

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR RIGOBERTO ELEAZAR
MELGAREJO MORALES E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 27.10.2000

Eugênio Spanó Rosa
ORIENTADOR

20020556

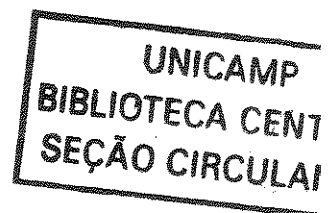
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Simulação Numérica do escoamento Livre em um Canal Helicoidal de Seção Retangular

Autor: **Rigoberto Eleazar Melgarejo Morales**

Orientador: **Eugênio Spanó Rosa**

101 / 00



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA**

Simulação Numérica do Escoamento Livre em um Canal Helicoidal de Seção Retangular

Autor: Rigoberto Eleazar Melgarejo Morales

Orientador: Eugênio Spanó Rosa

Curso: Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Térmica e Fluidos

Tese de Doutorado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2000

S.P. - Brasil

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	T/VIVICAMP
	M484s
V.	Ex.
TOMBO BC/	47397
PROC.	837/02
	0 0 X
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	04-02-02
N.º CPD	

CM00163076-6

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M484s Melgarejo Morales, Rigoberto Eleazar
 Simulação numérica do escoamento livre em um canal
 helicoidal de seção retangular / Rigoberto Eleazar
 Melgarejo Morales. --Campinas, SP: [s.n.], 2000.

 Orientador: Eugênio Spanó Rosa.
 Tese (doutorado) - Universidade Estadual de
 Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

 1. Escoamento. 2. Tubulação – Dinâmica dos fluidos.
 3. Método dos volumes finitos. 4. Turbulência. I. Rosa,
 Eugênio Spanó. II. Universidade Estadual de Campinas.
 Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

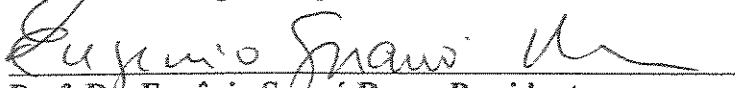
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA**

TESE DE DOUTORADO

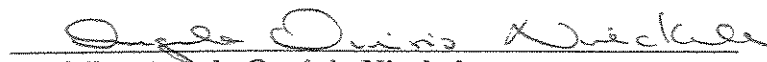
**Simulação Numérica do Escoamento Livre em
um Canal Helicoidal de Seção Retangular**

Autor: **Rigoberto Eleazar Melgarejo Morales**

Orientador: **Eugênio Spanó Rosa**



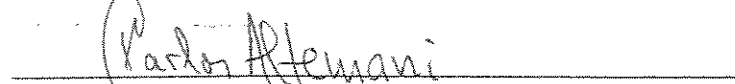
**Prof. Dr. Eugênio Spanó Rosa, Presidente
FEM – UNICAMP**



**Prof. Dr. Angela Ourivio Nieckele
DEM – PUC-RIO**



**Prof. Dr. Jufandir Itizo Yanagihara
POLI – USP**



**Prof. Dr. Carlos Alberto Carrasco Altemani
FEM – UNICAMP**



**Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli
FEM – UNICAMP**

Campinas, 27 de Outubro de 2000

Dedicatória:

Dedico este trabalho ao meu pai, *in memoriam*, e ao meu filho Pedro Ignacio.

Agradecimentos

Inicialmente a Deus por me dar saúde e inspiração, e um sentimento de busca por um mundo melhor.

Ao Prof. Dr. Eugênio Spanó Rosa, pelo incentivo constante, confiança, amizade e acompanhamento durante todas as etapas do trabalho.

Ao Prof. Dr. Fernando A. França, pelas sugestões e apoio.

Aos Professores da FEM, pelos ensinamentos, apoio e colaboração.

Ao amigo e colega Arlindo de Matos, pelo companheirismo e pelas discussões elucidativas.

À CAPES, pelo suporte financeiro na forma de bolsa de estudos.

Aos colegas Marcelo, Oscar, Antônio, Ana Cristina, André, Ricardo e Edna pelo companheirismo e amizade.

À minha esposa Lília, pela paciência, compreensão e amor.

À Neusa e Rodrigues, pelo apoio e colaboração.

À minha família pelo incentivo em todos momentos de minha vida.

A todos que direta ou indiretamente, contribuíram para a conclusão deste trabalho.

Resumo

Morales, Rigoberto Eleazar Melgarejo, *Simulação Numérica do Escoamento Livre em um Canal Helicoidal de Seção Retangular*, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2000. 223 p. Tese (Doutorado).

Neste trabalho é realizado uma simulação numérica do escoamento com superfície livre completamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular, em regime laminar e turbulento. As equações de conservação foram escritas para um sistema de coordenadas ortogonais locais. O sistema de equações foi discretizado e resolvido pelo método de volumes finitos com o esquema híbrido de interpolação, implementados no PHOENICS-CFD. A interface livre é calculada utilizando o algoritmo HOL (Height-Of-Liquid). As simulações numéricas foram realizadas para fluidos com viscosidade de 1 a 100cP e Reynolds de 352 a 45500. A turbulência é modelada com o modelo de duas equações κ - ϵ para baixo números de Reynolds com uma correção devido ao efeito da curvatura. As simulações mostram que o método utilizado, quando comparado com dados experimentais, calcula satisfatoriamente a localização da interface. Apresenta-se os campos da velocidade média, do escoamento secundário, da energia cinética turbulenta e da dissipação e produção da energia cinética turbulenta. A partir dos resultados numéricos calcula-se o fator de atrito local e médio.

Palavras chave

Canal Helicoidal, Superfície Livre, Turbulência, κ - ϵ , Volumes Finitos, HOL

Abstract

Morales, Rigoberto Eleazar Melgarejo, *Numeric Simulation of the Free Surface Flow in an Helical Channel of Rectangular Cross Section*, Campinas, Universidade Estadual de Campinas, 2000. 223 p. Tese (Doutorado).

A numerical simulation of the fully developed flow in an open helical channel with rectangular cross section is accomplished, for the laminar and turbulent regime. The conservation equations are written in a local orthogonal coordinate system. The conservation equations are solved by the finite volume method with the hybrid scheme of interpolation, implemented in PHOENICS-CFD. The free surface is calculated using the HOL algorithm (Height-Of-Liquid). The numerical simulations were accomplished for fluids with viscosity varying from 1 to 100cP and Reynolds from 352 to 45500. The turbulence is modeled by two equations k- ϵ model for low Reynolds numbers with a correction due to the effect of the curvature. The numerical results for the free surface position agrees within ± 4 mm against the experimental data. The averaged axial velocity and the secondary flow fields are presented, as well as the turbulent kinetic energy and the dissipation of the turbulent kinetic energy. Finally the local and the averaged friction factors are presented.

Key Words

Helical Channel, Free Surface, Turbulence, k- ϵ , Finite Volume, HOL.

Índice

Índice	i
Lista de Figuras	iv
Lista de Tabelas	x
Nomenclatura	xii
CAPITULO 1: INTRODUÇÃO	1
1.1 Considerações Gerais	1
1.2 Motivação e Objetivos	3
1.3 Considerações Sobre o Método de Solução	5
1.4 Estrutura do Trabalho	6
CAPITULO 2: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	8
2.1 Escoamento em Canais Curvos	8
2.1.1 Escoamento em Canais Curvos Planos de Seção Circular	9
2.1.2 Escoamento em Canais Curvos Planos de Seção Quadrada e Retangular	11
2.1.3 Escoamento em Canais Helicoidais de Seção Circular	14
2.1.4 Escoamento em Canais Helicoidais de Seção Quadrada e Retangular	18
CAPITULO 3: FORMULAÇÃO	22
3.1 Introdução	22
3.2 Equações de Conservação em um Sistema de Coordenadas Curvilíneas Ortogonais	22
3.3 Equações de Conservação em um Sistema de Coordenadas Curvilíneas Ortogonais para um Canal Helicoidal de Seção retangular	26
3.3.1 Fatores de Escala para um Canal Helicoidal de Seção Retangular	27
3.3.2 Equações Governantes para Escoamento em um Canal Helicoidal	32

3.3.3	Equações de Conservação em Termos do Fluxo Total	35
3.4	Formas Especializadas das Equações de Conservação	38
3.5	Escoamento Hidrodinamicamente Desenvolvido	43
CAPITULO 4: MODELAGEM DA TURBULÊNCIA		47
4.1	Introdução	47
4.2	Equações Médias de Reynolds	51
4.3	Classificação dos Modelos de Turbulência	55
4.4	Conceito de Viscosidade Turbulenta	57
4.5	Modelo de Turbulência de Zero Equação: Modelo de Turbulência LVEL	59
4.6	Modelo de Turbulência k- ϵ Padrão	60
4.7	Modelo de Turbulência para Baixo Número de Reynolds: k- ϵ LB	65
4.8	Correção Devido ao Efeito de Curvatura	68
CAPITULO 5: MÉTODO NUMÉRICO		71
5.1	Introdução	71
5.2	Discretização das Equações de Conservação em Regime Transiente	73
5.3	Esquema de Interpolação	79
5.4	Equação Discretizada Geral para o Método Implícito	81
5.5	Acoplamento Pressão - Velocidade	82
5.6	Algoritmo SIMPLE	88
5.7	Tratamento Numérico dos Termos Fontes e Condições de Contorno	88
5.7.1	Tipos de Condições de Contorno	90
CAPITULO 6: TRATAMENTO NUMÉRICO DA SUPERFÍCIE LIVRE		92
6.1	Introdução	92
6.2	Método HOL (Height – Of – Liquid)	94
6.2.1	Características do Método HOL	94
6.2.2	Variáveis Utilizadas no Método HOL	96
6.2.3	Cálculo das Variáveis para a Localização da Interface	97
6.2.4	Propriedades Física do Fluido	99
6.2.5	Condição de Contorno na Interface	100
6.2.6	Procedimento de Cálculo das Equações de Conservação	102
6.3	Teste de Validação do Método HOL	102

CAPITULO 7: ESCOAMENTO COMPLETAMENTE DESENVOLVIDO	105
7.1 Introdução	105
7.2 Equações de Conservação do escoamento Completamente Desenvolvido em um Canal Helicoidal de Seção Retangular	106
7.3 Integração Numérica da Equações de Conservação	107
7.4 Desacoplamento da Pressão nas Direções Transversais e Principal do Escoamento	112
7.4.1 Transmissão da Vazão Mássica ao Sistema de Equações	112
7.5 Condições de Contorno e Iniciais Impostas no Programa Computacional	114
7.6 Implementação dos Termos Fonte	115
7.6.1 Implementação dos Termos Fonte nas Equações de Conservação	116
7.6.2 Implementação dos Termos Fonte nas Equações da Modelagem da Turbulência	119
7.7 Algoritmo para a Solução do Sistema de Equações Discretizadas: Escoamento Completamente Desenvolvido com Superfície Livre	121
CAPITULO 8: RESULTADOS	124
8.1 Definições das Dimensões Geométricas dos Canais Helicoidais	125
8.2 Análise de Estabilidade e Convergência	126
8.3 Análise da Seleção da Malha Computacional	129
8.4 Resultados Numéricos	132
8.4.1 Resultados em Regime Laminar	133
8.4.2 Resultados em Regime Turbulento	151
8.4.2.1 Comparação Entre os Modelos de Turbulência Testados	151
8.4.2.2 Resultados Numéricos Obtidos com o Modelo k- ϵ LB-CC	161
CAPITULO 9: CONCLUSÕES E SUGESTÕES	180
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	184
APÊNDICE A1	200
APÊNDICE A2	204
APÊNDICE A3	210

Lista de Figuras

Figura 1.1	Canais helicoidais de seção retangular com dimensão 'a' e curvatura $K = 0.1$ e diferentes valores de torção, τ .	2
Figura 1.2	Visualização do escoamento secundário em um canal helicoidal (Extraído de Bolinder e Sunden, 1995).	3
Figura 1.3	Escoamento descendente em superfície livre num canal helicoidal de seção 1391 mm^2 com curvatura e torção 17.24 m^{-1} , e 2.84 m^{-1} respectivamente a) visualização de um ensaio com água b) representação esquemática da superfície livre.	5
Figura 2.1	Regime transicional extraído de Webster and Humphrey (1993) para canal helicoidal de seção circular.	18
Figura 3.1	Elementos de um sistema de coordenadas curvilíneas ortogonal.	24
Figura 3.2	Esquema do sistema de coordenadas utilizado.	28
Figura 3.3	Esquema com as dimensões da seção transversal do canal helicoidal.	28
Figura 3.4	Gráfico da seção perpendicular à linha de centro do sistema ortogonal local (s, x', y').	30
Figura 3.5	Esquema do plano ortogonal local.	31
Figura 3.6	Esquema do sistema de coordenadas utilizado, para o canal curvo.	39
Figura 3.7	Comparação entre os diferentes tipos de dutos; (a) $K = 0.0$; (b) $K = 0.1$; (c) $K = 0.1$; (d) $K = 0.0$.	39
Figura 4.1	Diagrama de u_{wall} .	64
Figura 5.1	volume de controle e nomenclatura para a integração das equações: a).- plano x-y; a).- plano y-z e c).- plano x-z.	74
Figura 5.2	Malha deslocada para as velocidades.	83

Figura 5.3	Esquema com a localização das velocidades na malha deslocada: a).- plano x-y; b).- plano y-z e c).- plano x-z.	84
Figura 5.4	Fluxograma do algoritmo SIMPLE.	89
Figura 6.1	(a) Situação onde o método HOL é utilizado; (b) o HOL falha em escoamentos que tem a interface desta forma	95
Figura 6.2	Esquema das variáveis geométricas utilizadas.	96
Figura 6.3	(a) Coluna de células no passo de tempo atual; (b) Coluna de células no passo de tempo anterior.	97
Figura 6.4	Campo discretizado de V_f correspondente à configuração da interface.	99
Figura 6.5	Altura de líquido para o problema de quebra de barrera.	103
Figura 6.6	Comparação de resultados para o caso de quebra de barreira obtidos no presente trabalho com o método HOL contra Resultados experimentais obtidos por Martin e Moyce (1952).	104
Figura 7.1	Volume de controle e nomenclatura utilizado para a integração das equações no plano transversal ao escoamento plano $x'-y'$.	111
Figura 7.2	Fluxograma do Algoritmo de Solução.	123
Figura 8.1	Esquema da seção transversal do canal helicoidal.	125
Figura 8.2	Esquema do campo inicial utilizado para as simulações numéricas, (a) Altura de líquido ao início de cálculo; (b) Altura de líquido final.	127
Figura 8.3	Tipos de configuração utilizada no teste de malha; (a) Malha uniforme, (b) Malha não uniforme.	129
Figura 8.4	Distribuição do fator de atrito local na parede oeste do canal, Canal II, $\dot{m} = 0.55 \text{ Kg/s}$, $\rho = 1324 \text{ Kg / m}^3$, $\mu = 94.50 \text{ cP}$, $Re = 352.8$.	131
Figura 8.5	Distribuição do fator de atrito local na parede norte do canal, Canal II, $\dot{m} = 0.55 \text{ Kg/s}$, $\rho = 1324 \text{ Kg / m}^3$, $\mu = 94.50 \text{ cP}$, $Re = 352.8$.	131
Figura 8.6	Posição da interface, (____) resultado numérico, (+++) resultado experimental (Alves, 2000); canal II; (a) Teste Nro. 1; (b) Teste Nro. 2; (c) Teste Nro. 3.	134
Figura 8.7	Posição da interface, (____) resultado numérico, (+++) resultado experimental (Alves, 2000); canal I; (a) Teste Nro. 4; (b) Teste Nro. 5.	135
Figura 8.8	Campo de velocidade obtido para o Canal II; (a) Teste Nro. 1; (b) Teste Nro. 2; (c) Teste Nro. 3.	136

Figura 8.9	Campo de velocidade obtido para o Canal I; (a) Teste Nro. 4; (b) Teste Nro. 5.	136
Figura 8.10	Perfis da velocidade axial para três diferentes posições da seção transversal para o Canal II; teste Nro. 1.	137
Figura 8.11	Campo de pressão obtida para o Canal II; (a) Teste Nro. 1; (b) Teste Nro. 2; (c) Teste Nro. 3.	138
Figura 8.12	Campo de Pressão obtida para o Canal I; (a) Teste Nro. 4; (b) Teste Nro. 5.	138
Figura 8.13	Escoamento secundário obtido para o Canal II; (a) Teste Nro. 1; (b) Teste Nro. 2; (c) Teste Nro. 3.	139
Figura 8.14	Escoamento secundário obtido para o Canal I; (a) Teste Nro. 4; (b) Teste Nro. 5.	140
Figura 8.15	Perfis de velocidade u a $x' = 6.5$ mm; (—) Teste Nro. 1; (----) Teste Nro. 2; (— - —) Teste Nro. 3.	141
Figura 8.16	Perfis de do fator de atrito local na parede oeste; (—) Teste Nro. 1; (----) Teste Nro. 2; (— - —) Teste Nro. 3.	143
Figura 8.17	Perfis do fator de atrito local na parede oeste; (—) Teste Nro. 4; (----) Teste Nro. 5.	144
Figura 8.18	Distribuição da velocidade junto à parede oeste para o teste Nro 1.	144
Figura 8.19	Perfis do fator de atrito local na parede norte; (—) Teste Nro. 1; (----) Teste Nro. 2; (— - —) Teste Nro. 3.	145
Figura 8.20	Perfis do fator de atrito local na parede norte; (—) Teste Nro. 4; (----) Teste Nro. 5.	146
Figura 8.21	Distribuição da velocidade junto à parede norte para o teste Nro 1.	147
Figura 8.22	Perfis do fator de atrito local na parede sul; (—) Teste Nro. 1; (----) Teste Nro. 2; (— - —) Teste Nro. 3.	147
Figura 8.23	Perfis de do fator de atrito local na parede sul; (—) Teste Nro. 4; (----) Teste Nro. 5.	148
Figura 8.24	Evolução da relação do fator de atrito médio para o canal helicoidal e o fator de atrito para um canal reto com o aumento do número de Reynolds, obtido para um fluido de $\mu = 50$ cP e $\rho = 1285$ Kg/m ³ .	148

- Figura 8.25 Evolução da área ocupada pelo líquido (A_L) com o aumento do número de Reynolds, obtido para dois tipos de fluidos; (—) $\mu = 100$ cP e $\rho = 1324$ Kg/m³; (----) $\mu = 50$ cP e $\rho = 1285$ Kg/m³. 149
- Figura 8.26 Evolução do raio hidráulico (R_H) com o aumento do número de Reynolds, obtido para dois tipos de fluidos; (—) $\mu = 100$ cP e $\rho = 1324$ Kg/m³; (----) $\mu = 50$ cP e $\rho = 1285$ Kg/m³. 150
- Figura 8.27 Posição da interface, (— - —) modelo de turbulência LVEL, (----) modelo de turbulência k- ϵ LB, (—) modelo de turbulência k- ϵ LB-CC, (+++) resultado experimental (Alves, 2000); (a) Teste Nro. 6; (b) Teste Nro. 7. 152
- Figura 8.28 Posição da interface, (— - —) modelo de turbulência LVEL, (----) modelo de turbulência k- ϵ LB, (—) modelo de turbulência k- ϵ LB-CC, (+++) resultado experimental (Alves, 2000); (a) Teste Nro. 8; (b) Teste Nro. 9. 152
- Figura 8.29 Campo de velocidades obtido para o teste Nro. 6; (a) Modelo de turbulência LVEL; (b) Modelo de turbulência k- ϵ LB; (c) Modelo de turbulência k- ϵ LB-CC. 155
- Figura 8.30 Perfis da velocidade axial obtido Para o teste Nro 6; (—) Modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (----) Modelo de turbulência k- ϵ LB; (— - —) Modelo de turbulência LVEL. 155
- Figura 8.31 Escoamento Secundário obtido para o teste Nro. 6; (a) Modelo de turbulência LVEL; (b) Modelo de turbulência k- ϵ LB; (c) Modelo de turbulência k- ϵ LB-CC. 156
- Figura 8.32 Campo de viscosidade cinemática turbulenta obtido para o teste Nro. 6; (a) Modelo de turbulência LVEL; (b) Modelo de turbulência k- ϵ LB; (c) Modelo de turbulência k- ϵ LB-CC. 156
- Figura 8.33 Energia cinética turbulenta (k) obtido para o teste Nro. 6; (a) Modelo de turbulência k- ϵ LB; (b) Modelo de turbulência k- ϵ LB com Correção devido à curvatura do canal. 159
- Figura 8.34 Dissipação da energia cinética turbulenta (ϵ) obtido para o teste Nro. 6; (a) Modelo de turbulência k- ϵ LB; (b) Modelo de turbulência k- ϵ LB com Correção devido à curvatura do canal. 159

Figura 8.35	Perfis do fator de atrito local na parede oeste, teste Nro 6; (—) Modelo de turbulência k- ϵ LB com correção devido à curvatura do canal; (----) Modelo de turbulência k- ϵ LB; (— — —) Modelo de turbulência LVEL.	160
Figura 8.36	Perfis do fator de atrito local na parede norte, teste Nro 6; (—) Modelo de turbulência k- ϵ LB com correção devido à curvatura do canal; (----) Modelo de turbulência k- ϵ LB; (— — —) Modelo de turbulência LVEL.	160
Figura 8.37	Campo de velocidades obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro. 6; (b) Teste Nro. 7.	163
Figura 8.38	Campo de velocidades obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro. 8; (b) Teste Nro. 9.	163
Figura 8.39	Perfis da velocidade axial obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC, teste Nro.6.	164
Figura 8.40	Campo de pressão obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) teste Nro. 6; (b) Teste Nro. 8.	164
Figura 8.41	Escoamento Secundário obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro. 6; Teste Nro. 7.	166
Figura 8.42	Perfis de velocidade v obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC, em três diferentes posições; teste Nro. 6.	166
Figura 8.43	Escoamento Secundário obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro. 8; Teste Nro. 9.	167
Figura 8.44	Perfis de velocidade v obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB com correção devido à curvatura do canal , em duas posições; teste Nro. 8.	167
Figura 8.45	Campo de viscosidade cinemática turbulenta obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro. 6; (b) Teste Nro. 7.	169
Figura 8.46	Energia cinética turbulenta (k) obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro 6; (b) Teste Nro. 7.	169
Figura 8.47	Energia cinética turbulenta (k) obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro 8; (b) Teste Nro. 9.	170
Figura 8.48	Perfis de energia cinética turbulenta (k) para o plano $y' = 18.7$ mm, obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (—) Teste Nro 8; (---) Teste Nro. 9.	170

Figura 8.49	Perfis de energia cinética turbulenta (k) para o plano $x' = 10.7$ mm, obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (—) Teste Nro. 8; (---) Teste Nro. 9.	171
Figura 8.50	Dissipação da energia cinética turbulenta (ϵ) obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro. 8; (b) Teste Nro. 9.	172
Figura 8.51	Produção da energia cinética turbulenta (P_k) obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro. 8; (b) Teste Nro. 9.	172
Figura 8.52	Produção (P_k) e Dissipação da energia cinética turbulenta (ϵ) próximo à parede oeste, obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC, em $y' = 18.7$ mm, Teste Nro. 8; (—) P_k ; (---) ϵ .	174
Figura 8.53	Produção (P_k) e Dissipação da energia cinética turbulenta (ϵ) próximo à parede norte, obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC, em $x' = 10.7$, Teste Nro. 8; (—) P_k ; (---) ϵ .	174
Figura 8.54	Perfis do fator de atrito local na parede oeste obtido com o modelo de turbulência k- ϵ LB com correção devido à curvatura do canal, (—) Teste Nro. 6; (----) Teste Nro. 7.	175
Figura 8.55	Perfis do fator de atrito local na parede norte obtido com o modelo de turbulência k- ϵ LB com correção devido à curvatura do canal, (—) Teste Nro. 6; (----) Teste Nro. 7.	176
Figura 8.56	Perfis de velocidade adjasente à parede oeste obtido com o modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; Teste Nro. 6.	176
Figura 8.57	Perfis de velocidade adjasente à parede norte obtido com o modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; Teste Nro. 6.	177
Figura 8.58	Perfis do fator de atrito local na parede oeste obtido com o modelo de turbulência k- ϵ LB-CC, (—) Teste Nro. 8; (----) Teste Nro. 9.	177
Figura 8.59	Perfis do fator de atrito local na parede norte obtido com o modelo de turbulência k- ϵ LB-CC, (—) Teste Nro. 8; (----) Teste Nro. 9.	178

Lista de Tabelas

Tabela 3.1	Equações de governo para o escoamento laminar em um canal reto de seção retangular: $K = \tau = \alpha = 0$; $h_s = 1$ (Bird, <i>et al.</i> , 1992).	40
Tabela 3.2	Equações de governo para o escoamento laminar em um canal curvo plano de seção retangular: $\tau = 0$; $K = 1/R$; $\alpha = 0$ e $h_s = 1 + Ky'$, (Ghia e Sokhey, 1977).	41
Tabela 3.3	Equações de conservação para o escoamento laminar em um canal helicoidal de seção retangular: $h_s = [1 - K[x'Sen(\tau s) - y'Cos(\tau s)]]$, $\alpha = ArcTang(-\tau/K)$	42
Tabela 3.4	Equações de governo para o escoamento laminar hidrodinamicamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular, $h_s = 1 + Ky'$ e K é definido pela equação (3.10).	46
Tabela 4.1	Modelo de turbulência $k-\varepsilon$ Padrão (Launder e Spalding, 1974) para o escoamento completamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular ($h_{x'} = h_{y'} = 1$; $h_s = 1 + Ky'$).	63
Tabela 4.2	Modelo de Turbulência para baixo número de Reynolds (Lam e Bremhorst, 1981), $k-\varepsilon$ LB, para o escoamento completamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular ($h_{x'} = h_{y'} = 1$; $h_s = 1 + Ky'$ e μ_t definido na equação (4.41)).	68
Tabela 4.3	Modelo de turbulência $\kappa-\varepsilon$ Padrão (Launder e Spalding, 1974) para o escoamento completamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular ($h_{x'} = h_{y'} = 1$; $h_s = 1 + Ky'$; μ_t definido na equação (4.27)).	70
Tabela 4.4	Modelo de Turbulência para baixo número de Reynolds (Lam e Bremhorst, 1981), $k-\varepsilon$ LB, para o escoamento completamente desenvolvido em um canal	

	helicoidal de seção retangular ($h_{x'} = h_{y'} = 1$; $h_s = 1 + Ky'$; μ_t definido na equação (4.41)).	70
Tabela 7.1	Equações de conservação para o escoamento desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular.	109
Tabela 8.1	Propriedades geométricas do Canal helicoidal e malha computacional utilizada.	126
Tabela 8.2	Dimensões canal helicoidal no plano ortogonal ao escoamento.	126
Tabela 8.3	Valores Obtidos dos Testes de Independência das Condições Iniciais na Solução.	127
Tabela 8.4	Resultados do teste de malha para o canal I, Regime Laminar, $\dot{m} = 0.55 \text{ Kg/s}$, $\rho = 1324 \text{ Kg/m}^3$, $\mu = 94.50 \text{ cP}$, $Re = 352.8$.	130
Tabela 8.5	Malha computacional utilizada.	132
Tabela 8.6	Dados de entrada no programa computacional (Alves, 2000).	133
Tabela 8.7	Propriedades do escoamento calculadas a partir dos resultados numéricos.	135
Tabela 8.8	Fator de atrito médio.	142
Tabela 8.9	Comparação das propriedades do escoamento calculadas pelos três modelos de turbulência.	153
Tabela 8.10	Propriedades do escoamento turbulento calculadas a partir dos resultados obtidos com o modelo de turbulência k- ϵ LB-CC.	161
Tabela 8.11	Fator de atrito médio.	179

Nomenclatura

Letras Latinas

A	: Área inicial da líquido, Área ocupado pelo líquido ou Área da seção transversal do canal	(mm ²)
b	: Passo da hélice	(m)
B	: Vetor binormal ao plano ortogonal local	
D	: Tensor simétrico de deformação	
d	: Largura do canal	(m)
f	: variável qualquer ou fator de atrito $\left(\tau_w / \frac{1}{2} \rho w_m^2 \right)$	
FM	: Termo fonte de massa	(ms ⁻¹)
g	: Vetor aceleração da gravidade	(ms ⁻²)
h _i	: Fator de escala na direção I	
H	: Altura da seção do canal	(m)
J	: Fluxo total	
k	: Energia cinética turbulenta	(m ² s ⁻²)
K	: Curvatura do canal	(m ⁻¹)
N	: Vetor normal ao plano ortogonal local	
P	: Pressão (Nm ⁻²), Produção de energia cinética turbulenta (k), termo fonte com o termo da pressão ou Perímetro molhado (mm)	
p	: Projeção de M na direção $\vec{N}(s)$	(m)

Q	: Projeção de M na direção $\vec{B}(s)$	(m)
R	: Raio de curvatura do canal helicoidal, Raio hidráulico do escoamento, Raio hidráulico do Canal ou Vetor posição da linha de centro	(m)
Re	: Número de Reynolds $(4R_H w_m / \nu)$	
s	: Componente de arco	
S	: Termo fonte	
$\vec{V}$	: Vector velocidade	(ms ⁻¹)
v_i	: Componente da velocidade na direção I	(ms ⁻¹)
T	: Tensor de tensões (Nm ⁻²) ou vetor tangente ao plano ortogonal local	
u	: Componente da velocidade na direção x'	(ms ⁻¹)
v	: Componente da velocidade na direção y'	(ms ⁻¹)
Vf	: Fração volumétrica de líquido	
w	: Componente da velocidade na direção s	(ms ⁻¹)
(x,y,z)	: Sistema de coordenadas cartesianas	(m)
(x',y',s)	: Sistema de coordenadas ortogonais locais	(m)
X	: Vetor posição de um ponto genérico M	(m)
y	: Distância normal à parede	

.....

Letras Gregas

α	: Ângulo de inclinação da hélice	(°C)
δ	: Delta Kronecker	
$\delta x'$	: Distância entre pontos nadais da malha principal na direção x'	
$\delta y'$	: Distância entre pontos nadais da malha principal na direção y'	
δs	: Distância entre pontos nadais da malha principal na direção s	
$\Delta x'$	: Dimensão da malha principal na direção x'	
$\Delta y'$	: Dimensão da malha principal na direção y'	
Δs	: Dimensão da malha principal na direção s	
Δt	: Passo de tempo	

ΔV	: Volume da célula	
(ξ_1, ξ_2, ξ_3)	: Sistema de coordenadas ortogonais locais qualquer	
ε	: Dissipação da energia cinética turbulenta	$(m^2 s^{-3})$
Γ	: Difusão molecular ou turbulenta	$(Kgm^{-1} s^{-1})$
κ	: Constante de Von Kármán (=0.417)	
μ	: Viscosidade dinâmica molecular ou turbulenta (cP ou $Kgm^{-1} s^{-1}$)	
ν	: Viscosidade cinemática molecular ou turbulenta	$(m^2 s^{-1})$
ϕ	: Grandeza escalar genérica	
ρ	: Densidade	(Kgm^{-3})
σ	: Tensão interfacial	
τ	: Torção do canal helicoidal (m^{-1}) ou tensão de cisalhamento	

.....

Subscritos

E	: Ponto nodal ao leste do ponto P
HC	: Subscrito de raio hidráulico do canal
H	: Ponto nodal na jusante da malha principal ou Raio hidráulico do escoamento
i	: valor inicial ou direção
j	: direção
L	: Líquido ou Ponto nodal na montante da malha principal
med	: valor médio da variável
n	: face norte da célula
nb	: Pontos nodais vizinhos
N	: Ponto nodal ao Norte do ponto P
P	: Ponto nodal da malha principal
s	: face sul da célula ou direção s
S	: Ponto nodal ao sul do ponto P
t	: valor total ou turbulento
T	: valor total
x'	: direção x'

y' : direção y'
 w : face oeste da célula
 W : Ponto nodal ao oeste do ponto P

Superescritos

ϕ : Direção da formulação
 o : tempo anterior
 $*$: Estimativa
 $'$: Correção ou flutuação
 $\rightarrow$: Vetor

Abreviações

$k-\varepsilon$ LB : Modelo de turbulência para Baixo número de Reynolds (Lam e Bremhorst, 1981)
 LVEL : Modelo de turbulência a zero equação
 $k-\varepsilon$ LB-CC : Modelo $k-\varepsilon$ LB com correção devido ao efeito de curvatura

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações Gerais

O estudo do escoamento em canais curvos e helicoidais constitui um problema de fundamental interesse na área de mecânica dos fluidos e transferência de calor. O interesse emerge tanto da área aplicada quanto da área básica. Em termos das aplicações estas configurações vêm sendo utilizadas em diversos processos industriais tais como: trocadores de calor, coletores ou difusores em máquinas de fluxo e máquinas térmicas, reatores químicos, separadores de fases na indústria de petróleo e nuclear entre outras áreas de aplicação. Do ponto de vista básico, este problema vêm atraindo a atenção da comunidade científica por cerca de um século, se tomarmos por referência o trabalho pioneiro de Dean (1927). Desde então, este problema vêm sendo abordado analítica e numericamente, para se analisar o comportamento das soluções quanto a variação da curvatura e torção no: regime de transição, bifurcações das soluções, escoamento secundário, entre outros parâmetros.

Os canais helicoidais, de uma maneira genérica, podem ser representados geometricamente por meio de dois parâmetros: a curvatura, K , e a torção, τ a serem definidos no capítulo (3). A Figura (1.1) mostra uma representação esquemática de um canal quadrado de dimensão 'a' com curvatura $K = 0.1$ para quatro valores distintos de torção. Deve-se observar que quando $\tau = 0$, o canal helicoidal degenera-se para uma curva plana e o canal passa a ser representado por um toróide .

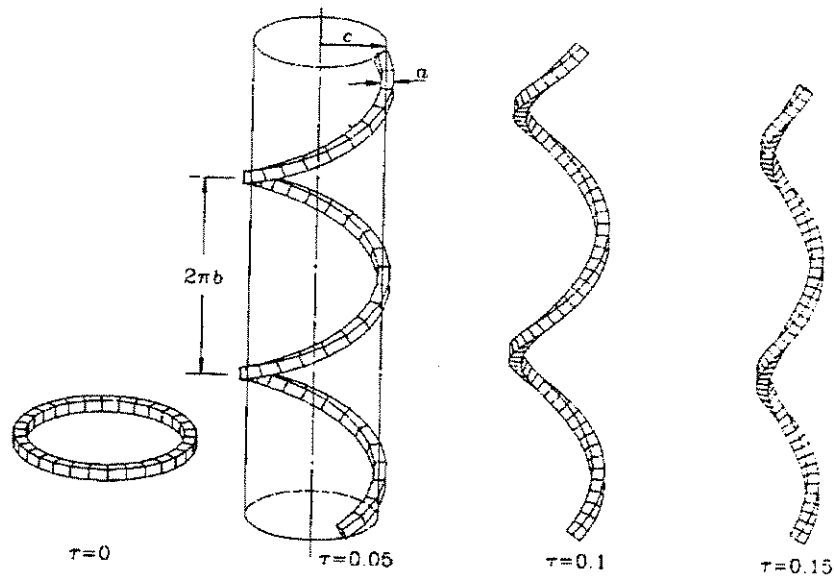


Figura 1.1 – Canais Helicoidais de seção quadrada com dimensão ‘a’ e curvatura $K = 0.1$ e diferentes valores de torção, τ .

A curvatura do canal é um dos parâmetros responsáveis pelo surgimento de correntes secundárias transversais à seção do escoamento. Estes escoamentos secundários são gerados pelas forças centrífugas e de Coriolis devido a curvatura das linhas de corrente. No caso de dutos curvos planos o escoamento secundário é basicamente constituído por duas células de recirculação simétricas, podendo aparecer células de recirculação adicionais para regimes de escoamento acima do número de Reynolds crítico. Em canais helicoidais as células de recirculação são assimétricas, como se pode observar na figura (1.2), com o aumento do número de Reynolds o escoamento é caracterizado por duas células de recirculação adicionais, sendo estas posteriormente distorcidas até seu desaparecimento, (Bolinder e Sunden, 1995). A presença das correntes secundárias e da curvatura das linhas de correntes causam substanciais desvios no fator de atrito assim como nos coeficientes de transferência de calor, sejam elas ocorrendo em regime laminar ou turbulento. É conhecido que o efeito da torção nos canais helicoidais constitui um segundo parâmetro geométrico e exerce uma influência de primeira ordem para o surgimento das correntes secundárias. Um dos maiores obstáculos para o progresso no estudo desta geometria deve-se à não-ortogonalidade da velocidade axial com respeito às velocidades tangencial e radial no sistema de coordenadas helicoidais, fato pelo qual a solução torna-se mais complexa; e a

presença da curvatura longitudinal e transversal ao escoamento que causa um termo extra de tensão em modelagem de escoamentos turbulentos (Patel and Sotiropoulos, 1997).

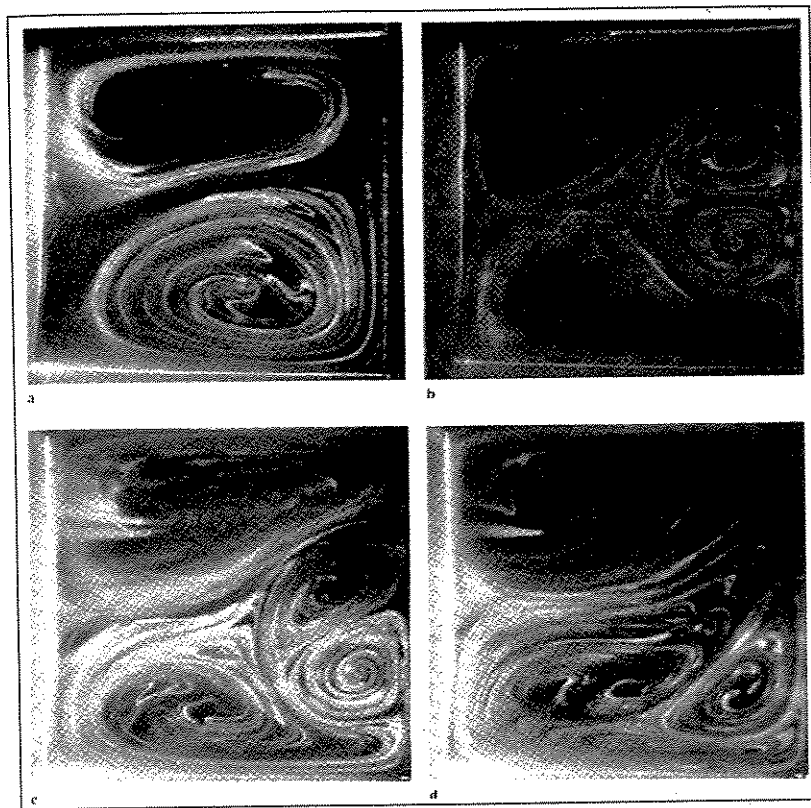


Figura 1.2 – Visualização do escoamento secundário em um canal helicoidal, $4KR_H = 0.471$ e $4\tau R_H = 6.23$ 1/mm, regime laminar e a parede externa fica á direita das figuras.(a) Dois vórtices estáveis, $Re = 144$. (b) Vórtices adicionais, $Re = 283$. (c,d) Distorção dos vórtice adicionais e desaparecimento de vórtices adicionais, $Re = 247$. (Extraído de Bolinder e Sunden, 1995).

1.2 Motivação e Objetivo

Apesar de existirem estudos sobre escoamentos forçados em canais helicoidais sejam com seção circular ou retangular, aparentemente não se tem conhecimento de estudos sobre o escoamento com superfície livre em canais helicoidais com seção retangular. Este tipo de escoamento vem ocorrendo em separadores bifásicos gás e líquido ou mesmo trí-fásicos gás, líquido e sólidos. A motivação deste trabalho decorre da necessidade de se estudar e modelar este fenômeno devido a uma recente demanda da indústria do petróleo em recuperação de reservas

marginais submarinas ou mesmo para viabilizar certas técnicas de perfuração na costa oceânica (off shore).

Os separadores são projetados com a finalidade de aproveitar a ação das forças centrífuga e gravitacional a fim de promover a segregação das fases e bombear a mistura através do canal. A mistura de gás-líquido entra no separador pela sua parte superior e é descarregada num canal helicoidal. O escoamento no canal se dá de forma descendente pela ação da gravidade. A segregação das fases é devido à ação combinada da gravidade e dos efeitos centrífugos que são criados pela curvatura e torção do canal helicoidal. Estes, progressivamente, deslocam as bolhas da fase gás nas direções vertical ascendente e radial apontando para o centro. A completa segregação das fases ocorre estabelecendo um escoamento estratificado exibindo uma superfície livre curva. Uma representação esquemática do fenômeno e sua visualização num protótipo de laboratório estão mostrados na figura (1.3). Uma descrição do separador gás-líquido pode ser encontrada em França *et al.* (1996).

O presente estudo limita-se ao escoamento completamente desenvolvido da fase líquida, isto é, num regime estratificado onde a segregação das fases já tenha sido concluída e as fases gás e líquido encontram-se separadas pela interface livre. Nestas condições, o fenômeno torna-se similar ao escoamento de canal aberto com tensão interfacial desprezível. Os fluidos de trabalho apresentam comportamento Newtoniano e são incompressíveis.

O objetivo deste trabalho é simular numericamente o escoamento completamente desenvolvido em um canal helicoidal de superfície livre. Por meio desta análise numérica pretende-se levantar parâmetros de projeto tais como: fração de área ocupada pelo líquido em função da vazão, fator de atrito local e fator de atrito global além das características do perfil de velocidades na direção principal e as correntes secundárias sejam para o regime laminar ou turbulento. Os resultados são validados contra dados experimentais da posição da interface obtidos por Alves (2000).

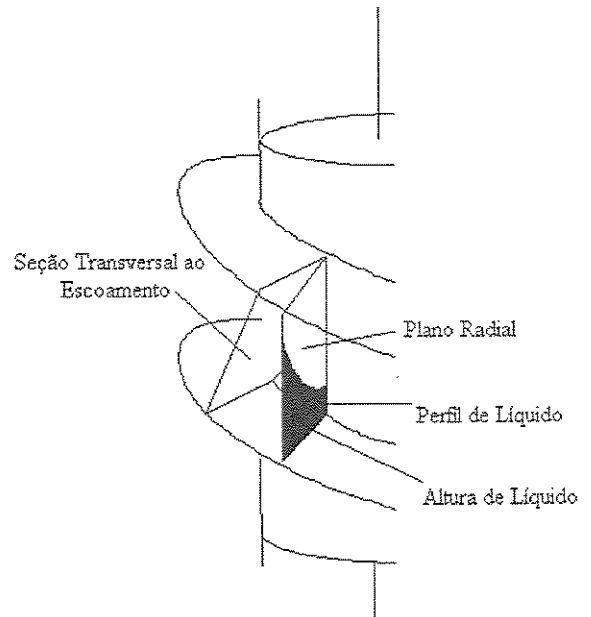
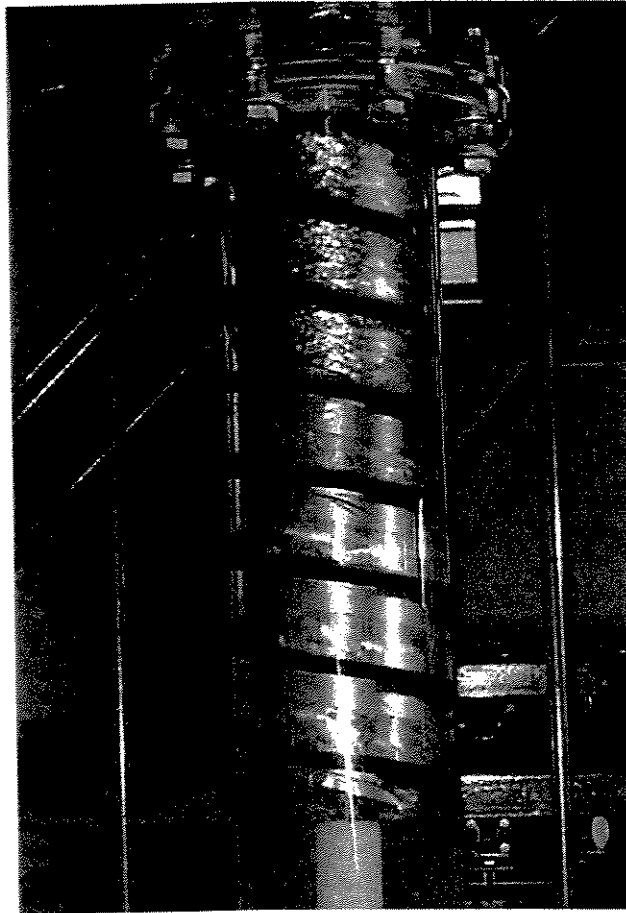


Figura 1.3 – Escoamento descendente em superfície livre num canal helicoidal de seção 1391 mm^2 com curvatura e torção 17.24 m^{-1} , e 2.84 m^{-1} respectivamente a) visualização de um ensaio com água b) representação esquemática da superfície livre.

1.3 Considerações Sobre o Método de Solução

O estudo numérico do escoamento no canal helicoidal com superfície livre é certamente um desafio. Há a complexidade física inerente aos efeitos de curvatura e torção no campo do escoamento, além da complexidade geométrica do domínio computacional que pode conduzir a um sistema não-ortogonal. Este último obstáculo foi suplantado pelas facilidades de uma grade ortogonal utilizando-se a transformação de Germano (1982). Por meio desta transformação é possível determinar analiticamente os fatores de escala e transmiti-los ao código numérico. O domínio computacional é cartesiano e as distorções da malha são incorporadas aos termos de fluxo por meio de um multiplicador das áreas das faces das células da grade numérica aqui denominado por porosidade assim como pela inserção de termos fontes. Isto traz o atrativo de

poder trabalhar com as equações de transporte em uma malha cartesiana que é bem estabelecida e relativamente simples além da redução do tempo e da capacidade de armazenamento computacionais, quando comparada à utilização de coordenadas curvilíneas generalizadas. Esta proposição é similar à utilizada por Rosa *et al.* (1999).

A simulação numérica é realizada utilizando o pacote PHOENICS-CFD desenvolvido por Spalding (1994). Ele baseia-se na técnica de volumes finitos com malha deslocada, o esquema de interpolação utilizado é o esquema híbrido, Patankar (1980). A formulação é simplificada ao se impor a condição de regime hidrodinâmico completamente desenvolvido. Nestas condições não há variações das propriedades do escoamento ao longo de sua direção principal. Numericamente isto é muito vantajoso pois o problema tri-dimensional se reduz a um problema bi-dimensional reduzindo drasticamente o tempo computacional, os ajustes necessários ao modelo numérico são similares àqueles propostos por Patankar e Spalding (1971). As simulações transcorrem tanto no regime laminar quanto em regime turbulento utilizando as equações médias de Reynolds e modelos de turbulência de duas equações.

Para o cálculo do posicionamento da interface é utilizado um método Euleriano de trilhamento de interface denominado por ‘Altura de Líquido’, HOL, (Height of Liquid) desenvolvido por Spalding (1995).

1.4 Estrutura do Trabalho

O conteúdo do trabalho é estruturado em 8 capítulos assim distribuídos. No capítulo (2) é exposto uma revisão bibliográfica dos estudos existentes na literatura referentes a escoamentos em canais curvos e helicoidais. As equações de conservação da massa e quantidade de movimento para um sistema de coordenadas ortogonais locais são apresentadas no capítulo (3) e constituem a modelagem matemática do fenômeno. Uma breve introdução ao método dos volumes finitos é mostrada no capítulo (4) e envolve principalmente a discretização das equações de conservação com alguns detalhes de implementação, o esquema de interpolação e o acoplamento pressão-velocidade. A modelagem da turbulência é apresentado no capítulo (5), é apresentado um resumo e suas limitações dos modelos de turbulência mais utilizados segundo a literatura, apresentando uma formulação detalhada do modelo de turbulência k- ϵ padrão. No

capítulo (6) é estudada a modelagem numérica da interface, apresenta-se o método de altura de líquido HOL, testando o método em um problema típico de escoamento de superfície livre. A modelagem numérica do escoamento completamente desenvolvido é apresentado no capítulo (7), são apresentados detalhes dos critérios utilizados para a escolha desta opção, é realizado um estudo do tratamento das condições de contorno e os termos fonte para o escoamento de superfície livre completamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular. Os resultados numéricos são mostrados no capítulo (8), em três seções, na primeira seção são apresentados as definições das dimensões geométricas do canal helicoidal, na segunda é apresentado uma análise sobre a estabilidade do método e os critérios de convergência utilizados e na terceira seção são apresentadas os resultados numéricos do escoamento completamente desenvolvido em um canal helicoidal em regime laminar e turbulento. O capítulo (9) expõe as conclusões e sugestões para trabalhos futuros. Para finalmente apresentar a lista da bibliografia utilizada. O apêndice A1 apresenta detalhes de geometria diferencial tridimensional que são utilizados na dedução dos fatores de escala no capítulo 3. Nos apêndices A2 e A3 são apresentados as listagens das subrotinas implementadas no PHOENICS-CFD.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Escoamento em Canais Curvos

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica sobre o escoamento em canais curvos. Uma revisão minuciosa sobre escoamento monofásico em canais curvos planos, discutindo aspectos teóricos, computacionais e experimentais foram desenvolvidos por Berger *et al.* (1983) e Shah e Joshi (1987) e mais recentemente Patel e Sotiropoulos (1997) apresentam uma revisão dos estudos existentes sobre a modelagem da turbulência levando em conta efeitos de curvatura. Uma revisão dos estudos reportados na literatura sobre escoamento em canais helicoidais, numéricos e experimentais, foram apresentados por Kao (1987), Bolinder e Sunden (1995) e Bolinder (1996). No entanto, observa-se uma falta de estudos sobre escoamentos de superfície livre em canais helicoidais de seção retangular.

A revisão bibliográfica é dividida em quatro subseções: a primeira apresenta uma revisão bibliográfica sobre escoamentos em canais curvos planos de seção circular; a segunda apresenta uma revisão bibliográfica sobre escoamentos em canais curvos planos de seção quadrada e retangular; a terceira apresenta uma revisão bibliográfica sobre escoamentos em canais helicoidais de seção circular, e, a quarta apresenta uma revisão bibliográfica sobre escoamentos em canais helicoidais de seção quadrada e retangular.

2.1.1 Escoamento em Canais Curvos Planos de Seção Circular

Um dos primeiros estudos experimentais do escoamento em dutos curvos foi desenvolvido por Eustice (1910 e 1911). Ele mediu as características da queda de pressão em dutos curvos e observou que a queda de pressão do escoamento em dutos curvos é maior que em dutos retos. Detectou a existência de escoamento secundário em um duto curvo, usando a técnica de visualização com corantes e observou que o escoamento secundário é constituído por dois vórtices simétricos.

Dean (1927 e 1928a,b) foi o primeiro a mostrar matematicamente a existência de um par de vórtices para o escoamento completamente desenvolvido em um duto curvo de seção circular. Dean, adimensionalizou as equações de conservação e encontrou que o escoamento secundário pode ser caracterizado por um parâmetro adimensional conhecido como o número de Dean, De , que é definido por $De = Re(r/R)^{1/2}$, onde Re é o número de Reynolds, r o raio do duto e R é o Raio de curvatura do duto, os estudos reportados foram para $De \leq 90$.

Posteriormente apareceram estudos experimentais com a finalidade de obter a queda de pressão e o coeficiente de transferência de calor em canais curvos. O primeiro trabalho a determinar com certa precisão o fator de atrito foi White (1929), ele apresentou uma correlação que calcula o coeficiente de atrito em um canal curvo de seção circular como função do fator de atrito para um duto reto correspondente e o número de Dean, estes resultados foram para $11.6 \leq De \leq 2000$. Posteriormente, Ito (1959) e Srinivasan *et al.* (1970) apresentaram outras correlações empíricas para o cálculo do fator de atrito em um duto curvo, segundo a literatura, as correlações propostas por eles tem um melhor desempenho da correlação proposta por White (1929), principalmente para altos De .

Complementando as soluções analíticas, as primeiras soluções numéricas sobre o escoamento em dutos curvos surgiram na década de 60. McConalogue e Srivastava (1968), estudaram numericamente o escoamento completamente desenvolvido em um duto curvo para maiores números de Dean, $96 \leq De \leq 600$, resolveram as equações por meio de expansão em séries de Fourier e integrando numericamente as equações de governo. Desde então tem

aparecido muitos estudos numéricos relativos a escoamentos completamente desenvolvidos em dutos curvos de seção circular, utilizando o método de diferenças finitas e volumes finitos, por exemplo: Akiyama e Cheng (1971), Austin e Seader (1973), Patankar *et al.* (1974).

Juntamente com os resultados numéricos da hidrodinâmica do escoamento em um duto curvo, os estudos numéricos em transferência de calor em canais curvos de seção circular tem sido estudado extensivamente por Mori e Nakayama (1965), Dravid *et al.* (1971) e Patankar *et al.* (1974). Eles mostraram que o comprimento de desenvolvimento no duto curvo é menor que no duto reto e o coeficiente de transferência de calor na parede interna do canal é menor que o da parede externa.

O fenômeno de bifurcação da solução do escoamento em canais curvos de seção circular foi estudado por Dennis e Ng (1982) e Nandakumar e Masliyah (1982). Dennis e Ng (1982) resolveram as equações de conservação para o escoamento completamente desenvolvido pelo método de diferenças finitas, para $96 < De < 5000$. Para $De < 956$, eles encontraram dois vórtices simétricos; utilizando a mesma metodologia resolveram para $De > 956$, neste caso encontraram soluções diferentes para o mesmo De , a estrutura do escoamento secundário é composto por dois vórtices simétricos ou dois pares de vórtices simétricos (quatro vórtices). Apesar desta diferença o fator de atrito independe do tipo da estrutura encontrada. A bifurcação da estrutura do escoamento secundário em canais curvos de seção circular foi descoberto, também, independentemente por Nandakumar e Masliyah (1982). Eles resolveram as equações de conservação pela técnica numérica de volumes finitos, chegando a conclusões similares aos obtidos por Dennis e Ng (1982).

Enquanto pode-se encontrar uma literatura técnica referente a hidrodinâmica e transferência de calor em dutos curvos de seção circular em regime laminar relativamente vasta, o mesmo não se pode afirmar se o regime for turbulento. Os primeiros estudos experimentais em regime turbulento foram realizados por White (1929) e Taylor (1929). Posteriormente, Ito (1959) e Mori e Nakayama (1967), estudaram o escoamento turbulento em canais curvos de seção circular utilizando a teoria da camada limite, o fator de atrito foi reportado por Ito (1959). Patankar *et al.* (1975), apresentaram resultados numéricos para o escoamento e

transferência de calor completamente desenvolvido em canais curvos, utilizando a técnica numérica de volumes finitos com o modelo de turbulência k- ϵ padrão.

O número de Reynolds crítico na qual ocorre a transição do regime laminar para turbulento tem sido relativamente pouco estudado. Experimentos realizados por White (1929) e Taylor (1929) demonstraram que o escoamento em um duto curvo é mais estável que o escoamento em um duto reto, se em um duto reto o número de Reynolds crítico é por volta de 2000, em dutos curvos isto pode ser maior. Por exemplo, Taylor encontrou que para $r/R = 1/31,9$, o número de Reynolds crítico é por volta de 5000. Posteriormente Aronov (1960) e Schmidt (1967) apresentaram correlações para o cálculo do fator de atrito na situação de Reynolds crítico.

2.1.2 Escoamento em Canais Curvos Planos de Seção Quadrada e Retangular

O primeiro estudo teórico que mostra a existência do escoamento secundário em dutos curvos de seção retangular foi desenvolvido por Ito (1951). Posteriormente, Mori e Uchida (1967) estudaram o escoamento em um canal curvo de seção quadrada utilizando a teoria da camada limite. O escoamento secundário reportado por estes estudos é constituído por dois vórtices simétricos.

Cheng and Akiyama (1970), utilizando a técnica de diferenças finitas calcularam o escoamento secundário em dutos curvos de seção retangular, na região do escoamento em desenvolvimento e na região do escoamento completamente desenvolvido. Eles mostraram a existência de dois vórtices na seção transversal ao escoamento e só mencionam a existência de mais dois novos vórtices a partir do número de Dean crítico. Os quatro vórtices posteriormente foram apresentados por Cheng *et al.* (1975, 1976). Joseph *et al.* (1975), estudaram numericamente o duto curvo de seção quadrada, eles mostraram que o escoamento secundário com dois vórtices passa a outro de quatro vórtices depois de um certo número de Dean (número de Dean crítico). Fotografias com os vórtices adicionais, para canais curvos de seção

quadrada e retangular, foram apresentadas posteriormente por Cheng *et al.* (1979) e Sugiyama *et al.* (1983).

O escoamento em desenvolvimento em dutos curvos de seção quadrada foi estudado extensivamente por Ghia and Sokhey (1977) e Sankar *et al.* (1988). Eles resolveram a versão parabólica e estacionária das equações de Navier-Stokes. Ghia e Sokhey (1977), estudaram uma técnica numérica de solução para o escoamento viscoso tridimensional na região de entrada de dutos curvos com seção transversal regular, considerando o escoamento parabólico, calcularam a distribuição do escoamento em função do número de Dean. No entanto, o estudo teórico e experimental mais completo do escoamento em desenvolvimento em dutos curvos de seção quadrada e para números de Dean entre 125 e 150 foi desenvolvido por Bara *et al.* (1992). Eles demonstram que o escoamento secundário é composto por dois vórtices simétricos na região de desenvolvimento, após atingido o regime desenvolvido, este pode adquirir a estrutura de dois a quatro vórtices, dependendo do número de De. Eles também estudaram o comprimento de desenvolvimento, e demonstraram que o escoamento se torna hidrodinamicamente desenvolvido em função do número de De. Quanto maior o número de De maior é o comprimento de desenvolvimento. O comprimento de desenvolvimento do escoamento, segundo Bara *et al.* (1992), depende da condição de entrada, eles fizeram testes assumindo a condição de entrada com o perfil uniforme e o perfil do escoamento desenvolvido em um canal reto, atingindo ao mesmo resultado, porém, com diferentes comprimentos de desenvolvimento.

Soluções duplas para escoamentos completamente desenvolvidos em dutos curvos de seção quadrada foram estudados numericamente por Winters (1987), Soh (1988) e Bara *et al.* (1992). A análise de instabilidade linear desenvolvido por Winters (1987), revela que o escoamento de dois vórtices submetido a uma perturbação arbitrária é estável, e o escoamento de quatro vórtices é estável a uma perturbação simétrica e instável a uma perturbação assimétrica. Soh (1988) encontra que o padrão do escoamento secundário depende da condição de entrada imposta. Bara *et al.* (1992) reporta que a solução dupla é encontrada no escoamento de seção quadrada, a diferença do escoamento em um duto curvo de seção circular, a solução dupla é encontrada em um determinado intervalo, para o intervalo do número de De estudado

eles encontraram que a solução dupla é encontrada entre $De \cong 114$ e 131 , para $De > 114$ e $De > 131$ o escoamento secundário é composto por dois e quatro vórtices respectivamente.

Mees *et al.* (1996a,b,c), estudaram as instabilidades no escoamento em dutos curvos. Resolveram numericamente as equações de Navier-Stokes tridimensionais pelo método dos volumes finitos, encontraram seis vórtices na região de desenvolvimento no escoamento secundário para números de Dean acima de 350. Além de simular numericamente o desenvolvimento dos vórtices, visualizaram experimentalmente o desenvolvimento dos vórtices para diferentes números de Dean e diferentes curvaturas.

Não há muitos estudos experimentais e ou numéricos relatando aspectos da estrutura do escoamento turbulento em canais curvos de seção quadrada ou retangular. Su e Friedrich (1994), utilizando a técnica de simulação de Grandes Escalas (LES) obtiveram o campo de velocidades e os contornos de vorticidade para o escoamento completamente desenvolvido em uma curva. Luo e Lakshminarayana (1997), incorporando diferentes versões dos modelos de turbulência de tensões de Reynolds e k - ϵ padrão, obtiveram os perfis de velocidade média e as tensões turbulentas em dutos bi-dimensionais e em curvas de 90° e 180° . Mais recentemente, Sotiropoulos e Ventikos (1998) realizaram um estudo numérico em duto tri-dimensional curvado em 90° , empregando modelos isotrópicos, k - ω e o próprio k - ϵ padrão, assim como dois modelos variantes do k - ω não linear. Nenhum dos modelos testados nestes trabalhos, isotrópicos ou não, previu satisfatoriamente o aumento da energia cinética turbulenta e da tensão de cisalhamento junto à parede côncava.

Entre os trabalhos experimentais pode-se citar Humphrey *et al.* (1981) e Kim e Patel (1994). Humphrey *et al.* (1981), mediram o escoamento utilizando anemometria Laser-Dopler para obter as componentes de velocidade e os tensores de Reynolds para números de Reynolds e Dean iguais a 4.0×10^4 e 2.6×10^4 , respectivamente. Kim e Patel (1994), mediram as grandezas turbulentas no escoamento em desenvolvimento em um duto reto de seção retangular com razão de aspecto 6:1, ao qual seguia uma curva de 90° . Os dados publicados trazem

informações sobre a estrutura tridimensional turbulenta, e são uma base comparativa adequada para testes de modelos.

2.1.3 Escoamento em Canais Helicoidais de Seção Circular

O escoamento em canais helicoidais tem recebido menos atenção quando comparado com estudos reportados sobre o escoamento em canais curvos. Uma considerável quantidade de estudos reportados na literatura estudaram canais helicoidais a partir de aproximação de canais curvos. O estudo do efeito da torção (ou passo) do canal helicoidal tem sido introduzido recentemente.

O primeiro estudo que considera o efeito do passo no canal helicoidal foi desenvolvido por Truesdell and Adler (1970), eles sugerem que para um canal helicoidal de pequeno passo pode ser feita uma apropriada aproximação com a substituição da curvatura do canal toroidal pela curvatura do canal helicoidal. Esta filosofia foi continuada por Manlapaz e Churchill (1981), que estudaram numericamente (diferenças finitas) o escoamento laminar, estacionário e completamente desenvolvido em um duto helicoidal de seção circular e passo finito. O resultado principal obtido do trabalho de Manlapaz e Churchill foi a determinação do fator de atrito. Neste estudo eles demonstraram que para helicóides com pequena torção o fator de atrito é bem próximo daquele obtido por uma curva plana.

O primeiro a desenvolver uma modelagem matemática do escoamento em um canal helicoidal de seção circular com passo finito foi Wang (1981), ele derivou as equações governantes para o escoamento numa tubulação helicoidal com curvatura e torção finitas usando o sistema de coordenadas não-ortogonais, o mesmo que resolveu utilizando a técnica de perturbação, conclui que os efeitos da torção no escoamento secundário são significantes. Murata *et al.* (1981), derivaram as equações governantes para o escoamento helicoidal não-ortogonais, chegando a resultados similares aos obtidos por Wang (1981). O fator atrito em canais helicoidais de seção circular, segundo Murata *et al.* (1981) é próximo ao dos canais toroidais quando a torção é pequena.

Germano (1982), introduzindo uma engenhosa transformação levou as equações governantes para o duto helicoidal de seção circular a um sistema de coordenadas ortogonais. Os resultados obtidos por Germano, discrepam com os de Wang, Germano encontra que o efeito de torção sobre o escoamento secundário é de segunda ordem.

Com uma detalhada comparação entre o sistema de coordenadas não ortogonal e ortogonal utilizadas por Wang (1981) e Germano (1982) respectivamente, Tuttle (1990) e Xie (1990) concluíram que os efeitos da torção sobre o escoamento secundário dependem do sistema de referência utilizado. Tuttle (1990) utilizou transformações de coordenadas ortogonais e não ortogonais enquanto que Xie (1990) utilizou somente coordenadas não-ortogonais. Posteriormente Chen e Jan (1992), utilizando o método de expansão encontraram resultados similares aos obtidos por Tuttle (1990).

O problema da influência da torção e a curvatura no escoamento em um canal helicoidal de seção circular considerando o escoamento em regime laminar tem sido estudado numericamente por Chen e Fand (1986), Kao (1987) e Liu e Masliyah (1993). Chen e Fand (1986), apresentaram uma solução para escoamento laminar completamente desenvolvido num canal helicoidal utilizando a técnica de elementos finitos, os resultados obtidos por eles diferem completamente dos resultados obtidos para escoamentos toroidais (torção zero). Kao (1987), estudou o escoamento laminar desenvolvido para um duto helicoidal de seção circular, utilizando as equações de Germano (1982). O trabalho desenvolvido por Kao, foi dividido em duas partes, a primeira foi resolvida para números de Dean pequenos por meio do método de perturbação e a segunda foi a solução numérica (diferenças finitas) das equações de Navier-Stokes para números de Dean médios (< 5000), ele também confirma que a influência da torção sobre o escoamento secundário é de segunda ordem. Posteriormente Liu e Masliyah (1993), utilizaram o método de separação para resolver o problema do escoamento laminar em um canal helicoidal. As simulações foram feitas acima das equações de Navier-Stokes, construídas a partir do sistema de coordenadas helicoidais apresentados por Germano (1982). Liu e Masliyah aceitam o argumento de Tuttle (1990), o efeito da torção no escoamento depende do sistema de referência utilizado.

O efeito da curvatura e torção na troca de calor no escoamento em um canal helicoidal de seção circular foi estudado por Futagomi e Aoyama (1988), Yang *et al.* (1993), Liu e Masliyah (1994) e Yang e Ebadian (1994). Futagomi e Aoyama (1988), estudaram a transferência de calor por convecção em um canal helicoidal; eles reportaram os efeitos da curvatura sobre a distribuição da temperatura. Yang *et al.* (1993) e Liu e Masliyah (1994), estudaram o efeito da torção (passo) na transferência de calor por convecção forçada em um duto helicoidal de seção circular. O escoamento considerado foi estacionário, hidrodinamicamente desenvolvido e laminar. Os perfis de temperatura apresentados nestes artigos diferem significativamente, sendo os resultados obtidos por Liu e Masliyah (1994) fisicamente coerentes segundo Bolinder e Sunden (1996). Yang e Ebadian (1994), estudaram a transferência de calor por convecção em um escoamento estacionário e hidrodinamicamente desenvolvido, analisaram a influência da torção na distribuição de temperatura e na taxa de transferência de calor na periferia do canal helicoidal, relevantes no projeto de trocadores de calor.

Austen e Soliman (1988) e Liou (1992) estudaram experimentalmente o escoamento laminar num canal helicoidal de seção circular. Austen e Soliman (1988), estudaram os efeitos do passo do canal sobre a queda de pressão e a transferência de calor, encontraram influência considerável do passo sobre a queda de pressão e o número de Nusselt a baixo número de Reynolds, os mesmos que diminuem com o aumento do Reynolds. Liou (1992), estudou qualitativa e quantitativamente os padrões de escoamento secundário em um canal helicoidal para várias relações de torção (passo), curvatura e números de Reynolds. Ele utilizou as técnicas não intrusivas de visualização do escoamento por Laser (light-sheet) e velocímetro laser-dopler (LDV). O escoamento foi estacionário, laminar e hidrodinamicamente desenvolvido. Os resultados obtidos apresentam boa concordância com resultados numéricos de Wang (1981) e Chen e Fang (1986).

O escoamento em um canal helicoidal de seção circular em transição do regime laminar a turbulento foi estudado por Sreenivasan e Strykowski (1983), Webster e Humphrey (1993) e Webster e Humphrey (1997). Sreenivasan e Strykowski (1983), estudaram as instabilidades do escoamento em um canal helicoidal, observaram um estado de movimento oscilatório do escoamento no regime transicional, com uma mudança gradual do regime laminar para

turbulento. Webster e Humphrey (1993), estudaram experimentalmente a instabilidade do escoamento no canal helicoidal, e observaram que o fator de atrito tem uma curva contínua quando aumenta o número de Reynolds (ver figura 2.1), ao contrário de dutos retos (descontinuidade quando passa de regime laminar a turbulento), afirmando que a chamada “transição” do regime laminar a turbulento não se aplica a dutos helicoidais. Neste caso existe um regime “transicional”. Posteriormente Webster e Humphrey (1997), estudaram numérica e experimentalmente as instabilidades do escoamento no canal helicoidal de seção circular, eles apresentaram e analisaram fotografias com a visualização do escoamento para o Reynolds no regime transicional (transição do regime laminar a turbulento). As instabilidades visualizadas no regime transicional foram simuladas numericamente utilizando a técnica de volumes finitos.

Segundo a literatura existem poucos estudos referindo-se ao escoamento e transferência de calor em regime turbulento em um canal helicoidal de passo finito com seção circular, sendo os mais recentes os estudos reportados por Yang e Ebadian (1996), Lin e Ebadian (1997) e Huttl e Friedrich (2000). Yang e Ebadian (1996), estudaram a convecção forçada turbulenta em um canal helicoidal com passo finito e seção circular. As equações utilizadas foram derivadas a partir do sistema de coordenadas apresentadas por Germano (1982), considerando o escoamento hidrodinamicamente desenvolvido, o modelo de turbulência utilizado foi o k- ϵ padrão; os resultados indicam que a distribuição da temperatura na seção transversal torna-se assimétrico com o aumento da torção (passo); os efeitos da torção (o do passo) aumentam com o aumento da vazão. Lin e Ebadian (1997), estudaram numericamente transferência de calor por convecção em regime turbulento, a partir da transformação de Germano (1982) e com o modelo de turbulência k- ϵ padrão, as equações foram discretizadas e resolvidas para um sistema elíptico. Os resultados aplicam-se para a região de desenvolvimento hidrodinâmico. Huttl e Friedrich (2000), estudaram a influência da curvatura e da torção no escoamento turbulento em um canal helicoidal de seção circular, utilizaram a simulação numérica direta (DNS), resolveram as equações de conservação em coordenadas ortogonais de acordo ao sugerido por Germano (1982), eles observaram que a curvatura e a torção influenciam sobre as características do escoamento.

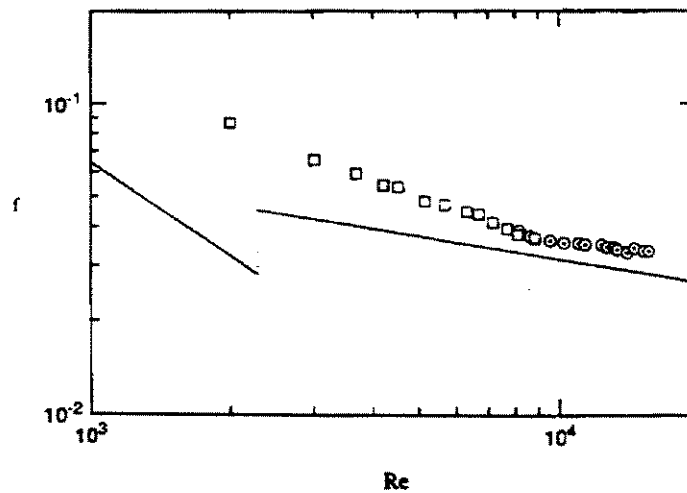


Figura 2.1 – Regime transicional extraído de Webster and Humphrey (1993). (—) Diagrama de Moody para dutos retos e (□ □ □) dados experimentais para canal helicoidal de seção circular.

2.1.4 Escoamento em Canais Helicoidais de Seção Quadrada e Retangular

Os estudos referidos ao escoamento em canais helicoidais de seções não-circulares (elíptica, quadrada e retangular) tanto numérica como experimentalmente é recente, sendo estes, na sua maioria em regime laminar.

Huang e Gu (1989), estudaram numérica e experimentalmente o escoamento secundário e o fator de atrito em um canal helicoidal de seção retangular, analisando os efeitos do passo, curvatura e a seção transversal do canal sobre o escoamento secundário e o fator de atrito.

Germano (1989), estendeu as equações de Dean (1928) para canais helicoidais e confirmou que o efeito da torção sobre o escoamento secundário em um duto helicoidal de seção circular é de segunda ordem, e afirma que este, é peculiar para dutos de seção circular, já que no caso de canais helicoidais de seção elíptica, com as mesmas equações, observou que o efeito da torção sobre o escoamento secundário é de primeira ordem.

Chen e Jan (1993), estudaram os efeitos da torção em um duto helicoidal de seção quadrada, para um escoamento laminar e hidrodinamicamente desenvolvido. As equações utilizadas foram discretizadas para um sistema de coordenadas não-ortogonais desenvolvidas por Wang (1981). A solução destas equações foi feita utilizando a técnica de elementos finitos. Foram estudados os efeitos da curvatura, torção e a inclinação da seção transversal no escoamento secundário, velocidade axial e o fator de atrito. Os resultados apresentaram uma influência pronunciada da torção no escoamento secundário com respeito à velocidade axial. A chamada instabilidade de Dean observada no escoamento toroidal (Cheng *et al.* 1976), não foi observado no canal helicoidal, isto é devido, segundo os autores, à influência da torção no escoamento secundário.

Eason *et al.* (1994) estudaram numericamente o escoamento e transferência de calor laminar em um duto helicoidal de seção quadrada. Foi feita uma interpretação física do aumento do coeficiente de transferência de calor em um duto helicoidal comparado a um duto reto. Estudaram a variação do número de Nusselt médio na superfície do duto, para o caso de temperatura constante imposta na fronteira. Foi feita uma detalhada análise da mudança do número de Nusselt na superfície do canal e do campo de temperatura do escoamento em diferentes planos transversais.

Bolinder (1995), usando o sistema de coordenadas ortogonais e definindo as funções de corrente estudou o escoamento desenvolvido em um canal helicoidal de seção quadrada para diferentes passos e torção. Resolveu o sistema de equações governantes, utilizando a técnica numérica de volumes finitos, com o algoritmo SIMPLEC. Observou que o tamanho do vórtice inferior depende do passo do helicóide. Verificou que para duto helicoidal de passo pequeno, ou torção, as características do escoamento eram similares ao do escoamento em um duto toroidal com a mesma curvatura. Apresentaram uma correlação para o cálculo do fator de atrito em função do número de Dean. Wang e Andrews (1995), estudaram numericamente o escoamento estacionário, laminar e completamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular, utilizaram o sistema de coordenadas helicoidais definidas por Huang e Gu (1989); apresentaram uma análise do efeito do passo, gradiente de pressão e curvatura na distribuição das velocidades e no fator de atrito do escoamento.

Bolinder e Sunden (1995), estudaram experimentalmente o escoamento laminar em um canal helicoidal de passo finito e seção quadrada. Visualizaram o escoamento e mediram utilizando o LDV. Os resultados experimentais foram comparados com soluções numéricas, obtendo-se uma boa concordância.

Bolinder (1996), estudou os efeitos da curvatura e a torção no escoamento laminar em um canal helicoidal de seção retangular. Afirmando que no canal helicoidal de seção circular não existe influência da torção no escoamento secundário. A partir dos resultados obtidos, concluiu que para o escoamento em dutos helicoidais de seção não-circular, o escoamento secundário é dominado pela torção para pequenos números de De , com o aumento do De o escoamento secundário é eventualmente dominado pelo efeito da curvatura.

Bolinder e Sunden (1996), estudaram numericamente o escoamento laminar hidrodinamicamente desenvolvido e a transferência de calor por convecção forçada em um canal helicoidal de passo finito e seção quadrada, utilizaram o método de volumes finitos. Consideraram os números de Dean inferiores a 500 e números de Prandtl entre 0.005 e 500; apresentaram uma correlação para o número de Nusselt médio, concluindo que para dutos helicoidais de pequeno passo, ou torção, as características do escoamento e a transferência de calor são similares aos dos dutos toroidais com a mesma curvatura.

Existem poucos estudos do escoamento turbulento em um canal helicoidal vertical de seção não-circular. Hur *et al.* (1990), estudaram a característica do escoamento turbulento em um canal helicoidal de seção quadrada, utilizaram o método dos volumes finitos para resolver o sistema de equações governantes, a turbulência do escoamento foi modelada utilizando o modelo de turbulência de duas equações não linear $k - \ell$ proposta por Speziale (1987).

O estudo de canais helicoidais de seção retangular considerando o passo (torção) é recente (Hang e Gu, 1989; Chen e Jan 1993; Bolinder e Sunden, 1996), com muitas questões ainda por ser explorados. A maioria destes estudos foram para o escoamento em regime laminar.

O estudo do escoamento com interface livre em canais helicoidais tem sido estudada experimentalmente por Alves (2000), ele mediu a posição da interface livre para fluidos com propriedades variando de 1cP a 150 cP, em regime laminar e turbulento, para cada teste ele estimou um fator de atrito médio e propôs uma correlação para o fator de atrito.

Capítulo 3

Formulação

3.1 Introdução

Neste capítulo é desenvolvido a formulação matemática para o escoamento em um canal helicoidal de seção retangular. O Modelo aplica-se para fluidos Newtonianos com propriedades constantes.

O capítulo está estruturado em quatro seções. Na segunda seção, são apresentados as equações de conservação para um sistema de coordenadas curvilíneas ortogonais. As métricas das transformações e a redução das equações de conservação para canais helicoidais são mostradas na terceira seção. Na quarta seção são apresentadas algumas especializações da formulação desenvolvida. Finalmente, o capítulo se encerra apresentando a formulação para o caso de escoamento completamente desenvolvido.

3.2 Equações de Conservação em um Sistema de Coordenadas Curvilíneas Ortogonais

As equações de conservação da massa e quantidade de movimento escritas na forma conservativa por meio de operadores tensoriais são dadas pelas seguintes equações,

$$\frac{\partial(\rho \bar{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{v} \bar{v}) = \nabla \cdot T + \rho \bar{g} \quad (3.2)$$

Os campos escalares, vectoriais e tensoriais das equações (3.1) e (3.2) são expressos em função da forma que os operadores assumem em um sistema particular de coordenadas. Em muitos casos pode-se ajustar um sistema de coordenadas ‘natural’ que se conforma ao contorno das fronteiras do domínio, por exemplo. Frequentemente nestas situações as expressões para os operadores podem ser simplificadas significativamente, quando comparadas as suas formas dadas num sistema cartesiano (x,y,z).

Por estas e outras razões que ficarão aparentes ao se desenvolver o assunto, será necessário expressar os operadores das equações (3.1) e (3.2) num sistema de coordenadas generalizadas tri-dimensional. A presente abordagem restringe-se somente a sistemas de coordenadas ortogonais, onde as três famílias de superfícies $\xi_1(x,y,z) = \text{const.}$; $\xi_2(x,y,z) = \text{const.}$; $\xi_3(x,y,z) = \text{const.}$ são mutuamente perpendiculares entre si, veja representação na fig. (3.1). Estas equações expressam as funções ξ_1 , ξ_2 e ξ_3 em termos das coordenadas (x,y,z).

As linhas de interseção destas superfícies constituem três famílias de linhas, em geral curvas. No ponto (x,y,z) ou (ξ_1, ξ_2, ξ_3) pode-se definir três vetores $(\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3)$ que são unitários, ortogonais entre si e tangentes à linha de coordenada correspondente que passa pelo ponto. Este trio de vetores unitários passará a representar qualquer quantidade vetorial. Neste caso, os componentes de um vetor $\bar{V}$ são expressas por (v_1, v_2, v_3) que correspondem aos componentes de $\bar{V}$ nas direções (ξ_1, ξ_2, ξ_3) . De modo similar um tensor T tem quaisquer uma de suas nove componentes representadas por T_{ij} onde os índices i,j referem-se a direção e a superfície onde atuam; assim T_{12} corresponde ao componente que atua na direção ξ_1 e num plano cuja normal é paralela a direção ξ_2 . Finalmente os fatores de escala que relacionam os comprimentos infinitesimais dos elementos de linha entre o sistema (ξ_1, ξ_2, ξ_3) e o (x,y,z) são dados por (h_1, h_2, h_3) e correspondem aos fatores de escala para as coordenadas (ξ_1, ξ_2, ξ_3) , respectivamente.

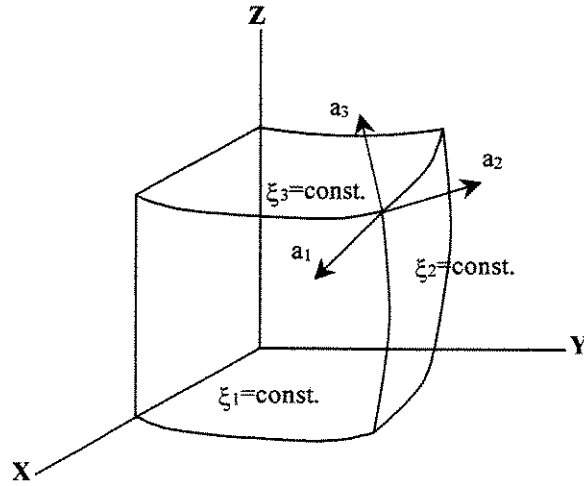


Figura 3.1 – Elementos de um sistema de coordenadas curvilíneas ortogonal

As equações de conservação da massa e as três componentes da equação de conservação da quantidade de movimento expressas num sistema de coordenadas curvilíneas ortogonais são expressas nas equações (3.3) a (3.6), (Warsi, 1992).

Equação da conservação da massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial \xi_1} (\rho h_2 h_3 v_1) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} (\rho h_1 h_3 v_2) + \frac{\partial}{\partial \xi_3} (\rho h_1 h_2 v_3) \right] = 0, \quad (3.3)$$

Equação de Momento na Direção “ ξ_1 ”

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial (\rho h_2 h_3 v_1 v_1)}{\partial \xi_1} + \frac{\partial (\rho h_1 h_3 v_2 v_1)}{\partial \xi_2} + \frac{\partial (\rho h_1 h_2 v_3 v_1)}{\partial \xi_3} \right] \\ & + \rho \left[\frac{v_1 v_2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_2} - \frac{v_2 v_2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_1} + \frac{v_1 v_3}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_1} - \frac{v_3 v_3}{h_1 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_1} \right] \\ & = \frac{1}{h_1^2 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial \xi_1} (h_1 h_2 h_3 T_{11}) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} (h_1 h_1 h_3 T_{12}) + \frac{\partial}{\partial \xi_3} (h_1 h_1 h_2 T_{13}) \right] \\ & - \frac{1}{h_1 h_1} \frac{\partial h_1}{\partial \xi_1} T_{11} - \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_1} T_{22} - \frac{1}{h_1 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_1} T_{33} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Equação de Momento na Direção “ ξ_2 ”

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial(\rho h_2 h_3 v_1 v_2)}{\partial \xi_1} + \frac{\partial(\rho h_1 h_3 v_2 v_2)}{\partial \xi_2} + \frac{\partial(\rho h_1 h_2 v_3 v_2)}{\partial \xi_3} \right] \\
& + \rho \left[\frac{v_1 v_2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_1} - \frac{v_1 v_1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \xi_2} + \frac{v_2 v_3}{h_2 h_3} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_3} - \frac{v_3 v_3}{h_2 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_2} \right] \\
& = \frac{1}{h_1 h_2^2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial \xi_1} (h_2 h_2 h_3 T_{12}) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} (h_1 h_2 h_3 T_{22}) + \frac{\partial}{\partial \xi_3} (h_1 h_2 h_2 T_{23}) \right] \\
& - \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \xi_2} T_{11} - \frac{1}{h_2 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_2} T_{22} - \frac{1}{h_2 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_2} T_{33}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Equação de Momento na Direção “ ξ_3 ”

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial(\rho h_2 h_3 v_1 v_3)}{\partial \xi_1} + \frac{\partial(\rho h_1 h_3 v_2 v_3)}{\partial \xi_2} + \frac{\partial(\rho h_1 h_2 v_3 v_3)}{\partial \xi_3} \right] \\
& + \rho \left[\frac{v_1 v_3}{h_1 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_1} - \frac{v_1 v_1}{h_1 h_3} \frac{\partial h_1}{\partial \xi_3} + \frac{v_2 v_3}{h_2 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_2} - \frac{v_2 v_2}{h_2 h_3} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_3} \right] \\
& = \frac{1}{h_1 h_2 h_3^2} \left[\frac{\partial}{\partial \xi_1} (h_2 h_3 h_3 T_{13}) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} (h_1 h_3 h_3 T_{23}) + \frac{\partial}{\partial \xi_3} (h_1 h_2 h_3 T_{33}) \right] \\
& - \frac{1}{h_1 h_3} \frac{\partial h_1}{\partial \xi_3} T_{11} - \frac{1}{h_2 h_3} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_3} T_{22} - \frac{1}{h_3 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_3} T_{33}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

onde ρ é a densidade e v_1 , v_2 , e v_3 são as velocidades nas direções ξ_1 , ξ_2 e ξ_3 respetivamente. Os T_{ij} refere-se ao tensor de tensões que para o fluido Newtoniano é dado pelas seguintes relações,

$$T_{11} = -P + 2\mu \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial v_1}{\partial \xi_1} + \frac{v_2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \xi_2} + \frac{v_3}{h_1 h_3} \frac{\partial h_1}{\partial \xi_3} \right) \tag{3.7a}$$

$$T_{22} = -P + 2\mu \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial v_2}{\partial \xi_2} + \frac{v_1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_1} + \frac{v_3}{h_2 h_3} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_3} \right) \quad (3.7b)$$

$$T_{33} = -P + 2\mu \left(\frac{1}{h_3} \frac{\partial v_3}{\partial \xi_3} + \frac{v_1}{h_1 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_1} + \frac{v_2}{h_2 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_2} \right) \quad (3.7c)$$

$$T_{12} = \mu \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial v_2}{\partial \xi_1} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial v_1}{\partial \xi_2} - \frac{v_2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_1} - \frac{v_1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \xi_2} \right) \quad (3.7d)$$

$$T_{13} = \mu \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial v_3}{\partial \xi_1} + \frac{1}{h_3} \frac{\partial v_1}{\partial \xi_3} - \frac{v_3}{h_1 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_1} - \frac{v_1}{h_1 h_3} \frac{\partial h_1}{\partial \xi_3} \right) \quad (3.7e)$$

$$T_{23} = \mu \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial v_3}{\partial \xi_2} + \frac{1}{h_3} \frac{\partial v_2}{\partial \xi_3} - \frac{v_3}{h_2 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_2} - \frac{v_2}{h_2 h_3} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_3} \right) \quad (3.7f)$$

onde P é a pressão, μ a viscosidade dinâmica do fluido e h_1 , h_2 e h_3 são os fatores de escala ligados à geometria do canal.

Definidas as equações que governam o escoamento para um sistema de coordenadas curvilíneas ortogonais, o passo seguinte é definir seus fatores de escala de acordo à geometria de estudo, para logo reescrever as equações de conservação.

3.3 Equações de Conservação em um Sistema de Coordenadas Curvilíneas Ortogonais para um Canal Helicoidal de Seção Ortogonal

Como foi citado no capítulo anterior, o escoamento em um canal de passo diferente de zero não é ortogonal, fato pelo qual, em alguns estudos reportados, tem-se utilizado o sistema de coordenadas não ortogonais na formulação das equações de conservação.

No entanto, para um sistema de coordenadas não-ortogonais as interpretações dos componentes das velocidades é, muitas vezes complicada, e frequentemente podem mascarar os

resultados, já que estes não correspondem a um plano ortogonal ao escoamento (Liu e Masliyah, 1993). A escolha natural para o sistema de coordenadas é ortogonal, devido a simplicidade da formulação e na interpretação dos componentes das velocidades e dos resultados.

Nesta seção, é apresentado um sistema ortogonal de coordenadas para uma hélice e sua aplicação na derivação das equações de conservação, segundo a transformação de Germano (1981).

3.3.1 Fatores de Escala para um Canal Helicoidal de Seção Retangular

O canal helicoidal é constituído a partir da trajetória da curva da hélice que descreve sua linha de centro. O vetor posição da linha de centro é $\vec{R}(s)$, e “s” é o comprimento de arco, ver figura (3.2). Com base na linha de centro pode-se definir três vetores ortogonais entre si: $\vec{T}(s)$, $\vec{N}(s)$ e $\vec{B}(s)$, que representam os vetores tangente, normal e bi-normal a s. O raio de desenvolvimento do helicóide é medido até a linha centro do canal, e é dado por $R=(R_e+R_i)/2$, onde R_e é o raio externo do canal e R_i é o raio interno do canal (ver figura 3.3).

Um sistema de coordenadas cujas componentes de um vetor sejam expressas pelos vetores $\vec{T}(s)$, $\vec{N}(s)$ e $\vec{B}(s)$ constitui, para o canal helicoidal, um sistema de coordenadas não-ortogonal (Wang, 1981). Um sistema ortogonal (x', y', s) pode ser obtido utilizando-se a transformação de Germano (1982). Nesta seção serão deduzidos os fatores de escala relativos ao sistema ortogonal de coordenadas.

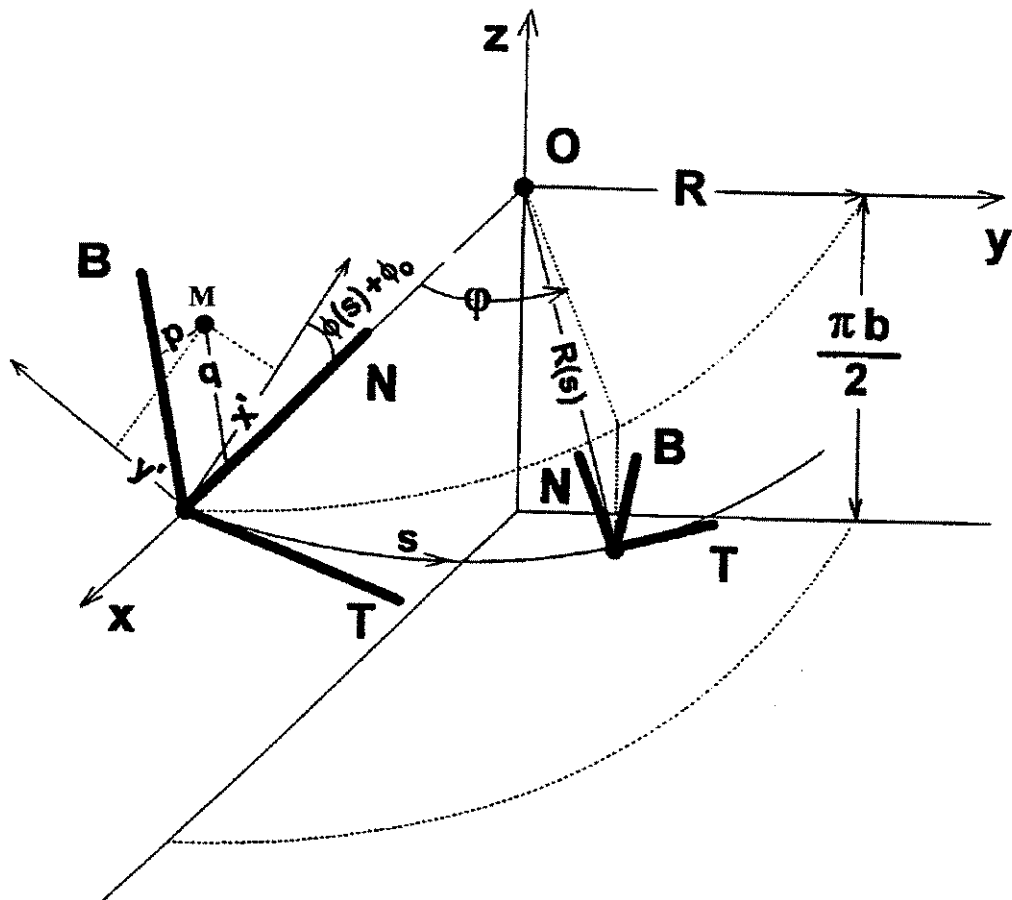


Figura 3.2 - Esquema do sistema de coordenadas utilizado.

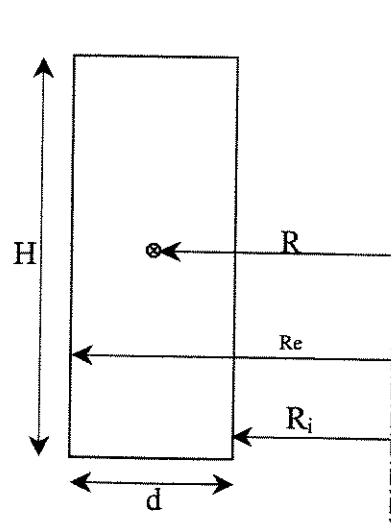


Figura 3.3 – Esquema com as dimensões da seção transversal do canal helicoidal

O vetor posição $\bar{X}(s)$ que define um ponto genérico “M” na seção do canal helicoidal pode ser escrito em termos do vetor posição que define a linha de centro do canal, $\bar{R}(s)$, e por meio dos vetores normal ($\bar{N}(s)$) e bi-normal ($\bar{B}(s)$) mostrados nas figuras (3.4 e 3.5).

$$\bar{X}(s) = \bar{R}(s) + p.\bar{N}(s) + q.\bar{B}(s). \quad (3.8)$$

Onde p e q são as projeções de M ao longo das direções $\bar{N}(s)$ e $\bar{B}(s)$ e os vetores $\bar{T}(s)$, $\bar{N}(s)$ e $\bar{B}(s)$ estão definidos pelas seguintes relações:

$$\bar{T}(s) = R'(s) = \frac{dR(s)}{ds} \quad (3.9a)$$

$$\frac{d\bar{T}(s)}{ds} = K\bar{N}(s) \quad \text{e} \quad K = \left| \frac{d\bar{T}(s)}{ds} \right|, \quad (3.9b)$$

$$\bar{B}(s) = \bar{T}(s) \times \bar{N}(s) \quad (3.9c)$$

$$\frac{d\bar{B}(s)}{ds} = -\tau\bar{N}(s) \quad (3.9d)$$

$$\frac{d\bar{N}(s)}{ds} = \tau\bar{B}(s) - K\bar{T}(s) \quad (3.9e)$$

onde K e τ são a curvatura e torção. As relações (3.9b), (3.9d) e (3.9e) são conhecidas como fórmulas de Serret-Frenet.

Deve-se observar que como a hélice é descendente, sua torção é negativa. Considerando esta observação, a curvatura e a torção do canal helicoidal são dadas pelas seguintes expressões,

$$K = \frac{R}{R^2 + b^2}, \quad \tau = -\frac{b}{R^2 + b^2}. \quad (3.10)$$

onde R é o raio da linha de centro do canal (figura 3.3) e b é o passo da hélice dividido por 2π .

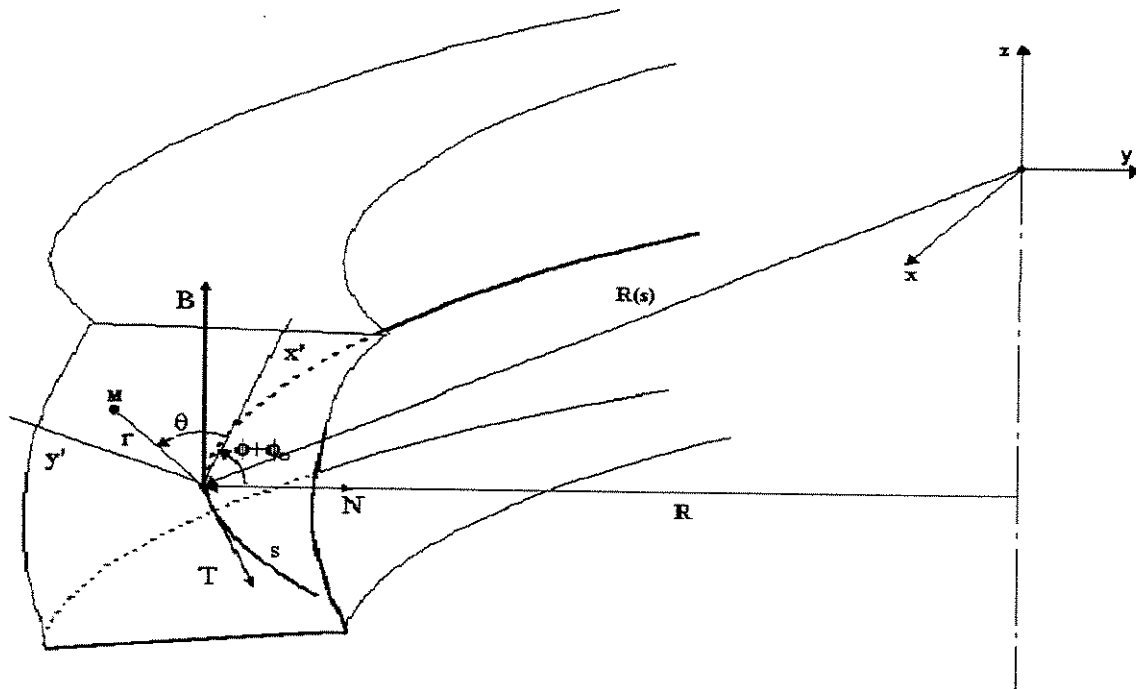


Figura 3.4 - Gráfico da seção perpendicular à linha de centro do sistema ortogonal local (s, x', y') .

Demonstra-se também que o ângulo de inclinação da linha de centro do canal é dado pela relação,

$$\alpha = \arctan(b/R) = \arctan(-\tau/K). \quad (3.11)$$

Um estudo detalhado sobre as propriedades geométricas da hélice e a dedução das relações apresentadas em (3.9), curvatura e torção são apresentadas no Apêndice A1.

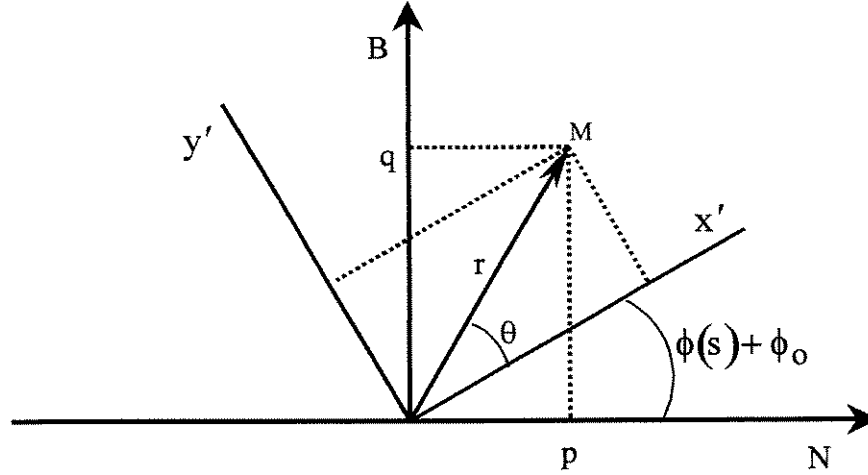


Figura 3.5 - Esquema do plano ortogonal local

Considerando que a origem do ângulo θ no plano $x'y'$ é arbitrária (figura 3.5), as componentes p e q do vetor $\vec{X}(s)$ definido na equação (3.8) podem ser expressas por:

$$p = x' \cdot \cos(\phi(s) + \phi_o) - y' \cdot \sin(\phi(s) + \phi_o), \quad (3.12)$$

$$q = x' \cdot \sin(\phi(s) + \phi_o) + y' \cdot \cos(\phi(s) + \phi_o), \quad (3.13)$$

onde $\phi(s) = -\tau(s - s_o)$, com ϕ_o e s_o assumindo valores arbitrários.

A variação no vetor posição $d\vec{x}$ correspondendo a incrementos nas coordenadas é obtida a partir das equações (3.8), (3.12), (3.13) e as fórmulas de Frenet-Serret:

$$\begin{aligned} d\vec{x} = & \vec{T}(s) [1 - K(x' \cos(\phi(s) + \phi_o) - y' \sin(\phi(s) + \phi_o))] ds + \\ & \vec{N}(s) [\cos(\phi(s) + \phi_o) dx' - \sin(\phi(s) + \phi_o) dy'] + \\ & \vec{B}(s) [\sin(\phi(s) + \phi_o) dx' + \cos(\phi(s) + \phi_o) dy'] \end{aligned} \quad (3.14)$$

Um elemento de arco infinitesimal é obtido pelo produto escalar dos deslocamentos, isto é:

$$d\bar{x}.d\bar{x} = [1 - K[x'\text{Cos}(\phi(s) + \phi_o) - y'\text{Sen}(\phi(s) + \phi_o)]]^2 .ds^2 + dx'^2 + dy'^2, \quad (3.15)$$

o que indica que o sistema $(x'y's)$ é ortogonal.

Os fatores de escala para o canal helicoidal de seção retangular (Germano, 1982), são obtidos diretamente da equação (3.15),

$$h_s^2 = [1 - K[x'\text{Cos}(\phi(s) + \phi_o) - y'\text{Sen}(\phi(s) + \phi_o)]]^2, \quad h_{x'}^2 = 1, \quad h_{y'}^2 = 1. \quad (3.16)$$

De maneira similar a Germano (1982) considera-se que $\phi(s) = -\tau.s$ (para o canal helicoidal de passo finito) e considerando $\phi_o = \pi/2$ obtém-se:

$$\begin{aligned} h_s^2 &= [1 - K[x'\text{Sen}(\tau.s) - y'\text{Cos}(\tau.s)]]^2, \\ h_{x'}^2 &= 1, \\ h_{y'}^2 &= 1. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Como se observa, a equação (3.17) mostra os fatores de escala de um canal helicoidal. Pode-se observar que nestes fatores de escala estão embutidos os efeitos da curvatura e da torção.

3.3.2 - Equações Governantes para Escoamento em um Canal Helicoidal

Nesta seção, deduz-se as equações que governam o escoamento em um canal helicoidal. Como primeiro passo relacionam-se os termos obtidos na equação (3.17) com os termos definidos nas equações (3.3)-(3.6).

$$\xi_1 = x', \quad \xi_2 = y', \quad \xi_3 = s, \quad (3.18)$$

$$v_1 = u, \quad v_2 = v, \quad v_3 = w, \quad (3.19)$$

$$h_1 = h_{x'} = 1, \quad h_2 = h_{y'} = 1, \quad (3.20)$$

$$h_3 = h_s = [1 - K[x' \text{Sen}(\tau.s) - y' \text{Cos}(\tau.s)]] \quad (3.21)$$

onde os termos K e τ são a curvatura e a torção definidos na equação (3.10). Substituindo as relações (3.18-3.21) nas equações governantes (3.3-3.6), obtêm-se as seguintes relações:

Equação da Conservação da massa

$$\frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial(\rho h_s u)}{\partial x'} + \frac{\partial(\rho h_s v)}{\partial y'} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial s} \right] = 0, \quad (3.22)$$

Equação de Momento na direção “x”

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial(\rho h_s u u)}{\partial x'} + \frac{\partial(\rho h_s v u)}{\partial y'} + \frac{\partial(\rho w u)}{\partial s} \right] - \rho \frac{w^2}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} \\ &= \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial}{\partial x'} (h_s T_{x'x'}^*) + \frac{\partial}{\partial y'} (h_s T_{x'y'}^*) + \frac{\partial}{\partial s} (T_{x's}^*) \right] - \frac{\partial(P)}{\partial x'} - \frac{1}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} T_{ss}^* + \rho \bar{g} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Equação de Momento na direção “y”

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial(\rho h_s u v)}{\partial x'} + \frac{\partial(\rho h_s v v)}{\partial y'} + \frac{\partial(\rho w v)}{\partial s} \right] - \rho \frac{w^2}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \\ &= \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial}{\partial x'} (h_s T_{x'y'}^*) + \frac{\partial}{\partial y'} (h_s T_{y'y'}^*) + \frac{\partial}{\partial s} (T_{y's}^*) \right] - \frac{\partial(P)}{\partial y'} - \frac{1}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} T_{ss}^* + \rho \bar{g} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Equação de momento na direção “s”

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial(\rho h_s u w)}{\partial x'} + \frac{\partial(\rho h_s v w)}{\partial y'} + \frac{\partial(\rho w w)}{\partial s} \right] + \rho \left[\frac{u w}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} + \frac{v w}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right] \\
& = \frac{1}{h_s^2} \left[\frac{\partial}{\partial x'} (h_s^2 T_{x's}^*) + \frac{\partial}{\partial y'} (h_s^2 T_{y's}^*) + \frac{\partial}{\partial s} (h_s T_{ss}^*) \right] - \frac{1}{h_s} \frac{\partial(P)}{\partial s} - \frac{1}{h_s^2} \frac{\partial h_s}{\partial s} T_{ss}^* + \rho \bar{g}
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Onde o tensor T_{ij}^* é devido a deformações do fluido e é dado por:

$$T_{x'x'}^* = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x'}, \tag{3.26-a}$$

$$T_{y'y'}^* = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y'}, \tag{3.26-b}$$

$$T_{ss}^* = 2\mu \left[\frac{1}{h_s} \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{u}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} + \frac{v}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right], \tag{3.26-c}$$

$$T_{x'y'}^* = \mu \left[\frac{\partial v}{\partial x'} + \frac{\partial u}{\partial y'} \right], \tag{3.26-d}$$

$$T_{x's}^* = \mu \left[\frac{\partial w}{\partial x'} + \frac{1}{h_s} \frac{\partial u}{\partial s} - \frac{w}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} \right], \tag{3.26-e}$$

$$T_{y's}^* = \mu \left[\frac{\partial w}{\partial y'} + \frac{1}{h_s} \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{w}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right], \tag{3.26-f}$$

As equações (3.22) a (3.25), são as equações de conservação para o escoamento em um canal helicoidal de seção retangular. Estas equações, na seção seguinte, serão reduzidas a uma forma geral conservativa, identificando os termos convectivos, difusivos e os termos fonte.

3.3.3 - Equações de Conservação em Termos do Fluxo Total

Para a necessária implementação das equações de conservação no método dos volumes finitos, a ser apresentado no capítulo (3), é conveniente neste momento, reescrever as equações (3.22) a (3.26) combinando os fluxos convectivos e difusivos em um único operador J , que simboliza o fluxo total.

Neste cenário as equações de conservação podem, de uma maneira genérica, serem expressas por (Patankar, 1980),

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla J_j^\phi = S^\phi + P^\phi \quad (3.27)$$

onde ϕ é uma variável escalar ou vetor, P^ϕ e S^ϕ representam o conjunto de termos fonte e J_j^ϕ é o fluxo total dado pela contribuição dos fluxos convectivos e difusivos, conforme a seguinte equação:

$$J_j^\phi = \rho V_j \phi - \frac{\Gamma}{h_j} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_j} \quad (3.28)$$

onde o índice j indica as direções, V_j os componentes do vetor velocidade, Γ o coeficiente de difusão e h_j os fatores de escala definidos nas equações (3.20) e (3.21).

A equação (3.27) se reduz a conservação da massa, equação (3.22) fazendo $\phi = 1$ e $\Gamma = S = P = 0.0$,

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial(\rho h_s u)}{\partial x'} + \frac{\partial(\rho h_s v)}{\partial y'} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial s} \right] = 0. \quad (3.29)$$

As equações de conservação da quantidade de movimento são obtidas a partir da equação (3.27), fazendo $\phi = \bar{V}$, $\Gamma = \mu$ (viscosidade dinâmica do fluido) e os termos fontes apropriados S e P são obtidos por comparação direta com os termos das equações (3.23) a (3.26), e são escritas da seguinte forma,

Equação de Momento na Direção (x')

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial}{\partial x'} (h_s J_{x'}^u) + \frac{\partial}{\partial y'} (h_s J_{y'}^u) + \frac{\partial}{\partial s} (J_{s'}^u) \right] = S^u + P^u, \quad (3.30)$$

onde J_j^u , S^u e P^u são dados por:

$$J_{x'}^u = \rho u u - \mu \frac{\partial u}{\partial x'}, \quad J_{y'}^u = \rho v u - \mu \frac{\partial u}{\partial y'}, \quad J_{s'}^u = \rho w u - \frac{\mu}{h_s} \frac{\partial u}{\partial s}, \quad (3.30a)$$

$$S^u = \frac{\rho w^2}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} - \frac{\mu}{h_s} \left[\frac{\partial h_s}{\partial x'} \frac{\partial u}{\partial x'} + \frac{\partial h_s}{\partial x'} \frac{\partial v}{\partial y'} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{w}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} \right) \right] - \frac{1}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} T_{ss}^* - \rho g \cos \alpha, \quad (3.30b)$$

$$P^u = - \frac{\partial}{\partial x'} (P), \quad (3.30c)$$

Equação de Momento na Direção (y')

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial}{\partial x'} (h_s J_{x'}^v) + \frac{\partial}{\partial y'} (h_s J_{y'}^v) + \frac{\partial}{\partial s} (J_{s'}^v) \right] = S^v + P^v \quad (3.31)$$

onde J_j^v , S^v e P^v são dados por:

$$J_{x'}^v = \rho uv - \mu \frac{\partial v}{\partial x'}, \quad J_{y'}^v = \rho vv - \mu \frac{\partial v}{\partial y'}, \quad J_s^v = \rho wv - \frac{\mu}{h_s} \frac{\partial v}{\partial s}, \quad (3.31a)$$

$$S^v = \frac{\rho w^2}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} - \frac{\mu}{h_s} \left[w \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right) - \frac{\partial h_s}{\partial y'} \left(\frac{u}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} + \frac{v}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right) \right] - \frac{1}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} T_{ss}^*, \quad (3.31b)$$

$$P^v = -\frac{\partial}{\partial y'}(P) \quad (3.31c)$$

Equação de Momento na Direção (s)

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial}{\partial x'} (h_s J_{x'}^w) + \frac{\partial}{\partial y'} (h_s J_{y'}^w) + \frac{\partial}{\partial s} (J_{s'}^w) \right] = S^w + P^w \quad (3.32)$$

onde J_j^w , S^w e P^w são dados por:

$$J_{x'}^w = \rho uw - \mu \frac{\partial w}{\partial x'}, \quad J_{y'}^w = \rho vw - \mu \frac{\partial w}{\partial y'}, \quad J_s^w = \rho ww - \frac{\mu}{h_s} \frac{\partial w}{\partial s}, \quad (3.32a)$$

$$S^w = -\rho \left[\frac{uw}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} + \frac{vw}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right] - \frac{\mu}{h_s} \left[\frac{\partial w}{\partial x'} \frac{\partial h_s}{\partial x'} + \frac{\partial w}{\partial y'} \frac{\partial h_s}{\partial y'} - \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{u}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} \right) \right. \\ \left. - \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right) \right] + \frac{1}{h_s} \left[T_{xs}^* \frac{\partial h_s}{\partial x'} + T_{ys}^* \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right] + \rho g \text{Sen} \alpha \quad (3.32b)$$

$$P^w = -\frac{1}{h_s} \frac{\partial}{\partial s}(P), \quad (3.32c)$$

onde α é o ângulo de inclinação da hélice definido pela equação (3.11).

A principal vantagem da formulação em termos do fluxo total (equação (3.27)), é sua facilidade para realização da integração do divergente do fluxo $\mathbf{J}$ no volume de controle. Na forma

proposta ela é obtida a partir da aplicação direta do teorema de Gauss no volume de controle. Deve-se destacar no entanto que o operador J , apesar de sua natureza tensorial seja pelos fluxos de momento ou pelos gradientes das tensões, é escrito numa forma ‘pseudo-vetorial’.

3.4 – Formas Especializadas das Equações de Conservação

As equações de conservação definidas na seção (3.3) juntamente com a definição dos fatores de escala, h_s , definem um conjunto de equações aplicáveis a diferentes formas geométricas de dutos de seção retangular. Dependendo das curvas espaciais que geram os dutos pode-se ter diferentes fatores de escala h_s e conseqüentemente, as formas especializadas destas equações. Elas aplicam-se a quatro casos distintos, a saber: Um duto reto, um duto toroidal ou também conhecido como curva plana, um duto helicoidal e finalmente um duto com torção, ver figura (3.6). Fixando-se na equação (3.21) que define o fator de escala h_s pode-se identificar que os quatro casos mencionados dependem do valor que a curvatura e a torção da curva geradora assume. Assim um duto reto ocorre quando K e τ são nulos, isto é $h_s = 1$. Para o caso de um duto toroidal, tem-se que a torção é nula, e o fator de escala h_s adquire a seguinte forma:

$$h_s = 1 + Ky', \quad (3.33)$$

onde a curvatura do canal é definido por $K = 1/R$, destas relações pode-se observar que para o canal curvo $\frac{\partial h_s}{\partial x'} = \frac{\partial h_s}{\partial s} = 0$ e $\frac{\partial h_s}{\partial y'} = K$, o fator de escala dado na equação (3.33) é similar àquele encontrado por Ghia e Sokhey (1977). No caso do duto com torção pura, K é nulo e $h_s = 1$, porém, os operadores embutem o termo de torção nas equações de conservação, neste trabalho não abordaremos a dedução destes, devido a que fogem do escopo do trabalho, o leitor pode encontrar um estudo detalhado sobre esta geometria em Tuttle (1990).

Por questões de complementaridade, assim como conferência das transformações geométricas e manipulações algébricas envolvidas na obtenção das equações de conservação, suas formas especializadas são apresentadas nas Tabelas (3.1) a (3.3). Elas são obtidas a partir da aplicação dos fatores de escala particulares para cada caso (ver figura, 3.6) na equação genérica

(Equações de 3.29 a 3.32). Elas aplicam-se para dutos de seção retangular cuja origem do sistema de coordenadas encontra-se na linha de centro da seção transversal (figura, 3.7).

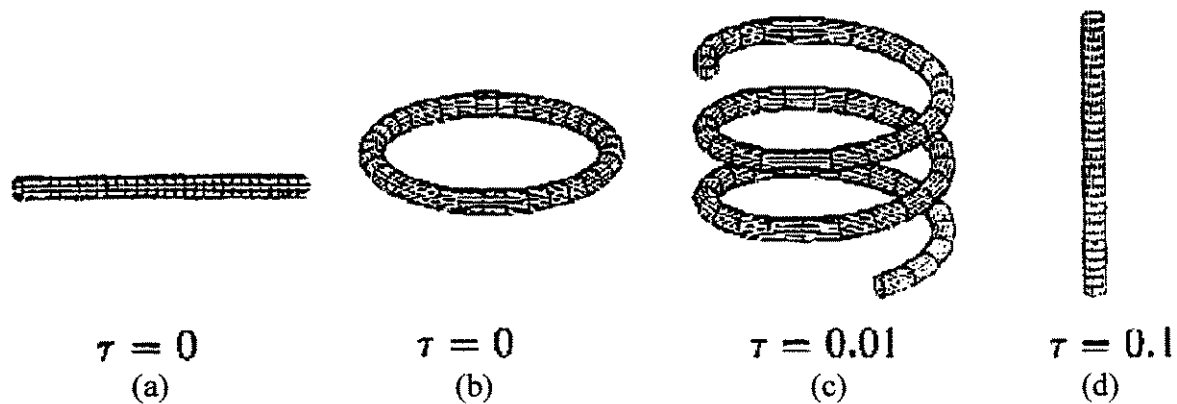


Figura 3.6 – Comparação entre os diferentes tipos de dutos; (a) $K = 0.0$; (b) $K = 0.1$; (c) $K = 0.1$; (d) $K = 0.0$.

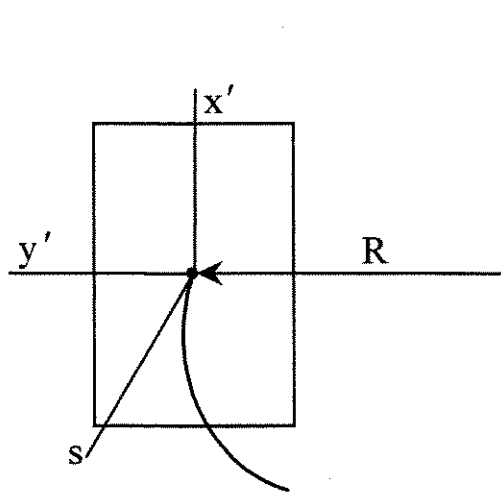


Figura 3.7 - Esquema do sistema de coordenadas utilizado, para o canal curvo.

Tabela 3.1: Equações de governo para o escoamento laminar em um canal reto de seção retangular:

$K = \tau = \alpha = 0$; $h_s = 1$ (Bird, *et al.*, 1992).

Equação	ϕ	Γ	$J_{x'}^{\phi}$	$J_{y'}^{\phi}$	J_s^{ϕ}	S^{ϕ}	P^{ϕ}
Continuidade	1	0	ρu	ρv	ρw	0	0
Quantidade de Movimento na direção x'	u	μ	$\rho u u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial x'}$	$\rho v u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial y'}$	$\rho w u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial s}$	$-\rho g$	$-\frac{\partial}{\partial x'}(P)$
Quantidade de Movimento na direção y'	v	μ	$\rho u v - \Gamma \frac{\partial v}{\partial x'}$	$\rho v v - \Gamma \frac{\partial v}{\partial y'}$	$\rho w v - \Gamma \frac{\partial v}{\partial s}$	0	$-\frac{\partial}{\partial y'}(P)$
Quantidade de Movimento na direção s	w	μ	$\rho u w - \Gamma \frac{\partial w}{\partial x'}$	$\rho v w - \Gamma \frac{\partial w}{\partial y'}$	$\rho w w - \Gamma \frac{\partial w}{\partial s}$	0	$-\frac{\partial}{\partial s}(P)$

Tabela 3.2: Equações de governo para o escoamento laminar em um canal curvo plano de seção retangular:

$$\tau = 0; K = 1/R; \alpha = 0 \text{ e } h_s = 1 + Ky', \text{ (Ghia e Sorkhey, 1977).}$$

Equação	ϕ	Γ	$J_{x'}^{\phi}$	$J_{y'}^{\phi}$	J_s^{ϕ}	S^{ϕ}	P^{ϕ}
Continuidade	1	0	ρu	ρv	ρw	0	0
Quantidade de Movimento na direção x'	u	μ	$\rho u u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial x'}$	$\rho v u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial y'}$	$\rho w u - \frac{\Gamma}{h_s} \frac{\partial u}{\partial s}$	$-\rho g$	$-\frac{\partial}{\partial x'}(P)$
Quantidade de Movimento na direção y'	v	μ	$\rho u v - \Gamma \frac{\partial v}{\partial x'}$	$\rho v v - \Gamma \frac{\partial v}{\partial y'}$	$\rho w v - \frac{\Gamma}{h_s} \frac{\partial v}{\partial s}$	$\frac{K}{h_s} \rho w^2 - \mu \left(\frac{K}{h_s} \right)^2 v - 2\mu \frac{K}{h_s^2} \frac{\partial w}{\partial s}$	$-\frac{\partial}{\partial y'}(P)$
Quantidade de Movimento na direção s	w	μ	$\rho u w - \Gamma \frac{\partial w}{\partial x'}$	$\rho v w - \Gamma \frac{\partial w}{\partial y'}$	$\rho w w - \frac{\Gamma}{h_s} \frac{\partial w}{\partial s}$	$-\frac{\rho K v w}{h_s} + 2\mu \frac{K}{h_s^2} \frac{\partial v}{\partial s} - \mu \left(\frac{K}{h_s} \right)^2 w$	$-\frac{1}{h_s} \frac{\partial}{\partial s}(P)$

Tabela 3.3: Equações de conservação para o escoamento laminar em um canal helicoidal de seção retangular:

$$h_s = [1 - K[x'Sen(ts) - y'Cos(ts)]]], \quad \alpha = ArcTang(-\tau/K) \quad (\text{Presente trabalho}).$$

Equação	ϕ	Γ	$J_{x'}^{\phi}$	$J_{y'}^{\phi}$	J_s^{ϕ}	S^{ϕ}	P^{ϕ}
Continuidade	1	0	ρu	ρv	ρw	0	0
Quantidade de Movimento na direção x'	u	μ	$\rho u u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial x'}$	$\rho v u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial y'}$	$\rho w u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial s}$	$\frac{\rho w^2}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} - \frac{\mu}{h_s} \left[\frac{\partial h_s}{\partial x'} \frac{\partial u}{\partial x'} + \frac{\partial h_s}{\partial x'} \frac{\partial v}{\partial y'} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{w}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} \right) \right] - \frac{1}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} T_{ss}^* - \rho g \cos \alpha$	$-\frac{\partial}{\partial x'} (P)$
Quantidade de Movimento na direção y'	v	μ	$\rho u v - \Gamma \frac{\partial v}{\partial x'}$	$\rho v v - \Gamma \frac{\partial v}{\partial y'}$	$\rho w v - \Gamma \frac{\partial v}{\partial s}$	$\frac{\rho w^2}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} - \frac{\mu}{h_s} \left[\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right) - \frac{\partial h_s}{\partial y'} \left(\frac{u}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} + \frac{v}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right) \right] - \frac{1}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} T_{ss}^*$	$-\frac{\partial}{\partial y'} (P)$
Quantidade de Movimento na direção s	w	μ	$\rho u w - \Gamma \frac{\partial w}{\partial x'}$	$\rho v w - \Gamma \frac{\partial w}{\partial y'}$	$\rho w w - \Gamma \frac{\partial w}{\partial s}$	$-\rho \left[\frac{uw}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} + \frac{vw}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right] - \frac{\mu}{h_s} \left[\frac{\partial w}{\partial x'} \frac{\partial h_s}{\partial x'} + \frac{\partial w}{\partial y'} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right] - \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{u}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial x'} \right) - \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right) + \frac{1}{h_s} \left[T_{xs}^* \frac{\partial h_s}{\partial x'} + T_{ys}^* \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right] + \rho g \sin \alpha$	$-\frac{1}{h_s} \frac{\partial}{\partial s} (P)$

3.5 - Escoamento Hidrodinamicamente Desenvolvido

Na formulação proposta, o escoamento hidrodinamicamente desenvolvido é atingido quando o valor absoluto das variáveis dependentes na direção “s” não mais se modifica. Nesta condição, $\frac{\partial}{\partial s} = 0$ e as equações de conservação da quantidade de movimento deixam de serem elípticas e passam a ser de natureza parabólica (Patankar e Spalding, 1972). No entanto, os fatores de escala e a variação destas, ligados à geometria tem um tratamento diferenciado. Ao levar a formulação para o caso desenvolvido, a análise pode ser feita em qualquer plano transversal ao escoamento, isto, porque as variáveis independem da direção axial (s).

Do fator de escala definido na equação (3.21), encontra-se as seguintes relações:

$$h_s = [1 - K[x'\text{Sen}(\tau.s) - y'\text{Cos}(\tau.s)]] \quad (3.34a)$$

$$\frac{\partial h_s}{\partial x'} = -K\text{Sen}(\tau.s) \quad ; \quad \frac{\partial h_s}{\partial y'} = K\text{Cos}(\tau.s) \quad (3.34b)$$

$$\frac{\partial h_s}{\partial s} = -K[x'\tau\text{Cos}(\tau.s) + y'\tau\text{Sen}(\tau.s)] \quad (3.34c)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial h_s}{\partial x'} \right) = -K\tau\text{Cos}(\tau.s) \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial h_s}{\partial y'} \right) = -K\tau\text{Sen}(\tau.s) \quad (3.34d)$$

Considerando o escoamento hidrodinamicamente desenvolvido, e centrando a análise em seções transversais onde $s = \left(\frac{2\pi}{\tau} \right).n$ ($n=1,2,3,\dots$) as equações (3.34) tomam a forma,

$$h_s = 1 + Ky \quad (3.35a)$$

$$\frac{\partial h_s}{\partial x'} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial h_s}{\partial y'} = K \quad ; \quad \frac{\partial h_s}{\partial s} = -Kx'\tau \quad (3.35b)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial h_s}{\partial x'} \right) = -K\tau \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial h_s}{\partial y'} \right) = 0 \quad (3.35c)$$

Considerando a hipótese de escoamento desenvolvido e tomando em conta as relações de (3.35), as equações de conservação definidas em (3.29) – (3.32) simplificam-se para:

Equação da Conservação da Massa

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial(\rho h_s u)}{\partial x'} + \frac{\partial(\rho h_s v)}{\partial y'} \right] = 0, \quad (3.36)$$

Equação de Momento na Direção (x')

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial}{\partial x'} (h_s J_{x'}^u) + \frac{\partial}{\partial y'} (h_s J_{y'}^u) \right] = S^\phi + P^\phi, \quad (3.37)$$

onde S^ϕ e P^ϕ são dados por:

$$S^\phi = \frac{\mu}{h_s^2} \tau K w - \rho g \cos \alpha, \quad (3.37a)$$

$$P^\phi = - \frac{\partial}{\partial x'} (P). \quad (3.37b)$$

Equação de Momento na Direção (y')

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial}{\partial x'} (h_s J_{x'}^v) + \frac{\partial}{\partial y'} (h_s J_{y'}^v) \right] = S^\phi + P^\phi \quad (3.38)$$

onde S^ϕ e P^ϕ são dados por:

$$S^\phi = \frac{\rho K w^2}{h_s} - \mu \frac{K^2 \tau x'}{h_s^3} w - \mu \left(\frac{K}{h_s} \right)^2 v \quad (3.38a)$$

$$P^\phi = - \frac{\partial}{\partial y'} (P) \quad (3.38b)$$

Equação de Momento na Direção (s)

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial}{\partial x'} (h_s J_{x'}^w) + \frac{\partial}{\partial y'} (h_s J_{y'}^w) \right] = S^\phi + P^\phi \quad (3.39)$$

onde S^ϕ e P^ϕ são dados por:

$$S^\phi = - \frac{\rho K v w}{h_s} - \frac{\mu K \tau}{h_s^2} \left[u - \frac{K x' v}{h_s} \right] - \mu \left(\frac{K}{h_s} \right)^2 w + \rho g \text{Sen} \alpha \quad (3.39a)$$

$$P^\phi = - \frac{1}{h_s} \frac{\partial}{\partial s} (P) \quad (3.39b)$$

Estas equações são mostradas na tabela (3.4).

Tabela 3.4: Equações de governo para o escoamento laminar hidrodinamicamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular, $h_s = 1 + Ky'$ e K é definido pela equação (3.10).

Equação	ϕ	Γ	$J_{x'}^{\phi}$	$J_{y'}^{\phi}$	S^{ϕ}	P^{ϕ}
Continuidade	1	0	ρu	ρv	0	0
Quantidade de Movimento na direção x'	u	μ	$\rho u u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial x'}$	$\rho v u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial y'}$	$\frac{\mu}{h_s^2} \cdot \tau \cdot K \cdot w - \rho g \cos \alpha$	$-\frac{\partial}{\partial x'}(P)$
Quantidade de Movimento na direção y'	v	μ	$\rho u v - \Gamma \frac{\partial v}{\partial x'}$	$\rho v v - \Gamma \frac{\partial v}{\partial y'}$	$\frac{\rho K w^2}{h_s} - \mu \frac{K^2 \tau x'}{h_s^3} w - \mu \left(\frac{K}{h_s} \right)^2 v$	$-\frac{\partial}{\partial y'}(P)$
Quantidade de Movimento na direção s	w	μ	$\rho u w - \Gamma \frac{\partial w}{\partial x'}$	$\rho v w - \Gamma \frac{\partial w}{\partial y'}$	$-\frac{\rho K v w}{h_s} - \frac{\mu K \tau}{h_s^2} \left[u - \frac{K x' v}{h_s} \right] - \mu \left(\frac{K}{h_s} \right)^2 w + \rho g \sin \alpha$	$-\frac{1}{h_s} \frac{\partial}{\partial s}(P)$

Capítulo 4

Modelagem da Turbulência

4.1 Introdução

Muitos escoamentos que ocorrem na natureza e em aplicações práticas da Engenharia são turbulentos. A turbulência pode ocorrer em diversas situações, tanto em escoamentos externos (camada limite, atmosfera terrestre, oceano, etc.), como em escoamentos internos (condutos, trocadores de calor, misturadores, etc.). Exemplos de escoamentos turbulentos podem ser observados na fumaça de um cigarro no ar, a camada limite na atmosfera terrestre, o fluxo de água em rios e canais, na engenharia química quando se tem que acelerar a reação química em gases ou líquidos, além de outras situações. Por apresentar características diferentes de um fenômeno a outro, muitos autores colocam a turbulência como um problema mal definido, pois não há em todas as suas características nenhuma que a defina completamente.

A turbulência por natureza é irregular, altamente difusiva, ocorre geralmente a grandes números de Reynolds, é caracterizada por flutuações tridimensionais e é uma característica do escoamento e não do fluido.

A turbulência é um fenômeno que depende das condições iniciais impostas, sendo que pequenas variações nestas condições podem afetar sua ocorrência em posição e em fase. Neste sentido, Lesieur (1990) coloca a turbulência como um fenômeno imprevisível, onde pequenas

perturbações superpostas às condições iniciais modificam o resultado do fenômeno, o que torna-se impossível sua predição determinística.

Os escoamentos turbulentos têm despertado muito interesse pelas diversas aplicações práticas em que se apresentam. O desafio maior neste campo é obter uma solução completa das equações de Navier-Stokes. Para muitas aplicações práticas ainda não têm solução completa destas equações, apesar das técnicas modernas e capacidade computacional existentes.

A complexidade física deste tipo de escoamento é consequência do amplo espectro de escalas com interações não lineares entre todas elas, desde as maiores (baixas frequências), determinadas pela geometria que caracteriza o escoamento, até as pequenas escalas dissipadoras de energia (altas frequências), controladas pela viscosidade do fluido, denominadas escalas de Kolmogorov. A consequência disto, é que sua solução numérica torna-se extremamente exigente em termos de ordem de precisão dos esquemas de discretização e do refinamento da malha.

A turbulência pode ser entendida como um sistema dinâmico caracterizado por um grande número de graus de liberdade, quanto maior o número de Reynolds maior o número de graus de liberdade, ou seja, mais largo se torna o espectro de estruturas que caracterizam o escoamento. O número de graus de liberdade é calculado pela relação entre a escala das estruturas coerentes ou maiores estruturas do escoamento (ℓ) e a escala dissipativa de Kolmogorov (η), isto é,

$$N_{gl} = \left(\frac{\ell}{\eta} \right)^n, \quad (4.1)$$

onde N_{gl} representa o número de graus de liberdade e “n” representa a dimensão (uni, bi ou tridimensional). Também demonstra-se que,

$$\frac{\ell}{\eta} = Re^{3/4}. \quad (4.2)$$

A maneira de exemplo, no escoamento na atmosfera a escala característica (ℓ) é da ordem de 10^3 m e a escala dissipativa de Kolmogorov (η) de 1 mm, considerando o escoamento tridimensional,

daria um número de graus de liberdade de $\left(\frac{\ell}{\eta}\right)^3 \approx 10^{18}$. Para se resolver numericamente todo este espectro de energia, seria necessário trabalhar com malhas de tamanho $\Delta x \approx \eta$. Esta exigência implicaria em se resolver um sistema de equações de 10^{18} equações, o que foge à capacidade de qualquer computador da atualidade.

O problema da turbulência pode ser contornado decompondo-se as equações governantes em um campo médio, e de um campo flutuante. Como consequência surgem termos que são produtos de variáveis médias de suas flutuações. Com os modelos de turbulência, equaciona-se estes momentos em função do campo médio.

Os primeiros estudos sobre instabilidade e turbulência foram desenvolvidos por Osborne Reynolds e Lorde Rayleigh no século XIX. Reynolds (1883), no seu estudo do escoamento no interior de tubos, visualizou a existência de dois regimes: Laminar e Turbulento. Ele também introduziu o parâmetro de controle da transição,

$$Re = \frac{Ud}{\nu} \quad (4.3)$$

onde, U é a escala de velocidade, d é a escala de comprimento e ν a viscosidade cinemática do fluido. Este parâmetro se tornou conhecido posteriormente como o Número de Reynolds. Outra contribuição importante de Reynolds foi o desenvolvimento das equações médias de Reynolds quando introduziu as conhecidas tensões de Reynolds (1895). Em paralelo, Lord Rayleigh (1880) desenvolvia suas investigações teóricas sobre instabilidades de escoamentos paralelos de fluidos sem viscosidade, e demonstrou que a condição necessária para que o escoamento paralelo seja instável é a presença de uma região inflexional no campo de velocidades (Silveira Neto, 1998).

O primeiro estudo do escoamento turbulento foi desenvolvido por Boussinesq (1877). A idéia básica era de estudar o escoamento turbulento como sendo laminar e modificar a viscosidade molecular via o conceito de viscosidade turbulenta. Ele supôs que as tensões turbulentas de Reynolds são proporcionais às taxas de deformação, como foi feito por Stokes para o caso das

tensões viscosas, mas com um coeficiente de proporcionalidade. Esta aproximação tem limitações, já que considera a viscosidade como sendo constante o que na realidade não é correto.

O primeiro modelo de turbulência a surgir foi o modelo do comprimento de mistura de Prandtl (1925). É um modelo simples, não envolve equações de transporte adicionais e a viscosidade turbulenta é calculada de forma empírica, este modelo é conhecido atualmente como modelo de turbulência a zero equação. Depois surgiram modelos de turbulência a uma equação, nas quais utiliza-se uma equação para a energia cinética turbulenta e uma correlação empírica para o comprimento de mistura. Com estas duas grandezas calcula-se a viscosidade turbulenta, o que permite modelar os momentos de segunda ordem em função do campo resolvido. A seguir surgiram os modelos a duas equações, sendo o mais conhecido o modelo $k-\epsilon$, originalmente proposta por Launder e Spalding (1974), na qual foi deduzida a equação de transporte para a energia cinética turbulenta e a sua dissipação, este modelo, nas suas diversas versões (Launder e Sharma, 1974; Launder *et al.*, 1977; Lam e Bremhorst, 1981; Speziale, 1987; Jakhot e Orszag, 1986), tem sido muito utilizados em diversas aplicações tecnológicas. Pode-se observar que até agora nos modelos comentados, utiliza-se o conceito de viscosidade turbulenta. Paralelamente surgiram modelos de turbulência que não dependem da viscosidade turbulenta, tais como o modelo das tensões de Reynolds e os modelos algébricos (Rodi, 1993).

Estes modelos, no entanto, apresentam falta de generalidade. Seus coeficientes e constantes são avaliados a partir de dados experimentais relativos a certas classes (tipos) de escoamento. O uso dos modelos em escoamentos complexos frequentemente resulta em desvios entre os resultados numéricos e experimentais, pois a natureza destes pode diferir substancialmente daqueles onde foram extraídos suas constantes. Segundo Wilcox (1998), os modelos de duas equações não representam uma modelagem da física da turbulência mas dos termos das equações de transporte, certamente é este a causa da falta da não generalidade.

Neste cenário, e considerando que as equações de Navier-Stokes sejam adequadas para a descrição rigorosa do fenômeno da turbulência, recentemente tem aparecido como uma boa alternativa a simulação numérica direta (DNS) (Kim *et al.*, 1987; Le *et al.*, 1997). Porém, as simulações realizadas utilizando este modelo, até agora, foram para situações relativamente

simples de escoamentos turbulentos, isto é limitado devido aos atuais recursos computacionais.

Como uma outra alternativa, tem surgido a Simulação de Grandes Escalas (LES) como uma técnica relativamente nova, cuja aplicação tem crescido nos últimos anos, paralelamente com o advento de computadores de maior capacidade. Nesta nova filosofia as grandes escalas são resolvidas diretamente enquanto as pequenas são modeladas. O primeiro trabalho em simulação de grandes escalas foi um estudo sobre simulação de escoamentos atmosféricos realizados por Smagorinsky (1963), no qual foi proposto e utilizado o modelo que leva seu nome. Neste modelo as tensões de Reynolds são proporcionais à taxa de deformação. Posteriormente Lilly (1967) estabeleceu equações de transporte para as componentes das tensões de Reynolds, demonstrando a consistência do modelo de Smagorinsky. Posteriormente modelos sub-malha mais avançados foram desenvolvidos, na busca de modelos com maiores performances. Porém, é possível que no futuro próximo, em função do avanço dos recursos computacionais, sejam utilizados para simulações numéricas de situações de interesse industrial (escoamentos complexos).

4.2 Equações Médias de Reynolds

Pelo fato que a turbulência apresenta flutuações randômicas das propriedades do escoamento, é comum usar aproximações estatísticas para sua representação. Neste trabalho é utilizado a metodologia desenvolvida por Reynolds (1895), na qual as variáveis são expressas como a soma das partes médias e flutuantes, isto é,

$$f = \bar{f} + f'. \quad (4.4)$$

Para obter o campo médio, primeiro termo do lado direito da equação (4.4), pode ser obtido de vários modos. Sendo as mais utilizadas as médias em relação ao tempo, médias em relação ao espaço e o valor esperado.

No presente trabalho utilizamos as médias temporais para obter as equações médias de Reynolds. A média temporal pode ser calculada da seguinte forma,

$$\bar{f}(\bar{x}, t) = \frac{1}{T} \int_T f(\bar{x}, t') dt' \quad (4.5)$$

Nas seguintes seções $\bar{f}(\bar{x}, t)$ e $f(\bar{x}, t')$ será expressado por simplicidade como $\bar{f}$ e f respectivamente. A média temporal tem as seguintes propriedades:

- A média da flutuação:

$$f' = f - \bar{f} \Rightarrow \bar{f}' = \bar{f} - \bar{f} = 0 \quad (4.6a)$$

- Média do produto das médias:

$$\overline{\bar{f}g} = \frac{1}{T} \int_T (\bar{f}g) dt' = \bar{f}g \frac{1}{T} \int_T dt' = \bar{f}g \quad (4.6b)$$

- Média do produto da média com a flutuação:

$$\overline{\bar{f}f'} = \frac{1}{T} \int_T \bar{f}f' dt' = \bar{f} \frac{1}{T} \int_T f' dt' = 0 \quad (4.6c)$$

Também demonstra-se:

$$\overline{f + g} = \bar{f} + \bar{g} \quad (4.6d)$$

$$\overline{fg} = \bar{f}\bar{g} + \overline{f'g'} \quad (4.6e)$$

$$\overline{\frac{\partial f}{\partial s}} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial s} \quad (4.6f)$$

A forma genérica da equação de transporte, equação (3.27), é reescrita por conveniência,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla J_j^\phi = S^\phi + P^\phi \quad (4.7)$$

onde

$$J_j^\phi = \rho V_j \phi - \frac{\Gamma}{h_j} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_j}. \quad (4.7a)$$

As variáveis e os termos fontes são definidos em função da geometria do escoamento. Nas tabelas (3.1), (3.2), (3.3) e (3.4) são apresentadas algumas formulações especializadas.

Com o objetivo de estudar os efeitos das flutuações fazemos uma decomposição da equação governante definido em (4.7) em um campo filtrado (médio) e um campo flutuante. Para isto define-se as variáveis que governam o escoamento como a soma das componentes médias e flutuantes da seguinte maneira:

$$V_j = \bar{V}_j + V_j'; \quad P = \bar{P} + P'; \quad \phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (4.8)$$

Aplicando-se o processo de média temporal sobre a equação (4.7) para escoamento incompressível e considerando as propriedades definidas em (4.6) tem-se que:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho\phi}) + \nabla \overline{J_t^\phi} = \bar{S}^\phi + \bar{P}^\phi \quad (4.9)$$

onde,

$$\overline{J_t^\phi} = \overline{\rho V_j \phi} - \frac{\Gamma}{h_j} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \xi_j} \quad (4.10)$$

Aplicando-se a decomposição de Reynolds, sobre o termo não linear da equação (4.10), para o escoamento incompressível e considerando as propriedades definidas em (4.6), tem-se que:

$$\overline{\rho V_j \phi} = \overline{\left[\rho (\overline{V_j} + V'_j) (\overline{\phi} + \phi') \right]} = \overline{(\rho \overline{V_j} \overline{\phi} + \rho \overline{V_j} \phi' + \rho V'_j \overline{\phi} + \rho V'_j \phi')}, \quad (4.11)$$

decompondo-se a média geral de (4.11), e utilizando as propriedades definidas em (4.6) obtém-se:

$$\overline{\rho V_j \phi} = \rho \overline{V_j} \overline{\phi} + \overline{\rho V'_j \phi'} \quad (4.12)$$

Substituindo a equação (4.12) em (4.10), tem-se que:

$$\overline{J_t^\phi} = \rho \overline{V_j} \overline{\phi} + \overline{\rho V'_j \phi'} - \frac{\Gamma}{h_j} \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial \xi_j}, \quad (4.13)$$

que pode ser escrito da seguinte maneira,

$$\overline{J_t^\phi} = \overline{J_j^\phi} + \overline{\rho V'_j \phi'} \quad (4.14)$$

onde,

$$\overline{J_j^\phi} = \rho \overline{V_j} \overline{\phi} - \frac{\Gamma}{h_j} \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial \xi_j} \quad (4.14a)$$

Substituindo as relações obtidas em (4.14) na equação governante média (4.9) obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho \phi}) + \nabla \overline{J_j^\phi} + \nabla (\overline{\rho V'_j \phi'}) = \overline{S^\phi} + \overline{P^\phi}, \quad (4.15)$$

onde $\overline{J_j^\phi}$ foi definido em (4.14a) e ϕ é a componente da velocidade.

É importante notar que a equação (4.15) tem a mesma forma das equações de conservação instantâneas, porém, o processo de média temporal introduz um novo termo. Este termo envolve o

produto de flutuações de velocidade que representa o transporte convectivo devido às flutuações do campo de velocidades ($-\rho \overline{V_j' \phi'}$), este termo é denominado de tensões de Reynolds e a equação (4.15) é a forma conservativa da denominada equação média de Reynolds para escoamento incompressível.

A equação governante média de Reynolds definida em (4.15) não é fechada pois o número de variáveis, incluindo as tensões de Reynolds, é maior que o número de equações. Porém, faz-se necessário de algum procedimento de fechamento destas equações: *este é denominado como o problema de fechamento da turbulência*. Para resolver este problema é que tem aparecido os diversos modelos de turbulência.

4.3 Classificação dos Modelos de Turbulência

Os modelos de Turbulência apresentam uma modelagem sobre as equações governantes médias e estas podem ser classificadas da seguinte maneira:

1 Modelos Clássicos: Estes são baseados nas Equações Médias (Temporais) de Reynolds

1.1 Modelos Baseados No Conceito de Viscosidade Turbulenta:

1.1.1 Modelos a Zero Equação: Comprimento de Mistura; Prandtl (1925), Van Driest (1956), Spalding (1961), Smith e Cabeci (1967).

1.1.2 Modelos a Uma Equação: Prandtl (1945), Baldwin e Barth (1990), Sparlat e Allmaras (1992).

1.1.3 Modelos de Duas Equações:

k-kl Rodi e Spalding (1970), Smith (1990);

k-ε Launder e Spalding (1972), Jones e Launder (1972), Launder e Sharma (1974), Launder *et al.* (1977), Lam e Bremhorst (1981), Speziale (1987),

- Jakhot e Orszag (1986) ;
- k- ω Kolmogorov (1942), Wilcox (1988);
- k-l Smith, (1994);
- k- τ Speziale, *et al.* (1990).

1.2 Modelos não Dependentes do Conceito de Viscosidade Turbulenta

1.2.1 Modelo das tensões de Reynolds:

Chou (1945), Launder *et al.* (1975), Launder (1992);

1.2.2 Modelos Algébricos:

Rodi (1976), Gibson e Launder (1976).

2. Simulação de Grandes Escalas: Baseado na Equação Média (Espacial) de Reynolds

2.1 Modelo Sub-Malha de Smagorinsky:

Smagorinsky (1963), Lilly (1967), Leonard (1974), Rogallo e Moin (1984).

2.2 Modelo Sub-Malha Função Estrutura de Velocidade:

Collet e Lesieur (1982), Metais e Lesieur (1991)

2.3 Modelo Dinâmico Sub-Malha:

Germano (1986), Germano *et al.* (1991), Yang e Ferziger (1993), Carati e Eijnden (1997).

3. Simulação Numérica Direta – DNS:

Moser e Moin (1984), Kim *et al.* (1987), Le *et al.* (1997)

Os modelos de turbulência utilizados neste trabalho são baseados no conceito de viscosidade turbulenta.

Nas seguintes seções se apresentará primeiro o conceito de viscosidade turbulenta proposta por Boussinesq (1877), para logo apresentar a modelagem da turbulência pelos modelos a zero equação baseado na lei da parede de Spalding (1961), o modelo de turbulência k-ε padrão de Launder e Spalding (1974), o modelo de turbulência k-ε para baixo números de Reynolds proposta por Lam e Bremhorst (1981) denominado de k-ε LB e a correção devido a curvatura do canal proposta por Launder *et al.* (1977).

4.4 Conceito de Viscosidade Turbulenta

Para resolver o problema de fechamento da turbulência, a maioria dos modelos de turbulência utilizados na atualidade é baseado na modelagem das tensões de Reynolds ($-\rho \overline{V'_j \phi'_i}$). Como a variável ϕ representa o componente da velocidade, por conveniência nesta seção se adicionará o sub-índice indicando a direção ($-\rho \overline{V'_j \phi'_i}$). No presente trabalho apresenta-se a modelagem baseado no conceito de viscosidade turbulenta a partir da hipótese de Boussinesq (1877) (outros tipos de modelagem podem ser encontrados em Wilcox, (1998) e Speziale (1987)), isto é, assumindo que as tensões de Reynolds podem ser expressas em função do tensor de deformação relativo ao do campo médio de velocidades e da constante de proporcionalidade, análoga ao modelo de Stokes, denominada por viscosidade turbulenta, então:

$$-\rho \overline{V'_j \phi'_i} = \mu_t \overline{D_{ij}} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad (4.16)$$

onde

$$\overline{D_{ij}} = \left(\text{Grad} \overline{\mathbf{V}} + \text{Grad} \overline{\mathbf{V}}^T \right), \quad (4.16a)$$

δ_{ij} é o delta Kronecker, k a energia cinética turbulenta por unidade de massa e μ_t é a viscosidade turbulenta que é uma propriedade do escoamento e não do fluido, como é o caso da viscosidade

molecular; finalmente $\overline{D}_{ij}$ o tensor simétrico da deformação do campo médio de velocidades. O valor da viscosidade turbulenta varia de um ponto para outro num mesmo escoamento e principalmente de um escoamento a outro.

O segundo termo do lado direito da equação (4.16) existe só nas direções normais, isto é, $\delta_{ij} = 1$ para $i = j$. Ao escrever as tensões de Reynolds nas direções normais e ao somar os termos resultantes, tem-se:

$$-\rho \left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right) = 2\mu_t \nabla \cdot \overline{\vec{V}} - 2\rho k (\delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33}), \quad (4.17)$$

para um fluido incompressível o primeiro termo do lado direito da equação (4.17) é igual a zero por conservação da massa e a soma dos delta Kronecker é igual a três, assim, a equação (4.17) se reduz a:

$$k = \frac{1}{2} \left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right), \quad (4.18)$$

desta forma recupera-se a definição de energia cinética turbulenta. Como este termo é proveniente das tensões normais, ele age, fisicamente como uma pressão, porém, quando se substitui a equação (4.16) nas equações de conservação, ele pode ser incorporado à pressão estática da seguinte forma:

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(p + \frac{2}{3} \rho k \right) = \frac{\partial P}{\partial x_i} \quad (4.19)$$

onde $P = p + \frac{2}{3} \rho k$. Pelo que a determinação da energia cinética turbulenta na equação (4.16) não é necessária.

4.5 Modelo de Turbulência de Zero Equação : Modelo de Turbulência LEVEL

Este modelo, baseado na lei da parede de Spalding (1961), não utiliza o comprimento de mistura para modelar a turbulência. Ele é completamente definido com a determinação da velocidade (v^+) e distância (y^+) à parede adimensionais, definidas por:

$$y^+ = \frac{y \cdot v^*}{\mu}, \quad v^+ = \frac{v}{v^*}, \quad \text{onde } v^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}; \quad (4.20)$$

para o cálculo de v^+ e y^+ utiliza-se a relação de Spalding (1961) que pode ser utilizado na sub-camada laminar e na região turbulenta, $y^+ < 300$, e é dada pela seguinte relação:

$$y^+ = v^+ + \left(\frac{1}{E} \right) \left[e^{\kappa v^+} - 1 - \kappa v^+ - \frac{(\kappa v^+)^2}{2} - \frac{(\kappa v^+)^3}{6} - \frac{(\kappa v^+)^4}{24} \right] \quad (4.21)$$

onde κ é a constante de Von Kármán ($\kappa = 0.417$), y^+ é a menor distância do primeiro ponto de calculo à parede. E é outra constante determinada a partir de $E = e^{\kappa A}$, onde A corresponde à segunda constante da lei logarítmica ($A = 5.5$) e κ a constante de Von Kármán, substituindo estes valores encontra-se que $E = 8.6$. A partir da equação (4.21) encontra-se que,

$$\mu_t = \mu * \left(\frac{\kappa}{E} \right) * \left[e^{\kappa v^+} - 1 - \kappa v^+ - \frac{(\kappa v^+)^2}{2} - \frac{(\kappa v^+)^3}{6} \right]. \quad (4.22)$$

Na equação (4.22) observa-se que quanto mais próximo à parede (dentro da sub camada laminar, $y^+ < 5$) a velocidade é cada vez menor e μ_t aproxima-se de zero. No caso contrário, distante da parede (camada externa) onde v^+ é grande e a equação (4.21) se reduz a,

$$y^+ = \frac{1}{E} e^{\kappa v^+}, \quad (4.23)$$

que é a própria lei logarítmica, ou em termos da viscosidade turbulenta a equação (4.22) se reduz a,

$$\mu_t = \mu (\kappa y^+ - 1). \quad (4.24)$$

4.6 Modelo de Turbulência k-ε Padrão

No modelo de turbulência de duas equações, frequentemente, uma delas é relativa à equação para a energia cinética turbulenta, isto se deve ao caráter pouco empírico usado na sua modelagem. A equação para a segunda variável é resultado da combinação do tipo $(k^a \ell^b)$, onde ℓ é a escala de comprimento característico. Por exemplo:

Rodi e Spalding (1970), propuseram o modelo $k - k \ell$;

Lauder e Spalding (1974), propuseram o modelo $k - \varepsilon$, onde ε representa a dissipação da energia cinética turbulenta, $\varepsilon = k^{3/2} / \ell$;

Wilcox (1988), propôs o modelo $k - \omega$ onde ω é $k \ell^{-2}$.

Nesta seção é apresentado o Modelo de turbulência $\kappa - \varepsilon$ padrão desenvolvida por Launder e Spalding (1974). Maiores detalhes sobre o procedimento da dedução destas equações podem ser encontrados em Wilcox (1998) e Deschamps (1998).

Equação para a Energia Cinética Turbulenta - k:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla J_j^k = \rho P_k - \rho \varepsilon \quad (4.25)$$

onde,

$$J_j^k = \rho \overline{V_j k} - \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{1}{h_j} \frac{\partial k}{\partial \xi_j} \quad (4.25a)$$

Equação para a Dissipação de Energia Cinética Turbulenta - ε :

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \nabla J_j^\varepsilon = C_{\varepsilon 1} \frac{\rho\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \frac{\rho\varepsilon^2}{k} \quad (4.26)$$

onde,

$$J_j^\varepsilon = \rho \overline{V_j} \varepsilon - \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{1}{h_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi_j} \quad (4.26a)$$

onde a viscosidade turbulenta, μ_t , e a produção de energia cinética turbulenta, P_k , são dadas pelas seguintes relações:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.27)$$

ou

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.27a)$$

$$P_k = \nu_t \overline{D_{ij}} : \nabla \overline{V} \quad (4.28)$$

e as constantes $C_{\varepsilon 1} = 1,44$; $C_{\varepsilon 2} = 1,92$; $\sigma_\varepsilon = 1,3$; $\sigma_k = 1,0$ e $C_\mu = 0,09$. A relação (4.28) representa o produto escalar (ou produto dois pontos) entre o tensor deformação e o gradiente do campo médio de velocidades. As componentes do tensor simétrico $\overline{D_{ij}}$ em coordenadas ortogonais generalizadas são dadas por:

$$\overline{D}_{\xi_1 \xi_1} = 2 \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial \overline{V}_1}{\partial \xi_1} + \frac{\overline{V}_2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \xi_2} + \frac{\overline{V}_3}{h_1 h_3} \frac{\partial h_1}{\partial \xi_3} \right), \quad (4.29a)$$

$$\overline{D}_{\xi_2 \xi_2} = 2 \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial \overline{V}_2}{\partial \xi_2} + \frac{\overline{V}_1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_1} + \frac{\overline{V}_3}{h_2 h_3} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_3} \right), \quad (4.29b)$$

$$\overline{D}_{\xi_3 \xi_3} = 2 \left(\frac{1}{h_3} \frac{\partial \overline{V}_3}{\partial \xi_3} + \frac{\overline{V}_1}{h_1 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_1} + \frac{\overline{V}_2}{h_2 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_2} \right), \quad (4.29c)$$

$$\overline{D}_{\xi_2 \xi_1} = \overline{D}_{\xi_1 \xi_2} = \left[\frac{1}{h_1} \frac{\partial \overline{V}_2}{\partial \xi_1} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial \overline{V}_1}{\partial \xi_2} - \frac{\overline{V}_2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_1} - \frac{\overline{V}_1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \xi_2} \right], \quad (4.29d)$$

$$\overline{D}_{\xi_3 \xi_1} = \overline{D}_{\xi_1 \xi_3} = \left[\frac{1}{h_1} \frac{\partial \overline{V}_3}{\partial \xi_1} + \frac{1}{h_3} \frac{\partial \overline{V}_1}{\partial \xi_3} - \frac{\overline{V}_3}{h_1 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_1} - \frac{\overline{V}_1}{h_1 h_3} \frac{\partial h_1}{\partial \xi_3} \right] e \quad (4.29e)$$

$$\overline{D}_{\xi_3 \xi_2} = \overline{D}_{\xi_2 \xi_3} = \left[\frac{1}{h_2} \frac{\partial \overline{V}_3}{\partial \xi_2} + \frac{1}{h_3} \frac{\partial \overline{V}_2}{\partial \xi_3} - \frac{\overline{V}_3}{h_2 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial \xi_2} - \frac{\overline{V}_2}{h_2 h_3} \frac{\partial h_2}{\partial \xi_3} \right]. \quad (4.29f)$$

Por sua vez, as componentes de $\nabla \overline{\overline{V}}$ são dadas por:

$$\nabla \overline{\overline{V}} = \begin{cases} \overline{\overline{V}}_{ii} = \frac{1}{h_i} \frac{\partial \overline{V}_i}{\partial \xi_i} + \sum_{k \neq i} \frac{1}{h_k} \frac{\overline{V}_k}{h_i} \frac{\partial h_i}{\partial \xi_k} \\ \overline{\overline{V}}_{ij} = \frac{1}{h_j} \frac{\partial \overline{V}_i}{\partial \xi_j} - \frac{1}{h_i} \frac{\overline{V}_j}{h_j} \frac{\partial h_j}{\partial \xi_i}, \text{ para } i \neq j \end{cases} \quad (4.30)$$

A produção de energia cinética turbulenta, definida em (4.28), pode ser representada na forma indicial por:

$$P_k = \nu_t \sum_i \sum_j \overline{D}_{ij} \nabla \overline{\overline{V}} \quad (4.31)$$

onde $\overline{D_{ij}}$ e $\nabla \overline{V}$ são definidos pelas equações (4.29) e (4.30) respectivamente.

Considerando o escoamento completamente desenvolvido, de acordo às hipóteses assumidas na seção (3.5), e os fatores de escala obtidos nas equações (3.18) a (3.21) encontra-se as equações de energia cinética turbulenta e da dissipação da energia cinética turbulenta para o escoamento desenvolvido em um canal helicoidal, conforme mostradas na tabela (4.1).

Tabela 4.1 – Modelo de turbulência k-ε Padrão (Launder e Spalding, 1974) para o escoamento completamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular ($h_{x'} = h_{y'} = 1$;

$$h_s = 1 + Ky')$$

Equação	ϕ	Γ	$J_{x'}^{\phi}$	$J_{y'}^{\phi}$	S
Equação para “k”	k	$\frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$\rho u k - \Gamma \frac{\partial k}{\partial x'}$	$\rho v k - \Gamma \frac{\partial k}{\partial y'}$	$\rho P_k - \rho \epsilon$
Equação para “ε”	ε	$\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon}$	$\rho u \epsilon - \Gamma \frac{\partial \epsilon}{\partial x'}$	$\rho v \epsilon - \Gamma \frac{\partial \epsilon}{\partial y'}$	$C_{\epsilon 1} \frac{\rho \epsilon}{k} P_k - C_{\epsilon 2} \frac{\rho \epsilon^2}{k}$

Onde P_k é dada pela equação (4.31). Para o escoamento completamente desenvolvido no canal helicoidal é reduzida a seguinte expressão:

$$P_k = 2\nu_t \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x'} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y'} \right)^2 + \left(\frac{v}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x'} + \frac{\partial u}{\partial y'} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x'} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y'} - \frac{w}{h_s} \frac{\partial h_s}{\partial y'} \right)^2 \quad (4.32)$$

O modelo k-ε apresentado na tabela (4.2) é modelado para a região turbulenta do escoamento, $\mu_t \gg \mu$. Esta condição geralmente é satisfeita quando a distância do primeiro ponto de cálculo à parede tem coordenadas y^+ variando entre 30 e 100.

Na região próxima das paredes sólidas as velocidades são avaliadas no primeiro nó da malha por meio das funções de parede, para escoamentos próximos à parede em equilíbrio local, tem-se:

$$\tau_w = \rho(u^*)^2 = -f \cdot \rho |U_{wall}| U_{wall} \quad (4.33)$$

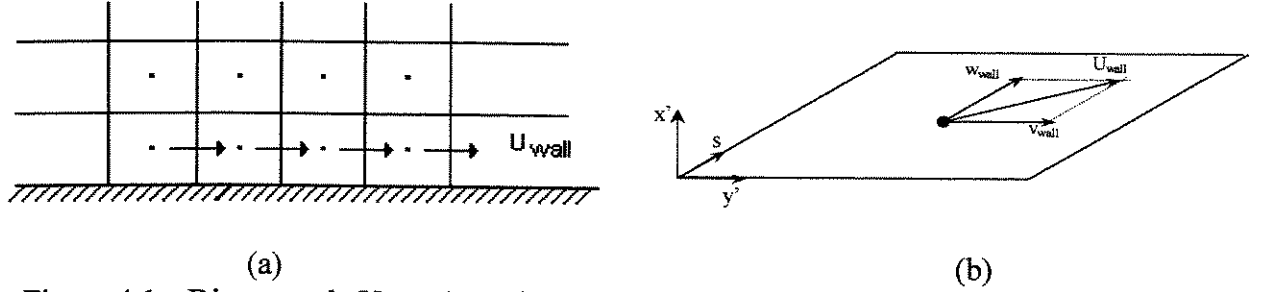


Figura 4.1 - Diagrama de U_{wall} . a) - Vista lateral ; b) componentes para o cálculo de U_{wall} na direção y' .

onde $|U_{wall}|$ é a velocidade resultante no primeiro volume de controle das componentes das velocidades tangenciais junto à parede e “f” representa ao fator de atrito local dado por:

$$f = \frac{1}{Re} \quad , \quad \text{para } Re \leq 300.0 \text{ (ou } y^+ < 30) \quad (4.34)$$

$$f = \left[\frac{0.435}{\ln(1.01 + 9 \cdot Re \cdot (f)^{0.5})} \right]^2 \quad , \quad \text{para } Re > 300.0 \text{ (ou } y^+ > 30) \quad (4.35)$$

onde Re é o Reynolds local calculado por,

$$Re = u^+ \cdot y^+ ; \quad \text{onde } u^+ = \frac{u}{u^*} \quad , \quad y^+ = \frac{\rho u^* y}{\mu} \quad , \quad u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (4.36)$$

A energia cinética turbulenta e a dissipação junto à parede são avaliadas pelas seguintes relações:

$$k = f \frac{|U_{\text{wall}}|^2}{\sqrt{C_\mu}}, \quad \text{para } 30 \leq y^+ \leq 120 \quad \text{e} \quad (4.37)$$

$$\varepsilon = \frac{(C_\mu)^{0.75} (k)^{1.5}}{\kappa y}, \quad \text{para } 30 \leq y^+ \leq 120, \quad (4.38)$$

onde κ é a constante de Von Kármán, $\kappa = 0,41$ e y é a distância normal da parede ao primeiro ponto da malha.

4.7 Modelo de Turbulência para Baixo Número de Reynolds: k - ε LB

O modelo de turbulência k-ε padrão apresentado originalmente por Launder e Spalding (1974) é utilizado amplamente para escoamentos a altos números de Reynolds. Para a região próximo à parede ($y^+ < 30$) este modelo normalmente é utilizado em conjunto com as leis de parede, que são de natureza empírica, que muitas vezes devido à não universalidade da estrutura da turbulência próximo à parede sólida resulta em resultados discrepantes em relação a medidas experimentais.

Neste cenário, diversas sugestões tem aparecido com a finalidade de modelar o escoamento próximo à parede, principalmente para adequar a utilização dos modelos de turbulência a baixos números de Reynolds ($y^+ < 11.5$). Para tal efeito, muitos modelos de duas equações incorporam os efeitos da parede ou incorporam os efeitos viscosos, ou ambos efeitos, no modelo de turbulência k-ε padrão.

No presente trabalho, apresenta-se o modelo k-ε para baixo número de Reynolds desenvolvido por Lam e Bremhorst (1981), denominado por k-ε LB. As equações para a energia cinética turbulenta e a dissipação da energia cinética turbulenta são dadas por:

- **Equação para a Energia Cinética Turbulenta - k:**

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla J_j^k = \rho P_k - \rho \varepsilon, \quad (4.39)$$

onde,

$$J_j^k = \rho \overline{V_j} k - \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu_l \right) \frac{1}{h_j} \frac{\partial k}{\partial \xi_j}. \quad (4.39a)$$

- **Equação para a Dissipação de Energia Cinética Turbulenta - ε :**

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla J_j^\varepsilon = C_{\varepsilon 1} \frac{\rho \varepsilon}{k} f_1 P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k}, \quad (4.40)$$

onde,

$$J_j^\varepsilon = \rho \overline{V_j} \varepsilon - \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} + \mu_l \right) \frac{1}{h_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi_j}, \quad (4.40a)$$

onde a produção de energia cinética turbulenta, P_k é definida na equação (4.32), μ_l representa a viscosidade laminar (propriedade do fluido) e a viscosidade turbulenta, μ_t , é definida por:

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (4.41)$$

ou

$$v_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.41a)$$

as constantes $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, σ_ε , σ_k , e C_μ são os mesmos do modelo k- ε padrão. As funções f_μ , f_1 e f_2

são definidas por:

$$f_{\mu} = \left(1 - e^{-0.0165 Re_n}\right)^2 \left(1 + \frac{20.5}{Re_t}\right), \quad (4.42)$$

$$f_1 = 1 + \left(\frac{0.05}{f_{\mu}}\right)^3, \quad (4.43)$$

$$f_2 = 1 - e^{-Re_t^2}; \quad (4.44)$$

onde os números de Reynolds, Re_n e Re_t , são definidos por:

$$Re_n = \rho \frac{k^{0.5} y_n}{\mu_l}, \quad Re_t = \rho \frac{k^2}{\varepsilon \mu_l}, \quad (4.45)$$

e y_n é a distância normal do centro do volume de controle à parede.

Das equações (4.42), (4.43) e (4.44) observa-se que quando os números de Reynolds, Re_n e Re_t , são altos, os valores de f_{μ} , f_1 e f_2 tendem à unidade, situação em que este modelo reduz-se ao modelo k- ε padrão definido na seção anterior.

O modelo k- ε LB, é implementado com as seguintes condições de contorno na parede:

$$\tau_w = \mu_l \frac{u_{wall}}{y}, \quad (4.46)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dy} = 0, \quad k = 0 \quad (4.47)$$

Seguindo a sequência da seção anterior, encontra-se as equações de energia cinética

turbulenta e da dissipação da energia cinética turbulenta para o escoamento completamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular, conforme mostradas na tabela (4.2).

Tabela 4.2 – Modelo de Turbulência para baixo número de Reynolds (Lam e Bremhorst, 1981), k-ε LB, para o escoamento completamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular ($h_{x'} = h_{y'} = 1$; $h_s = 1 + Ky'$ e μ_t definido na equação (4.41))

Equação	ϕ	Γ	$J_{x'}^{\phi}$	$J_{y'}^{\phi}$	S
Eq. para “k”	k	$\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu_l$	$\rho u k - \Gamma \frac{\partial k}{\partial x'}$	$\rho v k - \Gamma \frac{\partial k}{\partial y'}$	$\rho P_k - \rho \varepsilon$
Eq. para “ε”	ε	$\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} + \mu_l$	$\rho u \varepsilon - \Gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial x'}$	$\rho v \varepsilon - \Gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial y'}$	$C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\rho \varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k}$

4.8 Correção Devido ao Efeito de Curvatura

A curvatura das linhas de corrente em escoamentos turbulentos 2-D causa significativa alteração nas propriedades destes escoamentos. Particularmente em uma curva plana, a energia cinética turbulenta é amplificada junto à parede côncava, e efeito oposto é observado na parede convexa. Analisando a camada limite de escoamentos sobre superfícies planas e curvas, Bradshaw (1987) verificou que a amplificação e o amortecimento da turbulência são acompanhados por variações de até 10% no fator de atrito. O fenômeno ocorre mesmo em camada limite com espessura da ordem de (1/100) do raio de curvatura da superfície. Nos escoamentos em regime laminar a variação do fator de atrito é muito menor, até 1%, para a mesma razão entre a espessura da camada limite e o raio de curvatura.

O cenário é, certamente, mais complexo nos escoamentos turbulentos 3-D, isto é, onde há o surgimento de escoamento secundário e a existência de uma vorticidade média longitudinal (Bradshaw, 1987). Estes processos também influenciam a estrutura dos parâmetros turbulentos. A análise de escoamentos turbulentos em curvas deve considerar, então, não somente efeitos de curvatura das linhas de corrente, mas também a influência simultânea de campos tri-dimensionais na alteração de suas propriedades.

Várias propostas surgiram para minimizar a deficiência do modelo k-ε em prever escoamento com presença de curvatura, a maioria deles utilizam como parâmetro o número de Richardson. As correções são introduzidas na forma de termos fontes na equação da dissipação ε.

Uma das propostas mais utilizadas para tal efeito foram desenvolvidas por Launder *et al.* (1977), eles modificaram o modelo para baixo número de Reynolds de Jones e Launder (1972), fazendo o termo da destruição da dissipação dependente da curvatura (segundo termo do lado direito das equações (4.26) e (4.40)) através do gradiente do número de Richardson, que definido em termos das escalas de tempo da turbulência é dado por:

$$Ri_t = \frac{k^2}{\varepsilon^2} S (1 + S) \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y'} \right)^2, \quad (4.48)$$

onde,

$$S = \frac{h_s \bar{w}}{\partial \bar{w} / \partial y'}, \quad (4.48a)$$

h_s foi definido na seção 3.5.

O termo da destruição da dissipação, considerando os efeitos da curvatura é restrita por Launder *et al.* (1977) da seguinte maneira:

$$-C_{\varepsilon 2} (1 - C_c Ri_t) \frac{\rho \varepsilon^2}{k}, \quad (4.49)$$

onde $C_c = 0.2$.

Nas tabelas (4.3) e (4.4) se reescreve as equações dos modelos k-ε padrão e o modelo k-ε LB considerando os efeitos da curvatura (4.49).

Tabela 4.3 – Modelo de turbulência κ - ε Padrão (Launder e Spalding, 1974) para o escoamento completamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular

$$(h_{x'} = h_{y'} = 1 ; h_s = 1 + Ky' ; \mu_t \text{ definido na equação (4.27)})$$

Equação	ϕ	Γ	$J_{x'}^{\phi}$	$J_{y'}^{\phi}$	S
Eq. para “k”	k	$\frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$\rho u k - \Gamma \frac{\partial k}{\partial x'}$	$\rho v k - \Gamma \frac{\partial k}{\partial y'}$	$\rho P_k - \rho \varepsilon$
Eq. para “ ε ”	ε	$\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}$	$\rho u \varepsilon - \Gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial x'}$	$\rho v \varepsilon - \Gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial y'}$	$C_{\varepsilon 1} \frac{\rho \varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} (1 - C_c Ri_t) \frac{\rho \varepsilon^2}{k}$

Tabela 4.4 – Modelo de Turbulência para baixo número de Reynolds (Lam e Bremhorst, 1981), k - ε LB, para o escoamento completamente desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular ($h_{x'} = h_{y'} = 1 ; h_s = 1 + Ky' ; \mu_t$ definido na equação (4.41))

Equação	ϕ	Γ	$J_{x'}^{\phi}$	$J_{y'}^{\phi}$	S
Eq. para “k”	k	$\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu_l$	$\rho u k - \Gamma \frac{\partial k}{\partial x'}$	$\rho v k - \Gamma \frac{\partial k}{\partial y'}$	$P_k - \rho \varepsilon$
Eq. para “ ε ”	ε	$\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} + \mu_l$	$\rho u \varepsilon - \Gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial x'}$	$\rho v \varepsilon - \Gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial y'}$	$C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\rho \varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} f_2 (1 - C_c Ri_t) \frac{\rho \varepsilon^2}{k}$

Capítulo 5

Método Numérico

5.1 Introdução

A solução de problemas de engenharia, envolvendo escoamento de fluidos requer a solução de um conjunto de equações diferenciais parciais não lineares acopladas, que expressam a conservação de massa e quantidade de movimento.

Devido às não linearidades e ao forte acoplamento existente entre as equações, na maioria dos casos, torna-se necessária a utilização de métodos numéricos para a obtenção da solução destes problemas. Na aplicação destes métodos, as equações diferenciais originais são discretizadas, gerando um conjunto de equações algébricas. Estas, ainda mantêm as não linearidades e o acoplamento entre as equações diferenciais originais por meio dos coeficientes, que dependem da solução do problema.

Se o conjunto completo de equações algébricas fosse resolvido por um método direto, seriam necessárias diversas iterações, com coeficientes atualizados sucessivamente, devido às não linearidades. O número de equações algébricas em geral, é tão elevado que o custo envolvido na utilização de solução direta torna-se proibitivo, sendo os sistemas de equações algébricas resolvidos sequencialmente. Para obter-se a solução do conjunto completo de equações, devido ao acoplamento existente entre elas, cada sistema precisa ser resolvido várias vezes mesmo que os

coeficientes sejam mantidos inalterados. No caso particular da solução de problemas que envolvem escoamento de fluidos, o tratamento deste acoplamento é extremamente importante para o sucesso da simulação.

A formulação dos volumes finitos (Patankar, 1980), tem aparecido como uma técnica de fácil compreensão e interpretação física. Neste método, o domínio de cálculo é dividido em um número determinado de volumes, de tal forma que a vizinhança para cada ponto da malha é constituído por volumes de controle. As equações de conservação são integradas sobre cada volume de controle. Como resultado, obtêm-se uma equação discretizada para um determinado número de pontos da malha.

O principal atrativo do método dos volumes finitos, é que a solução resultante satisfaz a conservação integral de massa, momento e energia nos volumes de controle em todo o domínio. Esta característica independe do número de volumes de controle.

Os principais passos que devem ser realizados para o desenvolvimento e implementação de esquemas numéricos, para solução de problemas de escoamento de fluidos incompressíveis são:

- A escolha adequada da localização das variáveis dependentes na malha;
- Tratamento do acoplamento entre a pressão e a velocidade;
- A obtenção da função de interpolação entre os pontos discretos;
- A escolha da sequência de solução das equações diferenciais;
- A escolha do método de solução do sistema de equações lineares.

Em simulação numérica de escoamentos de fluidos incompressíveis, um dos maiores problemas é resolver o acoplamento dos campos de velocidade e pressão, com a finalidade de resolver este problema é comumente utilizado o algoritmo SIMPLE desenvolvido por Patankar e Spalding (1972), algoritmo que foi inspirado em trabalhos anteriores de Harlow e Welch (1965), Chorin (1968) e Amsden e Harlow (1970).

No método de discretização de volumes finitos, tem aparecido diversos tipos de arranjo das malhas, sendo os mais conhecidos as malhas deslocadas e as malhas co-localizadas, e recentemente tem-se desenvolvido o método de elementos finitos baseados no método de volume de controle. Os esquemas de interpolação existentes na literatura é abundante (Upwind, Híbrido, Power Law, QUICK, etc.), todos eles com o objetivo de obter uma maior precisão e estabilidade da solução numérica. Os algoritmos para resolver o problema de acoplamento do campo de pressão e o campo de velocidade são também diversos, sendo os mais conhecidos, no método de volumes finitos, os algoritmos SIMPLE, SIMPLER, SIMPLEC, e SIMPLEST.

No presente trabalho resolver-se-á as equações governantes modeladas no capítulo anterior utilizando o PHOENICS-CFD. Este código computacional foi desenvolvido por Spalding e é baseado no método de discretização de volumes finitos com malhas deslocadas similar àquele desenvolvido por Patankar (1980), e o algoritmo para resolver o acoplamento dos campos de velocidade e pressão é o SIMPLEST (SIMPLE modificado) desenvolvido por Spalding (1980).

Nas seções seguintes deste capítulo, define-se a malha a utilizar (malha deslocada), discretiza-se as equações de conservação do canal helicoidal de seção retangular e detalha-se ao respeito do algoritmo de acoplamento dos campos de velocidade e pressão.

5.2 Discretização das Equações de Conservação em Regime Transiente

Existem diversas maneiras de se obter as equações discretizadas. Devido à opção de se levar em conta os aspectos físicos relevantes ao problema em estudo, visando a obtenção de uma melhor formulação para simulação de problemas não lineares, a alternativa de se respeitar os princípios de conservação a nível de volumes elementares parece adequada. Deste modo, as equações de conservação, escritas na forma diferencial, serão integradas sobre os volumes de controle discretos.

O domínio de cálculo é subdividida em volumes de controle, fazendo-se a integração numérica em cada um deles. A figura 5.1 mostra a malha tridimensional utilizada. As letras maiúsculas indicam o centro da malha (nó), e as letras minúsculas indicam as faces. A direção de

variação da coordenada x' é de W-E, da coordenada y' é de N-S e da coordenada s é L-H. A distância entre as faces é dada por $\Delta x'$, $\Delta y'$ e $h_s \Delta s$ e a distância entre nós é $\delta x'$, $\delta y'$ e $h_s \delta s$.

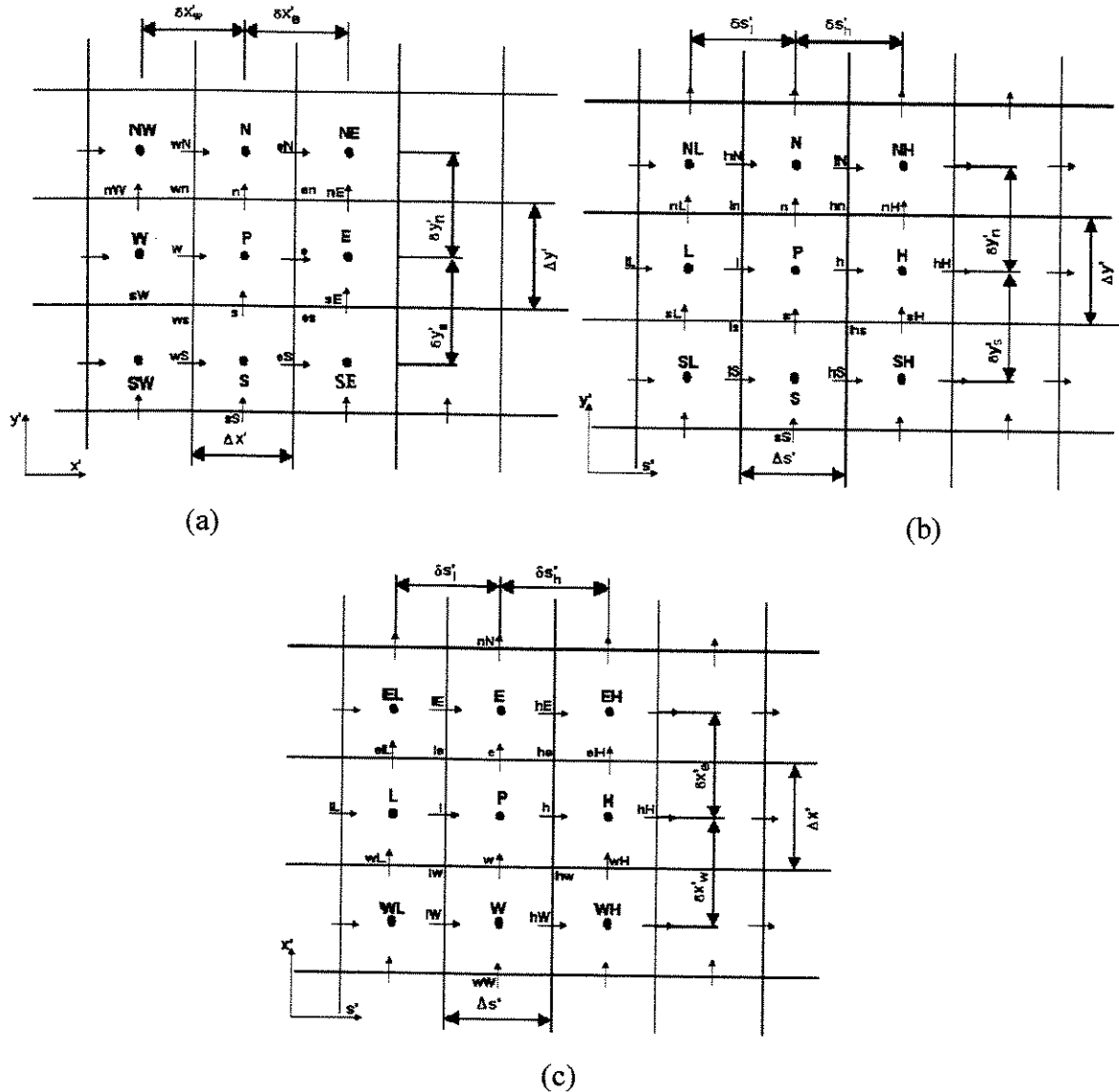


Figura 5.1 - volume de controle e nomenclatura para a integração das equações: a).- plano x-y; a).- plano y-z e c).- plano x-z .

A equação (3.27), escrita na forma conservativa, é utilizada para a obtenção das equações discretizadas, através da realização de uma integração espacial e temporal sobre o volume de controle ilustrado na figura (5.1).

A equação (3.27) é reescrita de seguinte maneira:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial (h_s J_{x'}^\phi)}{\partial x'} + \frac{\partial (h_s J_{y'}^\phi)}{\partial y'} + \frac{\partial (J_s^\phi)}{\partial s} \right] = S^\phi, \quad (5.1)$$

onde S^ϕ representa a soma dos termos fonte definidos na tabela (3.3) mais o termo fonte de pressão e J_j^ϕ o fluxo total definido pela equação (3.27), repetidas abaixo por conveniência:

$$J_{x'}^\phi = \rho u \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x'}, \quad (5.2)$$

$$J_{y'}^\phi = \rho v \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y'}, \quad (5.3)$$

$$J_s^\phi = \rho w \phi - \frac{\Gamma}{h_s} \frac{\partial \phi}{\partial s}. \quad (5.4)$$

Utilizando o teorema de Gauss, a equação (5.1) pode ser integrada no volume de controle a partir dos fluxos que cruzam a superfície de controle (Patankar, 1980), com centro em P, chega-se à sua forma discretizada. Esta equação é o resultado da aplicação dos princípios de conservação no volume de controle P delimitado pelas faces e, w, n, s, l e h. Integrando espacial e temporalmente e considerando o esquema de integração completamente implícito, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{|\rho_P \phi_P - \rho_P^0 \phi_P^0| \Delta x' \Delta y' h_s \Delta s}{\Delta t} + J_{x'}^\phi \Big|_e A_e - J_{x'}^\phi \Big|_w A_w + J_{y'}^\phi \Big|_n A_n - J_{y'}^\phi \Big|_s A_s + \\ J_s^\phi \Big|_h A_h - J_s^\phi \Big|_l A_l = \bar{S}^\phi \Delta V \end{aligned} \quad (5.5)$$

onde ΔV é o volume da malha definido por $\Delta x' \Delta y' h_s \Delta s$ e A_j representa a área livre ao escoamento dada pelo produto entre a área geométrica da grade e o fator de escala h_j associado, estes são dados por:

$$A_e = [\Delta y' h_s \Delta s]_e, \quad A_w = [\Delta y' h_s \Delta s]_w, \quad (5.6a)$$

$$A_n = [\Delta x' h_s \Delta s]_n, \quad A_s = [\Delta x' h_s \Delta s]_s, \quad (5.6b)$$

$$A_h = [\Delta x' \Delta y']_h, \quad A_l = [\Delta x' \Delta y']_l. \quad (5.6c)$$

No conjunto de equações acima h_s é frequentemente denominado por porosidade da malha. Ele é responsável por corrigir as áreas e volumes da malha geométrica (coincidente com um cartesiano) para a malha física do problema.

A avaliação dos termos de fluxo J_j^ϕ pode ser feita de várias formas, e é um ponto muito importante dentro do processo de discretização, principalmente, quando a parcela convectiva domina o fluxo. Um parâmetro geralmente usado para esta análise é o número de Peclet relativo à simulação, chamado de Peclet da malha, que relaciona as parcelas convectivas e difusivas presentes na forma discretizada do fluxo total J_j^ϕ em uma face:

$$P = \frac{F}{D}, \quad (5.7)$$

onde F é o fluxo de massa por unidade de área na face de um volume de controle, parte convectiva do fluxo, definida como:

$$F = \rho v_j, \quad j : x', y' e s, \quad (5.8)$$

e D , representa a parcela difusiva do fluxo por unidade de área, e é definida por:

$$D = \frac{\Gamma}{(h_j \delta x_j)}, \quad j : x', y' \text{ e } s, \quad (5.9)$$

onde $h_j \delta x_j$ representa a distância entre os pontos nodais dos volumes de controle que tem em comum a face que está sendo analisada.

Os fluxos J_j^ϕ nas faces (equação 5.5), são representados em função dos valores de ϕ entre os pontos nodais adjacentes, dos coeficientes “a” e do fluxo de massa F, (Patankar, 1980):

$$J_{x'}^\phi \Big|_e = F_e \phi_P + a_E (\phi_P - \phi_E), \quad (5.10a)$$

$$J_{x'}^\phi \Big|_w = F_w \phi_P + a_W (\phi_W - \phi_P), \quad (5.10b)$$

$$J_{y'}^\phi \Big|_n = F_n \phi_P + a_N (\phi_P - \phi_N), \quad (5.10c)$$

$$J_{y'}^\phi \Big|_s = F_s \phi_P + a_S (\phi_S - \phi_P), \quad (5.10d)$$

$$J_s^\phi \Big|_h = F_h \phi_P + a_H (\phi_P - \phi_H), \quad (5.10e)$$

$$J_s^\phi \Big|_l = F_l \phi_P + a_L (\phi_L - \phi_P). \quad (5.10f)$$

Os coeficientes “a” são as que introduzem na formulação a presença do número de Peclet, isto é, transportam ao modelo as contribuições da convecção e da difusão (Patankar, 1980). Estes coeficientes são expressos de seguinte maneira:

$$a_E = D_e A(P_e) + \max(-F_e, 0), \quad (5.11a)$$

$$a_w = D_w A(P_w) + \max(F_w, 0), \quad (5.11b)$$

$$a_n = D_n A(P_n) + \max(-F_n, 0), \quad (5.11c)$$

$$a_s = D_s A(P_s) + \max(F_s, 0). \quad (5.11d)$$

$$a_h = D_h A(P_h) + \max(-F_h, 0), \quad (5.11e)$$

$$a_l = D_l A(P_l) + \max(F_l, 0). \quad (5.11f)$$

O efeito do processo de difusão, previamente definido na equação (5.9), é representado pelo valor que o coeficiente D pode assumir em cada face, e é dado pelas seguintes relações:

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{(\delta x')_e}, \quad D_w = \frac{\Gamma_w}{(\delta x')_w} \quad (5.12a)$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n}{(\delta y')_n}, \quad D_s = \frac{\Gamma_s}{(\delta y')_s} \quad (5.12b)$$

$$D_h = \frac{\Gamma_h}{(h_s \delta s)_h}, \quad D_l = \frac{\Gamma_l}{(h_s \delta s)_l} \quad (5.12c)$$

Nas equações (5.10) e (5.11) os coeficientes F representam o fluxo de massa por unidade de área nas respectivas faces do volume de controle, que de acordo com a relação definida na equação (5.8), são dados por:

$$F_e = (\rho u)_e, \quad F_w = (\rho u)_w \quad (5.13a)$$

$$F_n = (\rho v)_n, \quad F_s = (\rho v)_s \quad (5.13b)$$

$$F_h = (\rho w)_h, \quad F_l = (\rho w)_l \quad (5.13c)$$

A função $A(|P|)$ na equação (5.11), realiza a interpolação entre os processos de convecção e difusão. Esta função tem como argumento o número de Peclet ($P_j = \frac{F_j}{D_j}$, $j = e, w, n, s, h e l$) da malha. Na seguinte seção analisa-se alguns dos esquemas mais utilizados segundo a literatura.

5.3 Esquema de Interpolação

No âmbito do método dos volumes finitos (Marchi, 1993), o tipo de função de interpolação que se adota pode ser considerado como uma das principais características de um modelo numérico, senão a principal, responsável pela qualidade da solução obtida. Entende-se por função de interpolação, ou esquema numérico, o meio utilizado para se expressar o valor da incógnita do problema e de suas derivadas normais, nas faces dos volumes de controle que são usados para discretizar o domínio de cálculo.

Neste sentido, muitos esquemas de interpolação são utilizados para a solução das equações de transporte, visando a estabilidade e diminuição da difusão e dispersão numéricas. Com base em constatações práticas, pode-se dizer que se o tipo da função de interpolação for diferente do tipo da solução exata, a difusão numérica manifesta-se na solução numérica. O caso ideal ocorre quando o tipo da função de interpolação é idêntico àquele da solução exata e, assim, a solução numérica concordará melhor com a solução exata do problema, já que a difusão numérica estará minimizada. A difusão numérica geralmente é menor quando a função de interpolação é de alta ordem, mas em contrapartida, esta geralmente apresenta-se com oscilações que podem comprometer totalmente o significado físico da solução obtida.

O fluxo total definido na equação (5.10), envolve o termo $A(|P|)$ dada na equação (5.11), e este termo é que realiza a interpolação dos processos de convecção e difusão.

Diferenças centradas. Uma abordagem clássica é a realizada por diferenças centradas, neste caso, o termo convectivo é tomado como a média entre os valores de dois pontos nodais adjacentes. Neste caso;

$$A(|P|) = 1 - \frac{|P|}{2}, \quad (5.14)$$

este esquema, com frequência pode levar a resultados fisicamente incorretos para Peclet maiores que 2.0, isto é, se a convecção predomina.

Esquema upwind. Este esquema leva em conta apenas a contribuição do ponto nodal a montante do escoamento na determinação do valor da variável na face. Este esquema é bastante utilizado. Embora este método evita os resultados fisicamente incorretos quando a convecção predomina, distorce os mesmos quando a difusão é a parcela dominante. Neste caso:

$$A(|P_j|) = 1; \quad (5.15)$$

Esquema híbrido. Este esquema foi desenvolvido por Spalding (1972), este esquema aproxima-se ao esquema exponencial, porém com menor custo computacional. É uma combinação entre o método de diferenças centradas e o Upwind, é dado por:

$$A(|P_j|) = \max \left\{ 0, 1 - \frac{|P_j|}{2} \right\}; \quad (5.16)$$

Esquema Power-law. Spalding (1972), baseado no método exponencial, criou este método, com um perfil próximo ao exponencial, porém, com a vantagem de um custo computacional muito menor. Neste caso, tem-se:

$$A(|P_j|) = \max \left\{ 0, \left(1 - 0.1 |P_j|^5 \right) \right\}. \quad (5.17)$$

Nos últimos anos tem aparecido muitos esquemas de interpolação, sendo o mais utilizado o esquema QUICK de Leonard (1979) e Hayase (1992). Este esquema é da família de esquemas que utilizam mais de três pontos nodais na obtenção do fluxo na face. Estes esquemas reduzem significativamente a falsa difusão, e são simples de implementar computacionalmente, porém podem apresentar oscilações numéricas e conseqüentemente maior tempo computacional e dificuldade na convergência.

No presente trabalho é utilizado o esquema híbrido de interpolação, proposto originalmente por Spalding (1972), descrito acima, por ser um esquema estável e de pouca difusão numérica.

5.4 Equação Discretizada Geral para o Método Implícito

Substituindo na equação (5.5) as funções de interpolação dadas pelas equações (5.6)-(5.13), obtêm-se a equação discretizada geral da seguinte forma:

$$\phi_P = \frac{a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_H \phi_H + a_L \phi_L + a_P^0 \phi_P^0 + S_C \Delta V}{a_E + a_W + a_N + a_S + a_H + a_L + a_P^0 + S_P \Delta V}; \quad (5.18)$$

onde, os valores de “a” são os mesmos dados pelas equações de (5.11), S_C e S_P resultam da linearização do termo fonte ($S = S_C - S_P \phi_P$), e ϕ_P^0 é o valor da variável ϕ_P no passo de tempo anterior e a_P^0 é o coeficiente correspondente e é dado pela seguinte relação:

$$a_P^0 = \frac{\rho_P^0 \Delta x' \Delta y' h_s \Delta s}{\Delta t}, \quad (5.19)$$

ou mesmo, a equação (5.18) pode ainda ser reescrita na forma de resíduo-zero:

$$0 = a_E (\phi_E - \phi_P) + a_W (\phi_W - \phi_P) + a_N (\phi_N - \phi_P) + a_S (\phi_S - \phi_P) + a_H (\phi_H - \phi_P) + a_L (\phi_L - \phi_P) + a_P^0 (\phi_P^0 - \phi_P) + (S_C \Delta V - S_P \Delta V \phi_P) \quad (5.20)$$

A equação (5.18), pode ser escrita de maneira compacta como:

$$\phi_P = \frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + a_P^0 \phi_P^0 + S_C \Delta V}{a_P}, \quad (5.21a)$$

onde a_P é definido por:

$$a_P = \sum_{nb} a_{nb} + a_P^0 + S_P \Delta V, \quad (5.21b)$$

onde os índices nb representam os valores de ϕ nos pontos vizinhos ao ponto P.

5.5 Acoplamento Pressão-Velocidade

Na discretização da equação de conservação de quantidade de movimento, os volumes de controle dos componentes de velocidades podem ser coincidentes (co-localizados) com os volumes de controle das demais propriedades ou deslocadas em relação aos mesmos.

A malha co-localizada apresenta uma simplicidade geométrica que a torna atrativa, porém, permite o surgimento de oscilações no campo de pressão (Patankar, 1980). Alguns autores têm procurado desenvolver esquemas que possibilitem a utilização de malhas co-localizada (Maliska, 1995) evitando o surgimento de oscilações de pressão.

A malha deslocada foi introduzido por Harlow e Welch (1965) para o cálculo dos campos de velocidade e pressão no método MAC. A filosofia de malhas deslocadas é intensamente utilizada na área de simulação de escoamentos, pois desta forma é obtido um campo de pressões fisicamente correto sem a necessidade de esquemas especiais, como é o caso de malhas co-localizadas. No presente trabalho é adotado esta formulação.

Em malhas deslocadas, as velocidades estão localizadas nas faces do volume de controle, enquanto que a pressão e os outros termos escalares estão localizados nos pontos nodais. Este deslocamento no armazenamento da velocidade é recomendado para evitar o surgimento de campos oscilatórios de pressão. Por conseguinte, U_p também é referenciado como U_e , e é a velocidade armazenada na face leste da célula.. O diagrama na forma de “L” mostrado na figura (5.2) ilustra esta convenção, para o ponto P tem-se armazenado a velocidade U_e e a velocidade V_n .

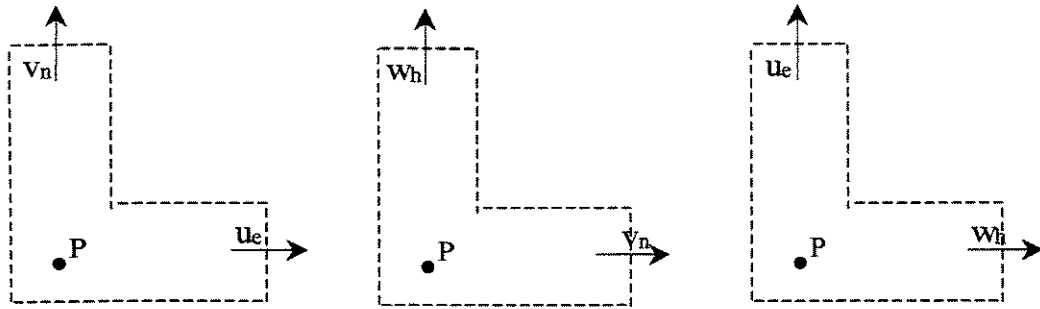


Figura 5.2 - Malha deslocada para as velocidades.

Para a discretização da equação da conservação da quantidade de movimento a nomenclatura utilizada está de acordo com as malhas deslocadas mostrados na figura (5.3), resultando as seguintes relações:

Na direção x' (W-E):

$$a_e u_e = \sum_{nb} a_{nb}^u u_{nb} + a_e^o u_e^o + b^u + A_e (P_P - P_E), \quad (5.22)$$

Na direção y' (S-N):

$$a_n v_n = \sum_{nb} a_{nb}^v v_{nb} + a_n^o v_n^o + b^v + A_n (P_P - P_N), \quad (5.23)$$

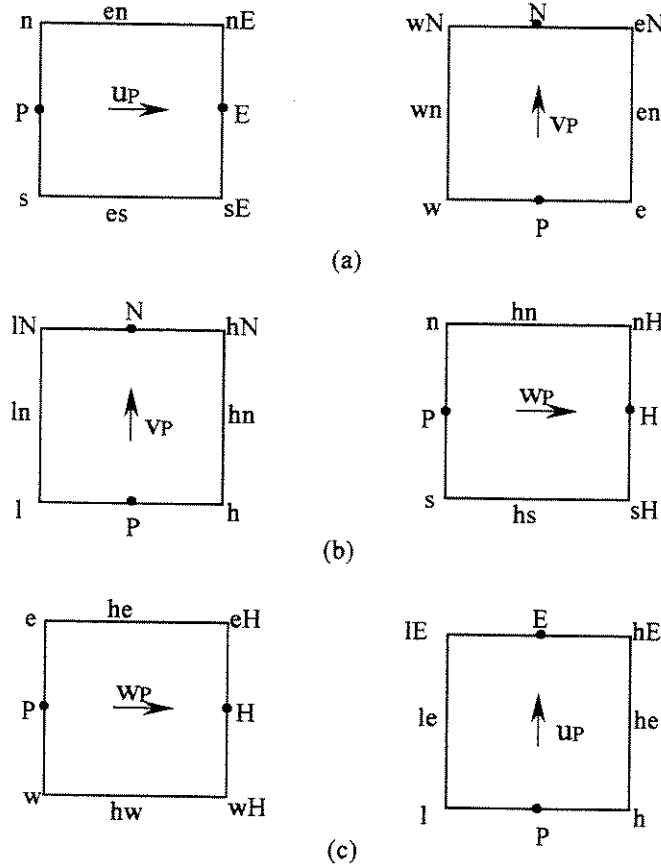


Figura 5.3 – Esquema com a localização das velocidades na malha deslocada: a).- plano x-y; b).- plano y-z e c).- plano x-z.

Na direção s (L-H):

$$a_h w_h = \sum_{nb} a_{nb}^w w_{nb} + a_h^o w_h^o + b^w + A_h (P_P - P_H). \quad (5.24)$$

Nas equações (5.22, 5.23 e 5.24), a soma dos termos b^ϕ com os termos de pressão constitui o termo fonte S_c dado na equação 5.21.

Das equações (5.22-5.24), observa-se a presença do diferencial de pressão que, além de ser uma parcela muito importante, também é uma incógnita do problema. Esta situação requer um tratamento especial, que na formulação adotada no presente trabalho, se caracteriza pela

separação do diferencial de pressão do termo genérico de fonte, e pela utilização de malhas deslocadas para o cálculo de campo de velocidades.

A primeira vista, pode parecer estranho explicitar o termo de pressão nas equações, sendo que ele também constitui um termo fonte. Isto é feito devido a que não há nenhuma equação direta para a pressão. A pressão é então obtida por acumulação das correções de pressão através da equação da conservação da massa, que em conjunto com os ajustes de velocidade, elimina os resíduos da equação de continuidade. Alguns algoritmos fazem uso deste tipo de metodologia. Pode-se citar como exemplo: SIMPLE, SIMPLER, SIMPLEC, SIMPLEST e PRIME.

De acordo com o procedimento implícito, o campo de velocidades e pressão, para o instante de tempo presente é obtido utilizando os coeficientes avaliados no instante de tempo anterior. Para que se inicie o cálculo é necessário estimar um campo inicial de pressão, P^* , e com este campo inicial calcula-se um campo de velocidade:

$$a_e u_e^* = \sum_{nb} a_{nb}^u u_{nb}^* + a_e^o u_e^o + b^u + A_e (P_P^* - P_E^*), \quad (5.25)$$

$$a_n v_n^* = \sum_{nb} a_{nb}^v v_{nb}^* + a_n^o v_n^o + b^v + A_n (P_P^* - P_N^*), \quad (5.26)$$

$$a_h w_h^* = \sum_{nb} a_{nb}^w w_{nb}^* + a_h^o w_h^o + b^w + A_h (P_P^* - P_H^*). \quad (5.27)$$

As correções para a pressão e a velocidade são da forma:

$$P = P^* + P', \quad (5.28a)$$

$$u = u^* + u', \quad (5.28b)$$

$$v = v^* + v', \quad (5.28c)$$

$$w = w^* + w' \quad (5.28d)$$

Para determinar a equação para a correção da velocidade, subtrai-se a equação (5.22) da (5.25), (5.23) da (5.26) e (5.24) da (5.27) obtém-se:

$$a_e u'_e = \sum a_{nb} u'_{nb} + A_e (P'_P - P'_E) \quad (5.29)$$

$$a_n v'_n = \sum a_{nb} v'_{nb} + A_n (P'_P - P'_N) \quad (5.30)$$

$$a_h w'_h = \sum a_{nb} w'_{nb} + A_h (P'_P - P'_H) \quad (5.31)$$

Considerando que o primeiro termo do lado direito das equações (5.29-5.31) é quase nulo ($\sum a_{nb} u_{j_{nb}} \cong 0$), tem-se uma correção da velocidade:

$$u'_e = \frac{A_e}{a_e} (P'_P - P'_E), \quad (5.32)$$

$$v'_n = \frac{A_n}{a_n} (P'_P - P'_N), \quad (5.33)$$

$$w'_h = \frac{A_h}{a_h} (P'_P - P'_H). \quad (5.34)$$

Substituindo (5.32) em (5.28b), (5.33) em (5.28c) e (5.34) em (5.28d) tem-se:

$$u_e = u_e^* + d_e (P'_P - P'_E), \quad (5.35)$$

$$v_n = v_n^* + d_n (P'_P - P'_N), \quad (5.36)$$

$$w_h = w_h^* + d_h (P'_P - P'_H), \quad (5.37)$$

onde $d_j = A_j/a_j$, estas relações são chamadas de equações de correção de velocidades.

A equação de correção de pressão é obtida substituindo estas equações na equação de conservação de massa discretizada. Após um rearranjo, obtém-se a forma final da equação de correção de pressão, como:

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + a_H P'_H + a_L P'_L + b \quad (5.38)$$

onde

$$a_E = (\rho A d)_e, \quad (5.38a)$$

$$a_W = (\rho A d)_w, \quad (5.38b)$$

$$a_N = (\rho A d)_n, \quad (5.38c)$$

$$a_S = (\rho A d)_s, \quad (5.38d)$$

$$a_H = (\rho A d)_h, \quad (5.38e)$$

$$a_L = (\rho A d)_l, \quad (5.38f)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_H + a_L, \quad (5.38g)$$

e o termo fonte b , que representa o balanço de massa em cada célula:

$$b = (\rho u^* A)_w - (\rho u^* A)_e + (\rho v^* A)_s - (\rho v^* A)_n + (\rho w^* A)_l - (\rho w^* A)_h. \quad (5.38h)$$

5.6 O algoritmo SIMPLE

A principal característica do algoritmo SIMPLE é que o balanço de massa é satisfeito para todas as células em cada iteração, e a equação de conservação da quantidade de movimento é sucessivamente corrigida até que se atinja um valor abaixo do resíduo pré definido. As correções de velocidade a cada passo garantirão que a conservação da massa em cada célula seja sempre satisfeita em cada célula.

1. Para $t = 0$ são inicializadas as variáveis P , u , v , w e ϕ (escalar);
2. Faz-se $t = t + \Delta t$ e $u^o = u$, $v^o = v$, $w^o = w$, $P^o = P$ e $\phi^o = \phi$, onde o super índice indica o valor anterior;
3. Faz-se, $u^* = u$, $v^* = v$, $w^* = w$, $P^* = P$ e $\phi^* = \phi$, onde o super índice (*) significa o valor da iteração anterior dentro do mesmo intervalo de tempo;
4. Com P^* , resolve-se as equações de conservação de quantidade de movimento, equações (5.25, 5.26 e 5.27), para obter u^* , v^* e w^* ;
5. Resolve-se a equação para a correção da pressão, equação (5.38);
6. Calcula-se P , fazendo $P^* + P'$;
7. Calcula-se u' , v' e w' , equações (5.32, 5.33 e 5.34) e faz-se a correção para u , v e w ;
8. Calcula-se as variáveis escalares, ϕ ;
9. Volta-se ao item 3, iterar até que os resíduos das variáveis vectoriais e escalares ficassem menores que um resíduo de referência;
10. Se $t < t_{\max}$, volta-se ao item 2. Caso contrário a solução é considerada como convergida

A figura 5.4 ilustra o algoritmo descrito nos passos de 1 a 10.

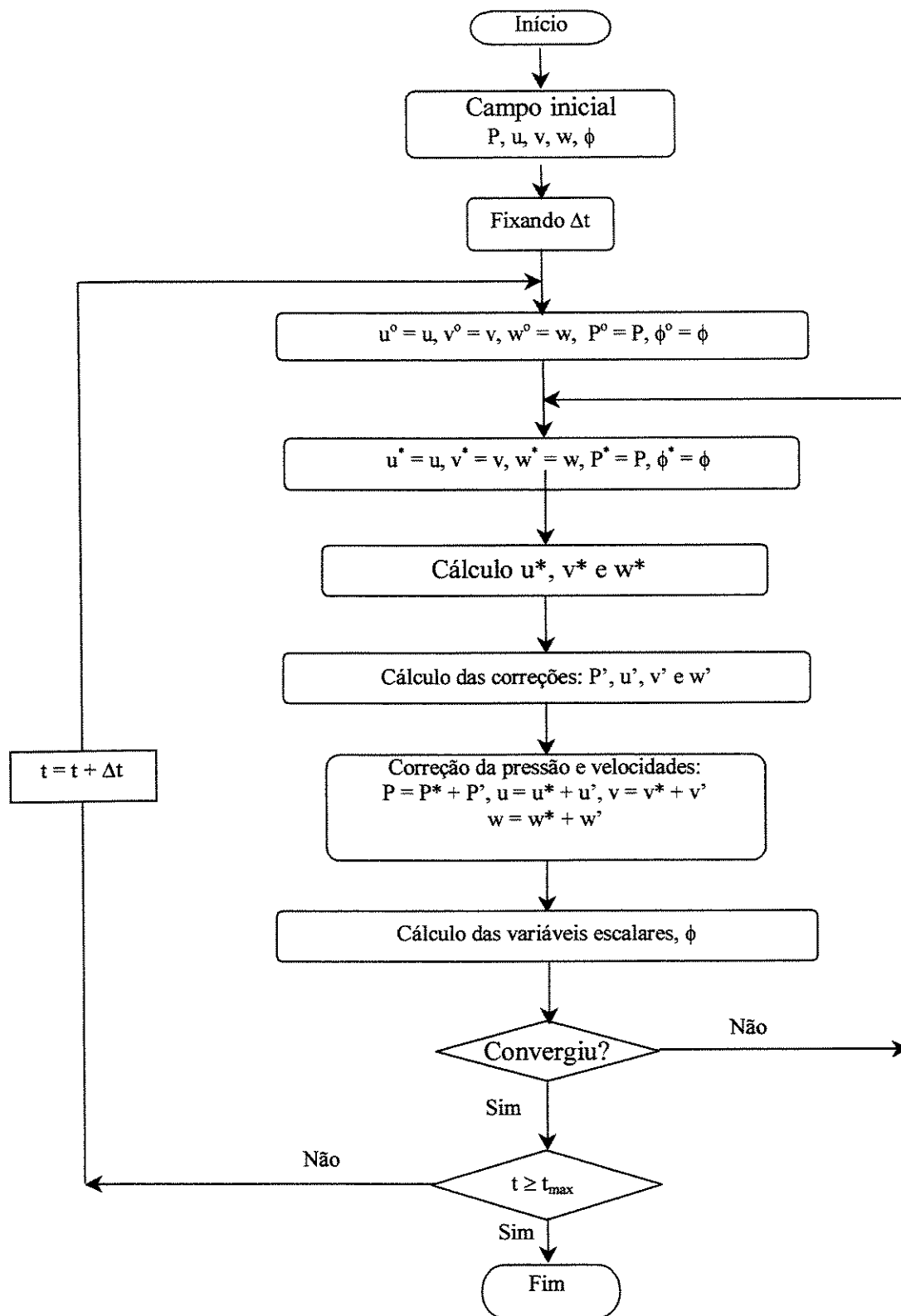


Figura 5.4 - Fluxograma do Algoritmo SIMPLE.

5.7 Tratamento Numérico dos Termos fontes e condições de contorno.

Todos os problemas em Mecânica de Fluidos Computacional (CFD) são definidos em termos das condições iniciais e de contorno. Porém, é importante que estes sejam especificados corretamente. Em escoamentos transientes os valores iniciais de todas as variáveis do escoamento precisam serem especificados em todo o domínio no início do cálculo.

Após a discretização, as equações gerais de conservação passam a ser representadas por equações algébricas para cada célula P, equação (5.21), pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\phi_P = \frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + a_P^o \phi_P^o + S_C \Delta V}{a_P}, \quad (5.39)$$

A equação (5.39) determina ϕ_P por meio das contribuições de seus vizinhos. Ela é válida para todo o domínio interno, falhando porém, quando há a ausência de um vizinho como é o caso das condições de contorno. As informações do contorno e as fontes do interior do domínio, podem ser representados de forma generalizada como (Spalding, 1994):

$$S = T.C.(V - \phi), \quad (5.40)$$

onde T é uma área (da face onde atua) ou um volume, C é um coeficiente (positivo para maior estabilidade na convergência) e V é um valor (que se deseja atribuir). Dependendo dos valores que T, C e V assumem, é possível definir todos os termos fontes e condições de contorno, para um dado problema.

Substituindo-se (5.40) em (5.39) tem-se:

$$\phi_P = \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + a_P^o \phi_P^o + \sum TCV}{a_P + \sum TC} \quad (5.41)$$

onde ,

$$a_p = \sum_{nb} a_{nb} + a_p^0 \quad (5.41a)$$

5.7.1 Tipos de Condições de Contorno

Valor Fixo: quando é necessário especificar o valor da variável em uma célula ou região do domínio, deve-se ajustar o valor do coeficiente C como um número muito grande, e V como sendo o valor requerido. Fazendo-se isto na equação (5.41) tem-se que o produto TCV é muito maior do que $\sum a_i \phi_i + a_p^0 \phi_p^0$, a equação (5.41) pode ser simplificada para:

$$\phi_p \cong \frac{TCV}{TC} = V. \quad (5.42)$$

Fluxo prescrito: quando é necessário especificar um fluxo em uma célula ou numa região do domínio ou contorno, deve-se ajustar o valor do coeficiente C como sendo um número muito pequeno, e ajustar o valor do fluxo como sendo V/C. Observa-se que na equação (5.41), que o produto TC é muito pequeno, então seu denominador não muda. Assim, o produto TCV torna-se numericamente igual a V, e então:

$$\phi_p = \frac{\sum a_i \phi_i + a_p^0 \phi_p^0 + V}{a_p + V}. \quad (5.43)$$

Para a utilização de números muito grandes ou muito pequenos em programas computacionais é mais conveniente associá-los a “flags” mnemônicos, para facilitar o usuário. No PHOENICS®, por exemplo, eles assumem os valores de FIXVAL e FIXFLU, quando se quer fixar um valor ou um fluxo respectivamente.

Capítulo 6

Tratamento Numérico da Superfície Livre

6.1 Introdução

Os métodos de captura de interface são muitas vezes necessários para computar, eficientemente, as aproximações numéricas das equações de conservação com interfaces. Por interface entende-se a região no espaço de espessura de algumas moléculas que separa um fluido de outro. Matematicamente ela pode ser interpretada como uma descontinuidade devido as variações de propriedades entre fluidos separados pela interface.

Muito do entendimento sobre escoamentos de superfícies livres, está baseado nas equações integrais e relações constitutivas ligadas à interface. Longe destas descontinuidades, onde a solução é suave, estas equações podem ser aproximadas pelas equações de conservação. Para que o método numérico seja consistente perto da descontinuidade, esta tem que ser tratada de uma maneira especial, caso contrário, o método pode convergir a uma solução fisicamente incorreta.

Duas aproximações são comumente utilizadas com a finalidade de localizar a interface. Acrescentando uma dissipação artificial às equações de conservação na interface ou tratando a interface como um limite interno, neste caso, requerem-se impor as condições de salto apropriadas (Unverdi e Triggivason, 1992).

Os métodos de trilhamento de interface que acrescentam a dissipação artificial na interface podem ser divididas em três categorias: trilhamento de interface, trilhamento de volume, trilhamento com malhas móveis. Uma revisão bibliográfica detalhada sobre estes métodos podem ser encontradas em Chaves de Melo (1995).

Os métodos de trilhamento de interface, localizam estas, interpolando marcadores ao longo da interface (Glimm *et al.*, 1981; Mashayek e Ashgriz, 1993). Os métodos de captura de interface são esquemas numéricos híbridos, dividindo o processo de solução em duas partes: a localização da interface e o algoritmo de solução das equações. A solução das equações de conservação e o cálculo da localização da interface são tratados computacionalmente separados. Após armazenar a posição da interface, as equações de conservação são resolvidas. Estes métodos são simples de implementar numericamente, porém, pouco versáteis, pois não são aplicáveis a situações em que a deformação das interfaces são severas, por exemplo, quando existem duas interseções de superfície em uma mesma coluna. Estes métodos podem ser utilizados com a formulação Lagrangeana e Euleriana.

Os métodos de trilhamento de Volume, são muito utilizados por serem versáteis e sua simplicidade na implementação numérica, supera os problemas de topologia da interface por dividir o domínio em uma união de regiões com soluções separadas. O limite entre estas regiões é a localização da interface. Os métodos mais utilizados desta família são o método MAC (Welch *et al.*, 1966) e o método VOF (Hirt e Nichols, 1981). As regiões são identificadas por marcadores, ou alternativamente, a fração de volume localizado em cada malha computacional é calculada a partir de uma equação diferencial parcial auxiliar. Estas frações de volume, podem ser utilizados para reconstruir a localização da interface a qualquer instante de tempo. Igualmente ao método de trilhamento de interface, estes também podem ser utilizados com a formulação Lagrangeana e Euleriana.

O método de malhas móveis pode ser utilizado para localizar a interface tomando em conta as mudanças na forma da interface. Os pontos da malha localizados na interface se movem com eles de uma maneira Lagrangeana. São métodos mais precisos que as anteriores, porém, mais elaborados na sua implementação numérica.

No presente trabalho é utilizado o método de trilhamento de interface. A escolha baseia-se no fato de que o escoamento de superfície livre em um canal helicoidal de seção retangular tem a interface suave e bem definida. Escolheu-se o método HOL (Height-Of-Liquid) desenvolvido por Spalding (1994), por ser aplicável a este tipo de interfaces.

6.2 Método HOL (Height-Of-Liquid)

Nesta seção é apresentado o método de advecção da interface denominado HOL (Height-Of-Liquid Method). Este é um método Euleriano de trilhamento de interfaces. A implementação numérica é simples, efetiva e computacionalmente econômica. Nas subseções seguintes as características e a formulação utilizada neste método serão detalhadas.

6.2.1 Características do Método HOL

Um método simples para representar uma interface é definir sua distância de uma linha de referência como uma função da posição ao longo da linha de referência. Por exemplo em uma malha retangular com células de largura e altura δx e δy , pode-se definir uma altura vertical, h , da interface acima da parte inferior da malha em cada coluna de células. Atribuindo valores distintos de h para cada coluna de células associadas à posição de x , pode-se definir, aproximadamente, uma função que representa a posição da interface, $h = f(x,t)$, em termos da posição x e do tempo t . O método é eficiente e simples, porém, não dá bons resultados quando a inclinação da interface, dh/dx , excede a razão $\Delta y/\Delta x$ da malha e também não é aplicável para superfícies que apresentam mais de uma interface por coluna.

A principal característica do método HOL é que sua formulação é puramente algébrica, não sendo necessário resolver nenhuma equação diferencial adicional. O método é intrinsecamente transiente e o cálculo das propriedades é realizado a cada iteração. As propriedades do escoamento são calculadas em cada ponto da malha computacional, para logo serem substituídas nas equações de conservação. O escoamento é tratado como se fosse monofásico, isto é, as equações de conservação são resolvidas para um único fluido, porém, considerando as suas propriedades calculadas em cada ponto da malha. O Método HOL resolve o problema da

interface considerando esta como parte do domínio interno. As grandezas da interface são calculadas a partir das equações de conservação com as propriedades ponderadas por V_f .

Como não é resolvida nenhuma equação diferencial adicional, este método não apresenta o problema de difusão numérica apresentados nos métodos de trilhamento de volume (MAC e VOF). Este método é adequado para capturar a interface com bastante precisão sempre que a interface do escoamento seja suave (Spalding, 1994). A desvantagem do método HOL é que ele não é aplicável em escoamentos que apresentam mais de uma interseção de interfaces por coluna de líquido (Spalding, 1994), como é ilustrado na figura (6.1b). Como consequência desta restrição este método não pode ser utilizado em escoamentos com presença de bolhas ou arrebenção de ondas por exemplo.

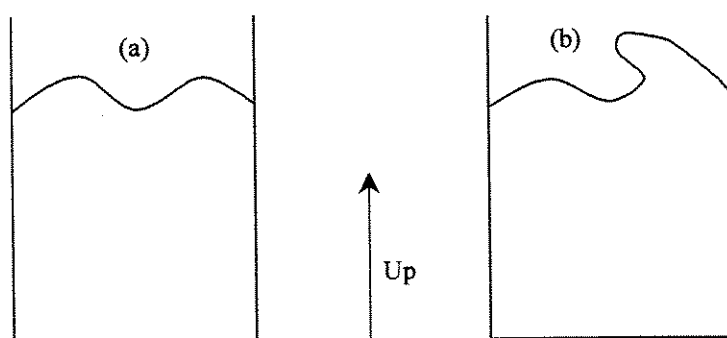


Figura 6.1 – (a) Situação onde o método HOL é utilizado; (b) o HOL falha em escoamentos que tem a interface desta forma.

No método HOL a equação de continuidade é expressa na forma da equação de conservação de volume ao invés da conservação da massa. As demais equações de conservação são resolvidas convencionalmente como se fosse monofásico, conforme detalhado no capítulo 5.

6.2.2 Variáveis Utilizadas no Método HOL

Considerando um domínio computacional 2-D (x' , y') com a gravidade paralela ao eixo x' e uma grade cartesiana mostrada na figura (6.2), o domínio é dividido em colunas de líquido localizadas pelo índice (j), que varia de 1 a N_Y , onde N_Y é o máximo de volumes de controle na direção y' .

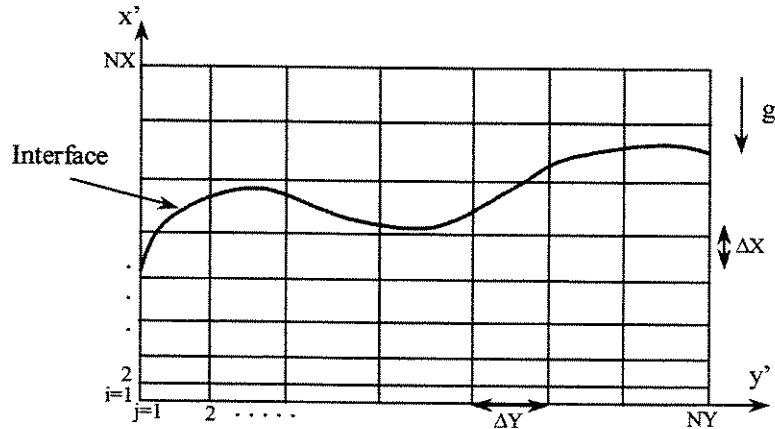


Figura 6.2 – Esquema das variáveis geométricas utilizadas

Para uma determinada coluna j , são definidas as variáveis para o cálculo da localização da interface, ao longo de i , de acordo com a coluna de líquido ilustrada na figura (6.3);

ρ_ℓ : Densidade do líquido;

ρ_g : Densidade do gás;

$Vf(i,j)$: Fração de volume do líquido definido pela equação (6.1);

$\Delta V(i,j)$: Volume da célula (malha) $\Delta x' \Delta y'$;

$M_T(j)$: Massa total do líquido em uma coluna vertical de células no tempo atual, Equação (6.3)

$M(i,j)$: Massa de líquido interna, ou M_T abaixo da célula “ i ”, equação (6.5). De acordo com a figura (6.3), se $i = 5$, $M(5)$ é igual à soma das massas nas células 1, 2, 3 e 4.

$M^o(j)$: Massa total de líquido na coluna vertical no passo de tempo anterior. Isto é, M_T , no passo de tempo anterior.

Onde $Vf(i,j)$, $\Delta V(i,j)$, $M_T(j)$, $M(i,j)$, $M^o(j)$ são variáveis calculadas para uma determinada coluna j .

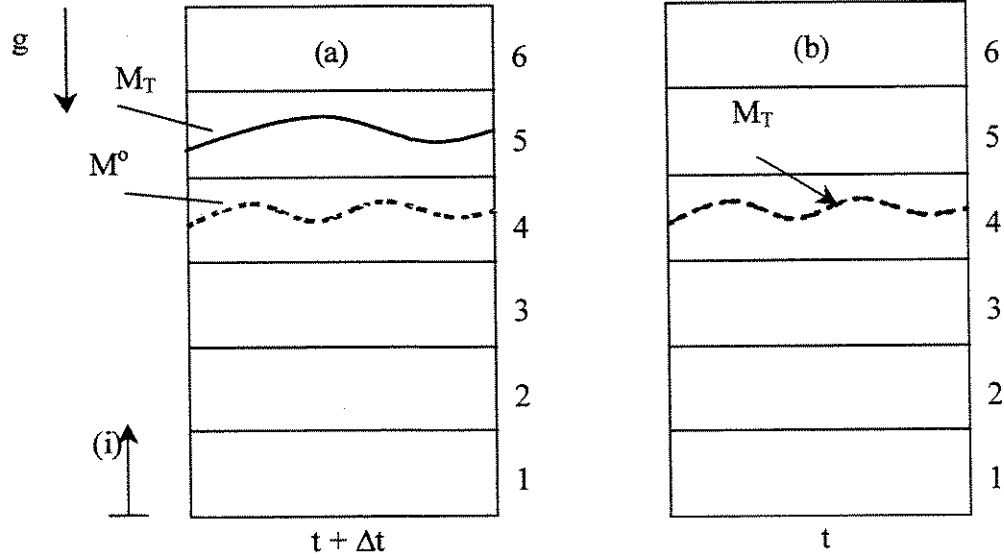


Figura 6.3 - (a) Coluna de células no passo de tempo atual; (b) Coluna de células no passo de tempo anterior.

6.2.3 Cálculo das Variáveis Para a Localização da Interface

A posição da interface é definida após o cálculo da fração de volume do líquido “Vf”. A fração de líquido é definida como a fração do volume da célula computacional ocupada pelo líquido. Ela é determinada fazendo-se uma varredura em toda a coluna de volumes por meio da equação (6.1), j constante,

$$Vf(i, j) = \frac{M_T(j) - M(i, j)}{\rho_\ell * \Delta V(i, j)}. \quad (6.1)$$

A interface encontra-se nos volumes que tem o valor de Vf definidos na equação (6.2),

$$0.0 < Vf(i, j) < 1.0, \quad (6.2)$$

isto é, a variável é definida com valor unitário em qualquer ponto ocupado pelo líquido, e valor zero na região ocupada pelo gás. Na interface ela assume um valor entre 0 e 1. Por coluna de líquido há somente um volume de controle com $0.0 < Vf < 1.0$.

Pode apresentar-se casos onde $M(i,j)$ é maior que $M_T(j)$ quando a interface está debaixo do “i” considerado, produzindo valores negativos de V_f , o qual é evidentemente irreal, neste caso, reduz-se o valor de V_f igual a zero. Similarmente, quando $M_T(j)$ é maior que $M(i,j)$, o valor de V_f pode ser valores maiores à unidade, e pode reduzir-se à unidade. O valor máximo e mínimo de V_f é igual a zero e à unidade respectivamente, isto é ilustrado na figura (6.4).

Porém, para obter V_f é preciso conhecer os valores de $M_T(j)$ e $M(i,j)$ a cada iteração ou instante de tempo. $M_T(j)$ é conhecido sempre ao início do cálculo. Para os subseqüentes passos de tempo, ele é determinado pela soma da massa total de líquido na coluna de células no passo de tempo anterior ($M^0(j)$) e pela acumulação de massa de líquido dada pela equação, isto é

$$M_T(j) = M^0(j) + \Delta M(j), \quad (6.3)$$

onde $\Delta M(j)$ representa o balanço de massa de líquido na coluna de células no tempo presente e é obtido pela equação (6.4),

$$\Delta M(j) = \sum_{i=1}^{NX} \left[\left(v_{ij} A_{ij} \right)_n - \left(v_{ij} A_{ij} \right)_s + \left(u_{ij} A_{ij} \right)_e - \left(u_{ij} A_{ij} \right)_w \right] \cdot \rho_\ell \cdot V_f(i,j), \quad (6.4)$$

onde v e u são as velocidades nas direções y' e x' , A_{ij} a área das faces do volume de controle, ρ_ℓ é a densidade do líquido, e $V_f(i,j)$ é a fração volumétrica de líquido na célula e os sub índices n , s , e , w referem-se as direções norte, sul, leste, oeste conforme definido no capítulo (5). A expressão (6.4) é a soma dos fluxos de líquido que entram e saem da coluna de células. Os fluxos que cruzam as faces das células da coluna são determinadas pelo produto entre a área das faces e a velocidade multiplicados pelos valores “Upwind” de $\rho_\ell \cdot V_f(i,j)$. Para campos convergidos, porém, em regime transiente $\Delta M(j)$ é diferente de zero somente na interface.

$M(i,j)$ é a massa de líquido na coluna j abaixo da célula i . $M(i,j)$ pode ser expresso em função do volume da célula pela seguinte relação:

$$M(i,j) = M(i-1,j) + \rho_l \cdot \Delta V(i-1,j) \quad (6.5)$$

onde $M(1,j) = 0$.

6.2.4 Propriedades Físicas do Fluido

Uma vez encontrada a distribuição de V_f no domínio de cálculo, o passo seguinte é calcular as propriedades físicas do escoamento, isto é, a densidade e a viscosidade, as quais são representadas como uma mistura. Para um escoamento de superfície livre em que V_f representa a fração de volume de líquido, esta pode ser utilizada para o cálculo da densidade no domínio, da seguinte maneira:

$$\rho = \rho_g(1 - V_f) + \rho_l * V_f, \quad (6.6)$$

onde ρ é a densidade do fluido em todo o domínio de cálculo.

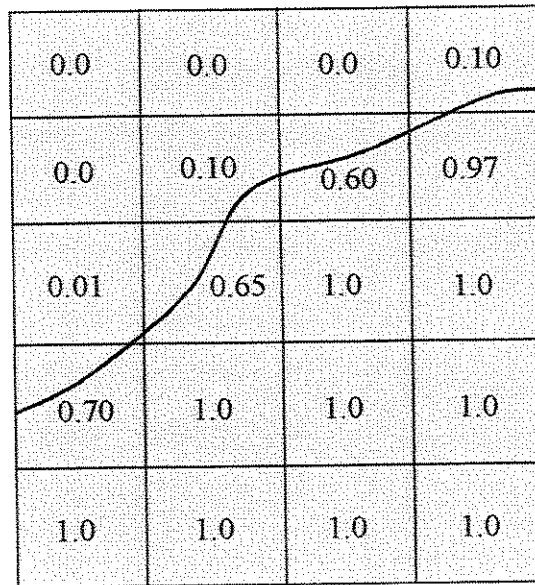


Figura 6.4 .- Campo discretizado de V_f correspondente à configuração da interface

De forma análoga, para a viscosidade, utiliza-se a seguinte aproximação:

$$\mu = \mu_g(1 - V_f) + \mu_l * V_f, \quad (6.7)$$

onde μ é a viscosidade do fluido em todo o domínio de cálculo.

6.2.5 Condição de Contorno na Interface

Nesta seção apresenta-se a formulação utilizada para modelar a condição de contorno em escoamento de superfícies livres.

O tensor de tensões, T_{ij} , para um fluido incompressível é modelado por:

$$T_{ij} = -\frac{P}{\rho} \delta_{ij} + \nu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad (6.8)$$

onde δ_{ij} é o delta Kronecker.

Quando a interface não é plana, a tensão superficial, σ , dá origem a um diferencial de tensão normal que é função da dimensão característica local da interface dada por:

$$(T_{ii})_\ell \cdot \bar{n} - (T_{ii})_g \cdot \bar{n} = \frac{\sigma}{\lambda} \quad (6.9)$$

onde λ é a escala do escoamento com superfície livre e $\bar{n}$ o vetor normal à superfície. Em coordenadas cilíndricas o parâmetro λ é representado pelo raio de curvatura da superfície livre, R_c , dada por:

$$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad (6.10)$$

onde R_1 e R_2 representam aos raios principais de curvatura da superfície livre, que correspondem ao par de planos ortogonais nos quais a interface tem a mínima e a máxima curvatura.

As tensões normais de ambas as fases são iguais sempre que o termo $\frac{\sigma}{\lambda}$ da equação (6.9), satisfaça a seguinte relação:

$$\frac{\sigma}{\lambda} \ll \rho g \lambda, \quad (6.11)$$

em outras palavras, se λ é grande comparado com a constante de capilaridade $\left(\frac{\sigma}{\rho g}\right)^{1/2}$, as tensões normais são iguais. Por exemplo, a tensão superficial influencia no processo de formação de ondas superficiais no escoamento de um líquido sempre que o comprimento das ondas, λ , seja menor que $\left(\frac{\sigma}{\rho g}\right)^{1/2}$.

No presente trabalho são utilizados fluidos com tensão superficial que variam entre 40 e 70 dinas/cm, conseqüentemente a constante de capilaridade varia de 1.0 mm a 1.80 mm e a dimensão característica da superfície livre é da ordem da largura do canal (24.1 mm). Considerando que as características do escoamento satisfazem a equação (6.11), são desprezados os efeitos da tensão interfacial na interface e a equação (6.9) adquire a seguinte forma,

$$(T_{ii})_{\ell} \cdot \vec{n} - (T_{ii})_g \cdot \vec{n} = 0. \quad (6.12)$$

As velocidades na região da interface são tratadas da seguinte maneira:

$$(v_t)_l = (v_t)_g \quad ; \quad (v_n)_l = (v_n)_g = 0, \quad (6.13)$$

onde v_t e v_n são as componentes da velocidade nas direções tangenciais e normais à superfície.

O método HOL trata a interface como um domínio interno. As propriedades do fluido ponderadas por V_f na interface são calculadas e substituídas diretamente nas equações de conservação.

6.2.6 Procedimento de Cálculo das Equações de Conservação

Nesta seção, é detalhado o algoritmo do método HOL para o cálculo da localização da interface. O algoritmo global para o problema é apresentado no Capítulo (7). Como já foi citado anteriormente, a interface fica localizada na região onde $0 < V_f < 1.0$. A fração de líquido é calculada seguindo os seguintes passos:

1. Para $t = 0$ são inicializadas em todo o domínio computacional as variáveis P , u , v , w , k , ε e V_f , $M^o(j)$;
2. Avanço no tempo, $t = t + \Delta t$;
3. Com V_f do tempo anterior, calcula-se a viscosidade e densidade do fluido (μ e ρ) do tempo atual, equação (6.6) e equação (6.7);
4. Calcula-se os coeficientes e resolve-se o problema de acoplamento da pressão e velocidade de acordo ao algoritmo SIMPLEST (capítulo 5);
5. Com o novo campo de velocidades calcula-se ΔM (equação 6.4), M_T (equação 6.3), M (equação 6.5) e V_f (equação 6.1).
6. Volta-se ao item 3, iterar até que os resíduos das variáveis vetoriais e escalares ficassem menores que um resíduo de referência.
7. Se $t < t_{max}$, volta-se ao item 2. Caso contrário o processo é interrompido.

Os detalhes sobre o algoritmo global para resolver o escoamento completamente desenvolvido com superfície livre no canal helicoidal são apresentados no capítulo (7)

6.3 Teste de Validação do Método HOL

Nesta seção é apresentado o estudo da hidrodinâmica da quebra de barreira, problema característico para validação do método HOL. Por apresentar condições de contorno e uma configuração inicial simples. Os resultados numéricos são comparados com resultados experimentais reportados na literatura.

Neste exemplo, uma coluna retangular de água em equilíbrio hidrostático é confinada entre duas paredes verticais. Ao início do cálculo é removido a parede da direita, deixando o fluido

escoar sobre a parede horizontal. Na figura (6.5) apresenta-se a malha utilizada e os resultados de altura de líquido em diferentes instantes de tempo. O tempo computacional utilizado foi de 342 segundos em uma Estação HP-7000 Processador RISC. Observa-se que a posição da interface apresenta uma configuração esperada, o fluido escoa sobre a parede horizontal em uma frente que evolui com o tempo. Para 0.1 segundos (figura 6.5c) observa-se que o fluido começa a escoar sobre a parede horizontal.

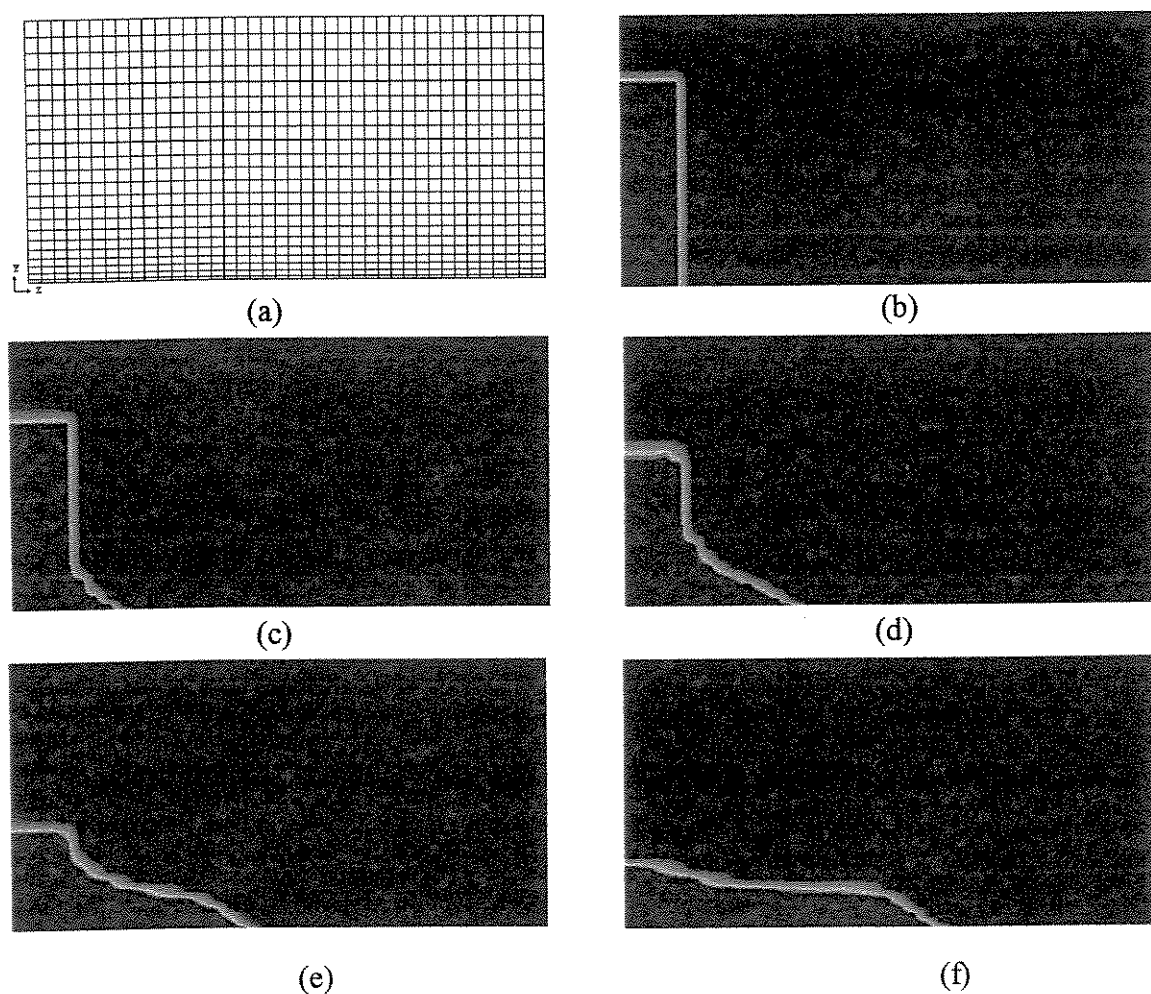


Figura 6.5 - Altura de líquido para o problema de quebra de barrera; (a) Malha utilizado, 22x40; (b), (c), (d), (e) e (f) Altura de líquido a $t = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3$ e 0.4 Segundos respectivamente.

Na figura (6.6), apresenta-se o resultado numérico da evolução do escoamento na parede horizontal em função do tempo. Na ordenada é apresentado a razão entre a largura final da barreira “z” e a inicial “a”, $z/a \geq 1.0$. Na abcissa o tempo adimensional é tomado como sendo a

razão entre o tempo e a escala de tempo ($\sqrt{a/2g}$). Observa-se uma boa concordância com os resultados experimentais obtidos por Martin e Moyce (1952).

Dos resultados obtidos se pode concluir que o método HOL é capaz de determinar a posição da interface livre satisfatoriamente. Outro fato importante é que o método tem um comportamento estável, de fácil convergência e computacionalmente econômico.

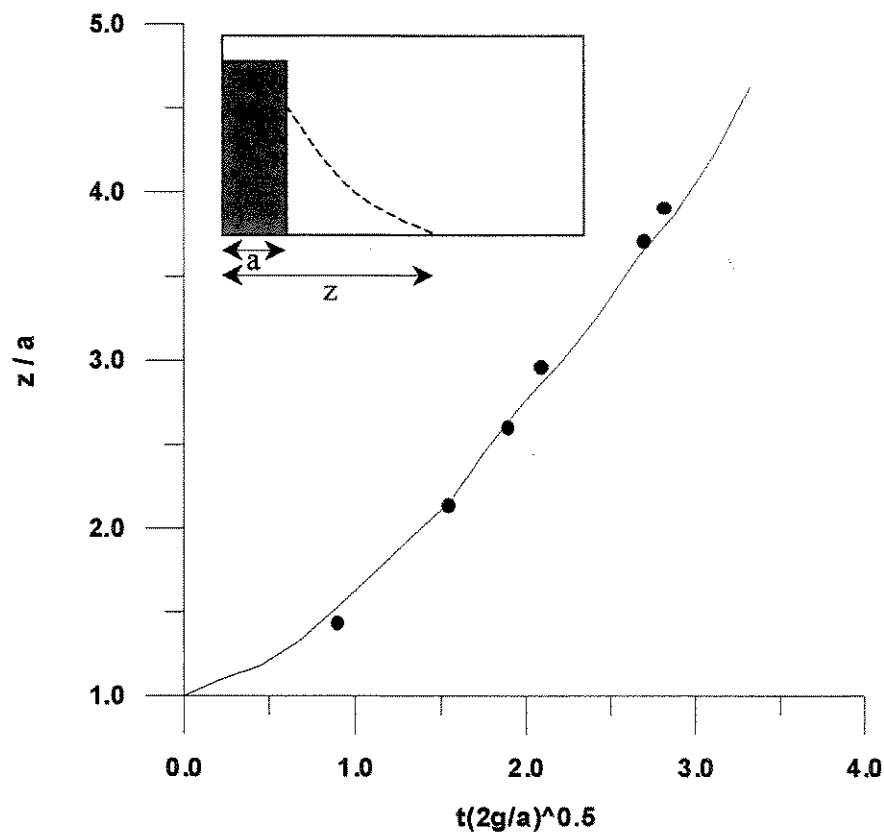


Figura 6.6 – Comparação de resultados para o caso de quebra de barreira; (••) Resultados experimentais obtidos por Martin e Moyce (1952); (—) Resultados numéricos obtidos no presente trabalho com o método HOL.

Capítulo 7

Escoamento Completamente Desenvolvido

7.1 Introdução

O presente capítulo reúne todas as técnicas e modelos numéricos apresentados anteriormente visando sua aplicação na modelagem do escoamento hidrodinamicamente desenvolvido no canal helicoidal com superfície livre.

Neste âmbito, ele sumariza alguns aspectos da formulação, do método numérico, dos modelos de turbulência e do método HOL. No entanto, sua inclusão se faz necessária uma vez que ele formaliza a aplicação das técnicas acima no estudo do problema.

O capítulo está estruturado da seguinte forma: na seção (7.2) são apresentadas as equações de conservação para o escoamento completamente desenvolvido; a forma discretizada das equações de conservação é mostrada na seção (7.3); o tratamento do acoplamento numérico na direção principal do escoamento e a linearização dos termos fontes associados a todas as equações de conservação são descritos nas seções (7.4) e (7.5) e, finalmente, um algoritmo geral do modelo é apresentado na seção (7.6).

7.2 Equações de Conservação do Escoamento Completamente Desenvolvido em um Canal Helicoidal de Seção Retangular

A formulação das equações de conservação do escoamento completamente desenvolvido foram desenvolvidas nos capítulos (3) e (4). Nesta seção elas são reescritas para facilitar a compreensão do tratamento numérico. A sua forma genérica de representação é dada pela equação (7.1):

$$\frac{\partial p^\phi}{\partial t} + \frac{1}{h_s} \left[\frac{\partial (h_s J_{x'}^\phi)}{\partial x'} + \frac{\partial (h_s J_{y'}^\phi)}{\partial y'} \right] = S^\phi + P^\phi, \quad (7.1)$$

onde J_j^ϕ é o fluxo total dado por:

$$J_{x'}^\phi = \rho u^\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x'}, \quad (7.2)$$

$$J_{y'}^\phi = \rho v^\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y'}, \quad (7.3)$$

S^ϕ e P^ϕ representam os termos fonte definidos na tabela (7.1)

Conforme visto no capítulo (3), a hipótese de escoamento hidrodinamicamente desenvolvido simplifica as equações de conservação. A principal característica desta simplificação é a redução do domínio de cálculo das equações de conservação ao plano transversal à direção principal do escoamento, o plano (x', y') . Nas equações da quantidade de movimento relativas às direções (x', y') os termos com derivadas na direção s não aparecem, entretanto, os gradientes de pressão nestas direções são mantidos, mesmo sendo um problema de superfície livre. De fato, os gradientes de pressão nas direções transversais são um dos mecanismos responsáveis pela criação das correntes secundárias no canal helicoidal. A equação de quantidade de movimento na direção s é acoplada com as velocidades nas direções x' e y' e possui o termo fonte gravitacional que é o

agente que causa o movimento do fluido. Distintamente das outras direções a equação de quantidade de movimento na direção s não possui gradiente de pressão uma vez que trata-se de um problema de superfície livre completamente desenvolvido. Por último as equações para energia cinética e dissipação não apresentam termos de transporte convectivo e difusivo na direção s . Como consequência elas estão desacopladas da velocidade w .

Em resumo, para que o escoamento seja considerado como escoamento completamente desenvolvido tem que ter as seguintes características (Adaptado de Maliska, 1995):

1. Existência de uma direção predominante de escoamento;
2. Convecção e difusão de momento desprezíveis na direção predominante;
3. A pressão a jusante não deve influenciar as condições do escoamento a montante. Esta condição introduz o desacoplamento dos campos de pressões. Como o campo de pressões é elíptico, faz-se necessário o desacoplamento do campo de pressões na direção do escoamento daquela nas direções transversais, isto traz como consequência, o desacoplamento da equação de momento na direção do escoamento com respeito às equações nas outras direções

7.3 Integração Numérica das Equações de Conservação

O escoamento hidrodinamicamente desenvolvido pode ser resolvido numericamente utilizando três metodologias. Considerando o problema de natureza elíptica ou parabólico ou reduzindo a solução apenas para a região de escoamento completamente desenvolvido.

A solução numérica, considerando o modelo elíptico, é caracterizada basicamente pela solução de problemas onde as informações se transmitem em todas as direções. Neste caso, faz-se necessário o armazenamento global das variáveis, e requerem-se das condições de contorno em ambos os sentidos das coordenadas em consideração.

Os problemas parabólicos permitem a solução em marcha. Problemas de marcha são aqueles que não necessitam de condições de contorno a jusante, isto é, dependem apenas de informações a montante. Computacionalmente, existe uma grande vantagem neste tratamento, pois o

armazenamento necessário é apenas correspondente a duas estações: a de cálculo e a montante, ao passo que, se o tratamento for elíptico necessita-se de armazenamento global.

Para simular numericamente o escoamento completamente desenvolvido, seguindo o procedimento do modelo parabólico é necessário realizar os cálculos, plano a plano, na direção principal do escoamento até atingir o regime de escoamento completamente desenvolvido. Claramente, este procedimento é ineficiente se o interesse principal está na solução hidrodinamicamente desenvolvida e não na solução intermediária do desenvolvimento. Porém, o grande atrativo de se resolver um problema hidrodinamicamente desenvolvido é que sua solução pode ser obtida a partir de um único plano cuja normal é paralela à direção principal do escoamento. Isto traz uma substancial redução de tempo e armazenamento computacional no problema em questão. Para o escoamento completamente desenvolvido a convecção e a difusão na direção do escoamento são nulas; de maneira que se a vazão mássica ou o gradiente de pressão médio na direção axial são especificados, a solução pode realizar-se em um simples plano transversal ao escoamento.

No presente problema o plano transversal é definido pelas direções x' e y' . As equações de conservação da massa, quantidade de movimento nas direções x' e y' e da energia cinética turbulenta e dissipação são discretizadas e integradas neste plano.

Seguindo a metodologia utilizada na seção (5.2), integra-se a equação (7.1) no volume de controle mostrado na figura (7.1) e obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{|\rho_P \phi_P - \rho_P^0 \phi_P^0| \Delta x' \Delta y' h_s \Delta s}{\Delta t} + J_{x'}^{\phi} \Big|_e A_e - J_{x'}^{\phi} \Big|_w A_w + J_{y'}^{\phi} \Big|_n A_n - J_{y'}^{\phi} \Big|_s A_s \\ = S^{\phi} \Delta \forall + P^{\phi} \Delta \forall \end{aligned} \quad (7.4)$$

Tabela 7.1 – Equações de conservação para o escoamento desenvolvido em um canal helicoidal de seção retangular

Equação	ϕ	Γ	$J_{x'}^{\phi}$	$J_{y'}^{\phi}$	S^{ϕ}	P^{ϕ}
Continuidade	1	0	ρu	ρv	0	0
Eq. de Mov. em x'	u	μ_e	$\rho u u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial x'}$	$\rho v u - \Gamma \frac{\partial u}{\partial y'}$	$\frac{\mu}{h_s^2} K r w - \rho g \cos \alpha$	$-\frac{\partial}{\partial x'}(P)$
Eq. de Mov. em y'	v	μ_e	$\rho u v - \Gamma \frac{\partial v}{\partial x'}$	$\rho v v - \Gamma \frac{\partial v}{\partial y'}$	$\frac{\rho K w^2}{h_s} - \mu \frac{K^2 r x'}{h_s^3} w - \mu \left(\frac{K}{h_s} \right)^2 v$	$-\frac{\partial}{\partial y'}(P)$
Eq. De Mov. em s	w	μ_e	$\rho u w - \Gamma \frac{\partial w}{\partial x'}$	$\rho v w - \Gamma \frac{\partial w}{\partial y'}$	$-\frac{\rho K v w}{h_s} - \frac{\mu K r}{h_s^2} \left[u - \frac{K x' v}{h_s} \right] - \mu \left(\frac{K}{h_s} \right)^2 w + \rho g \sin \alpha$	0
Eq. k Padrão	k	$\frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$\rho u k - \Gamma \frac{\partial k}{\partial x'}$	$\rho v k - \Gamma \frac{\partial k}{\partial y'}$	$\rho P_k - \rho \epsilon$	0
Eq. ϵ Padrão	ϵ	$\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon}$	$\rho u \epsilon - \Gamma \frac{\partial \epsilon}{\partial x'}$	$\rho v \epsilon - \Gamma \frac{\partial \epsilon}{\partial y'}$	$C_{\epsilon 1} \frac{\rho \epsilon}{k} P_k - C_{\epsilon 2} (1 - C_c Ri_t) \frac{\rho \epsilon^2}{k}$	0
Eq. k - LB	k	$\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu_l$	$\rho u k - \Gamma \frac{\partial k}{\partial x'}$	$\rho v k - \Gamma \frac{\partial k}{\partial y'}$	$\rho P_k - \rho \epsilon$	0
Eq. ϵ - LB	ϵ	$\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} + \mu_l$	$\rho u \epsilon - \Gamma \frac{\partial \epsilon}{\partial x'}$	$\rho v \epsilon - \Gamma \frac{\partial \epsilon}{\partial y'}$	$C_{\epsilon 1} f_l \frac{\rho \epsilon}{k} P_k - C_{\epsilon 2} f_2 (1 - C_c Ri_t) \frac{\rho \epsilon^2}{k}$	0

Onde: $\mu_e = \mu_t$ (k- ϵ Padrão) e $\mu_e = \mu_l + \mu_t$ (k ϵ - LB).

onde ΔV é o volume da malha definido por $\Delta x' \Delta y' h_s \Delta s$ (podendo ser estes também volumes referidos às malhas deslocadas. O tratamento detalhado destes volumes serão apresentados na seção (7.6)) e A_j representa a área livre ao escoamento dada pelo produto entre a área geométrica da grade e o fator de escala h_j associado, estes são dados por:

$$A_e = [\Delta y' h_s \Delta s]_e, \quad A_w = [\Delta y' h_s \Delta s]_w, \quad (7.5a)$$

$$A_n = [\Delta x' h_s \Delta s]_n, \quad A_s = [\Delta x' h_s \Delta s]_s. \quad (7.5b)$$

A análise do escoamento completamente desenvolvido é realizada em um plano transversal à direção do escoamento, Δs é considerado de dimensão unitária, e as relações dadas em (7.5) são reescritas da seguinte maneira:

$$A_e = [\Delta y' h_s]_e, \quad A_w = [\Delta y' h_s]_w, \quad (7.6a)$$

$$A_n = [\Delta x' h_s]_n, \quad A_s = [\Delta x' h_s]_s. \quad (7.6b)$$

A avaliação dos termos de fluxo J_j^ϕ é realizada de maneira similar ao exposto na seção (5.2). No caso de escoamento completamente desenvolvido são desprezados os fluxos convectivos e difusivos na direção principal do escoamento.

Substituindo na equação (7.4) as funções de interpolação definidas no capítulo (5), obtêm-se a equação discretizada geral da seguinte forma:

$$\phi_P = \frac{a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_P^0 \phi_P^0 + S_C \Delta V}{a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 + S_P \Delta V} \quad (7.7)$$

onde ϕ pode tomar os valores de u , v , w , k e ε . O tratamento dos coeficientes e os termos fontes foram analisadas em detalhe no capítulo (5), observa-se que os termos envolvendo os coeficientes “H” e “L” presentes na equação (5.18) do capítulo (5) foram eliminados.

Nas direções transversais à direção do escoamento o modelo é elíptico. O algoritmo para solução das equações linearizadas nestas direções (x' , y') seguem a mesma metodologia apresentada no capítulo (5). Na seção seguinte é detalhado o tratamento numérico do escoamento na direção principal do escoamento.

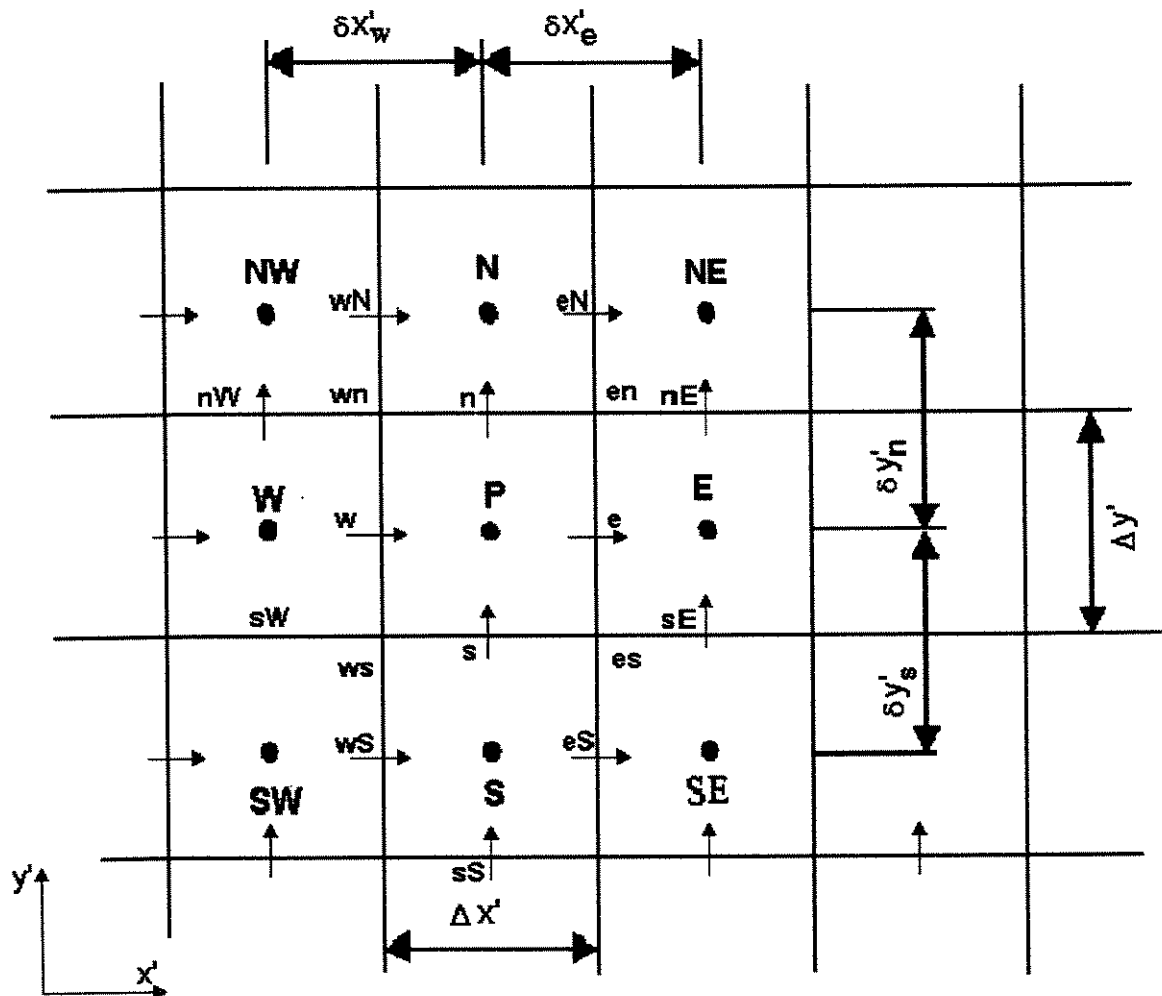


Figura 7.1 – Volume de controle e nomenclatura utilizado para a integração das equações no plano transversal ao escoamento plano x' - y' .

7.4 Desacoplamento da Pressão nas Direções Transversais e Principal do Escoamento

A metodologia adotada no presente trabalho é de resolver o escoamento completamente desenvolvido centrando em um único plano transversal à direção principal do escoamento (2D). Para tal objetivo faz-se necessário desacoplar o campo de pressão da seguinte maneira,

$$P(x', y', s) = \hat{P}(x', y'; s) + \bar{P}(s), \quad (7.8)$$

onde $\hat{P}(x', y'; s)$ e $\bar{P}(s)$ representam respectivamente a variação local (elíptico) e a média (parabólico) da pressão em uma determinada seção “s” (Patankar e Spalding, 1972).

O estudo é realizado para o escoamento de superfície livre, porém, o campo de pressão na direção do escoamento é considerado como constante e a posição “s” é uma posição qualquer localizada na região onde o escoamento atinge a característica de estar hidrodinamicamente desenvolvido. Considerando esta hipótese a relação (7.8) pode ser rescrita da seguinte maneira,

$$P(x', y', s) = \hat{P}(x', y') + P_{\text{Constante}}. \quad (7.9)$$

Da relação (7.9), observa-se que o gradiente de pressão na direção do escoamento é nula, motivo pelo que o tratamento numérico do acoplamento Pressão-Velocidade nesta direção não é necessária.

Faz-se necessário esclarecer que o cálculo da equação de conservação de quantidade de movimento na direção s é realizada como se fosse um escalar, isto é, a malha não é deslocada nesta direção.

7.4.1 Transmissão da Vazão Mássica ao Sistema de Equações

Em complemento às condições de contorno definidas anteriormente, resta para o escoamento no canal helicoidal com superfície livre ficar bem colocado a definição da vazão mássica que se quer impor. Esta grandeza integral do problema permite a definição de todas outras variáveis associadas ao fenómeno capazes de satisfazer as equações de conservação simultâneamente. Em outras palavras quer se determinar as propriedades do escoamento tais como perfil de velocidades, atrito, posição da interface, etc. para uma vazão mássica imposta.

A satisfação da vazão mássica imposta é uma restrição que deve ser atendida pelo modelo. A vazão mássica é determinada pela integral do produto da velocidade w pela área normal ao escoamento e pela densidade. Entretanto, a equação da quantidade de movimento na direção s não possui condições de contorno a serem impostas a w , nem tão pouco a equação da conservação da massa, pois na direção s o fluxo de massa é constante. Assim, não há como se estabelecer uma relação direta entre a vazão mássica imposta e a velocidade w .

Esta dificuldade é superada introduzindo-se um termo fonte de massa, FM , na equação de correção de pressão. A natureza deste termo é definida na equação (7.11) abaixo mas, para uma solução convergida ele deve ser nulo. Valores não nulos de FM fazem com que a cada iteração o campo de velocidades secundárias seja alterado. Este, por meio dos acoplamentos com a equação de quantidade de movimento em s , leva a alterações no campo de velocidades w , assim até a condição de $FM \cong 0.0$.

O fluxo mássico do escoamento é implementado como termo fonte de massa na equação da conservação da massa. Porém, a equação de correção de pressão, equação (5.38), é escrita da seguinte maneira,

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b + FM, \quad (7.10)$$

onde FM representa ao termo fonte de massa que é dado por,

$$FM = \rho \Delta \bar{w} A_H, \quad (7.11)$$

onde ρ é a densidade do fluido, A_H é a área da malha principal ($\Delta x' \Delta y'$) e $\Delta \bar{w}$ é dado pela seguinte relação,

$$\Delta \bar{w} = \frac{Q_{imp} - \sum w \Delta x' \Delta y'}{\sum \Delta x' \Delta y'}, \quad (7.12)$$

onde Q_{imp} representa a vazão volumétrica imposta para o escoamento e w é a velocidade calculada (numérica) na direção principal do escoamento. Observa-se que se a vazão volumétrica calculada numericamente for igual à vazão volumétrica imposta ao início de cálculo este termo tende a anular-se. Este artifício permite condicionar a solução numérica para a vazão mássica (ou volumétrica) requerida.

O cálculo se inicia com um campo de velocidades w arbitrário. A cada iteração a força gravitacional acelera ou desacelera o fluido, curva a interface e produz novos campos de velocidade w . O método é interrompido quando as equações de conservação são satisfeitas e o termo fonte de massa é nulo simultaneamente.

7.5 Condições de Contorno e Iniciais Impostas no Programa Computacional

Junto às paredes do canal helicoidal é considerada a condição de não deslizamento ($u = v = w = 0$). Para o caso da modelagem da turbulência são utilizadas as relações detalhadas no capítulo (4); no caso do modelo $k-\epsilon$ padrão são utilizadas as leis de parede e para o modelo $k-\epsilon$ LB $k = 0$ e $d\epsilon/dy=0$ (derivada nula junto à parede).

As condições de entrada no canal helicoidal não são necessárias uma vez que o cálculo é realizado apenas para a região desenvolvida, isto é, o plano $x'-y'$. Porém, é necessário atribuir valores às variáveis no início do cálculo computacional. Os valores iniciais estão ligados à vazão mássica e à altura de líquido inicial imposta.

Atribui-se uma altura inicial de líquido no canal. A forma da interface é plana e uniforme com uma fração de líquido usualmente superior àquele que se obtém após a solução convergida.

A variável w é inicializada a partir da vazão mássica que se quer impor ao canal e da fração da área transversal ocupada pelo líquido. O campo de velocidades w é uniforme em todo o domínio de líquido, as demais velocidades são consideradas como nulas ($u = v = 0.0$). A energia cinética turbulenta e a dissipação da energia cinética turbulenta são inicializadas de acordo com as seguintes relações:

$$k_{in} = (i * w)^2 \quad \text{e} \quad \varepsilon_{in} = \frac{C_\mu^{0.75} \cdot k_{in}^{1.5}}{L_m}, \quad (7.13)$$

onde i é igual a intensidade turbulenta que no presente trabalho é assumida igual a 0.02, $C_\mu = 0.09$ e $L_m \cong 0.4 H$, onde H é o comprimento característico do escoamento, no presente trabalho H é igual ao raio hidráulico inicial do escoamento, que está ligado diretamente à altura de líquido inicial imposta.

7.6 Implementação dos Termos Fonte

Nesta seção é apresentada a metodologia utilizada para a implementação dos termos fonte (S^ϕ) para o escoamento em um canal helicoidal de superfície livre mostrado na tabela (7.1), obedecendo a nomenclatura definida na figura (7.1) e considerando os volumes de controle deslocadas nas direções x' e y' .

Como foi detalhado na seção (5.7), no PHOENICS-CFD a linearização dos termos fonte assumem a seguinte forma:

$$S = TC(V - \phi). \quad (7.13)$$

7.6.1 Implementação dos Termos Fonte nas Equações de Conservação

Os termos fonte observados na tabela (7.1) são implementados seguindo a forma mostrada na equação (7.13).

- Implementação dos termos fonte da equação de momento na direção x' :

O termo fonte da equação de conservação de momento na direção x' (tabela 7.1) é integrado numericamente sobre o volume de controle localizado na face leste (“e”) da malha principal mostrado na figura (7.1), e adquire a seguinte forma:

$$S^u = -\rho g \cos \alpha \Delta V, \quad (7.14)$$

onde o volume de controle de acordo a figura (7.1) é dado por: $\Delta V = A_e (x'_E - x'_P)$, e A_e é definido na equação (7.6). Levando a relação (7.14) na forma da equação (7.13), tem-se que:

$$S^u = \Delta V \cdot 10^{-10} \cdot \left(-\frac{\rho g \cos(\alpha)}{10^{-10}} - u \right), \quad (7.15)$$

comparando (7.15) com (7.13) tem-se que:

$$T = \Delta V = A_e (x'_E - x'_P); \quad C = 10^{-10}; \quad V = -\frac{\rho g \cos(\alpha)}{10^{-10}}; \quad \phi = u. \quad (7.15a)$$

- Implementação dos termos fonte da equação de momento na direção y' :

O termo fonte da equação de conservação de momento na direção y' (tabela 7.1) é integrado numericamente sobre o volume de controle localizado na face norte (“n”) da malha principal mostrada na figura (7.1), e adquire a seguinte forma:

$$S^v = \left[\frac{\rho K(w)^2}{h_s} + \mu \frac{K^2 \tau x'}{h_s^3} w - \mu \left(\frac{K}{h_s} \right)^2 v \right] \cdot \Delta V, \quad (7.16)$$

onde o volume de controle na face norte (figura, 7.1) é dado por $\Delta V = A_n (y'_N - y'_P)$, A_n é definido na equação (7.6).

Para simplificar a implementação numérica, a equação (7.16) será desdobrada em duas partes: uma envolvendo termos independentes da velocidade na direção y' (“ v ”) (Os dois primeiros termos do lado direito da equação (7.16)) e outro contendo a variável “ v ” (Terceiro termo do lado direito da equação (7.16)), da seguinte forma;

$$S^v = S1^v + S2^v, \quad (7.17)$$

onde,

$$S1^v = \left[\frac{\rho K(w)^2}{h_s} + \mu \frac{K^2 \tau x'}{h_s^3} w \right] \cdot \Delta V \quad \text{e} \quad S2^v = -\mu \left(\frac{K}{h_s} \right)^2 \cdot v \cdot \Delta V. \quad (7.17a)$$

Os termos $S1^v$ e $S2^v$ são implementados de maneira separada. Linearizando $S1^v$ de acordo com a relação (7.13) obtém-se:

$$S1^v = \Delta V \cdot 10^{-10} \cdot \left[\frac{\left(\frac{\rho K(w_{pn})^2}{h_s} + \mu \frac{K^2 \tau x'}{h_s^3} w_{pn} \right)}{10^{-10}} - v \right]; \quad (7.18)$$

$$\text{onde } w_{pn} = \frac{(w_N + w_P)}{2}.$$

Da mesma forma para o termo $S2^v$, tem-se que:

$$S2^v = \Delta V \cdot \mu \left(\frac{K}{h_s} \right)^2 (0 - v); \quad (7.19)$$

- **Implementação dos termos fonte da equação de momento na direção s :**

De maneira similar, o termo fonte da equação de conservação de momento na direção s (tabela 7.1) é integrado numericamente sobre o volume de controle da malha principal mostrado na figura (7.1), e adquire a seguinte forma:

$$S^w = \left[-\frac{\rho K v w}{h_s} - \frac{\mu K \tau}{h_s^2} \left[u + \frac{K x' v}{h_s} \right] - \mu \left(\frac{K}{h_s} \right)^2 w + \rho g S \sin \alpha \right] \cdot \Delta V, \quad (7.20)$$

onde $\Delta V = \Delta x' \Delta y' h_s$. Da mesma forma ao exposto para a equação de momento na direção y', desdobra-se a relação (7.20) da seguinte forma:

$$S^w = S1^w + S2^w, \quad (7.21)$$

onde,

$$S1^w = \left[-\frac{\mu K \tau}{h_s^2} \left(u + \frac{K x' v}{h_s} \right) + \rho g S \sin \alpha \right] \cdot \Delta V \quad (7.21a)$$

$$S2^w = \left[-\frac{\rho K v w}{h_s} - \mu \left(\frac{K}{h_s} \right)^2 w \right] \cdot \Delta V \quad (7.21b)$$

da mesma forma, estes termos são implementados de maneira separada. Linearizando as relações dadas em (7.21) na forma dada pela equação (7.13) obtém-se:

$$S1^w = \Delta V \cdot 10^{-10} \cdot \left[\frac{\left[\frac{\mu K \tau}{h_s^2} \left(u_{we} + \frac{Kx'v_{sn}}{h_s} \right) + \rho g S \sin \alpha \right]}{10^{-10}} - w \right], \quad (7.22)$$

$$S2^w = \Delta V \cdot \left[\frac{\rho K v_{sn}^*}{h_s} + \mu \left(\frac{K}{h_s} \right)^2 \right] \cdot (0 - w), \quad (7.23)$$

onde $v_{sn} = \frac{v_n + v_s}{2}$ e o super índice (*) indica o valor da variável na iteração anterior.

7.6.2 Implementação dos Termos Fonte nas Equações da Modelagem da Turbulência

A implementação numérica dos termos fonte encontrados na modelagem da turbulência são apresentados nesta seção. Os termos fonte do modelo de turbulência a zero equação LEVEL (Spalding, 1961) são os mesmos que os dos apresentados na seção anterior (não resolve nenhuma equação adicional). Os modelos de turbulência k-ε padrão (Launder e Spalding, 1974) e k-ε LB (Lam e Bremhorst, 1981) apresentam a mesma forma de implementação dos termos fonte. Devido a esta similaridade nesta seção são apresentadas, somente, detalhes da implementação numérica dos termos fonte do modelo turbulência k-ε padrão (Launder e Spalding, 1974).

- Implementação dos termos fonte na equação de energia cinética turbulenta - k :

Os termos fonte da equação da energia cinética turbulenta (tabela 7.1) são integrados numericamente sobre o volume de controle da malha principal mostrado na figura (7.1) e obtém-se:

$$S^k = (\rho P_k - \rho \varepsilon) \Delta V, \quad (7.24)$$

onde o termo ρk e μ_t foram definidos no capítulo (4) e ΔV é o volume de controle da malha computacional principal definido anteriormente. Para o modelo k- ε padrão (Launder e Spalding, 1974) a viscosidade turbulenta é reescrita por conveniência,

$$\mu_t = c_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (7.25)$$

a partir da relação (7.25), a dissipação da energia cinética turbulenta é dada por,

$$\varepsilon = c_\mu \rho \frac{k^2}{\mu_t}. \quad (7.26)$$

Substituindo-se (7.26) em (7.24) obtém-se:

$$S^k = \left(\rho P_k - \rho c_\mu \frac{k^2}{\mu_t} \right) \Delta V, \quad (7.27)$$

linearizando a relação (7.27) e reagrupando com a finalidade de levar à forma dada pela equação (7.13), obtém-se,

$$S^k = \Delta V \rho^2 c_\mu \frac{k^*}{\mu_t^*} \left(\frac{\mu_t P_k}{\rho c_\mu k} - k \right), \quad (7.28)$$

esta relação em termos da viscosidade cinemática turbulenta pode ser escrita da seguinte maneira:

$$S^k = \Delta V \rho c_\mu \frac{k^*}{v_t^*} \left(\frac{v_t P_k}{c_\mu k} - k \right), \quad (7.29)$$

onde o super índice (*) indica o valor da variável na iteração anterior.

- **Implementação dos termos fonte na equação dissipação da energia cinética turbulenta - ε :**

Para a equação da energia cinética turbulenta (ε) o termo fonte (tabela 7.1) é integrado no volume de controle da malha principal assume a seguinte forma:

$$S^\varepsilon = \left[C_{\varepsilon 1} \frac{\rho \varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} (1 - C_c Ri_t) \frac{\rho \varepsilon^2}{k} \right] \Delta V \quad (7.30)$$

substituindo-se (7.26) em (7.30) obtém-se,

$$S^\varepsilon = \left[C_{\varepsilon 1} \frac{\rho \varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} (1 - C_c Ri_t) \frac{\rho}{k} c_\mu \rho \frac{k^2}{\mu_t} \varepsilon \right] \Delta V \quad (7.31)$$

linearizando a equação (7.31) e levando na forma apresentada pela equação (7.13), obtém-se:

$$S^\varepsilon = \Delta V C_{\varepsilon 2} \left(1 - C_c Ri_t^* \right) \rho c_\mu \frac{k^*}{v_t^*} \left(\frac{C_{\varepsilon 1}}{C_{\varepsilon 2} (1 - C_c Ri_t^*)} P_k - \varepsilon \right), \quad (7.32)$$

da mesma forma, o super índice (*) indica o valor da variável na iteração anterior

7.7 Algoritmo Para a Solução do Sistema de Equações Discretizadas: Escoamento Completamente Desenvolvido com Superfície Livre (HOL)

O Algoritmo para a solução do sistema de equações discretizadas para o escoamento completamente desenvolvido em um canal helicoidal de superfície livre é descrito a seguir. As equações discretizadas nas direções (x', y') serão tratadas de acordo com o método SIMPLE descrito na seção (4.6). A posição da interface livre é calculada a partir do algoritmo HOL

descrito no capítulo (6). A equação de conservação na direção “s” é tratada de acordo ao descrito na seção anterior.

1. Para $t = 0$ são inicializadas as variáveis $\hat{P}$, u , v , w , κ , ε e V_f (altura de líquido)
2. Faz-se $t = t + \Delta t$ e $u^0 = u$, $v^0 = v$, $w^0 = w$, $\hat{P}^0 = \hat{P}$, $\kappa^0 = \kappa$, $\varepsilon^0 = \varepsilon$, $V_f^0 = V_f$, onde o super índice indica o valor do tempo anterior;
3. Faz-se, $u^* = u$, $v^* = v$, $w = w$, $\hat{P}^* = \hat{P}$, $k^* = k$, $\varepsilon^* = \varepsilon$, onde o super índice (*) significa o valor da iteração anterior dentro do mesmo intervalo de tempo;
4. Com V_f calcula-se as propriedades do fluido (μ e ρ) (Seção 6.2.4);
5. Com $\hat{P}^*$, determina-se u^* e v^* (Seção 5.6);
6. Determina-se P' da equação (7.10);
7. Calcula-se u' e v' (Seção 4.6) e faz-se a correção para u e v ;
8. Calcula-se $\hat{P}$, fazendo $\hat{P}^* + P'$;
9. Calcula-se as variáveis escalares w , k e ε ;
10. Calcula-se V_f (Seção 6.2.3);
11. Volta-se ao item 3, iterar até os resíduos das variáveis vectoriais e escalares ficassem menores que um resíduo de referência. A solução não é correta, pois a velocidade w também não é correta;
12. Se $t < t_{\max}$ ou $\frac{Q_{\text{imp}} - \sum w \Delta x' \Delta y'}{Q_{\text{imp}}} \times 100 > 10^{-04}$, volta-se ao item 2. Caso contrário a solução é considerada como convergida.

Na figura (7.2) é mostrada o fluxograma do método utilizado para resolver o sistema de equações. O critério adotado para o controle de estabilidade e convergência da solução é apresentado no capítulo de resultados (seção 8.2).

A listagem das subrotinas implementadas no PHOENICS para resolver o escoamento em questão são mostradas no Apêndice (A.2)

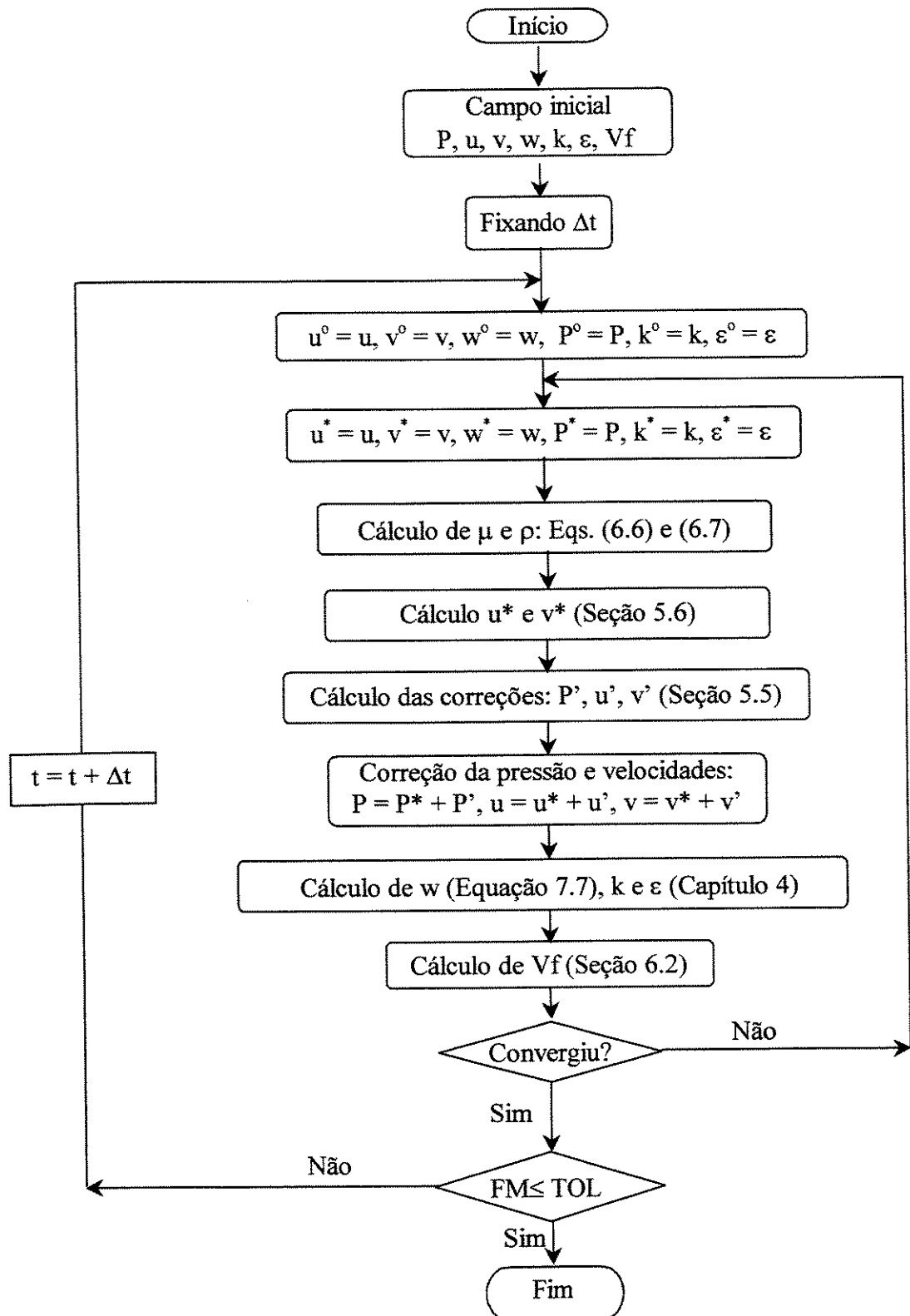


Figura 7.2 – Fluxograma do Algoritmo de Solução

Capítulo 8

Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados numéricos para o escoamento de superfície livre em um canal helicoidal de seção retangular.

De acordo ao exposto nos capítulos anteriores a discretização das equações governantes foi realizada por meio do método numérico dos volumes finitos (Patankar, 1980) com uma malha deslocada e com o esquema híbrido de interpolação para os termos convectivos. O domínio computacional é cartesiano e as distorções da malha são incorporadas aos termos de fluxo por meio de um multiplicador das áreas das faces das células da grade numérica aqui denominado por porosidade assim como pela inserção de termos fontes.

Como o gradiente de pressão na direção s é nulo (escoamento de superfície livre) e os gradientes na direção axial são desprezados para o escoamento hidrodinamicamente desenvolvido, o domínio computacional é reduzido ao plano (x', y') . As equações governantes nas direções transversais (x' e y') são elípticas e resolvidas pelo algoritmo SIMPLEST (Spalding, 1994), enquanto que a equação de conservação na direção “ s ” é resolvida a partir do balanço global de massa (condições de fluxo impostas). A solução é obtida iterativamente no mesmo plano transversal bidimensional, este procedimento foi detalhado no capítulo (7). A posição da interface é obtida pelo método de captura de interface HOL (Height-Of-Liquid) desenvolvido por Spalding (1994) apresentado no capítulo (6)

Os resultados numéricos são divididos em três seções. Na primeira seção são apresentados as definições das dimensões geométricas do canal helicoidal, na segunda é apresentado uma análise sobre a estabilidade do método e os critérios de convergência utilizados, na terceira é apresentada a metodologia utilizada para a escolha da malha computacional e finalmente são apresentados os resultados numéricos do escoamento completamente desenvolvido em um canal helicoidal, em regimes laminar e turbulento.

8.1 Definições das Dimensões Geométricas dos Canais Helicoidais

Com a finalidade de facilitar a compreensão do texto é apresentado na figura (8.1) um desenho esquemático da seção transversal do canal helicoidal, definindo uma nomenclatura para identificar as paredes e as dimensões geométricas do canal. As quatro paredes laterais seguem a orientação da malha computacional; tomando-se como referência a origem do eixo $x'y'$ e percorrendo a figura no sentido antihorário, elas são denominadas por parede oeste, norte, leste e sul.

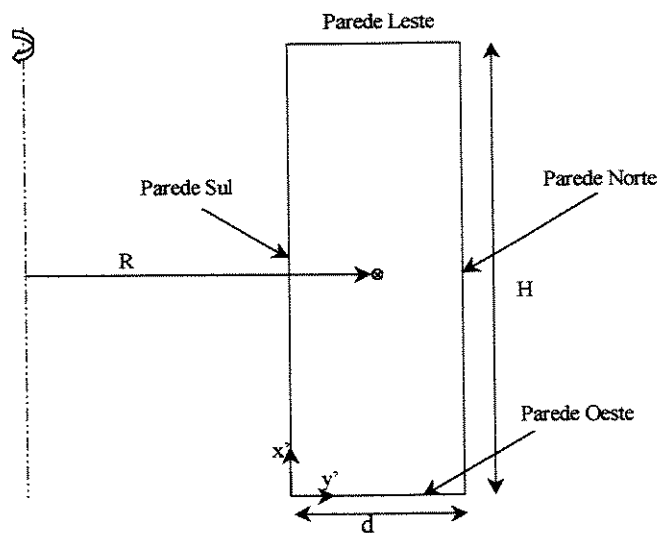


Figura 8.1 - Esquema da seção transversal do canal helicoidal

Na tabela (8.1) são apresentadas as propriedades geométricas dos dois canais helicoidais testados, doravante identificados como canal I e II de acordo com as propriedades geométricas definidas no capítulo (3).

Como o passo do canal helicoidal é no plano vertical, a altura, H , da seção transversal ao escoamento (plano ortogonal) é a projeção do passo. A base, d , do canal é dada pela diferença entre o raio externo e interno, isto é:

$$H = \text{Passo} * \cos(\alpha) ; \quad d = R_{\text{ex}} - R_{\text{in}} . \quad (8.1)$$

A área da seção transversal ortogonal é dado por: $A = d * H$. Os valores das dimensões da seção transversal ortogonal, curvatura (K), torção (τ), angulo de inclinação (α) e o Raio hidráulico do canal (R_{HC}) são mostrados na tabela (8.2).

Tabela 8.1 – Propriedades geométricas do Canal helicoidal e malha computacional utilizada.

Canal Helicoidal	R_{in} (mm)	R_{ex} (mm)	Passo (mm)	Curv. K (1/m)	Torção τ (1/m)	α (graus)
I	44.45	68.5	58.5	17.238	2.842	9.4
II	44.45	68.5	114.9	16.028	5.188	17.95

Tabela 8.2 - Dimensões canal helicoidal no plano ortogonal ao escoamento.

Canal	d (mm)	H (mm)	Curv. K (1/m)	Torção τ (1/m)	α (graus)	A_t (mm ²)	R_{HC} (mm)
I	24.1	57.72	17.238	2.842	9.4	1391,052	8.501
II	24.1	109.28	16.028	5.188	17.95	2633.648	9.873

8.2 Análise de Estabilidade e Convergência

Esta seção analisa a independência das soluções numéricas obtidas com relação às condições iniciais do cálculo. A solução convergida não deve apresentar dependência dos valores iniciais. Ao início da simulação numérica é dada a vazão mássica, e é imposta uma determinada altura de líquido com um perfil uniforme como mostrado na figura (8.2a). O teste foi conduzido para uma malha computacional de 50x20, distribuída uniformemente de acordo com a figura

(8.3a). Os dados de entrada foram para a vazão mássica, $\dot{m} = 0.55 \text{ Kg/s}$, o fluido com densidade, $\rho = 1324.0 \text{ Kg/s}$, e viscosidade $\mu = 94.50 \text{ cP}$. O canal utilizado foi o Canal II.

Com a finalidade de mostrar que a área inicial de líquido não afeta a solução convergida, são realizadas simulações numéricas para diferentes alturas iniciais de líquido, mantendo fixo o fluxo mássico, o resultado é mostrado na tabela (8.3).

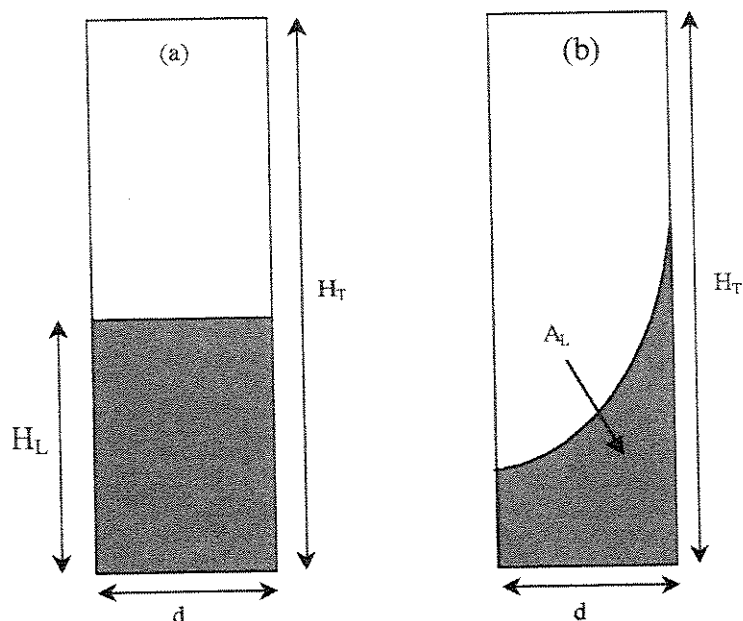


Figura 8.2 – Esquema do campo inicial utilizado para as simulações numéricas, (a) Altura de líquido ao início de cálculo; (b) Altura de líquido final.

Tabela 8.3 – Valores Obtidos dos Testes de Independência das Condições Iniciais na Solução.

Teste Nro.	Área do Canal $A_t (\text{mm}^2)$	Área de Liq. Inicial $A_i (\text{mm}^2)$	$\frac{A_i}{A_t} \times 100$	Área de Liq. Final $A_{if} (\text{mm}^2)$
1	2633.65	535.91	20.35	492.852
1	2633.65	679.22	25.79	492.851
1	2633.65	823.42	31.27	492.851
1	2633.65	1269.68	48.21	492.851

A área transversal do canal, A_t , a área ocupada pelo líquido no início dos cálculos, A_i , e a área ocupada pelo líquido na solução convergida são mostradas na tabela (8.3). Observa-se que

para o teste em questão a área final de líquido manteve-se em 492.85 mm² independentemente se sua área inicial variasse de 535.91 mm² a 1269.68 mm². Isto mostra que o método é estável e sua solução, relativo à área, converge para o único valor de forma independente dos valores iniciais atribuídos.

Para monitorar a convergência da solução foi utilizado um controle de convergência de iteração para iteração (local) e um controle da convergência global a partir dos valores médios do problema. Como o método adotado foi transiente, o controle da convergência no passo de tempo foi realizado localmente pela seguinte relação:

$$R_{ij} = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b - a_P \phi_P, \quad (8.2)$$

onde R_{ij} é o valor do resíduo local. A solução é considerada convergida para as equações de momento, energia cinética turbulenta e dissipação de energia cinética turbulenta quando a soma dos resíduos locais para cada variável (R_{ij}) é da ordem de 1.0E-06, isto é $\sum R_{ij} \leq 1.0E - 06$. A conservação da massa tem-se considerado satisfeita quando a soma dos resíduos de massa é menor que 1.0E-08. Com estas condições controla-se a convergência da solução no intervalo de tempo, após atingido estas condições passa-se ao seguinte intervalo de tempo.

O controle de convergência global do problema foi realizado a partir do valor de vazão mássica calculada. A relação implementada para este fim é dada pela seguinte relação:

$$R_G = \frac{\dot{m}_{in} - (\rho w A)_{num}}{\dot{m}_{in}} \quad (8.3)$$

onde R_G é o resíduo global, $\dot{m}_{in}$ é o valor da vazão mássica imposta e $(\rho w A)_{num}$ é o valor da vazão mássica calculada numericamente no tempo atual. A solução do problema é considerada como certa quando $R_G \leq 1.0E-04$.

8.3 Análise da Seleção da Malha Computacional

Nesta seção é apresentada a metodologia utilizada para a seleção da malha computacional utilizada. Para isto são realizadas simulações numéricas com diferentes configurações de malha computacional, para a mesma vazão mássica imposta. Para escolher a melhor configuração são analisadas variáveis representativas do escoamento. No presente trabalho foram adotados os fatores de atrito local e médio, além dos parâmetros geométricos da interface. O objetivo é mostrar que com o refinamento da malha chega-se a um ponto onde a solução fica independente da malha, neste caso escolhe-se a malha que computacionalmente seja mais econômica. Por conveniência, é apresentado a metodologia utilizada para a escolha da malha computacional para o canal II em regime laminar.

A malha uniforme possui um espaçamento constante em todo o domínio de cálculo, como mostrado na figura (8.3a). A malha não uniforme é refinada próximo às paredes norte e oeste e concentrada na região abaixo da superfície livre (figura, 8.3b).

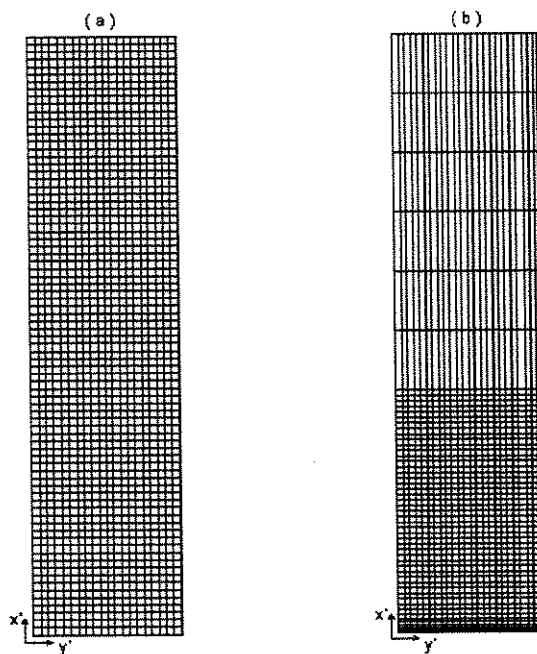


Figura 8.3 – Tipos de configuração utilizada no teste de malha; (a) Malha uniforme, (b) Malha não uniforme.

Na tabela (8.4) são mostrados os resultados obtidos com diferentes malhas computacionais, para o canal II com vazão mássica de 0.55 Kg/s, o fluido considerado foi incompressível com densidade, $\rho = 1324.0$ Kg/s, e viscosidade, $\mu = 94.50$ cP. Mostra-se a área ocupada pelo líquido, A_L , o perímetro molhado, P_m , a velocidade média, w_m , o fator de atrito médio obtido a partir do balanço de forças, equação (8.6), o fator de atrito médio calculado numericamente, f_{num} , e o erro do resultado numérico relativo à equação (8.5). Observa-se que a área ocupada pelo líquido muda com o refinamento da malha, porém, muito pouco. As demais variáveis do escoamento não apresentam variações significativas. Em vista destes resultados, a escolha da malha se torna difícil a partir de um critério baseado nas variáveis do escoamento.

Tabela 8.4 – Resultados do teste de malha para o canal I, Regime Laminar, $\dot{m} = 0.55$ Kg/s, $\rho = 1324$ Kg/m³, $\mu = 94.50$ cP, $Re = 352.8$.

Malha (x', y')	Tipo	A_L (mm ²)	P_m (mm)	W_{med} (m/s)	f_{num}	f_{bal}	$\frac{f_{num} - f_{bal}}{f_{num}} \times 100$
60 x 20	Uniforme	495.55	65.62	0.838	0.0636	0.0649	-2.003
80 x 30	Uniforme	495.66	66.01	0.838	0.0628	0.0646	-2.739
55 x 25	Uniforme	495.90	65.91	0.838	0.0638	0.0642	-0.606
55 x 30	Uniforme	492.85	66.12	0.843	0.0624	0.0634	-1.594
55 x 25	Não Unif.	492.85	65.99	0.843	0.0628	0.0635	-1.074
55 x 30	Não Unif.	492.86	66.03	0.843	0.0624	0.0635	-1.677

Devido a esta limitação é analisado o fator de atrito local, pois nele é possível observar a variação local com o refinamento da malha. Na figura (8.4), apresenta-se a distribuição do fator de atrito local na parede oeste do canal, para as mesmas condições operacionais dos resultados obtidos na tabela (8.4), observa-se que o fator de atrito muda com o refinamento da malha, porém os resultados obtidos com as malhas 55x30 uniforme, 55x25 não uniforme e 55x30 não uniforme são muito próximos. A malha 55x30 uniforme apresenta o problema na interface, como ela é uniforme em todo o domínio (Figura 8.3a) a malha resultante possui dimensões grosseiras, isto pode introduzir erros na interpolação dos valores das variáveis na interface. O erro na interpolação das variáveis na interface é minimizado com o refinamento da malha próximo da interface, com tal objetivo ela é refinada na região abaixo da interface livre onde se encontra o

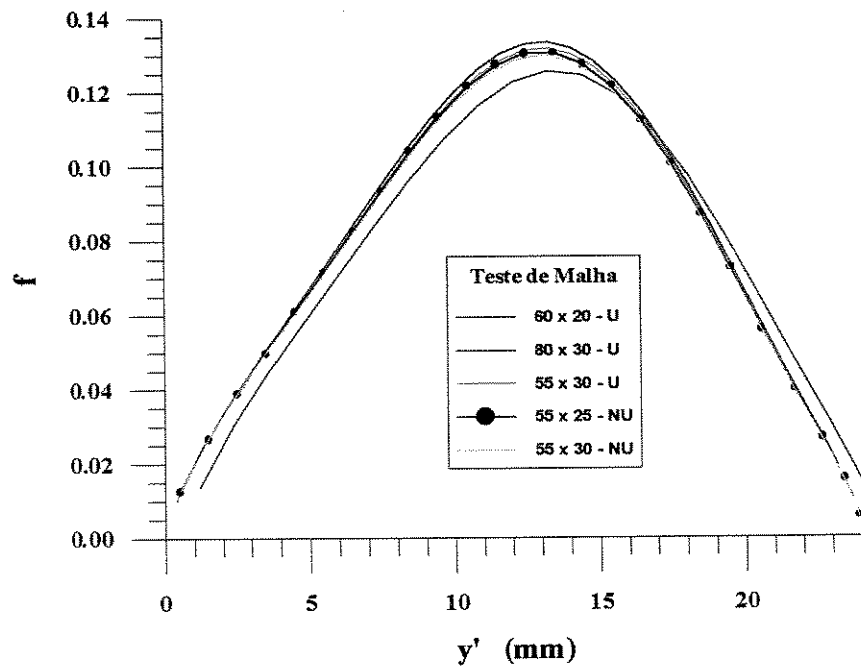


Figura 8.4 – Distribuição do fator de atrito local na parede oeste do canal, Canal II, $\dot{m} = 0.55$ Kg/s, $\rho = 1324$ Kg / m³, $\mu = 94.50$ cP, $Re = 352.8$.

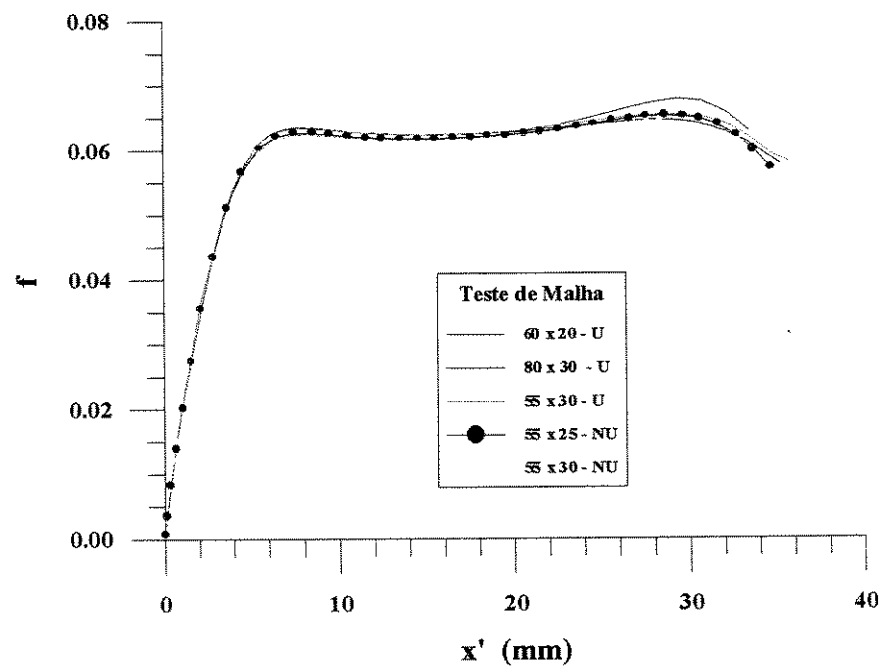


Figura 8.5 – Distribuição do fator de atrito local na parede norte do canal, Canal II, $\dot{m} = 0.55$ Kg/s, $\rho = 1324$ Kg / m³, $\mu = 94.50$ cP, $Re = 352.8$.

escoamento (figura, 8.3b). As malhas 55x25 e 55x30, ambas não uniformes, neste caso a malha é refinada próximo das paredes e concentrada na região abaixo da superfície livre e levemente acima desta (figura, 8.3b), devido a isto é fácil observar que a malha 55x25 é computacionalmente mais econômica, e portanto foi escolhida para simular o escoamento no canal II. Os resultados são similares para o fator de atrito na parede norte (figura, 8.5), da mesma forma o resultado obtido com a malha 55x25 não uniforme é computacionalmente a melhor.

A seleção das malhas e configurações utilizadas nas simulações numéricas são similares para os demais canais, todas não uniformes, refinadas nas paredes norte e oeste e concentradas na região do escoamento.

A tabela (8.5) também mostra a malha computacional utilizada nos diferentes canais e regimes de escoamento. Para o caso do escoamento turbulento, a malha foi refinada próximo da parede de tal forma que tenha pelo menos 4 pontos na região de $y^+ < 11.0$. O refinamento da malha próximo à parede para cada caso foi diferente, sempre com a finalidade de satisfazer a condição do modelo de turbulência para baixo número de Reynolds k- ϵ LB (Lam e Bremhorst, 1981). Porém, mantendo o mesmo número de pontos, segundo a tabela (8.5).

Tabela 8.5 –Malha computacional utilizada.

CanalHelicoidal	Malha (x' - y')
I - Laminar	50 x 25
II - Laminar	55 x 25
I - Turbulento	60 x 35
II - Turbulento	70 x 35

8.4 Resultados Numéricos

Nesta seção, são apresentados os resultados numéricos obtidos para o escoamento de superfície livre em um canal helicoidal para diferentes condições de operação. Foram utilizados como fluido de trabalho água e duas soluções de água com glicose de milho, ambas com comportamento Newtoniano. A faixa de vazões variam entre 0.2 Kg/s a 2.0 Kg/s e a viscosidade

entre 1 e 100 cP. As propriedades dos fluidos e o canal utilizados nas simulações numéricas são apresentadas na tabela (8.6).

Os resultados numéricos são apresentados por conveniência em duas subseções, uma referida aos resultados no regime laminar e a segunda aos resultados no regime turbulento. Os resultados obtidos foram validados contra dados experimentais de Alves (2000) referentes a posição da interface. Uma vez validado o código numérico, são apresentados os campos de pressão, velocidades e os fatores de atrito local e global.

Tabela 8.6 – Dados de entrada no programa computacional (Alves, 2000)

Teste Nro	Canal	Vazão Kg / s	Densidade (Kg/m ³)	Viscosidade (cP)	Fluido	Regime	Malha x' . y'
1	II	0.55	1324.0	94.50	Glucose 82%	Laminar	55 x 25
2	II	0.98	1324.0	96.70	Glucose 82%	Laminar	55 x 25
3	II	1.57	1324.0	98.96	Glucose 82%	Laminar	55 x 25
4	I	0.48	1285.0	46.10	Glucose 71%	Laminar	50 x 25
5	I	0.76	1285.0	46.75	Glucose 71%	Laminar	50 x 25
6	II	0.44	1000.0	1.0	Água	Turbulento	70 x 35
7	II	1.02	1000.0	1.0	Água	Turbulento	70 x 35
8	I	0.29	1000.0	1.0	Água	Turbulento	60 x 35
9	I	0.72	1000.0	1.0	Água	Turbulento	60 x 35

8.4.1 Resultados em Regime Laminar

Os resultados numéricos em regime laminar correspondem aos testes Nro. 1 a 5 na tabela (8.6) para dois líquidos e dois canais distintos.

As figuras (8.6) e (8.7), apresentam uma comparação entre a posição da interface determinada por meio do modelo e aquela obtida experimentalmente por Alves (2000). As coordenadas x' e y' referem-se a altura do canal (H) e a sua posição radial (d) da figura (8.1). Devido ao efeito centrífugo a posição da superfície livre é deslocada em direção a parede norte,

como era de se esperar. Os resultados mostrados na figura (8.6) apresentam uma boa concordância com os dados experimentais, a exceção da figura (8.7). Neste caso, os desvios são maiores, com resultados numéricos de até 4 mm acima dos resultados experimentais, porém, estes resultados estão dentro das incertezas experimentais reportadas por Alves (2000).

A partir dos resultados do modelo foram calculados a área transversal ocupada pelo líquido (A_l), o perímetro molhado (P_m), a velocidade média do escoamento ($W_m = \dot{m} / \rho A_l$), o Raio Hidráulico ($R_H = A_l / P_m$) e o número de Reynolds ($Re = 4 W_m R_H / \nu_l$). Os resultados são mostrados na tabela (8.7).

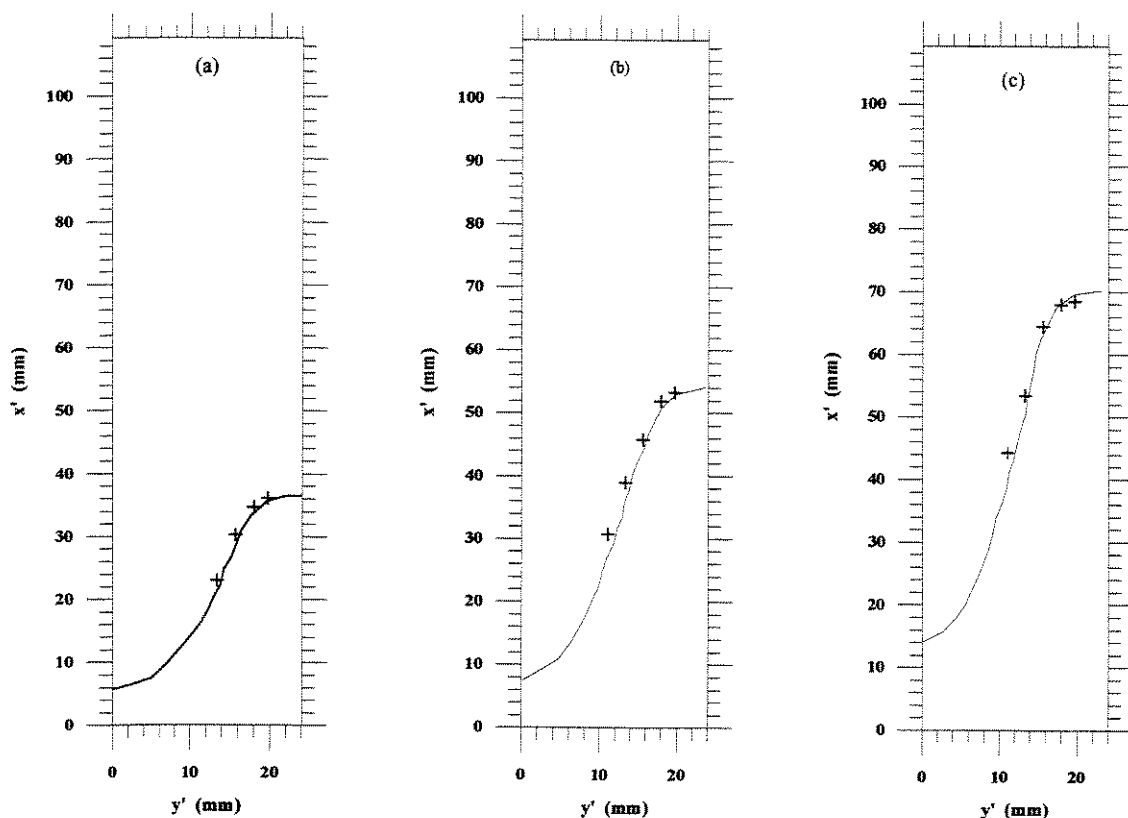


Figura 8.6 – Posição da interface, (—) resultado numérico, (+++) resultado experimental (Alves, 2000); canal II; (a) Teste Nro. 1; (b) Teste Nro. 2; (c) Teste Nro. 3.

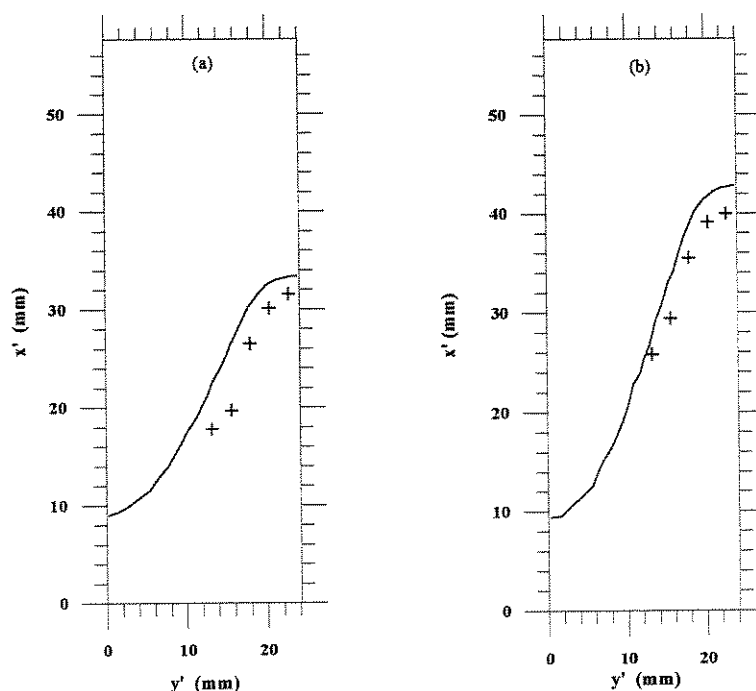


Figura 8.7 – Posição da interface, (—) resultado numérico, (+++) resultado experimental (Alves, 2000); canal I; (a) Teste Nro. 4; (b) Teste Nro. 5.

Tabela 8.7 – Propriedades do escoamento calculadas a partir dos resultados numéricos.

Teste Nro	A_1 (mm ²)	P_m (mm)	W_m (m/s)	R_H (mm)	Re
1	492.6	66.0	0.84	7.47	352.8
2	729.3	83.8	1.01	8.71	483.9
3	1025.0	105.5	1.16	9.72	601.6
4	463.4	63.4	0.81	7.30	656.5
5	617.5	75.9	0.96	8.13	856.4

O campo de velocidades axial (w) para o escoamento no Canal II para três condições operacionais é mostrado na figura (8.8). Conforme mostrado pelos contornos de velocidade axial, encontra-se os valores de máximo próximo da interface líquido/ar e os maiores gradientes de (w) junto às paredes, de maneira similar a escoamentos em canais abertos sem curvatura, porém, levemente deslocados na direção onde atua a força centrífuga (y').

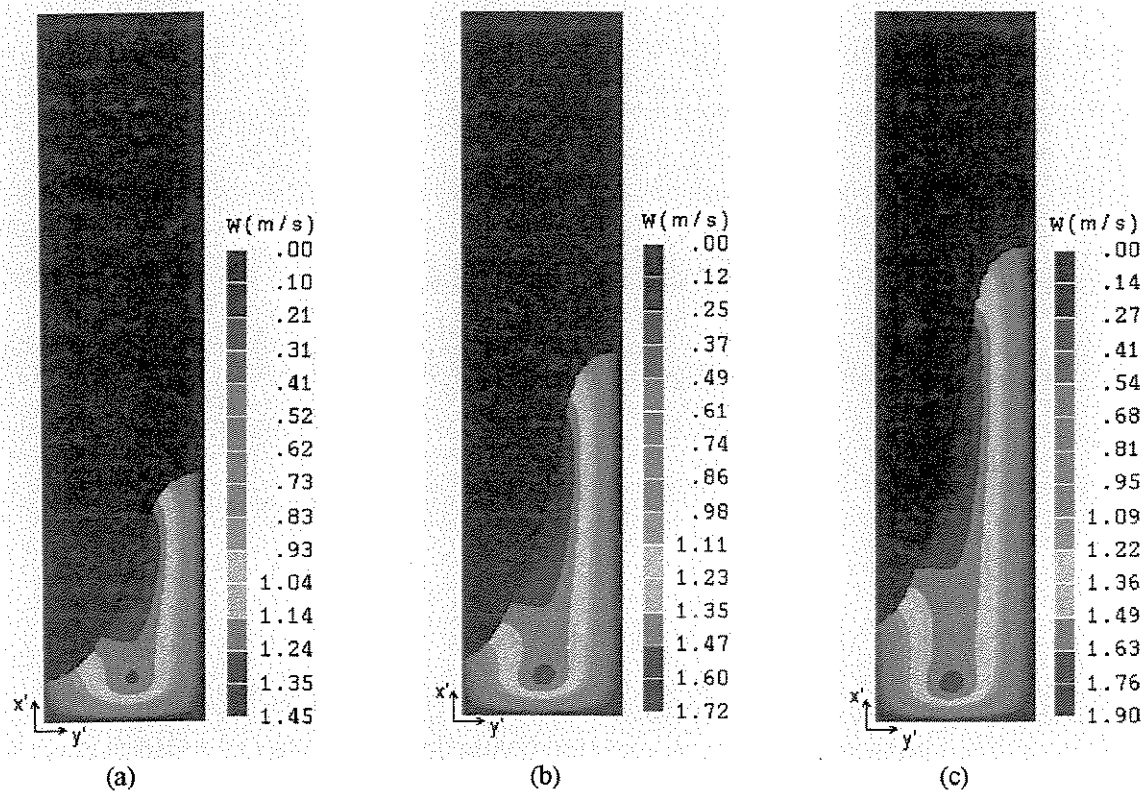


Figura 8.8 – Campo de velocidade obtido para o Canal II; (a) Teste Nro. 1; (b) Teste Nro. 2; (c) Teste Nro. 3.

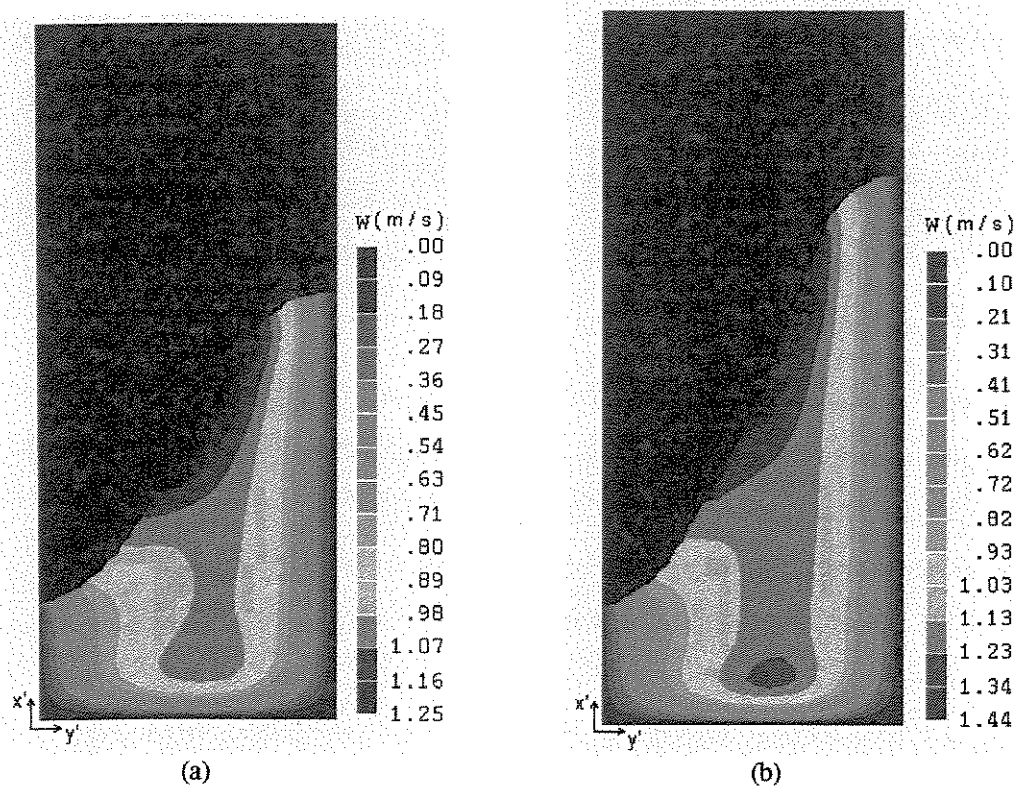


Figura 8.9 – Campo de velocidade obtido para o Canal I; (a) Teste Nro. 4; (b) Teste Nro. 5.

Os campos de velocidade axial (w) obtidos para o escoamento no canal I são mostrados na figura (8.9), apesar das diferenças entre regime operacional e geometria (torção e curvatura) qualitativamente os resultados são similares àqueles da figura (8.8), isto é, a velocidade máxima é observada próximo à superfície livre, da mesma forma observa-se os valores máximos locais de velocidade próximo a parede oeste do canal helicoidal.

Na figura (8.10) apresenta-se os perfis da velocidade axial para o teste Nro.1 em três diferentes posições ($y' = 12.5, 16.5$ e 19.5). O valor máximo da velocidade se encontra próximo da interface livre, conforme foi observado na figura (8.8a). O perfil tem a forma parecida ao observado para o escoamento de superfície livre em canais retos. Os valores máximos locais observados na figura(8.8a) são os pontos de inflexão no perfil da velocidade, isto é evidente em $y' = 12,5$ mm e 16.5 mm, no caso de $y' = 19.5$ mm este efeito não é observado e os níveis de velocidade são menores devido a proximidade da parede norte.

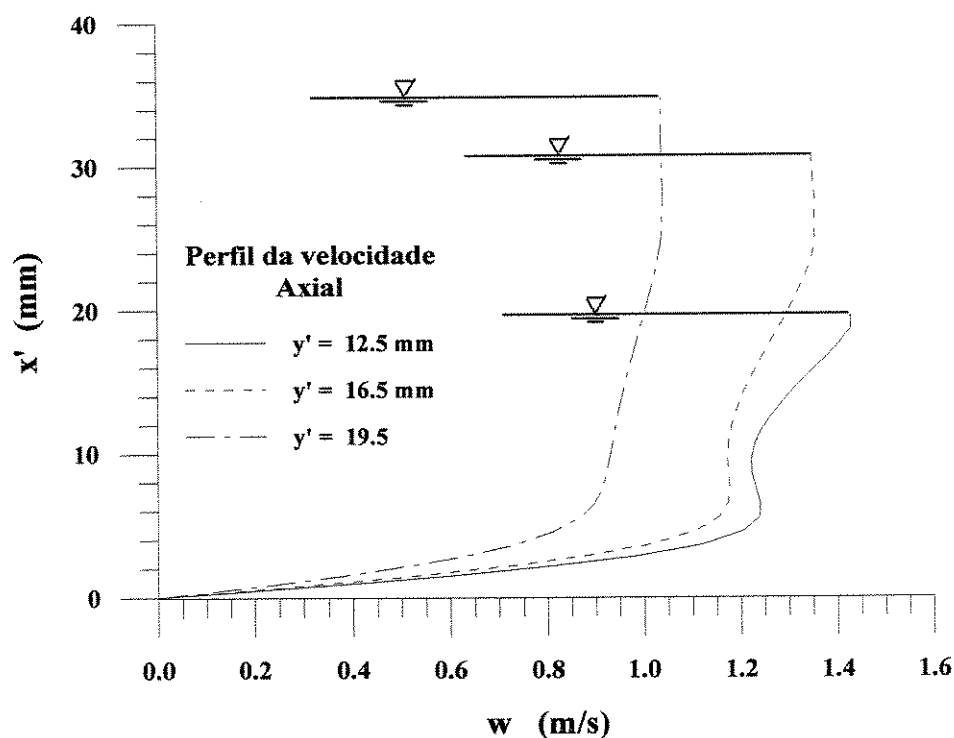


Figura 8.10 – Perfis da velocidade axial para três diferentes posições da seção transversal para o Canal II; teste Nro. 1

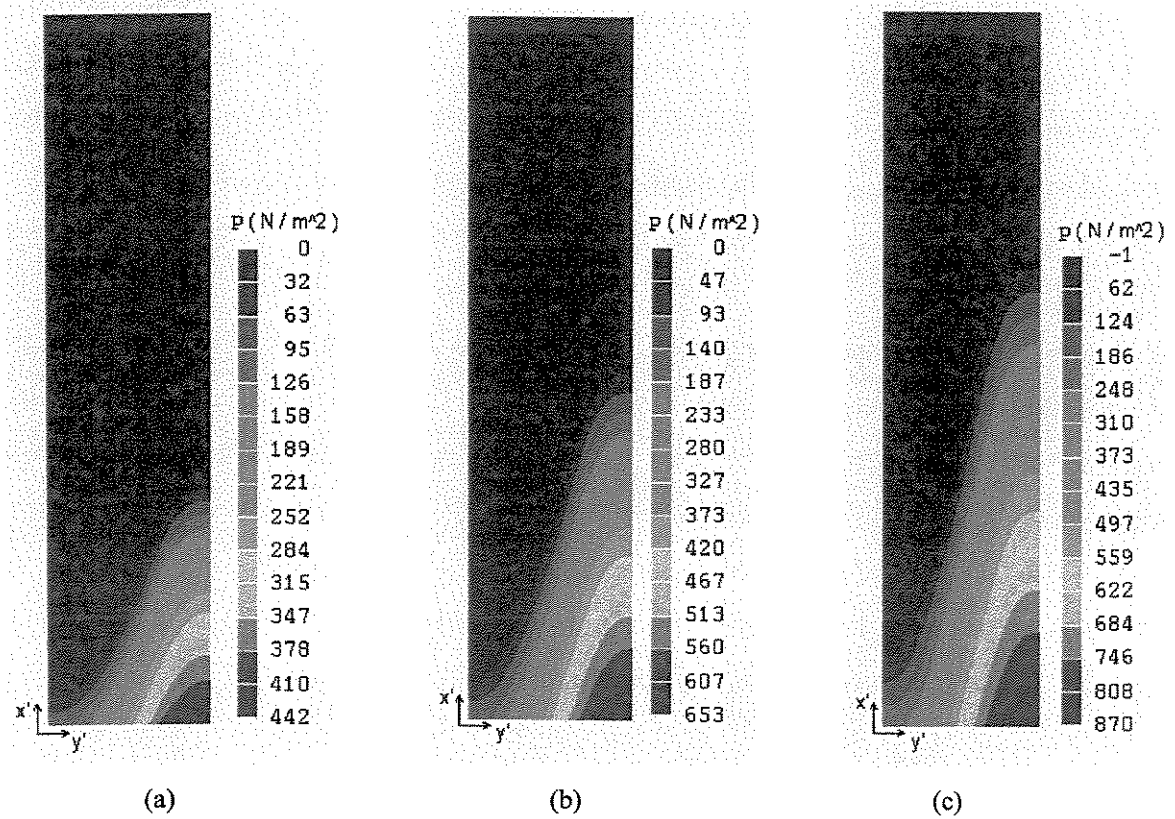


Figura 8.11 – Campo de pressão obtida para o Canal II; (a) Teste Nro. 1; (b) Teste Nro. 2; (c) Teste Nro. 3.

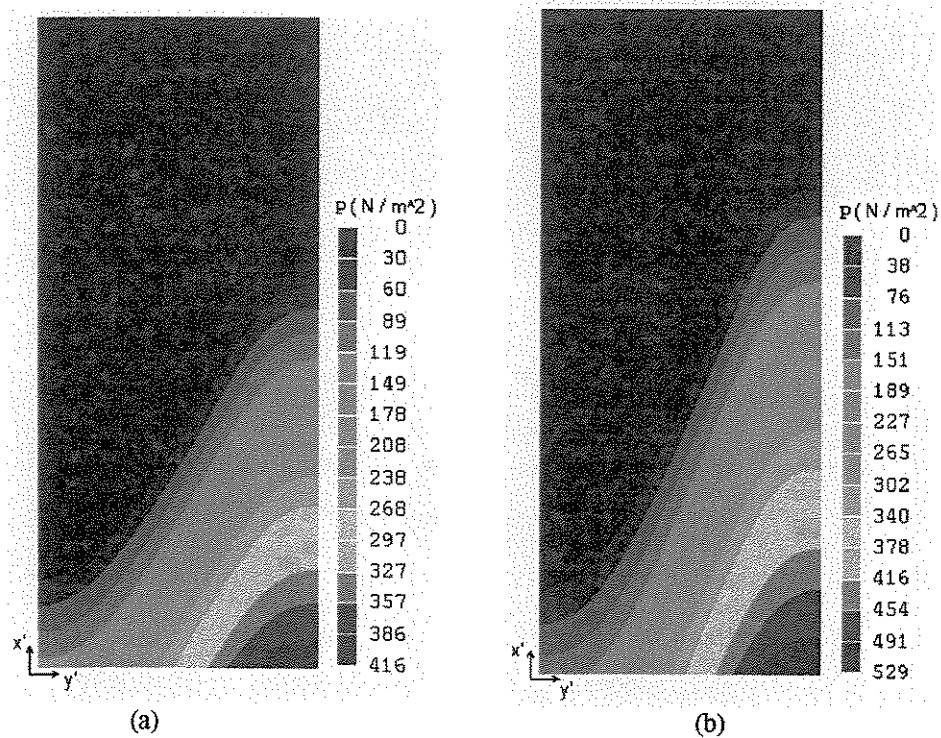


Figura 8.12 – Campo de Pressão obtida para o Canal I; (a) Teste Nro. 4; (b) Teste Nro. 5.

Nas figuras (8.11) e (8.12) são mostrados os campos de pressão. Os níveis de pressão seguem, aproximadamente, a forma da interface. A semelhança daqueles gerados por um campo hidrostático em rotação, a pressão pode ser aproximada por uma função da altura da interface e da rotação do fluido: $P - P_{\text{atm}} \approx -\rho g x_i + \frac{1}{2} \rho (y \Omega)^2$, onde x_i é a altura da interface e Ω é a rotação média do fluido definida pela razão entre a velocidade média e o raio médio do canal.

Na figura (8.13) apresenta-se o campo do escoamento secundário obtido para o escoamento no canal II. Nas três condições de operação, observa-se que o escoamento secundário é formado por duas células de circulação não simétricas. A célula inferior apresenta uma circulação no sentido horário devido a interação do campo centrífugo com a parede oeste que retarda a velocidade do fluido; a segunda célula é formada por indução da célula inferior devido ao arrasto viscoso e a presença da interface livre. Observa-se também que o sentido da circulação da célula inferior coincide com o gradiente de pressão junto à parede inferior do canal, o fluido é arrastado da região de maior pressão para a região de menor pressão.

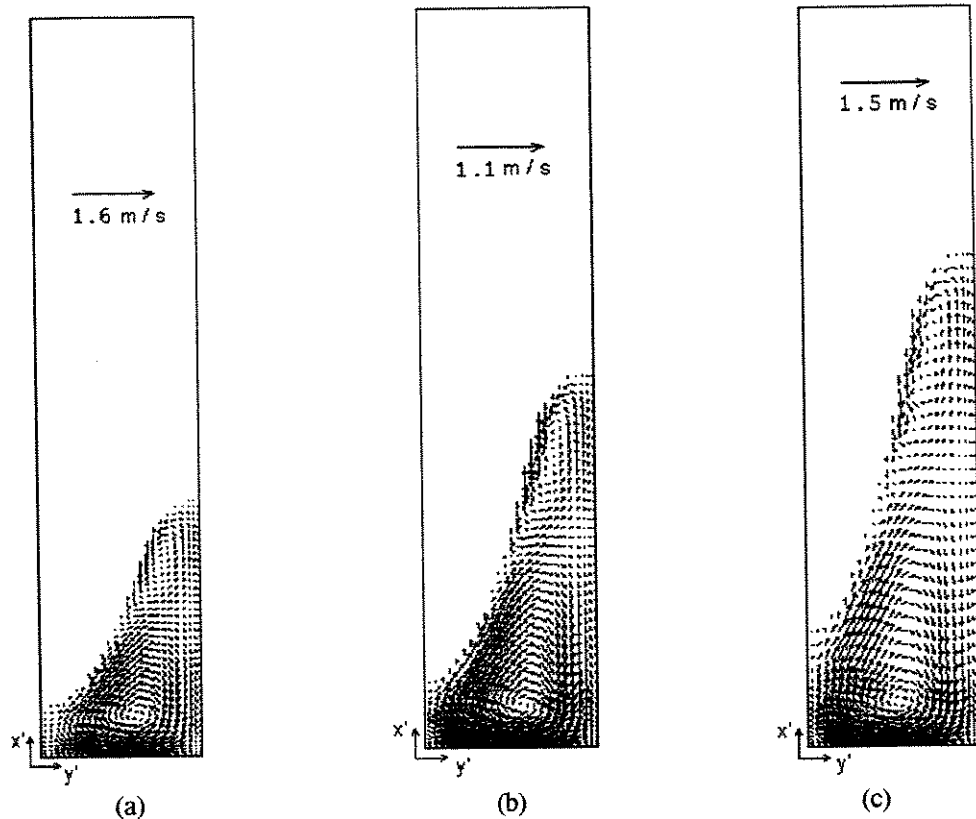


Figura 8.13 – Escoamento secundário obtido para o Canal II; (a) Teste Nro. 1; (b) Teste Nro. 2; (c) Teste Nro. 3.

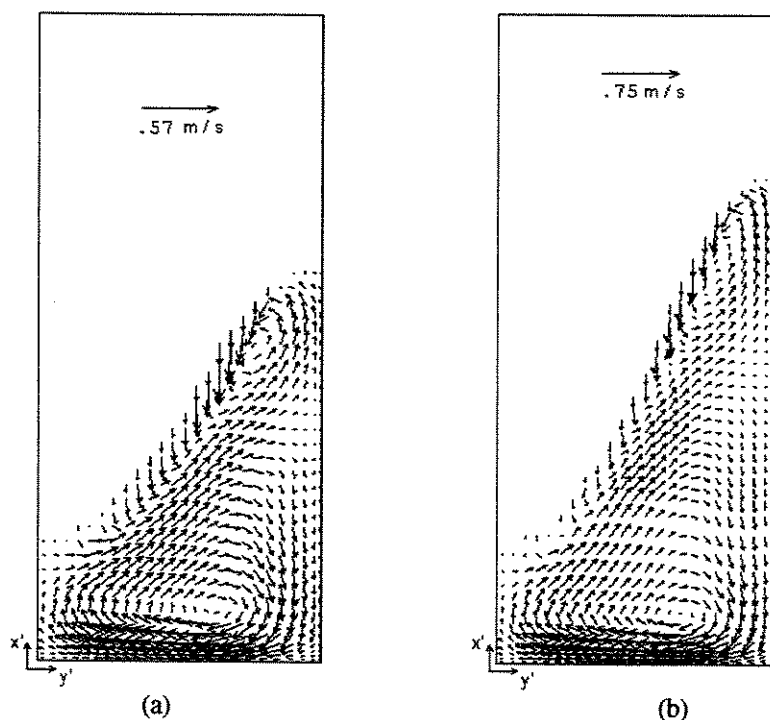


Figura 8.14 – Escoamento secundário obtido para o Canal I; (a) Teste Nro. 4; (b) Teste Nro. 5.

De forma complementar são apresentados na figura (8.14) o escoamento secundário para duas condições de operação do escoamento no canal I. Os resultados são similares aos obtidos na figura (8.13). O escoamento secundário é caracterizado por duas células de circulação, sendo a célula de circulação inferior mais intensa.

Os perfis da velocidade u a $x' = 6.5$ mm, do escoamento no canal II são mostrados na figura (8.15). Os valores de u se invertem a uma determinada posição y' , determinando o sentido do escoamento secundário. O valor de u é positivo em todos os casos para $y' < 10$ mm e negativo para $y' > 15$ mm, permitindo concluir que a célula de circulação inferior do escoamento secundário tem o sentido horário. Este resultado coincide com o campo do escoamento secundário mostrado nas figuras (8.13) e (8.14).

Na tabela (8.8) é mostrada o fator de atrito médio obtido para as diferentes condições de operação. Nela são apresentados valores do fator de atrito obtido a partir de três diferentes relações: o fator de atrito médio obtido numericamente, o fator de atrito médio obtido através de

um balanço de forças unidimensionais e o fator de atrito médio de Blasius para tubos retos em regime laminar.

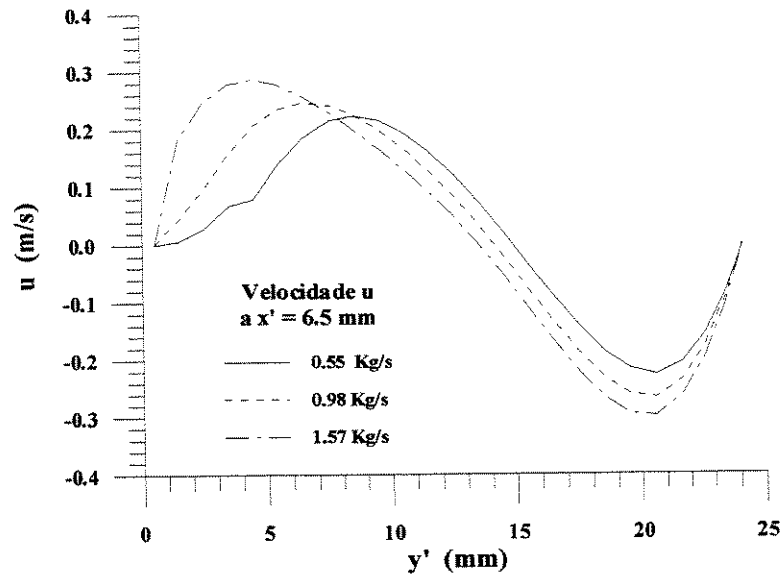


Figura 8.15 – Perfis de velocidade u a $x' = 6.5$ mm; (—) Teste Nro. 1; (----) Teste Nro. 2; (— · —) Teste Nro. 3.

O fator de atrito local numérico foi obtido a partir da relação de Fanning:

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho w_m^2} \quad (8.4)$$

onde ρ a densidade do fluido e w_m é a velocidade axial média dada na tabela (8.7) e τ_w é a tensão de cisalhamento local definida no capítulo (4), equação (4.46). O fator de atrito médio numérico foi calculado a partir da relação (8.4) pela seguinte relação:

$$f_{\text{num}} = \frac{\sum (f * \Delta A)}{\sum \Delta A}, \quad (8.5)$$

onde ΔA corresponde à área da malha computacional adjacente à parede.

O fator de atrito médio também pode ser obtido a partir do balanço de forças unidimensionais na direção do escoamento “s”, para o escoamento completamente desenvolvido. Ele resulta basicamente de um balanço de forças gravitacionais e viscosas. Como não há gradiente de pressão o escoamento está sujeito somente a estas duas forças que se opõem, detalhes desta formulação podem ser encontradas em Alves (2000). A partir destas hipóteses, o fator de atrito é dado pela seguinte relação:

$$f_{bal} = \frac{2 * A_l * g * \sin(\alpha)}{P_m * w_m^2} \quad (8.6)$$

onde A_l é a área de líquido ocupado no canal, α é o ângulo médio de inclinação do helicóide, P_m o perímetro molhado, g a gravidade e w_m a velocidade axial média. Os valores destas variáveis são mostrados nas tabelas (8.2) e (8.7). Para referência também é determinado o fator de atrito para um tubo reto (f_s), com mesmo diâmetro hidráulico, utilizando a relação de Blasius para regime laminar:

$$f_s = \frac{14.22}{Re}, \quad \text{onde } Re = 4W_m R_H / \nu_l \quad (8.7)$$

Tabela 8.8 - Fator de atrito médio

Teste Nro.	Re	f_{num}	f_{bal}	$\frac{f_{num} - f_{bal}}{f_{num}} \times 100$	f_s	f_{num} / f_s
1	352.8	0.0628	0.0635	-1.07	0.0403	1.558
2	483.9	0.0506	0.0511	-0.84	0.0294	1.721
3	601.6	0.0439	0.0438	+0.10	0.0236	1.860
4	656.5	0.0349	0.0360	-3.10	0.0217	1.608
5	856.4	0.0273	0.0284	-3.98	0.0166	1.645

Dos valores mostrados na tabela (8.8) observa-se que existe uma boa concordância entre os valores obtidos a partir dos dados numéricos do balanço de forças com desvios menores de 4%. No caso do fator de atrito calculado a partir da relação de Blasius observa-se que seu valor é sempre menor daqueles obtidos numericamente. Isto coincide com o aumento do fator de atrito

em escoamentos forçados em dutos curvos (Shah e Joshi, 1987). Nos testes conduzidos a razão entre o fator de atrito do tubo curvo para aquele do tubo reto variou de 1.558 a 1.860 exibindo uma dependência com o número de Reynolds.

A concordância melhor que 4% entre os valores do fator de atrito médio obtidos através da equação (8.5) ou (8.6) dá suporte à qualidade da simulação numérica. Isto porque, os valores da equação (8.5) baseiam-se em informações locais do gradiente do campo médio de velocidades, enquanto que a informação da equação (8.6) vêm de valores médios globais do escoamento (área, perímetro molhado, velocidade média).

A distribuição do fator de atrito local na parede oeste do canal II é mostrada na figura (8.16). Observa-se que os valores diminuem com aumento da vazão mássica, com um valor máximo coincidente com o centro da célula da corrente secundária (figura 8.13). De maneira complementar são apresentados os valores obtidos para o canal I na figura (8.17), os resultados são similares aos obtidos para o canal II

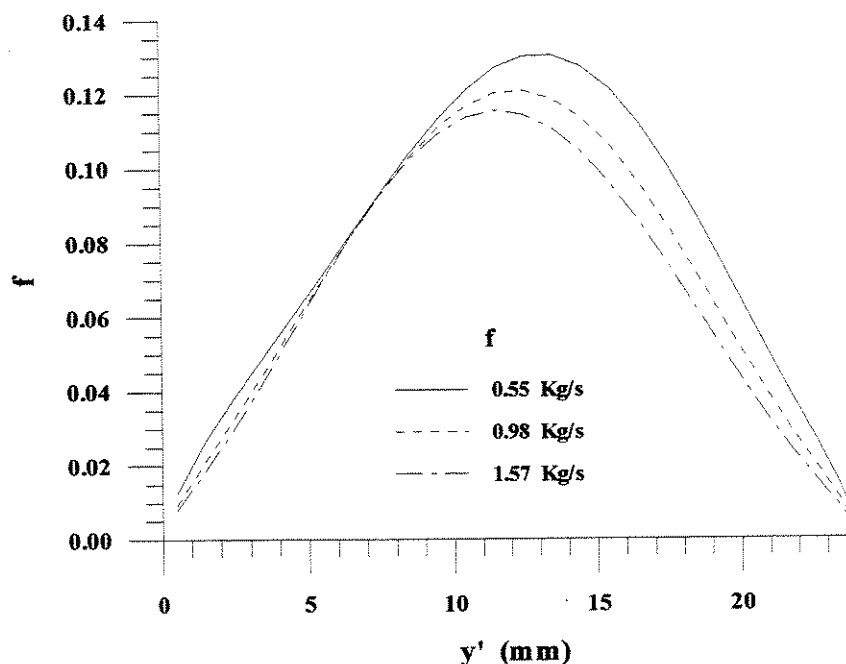


Figura 8.16 – Perfis do fator de atrito local na parede oeste; (—) Teste Nro. 1; (---) Teste Nro. 2; (— · —) Teste Nro. 3.

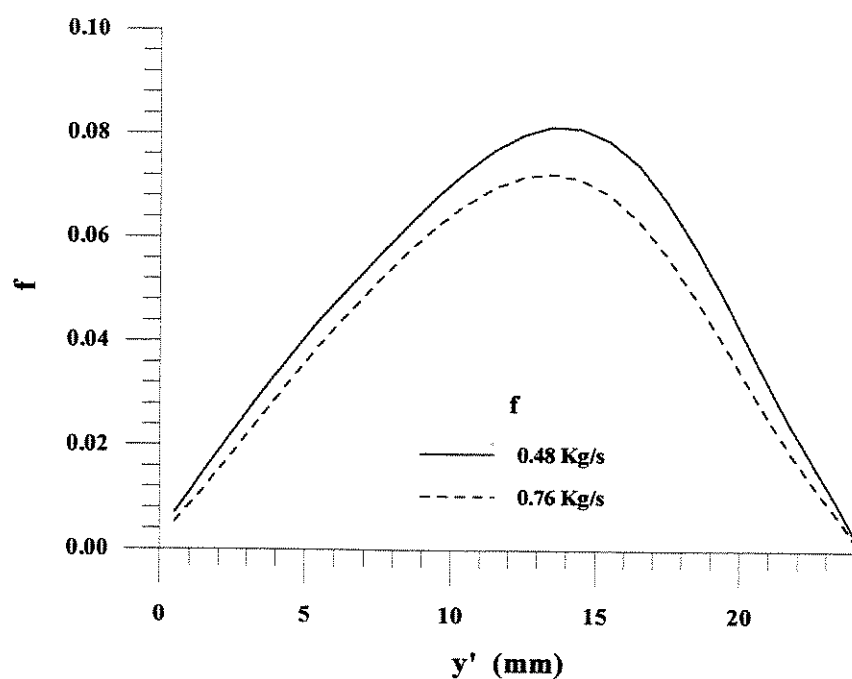


Figura 8.17 – Perfis do fator de atrito local na parede oeste; (—) Teste Nro. 4; (---) Teste Nro. 5.

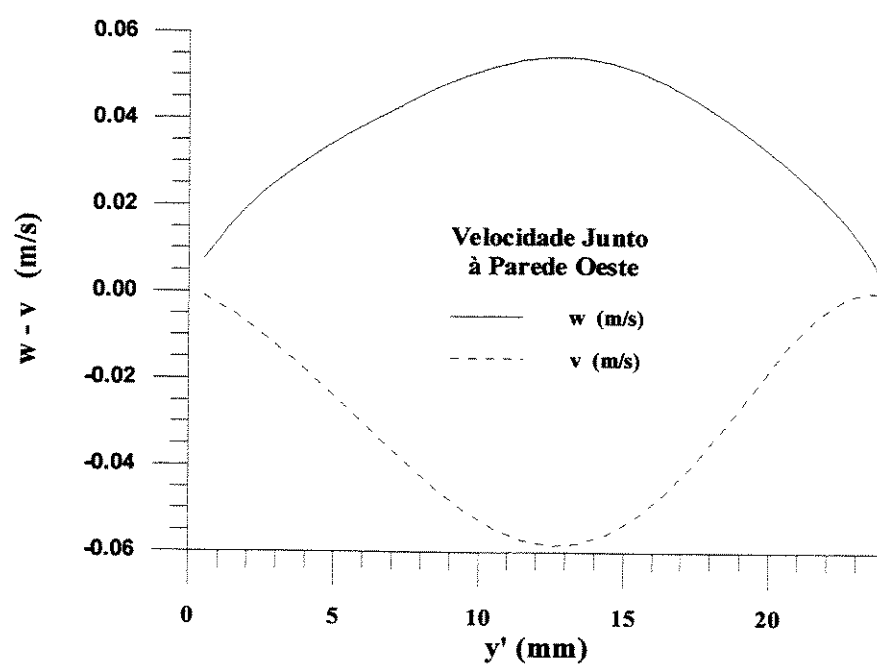


Figura 8.18 – Distribuição da velocidade junto à parede oeste para o teste Nro 1.

Na figura (8.18) são apresentados os perfis das velocidades tangenciais (v e w) no volume de controle adjacente à parede oeste do canal II para o teste Nro. 1. Estas velocidades foram utilizadas para o cálculo do fator de atrito nesta parede. Observa-se os valores absolutos máximos de velocidade na região coincidente com aquela onde ocorre o fator de atrito máximo (figura, 8.17), o que era de se esperar.

Na figura (8.19) é mostrado o fator de atrito na parede norte para o canal II. Ao distanciar-se da parede oeste, f apresenta um valor quase constante. A distribuição de f tem dois máximos locais e na parte intermediária tem uma leve queda, que pode ser devido à presença da bifurcação do escoamento nas duas células de circulação observadas na figura (8.13). Os valores dos fatores de atrito diminuem com o aumento da vazão. Na figura (8.20) são mostrados os valores do fator de atrito na parede norte para o canal I, a característica é similar ao observado na figura (8.19).

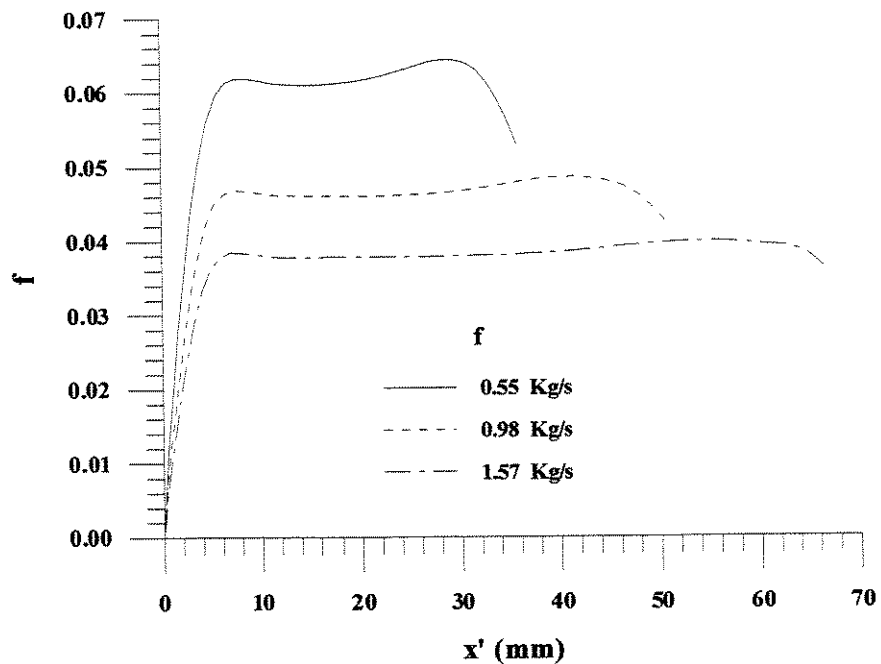


Figura 8.19 – Perfis do fator de atrito local na parede norte; (—) Teste Nro. 1; (----) Teste Nro. 2; (— · —) Teste Nro. 3.

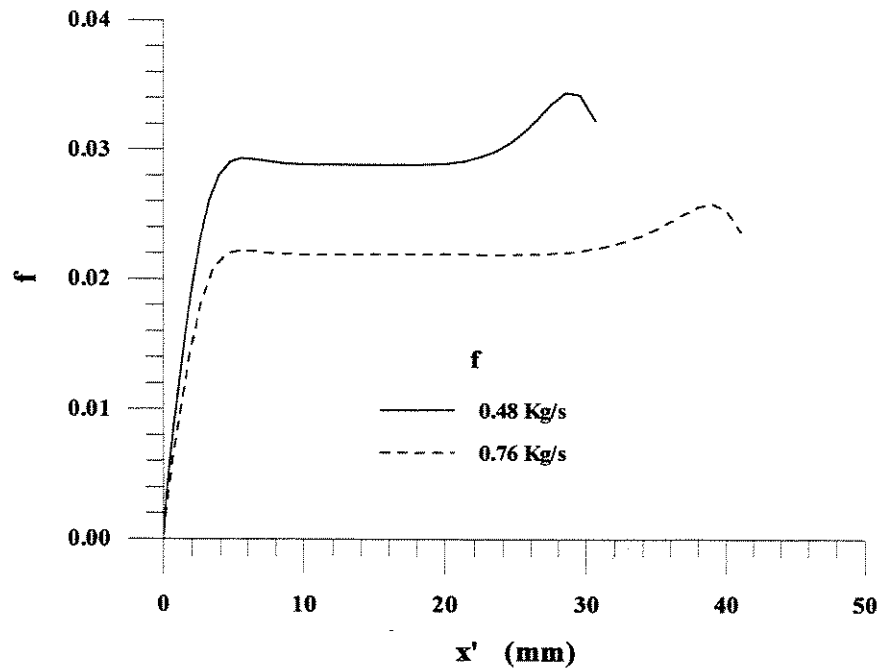


Figura 8.20 – Perfis do fator de atrito local na parede norte; (—) Teste Nro. 4; (---) Teste Nro. 5.

Na figura (8.21) é mostrada a distribuição da velocidade local junto à parede norte, para o teste Nro. 1. A velocidade axial (w) sempre é positiva com característica similar àquela observada na figura (8.10). Entretanto, a velocidade u , exibe comportamento diferente, com inversão de valores devido à presença do escoamento secundário. Como estes valores são os que diretamente estão envolvidos no cálculo do fator de atrito, a partir deste resultado é explicado porque o fator de atrito apresenta duas regiões com máximos locais e uma região onde ocorre o valor mínimo.

Nas figuras (8.22) e (8.23) são mostrados os resultados para o fator de atrito na parede sul. Nelas observa-se que o fator de atrito tem uma característica sempre crescente, porém limitado a uma região reduzida devido à forma da interface; nesta região o perímetro molhado não chega a 12.0 mm. Nesta região o fator de atrito é devido basicamente ao valor da velocidade axial, isto porque o escoamento secundário nesta região é pouco intenso e os valores de u são pequenos comparados com w .

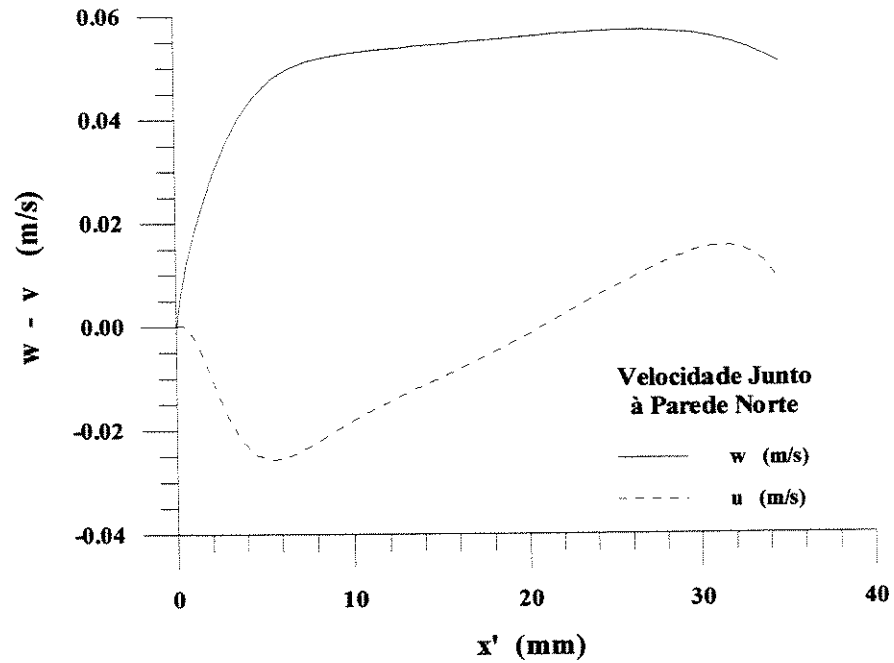


Figura 8.21 – Distribuição da velocidade junto à parede norte para o teste Nro 1.

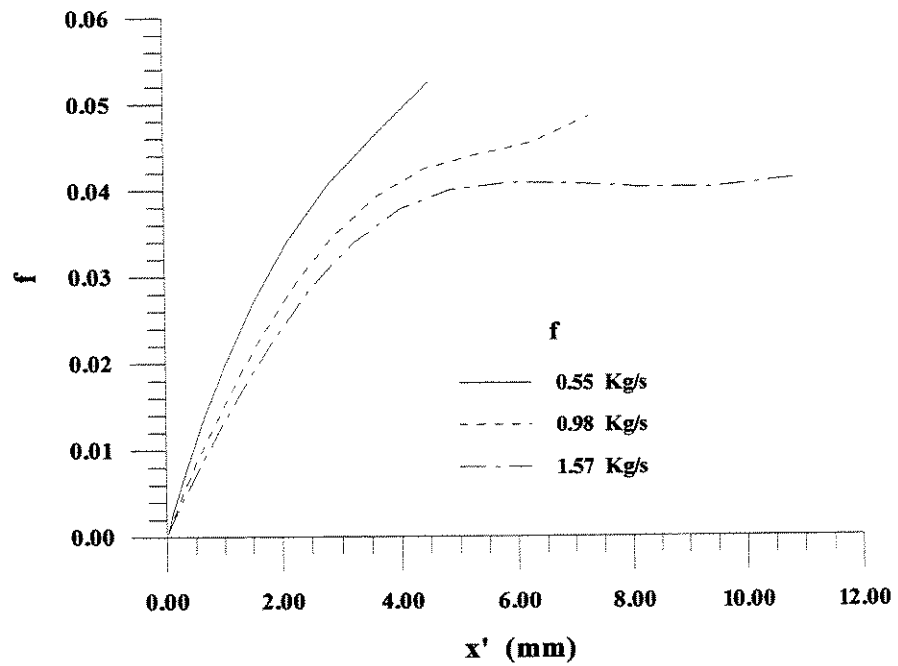


Figura 8.22 – Perfis do fator de atrito local na parede sul; (—) Teste Nro. 1; (----) Teste Nro. 2; (— — —) Teste Nro. 3.

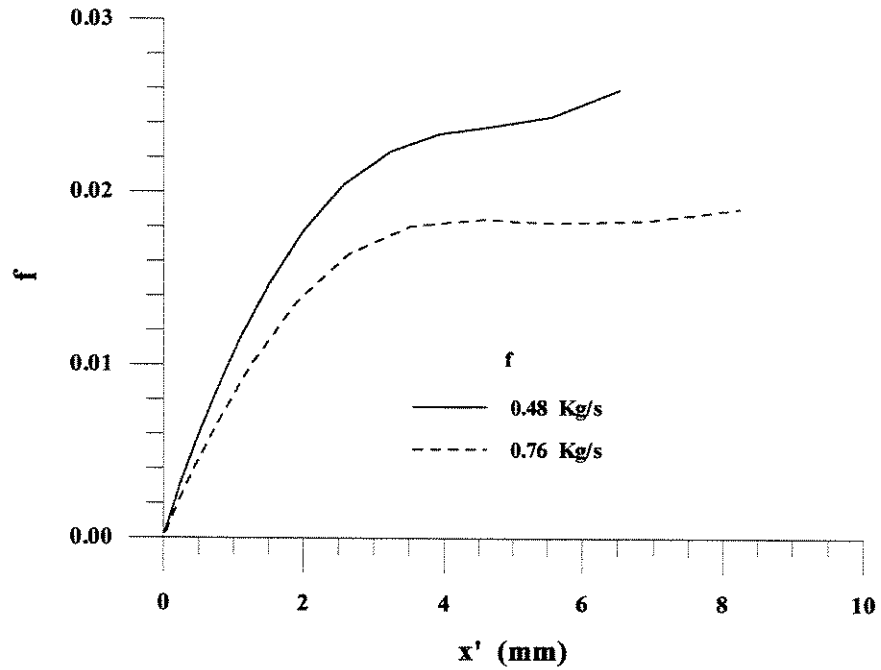


Figura 8.23 – Perfis de do fator de atrito local na parede sul; (—) Teste Nro. 4; (----) Teste Nro. 5.

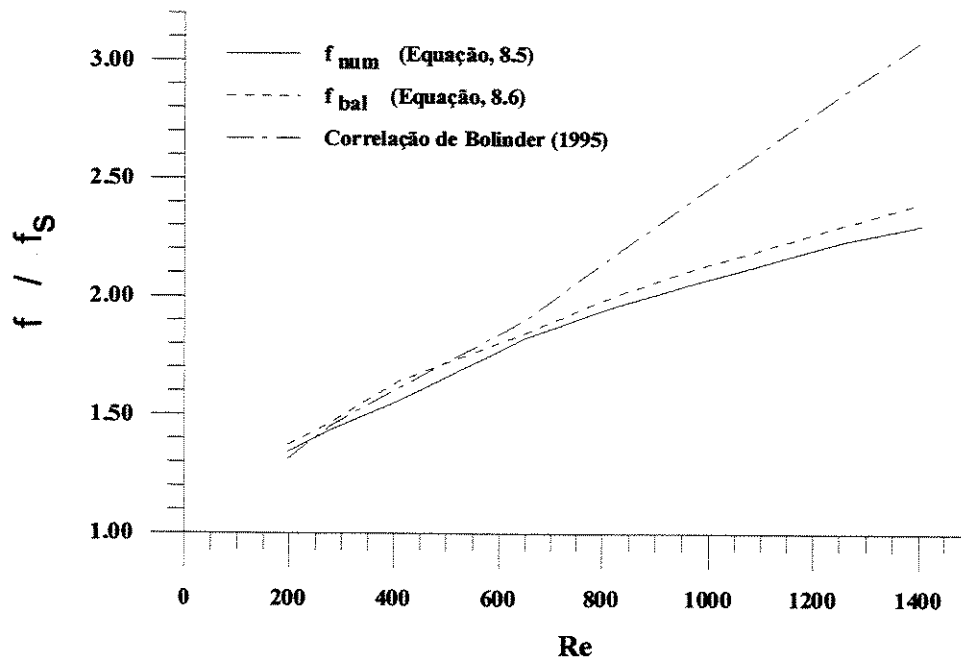


Figura 8.24 – Evolução da relação do fator de atrito médio para o canal helicoidal e o fator de atrito para um canal reto com o aumento do número de Reynolds, obtido para um fluido de $\mu = 50 \text{ cP}$ e $\rho = 1285 \text{ Kg/m}^3$.

Na figura (8.24) são mostrados a razão do fator de atrito médio para um canal helicoidal com relação ao fator de atrito em um canal reto com o aumento do número de Reynolds, obtidos a partir dos resultados numéricos (f_{num}), balanço unidimensional de forças (f_{bal}) e da correlação proposta por Bolinder (1995) para escoamentos forçados em canais helicoidais. Observa-se que o resultado obtido numericamente (f_{num}) tem uma boa concordância com o resultado encontrado a partir do balanço de forças unidimensionais (f_{bal}), com um erro menor que 5%. Com relação à correlação proposta por Bolinder (1995), o erro é menor que 5% para a região onde $4KR_H \leq 0.4$ ($Re \leq 600$), porém, diverge para a região onde $4KR_H \geq 0.4$ ($Re \geq 600$), isto pode ser devido a que a correlação proposta por Bolinder é válida para o escoamento onde $4KR_H$ é menor que 0.4. Observa-se que a razão f / f_s cresce com o aumento de Re podendo atingir valores até 2 vezes maiores do que o atrito para canais retos.

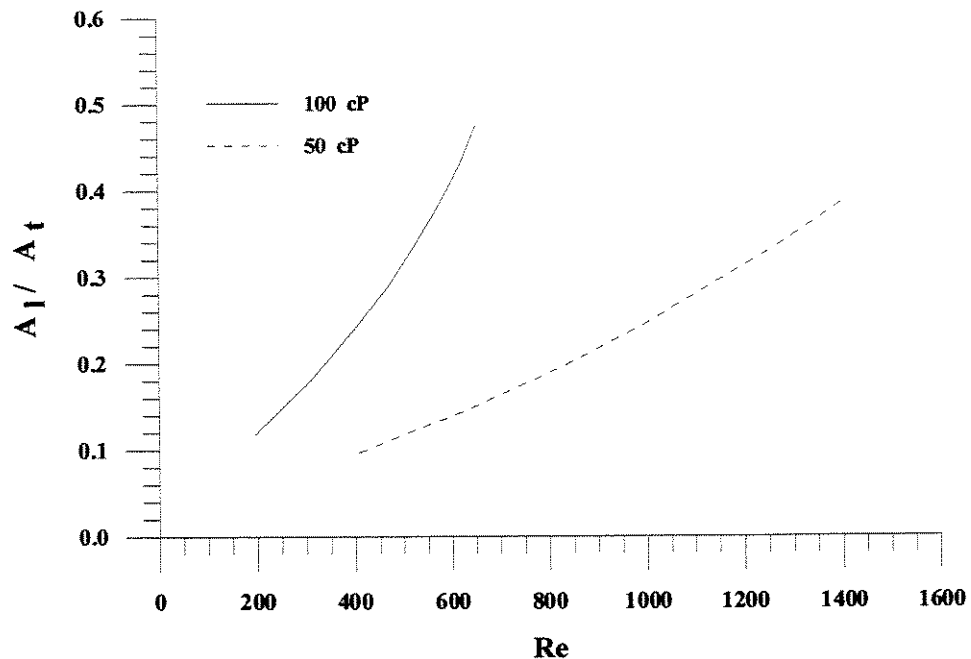


Figura 8.25 – Evolução da área ocupada pelo líquido (A_L) com o aumento do número de Reynolds, obtido para dois tipos de fluidos; (—) $\mu = 100$ cP e $\rho = 1324$ Kg/m³ ; (----) $\mu = 50$ cP e $\rho = 1285$ Kg/m³.

Nas figuras (8.25) e (8.26) são mostradas as características da variação da área ocupada pelo líquido e o raio hidráulico com o aumento do número de Reynolds para dois fluidos diferentes. Estes resultados mostram a influência das propriedades do fluido na área ocupada pelo escoamento. Na figura (8.25), mostra-se os perfis da área ocupada pelo líquido (A_L) com relação à área total da seção do canal (A_t) com o aumento do número de Reynolds, observa-se que a

variação de A_L / A_t do fluido com $\mu = 100$ cP e $\rho = 1324$ Kg/m³ é mais acentuada do que aquela para o fluido de 50 cP. Esta mesma tendência foi observada na figura (8.26), o raio hidráulico é maior para o fluido mais viscoso.

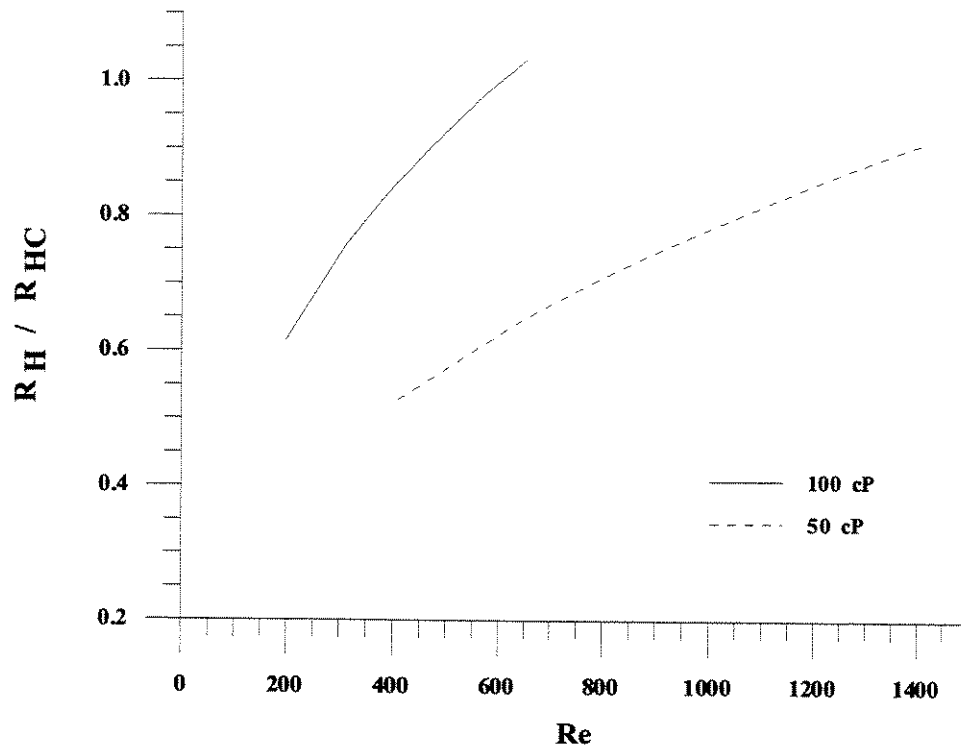


Figura 8.26 – Evolução do raio hidráulico (R_H) com o aumento do número de Reynolds, obtido para dois tipos de fluidos; (—) $\mu = 100$ cP e $\rho = 1324$ Kg/m³ ; (----) $\mu = 50$ cP e $\rho = 1285$ Kg/m³.

8.4.2 Resultados em Regime Turbulento

Nesta seção são apresentados os resultados numéricos obtidos para o escoamento turbulento de superfície livre em um canal helicoidal. Os resultados numéricos correspondem aos testes Nro. 6 a 9, e aplicam-se tanto para o canal I como para o canal II. A definição das propriedades geométricas e dos fluidos estão na tabela (8.5).

Por conveniência esta seção está dividida em duas partes. Na primeira é realizada uma comparação entre os modelos de turbulência contra os dados experimentais da posição da interface (Alves, 2000). Também são analisadas as vantagens e desvantagens entre eles e uma comparação relativa das propriedades do escoamento preditos pelos modelos. Na segunda parte, são apresentados os resultados numéricos dos 4 testes relativos a: posição da interface, velocidade, pressão, energia cinética turbulenta, dissipação da energia cinética turbulenta, produção da energia cinética turbulenta e fator de atrito.

8.4.2.1 Comparação Entre os Modelos de Turbulência Testados

O escoamento foi modelado por três diferentes modelos: o modelo de turbulência LVEL, o modelo de turbulência para baixo número de Reynolds $k-\epsilon$ LB (Lam e Bremhorst, 1981) e o modelo de turbulência para baixo número de Reynolds $k-\epsilon$ LB-CC com correção devido ao efeito da curvatura do canal proposta por Launder *et al.* (1977). Detalhes sobre a formulação destes modelos são apresentados no capítulo (4).

Uma comparação direta entre os modelos relativa à posição da interface é realizada contra os dados experimentais de Alves (2000). Os resultados estão mostrados nas figuras (8.27) e (8.28). Observa-se que os resultados numéricos obtidos com o modelo de turbulência $k-\epsilon$ LB-CC são os que melhor se aproximam aos dados experimentais reportados por Alves (2000). Por outro lado, os resultados obtidos com o modelo Algébrico LVEL e o de duas equações $k-\epsilon$ LB produziram resultados similares entre si, porém, não tão ajustados aos dados experimentais quanto ao modelo $k-\epsilon$ LB-CC.

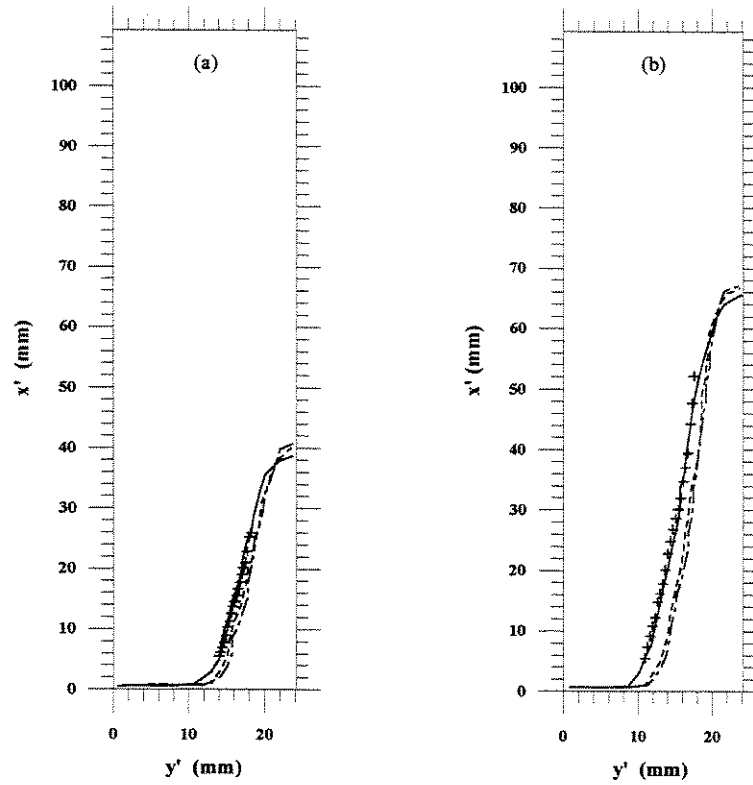


Figura 8.27 - Posição da interface, (— - —) modelo de turbulência LVEL, (----) modelo de turbulência $k-\epsilon$ LB, (—) modelo de turbulência $k-\epsilon$ LB-CC, (+++) resultado experimental (Alves, 2000); (a) Teste Nro. 6; (b) Teste Nro. 7.

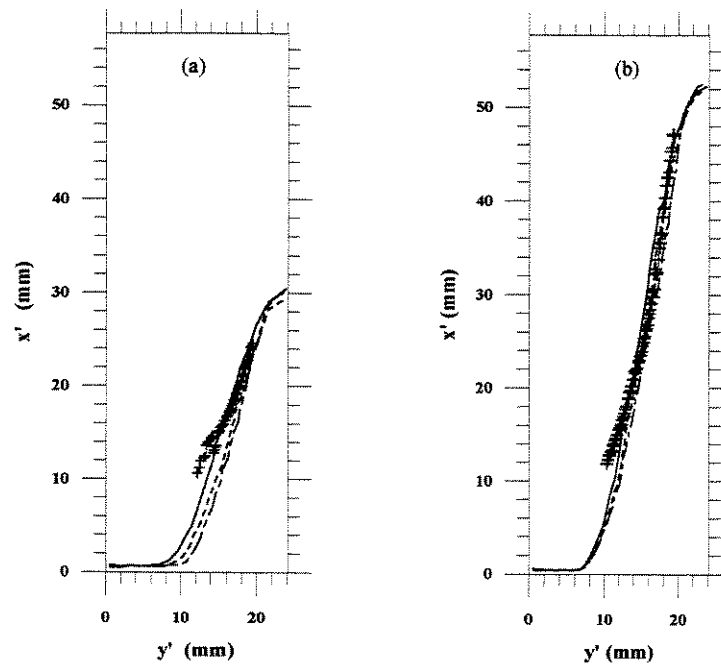


Figura 8.28 - Posição da interface, (— - —) modelo de turbulência LVEL, (----) modelo de turbulência $k-\epsilon$ LB, (—) modelo de turbulência $k-\epsilon$ LB-CC, (+++) resultado experimental (Alves, 2000); (a) Teste Nro. 8; (b) Teste Nro. 9.

Uma comparação das propriedades médias do escoamento calculadas a partir dos três modelos de turbulência é realizada na tabela (8.9) para os testes 6 a 9. Para cada teste e cada modelo a tabela apresenta os valores da área ocupada pelo líquido, A_l , do perímetro molhado, P_m , velocidade média do líquido, W_m , do raio hidráulico, R_H e finalmente do número de Reynolds. Estes parâmetros foram calculados de maneira similar aos calculados para o regime laminar. Observa-se que para todos os testes o modelo k- ϵ LB-CC foi aquele que apresenta a maior área ocupada pelo líquido e consequentemente a menor velocidade média. O modelo LVEL é aquele que apresenta a menor área e maior velocidade média. Finalmente o modelo k- ϵ LB mostra resultados intermediários entre estes dois.

Tabela 8.9 – Comparação das propriedades do escoamento calculadas pelos três modelos de turbulência.

Teste Nro	Modelo	A_l (mm ²)	P_m (mm)	W_m (m/s)	R_H (mm)	Re
6	K- ϵ LB - CC	275.94	63.68	1.595	4.33	27638.3
6	K- ϵ LB	253.97	64.65	1.732	3.93	27225.1
6	LVEL	244.50	65.32	1.800	3.74	26944.7
7	K- ϵ LB - CC	545.99	89.56	1.868	6.10	45557.5
7	K- ϵ LB	504.38	91.82	2.022	5.49	44436.1
7	LVEL	477.39	92.09	2.137	5.18	44302.6
8	K- ϵ LB - CC	268.71	54.85	1.079	4.90	21148.5
8	K- ϵ LB	242.71	54.34	1.195	4.47	21348.3
8	LVEL	227.43	54.72	1.275	4.16	21198.2
9	K- ϵ LB - CC	484.81	76.76	1.485	6.32	37521.1
9	K- ϵ LB	484.22	76.76	1.487	6.31	37519.7
9	LVEL	482.18	76.93	1.493	6.27	37435.3

O teste Nro. 6 é tomado como referência para uma comparação entre os três modelos relativos a propriedades locais: perfil de velocidade, escoamento secundário, energia cinética turbulenta, viscosidade turbulenta e fator de atrito.

Na figura (8.29) apresenta-se o campo de velocidade gerado pelos três modelos de turbulência para o teste Nro. 6. A forma dos contornos de isovelocidades são parecidas, porém, os níveis de velocidade diferentes. Isto se deve às variações da área de líquido obtida pelos três modelos. A área ocupada pelo líquido, o perímetro molhado e o perfil da superfície livre (figura. 8.27a) obtidos pelos modelos LVEL e k- ϵ LB são muito próximos (ver tabela. 8.9) isto faz com que os níveis de velocidade sejam parecidas. No caso do modelo de turbulência k- ϵ LB-CC, observa-se os menores níveis de velocidade devido a que área ocupada pelo líquido é maior (tabela. 8.9).

De forma complementar à figura (8.29) são apresentados na figura (8.30) os perfis de velocidade axial (w) em $y' = 17.8$ mm, obtidos pelos três modelos de turbulência. O modelo de turbulência LVEL reporta os maiores valores nesta seção compatíveis com a menor área ocupada pelo líquido. O modelo de turbulência k- ϵ LB-CC reporta os menores valores e uma altura de líquido maior. Estes resultados complementam os resultados mostrados na figura (8.29), relativos aos níveis de velocidade, e a figura (8.27a) com relação à altura de líquido.

Uma comparação do campo do escoamento secundário obtido com os três modelos de turbulência para o teste Nro. 6 é mostrado na figura (8.31). Qualitativamente os campos são similares apresentando quatro células de circulação. Observa-se magnitudes diferentes da velocidade secundária para os modelos. O modelo LVEL prevê os maiores níveis de velocidade e o modelo k- ϵ LB-CC os menores níveis de velocidade do escoamento secundário, maiores detalhes sobre o escoamento secundário serão abordados na seção (8.3.2.2).

Os valores da viscosidade turbulenta, ν_t , para o teste Nro. 6 são apresentados na figura (8.32) para os três modelos de turbulência. As distribuições de ν_t são distintas. O modelo LVEL aponta os maiores níveis atingindo valores 440 vezes superiores a viscosidade laminar do fluido (água), observa-se que o campo de ν_t é simétrico, como se fosse gerado por um duto reto. O modelo k- ϵ LB resulta em valores inferiores ao LVEL chegando a valores de ν_t 200 vezes maiores que a viscosidade laminar do fluido. Por último o modelo k- ϵ LB-CC mostra níveis de ν_t similares aqueles do modelo k- ϵ LB, porém, devido a correção de curvatura as distribuições de ν_t

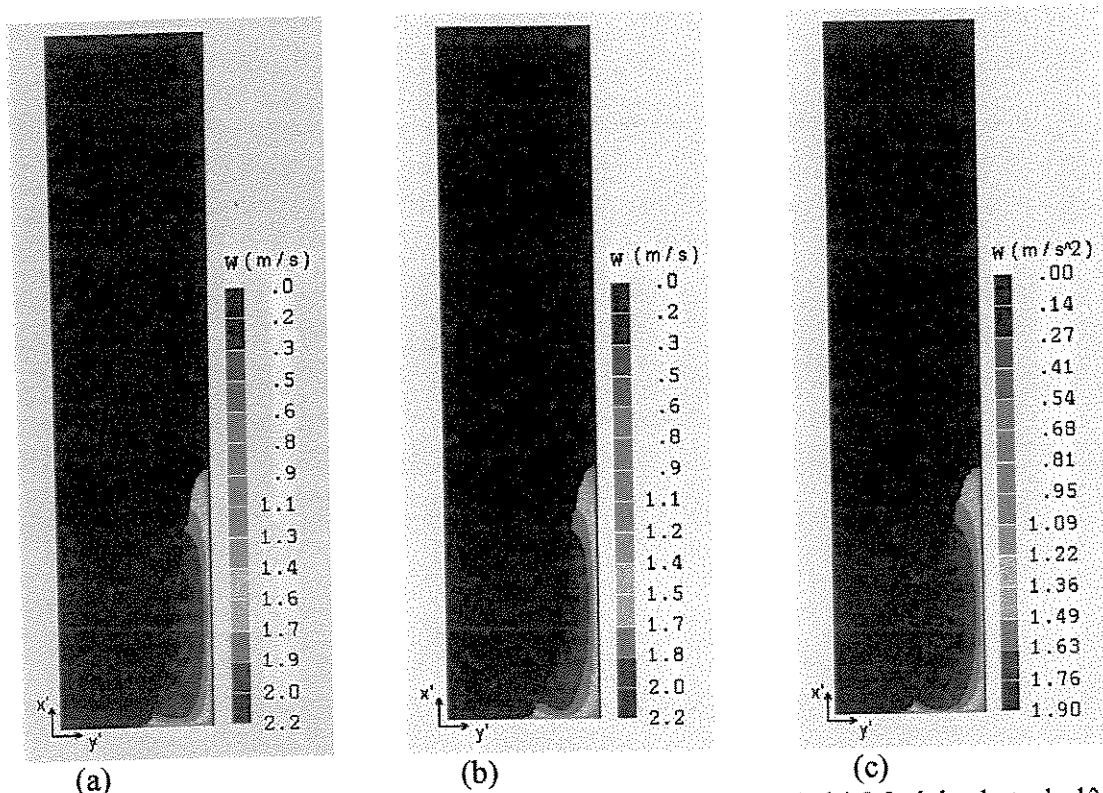


Figura 8.29 - Campo de velocidades obtido para o teste Nro. 6; (a) Modelo de turbulência LVEL; (b) Modelo de turbulência k-ε LB; (c) Modelo de turbulência k-ε LB-CC.

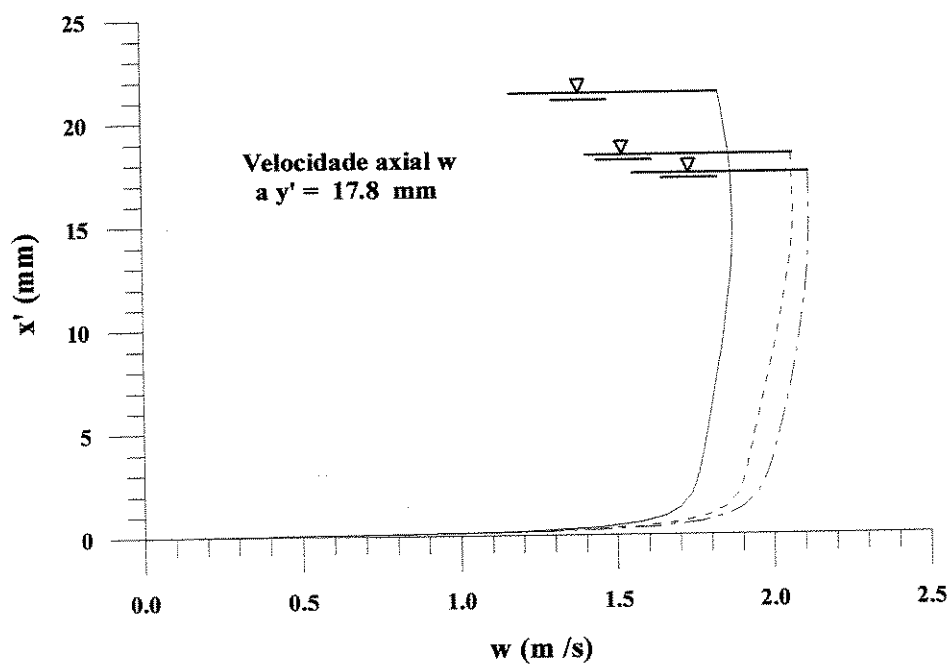


Figura 8.30 - Perfis da velocidade axial obtido Para o teste Nro 6; (—) Modelo de turbulência k-ε LB-CC; (----) Modelo de turbulência k-ε LB; (- - -) Modelo de turbulência LVEL.

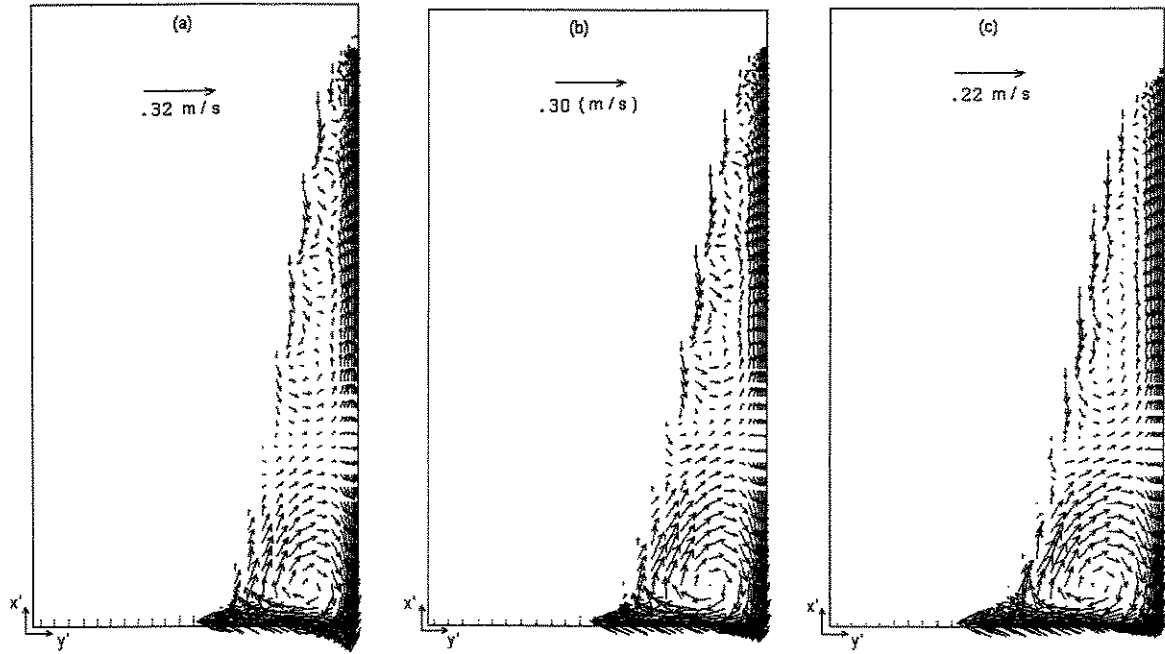


Figura 8.31 – Escoamento Secundário obtido para o teste Nro. 6; (a) Modelo de turbulência LVEL; (b) Modelo de turbulência $k-\epsilon$ LB; (c) Modelo de turbulência $k-\epsilon$ LB-CC.

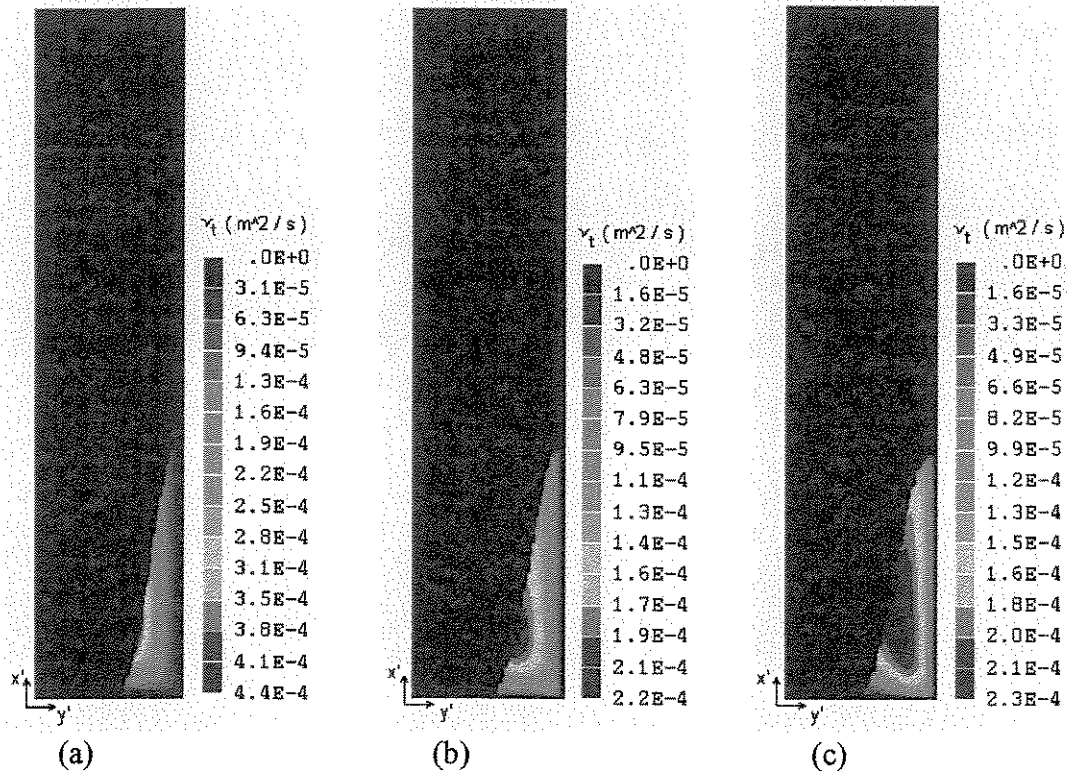


Figura 8.32 - Campo de viscosidade cinemática turbulenta obtido para o teste Nro. 6; (a) Modelo de turbulência LVEL; (b) Modelo de turbulência $k-\epsilon$ LB; (c) Modelo de turbulência $k-\epsilon$ LB-CC.

são diferentes; se observa um aumento de v_t próximo da parede norte como causa do efeito da curvatura.

Na figura (8.33) apresenta-se os perfis da energia cinética turbulenta, k , obtidos a partir dos modelos $k-\varepsilon$ LB e $k-\varepsilon$ LB-CC, para o teste Nro. 6. Observa-se que as características são similares, porém os níveis dos valores de k são diferentes. Os valores do campo obtido pelo modelo $k-\varepsilon$ LB-CC são maiores que os reportados pelo modelo $k-\varepsilon$ LB. Isto é devido ao aumento da intensidade das flutuações de velocidade próximo às paredes côncavas (parede norte). Eles são subestimados quando são simulados utilizando-se modelos isotrópicos, como é o caso do modelo $k-\varepsilon$ LB ou LVEL (Luo e Lakshminarayana, 1997). Uma alternativa para resolver este problema é implementar uma correção devido ao efeito da curvatura, neste caso, é possível controlar a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta. Isto traz como consequência, um aumento ou diminuição da energia cinética turbulenta dependendo se a parede é côncava ou convexa, respectivamente. Este termo é o responsável pelo aumento nos valores da energia cinética turbulenta (k) observadas na figura (8.33).

De forma complementar é apresentado na figura (8.34) o campo da dissipação da energia cinética turbulenta, ε . Os modelos apresentam resultados similares, porém, os maiores níveis de ε são previstos pelo modelo $k-\varepsilon$ LB-CC.

Os fatores de atrito locais (f) para as paredes oeste e norte são mostrados nas figuras (8.35) e (8.36), foram calculados de acordo à equação (8.4). Eles referem-se aos três modelos de turbulência e aplicado ao teste Nro. 6. Para os três modelos as distribuições de f apresentam comportamento similar. Entretanto, os valores mais elevados de f ocorrem para as previsões com o modelo $k-\varepsilon$ LB-CC. Este aumento de f é justificado pois para canais abertos de mesma inclinação operando com mesma vazão o aumento da área ocupada pelo líquido vem em decorrência do aumento do atrito.

O problema em questão envolve escoamentos com baixo número de Reynolds (21000 a 45000) com efeito de curvatura presente. A combinação destas duas características no escoamento foi avaliada para os três modelos em questão. O modelo LVEL, por ser algébrico, é o mais

econômico em termos computacionais. Ele atende as exigências de Baixo Reynolds pois é válido a partir da parede por meio da modificação da lei da parede proposta por Spalding (1961). A posição da interface é prevista de forma não totalmente satisfatória provavelmente pela ausência de efeitos de curvatura no modelo.

O segundo modelo a ser testado foi o $k-\epsilon$ LB. Devido ao baixo regime de Reynolds foi escolhido um modelo linear de duas equações que atendem a esta característica. Adicionalmente ao modelo LVEL, o $k-\epsilon$ LB aplica-se a escoamentos onde a taxa local de produção de turbulência pode ser distinta da taxa local de dissipação de energia turbulenta, isto é, escoamentos “não equilibrados” (non-equilibrium flows). A viscosidade turbulenta, ν_t , calculada a partir do modelo $k-\epsilon$ LB, distintamente do modelo LVEL, leva em conta os efeitos convectivos e difusivos. Apesar desta vantagem sobre o modelo LVEL o modelo $k-\epsilon$ LB não apresenta uma significativa melhora em relação às previsões da posição da interface. A semelhança dos resultados entre os modelos pode ser atribuída ao fato de que em se tratando de um escoamento desenvolvido a produção e destruição quase que se equivalem tornando irrelevantes a característica de não-equilíbrio do modelo $k-\epsilon$ LB para o escoamento em questão.

Por último foi testado o modelo $k-\epsilon$ LB-CC. Neste caso conseguiu-se contemplar as duas principais características do escoamento: fenômenos com baixos Reynolds e curvatura das paredes. Este modelo produziu os melhores resultados da posição da interface com relação aos dados experimentais. Apesar de ser computacionalmente mais dispendioso que o modelo LVEL ele foi adotado para simular o escoamento.

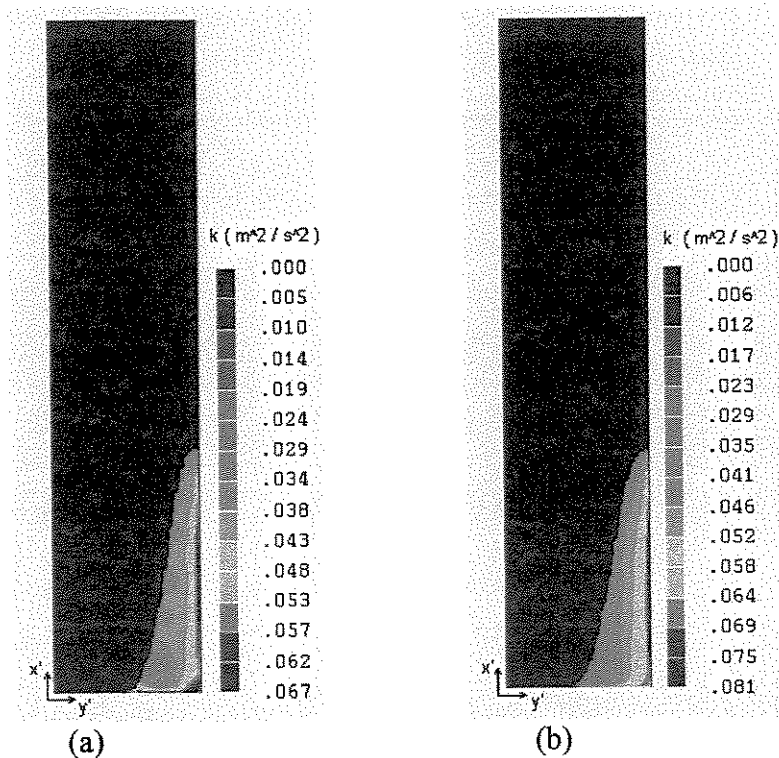


Figura 8.33- Energia cinética turbulenta (k) obtido para o teste Nro. 6; (a) Modelo de turbulência k - ϵ LB; (b) Modelo de turbulência k - ϵ LB com Correção devido à curvatura do canal.

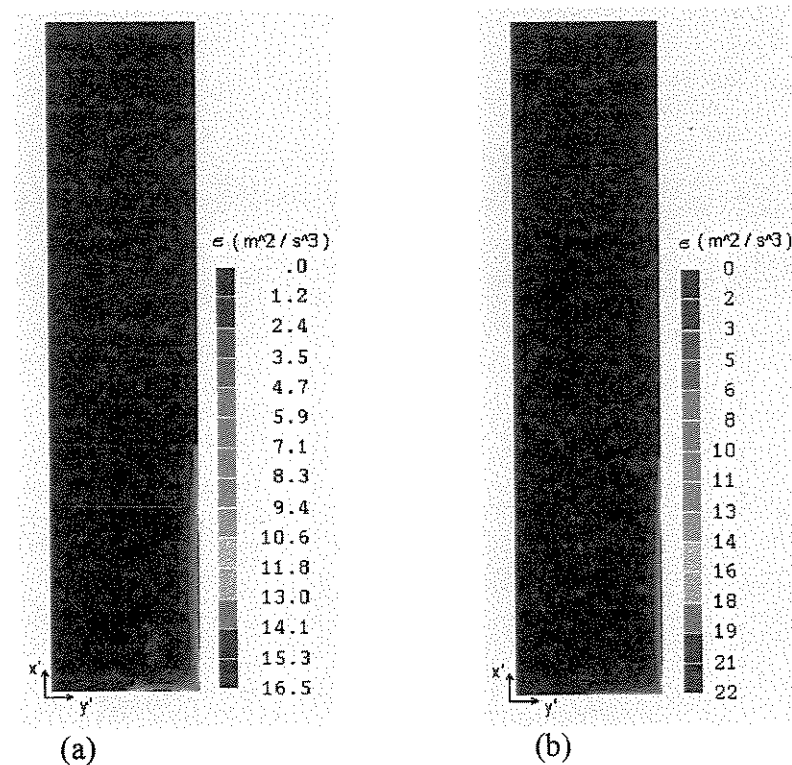


Figura 8.34 - Dissipação da energia cinética turbulenta (ϵ) obtido para o teste Nro. 6; (a) Modelo de turbulência k - ϵ LB; (b) Modelo de turbulência k - ϵ LB com Correção devido à curvatura do canal.

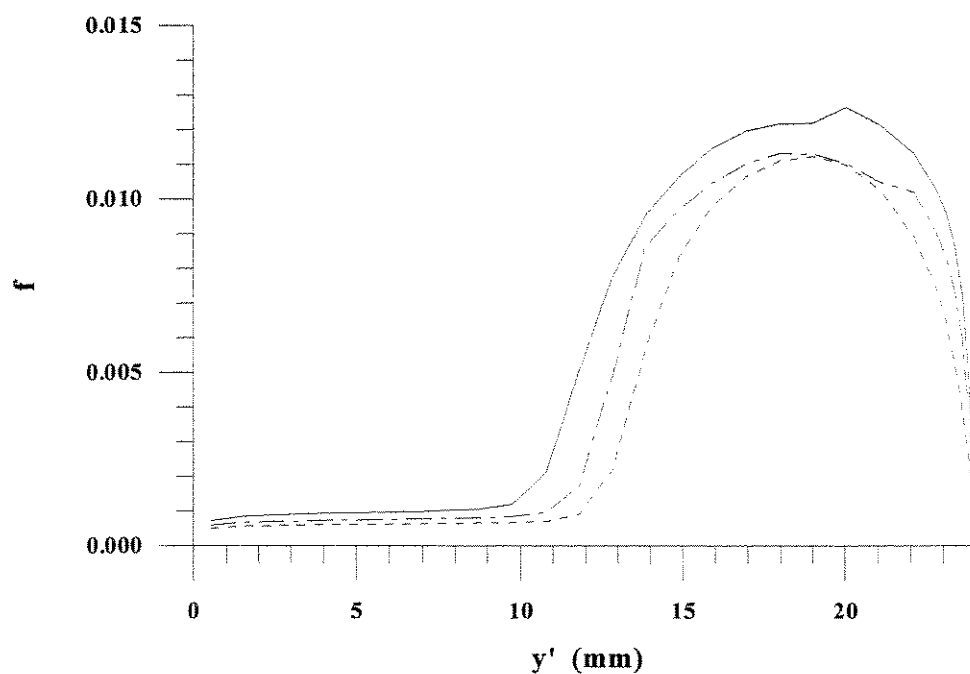


Figura 8.35 – Perfis do fator de atrito local na parede oeste, teste Nro 6; (—) Modelo de turbulência k- ϵ LB com correção devido à curvatura do canal; (----) Modelo de turbulência k- ϵ LB; (— · —) Modelo de turbulência LVEL.

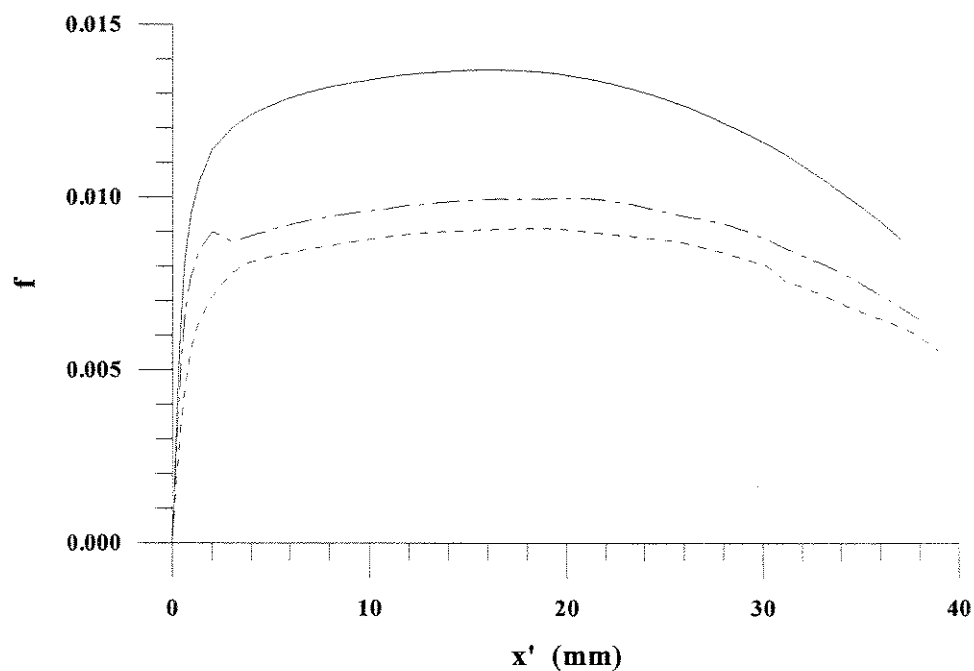


Figura 8.36 – Perfis do fator de atrito local na parede norte, teste Nro 6; (—) Modelo de turbulência k- ϵ LB com correção devido à curvatura do canal; (----) Modelo de turbulência k- ϵ LB; (— · —) Modelo de turbulência LVEL.

8.4.2.2 Resultados Numéricos Obtidos Com O Modelo k-ε LB-CC

Nesta seção são apresentados e analisados os resultados obtidos a partir do modelo de turbulência k-ε LB-CC para os testes Nro. 6 a 9.

A forma da interface prevista pelo modelo é validada com os dados experimentais obtidos por Alves (2000) conforme mostrado na figura (8.27). A característica é similar aos resultados obtidos para o regime laminar. Ela é deslocada em direção à parede norte, porém, a inclinação da superfície livre é mais acentuada e crescente com o aumento da vazão mássica. Observa-se em todos os casos a presença de um filme de líquido na parede oeste próximo da parede sul, devido a força centrífuga ser quase nula nesta região e o filme de líquido ficar aderido à parede.

A partir dos resultados obtidos com o modelo de turbulência k-ε LB-CC foram calculados, de maneira similar ao calculado para o regime laminar, a área transversal ocupada pelo líquido (A_l), o perímetro molhado (P_m), a velocidade média ($W_m = \dot{m}/\rho A_l$), o Raio Hidráulico ($R_H = A_l / P_m$) e o número de Reynolds ($Re = 4W_m R_H / \nu_l$). Os resultados são mostrados na tabela (8.10).

Tabela 8.10 – Propriedades do escoamento turbulento calculadas a partir dos resultados obtidos com o modelo de turbulência k-ε LB-CC.

Teste Nro.	A_l (mm ²)	P_m (mm)	W_m (m / s)	R_H (mm)	Re
6	275.94	63.68	1.595	4.33	27638.3
7	545.99	89.56	1.868	6.10	45557.5
8	268.71	54.85	1.079	4.90	21148.5
9	560.23	78.23	1.285	7.16	36814.5

Na figura (8.37) apresenta-se o campo de velocidade obtido pelo modelo de turbulência k-ε LB-CC para os testes Nro. 6 e 7. Observa-se que as características são parecidas, porém, os níveis de velocidade diferentes devido a variação da vazão mássica. As velocidades máximas se localizam próximo da interface livre, com gradientes de velocidade superiores aos observados no escoamento em regime laminar. De forma complementar é mostrado na figura (8.38) o campo de velocidades para os testes Nro 8 e 9 com características similares aos testes Nro. 6 e 7. No entanto,

pode-se distinguir os testes 6 e 7 dos testes 8 e 9 por ocorrerem em um canal helicoidal de inclinação média diferente. Os testes 6 e 7 ocorrem para uma inclinação média de $\alpha = 17.94^\circ$ e portanto apresentam um nível de velocidade máxima superior àquele exibido pelos teste 8 e 9 que possui uma inclinação média de $\alpha = 9.4^\circ$

Na figura (8.39) são mostrados os perfis da velocidade axial em três posições diferentes, $y' = 17.8, 20, 22.8$ mm para o teste Nro. 6. Observa-se acentuados gradientes de velocidade próximo da parede oeste, característica de escoamentos turbulentos. Distante da parede o perfil da velocidade é mais suave. As velocidades máximas observadas nesta figura não são localizadas na superfície livre. Isto se deve ao fato da interface ser inclinada em relação ao eixo coordenado $x'y'$. Esta inclinação faz com que a parede norte exerça um atrito que varia com a posição x' .

Na figura (8.40) apresenta-se o campo de pressão obtido pelos três modelos de turbulência $k-\varepsilon$ LB-CC para os testes Nro. 6 e 8. De maneira similar ao observado para o regime laminar, os níveis de pressão seguem, aproximadamente, a forma da interface a semelhança daqueles gerados por um campo hidrostático em rotação. Neste último caso, a pressão passa ser uma função da altura da interface e da rotação. A análise desta hipótese foi detalhada na seção (8.3.1).

Na figura (8.41) são mostrados os escoamentos secundários para os testes Nro. 6 e 7. Para uma melhor visualização do gráfico de vetores, foi ampliado apenas para a região onde ocorre o escoamento, diferentemente dos outros gráficos onde é mostrado toda a seção transversal. Observa-se que as características são similares, o escoamento é caracterizado por uma célula de circulação maior na parte inferior do canal (próximo da parede oeste), sendo esta, a mais intensa e no sentido horário. O sentido horário de circulação é coerente com a ação da força centrífuga e com o efeito da parede oeste. Uma das principais diferenças do escoamento secundário entre o regime turbulento e laminar é o número de células de circulação presentes. Para o teste Nro.6 são observados três células de circulação e para o teste Nro. 7 observa-se 4 células de circulação. A corrente secundária é intensa e gera um jato que incide normalmente à parede norte bifurcando em duas correntes: uma ascendente e outra descendente. A corrente ascendente percorre toda a extensão da parede norte até atingir a interface para inverter o sentido. Entre estas duas correntes são formadas células de recirculação de mesmo sentido de rotação, similares àqueles formados por uma esteira de vórtices (White, 1986) ilustrados na figura (8.41c).

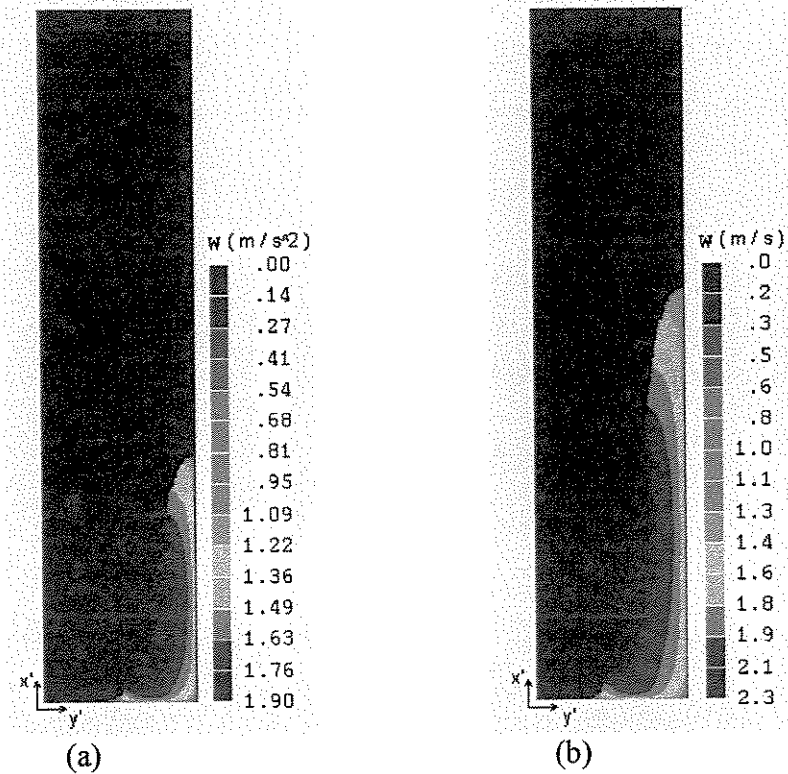


Figura 8.37 - Campo de velocidades obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro. 6; (b) Teste Nro. 7.

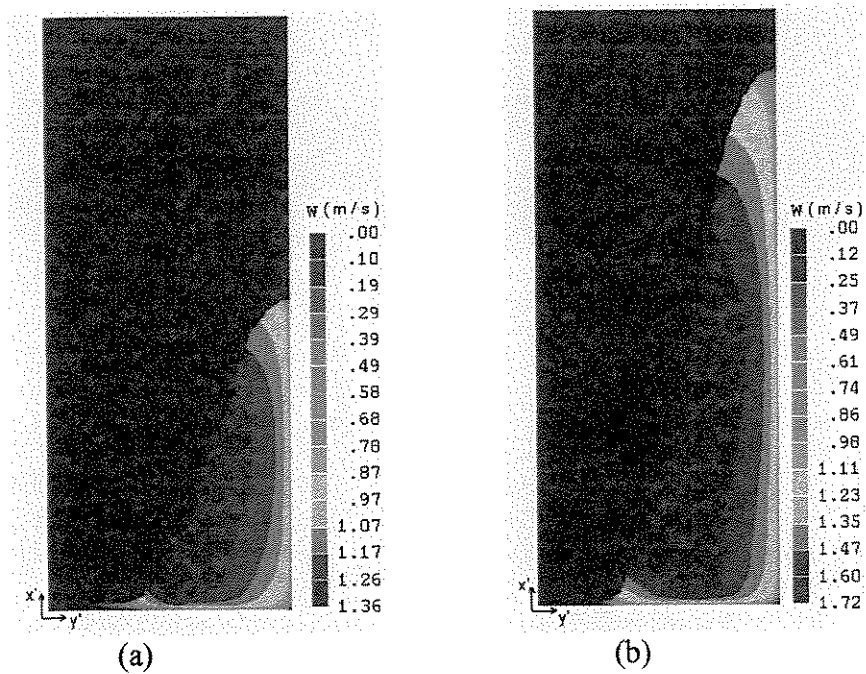


Figura 8.38 - Campo de velocidades obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro. 8; (b) Teste Nro. 9.

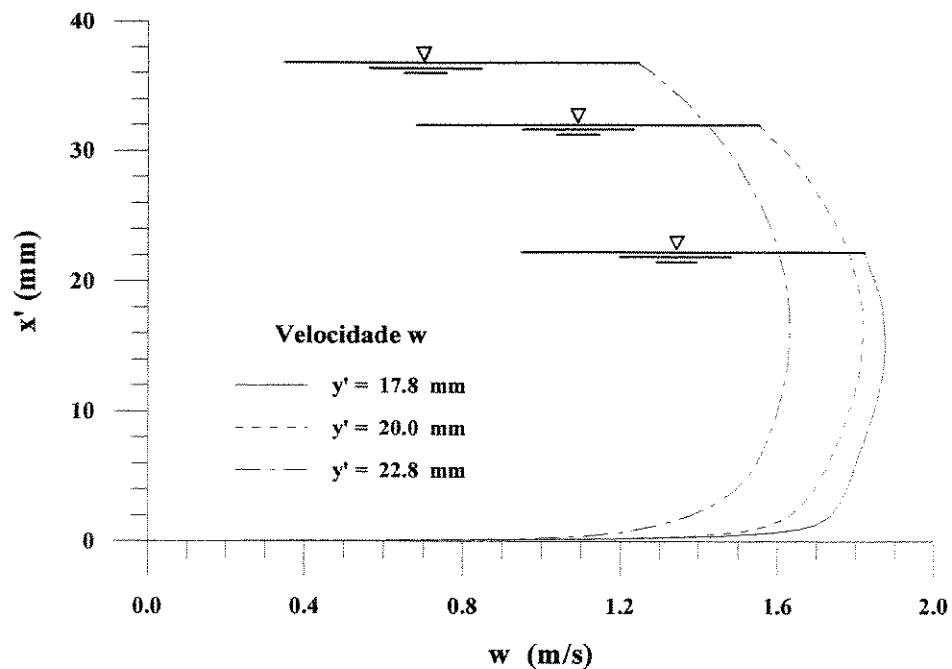


Figura 8.39 – Perfis da velocidade axial obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC, teste Nro.6.

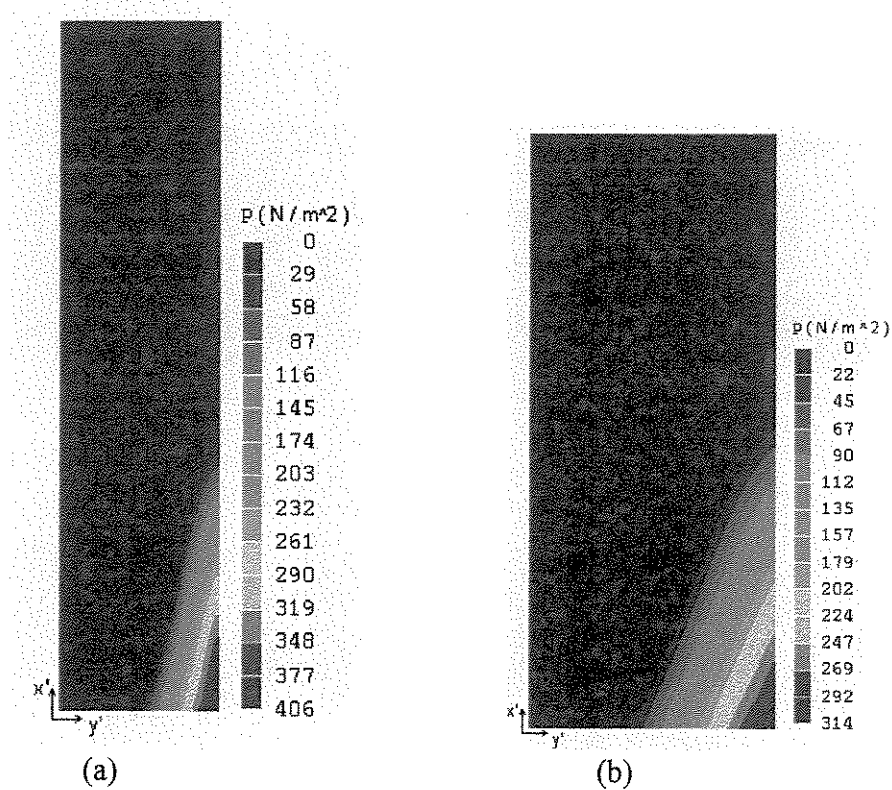


Figura 8.40 - Campo de pressão obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) teste Nro. 6; (b) Teste Nro. 8.

Na figura (8.42) é mostrado o perfil da velocidade v na direção y' para o teste Nro. 6, em três diferentes posições. O objetivo deste gráfico é mostrar a presença das células de circulação, toda vez que se existir uma inversão no sentido da velocidade “ v ” significa a presença de uma célula de circulação. Observa-se que os perfis acompanham a forma da interface e a característica do escoamento secundário. Na posição $y' = 17.8$ mm observa-se três inversões na direção da velocidade v , isto significa a presença, de três células de circulação nesta seção. Na posição $y' = 20.0$ mm a característica é diferente, observa-se quatro inversões no sentido da velocidade v , isto indica que esta seção é localizada na região onde se encontra quatro células de circulação, uma próximo da parede oeste (a mais intensa) e três na parte superior ao escoamento, este resultado confirma o resultado que foi visualizado na figura (8.41a). Na posição $y' = 22.8$ mm (próximo à parede norte) observa-se que o escoamento tem uma característica uniforme e os valores são menores, próximos de zero, não é observado nenhuma célula de circulação, existe uma inversão no sentido da velocidade próximo da interface livre, isto é esperado toda vez que próximo da interface livre existe componentes de velocidade que estão no sentido contrario ao que é observado na região próximo à parede norte, este resultado coincide com o resultado mostrados na figura (8.41a) onde é observado que o escoamento é quase paralelo próximo da parede norte, o que resulta em valores muito pequenos da velocidade v .

Na figura (8.43) é apresentado o escoamento secundário obtido para os testes Nro. 8 e 9 através dos modelo de turbulência $k-\epsilon$ LB-CC. Os dois resultados mostram a presença, apenas, de duas células de circulação, observa-se que a célula inferior é a mais intensa, similar ao observado para o escoamento em regime laminar.

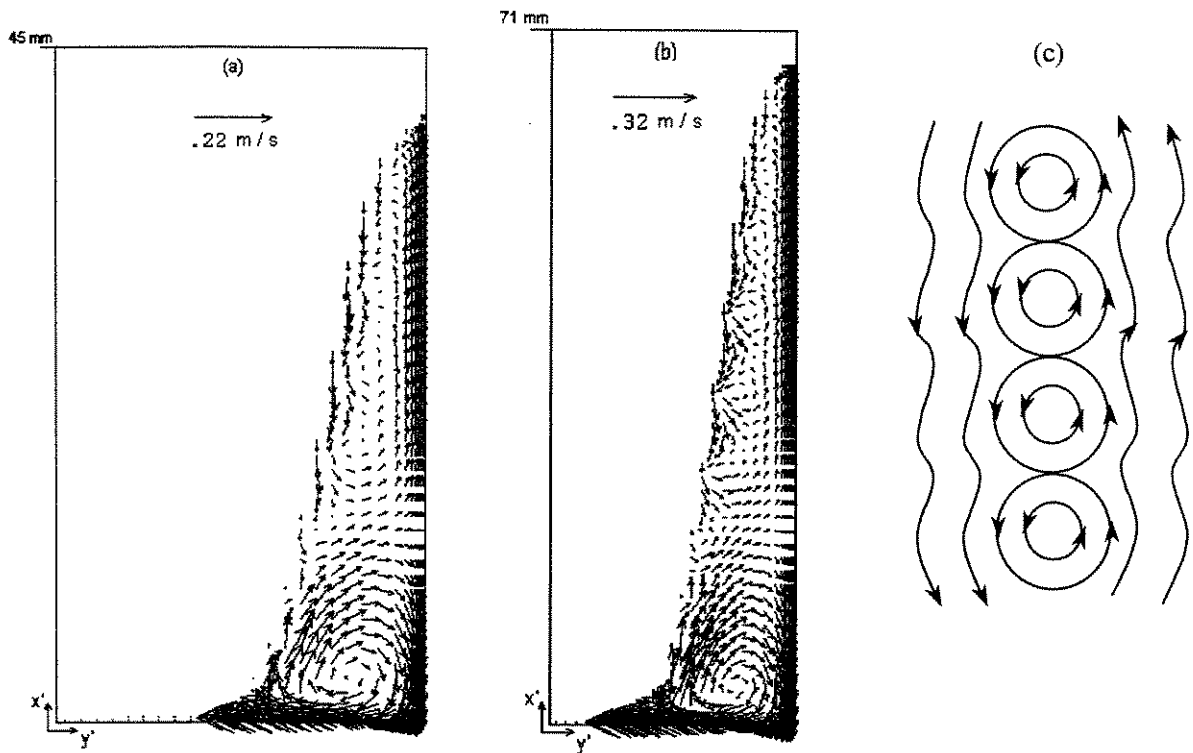


Figura 8.41 – Escoamento Secundário obtido pelo modelo de turbulência $k-\varepsilon$ LB-CC; (a) Teste Nro. 6; Teste Nro. 7.

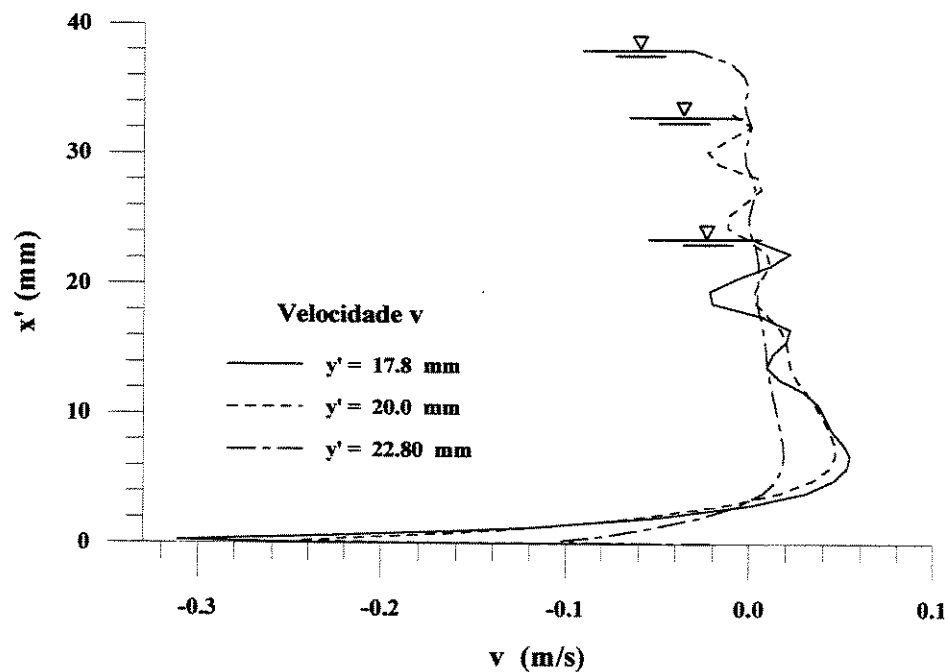


Figura 8.42 – Perfis de velocidade v obtido pelo modelo de turbulência $k-\varepsilon$ LB-CC, em três diferentes posições; teste Nro. 6.

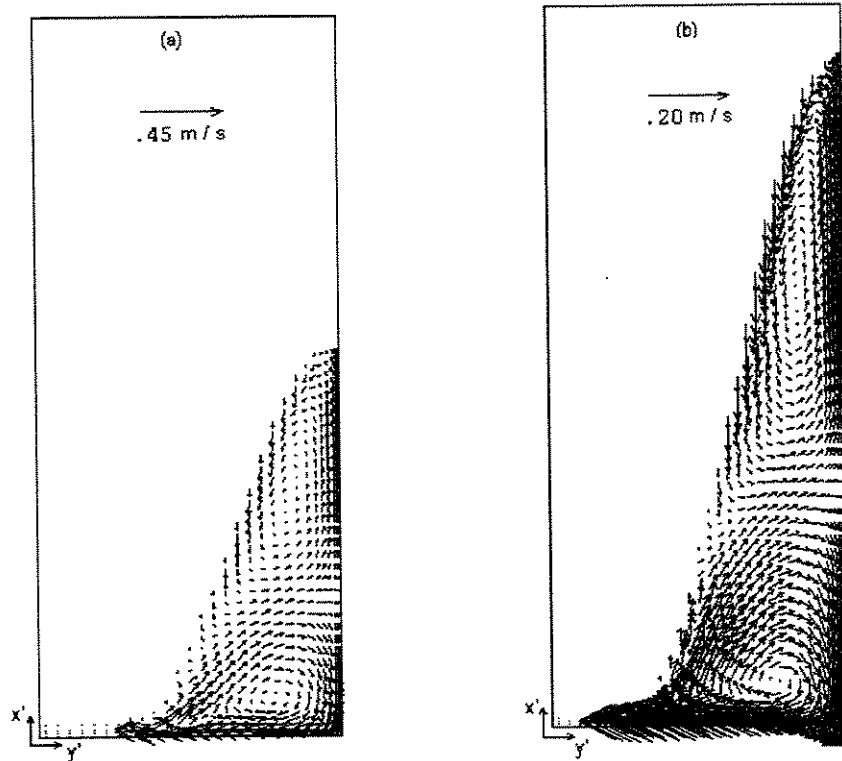


Figura 8.43 – Escoamento Secundário obtido pelo modelo de turbulência $k-\varepsilon$ LB-CC; (a) Teste Nro. 8; Teste Nro. 9.

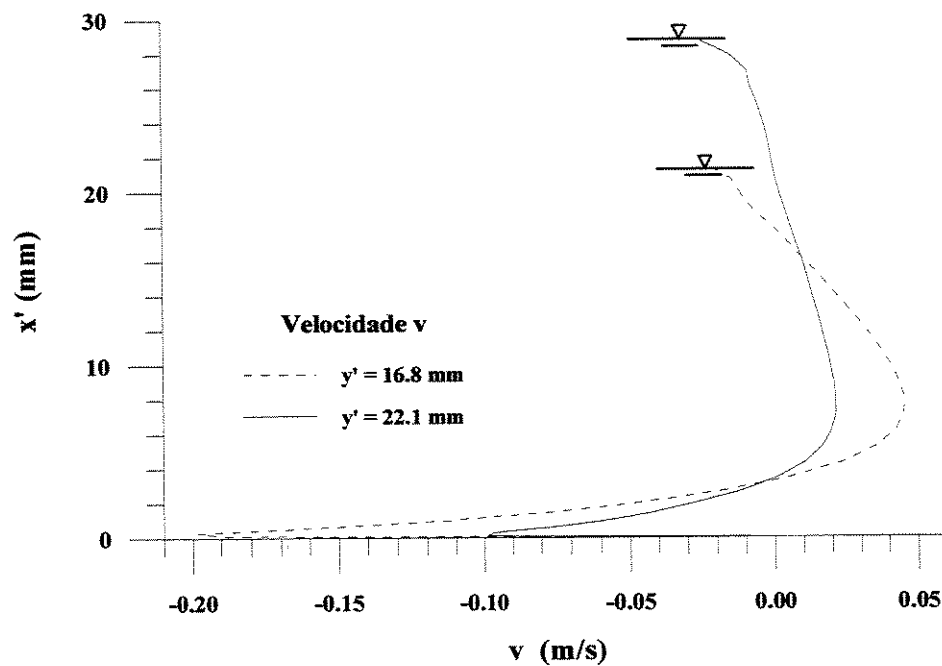


Figura 8.44 – Perfis de velocidade v obtido pelo modelo de turbulência $k-\varepsilon$ LB com correção devido à curvatura do canal, em duas posições; teste Nro. 8.

Na figura (8.44) são mostrados os perfis de velocidade em duas seções verticais referentes aos resultados mostrados na figura (8.43a). A presença de apenas duas células de circulação nestas posições é confirmada. Este resultado coincide com o observado na figura (8.43a).

Na figura (8.45) é mostrado o campo de viscosidade turbulenta, ν_t , calculado através do modelo de turbulência k - ϵ LB-CC para os testes Nro. 6 e 7. Observa-se que o ν_t é nula próximo das paredes. Isto é devido à subcamada laminar onde a viscosidade turbulenta é muito menor que a molecular. Afastando-se das paredes o tensor de Reynolds aumenta seu valor até chegar numa região onde a difusão molecular é insignificante, neste caso a difusão turbulenta predomina no escoamento.

Na figura (8.46), mostra-se o campo da energia cinética turbulenta (k) obtido nos testes Nro. 6 e 7. Observa-se que os valores máximos estão localizados próximos das paredes. Isto se deve ao aumento da intensidade das flutuações próximo das paredes. Nesta região os gradientes do campo médio de velocidade são mais elevados e, como consequência, há uma maior produção de energia cinética turbulenta. Esta característica é similar àquela observada em canais retos, porém, no canal helicoidal ela apresenta uma forte assimetria devido ao posicionamento da interface livre e da curvatura. A figura (8.47), de forma complementar, apresenta o campo de energia cinética turbulenta para os testes Nro. 8 e 9. As características são similares às observadas na figura (8.46).

Na figura (8.48) são mostrados os perfis da energia cinética turbulenta obtidos para os testes Nro. 8 e 9 e $y' = 18.7$ mm. Observa-se um pico nos valores da energia cinética turbulenta apenas para uma região próximo da parede oeste, isto é coerente com o observado na figura (8.47). Ao se afastar da parede há uma recuperação da energia cinética turbulenta devido aos efeitos da parede norte no escoamento. A magnitude da energia cinética turbulenta aumenta com o aumento da vazão, o que era esperado, já que as flutuações da velocidade aumentam com o aumento do número de Reynolds.

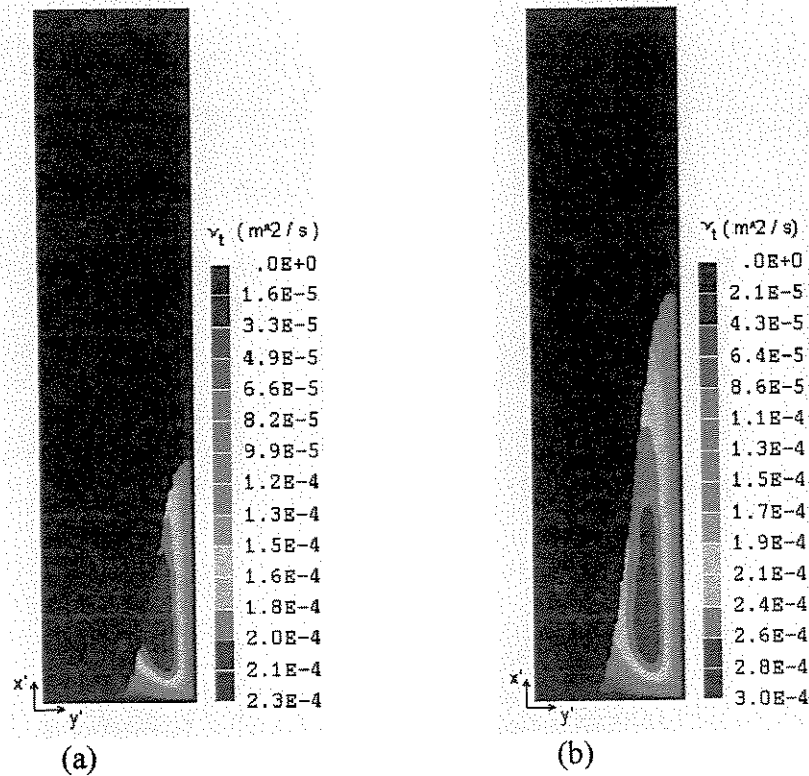


Figura 8.45 - Campo de viscosidade cinemática turbulenta obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro. 6; (b) Teste Nro. 7.

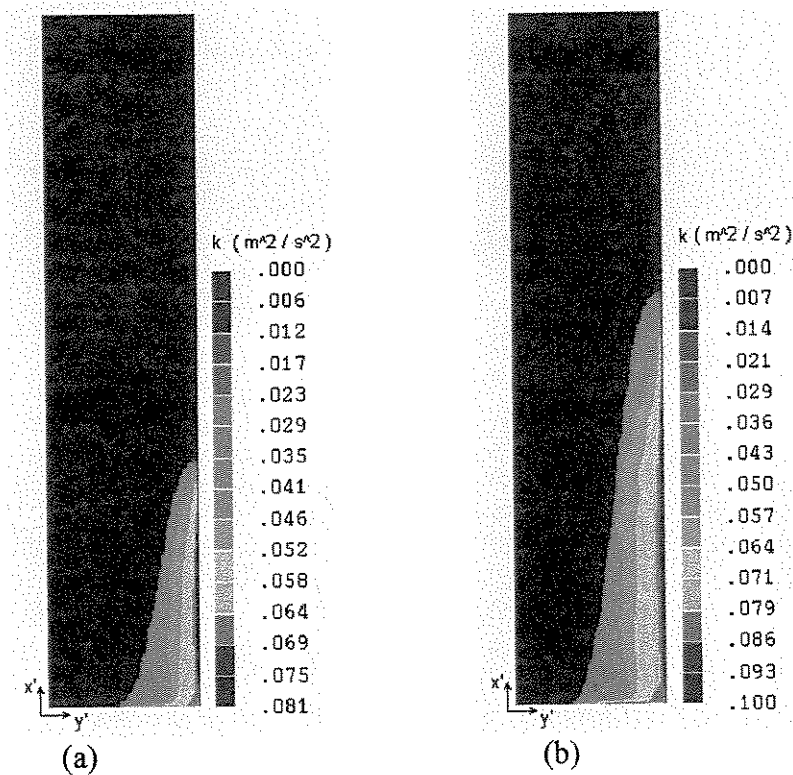


Figura 8.46 - Energia cinética turbulenta (k) obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro 6; (b) Teste Nro. 7.

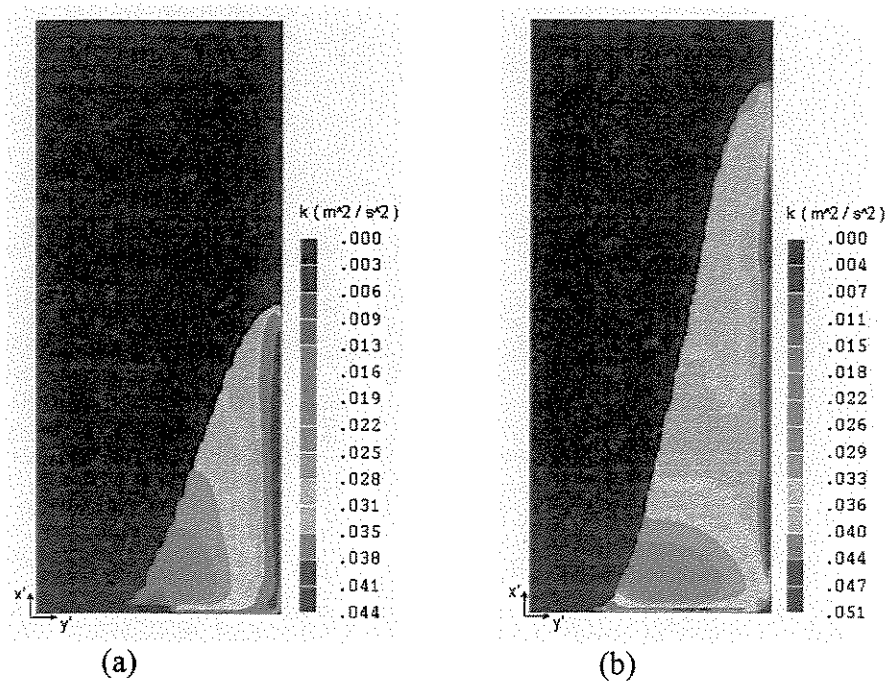


Figura 8.47 - Energia cinética turbulenta (k) obtido pelo modelo de turbulência k - ϵ LB-CC; (a) Teste Nro 8; (b) Teste Nro. 9.

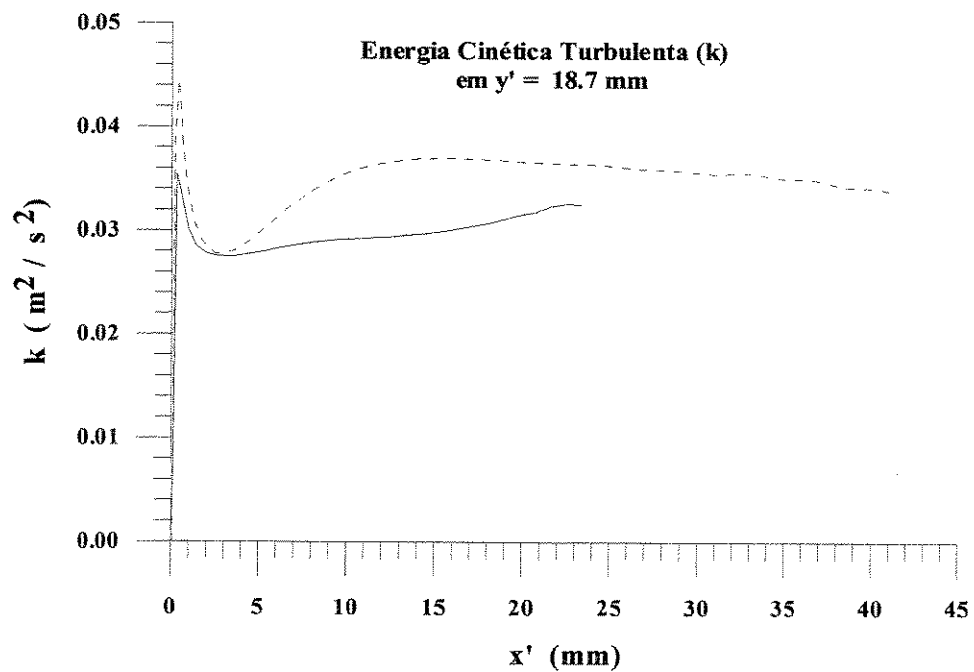


Figura 8.48 – Perfis de energia cinética turbulenta (k) para o plano $y' = 18.7$ mm, obtido pelo modelo de turbulência k - ϵ LB-CC; (—) Teste Nro 8; (---) Teste Nro. 9.

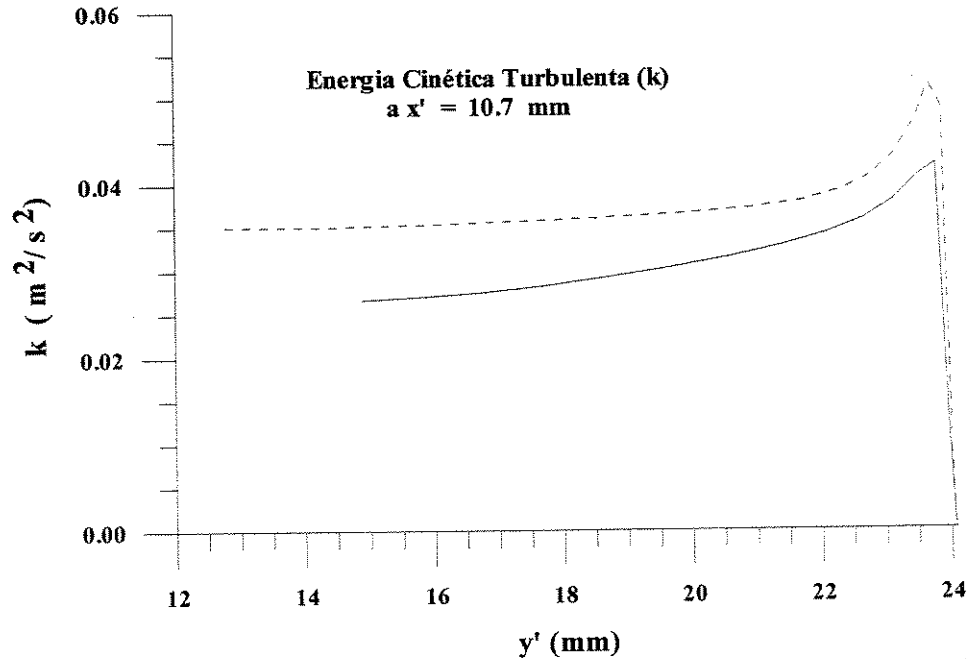


Figura 8.49 – Perfis de energia cinética turbulenta (k) para o plano $x' = 10.7$ mm, obtido pelo modelo de turbulência k - ϵ LB-CC; (—) Teste Nro 8; (---) Teste Nro. 9.

Na figura (8.49) são mostrados os perfis da energia cinética turbulenta obtidos para os testes Nro. 8 e 9 e $x' = 10.7$ mm. O perfil de k apresenta um comportamento equivalente a um canal 2D. Isto é, para esta posição o efeito da parede oeste no perfil de k é muito pequeno, fazendo com que ele apresente um máximo próximo da parede norte e decrescendo à medida em que se aproxima da interface.

Na figura (8.50), são mostrados os resultados relativos à dissipação da energia cinética turbulenta (ϵ) para os testes Nro. 8 e 9. Observa-se que a dissipação da energia cinética turbulenta ocorre somente próximo às paredes norte e oeste e localizadas em uma fina espessura de camada de fluido. Isto, é devido aos intensos gradientes de velocidade que existem próximos às paredes. Considerando-se que a dissipação é proporcional ao gradiente de velocidades do campo médio ela assume valores elevados próximo das paredes devido aos elevados gradientes de velocidades nesta região. De forma contrária os gradientes de velocidade são quase nulos próximo da superfície livre e, portanto, ϵ adquire valores próximos de zero.

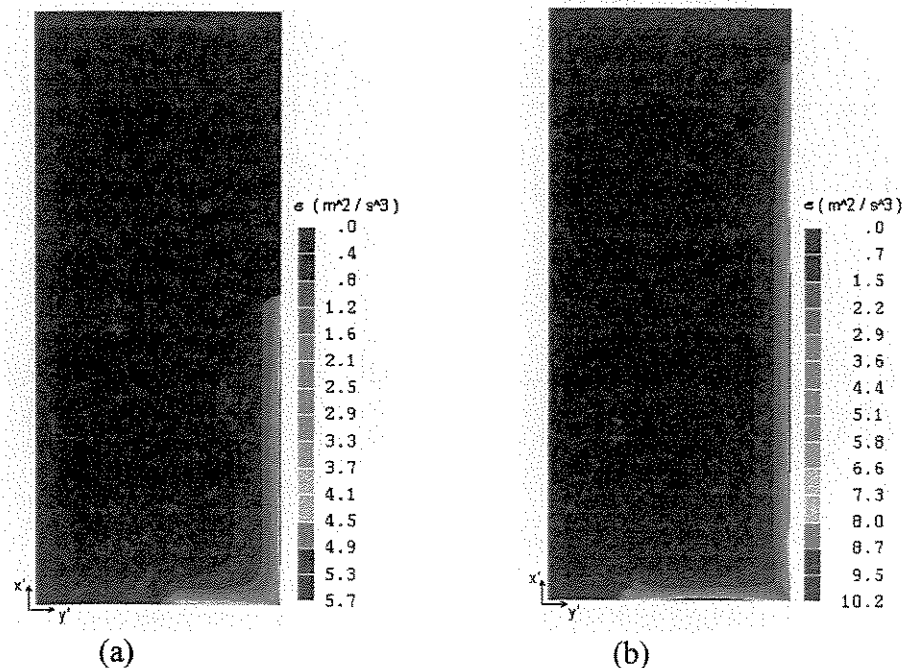


Figura 8.50 - Dissipação da energia cinética turbulenta (ϵ) obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro. 8; (b) Teste Nro. 9.

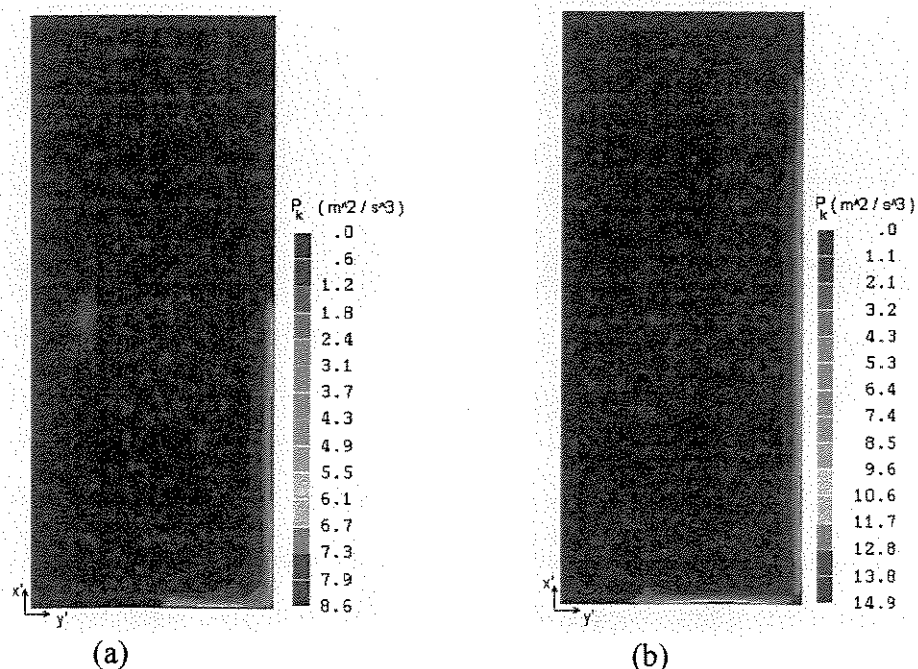


Figura 8.51 - Produção da energia cinética turbulenta (P_k) obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC; (a) Teste Nro. 8; (b) Teste Nro. 9.

Na figura (8.51) é mostrado o campo de produção da energia cinética turbulenta, P_k , para os testes Nro. 8 e 9. Devido à inibição do movimento do fluido na direção normal às paredes, as flutuações de velocidade próximo às paredes são mais intensas. Nesta região também são observados os maiores gradientes de velocidade. Estes fatores fazem com que a produção da energia cinética turbulenta seja maior nesta região. A intensidade das flutuações de velocidade diminuem à medida que se afastam da parede e os gradientes de velocidade são menores nas regiões próximas da interface livre, como consequência os valores de P_k nesta região são pequenos. Esta afirmação é comprovada na figura (8.51), onde os maiores valores de P_k estão localizados nas regiões próximas das paredes oeste e norte e valores quase nulos próximo a interface.

Na figura (8.52) são apresentados os perfis da produção de energia cinética turbulenta, P_k , e dissipação de energia cinética turbulenta (ϵ) para o teste Nro. 8, em $y' = 18.7$ mm. Observa-se que o valor de P_k é nulo na parede oeste, como era de se esperar pois a velocidade na parede é nula (condição de não deslizamento). Como a dissipação da energia cinética turbulenta é proporcional à tensão viscosa, que não é nula na parede, ϵ resulta em um valor constante, que é observado na figura (8.52). Numa região um pouco afastada da parede o termo de produção tem seu valor aumentado e eventualmente se compara em magnitude à dissipação viscosa, indicando a existencia de uma região de equilíbrio local, como se observa na figura (8.52). A forma de P_k e ϵ na figura (8.52) é similar àquela encontrada em escoamentos completamente desenvolvidos em dutos retos. De modo complementar é apresentado na figura (8.53) a distribuição de P_k e ϵ próximo da parede norte a $x' = 10.7$ mm. Os resultados são similares aos reportados na figura (8.52).

Nas figuras (8.54) e (8.55) são mostrados os resultados relativos ao fator de atrito local nas paredes oeste e norte respectivamente, para o escoamento no canal II, testes Nros. 6 e 7. Na figura (8.54) observa-se que o fator de atrito na parede oeste tem um valor máximo ligeiramente deslocado na direção da parede norte. Na figura (8.55) observa-se que o fator de atrito na parede norte tem valores máximos localizados na parte intermediária entre a interface livre e a parede oeste.

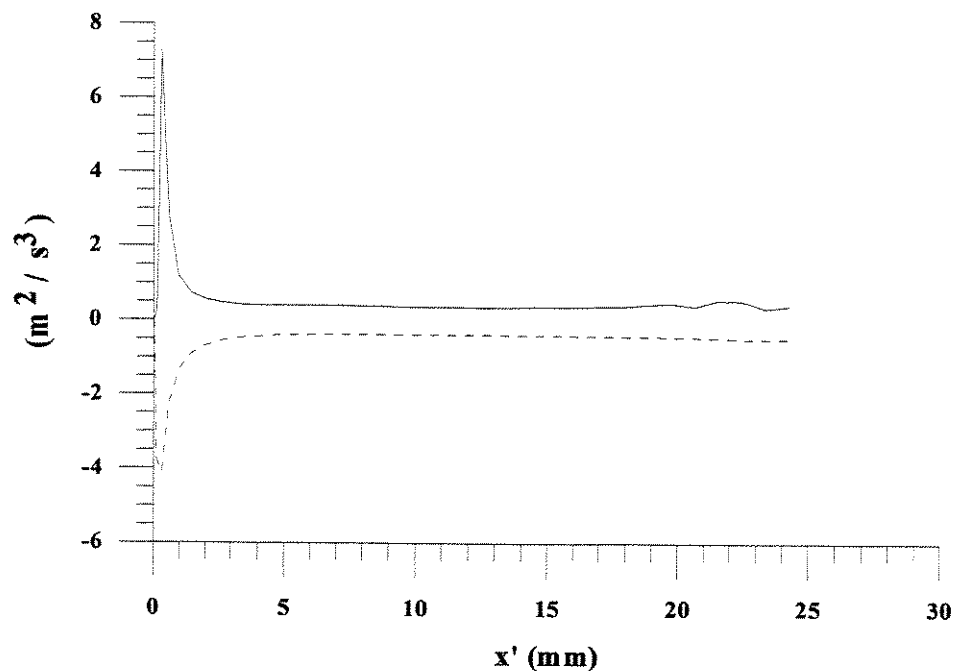


Figura 8.52 – Produção (P_k) e Dissipação da energia cinética turbulenta (ϵ) próximo à parede oeste, obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC, em $y' = 18.7$ mm, Teste Nro. 8; (—) P_k ; (---) ϵ .

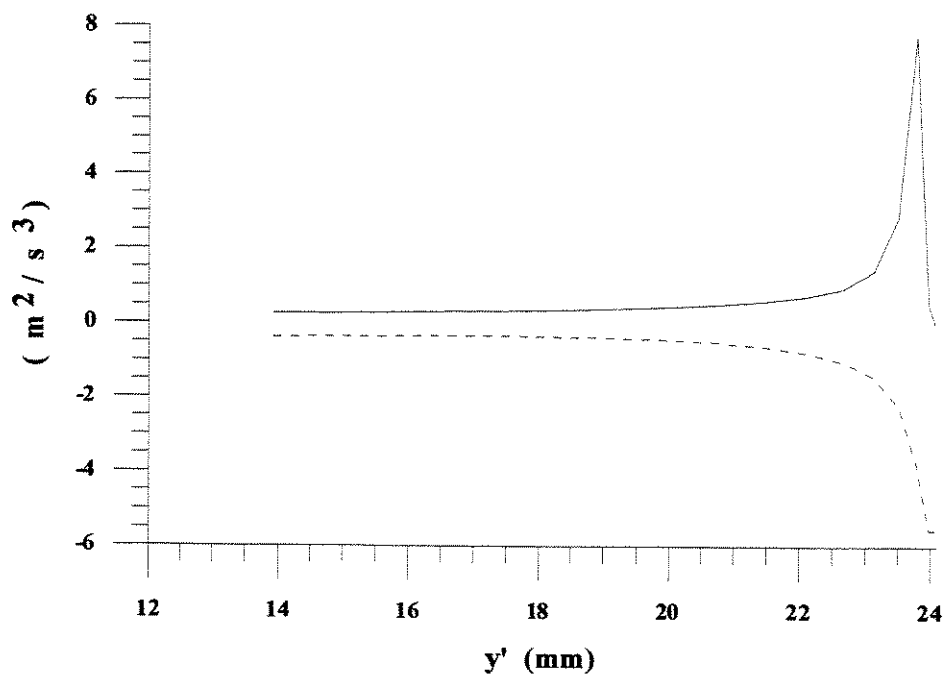


Figura 8.53 – Produção (P_k) e Dissipação da energia cinética turbulenta (ϵ) próximo à parede norte, obtido pelo modelo de turbulência k- ϵ LB-CC, em $x' = 10.7$, Teste Nro. 8; (—) P_k ; (---) ϵ .

O comportamento do fator de atrito decorre do perfil das velocidades adjacentes às paredes oeste e norte. Na figura(8.56) é mostrado os perfis das velocidades adjacentes à parede oeste, canal II, teste Nro 6. Nela se observa que os valores absolutos máximos estão localizados na região onde ocorre os níveis de fator de atrito máximos. Da mesma forma, na figura (8.57) são mostrados os perfis de velocidade adjacentes à parede norte, canal II, teste Nro 6, observa-se que existe uma inversão dos valores da velocidade u , porém os níveis da velocidade u são muito menores do que aquelas da velocidade axial (w), que predomina na velocidade resultante e dá o comportamento do fator de atrito observado.

A maneira de complemento nas figuras (8.58) e (8.59) são mostrados os perfis do fator de atrito obtido para o canal I, testes Nro 8 e 9, para as paredes oeste e norte. As características são similares aos observadas para os testes 6 e 7.

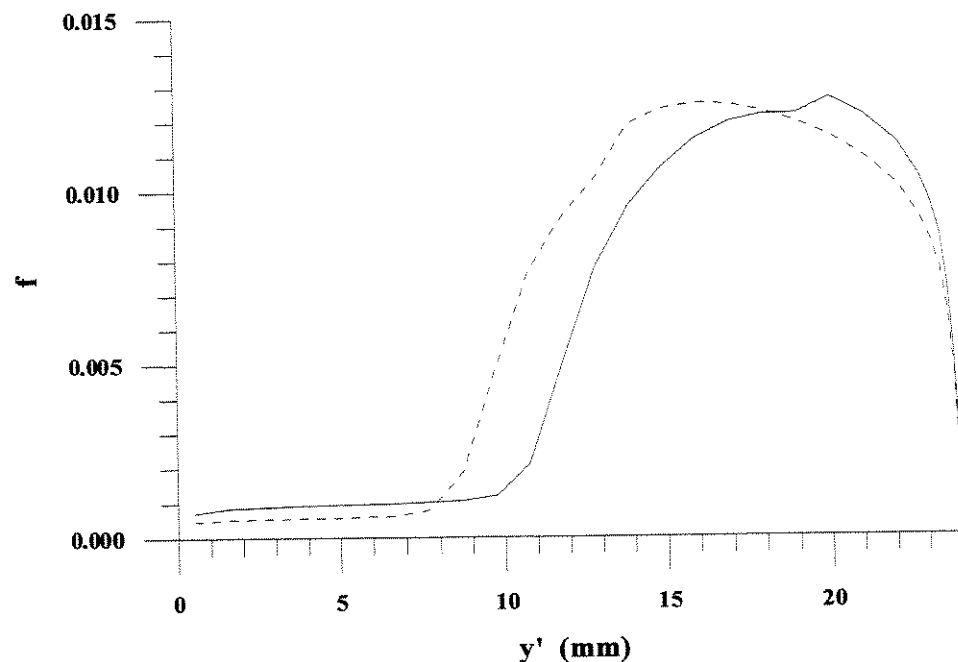


Figura 8.54 – Perfis do fator de atrito local na parede oeste obtido com o modelo de turbulência $k-\epsilon$ LB com correção devido à curvatura do canal, (—) Teste Nro. 6; (----) Teste Nro. 7

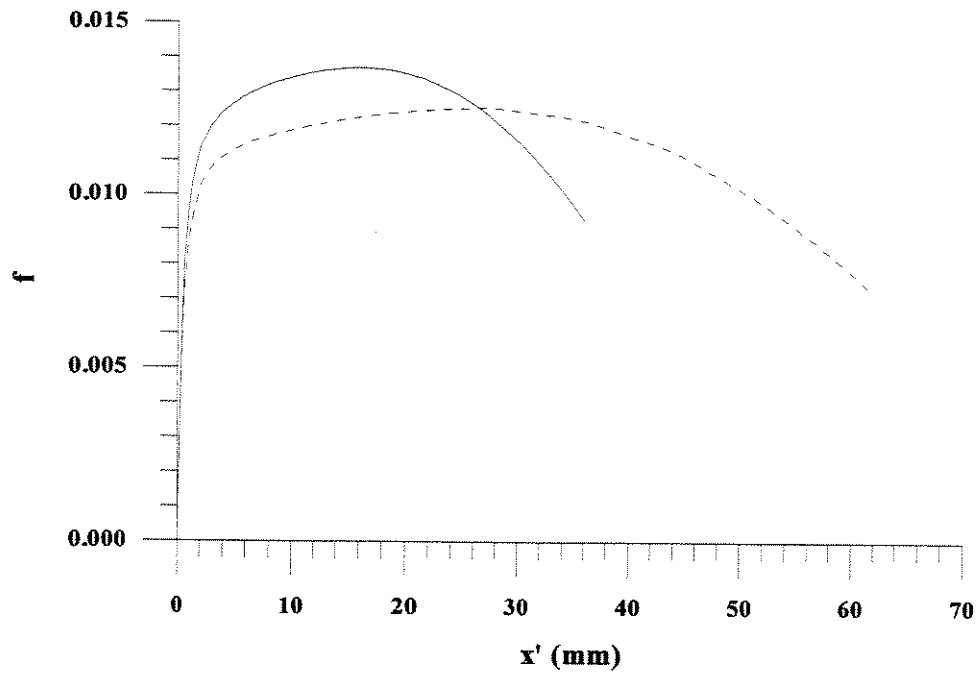


Figura 8.55 – Perfis do fator de atrito local na parede norte obtido com o modelo de turbulência k - ϵ LB com correção devido à curvatura do canal, (—) Teste Nro. 6; (---) Teste Nro. 7

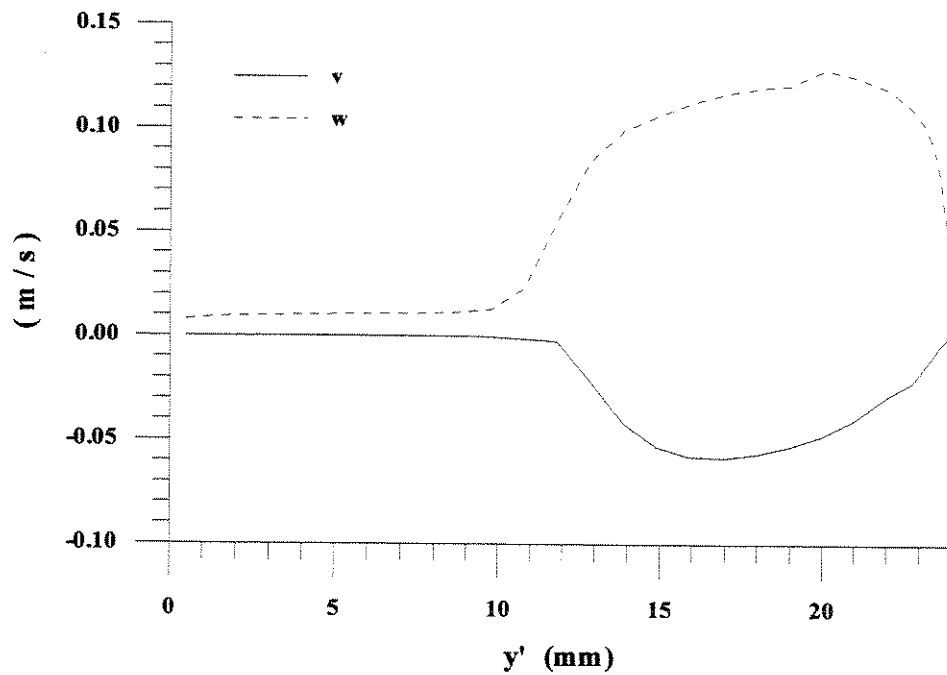


Figura 8.56 – Perfis de velocidade adjacente à parede oeste obtido com o modelo de turbulência k - ϵ LB-CC; Teste Nro. 6

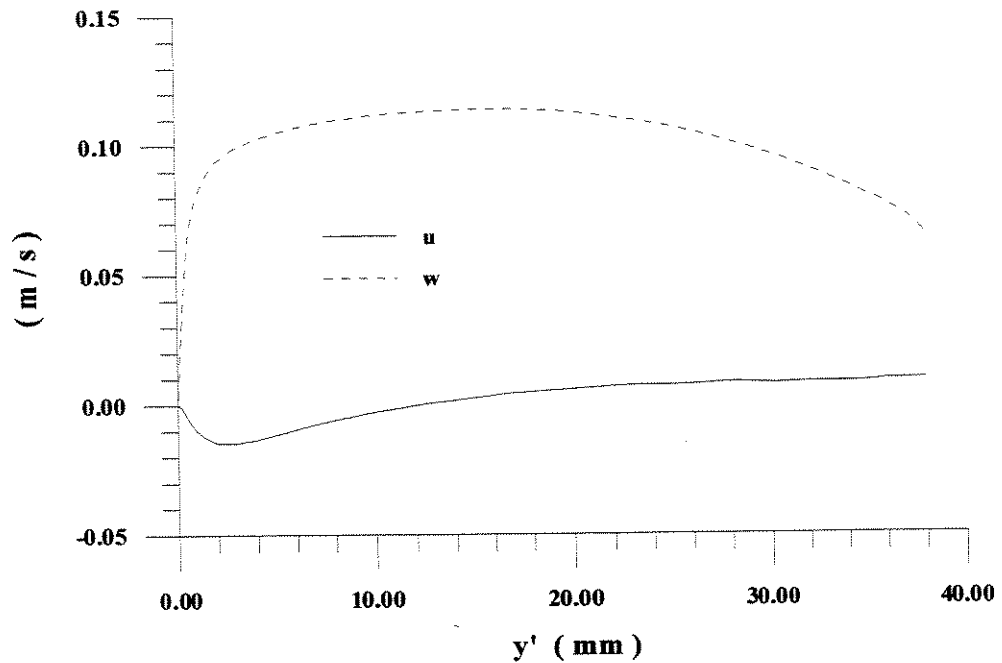


Figura 8.57 – Perfis de velocidade adjacente à parede norte obtido com o modelo de turbulência $k-\varepsilon$ LB-CC; Teste Nro. 6.

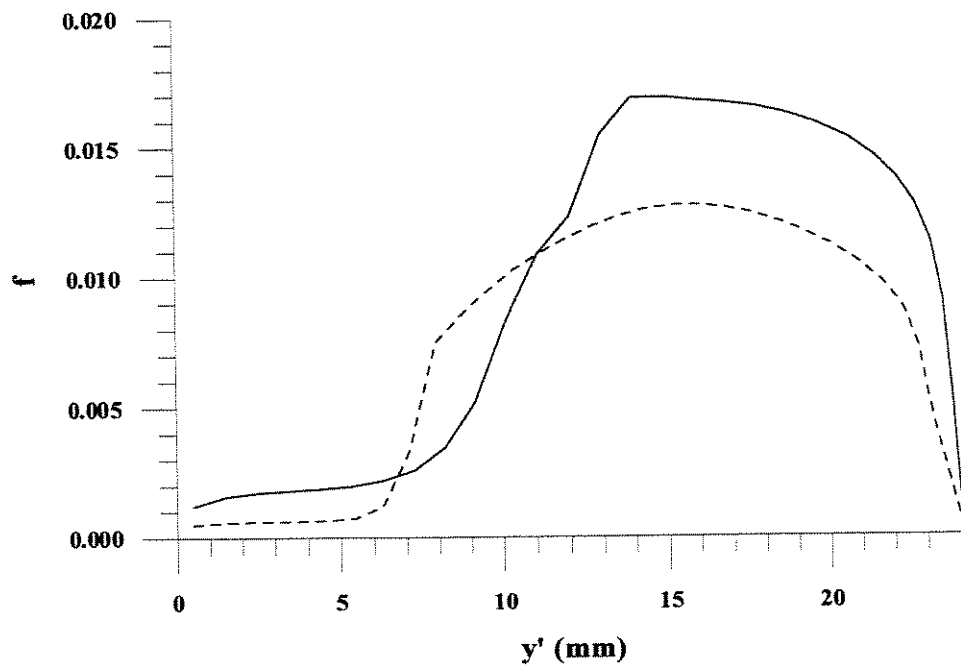


Figura 8.58 – Perfis do fator de atrito local na parede oeste obtido com o modelo de turbulência $k-\varepsilon$ LB-CC, (—) Teste Nro. 8; (---) Teste Nro. 9

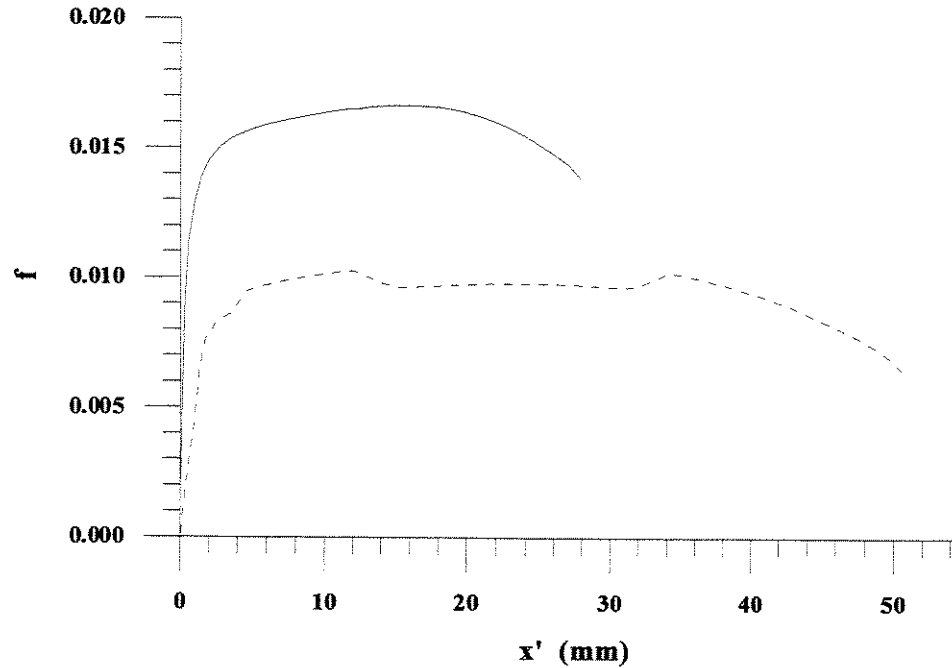


Figura 8.59 – Perfis do fator de atrito local na parede norte obtido com o modelo de turbulência k-ε LB-CC, (—) Teste Nro. 8; (---) Teste Nro. 9

A tabela (8.11) mostra os valores do fator de atrito médio obtidos a partir do resultado numérico (equação 8.5), do balanço de forças unidimensionais (equação 8.6) e o do fator de atrito médio obtido através da relação de Blasius para tubos retos em regime turbulento dado pela seguinte relação:

$$f_s = 0.07941 Re^{-0.25}. \quad (8.8)$$

Observa-se que o erro dos resultados numéricos com relação aos obtidos a partir do balanço de forças unidimensionais são menores que 2%. A relação do fator de atrito médio para o canal helicoidal relativo ao fator de atrito médio para um tubo reto aumenta com o número de Reynolds. Os valores absolutos de f_{num}/f_s apresentam também uma dependência das propriedades geométricas do canal. O teste 7 que ocorreu para $Re = 45000$ apresenta uma razão de 1.9 enquanto que o teste 9 exibe $f_{num}/f_s = 2.46$ para $Re = 36000$.

Tabela 8.11 – Fator de atrito médio

Teste Nro	Re	f_{num}	f_{bal}	$\frac{f_{num} - f_{bal}}{f_{num}} \times 100$	f_s	f_{num} / f_s
6	27638.3	0.0102	0.0103	-1.457	0.0062	1.6480
7	45557.5	0.0104	0.0106	-1.580	0.0054	1.9115
8	21148.5	0.0132	0.0135	-2.063	0.0066	2.0046
9	36814.5	0.0141	0.0139	+1.485	0.0057	2.4595

Capítulo 9

Conclusões e Sugestões

O objetivo principal deste trabalho foi simular numericamente o escoamento completamente desenvolvido com superfície livre em um canal helicoidal de seção retangular. Porém, foi necessário, em termos globais centrar o desenvolvimento do trabalho em três etapas: a primeira etapa concentrou-se no desenvolvimento da formulação para o escoamento em coordenadas ortogonais locais. Na segunda, foi implementado o sistema de equações seguindo a metodologia dos volumes finitos incluindo o algoritmo para o cálculo da interface livre, para finalmente implementar o modelo de turbulência e introduzir o termo de correção devido ao efeito da curvatura no modelo de turbulência utilizado.

A formulação das equações de conservação de massa e momento foram escritas para um sistema de coordenadas ortogonais. Isto foi realizado adaptando a transformação proposta por Germano (1982) para um canal helicoidal de seção circular e elipsoidal para um canal helicoidal de seção retangular. Posteriormente estas equações foram reduzidas para o escoamento completamente desenvolvido, região onde os efeitos difusivos e convectivos na direção axial são desprezados.

A hipótese de escoamento hidrodinamicamente desenvolvido simplifica as equações de conservação. A principal característica desta simplificação é a redução do domínio de cálculo das equações de conservação ao plano transversal à direção do escoamento, cuja normal é paralela à direção principal do escoamento, simplificando a implementação numérica e uma redução

substancial de tempo e armazenamento computacional no problema em questão, permitindo a solução iterativamente num único plano transversal bidimensional.

O método de discretização utilizado foi o método numérico dos volumes finitos, com o arranjo das malhas deslocadas e o esquema híbrido de interpolação. O domínio computacional utilizado é cartesiano e as distorções da malha foram incorporadas aos termos de fluxo por um multiplicador das áreas das faces das células da grade numérica denominado de porosidade assim como pela inserção dos termos fontes. O atrativo para utilizar esta metodologia foi que ela permite trabalhar com as equações de transporte em uma malha cartesiana que é bem estabelecida e relativamente simples comparado com a formulação em coordenadas generalizadas.

O algoritmo utilizado para calcular a localização da interface foi o método de altura de líquido (HOL). Este método tem-se comportado eficientemente no presente trabalho, porém, ele não é aplicado em problemas de mais de uma interseção de interface por coluna. Porém, a escolha deste método foi devido a sua simplicidade na implementação numérica, não resolve nenhuma equação diferencial adicional. Particularmente, no presente trabalho, este algoritmo tem se comportado estável e computacionalmente eficiente.

A turbulência do escoamento foi modelada utilizando um modelo a zero equação (LVEL) e um modelo de turbulência de duas equações para baixo número de Reynolds ($k-\epsilon$ LB). Estes modelos de turbulência, por serem isotrópicos, não apresentam uma boa performance para representar os efeitos da curvatura do canal helicoidal. Porém, para resolver este problema foi implementado uma correção devido ao efeito da curvatura.

O escoamento foi caracterizado pelo número de Reynolds. Os dados experimentais no regime laminar para os quais o programa foi validado foram para Reynolds de 200 a 1400, enquanto os escoamento turbulentos ficaram entre 21000 a 45500.

Os resultados numéricos relativos à interface foram satisfatórios, com erros menores de ± 4 mm contra dados experimentais obtidos por Alves (2000). A partir da localização da interface foi possível calcular os demais parâmetros relativos ao escoamento, como Reynolds, Raio hidráulico, Perímetro molhado, área ocupada pelo líquido e fator de atrito médio. A interface livre é

inclinada, sendo esta maior no caso do escoamento turbulento, onde os efeitos da força centrífuga são maiores. Dos resultados para o escoamento turbulento, os obtidos pelo modelo de turbulência para baixos Reynolds $k-\epsilon$ LB-CC foram as que melhor se aproximaram aos dados experimentais.

O campo de velocidades axiais (w) obtidos são similares aos observados no escoamento em canais abertos, as características para o escoamento laminar e turbulento são similares, com um ligeiro deslocamento da velocidade máxima na direção onde atua a força centrífuga (parede norte).

Os níveis do campo de pressão acompanham, aproximadamente, a forma da interface livre, isto no regime laminar e turbulento, sendo maiores próximo da parede oeste e norte do canal.

O escoamento secundário obtido para o escoamento laminar é caracterizado por duas células de circulação, a célula que se encontra próximo da parede oeste é a mais intensa. Para o caso do escoamento em regime turbulento o número de células de circulação é maior, composta por uma célula de circulação inferior no sentido horário (a mais intensa), na parte superior foram observadas de 1 a 5 células de circulação, todas circulando no mesmo sentido.

Foram calculados os fatores de atrito locais e médios para o escoamento em regime laminar e turbulento. O fator de atrito médio foi calculado a partir dos resultados numéricos e do balanço de força unidimensionais, os quais foram comparados com o fator de atrito para um canal reto de seção quadrada. Os fatores de atrito em canais helicoidais são sempre maiores do que os calculados para canais retos, aumentando esta diferença com o aumento do número de Reynolds.

O fator de atrito médio no canal helicoidal aberto foi comparado contra a correlação para o fator de atrito em escoamentos forçados em canais helicoidais proposta por Bolinder (1995). Os resultados são satisfatórios com erros menores que 5% para Re variando entre 200 e 600, região onde a correlação de Bolinder é válida ($4KR_H \leq 0.4$).

Para o escoamento em regime laminar, é mostrado que o Raio hidráulico e a área ocupada pelo líquido tem uma dependência significativa da viscosidade do fluido. Quanto maior a viscosidade, maior a área ocupada pelo líquido e maior o Raio hidráulico do escoamento.

Para o caso do escoamento turbulento foi realizado uma comparação da performance dos três modelos de turbulência utilizados. Em termos globais, o modelo de turbulência de duas equações com o termo de correção devido ao efeito da curvatura comportou-se melhor que os outros dois modelos.

São apresentados os campos da viscosidade turbulenta, energia cinética turbulenta e dissipação da energia cinética turbulenta obtidos pelo modelo de turbulência $k-\epsilon$ LB-CC. Os resultados podem ser considerados qualitativamente satisfatórios, fisicamente coerentes. O campo de energia cinética turbulenta apresenta os maiores valores próximo às paredes, devido à intensificação das intensidade turbulentas. A dissipação da energia cinética turbulenta e a produção da energia cinética turbulenta tem características similares ao observado em canais retos, sendo estas as que dominam o escoamento próximo da interface.

Considerando que não foi encontrado pelo autor, estudos sobre o escoamento com superfície livre em canais helicoidais, se sugere alguns estudos complementares:

- Explorar o escoamento em canais helicoidais em outras configurações de curvatura e torção, com a finalidade de desenvolver um modelo para a determinação do fator de atrito e área ocupada pelo líquido úteis para o projeto destes canais.
- Introduzir algum modelo de turbulência ou alguma relação que contemple o efeito da superfície livre, isto para dar mais confiança aos resultados obtidos na região da interface livre.
- Estender a formulação proposta para o escoamento com fluidos não Newtonianos. Aplicação em perfuração na área de engenharia de petróleo.
- Utilizar a formulação proposta para o escoamento forçado em canais helicoidais.

Referências Bibliográficas

- Akiyama, M. and Cheng, K. C. Boundary Vorticity Method for Laminar Forced Convective Heat Transfer in Curved Pipe, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.14, pp. 1659-1675, 1971.
- Amsdem, A. A. and Harlow, F. H. The SMAC Method: A Numerical Technique for Calculating Incompressible Fluid Flows, *Los Alamos Scientific Laboratory report LA-4370*, Los Alamos, NM, 1970.
- Alves, L. G. Escoamento em Canais Helicoidais com Interface Livre: Determinação da Interface e Fator de Atrito, *Dissertação de Mestrado, FEM-UNICAMP*, Março, 2000.
- Aronov, I. Z. Increase in the Critical Reynolds Number Due to Fluid Flow in Curved Pipe, *Energetika*, Nro. 4, pp. 127-132, 1960.
- Austen, D. S., and Soliman, H. M., Laminar Flow and Heat Transfer in Helically Coiled Tubes with Substantial Pitch, *Exp. Thermal Fluid Sci.*, vol.1, pp. 183-194, 1988.
- Austin, L. R. and Seader J. D. Fully Developed Viscous Flow in Coiled Circular Pipes, *AIChE Journal*, vol. 19, Nro. 1, pp. 85-94, 1973.
- Bai, B., Guo, L., Feng, Z. and Chen, X. Turbulent Heat Transfer in Helical Coils, *J. Chemical Industry and Eng. (China)*, v. 48, Nro. 1, pp. 16-21, 1997.

- Baldwin, B. S. and Barth, T. J. A One-Equation Turbulence Transport Model for High Reynolds Number Wall-Bounded Flows, *NASA TM-102847*, 1990.
- Bara, K., Nandakumar, K. and Masliyah, J. H. An Experimental and Numerical Study of the Dean Problem: Flow Development Towards Two-Dimensional Multiple Solutions, *J. Fluid Mechanics*, vol. 244, pp. 339-376, 1992.
- Berger, S. A., Talbot, L. and Yao, L. S. Flow in Curved Ducts, *Ann. Rev. Fluid Mechanics*, vol. 15, pp. 461-512, 1983.
- Bird, R. B, Stewart, W. E. e Lightfoot, E. N. Fenómenos de Transporte, *Editorial Reverté*, Barcelona, España, 1992
- Boersma, B. J. and Nieuwstadt, F. T. M. Large-Eddy Simulation of Turbulent Flow in a Curved Pipe, *J. Fluids Engineering*, vol. 118, Nro. 2, pp. 248-254, 1996.
- Bolinder, C. J. The Effect of Torsion on the Bifurcation Structure of Laminar Flow in a Helical Square Duct, *Journal of Fluids Engineering*, vol. 117, pp. 242-248, 1995.
- Bolinder, C. J., First- and Higher-Order Effects of Curvature and Torsion on the Flow in a Helical Rectangular Duct, *J. Fluid Mechanics*, vol. 314, pp. 113-138, 1996.
- Bolinder, C. J. and Sunden, B. Flow Visualization and LDV Measurements of Laminar Flow in a Helical Square Duct With Finite Pitch, *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 11, pp. 348-363, 1995.
- Bolinder, C. J. and Sunden, B. Numerical Prediction of Laminar Flow and Forced Convective Heat Transfer in a Helical Square Duct with Finite Pitch, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 39, Nro. 15, pp. 3101-3115, 1996.

- Boussinesq, J. *Theorie de Lécoulement Tourbillonnant et Tumultueux des Liquides Dans les lits Rectilignes a Grande Section*, 2 vols, Fautiers-Villards, Paris, 1877.
- Bradshaw, P. Turbulent Secondary Flow, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 19, pp. 53-74, 1987.
- Carati, D. and Eijnden, E. V. On the Self-Similarity Assumption in Dynamic Models for Large Eddy Simulations, *Physics of Fluids*, vol.9, pp. 2165-2167, 1997.
- Chaves de Melo, J. R. Simulação Numérica de Escoamentos Bifásicos com Interfaces, *Dissertação de Mestrado, PUC-RIO*, Rio de Janeiro, Brasil, 1995.
- Chen, W. H. and Fan, C. F. Finite Element Analysis of Incompressible Viscous Flow in a Helical Pipe, *Comput. Mech.* v. 1, pp. 281, 1986.
- Chen, W. H. and Jan, R. The Characteristics of Laminar Flow in a Helical Circular Pipe, *J. Fluid Mechanics*, vol. 244, pp. 241-256; 1992.
- Chen, W. H. and Jan, R. The Torsion Effect on Fully Developed Laminar Flow in Helical Square Ducts, *Journal of Fluids Engineering*, vol. 115, pp. 292-301, 1993.
- Cheng, K. C. and Akiyama, M. Laminar Forced Convection Heat Transfer in Curved Rectangular Channels, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 13, pp. 471-490, 1970.
- Cheng, K. C., Lin, R. C. and Ou, J. W. Graetz Problem in Curved Square Channels, *J. Heat Transfer*, vol. 97, pp. 244-248, 1975.
- Cheng, K. C., Lin, R. C. and Ou, J. W. Fully Developed Laminar Flow in Curved Rectangular Channels, *J. Fluids Engineering*, vol. 98, Nro. 1, pp.41-48, 1976.

- Chorin, A. J. Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations, *Math. Comp.* Vol. 22, pp. 745-762, 1968.
- Chou, P. Y., On the Velocity Correlations and the Solution of the Equations of Turbulent Fluctuation, *Quart. Appl. Math.*, vol.3, p. 38, 1945.
- Cholet, J. P. and Lesieur, M. Parametrization of Small Scales of Three-Dimensional Isotropic Turbulence Utilizing Spectral Closures, *J. Atms. Sci.*, vol. 38, pp. 2747-2757, 1982.
- Dean, W. R. Note on the Motion of Fluid in a Curved Pipe, *Phil. Mag.*, vol. 4, pp. 208-223, 1927.
- Dean, W. R., The Streamline Motion of Fluid in a Curved Pipe, *Phil. Mag.*, vol. 5, pp. 673-695, 1928a.
- Dean, W. R. Fluid Motion in a Curved Channel, *Proc. Roy. Soc. (London)*, Ser. A, vol. 121, pp. 402-420, 1928b.
- Dravid, A. N., Smith, K. A., Merrill, E. W. and Brian, P. L. T. Effect on Secondary Fluid Motion of Laminar Flow Heat Transfer in Helically Coiled Tubes, *AIChE Journal*, vol. 17, Nro. 5, pp. 1114-1122, 1971.
- Eason, R. M., Bayazitoglu, Y. and Meade, A. Enhancement of Heat Transfer in Square Helical Ducts, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 37, pp. 2077-2087, 1994.
- Eustice, J., Flow the Water in Curved Pipes, *Proc. Roy. Soc. (London)*, Ser. A, vol. 84, pp. 107-118, 1910.
- Eustice, J. Experiments in Streamline Motion in Curved Pipes, *Proc. Roy. Soc. (London)*, Ser. A, vol. 85, pp. 119-131, 1911.

- Dennis, S. R. C and Ng, M. Dual Solutions for Steady Laminar Flow Through a Curved Tube, *Q. J. Mech. Appl. Maths.*, vol. 35, pp. 305-324, 1982
- França, F. A., Rosa, E. S., Banwart, A. C., Moura, L. F. M. & Alhanati, F. S., Hydrodynamic studies in a cyclonic separator, *Offshore Technology Conference*, OTC-96, Houston, U.S.A., pp. 281-289, 1996.
- Futagami, K. and Aoyama, Y. Laminar Heat Transfer in a Helically Coiled Tube, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 31, Nro. 2, pp. 387-396, 1988.
- Germano, M. On the Effect of Torsion on a Helical Pipe Flow, *J. Fluid Mechanics*, vol. 125, pp. 1-8, 1982.
- Germano, M. A Proposal for a Redefinition of the Turbulent Stresses in Filtered Navier-Stokes Equations, *Physics of Fluids*, vol. 29, pp. 2323-2324, 1986.
- Germano, M, Piomelli, U, Moin, P. and Cabot, W. A Dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model, *Physics of Fluids A*, vol.3, pp. 1760-3128, 1991.
- Germano, M. The Dean Equations Extended to a Helical Pipe Flow, *J. Fluid Mechanics*, vol. 203, pp. 289-305, 1989.
- Glimm, J., Marchesim, D. and McBryan, O. A Numerical Method for Two Phase Flow with an Unstable Interface, *J. Comp. Physics*, Vol. 39, pp. 179-200, 1981.
- Ghia, K. N. and Sokhey, J. S. Laminar Incompressible Viscous Flow in Curved Ducts of Regular Cross-Sections, *Journal of Fluids Engineering*, vol. 99, pp. 640-648, 1977.
- Harlow, F. H. and Welch, J. E. Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface, *Phys. Fluids*, Vol.8, pp. 2182 – 2189, 1965.

- Hayase, T., Humphrey, J. A. C. and Greif, R. A Consistently Formulated QUICK Scheme for Fast and Stable Convergence Using Finite-Volume Iterative Calculations Procedures, *J. Comp. Physics*, vol.98, pp. 108-118, 1992.
- Hirt, C. W. and Nichols, B. D. Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries, *J. Comp. Physics*, Vol. 39, pp. 201-225, 1981.
- Huang, W. and Gu, D. E. Study of Secondary Flow and Fluid Resistance in a Rectangular, Helically Coiled Channel, *Int. Chem. Eng.*, v. 29, Nro. 3, pp. 480-485, 1989.
- Humphrey, J. A. C. Whitelaw, J. H. and Yee, G. Turbulent Flow in a Square Duct with Strong Curvature, *J. Fluid Mechanics*, Vol. 103, pp. 443-463, 1981.
- Hur, N., Thangam, S. and Speziale, C. G. Numerical Study of Turbulent Secondary Flows in Curved Ducts, *J. of Fluids Engineering*, vol. 112, pp. 205-211, 1990.
- Huttl, T. J. and Friedrich, R. Influence of Curvature and Torsion on Turbulent Flow in a Helically Coiled Pipes, *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, vol.21, pp. 345-353, 2000.
- Ito, H. Theory on Laminar Flows Through Curved Pipes of Elliptic and Rectangular Cross-Sections, *Rep. Inst. High Speed Mech.*, vol. 1, Tohoku University, Sendai, Japan, 1951.
- Ito, H. Friction Factors for Turbulent Flow in Curved Pipes, *J. Basic Engg.*, Trans. ASME, vol. 81, pp. 123-134, 1959.
- Jayanti, S. Hewitt, G. F. and Kightley, J. R., Fluid Flow in Curved Ducts, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, vol. 10, pp. 569-589, 1990.
- Jones W. P. and Launder, B. E. The prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 15, pp. 301-314, 1972

- Kao, C. H., Torsion Effect on Fully Developed Flow in a Helical Pipe, *J. Fluid Mechanics*, vol. 184, pp. 335-356, 1987.
- Kim, W.J. and Patel, V. C. Origin and Decay of Longitudinal Vortices in Developing Flow in a Curved Rectangular Duct, *J. Of Fluids Engineering*, Vol. 116, pp. 45-52, 1994.
- Kim, J., Moin, P. and Moser, R. Turbulent Statistics in Fully Developed Channel Flow at Low Reynolds Number, *J. of Fluid Mechanics*, vol. 177, pp. 133-166, 1987.
- Kolmogorov, A. N. Equations of Turbulent Motion of an Incompressible Fluid, *Akad. Nauk. USSR, Ser. Phys.* Nro. 6, pp. 56-58, 1942. (Transl. Into English by. D. B. Spalding as Imperial College, MED Report ON/6, 1968)
- Lam, C. K. G. and Bremhorst, K. A. Modified Form of k- ϵ Model for Predicting Wall Turbulence, *J. of Fluids Engineering*, vol. 103, pp. 456-460, 1981.
- Launder, B. E and Sharma, B. I. Application of the Energy-Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc., *Lett. Heat and Mass Transfer*, vol.1, pp. 131-138, 1974.
- Launder, B. E and Spalding, D. B. Mathematical Models of Turbulence, *Academic Press*, London, 1972.
- Launder, B. E. and Spalding, D. B. The Numerical Computation of Turbulent Flows, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 3, pp. 269-289, 1974.
- Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, W. Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure, *J. of Fluids Mechanics*, vol. 68, pp. 537-566, 1975.
- Launder, B. E., Priddin, C. H. and Sharma, B. I. The Calculation of Turbulent Boundary Layers on Spinning and Curved Surfaces, *J. of Fluids Engineering*, v. 99, pp. 231, 1977.

- Le, H., Moin, P. and Kim, J. Direct Numerical Simulation of Turbulent Flow Over a Backward-Facing Step, *J. of Fluid Mechanics*, vol. 330, pp. 349-374, 1997.
- Leonard, A. Energy Cascade in Large-Eddy Simulations of Turbulent Flows, *Advances in Geophysics*, vol. 18A, pp. 237-248, 1974.
- Leonard, B. P. A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation, *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, vol. 19, pp. 59-98, 1979.
- Lesieur, M. Turbulence in Fluids, *Kluwer Academic Publishers*, 1990
- Lin, C. X. and Ebadian, M. A. Developing Turbulent Convective Heat Transfer in Helical Pipes, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 40, pp. 3861-3873, 1997.
- Lilly, D. K. The Representation of Small-Scale of Turbulence in Numerical Experiment, *Proc. IBM Sc. Comp. Symposium Environment Science*, IBM data division, pp. 195-210, 1967.
- Liou, T. M. Flow Visualization and LDV Measurement of Fully Developed Laminar Flow in Helically Coiled Tubes, *Exp. Fluids*, vol. 13, pp. 332-338, 1992.
- Liu, S and Masliyah, J. H. Axially Invariant Laminar Flow in Helical Pipes with a Finite Pitch", *J. Fluid Mechanics*, vol. 251, pp. 315-353, 1993.
- Liu, S and Masliyah, J. H. Developing Convective Heat Transfer in Helical Pipes with Finite Pitch, *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol 15, pp. 66-74, 1994.
- Luo, J. and Lakshminarayana, B. Analysis of Streamline Curvature Effects on Wall-Bounded Turbulent Flows, *AIJA Journal*, Vol. 35, No. 8, pp. 1273-1279, 1997.

- McConalogue, D. J. and Srivastava, R. S. Motion of Fluid in a Curved Tube, *Proc. R. Soc. London Ser A.*, vol. 307, pp. 37-53, 1968.
- Manlapaz, R. L. and Churchill, S. W. Fully Developed Laminar Convection from a Helical Coil, *Chem. Eng. Commun.*, vol. 9, pp. 185-200, 1981.
- Maliska, C. R. Transferência de Calor e Mecânica de Fluidos Computacional, *LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S. A.*, Rio de Janeiro, 1995.
- Marchi, C. A. Esquemas de Alta Ordem para a Solução de Escoamentos de Fluidos sem Dispersão Numérica, *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, Vol. XV, No. 3, pp. 231-249, 1993.
- Martin, J. C. and Moyce, W. J. *Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser. A*, vol. 244, p. 312, 1952.
- Mashayek, F. and Ashgriz, N. A Height-Flux Method for Simulating Free Surface Flows and Interfaces, *Int. J. Numer. Methods in Fluids*, Vol. 17, pp. 1035-1054, 1993.
- Mees, P. A. J., Nandakumar, K. and Masliyah, J. H. Instability and Transitions of Flow in a Curved Square Duct: The Development of Two Pairs of Dean Vortices, *J. Fluid Mechanics*, vol. 314, pp. 227-246, 1996.
- Mees, P. A. J., Nandakumar, K. and Masliyah, J. H. Secondary Instability of Flow in a Curved Duct of Square Cross-Section, *J. Fluid Mechanics*, vol. 323, pp. 387-409, 1996.
- Mees, P. A. J., Nandakumar, K. and Masliyah, J. H. Steady Spatial Oscillations in a Curved Duct of Square Cross-Section, *Phys. Fluids*, vol. 8, No. 12, pp. 3264-3270, 1996.
- Metais, O. and Lesieur, M. Spectral and Large-Eddy Simulations of Isotropic and Stably-Stratified Turbulence, *J. Fluid Mechanics*, vol. 239, pp. 157-194, 1991.

- Mori, Y. and Nakayama, W. Study on Forced Convective Heat Transfer in Curved Pipes, 1st Report: Laminar Region, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 8, pp.67-82, 1965.
- Mori, Y. and Nakayama, W. Study on Forced Convective Heat Transfer in Curved Pipes, 2nd Report: Turbulent Region, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 10, pp. 37-59, 1967.
- Mori, Y. and Uchida, Y. Study on Forced Convective Heat Transfer in Curved Square Channel, *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, vol. 33, pp. 1836-1846, 1967.
- Moser, R. D. and Moin, P. Direct Numerical Simulation of Curved Turbulent Channel Flow, NASA, Report TM-85974, 1984.
- Murata, S., Miyake, Y. and Inaba, T. and Ogawa, H. Laminar Flow in a Helically Coiled Pipe, *Bull. JSME*, vol. 24, pp. 355-362, 1981.
- Nandakumar, K. and Masliyah, J. H. Bifurcation in Steady Laminar Flow Through Curved Tubes, *J. Fluid Mechanics*, vol. 119, pp. 475-490, 1982.
- Patankar, S. V., Prata, V. S. and Spalding, D. B., Prediction of Laminar Flow and Heat Transfer in Helically Coiled Pipes, *J. Fluid Mechanics*, vol. 62, part 3, pp. 539-551, 1974.
- Patankar, S. V., Prata, V. S. and Spalding, D. B. Prediction of Turbulent in Curved Pipes, *J. Fluid Mechanics*, vol. 67, Part 3, pp. 583-595, 1975.
- Patankar, S. V. and Spalding, D. B. A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 5, pp. 1787-1806, 1972.
- Patankar, S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, *Hemisphere*, 1980.

- Patel, V. C and Sotiropoulos, F. Longitudinal Curvature Effects in Turbulent Boundary Layers, *Prog. Aerospace Sci.* Vol. 33, pp. 1-70, 1997.
- Prandtl, L. Bericht uber Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz, *Z. and Math. Mech.*, vol. 5, pp. 136-137, 1925.
- Prandtl, L. Uber ein Neues Formelsystem fur die ausgebildete Turbulenz, *Nachr. Akad. Wiss., Gottingen, Math. Phys., Kl*, pp. 6-19, 1945.
- Rayleigh, Lord. On the Stability or Instability of Certain Fluid Motions, *Proc. London. Math. Soc.*, vol. 11, pp. 57-70, 1880.
- Reynolds, O., An Experimental Investigation of the Circumstances which Determine whether the Motion of Water Shall be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels, *Philos. Trans. R. Soc. London*, Nro 174, pp. 935-982, 1883.
- Reynolds, O., On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion, *Philos. Trans. R. Soc. London*, Nro. 186, pp. 123-161, 1895.
- Rodi, W. A New Algebraic Relation for Calculating Reynolds Stresses, *ZAMM*, vol. 56, p. 219, 1976.
- Rodi, W. and Spalding, D. B. A Two-Parameter Model of Turbulence and its Application to Free Jets, *Warme and Stoffubertragung*, vol.3, pp. 85-95 1970.
- Rogallo, R. S. and Moin, P. Numerical Simulation of Turbulent Flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 16, pp. 99-137, 1984.
- Rosa, E. S., Morales, R. E. M, Matos A. e França, F. A. Desempenho do Modelo RNG κ - ϵ para um Escoamento 3D em uma Curva de Seção Retangular, *CD-ROM do XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica – COBEM*, Águas de Lindóia, SP, Brasil, 1999.

- Sankar, S. R., Nandakumar, K. and Masliyah, J. H. Oscillatory Flows in Coiled Square Ducts, *Phys. Fluids*, vol. 31(6), pp. 1348-1359, 1988.
- Schmidt, E. F. Heat Transfer and Pressure Loss in Spiral Tubes, *Chem. Ing. Tech.*, vol. 39, pp. 781-789, 1967.
- Shah, R. K and Joshi, S. D. Convective Heat Transfer in a Curved Duct, *Em Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer* (Editado por S. Kakaç, R. K. Shah e W. Aung), John Wiley, NY, 1987.
- Silveira Neto, A. Fundamentos da Turbulência nos Fluidos, *I Escola de Primavera de Transição e Turbulência*, Rio de Janeiro, Brasil, 1998.
- Smagorinsky, J. General Circulation Experiments with the Primitive Equations, *Mon. Weather Rev.*, vol. 91, pp. 99-164, 1963.
- Smith, B. R. The $k-\ell$ Turbulence and Wall Layer Model for Compressible Flows, *AIAA*, paper 90-1483, Seattle, WA, 1990.
- Smith, B. R. A Near Wall Model for the $k-\ell$ Two Equation Turbulence Model, *AIAA*, paper 94-2386, Colorado Springs, CO, 1994.
- Smith, A. M. O. and Cabeci, T. Numerical Solution of the Turbulent Boundary-Layer Equations, *Douglas Aircraft Division*, Report DAC-33735, 1967.
- Soh, W. Y. Developing Fluid Flow in a Curved Duct of Square Cross-Section and its Fully Developed Dual Solutions, *J. Fluid Mechanics*, vol. 188, pp. 337-361, 1988.
- Soh, W. Y. and Berger, S. A., Laminar Entrance Flow in a Curved Pipe, *J. Fluid Mechanics*, vol. 148, pp. 109- , 1984.

- Sotiropoulos, F. and Ventikos, Y. Flow Through a Curved Duct Using Nonlinear Two-Equation Turbulence Models, *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 7, pp. 1256-1262, 1998.
- Spalding, D. B. A Single Formula for the Law of the Wall, *J. Appl. Mech.*, vol. 28, pp. 455-457, 1961.
- Spalding, D. B. The PHOENICS Encyclopedia, *CHAM Ltda*, London, UK, 1994.
- Sparlat, P. R. and Allamaras, S. R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows, *AIAA*, Paper 92-439, Reno, NV, 1992.
- Speziale, C. G. On Nonlinear $k-\ell$ and $k-\varepsilon$ Model of Turbulence, *J. of Fluid Mechanics*, vol. 178, pp. 459-475, 1987.
- Speziale, C. G., Abid, R. and Anderson, E. C. A Critical Evaluation of Two-Equation Models for Near Wall Turbulence, *ALAA*, Paper 90-1481, Seattle, WA, 1990.
- Sreenivasan, K. R. and Strykowski, P. J. Stabilization Effects in Flow Through Helically Coiled Pipes, *Exp. Fluids*, v. 1, pp. 31, 1983.
- Srinivasan, P. S., Nandapurkar, S. S. and Holland F. A., Friction Factors for Coils, *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, vol. 48, pp. T156-T161, 1970.
- Su, M. D. and Friedrich, R. Numerical Simulation of Fully Developed Flow in a Curved Duct of Rectangular Cross- Section, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 37, pp. 1257-1268, 1994.
- Sugiyama, S., Hayashi, T. and Yamazaki, K. Flow Characteristics in the Curved Rectangular Channels, *Bull. JSME*, vol. 26, pp. 964-969, 1983.

- Taylor, G. I. The Criterion for Turbulence in Curved Pipes, *Proc. Roy. Soc. (London)*, Ser. A, vol. 124, pp. 243-249, 1929.
- Thangam, S. and Hur, N. Laminar Secondary Flows in Curved Rectangular Ducts, *J. Fluid Mechanics*, vol. 217, pp. 421-440, 1990.
- Truesdell Jr., L. C. and Adler, R. J. Numerical Treatment of Fully Developed Laminar Flow in Helically Coiled Tubes, *AIChE Journal*, vol. 16, pp. 1010-1015, 1970.
- Tuttle, E. R. Laminar Flow in Twisted Pipes, *J. Fluid Mechanics*, vol. 219, pp. 545-570, 1990.
- Unverdi, S. O. and Tryggvason, G. A Front-Tracking Method for Viscous Incompressible Multi-Fluid Flows, *J. Comp. Physics*, Vol. 100, pp. 25-37, 1992.
- Van Driest, E. R. On Turbulent Flow Near a Wall, *Journal of the Aeronautical Sciences*, vol. 23, pp. 1007, 1956.
- Wang, C. Y. On the Low-Reynolds-Number Flow in Helical Pipe, *J. Fluid Mechanics*, vol. 108, pp. 185-194, 1981.
- Wang, J. and Andrews, J. R. G. Numerical Simulation of Flow in a Helical Ducts, *AIChE Journal*, vol. 41, Nro 5, pp. 1071-1080, 1995.
- Warsi, Z. U. A. Fluid Dynamics – The Theoretical and Computational Approaches, *CRC Press*, 1992.
- Webster, D. R. and Humphrey, J. A. C. Experimental Observations of Flow Instability in a Helical Coil, *Journal of Fluids Engineering*, vol. 115, pp. 436-443, 1993.
- Webster, D. R. and Humphrey, J. A. C. Traveling Wave Instability in Helical Coil Flow, *Phys. Fluids*, vol. 9(2), pp. 407-418, 1997.

- Welch, J. E., Harlow, F. H., Shannon J. P. and Daly, B. J. The MAC Method: A Computing Technique for Solving Viscous, Incompressible, Transient Fluid Flow Problems Involving Free Surfaces, *Los Alamos Scientific Laboratory report LA-3425*, Los Alamos, NM, 1966.
- White, C. M. Streamline Flow Through Curved Pipes, *Proc. Roy. Soc. (London)*, Ser. A, vol. 123, pp.645-663, 1929.
- White, F. M. Fluid Mechanics, *McGraw-Hill*, 2nd Ed, New York, 1986.
- Winters, K. H. A Bifurcation Study of Laminar Flow in a Curved Tube of Rectangular Cross-Section, *J. Fluid Mechanics*, vol. 180, pp. 343-369, 1987.
- Wilcox, D. C. Reassessment of the Scale Determining Equation for Advanced Turbulence Models, *AIAA Journal*, vol. 26, pp. 1299-1310, 1988.
- Wilcox, D. C. Turbulence Modelling for CFD, *DCW Industries*, California, 1998.
- Xie, D. G. Torsion Effect on Secondary Flow in a Helical Pipe, *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 11, pp. 114-119, 1990.
- Yang, G., Dong, Z. F. and Ebadian, M. A. The Effect of Torsion on Convective Heat Transfer in a Helicoidal Pipe, *J. Heat Transfer*, vol. 115, pp. 796-800, 1993.
- Yang, G. and Ebadian, M. A. Perturbation Solution for Laminar Convective Heat Transfer in a Helix Pipe, *J. of Heat Transfer*, vol. 116, pp. 771-775, 1994.
- Yang, G. and Ebadian, M. A. Turbulent Forced Convection in a Helicoidal Pipe with Substantial Pitch, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 39, Nro 10, pp. 2015-2022, 1996.

Yang, K. S. and Ferziger, J. H. Large-Eddy Simulation of Turbulent Obstacle Flow Using a Dynamic Subgrid-Scale Model, *AIAA Journal*, vol. 31, pp. 1406-1413, 1993.

Yakhot, V. and Orzag, S. A. Renormalization Group Analysis of Turbulence, *J. of Scientific Computing*, vol 1, pp. 3-51, 1986.

APÊNDICE A1

Propriedades Geométricas de uma Hélice

Uma curva tridimensional em um espaço euclidiano (figura A1.1) pode ser representado por um vector posição escrito na forma paramétrica por:

$$\vec{R}(s) = x(s)\vec{i} + y(s)\vec{j} + z(s)\vec{k} \quad (A1.1)$$

onde $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$ são vetores unitários paralelos às direções x, y, z e s é o comprimento do arco da curva.

Se esta equação for diferenciável, a tangente $\vec{T}(s)$ desta curva pode ser representada por:

$$\vec{T}(s) = \vec{R}'(s) = \frac{d\vec{R}(s)}{ds} \quad (A1.2)$$

Como o vetor o vetor $\vec{T}(s)$ é tangente à curva em qualquer ponto, a normal principal à curva é definido por,

$$\frac{d\vec{T}(s)}{ds} = \kappa \vec{N}(s) \quad \text{e} \quad \kappa = \left| \frac{d\vec{T}(s)}{ds} \right|, \quad (A1.3)$$

onde κ representa a curvatura da curva.

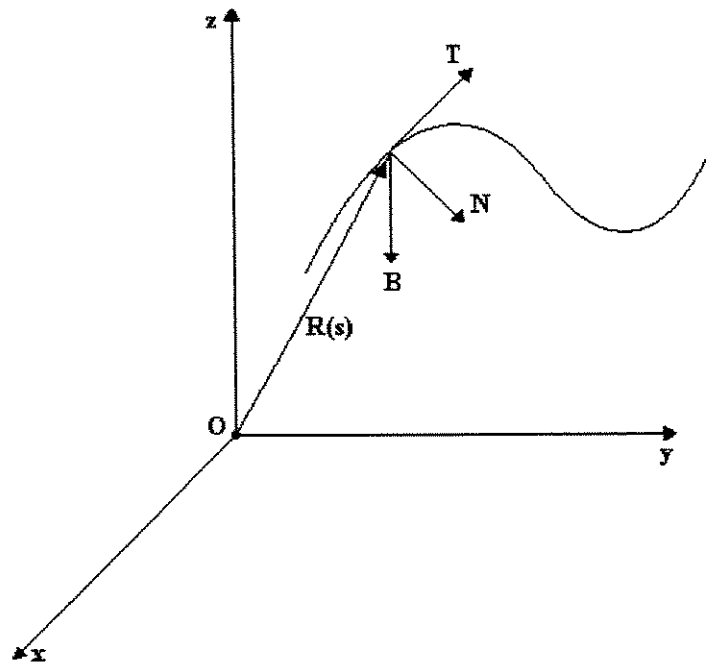


Figura A1.1 – Esquema de uma curva no espaço.

O vetor Binormal $\bar{B}(s)$ é definido para qualquer ponto da curva por meio do produto vetorial entre os vetores $\bar{T}(s)$ e $\bar{N}(s)$;

$$\bar{B}(s) = \bar{T}(s) \times \bar{N}(s), \quad (A1.4)$$

e a sua derivada possui a direção da normal,

$$\frac{d\bar{B}(s)}{ds} = -\tau \bar{N}(s) \quad (A1.5)$$

onde τ representa a torção da curva.

Portanto os vetores unitários $\bar{T}(s)$, $\bar{N}(s)$ e $\bar{B}(s)$; formam uma base ortogonal no espaço de modo que:

$$\bar{B}(s) = \bar{T}(s) \times \bar{N}(s), \quad \bar{N}(s) = \bar{B}(s) \times \bar{T}(s) \quad \text{e} \quad \bar{T}(s) = \bar{N}(s) \times \bar{B}(s), \quad (A1.6)$$

$$\bar{T}(s)\bar{N}(s) = \bar{B}(s)\bar{T}(s) = \bar{N}(s)\bar{B}(s) = 0. \quad (A1.7)$$

Diferenciando $\bar{N}(s)$ em relação a s e aplicando as igualdades das equações (A1.3), (A1.5), (A1.6) e (A1.7) chega-se a:

$$\frac{d\bar{N}(s)}{ds} = \tau\bar{B}(s) - \kappa\bar{T}(s) \quad (A1.8)$$

As equações (A1.3), (A1.5) e (A1.8) são conhecidas como fórmulas de Serret-Frenet.

Estas relações aplicam-se a curvas em geral. É possível mostrar, baseado nas equações (A1.1) a (A1.8), que se a curva for duas vezes diferenciável em relação a s , as seguintes igualdades para os três vetores, $\bar{T}(s)$, $\bar{N}(s)$ e $\bar{B}(s)$, se verificam:

$$\bar{T}(s) = \frac{R'(s)}{|R'(s)|} \quad (A1.9)$$

$$\bar{N}(s) = \frac{[R'(s) \times R''(s)] \times R'(s)}{|[R'(s) \times R''(s)] \times R'(s)|} \quad (A1.10)$$

$$\bar{B}(s) = \frac{R'(s) \times R''(s)}{|R'(s) \times R''(s)|} \quad (A1.11)$$

Ainda com referência as equações 2.9 a 2.14, se a curva for três vezes diferenciável com relação a t , as seguintes igualdades para a curvatura e a torção são verificadas:

$$\kappa = \frac{|R'(s) \times R''(s)|}{|R'(s)|^3} \quad ; \quad \tau = \frac{[R'(s)'(s)R'''(s)]}{|R'(s) \times R''(s)|^2} \quad (A1.12)$$

A seguir serão estudados as propriedades geométricas para uma hélice. A equação paramétrica de uma hélice com eixo paralelo à direção z , e desenvolvendo-se na direção $z < 0$, é dado por:

$$\bar{R}(\varphi) = R\cos(\varphi)\bar{i} + R\sin(\varphi)\bar{j} - b\varphi\bar{k}, \quad (A1.13)$$

onde R é o raio de desenvolvimento da hélice, b é o passo da hélice dividido por 2π e φ é o ângulo de deslocamento da hélice medido no plano horizontal

Considerando a equação (A1.13), o elemento diferencial do arco da curva, ds , é dado por:

$$ds^2 = d\bar{R}.d\bar{R} = (R^2 + b^2)d\varphi^2 \quad (A1.14)$$

Integrando, obtêm-se o comprimento da hélice, que é dado por:

$$s = \sqrt{R^2 + b^2} \cdot (\varphi - \varphi_0). \quad (A1.15)$$

Considerando a equação A1.13 e substituindo esta e suas derivadas nas relações dadas em (A1.12), demonstra-se que:

$$\bar{T}(\varphi) = -\frac{R}{\sqrt{R^2 + b^2}}\sin(\varphi)\bar{i} + \frac{R}{\sqrt{R^2 + b^2}}\cos(\varphi)\bar{j} + \frac{b}{\sqrt{R^2 + b^2}}\bar{k}, \quad (A1.16)$$

$$\bar{B}(\varphi) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + b^2}}\sin(\varphi)\bar{i} + \frac{b}{\sqrt{R^2 + b^2}}\cos(\varphi)\bar{j} + \frac{R}{\sqrt{R^2 + b^2}}\bar{k}, \quad (A1.17)$$

$$\bar{N}(\varphi) = -\cos(\varphi)\bar{i} - \sin(\varphi)\bar{j}. \quad (A1.18)$$

APÊNDICE A2

Listagem do Q1 Implementado no PHOENICS-CFD

```
TALK=T;RUN( 1, 1);VDU=XI11-TERM
IRUNN = 1;LIBREF = 0
*****
Group 1. Run Title
TEXT(MODELO K-E : RUN 1-lowre )
REAL(ALTURA,WIN)
REAL(COMPX,COMPY,DTX1,DTX2,DTY1,DTY2)
REAL(AUX1,AUX2,RINN)
REAL(PLANGU,FLOIN)
REAL(GMIXL,EPIN, TKEIN)
INTEGER(NX1,NX2,NX3,NY1,NY2,NY3)
INTEGER(IIM,ITORNA)

ITORNA = 1
*****
Group 2. Transience
STEADY=F
GRDPWR(T,1000,10.0,2.0)
LSTEP =5 ; TFRAC(1) = -LSTEP ;TFRAC(2) = 0.005
*****
Groups 3, 4, 5 Grid Information
NX1 = 8
NX2 = 35
NX3 = 2

NY1 = 1
NY2 = 21
NY3 = 8

NX = NX1+NX2+NX3
NY = NY1+NY2+NY3

RINN = 0.058

COMPX = 0.05772
DTX1 = 0.003
DTX2 = 0.023

COMPY = 0.0241
DTY1 = 0.001
DTY2 = 0.003

NREGX = 3
NREGY = 3

***** REGIOES EM X - ALTURA DO CANAL *****

IREGX= 1; GRDPWR(X,NX1,DTX1,2.0)
IREGX= 2; GRDPWR(X,NX2,COMPX-DTX1-DTX2,1.0)
IREGX= 3; GRDPWR(X,NX3,DTX2,1.0)
```

***** REGIOES EM Y - DIRECAO DA FZA CENTRIFUGA *****

```
IREGY = 1; GRDPWR(Y,NY1,DTY1,1.0)
IREGY = 2; GRDPWR(Y,NY2,COMPY-DTY1-DTY2,1.0)
IREGY = 3; GRDPWR(Y,NY3,DTY2,-2.0)
```

Group 7. Variables: STOREd,SOLVEd,NAMED

STORE(DEN1,PRPS,WDIS)

SOLVE(VFOL,LTLS)

* Solved variables list

SOLUTN(P1,Y,Y,N,N,N)

SOLUTN(U1,Y,Y,N,N,N)

SOLUTN(V1,Y,Y,N,N,N)

SOLUTN(W1,Y,Y,N,N,N)

NAME(47) = RAO

STORE(WW,UU,VV,ENUT,GEN1)

STORE(KK,EE)

STORE(C1,C2,C3,C4,C5,C6,C7)

STORE(C8,C9,C10,C11)

STORE(LC,DU,DV,DXX,DYY,TZXY)

STORE(AREA,TZW,TZSN,TZSS,TZNN,VFOL)

* * * * *

* POROSIDADES E RAO *

* * * * *

STORE(NPOR,EPOR,RAO)

Group 8. Terms & Devices

GALA=T

TERMS(VFOL,N,N,N,N,P,P)

TERMS(W1,N,N,P,P,P,P)

TERMS(KE,P,N,P,P,P,P)

TERMS(EP,P,N,P,P,P,P)

Group 9. Properties

TURMOD(KEMODL-LOWRE)

RHO1 = GRND10

ENUL = GRND10

Group 10. Inter-Phase Transfer Processes

Group 11. Initialise Var/Porosity Fields

***** VELOCIDADE EXTERNA, KE E EP *****

***** DE ENTRADA *****

WIN = 0.70E+00

PI = 3.1416

ANGU = PI*9.4/180.0

GMIXL = 0.09*0.0155

TKEIN = WIN*WIN*0.01*0.01

EPIN = (TKEIN**1.5/GMIXL)*0.1643

IF(ITORNA,EQ,2) THEN

FIINIT(P1) = .000E+00

FIINIT(U1) = .000E+00 ; FIINIT(V1) = .000E+00

FIINIT(W1) = .000E+00 ; FIINIT(VFOL) = 0.000E+00

FIINIT(PRPS) = .000E+00 ; FIINIT(DEN1) = 1.189E+00

PATCH(LIQUID,INIVAL,1.30,1,NY,1,1,1,1)

COVAL(LIQUID,VFOL,0.000,1.00E0)

COVAL(LIQUID,DEN1,0.000,1000.0)

COVAL(LIQUID,KE,0.000,TKEIN)

COVAL(LIQUID,EP,0.000,EPIN)

ELSE


```

FIINIT(P1) = READFI ;FIINIT(W1) = READFI
FIINIT(V1) = READFI ;FIINIT(U1) = READFI
FIINIT(VFOL) = READFI ;FIINIT(DEN1) = READFI
FIINIT(PRPS) = READFI
FIINIT(KE) = READFI ;FIINIT(EP) = READFI
ENDIF
*****
*          INICIA AS POROSIDADES COMO ZERO          *
*****
FIINIT(RAIO) = 0.0
FIINIT(EPOR) = 0.0
FIINIT(NPOR) = 0.0
*****
*  CRIA POROSIDADES NAS FACES NORTE E LESTE          *
*  AUX1 --> RAIO NA FACE NORTE                      *
*  AUX2 --> RAIO NO CENTRO DO V.C.                  *
*****

DO II = 1,NY

AUX1 = RINN+YFRAC(II)*COMPY-COMPY/2
IF(II.EQ.1) THEN
AUX2 = RINN+YFRAC(II)*COMPY/2.0-COMPY/2
ELSE
IIM=II-1
AUX2 = RINN+((YFRAC(II)-YFRAC(IIM))/2.0+YFRAC(IIM))*COMPY
AUX2 = AUX2-COMPY/2
ENDIF

PATCH(NPOR:II: , INIVAL,1,NX,II,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL(NPOR:II: , NPOR, FIXVAL, AUX1)

PATCH(EPOR:II: , INIVAL,1,NX,II,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL(EPOR:II: , EPOR, FIXVAL, AUX2)

PATCH(RAI:II: , INIVAL,1,NX,II,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL(RAI:II: , RAIO, FIXVAL, AUX2)

ENDDO

RSTGRD = F
INIADD = F
*****
Group 12. Convection and diffusion adjustments
PATCH(&DFHA,CELL,1,NX,1,NY,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL(&DFHA,V1,0.0,0.0)
COVAL(&DFHA,U1,0.0,0.0)
COVAL(&DFHA,W1,0.0,0.0)
COVAL(&DFHA,KE,0.0,0.0)
COVAL(&DFHA,EP,0.0,0.0)

PATCH(&CONH,CELL,1,NX,1,NY,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL(&CONH,V1,0.0,0.0)
COVAL(&CONH,U1,0.0,0.0)
COVAL(&CONH,W1,0.0,0.0)
COVAL(&CONH,KE,0.0,0.0)
COVAL(&CONH,EP,0.0,0.0)
*****
Group 13. Boundary & Special Sources

PATCH(PREF ,CELL ,NX,NX,1,NY,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL(PREF ,P1 ,1.000E+00, .000E+00)

PATCH(GRAVXX ,EAST ,1,NX-1,1,NY,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL(GRAVXX ,U1 ,FIXFLU ,GRND)

PATCH(GRAVZZ ,HIGH ,1,NX,1,NY,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL(GRAVZZ ,W1 ,FIXFLU ,GRND1)

***** Parede para as Velocidades *****
PATCH(PARS ,SOUTH ,1,NX,1,1,1,1,1,LSTEP)
COVAL(PARS ,U1 ,GRND3, .000E+00)

```

```

COVAL(PARS ,W1 ,GRND3, .000E+00)

PATCH(PARN ,NORTH ,1,NX,NY,NY,1,1,1,LSTEP)
COVAL(PARN ,U1 ,GRND4, .000E+00)
COVAL(PARN ,W1 ,GRND4, .000E+00)

PATCH(PARW ,WEST ,1,1,1,NY,1,1,1,LSTEP)
COVAL(PARW ,V1 ,GRND5, .000E+00)
COVAL(PARW ,W1 ,GRND5, .000E+00)

***** Parede Para EP, KE e LTLS *****

PATCH(PASS ,SWALL ,1,NX,1,1,1,1,LSTEP)
COVAL(PASS ,LTLS ,1.000, .000E+00)
COVAL(PASS ,KE ,1.000, .000E+00)

PATCH(PANN ,NWALL ,1,NX,NY,NY,1,1,1,LSTEP)
COVAL(PANN ,LTLS ,1.000, .000E+00)
COVAL(PANN ,KE ,1.000, .000E+00)

PATCH(PAWW ,WWALL ,1,1,1,NY,1,1,1,LSTEP)
COVAL(PAWW ,LTLS ,1.000, .000E+00)
COVAL(PAWW ,KE ,1.000, .000E+00)
*****
**** TERMOS FONTE: VISCOSOS E CORIOLIS ****
*****

PATCH (VISC11 ,NORTH,1,NX,1,NY-1,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL (VISC11 ,V1,GRND,0.0)

PATCH (VISC22 ,HIGH,1,NX,1,NY,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL (VISC22 ,W1 ,GRND1 ,0.0)

PATCH (CORIOLIS ,HIGH,1,NX,1,NY-1,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL (CORIOLIS ,W1 ,GRND2, 0.0)

*****
***** TERMO FONTE CENTRIFUGO *****
*****

PATCH (CENTRI ,NORTH,1,NX,1,NY-1,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL (CENTRI ,V1,FIXFLU,GRND2)

*****
***** VAZAO E IMPULSO *****
*****

PATCH (CORRPP ,HIGH ,1,NX,1,NY,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL (CORRPP , P1 ,FIXFLU , GRND3)

PATCH (CORRWW ,PHASEM ,1,NX,1,NY,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL (CORRWW , W1 ,FIXFLU , GRND5)

*****
***** TERMOS FONTE ENVOLVENDO TORCAO *****
*****

PATCH (TORVV ,NORTH,1,NX,1,NY-1,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL (TORVV ,V1,FIXFLU,GRND4)

*****
***** CORRECAO DE EP *****
*****

PATCH (CORREP ,VOLUME,1,NX,1,NY,1,NZ,1, LSTEP)
COVAL (CORREP ,EP,FIXFLU,GRND7)

*****
Group 14. Downstream Pressure For PARAB
*****
Group 15. Terminate Sweeps
REAL(FLUX,AREA,FLUXT,RESCCELL)

```

```

LSWEEP = 40
LITHYD = 10
SELREF = F
RESCELL = 1.000E-05
AREA = COMPY*COMPX/(NY*NX)
FLUX = 1000.0*WIN*AREA
FLUXT = FLUX*NX*NY
RESREF(P1) = (FLUXT/1000.0)*RESCELL
RESREF(U1) = FLUXT*WIN*RESCELL
RESREF(V1) = FLUXT*WIN*RESCELL
RESREF(W1) = FLUXT*WIN*RESCELL*10
RESREF(KE) = FLUXT*WIN*RESCELL
RESREF(EP) = FLUXT*WIN*RESCELL
*****
Group 16. Terminate Iterations
LITER(P1) = 40
LITER(U1) = 10
LITER(V1) = 10
LITER(W1) = 10
LITER(KE) = 20 ; LITER(EP) = 20
LITER(VFOL) = 20

ENDIT(P1) = 1.000E-08 ; ENDIT(U1) = 1.000E-06
ENDIT(V1) = 1.000E-06 ; ENDIT(W1) = 1.000E-06
ENDIT(KE) = 1.000E-06 ; ENDIT(EP) = 1.000E-06
ENDIT(VFOL) = 1.000E-03
ENDIT(LTLS) = 1.000E-06
*****
Group 17. Relaxation
RELAX(P1 ,LINRLX, 0.7)
RELAX(U1 ,FALSDT, 5.000E-03)
RELAX(V1 ,FALSDT, 5.000E-03)
RELAX(W1 ,FALSDT, 5.000E-03)
RELAX(KE ,LINRLX, 7.000E-01)
RELAX(EP ,LINRLX, 7.000E-01)
RELAX(ENUT ,LINRLX, 6.000E-01)

KELIN = 2

*****
Group 18. Limits
*****
Group 19. EARTH Calls To GROUND Station

***** VAZAO VOLUMETRICA *****
RG(1) = 3.1E-04

***** FATOR DA CORR. DA MASSA *****
RG(2) = 1.000E+04

***** FATOR DE MULT. CENTR. *****
RG(3) = 0.000E+00

***** FATOR DE WW *****
RG(4) = 1.000E+00

***** FATOR DE UU *****
RG(9) = -1.000E+01

***** DENSIDADE DO FLUIDO PESADO *****
RG(5) = 1000.0
RG(6) = COS(ANGU)*9.81
RG(7) = SIN(ANGU)*9.81
RG(8) = RINN

***** 1/delta y : Swall ***
RG(10) = 2.0/(YFRAC(1)*COMPY)
***** 1/delta x : WWALL *****
RG(11) = 2.0/(XFRAC(1)*COMPX)
***** R : 1er Ponto *****
RG(12) = RINN-COMPY/2

```

```

*****
***** MUDAR SEMPRE *****
***** NY - 1 = 29 *****
*****
**** 1/delta y : Nwall ****
RG(13) = 2.0/((YFRAC(NY) - YFRAC(29))*COMPY)
***** R : ultimo ponto Npor *****
RG(14) = RINN + COMPY/2

HOL = T
IDISPA = 500 ;CSG1=N
IDISPB = 1
IDISPC = LSTEP
IHOLA = 1
IPRPSA = 67 ;IPRPSB = 0

*****
Group 20. Preliminary Printout
ECHO = T
*****
Group 21. Print-out of Variables
OUTPUT(P1,Y,Y,Y,Y,Y,Y)
OUTPUT(V1,Y,Y,Y,Y,Y,Y)
OUTPUT(U1,Y,Y,Y,Y,Y,Y)
OUTPUT(W1,Y,Y,Y,Y,Y,Y)
OUTPUT(C4,Y,Y,Y,Y,Y,Y)
OUTPUT(C5,Y,Y,Y,Y,Y,Y)
OUTPUT(C7,Y,Y,Y,Y,Y,Y)
OUTPUT(VFOL,Y,N,N,N,N,N)
OUTPUT(DEN1,Y,N,N,N,N,N)
*****
Group 22. Monitor Print-Out
IXMON = 5; IYMON = NY/2; IZMON = NZ
TSTSWP = -1
*****
Group 23. Field Print-Out & Plot Control
NTPRIN = 50
ITABL = 1
YPLS = T
No PATCHes used for this Group
*****
Group 24. Dumps For Restarts
*****
MENSAB(S,RELX,DEF,2.0000E-01,1,100)
MENSAB(S,PHSPROP,DEF,200,0,1.1890E+00,1.5440E-05)
MENSAB(S,FLPRP,DEF,LAMINAR,CONSTANT,AIR-CONSTANT)
STOP

```

APÊNDICE A3

Listagem do GROUND.F Implementado no PHOENICS-CFD

```

C FILE NAME GROUND.FTN-----081294
c#### dbs/hqq 08.12.94 UCONV comments provided
c#### dbs/mrm 10.08.94 new access point on group 19, section 11
  SUBROUTINE GROUND
    INCLUDE 'lp21/d_includ/satear'
    INCLUDE 'lp21/d_includ/grdloc'
    INCLUDE 'lp21/d_includ/grdear'
    INCLUDE 'lp21/d_includ/grdbfc'
CXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX USER SECTION STARTS:
C
C 1 Set dimensions of data-for-GROUND arrays here. WARNING: the
C   corresponding arrays in the MAIN program of the satellite
C   and EARTH must have the same dimensions.
C   PARAMETER (NLG=100, NIG=200, NRG=200, NCG=100)
C
C   COMMON/LGRND/LG(NLG)/IGRND/IG(NIG)/RGRND/RG(NRG)/CGRND/CG(NCG)
C   LOGICAL LG,JG
C   CHARACTER*4 CG
C
C 2 User dimensions own arrays here, for example:
C   DIMENSION GUH(10,10),GUC(10,10),GUX(10,10),GUZ(10)
C
C 3 User places his data statements here, for example:
C   DATA NXDIM,NYDIM/10,10/
C
C 4 Insert own coding below as desired, guided by GREX examples.
C   Note that the satellite-to-GREX special data in the labelled
C   COMMONs /RSG/, /ISG/, /LSG/ and /CSG/ can be included and
C   used below but the user must check GREX for any conflicting
C   uses. The same comment applies to the EARTH-spare working
C   arrays EASP1, EASP2,...,EASP20. In addition to the EASPs,
C   there are 10 GRound-earth SPare arrays, GRSP1,...,GRSP10,
C   supplied solely for the user, which are not used by GREX. If
C   the call to GREX has been deactivated then all of the arrays
C   may be used without reservation.
C
C*****
c
  IXL=IABS(IXL)
  IF(IGR.EQ.13) GO TO 13
  IF(IGR.EQ.19) GO TO 19
  GO TO (1,2,3,4,5,6,25,8,9,10,11,12,13,14,25,25,25,25,19,20,25,
    125,23,24),IGR
  25 CONTINUE
  RETURN
C*****

```

```

C
C--- GROUP 1. Run title and other preliminaries
C
  1 GO TO (1001,1002),ISC

1001 CONTINUE

C
C  User may here change message transmitted to the VDU screen
C  IF(IGR.EQ.1.AND.ISC.EQ.1.AND..NOT.NULLPR)
  1 CALL WRYT40('GROUND file is GROUND.F of: 081294 ')
C
  CALL MAKE(DYG2D)
  CALL MAKE(DXG2D)
  CALL MAKE(DYV2D)
  CALL MAKE(DXU2D)
  CALL MAKE(XG2D)
  RETURN
1002 CONTINUE
  RETURN
C*****
C
C--- GROUP 2. Transience; time-step specification
C
  2 CONTINUE
  RETURN
C*****
C
C--- GROUP 3. X-direction grid specification
C
  3 CONTINUE
  RETURN
C*****
C
C--- GROUP 4. Y-direction grid specification
C
  4 CONTINUE
  RETURN
C*****
C
C--- GROUP 5. Z-direction grid specification
C
  5 CONTINUE
  RETURN
C*****
C
C--- GROUP 6. Body-fitted coordinates or grid distortion
C
  6 CONTINUE
  RETURN
C*****
C  * Make changes for this group only in group 19.
C--- GROUP 7. Variables stored, solved & named
C*****
C
C--- GROUP 8. Terms (in differential equations) & devices
C
  8 GO TO (81,82,83,84,85,86,87,88,89,810,811,812,813,814,815)
  1,ISC
  81 CONTINUE
  C * ----- SECTION 1 -----
  C  For U1AD.LE.GRND--- phase 1 additional velocity. Index VELAD
  RETURN
  82 CONTINUE
  C * ----- SECTION 2 -----
  C  For U2AD.LE.GRND--- phase 2 additional velocity. Index VELAD
  RETURN
  83 CONTINUE
  C * ----- SECTION 3 -----
  C  For V1AD.LE.GRND--- phase 1 additional velocity. Index VELAD
  RETURN
  84 CONTINUE

```

```

C * ----- SECTION 4 -----
C For V2AD.LE.GRND--- phase 2 additional velocity. Index VELAD
RETURN
85 CONTINUE
C * ----- SECTION 5 -----
C For W1AD.LE.GRND--- phase 1 additional velocity. Index VELAD
RETURN
86 CONTINUE
C * ----- SECTION 6 -----
C For W2AD.LE.GRND--- phase 2 additional velocity. Index VELAD
RETURN
87 CONTINUE
C * ----- SECTION 7 --- Volumetric source for gala
RETURN
88 CONTINUE
C * ----- SECTION 8 --- Convection fluxes
C--- Entered when UCONV=.TRUE.; block-location indices are:
C LD11 for east and north (accessible at the same time),
C LD12 for west and south (accessible at the same time),
C LD2 for high (which becomes low for the next slab).
C User should provide INDVAR and NDIREC IF's as appropriate.
RETURN
89 CONTINUE
C * ----- SECTION 9 --- Diffusion coefficients
C--- Entered when UDIFF=.TRUE.; block-location indices are LAE
C for east, LAW for west, LAN for north, LAS for
C south, LD11 for high, and LD11 for low.
C User should provide INDVAR and NDIREC IF's as above.
C EARTH will apply the DIFCUT and GP12 modifications after the user
C has made his settings.
C
RETURN
810 CONTINUE
C * ----- SECTION 10 --- Convection neighbours
RETURN
811 CONTINUE
C * ----- SECTION 11 --- Diffusion neighbours
RETURN
812 CONTINUE
C * ----- SECTION 12 --- Linearised sources
RETURN
813 CONTINUE
C * ----- SECTION 13 --- Correction coefficients
RETURN
814 CONTINUE
C * ----- SECTION 14 --- User's own solver
RETURN
815 CONTINUE
C * ----- SECTION 15 --- Change solution
RETURN
C
C * See the equivalent section in GREX for the indices to be
C used in sections 7 - 15
C
C * Make all other group-8 changes in GROUP 19.
C*****
C--- GROUP 9. Properties of the medium (or media)
C
C The sections in this group are arranged sequentially in their
C order of calling from EARTH. Thus, as can be seen from below,
C the temperature sections (10 and 11) precede the density
C sections (1 and 3); so, density formulae can refer to
C temperature stores already set.
C 9 GO TO (91,92,93,94,95,96,97,98,99,900,901,902,903,904,905),ISC
C*****
900 CONTINUE
C * ----- SECTION 10 -----
C For TMP1.LE.GRND----- phase-1 temperature Index TEMP1
RETURN
901 CONTINUE
C * ----- SECTION 11 -----

```

```

C For TMP2.LE.GRND----- phase-2 temperature Index TEMP2
  RETURN
902 CONTINUE
C * ----- SECTION 12 -----
C For EL1.LE.GRND----- phase-1 length scale Index LEN1
  RETURN
903 CONTINUE
C * ----- SECTION 13 -----
C For EL2.LE.GRND----- phase-2 length scale Index LEN2
  RETURN
904 CONTINUE
C * ----- SECTION 14 -----
C For SOLVE(TEM1)----- phase-1 specific heat
  RETURN
905 CONTINUE
C * ----- SECTION 15 -----
C For SOLVE(TEM2)----- phase-2 specific heat
  RETURN
91 CONTINUE
C * ----- SECTION 1 -----
C For RHO1.LE.GRND--- density for phase 1    Index DEN1
  RETURN
92 CONTINUE
C * ----- SECTION 2 -----
C For DRH1DP.LE.GRND--- D(LN(DEN))/DP for phase 1
  Index D1DP
  RETURN
93 CONTINUE
C * ----- SECTION 3 -----
C For RHO2.LE.GRND--- density for phase 2    Index DEN2
  RETURN
94 CONTINUE
C * ----- SECTION 4 -----
C For DRH2DP.LE.GRND--- D(LN(DEN))/DP for phase 2
  Index D2DP
  RETURN
95 CONTINUE
C * ----- SECTION 5 -----
C For ENUT.LE.GRND--- reference turbulent kinematic viscosity
  Index VIST
  RETURN
96 CONTINUE
C * ----- SECTION 6 -----
C For ENUL.LE.GRND--- reference laminar kinematic viscosity
  Index VISL
  RETURN
97 CONTINUE
C * ----- SECTION 7 -----
C For PRNDTL( ).LE.GRND--- laminar PRANDTL nos., or diffusivity
  Index LAMPR
  RETURN
98 CONTINUE
C * ----- SECTION 8 -----
C For PHINT( ).LE.GRND--- interface value of first phase
  Index FII1
  RETURN
99 CONTINUE
C * ----- SECTION 9 -----
C For PHINT( ).LE.GRND--- interface value of second phase
  Index FII2
  RETURN
C*****
C
C--- GROUP 10. Inter-phase-transfer processes and properties
C
  10 GO TO (101,102,103,104),ISC
  101 CONTINUE
C * ----- SECTION 1 -----
C For CFIPS.LE.GRND--- inter-phase friction coeff.
  Index INTFRC
  RETURN
102 CONTINUE

```



```

C * ----- SECTION 2 -----
C For CMDOT.EQ.GRND- inter-phase mass transfer Index INTMDT
RETURN
103 CONTINUE
C * ----- SECTION 3 -----
C For CINT( ).EQ.GRND--- phase1-to-interface transfer coefficients
C                               Index COI1
RETURN
104 CONTINUE
C * ----- SECTION 4 -----
C For CINT( ).EQ.GRND--- phase2-to-interface transfer coefficients
C                               Index COI2
RETURN
C*****
C
C--- GROUP 11. Initialization of variable or porosity fields
C                               Index VAL
11 CONTINUE
RETURN
C*****
C
C--- GROUP 12. Convection and diffusion adjustments
C
12 CONTINUE
RETURN
C*****
C
C--- GROUP 13. Boundary conditions and special sources
C                               Index for Coefficient - CO
C                               Index for Value - VAL
13 CONTINUE
GO TO (130,131,132,133,134,135,136,137,138,139,1310,
1311,1312,1313,1314,1315,1316,1317,1318,1319,1320,1321),ISC
130 CONTINUE
C----- SECTION 1 ----- coefficient = GRND
IF(NPATCH.EQ.'VISC11') THEN
IF(INDVAR.EQ.V1) THEN
CALL FN55(CO,VISL,DEN1,DYG2D,1.0)
CALL FN26(CO,LBNAME('VFOL'))
ENDIF
ENDIF
RETURN
131 CONTINUE
C----- SECTION 2 ----- coefficient = GRND1
IF(NPATCH.EQ.'VISC22') THEN
IF(INDVAR.EQ.W1) THEN
CALL FN55(CO,VISL,DEN1,LBNAME('VFOL'),1.0)
ENDIF
ENDIF
RETURN
132 CONTINUE
C----- SECTION 3 ----- coefficient = GRND2
IF(NPATCH.EQ.'CORIOLIS') THEN
IF(INDVAR.EQ.W1) THEN
CALL FN55(CO,V1,DEN1,LBNAME('VFOL'),1.0)
ENDIF
ENDIF
RETURN
133 CONTINUE
C----- SECTION 4 ----- coefficient = GRND3
IF(NPATCH.EQ.'PARS') THEN
IF(INDVAR.EQ.U1) THEN
CALL FN21(CO,DEN1,VISL,0.0,1.0)
CALL FN25(CO,RG(12))
CALL FN25(CO,RG(10))
ENDIF
C
IF(INDVAR.EQ.W1) THEN
CALL FN21(CO,DEN1,VISL,0.0,1.0)
CALL FN25(CO,RG(12))
CALL FN25(CO,RG(10))
ENDIF

```

```

ENDIF
RETURN
134 CONTINUE
C----- SECTION 5 ----- coefficient = GRND4
IF(NPATCH.EQ.'PARN') THEN
  IF(INDVAR.EQ.U1) THEN
    CALL FN21(CO,DEN1,VISL,0.0, 1.0)
    CALL FN25(CO,RG(14))
    CALL FN25(CO,RG(13))
  ENDIF
C
  IF(INDVAR.EQ.W1) THEN
    CALL FN21(CO,DEN1,VISL,0.0, 1.0)
    CALL FN25(CO,RG(14))
    CALL FN25(CO,RG(13))
  ENDIF
ENDIF
RETURN
135 CONTINUE
C----- SECTION 6 ----- coefficient = GRND5
IF(NPATCH.EQ.'PARW') THEN
  IF(INDVAR.EQ.V1) THEN
    CALL FN21(CO,DEN1,VISL,0.0, 1.0)
    CALL FN26(CO,LBNAME('RAIO'))
    CALL FN25(CO,RG(11))
  ENDIF
C
  IF(INDVAR.EQ.W1) THEN
    CALL FN21(CO,DEN1,VISL,0.0, 1.0)
    CALL FN26(CO,LBNAME('RAIO'))
    CALL FN25(CO,RG(11))
  ENDIF
ENDIF
RETURN
136 CONTINUE
C----- SECTION 7 ----- coefficient = GRND6
RETURN
137 CONTINUE
C----- SECTION 8 ----- coefficient = GRND7
RETURN
138 CONTINUE
C----- SECTION 9 ----- coefficient = GRND8
RETURN
139 CONTINUE
C----- SECTION 10 ----- coefficient = GRND9
RETURN
1310 CONTINUE
C----- SECTION 11 ----- coefficient = GRND10
RETURN
1311 CONTINUE
C----- SECTION 12 ----- value = GRND
IF(NPATCH.EQ.'GRAVXX') THEN
  IF(INDVAR.EQ.U1) THEN
    CALL FN55(VAL,LBNAME('RAIO'),DXG2D,DEN1,-RG(6))
  ENDIF
ENDIF
RETURN
1312 CONTINUE

C----- SECTION 13 ----- value = GRND1
IF(NPATCH.EQ.'GRAVZZ') THEN
  IF(INDVAR.EQ.W1) THEN
    CALL FN21(VAL,LBNAME('RAIO'),DEN1,0.0,RG(7))
  ENDIF
ENDIF
RETURN
1313 CONTINUE
C----- SECTION 14 ----- value = GRND2
IF(NPATCH.EQ.'CENTRI') THEN
  IF(INDVAR.EQ.V1) THEN
C
  CALL FNAV(C1,W1,'NORTH')

```

```

CALL FN21(C2,LBNAME('VFOL'),C1,0.0,1.0)
C
CALL FN20(A,C2,DYV2D,DXU2D)
C
C ***** CALCULO DOS COEFICIENTES *****
C
CALL FN20(B,LBNAME('VFOL'),DYV2D,DXU2D)
C
C *** CALCULO DO VALOR DE DP/DZ ***
C
DMI = RG(3)*(RG(1)-A)/B
C
IF (DMI.GE.0.0) THEN
  DMI = DMI
ELSE
  DMI = -DMI
ENDIF
C
CALL FN2(VA,C2,DMI,1.0)
CALL FN51(VA,2.0)
CALL FN26(VA,DEN1)
CALL FN26(VA,DYG2D)
CALL FN26(VA,LBNAME('VFOL'))
ENDIF
ENDIF
RETURN
1314 CONTINUE
C----- SECTION 15 ----- value = GRND3
IF(NPATCH.EQ.'CORRPP') THEN
  IF(INDVAR.EQ.P1) THEN
C
C ***** FLUXO DE MASSA CALCULADO *****
C
CALL FN21(C3,LBNAME('VFOL'),W1,0.0,1.0)
CALL FN20(A,C3,DYV2D,DXU2D)
C
C ***** CALCULO DOS COEFICIENTES *****
C
CALL FN20(B,LBNAME('VFOL'),DYV2D,DXU2D)
C
C *** CALCULO DO VALOR DE DP/DZ ***
C
DM = (RG(1)-A)/B
C
VRE = 100*(RG(1)-A)/RG(1)
C
CALL FN2(C4,LBNAME('VFOL'),0.0,DM)
CALL FN40(C4)
C
CALL FN1(C7,B)
C
CALL FN1(C5,VRE)
C
CALL FN2(VA,C4,0.0,RG(2))
CALL FN26(VA,LBNAME('VFOL'))
C
ENDIF
ENDIF
RETURN
1315 CONTINUE
C----- SECTION 16 ----- value = GRND4
IF(NPATCH.EQ.'TORVV') THEN
  IF(INDVAR.EQ.V1) THEN
    CALL FN0(C6,XG2D)
    CALL FN55(VA,DEN1,VISL,C6,0.324)
    CALL FN62(VA,LBNAME('RAIO'),-1.0)
    CALL FN26(VA,W1)
    CALL FN26(VA,DYG2D)
    CALL FN26(VA,LBNAME('NPOR'))
    CALL FN26(VA,LBNAME('VFOL'))
  ENDIF
ENDIF

```

```

      RETURN
1316 CONTINUE
C----- SECTION 17 ----- value = GRND5
      IF(NPATCH.EQ.'CORRWW') THEN
      IF(INDVAR.EQ.W1) THEN
C
C      ***** FLUXO DE MASSA CALCULADO *****
C
      CALL FN21(C3,LBNAME('VFOL'),W1,0.0,1.0)
      CALL FN20(A,C3,DYV2D,DXU2D)
C
C      ***** CALCULO DOS COEFICIENTES *****
C
      CALL FN20(B,LBNAME('VFOL'),DYV2D,DXU2D)
C
C      *** CALCULO DO VALOR DE DP/DZ ***
C
      DM = RG(4)*(RG(1)-A)/B

      CALL FN2(VAL,DEN1,0.0,DM)
      CALL FN26(VAL,LBNAME('RAIO'))
      CALL FN26(VAL,LBNAME('VFOL'))
C
      ENDIF
      ENDIF
      RETURN
1317 CONTINUE
C----- SECTION 18 ----- value = GRND6
      RETURN
1318 CONTINUE
C----- SECTION 19 ----- value = GRND7
      IF(NPATCH.EQ.'CORREP') THEN
      IF(INDVAR.EQ.EP) THEN
C
C      ***** DW/DY *****
C
      CALL FNDWDY(C8,W1)
C
C      ***** CALCULO DE S = C9 *****
C
      CALL FN15(C9,W1,LBNAME('RAIO'),0.0,1.0)
      CALL FN27(C9,C8)
C
C      ***** CONANTE DE CE2*Cc *****
C      CEC1 = 1.92*0.2
C
C      ***** CORRECAO: *****
C      **** CORREP = CE*S*(1+S)*(DW/DY)^2*KE ****
C      *****
C
C      ***** C10 = CEC1*S*(DW/DY)^2*KE *****
C
      CALL FN55(C10,C9,C8,KE,CEC1)
      CALL FN26(C10,C8)
C
C      ***** C11 = CEC1*(S*DW/DY)^2*KE
C
      CALL FN55(C11,C9,C8,KE,CEC1)
      CALL FN26(C11,C9)
      CALL FN26(C11,C8)
C
C      ***** VAL = C10 + C11 *****
C
      CALL FN10(VAL,C10,C11,0.0,1.0,1.0)
      CALL FN26(VAL,LBNAME('RAIO'))
      CALL FN26(VAL,LBNAME('VFOL'))
C
      ENDIF
      ENDIF
      RETURN

```

```

1319 CONTINUE
C----- SECTION 20 ----- value = GRND8
      RETURN
1320 CONTINUE
C----- SECTION 21 ----- value = GRND9
      RETURN
1321 CONTINUE
C----- SECTION 22 ----- value = GRND10
      RETURN
C*****
C
C--- GROUP 14. Downstream pressure for PARAB=.TRUE.
C
14 CONTINUE
      RETURN
C*****
C* Make changes to data for GROUPS 15, 16, 17, 18 GROUP 19.
C*****
C
C--- GROUP 19. Special calls to GROUND from EARTH
C
19 GO TO (191,192,193,194,195,196,197,198,199,1910,1911),ISC
191 CONTINUE
C * ----- SECTION 1 ---- Start of time step.
      RETURN
192 CONTINUE
C * ----- SECTION 2 ---- Start of sweep.
      RETURN
193 CONTINUE
C * ----- SECTION 3 ---- Start of iz slab.
      RETURN
194 CONTINUE
C * ----- SECTION 4 ---- Start of iterations over slab.
      RETURN
1911 CONTINUE
C * ----- SECTION 11---- After calculation of convection
C                          fluxes for scalars, and of volume
C                          fractions, but before calculation of
C                          scalars or velocities
      RETURN
199 CONTINUE
C * ----- SECTION 9 ---- Start of solution sequence for
C                          a variable
      RETURN
1910 CONTINUE
C * ----- SECTION 10---- Finish of solution sequence for
C                          a variable
      RETURN
195 CONTINUE
C * ----- SECTION 5 ---- Finish of iterations over slab.
C
      RETURN
196 CONTINUE
C * ----- SECTION 6 ---- Finish of iz slab.
C
      IF(ISTEP.EQ.LSTEP)THEN
C
C
C      CALL FN1(C8, RG(10))
C      CALL FN1(C9, RG(11))
C      CALL FN1(C10, RG(12))
C      CALL FN1(C11, RG(13))
C      *****
C      ***** CALCULO DE V1*VFOL*DELTAX *****
C      *****
C
      CALL FN55(LBNAME('DV'),V1,LBNAME('VFOL'),DXU2D,1.0)
C
C      *****
C      ***** CALCULO DE U1*VFOL*DELTAY *****
C      *****
C

```

```

CALL FN55(LBNAME('DU'),U1,LBNAME('VFOL'),DYV2D,1.0)
C
C *****
C ***** AREA OCUPADO PELO LIQUIDO *****
C *****
C
CALL FN55(LBNAME('AREA'),DXU2D,DYV2D,LBNAME('VFOL'),RG(5))
C
C *****
C ***** CALCULO DE DELTAY *****
C *****
C
CALL FN0(LBNAME('DYY'),DYV2D)
C
C *****
C ***** CALCULO DE DELTAX *****
C *****
C
CALL FN0(LBNAME('DXX'),DXU2D)
C
C *****
C ***** TENSÃO CIZALHANTE *****
C *****
C
C *****
C ***** PAREDE INFERIOR *****
C *****
C
CALL FN29(LBNAME('TZW'),1,1,1,1,1)
CALL FN26(LBNAME('TZW'),VISL)
CALL FN27(LBNAME('TZW'),DXU2D)
CALL FN25(LBNAME('TZW'),2.0)
CALL FN26(LBNAME('TZW'),LBNAME('VFOL'))
C
C *****
C *** PAREDE INTERIOR (RAIO INTERNO E EXTERNO) ****
C *****
C
CALL FN29(LBNAME('TZSN'),1,2,1,1,1)
CALL FN26(LBNAME('TZSN'),VISL)
CALL FN27(LBNAME('TZSN'),DYV2D)
CALL FN25(LBNAME('TZSN'),2.0)
CALL FN26(LBNAME('TZSN'),LBNAME('VFOL'))
C
C ***** TAW - Y'S *****
C
CALL FN56(LBNAME('TZSS'),VISL,W1,DYV2D,2.0)
CALL FN56(LBNAME('TZNN'),VISL,W1,LBNAME('RAIO'))
CALL FN10(LBNAME('TZSN'),LBNAME('TZSS'),LBNAME('TZNN'),
& 0.0,1.0,1.0)
C
C ***** TAW - Y'X' *****
C
CALL FN56(LBNAME('TZXY'),VISL,U1,DYV2D,2.0)
C
C ***** RAIS (TAW-Y'S ^2 + TAW-Y'X' ^2) *****
C
CALL FN50(LBNAME('TZSN'),2)
CALL FN49(LBNAME('TZSN'),LBNAME('TZXY'))
CALL FN30(LBNAME('TZSN'))
CALL FN26(LBNAME('TZSN'),LBNAME('VFOL'))
C
C *****
C *****
C *****
C *****
C *****
C ***** ARQUIVOS DE SAIDA *****
C *****
C
OPEN(UNIT=500,FILE='dad_w.dat',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=520,FILE='dad-vf.dat',STATUS='UNKNOWN')

```

```

OPEN(UNIT=530,FILE='dad_p.dat',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=540,FILE='atrito.dat',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=550,FILE='param.dat',STATUS='UNKNOWN')

C
LOW1 = L0F(ANYZ(W1,IZ))
LOU1 = L0F(ANYZ(U1,IZ))
LOV1 = L0F(ANYZ(V1,IZ))
LOP1 = L0F(ANYZ(P1,IZ))
LOKE = L0F(ANYZ(KE,IZ))
LOEP = L0F(ANYZ(EP,IZ))
LOTZW = L0F(ANYZ(LBNAME('TZW'),IZ))
LOTZN = L0F(ANYZ(LBNAME('TZN'),IZ))
LOVF = L0F(ANYZ(LBNAME('VFOL'),IZ))
LOWW = L0F(ANYZ(LBNAME('WW'),IZ))
LOLC = L0F(ANYZ(LBNAME('LC'),IZ))
LOUU = L0F(ANYZ(LBNAME('UU'),IZ))
LOVV = L0F(ANYZ(LBNAME('VV'),IZ))
LOKK = L0F(ANYZ(LBNAME('KK'),IZ))
LOEE = L0F(ANYZ(LBNAME('EE'),IZ))
LODU = L0F(ANYZ(LBNAME('DU'),IZ))
LODV = L0F(ANYZ(LBNAME('DV'),IZ))
LODX = L0F(ANYZ(LBNAME('DXX'),IZ))
LODY = L0F(ANYZ(LBNAME('DYY'),IZ))
LOAR = L0F(ANYZ(LBNAME('AREA'),IZ))

C
C *****
C *****
C *****
C *****
C *****
C ***** LOOP PARA O CALCULO DA FN DE CORRENTE *****
C *****
C
DO I = 1,NX
  IF(LEQ.1)THEN
    DO J = 2,NY
      IF(LOVF+J.GE.0.5) THEN
        F(LOLC+J)=F(LOLC+J-1)+F(LODU+J-1)
        F(LOLC+J)=F(LOLC+J)
      ELSE
        F(LOLC+J) = 0.0
      ENDIF
    ENDDO
  ENDIF
  DO J = 1,NY
    IF(F(LOVF+J+NY*(I-1)).GE.0.5) THEN
      F(LOLC+J+NY*(I-1))=F(LOLC+J+NY*(I-2))-F(LODV+J+NY*(I-2))
      F(LOLC+J+NY*(I-1))=F(LOLC+J+NY*(I-1))
    ELSE
      F(LOLC+J+NY*(I-1)) = 0.0
    ENDIF
  ENDDO
ENDDO

C
C *****
C ***** CALCULO DO PERIMETRO MOLHADO *****
C *****
C
GPSUR = 0.0
GPNOR = 0.0
GPEST = 0.0
GPWES = 0.0

C
DO I = 1,NX
  DO J = 1,NY

C
C *****
C ***** PERIMETRO MOLHADO EM: WWALL, IX = 1 *****
C *****
C

```



```

C      ***** variaveis calculadas *****
C
      GW1 = F(LOW1+J+NY*(I-1))
      GV1 = F(LOV1+J+NY*(I-1))
      GU1 = F(LOU1+J+NY*(I-1))
      GKE = F(LOKE+J+NY*(I-1))
      GEP = F(LOEP+J+NY*(I-1))
      GVF = F(LOVF+J+NY*(I-1))
      GP1 = F(LOP1+J+NY*(I-1))
      GLC = F(LOLC+J+NY*(I-1))
      GTZW = F(LOTZW+J+NY*(I-1))
      GTZN = F(LOTZN+J+NY*(I-1))
C
      IF(I.GT.1) THEN
C
      IF((F(LOVF+J+NY*(I-1)).NE.1.0).AND.
&      (F(LOVF+J+NY*(I-1)).NE.0.0)) THEN
      GWW = F(LOW1+J+(I-2)*NY)
      GUU = F(LOU1+J+(I-2)*NY)
      GVV = F(LOV1+J+(I-2)*NY)
      GKK = F(LOKE+J+(I-2)*NY)
      GEE = F(LOEP+J+(I-2)*NY)
C
      F(LOWW+J+(I-1)*NY) = GWW
      F(LOUU+J+(I-1)*NY) = GUU
      F(LOVV+J+(I-1)*NY) = GVV
      F(LOKK+J+(I-1)*NY) = GKK
      F(LOEE+J+(I-1)*NY) = GEE
C
      ELSE
C
      GWW = GW1*GVF
      GUU = GU1*GVF
      GVV = GV1*GVF
      GKK = GKE*GVF
      GEE = GEP*GVF
      F(LOWW+J+NY*(I-1)) = GWW
      F(LOVV+J+NY*(I-1)) = GVV
      F(LOUU+J+NY*(I-1)) = GUU
      F(LOKK+J+NY*(I-1)) = GKK
      F(LOEE+J+NY*(I-1)) = GEE
      ENDIF
      ENDIF
C
      WRITE(500,501)J,I,GWW,GVV,GUU
C
      WRITE(520,503)I,J,GVF,GKK,GEE
C
      WRITE(530,504)I,J,GP1
C
      WRITE(540,505)I,J,GTZW,GTZN
C
      ENDDO
      ENDDO
C
      WRITE(550,506)GARSOMA,GARLI,GPSUR,GPNOR,GPWES,GPER
C
      *****
C
      *****
C
      *****
C
      ***** FORMATO DOS ARQUIVOS DE SAIDA *****
C
      *****
C
501 FORMAT(2I4,3E15.8)
503 FORMAT(2I4,3E15.8)
504 FORMAT(2I4,1E15.8)
505 FORMAT(2I4,2E15.8)
506 FORMAT(6E15.8)
C
      *****

```

```

C *****
C
C   ENDIF
C
C   RETURN
197 CONTINUE
C * ----- SECTION 7 ---- Finish of sweep.
C
C   RETURN
198 CONTINUE
C * ----- SECTION 8 ---- Finish of time step.
C   CLOSE(500)
C   CLOSE(520)
C   CLOSE(530)
C   CLOSE(540)
C   CLOSE(550)
C
C
C   RETURN
C*****
C
C--- GROUP 20. Preliminary print-out
C
C   20 CONTINUE
C   RETURN
C*****
C* Make changes to data for GROUPS 21 and 22 only in GROUP 19.
C*****
C
C--- GROUP 23. Field print-out and plot control
C   23 CONTINUE
C   RETURN
C*****
C
C--- GROUP 24. Dumps for restarts
C
C   24 CONTINUE
C   END

```



