CORRESPONDE À REDAÇÃO FINAL
TESE DEFENDIDA POR Édna Santiago Benta E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 31/07/2001
Luiz Felipe Moura
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DA SOLIDIFICAÇÃO DA ÁGUA AO REDOR DE TUBOS CURVOS

20020462

Autora: Édna Santiago Benta
Orientador: Prof. Dr. Luiz Felipe M. de Moura
Co-orientador: Prof. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail

62/2001

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA TÉRMICA E FLUIDOS

Estudo Experimental e Numérico da Solidificação da Água ao Redor de Tubos Curvos

Autora: Édna Santiago Benta
Orientador: Luiz Felipe Mendes de Moura
Co-orientador: Kamal Abdel Radi Ismail

Curso: Engenharia Mecânica
Área de Concentração: Térmica e Fluidos

Tese de doutorado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2001
S.P. - Brasil

UNIDADE DC
Nº CHAMADA T/UNICAMP
B444e
V EX
TOMBO BC 47858
PROC 16-837/02
C D X
PREÇO R$ 11,00
DATA 15-02-02
Nº CPD

CM00163818-1

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Benta, Édna Santiago
B444e Estudo experimental e numérico da solidificação da água ao redor de tubos curvos / Edna Santiago Benta. -- Campinas, SP: [s.n.], 2001.

Orientadores: Luiz Felipe Mendes de Moura, Kamal Abdel Radi Ismail.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Solidificação. 2. Calor - Armazenamento. 3. Energia - Transferência. 4. Tubos de calor. 5. Calor - Transmissão. I. Moura, Luiz Felipe Mendes de. II. Ismail, Kamal Abdel Radi . III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA TÉRMICA E FLUIDOS

TESE DE DOUTORADO

Estudo Experimental e Numérico da Solidificação da Água ao Redor de Tubos Curvos

Autora: Édna Santiago Benta
Orientador: Luiz Felipe Mendes de Moura
Co-orientador: Kamal Abdel Radi Ismail

Prof. Dr. Luiz Felipe Mendes de Moura, Presidente
FEM - UNICAMP

Prof. Dr. Paulo Magalhães Filho
UNESP

Prof. Dr. Carlos Alberto de Melo
UFU

Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli
FEM - UNICAMP

Prof[a]. Dr[a]. Sílvia Azucena Nebra de Pérez
FEM UNICAMP

Campinas, 31 de julho de 2001

Dedicatória:

Dedico este trabalho a dois anjos,
Que se materializaram e desceram à Terra
Nas formas de minha mãe e de meu filho.

Agradecimentos

Ao Professor Dr. Luiz Felipe Mendes de Moura, pela orientação.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, pela concessão da bolsa de doutorado.

Aos professores: Dr. Carlos Alberto de Melo, Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli, Dr. Paulo Magalhães Filho e Dra. Sílvia Azucena Nebra Perez, pela participação na banca examinadora.

Ao funcionário e amigo do Laboratório de Tubos e Armazenamento de Calor do DETF/FEM, Setembrino Vaz e Silva Neto (Set), sem o qual seria praticamente impossível a execução da parte experimental, por sua dedicação, empenho e ajuda.

Ao amigo e engenheiro Rogério Monteiro (diretor-presidente do "GECHO") por sua amizade, companheirismo, "bagunças na hora do café" e principalmente pelo inestimável apoio nos momentos difíceis.

Aos amigos Iraci Machado e Júlio Dainezi de Oliveira (sempre precisando...), pela amizade, companheirismo e apoio.

Aos colegas do DETF: Álex Álisson Bandeira dos Santos (meu Rei), Antônio Batista de Jesus, Azamor Cirne de Azevedo, Hélio Carlos "Caaaaarlos" Bortolon, Emerson Reis, Flávio Tambellini, Henrique Argentieri, Paulo Lenço e Valdisley Martinelli, pelo companheirismo.

À querida amiga secretária Cleusa Vasconcelos de Lima ("Cleusinha, a Grandona") pela sua inesgotável paciência e carinho.

Ao pessoal da oficina do DETF Luiz Zanaga, Luiz Gama, Jefferson Antônio de Souza e Daniel Celente pela ajuda nos experimentos e pelo companheirismo.

Ao Sr. Wilton Furquim, pelos desenhos e sugestões.

Aos colegas da FEM, Cristiane Rodrigues (do DEMA), pelas trocas de experiências no laboratório, Ana Cristina Avelar, Antônio Batista de Jesus e aos "multilabs" Rigoberto Morales, pelas "dicas" fundamentais, Arlindo de Matos e Oscar Maurício Hernandez pela amizade desenvolvida ao longo destes 4 anos.

Ao pessoal do SIFEM: Carlos Eduardo Pereira, Carmelo Pinto Moreno, Fernando Pinelli, Gustavo Dal Porto, Marco Antônio de Abreu e Ronaldo Gabrielli, pela amizade, apoio e prestabilidade nas inúmeras "panes" nos micros.

Às secretárias da Pós-Graduação da FEM, Ana Paula Polidoro Isac, Silvana Magalhães e Sônia Auxiliadora Galanti, por todo apoio prestado.

Ao Sr. Jonas Roberto, não apenas pelas cópias da tese, mas também pela amizade.

Aos funcionários da BAE, Ester de Jesus Carvalho, Marisa Cristina Costa, Paulo Roberto de Oliveira, Rose Meire da Silva e Dra. Maria Solange Pereira Ribeiro, pela compreensão, apoio e amizade.

Agradecimentos Especiais

É bem verdade que o presente trabalho seria concluído independentemente de quaisquer eventos. Entretanto, foi a presença de algumas pessoas que me proporcionou a certeza de que tudo valeu a pena.

A Deus, que me deu a oportunidade de realizar o maior dos experimentos: a vida.

Aos meus pais Pedro e Léia (*in memorian*), por estarem incondicionalmente ao meu lado, e por todo o amor que me dedicaram durante toda a vida.

Ao meu querido esposo Everaldo, pelo seu amor, pela paciência e principalmente pela sua tolerância nas horas de maior dificuldade e nos momentos finais.

Ao meu filho Leonardo, que com um simples sorriso de criança me fazia esquecer toda e qualquer preocupação.

A minha irmã Hélsia (Kica) pela inestimável força e ajuda durante os últimos dois anos, e aos meus irmãos Márcia e Rodrigo (Rod).

Aos meus queridos e estimados tios Leda, Léo, Regina, Amadeu, Lígia, Vilmar e Lieni, pela inesquecível ajuda prestada e por todo apoio a mim dedicados, perante a maior perda por mim vivida: a partida de minha mãe em 18/04/2001.

A minha grande amiga Maria das Graças Enrique da Silva (Graça Maria), por ter me presenteado com sua amizade sincera e verdadeira, pela grande e indispensável ajuda bem como por ter-me confirmado o fato de que ,quando temos amigos verdadeiros, nunca estaremos só.

Ao amigo Jorge Recarte Henríquez Guerrero, (Jorge José: consultor para assuntos aleatórios, térmicos e numéricos), pela amizade, pelo socorro em diversos momentos e pelas calorosas discussões no laboratório.

Aos eternos e sempre presentes amigos Marlus Rolemberg e Marilsa Aparecida Mota "Rolemberg", que estarão sempre "guardados no lado esquerdo do peito". Especialmente `a Marilsa, cujo apoio culinário me foi fundamental para o término da tese.

A querida Isabel Cristina (mana), amiga de todas as horas e para toda vida. Sem comentários...

À Professora Dra. Araí Pécora, uma grande profissional que tomo a liberdade de considerá-la uma amiga.

Ao professor e amigo Dr. Kamal Abdel Radi Ismail, pela co-orientação, amizade e apoio em todos os momentos, mas principalmente pela sabedoria em demonstrar que a distância entre professores e alunos não precisa ser, necessariamente, tão grande.

Aquele que habita no esconderijo do Altissimo,
E descansa à sombra do Onipotente diz ao Senhor:
"Tu és o meu Deus, o meu refúgio e a minha Fortaleza,
Em Ti sempre confiarei...
Ainda que caiam mil ao meu lado e dez mil à minha direita,
Jamais serei atingido."

Livro dos Salmos
Capítulo 91

Resumo

BENTA, Édna Santiago, *Estudo Experimental e Numérico da Solidificação da Água ao Redor de Tubos Curvos,* Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2001. 158 p. Tese (Doutorado)

No presente trabalho foi estudado experimental e numericamente o processo de solidificação da água ao redor de tubos curvos com diferentes temperaturas de entrada do fluido refrigerante e números de Dean, que quantificam o grau de curvatura do tubo. O principal objetivo fundamenta-se em analisar a influência desses parâmetros sobre a espessura da camada de gelo, uma vez que uma das principais aplicações deste trabalho consiste em levantar parâmetros de projeto para armazenadores de calor latente. A espessura da camada de gelo foi determinada fotograficamente, isto é, através de uma câmara de vídeo que capturava as imagens da camada em intervalos pré-determinados de tempo, e eram posteriormente digitalizadas. Foi desenvolvido um programa numérico condutivo, sendo utilizada a técnica de imobilização da fronteira móvel, e as equações diferenciais do modelo discretizadas pelo método de volumes finitos. Correlações para Nusselt nas curvaturas externa e interna do tubo foram empregadas no modelo. Como foram poucos os trabalhos experimentais e teóricos encontrados relacionados à solidificação da água ao redor de tubos curvos, este trabalho vem contribuir neste sentido.

Palavras Chave

Solidificação da água, Tubos Curvos, Número de Dean, Número de Nusselt Periférico.

Abstract

BENTA, Édna Santiago, An *experimental and Numerical Analysis of Water Freezing Around Curved Pipes*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2001. 158 p. Tese (Doutorado)

An experimental and theoretical investigation of water solidification around curves pipes with different brine inlet temperatures and Dean numbers, that quantify the curvature ratio of the pipe, was performed. The main objective of this work deals with the influence of these parameters upon the thickness of the frozen layer once one of the main application of this work consists on to obtain parameters that can be applied in the design of latent heat storage. The thickness of the frozen layer was assayed by photography, namely, a video camera was used in order to obtain images of the frozen layer at chosen time intervals and further digitized. A conductive numerical program has been developed using the moving boundary immobilization technique with the differential equations of the model discretized by the finite volume method. Nusselt correlations for the outer and inner tube curvature were used in this model. Few experimental and theoretical works have been found in the literature concerned to water solidification around curved tubes, therefore this work helps in this process understood.

Keywords

Water solidification, Curved Pipes, Dean Number, Peripheral Nusselt Number.

Índice

Página

Lista de Figuras	**ii**
Lista de Tabelas	**vii**
Nomenclatura	**viii**
Capítulo 1 – Introdução	**1**
Capítulo 2 – Revisão da Literatura	**6**
Capítulo 3 – Procedimento Experimental	**38**
Capítulo 4 – Análise Matemática	**50**
Capítulo 5 – Análise Numérica	**67**
Capítulo 6 – Apresentação dos Resultados e Análise	**80**
Capítulo 7 – Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos	**113**
Referências Bibliográficas	**116**
Anexo	**131**
Apêndice A	**141**
Apêndice B	**151**
Apêndice C	**153**

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Desenho esquemático da geometria do problema.

Figura 2.1 – Visualização do escoamento secundário em um canal de seção quadrada.

Figura 2.2 – Sistema de coordenadas estudado por JITCHOTE e ROBERTSON (2000)

Figura 2.3 – Figura ilustrativa do comprimento de entrada reto

Figura 3.1 – Desenho esquemático do aparato experimental

Figura 3.2 – Esquema do sistema de aquisição de dados

Figura 4.1 – Desenho esquemático do modelo físico

Figura 4.2 – Sistema de coordenadas toroidais

Figura 4.3 – Variação periférica do número de Nusselt. [Baseado em KALB E SEADER (1972)].

Figura 5.1 – Volume de controle bidimensional em coordenadas polares

Figura 5.2 - Solidificação em uma fase de um meio semi-infinito com convecção

Figura 5.3 – Fluxograma do programa computacional

Figura 6.1 – Fotografia da camada solidificada ao redor do tubo para T_f = -15 °C, Re = 500, R = 3,9 cm e t = 4 h 15min.

Figura 6.2 – Desenho esquemático de um elemento de volume na seção de testes (vista superior).

Figura 6.3 – Posição da frente de solidificação em função do tempo: T_f = -20 °C, De = 536,65.

Figura 6.4 – Posição da frente de solidificação em função do tempo: T_f = -20 °C, De = 268,33.

Figura 6.5 – Posição da frente de solidificação em função do tempo: T_f = -5 °C, De = 536,65.

Figura 6.6 – Efeito do número de Dean sobre a posição da frente de solidificação: T_f = -5 °C, Ste = 0,03.

Figura 6.7 – Efeito do número de Dean sobre a posição da frente de solidificação: T_f = -10 °C Ste = 0,06.

Figura 6.8 – Efeito do número de Dean sobre a posição da frente de solidificação: T_f = -15 °C Ste = 0,09.

Figura 6.9 – Efeito do número de Dean sobre a posição da frente de solidificação: T_f = -20 °C Ste = 0,12.

Figura 6.10 – Posição da frente de solidificação em função do número de Dean em t = 15 min para T_f = -5 °C e Re = 1500.

Figura 6.11 – Posição da frente de solidificação em função do número de Dean em t = 15 min para T_f = -10 °C e Re = 1500.

Figura 6.12 – Posição da frente de solidificação em função do número de Dean em t = 15 min para T_f = -15 °C e Re = 1500.

Figura 6.13 – Posição da frente de solidificação em função do número de Dean em t = 15 min para T_f = -20 °C e Re = 1500.

Figura 6.14 - Efeito da temperatura de entrada do fluido refrigerante sobre a posição da frente de solidificação: Ste = 0,06 e Ste = 0,03.

Figura 6.15 - Efeito da temperatura de entrada do fluido refrigerante sobre a posição da frente de solidificação: Ste = 0,09 e Ste = 0,03.

Figura 6.16 - Efeito da temperatura de entrada do fluido refrigerante sobre a posição da frente de solidificação: Ste = 0,12 e Ste = 0,03.

Figura 6.17 - Efeito da temperatura de entrada do fluido refrigerante sobre a posição da frente de solidificação para a curvatura externa do tubo: t = 15 min e Re = 1000.

Figura 6.18 - Efeito da temperatura de entrada do fluido refrigerante sobre a posição da frente de solidificação para as curvaturas externa e interna do tubo, t = 340 min, Re = 1000.

Figura 6.19 – Posição da frente de solidificação em função do tempo – análise da malha computacional

Figura 6.20 – Resultados numéricos da posição da frente de solidificação em função do tempo, com variação do número de VC na direção radial – análise da malha computacional.

Figura 6.21 – Posição da frente de solidificação em função do tempo – análise da malha computacional

Figura 6.22 – Resultados numéricos da posição da frente de solidificação em função do tempo – análise da malha computacional.

Figura 6.23 – Erro relativo à malha mais refinada – variação radial.

Figura 6.24 – Erro relativo à malha mais refinada – variação angular.

Figura 6.25 – Erro relativo à malha mais refinada – comparação com malha mais grosseira.

Figura 6.26 - Posição da frente de solidificação em função do tempo para T_f = -5 °C, Re = 1000 e De = 178,89.

Figura 6.27 - Posição da frente de solidificação em função do tempo para T_f = -5 °C, Re = 1500 e De = 536,65.

Figura 6.28 - Posição da frente de solidificação em função do tempo para T_f = -10 °C, Re = 1000 e De = 178,9.

Figura 6.29 - Posição da frente de solidificação em função do tempo para T_f = -15 °C, Re = 1000 e De = 249.

Figura 6.30 - Posição da frente de solidificação em função do tempo para T_f = -20°C, Re = 1500 e De = 536,65.

Figura 6.31 – Posição da frente de solidificação em função do tempo total de experimento Ste = 0,12.

Figura 6.32 – Posição da frente de solidificação em função do tempo total de experimento Ste = 0,09.

Figura 6.33 – Posição da frente de solidificação em função do tempo total de experimento Ste = 0,06.

Figura 6.34 – Massa total solidificada em função do tempo para De = 536,65 e Re = 1500.

Figura 6.35 - Velocidade da frente de solidificação em função do tempo: T_f = -20 °C.

Figura 6.36 - Velocidade da frente de solidificação em função do tempo: T_f = -5 °C.

Figura 6.37 – Perfil de temperaturas na camada solidificada para De = 536,65 e T_f = -15 °C.

Figura 6.38 – Perfil de temperaturas na camada solidificada para De = 536,65 T_f = -20 °C.

Figura B.1 – Curva de calibração da placa de orifício

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Parâmetros destacados no trabalho de VOLLER *et al* (1990)

Tabela 3.1 – Propriedades físicas dos fluidos refrigerantes R-22 e etanol

Tabela 3.2 – Faixa de valores das variáveis utilizadas para a realização dos experimentos

Tabela 4.1 – Correlações para o número de Nusselt médio em tubos curvos.

Tabela C.1 – Variáveis utilizadas nos experimentos – Tubo 1: R = 3,9 cm

Tabela C.2 – Variáveis utilizadas nos experimentos – Tubo 2: R = 8 cm

Tabela C.3 – Variáveis utilizadas nos experimentos – Tubo 3: R = 10 cm

Tabela C.4 – Variáveis utilizadas nos experimentos – Tubo 4: R = 13 cm

Tabela C.5 – Variáveis utilizadas nos experimentos – Tubo 5: R = 15,5 cm

Nomenclatura

Letras Latinas

c_p – calor específico à pressão constante $\left[\frac{J}{kg\ ^\circ C}\right]$

D – diâmetro de curvatura do tubo [m]

d – diâmetro do tubo [m]

h – coeficiente convectivo de transferência de calor $\left[\frac{W}{m^2\ ^\circ C}\right]$

k–condutividade térmica $\left[\frac{W}{m\ ^\circ C}\right]$

L – calor latente de solidificação $\left[\frac{J}{kg}\right]$

r – coordenada radial, raio do tubo [m]

R – raio de curvatura do tubo [m], coordenada radial adimensional

s(t) – posição da interface sólido-líquido

T – temperatura [°C]

t – tempo [s]

u – componente da velocidade na direção x [Equação (4.1)]

v – componente da velocidade na direção y [Equação (4.1)]

V – volume solidificado

w – componente da velocidade na direção z [Equação (4.1)]

Letras Gregas

α - difusividade térmica $\left[\frac{m^2}{s}\right]$

δ - razão de curvatura do tubo $\left[\frac{R}{r}\right]$

ϕ - temperatura adimensional

Δ - variável auxiliar, espessura da interface sólido-líquido adimensional

η - coordenada radial transformada utilizada nas transformadas de Landau

φ - coordenada na direção axial

μ - viscosidade cinemática $\left[\frac{kg}{m\,s}\right]$

ν - viscosidade dinâmica $\left[\frac{m^2}{s}\right]$

θ - coordenada angular, direção circunferencial

ρ - massa específica $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

τ = tempo adimensional

Superescritos

o – tempo anterior

Subscritos

e - face do volume de controle à leste do ponto **P** [Figura 5.1]

E - ponto nodal da malha `a leste do ponto **P** [Figura 5.1]

f - fluido

i - interface

in - inicial

l – fase líquida

m – mudança de fase

n – face do volume de controle ao norte do ponto **P** [Figura 5.1]

N – ponto nodal da malha ao norte do ponto **P** [Figura 5.1]

p - parede

s – fase sólida ou face do volume de controle ao sul do ponto **P** [Figura 5.1]

S – ponto nodal da malha ao sul do ponto **P** [Figura 5.1]

sl – sólido-líquido

w – face do volume de controle à oeste do ponto **P** [Figura 5.1]

W - ponto nodal da malha a oeste do ponto **P** [Figura 5.1]

Números Adimensionais

De = número de Dean $\left[\frac{\mathrm{Re}}{\sqrt{R/r}}\right]$

Fo = número de Fourier $\left[\frac{\alpha t}{r^2}\right]$

Nu – número de Nusselt $\left[\frac{hd}{k}\right]$

Pr – número de Prandtl $\left[\frac{\mu c_p}{k}\right]$

Re – número de Reynolds $\left[\frac{4Q}{\pi D v}\right]$

Ste = número de Stefan $\left[\frac{c_p(T_m - T_f)}{L}\right]$

Capítulo 1

Introdução

O conhecimento e compreensão dos fenômenos relacionados à mudança de fase, em especial, solidificação e fusão, consiste em um importante passo para o projeto e desenvolvimento de diversos equipamentos em diversas áreas, tanto no setor industrial quando no científico/acadêmico.

Segundo LUNARDINI (1991), os primeiros estudos analíticos relacionados à mudança de fase foram realizados por LAMÉ e CLAPEYRON (1831), citados pelo autor, a partir do início do século XVIII. Não obstante, as primeiras soluções analíticas do problema foram publicadas apenas cinqüenta anos depois por STEFAN (1889-1891), citado pelo autor. Uma das principais características dos problemas envolvendo mudança de fase é a existência de uma interface sólido-líquido móvel, desconhecida e transiente, fatores que tornam o problema não linear. Consequentemente, devido a essa dificuldade inerente, existe um número limitado de problemas de mudança de fase que admite solução analítica, entre os quais cita-se os clássicos problemas de Neumann e Stefan, juntamente com suas variantes. Tal fato prescreve a necessidade de recorrer-se aos métodos numéricos de solução.

Uma das principais aplicações do processo de mudança de fase são nos chamados "bancos de gelo", que consistem em equipamentos que armazenam energia em forma de calor latente, a baixas temperaturas. São bem utilizados em condicionamento de ar em prédios, indústrias, etc. Maiores detalhes sobre bancos de gelo, projetos e suas aplicações podem ser encontrados em

ISMAIL (1998), e segundo o autor, o principal objetivo da construção de bancos de gelo é aliviar os picos de consumo de energia elétrica, isto é, períodos nos quais a demanda de energia elétrica é muito alta. Tais períodos poderiam levar a um comprometimento na distribuição elétrica, como de fato vem acontecendo gradativamente ao longo dos últimos anos no Brasil, principalmente neste início do século XXI. Outro aspecto importante é que permitem que o sistema de condicionamento de ar seja menor, já que os picos de consumo podem ser atendidos pelo frio armazenado. Além disso, favorecem um funcionamento mais uniforme destes sistemas, o que contribui a sua maior eficiência.

Basicamente, os bancos de gelo possuem o seguinte princípio: a energia é armazenada no material de mudança de fase (no caso dos bancos de gelo, este material é a água) sendo posteriormente transferida para o meio através de um fluido de trabalho adequado.

Quanto ao tipo de geometria, os armazenadores de calor latente podem ser feitos, basicamente, com tubos retos ou curvos. Dependendo da finalidade e natureza do processo, a utilização de tubos curvos apresentaria inúmeras vantagens em relação aos tubos retos, dentre as quais cita-se algumas:

- possibilitam uma maior troca térmica devido à formação do escoamento secundário no plano normal à direção axial

- produzem um aumento no coeficiente de transferência de calor e na distribuição do tempo de residência, fato este relevante em algumas reações químicas

- possibilitam a acomodação de grandes extensões de tubo, proporcionado um aumento na área de transferência de calor

Além disso, o estudo e o conhecimento do escoamento que se desenvolve no interior de tubos curvos têm possibilitado um melhor entendimento do escoamento sangüíneo no sistema arterial humano, uma vez que a aorta é extremamente curva.

A principal característica do escoamento neste tipo de geometria é a formação do chamado escoamento secundário, que consiste em dois vórtices perpendiculares à direção do escoamento axial. As partículas fluidas próximas ao centro do tubo possuem alta velocidade e, neste caso, são empurradas pela força centrífuga mais intensamente que as partículas próximas às paredes do tubo, mais lentas. O escoamento secundário resultante é direcionado para fora no centro e para dentro (em direção ao centro de curvatura do tubo) perto das paredes.

Consequentemente, pode-se predizer que maiores trocas térmicas ocorrem na curvatura externa do tubo que na interna. Tal observação é, em primeira análise, essencial nos estudo de solidificação utilizando tubos curvos.

A seguir é apresentado um breve resumo cronológico dos primeiros trabalhos relacionados ao escoamento em tubos curvos:

- 1876-1877 – THOMSOM estuda a transferência de partículas sólidas ao longo das curvas interna e externa de um rio

- 1910-1911 – EUSTICE realiza o primeiro estudo experimental sobre escoamento em tubos curvos

- 1927-1928 – DEAN desenvolve o primeiro estudo teórico sobre o assunto chegando a importantes conclusões, utilizadas até os dias de hoje

- 1929 – WHITE realiza experimentos com diversos números de Reynolds

- 1929 – TAYLOR utiliza traçadores para determinar a velocidade crítica e determina pela primeira vez o fator de atrito.

Embora uma grande variedade de trabalhos em tubos curvos vem sendo realizada, raros são aqueles que relacionam esta geometria à mudança de fase, em especial, a solidificação externa. Para este caso, foram encontrados apenas trabalhos de armazenadores de calor latente, porém sem um tratamento numérico e/ou experimental elucidativo, bem como trabalhos de

solidificação interna ao redor de tubos curvos e com escoamento cruzado. Neste sentido, este trabalho vem proporcionar um passo inicial para o estudo da geometria em questão e fornecer uma contribuição na área de transferência de calor com mudança de fase, em especial, em bancos de gelo.

Baseado nisto, o objetivo deste trabalho consiste no estudo da solidificação da água ao redor de tubos curvos com diferentes raios de curvatura, na análise da influência do número de Dean, que é um número adimensional definido de tal forma que constitui numa medida da magnitude do escoamento secundário, bem como na influência da temperatura de entrada do fluido de transferência de calor secundário, sobre a espessura da camada de gelo formada. Além disso, foi desenvolvido um programa numérico com formulação para tubo reto, à fim de comparar os resultados auferidos. Os coeficientes convectivos de transferência de calor periférica foram implementados no programa, na forma de correlações, para as curvaturas externa e interna do tubo. Para tratar a interface móvel foi utilizada a técnica de imobilização de fronteira.

Ademais, o balanço de energia na interface sólido-líquido foi baseado no trabalho de SPARROW e CHUCK (1984).

Os resultados obtidos foram justificados com base nos trabalhos que discorreram sobre a influência do escoamento secundário desencadeado pela curvatura do tubo.

A análise em questão visa projetos futuros de armazenadores de calor latente.

A divisão do trabalho foi feita de acordo com a seguinte seqüência:

O **Capítulo 2** apresenta uma revisão da literatura encontrada sobre o assunto, destacando-se armazenadores de calor latente tanto em geometrias plana quanto polar, bancos de gelo, em trabalhos experimentais e numéricos.

No **Capítulo 3** está descrito o procedimento experimental adotado, como toda a montagem do equipamento, valores das variáveis, dificuldades encontradas, análise de erros, etc.

O modelamento físico e matemático do problema, juntamente com as hipóteses simplificadoras e condições de contorno, está apresentado no **Capítulo 4**.

O modelamento numérico, no **Capítulo 5**, que consiste na discretização das equações diferenciais e das condições de contorno bem como na descrição do método numérico adotado.

O **Capítulo 6** apresenta todos os resultados e comparações obtidas.

No **Capítulo 7** são apresentadas as conclusões, juntamente com as sugestões para próximos trabalhos, tendo como base as dificuldades tanto experimentais quanto numéricas encontradas.

A Figura (1.1) apresenta, previamente, um esquema da geometria do problema, enfocando os lados relativos às curvaturas externa e interna do tubo. Como tais termos serão bastante utilizados, ao longo de todo o trabalho, é conveniente deixá-los devidamente esclarecidos. As setas indicam o sentido do escoamento do fluido refrigerante.

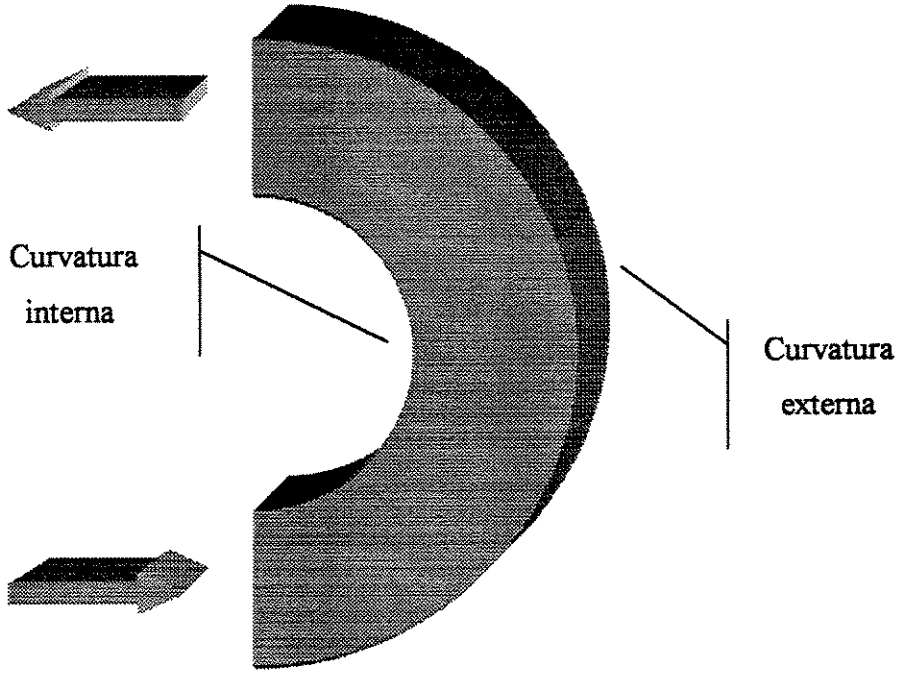

Figura 1.1 – Desenho esquemático da geometria do problema.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

2.1 - Introdução

Diversos pesquisadores têm estudado e salientam a importância do conhecimento dos problemas de fronteira móvel, destacando-se aqueles que envolvem mudança de fase, em várias aplicações na área da engenharia. No contexto deste trabalho, o termo "mudança de fase" refere-se apenas aos processos relativos à fusão e solidificação.

Uma extensa literatura pode ser encontrada sobre a diversidade da aplicação dos processos de mudança de fase, fusão e solidificação, tornando-se relevante a descrição e o estudo da condução de calor com mudança de fase. Entre tais aplicações pode-se destacar a formação de gelo em lagos e rios, o congelamento da água em sistemas de tubulações, sistemas de armazenamento de energia térmica, congelamento de alimentos, solidificação de metais, etc, OZISIK (1980). BATHELT *et al* (1979-a, 1979-b) citam que problemas envolvendo fusão e congelamento também são importantes no ramo da geofísica. Outras aplicações tais como na aerodinâmica de veículos ultra rápidos, operação de reatores nucleares e soldas são citadas por SUTHERLAND e GOSH (1961).

Em um breve resumo histórico, LAMÈ e CLAPEYRON (1831), citados por LUNARDINI (1991), foram os primeiros a desenvolver trabalhos analíticos para tais problemas, em um estudo da solidificação de um líquido mantido à temperatura de mudança de fase. O autor cita também FRANZ NEUMANN (1860), que apresentou uma solução exata para os problemas mais gerais de mudança de fase em coordenadas cartesianas, não obstante estas soluções terem sido publicadas apenas 50 anos depois, em 1912. Neumann concluiu que, se a posição da interface se move com a raiz quadrada do tempo, então a solução por função erro satisfaria todas as condições. Em 1889, Stefan publicou trabalhos relativos a problemas em duas fases em planos semi-infinitos e infinitos. Dois anos depois, em 1891, resolveu um problema unidimensional sobre a formação de gelo polar e observou que, na condição de solidificação isotérmica, a posição da interface variava com a raiz quadrada do tempo, corroborando a solução previamente deduzida por Neumann, (YAO e PRUSA, 1989).

Segundo LUNARDINI (1991), devido à importante contribuição dos trabalhos realizados por Stefan, o caso particular dos problemas de condução com mudança de fase onde o meio encontra-se na temperatura de mudanças de fase, é denominado Problema de Stefan.

Conclui-se, em decorrência disso, que os problemas de mudança de fase têm a característica comum de apresentarem uma interface móvel, movimento este que depende do gradiente de temperatura aplicado, (LAZARIDIS, 1970). Consequentemente, a solução dos problemas envolvendo mudança de fase apresenta uma dificuldade inerente, uma vez que a mobilidade da interface sólido-líquido torna o problema transiente e não-linear. Devido a essa dificuldade, as soluções exatas aparecem em apenas um número limitado de problemas, tornando-se necessário, portanto, a recorrência aos métodos analíticos e, principalmente, aos numéricos.

Em outra análise, quando se pensa em mudança de fase, a saber, fusão e solidificação, é preciso ter em mente as duas formas de transferência de calor: condução e convecção, uma vez que, no passado, a análise desses problemas levava em conta apenas o mecanismo de condução. Entretanto, na maioria das situações físicas relacionadas à mudança de fase, pequenas variações na temperatura da fase líquida, isto é, pequenas diferenças entre as temperaturas do líquido e de mudança de fase, podem desencadear o processo de convecção natural. Fotografias e gráficos de

sombras do processo de fusão ao redor de cilindros aquecidos mostram que o mecanismo de transmissão de calor por condução pura rege apenas os primeiros estágios, enquanto a convecção natural predomina nos estágios subsequentes. Em outra análise, a frente de fusão move-se mais rapidamente no sentido superior que no inferior, conferindo à interface sólido-líquido um formato de pêra, (VISKANTA, 1985).

Efeitos adicionais de mudança de fase podem ser citados tais como fusão e solidificação em leito poroso e, segundo YAO e PRUSA (1989), o conhecimento da mudança de fase em leito poroso é relevante em armazenadores de energia, fusão e solidificação em solos, transporte de carvão em climas frios, etc. Trabalhos adicionais relativos a este tema podem ser encontrados em PIMENTEL (1995) e SILVA (2000).

Em relação ao tipo de geometria, apesar da existência de uma grande variedade de trabalhos envolvendo tubos curvos, o levantamento bibliográfico realizado constatou uma escassez de trabalhos experimentais e numéricos envolvendo mudança de fase (neste caso, solidificação) ao redor de tubos nesta geometria, uma vez que estes limitavam-se, basicamente, a resolver os campos de escoamento e temperatura no interior do tubo. Tal fato pode ser devido à inerente complexidade de resolução do escoamento nesta geometria (quando comparada aos tubos retos, por exemplo) tendo a mudança de fase como fator agravante. Como será constatado, trabalhos de solidificação envolvendo tubos curvos constam apenas naqueles relativos à armazenadores de calor latente, porém em forma de helicóides e/ou espirais, sem quaisquer análises relativas às influências de parâmetros, como a curvatura do tubo, sobre o processo.

É importante salientar, por outro lado, que vários trabalhos de solidificação interna e/ou com escoamento cruzado em tubos curvos foram encontrados, entre os quais cita-se OKADA *et al* (1978), que estudaram experimental e analiticamente a solidificação da água ao redor de tubos resfriados em escoamento cruzado; similarmente, CHENG *et al* (1981) desenvolveram um estudo experimental da solidificação da água ao redor de tubos curvos em escoamento cruzado; SHIGEYOSHI e INABA (1986), que estudaram a solidificação da água no interior de tubos em "U" e BRAUN e BEER (1995), que estudaram a formação de gelo no interior de um duto curvo de seção quadrada.

Tendo-se como base os parágrafos supracitados, esta revisão bibliográfica tem por objetivo levantar vários trabalhos relacionados aos problemas de mudança de fase e armazenadores de calor latente, em trabalhos numéricos e experimentais, tanto para tubos retos quanto para tubos curvos. A classificação dos trabalhos foi feita, na medida do possível, concordando com a natureza de cada um, muito embora em um mesmo trabalho pôde ser encontrada, simultaneamente, uma abordagem experimental e numérica em dada geometria. A influência da convecção natural sobre o processo de solidificação, apesar de não fazer parte do cômputo matemático e numérico desta tese, foi mencionada em alguns trabalhos. VISKANTA (1985) apresenta uma abordagem elucidativa em relação à presença da convecção natural.

Não obstante que o objetivo deste trabalho consiste no estudo da solidificação em tubos curvos, um trabalho preliminar em tubo reto foi realizado, resultando em uma publicação (Anexos).

2.2 - Armazenadores de Calor Latente

Provavelmente uma das principais aplicações dos problemas de fusão e solidificação seja em armazenadores de calor latente. Segundo ISMAIL (1998), sistemas de refrigeração, ar condicionado e tecnologia de frio são os grandes responsáveis pelos desnecessários picos de consumo de energia elétrica. Neste caso, o desenvolvimento e a utilização da tecnologia de bancos de gelo visam uniformizar estes perfis de consumo.

JEKEL *et al* (1993) também apresentam a viabilidade da aplicação de armazenadores de calor latente em sistemas de ar condicionado com o objetivo de reduzir os picos de energia. Um modelo de armazenador de gelo foi proposto pelos autores e consistia em um sistema de armazenamento do tipo gelo-sobre-serpentinas. Tal modelo foi desenvolvido para os períodos de carregamento e descarregamento, isto é, solidificação e fusão, respectivamente. Durante o carregamento, o fluido de transferência de calor resfriado circulava através dos tubos produzindo gelo ao redor destes. Este período foi subdividido em três etapas: (a) carregamento sensível, onde ocorria apenas o abaixamento da temperatura até a de solidificação sem qualquer mudança de fase; (b) carregamento latente sem intersecção, onde as camadas de gelo formadas ao

redor dos tubos não se interceptavam e (c) carregamento latente com intersecção, onde ocorria a interseção das camadas de gelo com as camadas dos tubos adjacentes. O descarregamento consistia na fusão do gelo formado através da circulação do fluido de transferência de calor a uma temperatura mais elevada. Os autores utilizaram uma correlação própria para escoamentos no interior de tubos curvos a fim de determinar o coeficiente convectivo de transferência de calor. Tal correlação, utilizada para o número de Nusselt médio, foi proposta por Dittus-Boelter e é válida para regime turbulento (Reynolds > 2000).

Um outro modelo teórico sobre armazenadores de calor latente utilizando a parafina do tipo Wax como material de mudança da fase foi desenvolvido por LACROIX (1993). O problema de solidificação e fusão bidimensional nas direções radial e axial foi resolvido pelo método da entalpia (o qual será tratado em um tópico subsequente) e acoplado `a transferência de calor convectiva do fluido de transferência de calor. Foram estudados os efeitos do raio do tubo, da vazão mássica e da temperatura de entrada do fluido de transferência de calor. Os resultados obtidos foram validados com dados experimentais e o autor concluiu que havia a necessidade de selecionar criteriosamente o valor dos parâmetros supramencionados, a fim de otimizar o desempenho da unidade armazenadora.

Uma análise à respeito da importância do aumento da eficiência dos armazenadores de calor latente, bem como de suas aplicações práticas, foi realizada por SABORIO *et al* (1994). Foram desenvolvidos dois modelos para um sistema de armazenamento de calor latente, levando em consideração a física do processo de mudança de fase que acontece durante os períodos de descarregamento e carregamento. Duas situações diferentes e quatro níveis de temperatura foram utilizados para o armazenador nos seguintes casos (a) modelo I: o material de mudança de fase estando contido em um recipiente simples, e (b) modelo II: o material de mudança de fase estando contido em pequenas células armazenadoras de calor. O processo consistia na fusão de um material inicialmente no estado sólido. Antes da fusão total, o fluido de transferência de calor tinha sua temperatura diminuída até a solidificação total do material, que retornava à sua condição inicial. Apesar do modelo I não apresentar aplicações práticas para armazenadores de calor, seu estudo foi importante por apresentar simplificações aplicáveis aos modelos de armazenadores mais complexos, como o modelo II. Os resultados mostraram que o modelo mais simples apresentou

maior eficiência que o mais complexo, porque naquele, a energia armazenada nas células não era esgotada simultaneamente. Além disso, o aumento na condutividade térmica do material provocou uma melhora na eficiência do sistema.

GONÇALVES (1996), em seu estudo de armazenador de calor latente, investigou o comportamento da frente de solidificação/fusão em um armazenador de geometria anular com aletas alternadas, bem como o comportamento térmico do armazenador nestas condições. Além disso, foi feito um modelamento matemático e numérico cuja solução foi obtida através do método de volumes de controle, com as equações discretizadas segundo PATANKAR (1980). Foram variados os parâmetros: (a) geométricos, tais como o número de aletas e o comprimento destas, o comprimento da unidade e razão do diâmetro do armazenador, e (b) operacionais, como fluxo de massa, e os números de Reynolds, Stefan, e Biot, além da temperatura do fluido de transferência de calor. Os resultados obtidos foram comparados com SPARROW *et al* (1979), SINHA e GUPTA (1982) e PADMANABHAM e MURTHY (1986), os dois últimos citados pela autora. Mostraram que a presença das aletas, bem como o aumento da sua quantidade, provocou um melhoramento na quantidade de calor transferida e na fração de massa fundida. Este comportamento ocorreu porque a presença da aleta produz um aumento nas trocas de calor com conseqüente diminuição do tempo de fusão/solidificação. O modelamento proposto para representar o armazenador térmico mostrou-se adequado e em concordância quando comparado com trabalhos encontrados na literatura.

Um estudo paramétrico do armazenador de calor latente do tipo gelo-sobre-serpentinas foi feito por MICARONI NETO (1996), no qual foi desenvolvido um modelo puramente condutivo para os casos em uma e duas dimensões. As equações foram discretizadas em três níveis de tempo, conforme a descrição de LEES (1966), citado pelo autor, para a solução de equações parabólicas. O modelo numérico se mostrou satisfatório para o processo de carregamento quando comparado com soluções analíticas já existentes.

M.NETO e KRARTI (1997-a) desenvolveram um modelo numérico para um armazenador térmico, do tipo gelo sobre serpentinas, a fim de simular os processos de carregamento e descarregamento. O armazenador consistia em um tanque cujas serpentinas dispunham-se

compactadas dentro deste e arranjadas em circuitos paralelos múltiplos. Devido à superposição das camadas de gelo durante a solidificação, este modelo foi desenvolvido levando em consideração o fenômeno de superposição (intersecção). Como parâmetros de entrada incluíam-se as dimensões geométricas do tanque, a temperatura do fluido de transferência de calor secundário, a vazão mássica para o interior do tanque, o número de segmentos ao longo da serpentina e o passo de tempo. O modelo previu a transferência de calor da água ao longo da serpentina durante a formação de gelo, assim como o calor transferido através da parede do tanque. Para o modelamento matemático, a serpentina foi dividida em pequenos segmentos, sendo que o balanço de energia foi feito para cada segmento em dado intervalo de tempo. A temperatura de saída do fluido de transferência de calor secundário (solução de etileno ou propileno glicol - água) foi calculada para cada um dos segmentos, sendo utilizada como a temperatura de entrada para o próximo segmento. Em seguida, a nova temperatura ao longo de cada segmento era calculada e utilizada no próximo passo de tempo. Foram utilizadas diversas correlações empíricas já existentes na literatura, para o coeficiente de transferência de calor convectivo, sendo que a correlação desenvolvida por CHENG *et al* (1988), *apud* M.NETO e KRARTI (1997-a), foi utilizada para considerar a presença da convecção natural da água ao longo do cilindro, durante o carregamento. Quanto à convecção natural decorrente da fusão, os autores não encontraram nenhuma correlação empírica na literatura. A análise da convergência mostrou uma viabilidade satisfatória para o modelo desenvolvido quando o número de segmentos utilizado foi maior que 25 e para passos de tempo menores que 30 minutos.

Em trabalho posterior, M.NETO e KRARTI (1997-b) realizaram uma avaliação do modelo numérico utilizado, baseados na temperatura de saída do fluido secundário, na taxa de transferência de calor do fluido secundário, na temperatura do fluido secundário para os quatro pontos ao longo da serpentina, na queda de pressão do fluido secundário ao longo do tanque e na temperatura da água e do gelo para os três pontos no interior do tanque. Os resultados apresentaram um boa concordância entre o esperado e os dados medidos.

ISMAIL e GONÇALVES (1999) desenvolveram um modelo matemático e numérico para um armazenador de calor, que consistia em um tubo verticalmente imerso em n-eicosano, o qual foi utilizado como material de mudança de fase, contido no interior de um tanque cilíndrico. O

fluido de transferência de calor utilizado foi a água. Foi utilizado o método da entalpia e as equações discretizadas através da técnica de volumes de controle. Os efeitos da variação do raio do tubo, dos números de Biot e Stefan, da temperatura de entrada do fluido de trabalho sobre a fração de massa solidificada, e do número de unidades térmicas sobre a efetividade, foram estudados. Os resultados obtidos mostraram que a fração de massa solidificada/fundida aumentava com o tempo e com os aumentos do raio e do número de Biot (principalmente nos estágios iniciais do processo); enquanto a efetividade sofria decréscimo com o passar do tempo. Além disso, a efetividade e o número de unidades térmicas também sofreram aumento com o aumento do número de Biot, porém tal efeito era perceptível apenas até um Biot máximo de 10, pois acima deste valor as variações mostravam-se demasiado pequenas. Em relação à temperatura de entrada do fluido de transferência de calor, os autores verificaram que seu aumento provocava uma diminuição na fração de massa solidificada/fundida e, consequentemente, na efetividade do processo. Finalmente, observou-se que a diminuição do número de Stefan (principalmente abaixo da unidade) provocava um incremento na fração de massa solidificada.

Um estudo experimental de um armazenador de calor latente em forma de espiral foi realizado por BONASZEK *et al* (1999). O material de mudança de fase utilizado foi a parafina do tipo PPW-20 e o fluido de transferência de calor foi o ar, que era insuflado no sistema através de um ventilador. Foi analisada a transferência de calor nos períodos de carregamento e descarregamento, sendo que as condições estudadas apresentaram uma eficiência satisfatória, quando comparadas com a literatura.

2.3 - Trabalhos Numéricos

Uma grande variedade de trabalhos numéricos na área de transferência de calor com mudança de fase foram e continuam sendo realizados. A seguir são apresentados alguns deles, destacando-se, quando possível, os objetivos, principais hipóteses adotadas no modelo, método de resolução e resultados obtidos. Como não foram encontrados trabalhos numéricos envolvendo a solidificação de um material de mudança de fase, (em particular, a água) ao redor de tubos curvos, este item se limita à descrição de trabalhos envolvendo outras geometrias.

Preliminarmente, antes de expor os trabalhos numéricos de maneira geral, é feita uma explanação sobre os dois métodos muito utilizados no tratamento dos problemas de fronteira móvel, a saber, Método de Imobilização da Fronteira Móvel e Método da Entalpia.

2.3.1 - Método de Imobilização da Fronteira Móvel

Como já mencionado, a principal característica dos problemas de mudança de fase consiste na existência de uma interface móvel e desconhecida *a priori*, tendo-se como objetivo determinar sua posição. Baseado nisto, em um problema de fusão unidimensional (ablação), LANDAU (1949) propôs uma transformação de coordenadas sobre o sistema móvel de modo que o novo sistema, já transformado, apresentasse um domínio fixo regular. Este processo de transformação, cujo domínio móvel é fixado pela introdução de expressões algébricas, é conhecido como "transformada de Landau", que foi o pioneiro em desenvolver essa metodologia.

Mais de duas décadas depois, DUDA *et al* (1975) estenderam a técnica de imobilização de fronteira para a resolução de um problema bidimensional, com mudança de fase e em geometria cilíndrica. Foi demonstrado que além de fixar a fronteira móvel, este método também consiste em transformá-la em um formato mais simples, como um retângulo, corroborando as predições de LANDAU (1959). Por outro lado, as equações resultantes auferem um aspecto bem mais complexo, principalmente devido ao surgimento de derivadas mistas. Apesar disso, ressaltam a razoável aplicabilidade do método tanto em problemas de condução de calor transiente, quanto naqueles mais complexos física e geometricamente, como equações do movimento acopladas à transferência de calor e/ou massa, presença da convecção natural, etc.

Similarmente, SAITOH (1978) generalizou o uso de transformação de coordenadas para resolver problemas de solidificação em duas e três dimensões. Neste trabalho, ambos os formatos das interfaces móvel e fixa puderam ser tratados arbitrariamente, permitindo maiores aplicações para o método, como em outros problemas de fronteira móvel sem mudança de fase.

Em decorrência da operacionalidade insatisfatória do método da imobilização da fronteira para os instantes iniciais do processo, SPARROW *et al* (1978-a) desenvolveram uma metodologia

que consistia em inicializar o problema pressupondo a existência de uma fina camada de líquido fundido. A dimensão dessa camada foi estimada em 1% do raio do cilindro e para o intervalo de tempo inicial, foi utilizada a solução de Stefan-Neumann. Neste trabalho de fusão unidimensional ao redor de um cilindro aquecido isotermicamente, no qual foram estudados os efeitos de subresfriamento, duas transformações independentes para cada fase foram aplicadas. Além disso, um esquema implícito e aproximação das equações por diferenças finitas foram lançados para o cálculo do problema em domínio fixo.

HSU *et al* (1981) desenvolveram uma metodologia para a resolução de um problema bidimensional de fronteira móvel puramente condutivo, utilizando o método da imobilização da fronteira e aproximação por volumes de controle. Salientam o fato de que a base deste método consiste na transformação da coordenada, tornando estacionária a interface móvel no novo sistema transformado. O emprego da aproximação da formulação por volumes de controle foi justificado pela facilidade de interpretar fisicamente os termos resultantes da transformação de coordenadas e por assegurar a conservação global da energia. Ressaltam também a necessidade de uma discretização diferenciada dependendo da natureza relevante ou não dos termos pseudoconvectivos, termos estes que surgem em decorrência da transformação das coordenadas e estão diretamente relacionados à velocidade da interface móvel. Em geral, nos problemas de fronteira móvel, os termos pseudoconvectivos são considerados desprezíveis, quando confrontados com os difusivos. A aplicação do método em um problema físico é descrita em um trabalho subsequente.

CRANK (1984) ressalta que as transformadas de Landau consistem em um caso particular de um método mais generalizado de transformação de um domínio irregular móvel, em um domínio regular fixo no espaço. Esse novo domínio fixo, que pode apresentar duas ou mais dimensões, é resultante do método conhecido como "coordenadas ajustadas à fronteira", ou BFC (Body Fitted Coordinates).

SPARROW e CHUCK (1984) desenvolveram um esquema numérico de solução de um problema de solidificação unidimensional, imobilizando a interface móvel por transformação de coordenadas. Provavelmente, o principal feito deste trabalho é o tipo de tratamento implementado

à interface sólido-líquido que, após imobilizada, é tratada explicitamente. Outra importante observação que se pode salientar neste trabalho diz respeito ao tratamento inicial do processo de mudança de fase. Foi empregada uma solução analítica para a inicialização do processo, isto é, para tempos muito pequenos, pois o método da imobilização da fronteira prediz dificuldades numéricas neste instante. O processo de solidificação em placa plana foi a solução analítica empregada e o valor inicial da espessura da interface foi de 10^{-4} m. O sistema de equações foi discretizado pelo método das diferenças finitas e a validação do modelo através de comparações com outros trabalhos.

Em uma revisão de vários métodos e técnicas relacionadas à mudança de fase, YAO e PRUSA (1989) citam as características, vantagens e desvantagens da transformação de coordenadas. Os autores explicam que através da utilização dessas transformadas, um problema de fronteira móvel (como os problemas de Stefan, por exemplo) passa a ser caracterizado por um domínio fixo. Além disso, em problemas multidimensionais, a transformação de coordenadas possibilita converter o formato irregular da interface em uma geometria mais simples, como um retângulo ou um cilindro.

PADILHA (1990) estudou numérica e experimentalmente o processo de mudança de fase de um líquido super-resfriado no interior de um duto. Foi utilizado o método de imobilização da frente de solidificação, através das transformadas de Landau, à respeito das quais o autor salienta que ambas as fases do sistema, sólida e líquida, ficam representadas em um espaço transformado regular. O processo numérico de mudança de fase foi inicializado supondo um filme sólido cuja espessura era de 10^{-7} m e admitindo uma variação linear da temperatura neste período de tempo. Os resultados obtidos, que foram comparados com os modelos analítico de Neumann, da capacidade térmica de Bonacina e das malhas fixas de Goodrich, mostraram-se eficientes. Além disso, os resultados numéricos apresentaram boa validação com os resultados experimentais obtidos.

Um trabalho de mudança de fase em região anular utilizando o método em questão foi desenvolvido por JESUS (1998), onde foi estudada numericamente a solidificação da água ao redor de um cilindro vertical resfriado. As equações do problema, que foi baseado em condução

pura, foram discretizadas pelo método de volumes finitos. Os resultados foram comparados e validados com os obtidos por SPARROW e HSU (1981), SINHA e GUPTA (1982), SASTRI *et al* (1990), CAO e FAGHRI (1991), e ZHANG e FAGHRI (1996).

2.3.2 - Método Baseado na Entalpia

Segundo ISMAIL (1999), na utilização dos métodos que buscam seguir ou mesmo imobilizar a interface sólido-líquido, é necessário que, neste ponto, sejam satisfeitas as condições de Stefan. Tais condições consistem em (a) igualar as temperaturas das fases sólida e/ou líquida à temperatura de mudança de fase do material, bem como (b) satisfazer o balanço de energia na interface sólido-líquido. Devido ao fato de que, em alguns casos específicos, a mobilidade da interface não se processa de modo suave ou monotônico com o tempo, nem sempre torna-se possível satisfazer as condições de Stefan. Neste caso, uma alternativa consiste na reformulação do problema de modo que, a condição de Stefan seja implicitamente incluída nas equações, através da introdução da função entalpia.

Diversos trabalhos de mudança de fase foram realizados utilizando esta reformulação, que também é conhecida como solução fraca. Dentre estes trabalhos destaca-se os realizados por BONACINA e COMINI (1973), que utilizaram a capacidade térmica aparente, SHAMSUNDAR e SPARROW (1976), VOLLER e CROSS (1981), TACKE (1985), PHAM (1995), YAO e CHAIT (1993), CLAVIER *et al* (1994), e FACHINOTTI *et al* (1999).

CROWLEY (1978) utilizou o método da entalpia para a resolução de um problema de solidificação de um fluido ao redor de um duto de seção quadrada, cuja temperatura na superfície era abaixada a uma taxa constante. Ressaltou que uma das vantagens da utilização do método é que o problema passa a ser resolvido em um domínio fixo sem a necessidade de realizar quaisquer modificações no esquema numérico a fim de satisfazer as condições na interface móvel. O método apresentou resultados satisfatórios em relação aos dados experimentais disponíveis para o problema.

Um outro trabalho, onde foi feita uma implementação do método entálpico foi realizado por WOOD *et al* (1981), os quais expõem que muitos autores têm utilizado tal método em diversificados problemas de mudança de fase. Ao invés de trabalhar apenas em termos da variável primitiva temperatura, define-se uma função entalpia, a qual representa a entalpia total do material em questão por unidade de massa.

DALHUIJEN e SEGAL (1986) fizeram um breve revisão de métodos numéricos de resolução bem como de tratamento da interface sólido-líquido em problemas de solidificação, salientando o método entálpico. Introduziram a variável entalpia na equação da energia, que consistia na soma dos calores sensível e latente. Outros conceitos que foram demonstrados fogem ao objetivo desta revisão.

Dando continuidade à resolução de problemas de Stefan utilizando o método entálpico, destaca-se o trabalho de PHAM (1986), que também classifica e caracteriza os métodos baseados na temperatura e na entalpia. Complementando os conceitos expostos por DALHUIJEN e SEGAL (1986), o autor salienta o fato de que o maior obstáculo presente nos métodos baseados na temperatura consiste no fato do calor específico aparecer na equação diferencial. Expõe que próximo à temperatura de mudança de fase, o calor específico tende a variar de modo extremamente rápido tendendo ao infinito, tornando a equação da energia altamente não linear. Já os métodos baseados na entalpia não apresentariam as características supramencionadas, além de serem relativamente simples de implementar. Ainda segundo o autor, é aconselhável a utilização de um esquema explícito, uma vez que o implícito requer iteração a cada passo de tempo além de possuir menor eficiência em termos de tempo computacional.

CAO *et al* (1989), em um trabalho teórico de resolução de um problema tridimensional de mudança de fase, dividem os métodos de resolução dos problemas de mudança de fase em dois grupos principais: (a) métodos baseados em soluções numéricas fortes, onde a localização da interface sólido-líquido e a distribuição de temperatura são feitas a cada passo de tempo, ou através da transformação do sistema de coordenadas utilizando imobilização da fronteira móvel (transformada de Landau) e (b) métodos baseados em soluções numéricas fracas, onde um dos mais utilizados é o método da entalpia. Os autores citam algumas vantagens da utilização deste

método, entre as quais destacam-se o fato de que a resolução do problema é feita em uma malha fixa, e a não necessidade de modificar o esquema numérico para satisfazer as condições na interface.

YAO e PRUSA (1989) demonstraram a possibilidade de reformular a equação da energia para obter uma solução fraca dos problemas de mudança de fase. Entre as principais vantagens desta solução pode-se citar:

- a interface sólido-líquido não aparece explicitamente na formulação e é determinada apenas após a obtenção da solução
- a interface sólido-líquido não tem uma fronteira regular, podendo também variar de modo descontínuo
- se a solução clássica existir, também existirá uma solução fraca
- consiste em um método facilmente extensível a várias dimensões
- a aproximação é facilmente modificável para permitir um material de mudança de fase não homogêneo usando a transformada de Kirchoff
- a teoria das soluções fracas leva a um método numérico para computação, conhecido como método entálpico.

ALEXIADES e SOLOMON (1993) também destacam a grande utilização do método da entalpia para a resolução dos problemas de mudança de fase. Salientam que o método baseia-se no princípio de que a equação da conservação da energia, expressa em termos da entalpia e da temperatura, possui todas as informações físicas suficientes e necessárias para a determinação da evolução das fases.

Uma formulação alternativa para o método da capacidade térmica aparente foi desenvolvida por YAO e CHAIT (1993), os quais salientam ser um dos métodos baseados na formulação entálpica mais simples e aplicáveis em problemas de mudança de fase. Neste caso, a função entalpia é utilizada apenas para introduzir a capacidade térmica aparente não aparecendo explicitamente na equação. É geralmente expressa em termo da função delta de Dirac e aproximada por funções suaves. Como nesta formulação aparece o produto da capacidade térmica

com a derivada temporal da temperatura e ambos dependem do tempo e do espaço, resultando em dificuldades numéricas, uma nova formulação foi proposta aplicando diferenças finitas de primeira ordem na formulação básica da entalpia. Neste caso, um novo termo chamado capacidade térmica nominal é introduzido. O principal objetivo foi combinar as vantagens da formulação entálpica básica e da capacidade térmica aparente.

Uma outra visão foi dada por ISMAIL (1999) que segundo o qual, quando não for possível a utilização de um método que compute, em cada incremento de tempo, a posição da interface sólido-líquido (métodos que seguem a frente móvel), uma alternativa viável é a aplicação dos métodos de domínio fixo. Dentre tais métodos, um dos mais utilizados é o método da entalpia, o qual permite a reformulação do problema introduzindo a entalpia na nova forma das equações aplicáveis ao domínio inteiro. Neste caso, a entalpia é introduzida e representa a quantidade de calor total, isto é, a soma dos calores sensível e latente necessários para a mudança de fase.

A utilização do método da entalpia para problemas cujo material muda de fase, tanto para um valor discreto quanto para uma faixa de temperaturas, foi discutido por FACHINOTTI *et al* (1999). No primeiro caso, como a função entálpica apresenta uma descontinuidade, o uso deste método poderia proporcionar complicações na solução. Consequentemente, nem sempre é procedimento habitual, a implementação do método da entalpia em problemas nos quais a mudança de fase ocorre dentro de um valor discreto. O método baseado na capacidade térmica, por exemplo, não trata de modo satisfatório a mudança de fase isotérmica, a menos que uma faixa de mudança de fase fictícia seja introduzida.

***

Dando continuidade à explanação de trabalhos numéricos, um método aplicável aos problemas envolvendo mudança de fase, bem como qualquer outro processo que envolva temperatura e/ou coeficiente de transferência de calor variável com o tempo, foi desenvolvido por SUNDERLAND e GOSH (1961). Tal método consiste na determinação da distribuição de temperatura nos seguintes casos (a) antes que a mudança de fase ocorra, (b) durante o processo transiente da mudança de fase e (c) na condição de estado estacionário. A equação geral da

condução foi simplificada a partir das hipóteses básicas inerentes a qualquer problema de mudança de fase. A solução analítica para a distribuição de temperatura antes que ocorra a mudança de fase foi obtida em termos de função erro, enquanto que a solução durante a mudança de fase foi obtida numericamente, sendo resolvido um sistema de equações a fim de determinar a velocidade da interface sólido-líquido.

SPARROW e HSU (1981), dando continuidade ao trabalho de HSU *et al* (1981), descrito na seção 2.3.2, resolveram um problema de solidificação bidimensional de um material de mudança de fase ao redor de um tubo reto vertical, onde um fluido refrigerante circulava no interior deste, desencadeando o processo. A resolução foi totalmente baseada na metodologia previamente descrita, a saber, utilização da técnica de imobilização da interface móvel paralelamente à aproximação por volumes de controle. Um fato que chama atenção neste trabalho consiste na obtenção de uma solução analítica para os tempos iniciais do processo de mudança de fase, uma vez que a espessura da camada solidificada nos instantes iniciais é bem pequena, quando comparada ao raio do tubo. Neste caso, a camada neste instante de tempo pode ser considerada como em uma geometria plana. Abordagem semelhante para esta natureza de solução também pode ser encontrada em LUNARDINI (1991).

Em relação à interface sólido-líquido, o trabalho desenvolvido por SPARROW e CHUCK (1984) proporcionou um importante passo na resolução dos problemas de mudança de fase, os quais propuseram a resolução de tais problemas tratando-os tanto implícita quanto explicitamente. Em outras palavras, o do campo de temperaturas é tratado implicitamente e o balanço de energia na interface sólido-líquido, de maneira explícita. A principal característica desse tipo de tratamento consiste no fato de que a solução do problema sempre avança, evitando-se, assim, o indesejável acoplamento entre os campos de temperatura e a posição da interface. Esta abordagem vem sendo utilizada em vários trabalhos, entre os quais citam-se PADILHA (1990) e JESUS (1998).

CAO e FAGHRI (1991) simularam numericamente um armazenador de calor latente, resolvendo os campos de temperatura e escoamento. O modelo matemático consistiu nas equações diferenciais da conservação da massa, quantidade de movimento bidimensional e energia para o material de mudança de fase e para a parede do tubo. Uma importante observação deste

trabalho reside na análise que os autores fazem sobre a utilização de correlações empíricas. Para isso, citaram os trabalhos de SOLOMON *et al* (1986) e STOVALL e ARIMILLI (1988), ressaltando que ambos calcularam o coeficiente de transferência de calor entre o fluido de trabalho e o material de mudança de fase através de correlações empíricas, ao invés de resolver numérica e conjugadamente os campos de escoamento e temperatura. Destacaram ainda dois pontos: o primeiro consiste no fato de que tais correlações foram obtidas a partir de experimentos ou dados numéricos limitados e condições de escoamento completamente desenvolvido, proporcionando um aumento da incerteza no modelo numérico. O segundo, como o problema de mudança de fase é de natureza transiente, a temperatura na fronteira do fluido de transferência de calor varia `a medida que a interface sólido-líquido progride. Consequentemente o fluido de transferência de calor nunca atinge um estado completamente desenvolvido.

Em contrapartida, BELLECCI e CONTI (1993) contestam as observações de CAO e FAGHRI (1991) através da obtenção de resultados satisfatórios em seu trabalho de armazenadores térmicos, ao utilizarem correlações experimentais para o cálculo do coeficiente convectivo de transferência de calor.

Ainda nesta questão do uso de correlações, cita-se o trabalho de solidificação em uma região anular realizado por GONÇALVES (1996). Foram utilizadas correlações para a determinação dos coeficientes convectivos de transferência de calor para o fluido refrigerante que circulava no interior do tubo (correlação de Dittus e Boiler), o qual proporcionava a solidificação do material de mudança de fase, e para o fluido que circulava no espaço anular (correlação de Shah e London), o qual era resfriado.

Um estudo numérico sobre a solidificação de um material de mudança de fase na região anular de um cilindro vertical foi estudado por JESUS (1998). O principal objetivo do trabalho foi a determinação da posição da interface sólido-líquido ao longo do tempo até a completa solidificação, além da obtenção da distribuição de temperatura em ambas as fases, no fluido de transferência de calor e na parede interna do cilindro. A técnica numérica utilizada foi a de imobilização de fronteira, através das transformadas de Landau, que consiste em uma transformação das coordenadas de um sistema com domínio móvel resultando em um novo

sistema com domínio fixo. Neste trabalho foi feito o modelamento para o material de mudança de fase, para as fases sólida e líquida, para a parede do cilindro e para o fluido refrigerante. O método de volumes finitos foi utilizado para a discretização das equações do modelo, sendo o esquema implícito utilizado para o cálculo do campo de temperaturas, e o explícito para a posição da interface sólido-líquido. Os resultados foram comparados e validados com os trabalhos de SPARROW e HSU (1981), que utilizaram o método da imobilização de fronteira, SINHA e GUPTA (1982), único trabalho experimental utilizado para comparação, SASTRI *et al* (1990), que utilizaram o método da imobilização de fronteira totalmente implícito, CAO e FAGHRI (1991), que utilizaram o método entálpico e ZHANG e FAGHRI (1996), que utilizaram o método integral. Os resultados apresentaram concordância satisfatória com todos os trabalhos supramencionados.

SCALON (1998) descreve uma metodologia desenvolvida para a resolução de problemas de mudança de fase em presença da convecção natural, utilizando o método dos elementos finitos. É feita uma breve revisão dos métodos de solução e segundo o autor, sempre houve diversas controvérsias a respeito de qual tipo de metodologia é mais eficaz na resolução de problemas numéricos de mudança de fase. LACROIX e VOLLER (1990), citados pelo autor, resolveram um problema de mudança de fase utilizando duas maneiras de resolução:

- **malha transformada** – neste caso, o conjunto de equações diferenciais e suas condições de contorno é gerado em um sistema generalizado de coordenadas curvilíneas. Além disso, a fronteira móvel é imobilizada e as equações são resolvidas sobre uma malha retangular uniforme transformada, que permanece fixa no tempo e no espaço.

- **malha fixa** – uma malha fixa é diretamente aplicada no espaço real, sendo que as condições na interface são consideradas pela definição de termos fonte nas equações que governam o problema.

Os resultados foram totalmente validados através de comparações com trabalhos da literatura

VOLLER *et al* (1990) realizaram um estudo completo sobre as técnicas utilizando malhas fixas. Para isso, utilizaram um problema de mudança de fase unidimensional condutivo e obtiveram algumas formulações alternativas. A equação diferencial genérica que regia o problema era representada da forma abaixo:

$$c_p \frac{\partial \phi}{\partial t} = \nabla.(\alpha \nabla \phi) + S$$

Onde ϕ é a variável desconhecida, $\mathbf{c_p}$, o calor específico, α é o coeficiente de difusão térmica e **S** é o termo fonte. Os autores estudaram estes quatro parâmetros, os quais estão reproduzidos na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros destacados no trabalho de VOLLER *et al* (1990), com base na equação genérica: $c_p \frac{\partial \phi}{\partial t} = \nabla.(\alpha \nabla \phi) + S$

	ϕ	$\mathbf{c_p}$	α	**S**
Equação básica	H	1	0	$\nabla.(k \nabla T)$
Capacidade térmica aparente	T	$c_{vol} + \delta H \, df_l / dT$	k	0
Termo fonte	T	$\mathbf{c_{vol}}$	k	$-\delta H \, \partial f_l / \partial T$
Kirchhof 1	ψ	$c_{vol} + \delta H \, df_l / dT$	1	0
Kirchhof 2	ψ	c_{vol} / k	1	$-\delta H \, \partial f_l / \partial T$
Entalpia total	H	1	k / c_{vol}	$\nabla.(\Gamma \delta H \, \nabla f_l)$

Neste caso, o parâmetro **H** representa a entalpia volumétrica de mistura, **k** é a condutividade térmica da mistura e $\mathbf{c_{vol}}$ é o calor específico volumétrico da mistura, dados pelas seguintes expressões, respectivamente:

$$H = f_s H_s + f_l H_l$$

$$k = f_s k_s + f_l k_l$$

$$c_{p\,vol} = f_s \rho_s c_{p_s} + f_l \rho_l c_{p_l}$$

Os termos f_s e f_l, representam, respectivamente, as frações das fases sólida e líquida.

Ainda em relação à Tabela 1, quando a condutividade térmica é dependente da temperatura, poderá surgir dificuldades na discretização das equações. Tais dificuldades podem ser sanadas através da introdução da temperatura de Kirchhoff, ψ, definida como:

$$\psi = \int_{T_{ref}}^{T} k(\theta)\, d\theta$$

As equações diferenciais foram discretizadas por ambos os métodos: elementos finitos e volumes de controle, e a discretização do tempo foi baseada no esquema implícito. Com base em uma lista de pré-requisitos indispensáveis para um bom funcionamento do método numérico, os autores observaram que ambas as soluções numéricas apresentaram resultados satisfatórios.

ISMAIL *et al* (2000) modelaram numericamente a solidificação de um material ao redor de um tubo aletado, com a condição de Dirichlet. O modelo, baseado na transferência de calor apenas por condução, foi desenvolvido utilizando o método entálpico e as equações diferenciais aproximadas por diferenças finitas. Efeitos de variáveis como o número, material e espessura das aletas foram avaliados, e mostraram forte influência sobre o tempo total e taxa de solidificação.

2.4 – Tubos retos

São citados alguns trabalhos experimentais realizados na área de transferência de calor com mudança de fase em tubos retos. É feita também uma breve alusão aos efeitos da convecção natural, uma vez que sua presença pode reduzir a taxa de solidificação, (dependendo do número de Rayleigh), promovendo ainda uma modificação da microestrutura do sólido.

SPARROW *et al* (1979) realizaram alguns experimentos de solidificação da parafina n-eicosano ao redor de um tubo vertical, pela circulação de um fluido refrigerante no interior do tubo. Os experimentos foram realizados com o material de mudança de fase em ambos os estados de líquido: (a) superaquecido e (b) à temperatura de solidificação. No primeiro caso, uma drástica desaceleração no processo de solidificação era desencadeada, provocando convecção natural no

líquido. Na segunda condição, como a temperatura do líquido estava próxima à de mudança de fase, corroborando as predições da teoria, a camada solidificada aumentava de maneira mais contínua.

Em um outro trabalho, SPARROW *et al* (1981) realizaram experimentos de solidificação da parafina em um tubo vertical com aletas, cujo objetivo foi analisar a condução na fase sólida e a convecção natural na fase líquida. Também foram realizados experimentos comparativos com tubos não aletados. Foi observado que em presença da convecção natural, a interface iniciava-se conformando-se em uma superfície curva, sendo sua forma modificada com o decorrer do tempo. A espessura da camada solidificada aumentava rapidamente com o tempo nos períodos iniciais do processo, sendo que sua taxa de crescimento sofria uma diminuição à medida que o processo avançava e a convecção natural dominava o mecanismo de transferência de calor.

SPARROW e SOUZA MENDES (1982) estudaram os efeitos da presença da convecção natural sobre os coeficientes de transferência de calor. Esses foram determinados em experimentos de solidificação ao longo de um tubo vertical, dentro do qual foi alocada parafina líquida, mantida a uma temperatura superior `a de mudança de fase. SPARROW *et al* (1979), citados pelos autores, demonstraram que a presença da convecção natural na região líquida retardava o processo de solidificação sendo que, decorrido certo tempo, o processo tendia a atingir um estado estacionário, mesmo estando a temperatura da parede do tubo mais baixa que a de solidificação.

2.5 – Tubos curvos

Nos parágrafos subsequentes são apresentados alguns trabalhos relacionados aos tubos curvos. Apesar de não fazer parte do objetivo deste trabalho a resolução do campo de velocidades no interior de tubos curvos, é de extrema importância o conhecimento das características térmicas e hidrodinâmicas do escoamento no interior destes tubos, com a finalidade de compreender ou mesmo prever o comportamento da interface sólido-líquido durante o processo de solidificação. Baseado nisso, este item está subdividido no estudo do escoamento interno e, posteriormente, uma análise da transferência de calor neste escoamento.

2.5.1 – Escoamento interno

Estudos relacionados ao escoamento no interior de tubos curvos vêm despertando interesse desde o final do século XIX, apontando THOMSOM (1876,1877), *apud* JAYANTI (1990) como um dos pioneiros nesta área, onde estudou a transferência de partículas sólidas nas curvaturas internas e externas ao longo da curva de um rio, constatando a influência das forças centrífugas sobre o escoamento.

A partir dos estudos de Thomsom, vários outros foram desencadeados como os de EUSTICE (1910,1911), *apud* MORALES (2000) que realizou um dos primeiros estudos experimentais em tubos curvos, determinando as características da queda de pressão. Visualizou, por meio de traçadores coloridos, o movimento das linhas de corrente no escoamento da água no interior dos tubos e demonstrou a existência de um par de vórtices, o qual foi denominado escoamento secundário. A Figura 2.1 mostra, qualitativamente, um exemplo de escoamento secundário no interior de um canal de seção quadrada.

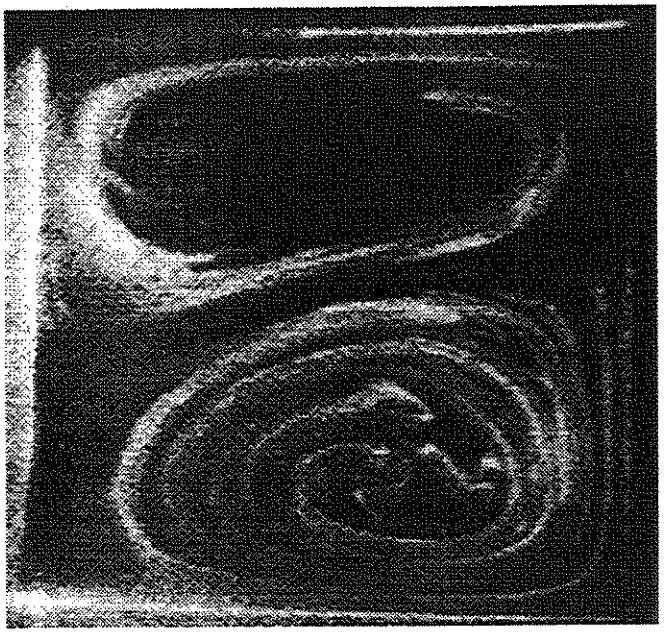

Figura 2.1 – Visualização do escoamento secundário em um canal de seção quadrada.
Fonte: MORALES (2000).

Posteriormente, DEAN (1927-1928) publicou notas sobre o desenvolvimento de um estudo teórico sobre escoamento em tubos curvos. Foi demonstrado que a redução na taxa de escoamento devido à curvatura depende apenas de uma variável simples, que mais tarde veio a ser conhecida como número de Dean, **De**, o qual exprime a magnitude do escoamento secundário. Além disso, desenvolveu uma aproximação, a qual é utilizada em vários trabalhos que envolvam a geometria em questão, denominada "aproximação para tubo reto", (*loose coil*). Esta consiste em considerar o raio de curvatura do tubo, **R**, suficientemente grande, de modo que este possa ser aproximado para um tubo reto.

WHITE (1929) realizou experimentos para altos Reynolds e verificou, ao contrário de EUSTICE (1910) que há uma velocidade crítica diferente para cada tubo curvo. Segundo MORALES (2000), foi o primeiro a determinar com precisão o fator de atrito.

TAYLOR (1929) utilizou traçadores coloridos para demonstrar que a velocidade crítica de fato corresponde à transição para a turbulência, sendo esta transição retardada em tubos curvos.

Estudos pioneiros relacionados à transferência de calor em tubos curvos foram realizados por HAUWES (1932), que determinou o perfil de temperaturas completamente desenvolvido em tubos curvos. Os resultados para a água mostraram perfis bem diferentes daqueles obtidos para tubos retos, além de que o coeficiente de transferência de calor local na parede da curvatura externa apresentou valores maiores que na curvatura interna.

ITO (1959) determinou correlações empíricas para calcular o fator de fricção em tubos curvos, concluindo que a razão de fricção entre tubos curvos e retos era função apenas do número de Dean.

ROGERS e MAYHEW (1964) determinaram experimentalmente o fator de fricção e o número de Nusselt em escoamento helicoidal para regime turbulento. Salientam o fato de existirem poucos trabalhos relacionados à determinação experimental do coeficiente de transferência de calor convectivo em helicóides, apesar da ampla aplicação de tal geometria na indústria. Além disso, ressaltaram o fato de que o escoamento secundário produz um aumento no

fator de fricção e no coeficiente de transferência de calor, quando comparados aos tubos retos em condições similares.

No trabalho de JITCHOTE e ROBERTSON (2000), que realizaram um estudo puramente teórico em tubos curvos, pode-se perfeitamente visualizar os vórtices duplos formados pelo escoamento secundário. O sistema de coordenadas utilizado pelos autores é mostrado na Figura 2.2.

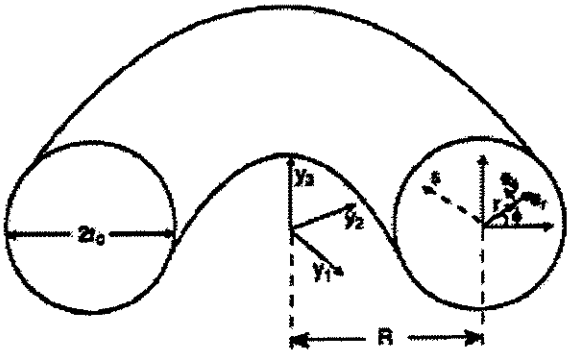

Figura 2.2 - Sistema de coordenadas estudado por JITCHOTE e ROBERTSON (2000).

2.5.2 – Transferência de calor no escoamento interno

SEBAN e McLAUGHLIN (1963) determinaram o coeficiente convectivo de transferência de calor para óleo, através da dissipação elétrica na parede do tubo e, com esta aproximação para a determinação do fluxo de calor, o coeficiente local de transferência foi obtido ao longo do comprimento da parede do tubo bem como na direção tangencial. Concluíram que a curvatura do tubo não torna o perfil da velocidade média mais parabólico que nos tubos retos, entretanto produz uma grande distorção na velocidade máxima próxima à parede externa da seção transversal, onde ocorre a transferência de calor máxima. Além disso, nas condições estudadas, observaram que o valor do coeficiente convectivo local de transferência de calor no lado externo do tubo (neste caso, o termo "lado externo" significa o lado do tubo curvo mais distante do centro do mesmo) foi 4 vezes maior que o valor relativo ao lado interno. Correlações para os regimes laminar e turbulento foram obtidas.

KUBAIR e KULOOR (1966) explicam a diferença entre tubos em espiral e tubos helicoidais. Enquanto aqueles possuem razão de curvatura variável ao longo do comprimento de acordo com um ponto fixo, estes apresentam razão de curvatura constante com passo considerável. Para estudar a queda de pressão e transferência de calor em um escoamento laminar de glicerol, realizaram experimentos em diversos tipos de helicóides e espirais.

No trabalho de MORI e NAKAYAMA (1967) foi estudada teórica e experimentalmente a transferência de calor em tubos curvos para escoamentos completamente desenvolvidos, tanto laminar quanto turbulento. Salientaram a conclusão de SEBAN e McLAUGHLIN (1963) em relação à região do comprimento de entrada a qual é bem menor em tubos curvos que nos retos. Além disso, a influência da entrada do tubo pode ser desprezada caso seja um tubo em espiral longo. Propuseram a seguinte correlação para o número de Nusselt em regime laminar em tubos curvos:

$$Nu_i = \frac{0{,}864}{\zeta}\sqrt{De}\left(1 + 2{,}35\sqrt{De}\right)$$

onde

$$De = \mathrm{Re}_i \sqrt{\frac{D_i}{D_c}}$$

$$\zeta = \frac{2}{11}\left[1 + \sqrt{\left(1 + \frac{77}{4\,\mathrm{Pr}_i^2}\right)}\right], \text{ para } \mathrm{Pr_i} \geq 1$$

$$\zeta = \frac{1}{5}\left[2 + \sqrt{\frac{10}{\mathrm{Pr}_i} - 1}\right], \quad \text{para } \mathrm{Pr_i} \leq 1$$

OZISIK e TOPAKOGLU (1968) estudaram a transferência de calor em regime laminar para tubos curvos. A temperatura ao longo de qualquer seção transversal periférica, o fluxo de calor médio no tubo e a geração interna de calor foram assumidos uniformes. Os resultados

mostraram que a transferência de calor em tubos curvos depende de três parâmetros independentes: (a) número de Reynolds; (b) número de Prandtl e (c) raio de curvatura do tubo.

Um completo estudo teórico sobre a transferência de calor em tubos curvos para campos de velocidade e temperatura completamente desenvolvidos foi desenvolvido por KALB e SEADER (1972,1974). O primeiro apresentava a condição de fluxo de calor na parede axialmente uniforme; o segundo, temperatura na parede perifericamente uniforme. O sistema de coordenadas utilizado em ambos os casos foi o toroidal e o problema, resolvido aproximando as equações por diferenças finitas. O trabalho de KALB e SEADER (1972) é um dos únicos que tratam explicita e elucidativamente a determinação do número de Nusselt periférico para as curvaturas interna e externa do tubo, isto é, fazendo uma varredura nesta direção. Tanto que seu modelamento e resultados são utilizados e citados em vários trabalhos da área, SHAH e JOSHI (1987), JANSSEN e HOOGENDOORN (1978), YANG e EBADIAN (1993) YANG e EBADIAN (1994), YANG e CHANG (1994), YANG *et al* (1995), e MICARONI NETO (1996).

PATANKAR *et al* (1974) estudaram o escoamento laminar parabólico em tubos helicoidais em três dimensões, para longos raios de curvatura e na região em desenvolvimento hidrodinâmico e térmico. Segundo eles, apesar de ser extensa a literatura relativa aos tubos curvos, a maioria delas restringe-se ao escoamento completamente desenvolvido, onde tanto o escoamento fluido quanto a transferência de calor permanecem constantes de uma seção para outra. Consequentemente, são poucas as publicações que investigam a região de desenvolvimento do escoamento e do campo de temperaturas. O modelamento matemático foi desenvolvido em coordenadas polares e o escoamento tratado como parabólico. Os resultados obtidos foram comparados com dados experimentais e teóricos obtidos por Adler (1934), ITO (1970), MORI e NAKAYAMA (1965), AUSTIN (1971), AKIYAMA e CHENG (1971) e DRAVID (1971), citados pelos autores.

Em relação ao campo de velocidades, obteve-se boa concordância, mesmo com o perfil comparado não ter sido totalmente parabólico. O efeito do número de Dean sobre a temperatura mostrou que o aumento deste provocou um deslocamento do perfil de temperatura em direção às paredes.

JANSSEN e HOOGENDOORN (1978) confirmam a importância do estudo de escoamento em tubos curvos, bem como o fato de que o escoamento secundário (dois vórtices perpendiculares à direção axial) aumenta a transferência de calor e massa quando comparado aos tubos retos em condições similares. Realizaram um estudo experimental e numérico com o objetivo de analisar a transferência de calor em tubos curvos. Os experimentos foram feitos para várias razões diâmetro do tubo/diâmetro da serpentina, números de Prandtl e Reynolds, bem como para duas condições de contorno: fluxo de calor médio perifericamente uniforme e temperatura na parede constante, sendo obtidas algumas correlações. Além disso, foram classificadas três regiões distintas: (a) região de baixos números de Dean (De< 17), onde as forças inerciais são desprezíveis; (b) região de números de Dean intermediários (17 < De< 100), onde as forças de inércia estão em equilíbrio com as viscosas e (c) região de altos número de Dean (De > 100), onde apenas próximo às paredes do tubo prevalecem as forças viscosas.

Segundo BURMEISTER (1983), em tubos curvos desencadeia-se o escoamento secundário porque as partículas fluidas próximas ao eixo do tubo possuem uma alta velocidade. Neste caso, são empurradas por uma grande força centrífuga de modo mais intenso do que o são as partículas mais lentas, próximas às paredes do tubo. O escoamento secundário resultante é direcionado para fora no centro e para dentro (em direção ao centro de curvatura do tubo) perto das paredes. Além disso, a curvatura exerce significativa influência sobre a queda de pressão mais intensamente no regime laminar que no turbulento.

JAYANTI (1990) realizou uma minuciosa revisão de trabalhos relacionados aos tubos curvos. Uma questão interessante levantada pelo autor consiste em um paradoxo que, aparentemente, ainda permanece insolúvel no estudo dos tubos curvos. Vários autores, como BARUA (1963), citado pelo autor, e MORI e NAKAYAMA(1965), que utilizando aproximações de camada limite para resolver as equações de Navier-Stokes, chegaram à conclusão de que a razão dos fatores de fricção entre tubos curvos e retos varia com a raiz quadrada do número de Dean. Por outro lado, VAN DYKE (1978), citado pelo autor, estendendo a análise teórica do próprio Dean, encontrou que tal razão variava com a raiz quarta do número de Dean. Outra questão diz respeito ao fenômeno da bifurcação do escoamento em tubos curvos. Normalmente, o escoamento secundário consiste em dois vórtices simétricos. Porém, para alguns valores do

número de Dean pode ocorrer a formação de um ou dois pares a mais destes vórtices próximos à parede externa do tubo curvo. Apesar de vários estudos, concluiu que a natureza quantitativa e qualitativa deste tipo de escoamento ainda não está totalmente descrita e entendida.

Como já mencionado, o escoamento secundário que se forma em um tubo curvo é devido à força induzida pela curvatura do tubo e que a velocidade axial máxima parte do centro do tubo em direção às paredes. Como a força centrífuga é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade axial e inversamente proporcional ao raio de curvatura do tubo, o aumento do número de Reynolds produziria um aumento na força centrífuga. Além disso, em condições específicas, o efeito daquele parâmetro poderia ser maior que da razão de curvatura. Baseado nesta teoria, YANG e CHANG (1993) realizaram um estudo numérico da transferência de calor em regime laminar para tubos curvos com diferentes números de Dean, analisando os efeitos dos raios de curvatura, da razão de fricção, do número de Reynolds e do número de Prandtl e chegaram à conclusões semelhantes às obtidas por OZISIK e TOPAKOGLU (1968). O problema considerado pelos autores consistiu em um estudo do escoamento completamente desenvolvido em um tubo curvo uniformemente aquecido na direção axial com as forças de flutuação desprezadas, sendo a pressão e o gradiente de temperaturas constantes ao longo da direção principal do escoamento. A temperatura da parede era mantida constante em uma seção transversal e variável na axial.

Concluíram que o valor da velocidade axial máxima afasta-se do centro do tubo tanto com o aumento do número de Reynolds (na faixa de Re estudada de 1 a 2000) quanto da razão de curvatura do tubo. Porém, se esta razão aumenta até um determinado valor, a velocidade axial máxima retorna ao centro do tubo. Isto pode ser explicado porque, quando a razão de curvatura for muito grande, o aumento nas perdas de fricção reduz a velocidade axial, com conseqüente redução das forças centrífugas.

Em relação ao campo de temperaturas, os efeitos de Reynolds e da razão de curvatura são similares àqueles relativos ao perfil de velocidade axial. O efeito do número de Prandtl é similar ao de Re, à exceção apenas que, à medida que Pr aumenta, a temperatura diminui significativamente.

Concluíram ainda que o escoamento secundário induzido pela curvatura do tubo provocou um aumento na taxa de transferência de calor apesar de que esta, não necessariamente aumentou com o aumento da razão de curvatura, podendo até mesmo sofrer uma diminuição quando os valores de Reynolds forem muito baixos.

Um estudo analítico da convecção forçada em tubos curvos foi feita por QUARESMA e COTTA (1994). O escoamento completamente desenvolvido de um fluido newtoniano na direção axial poderia ser laminar ou turbulento, mas a distribuição de temperatura estava em desenvolvimento a partir da entrada do tubo. Foram desprezadas a condução axial no fluido, a dissipação viscosa e os efeitos de convecção livre. Os resultados numéricos para variação do fluxo de calor na parede incluíram a temperatura média e números de Nusselt local médio.

ACHARYA *et al* (1994) estudaram correlações para números de Nusselt em tubos curvos. Em tubos retos, o número de Nusselt médio periférico tem seu valor máximo na entrada do tubo, decrescendo monotonicamente na direção do escoamento, tendendo a um valor completamente desenvolvido. Por outro lado, em tubos curvos, o número de Nusselt sofre oscilações espaciais antes de ajustar-se ao valor completamente desenvolvido. Este estudo foi realizado com o objetivo de investigar as causas deste comportamento não monotônico do número de Nusselt médio periférico nos tubos curvos. Foi observado que, para pequenas distâncias próximas à entrada, a variação do número de Nusselt no sentido axial podia ser comparada com tubos retos; além disso, para fluidos com números de Prandtl maiores que a unidade, ocorrem maiores oscilações do número de Nusselt periférico antes que o valor completamente desenvolvido seja atingido.

YANG e EBADIAN (1994) resolveram analiticamente um problema de transferência de calor laminar e convectiva em um tubo helicoidal. Neste trabalho descrevem as diferenças entre tubos helicoidais e toroidais, sendo que os primeiros apresentam um passo considerável, e nestes o passo é desprezível. As equação da continuidade e da quantidade de movimento nas direções radial, axial e tangencial foram resolvidas desacopladamente da equação da energia podendo tal solução ser encontrada em EBADIAN (1993), citado pelos autores. Uma expressão para a determinação do número de Nusselt tangencial foi determinada, sendo analisado o efeito da torção

(força rotacional devido ao passo do tubo helicoidal) sobre ele. Também foi estudado o caso em que a torção é nula, e neste caso o tubo passa a ser um toróide.

2.5.3 – Mudança de fase no interior do tubo

O processo de solidificação da água no interior de um tubo horizontal, em um escoamento turbulento foi estudado por THOMASON *et al* (1978), em um trabalho analítico-experimental. O escoamento na entrada foi assumido hidrodinamicamente desenvolvido e temperatura uniforme maior que a temperatura de mudança de fase. Em relação a parte experimental, foi utilizado o metanol como fluido refrigerante para resfriar a parede do tubo. Os resultados obtidos foram comparados com a literatura.

Outro trabalho experimental da solidificação interna da água, foi realizado por GILPIN (1979), que visualizou o fenômeno através do escoamento da água ao longo de um tubo reto vertical. O fluido refrigerante utilizado foi uma solução aquosa de metanol.

OIWAKE e INABA (1986) estudaram experimentalmente o processo de solidificação da água escoando no interior de tubos em "U". O principal objetivo do trabalho foi avaliar o problema da fratura de tubulações, ocasionada pelo congelamento da água no interior destas, em países de clima frio. Os experimentos foram realizados sob várias condições térmicas e geométricas e as condições de tempo e temperaturas necessários para o congelamento total da água, com conseqüente obstrução do escoamento, foram determinadas.

BRAUN e BEER (1995) estudaram experimental e teoricamente a solidificação da água no interior de um canal curvo de seção quadrada em regime turbulento. Apesar de não ser esta a geometria de interesse do presente trabalho, informações importantes foram obtidas a partir das observações experimentais realizadas pelos autores. Notaram que a camada de gelo ao longo da direção periférica não apresentava conformação simétrica, devido às diferentes características do escoamento nas curvaturas externa e interna do canal (denominadas pelos autores de parede convexa e côncava).

HO *et al* (1995), em um trabalho de trocador de calor em espiral, citam que não há correlações disponíveis na literatura para avaliar o coeficiente de transferência de calor em tubos nesta geometria. Em decorrência disso, utilizaram as correlações empíricas propostas por MORI e NAKAYAMA (1967) para regime laminar, e ROGERS e MAYHEW (1966) para regime turbulento.

2.6 - Determinação do comprimento de entrada em tubos curvos

Assim como nos tubos retos, também é necessário um comprimento de entrada tal que garanta um escoamento completamente desenvolvido nos tubos curvos.

AUSTIN (1971) *apud* BERGER e TALBOT (1983), determinou a distância axial mínima em tubos curvos para que o regime completamente desenvolvido seja atingido. Esta distância foi considerada suficiente para que se desenvolvesse o escoamento de Poiseuille. A correlação reportada pelo autor foi obtida em termos da distância angular requerida, θ_D:

$$\theta_D = 49\,(\mathrm{De}\,\delta)^{1/3} \text{ (graus)}$$

sendo:

De – número de Dean

δ - razão de curvatura do tubo

MATSSON e ALFREDSSON (1992), em um trabalho experimental determinaram que o comprimento reto de entrada seria 40 vezes o diâmetro do tubo, comprimento este suficiente para que o perfil parabólico de velocidades fosse atingido para números de Reynolds maiores que 1000.

Analogamente, BARA *et al* (1992) determinaram a seguinte correlação para determinar o comprimento de entrada necessário para estabelecer o regime completamente desenvolvido:

$$\frac{L}{d} = 0{,}09\,\mathrm{Re}$$

sendo:

L – comprimento de entrada

d – diâmetro do tubo

A Figura 2.3 ilustra os dois últimos casos.

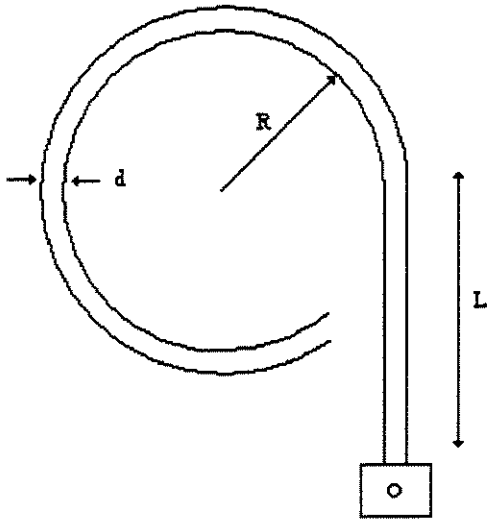

Figura 2.3 – Figura ilustrativa do comprimento de entrada reto.

Capítulo 3

Procedimento Experimental

3.1 - Introdução

Este capítulo é devotado à descrição do procedimento experimental do presente trabalho, e consiste no detalhamento da montagem do sistema, procedimento e dificuldades encontradas.

A montagem experimental foi construída para estudar o processo de solidificação da água ao redor de tubos curvos com vários raios de curvatura, e analisar a influência de diferentes fatores: temperatura de entrada do fluido refrigerante secundário e número de Dean $\left[\frac{\mathrm{Re}}{\sqrt{R/r}}\right]$ sobre a espessura da camada de gelo. Os fluidos de transferência de calor utilizados no sistema foram o monoclorodifluormetano (R-22) como refrigerante primário, e etanol como refrigerante secundário. É importante salientar que o termo "tubo curvo", neste trabalho, tem a conotação de um tubo em forma de "U", não cabendo, neste caso, ser denominado "toróide" propriamente dito. Tal elucidação faz-se necessária, uma vez que a geometria curva pode subdividir-se em helicóides, espirais, toróides, tubo em "U" e cotovelos (*bends*). JAYANTI (1990) descreve meticulosamente estas classificações.

A montagem foi, na sua totalidade, construída no Laboratório de Armazenamento Térmico e Tubos de Calor da Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP.

3.2 – Descrição do Sistema Experimental

O sistema experimental mostrado na Figura 3.1 é constituído por:

- uma seção de testes onde é acondicionado o material de mudança de fase e dispostos os tubos curvos
- uma unidade de refrigeração à base de R-22 para resfriar o etanol
- uma unidade de refrigeração à base de R-22 para resfriar a água
- um reservatório para o fluido refrigerante secundário
- um reservatório duplo de água refrigerada

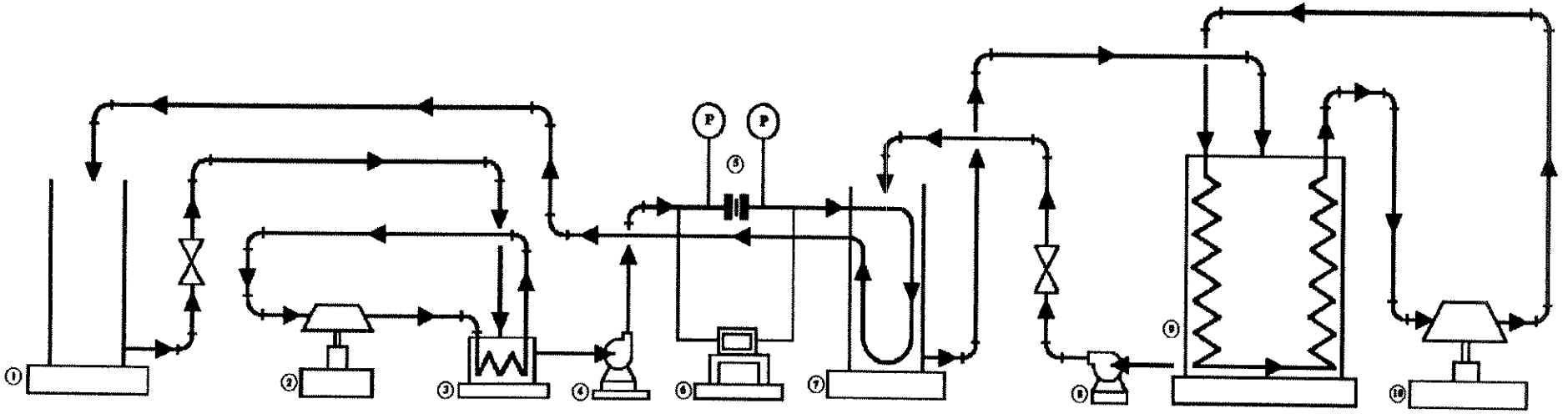

Figura 3.1 – Desenho esquemático do aparato experimental.

Legenda:

1 – tanque armazenador (etanol)

2 – unidade de refrigeração do fluido secundário

3 – trocador de calor

4 – bomba centrífuga (etanol)

5 – sistema de medição de vazão

6 – sistema de aquisição de dados

7 – seção de testes

8 – bomba centrífuga (água resfriada)

9 – tanque armazenador de água resfriada (evaporador)

10 – unidade de refrigeração (água)

A seção de testes consiste em um tanque de seção quadrada com capacidade de 0,125 m^3 (125 litros) fabricado com chapas de acrílico transparente. Em um ponto na superficie inferior do tanque foi acoplada uma tubulação para o abastecimento deste com água resfriada a temperatura próxima à de mudança de fase. Na superficie oposta, uma tubulação para descarga foi colocada com o objetivo de retornar a água para o reservatório. Seis orificios foram dispostos retilineamente ao longo da parede do tanque para possibilitar a substituição dos tubos curvos, de acordo com cada raio de curvatura. Os tubos eram de cobre com diâmetros interno de 0,01063 m e externo 0,0127 m (pol).

A unidade de refrigeração consiste em um ciclo de refrigeração básico, isto é, o compressor aspira o fluido refrigerante a baixa pressão no estado gasoso (R-22) e o impulsiona para o condensador. A partir deste ponto, o fluido a alta pressão já no estado líquido sofre uma queda de pressão ao passar por um periférico de estrangulamento (válvula de expansão) e muda de fase no evaporador. Essa mudança de fase consiste na vaporização do líquido ao trocar calor em contracorrente com o etanol, o qual escoa a uma temperatura mais alta. O ciclo composto pelos processos compressão-condensação e expansão-vaporização se repete sucessivamente até o final do experimento.

O reservatório do fluido refrigerante secundário consiste em um tanque cilíndrico de aço totalmente isolado com isopor. Tem por finalidade receptar o etanol aquecido proveniente da seção de testes e bombeá-lo de volta ao evaporador a fim de ser novamente resfriado.

Neste ponto cabe definir as denominações para os fluidos refrigerantes "primário" e "secundário", que segundo STOECKER (1985), aqueles são usados em sistemas de compressão de vapor, enquanto estes, geralmente líquidos, são usados para transportar energia térmica à baixa temperatura de um local para outro. A Tabela 3.1 apresenta algumas propriedades (a 20 °C) dos fluidos refrigerantes utilizados.

Tabela 3.1 – Propriedades físicas dos fluidos refrigerantes R-22* e etanol.

	R-22	**Etanol**
Temperatura de ebulição (°C)		78,4
Temperatura de solidificação (°C)	-40	-112
Massa específica (kg/m^3)	1200	790
Condutividade térmica (W/m K)	0,090	0,176
Viscosidade cinemática (mPa.s)	0,206	1,40

* Líquido saturado

Fonte: ANELLI (1995), STOECKER (1985), PERRY & CHILTON (1985).

Dois reservatórios de água refrigerada dispostos em série foram necessários com o objetivo de prover a água na temperatura desejada para a realização dos testes, neste caso, aproximadamente 0 °C. A necessidade de dois tanques justifica-se pelo fato de que não foi possível abaixar suficientemente a temperatura da água com apenas uma unidade deste. O primeiro consiste em um tanque de seção retangular isolado com capacidade média de 0,5 m^3 (500 l), dentro do qual está disposto um evaporador. A partir de uma certa quantidade de gelo formada, produz-se a quantidade de água resfriada necessária para o abastecimento da seção de testes. Esta quantidade de água parte do reservatório a uma temperatura média de 3 °C, e é bombeada para o segundo reservatório. Este último, também provido de um evaporador, tem a finalidade de reduzir mais a temperatura da água, até um valor o mais próximo possível de 0 °C.

3.3 - Medidas realizadas

As medidas realizadas durante os experimentos foram:

- medida da temperatura do fluido secundário na entrada e na saída do tubo (seção de testes)
- medida das temperaturas na superfície do tubo nas curvaturas interna, externa e na região superior sendo os termopares conectados em uma mesma seção do tubo
- medida da temperatura da água no estado líquido nos espaços interno e externo do tubo
- medida da espessura da camada de gelo formada nas regiões interna e externa do tubo
- medida da vazão do fluido refrigerante secundário

3.3.1 – Temperaturas

Todas as medidas das temperaturas do sistema foram realizadas utilizando termopares do tipo T, previamente calibrados e conectados em um sistema de aquisição de dados da marca *LYNX*, o qual é mostrado na Figura 3.3. O sistema apresentava os valores das temperaturas diretamente na unidade desejada, Celsius, sem a necessidade de quaisquer conversões adicionais.

De modo análogo, a medida da temperatura do material de mudança de fase foi determinada imergindo quatro termopares em pontos diferentes na água líquida, para o obtenção de um valor médio.

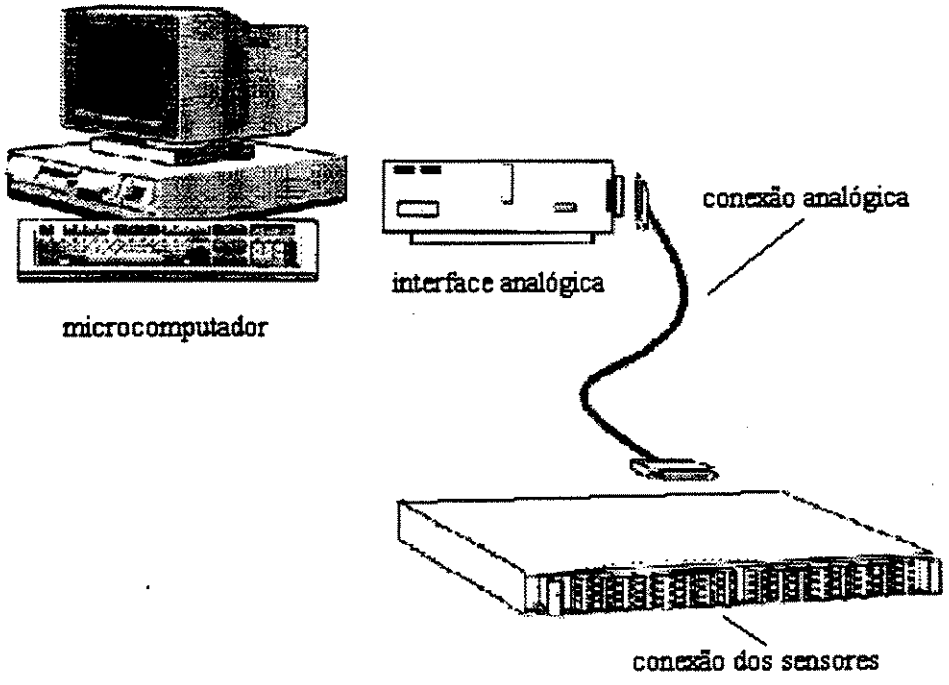

Figura 3.3 - Esquema do sistema de aquisição de dados.

3.3.2 - Espessura de gelo

A espessura da camada de gelo formada ao redor do tubo foi determinada opticamente. Uma câmara de vídeo da marca SAMSUNG com *zoom* de 320 x foi fixada verticalmente na seção de testes e as imagens foram obtidas através de um programa de captura de imagens *webcam*. Por

meio de uma escala conhecida acoplada no tubo, eram obtidas as imagens (fotografias) da evolução da camada de gelo em intervalos regulares e pré-determinados de tempo, as quais eram armazenadas pelo computador em um arquivo do tipo JPG. Terminado o experimento, cada imagem era digitalizada através de um programa denominado *Digitize-Pro*, versão 2.2, o qual fornecia os valores reais da espessura da camada de gelo para cada intervalo de tempo, tendo como padrão a escala conhecida.

3.3.3 - Vazão do fluido secundário

A vazão do fluido secundário foi determinada por meio de uma placa de orifício. As medidas das quedas de pressão na placa foram determinadas através de um transdutor de pressão diferencial com uma faixa de 20 a 750 mmca, conectado em um sistema de aquisição de dados. Esse sistema consistia em um microcomputador do tipo *PC* anexado em uma interface de conversão analógico-digital *Ômega WB-FAI-B8*, composta por oito canais diferenciais. Tanto a placa de orifício quanto o transdutor de pressão foram previamente calibrados. A partir desta calibração, os sinais de corrente fornecidos pelo sistema de aquisição de dados eram convertidos em ΔP e posteriormente, em vazão volumétrica.

Calibração da Placa de Orifício

A placa de orifício foi calibrada coletando o volume de etanol durante um determinado intervalo de tempo, sendo que para cada valor de vazão obtinha-se um valor correspondente da perda de pressão. Foram realizadas várias medidas com valores diferentes de vazão para a construção da curva de calibração, além de que, para cada uma delas, eram feitas repetições objetivando a estimativa da incerteza (ver Apêndice A). A curva de calibração da placa de orifício está apresentada no Apêndice B.

Calibração do Transdutor de Pressão

A calibração do transdutor de pressão foi feita baseada no procedimento descrito em BORGES (1997), e consistiu em conectar duas mangueiras plásticas nos lados de baixa e alta

pressão do transdutor, mantendo-as no sentido vertical. Posteriormente eram completas com uma certa quantidade de água, de modo que ambos os meniscos permanecessem fixos e alinhados. Neste ponto, o parafuso de ajuste do zero localizado na parte inferior do trandustor, era girado até que o valor da corrente indicado no computador fosse aproximadamente 4 mA, que corresponde ao zero da escala. Para calibrar o fundo da escala, adicionava-se mais água na mangueira do lado de alta pressão até a altura desejada, e nivelados os meniscos, girava-se novamente o parafuso até atingir a leitura de aproximadamente 20 mA. Conhecidas as pressões correspondentes a cada valor de corrente, obteve-se a equação de calibração do transdutor, mostrada no Apêndice B.

3.3.4 – Medida da massa solidificada

Como não foi possível, nas condições operacionais disponíveis, determinar experimentalmente a massa solidificada, foi feita uma estimativa do volume com base no raio médio solidificado e no comprimento axial do tubo. Cabe salientar que este foi um cálculo aproximado.

3.4 - Metodologia

Os experimentos foram realizados de acordo com a metodologia descrita a seguir.

Para a realização de uma série de experimentos, era necessário ligar a unidade de refrigeração conectada ao primeiro reservatório de água no dia anterior aos testes, para que fosse produzida quantidade de água resfriada suficiente. Tal procedimento era necessário pois o sistema levava aproximadamente 10 horas para produzir quantidade suficiente de gelo ao redor do evaporador e, consequentemente, resfriar a água. Como a capacidade deste reservatório para armazenar e manter a água a baixa temperaturas era bastante satisfatória, não foi necessário este procedimento nos experimentos subsequentes. A partir daí a água era bombeada para o segundo reservatório.

Paralelamente ao procedimento supramencionado, a unidade de refrigeração de etanol era ligada para que sua temperatura fosse reduzida até o valor desejado, bem como atingisse o estado

estacionário. Ajustadas a vazão de trabalho e a temperatura desejadas, o etanol era bombeado para a seção de testes.

Atingido o regime permanente na circulação do etanol e com a seção de testes completada com água na temperatura em torno do valor de mudança de fase, dava-se início ao teste.

3.5 - Descrição do procedimento experimental

Como já foi descrito, o problema consiste na solidificação externa de uma substância ao redor de um tubo curvo no interior do qual circula um fluido refrigerante. A solidificação processava-se da seguinte maneira: o fluido refrigerante secundário a uma temperatura especificada era bombeado para o interior do tubo (seção de testes), subtraindo calor do material de mudança de fase no estado líquido. Consequentemente, esse fluxo de calor proveniente do material de mudança de fase induzia um aumento da temperatura do fluido refrigerante, o qual retornando ao reservatório, troca calor com o fluido refrigerante primário e retorna à seção de testes para completar o ciclo. Nos instantes iniciais do processo, como a formação da camada de gelo era muito rápida, as imagens eram capturadas em pequenos intervalos de tempo (5 minutos). À medida que o tempo passava e o processo tornava-se mais lento, o intervalo das capturas eram gradualmente espaçados. Cada teste levava, em média, 8 horas. Esse procedimento foi realizado para os cinco tubos com diferentes raios de curvatura.

Foi realizado um total de 60 testes, sendo que a grade experimental, apresentada na Tabela 3.1, foi montada baseada na literatura e após um estudo minucioso da transferência de calor em tubos curvos, principalmente a influência do raio de curvatura.

Tabela 3.1 – Faixa de valores das variáveis utilizada para a realização dos experimentos.

Variável	Faixa de operação
Temperatura do fluido secundário na entrada do tubo (°C)	-5 a-20
Raio de curvatura (cm)	3,9 a 15,5
Número de Reynolds $\left(\frac{\rho d v}{\mu}\right)$	Regime laminar (500 a 1500)
Número de Dean $\left(\mathrm{Re}\left(\frac{R}{r}\right)^{-1/2}\right)$	89,44 a 536,24

Isto foi necessário pois a descrição e o conhecimento do escoamento no interior destes tubos bem como a transferência de calor são pontos preponderantes na formação do gelo, em especial na direção periférica devido ao escoamento secundário. No Apêndice C são apresentadas tabelas completas das variáveis utilizadas.

Após o término do conjunto de experimentos com determinado raio de curvatura, o tubo era substituído até completar a grade de testes.

3.5 – Dificuldades encontradas

Uma vez realizado um processo de montagem e execução de um trabalho experimental, é inerente a ele a presença de algumas dificuldades, as quais considerou-se conveniente citá-las.

- Estabelecer o regime permanente para a temperatura de entrada do fluido refrigerante secundário, pois o tipo de válvula para o controle da vazão do refrigerante primário (válvula pressostática) não possibilitava uma resposta rápida. Neste caso, o regime permanente era obtido aguardando-se um intervalo de tempo que variava de 60 a 90 minutos.

- Como conseqüência direta do item supramencionado, também houve dificuldade em manter-se constantes os valores de temperatura acima de -20 °C. Isto foi solucionado com a

construção de um *by pass*, para o qual era desviada determinada quantidade de R-22 com a finalidade de diminuir (ou controlar) a temperatura do etanol para a seção de testes.

- Presença de ruídos os quais influenciavam os valores das temperaturas fornecidas pelo sistema de aquisição de dados, provocando oscilações. Tal problema foi solucionado por intermédio da utilização de tomadas estabilizadas juntamente com a colocação de um fio-terra no sistema.

- Fundir a massa de gelo formada (principalmente quando o experimento era realizado com valores baixos de temperatura), a fim de preparar a seção de testes para o experimento subsequente. Neste caso, a solução encontrada foi adicionar água na massa solidificada, no mínimo à temperatura ambiente.

- Fixar os termopares na parede do tubo, uma vez que não poderia haver uma liga de solda. A solução foi realizar uma pequena cavidade nos pontos da superfície do tubo onde seriam feitas as medidas de temperatura, com o objetivo de proporcionar um ajuste ótimo aos termopares. Além disso, tal procedimento incrementou a superfície de contato termopar-tubo.

- Terminado o teste em questão, durante o processo de fusão do gelo os termopares desconectavam-se da parede do tubo, isto é, eram "arrancados" devido ao peso do gelo. Com isso fazia-se necessário desconectar o tubo da seção de testes, colar novamente os termopares e aguardar aproximadamente 24 horas para reiniciar os experimentos, demandando muito tempo. O problema foi solucionado colocando um apoio entre o tubo com gelo e o fundo do tanque.

3.6 – Trabalhos preliminares

Neste item é salientado o fato de que, antes de iniciar os testes com tubos curvos, que era o objetivo deste trabalho, a mesma seção de testes foi utilizada para a realização do estudo da solidificação da água ao redor de um tubo reto. Também foi estudada a influência da temperatura de entrada do fluido refrigerante secundário e do número de Reynolds, além de que, neste caso,

foi analisada ainda a influência da temperatura inicial da água líquida sobre a espessura da camada solidificada.

Foram realizados um total de 25 experimentos cujos resultados foram comparados com os dados numéricos obtidos por JESUS (1998). Este trabalho resultou em um artigo apresentado e publicado nos anais do ENCIT – Encontro Nacional de Ciências Térmicas, em 2000, podendo ser encontrado no Anexo bem como em BENTA *et al* (2000).

Capítulo 4

Análise Matemática

4.1 – Introdução

Para a análise e resolução de um problema físico, é necessário um desenvolvimento prévio do modelo matemático correspondente. Em conseqüência disso, tal modelo matemático só terá validade se, precisamente, representar de maneira satisfatória o fenômeno físico a ser estudado, dentro das hipóteses adotadas.

Baseado nisso, este capítulo tem por objetivo apresentar o modelamento matemático do problema, que consiste em propor as equações de conservação, condições de contorno, hipóteses e simplificações que irão representar o processo de solidificação ao redor de tubos curvos. Como a fase líquida encontra-se à temperatura de mudança de fase durante todo o processo, o presente modelo foi desenvolvido para o domínio sólido, e o mecanismo de transferência de calor é a condução pura. Neste caso, todo o fluxo de calor liberado pela fase líquida é utilizado para a solidificação.

Além disso, é feita a implementação da técnica de imobilização da fronteira móvel através da transformação de coordenadas, procedimento este que permite contornar as dificuldades relacionadas à mobilidade da interface sólido-líquido. Apesar do novo domínio transformado impor a inconveniência de gerar equações mais complexas que as primitivas, tal

complexidade deixa de ser relevante em comparação à dificuldade imposta pela interface móvel. Como em qualquer problema que envolva mudança de fase, neste caso o principal objetivo é o estudo do comportamento da frente de solidificação em função do tempo, bem como a obtenção dos perfis de temperatura a partir da superfície externa do tubo.

Devido ao fato de não fazer parte dos objetivos do presente trabalho a resolução do escoamento no interior do tubo, mas apenas sua influência sobre a formação da camada solidificada, o modelamento matemático consistiu nas equações da conservação da energia juntamente com suas condições de contorno, e do balanço de energia na interface sólido-líquido, que na verdade é uma das condições de contorno que caracteriza o processo de mudança de fase.

4.2 – Modelo físico

O modelo físico do problema está apresentado na figura 4.1.

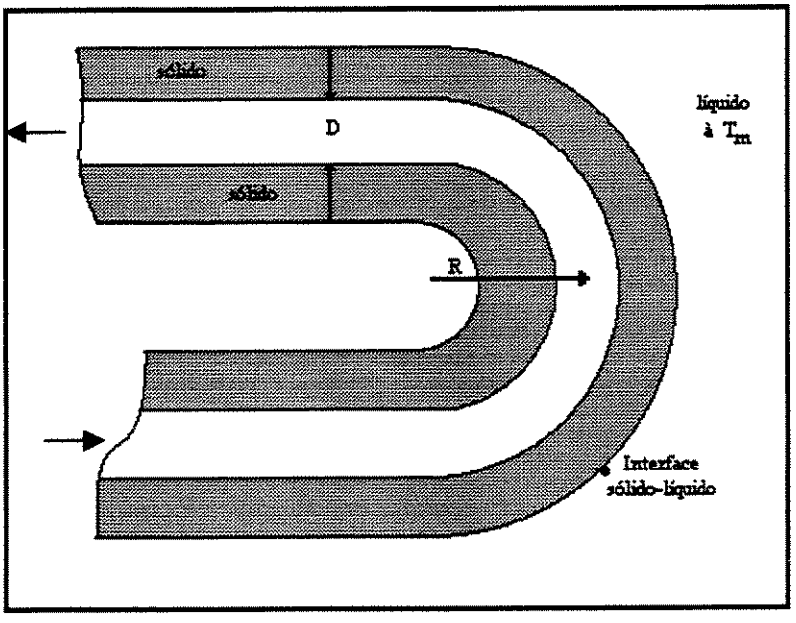

Figura 4.1 – Desenho esquemático do modelo físico.

O modelo físico consiste no processo de solidificação do material de mudança de fase ao redor de um tubo curvo. O tubo encontra-se totalmente imerso no material de mudança de

fase, à temperatura de solidificação. O fluido de transferência de calor secundário, ao circular axialmente no interior do tubo, absorve calor do material de mudança de fase na fase líquida, sendo que todo o fluxo de calor proveniente desta é direcionado à mudança de fase. No início do processo, a velocidade de formação da camada é alta e diminui com o tempo, tendendo a valores progressivamente mais baixos.

4.3 – Formulação matemática

Existem várias maneiras de abordar a modelagem matemática em um tubo curvo. Alguns autores propõem tanto o modelamento quanto a resolução desses problemas utilizando o sistema de coordenadas toroidais, (r,θ,φ), sendo **r** a coordenada na direção radial, θ na direção tangencial (também denominada direção periférica ou circunferencial) e φ na direção axial. A figura 4.2 esquematiza este sistema de coordenadas.

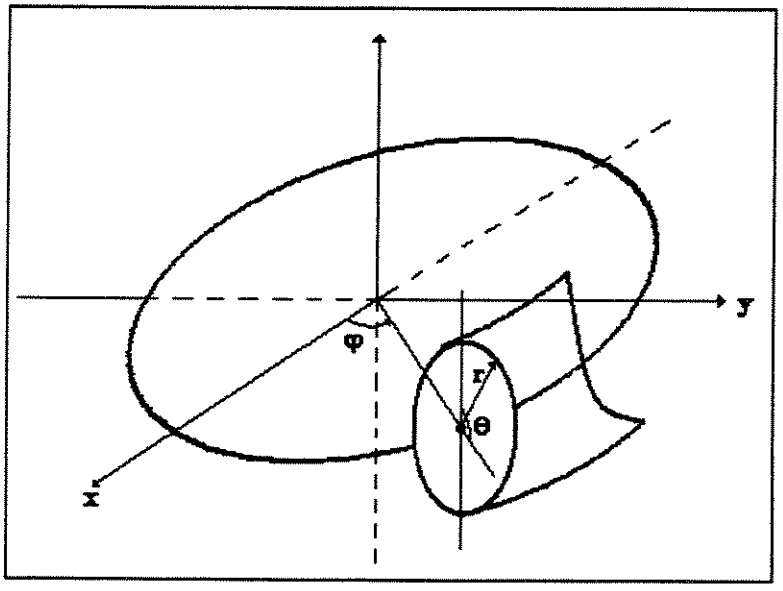

Figura 4.2 – Sistema de coordenadas toroidais.

Em relação à abordagem supramencionada, cita-se KALB e SEADER (1972), que estudaram numericamente a transferência de calor tridimensional em tubos curvos; SINGH *et al* (1978), que estudaram o escoamento sangüíneo no interior da artéria aorta; ZAPRYANOV *et al* (1980), os quais determinaram os perfis de velocidade e temperatura para um

escoamento laminar completamente desenvolvido e SOH e BERGER (1987), que resolveram as equações de Navier - Stokes para um escoamento completamente desenvolvido em um tubo curvo. Uma extensa revisão de trabalhos nesta geometria pode ser encontrada em BERGER e TALBOT (1983), SHAH e JOSHI (1987), JAYANTI (1990) e YANG *et al* (1995).

Apesar disso, quando se trata do escoamento no interior de um tubo curvo, tornam-se extremamente complicados, em termos computacionais, o modelamento e resolução das equações da quantidade de movimento no sistema de coordenadas toroidais. De acordo com JAYANTI (1990), problemas desta natureza podem ser resolvidos (1) diretamente em coordenadas toroidais, ou (2) utilizando um sistema de coordenadas ajustadas ao corpo (*body-fitted coordinate*). Entretanto, ambos os métodos de solução tendem a apresentar dificuldades. Em relação ao primeiro caso, de acordo com o autor e com o presente levantamento bibliográfico, não existe um código computacional fluidodinâmico (CFD) disponível em coordenadas toroidais. Os existentes resolvem apenas problemas em geometrias cartesiana e cilíndrica. No segundo caso, a resolução de uma malha não-ortogonal torna-se mais complicada devido, por exemplo, à avaliação dos termos de derivadas cruzadas e do tratamento das condições de contorno.

Devido a tais dificuldades, diversos pesquisadores vêm utilizando uma simplificação para a resolução dos campos de escoamento e temperatura em tubos curvos, proposta inicialmente por DEAN (1927, 1928), que é a chamada "aproximação para tubo reto" (*loose coil*). Neste caso, a razão de curvatura é considerada extremamente alta ($R/r >> 1$), sendo que o único termo relativo à curvatura que permanece nas equações da quantidade de movimento é o de aceleração centrífuga nas direções radial e tangencial. Consequentemente, as equações que passam a reger o problema são as mesmas que para um tubo reto, porém atuando sobre este, um campo de forças centrífugas. Esta aproximação pode ser encontrada nos trabalhos de BERGER *et al* (1983) e PATANKAR *et al* (1975).

4.3.1 – Hipóteses

São admitidas as seguintes considerações para o desenvolvimento do modelo matemático:

- material de mudança de fase à temperatura de solidificação

- processo de solidificação regido apenas por condução, sendo desprezado o efeito da convecção natural na fase líquida

- propriedades físicas do material de mudança de fase constantes e independentes da temperatura

- material de mudança de fase inicialmente no estado líquido, incompressível e considerado como substância pura

- escoamento do fluido refrigerante no interior do tubo axialmente desenvolvido, sendo desconsiderada a difusão nesta direção

- problema bidimensional em relação às coordenadas radial e tangencial

- raio de curvatura do tubo considerado infinito ($R >> 1$) – aproximação para tubo reto.

Com exceção da última, tais hipóteses são típicas de uma grande variedade de problemas de mudança de fase, e comumente podem ser encontradas em vários trabalhos como THOMASON *et al* (1978), PADILHA (1990), GONÇALVES (1996), JESUS (1998), entre outros. A última hipótese, porém, requer uma atenção especial, pois servirá como ponto de partida para a delimitação do problema, e será discutida nos próximos itens.

4.3.2 – Equacionamento

Conservação da energia

Neste item é apresentada, preliminarmente, a equação da conservação da energia transiente, tridimensional em coordenadas toroidais, baseada na Figura 4.2. Observa-se que as parcelas onde aparece a razão de curvatura do tubo, no denominador, foram desprezadas, consideração esta que será explicada posteriormente.

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{v}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}+\frac{w}{R+\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial T}{\partial \phi}=\frac{\nu}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\underbrace{\frac{\operatorname{sen}\theta}{R+r\operatorname{sen}\theta}}_{\approx 0}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}+\right.$$
$$\left.+\underbrace{\frac{\cos\theta}{r(R+\operatorname{sen}\theta)}}_{\approx 0}\frac{\partial T}{\partial \theta}+\underbrace{\frac{1}{(R+r\operatorname{sen}\theta)^2}}_{\approx 0}\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2}\right) \qquad (4.1)$$

Como este trabalho objetiva estudar o problema da solidificação do material de mudança de fase estando este à temperatura de mudança de fase, é resolvida a equação da conservação da energia apenas para a o domínio sólido. Em conseqüência disso, apenas o primeiro termo do lado esquerdo da equação (4.1) permanece, tornando o problema essencialmente condutivo, sendo desprezados, consequentemente, os termos convectivos do lado esquerdo. Além disso, levando em conta a hipótese 5, justificada no item 4.1, parece razoável desprezar as parcelas destacadas. Isto quer dizer que optou-se por utilizar uma simplificação análoga àquela sugerida por DEAN (1927,1928), denominada aproximação para tubo reto (*loose coil*), também adotada por BERGER *et al* (1983) e PATANKAR *et al* (1980).

Neste caso, a equação (4.1) reduz-se a uma equação em coordenadas polares da forma:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}=k\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}\right] \qquad (4.2)$$

Condições de Contorno

Como fora mencionado na revisão bibliográfica, é perfeitamente viável a determinação do coeficiente convectivo por meio de correlações, desde que estas sejam adequadas para o problema em questão e que representem de forma satisfatória as características e variáveis envolvidas no escoamento.

Neste trabalho, optou-se por inserir a curvatura do tubo como uma das condições de contorno do problema, a qual levará em conta as características do escoamento em tubo curvo. Tais correlações, apresentadas no item 4.4 do presente, são empregadas para estimar o coeficiente convectivo de transferência de calor para as curvaturas interna e externa do tubo, sendo representadas pelo número de número de Nusselt periférico

Em relação à parede do tubo, devido ao fato de apresentar alta condutividade térmica (k_{Cu} = 390 W/m °C) e pequena espessura (e = 0,0013 m), a condição de contorno adotada é de terceira espécie (tipo Robin), o que resulta, em termos matemáticos:

$$h(T_p - T_f) = k_s \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_i} \tag{4.3}$$

O coeficiente de transferência de calor convectivo da equação (4.3) foi determinado com base no trabalho de KALB e SEADER (1972), que determinaram a variação de Nusselt ao longo da direção tangencial do tubo, em regime laminar.

Segundo OZISIK (1980), em relação à interface móvel relativa aos problemas de mudança de fase, as condições de contorno devem satisfazer duas condições fundamentais, comumente conhecidas como condições de Stefan, CRANK (1984), a saber:

- a temperatura é especificada como o próprio valor da temperatura de mudança de fase do material
- o balanço de energia deve ser satisfeito neste ponto.

Matematicamente, em coordenadas polares obtém-se:

$$T_s(r,\theta,t)=T_m \quad \rightarrow \quad r=r_i(t) \tag{4.4}$$

$$\left[1+\frac{1}{r_i^2}\left(\frac{\partial r_i}{\partial \theta}\right)^2\right]\left(k\frac{\partial T_s}{\partial r}\right)=\rho L\frac{\partial r_i}{\partial t} \tag{4.5}$$

A equação (4.5) satisfaz o balanço de energia na interface e prediz que o fluxo de calor negativo em direção `a fase sólida é igual à taxa de calor liberada durante a solidificação.

4.3.3 – Tratamento da Interface Sólido-Líquido – Transformadas de Landau

Conforme foi apresentado na revisão da literatura, a dificuldade básica dos problemas de fronteira móvel consiste na determinação da posição da interface sólido-líquido, a qual se desloca com o tempo tornando o problema transiente, além de não ser conhecida *a priori*.

Neste trabalho optou-se pela utilização da técnica de imobilização da fronteira móvel, que tem por objetivo fixá-la por meio da transformação de coordenadas proposta por LANDAU (1949), (Capítulo 2, seção 2.4.2).

A interface sólido-líquido móvel foi imobilizada através da definição de uma nova coordenada radial η_S definida por:

$$\eta_S=\frac{r-r_p}{r_i-r_p} \tag{4.6}$$

Analisando essa relação, aufere-se uma importante conclusão, que na verdade é a característica chave do método: no plano transformado, a camada solidificada está necessariamente situada entre os valores de $0 \leq \eta_S \leq 1$, passando-se a trabalhar em um domínio transformado fixo. O valor de η_S é nulo na parede do cilindro e unitário na interface sólido-líquido.

Definindo-se também uma expressão para o tempo adimensional,

$$\tau = Fo\, Ste$$

com:

$$\mathrm{Fo} = \frac{\alpha t}{r_p^2}$$

$$Ste = \frac{c_{ps}(T_m - T_f)}{L}$$

e assumindo que $r_i = r_i(\theta, t)$, obtém-se as seguintes derivadas:

- $$\frac{\partial \eta}{\partial \theta} = -(r - r_p)\frac{1}{(r_i - r_p)^2}\frac{\partial r_i}{\partial \theta}$$

- $$\frac{\partial}{\partial t} = -\frac{(r - r_p)}{(r_i - r_p)^2}\frac{\alpha\, Ste}{r_p^2}\frac{\partial r_i}{\partial \tau}\frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\alpha}{r_p^2} Ste \frac{\partial}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial r_i}{\partial t} = \frac{\alpha}{r_p^2} Ste \frac{\partial r_i}{\partial \tau}$$

- $$\frac{\partial^2}{\partial r^2} = \frac{1}{(r_i - r_p)^2}\frac{\partial^2}{\partial \eta^2}$$

- $$\frac{\partial}{\partial \theta^2} = \frac{2\eta}{(r_i - r_p)^2}\left(\frac{\partial r_i}{\partial \theta}\right)^2 \frac{\partial}{\partial \eta} - \frac{\eta}{(r_i - r_p)}\frac{\partial r_i}{\partial \theta}\frac{\partial^2}{\partial \theta\, \partial \eta} - \frac{\eta}{(r_i - r_p)}\frac{\partial^2 r_i}{\partial \theta^2}\frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

Substituindo as expressões supracitadas na equação (4.2) obtém-se:

$$\frac{\rho c_p}{k}\left[\frac{\alpha}{r_p^2}Ste\left(-\frac{\eta}{(r_i-r_p)}\frac{\partial r_i}{\partial\tau}\frac{\partial T}{\partial\eta}+\frac{\partial T}{\partial\tau}\right)\right]=\frac{1}{r}\frac{1}{(r_i-r_p)}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(r\frac{1}{(r_i-r_p)}\frac{\partial T}{\partial\eta}\right)$$
$$+\frac{1}{r^2}\left[\frac{\partial^2 T}{\partial\theta^2}+\frac{2\eta}{(r_i-r_p)^2}\left(\frac{\partial r_i}{\partial\theta}\right)^2\frac{\partial T}{\partial\eta}-\frac{\eta}{(r_i-r_p)}\frac{\partial r_i}{\partial\theta}\frac{\partial^2 T}{\partial\theta\partial\eta}-\frac{\eta}{(r_i-r_p)}\frac{\partial^2 r_i}{\partial\theta^2}\frac{\partial T}{\partial\eta}\right] \quad (4.7)$$

Definindo ainda expressões adimensionais para a temperatura e para a coordenada radial:

$$\phi=\frac{T-T_m}{T_m-T_f}$$

$$R=\frac{r}{r_p}$$

e substituindo esses parâmetros na equação (4.7), obtém-se:

$$\frac{Ste}{r_p^2}\left(-\frac{\eta}{(r_i-r_p)}\frac{\partial r_i}{\partial\tau}\frac{\partial\left(\frac{T-T_m}{T_m-T_f}\right)}{\partial\eta}+\frac{\partial\left(\frac{T-T_m}{T_m-T_f}\right)}{\partial\tau}\right)=\frac{1}{Rr_p(r_i-r_p)}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\frac{Rr_p}{(r_i-r_p)}\frac{\partial\left(\frac{T-T_m}{T_m-T_f}\right)}{\partial\eta}\right)+$$
$$+\frac{1}{R^2r_p^2}\left[\frac{\partial^2\left(\frac{T-T_m}{T_m-T_f}\right)}{\partial\theta^2}+\frac{2\eta}{(r_i-r_p)^2}\left(\frac{\partial r_i}{\partial\theta}\right)^2\partial\frac{\left(\frac{T-T_m}{T_m-T_f}\right)}{\partial\eta}-\frac{\eta}{(r_i-r_p)}\left(\frac{\partial r_i}{\partial\theta}\right)\frac{\partial^2\left(\frac{T-T_m}{T_m-T_f}\right)}{\partial\theta\partial\eta}+\right.$$
$$\left.-\frac{\eta}{(r_i-r_p)}\frac{\partial^2 r_i}{\partial\theta^2}\frac{\partial\left(\frac{T-T_m}{T_m-T_f}\right)}{\partial\eta}\right]\rightarrow$$

$$\frac{Ste}{r_p^2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\tau}-\frac{\eta}{(r_i-r_p)}\frac{\partial r_i}{\partial\tau}\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)=\frac{1}{(r_i-r_p)^2}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(R\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)+\frac{1}{r_p^2}\left[\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2}\right.$$

$$+\frac{\partial\phi}{\partial\eta}-\frac{2\eta}{R^2(r_i-r_p)^2}\left(\frac{\partial r_i}{\partial\theta}\right)^2-\frac{\eta}{R^2(r_i-r_p)}\frac{\partial r_i}{\partial\theta}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta\partial\eta}-\frac{\eta}{R^2(r_i-r_p)}\frac{\partial^2 r_i}{\partial\theta^2}\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\Bigg] \tag{4.8}$$

Multiplicando-se a equação (4.8) pelo raio da parede r_p,

$$\frac{Ste}{r_p^2}\frac{\partial\phi}{\partial\tau}-\frac{\eta\,Ste\,r_p}{r_p^2(r_i-r_p)r_p}\frac{\partial r_i}{\partial\tau}\frac{\partial\phi}{\partial\eta}=\frac{r_p^2}{Rr_p^2(r_i-r_p)^2}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(R\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)+\frac{1}{r_p^2}\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2}$$

$$+\frac{2\eta}{r_p^2R^2(r_i-r_p)^2}\frac{r_p^2}{r_p^2}\left(\frac{\partial r_i}{\partial\theta}\right)^2\frac{\partial\phi}{\partial\eta}-\frac{\eta r_p}{r_p^2R^2(r_i-r_p)r_p}\frac{\partial r_i}{\partial\theta}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta\partial\eta}-\frac{\eta r_p}{r_p^2R^2(r_i-r_p)r_p}\frac{\partial^2 r_i}{\partial\theta^2}\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\Bigg]$$

e através de um rearranjo matemático, obtém-se:

$$Ste\frac{\partial\phi}{\partial\tau}=\frac{1}{R\Delta}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\frac{R}{\Delta}\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)+\frac{1}{R^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2}+\frac{\eta\,Ste}{\Delta}\frac{\partial\Delta}{\partial\tau}\frac{\partial\phi}{\partial\eta}+$$

$$+\frac{2\eta}{R^2\Delta^2}\left(\frac{\partial\Delta}{\partial\theta}\right)^2\frac{\partial\phi}{\partial\eta}-\frac{\eta}{R^2\Delta}\frac{\partial\Delta}{\partial\theta}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta\partial\eta}-\frac{\eta}{R^2\Delta}\frac{\partial^2\Delta}{\partial\theta^2}\frac{\partial\phi}{\partial\eta} \tag{4.9}$$

Com:

$$\eta=\frac{R-1}{R_i-1}$$

$$\Delta=R_i-1$$

É importante ressaltar que essa nova expressão para η é a mesma definida na equação (4.6), porém em termos da coordenada radial adimensionalizada R.

A equação (4.9) representa a equação da energia para a fase sólida transformada. Analisando esta equação, pode-se fazer algumas observações importantes: os quatro últimos termos do lado direito são denominados termos fonte, os quais se originam da transformação

de coordenadas; os termos $\frac{\partial \Delta}{\partial \tau}$ podem ser interpretados como termos de velocidade, e de acordo com SPARROW e CHUCK (1984), são denominados termos pseudoconvectivos.

4.3.4 – Adimensionalização das condições de contorno

Em relação às condições de contorno, adotando procedimento análogo para a adimensionalização, a condição (4.4) fica na forma:

$$\phi = 0 \quad \rightarrow \quad \eta_s = 1 \tag{4.10}$$

Seja a condição de contorno (4.3):

$$h(T_p - T_f) = k_s \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_i} \tag{4.3}$$

E utilizando as já definidas expressões adimensionais para a temperatura ϕ e raio transformado η, obtém-se:

$$-k_s \frac{(T_m - T_f)}{(r_i - r_p)} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = h\left[\left(\frac{T_P - T_m}{T_m - T_f}\right) + \left(\frac{T_f + T_m}{T_m - T_f}\right)\right]$$

Pelas definições do número de Nusselt e espessura da interface adimensional Δ:

$$Nu = \frac{h d_P}{k_f}$$

$$\Delta = \frac{r_i - r_P}{r_P} = R_i - 1$$

Como a condutividade térmica no número de Nusselt é relativa àquela do fluido refrigerante, esta deverá ser introduzida na equação, obtendo-se:

$$-\frac{k_S}{k_f}\frac{r_P}{(r_i - r_P)}\frac{\partial \phi}{\partial \eta} = \frac{Nu}{2}(\phi_P + 1) \rightarrow \qquad -\frac{k_S}{k_f \Delta_S}\frac{\partial \phi}{\partial \eta} = \frac{Nu}{2}(\phi_P + 1) \tag{4.11}$$

Onde a equação (4.12) representa a própria equação (4.3) em sua forma adimensionalizada.

De modo análogo, adimensionalizando a condição de contorno relativa ao balanço de energia na interface:

$$\left[1 + \frac{1}{r_i^2}\left(\frac{\partial r_i}{\partial \theta}\right)^2\right]\left[\frac{k}{(r_i - r_p)}\frac{\partial\left(\frac{T - T_m}{T_m - T_f}\right)}{\partial \eta}\right] = \frac{\rho L}{(T_m - T_f)}\frac{\alpha}{r_p^2} Ste \frac{\partial r_i}{\partial \tau} \rightarrow$$

$$\left[1 + \frac{1}{R_i^2}\left(\frac{\partial (R_i - 1)}{\partial \theta}\right)^2\right]\left(\frac{1}{(R_i - 1)}\frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right) = \frac{\partial (R_i - 1)}{\partial \tau} \rightarrow$$

$$\left[1 + \frac{1}{(\Delta + 1)^2}\left(\frac{\partial \Delta}{\partial \theta}\right)^2\right]\left(\frac{1}{\Delta}\frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right) = \frac{\partial \Delta}{\partial \tau} \tag{4.12}$$

4.4 - Correlações empíricas para o coeficiente convectivo de transferência de calor

Neste item é feita uma apresentação de correlações para o coeficiente de transferência de calor convectivo em tubos curvos encontradas na literatura. A maioria dos trabalhos apresentava apenas correlações para o número de Nusselt médio, daí a dificuldade em obter-se correlações para Nusselt local, neste caso específico, circunferencial. Para este trabalho, como foi explanado no Capítulo 3, foram utilizadas correlações para Nusselt periférico do trabalho de KALB e SEADER (1972).

JANSSEN e HOOGENDOORN (1978) provaram ser possível tal procedimento ao resolverem somente a equação da conservação da energia de um escoamento laminar em tubos curvos, utilizando as distribuições de velocidades obtidas por DEAN (1927) para baixos números de Dean, e por MORI e NAKAYAMA (1965) para altos números de Dean.

Semelhantemente, BELLECCI e CONTI (1993) simularam uma unidade armazenadora de calor obtendo o campo de temperaturas e admitiram uma velocidade axial uniforme, tornando-se esta um parâmetro independente. Consequentemente, no modelamento matemático não foram utilizadas as equações da continuidade e da quantidade de movimento e além disso, optaram por utilizar a correlação de Colburn para a determinação do número de Nusselt. Os resultados obtidos mostraram que tal procedimento é satisfatório, apesar das observações contrárias feitas por CAO e FAGHRI (1990), (Capítulo 2, seção 2.3).

4.4.1 – Número de Nusselt periférico

Por meio de um ajuste das curvas apresentadas nos gráficos obtidos por KALB e SEADER (1972), mostrado na Figura (4.3), foram obtidas as seguintes correlações:

De ≅ 91

$$Nu_\theta = 12{,}7351 + 0{,}097\theta - 9{,}79377.10^{-4}\,\theta^2 - 3{,}1893.10^{-6}\,\theta^3 + 5{,}5649.10^{-8}\theta^4 \qquad (4.13)$$

De ≅ 150

$$Nu_\theta = 15{,}7619 + 0{,}122\theta - 1{,}3.10^{-3}\,\theta^2 - 2{,}57202.10^{-6}\,\theta^3 + 8{,}74486.10^{-8}\theta^4 \qquad (4.14)$$

De ≅ 253

$$Nu_\theta = 20{,}8048 + 0{,}1676\theta - 1{,}7.10^{-3}\,\theta^2 - 5{,}2469.10^{-6}\,\theta^3 + 9{,}77366.10^{-8}\theta^4 \qquad (4.15)$$

De ≅ 390

$$Nu_\theta = 13{,}3506 + 0{,}1919\theta + 4{,}65488.10^{-4}\,\theta^2 - 6{,}3786.10^{-6}\,\theta^3 - 4{,}0217.10^{-8}\theta^4 \qquad (4.16)$$

De ≅ 512

$$Nu_\theta = 15{,}3506 + 0{,}2317\theta + 4{,}65488.10^{-4}\,\theta^2 - 1{,}00823.10^{-5}\,\theta^3 - 1{,}77703.10^{-8}\theta^4 \qquad (4.17)$$

Nas equações (4.13) a (4.17), o ângulo θ representa a direção circunferencial do tubo, o qual varia de 90° (curvatura externa) a -90° (curvatura interna). Em outras palavras, seguindo a nomenclatura utilizada pelos autores, o cálculo para a posição relativa ao ângulo de 90° fornece os dados do número de Nusselt para a curvatura externa do tubo

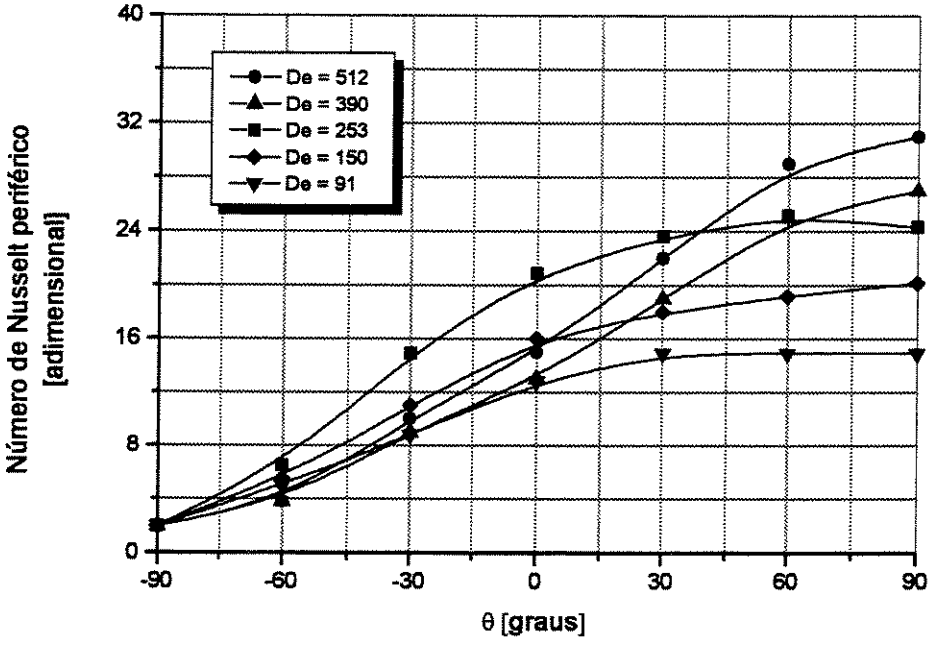

Figura 4.3 – Variação periférica do número de Nusselt.
[Baseado em KALB E SEADER (1972)].

4.4.2 – Número de Nusselt médio

Um resumo de algumas correlações para número de Nusselt médio encontradas na literatura está sintetizado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Correlações para o número de Nusselt médio em tubos curvos.

Correlação	Autor	Validade
$Nu_e = k\,\mathrm{Re}^m\,\mathrm{Pr}^{0,333}$ onde k = 0,088 e m = 0,686	HIRSCHBERG (1961)	coeficiente convectivo externo para tubo curvo em espiral
$\mathrm{Nu}.\mathrm{Pr}^{-1/3} = 0{,}13.\left[\frac{f}{8}.\mathrm{Re}^2\right]^{1/3}, f_r = \frac{64}{\mathrm{Re}}$ $\frac{f}{f_r} = \left\{1-\left[1-\left(\frac{11{,}6}{\mathrm{Re}.(D_{int}/D_h)}\right)^{0,45}\right]^{2,22}\right\}^{-1}$	SEBAN e MCLAUGHLIN (1963)	regime laminar
$\mathrm{Nu}.\mathrm{Pr}^{-0,4} = \frac{f}{8}.\mathrm{Re}$ $f_r = 8.0{,}023.\mathrm{Re}^{-0,2}$ $\frac{f}{f_r} = \left[\mathrm{Re}.\left(D_{int}/D_h\right)^2\right]^{1/20}$	SEBAN e MCLAUGHLIN (1963)	regime turbulento
$Nu = \left(0{,}39+\frac{0{,}138}{D/d}\right)(\mathrm{Re})^{0,76}$,	JESCHKE (1925)	(D/d) de 6,1 e 18,2 e Re acima de 150000
$(Nu)(\mathrm{Pr})^{-0,4} = 0{,}0456(\mathrm{Re})^{0,8}\left(\frac{d}{D}\right)^{0,21}$,	KIRPIKOV (1957)	D/d de 10, 13 e18 Faixa de Reynolds: 10000 a 45000.

$Nu_i = \frac{0,864}{\zeta}\sqrt{De}\left(1+2,35\sqrt{De}\right)$ $\zeta = \frac{2}{11}\left[1+\sqrt{\left(1+\frac{77}{4\,Pr_i^2}\right)}\right]$, para $Pr_i \geq 1$ $\zeta = \frac{1}{5}\left[2+\sqrt{\frac{10}{Pr_i}-1}\right]$, para $Pr_i \leq 1$	MORI e NAKAYAMA (1967)	Correlação para o número de Nusselt em regime laminar
$\overline{Nu} = \left[0,65\sqrt{De+0,76}\right] Pr^{0,175}$	DRAVID *et al* (1971)	$50 \leq De \leq 2000$ e $5 \leq Pr \leq 175$
$\overline{Nu} = 3,31\, De^{0,115}\, Pr^{0,0108}$	KALB e SEADER (1972)	$20 \leq De \leq 1200$ $0,005 \leq Pr \leq 0,05$
$\overline{Nu} = 0,913\, De^{0,476}\, Pr^{0,200}$	KALB e SEADER (1972)	$80 \leq De \leq 1200$ $0,7 \leq Pr \leq 5,0$
$\overline{Nu} = 0,43\left(f\,Re^2\right)^{0,26}\, Pr^{1/6}$	JANSSEN e HOOGENDOORN (1978)	$20 < De < 8,3.10^2$ $20 < Pr < 450$ $1 < d/D < 8,3.10^{-2}$
2. $\overline{Nu} = 0,9\left(Re^2\, Pr\right)^{1/6}$	JANSSEN e HOOGENDOORN (1978)	$20 < De < 1.10^2$ $20 < Pr < 450$ $0,01 < d/D < 0,083$
3. $\overline{Nu} = 0,7\, Re^{0,43}\ Pr^{1/6}(d/D)^{0,07}$	JANSSEN e HOOGENDOORN (1978)	$1.10^2 < De < 8,3.10^2$ $20 < Pr < 450$ $0,01 < d/D < 0,083$
4. $\overline{Nu} = 1,7\left(De\,Pr\right)^{1/6}$	JANSSEN e HOOGENDOORN (1978)	$De < 20$ $\left(De^2\, Pr\right)^{1/6}$
$\frac{\overline{Nu_c}}{\overline{Nu_s}} = 0,722\, De^{0,098}\, \delta^{-0,015}\, Pr^{0,181}$	YANG e CHANG (1993)	$0,01 \leq \delta \leq 0,9$ $1 \leq Re \leq 2000$ Pr: 0,7 e 5,0.
$Nu_i = 0,023(Re_i)^{0,85}(Pr_i)^{0,4}\left(\frac{d}{D}\right)^{0,1}$	ROGERS e MAYHEW, (1966)	regime turbulento

Capítulo 5

Análise Numérica

5.1 – Introdução

O objetivo de um método numérico consiste na resolução de um conjunto de equações diferenciais, nas quais as derivadas presentes são substituídas por expressões algébricas contendo as incógnitas. A solução desta aproximação numérica resulta em um número discreto de pontos, uma vez que as derivadas da função foram substituídas por valores discretos (discretização).

Baseado nisso, a abordagem numérica apresentada neste capítulo consiste na discretização das equações diferenciais e suas condições de contorno, bem como em discorrer sobre o tratamento numérico proporcionado à formulação matemática, em especial, à interface sólido-líquido móvel.

As equações diferenciais foram discretizadas pelo método de volumes de controle (volumes finitos ou volumes elementares), que consiste na integração destas sobre o volume elementar tanto no tempo quanto no espaço, à luz do método descrito por PATANKAR (1980). Na verdade, a aproximação das equações diferenciais pelo método de volumes de controle pode ser efetuada de duas maneiras: a primeira consiste na realização de balanços da propriedade em questão nos volumes de controle; a segunda fundamenta-se na integração espaço temporal da equação diferencial na sua forma conservativa. Segundo MALISKA (1995), ambos os

procedimentos acabam sendo análogos, uma vez que as equações diferenciais são inferidas através de balanços nos volumes. Como a cada volume de controle da área de interesse foi associado um ponto nodal **P**, que representa a propriedade uniformemente sobre todo o volume, a integração de todo o domínio resultará em um sistema de equações algébricas.

Além disso, foi adotado o método da imobilização da fronteira móvel, para fixar a fronteira sólido-líquido móvel. A escolha de ambos os métodos é justificada com base no trabalho de HSU *et al* (1981) que, como fora mencionado no capítulo referente à revisão bibliográfica, apresenta facilidade de interpretação física dos termos resultantes da transformação de coordenadas e assegura a conservação global da energia. Como já mencionado, o método da imobilização da fronteira, através da implementação das transformadas de Landau, representa o caso mais simples do método de sistemas de coordenadas coincidentes com a fronteira ou geração de coordenadas ajustadas ao corpo (BFC).

Ainda em relação à aproximação por volumes de controle, uma das condições básicas para a obtenção de soluções fisicamente realistas consiste em garantir que os coeficientes do ponto **P**, dado pela soma dos coeficientes, e de sua vizinhança sejam positivos. Sabe-se também que ao adotar as formulações explícita ou implícita para o termo transiente, corre-se o risco do desencadeamento de coeficientes negativos, recaindo em um caso contrário à condição supramencionada. Por outro lado, a formulação totalmente implícita, através do valor unitário do fator peso, preestabelece a garantia de que os todos os coeficientes sejam positivos, PATANKAR (1980), MALISKA (1995), VERSTEEG e MALALASEKERA (1995). Por esse motivo, foi utilizada a formulação totalmente implícita para o termo transiente, a qual gera um sistema de equações acopladas entre si. É importante salientar que, salvo restrições peculiares de cada problema, usualmente opta-se pela formulação totalmente implícita. Casos com pequenos incrementos de tempo, por exemplo, poderiam direcionar a adoção de um esquema explícito.

O tratamento do balanço da energia na interface, por outro lado, que consistiu em adotar uma formulação explícita para o termo transiente, foi baseado no trabalho de SPARROW e CHUCK (1984), também utilizado por JESUS (1998). Como já foi mencionado na revisão bibliográfica, este procedimento desacopla as equações da energia para o material de mudança de fase e para o balanço na interface.

5.2 – Discretização da equação da conservação da energia

A discretização da equação da energia foi desenvolvida com base em uma malha bidimensional em coordenadas polares, isto é, nas direções radial **r** e angular θ. A Figura (5.1) representa um volume de controle contendo o ponto nodal **P** e suas vizinhanças, sendo que a malha, como um todo, consistirá na quantidade total de volumes especificada em ambas as direções supracitadas.

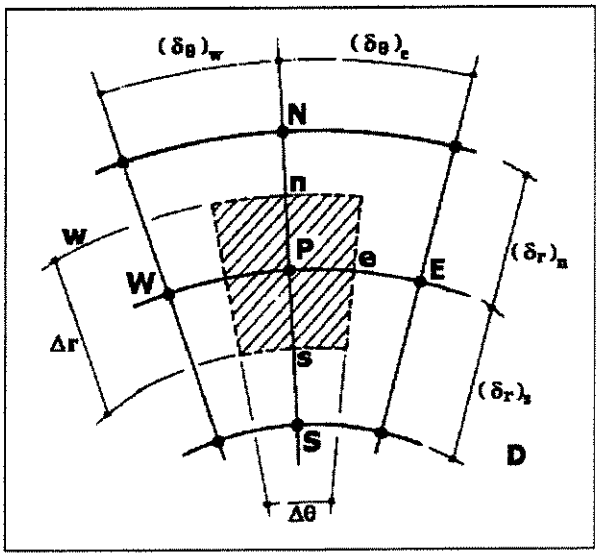

Figura 5.1 – Volume de controle bidimensional em coordenadas polares.
[Baseada em PATANKAR (1980)]

Assumindo a convenção usual utilizada em códigos fluidodinâmicos computacionais (CFD) na discretização numérica e na grande maioria dos trabalhos que utilizam aproximação por volumes de controle, os pontos em letras maiúsculas **N**, **S**, **E**, e **W** representam cada um dos pontos nodais da malha situados em torno do ponto **P**, sendo, respectivamente, as coordenadas Norte, Sul, Leste e Oeste. Tais pontos são denominados pontos vizinhos ao ponto **P**. Analogamente, as letras minúsculas **n**, **s**, **e** e **w**, que também representam os pontos cardeais supracitados, delimitam as faces do volume de controle. Além disso, o ponto nodal **P** está relacionado apenas aos pontos internos da malha, isto quer dizer que excluem aqueles pontos situados na fronteira do domínio, e representa todo o volume dentro do qual está situado.

Partindo-se da equação da energia no plano transformado, Equação (4.18), e efetuando-se a integração no tempo e no volume de controle:

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau}\int_{w}^{e}\int_{s}^{n} Ste\frac{\partial\phi}{\partial\tau}R\,d\theta\,d\eta\,d\tau=\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau}\int_{w}^{e}\int_{s}^{n}\frac{1}{R\Delta^2}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(R\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)R\,d\theta\,d\eta\,d\tau+$$

$$+\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau}\int_{w}^{e}\int_{s}^{n}\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\right)R\,d\theta\,d\eta\,d\tau+\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau}\int_{w}^{e}\int_{s}^{n} b\,R\,d\theta\,d\eta\,d\tau \qquad (5.1)$$

Nessa equação, **b** é a representação dos quatro últimos termos da Equação (4.19), isto é, os termos fonte resultantes da transformação de coordenadas.

Adotando a tradicional convenção utilizada por vários autores, o valor já conhecido da temperatura no ponto **P**, que é o nível de tempo anterior τ^o, é simbolizado pelo sobrescrito "o", e o nível de tempo atual ,$\tau^o+\Delta\tau$, no qual se busca a solução, não apresenta índice. Neste caso:

$$Ste\,(\phi_p-\phi_p^o)\underbrace{R\Delta\theta\,\Delta\eta}_{\forall_p}=$$

$$\frac{1}{\Delta_p^2}\left[\left(R\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)_n-\left(R\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)_s\right]\Delta\theta\,\Delta\tau+\left[\left(\frac{1}{R}\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)_e-\left(\frac{1}{R}\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)_w\right]\Delta\eta\,\Delta\tau+b^*R\Delta\theta\,\Delta\eta\,\Delta\tau \qquad (5.2)$$

Dividindo por $\Delta\tau$:

$$\frac{Ste\,\forall_p}{\Delta\tau}(\phi_p-\phi_p^o)=$$

$$\frac{1}{\Delta_p^2}\left[R_n\left(\frac{\phi_N-\phi_P}{\Delta\eta}\right)-R_s\left(\frac{\phi_N-\phi_P}{\Delta\eta}\right)\right]\Delta\theta+\left[\frac{1}{R_e}\left(\frac{\phi_E-\phi_P}{\Delta\theta}\right)-\frac{1}{R_W}\left(\frac{\phi_P-\phi_W}{\Delta\theta}\right)\right]\Delta\eta+b^*\forall_p \qquad (5.3)$$

Rearranjando:

$$\left[\frac{Ste\,\forall_P}{\Delta}+\frac{\Delta\theta}{\Delta_p^2}\frac{R_n}{\Delta\eta}+\frac{\Delta\theta}{\Delta_p^2}\frac{R_s}{\Delta\eta}+\frac{\Delta\eta}{R_e\Delta\theta}+\frac{\Delta\eta}{R_w\Delta\theta}\right]\phi_p =$$

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta_p^2}\frac{R_n}{\Delta\eta}\phi_N+\frac{\Delta\theta}{\Delta_p^2}\frac{R_s}{\Delta\eta}\phi_S+\frac{\Delta\eta}{R_e\Delta\theta}\phi_E+\frac{\Delta\eta}{R_w\Delta\theta}\phi_W+\frac{Ste\,\forall_p}{\Delta\tau}\phi_p^o b^*\forall_p \qquad (5.4)$$

Denominando os coeficientes de ϕ_N, ϕ_S, ϕ_E, ϕ_W e ϕ_P como a_N, a_S, a_E, a_W e a_P, respectivamente, obtém-se a equação algébrica:

$$a_p\phi_P = a_N\phi_N + a_S\phi_S + a_E\phi_E + a_W\phi_W + B \qquad (5.5)$$

Sendo os coeficientes:

a_N	a_S	a_E	a_W	a_P	B
$\frac{\Delta\theta}{\Delta_P^2}\frac{R_N}{\Delta\eta}$	$\frac{\Delta\theta}{\Delta_P^2}\frac{R_S}{\Delta\eta}$	$\frac{\Delta\eta}{R_e\Delta\theta}$	$\frac{\Delta\eta}{R_w\Delta\theta}$	$a_N+a_S+a_E+a_W+a_P^o$	$a_P^o\phi_P^o+b^*\forall_P$

E o coeficiente do ponto **P** para o tempo anterior é dado por:

$$a_P^o = \frac{Ste\,\forall_P}{\Delta\tau}$$

5.3 – Discretização das condições de contorno

Discretizando a equação (4.12):

$$-\frac{k_{SI}}{\Delta_S}\frac{\partial\phi}{\partial\eta} = \frac{Nu}{2}(\phi_P+1) \qquad (4.12)$$

$$(\phi_i - \phi_P) = -\frac{Nu}{2}\frac{\Delta_S \Delta\eta}{k_{SI}}(\phi_P + 1) \rightarrow$$

$$\phi_P = \frac{\phi_i \dfrac{k_{SI}}{\Delta_S \Delta\eta\, k_f} - \dfrac{Nu}{2}}{\dfrac{Nu}{2} + \dfrac{k_{SI}}{\Delta_S \Delta\eta\, k_f}} \tag{5.6}$$

A equação (5.6) fornece a expressão para a temperatura na parede obtida a partir da condição de contorno de terceira espécie.

Balanço de energia na interface

Em conformidade com o que foi mencionado na revisão da literatura, o tratamento explícito da interface móvel desenvolvido por SPARROW e CHUCK (1984) tem a principal vantagem de evitar o acoplamento entre as equações da energia que regem o problema. Uma explanação de caráter elucidativo da complexidade deste acoplamento pode ser encontrado em DUDA *et al* (1975).

Esse tratamento explícito consiste na determinação da derivada temporal da Equação (4.19) em um intervalo intermediário de tempo $\tau^o + |\ \Delta\tau$, uma vez que o valor no tempo anterior τ^o já é conhecido. Pressupondo-se já conhecidas a distribuição de temperaturas no tempo anterior τ^o e a espessura inicial da camada solidificada Δ_S (item 5.4), neste caso, a expressão para a interface neste tempo específico é:

$$\Delta_S^{\tau_o + \Delta\tau/2} = \Delta_S^o + \left(\frac{\partial \Delta_S}{\partial \tau}\right)^o \frac{\Delta\tau}{2} \tag{5.7}$$

Seja a equação do balanço de energia na interface:

$$\left[1+\frac{1}{(\Delta+1)^2}\left(\frac{\partial\Delta}{\partial\theta}\right)^2\right]\left(\frac{1}{\Delta}\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right)=\frac{\partial\Delta}{\partial\tau} \tag{4.19}$$

As formas discretizadas dessa equação nos tempos τ^o e $\tau^o+|\ \Delta\tau$ são, respectivamente:

$$\left[1+\frac{1}{(\Delta_S^o+1)^2}\left(\frac{\partial\Delta_S^o}{\partial\theta}\right)^2\right]\left(\frac{1}{\Delta_S^o}\frac{(\phi-\phi^o)}{\Delta\eta}\right)=\left(\frac{\partial\Delta}{\partial\tau}\right)^o \tag{5.8}$$

$$\left[1+\frac{1}{(\Delta_S^{(\tau^o+\frac{1}{2}\Delta\tau)}+1)^2}\left(\frac{\partial\Delta_S^{(\tau^o+\frac{1}{2}\Delta\tau)}}{\partial\theta}\right)^2\right]\left(\frac{1}{\Delta_S^{(\tau^o+\frac{1}{2}\Delta\tau)}}\frac{(\phi-\phi^o)}{\Delta\eta}\right)=\left(\frac{\partial\Delta}{\partial\tau}\right)^{\left(\tau^o+\frac{1}{2}\Delta\tau\right)} \tag{5.9}$$

Por intermédio da Equação (5.9) é possível computar a posição da frente de solidificação no tempo $\tau^o+|\ \Delta\tau$, pois como se pode perceber, o gradiente de temperatura neste instante é o mesmo do instante τ^o. Para o cálculo da frente de solidificação no tempo $\tau^o+\Delta\tau$, obtém-se a expressão:

$$\Delta_S^{\tau^o+\Delta\tau}=\Delta_S^o+\left(\frac{\partial\Delta_S}{\partial\tau}\right)^{\tau+\frac{1}{2}\delta\tau}\Delta\tau \tag{5.10}$$

A seqüência de cálculo supramencionada é utilizada para todos os pontos da malha, nas direções radial e angular, ao longo da interface sólido líquido.

5.4 – Tratamento do início do processo de solidificação

O início do processo de solidificação, em termos numéricos, consiste em uma importante etapa para garantir a obtenção de resultados fisicamente coerentes, bem como a convergência e consistência dos resultados. Segundo SPARROW *et al* (1978-b) uma questão fundamental consiste no fato de que, para a utilização do método de imobilização da fronteira

móvel, é necessária a preexistência de uma fina camada solidificada, no início do processo, uma vez que a espessura da camada solidificada Δ_s no tempo inicial não pode ser inicialmente nula.

A solução para contornar este ponto de singularidade consiste em pressupor a existência de uma fina película solidificada no início do processo (t=0), de tal modo que sua magnitude não influencie os valores da espessura da camada solidificada, subseqüentemente calculados. Além disso, assume-se também uma distribuição inicial de temperatura.

Existem algumas maneiras de determinar ambos os parâmetros como descrito em SPARROW *et al* (1978-b), os quais estimaram a espessura inicial em 1% do raio do cilindro. Para o presente trabalho, foi utilizada uma solução analítica baseada em LUNARDINI (1991), que consistiu em um problema plano de solidificação com líquido inicialmente à temperatura de mudança de fase, e a transferência de calor condutiva na superfície do sólido considerada igual à convectiva (Equação 4.3). Em conseqüência disso, duas resistências térmicas são identificadas no processo: a resistência condutiva, que aumenta à medida que a camada solidificada aumenta com o tempo, e a resistência convectiva, constante.

O equacionamento, baseado na Figura 5.2 que ilustra o problema com aproximação de regime quase permanente, consiste na equação da conservação da energia unidimensional:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \tag{5.11}$$

Com as condições de contorno:

$$T_s(X,t) = T_m \tag{512}$$

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} = \rho_s L \frac{dX}{dt} \quad \rightarrow \quad x = X \tag{5.13}$$

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} = h\left(T - T_f\right) \quad \rightarrow \quad x = 0 \tag{5.14}$$

A solução das equações (5.11) e (5.14) é:

$$T = \left(\frac{T_m - T_f}{X + \frac{k_s}{h}} \right) \left(x + \frac{k_s}{h} \right) + T_f \tag{5.15}$$

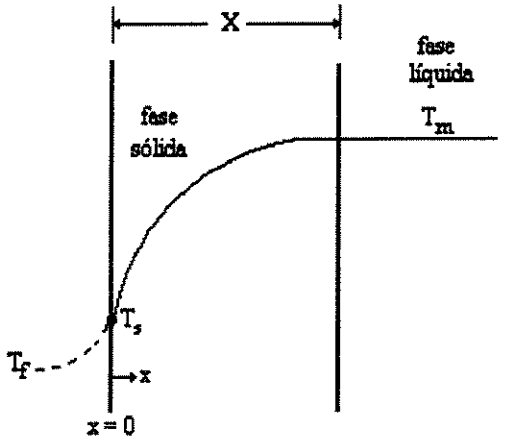

Figura 5.2 – Solidificação em uma fase de um meio semi-infinito com convecção.
[Baseada em LUNARDINI (1991)]

Introduzindo a definição do número de Nusselt em (5.14), o coeficiente convectivo é obliterado:

$$T = \left(\frac{T_m - T_f}{X + \frac{2r_p}{Nu}} \right) \left(x + \frac{2r_p}{Nu} \right) + T_f \tag{5.16}$$

Adimensionalizando a temperatura com a variável já definida e com a aproximação da coordenada plana **X** para cilíndrica **R**, obtém-se:

$$\phi = \left(\frac{X + 2/Nu}{R_i + 2/Nu} \right) - 1 \tag{5.17}$$

com

$$X = \frac{r - r_p}{r_p}$$

A Equação (5.17) representa, portanto, a estimativa inicial para a temperatura.

Para estimar a fina espessura solidificada para a inicialização do problema, parte-se das equações (5.12) e (5.13), cuja solução é:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{k_S}{\rho_S L} \frac{\left(T_m - T_f\right)}{\left(X + \frac{k_S}{h}\right)} \tag{5.18}$$

Integrando (5.18), obtém-se:

$$\left(X + \frac{k_S}{h}\right)^2 = 2\alpha_S Ste\, t + \left(\frac{k_S}{h}\right)^2$$

Com as definições de Nusselt e tempo adimensional τ:

$$\tau = Ste \frac{\alpha_S t}{r_p^2}$$

Obtém-se:

$$X = \sqrt{2\tau + \frac{4}{Nu^2}} - \frac{2}{Nu} \tag{5.19}$$

As equações (5.17) e (5.19) sintetizam as expressões utilizadas como solução inicial para o campo de temperaturas e espessura da camada solidificada, respectivamente.

5.5 –Algoritmo

O algoritmo computacional para o cálculo do campo de temperaturas e posição da interface sólido-líquido para cada intervalo de tempo, segue a seqüência descrita a seguir.

O programa numérico, cuja linguagem de programação utilizada foi o FORTRAN, inicia-se com a definição dos parâmetros numéricos, geométricos e térmicos, a saber:

- tamanho do volume de controle
- passo de tempo
- número máximo de iterações
- critério de convergência dentro do passo de tempo
- números de Stefan e correlações para Nusselt de acordo com o número de Dean
- propriedades termofísicas

Em seguida são calculadas as soluções para a espessura inicial da camada solidificada bem como a distribuição inicial de temperaturas, dadas pelas equações (5.17) e (5.19).

A nova posição da interface sólido líquido para o próximo tempo, é calculada pelas equações obtidas do balanço de energia na interface, equações (5.5), (5.6), (5.7) e (5.8).

Posteriormente é calculado o sistema de equações lineares para o campo de temperaturas, composto por equações do tipo (5.5), pelo Algoritmo da Matriz Tri-Diagonal.

Caso o critério de convergência adotado para os cálculos das temperaturas, cujo valor foi de 10^{-3}, for atingido dentro do passo de tempo, este é incrementado e a nova posição da interface é calculada. Esta seqüência é repetida até que seja atingido o número máximo de iterações requerido.

Se, ao contrário, o critério de convergência não for atingido, ainda no mesmo passo de tempo determina-se novamente o campo de temperaturas pelo método TDMA, até atingir nova convergência. A Figura (5.3) esquematiza a seqüência numérica de cálculo do problema.

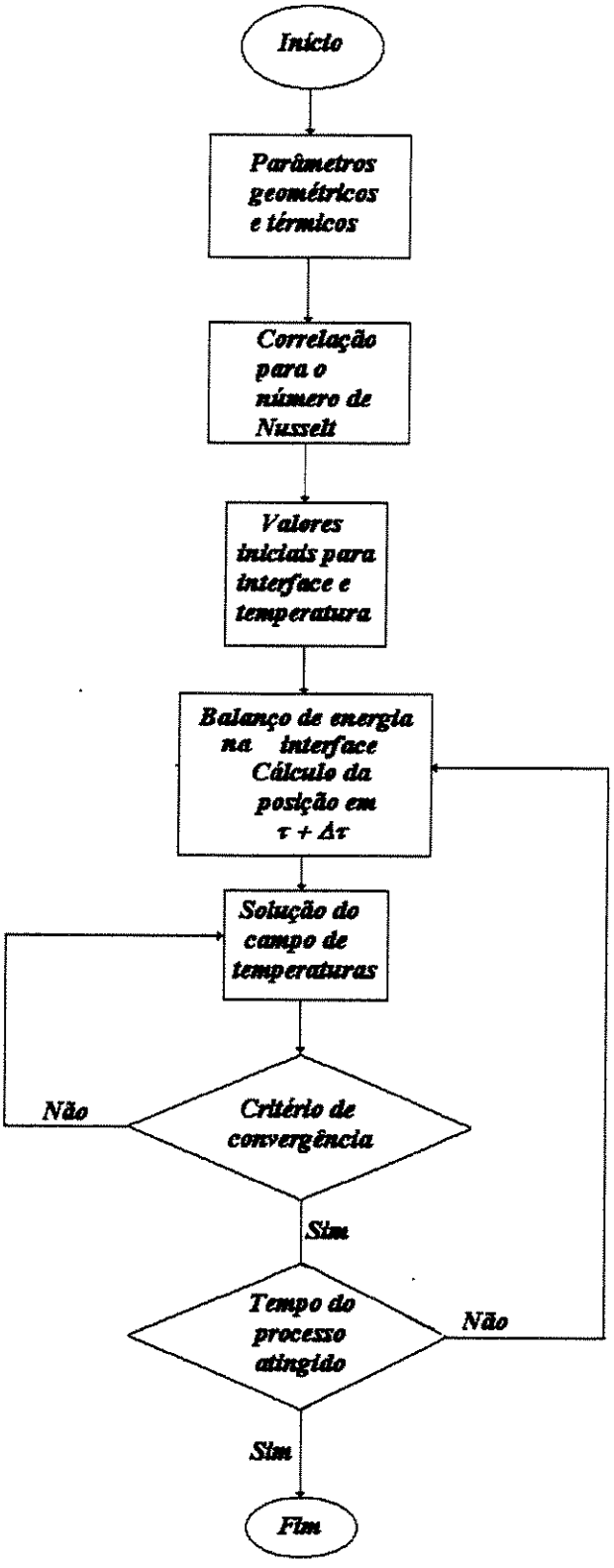

Figura 5.3 – Fluxograma do programa computacional.

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE

5.6 – Determinação da massa solidificada

No Capítulo 3 foi mencionado como foi estimada, com base nos dados experimentais, a massa de gelo solidificada.

A determinação numérica foi baseada em RIEGER *et al* (1982), e é dada pela equação:

$$V_s = \int_0^1 \int_0^{\pi} R\, d\theta\, \Delta_s\, d\eta \tag{5.18}$$

A Equação (5.18) consiste na determinação do volume do próprio volume de controle ao longo do tempo, sendo este resultado obtido por unidade de comprimento. No final do processo, obtém-se o volume total solidificado, o qual é transformado em massa multiplicando-se pela massa específica do gelo.

5.7 – Dificuldades encontradas

Assim como no procedimento experimental, foram encontradas algumas dificuldades na obtenção dos resultados numéricos, citadas a seguir:

- Diversas expressões para a distribuição inicial de temperatura bem como valores iniciais para a posição da interface sólido-líquido foram testados. Isto porque nem todos proporcionavam resultados fisicamente consistentes e coerentes

- Uma análise cuidadosa do modelamento matemático bem como sua discretização e implementação no programa numérico foi necessária, a fim de descobrir a causa da geração de resultados inconsistentes.

Capítulo 6

Apresentação e Análise dos Resultados

6.1 - Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais e numéricos obtidos. Em decorrência do fato já mencionado em capítulos anteriores sobre a não existência de trabalhos de solidificação, tanto experimentais quanto numéricos com a geometria de interesse neste trabalho, far-se-á a análise dos resultados à luz da literatura relativa ao escoamento em tubos curvos e a comparação dos mesmos com base nos resultados numéricos obtidos neste estudo. Além disso, é importante salientar que este trabalho vem dar início à futuras discussões bem como ao levantamento de hipóteses e/ou teorias sobre as características da formação de gelo ao redor de tubos curvos.

6.2 – Características observadas na formação da camada solidificada

Neste ponto, é conveniente discorrer sobre a evolução transiente da camada solidificada ao redor dos tubos, durante a realização dos testes experimentais. Foi observado que nos instantes iniciais do processo de solidificação (em média, os primeiros 30 minutos, dependendo da temperatura de entrada do fluido refrigerante), a camada de gelo formava-se mais rapidamente no lado da curvatura externa do tubo do que na interna, apresentando, portanto, espessuras maiores naquela posição. Com esse fato, corrobora-se a influência do escoamento secundário no interior

do tubo, descrita no Capítulo 1, o qual produz maior coeficiente de troca de calor na curvatura externa do tubo. Entretanto, à medida que a frente de solidificação avançava com o passar do tempo, o efeito supramencionado era gradativamente revertido, isto é, a camada do lado externo tornava-se menor que à relativa ao lado interno, mantendo esse comportamento até o final do experimento. Tal comportamento repetiu-se para todos os raios de curvatura, números de Reynolds e temperaturas de entrada do fluido refrigerante. A Figura (6.1) ilustra esse efeito.

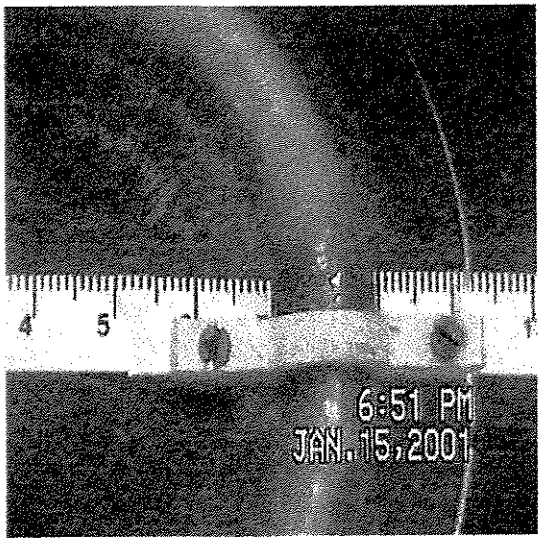

Figura 6.1 – Fotografia da camada solidificada ao redor do tubo para, $T_f = -15$ °C, Re = 500, R = 3,9 cm e t = 4 h 15min.

Em primeira análise, poder-se-ia pressupor que o comportamento da frente de solidificação nos instantes iniciais do processo, fosse fundamentado com base nas características do escoamento secundário. Durante este período, o efeito do escoamento secundário tende a ser predominante sobre a formação da camada. À medida, porém, que o processo avança no tempo, este efeito do escoamento secundário torna-se cada vez menos proeminente, não mais produzindo as características preliminarmente descritas. Em outras palavras, a influência dos coeficientes convectivos torna-se irrelevante com o tempo, dando espaço à influência de outros fatores. Um desses fatores é a própria geometria do sistema. Tal fato pode ser esclarecido ao analisar-se um elemento de volume representativo para um determinado ângulo de curvatura, esquematizado na Figura (6.2), no qual observa-se que a área interna (representada pela região **I**) disponível à formação do gelo é menor que à área externa (região **II**).

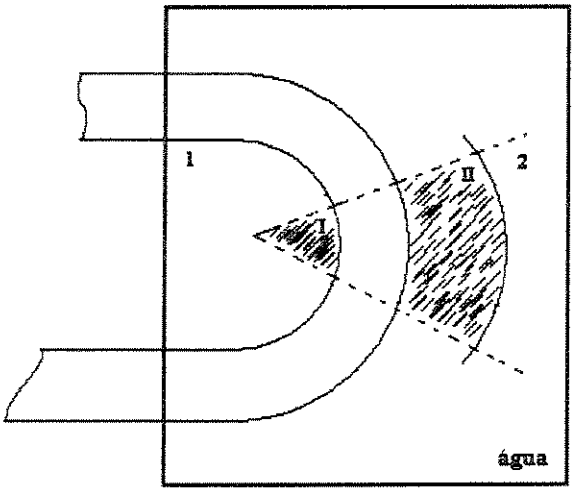

Figura 6.2 – Desenho esquemático de um elemento de volume na seção de testes (vista superior).

Dessa forma, o fluxo de calor em direção ao tubo proporciona um crescimento mais acentuado da camada de gelo no lado interno (onde a área disponível para mudança de fase é menor), quando comparado ao lado externo. Outro fator que deve ser levado em conta é a resistência térmica total, que inclui o coeficiente convectivo interno ao tubo, a resistência térmica da parede do tubo (desprezível) e a resistência térmica da camada solidificada. Esta última tende a ser dominante após um certo intervalo de tempo, anulando a influência do coeficiente convectivo. Finalmente, deve ser analisada a temperatura do material de mudança de fase nas proximidades da frente de solidificação. Conforme foi detalhado no Capítulo 3, a seção de testes era alimentada com água à temperatura mais próxima possível do valor de mudança de fase (0 °C). Porém, pequenas diferenças de temperatura foram observadas durante os experimentos.

Retornado à geometria do sistema, esquematizada na figura (6.2), observa-se que a região **1** permanece confinada em um meio delimitado pela camada solidificada, ao contrário da região **2**. Consequentemente, este confinamento das camadas líquidas contíguas à região **1** permitem maiores trocas de calor em relação às camadas da região **2**, provocando naquelas, um maior resfriamento. Tal fato foi experimentalmente comprovado por meio de medições das temperaturas em ambas as regiões. Verificou-se que as temperaturas médias referentes à região **1** eram inferiores às da região **2**.

Em decorrência destes diversos fatores, supõe-se que o confinamento do líquido na região 1, que é desencadeado devido à geometria curva do tubo, contribua para a formação de maiores espessuras da camada solidificada nesta superfície, revertendo, assim, o processo inicial.

As figuras (6.3) e (6.4) apresentam as curvas experimentais da posição da frente de solidificação em função do tempo, ambas para T_f = -20 °C, Re = 1500 e diferentes números de Dean. É importante deixar claro que a posição da frente de solidificação foi determinada sempre a partir do raio externo do tubo, conforme mostrado na figura (6.1).

Analisando estas curvas, pode-se perceber que, de fato, maiores espessuras da camada solidificada são desenvolvidas no lado da curvatura externa do tubo, para os instantes iniciais do processo. Na Figura (6.3), que apresenta o número de Dean duas vezes maior, este período de tempo no qual a espessura da camada externa é maior que a espessura da camada interna, é aproximadamente 50 % menor relativamente à Figura (6.4), com menor número de Dean. Tal comportamento corrobora o fato de que maiores números de Dean (menores raios de curvatura), tendem a favorecer o efeito de reversão das espessuras das camadas interna e externa, devido aos fatores geométricos. Em relação a este último comportamento, pela Figura (6.3) nota-se que a diferença entre as espessuras das camadas externa e interna apresentou-se mais acentuada quando comparada com a Figura (6.4).

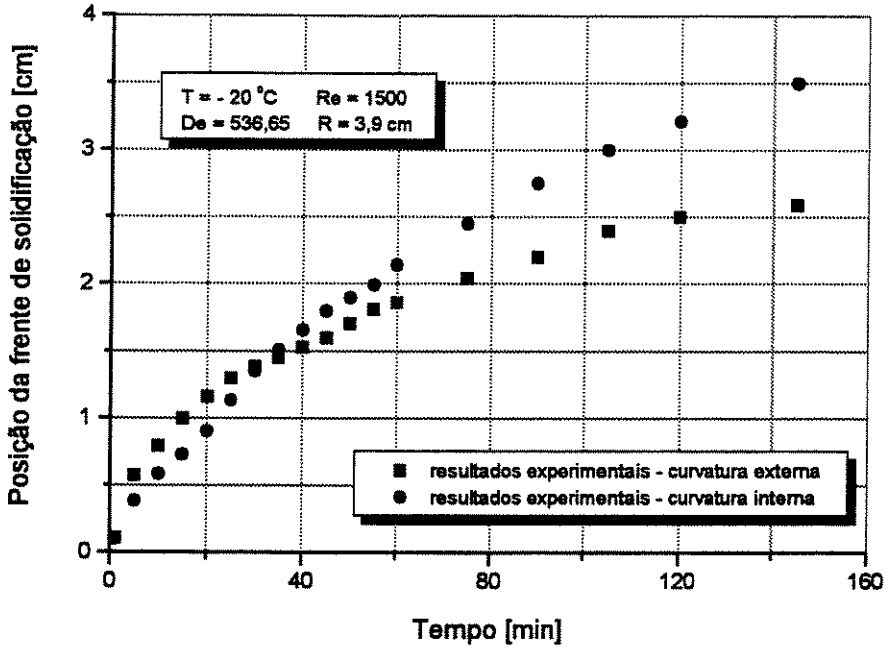

Figura 6.3 – Posição da frente de solidificação em função do tempo: T_f = -20 °C, De = 536,65.

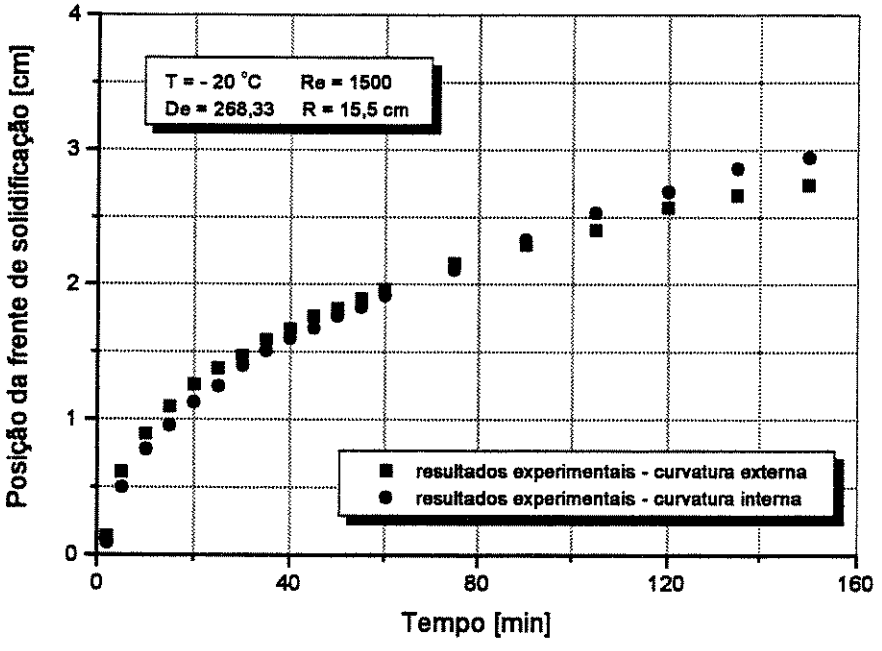

Figura 6.4 – Posição da frente de solidificação em função do tempo: T_f = -20 °C, De = 268,33.

Os gráficos dos resultados experimentais ilustrados pelas as figuras (6.5) e (6.6), realizados com T_f = -5 °C, apresentaram comportamento análogo, onde o maior número de Dean provocou maiores diferenças entre as camadas na Figura (6.5), além de que o tempo durante o

qual ocorre a inversão foi mais de 50 % menor em relação ao experimento mostrado pela Figura (6.6).

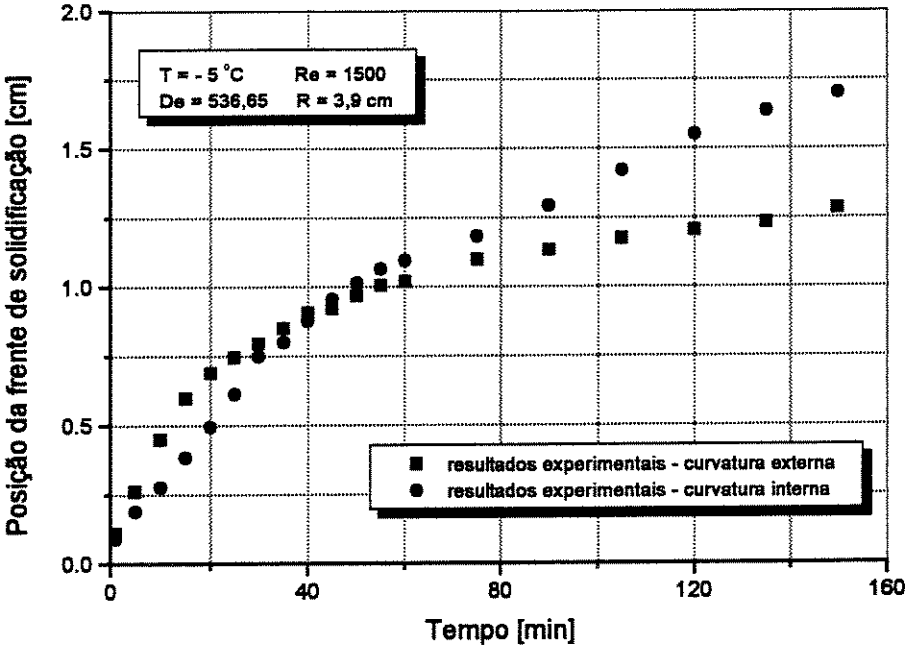

Figura 6.5 – Posição da frente de solidificação em função do tempo: T_f = -5 °C, De = 536,65.

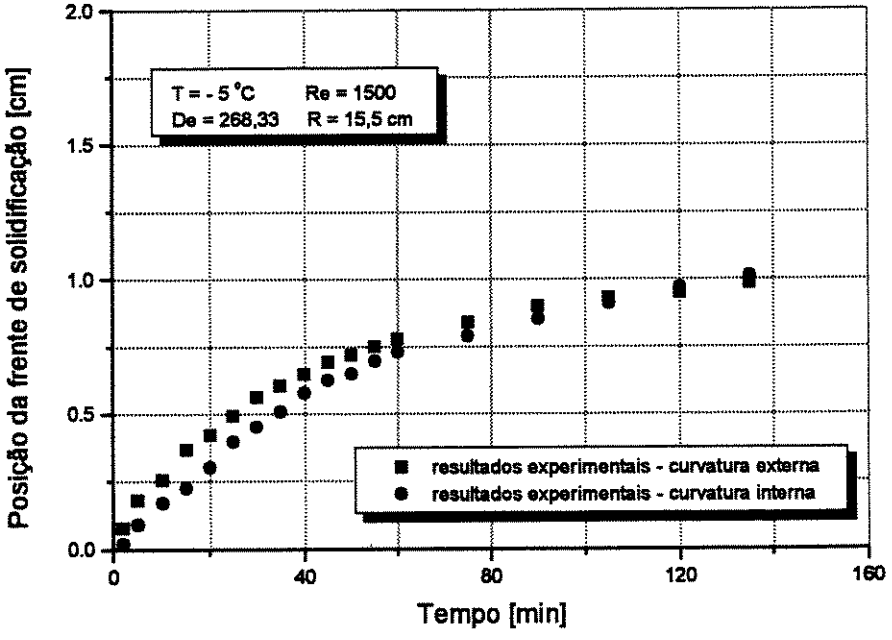

Figura 6.6 – Posição da frente de solidificação em função do tempo: T_f = -5 °C, De = 178,89.

Feita esta análise do processo total, é estudado, neste ponto, as fases iniciais do processo, isto é, os instantes em que o efeito geométrico ainda não seja proeminente sobre o relativo ao escoamento secundário. Tal análise consiste no estudo da influência dos diferentes números de Dean sobre a solidificação, a qual está diretamente relacionada à magnitude do escoamento secundário.

Os resultados estão apresentados de acordo com a seguinte seqüência:

- Gráficos da posição da frente de solidificação e da massa solidificada em função do tempo – comparação com o modelo numérico
- Gráficos experimentais da posição da frente de solidificação em função do tempo – influência do número de Dean
- Gráficos experimentais da posição da frente de solidificação em função do tempo – influência da temperatura de entrada do fluido refrigerante
- Gráficos numéricos da velocidade da frente de solidificação em função do tempo – influência do número de Dean e do fluido refrigerante
- Gráficos numéricos do perfil de temperatura ao longo da camada sólida em função do raio

Como foi mencionado no Capítulo 3, a análise das incertezas experimentais relativas às medidas realizadas durante os experimentos está apresentada no Apêndice A.

6.2 - Posição da frente de solidificação - Influência do número de Dean.

Conforme já definido, o número de Dean $\left[\frac{Re}{\sqrt{R/r}}\right]$ é o parâmetro adimensional que quantifica o grau de curvatura do tubo e, consequentemente, a magnitude do escoamento secundário no interior do tubo. Cabe salientar, na análise do efeito deste adimensional, que o fator que proporciona o aumento em questão do adimensional são os diferentes raios de curvatura, uma vez que, para a validade da presente análise, é necessário manter constante o número de Reynolds. Tal observação foi feita por YANG e CHANG (1993), os quais salientam que a análise da transferência de calor, nesses casos, deve ser desenvolvida em termos de ambos

os parâmetros, Dean e raio de curvatura, pois aquele também quantifica o escoamento. Além disso, conforme foi observado pelos autores e já discorrido, a transferência de calor é inversamente proporcional ao raio de curvatura.

A Figura (6.7) mostra a influência do número de Dean sobre a evolução das espessuras das camadas externa e interna em função do tempo, para $T_f = -5$ °C.

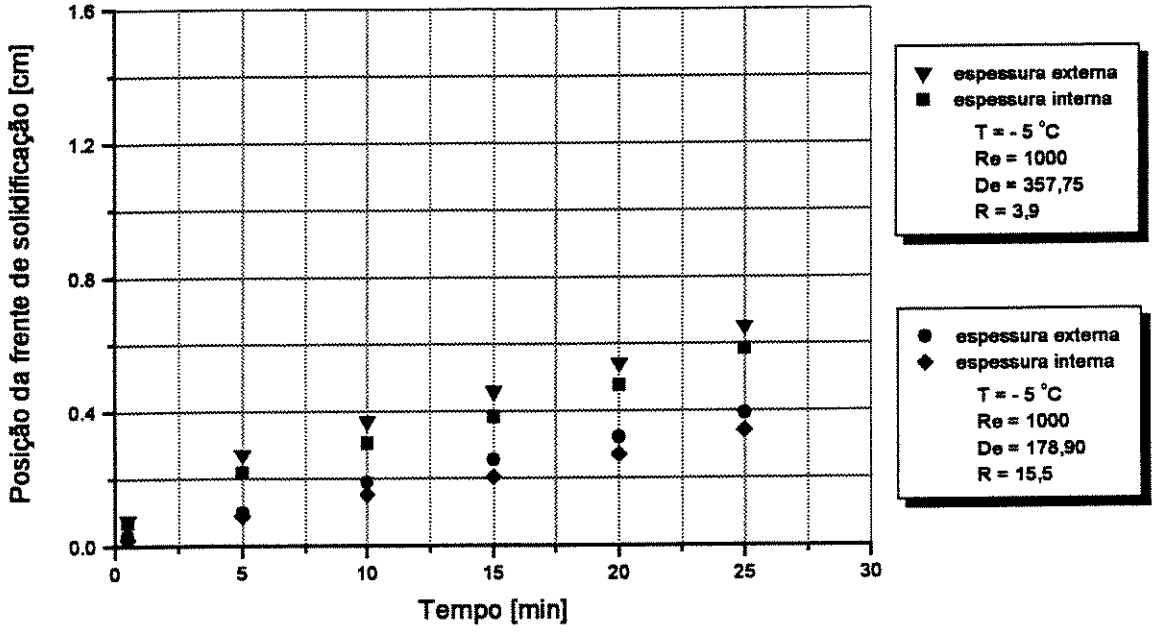

Figura 6.7 – Efeito do número de Dean sobre a posição da frente de solidificação: $T_f = -5$ °C, Ste = 0,03.

Como pode-se observar, nos experimentos com estas condições de operação, a redução do número de Dean (aumento do raio de curvatura) reduziu em pouco mais da metade os valores das camadas externa e interna. Tal comportamento, com base na discussão da seção 3.1, já era previsto.

As figuras (6.8), (6.9) e (6.10) mostram o efeito do número de Dean para os experimentos realizados com temperatura de entrada do fluido refrigerante de –10 °C, -15 °C e -20 °C , respectivamente, mantidas as demais variáveis constantes.

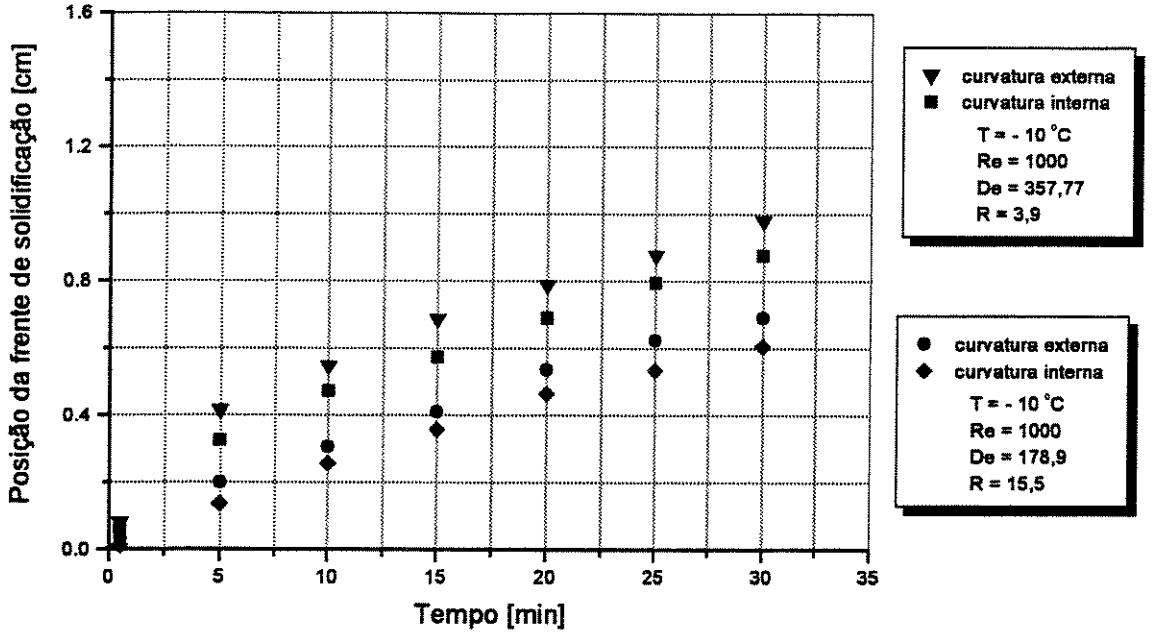

Figura 6.8 – Efeito do número de Dean sobre a posição da frente de solidificação: $T_f = -10$ °C, Ste = 0,06.

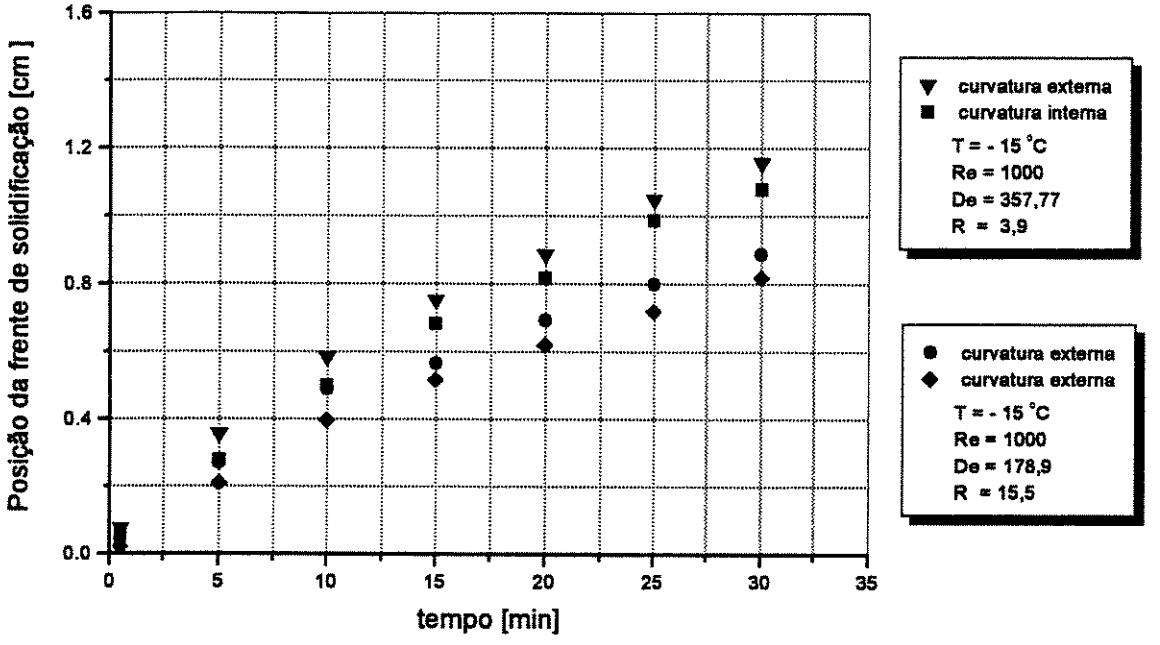

Figura 6.9 – Efeito do número de Dean sobre a posição da frente de solidificação: $T_f = -15$ °C, Ste = 0,09.

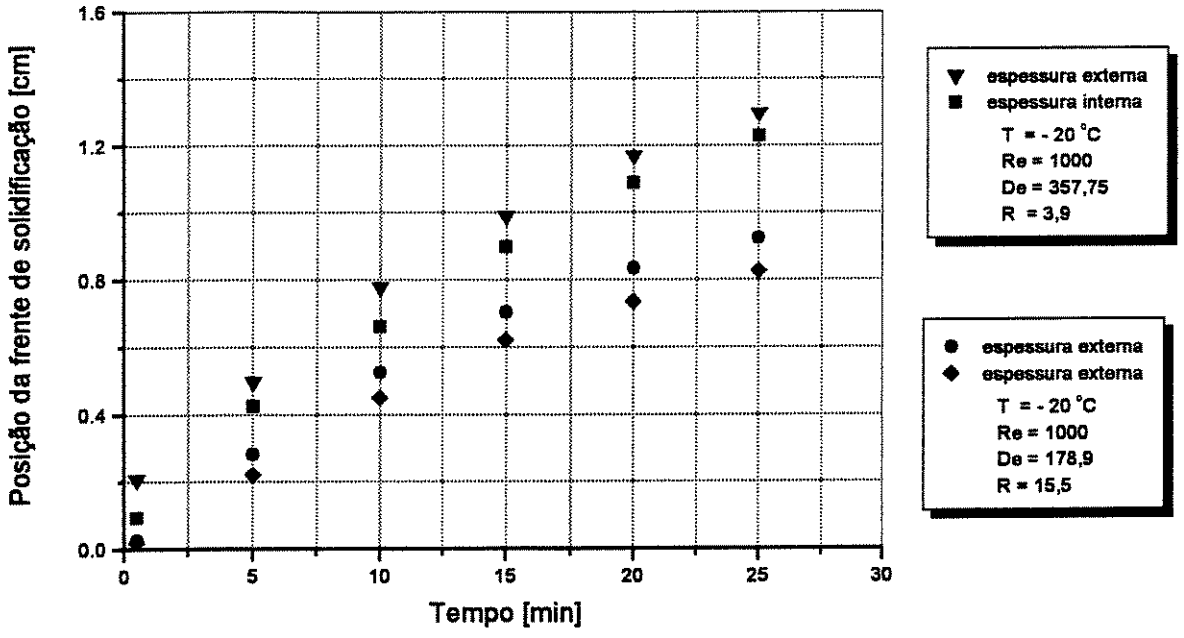

Figura 6.10 – Efeito do número de Dean sobre a posição da frente de solidificação: T_f = -20 °C, Ste = 0,12.

De modo análogo à discussão precedente, observa-se em ambas as figuras supracitadas que o aumento do número de Dean proporcionou maiores valores da posição da frente de solidificação. Fazendo-se uma comparação entre as figuras (6.7) a (6.10), nota-se que a diferença entre as posições da frente para o tempo de 25 minutos aumenta gradativamente com a diminuição da temperatura de entrada do fluido. Em conseqüência disso, tal diferença apresenta-se mais acentuadamente ao serem comparadas as figuras (6.7) e (6.10).

Não obstante que a análise da influência da temperatura de entrada do fluido refrigerante será abordada apenas no próximo item, neste ponto cabe discorrer resumidamente sobre o número de Stefan (**Ste**), para o qual adotou-se a definição $\left[\frac{c_p (T_m - T_f)}{L}\right]$. De acordo com OZISIK (1980), este adimensional está diretamente associado aos processos de mudança de fase e relaciona o calor sensível com o latente. Para uma mesma substância, no presente caso, a água, o número de Stefan sofrerá variação apenas em decorrência da variação da temperatura de entrada do fluido ($\mathbf{T_f}$), uma vez que os calores específico ($\mathbf{c_p}$) e latente (**L**) assim como a

temperatura de mudança de fase da água (T_m) são constantes. Baseado nisso e para o presente caso no qual se trabalha com material de mudança de fase constante, a análise do efeito da temperatura do fluido pode ser feita em função da própria magnitude do número de Stefan, a saber, quanto maior este parâmetro maior a capacidade da fase líquida liberar calor para a solidificação. As figuras (6.7) e (6.10) ilustram claramente este efeito, o qual ainda será discutido no item 6.3.

Objetivando expor neste trabalho um maior número de gráficos experimentais, sem entretanto tornar o trabalho prolixo, as figuras (6.11) a (6.14) sintetizam a variação da posição da interface para as curvaturas externa e interna do tubo em função do número de Dean para, o tempo de 15 minutos.

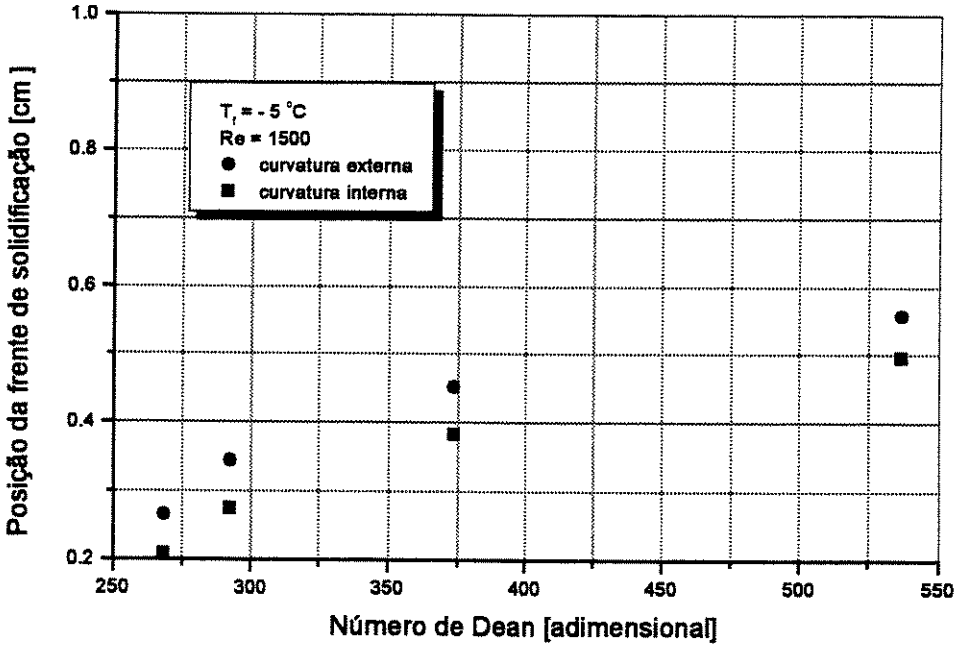

Figura 6.11 – Posição da frente de solidificação em função do número de Dean em t = 15 min, para T_f = -5 °C e Re = 1500.

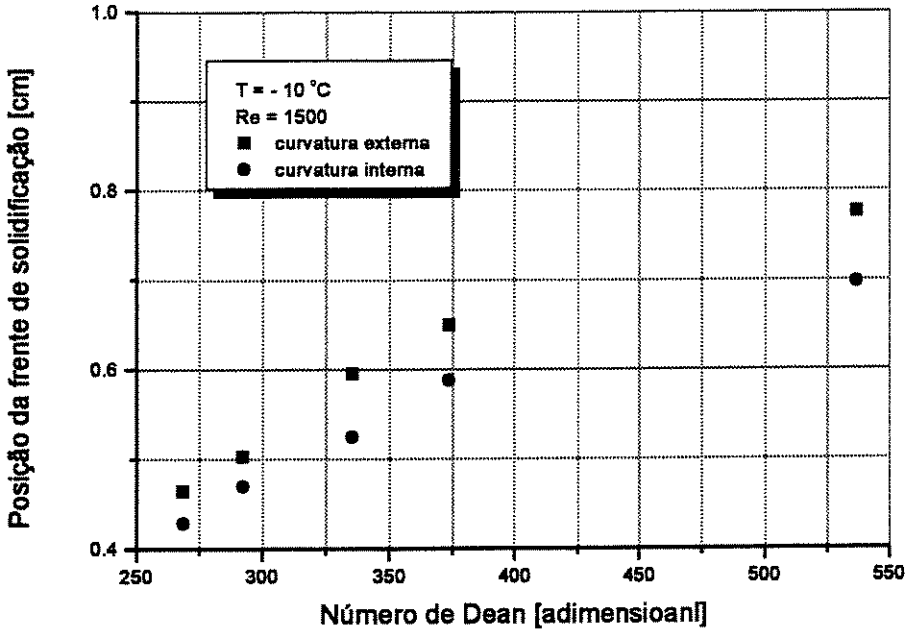

Figura 6.12 – Posição da frente de solidificação em função do número de Dean em t = 15 min, para T_f = -10 °C e Re = 1500.

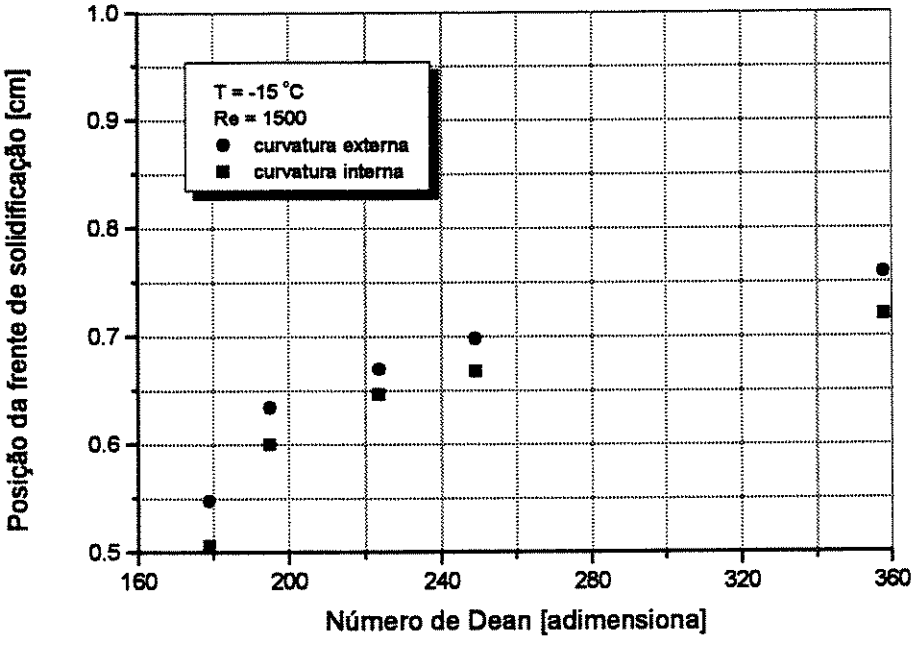

Figura 6.13 – Posição da frente de solidificação em função do número de Dean em t = 15 min, para T_f = -15 °C e Re = 1500.

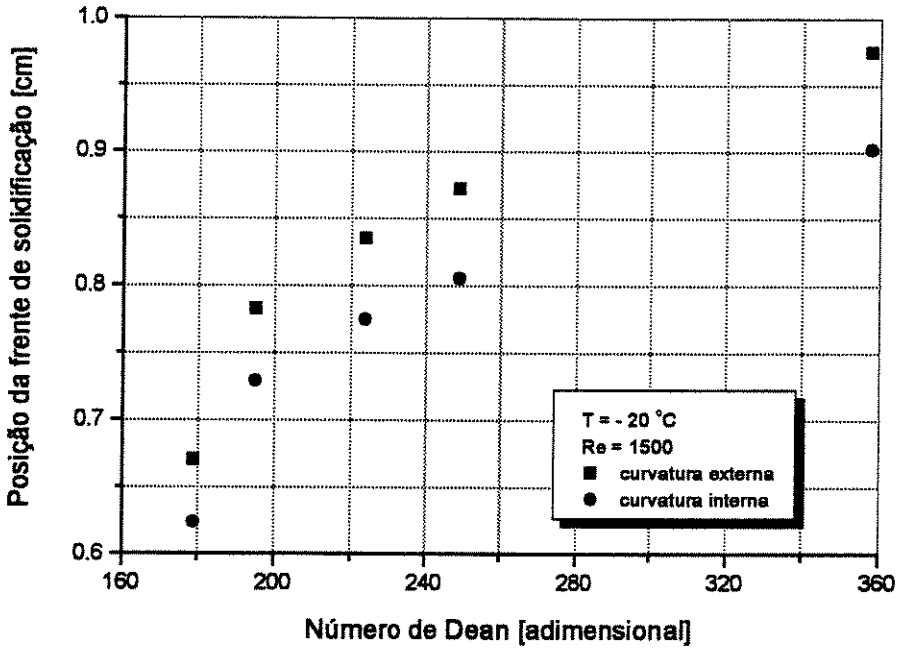

Figura 6.14 – Posição da frente de solidificação em função do número de Dean em t = 15 min, para T_f = -20 °C e Re = 1500.

Em concordância com a discussão dos parágrafos anteriores, analisando-se isoladamente estas figuras, a espessura da camada tende a aumentar com o aumento do número de Dean, para mesmo número de Reynolds e intervalo de tempo. Novamente entra nesta questão o efeito do escoamento secundário, que confere maiores trocas de calor na curvatura externa. De acordo com YANG *et al* (1995), este decréscimo do número de Nusselt a partir da curvatura externa em direção à interna, é uma característica típica do escoamento em tubos toroidais. Como já foi mencionado, é à luz desta característica que fundamenta-se a discussão da diferença periférica das espessuras solidificadas nos momentos iniciais do processo.

6.3 - Posição da frente de solidificação– Influência da temperatura de entrada do fluido

Conforme foi exposto no item 6.2, para o presente caso, a análise da influência da temperatura de entrada do tubo pode ser baseada no número de Stefan. A Figura (6.15) apresenta um gráfico comparativo mostrando experimentos realizados com temperaturas de –5 °C e –10 °C. Como pressuposto, temperaturas mais baixas de entrada do fluido refrigerante resultaram no

aumento dos valores da posição da frente de solidificação. No caso da Figura (6.15), este aumento não se mostrou tão pronunciado quanto nos experimentos mostrados pela Figura (6.16), onde são comparados experimentos realizados a –5 °C e –15 °C. Por outro lado, este efeito apresenta-se ainda mais pronunciado na Figura (6.17), cujos experimentos foram realizados com temperaturas de –5 °C e –20 °C. Não obstante que os experimentos das figuras supracitadas apresentem números de Dean diferentes, é viável efetuar tal comparação.

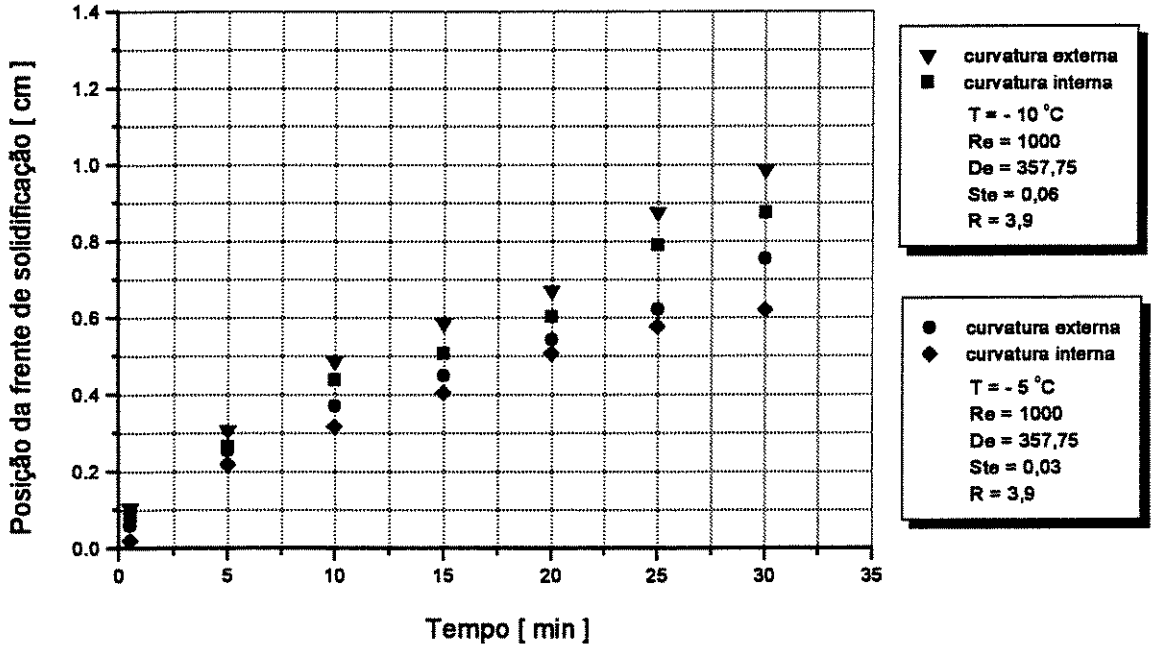

Figura 6.15 - Efeito da temperatura de entrada do fluido refrigerante sobre a posição da frente de solidificação: Ste = 0,06 e Ste = 0,03.

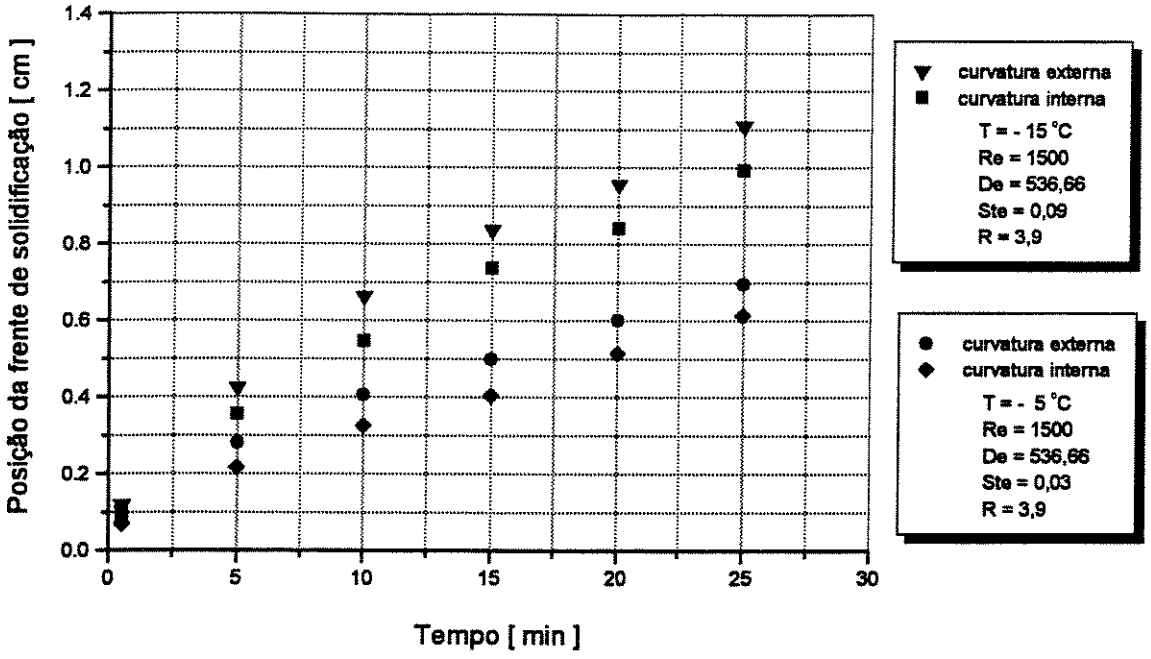

Figura 6.16 - Efeito da temperatura de entrada do fluido refrigerante sobre a posição da frente de solidificação: Ste = 0,09 e Ste = 0,03.

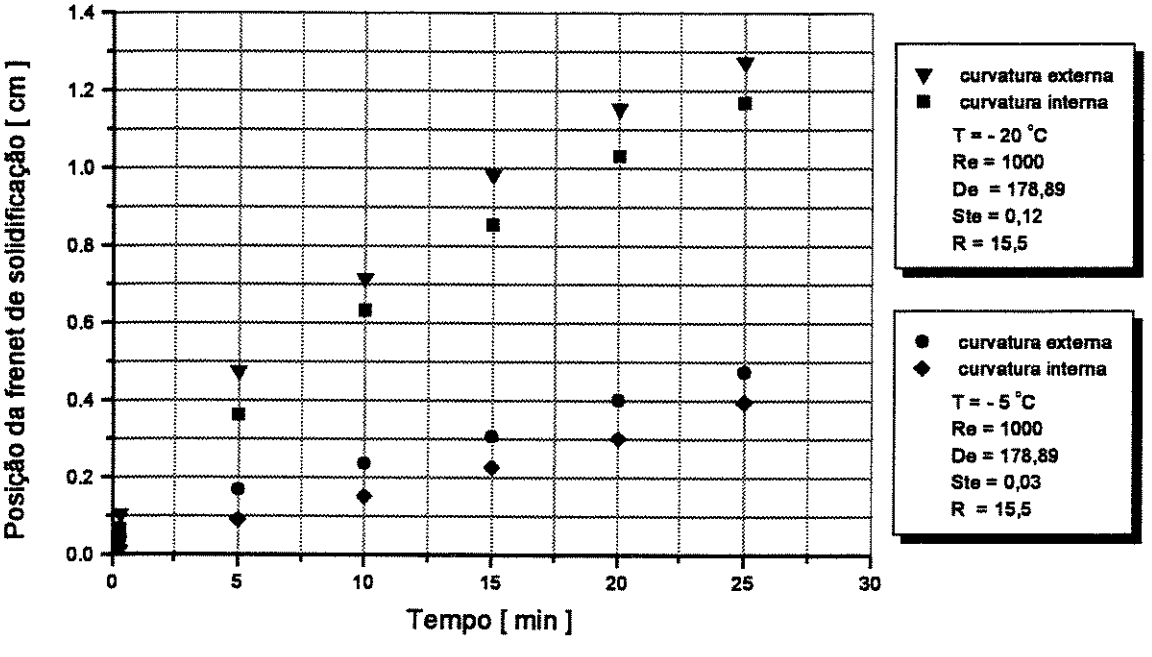

Figura 6.17 - Efeito da temperatura de entrada do fluido refrigerante sobre a posição da frente de solidificação: Ste = 0,12 e Ste = 0,03.

A Figura (6.18) sintetiza essa característica pelo gráfico experimental da posição da frente em função da temperatura do fluido, para um determinado tempo.

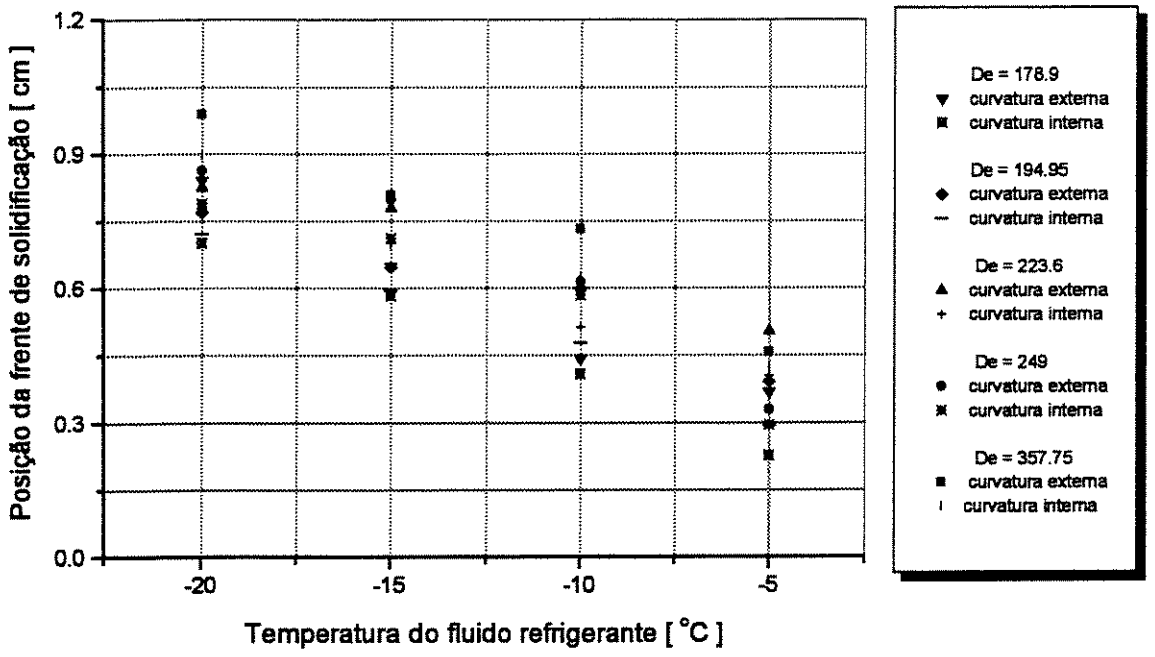

Figura 6.18 - Efeito da temperatura de entrada do fluido refrigerante sobre a posição da frente de solidificação para curvatura externa do tubo, t = 15 min e Re = 1000.

A Figura (6.19) mostra essa influência para um tempo maior de experimento, t = 340 min, mostrando apenas a curvatura externa objetivando uma melhor visualização.

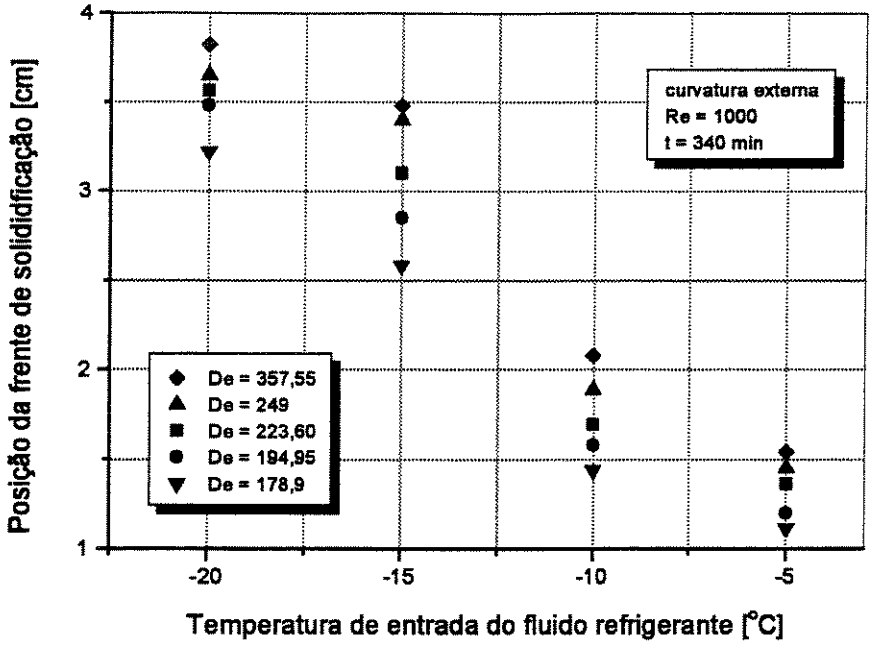

Figura 6.19 - Efeito da temperatura de entrada do fluido refrigerante sobre a posição da frente de solidificação para as curvaturas externa e interna do tubo, t = 340 min, Re = 1000.

6.4 - Posição da frente de solidificação - Massa solidificada

Comparação com modelo numérico

Antes dos resultados numéricos, é apresentada a análise feita para a escolha da malha computacional, bem como do passo de tempo utilizados.

De acordo com MORALES (2000), testes para selecionar uma determinada malha computacional consistem na realização de simulações numéricas com diferentes configurações desta malha. O objetivo dos testes em questão é demonstrar que, à medida que a malha é refinada, atinge-se um ponto tal onde a solução torna-se independente da mesma, e neste caso, escolhe-se a malha que seja mais econômica em termos computacionais.

Com o objetivo da analisar essa influência, foram feitos alguns testes de malha para que, destarte, pudesse proporcionar uma otimização no programa computacional. Não foram feitos testes com malha não uniforme, apesar de ser uma prática comum, segundo KIM e KAVIANY (1990), aumentar a densidade de pontos próximo à interface. Além disso, valores de partida para

escolha de tamanho da malha e passo de tempo, foram baseados na literatura, como em RIEGER *et al* (1982).

Seguindo a notação **L** x **M**, onde **L** representa o número de volumes de controle na direção angular e **M** na direção radial, a Figura (6.20) apresenta o teste de malhas realizado.

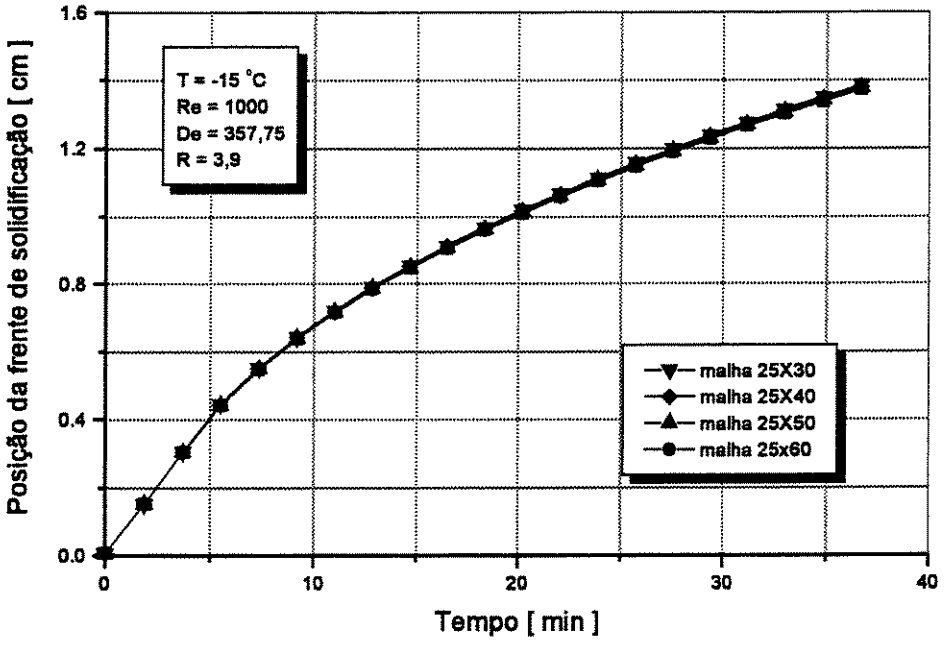

Figura 6.20 – Resultados numéricos da posição da frente de solidificação em função do tempo, com variação do número de VC na direção radial – análise da malha computacional.

Como se pode perceber, mantendo-se fixo o número de volumes na direção angular e variando na direção radial, não houve variação dos resultados. Adotando-se, então, o número mínimo de 30 volumes para a direção radial, e variando a angular, Figura (6.21), observa-se que neste caso, os resultados sofreram pequena variação, quando comparados com a Figura (6.20).

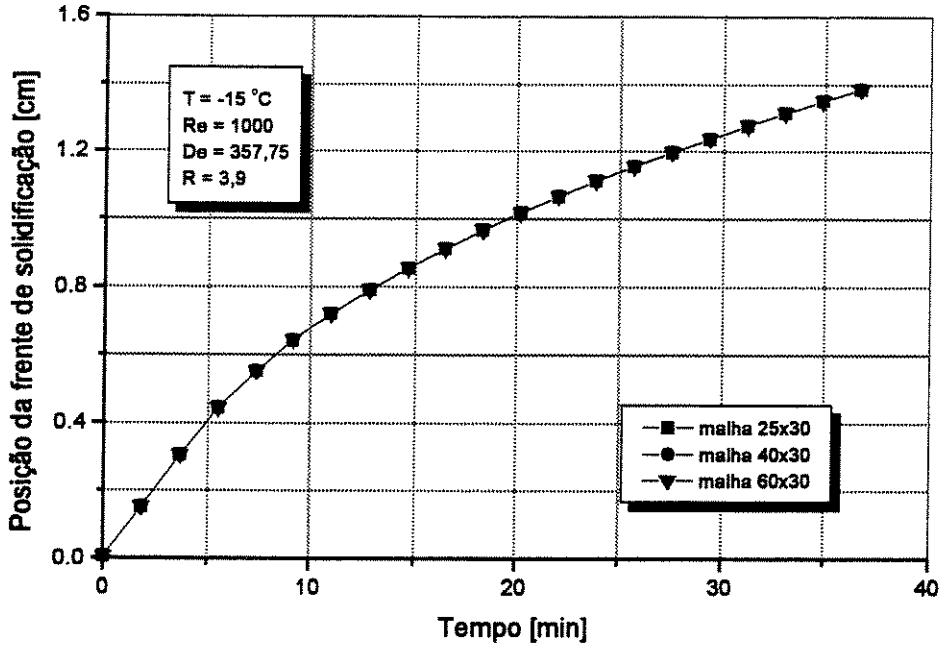

Figura 6.21 – Resultados numéricos da posição da frente de solidificação em função do tempo, com variação do número de VC na direção angular – análise da malha computacional.

A Figura (6.22) mostra que, apesar de 100 volumes de controle serem dispostos ao longo da direção angular, não foi notada praticamente nenhuma diferença ao se dispuser 10 volumes nesta mesma direção. Outrossim observa-se que apenas utilizando malhas demasiado grosseiras, (5x5), é promoveu-se um maior afastamento das mais refinadas.

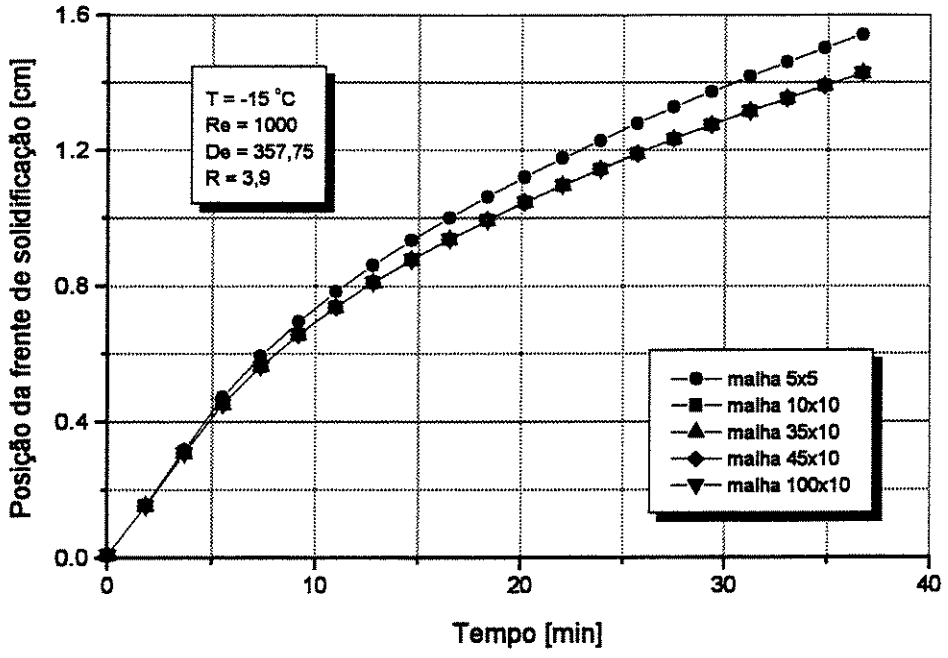

Figura 6.22 – Resultados numéricos da posição da frente de solidificação em função do tempo – análise da malha computacional.

Com o objetivo de quantificar o erro relativo à malha mais refinada, são apresentadas as figuras (6.23), (6.24) e (6.25), nas quais, o cálculo do erro foi feito de acordo com a relação abaixo:

$$\left|\left(\frac{R_g - R_r}{R_r}\right)\right| \times 100$$

Neste caso:

R_g – valor numérico da posição da interface sólido-líquido para cada malha

R_r – valor numérico da posição da interface sólido-líquido para a malha mais refinada.

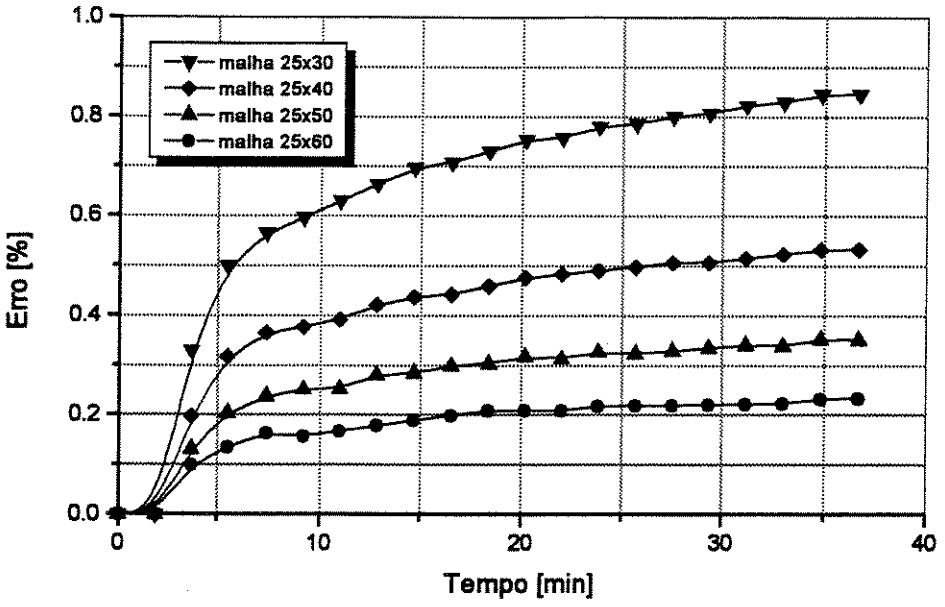

Figura 6.23 – Erro relativo à malha mais refinada – variação radial.

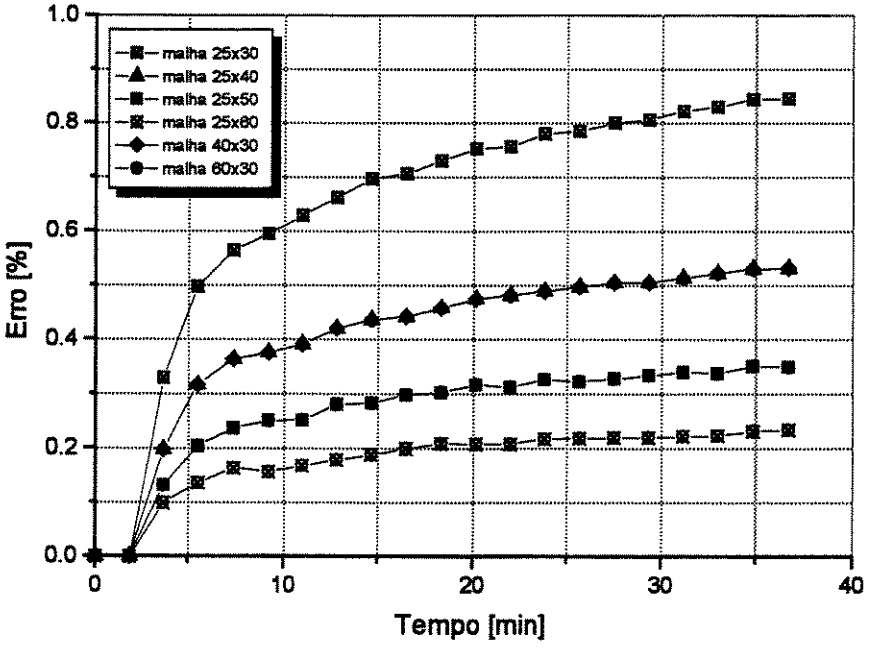

Figura 6.24 – Erro relativo à malha mais refinada – variação angular.

Observa-se, nas figuras (6.23) e (6.24), que os resultados numéricos não variaram demasiadamente com o refino da malha, resultando em um erro máximo de 1%. A Figura (6.25) apresenta resultados utilizando uma malha pouco refinada (5x5), que proporcionou um erro superior a 12%.

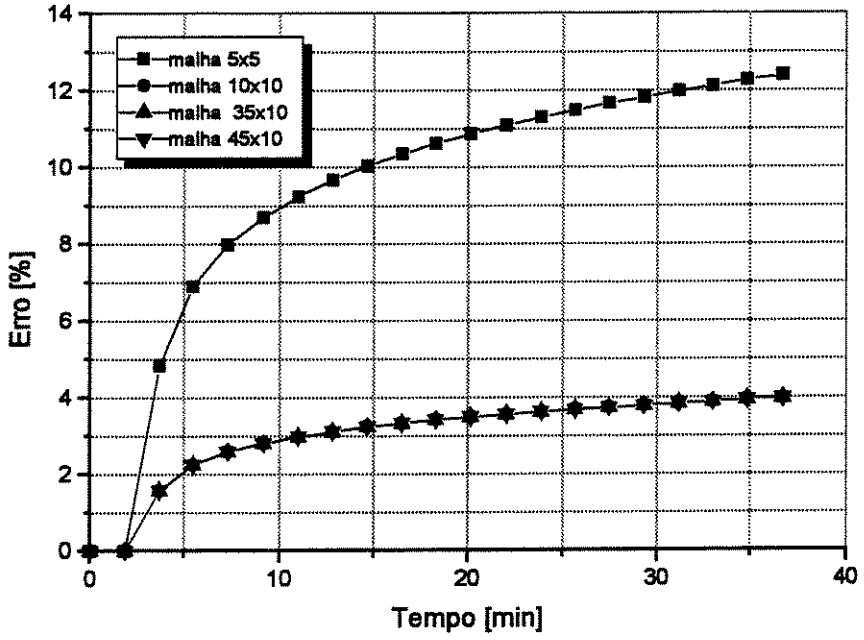

Figura 6.25 – Erro relativo à malha mais refinada – comparação com malha mais grosseira.

Baseada na discussão supracitada, foi adotada uma malha de tamanho 25x60, por apresentar melhor compromisso entre o erro e o esforço computacional.

Testes para o passo de tempo mostraram que um valor da ordem de 10^{-4}, apresentou resultados consistentes. Todos os resultados experimentais foram computados com passo de tempo de 2.10^{-4} e critério de convergência de 1.10^{-3}.

A comparação dos resultados experimentais, para os instantes iniciais do processo, com o modelo numérico é demostrada nas figuras (6.26) a (6.30). Analisando essas figuras pode-se observar que o modelo matemático proposto ajustou-se de maneira satisfatória aos resultados experimentais, quando levadas em consideração todas as hipóteses e simplificações adotadas.

Especialmente com relação à aproximação para tubo reto, utilizando a curvatura do tubo como condição de contorno, por intermédio do uso de correlações para o coeficiente convectivo periférico. Com isso, convalida-se os modelos matemático e numérico propostos.

Nota-se que em todas as figuras, os pontos experimentais situaram-se, em média, abaixo da curva numérica. Uma hipótese para justificar esta tendência, em primeira análise, consiste nas aproximações feitas no modelo matemático, especialmente a aproximação para tubo reto com o decorrente uso das correlações, assim como a utilização de um modelo puramente condutivo, no qual a fase líquida permanece à temperatura de mudança de fase. Como já foi mencionado, nas condições operacionais disponíveis, não foi possível realizar os testes experimentais mantendo a temperatura da água rigorosamente a 0 °C. BATHELT *et al* (1979), em um trabalho experimental de solidificação de uma parafina, salientam a necessidade de um rígido controle da temperatura do ambiente onde são realizados os testes, como uma das medidas a serem tomadas para controlar a perda de calor para o ambiente e o conseqüente desencadeamento da convecção natural. Apesar disso, ainda é considerado um processo relativamente complicado, pois segundo YAO e PRUSA (1989), uma pequena variação entre as temperaturas de mudança de fase do material e da fase líquida já é suficiente para induzir às forças de flutuação.

Como o presente modelo considera a hipótese de que a fase líquida permanece, durante todo o processo, à temperatura de mudança de fase, o fluxo de calor advindo desta, em sua totalidade, é direcionado à solidificação da água. Tal fato levaria à valores mais altos na posição da frente quando confrontados com valores experimentais.

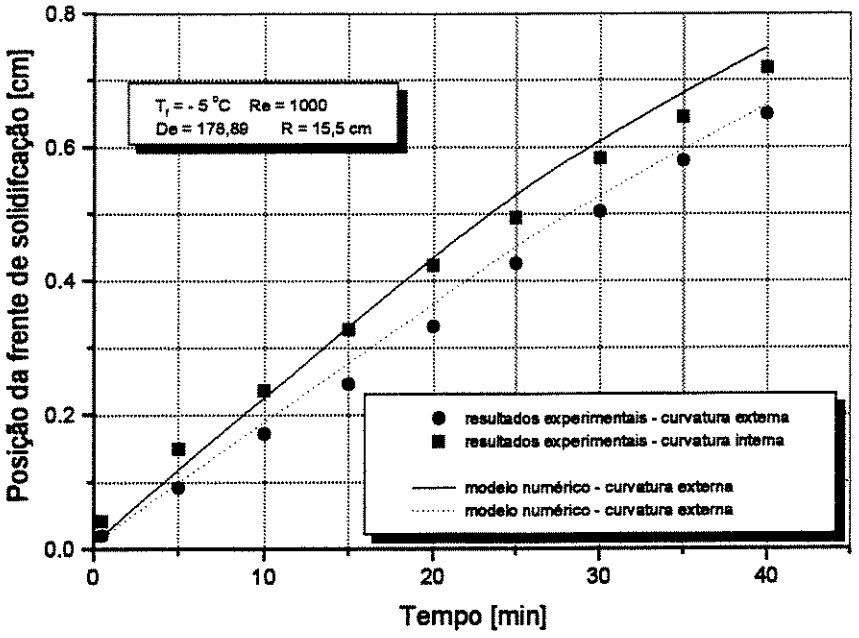

Figura 6.26 - Posição da frente de solidificação em função do tempo para T_f = -5 °C, Re = 1000 e De = 178,89.

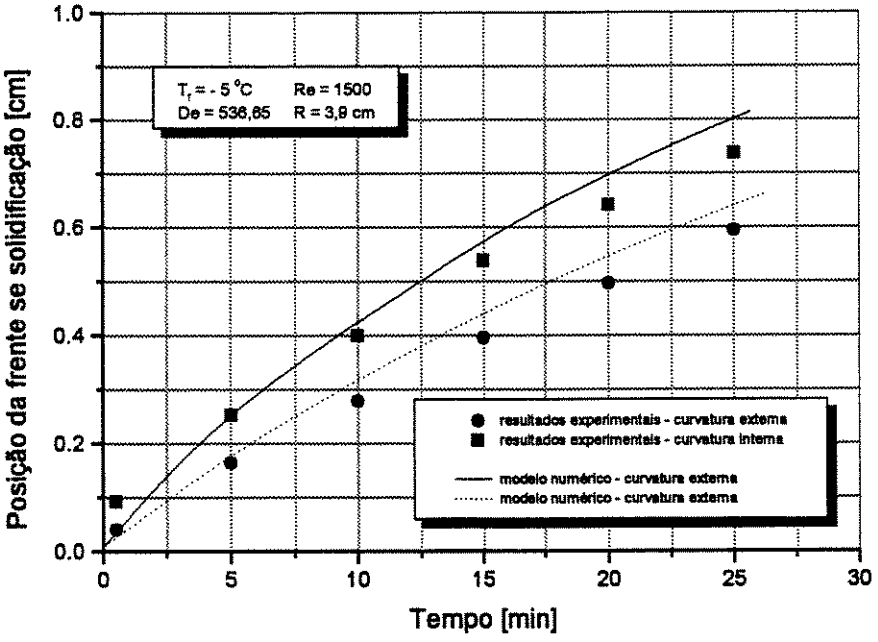

Figura 6.27 - Posição da frente de solidificação em função do tempo para T_f = -5 °C, Re = 1500 e De = 536,65.

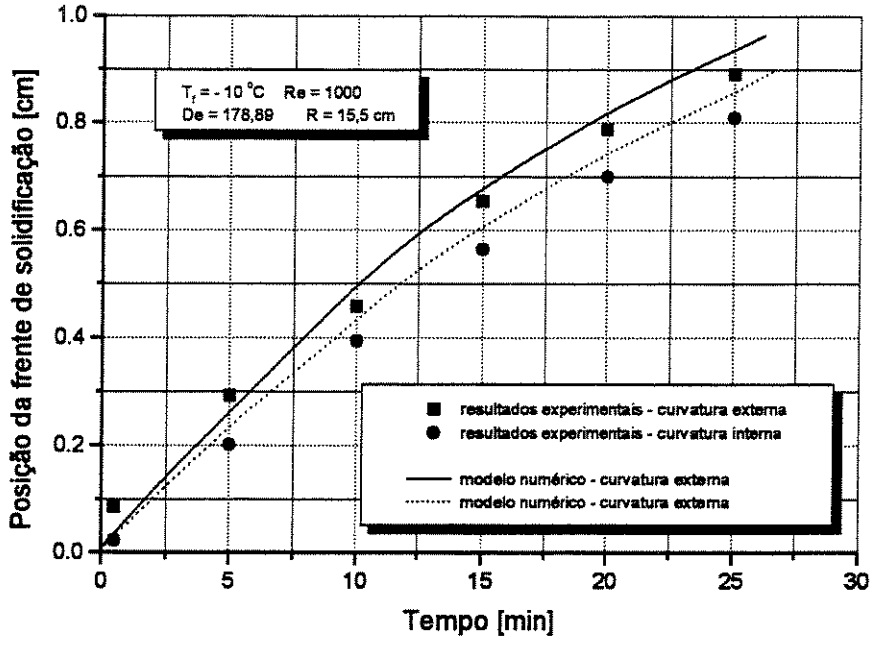

Figura 6.28 - Posição da frente de solidificação em função do tempo para T_f = -10 °C, Re = 1000 e De = 178,9.

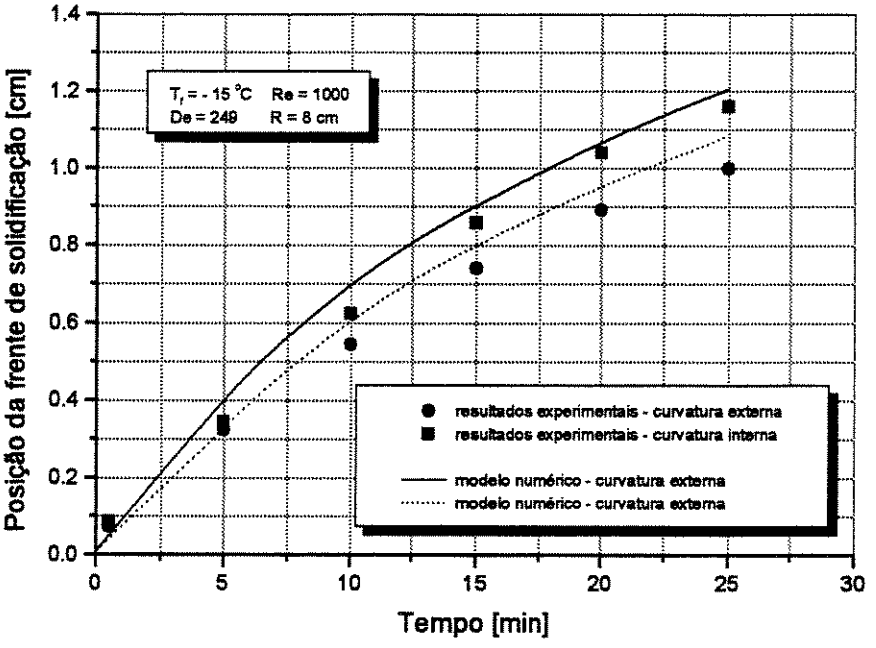

Figura 6.29 - Posição da frente de solidificação em função do tempo para T_f = -15 °C, Re = 1000 e De = 249.

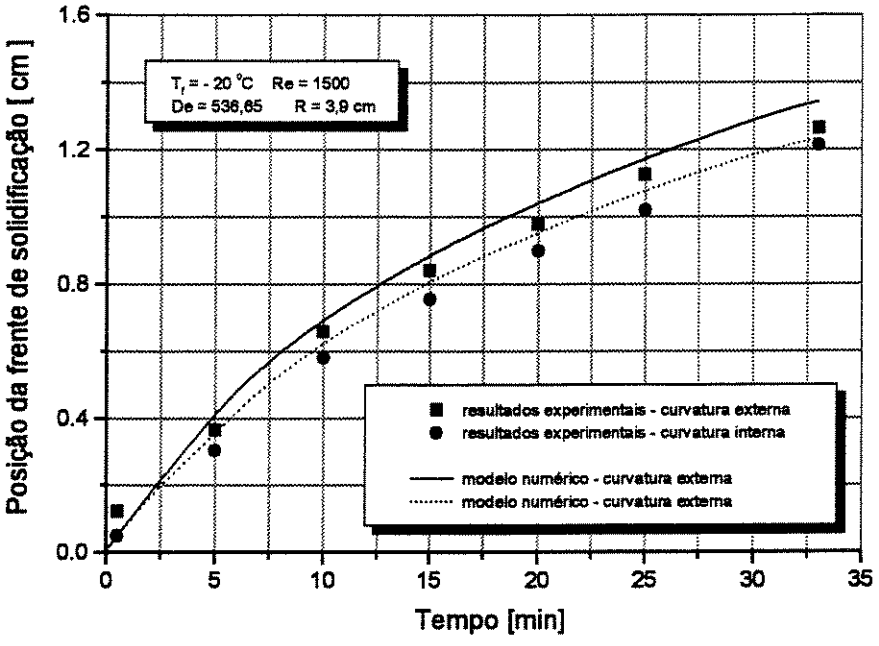

Figura 6.30 - Posição da frente de solidificação em função do tempo para T_f = -20°C, Re = 1500 e De = 536,65.

A comparação dos resultados experimentais para o tempo total de solidificação é mostrada nas figuras (6.31), (6.32) e (6.33). Como pode-se observar, a partir de um dado instante de tempo, a solução numérica afasta-se significativamente dos resultados experimentais.

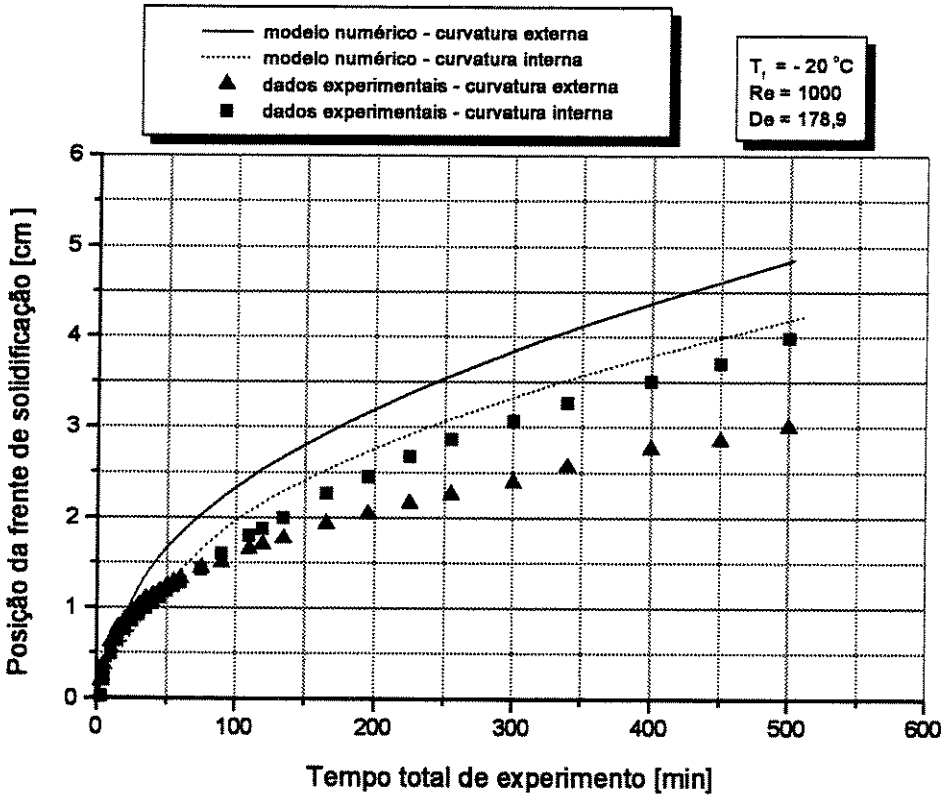

Figura 6.31 – Posição da frente de solidificação em função do tempo total de experimento Ste = 0,12.

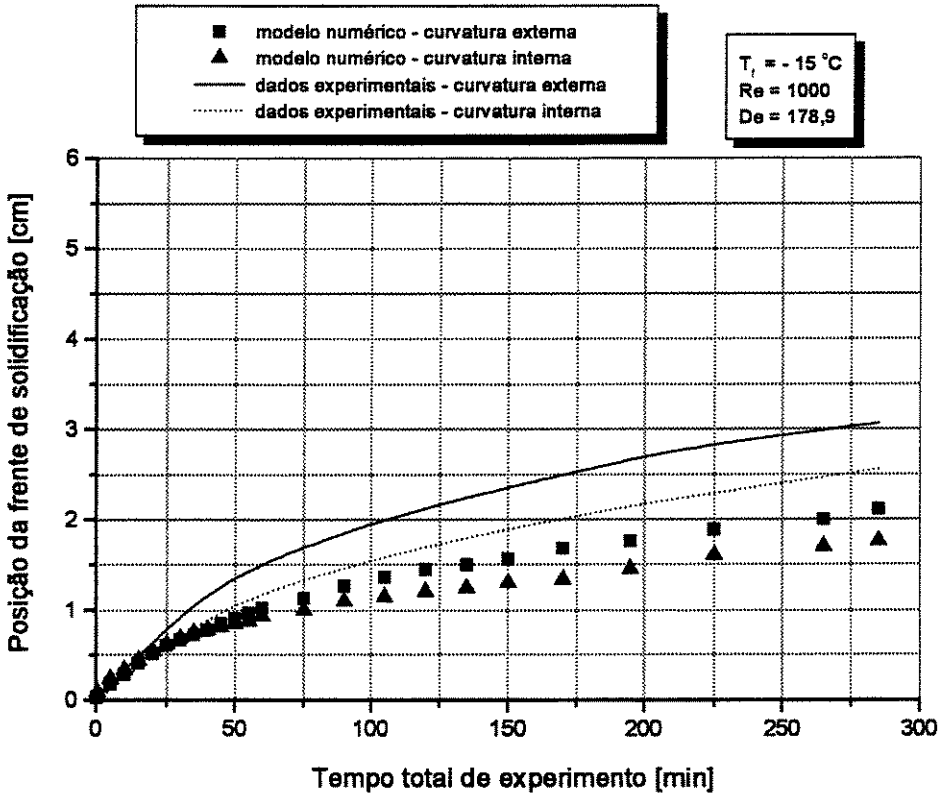

Figura 6.32 – Posição da frente de solidificação em função do tempo total de experimento Ste = 0,09.

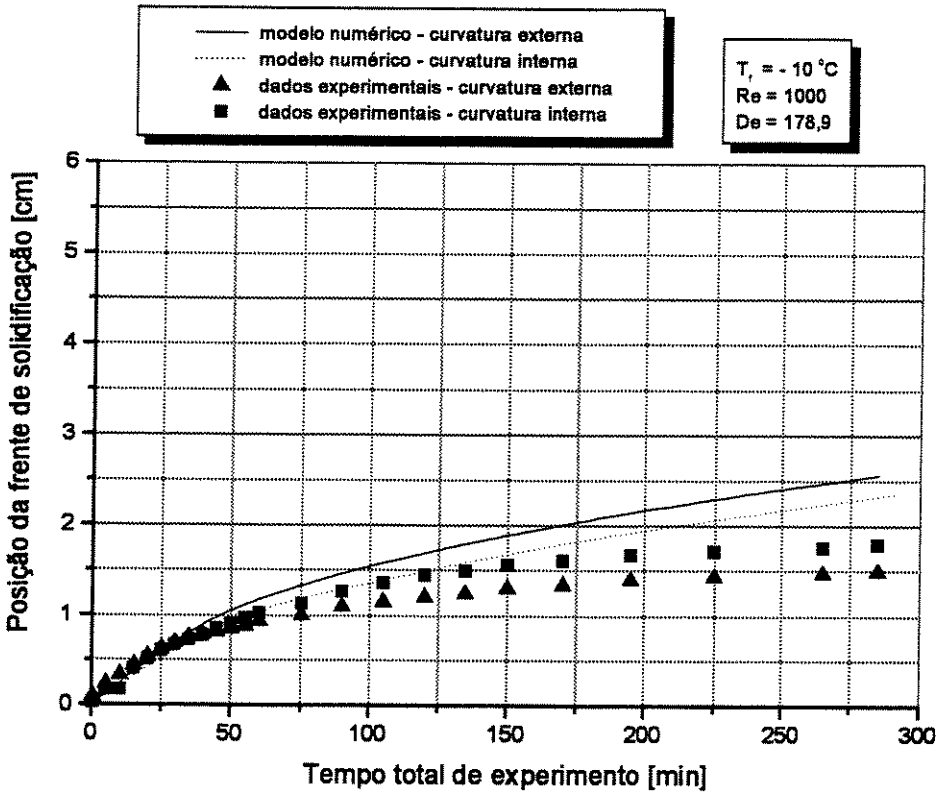

Figura 6.33 – Posição da frente de solidificação em função do tempo total de experimento Ste = 0,06.

A Figura (6.34) apresenta a massa solidificada em função do tempo para as quatro temperaturas de entrada do fluido refrigerante, calculada experimental e numericamente conforme explanado nos capítulos 3 e 5, respectivamente. Observa-se que os resultados experimentais apresentaram valores mais baixos quando comparados com os numéricos. Tal fato implica em justificativa semelhante àquela referente à posição da frente em função do tempo, já exposta na seção 6.4, a respeito da impossibilidade da realização dos experimentos mantendo a fase líquida rigorosamente a 0 °C, sendo que tal hipótese é levada em conta no programa computacional.

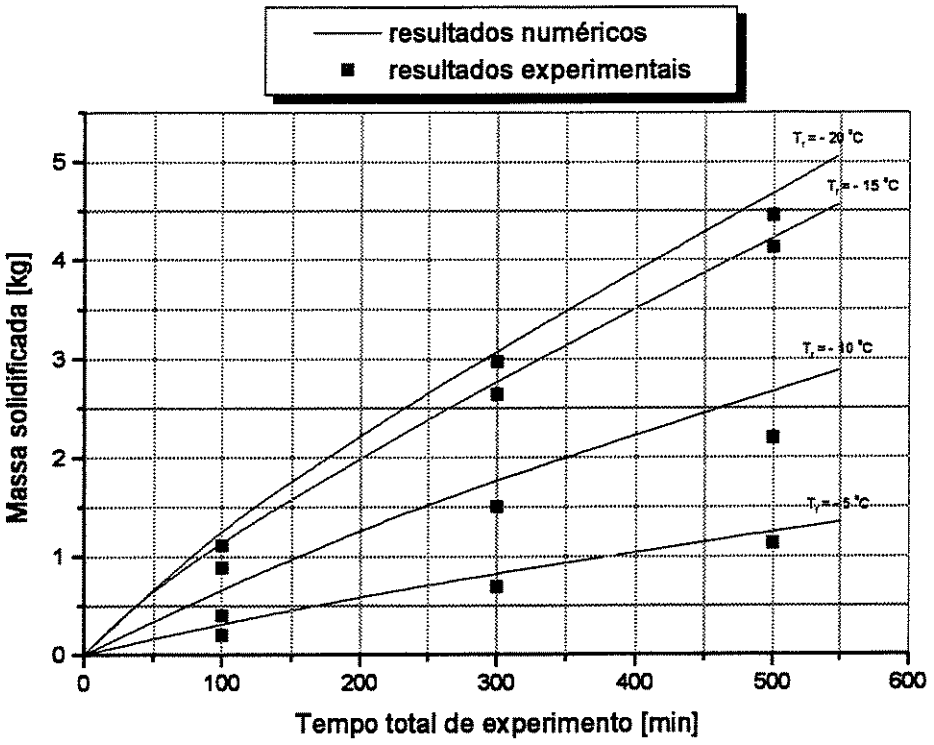

Figura 6.34 – Massa total solidificada em função do tempo para De = 536,65 e Re = 1500.

6.5 – Velocidade da frente de solidificação

Os gráficos da velocidade da frente de solidificação são mostrados nas figuras (6.35) e (6.36), para Reynolds constante. De maneira similar ao trabalho realizado por SPARROW e CHUCK (1984), o cômputo da velocidade, em sua forma adimensional, $\frac{\partial \Delta_s}{\partial \tau}$, é feito na subrotina relativa ao balanço de energia na interface sólido-líquido, e o tempo adimensional simbolizado pelo número de Fourier foi multiplicado pelo número de Stefan. Tal definição de tempo adimensional é típica em problemas de mudança de fase.

Como esperado em qualquer problema de solidificação, a velocidade do processo diminui com o tempo, tendendo a um valor nulo. Nota-se que nos instantes iniciais do processo a velocidade é muito alta, o que denota um rápido avanço da frente nesse período. À medida que o processo avança, a resistência térmica oferecida pelo material solidificado para a retirada de calor

da fase líquida pelo fluido refrigerante torna-se cada vez mais proeminente, o que proporciona uma diminuição na velocidade da frente de solidificação.

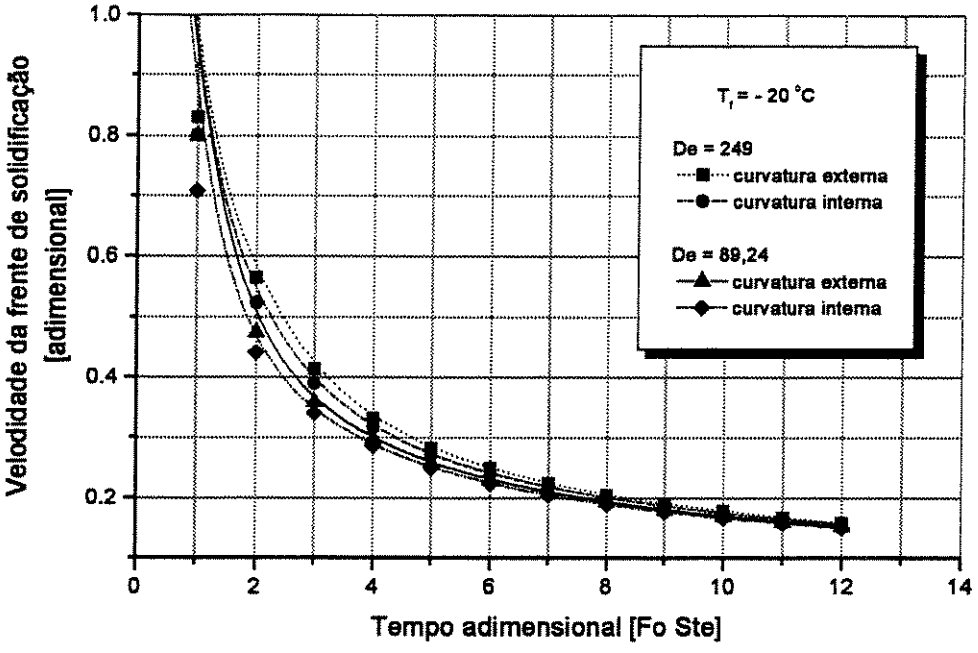

Figura 6.35 - Velocidade da frente de solidificação em função do tempo: T_f = -20 °C.

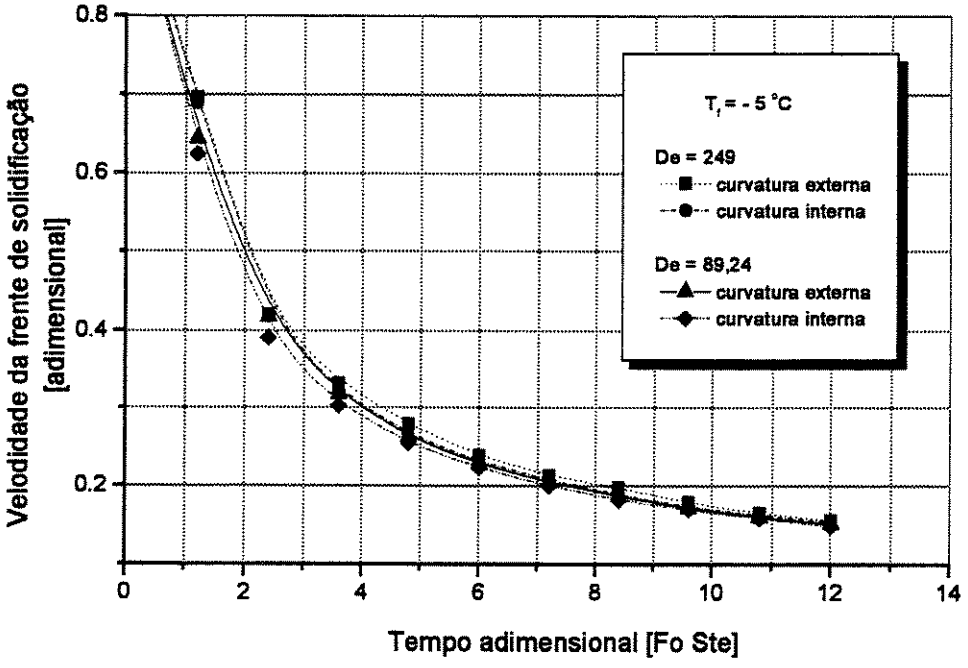

Figura 6.36 - Velocidade da frente de solidificação em função do tempo: T_f = -5 °C.

Apesar de relativamente próximos, em ambos os casos, a velocidade da frente conferiu valores mais altos na curvatura externa do tubo, em decorrência da maior transferência de calor convectiva nesta posição, quando equiparados com a curvatura interna.

6.6 – Distribuição radial de temperaturas

As figuras (6.37) e (6.38) mostram os gráficos dos resultados numéricos obtidos para os perfis de temperaturas ao longo da camada solidificada, isto é, em um domínio que parte da parede do tubo, cujo valor de temperatura está próximo ao do fluido refrigerante, até a interface sólido-líquido, cuja temperatura é a de mudança de fase. Os perfis auferidos apresentaram concordância com o esperado, isto é, apresentando temperaturas tendendo à de mudança de fase na interface sólido-líquido.

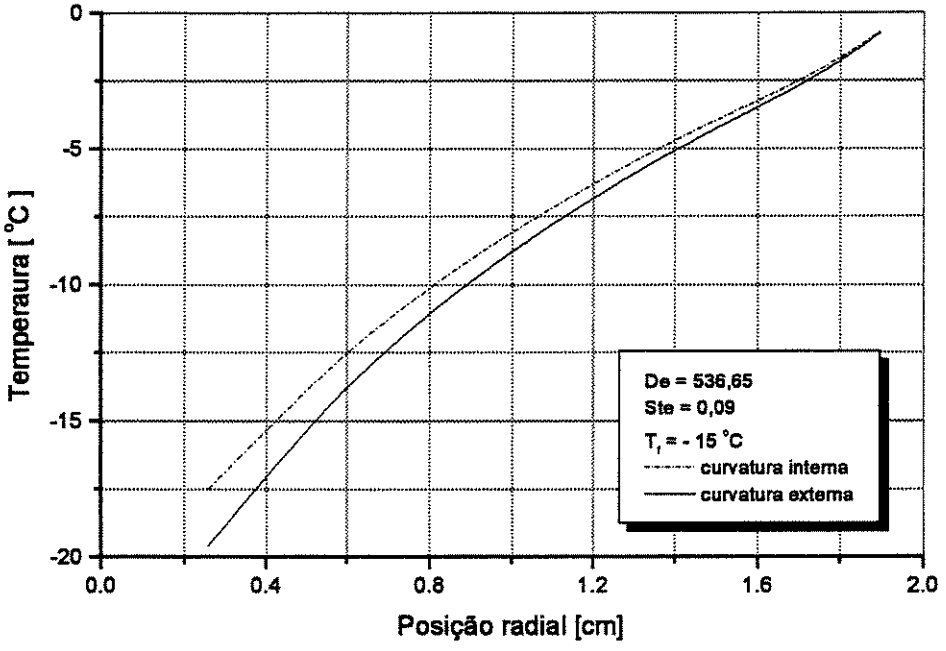

Figura 6.37 – Perfil de temperaturas na camada solidificada para De = 536,65 e T_f = -15 °C.

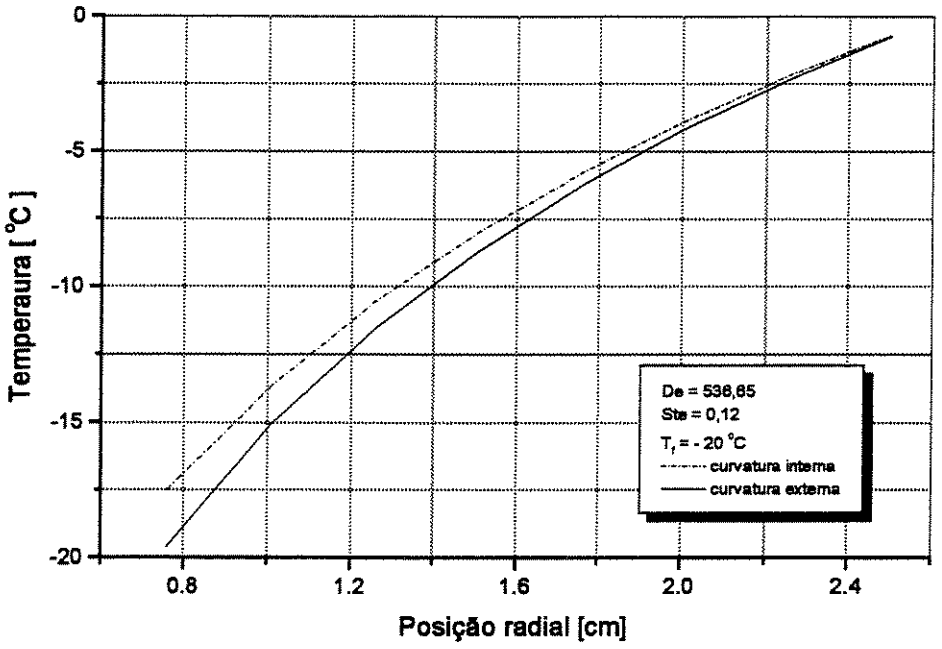

Figura 6.38 – Perfil de temperaturas na camada solidificada para De = 536,65 T_f = -20 °C.

Capítulo 7

Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos

Neste trabalho, foi estudado, experimental e numericamente, a solidificação da água ao redor de tubos curvos com diferentes raios de curvatura e temperaturas de entrada do fluido refrigerante, cujo objetivo foi estudar a influência destes parâmetros sobre a frente de solidificação.

A partir dos resultados apresentados no capítulo precedente, chega-se a algumas conclusões.

Os experimentos mostraram que no período inicial do processo de solidificação, a camada ao redor do tubo apresentava maiores espessuras no lado da curvatura externa do que na interna. É provável, neste intervalo de tempo, a presente influência do escoamento secundário decorrente da curvatura do tubo, que é gerado pelas forças centrífugas. Neste caso, gera coeficientes de troca de calor convectivo maiores na curvatura externa, decrescendo perifericamente até a curvatura interna.

Todavia, à medida que a camada evolui com o tempo, esse efeito torna-se gradativamente irrelevante, dando espaço a outro fator: a geometria curva do tubo, que, pressupõe-se, gera um confinamento da fase líquida delimitado pela curvatura interna. Além de ser menor a área disponível para a formação de gelo nesta região, a experiência mostrou valores mais baixos de temperatura da água nesta região, em comparação à região externa.

Em relação ao número de Dean, que mede a intensidade do escoamento secundário, constatou-se que seu aumento proporcionou valores mais altos na posição da frente de solidificação. Além disso, este efeito torna-se mais acentuado quanto maior for o número de Stefan, o que significa temperaturas mais baixas.

Os resultados numéricos mostraram uma concordância satisfatória, quando comparados com os experimentais nos estágios iniciais do processo, apresentando valores, em média, superiores a estes. As hipóteses simplificadoras no modelo matemático, especialmente a aproximação para tubo reto e o modelo puramente condutivo consistem nas prováveis causas dessas diferenças. À medida que o processo decorria, porém, os resultados numéricos afastavam-se gradativamente dos experimentais.

Analogamente à posição da frente de solidificação, a massa solidificada aumentou com o número de Stefan, sendo que os valores calculados numericamente situaram-se acima dos experimentais.

Em relação à velocidade da frente de solidificação, nos instantes iniciais do processo de solidificação, esta diminuiu rapidamente com o tempo conferindo um rápido avanço da frente neste período. Com o decorrer do tempo, o processo torna-se mais lento devido ao gradativo aumento da resistência térmica conferida pelo gelo. Além disso, as velocidades na curvatura externa do tubo apresentaram valores mais altos que na curvatura interna.

A distribuição radial de temperaturas nas curvaturas interna e externa do tubo, a partir da temperatura do fluido, aumentaram com o avanço da frente, tendendo à temperatura de mudança de fase.

Devido a não-existência de trabalhos que envolvam mudança de fase em tubos curvos, tanto experimentais quanto numéricos, são sugeridas algumas propostas para futuros trabalhos, tais como:

- Variar o diâmetro dos tubos com o objetivo de estudar a influência deste parâmetro
- Utilizar tubos com diferentes materiais
- Realização de testes em regime turbulento
- Desenvolver um programa numérico para a resolução da equação da conservação da energia em coordenadas toroidais

Referências Bibliográficas

ACHARYA, N.; SEM, M. ; CHANG, H-C. "Thermal Entrance Length and Nusselt in Coiled Tubes", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.37, n. 2, 1993.

ALEXIADES, V.; SOLOMON, A. D. **Mathematical Modeling of Melting and Freezing Processes**, Hemisphere Publishing Co., 1993.

ALI, M.E. "Laminar Natural Convection from Constant Heat Flux Helical Coiled Tubes ", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.41, n. 14, 1989.

AMERICAN INSTITUTE OF PHYSICS HANDBOOK, 3rd Edition, ed. McGraw Hill Book Company, 1972.

ANELLI, G. **Manual prático do mecânico e do técnico em Refrigeração**, Centro Studi Ca' Romana Editora Ltda, Rio de Janeiro, 1995.

BANASZEK, J.; DOMAÑSKI, R.; REBOW, M. e EL-SAGIER, F. "Experimental Study of Solid-Liquid Phase Change in a Spiral Thermal Energy Storage Unit", **Applied Thermal Engineering**, vol.19,1999

BARA, B.; NANDAKUMAR, K. e MASLIYAH, J.H. "An Experimental and Numerical Study of the Dean Problem: flow Development Towards Two-Dimension Multiple Solutions", **Journal of Fluid Mechanics**, vol.244, 1992.

BATHELT, A.G.; VISKANTA, R.; LEIDENFROST, W. " An Experimental Investigation of Natural Convection in the Melted Region Around a Heated Horizontal Cylinder", **Journal of Fluid Mechanics**, v.90, part. II, 1979 (a).

BATHELT, A.G.; VISKANTA, R.; LEIDENFROST, W. " Latent Heat-of-Fusion Energy Storage: Experiments on Heat Transfer from Cylinders During Melting", **Journal of Heat Transfer**, v.101, 1979 (b).

BELL, G.E. " A Refinement of the Heat Balance Integral Method Applied to a Melting Problem", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.21, n.9, 1978.

BELL, G.E.; " Solidification of a Liquid About a Cylindrical Pipe", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.22, 1979.

BELLECCI, C. ; CONTI, M. " Phase Change Thermal Storage: Transient Behavior Analysis of a Solar Receiver/Storage Module Using the Enthalpy Method ", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.36, n.8, 1993.

BENTA, E.S., MOURA, L. F.M.; JESUS, A. B., ISMAIL, K.A.R. "Estudo Experimental e Numérico da Solidificação da Água ao Redor de um Tubo Horizontal", **Anais do X ENCIT – Encontro Nacional de Ciências Térmicas**, Porto Alegre, 2000.

BERGER, S. A. e TALBOT, L. "Flow in Curved Pipes", **Annual Rev. of Fluid Mechanics**, vol. 15, 1983.

BIRD, R.B.; STEWART, W.E.; LIGHTFOOT, E.N. **Transport Phenomena**, John Wiley & Sons, New York, 1960.

BONACINA, C. e COMINI, G. "Numerical Solution of Phase-Change Problems", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.16, 1973.

BORGES, M.G.S Desenvolvimento de um Sistema de Medida de Vazão para Escoamentos Bifásicos, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, Campinas, 1997.

BRAUN, J. e BEER, H. "Ice Formation for Turbulent Flow in Curved Rectangular Channel", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.38, n.8, 1995.

CAO, Y.; FAGHRI, A. e CHANG, W. S. "A Numerical Analysis of Stefan Problems for Generalized Multi-dimensional Phase-Change Structures Using the Enthalpy Transforming Model, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.32, n.7, 1989.

CAO, Y.; FAGHRI, A. A Numerical Analysis of Phase-Change Problems Including Natural Convection, **Transactions of the ASME**, v.112, 1990.

CAO, Y.; FAGHRI, A. Performance Characteristics of a Thermal Energy Storage Module: a Transient PCM/Forced Convection Conjugate Analysis, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.34, 1991.

CARSLAW, H.C.; JAEGER, J.C." Conduction of Heat in Solids", Clarendon Press, Oxford, 1959.

CHENG, K.C.; INABA, H. e GILPIN, R.R "An Experimental Investigation of Ice Formation Around an Isothermally Cooled Cylinder in Crossflow", **Journal of Heat Transfer**, v.103, 1981.

CHI, C-K e CALDDWELL, J. "Application of Broyden's Method to the Enthalpy Method for Phase Change Problems", **Numerical Heat Transfer**, 1996.

CHO, S.H; SUNDERLAND, J.E. " Heat-Conduction Problems With Melting or Freezing" **Journal of Heat Transfer**, 1969.

CLAVIER, L.; ARQUIS, E. e CALTAGIRONE, J.P. "A Fixed Grid Method for the Numerical Solution of Phase Change Problems", **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v.37, 1994.

CRANK, J. **Free and Moving Boundary Problems**, Clarendon Press, Oxford, 1984.

CROWLEY, A.B. "Numerical Solution of a Stefan Problem", Transfer", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.21, 1978.

CRUZ, C.H.B.; FRAGNITO, H.L.; COSTA, I.F, MELLO, B.A.A. "**Guia de Física Experimental: Caderno de Laboratório, Gráficos, Medidas e Erros**", Instituto de Física IFGW, UNICAMP, 1997.

DALHUIJEN, A. J; SEGAL, A. "Comparison of Finite Element Techniques for Solidification Problems", **International Journal for Numerical Methods in Engineering,** v.23, 1986.

DALLY, J.W.; RILEY, W.F.; McCONNELL, K.G. "Instrumentation for Engineering Measurements", 2nd Edition, John Wiley & Sons, 1993.

DEAN, W.R. "Note on the Motion of a Fluid in a Curved Pipe", **Philosophical Magazine**, v.4, n. 20, 1927.

DEAN, W.R. "Fluid Motion in a Curved Channel", **Proc. R. Soc. Lond. [A]**, v.121, 1928.

DUDA, J. L.; MALONE, M. F.; NOTTER, R. H. e VENTRAS, J. S. "Analysis of Two-Dimensional Diffusion-Controlled Moving Boundary Problems", **International Journal of Heat and Mass Transfer,** v.8, 1975.

EUSTICE, J. "Flow of Water in Curved Pipes", **Proc. Royal Society (London)**, Ser. A, v.84, 1910.

EUSTICE, J. "Experiments of Streamline Motion in Curved Pipes", **Proc. Royal Society (London)**, Ser. A, v.85, 1911.

FACHINOTTI, V. D., CARDONA, A. e HUESPE, A. E. "A Fast Convergent and Accurate Temperature Model for Phase Change Heat Conduction", **International Journal for Numerical Methods Engineering**, v.44, 1999.

FENG, Z.-G.; MICHAELIDES, E.E. " The Use of Modified Green's Functions in Unsteady Heat Transfer", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.40, 1997.

GAU, C.; VISKANTA, R. "Effect of Natural Convection on Solidification from Above and Melting from Below of a Pure Metal", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.28, 1985.

GILPIN, R.R. "The Morphology of Ice Structure in a Pipe at or Near Transition Reynolds Numbers", **The American Institute of Chemical Engineers, AICHE Symposium Series**, n.189, v.75, 1979.

GONÇALVES, M. "Armazenadores de Calor Latente de Geometria Anular com Aletas Alternadas", **Tese de Doutorado**, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 1996.

GOODMAN, T.R. " The Heat Balance Integral ans Its Application to Problems Involving a Change of Phase" **ASME**, v.80, 1958.

HANUMANTH, G.S. "Solidification in the Presence of Natural Convection", **International Communications. in Heat and Mass Transfer**, v.17, n.9, 1990.

HAUWES, W.B. "Some Sidelights on the Heat Transfer Problem", Trans. Inst. Chem. Engrs., v.10, 1932.

HO, J. C.; CHEN, S. "Numerical Simulation of Melting of Ice Around a Horizontal Cylinder", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.29, n.9, 1986.

HO, J. C.; WIJEYSUNDERA, N. E. "Study of a Compact Spiral-Coil Cooling and Dehumidifying Heat Exchanger", **Applied Thermal Engineering**, v.16, n.10, 1996.

HO, J. C.; WIJEYSUNDERA, N. E.; RAJASEKAR, S. e CHANDRATILLEKE, T. T. "Performance of a Compact Spiral Coil Heat Transfer", **Heat Recovery Systems & CHP**, v.15, n.5, 1995.

HOLMAN, J. P., **Experimental Methods for Engineers**, Sixth Edition, McGraw Hill, 1994.

HOLMAN, J. P., **Transferência de calor**, McGraw Hill, São Paulo, 1983.

HSU, C. F. ; SPARROW, E.M.; PATANKAR,S. V. "Numerical Solution of Moving Boundary Problems by Boundary Immobilization and a Control-Volume-Based Finite-Difference Scheme", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.24, n. 8, 1981.

ISMAIL, K.A.R. **Bancos de Gelo - Fundamentos e Modelagem**, Campinas, 1998.

ISMAIL, K.A.R. **Modelagem de Processos Térmicos - Fusão e Solidificação**, Campinas, 1998.

ISMAIL, K.A.R.; GONÇALVES, M.M. "Thermal Performance of a PCM Storage Unit", **Energy Conversion & Management**, v.40, 1999.

ISMAIL, K.A.R.; HENRIQUEZ, J.R, MOURA, L.F.M. e GANZAROLLI, M.M. "Ice Formation Around Isothermal Radial Finned Tubes", **Energy Conversion & Management**, v.41, 2000.

ITO, H. "Friction Factors for Turbulent flow in Curved Pipes", Journal of Bas. Engng., Trans. ASME – D, n.81, 1959.

JANSSEN, L. A.; HOOGENDOORN, C. J. "Laminar Convective Heat Transfer in Helical Coiled Tubes", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.21, n.9, 1978.

JAYANTI, S. "Contribution to the Study of Non-Axisymmetric Flows", **Ph.D. Thesis**, Department of Chemical Engineering and Chemical Technology, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, 1990.

JEKEL, T. B.; MITCHELL, J.W.; KLEIN, S.A. "Modeling of Ice-Storage Tanks", **ASHRAE Transactions: Symposia**, v. 99, Part 01, 1993.

JESUS, A B. "Estudo Numérico da Solidificação em Geometria Anular", **Tese de Mestrado**, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 1998.

JITCHOTE, W. e A. M. ROBERTSON, A. M. "Flow of Second Order Fluids in Curved Pipes", **Journal of Non-Newtonian Fluids Mechanics**, v.90, n.1, 2000.

KALB, C. E.; SEADER, J. D. "Heat and Mass Transfer Phenomena for Viscous Flow in Curved Circular Tubes", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.15, 1972.

KALB, C. E.; SEADER, J. D. "Fully Developed Viscous-Flow Heat Transfer in Curved Circular Tubes with Uniform Wall Temperature", **AIChE Journal**, v.20, n.2, 1974.

KIM, C.J.; KAVIANI, M. A. "Numerical Method for Phase-Change Problems", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.33, n. 12, 1990.

KUBAIR, V. e KULOOR, N.R "Heat Transfer to Newtonian Fluids in Coiled Pipes in Laminar Flow, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.9, 1966.

LAZARIDIS, A. " A Numerical Solution of the Multidimensional Solidification (or melting) Problem", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.13, 1970.

LACROIX, M. "Numerical Simulation of a Shell-and-Tube Latent Heat Thermal Energy Storage Unit" **Solar energy**, v.50, n.4, 1993.

LACROIX, M.; VOLLER, V. R. "Finite Difference Solutions of Solidification Phase Change Problems: Transformed Versus Fixed Grids" **Numerical Heat Transfer**, Part B, v.17, n.41, 1990.

LANDAU, H. G. "Heat Conduction in a Melting Solid", **Quart. of Applied Mathematics**, v.8, 1949.

LIN, J-Y; CHEN, H-T "Numerical Analysis for Phase Change Problems with the Mushy Zone" **Numerical Heat Transfer**, Part A, v.27, 1995.

LUNARDINI, J.V. " Heat Transfer with Freezing and Thawing", Elsevier Science, New York, 1991.

MALISKA, C.R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**, LTC, 1995.

MATSSON, O. J. E. e ALFREDSSON, P. H., "Experiments on Instabilities in Curved Channel Flow", **Physics Fluids A,** vol.4, 1992.

MICARONI NETO, F. "Estudo Paramétrico de um Armazenador Térmico do Tipo Gelo-Sobre-Serpentinas", **Dissertação de Mestrado**, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 1996.

M.NETO, J.H.; KRARTI, M. " Deterministic Model for an Internal Melt Ice -on-Coil Thermal Storage Tank", **ASHRAE Transactions: Research**, v.103, n.1, 1997.

M.NETO, J.H.; KRARTI, M. "Experimental Validation of a Numerical Model for an Internal Melt Ice-on-Coil Thermal Storage Tank", **ASHRAE Transactions: Research**, v.103, n.1, 1997.

MORALES, R.E.M. "Simulação Numérica do Escoamento Livre em um Canal Helicoidal de Seção Retangular", Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2000.

MORI, Y; NAKAYAMA, W. "Study on Forced Convective Heat Transfer in Curved Pipes", **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v.10, 1967.

OIWAKE, S. e INABA, H. "Freezing Fracture of Curved Water Pipes", **Bulletin of JSME**, v. 29, n.253, 1986.

OKADA, M.; KATAYAMA, K. e TERASAKI, K. "Freezing Around a Cooled Pipe in Crossflow", **Bulletin of JSME**, v. 21, n.160, 1978.

OZISIK, M. N. " Heat Conduction", John Wiley & Sons, New York, 1980.

OZISIK, M. N. e TOPAKOGLU, H.C." Heat Transfer for Laminar Flow in a Curved Pipe, **Journal of Heat Transfer**, august, 1968.

PADILHA, ALCIDES "Estudo Teórico e Experimental do Movimento da Frente de Solidificação por Super-Resfriamento de um Líquido no Interior de um Duto", Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP, Campinas, 1990.

PATANKAR, S.V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**, Hemisphere Publishing Co., 1980.

PATANKAR, S.V., PRATAP, V.S. E SPALDING, D.B. "Prediction of Laminar Flow and Heat Transfer in Helical Coiled Pipes, **Journal of Fluid Mechanics**, v.62, part 3, 1974.

PHAM, Q. T. "The Use of Lumped Capacitance in the Finite-Element Solution of Heat Conduction Problems With Phase Change", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.29, n.2, 1986.

PHAM, Q. T. "Finite Element Procedure for Heat Conduction Problems with Internal Heating", **Numerical Heat Transfer**, Part A, v.27, 1995.

PIMENTEL, J.R. "Contribuição ao Estudo da Mudança de Fase em Meios Porosos Planos Saturados com Líquido, Tese de Doutorado, UNICAMP, Campinas, 1985.

QUARESMA, J.N.N. e COTTA, R.M. "Exact Solutions for Thermally Developing Tube Flow with Variable Wall Heat Flow", **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v.21, 1994.

RAMACHANDRAN, N.; GUPTA, J.P. " Experiments on Solidification with Natural Convection in Rectangular Enclosed Region", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.25, 1982.

RANDALL, J. D. "Numerical Solution of the Embedding Equations Applied to the Landau Melting Problem", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.21, 1978.

RIEGER, H.; PROJAHN, U.; BEER, H. "Analysis of the Heat Transport Mechanisms During Melting Around a Horizontal Circular Cylinder", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.25, n.1, 1982.

ROGERS, G.F.C. e MAYHEW, Y.R. "Heat Transfer and Pressure Loss in Helical Coiled Tubes with Turbulent Flow", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.7, 1964.

SABORIO, S.A.; NAKAMURA,H.; REISTAD, G. "The Effect of Freezing and Melting on the Efficiency of Latent Heat Storage Systems" Journal **of Chemical Engineering of Japan,** v.27, n.6, 1994.

SAITOH, T. "Numerical Method for Multidimensional Freezing Problems in Arbitrary Domains", **Trans. of the ASME**, v.100, 1978.

SASAGUCHI, K.; ISHIHARA, A.; ZHANG, H. "Numerical Study on Utilization of Melting of Phase Change Material for Cooling of a Heat Surface at a Constant Rate", **Numerical Heat Transfer, Part A,** v.29, 1996.

SCALON, V.L. "Estudo da Fusão de um PCM em Geometria Plana Aletada Incluindo os Efeitos de Convecção Natural", **Tese de Doutorado**, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 1998.

SCHLICHTING, H. **Teoria de la Capa Limite**, Ed. Urmo, Bilbao, 1972.

SEBAN, R.A. e McLAUGHLIN, F. "Heat Transfer in Tube Coils with Laminar and Turbulent Flow", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.6, 1963.

SHAH, R. K. e JOSHI, S. D. "Convective Heat Transfer in Curved Ducts". In: **Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer**, editado por KAKAÇ, S.; SHAH, R.K. e AUNG, W., Wiley Interscience, New York, 1987.

SHAMSUNDAR, N.; SPARROW, E.M. "Effect of Density on Multidimensional Conduction Phase Change", **Transactions. of the ASME**, 1976.

SILVA, M.M. "Estudo da Solidificação de um PCM em Leito Poroso", **Dissertação de Mestrado**, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2000.

SINGH, M. P.; SINHA, P. C.; AGGARWAL, M. "Flow in the Entrance of the Aorta", **Journal of Fluid Mechanics**, v.87, part 1, 1978.

SOH, W. Y.; BERGER, S. A. Fully Developed Flow in a Curved Pipe of Arbitrary Curvature Ratio", **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v.7, 1987.

SPARROW, E.M.; CHUCK, W. "An Implicit/Explicit Numerical Solution Scheme for Phase Change Problems", **Numerical Heat Transfer**, v.7, 1984.

SPARROW, E.M.; HSU, C.F. "Analysis of Two-dimensional Freezing on the Outside of a Coolant-Carrying Tube", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.24, n.8, 1981.

SPARROW, E.M.; OHKUBO,Y. "Numerical Analysis of Two-dimensional Transient Freezing Including Solid-Phase and Tube-Wall Conduction and Liquid-Phase Natural Convection", **Numerical Heat Transfer**, v.9, 1986.

SPARROW, E.M.; PATANKAR, S.V.; RAMADHYANI, S. " Analysis of Melting in the Presence of Natural Convection in the Melting Region", **Transactions of the ASME**, V.99, 1977.

SPARROW, E.M.; RAMADHYANI, S.; PATANKAR S.V "Effect of Subcooling on Cylindrical Melting", **Journal of Heat Transfer**, v.100, 1978-a.

SPARROW, E.M.; RAMSEY, J.W.; KEMINK, R.G. "Freezing Controlled by Natural Convection", **Transactions of the ASME**, v.101, 1979.

SPARROW, E.M.; RAMSEY, J.W.; HARRIS, J.S. "The Transition From Natural Convection Controlled Freezing to Conduction-Controlled Freezing", **Journal of Heat Transfer**, v.103, 1981.

SPARROW, E.M.; SCHMIDT, R.R.; RAMSEY, J.W. " Experiments on the Role of the Natural Convection", **Journal of Heat Transfer**, v.100, 1978-b.

SPARROW, E.M.; SOUZA MENDES, P. "Natural Convection Heat Transfer Coefficient Measures in Experimental on Freezing", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.25, n.2, 1982.

STOECKER, W. F.; JONES, J. W. **Refrigeração e Ar Condicionado**, McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1985.

SUTHERLAND, J.E; GROSH, R. J. " Transient Temperature in a Melting Solid", **Journal of Heat Transfer**, November, 1961.

TACKE, K. "Discretization of the Explicit Enthalpy Method for Planar Phase Change, **International Journal for Numerical Methods in Engineering,** v.21, 1985.

TAYLOR, G. I. "The Criterion for Turbulence in Curved Pipes", Proc. R. Soc. Lond, [A], v. 124, n. 243, 1929.

THOMASON, S. B.; MULLIGAN, J. C. e EVEHART, J. "The Effect of Internal Solidification on Turbulent Flow Heat Transfer and Pressure Drop in a Horizontal Tube", **Journal of Heat Transfer**, v.100, 1978.

THOMSON, J. "On the Origin of Winding of Rivers in Alluvial Plains, with Remarks on the Flow of Water Round Bends of Pipes", **Proc. Royal Society (London)**, v.25, 1876.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. "**An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The Finite Volume Method**", Addison Wesley Longman Limited, London, 1995.

VOLLER, V.; CROSS, M. "Accurate Solutions of Moving Boundary Problems Using the Enthalpy Method", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.24, 1981.

VOLLER, V. "Fast Implicit Finite-Difference Method for the Analysis of Phase Change Materials", **Numerical Heat Transfer**, Part B, v.17, 1990.

VOLLER, V.; SWAMINATHAN, C.R., E THOMAS, B.G. "Fixed Grid Techniques for Phase Change Problems: a Review", **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v.30, 1990.

VISKANTA, R. "Natural Convection in Melting and Solidification", **Natural Convection - Fundamentals and Applications**, Hemisphere Publishing Co.,1985.

VOCABULÁRIO DE METROLOGIA Legal – INMETRO, editado pela **Organização Internacional de Metrologia Legal –OIML.**

VOCABULÁRIO INTERNACIONAL DE METROLOGIA Legal, editado pelo ***Bureau* Internacional de Pesos e Medidas –BIPM, Organização Internacional de Normalização – ISO, Comissão Eletrotécnica Internacional – IEC e Organização Internacional de Metrologia Legal - OIML.**

WHITE, C.M. "Streamline Flow Through Curved Pipes", **Proc. Royal Society (London)**, Ser. A, v.123, 1929.

WOOD, A.S., RITCHIE; S.I.M. ; BELL, G. E. "An Implementation of the Enthalpy Method", **International Journal for Numerical Methods in Engineering,** v.17, 1981.

YANG, G. ; DONG, Z. F. e EBADIAN, M.A. " Laminar Forced Convection in a Helicoidal Pipe With Finite Pitch", **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.38, n.5, 1995.

YANG, G. ; EBADIAN, M. A. " Convective Heat Transfer in a Curved Annular-Sector Duct", **Journal of Thermophysics and Heat Transfer**, v.2, n.3, 1993.

YANG, R. ; CHANG, S.F. " A Numerical Study of Fully Developed Laminar Flow and Heat Transfer in a Curved Pipe With Arbitrary Curvature Ratio", **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v.14, n.2, 1993.

YAO, L. S.; PRUSA, J. "Melting and Freezing", **Advances in Heat Transfer**, v.19, 1989.

YAO, M.; CHAIT, A. "An Alternative Formulation of the Apparent Heat Capacity Method for Phase Change Problems", **Numerical Heat Transfer**, v.24, 1993.

ZAPRYANOV, Z.; CHRISTOV, C.; TOSHEV, E. "Fully Developed Laminar Flow and Heat Transfer in Curved Tubes", **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v.23, 1980.

ANEXOS

THE OUTWARD HORIZONTAL SOLIDIFICATION OF WATER AROUND A FLUID-CARRYING COOLING CYLINDER

Edna S. Benta – edna@fem.unicamp.br
Antônio B. de Jesus – antonio@fem.unicamp.br
Luis Felipe M. de Moura - felipe@fem.unicamp.br
Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Térmica e de Fluidos Cx. P. - Campinas, SP, Brasil.

Abstract. *The outward horizontal solidification of a phase change material (PCM) around a fluid-carrying cooling copper cylinder was experimentally studied. The phase change material was water and the secondary fluid (also called working fluid) was ethanol. An experimental apparatus consisting of an acrylic box filled with water and a tube crossing it horizontally was built. The tube was connected to a refrigeration system that pumped cold ethanol through it. The thickness of the frozen layer was determinated photographically, i.e., it was measured using an optical technique by means of a digital video camera. Thermocouples were also positioned in some points of interest. The effects of different secondary fluid inlet temperature, initial PCM temperature and Reynolds number upon the thickness of the frozen layer were investigated.*

Key words: Solidification in cylindrical geometry, Ice formation, Latent heat thermal storage, Phase change material.

1. INTRODUCTION

Many researches have been reported over the last few years about the importance and practical applications of latent storage systems (LHSSs) due to the necessity of obtaining a high energy storage.

An important application of LHSSs is the use of ice storage systems for air conditioning, due to the need to reduce peak power requirements resulting from air conditioning. According to Jekel *et al* (1993), many utility companies often offer variable rates that encourage the use of the energy during off-peak periods. In this case, ice storage systems are able to take advantage of these rates structures.

Saborio *et al* (1994) carried out an experimental work to analyse the freezing and melting effects upon the efficiency of the LHSS. They concluded that the enhanced of the heat transfer inside of the unit was very important for improving LHSS performance.

In spite of the aim of this work is a purely experimental investigation of a water solidification, is important to point out some topics about Stefan problems, i.e., phase change problems.

Transient heat conduction involving phase change occurs in several process, for instance, aerodynamic heating of high-speed vehicles, nuclear-reactor operation, welding, food processing and others (see Bathelt *et al* (1979)). This type of problem presents an inherent nonlinearity due to the existence of a moving interface which position is not known a priori, and is time-

dependent. Consequently, there is just a little few analytical solutions and it is necessary to develop numerical techniques to solve it.

Some methods of solution used in the analysis of heat conduction involving Stefan problems include, according Hall & Viskanta (1980), exact, integral, variational, perturbation, purely numerical and others.

Miranda (1982) has investigated the heat transfer of phase change problem. Two different methods of investigation for the problem of solidification around a cylindrical tube was analyzed and these theoretical results were validated by experimental set up, with paraffin used like phase change material. The theoretical solutions used were done by Perekis and Slichter (1939) and by London and Seban (1943).

Yeoh *et al* (1990) studied the freezing of water taking into account natural convection effects. They have concluded that buoyancy-driven convection in the melting dominates over the conduction in the liquid phase during freezing process.

Cao e Faghri (1991) simulated numerically the behavior of a latent heat storage system. They have solved simultaneously the two-dimensional change of phase for the PCM and two-dimensional transient forced convection for the transfer fluid with low Prandtl numbers. The mathematical modeling was done for the pipe wall, PCM and secondary fluid flow, by means of continuity, momentum and energy equations, with two-dimensional transient incompressible laminar flow consideration. The authors used the control-volume finite-difference approach described by Patankar (1980) and solved the velocities and pressures using SIMPLE scheme.

Jekel *et al* (1993) have developed a mechanistic model for an ice storage tank for both periods charging and discharging. The phase change material employed was water.

M.Neto and Krarti (1997) tested an experimental validation of a numerical model for a thermal storage system. They studied the charging and discharging cycle to validate a numerical model developed for analyzing internal melt ice on coil ice storage systems.

Jesus (1998) developed a numerical solution for water solidification in an annulus around a vertical cylinder, which carries inside it a coolant fluid. The secondary fluid was a water and ethylene glycol solution. The numerical technique to solve the problem was the boundary-immobilization, which consists in a coordinate transformation. The new system, before with moving and irregular boundary, now presents a fixed and parallel one. The finite-volume method was employed to discretization of the equations.

The aim of this paper is to investigate the water solidification around a fluid-carrying cooled tube experimentally and to analyze the influence of different secondary fluid inlet temperature, initial PCM temperature and Reynolds number upon the thickness of the frozen layer. It was observed the strong influence of the secondary fluid initial temperature and the PCM initial temperature upon the thickness of the frozen layer. On the other hand, the Reynolds number influence could be neglected, since the working regime was laminar.

2. EXPERIMENTAL ANALYSIS

2.1. Experimental apparatus

The schematic view of the experimental set up is presented in Fig. 1.

The test section where freezing took place consisted of a 0,125 m^3 square tank manufactured in transparent acrylic. The copper tube of 10.6-mm internal diameter was placed midway between to top and bottom of the tank. The tank was insulated with 2 cm of polystyrene and all tubing

system was insulated with polyethylene. The arrows in the figure indicate the fluid flow direction.

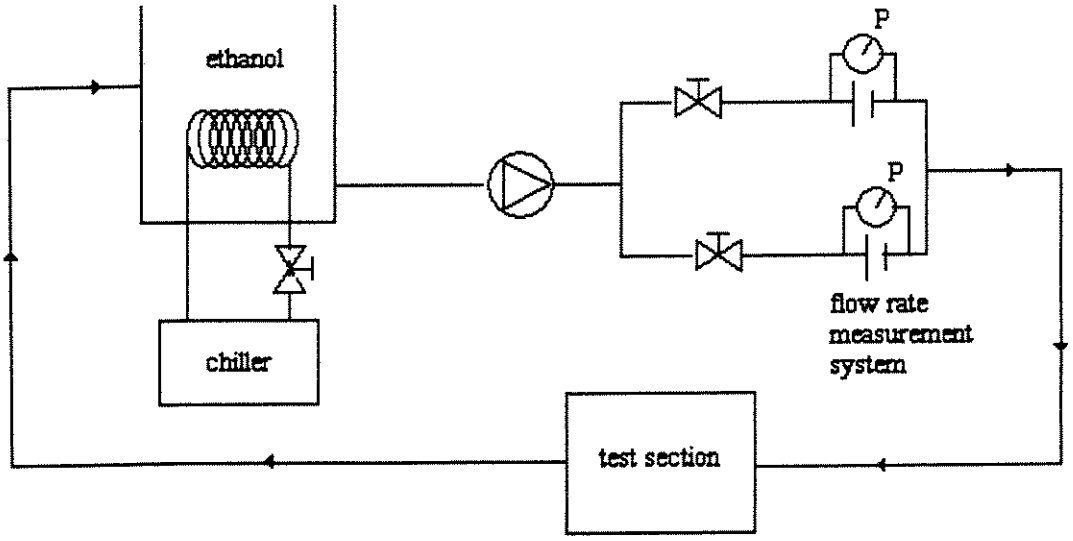

Figure 1. Schematic diagram of experimental apparatus

A small gap in the insulation in front of the tank was made to allow visualization and photographing the solid-liquid interface. A piece of polystyrene was interlocked in this gap. As the photographing requires the insulation in the gap to be removed, therefore these photographs were taken as rapidly as possible to prevent or minimize heat losses.

2.2. Instrumentation

The flow rate of the secondary fluid flowing through the test section was measured using a previously calibrated orifice plate connected to a pressure transducer.

A total of five type-T copper-constantan thermocouples were placed in the test section to measure the inlet and outlet temperatures of the secondary fluid; the inlet and outlet temperatures of the wall and PCM (water) initial temperature. These thermocouples were connected to a data acquisition system and the apparatus is showed in Fig. 2.

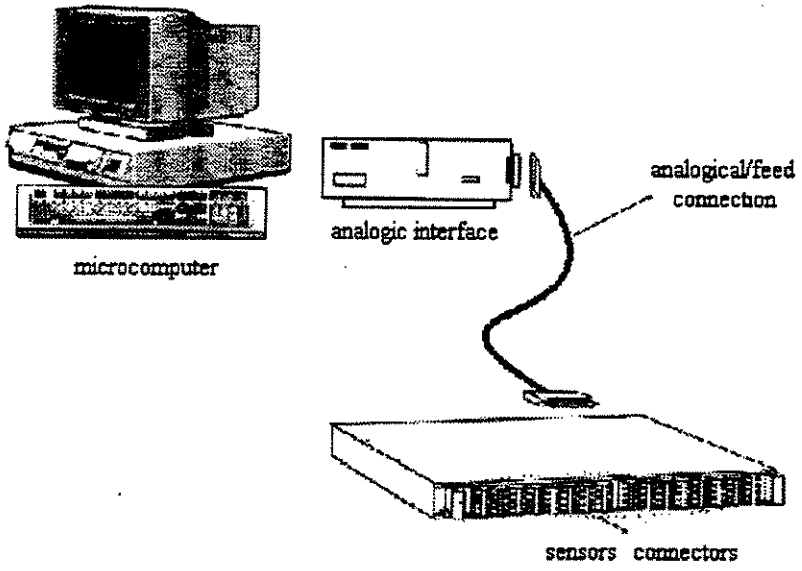

Figure 2. Data acquisition equipment illustration

2.3. Experimental procedure

Solidification experiments were carried out on the PCM and the tank was filled with it. The coolant secondary fluid is pumped from the chiller inwards the cylindrical tubing system. The cycle is the following: the coolant secondary fluid cross the test section, transferring heat to the PCM. This process provides an increasing upon the secondary fluid temperature and decreases the water temperature around the copper tube. Afterwards, the fluid passes through a cooling plant, returns to the test section and so on. As the time goes by, ice builds up on the outside of the tube and the thickness of the frozen layer grows up and, as expected, this thickness increases rather rapidly with time at first, however the velocity decreases as time passes.

The thickness measurements of the frozen layer above the tube were made by using an optical method, i.e., employing a 320x zoom digital video camera. A scale was stiked on the middle of the tube and photographs (images) of the frozen layer were taken at chosen time intervals. Afterwards, the captured images were digitized.

Regarding PCM, it was performed some experiments at freezing point and at temperature above of this value. Furthermore, measurements of the ice thickness below the tube were also performed in order to analyze the symmetry of the frozen layer around the tube.

Some thermophysical properties of water are listed in Table 1 below:

Table 1. Properties of water at 0 °C

Property	solid	liquid
k, thermal conductivity (W/m°C)	2,25	0,56
c_p, specific heat (kJ/kg °C)	2,04	4,22
L, latent heat of melting (kJ/kg)	334	
ρ, mass density (kg/m^3)	917	999

Testing methodology. In the present work, the influence of three variables on the thickness of the frozen layer were studied: (a) the initial temperature of the PCM; (b) the inlet temperature of secondary fluid (T_i) and Reynolds number (Re).

The effects of these variables are investigated by varying the secondary fluid inlet temperature from –5 to –15 °C, the PCM temperature from 0 to 7 °C and the Reynolds number from 899 to 2067. The sketch of the physical model of the problem is presented in Fig. 3.

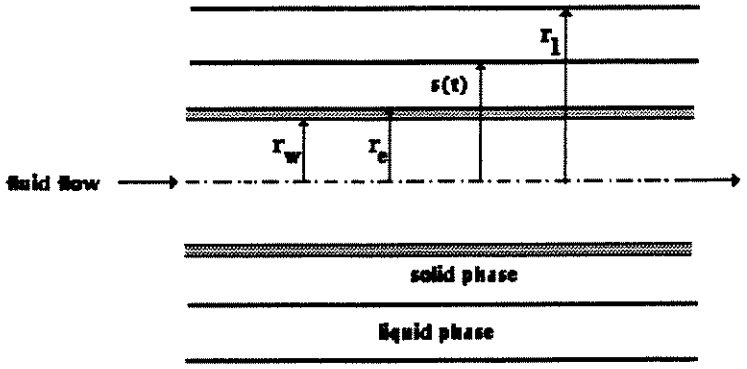

Figure 3. Physical model of the freezing.

4. RESULTS AND DISCUSSIONS

The overall results were plotted as dimensionless quantities, as presented bellow (units in S.I.):

r_w – internal cylinder radius
Fo – Fourier number, $\alpha\ t/r_i^2$
α - thermal difusivity, $k/\rho\ c_p$
t – solidification time ρ - mass density
c_p – specific heat
Ste – Stefan number, $(T_i-T_m)\ c_p/L$
T_i – secondary fluid inlet temperature
T_m – PCM initial temperature
L – latent heat of melting

It is very important to point out that the origin axis in the following graphics is on the outward tube surface.

Initial temperature of the secondary fluid inlet temperature

Figure 4 shows the growth of the frozen layer with time for different secondary fluid inlet temperature.

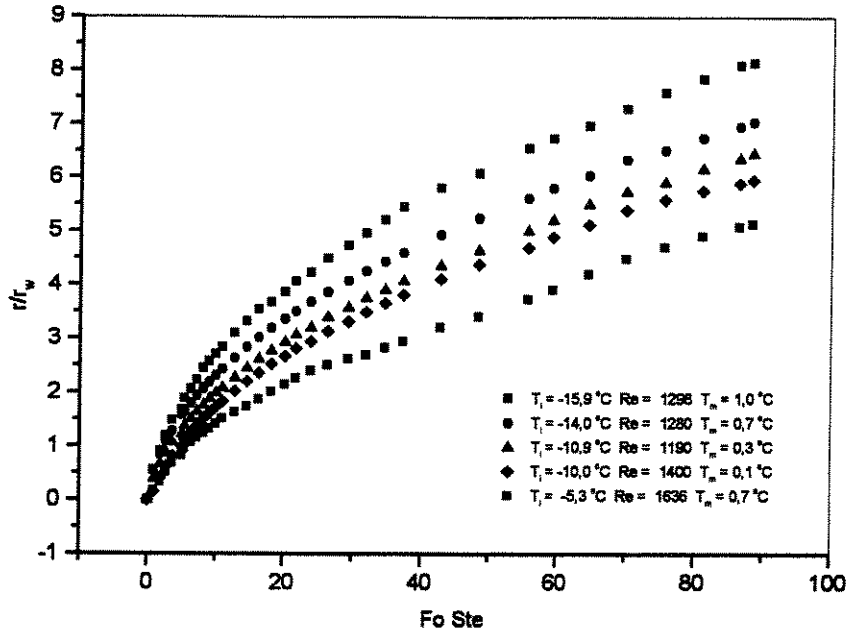

Figure 4. Thickness of the frozen layer in the middle of the tube – secondary fluid inlet temperature effect.

One can notice that reducing the fluid temperature strongly reduces the final thickness of the frozen layer in the time considered. Moreover, a small decrease of 0,9 °C, for instance, (see legend) leads up to reasonable increasing upon the ice thickness.

Initial temperature of the PCM

Figure 5 shows the solid liquid interface position with time for different initial temperature of the PCM.

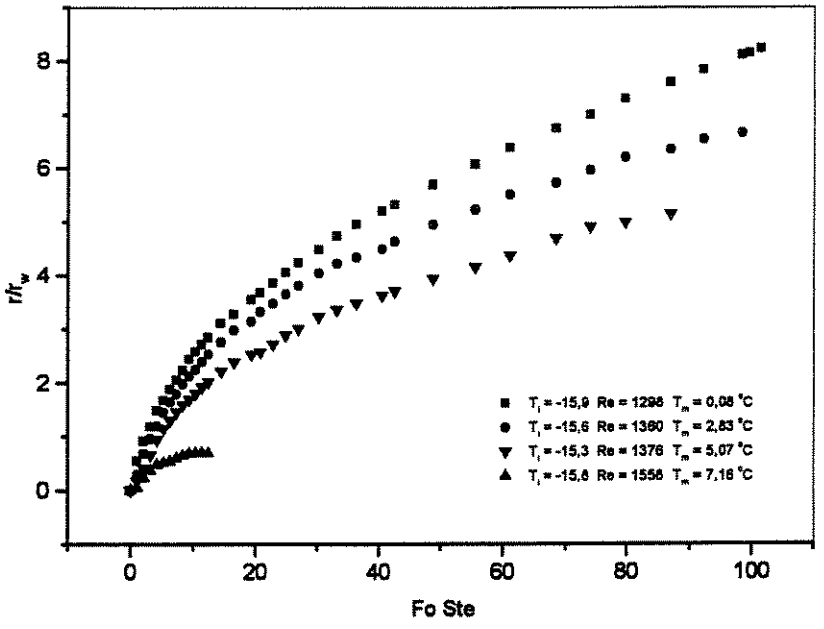

Figure 5. Thickness of the frozen layer in the middle of the tube – PCM temperature effect.

In this case, it can be observed that the effect of the water temperature is rather strong upon the ice layer. Besides, as the PCM temperature increases from the phase change temperature, the ice layer thickness became smaller. In spite of the fact in this work, the effect of the natural convection was not take into account, one can justify the aforesaid behavior due to the difference between the frozen layer and PCM temperatures, which lead up buoyancy forces for unstable situation. Furthermore, it is well-known that natural convection plays an important role upon freezing process, i.e., the presence of natural convection retards the freezing, and, hence, the frozen layer thickness.

Reynolds number

Figure 6 shows the solid liquid interface position as function of time for different Reynolds number. It can be observed that an increase in Re leads up to an increase upon the thickness of the frozen layer. However between 1300 and 1500 there was no variation upon the thickness and it shows that, in laminar regime, the effect of Reynolds number upon the ice layer can be neglected. Hence to analyze the Reynolds effect, it should be necessary provides a great difference among Reynolds number, or even to take place the experiments in turbulent regime range.

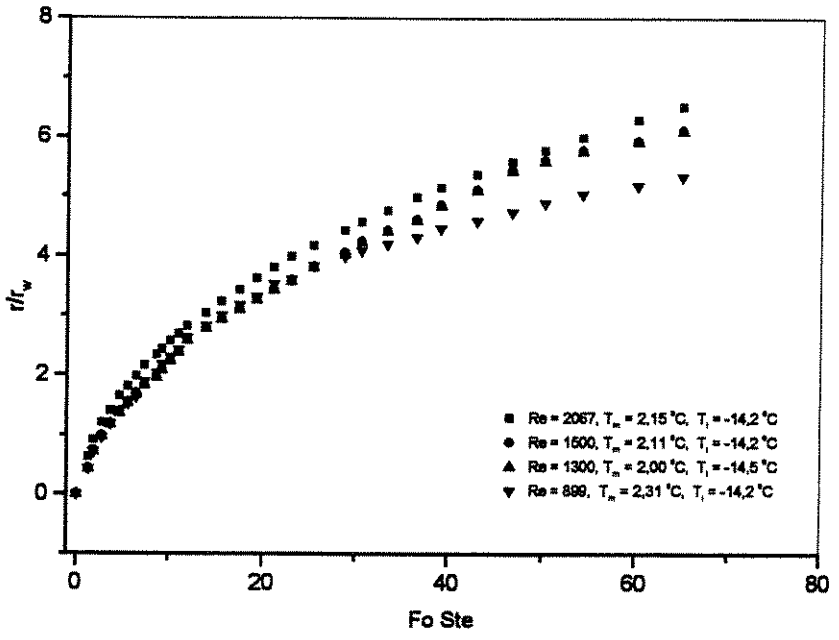

Figure 6. Thickness of the frozen layer in the middle of the tube - Reynolds effect.

One can notice that this experiment was carried out at PCM temperature near it phase change value. The obtained results presented reasonable agreement with numerical one. Is important to point out that one of numerical model assumptions was that the PCM was at the phase change temperature. Furthermore, no convective effects were considered. Therefore, a good agreement was obtained.

The results of the frozen layer on the top and on the bottom of tube are shown in Fig.8.

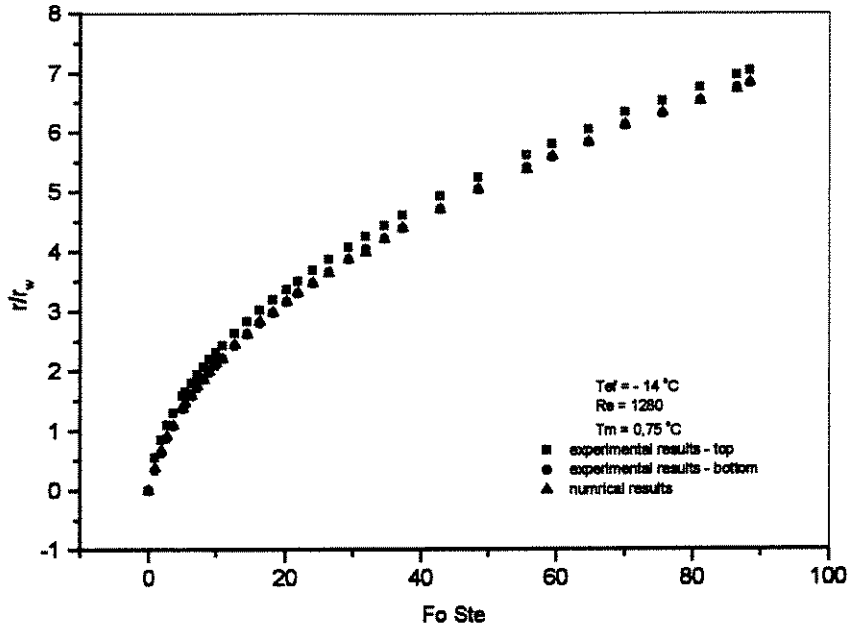

Figure 8. Numerical and experimental results of the thickness frozen layer – a comparison between the top and the bottom frozen layer.

As it is shown, the numerical results overlapped the experimental measurements on the top. Furthermore, ice thickness measurements on the top presented higher values than for the bottom of the tube.

5. CONCLUDING REMARKS

The experimental results reported here have demonstrated strong influence of the secondary fluid inlet temperature upon the thickness of the frozen layer. It was verified an increase of the thickness with the decrease of the inlet temperature. Furthermore, the PCM temperature strongly influences the ice thickness growth. On the other hand, Reynolds number has practically no meaningful influence, and between 1300 and 1500 (in the laminar flow), the ice thickness remains practically the same.

Ice measurements on the top of the tube presented higher values than for the bottom ones. Numerical results showed a good agreement for experiments carried out with the PCM at phase change temperature.

6. REFERENCES

Bathelt, A G., Viskanta, R., & Leidenfrost, W., 1979, An experimental investigation of natural convection in the melt region around a heated horizontal cylinder, Journal of Fluids Mechanics, vol.99, pp. 227-239.

Cao, Y. & Faghri, A, 1991, Performance characteristics of a thermal energy storage module: a Transient PCM/forced convection conjugate analysis, International Journal of Heat and Mass Transfer, v.34.

Carslaw, H & Jaeger, J., 1959, Conduction of Heat in Solids, Clarendon Press, Oxford.

Hall, N. W. & Viskanta, R., 1980, Solid liquid phase change heat transfer and interface motion in materials cooled or heated from above or below, International Journal of Heat and Mass Transfer, v.23, pp. 283-292.

Jekel, T.B.; Mitchell, J.W.; Klein, S.A, 1993, Modeling of ice-storage tanks, ASHRAE Transactions: Symposia, v. 99, part 01, pp.1016-1048.

Jesus, A B., 1998, Numeric study in annular geometry solidification, M Sc. Thesis, Mechanical Engineering Faculty, State University of Campinas - UNICAMP, Campinas. (In Portuguese).

London, A. L. & Seban, R.A., 1943, Rate of ice formation, Transactions of the ASME, vol. 65, pp. 771-778.

Lunardini, V.J., 1991, Heat Transfer with Freezing and Thawing, Elsevier Science Publishers, Amsterdam.

M. Neto, J.H.& Krarti, M., 1997, Experimental validation of a numerical model for an internal melt ice-on-coil thermal storage, ASHRAE Transactions: Research, v.103, n.1.

Miranda, R.F. Theoretical and experimental study of outward cylindrical freezing and melting in thermal storage, M Sc. Thesis, Mechanical Engineering Faculty, State University of Campinas - UNICAMP, Campinas. (In Portuguese)

Ozisik, M. M., 1980, Heat Conduction, John Wiley & Sons, New York.

Patankar, S.V., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Co.

Perekis, C.L.& Slichter, L.B., 1939, Problem of the ice formation, Journal of Physics Applied, vol. 10, pp. 135-137.

Saborio, S. A., 1994, Nakamura, H. e Reistad, G. M., The effect of freezing and melting on the efficiency of latent heat storage systems, Journal of Chemical Engineering of Japan, v.27, n.6.

Viskanta, 1980, Natural convection in melting and solidification, in Natural Convection – Fundamentals and Applications, Advanced Study Institute Book, Edited by Kakaç, S. & Viskanta, R., Hemisphere Publishing Co.

Yeoh, G.H., Behnia, M., Davis, G. de Vahl & Leonardi, E., 1990, A numerical study of three-dimensional natural convection during freezing of water, International Journal for Numerical Methods in Engineering, v.30, pp. 899-914.

APÊNDICES

Apêndice A

Análise das incertezas experimentais

A.1 - Introdução

Segundo CRUZ *et al* (1997), é procedimento fundamental a realização de medidas de grandezas físicas em quaisquer áreas da ciência e da tecnologia. Entretanto, durante a realização de tais medidas, por mais criteriosa que sejam tomadas, haverá sempre a presença de fontes de erros experimentais. Os principais tipos de erros experimentais são:

- erros sistemáticos
- erros aleatórios

Os erros sistemáticos caracterizam-se por apresentarem, algumas vezes, fontes identificáveis, fazendo com que a medida esteja constantemente acima ou abaixo do valor real. Tais erros podem ser causados por aparelhos calibrados incorretamente; condições ambientais desfavoráveis ao instrumento de medida, como calor ou umidade excessivos; instrumentação defeituosa (erro de justeza); simplificações no modelo teórico utilizado tornando-o inconsistente, entre outros. Esse tipo de erro deve ser minimizado o máximo possível, pois prejudicam a exatidão[1] das medidas.

[1] Segundo o Vocabulário de Metrologia Legal e o Vocabulário Internacional de Medidas, entende-se por **exatidão** o "grau de concordância entre o resultado da medição e o valor verdadeiro convencional da grandeza medida. O uso do termo **precisão** deve ser evitado".

Os erros aleatórios ou casuais, por outro lado, são mais difíceis de serem identificados e, consequentemente, minimizados. Causam flutuações para cima e/ou para baixo, alterando a exatidão da medida. Esses erros podem ser ocasionados pelo próprio observador ou por flutuações ambientais que afetariam a leitura do instrumento, como variações de tensão, correntes de ar, etc. A estatística trata quantitativamente dos erros aleatórios, determinando seus efeitos sobre a grandeza física.

Existe ainda uma terceira classificação de erros, que são os chamados "erros grosseiros". Tais erros ocorrem devido ao despreparo ou falta de atenção do experimentador, tanto na leitura das medidas quanto nos cálculos matemáticos. Tais erros devem ser minimizados ou mais precisamente, eliminados.

A.2 – Cálculo das incertezas

Segundo o Vocabulário de Metrologia Legal, a incerteza de uma medida caracteriza-se pela faixa de valores dentro da qual pode-se afirmar estar presente o verdadeiro valor da grandeza. Neste trabalho, o cálculo das incertezas experimentais foi baseado no método proposto por KLINE e McCLINTOCK (1953) *apud* HOLMAN (1993), também encontrado em DALLY *et al* (1993),incertezas essas calculadas com base na incerteza de cada instrumento de medir.

Esse método consiste em especificar a incerteza de cada medida experimental primária, como temperatura, vazão, comprimento, etc. Utilizando a mesma nomenclatura dos autores, chamando-se de **R** uma dada função e $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$, ..., $\mathbf{x_n}$, as variáveis independentes, obtém-se a relação:

$$R = R(x_1, x_2, ..., x_n) \qquad \text{(A.1)}$$

Denominando as incertezas de cada variável independente por $\mathbf{w_1}$, $\mathbf{w_2}$, ..., $\mathbf{w_n}$, obtém-se:

$$w_R = \left[\left(\frac{\partial R}{\partial x_1} w_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial x_2} w_2 \right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial R}{\partial x_n} w_n \right)^2 \right]^{1/2} \qquad \text{(A.2)}$$

Com base nesta explanação, foram calculadas as incertezas relativas a todas as variáveis medidas ao longo do experimento.

A.2.1 – Temperatura

Como em qualquer experimento que envolva medida de temperatura com termopares, é necessário que estes sejam, previamente, calibrados. A incerteza relativa à temperatura é de ± 0,5 °C, isto é:

$$\mu_T = \pm 0{,}5\ ^\circ C$$

A.2.2 – Número de Dean

Pela definição do número de Dean:

$$De = \frac{\mathrm{Re}}{\sqrt{\frac{R}{r}}} \qquad \text{(A.3)}$$

E aplicando-se as relações (A.1) e (A.2) na Equação (A.3), obtém-se, respectivamente:

$$De = De(\mathrm{Re}, R, r)$$

$$w_{De} = \left[\left(\frac{\partial De}{\partial \mathrm{Re}} w_{\mathrm{Re}} \right)^2 + \left(\frac{\partial De}{\partial R} w_R \right)^2 + \left(\frac{\partial De}{\partial r} w_r \right)^2 \right]^{1/2} \qquad \text{(A.4)}$$

As derivadas da Equação (A.4) são:

$$\frac{\partial De}{\partial \mathrm{Re}} = \left(-\frac{R}{2r} \right)^{-3/2}$$

$$\frac{\partial De}{\partial R} = -\mathrm{Re}\frac{R^{-3/2}}{2r^{-1/2}}$$

$$\frac{\partial De}{\partial r} = -\mathrm{Re}\frac{R^{-1/2}}{2r^{-3/2}}$$

Substituindo as derivadas na Equação (A.4) e dividindo por (A.3), tem-se:

$$w_{De} = \left[\left(\left(-\frac{R}{2r} \right)^{-3/2} w_{\mathrm{Re}} \right)^2 - \left(\mathrm{Re}\frac{R^{-3/2}}{2r^{-1/2}} w_R \right)^2 - \left(\mathrm{Re}\frac{R^{-1/2}}{2r^{-3/2}} w_r \right)^2 \right]^{-1/2} \qquad \text{(A.5)}$$

Observando-se a Equação (A.5), observa-se que é necessário, preliminarmente, determinar a incerteza do número de Reynolds.

A.2.3 – Número de Reynolds

Para a determinação do número de Reynolds, definido pela relação

$$\mathrm{Re} = \frac{4Q\rho}{\pi \mu D} \qquad \text{(A.6)}$$

aplicar-se-á as relações (A.1) e (A.2), e obtém-se, respectivamente;

$$\mathrm{Re} = \mathrm{Re}(Q, D, \rho, \mu) \qquad \text{(A.7)}$$

$$w_{\mathrm{Re}} = \left[\left(\frac{\partial \mathrm{Re}}{\partial Q} w_{\cdot Q} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathrm{Re}}{\partial D} w_D \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathrm{Re}}{\partial \rho} w_{\rho(T)} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathrm{Re}}{\partial \mu} w_{\mu(T)} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{(A.8)}$$

Com as seguintes derivadas:

$$\frac{\partial \mathrm{Re}}{\partial Q} = \frac{4\rho}{\pi \mu D} \quad \text{(A.9)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{Re}}{\partial D} = -\frac{4Q\rho}{\pi \mu D^2} \quad \text{(A.10)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{Re}}{\partial \rho} = \frac{4Q}{\pi \mu D} \quad \text{(A.11)}$$

$$\frac{\partial \mathrm{Re}}{\partial D} = -\frac{4Q\rho}{\pi \mu^2 D} \quad \text{(A.12)}$$

Substituindo essas derivadas na Equação (A.8), advém:

$$w_{\mathrm{Re}} = \left[\left(\frac{4}{\pi \nu D} w_{\cdot Q} \right)^2 + \left(\frac{4Q}{\pi \nu D^2} w_D \right)^2 + \left(\frac{4Q}{\pi \mu D} w_\rho \right)^2 + \left(-\frac{4Q}{\pi \mu^2 D} w_\mu \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{(A.13)}$$

Neste ponto, para a resolução da Equação (A.13) é necessário determinar, separadamente, as incertezas relativas às medidas da vazão volumétrica de etanol, do diâmetro do tubo, da massa específica e da viscosidade cinemática.

A.2.3 - Vazão Volumétrica

A vazão para o processo de calibração foi determinada através da coleta de um determinado volume de água durante um intervalo de tempo conhecido:

$$Q = \frac{V}{t} \tag{A.14}$$

Aplicando-se a Equação (A.2) em (A.12):

$$w_Q = \pm\left[\left(\frac{\partial Q}{\partial V} w_V\right)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial t} w_t\right)^2\right] \tag{A.15}$$

As derivadas parciais da vazão em relação ao volume e ao tempo são, respectivamente:

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = \frac{1}{t} \tag{A.16}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{V}{t^2} \tag{A.17}$$

A menor divisão de escala da proveta graduada utilizada nas medidas era de 0,1 mm e o cronômetro digital utilizados apresentavam incertezas[2] de ± 0,2 s, isto é:

$\mu_V = \pm 0{,}05 \ \text{cm}^3 \ (0{,}05 \times 10^{-6} \ \text{m}^3)$

$\mu_t = \pm 0{,}2 \ \text{s}$

Substituindo esses valores de incerteza juntamente com as derivadas expressas em (A.15) e (A.16) na Equação (A.14), obtém-se:

$$w_Q = \pm\left[\left(\frac{1}{t} 0{,}05.10^{-6}\right)^2 + \left(-\frac{V}{t^2} 0{,}2\right)^2\right]^{1/2} \tag{A.18}$$

[2] O valor da incerteza calculado no Sistema Internacional foi expresso entre parênteses.

Utilizando os valores médios de volume e tempo obtidos experimentalmente, obtém-se a incerteza experimental referente à vazão volumétrica:

$$w_Q = \pm 2{,}15 \text{ cm}^3/\text{s} \ (2{,}15 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}) \qquad \text{(A.19)}$$

A.2.4 - Diâmetro do tubo

Os diâmetros interno e externo do tubo, após várias medidas com paquímetro digital, apresentaram valores médios de 12,64 mm (0,01264 m) e 10,25 mm (0,01025 m) respectivamente. Em decorrência disso pôde-se calcular as incertezas relativas às medidas dos diâmetros:

$$\mu_{Di} = \pm \frac{0{,}036}{10{,}25} = \pm 0{,}003 \text{ mm } (0{,}003 \times 10^{-3} \text{ m}) \ (20 \text{ a } 1) \qquad \text{(A.20-a)}$$

$$\mu_{De} = \pm \frac{0{,}012}{12{,}64} = \pm 0{,}001 \text{ mm } (0{,}001 \times 10^{-3} \text{ m}) \quad (20 \text{ a } 1) \qquad \text{(A.20-b)}$$

A.2.5 - Massa específica

Em primeira análise, a massa específica do etanol é termodependente[3], e foi determinada através da seguinte correlação, (fonte: American Institute of Physics Handbook, 1972):

$$\rho(T) = 0{,}80625 - 8{,}461.10^{-4} T + 1{,}6.10^{-7} T^2 + 8{,}5.10^{-9} T^3 \qquad \text{(A.21)}$$

A expressão para o cálculo da incerteza relativa à massa específica é:

$$\mu_{\rho(T)} = \pm \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \mu_T \right)^2 \right]^{1/2} \qquad \text{(A.22)}$$

[3] Como foi constatado posteriormente, essa dependência da propriedade com a temperatura não foi fator preponderante na acuracidade dos resultados.

$$\frac{\partial \rho}{\partial T} = -8{,}461.10^{-4} + 3{,}2.10^{-7} T + 2{,}55.10^{-7} T^2 \qquad \text{(A.23)}$$

Neste ponto é importante salientar que os cálculos das propriedades termofísicas do etanol foram realizados com um valor referente a uma temperatura média do fluido. Tal procedimento foi adotado pois foi feita uma análise prévia dessas propriedades, calculando-as individualmente para cada valor de temperatura do fluido, encontrando-se um desvio médio máximo de 1 %.

Inserindo a Equação (A.23) em (A.22), obtém-se:

$$\mu_{\rho(t)} = \pm 4{,}230.10^{-4} \text{ kg/m}^3$$

De acordo com a referência pesquisada, o desvio médio obtido para a correlação foi de 5 %. Nesse caso o valor da incerteza máxima para a massa específica é calculada como:

$$\mu_{\rho(T)} = \pm\left[(0{,}05)^2 + (4{,}230.10^{-4})^2\right]^{1/2}$$

$$\mu_{\rho(T)} = \pm 0{,}05 \text{ kg/m}^3 \qquad \text{(A.24)}$$

Pode-se concluir, a partir dessa análise quantitativa, que a incerteza relativa ao cálculo da massa específica é muito baixa, corroborando com o valor do desvio padrão anteriormente calculado.

A.2.6 - Viscosidade cinemática

Analogamente ao procedimento referente ao cálculo da massa específica (SI), foi determinada a incerteza relativa à viscosidade cinemática, pela seguinte correlação empírica, REID *et al* (1987):

$$\mu(T) = (2{,}12133.10^{-3} - 4{,}907.10^{-5} T + 6{,}4361.10^{-7} T^2)$$

$$\mu_{\mu(T)} = \pm\left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\mu_T\right)^2\right]^{1/2}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial T} = -4{,}907.10^{-5} + 1{,}28722.10^{-6}T$$

$$\mu_{\mu(T)} = \pm\left[\left(-4{,}907.10^{-5} + 1{,}28722.10^{-6}T\right)\mu_T\right)^2\right]^{1/2}$$

$$\mu_{\mu(T)} = 3{,}258.10^{-5} \text{ kg/m s}$$

Do mesmo modo que a massa específica, para essa correlação também foi estimado um desvio médio de 5 % e a incerteza é calculada como:

$$\mu_{\mu(T)} = \pm\left[(0{,}05)^2 + (3{,}258.10^{-5})^2\right]^{1/2}$$

$$\mu_{\mu(T)} = \pm 0{,}05 \text{ kg/m}^3 \qquad \text{(A.25)}$$

Como pôde-se observar, tanto para o cálculo da massa específica quanto da viscosidade cinemática, as incertezas consistem no próprio valor do desvio médio estimado pela correlação empírica.

Finalmente, as incertezas relativas à vazão volumétrica, ao diâmetro externo do tubo, à massa específica e à viscosidade cinemática, necessárias para a determinação do intervalo de incerteza relativa ao número de Reynolds e, consequentemente, ao número de Dean, são conhecidas. Substituindo (A.19), (A.19-b), (A.24) e (A.25) na Equação (A.13) e dividindo por (A.6), advém:

$$w_{\mathrm{Re}} = \left[\left(\frac{4}{\pi \nu D}w_Q\right)^2 + \left(\frac{4Q}{\pi \nu D^2}w_D\right)^2 + \left(\frac{4Q}{\pi \mu D}w_\rho\right)^2 + \left(-\frac{4Q}{\pi \mu^2 D}w_\mu\right)^2\right]^{1/2} \qquad \text{(A.13)}$$

$$\frac{w_{\mathrm{Re}}}{\mathrm{Re}} = \left[\left(\frac{w_Q}{Q} \right)^2 + \left(\frac{w_D}{D} \right)^2 + \left(\frac{w_\rho}{\rho} \right)^2 + \left(-\frac{w_\mu}{\mu} \right)^2 \right]^{1/2} \qquad \text{(A.26)}$$

$\frac{w_{\mathrm{Re}}}{\mathrm{Re}} = 0{,}0780$ ou 7,8 %.

Substituindo este valor na Equação (A.6) e computando as incertezas do raios do tubo e do raio de curvatura como a metade da menor divisão da escala, obtém-se a expressão para o cálculo da incerteza relativa ao númeo de Dean:

$$w_{De} = \left[\left(-\frac{7{,}8.10^{-4}}{2R(2r)^{3/2}\,\mathrm{Re}} \right)^2 + \left(\frac{5.10^{-4}}{2R} \right)^2 + \left(\frac{5.10^{-4}}{2r} \right)^2 \right]^{1/2} \qquad \text{(A.27)}$$

A.2.7 – Espessura da camada solidificada

Como já foi dito no item 3.3.2, a espessura da camada solidificada foi determinada por meio de uma câmara filmadora digital com capacidade de aumento de 320 vezes, cujas imagens capturadas eram, posteriormente, digitalizadas. O programa previamente fornecia, a cada fotografia digitalizada, o valor do desvio médio da medida, o qual é baseado no número de *pixels*. Em outras palavras, consiste na razão entre o comprimento real do eixo, (neste caso, a escala padrão conhecida) e o comprimento deste em *pixel*, que é computado pelo próprio programa.

O intervalo de tempo foi medido por intermédio do próprio sistema de aquisição de dados.

Analisando os valores fornecidos a cada imagem, obteve-se um desvio médio de ± 0,02 cm para a medida da espessura de gelo.

Apêndice B

Curvas de calibração

B.1 - Placa de orifício

A curva de calibração da placa de orifício, que representa a relação da vazão **Q** em função de **ΔP** está mostrada na Figura B.1:

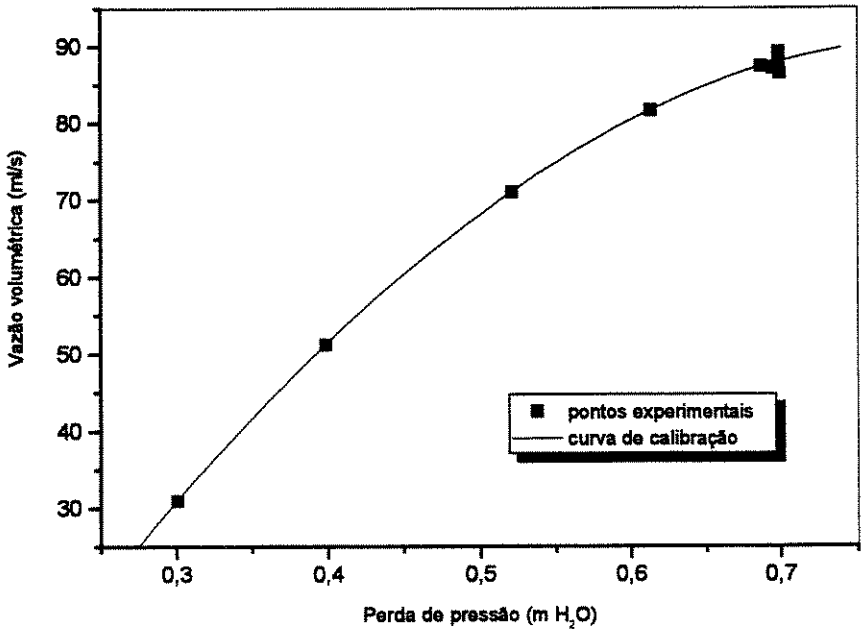

Figura B.1 – Curva de calibração da placa de orifício.

Da qual, por regressão polinomial, foi obtida a seguinte equação:

$$Q = -52{,}3498 + 324{,}1824\,\Delta P - 141{,}0504\,(\Delta P)^2 - 51{,}0203\,(\Delta P)^3 \qquad \text{(B.1)}$$

B.2 - Transdutor de pressão

A equação relativa à calibração do transdutor que, segundo o manual do fabricante possui acuracidade de $\pm$ 2 %, é:

$$\Delta P = \frac{1{,}1325\ i}{20{,}24} \qquad \text{(B.2)}$$

na qual "i" é o valor da corrente elétrica fornecida pelo sistema de aquisição, e a perda de pressão medida em cm H_2O.

Apêndice C

Tabelas dos Experimentos Realizados

Neste apêndice são apresentados os valores das variáveis com as quais foram realizados os testes experimentais, a saber:

- temperatura de entrada do fluido refrigerante secundário,
- raio de curvatura do tubo
- número de Reynolds
- número de Dean.

As tabelas C.1 a C.5 apresentam esses valores para cada raio de curvatura do tubo.

Tabela C.1 – Variáveis utilizadas nos experimentos – Tubo 1, R = 3,9.

Experimento	T (°C)	Re	De
1	-5	500	178,89
2	-5	1000	357,77
3	-5	1500	536,66
4	-10	500	178,89
5	-10	1000	357,77
6	-10	1500	536,66
7	-15	500	178,89
8	-15	1000	357,77
9	-15	1500	536,66
10	-20	500	178,89
11	-20	1000	357,77
12	-20	1500	536,66

Tabela C.2 – Variáveis utilizadas nos experimentos – Tubo 2, R = 8 cm.

Experimento	**T (°C)**	**Re**	**De**
13	-5	500	124,50
14	-5	1000	249,00
15	-5	1500	373,50
16	-10	500	124,50
17	-10	1000	249,00
18	-10	1500	373,50
19	-15	500	124,50
20	-15	1000	249,00
21	-15	1500	373,50
22	-20	500	124,50
23	-20	1000	249,00
24	-20	1500	373,50

Tabela C.3 – Variáveis utilizadas nos experimentos – Tubo 3, R = 10,15.

Experimento	T (°C)	Re	De
25	-5	500	111,80
26	-5	1000	223,61
27	-5	1500	335,41
28	-10	500	111,80
29	-10	1000	223,61
30	-10	1500	335,41
31	-15	500	111,80
32	-15	1000	223,61
33	-15	1500	335,41
34	-20	500	111,80
35	-20	1000	223,61
36	-20	1500	335,41

Tabela C.4 – Variáveis utilizadas nos experimentos – Tubo 4, R = 12,85.

Experimento	**T (°C)**	**Re**	**De**
37	-5	500	97,47
38	-5	1000	194,94
39	-5	1500	292,40
40	-10	500	97,47
41	-10	1000	194,94
42	-10	1500	292,40
43	-15	500	97,47
44	-15	1000	194,94
45	-15	1500	292,40
46	-20	500	97,47
47	-20	1000	194,94
48	-20	1500	292,40

Tabela C.5 – Variáveis utilizadas nos experimentos – Tubo 5, R = 15,5.

Experimento	**T (°C)**	**Re**	**De**
49	-5	500	89,44
50	-5	1000	178,89
51	-5	1500	268,33
52	-10	500	89,44
53	-10	1000	178,89
54	-10	1500	268,33
55	-15	500	89,44
56	-15	1000	178,89
57	-15	1500	268,33
58	-20	500	89,44
59	-20	1000	178,89
60	-20	1500	268,33