentes principiais (PCA) e entregue a um classificador do tipo kNN.

Falhas mecânicas:

Serão utilizadas três classes para classificação das seguintes condições do motor: Sem Falha, desbalanceamento e Folga mecânica. Assim como no caso das falhas elétricas, serão classificadas em três situações de acordo com o regime do motor (partida, regime permanente e parada). Nesta análise também serão utilizados para a extração dos parâmetros de energia e entropia os filtros, Daubechies (Haar, Daub-2, Daub-5, Daub-10, Daub-20, Daub-40), Symlet (sym2, sym4, sym6, sym8 e sym10) e Meyer Discretizado. O vetor de característica terá sua dimensionalidade reduzida através do método da análise em componentes principiais (PCA) e entregue a um classificador do tipo kNN.

Falhas elétricas e mecânicas:

Serão utilizadas cinco classes para classificação das falhas elétricas e mecânicas, agora classificadas simultaneamente, para as seguintes condições do motor: Sem Falha, Curto-circuito, Desequilíbrio de Fase, Desbalanceamento e Folga Mecânica. Assim como nos procedimentos anteriores, serão classificadas em três situações de acordo com o regime do motor (partida, regime permanente e parada).

Os parâmetros de energia e entropia serão extraídos com o uso dos filtros: Daubechies (Haar, Daub-2, Daub-5, Daub-10, Daub-20, Daub-40), Symlet (sym2, sym4, sym6, sym8 e sym10) e Meyer Discretizado. A redução de dimensionalidade do vetor de características será feita através do método da análise em componentes principiais (PCA) e será entregue a um classificador do tipo kNN.

6.2.1 Regime Permanente - Falhas Elétricas

Conforme descrito na metodologia proposta para a classificação, inicialmente as classes foram separadas em falhas elétricas e mecânicas. No caso da análise das falhas elétricas utilizam-se três classes (Sem Falha, Curto-circuito e Desequilíbrio de Fase). Na Tabela 6.2 apresentam-se os índices de acerto para classificação das falhas elétricas com o motor trabalhando em regime permanente, utilizando-se os parâmetros de energia e entropia, extraídos para diferentes filtros Wavelet da família Daubechies e redução da dimensionalidade do vetor de características feitas através do método de Análise em Componentes Principais (PCA) e classificação através do algoritmo kNN.

Pode-se observar na Tabela 6.2-a um alto índice de acertos para todos os filtros propostos e ainda é possível notar que apesar de pequeno, existe um aumento na medida em que o suporte do filtro aumenta. Isso decorre do fato de que a reconstrução perfeita do sinal, feita através da aplicação da Transformada Wavelet Inversa, na forma Discreta ou Packet, requer suporte alto e

forma da Wavelet compatível com a forma do sinal. Filtros com suporte baixo (poucos coeficientes na forma Discreta) alteram a forma do sinal (GUIDO, 2011).

Na Tabela 6.2-b apresentam-se os índices de acertos para a classificação das falhas elétricas, para os parâmetros de energia, entropia extraídos para diferentes filtros da família Symlet. Nota-se que os índices de acertos continuam altos, nota-se, também, que assim como na análise feita com os filtros Daubechies, os maiores índices de acertos ocorrem com os filtros de maior suporte. Também testou a classificação, utilizando parâmetros extraídos através do filtro Dmey (Meyer discretizado), é possível notar que o índice de acerto é maior que os melhores resultados encontrados com a família de filtros Daubechies e Symlet, isso se deve ao fato de o Filtro Meyer discretizado também possuir mais alto entre os filtros testados.

Tabela 6.2 - Índices de acerto global na classificação das falhas elétricas no regime permanente com três classes (Sem Falha, Curto Circuito e desiquilíbrio de fase) utilizando os filtros propostos e PCA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas elétricas - Filtros Daubechies

Filtro	Taxa de Acerto Global
Haar	91.00%
Daub-2	97.54%
Daub-5	98.85%
Daub-10	99.85%
Daub-20	99.89%
Daub-40	99.94%

(b) Classificação dos resultados – Falhas elétricas – Filtros Symlet e DMeyer

Filtro	Taxa de Acerto Global
Sym-2	98.52%
Sym-4	98.69%
Sym-6	98.71%
Sym-8	99.74%
Sym-10	99.83%
DMey	99.98%

Comparando-se os resultados obtidos sem redução de dimensionalidade através do PCA (Tabelas 6.1-a e 6.1-b) com os resultados que utilizam os métodos de redução através de PCA (Tabelas 6.2-a e 6.2-b), observa-se que o método PCA além de reduzir a dimensão do vetor de características, separa as classes (Sem Falha, Curto-circuito e Desequilíbrio de fase) de forma eficiente, visto o alto índice de acertos apresentado.

6.2.2 Regime Permanente - Falhas Mecânicas

Na Tabela 6.3-a apresentam-se os índices de acerto para a classificação das falhas mecânicas no regime permanente, para os parâmetros de energia e entropia extraídos para diferentes filtros Wavelet da família Daubechies e redução da dimensionalidade do vetor de características feitas através do método de Análise em Componentes Principais (PCA) e classificados através do algoritmo kNN.

Os resultados apresentados na Tabela 6.2-a mostram índices altos de acerto e, novamente, é possível notar que quanto maior o suporte do filtro Daubechies, maior o índice de acertos. Já na Tabela 6.3-b mostram-se os índices de acertos para classificação das falhas mecânicas, para os filtros Symlet e para filtro DMeyer. Assim como na análise das falhas elétricas no regime permanente o filtro Dmey apresentou índices de acertos próximos dos melhores resultados encontrados com a família de filtros Daubechies e Symlet. Ressalta-se novamente que isso se deve ao fato de o Filtro Meyer possuir suporte mais alto que os demais filtros utilizados.

Tabela 6.3 - Índices de acerto na classificação das falhas mecânicas no regime permanente utilizando os filtros propostos e PCA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Mecânicas		**(b) Classificação dos resultados – Falhas Mecânicas**	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**	**Filtro**	**Taxa de Acerto Global**
Haar	90.80%	**Sym-2**	98.45%
Daub-2	98.65%	**Sym-4**	98.52%
Daub-5	98.80%	**Sym-6**	99.79%
Daub-10	99.85%	**Sym-8**	99.82%
Daub-20	99.85%	**Sym-10**	99.83%
Daub-40	99.85%	**DMey**	99.92%

6.2.3 Regime Permanente - Falhas Elétricas e Mecânicas

O próximo teste é feito com objetivo de classificar as falhas mecânicas e elétricas no regime permanente, utilizando os parâmetros de energia e entropia extraídos para diferentes filtros Wavelet da família Daubechies e redução da dimensionalidade do vetor de características feitas através do método de Análise em Componentes Principais (PCA) e classificados através do algoritmo kNN. Na Tabela 6.4-a apresentam-se os resultados da classificação.

Nota-se que houve uma diminuição no índice de acertos, isso se deve ao aumento do número de classes a serem classificadas, mas percebe-se que os resultados globais mantêm-se altos. Novamente é possível notar que os filtros Daubechies de maior suporte possuem os maiores índices de acertos. Na Tabela 6.4-b mostram-se os resultados da classificação das falhas elétricas e mecânicas, utilizando-se os parâmetros de energia e entropia para diferentes filtros Symlet e para filtro DMeyer. Como na análise com as falhas elétricas e mecânicas feitas separadamente, o filtro DMeyer apresentou índices de acertos maiores que os resultados encontrados com a família de filtros Daubechies e Symlet.

Tabela 6.4 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas e mecânicas no regime permanente utilizando-se os filtros propostos e PCA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas e Mecânicas

Filtro	Taxa de Acerto Global
Haar	89.33%
Daub-2	95.81%
Daub-5	98.72%
Daub-10	98.81%
Daub-20	98.80%
Daub-40	99.20%

(b) Classificação dos resultados – Falhas elétricas

Filtro	Taxa de Acerto Global
Sym-2	96.63%
Sym-4	96.62%
Sym-6	97.81%
Sym-8	99.82%
Sym-10	99.82%
DMey	99.95%

6.2.4 Regime Transiente (Partida) - Falhas Elétricas

O próximo teste descreve os resultados da classificação nas falhas elétricas no regime transiente (partida do motor), utilizando a técnica PCA para a redução da dimensionalidade do vetor de características e o mesmo grupo de filtros Wavelet utilizado nas análises anteriores. Nas Tabelas 6.5-a e 6.5-b apresentam-se os resultados da classificação.

É possível, ainda, notar nos resultados descritos nas Tabelas 6.4-a e 6.4-b, que os índices de classificação caem de forma significativa, inclusive nos filtros de suporte mais alto.

Tabela 6.5 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas na partida (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e PCA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Haar	84.60%
Daub-2	88.69%
Daub-5	90.85%
Daub-10	91.85%
Daub-20	91.85%
Daub-40	92.10%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Sym-2	88.25%
Sym-4	89.65%
Sym-6	90.57%
Sym-8	90.64%
Sym-10	91.64%
DMey	90.55%

6.2.5 Regime Transiente (Partida) - Falhas Mecânicas

Nas Tabelas 6.6-a e 6.6-b são apresentados os resultados da classificação das falhas mecânicas no regime transiente, utilizando a técnica PCA para redução da dimensionalidade do vetor de características e o mesmo grupo de filtros Wavelet utilizado nas análises anteriores. Assim como na análise de classificação nas falhas elétricas na partida do motor, percebe-se uma queda significativa nas taxas de acertos, para todos os filtros utilizados para a extração de parâmetros.

Tabela 6.6 - Índices de acerto na classificação das falhas mecânicas na partida (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e PCA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Haar	84.54%
Daub-2	88.00%
Daub-5	89.10%
Daub-10	89.50%
Daub-20	90.00%
Daub-40	90.15%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Sym-2	88.00%
Sym-4	89.80%
Sym-6	89.25%
Sym-8	89.40%
Sym-10	89.75%
DMey	89.20%

6.2.6 Regime Transiente (Partida) - Falhas Elétricas e Mecânicas

O próximo teste descreve os resultados de classificação nas falhas elétricas e mecânicas no regime transiente (partida do motor), ainda utilizando a técnica PCA para redução da dimensionalidade do vetor de características e o mesmo grupo de filtros Wavelet utilizado nas análises anteriores. Nas Tabelas 6.7-a e 6.7-b apresentam-se os resultados da classificação.

Nas análises apresentadas nas Tabelas 6.7-a e 67-b novamente percebe-se uma queda significativa no índice de acertos, assim como na classificação das falhas elétricas e mecânicas quando analisadas de forma separada. Essa queda está relacionada com o fato de que na análise transiente o conteúdo espectral é muito maior que na análise estacionária, além disso, a técnica de Análise em Componentes Principais não faz discriminação entre as classes, apenas reduz a sua dimensionalidade.

.

Tabela 6.7 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas e mecânicas na partida (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e PCA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas e Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Haar	80.20%
Daub-2	85.25%
Daub-5	91.00%
Daub-10	90.69%
Daub-20	91.30%
Daub-40	92.00%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas e Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Sym-2	85.30%
Sym-4	88.00%
Sym-6	90.01%
Sym-8	90.55%
Sym-10	91.00%
DMey	92.50%

6.2.7 Regime Transiente (Parada) - Falhas Elétricas

O teste seguinte descreve os resultados de classificação nas falhas elétricas no regime transiente, agora na parada do motor, neste teste ainda utiliza-se a técnica PCA para redução da dimensionalidade do vetor de características e o mesmo grupo de filtros utilizado nas análises anteriores. Nas Tabelas 6.8-a e 6.8-b, apresentam-se os resultados da classificação.

Nota-se nos resultados apresentados na Tabela 6.7-a que os índices de acertos aumentam os sinais de parada do motor em relação à classificação feita para os sinais de partida. Isso também ocorre com o uso dos filtros Symlet e DMeyer, como mostra na Tabela 6.7-b.

Tabela 6.8 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas na parada do motor (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e PCA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Haar	86.50%
Daub-2	90.15%
Daub-5	90.30%
Daub-10	92.25%
Daub-20	92.60%
Daub-40	92.55%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Sym-2	90.00%
Sym-4	90.35%
Sym-6	91.20%
Sym-8	92.15%
Sym-10	91.80%
DMey	91.25%

6.2.8 Regime Transiente (Parada) - Falhas Mecânicas

Neste tópico descreve-se o teste de classificação nas falhas mecânicas no regime transiente, agora na parada do motor ainda utiliza-se a técnica PCA para redução da dimensionalidade do vetor de características e o mesmo grupo de filtros utilizado nas análises anteriores, os resultados da classificação são apresentados nas Tabelas 6.9-a e 6.9-b.

Tabela 6.9 - Índices de acerto na classificação das falhas mecânicas na parada (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e PCA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Haar	89.65%
Daub-2	90.10%
Daub-5	90.52%
Daub-10	92.20%
Daub-20	92.20%
Daub-40	92.00%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Sym-2	90.35%
Sym-4	91.85%
Sym-6	91.85%
Sym-8	92.15%
Sym-10	92.10%
DMey	92.85%

6.2.9 Regime Transiente (Parada) - Falhas Elétricas e Mecânicas

O próximo teste descreve os resultados de classificação nas falhas elétricas e mecânicas no regime transiente, parada do motor, ainda utiliza-se a técnica PCA para a redução da dimensionalidade do vetor de características e o mesmo grupo de filtros utilizado nas análises anteriores. Nas Tabelas 6.10-a e 6.10-b apresentam-se os resultados da classificação.

Tabela 6.10 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas e mecânicas parada (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e PCA.

(a) Classificação dos resultados –

Falhas Elétricas e Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Haar	80.85%
Daub-2	86.15%
Daub-5	90.10%
Daub-10	90.05%
Daub-20	91.00%
Daub-40	90.95%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas e Mecânicas

Filtro	Taxa de Acerto Global
Sym-2	86.20%
Sym-4	87.15%
Sym-6	89.00%
Sym-8	90.35%
Sym-10	90.10%
DMey	90.45%

Nos resultados apresentados nas Tabelas 6.10-a e 6.10-b novamente percebe-se uma queda ainda mais acentuada no índice de acertos, assim como na classificação das falhas elétricas e mecânicas quando analisadas de forma separada. Essa queda está relacionada ao aumento do número de classes para a classificação, e como já citado, também ao fato de que na análise transiente o conteúdo espectral é muito maior que na análise estacionária, e a técnica de Análise em Componentes Principais não faz discriminação entre as classes, apenas reduz a sua dimensionalidade.

6.3 CLASSIFICAÇÃO BASEADA NOS PARÂMETROS WAVELET-LDA

Para a classificação das falhas serão feitos três padrões para a classificação, da mesma forma que foi descrita no item 6.1, e serão utilizados os mesmos filtros, porém, o vetor de característica terá sua dimensionalidade reduzida através do método da análise linear discriminante (LDA), para em seguida ser entregue a um classificador do tipo kNN.

6.3.1 Regime Permanente - Falhas Elétricas

Nas Tabelas 6.11-a e 6.11-b apresentam-se os índices de acerto para classificação das falhas elétricas com o motor trabalhando em regime permanente, utilizando-se os parâmetros de energia e entropia extraídos para diferentes filtros Wavelet da família Daubechies e redução da dimensionalidade do vetor de características feitas através do método de Análise Linear Discriminante (LDA) e a classificação através do algoritmo kNN.

Tabela 6.11 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas no regime permanente utilizando-se os filtros propostos e LDA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Haar	97.10%
Daub-2	98.25%
Daub-5	99.40%
Daub-10	99.75%
Daub-20	99.85%
Daub-40	99.90%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Sym-2	98.60%
Sym-4	98.62%
Sym-6	99.60%
Sym-8	99.71%
Sym-10	99.75%
DMey	100%

Nas análises com os dois grupos de filtros Wavelet é possível notar alto índices de acertos, inclusive em filtros de baixo suporte, fato que não ocorreu nas análises feitas utilizando-se PCA.

6.3.2 Regime Permanente - Falhas Mecânicas

Nas Tabelas 6.12-a e 6.12-b apresentam-se os índices de acerto para a classificação das falhas mecânicas com o motor trabalhando em regime permanente, utilizando-se os parâmetros de energia e entropia extraídos para diferentes filtros Wavelet da família Daubechies e redução da dimensionalidade do vetor de características feitas através do método de Análise Linear Discriminante (LDA) e classificação através do algoritmo kNN.

Tabela 6.12 - Índices de acerto na classificação das falhas mecânicas no regime permanente utilizando-se os filtros propostos e LDA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Haar	96.85%
Daub-2	98.85%
Daub-5	99.15%
Daub-10	99.90%
Daub-20	99.90%
Daub-40	99.90%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Sym-2	98.80%
Sym-4	99.80%
Sym-6	99.85%
Sym-8	99.85%
Sym-10	99.85%
DMey	99.99%

Nas análises com os dois grupos de filtros Wavelet foi possível notar novamente os altos índices de acertos, inclusive em filtros de baixo suporte, fato que não ocorreu nas análises feitas utilizando-se PCA.

Não se notou também grandes variações nos índices de acertos, nesta análise houve uma variação menor. Ressalta-se novamente que o Filtro DMeyer teve índice de acertos muito próximo a 100%.

6.3.3 Regime Permanente - Falhas Elétricas e Mecânicas

Nas Tabelas 6.13-a e 6.13-b apresentam-se os índices de acerto para a classificação das falhas Elétricas e Mecânicas com o motor trabalhando em regime permanente.

Tabela 6.13 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas e mecânicas no regime permanente utilizando-se os filtros propostos e LDA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas e Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Haar	90.25%
Daub-2	96.30%
Daub-5	98.00%
Daub-10	98.90%
Daub-20	98.99%
Daub-40	99.50%

(b) Classificação dos resultados – Falhas elétricas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Sym-2	96.50%
Sym-4	98.25%
Sym-6	98.35%
Sym-8	99.85%
Sym-10	99.85%
DMey	100%

Nota-se que o uso da técnica LDA elevou de forma consideravelmente os índices de acerto em relação à análise feita com PCA.

6.3.4 Regime Transiente (Partida) - Falhas Elétricas

Neste teste fez-se a análise e classificação das falhas elétricas para o regime transiente (partida do motor). Nas Tabelas 6.14-a e 6.14-b apresentam-se os resultados obtidos para os dois grupos de filtros Wavelet, utilizados para a extração dos parâmetros de Energia e Entropia. Os resultados mostram altos índices de acertos para os dois grupos de filtros.

Tabela 6.14 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas na partida (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e LDA.

(a) Classificação dos resultados –

Falhas Elétricas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Haar	89.56%
Daub-2	97.40%
Daub-5	98.80%
Daub-10	99.71%
Daub-20	99.70%
Daub-40	99.80%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Sym-2	98.30%
Sym-4	98.25%
Sym-6	99.74%
Sym-8	99.85%
Sym-10	99.85%
DMey	99.90%

Notam-se pequenas variações nos índices de acertos, nesta análise houve uma variação menor. Mas diferentemente da análise feita com PCA, o uso da técnica LDA novamente elevou consideravelmente os índices de acerto.

6.3.5 Regime Transiente (Partida) - Falhas Mecânicas

Neste teste realizou a análise e classificação das falhas mecânicas para o regime transiente (partida do motor). Nas Tabelas 6.15-a e 6.15-b apresentam-se os resultados obtidos para os dois grupos de filtros Wavelet utilizados para a extração dos parâmetros de Energia e Entropia. Novamente os resultados mostram altos índices de acertos para os dois grupos de filtros utilizados, fato que não ocorreu utilizando-se a técnica PCA para redução da dimensionalidade do vetor de características.

Tabela 6.15 - Índices de acerto na classificação das falhas mecânicas na partida (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e LDA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Haar	92.60%
Daub-2	93.85%
Daub-5	98.70%
Daub-10	99.85%
Daub-20	99.90%
Daub-40	99.99%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Sym-2	98.80%
Sym-4	99.81%
Sym-6	99.85%
Sym-8	99.85%
Sym-10	99.00%
DMey	99.20%

Nota-se na Tabela 6.15-a altos índices de acertos para com todos os filtros Daubechies, em especial o filtro Daub-40, que teve índice de acerto muito próximo a 100%.

Assim como na análise de falhas elétricas, no regime transiente notam-se pequenas variações nos índices de acertos. Mas diferentemente da análise feita com PCA, o uso da técnica LDA elevou consideravelmente os índices de acerto.

.

6.3.6 Regime Transiente (Partida) - Falhas Elétricas e Mecânicas

Neste teste foi realizada a análise e a classificação das falhas elétricas e mecânicas para o regime transiente (partida do motor). Nas Tabelas 6.16-a e 6.16-b, apresentam-se os resultados obtidos para os dois grupos de filtros Wavelet utilizados para extração dos parâmetros de Energia e Entropia. Novamente os resultados mostram altos índices de acertos para os dois grupos de filtros utilizados.

Tabela 6.16 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas e mecânicas no regime permanente utilizando-se os filtros propostos e LDA.

(a) Classificação dos resultados –

Falhas Elétricas e Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Haar	91.82%
Daub-2	98.75%
Daub-5	98.83%
Daub-10	99.85%
Daub-20	99.85%
Daub-40	99.85%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas e Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Sym-2	98.65%
Sym-4	98.74%
Sym-6	99.75%
Sym-8	99.75%
Sym-10	99.75%
DMey	99.92%

6.3.7 Regime Transiente (Parada) - Falhas Elétricas

O próximo teste descreve os resultados de classificação nas falhas elétricas no regime transiente, parada do motor, utiliza-se a técnica LDA para redução da dimensionalidade do vetor de características e o mesmo grupo de filtros utilizado nas análises anteriores. Nas Tabelas 6.17-a e 6.17-b apresentam-se os resultados da classificação.

Tabela 6.17 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas na parada (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e LDA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas

Filtro	Taxa de Acerto Global
Haar	86.00%
Daub-2	90.25%
Daub-5	91.15%
Daub-10	91.35%
Daub-20	92.40%
Daub-40	92.50%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Sym-2	91.20%
Sym-4	91.00%
Sym-6	91.35%
Sym-8	92.15%
Sym-10	92.70%
DMey	92.70%

6.3.8 Regime Transiente (Parada) - Falhas Mecânicas

Nas Tabelas 6.18-a e 6.18-b apresentam-se os índices de acerto na classificação das falhas mecânicas na parada (regime transiente utilizando diferentes filtros da família Daubechies e dos filtros da família Symlet.

Tabela 6.18 - Índices de acerto na classificação das falhas mecânicas na parada (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e LDA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Haar	89.70%
Daub-2	90.40%
Daub-5	90.36%
Daub-10	92.25%
Daub-20	92.00%
Daub-40	92.15%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Mecânicas	
Filtro	**Taxa de Acerto Global**
Sym-2	91.00%
Sym-4	91.90%
Sym-6	91.90%
Sym-8	92.75%
Sym-10	92.75%
DMey	92.75%

6.3.9 Regime Transiente (Parada) - Falhas Elétricas e Mecânicas

Neste teste foi feito a análise e classificação das falhas elétricas e mecânicas para o regime transiente (parada do motor). Nas Tabelas 6.19-a e 6.19-b apresentam-se os resultados obtidos.

Tabela 6.19 - Índices de acerto na classificação das falhas elétricas e mecânicas parada (regime transiente) utilizando-se os filtros propostos e LDA.

(a) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas e Mecânicas

Filtro	Taxa de Acerto Global
Haar	80.00%
Daub-2	88.15%
Daub-5	91.05%
Daub-10	91.00%
Daub-20	91.20%
Daub-40	92.40%

(b) Classificação dos resultados – Falhas Elétricas e Mecânicas

Filtro	Taxa de Acerto Global
Sym-2	88.00%
Sym-4	89.90%
Sym-6	92.00%
Sym-8	91.50%
Sym-10	91.00%
DMey	91.05%

6.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS ÍNDICES DE CLASSIFICAÇÃO BASEADAS NOS PARÂMETROS WAVELET-PCA E WAVELET-LDA

A primeira análise comparativa é feita entre as taxas globais de acerto das falhas elétricas no regime estacionário, utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA, na Figura 6.3 apresentam os resultados, é possível notar a comparação do resultado filtro por filtro, o método baseado Wavelet-PCA e Wavelet-LDA tem bons índices de acertos e são equivalentes.

A primeira análise comparativa é feita entre as taxas globais de acerto das falhas elétricas no regime estacionário, utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA, na Figura 6.3 apresentam os resultados, é possível notar a comparação do resultado filtro por filtro, o método baseado Wavelet-PCA e Wavelet-LDA tem bons índices de acertos e são equivalentes.

Figura 6.3 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas elétricas no regime estacionário utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA.

Quando se faz a análise comparativa entre as taxas globais de acerto das falhas mecânicas no regime estacionário utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA, mostrado na Figura 6.4, é possível notar pelos resultados, que novamente o método baseado Wavelet-PCA e Wavelet-LDA tem bons índices de acertos e são equivalentes, principalmente quando utiliza-se filtros com suporte alto.

Figura 6.4 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas mecânicas no regime estacionário utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA.

Na análise comparativa entre as taxas globais de acerto envolvendo falhas elétricas e mecânicas ainda no regime estacionário utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA, é possível notar que o método baseado Wavelet-PCA e Wavelet-LDA tem bons índices, mas já existe uma variação no índice de acertos. Essa variação passa a diminuir com o uso de filtros Wavelet com suporte alto. Os resultados são apresentados na Figura 6.5.

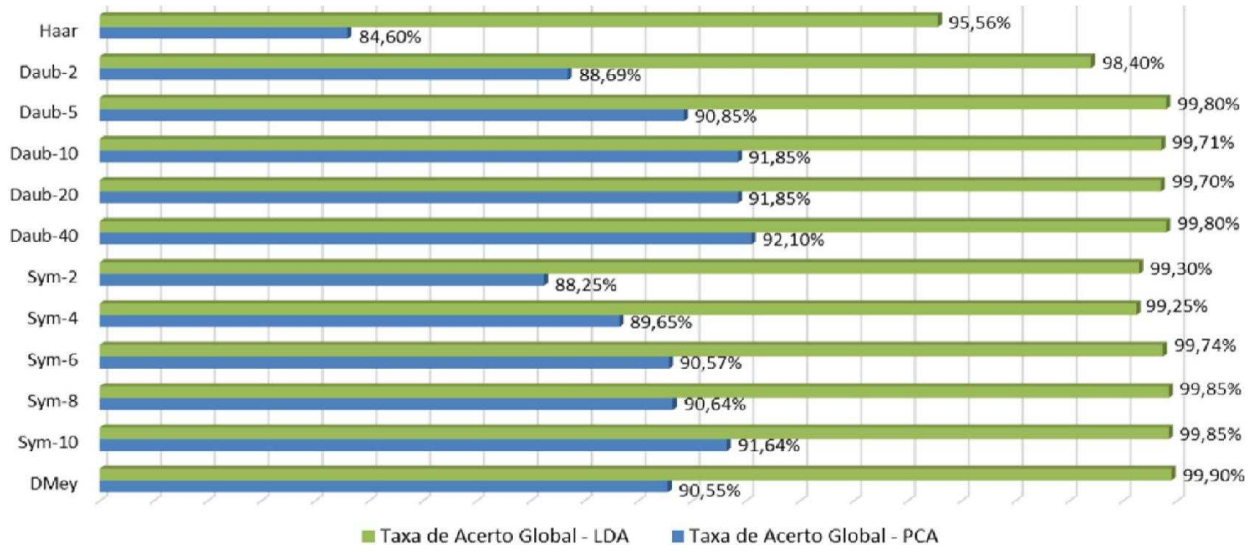


Figura 6.5 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas mecânicas e elétricas no regime estacionário utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA.

Na Figura 6.6 apresentam-se os resultados da análise comparativa entre as taxas globais de acerto envolvendo falhas elétricas no regime transiente (partida do motor), utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA é possível notar que o método baseado em Wavelet-LDA passa a ter maior eficiência na classificação em relação ao método Wavelet-PCA. A maior eficiência do método LDA pode ser explicada pelo fato de que além da redução de dimensionalidade, este método também faz a discriminação das classes avaliadas.

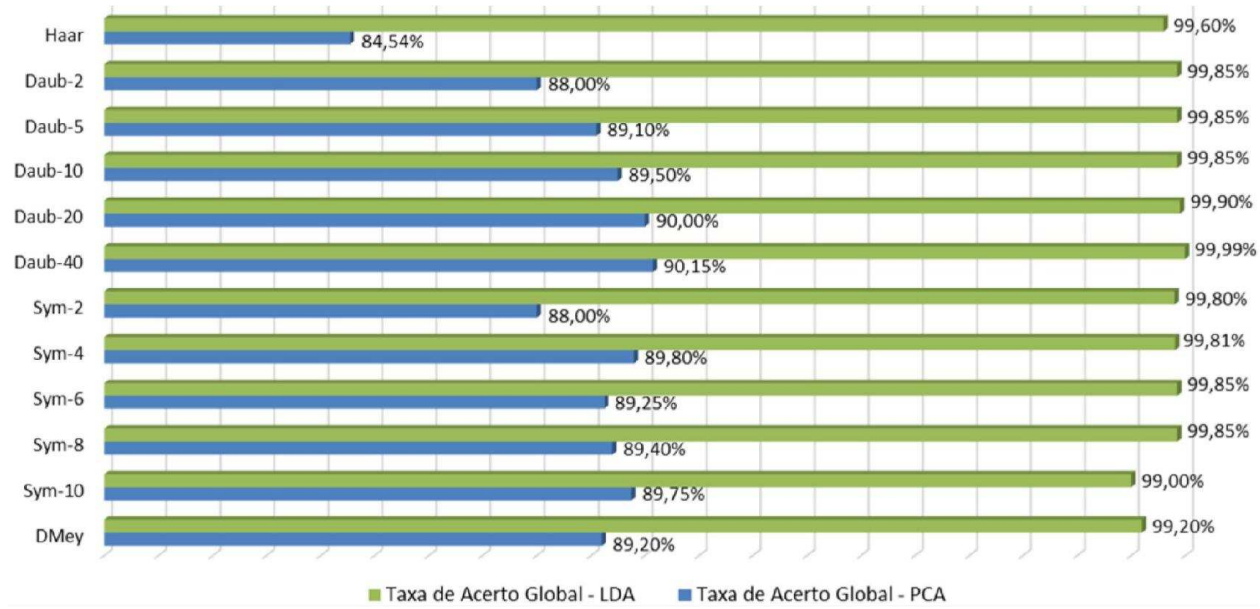


Figura 6.6 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas elétricas no regime transiente (partida do motor) utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA.

Na Figura 6.7 apresentam-se os resultados da análise comparativa entre as taxas globais de acerto envolvendo falhas mecânicas no regime transiente (partida do motor), utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA, assim como na análise e classificação das falhas elétricas é possível notar que o método baseado Wavelet-LDA passa a ter maior eficiência na classificação em relação ao método Wavelet-PCA.

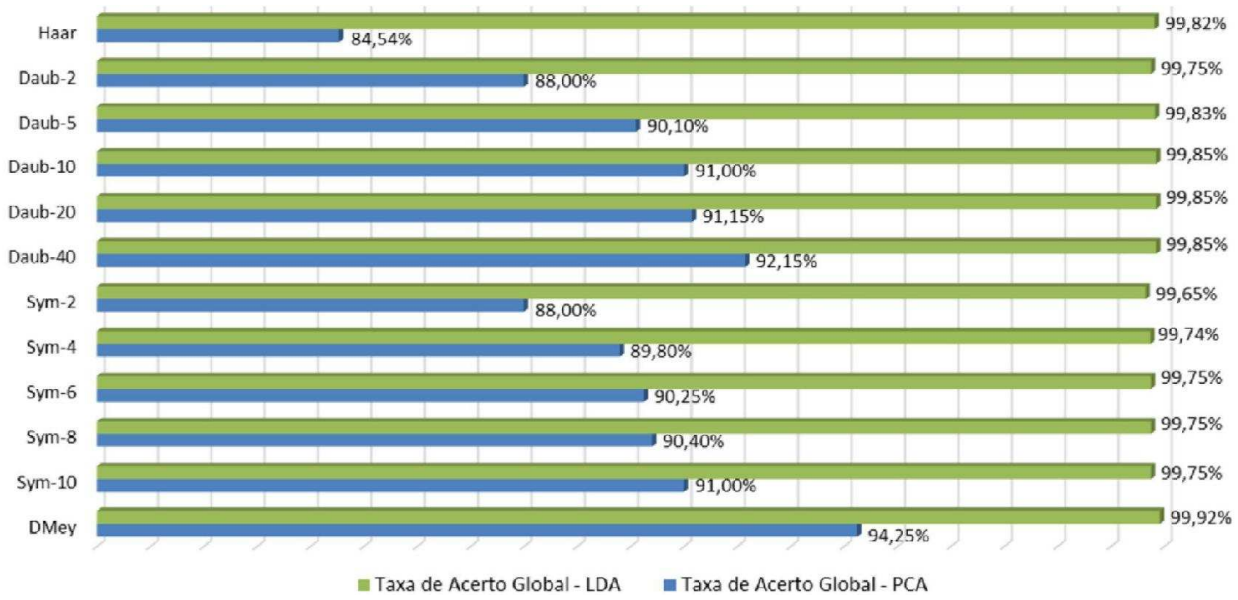


Figura 6.7 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas mecânicas no regime transiente (partida do motor) utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA.

Na Figura 6.8 apresenta-se a comparação das taxas globais de acerto das falhas elétricas e mecânicas no regime transiente (partida do motor), utilizando-se os métodos baseados em Wavelet-PCA e Wavelet-LDA. Novamente é possível notar que o método baseado em LDA mostrou-se mais eficiente. Novamente isso ocorre pelo fato de o método LDA proceder a

discriminação das classes, enquanto o método PCA apenas reduz a dimensionalidade do conjunto de dados.

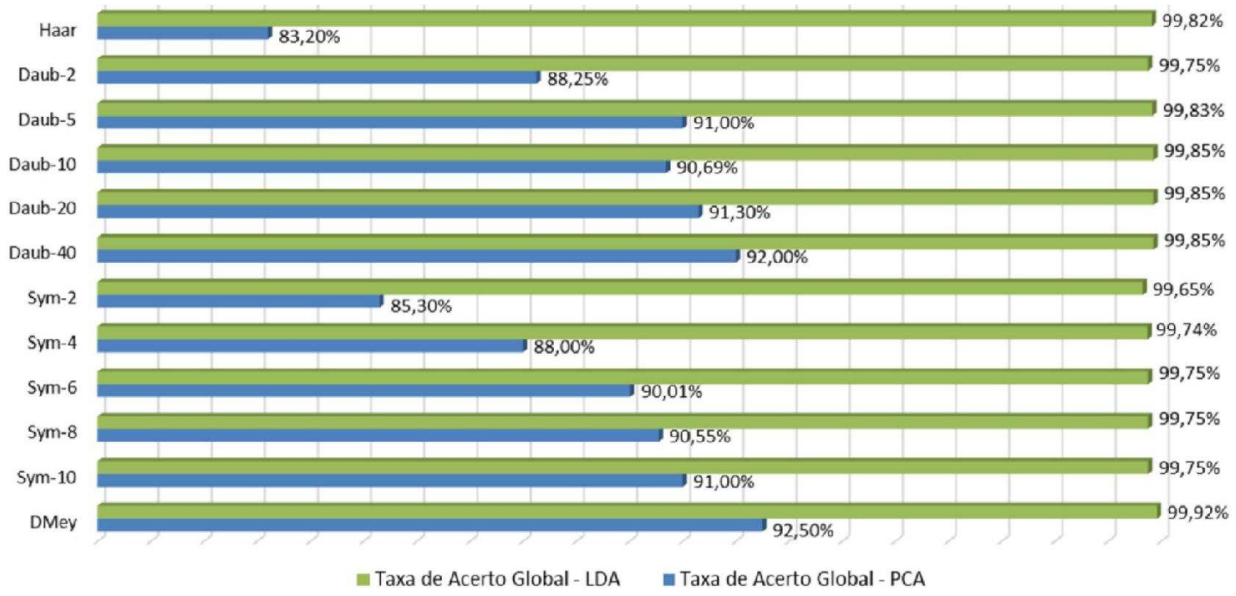


Figura 6.8 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas elétricas e mecânicas no regime transiente (partida do motor) utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA.

Os resultados comparativos entre os métodos LDA e PCA, para os sinais de parada do motor, considerando as falhas elétricas, são apresentados na Figura 6.9. Nota-se que os resultados são bem próximos para os dois métodos.

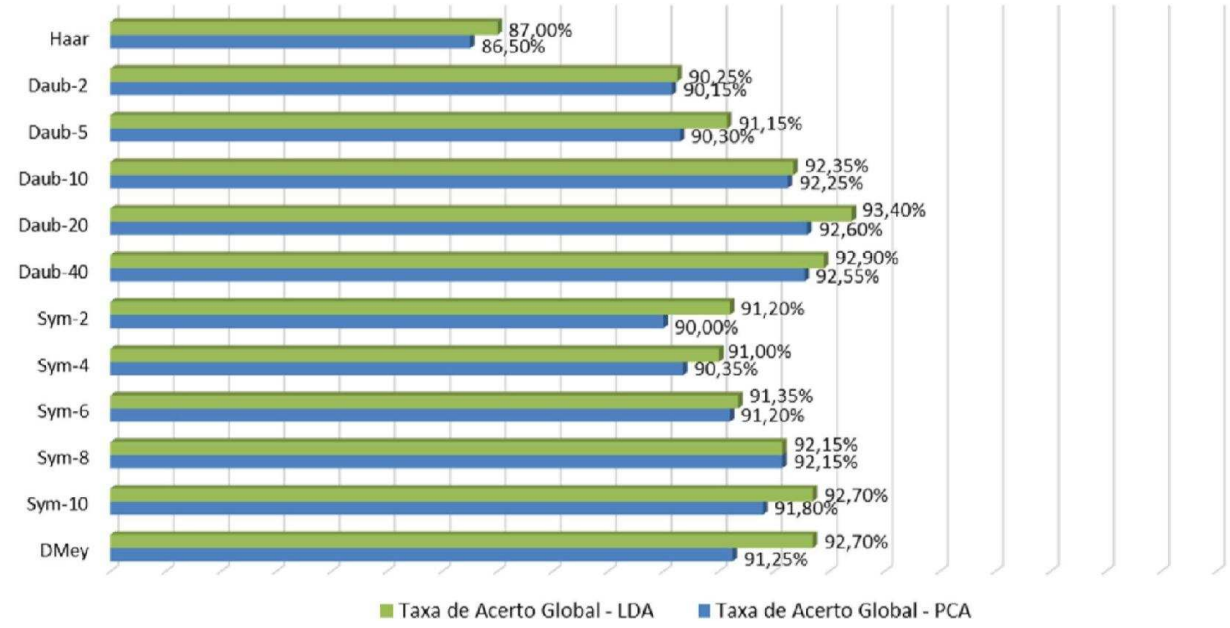


Figura 6.9 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas elétricas no regime transiente (parada do motor) utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA.

Na Figura 6.10 são apresentados os resultados comparativos entre os métodos LDA e PCA, para as taxas globais de acerto das falhas mecânicas, no regime transiente (parada do motor). Novamente é possível notar que na parada do motor, os dois métodos têm resultados bastante próximos.

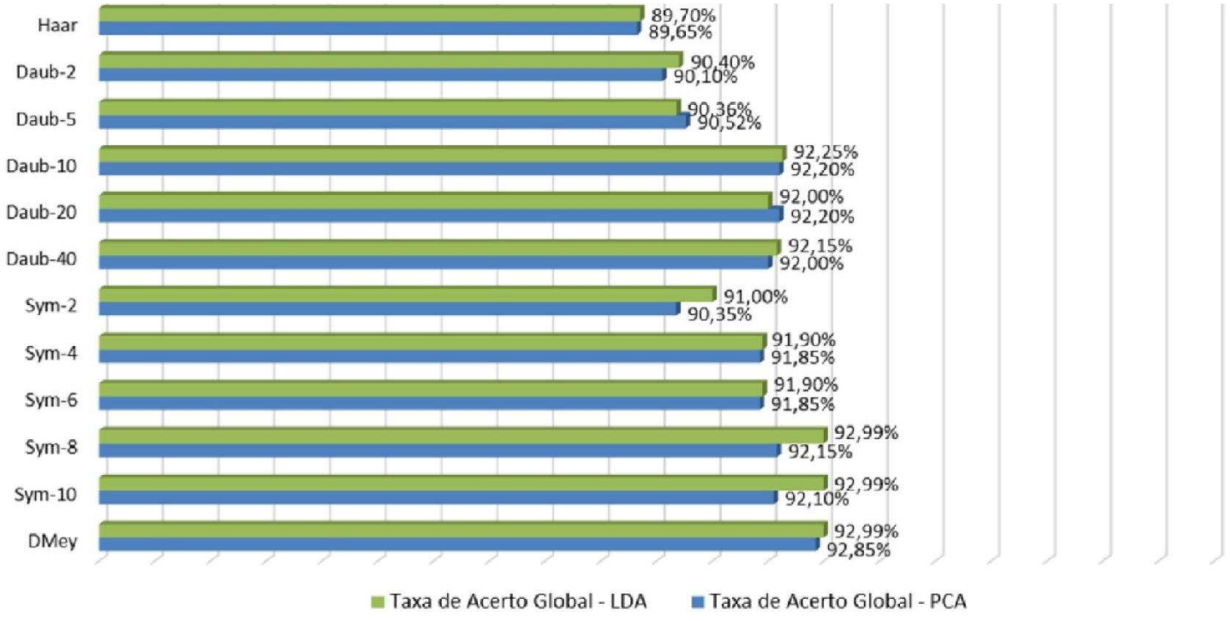


Figura 6.10 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas mecânicas no regime transiente (parada do motor) utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA.

Na Figura 6.11 apresentam-se os resultados comparativos das taxas de acerto globais, entre os métodos PCA e LDA, para a análise de falhas mecânicas e elétricas. Assim como em todas as análises feitas na parada do motor, os resultados obtidos com os dois métodos são bastante próximos.

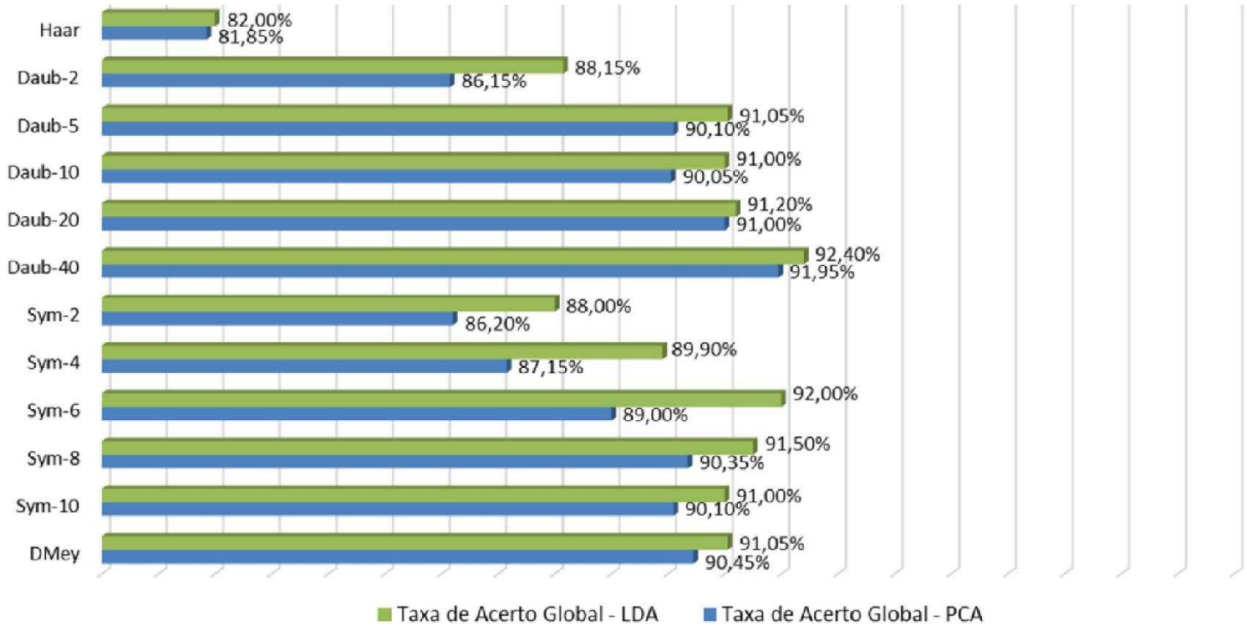


Figura 6.11 - Comparação das taxas globais de acerto das falhas elétricas e mecânicas no regime transiente (parada do motor) utilizando parâmetros extraídos através do método LDA e PCA.

6.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foram apresentados os resultados da análise e classificação dos sinais de aceleração do motor elétrico, obtidos através de procedimentos experimentais. Foi mostrado, também, a metodologia para utilização da Transformada Wavelet Packet, Energia Relativa, Entropia em associação com os Métodos de redução de dimensionalidade (PCA e LDA) para a classificação de falhas mecânicas e elétricas. No regime estacionário, o uso da transformada Wavelet, Energia relativa e Entropia associados a redução da dimensionalidade usando PCA, mostrou-se eficaz. Já no regime não estacionário o uso da redução de dimensionalidade mostrou-se mais eficaz.

7 CONCLUSÕES E DISCUSSÕES

A pesquisa buscou o desenvolvimento de um modelo moderno e eficiente de classificação automática de anomalias em motor elétrico, através de técnicas baseadas na Transformada Wavelet. A classificação das anomalias foi realizada através da execução da extração de características e análise das formas de onda, através dos parâmetros de energia e entropia associados à Transformada Wavelet Packet.

O entendimento dos processos de síntese (composição) e análise (decomposição) na Transformada Wavelet e da Transformada Wavelet Packet (descritos no Capitulo 2), como a aplicação de um banco de filtros passa-baixa e passa-alta, seguidos de uma subamostragem (se na análise) ou precedidos por uma superamostragem (se na síntese) é fundamental para a eficácia do método.

O método proposto reduz o tamanho da dimensionalidade dos dados a serem analisados e o reconhecimento das principais características do sinal sem perder as características originais. Destaca-se, ainda, a eficiência na classificação das anomalias dos sinais analisados e o alto índice de acertos, principalmente no regime transiente (parada e partida do motor), sem dúvida a principal vantagem do método proposto.

Os resultados experimentais apontaram para um potencial na implementação dessa técnica em um sistema de monitoramento e detecção de falhas. Trata-se de um resultado de grande relevância no contexto de monitoramento e detecção de falhas.

Assim, a concepção desse sistema de extração de características (Wavelet-PCA e Wavelet-LDA) permite realizar a classificação das falhas de forma robusta e com grande rapidez na obtenção de resultado, possibilitando sua aplicação em um sistema de tempo real, visto que mesmo utilizando-se de um classificador mais simples e intuitivo (K-vizinhos mais próximos), obteve-se altos índices de acerto nas classificações das falhas do motor.

Com relação à escolha dos filtros Wavelet utilizados para a extração percebeu-se que:

- Os filtros de decomposição e reconstrução devem apresentar resposta em frequência com as características de filtros passa-alta e passa-baixa;

- Os filtros de decomposição e reconstrução devem apresentar comportamento de filtros tipo QMF;

- O filtro Meyer discretizado (DMey) apresentou os melhores resultados na grande maioria dos testes, pelo fato de ser um filtro do tipo IIR (Infinite Impulse Response) e fase próxima a linear. Resposta em frequência muito boa, próxima a ideal e suporte alto;

- Os filtros Daubechies e Symlet também apresentaram altos índices de acerto, pelo fato de serem filtros do tipo FIR (Finite Impulse Response) com fase não linear e resposta em frequência tendendo a ideal à medida que o suporte aumenta. Por este motivo observa-se que os melhores índices de acerto ocorrem quando utilizam-se filtros de suporte mais alto (Daub-20, Daub-40,Sym10, Dmey);

- O Filtro de Haar apresentou os piores resultados nas classificações, pelo fato de ser um Filtro do tipo FIR (Finite Impulse Response) com fase linear, sua resposta em frequência foi bastante distante da ideal (devido ao suporte 2).

As aplicações de técnicas baseadas na Transformada Wavelet nos sinais não-estacionários demonstraram a capacidade desta técnica de acompanhar as variações de frequência dos sinais e ainda detectar transientes de curta duração, com uma excelente localização tempo-escala, superando em muito as limitações apresentadas pelas técnicas baseadas na Transformada de Fourier.

Cabe ressaltar que a utilização apenas dos parâmetros de energia relativa e entropia, não são suficientes para a correta classificação das falhas. Quando da utilização apenas desses parâmetros os índices de acertos globais foram muito baixos. Por este motivo utilizou-se os métodos de redução de dimensionalidade.

Com relação à escolha do método de extração de parâmetros, percebeu-se que no regime permanente os índices de acerto foram bastante satisfatórios e com índices de acertos altos com o uso de ambos os métodos (Wavelet-PCA e Wavelet-LDA). No regime transiente o método de extração utilizando Wavelet-LDA mostrou-se mais eficiente em todos os testes que o método Wavelet-PCA. Isto se deve ao fato da análise discriminante Linear (LDA), além de reduzir a dimensão do conjunto de dados, faz a sua discriminação, o que não ocorre com a análise de componentes principais (PCA), que apenas reduz a dimensão do conjunto de dados.

Como foi visto, conclui-se que as técnicas utilizadas nesse trabalho, bem como o modelo proposto para classificação, permitem muitas possibilidades de aplicação na área de monitoramento e detecção de falhas, admitindo uma caracterização mais precisa do estado das condições da máquina (motor elétrico), melhorando o processo de tomada de decisão, contornando as limitações apresentadas pelas técnicas baseadas na Transformada de Fourier.

7.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros propõe-se:

- Introdução de novas falhas na bancada de testes, como desalinhamento, barras quebradas e problemas de rolamento;
- Estender o estudo para aplicação a outros tipos de máquinas rotativas;
- Utilização de filtros Wavelet Biortogonais e o uso da Transformada Wavelet Complexa *Dual Tree*;
- Utilização da Transformada Hilbert-Huang para a detecção de falhas e comparação com as técnicas baseadas na Transformada Wavelet;
- Utilização da técnica de Análise em Componentes Independentes (do inglês, *Independent Component Analysis*, ICA) para a separação de falhas.

REFERÊNCIAS

ADDISON, Paul S. **The illustrated wavelet transform handbook**: introductory theory and applications in science, engineering, medicine and finance. CRC Press, 2010.

AHUJA, N.; LERTRATTANAPANICH, S.; BOSE, N. K. **Properties determining choice of mother wavelet**. . Vision, Image and Signal Processing. IEE Proceedings - IET, 2005. p. 659-664.

AL-BADOUR, F.; SUNAR, M.; CHEDED, L. **Vibration analysis of rotating machinery using time–frequency analysis and wavelet techniques**. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 25, nº 6, p. 2083-2101, 2011.

AQUINO, Marcelo Braz de. **Detecção da condição de rubbing em máquinas rotativas através da Transformada Wavelet.** Faculdade de Engenharia Mecânica – FEM. Tese de Doutorado, UNICAMP, Campinas - SP, 2008.

ARFKEN, George B.; WEBER, Hans J.; SPECTOR, Donald. **Mathematical methods for physicists**. American Journal of Physics, v. 67, p. 165-169, 1999.

AUGER, François; FLANDRIN, Patrick. **Improving the readability of time-frequency and time-scale representations by the reassignment method**. IEEE Transactions on Signal Processing, v. 43, nº 5, p. 1068-1089, 1995.

BENEDETTO, John J. (Ed.). **Wavelets: mathematics and applications**. CRC press, 1993.

BISHOP, Christopher M. **Neural networks for pattern recognition**. Oxford university press, 1995.

BISHOP, Christopher M.; NASRABADI, Nasser M. **Pattern recognition and machine learning**. New York: springer, 2006.

BOUZIDA, Ahcène et al. Fault diagnosis in industrial induction machines through discrete wavelet transform. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 58, nº 9, p. 4385-4395, 2011.

BURRUS, C. Sidney et al. **Introduction to wavelets and wavelet transforms**: a primer. Upper Saddle River: Prentice hall, 1998.

CANAL, Mehmet Rahmi. Comparison of wavelet and short time Fourier transform methods in the analysis of EMG signals. **Journal of medical systems**, v. 34, nº 1, p. 91-94, 2010.

COHEN, Albert; DAUBECHIES, Ingrid; VIAL, Pierre. **Wavelets on the interval and fast wavelet transforms.** Applied and Computational Harmonic Analysis, v. 1, nº 1, p. 54-81, 1993.

COIFMAN, Ronald R.; MEYER, Yves; WICKERHAUSER, Victor. **Wavelet analysis and signal processing**. Wavelets and their Applications**.** 1992.

COIFMAN, Ronald R.; WICKERHAUSER, M. Victor. **Entropy-based algorithms for best basis selection**. IEEE Transactions on Information Theory, v. 38, nº 2, p. 713 -718, 1992.

DAUBECHIES, Ingrid et al. **Ten lectures on wavelets.** Philadelphia: Society for industrial and applied mathematics, 1992.

DAUBECHIES, Ingrid. **The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis**. IEEE Transactions on Information Theory, v. 36, nº 5, p. 961-1005, 1990.

DEBNATH, Lokenath; BHATTA, Dambaru. **Integral transforms and their applications**. CRC press, 2010.

DEBNATH, Lokenath; MIKUSIŃSKI, Piotr. **Hilbert spaces with applications**. Academic press, 2005.

DOUGLAS, Hugh; PILLAY, Pragasen; ZIARANI, Alireza K. **A new algorithm for transient motor current signature analysis using wavelets**. IEEE Transactions on Industry Applications, v. 40, nº 5, p. 1361-1368, 2004.

DUDA, Richard O.; HART, Peter E.; STORK, David G. **Pattern classification**. John Wiley & Sons, 2012.

FENG, Zhipeng; LIANG, Ming; CHU, Fulei. **Recent advances in time–frequency analysis methods for machinery fault diagnosis: A review with application examples**. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 38, nº 1, p. 165-205, 2013.

FLANDRIN, Patrick. **Time-frequency/time-scale analysis**. Academic Press, 1998.

FRAZIER, Michael. **An introduction to wavelets through linear algebra**. Springer, 1999.

GAO, Robert X.; YAN, Ruqiang. **Non-stationary signal processing for bearing health monitoring**. International Journal of Manufacturing Research, v. 1, nº 1, p. 18-40, 2006.

GONZALEZ, Rafael C.; WOODS, Richard E.; EDDINS, Steven L. **Digital image processing using MATLAB**. Knoxville: Gatesmark Publishing, 2009.

GOSWAMI, Jaideva C.; CHAN, Andrew K. **Fundamentals of wavelets: theory, algorithms, and applications**. John Wiley & Sons, 2011.

GRAPS, Amara. An introduction to wavelets. **Computational Science & Engineering**, IEEE, v. 2, n. 2º p. 50-61, 1995.

GRAY, Robert M. **Entropy and information theory**. Springer, 2011.

GUIDO, Rodrigo Capobianco. **A note on a practical relationship between filter coefficients and scaling and wavelet functions of Discrete Wavelet Transforms**. Applied Mathematics Letters, v. 24, n. 7, p. 1257-1259, 2011.

HAMMOND, J. K.; WHITE, P. R. **The analysis of non-stationary signals using time-frequency methods**. Journal of Sound and Vibration, v. 190, n. 3, p. 419-447, 1996.

HESS-NIELSEN, Nikolaj; WICKERHAUSER, Mladen Victor. **Wavelets and time-frequency analysis**. Proceedings of the IEEE, v. 84, n. 4, p. 523-540, 1996.

HONG, Hoonbin; LIANG, **Ming. Fault severity assessment for rolling element bearings using the Lempel–Ziv complexity and continuous wavelet transform**. Journal of sound and vibration, v. 320, nº 1, p. 452-468, 2009.

HU, Guo-Sheng; ZHU, Feng-Feng; REN, Zhen. **Power quality disturbance identification using wavelet Packet energy entropy and weighted support vector machines**. Expert Systems with Applications, v. 35, n. 1, p. 143-149, 2008.

ISERMANN, Rolf. **Fault-diagnosis systems**: **an introduction from fault detection to fault tolerance**. Springer, 2006.

JENSEN, Arne; LA COUR-HARBO, Anders. **Ripples in mathematics**: **the discrete wavelet transform**. springer, 2001.

JOLLIFFE, Ian. **Principal component analysis**. John Wiley & Sons, Ltd, 2005.

KANKAR, P. K.; SHARMA, Satish C.; HARSHA, S. P. Fault diagnosis of ball bearings using continuous wavelet transform. **Applied Soft Computing**, v. 11, nº 2, p. 2300-2312, 2011.

KAR, Chinmaya; MOHANTY, A. R. **Vibration and current transient monitoring for gearbox fault detection using multiresolution Fourier transform**. , v. 311, nº 1, p. 109-132, 2008.

KONAR, P.; CHATTOPADHYAY, P. **Bearing fault detection of induction motor using wavelet and Support Vector Machines (SVMs)**. Applied Soft Computing, v. 11, nº 6, p. 4203-4211, 2011.

LABAT, David. **Recent advances in wavelet analyses: Part 1. A review of concepts**. Journal of Hydrology, v. 314, nº 1, p. 275-288, 2005.

LAMIM FILHO, Paulo CM. **Monitoramento "on-line" de Motores de Indução Trifásicos**. 2003, 140 p. Tese (Doutorado) Faculdade de Engenharia Mecânica - FEM, Universidade Estadual de Campinas, 2003.

LEARNED, Rachel E.; WILLSKY, Alan S. A **wavelet Packet approach to transient signal classification**. Applied and Computational Harmonic Analysis, v. 2, nº 3, p. 265-278, 1995.

LEPIK, Ulo; HEIN, Helle.. **Haar Wavelets.** Springer International Publishing, 2014, p. 7-20.

LI, Fucai et al. **Wavelet transform-based higher-order statistics for fault diagnosis in rolling element bearings**. Journal of Vibration and Control, v. 14, nº 11, p. 1691-1709, 2008.

LIU, Jie et al. **Wavelet spectrum analysis for bearing fault diagnostics**. Measurement Science and Technology, v. 19, nº 1, p. 015105, 2008.

MALLAT, Stephane G. **A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation**. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, v. 11, nº 7, 1978, p. 674-693.

MALLAT, Stephane. **A wavelet tour of signal processing: the sparse way**. Access Online via Elsevier, 2008.

MANIMALA, K.; SELVI, K. **Power quality disturbances classification using probabilistic neural network**.. Conference on Computational Intelligence and Multimedia Applications, 2007. International Conference on. IEEE, 2007, p. 207-211.

MARTINEZ, Wendy L.; MARTINEZ, Angel; SOLKA, Jeffrey. **Exploratory data analysis with MATLAB.** CRC Press, 2004.

MISITI, Michel et al. **Wavelet toolbox.** The MathWorks Inc., Natick, MA, 2013.

OPPENHEIM, Alan V. et al. **Discrete-time signal processing**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999.

OUAHABI, Abdeldjalil (Ed.). **Signal and Image Multiresolution Analysis**. Iste, 2012.

PETROU, Maria; SEVILLA, Pedro Garcia. **Image processing**: **Dealing with texture**. Chichester: Wiley, 2006.

POULARIKAS, Alexander D. (Ed.). **Transforms and applications handbook**. CRC Press, 2010.

QIAN, Shie. **Introduction to time-frequency and wavelet transforms**. Upper Saddle River: Prentice Hall PTR, 2002.

RAFIEE, J.; TSE, P. W. **Use of autocorrelation of wavelet coefficients for fault diagnosis**. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 23, nº 5, p. 1554-1572, 2009.

RANDALL, Robert Bond. **Vibration-based condition monitoring: industrial, aerospace and automotive applications.** John Wiley & Sons, 2011.

SANTIAGO, Darley Fiácrio de Arruda. **Diagnóstico de Falhas em Máquinas Rotativas Utilizando Transformada de Wavelet e Redes Neurais Artificiais.** Tese (Doutorado). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas: [s.n.], 2004.

SHUKLA, Panchamkumar D. **Complex wavelet transforms and their applications**. Master of Philosophy (M. Phil.) report, University of Strathclyde Glasgow, Scotland, 2003.

STRANG, Gilbert. **Wavelets and filter banks**. Wellesley Cambridge Press, 1996.

TABACHNICK, Barbara G.; FIDELL, Linda S.; OSTERLIND, Steven J. **Using multivariate statistics**, 2001.

TORRENCE, Christopher; COMPO, Gilbert P. **A practical guide to wavelet analysis**. Bulletin of the American Meteorological Society, v. 79, n 1, p. 61-78, 1998.

MIRANDA, Almeida Ubatan. **Estudo de Técnicas de Análise Tempo-Frequência:** Aplicação em Máquinas Rotativas. Dissertação (Mestrado), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2002.

VAN DEN BERG, J. C. ed. **Wavelet in Physics**. Cambridge University, 2004.

VAN DRONGELEN, Wim. **Signal processing for neuroscientists**: **an introduction to the analysis of physiological signals**. Academic press, 2006.

VETTERLI, Martin; KOVAČEVIĆ, Jelena. **Wavelets and subband coding**. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall PTR, 1995.

WALCZAK, Beata (Ed.). **Wavelets in chemistry**. Elsevier, 2000.

WEEKS, Michael. **Digital Signal Processing Using MATLAB & Wavelets**. Jones & Bartlett Learning, 2010.

WICKERHAUSER, Mladen Victor. **Adapted wavelet analysis from theory to software**. 1994.

WIDODO, Achmad; YANG, Bo-Suk. **Wavelet support vector machine for induction machine fault diagnosis based on transient current signal.** Expert Systems with Applications, v. 35, n. 1, p. 307-316, 2008.

YAN, Ruqiang; GAO, Robert X. **Approximate entropy as a diagnostic tool for machine health monitoring**. Mechanical Systems and Signal Processing**,** v. 21, n. 2, p. 824-839, 2007.

YAN, Ruqiang; GAO, Robert X. **Hilbert–Huang transform-based vibration signal analysis for machine health monitoring**. IEEE Transactions on Instrumentation and measurement, v. 55, n. 6, p. 2320-2329, 2006.

YAN, Ruqiang; GAO, Robert X. **Wavelet transform: a mathematical tool for non-stationary signal processing in measurement science part 2 in a series of tutorials in instrumentation and measurement**. Instrumentation & Measurement Magazine, IEEE, v. 12, nº 5, p. 35-44, 2009.

YAN, Ruqiang; GAO, Robert X.; CHEN, Xuefeng. **Wavelets for Fault Diagnosis of Rotary Machines:** A Review with Applications. Signal Processing, 2013.

ZHEN, Li et al. **Customized wavelet denoising using intra-and inter-scale dependency for bearing fault detection**. Journal of Sound and Vibration, v. 313, nº 1, p. 342-359, 2008.