

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Dissertação Apresentada à
Faculdade de Engenharia Mecânica
Como Requisito Parcial à Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

GERAÇÃO DE CARTA DINAMOMÉTRICA
DE FUNDO PARA DIAGNÓSTICO
DO BOMBEIO MECÂNICO
EM POÇOS DE PETRÓLEO

61/93

Autor: Manuel de Almeida Barreto Filho

Orientador: Martin Tygel

Este exemplar corresponde a redação final
da tese defendida por MANUEL DE ALMEIDA
BARRETO FILHO e aprovada
pela comissão julgadora em 03.12.1993

DEZEMBRO, 1993

Mt 14
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

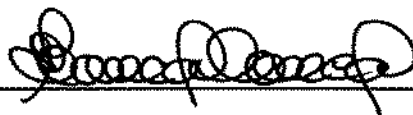
A dissertação "Geração de Carta Dinamométrica de Fundo para Diagnóstico do Bombeio Mecânico em Poços de Petróleo", elaborada por Manuel de Almeida Barreto Filho e aprovada por todos os membros da banca examinadora foi aceita pela subcomissão de pós-graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 03 de Dezembro de 1993

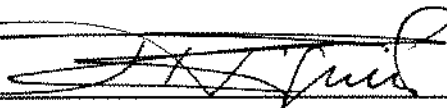
BANCA EXAMINADORA



Martin Tygel, Ph. D.



Antônio Cláudio de França Corrêa, Ph. D



José Ricardo Figueiredo, Doutor

"Existe uma paixão pelo conhecimento, tal como existe uma paixão pela música. Essa paixão é comum nas crianças, mas a maioria das pessoas perde-a posteriormente. Sem ela não haveria matemática nem ciências naturais."

Albert Einstein

Gostar de fazer ciência é dispor de uma fonte
inesgotável de conjecturas, que merecem, ao menos,
ser investigadas.

O autor

Aos meus pais Manuel e Marlene, que me deram a vida.

A minha esposa Leidimar e aos meus filhos Júlio e

Raphaela, que a tornaram mais bela.

HOMENAGEM ESPECIAL

Ao meu irmão Júlio César Lins Barreto (*in memoriam*)
fonte eterna de motivação e inspiração frente aos grandes desafios.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela beleza da vida.

Aos meus irmãos, que sempre acreditaram em mim.

Ao meu orientador de tese, Prof. Dr. Martin Tygel, pelo exemplo, e pela habilidade demonstrada com o assunto em discussão.

Ao Professor, colega e amigo, Eng^o Atílio Alberto Triggia (M.Sc.), pelas humildes e incansáveis lições de Bombeio Mecânico.

Ao Prof. Dr. Antonio Cláudio, pelo estímulo e valiosas sugestões para a formulação proposta neste trabalho.

Aos demais professores do meu programa de Mestrado em Engenharia de Petróleo, pelo conhecimento adquirido.

Ao colega, Eng^o Divonsir Lopes (CENPES/DILOT/SEPROV), pela inestimável colaboração na revisão bibliográfica.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia de Petróleo, da Faculdade de Engenharia Mecânica, da Unicamp, pela inestimável disposição em ajudar.

Ao Prof. Dr. Kelsen Valente Serra, pelo apoio oferecido durante todo o transcorrer deste trabalho.

Aos funcionários do CEPETRO, da Unicamp, pelo apoio e auxílio prestados.

Aos colegas da Divisão Regional de óleo da Região de Produção da Bahia (RPBa/DIROL), pela atenção e colaboração dispensadas.

A todos os colegas do Curso de Mestrado em Engenharia de Petróleo que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

Ao estagiário do DEP/FEM, Maurício Vieira de Paula Filho, pela inestimável colaboração no traçado das cartas dinamométricas para o exame de qualificação.

A Petróleo Brasileiro S.A., pela oportunidade e suporte financeiro concedido para a minha participação no programa de Mestrado em Engenharia de Petróleo.

NOMENCLATURA

Letras Minúsculas

b	constante de proporcionalidade
f	força
g	aceleração da gravidade
i	unidade imaginária ($\sqrt{-1}$)
n	ordenação dos pontos lidos nas cartas dinamométricas de superfície
p	deslocamento na haste polida
r	coordenada na direção radial
t	coordenada temporal
u	deslocamento
v	velocidade
x	coordenada na direção longitudinal

Letras Maiúsculas

A	área de seção transversal
ARF	área da carta dinamométrica de fundo
ARS	área da carta dinamométrica de superfície
DH	diâmetro externos das hastes

DP	diâmetro do pistão
DT	diâmetro interno da tubulação de produção
E	módulo de elasticidade do material das hastes
L	comprimento de um trecho simples de hastes
N	número de termos da série de Fourier truncada
NITER	número de iterações utilizadas
NR	número de Reynolds
P	pressão de bombeio
Q	vazão
QMAX	vazão máxima
QMED	vazão média
QMEDF	vazão média (valor final)
QMEDI	vazão média (valor inicial)
R	razão entre o diâmetro externo das hastes e diâmetro interno da tubulação de produção
RC	limite crítico para o número de Reynolds entre os regimes de fluxo laminar e turbulento
S	curso da haste polida
TRECHO	trecho simples de hastes
U	perímetro da seção transversal

VH volume de haste

VOL volume produzido

W velocidade longitudinal do fluido

Letras Gregas

α fator de correção para a pressão de bombeio

β fator de proporcionalidade

ϵ limite de tolerância para o cálculo iterativo da curva

γ fator de proporcionalidade

η módulo de perdas do material das hastes

μ viscosidade dinâmica do fluido bombeado

ρ massa específica

ω frequência angular

Subscritos

a tubulação de produção

b bombeio

f fluido

HID hidrostática de fundo

i ordenação da variável tempo

k ordenação dos trechos simples de hastes

- n número máximo de trechos simples de hastes
- p pressão
- P pistão
- T teste
- v ordem de um termo qualquer na série de Fourier

Sobrescritos

- I parte imaginária de um número complexo
- m m-ésima iteração
- R parte real de um número complexo

RESUMO

Para uma operação ótima de um Sistema de Bombeio Mecânico, faz-se necessário o controle permanente sobre o comportamento da carga atuante na profundidade em que se encontra assentada a bomba de fundo. Para tanto, dispõe-se atualmente apenas de um dinamômetro de superfície, que registra, com a coluna de hastes em movimento, o valor numérico das forças que atuam na extremidade superior da haste polida. O resultado é o traçado de uma carta dinamométrica de superfície, a qual nada mais representa do que os efeitos gerados pela carga atuante na bomba de fundo, após terem se propagado através da coluna de hastes.

Como sabemos, estes efeitos detectados na superfície, trazem consigo degenerações que foram incorporadas durante a referida propagação, o que vem mascarar o real comportamento da bomba de fundo. Logo, as informações provenientes desta ferramenta, mostram-se, na maioria das situações operacionais, ineficientes, com o problema tornando-se crítico no caso dos poços profundos (profundidades acima de 1000 metros).

O problema consiste, então, em inferir, a partir dos dados de superfície, sob que condições operacionais de fundo está se processando o bombeio mecânico. Embora algumas soluções, usando hipóteses simplificadoras, têm sido descritas e utilizadas correntemente, a completa formulação do problema e a construção dos correspondentes algoritmos de solução constituem-se ainda em ativa área de investigação acadêmica e industrial.

Neste trabalho, propõe-se um método de cálculo que possibilita determinar o deslocamento em relação a posição de equilíbrio de qualquer ponto da coluna de hastes e os esforços ali atuantes, ambos em relação ao tempo, a partir das medições realizadas na

superfície. Como resultado, pode-se traçar a carta dinamométrica em qualquer profundidade desejada.

O presente método incorpora algumas novas contribuições, por exemplo uma formulação mais realista do atrito envolvido no sistema, com base nas interações fluido-dinâmicas nas hastes e tubulação, bem como incluindo a possibilidade de uso de hastes de fibra de vidro, o que pode ser uma opção industrial para o futuro.

O procedimento é válido, mesmo em se tratando de grandes profundidades de assentamento da bomba de fundo, altas velocidades de bombeio e elevados cursos da haste polida. Finalmente, o algoritmo apresenta boa performance computacional.

ABSTRACT

Optimal operation of Sucker Rod Pumping System requires standing monitoring of the acting load at the depth where the pump is located. For that purpose, only a surface dynamometer is available, which registers the acting forces at the moving upper end of the polished rod at several time instants. The resulting information is the so-called dynamometric surface chart, which represents, during the measuring period, the load effects at the bottom of the well after these have been propagated to the top. As well known, these measurements do not reflect the true behavior of the system at the depth location of the pump, but are contaminated by the propagation along the entire rod string. Therefore, it is not adequate to directly rely upon obtained surface data to correctly monitor the well pumping operation, the situation becoming more critical in deep wells (with depths larger than 1000 meters).

The problem is, then, to infer, from the surface data, the operation behavior of the pumping system at the downhole. Although some solutions using simplifying assumptions, have been given and are of current use, the full formulation of the problem and the construction of complete and accurate algorithms to solve it, still constitute an active area of academic and industrial investigation.

In this work, a method is proposed to determine the dislocations, as well as the acting forces, at any desired depth location of the rod string, and at time instant of the measuring period, based only on the surface data. In the way, one can obtain dynamometric charts at any desired depth location.

The method incorporates some new contributions to the ones available in the literature, such as a more realistic fluid-dynamic formulation of the friction involved in the

rods and tubing systems. It also includes the possibility of using fiber glass rods, which can become an option for the industry in the future.

The procedure described in this work yields good results, even in the case of large depth locations of the pump, large pumping speeds and polished rod strokes. Finally, the algorithm shows also good computational efficiency.

ÍNDICE

LISTA DE APÊNDICES.....	xvii
LISTA DE FIGURAS.....	xviii
LISTA DE TABELAS.....	xxii
I INTRODUÇÃO	1
II REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	8
III MODELAGEM MATEMÁTICA.....	12
3.1. Movimento de um Trecho Simples de Hastes	12
3.2. Comportamento Visco-Elástico das Hastes Segundo Kelvin-Voigt: Expressão para $\sigma_k(x_k, t)$	17
3.3. Forças Viscosas entre Haste, Tubulação e Fluido Segundo Grabitz - Zimmermann: Expressão para $\tau_k(x_k, t)$	18
3.3.1. Expressões para as Funções $a(t)$, $b(t)$ e $c(t)$	19
3.4. Condições de Contorno para os Diferentes Trechos de Hastes Simples	23
3.5. Condições de Contorno na Superfície	23
3.6. Pressão de Bombeio	24
IV RESOLUÇÃO DO PROBLEMA	25

4.1.	Solução da EDP para o Movimento da Coluna de Hastes.....	25
4.1.1.	Obtenção da solução particular $U_k(x_k, t)$	27
4.1.2.	Obtenção da Solução $y_k(x_k, t)$	29
4.1.2.1.	Solução da equação (4.18)	31
4.1.2.2.	Obtenção dos Coeficientes $\{a_{kv}(x_k)\}_{v=0}^n$ e $\{b_{kv}(x_k)\}_{v=1}^n$	34
4.2.	Determinação dos Coeficientes das Autofunções e de Fourier	38
4.3.	Obtenção Numérica dos Coeficientes de Fourier para $p(t)$ e $f(t)$	44
4.4.	Leitura da Carta Dinamométrica de Superfície	46
4.5.	Incorporação Iterativa da Vazão $Q(t)$	47
4.6.	Determinação do Volume de Fluido Bombeado	49
V	PERDA DE ENERGIA ASSOCIADA AO BOMBEIO MECÂNICO.....	50
5.1.	Perda de Energia Associada à Diferença entre as Áreas das Cartas Dinamométricas de Superfície e de Fundo.....	50
VI	SÍNTESE DO MÉTODO PROPOSTO	57
6.1.	Aspectos Referentes à Modelagem.....	57
6.2.	Aspectos Referentes à Solução e Implementação Computacional	58
6.3.	Fluxograma do Método Proposto	59
6.4.	Eficiência Computacional	62
VII	APLICAÇÃO DO MÉTODO E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	63
7.1.	Influência dos Parâmetros N , ε e μ na Solução Matemática do Problema e no Esforço Computacional Utilizado.	64

7.2. Comparação com a Formulação usual (Termo de Amortecimento Proporcional à velocidade das hastes).....	78
7.3. Análise de um Exemplo.....	87
7.4. Simulação numa Profundidade Qualquer.....	91
7.5. Outros Padrões de Carta Dinamométrica de Superfície	99
7.6. Simulações com Poços Equipados com Hastes de Fibra de Vidro.....	120
VIII CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	121
8.1. Conclusões.....	121
8.2. Recomendações	123
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	126

LISTA DE APÊNDICES

APÊNDICE A	Leitura das cartas dinamométricas de superfície.....	132
APÊNDICE B	Valores numéricos calculados para as funções deslocamento ($u(x,t)$), força ($f(x,t)$) e vazão ($Q(t)$), em função do limite de tolerância para o cálculo iterativo da curva de vazão de bombeio	177
APÊNDICE C	Padrões de cartas dinamométricas de fundo segundo GILBERT.....	190
APÊNDICE D	Padrões de cartas dinamométricas de fundo segundo GIBBS & NOLEN..	191

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Diagrama esquemático de um Sistema de Bombeio Mecânico	2
Figura 1.2	Ciclo de operação para bombas tubulares.....	4
Figura 3.1	Esquema da coluna de hastes combinada	13
Figura 3.2	Diagrama esquemático das forças atuantes num elemento de volume do k-ésimo trecho de hastes simples	16
Figura 4.1	Leitura dos dados de $p(t_i)$ e $f(t_i)$	47
Figura 6.1a	Fluxograma do método proposto - Parte 1.....	60
Figura 6.1b	Fluxograma do método proposto - Parte 2.....	61
Figura 7.1	Carta dinamométrica de superfície do poço TESTE - 01	65
Figura 7.2a	Carta dinamométrica de fundo para $N = 11$ (Poço TESTE - 01).....	68
Figura 7.2b	Carta dinamométrica de fundo para $N = 15$ (Poço TESTE - 01).....	69
Figura 7.2c	Carta dinamométrica de fundo para $N = 21$ (Poço TESTE - 01).....	69
Figura 7.2d	Carta dinamométrica de fundo para $N = 25$ (Poço TESTE - 01).....	70
Figura 7.2e	Carta dinamométrica de fundo para $N = 31$ (Poço TESTE - 01).....	70
Figura 7.2f	Carta dinamométrica de fundo para $N = 35$ (Poço TESTE - 01).....	71
Figura 7.2g	Carta dinamométrica de fundo para $N = 201$ (Poço TESTE - 01).....	71

Figura 7.3a	Cartas dinamométricas de fundo associadas a diferentes limites de tolerância para o cálculo iterativo da vazão de bombeio (Poço TESTE - 01) ..	73
Figura 7.3b	Curvas de vazão de bombeio em função do limite de tolerância para o seu cálculo iterativo (Poço TESTE - 01).....	74
Figura 7.4a	Carta dinamométrica de fundo Simulação 01 (tabela 7.7).....	80
Figura 7.4b	Carta dinamométrica de fundo Simulação 02 (tabela 7.7).....	80
Figura 7.4c	Carta dinamométrica de fundo Simulação 03 (tabela 7.7).....	81
Figura 7.4d	Carta dinamométrica de fundo Simulação 04 (tabela 7.7).....	81
Figura 7.5	Carta dinamométrica de fundo obtida com o método proposto (Poço TESTE - 01)	82
Figura 7.6:	Carta dinamométrica de fundo associada à simulação 05 (tabela 7.7). Amortecimento superestimado.	
Figura 7.7	Gráfico de $R \times \beta\rho/\mu$ [pol ⁻²] para uma tubulação de produção 4 1/2 EU (DT = 3, 958 pol).....	86
Figura 7.8	Gráfico de $R \times \gamma\rho/\mu$ [pol ⁻⁴] para uma tubulação de produção 4 1/2 EU (DT = 3, 958 pol).....	86
Figura 7.9	Gráfico da Vazão de bombeio - Q(t).....	90
Figura 7.10	Gráfico da Pressão de bombeio - (P _n (L _n .t)).....	90
Figura 7.11	Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 06)	93
Figura 7.12	Carta dinamométrica na profundidade XT= 450 ft (Poço TESTE - 06).....	94
Figura 7.13	Carta dinamométrica na profundidade XT= 900 ft(Poço TESTE - 06).....	94

Figura 7.14	Carta dinamométrica na profundidade $XT= 1688$ ft(Poço TESTE - 06).....	95
Figura 7.15	Carta dinamométrica na profundidade de assentamento da bomba de fundo - $XT= 2475$ ft (Poço TESTE - 06)	95
Figura 7.16	Curva deslocamento x tempo na extremidade superior da haste polida ($p(t) = - u_1(0, t)$) (Poço TESTE - 06).....	96
Figura 7.17	Curva deslocamento x tempo na profundidade $XT= 450$ ft(Poço TESTE - 06)	96
Figura 7.18	Curva deslocamento x tempo na profundidade $XT= 900$ ft(Poço TESTE - 06)	97
Figura 7.19	Curva deslocamento x tempo na profundidade $XT= 1688$ ft(Poço TESTE - 06)	97
Figura 7.20	Curva deslocamento x tempo na profundidade da bomba de fundo - $XT=$ 2475 ft (Poço TESTE - 06).....	98
Figura 7.21a	Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 02)	101
Figura 7.21b	Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 02).....	101
Figura 7.22a	Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 03)	103
Figura 7.22b	Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 03).....	103
Figura 7.23a	Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 04)	105
Figura 7.23b	Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 04).....	105
Figura 7.24a	Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 05)	107
Figura 7.24b	Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 05).....	107

Figura 7.25a	Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 07)	109
Figura 7.25b	Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 07).....	109
Figura 7.26a	Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 08)	111
Figura 7.26b	Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 08).....	111
Figura 7.27a	Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 09)	113
Figura 7.27b	Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 09).....	113
Figura 7.28a	Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 10)	115
Figura 7.28b	Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 10).....	115
Figura 7.29a	Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 11)	117
Figura 7.29b:	Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 11).....	117
Figura 7.29c:	Carta dinamométrica de fundo associada ao poço TESTE - 11, com Vb=20,0CPM.....	119

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Nomenclatura para o k-ésimo trecho de hastes simples	3
Tabela 7.1	Dados genéricos do poço TESTE - 01	64
Tabela 7.2	Dados associados a um trecho de hastes simples.	65
Tabela 7.3	Valores extremos de deslocamento e força, calculados na profundidade da bomba de fundo, em função do número de termos da série de Fourier. (Poço TESTE - 01).....	67
Tabela 7.4	Valores para a área da carta dinamométrica de fundo (ARF), vazão média de bombeio (QMED), e número de iterações utilizadas (NITER), como função do limite de tolerância para o cálculo da vazão de bombeio (ϵ). (Poço TESTE - 01)	72
Tabela 7.5	Dados dos pocos TESTE - 02, 03 e 09.	75
Tabela 7.6	Número de iterações (NITER) associado ao nível de viscosidade do fluido bombeado (μ)	76
Tabela 7.7	Resultados das simulações utilizando-se a formulação usual, variando-se a estimativa para o coeficiente de amortecimento.	79
Tabela 7.8	Resultados da simulação com o método proposto	79
Tabela 7.9	Valores calculados para a função força nos cursos ascendente e descendente para comparação entre a formulação usual e o método proposto.	82

Tabela 7.10	Valores de $\beta\rho/\mu$ [pol ⁻²] e $\gamma\rho/\mu$ [pol ⁻⁴] em função de $R = DH/DT$	85
Tabela 7.11	Resultados numéricos da simulação com o poço TESTE - 01 (ARS, ARF, NITER, QMED, QMAX, NR).....	88
Tabela 7.12	Dados do poço TESTE - 06	92
Tabela 7.13	Dados dos poços TESTE - 04, 05, 07, 08, 09, 10 e 11	100
Tabela 7.14	Resultados da simulação com o poço TESTE - 02	102
Tabela 7.15	Resultados da simulação com o poço TESTE - 03	104
Tabela 7.16	Resultados da simulação com o poço TESTE -04.....	106
Tabela 7.17	Resultados da simulação com o poço TESTE - 05	108
Tabela 7.18	Resultados da simulação com o poço TESTE - 07	110
Tabela 7.19	Resultados da simulação com o poço TESTE - 08	112
Tabela 7.20	Resultados da simulação com o poço TESTE - 09	114
Tabela 7.21	Resultados da simulação com o poço TESTE - 10	116
Tabela 7.22	Resultados da simulação com o poço TESTE - 11	118

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O Bombeio Mecânico é sem dúvida o método de elevação artificial de petróleo mais utilizado no Brasil. Este é aplicado apenas nos campos de produção terrestres e responde por cerca de 15% da produção diária total de óleo, utilizando algo em torno de 60% dos poços produtores. Em virtude disto, torna-se indispensável que o Engenheiro de Petróleo que trabalha com elevação artificial disponha de ferramentas apropriadas, que lhe permitam realizar o adequado dimensionamento e fácil análise do Sistema de Bombeio Mecânico como um todo.

Num Sistema de Bombeio Mecânico, a elevação de fluido resulta do funcionamento de uma bomba alternativa instalada no fundo do poço. O movimento alternativo é produzido na superfície por uma unidade de bombeio (UB) e transmitido ao pistão da bomba de fundo por uma coluna de hastes, o qual, com isto, consegue elevar uma determinada quantidade de fluido para a superfície.

Os componentes principais de um Sistema de Bombeio Mecânico são a Unidade de Bombeio (UB), fixada na superfície, a Coluna de Hastes e a Bomba Alternativa de simples efeito, à qual é instalada no fundo do poço (ver figura 1. 1).

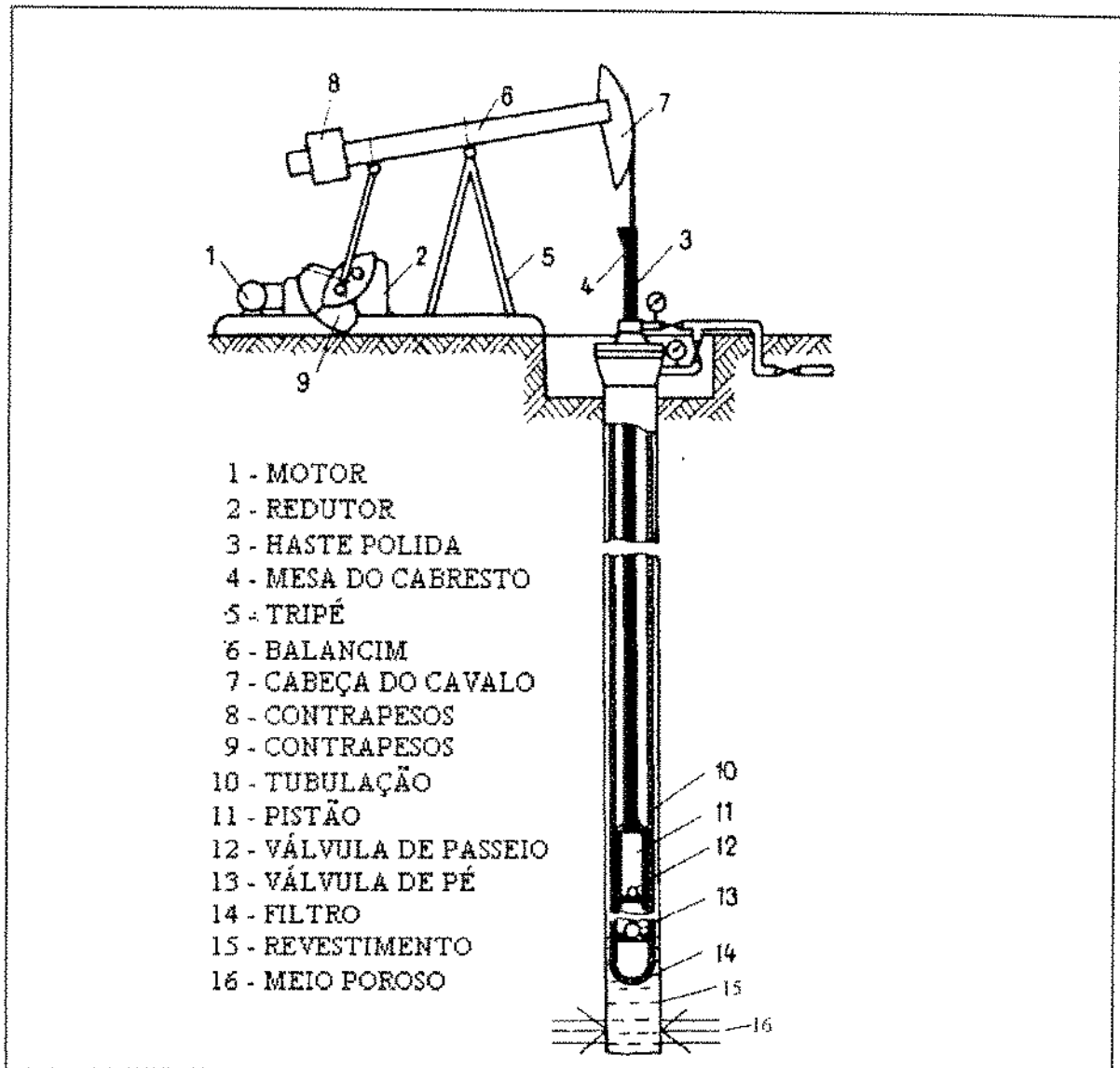


Figura 1. 1: Diagrama esquemático de um Sistema de Bombeio Mecânico

A UNIDADE DE BOMBEIO é o elemento que fornece a potência à coluna de hastes. Ela transforma o movimento rotativo do motor que a aciona, em um movimento alternativo, o qual é imposto à coluna de hastes.

A COLUNA DE HASTES é o elemento de ligação entre a bomba de fundo e a unidade de bombeio, ou seja, transmite a potência que lhe foi fornecida na superfície pela unidade de bombeio, para a bomba de fundo. Parte da potência transmitida é dissipada pelas resistências presentes no movimento.

A BOMBA DE FUNDO, que é o elemento ativo do sistema, transmite ao fluido a potência que lhe é entregue pela coluna de hastes. Ela é composta de uma parte móvel - **PISTÃO** - onde é alojada a chamada válvula de passeio e de uma parte fixa - **CAMISA** - onde é alojada a chamada válvula de pé. Durante o movimento ascendente do pistão, a válvula de passeio encontra-se normalmente fechada, e assim, a coluna de fluido existente no anular haste - tubulação de produção é elevada. Simultaneamente, é admitido fluido para o interior da camisa da bomba através da válvula de pé, que nesta etapa do movimento deve estar aberta. No movimento descendente, a válvula de pé encontra-se normalmente fechada e a válvula de passeio, aberta; neste caso, há uma pequena elevação de fluido resultante do volume deslocado pela haste do pistão, quando este retorna para a posição inferior da bomba (junto à válvula de pé), a qual em condições normais, deve estar cheia de fluido (ver figura 1. 2). Conforme descrito acima, torna-se evidente que no final do curso ascendente a carga de fluido é transferida da válvula de passeio para a válvula de pé, ficando suportada pela tubulação. E, no final do curso descendente, a carga de fluido volta a ser suportada pela válvula de passeio.

As definições anteriores relativas às partes que compõem uma bomba de fundo assim como o ciclo de operação acima descrito estão associados às chamadas bombas tubulares. Existem ainda as bombas insertáveis, para as quais a camisa da bomba pode ser móvel ou não. Independente disto, estas bombas são ligadas somente à coluna de hastes. Suas variações ou uma penetração de gás na bomba provocam mudanças no ciclo de operação acima descrito.

Em se tratando mais especificamente da composição da coluna de hastes, esta consiste de um conjunto de hastes enroscadas sequencialmente através de luvas. Quando todas as hastes têm o mesmo diâmetro, o sistema denomina-se de **COLUNA SIMPLES**. Para maiores profundidades de assentamento da bomba de fundo, a coluna de hastes é subdividida em dois ou mais trechos de hastes simples de diâmetros diferentes. A coluna é dimensionada de modo que os diâmetros dos diferentes trechos diminuem de cima para baixo, uma vez que os maiores esforços aparecem na região superior da mesma. Neste caso, tem-se o chamado sistema de **COLUNA COMBINADA**.

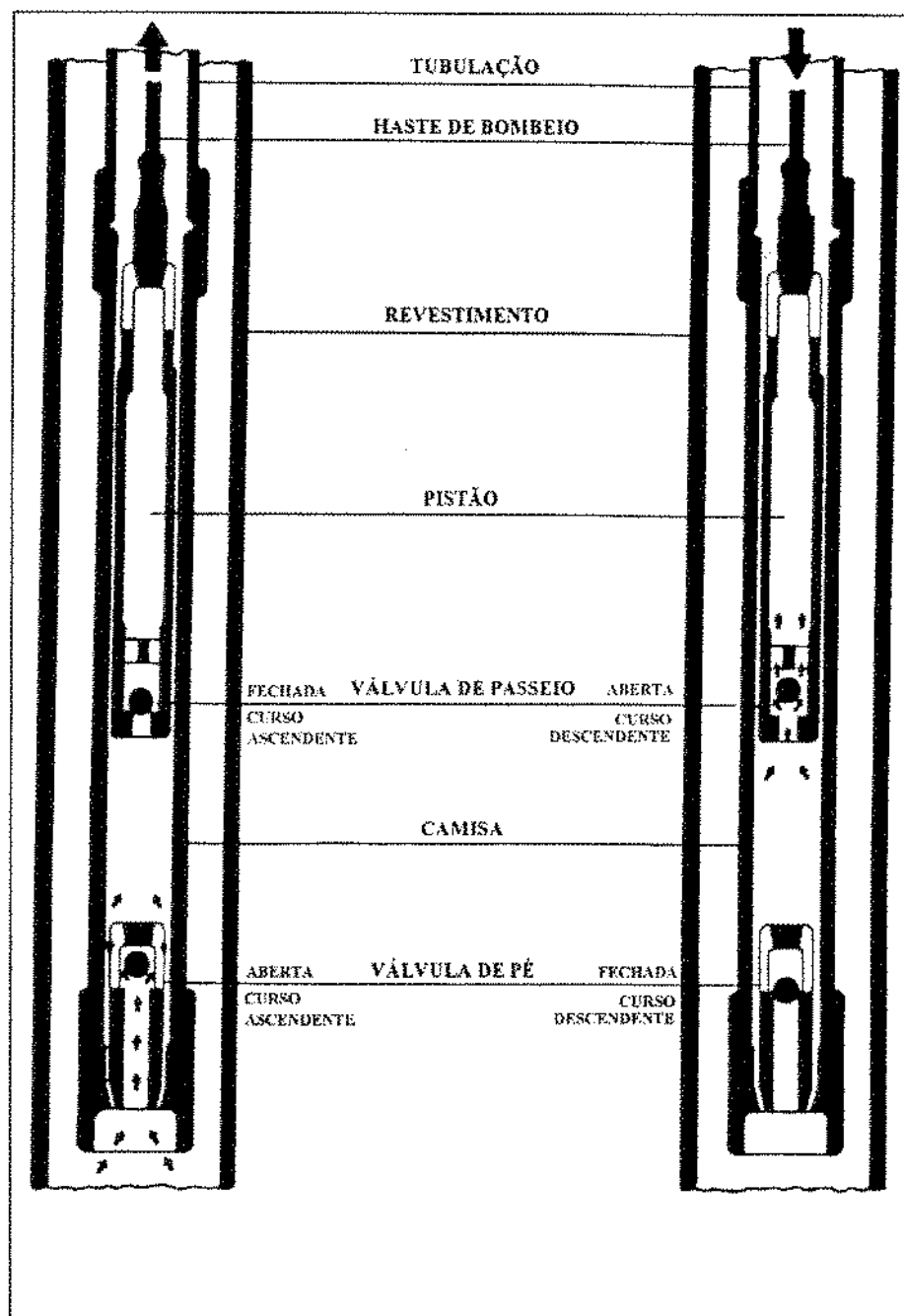


Figura 1. 2: Ciclo de operação para bombas tubulares

Com vistas a uma operação ótima do método de elevação artificial baseado no bombeio mecânico, faz-se necessário um controle permanente sobre o comportamento da carga atuante na profundidade em que se encontra assentada a bomba de fundo. Neste sentido, dispõe-se atualmente de um dinamômetro de superfície que registra, com a coluna de hastes em movimento, o valor numérico das forças que atuam na extremidade superior desta. O resultado é o traçado de uma carta dinamométrica de superfície, a qual nada mais é

do que a representação gráfica dos efeitos gerados pela carga atuante na bomba de fundo, após terem se propagado através da coluna de hastes.

Como sabemos, estes efeitos detectados na superfície trazem consigo degenerações que foram incorporadas durante a referida propagação, o que vem mascarar o real comportamento da bomba de fundo. Logo, as informações provenientes desta ferramenta mostram-se, na maioria das situações operacionais, ineficientes, com o problema tornando-se crítico no caso dos poços profundos (profundidade acima de 1000 metros).

Neste sentido, propõe-se um método de cálculo que possibilita determinar o deslocamento em relação à posição de equilíbrio de qualquer ponto da coluna de hastes e os esforços ali atuantes, ambos em relação ao tempo, a partir das medições realizadas na superfície. O procedimento é válido, mesmo em se tratando de grandes profundidades de assentamento da bomba de fundo, altas velocidades de bombeio e elevados cursos da haste polida. O resultado do processo é o traçado da chamada carta dinamométrica de fundo.

No Capítulo II são relatadas as contribuições e modelos básicos do Bombeio Mecânico formulados nos últimos trinta anos.

O modelo desenvolvido neste trabalho (aplicável somente a poços verticais), que amplia a contribuição de PAVLIK [43] para o caso mais realista de uma coluna de hastes combinada, está descrito no Capítulo III. O modelo utilizado inclui a formulação do amortecimento como sendo derivado das interações haste-fluido e tubulação de produção-fluido, bem como a possibilidade de utilização de hastes de fibra de vidro, aumentando, portanto, a flexibilidade do método.

O comportamento dinâmico da coluna de hastes é descrito neste caso por uma equação integro-diferencial parcial relacionada à equação da onda, na qual estão incorporadas as interações haste-fluido e tubulação de produção-fluido, que se traduzem na forma de forças de atrito, que atuam na coluna de hastes.

A solução da EDP que governa o modelo proposto, apresentada no Capítulo IV, é obtida de forma analítica, utilizando-se o método da expansão em autofunções seguida de um processo iterativo a partir de uma estimativa inicial para a curva de vazão de bombeio operada pela bomba de fundo.

No Capítulo V, é estabelecida uma relação entre as áreas limitadas externamente pelas cartas dinamométricas de fundo e de superfície e as perdas caracterizadas pelo modelo proposto. É obtida uma expressão, semelhante àquela descrita por PAVLIK, [43], na qual encontram-se individualmente quantificadas as parcelas referentes a estas perdas.

No Capítulo VI, faz-se um breve relato das principais contribuições da modelagem utilizada e de sua implementação computacional, procurando-se situá-la em relação aos seus pares existentes na literatura. Através de um fluxograma são sumarizadas as principais etapas para a obtenção da carta dinamométrica em qualquer profundidade da coluna de hastes. Finalmente, comenta-se sobre a eficiência computacional apresentada pelo método proposto.

No Capítulo VII, são reportados e analisados os resultados das diversas simulações realizadas com dados de poços produtores da Petrobrás/RPBa. Primeiramente, é feita uma análise numérica em torno dos parâmetros que afetam a precisão da solução matemática do problema. Após isto, compara-se os resultados de simulações utilizando-se a formulação aqui desenvolvida com os obtidos pelos métodos convencionais que empregam estimativas a priori do amortecimento (ver, por exemplo, GIBBS & NELLY [21], PAVLIK [43]). Finalmente, vários exemplos são apresentados e discutidos. No primeiro, é realizada uma discussão detalhada dos resultados obtidos pelo método, até chegar-se ao diagnóstico propriamente dito do bombeio mecânico operado no poço. No segundo exemplo, são realizadas simulações em diversos pontos da coluna de hastes (isto é, simula-se um dinamômetro de fundo em várias profundidades), a fim de se observar como as distorções presentes na carta dinamométrica de superfície vão sendo progressivamente eliminadas com o aumento da profundidade simulada. Outros exemplos são apresentados, onde as diversas

situações operacionais distorcidas pelas respectivas cartas dinamométricas de superfície são diagnosticadas, com o auxílio de registros feitos na operação dos poços e do método de cálculo aqui desenvolvido.

No Capítulo VIII, são apresentadas as conclusões obtidas durante os testes realizados com o método desenvolvido neste trabalho, fazendo-se acompanhar de algumas recomendações para a implementação do presente modelo e sugestões para trabalhos futuros.

No Apêndice A, são mostrados os valores lidos para as funções deslocamento (p) e força (f), associados às cartas dinamométricas de superfície dos poços exemplificados neste trabalho. A leitura das referidas cartas dinamométricas de superfície foi realizada com o auxílio de uma mesa digitalizadora.

Nos Apêndice C e D, são mostrados alguns padrões para a carta dinamométrica de fundo, supondo-se a ocorrência individual de cada uma das situações operacionais exemplificadas.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os níveis atuais dos preços do petróleo no mercado internacional impõem a países como o Brasil, que ainda não são autosuficientes na produção, a necessidade de técnicas cada vez mais apuradas, no sentido de baixar os custos da exploração do petróleo, a fim de manter a atividade rentável e em patamares competitivos.

Dentro deste contexto, como o método de elevação artificial de óleo baseado no Bombeio Mecânico é largamente utilizado em nossos campos terrestres, torna-se preponderante o desenvolvimento de ferramentas que tornem mais eficientes tanto o dimensionamento quanto o diagnóstico da operação do método em si. Neste sentido, ao longo das últimas três décadas, tem-se observado uma forte tendência, com base em diversas publicações (ver BLEAKLEY [04], EICKMEIER [14][15][16], GIBBS & NOLEN [23][24], GILBERT [27], GUOHUA et alli [30], HERBERT [32], PATTON [42], ZUÑGA & ACUÑA [52]) para que o diagnóstico do Bombeio Mecânico seja monitorado com auxílio direto da chamada Carta Dinamométrica de Fundo.

Neste sentido, diversos modelos tem sido propostos com o objetivo de determinar, de maneira confiável, as chamadas condições operacionais de fundo, a partir das medições realizadas na superfície.

Embora nenhum modelo tenha sido aceito sem restrições, o fato é que os mesmos tem apresentado, cada um ao seu modo, contribuições relevantes, no sentido de viabilizar um completo entendimento do problema como um todo.

Neste capítulo são relatadas as contribuições e modelos básicos do Bombeio Mecânico formulados nos últimos trinta anos.

SNYDER, W. E. [47], em 1963, foi quem primeiro desenvolveu um método para calcular forças e deslocamentos ao longo da coluna de hastes do Bombeio Mecânico. Sua técnica utiliza o método das características para resolver a equação da onda para oscilações não amortecidas. Nesta formulação é assumido que a tensão na haste é o resultado da ação de duas forças, f (esforço descendente) e g (ascendente). Os valores de f e g , determinados a partir da carta dinamométrica de superfície, são supostos constantes em toda a extensão da coluna de hastes para a determinação das oscilações não amortecidas. A influência do amortecimento presente no movimento da coluna de hastes é computada usando um valor estimado e pontual de força de atrito, para melhor prever os valores de f e g na extremidade inferior da coluna de hastes. As funções f e g são então usadas para determinar a carta dinamométrica de fundo. Este método é válido unicamente para uma coluna de hastes simples.

GIBBS, S. G. & NEELY, A. B. [21] desenvolveram um método analítico em 1966, para resolver a equação da onda com o termo do amortecimento e consequente obtenção das condições de fundo. Este método utiliza aproximações em série de Fourier truncadas para representar as funções deslocamento e força na superfície, com o coeficiente de amortecimento sendo estimado por uma relação empírica. O comportamento irregular da função força medido na superfície impõe a necessidade de um número significativo de termos para o polinômio trigonométrico que a aproxima matematicamente, durante um ciclo de bombeio. Utiliza-se em média, cerca de trinta termos na série. Já a natureza bem mais suave da função deslocamento requer um polinômio trigonométrico de ordem bem inferior (seis termos são suficientes). A solução desenvolvida por este método para a determinação da carta dinamométrica de fundo, sem dúvida, tem se constituído ao longo dos anos numa solução padrão em âmbitos mundiais, tendo inclusive sido protegida através da patente U. S. 3,343,409, 1967, conforme GIBBS [22].

ADAMACHE, I. [01] em 1977, apresentou uma solução aplicável aos casos onde a influência do amortecimento pode ser negligenciada. O método utiliza uma função auxiliar tal que quando substituída na equação da onda para oscilações amortecidas, chega-se à equação da onda sem amortecimento, a qual é facilmente solucionável usando a aproximação de d'Alembert juntamente com as condições de contorno de superfície também já devidamente transformadas.

PAVLIK, N. [43] em 1981, partindo da contribuição apresentada por GIBBS, S. G. & NEELY, A. B. [21], incluiu na solução a influência da força gravitacional, além de ter previsto, como extensão do modelo, a utilização de hastes de fibra de vidro. Desenvolveu também um método alternativo para a geração da carta dinamométrica de fundo tendo como principal contribuição o fato de que o coeficiente de amortecimento não é mais estimado, e sim, determinado a partir das interações entre haste e fluido e, entre tubulação de produção e fluido. O desenvolvimento desta idéia considera implicitamente os efeitos da chamada inércia de fluido. Uma particularidade importante é que o método foi desenvolvido para uma coluna de hastes simples. Este método se fundamenta na solução de uma equação integro-diferencial derivada da equação da onda, onde aparece de forma explícita um termo que representa a influência do amortecimento e/ou atrito viscoso e um termo que caracteriza os efeitos de inércia de fluido. A solução é conseguida mediante o uso de aproximações por série de autofunções. A implementação computacional do método requer a adoção de um processo iterativo para a determinação da vazão de fluido operada pela bomba, durante um ciclo de bombeio.

CHACIN, J. E. [06] desenvolveu um método numérico em 1986, para resolver a equação da onda com amortecimento e gerar a carta dinamométrica de fundo. A técnica utiliza o método das características para resolver a equação diferencial parcial que governa o movimento da coluna de hastes. O coeficiente de amortecimento é estimado com base nas características do óleo da área produtora de petróleo. Os resultados apresentados pelo método mostram-se satisfatórios quando comparados com os obtidos pela solução desenvolvida por GIBBS, S. G. & NEELY, A. B. [21].

EVERITT, T. A. [17] em 1987, baseado em KNAPP, R. M. [37], desenvolveu um outro método numérico para resolver a equação da onda com amortecimento e gerar a carta dinamométrica de fundo. A técnica utiliza a teoria das diferenças finitas para discretização de uma coluna de haste combinada, como extensão do desenvolvimento feito por KNAPP, R. M. [37] para uma coluna de hastes simples. O coeficiente de amortecimento é determinado de forma iterativa, baseado na convergência entre os valores da área da carta dinamométrica de fundo e da potência hidráulica desenvolvida pela bomba de fundo. Uma particularidade apresentada pelo método reside no fato de que tanto o nível dinâmico de fluido no anular como a vazão de bombeio precisam ser conhecidos. Este fato se constitui numa dificuldade apresentada pelo modelo, dada a incerteza presente na determinação destes parâmetros.

Apesar do avanço já conseguido, observa-se que a simulação de algumas situações operacionais não rotineiras apresenta resultados distorcidos em relação a padrões estabelecidos e já consagrados na literatura (Ver, por exemplo, BLEAKLEY [04], GIBBS & NOLEN [23], GUOHUA et alli [30], PATTON [42]). Uma das prováveis causas destas distorções reside no fato de que os modelos até aqui desenvolvidos não têm, com excessão de PAVLIK, N. [43], levado em conta os efeitos dinâmicos da chamada inércia de fluido. Na contribuição de PAVLIK, N. [43], o método desenvolvido considera estes efeitos, porém somente para o caso particular de uma coluna de hastes simples.

O presente trabalho pretende generalizar a contribuição de PAVLIK, [43] para o caso mais realista de uma coluna de haste combinada. O método utilizado inclui a formulação do amortecimento como sendo derivado das interações haste-fluido e tubulação de produção-fluido e, além disso, prevê a utilização de hastes de fibra de vidro, aumentando, portanto, a flexibilidade do método.

CAPÍTULO III

MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo será apresentado o modelo matemático do Bombeio Mecânico considerado, sendo obtida a equação integro-diferencial que descreve o movimento das hastes da chamada coluna combinada, bem como as apropriadas condições de contorno. No modelo estão incorporadas a inércia de fluido e o comportamento visco-elástico do material das hastes.

3.1. MOVIMENTO DE UM TRECHO SIMPLES DE HASTES

Será considerada a chamada coluna de hastes combinada, constituída por uma sequência de diferentes trechos simples de hastes cilíndricas, cada trecho com propriedades mecânicas e geometria constantes. Um esboço da coluna de hastes combinada é apresentada na figura 1. Note que, em virtude da solicitação de esforços ser maior nos trechos superiores, os trechos simples de hastes têm diâmetros decrescentes de cima para baixo (ver figura 3.1).

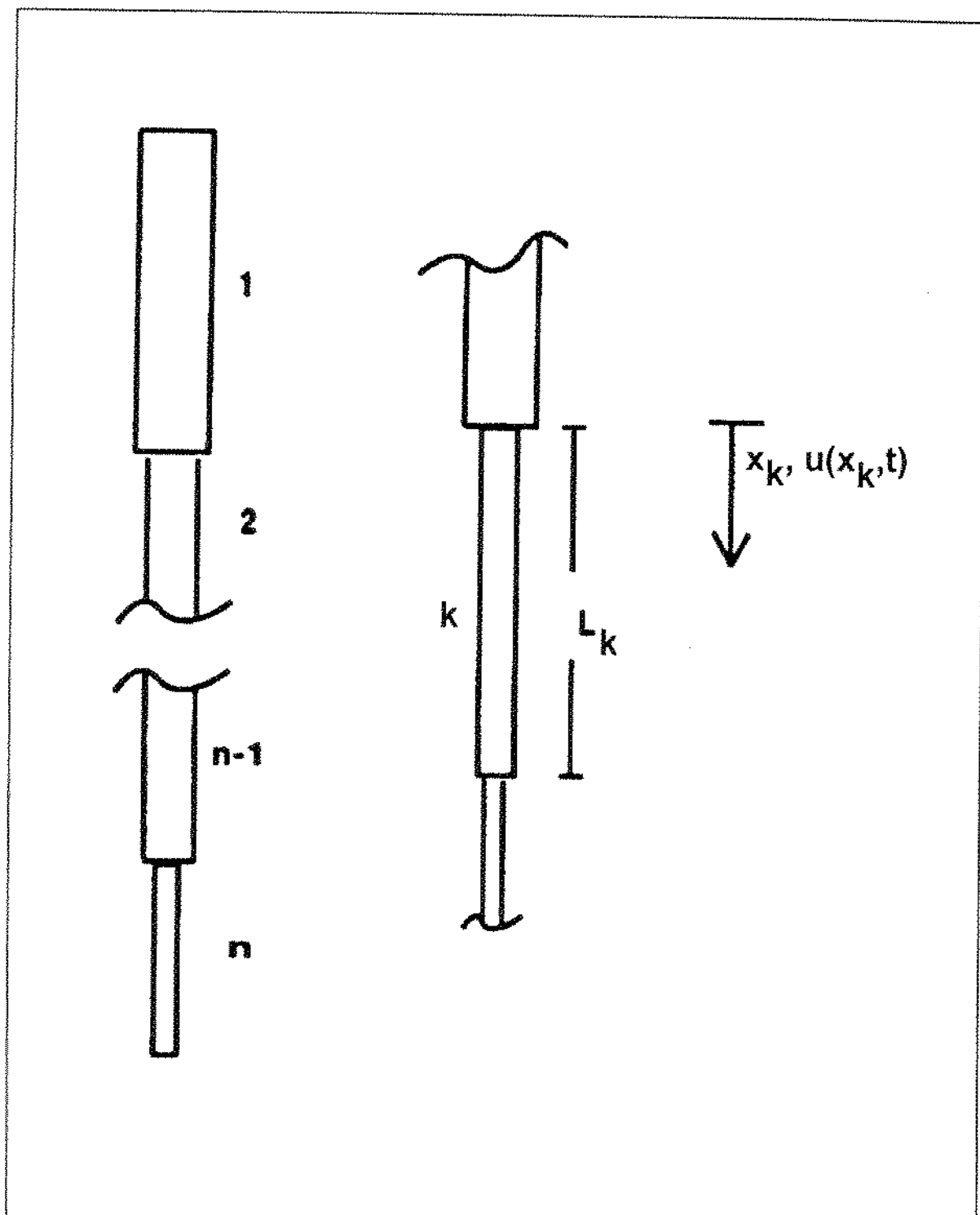


Figura 3.1 - Esquema da coluna de hastes combinada

No que se segue faremos a análise do movimento de um genérico trecho simples de hastes isoladamente. A ligação entre os diversos trechos e as condições de contorno de superfície serão consideradas posteriormente.

Consideremos portanto o k -ésimo trecho simples de hastes, para o qual a tabela 3.1 apresenta a nomenclatura utilizada.

Tabela 3.1: Nomenclatura para o k -ésimo trecho de hastes simples

L_k - Comprimento do trecho

r_k - Raio da seção transversal do trecho

$U_k = 2\pi r_k$ - Perímetro da seção transversal do trecho

$A_k = \pi r_k^2$ - Área de seção transversal do trecho

E_k - Módulo de Elasticidade do material do trecho

η_k - Módulo de Perda do material do trecho (amortecimento interno)

μ_k - Viscosidade dinâmica do fluido bombeado no k -ésimo trecho

ρ_k - Massa específica do material da haste do k -ésimo trecho

x_k - Coordenada na direção longitudinal

t - Coordenada temporal

r - Coordenada na direção radial

$u_k(x_k, t)$ - Deslocamento longitudinal em relação à posição de equilíbrio

$\sigma_k(x_k, t)$ - Tensão longitudinal (esforços de tração e compressão)

$\tau_k(x_k, t)$ - Tensão tangencial (esforços devido as forças de atrito)

$W(r, x_k, t)$ - Velocidade longitudinal do fluido

r_a - Raio interno da tubulação de produção

ρ_f - Massa específica do fluido bombeado

P - Pressão de bombeio

Nosso objetivo é obter a equação que descreve o deslocamento longitudinal $u_k(x_k, t)$ em cada coordenada longitudinal x_k ($0 \leq x_k \leq L_k$) e no tempo t ($t > 0$). Para tanto, aplicamos o princípio da conservação da quantidade de movimento ou 2ª Lei de Newton ao elemento cilíndrico de volume $\Delta V H_k = A_k \cdot \Delta x_k$ com centro em $\Delta x_k/2$ (Ver figura 3.2).

Assumindo que a contração da área de seção transversal das hastes pode ser negligenciada, podemos escrever

$$\Delta F_k = \Delta m_k \frac{\partial v_k}{\partial t}(x_k, t) \quad (3.1)$$

onde ΔF_k é a força total que age no elemento $\Delta V H_k$,

$$\Delta m_k = \rho_k \Delta V H_k = \rho_k A_k \Delta x_k; \quad (A_k = \pi r_k^2) \quad (3.2a)$$

é a massa do elemento e

$$v_k(x_k, t) = \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) \quad (3.2b)$$

a sua velocidade. A força total ΔF_k (identificada com a sua componente longitudinal) pode ser escrita como a soma

$$\Delta F_k = A_k \Delta x_k \frac{\partial \sigma_k}{\partial x_k}(x_k, t) + \Delta m_k g + \Delta S_k \tau_k(x_k, t) \quad (3.2c)$$

onde o primeiro termo representa a componente devida à tensão longitudinal, o segundo é o peso e o terceiro a componente devida à tensão tangencial (atrito). Na expressão acima, ΔS_k designa a superfície lateral do elemento (cilíndrico) $\Delta V H_k$ dada por

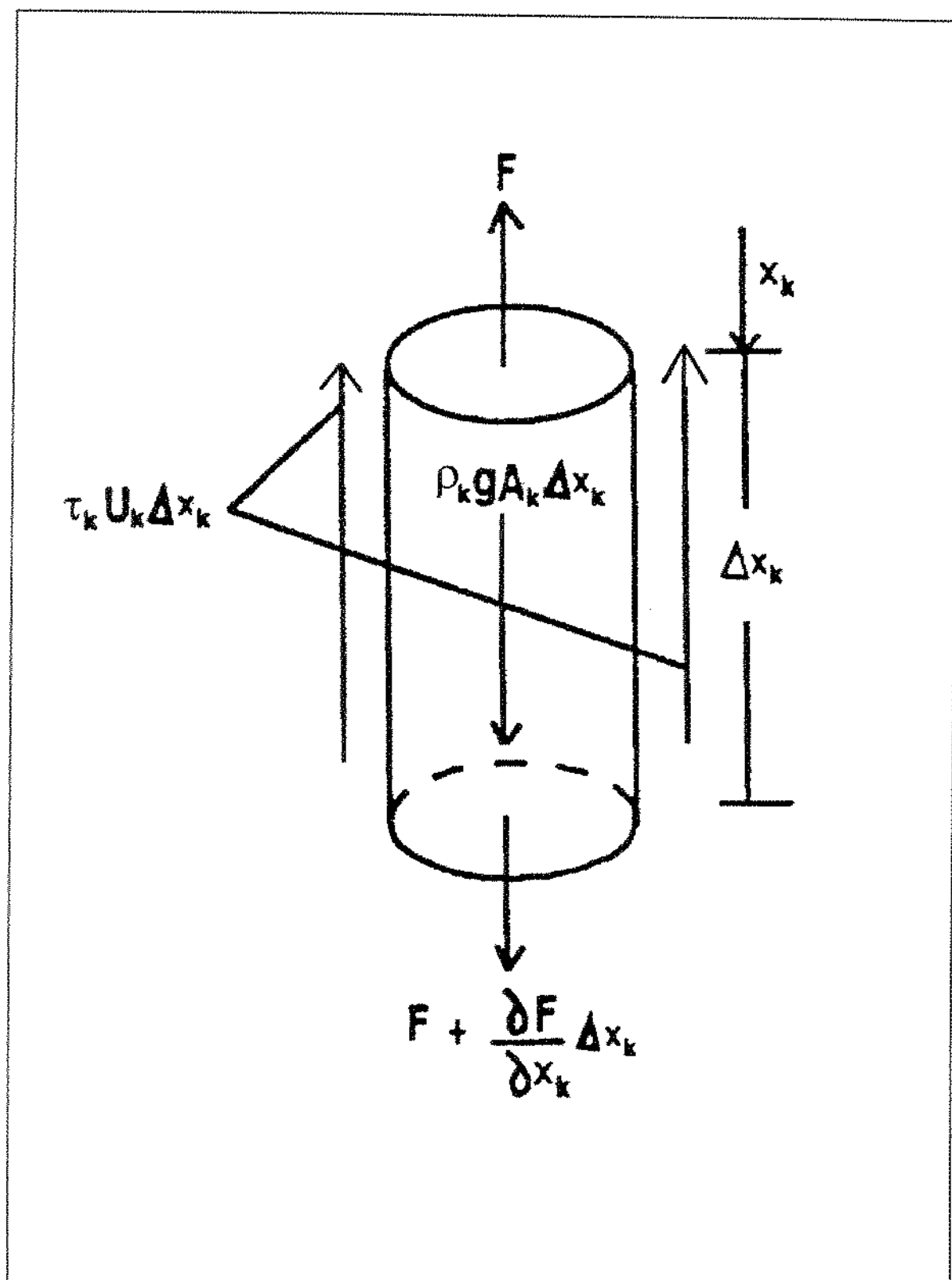


Figura 3.2 - Diagrama esquemático das forças atuantes num elemento de volume $\Delta V H_k$ do k -ésimo trecho de hastes simples

$$\Delta S_k = U_k \Delta x_k; \quad (U_k = 2\pi r_k). \quad (3.2d)$$

Tendo em vista as equações (3.2) e após divisão de ambos os membros por $\Delta m_k = \rho_k A_k \Delta x_k$, podemos reescrever a equação (3.1) na forma

$$\frac{1}{\rho_k} \frac{\partial \sigma_k}{\partial x_k}(x_k, t) + g = \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}(x_k, t) - \frac{2\tau_k(x_k, t)}{\rho_k r_k}. \quad (3.3)$$

A fim de que (3.3) se transforme numa equação para o deslocamento $u_k(x_k, t)$, devemos exprimir as quantidades $\sigma_k(x_k, t)$ e $\tau_k(x_k, t)$ em função do mesmo.

3.2. COMPORTAMENTO VISCO-ELÁSTICO DAS HASTES SEGUNDO KELVIN-VOIGT: EXPRESSÃO PARA $\sigma_k(x_k, t)$

Para o comportamento mecânico do material da haste segundo o modelo descrito por KELVIN-VOIGT, (ver, por exemplo, BLAND [03], FLÜGGE [18] e PAVLIK [43]), a tensão longitudinal depende não apenas da deformação, mas também da velocidade com que ocorre a deformação. Este fato é expresso por

$$\sigma_k(x_k, t) = E_k \frac{\partial u_k}{\partial x_k}(x_k, t) + \eta_k \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t}(x_k, t) \quad (3.4)$$

onde E_k é o módulo de elasticidade e η_k o módulo de perdas do material (amortecimento interno) os quais são constantes no trecho.

Observe que ao se fazer em (3.4) $\eta_k = 0$, recupera-se a Lei de Hooke. Levando (3.4) em (3.3), obtemos a equação do movimento das hastes dada por

$$\frac{1}{\rho_k} \left(E_k \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k^2}(x_k, t) + \eta_k \frac{\partial^3 u_k}{\partial x_k^2 \partial t}(x_k, t) \right) + g = \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}(x_k, t) - \frac{2\tau_k(x_k, t)}{\rho_k r_k}. \quad (3.5)$$

3.3. FORÇAS VISCOSAS ENTRE HASTE, TUBULAÇÃO E FLUIDO SEGUNDO GRABITZ - ZIMMERMANN: EXPRESSÃO PARA $\tau_k(x_k, t)$

A grandeza $\tau_k(x_k, t)$ associada à tensão tangencial devido ao atrito do fluido nas paredes cilíndricas ($r = r_k$) do k-ésimo trecho de hastes simples, pode ser expressa na forma

$$\tau_k(x_k, t) = \mu_k \left. \frac{\partial W}{\partial r}(r, x_k, t) \right|_{r=r_k} \quad (3.6)$$

onde μ_k é a viscosidade dinâmica do fluido bombeado no trecho e $W(r, x_k, t)$ é a velocidade longitudinal do fluido no ponto situado à profundidade x_k e a distância radial r do eixo central da coluna de hastes. Admitimos aqui as hipóteses de regime laminar para o fluxo anular haste-tubulação e o fluido ser de caráter newtoniano.

Como sabemos, a velocidade longitudinal $W(r, x_k, t)$ é governada pela equação de Navier-Stokes para o fluxo de fluidos (ver FOX & MACDONALD [19]) - a qual traduz a caracterização explícita da inércia de fluido. No entanto, evitaremos trabalhar diretamente com esta equação pelas dificuldades que apresenta, preferindo proceder como descrito a seguir.

Conforme descrito em PAVLIK, N. [43], o perfil de velocidade longitudinal W para o escoamento anular de fluido haste-tubulação de produção, com ambas em repouso, pode ser bem representado pela expressão

$$W = W(r) = ar^2 + b + c \ln\left(\frac{r}{r_a}\right) \quad (3.7)$$

onde a , b , c são constantes reais.

A representação acima supõe, portanto, que a velocidade longitudinal W do fluido nas condições do problema tratado é independente da coordenada longitudinal x_k e também independente da coordenada temporal t .

O método de Grabitz-Zimmermann (ver PAVLIK, [43]) para o presente escoamento, onde o sistema haste-tubulação não está mais em repouso, consiste na representação da velocidade longitudinal de fluido W sob a forma

$$W = W(r) = a(t) r^2 + b(t) + c(t) \ln\left(\frac{r}{r_a}\right) \quad (3.8)$$

onde $a(t)$, $b(t)$ e $c(t)$ são funções temporais a determinar.

Note que na representação (3.8) ainda temos que W é independente de x_k e que, obviamente a representação (3.7) é um caso particular de (3.8).

Da representação (3.8), decorre que a quantidade $\tau_k(x_k, t)$ dada pela equação (3.6), torna-se também independente da coordenada x_k , sendo dada pela expressão

$$\tau_k(x_k, t) = \tau_k(t) = \mu_k \frac{\partial W}{\partial r}(r_k, t) = \mu_k \left[2a(t)r_k + \frac{c(t)}{r_k} \right]. \quad (3.9)$$

3.3.1. EXPRESSÕES PARA AS FUNÇÕES $a(t)$, $b(t)$ e $c(t)$

Nosso objetivo é expressarmos os coeficientes temporais $a(t)$, $b(t)$ e $c(t)$ em função dos deslocamentos de um ponto qualquer da coluna de hastes $u_k(x_k, t)$. Considerando o comportamento de $W(r, t)$ nas paredes externa das hastes ($r = r_k$) e interna da tubulação de produção ($r = r_a$), temos, respectivamente, as condições

$$W(r_k, t) = \frac{1}{L_k} \int_0^{L_k} \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k \quad (3.10)$$

e

$$W(r_a, t) = 0. \quad (3.11)$$

A equação (3.10) deriva do fato de que a coluna de hastes se movimenta aproximadamente como se fosse um corpo rígido. Como, de acordo com o princípio de aderência, a velocidade do fluido junto à haste é idêntica a velocidade da mesma, pode-se atribuir como valor para a velocidade de fluido W a velocidade média das hastes. A equação (3.11) torna-se óbvia devido ao fato de a tubulação de produção estar completamente em repouso (não se movimenta e nem se deforma).

Uma terceira equação será obtida através da chamada vazão de fluido $Q(t)$, relacionada com a velocidade de fluido $W(r, t)$ pela expressão

$$Q(t) = -2\pi \int_{r_k}^{r_p} r W(r, t) dr. \quad (3.12)$$

Aqui deve-se observar que além da vazão de fluido não ser conhecida, ela depende do movimento do pistão a ser determinado. Desprezando-se os vazamentos existentes entre o pistão e a camisa da bomba e nas válvulas de pé e de passeio, vale a seguinte relação para a vazão $Q(t)$:

$$Q(t) = \begin{cases} -\pi(r_p^2 - r_k^2) \frac{\partial u_k}{\partial t}(L_k, t) & \left(\frac{\partial u_k}{\partial t}(L_k, t) \leq 0 \right) \\ \pi r_k^2 \frac{\partial u_k}{\partial t}(L_k, t) & \left(\frac{\partial u_k}{\partial t}(L_k, t) > 0 \right) \end{cases} \quad (3.13)$$

onde r_p é a metade do diâmetro da camisa da bomba. Na fórmula acima, supõe-se que a vazão $Q(t)$ é a mesma para todos os trechos de hastes. Esta hipótese, embora verificada nas simulações numéricas, merece mais investigação, mas esta está fora do escopo deste trabalho.

Utilizando as notações

$$m(t) = \frac{1}{L_k} \int_0^{L_k} \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k \quad (3.14a)$$

$$R = \frac{r_k}{r_a} \quad (3.14b)$$

podemos escrever para os coeficientes temporais $a(t)$, $b(t)$ e $c(t)$, o sistema

$$a(t) r_k^2 + b(t) + c(t) \ln(R) = m(t) \quad (3.15a)$$

$$a(t) r_a^2 + b(t) = 0 \quad (3.15b)$$

$$\int_{r_k}^{r_a} \left(a(t) r^3 + b(t) r + c(t) r \ln\left(\frac{r}{r_a}\right) \right) dr = -\frac{Q(t)}{2\pi}. \quad (3.15c)$$

Efetuada-se a integração e resolvendo analiticamente o sistema de equações lineares acima, resulta em

$$a(t) = \frac{\left(r_a^2 - r_k^2 + 2r_k^2 \ln(R) \right) m(t) + \frac{2 \ln(R)}{\pi} Q(t)}{\left(r_a^4 - r_k^4 \right) \ln(R) + \left(r_a^2 - r_k^2 \right)^2} \quad (3.16a)$$

$$b(t) = -r_a^2 a(t) \quad (3.16b)$$

e

$$c(t) = \frac{\left(r_a^2 - r_k^2 \right) m(t) + \frac{2}{\pi} Q(t)}{\left(r_a^2 + r_k^2 \right) \ln(R) + \left(r_a^2 - r_k^2 \right)}. \quad (3.16c)$$

Finalmente, é válido para a tensão tangencial nas hastes (equação (3.9)) a expressão

$$\tau_k(x_k, t) = \mu_k \frac{\partial W}{\partial r}(r_k, t) = \frac{\mu_k}{r_k \left[(r_a^4 - r_k^4) \ln(R) + (r_a^2 - r_k^2)^2 \right]}. \quad (3.17)$$

$$\left\{ \left[(r_a^2 - r_k^2) - 2r_k^2 (r_a^2 - r_k^2 + 2r_k^2 \ln(R)) \right] m(t) + \frac{2}{\pi} (r_a^2 - r_k^2 + 2r_k^2 \ln(R)) Q(t) \right\}$$

Introduzindo-se (3.17) em (3.5) juntamente com as definições (3.14a) e (3.14b), temos para o k -ésimo trecho de hastes simples, a EDP não homogênea para $u_k(x_k, t)$ ($0 \leq x_k \leq L_k$, $t > 0$):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_k} \left(E_k \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k^2}(x_k, t) + \eta_k \frac{\partial^3 u_k}{\partial x_k^2 \partial t}(x_k, t) \right) + g = \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}(x_k, t) + \\ + \beta_k \frac{1}{L_k} \int_0^{L_k} \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k + \gamma_k Q(t) \end{aligned} \quad (3.18a)$$

onde

$$\beta_k = \frac{2\mu_k}{\rho_k} \left\{ \frac{2r_k^2 (r_a^2 - r_k^2 + 2r_k^2 \ln(R)) - (r_a^2 - r_k^2)^2}{r_k^2 \left[(r_a^4 - r_k^4) \ln(R) + (r_a^2 - r_k^2)^2 \right]} \right\} \quad (3.18b)$$

$$\gamma_k = \frac{4\mu_k}{\rho_k} \left\{ \frac{r_k^2 - r_a^2 - 2r_k^2 \ln(R)}{\pi r_k^2 \left[(r_a^4 - r_k^4) \ln(R) + (r_a^2 - r_k^2)^2 \right]} \right\} \quad (3.18c)$$

sendo $Q(t)$ dado por (3.13).

A equação (3.18a) não leva em consideração a influência do empuxo nas hastes. Para considerá-lo basta somar o referido empuxo, aos valores de força medidos na superfície. Vale observar que a consideração do empuxo apenas desloca verticalmente para cima a carta dinamométrica de fundo, não afetando a análise qualitativa ou diagnóstico.

3.4. CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA OS DIFERENTES TRECHOS SIMPLES DE HASTES

As condições de contorno ligando os diferentes trechos simples de hastes, são dadas por

$$u_k(L_k, t) = u_{k+1}(0, t) \quad (3.19a)$$

$$\begin{aligned} A_k \left(E_k \frac{\partial u_k}{\partial x_k}(L_k, t) + \eta_k \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t}(L_k, t) \right) = \\ = A_{k+1} \left(E_{k+1} \frac{\partial u_{k+1}}{\partial x_{k+1}}(0, t) + \eta_{k+1} \frac{\partial^2 u_{k+1}}{\partial x_{k+1} \partial t}(0, t) \right). \end{aligned} \quad (3.19b)$$

$$(k = 1, 2, 3, \dots, n - 1)$$

As condições de contorno acima derivam do fato de que nos limites dos diferentes trechos de haste simples, os valores da função deslocamento e da função força coincidem, respectivamente, pois, a perda de carga naquelas regiões é desprezada.

3.5. CONDIÇÕES DE CONTORNO NA SUPERFÍCIE

Na superfície $x_1 = 0$ valem as condições de contorno

$$p(t) = -u_1(0, t) \quad (3.19c)$$

e

$$f(t) = A_1 \left(E_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1}(0, t) + \eta_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial t}(0, t) \right). \quad (3.19d)$$

Estas funções são diretamente conhecidas através de medições rotineiras realizadas na operação do Bombeio Mecânico. No que se refere a correção dos valores de $f(t)$ devido a influência do empuxo, ver comentário na página anterior.

Finalmente, a solução a ser determinada é aquela de regime permanente, a qual oscila numa frequência ω , imposta ao sistema. As equações (3.18) juntamente com as condições de contorno (3.19), descrevem o movimento oscilatório de qualquer ponto da coluna de hastes em relação ao equilíbrio, no tempo. A mesma já engloba os efeitos de interação fluido-haste e fluido-tubulação de produção.

Em PAVLIK [43] está mostrado que β_k e γ_k são sempre positivos. Com isto, os dois termos mais à direita da equação (3.18a) tem características explícitas. O termo de integral representa o amortecimento à vibração das hastes enquanto que o termo da vazão representa os efeitos viscosos de interação fluido-haste e fluido-tubulação de produção. Além disso, resta a influência da inércia de fluido, a qual está implícita no desenvolvimento da parte fluido-dinâmica do problema.

3.6. PRESSÃO DE BOMBEIO

Completamos este capítulo com a expressão da pressão de bombeio dada por (ver PAVLIK [43])

$$P(x_k, t) = P(x_{k0}, t) + \rho_f g x_k (1 + \alpha_p(t)) \quad (3.20)$$

onde

$$\alpha_p(t) = \frac{4\mu_k}{g\rho_f} a(t) + \frac{1}{g\pi(r_a^2 - r_k^2)} \frac{dQ}{dt}(t) \quad (3.21)$$

Embora a pressão de bombeio seja também um parâmetro importante na análise do Bombeio Mecânico, nos limitaremos aqui a esta formulação, o que já nos permite traçar seu comportamento no tempo. Os valores calculados pela equação (3.21) não serão os mais realistas, pois foram desprezados os efeitos da compressibilidade do fluido.

CAPÍTULO IV

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo é obtida de forma analítica a solução da EDP que governa o modelo proposto, utilizando-se o método da expansão em autofunções. Em seguida, são determinadas as expressões para os coeficientes destas autofunções para especificar a solução que satisfaz às condições de contorno (interligação entre os trechos de hastes simples e condições de superfície) e periodicidade temporal. São relatados também os passos para a implementação computacional da solução.

4.1. SOLUÇÃO DA EDP PARA O MOVIMENTO DA COLUNA DE HASTES

A fim de facilitar o trabalho de obtenção da solução geral da EDP para $u_k(x_k, t)$ (equação (3.18a)) é conveniente reescrevermos esta equação na forma mais compacta

$$L u_k(x_k, t) = F_k(t) \quad (4.1a)$$

onde L designa o operador integro-diferencial cuja aplicação a $u_k(x_k, t)$ é dada por

$$L u_k(x_k, t) = \frac{1}{\rho_k} \left(E_k \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k^2}(x_k, t) + \eta_k \frac{\partial^3 u_k}{\partial x_k^2 \partial t}(x_k, t) \right) - \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}(x_k, t) - \beta_k \frac{1}{L_k} \int_0^{L_k} \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k \quad (4.1b)$$

e onde $F_k(t)$ designa o termo

$$F_k(t) = -g + \gamma_k Q(t) \quad (4.1c)$$

onde $Q(t)$ é dado pela equação (3.13). Note que $Q(t)$ tem uma dependência complicada e não linear $\frac{\partial u_k}{\partial t}(L_k, t)$. O termo $F_k(t)$ será tratado como um termo "não homogêneo" ou termo "fonte". A incorporação da verdadeira $Q(t)$ será obtida iterativamente, conforme a seção 4.5.

Pela linearidade do operador L , temos que a solução geral da equação não homogênea (4.1a) pode ser escrita na forma de uma soma

$$u_k(x_k, t) = U_k(x_k, t) + y_k(x_k, t) \quad (4.2a)$$

onde $U_k(x_k, t)$ é uma qualquer solução da equação original (4.1a)

$$L U_k(x_k, t) = F_k(t) \quad (4.2b)$$

e $y_k(x_k, t)$ a solução geral da equação homogênea

$$L y_k(x_k, t) = 0 \quad (4.2c)$$

Como foi indicado no capítulo anterior, supomos condições de contorno (de superfície) periódicas no tempo, estando interessados nas correspondentes soluções estacionárias (mesma frequência de entrada) para $u_k(x_k, t)$. Mais ainda, isto implica (pela definição da vazão $Q(t)$) que também o termo independente $F_k(t)$ deve ser suposto periódico com a mesma frequência do sistema.

Denotando por $\omega > 0$ a frequência fixa de entrada, podemos desenvolver $F_k(t)$ em série de Fourier (aproximada por truncamento após n termos)

$$F_k(t) = \frac{F_0}{2} + \sum_{v=1}^n \{ F_v \cos v\omega t + G_v \sin v\omega t \} \quad (4.3)$$

4.1.1. OBTENÇÃO DA SOLUÇÃO PARTICULAR $U_k(x_k, t)$

Dada a expressão (4.3) para $F_k(t)$, é fácil verificar que uma solução particular $U_k(x_k, t)$ para a equação (4.2b) pode ser obtida tomando

$$U_k(x_k, t) = \frac{U_{k0}}{4} x_k^2 + \sum_{v=1}^n \{U_{kv} \cos v\omega t + J_{kv} \sin v\omega t\} \quad (4.4)$$

onde U_{k0} e $\{U_{kv}, J_{kv}\}_{v=1}^n$ são coeficientes a determinar.

Com efeito, substituindo (4.4) e (4.3) em (4.2b) obtemos a equação

$$\begin{aligned} LU_k(x_k, t) &= \frac{1}{\rho_k} E_k \frac{U_{k0}}{2} + \sum_{v=1}^n \omega^2 v^2 \{U_{kv} \cos v\omega t + J_{kv} \sin v\omega t\} \\ &\quad - \beta_k \sum_{v=1}^n \omega v \{J_{kv} \cos v\omega t - U_{kv} \sin v\omega t\} \\ &= \frac{F_0}{2} + \sum_{v=1}^n \{F_v \cos v\omega t + G_v \sin v\omega t\} \end{aligned} \quad (4.5)$$

o que conduz às equações

$$\frac{1}{\rho_k} E_k \frac{U_{k0}}{2} = \frac{F_0}{2} \quad (4.6a)$$

$$\omega^2 v^2 U_{kv} - \beta_k \omega v J_{kv} = F_v \quad (v = 1, \dots, n) \quad (4.6b)$$

$$\omega^2 v^2 J_{kv} + \beta_k \omega v U_{kv} = G_v \quad (v = 1, \dots, n) \quad (4.6c)$$

Segue-se que,

$$U_{k0} = \frac{\rho_k}{E_k} F_0 \quad (4.7a)$$

$$U_{kv} = \frac{\omega^2 v^2 F_v + \beta_k \omega v G_v}{\omega^4 v^4 + \beta_k^2 \omega^2 v^2} \quad (v = 1, \dots, n) \quad (4.7b)$$

$$J_{kv} = \frac{\omega^2 v^2 G_v - \beta_k \omega v F_v}{\omega^4 v^4 + \beta_k^2 \omega^2 v^2} \quad (v = 1, \dots, n) \quad (4.7c)$$

É conveniente escrever $U_k(x_k, t)$ em função da expressão de vazão

$$Q(t) = \frac{Q_0}{2} + \sum_{v=1}^n \{Q_v \cos v\omega t + R_v \sin v\omega t\} \quad (4.8)$$

É fácil verificar, tendo em vista a relação

$$F_k(t) = -g + \gamma_k Q(t) \quad (\text{com } g \text{ e } \gamma_k \text{ constantes}),$$

que valem as relações

$$\frac{F_0}{2} = -g + \gamma_k \frac{Q_0}{2} \quad (4.9a)$$

$$F_v = \gamma_k Q_v; \quad G_v = \gamma_k R_v \quad (v = 1, \dots, n) \quad (4.9b)$$

donde obtemos para $U_k(x_k, t)$ a expressão

$$\begin{aligned} U_k(x_k, t) = & \frac{\rho_k}{2E_k} \left[-g + \gamma_k \frac{Q_0}{2} \right] x_k^2 \\ & + \gamma_k \sum_{v=1}^n \left[\left(\frac{\omega^2 v^2 Q_v + \beta_k \omega v R_v}{\omega^4 v^4 + \beta_k^2 \omega^2 v^2} \right) \cos v\omega t \right. \\ & \left. + \left(\frac{\omega^2 v^2 R_v - \beta_k \omega v Q_v}{\omega^4 v^4 + \beta_k^2 \omega^2 v^2} \right) \sin v\omega t \right] \end{aligned} \quad (4.10)$$

4.1.2. OBTENÇÃO DA SOLUÇÃO $y_k(x_k, t)$

Consideremos agora $y_k(x_k, t)$ na forma de uma expansão em série de Fourier (truncada a n termos) com coeficientes dependentes da variável x_k , a saber

$$y_k(x_k, t) = \frac{1}{2} a_{k0}(x_k) + \sum_{v=1}^n \{a_{kv}(x_k) \cos v\omega t + b_{kv}(x_k) \sin v\omega t\} \quad (4.11)$$

Os coeficientes $\{a_{kv}(x_k)\}_{v=0}^n$ e $\{b_{kv}(x_k)\}_{v=1}^n$ são determinados pela condição de que $y_k(x_k, t)$ satisfaz a equação homogênea (4.2c).

O cálculo dos coeficientes $\{a_{kv}(x_k), b_{kv}(x_k)\}$ se torna mais simples com a introdução da representação de $y_k(x_k, t)$ em série complexa de Fourier,

$$y_k(x_k, t) = \sum_{v=-n}^n Y_{kv}(x_k) e^{iv\omega t} \quad (4.12a)$$

onde os coeficientes complexos $\{Y_{kv}(x_k)\}$ estão relacionados aos anteriores reais $\{a_{kv}(x_k), b_{kv}(x_k)\}$ pelas equações

$$Y_{k0}(x_k) = \frac{1}{2} a_{k0}(x_k) \quad (4.12b)$$

e

$$Y_{kv}(x_k) = \frac{1}{2} [a_{kv}(x_k) - ib_{kv}(x_k)] \quad (v = 1, \dots, n) \quad (4.12c)$$

$$Y_{-kv}(x_k) = \overline{Y_{kv}(x_k)} \quad (4.12d)$$

Substituindo $y_k(x_k, t)$ dado pelas equações (4.12) na equação homogênea (4.2c), obtemos

$$\begin{aligned}
L\left[\sum_{v=-n}^n Y_{kv}(x_k) e^{iv\omega}\right] &= \sum_{v=-n}^n L[Y_{kv}(x_k) e^{iv\omega}] \\
&= \sum_{v=1}^n \left[\frac{1}{\rho_k} (E_k Y_{kv}''(x_k) + i\eta_k \omega v Y_{kv}''(x_k)) \right. \\
&\quad \left. + \omega^2 v^2 Y_{kv}(x_k) - i\beta_k \frac{1}{L_k} \omega v \int_0^{L_k} Y_{kv}(x_k) dx_k \right] e^{iv\omega} = 0
\end{aligned} \tag{4.13}$$

o que fornece para os coeficientes $\{Y_{kv}(x_k)\}_{v=-n}^n$, as equações

$$(E_k + i\eta_k \omega v) Y_{kv}''(x_k) + \rho_k \omega^2 v^2 Y_{kv}(x_k) = i \frac{\rho_k \beta_k}{L_k} \omega v \int_0^{L_k} Y_{kv}(x_k) dx_k \tag{4.14}$$

Para $v = 0$, temos

$$Y_{k0}''(x_k) = 0 \tag{4.15a}$$

o que resulta em

$$Y_{k0}(x_k) = \frac{A_{k0}}{2} + \frac{B_{k0}}{2} x_k \tag{4.15b}$$

onde A_{k0} e B_{k0} são constantes complexas arbitrárias.

Para $v = 1, 2, \dots, n$, dividimos ambos os membros da equação (4.14) por $E_k + i\eta_k \omega v \neq 0$ para reescrevermos, após alguns cálculos, esta equação na forma

$$\begin{aligned}
Y_{kv}''(x_k) + \frac{\rho_k v^2 \omega^2}{E_k^2 + (\eta_k v \omega)^2} (E_k - i\eta_k v \omega) Y_{kv}(x_k) &= \\
= i \frac{\beta_k \rho_k v \omega}{(E_k^2 + (\eta_k v \omega)^2) L_k} (E_k - i\eta_k v \omega) \int_0^{L_k} Y_{kv}(x_k) dx_k
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Introduzindo as notações

$$\lambda_{kv} = \frac{\rho_k v^2 \omega^2}{E_k^2 + (\eta_k v \omega)^2} (E_k - i \eta_k v \omega) \quad (4.17a)$$

$$V_{kv} = \frac{\beta_k \rho_k v \omega}{(E_k^2 + (\eta_k v \omega)^2) L_k} (E_k - i \eta_k v \omega) \quad (4.17b)$$

e

$$I_{kv} = \int_0^{L_k} Y_{kv}(x_k) dx_k \quad (4.17c)$$

a equação (4.16) pode ser posta na forma mais simples

$$Y_{kv}''(x_k) + \lambda_{kv} Y_{kv}(x_k) = i V_{kv} I_{kv} \quad (4.18)$$

4.1.2.1. Solução da equação (4.18)

A equação (4.18) é uma equação integro-diferencial linear cuja solução geral, dependente de duas constantes arbitrárias, é obtida conforme descrito a seguir:

Considere $Y_{kv}^c(x_k)$ uma qualquer solução da EDO associada à equação (4.18), dada por

$$\left[Y_{kv}^c(x_k) \right]'' + \lambda_{kv} Y_{kv}^c(x_k) = 0 \quad (4.19)$$

Escolhida $Y_{kv}^c(x_k)$, busquemos para a equação original (4.18) uma solução da forma

$$Y_{kv}(x_k) = Y_{kv}^c(x_k) + K \quad (4.20)$$

onde K é uma constante complexa a determinar. Substituindo (4.20) em (4.18) temos

$$\begin{aligned} & \left[Y_{kv}^c(x_k) + K \right]'' + \lambda_{kv} \left[Y_{kv}^c(x_k) + K \right] = \\ & = iV_{kv} \int_0^{L_k} \left[Y_{kv}^c(x_k) + K \right] dx_k \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} & \left[\left(Y_{kv}^c(x_k) + K \right)'' + \lambda_{kv} Y_{kv}^c(x_k) \right] + \lambda_{kv} K = \\ & = iV_{kv} \int_0^{L_k} Y_{kv}^c(x_k) dx_k + iV_{kv} K L_k \end{aligned}$$

Tendo em vista a equação (4.19), segue-se que

$$K(\lambda_{kv} - iV_{kv}L_k) = iV_{kv} \int_0^{L_k} Y_{kv}^c(x_k) dx_k \quad (4.21)$$

Verificando-se das equações (4.17) que $\lambda_{kv} - iV_{kv}L_k \neq 0$ para todo $v = 1, 2, \dots, n$, segue-se a determinação da constante K , dada por

$$K = \frac{iV_{kv}}{\lambda_{kv} - iV_{kv}L_k} \int_0^{L_k} Y_{kv}^c(x_k) dx_k \quad (4.22)$$

Desta forma, obtemos o interessante resultado de que para qualquer solução $Y_{kv}^c(x_k)$ da EDO homogênea (4.19), temos que

$$Y_{kv}(x_k) = Y_{kv}^c(x_k) + \frac{iV_{kv}}{\lambda_{kv} - iV_{kv}L_k} \int_0^{L_k} Y_{kv}^c(x_k) dx_k \quad (4.23)$$

é solução da equação integro-diferencial (4.18). Para obtermos explicitamente a solução geral da equação original (4.18), partimos então da solução geral da EDO (4.19), a qual pode ser escrita como

$$Y_{kv}^c(x_k) = G_{kv} \cosh \mu_{kv} x_k + H_{kv} \sinh \mu_{kv} x_k \quad (4.24)$$

onde

$$\mu_{kv} = \sqrt{-\lambda_{kv}} \quad (\operatorname{Re}(\mu_{kv}) > 0) \quad (4.25)$$

e G_{kv} e H_{kv} representam constantes complexas arbitrárias. Note que pela equação (4.17a), temos que $\operatorname{Re}(\lambda_{kv})$ e $\operatorname{Im}(\lambda_{kv}) \neq 0$.

Substituindo-se (4.24) em (4.23), obtemos para a solução geral da equação original (4.18), a expressão

$$\begin{aligned} Y_{kv}(x_k) = & G_{kv} \cosh \mu_{kv} x_k + H_{kv} \sinh \mu_{kv} x_k \\ & + \frac{iV_{kv}}{\lambda_{kv} - iV_{kv}L_k} \left\{ G_{kv} \int_0^{L_k} \cosh \mu_{kv} x_k dx_k \right. \\ & \left. + H_{kv} \int_0^{L_k} \sinh \mu_{kv} x_k dx_k \right\} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Observando que

$$\int_0^{L_k} \cosh \mu_{kv} x_k dx_k = \frac{1}{\mu_{kv}} (\sinh \mu_{kv} x_k) \Big|_0^{L_k} = \frac{1}{\mu_{kv}} (\sinh \mu_{kv} L_k) \quad (4.27a)$$

$$\int_0^{L_k} \sinh \mu_{kv} x_k dx_k = \frac{1}{\mu_{kv}} (\cosh \mu_{kv} x_k) \Big|_0^{L_k} = \frac{1}{\mu_{kv}} (\cosh \mu_{kv} L_k - 1) \quad (4.27b)$$

vemos que a solução geral da equação original (4.18) $Y_{kv}(x_k)$ pode ser escrita

$$Y_{kv}(x_k) = G_{kv} \left[\cosh \mu_{kv} x_k + \frac{iV_{kv} \sinh \mu_{kv} L_k}{(\lambda_{kv} - iV_{kv} L_k) \mu_{kv}} \right] + H_{kv} \left[\sinh \mu_{kv} x_k + \frac{iV_{kv} (\cosh \mu_{kv} L_k - 1)}{(\lambda_{kv} - iV_{kv} L_k) \mu_{kv}} \right] \quad (4.28)$$

4.1.2.2. Obtenção dos Coeficientes $\{a_{kv}(x_k)\}_{v=0}^n$ e $\{b_{kv}(x_k)\}_{v=1}^n$

A fim de obtermos os desejados coeficientes

$$\{a_{kv}(x_k)\}_{v=0}^n \text{ e } \{b_{kv}(x_k)\}_{v=1}^n$$

que determinam $Y_{kv}(x_k)$, recordemos das equações (4.12c) e (4.12d), que para $v = 1, \dots, n$,

$$a_{kv}(x_k) = Y_{kv}(x_k) + Y_{-kv}(x_k) = 2 \operatorname{Re}[Y_{kv}(x_k)] \quad (4.29a)$$

e

$$b_{kv}(x_k) = Y_{kv}(x_k) - Y_{-kv}(x_k) = -2 \operatorname{Im}[Y_{kv}(x_k)] \quad (4.29b)$$

Necessitamos, pois, explicitar as partes real e imaginária da solução complexa $Y_{kv}(x_k)$ em (4.28). Para isto, decompomos as várias quantidades complexas da equação (4.28) nas suas componentes real e imaginária

$$G_{kv} = A_{kv} + iC_{kv} \quad (4.30a)$$

$$H_{kv} = B_{kv} + iD_{kv} \quad (4.30b)$$

$$\lambda_{kv} = \varphi_{kv} + i\psi_{kv} \quad (4.30c)$$

$$\mu_{kv} = h_{kv} + is_{kv} \quad (4.30d)$$

$$V_{kv} = V_{kv}^R + iV_{kv}^I \quad (4.30e)$$

Do fato de que G_{kv} e H_{kv} representam constantes complexas arbitrárias, segue-se que A_{kv} , B_{kv} , C_{kv} e D_{kv} denotam constantes reais arbitrárias. Para determinarmos h_{kv} e s_{kv} , lembramos que (ver equações (4.25) e (4.17a))

$$\mu_{kv} = \sqrt{-\lambda_{kv}} = \sqrt{-(\varphi_{kv} + i\psi_{kv})} \quad [\text{Re}(\mu_{kv}) > 0] \quad (4.31a)$$

onde

$$\varphi_{kv} = \frac{E_k \rho_k v^2 \omega^2}{E_k^2 + (\eta_k v \omega)^2} \quad \psi_{kv} = -\frac{\eta_k \rho_k v^3 \omega^3}{E_k^2 + (\eta_k v \omega)^2} \quad (4.31b)$$

Das equações (4.31), pode ser verificado que

$$h_{kv} = \text{Re}[\mu_{kv}] = \frac{1}{2^{1/2}} \left[(\varphi_{kv}^2 + \psi_{kv}^2)^{1/2} - \varphi_{kv} \right]^{1/2} \quad (4.32a)$$

$$s_{kv} = \text{Im}[\mu_{kv}] = \frac{1}{2^{1/2}} \left[(\varphi_{kv}^2 + \psi_{kv}^2)^{1/2} + \varphi_{kv} \right]^{1/2} \quad (4.32b)$$

Ainda, da equação (4.17b), temos que

$$V_{kv}^R = \text{Re}[V_{kv}] = \frac{E_k \beta_k \rho_k v \omega}{(E_k^2 + (\eta_k v \omega)^2) L_k} \quad (4.33a)$$

$$V_{kv}^I = \text{Im}[V_{kv}] = -\frac{\eta_k \beta_k \rho_k (v\omega)^2}{(E_k^2 + (\eta_k v\omega)^2) L_k} \quad (4.33b)$$

Lembramos finalmente que

$$\begin{aligned} \cosh \mu_{kv} x_k &= \cosh(h_{kv} + is_{kv}) x_k = \\ &= \cosh h_{kv} x_k + \cosh s_{kv} x_k + i \sinh h_{kv} x_k \sin s_{kv} x_k \end{aligned} \quad (4.34a)$$

e

$$\cosh \mu_{kv} L_k = \cosh h_{kv} L_k \cosh s_{kv} L_k + i \sinh h_{kv} L_k \sin s_{kv} L_k \quad (4.34b)$$

bem como

$$\begin{aligned} \sinh \mu_{kv} x_k &= \sinh(h_{kv} + is_{kv}) x_k = \\ &= \sinh h_{kv} x_k \cosh s_{kv} x_k + i \cosh h_{kv} x_k \sin s_{kv} x_k \end{aligned} \quad (4.34c)$$

e

$$\sinh \mu_{kv} L_k = \sinh h_{kv} L_k \cosh s_{kv} L_k + i \cosh h_{kv} L_k \sin s_{kv} L_k \quad (4.34d)$$

Introduzindo-se as equações (4.30) em (4.28) e tendo em vista as equações (4.29) e (4.34) obtemos, após várias manipulações algébricas

$$\begin{aligned} a_{kv}(x_k) &= 2 \text{Re}[Y_{kv}(x_k)] = A_{kv} \left(\cosh h_{kv} x_k \cosh s_{kv} x_k + \Omega_{kv}^R \right) \\ &\quad + B_{kv} \left(\sinh h_{kv} x_k \cosh s_{kv} x_k + \Gamma_{kv}^R \right) \\ &\quad - C_{kv} \left(\sinh h_{kv} x_k \sin s_{kv} x_k + \Omega_{kv}^I \right) \\ &\quad - D_{kv} \left(\cosh h_{kv} x_k \sin s_{kv} x_k + \Gamma_{kv}^I \right) \end{aligned} \quad (4.35a)$$

e

$$\begin{aligned}
b_{kv}(x_k) = & -2 \operatorname{Im}[Y_{kv}(x_k)] = -A_{kv} \left(\sinh h_{kv} x_k \sin s_{kv} x_k + \Omega_{kv}^I \right) \\
& -B_{kv} \left(\cosh h_{kv} x_k \sin s_{kv} x_k + \Gamma_{kv}^I \right) \\
& -C_{kv} \left(\cosh h_{kv} x_k \cos s_{kv} x_k + \Omega_{kv}^R \right) \\
& -D_{kv} \left(\sinh h_{kv} x_k \sin s_{kv} x_k + \Gamma_{kv}^R \right)
\end{aligned} \tag{4.35b}$$

onde o fator 2 foi absorvido pelas constantes A_{kv} , B_{kv} , C_{kv} e D_{kv} e os termos Ω_{kv}^R , Ω_{kv}^I , Γ_{kv}^R e Γ_{kv}^I são definidos por

$$\Omega_{kv}^R = \operatorname{Re}[\Omega_{kv}] \quad \Omega_{kv}^I = \operatorname{Im}[\Omega_{kv}] \tag{4.36a}$$

com

$$\Omega_{kv} = \frac{iV_{kv} \sinh \mu_{kv} L_k}{(\lambda_{kv} - iV_{kv} L_k) \mu_{kv} L_k} \tag{4.36b}$$

e

$$\Gamma_{kv}^R = \operatorname{Re}[\Gamma_{kv}] \quad \Gamma_{kv}^I = \operatorname{Im}[\Gamma_{kv}] \tag{4.37a}$$

com

$$\Gamma_{kv} = \frac{iV_{kv} (\cosh \mu_{kv} L_k - 1)}{(\lambda_{kv} - iV_{kv} L_k) \mu_{kv} L_k} \tag{4.37b}$$

Juntando os resultados obtidos podemos escrever a solução geral do problema do deslocamento da coluna de hastes na forma

$$\begin{aligned}
u_k(x_k, t) = & \frac{\rho_k}{2E_k} \left[-\varepsilon + \gamma_k \frac{Q_0}{2} \right] x_k^2 \\
& + \gamma_k \sum_{v=1}^n \left[\left(\frac{\omega^2 v^2 Q_v + \beta_k \omega v R_v}{\omega^4 v^4 + \beta_k^2 \omega^2 v^2} \right) \cos v\omega t + \left(\frac{\omega^2 v^2 R_v - \beta_k \omega v Q_v}{\omega^4 v^4 + \beta_k^2 \omega^2 v^2} \right) \sin v\omega t \right] \\
& + \frac{A_{k0}}{2} + \frac{B_{k0}}{2} x_k + \sum_{v=0}^n \left[a_{kv}(x_k) \cos v\omega t + b_{kv}(x_k) \sin v\omega t \right]
\end{aligned} \tag{4.38}$$

com $\{A_{kv}, B_{kv}\}_{v=0}^n, \{C_{kv}, D_{kv}\}_{v=1}^n$ constantes arbitrárias, $\{Q_v\}_{v=0}^n, \{R_v\}_{v=1}^n$ supostamente conhecidos e $\{a_{kv}(x_k)\}_{v=1}^n, \{b_{kv}(x_k)\}_{v=1}^n$ dados por (4.35a) e (4.35b), respectivamente.

4.2. DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DAS AUTOFUNÇÕES E DE FOURIER

As constantes em (4.38) podem ser determinadas a partir da leitura da carta dinamométrica medida na superfície e da equação do movimento da haste polida, o qual supõe-se que seja harmônico, e representado por $p(t)$. Como a carta dinamométrica associa um valor de força $f(t)$ ao deslocamento da extremidade superior da haste polida ao longo de um ciclo de bombeio, podemos encontrar uma dependência funcional da força com o tempo na forma de um conjunto discreto de instantes de tempo. Note que a força $f(t)$ também é periódica de mesmo período que $p(t)$.

Como o deslocamento da extremidade superior da coluna de hastes em relação ao tempo é dado por $u_1(0, t)$, e a força ali atuante por $A_1 \sigma_1(0, t)$, as constantes em (4.38) devem ser determinadas de modo que sejam satisfeitas as condições de contorno de superfície ($x_1 = 0$ e $0 \leq t \leq T$)

$$p(t) = -u_1(0, t) \tag{4.39}$$

e

$$f(t) = A_1 \left(E_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1}(0, t) + \eta_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial t}(0, t) \right) \quad (4.40)$$

O sinal negativo em (4.39) reflete o fato de que na formulação do problema para o deslocamento das hastes, adotamos como positivo o sentido para baixo, enquanto que para a leitura dos deslocamentos na superfície, esta orientação é oposta.

Como as funções $p(t)$ e $f(t)$ são periódicas de T , ambas podem ser aproximadas utilizando-se o polinômio trigonométrico de Fourier de ordem n , onde n (número de termos representa um dado inicial do problema, escolhido a aproximar convenientemente as funções $p(t)$ e $f(t)$. Explicitamente, podemos escrever

$$p(t) = \frac{p_0}{2} + \sum_{v=1}^n \{p_v \cos v\omega t + q_v \sin v\omega t\} \quad (4.41)$$

e

$$f(t) = \frac{f_0}{2} + \sum_{v=1}^n \{f_v \cos v\omega t + g_v \sin v\omega t\} \quad (4.42)$$

onde

$$p_v = \frac{2}{T} \int_0^T p(t) \cos v\omega t \, dt, \quad v = 0, 1, 2, \dots, n \quad (4.43a)$$

$$q_v = \frac{2}{T} \int_0^T p(t) \sin v\omega t \, dt, \quad v = 1, 2, \dots, n \quad (4.43b)$$

$$f_v = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos v\omega t \, dt, \quad v = 0, 1, 2, \dots, n \quad (4.44a)$$

e

$$g_v = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin v\omega t dt, \quad v = 1, 2, \dots, n \quad (4.44b)$$

Das equações (4.38), (4.39) e (4.41), temos a relação

$$A_{10} = -p_0 \quad (4.45a)$$

$$\begin{aligned} -p_v = \gamma_1 \left(\frac{\omega^2 v^2 Q_v + \beta_1 \omega v R_v}{\omega^4 v^4 + \beta_1^2 \omega^2 v^2} \right) + A_{1v} (1 + \Omega_{1v}^R) + B_{1v} \Gamma_{1v}^R \\ - C_{1v} \Omega_{1v}^I - D_{1v} \Gamma_{1v}^I \end{aligned} \quad (4.45b)$$

e

$$\begin{aligned} -q_v = \gamma_1 \left(\frac{\omega^2 v^2 R_v - \beta_1 \omega v Q_v}{\omega^4 v^4 + \beta_1^2 \omega^2 v^2} \right) - A_{1v} \Omega_{1v}^I - B_{1v} \Gamma_{1v}^I \\ - C_{1v} (1 + \Omega_{1v}^R) - D_{1v} \Gamma_{1v}^R \end{aligned} \quad (4.45c)$$

A relação análoga proveniente de (4.38), (4.40), e (4.42) é dada por

$$B_{10} = \frac{1}{E_1 A_1} f_0 \quad (4.46a)$$

$$f_v = A_1 [B_{1v} (r_{1v} E_1 - \eta_1 \omega v s_{1v}) - D_{1v} (s_{1v} E_1 + \eta_1 \omega v r_{1v})] \quad (4.46b)$$

e

$$g_v = A_1 [-B_{1v} (s_{1v} E_1 + \eta_1 \omega v r_{1v}) - D_{1v} (r_{1v} E_1 - \eta_1 \omega v s_{1v})] \quad (4.46c)$$

De (4.46a) e (4.46b) resulta:

$$B_{1v} = \frac{1}{A_1} \frac{[f_v (r_{1v} E_1 - \eta_1 \omega v s_{1v}) - g_v (s_{1v} E_1 + \eta_1 \omega v r_{1v})]}{(r_{1v} E_1 - \eta_1 \omega v s_{1v})^2 + (s_{1v} E_1 + \eta_1 \omega v r_{1v})^2} \quad (4.47a)$$

e

$$D_{1v} = -\frac{1}{A_1} \frac{[g_v(r_{1v}E_1 - \eta_1\omega v s_{1v}) + f_v(s_{1v}E_1 + \eta_1\omega v r_{1v})]}{(r_{1v}E_1 - \eta_1\omega v s_{1v})^2 + (s_{1v}E_1 + \eta_1\omega v r_{1v})^2} \quad (4.47b)$$

A partir de (4.45a), (4.45b), (4.47a) e (4.47b) resulta

$$A_{1v} = \frac{K1_{1v}(1 + \Omega_{1v}^R) - K2_{1v}\Omega_{1v}^I}{(1 + \Omega_{1v}^R)^2 + (\Omega_{1v}^I)^2} \quad (4.48a)$$

$$C_{1v} = \frac{K2_{1v}(1 + \Omega_{1v}^R) + K1_{1v}\Omega_{1v}^I}{(1 + \Omega_{1v}^R)^2 + (\Omega_{1v}^I)^2} \quad (4.48b)$$

onde

$$K1_{1v} = -p_v - \gamma_1 \left(\frac{\omega^2 v^2 Q_v + \beta_1 \omega v R_v}{\omega^4 v^4 + \beta_1^2 \omega^2 v^2} \right) - B_{1v} \Gamma_{1v}^R + D_{1v} \Gamma_{1v}^I \quad (4.49a)$$

e

$$K2_{1v} = -q_v - \gamma_1 \left(\frac{\omega^2 v^2 R_v - \beta_1 \omega v Q_v}{\omega^4 v^4 + \beta_1^2 \omega^2 v^2} \right) + B_{1v} \Gamma_{1v}^I + D_{1v} \Gamma_{1v}^R \quad (4.49b)$$

De posse dos valores de A_{1v} , B_{1v} , C_{1v} e D_{1v} , pode-se determinar as constantes A_{kv} , B_{kv} , C_{kv} e D_{kv} ($k = 2, 3, \dots, n$) a partir das condições de contorno que interligam os trechos simples de hastes.

A partir da igualdade dos valores da função deslocamento entre as extremidades contíguas de diferentes trechos simples de hastes, temos

$$u_k(L_k, t) = u_{k+1}(0, t) \quad (k = 1, 2, \dots, n-1)$$

Então, aplicando (4.38), resulta

$$A_{k+1,0} = A_{k0} + B_{k0}L_k + \frac{\gamma_k \rho_k Q_0}{2E_k} L_k^2 - g \frac{\rho_k}{E_k} L_k^2 \quad (4.50)$$

A partir da igualdade dos valores da função força entre as extremidades contíguas de diferentes trechos simples de hastes, temos

$$A_k \left(E_k \frac{\partial u_k}{\partial x_k}(L_k, t) + \eta_k \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t}(L_k, t) \right) = A_{k+1} \left(E_{k+1} \frac{\partial u_{k+1}}{\partial x_{k+1}}(0, t) + \eta_{k+1} \frac{\partial^2 u_{k+1}}{\partial x_{k+1} \partial t}(0, t) \right) \\ (k = 1, 2, \dots, n-1)$$

Então, aplicando (4.38), resulta

$$B_{k+1,0} = \frac{A_k(\gamma_k \rho_k L_k Q_0 + E_k B_{k0}) - 2(A_k \rho_k L_k g)}{A_{k+1} E_{k+1}} \quad (4.51)$$

bem como

$$\frac{A_k}{A_{k+1}} [E_k \alpha_{3_{kv}}(x_k = L_k) + \eta_k \omega v \beta_{3_{kv}}(x_k = L_k)] = \\ = (E_{k+1} \Gamma_{k+1,v} + \eta_{k+1} s_{k+1} \omega v) B_{k+1,v} \\ - (E_{k+1} s_{k+1,v} + \eta_{k+1} \Gamma_{k+1} \omega v) D_{k+1,v} \quad (4.52a)$$

e

$$\frac{A_k}{A_{k+1}} [E_k \beta_{3_{kv}}(x_k = L_k) - \eta_k \omega v \alpha_{3_{kv}}(x_k = L_k)] = \\ = -(E_{k+1} s_{k+1,v} + \eta_{k+1} \Gamma_{k+1} \omega v) B_{k+1,v} \\ - (E_{k+1} \Gamma_{k+1} - \eta_{k+1} s_{k+1,v} \omega v) D_{k+1,v} \quad (4.52b)$$

Resolvendo analiticamente o sistema acima, determina-se os valores de $B_{k+1,v}$ e $D_{k+1,v}$ para $k = 1, 2, \dots, n-1$.

A partir dos valores determinados acima e aplicando a condição de contorno da função deslocamento entre os diferentes trechos simples de hastes, obtemos

$$A_{k+1,v} \left(1 + \Omega_{k+1,v}^R \right) - C_{k+1,v} \Omega_{k+1,v}^I = K3_{k+1,v} \quad (4.53a)$$

e

$$-A_{k+1,v} \Omega_{k+1,v}^I - C_{k+1,v} \left(1 + \Omega_{k+1,v}^R \right) = K4_{k+1,v} \quad (4.53b)$$

onde

$$\begin{aligned} K3_{k+1,v} &= \gamma_k TQR_{kv} + \alpha 1_{kv} (x_k = L_k) - \gamma_{k+1} TQR_{k+1,v} \\ &\quad - B_{k+1,v} \Gamma_{k+1,v}^I + D_{k+1,v} \Gamma_{k+1,v}^R \end{aligned} \quad (4.54a)$$

e

$$\begin{aligned} K4_{k+1,v} &= \gamma_k TQR_{kv} + \alpha 2_{kv} (x_k = L_k) - \gamma_{k+1} TQR_{k+1,v} \\ &\quad + B_{k+1,v} \Gamma_{k+1,v}^I + D_{k+1,v} \Gamma_{k+1,v}^R \end{aligned} \quad (4.54b)$$

Resolvendo analiticamente o sistema anterior, determina-se os valores de $A_{k+1,v}$ e $C_{k+1,v}$ para $k = 1, 2, \dots, n-1$.

No desenvolvimento que acabamos de mostrar, foram usadas as seguintes abreviações:

$\alpha 1_{kv}(x_k)$ e $\alpha 2_{kv}(x_k)$ = coeficientes de $\cos v\omega t$ e $\sin v\omega t$ na expressão de $u_k(x_k, t)$, respectivamente.

$\alpha 3_{kv}(x_k)$ e $\beta 3_{kv}(x_k)$ = coeficientes de $\cos v\omega t$ e $\sin v\omega t$ na expressão de $\frac{\partial u_k}{\partial x_k}(x_k, t)$, respectivamente.

$$TQR_{kv} = \frac{\omega^2 v^2 Q_v + \beta_k \omega v R_v}{\omega^4 v^4 + \beta_k^2 \omega^2 v^2} \quad (4.55a)$$

e

$$TQR_{kv} = \frac{\omega^2 v^2 R_v - \beta_k \omega v Q_v}{\omega^4 v^4 + \beta_k^2 \omega^2 v^2} \quad (4.56a)$$

4.3. OBTENÇÃO NUMÉRICA DOS COEFICIENTES DE FOURIER PARA $p(t)$ e $f(t)$

Os coeficientes de Fourier, p_v , q_v , f_v , e g_v , são obtidos de forma aproximada, através do cálculo numérico da integral de Euler em (4.43) e (4.44). Utiliza-se neste cálculo a regra dos trapézios composta, conforme consta em CLAUDIO & MARINS [11].

Para a integração numérica consideremos a partição do intervalo $0 \leq t \leq T$ (onde $T = 2\pi/\omega$ é o período do movimento) em m subintervalos iguais definidos pelos pontos

$$t_i = \frac{T}{m} i \quad (i = 0, 1, \dots, m) \quad (4.56)$$

Introduzindo a notação

$$p_i = p(t_i) \quad (i = 0, 1, \dots, m) \quad (4.57)$$

temos, utilizando a regra dos trapézios composta, a aproximação $\tilde{p}_v$ para o coeficiente p_v dada por

$$\begin{aligned}
\bar{p}_v &= \frac{2}{T} \left[\frac{p_0 \cos \frac{2\pi v}{m} 0 + p_1 \cos \frac{2\pi v}{m} 1}{2} + \right. \\
&\quad + \frac{p_1 \cos \frac{2\pi v}{m} 1 + p_2 \cos \frac{2\pi v}{m} 2}{2} + \dots + \\
&\quad \left. + \frac{p_{m-1} \cos \frac{2\pi v}{m} (m-1) + p_m \cos \frac{2\pi v}{m} m}{2} \right] \frac{T}{m} \\
&= \frac{2}{m} \left[\frac{p_0 \cos 0 + p_1 \cos \frac{2\pi v}{m} 1}{2} + p_1 \cos \frac{2\pi v}{m} 1 + \dots + \right. \\
&\quad \left. + p_{m-1} \cos \frac{2\pi v}{m} (m-1) + p_m \cos \frac{2\pi v}{m} m \right] \quad (4.58)
\end{aligned}$$

Tendo em vista que $p_0 = p_m$ ($p(t)$ é periódica) e, além disso, $\cos 2\pi vi = 1$ ($i=0,1,\dots,m$), temos que

$$\bar{p}_v = \frac{2}{m} \sum_{i=0}^{(m-1)} p_i \cos \frac{2\pi v}{m} i \quad v = 0, 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.59)$$

Lembramos que m indica a partição do intervalo $[0, T]$, ou seja, está associada à precisão da integração numérica do algoritmo de integração.

Procedendo da mesma maneira, obtém-se para os coeficientes q_v , f_v e g_v as aproximações $\bar{q}_v$, $\bar{f}_v$ e $\bar{g}_v$ dadas por

$$\bar{q}_v = \frac{2}{m} \sum_{i=0}^{(m-1)} p_i \sin \frac{2\pi v}{m} i \quad v = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.60)$$

$$\bar{f}_v = \frac{2}{m} \sum_{i=0}^{(m-1)} f_i \cos \frac{2\pi v}{m} i \quad v = 0, 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.61)$$

$$\bar{g}_v = \frac{2}{m} \sum_{i=0}^{(m-1)} f_i \sin \frac{2\pi v}{m} i \quad v = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.62)$$

onde, analogamente foi introduzida a notação

$$f_i = f(t_i) = f\left(\frac{T}{m} i\right) \quad (4.63)$$

Formam-se com estes valores aproximados os polinômios trigonométricos (4.41) e (4.42).

O cálculo numérico dos coeficientes $\tilde{p}_v$, $\tilde{q}_v$, $\tilde{f}_v$ e $\tilde{g}_v$ dados acima, pode ser eficientemente avaliado pela utilização do algoritmo desenvolvido por GOERTZEL [28] para a obtenção das somas

$$\sum_{i=0}^{(m-1)} a_i \cos ix \quad \text{e} \quad \sum_{i=0}^{(m-1)} b_i \sin ix$$

onde as funções $\sin x$ e $\cos x$ são avaliadas apenas uma única vez, reduzindo com isto o esforço computacional necessário à implementação da solução.

4.4. LEITURA DA CARTA DINAMOMÉTRICA DE SUPERFÍCIE

O intervalo de tempo $0 \leq t \leq T$ (correspondente a um período do movimento) é dividido em um número m de subintervalos de mesmo comprimento. Nos instantes de tempo t_i , $i = 0, 1, 2, \dots, m$ tomados equidistantes (sendo $t_0 = 0$ e $t_m = T$), são lidos os deslocamentos $p(t_i)$, $i = 0, 1, 2, \dots, (m-1)$, e a partir da leitura da carta dinamométrica de superfície a força $f(t_i)$, $i = 0, 1, 2, \dots, (m-1)$, associada a $p(t_i)$, conforme mostrado na figura 4.1. Vale lembrar ainda que, faz-se necessário somar aos valores lidos para a função $(f(t_i))$, o empuxo das hastes mergulhadas no fluido.

Estes dados formam, juntamente com as características geométricas, mecânicas e fluido-dinâmicas do poço, os dados de entrada necessários para a geração da carta dinamométrica na extremidade inferior da coluna de hastes ou em qualquer ponto dela.

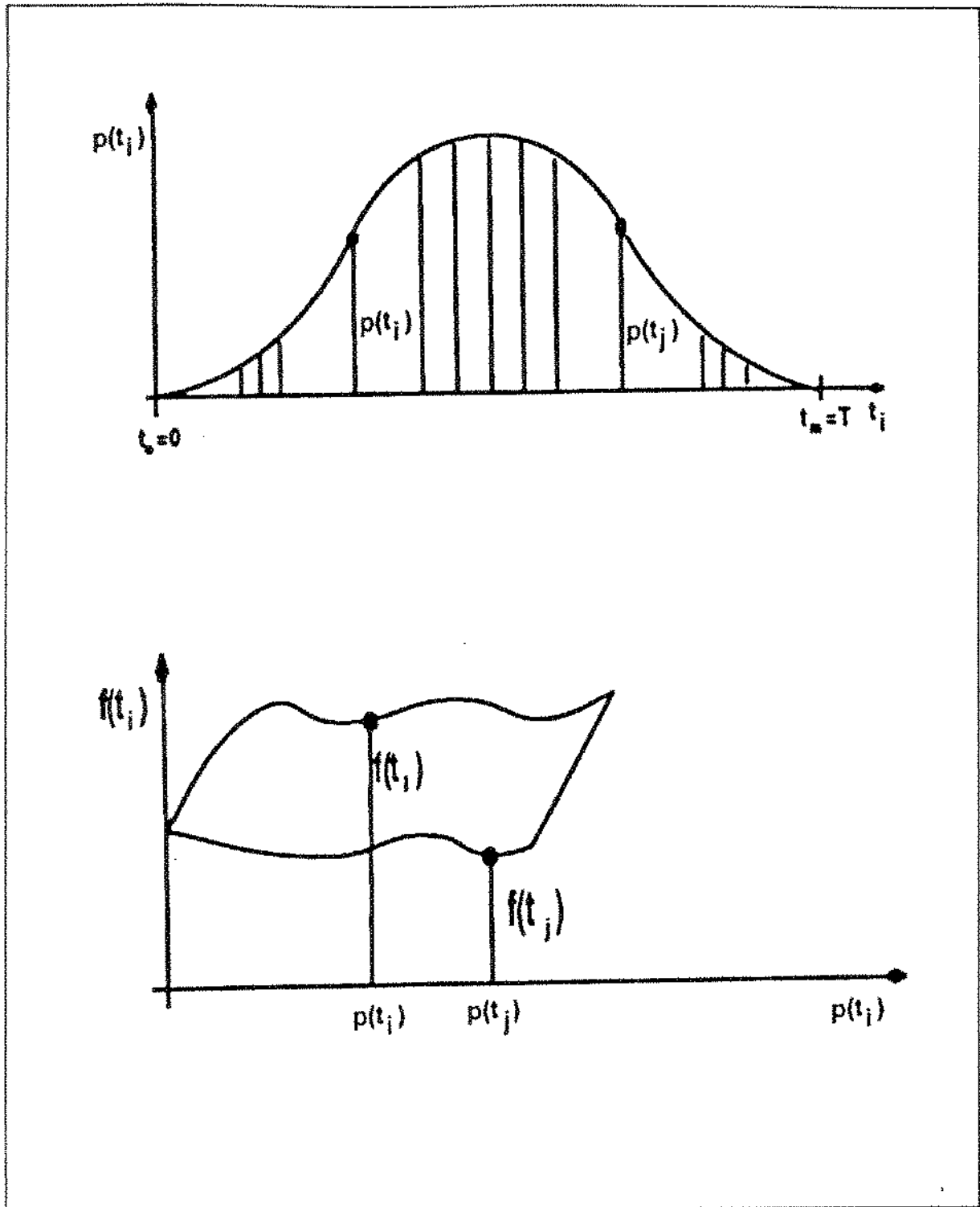


Figura 4.1 - Leitura dos dados de $p(t_i)$ e $f(t_i)$

4.5. INCORPORAÇÃO ITERATIVA DA VAZÃO $Q(t)$

Como a evolução temporal da vazão volumétrica $Q(t)$ é, na prática, desconhecida, faz-se necessário um processo iterativo de cálculo da solução, pois a função $u_n(x_n, t)$ a ter

seus valores determinados depende da vazão e esta, depende do valor de $\frac{\partial u_n}{\partial t}(L_n, t)$. O procedimento é apresentado a seguir.

Considera-se inicialmente o termo de vazão $Q(t) = Q^0(t)$ dado por (ver equação (3.13))

$$Q^0(t) = \begin{cases} \pi(r_p^2 - r_k^2) \frac{dp}{dt}(t), & \frac{dp}{dt}(t) \geq 0 \\ -\pi r_k^2 \frac{dp}{dt}(t), & \frac{dp}{dt}(t) < 0 \end{cases} \quad (4.64)$$

Adota-se esta estimativa tomando-se em (3.13), $u_k(L_k, t) = -p(t)$. Utilizando-se a vazão acima, determina-se a solução (4.38) para obter o deslocamento na extremidade do n -ésimo trecho de hastes simples $u_n^1(L_n, t)$. Obtém-se em seguida, por diferenciação direta de (4.38) a velocidade do pistão $\frac{\partial u_n^1}{\partial t}(L_n, t)$. Da equação (3.13), é calculada a nova vazão $Q(t) = Q^1(t)$, determinada pelo movimento do pistão $\frac{\partial u_n^1}{\partial t}(L_n, t)$ obtido. O procedimento é repetido, agora com $Q^1(t)$, calculando-se $\frac{\partial u_n^2}{\partial t}(L_n, t)$ e assim sucessivamente. Este processo será interrompido quando a vazão volumétrica $Q^m(t)$, (com a qual a velocidade do pistão $\frac{\partial u_n^{m+1}}{\partial t}(L_n, t)$ é calculada) e a vazão volumétrica $Q^{m+1}(t)$, (determinada por $\frac{\partial u_n^{m+1}}{\partial t}(L_n, t)$), diferirem de um valor inferior a um dado $\varepsilon > 0$, imposto como limite de tolerância para o erro relativo no cálculo de $Q(t)$. Foi utilizado para o cálculo do erro relativo, a expressão

$$ER = \frac{\|Q^{m+1}(t) - Q^m(t)\|_1}{\|Q^{m+1}(t)\|_1} < \varepsilon \quad (4.65)$$

com $\varepsilon = 10^{-5}$ e onde $\| \cdot \|_1$ representa a norma L_1 .

A vazão volumétrica $Q(t) = Q^{m+1}(t)$ assim determinada deve ser entendida como a vazão procurada. Com as constantes de integração devidamente atualizadas, calcula-se $u_n(L_n, t)$ e $f_n(L_n, t)$.

4.6. DETERMINAÇÃO DO VOLUME DE FLUIDO BOMBEADO

O volume de fluido bombeado durante um ciclo de bombeio é calculado a partir de:

$$VOL = \int_0^T Q(t) dt \quad (4.66)$$

Este resultado pode ser comparado com o obtido utilizando-se a expressão

$$VOL = \pi r_p^2 h \quad (4.67)$$

onde

$$h = u(L_n, t)_{\max} - u(L_n, t)_{\min} \quad (4.68)$$

De posse deste resultado, pode-se determinar a eficiência da bomba de fundo, desde que seja conhecida a vazão de fluido que realmente está sendo produzida através da tubulação de produção.

CAPÍTULO V

PERDA DE ENERGIA ASSOCIADA AO BOMBEIO MECÂNICO

O presente capítulo estabelece um balanço simplificado da energia mecânica envolvida no Sistema de Bombeio Mecânico. São utilizadas as áreas das cartas dinamométricas de superfície e de fundo para caracterizar, respectivamente, a potência motriz desenvolvida na superfície (entregue à haste polida) e a potência hidráulica desenvolvida na bomba de fundo (solicitada pelo pistão). Uma expressão para as perdas existentes no sistema é obtida explicitamente no final do capítulo.

5.1. PERDA DE ENERGIA ASSOCIADA À DIFERENÇA ENTRE AS ÁREAS DAS CARTAS DINAMOMÉTRICAS DE SUPERFÍCIE E DE FUNDO.

Consideremos no que se segue que a carta dinamométrica em um ponto x_k qualquer da coluna de hastes ($0 \leq x_k \leq L_k$) constitui uma curva simples fechada (ver, por exemplo CHURCHILL [10]), no plano (u, f) (isto é, deslocamento $\times$ força) e parametrizada pelo tempo t no intervalo $0 \leq t \leq T$, onde T é o período do movimento $T = 2\pi/\omega$). Explicitamente, as equações paramétricas da carta dinamométrica em x_k são dadas por

$$u = u(t) = -u_k(x_k, t) \quad (0 \leq t \leq T) \quad (5.1a)$$

$$f = f(t) = A_k \left[E_k \frac{\partial u_k}{\partial x_k}(x_k, t) + \eta_k \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t}(x_k, t) \right] \quad (0 \leq t \leq T) \quad (5.1b)$$

Assumindo que a circulação desta curva se processa no sentido horário, então a área delimitada pela carta dinamométrica, denotada por $EM_k(x_k)$, pode ser expressa pela integral

$$\begin{aligned} EM_k(x_k) &= \int_0^T f(t) \frac{\partial u}{\partial t}(t) dt = \\ &= - \int_0^T A_k \left[E_k \frac{\partial u_k}{\partial x_k}(x_k, t) + \eta_k \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t}(x_k, t) \right] \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dt \end{aligned} \quad (5.2)$$

A quantidade $EM_k(x_k)$, dada pela integral (5.2) representa o valor da energia mecânica associada ao Sistema de Bombeio Mecânico no ponto de coordenada x_k da coluna de hastes.

Pode-se obter a relação entre $EM_1(x_1=0)$, que é a área da carta dinamométrica medida na superfície, e $EM_n(x_n=L_n)$, que é a área da carta dinamométrica gerada na profundidade da bomba, da seguinte maneira:

Consideremos a equação (3.5), multiplicada membro a membro por

$$A_k \rho_k \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t), \text{ a saber}$$

$$\begin{aligned} A_k \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) \left[E_k \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k^2}(x_k, t) + \eta_k \frac{\partial^3 u_k}{\partial x_k^2 \partial t}(x_k, t) \right] + A_k \rho_k g \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) = \\ = A_k \rho_k \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}(x_k, t) - A_k \frac{2}{r_k} \tau_k(x_k, t) \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Integrando ambos os membros da equação acima em relação à coordenada longitudinal x_k e usando o fato de que $U_k = 2\pi r_k$, obtemos a relação

$$\begin{aligned}
A_k \int_0^{L_k} \left[E_k \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k^2}(x_k, t) + \eta_k \frac{\partial^3 u_k}{\partial x_k^2 \partial t}(x_k, t) \right] \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k + A_k \rho_k g \int_0^{L_k} \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k = \\
= A_k \rho_k \int_0^{L_k} \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}(x_k, t) dx_k - U_k \int_0^{L_k} \tau_k(x_k, t) \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k
\end{aligned} \quad (5.4)$$

As quantidades de energia envolvidas no sistema considerado podem ser descritas por:

(a) Energia Potencial Elástica armazenada no trecho k da coluna de hastes, dada por

$$EP(t) = \frac{1}{2} A_k E_k \int_0^{L_k} \left[\frac{\partial u_k}{\partial x_k}(x_k, t) \right]^2 dx_k \quad (5.5)$$

(b) Energia Dissipada internamente durante um ciclo de bombeio, dada por

$$ED(t) = A_k \eta_k \int_0^T \int_0^{L_k} \left[\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t}(x_k, t) \right]^2 dx_k dt \quad (5.6)$$

(c) Energia Cinética do trecho k da coluna de hastes (isto é, a energia associada ao movimento alternativo imposto à coluna de hastes no instante de tempo t), dada por

$$EC(t) = \frac{1}{2} A_k \rho_k \int_0^{L_k} \left[\frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) \right]^2 dx_k \quad (5.7)$$

A partir de (5.5) e (5.7), fazendo-se uso da técnica de integração por partes e da regra da cadeia para o operador derivada, juntamente com (5.4), resulta na expressão

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(EP(t) + EC(t)) &= A_k \rho_k g \int_0^{L_k} \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k \\
&+ \left\{ A_k \left[E_k \frac{\partial u_k}{\partial x_k}(x_k, t) + \eta_k \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t}(x_k, t) \right] \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) \right\} \Bigg|_0^{L_k} \\
&+ U_k \int_0^{L_k} \tau_k(x_k, t) \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k - A_k \eta_k \int_0^{L_k} \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t}(x_k, t) \right)^2 dx_k
\end{aligned} \tag{5.8}$$

Esta equação é um caso particular da Lei de conservação de energia em meios elásticos e fornece um balanço simplificado da energia envolvida no sistema em questão. O lado direito da equação (5.8) engloba as parcelas referentes a potência motriz, no pistão, na haste polida, perdida devido ao atrito e/ou amortecimento externo e a potência perdida internamente.

Integrando-se a equação (5.8) em relação ao tempo no intervalo $0 \leq t \leq T$, e utilizando-se o fato de que as funções $u_k(x_k, t)$, $EP(t)$ e $EC(t)$ têm valores idênticos em $t = 0$ e $t = T$ (devido à periodicidade do problema), obtemos

$$\begin{aligned}
&-A_k \int_0^T \left[E_k \frac{\partial u_k}{\partial x_k}(L_k, t) + \eta_k \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t}(L_k, t) \right] \frac{\partial u_k}{\partial t}(L_k, t) dt = \\
&= -A_k \int_0^T \left[E_k \frac{\partial u_k}{\partial x_k}(0, t) + \eta_k \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t}(0, t) \right] \frac{\partial u_k}{\partial t}(0, t) dt \\
&+ U_k \int_0^T \int_0^{L_k} \tau_k(x_k, t) \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k dt - A_k \eta_k \int_0^T \int_0^{L_k} \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t}(x_k, t) \right)^2 dx_k dt
\end{aligned} \tag{5.9}$$

Desta forma, tendo em vista a definição de $EM_k(x_k)$ (dada pela equação (5.2)), obtemos

$$\begin{aligned}
 EM_k(L_k) = EM_0(0) + U_k \int_0^T \int_0^{L_k} \tau_k(x_k, t) \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k dt \\
 - A_k \eta_k \int_0^T \int_0^{L_k} \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t}(x_k, t) \right)^2 dx_k dt
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Substituindo-se (3.17) (expressão da tensão tangencial nas hastes, relativa ao atrito $-\tau_k(x_k, t)$) em (5.10), segue-se

$$\begin{aligned}
 EM_k(L_k) = EM_0(0) - A_k \rho_k \gamma_k \int_0^T \left(Q(t) \int_0^{L_k} \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k \right) dt \\
 - A_k \rho_k \beta_k \frac{1}{L_k} \int_0^T \left(\int_0^{L_k} \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k \right)^2 dt \\
 - A_k \eta_k \int_0^T \int_0^{L_k} \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t}(x_k, t) \right)^2 dx_k dt
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

É conveniente agora introduzirmos as notações

$$G_k = A_k \rho_k \gamma_k \int_0^T \left(Q(t) \int_0^{L_k} \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k \right) dt \tag{5.12a}$$

$$B_k = A_k \rho_k \beta_k \frac{1}{L_k} \int_0^T \left(\int_0^{L_k} \frac{\partial u_k}{\partial t}(x_k, t) dx_k \right)^2 dt \tag{5.12b}$$

$$H_k = A_k \eta_k \int_0^T \int_0^{L_k} \left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial t}(x_k, t) \right)^2 dx_k \tag{5.12c}$$

através das quais a equação (5.11) pode ser reescrita na forma

$$EM_k(L_k) = EM_k(0) - G_k - B_k - H_k \quad (k = 1, \dots, n) \quad (5.13)$$

Por outro lado, das condições de contorno (equações (3.19a,3.19b)) que interligam os diversos trechos de hastes simples, resulta que

$$EM_k(L_k) = EM_{k+1}(0) \quad (k = 1, \dots, n-1) \quad (5.14)$$

Utilizando as funções (5.13) e (5.14) sucessivamente, obtemos a relação desejada entre as áreas das cartas dinamométricas de superfície e de fundo, a saber

$$EM_n(L_n) = EM_1(0) - G - B - H \quad (5.15)$$

onde :

$$G = G_1 + G_2 + \dots + G_n \quad (5.16a)$$

$$B = B_1 + B_2 + \dots + B_n \quad (5.16b)$$

$$H = H_1 + H_2 + \dots + H_n \quad (5.16c)$$

A partir de (5.15) observa-se que, além do atrito viscoso e do amortecimento externo presentes no sistema, representados por G e B , respectivamente, a existência de uma relação de dependência entre a tensão de deformação longitudinal e a velocidade com que se processa a deformação, conduz a uma perda adicional na energia mecânica total do sistema, aqui representada por H . Portanto, o coeficiente η_k está diretamente associado ao que chamamos de perdas internas.

Apesar da equação (5.15) representar um balanço simplificado da energia mecânica envolvida num Sistema de Bombeio Mecânico (o modelo utilizado não prever as influências do atrito seco, entre o pistão e a camisa da bomba e no stuffing box - vedação de superfície entre a coluna de hastes e a tubulação) , as perdas ali explicitadas representam a

parcela mais significativa das resistências associadas ao sistema considerado. Particularmente, a contribuição do atrito seco é mais preponderante nos poços inclinados (o que não é o caso) e o atrito existente no stuffing box pode ser bastante reduzido, relaxando-se um pouco a vedação na haste polida durante a operação que registra a carta dinamométrica de superfície. Quanto ao atrito existente entre o pistão e a camisa da bomba, despreza-se seus efeitos com base no valor padronizado de .003 polegadas que é atribuído para a folga entre aquelas partes.

Como última observação, é importante notar que a solução obtida para $u_k(x_k, t)$ descrita no Capítulo IV, permite determinar cada uma das parcelas que representam as perdas consideradas no modelo utilizado, o que pode fornecer informações adicionais ao monitoramento da operação do Bombeio Mecânico.

CAPÍTULO VI

SÍNTESE DO MÉTODO PROPOSTO

Neste pequeno capítulo faz-se um breve relato do Método Proposto, dispensando-se especial atenção às contribuições oriundas da modelagem utilizada e de sua implementação computacional, procurando-se situá-lo em relação aos seus pares existentes na literatura. Através de um fluxograma, são sumarizadas as principais etapas para a obtenção da carta dinamométrica de fundo. Finalmente, com base nas simulações realizadas, fala-se sobre a eficiência computacional apresentada pelo método.

6.1. ASPECTOS REFERENTES À MODELAGEM

O Método aqui desenvolvido baseia-se fundamentalmente na procura de soluções periódicas para o movimento de uma coluna de hastes combinada. O movimento de cada trecho simples de hastes é descrito por uma equação integro-diferencial linear derivada da equação da onda para oscilações amortecidas. Os diferentes trechos simples de hastes são interligados por condições de contorno as quais, juntamente com as duas condições de superfície, hipótese de periodicidade do movimento e outras simplificadoras, especificam completamente o problema.

Partindo-se do trabalho de PAVLIK, N., foi desenvolvido um modelo para o caso mais realista da coluna de haste combinada, o qual inclui também como contribuição a caracterização dos efeitos dinâmicos da chamada inércia de fluido. Adicionalmente, deriva desta caracterização uma estimativa mais confiável para o coeficiente de amortecimento, o

qual passa a ser determinado a partir de parâmetros geométricos, mecânicos e fluido-dinâmicos do poço, todos eles de fácil aquisição. Por fim, incluiu-se a possibilidade de utilização de hastes de fibra de vidro com a adoção do comportamento viscoelástico para o material das hastes, o qual engloba a Lei de Hooke. Esta flexibilidade atende a uma tendência antiga para utilização deste tipo de material para as hastes, como forma de baixar os custos do Sistema de Bombeio Mecânico como um todo. Um outro resultado advindo da formulação considerada é a estimativa razoavelmente precisa do comportamento volumétrico da vazão operada pela bomba de fundo. Isto possibilita, no mínimo, tanto uma avaliação quantitativa da ocorrência de vazamento de fluido como uma possível inferência sobre a quantidade de gás que está penetrando na bomba de fundo. Desta forma, pode-se inclusive determinar um valor numérico para a eficiência de bombeio em relação à capacidade teórica de bombeio do sistema, em termos de líquido.

Do ponto de vista da modelagem em si do problema físico, observa-se um avanço significativo em relação às contribuições relatadas no Capítulo II (Revisão Bibliográfica). Com efeito, pôde-se reduzir dentro de uma mesma abordagem fluido-dinâmica, as incertezas relacionadas ao coeficiente de amortecimento - limitação esta recorrente na literatura - além de também ter sido levado em consideração os efeitos dinâmicos causados pela inércia de fluido, sendo esta uma preocupação bem mais recente para o problema em questão. Finalmente, a estimativa para o comportamento volumétrico da vazão operada pela bomba de fundo bem como a possibilidade de utilização de hastes de fibra de vidro, permite qualificar o método proposto como bem mais flexível e poderoso do que os existentes atualmente na literatura. Outra boa característica do presente modelo é o fato de que os dados necessários para a sua implementação são todos de fácil aquisição, não demandando qualquer custo adicional à atividade de análise de diagnose que vem sendo correntemente praticada.

6.2. ASPECTOS REFERENTES À SOLUÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A solução matemática do problema de valores de contorno (PVC), isto é, a determinação do deslocamento de um ponto qualquer da coluna de hastes no tempo, é obtida mediante o uso de aproximações pelas chamadas séries de autofunções. Para a sua implementação, faz-se necessário a adoção de um processo iterativo para a determinação da vazão de fluido operada pela bomba de fundo. O esforço computacional é ainda otimizado com a utilização do algoritmo desenvolvido por GOERTZEL, G. [28] para avaliação de polinômios trigonométricos. Isto reduz significativamente o cálculo das somas em autofunções. Esta eficiência computacional associada ao excelente desempenho teórico dos resultados gerados pelo método proposto (apresentados no Capítulo VII), tornam praticamente sem efeito os argumentos contrários à sua adoção baseados unicamente na exatidão da solução matemática do problema. (Ver CHACIN [06][08], EVERITT [17])

6.3. FLUXOGRAMA DO MÉTODO PROPOSTO

O fluxograma apresentado nas figuras 6.1a e 6.1b mostra os principais passos a serem seguidos para a geração da carta dinamométrica de fundo utilizando o método proposto.

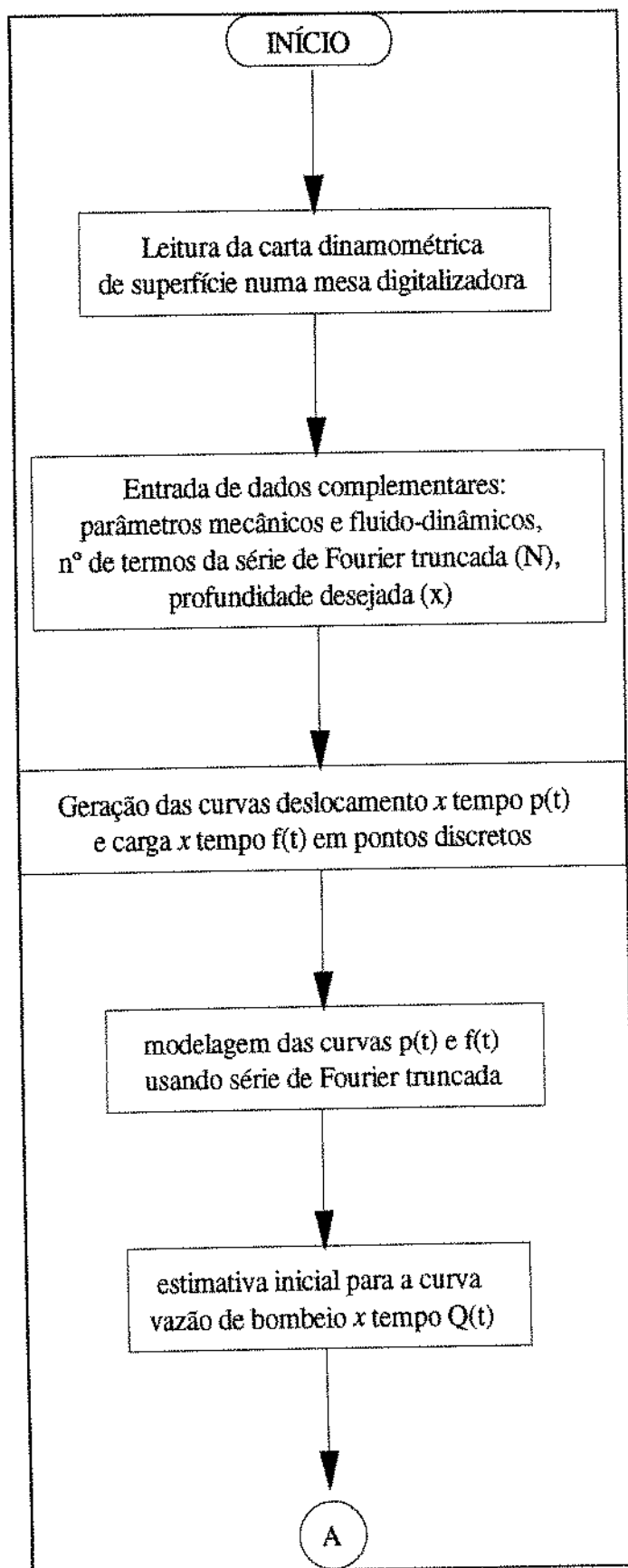


Figura 6.1a - Fluxograma do método proposto Parte - 1

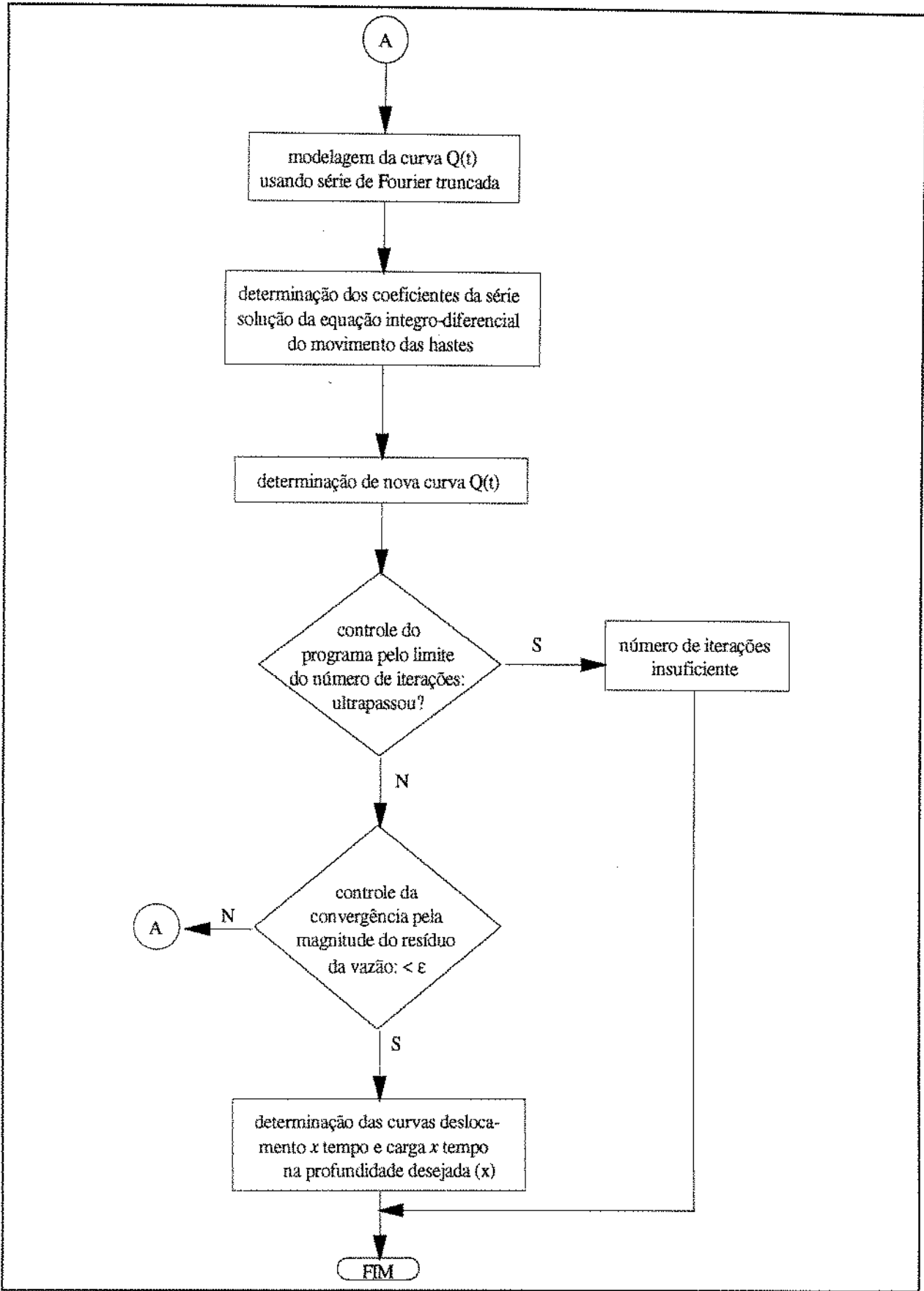


Figura 6.1b - Fluxograma do método proposto - Parte 2

6.4. EFICIÊNCIA COMPUTACIONAL

Conforme será mostrado no Capítulo VII, a maioria das simulações realizadas apresentaram resultados, para os quais o processo iterativo convergiu utilizando um máximo de 14 iterações. Este dado está diretamente relacionado tanto ao criterioso limite de tolerância para o cálculo da curva de vazão de bombeio ($\epsilon = 10^{-5}$) assim como aos níveis de viscosidade apresentados pelo fluido bombeado nos casos reais analisados (005 - 100 cp). Observou-se para fluidos mais viscosos, conservada a mesma tolerância para o erro admissível no cálculo da vazão de bombeio, uma tendência de crescimento no número de iterações, que tornou-se cada vez mais severa quanto mais altos foram os níveis de viscosidade do fluido bombeado. Com excessão para os testes específicos, onde, variando-se o número de termos, procurou-se mostrar a convergência obtida com o uso das séries de Fourier truncadas, gastou-se em média, 12 segundos de CPU de um Microcomputador tipo IBM PC 486 DX 50 MHz, para a simulação de um caso real, utilizando 35 (trinta e cinco) termos na série de autofunções, na faixa de viscosidade acima referida. Cada iteração gastou, em média, cerca de 1.3 segundos para o cálculo de uma nova curva de vazão associada a um período completo de bombeio. Particularmente, no caso dos poços mais rasos - profundidade de assentamento da bomba de fundo inferior a 500 metros - os quais teoricamente devem ser equipados com coluna simples, as simulações exigirão bem menos tempo de CPU, tendo como referência a mesma máquina citada acima.

Com base na performance computacional apresentada, e tendo em vista os recursos computacionais ora disponíveis, o algoritmo aqui desenvolvido mostra-se plenamente viável para utilização na análise do bombeio mecânico.

CAPÍTULO VII

APLICAÇÃO DO MÉTODO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados provenientes das simulações realizadas com o método desenvolvido no presente trabalho, utilizando-se dados reais de alguns poços da Petrobrás/RPBA. A leitura das cartas dinamométricas de superfície associadas aos poços exemplificados neste trabalho, foi feita com o auxílio de uma mesa digitalizadora. Os valores lidos para as funções deslocamento (p) e força (f) encontram-se mostrados no apêndice A.

Primeiramente, considera-se a convergência apresentada pelas séries de Fourier truncadas, quando fazemos crescer o número de termos do polinômio trigonométrico que representa a solução. Em seguida, faz-se variar a tolerância no cálculo iterativo da vazão de bombeio, a fim de observar sua influência nos valores calculados para deslocamento e força. Examinam-se ainda os casos onde os poços produzem fluidos com diferentes níveis de viscosidade dinâmica, a fim de investigar a influência deste parâmetro sobre o número de iterações necessárias para a convergência da vazão.

Para um particular exemplo, é realizada uma comparação direta dos resultados obtidos pelo presente método com aqueles provenientes da aplicação da formulação usual (ver GIBBS & NELLY [21], PAVLIK [43]) que utiliza o termo de amortecimento como sendo proporcional à velocidade da coluna de hastes. Faz-se também uma análise de sensibilidade dos parâmetros β e γ , os quais representam as influências do amortecimento no modelo utilizado. Uma análise dos resultados obtidos a partir de uma carta dinamométrica de superfície de padrão convencional, é apresentada em detalhe.

Tomando-se outro exemplo concreto, faz-se variar a profundidade na qual se quer obter a carta dinamométrica (isto é, onde o dinamômetro de subsuperfície será simulado) para se observar a evolução do aspecto da carta dinamométrica, à medida em que esta profundidade se aproxima daquela onde encontra-se assentada a bomba de fundo.

Finalmente, outros exemplos são apresentados, para os quais obtém-se as respectivas cartas dinamométricas de fundo. Os padrões resultantes mostram-se coerentes com aqueles consagrados na literatura (ver, por exemplo, BLEAKLEY [04], GIBBS & NOLEN [23], GUOHUA et alli [30], PATTON [42]), mesmo no caso de cartas dinamométricas de superfície que apresentam padrões de difícil interpretação.

7.1. INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS N , ε e μ NA SOLUÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA E NO ESFORÇO COMPUTACIONAL UTILIZADO.

Consideremos o seguinte exemplo prático, para o qual os dados foram coletados de um poço produtor da Petrobrás/RPBA. Estes dados estão mostrados nas tabelas 7.1 e 7.2.

Tabela 7.1: Dados genéricos do poço TESTE - 01

Vazão de bombeio	$Q_T = 28,0 \text{ m}^3/\text{d}$
Diâmetro interno da Tubulação de produção	$DT = 2,441 \text{ pol}$
Diâmetro do pistão da bomba de fundo	$DP = 1,75 \text{ pol}$
Curso da haste polida	$S = 54,0 \text{ pol}$
Velocidade de bombeio	$V_b = 12,0 \text{ CPM}$
Massa específica do fluido bombeado	$\rho_f = 53,03 \text{ lbm/ft}^3$
Aceleração da gravidade no local	$g = 32,19 \text{ ft/s}^2$
Profundidade de assentamento da bomba de fundo	$L_T = 3350,0 \text{ ft}$
Limite de tolerância no cálculo da vazão	$\varepsilon = 10^{-5}$

Tabela 7.2: Dados associados a um trecho de hastes simples.

DH (pol)	L(ft)	μ (cp)	E(lbf/pol ²)	η (lbf/ft.s)	ρ (lbf/ft ³)
3/4	1575,0	78,8	30,5.10 ⁶	0	527,87
5/8	1775,0	33,8	30,5.10 ⁶	0	527,87

DH - Diâmetro do trecho simples de hastes

L - Comprimento do trecho simples de hastes

μ - Viscosidade dinâmica no trecho simples de hastes

E - Módulo de elasticidade do trecho simples de hastes

η - Módulo de perda do trecho simples de hastes

ρ - Massa específica do trecho simples de hastes

Uma carta dinamométrica de superfície do referido poço é mostrada na figura 7.1.

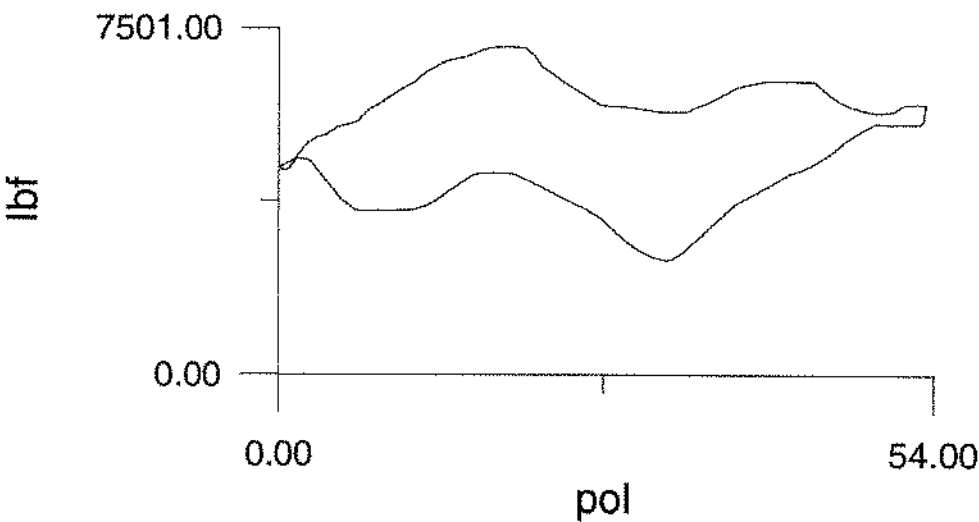


Figura 7.1: Carta dinamométrica de superfície do poço TESTE - 01

Para o exemplo considerado, foram realizadas onze simulações para a determinação das curvas de deslocamento x tempo e força x tempo, na profundidade da bomba de fundo, quando fez-se variar o número de termos da série de Fourier truncada (N) que representa a solução $u_k(x_k, t)$ (ver equação (4. 38)).

O intervalo de tempo $[0, T]$, foi discretizado em duzentos subintervalos de mesmo comprimento para todas as onze simulações. Este fato pode ter afetado a convergência da série de Fourier para os casos onde foram tomados elevados números de termos na série truncada.

Um resumo dos resultados destas simulações encontra-se mostrado na tabela 7.3. O cálculo numérico dos valores representativos da função força não incorporou a influência do empuxo das hastes mergulhadas no fluido. Por isto, as cartas dinamométricas de fundo estão deslocadas verticalmente para baixo. Esta observação deve ser estendida a todas as simulações realizadas neste trabalho.

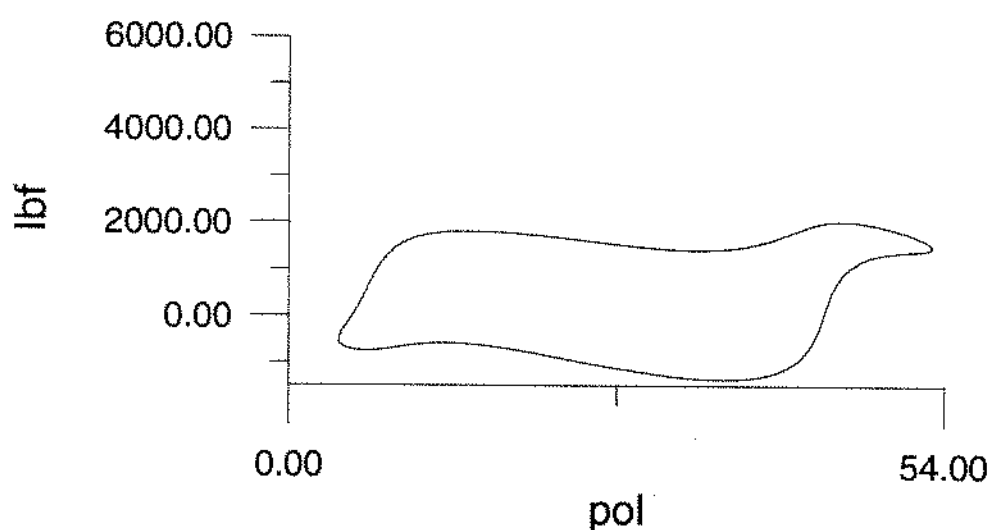
Tabela 7.3: Valores extremos de deslocamento e força, calculados na profundidade da bomba de fundo, em função do número de termos da série de Fourier. (Poço TESTE - 01)

Simulação	Número de Termos (N)	Número de Iterações (NITER)	$u_2(L_2,t)$ (pol)				$f_2(L_2,t)$ (lbf)			
			umin	i	umax	i	fmin	i	fmax	i
01	11	6	4,0673	2	52,9230	100	-1345,30	147	2060,89	81
02	15	7	3,2602	195	51,2995	91	-1036,47	148	1840,11	41
03	21	7	3,5344	196	51,2163	98	-0976,62	150	1865,77	78
04	25	7	3,7767	195	51,1840	100	-1055,10	154	1950,36	78
05	31	7	3,6460	194	51,3093	100	-0985,54	150	1866,57	78
06	35	7	3,6574	195	51,4485	100	-0990,02	150	1866,22	83
07	71	7	3,8267	195	51,2484	100	-1029,28	152	1942,57	87
08	81	7	3,8696	196	51,2385	100	-1028,16	152	1913,11	80
09	91	7	3,8641	196	51,2868	100	-1017,21	152	1924,43	86
10	101	7	3,8669	196	51,2228	100	-1015,25	152	1949,22	86
11	201	7	3,9005	196	51,2094	100	-1031,06	152	1925,06	79
Média para $n > 31$		7	3,8660	-	51,2412	-	-1018,50	-	1920,10	-

i - Ordenação da variável tempo

Como se pode observar, a partir de $N = 35$ (simulação 06), as diferenças entre os valores calculados para deslocamento e força, respectivamente, situam-se com folga dentro da precisão admitida pela grande maioria dos dinamômetros utilizados nos registros de cartas dinamométricas. Além disto, verifica-se que a convergência acontece com os resultados oscilando sucessivamente em torno do valor exato da função que está sendo calculada. Por isso, não é aconselhável tomarmos um número exagerado de termos na série de Fourier procurando resultados mais precisos, pois o refinamento da aproximação conseguida nos valores de deslocamento e força não justifica o acréscimo de esforço computacional utilizado. Em termos qualitativos, o formato da carta permanece praticamente o mesmo a partir do referido valor tomado para N .

Conforme mostradas nas figuras 7.2a, b, c, d, e, f e g, as cartas dinamométricas de fundo (plotadas em escala real) associadas às seis primeiras e última simulações, verifica-se claramente alguma diferença de padrão apenas naquela calculada para o valor de $N = 11$ termos. Fica então evidenciado o rápido estabelecimento da convergência em torno do valor exato, utilizando-se aproximações com os polinômios trigonométricos de Fourier segundo o método desenvolvido.



**Figura 7.2a: Carta dinamométrica de fundo para $N = 11$
(Poço TESTE - 01)**

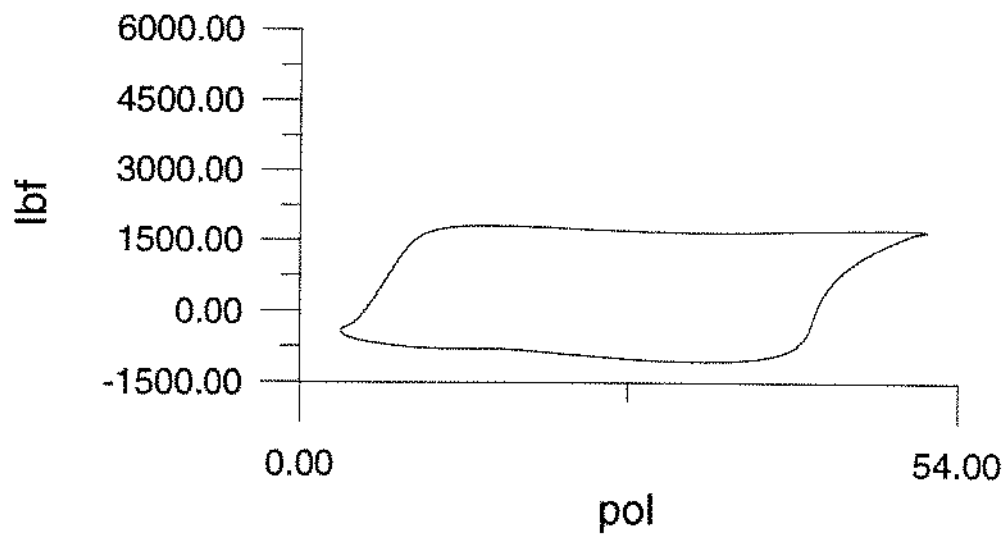


Figura 7.2b: Carta dinamométrica de fundo para N = 15
(Poço TESTE - 01)

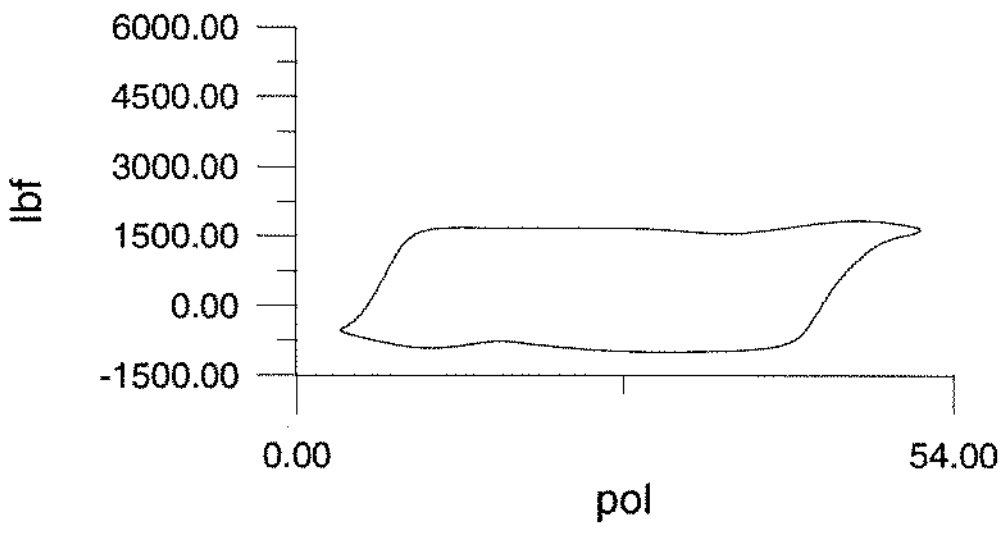


Figura 7.2c: Carta dinamométrica de fundo para N = 21
(Poço TESTE - 01)

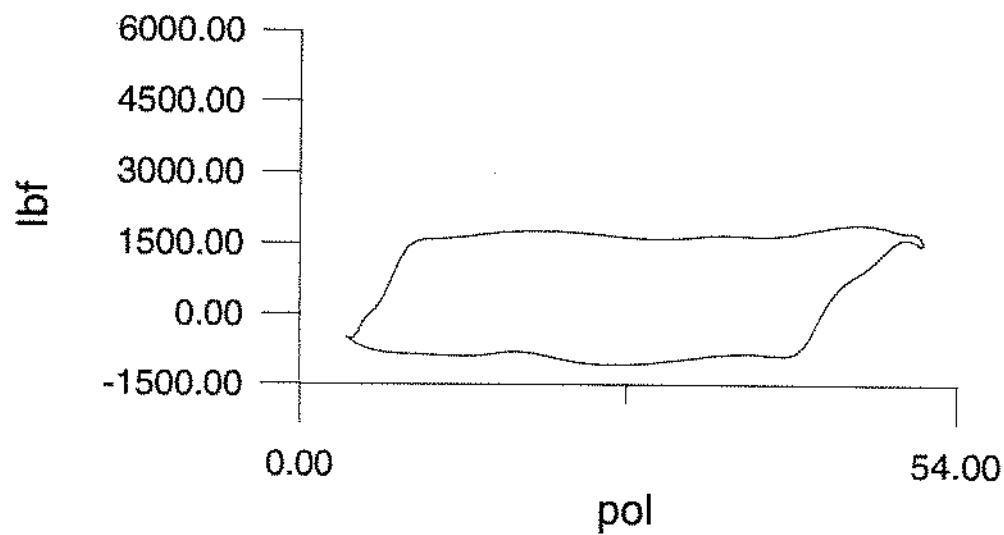


Figura 7.2d: Carta dinamométrica de fundo para N = 25
(Poço TESTE - 01)

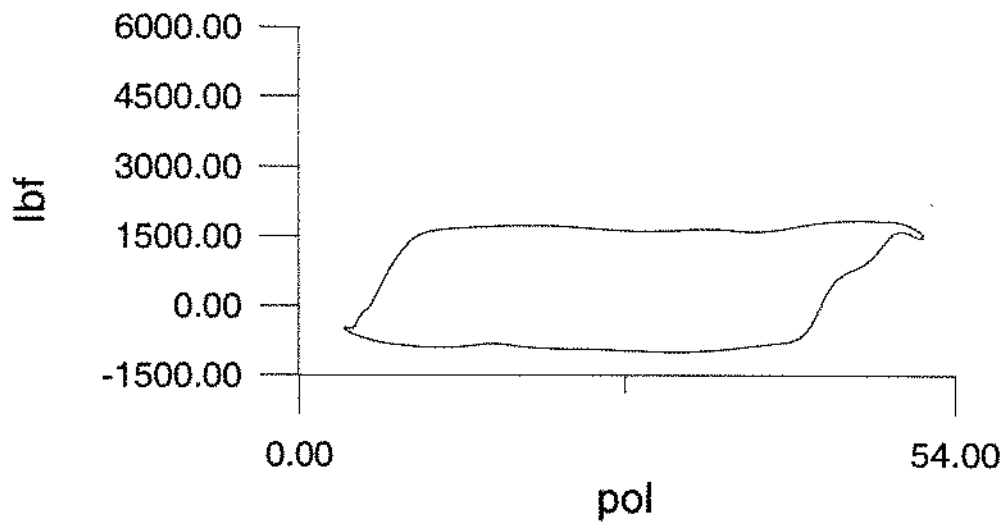


Figura 7.2e: Carta dinamométrica de fundo para N = 31
(Poço TESTE - 01)

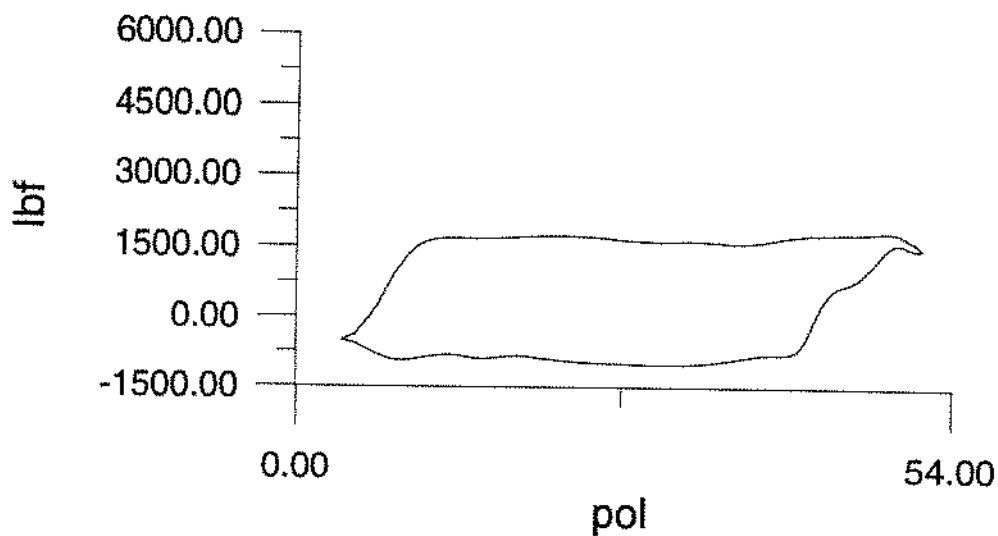


Figura 7.2f: Carta dinamométrica de fundo para N = 35
(Poço TESTE - 01)

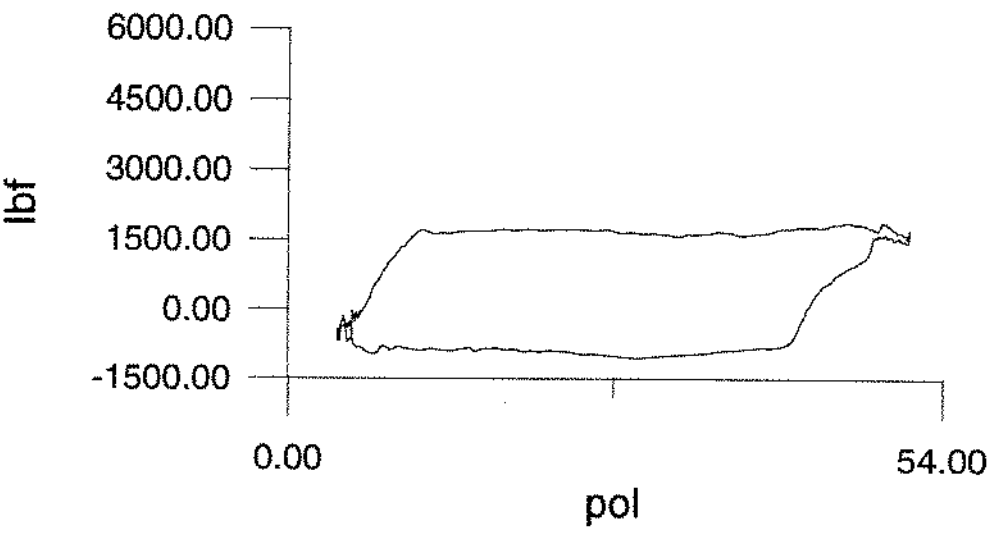


Figura 7.2g: Carta dinamométrica de fundo para N = 201
(Poço TESTE - 01)

Com base na tabela 7.3, observa-se ainda que o número total de iterações permaneceu inalterado(exceto N=11), de modo que o acréscimo de termos na série de Fourier truncada, em nada contribuiu para acelerar a convergência no cálculo iterativo da vazão.

Este comportamento da convergência para as série de Fourier foi ratificado com a realização de mais algumas simulações, tomando-se outros poços como exemplo. Com base

nos resultados apresentados, resolveu-se padronizar o número de termos $N = 35$, de modo que todos exemplos adiante seguirão esta padronização.

Aproveitando-se os dados do exemplo anterior (Poço TESTE - 01), foram realizadas quatro simulações variando-se o valor adotado para ϵ (limite de tolerância no cálculo iterativo da vazão de bombeio). As respectivas cartas dinamométricas foram geradas na profundidade de assentamento da bomba de fundo.

Um resumo dos resultados destas simulações encontra-se mostrado na tabela 7.4.

Tabela 7.4: Valores para a área da carta dinamométrica de fundo (ARF), vazão média de bombeio (QMED), e número de iterações utilizadas (NITER), como função do limite de tolerância para o cálculo da vazão de bombeio (ϵ).

(Poço TESTE - 01)

ϵ	ARF (lbf.pol)	QMED (m ³ /d)	NITER
10 ⁻⁵	98296,44	32,82	7
10 ⁻⁴	98296,77	32,82	6
10 ⁻³	98282,98	32,82	4
10 ⁻²	98246,96	32,80	3
10 ⁻¹	98446,71	32,77	2

A partir dos resultados mostrados acima, verifica-se que, mesmo em se tratando de uma mudança significativa na ordem de grandeza do valor de ϵ , praticamente não são alterados os valores numéricos calculados para as funções deslocamento, força e vazão, respectivamente. Isto pode ser confirmado, observando -se as figuras 7.3a e b. As cinco cartas dinamométricas geradas se sobrepõem identicamente - figura 7.3a - assim como também as

cinco respectivas curvas de vazão de bombeio- figura 7.3b (foram aproveitados os dados da simulação 06 - tabela 7.3). Os valores numéricos calculados para as funções temporais deslocamento ($u(x, t)$), força ($f(x, t)$) e vazão $Q(t)$, associados ao respectivo valor tomado para ϵ , são mostrados no Apêndice B.

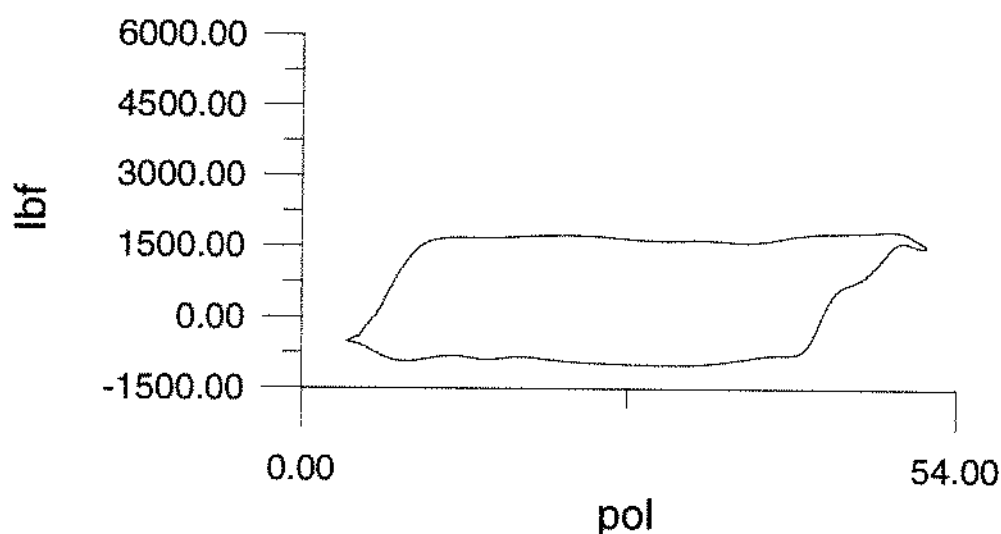


Figura 7.3a: Cartas dinamométricas de fundo associadas a diferentes limites de tolerância para o cálculo iterativo da vazão de bombeio (Poço TESTE - 01)

Ainda com base nas informações contidas na tabela 7.4, observa-se, no entanto, uma redução no número de iterações utilizadas com o aumento do valor adotado para ϵ (relaxamento da tolerância). Neste sentido, somos levados a adotar sempre o maior valor para ϵ (aquele que assegura a convergência no cálculo iterativo da vazão utilizando um menor número de iterações) desde que não provoque alterações significativas tanto nos valores quantitativos quanto no aspecto qualitativo dos resultados das simulações. Portanto, prefere-se seguir uma postura intermediária, sugerindo-se a adoção de um valor médio $\epsilon = 10^{-3}$ para a ordem de grandeza do limite de tolerância imposto ao cálculo iterativo da vazão de bombeio.

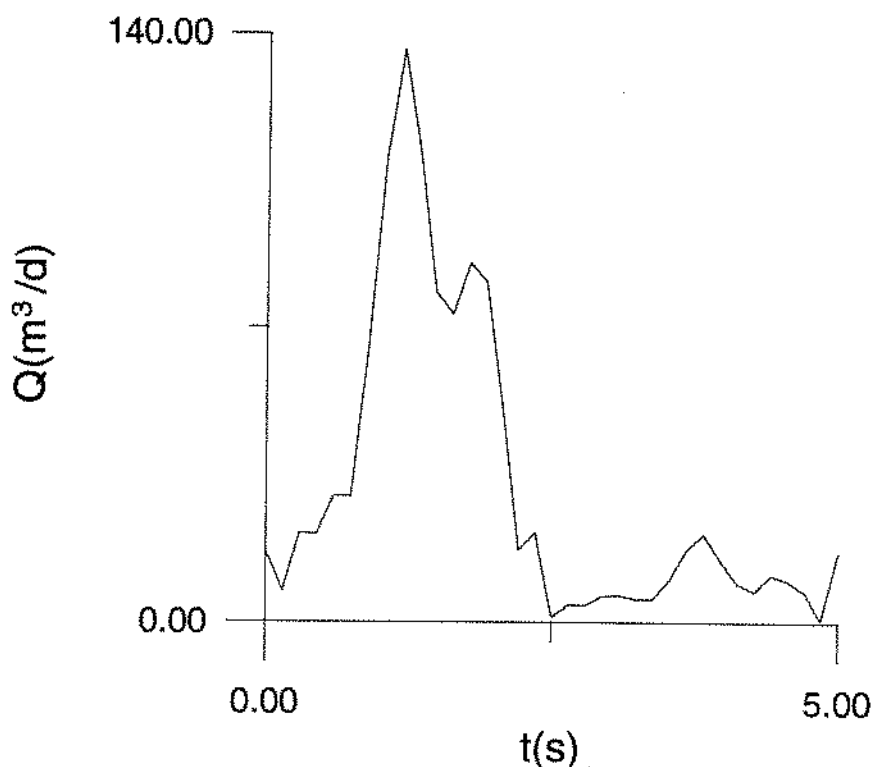


Figura 7.3b: Curvas de vazão de bombeio em função do limite de tolerância para o seu cálculo iterativo (Poço TESTE - 01)

Para os exemplos subsequentes deste trabalho, continuarse-á adotando o valor de $\varepsilon = 10^{-5}$.

Como sabemos, a viscosidade dinâmica do fluido bombeado tem uma influência bastante relevante nas resistências presentes no movimento da coluna de hastes (ver equações (3.18)). Logo, tendo em vista a evolução temporal da vazão de bombeio depender do movimento do pistão (ver equação (3.13)), espera-se que o seu ajuste iterativo seja diretamente afetado pela mudança do caráter viscoso nos diferentes fluidos produzidos.

Neste sentido, e concluindo esta seção, são realizadas mais três simulações utilizando-se dados de diferentes poços, os quais são mostrados na tabela 7.5. Procura-se, desta feita, investigar a influência dos valores da viscosidade dinâmica do fluido bombeado (μ), em relação ao número de iterações necessárias para atingir a convergência no cálculo iterativo da curva de vazão de bombeio.

Tabela 7.5: Dados dos poços TESTE - 02, 03 e 09.

POÇO	DT (pol)	DP (pol)	S (pol)	V _b (CPM)	ρ _f (lbm/ft ³)	DH (pol)	L (ft)	μ (cp)	E (lbf/pol ²)	ρ (lbm/ft ³)
TESTE-02	2,441	1,75	86,0	10,0	43,0	7/8	2225,0	17,0	30,5.10 ⁶	527,87
						3/4	2175,0	16,0	30,5.10 ⁶	527,87
						5/8	1475,0	15,0	30,5.10 ⁶	527,87
TESTE-03	2,441	1,75	54,0	14,0	54,0	7/8	1425,0	83,6	30,5.10 ⁶	527,87
						3/4	1475,0	50,0	30,5.10 ⁶	527,87
						5/8	1000,0	21,5	30,5.10 ⁶	527,87
TESTE-09	2,441	1,75	74,0	9,0	54,67	7/8	2450,0	83,1	30,5.10 ⁶	527,87
						3/4	2425,0	49,5	30,5.10 ⁶	527,87
						5/8	1650,0	21,4	30,5.10 ⁶	527,87

Um resumo dos resultados destas simulações encontra-se mostrado na tabela 7.6.

Tabela 7.6: Número de iterações (NITER) associado ao nível de viscosidade do fluido bombeado (μ)

POÇO	QMEDI (m ³ /d)	QMEDF (m ³ /d)	NITER
TESTE-02	48,67	45,08	5
TESTE-03	42,79	36,43	9
TESTE-09	37,69	20,96	14

Ao analisarmos as informações contidas na tabela 7.6 referentes aos poços TESTE - 02 e TESTE - 03, verifica-se, a priori, que um aumento nos níveis da viscosidade dinâmica do fluido bombeado (μ), acarreta um aumento do número de iterações (NITER) necessárias para atingir a convergência no cálculo iterativo da curva de vazão de bombeio. No entanto, examinando os resultados obtidos para os poços TESTE - 03 e TESTE - 09, observa-se uma diferença significativa no número de iterações utilizadas, apesar dos fluidos produzidos apresentarem valores bastante similares para a viscosidade dinâmica. Isto se explica, em função de ambas as simulações terem assumido curvas iniciais de vazão com comportamento médio bem próximo uma da outra (ver equação (4.64)). Como a profundidade de assentamento da bomba de fundo para dos referidos poços são bem diferentes (ver tabela 7.5), seria de se esperar que o poço TESTE - 09 (bomba mais profunda) atingisse na convergência, uma vazão média de bombeio (QMEDF) bem inferior a que seria conseguida com o poço TESTE - 03, como realmente encontra-se reportado na tabela 7.6. O ajuste da curva de vazão de bombeio durante uma iteração em particular deve ter magnitude bem parecida para ambos os casos (ver dados de hastes e tubulação na tabela 7.5). Desta forma, torna-se razoável o fato

de que a simulação baseada no poço TESTE - 09 tenha exigido um maior número de iterações para atingir a convergência no cálculo iterativo da curva de vazão de bombeio.

Com base no que foi observado para as simulações realizadas com os poços TESTE - 03 e TESTE - 09, e, tendo em vista os valores calculados para as vazões médias inicial (QMEDI) e final (QMEDF) nas simulações com os poços TESTE - 02 e TESTE - 03 (ver tabela 7.6) fica evidenciada a influência (em termos de ordem de grandeza) dos valores de viscosidade dinâmica (μ), no número de iterações necessárias para atingir a convergência no cálculo iterativo da curva de vazão de bombeio. De fato, como a diferença entre os valores de vazão média inicial e final acima referidos, tem para ambos os poços (TESTE - 02 e TESTE - 03), praticamente, a mesma ordem de grandeza, torna-se óbvio que para fluidos mais viscosos, o ajuste na curva de vazão de bombeio é mais lento, isto é, tem menor magnitude durante cada iteração.

Em se tratando de performance computacional, vale lembrar que o elevado número de iterações utilizadas pela simulação com o poço TESTE - 09 está diretamente associado ao elevado grau de precisão ($\epsilon = 10^{-5}$) imposto ao cálculo iterativo da curva de vazão. Este limite de tolerância é cem vezes menor do que o tido aceitável (isto é, tomando-se $\epsilon=10^{-3}$), conforme conclusão da análise anterior sobre a influência de ϵ .

A observação acima, deve ser prontamente extendida para as simulações realizadas com os poços TESTE - 02 e TESTE - 03. A carta dinamométrica de superfície dos poços TESTE - 02, 03, e 09, juntamente com as respectivas cartas dinamométricas de fundo para N e ϵ já explicitados, são mostradas no final deste capítulo (seção 7.5). Apresentam-se também, alguns resultados numéricos das simulações e a correspondente sugestão para o diagnóstico do bombeio mecânico propriamente dito.

7.2. COMPARAÇÃO COM A FORMULAÇÃO USUAL (TERMO DE AMORTECIMENTO PROPORCIONAL À VELOCIDADE DAS HASTES)

Novamente aproveitando os dados associados ao poço TESTE - 01, foram realizadas cinco simulações com o método baseado na formulação usual (ver, por exemplo, GIBBS & NELLY [21], PAVLIK [43]) variando-se a estimativa para o coeficiente de amortecimento.

Os resultados destas simulações são mostrados na tabela 7.7. Os resultados provenientes da aplicação do método proposto estão apresentados na tabela 7.8. Como sabemos, no presente método, o termo de amortecimento é derivado das interações haste-fluido e tubulação de produção-fluido, sendo expresso como função da geometria do sistema e das propriedades mecânicas e fluido-dinâmicas do poço. É representado pelos parâmetros β e γ (ver equações (3.18)).

Da tabela 7.7, observa-se claramente que um aumento na estimativa para o coeficiente de amortecimento (formulação usual), provoca uma redução na área da carta dinamométrica de fundo. Isto não deixa de ser óbvio, pois, é como se estivéssemos aumentando as resistências presentes no movimento, o que, em última análise, significa que uma menor quantidade de energia está sendo aproveitada pela bomba de fundo, valor este que é expresso pela área da superfície limitada (externamente) pela referida carta dinamométrica de fundo. Em outras palavras, aumentando-se o amortecimento, reduz-se a capacidade da bomba em termos de elevação de fluido. Portanto, fazendo-se uso desta formulação, torna-se difícil quantificar o volume de fluido que está sendo realmente bombeado. Neste sentido, este fato se constitui numa primeira grande vantagem associada ao método proposto, pois este já gera uma estimativa bem razoável para a curva de vazão operada pela bomba de fundo (ver outros exemplos nas seções 7.3 e 7.5), podendo inclusive ser quantificado o volume perdido por vazamento e, conseqüentemente, avaliar a eficiência da bomba. Para tanto, basta conhecermos o valor real da vazão média de fluido que está sendo produzido através da tubulação.

Tabela 7.7: Resultados das simulações utilizando-se a formulação usual, variando-se a estimativa para o coeficiente de amortecimento.

SIMULAÇÃO	DH (pol)	b (s ⁻¹)	ARF (lbf.pol)
01	3/4	0,174086	106016,19
	5/8	0,093138	
02	3/4	0,265106	103696,67
	5/8	0,137777	
03	3/4	0,530212	96834,00
	5/8	0,275550	
04	3/4	0,795319	89974,81
	5/8	0,413332	
05	3/4	3,976593	7836,90
	5/8	2,066661	

Tabela 7.8: Resultados da simulação com o método proposto

DH (pol)	β (s ⁻¹)	γ (m ⁻² .s ⁻¹)	ARF (lbf.pol)
3/4	0,406323	265,88649	98296,41
5/8	0,203207	131,43132	

Utilizando-se o método proposto, foi computada uma quantidade de energia equivalente a 98. 296, 41 lbf. pol (ver tabela 7.8), para elevar até a superfície, o volume de fluido bombeado durante um período (ciclo) de bombeio. Este valor já inclui a parcela de energia associada ao volume perdido devido à ocorrência de vazamentos.

Para uma análise qualitativa das cartas dinamométricas de fundo associadas às simulações 01, 02, 03 e 04 (tabela 7.7), basta observarmos às figuras 7.4a, b, c e d. Fazendo isto, verifica-se que a função deslocamento não é praticamente afetada com a variação do

coeficiente de amortecimento, o que não ocorre com a função força. Esta é diretamente afetada pelo atrito associado ao amortecimento. Portanto, torna-se evidente o fato de que nas simulações utilizando-se a formulação usual, o atrito modelado não interfere no movimento das hastes.

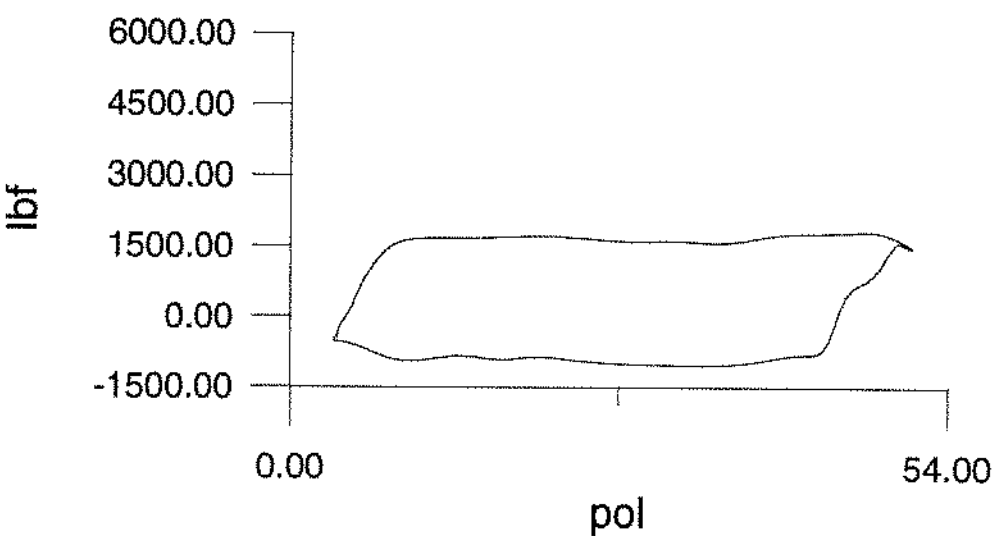


Figura 7.4a: Carta dinamométrica de fundo Simulação 01 (tabela 7.7)

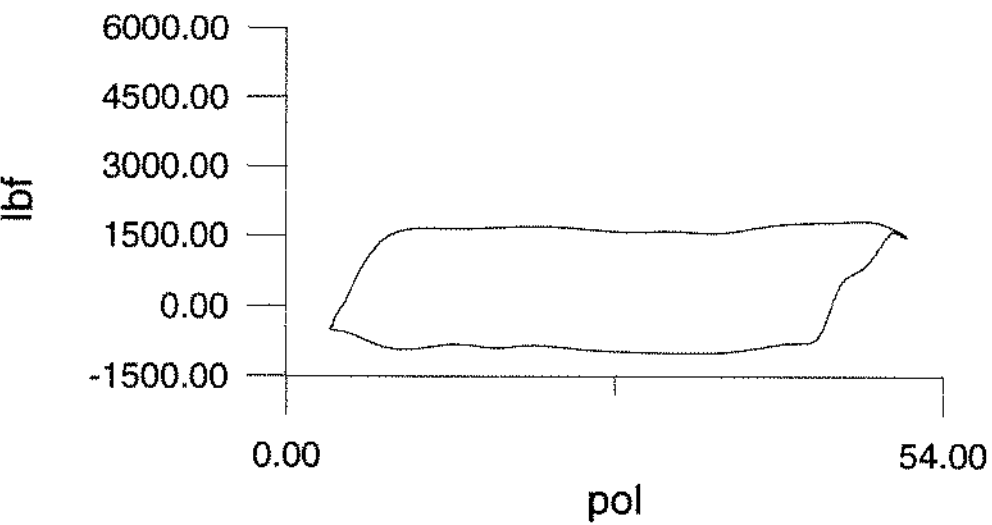


Figura 7.4b: Carta dinamométrica de fundo Simulação 02 (tabela 7.7)

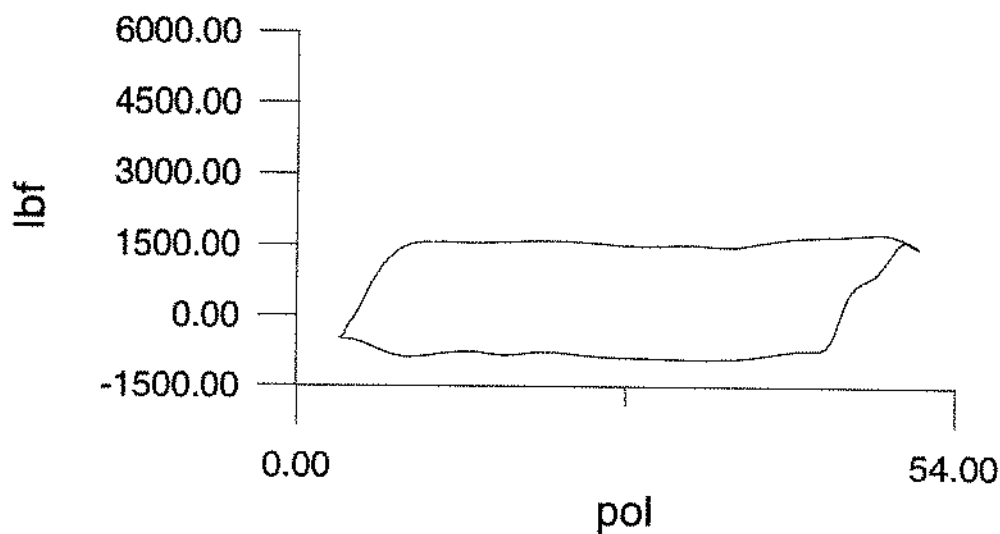


Figura 7.4c: Carta dinamométrica de fundo Simulação 03 (tabela 7.7)

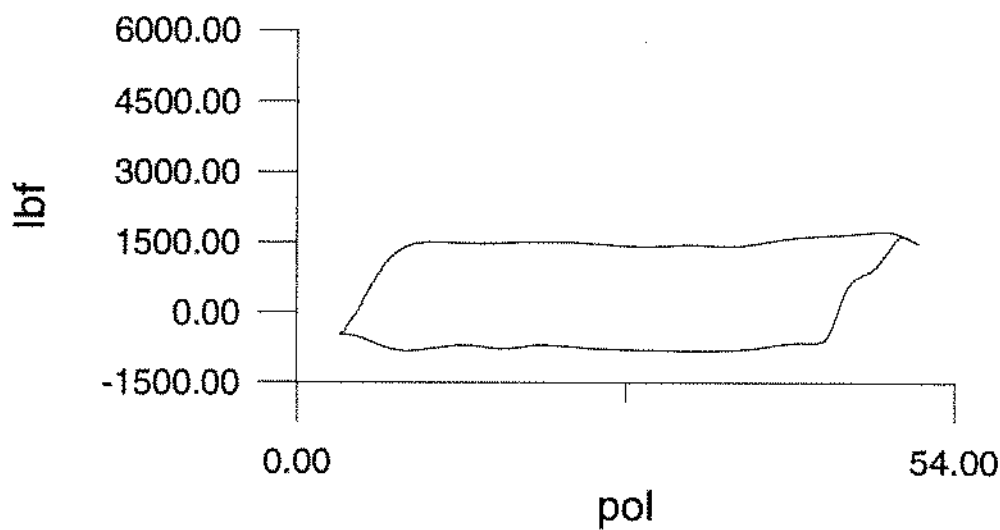
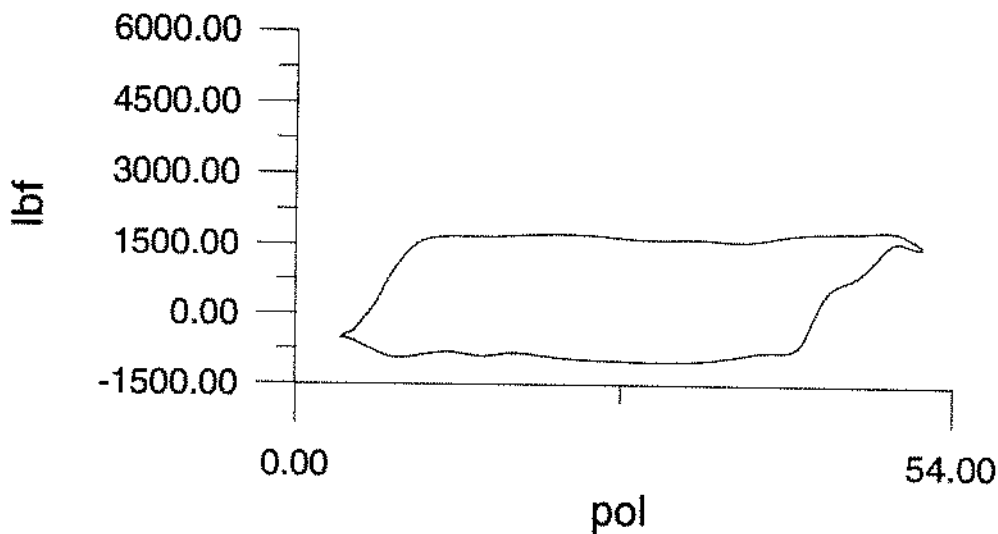


Figura 7.4d: Carta dinamométrica de fundo Simulação 04 (tabela 7.7)

Diferentemente do que ocorre com a adoção da formulação usual (amortecimento estimado), observa-se que, utilizando-se o método proposto (ver figura 7.5), tanto a função força quanto a função deslocamento são afetadas pela ação do amortecimento. Isto vem a confirmar que o modelo aqui utilizado leva em consideração o atrito nas hastes, possibilitando que seja avaliado de forma mais realista, o deslocamento (curso) útil do pistão. Isto se constitui numa outra grande vantagem do método aqui desenvolvido, frente aos seus pares existentes na literatura.



**Figura 7.5: Carta dinamométrica de fundo obtida com o método proposto
(Poço TESTE - 01)**

Comparando-se os valores numéricos calculados para a função força provenientes da simulação 01 (tabela 7.7) com os obtidos pelo método proposto (tabela 7.8), observa-se que a ação do atrito aqui modelado é mais severa no curso descendente (haste e fluido movimentam-se em sentidos contrários) do que no curso ascendente (haste e fluido movimentam-se no mesmo sentido), pois foram encontrados, durante todo o ciclo de bombeio, valores maiores para as forças de tração e menores para as forças de compressão, em relação aos determinados com a utilização da formulação usual (amortecimento estimado). Isto encontra-se mostrado na tabela 7.9.

Tabela 7.9: Valores calculados para a função força nos cursos ascendente e descendente para comparação entre a formulação usual e o método proposto.

TEMPO	CURSO ASCENDENTE		TEMPO	CURSO DESCENDENTE	
(s)	f1 (lbf)	f2 (lbf)	(s)	f1 (lbf)	f2 (lbf)
0,70	1255,3377	1281,0492	3,30	-223,3005	-184,2058
0,75	1396,0674	1423,8941	3,35	-538,2020	-496,0320

0,80	1520,2940	1548,3492	3,40	-735,3891	-690,0390
0,85	1615,0269	1643,1719	3,45	-807,9361	-759,7182
0,90	1665,0682	1694,7208	3,50	-814,6944	-764,0653
0,95	1674,0123	1706,5080	3,55	-828,4220	-775,9491
1,00	1667,7197	1702,9864	3,60	-882,8816	-829,2126
1,05	1674,1857	1710,9575	3,65	-960,3549	-905,9745
1,10	1698,9519	1736,1187	3,70	-1021,8705	-966,8341
1,15	1721,1577	1758,8039	3,75	-1045,9735	-990,0237
1,20	1715,2536	1754,4179	3,80	-1040,7253	-983,8468
1,25	1677,5080	1719,0305	3,85	-1024,9297	-967,8291
1,30	1631,1859	1674,8062	3,90	-1004,9145	-948,8275
1,35	1605,2780	1649,7271	3,95	-973,0162	-918,8766
1,40	1607,8902	1651,6805	4,00	-926,4801	-874,2175
1,45	1620,5320	1662,6223	4,05	-881,6800	-830,4061
1,50	1618,5978	1658,4955	4,10	-863,9460	-812,9244
1,55	1597,4404	1635,0037	4,15	-881,5493	-830,9782
1,60	1578,3151	1613,6957	4,20	-912,4900	-863,2374
1,65	1588,6886	1622,4128	4,25	-921,8561	-874,3721
1,70	1636,3742	1669,1785	4,30	-895,6453	-849,2412
1,75	1702,1372	1734,4243	4,35	-857,2140	-810,6338
1,80	1756,6703	1788,0803	4,40	-846,9966	-799,8496
1,85	1784,6161	1814,3701	4,45	-882,1406	-835,6785
1,90	1793,2709	1821,2425	4,50	-934,4830	-890,6642
1,95	1800,1842	1827,7177	4,55	-949,9239	-909,4410
2,00	1814,2136	1843,6209	4,60	-893,4052	-854,6608
2,05	1828,6841	1861,4639	4,65	-778,8929	-739,2880
2,10	1830,9287	1866,1144	4,70	-657,3661	-616,0601
2,15	1815,8749	1850,1373	4,75	-574,8129	-534,3926
2,20	1789,2560	1819,0247	4,80	-538,9995	-504,1156

2,25	1758,8366	1782,8863	4,85	-523,1733	-496,8730
------	-----------	-----------	------	-----------	-----------

f1 - Formulação usual (amortecimento estimado)

f2 - Método proposto

A utilização da formulação usual, a qual estima o coeficiente de amortecimento, pode redundar numa carta dinamométrica de fundo com padrão completamente distorcido, conforme encontra-se mostrado na figura 7.6. Tal padrão, não reflete qualitativamente as reais condições de operação da bomba de fundo.

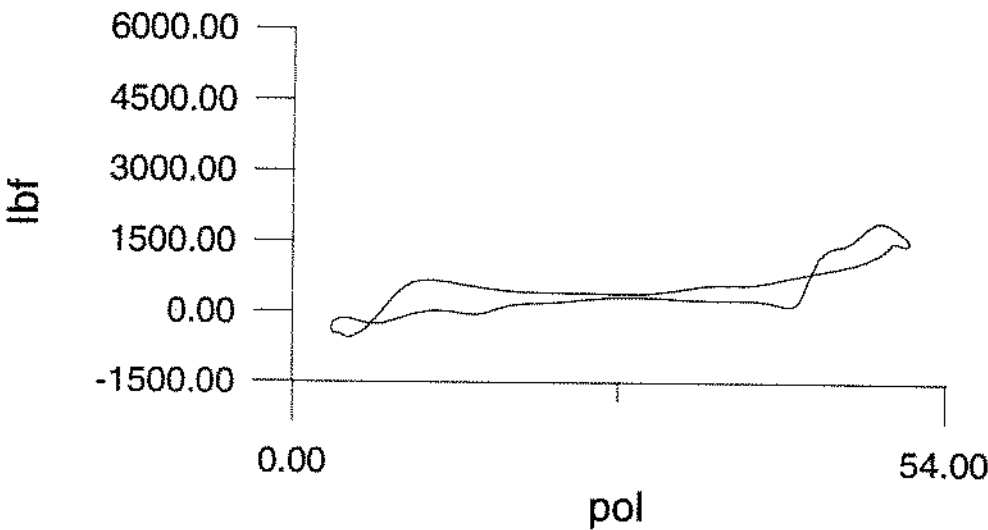


Figura 7.6: Carta dinamométrica de fundo associada à simulação 05 (tabela 7.7). Amortecimento superestimado.

Finalmente, dada a importância dos parâmetros β e γ no modelo utilizado (ver equações (3.18)), os quais representam as influências do amortecimento, faz-se uma análise de sensibilidade procurando-se relacioná-los com a geometria do sistema.

Mantendo-se fixo o diâmetro interno da tubulação, fez-se variar o diâmetro (externo) das hastes de bombeio. Tomando-se $DT = 3,958$ pol (coluna 4 1/2 EU), foram calculados os valores numéricos para as grandezas $\beta p/\mu$ [pol⁻²] e $\gamma p/\mu$ [pol⁻⁴], os quais encontram-se mostrados na tabela 7.10. Conforme pode-se observar nos gráficos apresentados nas figuras 7.7 e 7.8, tanto o parâmetro β quanto o parâmetro γ assumem apenas um valor

mínimo, que ocorrem aproximadamente para $R = 0,435$ e $R = 0,535$, respectivamente. Estes valores de R para os quais β e γ são mínimos, independem do valor fixado para o diâmetro interno da tubulação de produção.

Tabela 7.10: Valores de $\beta\rho/\mu$ [pol⁻²] e $\gamma\rho/\mu$ [pol⁻⁴] em função de $R = DH/DT$

R	$\beta\rho/\mu$ [pol⁻²]	$\gamma\rho/\mu$ [pol⁻⁴]
0,2527	12,63	2,00
0,2842	11,39	1,82
0,3158	10,48	1,69
0,3474	9,80	1,60
0,3790	9,30	1,54
0,4106	8,94	1,51
0,4421	8,68	1,50
0,4737	8,51	1,51
0,5053	8,43	1,54
0,5369	8,43	1,60
0,5685	8,50	1,68
0,6001	8,65	1,79
0,6316	8,89	1,95
0,6632	9,24	2,15
0,6948	9,71	2,43
0,7264	10,34	2,81
0,7580	11,18	3,36

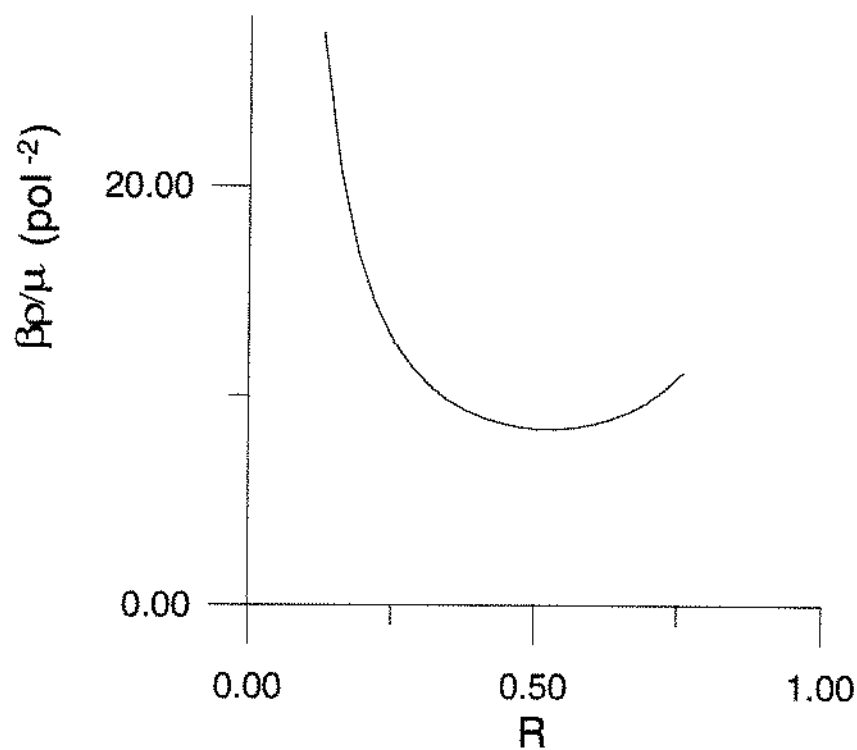


Figura 7.7: Gráfico de R x $\beta\rho/\mu$ [pol⁻²] para uma tubulação de produção 4 1/2 EU (DT = 3, 958 pol)

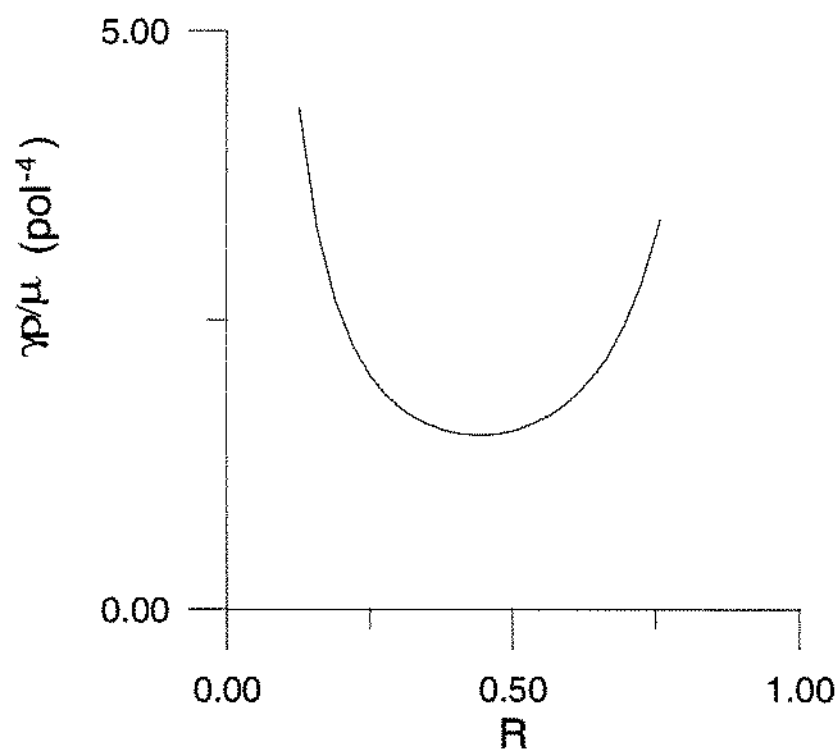


Figura 7.8: Gráfico de R x $\gamma\rho/\mu$ [pol⁻⁴] para uma tubulação de produção 4 1/2 EU (DT = 3, 958 pol)

7.3. ANÁLISE DE UM EXEMPLO

A carta dinamométrica de superfície associada ao poço TESTE - 01 será novamente utilizada, só que agora, para uma análise genérica do Sistema de Bombeio Mecânico.

O intervalo de tempo $0 \leq t \leq T$ (período do movimento) é discretizado em duzentos subintervalos de mesmo comprimento. Como já foi dito, é adotado um valor de $N = 35$ termos para a série de Fourier truncada e é imposto um limite de tolerância $\epsilon = 10^{-5}$ para o cálculo iterativo da curva de vazão.

Os valores determinados para β e γ encontram-se mostrados na tabela 7.8. Os demais resultados, utilizando-se o método proposto, são mostrados na tabela 7.11.

Tabela 7.11: Resultados numéricos da simulação com o poço TESTE - 01 (ARS, ARF, NITER, QMED, QMAX, NR)

ARS (lbf.pol)	ARF (lbf.pol)	NITER	QMED (m ³ /d)	QMAX (m ³ /d)	TRECHO	R	NR	RC
110674,93	98296,41	7	32,82	136,65	1	0,307	477,18	2450
					2	0,256	1121,62	2455

RC - Limite crítico para o número de Reynolds (NR)

A estimativa da vazão média (QMED) obtida está bem próxima do valor informado como sendo a produção diária real do poço - $Q_T = 28,0 \text{ m}^3/\text{d}$ (ver tabela 7.1). A diferença observada pode ser explicada, em parte, por uma imprecisão no método de medição da vazão real de bombeio (geralmente é feita uma extrapolação baseada num teste de produção de, no máximo, 12(doze) horas, entre a manhã e a tarde). Uma observação importante, que reforça a hipótese levantada acima, diz respeito ao aspecto gráfico apresentado pela carta dinamométrica de fundo (ver figura 7.3a). Este não sugere a ocorrência de vazamento e sim uma discreta penetração de gás na bomba, associada ao fato de que a tubulação de produção não está ancorada. Certamente, esta pequena quantidade de gás representa uma parcela do volume de fluido bombeado.

Quanto aos valores calculados para o número de Reynolds, verifica-se, de acordo com HANKS [31], que está justificada a hipótese de regime laminar para o fluxo anular haste-tubo, para ambos os trechos simples de hastes ($NR < RC$).

As figuras 7.9 e 7.10 mostram, respectivamente, uma aproximação para as curvas de vazão ($Q(t)$) e pressão de bombeio ($P_n(L_n, t)$).

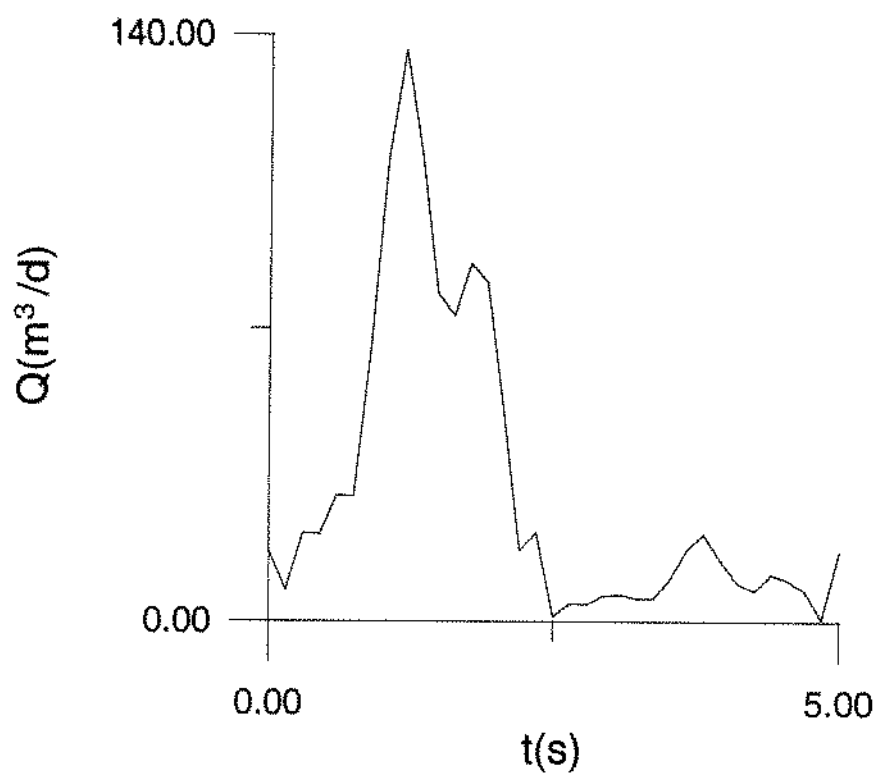


Figura 7.9: Gráfico da Vazão de bombeio - $Q(t)$

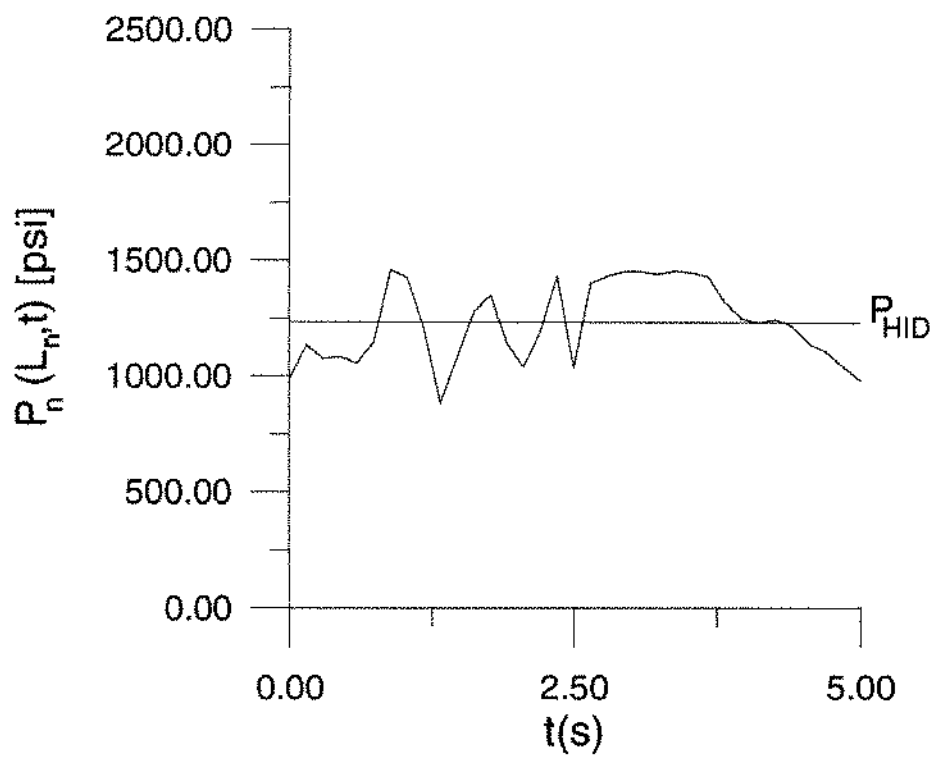


Figura 7.10: Gráfico da Pressão de bombeio - $(P_n(L_n,t))$

Como era esperado, verifica-se que praticamente todo o volume de fluido bombeado é elevado durante o curso ascendente (deslocado pela ação direta do pistão), restando para o curso descendente apenas a parcela equivalente ao volume deslocado pela parte da haste do pistão que penetra na camisa da bomba de fundo.

Em relação à pressão de bombeio, esta desvia-se da pressão hidrostática, calculada na profundidade de assentamento da bomba de fundo, de, no máximo, 28,4 %.

7.4. SIMULAÇÃO NUMA PROFUNDIDADE QUALQUER

Com o objetivo de se obter uma carta dinamométrica em várias profundidades, foram selecionados os dados do poço TESTE - 06, os quais encontram-se mostrados na tabela 7.12.

Tabela 7.12: Dados do poço TESTE - 06

POÇO	DT (pol)	DP (pol)	S (pol)	Vb (CPM)	ρ_f (lbm/ft ³)	DH (pol)	L (ft)	μ (cp)	E (lbm/pol ²)	ρ (lbm/ft ³)
TESTE-06	2,441	1,75	40,0	11,3	54,67	7/8	900,0	50,0	$30,5 \cdot 10^6$	527,87
						3/4	1575,0	35,0	$30,5 \cdot 10^6$	527,87

Observação: Vazão do teste de produção - $Q_T = 12,0 \text{ m}^3/\text{d}$

Uma carta dinamométrica de superfície do poço TESTE - 06, é mostrada na figura 7.11.

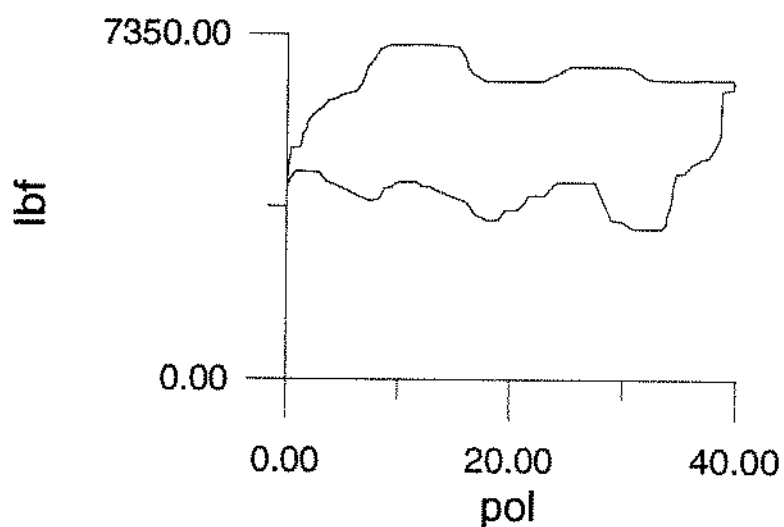
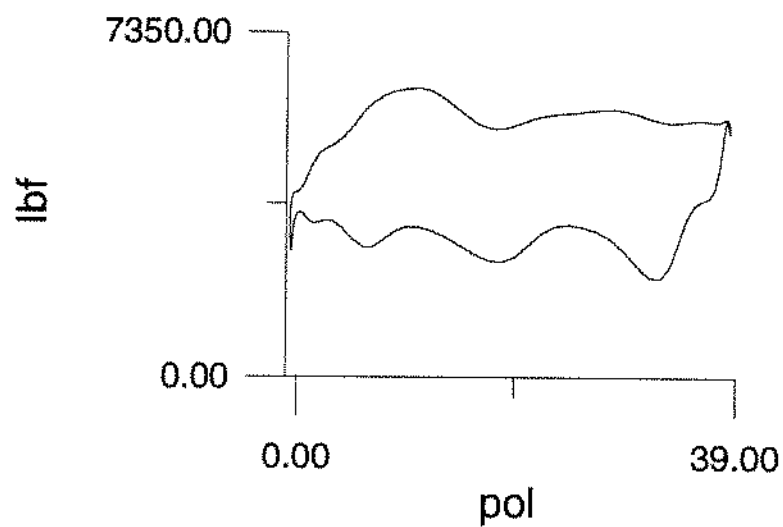


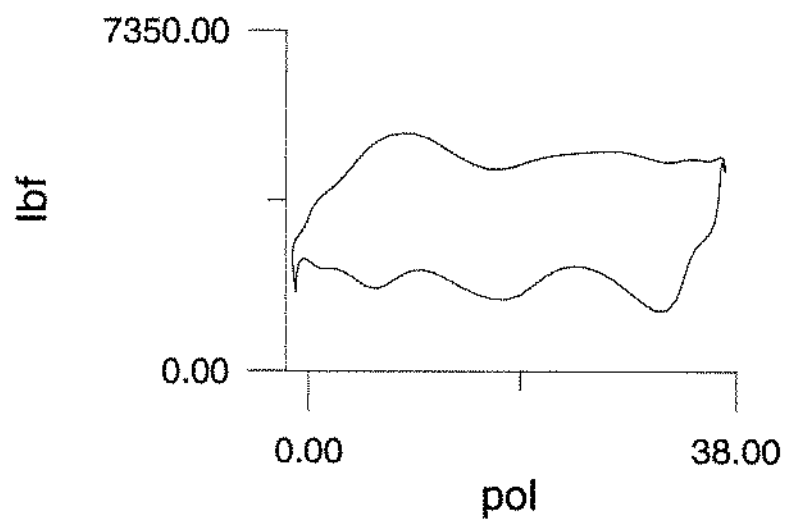
Figura 7.11: Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 06)

Para o exemplo considerado, foram realizadas quatro simulações para a determinação das curvas de deslocamento $\times$ tempo e força $\times$ tempo, nas profundidades selecionadas.

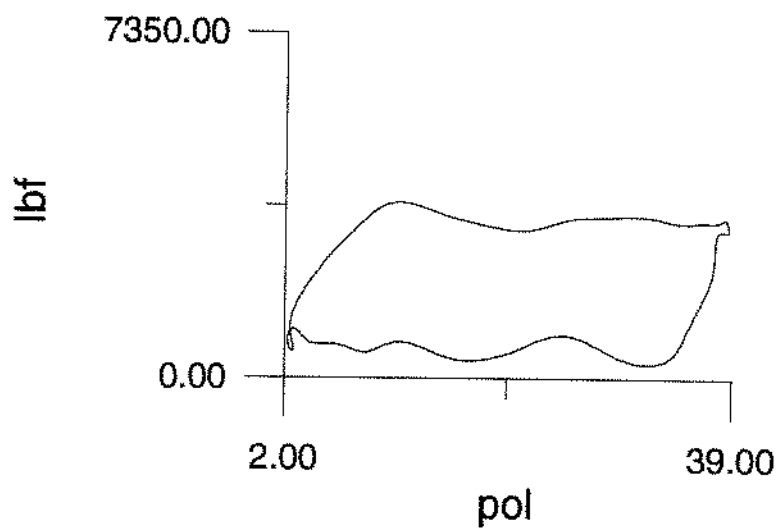
As cartas dinamométricas geradas nas profundidades selecionadas estão mostradas nas figuras 7.12, 7.13, 7.14 e 7.15.



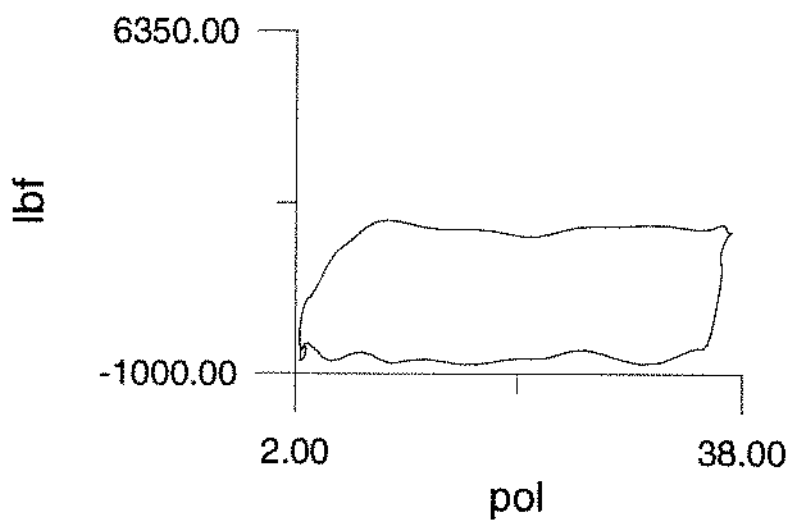
**Figura 7.12: Carta dinamométrica na profundidade $X_T= 450$ ft
(Poço TESTE - 06)**



**Figura 7.13: Carta dinamométrica na profundidade $X_T= 900$ ft
(Poço TESTE - 06)**



**Figura 7.14: Carta dinamométrica na profundidade $X_T= 1688$ ft
(Poço TESTE - 06)**



**Figura 7.15: Carta dinamométrica na profundidade de assentamento da
bomba de fundo - $X_T= 2475$ ft (Poço TESTE - 06)**

São plotadas também as curvas de deslocamento x tempo para cada uma das profundidades selecionadas. Estas encontram-se mostradas, juntamente com a curva de deslocamento x tempo para a haste polida ($p(t) = -u_1(0, t)$), nas figuras 7.16, 7.17, 7.18, 7.19 e 7.20.

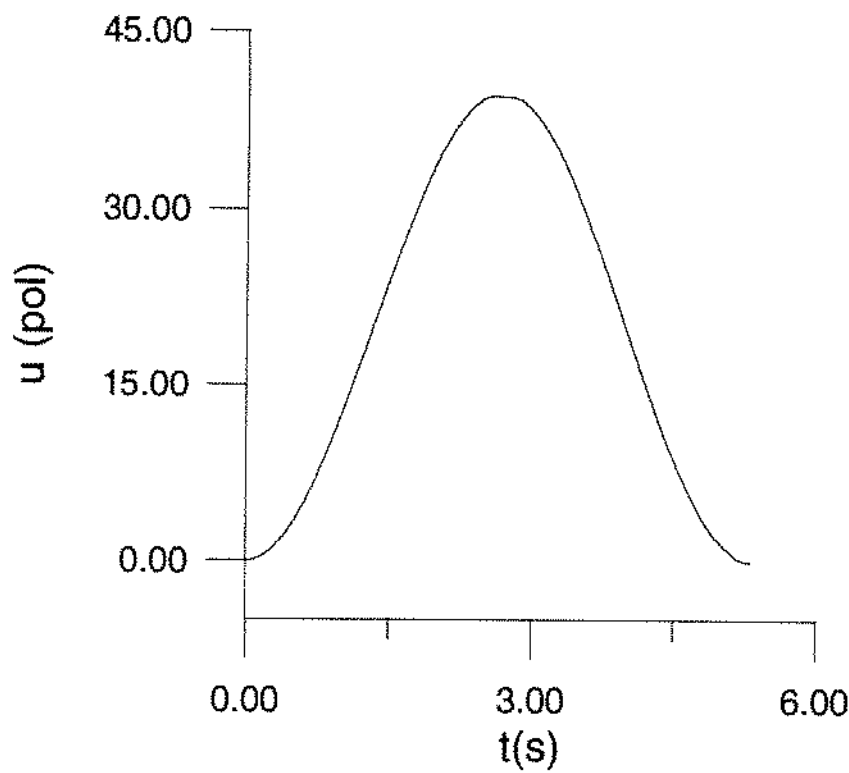


Figura 7.16: Curva deslocamento x tempo na extremidade superior da haste polida ($p(t) = -u_1(0, t)$) (Poço TESTE - 06)

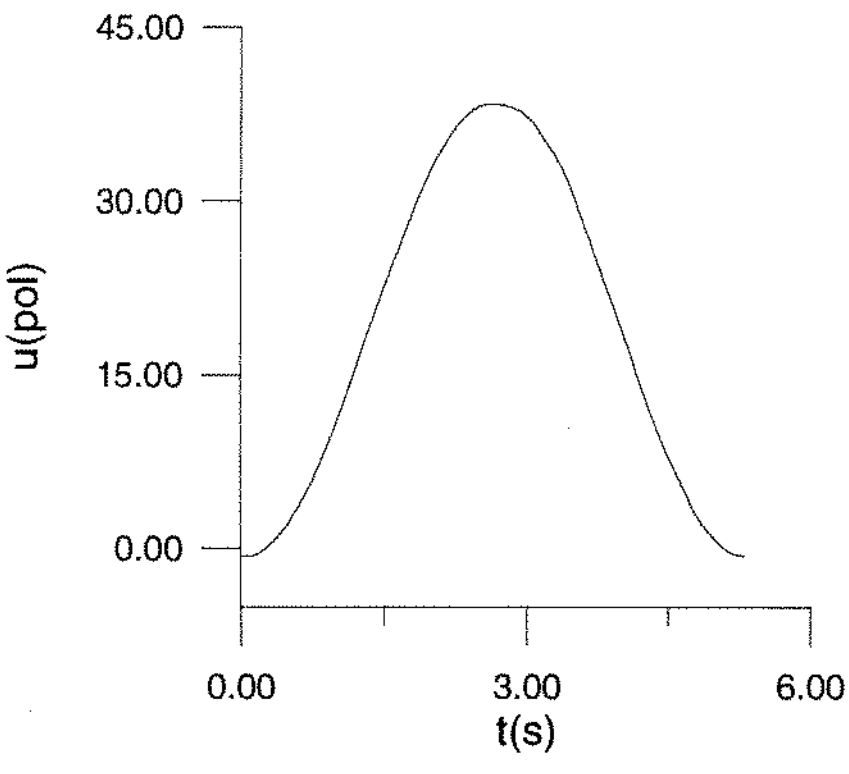


Figura 7.17: Curva deslocamento x tempo na profundidade $X_T= 450$ ft (Poço TESTE - 06)

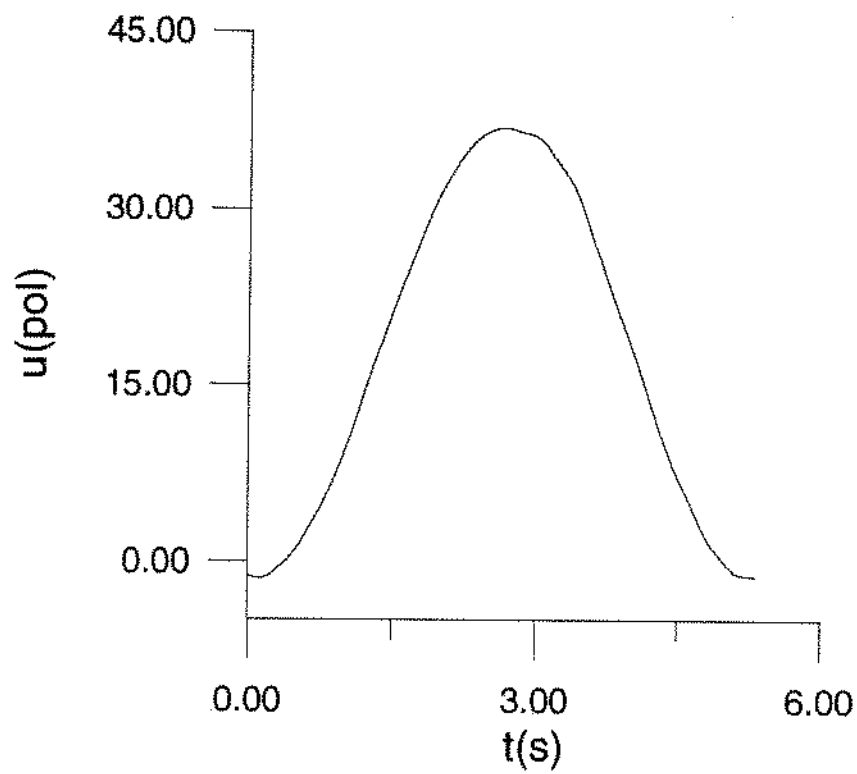


Figura 7.18: Curva deslocamento x tempo na profundidade $X_T= 900$ ft
(Poço TESTE - 06)

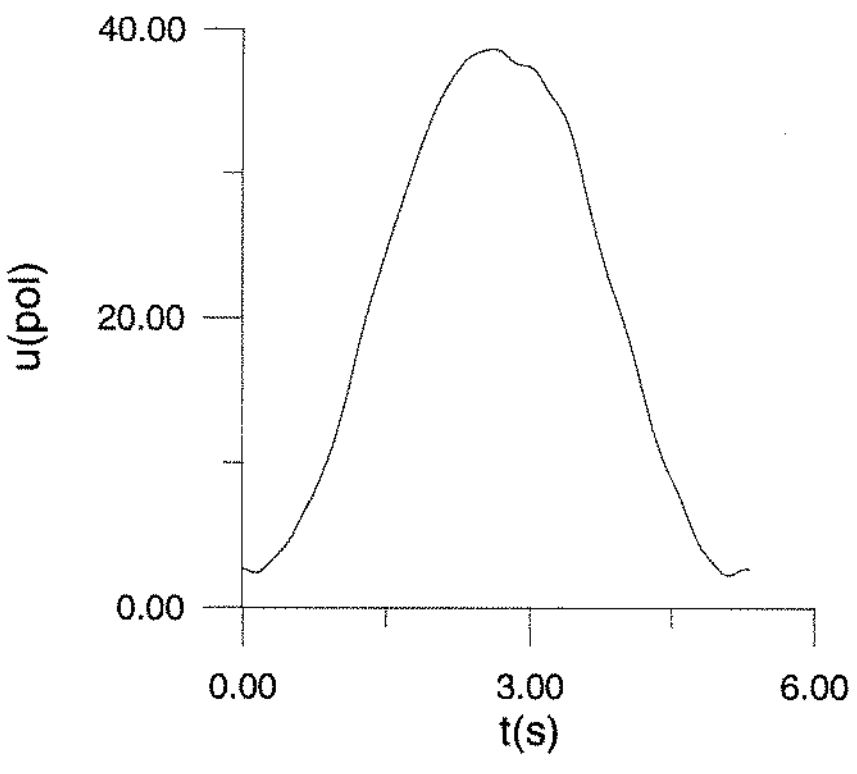


Figura 7.19: Curva deslocamento x tempo na profundidade $X_T= 1688$ ft
(Poço TESTE - 06)

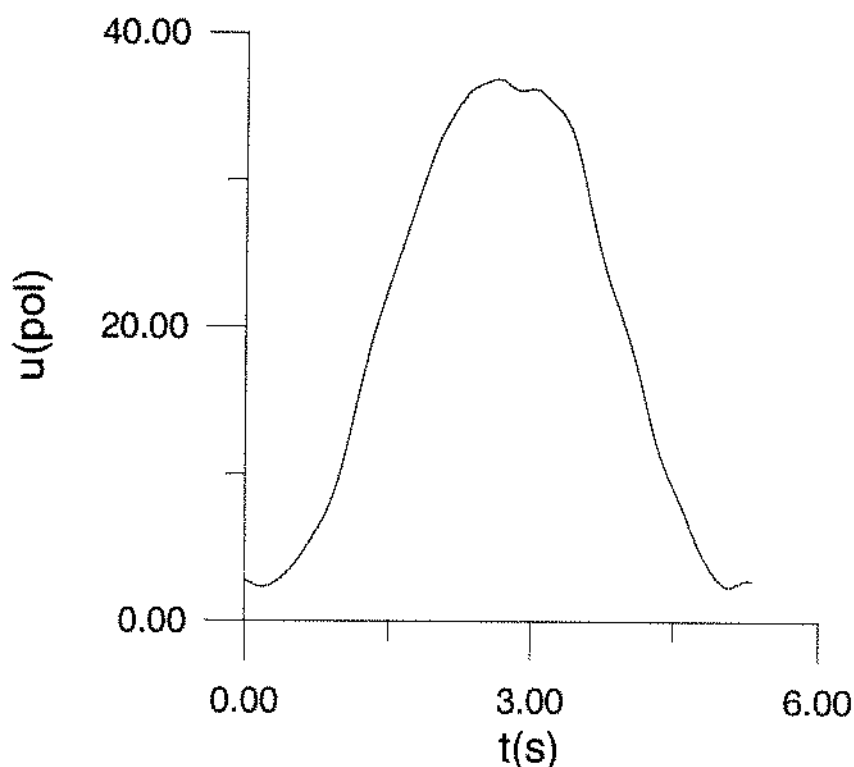


Figura 7.20: Curva deslocamento x tempo na profundidade da bomba de fundo - $X_T = 2475$ ft (Poço TESTE - 06)

Conforme se pode observar das figuras 7.11, 7.12, 7.13, 7.14 e 7.15, viu-se que as degenerações dos esforços atuantes na bomba de fundo, que foram sendo incorporadas durante a propagação através da coluna de hastes e que se fazem presentes na carta dinamométrica de superfície, vão sendo progressivamente eliminadas à medida que aumentamos a profundidade simulada, aproximando-se do ponto de assentamento da bomba de fundo.

Com relação às curvas de deslocamento x tempo (figuras 7.16, 7.17, 7.18, 7.19 e 7.20), observa-se a tendência de que o movimento de qualquer ponto da coluna de hastes acompanhe aproximadamente o movimento da haste polida. Este fato reforça a hipótese de que a coluna de hastes se comporta como se fosse aproximadamente uma haste rígida (isto é, apresenta baixos valores para a velocidade de deformação elástica).

Com base na figura 7.15, o padrão apresentado pela carta dinamométrica de fundo (na bomba) referente ao poço TESTE - 06, sugere para diagnóstico, a ocorrência de

vazamento na válvula de passeio associado ao fato de que a tubulação de produção não está ancorada.

7.5. OUTROS PADRÕES DE CARTA DINAMOMÉTRICA DE SUPERFÍCIE

São mostradas nas figuras 7.21a e b, 7.22a e b, 7.23a e b, 7.24a e b, 7.25a e b, 7.26a e b, 7.27a e b, 7.28a e b e 7.29 a e b outros 09(nove) exemplos de cartas dinamoétricas de superfície, juntamente com suas respectivas cartas dinamoétricas de fundo. Os dados complementares encontram-se discriminados nas tabelas 7.5 e 7.13. São também apresentados alguns resultados numéricos das simulações com os poços exemplificados (ver tabelas 7.14, 7.15, 7.16, 7.17, 7.18, 7.19, 7.20, 7.21 e 7.22), devidamente acompanhados dos respectivos diagnósticos, sugeridos de acordo com padrões universalmente consagrados na literatura e que são mostrados nos Apêndices C e D.

Tabela 7.13: Dados dos poços TESTE - 04, 05, 07, 08, 10 e 11

POÇO	DT (pol)	DP (pol)	S (pol)	Vb (CPM)	ρ_f (lbm/ft ³)	DH (pol)	L (ft)	μ (CP)	E (lbm/pol ²)	ρ (lbm/ft ³)
TESTE-04	2,441	1,75	157,0	9,5	50,0	1	1925,0	51,0	$30,5 \cdot 10^6$	527,87
						7/8	2075,0	40,0	$30,5 \cdot 10^6$	527,87
						3/4	2800,0	29,0	$30,5 \cdot 10^6$	527,87
TESTE-05	2,441	1,75	157,0	9,5	50,0	1	1925,0	51,0	$30,5 \cdot 10^6$	527,87
						7/8	2075,0	40,0	$30,5 \cdot 10^6$	527,87
						3/4	2800,0	29,0	$30,5 \cdot 10^6$	527,87
TESTE-07	2,441	1,75	78,7	12,0	54,67	3/4	1400,0	50,0	$30,5 \cdot 10^6$	527,87
						5/8	850,0	35,0	$30,5 \cdot 10^6$	527,87
TESTE-08	2,441	1,75	40,0	10,0	54,67	7/8	900,0	50,0	$30,5 \cdot 10^6$	527,87
						3/4	1575,0	35,0	$30,5 \cdot 10^6$	527,87
TESTE-10	2,441	2,25	24,0	12,0	53,03	3/4	1075,0	5,0	$30,5 \cdot 10^6$	527,87
TESTE-11	2,441	1,75	30,0	14,0	53,03	5/8	2125,0	13,5	$30,5 \cdot 10^6$	527,87

Observação: Os dados referentes aos poços TESTE - 02, 03 e 09, encontram-se mostrados na tabela 7.5.

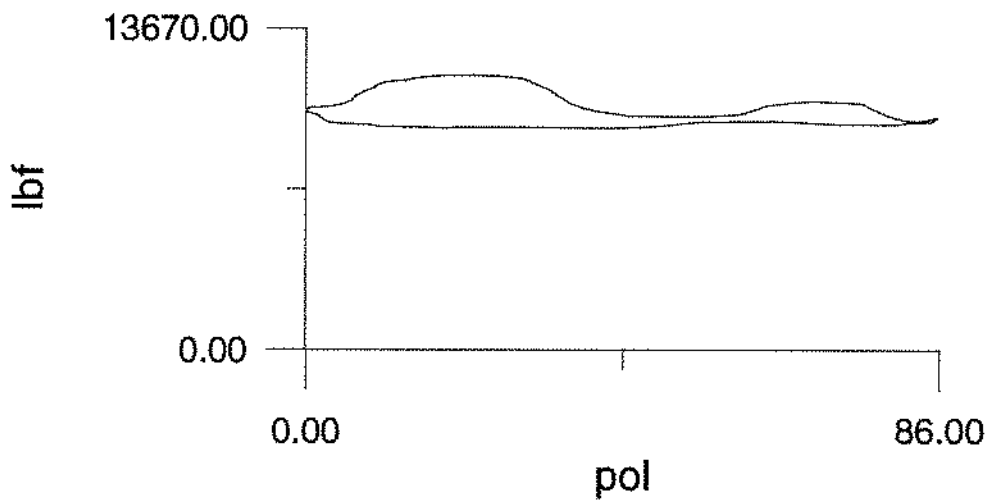


Figura 7.21a: Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 02)

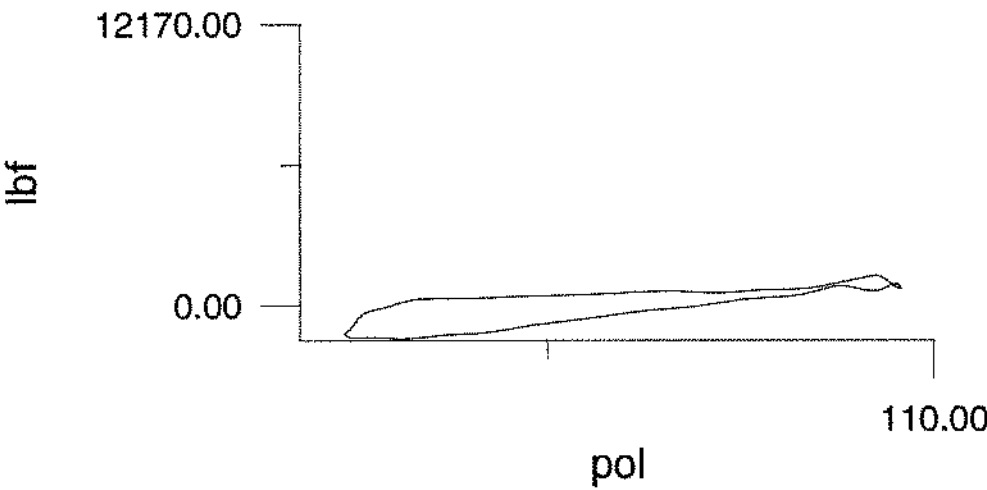


Figura 7.21b: Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 02)

Tabela 7.14: Resultados da simulação com o poço TESTE - 02

ARS (lbf.pol)	ARF (lbf.pol)	NITER	QMED (m ³ /d)	QMAX (m ³ /d)	TRECHO	R	NR	RC
87803,80	68774,74	5	45,08	160,1	1	0,358	2112,68	2435
					2	0,307	2232,65	2450
					3	0,256	2401,08	2455

Sugestão para Diagnóstico: Compressão de gás

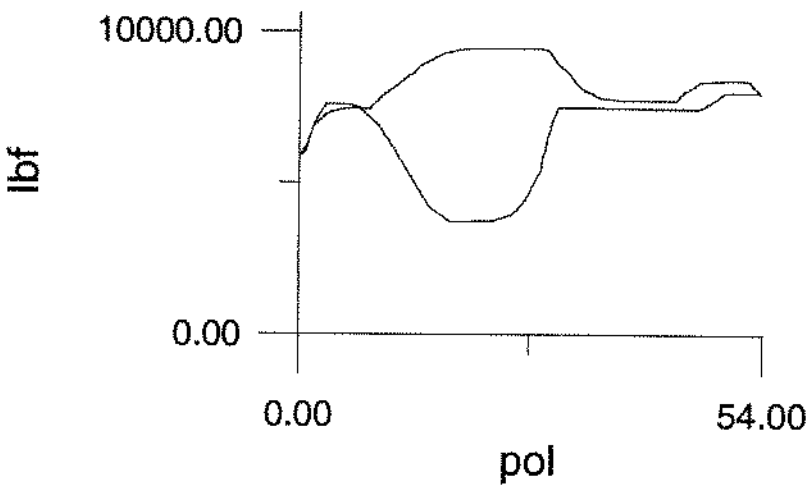


Figura 7.22a: Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 03)

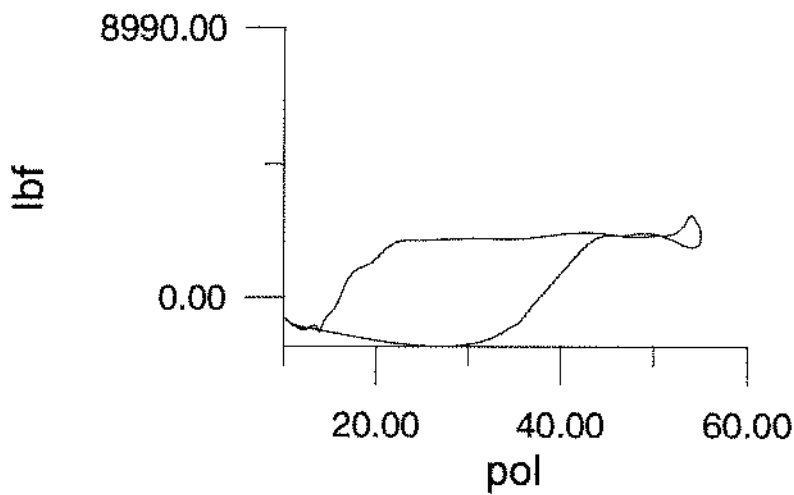


Figura 7.22b: Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 03)

Tabela 7.15: Resultados da simulação com o poço TESTE - 03

ARS (lbf.pol)	ARF (lbf.pol)	NITER	QMED (m ³ /d)	QMAX (m ³ /d)	TRECHO	R	NR	RC
104371,21	76841,39	9	36,43	141,56	1	0,358	477,04	2435
					2	0,307	793,32	2450
					3	0,256	1860,10	2455

Sugestão para Diagnóstico: Pancada de fluido severa ($Q_T \approx 15,0 \text{ m}^3/\text{d}$)

Diagnóstico: Pancada de Fluido (fluid pound)

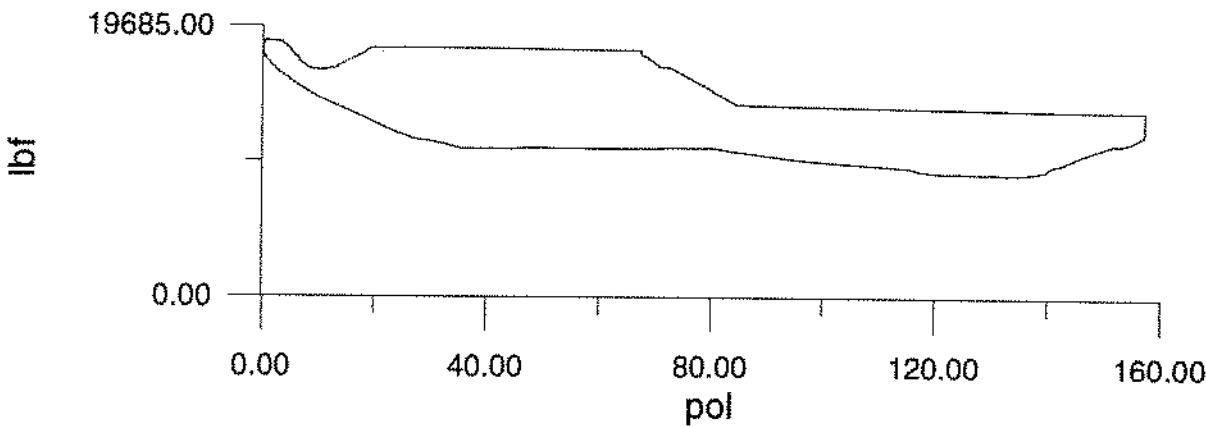


Figura 7.23a: Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 04)

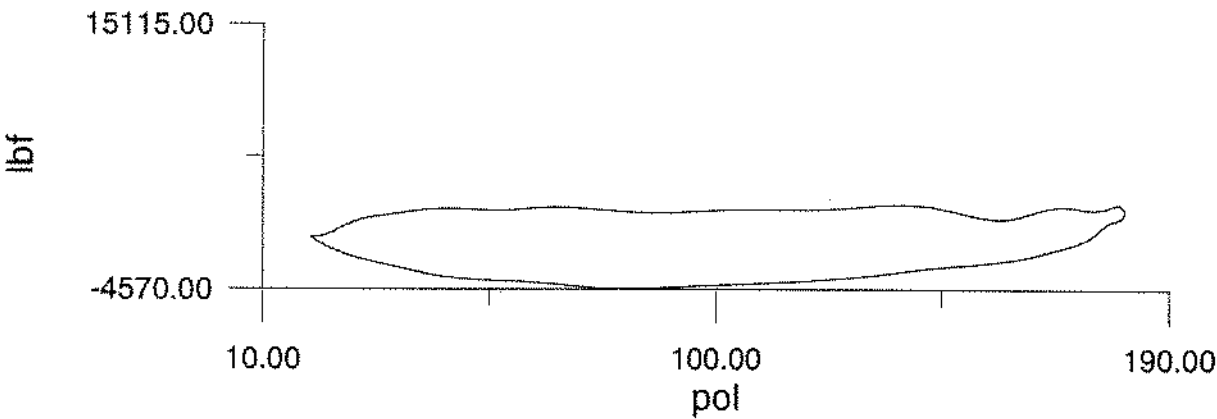


Figura 7.23b: Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 04)

Tabela 7.16: Resultados da simulação com o poço TESTE -04

ARS (lbf.pol)	ARF (lbf.pol)	NITER	QMED (m3/d)	QMAX (m3/d)	TRECHO	R	NR	RC
765341,08	715079,84	8	88,24	266,56	1	0,409	1394,41	2425
					2	0,358	1738,36	2435
					3	0,307	2384,84	2450

Sugestão para Diagnóstico: Vazamento na válvula de pé (standing valve) (QT= 72,0 m3/d)

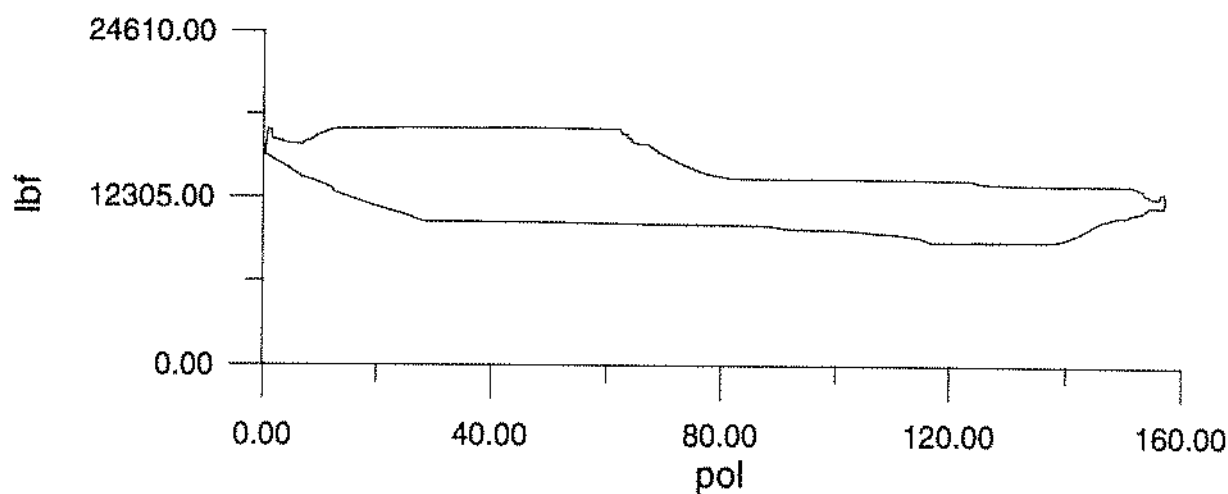


Figura 7.24a: Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 05)

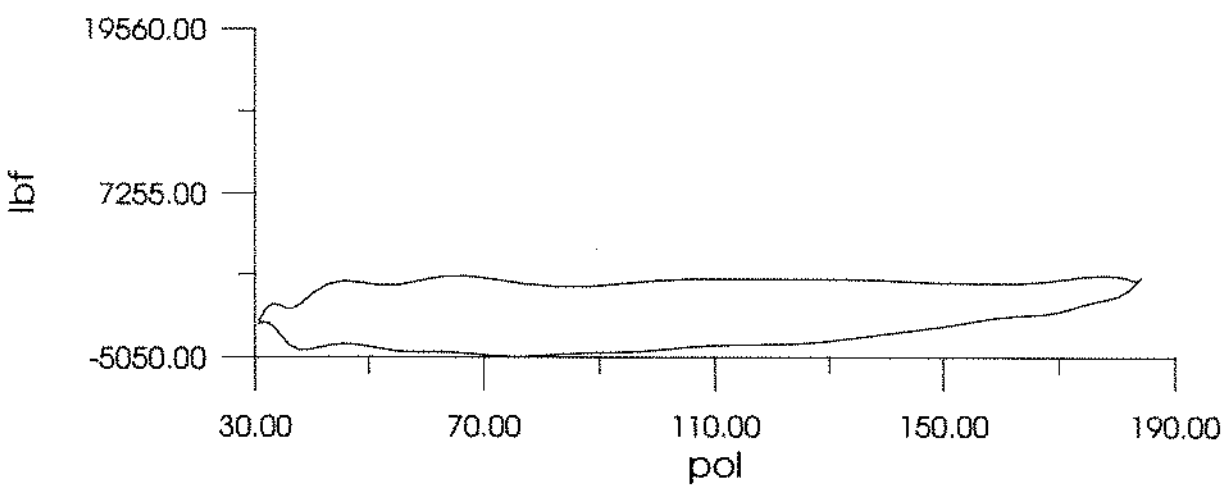


Figura 7.24b: Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 05)

Tabela 7.17: Resultados da simulação com o poço TESTE - 05

ARS (lbf.pol)	ARF (lbf.pol)	NITER	QMED (m ³ /d)	QMAX (m ³ /d)	TRECHO	R	NR	RC
729473,05	636898,01	7	83,27	259,82	1	0,409	1359,15	2425
					2	0,358	1694,41	2435
					3	0,307	2324,55	2450

Sugestão para Diagnóstico: Vazamento na válvula de pé associado à tubulação de produção não ancorada. (QT= 72,0 m³/d)

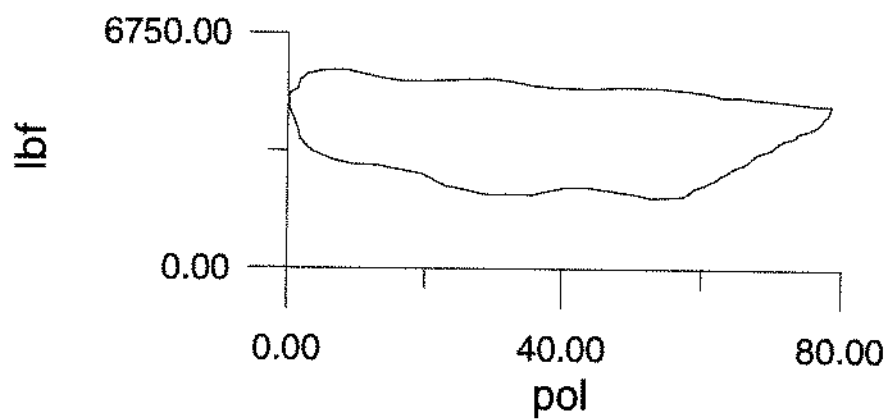


Figura 7.25a: Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 07)

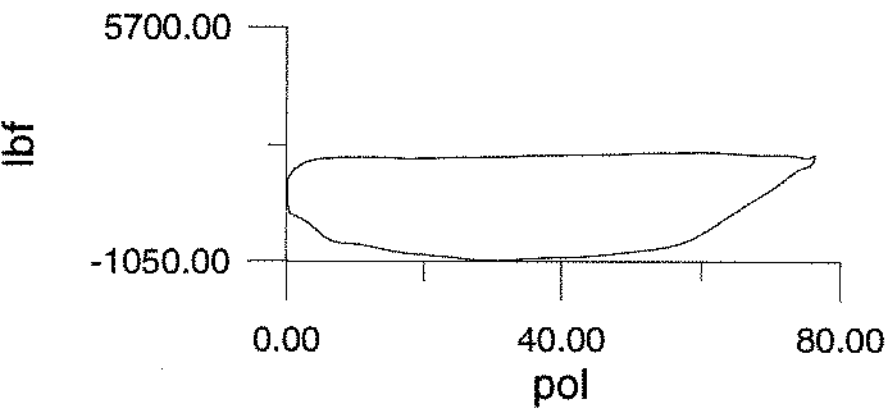


Figura 7.25b: Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 07)

Tabela 7.18: Resultados da simulação com o poço TESTE - 07

ARS (lbf.pol)	ARF (lbf.pol)	NITER	QMED (m ³ /d)	QMAX (m ³ /d)	TRECHO	R	NR	RC
197772,59	182670,14	5	51,91	150,13	1	0,307	851,79	2450
					2	0,256	1226,84	2455

Sugestão para Diagnóstico: Vazamento na válvula de pé associado à tubulação de produção não ancorada. (QT= 40,0 m³/d)

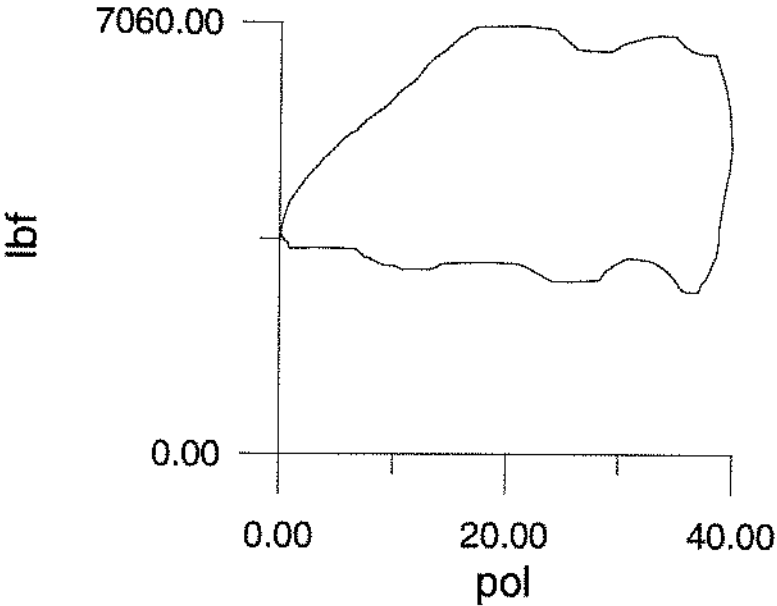


Figura 7.26a: Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 08)

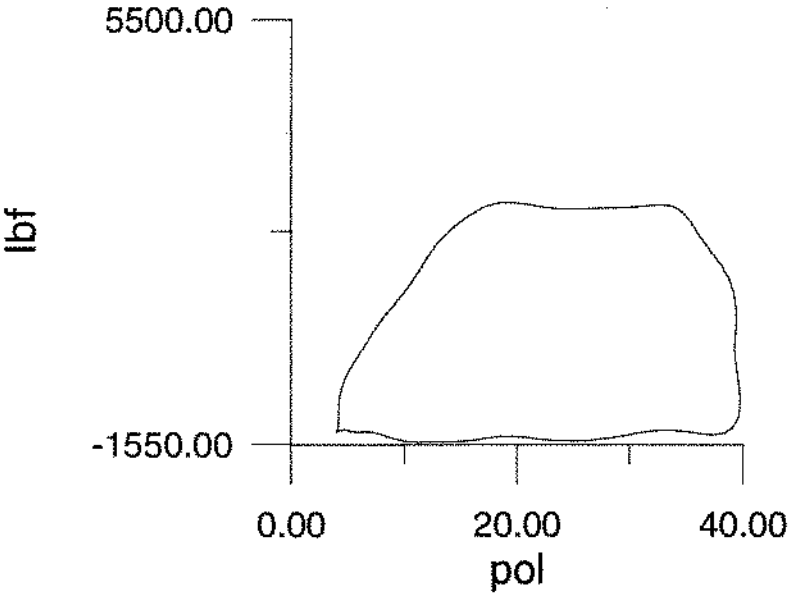


Figura 7.26b: Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 08)

Tabela 7.19: Resultados da simulação com o poço TESTE - 08

ARS (lbf.pol)	ARF (lbf.pol)	NITER	QMED (m³/d)	QMAX (m³/d)	TRECHO	R	NR	RC
124773,03	114254,62	6	20,45	59,57	1	0,358	339,24	2435
					2	0,307	482,87	2450

Sugestão para Diagnóstico: Vazamento na válvula de passeio associado à tubulação de produção não ancorada. (QT= 12,0 m³/d)

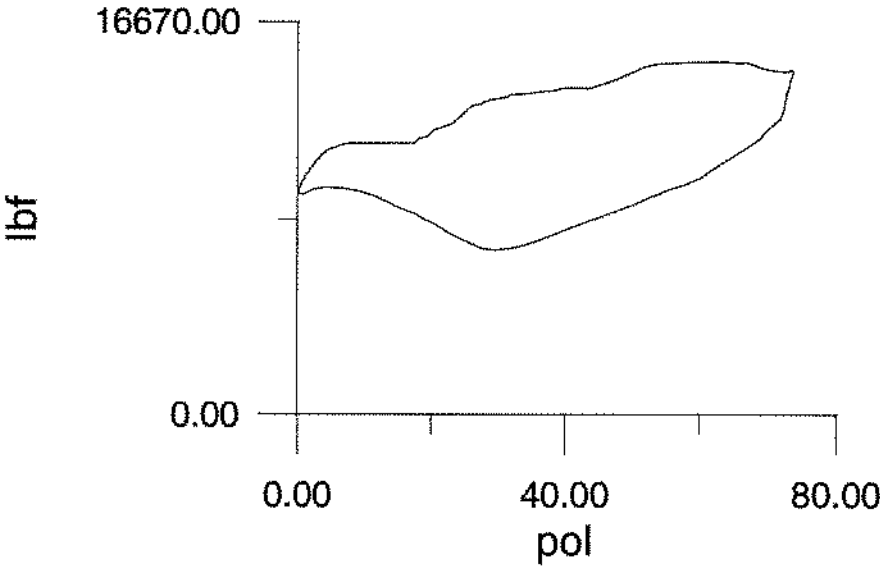


Figura 7.27a: Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 09)

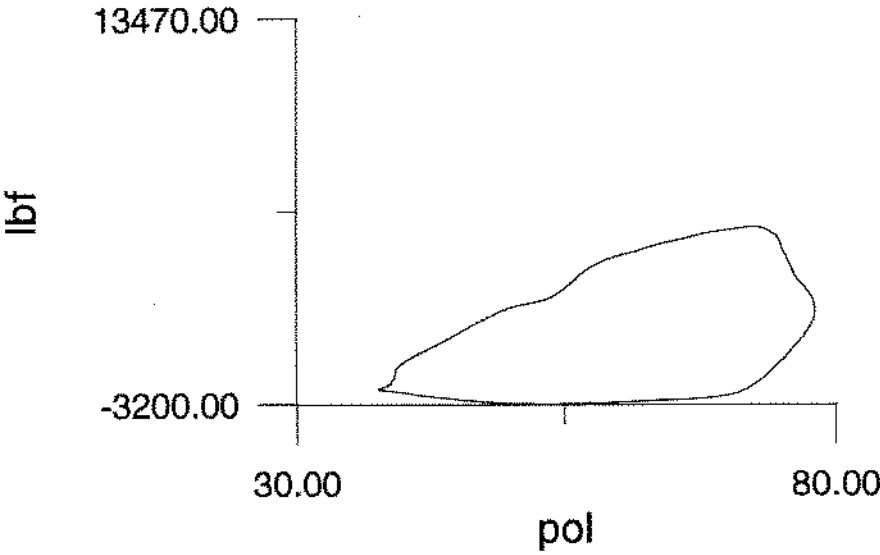


Figura 7.27b: Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 09)

Tabela 7.20: Resultados da simulação com o poço TESTE - 09

ARS (lbf.pol)	ARF (lbf.pol)	NITER	QMED (m3/d)	QMAX (m3/d)	TRECHO	R	NR	RC
314833,15	191484,04	14	20,96	47,55	1	0,358	163,19	2435
					2	0,307	272,50	2450
					3	0,256	635,49	2455

Sugestão para Diagnóstico: Bomba com desgaste excessivo (ver GIBBS & NOLEN [23]) associado à tubulação não ancorada. (QT= 13,0 m3/d)

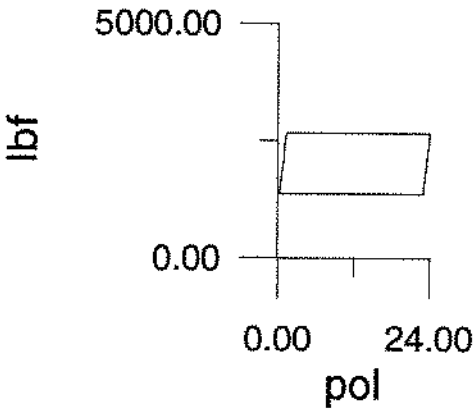


Figura 7.28a: Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 10)

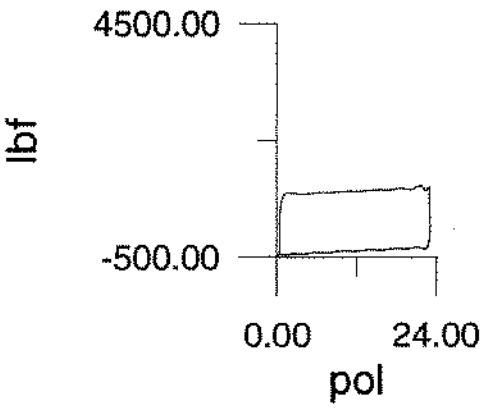


Figura 7.28b: Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 10)

Tabela 7.21: Resultados da simulação com o poço TESTE - 10

ARS (lbf.pol)	ARF (lbf.pol)	NITER	QMED (m³/d)	QMAX (m³/d)	TRECHO	R	NR	RC
29157,57	29088,16	3	25,60	75,01	1	0,307	2293,40	2450

Sugestão para Diagnóstico: Tubulação de produção não ancorada. Carta dinamométrica de fundo ligeiramente inclinada para cima. Segundo SVINOS [49], provavelmente o valor de V_b foi medido erroneamente, tendo sido informado um valor superior ao real. Bomba trabalhando normalmente. O valor de $Q_T=45,0\text{m}^3/\text{d}$ deve ter sido medido erroneamente.

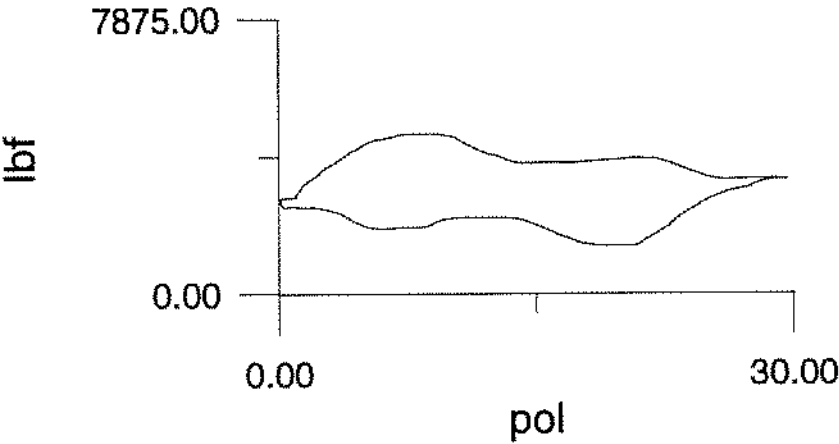


Figura 7.29a: Carta dinamométrica de superfície (Poço TESTE - 11)

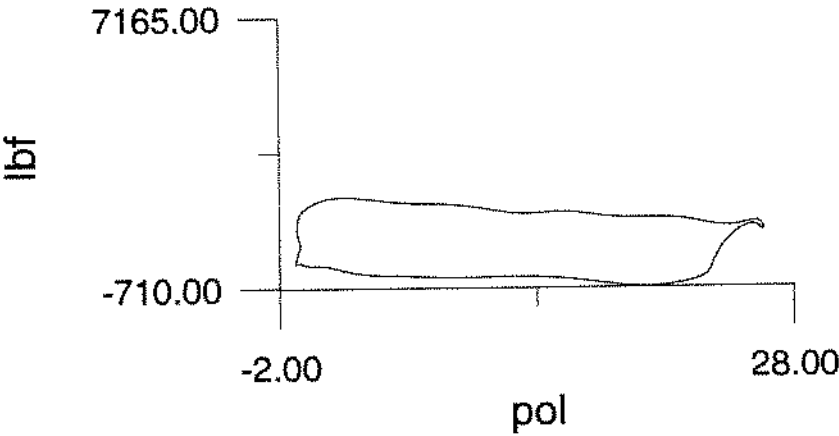


Figura 7.29b: Carta dinamométrica de fundo (Poço TESTE - 11)

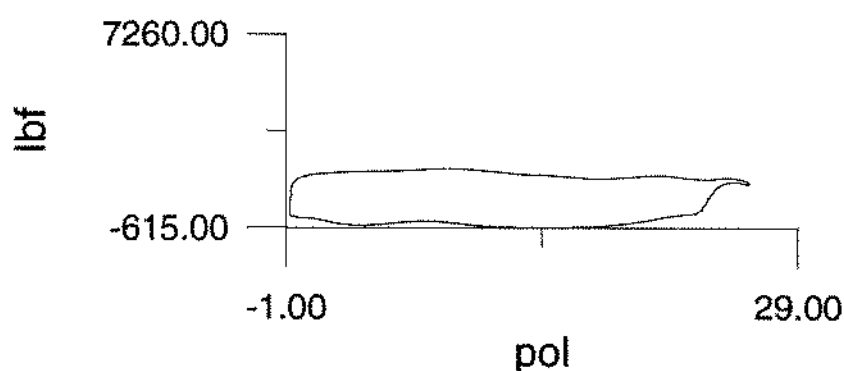
Tabela 7.22: Resultados da simulação com o poço TESTE - 11

ARS (lbf.pol)	ARF (lbf.pol)	NITER	QMED (m ³ /d)	QMAX (m ³ /d)	TRECHO	R	NR	RC
49250,58	49130,27	3	21,89	85,42	1	0,256	1755,37	2455

Sugestão para Diagnóstico: Haste batendo em cima. Carta dinamométrica de fundo com inclinação para baixo. Segundo SVINOS [49], provavelmente o valor informado para

V_b foi inferior ao real. Bomba funcionando normalmente. Observa-se que o valor obtido para $QMED = 21,9 \text{ m}^3/\text{d}$ é bastante próximo do teste. ($Q_T = 20,0 \text{ m}^3/\text{d}$)

A propósito do que foi observado na breve análise de resultados (Diagnóstico) referentes aos poços TESTE - 10 e 11, quando-se suspeitou-se que teriam ocorrido erros na determinação da velocidade de bombeio (V), decidimos realizar mais algumas simulações com o poço TESTE - 11 (resultados mais afetados) quando foram tomados valores para V_b superiores ao informado ($V_b = 14,0$ CPM). Na figura 7.29c, encontra-se mostrada uma das cartas dinamométricas de fundo obtidas, a qual foi recuperada usando-se um valor de $V_b = 20,0$ CPM. Do aspecto apresentado pela referida carta dinamométrica de fundo (manteve a forma, alterando apenas a inclinação para a posição horizontal), fica reforçada a sugestão apresentada em SVINOS [49]. No entanto, devemos esclarecer que apenas o efeito observado foi eliminado, nada podendo ser dito sobre a causa real da inclinação original. Além do que, um aumento no valor da velocidade de bombeio (V_b), provoca um aumento na capacidade de bombeio do sistema, o que necessariamente não deve acontecer devido a uma simples rotação da carta dinamométrica de fundo. De fato, como sabemos, a área delimitada externamente pela carta dinamométrica de fundo expressa a quantidade de energia utilizada para elevar até a superfície, o volume de fluido bombeado durante um período do movimento, a qual não foi praticamente alterada com a mudança no valor da velocidade de bombeio (V). Foi encontrado um valor de $ARF = 48.999,55$ lbf. pol, portanto, praticamente idêntico ao que foi fornecido pela simulação com $V_b = 14,0$ CPM (ver tabela 7.22).



**Figura 7.29c: Carta dinamométrica de fundo associada ao poço TESTE - 11,
com $V_b = 20,0$ CPM**

7.6. SIMULAÇÕES COM POÇOS EQUIPADOS COM HASTES DE FIBRA DE VIDRO

Neste trabalho não foi possível a realização de simulações com poços equipados com hastes de fibra de vidro, devido ao fato de que não foi encontrado na literatura um valor usual para o parâmetro Módulo de Perdas (parâmetro - η) associado ao referido material. Nem mesmo os fabricantes fazem qualquer referência a este parâmetro. Vale ressaltar que cada tipo de fibra de vidro está associado tanto a uma determinada orientação das fibras assim como à relação resina/fibra. Estes fatos caracterizam o chamado comportamento visco elástico, o qual incluímos no modelo utilizado, para prever a possibilidade de utilização deste tipo de haste no método proposto. Portanto, fica aqui registrada a necessidade da realização de ensaios mecânicos de tração e compressão, com os mais variados tipos de fibra de vidro atualmente comercializados no Brasil, para uma completa avaliação do Módulo de Perdas (parâmetro - η).

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Aqui são apresentadas as conclusões obtidas durante a realização dos testes com o método desenvolvido neste trabalho. Recomendações para a implementação da presente formulação e para trabalhos subsequentes nesta área são sugeridas.

8.1. CONCLUSÕES

Fixando-se um valor de $N = 35$ para o número de termos da série de Fourier truncada que representa a solução matemática do problema (ver equação (4.38)), assegura-se uma boa precisão para os cálculos das funções deslocamento e força, associada a um esforço computacional equivalente ao demandado pelos seus pares existentes na literatura.

Um maneira simples de se verificar a qualidade da aproximação da solução para o problema proposto (ver equação (4.38)), é a reprodução simulada da carta dinamométrica de superfície (isto é, fazendo-se $x_T = 0$). Na verdade, agindo assim, verifica-se quão boa é a aproximação conseguida para as funções temporais registradas na superfície, deslocamento ($p(t)$) e força ($f(t)$), com polinômios trigonométricos (ver equações (4.41) e (4.42)), para um determinado número de termos (N), adotado a priori.

Adotando-se um valor de $\varepsilon = 10^{-3}$ para o limite da tolerância no cálculo iterativo da vazão de bombeio, garante-se uma excelente estimativa para a curva de vazão volumétrica operada pela bomba de fundo.

Os valores adotados para a viscosidade dinâmica do fluido bombeado tem caráter determinante nos valores calculados para os parâmetros β e γ , os quais representam as influências das resistências presentes no movimento da coluna de hastes (ver equações (3.18)).

As simulações com poços que produzem fluidos viscosos ($\mu > 100$ cp), apresentam resultados coerentes, porém exigindo mais tempo de CPU (utilizam maior número de iterações).

As simulações com poços que produzem fluidos de baixa viscosidade ($\mu < 15$ cp) e/ou com severa interferência de gás na bomba, apresentam valores para o número de Reynolds inferiores, porém bem próximos ao limite (número de Reynolds crítico) entre os regimes de fluxo laminar e turbulento, ou seja, valores próximos dos limites para utilização do presente modelo. Desta forma, os resultados obtidos nesses casos têm de ser encarados com mais cautela.

O método (das substituições sucessivas) utilizado no processo iterativo de cálculo para o ajuste da curva de vazão de bombeio, mostra-se rápido e eficiente, exceto para o caso de fluidos muito viscosos ($\mu > 200$ cp).

A formulação aqui desenvolvida, baseada na consideração dos efeitos da inércia de fluido, deriva o amortecimento das interações entre haste e fluido, caracterizando de forma mais realista as influências das forças de atrito. Com isto, são calculados valores maiores para as forças de tração (no curso ascendente haste e fluido movimentam-se no mesmo sentido) e valores menores para as forças de compressão (no curso descendente haste e fluido movimentam-se em sentidos contrários), quando comparados com a formulação usual - amortecimento estimado (ver por exemplo GIBBS & NELLY [21], PAVLIK [43]).

Em se tratando da formulação usual, maiores estimativas para o coeficiente de amortecimento acarretam uma elevação na magnitude das forças de atrito presentes no movimento da coluna de hastes. Este fato é representado, por cartas dinamométricas de fundo, de área cada vez menor. Para uma estimativa de magnitude exagerada, gera-se uma carta

dinamométrica de fundo completamente distorcida (por exemplo apresentando a forma em oito na posição horizontal, ver figura 7.6).

Acreditamos que a estimativa bem aproximada para a curva de vazão operada pela bomba de fundo constitui-se numa excelente contribuição do modelo utilizado. Com isto, a eficiência de bombeio pode ser avaliada, bastando para tanto, conhecermos a vazão real que está sendo registrada no poço (escoando através da tubulação de produção).

A utilização do método proposto possibilita uma avaliação mais realista para o deslocamento (curso) útil do pistão do que aquela obtida pelos métodos convencionais (isto é, empregando estimativas a priori do amortecimento, este baseado numa proporcionalidade com a velocidade das hastes).

A análise de um Sistema de Bombeio Mecânico, baseado no método proposto, juntamente com registros feitos na operação do poço (teste de produção, nível dinâmico de fluido no anular tubo-revestimento, razão gás-líquido de produção, etc) possibilita um diagnóstico conclusivo. Isto é assegurado, mesmo em se tratando de grandes profundidades de assentamento da bomba de fundo, elevados cursos da haste polida e altas velocidades de bombeio.

8.2. RECOMENDAÇÕES

Tendo em vista a superior performance observada no método apresentado neste trabalho em relação aos existentes na literatura, recomenda-se a sua aplicação como rotina na análise de diagnóstico de um Sistema de Bombeio Mecânico. A performance é especialmente superior no caso de poços profundos, onde às distorções presentes na carta dinamométrica de superfície são mais pronunciadas.

Recomenda-se, como padronização e para um refinamento dos resultados da simulação de um caso qualquer, que se considere a haste polida como sendo o primeiro trecho simples da coluna de hastes presente no poço.

Para o caso de cartas dinamométricas de superfície que apresentam padrões bem distorcidos e/ou, indicam um comportamento bastante aleatório para a função força, recomenda-se a sua reprodução simulada (em $x_T = 0$), visando uma verificação da convergência da série de Fourier, em relação ao valor tomado a priori para o número de termos (N).

Recomenda-se que sejam adotados valores bastante realistas para a viscosidade dinâmica do fluido bombeado, tendo em vista a sua grande influência tanto no cálculo dos parâmetros β e γ (proporção direta) quanto no cômputo do número de Reynolds.

Na hipótese de se optar por uma correlação entre a viscosidade e a temperatura, recomenda-se adotar como profundidade de referência do trecho simples de hastes a coordenada do ponto médio na direção longitudinal e que seja usado o gradiente geotérmico para a previsão da temperatura na profundidade desejada.

Para o caso dos poços que produzem gás associado ao óleo, recomenda-se adotar para a densidade do fluido produzido um valor entre .68 e .80, onde o limite inferior é reservado para os fluidos bastante gaseificados (alta razão gás-líquido de produção).

Recomenda-se a realização de ensaios mecânicos de tração e compressão com os mais variados tipos de fibra de vidro atualmente comercializados, para uma avaliação do parâmetro Módulo de Perdas (parâmetro - η). Pois, conhecendo-se uma estimativa para seu valor numérico, pode-se testar o método proposto com poços equipados com hastes fabricadas do referido material.

Em consequência do fato de que um caráter viscoso no fluido produzido exige um número significativo de iterações, deve ser investigada a possibilidade de se acelerar a convergência do método utilizado (substituições sucessivas) para o processo iterativo de cálculo da vazão de bombeio.

Como uma última recomendação para trabalhos futuros, seria pertinente considerar uma variação da formulação utilizada, tendo-se agora como hipótese, o regime

turbulento para o fluxo anular haste-tubo. Isto se constituiria numa forma de ratificar, ou mesmo, de melhor prever o cálculo de deslocamentos e forças para o caso de fluidos de baixa viscosidade dinâmica e/ou que ocorra penetração severa de gás na bomba.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[01] - ADAMACHE, I. - '*Analytical Methods for Computer Diagnostic Analysis of Sucker Rod Pumping Well Performance*', Bollettino della Associazione Mineraria Subalpina, Anno XIII, n° 1-2, Pag. 65-92, marzo-giugno, 1976.

[02] - BASTIAN, M., KEATING, J. & JENNINGS, J. W. - '*A Method to Find the Viscous Damping Coefficient and a Faster Diagnostic Model*', 37th Annual SWPSC, Lubbock, TX., April 18-19, 1990.

[03] - BLAND, D. R. - '*The theory of Linear Viscoelasticity*', Lecturer in Mathematics, University of Manchester, Pergamon Press, 1 ED., 1960.

[04] - BLEAKLEY, W. B. - '*The Efficiency of Beam Pumping Can be Improved*', The Oil and Gas Journal, April, 1973.

[05] - BUTKOV, E. - '*Mathematical Physics*', St. John's University, New York, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1 ED , 1968.

[06] - CHACIN, J. E. - '*Diagnostic and Design Techniques in Oil Well Pumping*', PhD Thesis, University of Oklahoma, Norman, 1986.

[07] - CHACIN, J. E. and Purcupile, J. C. - '*A New Model for Studying Oilwell Pumping Installations*', SPE 16918, presented at the 62nd Annual SPE Conf., Sept 27-30, 1987.

[08] - CHACIN, J. E. - '*A Numerical Approach to the Diagnosis of Sucker Rod Pumping Installations and Its Verification With Downhole Pump Field Measurements*', SPE

18829, presented at the SPE Production Operations Symposium held in Oklahoma City, Oklahoma, March 13-14, 1989.

[09] - CHURCHILL, R. V. - *Fourier Series And Boundary Value Problems*, McGraw-Hill, Inc., 2 ED, 1963.

[10] - CHURCHILL, R. V. - *Complex Variables and Applications*, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 2 ED 1960.

[11] - CLÁUDIO, D. M. & MARINS, J. M. - *Cálculo Numérico Computacional*, Editora Atlas S.A., 1 ED., 1988.

[12] - CRAFT, B. C., HOLDEN, W. R. & GRAVES Jr., E. D. - *Well Design Drilling and Production*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1 ED., 1962.

[13] - DOTY, D. R. & SCHMIDT, Z. - 'An Improved Model for Sucker Rod Pumping', SPEJ, Pag. 33-41, February, 1983.

[14] - EICKMEIER, J. R.- 'Applications of the Delta II Dynamometer Technique', J. Canadian Pet. Tech., April-June, 1966.

[15] - EICKMEIER, J. R. - 'Diagnostic Analysis of Dynamometer Cards', JPT pag. 97-106, Jan., 1967.

[16] - EICKMEIER, J. R. - 'How to optimize pumping wells', The Oil and Gas Journal, pag. 49-56, August, 1973.

[17] - EVERITT, T. A. - 'An Improved Finite Difference Calculation of Downhole Dynamometer Cards for Sucker Rod Pumps', SPE 18189, presented at the 63rd Annual Technical Conference and Exhibition of the SPE held in Houston, TX, Oct. 2-5, 1988.

[18] - FLÜGGE, W. - *Viscoelasticity*, Berlin, Springer-Verlag, 2 ED., 1975.

[19] - FOX, R. W. & MACDONALD, A. T. - *Introdução à Mecânica dos Fluidos*, Editora Guanabara Koogan, 3 ED., 1988.

[20] - GIBBS, S. G. - 'Predicting the Behavior of Sucker Rod Pumping Systems', JPT, pag. 769-778, July, 1963.

[21] - GIBBS, S. G. & NEELY, A. B. - Computer diagnosis of down hole conditions in sucker rod pumping wells , JPT, pag. 91-98, jan., 1966.

[22] - GIBBS, S. G. - 'A Method of Determining Sucker Rod Pump Performance', U.S. Patent N° 3,343,409, Sept., 1967.

[23] - GIBBS, S. G. & NOLEN, K. B. - 'Practical Applications of The Sucker Rod Diagnostic Technique' Publicação interna da NABLA CORPORATION, Midland, Texas, 1972.

[24] - GIBBS, S. G. & NOLEN, K. B. - 'Well-Site Diagnosis of Pumping Problems Using Minicomputers', SPE 4068 presented at annual meeting, SPE, San Antonio, Oct. 8-11, 1972.

[25] - GIBBS, S. G. - 'A General Method for Predicting Rod Pumping System Performance', Paper SPE 6850 presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Denver, Oct. 9-12, 1977.

[26] - GIBBS, S. G. - 'Computing Gearbox Torque and Motor Loading for Beam Pumping Units With Consideration of Inertia Effects', JPT pag. 1153-59, Sept., 1975.

[27] - GILBERT, W. E. - 'An Oil-Well pump dynagraph.' API Drill. and Prod. Practice 94-115, 1936.

[28] - GOERTZEL, G. - *An Algorithm for the Evaluation of Finit Trigonometric Series*, Amer. Math. Monthly, Vol. 65, pag. 34-35, 1958.

[29] - GRAY, H. E. - '*Kinematics of Oil-Well Pumping Units*', Paper presented at the spring meeting of the Mid-Continent District, API Division of Production, March, 1963.

[30] - GUOHUA, G., GUOAN, Y. & XINPING, C. - '*A Study of Downhole Card for Sucker Rod Pumping Wells Using Geometric Characteristic Analyzing Method*', SPE 22441, Unsolicited paper, 1991.

[31] - HANKS, R. W. - '*The Laminar-Turbulent Transition for Flow in Pipes, Concentric Annuli, and Parallel Plate*', AICHE Journal VOL. 9, N° 1, pag. 45-48, 1963.

[32] - HERBERT, W. F. - '*Sucker Rod Pumps Now Analyzed With Digital Computer*', The Oil and Gas Journal, pag. 81-85, February, 1966.

[33] - HOWE, R. J. - '*An Investigation of Methods for Determining the Behavior of Sucker Rod Oil Well Pumping Systems*', PhD thesis, University of Minnesota, Minnesota, July, 1953.

[34] - JACOBSEN, L. S. - '*Steady Forced Vibrations as Influenced by Damping*', Transactions of ASME, V. 52, 1930, paper APM-52-15.

[35] - JENNINGS, J. W. & LAINE, R. E. - '*A Method for Designing Fiberglass Sucker Rod Strings Using API RP 11L*', SPE 18188, presented at the 63rd Annual Technical Conference and Exhibition of the SPE held in Houston, TX., Oct. 2-5, 1988.

[36] - KEMLER, E. N. - '*An Investigation of experimental Methods of Determining Sucker Rod Loads*', Petroleum Development and Technology, Petroleum Division, AIME Trans. pag. 89-98, 1938.

[37] - KNAPP, R. M. - '*A Dynamic Investigation of Sucker Rod Pumping*', M.S. Thesis, University of Kansas, Topeka, Kansas, 1969.

[38] - LEA, J. F. & PATTILLO, P. D. - '*Interpretation of Calculated Forces on Sucker Rods*', paper spe 25416 presented at the Production Operations Symposium held in Oklahoma City, OK, U.S.A., March 21-23, 1993.

[39] - Midwest Research Institute - '*Electrical Analog Study of Sucker-rod Pumping Systems*', API Drilling and Production Practice pag. 232-249, 1968.

[40] - NICOL, T. H. - '*Dynamic Analysis of Sucker Rod Pumping*', M.S. Thesis, University of Oklahoma, Norman, OK, 1982.

[41] - NIND, T. E. W. - '*Principles of Oil Well Production*', Trent University, Ontario, Canada, McGraw-Hill Book Company, New York, 1 ED., 1981.

[42] - PATTON, L. D. - '*A computer technique for Analyzing pumping well Performance*', JPT, pag. 243-248, março 1968.

[43] - PAVLIK, N. - '*Schwingungsmodelle fuer die gestage bewegung in forderden erdol sandin und ihre Anwendung auf die analyse von dyn diagrammen*'. Clausthal, Universidade Técnica de Clausthal. Tese de Doutorado, 1981.

[44] - SAUL, H. E. & DETTERICK, J. A. - '*UtilizaTion of Fiberglass Sucker Rods*', JPT, VOL 32, pag. 1339-44, 1980.

[45] - SCHAFER, D. J. - '*An Investigation of Analytical and Numerical Sucker Rod Pumping Mathematical Models*', M.S. Thesis, Texas A&M University, College Station, Texas, 1987.

[46] - SCHAFER, D. J. - '*An Investigation of Analytical and Numerical Sucker Rod Pumping Mathematical Models*', M.S. Thesis, Texas A&M University, College Station, Texas, 1987.

[47] - SCHAFER, D. J. & JENNINGS, J. W. - '*An Investigation of Analytical and Numerical Sucker Rod Pumping Mathematical Models*', SPE 16919, presented at the 62nd Annual SPE Conf., sept. 27-30, 1987.

[48] - SNYDER, W. E. - '*A Method for Computing DownHole Forces and Displacements in Oil Wells Pumped With Sucker Rods*', Paper 851-37-k presented at the Spring Meeting of the API Mid-Continent District Division of Production, Amarillo, Texas, March 27-29, 1963.

[49] - SVINOS, J. G. - '*Exact Kinematic Analysis of Pumping Units*' Paper SPE 12201 presented at the Annual Technical Conference and Exhibition, San Francisco, October 5-8, 1983.

[50] - TRÍGGIA, ATTÍLIO A. - *Comunicação pessoal ao autor*, 1993.

[51] - WATKINS, D. L. & HAARSMA, J. - '*Fiberglass Sucker Rods in Beam-pumped Oil Wells*', JPT, VOL 30, pag. 731-36, 1978.

[52] - ZUÑIGA, H. & ACUÑA, A. - '*Técnica de Diagnostico en Pozos con Bombeo Mecanico*', Revista del Instituto Mexicano del Petroleo, pag. 51-59, Abril, 1974.

APÊNDICE A

LEITURA DAS CARTAS DINAMOMÉTRICAS DE SUPERFÍCIE

TABELA A1 - DADOS DO POÇO TESTE - 01

n	POSIÇÃO (pol)	FORÇA (lbf)
1	.0467	4503.3770
2	.1578	4470.7654
3	.3133	4435.3770
4	.5472	4412.7460
5	.9370	4496.3910
6	1.1969	4587.0100
7	1.6127	4761.2790
8	2.1325	4935.5460
9	2.4964	5040.1050
10	3.2500	5144.6540
11	3.8217	5186.4670
12	4.9912	5360.7180
13	6.4205	5465.2500
14	6.9922	5604.6600
15	7.5380	5744.0700
16	8.0578	5813.7700

17	10.0848	6176.2210
18	11.1763	6322.5890
19	12.0859	6538.6740
20	13.8011	6789.5940
21	15.5163	6901.0910
22	17.3094	7075.3270
23	18.4528	7110.1540
24	19.4403	7103.1590
25	20.4278	7089.1920
26	21.1034	6935.8090
27	21.8049	6684.8300
28	23.6239	6336.2260
29	25.5468	6029.4460
30	26.7941	5834.2220
31	29.1069	5785.3670
32	31.6795	5680.7360
33	33.7584	5687.6560
34	34.5640	5792.2040
35	35.7075	5910.6860
36	37.8905	6224.3360
37	38.4622	6273.1200
38	40.2033	6363.7020
39	42.9319	6363.6360
40	44.2832	6356.6310
41	45.6604	6056.8360
42	46.4659	5910.4210

43	47.5053	5791.8860
44	48.3369	5722.1530
45	49.2204	5687.2760
46	49.8181	5680.2900
47	50.7796	5715.1220
48	51.2214	5798.7660
49	51.6372	5861.4960
50	52.3908	5868.4490
51	53.1185	5868.4310
52	53.3284	5868.4280
53	53.2863	5749.9160
54	53.2363	5659.2900
55	53.1903	5589.5790
56	53.1602	5533.8100
57	52.9104	5450.1650
58	52.3647	5443.2070
59	51.5591	5450.1980
60	50.5716	5436.2800
61	49.2983	5464.1960
62	48.1548	5296.9160
63	46.9074	5087.8110
64	45.6859	4802.0220
65	44.4385	4599.8890
66	43.2171	4439.5820
67	42.2556	4355.9510
68	40.4624	4056.2340

69	39.1890	3875.0150
70	37.9676	3700.7650
71	36.7721	3428.9180
72	35.1608	3024.6290
73	33.5495	2641.2540
74	32.5619	2473.9700
75	32.1202	2453.0670
76	31.0547	2529.7760
77	29.9114	2676.1990
78	29.0539	2822.6150
79	28.0145	3052.6900
80	26.6893	3387.3390
81	24.9743	3631.3730
82	22.9734	3882.3850
83	20.7127	4189.1720
84	19.6213	4328.6230
85	18.8417	4363.4980
86	16.9707	4363.5440
87	16.0871	4328.7100
88	13.7222	3882.6120
89	12.4747	3659.5650
90	11.2533	3541.0850
91	9.6941	3520.2090
92	8.1349	3520.2480
93	6.4458	3520.2900
94	5.0946	3799.1700

95	4.2372	4085.0100
96	2.9120	4524.2270
97	2.4962	4635.7760
98	1.5088	4684.5990
99	.8591	4593.9890
100	.0467	4503.3770

TABELA A2 - DADOS DO POÇO TESTE - 02

n	POSIÇÃO (pol)	FORÇA (lbf)
1	.0620	10196.5400
2	.5854	10292.3500
3	1.0186	10277.0000
4	1.6262	10288.9500
5	2.1470	10301.1800
6	2.7546	10313.1300
7	3.5794	10338.3100
8	4.1006	10364.4700
9	4.7533	10431.9900
10	5.1879	10458.4300
11	6.0600	10608.8200
12	6.7596	10787.6300
13	7.5450	10938.3000
14	8.2853	11033.3900
15	8.9384	11114.8400
16	9.6809	11279.5800
17	10.8991	11400.9800
18	11.9841	11425.3000
19	12.7655	11450.6100
20	13.2859	11448.9200
21	14.0249	11502.2300
22	15.1546	11568.2000
23	16.4573	11619.6700

24	18.0197	11656.3600
25	21.8801	11671.6400
26	26.0861	11644.0000
27	29.0323	11550.8100
28	29.8969	11464.4100
29	32.7467	11065.0800
30	35.5912	10498.6100
31	37.4055	10269.8100
32	38.9197	10153.4400
33	40.8690	10077.4300
34	43.6837	9942.8860
35	46.4157	9933.9790
36	51.1859	9918.4260
37	54.9166	9948.0530
38	58.8659	10032.6900
39	61.2151	10261.8400
40	62.3470	10397.4500
41	65.2573	10541.1900
42	68.2955	10614.8600
43	71.1138	10591.7500
44	74.2352	10553.7100
45	75.5786	10521.4700
46	76.8287	10280.5800
47	78.6859	10037.7200
48	80.0263	9907.9790
49	81.4105	9792.0260

50	81.5839	9791.4610
51	83.0150	9786.7950
52	84.1433	9810.9770
53	85.4925	9959.8090
54	85.5341	9903.9530
55	84.6177	9725.8510
56	83.7938	9728.5360
57	82.1888	9719.8390
58	81.3207	9694.8100
59	80.2781	9642.4880
60	78.4559	9620.5690
61	75.5505	9630.0420
62	72.3839	9612.5060
63	67.9629	9696.5690
64	63.1940	9753.9070
65	57.2079	9717.7030
66	53.8684	9714.6610
67	51.3076	9653.3590
68	48.1376	9524.3960
69	45.5339	9477.1640
70	41.0651	9422.0830
71	35.7746	9439.3320
72	29.2264	9460.6810
73	19.6843	9436.0700
74	18.6427	9411.6060
75	16.8652	9431.3310

76	15.1744	9450.7740
77	14.0903	9454.3090
78	13.2229	9457.1360
79	12.3995	9473.7510
80	11.5755	9476.4380
81	10.8379	9464.9120
82	9.8409	9482.0920
83	8.9316	9526.8470
84	8.2820	9556.8250
85	7.6749	9558.8040
86	7.1978	9560.3590
87	6.6779	9575.9840
88	6.1146	9591.7510
89	5.3774	9594.1540
90	4.6835	9596.4170
91	4.0773	9626.2530
92	3.1237	9643.2920
93	2.2608	9785.4050
94	1.6586	9940.5980
95	.7072	10027.2800
96	.1014	10071.0400
97	.0620	10196.5400

TABELA A3 - DADOS DO POÇO TESTE - 03

n	POSIÇÃO (pol)	FORÇA (lbf)
1	.1263	5934.4440
2	.4599	5967.1510
3	.6831	6044.2110
4	.8325	6132.4220
5	.9453	6253.8370
6	1.0595	6463.6610
7	1.1715	6529.8190
8	1.3213	6640.1320
9	1.5153	6772.4490
10	1.5398	6871.9590
11	1.8071	6948.9200
12	2.1036	6981.6770
13	2.4012	7080.7410
14	2.6243	7146.7500
15	2.8845	7223.7610
16	3.1813	7267.5680
17	3.5151	7311.3260
18	3.7746	7344.1320
19	4.4415	7387.4430
20	4.9230	7408.9010
21	5.2564	7430.5560
22	5.7377	7440.9620
23	6.3671	7451.1690

24	6.8112	7450.5730
25	7.1073	7450.1760
26	8.1433	7426.6840
27	8.8128	7646.8130
28	9.7421	7910.8010
29	10.8187	8130.3860
30	12.8243	8591.8550
31	13.3065	8657.5170
32	14.2359	8932.5560
33	15.3486	9085.7820
34	16.3867	9205.9560
35	17.0546	9315.5740
36	18.6474	9401.8500
37	19.4993	9444.9120
38	21.5723	9464.2340
39	23.6451	9472.5050
40	25.4216	9470.1220
41	26.9022	9479.1880
42	28.4567	9477.1020
43	28.9001	9432.3010
44	29.1954	9376.6470
45	29.5268	9265.6890
46	30.1892	9010.6180
47	30.9266	8821.7550
48	31.5905	8666.1450
49	32.3264	8377.8200

50	32.9894	8166.9540
51	33.2844	8089.1980
52	33.9496	8021.9980
53	34.2822	7988.3970
54	34.7250	7899.3920
55	35.4274	7843.1920
56	35.9452	7820.3950
57	37.9428	7751.4060
58	40.2376	7759.3800
59	41.8661	7757.1950
60	43.6058	7765.9130
61	43.9759	7765.4160
62	44.6830	8018.6500
63	46.0187	8237.8880
64	46.6504	8402.8120
65	49.2790	8454.5420
66	52.2769	8450.5210
67	53.5662	8039.8890
68	49.4948	8034.2990
69	48.2691	7748.6060
70	46.8962	7518.3680
71	46.4145	7485.8590
72	30.3517	7507.4070
73	29.9779	7264.7770
74	29.6045	7044.2500
75	29.5658	6933.7870

76	29.3401	6690.9590
77	29.0411	6503.4850
78	29.0015	6326.7150
79	28.8518	6216.4030
80	28.8126	6072.7860
81	28.4765	5874.3120
82	28.3595	5476.6180
83	27.5382	5013.5590
84	26.7542	4561.5020
85	26.0095	4264.1130
86	24.9317	3967.1710
87	22.5965	3738.2230
88	17.6735	3711.6730
89	15.2382	4212.2540
90	11.1214	6107.5690
91	9.1719	6916.9380
92	6.9227	7483.5780
93	5.5547	7573.8250
94	3.0751	7588.2020
95	1.7712	7026.3290
96	.7964	6198.7790
97	.5362	6121.7690
98	.3496	6022.5560
99	.2006	5956.4470
100	.1263	5934.4440

TABELA A4 - DADOS DO POÇO TESTE - 04

n	POSIÇÃO (pol)	FORÇA (lbf)
1	.0514	18205.0500
2	.2572	18585.0800
3	.4736	18681.2300
4	.6948	18651.2200
5	1.1372	18591.1800
6	1.7238	18595.2500
7	2.7528	18539.2800
8	3.3394	18543.3500
9	3.8598	18357.6500
10	4.3790	18203.5000
11	4.8273	17985.7500
12	5.3500	17736.9700
13	5.6504	17549.7500
14	6.3139	17459.7000
15	6.4724	17145.2900
16	7.2897	16867.0000
17	8.1069	16588.7100
18	8.9904	16500.1800
19	10.6782	16480.3300
20	11.2648	16484.4000
21	11.7758	16551.0400
22	12.9479	16590.7100
23	14.8367	17077.0600

24	15.5641	17239.8600
25	17.0922	17565.9600
26	17.2365	17630.0600
27	17.7498	17633.6200
28	19.0532	18084.3600
29	19.4920	18118.9600
30	25.5784	18161.1400
31	34.9669	18163.1200
32	44.2833	18133.0500
33	49.4187	18105.5500
34	59.9096	18052.0700
35	67.0982	18038.8000
36	67.3312	17693.3600
37	68.2147	17604.8300
38	69.1810	17264.4700
39	70.6653	16801.5000
40	72.4264	16782.1600
41	77.8989	15589.6200
42	84.4831	14089.2800
43	86.0230	14099.9600
44	87.1987	14045.0100
45	101.1373	13983.8800
46	112.5081	13936.4900
47	124.7600	13863.6700
48	140.9729	13786.7500
49	151.1693	13762.7800

50	157.1113	13740.8700
51	157.0864	13046.4300
52	157.0595	12100.1600
53	156.8842	11972.4600
54	154.9197	11548.6900
55	152.9480	11314.1700
56	151.4069	11335.0300
57	145.7191	10443.7400
58	142.7315	9918.2210
59	140.6133	9682.6830
60	139.6730	9329.1070
61	137.9178	9190.7390
62	135.7948	9081.3700
63	132.7894	9028.9870
64	130.5127	9107.8560
65	128.3128	9092.6070
66	124.0561	9157.7530
67	121.4174	9107.9110
68	117.3772	9269.2080
69	116.0502	9449.3130
70	115.0201	9536.8230
71	101.0709	9881.8380
72	96.2240	10037.5400
73	89.3168	10368.2700
74	83.2163	10704.5900
75	80.0537	10935.0700

76	78.7349	10894.3800
77	72.2796	10912.7300
78	70.0075	10865.4300
79	62.4546	10813.0800
80	57.4658	10841.5900
81	50.7905	10858.4200
82	47.1216	10896.0900
83	44.0453	10780.1200
84	40.8898	10821.3400
85	36.8555	10824.9300
86	35.7567	10785.7600
87	30.9714	11257.4000
88	28.3978	11428.8600
89	27.2233	11452.2700
90	23.6834	11964.0900
91	16.2216	13395.2500
92	10.8331	14304.4100
93	6.7645	15222.7300
94	2.3163	16485.4700
95	.2276	17417.5000
96	.0597	17984.2500
97	.0514	18205.0500

TABELA A5 - DADOS DO POÇO TESTE - 05

n	POSIÇÃO (pol)	FORÇA (lbf)
1	.1735	15675.9100
2	.2476	15960.9600
3	.3905	16341.0500
4	.4616	16626.1000
5	.5329	16879.4800
6	.6043	17069.5300
7	.7474	17322.9400
8	1.2508	17259.8500
9	1.3230	17133.2100
10	1.4674	16879.9300
11	1.5400	16594.9500
12	3.1936	16500.7500
13	3.5533	16374.2500
14	4.1286	16279.5200
15	6.8604	16217.5100
16	7.1473	16471.0000
17	8.0099	16503.0800
18	8.5846	16630.0400
19	9.4466	16883.8000
20	11.5303	17264.8300
21	12.1053	17328.4500
22	12.8959	17360.5000
23	23.2472	17428.8500

24	39.2774	17468.2900
25	47.3285	17503.8500
26	62.0650	17447.6600
27	62.4252	17131.1500
28	63.2880	17068.2300
29	63.5763	16783.3600
30	64.1515	16720.3000
31	64.2239	16498.6500
32	64.5836	16403.8200
33	65.3026	16340.8400
34	67.0279	16310.0000
35	67.7475	16025.3400
36	69.1142	15677.6500
37	70.5527	15361.6600
38	72.8542	14887.7500
39	75.8028	14350.8200
40	77.4567	14129.9400
41	79.1823	13972.4400
42	80.5483	13909.7600
43	81.3393	13815.1400
44	85.4368	13785.4600
45	95.8601	13790.5100
46	123.7517	13709.0200
47	125.0461	13551.3000
48	126.9153	13457.2000
49	135.9730	13398.2600

50	147.8339	13435.6700
51	150.9968	13437.2000
52	152.4351	13216.2200
53	153.0824	13089.8600
54	153.4425	12805.0200
55	154.5213	12583.8700
56	155.8875	12457.8600
57	156.2459	12838.0500
58	156.8208	12901.6700
59	156.9655	12553.3800
60	157.0383	12173.4000
61	156.6797	11856.5400
62	154.1637	11855.3200
63	153.2301	11506.5200
64	152.2241	11347.6900
65	151.4334	11315.6400
66	150.4276	11093.4700
67	149.7088	11093.1200
68	148.7743	11061.0000
69	146.7622	10806.6800
70	146.1872	10774.7300
71	141.3737	9664.0100
72	139.2898	9346.3160
73	137.5649	9218.8080
74	116.7903	9145.4040
75	114.4171	9524.2740

76	110.9662	9712.6120
77	106.7965	9837.2650
78	101.9080	9993.2370
79	91.5563	10083.2300
80	88.1052	10303.2300
81	81.3479	10363.2900
82	66.6114	10387.8200
83	48.7118	10474.1500
84	28.0088	10527.4600
85	25.2041	11001.1300
86	18.8045	11758.0600
87	12.4044	12673.3400
88	12.0443	12958.1900
89	8.2327	13621.3700
90	6.7947	13747.3500
91	4.2770	14442.8300
92	2.0472	14980.1100
93	.6805	15359.4700
94	.3209	15390.9700
95	.1769	15517.5700
96	.1735	15675.9100

TABELA A6 - DADOS DO POÇO TESTE - 06

n	POSIÇÃO (pol)	FORÇA (lbf)
1	.0154	4068.5680
2	.1197	4546.6630
3	.3725	4919.6450
4	1.1938	4933.4540
5	1.4209	5217.1410
6	1.6762	5286.3270
7	1.8182	5480.0640
8	2.4991	5673.7860
9	3.1800	5798.3150
10	3.3503	5825.9880
11	3.6340	5922.8500
12	4.4000	5971.2640
13	4.8255	6040.4450
14	6.1022	6130.3600
15	6.6129	6268.7320
16	7.1805	6656.1990
17	7.7195	6794.5700
18	8.2303	7022.8940
19	8.8544	7092.0700
20	9.2516	7119.7350
21	12.4857	7133.4820
22	14.4144	7119.5880
23	14.8970	7105.7350

24	15.2941	7091.8850
25	15.8614	6877.3700
26	16.2017	6649.0220
27	16.5988	6517.5430
28	17.5066	6392.9690
29	17.7335	6358.3660
30	22.3860	6365.1520
31	22.7264	6358.2230
32	25.3081	6683.3580
33	29.6202	6683.2350
34	30.8400	6648.6040
35	32.1449	6420.2280
36	33.4498	6406.3530
37	34.7548	6406.3150
38	36.0030	6406.2800
39	37.1662	6413.1660
40	38.3293	6406.2130
41	39.1520	6413.1090
42	39.6626	6406.1750
43	39.7477	6323.1400
44	39.6341	6219.3540
45	39.2653	6191.6870
46	38.7263	6184.7830
47	38.6410	5679.6730
48	38.6125	5430.5780
49	38.5273	5181.4840

50	38.1584	4966.9960
51	37.5625	4745.5940
52	36.8249	4717.9380
53	36.6263	4655.6690
54	36.1724	4607.2470
55	35.5198	4441.2010
56	35.4914	4420.4440
57	34.7538	4399.7070
58	34.5552	4240.5680
59	34.4133	4067.5880
60	34.2996	3783.8990
61	34.0726	3583.2440
62	33.9307	3520.9740
63	33.7888	3306.4790
64	33.6469	3264.9670
65	33.4767	3230.3750
66	30.8951	3216.6100
67	29.9307	3375.7820
68	28.9661	3417.3260
69	27.4913	4192.3340
70	24.2857	4206.2650
71	23.9736	4178.5960
72	22.9806	3922.6090
73	21.5338	3915.7310
74	21.1649	3742.7580
75	20.9095	3694.3300

76	20.6258	3625.1440
77	19.4627	3604.4200
78	18.9803	3417.6110
79	18.0441	3389.9610
80	16.8243	3521.4630
81	16.6542	3569.9030
82	16.0585	3777.5000
83	13.3069	4033.5940
84	12.8246	4095.8820
85	12.1438	4102.8210
86	11.5764	4199.7080
87	10.1580	4206.6680
88	9.8176	4185.9190
89	9.3920	4089.0610
90	8.7395	4068.3220
91	8.4841	3929.9420
92	8.1436	3833.0810
93	7.3209	3805.4270
94	4.0303	4151.4880
95	3.4630	4193.0210
96	2.8389	4393.6990
97	.7680	4414.5160
98	.3992	4303.8170
99	.1722	4172.3560
100	.0154	4068.5680

TABELA A7 - DADOS DO POÇO TESTE - 07

n	POSIÇÃO (pol)	FORÇA (lbf)
1	.0624	4758.7550
2	.2223	5011.5110
3	1.3614	5147.4460
4	1.6554	5390.2430
5	2.8469	5601.0470
6	5.3795	5712.2580
7	8.2170	5718.9140
8	10.3692	5625.2430
9	13.5512	5470.8550
10	16.3804	5393.0670
11	20.1172	5386.4960
12	25.4349	5429.4940
13	29.2655	5460.0690
14	32.0074	5410.8130
15	35.6854	5263.6940
16	39.1916	5201.7880
17	44.0528	5181.0290
18	48.8313	5235.7160
19	54.0066	5204.2280
20	55.4010	5188.8870
21	58.5913	5118.9430
22	60.8813	5052.8440
23	62.7193	4969.9020

24	65.6900	4957.2160
25	68.3420	4908.3450
26	71.5341	4857.1670
27	74.2742	4789.1450
28	76.9711	4740.0820
29	78.5015	4733.5460
30	78.3113	4631.1050
31	78.0302	4519.6670
32	77.8869	4435.7990
33	77.3853	4372.2340
34	77.1960	4279.1760
35	76.7817	4187.0800
36	76.4161	4132.3210
37	76.1864	4086.3690
38	75.2329	4005.9610
39	74.1930	3963.4680
40	73.6924	3909.2870
41	73.0962	3799.1930
42	71.6025	3721.0920
43	70.9669	3667.4870
44	70.5535	3584.7720
45	70.1860	3511.2490
46	69.6394	3447.8760
47	67.7820	3333.7820
48	66.1762	3030.8810
49	64.6798	2924.6320

50	62.9022	2706.9430
51	62.1250	2588.2360
52	60.1702	2399.4650
53	59.3095	2346.8210
54	57.2563	2073.9900
55	52.8838	2026.9550
56	50.4625	2131.1620
57	46.8249	2231.1760
58	43.6815	2319.6920
59	40.1688	2315.9190
60	35.4206	2110.9170
61	31.5487	2118.0650
62	28.7121	2120.7920
63	24.6318	2297.7890
64	23.1502	2341.6630
65	19.4484	2704.7760
66	15.0953	2854.7790
67	13.1222	2938.2980
68	9.1631	2973.9780
69	6.6094	3106.9090
70	4.4196	3275.8330
71	3.3485	3374.2730
72	1.7558	3662.6740
73	1.2985	4049.4790
74	.8283	4304.9260
75	.3094	4523.0350

76	.1836	4617.4380
77	.0624	4758.7550

TABELA A8 - DADOS DO POÇO TESTE - 08

n	POSIÇÃO (pol)	FORÇA (lbf)
1	.0661	3631.9360
2	.2227	3796.4280
3	.4643	3945.2400
4	.7874	4126.0110
5	1.7477	4387.7140
6	2.7101	4617.6570
7	3.3447	4735.6420
8	3.8955	4853.4260
9	4.3646	4939.2510
10	5.6335	5180.5140
11	6.7694	5320.8710
12	7.4867	5454.9350
13	9.0646	5670.4630
14	9.7275	5783.2210
15	10.4706	5949.1120
16	11.1632	6035.4700
17	11.7165	6116.2020
18	12.1298	6201.8940
19	12.7340	6356.8650
20	13.5061	6506.9420
21	14.1987	6593.3000
22	14.5865	6641.8730
23	15.1950	6733.3240

24	15.6913	6829.8030
25	16.1629	6878.5740
26	16.9103	6980.9460
27	17.4950	7008.8110
28	19.0028	7017.7010
29	19.9244	7019.8990
30	20.6781	7026.9910
31	21.6552	7034.6160
32	22.5228	7010.2140
33	23.5575	6991.5050
34	24.1730	6977.0910
35	26.0928	6669.3150
36	26.6527	6649.4750
37	28.5532	6632.8310
38	29.0563	6628.7360
39	30.3329	6753.5460
40	31.2234	6803.3170
41	32.2808	6864.0750
42	33.3400	6898.3660
43	34.8212	6886.0160
44	35.4444	6755.1490
45	36.0920	6677.2820
46	36.9903	6610.6010
47	37.7729	6601.8790
48	38.3598	6597.9840
49	39.2893	6060.1990

50	39.5883	5764.4400
51	39.6522	5642.8280
52	39.8570	5082.1380
53	39.6575	4721.6610
54	39.4230	4466.9830
55	39.1341	4190.9990
56	39.0312	4058.4000
57	38.8748	3888.6150
58	38.7450	3740.0690
59	38.7315	3522.9770
60	38.4967	3273.5930
61	37.9260	3033.9960
62	37.6283	2890.3440
63	37.2408	2836.4780
64	37.0531	2719.5590
65	36.8321	2681.9730
66	35.9381	2685.1350
67	35.4605	2726.3490
68	34.8058	2910.0830
69	34.0702	3051.2700
70	33.1129	3165.4580
71	32.4395	3211.4990
72	31.6844	3225.5810
73	30.7338	3239.1960
74	29.5954	3135.8920
75	28.7929	3022.8010

76	28.1601	2878.3500
77	25.7876	2851.5150
78	24.1119	2847.5180
79	21.6657	3090.5080
80	21.0202	3136.6160
81	18.2536	3156.4880
82	16.4383	3152.1590
83	14.7912	3137.6420
84	14.0941	3120.0970
85	13.7625	3066.3650
86	13.0940	3038.3000
87	10.6643	3032.5050
88	10.1856	3089.5990
89	9.0678	3097.5210
90	8.0550	3206.2820
91	7.4102	3241.8030
92	6.7032	3372.4700
93	3.5181	3386.0500
94	1.0325	3380.1220
95	.8091	3379.5890
96	.6352	3474.4690
97	.4096	3505.6960
98	.1820	3568.6820
99	.0968	3589.6560
100	.0661	3631.9360

TABELA A9 - DADOS DO POÇO TESTE - 09

n	POSIÇÃO (pol)	FORÇA (lbf)
1	.0760	9523.1100
2	.4718	9831.2620
3	1.2637	10237.5000
4	3.4197	11036.0300
5	4.6080	11274.2600
6	5.7084	11372.4300
7	6.4126	11470.5500
8	7.6011	11554.7300
9	9.0538	11540.9100
10	17.3298	11569.9800
11	18.1219	11780.1500
12	19.1343	11822.2900
13	20.2785	12116.5300
14	23.0075	12396.9700
15	25.0318	12901.4000
16	25.8679	13153.5800
17	27.3205	13237.8000
18	28.5529	13420.0100
19	31.0620	13532.3700
20	31.6781	13644.4900
21	34.1873	13686.8200
22	36.3002	13785.1200
23	38.3691	13841.4100

24	39.4695	13939.5800
25	43.6515	13954.1200
26	46.3805	14206.5500
27	48.2292	14402.8500
28	49.9457	14627.1400
29	51.7943	14879.4600
30	53.5550	14991.7200
31	56.1082	15048.0600
32	58.6174	15090.4000
33	61.2146	15090.7300
34	63.6358	15105.0400
35	65.7048	15049.2900
36	66.6733	15091.4200
37	68.3463	14923.5800
38	69.2268	14825.6700
39	70.5036	14741.8000
40	71.6041	14713.9300
41	72.7487	14672.0600
42	73.1888	14798.1600
43	73.4970	14728.1800
44	73.4973	14546.1200
45	73.0574	14279.9800
46	72.9256	14027.8800
47	72.5738	13733.7400
48	72.4421	13467.6300
49	72.2663	13229.5300

50	72.1346	12991.4400
51	71.9147	12823.3600
52	71.7387	12697.2900
53	69.7584	12192.8800
54	68.6144	11800.6000
55	67.0740	11478.3000
56	65.6217	11198.0200
57	64.3013	10945.7700
58	63.2010	10777.5800
59	61.9687	10539.3400
60	60.2963	10189.0200
61	59.0199	10020.8000
62	57.3034	9810.5100
63	55.5427	9670.2390
64	54.1342	9488.0000
65	52.7258	9333.7700
66	51.6254	9207.5890
67	50.0409	8983.3130
68	48.3243	8815.0400
69	46.6077	8632.7610
70	45.0231	8450.4990
71	44.6270	8422.4390
72	42.0301	8142.0170
73	40.0934	7931.7010
74	37.4085	7623.2580
75	36.4842	7525.1080

76	34.4154	7314.7760
77	32.0385	7146.4170
78	30.6299	7104.2240
79	29.2212	7062.0300
80	27.3282	7145.8150
81	25.4350	7369.6470
82	23.0134	7705.4470
83	20.2395	8167.2430
84	17.2895	8601.0080
85	14.7799	8880.7780
86	11.7859	9300.5330
87	10.5092	9412.4060
88	8.9242	9538.2450
89	6.4149	9649.9620
90	3.9937	9677.6610
91	2.5851	9621.4630
92	1.6608	9495.3040
93	1.0446	9397.1930
94	.6924	9397.1480
95	.3843	9397.1090
96	.1641	9439.0950
97	.0760	9523.1100

TABELA A10 - DADOS DO POÇO TESTE - 10

n	POSIÇÃO (pol)	FORÇA (lbf)
1	.0020	1365.5520
2	.0100	1366.5430
3	.0200	1367.5640
4	.0600	1369.7680
5	.1145	1373.4530
6	.2291	1380.3520
7	.3685	1568.2830
8	.5151	1744.0470
9	.7097	1940.8870
10	.9040	2123.6600
11	.9562	2327.6050
12	1.1508	2524.4450
13	1.3439	2650.9850
14	3.6254	2650.9080
15	5.6216	2650.9410
16	6.9046	2650.2650
17	8.4252	2650.4690
18	9.4709	2650.9780
19	10.7064	2650.3260
20	11.7994	2650.7780
21	12.9398	2650.1730
22	14.5081	2650.3870
23	15.9814	2650.6480

24	16.9322	2650.2390
25	18.3576	2650.4570
26	19.5457	2650.8620
27	20.8287	2650.1850
28	22.0168	2650.5900
29	22.8247	2650.1850
30	23.8696	2650.5270
31	23.8831	2650.2740
32	23.9144	2650.9350
33	23.8874	2507.5820
34	23.7682	2337.2720
35	23.6244	2281.0760
36	23.6223	2189.6420
37	23.5255	2112.3220
38	23.4287	2035.0020
39	23.4272	1971.7010
40	23.3309	1915.4820
41	23.3296	1859.2150
42	23.2336	1817.0620
43	23.2329	1788.9280
44	23.2316	1753.7850
45	23.2314	1725.6510
46	23.2307	1690.4600
47	23.0875	1662.3980
48	23.0863	1613.1640
49	23.0382	1585.0550

50	23.0364	1535.7970
51	23.0359	1486.5870
52	22.9874	1444.4100
53	22.8912	1395.2240
54	22.7003	1370.1520
55	22.4144	1365.1280
56	21.9393	1365.4000
57	21.1786	1365.7140
58	20.1334	1365.3050
59	18.9928	1365.8770
60	17.9948	1365.3770
61	17.0447	1365.3450
62	16.0940	1365.3630
63	15.0962	1365.8970
64	14.1935	1365.4160
65	13.4330	1365.7640
66	12.4351	1365.2970
67	11.3419	1365.9120
68	9.4411	1365.7980
69	8.4908	1365.3080
70	7.5875	1365.6940
71	6.9700	1365.0700
72	6.2570	1365.3940
73	5.1639	1365.9420
74	4.4036	1365.3230
75	3.5956	1365.7280

76	2.7876	1365.0990
77	2.5026	1365.3760
78	1.8373	1365.6090
79	1.2670	1365.8950
80	.6967	1365.1810
81	.2211	1365.4520
82	.0020	1365.5520

TABELA A11 - DADOS DO POÇO TESTE - 11

n	POSIÇÃO (pol)	FORÇA (lbf)
1	.0411	2665.1490
2	.1167	2711.3480
3	.2845	2738.1530
4	.4891	2755.3310
5	.6560	2754.0850
6	.9722	2779.7820
7	1.1050	2881.6680
8	1.2376	2974.2030
9	1.4087	3113.2130
10	1.5969	3205.3330
11	2.1024	3360.5520
12	2.7413	3636.3580
13	3.2084	3745.1020
14	3.7706	3937.3070
15	4.2390	4092.8030
16	5.2675	4365.7010
17	5.6404	4428.3850
18	5.9374	4435.5210
19	6.6074	4505.3390
20	6.9241	4549.7380
21	7.2965	4593.7210
22	7.9460	4598.2260
23	8.5949	4584.0300

24	9.0404	4590.0570
25	9.4665	4568.1720
26	9.8923	4536.9360
27	10.0590	4526.3400
28	10.5748	4400.9070
29	11.3484	4208.0840
30	12.1410	4033.8230
31	12.7515	3973.1510
32	13.4705	3818.1450
33	13.7477	3778.6660
34	14.3039	3765.1620
35	16.3083	3787.6110
36	16.5489	3767.1110
37	17.0868	3763.0950
38	18.6472	3826.2690
39	19.7983	3855.0870
40	20.6532	3904.8200
41	21.6175	3888.2710
42	21.8775	3895.6830
43	22.7646	3776.8320
44	23.9642	3562.1230
45	25.0343	3357.7340
46	25.8117	3295.8160
47	27.3336	3312.5140
48	28.6326	3321.5230
49	29.1896	3336.0710

50	29.6340	3304.6970
51	29.0961	3308.7120
52	28.5014	3275.7400
53	28.0731	3222.8230
54	27.7185	3150.6490
55	27.5313	3095.9310
56	27.3636	3069.1260
57	26.6568	3008.9340
58	26.1355	2947.3580
59	25.0342	2721.7660
60	23.7242	2338.7400
61	23.1243	2128.1100
62	22.6916	1925.5850
63	21.1378	1450.8540
64	21.0060	1386.3700
65	20.5603	1370.9920
66	19.0946	1372.5800
67	18.5935	1366.9670
68	18.1126	1417.3190
69	17.7790	1429.1620
70	16.3393	1683.0720
71	15.5100	1876.3110
72	14.7907	2021.9670
73	14.3109	2109.7210
74	13.8857	2159.6570
75	13.4225	2181.8200

76	12.1240	2191.5110
77	10.9554	2200.2340
78	10.2126	2177.7200
79	9.8408	2152.4380
80	9.4878	2136.3680
81	8.7221	1964.3860
82	8.4796	1919.4340
83	7.0873	1892.4160
84	6.4560	1878.4230
85	5.5098	1876.1330
86	5.1213	1916.4430
87	4.4574	2052.3330
88	3.5742	2302.0900
89	2.9648	2400.1630
90	2.3914	2460.5570
91	1.9468	2482.5810
92	1.1491	2488.5350
93	.9825	2499.1310
94	.5185	2493.2420
95	.3139	2476.0640
96	.1862	2551.8370
97	.1500	2580.1650
98	.0618	2637.2370
99	.0411	2665.1490

APÊNDICE B

VALORES NUMÉRICOS CALCULADOS PARA AS FUNÇÕES DESLOCAMENTO

$(u(x,t))$, FORÇA $(f(x,t))$ E VAZÃO $(Q(t))$, EM FUNÇÃO DO LIMITE DE

TOLERÂNCIA PARA O CÁLCULO ITERATIVO DA CURVA DE VAZÃO DE

BOMBEIO

TABELA B1 - VALORES NUMÉRICOS DA FUNÇÃO DESLOCAMENTO:

$u(x,t)$ [pol]

$i \backslash \epsilon$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
0	4.3432	4.3000	4.2823	4.2809	4.2810
1	4.5697	4.5313	4.5135	4.5119	4.5120
2	4.7037	4.6714	4.6535	4.6518	4.6519
3	4.8100	4.7847	4.7668	4.7649	4.7650
4	4.9730	4.9557	4.9379	4.9358	4.9359
5	5.2315	5.2231	5.2056	5.2033	5.2034
6	5.5605	5.5617	5.5446	5.5421	5.5422
7	5.9054	5.9169	5.9005	5.8977	5.8978

8	6.2350	6.2573	6.2416	6.2387	6.2388
9	6.5654	6.5986	6.5839	6.5808	6.5809
10	6.9379	6.9823	6.9688	6.9655	6.9656
11	7.3762	7.4317	7.4196	7.4161	7.4162
12	7.8608	7.9272	7.9167	7.9131	7.9132
13	8.3480	8.4248	8.4161	8.4124	8.4125
14	8.8156	8.9019	8.8950	8.8913	8.8914
15	9.2989	9.3932	9.3884	9.3846	9.3847
16	9.8856	9.9862	9.9835	9.9798	9.9798
17	10.6754	10.7800	10.7795	10.7758	10.7759
18	11.7339	11.8401	11.8418	11.8382	11.8383
19	13.0763	13.1818	13.1855	13.1820	13.1821
20	14.6832	14.7859	14.7916	14.7883	14.7883
21	16.5275	16.6257	16.6330	16.6299	16.6299
22	18.5810	18.6736	18.6825	18.6796	18.6796
23	20.7985	20.8852	20.8954	20.8926	20.8926
24	23.0966	23.1776	23.1889	23.1864	23.1864
25	25.3573	25.4333	25.4456	25.4434	25.4434
26	27.4623	27.5343	27.5474	27.5455	27.5454
27	29.3368	29.4057	29.4196	29.4179	29.4179
28	30.9724	31.0389	31.0536	31.0521	31.0521
29	32.4145	32.4789	32.4943	32.4931	32.4931
30	33.7287	33.7909	33.8071	33.8061	33.8060
31	34.9737	35.0333	35.0500	35.0494	35.0493
32	36.1958	36.2520	36.2693	36.2689	36.2688
33	37.4373	37.4893	37.5071	37.5070	37.5069

34	38.7381	38.7853	38.8033	38.8035	38.8034
35	40.1219	40.1638	40.1820	40.1824	40.1823
36	41.5779	41.6145	41.6327	41.6334	41.6332
37	43.0578	43.0892	43.1073	43.1083	43.1081
38	44.4941	44.5209	44.5389	44.5400	44.5399
39	45.8256	45.8484	45.8661	45.8675	45.8674
40	47.0089	47.0285	47.0459	47.0475	47.0473
41	48.0125	48.0294	48.0465	48.0482	48.0481
42	48.8088	48.8231	48.8398	48.8418	48.8416
43	49.3840	49.3957	49.4120	49.4140	49.4139
44	49.7636	49.7724	49.7883	49.7905	49.7904
45	50.0266	50.0323	50.0476	50.0499	50.0498
46	50.2802	50.2824	50.2971	50.2995	50.2994
47	50.5994	50.5982	50.6123	50.6148	50.6147
48	50.9726	50.9681	50.9814	50.9839	50.9838
49	51.2979	51.2905	51.3030	51.3055	51.3054
50	51.4446	51.4345	51.4461	51.4486	51.4485
51	51.3372	51.3246	51.3353	51.3378	51.3377
52	51.0025	50.9876	50.9975	50.9999	50.9998
53	50.5451	50.5280	50.5370	50.5394	50.5393
54	50.0719	50.0526	50.0609	50.0633	50.0632
55	49.6265	49.6052	49.6126	49.6150	49.6149
56	49.1790	49.1557	49.1624	49.1647	49.1647
57	48.6706	48.6453	48.6513	48.6536	48.6535
58	48.0678	48.0408	48.0461	48.0483	48.0482
59	47.3841	47.3553	47.3599	47.3621	47.3620

60	46.6586	46.6281	46.6320	46.6341	46.6341
61	45.9230	45.8909	45.8941	45.8962	45.8962
62	45.1903	45.1567	45.1592	45.1612	45.1612
63	44.4682	44.4331	44.4350	44.4369	44.4369
64	43.7763	43.7399	43.7411	43.7430	43.7430
65	43.1400	43.1023	43.1028	43.1047	43.1046
66	42.5628	42.5239	42.5237	42.5256	42.5256
67	42.0052	41.9652	41.9644	41.9662	41.9662
68	41.3920	41.3512	41.3498	41.3515	41.3514
69	40.6449	40.6032	40.6012	40.6028	40.6028
70	39.7098	39.6673	39.6646	39.6662	39.6662
71	38.5571	38.5139	38.5107	38.5122	38.5122
72	37.1603	37.1166	37.1127	37.1141	37.1142
73	35.4839	35.4397	35.4352	35.4366	35.4366
74	33.5049	33.4601	33.4551	33.4564	33.4564
75	31.2554	31.2101	31.2045	31.2057	31.2057
76	28.8487	28.8030	28.7968	28.7979	28.7979
77	26.4556	26.4094	26.4027	26.4037	26.4037
78	24.2397	24.1930	24.1857	24.1867	24.1867
79	22.2954	22.2483	22.2404	22.2413	22.2414
80	20.6333	20.5858	20.5774	20.5782	20.5782
81	19.2148	19.1669	19.1580	19.1587	19.1588
82	18.0000	17.9518	17.9424	17.9430	17.9431
83	16.9640	16.9157	16.9057	16.9062	16.9063
84	16.0725	16.0240	16.0136	16.0140	16.0140
85	15.2490	15.2005	15.1895	15.1899	15.1899

86	14.3786	14.3301	14.3186	14.3188	14.3189
87	13.3580	13.3094	13.2974	13.2976	13.2976
88	12.1568	12.1082	12.0958	12.0958	12.0959
89	10.8389	10.7904	10.7776	10.7775	10.7776
90	9.5209	9.4727	9.4593	9.4591	9.4592
91	8.2990	8.2510	8.2372	8.2369	8.2370
92	7.2021	7.1541	7.1399	7.1395	7.1396
93	6.2067	6.1586	6.1439	6.1433	6.1434
94	5.2986	5.2499	5.2346	5.2340	5.2341
95	4.5222	4.4725	4.4568	4.4560	4.4561
96	3.9721	3.9218	3.9056	3.9047	3.9048
97	3.7289	3.6786	3.6618	3.6609	3.6610
98	3.7882	3.7389	3.7218	3.7207	3.7208
99	4.0443	3.9973	3.9799	3.9787	3.9788
100	4.3432	4.3000	4.2823	4.2809	4.2810

TABELA B2 - VALORES NUMÉRICOS DA FUNÇÃO FORÇA: $f(x,t)$ [lbf]

$i \backslash \varepsilon$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
0	-410.2162	-408.9219	-408.7240	-408.7185	-408.7193
1	-392.1888	-390.7308	-390.4979	-390.4919	-390.4928
2	-383.8562	-382.5237	-382.2860	-382.2778	-382.2787
3	-358.6924	-357.6027	-357.3719	-357.3606	-357.3615
4	-296.1240	-295.1935	-294.9575	-294.9427	-294.9437
5	-200.3999	-199.4906	-199.2280	-199.2094	-199.2105
6	-93.1478	-92.2382	-91.9389	-91.9157	-91.9170
7	12.0467	12.8198	13.1469	13.1752	13.1738
8	125.9874	126.4346	126.7699	126.8039	126.8024
9	273.7948	273.8114	274.1399	274.1798	274.1783
10	468.5013	468.1121	468.4296	468.4754	468.4738
11	694.9828	694.2736	694.5808	694.6323	694.6307
12	919.9301	918.9550	919.2476	919.3042	919.3025
13	1117.0572	1115.8176	1116.0832	1116.1440	1116.1423
14	1282.2591	1280.7609	1280.9870	1281.0509	1281.0492
15	1425.3320	1423.6468	1423.8299	1423.8958	1423.8941
16	1549.8807	1548.1364	1548.2835	1548.3508	1548.3492

17	1644.6761	1642.9839	1643.1050	1643.1735	1643.1719
18	1696.1621	1694.5542	1694.6532	1694.7223	1694.7208
19	1707.9291	1706.3671	1706.4405	1706.5095	1706.5080
20	1704.4344	1702.8767	1702.9197	1702.9877	1702.9864
21	1712.4220	1710.8787	1710.8921	1710.9587	1710.9575
22	1737.5383	1736.0645	1736.0547	1736.1197	1736.1187
23	1760.1244	1758.7682	1758.7415	1758.8049	1758.8039
24	1755.6324	1754.4006	1754.3578	1754.4188	1754.4179
25	1720.1587	1719.0352	1718.9737	1719.0312	1719.0305
26	1675.8419	1674.8331	1674.7534	1674.8068	1674.8062
27	1650.6189	1649.7682	1649.6781	1649.7275	1649.7271
28	1652.3748	1651.7233	1651.6346	1651.6808	1651.6805
29	1663.1259	1662.6584	1662.5790	1662.6225	1662.6223
30	1658.8917	1658.5257	1658.4547	1658.4956	1658.4955
31	1635.3989	1635.0346	1634.9658	1635.0037	1635.0037
32	1614.1473	1613.7315	1613.6608	1613.6955	1613.6957
33	1622.9082	1622.4513	1622.3803	1622.4125	1622.4128
34	1669.6829	1669.2155	1669.1475	1669.1781	1669.1785
35	1734.9432	1734.4614	1734.3948	1734.4238	1734.4243

36	1788.6676	1788.1269	1788.0535	1788.0798	1788.0803
37	1815.0686	1814.4363	1814.3477	1814.3695	1814.3701
38	1822.0161	1821.3287	1821.2247	1821.2418	1821.2425
39	1828.4474	1827.8121	1827.7033	1827.7169	1827.7177
40	1844.1775	1843.7085	1843.6085	1843.6201	1843.6209
41	1861.7972	1861.5383	1861.4531	1861.4631	1861.4639
42	1866.2847	1866.1821	1866.1070	1866.1136	1866.1144
43	1850.2670	1850.2092	1850.1351	1850.1365	1850.1373
44	1819.2183	1819.1029	1819.0271	1819.0238	1819.0247
45	1783.1838	1783.9597	1782.8893	1782.8854	1782.8863
46	1745.6772	1745.3441	1745.2895	1745.2905	1745.2911
47	1701.8743	1701.4622	1701.4265	1701.4348	1701.4352
48	1647.1731	1646.7295	1646.7039	1646.7168	1646.7170
49	1586.4104	1585.9954	1585.9659	1585.9769	1585.9772
50	1534.3687	1534.0400	1533.9991	1534.0031	1534.0034
51	1507.5787	1507.3601	1507.3131	1507.3103	1507.3107
52	1514.7516	1514.6101	1514.5711	1514.5671	1514.5675
53	1551.6761	1551.5376	1551.5184	1551.5202	1551.5204
54	1600.4682	1600.2695	1600.2713	1600.2821	1600.2821

55	1631.3967	1631.1328	1631.1474	1631.1647	1631.1646
56	1609.4278	1609.1500	1609.1667	1609.1852	1609.1850
57	1509.0492	1508.8140	1508.8269	1508.8423	1508.8422
58	1333.2976	1333.1145	1333.1237	1333.1359	1333.1358
59	1121.9937	1121.8221	1121.8303	1121.8420	1121.8419
60	934.5068	934.3029	934.3118	934.3252	934.3251
61	810.5747	810.3393	810.3486	810.3637	810.3636
62	710.2679	710.2477	710.2322	710.2308	710.2308
63	644.3414	644.1703	644.1788	644.1917	644.1917
64	462.4800	462.3510	462.3589	462.3703	462.3703
65	168.3057	168.1684	168.1752	168.1868	168.1867
66	-184.0393	-184.2235	-184.2186	-184.2057	-184.2058
67	-495.8308	-496.0490	-496.0456	-496.0320	-496.0320
68	-689.8526	-690.0553	-690.0520	-690.0389	-690.0390
69	-759.5779	-759.7342	-759.7297	-759.7181	-759.7182
70	-763.9477	-764.0809	-764.0761	-764.0653	-764.0653
71	-775.7999	-775.9634	-775.9604	-775.9491	-775.9491
72	-829.0070	-829.2250	-829.2251	-829.2126	-829.2126
73	-905.7485	-905.9858	-905.9873	-905.9745	-905.9745

74	-966.6487	-966.8462	-966.8461	-966.8341	-966.8341
75	-989.8980	-990.0372	-990.0345	-990.0237	-990.0237
76	-983.7324	-983.8599	-983.8573	-983.8468	-983.8468
77	-967.6578	-967.8390	-967.8405	-967.8291	-967.8291
78	-948.5854	-948.8335	-948.8398	-948.8275	-948.8275
79	-918.6240	-918.8816	-918.8891	-918.8766	-918.8766
80	-874.0253	-874.2251	-874.2290	-874.2175	-874.2175
81	-830.2742	-830.4166	-830.4167	-830.4061	-830.4061
82	-812.7712	-812.9335	-812.9352	-812.9244	-812.9244
83	-830.7235	-830.9817	-830.9902	-830.9782	-830.9782
84	-862.8966	-863.2362	-863.2504	-863.2374	-863.2374
85	-874.0559	-874.3735	-874.3850	-874.3721	-874.3721
86	-849.0444	-849.2515	-849.2529	-849.2411	-849.2412
87	-810.5206	-810.6515	-810.6448	-810.6338	-810.6338
88	-799.6639	-799.8642	-799.8614	-799.8495	-799.8496
89	-835.2984	-835.6811	-835.6921	-835.6785	-835.6785
90	-890.1656	-890.6588	-890.6787	-890.6642	-890.6642
91	-909.1025	-909.4466	-909.4539	-909.4410	-909.4410
92	-854.7706	-854.6984	-854.6701	-854.6607	-854.6608

93	-739.9040	-739.3624	-739.2936	-739.2877	-739.2880
94	-616.9385	-616.1538	-616.0641	-616.0597	-616.0601
95	-535.1687	-534.4787	-534.3976	-534.3922	-534.3926
96	-504.5971	-504.1810	-504.1227	-504.1153	-504.1156
97	-497.1995	-496.9324	-496.8813	-496.8727	-496.8730
98	-479.8921	-479.4500	-479.3703	-479.3623	-479.3626
99	-445.0109	-444.1368	-443.9989	-443.9924	-443.9929
100	-410.2162	-408.9219	-408.7240	-408.7185	-408.7193

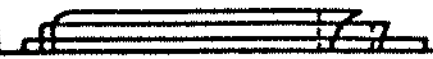
TABELA B3 - VALORES NUMÉRICOS DA FUNÇÃO VAZÃO: $Q(t)$ [m^3/d]

$i \backslash \varepsilon$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
0	16.3306	16.5882	16.5771	16.5672	16.5674
1	7.0855	7.5287	7.5320	7.5204	7.5204
2	20.4190	21.0086	21.0389	21.0268	21.0268
3	20.0565	20.7139	20.7764	20.7657	20.7656
4	29.2149	29.8583	29.9545	29.9474	29.9471
5	29.2388	29.6984	29.8220	29.8207	29.8203
6	65.3762	65.4538	65.5809	65.5866	65.5861
7	110.8217	110.5452	110.6461	110.6573	110.6567
8	136.9042	136.5663	136.6328	136.6466	136.6460
9	111.8380	111.6527	111.7010	111.7159	111.7153
10	78.4628	78.3354	78.3768	78.3927	78.3922
11	73.3408	73.1003	73.1269	73.1433	73.1429
12	85.9155	85.5935	85.5962	85.6115	85.6112
13	81.1779	80.9345	80.9206	80.9336	80.9335
14	51.5187	51.3660	51.3450	51.3553	51.3553
15	17.2860	17.1033	17.0734	17.0811	17.0812
16	21.4085	21.2094	21.1660	21.1691	21.1693

17	1.4319	1.2781	1.2265	1.2246	1.2250
18	4.1577	4.1766	4.1836	4.1839	4.1839
19	4.0113	4.0283	4.0347	4.0350	4.0350
20	6.1123	6.1272	6.1334	6.1338	6.1337
21	6.3536	6.3667	6.3726	6.3730	6.3730
22	5.4137	5.4246	5.4303	5.4308	5.4307
23	5.4294	5.4375	5.4430	5.4436	5.4435
24	10.1814	10.1870	10.1923	10.1929	10.1929
25	17.2808	17.2851	17.2902	17.2909	17.2909
26	20.8777	20.8818	20.8867	20.8874	20.8874
27	14.6299	14.6333	14.6380	14.6387	14.6387
28	9.2060	9.2080	9.2125	9.2133	9.2132
29	7.3490	7.3494	7.3536	7.3545	7.3544
30	11.3142	11.3135	11.3176	11.3185	11.3185
31	9.8653	9.8638	9.8678	9.8687	9.8687
32	7.2963	7.3033	7.3079	7.3088	7.3088
33	.5546	.5503	.5540	.5551	.5551
34	16.3306	16.5882	16.5771	16.5672	16.5674

APÊNDICE C

PADRÕES DE CARTAS DINAMOMÉTRICAS DE FUNDO SEGUNDO GILBERT

CARD	MAXIMUM STROKE	EXPLANATION
A		SUPERIMPOSED "PUMPING UP" CARDS.
B		TRAVELING VALVE STICKING.
C		STANDING VALVE STICKING.
D		GAS LOCK.
E		GAS COMPRESSION (NO LIQUID BEING PUMPED).
F		HIGH FLUID LEVEL WITH LARGE GAS DISPLACEMENT. SPACING GOOD.
G		SAME AS CARD F EXCEPT SPACING IS POOR.
G'		SAME AS CARD G EXCEPT FLUID LEVEL IS LOWER AND GAS QUANTITY IS SMALLER.
H		PERFECT PUMP PERFORMANCE. WELL PERFORMANCE QUESTIONABLE.
J		IDEAL CARDS - "PUMPING OFF" WITHOUT POUNDING FLUID.
K		"PUMPING OFF" AND "POUNDING FLUID".
L		LOSS OF STROKE DUE TO "HITTING DOWN".
M		LOSS OF STROKE DUE BOTH TO "HITTING UP" AND TO POOR SPACING.
N		EFFECT OF GAS PERCENTAGE ON PUMP CAPACITY.

*ARROWS INDICATE STROKE LOST DUE TO SPACING OF PLUNGER ABOVE STANDING VALVE AT BOTTOM OF STROKE

APÊNDICE D

PADRÕES DE CARTAS DINAMOMÉTRICAS DE FUNDO SEGUNDO GIBBS & NOLEN

Combinations of the following can exist simultaneously.

