

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL

DA TESE DEFENDIDA POR Admilson
Teixeira Franco E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 30/08/95.

Gilmar Monpean
ORIENTADOR

APLICAÇÃO DO MÉTODO VOLUMES FINITOS
SOLA PARA CAVIDADE RECIRCULANTE
COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR

29/93

Admilson Teixeira Franco
Autor: Admilson Teixeira Franco 1995

Gilmar Monpean
Orientador: Prof. Dr. Gilmar Monpean Munhoz da Cruz

Trabalho apresentado à Comissão de Pós-Graduação
da Faculdade de Engenharia Mecânica como parte
dos requisitos para obtenção do título de **Mestre**
em Engenharia Mecânica.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA**

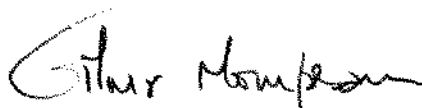
Tese de Mestrado

**APLICAÇÃO DO MÉTODO VOLUMES FINITOS
SOLA PARA CAVIDADE RECIRCULANTE
COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR**

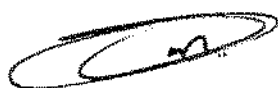
Autor: Admilson Teixeira Franco

Orientador: Prof. Dr. Gilmar Mompean Munhoz da Cruz

Aprovado por:



Prof. Dr. Gilmar Mompean Munhoz da Cruz (Presidente)



Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto



Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli

Campinas, 30 de Agosto de 1993

Agradecimentos

Agradeço a Deus pelo auxílio a todo momento.

A minha esposa Aldrey Mara e sua família, aos meus pais e meus irmãos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Gilmar Mompean Munhoz da Cruz, pelos ensinamentos. Aos meus professores.

Agradeço ao Prof. Dr. Jorge Isaías Llagosteira Beltran pelo programa TOPGAN.

Em especial, agradeço ao Prof. Marco Antonio Sperl de Faria, pelo incentivo.

Resumo

Neste trabalho é desenvolvido um código de cálculo para a solução das equações de Navier-Stokes e energia.

O método dos Volumes Finitos (MVF) é utilizado para a discretização espacial das equações de transporte e o método semi-implícito SOLA para a discretização temporal.

Dois esquemas convectivos foram utilizados: upwind e QUICK.

O código de cálculo foi desenvolvido para fluido newtoniano em escoamento laminar, transitório, bidimensional e em coordenadas retangulares.

Resultados foram obtidos para os seguintes problemas:

- Escoamento de Poiseuille
- Escoamento de Couette
- Escoamento hidrodinâmico no interior de uma cavidade fechada com $H/W = 1/2, 1$ e 2 ; e $Re \leq 1000$
- Convecção mista no interior de uma cavidade quadrada fechada com $Re \leq 1000$ e $Ra \leq 10^6$
- Convecção natural no interior de uma cavidade quadrada fechada com $Ra \leq 10^6$

Abstract

In this work a code has been developed to solve the Navier-Stokes and energy equations.

The Volume Finite Method has been used to make the spacial discretization of the transport equations and the Semi-Implicity SOLA method to make the time discretization.

Two convective schemes are used: upwind e QUICK.

The code has been developed to newtonian fluid in laminar flow, transiente, two-dimension and rectangular coordinates.

The results are obtained to the following problems:

- Poiseuille flow
- Couette flow
- The lid-driven cavity flow with $H/W = 1/2, 1$ and 2 ; and $Re \leq 1000$
- Mixed convection in a square cavity to $Re \leq 1000$ and $Ra \leq 10^6$
- Natural convection in a square cavity to $Ra \leq 10^6$

Conteúdo

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Introdução	13
1.2	Suscinta Revisão	13
1.3	Presente Trabalho	15
2	EQUAÇÕES GOVERNANTES	17
2.1	Equações Locais Instantâneas	17
2.1.1	Equação de Conservação da Massa	18
2.1.2	Equação de Conservação do Momento	18
2.1.3	Equação da Energia	19
3	TRATAMENTO NUMÉRICO	21
3.1	Introdução	21
3.2	Discretização Espacial	21
3.2.1	Integração da Equação Global	22
3.2.2	Método dos Volumes Finitos(MVF)	23
3.2.3	Localização das Variáveis e Malha Deslocada	24
3.2.4	Equações de Conservação Para um Escalar	24
3.2.5	Equação Global Discretizada	26

3.2.6	Equações de Transporte Discretizadas	26
3.3	Discretização Temporal	28
3.3.1	Método Semi-Implicito SOLA	28
3.3.2	Discretização do Termo Transitório	29
3.4	Matriz Pressão	30
3.4.1	Resolução da Matriz Pressão	31
3.5	Estabilidade Numérica	32
3.6	Esquemas Convectivos	33
3.6.1	Esquema Convectivo Upwind	33
3.6.2	Esquema Convectivo QUICK	34
3.7	Diagrama de Blocos do Método SOLA	34
4	RESULTADOS	36
4.1	Introdução	36
4.2	Escoamento de Poiseuille	37
4.2.1	Geometria e Condições de Contorno	38
4.2.2	Resultados Para Escoamento de Poiseuille	40
4.2.3	Comparação dos Esquemas Convectivos	42
4.2.4	Conclusões	45
4.3	Escoamento de Couette	46
4.3.1	Geometria e Condições de Contorno	46
4.3.2	Resultados Para Escoamento de Couette	47
4.3.3	Comparação dos Esquemas Convectivos	50
4.3.4	Conclusões	52
4.4	Escoamento Hidrodinâmico em uma Cavidade Retangular	53

4.1.1	Geometria e Condições de Contorno	53
4.1.2	Resultados para Cavidade Hidrodinâmica	54
4.1.3	Comparação dos Esquemas Convectivos	55
4.1.4	Linhas de Corrente Para Cavidade Hidrodinâmica	57
4.1.5	Conclusões	60
4.5	Convecção Mista em Cavidade Quadrada Fechada	65
4.5.1	Introdução	65
4.5.2	Geometria e Condições de Contorno	65
4.5.3	Número de Nusselt e Rayleigh	66
4.5.4	Resultados Para Convecção Mista	66
4.5.5	Conclusões	71
4.6	Convecção Natural em Cavidade Quadrada Fechada	72
4.6.1	Introdução	72
4.6.2	Geometria e Condições de Contorno	72
4.6.3	Resultados Para Convecção Natural	72
4.6.4	Conclusões	76
4.7	Detalhes Computacionais	76
4.7.1	Introdução	76
4.7.2	Condições Iniciais	76
4.7.3	Critério de Convergência	77
4.7.4	Tempos Médios de CPU	77
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	80
5.1	Conclusões	80
5.2	Sugestões	82

Lista de Figuras

3.1	Volume de controle	23
3.2	Região bidimensional dividida em volumes de controle	24
3.3	Malha deslocada. Volumes secundários para velocidades	25
3.4	Tratamento do termo de pressão	27
3.5	Malha unidimensional para esquema upwind	33
3.6	Malha unidimensional para esquema QUICK	34
3.7	Diagrama de blocos do método SOLA	35
4.1	Geometria para escoamento de Poiseuille	39
4.2	Condições de contorno	39
4.3	Perfis de velocidade para $Re=100$, malha 23×23 e esquema upwind	40
4.4	Perfis de temperatura para $Re=100$, malha 23×23 e esquema upwind	41
4.5	Perfis de velocidade para $Re=500$, malha 29×27 e esquema upwind	41
4.6	Perfis de temperatura para $Re=500$, malha $=29 \times 27$ e esquema upwind	42
4.7	Perfis de velocidade para $Re=1000$, malha 41×41 e esquema upwind	42
4.8	Perfis de temperatura para $Re=1000$, malha 41×41 e esquema upwind	43
4.9	Perfis de velocidade para $Re=1000$, malha 41×41 e esquema QUICK	43
4.10	Perfis de temperatura para $Re=1000$, malha 41×41 e esquema QUICK	44
4.11	Perfis de velocidade para esquema QUICK e upwind. $Re=1000$ e malha 41×41	44

4.12	Perfis de temperatura para esquema QUICK e upwind. $Re=1000$ e malha 11×11	45
4.13	Geometria para o escoamento de Couette	47
4.14	Perfis de velocidade para $Re=100$, malha 11×11 e esquema upwind	47
4.15	Perfis de temperatura para $Re=100$, malha 11×11 e esquema upwind	48
4.16	Perfis de velocidade para $Re=500$, malha 15×15 e esquema upwind	48
4.17	Perfis de temperatura para $Re=500$, malha 15×15 e esquema upwind	49
4.18	Perfis de velocidade para $Re=1000$, malha 21×21 e esquema upwind	49
4.19	Perfis de temperatura para $Re=1000$, malha 21×21 e esquema upwind	50
4.20	Perfis de velocidade para $Re=1000$, malha 21×21 e esquema QUICK	50
4.21	Perfis de temperatura para $Re=1000$, malha 21×21 e esquema QUICK	51
4.22	Perfis de velocidade para esquema QUICK e upwind. $Re=1000$ e malha 21×21	51
4.23	Perfis de temperatura para esquema QUICK e upwind. $Re=1000$ e malha 21×21	52
4.24	Geometria e condições de contorno para cavidade retangular	54
4.25	Perfis de velocidade para esquema QUICK e upwind. $Re=0$ e malha 30×30	55
4.26	Perfis de velocidade para esquema QUICK e upwind. $Re=100$ e malha 31×31	56
4.27	Perfis de velocidade para esquema QUICK e upwind. $Re=400$ e malha 51×51	56
4.28	Perfis de velocidade para esquema QUICK e upwind. $Re=1000$ e malha 61×61	57
4.29	Convergência do esquema QUICK e upwind para $Re=100$	58
4.30	Convergência do esquema QUICK e upwind para $Re=400$	58
4.31	Convergência do esquema QUICK e upwind para $Re=1000$	59

4.32	Linhas de corrente para cavidade retangular com malha 30×30 e $Re=0$, a) $H/W = 1/2$, b) $H/W = 1$ e c) $H/W = 2$	61
4.33	Linhas de corrente para cavidade retangular com malha 31×31 e $Re=100$, a) $H/W = 1/2$, b) $H/W = 1$ e c) $H/W = 2$	62
4.34	Linhas de corrente para cavidade retangular com malha 51×51 e $Re=400$, a) $H/W = 1/2$, b) $H/W = 1$ e c) $H/W = 2$	63
4.35	Linhas de corrente para cavidade retangular com malha 61×61 e $Re=1000$, a) $H/W = 1/2$, b) $H/W = 1$ e c) $H/W = 2$	64
4.36	Isotermas e linhas de corrente Para $Re=100$, $Ra = 10^4$ e $Ri=1.0$. . .	68
4.37	Isotermas e linhas de corrente Para $Re=100$, $Ra = 10^5$ e $Ri=10.0$. .	68
4.38	Isotermas e linhas de corrente Para $Re=100$, $Ra = 10^6$ e $Ri=100.0$. .	68
4.39	Isotermas e linhas de corrente Para $Re=400$, $Ra = 10^4$ e $Ri=0.0625$.	69
4.40	Isotermas e linhas de corrente Para $Re=400$, $Ra = 10^5$ e $Ri=0.625$. .	69
4.41	Isotermas e linhas de corrente Para $Re=400$, $Ra = 10^6$ e $Ri=6.25$. .	69
4.42	Isotermas e linhas de corrente Para $Re=1000$, $Ra = 10^4$ e $Ri=0.01$. .	70
4.43	Isotermas e linhas de corrente Para $Re=1000$, $Ra = 10^5$ e $Ri=0.1$. .	70
4.44	Isotermas e linhas de corrente Para $Re=1000$, $Ra = 10^6$ e $Ri=1.0$. .	70
4.45	Geometria e condições de contorno para cavidade retangular	73
4.46	Isotermas e linhas de corrente Para $Ra = 10^4$	74
4.47	Isotermas e linhas de corrente Para $Ra = 10^5$	74
4.48	Isotermas e linhas de corrente Para $Ra = 10^6$	74
4.49	Desvio percentual($Desc_p$) em função do espaçamento da grade(Δx) para $\overline{Nu}$ e $Ra = 10^6$	75

Lista de Tabelas

3.1	Expressões para equação (3.1)	22
4.1	Desvio percentual para $Re=100, 500$ e 1000 . Escoamento de Poiseuille	45
4.2	Desvio percentual para $Re=100, 500$ e 1000 . Escoamento de Couette	52
4.3	Desvio percentual no cálculo do vórtice primário	60
4.4	Número de $\overline{Nu}$, Nu_{max} e Nu_{min} para convecção mista	71
4.5	Número de $\overline{Nu}$, Nu_{max} e Nu_{min} para convecção natural	75
4.6	Número de $\overline{Nu}$ e Nu_{max} comparado com Hortmann et al.[1990] para malha 40×40 e $Ra = 10^6$	76
4.7	Tempo de CPU para cavidade retangular	78
4.8	Tempo de CPU para escoamento de Poiseuille	79
4.9	Tempo de CPU para escoamento de Couette	79

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Introdução

A compreensão dos fenômenos de convecção é de grande importância para o desenvolvimento de muitos ramos da ciência e da tecnologia. Como exemplo: meteorologia, geofísica, sistemas de energia solar, resfriamento de componentes eletrônicos, sistemas de reator nuclear, processamento de materiais, conservação e armazenamento de energia, indústrias químicas, metalúrgicas, alimentos, etc. A importância do estudo da convecção pode ser apreciada pela enorme quantidade de trabalhos experimentais e numéricos sobre o tema.

Nos últimos anos, a simulação numérica tem sido intensivamente utilizada para o desenvolvimento e otimização dos sistemas e processos térmicos, propiciada pelo enorme desenvolvimento dos computadores e por conseguinte dos métodos computacionais. Geralmente os métodos analíticos para a solução de problemas de transferência de calor só se aplicam em situações simples. Por outro lado, os métodos experimentais essenciais para testar a validade e acuracidade dos resultados numéricos, são mais dispendiosos e trabalhosos que a simulação.

Portanto, a simulação numérica dos processos de convecção tende a ser cada vez mais utilizada devido a flexibilidade, rapidez, economia e acuracidade propiciadas.

1.2 Suspinta Revisão

São apresentados nesta secção os trabalhos mais importantes que tratam do problema hidrodinâmico e térmico de um escoamento no interior de uma cavidade

fechada(lid-driven cavity flow), estudada no presente trabalho.

A solução clássica do problema de um escoamento no interior de uma cavidade quadrada foi realizada por Burggraf[1966] utilizando um método modificado de relaxação. A parede superior move-se com uma velocidade constante e temperatura especificada e as outras são mantidas fixas a uma temperatura menor que a da parede móvel. Resultados são apresentados para $Re \cong 0$ a 400.

Pan e Acrivos[1966] resolveram o problema variando a razão H/W da cavidade de 0.25 a 5.0 para $Re \cong 0$. Realizaram experimentos para $Re=20$ a 4000 para cavidades de razão finita e infinita($H/W \rightarrow \infty$) caracterizando os vórtices primários e secundários do escoamento.

Bozeman[1973] resolveu o problema da cavidade retangular comparando vários métodos implícitos em diferenças finitas. Resultados para $Re=100$ com $H/W=1.0$ a 2.0 e $Re=1000$ são apresentados.

A formulação de vorticidade-função corrente utilizando o método de multigrid foi utilizado por Ghia et al.[1982] para obter refinadas soluções na faixa de $Re=100$ a $Re=10000$. As propriedades dos vórtices primários e secundários são determinadas. O trabalho é hoje referência básica para a validação de métodos computacionais e esquemas convectivos[Schreiber e Keller,1983] e [Koseff e Street,1984b].

Koseff e Street[1984a] realizaram experimentos em uma cavidade tridimensional para estudar o efeito do comprimento da cavidade no tamanho dos turbilhões secundários.

Koseff e Street[1984b] mostraram as diferenças entre os perfis de velocidades obtidos experimentalmente para uma cavidade tridimensional e os obtidos numericamente para cavidade bidimensional. Mediram os fluxos de calor e observaram que para $Re=10000$ o turbilhão secundário à jusante já exibe características turbulentas.

Torrance et al.[1972] investigaram numericamente convecção mista em uma cavidade retangular provocada pela combinação do movimento da parede superior e empuxo devido ao gradiente de temperatura. As simulações foram feitas para $Re=100$, $Pr=1$ e $H/W=0.5$, 1.0 e 2.0. Concluíram que o empuxo assume papel predominante para o número de Richardson(Ri) maior que a unidade.

Uma coletânea de soluções para o problema de convecção natural em uma cavidade quadrada com as paredes verticais à diferentes temperaturas e as horizontais adiabáticas foi feita por Davis e Jones[1983].

Uma acurada solução do problema de convecção natural em uma cavidade quadrada foi feita por Davis[1983], utilizando a formulação de vorticidade-função corrente. Sua solução é amplamente utilizada para testar novos códigos e métodos

computacionais.

Uma detalhada revisão da literatura sobre convecção natural em espaços confinados pode ser encontrada em Ostrach[1988]. As características dos problemas são apresentadas e discutidas.

A influência do número de Prandtl(Pr) na convecção mista em uma cavidade quadrada é analisada por Moalemi e Jang[1992]. Resultados para $Re=500$ e 1000 , $Pr=7.1$, 1 e 0.1 e $Ri=0.01$, 0.4 e 4 são apresentados. Uma correlação para o Nu médio é sugerida.

1.3 Presente Trabalho

O objetivo é o desenvolvimento de um código de cálculo para o estudo de convecção natural, mista e forçada.

Para isto foi desenvolvido um programa em FORTRAN 77, utilizando o método dos Volumes Finitos(MVF)[Patankar,1980] para a discretização espacial das equações e o método SOLA [Hirt et al.,1975] para a discretização temporal.

Dois esquemas convectivos foram implementados: upwind e QUICK.

O desenvolvimento do código de cálculo foi realizado para fluido newtoniano em escoamento laminar, transitório, bidimensional e em coordenadas retangulares.

No capítulo 2 são apresentadas as equações de transporte que governam o fenômeno. É utilizada a aproximação de Boussinesq.

A discretização das equações de transporte, o método dos Volumes Finitos, o método SOLA e os esquemas convectivos são descritos no capítulo 3.

Os resultados obtidos com o objetivo de validar o método numérico são apresentados no capítulo 4. O escoamento de Poiseuille e o de Couette são resolvidos. Os perfis de velocidade e temperatura desenvolvidos são comparados com a solução analítica. Escoamento hidrodinâmico no interior de uma cavidade retangular fechada com a parede superior em movimento com velocidade constante é resolvido para as razões $H/W=0.5$, 1.0 e 2.0 . Os perfis de velocidade e as linhas de corrente são mostradas para $Re=100$, 400 e 1000 . O problema de convecção mista em cavidade quadrada é analisado para $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ e $Re=100$, 400 e 1000 . Para estes casos são mostradas as isotermas, as linhas de corrente e os números de Nu médio e Nu local. Os resultados para convecção natural são obtidos na mesma faixa do número de Ra . As diferenças na utilização dos esquemas convectivos e a indicação do melhor esquema para cada situação é indicada. Os resultados são comparados

com soluções de referência clássicas.

As conclusões e sugestões com referência aos resultados obtidos são apresentadas no capítulo 5.

Capítulo 2

EQUAÇÕES GOVERNANTES

2.1 Equações Locais Instantâneas

As equações locais instantâneas são deduzidas a partir dos princípios fundamentais de conservação da massa, quantidade de movimento e energia. Através de um balanço de massa, de momento e de energia em um volume de controle diferencial as equações são obtidas.

Na simplificação das equações governantes, as seguintes hipóteses serão assumidas:

1. Escoamento laminar, transitório e bidimensional
2. Sistema de coordenadas cartesianas
3. Fluido newtoniano
4. Escoamento incompressível, ou seja, a densidade ρ é assumida constante, exceto para o termo de empuxo
5. Propriedades físicas constantes (k, ρ, μ, c_p)
6. Dissipação viscosa e trabalho de compressão desprezíveis na equação da energia
7. Validade da aproximação de Boussinesq
8. A gravidade atua somente na direção vertical para baixo
9. Ausência de termo fonte na equação da energia

As equações podem ser escritas na forma diferencial como:

2.1.1 Equação de Conservação da Massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

onde ρ é a densidade e U_i a velocidade do fluido na direção i

Com as hipóteses acima, a equação pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

onde x e y são os eixos coordenados na direção horizontal e vertical, respectivamente e u e v as respectivas velocidades nestas direções.

2.1.2 Equação de Conservação do Momento

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho (U_i U_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (2.3)$$

Com as hipóteses feitas e lembrando que: $\tau_{ij} = \mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]$ obtemos:

A-) Equação do momento na direção x

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.4)$$

B-) Equação do momento direção y

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\rho}{\rho_o} g \quad (2.5)$$

onde ν é a viscosidade cinemática ($\nu = \mu/\rho_o$) e ρ_o é a densidade do fluido. Todas as propriedades físicas são avaliadas à temperatura de referência T_o .

Na equação (2.5), a pressão local estática pode ser decomposta em dois termos[Jaluria e Torrance,1986]: um devido à pressão hidrostática local no fluido p_h e o outro devido ao movimento do fluido p_m . Desse modo:

$$p = p_m + p_h \quad (2.6)$$

Juntando o termo de pressão e a força de campo gravitacional da equação (2.5), obtemos:

$$-\frac{1}{\rho_o}\left[\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g\right] = -\frac{1}{\rho_o}\left[\frac{dp_m}{dy} + \frac{dp_h}{dy} + \rho g\right] \quad (2.7)$$

A pressão hidrostática é calculada como:

$$\frac{dp_h}{dy} = -\rho_o g \quad (2.8)$$

Substituindo a equação (2.8) na equação (2.7), temos:

$$-\frac{1}{\rho_o}\left[\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g\right] = -\frac{1}{\rho_o}\left[\frac{dp_m}{dy} - g(\rho - \rho_o)\right] \quad (2.9)$$

onde $g(\rho - \rho_o)$ é a força de empuxo. Este termo é estimado empregando-se a extensivamente utilizada aproximação de Boussinesq, a qual assume uma dependência linear da densidade com a temperatura e despreza as variações da densidade na equação da continuidade [Jaluria e Torrance, 1986]. A aproximação é válida para muitas aplicações onde as diferenças de temperatura não são muito grande e é discutida amplamente em Gray e Giorgini [1976]. A aproximação de Boussinesq é escrita como [Arpaci e Larsen, 1984]:

$$(\rho - \rho_o) = \rho_o \beta (T - T_o) \quad (2.10)$$

onde $\beta = -1/\rho(\partial\rho/\partial T)_p$ é o coeficiente de expansão térmica admitido constante.

A equação (2.5) pode ser reescrita com o auxílio das equações (2.9) e (2.10) como:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial p_m}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_o) \quad (2.11)$$

2.1.3 Equação da Energia

A equação da energia em termos de temperatura pode ser escrita como:

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_p U_j T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \Phi + q''' \quad (2.12)$$

onde: Φ é a função dissipação

A equação pode ser reescrita considerando as hipóteses feitas no item 2.1 como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.13)$$

onde α é a difusividade térmica do fluido ($\alpha = k/\rho_o c_p$).

As equações (2.2), (2.4), (2.11) e (2.13) constituem o conjunto completo das equações governantes. O sistema de equações é fechado, isto é, o número de variáveis é igual ao número de equações e pode ser resolvido com as condições de contorno adequadas.

Para o caso de convecção forçada, o campo de velocidades é independente do campo de temperaturas. O mesmo não ocorre para o caso de convecção mista e natural onde a temperatura auxilia ou é a responsável pelo movimento do fluido. Nesse caso, o sistema de equações é acoplado e precisa ser resolvido simultaneamente [Galpin e Raithby, 1986].

Capítulo 3

TRATAMENTO NUMÉRICO

3.1 Introdução

Neste capítulo é realizado o tratamento numérico das equações que governam o escoamento (equações de transporte diferenciais), ou seja, equação da continuidade (eq. (2.2)), equações do momento nas direções x e y (eqs. (2.4) e (2.11), respectivamente) e equação da energia (eq. (2.13)). O método dos Volumes Finitos (MVF) [Patankar, 1980] é utilizado para a discretização espacial das equações de transporte. O princípio da malha deslocada [Patankar, 1980] é utilizado, isto é, as grandezas escalares como pressão e temperatura são tratadas no centro dos volumes de controle, enquanto as grandezas vetoriais, no caso as velocidades, são tratadas nas faces. O método semi-implícito SOLA [Hirt et al., 1975] é utilizado para a discretização temporal das equações.

3.2 Discretização Espacial

A discretização no espaço consiste em estabelecer uma malha na qual o espaço contínuo é substituído por um número finito de pontos nos quais a variável ϕ é avaliada. Quanto maior o número de pontos utilizados melhor é a aproximação obtida pelo fato de estarmos aproximando a malha de um espaço contínuo. A discretização no espaço das variáveis dependentes transforma a equação diferencial em um sistema algébrico de equações. A discretização pode ser resumida como a transformação das equações diferenciais ou integrais em equações algébricas envolvendo o valor das variáveis nos pontos da malha.

3.2.1 Integração da Equação Global

As equações de transporte na forma mais geral, podem ser escritas como:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U_i \phi) = \nabla \cdot J_{i\phi} + \rho S_\phi \quad (3.1)$$

onde cada termo possui o seguinte significado:

$\partial \rho \phi / \partial t \rightarrow$ variação da variável ϕ com o tempo

$\nabla \cdot (\rho U_i \phi) \rightarrow$ transporte convectivo da variável ϕ

$\nabla \cdot J_{i\phi} \rightarrow$ transporte difusivo da variável ϕ

$\rho S_\phi \rightarrow$ termo fonte

Na tabela 3.1 são encontradas as expressões que assume cada termo acima para as diferentes equações locais instantâneas no sistema de coordenadas cartesianas.

Equação	ϕ	$J_{i\phi}$	S_ϕ
Continuidade	1	0	0
Mom. direção x	u	$(p - \mu \nabla u) \vec{i}$	$\vec{g} \vec{i}$
Mom. direção y	v	$(p - \mu \nabla v) \vec{j}$	$\vec{g} \vec{j}$
Entalpia	h	$\lambda \nabla T$	S_h

Tabela 3.1: Expressões para equação (3.1)

A equação (3.1) é integrada num volume de controle ϑ , de fronteiras fixas, resultando em:

$$\int_{\vartheta} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} d\vartheta + \int_{\vartheta} \nabla \cdot (\rho U_i \phi - J_\phi)_i d\vartheta = \int_{\vartheta} \rho S_\phi d\vartheta \quad (3.2)$$

Utilizaremos agora o teorema de Gauss para transformar a integral de volume do segundo termo do lado esquerdo da equação (3.2) em integral de superfície.

Para um vetor $\vec{a}$ qualquer esse teorema pode ser escrito como:

$$\int_{\vartheta} \nabla \cdot \vec{a} d\vartheta = \int_s \vec{a} \cdot \vec{n} ds \quad (3.3)$$

$\vec{n} \rightarrow$ vetor unitário normal a superfície s , dirigido para fora (figura 3.1)

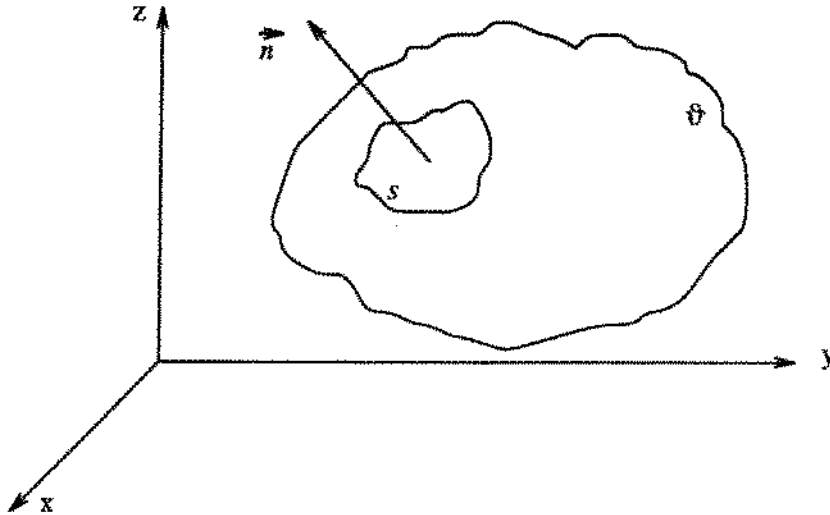


Figura 3.1: Volume de controle

Permutando também a derivada da variável ϕ com a integral no primeiro termo do lado esquerdo, que é possível devido ao fato da forma do volume ϑ não depender do tempo, resulta em:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{\vartheta} \rho \phi \right] d\vartheta + \int_s (\rho I \phi - J_{\phi})_i \cdot \vec{n} ds = \int_{\vartheta} \rho S_{\phi} d\vartheta \quad (3.4)$$

A equação (3.4) representa o balanço da grandeza ϕ sobre o volume de controle ϑ .

3.2.2 Método dos Volumes Finitos(MVF)

O método dos Volumes Finitos[Patankar,1980], consiste na divisão do domínio de cálculo em um número finito de volumes de controle não sobrepostos. Cada volume de controle possui em seu interior um único ponto da malha, chamado ponto nodal, como mostra a figura 3.2 para o domínio coberto com uma malha regular.

A integração da equação diferencial, como feito na seção anterior, é feita sobre cada volume de controle, assumindo-se um perfil para expressar a variação de ϕ entre os pontos da malha e avaliar a integral. A vantagem é que as variáveis transportadas são sempre conservadas sobre qualquer número de volumes de controle e, deste modo, sobre todo o domínio de cálculo. O método garante a conservação das quantidades como massa, momento e energia localmente e globalmente.

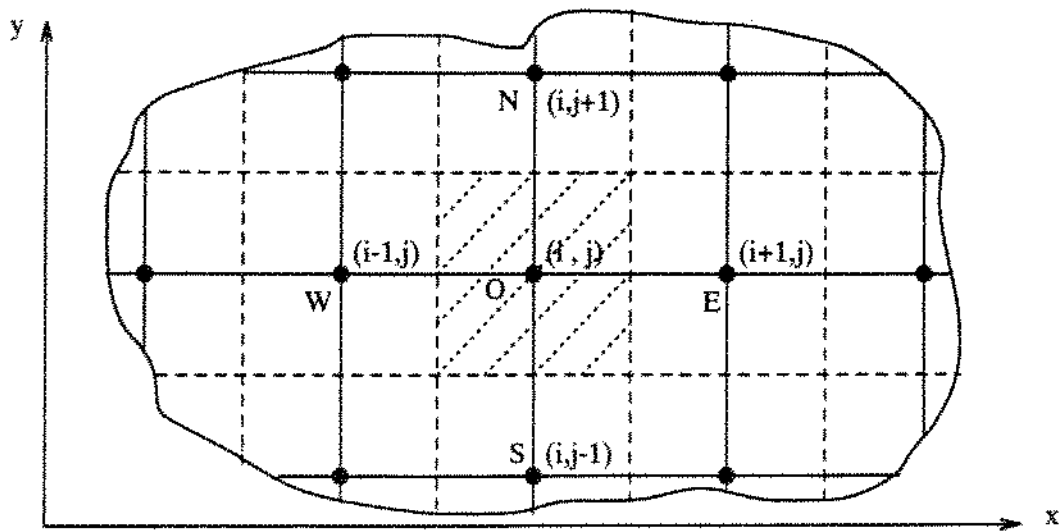


Figura 3.2: Região bidimensional dividida em volumes de controle

3.2.3 Localização das Variáveis e Malha Deslocada

A figura 3.3 representa um volume de controle principal onde O é o centro do volume principal e os pontos cardiais E, W, S e N são os centros dos volumes de controle circunvizinhos. As linhas tracejadas indicam as faces dos volumes de controle.

O princípio da malha deslocada (staggered grid) é utilizado para manter o realismo físico do problema [Patankar, 1980]. As grandezas escalares como pressão e temperatura são tratadas no centro dos volumes de controle, enquanto as grandezas vetoriais, no caso, as velocidades, são tratadas nas faces dos volumes de controle. Este procedimento propicia uma melhor estimativa dos fluxos convectivos. Os volumes de controle secundários utilizados para as velocidades são ilustrados na figura 3.3.

3.2.4 Equações de Conservação Para um Escalar

As integrais de volume e de superfície da equação (3.4) são aproximadas assumindo-se um perfil para a variável ϕ . Diferentes perfis para ϕ podem ser assumidos para aproximar os termos da equação diferencial. Um perfil linear contínuo por partes será utilizado para as aproximações.

A integral de volume do lado esquerdo da equação (3.4) e a do lado direito, podem ser escritas como:

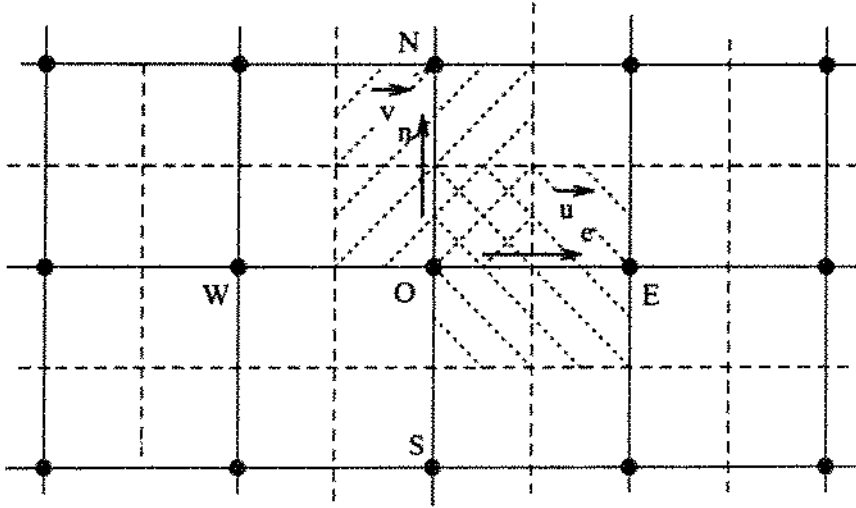


Figura 3.3: Malha deslocada. Volumes secundários para velocidades

a-) Termo transitório:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{\vartheta} \rho \phi \right] d\vartheta \cong \vartheta_O \frac{\partial \rho \phi_O}{\partial t} \quad (3.5)$$

b-) Termo fonte:

$$\int_{\vartheta} \rho S_{\phi} d\vartheta \cong \vartheta_O \rho S_{\phi} \quad (3.6)$$

onde o índice O refere-se ao volume de controle cujo ponto nodal é O .

As integrais de superfície da equação (3.4) serão aproximadas utilizando-se o tratamento abaixo descrito.

Os termos difusivos e convectivos são aproximados por um somatório algébrico nas faces do volume de controle.

c-) Termo difusivo:

$$\int_s \vec{J}_{\phi} \cdot \vec{n} ds \cong \sum_{i=1}^4 (af \vec{J}_{\phi} \cdot \vec{n})_i \quad (3.7)$$

onde af é a área da face normal ao fluxo e i o índice que representa as faces e , w , n e s . O termo difusivo escrito para as quatro faces é

$$\int_s \vec{J}_{\phi} \cdot \vec{n} ds \cong (af J_{\phi})_e - (af J_{\phi})_w + (af J_{\phi})_n - (af J_{\phi})_s \quad (3.8)$$

O fluxo difusivo J_{ϕ} envolve uma estimativa do gradiente médio de ϕ na face do volume de controle e é obtido através de uma interpolação linear.

d-) Termo convectivo:

$$\int_s (\rho \vec{l}_i \phi) ds \cong \sum_{i=1}^4 (af \rho \phi \vec{l}_i \cdot \vec{n})_i \quad (3.9)$$

O termo convectivo escrito para as quatro faces é,

$$\int_s (\rho \vec{l}_i \phi) ds \cong (af \rho \phi \vec{l}_i)_e - (af \rho \phi \vec{l}_i)_w + (af \rho \phi \vec{l}_i)_n - (af \rho \phi \vec{l}_i)_s \quad (3.10)$$

onde U_i representa o valor médio da velocidade sobre a face i do volume de controle.

Os fluxos convectivos e difusivos são agora reunidos em uma só variável:

$$FLUXO(\phi_O) = \sum_{i=1}^4 [(af \rho \phi \vec{l}_i \cdot \vec{n})_i + (af \vec{J}_\phi \cdot \vec{n})_i] \quad (3.11)$$

3.2.5 Equação Global Discretizada

A equação (3.1) pode agora ser escrita na forma discretizada com o auxílio das equações (3.5) a (3.9) como:

$$\vartheta_O \frac{\partial \rho \phi_O}{\partial t} + \sum_{i=1}^4 [(af \rho \phi \vec{l}_i \cdot \vec{n})_i + (af \vec{J}_\phi \cdot \vec{n})_i] = \vartheta_O \rho S_\phi \quad (3.12)$$

3.2.6 Equações de Transporte Discretizadas

Com a equação (3.12) e as expressões devidas para ϕ , J_ϕ e S_ϕ obtidas da tabela 3.1, as equações de transporte discretizadas podem ser obtidas.

Equação da Continuidade Discretizada

Da tabela 3.1 obtemos: $\phi=1$, $J_\phi=0$ e $S_\phi=0$, que substituídos na equação (3.12) resulta em:

$$\vartheta_O \frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{i=1}^4 (af \rho \vec{l}_i \cdot \vec{n})_i = 0 \quad (3.13)$$

Para fluido incompressível $\partial \rho / \partial t = 0$. Escrevendo a equação para o volume de controle O da figura 3.3, obtemos:

$$(uaf)_e - (uaf)_w + (vaf)_n - (vaf)_s = 0 \quad (3.14)$$

onde u e v representam o valor médio da velocidade sobre a face do volume de controle na direção x e y respectivamente.

Equação do Momento Discretizada

A força de pressão é discretizada da seguinte maneira(ver figura 3.4):

$$-\int_{\Delta} p \vec{n} d\Delta s \cong (af_w p_w - af_o p_o) \quad (3.15)$$

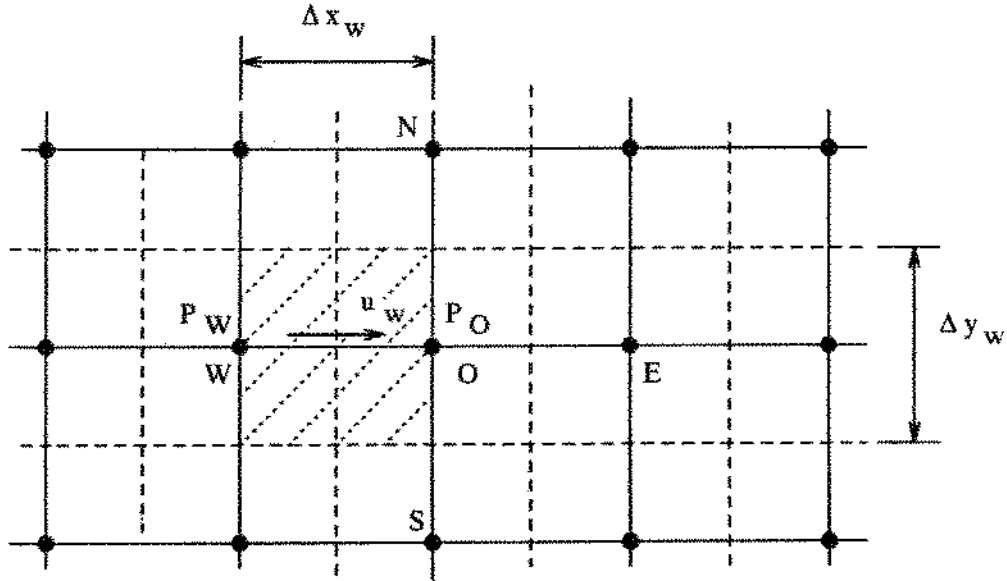


Figura 3.4: Tratamento do termo de pressão

A expressão para as outras faces é obtida analogamente.

A-) Equação do momento na direção x :

Da tabela 3.1 obtemos: $\phi = u$, $\vec{J}_\phi = (p - \mu \nabla u) \vec{i}$ e $S_\phi = g \vec{i} = 0$. Substituindo estes valores na equação (3.12) e tratando o termo de pressão como visto acima, obtemos:

a-) componente u_w :

$$\vartheta_w \frac{\partial \rho u_w}{\partial t} + FLUXO(u_w) = (af_w p_w - af_o p_o) \quad (3.16)$$

b-) componente u_e :

$$\vartheta_e \frac{\partial \rho u_e}{\partial t} + FLUXO(u_e) = (af_o p_O - af_e p_E) \quad (3.17)$$

B-) Equação do momento direção y:

Da tabela 3.1 obtemos: $\phi = v$, $\vec{J}_\phi = (p - \mu \nabla v) \vec{j}$ e $S_\phi = g \vec{j} = -g$.
Procedendo analogamente obtemos:

c-) componente v_s :

$$\vartheta_s \frac{\partial \rho v_s}{\partial t} + FLUXO(v_s) = (af_s p_S - af_o p_O) - \rho g \vartheta_s \quad (3.18)$$

d-) componente v_n :

$$\vartheta_n \frac{\partial \rho v_n}{\partial t} + FLUXO(v_n) = (af_o p_O - f_n p_N) - \rho g \vartheta_n \quad (3.19)$$

Equação da Energia Discretizada

Da tabela 3.1 obtemos: $\phi = h$, $\vec{J}_\phi = \lambda \nabla T$ e $S_\phi = S_h = 0$. A equação da energia na forma de temperatura é obtida lembrando que para gases ideais, sólidos e líquidos $c_p \nabla T = \nabla h$ e se c_p é constante $h = c_p T$ e $\lambda = k$. Com o auxílio da equação (3.12) obtemos:

$$\vartheta_O \frac{\partial \rho T_O}{\partial t} + FLUXO(T_O) = 0 \quad (3.20)$$

3.3 Discretização Temporal

A discretização das derivadas no tempo leva a um sistema de equações algébricas para as variáveis em um dado passo de tempo, em função das variáveis do passo de tempo anterior.

3.3.1 Método Semi-Implicito SOLA

A solução do problema hidrodinâmico consiste na obtenção de um campo de velocidades e de pressão que satisfaça a equação da continuidade. A principal dificuldade é o tratamento da variável pressão, pois não existe uma equação específica

para ela. O objetivo do método SOLA é formular esta dificuldade sobre o campo de pressão.

O método SOLA[Hirt et al.,1975], consiste basicamente em extrair os fluxos de massa das equações do momento, equações (3.23) a (3.26) e transportá-los para a equação da continuidade, equação (3.22), obtendo-se uma equação linear para cada nó da malha em cujo lado esquerdo esta a pressão e do lado direito todas as grandezas explícitas. O sistema de equações resultante é decomposto uma só vez (ver secção 3.4.1) e o campo de pressões determinado a cada passo de tempo. As novas velocidades são obtidas das equações dos fluxos de massa, equações (3.23) a (3.26) satisfazendo a equação da continuidade(equação (3.22)).

O método SOLA é chamado método semi-implícito devido as características da discretização temporal, que será apresentada a seguir.

3.3.2 Discretização do Termo Transitório

A discretização do termo transitório é feita calculando-se a derivada da variável ϕ como a diferença entre dois tempos consecutivos defasados de um intervalo de tempo Δt .

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} = \frac{\rho \phi^{n+1} - \rho \phi^n}{\Delta t} \quad (3.21)$$

onde n representa o tempo t e $n + 1$ o tempo $t + \Delta t$

A-) Equação da continuidade:

A equação da continuidade(3.14) é integrada no tempo na forma totalmente implícita e resulta em:

$$(u^{n+1}af)_e - (u^{n+1}af)_w + (v^{n+1}af)_n - (v^{n+1}af)_s = 0 \quad (3.22)$$

B-) Equação do momento:

As equações do momento (3.16) a (3.19) são integradas no tempo na forma semi-implícita.

a-) componente u_w :

$$u_w^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho \Delta x_w} (af_w p_w - af_o p_o)^{n+1} + A_w^n \quad (3.23)$$

$$A_w = -\frac{\Delta t}{\rho \vartheta_w} FLUXO(u_w) + u_w$$

b-) componente u_e :

$$u_e^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho \vartheta_e} (af_o p_O - af_e p_E)^{n+1} + A_e^n \quad (3.24)$$

$$A_e = -\frac{\Delta t}{\rho \vartheta_e} FLUXO(u_e) + u_e$$

c-) componente v_s :

$$v_s^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho \vartheta_s} (af_s p_S - af_o p_O)^{n+1} + A_s^n \quad (3.25)$$

$$A_s = -\frac{\Delta t}{\rho \vartheta_s} FLUXO(v_s) + v_s - \Delta t g$$

d-) componente v_n :

$$v_n^{n+1} = \frac{\Delta t}{\rho \vartheta_n} (af_o p_O - af_n p_N)^{n+1} + A_n^n \quad (3.26)$$

$$A_n = -\frac{\Delta t}{\rho \vartheta_n} FLUXO(v_n) + v_n - \Delta t g$$

(-) Equação da energia:

A integração no tempo das equações escalares é feita na forma explícita.

$$T_O^{n+1} = -\frac{\Delta t}{\vartheta_O} FLUXO(T_O)^n \quad (3.27)$$

3.4 Matriz Pressão

Substituindo os fluxos de massa da equação do momento, equações (3.23) a (3.26) na equação da continuidade, equação (3.22), para o volume de controle O tem-se:

$$a_O P_O - a_E P_E - a_W P_W - a_N P_N - a_S P_S = b_O \quad (3.28)$$

onde P é a pressão ($P = p/\rho$) e a é um coeficiente que depende somente dos parâmetros geométricos da malha e são da seguinte forma:

$$a_E = \frac{af_e af_e}{\vartheta_e} \quad (3.29)$$

$$a_W = \frac{af_w af_w}{\vartheta_w} \quad (3.30)$$

$$a_N = \frac{af_n af_n}{\vartheta_n} \quad (3.31)$$

$$a_S = \frac{af_s af_s}{\vartheta_s} \quad (3.32)$$

$$a_O = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (3.33)$$

o termo b_O , no lado direito, depende do campo de velocidades no tempo anterior e do passo de tempo de cálculo. É expresso por:

$$b_O = \frac{1}{\Delta t} [(af\Lambda)_w - (af\Lambda)_e + (af\Lambda)_s - (af\Lambda)_n] \quad (3.34)$$

onde os valores de Λ_w , Λ_e , Λ_s e Λ_n são dados nas equações (3.23) a (3.26), respectivamente.

Dessa maneira obtém-se uma equação linear igual a equação (3.28) para cada nó do domínio de cálculo. O sistema de equações resultante é bem condicionado pois é diagonalmente dominante. A matriz gerada é calculada de uma só vez, pois depende apenas de parâmetros geométricos da malha, enquanto o vetor b_O tem que ser calculado a cada passo de tempo por depender do campo de velocidades anterior.

3.4.1 Resolução da Matriz Pressão

A matriz de coeficientes formada pelo sistema linear de equações possui a característica de ser de banda, simétrica e definida positiva. Pode ser utilizado para a solução um método iterativo como o do gradiente conjugado [Golub e Loan, 1985] ou um método direto como o método de Cholesky [Golub e Loan, 1985]. O método direto de Cholesky será adotado [Evans, 1980].

A matriz de rigidez A é decomposta uma só vez pois seus elementos dependem somente de grandezas geométricas da malha que são independentes do tempo.

O método Cholesky calcula uma matriz triangular inferior G de modo que:

$$A = GG^T \quad (3.35)$$

onde G^T é a matriz transposta de G .

A cada passo de tempo, o lado direito do sistema de equações é computado e é realizada a seguinte operação :

$$GX = B \quad (3.36)$$

Obtemos desse modo o vetor X . O próximo passo é a determinação do campo de pressão que é feito como:

$$G^T P = X \quad (3.37)$$

onde P representa o campo de pressão p_{ij} .

3.5 Estabilidade Numérica

A estabilidade numérica do método é obtida através da limitação do passo de tempo de cálculo Δt . Os termos convectivos e difusivos da equação do momento são estimados de maneira explícita, o que leva a uma restrição do passo de tempo máximo admissível. O passo de tempo é estimado utilizando-se o método matricial[Hirsch,1988].

O máximo passo de tempo admissível para o escoamento hidrodinâmico (Δt_h) é calculado como [Jaluria e Torrance,1986] e [Villard,1986]:

$$\Delta t_h \leq \frac{1}{2\nu\left(\frac{1}{\Delta x_{min}^2} + \frac{1}{\Delta y_{min}^2}\right) + \frac{|u_{max}|}{\Delta x_{min}} + \frac{|v_{max}|}{\Delta y_{min}}} \quad (3.38)$$

onde os índices *max* e *min* referem-se, respectivamente, aos valores máximos e mínimos das grandezas no domínio de cálculo.

Uma condição similar, com ν substituído por α , leva à condição de estabilidade para a equação da energia:

$$\Delta t_e \leq \frac{1}{2\alpha\left(\frac{1}{\Delta x_{min}^2} + \frac{1}{\Delta y_{min}^2}\right) + \frac{|u_{max}|}{\Delta x_{min}} + \frac{|v_{max}|}{\Delta y_{min}}} \quad (3.39)$$

Para o número de $Pr = 1$, as equações (3.38) e (3.39) fornecem as mesmas restrições aos passos de tempo ($\Delta t_h = \Delta t_l$).

3.6 Esquemas Convectivos

A discretização do termos convectivo é uma das principais dificuldades na solução das equações de transporte, principalmente para a representação das instabilidades físicas de um escoamento. A dificuldade é obter um esquema que produza resultados acurados, leve a uma convergência estável e exija pouco esforço computacional.

Dois esquemas convectivos foram utilizados: esquema upwind [Patankar,1980] e esquema QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics) [Leonard,1979].

As diferenças entre os dois esquemas e a opção mais viável são discutidas no Capítulo 4.

3.6.1 Esquema Convectivo Upwind

O esquema convectivo upwind [Patankar,1980] tem sido extensivamente utilizado na literatura. Apesar de produzir uma discretização estável, introduz erros de truncamento de primeira ordem, o que pode ser traduzido numa grande difusão numérica.

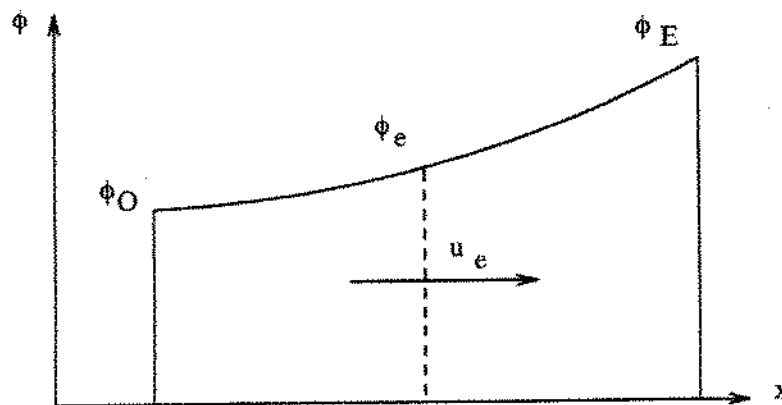


Figura 3.5: Malha unidimensional para esquema upwind

O esquema upwind pode ser expresso por [Patankar,1980]:

$$u_c \phi_c = u_c \begin{cases} \phi_O & \text{se } u_c > 0 \\ \phi_E & \text{se } u_c < 0 \end{cases} \quad (3.40)$$

O esquema upwind necessita de um refinamento da malha à medida que o escoamento se torna mais complexo para produzir resultados acurados, o que o torna impraticável em muitas situações. Segundo Hortmann et al.,[1990], enquanto o número de iterações requerida para convergência aumenta linearmente, o tempo computacional aumenta quadraticamente.

3.6.2 Esquema Convectivo QUICK

O esquema convectivo QUICK, desenvolvido, por Leonard[1979], diminui a difusão numérica, pois apresenta erros de truncamento de terceira ordem.

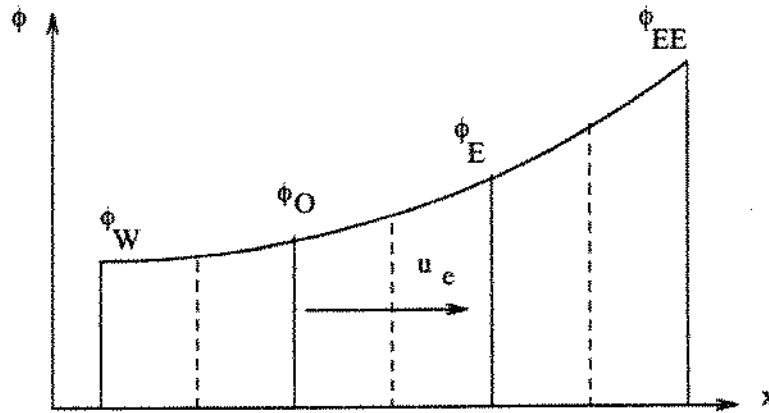


Figura 3.6: Malha unidimensional para esquema QUICK

O esquema consiste em uma interpolação quadrática sobre três pontos, combinando uma interpolação linear e um termo de correção. O esquema QUICK é expresso como:

$$u_c \phi_c = u_c \begin{cases} \phi_c = 1/2(\phi_O + \phi_E) - 1/8(\phi_W + \phi_E - 2\phi_O) & \text{se } u_c > 0 \\ \phi_c = 1/2(\phi_O + \phi_E) - 1/8(\phi_O + \phi_{EE} - 2\phi_E) & \text{se } u_c < 0 \end{cases} \quad (3.41)$$

3.7 Diagrama de Blocos do Método SOLA

Apresentamos abaixo um algoritmo simplificado do método SOLA.

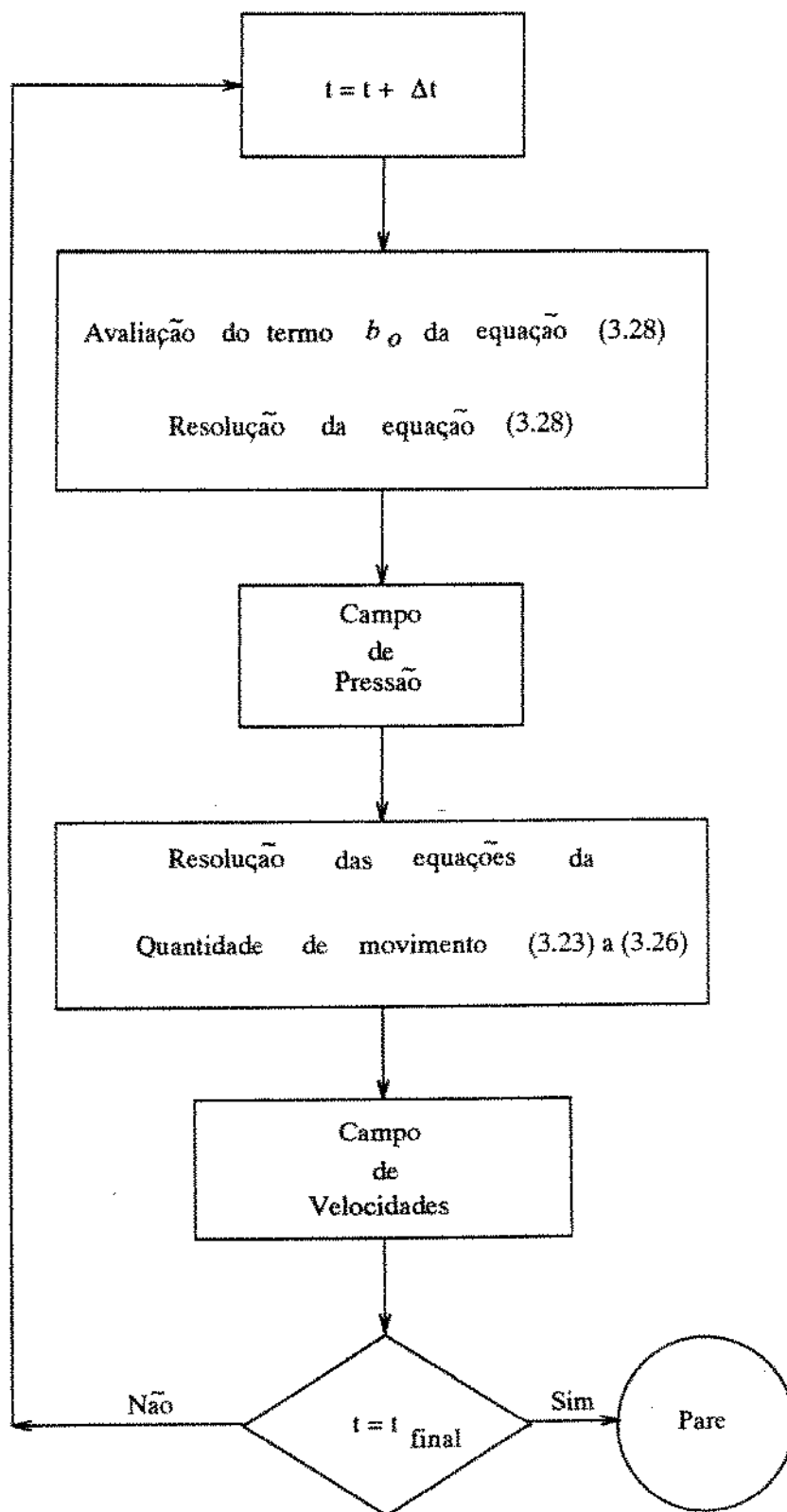


Figura 3.7: Diagrama de blocos do método SOLA

Capítulo 4

RESULTADOS

4.1 Introdução

Neste capítulo são mostrados os resultados obtidos para algumas problemas clássicos da literatura utilizando o código de cálculo desenvolvido. Os resultados obtidos serão comparados com soluções experimentais, analíticas ou numéricas disponíveis na literatura.

As configurações escolhidas são amplamente discutidas na literatura e intensivamente utilizadas para validação de códigos de cálculo e métodos numéricos.

Os problemas tratados são:

- Escoamento de Poiseuille
- Escoamento de Couette
- Escoamento hidrodinâmico no interior de uma cavidade retangular fechada com uma parede móvel
- Convecção mista no interior de uma cavidade quadrada fechada
- Convecção natural no interior de uma cavidade quadrada fechada

As duas primeiras configurações possuem solução analítica. As outras três configurações são muito atrativas para validar códigos de cálculo e métodos numéricos devido a simplicidade da geometria e a complexidade do escoamento dentro da cavidade, por isso possuem muitas soluções numéricas disponíveis

Os erros percentuais entre as soluções obtidas e os valores experimentais, analíticos ou numéricos obtidos na literatura são calculados da seguinte maneira:

$$Desv_p = \left| \frac{\phi_{ref} - \phi_{cal}}{\phi_{ref}} \right| 100\% \quad (4.1)$$

onde:

$Desv_p \rightarrow$ desvio percentual

$\phi_{ref} \rightarrow$ valor da variável obtida na literatura ou analiticamente

$\phi_{cal} \rightarrow$ valor da variável obtida com o programa

Todos os resultados foram obtidos utilizando-se malha regular e o número de Prandtl foi mantido fixo em $Pr=1$ para os problemas térmicos.

4.2 Escoamento de Poiseuille

O escoamento de Poiseuille consiste no escoamento laminar de um fluido entre duas placas planas paralelas o qual é mantido por um diferencial de pressão, como mostra a figura 4.1. As camadas limites hidrodinâmica e térmica desenvolvem-se a partir da região de entrada e avançam para o centro do canal à medida que o escoamento avança longitudinalmente. Quando as camadas limites superior e inferior encontram-se no centro do canal, os perfis de velocidade não variam mais longitudinalmente e obtemos o chamado escoamento desenvolvido.

A solução das equações de Navier-Stokes para o escoamento completamente desenvolvido é dada por[Burmeister,1983]:

A-) Perfis de velocidades:

$$u = \frac{3}{2} u_m \left(1 - \frac{y^2}{L^2} \right) \quad (4.2)$$

onde:

$u \rightarrow$ velocidade em uma posição y

$u_m \rightarrow$ velocidade média em uma secção transversal

$L \rightarrow$ metade da distância entre as placas

B-) Perfil de temperatura:

$$T = T_c + \frac{T_h - T_c}{2} \left(1 + \frac{y}{L}\right) \quad (4.3)$$

onde:

$T \rightarrow$ temperatura em uma posição y

$T_h \rightarrow$ temperatura da parede superior ($T_h > T_c$)

$T_c \rightarrow$ temperatura da parede inferior

O número de Reynolds do escoamento é definido como:

$$Re = \frac{u_m 2L}{\nu} \quad (4.4)$$

O comprimento de desenvolvimento para a camada limite hidrodinâmica é [Burmeister,1983]:

$$\frac{x_h}{2L} \cong 0.05 Re \quad (4.5)$$

e para a camada limite térmica[Burmeister,1983]:

$$\frac{x_t}{2L} \cong 0.05 Re Pr \quad (4.6)$$

Os valores obtidos com as equações (4.5) e (4.6) correspondem ao comprimento de entrada mínimo para se obter perfis completamente desenvolvidos.

Os resultados obtidos para $Re=100$, 500 e 1000 são comparados com a solução analítica dada pelas equações (4.2) e (4.3) para escoamento plenamente desenvolvido. O desenvolvimento dos perfis também é mostrado.

4.2.1 Geometria e Condições de Contorno

O problema de Poiseuille consiste no escoamento de um fluido entre duas placas planas paralelas separadas por uma distância $2L$ e de profundidade infinita. Na figura 4.1 x_d representa o comprimento de desenvolvimento hidrodinâmico(x_h) ou térmico(x_t)

O fluido entra em uma das extremidades com perfil uniforme de temperatura T_0 e de velocidade U_0 na direção x e nula na direção y .

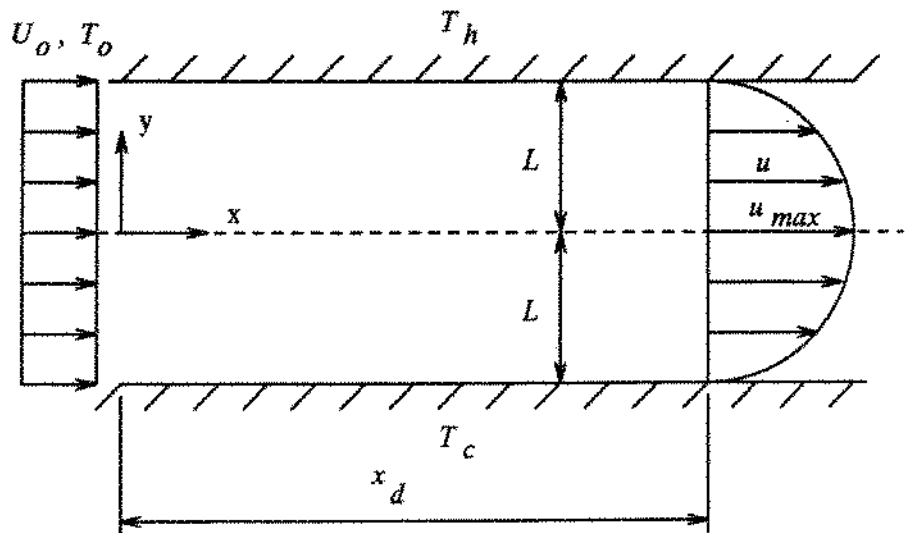


Figura 4.1: Geometria para escoamento de Poiseuille

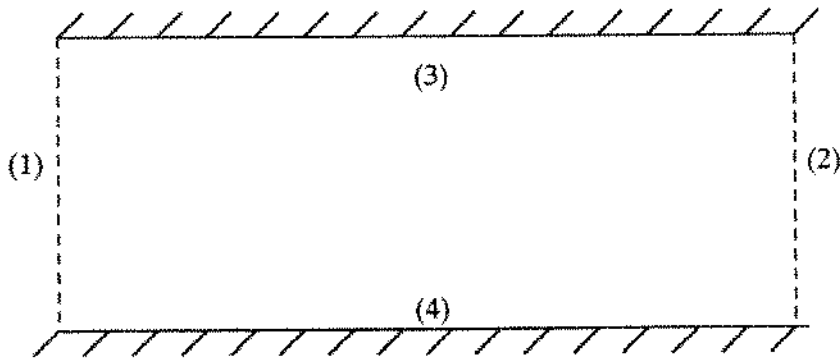


Figura 4.2: Condições de contorno

As condições de contorno para o problema são(ver figura 4.2):

- (1) região de entrada: perfis uniformes de velocidade U_0 e temperatura T_0 especificados
- (2) região de saída: perfis completamente desenvolvidos, isto é, $\partial u/\partial x = \partial v/\partial x = \partial T/\partial x = 0$
- (3) placa superior: $u = 0$ (não deslizamento), $v = 0$ (parede impermeável) e $T = T_h$ (temperatura especificada)
- (4) placa inferior: $u = 0$ (não deslizamento), $v = 0$ (parede impermeável) e $T = T_c$ (temperatura especificada)

4.2.2 Resultados Para Escoamento de Poiseuille

A figura 4.3 apresenta o desenvolvimento do perfil de velocidades adimensional u/U_0 em função de y/L para $Re = 100$. Para $x/2L > 5$ os perfis praticamente coincidem e tem-se o escoamento completamente desenvolvido. Na figura 4.4 temos o desenvolvimento do perfil de temperaturas adimensional. Para ambos os casos a concordância com o perfil analítico é excelente(ver tabela 4.1).

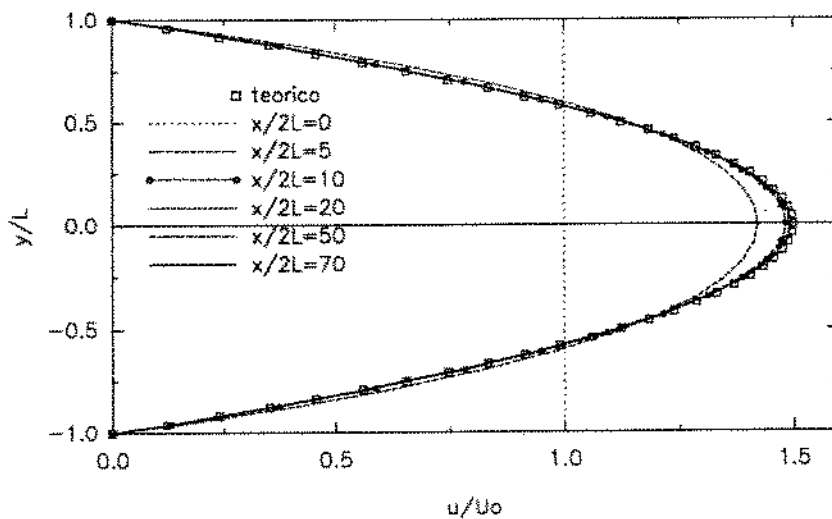


Figura 4.3: Perfis de velocidade para $Re=100$, malha 23×23 e esquema upwind

Na figura 4.5 temos o desenvolvimento do perfil de velocidades para $Re = 500$. O perfil na região de desenvolvimento é mais achatado que para $Re = 100$ na mesma posição $x/2L$ e necessita um comprimento de desenvolvimento x_d maior. O mesmo ocorre para o caso do perfil térmico(figura 4.6). Novamente os resultados são muito bons(ver tabela 4.1).

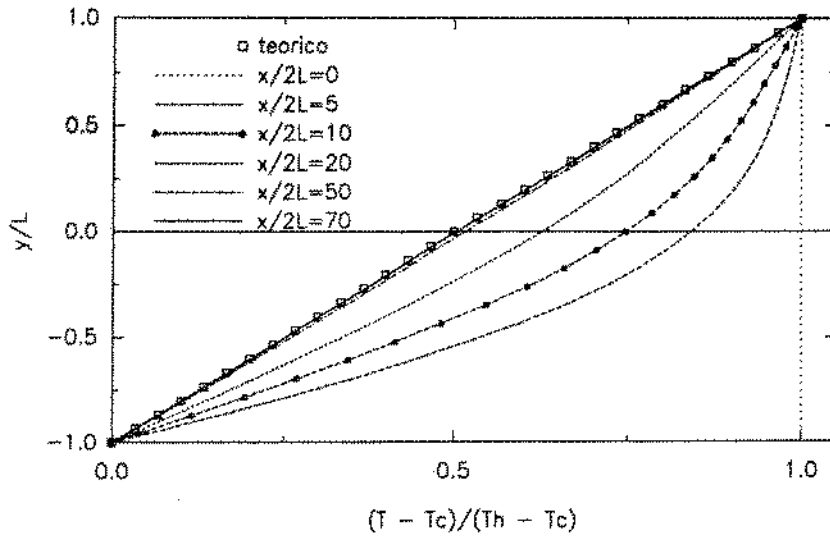


Figura 4.4: Perfis de temperatura para $Re=100$, malha 23×23 e esquema upwind

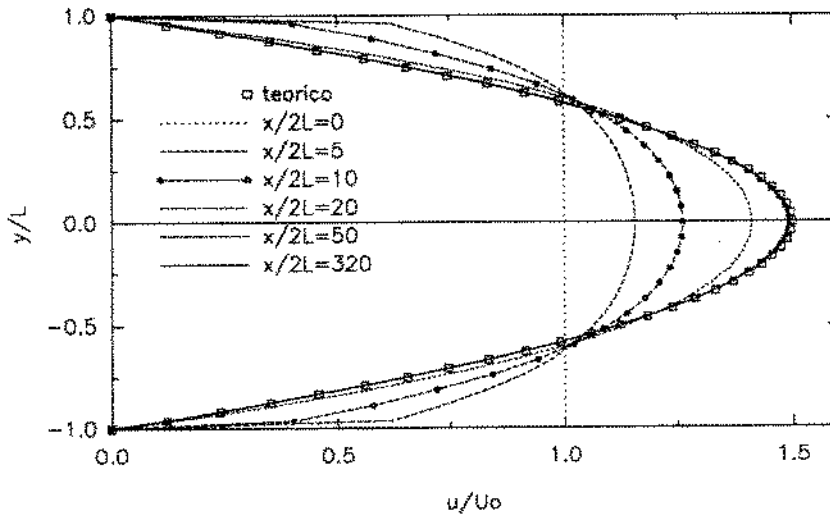


Figura 4.5: Perfis de velocidade para $Re=500$, malha 29×27 e esquema upwind

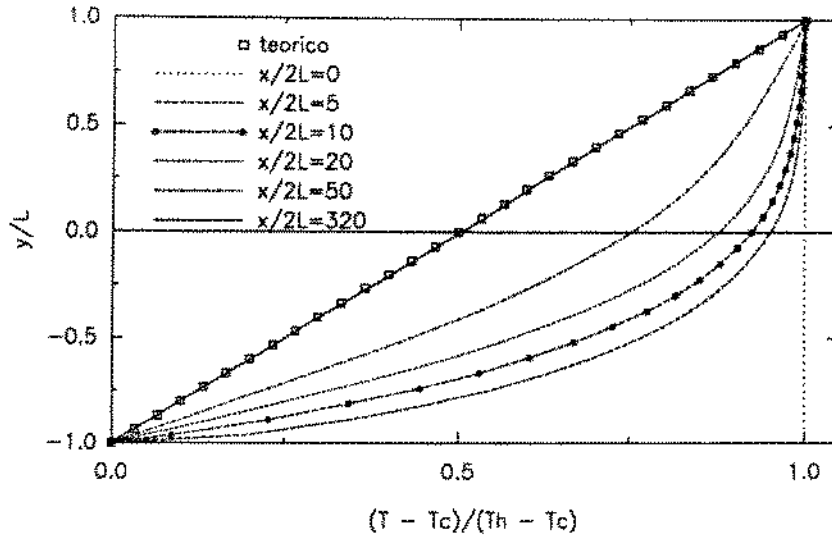


Figura 4.6: Perfis de temperatura para $Re=500$, malha 29×27 e esquema upwind

O perfil de velocidades para $Re = 1000$ é mostrado na figura 4.7. O perfil de temperatura para $Re = 1000$ são mostrados na figura 4.8 e nota-se o aumento do comprimento de desenvolvimento necessário. Pode-se observar o aumento do gradiente de velocidades nas paredes com o aumento do número de Re , assim como o de temperaturas. A excelente acuracidade dos resultados pode ser vista na tabela 4.1.

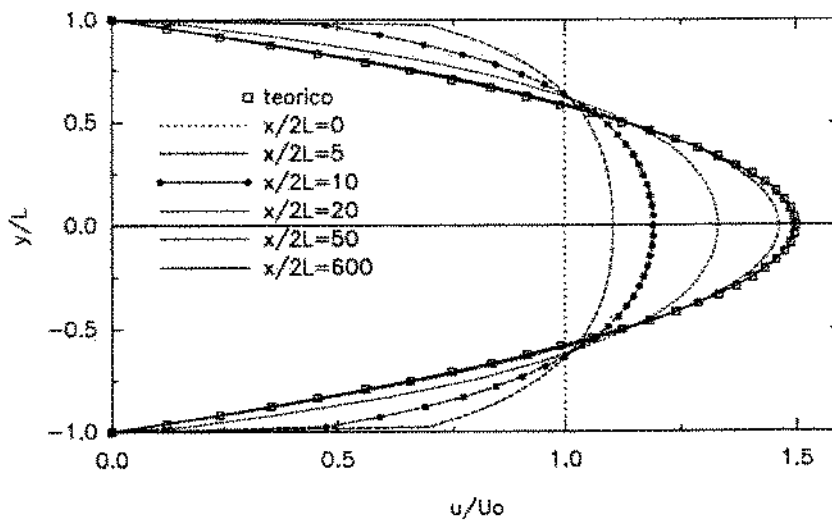


Figura 4.7: Perfis de velocidade para $Re=1000$, malha 41×41 e esquema upwind

4.2.3 Comparação dos Esquemas Convectivos

Todos os perfis de velocidade e temperatura mostrados anteriormente foram obtidos utilizando-se o esquema convectivo upwind. Para efeito de comparação,

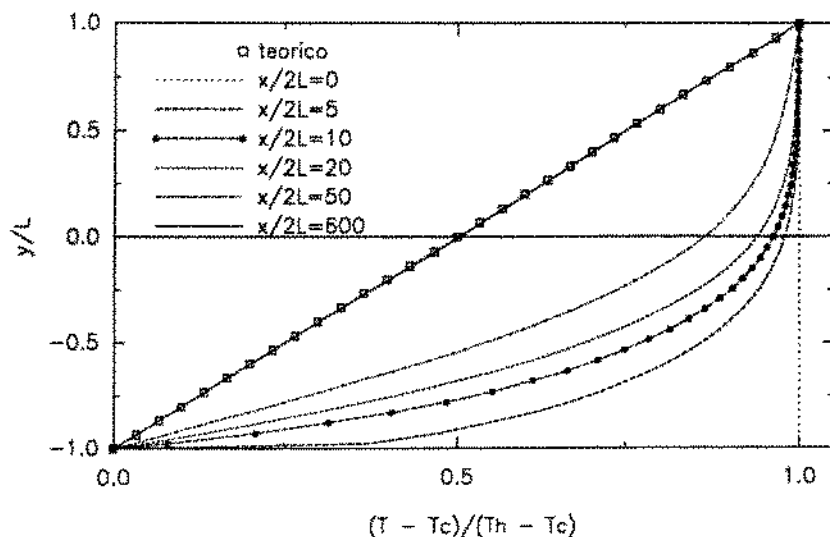


Figura 4.8: Perfis de temperatura para $Re=1000$, malha 41×41 e esquema upwind

a figura 4.9 apresenta o perfil de velocidades e a figura 4.10 o perfil de temperaturas para $Re = 1000$ e esquema convectivo QUICK. Pode-se observar a excelente concordância dos perfis de velocidade e temperatura tanto na região de desenvolvimento quanto na do escoamento plenamente desenvolvido, comparando a figura 4.7 com 4.9 e 4.8 com 4.10. A diferença na utilização dos dois esquemas é mostrada na tabela 4.1.

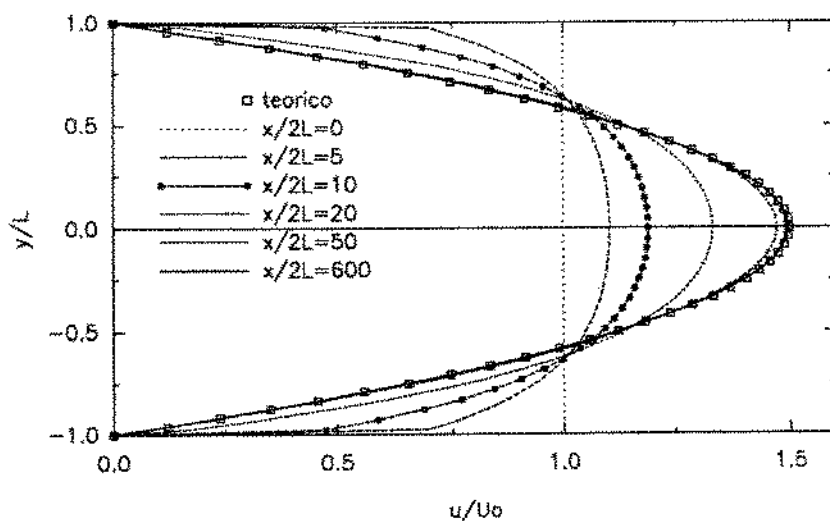


Figura 4.9: Perfis de velocidade para $Re=1000$, malha 41×41 e esquema QUICK

A comparação dos esquemas QUICK e upwind para escoamento plenamente desenvolvido e $Re = 1000$ é apresentado na figura 4.11 para o perfil de velocidades e na figura 4.12 para o perfil de temperaturas. Em ambos os casos os perfis são coincidentes (ver tabela 4.1).

A tabela 4.1 mostra os desvios percentuais para a hidrodinâmica e a térmica. A velocidade utilizada para o cálculo do desvio percentual hidrodinâmico

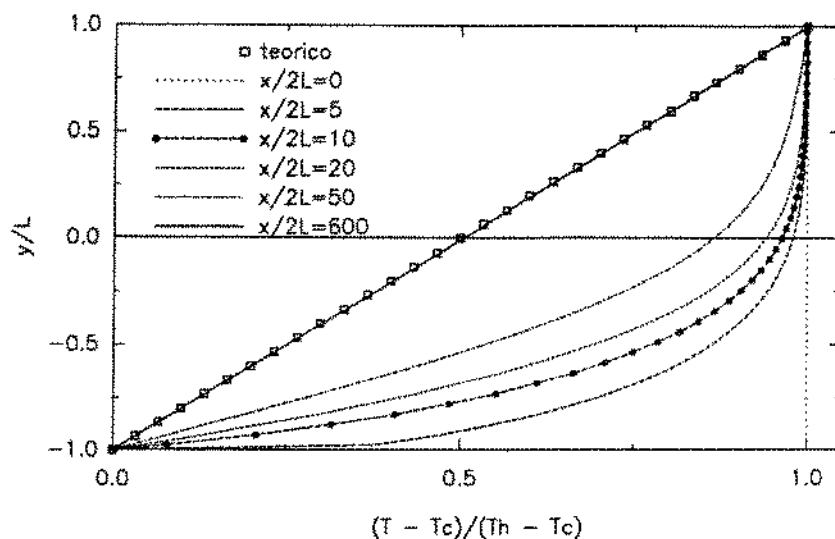


Figura 4.10: Perfis de temperatura para $Re=1000$, malha 41×41 e esquema QUICK

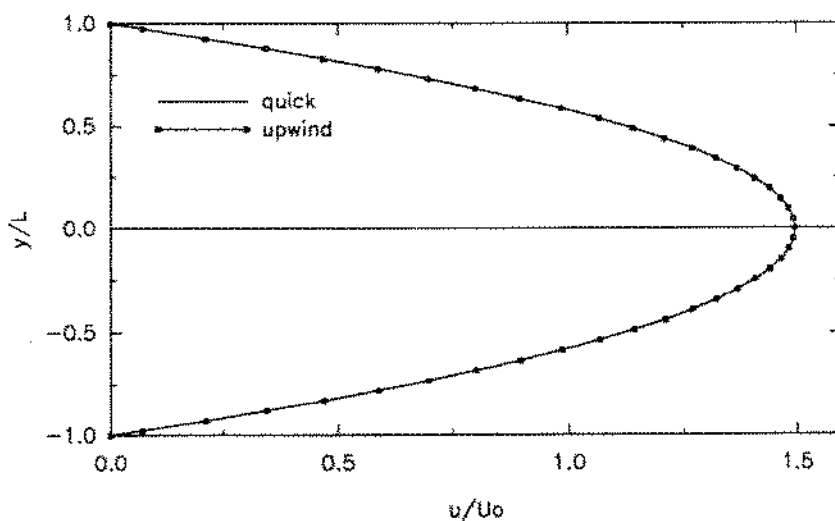


Figura 4.11: Perfis de velocidade para esquema QUICK e upwind. $Re=1000$ e malha 41×41

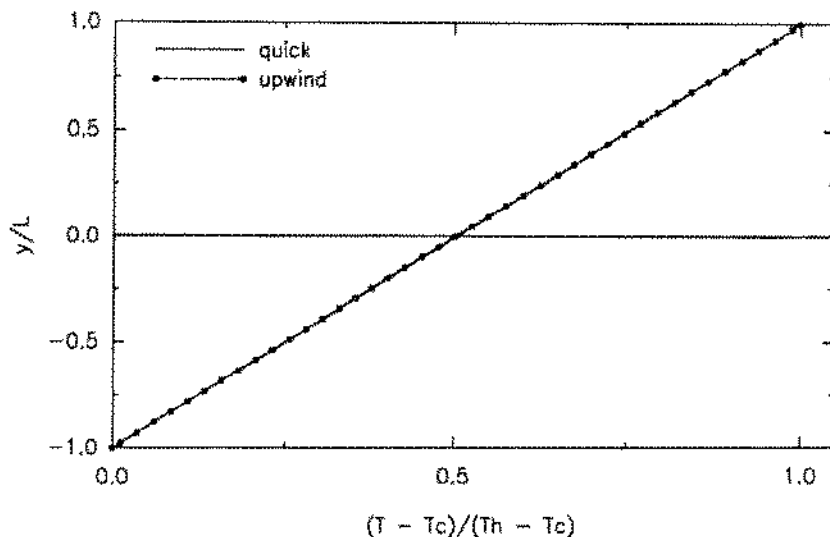


Figura 4.12: Perfis de temperatura para esquema QUICK e upwind. $Re=1000$ e malha 41×41

foi a velocidade máxima que ocorre no centro do canal. Para o cálculo do desvio percentual térmico foi utilizada a temperatura no centro do canal. A fórmula do desvio percentual é dada pela equação (4.1).

Re	malha	esquema convectivo	$Desv_p$ hidrod.(%)	$Desv_p$ term.(%)
100	23×23	QUICK	0.191	0.581
		UPWIND	0.193	0.834
500	29×27	QUICK	0.177	0.711
		UPWIND	0.177	0.747
1000	41×41	QUICK	0.141	0.868
		UPWIND	0.141	0.534

Tabela 4.1: Desvio percentual para $Re=100$, 500 e 1000. Escoamento de Poiseuille

4.2.4 Conclusões

Para o escoamento de Poiseuille, aqui analisado para $Re=100$, 500 e 1000, os resultados obtidos para os perfis de velocidade e temperatura são muito bons.

Os dois esquemas convectivos utilizados produzem resultados muito próximos tanto para a região de escoamento em desenvolvimento quanto na do escoamento plenamente desenvolvido. Esse comportamento se deve ao fato do escoamento ser fortemente unidirecional.

A utilização do esquema convectivo QUICK leva em média 72% mais

tempo de CPU que o esquema upwind(tabela 4.8).

4.3 Escoamento de Couette

O escoamento de Couette é análogo ao escoamento de Poiseuille exceto que o movimento do fluido é mantido pelo movimento uniforme da placa superior.

Os perfis de velocidade e temperatura são dados por[Burneister,1983]:

A-) Perfil de velocidades:

$$\frac{u}{U_0} = \frac{y}{L} \quad (4.7)$$

B-) Perfil de temperaturas:

$$T = \frac{y}{L}(T_h - T_c) + T_c \quad (4.8)$$

Os resultados obtidos para $Rc=100$, 500 e 1000 são comparados com a solução analítica dada pelas equações (4.7) e (4.8).

4.3.1 Geometria e Condições de Contorno

O problema consiste de um escoamento entre duas placas planas paralelas à distância L mantido pelo movimento da placa superior em velocidade constante(figura 4.13). A profundidade por hipótese é assumida infinita.

As condições de contorno para o problema são(ver figura 4.2):

- (1) gradiente nulo na direção x , isto é, $\partial p / \partial x = \partial T / \partial x = \partial u / \partial x = \partial v / \partial x = 0$
- (2) análogo a fronteira (1)
- (3) placa superior: $u = U_0$ (velocidade especificada), $v = 0$ (placa impermeável) e $T = T_h$ (temperatura especificada)
- (4) placa inferior: $u = 0$ (não deslizamento), $v = 0$ (placa impermeável) e $T = T_c$ (temperatura especificada)

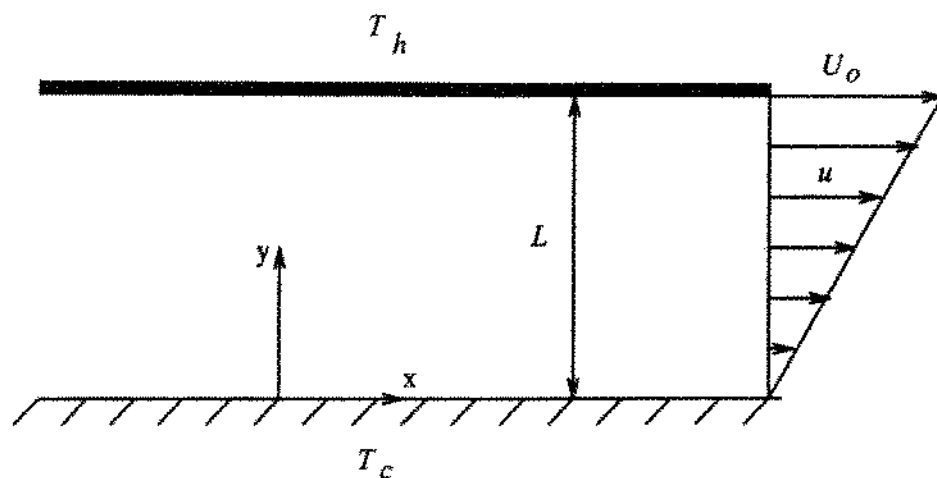


Figura 4.13: Geometria para o escoamento de Couette

4.3.2 Resultados Para Escoamento de Couette

A figura 4.14 apresenta o perfil de velocidades adimensional u/U_0 em função de y/L para $Re=100$. O perfil de temperaturas é ilustrado na figura 4.15. O resultado é muito bom comparado com a solução analítica(ver tabela 4.2).

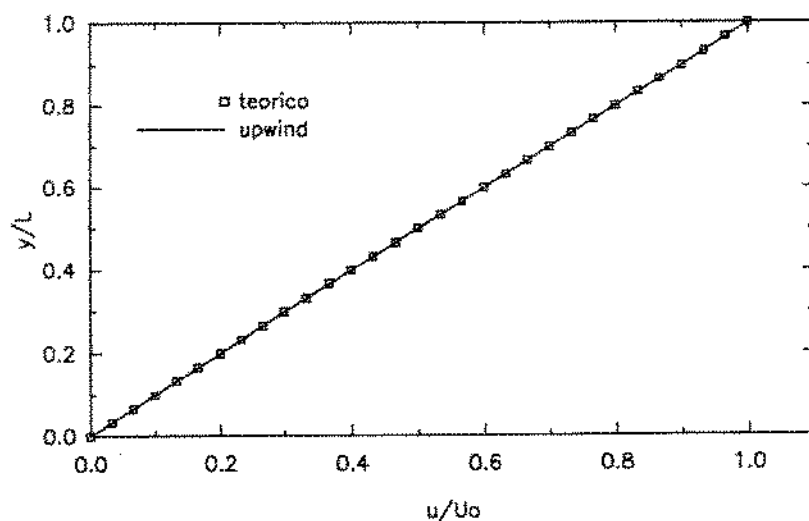


Figura 4.14: Perfis de velocidade para $Re=100$, malha 11×11 e esquema upwind

Para $Re=500$, os perfis de velocidades(figura 4.16) e de temperatura (figura 4.17) apresentam boa concordância com a solução analítica(ver tabela 4.2).

O perfil de velocidade para $Re=1000$ é mostrado na figura 4.19. Pode-se observar que a convergência em ambos os perfis é mais lenta na região central do canal. Para uma malha 21×21 os resultados ainda são acurados na faixa de 2%(ver tabela 4.2).

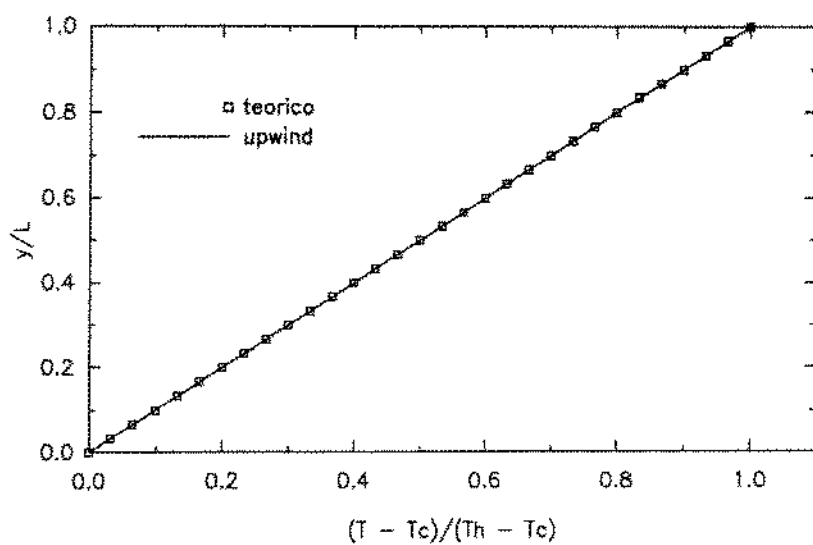


Figura 4.15: Perfis de temperatura para $Re=100$, malha 11×11 e esquema upwind

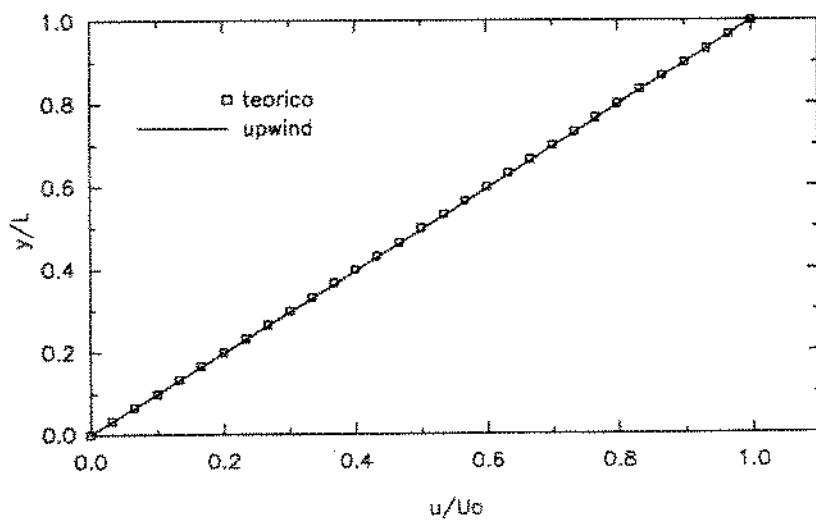


Figura 4.16: Perfis de velocidade para $Re=500$, malha 15×15 e esquema upwind

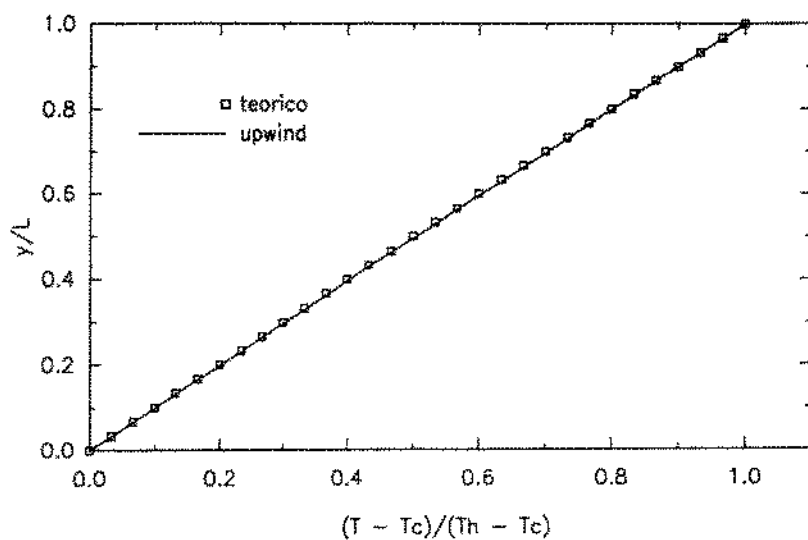


Figura 4.17: Perfis de temperatura para $Re=500$, malha 15×15 e esquema upwind

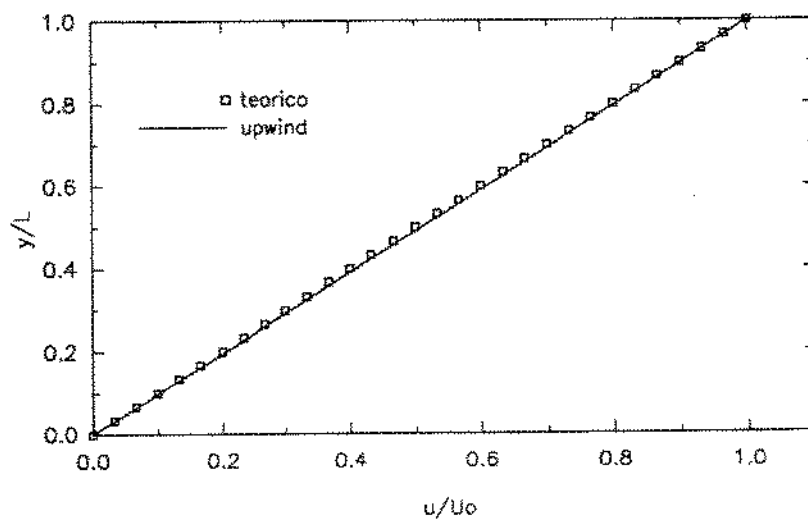


Figura 4.18: Perfis de velocidade para $Re=1000$, malha 21×21 e esquema upwind

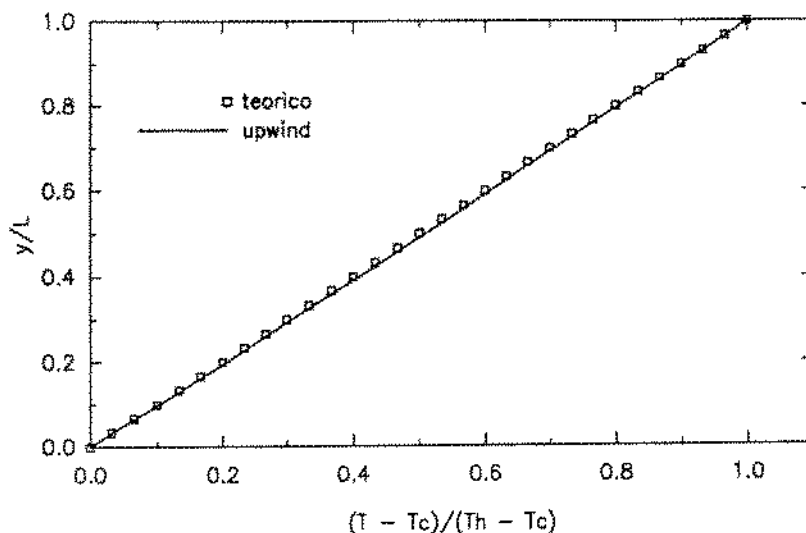


Figura 4.19: Perfis de temperatura para $Re=1000$, malha 21×21 e esquema upwind

4.3.3 Comparação dos Esquemas Convectivos

Os perfis mostrados anteriormente foram obtidos utilizando-se o esquema convectivo upwind. Os resultados para $Re=1000$ utilizando o esquema QUICK são mostrados na figura 4.20 para o perfil de velocidades e na figura 4.21 para o perfil de temperaturas. Nota-se a boa concordância com o perfil analítico.

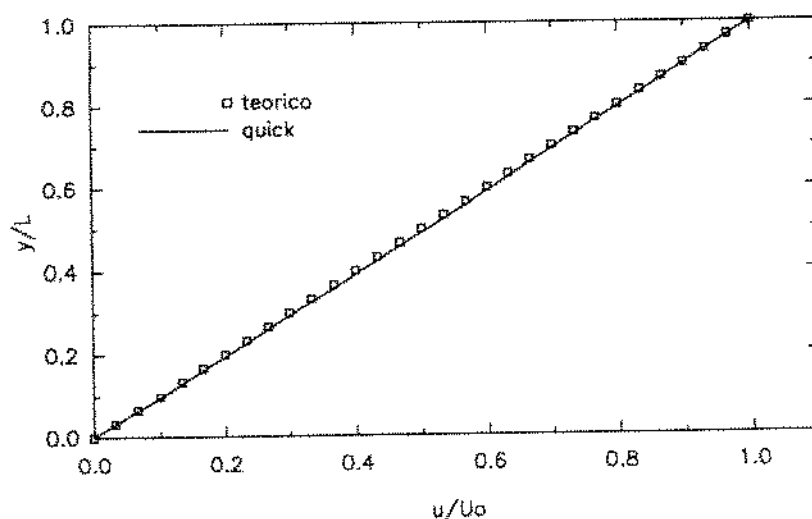


Figura 4.20: Perfis de velocidade para $Re=1000$, malha 21×21 e esquema QUICK

Os esquemas convectivos QUICK e upwind produzem resultados muito próximos. Isto pode ser visto nas figuras 4.22 e 4.23 que comparam os perfis obtidos com os dois esquemas.

Os desvios percentuais para a hidrodinâmica e a térmica podem ser vistos na tabela 4.2. A velocidade e a temperatura utilizadas para o cálculo do desvio

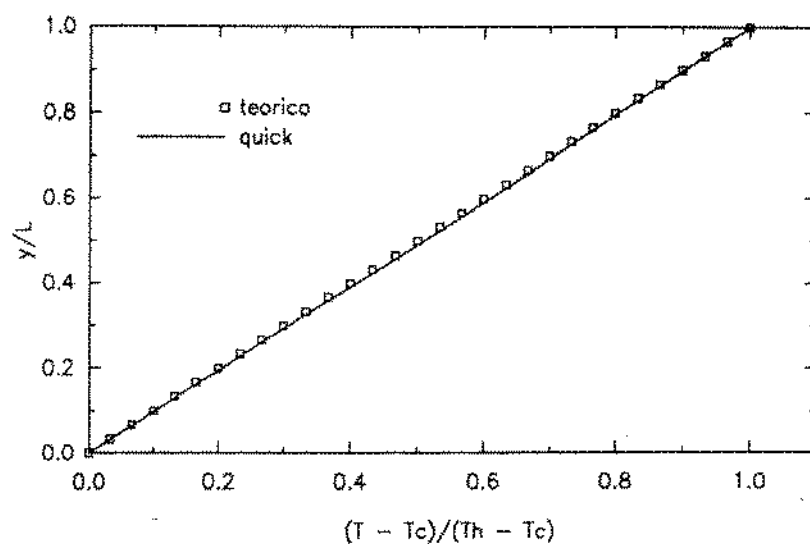


Figura 4.21: Perfis de temperatura para $Re=1000$, malha 21×21 e esquema QUICK

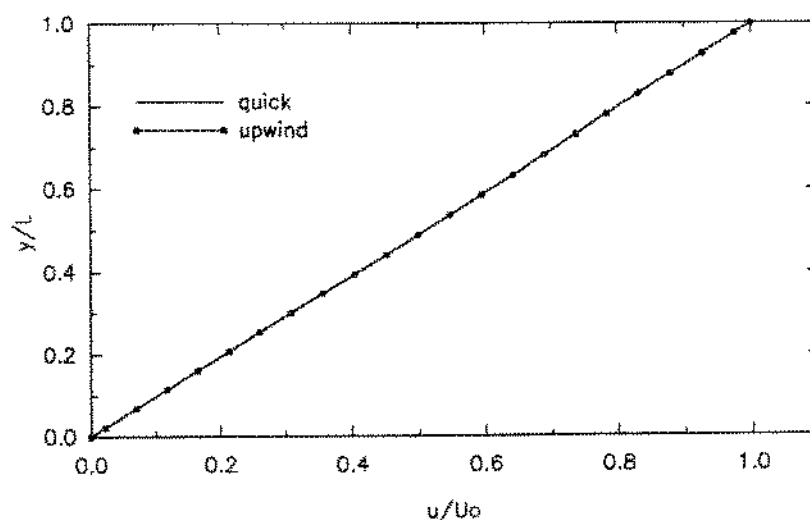


Figura 4.22: Perfis de velocidade para esquema QUICK e upwind. $Re=1000$ e malha 21×21

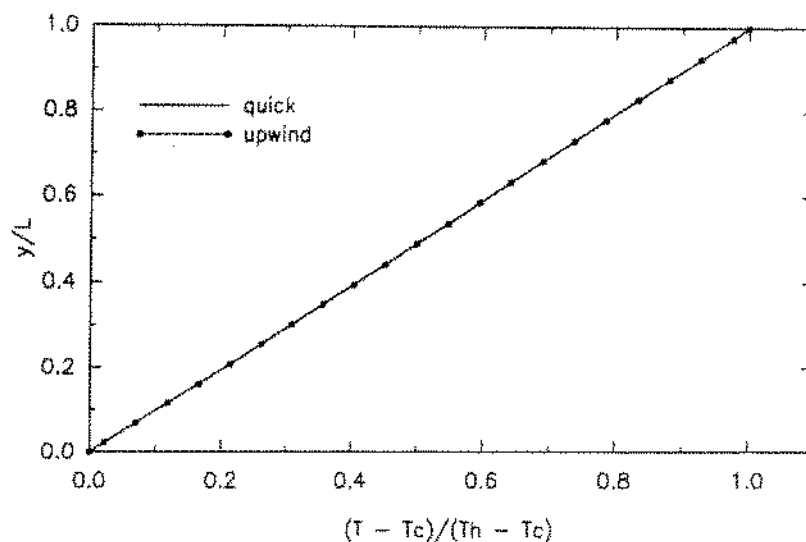


Figura 4.23: Perfis de temperatura para esquema QUICK e upwind. $Re=1000$ e malha 21×21

percentual foram as obtidas no centro do canal.

Re	malha	esquema convectivo	$Desv_p$ hidrod.(%)	$Desv_p$ term.(%)
100	11×11	QUICK	0.199	0.196
		UPWIND	0.199	0.196
500	15×15	QUICK	1.004	0.991
		UPWIND	1.004	0.991
1000	21×21	QUICK	2.017	2.006
		UPWIND	2.005	2.014

Tabela 4.2: Desvio percentual para $Re=100$, 500 e 1000. Escoamento de Couette

4.3.4 Conclusões

Para o escoamento de Couette analisado para $Re=100$, 500 e 1000, os resultados obtidos são muito bons, principalmente considerando que foram obtidos com malhas relativamente grosseiras, exigindo dessa forma pouco esforço computacional.

A exemplo do escoamento de Poiseuille, visto na secção anterior, os dois esquemas convectivos produzem resultados muito próximos, o que é esperado devido a unidireccionalidade do escoamento entre placas planas.

O esquema QUICK necessita em média de 59% mais tempo de CPU que o esquema upwind(ver tabela 4.9).

4.4 Escoamento Hidrodinâmico em uma Cavidade Retangular

O escoamento de um fluido em uma cavidade retangular provocado pela translação da parede horizontal superior é um exemplo de problema de linhas de corrente fechadas. Esse problema clássico de escoamento recirculante tem sido amplamente utilizado para teste e validação de esquemas de simulação numérica devido a simplificada geometria e o aparecimento de vórtices secundários nos cantos inferiores da cavidade (ver Capítulo 1 para uma pequena revisão literária sobre o assunto).

Os perfis de velocidade u no centro de uma cavidade quadrada são apresentados para $Re \cong 0, 100, 400$ e 1000 . Os esquemas convectivos QUICK e upwind são comparados.

O efeito do refinamento da malha e da escolha do esquema convectivo é mostrado comparando a convergência do ponto de máximo Re dentro da cavidade com o valor de referência adotado [Ghia et al., 1982].

São apresentadas as linhas de corrente para os números de Re mencionados acima e $H/W = 1/2, 1$ e 2 (figuras 4.32 a 4.35). É apresentada uma comparação entre os vórtices primários calculados e os valores disponíveis na literatura.

O número de Re na cavidade é definido como (figura 4.24):

$$Re = \frac{U_p W}{\nu} \quad (4.9)$$

onde:

$U_p \rightarrow$ velocidade uniforme da parede superior

$W \rightarrow$ largura da cavidade

$\nu \rightarrow$ viscosidade cinemática

4.4.1 Geometria e Condições de Contorno

O problema consiste de uma caixa retangular de altura H , largura W e profundidade infinita, na qual escoa um fluido em seu interior. O movimento do fluido é mantido pela velocidade constante U_p da parede superior, como mostra a figura 4.24.

As condições de contorno para a cavidade mostrada na figura 4.24 são:

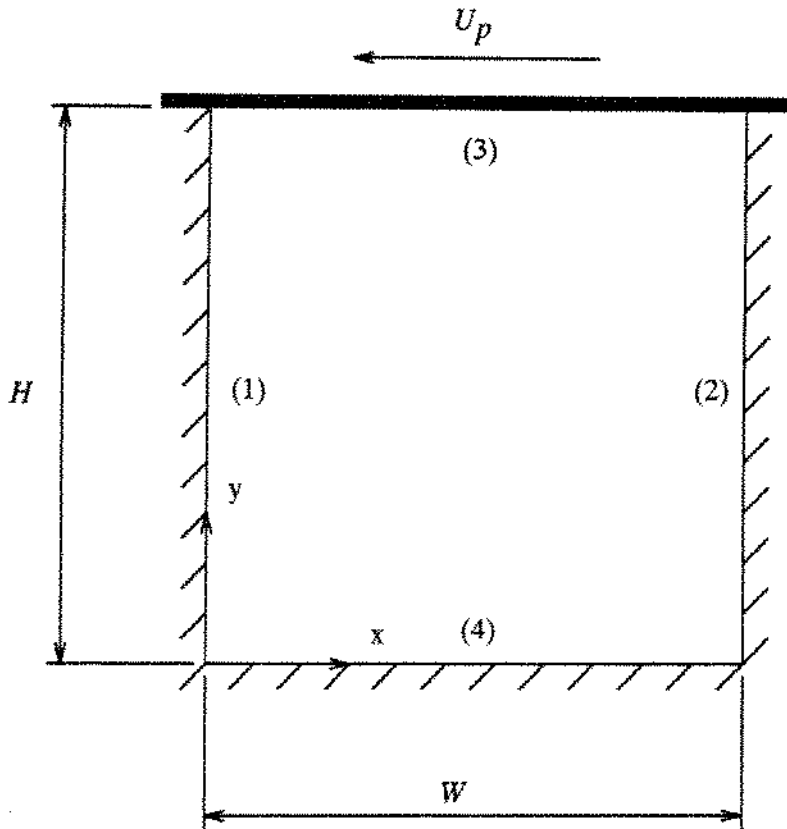


Figura 4.24: Geometria e condições de contorno para cavidade retangular

- (1) e (2) parede lateral esquerda e direita: $u = 0$ (parede impermeável) e $v = 0$ (não deslizamento)
- (3) parede horizontal superior: $u = U_p$ (velocidade especificada) e $v = 0$ (parede impermeável)
- (4) parede horizontal inferior: $u = 0$ (não deslizamento) e $v = 0$ (parede impermeável)

4.4.2 Resultados para Cavidade Hidrodinâmica

As comparações dos perfis de velocidade obtidos utilizando os dois esquemas convectivos são feitas para $Re \cong 0$ com Burggraf[1966] que utiliza diferenças finitas centrais para os termos convectivos e uma malha regular 40×40 . Para os outros Re a comparação é feita com Ghia et al.[1982] que utiliza um esquema convectivo upwind modificado para obter os termos convectivos e uma malha regular 129×129 .

A figura 4.25 mostra os perfis de velocidades obtidos com os esquemas QUICK e upwind e os obtidos por Burggraf[1966] para o número de $Re \cong 0$. Pode-se observar a boa concordância com a referência e o fato dos esquemas convectivos

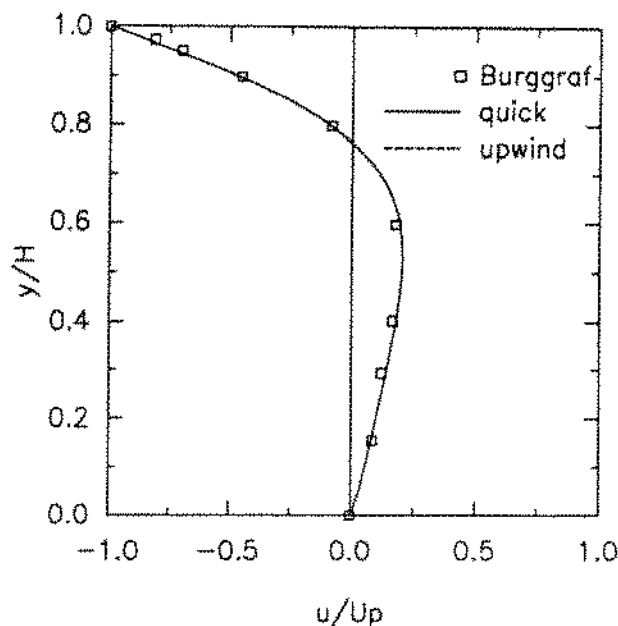


Figura 4.25: Perfis de velocidade para esquema QUICK e upwind. $Re=0$ e malha 30×30

produzirem resultados praticamente idênticos.

Os perfis de velocidade para $Re=100$ são mostrados na figura 4.26. O perfil de velocidades obtido com o esquema QUICK possui excelente concordância com a referência, enquanto o esquema upwind apresenta pequenos afastamentos em relação ao perfil de referência.

Para o número de $Re=400$ os perfis de velocidade obtidos são ilustrados na figura 4.27. Enquanto o perfil obtido com o esquema QUICK produz ótimo resultado, o mesmo não acontece com o esquema upwind, que se afasta do resultado de referência, principalmente em relação ao ponto de máximo Re dentro da cavidade.

Na figura 4.28 são mostrados os perfis de velocidade para $Re=1000$. Deve-se ressaltar que os resultados de Ghia et al.[1982], são para malha 129×129 . Observa-se que a tendência do perfil obtido com o esquema QUICK é muito boa, o mesmo não ocorrendo para o esquema upwind.

4.4.3 Comparação dos Esquemas Convectivos

As figuras 4.29, 4.30 e 4.31 mostram como os resultados obtidos, variando-se o tamanho da malha e o esquema convectivo, se aproximam do resultado de Ghia et al.[1982]. O ponto tomado como referência é em $x = W/2$ no local onde o número de Re é máximo, ou seja, onde ocorre a máxima velocidade u . Nas figuras mencionadas acima, Δx é o espaçamento regular entre os nós da malha.

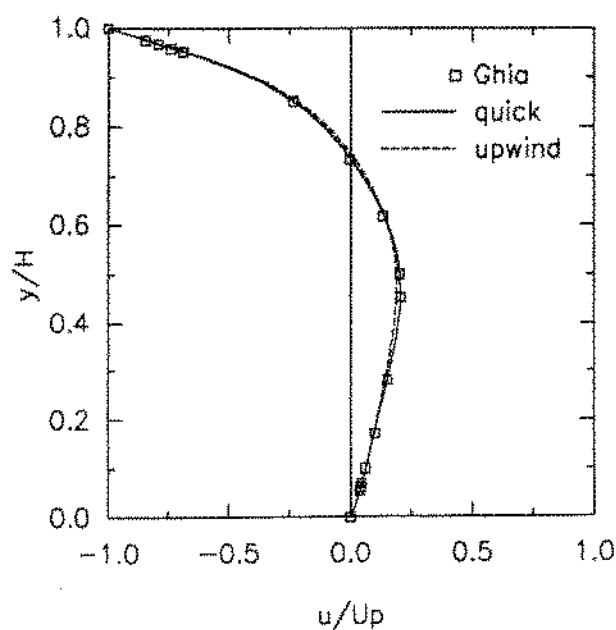


Figura 4.26: Perfis de velocidade para esquema QUICK e upwind. $Re=100$ e malha 31×31

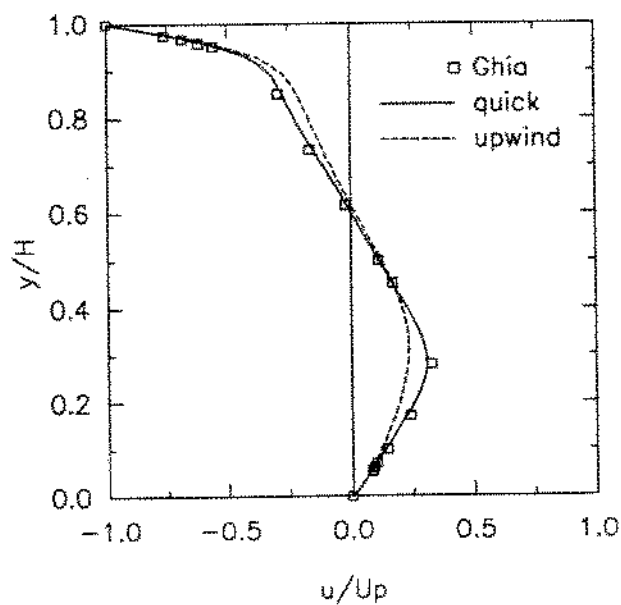


Figura 4.27: Perfis de velocidade para esquema QUICK e upwind. $Re=100$ e malha 51×51

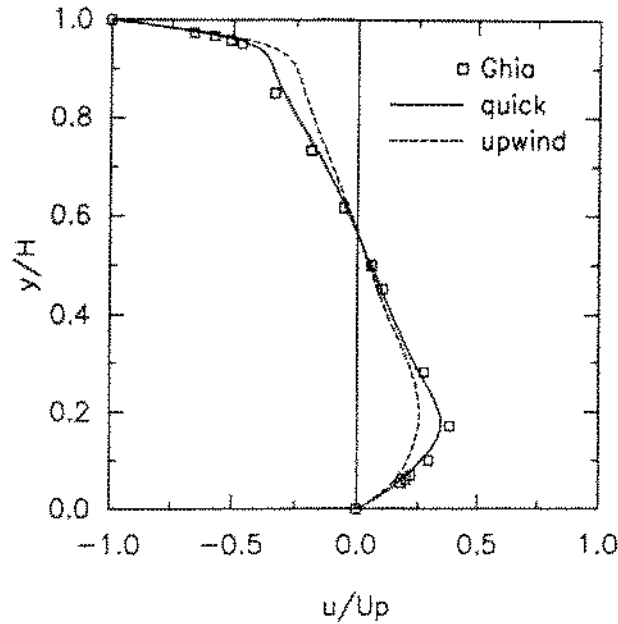


Figura 4.28: Perfis de velocidade para esquema QUICK e upwind. $Re=1000$ e malha 61×61

A figura 4.29 mostra os resultados para $Re=100$. O esquema QUICK produz resultados sempre mais próximos do valor de referência que o esquema upwind, para a mesma malha. Uma malha 21×21 ($Dx=0.0467$) com o esquema QUICK produz melhores resultados que uma malha 41×41 ($Dx=0.0244$) com o esquema upwind. Para o presente Re a aproximação assintótica dos resultados obtidos com o refinamento da malha mostra a convergência para um valor levemente superior ao de referência.

Para $Re=400$, as diferenças entre os dois esquemas começa se acentuar, como ilustra a figura 4.30. O esquema upwind necessita de uma malha bem mais refinada para se igualar ao resultado do esquema QUICK. A aproximação assintótica de ambos os esquemas convectivos é ótima.

À medida que o número de Re aumenta, a diferença entre os dois esquemas convectivos também aumenta, como mostra a figura 4.31 para $Re=1000$. O esquema QUICK com uma malha 31×31 ($Dx=0.0323$) produz melhores resultados que o esquema upwind com malha 61×61 ($Dx=0.0164$). A exemplo de $Re=100$, a aproximação assintótica de ambos os esquemas é excelente.

4.4.4 Linhas de Corrente Para Cavidade Hidrodinâmica

A figura 4.32 apresenta as linhas de corrente para a cavidade retangular com $H/W=1/2$, 1 e 2 e $Re \cong 0$. O vórtice primário é sempre simétrico em relação ao eixo y . À medida que a razão H/W aumenta o vórtice secundário cresce e, para

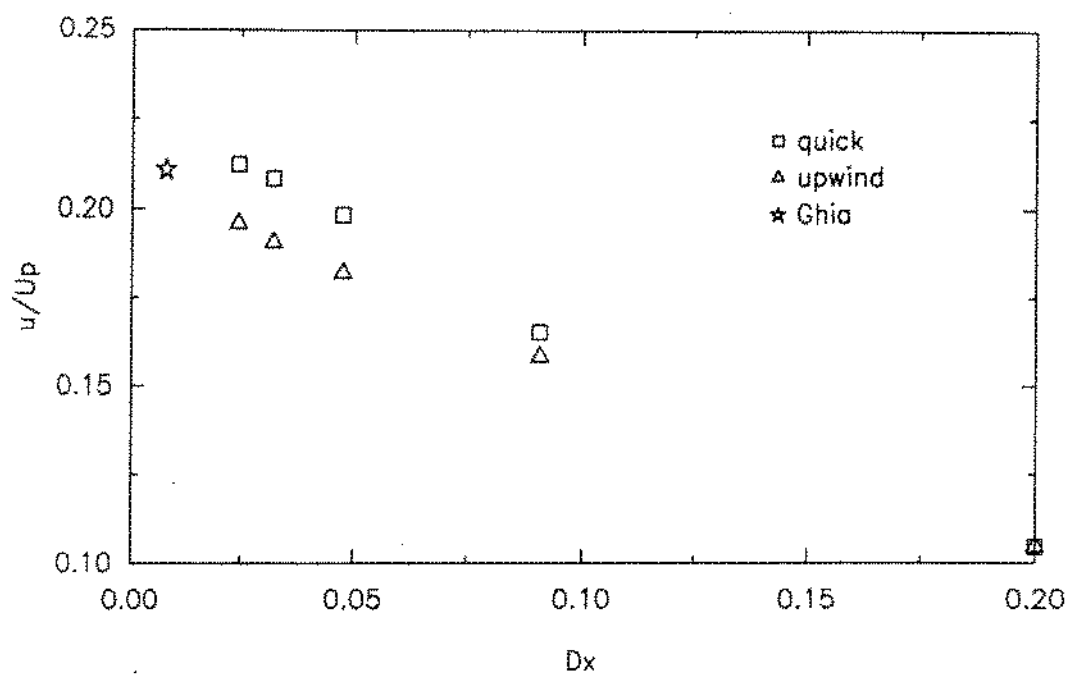


Figura 4.29: Convergência do esquema QUICK e upwind para $Re=100$

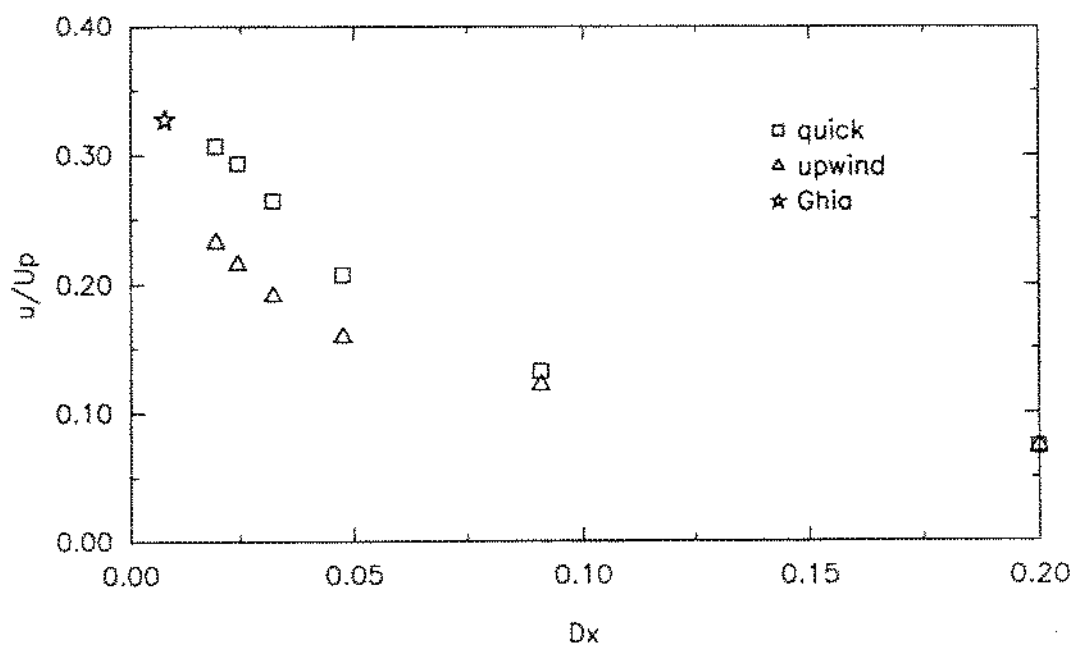


Figura 4.30: Convergência do esquema QUICK e upwind para $Re=400$

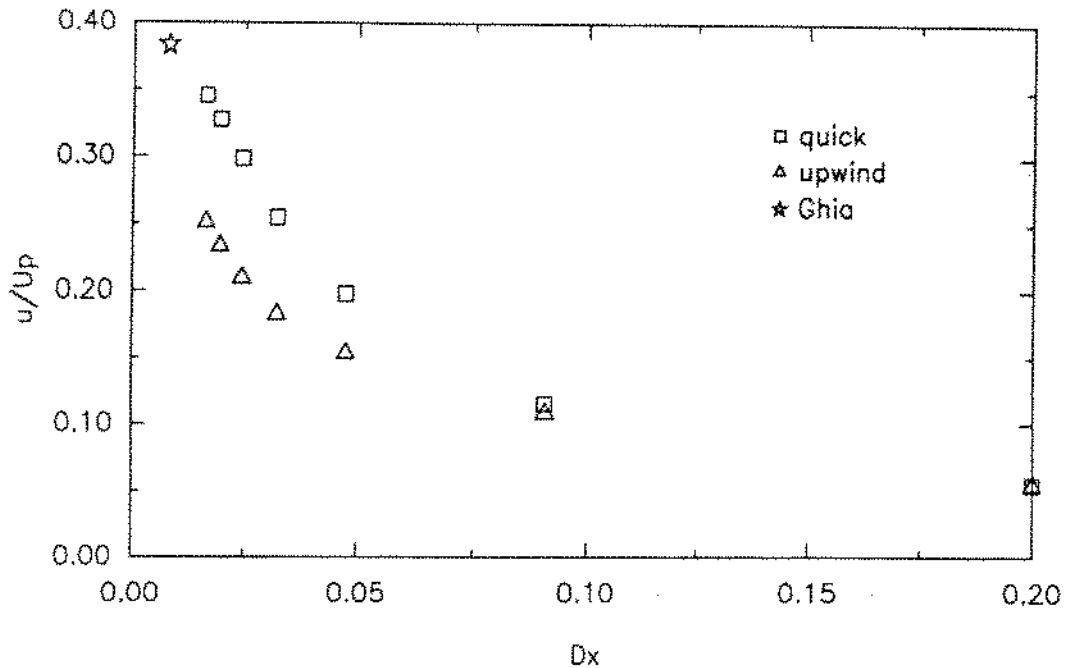


Figura 4.31: Convergência do esquema QUICK e upwind para $Re=1000$

$H/W=2$ ele ocupa toda a parte inferior da cavidade(figura 4.23 c))

Para $Re=100$, as linhas de corrente são mostradas na figura 4.33. Nota-se o deslocamento do vórtice primário em direção ao canto superior esquerdo da cavidade, e o aumento do tamanho dos turbilhões secundários. Percebe-se o crescimento dos vórtices secundários com o aumento da relação H/W e para $H/W=2$ ele ocupa toda a parte inferior da cavidade(figura 4.33 c)), ocupando uma região maior que para $Re \cong 0$.

As linhas de corrente para $Re=400$ são mostradas na figura 4.34. Com o aumento do número de Re de 100 para 400 nota-se o deslocamento do vórtice principal para o centro da cavidade e o aumento do tamanho dos turbilhões secundários. Para $H/W=1$ e $H/W=2$ o vórtice principal praticamente não altera sua forma e o vórtice secundário ocupa mais da metade da parte inferior da cavidade para $H/W=2$. Pode-se perceber o aumento do vórtice secundário à jusante(vórtice secundário no canto inferior direito) com o aumento do número de Re .

Na figura 4.35 ilustra-se as linhas de corrente para $Re=1000$. O vórtice principal continua se deslocando para o centro da cavidade e os vórtices secundários aumentaram em relação ao Re anterior. O vórtice secundário à jusante ocupa agora aproximadamente 1/4 da cavidade para $H/W=1/2$. A forma do vórtice primário é semelhante para $H/W=1$ e 2. O vórtice secundário para $H/W=2$ desloca-se para cima e para a direita e ocupa mais da metade da parte inferior da cavidade.

Na tabela 4.3 é mostrado o valor máximo do vórtice primário obtido. O desvio percentual ($Desv_p$) para a cavidade retangular é calculado comparando com os dados de Ghia et al.[1982] para $Re = 100, 400$ e 1000 com $H/W = 1$. Para $Re = 0$ e $H/W = 1$ a referência é Burggraf[1966]. Para $Re \cong 0$ e $H/W = 1/2$ e 2 a comparação é feita com Pan e Acrivos[1967]. O resultado para $Re = 100$ e $H/W = 1/2$ e 2 é comparado com Torrance et al.[1972]. O esquema convectivo utilizado é o QUICK.

Re	malha	H/W	$\psi_{max,calc}$	ψ_{ref}	$Desv_p(\%)$
0	30×30	1	0.097525	0.0997	2.182
100	31×31	1	0.098383	0.103423	4.873
400	51×51	1	0.107757	0.113909	5.401
1000	61×61	1	0.107268	0.117929	9.040
0	30×30	1/2	0.071973	0.073	1.407
		2	0.093229	0.1	6.772
100	31×31	1/2	0.073077	0.074	1.247
		2	0.089327	0.102	12.425
400	51×51	1/2	0.079975		
		2	0.099673		
1000	61×61	1/2	0.076885		
		2	0.097768		

Tabela 4.3: Desvio percentual no cálculo do vórtice primário

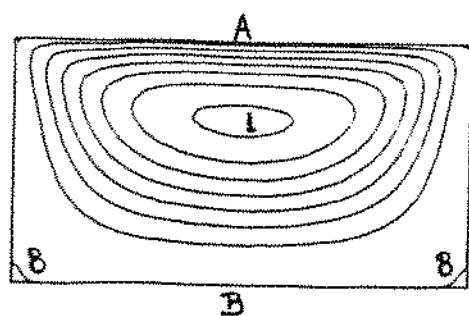
4.4.5 Conclusões

Para a cavidade hidrodinâmica resolvida com $Re \cong 0$, $Re = 100, 400$ e 1000 os resultados mostram que a diferença entre os dois esquemas convectivos aumenta com o aumento do número de Re . Para produzir os mesmos resultados que o esquema QUICK, o esquema upwind necessita de uma malha bem mais refinada.

O esquema QUICK utiliza em média 91% mais tempo de CPU que o esquema upwind para a mesma malha e número de Re .

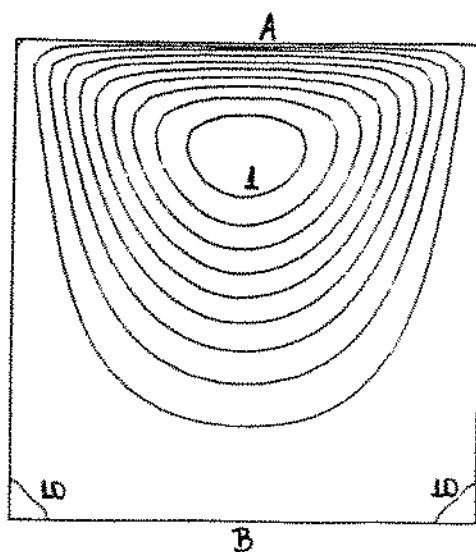
À medida que aumenta o número de Re é necessário aumentar o número de pontos da malha para obter resultados acurados.

Apesar do esquema QUICK ser computacionalmente mais trabalhoso, ele normalmente exige uma malha menor que o esquema upwind, o que o torna viável principalmente para escoamentos altamente recirculantes. Para $Re = 1000$, o esquema upwind utiliza 90.03 minutos de CPU (tabela 4.7) para uma malha 61×61 ,



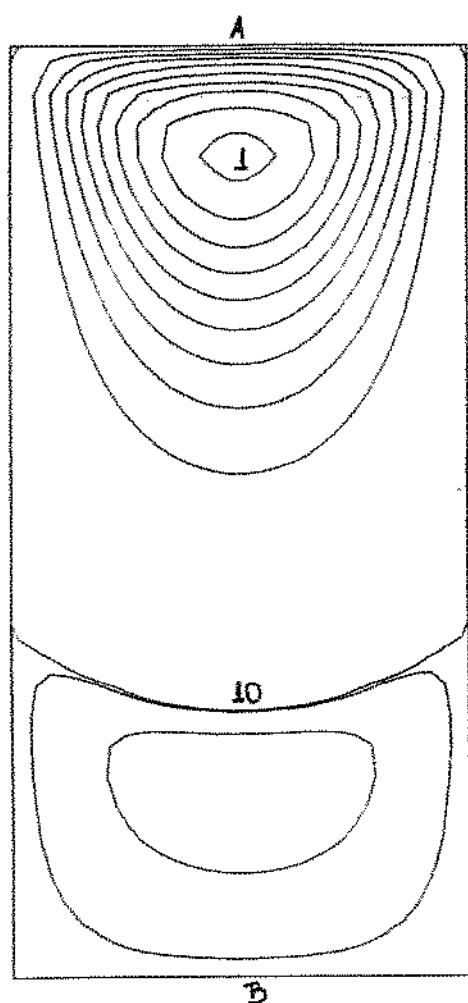
a)

A	0.00000
1	0.07000
2	0.06000
3	0.05000
4	0.04000
5	0.03000
6	0.02000
7	0.01000
8	0.00000
B	0.00000



b)

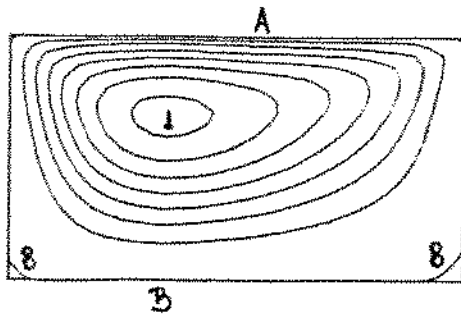
A	0.00000
1	0.09000
2	0.08000
3	0.07000
4	0.06000
5	0.05000
6	0.04000
7	0.03000
8	0.02000
9	0.01000
10	0.00000
B	0.00000



c)

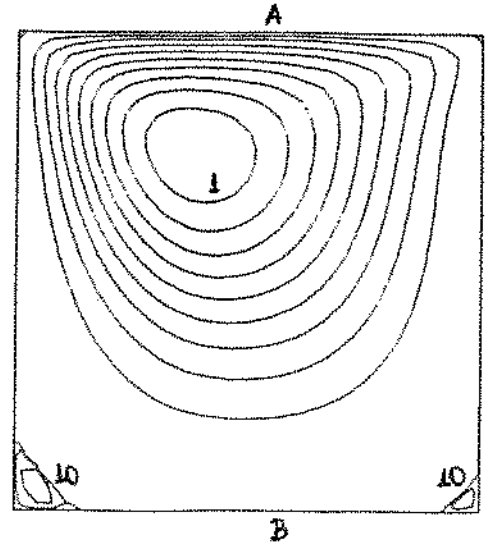
A	0.00000
1	0.09000
2	0.08000
3	0.07000
4	0.06000
5	0.05000
6	0.04000
7	0.03000
8	0.02000
9	0.01000
10	0.00000
11	$-1.0 \cdot 10^{-5}$
12	$-1.0 \cdot 10^{-4}$
B	0.00000

Figura 4.32: Linhas de corrente para cavidade retangular com malha 30×30 e $Re = 0$, a) $H/W = 1/2$, b) $H/W = 1$ e c) $H/W = 2$



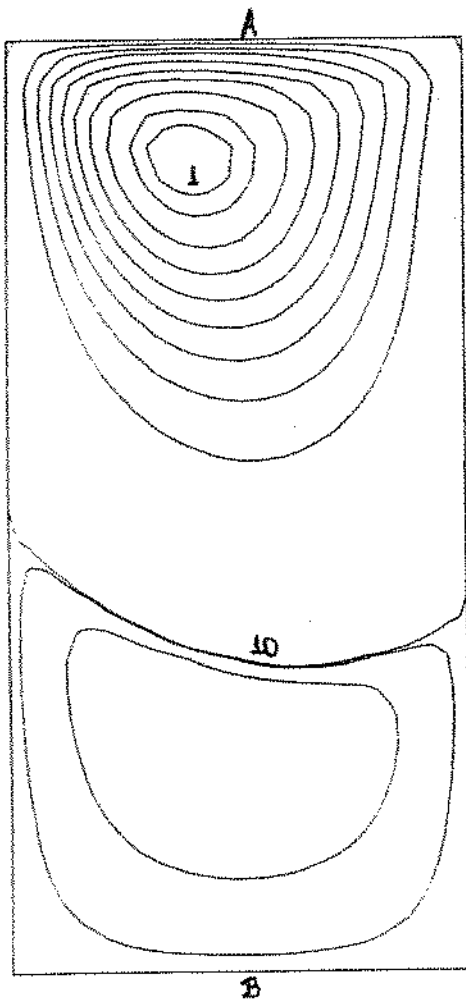
a)

A	0.00000
1	0.07000
2	0.06000
3	0.05000
4	0.04000
5	0.03000
6	0.02000
7	0.01000
8	0.00000
B	0.00000



b)

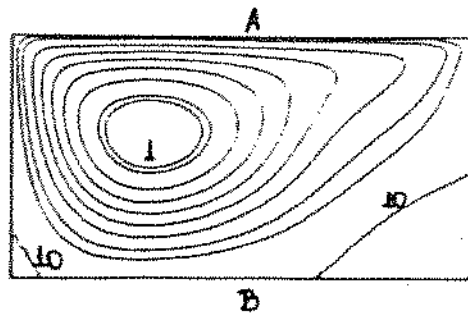
A	0.00000
1	0.09000
2	0.08000
3	0.07000
4	0.06000
5	0.05000
6	0.04000
7	0.03000
8	0.02000
9	0.01000
10	0.00000
11	$-1.0 \cdot 10^{-6}$
12	$-5.0 \cdot 10^{-6}$
B	0.00000



c)

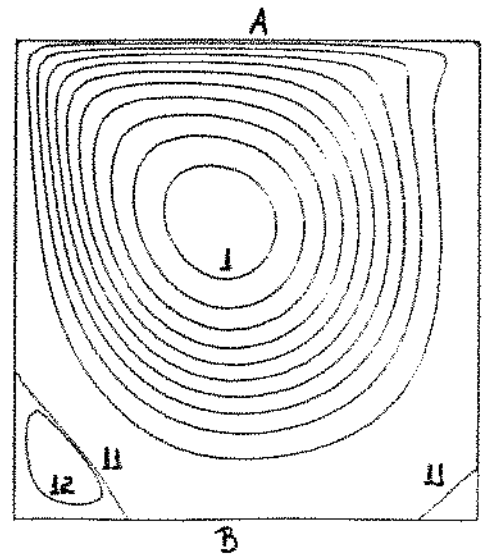
A	0.00000
1	0.08500
2	0.08000
3	0.07000
4	0.06000
5	0.05000
6	0.04000
7	0.03000
8	0.02000
9	0.01000
10	0.00000
11	$-1.0 \cdot 10^{-5}$
12	$-1.0 \cdot 10^{-4}$
B	0.00000

Figura 1.33: Linhas de corrente para cavidade retangular com malha 31×31 e $Re=100$, a) $H/W = 1/2$, b) $H/W = 1$ e c) $H/W = 2$



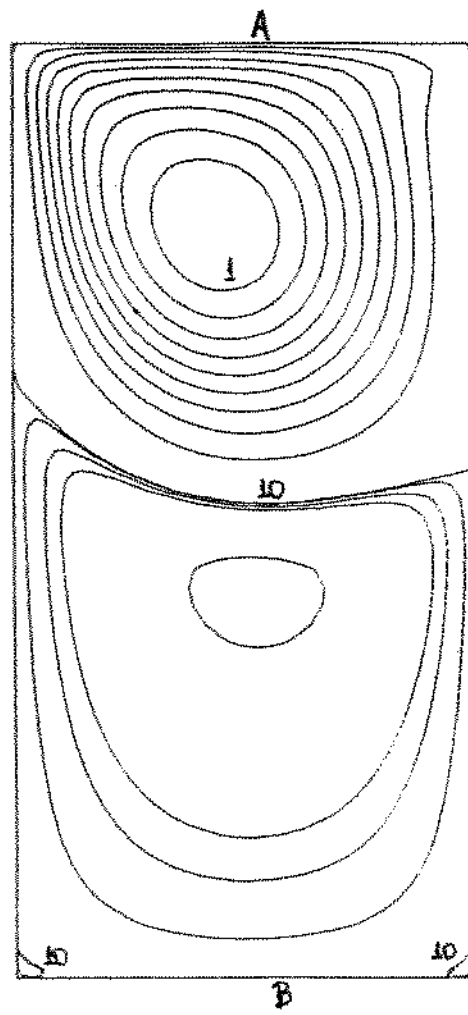
a)

A	0.00000
1	0.07250
2	0.07000
3	0.06000
4	0.05000
5	0.04000
6	0.03000
7	0.02000
8	0.01000
9	0.00500
10	0.00000
B	0.00000



b)

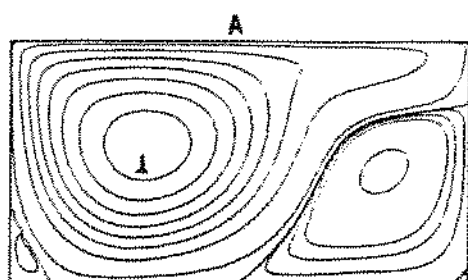
A	0.00000
1	0.10000
2	0.09000
3	0.08000
4	0.07000
5	0.06000
6	0.05000
7	0.04000
8	0.03000
9	0.02000
10	0.01000
11	0.00000
12	-1.0.10 ⁻⁴
B	0.00000



c)

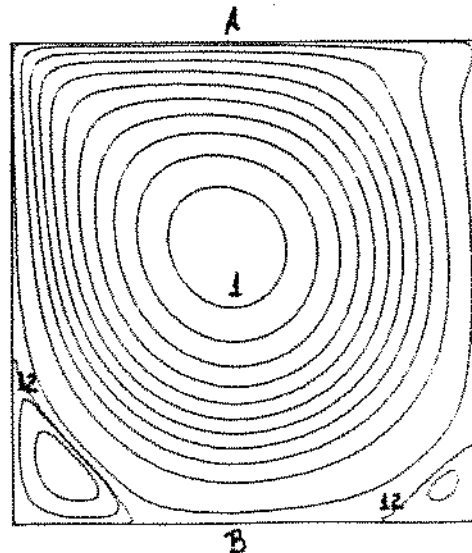
A	0.00000
1	0.09000
2	0.08000
3	0.07000
4	0.06000
5	0.05000
6	0.04000
7	0.03000
8	0.02000
9	0.01000
10	0.00000
11	-1.0.10 ⁻⁴
12	-5.0.10 ⁻⁴
13	-1.0.10 ⁻³
14	-5.0.10 ⁻³
B	0.00000

Figura 4.34: Linhas de corrente para cavidade retangular com malha 51x51 e $Re=400$, a) $H/W = 1/2$, b) $H/W = 1$ c) $H/W = 2$



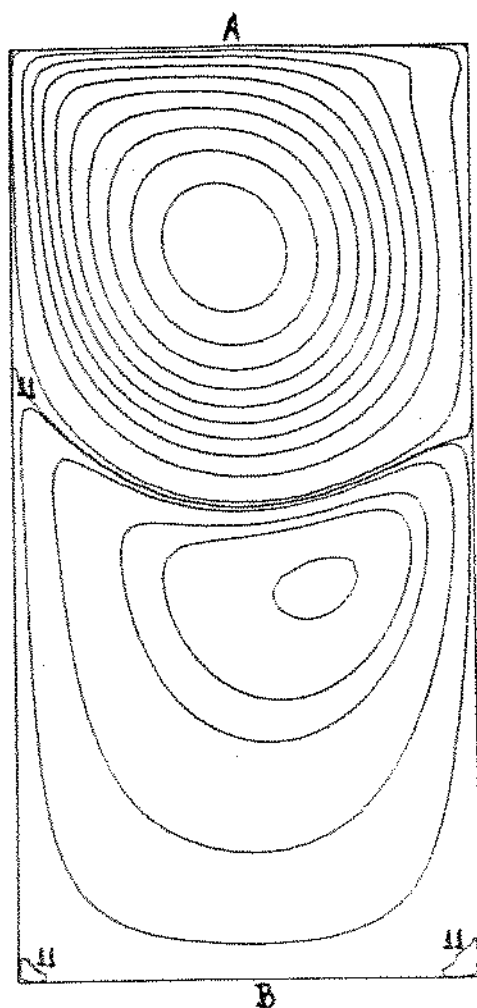
a)

A	0.00000
1	0.07000
2	0.06000
3	0.05000
4	0.04000
5	0.03000
6	0.02000
7	0.01000
8	0.00100
9	0.00000
10	$-1.0 \cdot 10^{-4}$
11	$-5.0 \cdot 10^{-4}$
12	$-1.0 \cdot 10^{-3}$
13	$-3.5 \cdot 10^{-3}$
B	0.00000



b)

A	0.00000
1	0.10000
2	0.09000
3	0.08000
4	0.07000
5	0.06000
6	0.05000
7	0.04000
8	0.03000
9	0.02000
10	0.01000
11	0.00100
12	0.00000
13	$-1.0 \cdot 10^{-4}$
14	$-5.0 \cdot 10^{-4}$
B	0.00000



c)

A	0.00000
1	0.09000
2	0.08000
3	0.07000
4	0.06000
5	0.05000
6	0.04000
7	0.03000
8	0.02000
9	0.01000
10	0.00100
11	0.00000
12	$-1.0 \cdot 10^{-4}$
13	$-1.0 \cdot 10^{-3}$
14	$-3.5 \cdot 10^{-3}$
15	$-5.0 \cdot 10^{-3}$
16	$-8.0 \cdot 10^{-3}$
B	0.00000

Figura 4.35: Linhas de corrente para cavidade retangular com malha 61×61 e $Re=1000$, a) $H/W = 1/2$, b) $H/W = 1$ e c) $H/W = 2$

enquanto o esquema QUICK gasta 15.29 minutos de CPU(tabela 4.7) para uma malha 31×31 . O detalhe é que ambos os esquemas nestas condições produzem praticamente o mesmo resultado, com uma pequena vantagem para o esquema QUICK(figura 4.31).

As linhas de corrente mostram o deslocamento do vórtice principal em direção ao canto superior esquerdo da cavidade e o aumento no tamanho dos vórtices secundários com o aumento do número de Re .

4.5 Convecção Mista em Cavidade Quadrada Fechada

4.5.1 Introdução

Convecção mista é um fenômeno que ocorre com frequência em problemas de engenharia e no meio ambiente, o que justifica a atenção que recebe essa área de pesquisa.

A geometria de interesse é o escoamento no interior de uma cavidade quadrada fechada com a parede superior movendo-se em velocidade constante, e entre as paredes verticais é imposto um gradiente de temperatura.

O número de Richardson($Ri = Gr/Re^2$) é utilizado como indicador da importância relativa do empuxo induzindo escoamento. Quando o número de $Ri \gg 1$, as forças de empuxo são determinantes na configuração do escoamento, e para $Ri \ll 1$, as forças inerciais são preponderantes.

Em vista dos resultados obtidos para a cavidade hidrodinâmica, todos os resultados apresentados a partir de agora serão obtidos com o esquema convectivo QUICK.

4.5.2 Geometria e Condições de Contorno

É utilizada a mesma configuração da cavidade hidrodinâmica (figura 4.24) com $H/W=1$. A placa move-se agora da esquerda para a direita.

As condições de contorno para a cavidade mostrada na figura 4.24 são:

- (1) parede lateral esquerda: $u = 0$ (parede impermeável), $v = 0$ (não deslizamento) e $T = T_h$ (temperatura especificada)

- (2) parede lateral direita: $u = 0$ (parede impermeável), $v = 0$ (não deslizamento) e $T = T_c$ (temperatura especificada)
- (3) parede horizontal superior: $u = 1$ (velocidade especificada), $v = 0$ (parede impermeável) e $\partial T/\partial y=0$ (parede adiabática)
- (4) parede horizontal inferior: $u = 0$ (não deslizamento), $v = 0$ (parede impermeável) e $\partial T/\partial y=0$ (parede adiabática)

4.5.3 Número de Nusselt e Rayleigh

A taxa de transferência de calor através das paredes da cavidade é uma das características mais relevantes em termos da engenharia térmica e será utilizada para comparação com as referências.

O número de Nusselt local máximo (Nu_{max}) e mínimo (Nu_{min}) são determinados da seguinte maneira:

$$Nu = \frac{\partial \Theta}{\partial X} \quad (4.10)$$

onde $\Theta = (T - T_c)/(T_h - T_c)$ e $X = x/L$.

O número de Nusselt médio($\overline{Nu}$) é definido como:

$$\overline{Nu} = \int_0^1 \frac{\partial \Theta}{\partial X} dY \quad (4.11)$$

onde $Y = y/L$.

O número de Rayleigh(Ra) é definido como:

$$Ra = GrPr = \frac{g\beta(T_h - T_c)L^3}{\alpha\nu} \quad (4.12)$$

onde Gr é o número de Grashof e Pr o número de Prandtl.

4.5.4 Resultados Para Convecção Mista

A figura 4.36 ilustra as isotermas e linhas de corrente para $Re=100$ e $Ra=10^4$. Pode-se observar que para este caso ($Ri = 1$) existem traços marcantes da atuação das forças de empuxo e inerciais. As isotermas deformam-se mais acentuadamente na parte superior da cavidade devido a presença da placa em movimento.

Para $Re=100$ e $Ra=10^5$ ($Ri = 10$), observa-se que a configuração do escoamento está mais próxima da situação de convecção natural (figura 4.47). As isoterms deformam-se próximo à placa superior e o gradiente de temperatura se acentua próximo às paredes verticais.

Comparando a figura 4.38 ($Ri=100$) com a situação de convecção natural (figura 4.48), observa-se que as formas das isoterms e linhas de corrente estão muito próximas. Ainda existe uma pequena deformação das curvas próximo da placa superior. É notável o aumento do gradiente de temperaturas, principalmente no canto inferior esquerdo e superior direito.

Na figura 4.39 são mostradas as isoterms e linhas de corrente para o caso de $Re=100$ e $Ra=10^4$ ($Ri = 0.0625$). O centro da cavidade mantém-se praticamente a uma temperatura uniforme, com o aumento do gradiente de temperaturas à medida que aproxima-se da parede vertical esquerda. O vórtice primário não sofre nenhuma deformação em relação ao caso hidrodinâmico (figura 4.34 b).

À medida que o número de Ri aproxima-se da unidade, figura 4.40, as forças de empuxo começam a deformar as isoterms e linhas de corrente.

Para o caso de $Ra=10^6$ ($Ri = 6.25$), figura 4.41, as isoterms são próximas do caso de convecção natural (figura 4.48). As isoterms são deformadas principalmente na parte superior devido ao movimento da parede.

Na figura 4.42 são apresentadas as isoterms e linhas de corrente para $Re=1000$ e $Ra=10^4$ ($Ri = 0.01$). Todo o interior da cavidade mantém-se praticamente a mesma temperatura e o vórtice primário é o mesmo do problema hidrodinâmico (figura 4.35 b). O mesmo ocorre para o caso de $Ri=0.1$, figura 4.43.

Para a figura 4.44, as forças de empuxo começam a deformar as isoterms e linhas de corrente. Percebe-se o aumento do gradiente de temperaturas no canto inferior esquerdo e superior direito com o aumento do número de Ra .

A tabela 4.4 mostra os valores do $\overline{Nu}$, Nu_{max} e Nu_{min} obtidos para cada Re e Ra .

Pode-se observar que os resultados são muito coerentes. Para o caso de $Ra=10^6$ os resultados são bastante próximos do problema de convecção natural, tanto mais quanto menor for o Re . Ressalta-se a necessidade de uma malha mais fina para o caso de $Re=1000$ e $Ra=10^6$, para melhor avaliar o número de Nu . Nota-se também que o aumento do número de Re aumenta a taxa de transferência de calor.

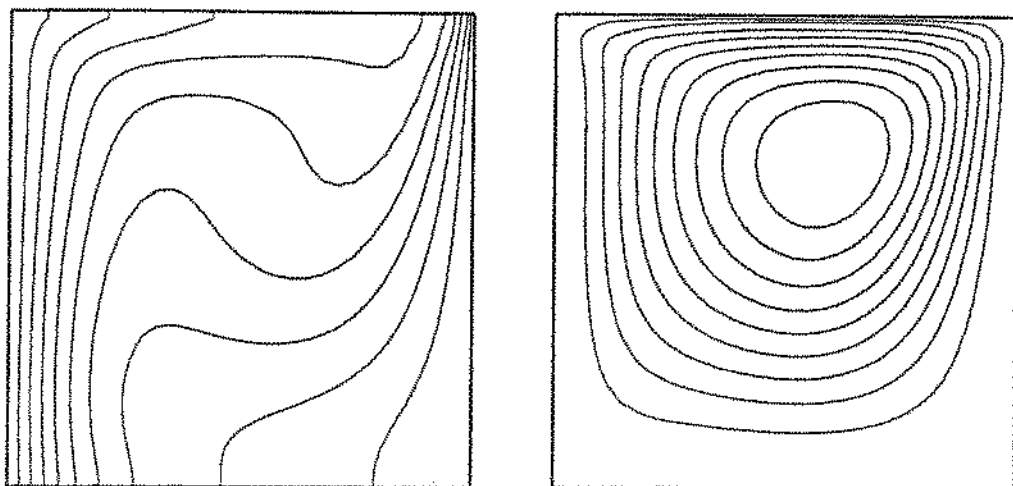


Figura 4.36: Isotermas e linhas de corrente Para $Rc=100$, $Ra = 10^4$ e $Ri=1.0$

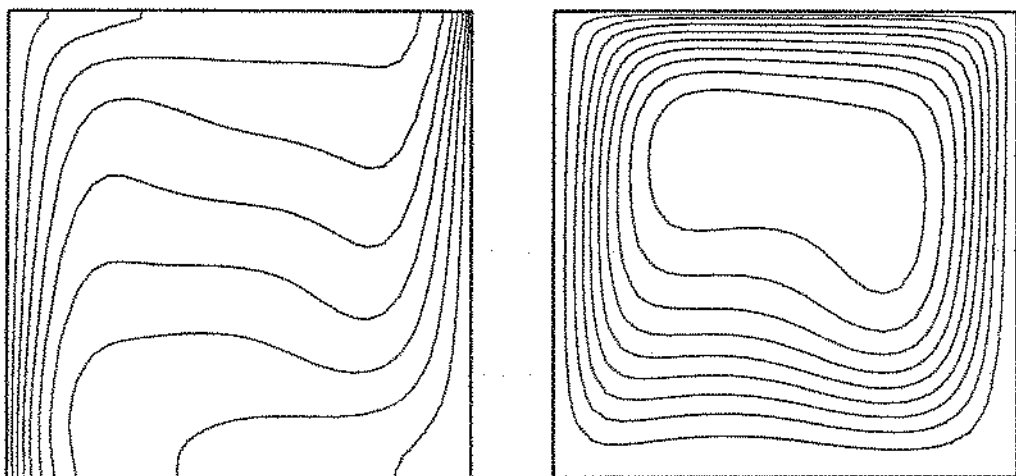


Figura 4.37: Isotermas e linhas de corrente Para $Rc=100$, $Ra = 10^5$ e $Ri=10.0$

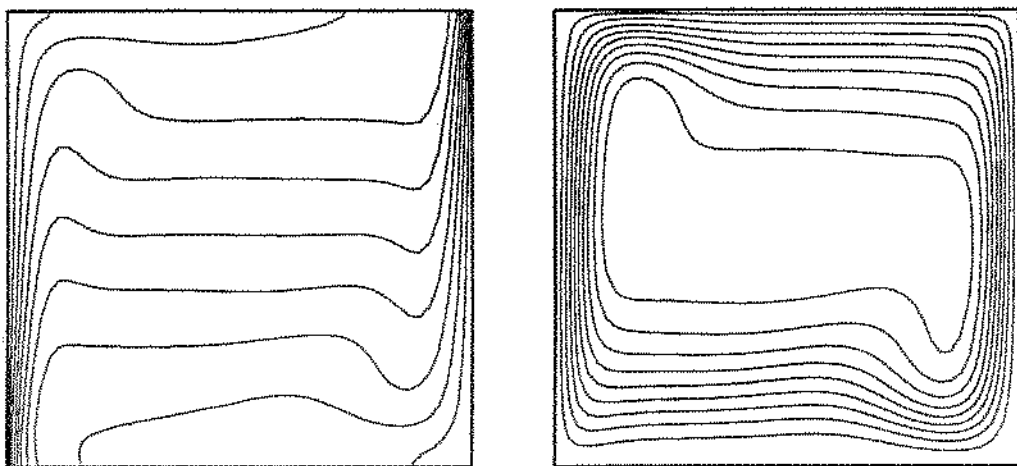


Figura 4.38: Isotermas e linhas de corrente Para $Rc=100$, $Ra = 10^6$ e $Ri=100.0$

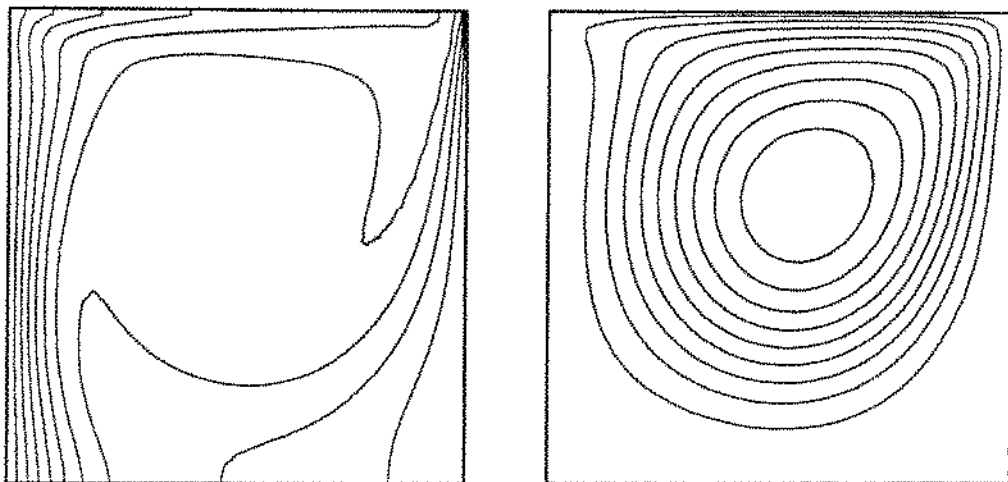


Figura 4.39: Isotermas e linhas de corrente Para $Re=400$, $Ra = 10^4$ e $Ri=0.0625$

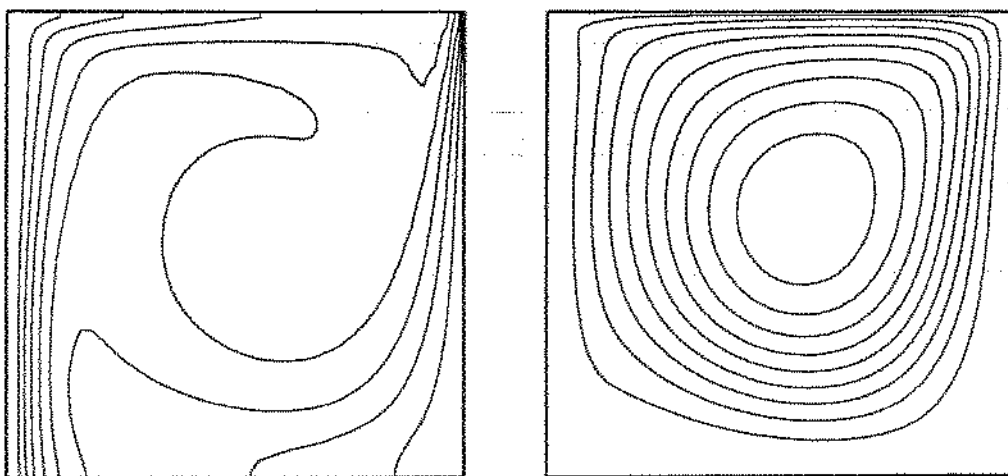


Figura 4.40: Isotermas e linhas de corrente Para $Re=400$, $Ra = 10^5$ e $Ri=0.625$

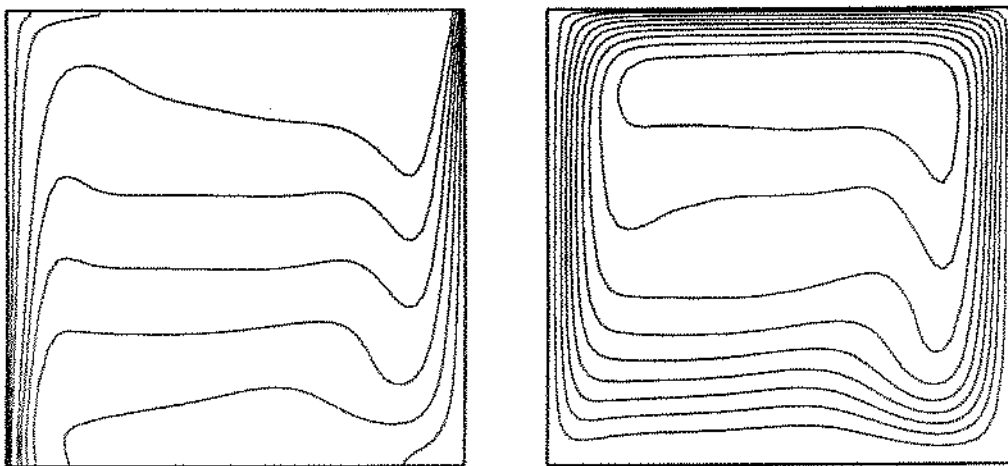


Figura 4.41: Isotermas e linhas de corrente Para $Re=400$, $Ra = 10^6$ e $Ri=6.25$

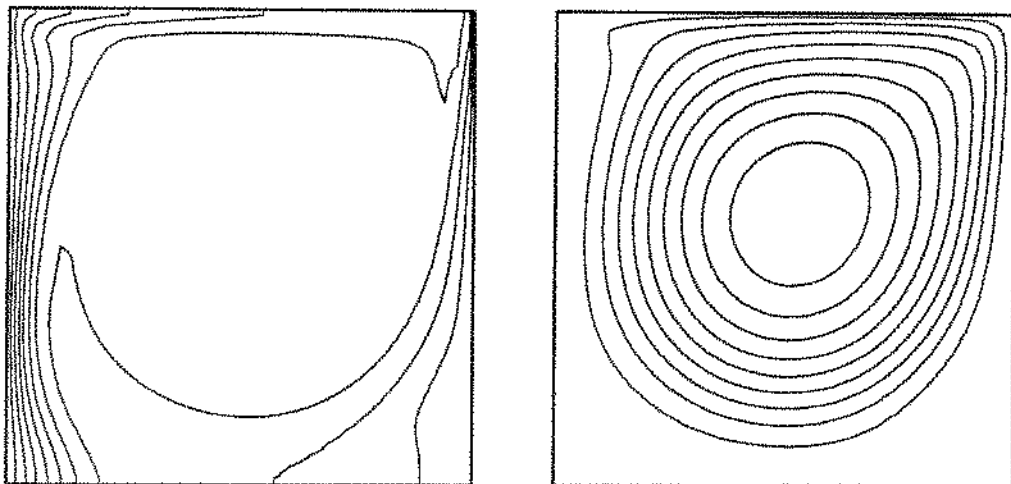


Figura 4.42: Isotermas e linhas de corrente Para $Re=1000$, $Ra = 10^4$ e $Ri=0.01$

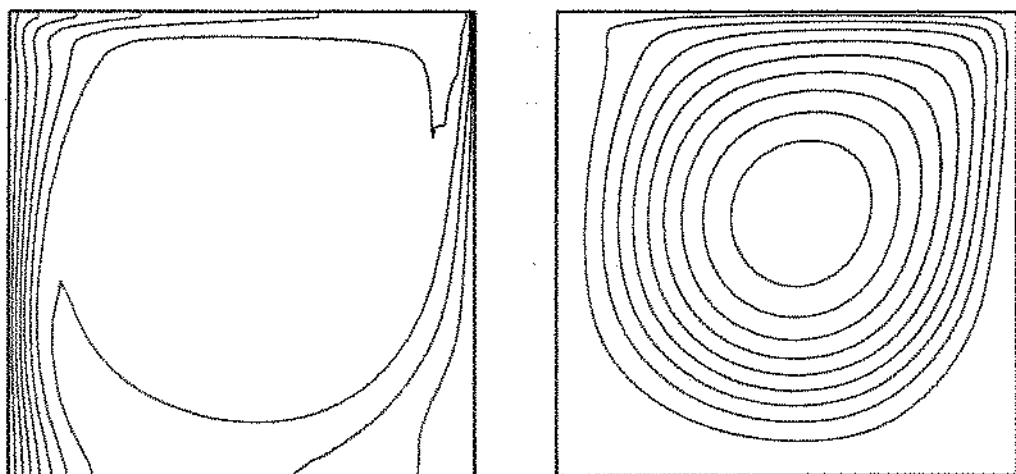


Figura 4.43: Isotermas e linhas de corrente Para $Re=1000$, $Ra = 10^5$ e $Ri=0.1$

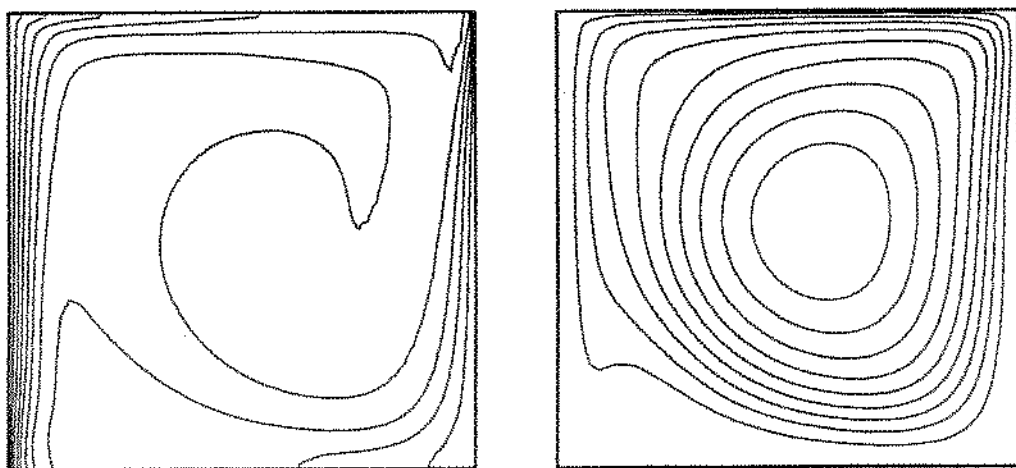


Figura 4.44: Isotermas e linhas de corrente Para $Re=1000$, $Ra = 10^6$ e $Ri=1.0$

Re	Ra	malha	Nu_{max}	Nu_{min}	Nu
100	10^4	30×30	4.2741	1.6044	3.4260
	10^5	30×30	9.1820	1.5493	5.4703
	10^6	50×50	21.1356	1.7055	9.8917
400	10^4	40×40	7.0735	4.0552	5.6413
	10^5	40×40	8.0642	3.4532	6.5118
	10^6	50×50	21.3934	2.8994	10.5597
1000	10^4	40×40	12.8962	4.7997	8.7267
	10^5	40×40	12.9155	5.5729	9.0364
	10^6	60×60	18.6193	5.4404	10.7236

Tabela 4.4: Número de Nu , Nu_{max} e Nu_{min} para convecção mista

4.5.5 Conclusões

Escoamento com convecção mista em uma cavidade quadrada com a parede superior movendo-se em velocidade constante, as paredes horizontais adiabáticas e as verticais sujeitas a um gradiente de temperatura foi resolvido para o caso de $Ra=10^4$, 10^5 e 10^6 com o número de $Re=100$, 400 e 1000. Os resultados obtidos mostraram-se bastante coerentes.

À medida que aumenta-se o número de Ra , o escoamento aproxima-se da situação de convecção natural, com o aumento do gradiente de temperaturas principalmente no canto inferior esquerdo e superior direito da cavidade.

Para $Ri \ll 1$ a convecção forçada(forças de inércia) é predominante e para $Ri \gg 1$ a convecção natural(forças de empuxo) é predominante. Para o número de $Ri \cong 1$, ocorre um equilíbrio entre as forças.

Observou-se que aumento do número de Re implica num aumento da taxa de transferência de calor, e que o aumento do número de Ra para um mesmo Re também auxilia o processo de transferência de calor.

4.6 Convecção Natural em Cavidade Quadrada Fechada

4.6.1 Introdução

O fenômeno de convecção natural tem sido objeto de intensivo estudo nas últimas décadas, devido a grande quantidade de problemas no qual o escoamento é provocado pelas variações de densidade, causada por um gradiente de temperatura. Alguns problemas de interesse são: estudo do escoamento em reatores nucleares, ventilação de ambientes, coletores de energia solar, crescimento de cristais em líquidos e resfriamento de componentes eletrônicos.

Escoamento provocado por empuxo no interior de uma cavidade fechada com as paredes verticais à diferente temperaturas é um caso teste para se validar e testar códigos computacionais e esquemas convectivos, devido a complexidade do escoamento gerado [Davis,1983], apresentando regiões de recirculação para altos valores de Ra .

Os resultados obtidos são comparados com a solução de referência de Davis e Jones[1983].

4.6.2 Geometria e Condições de Contorno

As condições de contorno para a cavidade mostrada na figura 4.36 são:

- (1) parede lateral esquerda: $u = 0$ (parede impermeável), $v = 0$ (não deslizamento) e $T = T_h$ (temperatura especificada)
- (2) parede lateral direita: $u = 0$ (parede impermeável), $v = 0$ (não deslizamento) e $T = T_c$ (temperatura especificada)
- (3) parede horizontal superior: $u = 0$ (não deslizamento), $v = 0$ (parede impermeável) e $\partial T / \partial y = 0$ (parede adiabática)
- (4) parede horizontal inferior: $u = 0$ (não deslizamento), $v = 0$ (parede impermeável) e $\partial T / \partial y = 0$ (parede adiabática)

4.6.3 Resultados Para Convecção Natural

A figura 4.46 mostra as isotermas e linhas de corrente, respectivamente, para $Ra=10^4$. Pode-se observar que o escoamento é formado de uma única célula de

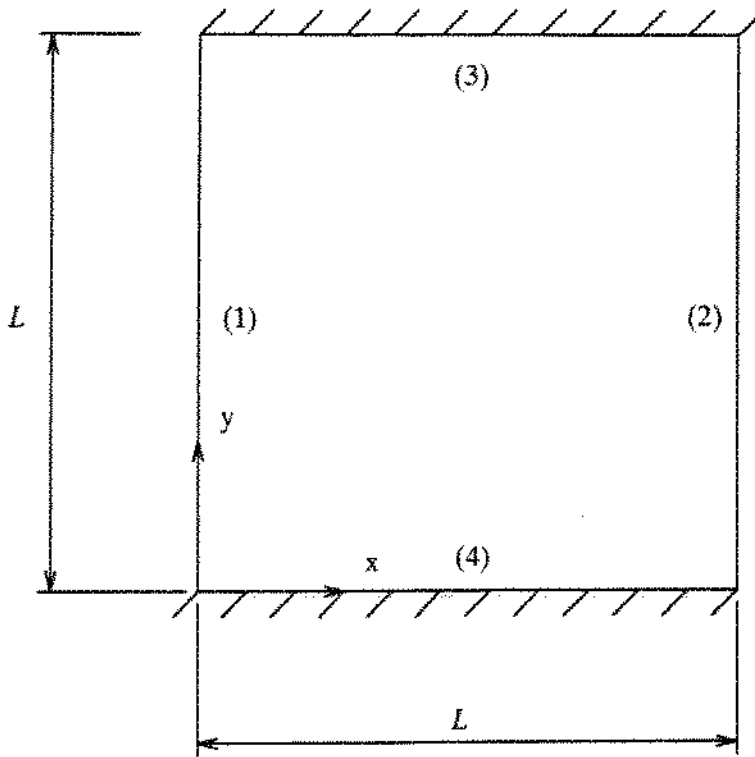


Figura 4.45: Geometria e condições de contorno para cavidade retangular

circulação. As formas das curvas e os resultados comparados em termos do número de Nu são muito bons.

Para $Ra=10^5$, figura 4.47, começam a surgir células de recirculação. A velocidade próxima das paredes é alta e baixa na região central da cavidade. Novamente os resultados são muito bons.

Na figura 4.48, pode-se observar que o gradiente de temperatura próximo das paredes aumenta com o aumento do número de Ra . As regiões de recirculação também aumentam.

A tabela 4.5 apresenta a comparação entre os valores de $\overline{Nu}$, Nu_{max} e Nu_{min} obtidos e os fornecidos por Davis[1983]. Os dados fornecidos por Davis[1983] foram obtidos utilizando aproximações de segunda ordem. Os resultados de Davis[1983] foram obtidos através da extrapolação de Richardson.

A figura 4.49 mostra como diminui o $Desv_p$ com o refinamento da malha para o número de $\overline{Nu}$ e $Ra=10^6$.

Pode-se observar que os $Desv_p$ decresce assintoticamente com o refinamento da malha. O fato de $\overline{Nu}$ para $Dx=0.1$ ser mais acurado que para $Dx=0.05$ também foi observado por Hortmann et al.[1990].

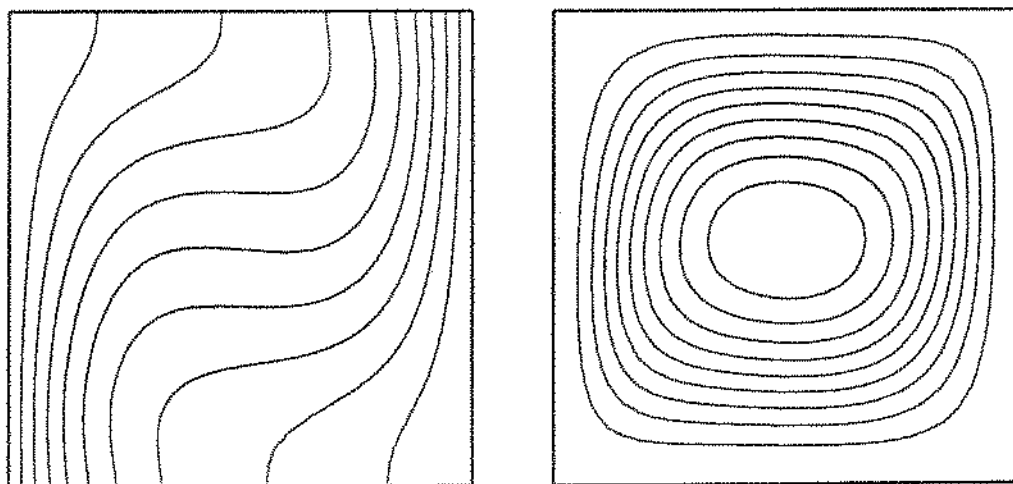


Figura 4.46: Isotermas e linhas de corrente Para $Ra = 10^4$

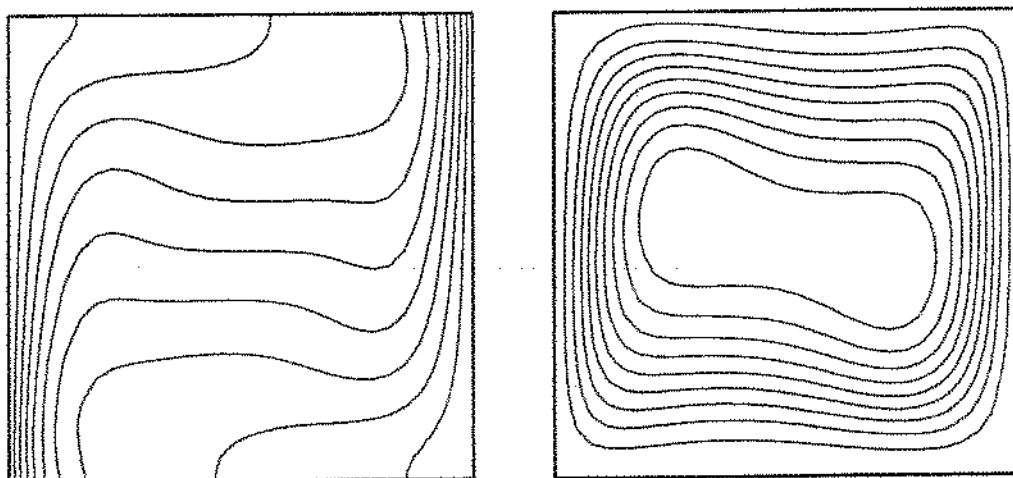


Figura 4.47: Isotermas e linhas de corrente Para $Ra = 10^5$

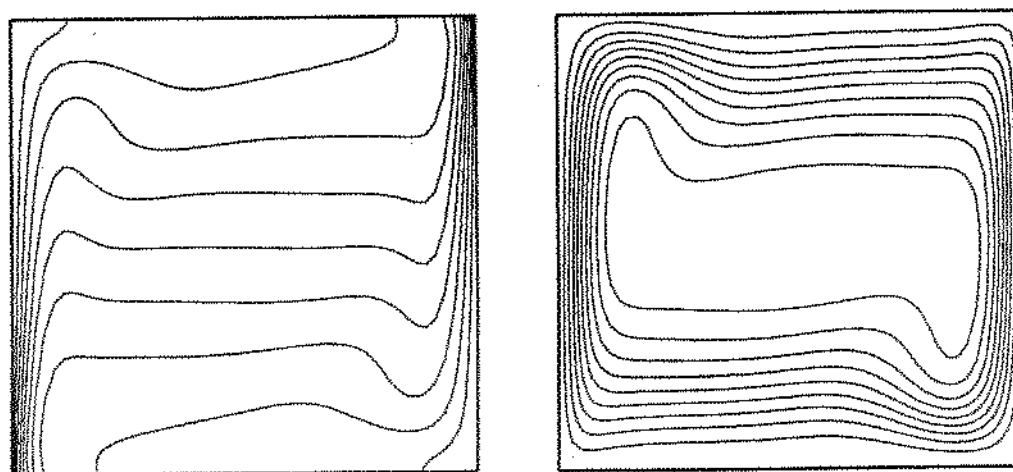


Figura 4.48: Isotermas e linhas de corrente Para $Ra = 10^6$

Ra	malha	Nu_{max}	$Desv_p(\%)$	Nu_{min}	$Desv_p(\%)$	Nu	$Desv_p(\%)$
10^4	30×30	3.7971	7.087	0.6090	3.777	2.3452	4.358
10^5	30×30	8.9625	11.158	0.8900	18.090	4.9394	8.418
10^6	50×50	21.0066	14.670	1.3064	24.300	9.6458	8.769

Tabela 4.5: Número de $\overline{Nu}$, Nu_{max} e Nu_{min} para convecção natural

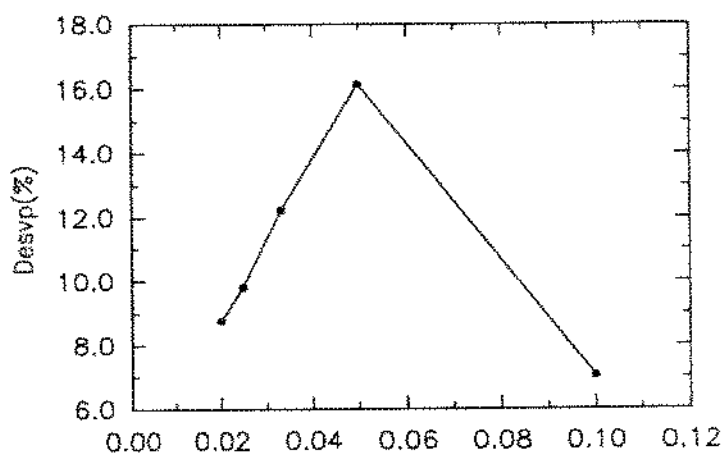


Figura 4.49: Desvio percentual($Desv_p$) em função do espaçamento da grade(Dx) para $\overline{Nu}$ e $Ra = 10^6$

Apesar do resultados serem bons, comparando com Davis[1983], a acuracidade dos resultados pode ser melhor observada comparando o número de $\overline{Nu}$ e Nu_{max} com Hortmann et al.[1990] para uma malha regular 40×40 e $Ra=10^6$ (tabela 4.6).

Ra	malha	Nu_{max}	$Desv_p(\%)$	$\overline{Nu}$	$Desv_p(\%)$
10^6	40×40	21.0066	0.507	9.6458	2.324

Tabela 4.6: Número de $\overline{Nu}$ e Nu_{max} comparado com Hortmann et al.[1990] para malha 40×40 e $Ra = 10^6$

4.6.4 Conclusões

Convecção natural no interior de uma cavidade quadrada fechada foi estudada para $Ra=10^4$, 10^5 e 10^6 , obtendo-se ótimos resultados com a referência utilizada.

À medida que aumenta o número de Ra , o gradiente de temperatura torna-se mais acentuado próximo das paredes verticais e surgem células de circulação na região central da cavidade.

A comparação do $\overline{Nu}$, Nu_{max} e Nu_{min} obtidos com as referências mostrou-se bastante coerente, apresentando bons resultados.

4.7 Detalhes Computacionais

4.7.1 Introdução

Nesta seção são apresentas as condições iniciais utilizadas assim como o critério de convergência adotado. Os tempos médios de CPU gasto pelo programa em uma estação de trabalho SUN(SPARC 1+) para cada configuração estudada são apresentados.

4.7.2 Condições Iniciais

Como o programa foi desenvolvido em regime transitório utilizando a formulação do método SOLA, as condições iniciais de todas as variáveis do escoamento

precisam ser especificadas. Os valores iniciais das variáveis nos nós de fronteira são especificados nas condições de contorno, enquanto que como condição inicial para as variáveis nos nós internos é assumido um campo nulo, exceto para a temperatura cuja condição inicial para os nós internos é a temperatura de referência T_{ref} .

4.7.3 Critério de Convergência

O critério de convergência adotado foi:

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} \leq 10^{-3} \quad (4.13)$$

onde:

$\phi \rightarrow$ valor da variável $\phi(u, v, \text{ ou } T)$

$n \rightarrow$ representa o tempo t

$n + 1 \rightarrow$ representa o tempo $t + \Delta t$

$\Delta t \rightarrow$ passo de tempo

Para as velocidades u e v fisicamente o critério significa que a aceleração local que o fluido sofre no mesmo ponto, em dois instantes consecutivos, é praticamente desprezível e que o escoamento atingiu o regime permanente.

Todos os casos tratados e apresentados nas tabelas a seguir atenderam a esse critério.

4.7.4 Tempos Médios de CPU

Os tempos médios de CPU necessários para cada configuração, malha e número de Re tratados são apresentados.

A tabela 4.7 mostra os tempos médios de CPU obtidos para a cavidade retangular. Pode-se observar que a estação de trabalho utilizada se mostra deficiente em relação ao tempo de CPU gasto. Baseando-se no caso de $Re=1000$, $H/W=1$ e malha 61×61 , consome-se 2.61 horas de CPU e ainda os resultados não se mostram acurados o suficiente (figuras 4.28 e 4.31).

Na tabela 4.8 são mostrados os tempos médios de CPU para o escoamento de Poiseuille.

Na tabela 4.9 são mostrados os tempos médios de CPU para o escoamento de Couette.

Re	malha	H/W	esquema convectivo	$\Delta t(s)$	iterações	tempo de CPU (min)
0	30×30	1	QUICK	$2.7778.10^{-5}$	1510	4.38
			UPWIND		1700	6.75
100	21×21	1	QUICK	$1.4286.10^{-2}$	630	1.08
			UPWIND		550	0.60
100	31×31	1	QUICK	$9.6774.10^{-3}$	950	4.20
			UPWIND		850	2.38
400	31×31	1	QUICK	$9.6774.10^{-3}$	2460	11.46
			UPWIND		1970	5.45
400	51×51	1	QUICK	$5.8824.10^{-3}$	3950	62.36
			UPWIND		3400	36.58
1000	21×21	1	QUICK	$1.4286.10^{-2}$	2150	3.93
			UPWIND		1650	1.70
1000	31×31	1	QUICK	$9.6774.10^{-3}$	3440	15.29
			UPWIND		2560	7.34
1000	41×41	1	QUICK	$7.3171.10^{-3}$	4620	41.62
			UPWIND		3500	20.58
1000	61×61	1	QUICK	$4.9180.10^{-3}$	6620	156.68
			UPWIND		5340	90.03
0	30×30	1/2	QUICK	$1.1111.10^{-3}$	2130	8.87
		2		$4.4444.10^{-3}$	1240	5.20
100	31×31	1/2	QUICK	$9.6774.10^{-3}$	420	1.25
		2		$9.6774.10^{-3}$	990	4.65
400	51×51	1/2	QUICK	$5.0818.10^{-3}$	1890	28.51
		2		$5.8823.10^{-3}$	3920	61.02
1000	61×61	1/2	QUICK	$4.0027.10^{-3}$	4270	102.29
		2		$4.9180.10^{-3}$	7000	164.28

Tabela 4.7: Tempo de CPU para cavidade retangular

Re	malha	esquema convectivo	$\Delta t(s)$		iterações		tempo de CPU (min)
			Δt_b	Δt_t	hidrod	term	
100	23×23	QUICK	$2.1423 \cdot 10^{-3}$	$8.5691 \cdot 10^{-3}$	560	710	1.75
		UPWIND			530	720	0.98
500	29×27	QUICK	$7.7222 \cdot 10^{-3}$	$3.0889 \cdot 10^{-2}$	590	850	3.21
		UPWIND			590	820	1.93
1000	41×41	QUICK	$6.8252 \cdot 10^{-3}$	$2.7301 \cdot 10^{-3}$	1120	1780	11.83
		UPWIND			1120	1690	8.60

Tabela 4.8: Tempo de CPU para escoamento de Poiseuille

Re	malha	esquema convectivo	$\Delta t(s)$		iterações		tempo de CPU (min)
			Δt_b	Δt_t	hidrod	term	
100	11×11	QUICK	$9.8805 \cdot 10^{-3}$	$3.9522 \cdot 10^{-2}$	660	160	0.32
		UPWIND			660	160	0.20
500	15×15	QUICK	$2.3807 \cdot 10^{-2}$	$9.5229 \cdot 10^{-2}$	1030	260	0.90
		UPWIND			1030	260	0.54
1000	21×21	QUICK	$2.2891 \cdot 10^{-2}$	$9.1565 \cdot 10^{-2}$	1660	410	3.13
		UPWIND			1830	460	2.10

Tabela 4.9: Tempo de CPU para escoamento de Couette

Capítulo 5

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

5.1 Conclusões

Neste trabalho foi desenvolvido um código de cálculo para a solução das equações de Navier-Stokes e energia em regime laminar. O método dos Volumes Finitos(MVF) foi utilizado para a discretização espacial das equações de transporte e o método semi-implícito SOLA para a discretização temporal. Dois esquemas convectivos foram utilizados: upwind e QUICK.

A validação do método foi feita utilizando-se as seguintes configurações clássicas intensivamente empregadas para esse fim na literatura:

- Escoamento de Poiseuille
- Escoamento de Couette
- Escoamento hidrodinâmico no interior de uma cavidade fechada com $H/W=1/2, 1$ e 2 e $Re \leq 1000$
- Convecção mista no interior de uma cavidade quadrada fechada com $Re \leq 1000$ e $Ra \leq 10^6$
- Convecção natural no interior de uma cavidade quadrada fechada com $Ra \leq 10^6$

Para o escoamento de Poiseuille os perfis de velocidade e temperatura obtidos para $Re=100, 500$ e 1000 na região do escoamento completamente desenvolvido são excelentes comparado com o perfil teórico, e os perfis na região de desenvolvimento são bastante coerentes. Os esquemas convectivos apresentaram resultados coincidentes para toda a faixa de Re estudada.

Os perfis de velocidade e temperatura para $Re=100$, 500 e 1000 obtidos para o escoamento de Couette foram muito bons, principalmente considerando que foram obtidos com malhas grosseiras que exigem pouco esforço computacional. A exemplo da configuração anterior, os esquemas convectivos produziram resultados idênticos.

Para o escoamento hidrodinâmico em uma cavidade retangular foram obtidos resultados para $Re=100$, 400 e 1000. Os perfis de velocidade calculados apresentaram excelente concordância com a referência utilizada. Foi apresentada uma comparação entre os perfis de velocidade e a influência do refinamento da malha utilizando os dois esquemas convectivos. Linhas de corrente para $H/W=1/2$, 1 e 2 são mostradas e nota-se o deslocamento do vórtice principal em direção ao canto superior esquerdo da cavidade e o aumento no tamanho dos vórtices secundários com o aumento do número de Re . O valor máximo do vórtice principal é bastante próximo dos valores de referência.

Nas duas primeiras configurações estudadas, o escoamento do fluido entre placas planas é altamente unidirecional, o que leva os dois esquemas convectivos a produzirem resultados idênticos. Neste caso, o esquema QUICK consome em média 72% para o escoamento de Poiseuille e 59% para o escoamento de Couette mais tempo de CPU em relação ao esquema upwind. Dessa forma, o esquema convectivo mais indicado para esta situação é o esquema upwind.

Para a cavidade hidrodinâmica, onde o escoamento é altamente recirculante com formação de vórtices secundários nos cantos inferiores da cavidade, os perfis de velocidades obtidos com o esquema QUICK são muito melhores que os obtidos com o esquema upwind e a diferença entre os dois esquemas aumenta com o aumento do número de Re . Apesar do esquema QUICK utilizar em média 91% mais tempo de CPU que o esquema upwind para a mesma malha e Re , o esquema upwind necessita de uma malha bem mais refinada para produzir os mesmos resultados que o esquema QUICK. Para esta situação, o esquema QUICK é o mais indicado.

Para o caso de convecção mista em uma cavidade quadrada, com a parede superior movendo-se a uma velocidade constante e às paredes verticais sujeitas a um gradiente de temperatura, os resultados obtidos são bastante coerentes baseando-se na forma das isotermas, linhas de corrente e número de $\overline{Nu}$, Nu_{max} e Nu_{min} . À medida que o número de Ri aumenta o $\overline{Nu}$ aproxima-se do caso de convecção natural.

Os resultados para convecção natural no interior de uma cavidade quadrada também mostraram-se muito coerentes, comparando-se os valores de $\overline{Nu}$, Nu_{max} e Nu_{min} com as referências. As formas das isotermas e linhas de corrente são coincidentes com a literatura.

Pode-se concluir em vista dos resultados obtidos que o código de cálculo

produziu bons resultados para as configurações testadas, apresentando ótima concordância com as referências utilizadas.

5.2 Sugestões

As sugestões para futuros trabalhos é a otimização do código de cálculo, validação do mesmo para o estudo de escoamento em regime transitório, expansão para tratamento de geometrias cilíndricas, escoamento turbulento e extensão para geometrias tridimensionais.

Referências Bibliográficas

- [Arpaci e Larsen,1984] Arpaci, V. S., Larsen, P. S., "*Convection Heat Transfer*", Prentice-Hall, USA, 1984
- [Bejan,1984] Bejan, A., "*Convection Heat Transfer*", John Wiley & Sons, USA, 1984
- [Burggraf,1966] Burggraf, O. R., "Analytical and Numerical Studies of the Structure of Steady Separated Flows", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 24, pp. 113-151, 1966
- [Burmeister,1983] Burmeister, L. C., "*Convective Heat Transfer*", John Wiley & Sons, USA, 1983
- [Davis,1983] Davis, G. V., "Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Benchmark Numerical Solution", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, pp. 249-264, 1983
- [Davis e Jones,1983] Davis, G. V. e Jones, I. P., "Natural Convection in a Square Cavity: A Comparison Exercise", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, pp. 227-248, 1983
- [Evans,1980] Evans, D. J., "Numerical Methods for Incompressible Flow studies in Two Dimensions", *Recent Advances in Numerical Methods in Fluids*, Vol. 1, pp.203-244, 1980
- [Evren et al.,1992] Evren-Selamet, E., Arpaci, V. S. e Borgnakke, C., "Simulation of Laminar Buoyancy-Driven Flows in an Enclosure", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 22, pp. 401-420, 1992
- [Galpin e Raithby,1986] Galpin, P. F. e Raithby, G. D., "Numerical Solution of Problems in Incompressible Fluid Flow: Treatment of the Temperature-Velocity Coupling", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 10, pp. 105-129, 1986
- [Ghia et al.,1982] Ghia, U., Ghia, K. N. e Shin, C. T., "High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 48, pp.387-411, 1982
- [Golub e Loan,1985] Golub, G. H. e Loan, C. F. V., "*Matrix Computations*", The Johns Hopkins University Press, 4 ed., USA, 1985
- [Gray e Giorgini,1976] Gray, D. D. e Giorgini, A., "The Validity of the Boussinesq Approximation for Liquids and Gases", *International Journal Heat and Mass Transfer*, Vol. 19, pp. 545-551, 1976
- [Hirsch,1989] Hirsch, C., "*Numerical Computation of Internal and External Flows*", Vol.1: "*Fundamentals of Numerical Discretization*", John Wiley & Sons, 1989

- [Hirt et al.,1975] Hirt, C. W., Nichols, B.D. and Romero, N.C., "SOLA- Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flow", *Los Alamos Laboratory*, Report LA-5852, 1975
- [Hortmann et al.,1990] Hortmann, M., Peric, M. e Scheuerer, G., "Finite Volume Multigrid Prediction of Laminar Natural Convection:Bench Mark Solution", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 11, pp. 189-207, 1990
- [Jaluria e Torrance,1986] Jaluria, Y., Torrance, K. E., "*Computational Heat Transfer*", Hemisphere Publishing Corporation, USA, 1986
- [Koseff e Street,1984a] Koseff, J. R. e Street, R. L., "On End Wall Effects in a Lid-Driven Cavity Flow", *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 106, pp.385-389, 1984a
- [Koseff e Street,1984b] Koseff, J. R. e Street, R. L., "The Lid-Driven Cavity Flow: A Synthesis of Qualitative and Quantitative Observation", *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 106, pp.390-398, 1984b
- [Leonard,1979] Leonard, B. P., "A Stable Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 19, pp. 59-88, 1979
- [Moallemi e Jang,1992] Moallemi, M. K. e Jang, K. S., "Prandtl Number Effects on Laminar Mixed Convection Heat Transfer in a Lid-Driven Cavity", *International Journal Heat Mass Transfer*, Vol. 35, n 8, pp. 1881-1892, 1992
- [Mohamad e Viskanta,1989] Mohamad, A. A. e Viskanta, R., "Stability of Lid-Driven Shallow Cavity Heated from Below", *International Journal Heat Mass Transfer*, Vol. 32, n 11, pp.2155-2166, 1989
- [Ostrach,1988] Ostrach, S., "Natural Convection in Enclosures", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, pp.1175-1190, 1988
- [Pan e Acrivos,1967] Pan, F. e Acrivos, A., "Steady Flow in Rectangular Cavities", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 28, parte 4, pp. 643-655, 1967
- [Patankar,1980] Patankar, S. V., "*Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*", Hemisphere Publishing Corporation, USA, 1980
- [Schreiber e Keller,1983] Schreiber, R. e Keller, H. B., "Driven Cavity Flows by Efficient Numerical Techniques", *Journal of Computational Physics*, Vol. 49, pp.310-333, 1983
- [Torrance et al.,1972] Torrance, K. E., Davis, R., Eike, K., Gill, P., Gutman, D., Hsui, A., Lyons, S. e Zien,H., "Cavity Flows Driven by Buoyancy and Shear", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 51, parte 2, pp. 221-231, 1972

-
- [Villard,1986] Villard, M., "TRIO-VF- Note de Presentation de la Version Octobre 86", *Centre d'Etudes Nucleaires de Grenoble*, França, 1986

Apêndice A

Listagem do programa utilizado para obtenção dos resultados mostrados no Capítulo 4.

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C   DESENVOLVIMENTO E APLICACAO DO METODO DE VOLUMES FINITOS-
C   SOLA PARA SOLUCAO DE CONVECCAO NATURAL, MISTA E FORCADA EM
C   UMA CAVIDADE FECHADA
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C   ADMILSON T. FRANCO   R.A. 915148   30/07/93

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C   SIGNIFICADO DAS VARIAVEIS E DADOS DE ENTRADA
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C   A(I,J)----> ARMAZENA A MATRIZ PRESSAO E DEPOIS A DECOMPOSICAO
C               DE CHOLSKY
C   B(I,J)----> LADO DIREITO DO SISTEMA DE EQUACOES PARA A PRESSAO
C   RHO-----> DENSIDADE DO FLUIDO
C   Uo-----> VELOCIDADE DA PLACA SUPERIOR
C   MI-----> VISCOSIDADE DINAMICA(ABSOLUTA) DO FLUIDO
C   VISNI----> VISCOSIDADE CINEMATICA DO FLUIDO (MI/RHO)
C   G-----> GRAVIDADE
C   U(I,J)----> VELOC. HORIZ. NA INTERFACE ANTERIOR AO PONTO (I,J)
C   V(I,J)----> VELOC. VERT. NA INTERFACE ANTERIOR AO PONTO (I,J)
C   DELXV----> DISTANCIA HORIZONTAL ENTRE OS NOS
C   DELYU----> DISTANCIA VERTICAL ENTRE OS NOS
C   Dx-----> DISTANCIA HORIZONTAL ENTRE AS INTERFACES DO V.C.
C   Dy-----> DISTANCIA VERTICAL ENTRE AS INTERFACES DO V.C.
C   DELXVMIN-> DIMENSAO HORIZONTAL DO MENOR VOLUME DE CONTROLE
C   DELYUMIN-> DIMENSAO VERTICAL DO MENOT VOLUME DE CONTROLE
C   Tinicial-> TEMPO INICIAL
C   DELT-----> INCREMENTO NO TEMPO
C   TT-----> TEMPO(To+DELT) TOTAL
```

```

C   PP(I,J)--> PONTO ONDE SE LOCALIZAM AS PRESSOES (P)
C   PPX(I,J)-> COORDENADA HORIZONTAL DO PONTO DE PRESSAO (I,J)
C   PPY(I,J)-> COORDENADA VERTICAL DO PONTO DE PRESSAO (I,J)
C   NCOL-----> NUMERO DE LINHAS VERTICAIS DA MALHA
C   NLINH-----> NUMERO DE LINHAS HORIZONTAIS DA MALHA
C   K-----> (NUMERO DE LINHAS)*(NUMERO DE COLUNAS)
C   XL-----> LARGURA DA CAVIDADE
C   YL-----> ALTURA DA CAVIDADE
C   BETA-----> COEFICIENTE DE EXPANSAO TERMICA
C   P-----> PRESSAO RELATIVA NO PONTO (I,J)
C   Gr-----> NUMERO DE GRASHOF( $G \cdot BETA \cdot DT \cdot XL^{**3} / VISNI^{**2}$ )
C   Pr-----> NUMERO DE PRANDTL( $VISNI / ALPHA$ )
C   Re-----> NUMERO DE REYNOLDS( $RHO \cdot Uo \cdot XL / MI$ )
C   Ra-----> NUMERO DE RAYLEIGH( $Gr \cdot Pr$ )
C   Ri-----> NUMERO DE RICHARDSON( $Gr / Re^{**2}$ )
C   DT-----> DIFERENCIAL DE TEMPERATURA( $Th - Tc$ )
C   Tref-----> TEMPERATURA NA QUAL SAO AVALIADA AS PROPRIEDADES
C                   FISICAS DO FLUIDO
C   Th e Tc--> MAIOR E MENOR TEMPERATURAS RESPECTIVAMENTE
C                   UTILIZADAS PARA A DEFINICAO DO NUMERO DE GRASHOF
C   REL-----> RELACAO ALTURA/LARGURA( $YL / XL$ ) DA CAVIDADE
C   MALHA-----> SELECIONA A MALHA DESEJADA:
C                   MALHA REGULAR -----> 1
C                   MALHA IRREGULAR COM RAZAO CONSTANTE --> 2
C                   MALHA IRREGULAR SIMETRICA -----> 3
C   Ax1-----> COORDENADA HORIZONTAL DO PRIMEIRO PONTO DA MALHA
C   Ay1-----> COORDENADA VERTICAL DO PRIMEIRO PONTO DA MALHA
C   Ex-----> RAZAO DE EXPANSAO DA MALHA NA DIRECAO X
C   Ey-----> RAZAO DE EXPANSAO DA MALHA NA DIRECAO Y
C   KDIAG-----> ARMAZENA AS POSICOES DA DIAGONAL PRINCIPAL DA
C                   MATRIZ PRESSAO
C   AE,AW-----> COEFICIENTES DA MATRIZ PRESSAO NA DIRECAO HORIZ.
C   AS,AN-----> COEFICIENTES DA MATRIZ PRESSAO NA DIRECAO VERT.
C   UMAX-----> MAIOR VELOCIDADE U
C   VMAX-----> MAIOR VELOCIDADE V
C   UNEW-----> NOVA VELOCIDADE U CALCULADA NO INSTANTE( $To + DELT$ )
C   VNEW-----> NOVA VELOCIDADE V CALCULADA NO INSTANTE( $To + DELT$ )
C   DIF-----> RAZAO ENTRE O MAIOR DIFERENCIAL DE VELOCIDADES E
C                   O INCREMENTO DE TEMPO DELT
C   CPU-----> TEMPO TOTAL DE CPU
C   Aw-----> FLUXO DE ENERGIA NA INTERFACE w
C   As-----> FLUXO DE ENERGIA NA INTERFACE s
C   ESQUEMA--> SELECIONA O ESQUEMA CONVECTIVO:
C                   UPWIND-----> 1

```



```
CALL GRASHREY(XL,YL,Ra,Gr,Re,G,REL,Tref,Uo,VISNI,Th,Tc,
!PRANDTL)
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
C SUBROTINA PARA CRIACAO DA MALHA
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
CALL MALHREG(NLINH,NCOL,DELXV,DELYU,PPX,PPY,K,XL,YL,MALHA,
!VISNI,DELXVMIN,DELYUMIN)
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
C SUBROTINA PARA CRIAR OS PONTOS ONDE SE LOCALIZAM AS
```

```
C VELOCIDADES U E V E CONDICÕES INICIAIS
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
CALL POSVEL(NLINH,NCOL,U,V)
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
C SUBROTINA COM AS CONDIÇÕES DE CONTORNO EM VELOCIDADE
```

```
C PARA A PLACA PLANA
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
CALL CCONTV(NLINH,NCOL,U,V,Uo)
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
C SUBROTINA PARA CRIAR A MATRIZ PRESSAO
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
CALL PRESSAO(NLINH,NCOL,PPX,PPY,DELYU,DELXV,KDIAG,A,K)
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
C SUBROTINA QUE REALIZA A DECOMPOSICAO DE CHOLESKI DO VETOR A
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
CALL CHOLESKI(A,K,KDIAG)
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
C SUBROTINA PARA CALCULAR OS FLUXOS CONVECTIVOS
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
CALL SOLVE(NLINH,NCOL,U,V,PPX,PPY,DELXV,DELYU,DELT,B,KDIAG,
!K,TT,G,RHO,A,As,P,VISNI,DELXVMIN,DELYUMIN,T,To,XL,Gr,Tref,
!Th,Tc,PRANDTL,ESQUEMA,DELTT,Uo,DIFVEL,DIFTEMP,YL,NITERT,
!TARQOUT,MALHA,REL,FAT)
```

```
C FINAL DA CONTAGEM DO TEMPO DE CPU
```

```
CPU=DTIME(ARRAY)
```

```
WRITE(1,*) ' CPU= ',CPU,' s'
```



```

      SUBROUTINE MALHREG(NLINH,NCOL,DELXV,DELYU,PPX,PPY,K,XL,YL,
      !MALHA,VISNI,DELXVMIN,DELYUMIN)
      CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C      SUBROTINA PARA CRIACAO DA MALHA REGULAR(GERA OS PONTOS
C      DE PRESSAO)

      REAL*8 XL,YL,VISNI,DELXVMIN,DELYUMIN
      REAL*8 DELXV(100,100), DELYU(100,100), PPX(100,100),
      !PPY(100,100)
      INTEGER NLINH,NCOL,MALHA,K,JJ,II

      OPEN(UNIT=3,FILE='malha.dat',STATUS='UNKNOWN')

C      CAVIDADE QUADRADA
      K=NLINH*NCOL

      DO i=2, ncol+1
        DO j=2, nlinh+1
          DELXV(I,J)=0.0
          DELYU(I,J)=0.0
        END DO
      END DO

C      INICIALIZACAO DO VETOR PPX(I,J) E PPY(I,J)

      DO J=1, NLINH+2
        DO I=1, NCOL+2
          PPX(I,J)=0.0
          PPY(I,J)=0.0
          IF(I.EQ.(NCOL+2)) PPX(I,J)=XL
        IF(J.EQ.(NLINH+2)) PPY(I,J)=YL
        END DO
      END DO

      IF(MALHA.EQ.1) CALL MPAR(NLINH,NCOL,PPX,PPY,XL,YL,DELXV,DELYU)
      IF(MALHA.EQ.2) CALL MPGC(NLINH,NCOL,PPX,PPY,XL,YL,DELXV,DELYU)
      IF(MALHA.EQ.3) CALL MPGS(NLINH,NCOL,PPX,PPY,XL,YL,DELXV,DELYU)
C      CALCULO DA AREA DOS NOS DE PRESSAO

      DO J=2, NLINH+1
        DO I= NCOL+1, 2, -1
          IF(I.EQ.2) THEN
            PPX(I,J)=DELXV(I,J)/2.0
          ELSE

```

```
        PPX(I,J)=(DELXV(I-1,J) + DELXV(I,J))/2.0
        DELXV(I,J)=(DELXV(I,J) - DELXV(I-1,J))
    ENDIF
C    WRITE(1,50)  I, J, DELXV(I,J), I,J, PPX(I,J)
    END DO
    END DO

    DO I=2, NCOL+1
    DO J= NLINH+1, 2, -1
        IF(J.EQ.2) THEN
            PPY(I,J)=DELYU(I,J)/2.0
        ELSE
            PPY(I,J)=(DELYU(I,J-1) + DELYU(I,J))/2.0
            DELYU(I,J)=(DELYU(I,J) - DELYU(I,J-1))
        ENDIF
C    WRITE(1,70)  I,J, DELYU(I,J), I,J,PPY(I,J)
    END DO
    END DO

    DO J=1, -NLINH+2
    I=2
    PPY(I-1,J)=PPY(I,J)
    END DO

    DO I=2, NCOL+1
    J=1
    PPX(I,J)= PPX(I,J+1)
    PPX(I,NCOL+2)= PPX(I,NCOL+1)
    END DO

    DO J=2, NLINH+1
    I=NCOL+2
    PPY(I,J)= PPY(I-1,J)
    END DO

C    DESENHAR A MALHA

C    PONTOS DE PRESSAO

    DO I=2, NCOL+1
    DO J=2, NLINH+1
C    WRITE(3,*)  PPX(I,J), PPY(I,J)
    END DO
```

```
END DO
WRITE(3,*) '&'
```

C MALHA DIRECAO X

```
DO I=2, NCOL+1, 2
J=1

WRITE(3,*) PPX(I,J), PPY(I,J)
JJ=NLINH+2
WRITE(3,*) PPX(I,J), PPY(I,JJ)
II=I+1
WRITE(3,*) PPX(II,J), PPY(I,JJ)
WRITE(3,*) PPX(II,J), PPY(II,J)
END DO
WRITE(3,*) '&'
```

C MALHA DIRECAO Y

```
DO J=2, NLINH+1, 2
I=1
WRITE(3,*) PPX(I,J), PPY(I,J)
II=NCOL+2
WRITE(3,*) PPX(II,J), PPY(II,J)
JJ=J+1
WRITE(3,*) PPX(II,JJ), PPY(II,JJ)
WRITE(3,*) PPX(I,JJ), PPY(I,JJ)
END DO
```

C ENCONTRA O MENOR DELXV

```
DELXVMIN=1000.0
DO I=2, NCOL+1
J=2
IF(DELXVMIN.GT.DELXV(I,J)) DELXVMIN=DELXV(I,J)
END DO
```

C ENCONTRA O MENOR DELYU

```
DELYUMIN=1000.0
DO J=2, NLINH+1
I=2
IF(DELYUMIN.GT.DELYU(I,J)) DELYUMIN=DELYU(I,J)
END DO
```

```
50 FORMAT(5X,'DELXV(',I3,',',I3,')=',F15.10,5X,'PPX(',I3,',',I3,
```

```

!')=',F15.10)
70 FORMAT(5X,'DELYU(',I3,',',',I3,')=',F15.10,5X,'PPY(',I3,',',',I3,
!')=',F15.10)

CLOSE(UNIT=3)
RETURN
END
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
SUBROUTINE MPAR(NLINH,NCOL,PPX,PPY,XL,YL,DELXV,DELYU)
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C   CRIA MALHA REGULAR

REAL*8 Ax1,Ay1,X,Y,XL,YL
REAL*8 PPX(100,100), PPY(100,100), DELXV(100,100),
!DELYU(100,100)
INTEGER NLINH,NCOL

C   WRITE(*,*) ' ENTREI EM MPAR'
Ax1=XL/NCOL
Ay1=YL/NLINH
DO J=2,NLINH+1
    Y=Ay1*(J - 1)

    DO I=2,NCOL+1
        X=Ax1*(I - 1)

        DELXV(I,J)=X
        DELYU(I,J)=Y
C   WRITE(1,14) I,J, DELXV(I,J), I,J,DELYU(I,J)
END DO
END DO
14 FORMAT(5X,'DELXV(',I4,',',',I4,')=',F6.4,3X,'DELYU(',I4,',',',
!I4,')=',F6.4)
RETURN
END
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
SUBROUTINE MPGC(NLINH,NCOL,PPX,PPY,XL,YL,DELXV,DELYU)
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C   CRIA MALHA EM P.G. COM E(RAZAO) CONSTANTE

REAL*8 XL,YL,Ax1,Ay1,X,Y,Ex,Ey
REAL*8 PPX(100,100), PPY(100,100), DELXV(100,100),
!DELYU(100,100)
INTEGER NLINH,NCOL

```



```

        ELSE
            LLINH=FLOAT(YLINHI)
        ENDIF
        write(1,*) '      YLINH=',YLINH,'      YLINHI=',YLINHI,
        '      LLINH=',LLINH
        Ax1= (XL/2.0)*(Ex - 1.0)/(Ex**XCOL - 1.0)
        Ay1= (YL/2.0)*(Ey - 1.0)/(Ey**YLINH - 1.0)
        write(1,*) '      Ax1=',Ax1,'      Ay1=',Ay1
        NCOL3=NCOL+3
        NLINH3=NLINH+3
c      write(*,*) '      NCOL3=',NCOL3,'      NLINH3=',NLINH3

        DELXV(NCOL+1,2) =XL
        DELYU(2,NLINH+1)=YL
        write(1,*) '      delxv=',delxv(ncol+1,2)
        write(1,*) '      delyu=',delyu(2,nlinh+1)

        DO I=2, LCOL+1
            J=2
            X= Ax1*(Ex**(I-1) - 1.0)/(Ex - 1.0)
            DELXV(I,J)= X
            Lx= NCOL + 2 - I
            IF(Lx.GT.(LCOL+1)) DELXV(Lx,J)= XL - X
c          write(1,*) i,j,delxv(i,j),'      ',Lx,j,delxv(Lx,j)
        END DO

        DO J=2, NLINH+1
            DO I=2, NCOL+1
                DELXV(I,J)=DELXV(I,2)
c            WRITE(1,*) I,J,DELXV(I,J)
            END DO
        END DO

        DO J=2, LLINH+1
            I=2
            Y= Ay1*(Ey**(J-1) - 1.0)/(Ey - 1.0)
            DELYU(I,J)= Y
            Ly= NLINH + 2 - J
            IF(Ly.GT.(LLINH+1)) DELYU(I,Ly)= YL - Y
c        write(1,*) i,j,delyu(i,j),'      ',i,Ly,delyu(i,Ly)
        END DO

        DO J=2, NLINH+1
            DO I=2, NCOL+1

```

```

      DELYU(I,J)=DELYU(2,J)
C      WRITE(1,*) I,J,DELYU(I,J)
      END DO
      END DO

```

```

      RETURN
      END

```

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

```

```

      SUBROUTINE POSVEL(NLINH,NCOL,U,V)

```

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

```

```

C      SUBROTINA PARA CRIAR OS PONTOS ONDE SE LOCALIZAM
C      AS VELOCIDADES U E V E CONDICÕES INICIAIS

```

```

      REAL*8 U(100,100), V(100,100)
      INTEGER NLINH,NCOL

```

```

      DO J=1, NLINH+2
        DO I=2, NCOL+2

```

```

C      CONDIÇÃO INICIAL PARA U
      U(I,J)=0.0

```

```

        END DO
      END DO

```

```

      DO J=2, NLINH+2
        DO I=1,NCOL+2

```

```

C      CONDIÇÃO INICIAL PARA V
      V(I,J)=0.0

```

```

        END DO
      END DO

```

```

      RETURN
      END

```

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

```

```

      SUBROUTINE CCONTV(NLINH,NCOL,U,V,Uo)

```

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

```

```

C      SUBROTINA COM AS CONDIÇÕES DE CONTORNO EM VELOCIDADE

```

C PARA A CAVIDADE QUADRADA

REAL*8 U(100,100), V(100,100), Uo
INTEGER NLINH,NCOL

C CONDICAO DE CONTORNO NA FACE INFERIOR

C VELOCIDADE U

DO I=2, NCOL+2
J=1
U(I,J)=0.0
END DO

C VELOCIDADE V

DO I=1, NCOL+2
J=2
V(I,J)=0.0
END DO

C CONDICAO DE CONTORNO NA FACE LATERAL ESQUERDA

C VELOCIDADE U

DO J=1, NLINH+2
I=2
U(I,J)=0.0
END DO

C VELOCIDADE V

DO J=2, NLINH+2
I=1
V(I,J)=0.0
END DO

C CONDICAO DE CONTORNO NA FACE LATERAL DIREITA

C VELOCIDADE U

DO J=1, NLINH+2
I=NCOL+2
U(I,J)=0.0
END DO

C VELOCIDADE V

DO J=2, NLINH+2
I=NCOL+2

```

      V(I,J)=0.0
    END DO

```

```

C  CONDICAÇÃO DE CONTOURNO NA FACE SUPERIOR
C  (parede superior movendo-se com  $U_0$ =constante)

```

```

C  VELOCIDADE U
      DO I=2, NCOL+2
        J=NLINH+2
        U(I,J)=Uo
      END DO

```

```

C  VELOCIDADE V
      DO I=1, NCOL+2
        J=NLINH+2
        V(I,J)=0.0
      END DO

```

```

      RETURN
    END

```

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
      SUBROUTINE PRESSAO(NLINH,NCOL,PPX,PPY,DELYU,DELXV,KDIAG,
        !A,K)

```

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C      SUBROTINA PARA CRIAR A MATRIZ PRESSAO

```

```

      REAL*8  AW,AE,AS,AN,SOMA
      REAL*8  A(1000000), PPX(100,100),PPY(100,100),
        !DELXV(100,100),DELYU(100,100)
      INTEGER KDIAG(1000000),M,K,NLINH,NCOL

```

```

C      CRIAÇÃO DO VETOR KDIAG(I)

```

```

      KDIAG(1)= 1
C      WRITE(1,*) '      KDIAG( 1)= 1'
      DO I=2, K
        IF(I.LE.NCOL) THEN
          KDIAG(I)=KDIAG(I-1) + I
        ELSE
          KDIAG(I)=KDIAG(I-1) + (NCOL+1)
        ENDIF
C      WRITE(1,107) I, KDIAG(I)

```

```
END DO
107 FORMAT(5X,'KDIAG(',I3,')=',I4)

DO I=1, KDIAG(K)
  A(I)=0.0
c   write(1,60) I, A(I)
END DO

C   INICIALIZACAO DOS COEFICIENTES DA MATRIZ
  AW=0.0
  AE=0.0
  AS=0.0
  AN=0.0

C   CRIACAO DA MATRIZ PRESSAO
C*****
C   PARA O PONTO INFERIOR ESQUERDO(PONTO 2,2)

  I=2
  J=2
  AE=DELYU(I,J)/(PPX(I+1,J) - PPX(I,J))
  AN=DELXV(I,J)/(PPY(I,J+1) - PPY(I,J))
  SOMA=(AE + AN)
  A(I-1)=SOMA
C*****
C   PARA OS PONTOS NA LINHA DE SIMETRIA

  DO I=3, NCOL
    J=2

    AW=AE
    AE=DELYU(I,J)/(PPX(I+1,J) - PPX(I,J))
    AN=DELXV(I,J)/(PPY(I,J+1) - PPY(I,J))

    A(KDIAG(I-1)-1)= -AW
    SOMA=(AW+AE+AN)
    A(KDIAG(I-1))=SOMA
  END DO

C*****
C   PARA O PONTO NO CANTO INFERIOR DIREITO

  I=NCOL+1
  J=2
```

```
      AW=AE
      AN=DELXV(I,J)/(PPY(I,J+1) - PPY(I,J))

      A(KDIAG(I-1)-1)=-AW
      SOMA=(AW+AN)
      A(KDIAG(I-1))=SOMA

C*****
C   PARA OS PONTOS INTERNOS

      M=NCOL
      DO J=3, NLINH
      DO I=2, NCOL+1
      M=M+1

      AE=DELYU(I,J)/(PPX(I+1,J) - PPX(I,J))
      AW=DELYU(I,J)/(PPX(I,J) - PPX(I-1,J))
      AS=DELXV(I,J)/(PPY(I,J) - PPY(I,J-1))
      AN=DELXV(I,J)/(PPY(I,J+1) - PPY(I,J))

      IF(I.EQ.2)  AW=0.0
      IF(I.EQ.(NCOL+1))  AE=0.0

      A(KDIAG(M)-NCOL)=-AS
      A(KDIAG(M)-1)=-AW
      SOMA= (AE+AW+AS+AN)
      A(KDIAG(M))=SOMA
      END DO
      END DO

C*****
C   PARA O PONTO NO CANTO SUPERIOR ESQUERDO

      M=K-(NCOL-1)
      I=2
      J=NLINH+1

      AE=DELYU(I,J)/(PPX(I+1,J) - PPX(I,J))
      AS=DELXV(I,J)/(PPY(I,J) - PPY(I,J-1))

      A(KDIAG(M)-NCOL)=-AS
      SOMA=(AE+AS)
      A(KDIAG(M))=SOMA
```

C*****

C PARA OS PONTOS NA FRONTEIRA LIVRE SUPERIOR

M=K-(NCOL-1)

DO I=3, NCOL+1

J=NLINH+1

M=M+1

AE=DELYU(I,J)/(PPX(I+1,J) - PPX(I,J))

AW=DELYU(I,J)/(PPX(I,J) - PPX(I-1,J))

AS=DELXV(I,J)/(PPY(I,J) - PPY(I,J-1))

A(KDIAG(M)-NCOL)= -AS

A(KDIAG(M)-1)= -AW

SOMA=(AE+AW+AS)

A(KDIAG(M))=SOMA

END DO

C*****

C PARA O PONTO NO CANTO SUPERIOR DIREITO

M=K -

I=NCOL+1

J=NLINH+1

AW=DELYU(I,J)/(PPX(I,J) - PPX(I-1,J))

AS=DELXV(I,J)/(PPY(I,J) - PPY(I,J-1))

A(KDIAG(M)-NCOL)= -AS

A(KDIAG(M)-1)= -AW

SOMA=(AW+AS)

A(KDIAG(M))=SOMA

C*****

C DO 50 I=1, KDIAG(K)

C WRITE(1,60) I, A(I)

C 50 CONTINUE

C 60 FORMAT(5X,'A(',I5,')=' ,F15.10)

RETURN

END

CC

SUBROUTINE CHOLESKI(A,K,KDIAG)

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
C      REALIZA A DECOMPOSICAO DE CHOLESKI DO VETOR A
```

```
      REAL*8  X
```

```
      REAL*8  A(1000000)
```

```
      INTEGER KDIAG(1000000),K,L,KI,KK,LBAR,KJ,M
```

```
      A(1)= SQRT(A(1))
```

```
      DO 30  I = 2, K
```

```
          KI = KDIAG(I) - I
```

```
          L = KDIAG(I-1) -KI + 1
```

```
          DO 20  J = L,I
```

```
              X = A(KI+J)
```

```
              KJ = KDIAG(J) - J
```

```
              IF(J.EQ.1) GOTO 20
```

```
              LBAR = KDIAG(J-1) - KJ + 1
```

```
              LBAR = IMAxO(L,LBAR)
```

```
              IF(LBAR.EQ.J) GOTO 20
```

```
              M = J - 1
```

```
              DO 10  KK = LBAR, M
```

```
10          X = X - A(KI+KK)*A(KJ+KK)
```

```
20          A(KI+J) = X/A(KJ+J)
```

```
30          A(KI+I)= SQRT(ABS(X))
```

```
C      DO 40 I = 1,KDIAG(K)
```

```
C      write(1,11)  I, A(I)
```

```
C  40  CONTINUE
```

```
11  FORMAT(5X,'A(',I5,')=' ,F15.10)
```

```
      RETURN
```

```
      END
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
      SUBROUTINE SOLVE(NLINH,NCOL,U,V,PPX,PPY,DELXV,DELYU,DELT,B,
```

```
      !KDIAG,K,TT,G,RHO,A,Aw,As,P,VISNI,DELXVMIN,DELYUMIN,T,To,
```

```
      !XL,Gr,Tref,Th,Tc,PRANDTL,ESQUEMA,DELTT,Uo,DIFVEL,DIFTEMP,YL,
```

```
      !NITERT,TARQOUT,MALHA,REL,FAT)
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
C      CALCULA OS FLUXOS CONVECTIVOS
```


C PARA O PONTO NO CANTO INFERIOR DIREITO

 I=NCOL+1

 J=2

 B1(I,J)=(1./DELT)*(DELYU(I,J)*(Aw(I,J)-U(I+1,J))+DELXV(I,J)*
 !(V(I,J)-As(I,J+1)))

C*****

C PARA OS PONTOS NA FACE LATERAL ESQUERDA

 DO J=3, NLINH

 I=2

 B1(I,J)=(1./DELT)*(DELYU(I,J)*(U(I,J)-Aw(I+1,J))+DELXV(I,J)*
 !(As(I,J)-As(I,J+1)))

 END DO

C*****

C PARA OS PONTOS NA FACE LATERAL DIREITA

 DO J=3,NLINH

 I=NCOL+1

 B1(I,J)=(1./DELT)*(DELYU(I,J)*(Aw(I,J)-U(I+1,J))+DELXV(I,J)*
 !(As(I,J)-As(I,J+1)))

 END DO

C*****

C PARA OS PONTOS INTERNOS

 DO J=3, NLINH

 DO I=3, NCOL

 B1(I,J)=(1./DELT)*(DELYU(I,J)*(Aw(I,J)-Aw(I+1,J))+DELXV(I,J)*
 !(As(I,J)-As(I,J+1)))

 END DO

 END DO

C*****

C PARA O PONTO NO CANTO SUPERIOR ESQUERDO

 I=2

 J=NLINH+1

```
B1(I,J)=(1./DELT)*(DELYU(I,J)*(U(I,J)-Aw(I+1,J))+DELXV(I,J)*
!(As(I,J)-V(I,J+1)))
```

[illegible]

C PARA OS PONTOS NA FRONTEIRA LIVRE SUPERIOR

```
DO I=3, NCOL
J=NLINH+1
```

```

      B1(I,J)=(1./DELT)*(DELYU(I,J)*(Aw(I,J)-Aw(I+1,J))+DELXV(I,J)*
      *(As(I,J)-V(I,J+1)))
      END DO

```

[illegible]

C PARA O PONTO NO CANTO SUPERIOR DIREITO

```

I=NCOL+1
J=NLINH+1

```

$$B1(I,J)=(1./DELTA)*(DELYU(I,J)*(AW(I,J)-U(I+1,J))+DELXV(I,J)* \\ (AS(I,J)-V(I,J+1)))$$
[illegible]

```

M=0
DO J=2, NLINEH+1
  DO I=2, NCOL+1
    M=M+1
    B(M)=0.0
    B(M)=B1(I,J)
  END DO
END DO

```

[illegible]

C SUBROTINA QUE CALCULA O VALOR DA PRESSAO($P=p/RHO$)

CC

CALL SPABAC(A,B,KDIAG,K,RHO,NCOL,NLINH,P)

CC

C SUBROTINA QUE CALCULA OS NOVOS VALORES DAS VELOCIDADES U e V

CC

CALL NEWVEL(NLINH,NCOL,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Aw,As,K,G,DELT,P,
U,V,UNEW,VNEW,TT)

[illegible]

```
C      IMPRESSAO DO CAMPO DE VELOCIDADES U
      write(1,*) 'Campo de Velocidades u(i,j)
      DO J=(NLINH+2), 1, -1
      WRITE(1,115) (U(I,J)/ABS(Uo), I=2,(NCOL+2))
      END DO
```

```

C      IMPRESSAO DO CAMPO DE VELOCIDADES V
      write(1,*) ' Campo de velocidades v(i,j)'
      DO J=(NLINH+2), 2, -1
      WRITE(1,115) (V(I,J)/ABS(Uo), I=1,(NCOL+2))
      END DO

C      IMPRESSAO DAS VELOCIDADES U DA COLUNA CENTRAL DA MALHA
      write(1,*) 'Velocidades u(i,j) da coluna central(adimen)'
      DO J= NLINH+2, 1, -1
      II=(NCOL + 4)/2
C      II=NCOL+2
      WRITE(1,160) PPY(II,J)/YL , U(II,J)/ABS(Uo)
      END DO
      WRITE(1,*) '          '

C      IMPRESSAO DAS VELOCIDADES V DA LINHA CENTRAL DA MALHA
      write(1,*) 'Velocidades v(i,j) da linha central(adimen)'
      DO I=1,NCOL+2
      JJ=(NLINH + 4)/2
      WRITE(1,160) PPX(I,JJ)/XL , V(I,JJ)/ABS(Uo)
      END DO
      WRITE(1,*) '          '

C      IMPRESSAO DAS VELOCIDADES U DA COLUNA CENTRAL DA MALHA
C      PARA A CONVECCAO NATURAL
C      WRITE(1,*) ' VELOCIDADE U EM XL/2'
C      DO J= NLINH+2, 1, -1
C      II=(NCOL + 4)/2
C      WRITE(1,160) (2.0*PPY(II,J)/YL-1.0) , U(II,J)/ABS(Uo)
C      END DO

      WRITE(1,*) '          '

C      IMPRESSAO DAS VELOCIDADES V DA LINHA CENTRAL DA MALHA
C      PARA CONVECCAO NATURAL ENTRE PLACAS PLANAS VERTICAIS
C      WRITE(1,*) ' VELOCIDADE V EM YL/2'
C      DO I=1,NCOL+2
C      JJ=(NLINH + 4)/2
C      WRITE(1,160) (2.0*PPX(I,JJ)/XL -1.0), V(I,JJ)
C      END DO

C      IMPRESSAO DAS TEMPERATURAS DA COLUNA CENTRAL DA MALHA

      DO J= NLINH+2, 1, -1

```

```

      II=(NCOL + 4)/2
      WRITE(1,160) PPY(II,J)/YL , T(II,J)
      END DO
      WRITE(1,*) '*****'

```

```

C      DO I=1,NCOL+2
C      JJ=(NLINH + 4)/2
C      WRITE(1,160) (2.0*PPX(I,JJ)/XL -1.0), T(I,JJ)
C      END DO
C      WRITE(1,*) '*****'

```

```

C      BALANCO DE MASSA EM CADA V.C.

```

```

      WRITE(1,*) '          '
      DESB=-1.0E50
      DO J=2, NLINH+1
        DO I=2, NCOL+1
          DESBMASSA(I,J)=(U(I+1,J)-U(I,J))*DELYU(I,J) +
!          (V(I,J+1)-V(I,J))*DELXV(I,J)
          IF(DESB.LT.DESBMASSA(I,J)) THEN
            DESB=DESBMASSA(I,J)
            IMAX=I
            JMAX=J
          ENDIF
        END DO
      END DO

```

```

      do j=2, nlinh+1
      do i=2, ncol+1
        Ee(i,j)=Ee(i,j)*(t(i+1,j)-t(i,j))
        Ew(i,j)=Ew(i,j)*(t(i,j)-t(i-1,j))
        Es(i,j)=Es(i,j)*(t(i,j)-t(i,j-1))
        En(i,j)=En(i,j)*(t(i,j+1)-t(i,j))
      END DO
      END DO

```

```

      desbt=-1.0e50
      do j=2, nlinh+1
      do i=2, ncol+1
        desbtemp(i,j)=(Ee(i,j)-Ew(i,j))*delyu(i,j)+(En(i,j)-
!      Es(i,j))*delxv(i,j)
        IF(DESBt.LT.DESBTEMP(I,J)) THEN
          DESBt=DESBMASSA(I,J)
          IMAX=I

```

```

        JMAX=J
    ENDIF
END DO
END DO

C    IMPRESSAO DO CAMPO DE TEMPERATURAS

DO J=(NLINH+2), 1, -1
WRITE(1,31) (T(I,J), I=1,(NCOL+2))
END DO

OPEN(UNIT=17,FILE=TARQOUT,STATUS='UNKNOWN')
do i=1, ncol+2
do j=1, nlinh+2

write(17,222) ppx(i,j)/XL, ppy(i,j)/YL, T(I,J)

END DO
write(17,44)
END DO

C    OPEN(UNIT=11,FILE=TARQOUT,STATUS='UNKNOWN')

C    do i=1, ncol+2
C    j=1
C    write(11,*) ppx(i,j)
C    END DO
C    do j=1, nlinh+2
C    i=1
C    write(11,*) ppy(i,j)
C    END DO
C
C    DO J=(NLINH+2), 1, -1
C    WRITE(11,31) (T(I,J), I=1,(NCOL+2))
C    END DO

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
CALL NUSSELT(NLINH,NCOL,XL,YL,PPX,PPY,DELXV,DELYU,T,Th,
!Tc)
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

Re=ABS(Uo)*XL/VISNI
Gr=ABS(G/(Tref+273)*(Th-Tc)*XL**3.0)/VISNI**2.0

```



```

WRITE(1,530)      IMAX, JMAX, DESB
WRITE(1,71)       IMAX, JMAX, desbt
WRITE(1,*) '      NCOL=', NCOL, '      NLINH=', NLINH
WRITE(1,*) '      MALHA=', MALHA, '      Uo=', Uo
WRITE(1,*) '      XL=', XL, '      YL=', YL
WRITE(1,*) '      REL=', REL, '      ESQUEMA=', ESQUEMA
WRITE(1,*) '      Re=', Re
WRITE(1,*) '      Gr=', Gr
WRITE(1,*) '      Ri=', Gr/Re**2
WRITE(1,*) '      ITER=', ITER
WRITE(1,*) '      Tfinal=', TT, '      DELT=', DELT
WRITE(1,*) '      DIF=', DIF
WRITE(1,*) '      DELTtemp=', DELTT
WRITE(1,*) '      ERROT=', ERROT
WRITE(1,*) '      ITERT=', ITERT
WRITE(1,*) '      DELTT=', DELTT
WRITE(1,*) '      TEMPOT=', TEMPOT
WRITE(1,*) '      ERROT=', ERROT
WRITE(1,*) '      PRANDTL=', PRANDTL
WRITE(1,*) '      ALPHA=', ALPHA
WRITE(1,*) '      ARQUIVO-TEMPERATURA=', TARQUOT
WRITE(1,*) '      FATOR DE RELAXACAO -->FAT=', FAT

```

```

10 FORMAT(5X,'B1(',I4,',',I4,')=',F15.10)
31 FORMAT(5X,50(1X,F8.4))
44 format(/)
71 format(5x,'DESBT(',i2,',',i2,')=',D15.8)
77 format(3x,4(f15.10,2x))
80 FORMAT(5X,'B(',I4,')=',F15.10)
115 FORMAT(5X,50(1X,F8.4))
135 FORMAT(5X,50(1X,F8.6))
160 FORMAT(5X,F8.4,3X,F10.7)
222 format(5X,3(F8.5,3x))
530 FORMAT(5X,'DESBMASSA(',I3,',',I3,')=',D15.8)

```

RETURN
END

```
C CCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

C SUBROTINAS QUE CALCULAM OS FLUXOS DE ENERGIA Ew E Ee
C NAS INTERFACES DOS VOLUMES DE CONTROLE

```
C CCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
      SUBROUTINE QUICKU(NLINH,NCOL,U,V,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Aw,DELT,
        !VISNI)

```

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

```

```

      REAL*8  DELT,VISNI,Umed,Vmed,CURVA,PHIO,UwO,UwW,VwN,VwS,
      !CONVwO,CONVwW,CONVwN,CONVwS,CONVwU,DIFFwW,DIFFwO,DIFFwS,
      !DIFFwN,DIFFwU,FLUXOwU
      REAL*8  U(100,100), V(100,100), PPX(100,100), PPY(100,100),
      !DELXV(100,100), DELYU(100,100), Aw(100,100)
      INTEGER NLINH, NCOL, I, J, II, JJ

```

```

      DO J=2, NLINH+1
        DO I=2, NCOL+1
          IF(I.EQ.2) THEN
            FLUXwU=0.0
            GOTO 20
          ENDIF

```

```

C      FLUXO CONVECTIVO(w)

```

```

      IF((I.GE.5.AND.I.LE.(NCOL-1)).AND.(J.GE.5.AND.J.LE.(NLINH-1)))
        !

```

```

C      QUICK

```

```

      UwO=(U(I,J) + U(I+1,J))/2.0
      Umed=UwO
      CALL CURUX(I,J,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Umed,CURVA,U,V,PHIO)
      CONVwO=DELYU(I,J)*UwO*PHIO

      UwW=(U(I-1,J) + U(I,J))/2.0
      Umed=UwW
      II=I-1
      CALL CURUX(II,J,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Umed,CURVA,U,V,PHIO)
      CONVwW=DELYU(I,J)*UwW*PHIO

      VwN=(V(I,J+1) + V(I-1,J+1))/2.0
      Vmed=VwN
      CALL CURUY(I,J,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Vmed,CURVA,U,V,PHIO)
      CONVwN=(PPX(I,J)-PPX(I-1,J))*VwN*PHIO

```

```

VwS=(V(I,J) + V(I-1,J))/2.0
Vmed=VwS
JJ=J-1
CALL CURUY(I,JJ,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Vmed,CURVA,U,V,PHIO)
CONVwS=(PPX(I,J)-PPX(I-1,J))*VwS*PHIO

```

```

ELSE

```

```

C   UPWIND

```

```

UwO=(U(I,J) + U(I+1,J))/2.0
CONVwO=DELYU(I,J)*(U(I,J)*DMAX1(UwO,0.)-U(I+1,J)*
!DMAX1(-UwO,0.))

```

```

UwW=(U(I-1,J) + U(I,J))/2.0
CONVwW=DELYU(I,J)*(U(I-1,J)*DMAX1(UwW,0.)-U(I,J)*
!DMAX1(-UwW,0.))

```

```

VwN=(V(I,J+1) + V(I-1,J+1))/2.0
CONVwN=(PPX(I,J)-PPX(I-1,J))*(U(I,J)*DMAX1(VwN,0.)-
!U(I,J+1)*DMAX1(-VwN,0.))

```

```

VwS=(V(I,J) + V(I-1,J))/2.0
CONVwS=(PPX(I,J)-PPX(I-1,J))*(U(I,J-1)*DMAX1(VwS,0.)-
!U(I,J)*DMAX1(-VwS,0.))

```

```

ENDIF

```

```

CONVwU=CONVwO - CONVwW + CONVwN - CONVwS

```

```

C   FLUXO DIFUSIVO(w)

```

```

DIFFwO= -VISNI*((U(I+1,J) - U(I,J))/DELXV(I,J))*DELYU(I,J)

```

```

DIFFwW= -VISNI*((U(I,J) - U(I-1,J))/DELXV(I-1,J))*DELYU(I,J)

```

```

DIFFwN= -VISNI*((U(I,J+1) - U(I,J))/(PPY(I,J+1)-PPY(I,J)))*
!(PPX(I,J) - PPX(I-1,J))

```

```
DIFFwS= -VISNI*((U(I,J) - U(I,J-1))/(PPY(I,J)-PPY(I,J-1)))*
! (PPX(I,J) - PPX(I-1,J))
```

```
DIFFwU=DIFFwO - DIFFwW + DIFFwN - DIFFwS
```

```
FLUXOwU=CONVwU + DIFFwU
```

```
20 Aw(I,J)=- (DELT/((PPX(I,J)-PPX(I-1,J))*DELYU(I,J)))*FLUXOwU +
! U(I,J)
```

```
END DO
```

```
END DO
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
SUBROUTINE QUICKY(NLINH,NCOL,U,V,PPX,PPY,DELXV,DELYU,As,DELT,
! G,VISNI,T,XL,Gr,Tref,Th,Tc)
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
```

```
REAL*8 G,DELT,VISNI,Tref,Gr,XL,Th,Tc,VsO,VsS,UsW,UsE,CONVsO,
! CONVsS,CONVsW,CONVsE,CONVsV,DIFFsO,DIFFsS,DIFFsW,DIFFsE,
! DIFFsV,
! FLUXOsV,Umed,Vmed,CURVA,PHIO,PPYTs,Ts
REAL*8 U(100,100),V(100,100),PPX(100,100),PPY(100,100),
! DELXV(100,100), DELYU(100,100), As(100,100), T(100,100)
INTEGER NLINH, NCOL, I, J, II, JJ
```

```
DO J=2, NLINH+1
  DO I=2, NCOL+1
    IF(J.EQ.2) THEN
      FLUXsV=0.0
      GOTO 20
   ENDIF
```

```
C FLUXO CONVECTIVO(s)
```

```
IF((I.GE.5.AND.I.LE.(NCOL-1)).AND.(J.GE.5.AND.J.LE.(NLINH-1)))
! THEN
```

```
C QUICK
```

```

c      write(1,*) '      iquickv=',i,'      jquickv=',j
      Vs0=(V(I,J+1) + V(I,J))/2.0
      Vmed=Vs0
      CALL CURVY(I,J,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Vmed,CURVA,U,V,PHIO)
      CONVs0=DELXV(I,J)*Vs0*PHIO

      VsS=(V(I,J-1) + V(I,J))/2.0
      Vmed=VsS
      JJ=J-1
      CALL CURVY(I,JJ,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Vmed,CURVA,U,V,PHIO)
      CONVsS=DELXV(I,J)*VsS*PHIO

      UsE=(U(I+1,J) + U(I+1,J-1))/2.0
      Umed=UsE
      CALL CURVX(I,J,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Umed,CURVA,U,V,PHIO)
      CONVsE=(PPY(I,J)-PPY(I,J-1))*UsE*PHIO

      UsW=(U(I,J) + U(I,J-1))/2.0
      Umed=UsW
      II=I-1
      CALL CURVX(II,J,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Umed,CURVA,U,V,PHIO)
      CONVsW=(PPY(I,J)-PPY(I,J-1))*UsW*PHIO

      ELSE

C      UPWIND

c      write(1,*) '      iupv=',i,'      jupv=',j
      Vs0=(V(I,J+1) + V(I,J))/2.0
      CONVs0=DELXV(I,J)*(V(I,J)*DMAX1(Vs0,0.)-V(I,J+1)*
!DMAX1(-Vs0,0.))

      VsS=(V(I,J-1) + V(I,J))/2.0
      CONVsS=DELXV(I,J)*(V(I,J-1)*DMAX1(VsS,0.)-V(I,J)*
!DMAX1(-VsS,0.))

      UsW=(U(I,J) + U(I,J-1))/2.0
      CONVsW=(PPY(I,J)-PPY(I,J-1))*(V(I-1,J)*DMAX1(UsW,0.)-V(I,J)*
!DMAX1(-UsW,0.))

      UsE=(U(I+1,J) + U(I+1,J-1))/2.0
      CONVsE=(PPY(I,J)-PPY(I,J-1))*(V(I,J)*DMAX1(UsE,0.)-V(I+1,J)*
!DMAX1(-UsE,0.))

```



```

SUBROUTINE SPABAC(A,B,KDIAG,K,RHO,NCOL,NLINH,P)
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C      CALCULA O VALOR DA PRESSAO

      REAL*8  X,RHO
      REAL*8  A(1000000), B(50000), P(100,100)
      INTEGER KDIAG(1000000),L,K,K1,KI,I,M,NLINH,NCOL

      B(1)=B(1)/A(1)
      DO 1 I=2, K
        KI=KDIAG(I)-I
        L=KDIAG(I-1)-KI+1
        X=B(I)
        IF(L.EQ.I) GOTO 1
        M=I-1
        DO 2 J=L, M
2          X=X-A(KI+J)*B(J)
1          B(I)=X/A(KI+I)
            DO 3 IT=2, K
              I=K+2-IT
              KI=KDIAG(I)-I
              X=B(I)/A(KI+I)
              B(I)=X
              L=KDIAG(I-1) - KI + 1
              IF(L.EQ.I) GOTO 3
              M=I-1
              DO 4 K1=L, M
4                B(K1)=B(K1)-X*A(KI+K1)
3              CONTINUE
              B(1)=B(1)/A(1)

      M=0
      DO J=2, NLINH+1
        DO I=2, NCOL+1
          M=M+1
          P(I,J)=0.0
          P(I,J)=RHO*B(M)
        END DO
      END DO

      RETURN
      END

```

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
      SUBROUTINE NEWVEL(NLINH,NCOL,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Aw,As,
        !K,G,DELT,P,U,V,UNEW,VNEW,T)

```

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C      CALCULA AS VELOCIDADES NO TEMPO T=To + DELT

```

```

      REAL*8  G,DELT,T
      REAL*8  PPX(100,100), PPY(100,100), DELXV(100,100),
        !DELYU(100,100), Aw(100,100), As(100,100),P(100,100),
        !U(100,100), V(100,100), UNEW(100,100), VNEW(100,100)
      INTEGER NLINH,NCOL,K

```

```

C      NOVAS VELOCIDADES U(I,J)

```

```

      DO J=2, NLINH+1
      DO I=3, NCOL+1
      UNEW(I,J)=0.0
      UNEW(I,J)=(DELT/(PPX(I,J)-PPX(I-1,J)))*(P(I-1,J)-P(I,J))
        !+ Aw(I,J)
      END DO
      END DO

```

```

C      NOVAS VELOCIDADES V(I,J)

```

```

      DO J=3, NLINH+1
      DO I=2, NCOL+1
      VNEW(I,J)=0.0
      VNEW(I,J)=(DELT/(PPY(I,J)-PPY(I,J-1)))*(P(I,J-1)-P(I,J))
        ! + As(I,J)
      END DO
      END DO

```

```

      RETURN
      END

```

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
      SUBROUTINE CONVERG(NLINH,NCOL,UNEW,VNEW,U,V,DELT,DIF,UMAX,
        !VMAX,ITER,NITERT)

```

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C      TESTA A CONVERGENCIA DAS VELOCIDADES

```

```

      REAL*8  DELT,UMAX,VMAX,DIFU,DIFV,ERROU,ERROV,DIF
      REAL*8  UNEW(100,100), VNEW(100,100), U(100,100),V(100,100)

```



```
INTEGER NLINH,NCOL,ITER,NITERT

DIFU=0.0
DIFV=0.0
DIF=0.0

C   CONVERGENCIA PARA A VELOCIDADE U(I,J)

ERROU= -1000.0
DO J=2, NLINH+1
    DO I=3, NCOL+1
        DIFU= ABS((UNEW(I,J) - U(I,J))/DELT)
        IF(ERROU.LT.DIFU) ERROU=DIFU
        U(I,J)=UNEW(I,J)
c       write(1,*) '   u=',u(i,j)
    END DO
END DO

C   CONVERGENCIA PARA A VELOCIDADE V(I,J)

ERROV= -1000.0
DO J=3, NLINH+1
    DO I=2, NCOL+1
        DIFV= ABS((VNEW(I,J) - V(I,J))/DELT)
        IF(ERROV.LT.DIFV) ERROV=DIFV
        V(I,J)=VNEW(I,J)
c       write(1,*) '   v=',v(i,j)
    END DO
END DO

DIF=DMAX1(ERROU,ERROV)

WRITE(*,*) '      DIF =',DIF

C   ENCONTRA A MAIOR VELOCIDADE U

UMAX=-1000.0
DO J=1, NLINH+2
    DO I=2, NCOL+2
        IF(UMAX.LT.ABS(U(I,J))) UMAX=ABS(U(I,J))
    END DO
END DO
c   write(1,*) '      UMAX=',UMAX
C   ENCONTRA A MAIOR VELOCIDADE V
```

```

      VMAX=-1000.0
      DO J=2, NLINH+2
      DO I=1, NCOL+1
      IF(VMAX.LT.ABS(V(I,J))) VMAX=ABS(V(I,J))
      END DO
      END DO
C     write(1,*) '          VMAX=',VMAX
      RETURN
      END

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
      SUBROUTINE DELTIME(NCOL,NLINH,VISNI,UMAX,VMAX,ITER,DELT,
!DELXV,DELYU,TT,DELXVMIN,DELYUMIN,DELTD,FAT)
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

      REAL*8 VISNI,UMAX,VMAX,DELT,DELXVMIN,DELYUMIN,DELTCX,DELTCY,
!DELTC, DELTD, TT, DELXV(100,100), DELYU(100,100),FAT
      INTEGER NLINH,NCOL,ITER

C     CALCULO DO MENOR DELT CONVECTIVO

C     DIRECAO X
      DELTCX= DELXVMIN/(UMAX + 1.0E-10)

C     DIRECAO Y
      DELTCY= DELYUMIN/(VMAX + 1.0E-10)

      DELTC=0.30*DMIN1(DE LTCX,DELTCY)

C     DELTC=1.0/(UMAX/DELXVMIN + VMAX/DELYUMIN)
C*****
C O DELT DIFUSIVO(DELTD) E' CALCULADO NO INICIO DA SUBROT. SOLVE
C
C     DELTD=0.5*(DELXVMIN*DELXVMIN*DELYUMIN*DELYUMIN)/
C     !((DELXVMIN*DELXVMIN + DELYUMIN*DELYUMIN)*VISNI)
C
C*****
C     CALCULO DO NOVO DELT

      DELT=FAT*DMIN1(DELTD,DELTC)

      RETURN
```



```

      CALL FLUXEq(NLINH,NCOL,U,V,DELXV,DELYU,FLUXOT,ALPHA,T,PPX,PPY,
      !Ew,Ee,Es,En,NITERT)
      ELSE
      CALL FLUXEq(NLINH,NCOL,U,V,DELXV,DELYU,FLUXOT,ALPHA,T,PPX,PPY,
      !Ew,Ee,Es,En)
      ENDIF
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
      ERROT=0.0
      DO I=2, NCOL + 1
        DO J=2, NLINH + 1

C    CALCULO DA NOVA TEMPERATURA

          TNEW(I,J)=-DELTT*FLUXOT(I,J)/(DELXV(I,J)*DELYU(I,J))+T(I,J)

C    DIFERENCA DAS TEMPERATURAS EM CADA VOLUME DE CONTROLE

          DIFT= ABS(TNEW(I,J) - T(I,J))/DELTT
          IF(ERROT.LT.DIFT)  ERROT=DIFT
          T(I,J)=TNEW(I,J)

        END DO
      END DO

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C    SUBROTINA COM AS CONDICÕES DE CONTORNO PARA A TEMPERATURA
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
      CALL CCON1ENER(NLINH,NCOL,T,To,Th,Tc)

      write(*,*) '                                ERROT=',ERROT
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

C      DO J=(NLINH+2), 1, -1
C      WRITE(1,30) (T(I,J), I=1,(NCOL+2))
C      END DO
C      write(1,*) '          '
C      END DO

*****
C      write(1,*) '          ITER=',ITER
C      IMPRESSAO DO CAMPO DE TEMPERATURAS

C      DO J=(NLINH+2), 1, -1

```



```

!T(I,J+1)*DMAX1(-Vn,0.))
  IF(J.EQ.(NLINH+1))  CONVn=DELXV(I,J)*T(I,J+1)*Vn

  Vs=V(I,J)
  CONVs=DELXV(I,J)*(T(I,J-1)*DMAX1(Vs,0.) -
!T(I,J)*DMAX1(-Vs,0.))
  IF(J.EQ.2)  CONVs=DELXV(I,J)*T(I,J-1)*Vs

  CONVT=CONVe - CONVw + CONVn -CONVs

```

C FLUXO DIFUSIVO

```

  DIFFe= -ALPHA*(T(I+1,J)-T(I,J))/(PPX(I+1,J)-PPX(I,J))*
!DELYU(I,J)

  DIFFw= -ALPHA*(T(I,J)-T(I-1,J))/(PPX(I,J)-PPX(I-1,J))*
!DELYU(I,J)

  DIFFn= -ALPHA*(T(I,J+1)-T(I,J))/(PPY(I,J+1)-PPY(I,J))*
!DELXV(I,J)

  DIFFs= -ALPHA*(T(I,J)-T(I,J-1))/(PPY(I,J)-PPY(I,J-1))*
!DELXV(I,J)

  DIFFT=DIFFe - DIFFw + DIFFn - DIFFs

```

```

  Ee(I,J)= CONVe + DIFFe
  Ew(I,J)= CONVw + DIFFw
  En(I,J)= CONVn + DIFFn
  Es(I,J)= CONVs + DIFFs

```

C FLUXO ENERGETICO TOTAL

```

  FLUXOT(I,J)= CONVT + DIFFT

  END DO
  END DO

  RETURN
  END

```



```

      Vs=V(I,J)
      Vmed=Vs
      JJ=J - 1
      CALL CURTY(I,JJ,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Vmed,CURVA,U,V,T,PHIO)
      CONVs=DELXV(I,J)*Vs*PHIO

      ELSE

C   ESQUEMA UPWIND

C   FLUXO CONVECTIVO

      Ue=U(I+1,J)
      CONVe=DELYU(I,J)*(T(I,J)*DMAX1(Ue,0.) - T(I+1,J)*
!DMAX1(-Ue,0.))
      IF(I.EQ.(NCOL+1)) CONVe=DELYU(I,J)*T(I+1,J)*Ue

      Uw=U(I,J)
      CONVw=DELYU(I,J)*(T(I-1,J)*DMAX1(Uw,0.) - T(I,J)*
!DMAX1(-Uw,0.))
      IF(I.EQ.2) CONVw=DELYU(I,J)*T(I-1,J)*Uw

      Vn=V(I,J+1)
      CONVn=DELXV(I,J)*(T(I,J)*DMAX1(Vn,0.) - T(I,J+1)*
!DMAX1(-Vn,0.))
      IF(J.EQ.(NLINH+1)) CONVn=DELXV(I,J)*T(I,J+1)*Vn

      Vs=V(I,J)
      CONVs=DELXV(I,J)*(T(I,J-1)*DMAX1(Vs,0.) - T(I,J)*
!DMAX1(-Vs,0.))
      IF(J.EQ.2) CONVs=DELXV(I,J)*T(I,J-1)*Vs

      ENDIF

      CONVT=CONVe - CONVw + CONVn - CONVs

C   FLUXO DIFUSIVO

      DIFFe= -ALPHA*(T(I+1,J)-T(I,J))/(PPX(I+1,J)-PPX(I,J))*
!DELYU(I,J)

      DIFFw= -ALPHA*(T(I,J)-T(I-1,J))/(PPX(I,J)-PPX(I-1,J))*

```


DEL YU(I,J)


```
CURVA=((U(IP+1,J)-U(IP,J))/DELXV(IP,J) - (U(IP,J)-U(IP-1,J))/
! DELXV(IP-1,J))/(PPX(IP,J)-PPX(IP-1,J))

C CURVA= U(IP+1,J) - 2.0*U(IP,J) + U(IP-1,J)

PHIO=(U(I+1,J)+U(I,J))/2.0-(CURVA*DELXV(I,J)*DELXV(I,J))/8.0
C PHIO=(U(I+1,J)+U(I,J))/2.0 - CURVA/8.0

C write(1,*) 'ip=',ip,' CURVAUX=',CURVA, umed
RETURN
END

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
SUBROUTINE CURUY(I,J,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Vmed,CURVA,U,V,PHIO)
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

REAL*8 Vmed,CURVA,PHIO
REAL*8 PPX(100,100), PPY(100,100), DELXV(100,100),
! DELYU(100,100),U(100,100), V(100,100)
INTEGER I,J,JP

IF(Vmed.GE.0.0) THEN
    JP=J
ELSE
    JP=J+1
ENDIF

CURVA=((U(I,JP+1)-U(I,JP))/(PPY(I,JP+1)-PPY(I,JP)) -
! (U(I,JP)-U(I,JP-1))/(PPY(I,JP)-PPY(I,JP-1)))/DELYU(I,JP)

C CURVA= U(I,JP+1) - 2.0*U(I,JP) + U(I,JP-1)

PHIO=(U(I,J+1)+U(I,J))/2.-(CURVA*(PPY(I,J+1)-PPY(I,J))*2.)/8.

C PHIO=(U(I,J+1)+U(I,J))/2.0 - CURVA/8.0

C write(1,*) 'jp=',jp,' CURVAUY=',CURVA, vmed
RETURN
END
```

[illegible]

```

SUBROUTINE CURVX(I,J,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Umed,CURVA,U,V,PHIO)
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
REAL*8 Umed,CURVA,PHIO
REAL*8 PPX(100,100),PPY(100,100),DELXV(100,100),DELYU(100,100),
!U(100,100), V(100,100)
INTEGER I,J,IP

IF(Umed.GE.0.0) THEN
    IP=I
ELSE
    IP=I+1
ENDIF

CURVA=((V(IP+1,J)-V(IP,J))/(PPX(IP+1,J)-PPX(IP,J)) -
! (V(IP,J)-V(IP-1,J))/(PPX(IP,J)-PPX(IP-1,J)))/DELXV(IP,J)

c    CURVA= V(IP+1,J) - 2.0*V(IP,J) + V(IP-1,J)

PHIO=(V(I,J)+V(I+1,J))/2.-(CURVA*(PPX(I+1,J)-PPX(I,J))*2.)/8.

c    PHIO=(V(I,J)+V(I+1,J))/2.0 - CURVA/8.0
C    write(1,*) 'ip=',ip,'    CURVAVX=',CURVA, umed

RETURN
END

```

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
SUBROUTINE CURVY(I,J,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Vmed,CURVA,U,V,PHIO)
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

REAL*8 Vmed,CURVA,PHIO
REAL*8 PPX(100,100),PPY(100,100),DELXV(100,100),DELYU(100,100),
!U(100,100), V(100,100)
INTEGER I,J,JP

IF(Vmed.GE.0.0) THEN
    JP=J
ELSE
    JP=J+1
ENDIF

CURVA=((V(I,JP+1)-V(I,JP))/DELYU(I,JP) -
! (V(I,JP)-V(I,JP-1))/DELYU(I,JP-1))/(PPY(I,JP)-PPY(I,JP-1))

```

```

C      CURVA= V(I,JP+1) - 2.0*V(I,JP) + V(I,JP-1)

      PHI0=(V(I,J+1)+V(I,J))/2.-(CURVA*DELYU(I,J)*DELYU(I,J))/8.

C      PHI0=(V(I,J+1)+V(I,J))/2.0 - CURVA/8.0

C      write(1,*) 'jp=',jp,'      CURVAVY=',CURVA, vmed
      RETURN
      END

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C      SUBROTINAS QUE CALCULAM OS FLUXOS DE MASSA Ew E Ee
C      NAS INTERFACES DOS VOLUMES DE CONTROLE
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
      SUBROUTINE FLUXw(NLINH,NCOL,U,V,PPX,PPY,DELXV,DELYU,Aw,DELT,
!VISNI)
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

      REAL*8 DELT,VISNI
      REAL*8 U(100,100), V(100,100), PPX(100,100), PPY(100,100),
!DELXV(100,100), DELYU(100,100), Aw(100,100)

      DO J=2, NLINH+1
        DO I=2, NCOL+1
          IF(I.EQ.2) THEN
            FLUXwU=0.0
            GOTO 20
          ENDIF
        C      FLUXO CONVECTIVO(w)

        Uw0=(U(I,J) + U(I+1,J))/2.0
        CONVw0=DELYU(I,J)*(U(I,J)*DMAX1(Uw0,0.)-U(I+1,J)*
!DMAX1(-Uw0,0.))

        UwW=(U(I-1,J) + U(I,J))/2.0
        CONVwW=DELYU(I,J)*(U(I-1,J)*DMAX1(UwW,0.)-U(I,J)*
!DMAX1(-UwW,0.))

        VwN=(V(I,J+1) + V(I-1,J+1))/2.0

```

```

CONVwN=(PPX(I,J)-PPX(I-1,J))*(U(I,J)*DMAX1(VwN,0.)-
!U(I,J+1)*DMAX1(-VwN,0.))

```

```

VwS=(V(I,J) + V(I-1,J))/2.0
CONVwS=(PPX(I,J)-PPX(I-1,J))*(U(I,J-1)*DMAX1(VwS,0.)-
!U(I,J)*DMAX1(-VwS,0.))

```

```

CONVwU=CONVwO - CONVwW + CONVwN - CONVwS

```

c FLUXO DIFUSIVO(w)

```

DIFFwO= -VISNI*((U(I+1,J) - U(I,J))/DELXV(I,J))*DELYU(I,J)

```

```

DIFFwW= -VISNI*((U(I,J)-U(I-1,J))/DELXV(I-1,J))*DELYU(I,J)

```

```

DIFFwN= -VISNI*((U(I,J+1) - U(I,J))/(PPY(I,J+1)-PPY(I,J)))*
!(PPX(I,J) - PPX(I-1,J))

```

```

DIFFwS= -VISNI*((U(I,J) - U(I,J-1))/(PPY(I,J)-PPY(I,J-1)))*
!(PPX(I,J) - PPX(I-1,J))

```

```

DIFFwU=DIFFwO - DIFFwW + DIFFwN - DIFFwS

```

```

FLUXOwU=CONVwU + DIFFwU

```

```

20 Aw(I,J)=-(DELT/((PPX(I,J)-PPX(I-1,J))*DELYU(I,J)))*FLUXOwU +
! U(I,J)

```

```

END DO

```

```

END DO

```

```

RETURN

```

```

END

```

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
SUBROUTINE FLUXs(NLINH,NCOL,U,V,PPX,PPY,DELXV,DELYU,As,DELT,
!G,VISNI,T,XL,Gr,Tref,Th,Tc)
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

```

```

REAL*8 G,DELT,VISNI,Tref,Gr,XL,Th,Tc,Ts,PPYTs
REAL*8 U(100,100),V(100,100),PPX(100,100),PPY(100,100),

```

```
DELXV(100,100), DELYU(100,100), As(100,100), T(100,100)
```

```
DO J=2, NLINH+1
  DO I=2, NCOL+1
    IF(J.EQ.2) THEN
      FLUXsV=0.0
      GOTO 20
    ENDIF
```

C FLUXO CONVECTIVO(s)

```
VsO=(V(I,J+1) + V(I,J))/2.0
CONVsO=DELXV(I,J)*(V(I,J)*DMAX1(VsO,0.)-V(I,J+1)*
!DMAX1(-VsO,0.))

VsS=(V(I,J-1) + V(I,J))/2.0
CONVsS=DELXV(I,J)*(V(I,J-1)*DMAX1(VsS,0.)-V(I,J)*
!DMAX1(-VsS,0.))

UsW=(U(I,J) + U(I,J-1))/2.0
CONVsW=(PPY(I,J)-PPY(I,J-1))*(V(I-1,J)*DMAX1(UsW,0.)-V(I,J)*
!DMAX1(-UsW,0.))

UsE=(U(I+1,J) + U(I+1,J-1))/2.0
CONVsE=(PPY(I,J)-PPY(I,J-1))*(V(I,J)*DMAX1(UsE,0.)-V(I+1,J)*
!DMAX1(-UsE,0.))

CONVsV=CONVsO - CONVsS + CONVsE - CONVsW
```

C FLUXO DIFUSIVO(s)

```
DIFFsO=-VISNI*((V(I,J+1) - V(I,J))/DELYU(I,J))*DELXV(I,J)

DIFFsS=-VISNI*((V(I,J) - V(I,J-1))/DELYU(I,J-1))*DELXV(I,J)

DIFFsW=-VISNI*((V(I,J) - V(I-1,J))/(PPX(I,J)-PPX(I-1,J)))*
!(PPY(I,J) - PPY(I,J-1))

DIFFsE=-VISNI*((V(I+1,J) - V(I,J))/(PPX(I+1,J)-PPX(I,J)))*
!(PPY(I,J) - PPY(I,J-1))

DIFFsV=DIFFsO - DIFFsS + DIFFsE - DIFFsW
```



```
WRITE(1,20) PPY(I,J)/YL, Nu

      IF(Nu.LT.Numin) THEN
        Numin=Nu
        Ymin=PPY(I,J)/YL
      ENDIF

      IF(Nu.GT.Numax) THEN
        Numax=Nu
        Ymax=PPY(I,J)/YL
      ENDIF

END DO

WRITE(1,30) Ymax, Numax
WRITE(1,40) Ymin, Numin

C   CALCULO DO VALOR DO Nu MEDIO

Numed=0.0

DO J=2, NLINH+1
  I=1

  Numed= Numed + XL*(T(I,J) - T(I+1,J))*DELYU(I+1,J)/
!      (YL*(Th - Tc)*(PPX(I+1,J) - PPX(I,J)))

END DO

WRITE(1,50) Numed

20 FORMAT(5X,'Y=',F10.6,3X,'Nu=',F10.6)
30 FORMAT(/,5X,'Ymax=',F10.6,3X,'Numax=',F10.6)
40 FORMAT(/,5X,'Ymin=',F10.6,3X,'Numin=',F10.6)
50 FORMAT(/,5X,'Numed=',F10.6)

RETURN
END

C   ARQUIVO DE ENTRADA COM OS DADOS(dados.dat)

&ENTRADA
RHO=1.00
```

```
G=9.81
DELT=1.0e-5
NCOL=30
NLINH=30
MALHA= 1
Re=1000.0
Ra=1.0E7
REL=1.0
Tref=20.0
Th= 1.0
Tc= 0.0
PRANDTL=1.0
Uo= 0.00
ESQUEMA=2
DELTT=1.0e-5
ARQ='v7-30.dat'
LINHACORR='17-30.dat'
TARQOUT='t7-30.dat'
XL=0.10
YL=0.10
VISNI=1.00
DIFVEL=0.001
DIFTEMP=0.001
To=10.0
FAT=0.03
&END
```