ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR EDUARDO BALSTER
MARTINS E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 22/08/1997

Carlos Altemani
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Estudo Numérico e Experimental do Resfriamento Conjugado de Cavidades Complexas

Autor : Eduardo Balster Martins

Orientador: Carlos Alberto C. Altemani

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA**

Estudo Numérico e Experimental do Resfriamento Conjugado de Cavidades Complexas

Autor : Eduardo Balster Martins

Orientador: Carlos Alberto C. Altemani

Carvalho

Curso: Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Térmica e Fluidos

Tese de Doutorado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Campinas, 1997

S.P. - Brasil

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	
	T/UNICAMP
	M.366e
V.	Ex.
TUMBO BC/	32222
PROC.	284.97
C	☐
D	☒
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	25/11/97
N.º CPD	

CM-00103867-0

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M366e Martins, Eduardo Balster
 Estudo numérico e experimental do resfriamento
 conjugado de cavidades complexas / Eduardo Balster
 Martins.--Campinas, SP: [s.n.], 1997.

 Orientador: Carlos Alberto C. Altemani.
 Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,
 Faculdade de Engenharia Mecânica.

 1. Calor - Convecção natural. 2. Radiação.
 3. Calor - Condução. I. Altemani, Carlos Alberto C. II.
 Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
 Engenharia Mecânica. III. Título.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA**

Tese de Doutorado

**Estudo Numérico e Experimental do Resfriamento
Conjugado de Cavidades Complexas**

Autor : **Eduardo Balster Martins**

Orientador: **Carlos Alberto Carrasco Altemani**

**Prof. Dr. Carlos Alberto Carrasco Altemani , Presidente
FEM-UNICAMP**

**Prof. Dr. Luis Fernando Alzugar Azevedo
PUC-RJ**

**Prof. Dr. Eitaro Yamane
Escola Politécnica-USP**

**Prof. Dr. Leonardo Goldstein Junior
FEM-UNICAMP**

**Prof. Dr. Jorge Isaias Llagostera Beltrán
FEM-UNICAMP**

Campinas, 22 de agosto de 1997

Sumário

1	Introdução.....	1
2	Revisão Bibliográfica.....	7
2.1	Introdução.....	7
2.2	Revisão.....	7
2.3	Conclusão.....	18
3	Análise Experimental.....	21
3.1	Introdução.....	21
3.2	Descrição da cavidade.....	23
3.3	Placas aquecedoras.....	24
3.3.1	Suspensão das placas aquecedoras no interior da cavidade.....	26
3.4	A caixa isolante.....	28
3.5	Instrumentação.....	28
3.5.1	Termopares.....	28
3.5.2	A alimentação das placas.....	32
3.5.3	Medidas das tensões elétricas.....	33
3.6	O local de instalação do aparato experimental.....	34
3.7	Procedimento de operação do aparato experimental.....	34

3.8	Redução das medidas experimentais.....	35
3.8.1	Introdução.....	35
3.8.2	Temperaturas.....	36
3.8.3	Taxa de dissipação ôhmica.....	36
3.8.4	Número de Rayleigh.....	37
3.8.5	Condutância.....	39
3.9	Análise de incertezas.....	39
4	Modelagem Teórica.....	41
4.1	Introdução.....	41
4.2	A cavidade simulada.....	41
4.3	O modelo matemático.....	44
4.3.1	As equações governantes.....	44
4.3.2	As condições de contorno.....	47
4.3.3	A adimensionalização das equações governantes e de suas condições de contorno.....	48
4.4	O esquema numérico.....	53
4.4.1	O domínio computacional.....	53
4.4.2	O método de cálculo.....	54
4.4.3	O tratamento das condições de contorno.....	55
4.4.4	O tratamento da radiação.....	58
4.4.5	A grade de discretização.....	64
5	Resultados e Discussões.....	66
5.1	Introdução.....	66
5.2	Resultados preliminares.....	67
5.2.1	Verificação da validade das simplificações subjacentes à introdução de transporte radiante num esquema de cálculo baseado em método	

de volumes finitos.....	67
5.2.2 Verificação do algoritmo numérico.....	71
5.2.3 Estudo da grade para a cavidade.....	72
5.2.4 Verificação da validade da aproximação de Boussinesq para os casos estudados.....	75
5.2.5 Critério de convergência.....	76
5.3 Resultados para as configurações com uma placa aquecedora.....	76
5.4 Resultados para a configuração com duas placas aquecedoras.....	92
5.5 Resultados de simulações com exclusão do transporte de energia radiante.....	108
5.6 Análise de sensibilidade com relação à emissividade das superfícies.....	112
6 Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros.....	113
6.1 Conclusões.....	113
6.2 Sugestões para futuros trabalhos.....	114
Lista Bibliográfica.....	115
Apêndice A: Cálculo dos Fatores de Forma.....	119
I Introdução.....	119
II Descrição do programa.....	120
Apêndice B : Medida da Emitância Global Hemisférica do Recobrimento das Placas Aquecedoras e Paredes Internas da cavidade.....	131
I Descrição do procedimento.....	131
II Resultados.....	133
Apêndice C : Redução de Dados e Análise de Incertezas.....	132

I	Perdas de calor através dos termopares.....	132
II	Trocas de calor entre a placa aquecida e o restante da fiação a ela conectada.....	134
III	Análise de incertezas.....	140

Lista de Tabelas

5.1 Resultados para θ_i quando $\gamma=1,1$; $K^*=1,0$ e $\varepsilon=0,9$	69
5.2 Resultados para θ_i quando $N_R=10$, $K^*=1,0$ e $\varepsilon=0,9$	70
5.3 Resultados para θ_i quando $N_R=10$, $\gamma=1,1$; e $\varepsilon=0,9$	70
5.4 Resultados para K , obtidos com três malhas distintas. Configuração com uma placa, $Ra=1,36 \times 10^5$	73
5.5 Temperatura da placa e condutância da cavidade para a configuração com uma placa aquecedora.....	77
5.6 Temperaturas em três pontos de uma das paredes laterais e em três pontos da parede inferior.....	78
5.7 Frações de contribuição dos três modos de transferência de calor no resfriamento da placa e da cavidade.....	79
5.8 Origem do calor que atravessa as paredes laterais e inferior da cavidade para a configuração com uma placa aquecedora.....	81
5.9 Temperaturas das placas e condutâncias associadas a cada placa.....	92
5.10 Temperaturas em três pontos numa das paredes verticais e em três pontos na parede inferior, para a configuração com duas placas aquecedoras.....	94
5.11 Frações de contribuição dos três modos de transferência de calor no resfriamento da placa e da cavidade, na configuração na configuração com duas placas.....	95
5.12 Origem do calor que atravessa as paredes laterais e inferior,	

para a configuração com duas placas aquecedoras.....	96
5.13 Taxa total adimensionalizada de recirculação de massa.....	100
B.1 Resultados para ϵ em oito ensaios.....	133
B.2 Valores de emitância global hemisférica para tintas pretas (Touloukian e Ho, 1972).....	134
C.1 Trocas de calor entre a placa aquecida e sua fiação externa.....	139
C.2 Incertezas nos valores das grandezas físicas utilizadas no cálculo de $\dot{Q}_{ohm}$	140
C.3 Incertezas nos valores das grandezas físicas utilizadas no cálculo de Ra	145
C.4 Incertezas nos valores das grandezas físicas utilizadas no cálculo da condutância global adimensionalizada.....	146

Lista de Figuras

3.1	Aparato Experimental.....	21
3.2	Corte transversal da caixa isolante e da cavidade.....	22
3.3	Perspectiva da cavidade sem uma das paredes laterais.....	23
3.4	Fotografias das duas partes de uma das placas aquecedoras.....	25
3.5	Procedimento de suspensão da placa.....	26
3.6	Fotografias da cavidade com as placas instaladas.....	27
3.7	Caixa isolante.....	28
3.8	Junção de termopar a ser soldada e equipamento de solda.....	29
3.9	Disposição dos termopares na primeira placa.....	30
3.10	Disposição dos termopares instalados nas paredes da cavidade.....	31
3.11	Conexão entre uma das placas e sua fonte de alimentação.....	33
3.12	Caixa de conectores.....	33
3.13	Shunt para medida da corrente elétrica na placa aquecedora.....	34
4.1a	Corte transversal da cavidade experimental.....	42
4.1b	Corte transversal da cavidade analisada.....	43
4.2	O domínio de cálculo para duas placas aquecidas.....	54
4.3	Domínio de cálculo utilizado na obtenção dos fatores de forma condutivos.....	56
4.4	Volume de controle situado na parede lateral e que faz fronteira com o isolamento.....	57

4.5	Volume de controle situado na região sólida e que faz fronteira com o fluido...	58
4.6	Esquema para o método de discretização simples com projeção de sombra.....	63
4.7	Divisão do domínio de cálculo em regiões para a construção da grade.....	65
5.1	Problema teste unidimensional.....	68
5.2	Problema teste bidimensional.....	71
5.3	Distribuição de volumes de controle nas malhas utilizadas para as duas configurações da cavidade.....	74
5.4	Resultados de simulações para K e T_Q	81
5.5	Perdas de calor da placa aquecedora.....	82
5.6	Perdas de calor da cavidade.....	82
5.7	Número de Nusselt médio para a placa aquecedora.....	84
5.8	Linhas de corrente e isothermas para $Ra=8,4 \times 10^2$	88
5.9	Linhas de corrente e isothermas para $Ra=1,0 \times 10^4$	89
5.10	Linhas de corrente e isothermas para $Ra=1,0 \times 10^5$	90
5.11	Linhas de corrente e isothermas para $Ra=9,3 \times 10^5$	91
5.12	Resultados de simulação para K e T_Q , configuração com duas placas.....	97
5.13	Perdas de calor da placa aquecedora, configuração com duas placas.....	97
5.14	Perdas de calor da cavidade, configuração com duas placas.....	98
5.15	Linhas de controle para dois valores de Ra.....	99
5.16	Número de Nusselt médio para as duas placas aquecedoras.....	101
5.17	Linhas de corrente e isothermas para $Ra=1,0 \times 10^3$	102
5.18	Linhas de corrente e isothermas para $Ra=1,1 \times 10^4$	103
5.19	Linhas de corrente e isothermas para $Ra=5,6 \times 10^4$	104
5.20	Linhas de corrente e isothermas para $Ra=6,0 \times 10^5$	105
5.21	Linhas de corrente e isothermas para $Ra=1,3 \times 10^6$	106
5.22	Linhas de corrente e isothermas para $Ra=2,6 \times 10^6$	107

5.23 Resultados de simulação para K e T_Q , para $\varepsilon=0.89$ e $\varepsilon=0.0$, configuração com uma placa.....	109
5.24 Perdas de calor da cavidade para $\varepsilon=0.0$. Configuração com uma placa.....	110
5.25 Resultados de simulação para K e T_Q , para $\varepsilon=0.89$ e $\varepsilon=0.0$. Configuração com duas placas.....	110
5.26 Perdas de calor da cavidade para $\varepsilon=0.0$, configuração com duas placas.....	111
A.1 Cavidades exemplo.....	120
A.2 Atribuição de valores para LVIS (I).....	125
A.3 Atribuição de valores para LOBS (I).....	126
A.4 Determinação da parte da face de obstrução lança sombra sobre a face de projeção.....	127
A.5 Determinação dos limites das sombras.....	128
A.6 Método das cordas cruzadas para uma cavidade longa.....	129
B.1 Fotografia da placa aquecedora suspensa verticalmente no laboratório.....	132

Nomenclatura

Letras Latinas

A - área	[m ²]
a - altura da placa	[m]
C - coeficiente global de transferência de calor	[W/°C]
c - calor específico	[J/kg°C]
F - fator de forma	
g - aceleração da gravidade	[m/s ²]
H - irradiação	[W/m ²]
H* - irradiação adimensionalizada	[H/(q'/a)]
h - dimensão característica da malha de discretização	
J - radiosidade	[W/m ²]
J* - radiosidade adimensionalizada	[J/(q'/a)]
K - condutância térmica global adimensionalizada	
k - condutividade térmica	[W/mK]
l - comprimento da placa aquecida	[m]
Nu - número de Nusselt	[((Q _{conv} a)/A _Q ΔT _{k_f})]}
p - pressão	[N/m ²]
P - pressão adimensionalizada	[(p-p _h)/(ρu ₀ ²)]
Pr - número de Prandtl	[ν/α]
Q̇ - taxa de dissipação ôhmica na placa	[W]
q' - taxa de dissipação ôhmica por unidade	

de profundidade da cavidade	[W/m]
q'' -fluxo de calor	[W/m ²]
R - constante do gás	[J/kgK]
R - resistência elétrica, na expressão (3.4)	[Ω]
R - resultado experimental como função de n valores medidos, na expressão (3.15)	
Ra- número de Rayleigh modificado	$[(g\beta q'a^3)/(\alpha\nu)]$
Ra _T -número de Rayleigh baseado na diferença de temperatura entre a placa aquecida e a tampa resfriada	$[(g\beta\Delta Ta^3)/(\alpha\nu)]$
R ₁ ,R ₂ - parâmetros de radiação, definidos pelas expressões (4.22) e (4.23)	
S - termo fonte por unidade de volume	[W/m ³]
S - constante de calibração do shunt, na expressão (3.40)	[A/V]
T - temperatura	[K]
U - tensão, nas expressões (3.1), (3.2), (3.4)	[V]
U - velocidade adimensionalizada na direção x	[u/u ₀]
u - velocidade na direção x	[m/s]
u ₀ - velocidade de referência	$[(g\beta q'a)/k_f]^{1/2}$
V - velocidade adimensionalizada na direção y	[v/u ₀]
v - velocidade na direção x	[m/s]
x,y-coordenadas cartesianas	[m]
x - valor medido de uma grandeza física, na expressão (3.15)	

Letras gregas

α - difusividade térmica	[m ² /s]
---------------------------------	---------------------

β - coeficiente de expansão térmica	[1/K]
ϵ - emissividade	
μ - viscosidade dinâmica	[kg/m.s]
ν - viscosidade cinemática	[m ² /s]
ρ - densidade	[kg/m ³]
σ - constante de Stefan-Boltzmann	[W/m ² K ⁴]
θ - temperatura adimensionalizada	[(T - T _i)/k _q ']
ψ - função corrente adimensionalizada, definida pela expressão (5.12)	

Subscritos

a - ambiente
atm - atmosférica
cond -condução
ext - externa (resistência), na expressão (3.4)
f - fluido
fa - fonte de alimentação
h - hidrostática
int -interface
m - movimento
p - pressão constante
Q - placa aquecida
rad -radiação
ref -termopar de referência
s - sólido
sh - shunt
t - tampa resfriada
tp - termopar

0 - estado de referência. a não ser em u_0 , velocidade de referência

1 - placa 1

2 - placa 2

Superescritos

* - adimensional

Siglas

ISF - interface sólido-fluido

Agradecimento

Ao professor Carlos Altemani, pela orientação paciente, segura e sábia e pelo apoio nos momentos difíceis.

Dedicatória

Dedico este trabalho a Yma.

Resumo

Martins, Eduardo Balster, “ *Estudo Numérico e Experimental do Resfriamento Conjugado de Cavidades Complexas* ”, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1997. 147 p., Tese de Doutorado.

Uma investigação do resfriamento conjugado de placas aquecidas suspensas numa cavidade preenchida com ar foi realizada. Duas configurações da cavidade em estudo foram consideradas. Numa delas havia uma única placa, suspensa verticalmente, em posição central, no interior da cavidade. Na outra configuração havia duas placas idênticas suspensas em posições simétricas com relação ao plano médio vertical da cavidade. As paredes laterais e inferior da cavidade eram de material isolante. A parede superior era uma placa isotérmica de material condutor. Um aparato experimental foi construído e a condutância térmica global entre cada placa e o ar ambiente fora da cavidade foi obtida sob condições de regime permanente. O número de Rayleigh da cavidade encontrava-se dentro da faixa de regime laminar para todos os ensaios realizados. Os resultados experimentais foram comparados com os resultados de simulações bidimensionais. Os mecanismos conjugados de condução, convecção e radiação térmica foram incluídos no modelo de análise térmica da cavidade. A solução das equações de conservação foram obtidas numericamente por meio de uma combinação de um método de volumes finitos com o método das radiosidades. Os efeitos de sombreamento provocados pela presença das placas no interior da cavidade foram levados em consideração. Das simulações realizadas foram obtidas as condutâncias térmicas globais para as placas, as frações de contribuição de cada modo de transferência de calor no resfriamento de cada placa e da cavidade e as temperaturas no interior da cavidade.

Palavras chave: Cavidade, Condução, Convecção Natural, Radiação.

Abstract

Martins, Eduardo Balster, "*Estudo Numérico e Experimental do Resfriamento Conjugado de Cavidades Complexas*", Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1997.147 p., tese de Doutorado.

An investigation of the conjugate heat transfer from heated plates suspended in an air filled enclosure was performed. Two distinct configurations for the enclosure were considered. In the first, there was only one heated plate inside the enclosure, suspended in the central position. In the other configuration, there were two heated plates suspended inside the enclosure. They were symmetrically located with respect to the enclosure's vertical midplane. The side and the bottom walls of the enclosure were insulated, but the top wall was a conductive isothermal plate. An experimental apparatus was built and the global thermal conductance from the heated plates to the ambient air outside the enclosure was obtained under steady state conditions. The Rayleigh number inside the enclosure was within the laminar range. The experimental results were compared with those of a two-dimensional simulation. The conjugate mechanisms of conduction, convection and thermal radiation were included in the model for the thermal analysis of the enclosure. The solution of the conservation equations was obtained numerically via a combination of the finite volumes and the radiosities methods. The blockage effect of the heated plate to thermal radiation inside the enclosure was taken into account. From this simulation, the global thermal conductance of the heated plate, the distribution of the heat transfer among the three mechanisms, as well as values of the temperature inside the enclosure were obtained.

Key Words: Cavity, Conduction, Convection, Natural Convection, Radiation.

Capítulo 1

Introdução

Os fenômenos de transporte que ocorrem em cavidades, gerados por gradientes de densidade no fluido que as preenchem, têm sido objeto de pesquisa nas últimas quatro décadas. Tal interesse vem da necessidade científica ou tecnológica de se conhecer o comportamento de inúmeros sistemas desse tipo, em diversas áreas. Esses sistemas, entre muitos outros, incluem isolamentos, coletores solares, sistemas de reatores nucleares, espaços internos de edifícios (tanto no que diz respeito ao conforto térmico como à prevenção de propagação de incêndios), reservatórios, vários equipamentos industriais, sistemas geofísicos.

Uma área onde estudos desse gênero tem se multiplicado nos últimos anos é a de controle térmico de equipamentos eletrônicos. A tendência desses equipamentos tem sido no sentido da compactação física e do aumento da potência elétrica dissipada em seu interior. Isto, aliado às exigências crescentes de confiabilidade, tornou a análise térmica uma etapa crítica no projeto de equipamentos eletrônicos.

Os níveis de temperatura absoluta encontrados comumente em equipamentos eletrônicos são relativamente reduzidos. Apesar disto, alguns trabalhos, indicados no capítulo 2, têm mostrado que o transporte radiante pode desempenhar um papel importante no resfriamento desse tipo de equipamento. A introdução da radiação na simulação térmica de equipamentos eletrônicos implica, porém, em consideráveis dificuldades. Essas dificuldades advêm do caráter integral da troca de energia por radiação e são tanto maiores quanto mais complexa for a geometria do sistema.

Os objetivos do presente trabalho foram:

- a) Implementar um esquema de cálculo numérico para a simulação térmica de cavidades, onde o transporte de energia por radiação fosse incluído. Esse esquema de cálculo deveria poder tratar efeitos de sombreamento.
- b) Construir e ensaiar em laboratório uma cavidade, no interior da qual houvesse elementos aquecedores e onde ocorressem efeitos de sombreamento. Confrontar os resultados dos ensaios experimentais com os resultados obtidos a partir do esquema de cálculo implementado.
- c) Verificar a importância do transporte de energia por radiação no resfriamento da cavidade estudada, frente aos outros modos de transferência de calor.

Uma característica extremamente importante num esquema de cálculo como o indicado no item a) é a versatilidade. Em outras palavras, é desejável que esse esquema tenha a habilidade de tratar sistemas de geometrias variadas, sem a necessidade de reformulações, ou de cálculos laboriosos, para a obtenção de dados de entrada, sempre que um novo sistema for estudado.

Equipamentos eletrônicos em geral constituem-se de invólucros, no interior dos quais existe um conjunto de componentes sólidos. Em alguns desses corpos sólidos ocorre dissipação de energia elétrica. O espaço entre esses componentes é, em geral, preenchido por um fluido. Esse conjunto, invariavelmente, interage termicamente com o ambiente circundante.

Uma das tarefas do projetista térmico, quando trata desse tipo de equipamento, é encontrar a distribuição de temperatura do sistema em determinadas condições de funcionamento. A informação que geralmente esse projetista tem em mãos diz respeito a taxas de dissipação de energia elétrica nos vários componentes.

A obtenção do campo de temperatura do sistema depende de se considerarem os vários processos de transferência de calor através dos quais a energia dissipada em seu interior é transportada para o ambiente. A princípio, os três modos de transferência de calor devem ser considerados. Sendo assim, o sistema em estudo deverá incluir as paredes do invólucro e os corpos em seu interior. O sistema se constituirá, portanto, de sub sistemas fluidos e sub sistemas sólidos.

As equações de conservação da massa, da energia e da quantidade de movimento devem ser resolvidas para os subsistemas fluidos. A equação da energia deve ser resolvida para os subsistemas sólidos. As equações da energia para os diferentes subsistemas estão acopladas por meio de balanços de energia nas interfaces sólido-fluido. Se o transporte radiante for levado em consideração, o que a princípio não deve ser descartado, esses balanços de energia apresentarão caráter integral. Mesmo para sistemas simples, tal conjunto de equações apresenta dificuldades formidáveis.

O método de volumes finitos descrito por Patankar (1980), para a resolução numérica de equações de conservação, permite que sistemas como os referidos acima possam ser tratados com relativa facilidade. Um único conjunto de equações pode ser resolvido para todo o sistema. Para isto, basta que se atribuam valores bastante altos para os coeficientes dos termos difusivos nas equações do movimento, para os pontos da grade situados nas regiões sólidas do sistema. E que se atribuam valores compatíveis com as condutividades térmicas de cada região, para o coeficiente do termo difusivo na equação da energia. Os fluxos de calor nas interfaces entre meios distintos podem ser obtidos de forma realista por meio da chamada prática da média harmônica.

Patankar (1980) não explicita a introdução da troca radiante em seu esquema de cálculo. Não obstante, um esquema de cálculo baseado em volumes finitos permite que a troca de energia radiante seja incluída na equação da energia com relativa facilidade. Basta que se incluam nos balanços de energia dos volumes de controle situados nas regiões sólidas, e que fazem fronteira com a região fluida, os fluxos líquidos de energia radiante nas interfaces sólido-fluido destes volumes de controle. Estes fluxos líquidos de radiação podem ser aproximados, a cada iteração do processo de resolução das equações, por meio do método das radiosidades. Para que isto seja feito, porém, é necessário o conhecimento prévio dos fatores de forma entre todas as zonas de superfície em que ficam divididas as interfaces sólido-fluido pela grade de discretização das equações de conservação.

Neste trabalho, o transporte radiante foi incluído no esquema de cálculo de Patankar (1980), da forma indicada acima. O programa de cálculo foi preparado de tal

forma que invólucros bidimensionais retangulares, contendo objetos sólidos também retangulares em seu interior, pudessem ser simulados termicamente, sem a necessidade de modificações trabalhosas no programa a cada nova configuração a ser estudada. Um programa a parte foi desenvolvido para o cálculo dos fatores de forma. Com este programa é possível calcular os fatores de forma entre zonas de superfície de uma cavidade bidimensional retangular, com um número qualquer de objetos em seu interior. Estes objetos devem ter secção retangular, ou formada pela união de retângulos, e devem ter suas faces paralelas a faces da cavidade. Os objetos podem estar colocados em qualquer posição no interior da cavidade, inclusive encostados nas paredes. Cavidades bidimensionais com secção formada pela união de retângulos também podem ser tratadas por esse programa de cálculo de fatores de forma. Os efeitos de sombreamento foram tratados pelo método da discretização simples com projeção de sombra (Muraoka, 1986). Como dados de entrada para este programa, deve ser fornecido um conjunto relativamente reduzido de informações sobre a grade de discretização e sobre as posições das faces dos corpos e das paredes da cavidade. Os fatores de forma calculados são fornecidos ao programa de simulação térmica.

A fim de testar o esquema de cálculo implementado, alguns testes foram feitos. O primeiro consistiu em comparar o resultado exato de um problema unidimensional, envolvendo transporte conjugado de calor por radiação e condução, com o resultado obtido por um método de volumes finitos semelhante ao descrito acima. Com este teste foi possível verificar a validade das hipóteses simplificadoras subjacentes à introdução do transporte radiante num esquema de cálculo baseado em volumes finitos.

Um segundo teste foi realizado para verificar a consistência do esquema de cálculo descrito brevemente acima. O esquema de cálculo foi utilizado para resolver o problema apresentado por Kim e Viskanta (1984). Tratava-se de uma cavidade bidimensional quadrada, com paredes de condutividade finita, preenchida com ar. As faces externas das paredes horizontais eram consideradas adiabáticas e as faces externas das paredes verticais, isotérmicas. A troca de energia por radiação entre as faces internas das paredes era considerada.

Finalmente, um terceiro teste consistiu em comparar resultados obtidos em laboratório para uma cavidade real, com os resultados de simulações de uma cavidade bidimensional com características quase idênticas a da cavidade real, a não ser, é claro, pela assumida bidimensionalidade.

A cavidade construída em laboratório tem paredes laterais e inferior de isopor compacto. A parede superior é de alumínio. As paredes das extremidades foram feitas de acrílico. No interior da cavidade foram suspensas uma ou duas placas aquecedoras de alumínio, quase idênticas. As placas eram aquecidas por fios resistores revestidos de teflon, embutidos nas placas e alimentados por corrente elétrica contínua. Termopares foram embutidos nas placas. Outros termopares foram colocados junto às faces internas de uma das paredes laterais e da parede inferior. Outros termopares, ainda, foram colocados junto à face externa da tampa de alumínio. As faces internas das paredes da cavidade, exceto as das extremidades, e as faces das placas aquecedoras foram recobertas com tinta preta fosca. A cavidade foi acondicionada numa caixa de isopor, preenchida com pequenas esferas de isopor comum, de tal forma que apenas a sua tampa superior ficasse diretamente exposta ao ambiente. Com as medidas das tensões nos termopares e com as medidas das tensões e correntes nos fios aquecedores das placas, foram calculados um número de Rayleigh e uma condutância global adimensionalizada, para vários ensaios realizados.

A medida da temperatura da tampa da cavidade, a medida da temperatura ambiente, as medidas de tensões e correntes nas placas aquecedoras e os parâmetros físicos e geométricos da cavidade serviram como dados de entrada para o programa de simulação. Oito ensaios foram realizados, com diferentes níveis de potência dissipada, para uma configuração da cavidade em que havia apenas uma placa suspensa em seu interior. Sete outros ensaios foram realizados com duas placas no interior da cavidade. Os resultados experimentais destes quinze ensaios foram comparados com os resultados obtidos de simulações numéricas.

A partir dos campos de temperatura obtidos das simulações dos quinze casos citados, foram calculadas as frações de contribuição da convecção e da radiação no

resfriamento das placas. Foram calculadas também as frações de contribuição da convecção, da condução e da radiação no resfriamento da cavidade como um todo. Da observação destes resultados foi possível avaliar a importância do transporte radiante no resfriamento da placa e da cavidade como um todo.

A fim de se obterem resultados para uma faixa de Rayleigh mais ampla do que aquelas dos ensaios experimentais, dois outros conjuntos de simulações foram realizados. Nestas simulações adotou-se, arbitrariamente, a temperatura de 25°C para a tampa de alumínio e para o ambiente. Onze simulações foram realizadas para a configuração com uma placa aquecedora e outras onze para a configuração com duas placas. Os resultados destes dois conjuntos de simulações foram comparados com os obtidos para as mesmas potências dissipadas nas placas, porém adotando-se valor nulo para a emissividade de todas as superfícies internas da cavidade.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Introdução

Não será feita aqui uma revisão extensiva dos estudos de processos de transporte em cavidades. Várias revisões que cobrem diversas épocas e áreas são conhecidas (Ostrach, 1972 e 1988; Catton, 1978). Aqui serão enfocados trabalhos diretamente relacionados com o tema central desta tese, ou seja, estudos de processos conjugados de transferência de calor em cavidades. Será dada atenção aos trabalhos que incluem a radiação entre esses processos.

2.2 Revisão

Segundo Larson e Viskanta (1976), todos os trabalhos sobre convecção natural em cavidades, realizados até então, estabeleciam condições de contorno nas faces internas do invólucro que define a cavidade. Estas condições de contorno eram, invariavelmente, de temperatura especificada e/ou de parede adiabática. Esse tipo de condição de contorno é em geral difícil de ser obtida experimentalmente. Cavidades reais interagem com o ambiente, de forma que as condições de contorno devem ser estabelecidas nas faces externas de seu invólucro. Além disto, em muitas situações práticas, particularmente no caso de circuitos eletrônicos acondicionados em invólucros, a principal informação que o projetista térmico tem em mãos diz respeito a taxas de

geração de calor, e não a respeito da distribuição de temperatura de alguma superfície interna do sistema.

Larson e Viskanta, em seu trabalho de 1976, estudaram numericamente um sistema bidimensional que consistia numa cavidade retangular e seu invólucro de condutividade finita. O objetivo do estudo era determinar a resposta desse sistema ao surgimento de uma fonte de alta temperatura numa das faces internas do invólucro. A motivação do estudo era iluminar aspectos dos processos de propagação de incêndios em edifícios. As faces externas das paredes horizontais eram consideradas adiabáticas. As faces externas das paredes verticais trocavam calor com o ambiente por convecção. A troca de energia por radiação entre as faces internas do invólucro foi considerada. O fluido que preenchia a cavidade foi assumido não participante.

As equações do movimento e da energia foram resolvidas no tempo para o subdomínio fluido do sistema. As condições de contorno da equação da energia, neste subdomínio, ficavam definidas pelo estabelecimento de uma alta temperatura na face interna de uma das paredes e por um balanço entre a radiação, a convecção e a condução no sólido para as outras paredes. A equação da condução foi resolvida no tempo para o conjunto das quatro paredes. Nas faces externas não adiabáticas, a condição de contorno ficava estabelecida por um coeficiente convectivo e a temperatura ambiente. A equação da energia para o fluido e a equação da condução na parede estavam acopladas pelo balanço entre radiação, convecção e condução nas interfaces sólido-fluido que não tinham temperatura especificada.

As equações foram discretizadas por meio de diferenças finitas e resolvidas no tempo. Inicialmente as temperaturas no fluido eram avançadas um passo no tempo. Para isto resolvia-se a equação da energia para o fluido, usando como condição de contorno as temperaturas recentemente obtidas para as faces internas das paredes. Numa segunda etapa, o campo de velocidades era avançado um passo no tempo, utilizando-se a distribuição de temperatura no fluido recentemente obtida. Os fluxos líquidos de energia radiante nas paredes eram então calculados. Neste cálculo era feito uso do método das radiosidades. Em seguida, os fluxos convectivos nas paredes eram calculados a partir da distribuição de temperatura no fluido. Estes dois fluxos eram então introduzidos no balanço de energia na interface sólido-fluido. Este balanço servia de condição de

contorno para a equação da condução no sólido. A resolução desta equação atualizava a distribuição de temperatura nas interfaces sólido-fluido e assim, podia-se partir para um novo passo no tempo.

Dentro do contexto do presente trabalho, as conclusões de Larson e Viskanta, a respeito do comportamento da cavidade por eles estudada, não são relevantes e não serão reportadas aqui. As diferenças de temperatura nessa cavidade eram típicas de um processo de início de incêndio num edifício. Tais diferenças de temperatura são muito maiores que as encontradas em equipamentos eletrônicos. A importância de seu trabalho no contexto dessa revisão está relacionada com a estratégia utilizada na introdução do transporte radiante e da condução na simulação do sistema em estudo.

Carpenter et al. (1976) realizaram uma investigação da interação entre o transporte de calor por radiação e por convecção natural num canal formado por duas placas planas verticais. Foram obtidos resultados para duas condições de aquecimento nas paredes. Na primeira, os fluxos de calor impostos eram uniformes e iguais nas duas paredes (aquecimento simétrico). Na segunda, um fluxo de calor uniforme era imposto em uma das paredes e a outra era considerada adiabática (aquecimento assimétrico).

As equações do movimento e da energia eram resolvidas para o fluido no interior do canal. A condição de contorno térmica nas paredes ficava estabelecida por um balanço na superfície que envolvia o fluxo de calor imposto, a radiação e a convecção. O problema foi resolvido para condições comumente encontradas em equipamentos eletrônicos.

Quando a radiação não é incluída nesse tipo de problema, as suas equações podem ser resolvidas por um processo de marcha iterativo, tratando o problema como um falso problema de valor inicial. Quando a radiação é introduzida, o processo de marcha não pode ser utilizado da mesma forma. Os fluxos de radiação nas paredes, numa certa posição ao longo do canal, dependem da troca de energia entre estes pontos e pontos adjacentes com temperatura desconhecida. Para contornar esta dificuldade, Carpenter introduziu um ciclo iterativo interno no processo de cálculo que tinha como ponto de partida a distribuição de temperatura obtida para o caso sem radiação.

Para o caso de aquecimento simétrico, observou-se que as perdas de calor por radiação pelas aberturas do canal tornavam-se mais importantes com o aumento do número de Rayleigh e/ou o aumento da largura do canal. Isso implicava num decréscimo da temperatura máxima nas paredes. Um outro efeito da inclusão da radiação nesses casos foi uma mudança na localização do ponto de temperatura máxima. Quando só a convecção era considerada, o máximo de temperatura ocorria na saída do canal. Quando a radiação era incluída, este ponto deslocava-se em direção ao meio do canal.

Para o caso de aquecimento assimétrico, a radiação era responsável pela transferência de calor da placa com aquecimento imposto para a placa oposta, reduzindo o fluxo convectivo na primeira e aumentando-o na outra. O resultado era uma significativa redução na temperatura máxima da placa onde ocorre dissipação elétrica, efeito este tanto mais acentuado quanto maior o número de Rayleigh.

O trabalho de Carpenter tem o mérito de ter sido o primeiro onde se constatou que o transporte de energia por radiação pode não ser desprezível frente à convecção natural, mesmo para níveis de temperatura absoluta reduzidos como os encontrados em equipamentos eletrônicos.

Sparrow et al. (1980) realizaram um estudo numérico da interação entre a radiação e a convecção natural num canal entre placas verticais, bidimensional. A diferença entre este canal e o analisado por Carpenter residia nas condições térmicas estabelecidas nas paredes do canal. Neste, uma das placas era isotérmica e a outra adiabática. Quando a radiação era incluída, as duas paredes eram consideradas negras.

As equações do movimento e da energia foram resolvidas por um processo de marcha, tratando o problema como um falso problema de valor inicial. A inclusão da radiação neste caso não traz grandes dificuldades para o procedimento de cálculo, em vista da temperatura absoluta de uma das placas ser especificada. Os resultados mostraram que o efeito da radiação é aproximar a temperatura da placa adiabática da temperatura da placa isotérmica, aumentando a taxa de calor que é transferida por convecção para o ar que flui pelo canal.

Esse efeito mostrou-se tanto mais pronunciado quanto maior era o número de Grashof baseado na largura do canal. Para Grashof entre 10^4 e 10^5 , razões de aspecto

maiores que 10 e para valores dos parâmetros de radiação compatíveis com os níveis de temperatura absoluta encontrados usualmente em equipamentos eletrônicos. o aumento da troca convectiva devido à radiação variava de 50% a 75%.

Kim e Viskanta (1984) estudaram numericamente os efeitos sobre a convecção natural da inclusão da condução na parede e da troca de calor por radiação entre as faces internas das paredes, numa cavidade bidimensional quadrada. As faces externas das paredes verticais eram isotérmicas. As faces externas das paredes horizontais eram consideradas adiabáticas.

As equações do movimento e da energia foram resolvidas para o fluido. A equação da condução foi resolvida para as paredes. O procedimento de cálculo foi basicamente o mesmo utilizado por Larson e Viskanta (1976). Várias simulações foram realizadas a fim de se verificar os efeitos da variação dos parâmetros físicos e geométricos na taxa de transferência de calor através da cavidade e seu invólucro, nos números de Nusselt locais e global, na distribuição de temperatura e nas porcentagens de contribuição de cada modo de transferência de calor para a transferência global. Os resultados mostraram que a radiação desempenha um papel significativo no processo de transferência de calor, em praticamente todos os casos analisados em que a emissividade era moderada ou alta.

Moutsoglou e Wong (1989) reexaminaram o problema analisado por Carpenter et al. (1976). Trata-se do estudo da interação entre a radiação e a convecção num canal bidimensional entre duas paredes verticais. As mesmas condições térmicas adotadas por Carpenter para as paredes foram assumidas. A utilização de uma temperatura adimensionalizada baseada na própria temperatura absoluta local e não na diferença entre a temperatura local e a temperatura ambiente, como fizera Carpenter, tornou o processo de resolução das equações de conservação mais simples. Esta modificação tornou mais fácil também a interpretação dos resultados. As conclusões de Moutsoglou e Wong corroboram aquelas de Carpenter. Um resultado adicional diz respeito aos efeitos da colocação de um escudo de emissividade unitária no plano médio do canal, no caso de aquecimento uniforme e igual nas duas paredes. Foi observado que a troca de energia por radiação entre as paredes e o escudo induz uma redução na temperatura das paredes.

Behnia et al. (1990) apresentaram resultados de simulações numéricas para uma cavidade bidimensional quadrada, limitada verticalmente por uma parede quente isotérmica e uma parede de vidro com temperatura não especificada. Horizontalmente a cavidade era limitada por paredes adiabáticas. A parede fria foi considerada suficientemente fina para que diferenças de temperatura através dela, devidas à condução, fossem desprezadas. Esta parede trocava energia por radiação e/ou convecção com o exterior. A troca de energia por radiação entre as faces internas das paredes foi considerada. Parte da energia radiante que incidia sobre as faces interna e externa da parede de vidro a atravessava. O equacionamento previa a possibilidade da cavidade ser inclinada de ângulos inferiores a 30° com a vertical. Previa ainda a possibilidade de incidência de radiação solar sobre a face externa da parede de vidro. Os resultados apresentados, entretanto, não consideraram nem a inclinação da cavidade, nem a incidência de radiação solar.

As equações do movimento e da energia foram resolvidas para o fluido. As condições de contorno térmicas nas paredes eram estabelecidas por balanços de energia, onde os fluxos de energia radiante eram considerados. Esses fluxos foram obtidos, a cada iteração do processo de resolução das equações de conservação, pelo método das radiosidades, utilizando-se a distribuição de temperatura obtida na iteração anterior. As equações de conservação foram discretizadas por diferenças centrais.

Foram realizadas simulações para uma faixa de Rayleigh (baseada na diferença de temperatura entre a parede quente e o ambiente externo) entre 10^4 e 3×10^5 . A fim de acessar os efeitos da radiação e da convecção externa, para cada número de Rayleigh considerado, foram feitas três simulações distintas. Numa delas tanto a radiação como a convecção externa eram consideradas; na outra, apenas a radiação era incluída e na terceira, apenas a convecção externa era levada em consideração. Para cada caso simulado, um novo número de Rayleigh era calculado, *a posteriori*. Este número de Rayleigh era baseado na diferença entre a temperatura da parede quente e a temperatura média calculada para a parede fria. Este número pode ser considerado o número de Rayleigh efetivo da cavidade.

Finalmente, os resultados obtidos de cada simulação foram comparados com os resultados da simulação de uma cavidade com a mesma geometria, com paredes laterais isotérmicas, com o mesmo número de Rayleigh efetivo e sem a inclusão da radiação. Essas comparações mostraram que a convecção externa atuava no sentido de reduzir a intensidade da recirculação no interior da cavidade. A radiação atuava no sentido de intensificá-la. A radiação e a convecção externa quando consideradas conjuntamente também atuavam no sentido de intensificar essa recirculação. Quando a radiação e/ou a convecção externa eram incluídas, ocorria uma alteração significativa na distribuição de Nusselt local na parede quente. Quando a radiação era considerada, com ou sem inclusão de convecção externa, o Nusselt médio na parede quente era fortemente reduzido. A radiação era o modo predominante de retirada de calor da parede quente para toda a faixa de Rayleigh considerada. Estes resultados vieram mostrar que a utilização das correlações amplamente conhecidas para a cavidade com paredes isotérmicas, em sistemas como o descrito, pode levar a graves erros nos valores das taxas locais e globais de transferência de calor.

Smith et al. (1991) realizaram um estudo numérico do resfriamento de parte de um equipamento eletrônico onde a convecção natural, a condução e a radiação foram consideradas. Este equipamento consistia de um conjunto de placas de circuito impresso montadas verticalmente num chassis. Em cada placa havia nove componentes eletrônicos: três circuitos integrados, três bancos de resistores e três transistores instalados alternadamente sobre ela. A parte estudada consistia das três placas instaladas numa das extremidades do equipamento. Assim, as três placas e parte das paredes do equipamento formavam três cavidades contíguas. O plano médio da placa mais afastada da extremidade do equipamento definia um dos limites do sistema em estudo. No equacionamento do sistema foi considerada a distribuição espacial de geração de calor no interior de cada componente e a condução anisotrópica na placa de circuito impresso. O sistema foi assumido bidimensional.

Um único conjunto de equações de conservação foi resolvido numericamente para todo o sistema, utilizando-se um método de volumes finitos. Estas equações não foram adimensionalizadas. A troca de calor por radiação entre as superfícies dos componentes,

das placas e das paredes foi incluída nos balanços de energia dos volumes de controle, utilizando-se dois modelos distintos para a radiação. No primeiro, a troca de radiação era considerada ocorrer apenas na direção normal às placas. No segundo modelo, as trocas entre todas as faces, levando-se em conta os efeitos de sombreamento, foram consideradas. O fluxo líquido de radiação em cada zona de superfície considerada no modelo bidimensional foi calculado pelo método das radiosidades. Para isto adotou-se para a temperatura de cada zona de superfície a média das temperaturas obtidas na última iteração para os pontos nodais localizados nesta zona de superfície. Este fluxo foi distribuído entre os volumes de controle que tinham faces localizadas sobre a zona de superfície em questão.

Foi realizado um estudo paramétrico, a fim de se determinar a influência sobre a distribuição de temperatura, da variação das condutividades dos componentes, das placas e das guias de fixação das placas; da variação das emitâncias dos componentes e das paredes do equipamento; do modelo de radiação e da inclusão ou não da convecção e/ou da radiação. Os resultados mostraram que a condução era o modo mais importante de transferência de calor nesse equipamento. A resistência térmica das guias de fixação das placas tinha uma influência marcante sobre a temperatura dos componentes e das placas.

Verificou-se também que a convecção tem participação quase nula no resfriamento desse equipamento em particular, mesmo quando a radiação não é considerada. Por outro lado, a exclusão da radiação influi de forma sensível sobre a temperatura máxima dos componentes. Esses resultados são particularmente importantes, segundo os autores, visto que em muitos estudos de resfriamento de circuitos eletrônicos a condução e a radiação não são consideradas.

Zhao et al. (1992) realizaram uma investigação numérica e experimental dos processos de transferência de calor de três cilindros aquecidos eletricamente, colocados paralelamente e igualmente espaçados no fundo de um recipiente de secção transversal retangular. A investigação tinha o objetivo de simular o comportamento térmico de cabos de potência acondicionados em dutos de secção transversal retangular. As equações de conservação foram resolvidas na forma bidimensional para o fluido confinado no recipiente. A condição de contorno térmica na superfície de cada cilindro

foi obtida considerando-se que a energia elétrica dissipada no interior do cilindro era retirada por radiação e convecção. Na face interna de cada parede do recipiente a condição de contorno térmica foi estabelecida por um balanço entre a radiação, a convecção e o calor trocado entre esta face e o ambiente. No cálculo desta última parcela foi considerado haver entre a face interna de cada parede e o ambiente, duas resistências térmicas, uma condutiva e outra convectiva. A resistência convectiva foi obtida a partir de correlações para convecção natural para placas verticais e placas horizontais obtidas da literatura. Os fluxos de energia radiante sobre a superfície de cada cilindro e sobre a face interna de cada parede foi obtido pelo método das radiosidades. Esses fluxos foram considerados uniformes sobre cada superfície e foram calculados a cada etapa do processo iterativo de resolução das equações de conservação, a partir dos valores obtidos na iteração anterior para as temperaturas médias dessas superfícies.

Os resultados mostraram que a inclusão da radiação implica em temperaturas sensivelmente inferiores para todas as superfícies e também para o fluido.

Groh e Kassemi (1993) realizaram uma investigação numérica e experimental do efeito da radiação na estabilidade convectiva de uma cavidade cilíndrica com a parede inferior resfriada e a parede superior aquecida. Dois casos foram considerados. No primeiro, a parede lateral trocava calor com o ambiente por convecção e radiação. No segundo, esta parede era isolada. As equações do movimento e da energia foram resolvidas para o fluido. A equação da condução foi resolvida para a parede lateral. As condições de contorno térmicas nas faces internas da cavidade eram de temperatura especificada nas paredes superior e inferior e dadas por um balanço entre radiação, convecção e condução no sólido para a parede vertical. Na face externa da parede lateral a condição térmica era dada por um balanço entre a condução no sólido e a troca convectiva e radiante entre esta face e o exterior, para o primeiro caso. No segundo caso, esta condição era de fluxo de calor nulo. As equações foram resolvidas numericamente por elementos finitos. Foi feito uso de um software comercial. Os autores não apresentaram detalhes sobre o procedimento numérico.

O interesse deste trabalho está relacionado com equipamentos onde é feito crescimento de cristais a partir de vapor. A ocorrência de correntes de convecção nesses

equipamentos provoca a não uniformidade no crescimento do cristal e conseqüente redução de sua qualidade. A utilização de cavidades aquecidas superiormente no crescimento de cristais se deve ao fato de que o aquecimento superior trabalha no sentido de estratificar o fluido. Os resultados do trabalho de Groh e Kassemi mostram que para os dois casos analisados a radiação tem um efeito desestabilizante sobre o fluido, devido à modificação do perfil de temperatura na parede lateral.

Balaji e Venkateshan (1994) estudaram numericamente uma cavidade retangular bidimensional com paredes verticais isotérmicas e paredes horizontais adiabáticas. Várias razões de aspecto entre 2 e 20 foram consideradas. O número de Rayleigh foi feito variar entre 10^3 e 10^6 . A relação entre as temperaturas das paredes isotérmicas variou entre 0,6 a 0,9. As equações do movimento e da energia foram resolvidas sem se considerar o efeito da troca radiante sobre a distribuição de temperatura nas paredes adiabáticas. Segundo os autores, para cavidades do tipo estudado, com alta razão de aspecto, a transferência convectiva de calor é praticamente insensível à distribuição de temperatura nas paredes horizontais. Os fluxos líquidos de energia radiante nas paredes foram calculados pelo método das radiosidades, utilizando-se a distribuição de temperatura nas paredes obtida da resolução do problema convectivo.

Foi apresentada uma correlação para um número de Nusselt radiante. Esta correlação envolve a emissividade das paredes laterais (considerada a mesma para ambas), a relação entre as temperaturas absolutas das paredes laterais e a razão de aspecto. Os autores recomendam a utilização desta correlação no lugar da fórmula para as placas paralelas infinitas, largamente utilizadas, segundo eles, em cálculos para este tipo de cavidade.

Balaji e Venkateshan (1995) realizaram um estudo numérico de uma cavidade bidimensional, aberta no topo, com temperatura especificada na base. As paredes laterais foram consideradas de condutividade finita. O transporte radiante foi incluído no equacionamento. Esta cavidade representava um par de aletas intermediárias dentro de um conjunto de aletas verticais de uma superfície horizontal aquecida. as equações de conservação da energia e da quantidade de movimento foram resolvidas para o fluido e a

equação da energia foi resolvida para as paredes laterais. Um balanço de energia nas faces internas das paredes laterais acoplava as equações da energia nos dois subdomínios do sistema em estudo. O procedimento de cálculo não difere do utilizado por Larson e Viskanta (1976).

Um estudo paramétrico foi realizado e, a partir dos resultados, foram obtidas correlações para os números de Nusselt médios para as paredes inferior e lateral e também para um número de Nusselt médio radiante para estas duas paredes. Os resultados das simulações mostraram que a influência da radiação sobre o transporte convectivo é relativamente fraca. O desacoplamento da radiação dos dois outros modos de transferência de calor implicaria num erro desprezível em termos de engenharia. Em outras palavras, a taxa de perda de energia por radiação poderia ser obtida, com erro reduzido, a partir da distribuição de temperatura resultante da resolução do problema conjugado de convecção e condução. Por outro lado, verificou-se que a razão entre as condutividades térmicas do sólido e do fluido tem influência bastante forte sobre o processo convectivo e o processo radiante. Verificou-se ainda que dentro das faixas de parâmetros investigadas, a radiação pode ser responsável por até 30% do total de transferência de calor.

Denghan e Behnia (1996) estudaram numérica e experimentalmente uma cavidade bidimensional, retangular, aberta no topo, com uma fonte discreta de calor numa das paredes laterais. Esta fonte estava localizada a meia altura da parede e ocupava 11% de sua área. As equações do movimento e da energia foram resolvidas para o fluido e a equação da energia foi resolvida para as paredes laterais. As faces externas desta paredes foram consideradas adiabáticas. A troca de energia por radiação entre as paredes da cavidade e entre elas e o exterior foi considerada. O procedimento de cálculo utilizado foi semelhante ao de Larson e Viskanta (1976).

Os resultados mostraram que a inclusão da radiação, apesar de alterar a distribuição de temperatura no fluido e o padrão de escoamento, tem pouca influência sobre a temperatura da fonte de calor.

2.3 Conclusão

Entre os trabalhos apresentados em ordem cronológica nesta revisão, no que se refere ao transporte radiante de energia, dois tipos de problemas foram considerados. No primeiro, o domínio de integração da equação da energia inclui apenas a região fluida no interior de uma cavidade, ou entre as placas de um canal vertical. No segundo, esse domínio de integração inclui também regiões sólidas como as paredes de uma cavidade ou de um canal, ou ainda, objetos presentes no interior de uma cavidade.

No primeiro tipo de problema, os fluxos líquidos de energia radiante nas interfaces sólido-fluido estão presentes nas condições de contorno da equação de energia. Esta equação pode ser resolvida iterativamente, juntamente com as equações do movimento que a ela estão acopladas, por métodos de diferenças finitas, volumes finitos ou elementos finitos. Para isso é preciso que os fluxos líquidos de radiação e os fluxos convectivos nas paredes sejam aproximados a cada iteração. Para a aproximação dos fluxos de energia radiante, é utilizado o método das radiosidades, adotando-se para as interfaces sólido fluido os valores de temperatura obtidos na iteração anterior. Para a utilização do método das radiosidades é necessário o conhecimento prévio dos fatores de forma entre todas as zonas de superfície em que ficam divididas as interfaces sólido fluido pela grade de discretização das equações de conservação.

No segundo tipo de problema, os fluxos líquidos de energia radiante nas interfaces sólido-fluido estão presentes na condição de acoplamento entre a equação da energia para o subdomínio fluido e a equação da energia para o subdomínio sólido. Para estes problemas, duas formas alternativas de resolução foram utilizadas nos trabalhos apresentados nesta revisão. Na primeira forma, inicialmente a equação discretizada da energia é resolvida para o fluido, utilizando-se como condição de contorno as temperaturas obtidas na última iteração para as interfaces sólido-fluido. Feito isto, as equações do movimento são resolvidas, utilizando-se a distribuição de temperatura recém obtida. Em seguida, as temperaturas nas interfaces são utilizadas para a aproximação dos fluxos líquidos de energia radiante nessas interfaces, fazendo-se uso do

método das radiosidades. Os fluxos convectivos nas interfaces também são aproximados, usando-se a distribuição de temperatura no fluido e nas interfaces. Estes fluxos aproximados são então introduzidos nas condições de acoplamento entre a equação da energia para o subdomínio fluido e a equação da energia para o subdomínio sólido. Estas condições de acoplamento são utilizadas a seguir como condição de contorno para a equação da energia no sólido, que são então resolvidas. Desta forma, novas aproximações para as temperaturas das interfaces são obtidas, e um novo ciclo do processo iterativo é iniciado.

Na segunda forma de resolução das equações de conservação para os problemas do segundo tipo, um único conjunto de equações é resolvido para todo o domínio de integração. Isto é viável quando se utiliza um método conservativo como o de volumes finitos descrito por Patankar(1980). Na etapa final de cada ciclo do processo iterativo de resolução das equações de conservação, os fluxos líquidos de radiação nas interfaces são aproximados, utilizando-se a distribuição de temperaturas recentemente obtidas. Estes fluxos são então incorporados nos balanços de energia dos volumes de controle localizados nas regiões sólidas e que fazem fronteira com o fluido e uma nova iteração pode ser realizada.

A segunda forma de resolução desses problemas apresenta a vantagem de ser mais versátil, podendo ser aplicada com maior facilidade em sistemas com geometrias complexas. Esta forma foi utilizada no presente trabalho. Sua implementação, no entanto, foi realizada sem o conhecimento prévio de trabalhos anteriores que a tivessem utilizado.

A implementação de qualquer uma destas formas de resolução das equações depende, porém, do conhecimento prévio de todos os fatores de forma entre as zonas de superfícies definidas pela grade de discretização dessas equações. Esta etapa do cálculo representa a principal dificuldade na implementação desses métodos em sistemas de geometria complexa, onde em geral os efeitos de sombreamento estão presentes. Esta dificuldade torna-se muito maior quando sistemas tridimensionais são considerados. Possivelmente esta é a razão de relativamente poucos trabalhos terem sido realizados nessa área.

Uma alternativa ao método das radiosidades, de fácil implementação, é a utilização do método das ordenadas discretas. Esse método tem sido largamente utilizado no equacionamento da radiação em cavidades preenchidas com meio participante. Sanches e Smith (1992), desenvolveram um modelo baseado no método das ordenadas discretas para cálculo da troca radiante em cavidades preenchidas por um meio transparente. O modelo foi desenvolvido de forma que arranjos arbitrários das superfícies pudessem ser considerados com facilidade. Este modelo foi aplicado a três casos testes e os resultados foram comparados com os obtidos pelo método das radiosidades. Os erros observados para esses casos testes foram bastante reduzidos.

A precisão do método de ordenadas discretas, entretanto, depende do número de direções espaciais que são escolhidas para a quadratura da intensidade de radiação sobre todo o ângulo sólido. O número de direções necessárias cresce quando o meio é não participante, ou pouco denso, e quando existem acentuadas não uniformidades de temperatura no sistema em estudo. Assim, parece ser difícil acessar a precisão do método em situações complexas. Para uma determinada geometria e distribuição de temperatura, seria preciso comparar os resultados do método das ordenadas discretas, para diferentes números de direções, com o resultado obtido pelo método das radiosidades. Assim, poderia se chegar ao número ótimo de direções. Isto, no entanto, tornaria dispensável a utilização do próprio método. Enquanto estudos mais aprofundados não forem realizados sobre a aplicabilidade do método das ordenadas discretas em cavidades preenchidas com um meio transparente, o método das radiosidades permanece como uma alternativa confiável para esse tipo de problema.

Capítulo 3

Análise Experimental

3.1 Introdução

Com a finalidade de se testar o procedimento de cálculo desenvolvido neste trabalho, foi construído um aparato experimental cujas características básicas são delineadas na figura 3.1.

Figura 3.1. Aparato experimental

Esse aparato constitui-se de uma cavidade fechada, no interior da qual foram suspensas uma ou duas placas de alumínio, praticamente idênticas, aquecidas eletricamente. As paredes laterais e inferior dessa cavidade foram feitas de materiais isolantes (isopor e acrílico) e a superior de material condutor (alumínio). Termopares foram instalados no interior das placas aquecidas e também na face interna de uma das paredes laterais, na face interna da parede inferior e na face externa da parede superior da cavidade.

A cavidade foi colocada no interior de uma caixa isolante, feita de placas de isopor e preenchida com esferas de isopor, de tal forma que apenas a sua parede superior ficasse diretamente exposta ao ambiente. A figura 3.2 mostra essa caixa isolante em corte transversal.

Fig.3.2. Corte transversal da caixa isolante e da cavidade

Uma série de ensaios foram realizados para vários níveis de potência elétrica dissipada nas placas. Em cada ensaio, as tensões elétricas nos termopares e as correntes e tensões nos fios resistores responsáveis pelo aquecimento das placas foram lidas num multímetro digital. Essas leituras foram feitas a cada duas horas até que se verificasse ter sido atingido o regime permanente. O critério utilizado para a verificação do regime permanente é delineado no item 3.7.

3.2 - Descrição da cavidade

Na figura 3.3 é apresentada uma perspectiva da cavidade, onde uma das paredes foi retirada .

Figura 3.3. Perspectiva da cavidade sem uma das paredes laterais

As paredes verticais das extremidades são placas deacrílico de 8 mm de espessura, soldadas a uma base deacrílico de mesma espessura. A parede superior é uma placa de alumínio de 3 mm de espessura, fixada às paredes deacrílico das extremidades por meio de parafusos. As paredes laterais são placas de isopor compacto de 24 mm de espessura. Uma das paredes foi fixada com cola Araldite. A outra pode ser retirada a fim de se ter acesso ao interior da cavidade. Uma placa de isopor compacto de 24 mm de espessura foi colada sobre a base deacrílico da cavidade. As dimensões internas dessa cavidade são 118 mm de altura, 80 mm de largura e 600 mm de comprimento. Nas paredes deacrílico das extremidades foram feitos furos de 1 mm de diâmetro para dar passagem aos termopares e aos fios de alimentação dos resistores responsáveis pelo aquecimento das placas. Na tampa de alumínio foram feitos doze furos de 1 mm de diâmetro, que dão passagem a fios de nylon responsáveis pela sustentação das placas aquecidas em diversas posições.

As junções entre as paredes e os furos para passagem da fiação foram vedados com massa para calafetar Pulvitec, a base de polibuteno. Os furos na tampa de alumínio foram vedados com fita adesiva.

As faces internas das paredes laterais e inferior e as duas faces da tampa de alumínio foram recobertas por tinta preta fosca (Esmalte Coralit, preto fosco).

3.3 - Placas aquecedoras

Foram montadas duas placas aquecedoras quase idênticas. Cada placa aquecedora foi feita com duas placas de alumínio de dimensões 3x40x300 mm . Em uma destas placas de alumínio foram usinadas ao longo do comprimento, em uma das faces, dez ranhuras de 0,5 mm de profundidade por 0,5 mm de largura. A distância entre as linhas médias de duas ranhuras vizinhas é de 4 mm. Nessas ranhuras foi alojado um fio de alumel de 0,254 mm de diâmetro recoberto com teflon. Esse fio, responsável pelo aquecimento da placa foi fixado aos sulcos por meio de cola Araldite de secagem rápida.

Na outra placa de alumínio foram usinadas nove ranhuras iguais às da outra placa, mas de tal forma que ao se juntarem face a face as duas placas, as ranhuras dessa segunda coincidissem com as linhas médias entre as ranhuras da primeira. Nas ranhuras da segunda placa de alumínio foram fixados termopares cromel-alumel, fazendo-se uso também de cola Araldite de secagem rápida. Feito isso, as duas placas de alumínio foram coladas utilizando-se uma mistura de cola Araldite de alta resistência e óxido de zinco. Esse óxido foi adicionado à cola a fim de aumentar sua condutividade térmica.

Finalmente, as faces externas da placa foram recobertas com a mesma tinta utilizada nas paredes da cavidade.

Na figura 3.4 são mostradas fotografias das duas partes que compõem uma das placas aquecedoras. Numa delas foi instalado o fio aquecedor e na outra os termopares. A fotografia foi feita quando cinco termopares já estavam instalados.

Figura 3.4. Fotografias das duas partes das placas aquecedoras.

3.3.1 - Suspensão das placas aquecedoras no interior da cavidade

As placas aquecedoras foram suspensas no interior da cavidade por meio de dois fios de nylon de 0,2 mm de diâmetro. Uma das pontas de cada fio foi presa a um dos parafusos de fixação da tampa da cavidade. Laços nas outras pontas dos fios sustentam a placa. Para isso, dois pequenos tubos de latão foram colados, por meio de cola Araldite de secagem rápida, a uma das bordas da placa aquecedora. A figura 3.5 indica os detalhes desse procedimento.

Figura 3.5. Procedimento de suspensão da placa.

O comprimento da cavidade excedia em 30 cm o comprimento das placas aquecedoras. Após instaladas as placas, um isolamento de isopor e algodão foi colocado entre as extremidades das placas e as extremidades da cavidade, de tal forma que o comprimento interno da cavidade tornou-se igual ao comprimento das placas. Na figura 3.6 são mostradas fotografias da cavidade com as placas instaladas.

Figura 3.6. Fotografias da cavidade com as placas instaladas

3.4 A caixa isolante

A cavidade foi acondicionada numa caixa isolante com paredes laterais de isopor branco (comum) e parede inferior de madeira, constituída pelo tampo da mesa sobre a qual a cavidade foi instalada. Na figura 3.7 os detalhes da caixa são apresentados.

Figura 3.7. Caixa isolante

Na direção perpendicular à da figura 3.7 o comprimento da caixa isolante é de 800mm excedendo a cavidade em 200 mm (distribuídos entre as duas extremidades). Toda a caixa, excetuando-se a tampa de alumínio da cavidade, foi revestida com folhas de alumínio. As frestas entre a tampa da caixa isolante e a cavidade foram vedadas utilizando-se um filme de PVC de uso doméstico.

3.5 Instrumentação

3.5.1 Termopares

Todos os termopares instalados na primeira placa aquecedora que foi confeccionada e aqueles que foram instalados junto às paredes da cavidade foram produzidos a partir de um mesmo par de rolos de fios AWG 36 (0,127 mm de diâmetro) de cromel e alumel, recobertos de teflon, fabricados por OMEGA Engineering, Inc.

Todos os termopares instalados na segunda placa confeccionada foram produzidos a partir de um segundo par de rolos de fios com as mesmas características nominais do primeiro.

Os termopares foram soldados por arco voltaico num recipiente no interior do qual era injetado argônio, a fim de se evitar a oxidação das junções. Na figura 3.8 é mostrada a junção a ser soldada e o equipamento de solda.

Figura 3.8. Junção de termopar a ser soldada e equipamento de solda.

Na primeira placa aquecedora confeccionada foram instalados dezoito termopares. Nove deles na linha média e os outros nove distribuídos numa das metades da placa, como indicado na figura 3.9.

Na segunda placa, doze termopares foram instalados. Nove na linha média e os outros três nas posições indicadas por círculos na figura 3.9.

Três termopares foram instalados na linha média da face interna de uma das paredes laterais da cavidade. Outros três, na linha média da face interna da parede inferior. Na face externa da tampa da cavidade também foram instalados três termopares. A figura 3.10 mostra a disposição desses termopares.

Figura 3.9. Disposição dos termopares na primeira placa

Os termopares instalados nas paredes de isopor foram alojados em ranhuras feitas no isopor com uma lâmina, de tal forma que a junção soldada ficasse junto à superfície da parede. Uma segunda camada de tinta foi aplicada sobre essas paredes após a instalação dos termopares.

Na face externa da tampa de alumínio foram feitas pequenas cavidades onde foram alojadas as junções soldadas dos termopares. Esses termopares foram fixados à tampa com cola Araldite de secagem rápida. Vários pontos ao longo do comprimento dos fios dos termopares foram fixados à superfície da tampa com a mesma cola.

Após a instalação desses termopares, uma segunda camada de tinta foi aplicada à face externa da tampa da cavidade.

(a) Parede lateral- face interior

(b) Parede inferior- face interior

(c) Tampa- face exterior

Figura 3.10 Disposição dos termopares instalados nas paredes da cavidade

Para dar saída aos fios dos termopares instalados nas paredes de isopor, foram feitos furos, com uma agulha, na parede lateral fixa de isopor compacto. Esses furos foram posteriormente vedados pelo exterior com massa para calafetar.

Os fios dos termopares instalados nas placas aquecedoras foram passados para o exterior da cavidade através de orifícios de diâmetro 1 mm usinados nas paredes verticais de acrílico das extremidades. Esses furos, vinte e dois em cada parede, encontram-se dispostos em duas fileiras verticais, simétricas em relação à linha média da parede, distanciadas entre si 2 cm, ocupando o terço médio da altura da cavidade.

Após instalados os termopares, os furos foram vedados externamente com massa para calafetar. O comprimento dos trechos dos fios de termopares das placas mantidos no interior da cavidade são tais que permitem qualquer deslocamento lateral das placas no interior da cavidade, sem que haja necessidade de se retirar a massa que veda a furação.

Foi instalado um termopar para medida da temperatura ambiente e um último, de referência, cuja junção era mantida numa mistura de água e gelo, em equilíbrio, acondicionada numa garrafa térmica que, por sua vez, era mantida num recipiente de isopor.

3.5.2 A alimentação elétrica das placas

As placas foram alimentadas por duas fontes de potência de corrente contínua, independentes. Uma delas, a que foi utilizada nos ensaios em que apenas uma placa estava presente na cavidade, era uma fonte Hewlett-Packard, modelo 6824A ($\pm 50V$, $\pm 1A$). A outra fonte também era Hewlett-Packard, modelo 6296A (0-60V, 0-3A).

A conexão entre o fio resistor de cada placa e a respectiva fonte de alimentação foi feita com fios de cobre com diâmetros 1,7 mm e 0,75 mm, como indicado na figura 3.11.

Figura 3.11. Conexão entre uma das placas e sua fonte de alimentação.

A resistência total desses fios de ligação, somada à resistência da parte do fio de alumel que não ficou embutida dentro da placa foi calculada em $0,83 \Omega$ para a primeira placa e $0,76 \Omega$ para a segunda placa. Neste cálculo, foram utilizados valores das resistividades dos materiais desses fios, encontrados na literatura, para 20°C .

3.5.3 Medidas das tensões elétricas

Para medir as tensões nos termopares e as correntes e tensões nos resistores responsáveis pelo aquecimento das placas, foi utilizado um multímetro Hewlett-Packard, modelo 3478A com resolução de $0,1\mu\text{V}$.

Os trinta e seis termopares instalados na montagem experimental foram ligados a conectores acondicionados em uma caixa isolante. Um cabo telefônico com quarenta e dois pares de fios de cobre foi utilizado para ligar cada termopar a uma chave seletora OMEGA com quarenta canais, ligada ao multímetro. Na figura 3.12 são mostrados detalhes da caixa de conectores.

Figura 3.12. Caixa de conectores.

Foram utilizados seis conectores que permitem a ligação independente de seis termopares em cada um. Esses conectores foram montados numa placa de alumínio, visando a uniformidade de temperatura entre eles.

Para a medida da corrente em cada placa aquecedora foi introduzido, em série com o seu fio de cobre de ligação, um shunt previamente calibrado, como mostrado na figura 3.13.

Figura 3.13. Shunt para medida da corrente elétrica na placa aquecedora.

Fios de cobre ligaram os pontos A e B (figura 3.13) a uma das posições da chave seletora, de forma a se medir a tensão no shunt. Um outro par de fios de cobre ligava os pontos A e C a outra posição da chave seletora, o que permitia medir a tensão elétrica aplicada à placa aquecedora.

3.6 O local de instalação do aparato experimental

Tanto o multímetro como as fontes de potência e a chave seletora foram instalados em uma sala contígua à sala onde a cavidade foi testada. Dessa forma, a operação do equipamento não provocava perturbações indesejáveis no ambiente onde a cavidade estava localizada. A posição dessa sala, num local do prédio de baixa incidência diária de radiação solar direta, fez com que a amplitude de variação de temperatura do local fosse relativamente baixa.

3.7 Procedimentos de operação do aparato experimental

Em cada ensaio realizado determinavam-se inicialmente as potências a serem dissipadas nas placas. A partir de uma avaliação das resistências dos fios aquecedores das placas a 20°C, determinavam-se as intensidades das correntes a serem impostas nas

placas. As fontes de potências eram então ajustadas de forma que as tensões desejadas fossem obtidas nos shunts medidores de corrente elétrica.

As leituras das tensões de todos os termopares, bem como das tensões nos shunts e nas fontes, eram feitas a intervalos de duas horas em média. Nos casos de ensaios com duas placas, comparavam-se as potências dissipadas nas placas. Caso a diferença entre elas fosse superior a 0,5% da potência dissipada numa delas, ajustes eram feitos após as leituras. A cada leitura calculavam-se as diferenças entre as temperaturas médias de cada placa e a temperatura do ponto central da tampa de alumínio. Considerava-se atingido o regime permanente quando essas diferenças de temperatura se repetiam em duas medições seguidas.

O tempo total de cada ensaio foi próximo de doze horas. No entanto, alguns ensaios foram prolongados até 24 ou 36 horas.

3.8 Redução das medidas experimentais

3.8.1 Introdução

A partir dos valores medidos de:

- a) tensões elétricas nos termopares;
- b) tensões elétricas nos resistores das placas aquecedoras;
- c) tensões elétricas nos shunts medidores de corrente elétrica nas placas;
- d) pressão atmosférica;
- e) parâmetros geométricos do aparato experimental,

foram calculados, por meio de equações de redução de dados, os valores de:

- a) temperaturas nos locais onde foram instalados os termopares;
- b) taxa de dissipação ôhmica na cavidade;
- c) número de Rayleigh;
- d) condutância térmica global adimensionalizada por unidade de comprimento da cavidade.

As equações de redução de dados são apresentadas nos itens a seguir.

3.8.2. Temperaturas

Para a obtenção das temperaturas a partir das tensões medidas nos termopares foi utilizada uma tabela do fabricante dos fios (OMEGA Engineering, Inc.) que relaciona tensões termoelétricas com temperaturas. A partir de valores dessa tabela, dentro da faixa de temperatura de interesse para este trabalho, foi obtida a expressão:

$$T=24,970545.U^{0,988028} \quad (3.1)$$

onde U é expresso em mV. A expressão (3.1) reproduz os valores da tabela com desvio máximo de $0,06^{\circ}\text{C}$ no intervalo de 20°C a 50°C . U é dado por:

$$U = U_{ip} - U_{ref} \quad (3.2)$$

onde U_{ip} é a tensão elétrica medida no termopar em questão e U_{ref} é a tensão elétrica medida no termopar que tinha a junção soldada imersa na mistura de água e gelo.

3.8.3 Taxa de dissipação ôhmica

A taxa de dissipação ôhmica por unidade de profundidade da cavidade foi calculada pela seguinte expressão, considerando-se duas placas aquecedoras na cavidade:

$$q' = \frac{\dot{Q}_1 + \dot{Q}_2}{l} \quad (3.3)$$

onde $\dot{Q}_1$ e $\dot{Q}_2$ são as taxas de dissipação nas placas 1 e 2 e l seu comprimento.

$\dot{Q}_1$ e $\dot{Q}_2$ foram obtidas por:

$$\dot{Q}_i = U_{fa_i} \cdot U_{sh_i} \cdot S_i - R_{ext_i} (U_{sh_i} S_i)^2 + \dot{Q}_{cond} \quad i=1, 2 \quad (3.4)$$

onde U_{fa} e U_{sh} são as tensões elétricas medidas na fonte e no shunt. S indica a constante de calibração do shunt. R_{ext} corresponde à soma das resistências dos fios de cobre de ligação e do fio aquecedor fora da placa. O termo $\dot{Q}_{cond}$ refere-se às trocas de calor por condução entre a placa e toda a fiação externa a ela. Estas perdas por condução foram estimadas como indicado no Apêndice C.

3.8.4 Número de Rayleigh

O número de Rayleigh foi definido pela expressão:

$$Ra = \frac{g \beta q' a^3}{\alpha k \nu} \quad (3.5)$$

onde g é a aceleração da gravidade, β é o coeficiente de expansão térmica do ar, α é a difusividade térmica do ar, k é a condutividade térmica do ar e ν a sua viscosidade cinemática. O comprimento característico a foi adotado como a altura média das placas. A medida da altura de cada placa foi assumida como a média de oito medidas feitas com um paquímetro ao longo de seu comprimento. O máximo desvio destas medidas, com relação à média, foi 0,2 mm.

O coeficiente de expansão térmica do ar foi obtido assumindo-se que o ar na cavidade se comportava como gás perfeito:

$$\beta = \frac{1}{T} \quad (3.6)$$

A condutividade térmica k do ar foi obtida pela seguinte expressão (Rohsenow et al., 1973):

$$k = \frac{2,646 \times 10^{-3} \sqrt{T}}{1 + \frac{245}{T} \times 10^{-\left(\frac{12}{T}\right)}} \quad (3.7)$$

onde T é expressa em K e a condutividade k em (W/mK).

A difusividade térmica do ar é dada por:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (3.8)$$

onde k foi obtido por meio de (3.7), ρ foi calculado assumindo-se que o ar no interior da cavidade comportava-se como gás perfeito:

$$\rho = \frac{P_{atm}}{R_{ar} T} \quad (3.9)$$

e $c_{p_{ar}}$ foi obtido por meio da expressão (Touloukian e Ho, 1972):

$$c_{p_{ar}} = 1,047653 \times 10^3 - 3,161179 \times 10^{-1} T + 7,082461 \times 10^{-4} T^2 - 2,704692 \times 10^{-7} T^3 \quad (3.10)$$

onde T é expressa em K e c_p em J/kg.K.

A viscosidade cinemática do ar, ν , é dada por:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3.11)$$

onde ρ foi obtida por meio de (3.9) e μ , pela fórmula de Sutherland (Fox e Mc Donald, 1994).

$$\mu = \frac{1,458 \times 10^{-6} \sqrt{T}}{1 + \frac{110,4}{T}} \quad (3.12)$$

onde $\underline{T}$ é expressa em K e $\underline{\mu}$ em (Pa.s).

Em (3.6), (3.7), (3.9), (3.10) e (3.12) a temperatura $\underline{T}$ foi tomada como a média entre a temperatura média das placas e a temperatura no centro da tampa de alumínio, em Kelvin.

3.8.5 Condutância

Uma condutância térmica global por unidade de comprimento, associada a cada placa aquecedora, foi definida de forma adimensional por:

$$K_i = \frac{C_i}{k_{ar} l_i} \quad i=1,2 \quad (3.13)$$

onde l_i indica o comprimento de cada placa e C_i é o coeficiente global de transferência de calor associado a uma das placas, definido por:

$$C_i = \frac{\dot{Q}_i}{T_i - T_a} \quad i=1,2 \quad (3.14)$$

T_i é a temperatura média da placa aquecedora e T_a a temperatura ambiente.

3.9 Análise de incertezas

As incertezas de todas as quantidades medidas foram avaliadas. A incerteza de cada resultado calculado a partir das quantidades medidas foi obtida utilizando-se a expressão (Kline e Mc Clintock, 1953):

$$\delta R = \left[\left(\frac{\partial R}{\partial x_1} \delta x_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial x_2} \delta x_2 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial R}{\partial x_n} \delta x_n \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.15)$$

onde R representa o resultado experimental como função de n variáveis x_i medidas. δR corresponde à incerteza de R e δx_i , as incertezas das quantidades medidas.

Foi elaborado um programa de redução de dados por meio do qual foram calculados os resultados experimentais, utilizando as expressões (3.1) a (3.14), e as incertezas desses resultados. No cálculo das incertezas, as derivadas na expressão (3.15) foram aproximadas numericamente por diferenças ascendentes.

No Apêndice C são apresentados detalhes a respeito dos procedimentos de medida, da avaliação de incertezas dos valores medidos e do cálculo das incertezas dos resultados experimentais.

Capítulo 4

Modelagem Teórica

4.1 Introdução

Neste capítulo é apresentada a análise teórica do resfriamento conjugado de um modelo da cavidade experimental detalhada no capítulo anterior.

Inicialmente é apresentada a cavidade efetivamente simulada computacionalmente. A seguir são apresentadas as equações que governam o sistema em estudo e as suas condições de contorno. Finalmente, é descrito o procedimento numérico utilizado na resolução dessas equações.

4.2 A cavidade simulada

Na figura 4.1a é mostrada uma secção transversal da cavidade que foi ensaiada no laboratório, em sua configuração com duas placas aquecedoras. Na figura 4.1b é mostrada uma secção da cavidade que foi simulada computacionalmente. Algumas hipóteses simplificadoras foram adotadas a fim de tornar o sistema em estudo mais facilmente tratável. Essas hipóteses são apresentadas a seguir, juntamente com as justificativas para a sua adoção.

Hipótese 1: A cavidade simulada foi considerada bidimensional.

Esta hipótese foi adotada a fim de se evitar as dificuldades e o custo computacional de uma simulação tridimensional. Mallison e De Vahl Davis (1977) realizaram a simulação tridimensional de uma cavidade aquecida lateralmente e verificaram que para Ra baseado na diferença de temperatura entre as paredes verticais, entre 6×10^4 e 10^6 , os efeitos de borda penetram por uma distância menor que 60% da distância entre as paredes isotérmicas. Esse resultado indica que cavidades com razão de aspecto horizontal (relação entre comprimento e largura) maior que 1,2 apresentam uma região central onde o escoamento é praticamente bidimensional.

Heindel et al. (1995) realizaram simulações bi e tridimensionais de uma cavidade retangular onde em uma das paredes verticais havia uma matriz 3x3 de aquecedores. A parede oposta era resfriada isotermicamente e as outras eram adiabáticas. Seus resultados mostraram que as diferenças entre os valores de Nusselt médio previstos pelos modelos bi e tridimensionais eram menores que 5% quando a relação entre o comprimento e a altura dos aquecedores era maior que 3.

A cavidade ensaiada em laboratório neste trabalho tem uma relação entre o comprimento e a largura igual a 3,75. As placas aquecedoras que foram utilizadas têm a relação entre comprimento e altura igual a 7,5. Tais valores, quando comparados com os valores limites apresentados acima, indicam que um modelo bidimensional pode ser utilizado no presente caso com razoável grau de confiança.

Figura 4.1a. Corte transversal da cavidade experimental.

Figura 4.1b. Corte transversal da cavidade analisada.

Hipótese 2: Na análise, a dissipação ôhmica na placa foi considerada uniformemente distribuída.

Na cavidade real essa dissipação ocorreu em dez passes de um fio de diâmetro 0,254 mm embutido na placa. A hipótese acima foi adotada a fim de se evitar a necessidade de uma grade extremamente refinada na região da placa.

Foi calculada numericamente a distribuição de temperatura na placa, tanto para o caso de dissipação localizada, como para o caso de dissipação uniformemente distribuída. Foi suposto que a placa trocava calor por convecção com um meio à temperatura T_{∞} . O coeficiente convectivo foi variado numa faixa bastante ampla, de forma a englobar os valores típicos desse coeficiente para a convecção natural em regime laminar. Nessa investigação foi seguido o procedimento utilizado por Sparrow e Altemani (1979) em problema semelhante. A comparação entre os campos de temperatura obtidos para as duas formas de dissipação de energia indicou diferenças de 0,3% de $(T_{máx.} - T_{\infty})$ nos casos mais severos. Esse resultado valida a utilização de dissipação uniforme de energia nas placas da cavidade simulada.

Hipótese 3 : A superfície externa do isolamento da cavidade encontra-se a temperatura ambiente.

Esta hipótese foi verificada experimentalmente dentro da incerteza das medidas de temperatura (0,2°C). O isolamento lateral e inferior da cavidade, por meio de uma

espessa camada de esferas de isopor, foi feito exatamente no sentido de aproximar o experimento da condição da hipótese 3. Dessa maneira, evitou-se a necessidade de se utilizar uma condição de contorno convectiva-radiante nas faces externas das paredes laterais e inferior. A utilização de uma condição de contorno desse tipo implicaria na necessidade de se conhecer a distribuição do coeficiente convectivo nessas fronteiras.

Hipótese 4 : A face inferior da tampa de alumínio da cavidade encontra-se na temperatura medida pelo termopar localizado no centro da face superior da tampa.

Essa hipótese foi adotada a fim de se excluir a tampa de alumínio do domínio de cálculo. Foram realizadas simulações da cavidade onde o isolamento de isopor não foi considerado, supondo-se adiabáticas as faces externas das paredes laterais e inferior. A tampa de alumínio foi incluída no domínio de cálculo. Para uma ampla faixa de potência dissipada na placa aquecedora, observou-se que a distribuição de temperatura na tampa apresentava desvios desprezíveis com relação à situação de uniformidade de temperatura. Esses desvios eram de ordem inferior à da incerteza das medidas de temperatura.

Hipótese 5 : As superfícies internas da cavidade, inclusive as superfícies das placas, foram consideradas cinzentas e difusas.

Esta hipótese foi assumida em vista da impossibilidade de se levantar a dependência da emissividade e da refletividade dessas superfícies com relação ao comprimento de onda da radiação. A emissividade delas foi adotada igual ao valor medido em laboratório para a emitância global hemisférica de uma das placas aquecedoras (apêndice B). Todas as superfícies em questão foram recobertas pela mesma tinta preta fosca.

4.3 O modelo matemático

4.3.1 As equações governantes

As equações que governam o movimento do fluido e os processos de transporte de calor no sistema em estudo são as equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia. Em muitas situações, aproximações podem ser feitas a fim de tornar estas equações mais simples. A mais simples destas aproximações é conhecida por aproximação de Boussinesq, onde assume-se que:

- a) a densidade do fluido é constante, a não ser no termo de força de empuxo na equação de conservação da quantidade de movimento;
- b) todas as outras propriedades do fluido são constantes;
- c) o trabalho de compressão e a dissipação viscosa são desprezíveis.

Em muitos casos, porém, as propriedades termofísicas do fluido, que em geral são dependentes da temperatura e da pressão, podem variar de forma significativa dentro do sistema em estudo. A utilização da aproximação de Boussinesq nesses casos pode levar a sérios erros na avaliação das taxas de transferência de calor (Gebhart et al., 1988). Gray e Giorgini (1976) desenvolveram um método para obtenção de aproximações de diferentes ordens das equações para convecção natural. Este método permite a especificação das condições nas quais cada uma dessas aproximações é válida. No capítulo 5 é mostrado que todos os casos estudados no presente trabalho estão dentro dos limites de validade da aproximação de Boussinesq, de acordo com os critérios desse método.

Assim, adotando-se a aproximação de Boussinesq, os processos de transporte na cavidade em estudo ficam governados pelas seguintes equações, expressas em coordenadas cartesianas na geometria retangular da secção da cavidade indicada na figura 4.1b.

• Equação da continuidade para o fluido:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.1)$$

- Equação da conservação da quantidade de movimento na direção x para o ar no interior da cavidade:

$$\rho_0 \left[\frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} \right] = - \frac{\partial(p - p_h)}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (4.2)$$

onde ρ_0 é a densidade do fluido num estado de referência, e p_h é a pressão que se teria no local caso o fluido estivesse em repouso e sua densidade fosse igual a ρ_0 .

- Equação da conservação da quantidade de movimento na direção y para o ar no interior da cavidade:

$$\rho_0 \left[\frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} \right] = - \frac{\partial(p - p_h)}{\partial y} + \rho_0 \beta g(T - T_0) + \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (4.3)$$

onde β é o coeficiente de expansão térmica do ar e T_0 é a temperatura no estado de referência, adotada igual à temperatura da tampa resfriada, T_r .

- Equação da conservação da energia para o ar no interior da cavidade:

$$\rho_0 c_p \left[\frac{\partial uT}{\partial x} + \frac{\partial vT}{\partial y} \right] = k_f \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (4.4)$$

- Equação da conservação da energia para as regiões sólidas da cavidade (paredes e placas aquecedoras):

$$0 = k_s \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] + S(x, y) \quad (4.5)$$

onde $S(x,y)$ indica o termo fonte. Ele é nulo nas paredes, mas nas placas aquecidas é dado por $S = \frac{q'}{e.a}$ na configuração com uma placa e por $S = \frac{0.5q'}{e.a}$ na configuração com duas placas aquecidas de forma idêntica. Nestas expressões, q' é a taxa de dissipação ôhmica por unidade de profundidade da cavidade indicada na figura 4.1b, e é a espessura da placa aquecida e a a sua altura.

4.3.2 As condições de contorno

As condições de contorno para as equações (4.1), (4.2) e (4.3) ficam definidas pela condição de não deslizamento nas interfaces sólido fluido, ou seja, nas faces internas das paredes da cavidade e nas superfícies das placas.

As condições de contorno para a equação (4.4), equação da energia para o fluido, são de dois tipos. Na face interna da tampa da cavidade a temperatura é especificada (T_i). No restante da fronteira do fluido, a condição de contorno é definida por um balanço entre a radiação, a condução e a convecção. Essa condição, em regime permanente, em cada ponto da interface, pode ser expressa por:

$$\bar{n} \cdot k_s \bar{\nabla} T_s = \bar{n} \cdot k_f \bar{\nabla} T_f - q_{rad}'' \quad (4.6)$$

onde $\bar{n}$ é o vetor normal unitário em cada ponto dessa fronteira, voltado para o interior da cavidade. Os subscritos s e f referem-se a sólido e fluido respectivamente; q_{rad}'' indica o efluxo líquido de energia radiante na interface sólido-fluido. Num elemento de superfície dessa interface, definido por um vetor posição $\bar{r}$, q_{rad}'' é dado por:

$$q_{rad}''(\bar{r}) = J(\bar{r}) - H(\bar{r}) \quad (4.7)$$

onde J é a radiosidade desse elemento de área e H a irradiação sobre ele. J e H são dadas por:

$$J(\bar{r}) = \varepsilon \sigma T^4(\bar{r}) + (1 - \varepsilon) H(\bar{r}) \quad (4.8)$$

$$H(\vec{r}) = \int_{\text{ISF}} J_i(\vec{r}_i) dF_{dA-dA_i} \quad (4.9)$$

onde $\vec{r}_i$ é o vetor posição de um elemento de superfície genérico da interface sólido fluido; J_i é a radiosidade deste elemento de superfície; dF_{dA-dA_i} é o fator de forma entre o elemento de superfície cujo vetor posição é $\vec{r}$ e o elemento de superfície cujo vetor posição é $\vec{r}_i$. Sob o símbolo de integral, ISF indica a totalidade da interface sólido fluido.

As condições de contorno para a equação (4.5), equação da energia para a região sólida do domínio, são também de dois tipos. Nas faces internas das paredes laterais e inferior, assim como na superfície das placas aquecidas, a condição de contorno fica definida pela expressão (4.6). No restante da fronteira, a condição de contorno é isotérmica: no topo das paredes laterais, onde elas fazem contato com a tampa de alumínio isotérmica, a temperatura é igual a T_i e nas faces externas do isolamento, a temperatura é igual à temperatura ambiente, T_a .

4.3.3 A adimensionalização das equações governantes e de suas condições de contorno

As equações que governam o sistema em estudo devem ser adimensionalizadas a fim de que se revelem os parâmetros que o caracterizam. Para isto é necessário que se escolham escalas para as variáveis envolvidas. As coordenadas x e y foram adimensionalizadas utilizando-se a altura das placas aquecidas, a , como escala. Tal escolha se baseia no fato de que as superfícies verticais das placas aquecedoras são as superfícies ativas mais importantes no que diz respeito ao processo convectivo. Para a adimensionalização das diferenças de temperatura não existe nenhuma escala previamente conhecida, visto não ser especificada a temperatura das placas aquecidas. Assim, foi escolhida, arbitrariamente, a quantidade q'/k_f para tal escala. Para a adimensionalização das componentes da velocidade, a escala mais adequada, segundo Gray e Giorgini (1975), seria $u_0 = (g\beta\Delta T a)^{\frac{1}{2}}$, onde ΔT corresponde à diferença de

temperatura entre a placa aquecida e a parede fria da cavidade. Como indicado, no entanto, ΔT não é conhecida *a priori*. Assim, foi escolhida para as componentes de velocidade a escala $u_0 = (g\beta q' a / k_f)^{1/2}$. Para a adimensionalização de q''_{rad} , J e H foi adotada a escala q'/a . Como consequência desta escolha, surge a escala $(q'/a\sigma)^{1/4}$ para a temperatura absoluta das superfícies que trocam energia radiante entre si.

A seguir, as variáveis adimensionais utilizadas são listadas.

$$X = \frac{x}{a} \quad (4.10a)$$

$$Y = \frac{y}{a} \quad (4.10b)$$

$$U = \frac{u}{u_0} \quad (4.10c)$$

onde $u_0 = (g\beta q' a / k_f)^{1/2}$.

$$V = \frac{v}{u_0} \quad (4.10d)$$

$$P_m = \frac{p - p_h}{\rho_0 u_0^2} \quad (4.10e)$$

$$\theta = \frac{T - T_t}{(q' / k_f)} \quad (4.10f)$$

$$q''_{rad} = \frac{q''_{rad}}{(q' / a)} \quad (4.10g)$$

$$J^* = \frac{J}{(q' / a)} \quad (4.10h)$$

$$H^* = \frac{H}{(q' / a)} \quad (4.10i)$$

Introduzindo essas variáveis nas equações (4.1) a (4.5) tem-se a forma adimensional das equações governantes do sistema em estudo.

- Equação da continuidade:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (4.11)$$

- Equação da conservação da quantidade de movimento na direção X:

$$\frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} = -\frac{\partial P_m}{\partial X} + \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}\right)^{1/2} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (4.12)$$

- Equação da conservação da quantidade de movimento na direção Y:

$$\frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} = -\frac{\partial P_m}{\partial Y} + \theta + \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}\right)^{1/2} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] \quad (4.13)$$

- Equação da conservação da energia para a região fluida do domínio:

$$\frac{\partial(U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} = \frac{1}{(\text{Ra.Pr})^{1/2}} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad (4.14)$$

- Equação da conservação da energia para as regiões sólidas do domínio:

$$0 = \frac{k_s}{k_f} \frac{1}{(\text{Ra.Pr})^{1/2}} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] + \frac{\alpha_f a S(X, Y)}{(gq'a \beta / k_f)^{1/2} q'} \quad (4.15)$$

Nas paredes da cavidade, o termo $S(X, Y)$ é nulo. Nas placas aquecidas o segundo termo da equação (4.15) pode ser expresso, na configuração com uma placa, na forma:

$$S^* = \frac{(a/e)}{(\text{Ra.Pr})^{1/2}} \quad (4.16a)$$

e na configuração com duas placas identicamente aquecidas por :

$$S^* = \frac{0,5(a/e)}{(Ra.Pr)^{1/2}} \quad (4.16b)$$

Nas equações (4.12) a (4.16) o número Rayleigh é definido por:

$$Ra = \frac{g \beta q' a^3}{\alpha k \nu} \quad (4.17)$$

As condições de contorno para as equações (4.11) a (4.13) são $U=0$ e $V=0$ em todas as interfaces sólido-fluido.

A condição de contorno na forma adimensional para a equação (4.14), na face interna da parede superior da cavidade é dada por $\theta=0$. No restante da fronteira, a condição de contorno fica definida pela forma adimensionalizada das expressões (4.6) a (4.9):

$$\bar{n} \bullet \frac{k_s}{k_f} \bar{\nabla} \theta_i = \bar{n} \bullet \bar{\nabla} \theta_f - q_{rad}^* \quad (4.18)$$

$$q_{rad}^*(\bar{r}) = J^*(\bar{r}) - H^*(\bar{r}) \quad (4.19)$$

$$J^*(\bar{r}) = \varepsilon (R_1 \theta + R_2)^4 + (1 - \varepsilon) H^*(\bar{r}) \quad (4.20)$$

$$H^*(\bar{r}) = \int_{ISF} J_i^*(\bar{r}_i) dF_{dA-dA_i} \quad (4.21)$$

Em (4.20), R_1 e R_2 são grupos adimensionais dados pelas seguintes expressões:

$$R_1 = \left(\frac{q'}{k_f} \right) \left(\frac{a \sigma}{q'} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (4.22)$$

$$R_2 = T_1 \left(\frac{a \sigma}{q'} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (4.23)$$

As condições de contorno para a equação (4.15), nas faces internas das paredes laterais e inferior e nas superfícies das placas aquecidas são definidas pela expressão (4.18). No topo das paredes laterais, a condição de contorno é $\theta=0$. Nas faces externas do isolamento é $\theta=\theta_a$ onde θ_a é a temperatura ambiente adimensionalizada.

A observação das formas adimensionais das equações governantes dos sistemas em estudo e de suas condições de contorno mostram que, para as geometrias consideradas, estes sistemas ficam caracterizados por oito parâmetros adimensionais. São eles: R_a , Pr , R_1 , R_2 , ε , θ_a , k_{pl}/k_f e k_{par}/k_f , sendo os dois últimos as relações entre as condutividades térmicas do material da placa e do material das paredes laterais e inferior e a condutividade do fluido que preenche a cavidade. Se outras geometrias forem consideradas, sete novos parâmetros devem ser levados em conta para a cavidade com uma placa e nove outros para a cavidade com duas placas aquecedoras. São eles:

- a) a razão de aspecto da cavidade;
- b) as relações entre as espessuras das paredes laterais e inferior e a altura da placa;
- c) a relação entre a espessura da placa e a sua altura;
- d) a relação entre a altura da cavidade e a altura da placa;
- e) a posição de cada placa na cavidade.

O número de Rayleigh da cavidade, baseado na diferença de temperatura entre a placa aquecida e a parede fria da cavidade é o parâmetro mais importante na caracterização da intensidade do processo convectivo que ocorre no interior da cavidade. Porém, em vista de não se conhecer *a priori* a temperatura da placa aquecida, tal número não aparece na forma adimensionalizada das equações de conservação. Em seu lugar

surge nessas equações um número de Rayleigh baseado na taxa de dissipação de energia por unidade de profundidade da cavidade, dado pela expressão (4.17). O número de Rayleigh baseado na diferença de temperatura entre a placa aquecida e a parede fria da cavidade pode, no entanto, ser obtido *a posteriori*, o que é feito no capítulo 5.

Os grupos adimensionais R_1 e R_2 , dados pelas expressões (4.22) e (4.23), juntamente com a emissividade das superfícies, são indicadores da importância do transporte de energia por radiação no resfriamento da cavidade. Porém, estes adimensionais, por si sós, não são suficientes para caracterizar a parcela de participação da radiação neste resfriamento, visto que os três processos de transferência de calor influenciam-se mutuamente.

Observe-se que para a determinação de R_2 é necessário o conhecimento da temperatura absoluta da parede fria, o que não ocorreria se a radiação não fosse considerada no equacionamento do sistema.

4.4 O esquema numérico

4.4.1 O domínio computacional

A resolução numérica das equações adimensionais foi feita no domínio de cálculo indicado na figura 4.2, onde foi levada em conta a simetria do sistema.

O domínio de cálculo numérico foi reduzido devido ao tamanho da camada de isolante térmico que envolve a cavidade. A condição de contorno para a equação da energia nas superfícies externas das placas de isopor compacto (figura 4.2) foi então estabelecida através de um fator de forma condutivo. Os detalhes serão descritos na seção 4.4.3.

Figura 4.2. O domínio de cálculo para duas placas aquecidas.

4.4.2 O método de cálculo

As equações de conservação foram resolvidas numericamente utilizando-se o método de volumes finitos descrito por Patankar (1980). O esquema da lei da potência (power-law) foi utilizado na discretização dos termos difusivo-convectivos. O algoritmo SIMPLE foi utilizado na resolução iterativa das equações discretizadas, fazendo-se uso do algoritmo TDMA linha a linha, com correção em bloco (block correction; Patankar, 1981) para resolução dos sistemas de equação algébricas.

Uma forma única das equações de conservação foi resolvida sobre todo o domínio de cálculo (figura 4.2). Essa medida, que confere grande versatilidade ao método de cálculo, tornou-se possível com a utilização dos seguintes artifícios (Patankar, 1980):

- a) atribuiu-se um valor muito alto para o coeficiente do termo difusivo das equações do movimento na região das paredes e atribuiu-se valor nulo para as componentes de velocidade nas faces externas das paredes. Com isso, as velocidades calculadas nos pontos da grade situados na região das paredes foram praticamente nulas;
- b) na região das placas aquecidas, introduziu-se um termo fonte fictício nas equações do movimento. Esse termo fonte tem a forma:

$$S = S_p \phi_p \quad (4.24)$$

onde φ_p indica uma das componentes da velocidade em qualquer ponto P da grade na região das placas. Atribuiu-se então um valor bastante elevado para o coeficiente S_p desse termo fonte. Dessa forma, as equações do movimento ficam dominadas por esse termo fonte fictício na região das placas, o que garante velocidades também nulas para os pontos da grade aí situados;

c) para o cálculo dos fluxos difusivos de calor nas interfaces sólido-fluido foi utilizada a prática da média harmônica.

As trocas de calor por radiação entre as superfícies da cavidade foram incorporadas como termos fontes nos balanços de energia dos volumes de controle situados na região sólida e que fazem fronteira com o fluido.

O cálculo dos fluxos líquidos de radiação foi feito a cada ciclo do processo iterativo utilizando-se o método das radiosidades (Sparrow e Cess, 1978). Para esse cálculo foi utilizada a cada iteração a distribuição de temperaturas obtida na iteração anterior. Esse procedimento para equacionamento da radiação será detalhado no item 4.4.4.

4.4.3 O tratamento das condições de contorno

Em vista da redução do domínio de cálculo (figura 4.2) foi necessário o estabelecimento de condições de contorno nas novas fronteiras.

Para as equações do movimento foi necessário o estabelecimento de condições de contorno na linha de simetria do sistema. São elas $U=0$ e $\partial V/\partial X=0$.

Para a equação da energia, foi necessário estabelecer condições de contorno na linha de simetria e nas faces externas da parede lateral e da parede inferior. Na linha de simetria, a condição a ser satisfeita é $\partial\theta/\partial X=0$. Nas faces externas da parede lateral e da parede inferior, os fluxos de calor foram obtidos fazendo-se uso de fatores de forma condutivos bidimensionais, da forma descrita a seguir.

Inicialmente, a equação da condução foi resolvida numericamente no domínio mostrado na figura 4.3.

Figura 4.3. Domínio de cálculo utilizado na obtenção dos fatores de forma condutivos.

A região ABCD desse domínio tem as dimensões da semi-cavidade, incluindo suas paredes. O restante do domínio tem as dimensões do isolamento térmico. Aos pontos do segmento AB da fronteira foi atribuído um valor T_1 , arbitrário, para a temperatura. Aos pontos do restante da fronteira, excluindo-se a linha de simetria, foi atribuída uma temperatura $T_2 \neq T_1$.

A grade utilizada foi estabelecida de tal forma que a região ABCD reproduzisse a grade utilizada na simulação da semi-cavidade. À região ABCD foi atribuído um valor k_1 , bastante alto, para a condutividade térmica. Para o restante do domínio foi atribuído um valor uniforme k_2 , relativamente baixo, para essa propriedade. Dessa forma, a solução de regime permanente apresentava a região ABCD praticamente isotérmica à temperatura T_1 .

A partir do campo de temperatura obtido, foi calculado o fluxo de calor que atravessa cada face de volume de controle situada na linha ADC.

Figura 4.4. Volume de controle situado na parede lateral e que faz fronteira com o isolamento.

O fluxo de calor q'_{cond} , por unidade de profundidade, pode ser calculado para um desses volumes de controle, como o indicado na figura 4.4, da seguinte forma:

$$q'_{\text{cond}} = k_{\text{int}} \frac{T_M - T_N}{\Delta X} \cdot \Delta y \quad (4.25)$$

onde k_{int} é a condutividade na interface entre os dois meios, obtida pela prática da média harmônica. Dados os valores utilizados para as condutividades térmicas k_1 e k_2 , a expressão para o fluxo de calor tornou-se equivalente a:

$$q'_{\text{cond}} = k_2 \frac{T_1 - T_N}{(\Delta X_e)} \Delta y \quad (4.26)$$

Esse fluxo de calor pode também ser expresso utilizando-se o conceito de fator de forma condutivo bidimensional (Incropera e De Witt, 1990), na seguinte forma:

$$q'_{\text{cond}} = k_2 S_{\text{cond}} (T_1 - T_2) \quad (4.27)$$

onde S_{cond} é o fator de forma condutivo entre a face do volume de controle e a superfície externa ACFG.

Introduzindo na equação (4.27) o valor de q'_{cond} obtido por meio da equação (4.26), o valor desse fator de forma pode ser obtido. Isso foi feito para todas as faces de volume de controle situadas na linha ADC.

Esses fatores de forma condutivos foram utilizados na simulação da semi-cavidade, no cálculo dos fluxos de calor através da face externa da parede lateral e da parede inferior a cada iteração. Esses fluxos foram incorporados como termos fonte nos balanços de energia dos respectivos volumes de controle.

4.4.4 O tratamento da radiação

A figura 4.5 indica um volume de controle situado na região sólida e que faz fronteira com o fluido na cavidade.

Figura 4.5. Volume de controle situado na região sólida e que faz fronteira com o fluido.

No balanço de energia de volumes de controle como este, o influxo líquido de energia radiante através de suas interfaces com o fluido foi considerado. Para isso, admitiu-se que cada interface desses volumes de controle com o fluido fosse isotérmica, cinzenta e difusa. Dessa forma, por unidade de comprimento na direção normal ao plano da figura 4.5 tem-se:

$$q'_{\text{rad},i} = \left[\varepsilon \sum_{j=1}^N J_j F_{ij} - \varepsilon \sigma T_i^4 \right] \Delta s_i \quad (4.28)$$

onde N é o número de zonas de superfície em que as fronteiras da região fluida ficaram divididas pela grade de discretização das equações de conservação. A radiosidade J_j de cada zona de superfície é dada por:

$$J_j = \varepsilon \sigma T_j^4 + (1 - \varepsilon) \sum_{k=1}^N J_k F_{jk} \quad j=1, N \quad (4.29)$$

Introduzindo-se (4.29) em (4.28), $q'_{\text{rad},i}$ pode ser obtido na forma:

$$q'_{\text{rad},i} = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} [J_i - \sigma T_i^4] \Delta s_i \quad (4.30)$$

Se as temperaturas de todas as interfaces são conhecidas, a resolução do sistema de radiosidades (4.29) permite o cálculo de $q'_{\text{rad},i}$ por (4.28) ou (4.30).

Em cada ciclo do processo iterativo de resolução das equações de conservação, $q'_{\text{rad},i}$ foi calculado para todos os volumes de controle sólidos que fazem fronteira com o fluido. As temperaturas das interfaces foram obtidas por interpolação do campo de temperatura mais recente por meio da expressão:

$$k_{\text{int}} \frac{T_s - T_f}{\Delta x} = k_f \frac{T_i - T_f}{\delta x} \quad (4.31)$$

onde T_s e T_f são os pontos da grade, vizinhos à interface, situados no sólido e no fluido respectivamente; k_f é a condutividade do fluido, k_{int} é a condutividade na interface obtida pela prática da média harmônica; Δx e δx são explicitados na figura 4.5.

Os fluxos líquidos de energia radiante, q'_{rad} , assim calculados, foram introduzidos nos balanços de energia dos respectivos volumes de controle, como termos fontes. Então, um novo ciclo do processo iterativo era realizado.

O sistema de radiosidades (equações 4.29) foi resolvido a cada ciclo do processo iterativo para a cavidade inteira. Para isto, a distribuição de temperatura nas interfaces sólido-fluido da semi-cavidade, obtida na última iteração, era reproduzida na outra metade da cavidade.

As expressões para cálculo dos termos relativos à radiação, a serem incluídos na forma discretizada da equação da energia, foram apresentadas em variáveis dimensionais, a fim de facilitar a sua compreensão. Em termos das variáveis adimensionais definidas pelas expressões (4.10), elas assumem as seguintes formas:

a) expressão para interpolação da temperatura adimensionalizada numa interface de volume de controle sólido com o fluido:

$$\frac{k_{int} (\theta_s - \theta_f)}{k_f \Delta X} = \frac{\theta_i - \theta_f}{\delta X} \quad (4.32)$$

b) sistema de radiosidades adimensionalizadas, J_i^* , das interfaces:

$$J_i^* = \varepsilon (\theta_i R_1 + R_2)^4 + (1 - \varepsilon) \sum_{j=1}^N J_j^* F_{ij} \quad i=1, N \quad (4.33)$$

onde R_1 e R_2 são parâmetros de radiação, já definidos anteriormente.

c) expressão para cálculo do termo fonte por unidade de volume, relativo à radiação, a ser incluído na forma adimensionalizada dos balanços de energia dos volumes de controle situados nas regiões sólidas e que fazem fronteira com o fluido:

$$S_{rad,i}^* = \left[\frac{\alpha_f a}{\left(\frac{gq'a\beta}{k_f} \right)^{1/2}} \frac{q'_{rad,i}}{\Delta V_i \Delta s_i} \right] q' \quad (4.34)$$

onde Δl_i é a dimensão do volume de controle na direção normal à interface e Δs_i é a sua dimensão sobre a interface.

Introduzindo (4.30) em (4.34) e fazendo uso das variáveis adimensionais J_i^* e θ_i , tem-se:

$$S_{\text{rad},i}^* = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \left[\frac{J_i^* - (\theta_i R_1 + R_2)^4}{(\text{Ra.Pr})^{1/2} (\Delta l_i / a)} \right] \quad (4.35)$$

A introdução de $S_{\text{rad},i}^*$ na equação discretizada da energia, provocou divergência do processo iterativo de resolução das equações de conservação. Esse problema foi contornado expressando-se $S_{\text{rad},i}^*$ como uma função linear da temperatura θ_s no ponto da grade que se encontra no interior do volume de controle sólido em cujo balanço de energia $S_{\text{rad},i}^*$ foi incluído. Isso foi feito de acordo com a recomendação apresentada por Patankar, 1980.

Primeiramente $S_{\text{rad},i}^*$ foi expandido numa série de Taylor em torno de $\theta_{i,0}$ (valor de θ_i na última iteração) retendo-se os dois primeiros termos:

$$S_{\text{rad},i}^* = (S_{\text{rad},i}^*)_0 + \left(\frac{dS_{\text{rad},i}^*}{d\theta_i} \right)_0 (\theta_i - \theta_{i,0}) \quad (4.36)$$

Em seguida, foi forçada artificialmente uma dependência linear de $S_{\text{rad},i}^*$ em relação a θ_s , por meio da seguinte expressão:

$$S_{\text{rad},i}^* = \left[(S_{\text{rad},i}^*)_0 - \left(\frac{dS_{\text{rad},i}^*}{d\theta_i} \right)_0 \theta_{i,0} \right] + \left(\frac{dS_{\text{rad},i}^*}{d\theta_i} \right)_0 \frac{\theta_{i,0}}{\theta_{s,0}} \theta_s \quad (4.37)$$

onde $\theta_{s,0}$ é o valor de θ_s obtido na última iteração.

Quando ocorre convergência da solução, as expressões (4.36) e (4.37) fornecem o mesmo resultado.

Introduzindo (4.35) no lado direito de (4.37) obtém-se:

$$S_{\text{rad}_i}^* = A + B \theta_s \quad (4.38)$$

onde:

$$A = \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)(\text{Ra.Pr})^{1/2}(\Delta l_i/a)} \left[J_i^* - (\theta_{i,0} R_1 + R_2)^4 + 4 R_1 (\theta_{i,0} R_1 + R_2)^3 \theta_{i,0} \right] \quad (4.38a)$$

e

$$B = \frac{-\varepsilon}{(1-\varepsilon)(\text{Ra.Pr})^{1/2}(\Delta l_i/a)} \left[4 R_1 (\theta_{i,0} R_1 + R_2)^3 \frac{\theta_{i,0}}{\theta_{s,0}} \right] \quad (4.38b)$$

Finalmente, para se implementar a inclusão da troca radiante na equação discretizada da energia, foi necessário que se calculassem todos os fatores de forma que aparecem nas equações das radiosidades, equações (4.33). Eles se referem a todos os segmentos em que as superfícies da cavidade foram subdivididas, incluindo aqueles da placa ou das placas aquecidas. A subdivisão utilizada para esse cálculo foi a mesma efetuada pela grade de resolução numérica do problema, através do método dos volumes de controle.

Para esse cálculo foi preciso levar em consideração o efeito de sombreamento que ocorre devido à presença das placas aquecedoras no interior da cavidade. Para isso foi utilizado o método de discretização simples com projeção de sombra (Muraoka, 1987), descrito brevemente a seguir.

Na figura 4.6, A e B indicam dois segmentos de superfícies da cavidade, obtidos pela grade de discretização do método numérico utilizado. Deseja-se obter o valor do

fator de forma entre eles, sabendo que existe uma obstrução que impede parcialmente a troca de energia por radiação térmica.

Figura 4.6. Esquema para o método de discretização simples com projeção de sombra.

Para se calcular F_{A-B} , divide-se o segmento A em um número N de sub-segmentos. Determina-se a região B_i do segmento B que é visível a partir do ponto médio de cada sub-segmento A_i . Assume-se que a parte do segmento B que é visível a partir de um ponto qualquer do sub-segmento A_i é a mesma parte que é visível a partir de seu ponto médio. F_{A-B} pode então ser aproximado por:

$$F_{A-B} \cong \frac{\sum_{i=1}^N F_{A_i-B_i} A_{A_i}}{A_A} \quad (4.39)$$

onde A_A e A_{A_i} são respectivamente as áreas de A e A_i . Para o cálculo de $F_{A_i-B_i}$ foi utilizada a expressão deduzida por Hottel (1954) para tiras longas.

Na medida em que o número de subdivisões de A cresce, o valor dado por (4.39) aproxima-se do valor exato de F_{A-B} . No presente cálculo, o número de subdivisões de cada segmento de superfície foi escolhido de forma que a condição de fechamento fosse satisfeita com erro menor que 10^{-9} para todos segmentos de superfície. A condição de fechamento é a de que a somatória de todos os fatores de forma relativos a uma zona de

superfície qualquer é igual à unidade. Isso implicou num resíduo no balanço global de energia radiante da ordem de $10^{-7}\%$ da taxa de dissipação ôhmica nos casos mais severos.

No apêndice A é apresentado o programa de cálculo de fatores de forma.

4.4.5 A grade de discretização

Na resolução numérica das equações de conservação, através do método de volumes finitos, foi utilizada uma grade não uniforme, refinada junto às interfaces sólido-fluido. Esse refinamento foi feito tanto no lado do fluido como no lado do sólido. Na figura 4.7 é mostrado o domínio de cálculo com duas placas. Devido à simetria, ele engloba apenas a metade da cavidade. Esse domínio foi dividido em cinco regiões na direção horizontal e sete regiões na direção vertical. Cada região tem uma interface sólido-fluido como uma de suas fronteiras. Para cada região, em ambas as direções, foi escolhido o número N de divisões a serem feitas. A menor divisão a ser colocada numa dada região, junto à interface sólido-fluido, foi tomada como a largura da região dividida por $2N$. Feito isso, foi calculada a razão geométrica de crescimento das divisões subsequentes de forma que a região em questão fosse preenchida pelas N divisões desejadas.

A região 4 na direção x , que corresponde à placa aquecedora, foi dividida de maneira uniforme.

Figura 4.7. Divisão do domínio de cálculo em regiões para a construção da grade.

Hortmann e Peric (1990), num estudo da cavidade aquecida lateralmente, verificaram que os resultados obtidos com várias grades construídas da forma exposta acima eram melhores que os resultados obtidos com grades uniformes com o dobro de divisões em cada direção.

Capítulo 5

Resultados e discussões

5.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais e de simulações obtidos para as duas configurações da cavidade em estudo. Nos ensaios e nas simulações realizadas, dois objetivos foram visados. O primeiro, verificar a viabilidade do procedimento computacional elaborado para a simulação do resfriamento conjugado de cavidades de geometria complexa. O segundo, acessar a importância do transporte de radiação, frente aos outros modos de transferência de calor, nos casos analisados.

Sistemas como os estudados neste trabalho ficam caracterizados por um número bastante elevado de parâmetros geométricos e físicos. Uma cavidade semelhante à que foi estudada, com uma placa em seu interior, fica caracterizada por um número total de quinze parâmetros. Se houver duas placas idênticas em seu interior, com aquecimento igual nas duas, a sua completa caracterização exige o estabelecimento de dezessete parâmetros. Entre os diversos aspectos que podem ser investigados, o peso do transporte de energia por radiação, frente aos outros modos de transferência de calor, foi privilegiado. A não inclusão da radiação, na quase totalidade dos trabalhos de simulação de cavidades térmicas realizados nas últimas décadas, deve-se às dificuldades inerentes ao seu equacionamento e não à constatação de que sua importância seja desprezível.

5.2 Resultados preliminares

5.2.1 Verificação da validade das simplificações subjacentes à introdução do transporte radiante num esquema de cálculo baseado em método de volumes finitos.

O método para incluir o transporte de energia por radiação na equação discretizada da energia, exposto no capítulo 4, pressupõe a adoção de duas hipóteses simplificadoras. A primeira decorre do fato de que a taxa de troca de calor por radiação de cada volume de controle sólido com interface sólido-fluido foi distribuída uniformemente sobre esse volume, na forma de um termo fonte. A rigor, os processos de emissão e de absorção de energia radiante por um corpo sólido se dão numa fina camada junto à superfície do corpo. A segunda hipótese simplificadora decorre da expressão (4.31), utilizada para o cálculo da temperatura na interface sólido-fluido.

A fim de se testar a validade dessas hipóteses, o método foi aplicado a um problema unidimensional para o qual se pode obter uma solução exata. O problema, indicado na figura (5.1), consiste em considerar o transporte de calor através de uma parede formada por duas camadas de materiais diferentes: uma transparente à radiação térmica e a outra, opaca. As duas faces da camada transparente são recobertas por uma película cinza, difusa, de emissividade ε . É imposta uma diferença de temperatura entre as duas faces da parede dupla. Busca-se determinar a temperatura T_i na interface entre as duas camadas.

Figura 5.1. Problema teste unidimensional.

Em regime permanente, a continuidade do fluxo de calor na interface é expressa por:

$$2k_A \frac{(T_Q - T_i)}{l} + \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon} \sigma (T_Q^4 - T_i^4) = 2k_B \frac{T_i - T_F}{l} \quad (5.1)$$

Dividindo-se ambos os membros de (5.1) por $k_A(T_Q - T_F)/l$ e introduzindo a temperatura adimensionalizada $\theta = (T - T_F)/(T_Q - T_F)$, obtém-se:

$$2 - 2\theta_i + \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon} N_r \left(1 - \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) \left(\theta_i + \frac{1}{\gamma - 1} \right) \right)^4 = 2k^* \theta_i \quad (5.2)$$

onde N_r , γ e k^* são parâmetros adimensionais definidos por:

$$N_r = \frac{\sigma T_H^4 l}{k_A (T_Q - T_F)} \quad (5.2a)$$

$$\gamma = \frac{T_Q}{T_F} \quad (5.2b)$$

$$k^* = \frac{k_B}{k_A} \quad (5.2c)$$

Arbitrando-se valores para estes três parâmetros e para ε , θ_i pode ser obtida resolvendo-se a equação (5.2) pelo método de Newton. Essa solução pode ser considerada exata em termos computacionais.

O mesmo problema foi resolvido pelo método de volumes finitos. Utilizou-se neste caso a equação da energia para o domínio unidimensional da figura 5.1 e o mesmo tratamento descrito no capítulo anterior para a radiação térmica.

Os resultados, obtidos para uma ampla gama dos parâmetros governantes, são apresentados nas tabelas (5.1), (5.2) e (5.3), onde são comparados com as soluções exatas.

	$N_r=1$	$N_r=10$	$N_r=20$	$N_r=50$	$N_r=100$	$N_r=500$
solução exata	0,5326	0,7084	0,7956	0,8928	0,9403	0,9869
vol. finitos N=20	0,5310	0,7021	0,7893	0,8884	0,9375	0,9862
vol. finitos N=40	0,5318	0,7052	0,7925	0,8906	0,9390	0,9866
vol. finitos N=80	0,5322	0,7069	0,7941	0,8917	0,9396	0,9867

Tabela 5.1. Resultados para θ_i quando $\gamma=1,1$, $k^*=1,0$ e $\varepsilon=0,9$.

	$\gamma=1,001$	$\gamma=1,01$	$\gamma=1,1$	$\gamma=2$	$\gamma=5$	$\gamma=10$
solução exata	0,50405	0,5372	0,7084	0,8954	0,9286	0,9355
vol. finitos N=20	0,50385	0,5355	0,7021	0,8908	0,9252	0,9323
vol. finitos N=40	0,50395	0,5364	0,7053	0,8932	0,9269	0,9339
vol. finitos N=80	0,50400	0,5368	0,7069	0,8943	0,9278	0,9347

Tabela 5.2. Resultados para θ_i quando $N_r=10$, $k^*=1$ e $\varepsilon=0,9$.

	$k^*=1$	$k^*=10$	$k^*=100$	$k^*=1000$	$k^*=10000$
solução exata	0,7084	0,1890	0,022491	0,002292	0,000230
vol. finitos N=20	0,7021	0,1846	0,021868	0,002227	0,000223
vol. finitos N=40	0,7053	0,1868	0,022179	0,002260	0,000226
vol. finitos N=80	0,7069	0,1879	0,022335	0,002276	0,000228

Tabela 5.3. Resultados para θ_i quando $N_r=10$, $\gamma=1,1$ e $\varepsilon=0,9$

Os resultados apresentados foram obtidos com três grades uniformes distintas. A primeira delas, com 20 volumes de controle, é a grade mais grosseira para a qual o erro no valor de T_i foi inferior a 1% de $(T_H - T_C)$, para todos os casos estudados. Os resultados obtidos com as outras duas grades, com 40 e 80 volumes de controle, mostram que o erro na solução aproximada é proporcional ao espaçamento da grade.

5.2.2. Verificação do algoritmo numérico.

A fim de se testar o programa de cálculo, o problema apresentado por Kim e Viskanta (1984) foi resolvido. Trata-se de uma cavidade bidimensional, retangular, limitada por quatro paredes de condutividade térmica finita. As paredes horizontais são limitadas externamente por superfícies adiabáticas. As faces externas das paredes verticais são isotérmicas. Essa cavidade está representada na figura 5.2.

Figura 5.2. Problema teste bidimensional.

Os parâmetros que governam o transporte conjugado de calor nessa cavidade são:

- Razão de aspecto, $R = h/l$
- Razão H/L
- Fração de vazio, $\phi = (h/HL)$
- Razão entre as condutividades térmicas da parede e do fluido, k^*
- Emissividade das faces internas da parede, ϵ
- Razão entre as temperaturas das faces externas das paredes verticais, $\gamma = T_Q/T_F$
- Número de Prandtl do fluido, Pr

- Número de Rayleigh modificado, $Ra_m = \left(\frac{g\beta(T_Q - T_C)l^3}{\alpha\nu} \right) \left(\frac{L}{l} \right)$

• Número de radiação, $N_r = \frac{\sigma T_Q^4 L}{k_w (T_Q - T_F)}$

Para $R=1,0$; $H/L=1,0$; $\phi=0,36$; $k^*=10,0$; $\varepsilon=1,0$; $\gamma = 1,2$; $Pr=0,71$; $Ra_M=10^6$ e $N_r=1,0$, Kim e Viskanta (1984) obtiveram um número de Nusselt médio na face interna da parede quente igual a 3,210, utilizando uma grade 26x26. Para as mesmas condições, o valor obtido para Nu médio, utilizando-se o presente método e uma grade também 26x26, foi 3,146 - uma diferença de 2,0%. Com uma grade 52x52 o valor obtido foi 3,228.

5.2.3. Estudo da grade para a cavidade.

A fim de se definirem as grades a serem utilizadas nas simulações da cavidade, um estudo de refinamento foi realizado para um dos casos ensaiados em laboratório. Nesse ensaio havia uma placa aquecida no interior da cavidade e o número de Rayleigh medido era $1,36 \times 10^5$.

Foram feitas simulações com três grades distintas. A grade menos refinada tinha 34x70 volumes de controle, a grade intermediária tinha 51x105 volumes de controle e a mais refinada, 68x140 volumes de controle. Todas elas foram construídas da maneira descrita no capítulo anterior.

Seguindo De Vahl Davis (1983) e Hortmann et al. (1990), admitiu-se que o resultado exato para o valor da condutância da cavidade, definida na equação (3.13), pode ser expresso na forma:

$$K_e = K_i + Ch_i^n \quad i=1,2,3. \quad (5.3)$$

Em 5.3, i indica uma das três malhas numéricas, K_i indica o valor correspondente da condutância, C é uma constante independente da malha, h_i é um tamanho característico de volume de controle da malha utilizada e n é a ordem do erro de truncamento das

soluções. Para cada malha, h_i foi tomado como a menor dimensão de volume de controle de toda a malha.

Com os valores obtidos para K a partir das três malhas, a ordem do erro de truncamento pode ser obtida pela resolução de :

$$\frac{K_1 - K_2}{K_2 - K_3} = \frac{\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^n - 1}{1 - \left(\frac{h_3}{h_2}\right)^n} \quad (5.4)$$

onde $\frac{h_1}{h_2}$ e $\frac{h_3}{h_2}$, para as malhas utilizadas, valem 1,5 e 0,75 respectivamente. Os valores de K para as três malhas são apresentados na tabela 5.4. Esses valores, introduzidos em (5.4), dão o valor 1,82 para a ordem do erro de truncamento.

Malha	Número de VCs	K	Erro (%)
1	34 x 70	15,5652	0,2
2	51 x 105	15,5486	0,1
3	68 x 140	15,5424	0,06

Tabela 5.4. Resultados para K , obtidos com três malhas distintas. Configuração com uma placa, $Ra=1,36 \times 10^5$.

Utilizando-se (5.3), o valor de K_e pode ser obtido a partir dos valores de K para as duas malhas mais refinadas:

$$K_e = K_3 + \frac{(K_3 - K_2)}{\left(\frac{h_2}{h_3}\right)^n - 1} \quad (5.5)$$

O valor encontrado para K_e foi 15,5334. O erro das soluções numéricas para K pode ser estimado como $K_i - K_e$ e é apresentado em termos percentuais em relação ao valor exato na última coluna da tabela 5.4.

O erro numérico estimado para K , quando se utiliza a grade 1 (34x70 Vcs) é de ordem inferior à incerteza dos valores experimentais de K . Assim, essa grade foi escolhida para ser utilizada em todas as simulações da cavidade em sua configuração com uma placa aquecedora. Para a configuração com duas placas foi utilizada uma grade com praticamente o mesmo número de volumes de controle (36x70 Vcs).

A figura 5.3 mostra a distribuição dos volumes de controle nas malhas utilizadas nas duas configurações da cavidade. Nesta figura estão indicados os números de volumes de controle em cada região.

Figura 5.3. Distribuição de volumes de controle nas malhas utilizadas para as duas configurações da cavidade

5.2.4. Verificação da validade da aproximação de Boussinesq para os casos estudados.

Gray e Giorgini (1975) desenvolveram um método para obtenção de aproximações de diferentes ordens das equações de conservação para convecção natural. O método parte das formas completas das equações de conservação da energia e da quantidade de movimento, onde todas as propriedades do fluido são admitidas variar linearmente com a temperatura e a pressão. A seguir, as equações são adimensionalizadas de tal forma que todas as funções das variáveis adimensionais presentes nas equações sejam de ordem unitária ou menor. Desta maneira, as suas importâncias relativas são dadas pelos seus coeficientes.

A partir dessas equações, pode-se obter a aproximação de Boussinesq exigindo-se que os coeficientes de certos termos nessas equações sejam pequenos. Essas exigências definem as condições a serem obedecidas para que a aproximação de Boussinesq seja válida para um dado problema.

Para o problema em questão neste trabalho, o método de Gray e Giorgini impõe as seguintes condições para a validade da aproximação de Boussinesq:

$$\theta \leq 28,6^\circ \text{ C} \quad (5.6a)$$

$$L \leq 8,3 \times 10^4 \text{ cm} \quad (5.6b)$$

$$\frac{L}{\theta} < 1020 \text{ cm}/^\circ \text{ C} \quad (5.6c)$$

Nas expressões 5.6, θ é a diferença entre a maior e a menor temperatura da cavidade e L é o comprimento característico do sistema.

Visto que a temperatura das placas aquecidas não é especificada, a verificação da validade de Boussinesq só pode ser feita *a posteriori*. Entre todos os casos estudados, o maior valor de θ observado foi $21,4^\circ \text{ C}$, de forma que a condição (5.6a) é satisfeita. As condições (5.6b) e (5.6c) são obedecidas em vista do tamanho reduzido do sistema em

estudo. Assim, pode-se garantir a validade da aproximação de Boussinesq para o presente trabalho, dentro dos critérios do método delineado acima.

5.2.5. Critério de convergência

Foi adotado, como critério de convergência do processo iterativo de resolução das equações de conservação, a exigência de que os resíduos nos balanços globais de energia na placa e na cavidade como um todo fossem inferiores a 0,001% da taxa de dissipação ôhmica, q' . A par disto, foram verificados os valores da norma euclidiana dos resíduos das equações de conservação sobre todo o domínio. Esta norma foi inferior a 10^{-12} para a equação da energia e inferior a 10^{-6} para as equações do movimento, para todas as simulações realizadas. O número de iterações necessário para a convergência foi da ordem de 1.000.

5.3 Resultados para a configuração com uma placa aquecedora.

A seguir, são apresentados resultados experimentais e de simulação para a cavidade com uma placa aquecedora. A placa encontrava-se centrada no interior da cavidade.

Como dados de entrada para as simulações foram utilizados:

- os parâmetros geométricos da cavidade experimental
- o valor medido em laboratório para a emissividade das superfícies internas da cavidade (apêndice B)
- valores obtidos na literatura para as outras propriedades termofísicas dos materiais utilizados na construção da cavidade
- os valores medidos, em cada ensaio, da temperatura ambiente, da temperatura da tampa de alumínio, da pressão atmosférica e da potência elétrica dissipada na placa.

Os resultados apresentados são:

- a condutância da cavidade, K , definida pela expressão (3.13)
- a temperatura média da placa aquecedora, T_Q

- as temperaturas em três pontos da face interna de uma das paredes laterais da cavidade e em três pontos da face interna da parede inferior
- as frações de contribuição de cada um dos modos de transferência de calor no resfriamento da placa e no resfriamento da cavidade como um todo.

Na tabela 5.5 são apresentados os resultados experimentais e os resultados das correspondentes simulações para a temperatura média da placa, T_Q , e para a condutância da cavidade, K , para oito ensaios realizados.

Para o cálculo do número de Rayleigh correspondente a cada ensaio, foi utilizada, no cálculo das propriedades do ar, a média entre os valores medidos para a temperatura da placa aquecida e da tampa. Nas simulações, o número de Rayleigh e o parâmetro de radiação R_1 foram inicialmente calculados utilizando-se valores das propriedades do ar à temperatura da tampa. Após a convergência do procedimento iterativo, os campos de velocidade, temperatura e pressão obtidos foram utilizados como ponto de partida de um novo processo iterativo, onde R_a e R_1 foram corrigidos, utilizando-se os valores das propriedades do ar na média entre a temperatura da tampa e a temperatura média calculada para a placa na etapa anterior. Esse procedimento foi repetido até que não se observassem mais variações em R_a e R_1 , entre duas etapas consecutivas.

$10^{-5} Ra$	T_a (°C)	T_t (°C)	T_Q (°C)		K		
			NUM	EXP	NUM	EXP	
1,36	21,0	21,2	22,5	22,6	15,6	15,2	(18%)
2,81	20,4	21,0	23,5	23,5	15,8	15,9	(10%)
4,88	21,4	22,6	26,9	27,0	16,2	15,8	(5%)
6,01	20,4	21,7	26,9	26,7	16,9	17,3	(5%)
10,8	20,3	22,1	31,1	31,3	18,6	18,3	(3%)
11,9	20,3	23,1	33,1	33,1	18,0	17,9	(3%)
16,6	21,3	24,5	38,7	39,0	19,4	19,1	(3%)
24,6	20,7	25,7	47,1	47,1	20,3	20,3	(3%)

Tabela 5.5. Temperatura da placa e condutância da cavidade para a configuração com uma placa aquecedora.

As diferenças entre os valores medidos e os valores calculados para a temperatura média da placa, T_0 , estão dentro da incerteza estimada para as medidas de temperatura, $0,2^\circ\text{C}$, a não ser para $Ra=1,66 \times 10^6$, onde a diferença foi de $0,3^\circ\text{C}$. Neste caso, esta diferença corresponde a 1,7% da amplitude térmica observada, ou seja, da diferença entre a temperatura média da placa aquecida e a temperatura ambiente.

As diferenças entre os valores medidos e os valores calculados para a condutância K da cavidade foram sempre inferiores a 3% do valor medido. Na última coluna da tabela 5.5, os valores entre parênteses indicam a incerteza dos valores experimentais de K (apêndice C).

Na tabela 5.6 são apresentados os resultados experimentais e de simulação para as temperaturas em três pontos da face interna de uma das paredes laterais e em três pontos da face interna da parede inferior.

Ra x 10^{-5}	T_v ($^\circ\text{C}$)						T_h ($^\circ\text{C}$)					
	y=6,1 cm		y=10,0 cm		y=11,8 cm		x=3,5 cm		x=4,4 cm		x=6,4 cm	
	Num	Exp	Num	Exp	Num	Exp	Num	Exp	Num	Exp	Num	Exp
1,36	21,8	21,9	21,7	21,8	21,6	21,7	21,7	21,7	21,7	21,7	21,7	21,7
2,81	22,0	22,1	21,9	22,0	21,6	21,8	21,8	21,7	21,8	21,8	21,8	21,7
4,88	24,3	24,5	24,1	24,4	23,7	24,0	24,0	24,0	24,0	24,0	24,0	24,0
6,01	23,8	23,7	23,5	23,7	23,1	23,2	23,4	23,1	23,5	23,1	23,4	23,0
10,8	26,0	26,2	25,3	26,0	24,6	25,0	25,3	25,2	25,3	25,2	25,2	25,1
11,9	27,2	27,4	26,6	27,2	25,7	26,2	26,4	26,2	26,5	26,2	26,4	26,1
16,6	30,6	30,9	29,6	30,7	28,4	29,3	29,5	29,2	29,5	29,3	29,4	29,1
24,6	35,0	35,1	33,4	34,4	31,6	32,2	33,4	32,7	33,4	32,8	33,2	32,6

Tabela 5.6. Temperaturas em três pontos de uma das paredes laterais e em três pontos da parede inferior.

Para o ponto da parede lateral mais afastado da tampa, entre os três considerados, cota $y=6,1\text{cm}$, a diferença entre o valor medido e o valor calculado para a temperatura está dentro da incerteza experimental, $0,2^\circ\text{C}$, a não ser para o caso de $Ra=1,66 \times 10^6$. Para os outros dois pontos, essa diferença é em geral maior, ficando entre 2% e 6% da

diferença entre a temperatura da placa e a temperatura ambiente. Para todos os casos, o valor numérico é menor que o valor medido. Isso pode ser explicado pela existência de uma resistência térmica de contato entre as paredes laterais e a tampa de alumínio. Essa resistência de contato não foi considerada nas simulações.

Para os pontos da parede inferior, na maioria dos casos, a diferença entre os valores medidos e os calculados está dentro da incerteza experimental. Nos casos em que isso não ocorreu, essa diferença variou de 0,3 a 0,7 °C ou, em termos percentuais, de 2% a 6% da diferença entre a temperatura da placa e a temperatura ambiente. Os maiores desvios, em termos percentuais, foram observados no caso de $Ra=6,01 \times 10^5$, no qual houve uma sobre-predição das temperaturas de 5% a 6%. Coincidentemente, para este caso, o valor calculado para a temperatura da placa aquecida foi superior em 0,2°C ao valor medido, ao contrário dos outros casos em que o valor calculado foi sempre inferior ou igual ao valor medido (tabela 5.5).

Na tabela 5.7 são apresentadas as frações de contribuição das diferentes formas de transferência de calor no resfriamento da placa e da cavidade como um todo. Esses resultados foram obtidos numericamente.

Q _t (W)	Ra x 10 ⁻⁵	Placa aquecida		Cavidade		
		Conv(W)	Rad (W)	Conv(W)	Rad(W)	Cond(W)
0,18	1,36	0,06 (31,3 %)	0,12 (68,7%)	0,05 (27,1%)	0,06 (34,5%)	0,07 (38,4%)
0,39	2,81	0,14 (35,3%)	0,25 (64,7%)	0,12 (30,3%)	0,12 (31,6%)	0,15 (38,1%)
0,69	4,88	0,26 (37,8%)	0,43 (62,1%)	0,22 (32,6%)	0,21 (29,9%)	0,26 (37,5%)
0,86	6,01	0,34 (39,1%)	0,52 (60,9%)	0,29 (34,0%)	0,25 (29,6%)	0,31 (36,4%)
1,59	10,8	0,67 (41,9%)	0,92 (58,1%)	0,59 (37,4%)	0,46 (28,9%)	0,54 (33,7%)
1,82	11,9	0,77 (42,1%)	1,05 (57,9%)	0,68 (37,2%)	0,51 (28,1%)	0,63 (34,7%)
2,70	16,6	1,17 (43,2%)	1,53 (56,8%)	1,05 (39,0%)	0,76 (28,1%)	0,89 (32,9%)
4,34	24,6	1,92 (44,3%)	2,42 (55,7%)	1,76 (40,6%)	1,19 (27,4%)	1,39 (32,0%)

Tabela 5.7. Frações de contribuição dos três modos de transferência de calor no resfriamento da placa e da cavidade.

Na primeira coluna da tabela é indicada a potência elétrica dissipada no interior da placa aquecida em cada caso. Na terceira e quarta coluna, são mostradas as taxas de perda de energia da placa por convecção e por radiação. Os valores entre parênteses indicam a porcentagem que cada uma dessas taxas de perda de energia representa da energia dissipada na placa. Para cada caso, as taxas de perda de energia por convecção e radiação foram calculadas independentemente. Estes resultados mostram que a contribuição da convecção no resfriamento da placa cresce com o número de Rayleigh. Entretanto, a radiação mostrou-se dominante em toda a faixa de Rayleigh analisada.

Nas três últimas colunas da tabela 5.7, são mostradas as taxas de perda de energia da cavidade como um todo por meio dos três processos de transferência de calor. Na primeira dessas colunas é mostrada a taxa de transferência de calor por convecção do ar do interior da cavidade para a sua tampa de alumínio. Na segunda coluna é mostrada a taxa de transferência líquida de calor por radiação da cavidade como um todo para a tampa de alumínio. Na terceira coluna é mostrada a taxa de transferência de calor das paredes da cavidade para a tampa de alumínio e para o isolamento externo, por condução. Essas três taxas de transferência de calor foram, como no caso da placa, calculadas independentemente.

A observação destes resultados mostra que a contribuição da convecção no resfriamento da cavidade cresceu com Ra cerca de 50% dentro da faixa investigada, enquanto as contribuições da radiação e da condução decresceram cerca de 20% cada. Entretanto, ao se analisar a origem do calor que atravessa as paredes laterais e inferior da cavidade, verificou-se que resultou, praticamente todo ele, da troca de energia por radiação entre as faces internas dessas paredes e o restante da cavidade. Na tabela 5.8 são mostradas as porcentagens da taxa da transferência de calor através das paredes laterais e inferior que resultaram de trocas de calor por radiação e por convecção entre as faces internas dessas paredes e o restante da cavidade.

$Ra \times 10^{-5}$	1.36	2.81	4.88	6.01	10.8	11.9	16.6	24.6
Rad(%)	89,1%	86,8%	85,9%	86,0%	86,6%	86,2%	87,2%	88,4%
Conv(%)	10,9%	13,1%	14,1%	14,0%	13,4%	13,8%	12,8%	11,6%

Tabela 5.8. Origem do calor que atravessa as paredes laterais e inferior da cavidade, para a configuração com uma placa aquecedora.

A apresentação por meio de tabelas e não na forma gráfica, dos resultados mostrados até agora, se deve ao fato de que nos ensaios realizados, as temperaturas da tampa da cavidade e do ambiente variaram de ensaio a ensaio.

A fim de se obterem resultados para uma faixa de Ra mais ampla do que aquela dos ensaios experimentais, simulações adicionais foram em seguida realizadas para a mesma cavidade, porém adotando-se T_a e T_t a 25°C .

Na figura 5.4, os valores calculados para K e T_Q são apresentados. Na figura 5.5 são mostradas as porcentagens de contribuição da radiação e da convecção no resfriamento da placa. Na figura 5.6 são mostradas as porcentagens de contribuição da radiação, da convecção e da condução no resfriamento da cavidade.

Figura 5.4. Resultados de simulações para K e T_Q .

Figura 5.5. Perdas de calor da placa aquecida.

Figura 5.6. Perdas de calor da cavidade.

A figura 5.4 mostra que acima de um valor crítico de Ra em torno de 10^4 , K cresce com Ra. A observação das figuras 5.5 e 5.6 mostra que esse crescimento de K

está associado a um crescimento com Ra da participação da convecção no resfriamento da placa e da cavidade como um todo, para Ra acima desse valor crítico.

No resfriamento da placa, a participação da convecção cresce para Ra acima do valor crítico, havendo uma correspondente diminuição da participação da radiação. Entretanto, dentro da faixa de Ra investigada, a radiação permanece como o modo dominante de transferência de calor.

No resfriamento da cavidade como um todo, a participação da troca de calor por convecção entre o ar da cavidade e a tampa é fortemente dependente do número de Ra. Para Ra abaixo do valor crítico, a convecção, dominada pelo processo de difusão, contribui com uma fração constante (cerca de 10%) das perdas de calor da cavidade para o ambiente. Acima desse valor crítico, entretanto, esta contribuição cresce acentuadamente, passando a ser o modo dominante para valores de Ra acima de $4,7 \times 10^5$.

Na literatura de convecção natural no interior de cavidades (Papanicolau e Gopalakrishna, 1993; Huang e Liakopoulos, 1993) o valor crítico de Ra que marca a transição do regime condutivo para o regime convectivo está em geral em torno de 10^3 . Aqui, no entanto, essa transição ocorre para Ra próximo de 10^4 . Isso ocorre porque o número de Rayleigh utilizado (expressão 4.17) foi definido com base em q'/k_f , onde q' é a taxa de retirada de calor da placa, por unidade de profundidade da cavidade, tanto por convecção como por radiação. Entretanto, um outro número de Rayleigh, Ra_T , pode ser obtido, *a posteriori*, baseado na diferença entre a temperatura da placa aquecida e a temperatura da tampa, visto que tanto a placa como a tampa da cavidade neste caso, resultaram isotérmicas. Assim,

$$Ra_T = \frac{g \beta (T_Q - T_f) a^3}{\nu \alpha} \quad (5.7)$$

A taxa de retirada de calor da placa por convecção, Q_{conv} , não pôde ser obtida com confiança a partir dos resultados experimentais. Para obtê-la, seria necessário calcular a taxa de retirada de calor por radiação, fazendo-se uso dos valores de

temperatura medidos no interior da cavidade. Visto ser reduzido o número de pontos nas paredes nos quais a temperatura foi medida, Q_{conv} foi calculado a partir dos resultados de simulação, para todos os casos reportados até agora. O número de Nusselt médio para a placa aquecida foi definido na forma:

$$\overline{Nu} = \frac{Q_{conv}}{A_Q(T_Q - T_t)} \cdot \frac{a}{k_f} \quad (5.8)$$

onde A_Q é a área total da placa ($0,028m^2$) e k_f foi avaliado na temperatura média entre a placa e a tampa. Os valores obtidos para $\overline{Nu}$ são apresentados na figura 5.7 em função de Ra_T . Observa-se que para Ra_T em torno de 10^3 ocorre a transição do regime difusivo para o regime convectivo. No regime difusivo, o valor de $\overline{Nu}$ é constante e igual a 1,23. No regime convectivo, $\overline{Nu}$ pode ser correlacionado com uma potência de Ra_T , na forma:

$$\overline{Nu} = 0.174 \times Ra_T^{0.286} \quad (5.9)$$

Figura 5.7. Número de Nusselt médio para a placa aquecida.

A intersecção desta correlação com o valor uniforme de $\overline{Nu}$ no regime condutivo ocorre em Ra_T igual a 940. Os resultados obtidos para $\overline{Nu}$ foram comparados com os valores obtidos a partir de duas correlações encontradas na literatura. A primeira é a de Churchill e Chu (1975) para uma placa vertical isotérmica, suspensa num meio quiescente a temperatura uniforme longe da placa:

$$\overline{Nu} = 0,68 + \frac{0,67 \times Ra_T^{1/4}}{\left[1 + (0,492 / Pr)^{9/16}\right]^{4/9}} \quad (5.10)$$

Os valores correspondentes de $\overline{Nu}$, considerando-se uma placa com a mesma altura da utilizada na cavidade em estudo, são também apresentados na figura 5.7. Os valores para a cavidade são menores (cerca de 50%) do que para a placa suspensa num meio infinito. Isto era esperado, visto que a presença das paredes da cavidade restringe o movimento ascendente da pluma que se forma junto à placa aquecida. Além disto, a placa suspensa em meio infinito está completamente circundada pela fonte fria, o que não ocorre com a placa aquecida no interior da cavidade estudada.

Yang e Tao (1995), num estudo numérico e experimental, verificaram que o número de Nusselt médio para uma placa aquecida, suspensa numa cavidade com todas as paredes isotermicamente resfriadas, era inferior ao fornecido pela correlação (5.10). Os desvios de $\overline{Nu}$ com relação a (5.10), para a cavidade de Tao e Yang, eram inferiores aos observados para a presente cavidade. Isto é compreensível, quando se considera que naquela cavidade a placa aquecida estava totalmente circundada pela fonte fria.

A outra correlação é a de Berkovsky-Poleikov, recomendada por Catton (1978) e citada por Incropera e De Witt (1990) para uma cavidade retangular com paredes horizontais adiabáticas e paredes verticais isotérmicas:

$$\overline{Nu} = 0,22 \left[\frac{Pr}{0,2 + Pr} Ra_T \right]^{0,28} \left(\frac{L}{H} \right)^{0,09} \quad (5.11)$$

onde L e H são a largura e a altura da cavidade, respectivamente.

Para esta correlação, a razão L/H utilizada foi a do domínio computacional, levando-se em conta a simetria do processo convectivo. Assim, L foi tomado como metade da largura da cavidade (4 cm) e H a sua altura (11,8 cm). Os resultados obtidos são também mostrados na figura 5.7. Apesar de serem diferentes as configurações das duas cavidades, os resultados das correlações (5.9) e (5.11) são praticamente coincidentes dentro da faixa de Ra_T investigada.

Nas figuras 5.8 a 5.11 são apresentadas as linhas de corrente e os campos de temperatura para quatro casos simulados, para os quais foi assumido T_a e T_t iguais a 25°C . Nas figuras 5.8a até 5.11a são apresentadas as linhas de corrente, com o domínio abrangendo o interior da cavidade. As figuras 5.8b até 5.11b indicam as linhas isotérmicas da temperatura adimensional θ , com o domínio abrangendo a cavidade, a parede lateral e a parede inferior.

Para Ra igual a $8,4 \times 10^2$, observa-se uma célula de recirculação preenchendo praticamente toda a semi-cavidade simulada (Fig. 5.8a). O movimento do fluido é ascendente junto à placa aquecida e descendente ao longo das paredes laterais da cavidade. Os números associados às linhas de corrente nesta figura indicam a taxa adimensionalizada de recirculação de massa, entre a linha de corrente em questão e os limites do semi-domínio fluido, por unidade de profundidade da cavidade. Esta taxa é dada por:

$$\psi = \frac{\dot{m}_{rec}}{\rho u_0 a} \quad (5.12)$$

A observação das figuras 5.8a a 5.11a mostra que a medida que Ra cresce, na região junto à base inferior da cavidade, o fluido torna-se relativamente estagnado. Para $Ra=9,3 \times 10^5$ (figura 5.11), a maior parte do fluido que é resfriado pela tampa superior e desce junto às paredes laterais, desvia o seu curso, dirigindo-se para o centro da cavidade, em direção à placa aquecida.

Nas figuras 5.8b a 5.11b, onde são apresentados os campos de temperatura para os quatro casos citados acima, foram incluídas agora as paredes da cavidade. A

espessura adimensionalizada das paredes é 0,6. Note-se que os gráficos dos campos de temperatura foram girados com relação aos gráficos de função corrente. Isto foi feito a fim de que todos eles pudessem ser vistos de um melhor ângulo. As figuras 5.10b e 5.11b mostram que para valores altos de Ra ocorre o surgimento de camada limite térmica junto à superfície da placa e junto a tampa da cavidade.

(a)

(b)

Figura 5.8. Linhas de corrente e isothermas para $Ra=8,4 \times 10^2$

taxa adim. de rec. de massa

0.015 —

0.01 —

0.005 —

0 —

-0.005 —

0

X

0.5

1

0

0.5

1

1.5

Y

2

2.5

'fort.1013' —

0.0106 - - - -

0.00951 ·····

0.00845 ·····

0.0074 - - - -

0.00634 - - - -

0.00528 - - - -

0.00423 - - - -

0.00317 - - - -

0.00211 —

0.00106 - - - -

(a)

temperatura adimensional

0.07 —

0.06 —

0.05 —

0.04 —

0.03 —

0.02 —

0.01 —

0

0

0.5

1

1.5

Y

2

2.5

3

3.5

0

0.5

1

X

1.5

'fort.1014' —

0.0612 - - - -

0.0551 ·····

0.049 ·····

0.0429 - - - -

0.0367 - - - -

0.0306 - - - -

0.0245 - - - -

0.0184 - - - -

0.0122 —

0.00612 - - - -

(b)

Figura 5.9. Linhas de corrente e isotermas para $Ra=1,0 \times 10^4$

(a)

(b)

Figura 5.10. Linhas de corrente e isotermas para $Ra=1,0 \times 10^5$

(a)

(b)

Figura 5.11. Linhas de corrente e isothermas para $Ra=9,3 \times 10^5$

5.4 Resultados para a configuração com duas placas aquecedoras

A seguir, são apresentados resultados experimentais e de simulação para a cavidade com duas placas aquecedoras. Nesta configuração as placas encontravam-se centradas verticalmente, simétricas com relação ao plano médio vertical da cavidade e afastadas uma da outra 3,9cm.

Na tabela 5.9 são apresentados os resultados experimentais e os resultados das correspondentes simulações obtidos para as temperaturas médias das placas, T_{Q1} e T_{Q2} , e das condutâncias associadas às duas placas, K_1 e K_2 , para os sete casos ensaiados. Nestes casos os ensaios experimentais foram efetuados praticamente com a mesma potência elétrica dissipada em cada placa aquecida. Desta forma, a simulação numérica foi efetuada considerando-se a simetria térmica e do escoamento na cavidade, apresentando um mesmo resultado para as duas placas.

$10^{-5} \times Ra$	$T_a (^{\circ}C)$	$T_F (^{\circ}C)$	$T_Q (^{\circ}C)$			K		
			Exp.1	Exp.2	Num.	Exp.1	Exp.2	Num.
3,15	24,4	25,1	27,5	27,5	27,6	9,3	9,3 (10%)	9,2
4,91	24,9	26,1	29,7	29,7	29,7	9,6	9,5 (7%)	9,6
9,18	23,2	25,0	31,2	31,2	31,6	11,0	10,9 (5%)	10,5
12,9	25,0	27,4	36,7	36,7	36,7	11,2	11,2 (4%)	11,2
18,5	22,9	26,7	39,5	39,5	39,5	11,5	11,5 (4%)	11,5
22,0	25,7	30,8	47,0	47,0	46,6	11,6	11,6 (3%)	11,8
27,1	25,9	31,9	52,2	52,2	51,7	12,1	12,1 (3%)	12,3

Tabela 5.9. Temperaturas das placas e condutâncias associadas a cada placa.

Nos ensaios experimentais, após cada conjunto de leituras, as potências dissipadas nas placas eram ajustadas sempre que a diferença entre elas fosse maior do que 0,5% da potência dissipada numa delas. Todos os resultados apresentados na tabela 5.9 correspondem a leituras feitas quando essa diferença foi observada ser menor que 0,5%.

A coincidência entre as temperaturas das duas placas para todos os ensaios é um indicativo tanto da uniformidade dos termopares como de que a simetria do sistema foi garantida em termos práticos.

Os valores calculados para a temperatura média das placas aquecidas é coincidente ou levemente superior aos valores medidos, na faixa de Ra de $3,15 \times 10^5$ a $1,85 \times 10^6$. Para os dois valores mais elevados de Ra , no entanto, os valores calculados apresentam a tendência oposta, dentro de $0,5^\circ C$. Em termos percentuais, as diferenças observadas variam de 2% a 5% da diferença entre a temperatura medida da placa e a temperatura ambiente.

Em alguns casos ($Ra=4,91 \times 10^5$ e $Ra=9,18 \times 10^5$) as condutâncias medidas diferem levemente entre as duas placas, apesar de as medidas das temperaturas médias das placas, com três algarismos, serem iguais. Isto se deve a pequenas diferenças entre as medidas das tensões nos termopares das duas placas, e a pequenas diferenças entre as potências dissipadas nas duas placas. As diferenças entre os valores calculados e os valores experimentais para as condutâncias são inferiores a 2% do valor experimental, a não ser no caso de $Ra=9,18 \times 10^5$, onde esta diferença é de 4,5%. Os números entre parênteses na penúltima coluna da tabela 5.9 indicam as incertezas estimadas dos valores experimentais de K , determinadas da mesma forma que no caso com uma única placa aquecida, como indicado no apêndice C.

Na tabela 5.10, são apresentados os valores medidos e os valores calculados para as temperaturas em três pontos da face interna de uma das paredes laterais e de três pontos da face interna da parede inferior.

Rax 10 ⁻⁵	T _v (°C)						T _b (°C)					
	y= 6,1cm		y= 10,0cm		y= 11,8cm		x= 3,5cm		x= 4,4cm		x= 6,4cm	
	Num	Exp	Num	Exp	Num	Exp	Num	Exp	Num	Exp	Num	Exp
3,15	26,7	26,8	26,3	26,5	25,9	26,1	26,4	26,3	26,4	26,4	26,4	26,4
4,91	28,4	28,6	27,8	28,1	27,2	27,5	27,9	27,8	27,9	27,9	28,0	28,0
9,18	29,2	29,1	28,1	28,6	27,2	27,6	28,3	27,9	28,4	28,0	28,4	28,1
12,9	33,3	33,7	31,4	32,6	30,5	31,3	32,1	31,9	32,2	32,0	32,3	32,2
18,5	34,6	35,0	32,6	33,5	30,1	31,9	33,1	33,0	33,2	33,2	33,3	33,3
22,0	40,6	41,4	38,1	39,6	36,1	37,7	38,7	38,7	38,8	38,9	39,0	39,1
27,1	44,2	45,3	41,2	43,1	38,7	40,5	41,9	42,0	42,0	42,2	42,2	42,6

Tabela 5.10. Temperaturas em três pontos numa das paredes verticais e em três pontos na parede inferior, para a configuração com duas placas aquecedoras.

As diferenças entre os valores calculados e os valores medidos de temperatura, nos pontos considerados na parede lateral, crescem com a proximidade da tampa, tanto em termos absolutos como em termos relativos. Para o ponto na cota $y=6,1$ cm, essa diferença varia de $0,1^{\circ}\text{C}$ a $1,1^{\circ}\text{C}$ ou de 1% a 4% da diferença entre a temperatura das placas e a temperatura ambiente. Para o ponto na cota $y=10$ cm, a diferença varia de $0,2^{\circ}\text{C}$ a $1,9^{\circ}\text{C}$ ou de 5% a 10%. Para o ponto na cota $y=11,8$ cm, a diferença varia de $0,2^{\circ}\text{C}$ a $1,8^{\circ}\text{C}$, porém com uma média maior do que a média das diferenças para o ponto na cota $y=10$ cm. Em termos percentuais, as diferenças nesse ponto variam de 5% a 11%, tomando-se sempre como base a diferença entre a medida da temperatura das placas e a temperatura ambiente. Como ocorreu na configuração com uma placa aquecedora, o valor calculado foi sempre abaixo do valor medido. Apenas para o ponto na cota $y=6,1$ cm, para o caso de $Ra=9,18 \times 10^5$, essa tendência se inverte. Porém, como neste caso a diferença entre o valor medido e o calculado é inferior à incerteza experimental, pode-se considerar que a tendência citada se confirma.

Para os pontos considerados na parede inferior, praticamente em todos os casos, as diferenças entre os valores medidos e os calculados estão dentro da incerteza experimental. Isso só não ocorreu para o caso de $Ra=9,18 \times 10^5$ e para o ponto no afastamento $x=6,4$ cm, para o caso de $Ra=2,71 \times 10^6$. Nestes casos as diferenças variaram de $0,3^{\circ}\text{C}$ a $0,4^{\circ}\text{C}$.

As diferenças entre os valores calculados e os valores medidos para a temperatura das paredes laterais são superiores às encontradas na configuração com uma única placa. Isto, no entanto, não afetou significativamente a precisão das previsões para a temperatura média e a condutância das placas.

Na tabela 5.11 são apresentadas as frações de contribuição das diferentes formas de transferência de calor no resfriamento das placas e da cavidade como um todo. Estas frações foram obtidas numericamente a partir de simulação dos ensaios experimentais.

Q_l (W)	$10^{-5}Ra$	Placa aquecida		Cavidade		
		Conv(W)	Rad(W)	Conv(W)	Rad(W)	Cond(W)
0,46	3,15	0,14 (30,4%)	0,32 (69,6%)	0,10 (21,0%)	0,17 (37,1%)	0,19 (41,9%)
0,74	4,91	0,24 (32,4%)	0,50 (67,6%)	0,18 (24,1%)	0,26 (35,5%)	0,30 (40,4%)
1,39	9,18	0,49 (35,6%)	0,90 (64,4%)	0,41 (29,2%)	0,47 (33,5%)	0,51 (37,3%)
2,10	12,9	0,77 (36,8%)	1,33 (63,2%)	0,67 (31,7%)	0,69 (32,8%)	0,74 (35,5%)
3,07	18,5	1,18 (38,6%)	1,89 (61,4%)	1,05 (34,3%)	0,95 (31,0%)	1,07 (34,7%)
4,03	22,0	1,55 (38,5%)	2,48 (61,5%)	1,41 (34,9%)	1,25 (31,0%)	1,37 (34,1%)
5,24	27,1	2,05 (39,1%)	3,19 (60,9%)	1,90 (36,2%)	1,61 (30,7%)	1,73 (33,1%)

Tabela 5.11. Frações de contribuição dos três modos de transferência de calor no resfriamento da placa e da cavidade, na configuração com duas placas.

Observa-se que a contribuição da convecção no resfriamento das placas cresce com Ra . A radiação, no entanto, permanece dominante em toda a faixa da Ra considerada.

Como feito anteriormente para a configuração com uma placa, o calor transferido do interior da cavidade para a tampa superior foi dividido nas componentes convectiva e radiante. O restante do calor retirado da cavidade é transferido para o ambiente por condução através das paredes laterais e inferior. As frações de contribuição destes três modos de transferência de calor estão listados nas três últimas colunas da tabela 5.11. Observa-se que a contribuição da convecção cresce com Ra cerca de 70% dentro da faixa considerada, com um correspondente decréscimo, em torno de 20%, nas frações

de contribuição da radiação e da condução. No entanto, os três modos de transferência de calor têm importância não desprezível em toda a faixa de Ra considerada.

Na tabela 5.12 são mostradas as porcentagens da taxa de transferência de calor através das paredes laterais e inferior que resultam de trocas de calor por radiação e por convecção entre essas paredes e o restante da cavidade. A comparação desta tabela com a tabela 5.8 mostra que a contribuição da convecção para a parcela de calor que é conduzida através das paredes, nos valores inferiores de Ra, é maior na configuração com duas placas do que na configuração com uma placa. Isto se deve ao fato de que a proximidade maior da placa em relação à parede, na configuração com duas placas, implica em gradientes de temperatura mais intensos junto à parede. Isto pode ser verificado nos gráficos de campos de temperatura da configuração com duas placas aquecidas, que serão apresentados posteriormente. À medida que o valor de Ra aumenta, a recirculação de ar concentra-se na região acima da placa aquecida e a contribuição relativa da convecção para a troca de calor das paredes isolantes diminui.

Rax10⁻⁵	3.15	4.91	9.18	12.9	18.5	22.0	27.1
Rad	77,6%	79,2%	82,8%	85,9%	87,6%	89,4%	91,2%
Conv	22,4%	20,8%	17,2%	14,1%	12,4%	10,6%	8,8%

Tabela 5.12. Origem do calor que atravessa as paredes laterais e inferior, para a configuração com duas placas aquecedoras.

Também para a configuração com duas placas, simulações adicionais foram feitas para uma faixa mais ampla de Ra do que aquela dos ensaios experimentais. Nestas simulações adotou-se $T_s = T_i = 25^\circ \text{C}$, da mesma forma que anteriormente.

Na figura 5.12 os valores calculados para K e T_Q são apresentados. Na figura 5.13 são mostradas as frações de contribuição da radiação e da convecção no resfriamento da

placa. Na figura 5.14, as frações de contribuição da radiação, da convecção e da condução no resfriamento da cavidade.

Figura 5.12. Resultados de simulação para K e T_Q, configuração com duas placas.

Figura 5.13. Perdas de calor da placa aquecida, configuração com duas placas.

Figura 5.14. Perdas da calor da cavidade, configuração com duas placas.

A figura 5.12 mostra que acima de um valor crítico da Ra em torno de 10^4 , K cresce com Rayleigh. As figuras 5.13 e 5.14 mostram que esse crescimento de K está associado a um crescimento da participação da convecção no resfriamento da placa e da cavidade como um todo.

No resfriamento da placa, a participação da convecção cresce para valores de Ra acima desse valor crítico, porém a radiação permanece como modo dominante de transferência de calor. Para a faixa de Ra entre 1×10^5 e $3,2 \times 10^5$, aproximadamente, observa-se uma acentuada queda na taxa de crescimento da participação da convecção em relação a Ra, tanto no resfriamento da placa, como no resfriamento da cavidade. Isso pode ser observado nas figuras 5.13 e 5.14 e reflete-se na taxa de crescimento de K em relação a Ra (fig. 5.12). Este comportamento está associado a uma mudança no padrão de recirculação do ar no interior da cavidade, que ocorre a partir de um valor de Ra próximo a $3,5 \times 10^5$. Até este valor, o padrão de recirculação consiste numa célula principal em torno de cada placa, com movimento ascendente na região entre as placas e descendente junto às paredes laterais. No interior de cada uma dessas células, acima da placa, apresenta-se uma segunda célula de recirculação. Para valores maiores de Ra, o fluxo ascendente na região entre as placas divide-se nas proximidades da tampa, criando assim duas novas células de recirculação, com movimento descendente junto à linha de simetria. A figura 5.15 mostra exemplos desses dois tipos de recirculação.

Figura 5.15. Linhas de corrente para dois valores de Ra.

Todos os casos simulados na região entre $Ra=1 \times 10^5$ e $1,37 \times 10^6$ apresentaram dificuldades de convergência, havendo necessidade de uma forte sub-relaxação das equações do movimento e conseqüentemente um número maior de iterações do que nos outros casos. Estas dificuldades cresceram para valores de Ra em torno de $3,1 \times 10^5$, quando então os balanços globais de energia oscilaram em torno da unidade, com amplitude variando de 2% a 4%, mesmo após cerca de 4.000 iterações.

Para nove valores de Rayleigh entre $5,6 \times 10^4$ e $1,37 \times 10^6$ foi calculada a forma adimensionalizada da taxa total de recirculação de massa, dada por:

$$\psi_{total} = \frac{(\dot{m}_{rec})_{total}}{\rho u_0 \cdot a} \quad (5.13)$$

onde u_0 é a velocidade de referência. A tabela 5.13 apresenta estes valores.

$Ra \times 10^{-5}$	0,56	0,82	1,1	2,1	2,76	3,1	4,7	6,1	13,7
$\Psi_{total} \times 10^2$	1,76	2,12	2,26	2,27	2,08	1,98	2,27	2,35	2,51

Tabela 5.13. Taxa total adimensionalizada de recirculação de massa.

A observação destes resultados mostra que na faixa de Ra correspondente aos patamares nas curvas de convecção nas figuras 5.13 e 5.14, ocorre uma redução da taxa adimensionalizada de recirculação de massa. Isso explica as inflexões nas curvas de fração de contribuição da convecção em função de Ra . O padrão de recirculação observado para valores inferiores de Ra (fig. 5.15a) apresenta dificuldades de evolução a partir do início da faixa de Ra correspondente ao patamar da convecção. Ele torna-se instável no final deste patamar, evoluindo finalmente para um padrão de recirculação como o da figura 5.15b.

Da mesma forma como foi feito para a configuração com uma placa aquecedora, foi obtido o número de Rayleigh baseado na diferença de temperatura entre as placas e a tampa (Ra_T) e o número de Nusselt médio para as placas ($\overline{Nu}$). Isto foi feito a partir dos resultados das simulações, para todos os casos estudados da configuração com duas placas.

Na figura 5.16, os valores obtidos de $\overline{Nu}$ são apresentados em função de Ra_T . Observa-se que para Ra_T em torno de 10^3 ocorre a transição do regime condutivo para o regime convectivo na cavidade. No regime difusivo o valor de $\overline{Nu}$ é constante e igual a 1,00, inferior ao valor obtido para o regime difusivo na configuração com uma placa aquecedora, que foi 1,23. Isto é compreensível se for levado em consideração que na configuração com duas placas aquecidas, cada placa troca calor por difusão com apenas metade da parede fria.

taxa adim. de rec. de massa

0.0009
0.0008
0.0007
0.0006
0.0005
0.0004
0.0003
0.0002
0.0001
0
-0.0001

X

0.5

1

0

0.5

1

1.5

2

2.5

'fort.2003'

0.000786

0.000707

0.000628

0.00055

0.000471

0.000393

0.000314

0.000235

0.000157

7.82e-05

(a)

temperatura adimensional

0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0

0

0.5

1

1.5

Y

2

2.5

3

3.5

0

0.5

1

X

1.5

'fort.2004'

0.046

0.0414

0.0368

0.0322

0.0276

0.023

0.0184

0.0138

0.0092

0.0046

(b)

Figura 5.17. Linhas de corrente e isothermas para $Ra=1,0 \times 10^3$

taxa adim. de rec. de massa

0.004
0.0035
0.003
0.0025
0.002
0.0015
0.001
0.0005
0
-0.0005

X

0.5

1

0

0.5

1

1.5

Y

2

2.5

'fort.2013' —
0.00347 - - -
0.00312 - - -
0.00278 - - -
0.00243 - - -
0.00208 - - -
0.00173 - - -
0.00139 - - -
0.00104 - - -
0.000693 —
0.000346 - - -

(a)

temperatura adimensional

0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0

0

0.5

1

1.5

Y

2

2.5

3

3.5

0

0.5

1

X

1.5

'fort.2014' —
0.0459 - - -
0.0414 - - -
0.0368 - - -
0.0322 - - -
0.0276 - - -
0.023 - - -
0.0184 - - -
0.0138 - - -
0.00919 —
0.00459 - - -

(b)

Figura 5.18. Linhas de corrente e isothermas para $Ra=1,1 \times 10^4$

(a)

(b)

Figura 5.19. Linhas de corrente e isotermas para $Ra=5,6 \times 10^4$

(a)

(b)

Figura 5.20. Linhas de corrente e isothermas para $Ra=6,0 \times 10^5$

(a)

(b)

Figura 5.21. Linhas de corrente e isothermas para $Ra=1,3 \times 10^6$

(a)

(b)

Figura 5.22. Linhas de corrente e isotermas para $Ra=2,6 \times 10^6$

As figuras 5.17a a 5.19a mostram que na faixa de Ra anterior ao patamar da convecção, a célula secundária de recirculação, localizada acima de cada placa torna-se mais intensa com o crescimento de Ra. A fração da taxa total de recirculação de massa devida a esta célula cresce com Ra. Na faixa de Ra correspondente ao patamar da convecção, devido à restrição de espaço na cavidade, há um limite para o crescimento dessa segunda célula. Na faixa de Ra superior ao patamar da convecção, entre cada placa e a linha de simetria, surge uma nova célula de recirculação com sentido de rotação contrário ao da célula em torno da placa (figuras 5.20a a 5.22a). Diferentemente do que ocorria para valores inferiores de Ra, o movimento do fluido é ascendente junto às duas faces verticais das placas, o que pode ser observado com clareza na figura 5.22a.

Nas figuras 5.17b a 5.22b são mostrados os campos de temperatura para os seis casos citados acima. Estes gráficos mostram que os gradientes de temperatura do ar são mais acentuados junto às paredes laterais do que na configuração com uma placa (figura 5.8b a 5.11b). Observa-se também uma forte distorção das isotermas, à medida que Ra cresce, em relação ao padrão estabelecido nos valores menores de Ra.

5.5 Resultados de simulações com exclusão do transporte de energia radiante.

A fim de melhor avaliar a importância do transporte de energia radiante no resfriamento conjugado da cavidade, novas simulações foram realizadas, adotando-se emissividade nula para todas as superfícies da cavidade e das placas. Nestas simulações foram adotadas as mesmas potências dissipadas nas placas que haviam sido utilizadas nas simulações com $\epsilon=0,89$, $T_a=25^\circ\text{C}$ e $T_t=25^\circ\text{C}$, cujos resultados foram apresentados nos itens 5.3 e 5.4.

Na figura 5.23, são mostrados os valores obtidos para a condutância adimensionalizada, K e para a temperatura da placa, T_Q , para a configuração com uma placa, quando se adota $\epsilon=0$. Estes valores são comparados com os que haviam sido obtidos quando se adotara $\epsilon=0,89$. Observa-se uma redução significativa em K para toda a faixa de Ra analisada. Em termos percentuais, esta redução variou de 75% a 39%, sendo menor para valores maiores de Ra.

Figura 5.23. Resultados de simulação para K e T_Q , para $\epsilon=0,89$ e $\epsilon=0,0$.

Configuração com uma placa.

Este comportamento era esperado, visto que o transporte radiante apresentava peso considerável no processo de resfriamento da cavidade, tanto maior quanto menor o número de Rayleigh. Adotar emissividade nula para as superfícies das paredes e das placas equivale a bloquear um importante mecanismo de retirada de calor da cavidade. Como consequência, verificou-se um aumento na temperatura da placa aquecida.

Na figura 5.24 são apresentadas as frações de contribuição da troca convectiva entre o fluido e a tampa da cavidade e da condução através das paredes laterais e inferior, no resfriamento da cavidade. Observa-se um rápido crescimento com Ra da participação da convecção no resfriamento da cavidade. A convecção tornou-se o modo dominante de transferência de calor para Ra acima de 6×10^3 .

Figura 5.24. Perdas de calor da cavidade para $\epsilon=0,0$. Configuração com uma placa.

A mesma comparação feita na figura 5.23 para a configuração com uma placa é feita na figura 5.25 para a configuração com duas placas. Como esperado, verifica-se também forte redução em K e aumento na temperatura das placas aquecidas, quando o transporte radiante é desconsiderado.

Figura 5.25. Resultados de simulação para K e T_Q , para $\epsilon=0,89$ e $\epsilon=0,0$.

Configuração com duas placas.

Na figura 5.26, são apresentadas as frações de contribuição da convecção e da condução no resfriamento da cavidade, na configuração com duas placas. Verifica-se a ocorrência de um patamar na curva de convecção que se reflete em patamares na curva de condução e na curva da condutância (fig. 5.24). A ocorrência destes patamares está associada a uma mudança no padrão de recirculação, da mesma forma como ocorrera com os casos com inclusão da radiação. No entanto, quando se exclui a radiação, o início do patamar se dá para um valor menor de Ra , em torno de 5×10^4 . Para a emissividade igual a 0,89, esse patamar iniciava-se em Ra em torno de 1×10^5 . Porém, independentemente de se considerar ou não o transporte radiante, o patamar da convecção inicia-se para Ra_T (número de Rayleigh baseado na diferença de temperatura entre as placas e a tampa) em torno de 5×10^3 . Isto vem mostrar que Ra_T é o parâmetro mais adequado para caracterizar os fenômenos convectivos que ocorrem no interior da cavidade.

Figura 5.26. Perdas de calor da cavidade para $\epsilon=0,0$. Configuração com duas placas.

5.6 Análise de sensibilidade com relação à emissividade das superfícies.

Em vista da importância do transporte radiante no comportamento térmico da cavidade estudada, foram realizadas simulações onde a emissividade foi feita variar dentro da faixa de incerteza do valor medido para esta grandeza. A incerteza de ϵ foi avaliada em 0,05 (Apêndice B). O caso escolhido para se fazer essa análise de sensibilidade foi o caso que apresentou Ra igual a $1,36 \times 10^5$, na configuração com uma placa. Este caso foi escolhido por ser aquele, entre os casos experimentais, em que o transporte radiante tinha maior peso. Para ϵ igual a 0,84, houve uma diminuição de 3% na condutância da cavidade, quando comparada com a condutância obtida para ϵ igual a 0,89 (valor medido de ϵ). Para ϵ igual a 0,94 verificou-se um aumento de 2% na condutância da cavidade. Para os outros casos experimentais, as variações de K , em função de variações de ϵ dentro da faixa de incerteza na medida desta propriedade, devem ser inferiores às observadas para o caso reportado acima, visto que o peso do transporte radiante no resfriamento da cavidade diminui com o crescimento de Ra . Assim, observa-se que a incerteza estimada para o valor medido da emissividade tem influência pouco significativa nos resultados obtidos das simulações.

Capítulo 6

Conclusões e sugestões para trabalhos futuros

6.1 Conclusões

Um procedimento numérico de cálculo foi desenvolvido para a simulação de cavidades bidimensionais retangulares nas quais o transporte de energia por radiação, convecção natural e condução fosse levado em conta. Para isto, foi desenvolvido um programa de cálculo de fatores de forma com um certo grau de generalização, que permite a sua utilização no tratamento de configurações distintas das que foram estudadas.

Este procedimento de cálculo foi testado, aplicando-o na resolução de um problema unidimensional, para o qual se tem uma solução exata, e na resolução de um problema bidimensional, resolvido por Kim e Viskanta (1984) por um método diferente. Os resultados obtidos comprovaram a validade das hipóteses simplificadoras adotadas e a consistência do procedimento de cálculo.

Uma cavidade foi construída e ensaiada em laboratório, a fim de se realizar um teste adicional deste procedimento de cálculo. Os resultados experimentais para a temperatura das placas aquecidas, para a temperatura em alguns pontos das paredes laterais e inferior e para a condutância global foram comparados com os resultados de simulações correspondentes, havendo boa concordância entre eles.

A cavidade experimental foi ensaiada em duas configurações distintas. Numa delas havia uma placa aquecida suspensa no interior da cavidade. Na outra havia duas placas, suspensas em posições simétricas em relação à linha de centro.

A fim de se cobrir uma faixa de Ra mais ampla do que aquela dos ensaios experimentais, simulações adicionais foram realizadas. Em todos os casos estudados, verificou-se que nenhum dos modos de transferência de calor pode ser desprezado.

Nas simulações da cavidade em sua configuração com duas placas aquecedoras, observou-se que diferentes padrões de recirculação do fluido podem ocorrer, dependendo da faixa de Ra considerada. Na faixa de Ra correspondente à transição entre os dois regimes de recirculação observados, verificou-se uma redução da taxa de crescimento do número de Nusselt médio com Ra . Ostrach (1988) alerta para o fato de que a convecção natural em cavidades é extremamente sensível a mudanças na configuração geométrica do invólucro. Assim, não se pode garantir que o comportamento observado para a convecção na cavidade, em sua configuração com duas placas, se repita para outras posições das placas, diferentes das estudadas.

6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Um grande número de trabalhos pode ser realizado utilizando-se o esquema de cálculo desenvolvido. Sua versatilidade permite que ele possa ser aplicado a configurações distintas daquelas que foram estudadas, sem necessidade de modificações extensas no programa de cálculo, ou de cálculos laboriosos para obtenção de dados de entrada.

Estudos paramétricos da cavidade estudada, ou de outras configurações de interesse podem ser realizados. Tais estudos podem levar ao conhecimento de uma possível configuração ótima para uma determinada cavidade.

Modificações podem ser realizadas no procedimento de cálculo, a fim de se estender a sua aplicabilidade a situações tridimensionais. Para tanto é necessário desenvolver um programa de cálculo de fatores de forma para tais situações. Esta é, sem dúvida, a maior dificuldade no caminho da obtenção dessa extensão.

Lista Bibliográfica

- ASTM, 1985, "*Annual Book of ASTM Standards*", vol. 15.03, section 15.
- Balaji, C., Venkateshan, S. P., 1994, "*Combined Surface Radiation and Free Convection in Cavities*", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 8, n° 2, pp. 373-376.
- Balaji, C., Venkateshan, S. P., 1995, "*Combined Conduction, and Radiation in a Slot*", *International Journal for Heat and Fluid Flow*, vol. 16, n° 2, pp. 139-144.
- Behnia, M., Reizes, J. A., De Vahl Davis, G., 1990, "*Combined Radiation and Natural Convection in a Rectangular Cavity with a Transparent Wall and Containing a Non-Participating Fluid*", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 10, pp.305-325.
- Carpenter, J. R., Briggs, D. G., Sernas, V., 1976, "*Combined Radiation and Developing Laminar Free Convection Between Vertical Flat Plates With Asymmetric Heating*", *Journal of Heat Transfer*, vol. 98, pp. 95-100.
- Catton, I., 1978, "*Natural Convection in Enclosures*", *Proceeding of the Sixth International Heat Transfer Conference, Toronto*, vol.6., Hemisphere Publishing Corp., Washington DC, pp. 13-30.
- Churchill, S. W., Chu, H. H. S., 1975, "*Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a vertical Plate*", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.18, pp. 1323-1329.
- Dehghan, A. A., Behnia, M., 1996, "*Combined Natural Convection - Conduction and Radiation Heat transfer in a Discretely Heated Open Cavity*", *Journal of Heat Transfer*, vol.118, pp. 56-64.
- De Vahl Davis, G., 1983, "*Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Bench*

Mark Numerical Solution", International Journal for Numerical Methods in Fluids, vol. 3, pp. 249-264.

- Eckert, E. R. G., Goldstein, R. J., 1976, "*Measurements in Heat Transfer*", McGraw Hill, Hemisphere Publishing Corp.
- Fox, W. F., Mc Donald, A. T., 1994, "*Introduction to Fluid Mechanics*", John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Gebhart, B., Jaluria, Y., Mahajan, R. L., Sammakia, B., 1988, "*Bouyancy-Induced Flows and Transport*", Hemisphere Publishing Corporation, New York.
- Gray, D. D., Giorgini, A., 1976, "*The Validity of the Boussinesq Approximation for Liquids and Gases*", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 19, pp. 545-551.
- Groh, H. C., Kassemi, M., 1993, "*Effect of Radiation on Convection in a Top-Heated Enclosure*", Journal of Thermophysics and Heat transfer, vol. 7, n° 4, pp. 561-568.
- Heindel, T. J., Ramadhyani, S., Incropera, F. P., 1995, "*Laminar Natural Convection in a Discretely Heated Cavity: I- Assessment of Three-Dimensional Effects*", Journal of Heat Transfer, vol. 117, pp. 902-909.
- Hortman, M., Peric, M., Scheuerer, G., 1990, "*Finite Volume Multigrid Prediction of Laminar Natural Convection: Bench-Mark Solutions*", International Journal for Numerical Methods in Fluids, vol. 11, pp. 189-207.
- Hottel, H. C., 1954, "*Radiant Heat Transmission*", in Heat Transmission, by W. H. Mc Adams, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
- Huang, X., Liakopoulos, A., 1993, "*Convective Flow and Heat Transfer in Tall Enclosures With Flush-Mounted Heat Sources*", ASME Advances in Electronic Packaging, vol. 4 -2, pp. 769-778.
- Incropera, F. P., De Witt, D. P., 1990, "*Fundamentals of Heat and Mass Transfer*", John Wiley & Sons, New York.
- Kim, D. M., Viskanta, R., 1984, "*Effect of Wall Conduction and Radiation on Natural Convection in a Rectangular Cavity*", Numerical Heat Transfer, vol. 7, pp. 449-470.

- Kline, S. J., Mc Clintock, F. A., 1953, “*Describing Uncertainties in Single-Sample Experiments*”, Mechanical Engineering, vol. 75, pp. 3-8.
- Larson, D. W., Viskanta, R., 1976, “*Transient Combined Laminar Free Convection and Radiation in a Rectangular Enclosure*”, Journal of Fluid Mechanics, vol. 78, Part 1, pp. 65-85.
- Mallisson, G. D., De Vahl Davis, G., 1977, “*Three-Dimensional Natural Convection in a Box: A Numerical Study*”, Journal of Fluid Mechanics, vol. 83, part 1, pp. 1-31.
- Moutsoglou, A., Wong, Y. H., 1989, “*Convection-Radiation Interaction in Buoyancy-Induced Channel Flow*”, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, vol. 3, n° 2, pp. 175-181.
- Muraoka, I., 1986, “*Análise Térmica em Regime Permanente para Satélites*”, Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial, INPE, São José dos Campos.
- Ostrach, S., 1972, “*Natural Convection in Enclosures*”, Advances in Heat Transfer, vol.8, Academic Press, New York, pp. 161-227.
- Ostrach, S., 1988, “*Natural Convection in Enclosures*”, Journal of Heat Transfer, vol. 110, pp.1175-1190.
- Papanicolau, E., Gopalakrishna, S., 1993, “*Natural Convection in Shallow, Horizontal Air Layers Encountered in Electronic Cooling*”, Asme Advances in Electronic Packaging, vol. 4-2, pp. 779-791.
- Patankar, S. V., 1980, “*Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*”, Hemisphere Publishing Co., New York.
- Patankar, S. V., 1981, “*A Calculation Procedure for Two-Dimensional Elliptic Situations*”, Numerical Heat Transfer, vol.4, pp. 409-425.
- Rohsenow, W. M., Hartnett, J. P., Eds., 1973, “*Handbook of Heat Transfer*”, Mc Graw Hill, New York.
- Sanches, A., Smith, T. F., 1992, “*Surface Radiation Exchange for Two-Dimensional Rectangular Enclosures Using the Discrete-Ordinates Method*”, Journal of Heat

Transfer, vol. 111, pp. 465-472.

- Smith, T. F., Beckermann, C., Weber, S. W., 1991, "Combined Conduction, Natural Convection and Radiation Heat Transfer in a Electronic Chassis", Journal of Electronic Packaging, vol. 113, pp. 382-391.
- Sparrow, E. M., Cess, R. D., 1978, "Radiation Heat Transfer", Hemisphere Publishing Co., New York.
- Sparrow, E. M., Altemani, C. A. C., 1979, "On Attaining Isothermal Convectively Cooled Surfaces whit Rear-Side, Discrete Groove-Embedded Heaters", Numerical Heat Transfer, vol. 2, pp. 129-136.
- Sparrow, E. M., Shah, S., Prakash, C., 1980, "Natural Convection in a Vertical Channel: I. Interacting Convection and Radiation. II. The Vertical Plate With and Without Shrouding", Numerical Heat Transfer, vol. 3, pp. 297-341.
- Touloukian, Y. S., Ho, C. Y., 1970, "Thermophysical Properties of Matter", IFI/Plenum, New York - Washington.
- Yang, M., Tao, W. Q., 1995, "Three-Dimensional Natural convection in a Enclosure With an Internal Isolated Vertical Plate", Journal of Heat Transfer, vol. 117, pp. 619-625.
- Zhao, Z., Poulidakos, D., Ren, Z., 1992, "Combined Natural Convection and Radiation from Heated Cylinders Inside a Container", Journal of Thermophysics and Heat Transfer, vol. 6, n° 4, pp. 713-720.

Apêndice A

Cálculo dos fatores de forma

I. Introdução

A principal dificuldade encontrada na implementação do método proposto neste trabalho para a simulação de cavidades reside no cálculo dos fatores de forma. Esse cálculo deve ser feito entre todas as zonas de superfície em que se dividem tanto as faces internas das paredes da cavidade, como as superfícies dos corpos presentes em seu interior.

O método proposto seria de pequena utilidade caso fosse necessário desenvolver um algoritmo de cálculo de fatores de forma sempre que se desejasse simular uma cavidade que apresentasse geometria distinta daquelas porventura já estudadas. Assim, para conferir versatilidade ao método, foi desenvolvido em Fortran o programa denominado LUZESOMBRA. Por meio desse programa pode-se calcular os fatores de forma entre zonas de superfície para uma cavidade bidimensional retangular, no interior da qual existe um número qualquer de objetos que obedeçam às seguintes condições:

- a) que tenham secção transversal retangular ou formada pela união de retângulos
- b) que tenham suas faces paralelas às paredes da cavidade.

A figura A.1 a seguir ilustra exemplos deste tipo de cavidade.

Figura A.1. Cavidades exemplo.

O procedimento de cálculo dos fatores de forma permite o tratamento de cavidades aletadas internamente, figura A.1a e também de cavidades de secção transversal formada pela união de retângulos, figura A.1b.

II. Descrição do programa

No que se segue, será utilizada a seguinte nomenclatura:

- a) **Face:** cada uma das superfícies planas que formam um corpo presente no interior da cavidade ou a face interna de cada parede da cavidade.
- b) **Zona de superfície:** cada um dos segmentos em que ficam divididas as faces pela malha para discretização das equações de conservação.
- c) **Sub-zona de superfície:** cada um dos segmentos em que fica sub dividida uma zona de superfície a fim de que possam ser tratados os efeitos de sombreamento.
- d) **Face de emissão:** nome que uma face qualquer recebe quando se calculam os fatores de forma entre as suas zonas de superfície e todas as outras zonas de superfície da cavidade.
- e) **Face de projeção:** nome que uma face qualquer recebe quando são calculados os fatores de forma entre uma zona de superfície de uma face de emissão e as suas zonas de superfície.
- f) **Face de obstrução:** nome que uma face recebe quando ela consiste numa obstrução à propagação da radiação entre uma face de emissão e uma face de projeção.

g) **Zona de emissão e zona de projeção:** seus significados são análogos aos de face de emissão e face de projeção.

Os dados de entrada

O primeiro comando executável do programa é a chamada da subrotina **INICIO**. Nesta subrotina são lidos os dados que o usuário deve fornecer ao programa. Esses dados são os seguintes:

a) O número de faces, **NF**.

b) As coordenadas **XF1(I)**, **YF1(I)**, **XF2(I)** e **YF2(I)** dos vértices das faces. **XF1** e **XF2** correspondem aos vértices esquerdo e direito, respectivamente, das faces horizontais. **YF1** e **YF2** correspondem aos vértices inferior e superior, respectivamente, das faces verticais.

O índice **I** destas variáveis corresponde ao número de ordem da face e fica definido pela ordem de entrada dos dados.

c) Informações sobre a posição de cada face no corpo a que pertence. Essas informações são fornecidas atribuindo-se valores para a variável inteira **LFC(I)**, de acordo com o que segue:

- Face vertical esquerda: $LFC(I)=1$
- Face horizontal superior: $LFC(I)=2$
- Face vertical direita: $LFC(I)=3$
- Face horizontal inferior: $LFC(I)=4$

Para as faces internas das paredes da cavidade, os valores de **LFC(I)** devem ser atribuídos como segue:

- Parede lateral esquerda: $LFC(I)=3$
- Parede superior: $LFC(I)=4$
- Parede lateral direita: $LFC(I)=1$
- Parede inferior: $LFC(I)=2$

c) Informações sobre a malha que divide a cavidade e os corpos em seu interior em volumes de controle e que, por consequência, divide as faces em zonas de superfície. São elas:

- **L1**: número de divisões da cavidade na horizontal + 1.
- **M1**: número de divisões da cavidade na vertical + 1.
- **X(I)**, $1 \leq I \leq L1$: indicam as posições das linhas verticais da malha, correspondentes a fronteiras de volumes de controle. $X(1)=0$ e $X(L1)$ = largura máxima da cavidade.
- **Y(J)**, $1 \leq J \leq M1$: idem, para as linhas horizontais da malha.

d) Matriz de visibilidade, **LVIS1(I,J)**, usada para economizar espaço de memória. Seus elementos obedecem às seguintes condições:

- **LVIS1(I,J)=0**: se a J-ésima face não é visível a partir de qualquer ponto da I-ésima face.
- **LVIS1(I,J)=1**: em caso contrário.

e) Largura média desejada para as sub zonas de superfícies, **WSUBM**. Em geral, quanto menor este valor, melhor a precisão dos resultados quando houver efeitos de sombreamento. Porém, a partir de um certo valor, reduções em **WSUBM** não aumentam a precisão dos resultados, devido à acumulação de erros de arredondamento. São necessárias algumas tentativas para se chegar a um valor ótimo. Um ponto de partida indicado é 10^{-3} vezes a dimensão característica da cavidade.

A partir dos dados fornecidos pelo usuário, a sub rotina **INICIO** determina uma série de parâmetros para cada face. São eles:

- NM(I)**: número de zonas de superfície em que se dividiu a I-ésima face.
- MB(I)**: para uma face vertical é igual ao número de volumes de controle existentes abaixo da face + 1 (não é utilizado para faces horizontais).
- ME(I)**: para uma face horizontal é igual ao número de volumes de controle existentes à esquerda da face + 1 (não é utilizado para faces verticais).

- d) **LJ(I)**: define a jazitura da face. Para faces horizontais vale 0 e para faces verticais 1.
- e) **XFA(I)**: Para faces verticais corresponde ao valor constante da abscissa da face (para as faces horizontais não é utilizado).
- f) **YFA(I)**: Análogo ao anterior, para as faces horizontais.
- g) **XME(I)** e **XMA(I)**: Para faces horizontais corresponde respectivamente ao menor e ao maior valor da coordenada X, ao longo da face. Para faces verticais não é utilizado.
- h) **YME(I)** e **YMA(I)**: análogos aos anteriores, para as faces verticais.

Feito isso, o controle de execução retorna ao programa principal e é dado início aos ciclos de cálculos.

O procedimento de cálculo

São varridas, pela ordem de numeração, todas as faces da cavidade. Em cada face, são varridas todas as zonas de superfície. Para cada zona de superfície são calculados os fatores de forma com relação a todas as outras zonas de superfície. Neste procedimento é utilizada a seguinte nomenclatura:

- a) **NFE**: número da face de emissão. Corresponde ao número de ordem da face para cujas zonas de superfície estão sendo calculados os fatores de forma.
- b) **NZE**: número da zona de emissão. Corresponde ao número da zona de superfície para a qual estão sendo calculados os fatores de forma.
- c) **NFP**: número da face de projeção.
- d) **NZP**: número da zona de projeção.

À medida em que as zonas de uma face de emissão são varridas, o programa calcula, para cada uma delas, os seguintes valores:

- a) **WZ**: a largura da zona.

- b) **NSUB**: o número de subzonas desta zona. NSUB é obtido por $NSUB=IDNINT(WZ/WSUBM)$ onde IDNINT é uma função interna que dá o inteiro mais próximo do argumento de dupla precisão.
- c) **XISU(I), XFSU(I), YISU(I), YFSU(I)** onde $1 \leq I \leq NSUB$: coordenadas das extremidades das subzonas.
- d) **XPP(I) e YPP(I)** onde $1 \leq I \leq NSUB$: coordenadas dos pontos médios das subzonas de superfície. As variáveis listadas em c) e d) são reinicializadas a cada nova zona de emissão que é considerada.

Feito isso, são varridas todas as sub zonas da zona de emissão e para cada uma destas sub zonas, inicialmente, é chamada a subrotina **VISIBILIDADE**.

Quando a sub-rotina VISIBILIDADE é chamada, ela tem disponíveis por meio de compartilhamento de blocos COMMON, os valores de NFE, XPP e YPP, além dos parâmetros que caracterizam todas as faces.

Esta sub-rotina varre todas as faces da cavidade, atribuindo a cada uma delas um valor 0 ou 1, armazenado na variável LVIS(I), de acordo com o que segue:

$LVIS(I) = 1$, se a I-ésima face é “visível” a partir do ponto médio da sub zona de emissão em questão.

$LVIS(I) = 0$, em caso contrário.

Esta “visibilidade” é, em verdade, relativa. A sub-rotina identifica somente aquelas faces que não são visíveis a partir do ponto médio da sub zona de emissão por estarem ocultas, ou pelo corpo onde se encontra a sub zona de emissão, ou pelo corpo onde se encontra a face em questão. A figura A.2 ilustra a atribuição de valores para LVIS(I) para algumas faces. O ponto P indicado na figura é o ponto de vista, ou seja, o ponto médio da sub zona de emissão.

Figura A.2. Atribuição de valores para LVIS(I).

Feito isto, o controle de execução retorna ao programa principal. Inicia-se agora uma varredura de todas as faces da cavidade. Cada uma dessas faces poderá ser uma face de projeção para a sub zona de emissão que está sendo considerada. Ela poderá sê-lo, se o seu valor de LVIS for igual a 1. Neste caso são chamadas as sub rotinas OBSTRUÇÃO e SOMBRA, nesta sequência.

A sub rotina OBSTRUÇÃO

Quando a sub rotina OBSTRUÇÃO é chamada, ela tem disponíveis, por compartilhamento de blocos COMMON, os valores de NFE, NFP, XPP, YPP, LVIS(I) e os parâmetros de todas as faces. Ela varre todas as faces da cavidade e atribui a cada uma delas um valor 0 ou 1, armazenado na variável LOBS(I), de acordo com o que se segue:

Se $LVIS(I)=0$, $LOBS(I)=0$.

Se $LVIS(I)=1$, $LOBS(I)=1$, se a I-ésima face se interpõe entre o ponto médio da sub zona de emissão e a face de projeção. Caso contrário, $LOBS(I)=0$.

A figura A.3 ilustra a atribuição de valores para LOBS(I).

Figura A.3. Atribuição de valores para LOBS(I).

Eventualmente, algumas faces que recebem o valor 1 para LOBS não representam de fato obstruções. São aquelas que estão localizadas entre a face de emissão e a de projeção, mas fora do ângulo de visão da face de projeção a partir do ponto médio da sub zona de emissão. Isso, no entanto, não implica em problemas, como se verá adiante.

A sub rotina SOMBRA

Quando a subrotina sombra é chamada, ela tem disponíveis, por compartilhamento de blocos COMMON, os valores correntes de NFE, NFP, XPP, YPP, LOBS(I), LVIS(I) e os parâmetros de todas as faces.

Esta sub-rotina varre todas as faces para as quais LOBS(I) é igual a 1 e calcula os limites das sombras que essas faces projetam sobre a face de projeção, quando se supõe existir uma fonte luminosa pontual no centro da sub zona de emissão. Neste cálculo, vinte combinações diferentes de tipos de face de projeção, tipos de face de obstrução e

posição do ponto central da sub zona de emissão em relação à face de projeção são consideradas.

Com pequenas modificações, dependentes de qual das vinte combinações citadas se considera, o cálculo dos limites das sombras segue o seguinte procedimento.

- a) Determinação dos coeficientes linear e angular das retas que unem o ponto central da sub zona de emissão aos limites da face de projeção.
- b) Determinação da parte da face de obstrução que efetivamente lança sombra sobre a face de projeção, ou seja, a parte da face de obstrução que se encontra dentro do ângulo sob o qual a face de projeção é vista a partir do ponto central da sub zona de emissão, Fig. A.4.

Figura A.4. Determinação da parte da face de obstrução que lança sombra sobre a face de projeção.

- c) Determinação dos limites da sombra que a face de obstrução lança sobre a face de projeção, fig. A.5.

Figura A.5. Determinação dos limites das sombras.

Nos casos em que a face de projeção fica totalmente sombreada por uma face de obstrução, atribui-se valor zero para $LVIS(NFP)$ e retorna-se ao programa principal.

A cada sombra projetada sobre a face de projeção, verificam-se as zonas de superfície que ficaram totalmente sombreadas e atribui-se a elas o valor 1, armazenado na variável $LSOMBRA(I)$, onde I é o número de ordem da zona de projeção. Às zonas de projeção onde se encontram os extremos da sombra atribui-se o valor 1, armazenado na variável $LPEN(I)$, onde I é o número de ordem da zona de projeção. Se para uma destas zonas o valor de $LPEN(I)$ já era 1, porque um dos limites de uma sombra projetada anteriormente caíra sobre ela, verifica-se se a junção das sombras cobre toda a zona, quando então atribui-se o valor 1 para $LSOMBRA(I)$.

Para as zonas onde $LSOMBRA(I)=0$ e $LPEN(I)=1$, armazenam-se nas variáveis $SIL(I)$ e $SSL(I)$ os valores da coordenada y dos extremos inferior e superior da parte "iluminada" da zona de superfície, no caso da face de projeção ser vertical. Nos casos em que ela é horizontal armazenam-se os valores da coordenada x dos extremos esquerdo e direito da parte "iluminada" da zona.

Para as zonas sobre as quais não recai qualquer sombra, os valores de $SIL(I)$ e $SSL(I)$ correspondem às abscissas ou ordenadas dos próprios limites da zona.

Após terem sido determinados os limites de todas as sombras lançadas pelas faces de obstrução sobre a face de projeção, o controle de execução retorna ao programa principal para a etapa final de um ciclo de cálculo.

A expressão utilizada para o cálculo aproximado dos fatores de forma é a que segue:

$$F_{AB} \cong \frac{\sum_{i=1}^{NSUP} F_{A_i-B_i} A_{A_i}}{A_A} \quad (\text{A.1})$$

onde: A é a zona de emissão, B é a zona de projeção, A_i é a i -ésima sub zona de emissão, B_i é a parte da zona de projeção vista a partir do ponto médio da i ésima sub zona de emissão, A_{A_i} é a área da i ésima sub zona de emissão e A_A é a área da zona de emissão.

Em (A.1) está implícita a hipótese simplificadora de que a região da zona de projeção que é visível a partir de um ponto qualquer da sub zona de emissão é aquela que é visível a partir do ponto médio desta sub zona.

$F_{A_i-B_i}$ é obtido por meio da expressão devida a Hottel (1954) para cálculo dos fatores de forma entre superfícies de uma cavidade longa, apresentada a seguir.

Considere-se uma cavidade como a mostrada na figura A.6, formada por superfícies que se estendem indefinidamente na direção perpendicular ao plano da figura.

Figura A.6. Método das cordas cruzadas para uma cavidade longa

Imaginem-se cordas esticadas que unem os pontos A, B, C e D (linhas tracejadas na figura A.6). L_1 , L_2 , L_3 e L_4 indicam os comprimentos dessas cordas. O fator de forma F_{AB-CD} entre a superfície da cavidade que passa pelo segmento AB e a que passa pelo segmento CD é dado por:

$$F_{AB-CD} = \frac{(L_3 + L_4) - (L_1 + L_2)}{2L_{AB}} \quad (\text{A.2})$$

onde L_{AB} é o comprimento do segmento AB.

Quando o controle de execução retorna ao programa principal, vindo da subrotina SOMBRA, são calculados, utilizando-se (A.2), os fatores de forma entre a sub zona de emissão e todas as zonas de superfícies da face de projeção. Cada um desses fatores calculados é incorporado a uma somatória como a da expressão (A.1).

Para se observar a precisão dos resultados, foram verificados os erros na condição de fechamento para todas as zonas de superfície. Para as duas configurações da cavidade estudada, este erro foi inferior a 10^{-9} , quando se adotou WSUBM igual a 10^{-4} vezes o comprimento característico.

Nas páginas a seguir é apresentada a listagem do programa LUZESOMBRA.

```

PROGRAM LUZESOMBRA
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION XPP(10000),YPP(10000),YISU(10000),YSSU(10000),XISU(10000)
,XSSU(10000),
! FF(150,12,150),SOMA(150)
! COMMON/B1/ X(151),Y(151),XFA(12),YFA(12),XME(12),XMA(12),YME(12)
! ,YMA(12),SIL(150),
! SSL(150),WSUBM,XP,YP
! COMMON/B2/LFC(12),LJ(12),LVIS(12),LOBS(12),LNO(12),LSOMBRA(150)
! ,NM(12),
! MB(12),ME(12),LPEN(150),NFP,NFE,NF
! COMMON/PEQSOM1/SFPS(150),SIPS(150)
COMMON/PEQSOM2/LPS(150)
COMMON/LV/LVIS1(12,12)
external common_handler
i=ieee_handler("set","common",common_handler)
if(i.ne.0)print *,"could not establish fp signal handler"
III=0
CALL INICIO
WRITE(*,*)'ENTRE COM O NUMERO DO ARQUIVO ONDE DEVEM SER ARMAZENADOS
OS RESULTADOS'
READ(*,*)NARQ
DO NFE=1,NF
DO NZE=1,NM(NFE)
IF(LFC(NFE).EQ.1.OR.LFC(NFE).EQ.3)THEN
WZ=Y(MB(NFE)+NZE)-Y(MB(NFE)+NZE-1)
NSUB=IDNINT(WZ/WSUBM)
IF(LNO(NFE).EQ.1)NSUB=1
WS=WZ/NSUB
YPP(1)=Y(MB(NFE)+NZE-1)+WS/2.DO
YISU(1)=Y(MB(NFE)+NZE-1)
YSSU(1)=Y(MB(NFE)+NZE-1)+WS
XISU(1)=XFA(NFE)
XSSU(1)=XFA(NFE)
XPP(1)=XFA(NFE)
IF(LNO(NFE).EQ.0)THEN
DO I=2,NSUB
YISU(I)=YISU(I-1)+WS
YSSU(I)=YSSU(I-1)+WS
YPP(I)=YPP(I-1)+WS
END DO
DO I=2,NSUB
XISU(I)=XFA(NFE)
XSSU(I)=XFA(NFE)
XPP(I)=XFA(NFE)
END DO
END IF
END IF
IF(LFC(NFE).EQ.2.OR.LFC(NFE).EQ.4)THEN
WZ=X(ME(NFE)+NZE)-X(ME(NFE)+NZE-1)
NSUB=IDNINT(WZ/WSUBM)
WS=WZ/NSUB
IF(LNO(NFE).EQ.1)NSUB=1
XPP(1)=X(ME(NFE)+NZE-1)+WS/2.DO
XISU(1)=X(ME(NFE)+NZE-1)
XSSU(1)=X(ME(NFE)+NZE-1)+WS
YISU(1)=YFA(NFE)
YSSU(1)=YFA(NFE)
YPP(1)=YFA(NFE)
IF(LNO(NFE).EQ.0)THEN

```

```

DO I=2, NSUB
XISU(I)=XISU(I-1)+WS
XSSU(I)=XSSU(I-1)+WS
XPP(I)=XPP(I-1)+WS
END DO
DO I=2, NSUB
YISU(I)=YFA(NFE)
YSSU(I)=YFA(NFE)
YPP(I)=YFA(NFE)
END DO
END IF
END IF
DO NS=1, NSUB
XP=XPP(NS)
YP=YPP(NS)
CALL VISIBILIDADE
DO NFP=1, NF
IF(LVIS(NFP).EQ.1) THEN
IF(LNO(NFE).EQ.0) THEN
CALL OBSTRUCAO
END IF
CALL SOMBRA
IF(LVIS(NFP).EQ.1) THEN
DO NZP=1, NM(NFP)
IF(LSOMBRA(NZP).EQ.0) THEN
IF(LFC(NFE).EQ.1.OR.LFC(NFE).EQ.3) THEN
YIE=YISU(NS)
YFE=YSSU(NS)
XIE=XFA(NFE)
XFE=XFA(NFE)
ELSE
YIE=YFA(NFE)
YFE=YFA(NFE)
XIE=XISU(NS)
XFE=XSSU(NS)
END IF
IF(LFC(NFP).EQ.1.OR.LFC(NFP).EQ.3) THEN
YIP=SIL(NZP)
YFP=SSL(NZP)
XIP=XFA(NFP)
XFP=XFA(NFP)
IF(LPS(NZP).EQ.1) THEN
YIPS=SIPS(NZP)
YFPS=SFPS(NZP)
XIPS=XFA(NFP)
XFPS=XFA(NFP)
END IF
ELSE
YIP=YFA(NFP)
YFP=YFA(NFP)
XIP=SIL(NZP)
XFP=SSL(NZP)
IF(LPS(NZP).EQ.1) THEN
YIPS=YFA(NFP)
YFPS=YFA(NFP)
XIPS=SIPS(NZP)
XFPS=SFPS(NZP)
END IF
END IF
IAUX=LFC(NFE)+LFC(NFP)

```



```

END IF
END DO
DO I=1,NF
IF(LFC(I).EQ.1.OR.LFC(I).EQ.3)THEN
ICHAVE1=0
ICHAVE2=0
DO J=1,M1
IF(Y(J).EQ.YF1(I))THEN
ICHAVE1=1
MB(I)=J
END IF
IF(Y(J).EQ.YF2(I))THEN
ICHAVE2=1
NM(I)=J-MB(I)
END IF
END DO
IF(ICHAVE1.EQ.0.OR.ICHAVE2.EQ.0)THEN
WRITE(*,*)'DETECTADO ERRO NOS DADOS DE ENTRADA'
WRITE(*,*)'YF1 E YF2 DEVEM COINCIDIR COM'
WRITE(*,*)'VALORES DE Y DA MALHA'
END IF
END IF
IF(LFC(I).EQ.2.OR.LFC(I).EQ.4)THEN
ICHAVE1=0
ICHAVE2=0
DO J=1,L1
IF(X(J).EQ.XF1(I))THEN
ICHAVE1=1
ME(I)=J
END IF
IF(X(J).EQ.XF2(I))THEN
ICHAVE2=1
NM(I)=J-ME(I)
END IF
END DO
IF(ICHAVE1.EQ.0.OR.ICHAVE2.EQ.0)THEN
WRITE(*,*)'DETECTADO ERRO NOS DADOS DE ENTRADA'
WRITE(*,*)'XF1 E XF2 DEVEM COINCIDIR COM'
WRITE(*,*)'VALORES DE X DA MALHA'
END IF
END IF
END DO
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE VISIBILIDADE
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
COMMON/B1/ X(151),Y(151),XFA(12),YFA(12),XME(12),XMA(12),YME(12),YMA(12)
! ,SIL(150),
! SSL(150),WSUBM,XP,YP
COMMON/B2/LFC(12),LJ(12),LVIS(12),LOBS(12),LNO(12),LSOMBRA(150),NM(12)
! MB(12),ME(12),LPEN(150),NFP,NFE,NF
IF(NF.EQ.4)THEN
DO I=1,NF
LVIS(I)=1
END DO
LVIS(NFE)=0
RETURN

```



```

DO I=1,NF
LOBS(I)=0
IF(LVIS(I).NE.0)THEN
IF(LFC(NFP).EQ.4)THEN
IF(LFC(I).EQ.4.AND.YFA(I).LT.YFA(NFP).AND.XMA(I).GT.DMIN1(XME(NFP),
XME(NFE)).AND.XME(I).LT.DMAX1(XMA(NFP),XMA(NFE)))LOBS(I)=1
! IF(LFC(I).EQ.3.AND.YME(I).LT.YFA(NFP).AND.XFA(I).GT.XME(NFP))LOBS(I)=1
IF(LFC(I).EQ.1.AND.YME(I).LT.YFA(NFP).AND.XFA(I).LT.XMA(NFP))LOBS(I)=1
END IF
IF(LFC(NFP).EQ.3)THEN
IF(LFC(I).EQ.3.AND.XFA(I).GT.XFA(NFP).AND.YME(I).LT.YMA(NFP))LOBS(I)=1
! IF(LFC(I).EQ.4.AND.YFA(I).LT.YMA(NFP).AND.XME(I).LT.XP.AND.XMA(I).GT
.XFA(NFP))LOBS(I)=1
END IF
IF(LFC(NFP).EQ.1)THEN
IF(LFC(I).EQ.1.AND.XFA(I).LT.XFA(NFP).AND.YME(I).LT.YMA(NFP))LOBS(I)=1
! IF(LFC(I).EQ.4.AND.YFA(I).LT.YMA(NFP).AND.XMA(I).GT.XP.AND.XME(I).LT.
XFA(NFP))LOBS(I)=1
END IF
END IF
END DO
END IF
IF(LFC(NFE).EQ.3)THEN
DO I=1,NF
LOBS(I)=0
IF(LVIS(I).NE.0)THEN
IF(LFC(NFP).EQ.1)THEN
IF(LFC(I).EQ.1.AND.XFA(I).LT.XFA(NFP).AND.YMA(I).GT.
! DMIN1(YME(NFP),YME(NFE)).AND.YME(I).LT.DMAX1(YMA(NFE),YMA(NFP)))
! LOBS(I)=1
IF(LFC(I).EQ.2.AND.XME(I).LT.XFA(NFP).AND.YFA(I).GT.YME(NFP))LOBS(I)=1
IF(LFC(I).EQ.4.AND.XME(I).LT.XFA(NFP).AND.YFA(I).LT.YMA(NFP))LOBS(I)=1
END IF
IF(LFC(NFP).EQ.2)THEN
IF(LFC(I).EQ.1.AND.XFA(I).LT.XMA(NFP).AND.YMA(I).GT.YFA(NFP).AND.YME(I)
! .LT.YP)LOBS(I)=1
IF(LFC(I).EQ.2.AND.YFA(I).GT.YFA(NFP).AND.XME(I).LT.XMA(NFP))LOBS(I)=1
END IF
IF(LFC(NFP).EQ.4)THEN
IF(LFC(I).EQ.1.AND.XFA(I).LT.XMA(NFP).AND.YMA(I).GT.YP.AND.YME(I).LT.
! YFA(NFP))LOBS(I)=1
IF(LFC(I).EQ.4.AND.YFA(I).LT.YFA(NFP).AND.XME(I).LT.XMA(NFP))LOBS(I)=1
END IF
END IF
END DO
END IF
IF(LFC(NFE).EQ.4)THEN
DO I=1,NF
LOBS(I)=0
IF(LVIS(I).NE.0)THEN
IF(LFC(NFP).EQ.2)THEN
IF(LFC(I).EQ.2.AND.YFA(I).GT.YFA(NFP).AND.XMA(I).GT.DMIN1(XME(NFP)
! ,XME(NFE)).AND.XME(I).LT.DMAX1(XMA(NFP),XMA(NFE)))LOBS(I)=1
IF(LFC(I).EQ.3.AND.YMA(I).GT.YFA(NFP).AND.XFA(I).GT.XME(NFP))LOBS(I)=1
IF(LFC(I).EQ.1.AND.YMA(I).GT.YFA(NFP).AND.XFA(I).LT.XMA(NFP))LOBS(I)=1
END IF
IF(LFC(NFP).EQ.3)THEN
IF(LFC(I).EQ.3.AND.XFA(I).GT.XFA(NFP).AND.YMA(I).GT.YME(NFP))LOBS(I)=1
! IF(LFC(I).EQ.2.AND.YFA(I).GT.YME(NFP).AND.XME(I).LT.XP.AND.XMA(I)
.GT.XFA(NFP))LOBS(I)=1

```



```

XAO=XFA (NFO)
XBO=XFA (NFO)
IF (YAO.EQ.YS) LCS=1
IF (YBO.EQ.YI) LCI=1
END IF
ELSE
IF (LFC (NFP) .EQ.2 .AND. LFC (NFO) .EQ.3 .AND. XMA (NFP) .GE.XP) THEN
XA=XME (NFP)
YA=YFA (NFP)
CA= (YP-YA) / (XP-XA)
CL=YP-CA*XP
YS=CA*XFA (NFO) +CL
IF (YME (NFO) .GE.YS) THEN
LOBS (NFO) =0
ELSE
YAO=YME (NFO)
YBO=DMIN1 (YS, YMA (NFO) )
XAO=XFA (NFO)
XBO=XFA (NFO)
IF (YBO.EQ.YS) LCI=1
END IF
END IF
IF (LFC (NFP) .EQ.2 .AND. LFC (NFO) .EQ.3 .AND. XMA (NFP) .LT.XP) THEN
XA=XME (NFP)
XB=XMA (NFP)
YA=YFA (NFP)
YB=YFA (NFP)
CAS= (YP-YA) / (XP-XA)
CAI= (YP-YB) / (XP-XB)
CLS=YP-CAS*XP
CLI=YP-CAI*XP
YI=CAI*XFA (NFO) +CLI
YS=CAS*XFA (NFO) +CLS
IF (YMA (NFO) .LE.YI .OR. YME (NFO) .GE.YS) THEN
LOBS (NFO) =0
ELSE
YAO=DMAX1 (YI, YME (NFO) )
YBO=DMIN1 (YS, YMA (NFO) )
XAO=XFA (NFO)
XBO=XFA (NFO)
IF (YAO.EQ.YI) LCS=1
IF (YBO.EQ.YS) LCI=1
END IF
END IF
IF (LFC (NFP) .EQ.2 .AND. LFC (NFO) .EQ.1 .AND. XME (NFP) .LE.XP) THEN
XA=XMA (NFP)
YA=YFA (NFP)
CA= (YP-YA) / (XP-XA)
CL=YP-CA*XP
YS=CA*XFA (NFO) +CL
IF (YME (NFO) .GE.YS) THEN
LOBS (NFO) =0
ELSE
YAO=DMIN1 (YS, YMA (NFO) )
YBO=YME (NFO)
XAO=XFA (NFO)
XBO=XFA (NFO)
IF (YAO.EQ.YS) LCS=1
END IF
END IF

```

```

IF (LFC (NFP) .EQ. 2 .AND. LFC (NFO) .EQ. 1 .AND. XME (NFP) .GT. XP) THEN
XA=XMA (NFP)
XB=XME (NFP)
YA=YFA (NFP)
YB=YFA (NFP)
CAS= (YP-YA) / (XP-XA)
CAI= (YP-YB) / (XP-XB)
CLS=YP-CAS*XP
CLI=YP-CAI*XP
YS=CAS*XFA (NFO) +CLS
YI=CAI*XFA (NFO) +CLI
IF (YMA (NFO) .LE. YI .OR. YME (NFO) .GE. YS) THEN
LOBS (NFO) =0
ELSE
YAO=DMIN1 (YS, YMA (NFO) )
YBO=DMAX1 (YI, YME (NFO) )
XAO=XFA (NFO)
XBO=XFA (NFO)
IF (YAO .EQ. YS) LCS=1
IF (YBO .EQ. YI) LCI=1
END IF
END IF
IF (LFC (NFP) .EQ. 4 .AND. LFC (NFO) .EQ. 3 .AND. XMA (NFP) .GE. XP) THEN
XA=XME (NFP)
YA=YFA (NFP)
CA= (YP-YA) / (XP-XA)
CL=YP-CA*XP
YI=CA*XFA (NFO) +CL
IF (YMA (NFO) .LE. YI) THEN
LOBS (NFO) =0
ELSE
YAO=YMA (NFO)
YBO=DMAX1 (YI, YME (NFO) )
XAO=XFA (NFO)
XBO=XFA (NFO)
IF (YBO .EQ. YI) LCI=1
END IF
END IF
IF (LFC (NFP) .EQ. 4 .AND. LFC (NFO) .EQ. 3 .AND. XMA (NFP) .LT. XP) THEN
XA=XMA (NFP)
XB=XME (NFP)
YA=YFA (NFP)
YB=YFA (NFP)
CAS= (YP-YA) / (XP-XA)
CAI= (YP-YB) / (XP-XB)
CLS=YP-CAS*XP
CLI=YP-CAI*XP
YS=CAS*XFA (NFO) +CLS
YI=CAI*XFA (NFO) +CLI
IF (YMA (NFO) .LE. YI .OR. YME (NFO) .GE. YS) THEN
LOBS (NFO) =0
ELSE
YAO=DMIN1 (YS, YMA (NFO) )
YBO=DMAX1 (YI, YME (NFO) )
XAO=XFA (NFO)
XBO=XFA (NFO)
IF (YAO .EQ. YS) LCS=1
IF (YBO .EQ. YI) LCI=1
END IF
END IF

```

```

IF (LFC (NFP) .EQ. 4 .AND. LFC (NFO) .EQ. 1 .AND. XME (NFP) .LE. XP) THEN
XA=XMA (NFP)
YA=YFA (NFP)
CA= (YP-YA) / (XP-XA)
CL=YP-CA*XP
YI=CA*XFA (NFO) +CL
IF (YMA (NFO) .LE. YI) THEN
LOBS (NFO) =0
ELSE
YAO=DMAX1 (YI, YME (NFO) )
YBO=YMA (NFO)
XAO=XFA (NFO)
XBO=XFA (NFO)
IF (YAO .EQ. YI) LCS=1
END IF
END IF
IF (LFC (NFP) .EQ. 4 .AND. LFC (NFO) .EQ. 1 .AND. XME (NFP) .GT. XP) THEN
XA=XME (NFP)
XB=XMA (NFP)
YA=YFA (NFP)
YB=YFA (NFP)
CAS= (YP-YA) / (XP-XA)
CAI= (YP-YB) / (XP-XB)
CLS=YP-CAS*XP
CLI=YP-CAI*XP
YS=CAS*XFA (NFO) +CLS
YI=CAI*XFA (NFO) +CLI
IF (YMA (NFO) .LE. YI .OR. YME (NFO) .GE. YS) THEN
LOBS (NFO) =0
ELSE
YAO=DMAX1 (YI, YME (NFO) )
YBO=DMIN1 (YS, YMA (NFO) )
XAO=XFA (NFO)
XBO=XFA (NFO)
IF (YAO .EQ. YI) LCS=1
IF (YBO .EQ. YS) LCI=1
END IF
END IF
END IF
ELSE
IF (LJ (NFO) .EQ. LJ (NFP) ) THEN
IF (XP .NE. XME (NFP) .AND. XP .NE. XMA (NFP) ) THEN
XA=XMA (NFP)
XB=XME (NFP)
YA=YFA (NFP)
YB=YFA (NFP)
CAS= (YP-YA) / (XP-XA)
CAI= (YP-YB) / (XP-XB)
CLS=YP-CAS*XP
CLI=YP-CAI*XP
XS= (YFA (NFO) -CLS) /CAS
XI= (YFA (NFO) -CLI) /CAI
IF (XMA (NFO) .LE. XI .OR. XME (NFO) .GE. XS) THEN
LOBS (NFO) =0
ELSE
XAO=DMIN1 (XS, XMA (NFO) )
XBO=DMAX1 (XI, XME (NFO) )
YAO=YFA (NFO)
YBO=YFA (NFO)
IF (XAO .EQ. XS) LCS=1

```

```

YB=YMA (NFP)
CAS=(YP-YA) / (XP-XA)
CAI=(YP-YB) / (XP-XB)
CLS=YP-CAS*XP
CLI=YP-CAI*XP
XS=(YFA(NFO) -CLS) /CAS
XI=(YFA(NFO) -CLI) /CAI
IF(XMA(NFO) .LE.XI .OR.XME(NFO) .GE.XS) THEN
LOBS(NFO)=0
ELSE
XAO=DMAX1(XI,XME(NFO))
XBO=DMIN1(XS,XMA(NFO))
YAO=YFA(NFO)
YBO=YFA(NFO)
IF(XAO.EQ.XI) LCS=1
IF(XBO.EQ.XS) LCI=1
END IF
END IF
IF(LFC(NFP) .EQ.1 .AND.LFC(NFO) .EQ.2 .AND.YMA(NFP) .GE.YP) THEN
XA=XFA(NFP)
YA=YME(NFP)
CA=(YP-YA) / (XP-XA)
CL=YP-CA*XP
XI=(YFA(NFO) -CL) /CA
IF(XMA(NFO) .LE.XI) THEN
LOBS(NFO)=0
ELSE
XAO=XMA(NFO)
XBO=DMAX1(XI,XME(NFO))
YAO=YFA(NFO)
YBO=YFA(NFO)
IF(XBO.EQ.XI) LCI=1
END IF
END IF
IF(LFC(NFP) .EQ.1 .AND.LFC(NFO) .EQ.2 .AND.YMA(NFP) .LT.YP) THEN
XA=XFA(NFP)
XB=XFA(NFP)
YA=YMA(NFP)
YB=YME(NFP)
CAS=(YP-YA) / (XP-XA)
CAI=(YP-YB) / (XP-XB)
CLS=YP-CAS*XP
CLI=YP-CAI*XP
XS=(YFA(NFO) -CLS) /CAS
XI=(YFA(NFO) -CLI) /CAI
IF(XMA(NFO) .LE.XI .OR.XME(NFO) .GE.XS) THEN
LOBS(NFO)=0
ELSE
XAO=DMIN1(XS,XMA(NFO))
XBO=DMAX1(XI,XME(NFO))
YAO=YFA(NFO)
YBO=YFA(NFO)
IF(XAO.EQ.XS) LCS=1
IF(XBO.EQ.XI) LCI=1
END IF
END IF
IF(LFC(NFP) .EQ.3 .AND.LFC(NFO) .EQ.4 .AND.YME(NFP) .LE.YP) THEN
XA=XFA(NFP)
YA=YMA(NFP)
CA=(YP-YA) / (XP-XA)

```

```

CL=YP-CA*XP
XS=(YFA(NFO)-CL)/CA
IF(XME(NFO).GE.XS)THEN
LOBS(NFO)=0
ELSE
XAO=DMIN1(XS,XMA(NFO))
XBO=XME(NFO)
YAO=YFA(NFO)
YBO=YFA(NFO)
IF(XAO.EQ.XS)LCS=1
END IF
END IF
IF(LFC(NFP).EQ.3.AND.LFC(NFO).EQ.4.AND.YME(NFP).GT.YP)THEN
XA=XFA(NFP)
XB=XFA(NFP)
YA=YMA(NFP)
YB=YME(NFP)
CAS=(YP-YA)/(XP-XA)
CAI=(YP-YB)/(XP-XB)
CLS=YP-CAS*XP
CLI=YP-CAI*XP
XS=(YFA(NFO)-CLS)/CAS
XI=(YFA(NFO)-CLI)/CAI
IF(XMA(NFO).LE.XI.OR.XME(NFO).GE.XS)THEN
LOBS(NFO)=0
ELSE
XAO=DMIN1(XS,XMA(NFO))
XBO=DMAX1(XI,XME(NFO))
YAO=YFA(NFO)
YBO=YFA(NFO)
IF(XAO.EQ.XS)LCS=1
IF(XBO.EQ.XI)LCI=1
END IF
END IF
IF(LFC(NFP).EQ.3.AND.LFC(NFO).EQ.2.AND.YMA(NFP).GE.YP)THEN
XA=XFA(NFP)
YA=YME(NFP)
CA=(YP-YA)/(XP-XA)
CL=YP-CA*XP
XS=(YFA(NFO)-CL)/CA
IF(XME(NFO).GE.XS)THEN
LOBS(NFO)=0
ELSE
XAO=XME(NFO)
XBO=DMIN1(XS,XMA(NFO))
YAO=YFA(NFO)
YBO=YFA(NFO)
IF(XBO.EQ.XS)LCI=1
END IF
END IF
IF(LFC(NFP).EQ.3.AND.LFC(NFO).EQ.2.AND.YMA(NFP).LT.YP)THEN
XA=XFA(NFP)
XB=XFA(NFP)
YA=YME(NFP)
YB=YMA(NFP)
CAS=(YP-YA)/(XP-XA)
CAI=(YP-YB)/(XP-XB)
CLS=YP-CAS*XP
CLI=YP-CAI*XP
XS=(YFA(NFO)-CLS)/CAS

```

```

XI=(YFA(NFO)-CLI)/CAI
IF(XMA(NFO).LE.XI.OR.XME(NFO).GE.XS) THEN
LOBS(NFO)=0
ELSE
XAO=DMAX1(XI,XME(NFO))
XBO=DMIN1(XS,XMA(NFO))
YAO=YFA(NFO)
YBO=YFA(NFO)
IF(XAO.EQ.XI)LCS=1
IF(XBO.EQ.XS)LCI=1
END IF
END IF
END IF
END IF
IF(LOBS(NFO).NE.0) THEN
IF(XP.NE.XAO) CAS=(YP-YAO)/(XP-XAO)
IF(XP.NE.XBO) CAI=(YP-YBO)/(XP-XBO)
CLS=YP-CAS*XP
CLI=YP-CAI*XP
IF(LFC(NFP).EQ.1.OR.LFC(NFP).EQ.3) THEN
IF(LCS.NE.1) SS=CAS*XFA(NFP)+CLS
IF(LCI.NE.1) SI=CAI*XFA(NFP)+CLI
ICHAVE=0
IF(LCI.NE.1) THEN
DO 10 I=1,NM(NFP)
IF(ICHAVE.EQ.1)GO TO 10
IF(Y(MB(NFP)+I).GT.SI) THEN
ICHAVE=1
II=I
END IF
CONTINUE
END IF
ICHAVE=0
IF(LCS.NE.1) THEN
DO 20 I=1,NM(NFP)
IF(ICHAVE.EQ.1)GO TO 20
IF(Y(MB(NFP)+I).GT.SS) THEN
ICHAVE=1
IS=I
END IF
CONTINUE
END IF
ELSE
IF(LCS.NE.1.AND.XP.NE.XAO) SS=(YFA(NFP)-CLS)/CAS
IF(LCS.NE.1.AND.XP.EQ.XAO) SS=XAO
IF(LCI.NE.1.AND.XP.NE.XBO) SI=(YFA(NFP)-CLI)/CAI
IF(LCI.NE.1.AND.XP.EQ.XBO) SI=XBO
ICHAVE=0
IF(LCI.NE.1) THEN
DO 30 I=1,NM(NFP)
IF(ICHAVE.EQ.1)GO TO 30
IF(X(ME(NFP)+I).GT.SI) THEN
ICHAVE=1
II=I
END IF
CONTINUE
END IF
ICHAVE=0
IF(LCS.NE.1) THEN

```

```

DO 40 I=1,NM(NFP)
IF(ICHAVE.EQ.1)GO TO 40
IF(X(ME(NFP)+I).GT.SS)THEN
ICHAVE=1
IS=I
END IF
CONTINUE
END IF
END IF
IF(LCI.EQ.1.AND.LCS.EQ.1)THEN
LVIS(NFP)=0
ELSE
IF(LCI.NE.1.AND.LCS.NE.1)THEN
IF((IS-II).EQ.0)THEN
ICPS(II)=ICPS(II)+1
SIPSD(II,ICPS(II))=SI
SSPSD(II,ICPS(II))=SS
LPS(II)=1
END IF
IF((IS-II).EQ.1)THEN
IF(LPEN(II).EQ.1)THEN
IF(SI.LE.SIL(II))LSOMBRA(II)=1
IF(SI.GT.SIL(II).AND.SI.LT.SSL(II))SSL(II)=SI
ELSE
LPEN(II)=1
SSL(II)=SI
END IF
IF(LPEN(IS).EQ.1)THEN
IF(SS.GT.SIL(IS).AND.SS.LT.SSL(IS))SIL(IS)=SS
IF(SS.GE.SSL(IS))LSOMBRA(IS)=1
ELSE
LPEN(IS)=1
SIL(IS)=SS
END IF
END IF
IF((IS-II).GT.1)THEN
DO I=II+1,IS-1
LSOMBRA(I)=1
END DO
IF(LPEN(II).EQ.1)THEN
IF(SI.LE.SIL(II))LSOMBRA(II)=1
IF(SI.GT.SIL(II).AND.SI.LT.SSL(II))SSL(II)=SI
ELSE
LPEN(II)=1
SSL(II)=SI
END IF
IF(LPEN(IS).EQ.1)THEN
IF(SS.GT.SIL(IS).AND.SS.LT.SSL(IS))SIL(IS)=SS
IF(SS.GE.SSL(IS))LSOMBRA(IS)=1
ELSE
LPEN(IS)=1
SIL(IS)=SS
END IF
END IF
END IF
IF(LCI.EQ.1.AND.LCS.NE.1)THEN
IF(IS.GT.1)THEN
DO I=1,IS-1
LSOMBRA(I)=1
END DO

```

```

END IF
IF (LPEN (IS) .EQ. 1) THEN
IF (SS.GT.SIL (IS) .AND. SS.LT.SSL (IS) ) SIL (IS) =SS
IF (SS.GE.SSL (IS) ) LSOMBRA (IS) =1
ELSE
LPEN (IS) =1
SIL (IS) =SS
END IF
END IF
IF (LCI .NE. 1 .AND. LCS .EQ. 1) THEN
IF (II.LT.NM (NFP) ) THEN
DO I=II+1, NM (NFP)
LSOMBRA (I) =1
END DO
END IF
IF (LPEN (II) .EQ. 1) THEN
IF (SI.LE.SIL (II) ) LSOMBRA (II) =1
IF (SI.GT.SIL (II) .AND. SI.LT.SSL (II) ) SSL (II) =SI
ELSE
LPEN (II) =1
SSL (II) =SI
END IF
END IF
END IF
END IF
END DO
      if (nfv.eq.14.and.nze.eq.8.and.nfp.eq.16) then
      write(701,137)xp
      format('xp=',f16.14)
      write(701,*)lps(9),sips(9),sfps(9)
      end if
      if (nfv.eq.16.and.nze.eq.8.and.nfp.eq.14) then
      write(702,137)xp
      write(702,*)lps(9),sips(9),sfps(9)
      end if
DO I=1, NM (NFP)
IF (LSOMBRA (I) .NE. 1 .AND. LPS (I) .EQ. 1) THEN
LII=0
LLI=0
LLS=0
LIS=0
LAUX=0
DO J=1, ICPS (I)
IF (SIPSD (I, J) .LE. SIL (I) ) LAUX=1
END DO
IF (LAUX .EQ. 1) THEN
SMAX=0.
DO J=1, ICPS (I)
SMAX=DMAX1 (SMAX, SSPSD (I, J) )
END DO
IF (SMAX .LE. SIL (I) ) THEN
LII=1
LPS (I) =0
ELSE
IF (SMAX .GE. SSL (I) ) LSOMBRA (I) =1
IF (SMAX .LT. SSL (I) ) THEN
SIL (I) =SMAX
LLI=1
LPS (I) =0
END IF

```


Apêndice B

Medida da emitância global hemisférica do recobrimento das placas aquecedoras e paredes internas da cavidade

I. Descrição do procedimento

A fim de se medir a emitância global hemisférica da tinta que recobre as placas aquecedoras e as paredes internas da cavidade (Esmalte Coralit, preto fosco), uma das placas aquecedoras foi suspensa verticalmente no laboratório e aquecida como indicado na figura 1.

A emitância foi determinada por meio de um balanço de energia em regime permanente para a placa aquecida. As quantidades envolvidas neste balanço foram a taxa de dissipação ôhmica na placa, $\dot{Q}_I$, a taxa de troca de energia por radiação entre a placa e sua vizinhança, $\dot{Q}_{\text{rad}}$ e a taxa de troca de energia por convecção entre a placa e o ar ambiente, $\dot{Q}_{\text{conv}}$.

Admitiu-se que o laboratório se comportava como um invólucro negro à temperatura ambiente T_a medida por um termopar. Assim, $\dot{Q}_{\text{rad}}$ foi calculado pela equação:

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = A \epsilon \sigma (T_Q^4 - T_a^4) \quad (\text{B.1})$$

onde ε é a emitância global hemisférica do recobrimento da placa e T_Q a temperatura da placa, adotada como a média das leituras dos nove termopares instalados na linha média da placa (capítulo 3).

Figura B.1 Fotografia da placa aquecedora suspensa verticalmente no laboratório.

$\dot{Q}_{conv}$ foi calculado utilizando-se a correlação devida a Churchill e Chu (1975) para o coeficiente de troca de calor por convecção natural para placas planas verticais em ambiente quiescente.

$$\overline{Nu} = 0,68 + \frac{0,670Ra^{1/4}}{\left[1 + (0,492 / Pr)^{9/16}\right]^{4/9}} \quad (Ra < 10^9) \quad (B.2)$$

onde $\overline{Nu}$ é definido por:

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{h} a}{k} \quad (\text{B.3})$$

sendo $\overline{h}$ o coeficiente médio de transferência de calor e a , a altura da placa. Em (B.2) Ra é definido por:

$$Ra = \frac{g \beta (T_p - T_a) a^3}{\nu \alpha} \quad (\text{B.4})$$

O instrumental utilizado para a alimentação da placa e para a tomada de medidas foi o mesmo utilizado nos ensaios da cavidade e instalado de forma semelhante. A placa estava situada numa sala vizinha ao local onde encontravam-se a fonte de alimentação da placa e o multímetro utilizado para as medidas das tensões nos termopares e da tensão e corrente na placa.

II. Resultados

Foram realizadas oito medidas da emitância, numa faixa de Ra entre $1,4 \times 10^4$ a $1,4 \times 10^5$. Os resultados experimentais nominais e suas incertezas são apresentados na tabela B.1:

$Rax10^4$	1,4	1,4	4,4	4,4	8,3	8,6	14	14
ε	0,88	0,90	0,91	0,91	0,89	0,89	0,88	0,87
$\delta\varepsilon/\varepsilon(\%)$	16%	16%	6%	6%	4%	4%	3%	3%

Tabela B.1. Resultados para ε em oito ensaios.

Foram descartados os dois primeiros ensaios, em vista de serem altas as suas incertezas. O valor adotado para ε foi a média dos resultados dos ensaios restantes, 0,89. Observe-se que a inclusão dos dois primeiros ensaios não alteraria este valor.

As incertezas apresentadas na tabela B.1 foram obtidas utilizando-se o mesmo método descrito no capítulo 3. No cálculo dessas incertezas não foi considerada uma incerteza adicional decorrente da utilização da correlação (B.2) no cálculo do calor

trocado por convecção entre a placa e o ambiente. Na impossibilidade de se avaliar o peso desta incerteza na incerteza global do valor adotado para a emitância, optou-se por uma outra abordagem.

Touloukian e Ho (1972) reportaram os valores medidos para a emitância global hemisférica de várias tintas pretas. Esses valores são apresentados na tabela (B.2), juntamente com as especificações das tintas. Foi incluída também a tinta utilizada neste trabalho. Para algumas delas os valores apresentados correspondem à média de várias medidas reportadas na obra citada.

TINTA	FABRICANTE	EMITÂNCIA
Optical Black	Jersey	0,90
Black Velvet,9564	3M	0,92
Optical Black Lacquer	Parsons	0,94
Dull Black	Micabond	0,84
Aquablack B	Aquablack	0,78
-----	Dulite	0,85
Black epoxi paint, n° 1019	Grumman Aircraft Engineering Corp.	0,86
Esmalte Coralit, preto fosco	Tintas Coral	0,89

Tabela B.2. Valores de emitância global hemisférica para tintas pretas (Touloukian e Ho, 1972).

A medida da emitância da tinta Aquablack B foi obtida a partir de uma amostra exposta a radiação ultravioleta, no vácuo, por 127 horas. Observa-se que, excluindo-se a tinta Aquablack B, todas as outras tintas listadas na tabela B.2 têm valores medidos para as emitâncias dentro de uma faixa de $\pm 0,05$ em torno de 0,89. Assim, adotou-se o valor 0,05 como a incerteza da medida da emitância global hemisférica da tinta utilizada no presente trabalho.

Apêndice C

Redução de dados e análise de incertezas

Neste apêndice são apresentados alguns detalhes relativos à redução de dados e à análise de incertezas dos resultados experimentais que complementam o que foi exposto a este respeito no capítulo 3.

I. Perdas de calor através dos termopares

Em uma das placas foram instalados dezoito termopares cromel-alumel. O comprimento dos segmentos dos fios dos termopares, localizados fora da placa, é de cerca de 30 cm para nove deles e cerca de 1m para os outros nove. Na outra placa foram instalados doze termopares. O comprimento dos segmentos de fios localizados fora das placas é de cerca de 30 cm para nove deles e de cerca de 1m para os outros três. Estes segmentos de fios não se encontram expostos diretamente à atmosfera. Parte deles estende-se por uma das câmaras preenchidas por algodão localizadas nas extremidades da cavidade. Outra parte desses fios está localizada dentro do isolamento de esferas de isopor e uma terceira parte encontra-se no interior da caixa de conectores, que é preenchida com algodão.

Assumiu-se que o calor retirado da placa pelos termopares era conduzido axialmente através deles. Assim, o calor retirado da placa, por unidade de tempo, através de cada um dos fios de termopares pode ser obtido por:

$$\dot{Q}_f = \frac{(k_m A_m + k_{tf} A_{tf})(T_Q - T_{cc})}{l_f} \quad (C.1)$$

onde k_m e k_{tf} são as condutividades do metal do fio e do seu isolamento de teflon, respectivamente. A_m e A_{tf} indicam as áreas transversais do fio metálico e de seu isolamento. T_Q indica a temperatura do fio no ponto onde ele sai da placa, tomada como a temperatura da placa. T_{cc} indica a temperatura na extremidade do fio, tomada como a temperatura no interior da caixa de conectores.

Assim, a perda de calor da primeira placa, através dos termopares nela instalados, foi obtida por:

$$\dot{Q}_{tp1} = 9 \cdot [(k_{al} + k_{cr}) A_m + 2 k_{tf} A_{tf}] \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} \right) (T_Q - T_{cc}) \quad (C.2)$$

onde k_{al} e k_{cr} indicam as condutividades térmicas do alumel e do cromel, respectivamente; l_1 e l_2 indicam os comprimentos dos segmentos de fios externos à placa dos termopares mais curtos e dos mais longos, respectivamente.

A perda de calor da segunda placa, através dos termopares nela instalados foi obtida por:

$$\dot{Q}_{tp2} = [(k_{al} + k_{cr}) A_m + 2 k_{tf} A_{tf}] \left(\frac{9}{l_1} + \frac{3}{l_2} \right) (T_Q - T_{cc}) \quad (C.3)$$

Introduzindo em (C.2) e (C.3) os valores numéricos dos parâmetros pertinentes, tem-se para a primeira placa:

$$\dot{Q}_{tp1} = 2,39 \times 10^{-4} (T_Q - T_a) \quad (C.4)$$

e para a segunda placa:

$$\dot{Q}_{p,2} = 1,89 \times 10^{-4} (T_Q - T_a) \quad (C.5)$$

Na obtenção de (C.4) e (C.5) adotou-se a temperatura no interior da caixa de conectores igual à temperatura ambiente (T_a). Nos ensaios realizados, verificou-se que a diferença entre a temperatura ambiente e a temperatura no interior da caixa de termopares era inferior a $0,5^\circ\text{C}$. A perda de calor por condução pelos fios dos termopares foi equivalente a 0,2% da taxa de dissipação ôhmica ocorrida na placa, para a configuração com uma placa e 0,3% para a configuração com duas placas aquecidas.

II. Trocas de calor entre a placa aquecida e o restante da fiação a ela conectada

As pontas dos fio de alumel embutidos nas placas aquecedoras projetam-se para fora delas. O comprimento desses segmentos de fios localizados fora da placa é de 3,7cm na primeira placa e de 3,5 cm na segunda placa.

Dois fios de cobre envernizados, de 0,75 mm de diâmetro e 42 cm de comprimento foram soldados às extremidades do fio de alumel instalado na primeira placa. Às pontas destes fios de cobre foram soldados outros dois fios de cobre de 1,35mm de diâmetro e cerca de 7 m de comprimento. Este segundo par de fios de cobre é recoberto por isolamento de PVC de 2,8 mm de diâmetro. O mesmo foi feito com a segunda placa, com a diferença de que os fios de cobre mais finos têm 39 cm de comprimento e os fios de cobre mais grossos têm diâmetro de 1,7 mm, comprimento de cerca de 9m e com isolamento de 3,1 mm de diâmetro.

Os segmentos de fios de alumel externos à placa e os fios de cobre mais finos não se encontram em contato direto com o ambiente. Parte deles localiza-se dentro de uma das câmaras preenchidas com algodão e o restante, dentro do isolamento de esferas de isopor. Os fios de cobre mais grossos encontram-se em contato direto com o ar ambiente.

Para se calcular a perda de calor de cada uma das placas, através de cada um desses fios compostos, assumiu-se que o calor era conduzido axialmente através do fio

de alumel e do fio de cobre mais fino, sem perdas radiais, e que o fio de cobre mais grosso atuava como uma aleta.

O fluxo de calor através do fio de alumel e do fio de cobre mais fino (fio1) pode ser expresso por:

$$\dot{Q}_1 = \frac{T_Q - T_c}{\frac{l_{al}}{k_{al} A_{al}} + \frac{l_{c1}}{k_{al} A_{cu}}} \quad (C.6)$$

Em (C.6), T_Q e T_c indicam, respectivamente, a temperatura da placa e a temperatura no ponto de conexão entre os dois fios de cobre; l_{al} e l_{c1} indicam os comprimentos do fio de alumel e do fio 1 de cobre; A_{al} e A_{c1} , as áreas transversais desses fios; k_{al} e k_{cu} , as condutividades térmicas do alumel e do cobre.

A perda de calor do fio de cobre mais grosso (fio2) para o ambiente pode ser expressa por:

$$\dot{Q}_2 = \sqrt{\bar{h} P k_{cu} A_{c2}} (T_c - T_a) \quad (C.7)$$

onde, (Eckert e Goldstein, 1976):

$$\bar{h} P = 2\pi \left[\ln(d_i / d_{c2}) / k_i + 2 / (h_a d_i) \right] \quad (C.8)$$

e

$$m = \sqrt{\frac{\bar{h} p}{k_{cu} A_{c2}}} \quad (C.9)$$

Nas expressões (C.7) a (C.9) foi utilizada a seguinte nomenclatura:

- $\bar{h}$ é o coeficiente de transferência de calor entre o fio metálico e o ambiente.
- P é o perímetro da secção transversal do fio de cobre.

- k_{cu} é a condutividade térmica do cobre.
- A_{c2} é a área transversal do fio 2 de cobre.
- d_i e d_{c2} são os diâmetros do isolamento de PVC e do fio 2 de cobre, respectivamente.
- k_i é a condutividade térmica do isolamento.
- h_a é o coeficiente de transferência de calor por convecção natural entre o isolamento do fio e o ambiente.

Para a obtenção de $\bar{h}P$ na expressão (C.8), foi assumido que a condução axial de calor através do isolamento era desprezível. Assim, este isolamento atuava como uma resistência térmica radial.

Tendo em vista que se admitiu não haver condução radial no fio de alumel e no fio1 de cobre, todo o calor conduzido axialmente através deles era perdido pelo fio2 de cobre para o ambiente. Assim, as expressões (C.6) e (C.7) podem ser igualadas, podendo-se então obter uma expressão para T_c . Substituindo-se essa expressão para T_c em (C.7), obtém-se a perda de calor da placa por condução através do fio de alumel e dos fios de cobre 1 e 2:

$$\dot{Q}_c = \sqrt{\bar{h} P k_{cu} A_{c2}} (T_Q - T_a) / G \quad (C.10)$$

onde,

$$G = 1 + \left(\frac{l_{al}}{k_{al} A_{al}} + \frac{l_{c1}}{k_{cu} A_{c1}} \right) \sqrt{\bar{h} P k_{cu} A_{c2}} \tanh(m l_{c2}) \quad (C.11)$$

Substituindo-se em (C.10) os valores numéricos dos parâmetros pertinentes, obtém-se para a primeira placa:

$$\dot{Q}_{c1} = 3,8 \times 10^{-4} (T_Q - T_a) \quad (C.12)$$

e para a segunda placa.

$$\dot{Q}_{c2} = 4,2 \times 10^{-4} (T_Q - T_a) \quad (C.13)$$

Na obtenção de (C.12) e (C.13) consideraram-se as perdas pelos dois fios compostos de alimentação de cada placa.

As perdas de calor por condução obtidas por (C.12) e (C.13) equivalem a cerca de 0,3% da taxa de dissipação de energia elétrica ocorrida no interior da placa, para os ensaios da cavidade em sua configuração com uma placa aquecedora. Esta porcentagem é de 0,5% para a configuração com duas placas.

Na obtenção das expressões (C.12) e (C.13) não foi considerada a dissipação elétrica nas pontas dos fios de alumel externas às placas e na fiação de cobre. A seguir é feita uma análise da troca térmica entre as placas e a fiação externa a ela, onde a dissipação elétrica nos trechos de fio de alumel externos à placa é levada em consideração. A dissipação ocorrida na fiação de cobre foi avaliada e considerada desprezível.

Nos dois segmentos de fios de alumel, externos à placa, aos quais foram soldados os fios de cobre, ocorre dissipação de energia elétrica numa taxa equivalente a 2,5% (na primeira placa) e 2,3% (na segunda placa) da taxa de dissipação ocorrida no interior da placa. Mantendo-se a hipótese de que nesses segmentos de fios de alumel não ocorrem perdas radiais e considerando que as taxas obtidas de perda de calor através dos fios de cobre são bem inferiores às taxas de dissipação nos dois segmentos de fios de alumel, conclui-se que parte da energia dissipada em seu interior deve ser conduzida para a placa.

Com a finalidade de se avaliar a fração da energia dissipada nos dois segmentos de fio de alumel externos à placa que é conduzida para a placa, foi resolvida a equação unidimensional da condução para um desses segmentos. Na extremidade do segmento junto à placa, a temperatura foi adotada como sendo igual à temperatura da placa, T_Q . Na outra extremidade, o fluxo de calor foi obtido por expressões semelhantes a (C.10) e

(C.11), onde T_Q foi substituído pela temperatura nesta extremidade e l_{al} foi feito igual a zero.

A partir da solução da equação unidimensional da condução, foi possível obter uma expressão para a localização do ponto de máxima temperatura no segmento de fio de alumel:

$$x_{máx} = \frac{k_{al} \left(l_{al} \frac{R l_{al}^2}{2 k_{al} A_{al}} \right) - \frac{R k_{al}}{A_{al} \dot{q}} (T_Q - T_a)}{k_{al} \frac{R l_{al}}{A_{al}}} \quad (C.14)$$

onde,

$$R = \frac{\sqrt{h \bar{P}} k_{cu} A_{c2} \tanh(m l_{c2})}{1 + \frac{l_{c1}}{k_{cu} A_{c1}} \sqrt{h \bar{P}} k_{cu} A_{c2}} \quad (C.15)$$

Em (C.14), $x_{máx}$ indica a distância entre a placa e o ponto do fio de alumel onde a temperatura é máxima; $\dot{q}$ indica a taxa de dissipação volumétrica de energia. Desde que seja válida a hipótese de ausência de perdas radiais no fio de alumel, a energia dissipada no trecho entre a placa e o ponto onde a temperatura é máxima é conduzida para a placa. A energia dissipada no restante do fio de alumel é conduzida através da fiação de cobre e perdida para o ambiente.

Fazendo-se uso da expressão (C.14), encontra-se que os pontos de temperatura máxima nos segmentos de fios de alumel estavam localizados entre 2,3 cm e 2,6 cm de distância da placa, dependendo do ensaio considerado. Daí resulta que a taxa de ganho de calor da placa através dos segmentos externos de fios de alumel era equivalente a 1,6% da taxa de dissipação ocorrida no interior da placa, nos ensaios da configuração com uma placa. Nos ensaios com duas placas essa porcentagem foi de 1,7%.

Foi considerada ainda, a troca térmica entre a placa e os nove segmentos de fios de alumel que fazem a ligação entre os dez passes de fio embutidos no interior da placa.

Numa das fotografias apresentadas na figura 3.4, quatro destes segmentos de fio podem ser visualizados. Nestes nove segmentos ocorreu dissipação elétrica equivalente a 1,3% da dissipação ocorrida no interior da placa. À semelhança do que ocorreu com a energia dissipada nas extremidades do fio aquecedor, uma fração da energia dissipada nesses nove segmentos de fio deve ter sido conduzida para o interior da placa. No entanto, é esperado que esta fração tenha sido superior à fração da energia dissipada nos segmentos das extremidades do fio e que foi conduzida para o interior da placa. Isto decorre do fato de que a resistência térmica entre esse conjunto de nove segmentos de fio e a placa é muito inferior à resistência entre os dois segmentos de fio da extremidade e a placa. Além disto, esses nove segmentos de fio não estavam termicamente conectados com o ambiente por fios metálicos, como ocorria com os segmentos das extremidades.

Na tabela C.1 são listados os valores avaliados para as trocas térmicas entre cada placa aquecida e as diferentes partes da fiação a ela conectada. Os valores são apresentados em termos de porcentagens da taxa de dissipação ôhmica ocorrida no interior da placa.

Parte da fiação considerada	termopares	fiação de alimentação	segmentos de conexão	total
Taxa de troca de calor. Config. 1 placa	-0,2%	+1,6%	+1,3%	+2,7%
Taxa de troca de calor. Config. 2 placas	-0,3%	+1,7%	+1,3%	+2,7%

Tabela C.1. Trocas de calor entre a placa aquecida e a sua fiação externa.

O valor total apresentado na última coluna da tabela C.1 foi considerado como o limite superior para a troca térmica entre a placa aquecida e a sua fiação. Isto decorre da hipótese que toda a energia dissipada nos segmentos de conexão entre os passes de fios foi conduzida para o interior da placa.

III. Análise de incertezas

As medidas de cada ensaio experimental foram utilizados no cálculo da taxa de dissipação ôhmica ocorrida em cada placa, no cálculo do número de Rayleigh e no cálculo da condutância global adimensionalizada.

A incerteza na taxa de dissipação ôhmica em cada placa

A taxa de dissipação ôhmica ocorrida no interior de cada placa foi obtida por:

$$\dot{Q}_{ohm} = U_{fa} \cdot U_{sh} - R_{ext} (U_{sh} \cdot S)^2 \quad (C.16)$$

onde U_{fa} e U_{sh} são as tensões medidas na fonte de alimentação e no shunt medidor de corrente elétrica, respectivamente. R_{ext} é a resistência da fiação externa à placa aquecedora e S é a constante de calibração do shunt.

As incertezas avaliadas para os valores das grandezas físicas presentes no lado direito de C.16 são listadas na tabela C.2.

Grandeza física	U_{fa}	U_{sh}	S	R_{ext}
Incerteza	0,3%	0,3%	0,4%	3,5%

Tabela C.2. Incertezas nos valores das grandezas físicas presentes na expressão C.16.

As incertezas nos valores medidos de U_{fa} e U_{sh} foram obtidas de acordo com as especificações do fabricante do multímetro utilizado. Os valores para estas incertezas, apresentados na tabela C.2, correspondem aos valores máximos para todos os ensaios. A incerteza no valor de S foi obtida a partir das incertezas nas tensões e correntes medidas nos ensaios para calibração do shunt. A incerteza no valor de R_{ext} foi obtida a partir das incertezas nos valores medidos para os comprimentos e diâmetros dos fios que constituem a resistência externa à placa. Na obtenção da incerteza de S e R_{ext} foi utilizada a expressão (Kline e Mc Clintock, 1953):

$$\delta R = \left[\left(\frac{\partial R}{\partial x_1} \delta x_1 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial R}{\partial x_i} \delta x_i \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial R}{\partial x_n} \delta x_n \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{C.17})$$

onde R representa um resultado experimental como função de n quantidades x_i medidas, δR , a sua incerteza e δx_i as incertezas avaliadas para cada medida x_i .

Com os valores de incertezas listadas na tabela C.2 e fazendo-se uso da expressão (C.17), obteve-se o valor máximo de 0,7% para a incerteza de $\dot{Q}_{ohm}$.

A incerteza no número de Rayleigh

O número de Rayleigh em cada ensaio realizado foi obtido por:

$$Ra = \frac{g\beta q' a^3}{\alpha k \nu} \quad (\text{C.18})$$

onde q' é definido por:

$$q' = \frac{\dot{Q}_{ohm1} + \dot{Q}_{cond1}}{l_1} \quad (\text{C.19})$$

para os ensaios com uma placa e por:

$$q' = \frac{\sum_{i=1}^2 (\dot{Q}_{ohm_i} + \dot{Q}_{cond_i})}{(l_1 + l_2) / 2} \quad (\text{C.20})$$

para os ensaios com duas placas. Em (C.18), a indica a altura média da placa aquecida, nos ensaios da configuração com uma placa e indica a média das alturas das duas placas,

nos outros ensaios. Em (C.19) e (C.20), $\dot{Q}_{\text{cond}}$, representa a taxa de troca de calor entre a placa e a fiação externa a ela; l_1 e l_2 indicam os comprimentos das duas placas.

As incertezas nos valores das grandezas físicas utilizadas no cálculo de R_a são listadas na tabela C.3.

Grandeza física	g	$\frac{\beta}{\alpha k v}$	a	Q_{ohm}	Q_{cond}	l
Incerteza	-	0,3%	0,5%	0,7%	2,7%	0,2%

Tabela C.3. Incertezas nos valores das grandezas físicas utilizadas no cálculo de R_a .

A aceleração local da gravidade foi calculada considerando-se a latitude da cidade de Campinas. Sua incerteza foi considerada nula.

O termo $\beta/(\alpha k v)$ foi obtido por meio das expressões apresentadas no capítulo 3. Ele foi calculado na temperatura absoluta média entre a placa aquecida e a tampa da cavidade, na pressão atmosférica. Sua incerteza foi obtida a partir das incertezas nos valores medidos destas duas grandezas (temperatura e pressão), fazendo-se uso da expressão (C.17). A incerteza nas medidas de temperatura com termopares foi avaliada em 0,2°C. Este valor foi obtido por comparações das leituras de alguns termopares com as leituras de termômetros calibrados. A incerteza nas medidas da pressão atmosférica foi avaliada em 0,1%. O valor apresentado na tabela C.3 para a incerteza de $\beta/(\alpha k v)$ corresponde ao valor máximo para os ensaios realizados.

A incerteza em a foi tomada como o desvio máximo, com relação à média, de oito medidas feitas com um paquímetro ao longo de cada placa. Em termos absolutos este desvio foi de 0,2 mm. A incerteza em l foi tomada como a metade da menor divisão (0,5 mm) da escala utilizada em sua medida.

Na definição da incerteza de $\dot{Q}_{\text{cond}}$ foi utilizado um procedimento semelhante ao recomendado pela ASTM (1985) para a definição da incerteza relativa às perdas de calor através de fios de termopares instalados numa amostra utilizada para medida de emitância global hemisférica em câmara de vácuo. Assim, o próprio limite avaliado para $\dot{Q}_{\text{cond}}$, no item anterior, foi estabelecido como sua incerteza.

Com os valores das incertezas listadas na tabela C.3 e fazendo-se uso da expressão (C.17) obteve-se o valor máximo de 3,2% para a incerteza de Ra.

A incerteza na condutância global adimensionalizada

A condutância global adimensionalizada, em cada ensaio realizado, foi obtida por:

$$K = \frac{q'}{k_{\text{ar}}(T_Q - T_a)} \quad (\text{C.21})$$

onde q' foi obtido por (C.19) e (C.20), para os ensaios com uma e com duas placas aquecidas, respectivamente.

Na tabela C.4 são listadas as incertezas nas medidas das grandezas físicas utilizadas no cálculo de K.

Grandeza física	$\dot{Q}_{\text{ohm}}$	$\dot{Q}_{\text{cond}}$	l	k_{ar}	$(T_Q - T_a)$
Incerteza	0,7%	2,7%	0,2%	0,1%	0,28°C

Tabela C.4. Incertezas nas grandezas físicas utilizadas no cálculo da condutância global adimensionalizada.

A condutividade do ar, k_{ar} , foi obtida utilizando-se a expressão (3.7) (capítulo 3). Sua incerteza foi obtida fazendo-se uso da expressão (3.17) e adotando-se $0,2^{\circ}\text{C}$ para a incerteza da temperatura média absoluta da cavidade.

A incerteza em $(T_Q - T_a)$ foi obtida também por meio de (C.17), adotando-se $0,2^{\circ}\text{C}$ para as incertezas de T_Q e T_a . A incerteza percentual em $(T_Q - T_a)$ não foi apresentada na tabela C.4, por variar de ensaio para ensaio.

Com os valores listados na tabela C.4 e fazendo-se uso de (C.17), as incertezas para K foram calculadas. Estas incertezas variaram de 3% a 18% para os ensaios da configuração da cavidade com uma placa aquecida. Para os ensaios com duas placas aquecidas, as incertezas variaram de 3% a 10%. Nas duas configurações as incertezas maiores correspondem aos ensaios com os menores números de Rayleigh. Estas incertezas foram reportadas, para cada ensaio, no capítulo 5. A incerteza máxima em K nos ensaios com uma placa foi superior à incerteza máxima obtida nos ensaios com duas placas. Isto se deve ao fato de que o valor mínimo de Ra , nos ensaios com duas placas, era superior ao Ra mínimo nos ensaios com uma placa.