

**COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM VEÍCULO
AUTOMOTIVO - SIMULAÇÃO, CONTROLE E
OTIMIZAÇÃO**

07 | 93

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

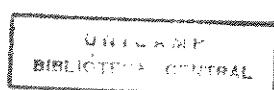
Tese de Doutorado

**COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM VEÍCULO
AUTOMOTIVO - SIMULAÇÃO, CONTROLE E
OTIMIZAÇÃO**

NILSON BARBIERI
autor

DOUGLAS EDUARDO ZAMPIERI *(g.)*
orientador

Campinas, 17 de fevereiro de 1993



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL**

**COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM VEÍCULO
AUTOMOTIVO - SIMULAÇÃO, CONTROLE E
OTIMIZAÇÃO**

NILSON BARBIERI

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica,
como parte dos requisitos para a obtenção do título de
Doutor em Engenharia Mecânica

Campinas, 17 de fevereiro de 1993

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

Tese de : Doutorado

Título da Tese : COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM VEÍCULO AUTOMOTIVO -
SIMULAÇÃO, CONTROLE E OTIMIZAÇÃO

Autor : NILSON BARBIERI

Orientador : DOUGLAS EDUARDO ZAMPIERI

Este exemplar corresponde
à redação final da tese
defendida por Nilson
Barbieri e aprovada pela
Comissão Julgadora em
17 de Fevereiro de 1993.

Aprovado por:

Prof. Dr. José Roberto de França Arruda, Presidente

Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

Prof. Dr. Alvaro Costa Neto

Prof. Dr. Cláudio Bianor Sverzut

Prof. Dr. Fausto Rodrigues Filho


orientador

Campinas, 17 de Fevereiro de 1993

A minha esposa

DICLER

Aos meus filhos

GABRIEL e LUCAS

Aos meus pais

GUERINO e MARIA MERCEDES

Agradecimentos

À minha esposa, Dicler, por todo carinho e apoio demonstrados em todos os momentos.
Ao meu orientador, Prof. Dr. Douglas Eduardo Zampieri, e a todos os companheiros de pós-graduação pela convivência diária e, em especial ao Jordan, companheiro de sala.
Ao Dalton (COPEL/LAC/CURITIBA) pela ajuda na edição do texto.
A todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuiram para a realização deste trabalho.

Resumo

O comportamento dinâmico de um veículo de quatro rodas é analisado através de um modelo com sete graus de liberdade para duas situações de carga do veículo, carregado e descarregado, e para dois diferentes tipos de via, asfáltica e pavimentada. Varia-se a velocidade do veículo entre 5 e 30 m/s.

Para encontrar as características dos elementos suspensivos usa-se a teoria do controle estocástico linear ótimo para minimizar um índice de desempenho cujas partes integrantes são: aceleração vertical do veículo (conforto), espaço de trabalho das suspensões (limitação estrutural), deslocamentos relativos entre os centros das rodas e a via (segurança) e forças de controle. A influência destas partes no índice de desempenho é relatada através de constantes de peso.

Otimiza-se primeiramente um sistema de suspensão passiva com constantes de peso favorecendo a segurança. Estuda-se a influência da velocidade nos coeficientes de rigidez e amortecimento.

Em seguida otimizam-se vários sistemas de suspensão com elementos passivos em paralelo com elementos ativos com realimentação de estado e de saída. Dois tipos de constantes de peso favorecendo o conforto e a segurança são usados. Otimizam-se também as constantes de peso das forças de controle e os elementos passivos das suspensões.

Verifica-se o comportamento próprio de todos os sistemas através da obtenção dos autovalores. Compara-se o desempenho de todos os sistemas quando o veículo passa por uma via com perfil aleatório.

Abstract

The dynamical behaviour of a four wheeled car is analysed by the use of a seven degrees of freedom model for two load conditions of the vehicle, loaded and unloaded, and for two different types of road, asphalt and pavement. The vehicle velocity is varied between 5 and 30 m/s.

To find the characteristics of the suspension elements stochastic optimal linear control theory is used through the minimization of the performance index whose constituent parts are: vehicle vertical acceleration (comfort), suspension working space (structural limitation), road holding (safety) and the control force. The influence of these parts in the performance index are related through the weighting constants.

The passive linear suspension system is firstly optimized with weighting constants favouring safety. The influence of the vehicle speed on the linear spring and damper coefficients are studied.

Afterwards some systems with passive elements in parallel with active elements with state and output feedback are optimized. Two types of weighting constants favouring comfort and the safety are used. The weighting constants of the control forces and the values of the coefficients of passive suspensions are also optimized.

The dynamical eigenbehaviour of the whose system is studied through the derivation of the eigenvalues. The performance of every system is compared when the vehicle is driving on a ramdom road.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Fundamentos teóricos	1
1.2	Implementações	6
1.3	Objetivos e proposições	22
2	Modelamento matemático para um veículo de quatro rodas	24
2.1	Descrição do modelo	24
2.2	Equacionamento do movimento	26
2.3	Modelamento das irregularidades da via	30
2.4	Metodologia de resolução do sistema	31
2.5	Teoria do controle ótimo	32
2.5.1	Realimentação de estado	33
2.5.2	Realimentação de saída	36
2.6	Índice de desempenho	38
2.7	Resolução numérica	42
2.8	Simbologia	42
3	Sistema passivo de suspensões - resultados	43
3.1	Variação do índice de desempenho e suas partes devido variações dos elementos passivos das suspensões	44
3.2	Otimização dos elementos passivos das suspensões através da minimização do índice de desempenho	45
3.3	Influência da velocidade do veículo nos parâmetros ótimos das suspensões	46
3.4	Comportamento próprio dos sistemas	51
3.5	Dados e matrizes M_d , K_d , C_d e D_1	59
4	Sistema ativo de suspensões com realimentação de estado - resultados	61
4.1	Influência das constantes de peso no índice de desempenho e suas partes integrantes	61
4.2	Verificação dos parâmetros ótimos dos elementos passivos	71
4.3	Comportamento próprio dos sistemas	76
4.4	Matrizes dos ganhos	79
4.5	Matrizes B_1 , A_2 , B_2 , N	89

5 Sistema ativo de suspensões com realimentação de saída - resultados	95
5.1 Controle dos deslocamentos e velocidades das suspensões	96
5.2 Controle dos deslocamentos das suspensões	100
5.3 Controle das velocidades das suspensões	101
5.4 Comparação dos resultados	103
5.5 Comportamento próprio dos sistemas	104
6 Simulação dos sistemas	110
6.1 Deslocamento do veículo	112
6.2 Aceleração do veículo	116
6.3 Espaço de trabalho das suspensões dianteiras	120
6.4 Espaço de trabalho das suspensões traseiras	124
6.5 Deslocamentos dianteiros relativos entre os centros das rodas e as vias	128
6.6 Deslocamentos traseiros relativos entre os centros das rodas e as vias	132
6.7 Forças nos elementos ativos dianteiros	136
6.8 Forças nos elementos ativos traseiros	140
7 Conclusões e propostas	144
7.1 Conclusões	144
7.2 Propostas	146
Bibliografia	147
A Equações de Riccati e Lyapunov	158
A.1 Equação de Riccati	158
A.2 Equação de Lyapunov	160
B Realimentação de saída	163
C Métodos numéricos	165
C.1 Equação bilinear	165
C.2 Equação de Riccati	168
C.3 Método de Fletcher e Reeves	170
C.4 Solução de equações diferenciais	171
C.5 Método QR	172
C.5.1 Matriz de Hessemberg	173
D Filtros de Kalman	174

Capítulo 1

Introdução

1.1 Fundamentos teóricos

A função primária de uma suspensão automotiva conforme KARNOOPP e HEESS (1991), é controlar as mudanças de atitude do veículo com respeito às irregularidades das vias. Isto requer o suporte do peso do veículo (controle da altura) e controle dos ângulos de balanço (pitch) e rolamento (roll) em face dos distúrbios induzidos pelas acelerações longitudinal e lateral. Normalmente suspensões duras produzem bom controle de atitude.

Do mesmo modo a suspensão deve controlar a atitude das rodas com respeito à superfície da via e ao corpo do veículo. O projeto cinemático de elementos mecânicos e juntas com pouca flexibilidade minimizam mudanças indesejáveis de atitudes das rodas devido a forças oriundas de curvas, frenagem e aceleração.

Outra função é a isolação do chassis das forças geradas nas rodas pelas irregularidades das vias. Os pneus filtram efetivamente os picos de maior frequência na superfície e suspensões macias podem reduzir o efeito dos componentes de menor frequência das irregularidades.

Um aspecto importante das suspensões é que as rodas devem seguir a superfície da via (manter contato) exceto para altas frequências de ondulação, mas de tal forma que as forças normais devem ser tão constantes quanto possível.

Na tentativa de conciliar estas funções básicas das suspensões vários tipos de molas, amortecedores e outros elementos mecânicos têm sido desenvolvidos. Uma suspensão passiva isoladamente não é capaz de conciliar simultaneamente todas estas necessidades, embora sempre seja otimizada para alguma delas.

Com o desenvolvimento da teoria de controle moderno e o aprimoramento de componentes eletrônicos, tornou-se possível melhorar o desempenho das suspensões através do sensoriamento de alguns componentes do movimento do veículo e da produção de forças ou movimentos através de atuadores de modo impossível para os sistemas de suspensão passivas convencionais.

Embora existam inúmeros exemplos de sistemas de controle eletrônico na indústria em geral e em veículos em particular, o progresso na implementação das suspensões controladas tem sido relativamente lento, sem dúvida devido ao vasto campo de forças envolvidas nas suspensões veiculares. O problema maior é a grande necessidade de forças nos elementos ativos para modificar as atitudes do veículo, o que acarreta problemas de segurança e

realização prática a um custo razoável.

Existem várias definições para os sistemas de suspensão em uso. Segundo WRIGHT e WILLIAMS (1989) pode-se agrupá-las nos seguintes tipos:

- Sistemas passivos - Sistemas de suspensão tradicional contendo molas e amortecedores conectando o corpo do veículo (massa suspensa) as rodas (massas não suspensas) com a possibilidade de molas adicionais para suportar o veículo em movimentos de rolamento (roll) e balanço (pitch). Estes sistemas estão muito aperfeiçoados e dificilmente pode-se conseguir novas melhorias. As vantagens destes sistemas é que os mesmos são baratos, confiáveis e trabalham bem para pequena faixa de variação do peso do veículo. Como a tendência é reduzir o peso do veículo (economia de combustível) e desta forma aumentar a relação carga/peso, torna-se difícil destes sistemas melhorarem significativamente o desempenho.
- Sistemas adaptativos - Sistemas de suspensão cujas características podem ser adaptadas automaticamente em resposta às necessidades prevalecentes. As necessidades são percebidas pelo motorista ou através de mudanças das atividades suspensivas. As características particulares a serem adaptadas são normalmente disposições do amortecedor, rigidez das molas e altura do veículo. Tais sistemas são capazes de prover alguma melhoria no desempenho da suspensão com um modesto aumento no custo para algumas situações particulares. Quando usados isoladamente estes sistemas podem reduzir a segurança do veículo para situações não previstas e quando falhas ocorrerem. Significantes melhorias no desempenho e segurança podem ser obtidos somente se múltiplos sistemas são aplicados, com aumento óbvio do custo.
- Sistemas reativos (semi-ativos) - São classificados como aqueles que usam fluido em alta pressão para modificar algumas características relevantes da suspensão. Um sistema reativo com servoválvulas possui um tempo de resposta curto possibilitando controlar o autonivelamento e o amortecimento. Estes sistemas formam a base de um certo número de suspensões desenvolvidas e implementadas, incluindo-se o carro de Fórmula 1 da equipe Williams. Suas desvantagens são o alto custo similar a um sistema totalmente ativo, o desempenho em altas frequências pode ser comprometido por efeitos não lineares devido ao atrito.
- Sistemas ativos - Definidos como essencialmente irreversíveis, ou seja, não irão reagir para uma carga aplicada a menos que eles sejam comandados a fazer isto. Este é o fato que o distingue dos demais. Eles baseiam-se no sensoriamento de variáveis de interesse, processamento e análise de sinais, e prescrição de forças para atuadores eletro hidráulicos através de um algoritmo de controle de uma unidade central de computação. Eles podem em princípio serem usados para sintetizar alguma função de interesse, por exemplo, melhoria dos níveis de aceleração do motorista, controle da altura do veículo, controle do rolamento e balanço, sem comprometer outras funções e com alta segurança. As maiores desvantagens são a complexidade (instrumentação, algoritmos de controle, tempo de processamento das informações), peso e custo.

Ao lado das dificuldades técnico/financeiras inerentes de cada sistema, muitos pesquisadores têm publicado uma grande quantidade de trabalhos abordando os mais diversos

aspectos da dinâmica veicular, mais propriamente com respeito à análises do desempenho de vários tipos e configurações de suspensões.

No final da década de 60 THOMPSON (1970-1971) num dos trabalhos pioneiros analisou o projeto de suspensões ativas considerando elementos eletro-hidráulicos em paralelo e em série com elementos passivos. O sistema mostrou melhorias na qualidade dos movimentos do veículo e maior resistência para forças externas agindo no corpo do mesmo.

Na década de 70 alguns bons trabalhos continuaram sendo publicados, sendo que muito deles continuam servindo de base para trabalhos atuais. THOMPSON (1973) introduziu a base para utilização dos índices quadráticos para análise do desempenho. COTTERELL (1975) mostrou um sistema de molas a gás que pode operar passiva ou ativamente conforme solicitação. O princípio de funcionamento baseia-se no fluxo de fluido hidráulico. Passivamente não há bombeamento do fluido hidráulico para fora ou para dentro do sistema, enquanto que no modo ativo tal bombeamento é função da solicitação externa. TOMIZUKA (1976) e THOMPSON, DAVIS e PEARCE (1980), com o conhecimento prévio das irregularidades da via conseguiram reduzir a aceleração do veículo e espaço de trabalho das suspensões. THOMPSON (1976) aplicando a teoria do controle ótimo moderno minimizou um índice de desempenho contendo integrais quadráticas levando em consideração os parâmetros: aceleração do motorista, espaço de trabalho das suspensões e deslocamento relativo roda/via. Considerou as irregularidades da via como um ruído branco integrado (seção 2.3). Para resolução do sistema apresentou uma transformação de variáveis de estado de tal forma que o novo sistema não era influenciado pela variável de excitação que descreve as irregularidades da via. O novo sistema é estável e pode-se aplicar a teoria de controle ótimo. DAHLBERG (1979) utilizou vários critérios de desempenho baseados na densidade espectral média quadrática das respostas. Mostrou-se a necessidade de grandes coeficientes de amortecimento para diminuir o espaço de trabalho das suspensões. ROBSON (1979) fez uma descrição das irregularidades da via através de processos aleatórios. Encontrou uma equação simples para descrever a densidade espectral das irregularidades da via. MOULTON e BEST (1979) fizeram um histórico das suspensões hidroelásticas e hidrogasosas mostrando melhorias de desempenho com suas aplicações e comportamento semelhante para veículos descarregados e carregados. Estes sistemas controlam um fluxo hidráulico em alta pressão para dentro ou fora do sistema de suspensão. O controle do fluxo é feito conforme variações das cargas externas. THOMPSON e PEARCE (1979) consideraram o comportamento ótimo de um veículo passando por uma via aleatória. Os exemplos demonstraram que um sistema ótimo de suspensão necessita de altos coeficientes de rigidez para resistirem a excitações externas. DAHLBERG (1980) modelou e estudou o comportamento do motorista dentro de um veículo.

Desde o início da década de 80 até a atualidade houve sem dúvida um grande impulso no tocante à pesquisa científica e desenvolvimento de equipamentos.

Algumas novas áreas começaram a ser investigadas como a resposta não estacionária do veículo em velocidade variável conforme apresentados por HAMMOND e HARRISON (1981,1986), NARAYANAN e RAJU (1990,1991,1992). Mostraram que o desempenho do sistema ativo é sempre superior ao desempenho do sistema passivo. O amortecimento no sistema passivo tem pouca influência no índice de desempenho do sistema ativo. Contudo para menor consumo de energia nas forças de controle é necessário que se tenha

amortecimento no sistema passivo.

Alguns métodos de otimização dos elementos da suspensão usando métodos iterativos no tempo foram apresentados por DEMIC (1989,1990,1991,1992). DEMIC (1989,1990) utiliza-se do método de Nelder-Mead modificado para otimização dos elementos da suspensão de um veículo através da minimização de uma função objetivo considerando os principais parâmetros para análise do desempenho do veículo. DEMIC (1992) utiliza-se do método de Hooke-Jeeves para otimização das características elasto-amortecedoras das suspensões, através de uma função objetivo incluindo conforto e parâmetros de segurança (forças nas rodas). O mesmo método é utilizado por DEMIC (1991) para otimização dos parâmetros do assento do motorista.

Métodos de otimização no tempo e no domínio da frequência são apresentados por LIN e ZHANG (1989), CASTILLO, PINTADO e BENITEZ (1990), PINTADO e BENITEZ (1990), NACK (1984).

HAC (1985) apresentou de um índice global de desempenho utilizando a teoria do controle ótimo e levando em conta a iteração de elementos ativos e passivos e uma metodologia de resolução do sistema através de quatro subsistemas tanto para um sistema passivo como para o sistema ativo em paralelo com o passivo. Modelou as irregularidades da via como um ruído branco filtrado (seção 2.3). Este trabalho apresentou uma série de boas conclusões: a redução de uma parte do índice de desempenho normalmente produz o aumento de outra parte (segurança e conforto); é mais difícil reduzir o índice de segurança que o índice de conforto, principalmente em vias com características ruins o que requer uma grande quantidade de força nos elementos ativos; a escolha adequada dos elementos passivos da suspensão reduz o consumo de energia e melhora o índice de desempenho.

HADY e CROLLA (1989) fizeram estudos para um veículo de quatro rodas considerando realimentação de estado e de saída. Os resultados mostraram melhorias para os sistemas ativos. Um sistema com realimentação de saída desconsiderando apenas as medidas das irregularidades da via apresentaram os resultados mais próximos do caso ideal com realimentação de estado.

THOMPSON, DAVIS e SALZBORN (1984) apresentaram uma formulação para estudo de um sistema com realimentação de saída com introdução de elementos absorvedores.

WILSON, SHARP e HASSAN (1986) mostraram o modelamento e análise de um veículo automotivo usando a teoria do controle linear estocástico ótimo para um modelo com dois graus de liberdade. Descreveram o processo básico para análise de um sistema de suspensão com realimentação de estado e de saída. Foram usados dois tipos de modelagens para as irregularidades da via, ruído branco integrado e filtrado. Para resolução do sistema com realimentação de estado utilizou-se a transformação de variáveis proposta por THOMPSON (1976) e para resolução do sistema com realimentação de saída a teoria proposta por THOMPSON, DAVIS e SALZBORN (1984).

O uso da teoria do controle ótimo usando controle proporcional mais integral é apresentado por ELMADANY (1990) e proporcional, integral e diferencial por THOMPSON e DAVIS (1992).

HALL e GILL (1987) estudaram sistemas passivos e ativos através de método que relata a alocação dos pólos e mostraram a dificuldade em estabelecer critérios de aceitação de transmissibilidade ótima.

SHARP E HASSAN (1986a, 1986b, 1987) com base no espaço de trabalho das suspensões (limitação estrutural) estudaram o comportamento de sistemas com parâmetros ajustáveis de rigidez e amortecimento, para o veículo passando por uma via com perfis modelados aleatoriamente. A otimização dos parâmetros introduz melhorias de conforto e controle de carga nas rodas.

KARNOPP (1986) mostrou que as melhorias dos sistemas ativos acarretam aumento de custo e complexidade dos sistemas. Utiliza-se de matrizes de transferência da entrada (excitação, via) e respostas das massas suspensa e não suspensa. A resolução básica consiste em ajustar coeficientes da função de transferência para um caso ideal. Mostrou que sistemas passivos com parâmetros ajustáveis ou sistemas semi-ativo com forças de amortecimento geradas ativa ou passivamente podem ter desempenhos próximos do desempenho do sistema ativo. MARGOLIS (1982a, 1982b, 1983) chegou a conclusões semelhantes.

Para sistemas que possuem estados inacessíveis (não podem ser medidos) pode-se usar a teoria de filtros. Filtros de Kalman foram utilizados por HADY e CROLLA (1989), RAJU E NARAYANAN (1991) e ELMADANY e SAMAH (1992).

Aplicações de componentes de borracha em suspensões automotivas utilizando a não linearidade inerente do material quando sujeito a solicitações externas é mostrado por HARRIS e STEVENSON (1987). Sobre condições de sobrecarga a rigidez da suspensão aumenta rapidamente e esta condição melhora o desempenho do veículo, principalmente quando o veículo passa em alta velocidade por curvas ou situação de frenagem.

Novas implicações do sensoriamento prévio das irregularidades da via são mostradas por HAC (1992) e LOUAM, WILSON e SHARP (1992). São verificadas acentuadas melhorias no desempenho do veículo bem como a necessidade de um tempo de processamento baixo para processamento das informações.

Análises de alguns modelos pneumáticos são mostradas por HALL e TANG (1990), CHO e HEDDRICK (1985) e SHARP e HASSAN (1988). Os modelos são formados por molas a gás compostas por elementos pneumáticos flexíveis. Tais sistemas são aplicados para grandes veículos de passageiros ou para veículos de transporte de carga. Os sistemas aumentam o desempenho do veículo, reduzem consumo de energia para um sistema ativo e apresentam desempenhos semelhantes entre sistemas semi-ativo e totalmente ativo.

Uma revisão do projeto de sistemas de suspensão é mostrado por SHARP e CROLLA (1987). Fizeram uma descrição detalhada dos tipos de suspensões existentes, do tipo de via utilizado para projeto, vários tipos de pneus, modelos veiculares e critérios para análise do desempenho do veículo. GOODAL e KORTUM (1983) analisam de uma forma geral os sistemas existentes, perspectivas futuras, vantagens e desvantagens dos tipos de suspensão e dificuldades de implementação dos mesmos. Outra revisão extremamente atualizada da aplicação da teoria de controle ótimo para um veículo de quatro rodas é apresentada por HADY e CROLLA (1992). Mostraram os principais algoritmos para resolução dos sistemas passivo e ativo com realimentação de estado e de saída, considerando os dois tradicionais tipos de via com ruído branco filtrado e integrado, considerando o tempo gasto para o veículo percorrer o espaço correspondente à distância entre as rodas dianteiras e traseiras, relação entre as irregularidades das rodas do lado esquerdo e direito do veículo.

Vários utilizações de programas computacionais são mostradas por BRACH (1991), COSTA e JONES (1993), FELEZ e VERA (1987), KORTUM e SHARP (1991), KORTUM

(1986, 1979), KAMAR, El-ZAFARANY e COOKSON (1988).

O estudo do veículo passando por uma curva utilizando-se critérios de controle e estabilidade são mostrados por AGA et all. (1990), El-GINDY (1992), LANDREAU (1989), LEE (1992), OHNUMA e METZ (1989), PALKOVICS (1992), SIMIC e GOLUBOVIC (1990) e SUGASAWA, IRIE e KUROKI (1992).

Para que se tenha uma noção do funcionamento dos sistemas de suspensão mais relevantes e de suas aplicações práticas ou experimentais, suas implementações são mostradas na seção 1.2.

1.2 Implementações

Esta seção tem por objetivo mostrar alguns modelos existentes e, por isso, não serão discutidos aspectos técnicos ou construtivos em profundidade.

Para ajustar as características das suspensões às condições de diribilidade têm sido desenvolvidos sistemas mecânicos para controlar a altura do veículo ou as características de forças amortecedoras.

As funções dos sistemas de suspensão eletronicamente controlados para carros de passageiros podem ser agrupadas nas seguintes categorias conforme YOSHIKAWA el all. (1987):

- Controle da altura do veículo,
- Controle das características das forças de amortecimento,
- Controle da rigidez,
- Combinação das funções anteriores.

A Tab. 1.1 mostra alguns tipos de suspensões eletronicamente controladas. Nesta tabela estão descritos o nome dos sistemas, os veículos que usam estes tipos de suspensão e o sensoriamento usado. As funções desenvolvidas para cada sistema de suspensão citado na Tab. 1.1, são:

- suspensão baseada em sensor ultrassônico (supersonic suspension):
 - força de amortecimento variável,
 - ajuste em valor médio (medium) ou duro (hard) da força de amortecimento quando em manobras envolvendo rápida mudança de direção e/ou súbita aceleração ou desaceleração.
- suspensão auto ajustável (auto adjusting suspension):
 - força de amortecimento selecionada em três modos (automático (auto), suave (soft) e severa (hard)),
 - características severas de amortecimento nas rodas dianteiras somente no modo automático,
 - força de amortecimento dianteira e traseira acionada nos modos suave e severo.

- sistema modulado eletronicamente da Toyota (Toyota electronic modulated suspension):
 - força de amortecimento selecionada em quatro modos (normal (normal), esportivo (sporty), normal/automático (normal/auto), esportivo/automático (sporty/auto)),
 - valor da força de amortecimento ajustável com valor severo (hard) para rápida aceleração, frenagem, mudança de direção (cornering),
 - para velocidades do veículo acima de $50Km/h$ no modo normal/automático a força de amortecimento é selecionada para valor médio (medium).
- suspensão eletronicamente controlada (electronic controlled suspension):
 - altura do veículo selecionada em dois modos (alta (high) e normal (normal)),
 - para velocidade do veículo superior a $90Km/h$ a altura do mesmo é reduzida de $20mm$,
 - para velocidades do veículo superiores a $150Km/h$ as características de amortecimento são mantidas severas (hard) em súbita aceleração, desaceleração, rápida mudança de direção ou passando por vias irregulares.
- suspensão auto-niveladora (2P 4W auto levelling suspension):
 - altura do veículo selecionada em dois níveis (alta (high) e normal (normal))
- suspensão eletro-pneumática (electro pneumatic suspension):
 - características pneumáticas são ajustadas em função das condições da via através de atuadores elétricos,
 - altura do veículo selecionada em dois níveis (alta (high) e normal (normal)),
 - para velocidade do veículo superior a $90Km/h$ a altura do veículo é mantida no nível normal.
- suspensão eletrônica a ar (electronic air suspension):
 - características pneumáticas são ajustadas em função das condições da via através de atuadores elétricos.
- suspensão de alta capacidade controlada ativamente (high capacity actively controlled suspension):
 - para velocidades do veículo superior a $30Km/h$ ou mudanças de direção as características dos conjuntos traseiros são ajustados.

Tabela 1.1 - Tipos de suspensões eletronicamente controladas (YOSHIKAWA et all. (1986))

nome do veículo	nome da suspensão	elementos variáveis			sensor
		força de amortecimento	constante de mola	controle de altura	
Bluebird Cedric	Supersonic	***			<ul style="list-style-type: none"> - velocidade angular do volante - sensor ultrasônico da altura da via - velocidade do veículo - injeção de combustível - acionamento de freio - seleção da posição da transmissão automática
Cosmo Luce	AAS (Suspensão Auto Ajustável)	***			<ul style="list-style-type: none"> - velocidade do veículo - ângulo de direção - acionamento do acelerador - acionamento do freio
Mark II Chaser Cresta	TEMS (Sistema Modulado Eletronicamente da Toyota)	***			<ul style="list-style-type: none"> - velocidade do veículo - ângulo de direção - posição do pedal - acionamento do freio - seleção da posição da transmissão automática
Sigma	ECS (Suspensão Controlada Eletronicamente)	***	***	***	<ul style="list-style-type: none"> - altura do veículo - velocidade do veículo - velocidade angular do volante - aceleração em três direções - posição do pedal - acionamento do freio
Accord	2P 4W Suspensão Auto-Niveladora			***	- altura do veículo
Leone	EPS (Suspensão Eletro-Pneumática)			***	<ul style="list-style-type: none"> - altura do veículo - velocidade do veículo
Continental Mark VII	EAS (Suspensão Eletrônica a Ar)			***	<ul style="list-style-type: none"> - altura do veículo - acionamento da porta - acionamento do freio - ignição
Skyline	HICAS (Suspensão de Alta Capacidade Controlada Ativamente)	***	***	***	- velocidade do veículo

O desenvolvimento de um sistema de suspensão controlado por computador é apresentado com detalhes por POYSER (1987). O sistema em estudo (ASC - Adaptive Suspension Control) utiliza-se de elementos mecânicos, Fig 1.1, que possibilitam o controle do amortecimento e da rigidez. Uma aplicação destes elementos podem ser vista na Fig. 1.2. Neste modelo em particular, os elementos suspensivos traseiros controlam a rigidez e o amortecimento e os elementos suspensivos dianteiros apenas o amortecimento. Os dados são obtidos por sensoriamento e o controle é feito por um microprocessador. Ótimas características de frequência durante o movimento do veículo pode ser mantidas ajustando a razão da mola conforme a carga (solicitação) e mantendo os movimentos da suspensão através da restauração da altura de projeto. Uma vantagem adicional da razão de mola controlada é manter a frequência quase constante durante o movimento do veículo. Isto permite que as frequências relativas entre as partes dianteira e traseira possam ser igualadas sem compromisso, controlando o balanço e características de mudança de direção. Estas melhorias também são obtidas através das mudanças das razões de amortecimento. Estas características amortecedoras são obtidas através da construção de válvulas mostradas na Fig. 1.1. As principais vantagens deste sistema são: manutenção da frequência na faixa de 1 Hz , redução dos níveis de aceleração, redução do balanço, rolamento e ajuste da altura do veículo. As desvantagens são: aumento do consumo de energia, custos e complexidade do sistema.

Outro tipo de sistema de suspensão ativa (ASS - Active Suspension System) é mostrado por ACKER, DARENBERG e GALL (1989), com controle integral das funções e com atuadores hidráulicos nos quatro conjuntos suspensivos, pode ser visto nas Figs. 1.3 e 1.4. O suprimento de potência consiste de uma bomba de deslocamento variável e um acumulador assegura pressão constante no sistema que por sua vez é suprida por uma servoválvula. Esta válvula é controlada automaticamente. Fazendo uso da energia as forças entre as rodas e o corpo do veículo podem ser modificadas conforme as necessidades. Sensores situados em vários lugares ao longo do veículo monitoram alguns fatores como velocidades, forças e deslocamentos relativos. Estes sinais são processados através de um microcomputador que prescreve as forças para os atuadores. Resultados obtidos com este sistema demonstram que o veículo apresenta sensíveis melhorias quando o mesmo se movimenta em uma via reta com muitas irregularidades. Outras vantagens deste sistema são: melhoria do balanço, rolamento, manobrabilidade, conforto e estabilidade.

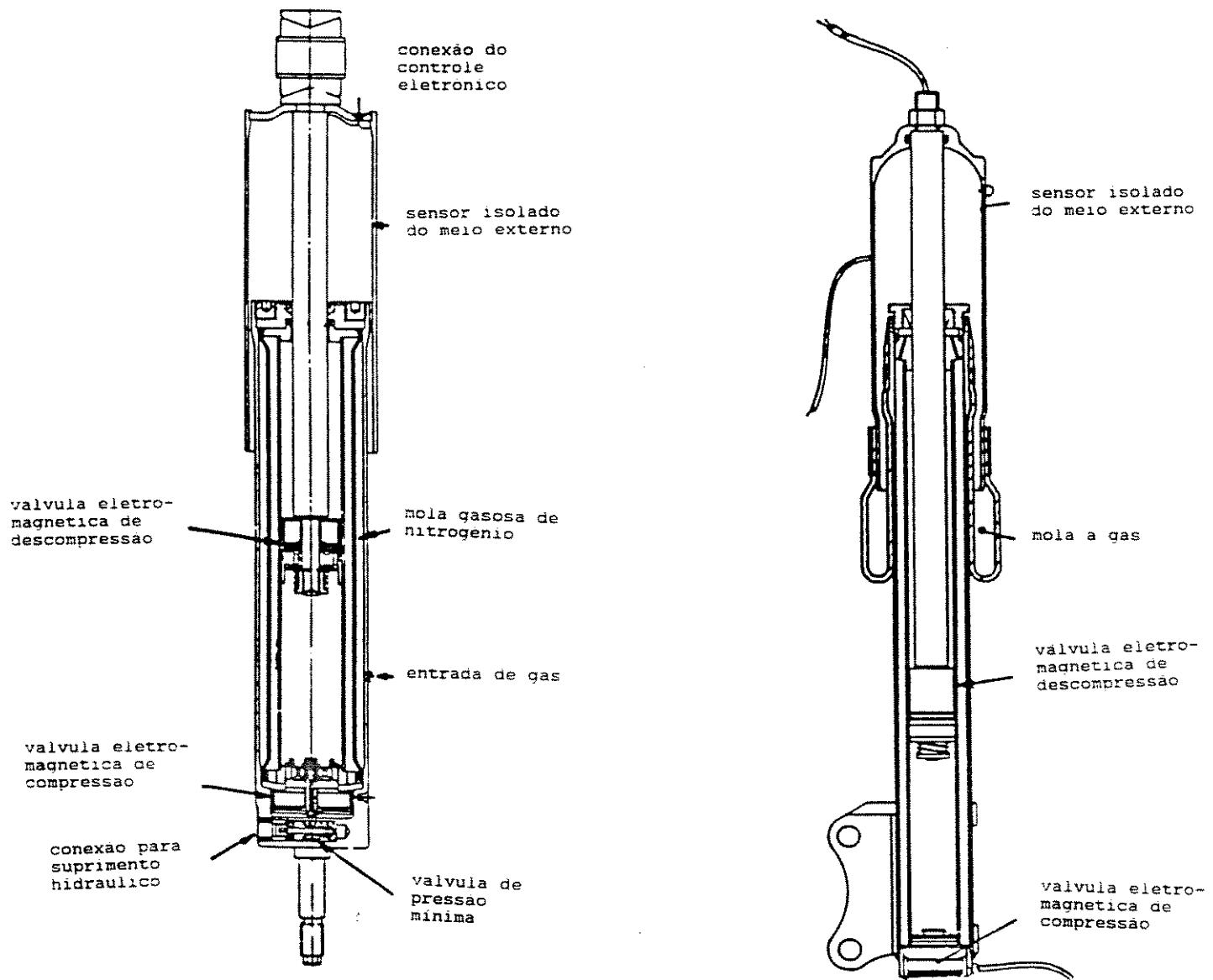


Figura 1.1 - Elementos de suspensão adaptativas com molas hidrogasosas e pneumáticas (POYSER (1987))

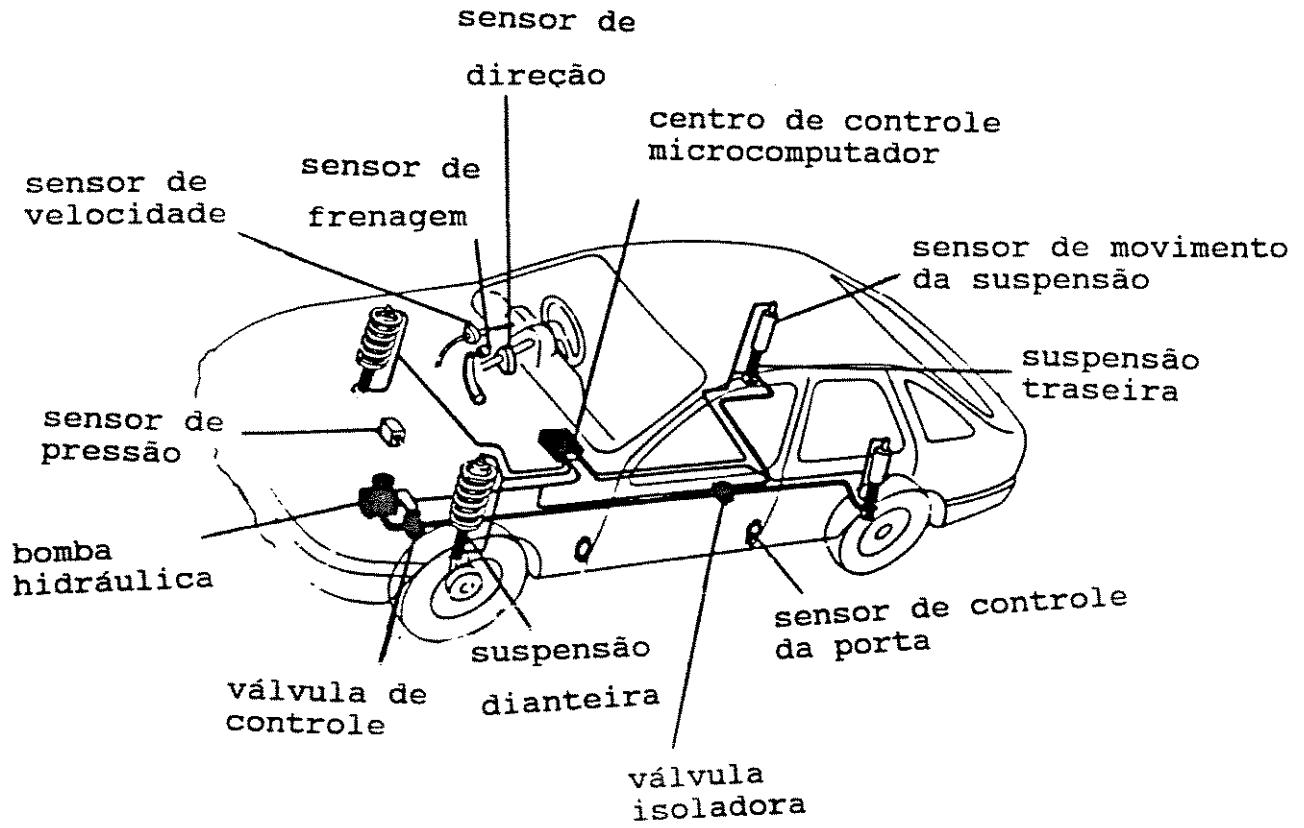


Figura 1.2 - Sistemas de suspensões adaptativas controladas por computador (ASC) (POYSER (1987))

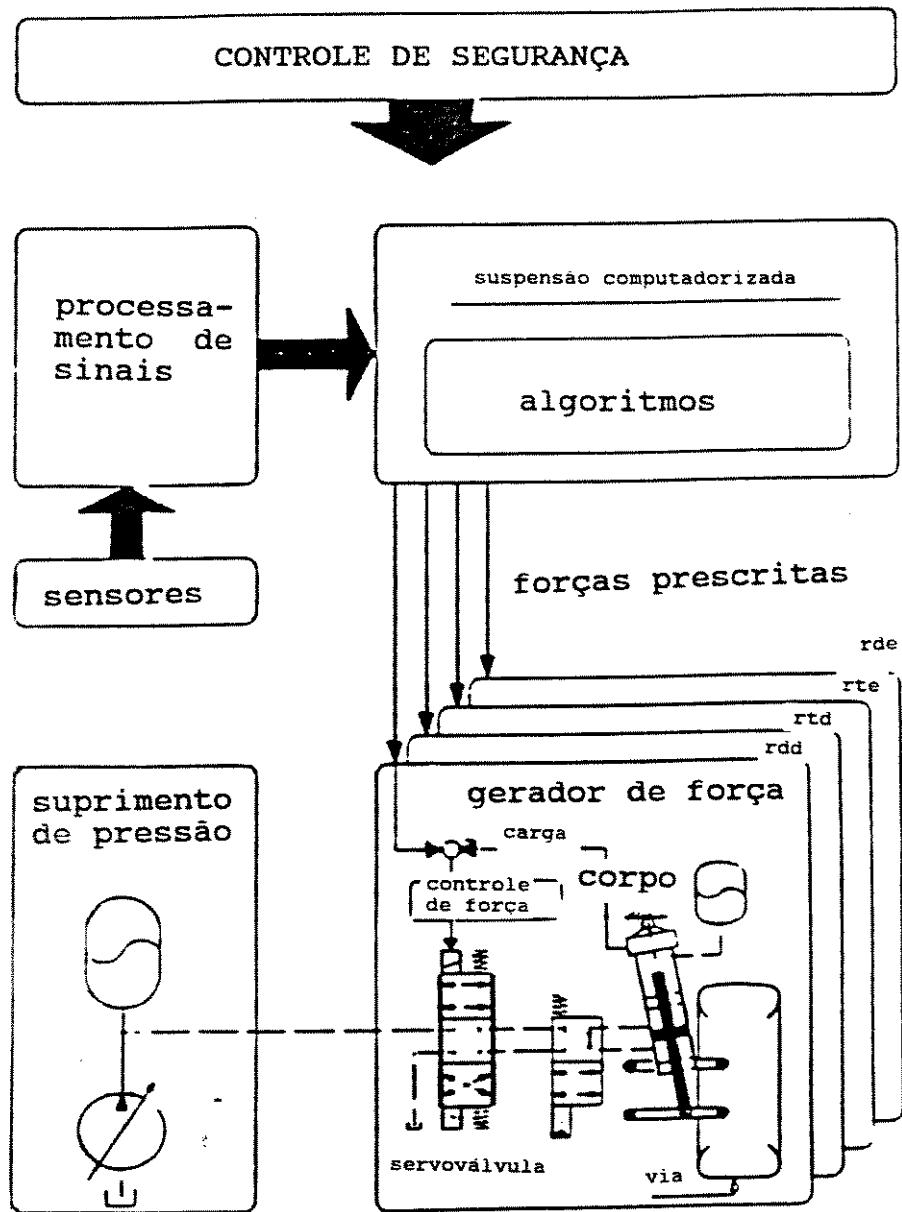


Figura 1.3 - Componentes do sistema de suspensões ativas (ASS) (ACKER, DARENBERG e GALL (1989))

- | | |
|-------------------------------|---------------------------|
| 1 - acelerômetro da roda | 7 - tanque de óleo |
| 2 - sensor de força e posição | 8 - bomba de deslocamento |
| 3 - acelerômetro do corpo | 9 - bloco de ligações |
| 4 - transporte de dados | 10 - atuador hidráulico |
| 5 - microcomputador | 11 - servoválvula |
| 6 - painel de controle | |

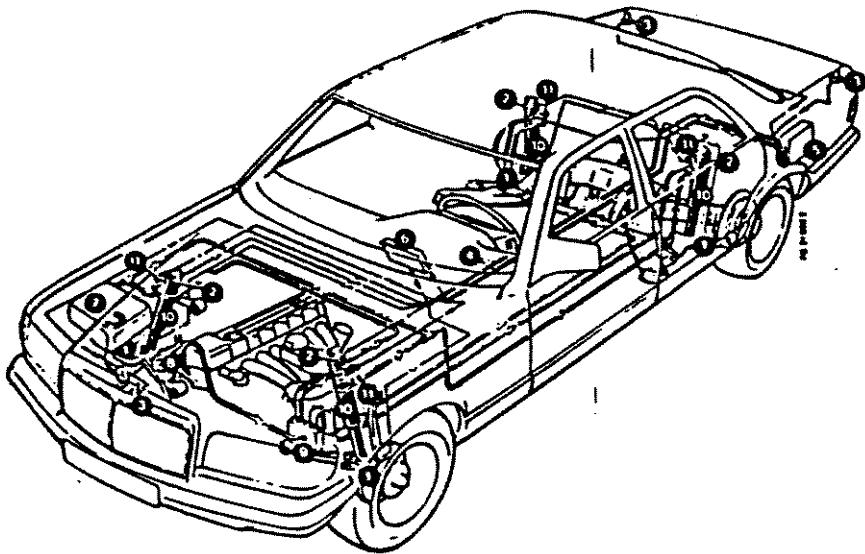


Figura 1.4 - Sistema de suspensões ativas (ASS) (ACKER, DARENBERG, GALL (1989))

O sistema de suspensão eletrônica (TEMS- Toyota Electronic Modulated Suspension) pode atuar de três formas diferentes conforme selecionado pelo motorista conforme mostrado por YOKOYA et all. (1984).

- modo normal (NORMAL) - a força de amortecimento dos absorvedores de choque é mantida relativamente baixa
- modo esportivo (SPORT) - a força de amortecimento dos absorvedores de choque é mantida superior ao modo normal
- modo automático (AUTO) - a força de amortecimento dos absorvedores de choque é automaticamente variada entre os modos normal e esportivo de acordo com informações recebidas dos sensores.

O sistema de suspensão eletronicamente controlado (ECS - Electronic Controlled Suspension) mostrado na Fig. 1.5 possue basicamente os mesmos tipos de operações do exemplo anterior conforme mostrado por MIZUGUCHI et all. (1984). O sistema de funcionamento baseia-se num sistema de sensoriamento, unidade central de computação e sofisticados absorvedores de choque. Isto permite conseguir um alto grau de conforto, boa

manobrabilidade e estabilidade do veículo. As desvantagens são o alto custo, consumo de energia e complexidade do sistema.

- | | |
|---|--|
| 1 - suspensão dianteira | 6 - unidade de controle |
| 2 - válvula solenóide | 7 - sensor de altura |
| 3 - sensor de velocidade
do veículo | 8 - sensor de aceleração
(3 direções) |
| 4 - sensor de velocidade
angular da direção da
roda | 9 - indicador |
| 5 - absorvedor traseiro de
choque | 10 - sensor de pressão |
| | 11 - compressor |
| | 12 - reservatório |

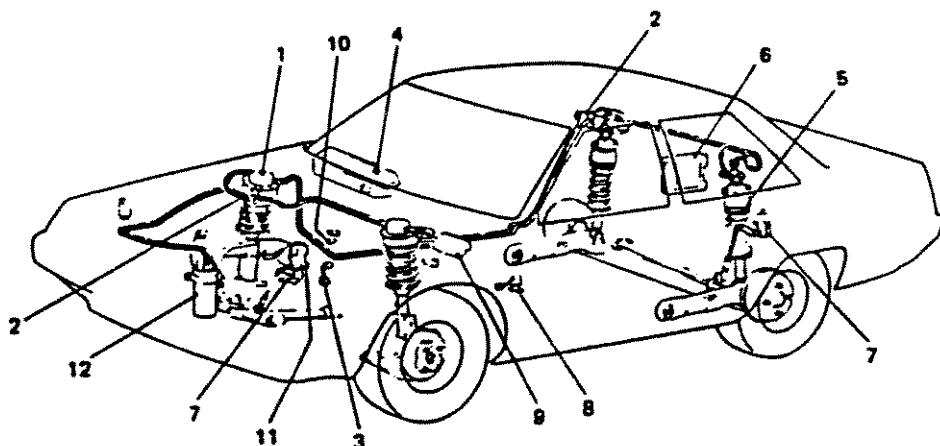


Figura 1.5 - Componentes do sistema de suspensão eletronicamente controlada (ECS) (MIZUGUCHI et all. (1984))

Um outro tipo de suspensão totalmente ativo está sendo desenvolvido pela Nissan conforme mostrado na Fig. 1.6 e descrito por AYOAMA et all. (1990). Um sistema hidráulico usa uma bomba de óleo como fonte de potência para produzir uma pressão hidráulica capaz de minimizar o efeito de forças externas agindo no veículo. Isto é conseguido através de sistema de sensores, computação e atuadores. Como resultado, este sistema é capaz de controlar livremente e continuamente os movimentos do veículo. As funções desenvolvidas por este sistema consiste em: controle de altura, mecanismo de controle de frequência e controle ativo do rolamento, balanço e mudanças bruscas de direção, aceleração e frenagem.

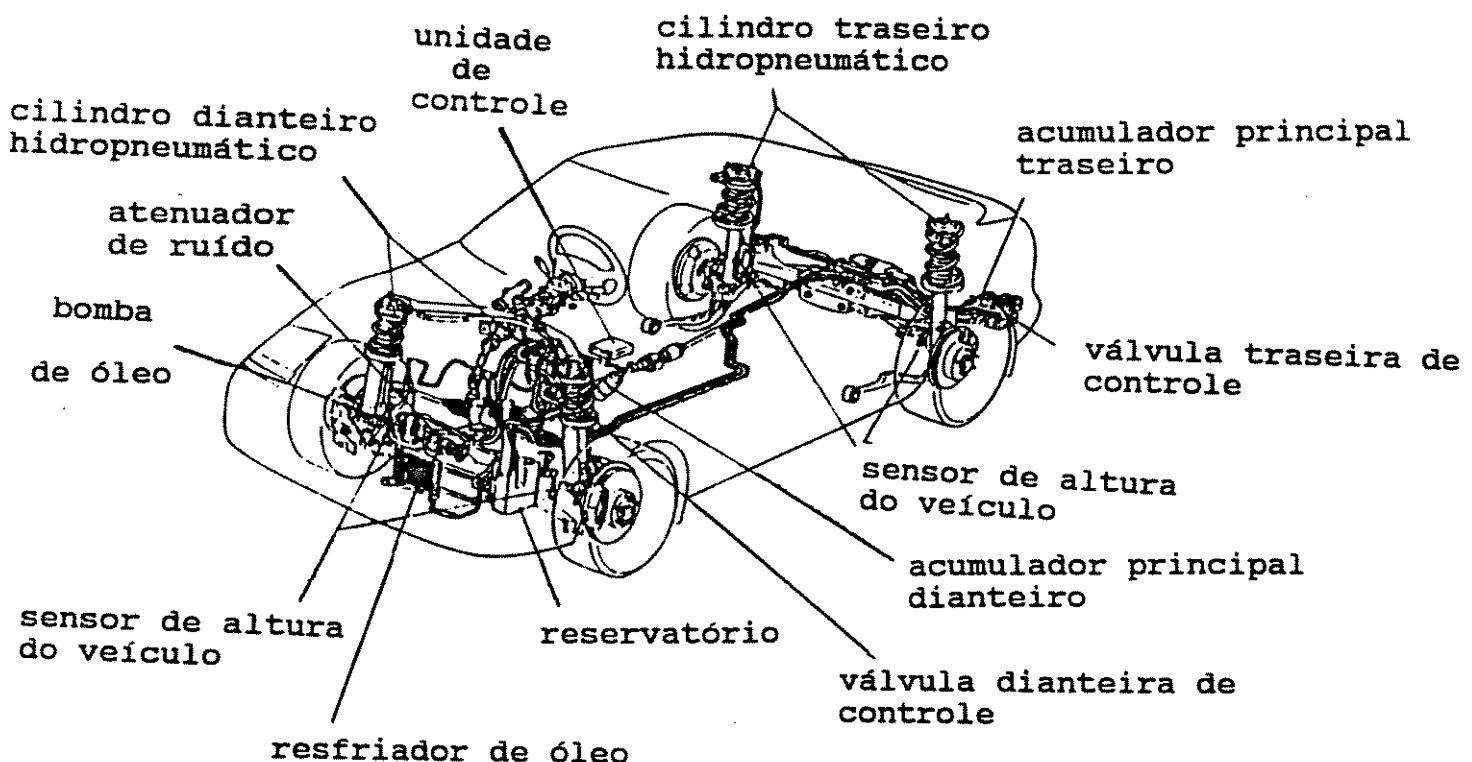


Figura 1.6 - Sistema de suspensão ativa (AYOAMA et all. (1990))

O modelo de um sistema de suspensão ativa com um sensor frontal, Fig. 1.7, para uma prévia identificação das irregularidades da via tem sido analisado por FOAG (1989), verificando uma grande melhoria no comportamento do veículo. A grande dificuldade deste modelo é o curto tempo de processamento para as informações, ou seja, obtenção da configuração da via. Apresenta melhorias de segurança e conforto na ordem de 63% e a potência no atuador e o pico de pressão hidráulica são reduzidos para 60% quando tal sistema é comparado com um sistema de controle sem monitoramento prévio das irregularidades da via.

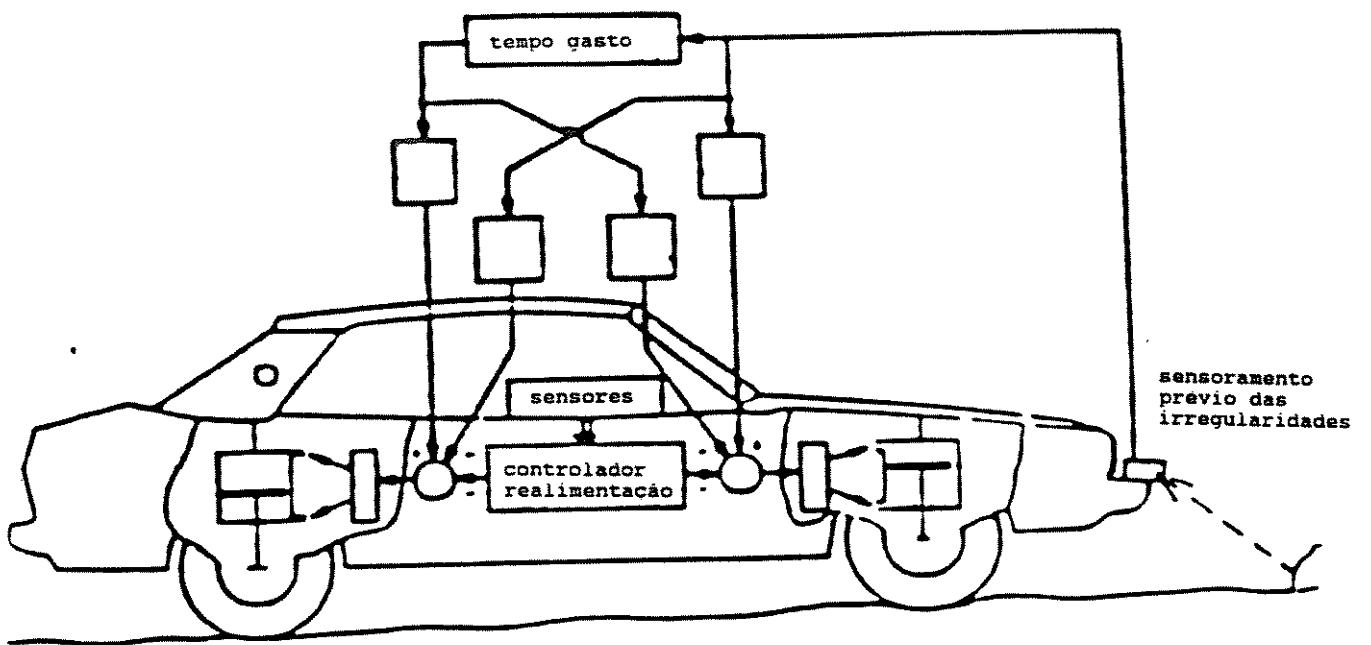


Figura 1.7 - Esquema de um sistema de suspensão ativa com sensoramento prévio das irregularidades da via (FOAG (1989))

A aplicação de suspensões ativas controladas para veículos fora de estrada (off-road) tem sido formulado e testado por CROLLA, PITCHER e LINES (1987). Existe atualmente uma grande quantidade de veículos que operam com estes sistemas. Um sistema menos sofisticado, semi-ativo, de suspensão a gás é mostrado nas Figs. 1.8 e 1.9. O sistema de suspensão possui uma mola a gás sobre uma estrutura hidráulica. Fluxo para dentro ou para fora do sistema hidráulico é controlado por um pêndulo modelado por massa/rigidez/amortecimento. O pêndulo controla o fluxo hidráulico conforme solicitações externas. Em condição estática o sistema é autonivelado. Em condições dinâmicas o sistema melhora os níveis de conforto e segurança, principalmente quando solicitado a agir devido forças de frenagem, aceleração e mudança de direção do veículo. Outra vantagem é o mesmo nivelamento tanto para o veículo descarregado e carregado. Estas melhorias são proporcionadas pela interconexão entre as suspensões dianteiras e traseiras.

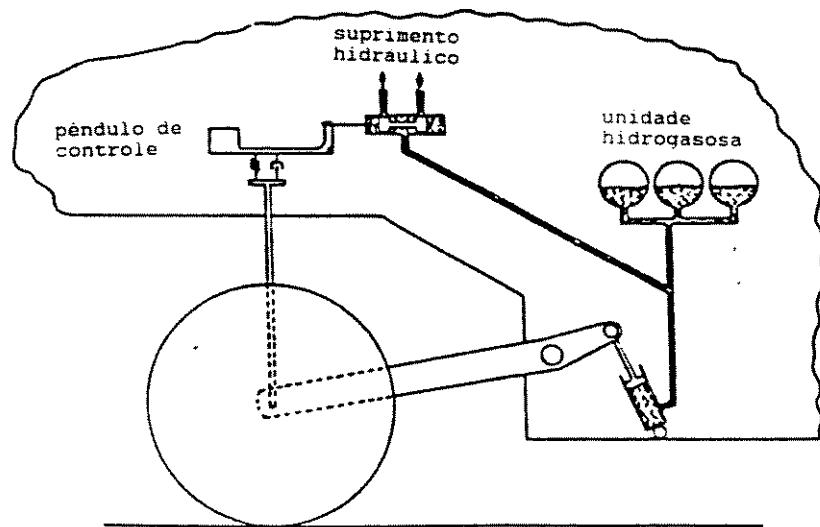


Figura 1.8 - Esquema para uma roda de um conjunto de suspensão a gás semi-ativa (CROLLA, PITCHER e LINES (1987))

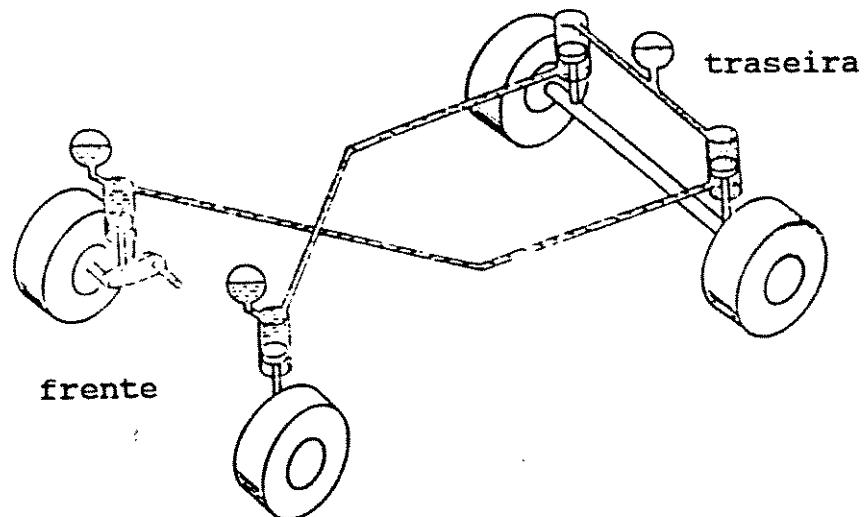


Figura 1.9 - Esquema de acoplamento das suspensões dianteiras e traseiras (CROLLA, PITCHER e LINES (1987))

O uso de sistemas de suspensão hidráulicos, gasosos e elásticos, remontam ao ínicio da década de 50 conforme MOULTON e BEST (1979). O sistema é semelhante ao caso anterior como mostram as Figs. 1.10 e 1.11. Nota-se que apesar destes sistemas serem utilizados a muito tempo, não foi possível obter grandes melhorias devido ao fato da não utilização de sensores. Contudo, tais sistemas são utilizados tanto para veículos de passageiros quanto para veículos "fora de estrada".

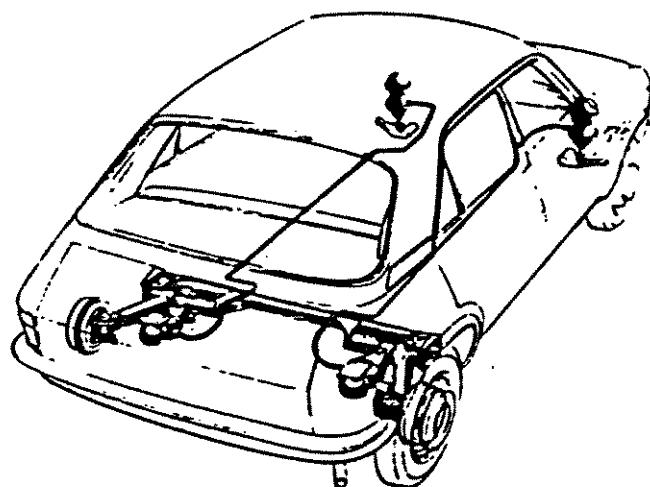


Figura 1.10 - Esquema de acoplamento das suspensões dianteiras e traseiras (MOULTON e BEST (1979))

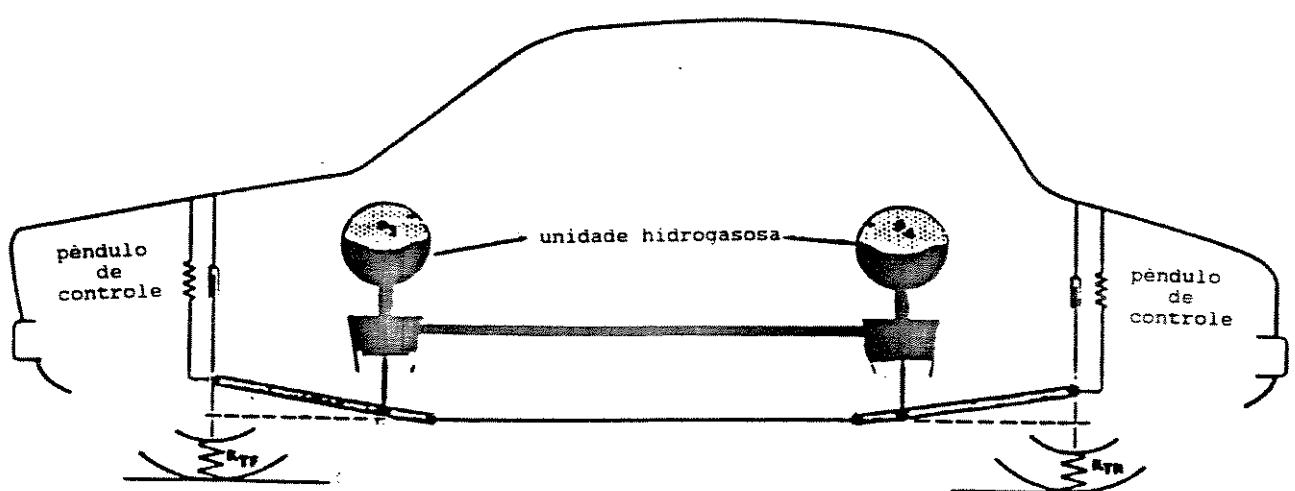


Figura 1.11 - Sistema de suspensão a gás (MOULTON e BEST (1979))

Atualmente muito se tem falado sobre o uso de suspensões ativas em carros de Fórmula 1. O uso deste tipo de suspensão nesses carros já foi testado anteriormente conforme mostrado por METZ e MADDOCK (1986) e DOMINY e BULMAN (1985). Na Fig. 1.12 mostra-se o desenho esquemático de um sistema de suspensão hidráulica. Quando a roda se eleva (veículo passando por uma irregularidade da via ou devido forças aerodinâmicas) aumenta-se a pressão no reservatório hidráulico através da abertura da válvula de controle tendendo fazer a roda voltar a sua posição original. Se por outro lado a roda abaixar, a válvula de controle permite que o fluxo hidráulico deixe o reservatório reduzindo a pressão do gás fazendo a roda voltar a sua posição normal. A vantagem deste sistema é manter altura contante do veículo para forças aerodinâmicas e excitações devido as irregularidades da via (defeitos e ondulações). Para grandes irregularidades da via em curto intervalo de tempo, o veículo tende a deixar o solo. Este efeito é minimizado utilizando-se rodas largas. A grande preocupação com tais sistemas é não ocorrer variação da calibração aerodinâmica do veículo, ou seja, apresentar alto nível de desempenho para qualquer solicitação. Como tais veículos tem por objetivo a redução do tempo para percorrer um determinado percurso, eles são projetados para oferecer altos índices de confiança em detrimento ao aspecto do conforto. A microeletrônica permitiu que sistemas mais versáteis de suspensão sejam utilizados nos atuais carros de Fórmula 1 através do aumento da complexidade (sensoriamento, unidade central de computação, sofisticados atuadores eletro-hidráulicos).

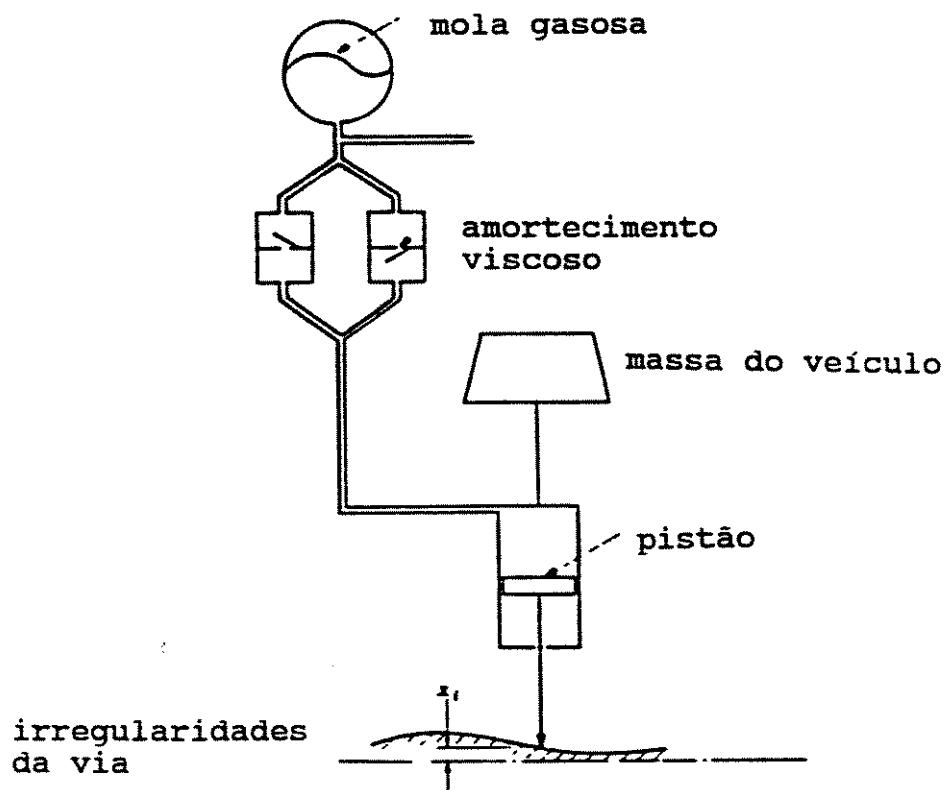


Figura 1.12 - Esquema de um sistema de suspensão hidráulica utilizado em carros de Fórmula 1 (DOMINY e BULMAN (1985))

Para melhorar o conforto, principalmente em veículos fora de estrada cujo aspecto mais relevante é a segurança tal como nos carros de Fórmula 1 citados anteriormente, mas com a preocupação de manter a constante integridade física do motorista, um sistema ativo de isolamento do motorista (AVIS - Active Vibration Isolation System) tem sido testado por STEIN e BALLO (1991), como mostra a Fig. 1.13. Este sistema consiste de um cilindro montado sobre o chassis do veículo (1). A haste do pistão suporta a plataforma (3), o qual pode-se mover somente na direção vertical. Sobre a plataforma (3) é fixada a cadeira do motorista (5) através de molas e amortecedores passivos (4). O fluxo de óleo no cilindro (2) é controlado por uma voltagem de controle (saída do controlador (10); depois de necessária amplificação (11)). O sistema é equipado sensores e pré amplificadores, ou seja, os dois acelerômetros (6,8) para medir respectivamente a aceleração absoluta do chassis \ddot{x}_1 e a aceleração absoluta \ddot{x}_2 . O deslocamento relativo $x_2 - x_1$ é medido por um transdutor de deslocamento (7) para manter a posição estática. Com este sistema é possível formular um sistema de equações para isolar o motorista de excitações indesejadas (níveis de aceleração ($\ddot{x}_2 = 0$)). Na figura 1.13 tem-se:

- 1 - chassis
- 2 - cilindro
- 3 - plataforma
- 4 - sistema passivo de suspensão
- 5 - cadeira
- 6,8 - acelerômetros
- 7 - transdutor de deslocamento
- 9,11 - amplificadores de potência
- 10 - controlador eletrônico
- 12 - válvula de fluxo

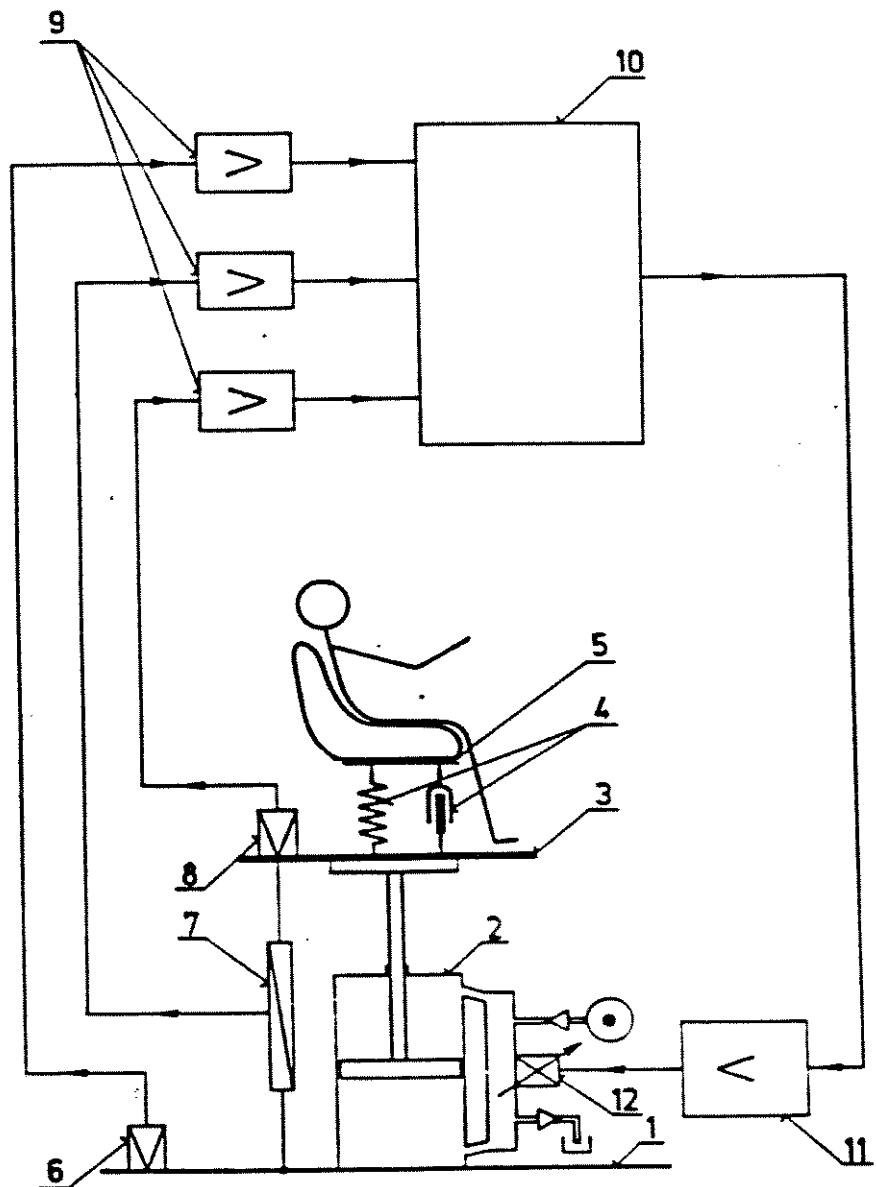


Figura 1.13 - Sistema de isolamento do motorista (AVIS) (STEIN e BALLO (1991))

1.3 Objetivos e proposições

BARBIERI e ZAMPIERI em trabalhos anteriores (1989-1991) verificaram vários aspectos do comportamento dinâmico de um veículo automotivo através da simulação de um modelo de 7 graus de liberdade, para duas situações de carga: veículo descarregado e carregado. Os interesses maiores foram a análise da estabilidade do veículo para variações dos parâmetros das suspensões, introdução e análise de um sistema de suspensão a gás e verificação dos parâmetros de desempenho do veículo, sob o aspecto de conforto, segurança e espaço de trabalho das suspensões, através da variação de sua velocidade e do tipo de via.

Os recentes avanços em recursos computacionais e a rigorosa necessidade de níveis de conforto e segurança em veículos automotivos fez com que houvesse um grande avanço na área automotiva, mais especificamente em sistemas suspensivos.

Na tentativa de melhorar o desempenho dinâmico do veículo, surgiu o conceito de suspensões ativas (suspensões inteligentes). Este tipo de suspensão possui a capacidade de adaptar-se às diferentes necessidades de conforto e segurança, variações de carga, velocidades do veículo e irregularidades das vias.

Para dar continuidade aos trabalhos citados e adaptar-se às novas tendências tecnológicas, o autor introduz no modelo de sete graus de liberdade de um veículo "fora de estrada" elementos ativos nos conjuntos de suspensão. O veículo é modelado para uma via plana, pois o interesse é o estudo do conforto e da segurança, que são avaliados através das medidas da aceleração e do deslocamento entre os centros das rodas e a via, e, desta forma, este tipo de via é adequado. Simula-se o comportamento para dois perfis de via adequadamente modelados, asfáltica e pavimentada, e para duas condições de carga do veículo, descarregado e carregado. A justificativa para tais simulações advém do fato de que existem vários problemas específicos para os veículos "fora de estrada", como ter de trabalhar em uma via não pavimentada mas ter que se locomover para outros locais o mais rápido possível nas mais diversas condições de via e de carga. Desta forma estabelece-se uma metodologia básica que permita a simulação e a procura de elementos ativos ou passivos que otimizem um dado funcional de custo e, posterior visualização do comportamento dinâmico do modelo adotado. Introduz-se a teoria do controle estocástico ótimo para minimização de um índice de desempenho que leva em conta os principais parâmetros de análise do comportamento dinâmico do sistema, ou seja, aceleração do centro de gravidade do veículo (medida do conforto), espaço de trabalho das suspensões (limitação estrutural), deslocamentos relativos entre os centros das rodas e as vias (segurança) e demanda de força nos elementos ativos (limitação técnica e de custo). A metodologia proposta é em resposta a uma categoria de veículo não contemplada com estudos tão abrangentes como os comentados na seção anterior.

As etapas para formulação deste trabalho são:

- escolha do modelo físico, formulação matemática tanto para o sistema passivo como para o ativo com realimentação de estado e de saída usando a teoria do controle ótimo, revisão da teoria utilizada nos métodos computacionais.
- otimização de um sistema passivo de suspensões para o veículo carregado e descarregado utilizando dois tipos de vias, asfáltica e pavimentada, verificação da influência

da velocidade nos parâmetros ótimos.

- otimização de um sistema de suspensão com elementos passivos e ativos com realimentação de estado variando-se as constantes de peso dos elementos ativos favorecendo o conforto ou a segurança, otimização dos elementos passivos para menor demanda de força nos elementos ativos.
- otimização de um sistema de suspensões com elementos passivos e ativos com realimentação de saída para algumas configurações diferentes das variáveis medidas.
- simulação dos sistemas otimizados para uma determinada configuração aleatória de uma via reta para comparação do comportamento dos sistemas.
- verificação do comportamento próprio de todos os sistemas através da análise dos autovalores.
- conclusões e propostas para futuros trabalhos.

A inovação deste trabalho reside no fato de agrupar uma série de assuntos na área automotiva pesquisados recentemente e estabelecer um roteiro para otimização de vários sistemas de suspensão. Além disso o campo de aplicação é proposto para veículos "fora de estrada", categoria esta em que as inovações tecnológicas não são tão grandes quanto aquelas encontradas nos veículos de passageiros.

Este é um trabalho pioneiro no Brasil e só por este fato já constitui uma contribuição técnica de alta relevância. Pretende-se que seja um trabalho simples, altamente técnico e com uma grande quantidade de informações para que possa servir de referência para futuros trabalhos não somente na área automotiva.

Alguns resultados utilizados neste trabalho já foram apresentados nos trabalhos de BARBIERI (1992) e BARBIERI e ZAMPIERI (1993).

Capítulo 2

Modelamento matemático para um veículo de quatro rodas

2.1 Descrição do modelo

O modelo físico adotado é composto de um corpo principal suspenso de massa M_c suportado por quatro conjuntos de suspensão (mola-amortecedor-elemento ativo), sendo as duas dianteiras independentes e as duas traseiras dependentes e ligadas através de um eixo. Estas suspensões são conectadas às rodas. Os conjuntos das rodas dianteiras (1 e 3) são modelados como sendo dois corpos rígidos de massas M_1 e M_3 ; e os conjuntos das rodas traseiras (2 e 4) são modeladas como sendo um único corpo rígido de massa M_r , como mostra a figura 2.1

As suspensões são compostas por molas com parâmetros lineares de rigidez K_{si} e por amortecedores viscosos em paralelo com parâmetros lineares de amortecimento C_{si} e um elemento ativo que produz uma força U_i .

Os pneus são modelados como tendo parâmetros lineares de rigidez K_{ri} e amortecimento C_{ri} .

Conforme a Fig. 2.1 tem-se:

- $U_{i,i=1,4}$: forças nos elementos ativos
- $K_{si,i=1,4}$: coeficientes de rigidez das suspensões
- $C_{si,i=1,4}$: coeficientes de amortecimento das suspensões
- $K_{ri,i=1,4}$: coeficientes de rigidez dos pneus
- $C_{ri,i=1,4}$: coeficientes de amortecimento dos pneus
- x_f, x_r : distâncias laterais das rodas dianteiras e traseiras ao centro de gravidade
- d : distância frontal entre as rodas e o centro de gravidade
- $w_{i,i=1,4}$: irregularidades da via

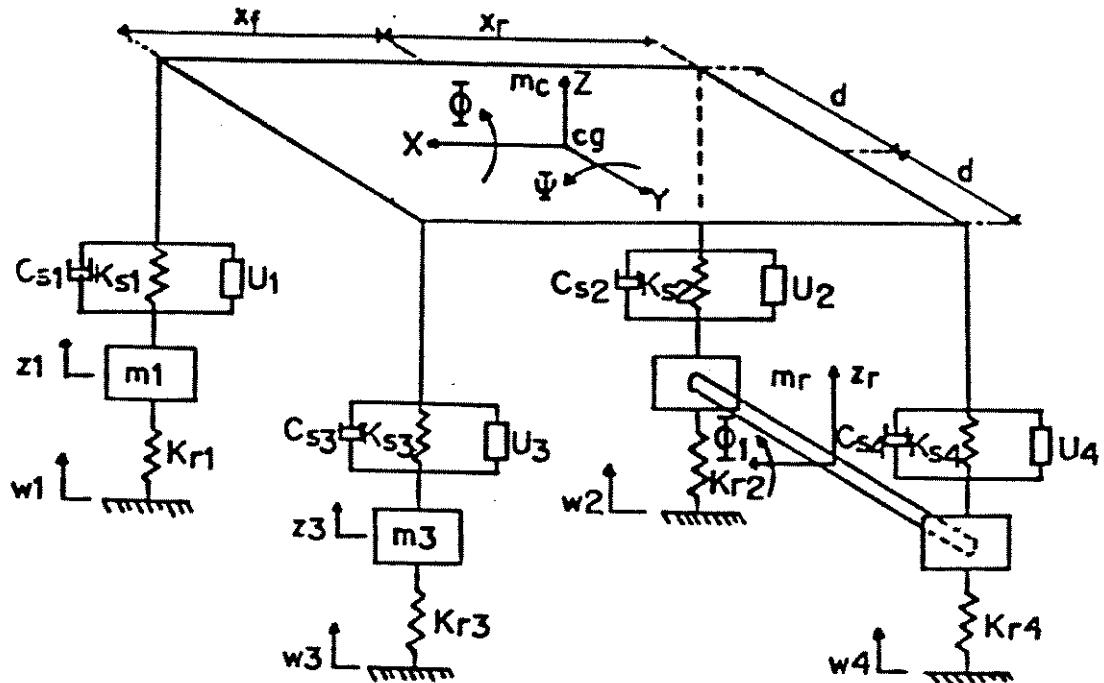


Figura 2.1: Modelo físico de um veículo de quatro rodas

Como mostrado na Fig. 2.1 o modelo possui sete graus de liberdade que são:

- Corpo Principal: Translação vertical (Z), rotação (Ψ) em torno do eixo Y e rotação (Φ) em torno do eixo X.
- Conjuntos Dianteiros: Translações verticais (Z_1 e Z_3).
- Conjunto Traseiro: Translação vertical (Z_r) e rotação (Φ_1) em torno do eixo X.

A escolha de um modelo tridimensional para analisar o comportamento dinâmico do veículo é uma tentativa de fazer o desenvolvimento matemático para um modelo complexo e que permita ser utilizado em trabalhos futuros. Na otimização dos parâmetros de desempenho do veículo (J_1 a J_{13}) não serão utilizadas as acelerações angulares uma vez que somente serão consideradas vias com perfis iguais para o lado esquerdo e direito do modelo, bem como, não serão considerados o tempo gasto para o veículo percorrer a distância entre as rodas dianteiras e traseiras. Isto quer dizer que serão consideradas excitações iguais para as quatro rodas. Estas simplificações utilizadas para otimização dos parâmetros deixaram de existir quando da simulação do veículo trafegando sobre uma via com perfil aleatório. Em outras palavras, os resultados finais apresentados no Capítulo 6 levarão em consideração não só excitações diferentes nas rodas bem como o tempo gasto para o veículo percorrer a distância entre as rodas dianteiras e traseiras.

2.2 Equacionamento do movimento

As etapas para equacionamento do movimento do veículo para um sistema possuindo apenas suspensões passivas foram desenvolvidas por BARBIERI (1989a). Para o modelo em estudo introduz-se os elementos ativos. As equações que descrevem o movimento do veículo são válidas somente para um veículo deslocando-se em uma via reta. As Figs. 2.2 e 2.3 mostram o sistema de coordenadas e as forças das suspensões e das rodas.

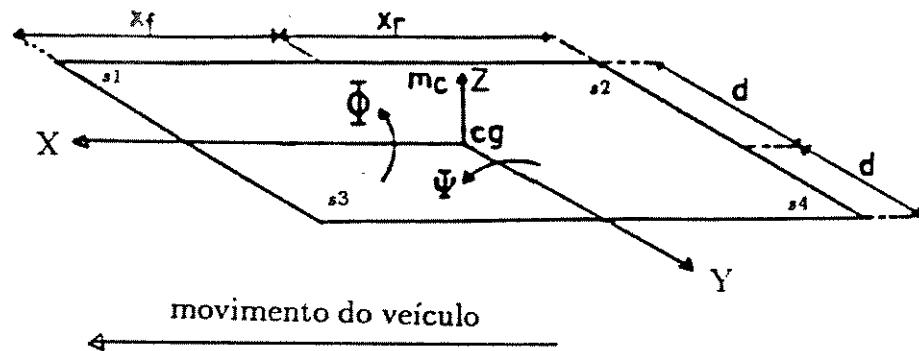


Figura 2.2 - Sistema de coordenadas do corpo principal do veículo

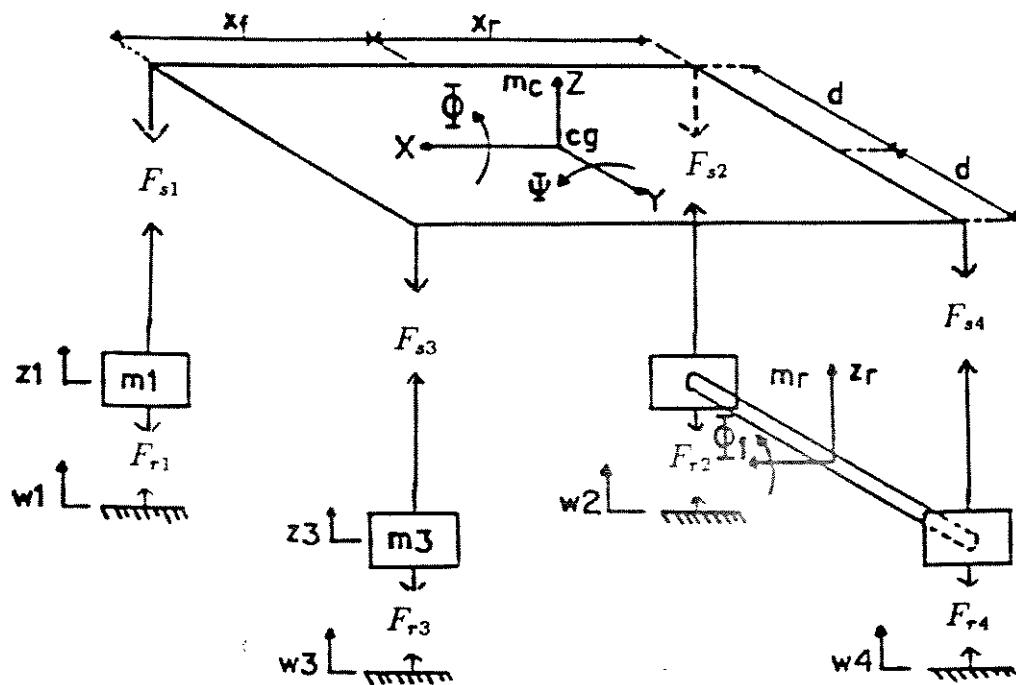


Figura 2.3 - Forças das suspensões e das rodas.

Para encontrar o modelo matemático adota-se as seguintes hipóteses simplificadoras:

- deslocamentos translacionais e angulares pequenos (linearização)
- forças dos elementos de rigidez e amortecimento nas suspensões e nas rodas, são consideradas apenas na direção vertical (eixo Z)

Para encontrar as forças nas suspensões e nas rodas existe a necessidade de conhecer os deslocamentos e as velocidades relativas em cada conjunto de suspensão e nas rodas.

Os deslocamentos linearizados de cada conjunto de suspensão são:

$$\delta_{s1} = Z - d \Phi - x_f \Psi - Z_1 \quad (2.1)$$

$$\delta_{s2} = Z - d \Phi + x_r \Psi - Z_r + d \Phi_1 \quad (2.2)$$

$$\delta_{s3} = Z + d \Phi - x_f \Psi - Z_3 \quad (2.3)$$

$$\delta_{s4} = Z + d \Phi + x_r \Psi - Z_r - d \Phi_1 \quad (2.4)$$

Nas equações (2.1) a (2.4) estão excluídos os deslocamentos estáticos. Para estes deslocamentos existem três situações possíveis:

- $\delta_s > 0$: alívio ou expansão da suspensão
- $\delta_s = 0$: equilíbrio estático
- $\delta_s < 0$: compressão da suspensão

As velocidades são as derivadas dos deslocamentos em relação ao tempo:

$$\dot{\delta}_{s1} = \dot{Z} - d \dot{\Phi} - x_f \dot{\Psi} - \dot{Z}_1 \quad (2.5)$$

$$\dot{\delta}_{s2} = \dot{Z} - d \dot{\Phi} + x_r \dot{\Psi} - \dot{Z}_r + d \dot{\Phi}_1 \quad (2.6)$$

$$\dot{\delta}_{s3} = \dot{Z} + d \dot{\Phi} - x_f \dot{\Psi} - \dot{Z}_3 \quad (2.7)$$

$$\dot{\delta}_{s4} = \dot{Z} + d \dot{\Phi} + x_r \dot{\Psi} - \dot{Z}_r - d \dot{\Phi}_1 \quad (2.8)$$

As três situações para as velocidades das suspensões são:

- $\dot{\delta}_s > 0$: velocidade de expansão
- $\dot{\delta}_s = 0$: equilíbrio estático
- $\dot{\delta}_s < 0$: velocidade de compressão

Os deslocamentos relativos dos centros das rodas em relação ao solo, são:

$$\delta_{r1} = Z_1 - w_1 \quad (2.9)$$

$$\delta_{r2} = Z_r - d \Phi_1 - w_2 \quad (2.10)$$

$$\delta_{r3} = Z_3 - w_3 \quad (2.11)$$

$$\delta_{r4} = Z_r + d \Phi_1 - w_4 \quad (2.12)$$

Nas equações (2.9) a (2.12) não estão incluídos os deslocamentos estáticos. As três situações possíveis para estes deslocamentos são:

- $\delta_r > 0$: as rodas se afastam do solo (expansão dos pneus)
- $\delta_r = 0$: equilíbrio estático
- $\delta_r < 0$: as rodas se aproximam do solo (compressão dos pneus)

As velocidades novamente são encontradas derivando-se os deslocamentos em relação ao tempo:

$$\dot{\delta}_{r1} = \dot{Z}_1 - \dot{w}_1 \quad (2.13)$$

$$\dot{\delta}_{r2} = \dot{Z}_r - d \dot{\Phi}_1 - \dot{w}_2 \quad (2.14)$$

$$\dot{\delta}_{r3} = \dot{Z}_3 - \dot{w}_3 \quad (2.15)$$

$$\dot{\delta}_{r4} = \dot{Z}_r + d \dot{\Phi}_1 - \dot{w}_4 \quad (2.16)$$

As três situações possíveis para estas velocidades são:

- $\dot{\delta}_r > 0$: velocidade de expansão
- $\dot{\delta}_r = 0$: equilíbrio estático
- $\dot{\delta}_r < 0$: velocidade de compressão

Define-se a amplitude da força dinâmica em cada conjunto de suspensão como:

$$F_{s1} = C_{s1} \dot{\delta}_{s1} + K_{s1} \delta_{s1} - U_1 \quad (2.17)$$

$$F_{s2} = C_{s2} \dot{\delta}_{s2} + K_{s2} \delta_{s2} - U_2 \quad (2.18)$$

$$F_{s3} = C_{s3} \dot{\delta}_{s3} + K_{s3} \delta_{s3} - U_3 \quad (2.19)$$

$$F_{s4} = C_{s4} \dot{\delta}_{s4} + K_{s4} \delta_{s4} - U_4 \quad (2.20)$$

As amplitudes das forças dinâmicas no contato roda/via devido às características das mesmas são:

$$F_{r1} = C_{r1} \dot{\delta}_{r1} + K_{r1} \delta_{r1} \quad (2.21)$$

$$F_{r2} = C_{r2} \dot{\delta}_{r2} + K_{r2} \delta_{r2} \quad (2.22)$$

$$F_{r3} = C_{r3} \dot{\delta}_{r3} + K_{r3} \delta_{r3} \quad (2.23)$$

$$F_{r4} = C_{r4} \dot{\delta}_{r4} + K_{r4} \delta_{r4} \quad (2.24)$$

As equações do movimento do veículo aplicando a segunda lei de Newton e as equações de Newton-Euler para as acelerações angulares são:

$$M_c \ddot{Z} = F_e - (F_{s1} + F_{s2} + F_{s3} + F_{s4}) \quad (2.25)$$

$$M_1 \ddot{Z}_1 = F_{s1} - F_{r1} \quad (2.26)$$

$$M_3 \ddot{Z}_3 = F_{s3} - F_{r3} \quad (2.27)$$

$$M_r \ddot{Z}_r = F_{s2} + F_{s4} - (F_{r2} + F_{r4}) \quad (2.28)$$

$$I_x \ddot{\Phi} = (F_{s1} + F_{s2} - F_{s3} - F_{s4}) d \quad (2.29)$$

$$I_y \ddot{\Psi} = (F_{s1} + F_{s3}) x_f - (F_{s2} + F_{s4}) x_r \quad (2.30)$$

$$I_{x1} \ddot{\Phi}_1 = (F_{s4} - F_{s2} + F_{r2} - F_{r4}) d \quad (2.31)$$

onde:

- F_e : força externa agindo no corpo do veículo (considerada nula nos cálculos)
- I_x, I_y, I_{x1} : momentos de inércia do corpo principal em relação aos eixos X e Y; e momento de inércia do eixo traseiro em relação ao eixo X.

2.3 Modelamento das irregularidades da via

Atualmente os pesquisadores consideram basicamente dois modelos para as irregularidades da via. O primeiro modelo desenvolvido e analisado por ROBSON (1979) considera a amplitude tendo uma distribuição de Gauss e a densidade espectral da seguinte forma:

$$S(\lambda) = \frac{R_c}{\lambda^{n1}} \quad (2.32)$$

onde :

- λ : número de ciclos/metro
- R_c : constante que depende do tipo de via
- $n1$: constante

Este modelo é o mais utilizado por ser um modelo simples e de fácil aplicação, ver por exemplo HADY e CROLLA (1989), THOMPSON (1984). A excitação (irregularidade da via) é considerada como sendo um ruído branco integrado, ou seja:

$$\dot{\omega}(t) = \xi(t) \quad (2.33)$$

onde $\xi(t)$ representa um ruído branco.

Outro modelo adotado, ver por exemplo, HAC (1985), DEMIC (1990), é uma generalização da equação (2.32) e considera a densidade espectral da seguinte forma:

$$S(\lambda) = \frac{R_c}{\alpha^2 + \lambda^2} \quad (2.34)$$

onde α é uma constante.

Considerando-se a densidade espectral das irregularidades referentes a equação (2.34), tem-se (HAC (1985)):

$$S(W) = \frac{[(\sigma^2/\pi) a v]}{W^2 + a^2 v^2} \quad (2.35)$$

onde:

- σ^2 : variância das irregularidades da via
- v : velocidade do veículo
- a : coeficiente que depende do tipo da via
- W : frequência angular

O processo $w(t)$ com densidade espectral dada pela equação (2.35), é solução de uma equação diferencial para ruído branco filtrado, ou seja,

$$\dot{w}(t) + a v w(t) = \xi(t) \quad (2.36)$$

na qual $\xi(t)$ é um processo de ruído branco com função covariância

$$E[\xi(t) \xi(\tau)] = 2 \sigma^2 a v \delta(t - \tau) \quad (2.37)$$

2.4 Metodologia de resolução do sistema

As equações do movimento do veículo podem ser representadas na forma matricial, como:

$$M_d \ddot{z}(t) + C_d \dot{z}(t) + K_d z(t) = B_1 u(t) + D_1 w(t) \quad (2.38)$$

que é uma equação diferencial vetorial de segunda ordem para o vetor posição $z(t)$ de dimensão $n \times 1$. Onde:

- M_d : matriz de inércia de dimensão $n \times n$
- C_d : matriz de amortecimento de dimensão $n \times n$
- K_d : matriz de rigidez de dimensão $n \times n$
- B_1 : matriz de controle de dimensão $n \times p$
- D_1 : matriz de excitação de dimensão $n \times q$
- $u(t)$: vetor de controle de dimensão $p \times 1$
- $w(t)$: vetor excitação de dimensão $q \times 1$
- n : número de graus de liberdade, $n = 7$
- p : número de elementos de controle, $p = 4$
- q : número de excitações, $q = 4$

O vetor $z(t)$ possui a seguinte forma:

$$z^T(t) = \{Z \ Z_1 \ Z_3 \ Z_r \ \Phi \ \Psi \ \Phi_1\} \quad (2.39)$$

Para análise desta equação é conveniente modificá-la para um sistema de primeira ordem, ver por exemplo, BRYSON e HO (1975), KWAKERNAAK e SIVAN (1972), OGATA (1982). Define-se:

$$\{x(t)\} = \left\{ \begin{array}{c} z(t) \\ \dot{z}(t) \end{array} \right\} \quad (2.40)$$

que representa um vetor de estado de dimensão $2n \times 1$.

Adicionando-se à equação do movimento, a equação trivial

$$\dot{z}(t) = \dot{z}(t) \quad (2.41)$$

Encontra-se a equação de estado:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + D w(t) \quad (2.42)$$

que representa uma equação vetorial $2n \times 1$. A matriz A , matriz de estado, de dimensão $2n \times 2n$, possui a seguinte estrutura

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_d^{-1}K_d & -M_d^{-1}C_d \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

onde:

- M_d , C_d e K_d são as matrizes de inércia, amortecimento e rigidez de dimensão $n \times n$ já definidas
- 0 é uma matriz nula de dimensão $n \times n$
- I é a matriz identidade de dimensão $n \times n$.

A matriz de controle B , de dimensão $2n \times p$, é definida como:

$$B = \begin{bmatrix} 0_1 \\ M_d^{-1}B_1 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

onde:

- 0_1 : matriz nula de dimensão $n \times p$

A matriz de excitação D , de dimensão $2n \times q$, assume a seguinte forma:

$$D = \begin{bmatrix} 0_2 \\ M_d^{-1}D_1 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

onde:

- 0_2 : matriz nula de dimensão $n \times q$

2.5 Teoria do controle ótimo

Assume-se na equação (2.42) que o vetor de excitação $w(t)$ represente um processo aleatório do tipo ruído branco com média nula e matriz covariância Q . O índice de desempenho é dado por (BRYSON e HO (1975), KWAKERNAAK e SIVAN (1972)):

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \int_0^T \begin{bmatrix} x^T(t) & u^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & N \\ N^T & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} dt \right\} \quad (2.46)$$

onde:

- E : denota o valor esperado
- A_2 : matriz simétrica não-negativa definida

- B_2 : matriz simétrica positiva definida
- N : matriz de acoplamento entre as variáveis de estado e controle

O problema básico consiste em encontrar o vetor de controle $u(t)$ o qual minimiza o índice de performance dado em (2.46) para um sistema governado pela equação (2.42).

2.5.1 Realimentação de estado

Assumindo-se perfeita e completa medida da saída, o vetor de controle é dado por BRYSON e HO (1975)

$$u(t) = -C E[\hat{x}(t)] \quad (2.47)$$

onde $\hat{x}(t)$ valor médio e a matriz constante de ganho C é :

$$C = B_2^{-1}(N^T + B^T S) \quad (2.48)$$

S é uma matriz simétrica positiva-definida, solução da equação matricial de Riccati (apêndice A.1)

$$S(A - BB_2^{-1}N^T) + (A - BB_2^{-1}N^T)^T S - SBB_2^{-1}B^T S + (A_2 - NB_2^{-1}N^T) = 0 \quad (2.49)$$

O comportamento médio de um sistema otimamente controlado pode ser descrito pela matriz covariância do vetor de estado $x(t)$:

$$X(t) = E[x(t) x^T(t)] \quad (2.50)$$

Esta matriz é constante quando o tempo entre mudanças no controlador tende ao infinito ($t_f \rightarrow \infty$) e pode ser encontrada como solução da equação de Lyapunov (apêndice A.2)

$$(A - BC)X + X(A - BC)^T + DQD^T = 0 \quad (2.51)$$

Um método alternativo de determinar o índice de desempenho é usando o operador traço (BRYSON e HO (1975)), ou seja:

$$Jo = \text{tr}(SDQD^T) \quad (2.52)$$

onde Q é a matriz covariância do processo $w(t)$.

Esta metodologia apresentada também pode ser usada para calcular o comportamento médio de um veículo com suspensões passivas, fazendo $Bu(t) = 0$ na equação (2.42).

A resolução numérica proposta por HAC (1985) divide a equação algébrica matricial de Riccati (2.49) em quatro sistemas de equações.

Considerando-se as irregularidades da via do tipo representado pela equação (2.36) e definindo um novo vetor de estado do tipo:

$$x_q(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

onde $x(t)$ é o vetor de estado definido pela equação (2.40) e o vetor $w(t)$ é definido pela equação (2.36) e ajustado para as quatro rodas como:

$$\{w(t)\} = \left\{ \begin{array}{c} w_1(t) \\ w_2(t) \\ w_3(t) \\ w_4(t) \end{array} \right\} \quad (2.54)$$

Considerando o amortecimento das rodas (pneus) nulos, pois sua influência no sistema é reduzida (BARBIERI (1989a)) devido aos altos valores de rigidez das rodas (seção 3.5, dados), pode-se obter um novo sistema de equações do tipo:

$$\dot{x}_q = \begin{bmatrix} A & D \\ 0 & A_w \end{bmatrix} x_q + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ D_w \end{bmatrix} \xi(t) \quad (2.55)$$

ou:

$$\dot{x}_q = A_3 x_q(t) + B_3 u(t) + D_3 \xi(t) \quad (2.56)$$

logo:

$$A_3 = \begin{bmatrix} A & D \\ 0 & A_w \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

$$D_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ D_w \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Neste caso:

$$A_w = \begin{bmatrix} -a_1 v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_3 v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_4 v \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

$$D_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

E a matriz covariância da excitação:

$$Q = \begin{bmatrix} 2 \sigma_1^2 a_1 v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \sigma_2^2 a_2 v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \sigma_3^2 a_3 v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \sigma_4^2 a_4 v \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

A maioria dos algoritmos para resolver a equação de Riccati (2.49) requer completa controlabilidade do sistema (KORTUM (1979)). No caso de um sistema estocástico esta propriedade significa fisicamente que as variações de todos os componentes do vetor de estado podem ser reduzidas introduzindo-se um vetor de controle. No caso do sistema aumentado, equação (2.56), os componentes do vetor de estado que descrevem o processo de excitação associado com a via, não podem ser reduzidos aplicando uma força de controle. Para contornar esta dificuldade as matrizes A_2 e S podem ser separadas em quatro matrizes , ou seja:

$$A_2 = \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xw} \\ A_{xw}^T & A_{ww} \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

$$S = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xw} \\ S_{xw}^T & S_{ww} \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

onde:

- A_{xx} , S_{xx} : matrizes de dimensões $n \times n$
- A_{xw} , S_{xw} : matrizes de dimensões $n \times p$, são matrizes formadas apenas pelas constantes de peso (seção 4.5, matriz A_2)
- A_{ww} , S_{ww} : matrizes de dimensões $q \times q$

Do mesmo modo a matriz N pode ser dividida em duas matrizes:

$$N = \begin{bmatrix} N_x \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

onde N_x é uma matriz de dimensão $n \times p$.

Usando (2.63), (2.64), (2.65), (2.57), (2.58), (2.59) na equação (2.49), tem-se:

$$-S_{xx}(A - BB_2^{-1}N_x^T) - (A - BB_2^{-1}N_x^T)^T S_{xx} + S_{xx}BB_2^{-1}B^T S_{xx} - (A_{xx} - N_x B^{-1}N_x^T) = 0 \quad (2.66)$$

$$-S_{xw}A_w - [(A - BB_2^{-1}N_x^T)^T - S_{xx}BB_2^{-1}B^T]S_{xw} - S_{xx}D - A_{xw} = 0 \quad (2.67)$$

$$-A_w^T S_{xw}^T - S_{xw}^T [(A - BB_2^T N_x^T) - BB_2^T B^T S_{xx}] - D^T S_{xx} - A_{xw}^T = 0 \quad (2.68)$$

$$S_{ww}A_w + A_w^T S_{ww} + (S_{xw}^T D + D^T S_{xw} + A_{ww} + S_{xw}^T BB_2^{-1}B^T S_{xw}) = 0 \quad (2.69)$$

A matriz de ganhos (2.48) assume a seguinte forma:

$$Q = \begin{bmatrix} 2\sigma_1^2 a_1 v & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 2\sigma_2^2 a_2 v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sigma_3^2 a_3 v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\sigma_4^2 a_4 v \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

A maioria dos algoritmos para resolver a equação de Riccati (2.49) requer completa controlabilidade do sistema (KORTUM (1979)). No caso de um sistema estocástico esta propriedade significa fisicamente que as variações de todos os componentes do vetor de estado podem ser reduzidas introduzindo-se um vetor de controle. No caso do sistema aumentado, equação (2.56), os componentes do vetor de estado que descrevem o processo de excitação associado com a via, não podem ser reduzidos aplicando uma força de controle. Para contornar esta dificuldade as matrizes A_2 e S podem ser separadas em quatro matrizes, ou seja:

$$A_2 = \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xw} \\ A_{xw}^T & A_{ww} \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

$$S = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xw} \\ S_{xw}^T & S_{ww} \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

onde:

- A_{xx} , S_{xx} : matrizes de dimensões $n \times n$
- A_{xw} , S_{xw} : matrizes de dimensões $n \times p$, são matrizes formadas apenas pelas constantes de peso (seção 4.5, matriz A_2)
- A_{ww} , S_{ww} : matrizes de dimensões $q \times q$

Do mesmo modo a matriz N pode ser dividida em duas matrizes:

$$N = \begin{bmatrix} N_x \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

onde N_x é uma matriz de dimensão $n \times p$.

Usando (2.63), (2.64), (2.65), (2.57), (2.58), (2.59) na equação (2.49), tem-se:

$$-S_{xx}(A - BB_2^{-1}N_x^T) - (A - BB_2^{-1}N_x^T)^T S_{xx} + S_{xx}BB_2^{-1}B^T S_{xx} - (A_{xx} - N_x B^{-1}N_x^T) = 0 \quad (2.66)$$

$$-S_{xw}A_w - [(A - BB_2^{-1}N_x^T)^T - S_{xx}BB_2^{-1}B^T]S_{xw} - S_{xx}D - A_{xw} = 0 \quad (2.67)$$

$$-A_w^T S_{xw}^T - S_{xw}^T [(A - BB_2^T N_x^T) - BB_2^T B^T S_{xx}] - D^T S_{xx} - A_{xw}^T = 0 \quad (2.68)$$

$$S_{ww}A_w + A_w^T S_{ww} + (S_{xw}^T D + D^T S_{xw} + A_{ww} + S_{xw}^T BB_2^{-1}B^T S_{xw}) = 0 \quad (2.69)$$

A matriz de ganhos (2.48) assume a seguinte forma:

$$C = B_2^{-1} [(N_x^T + B^T S_{xx}); B^T S_{xw}] \quad (2.70)$$

Do mesmo modo a matriz covariância X do vetor de estado pode ser separada em quatro matrizes e a matriz C em duas outras:

$$X = \begin{bmatrix} X_{xx} & X_{xw} \\ X_{xw}^T & X_{ww} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_x & C_w \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

onde:

- X_{xx} : matriz de dimensão $n \times n$
- X_{xw} : matriz de dimensão $n \times q$
- X_{ww} : matriz de dimensão $q \times q$
- C_x : matriz de dimensão $p \times n$
- C_w : matriz de dimensão $p \times q$, esta matriz representa a contribuição das características das vias nas forças dos elementos ativos. Isto é permitido uma vez que se tem conhecimento prévio das equações das vias.

Inserindo estes valores na equação (2.51) e usando (2.57), (2.58), (2.59):

$$\begin{bmatrix} A - BC_x & D - BC_w \\ 0 & A_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{xx} & X_{xw} \\ X_{xw}^T & X_{ww} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{xx} & X_{xw} \\ X_{xw}^T & X_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^T - C_x^T B^T & 0 \\ D^T - C_w^T B^T & A_w^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & D_w \end{bmatrix} = 0 \quad (2.73)$$

Separando as equações, tem-se:

$$A_w X_{ww} + X_{ww} A_w^T + D_w Q D_w^T = 0 \quad (2.74)$$

$$(A - BC_x^T) X_{xw} + X_{xw} A_w^T + (D - BC_w) X_{xw} = 0 \quad (2.75)$$

$$(A - BC_x^T) X_{xx} + X_{xx} (A - BC_x^T)^T + [(D - BC_w) X_{xw}^T + X_{xw} (D - BC_w)^T] = 0 \quad (2.76)$$

2.5.2 Realimentação de saída

Para um sistema com realimentação de saída onde nem todas as variáveis podem ser medidas, o vetor de controle é escolhido da forma (THOMPSON, DAVIS e SALZBORN (1984), WILSON, SHARP e HASSAN (1986)):

$$u(t) = -K y(t) \quad (2.77)$$

onde:

- K : matriz de dimensão $p \times m$
- $y(t)$: vetor de medidas de dimensão $m \times 1$

$$y(t) = M \ x(t) \quad (2.78)$$

onde M é uma matriz de medida de dimensão $m \times 2n + q$.

Levando estes valores na equação (2.42), tem-se:

$$\dot{x}(t) = \bar{A} \ x(t) + D \ w(t) \quad (2.79)$$

onde:

$$\bar{A} = A - BKM \quad (2.80)$$

- O índice de desempenho J (2.46) pode ser calculado como:

$$J = \text{tr}[W_c \left\{ (A_2 - M^T K^T N^T - N K M + M^T K^T B_2 K M) \right\}] = \text{tr}[W_o D Q D^T] \quad (2.81)$$

onde as matrizes W_c e W_o são as soluções das equações de Lyapunov mostradas no apêndice B:

$$\bar{A} W_c + W_c \bar{A}^T + D Q D^T = 0 \quad (2.82)$$

$$\bar{A}^T W_o + W_o \bar{A} + A_2 - M^T K^T N^T - N K M + M^T K^T B_2 K M = 0 \quad (2.83)$$

Deve-se neste caso encontrar um valor de K que minimiza o índice de desempenho J (2.81). É possível determinar os gradientes da função objetivo J (2.81) com respeito aos elementos da matriz de ganhos K (apêndice B).

Desta forma:

$$\frac{\partial J}{\partial K} = \begin{bmatrix} \frac{\partial J}{\partial K_{11}} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial J}{\partial K_{1m}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial J}{\partial K_{p1}} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial J}{\partial K_{pm}} \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

ou:

$$\frac{\partial J}{\partial K} = (-N + M^T K^T B_2)^T W_c M^T - B^T W_o W_c M^T \quad (2.85)$$

A resolução numérica deste caso particular envolve os seguintes passos:

1. Achar um valor inicial de K
2. Resolver as equações (2.82) e (2.83) para W_c e W_o
3. Calcular o índice de desempenho J em (2.81) e $\partial J / \partial K$ em (2.85) e variar os valores de K usando uma rotina de gradiente de busca
4. Voltar ao passo 2 e continuar o processo até que uma convergência satisfatória tenha sido obtida.

2.6 Índice de desempenho

Para se otimizar um sistema de suspensão de um veículo automotivo os principais parâmetros usados são (HADY e CROLLA (1992), HAC (1985), entre outros):

- J_1 : conforto
- $J_i, i = 2 - 5$: espaço de trabalho das suspensões
- $J_i, i = 6 - 9$: segurança (bom contato roda/via)
- $J_i, i = 10 - 13$: forças de controle

Estes parâmetros são grandezas quadráticas (equação (2.46)), pois a teoria do controle ótimo baseia-se no princípio de minimização de energia. A medida do conforto durante o movimento do veículo pode ser representada pela aceleração quadrática média do comportamento do motorista. No caso em estudo considerando as irregularidades referentes às rodas do lado direito e esquerdo iguais, considera-se a aceleração do centro de gravidade do veículo, logo:

$$J_1 = E [\ddot{Z}^2] \quad (2.86)$$

Os espaços requeridos pelas suspensões são representados pelos valores quadráticos médios dos deslocamentos relativos das suspensões. Caracterizam-se por serem limitações estruturais dos sistemas. São representados por:

$$J_2 = E [\delta_{s1}^2] \quad (2.87)$$

$$J_3 = E [\delta_{s2}^2] \quad (2.88)$$

$$J_4 = E [\delta_{s3}^2] \quad (2.89)$$

$$J_5 = E [\delta_{s4}^2] \quad (2.90)$$

O contato roda/via é considerado através dos valores quadráticos médios dos deslocamentos relativos entre os centros das rodas e as vias. Estes parâmetros são fatores de segurança, ou seja, devem possuir valores pequenos, para assegurar bom contato entre as rodas e as vias e condições de manobrabilidade do veículo. São formados por:

$$J_6 = E [\delta_{r1}^2] \quad (2.91)$$

$$J_7 = E [\delta_{r2}^2] \quad (2.92)$$

$$J_8 = E [\delta_{r3}^2] \quad (2.93)$$

$$J_9 = E [\delta_{r4}^2] \quad (2.94)$$

Finalmente considera o valor quadrático médio das forças de controle. Estes parâmetros introduzem limitações técnicas, construtivas e energéticas. São representados por:

$$J_{10} = E [u_1^2] \quad (2.95)$$

$$J_{11} = E [u_2^2] \quad (2.96)$$

$$J_{12} = E [u_3^2] \quad (2.97)$$

$$J_{13} = E [u_4^2] \quad (2.98)$$

O índice de desempenho é soma dos valores acima, considerando-se as constantes de peso para cada parte, ou seja:

$$\begin{aligned} J = & \rho_1 J_1 + \rho_2 J_2 + \rho_3 J_3 + \rho_4 J_4 + \rho_5 J_5 + \rho_6 J_6 + \rho_7 J_7 + \\ & \rho_8 J_8 + \rho_9 J_9 + \rho_{10} J_{10} + \rho_{11} J_{11} + \rho_{12} J_{12} + \rho_{13} J_{13} \end{aligned} \quad (2.99)$$

As constantes de peso, ρ_1 a ρ_{13} são escolhidas para normalizar e quantificar a influência de cada parâmetro no índice de desempenho da equação (2.99). THOMPSON (1976,1984) otimiza a escolha destas constantes através da análise da variação dos autovalores do sistema. HAC (1985) otimiza as constantes (ρ_1 a ρ_9) para um sistema passivo através de variações das constantes de rigidez e amortecimento da suspensão. As demais constantes (ρ_{10} a ρ_{13}) são otimizadas através da variação do índice de desempenho (J) e das partes que o compõe (J_1 a J_{13}). Usa-se a metodologia desenvolvida por HAC nos Capítulos 3 e 4. Como o índice de desempenho é um número adimensional, as dimensões das constantes são:

- $\rho_1 : [s^4/m^2]; \quad \rho_2 \text{ a } \rho_9 : [m^{-2}]; \quad \rho_{10} \text{ a } \rho_{13} : [N^{-2}]$

Substituindo-se os valores encontrados em (2.86) a (2.98) em (2.99) e após algumas manipulações o índice de desempenho pode ser escrito na forma:

$$J = E \left\{ \left[\begin{array}{cc} x^T & u^T \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} A_2 & N \\ N^T & B_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} x \\ u \end{array} \right] \right\} \quad (2.100)$$

No estado de equilíbrio ($t_f \rightarrow \infty$) o índice de desempenho de (2.100) pode ser convertido na forma de (2.46) sem mudar seu valor. As matrizes A_2 , N e B_2 são mostradas na seção 4.5. A matriz A_2 é uma matriz que relaciona as variáveis de estado. A matriz N é uma matriz de acoplamento entre as variáveis de estado e controle devido ao fato de utilizar elementos passivos e ativos nas suspensões (BRYSON e HO (1975), HAC(1985)). A matriz B_2 relaciona as variáveis de controle. Estas matrizes são encontradas rearranjando os elementos de (2.99) na forma:

$$J = x^T A_2 x + u^T N^T x + x^T N u + u^T B_2 u \quad (2.101)$$

Para encontrar os elementos da matriz A_2 usa-se o primeiro produto do lado direito da última equação, ou seja:

$$x^T A_2 x = \{ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{18} \} \begin{bmatrix} A_{2(1,1)} & A_{2(1,2)} & \dots & A_{2(1,18)} \\ A_{2(2,1)} & A_{2(2,2)} & \dots & A_{2(2,18)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{2(18,1)} & A_{2(18,2)} & \dots & A_{2(18,18)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{18} \end{Bmatrix} \quad (2.102)$$

Fazendo a multiplicação, tem-se:

$$x^T A_2 x = x_1 A_{2(1,1)} x_1 + x_1 A_{2(1,2)} x_2 + \dots + x_{18} A_{2(18,18)} x_{18} \quad (2.103)$$

Desta forma, o termo $A_{2(1,1)}$ será o componente da equação (2.99) que possuir o termo x_1^2 , o termo $A_{2(1,2)}$ será o de componente $x_1 x_2$ dividido por 2, pois a matriz A_2 é simétrica; os demais termos são obtidos da mesma forma. Para encontrar os elementos das matrizes B_2 e N usa-se o mesmo procedimento.

Para determinação do índice de desempenho em (2.99) é necessário encontrar a matriz dos ganhos C e a matriz de covariância X do vetor de estado. Com estes valores calculados podemos calcular todas as partes do índice de desempenho, ou seja:

$$\begin{aligned} J_1 &= E[\tilde{Z}^2] = E\left\{\left[\sum_1^{18}\left(A_3(8,i) - \frac{1}{M_c}C(i)\right)x_i\right]^2\right\} \\ &= \sum_{i=1}^{18} \sum_{j=1}^{18} \left[A_3(8,i) - \frac{1}{M_c} \left(\sum_{k=1}^4 C(k,i) \right) \right] \dots \\ &\quad \left[A_3(8,j) - \frac{1}{M_c} \left(\sum_{k=1}^4 C(k,j) \right) \right] E(x_i x_j) \end{aligned} \quad (2.104)$$

Como o valor esperado $E(x_i x_j)$ é o elemento $X(i,j)$ da matriz covariância X :

$$J_1 = \sum_{i=1}^{18} \sum_{j=1}^{18} \left[A_3(8,i) - \frac{1}{M_c} \left(\sum_{k=1}^4 C(k,i) \right) \right] \left[A_3(8,j) - \frac{1}{M_c} \left(\sum_{k=1}^4 C(k,j) \right) \right] X(i,j) \quad (2.105)$$

Os demais componentes do índice de desempenho são:

$$\begin{aligned} J_2 &= X(1,1) - 2X(1,2) - 2dX(1,5) - 2x_f X(1,6) + X(2,2) + \\ &\quad 2dX(2,5) + 2x_f X(2,6) + d^2 X(5,5) + 2d x_f X(5,6) + x_f^2 X(6,6) \end{aligned} \quad (2.106)$$

$$\begin{aligned}
J_3 = & X(1,1) - 2X(1,4) - 2dX(1,5) + 2x_r X(1,6) + 2dX(1,7) + \\
& X(4,4) + 2dX(4,5) - 2x_r X(4,6) - 2dX(4,7) + d^2 X(5,5) - \\
& 2d x_r X(5,6) - 2d^2 X(5,7) + x_r^2 X(6,6) + 2d x_r X(6,7) + d^2 X(7,7) \quad (2.107)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_4 = & X(1,1) - 2X(1,3) + 2dX(1,5) - 2x_f X(1,6) + X(3,3) - \\
& 2dX(3,5) + 2x_f X(3,6) + d^2 X(5,5) - 2d x_f X(5,6) + x_f^2 X(6,6) \quad (2.108)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_5 = & X(1,1) - 2X(1,4) + 2dX(1,5) + 2x_r X(1,6) - 2dX(1,7) + \\
& X(4,4) - 2dX(4,5) - 2x_r X(4,6) - 2dX(4,7) + d^2 X(5,5) + \\
& 2d x_r X(5,6) - 2d^2 X(5,7) + x_r^2 X(6,6) - 2d x_r X(6,7) + d^2 X(7,7) \quad (2.109)
\end{aligned}$$

$$J_6 = X(2,2) - 2X(2,15) + X(15,15) \quad (2.110)$$

$$J_7 = X(4,4) - 2dX(4,7) - 2X(4,16) + d^2 X(7,7) + 2dX(7,16) + X(16,16) \quad (2.111)$$

$$J_8 = X(3,3) - 2X(3,17) + X(17,17) \quad (2.112)$$

$$J_9 = X(4,4) + 2dX(4,7) - 2X(4,18) + d^2 X(7,7) - 2dX(7,18) + X(18,18) \quad (2.113)$$

$$J_{10} = \sum_{i=1}^{18} \sum_{j=1}^{18} C(1,i) C(1,j) X(i,j) \quad (2.114)$$

$$J_{11} = \sum_{i=1}^{18} \sum_{j=1}^{18} C(2,i) C(2,j) X(i,j) \quad (2.115)$$

$$J_{12} = \sum_{i=1}^{18} \sum_{j=1}^{18} C(3,i) C(3,j) X(i,j) \quad (2.116)$$

$$J_{13} = \sum_{i=1}^{18} \sum_{j=1}^{18} C(4,i) C(4,j) X(i,j) \quad (2.117)$$

2.7 Resolução numérica

O algoritmo básico para resolução numérica envolve os seguintes passos:

1. Determinação das matrizes: M_d , C_d , K_d , B_1 e D_1 da equação (2.38); A , B e D da equação (2.42) ; A_w da equação (2.60), D_w da equação (2.61) e Q da equação (2.62).
2. Determinação das matrizes A_2 , N e B_2 da equação 2.100. Separação das matrizes A_2 e N conforme as equações (2.83) e (2.85).
3. Resolução das equações (2.66) (Riccati) e (2.67) (bilinear); cálculo da matriz dos ganhos através da equação (2.70).
4. Cálculo da matriz covariância do estado X através da resolução das equações (Lyapunov) (2.74) , (2.76) e da equação (bilinear) (2.75).
5. Cálculo do índice de desempenho (2.99) através das equações (2.105) a (2.117).

Para encontrar o comportamento médio de um sistema passivo, basta eliminar o terceiro passo e considerar C nula em todas as equações.

2.8 Simbologia

Será adotada a seguinte simbologia padrão para denominação dos sistemas:

$$C . S . V . P . E .$$

onde:

- C : condição de carga do veículo ; $C =$ carregado, $D =$ descarregado
- S : tipo de sistema; $P =$ sistema passivo, $T =$ sistema com realimentação de estado, $LDV =$ sistema com realimentação de saída com medida dos deslocamentos e velocidades das suspensões, $LD =$ sistema com realimentação de saída com medida dos deslocamentos das suspensões, $LV =$ sistema com realimentação de saída com medida das velocidades das suspensões, $LW =$ sistema com realimentação de saída contendo a mesma matriz de ganho C_x do sistema com realimentação de estado e desconsiderando a matriz de ganho C_w .
- V : tipo de via; $A =$ asfáltica, $P =$ pavimentada
- P : constantes de peso ρ_1 a ρ_9 favorecendo: $C =$ conforto e $S =$ segurança
- E : extensão para os sistemas com realimentação de estado e de saída, significando: $E = 1$ constantes de peso ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-6}$, $E = 2$ constantes de peso ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8}$, $E = 3$ constantes de peso ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-10}$, $E = 4$ constantes de peso ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-12}$
- Quando houver dois pontos consecutivos sem nenhuma legenda é porque não se necessita considerar o fator que seria delimitado pelos mesmos no sistema ou é pelo fato do mesmo não ter um valor fixo (estar sendo variado)

Capítulo 3

Sistema passivo de suspensões - resultados

Os programas computacionais para resolução numérica foram escritos em linguagem FORTRAN utilizando-se o procedimento descrito por HAC (1985), ou seja, através da divisão do sistema em quatro outros sistemas. Para encontrar a solução da matriz de Lyapunov foi usado o procedimento descrito por ZAMPIERI (1981) que por sua vez, utiliza a formulação de SMITH (1968).

Considerou-se duas condições de carga do veículo, descarregado e carregado. Variou-se as constantes de rigidez das molas K_s na faixa de 60 a 140 KN/m e as constantes de amortecimento dos amortecedores C_s na faixa de 6 a 14 KNs/m . Variou-se também a velocidade do veículo na faixa de 5 a 30 m/s . A via foi modelada com os seguintes parâmetros:

- via asfáltica - $\sigma^2 = 9mm^2$; $a = 0.15m^{-1}$
- via pavimentada - $\sigma^2 = 300mm^2$; $a = 0.45m^{-1}$

Considerou-se os coeficientes de amortecimento dos amortecedores C_s e os coeficientes de rigidez das molas K_s iguais para os quatro conjuntos de suspensão. Considerou-se iguais também os coeficientes de rigidez das quatro rodas $K_r = 700KN/m$ e os coeficientes de amortecimento $C_r = 0$. Os coeficientes de amortecimento das rodas C_r são considerados nulos porque a influência dos mesmos no comportamento dinâmico do veículo é reduzida conforme mostrado por BARBIERI (1989).

Para todas as situações foram utilizadas as seguintes constantes de peso:

- $\rho_1 = 1 [s^4/m^2]$
- $\rho_2 \text{ a } \rho_5 = 2.5 \times 10^3 [m^{-2}]$
- $\rho_6 \text{ a } \rho_9 = 2.5 \times 10^4 [N^{-2}]$

Estas constantes de peso foram encontradas através de um processo iterativo. Calculou-se as partes integrantes (J_1 a J_9) do índice de desempenho (J). Normalizou-se as constantes de peso em relação a aceleração do veículo, ou seja adotou-se $\rho_1 = 1[s^4/m^2]$. As demais foram encontradas através de um processo iterativo, de forma que minimizasse o índice de desempenho.

3.1 Variação do índice de desempenho e suas partes devido variações dos elementos passivos das suspensões

As Figs. 3.1 e 3.2 mostram a variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_9) para um veículo descarregado passando por uma via asfáltica com velocidade de $5m/s$, com coeficiente de amortecimento dos amortecedores mantido fixo em $C_s = 6KNs/m$ na Fig. 3.1 e coeficiente de rigidez das molas mantido fixo em $K_s = 60KN/m$ na Fig. 3.2. Nota-se nestas figuras que para minimizar o índice de conforto (J_1) é necessário escolher valores baixos para os coeficientes de amortecimento e rigidez das suspensões, entretanto para minimizar (J_6 a J_9) que representam a segurança e o espaço de trabalho (J_2 a J_5) deve-se escolher valores altos de amortecimento e rigidez. Na tentativa de conciliar estes aspectos as constantes de peso citadas acima foram escolhidas, e nota-se que eles favorecem a segurança.

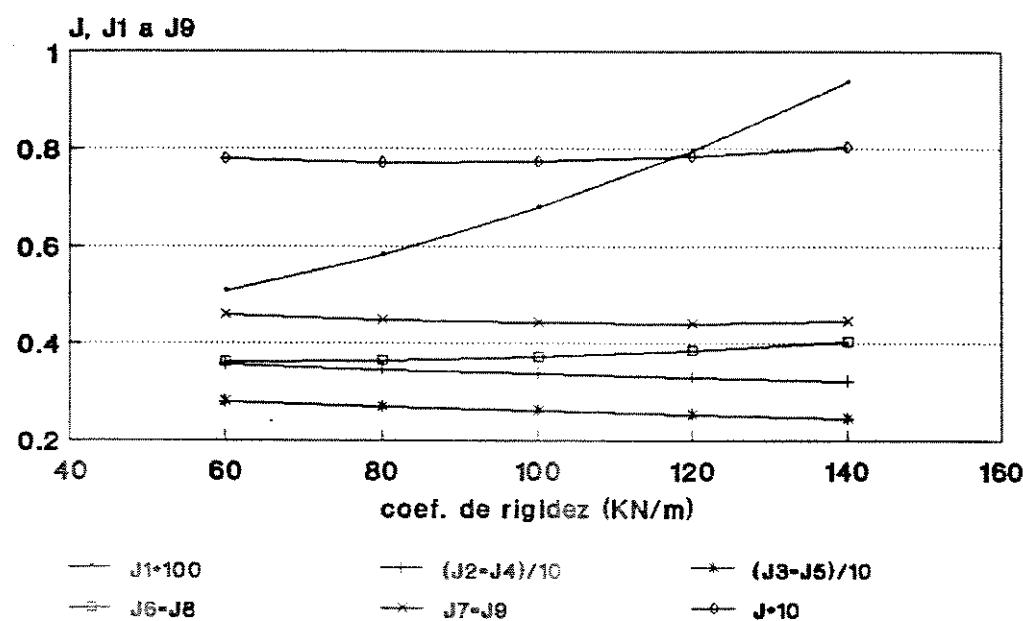


Figura 3.1 - Variação do índice de desempenho J e suas partes integrantes J_1 a J_9 , variando-se a rigidez das suspensões (sistema D.P.A., $C_s = 6KNs/m$; dimensões: $J_1[m^2/s^4]$, J_2 a $J_9[mm^2]$).

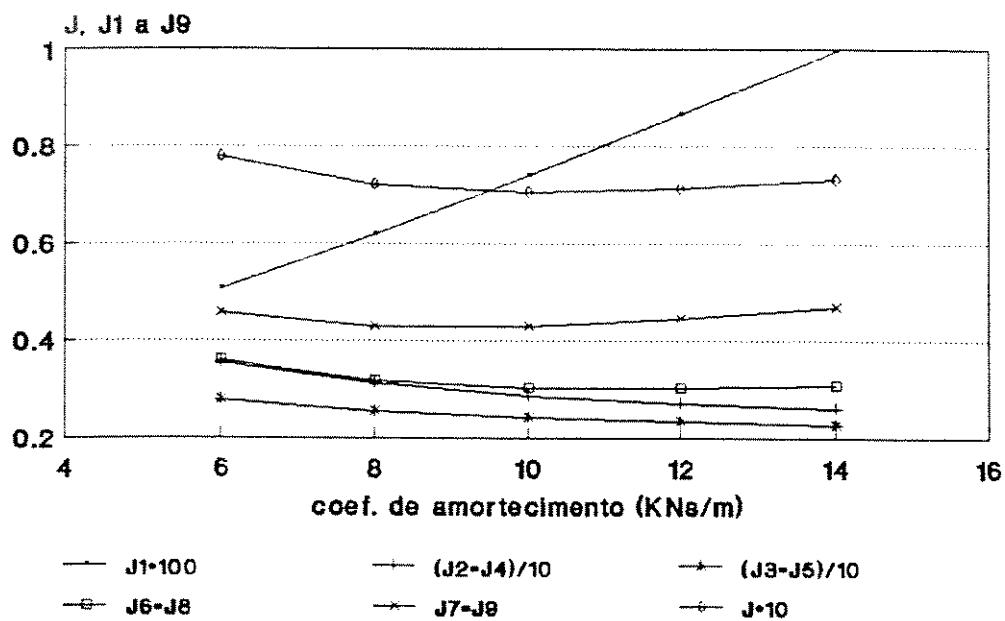


Figura 3.2 - Variação do índice de desempenho J e suas partes integrantes J_1 a J_9 , variando-se a amortecimento das suspensões (sistema D.P.A., $K_s = 60\text{KN}/m$; dimensões: $J_1[\text{m}^2/\text{s}^4]$, J_2 a $J_9[\text{mm}^2]$).

3.2 Otimização dos elementos passivos das suspensões através da minimização do índice de desempenho

Para encontrar os parâmetros ótimos construiu-se figuras tais como as Figs. 3.3 a 3.6 onde a velocidade do veículo é de 20m/s . Notou-se para toda a faixa de velocidade em estudo e para os dois tipos de via, que as constantes ótimas de amortecimento são iguais. Os valores destas constantes são:

- veículo descarregado - $C_s = 10\text{KNs/m}$
- veículo carregado - $C_s = 14\text{KNs/m}$

Os valores ótimos das constantes de rigidez das molas em KN/m são mostrados na Tab. 3.1.

Tabela 3.1 - Influência da velocidade do veículo nos valores ótimos das constantes de rigidez das suspensões.

vel. [m/s]	D.P.A..	D.P.P..	C.P.A..	C.P.P..
5	90	90	80	80
10	90	100	80	80
15	90	100	80	90
20	100	120	80	100
25	100	120	80	120
30	100	140	80	140
valor médio	95	111.67	80	101.67

Nota-se que o tipo de via tem uma grande influência nos parâmetros ótimos das suspensões mesmo variando a velocidade do veículo. Tomando o valor médio do coeficiente de amortecimento entre o veículo carregado e descarregado encontramos o valor de $C_s = 12KNs/m$ e o valor médio global do coeficiente de rigidez temos: $K_s = 97.085KN/m$. Os valores obtidos com esta metodologia, apesar de ter considerado dois tipos diferentes de via para qual o veículo foi projetado, são satisfatórios (HORTON e CROLLA (1986)).

3.3 Influência da velocidade do veículo nos parâmetros ótimos das suspensões

Para verificar a influência da velocidade do veículo no valor ótimo do coeficiente de rigidez das molas construiu-se as Figs. 3.7 a 3.10. Nota-se uma pequena variação para o sistema descarregado e nenhuma para o carregado, quando o veículo passa por uma via asfáltica. Para uma via pavimentada nota-se que a curva da rigidez é quase proporcional à velocidade do veículo e semelhante para os sistemas descarregado e carregado.

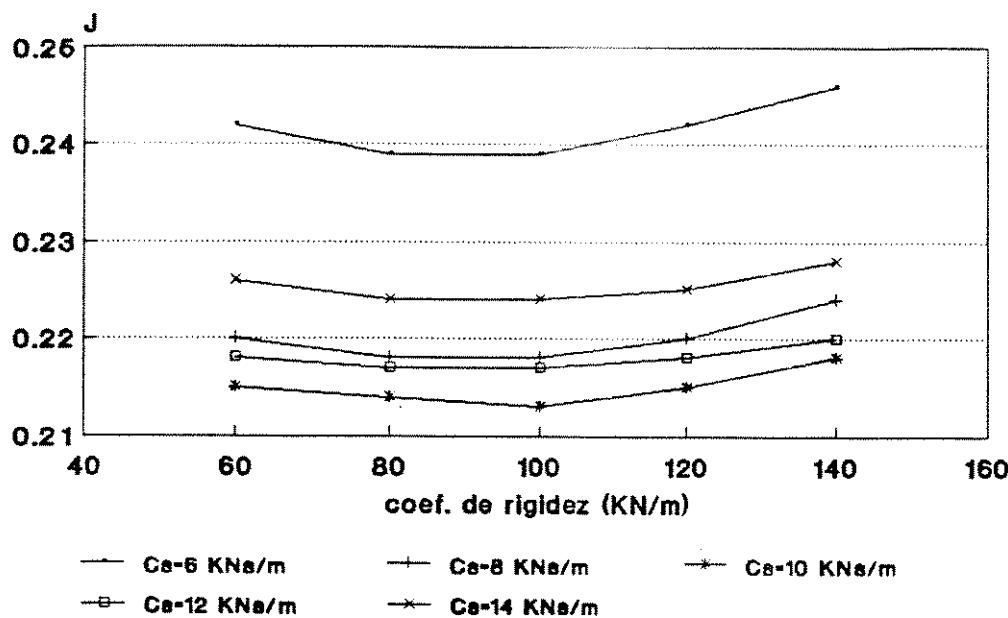


Figura 3.3 - Variação do índice de desempenho J devido variações das constantes de rigidez e amortecimento das suspensões (sistema D.P.A.., $v = 20m/s$)

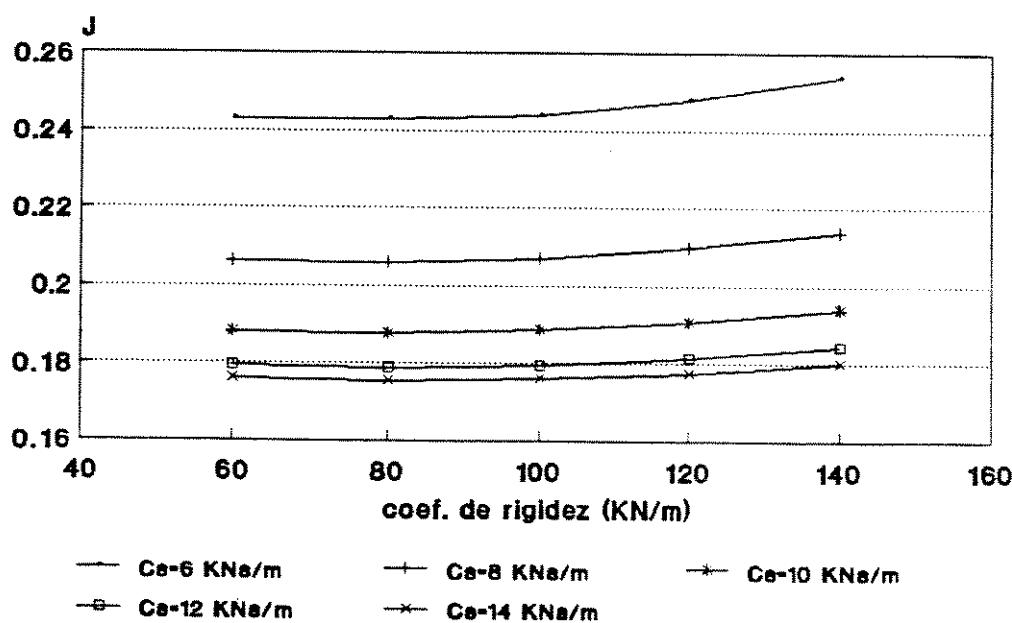


Figura 3.4 - Variação do índice de desempenho J devido variações das constantes de rigidez e amortecimento das suspensões (sistema C.P.A.., $v = 20m/s$)

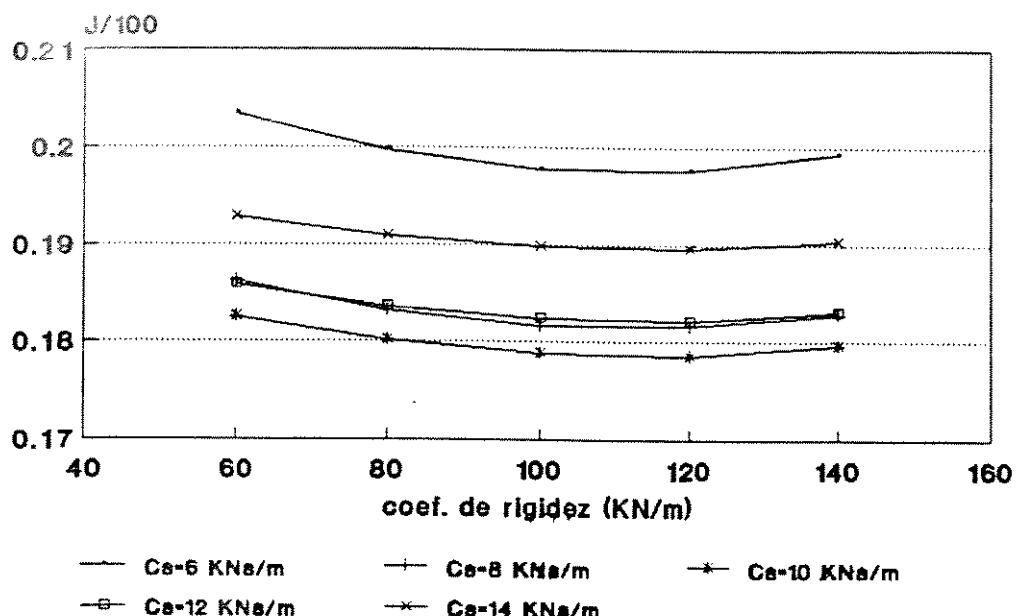


Figura 3.5 - Variação do índice de desempenho J devido variações das constantes de rigidez e amortecimento das suspensões (sistema D.P.P., $v = 20m/s$)

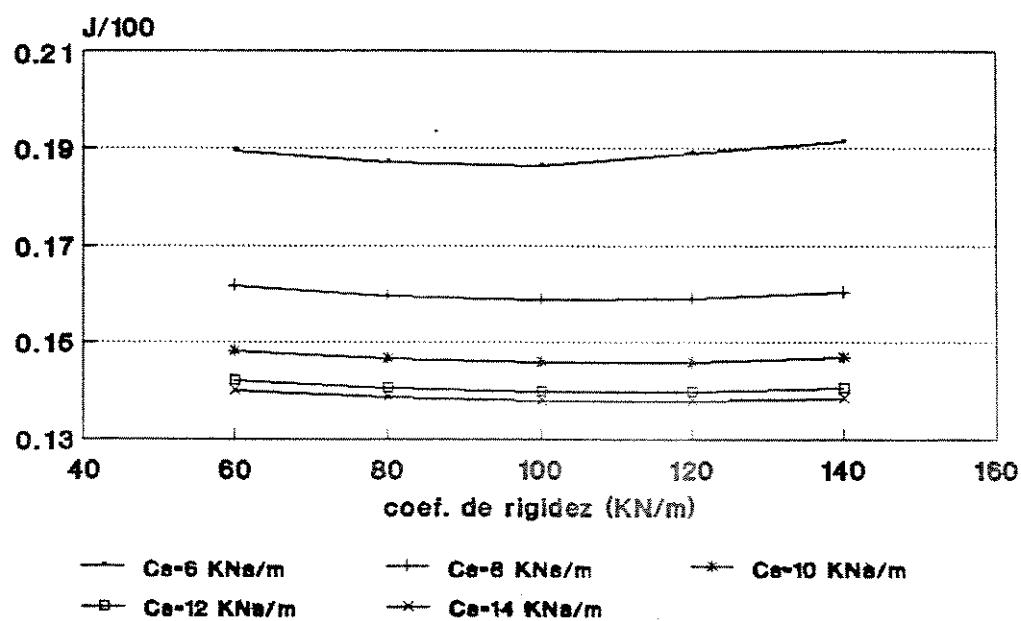


Figura 3.6 - Variação do índice de desempenho J devido variações das constantes de rigidez e amortecimento das suspensões (sistema C.P.P., $v = 20m/s$)

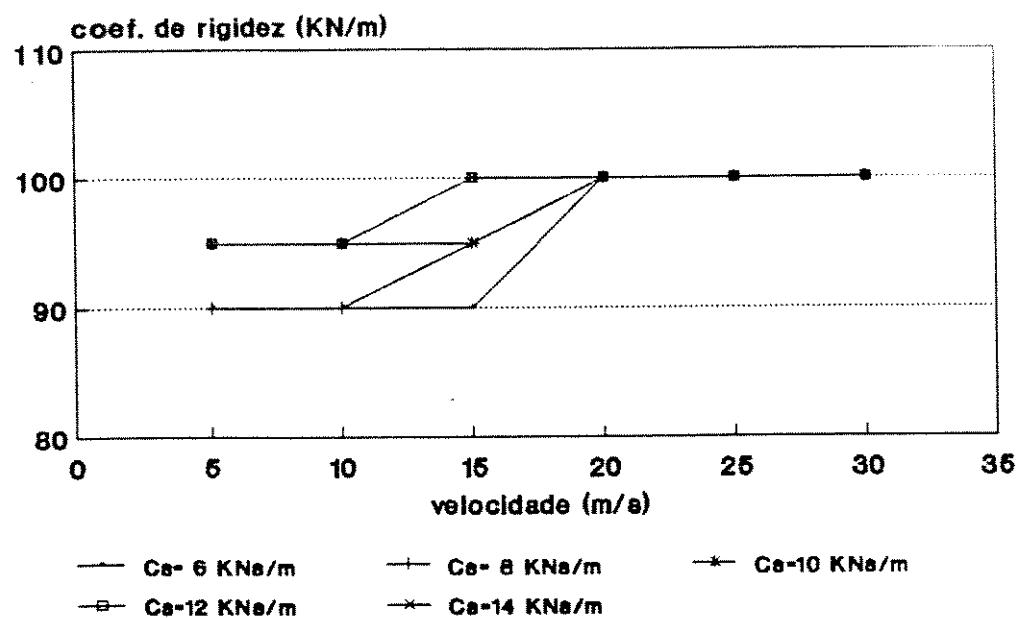


Figura 3.7 - Influência da velocidade do veículo nas constantes de rigidez ótimas para vários valores das constantes de amortecimento das suspensões (sistema D.P.A.).

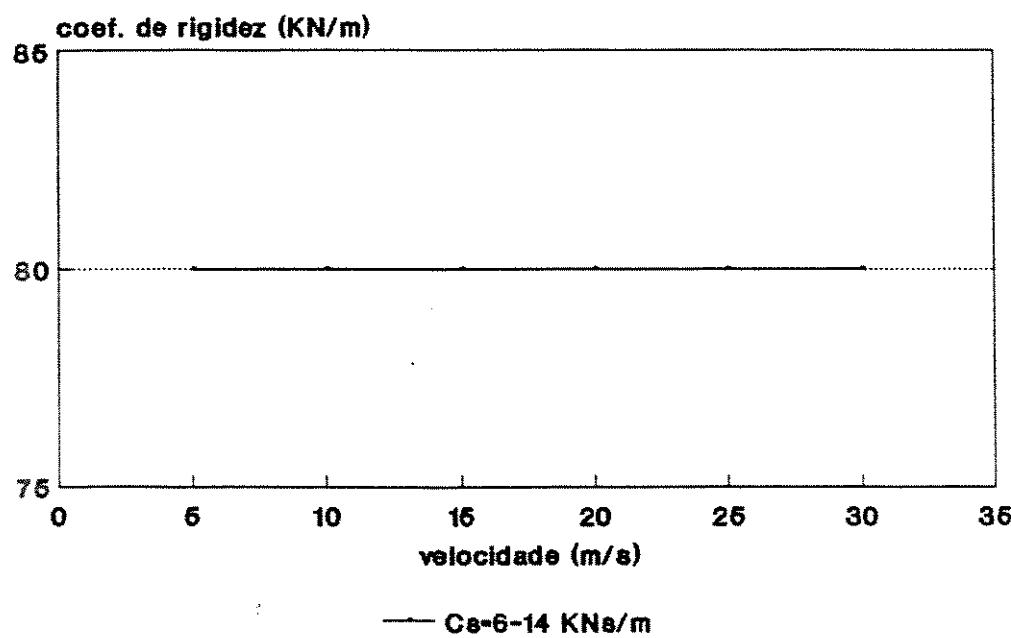


Figura 3.8 - Influência da velocidade do veículo nas constantes de rigidez ótimas para vários valores das constantes de amortecimento das suspensões (sistema C.P.A.).

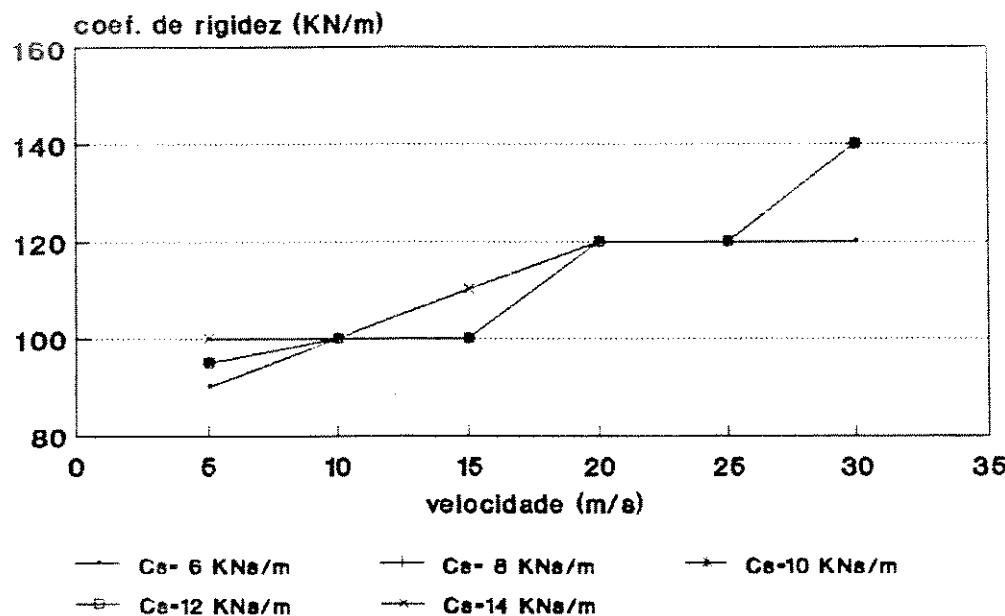


Figura 3.9 - Influência da velocidade do veículo nas constantes de rigidez ótimas para vários valores das constantes de amortecimento das suspensões (sistema D.P.P.).

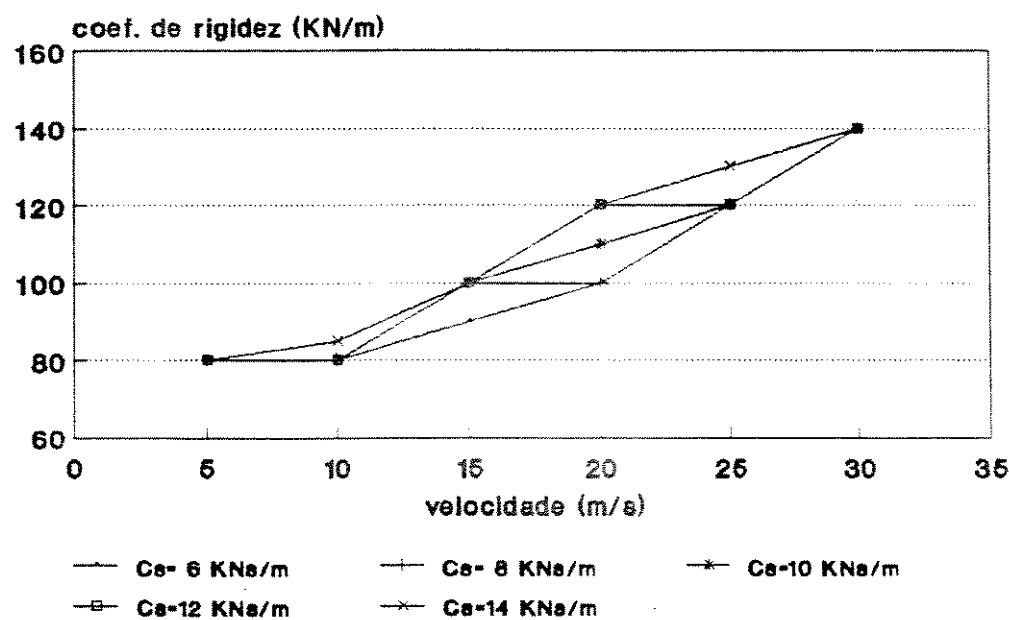


Figura 3.10 - Influência da velocidade do veículo nas constantes de rigidez ótimas para vários valores das constantes de amortecimento das suspensões (sistema C.P.P.).

3.4 Comportamento próprio dos sistemas

As Tabs. 3.2 e 3.3 mostram os autovalores para o veículo descarregado e carregado. Os modos de vibrar são mostrados nas Figs. 3.11 a 3.24. Nestas figuras fixou-se o valor da variável de amplitude maior como tendo valor unitário e as demais foram definidas relativamente a esta variável. Variou-se a fase das variáveis de 0 a 360 graus para que todas as configurações dos modos de vibrar fossem mostradas. Nota-se que os autovalores possuem movimentos de baixa frequência. O primeiro modo caracteriza-se pelo movimento conjunto do deslocamento vertical do corpo mais seu balanço, devido ao acoplamento existente com o deslocamento vertical da suspensão. Neste modo o movimento dominante é a translação vertical do corpo do veículo. Os movimentos dominantes do segundo e terceiro modos de vibrar são os deslocamentos angulares em torno dos eixos X e Y. O movimento dominante do quarto modo de vibrar é a translação vertical do conjunto traseiro. Os movimentos dominantes do quinto, sexto e sétimo modo de vibrar são as translações verticais das rodas dianteiras.

Tabela 3.2 - Autovalores.

modo de vibrar	D.P...	C.P...
primeiro	-2.39 ± 6.37	-1.69 ± 5.46
segundo	-6.59 ± 9.35	-2.73 ± 6.74
terceiro	-14.86 ± 8.79	-3.01 ± 7.03
quarto	-11.17 ± 31.21	-14.51 ± 38.91
quinto	-22.14 ± 42.36	-22.19 ± 46.35
sexto	-21.97 ± 46.53	-21.92 ± 46.59
sétimo	-21.62 ± 49.13	-21.63 ± 49.13

Tabela 3.3 - Variação do fator de amortecimento e frequência natural dos autovalores.

modo de vibrar	D.P...	C.P...
	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$
primeiro	0.351/1.082	0.295/0.909
segundo	0.576/1.820	0.375/1.157
terceiro	0.860/2.747	0.393/1.217
quarto	0.336/5.275	0.355/6.502
quinto	0.463/7.607	0.431/8.178
sexto	0.426/8.189	0.425/8.194
sétimo	0.402/8.543	0.402/8.543

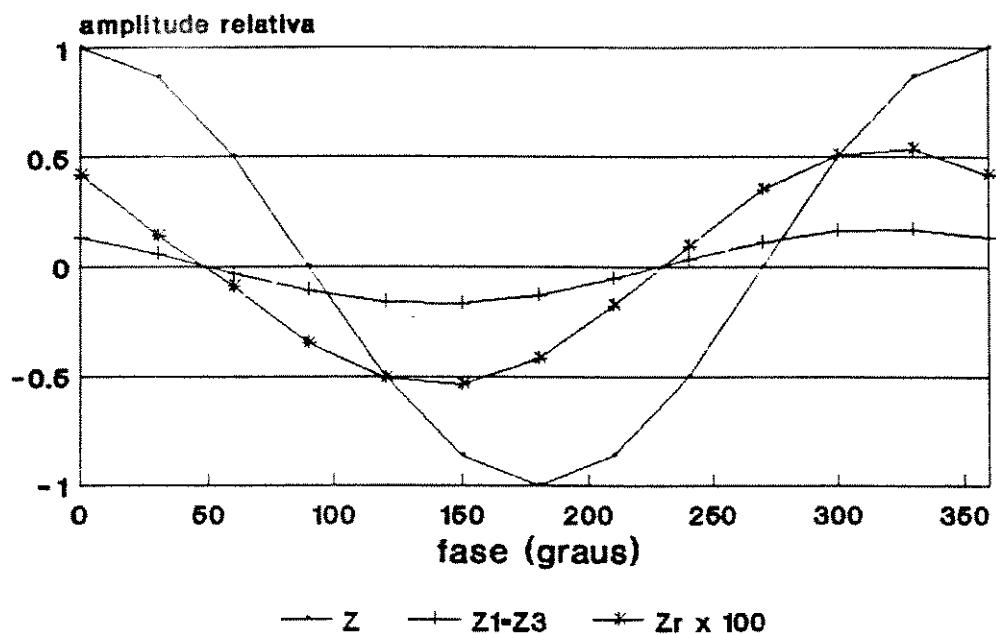


Figura 3.11 - Primeiro modo de vibrar para o veículo descarregado

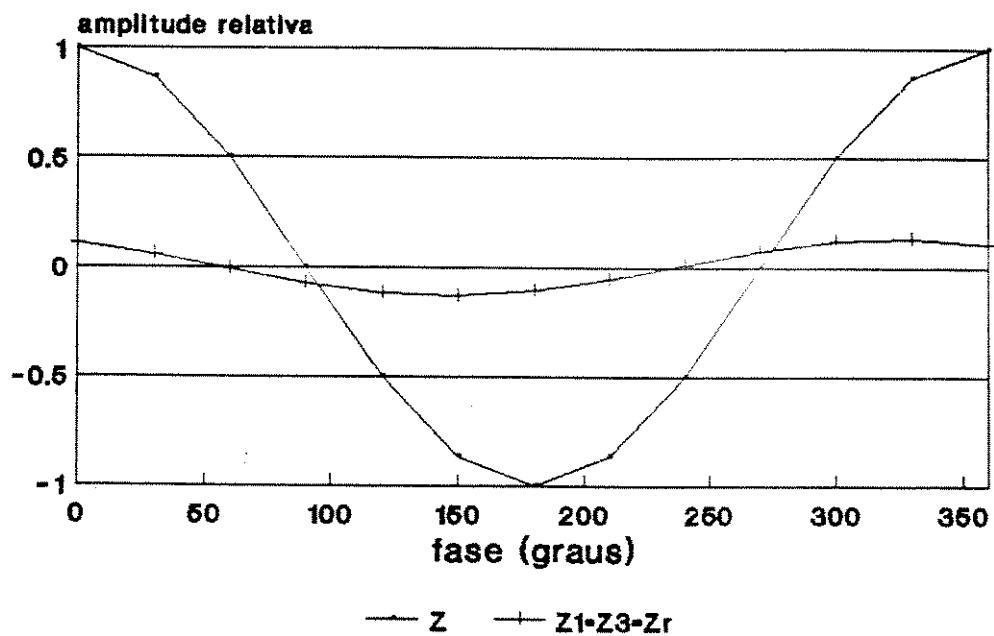


Figura 3.12 - Primeiro modo de vibrar para o veículo carregado

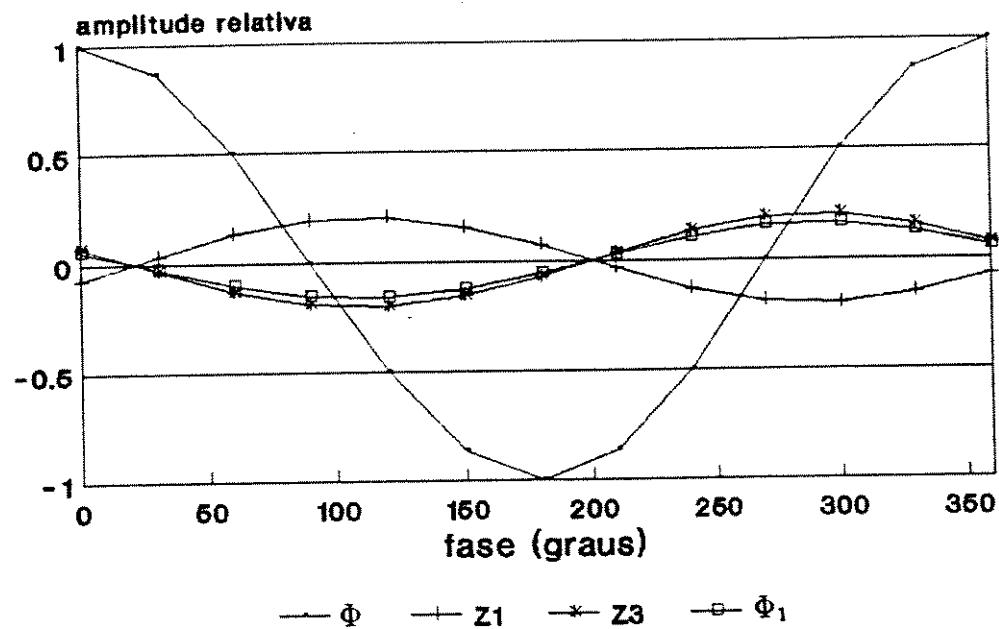


Figura 3.13 - Segundo modo de vibrar para o veículo descarregado

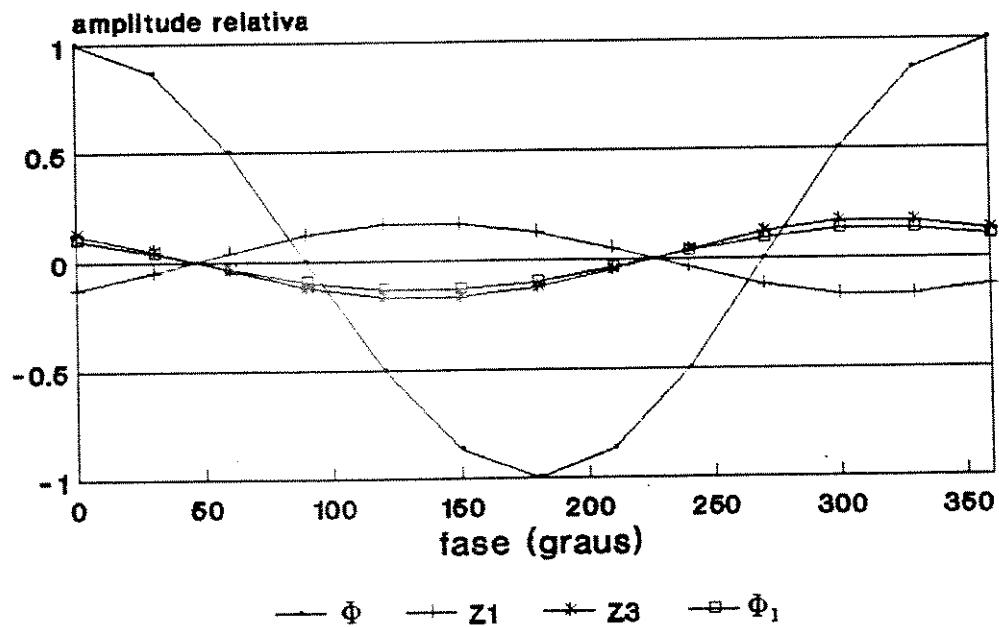


Figura 3.14 - Segundo modo de vibrar para o veículo carregado

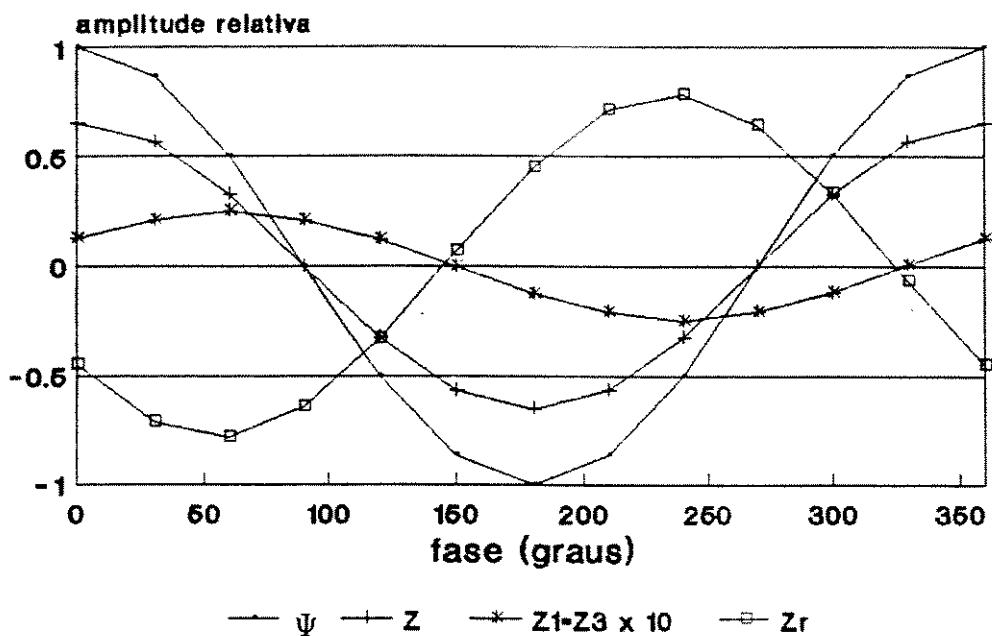


Figura 3.15 - Terceiro modo de vibrar para o veículo descarregado

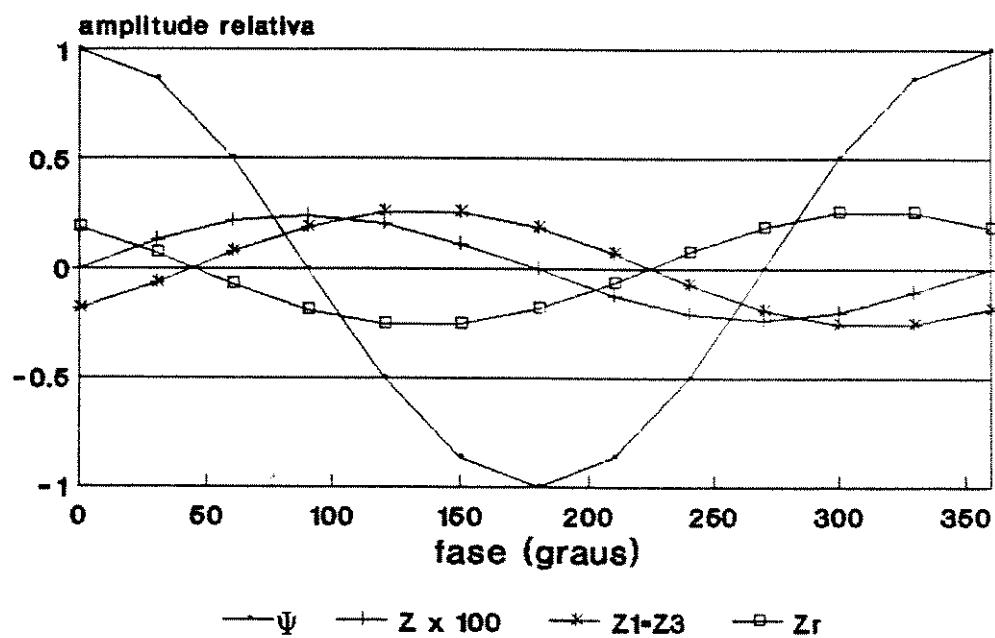


Figura 3.16 - Terceiro modo de vibrar para o veículo carregado

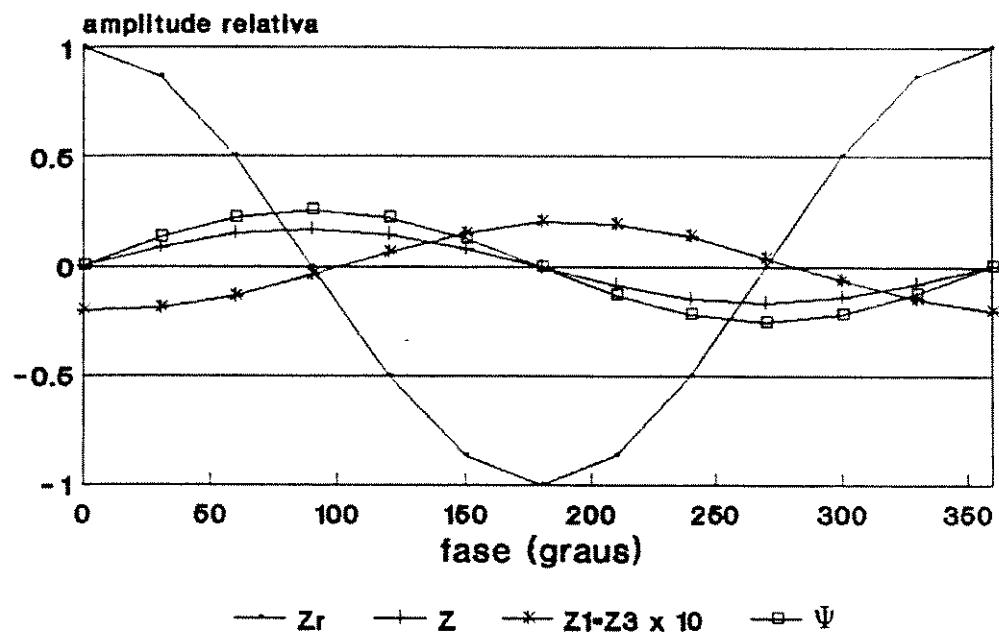


Figura 3.17 - Quarto modo de vibrar para o veículo descarregado

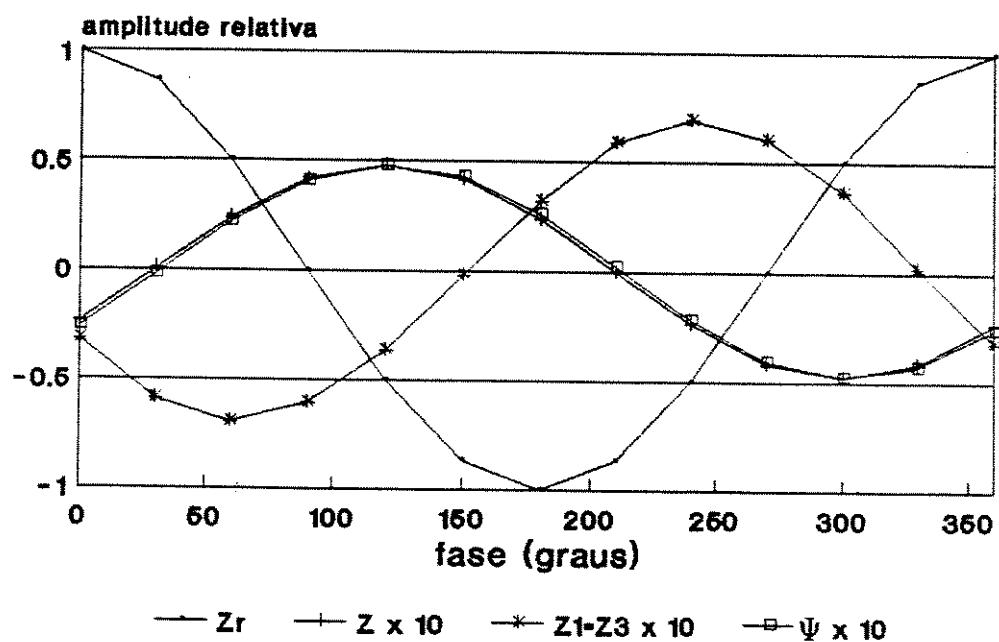


Figura 3.18 - Quarto modo de vibrar para o veículo carregado

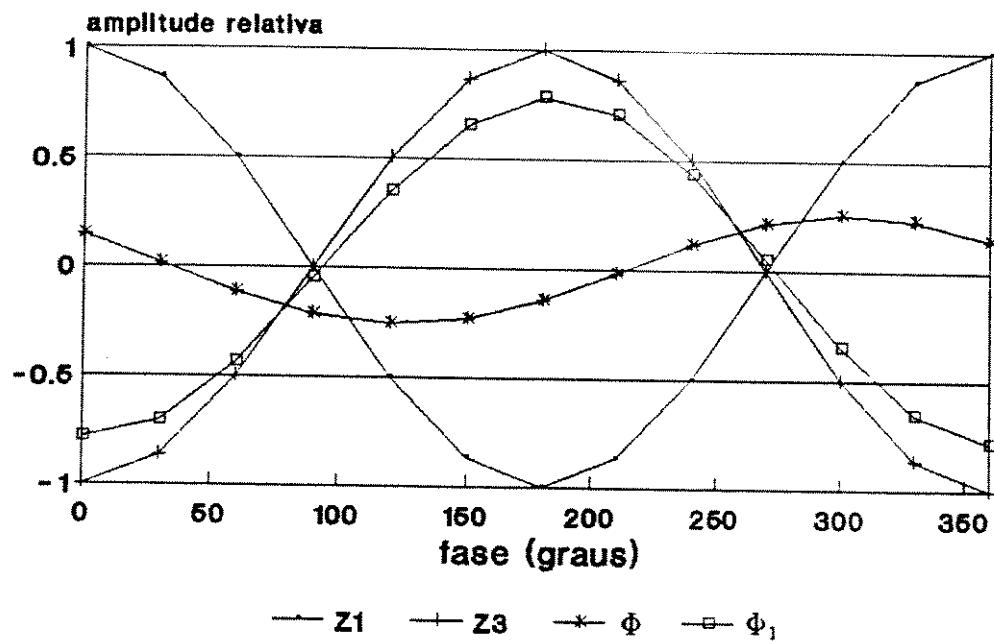


Figura 3.19 - Quinto modo de vibrar para o veículo descarregado

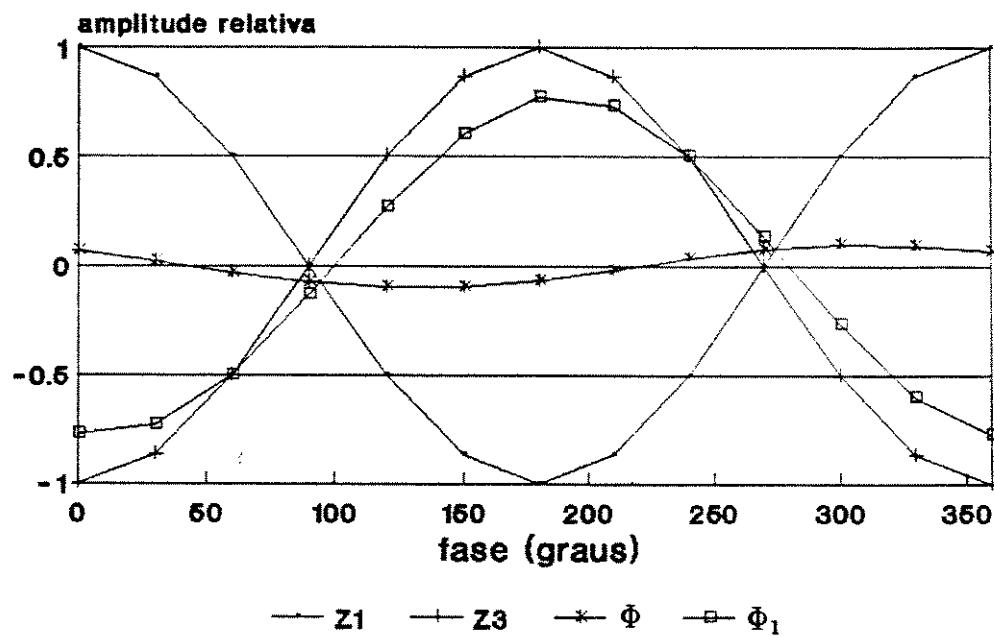


Figura 3.20 - Quinto modo de vibrar para o veículo carregado

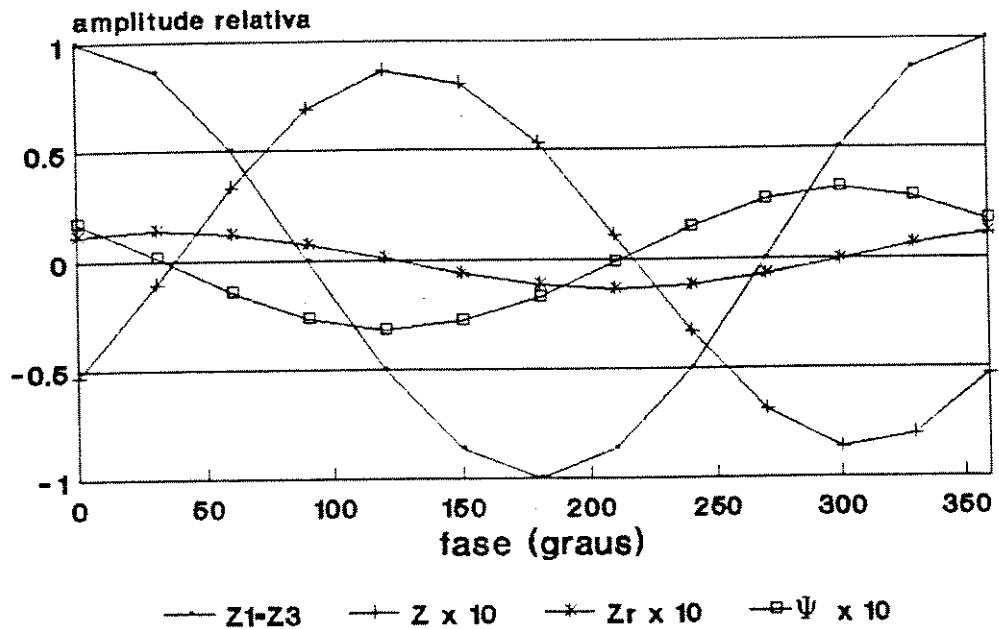


Figura 3.21 - Sexto modo de vibrar para o veículo descarregado

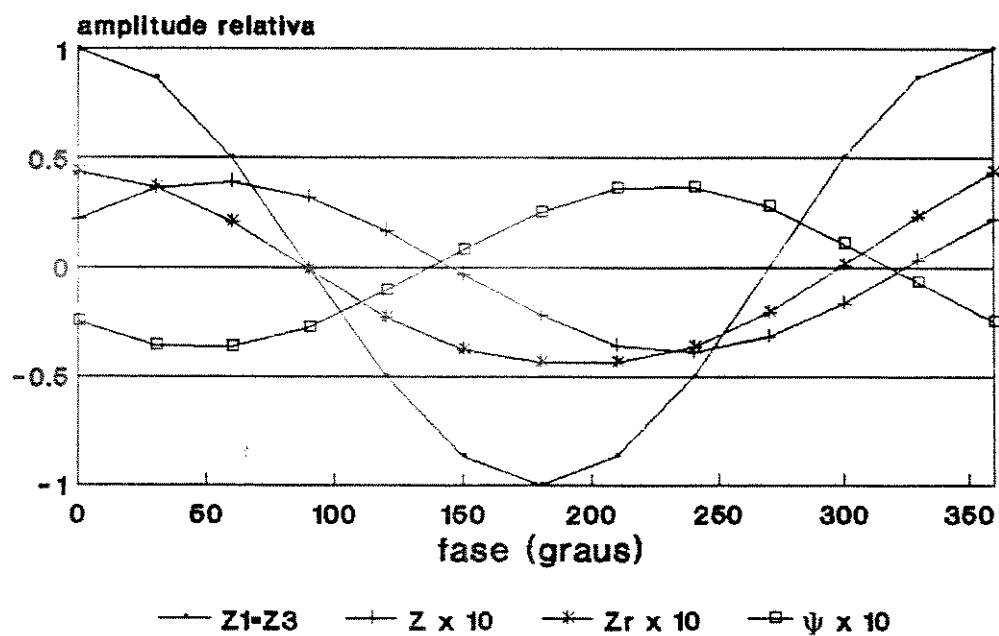


Figura 3.22 - Sexto modo de vibrar para o veículo carregado

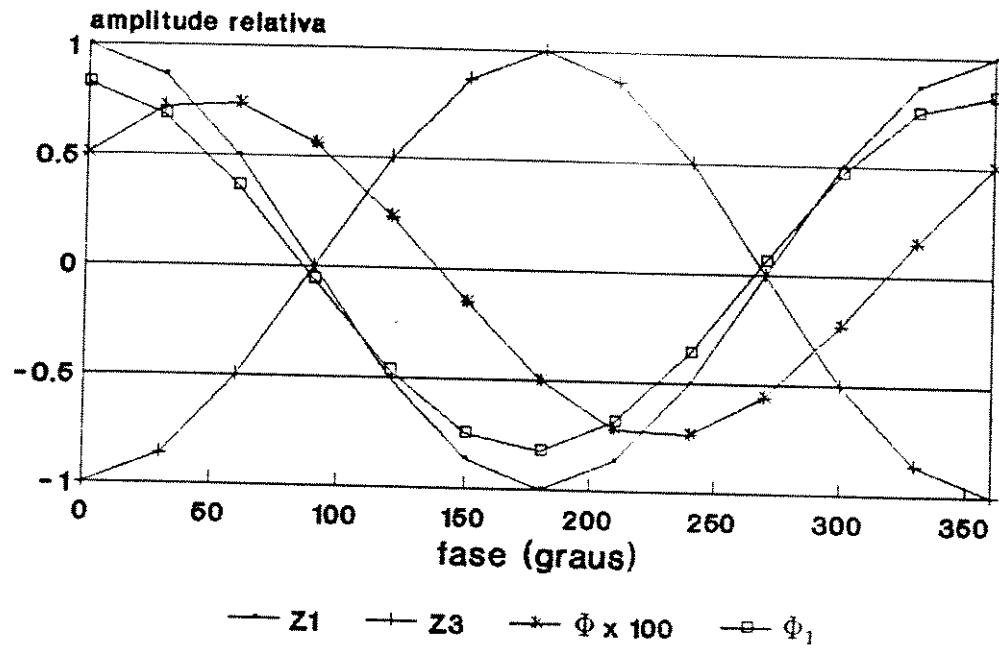


Figura 3.23 - Sétimo modo de vibrar para o veículo descarregado

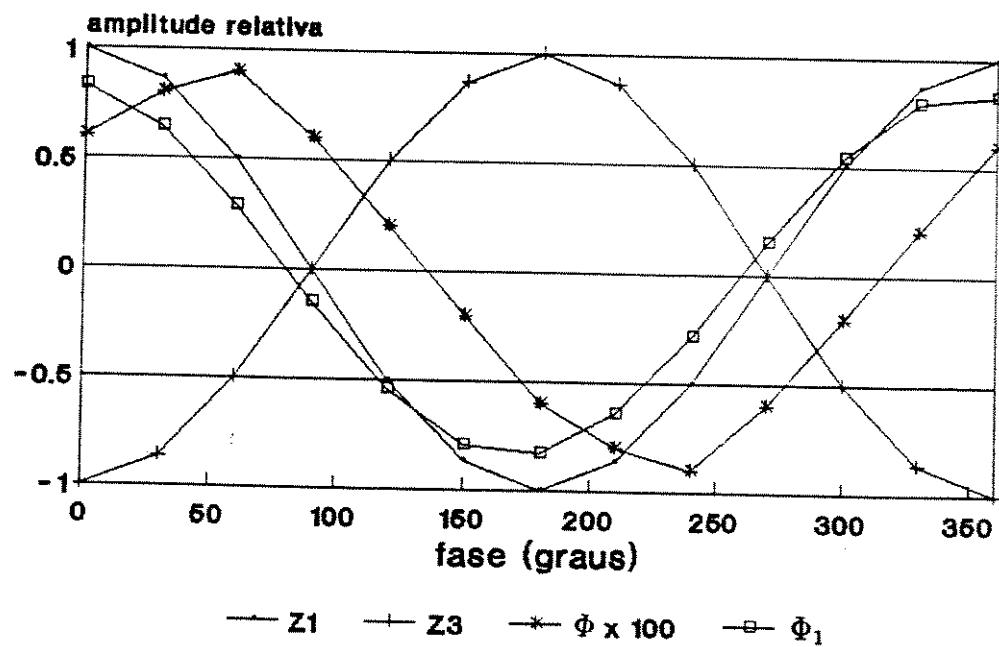


Figura 3.23 - Sétimo modo de vibrar para o veículo carregado

3.5 Dados e matrizes M_d , K_d , C_d e D_1

- Os parâmetros descrevendo o corpo do veículo são dados na tabela 3.4 (HORTON e CROLLA (1986)).

Tabela 3.4 - Parâmetros do veículo para as duas condições de carga.

	Descarregado	Carregado
$m_c [Kg]$	5260	11260
$m_1 [Kg]$	280	280
$m_3 [Kg]$	280	280
$m_r [Kg]$	860	860
$I_y [Kgm^2]$	10520	22520
$I_x [Kgm^2]$	5260	11260
$I_{x1} [Kgm^2]$	860	860
$x_f [m]$	0.77	1.85
$x_r [m]$	2.93	1.85
$d [m]$	1.25	1.25
$K_{ri,i=1,4} [KN/m]$	700	700

- Matriz de inércia M_d

$$M_d = \begin{bmatrix} m_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{x1} \end{bmatrix}$$

- Matriz de rigidez K_d

$$K_d = \begin{bmatrix} -(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4}) & K_{s1} & K_{s3} & K_{s2} + K_{s4} \\ K_{s1} & -K_{s1} - K_{r1} & 0 & 0 \\ K_{s3} & 0 & -K_{s3} - K_{r3} & 0 \\ K_{s2} + K_{s4} & 0 & 0 & -K_{s2} - K_{s4} - K_{r2} - K_{r4} \\ (K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4})d & -K_{s1}d & K_{s3}d & (-K_{s2} + K_{s4})d \\ (K_{s1} + K_{s3})x_f - (K_{s2} + K_{s4})x_r & -K_{s1}x_f & -K_{s3}x_f & (K_{s2} + K_{s4})x_r \\ (K_{s4} - K_{s2})d & 0 & 0 & (-K_{s4} + K_{s2} + K_{r2} - K_{r4})d \\ (K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4})d & (K_{s1} + K_{s3})x_f - (K_{s2} + K_{s4})x_r & (-K_{s2} + K_{s4})d & 0 \\ -K_{s1}d & -K_{s1}x_f & 0 & 0 \\ K_{s3}d & -K_{s3}x_f & 0 & 0 \\ (-K_{s2} + K_{s4})d & (K_{s2} + K_{s4})x_r & (K_{s2} - K_{s4} + K_{r2} - K_{r4})d & (K_{s2} + K_{s4})d^2 \\ (-K_{s1} - K_{s2} - K_{s3} - K_{s4})d^2 & (-K_{s1} + K_{s3})x_f d + (K_{s2} - K_{s4})x_r d & (-K_{s1} + K_{s3})x_f^2 - (K_{s2} + K_{s4})x_r^2 & (-K_{s2} + K_{s4})x_r d \\ (-K_{s1} + K_{s3})x_f d + (K_{s2} - K_{s4})x_r d & -(K_{s1} + K_{s3})x_f^2 - (K_{s2} + K_{s4})x_r^2 & (-K_{s2} + K_{s4})x_r d & -(K_{s2} + K_{s4} + K_{r2} + K_{r4})d^2 \\ (K_{s2} + K_{s4})d^2 & (-K_{s2} + K_{s4})x_r d & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Matriz de amortecimento C_d

A matriz de amortecimento C possui a mesma forma da matriz de rigidez K , apenas trocando os elementos K_{ri} e K_{si} por C_{ri} e C_{si} para $i = 1, 4$.

- Matriz de Excitação D_1

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{r1}/m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{r3}/m_3 & 0 \\ 0 & K_{r2}/m_r & 0 & K_{r4}/m_r \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_{r2}d/I_{x1} & 0 & K_{r4}d/I_{x1} \end{bmatrix}$$

Capítulo 4

Sistema ativo de suspensões com realimentação de estado - resultados

Para encontrar os resultados usou-se o procedimento descrito por HAC (1985). O método utilizado para encontrar a solução da equação algébrica de Riccati foi o método da exponencial negativa descrito em VAUGHAN (1969). Na solução da equação de Lyapunov utilizou-se o algoritmo de SMITH (1968).

A realimentação de estado é uma situação difícil (quase impossível) de ser obtida na prática, porém será estudada neste capítulo por constituir uma ferramenta importante para análise. Para que a mesma ocorresse seria necessário o conhecimento prévio das irregularidades da via e desta forma existiria a possibilidade de encontrar a matriz de ganho C_w . Para contornar esta dificuldade existem algumas alternativas como a realimentação de saída ou o uso de estimadores de estado. O estudo de sistemas com realimentação de saída é mostrado no capítulo 5. O projeto de um observador ou reconstrução dos estados necessários quando somente parte dos estados, ou combinação deles, são medidos, pode ser obtido usando, por exemplo, Filtro de Kalman (apêndice D).

4.1 Influência das constantes de peso no índice de desempenho e suas partes integrantes

Para obtenção dos resultados considerou-se os coeficientes de amortecimento $C_s = 12KNs/m$ e os coeficientes de rigidez $K_s = 100KN/m$ para os elementos passivos, coeficiente de amortecimento das rodas (pneus) $C_r = 0$ e coeficiente de rigidez das mesmas $K_r = 700KN/m$ e velocidade do veículo de $20m/s$. Para mostrar o conflito existente entre segurança e conforto as seguintes constantes de peso foram utilizadas:

- caso 1 - $\rho_1 = 1 [s^4/m^2]$, ρ_2 a $\rho_5 = 10^2 [m^{-2}]$ e ρ_6 a $\rho_9 = 10^3 [m^{-2}]$
- caso 2 - $\rho_1 = 1 [s^4/m^2]$, ρ_2 a $\rho_5 = 2.5 \times 10^3 [m^{-2}]$ e ρ_6 a $\rho_9 = 2.5 \times 10^4 [m^{-2}]$

As constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}) para os índices das forças dos elementos ativos foram variadas na faixa de: 10^{-12} a 10^0 para todas as situações em estudo.

Foi possível minimizar o índice de desempenho para todas as situações. Para mostrar as variações dos parâmetros construiu-se as Figs. 4.1 a 4.8 e as Tabs. 4.1 a 4.8. Nestas

tabelas mostra-se o valor do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) para vários valores das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}). Nas tabelas estão incluídas também a razão entre a força total nos quatro atuadores (elementos ativos) e a massa suspensa (massa do corpo principal).

De acordo com as Tabs. 4.1 a 4.8 tem-se:

- O comportamento do sistema para constantes de peso ρ_{10} a ρ_{13} superiores a 10^{-4} é o mesmo de um sistema passivo. THOMPSON (1976,1984) mostra como encontrar estes valores através do comportamento próprio do sistema.
- índice J : sempre diminui, e seu valor sempre é superior para o sistema descarregado.
- índice J_1 : Superior para o veículo descarregado. Sempre diminui para o sistema descarregado e apresentam queda maior com o uso das constantes do caso 1. Para o sistema carregado ele apresenta maior variação com o uso das constantes do caso 1 para as quais ele diminui e para as constantes do caso 2 ele atinge um valor mínimo e depois cresce.
- índice $J_2 = J_4$: Para o sistema descarregado eles decrescem até atingirem valores mínimos para ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-6} [N^{-2}]$ com o uso das constantes do caso 1 e para ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8} [N^{-2}]$ usando as constantes do caso 2, depois voltam a crescer. Para o sistema carregado eles atingem valores mínimos para ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8} [N^{-2}]$ e depois crescem.
- índice $J_3 = J_5$: Para o sistema descarregado eles aumentam continuamente. Para o sistema carregado eles atingem valores mínimos para ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8} [N^{-2}]$ e depois aumentam.
- índice J_6 a J_9 : São sempre superiores para o veículo descarregado. Os índices $J_7 = J_9$ são sempre superiores aos índices $J_6 = J_8$. Atingem valores máximos para ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8} [N^{-2}]$ quando usa-se as constantes do caso 1 e para as constantes do caso 2 verifica-se uma queda contínua.
- índice J_{10} a J_{13} : Aumentam continuamente. Valores próximos entre os sistemas descarregado e carregado.

De acordo com as Figs. 4.1 a 4.8 e as Tabs. 4.1 a 4.8, verifica-se que as constantes do caso 1 favorecem o conforto, ou seja, diminuição do índice J_1 , e as constantes do caso 2 favorecem a segurança através de uma leve diminuição nos índices J_6 a J_9 .

Valores razoáveis das constantes ρ_{10} a $\rho_{13} [N^{-2}]$ são 10^{-8} , pois para estes índices o sistema apresenta uma variação significativa no seu desempenho e a demanda de força nos elementos ativos já é elevada em torno de $1.9N/Kg$, ou seja, são necessários $1.9N$ para cada Kg de massa suspensa do veículo para a situação mais crítica. Este valor foi encontrado dividindo-se a força atuando nos quatro elementos ativos pela massa total suspensa (massa do corpo principal).

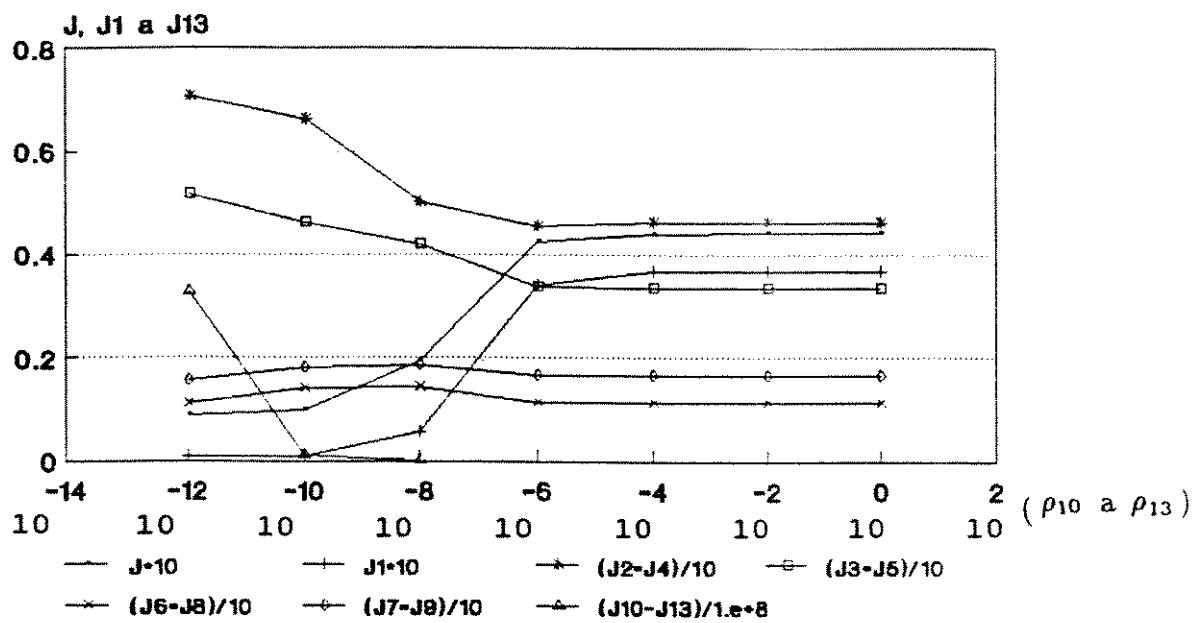


Figura 4.1 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}). (sistema D.T.A.C., dimensões: $J_1[m^2/s^4]$, J_2 a $J_9[mm^2]$, J_{10} a $J_{13}[N^2]$)

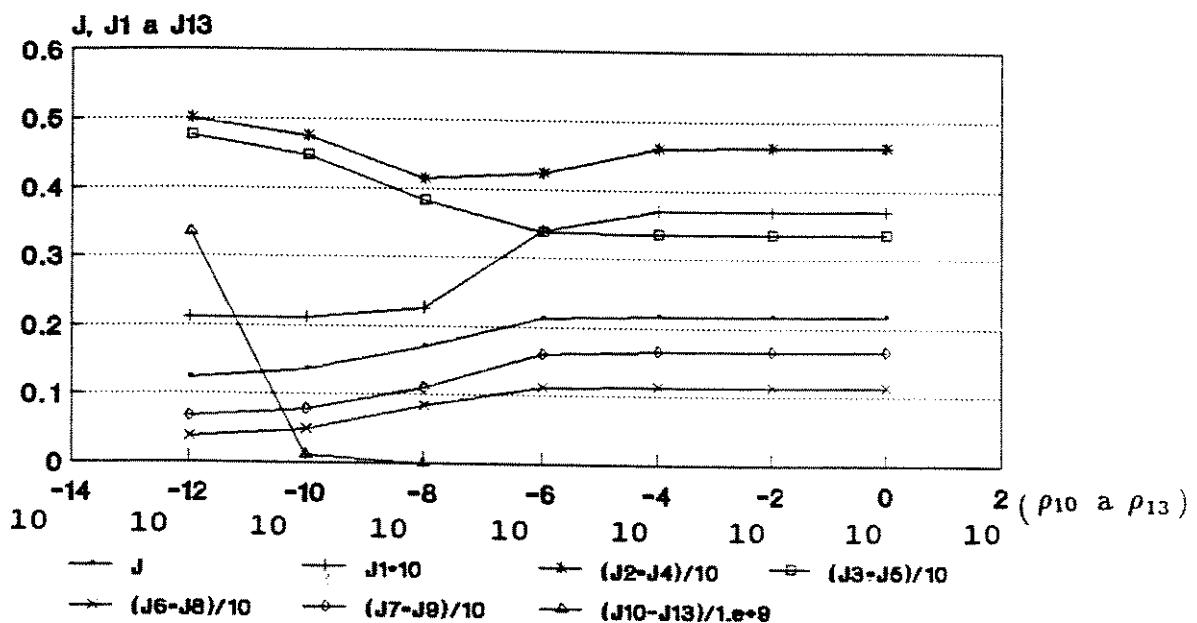


Figura 4.2 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}). (sistema D.T.A.S., dimensões: $J_1[m^2/s^4]$, J_2 a $J_9[mm^2]$, J_{10} a $J_{13}[N^2]$)

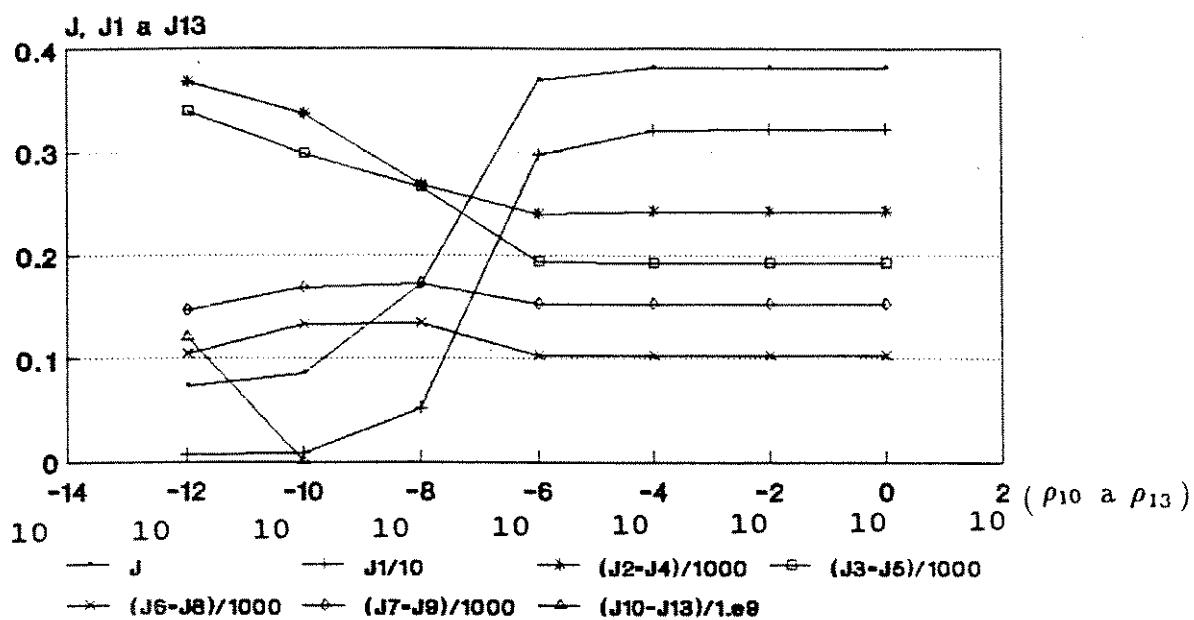


Figura 4.3 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}). (sistema D.T.P.C., dimensões: $J_1[m^2/s^4]$, J_2 a $J_9[mm^2]$, J_{10} a $J_{13}[N^2]$)

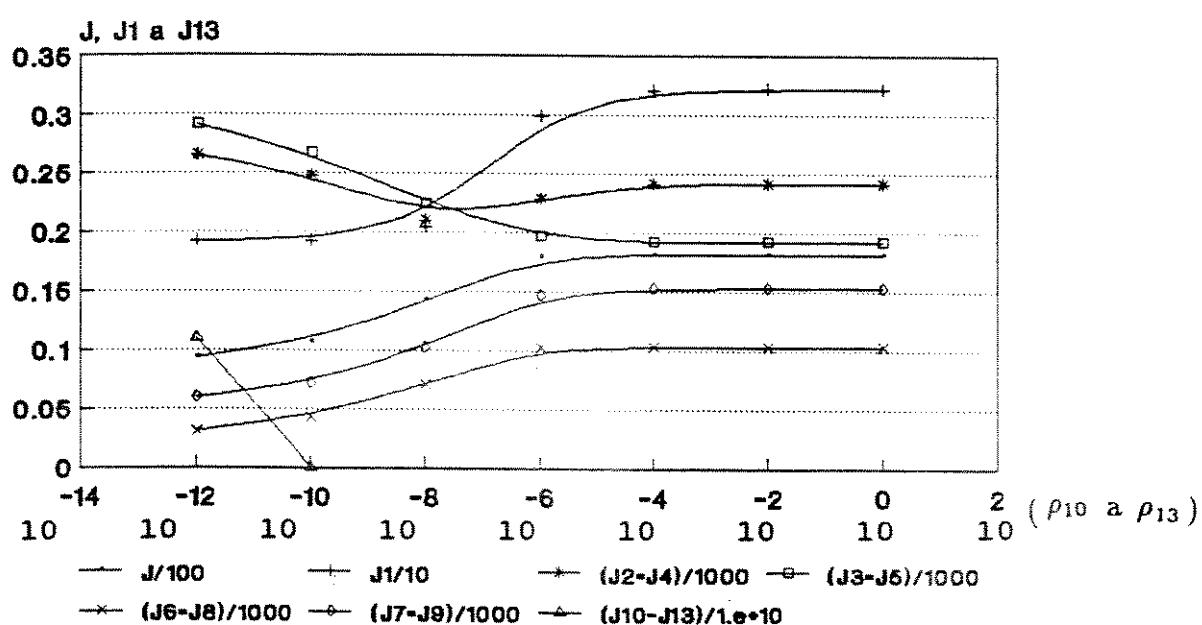


Figura 4.4 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}). (sistema D.T.P.S., dimensões: $J_1[m^2/s^4]$, J_2 a $J_9[mm^2]$, J_{10} a $J_{13}[N^2]$)

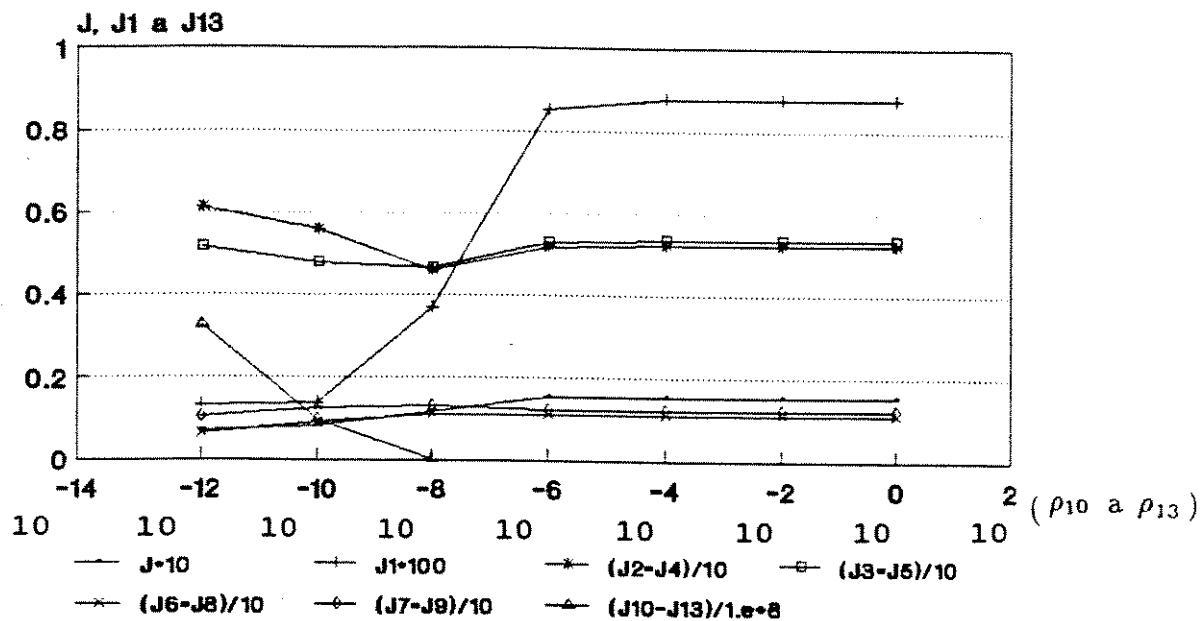


Figura 4.5 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}). (sistema C.T.A.C., dimensões: $J_1[m^2/s^4]$, J_2 a $J_9[mm^2]$, J_{10} a $J_{13}[N^2]$)

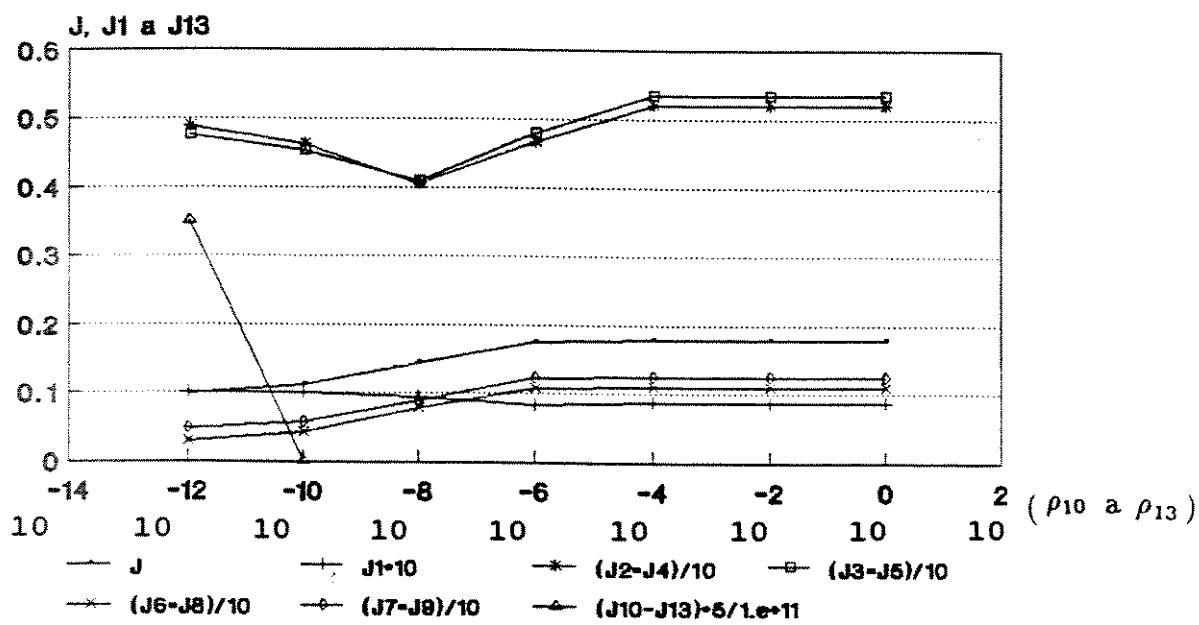


Figura 4.6 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}). (sistema C.T.A.S., dimensões: $J_1[m^2/s^4]$, J_2 a $J_9[mm^2]$, J_{10} a $J_{13}[N^2]$)

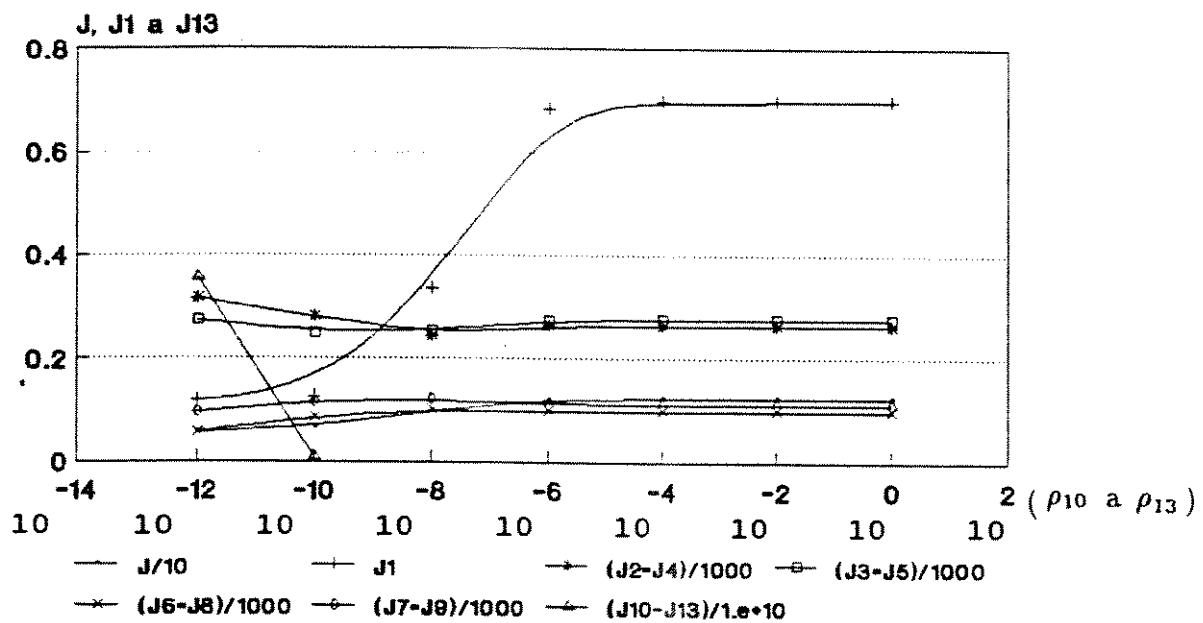


Figura 4.7 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}). (sistema C.T.P.C., dimensões: $J_1[m^2/s^4]$, J_2 a $J_9[mm^2]$, J_{10} a $J_{13}[N^2]$)

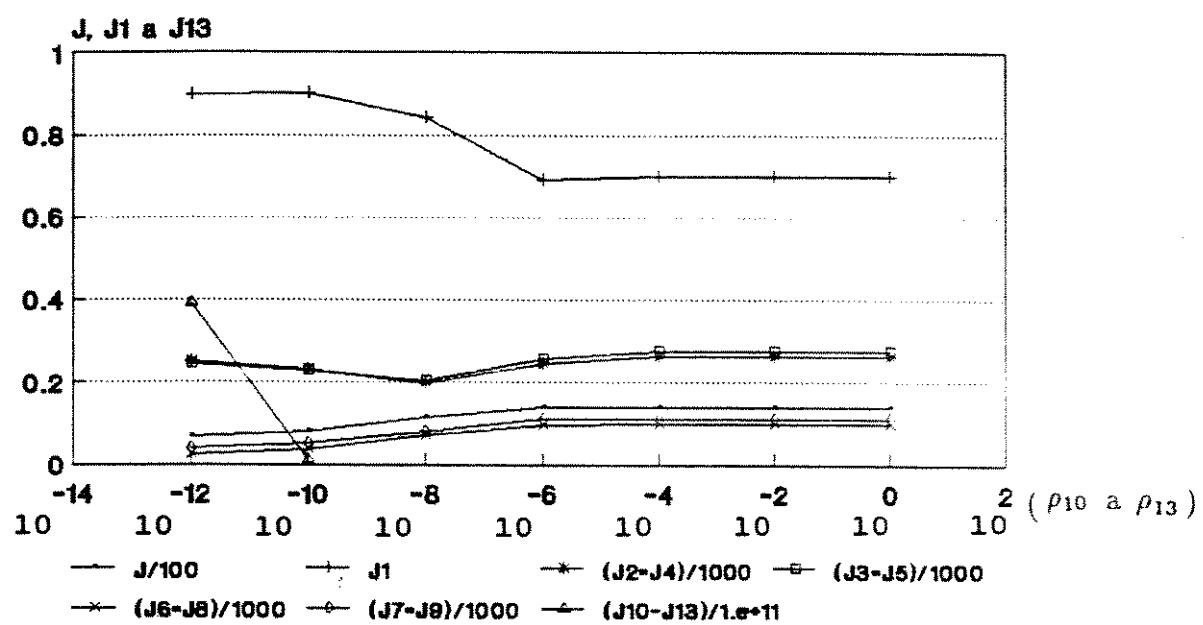


Figura 4.8 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}). (sistema C.T.P.S., dimensões: $J_1[m^2/s^4]$, J_2 a $J_9[mm^2]$, J_{10} a $J_{13}[N^2]$)

Tabela 4.1 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}).

sistema	D.P.A..	D.T.A.C.1.	D.T.A.C.2.	D.T.A.C.3.	D.T.A.C.4.
J	0.0442	0.0426	0.0194	0.0100	0.0088
$J_1 [m^2/s^4]$	0.0369	0.0340	0.0056	0.0009	0.0008
$J_2 = J_4 [mm^2]$	4.6261	4.5445	5.0314	6.6199	7.0785
$J_3 = J_5 [mm^2]$	3.3666	3.3908	4.1959	4.6265	5.1732
$J_6 = J_8 [mm^2]$	1.1401	1.1380	1.4435	1.4020	1.1264
$J_7 = J_9 [mm^2]$	1.6629	1.6546	1.8602	1.8036	1.5785
$J_{10} = J_{12} [N^2]$	-	442.4439	$1.584e^{+5}$	$1.308e^{+6}$	$3.270e^{+7}$
$J_{11} = J_{13} [N^2]$	-	267.2674	$1.117e^{+5}$	$1.257e^{+6}$	$3.255e^{+7}$
Força/massa $[N/Kg]$	-	0.0071	0.1397	0.4306	2.1718

Tabela 4.2 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}).

sistema	D.P.A..	D.T.A.S.1.	D.T.A.S.2.	D.T.A.S.3.	D.T.A.S.4.
J	0.2171	0.2122	0.1700	0.1351	0.1233
$J_1 [m^2/s^4]$	0.0369	0.0339	0.0225	0.0211	0.0210
$J_2 = J_4 [mm^2]$	4.6261	4.2452	4.1433	4.7576	4.9905
$J_3 = J_5 [mm^2]$	3.3666	3.3880	3.8271	4.4714	4.7624
$J_6 = J_8 [mm^2]$	1.1401	1.1226	0.8366	0.4839	0.3691
$J_7 = J_9 [mm^2]$	1.6629	1.6002	1.1042	0.7853	0.6756
$J_{10} = J_{12} [N^2]$	-	$1.018e^{+3}$	$2.435e^{+5}$	$1.096e^{+7}$	$3.337e^{+8}$
$J_{11} = J_{13} [N^2]$	-	992.3750	$2.890e^{+5}$	$1.101e^{+7}$	$3.322e^{+8}$
Força/massa $[N/Kg]$	-	0.0120	0.1962	1.2604	6.9382

Tabela 4.3 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}).

sistema	D.P.P..	D.T.P.C.1.	D.T.P.C.2.	D.T.P.C.3.	D.T.P.C.4.
J	3.8217	3.6965	1.7256	0.8636	0.7345
$J_1 [m^2/s^4]$	3.2207	2.9798	5.2129	0.8138	0.7345
$J_2 = J_4 [mm^2]$	242.9153	240.9301	269.3214	337.6262	368.8786
$J_3 = J_5 [mm^2]$	192.6486	194.8984	266.9806	299.1953	339.6066
$J_6 = J_8 [mm^2]$	103.2314	103.4152	134.2867	133.0129	104.1764
$J_7 = J_9 [mm^2]$	153.7408	153.0549	173.8026	169.0457	147.5610
$J_{10} = J_{12} [N^2]$	-	$3.353e^{+4}$	$1.346e^{+7}$	$1.282e^{+8}$	$3.551e^{+9}$
$J_{11} = J_{13} [N^2]$	-	$2.478e^{+4}$	$1.058e^{+7}$	$1.257e^{+8}$	$3.539e^{+9}$
Força/massa [N/Kg]	-	0.0649	1.3183	4.2849	22.6387

Tabela 4.4 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}).

sistema	D.P.P..	D.T.P.S.1.	D.T.P.S.2.	D.T.P.S.3.	D.T.P.S.4.
J	18.2471	17.9069	14.2252	10.6787	9.3688
$J_1 [m^2/s^4]$	3.2207	2.9937	2.0580	1.9343	1.9204
$J_2 = J_4 [mm^2]$	242.9153	228.6630	210.1171	248.1486	266.8804
$J_3 = J_5 [mm^2]$	192.6486	196.6967	224.9295	268.0007	292.3704
$J_6 = J_8 [mm^2]$	103.2314	102.0859	77.1396	42.5802	30.3682
$J_7 = J_9 [mm^2]$	153.7408	147.7595	102.2750	71.1835	59.6541
$J_{10} = J_{12} [N^2]$	-	$5.653e^{+4}$	$2.320e^{+7}$	$1.186e^{+9}$	$3.784e^{+10}$
$J_{11} = J_{13} [N^2]$	-	$9.051e^{+4}$	$2.786e^{+7}$	$1.190e^{+9}$	$3.767e^{+10}$
Força/massa [N/Kg]	-	0.1031	1.9212	13.1089	73.8875

Tabela 4.5 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}).

sistema	C.P.A..	C.T.A.C.1.	C.T.A.C.2.	C.T.A.C.3.	C.T.A.C.4.
J	0.0156	0.0155	0.0117	0.0082	0.0071
$J_1 [m^2/s^4]$	0.0087	0.0085	0.0037	0.0014	0.0013
$J_2 = J_4 [mm^2]$	5.2144	5.1506	4.6097	5.5562	6.1121
$J_3 = J_5 [mm^2]$	5.3590	5.2950	4.6527	4.7848	5.1756
$J_6 = J_8 [mm^2]$	1.1049	1.1032	1.1263	0.9280	0.6524
$J_7 = J_9 [mm^2]$	1.2549	1.2543	1.3327	1.2722	1.0601
$J_{10} = J_{12} [N^2]$	-	35.8313	$3.487e^{+4}$	$9.905e^{+5}$	$3.261e^{+7}$
$J_{11} = J_{13} [N^2]$	-	34.9542	$3.101e^{+4}$	$9.573e^{+5}$	$3.236e^{+7}$
Força/massa $[N/Kg]$	-	0.0010	0.0322	0.1752	1.0124

Tabela 4.6 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}).

sistema	C.P.A..	C.T.A.S.1.	C.T.A.S.2.	C.T.A.S.3.	C.T.A.S.4.
J	0.1796	0.1752	0.1436	0.1110	0.0988
$J_1 [m^2/s^4]$	0.0087	0.0083	0.0093	0.0100	0.0099
$J_2 = J_4 [mm^2]$	5.2144	4.6652	4.0437	4.6232	4.8896
$J_3 = J_5 [mm^2]$	5.3590	4.8098	4.0826	4.5415	4.7557
$J_6 = J_8 [mm^2]$	1.1049	1.0874	0.7891	0.4271	0.3016
$J_7 = J_9 [mm^2]$	1.2549	1.2345	0.9031	0.5883	0.4832
$J_{10} = J_{12} [N^2]$	-	833.1525	$2.178e^{+5}$	$1.111e^{+7}$	$3.513e^{+8}$
$J_{11} = J_{13} [N^2]$	-	853.4744	$2.340e^{+5}$	$1.107e^{+7}$	$3.492e^{+8}$
Força/massa $[N/Kg]$	-	0.0051	0.0844	0.5916	3.3243

Tabela 4.7 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}).

sistema	C.P.P..	C.T.P.C.1.	C.T.P.C.2.	C.T.P.C.3.	C.T.P.C.4.
J	1.2301	1.2225	0.9843	0.6770	0.5616
J_1 [m^2/s^4]	0.6986	0.6841	0.3354	0.1262	0.1198
$J_2 = J_4$ [mm^2]	264.8833	263.0100	244.6025	280.0322	315.9878
$J_3 = J_5$ [mm^2]	276.1779	274.3606	253.9070	248.0783	274.7574
$J_6 = J_8$ [mm^2]	98.9813	98.9699	102.9422	86.3577	57.7873
$J_7 = J_9$ [mm^2]	112.7025	112.7829	121.3267	116.9375	96.9423
$J_{10} = J_{12}$ [N^2]	-	$1.867e^{+3}$	$2.673e^{+6}$	$9.818e^{+7}$	$3.566e^{+9}$
$J_{11} = J_{13}$ [N^2]	-	$1.824e^{+3}$	$2.361e^{+6}$	$9.513e^{+7}$	$3.539e^{+9}$
Força/massa [N/Kg]	-	0.0076	0.2818	1.7462	10.5875

Tabela 4.8 - Variação do índice de desempenho (J) e suas partes integrantes (J_1 a J_{13}) devido variações das constantes de peso (ρ_{10} a ρ_{13}).

sistema	C.P.P..	C.T.P.S.1.	C.T.P.S.2.	C.T.P.S.3.	C.T.P.S.4.
J	13.9880	13.8010	11.3636	8.0719	6.7277
J_1 [m^2/s^4]	0.6986	0.6913	0.8415	0.9022	0.8990
$J_2 = J_4$ [mm^2]	264.8833	244.6159	197.9401	231.2504	251.3686
$J_3 = J_5$ [mm^2]	276.1779	256.2961	203.7087	229.3612	245.6833
$J_6 = J_8$ [mm^2]	98.9813	97.8522	71.5181	36.2251	23.0137
$J_7 = J_9$ [mm^2]	112.7025	111.1293	81.7164	51.5633	40.6906
$J_{10} = J_{12}$ [N^2]	-	$3.737e^{+4}$	$2.064e^{+7}$	$1.195e^{+9}$	$3.967e^{+10}$
$J_{11} = J_{13}$ [N^2]	-	$4.066e^{+4}$	$2.196e^{+7}$	$1.190e^{+9}$	$3.944e^{+10}$
Força/massa [N/Kg]	-	0.0350	0.0819	6.1353	35.3268

4.2 Verificação dos parâmetros ótimos dos elementos passivos

Para encontrar os parâmetros ótimos dos elementos passivos das suspensões variou-se os coeficientes de rigidez das molas na faixa de 20 a 140KN/m e os coeficientes de amortecimento dos amortecedores na faixa de 2 a 14KNs/m tanto para o veículo descarregado como para o veículo carregado. Utilizou-se os dois tipos de via, asfáltica e pavimentada e as constantes de peso definidas nos dois casos citados. A velocidade do veículo novamente foi assumida como 20m/s e as constantes ρ_{10} a ρ_{13} como sendo igual a $10^{-8} [\text{N}^{-2}]$.

As Figs. 4.9 a 4.11 correspondem ao veículo descarregado passando por uma via asfáltica com as constantes do caso 1 e as Figs. 4.12 a 4.14 com as constantes do caso 2. Fica claro pelas figuras que quando se trabalha com as constantes de peso do caso 1 que favorecem o conforto os parâmetros ótimos dos elementos passivos possuem valores baixos, e ao trabalhar-se com as constantes do caso 2 que favorecem a segurança os parâmetros ótimos de amortecimento e rigidez possuem valores altos.

Os parâmetros otimizados para o índice mínimo de desempenho são mostrados na Tab. 4.9 e para demanda mínima de força nos elementos ativos são mostrados na Tab. 4.10.

Tabela 4.9 - Parâmetros otimizados pela minimização do índice de desempenho (J).

sistema	amort. [KNs/m]	rigidez [KN/m]
D.T.A.C.2.	5.0	60.0
D.T.A.S.2.	8.0	140.0
D.T.P.C.2.	5.0	60.0
D.T.P.S.2.	8.0	140.0
C.T.A.C.2.	8.0	50.0
C.T.A.S.2.	11.0	140.0
C.T.P.C.2.	8.0	80.0
C.T.P.S.2.	11.0	140.0

Tabela 4.10 - Parâmetros otimizados pela minimização do índice de desempenho (J_{10} a J_{13}).

sistema	amort. [KNs/m]	rigidez [KN/m]
D.T.A.C.2.	5.0	60.0
D.T.A.S.2.	9.0	120.0
D.T.P.C.2.	5.0	60.0
D.T.P.S.2.	9.0	140.0
C.T.A.C.2.	7.0	20.0
C.T.A.S.2.	13.0	120.0
C.T.P.C.2.	7.0	40.0
C.T.P.S.2.	13.0	140.0

Nota-se que as divergências maiores entre os resultados otimizados são para o veículo carregado, onde existem variações para o amortecimento e rigidez e estas são maiores quando usadas as constantes do caso 1. Para o veículo descarregado existe uma pequena variação nos resultados quando são usadas as constantes do caso 2.

Comparando-se os resultados destas tabelas para as constantes do caso 2 com os resultados da tabela 3.1 para o veículo com velocidade de $20m/s$, nota-se que o valor do amortecimento é pouco inferior e a rigidez pouco superior. Os resultados mostrados nas Figs. 4.10, 4.11, 4.13 e 4.14, indica que uma escolha adequada dos elementos passivos pode reduzir a quantidade de força necessária nos elementos ativos. É interessante citar que alguns sistemas de suspensão ativa elimina a deflexão estática (autonivelamento) e desta forma é possível trabalhar com parâmetros menores de rigidez, como mostrado por BARBIERI e ZAMPIERI (1991e), HAC (1985), HORTON e CROLLA (1986), MOULTON e BEST (1979), usando uma suspensão hidrogasosa ou hidropneumática. Isto implica num consumo maior de energia, numa maior complexidade das suspensões, embora, o sistema possua algumas vantagens como, manter o carro autonivelado para forças de frenagem, aceleração e quando o veículo passa por uma via curva.

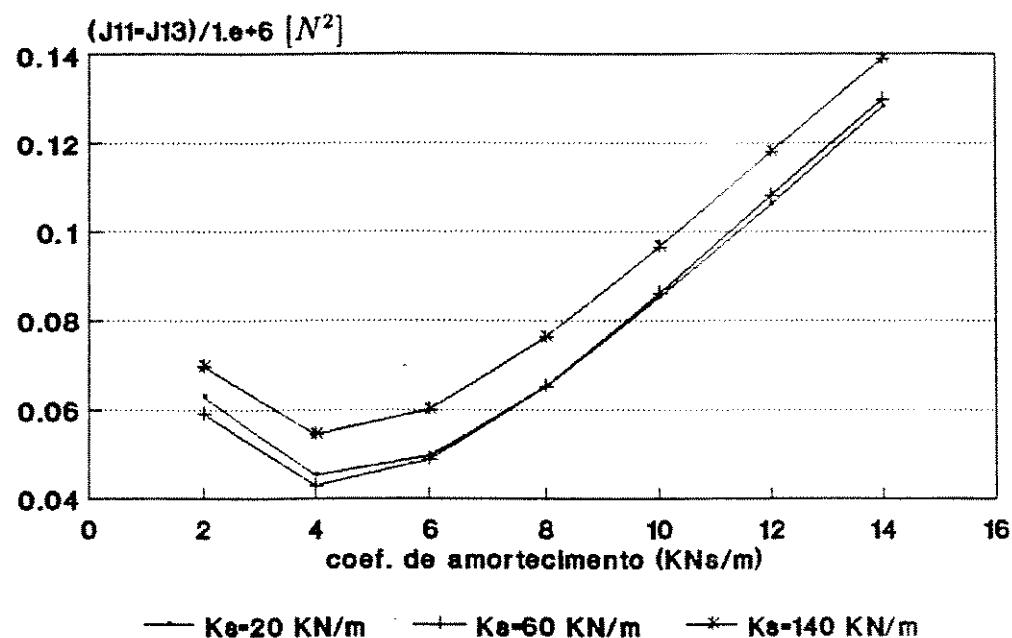


Figura 4.9 - Variação do índice de desempenho (J) devido variações das constantes de rigidez e amortecimento dos elementos passivos das suspensões.(sistema D.T.A.C.2.)

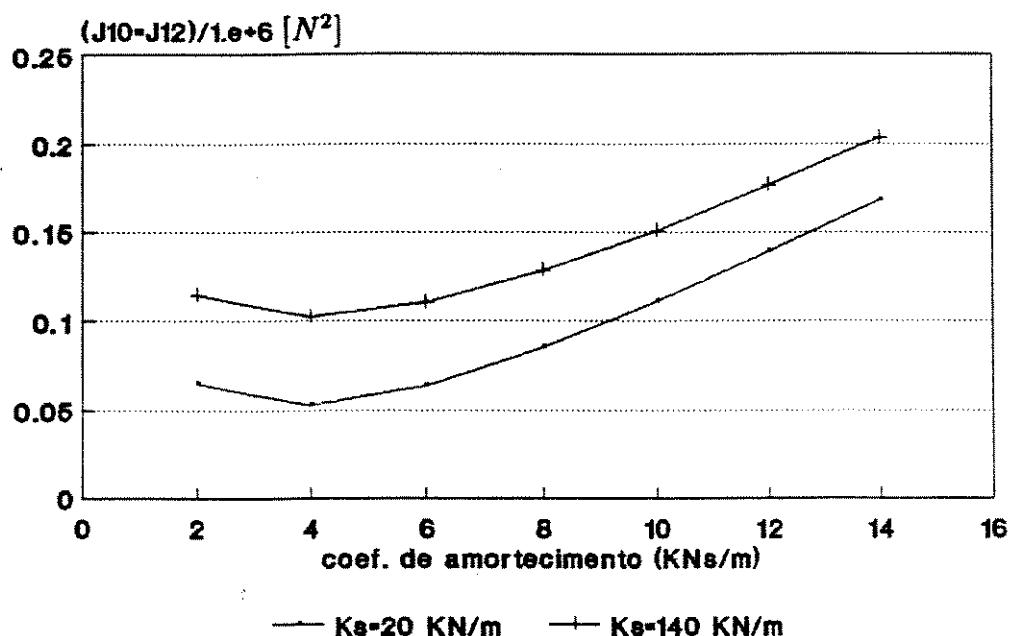


Figura 4.10 - Variação das forças nos elementos ativos ($J_{10} = J_{12}$) devido variações das constantes de rigidez e amortecimento dos elementos passivos das suspensões.(sistema D.T.A.C.2.)

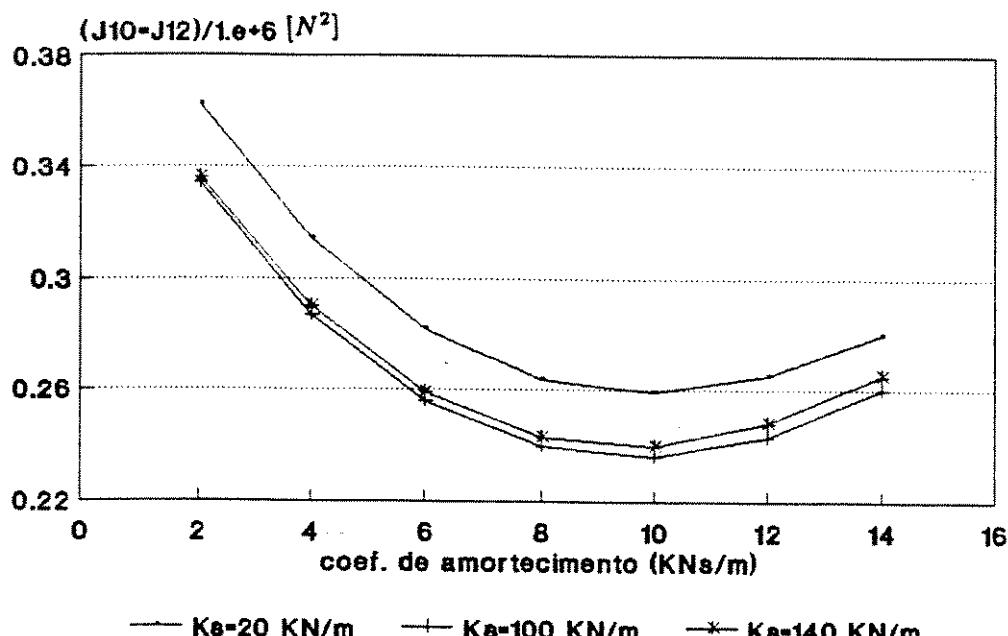


Figura 4.11 - Variação das forças nos elementos ativos ($J_{11} = J_{13}$) devido variações das constantes de rigidez e amortecimento dos elementos passivos das suspensões.(sistema D.T.A.C.2.)

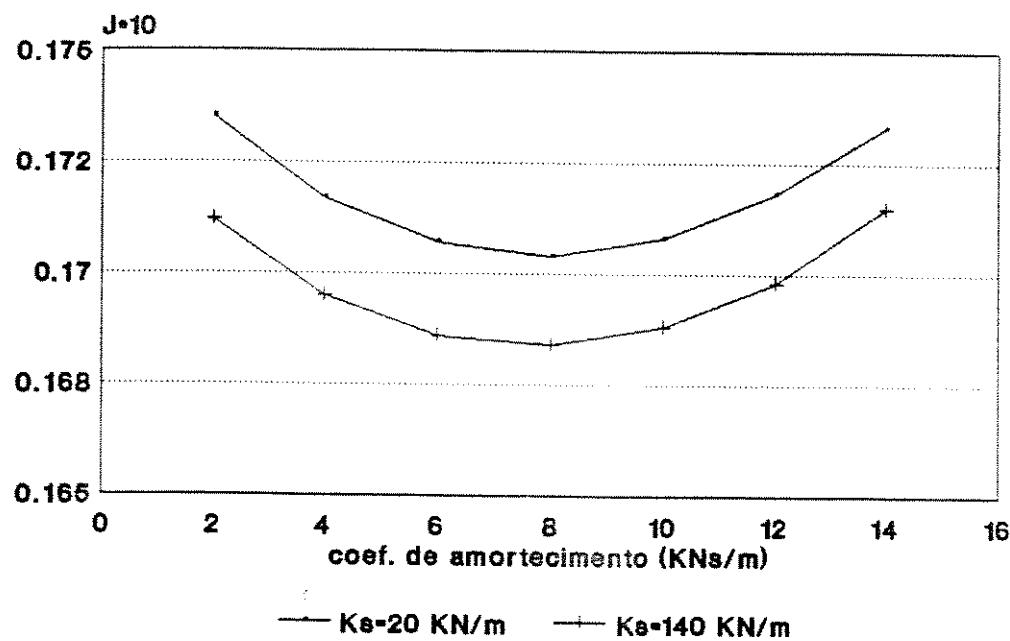


Figura 4.12 - Variação do índice de desempenho (J) devido variações das constantes de rigidez e amortecimento dos elementos passivos das suspensões.(sistema D.T.A.S.2.)

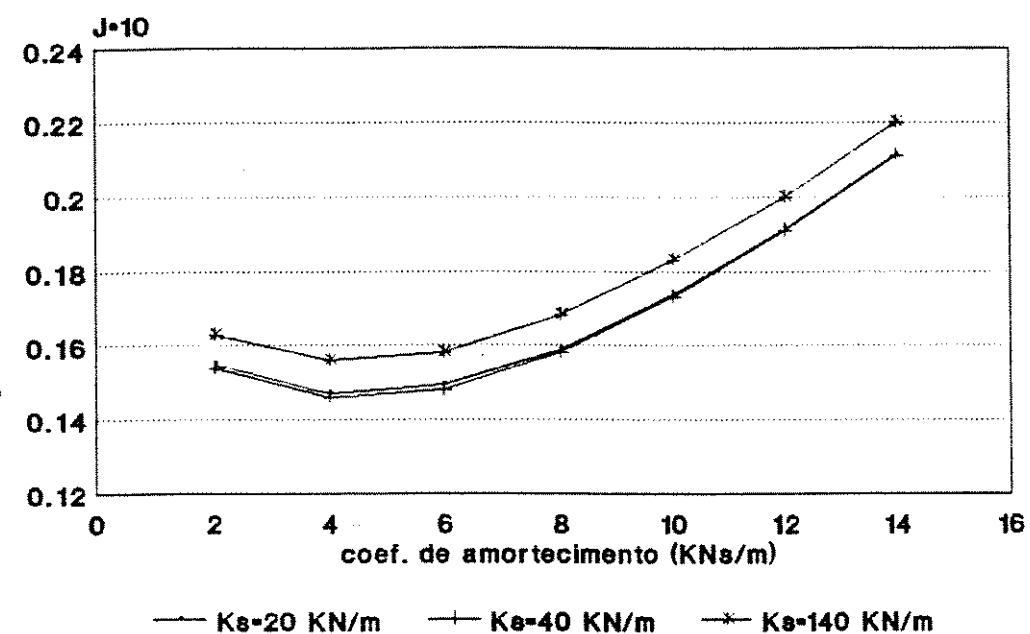


Figura 4.13 - Variação das forças nos elementos ativos ($J_{10} = J_{12}$) devido variações das constantes de rigidez e amortecimento dos elementos passivos das suspensões.(sistema D.T.A.S.2.)

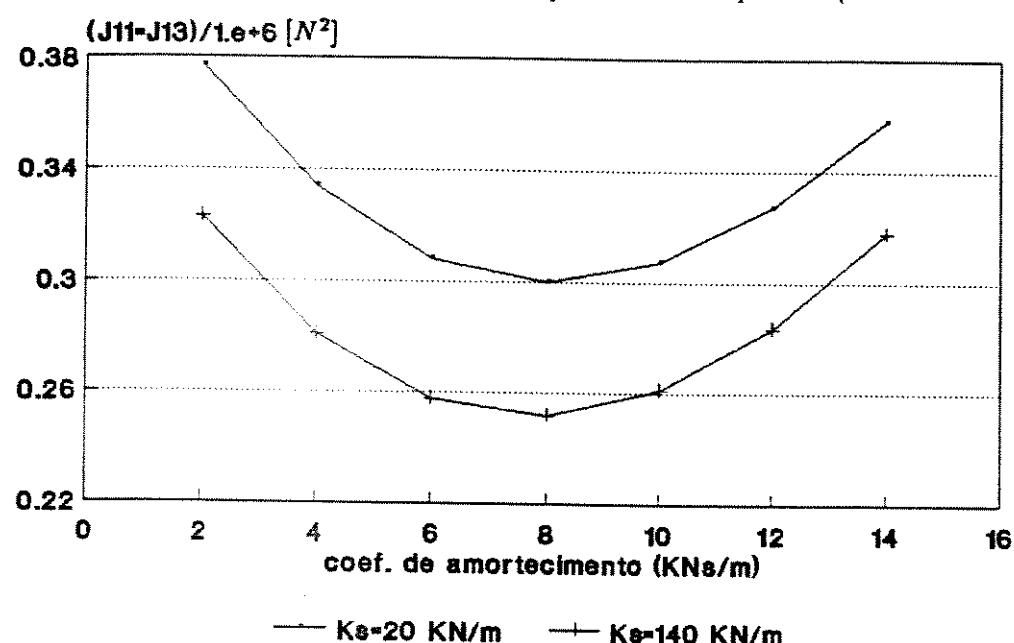


Figura 4.14 - Variação das forças nos elementos ativos ($J_{11} = J_{13}$) devido variações das constantes de rigidez e amortecimento dos elementos passivos das suspensões.(sistema D.T.A.S.2.)

4.3 Comportamento próprio dos sistemas

Para mostrar a variação do comportamento próprio dos sistemas construiu-se as Tabs. 4.11 a 4.18 para os autovalores dos sistemas. Nestas tabelas as constantes ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^0 [N^{-2}]$ significam sistema passivo. As tabelas 4.11-4.14 são para o veículo descarregado para as constantes de peso do tipo 1 e do tipo 2 citadas anteriormente, e as Tabs. 4.15-4.18 para o veículo carregado para as mesmas constantes.

Nota-se que para toda a faixa de variação das constantes de peso, ρ_{10} a ρ_{13} , que os sistemas permanecem estáveis. O grau de estabilidade, que é determinado pela parte real dos autovalores (BARBIERI (1989a)), sempre é conferido pelo primeiro modo de vibrar e atinge valor máximo para valores de ρ_{10} a ρ_{13} menores ou igual a $10^{-8} [N^{-2}]$. As variações maiores ocorrem para os quatro primeiros modos de vibrar para as mesmas constantes de peso em torno de $10^{-10} [N^{-2}]$. A influência nos demais modos se acentua para valores menores do que $10^{-8} [N^{-2}]$.

No modo dominante (primeiro) que se caracteriza pelo movimento vertical do corpo do veículo, ambos os sistemas, carregado e descarregado, aumentam o fator de amortecimento e diminuem as frequências amortecida e natural, quando usadas constantes que favorecem o conforto (caso 1). Com o uso das constantes que favorecem a segurança (caso 2), nota-se um ligeiro aumento no fator de amortecimento e nas frequências amortecida e natural.

Os modos de vibrar, quinto, sexto e sétimo apresentam um elevado aumento no fator de amortecimento e nas frequências amortecida e natural. O movimento dominante neste modos são as translações verticais das rodas dianteiras. Estes são os modos de vibrar que apresentam maiores variações com o uso do controle.

Os primeiros modos de vibrar, os movimentos dominantes, caracterizam-se por apresentarem baixas frequências naturais, no intervalo de 0 a 9[Hz], enquanto os demais modos de vibrar apresentam altas frequências, no intervalo de 7 a 125[Hz].

Tabela 4.11 - Variação dos autovalores para variações das constantes de peso ρ_{10} a ρ_{13} .

sistema	D.P...	D.T..C.1.	D.T..C.2.	D.T..C.3.	D.T..C.4.
primeiro	$-2.39 \pm 6.37i$	$-2.49 \pm 6.23i$	$-3.00 \pm 3.71i$	$-2.85 \pm 2.99i$	$-2.85 \pm 2.99i$
segundo	$-6.59 \pm 9.35i$	$-6.60 \pm 9.37i$	$-7.40 \pm 10.43i$	$-8.59 \pm 12.88i$	$-8.62 \pm 12.97i$
terceiro	$-14.86 \pm 8.79i$	$-14.24 \pm 8.85i$	$-10.52 \pm 10.84i$	$-9.59 \pm 14.53i$	$-9.55 \pm 14.63i$
quarto	$-11.17 \pm 31.21i$	$-11.18 \pm 31.81i$	$-9.02 \pm 42.65i$	$-5.47 \pm 43.80i$	$-5.42 \pm 43.82i$
quinto	$-22.14 \pm 42.36i$	$-22.17 \pm 42.38i$	$-25.41 \pm 44.05i$	$-71.93 \pm 84.31i$	$-227.08 \pm 229.79i$
sexto	$-21.97 \pm 46.53i$	$-21.23 \pm 46.72i$	$-17.64 \pm 41.94i$	$-68.25 \pm 76.81i$	$-242.25 \pm 246.16i$
sétimo	$-21.62 \pm 49.13i$	$-21.65 \pm 49.15i$	$-24.21 \pm 50.33i$	$-75.14 \pm 83.16i$	$-247.54 \pm 250.14i$

Tabela 4.12 - Variação dos fator de amortecimento e frequência natural dos autovalores para variações das constantes de peso ρ_{10} a ρ_{13} .

sistema	D.P...	D.T..C.1.	D.T..C.2.	D.T..C.3.	D.T..C.4.
	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$
primeiro	0.351/1.082	0.371/1.067	0.628/0.759	0.689/0.657	0.689/0.657
segundo	0.576/1.820	0.575/1.824	0.578/2.035	0.554/2.464	0.553/2.478
terceiro	0.860/2.747	0.849/2.668	0.696/2.404	0.550/2.770	0.546/2.780
quarto	0.336/5.275	0.331/5.366	0.206/6.938	0.123/7.025	0.122/7.027
quinto	0.463/7.607	0.463/7.612	0.499/8.093	0.649/17.638	0.702/51.418
sexto	0.426/8.189	0.413/8.167	0.387/7.241	0.664/16.353	0.701/54.968
sétimo	0.402/8.543	0.403/8.547	0.433/8.889	0.670/17.838	0.703/56.011

Tabela 4.13 - Variação dos autovalores para variações das constantes de peso ρ_{10} a ρ_{13} .

sistema	D.P...	D.T.S.1.	D.T.S.2.	D.T.S.3.	D.T.S.4.
primeiro	$-2.39 \pm 6.37i$	$-2.86 \pm 6.39i$	$-5.02 \pm 6.35i$	$-5.16 \pm 6.34i$	$-5.16 \pm 6.34i$
segundo	$-6.59 \pm 9.35i$	$-6.88 \pm 9.71i$	$-8.51 \pm 12.64i$	$-8.61 \pm 12.97i$	$-8.62 \pm 12.97i$
terceiro	$-14.86 \pm 8.79i$	$-14.28 \pm 10.07i$	$-10.21 \pm 15.09i$	$-9.89 \pm 15.35i$	$-9.88 \pm 15.35i$
quarto	$-11.17 \pm 31.21i$	$-12.24 \pm 31.87i$	$-15.13 \pm 44.71i$	$-14.38 \pm 45.48i$	$-14.37 \pm 45.49i$
quinto	$-22.14 \pm 42.36i$	$-23.03 \pm 42.81i$	$-45.79 \pm 58.19i$	$-159.63 \pm 163.96i$	$-510.16 \pm 511.37i$
sexto	$-21.97 \pm 46.53i$	$-21.93 \pm 47.04i$	$-51.50 \pm 62.59i$	$-169.68 \pm 175.51i$	$-545.11 \pm 546.86i$
sétimo	$-21.62 \pm 49.13i$	$-22.32 \pm 49.44i$	$-48.42 \pm 65.47i$	$-174.15 \pm 177.82i$	$-555.82 \pm 556.98i$

Tabela 4.14 - Variação dos fatores de amortecimento e frequências naturais dos autovalores para variações das constantes de peso ρ_{10} a ρ_{13} .

sistema	D.P...	D.T.S.1.	D.T.S.2.	D.T.S.3.	D.T.S.4.
	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$
primeiro	0.351/1.082	0.408/1.114	0.620/1.288	0.631/1.301	0.631/1.301
segundo	0.576/1.820	0.578/1.894	0.558/2.425	0.553/2.477	0.553/2.478
terceiro	0.860/2.747	0.817/2.781	0.560/2.899	0.541/2.906	0.541/2.905
quarto	0.336/5.275	0.358/5.433	0.320/7.512	0.301/7.591	3.012/7.592
quinto	0.463/7.607	0.473/7.736	0.618/11.785	0.697/36.421	0.706/114.966
sexto	0.426/8.189	0.422/8.260	0.635/12.900	0.695/38.854	0.705/122.893
sétimo	0.402/8.543	0.411/8.633	0.594/12.960	0.699/39.613	0.706/125.237

Tabela 4.15 - Variação dos autovalores para variações das constantes de peso ρ_{10} a ρ_{13} .

sistema	C.P...	C.T..C.1.	C.T..C.2.	C.T..C.3.	C.T..C.4.
primeiro	$-1.69 \pm 5.46i$	$-1.75 \pm 5.41i$	$-2.78 \pm 3.98i$	$-2.98 \pm 3.24i$	$-2.99 \pm 3.23i$
segundo	$-2.73 \pm 6.74i$	$-2.75 \pm 6.75i$	$-3.88 \pm 7.28i$	$-6.08 \pm 8.73i$	$-6.16 \pm 8.80i$
terceiro	$-3.01 \pm 7.03i$	$-3.03 \pm 7.04i$	$-4.15 \pm 7.61i$	$-6.27 \pm 9.17i$	$-6.34 \pm 9.24i$
quarto	$-14.51 \pm 38.91i$	$-14.44 \pm 38.95i$	$-11.32 \pm 42.08i$	$-7.47 \pm 44.06i$	$-7.41 \pm 44.09i$
quinto	$-22.19 \pm 46.35i$	$-22.22 \pm 46.37i$	$-20.30 \pm 46.36i$	$-66.39 \pm 77.58i$	$-223.97 \pm 227.53i$
sexto	$-21.92 \pm 46.59i$	$-21.77 \pm 46.63i$	$-24.99 \pm 47.76i$	$-71.95 \pm 84.22i$	$-242.03 \pm 245.91i$
sétimo	$-21.63 \pm 49.13i$	$-21.66 \pm 49.14i$	$-24.23 \pm 50.32i$	$-73.29 \pm 84.01i$	$-245.01 \pm 248.47i$

Tabela 4.16 - Variação dos fatores de amortecimento e frequências naturais dos autovalores para variações das constantes de peso ρ_{10} a ρ_{13} .

sistema	C.P...	C.T..C.1.	C.T..C.2.	C.T..C.3.	C.T..C.4.
	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$
primeiro	0.295/0.909	0.307/0.904	0.572/0.772	0.676/0.700	0.679/0.700
segundo	0.375/1.157	0.377/1.160	0.470/1.312	0.571/1.693	0.573/1.709
terceiro	0.393/1.217	0.395/1.219	0.478/1.379	0.564/1.768	0.565/1.783
quarto	0.355/6.502	0.347/6.611	0.259/6.935	0.167/7.112	0.165/7.115
quinto	0.431/8.178	0.432/8.183	0.401/8.055	0.650/16.251	0.701/50.814
sexto	0.425/8.194	0.423/8.190	0.463/8.579	0.649/17.629	0.701/54.915
sétimo	0.402/8.543	0.403/8.547	0.433/8.889	0.657/17.744	0.701/55.569

Tabela 4.17 - Variação dos autovalores para variações das constantes de peso ρ_{10} a ρ_{13} .

sistema	C.P...	C.T..S.1.	C.T..S.2.	C.T..S.3.	C.T..S.4.
primeiro	$-1.69 \pm 5.46i$	$-2.14 \pm 5.54i$	$-4.49 \pm 6.09i$	$-4.70 \pm 6.14i$	$-4.71 \pm 6.14i$
segundo	$-2.73 \pm 6.74i$	$-3.41 \pm 7.22i$	$-5.87 \pm 8.57i$	$-6.16 \pm 8.80i$	$-6.16 \pm 8.80i$
terceiro	$-3.01 \pm 7.03i$	$-3.14 \pm 6.91i$	$-6.08 \pm 8.99i$	$-6.34 \pm 9.23i$	$-6.35 \pm 9.24i$
quarto	$-14.51 \pm 38.91i$	$-15.15 \pm 39.22i$	$-24.67 \pm 48.04i$	$-26.00 \pm 50.49i$	$-26.01 \pm 50.51i$
quinto	$-22.19 \pm 46.35i$	$-22.95 \pm 46.72i$	$-48.44 \pm 65.44i$	$-157.17 \pm 162.21i$	$-503.95 \pm 505.55i$
sexto	$-21.92 \pm 46.59i$	$-22.49 \pm 46.97i$	$-44.84 \pm 60.65i$	$-169.84 \pm 175.32i$	$-544.60 \pm 546.33i$
sétimo	$-21.63 \pm 49.13i$	$-22.33 \pm 49.44i$	$-49.74 \pm 64.34i$	$-172.07 \pm 176.96i$	$-550.92 \pm 552.47i$

Tabela 4.18 - Variação dos fatores de amortecimento e frequências naturais dos autovalores para variações das constantes de peso ρ_{10} a ρ_{13} .

sistema	C.P...	C.T..S.1.	C.T..S.2.	C.T..S.3.	C.T..S.4.
	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$
primeiro	0.295/0.909	0.360/0.945	0.593/1.204	0.607/1.230	0.608/1.231
segundo	0.375/1.157	0.427/1.270	0.565/1.653	0.573/1.709	0.573/1.709
terceiro	0.393/1.217	0.413/1.208	0.560/1.727	0.566/1.782	0.566/1.784
quarto	0.355/6.502	0.360/6.691	0.456/8.595	0.457/9.038	0.457/9.042
quinto	0.431/8.178	0.440/8.284	0.594/12.958	0.695/35.948	0.705/113.612
sexto	0.425/8.194	0.431/8.288	0.594/12.004	0.695/38.850	0.705/122.776
sétimo	0.402/8.543	0.411/8.634	0.611/12.943	0.697/39.284	0.706/124.178

4.4 Matrizes dos ganhos

As matrizes dos ganhos para cada situação podem ser separadas na seguinte forma:

$$C = \begin{bmatrix} C_x & C_w \end{bmatrix}$$

As matrizes de ganhos C_w são matrizes que servem para fins teóricos, ou seja, elas são formadas pelas contribuições das características das vias nas forças dos elementos ativos. Verifica-se tanto na matriz de ganho C_x do sistema quanto na matriz de ganho C_w que os componentes destas matrizes referente aos elementos dianteiros possuem os mesmos valores distribuídos pelos elementos, mudando a posição e alguns sinais. Como pode ser visto analisando as primeiras e terceiras linhas das matrizes citadas. O mesmo se aplica para as rodas traseiras, conforme mostrado nas segundas e quartas linhas das mesmas matrizes. Isto se deve ao fato de serem consideradas irregularidades iguais da via para excitação das quatro rodas. Nota-se que quanto menor o valor das constantes ρ_{10} a ρ_{13} os valores das matrizes de ganhos aumentam consideravelmente, isto significa, que existe a necessidade de uma maior quantidade de energia (força) nos elementos ativos. As quantidades de força nos elementos ativos podem ser verificadas observando-se as Tabs. 4.1 a 4.8. A modificação que isto acarreta no comportamento dos sistemas pode ser verificada através da variação do comportamento próprio dos sistemas.

- D.T.A.C.1. - veículo descarregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-6} [\text{N}^{-2}]$

$$C_x = 10^4 * \begin{bmatrix} -0.7845 & 0.0179 & 0.1247 & 0.1821 & -0.0623 & -1.2424 & 0.0474 \\ -0.4309 & 0.5691 & 0.6072 & 0.1967 & -0.0624 & -0.6817 & 0.1333 \\ -0.7845 & 0.1247 & 0.0179 & 0.1821 & 0.0623 & -1.2424 & -0.0474 \\ -0.4309 & 0.6072 & 0.5691 & 0.1967 & 0.0624 & -0.6817 & -0.1333 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.0182 & 0.0182 & 0.0197 & 0.0352 & -0.0056 & -0.1571 & -0.0002 \\ -0.0284 & 0.0215 & 0.0214 & 0.0373 & -0.0056 & -0.0623 & 0.0018 \\ -0.0182 & 0.0197 & 0.0182 & 0.0352 & 0.0056 & -0.1571 & 0.0002 \\ -0.0284 & 0.0214 & 0.0215 & 0.0373 & 0.0056 & -0.0623 & -0.0018 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^4 * \begin{bmatrix} 0.1639 & 0.1397 & 0.0852 & 0.1190 \\ -0.4469 & 0.0906 & -0.4678 & 0.0119 \\ 0.0852 & 0.1190 & 0.1639 & 0.1397 \\ -0.4678 & 0.0119 & -0.4469 & 0.0906 \end{bmatrix}$$

- D.T.A.C.2. - veículo descarregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^5 * \begin{bmatrix} -0.9893 & -1.2224 & -0.2619 & 0.0908 & -0.5174 & -1.9179 & 0.3734 \\ -0.3122 & 1.1095 & 1.4102 & 0.4481 & -0.5181 & 0.1937 & 1.1991 \\ -0.9893 & -0.2619 & -1.2224 & 0.0908 & 0.5174 & -1.9179 & -0.3734 \\ -0.3122 & 1.4102 & 1.1095 & 0.4481 & 0.5181 & 0.1937 & -1.1991 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.0180 & 0.0149 & 0.0276 & 0.0615 & -0.0446 & -0.2134 & -0.0022 \\ -0.0505 & 0.0255 & 0.0238 & 0.0254 & -0.0447 & 0.0024 & 0.0157 \\ -0.0180 & 0.0276 & 0.0149 & 0.0615 & 0.0446 & -0.2134 & 0.0022 \\ -0.0505 & 0.0238 & 0.0255 & 0.0254 & 0.0447 & 0.0024 & -0.0157 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^5 * \begin{bmatrix} 1.2888 & 0.3881 & 0.5654 & 0.2244 \\ -0.9986 & 0.1583 & -1.1639 & -0.5642 \\ 0.5654 & 0.2244 & 1.2888 & 0.3881 \\ -1.1639 & -0.5642 & -0.9986 & 0.1583 \end{bmatrix}$$

- D.T.A.C.3. - veículo descarregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-10} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^6 * \begin{bmatrix} -0.4502 & -2.4350 & 0.4401 & 1.4713 & -1.1308 & -2.0446 & 0.3277 \\ 0.2993 & 0.9134 & 1.1773 & -1.3952 & -1.1317 & 1.8451 & 3.5930 \\ -0.4502 & 0.4401 & -2.4350 & 1.4713 & 1.1308 & -2.0446 & -0.3277 \\ 0.2993 & 1.1773 & 0.9134 & -1.3952 & 1.1317 & 1.8451 & -3.5930 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.0028 & 0.0034 & 0.0208 & 0.0373 & -0.0900 & -0.1612 & -0.0131 \\ -0.0057 & -0.0013 & -0.0120 & -0.0265 & -0.0901 & 0.1367 & 0.0216 \\ -0.0028 & 0.0208 & 0.0034 & 0.0373 & 0.0900 & -0.1612 & 0.0131 \\ -0.0057 & -0.0120 & -0.0013 & -0.0265 & 0.0901 & 0.1367 & -0.0216 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^6 * \begin{bmatrix} 2.1385 & -0.3946 & -0.2039 & -0.4402 \\ -0.9496 & 1.5945 & -0.9971 & -0.7475 \\ -0.2039 & -0.4402 & 2.1385 & -0.3946 \\ -0.9971 & -0.7475 & -0.9496 & 1.5945 \end{bmatrix}$$

- D.T.A.C.4. - veículo descarregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-12} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^7 * \begin{bmatrix} -0.4307 & -2.3809 & 0.8697 & 1.9527 & -1.2379 & -2.1251 & 0.0173 \\ 0.4155 & 0.7535 & 0.7667 & -1.9446 & -1.2373 & 2.1045 & 4.0644 \\ -0.4307 & 0.8697 & -2.3809 & 1.9527 & 1.2379 & -2.1251 & -0.0173 \\ 0.4155 & 0.7667 & 0.7535 & -1.9446 & 1.2373 & 2.1045 & -4.0644 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.0111 & 0.0161 & 0.0163 & 0.0226 & -0.0923 & -0.1508 & -0.0149 \\ 0.0102 & -0.0096 & -0.0217 & -0.0215 & -0.0924 & 0.1483 & 0.0004 \\ -0.0111 & 0.0163 & 0.0161 & 0.0226 & 0.0923 & -0.1508 & 0.0149 \\ 0.0102 & -0.0217 & -0.0096 & -0.0215 & 0.0924 & 0.1483 & -0.0004 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^7 * \begin{bmatrix} 2.0688 & -0.7703 & -0.6334 & -0.5634 \\ -0.8214 & 2.0189 & -0.6148 & -0.6844 \\ -0.6334 & -0.5634 & 2.0688 & -0.7703 \\ -0.6148 & -0.6844 & -0.8214 & 2.0189 \end{bmatrix}$$

- D.T.A.S.1. - veículo descarregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-6} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^4 * \begin{bmatrix} 0.2748 & -2.6041 & -0.0149 & 0.3951 & -1.4747 & -2.1858 & 1.1052 \\ 0.6235 & 0.2300 & 1.1191 & -3.7643 & -1.4762 & 2.5530 & 3.2318 \\ 0.2748 & -0.0149 & -2.6041 & 0.3951 & 1.4747 & -2.1858 & -1.1052 \\ 0.6235 & 1.1191 & 0.2300 & -3.7643 & 1.4762 & 2.5530 & -3.2318 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.1924 & -0.0144 & 0.0210 & 0.0361 & -0.1299 & -0.3033 & -0.0044 \\ 0.0337 & 0.0232 & 0.0196 & -0.0026 & -0.1300 & 0.1239 & 0.0436 \\ 0.1924 & 0.0210 & -0.0144 & 0.0361 & 0.1299 & -0.3033 & 0.0044 \\ 0.0337 & 0.0196 & 0.0232 & -0.0026 & 0.1300 & 0.1239 & -0.0436 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^4 * \begin{bmatrix} 2.0675 & 0.2895 & 0.1464 & -0.1947 \\ -0.2825 & 2.4442 & -0.7709 & 0.5253 \\ 0.1464 & -0.1947 & 2.0675 & 0.2895 \\ -0.7709 & 0.5253 & -0.2825 & 2.4442 \end{bmatrix}$$

- D.T.A.S.2. - veículo descarregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^6 * \begin{bmatrix} -0.0140 & -1.0110 & 0.2136 & 0.5846 & -0.5120 & -0.7904 & 0.2279 \\ 0.0725 & 0.2821 & 0.4659 & -0.8015 & -0.5127 & 0.8128 & 1.5299 \\ -0.0140 & 0.2136 & -1.0110 & 0.5846 & 0.5120 & -0.7904 & -0.2279 \\ 0.0725 & 0.4659 & 0.2821 & -0.8015 & 0.5127 & 0.8128 & -1.5299 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0200 & -0.0057 & 0.0050 & 0.0056 & -0.0417 & -0.0654 & -0.0053 \\ -0.0076 & 0.0045 & 0.0002 & -0.0016 & -0.0417 & 0.0558 & 0.0132 \\ 0.0200 & 0.0050 & -0.0057 & 0.0056 & 0.0417 & -0.0654 & 0.0053 \\ -0.0076 & 0.0002 & 0.0045 & -0.0016 & 0.0417 & 0.0558 & -0.0132 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^6 * \begin{bmatrix} 0.8209 & -0.1561 & -0.1603 & -0.2322 \\ -0.2710 & 0.7864 & -0.3485 & -0.1944 \\ -0.1603 & -0.2322 & 0.8209 & -0.1561 \\ -0.3485 & -0.1944 & -0.2710 & 0.7864 \end{bmatrix}$$

- D.T.A.S.3. - veículo descarregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-10} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^7 * \begin{bmatrix} -0.0732 & -1.2260 & 0.3863 & 0.8261 & -0.6127 & -0.9787 & 0.0403 \\ 0.0792 & 0.3997 & 0.4319 & -0.8462 & -0.6126 & 0.9777 & 2.0157 \\ -0.0732 & 0.3863 & -1.2260 & 0.8261 & 0.6127 & -0.9787 & -0.0403 \\ 0.0792 & 0.4319 & 0.3997 & -0.8462 & 0.6126 & 0.9777 & -2.0157 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0106 & 0.0014 & 0.0037 & -0.0005 & -0.0464 & -0.0685 & -0.0074 \\ -0.0093 & 0.0007 & -0.0053 & 0.0009 & -0.0465 & 0.0673 & 0.0028 \\ 0.0106 & 0.0037 & 0.0014 & -0.0005 & 0.0464 & -0.0685 & 0.0074 \\ -0.0093 & -0.0053 & 0.0007 & 0.0009 & 0.0465 & 0.0673 & -0.0028 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^7 * \begin{bmatrix} 1.0224 & -0.3338 & -0.3137 & -0.2562 \\ -0.3896 & 0.9730 & -0.3123 & -0.3635 \\ -0.3137 & -0.2562 & 1.0224 & -0.3338 \\ -0.3123 & -0.3635 & -0.3896 & 0.9730 \end{bmatrix}$$

- D.T.A.S.4. - veículo descarregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-12} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^8 * \begin{bmatrix} -0.0978 & -1.1901 & 0.4328 & 0.8531 & -0.6240 & -1.0113 & -0.0335 \\ 0.0984 & 0.3919 & 0.3645 & -0.8549 & -0.6235 & 1.0110 & 2.0295 \\ -0.0978 & 0.4328 & -1.1901 & 0.8531 & 0.6240 & -1.0113 & 0.0335 \\ 0.0984 & 0.3645 & 0.3919 & -0.8549 & 0.6235 & 1.0110 & -2.0295 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0072 & 0.0057 & 0.0027 & -0.0030 & -0.0454 & -0.0668 & -0.0074 \\ -0.0071 & -0.0012 & -0.0072 & 0.0031 & -0.0454 & 0.0667 & -0.0038 \\ 0.0072 & 0.0027 & 0.0057 & -0.0030 & 0.0454 & -0.0668 & 0.0074 \\ -0.0071 & -0.0072 & -0.0012 & 0.0031 & 0.0454 & 0.0667 & 0.0038 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^8 * \begin{bmatrix} 0.9974 & -0.3747 & -0.3565 & -0.2366 \\ -0.3891 & 0.9839 & -0.2510 & -0.3708 \\ -0.3565 & -0.2366 & 0.9974 & -0.3747 \\ -0.2510 & -0.3708 & -0.3891 & 0.9839 \end{bmatrix}$$

- D.T.P.C.1. - veículo descarregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10}
a $\rho_{13} = 10^{-6} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema D.T.A.C.1.

$$C_w = 10^4 * \begin{bmatrix} 0.0937 & 0.0570 & 0.0257 & 0.0340 \\ -0.3815 & 0.0651 & -0.4047 & -0.0029 \\ 0.0257 & 0.0340 & 0.0937 & 0.0570 \\ -0.4047 & -0.0029 & -0.3815 & 0.0651 \end{bmatrix}$$

- D.T.P.C.2. - veículo descarregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10}
a $\rho_{13} = 10^{-8} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema D.T.A.C.2.

$$C_w = 10^5 * \begin{bmatrix} 1.1558 & 0.3779 & 0.5156 & 0.1812 \\ -0.8864 & 0.1030 & -1.0850 & -0.5377 \\ 0.5156 & 0.1812 & 1.1558 & 0.3779 \\ -1.0850 & -0.5377 & -0.8864 & 0.1030 \end{bmatrix}$$

- D.T.P.C.3. - veículo descarregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10}
a $\rho_{13} = 10^{-10} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema D.T.A.C.3.

$$C_w = 10^6 * \begin{bmatrix} 2.1641 & -0.2873 & -0.1368 & -0.4797 \\ -0.9203 & 1.5388 & -1.1153 & -0.7630 \\ -0.1368 & -0.4797 & 2.1641 & -0.2873 \\ -1.1153 & -0.7630 & -0.9203 & 1.5388 \end{bmatrix}$$

- D.T.P.C.4. - veículo descarregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10}
a $\rho_{13} = 10^{-12} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema D.T.A.C.4.

$$C_w = 10^7 * \begin{bmatrix} 2.2115 & -0.6819 & -0.5792 & -0.6348 \\ -0.8393 & 2.0546 & -0.7932 & -0.7373 \\ -0.5792 & -0.6348 & 2.2115 & -0.6819 \\ -0.7932 & -0.7378 & -0.8393 & 2.0546 \end{bmatrix}$$

- D.T.P.S.1. - veículo descarregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-6} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema D.T.A.S.1.

$$C_w = 10^4 * \begin{bmatrix} 1.7930 & 0.2504 & 0.1200 & -0.3004 \\ -0.1865 & 2.1577 & -0.7419 & 0.4833 \\ 0.1200 & -0.3004 & 1.7930 & 0.2504 \\ -0.7419 & 0.4833 & -0.1865 & 2.1577 \end{bmatrix}$$

- D.T.P.S.2. - veículo descarregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema D.T.A.S.2.

$$C_w = 10^6 * \begin{bmatrix} 0.8015 & -0.1311 & -0.1351 & -0.2704 \\ -0.2421 & 0.7618 & -0.3830 & -0.1753 \\ -0.1351 & -0.2704 & 0.8015 & -0.1311 \\ -0.3830 & -0.1753 & -0.2421 & 0.7618 \end{bmatrix}$$

- D.T.P.S.3. - veículo descarregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-10} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema D.T.A.S.3.

$$C_w = 10^7 * \begin{bmatrix} 1.0697 & -0.3164 & -0.2967 & -0.3183 \\ -0.3816 & 1.0096 & -0.3843 & -0.3574 \\ -0.2976 & -0.3183 & 1.0697 & -0.3164 \\ -0.3843 & -0.3574 & -0.3816 & 1.0096 \end{bmatrix}$$

- D.T.P.S.4. - veículo descarregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-12} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema D.T.A.S.4.

$$C_w = 10^8 * \begin{bmatrix} 1.0712 & -0.3644 & -0.3464 & -0.3061 \\ -0.3910 & 1.0452 & -0.3330 & -0.3730 \\ -0.3464 & -0.3061 & 1.0712 & -0.3644 \\ -0.3330 & -0.3730 & -0.3910 & 1.0452 \end{bmatrix}$$

- C.T.A.C.1.- veículo carregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-6} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^3 * \begin{bmatrix} -0.8943 & -0.7667 & 0.2377 & -0.3459 & -0.6233 & -0.6387 & 0.3955 \\ -1.2059 & 0.8919 & 1.2091 & -0.5439 & -0.6236 & 1.2062 & 1.2545 \\ -0.8943 & 0.2377 & -0.7667 & -0.3459 & 0.6233 & -0.6387 & -0.3955 \\ -1.2059 & 1.2091 & 0.8919 & -0.5439 & 0.6236 & 1.2062 & -1.2545 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.3258 & 0.0318 & 0.0467 & 0.0850 & -0.1153 & -0.1237 & -0.0013 \\ 0.2886 & 0.0579 & 0.0568 & 0.0715 & -0.1153 & 0.1948 & 0.0184 \\ 0.3258 & 0.0467 & 0.0318 & 0.0850 & 0.1153 & -0.1237 & 0.0013 \\ 0.2886 & 0.0568 & 0.0579 & 0.0715 & 0.1153 & 0.1948 & -0.0184 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^3 * \begin{bmatrix} 1.0019 & 0.7481 & 0.2364 & 0.5616 \\ -0.3273 & 0.9994 & -0.5144 & 0.2341 \\ 0.2364 & 0.5616 & 1.0019 & 0.7481 \\ -0.5144 & 0.2341 & -0.3273 & 0.9994 \end{bmatrix}$$

- C.T.A.C.2. - veículo carregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^5 * \begin{bmatrix} -0.2201 & -0.8185 & 0.0709 & 0.1579 & -0.5176 & -0.6820 & 0.2852 \\ -0.3949 & 0.5689 & 0.7980 & -0.1180 & -0.5180 & 0.8406 & 1.1106 \\ -0.2201 & 0.0709 & -0.8185 & 0.1579 & 0.5176 & -0.6820 & -0.2852 \\ -0.3949 & 0.7980 & 0.5689 & -0.1180 & 0.5180 & 0.8406 & -1.1106 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0705 & 0.0037 & 0.0169 & 0.0352 & -0.0820 & -0.1043 & -0.0016 \\ 0.0290 & 0.0203 & 0.0191 & 0.0147 & -0.0820 & 0.1259 & 0.0163 \\ 0.0705 & 0.0169 & 0.0037 & 0.0352 & 0.0820 & -0.1043 & 0.0016 \\ 0.0290 & 0.0191 & 0.0203 & 0.0147 & 0.0820 & 0.1259 & -0.0163 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^5 * \begin{bmatrix} 0.7430 & 0.1617 & 0.0641 & 0.0419 \\ -0.3984 & 0.4283 & -0.5190 & -0.2502 \\ 0.0641 & 0.0419 & 0.7430 & 0.1617 \\ -0.5190 & -0.2502 & -0.3984 & 0.4283 \end{bmatrix}$$

- C.T.A.C.3. - veículo carregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-10} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^6 * \begin{bmatrix} 0.0342 & -2.3815 & 0.4332 & 1.1880 & -1.1308 & -1.6605 & 0.2523 \\ -0.1216 & 0.9134 & 1.1167 & -1.1550 & -1.1317 & 1.6767 & 3.5172 \\ 0.0342 & 0.4332 & -2.3815 & 1.1880 & 1.1308 & -1.6605 & -0.2523 \\ -0.1216 & 1.1167 & 0.9134 & -1.1550 & 1.1317 & 1.6767 & -3.5172 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0273 & -0.0058 & 0.0151 & 0.0300 & -0.1346 & -0.1934 & -0.0088 \\ -0.0161 & 0.0036 & -0.0036 & -0.0220 & -0.1347 & 0.1959 & 0.0259 \\ 0.0273 & 0.0151 & -0.0058 & 0.0300 & 0.1346 & -0.1934 & 0.0088 \\ -0.0161 & -0.0036 & 0.0036 & -0.0220 & 0.1347 & 0.1959 & -0.0259 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^6 * \begin{bmatrix} 1.9792 & -0.3788 & -0.3297 & -0.3911 \\ -0.8236 & 1.5531 & -0.8372 & -0.7553 \\ -0.3297 & -0.3911 & 1.9792 & -0.3788 \\ -0.8372 & -0.7553 & -0.8236 & 1.5531 \end{bmatrix}$$

- C.T.A.C.4. - veículo carregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-12} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^7 * \begin{bmatrix} 0.0269 & -2.5281 & 0.7423 & 1.6244 & -1.2376 & -1.8304 & 0.0412 \\ -0.0357 & 0.8800 & 0.9129 & -1.6202 & -1.2375 & 1.8310 & 4.0883 \\ 0.0269 & 0.7423 & -2.5281 & 1.6244 & 1.2376 & -1.8304 & -0.0412 \\ -0.0357 & 0.9129 & 0.8800 & -1.6202 & 1.2375 & 1.8310 & -4.0883 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0072 & 0.0079 & 0.0118 & 0.0201 & -0.1369 & -0.1978 & -0.0103 \\ -0.0060 & -0.0052 & -0.0135 & -0.0193 & -0.1370 & 0.1979 & 0.0050 \\ 0.0072 & 0.0118 & 0.0079 & 0.0201 & 0.1369 & -0.1978 & 0.0103 \\ -0.0060 & -0.0135 & -0.0052 & -0.0193 & 0.1370 & 0.1979 & -0.0050 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^7 * \begin{bmatrix} 2.1100 & -0.6817 & -0.6389 & -0.5211 \\ -0.8158 & 1.9771 & -0.6556 & -0.7721 \\ -0.6389 & -0.5211 & 2.1100 & -0.6817 \\ -0.6556 & -0.7721 & -0.8158 & 1.9771 \end{bmatrix}$$

- C.T.A.S.1. - veículo carregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-6} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^4 * \begin{bmatrix} 1.0203 & -2.6825 & -0.2677 & 0.1235 & -1.4751 & -2.1612 & 0.8900 \\ 0.9958 & -0.1827 & 0.5314 & -3.0791 & -1.4758 & 2.2060 & 3.0158 \\ 1.0203 & -0.2677 & -2.6825 & 0.1235 & 1.4751 & -2.1612 & -0.8900 \\ 0.9958 & 0.5314 & -0.1827 & -3.0791 & 1.4758 & 2.2060 & -3.0158 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.3143 & -0.0302 & 0.0060 & 0.0080 & -0.2577 & -0.3494 & -0.0035 \\ 0.3139 & 0.0070 & 0.0042 & -0.0408 & -0.2577 & 0.3603 & 0.0445 \\ 0.3143 & 0.0060 & -0.0302 & 0.0080 & 0.2577 & -0.3494 & 0.0035 \\ 0.3139 & 0.0042 & 0.0070 & -0.0408 & 0.2577 & 0.3603 & -0.0445 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^4 * \begin{bmatrix} 2.0351 & 0.2321 & 0.1978 & -0.1703 \\ 0.1333 & 2.0749 & -0.2709 & 0.2381 \\ 0.1978 & -0.1703 & 2.0351 & 0.2321 \\ -0.2709 & 0.2381 & 0.1333 & 2.0749 \end{bmatrix}$$

- C.T.A.S.2. - veículo carregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^6 * \begin{bmatrix} 0.1777 & -1.0407 & 0.1361 & 0.3674 & -0.5121 & -0.7316 & 0.1684 \\ 0.1219 & 0.2091 & 0.3447 & -0.8698 & -0.5127 & 0.7822 & 1.4701 \\ 0.1777 & 0.1361 & -1.0407 & 0.3674 & 0.5121 & -0.7316 & -0.1684 \\ 0.1219 & 0.3447 & 0.2091 & -0.8698 & 0.5127 & 0.7822 & -1.4701 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0353 & -0.0087 & 0.0034 & 0.0032 & -0.0639 & -0.0873 & -0.0035 \\ 0.0270 & 0.0035 & 0.0006 & -0.0077 & -0.0640 & 0.0945 & 0.0149 \\ 0.0353 & 0.0034 & -0.0087 & 0.0032 & 0.0639 & -0.0873 & 0.0035 \\ 0.0270 & 0.0006 & 0.0035 & -0.0077 & 0.0640 & 0.0945 & -0.0149 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^6 * \begin{bmatrix} 0.8191 & -0.1124 & -0.1283 & -0.1550 \\ -0.1901 & 0.8022 & -0.2336 & -0.1449 \\ -0.1283 & -0.1550 & 0.8191 & -0.1124 \\ -0.2336 & -0.1449 & -0.1901 & 0.8022 \end{bmatrix}$$

- C.T.A.S.3. - veículo carregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-10} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^7 * \begin{bmatrix} 0.0750 & -1.2825 & 0.3318 & 0.6811 & -0.6126 & -0.8947 & 0.0425 \\ -0.0391 & 0.4399 & 0.4740 & -0.7474 & -0.6126 & 0.9066 & 2.0178 \\ 0.0750 & 0.3318 & -1.2825 & 0.6811 & 0.6126 & -0.8947 & -0.0425 \\ -0.0391 & 0.4740 & 0.4399 & -0.7474 & 0.6126 & 0.9066 & -2.0178 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0122 & -0.0015 & 0.0026 & 0.0001 & -0.0687 & -0.0961 & -0.0051 \\ -0.0050 & 0.0015 & -0.0027 & -0.0007 & -0.0688 & 0.0977 & 0.0052 \\ 0.0122 & 0.0026 & -0.0015 & 0.0001 & 0.0687 & -0.0961 & 0.0051 \\ -0.0050 & -0.0027 & 0.0015 & -0.0007 & 0.0688 & 0.0977 & -0.0052 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^7 * \begin{bmatrix} 1.0509 & -0.2935 & -0.3006 & -0.2311 \\ -0.3922 & 0.9639 & -0.3301 & -0.3877 \\ -0.3006 & -0.2311 & 1.0509 & -0.2935 \\ -0.3301 & -0.3877 & -0.3922 & 0.9639 \end{bmatrix}$$

- C.T.A.S.4. - veículo carregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-12} [N^{-2}]$

$$C_x = 10^8 * \begin{bmatrix} 0.0531 & -1.2745 & 0.3686 & 0.7190 & -0.6239 & -0.9177 & -0.0088 \\ -0.0495 & 0.4547 & 0.4474 & -0.7256 & -0.6236 & 0.9188 & 2.0542 \\ 0.0531 & 0.3686 & -1.2745 & 0.7190 & 0.6239 & -0.9177 & 0.0088 \\ -0.0495 & 0.4474 & 0.4547 & -0.7256 & 0.6236 & 0.9188 & -2.0542 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0077 & 0.0030 & 0.0017 & -0.0019 & -0.0677 & -0.0951 & -0.0051 \\ -0.0070 & -0.0003 & -0.0045 & 0.0019 & -0.0677 & 0.0952 & -0.0015 \\ 0.0077 & 0.0017 & 0.0030 & -0.0019 & 0.0677 & -0.0951 & 0.0051 \\ -0.0070 & -0.0045 & -0.0003 & 0.0019 & 0.0677 & 0.0952 & 0.0015 \end{bmatrix}$$

$$C_w = 10^8 * \begin{bmatrix} 1.0521 & -0.3302 & -0.3356 & -0.2257 \\ -0.4090 & 0.9745 & -0.3045 & -0.4135 \\ -0.3356 & -0.2257 & 1.0521 & -0.3302 \\ -0.3045 & -0.4135 & -0.4090 & 0.9745 \end{bmatrix}$$

- C.T.P.C.1 - veículo carregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-6} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema C.T.A.C.1.

$$C_w = 10^3 * \begin{bmatrix} 0.7238 & 0.5954 & 0.0742 & 0.3952 \\ -0.4630 & 0.6989 & -0.6639 & 0.0479 \\ 0.0742 & 0.3952 & 0.7238 & 0.5954 \\ -0.6639 & 0.0479 & -0.4630 & 0.6989 \end{bmatrix}$$

- C.T.P.C.2. - veículo carregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema C.T.A.C.2.

$$C_w = 10^5 * \begin{bmatrix} 0.6614 & 0.1783 & 0.0657 & 0.0254 \\ -0.3812 & 0.3333 & -0.5350 & -0.2634 \\ 0.0657 & 0.0254 & 0.6614 & 0.1783 \\ -0.5350 & -0.2634 & -0.3812 & 0.3333 \end{bmatrix}$$

- C.T.P.C.3. - veículo carregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-10} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema C.T.A.C.3.

$$C_w = 10^6 * \begin{bmatrix} 2.0112 & -0.2750 & -0.2512 & -0.4292 \\ -0.8086 & 1.4941 & -0.9645 & -0.7693 \\ -0.2512 & -0.4292 & 2.0112 & -0.2750 \\ -0.9645 & -0.7693 & -0.8086 & 1.4941 \end{bmatrix}$$

- C.T.P.C.4. - veículo carregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-12} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema C.T.A.C.4.

$$C_w = 10^7 * \begin{bmatrix} 2.2595 & -0.5935 & -0.5721 & -0.5870 \\ -0.8467 & 2.0072 & -0.8410 & -0.8252 \\ -0.5721 & -0.5870 & 2.2595 & -0.5935 \\ -0.8410 & -0.8252 & -0.8467 & 2.0072 \end{bmatrix}$$

- C.T.P.S.1. - veículo carregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-6} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema C.T.A.S.1.

$$C_w = 10^4 * \begin{bmatrix} 1.7803 & 0.2343 & 0.2021 & -0.2239 \\ 0.1386 & 1.7655 & -0.3215 & 0.1843 \\ 0.2021 & -0.2239 & 1.7803 & 0.2343 \\ -0.3215 & 0.1843 & 0.1386 & 1.7655 \end{bmatrix}$$

- C.T.P.S.2. - veículo carregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema C.T.A.S.2.

$$C_w = 10^6 * \begin{bmatrix} 0.7995 & -0.0844 & -0.1021 & -0.1891 \\ -0.1655 & 0.7716 & -0.2712 & -0.1305 \\ -0.1021 & -0.1891 & 0.7995 & -0.0844 \\ -0.2712 & -0.1305 & -0.1655 & 0.7716 \end{bmatrix}$$

- C.T.P.S.3. - veículo carregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-10} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema C.T.A.S.3.

$$C_w = 10^7 * \begin{bmatrix} 1.0961 & -0.2738 & -0.2825 & -0.2880 \\ -0.3858 & 0.9950 & -0.4004 & -0.3839 \\ -0.2825 & -0.2880 & 1.0961 & -0.2738 \\ -0.4004 & -0.3839 & -0.3858 & 0.9950 \end{bmatrix}$$

- C.T.P.S.4. - veículo carregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-12} [N^{-2}]$ - Matriz C_x idêntica à matriz C_x do sistema C.T.A.S.4.

$$C_w = 10^8 * \begin{bmatrix} 1.1253 & -0.3174 & -0.3236 & -0.2902 \\ -0.4129 & 1.0308 & -0.3860 & -0.4183 \\ -0.3236 & -0.2902 & 1.1253 & -0.3174 \\ -0.3860 & -0.4183 & -0.4129 & 1.0308 \end{bmatrix}$$

4.5 Matrizes B_1 , A_2 , B_2 , N

- Matriz de Controle B_1

$$B = \begin{bmatrix} 1/m_c & 1/m_c & 1/m_c & 1/m_c \\ -1/m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/m_3 & 0 \\ 0 & -1/m_\tau & 0 & -1/m_\tau \\ -d/I_x & -d/I_x & -d/I_x & -d/I_x \\ -x_f/I_y & x_\tau/I_y & -x_f/I_y & x_\tau/I_y \\ 0 & d/I_{x_1} & 0 & -d/I_{x_1} \end{bmatrix}$$

- Matriz A_2

A seguir são mostrados os elementos da matriz triangular superior da matriz simétrica A_2 (Os elementos não relacionados abaixo são nulos).

$$A_2(1,1) = (1/m_c^2)(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4})^2 + \rho_2 + \rho_3 + \rho_4 + \rho_5$$

$$A_2(1,2) = -(1/m_c^2)(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4})K_{s1} - \rho_2$$

$$\begin{aligned}
A_2(1,3) &= -(1/m_c^2)(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4})K_{s3} - \rho_4 \\
A_2(1,4) &= -(1/m_c^2)(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4})(K_{s2} + K_{s4}) - \rho_3 - \rho_5 \\
A_2(1,5) &= -(1/m_c^2)(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4})(K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4})d + \\
&\quad (-\rho_2 - \rho_3 + \rho_4 + \rho_5)d \\
A_2(1,6) &= -(1/m_c^2)(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4})[(K_{s1} + K_{s3})x_f - (K_{s2} + K_{s4})x_r] + \\
&\quad (-\rho_2 - \rho_4)x_f + (\rho_3 + \rho_5)x_r \\
A_2(1,7) &= -(1/m_c^2)(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4})(-K_{s2} + K_{s4})d + (\rho_3 - \rho_5)d \\
A_2(1,8) &= (1/m_c^2)(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4})(C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4}) \\
A_2(1,9) &= -(1/m_c^2)(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4})C_{s1} \\
A_2(1,10) &= -(1/m_c^2)(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4})C_{s3} \\
A_2(1,11) &= -(1/m_c^2)(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4})(C_{s2} + C_{s4}) \\
A_2(1,12) &= -(1/m_c^2)(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4})(C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4})d \\
A_2(1,13) &= -(1/m_c^2)(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4})[(C_{s1} + C_{s3})x_f - (C_{s2} + C_{s4})x_r] \\
A_2(1,14) &= -(1/m_c^2)(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4})(-C_{s2} + C_{s4})d \\
\\
A_2(2,2) &= (1/m_c^2)K_{s1}^2 + \rho_2 + \rho_6 \\
A_2(2,3) &= (1/m_c^2)K_{s1}K_{s3} \\
A_2(2,4) &= (1/m_c^2)K_{s1}(K_{s2} + K_{s4}) \\
A_2(2,5) &= (1/m_c^2)K_{s1}(K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4})d + \rho_1d \\
A_2(2,6) &= (1/m_c^2)K_{s1}[(K_{s1} + K_{s3})x_f - (K_{s2} + K_{s4})x_r] + \rho_2x_f \\
A_2(2,7) &= (1/m_c^2)K_{s1}(-K_{s2} + K_{s4})d \\
A_2(2,8) &= -(1/m_c^2)K_{s1}(C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4}) \\
A_2(2,9) &= (1/m_c^2)K_{s1}C_{s1} \\
A_2(2,10) &= (1/m_c^2)K_{s1}C_{s3} \\
A_2(2,11) &= (1/m_c^2)K_{s1}(C_{s2} + C_{s4}) \\
A_2(2,12) &= (1/m_c^2)K_{s1}(C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4})d \\
A_2(2,13) &= (1/m_c^2)K_{s1}[(C_{s1} + C_{s3})x_f - (C_{s2} + C_{s4})x_r] \\
A_2(2,14) &= (1/m_c^2)K_{s1}(-C_{s2} + C_{s4})d \\
A_2(2,15) &= -\rho_6 \\
\\
A_2(3,3) &= (1/m_c^2)K_{s3}^2 + \rho_4 + \rho_8 \\
A_2(3,4) &= (1/m_c^2)K_{s3}(K_{s2} + K_{s4}) \\
A_2(3,5) &= (1/m_c^2)K_{s3}(K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4})d - \rho_3d \\
A_2(3,6) &= (1/m_c^2)K_{s3}[(K_{s1} + K_{s3})x_f - (K_{s2} + K_{s4})x_r] + \rho_3x_f \\
A_2(3,7) &= (1/m_c^2)K_{s3}(-K_{s2} + K_{s4})d \\
A_2(3,8) &= -(1/m_c^2)K_{s3}(C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4})
\end{aligned}$$

$$A_2(3,9) = (1/m_c^2) K_{s3} C_{s1}$$

$$A_2(3,10) = (1/m_c^2) K_{s3} C_{s3}$$

$$A_2(3,11) = (1/m_c^2) K_{s3} (C_{s2} + C_{s4})$$

$$A_2(3,12) = (1/m_c^2) K_{s3} (C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4}) d$$

$$A_2(3,13) = (1/m_c^2) K_{s3} [(C_{s1} + C_{s3}) x_f - (C_{s2} + C_{s4}) x_r]$$

$$A_2(3,14) = (1/m_c^2) K_{s3} (-C_{s2} + C_{s4}) d$$

$$A_2(3,17) = -\rho_8$$

$$A_2(4,4) = (1/m_c^2) (K_{s2} + K_{s4})^2 + \rho_3 + \rho_5 + \rho_7 + \rho_9$$

$$A_2(4,5) = (1/m_c^2) (K_{s2} + K_{s4}) (K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4}) d + \rho_3 d - \rho_5 d$$

$$A_2(4,6) = (1/m_c^2) (K_{s2} + K_{s4}) [(K_{s1} + K_{s3}) x_f - (K_{s2} + K_{s4}) x_r] - \rho_3 x_r - \rho_5 x_r$$

$$A_2(4,7) = (1/m_c^2) (K_{s2} + K_{s4}) (-K_{s2} + K_{s4}) d + (-\rho_3 + \rho_5 - \rho_7 + \rho_9) d$$

$$A_2(4,8) = -(1/m_c^2) (K_{s2} + K_{s4}) (C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4})$$

$$A_2(4,9) = (1/m_c^2) (K_{s2} + K_{s4}) C_{s1}$$

$$A_2(4,10) = (1/m_c^2) (K_{s2} + K_{s4}) C_{s3}$$

$$A_2(4,11) = (1/m_c^2) (K_{s2} + K_{s4}) (C_{s2} + C_{s4})$$

$$A_2(4,12) = (1/m_c^2) (K_{s2} + K_{s4}) (C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4}) d$$

$$A_2(4,13) = (1/m_c^2) (K_{s2} + K_{s4}) [(C_{s1} + C_{s3}) x_f - (C_{s2} + C_{s4}) x_r]$$

$$A_2(4,14) = (1/m_c^2) (K_{s2} + K_{s4}) (-C_{s2} + C_{s4}) d$$

$$A_2(4,16) = -\rho_7$$

$$A_2(4,18) = -\rho_9$$

$$A_2(5,5) = (1/m_c^2) (K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4})^2 d^2 + (\rho_2 + \rho_3 + \rho_4 + \rho_5) d^2$$

$$A_2(5,6) = (1/m_c^2) (K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4}) d [(K_{s1} + K_{s3}) x_f - (K_{s2} + K_{s4}) x_r] + [(\rho_2 - \rho_4) x_f + (-\rho_3 + \rho_5) x_r] d$$

$$A_2(5,7) = (1/m_c^2) (K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4}) d (-K_{s2} + K_{s4}) d + (-\rho_3 - \rho_5) d^2$$

$$A_2(5,8) = -(1/m_c^2) (K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4}) d (C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4})$$

$$A_2(5,9) = (1/m_c^2) (K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4}) d C_{s1}$$

$$A_2(5,10) = (1/m_c^2) (K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4}) d C_{s3}$$

$$A_2(5,11) = (1/m_c^2) (K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4}) d (C_{s2} + C_{s4})$$

$$A_2(5,12) = (1/m_c^2) (K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4}) d (C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4}) d$$

$$A_2(5,13) = (1/m_c^2) (K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4}) d [(C_{s1} + C_{s3}) x_f - (C_{s2} + C_{s4}) x_r]$$

$$A_2(5,14) = (1/m_c^2) (K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4}) d (-C_{s2} + C_{s4}) d$$

$$A_2(6,6) = (1/m_c^2) [(K_{s1} + K_{s3}) x_f - (K_{s2} + K_{s4}) x_r]^2 + [(\rho_2 + \rho_4) x_f^2 + (\rho_3 + \rho_5) x_r^2]$$

$$A_2(6,7) = (1/m_c^2) [(K_{s1} + K_{s3}) x_f - (K_{s2} + K_{s4}) x_r] (-K_{s2} + K_{s4}) d + (\rho_3 - \rho_5) x_r d$$

$$A_2(6,8) = -(1/m_c^2) [(K_{s1} + K_{s3}) x_f - (K_{s2} + K_{s4}) x_r] (C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4})$$

$$A_2(6,9) = (1/m_c^2) [(K_{s1} + K_{s3}) x_f - (K_{s2} + K_{s4}) x_r] C_{s1}$$

$$A_2(6,10) = (1/m_c^2) [(K_{s1} + K_{s3}) x_f - (K_{s2} + K_{s4}) x_r] C_{s3}$$

$$A_2(6,11) = (1/m_c^2) [(K_{s1} + K_{s3}) x_f - (K_{s2} + K_{s4}) x_r] (C_{s2} + C_{s4})$$

$$A_2(6,12) = (1/m_c^2) [(K_{s1} + K_{s3}) x_f - (K_{s2} + K_{s4}) x_r] (C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4}) d$$

$$A_2(6,13) = (1/m_c^2) [(K_{s1} + K_{s3}) x_f - (K_{s2} + K_{s4}) x_r] [(C_{s1} + C_{s3}) x_f - (C_{s2} + C_{s4}) x_r]$$

$$A_2(6,14) = (1/m_c^2) [(K_{s1} + K_{s3}) x_f - (K_{s2} + K_{s4}) x_r] (-C_{s2} + C_{s4}) d$$

$$A_2(7,7) = (1/m_c^2) (-K_{s2} + K_{s4})^2 d^2 + (\rho_3 + \rho_5 + \rho_7 + \rho_9) d^2$$

$$A_2(7,8) = -(1/m_c^2) (-K_{s2} + K_{s4}) d (C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4})$$

$$A_2(7,9) = (1/m_c^2) (-K_{s2} + K_{s4}) d C_{s1}$$

$$A_2(7,10) = (1/m_c^2) (-K_{s2} + K_{s4}) d C_{s3}$$

$$A_2(7,11) = (1/m_c^2) (-K_{s2} + K_{s4}) d (C_{s2} + C_{s4})$$

$$A_2(7,12) = (1/m_c^2) (-K_{s2} + K_{s4}) d (C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4}) d$$

$$A_2(7,13) = (1/m_c^2) (-K_{s2} + K_{s4}) d [(C_{s1} + C_{s3}) x_f - (C_{s2} + C_{s4}) x_r]$$

$$A_2(7,14) = (1/m_c^2) (-K_{s2} + K_{s4}) d (-C_{s2} + C_{s4}) d$$

$$A_2(7,16) = \rho_7 d$$

$$A_2(7,18) = -\rho_9 d$$

$$A_2(8,8) = (1/m_c^2) (C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4})^2$$

$$A_2(8,9) = -(1/m_c^2) (C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4}) C_{s1}$$

$$A_2(8,10) = -(1/m_c^2) (C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4}) C_{s3}$$

$$A_2(8,11) = -(1/m_c^2) (C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4}) (C_{s2} + C_{s4})$$

$$A_2(8,12) = -(1/m_c^2) (C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4}) (C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4}) d$$

$$A_2(8,13) = -(1/m_c^2) (C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4}) [(C_{s1} + C_{s3}) x_f - (C_{s2} + C_{s4}) x_r]$$

$$A_2(8,14) = -(1/m_c^2) (C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4}) (-C_{s2} + C_{s4}) d$$

$$A_2(9,9) = (1/m_c^2) C_{s1}^2$$

$$A_2(9,10) = (1/m_c^2) C_{s1} C_{s3}$$

$$A_2(9,11) = (1/m_c^2) C_{s1} (C_{s2} + C_{s4})$$

$$A_2(9,12) = (1/m_c^2) C_{s1} (C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4}) d$$

$$A_2(9,13) = (1/m_c^2) C_{s1} [(C_{s1} + C_{s3}) x_f - (C_{s2} + C_{s4}) x_r]$$

$$A_2(9,14) = (1/m_c^2) C_{s1} (-C_{s2} + C_{s4}) d$$

$$A_2(10,10) = (1/m_c^2) C_{s3}^2$$

$$A_2(10,11) = (1/m_c^2) C_{s3} (C_{s2} + C_{s4})$$

$$A_2(10, 12) = (1/m_c^2) C_{s3} (C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4}) d$$

$$A_2(10, 13) = (1/m_c^2) C_{s3} [(C_{s1} + C_{s3}) x_f - (C_{s2} + C_{s4}) x_r]$$

$$A_2(10, 14) = (1/m_c^2) C_{s3} (-C_{s2} + C_{s4}) d$$

$$A_2(11, 11) = (1/m_c^2) (C_{s2} + C_{s4})^2$$

$$A_2(11, 12) = (1/m_c^2) (C_{s2} + C_{s4}) (C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4}) d$$

$$A_2(11, 13) = (1/m_c^2) (C_{s2} + C_{s4}) [(C_{s1} + C_{s3}) x_f - (C_{s2} + C_{s4}) x_r]$$

$$A_2(11, 14) = (1/m_c^2) (C_{s2} + C_{s4}) (-C_{s2} + C_{s4}) d$$

$$A_2(12, 12) = (1/m_c^2) (C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4})^2 d^2$$

$$A_2(12, 13) = (1/m_c^2) (C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4}) d [(C_{s1} + C_{s3}) x_f - (C_{s2} + C_{s4}) x_r]$$

$$A_2(12, 14) = (1/m_c^2) (C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4}) d (-C_{s2} + C_{s4}) d$$

$$A_2(13, 13) = (1/m_c^2) [(C_{s1} + C_{s3}) x_f - (C_{s2} + C_{s4}) x_r]^2$$

$$A_2(13, 14) = (1/m_c^2) [(C_{s1} + C_{s3}) x_f - (C_{s2} + C_{s4}) x_r] (-C_{s2} + C_{s4}) d$$

$$A_2(14, 14) = (1/m_c^2) (-C_{s2} + C_{s4})^2 d^2$$

$$A_2(15, 15) = \rho_6$$

$$A_2(16, 16) = \rho_7$$

$$A_2(17, 17) = \rho_8$$

$$A_2(18, 18) = \rho_9$$

• Matriz B_2

$$B_2 = \begin{bmatrix} (1/m_c^2) + \rho_{10} & 1/m_c^2 & 1/m_c^2 & 1/m_c^2 \\ 1/m_c^2 & (1/m_c^2) + \rho_{11} & 1/m_c^2 & 1/m_c^2 \\ 1/m_c^2 & 1/m_c^2 & (1/m_c^2) + \rho_{12} & 1/m_c^2 \\ 1/m_c^2 & 1/m_c^2 & 1/m_c^2 & (1/m_c^2) + \rho_{13} \end{bmatrix}$$

• Matriz N

Os elementos da primeira coluna da matriz N são mostrados a seguir. As demais colunas são idênticas à primeira.

$$N(1, 1) = -(K_{s1} + K_{s2} + K_{s3} + K_{s4}) / m_c^2$$

$$N(2, 1) = K_{s1} / m_c^2$$

$$N(3,1) = K_{s^2} - d$$

$$N(4,1) = (K_{s2} - K_{s4})/m_c^2$$

$$N(5,1) = (K_{s1} + K_{s2} - K_{s3} - K_{s4})d/m_c^2$$

$$N(6,1) = [(K_{s1} + K_{s3})x_f - (K_{s2} + K_{s4})x_r]/m_c^2$$

$$N(7,1) = (-K_{s2} + K_{s4})d/m_c^2$$

$$N(8,1) = -(C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4})/m_c^2$$

$$N(9,1) = C_{s1}/m_c^2$$

$$N(10,1) = C_{s3}/m_c^2$$

$$N(11,1) = (C_{s2} + C_{s4})/m_c^2$$

$$N(12,1) = (C_{s1} + C_{s2} - C_{s3} - C_{s4})d/m_c^2$$

$$N(13,1) = [(C_{s1} + C_{s3})x_f - (C_{s2} + C_{s4})x_r]/m_c^2$$

$$N(14,1) = (-C_{s2} + C_{s4})d/m_c^2$$

Capítulo 5

Sistema ativo de suspensões com realimentação de saída - resultados

Para obtenção dos resultados utilizou-se o algoritmo de Fletcher e Reeves descrito por KUESTER e MIZE (1973). Os autovalores foram obtidos utilizando-se o método QR(apêndice C.5).

Considerou-se os coeficientes de amortecimento $C_s=12KN/s$ e os coeficientes de rigidez $K_s=100KN/m$ para os elementos passivos, coeficiente de amortecimento das rodas(pneus) $C_r=0$ e coeficiente de rigidez das mesmas $K_r=700KN/m$ e velocidade do veículo de $20m/s$. Considerou-se os dois tipos de via citados anteriormente, asfáltica e pavimentada, e as seguintes constantes de pesos:

- caso 1 - $\rho_1 = 1 [s^4/m^2]$, ρ_2 a $\rho_5 = 10^2 [m^{-2}]$; ρ_6 a $\rho_9 = 10^3 [m^{-2}]$
- caso 2 - $\rho_1 = 1 [s^4/m^2]$, ρ_2 a $\rho_5 = 2.5 \times 10^3 [m^{-2}]$; ρ_6 a $\rho_9 = 2.5 \times 10^4 [m^{-2}]$

As constantes de peso ρ_{10} a $\rho_{13}=10^{-8}[N^{-2}]$ foram escolhidas para ambos os casos.

Sendo o processo iterativo como foi descrito no ítem 2.5.2 e no apêndice C.3, existe a necessidade da escolha dos parâmetros iniciais da matriz de ganho K . Para obtenção destes valores utilizou-se uma aproximação pelo método dos mínimos quadrados da seguinte forma:

$$C_x = K M$$

logo:

$$K = C_x M^T (MM^T)^{-1}$$

onde: C_x é a matriz de ganhos do sistema com realimentação de estado.

5.1 Controle dos deslocamentos e velocidades das suspensões

Neste sistema as variáveis medidas são:

$$\{y_s\} = M \{x_q\}$$

onde :

$$y_s = \{\delta_{s1} \ \delta_{s2} \ \delta_{s3} \ \delta_{s4} \ \dot{\delta}_{s1} \ \dot{\delta}_{s2} \ \dot{\delta}_{s3} \ \dot{\delta}_{s4}\}^T$$

O novo sistema de variáveis medidas é formado pelos deslocamentos e velocidades das suspensões (equações (2.1) a (2.8)).

Desta forma a matriz M torna-se:

$$M = \begin{bmatrix} M_1 & M_3 & M_2 \\ M_3 & M_1 & M_2 \end{bmatrix}$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -d & -x_f & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -d & x_r & d \\ 1 & 0 & -1 & 0 & d & -x_f & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & d & x_r & -d \end{bmatrix}$$

onde: M_3 é uma matriz nula de dimensões 4×7 e M_2 é uma matriz nula de dimensões 4×4 .

Os resultados serão apresentados da seguinte forma:

$$K = [K_1 \ K_2]$$

- D.LDV.A.C.2. - veículo descarregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, $J_{inicial} = 0.0298$, $J_{final} = 0.0229$

$$K_{1\ initial} = 10^4 \begin{bmatrix} 3.3437 & -2.3631 & -1.1075 & -3.7009 \\ -5.5608 & 3.3481 & -3.4120 & -4.5950 \\ -1.1075 & -3.7009 & 3.3487 & -2.3631 \\ -3.4120 & -4.5950 & -5.5608 & 3.3481 \end{bmatrix}$$

$$K_{2\ initial} = 10^4 \begin{bmatrix} 0.2455 & -0.3049 & -0.0325 & -0.3357 \\ -0.1519 & 0.0285 & -0.2863 & -0.1457 \\ -0.0325 & -0.3357 & 0.2455 & -0.3049 \\ -0.2863 & -0.1457 & -0.1519 & 0.0285 \end{bmatrix}$$

$$K_{1\ final} = 10^4 \begin{bmatrix} 3.0150 & -2.7327 & -1.3912 & -4.0685 \\ -5.7160 & 3.0359 & -3.6309 & -4.8299 \\ -1.3912 & -4.0685 & 3.0150 & -2.7327 \\ -3.6309 & -4.8299 & -5.7160 & 3.0359 \end{bmatrix}$$

$$K_{2\ final} = 10^4 \begin{bmatrix} -0.2514 & -0.3014 & -0.2664 & -0.2697 \\ -0.1522 & -0.1667 & -0.1299 & -0.1949 \\ -0.2664 & -0.2697 & -0.2514 & -0.3014 \\ -0.1299 & -0.1949 & -0.1522 & -0.1667 \end{bmatrix}$$

- D.LDV.P.C.2. - veículo descarregado, pavimentada, constantes de peso do tipo 1, $J_{inicial} = 2.5709$, $J_{final} = 1.9247$

$$K_{1\ final} = 10^4 \begin{bmatrix} 3.1866 & -2.5134 & -1.2502 & -3.8387 \\ -5.6779 & 3.1988 & -3.5372 & -4.7146 \\ -1.2502 & -3.8387 & 3.1866 & -2.5134 \\ -3.5372 & -4.7146 & -5.6779 & 3.1988 \end{bmatrix}$$

$$K_{2\ final} = 10^4 \begin{bmatrix} -0.2549 & -0.3028 & -0.2842 & -0.2561 \\ -0.1538 & -0.1805 & -0.1171 & -0.2128 \\ -0.2842 & -0.2561 & -0.2549 & -0.3028 \\ -0.1171 & -0.2128 & -0.1538 & -0.1805 \end{bmatrix}$$

- D.LDV.A.S.2. - veículo descarregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 2, $J_{inicial} = 0.4373$, $J_{final} = 0.3682$

$$K_{1\ inicial} = 10^5 \begin{bmatrix} 4.7476 & -1.2404 & -1.4170 & -1.1178 \\ -3.5142 & 6.5191 & 0.7306 & -3.7738 \\ -1.4170 & -1.1178 & 4.7476 & -1.2404 \\ 0.7306 & -3.7738 & -3.5142 & 6.5191 \end{bmatrix}$$

$$K_{2\ inicial} = 10^5 \begin{bmatrix} 0.2631 & -0.0633 & -0.0075 & -0.0737 \\ -0.0270 & 0.1432 & -0.1493 & -0.0153 \\ -0.0075 & -0.0737 & 0.2631 & -0.0633 \\ -0.1493 & -0.0153 & -0.0270 & 0.1432 \end{bmatrix}$$

$$K_{1\ final} = 10^5 \begin{bmatrix} 4.5867 & -1.3416 & -1.4512 & -1.1570 \\ -3.5536 & 6.3482 & 0.6868 & -3.8700 \\ -1.4531 & -1.1570 & 4.5867 & -1.3416 \\ 0.6868 & -3.8700 & -3.5536 & 6.3482 \end{bmatrix}$$

$$K_{2\ final} = 10^5 \begin{bmatrix} 0.0660 & -0.1368 & -0.0338 & 0.0576 \\ 0.1237 & 0.0806 & -0.1319 & -0.0692 \\ -0.0338 & 0.0576 & 0.0660 & -0.1368 \\ -0.1319 & -0.0692 & 0.1237 & 0.0806 \end{bmatrix}$$

- D.LDV.P.S.2. - veículo descarregado, pavimentada, constantes de peso do tipo 2, $J_{inicial} = 32.699$, $J_{final} = 25.979$

$$K_{1\ final} = 10^5 \begin{bmatrix} 4.5486 & -1.3874 & -1.4774 & -1.1492 \\ -3.5908 & 6.2678 & 0.7143 & -3.9262 \\ -1.4774 & -1.1492 & 4.5486 & -1.3874 \\ 0.7143 & -3.9262 & -3.5908 & 6.2678 \end{bmatrix}$$

$$K_{2\ final} = 10^5 \begin{bmatrix} 0.0537 & -0.1342 & -0.0533 & 0.0642 \\ 0.1083 & 0.0762 & -0.1192 & -0.0729 \\ -0.0533 & 0.0642 & 0.0537 & -0.1342 \\ -0.1192 & -0.0729 & 0.1083 & 0.0768 \end{bmatrix}$$

- C.LDV.A.C.2. - veículo carregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, $J_{inicial} = 0.0170$, $J_{final} = 0.0131$

$$K_{1\ inicial} = 10^4 \begin{bmatrix} 3.1910 & -0.6601 & -1.4130 & -1.5693 \\ -3.6838 & 3.7352 & -1.6870 & -3.7774 \\ -1.4130 & -1.5698 & 3.1910 & -0.6601 \\ -1.6870 & -3.7774 & -3.6838 & 3.7352 \end{bmatrix}$$

$$K_{2\ inicial} = 10^4 \begin{bmatrix} 0.4676 & 0.0070 & 0.0083 & -0.0849 \\ 0.0104 & 0.2798 & -0.3052 & 0.0445 \\ 0.0083 & -0.0849 & 0.4676 & 0.0070 \\ -0.3052 & 0.0445 & 0.0104 & 0.2798 \end{bmatrix}$$

$$K_{1\ final} = 10^4 \begin{bmatrix} 2.1442 & -1.6542 & -1.9179 & -2.4126 \\ -3.8376 & 2.4582 & -2.2066 & -4.2377 \\ -1.9179 & -2.4126 & 2.1442 & -1.6542 \\ -2.2066 & -4.2377 & -3.8376 & 2.4582 \end{bmatrix}$$

$$K_{2\ final} = 10^4 \begin{bmatrix} -0.0753 & -0.1567 & -0.1502 & -0.1824 \\ -0.1235 & -0.0351 & -0.1563 & -0.1160 \\ -0.1502 & -0.1824 & -0.0753 & -0.1567 \\ -0.1563 & -0.1160 & -0.1235 & -0.0351 \end{bmatrix}$$

- C.LDV.P.C.2. - veículo carregado, pavimentada, constantes de peso tipo 1, $J_{inicial} = 1.3701$, $J_{final} = 1.0450$

$$K_{1\ final} = 10^4 \begin{bmatrix} 2.6566 & -1.2251 & -1.7279 & -1.9418 \\ -3.8789 & 3.0778 & -1.8779 & -4.0797 \\ -1.7279 & -1.9418 & 2.6556 & -1.2251 \\ -1.8779 & -4.0797 & -3.8789 & 3.0778 \end{bmatrix}$$

$$K_{2\ final} = 10^4 \begin{bmatrix} -0.0831 & -0.1671 & -0.1518 & -0.1671 \\ -0.1305 & -0.0482 & -0.1342 & -0.1186 \\ -0.1518 & -0.1671 & -0.0831 & -0.1671 \\ -0.1342 & -0.1186 & -0.1305 & -0.0482 \end{bmatrix}$$

- C.LDV.A.S.2. - veículo carregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 2, $J_{inicial} = 0.4283$, $J_{final} = 0.3383$

$$K_{1\ inicial} = 10^5 \begin{bmatrix} 4.8191 & -0.8765 & -1.4496 & -0.4640 \\ -2.7379 & 6.9513 & 1.4029 & -3.0501 \\ -1.4496 & -0.4640 & 4.8191 & -0.8765 \\ 1.4029 & -3.0501 & -2.7379 & 6.9513 \end{bmatrix}$$

$$K_{2\ inicial} = 10^5 \begin{bmatrix} 0.3725 & -0.0101 & -0.0036 & -0.0635 \\ 0.0406 & 0.2613 & -0.1873 & 0.0596 \\ -0.0036 & -0.0635 & 0.3725 & -0.0101 \\ -0.1873 & 0.0596 & 0.0406 & 0.2613 \end{bmatrix}$$

$$K_{1\ final} = 10^5 \begin{bmatrix} 3.9578 & -1.1279 & -1.6125 & -0.3370 \\ -2.8029 & 6.2029 & 1.3487 & -3.3582 \\ -1.6125 & -0.3370 & 3.9578 & -1.1279 \\ 1.3487 & -3.3582 & -2.8029 & 6.2029 \end{bmatrix}$$

$$K_{2\ final} = 10^5 \begin{bmatrix} 0.1010 & -0.0582 & -0.0066 & 0.0119 \\ 0.1202 & 0.1250 & -0.1670 & -0.0298 \\ -0.0066 & 0.0119 & 0.1010 & -0.0582 \\ -0.1670 & -0.0298 & 0.1202 & 0.1250 \end{bmatrix}$$

- C.LDV.P.S.2. - veículo carregado, pavimentada, constantes de peso do tipo 2, $J_{inicial} = 29.881$, $J_{final} = 22.673$

$$K_{1\ final} = 10^5 \begin{bmatrix} 4.1256 & -1.1183 & -1.6458 & -0.2675 \\ -2.8659 & 6.3092 & 1.4883 & -3.3224 \\ -1.6458 & -0.2675 & 4.1256 & -1.1183 \\ 1.4883 & -3.3224 & -2.8659 & 6.3092 \end{bmatrix}$$

$$K_{2\ final} = 10^5 \begin{bmatrix} 0.0919 & -0.0410 & -0.0128 & -0.0058 \\ 0.0848 & 0.1106 & -0.1312 & -0.0276 \\ -0.0128 & -0.0058 & 0.0919 & -0.0410 \\ -0.1312 & -0.0276 & 0.0848 & 0.1106 \end{bmatrix}$$

5.2 Controle dos deslocamentos das suspensões

Neste sistema as variáveis medidas são:

$$\{y_s\} = M \{x_q\}$$

onde :

$$y_s = \{\delta_{s1} \ \delta_{s2} \ \delta_{s3} \ \delta_{s4}\}^T$$

O novo sistema de variáveis medidas é formado pelos deslocamentos das suspensões (equações (2.1) a (2.4)).

Desta forma a matriz M torna-se:

$$M = [M_1 \ M_2]$$

as matriz M_1 é idêntica à matriz de mesmo nome da seção anterior e a matriz M_2 é nula de dimensões 4×11 .

As matrizes de ganhos iniciais são idênticas às matrizes $K_{1 \text{ inicial}}$ do ítem anterior.

- D.LD.A.C.2. - veículo descarregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, $J_{\text{inicial}} = 0.04271$, $J_{\text{final}} = 0.03923$

$$K_{1 \text{ final}} = 10^4 \begin{bmatrix} -3.2751 & 0.3902 & -4.0680 & 0.1848 \\ -3.4373 & -2.0333 & -3.6945 & -2.8800 \\ -4.0680 & 0.1848 & -3.2751 & 0.3902 \\ -3.6945 & -2.8800 & -3.4373 & -2.0333 \end{bmatrix}$$

- D.LD.P.C.2. - veículo descarregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 1, $J_{\text{inicial}} = 3.7131$, $J_{\text{final}} = 3.4758$

$$K_{1 \text{ final}} = 10^4 \begin{bmatrix} -1.3803 & 0.3285 & -3.7713 & 0.7300 \\ -5.1860 & -1.2153 & -4.3886 & -4.3437 \\ -3.7713 & 0.7300 & -1.3803 & 0.3285 \\ -4.3886 & -4.3437 & -5.1860 & -1.2153 \end{bmatrix}$$

- D.LD.A.S.2. - veículo descarregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 2, $J_{\text{inicial}} = 0.4322$, $J_{\text{final}} = 0.2567$

$$K_{1 \text{ final}} = 10^5 \begin{bmatrix} 0.5379 & -1.9309 & -0.6759 & 1.7663 \\ -1.3044 & 4.2706 & 1.1730 & -3.4577 \\ -0.6759 & 1.7663 & 0.5379 & -1.9309 \\ 1.1730 & -3.4577 & -1.3044 & 4.2706 \end{bmatrix}$$

- D.LD.P.S.2. - veículo descarregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 2, $J_{\text{inicial}} = 31.493$, $J_{\text{final}} = 19.018$

$$K_{1 \text{ final}} = 10^5 \begin{bmatrix} 1.3158 & -2.0539 & -1.5245 & 1.9590 \\ -1.8850 & 3.3085 & 1.5572 & -2.7174 \\ -1.5245 & 1.9590 & 1.3158 & -2.0539 \\ 1.5572 & -2.7174 & -1.8850 & 3.3085 \end{bmatrix}$$

- C.LD.A.C.2. - veículo carregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, $J_{inicial} = 0.0153$, $J_{final} = 0.0141$

$$K_{1\ final} = 10^4 \begin{bmatrix} -1.9163 & -2.1102 & -1.9669 & -1.5662 \\ -2.5090 & -1.8875 & -1.9887 & -1.9558 \\ -1.9669 & -1.5662 & -1.9163 & -2.1102 \\ -1.9887 & -1.9558 & -2.5090 & -1.8875 \end{bmatrix}$$

- C.LD.P.C.2. - veículo carregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 1, $J_{inicial} = 1.2086$, $J_{final} = 1.1674$

$$K_{1\ final} = 10^4 \begin{bmatrix} -0.6025 & -2.0074 & -1.9277 & -0.6825 \\ -2.8705 & -0.7151 & -1.5690 & -2.0875 \\ -1.9277 & -0.6825 & -0.6025 & -2.0074 \\ -1.5690 & -2.0875 & -2.8705 & -0.7151 \end{bmatrix}$$

- C.LD.A.S.2. - veículo carregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 2, $J_{inicial} = 0.5233$, $J_{final} = 0.4227$

$$K_{1\ final} = 10^5 \begin{bmatrix} 3.2546 & -1.5244 & -1.6607 & 0.1484 \\ -2.9799 & 5.6335 & 1.5958 & -3.4918 \\ -1.6607 & 0.1484 & 3.2546 & -1.5244 \\ 1.5958 & -3.4918 & -2.9799 & 5.6335 \end{bmatrix}$$

- C.LD.P.S.2. - veículo descarregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 2, $J_{inicial} = 34.697$, $J_{final} = 22.335$

$$K_{1\ final} = 10^5 \begin{bmatrix} 1.9320 & -2.0772 & -1.8297 & 1.0030 \\ -3.2254 & 4.4347 & 2.1397 & -3.8476 \\ -1.8297 & 1.0030 & 1.9320 & -2.0772 \\ 2.1397 & -3.8476 & -3.2254 & 4.4347 \end{bmatrix}$$

5.3 Controle das velocidades das suspensões

Neste sistema as variáveis medidas são:

$$\{y_s\} = M \ \{x_q\}$$

onde :

$$y_s = \{\dot{\delta}_{s1} \ \dot{\delta}_{s2} \ \dot{\delta}_{s3} \ \dot{\delta}_{s4}\}^T$$

O novo sistema de variáveis medidas é formado pelas velocidades das suspensões (equações (2.5) a (2.8)).

Desta forma a matriz M torna-se:

$$M = [M_3 \ M_1 \ M_2]$$

a matriz M_1 é idêntica à matriz de mesmo nome do ítem anterior e a matriz M_2 é nula de dimensões 4×4 e a matriz M_3 é nula de dimensões 4×7 .

As matrizes de ganhos iniciais são idênticas às matrizes $K_{2\text{ inicial}}$ do ítem 5.1.

- D.LV.A.C.2. - veículo descarregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, $J_{\text{inicial}} = 0.0349$, $J_{\text{final}} = 0.0307$

$$K_{2\text{ final}} = 10^3 \begin{bmatrix} -1.8602 & -3.3122 & -2.0217 & -2.9631 \\ -0.8972 & -1.9016 & -0.5492 & -2.0491 \\ -2.0217 & -2.9631 & -1.8602 & -3.3122 \\ -0.5492 & -2.0491 & -0.8978 & -1.9016 \end{bmatrix}$$

- D.LV.P.C.2. - veículo descarregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 1, $J_{\text{inicial}} = 2.9171$, $J_{\text{final}} = 2.4649$

$$K_{2\text{ final}} = 10^3 \begin{bmatrix} -1.7564 & -3.3469 & -2.5844 & -2.9540 \\ -0.9997 & -1.7273 & -0.8599 & -2.1859 \\ -2.5844 & -2.9540 & -1.7564 & -3.3469 \\ -0.8599 & -2.1859 & -0.9997 & -1.7273 \end{bmatrix}$$

- D.LV.A.S.2. - veículo descarregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 2, $J_{\text{inicial}} = 0.3251$, $J_{\text{final}} = 0.2082$

$$K_{2\text{ final}} = 10^3 \begin{bmatrix} 3.0428 & -3.1221 & -2.1675 & -0.2078 \\ -2.4776 & -1.4318 & 0.7485 & -2.7854 \\ -2.1675 & -0.2078 & 3.0428 & -3.1221 \\ 0.7485 & -2.7854 & -2.4776 & -1.4318 \end{bmatrix}$$

- D.LV.P.S.2. - veículo descarregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 2, $J_{\text{inicial}} = 27.743$, $J_{\text{final}} = 17.547$

$$K_{2\text{ final}} = 10^3 \begin{bmatrix} 5.0563 & -4.2403 & -3.0610 & 0.4407 \\ -3.3656 & -0.5153 & 0.8621 & -2.4975 \\ -3.0610 & 0.4407 & 5.0563 & -4.2403 \\ 0.8621 & -2.4975 & -3.3656 & -0.5153 \end{bmatrix}$$

- C.LV.A.C.2. - veículo carregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, $J_{\text{inicial}} = 0.0173$, $J_{\text{final}} = 0.0148$

$$K_{2\text{ final}} = 10^3 \begin{bmatrix} -0.2572 & -1.2047 & -1.0048 & -1.3010 \\ -0.8802 & -0.1483 & -1.0462 & -0.7566 \\ -1.0048 & -1.3010 & -0.2572 & -1.2047 \\ -1.0462 & -0.7566 & -0.8802 & -0.1483 \end{bmatrix}$$

- C.LV.A.S.2. - veículo carregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 1, $J_{inicial} = 1.3908$, $J_{final} = 1.1207$

$$K_{2\ final} = 10^3 \begin{bmatrix} -0.6695 & -1.5344 & -1.2685 & -1.3996 \\ -1.2237 & -0.5014 & -1.0996 & -1.0634 \\ -1.2685 & -1.3996 & -0.6695 & -1.5344 \\ -1.0996 & -1.0634 & -1.2237 & -0.5014 \end{bmatrix}$$

- C.LV.P.C.2. - veículo carregado, via asfáltica, constantes de peso do tipo 2, $J_{inicial} = 0.1771$, $J_{final} = 0.1760$

$$K_{2\ final} = 10^3 \begin{bmatrix} 2.4644 & 0.0311 & -0.1757 & -0.0127 \\ 0.0880 & 2.8791 & 0.0560 & 0.3287 \\ -0.1757 & -0.0127 & 2.4644 & 0.0311 \\ 0.0560 & 0.3287 & 0.0880 & 2.8791 \end{bmatrix}$$

- C.LV.P.S.2. - veículo carregado, via pavimentada, constantes de peso do tipo 2, $J_{inicial} = 13.945$, $J_{final} = 13.783$

$$K_{2\ final} = 10^3 \begin{bmatrix} 2.0329 & -0.7463 & -0.8907 & 0.3342 \\ -0.6720 & 2.6541 & 0.4147 & -0.1853 \\ -0.8907 & 0.3342 & 2.0329 & -0.7463 \\ 0.4147 & -0.1853 & -0.6720 & 2.6541 \end{bmatrix}$$

5.4 Comparação dos resultados

Para comparação dos resultados, construiu-se as Tabs. 5.1 e 5.2 para o veículo descarregado e carregado. Nas tabelas considerou-se cinco sistemas:

- P - sistema passivo
- T - sistema com realimentação de estado
- LDV - sistema com realimentação de saída (controle dos deslocamentos e velocidades das suspensões)
- LD - sistema com realimentação de saída (controle dos deslocamentos das suspensões)
- LV - sistema com realimentação de saída (controle das velocidades das suspensões)

Os sistemas foram simulados para quatro situações diferentes:

- $A.C.2.$ - via asfáltica, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8}$
- $A.S.2.$ - via asfáltica, constantes de peso do tipo 2, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8}$
- $P.C.2.$ - via pavimentada, constantes de peso do tipo 1, ρ_{10} a $\rho_{13} = 10^{-8}$

- P.S.2. - via pavimentada, constantes de peso do tipo 2, $\rho_{10} \text{ a } \rho_{13} = 10^{-8}$

Nas seções anteriores, verificou-se que foi possível minimizar o índice de desempenho para todas as situações. Verificou-se que esta redução em alguns casos é bem mais acentuada que em outros. Como as matrizes de ganhos finais dependem das matrizes iniciais, a metodologia nem sempre conduz a um valor ideal do índice de desempenho uma vez que o sistema pode se tornar instável.

Nota-se pelas tabelas que o sistema com realimentação de estado (T) apresenta valores menores para o índice de desempenho. Usando as constantes de peso que favorecem o conforto (tipo 1), verifica-se que o sistema com realimentação de saída (LDV) possue valores do índice de desempenho que mais se aproxima do sistema ideal (T). Usando-se as constantes que favorecem a segurança (tipo 2), verifica-se que o sistema que mais se aproxima do caso ideal (T) é o sistema com controle das velocidades das suspensões (LV).

O desempenho do veículo carregado, condição normal de uso, é sempre superior que o desempenho do veículo descarregado. Isto é um fato normal, visto que as constantes de peso foram normalizadas em relação a aceleração do veículo, e esta sempre é superior para o veículo descarregado.

Tabela 5.1 - Variação do índice de desempenho J (veículo descarregado)

sit./sist.	P	T	LDV	LD	LV
A.C.2.	0.0442	0.0194	0.0229	0.0392	0.0307
A.S.2.	0.2171	0.1700	0.3682	0.2567	0.2082
P.C.2.	3.8217	1.7256	1.9247	3.4758	2.4649
P.S.2.	18.2471	14.225	25.979	19.018	17.547

Tabela 5.2 - Variação do índice de desempenho J (veículo carregado)

sit./sist.	P	T	LDV	LD	LV
A.C.2.	0.0156	0.0117	0.0131	0.0141	0.0148
A.S.2.	0.1796	0.1436	0.3383	0.4227	0.1760
P.C.2.	1.2301	0.9843	1.0450	1.1674	1.1207
P.S.2.	13.9880	11.363	22.673	22.335	13.783

5.5 Comportamento próprio dos sistemas

Para estudar a estabilidade construiu-se as Tabs. 5.3 a 5.14 para os autovalores dos três sistemas analisados nos ítems 5.1 a 5.3. Nota-se que os resultados são semelhantes quando usadas as mesmas constantes de peso, tipo 1 ou tipo 2, para vias diferentes, e variam bastante quando mudadas as constantes de peso para a mesma via. Para todas as situações, analisando-se a parte real dos autovalores, nota-se o aumento no grau de

estabilidade para alguns sistemas e uma diminuição para outros. Se compararmos os modos de vibrar dominantes dos sistemas, primeiro ao quarto, verifica-se que a escolha das variáveis medidas causa grande modificações nos sistemas.

Tabela 5.3 - Variação dos autovalores para vários sistemas

modo/sistema	D.LDV.A.C.2.	D.LDV.P.C.2.	D.LDV.A.S.2.	D.LDV.P.S.2.
primeiro	-1.18 ± 3.64	-1.01 ± 4.22	-2.41 ± 8.31	-2.08 ± 7.96
segundo	-5.24 ± 12.39	-5.20 ± 12.40	-3.10 ± 19.60	-2.99 ± 19.56
terceiro	-7.41 ± 12.57	-7.02 ± 12.85	-3.89 ± 21.35	-3.81 ± 21.02
quarto	-10.58 ± 42.48	-10.01 ± 42.53	-15.45 ± 35.85	-16.14 ± 36.17
quinto	-13.08 ± 44.39	-13.06 ± 45.30	-15.02 ± 38.60	-13.97 ± 40.24
sexto	-23.26 ± 45.42	-23.17 ± 45.49	-38.33 ± 57.80	-31.67 ± 59.46
sétimo	-22.60 ± 45.42	-23.02 ± 50.93	-86.09 ± 123.97	-86.03 ± 121.06

Tabela 5.4 - Variação do fator de amortecimento e frequência natural dos autovalores para vários sistemas

modo/sistema	D.LDV.A.C.2.	D.LDV.P.C.2.	D.LDV.A.S.2.	D.LDV.P.S.2.
	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$
primeiro	0.308/0.609	0.232/0.690	0.278/1.377	0.252/1.309
segundo	0.389/2.141	0.386/2.140	0.156/3.158	0.151/3.149
terceiro	0.507/2.322	0.479/2.330	0.179/3.454	0.178/3.400
quarto	0.241/6.967	0.229/6.954	0.395/6.213	0.407/6.303
quinto	0.282/7.365	0.277/7.503	0.362/6.592	0.327/6.779
sexto	0.455/8.121	0.453/8.125	0.552/11.038	0.470/10.722
sétimo	0.445/8.074	0.411/8.895	0.570/24.022	0.579/23.637

Tabela 5.5 - Variação dos autovalores para vários sistemas

modo/sistema	C.LDV.A.C.2.	C.LDV.P.C.2.	C.LDV.A.S.2.	C.LDV.P.S.2.
primeiro	-1.13 ± 3.60	-1.07 ± 4.18	-1.82 ± 7.65	-1.56 ± 7.93
segundo	-2.60 ± 8.22	-2.50 ± 8.26	-2.41 ± 13.70	-2.22 ± 13.71
terceiro	-2.95 ± 8.42	-2.89 ± 8.46	-2.37 ± 13.75	-2.21 ± 13.74
quarto	-11.94 ± 41.51	-11.97 ± 41.78	-28.35 ± 37.85	-42.95 ± 40.36
quinto	-18.82 ± 45.92	-18.49 ± 46.41	-24.26 ± 41.29	-22.68 ± 43.40
sexto	-22.47 ± 47.03	-23.81 ± 47.57	-45.78 ± 36.23	-37.89 ± 43.89
sétimo	-22.58 ± 50.82	-22.94 ± 50.91	-69.80 ± 88.23	-56.12 ± 73.75

Tabela 5.6 - Variação do fator de amortecimento e frequência natural dos autovalores para vários sistemas

modo/sistema	C.LDV.A.C.2.	C.LDV.P.C.2.	C.LDV.A.S.2.	C.LDV.P.S.2.
	$\xi/\omega_n [Hz]$	$\xi/\omega_n [Hz]$	$\xi/\omega_n [Hz]$	$\xi/\omega_n [Hz]$
primeiro	0.299/0.600	0.247/0.686	0.231/1.251	0.193/1.286
segundo	0.301/1.372	0.289/1.373	0.173/2.213	0.159/2.210
terceiro	0.330/1.419	0.323/1.422	0.169/2.220	0.158/2.214
quarto	0.276/6.874	0.275/6.917	0.599/7.526	0.728/9.380
quinto	0.379/7.898	0.370/7.951	0.506/7.622	0.463/7.793
sexto	0.431/8.295	0.447/8.466	0.784/9.292	0.653/9.228
sétimo	0.406/8.850	0.410/8.887	0.620/17.905	0.605/14.750

Tabela 5.7 - Variação dos autovalores para vários sistemas

modo/sistema	D.LD.A.C.2.	D.LD.P.C.2.	D.LD.A.S.2.	D.LD.P.S.2.
primeiro	-2.13 ± 2.89	-1.70 ± 4.38	-2.52 ± 5.82	2.60 ± 5.49
segundo	-6.32 ± 10.06	-6.04 ± 10.72	-5.27 ± 12.91	-5.38 ± 12.30
terceiro	-7.92 ± 27.57	-7.80 ± 28.48	-8.90 ± 18.83	-10.51 ± 17.55
quarto	-9.17 ± 31.52	-9.01 ± 31.55	-17.08 ± 32.82	-15.43 ± 31.73
quinto	-22.41 ± 42.89	-22.67 ± 43.45	-22.45 ± 43.58	-23.06 ± 44.58
sexto	-21.34 ± 43.23	-21.55 ± 44.12	-21.90 ± 45.96	-21.85 ± 45.66
sétimo	-21.62 ± 49.35	-21.63 ± 50.36	-22.63 ± 75.36	-21.91 ± 74.06

Tabela 5.8 - Variação do fator de amortecimento e frequência natural dos autovalores para vários sistemas

modo/sistema	D.LD.A.C.2.	D.LD.P.C.2.	D.LD.A.S.2.	D.LD.P.S.2.
	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$
primeiro	0.593/0.571	0.361/0.747	0.397/1.009	0.428/0.966
segundo	0.531/1.890	0.490/1.958	0.377/2.219	0.400/2.136
terceiro	-	-	0.427/3.314	0.513/3.255
quarto	0.279/5.224	0.274/5.222	0.461/5.888	0.437/5.615
quinto	0.463/7.702	0.462/7.800	0.457/7.802	0.459/7.988
sexto	0.442/7.673	0.438/7.815	0.430/8.102	0.431/8.056
sétimo	0.401/8.575	0.394/8.723	0.287/12.523	0.283/12.292

Tabela 5.9 - Variação dos autovalores para vários sistemas

modo/sistema	C.LD.A.C.2.	C.LD.P.C.2.	C.LD.A.S.2.	C.LD.P.S.2.
primeiro	-2.15 ± 1.73	-2.03 ± 3.12	-1.49 ± 6.53	-2.15 ± 2.05
segundo	-2.77 ± 6.57	-2.73 ± 6.75	-1.10 ± 12.49	-1.78 ± 10.29
terceiro	-2.99 ± 7.12	-2.94 ± 7.36	-1.28 ± 12.61	-1.97 ± 10.52
quarto	-14.27 ± 37.59	-14.33 ± 37.98	-15.95 ± 44.02	-15.23 ± 39.70
quinto	-21.73 ± 45.04	-21.84 ± 45.58	-22.41 ± 54.45	-21.79 ± 48.16
sexto	-22.15 ± 46.15	-22.19 ± 46.36	-23.55 ± 59.80	-22.92 ± 51.98
sétimo	-21.63 ± 49.35	-21.63 ± 50.10	-21.90 ± 78.94	-21.85 ± 79.31

Tabela 5.10 - Variação do fator de amortecimento e frequência natural dos autovalores para vários sistemas

modo/sistema	C.LD.A.C.2.	C.LD.P.C.2.	C.LD.A.S.2.	C.LD.P.S.2.
	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$
primeiro	0.779/0.439	0.545/0.592	0.222/1.066	0.723/0.472
segundo	0.388/1.134	0.374/1.158	0.087/1.995	0.170/1.662
terceiro	0.387/1.229	0.370/1.261	0.100/2.017	0.184/1.703
quarto	0.354/6.399	0.353/6.460	0.340/7.451	0.358/6.767
quinto	0.434/7.959	0.432/8.044	0.380/9.371	0.412/8.413
sexto	0.432/8.147	0.431/8.180	0.366/10.229	0.403/9.041
sétimo	0.401/8.575	0.396/8.685	0.267/13.038	0.265/13.093

Tabela 5.11 - Variação dos autovalores para vários sistemas

modo/sistema	D.LV.A.C.2.	D.LV.P.C.2.	D.LV.A.S.2.	D.LV.P.S.2.
primeiro	-1.46 ± 6.62	-1.35 ± 6.67	-2.56 ± 6.50	-2.80 ± 6.57
segundo	-6.43 ± 9.40	-6.92 ± 9.27	-6.81 ± 9.35	-7.23 ± 9.34
terceiro	-7.84 ± 12.42	-8.04 ± 12.36	-7.30 ± 12.51	-9.66 ± 11.92
quarto	-12.80 ± 38.31	-13.49 ± 37.86	-10.73 ± 39.56	-12.77 ± 38.56
quinto	-21.83 ± 42.79	-22.72 ± 41.46	-33.06 ± 39.67	-39.33 ± 31.62
sexto	-12.02 ± 48.31	-10.40 ± 48.58	-22.56 ± 42.72	-22.84 ± 38.81
sétimo	-22.53 ± 48.73	-23.24 ± 48.41	-22.36 ± 43.77	-22.23 ± 43.96

Tabela 5.12 - Variação do fator de amortecimento e frequência natural dos autovalores para vários sistemas

modo/sistema	D.LV.A.C.2.	D.LV.P.C.2.	D.LV.A.S.2.	D.LV.P.S.2.
	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$	$\xi/\omega_n[\text{Hz}]$
primeiro	0.215/1.078	0.198/1.083	0.366/1.111	0.392/1.136
segundo	0.564/1.812	0.598/1.841	0.588/1.841	0.612/1.879
terceiro	0.533/2.337	0.545/2.346	0.503/2.305	0.629/2.441
quarto	0.316/6.428	0.335/6.396	0.261/6.523	0.314/6.464
quinto	0.454/7.645	0.480/7.524	0.640/8.218	0.779/8.031
sexto	0.241/7.923	0.209/7.907	0.466/7.689	0.507/7.167
sétimo	0.419/8.544	0.432/8.546	0.454/7.822	0.451/7.840

Tabela 5.13 - Variação dos autovalores para vários sistemas

modo/sistema	C.LV.A.C.2.	C.LV.P.C.2.	C.LV.A.S.2.	C.LV.P.S.2.
primeiro	-1.20 ± 5.51	-1.04 ± 5.52	-2.15 ± 5.40	-1.93 ± 5.44
segundo	-2.95 ± 6.71	-2.85 ± 6.72	-3.48 ± 6.61	-3.23 ± 6.65
terceiro	-3.36 ± 6.97	-3.28 ± 6.99	-3.88 ± 6.87	-3.70 ± 6.90
quarto	-14.53 ± 40.75	-14.11 ± 41.97	-18.24 ± 35.98	-17.52 ± 36.71
quinto	-18.51 ± 45.93	-16.92 ± 45.64	-25.99 ± 43.37	-23.81 ± 44.99
sexto	-23.65 ± 45.19	-23.00 ± 45.72	-26.92 ± 42.19	-25.44 ± 43.64
sétimo	-22.61 ± 48.70	-22.91 ± 48.55	-26.23 ± 46.84	-28.76 ± 45.34

Tabela 5.14 - Variação do fator de amortecimento e frequência natural dos autovalores para vários sistemas

modo/sistema	C.LV.A.C.2.	C.LV.P.C.2.	C.LV.A.S.2.	C.LV.P.S.2.
	$\xi/\omega_n [Hz]$	$\xi/\omega_n [Hz]$	$\xi/\omega_n [Hz]$	$\xi/\omega_n [Hz]$
primeiro	0.212/0.897	0.185/0.894	0.369/0.925	0.334/0.918
segundo	0.402/1.166	0.390/1.161	0.465/1.188	0.436/1.176
terceiro	0.434/1.231	0.424/1.228	0.491/1.255	0.472/1.246
quarto	0.335/6.885	0.318/7.047	0.452/6.420	0.430/6.474
quinto	0.373/7.881	0.347/7.747	0.514/8.047	0.467/8.101
sexto	0.463/8.117	0.449/8.145	0.537/7.965	0.503/8.039
sétimo	0.421/8.545	0.426/8.544	0.488/8.544	0.535/8.545

Capítulo 6

Simulação dos sistemas

Utilizou-se o integrador desenvolvido em SHAMPINE e GORDON (1975), chamado método PECE ("Predict-Evaluate-Correct-Evaluate"), que usa as equações de Adams-Moulton para predição e Adams-Bashforth para correção.

Para simulação dos sistemas considerou-se a velocidade do veículo igual a $20m/s$ e um perfil de via (DEMIC (1989)) como mostra a figura 6.1.

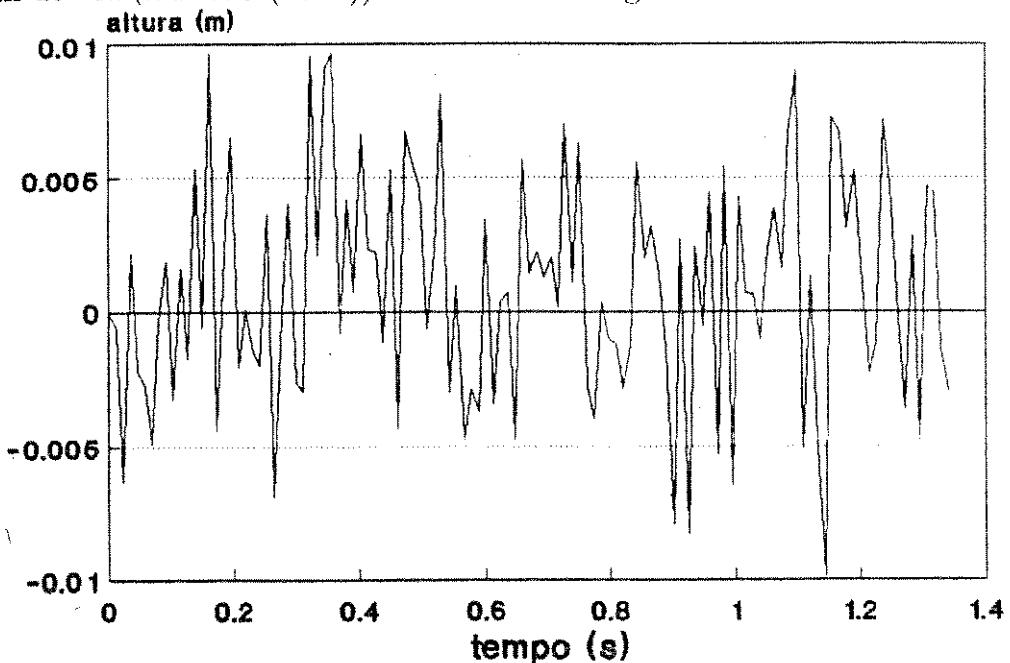


Figura 6.1: Perfil das vias

Levou-se em consideração o tempo gasto para o veículo percorrer a distância entre as rodas, ou seja:

$$T = \frac{x_f + x_r}{v}$$

Desta forma, as excitações das rodas são:

$$w_3(t) = w_1(t + T)$$

$$w_4(t) = w_2(t + T)$$

Escolheu-se três configurações de vias para simular o comportamento dinâmico do sistema, ou seja:

- via 1 : $w_1 = w_3$ e $w_2 = w_4$, com as amplitudes mostradas na figura 6.1
- via 2 : $w_1 = w_3$ e $w_2 = w_4$, estas amplitudes são metade das amplitudes mostradas na figura 6.1
- via 3 : w_1, w_2 , com as amplitudes mostradas nas figura 6.1 e, $w_3 = 0.5 w_1$ e $w_4 = 0.5 w_2$

Os parâmetros escolhidos para análise foram: deslocamento e aceleração do centro de gravidade do veículo, espaço de trabalho das suspensões, deslocamentos relativos entre as rodas e as vias e as forças nos elementos ativos. Foram analisados os seguintes sistemas:

- P - Sistema passivo
- T - Sistema ativo com realimentação de estado
- LW - Sistema ativo com realimentação de estado desconsiderando a matriz de ganhos das vias (C_w)
- LDV - Sistema com realimentação de saída com controle dos deslocamentos e velocidades das suspensões
- LD - Sistema com realimentação de saída com controle dos deslocamentos das suspensões
- LV - Sistema com realimentação de saída com controle das velocidades das suspensões

Os resultados são mostrados nas Tabs. 6.1 a 6.16. Nestas tabelas as denominações r_1 a r_4 se referem às quatro rodas do veículo. As tabelas possuem dois valores para cada parâmetro, ou seja, o valor de pico (máximo) e o valor médio quadrático (rms). O valor médio quadrático foi encontrado através da raiz quadrada do somatório dos valores quadráticos de cada parâmetro dividido pelo número de intervalos de integração (o número de intervalos adotado foi $n = 100$). O valor de pico e o valor médio quadrático normalmente são adotados como parâmetros estatísticos (por exemplo: HORTON e CROLLA (1986)).

Para estabelecer limites para validação do modelo, encontrou-se os deslocamentos estáticos para o veículo descarregado e carregado, através do método de decomposição de GAUSS. Os deslocamentos relativos entre os centros das rodas e as vias foram:

- : veículo descarregado : rodas dianteiras : $\delta_r = 3.31 \text{ cm}$ e rodas traseiras : $\delta_r = 1.37 \text{ cm}$
- : veículo carregado : rodas dianteiras : $\delta_r = 4.34 \text{ cm}$ e rodas traseiras : $\delta_r = 4.55 \text{ cm}$

6.1 Deslocamento do veículo

Nota-se na Tab. 6.1, para todas as configurações de vias, que a variação no deslocamento do veículo é superior quando usadas as constantes de peso do tipo 1. Os sistemas (T) e (LDV) apresentam reduções significativas e o sistema (LD) uma leve redução quando os resultados são comparados com o sistema passivo (P). No sistema (LW) nota-se a influência da matriz de ganhos da via. Não se pode ignorar a matriz de ganhos das vias, que causa grandes alterações nos resultados para os sistemas (T) e (LDV). O sistema (LV) não apresenta melhorias. Com a variação das amplitudes das vias (via 2) notou-se uma proporcionalidade nos resultados, sendo que o mesmo é verificado para todos os demais parâmetros. Para o veículo carregado, Tab. 6.2, os resultados são ligeiramente diferentes. As Figs. 6.2 a 6.5 mostram a variação no tempo do deslocamento do veículo passando por uma via com perfil do tipo 1.

Tabela 6.1 - Variação do deslocamento do veículo

sistema	via 1 v.pico [cm]	via 1 v.rms [cm]	via 2 v.pico [cm]	via 2 v.rms [cm]	via3 v.pico [cm]	via 3 v.rms [cm]
D.P...	0.387	0.163	0.202	0.085	0.311	0.128
D.T.A.C.2.	0.157	0.078	0.083	0.040	0.121	0.053
D.T.P.C.2.	0.167	0.091	0.085	0.046	0.125	0.065
D.T.A.S.2.	0.256	0.107	0.132	0.056	0.135	0.056
D.T.P.S.2.	0.261	0.113	0.135	0.057	0.136	0.059
D.LW.A/P.C.2.	0.216	0.115	0.103	0.057	0.153	0.081
D.LW.A/P.S.2.	0.487	0.220	0.245	0.109	0.386	0.173
D.LDV.A.C.2.	0.236	0.129	0.121	0.066	0.180	0.093
D.LDV.P.C.2.	0.252	0.136	0.135	0.069	0.184	0.096
D.LDV.A.S.2.	0.449	0.196	0.218	0.094	0.339	0.140
D.LDV.P.S.2.	0.457	0.190	0.219	0.095	0.340	0.143
D.LD.A.C.2.	0.307	0.138	0.161	0.070	0.236	0.104
D.LD.P.C.2.	0.341	0.150	0.177	0.075	0.257	0.111
D.LD.A.S.2.	0.380	0.164	0.198	0.085	0.284	0.117
D.LD.P.S.2.	0.367	0.156	0.188	0.083	0.271	0.117
D.LV.A.C.2.	0.385	0.174	0.188	0.087	0.295	0.134
D.LV.P.C.2.	0.396	0.181	0.202	0.094	0.289	0.134
D.LV.A.S.2.	0.380	0.164	0.186	0.081	0.296	0.125
D.LV.P.S.2.	0.387	0.167	0.195	0.087	0.301	0.127

Tabela 6.2 - Variação do deslocamento do veículo

sistema	via 1 v.pico [cm]	via 1 v.rms [cm]	via 2 v.pico [cm]	via 2 v.rms [cm]	via3 v.pico [cm]	via 3 v.rms [cm]
C.P...	0.272	0.132	0.141	0.071	0.224	0.109
C.T.A.C.2.	0.155	0.077	0.081	0.041	0.113	0.058
C.T.P.C.2.	0.176	0.089	0.091	0.048	0.128	0.065
C.T.A.S.2.	0.183	0.094	0.095	0.048	0.091	0.039
C.T.P.S.2.	0.195	0.099	0.094	0.048	0.101	0.045
C.LW.A/P.C.2.	0.197	0.098	0.095	0.047	0.155	0.080
C.LW.A/P.S.2.	0.440	0.226	0.209	0.108	0.332	0.171
C.LDV.A.C.2.	0.229	0.122	0.117	0.062	0.176	0.096
C.LDV.P.C.2.	0.264	0.135	0.133	0.067	0.198	0.101
C.LDV.A.S.2.	0.338	0.166	0.158	0.081	0.234	0.121
C.LDV.P.S.2.	0.331	0.171	0.157	0.080	0.248	0.124
C.LD.A.C.2.	0.208	0.113	0.106	0.056	0.165	0.087
C.LD.P.C.2.	0.238	0.119	0.119	0.060	0.228	0.113
C.LD.A.S.2.	0.320	0.161	0.154	0.078	0.226	0.113
C.LD.P.S.2.	0.228	0.114	0.110	0.057	0.170	0.085
C.LV.A.C.2.	0.299	0.146	0.147	0.074	0.225	0.111
C.LV.P.C.2.	0.290	0.143	0.152	0.076	0.228	0.113
C.LV.A.S.2.	0.285	0.142	0.129	0.066	0.210	0.104
C.LV.P.S.2.	0.280	0.140	0.127	0.064	0.207	0.105

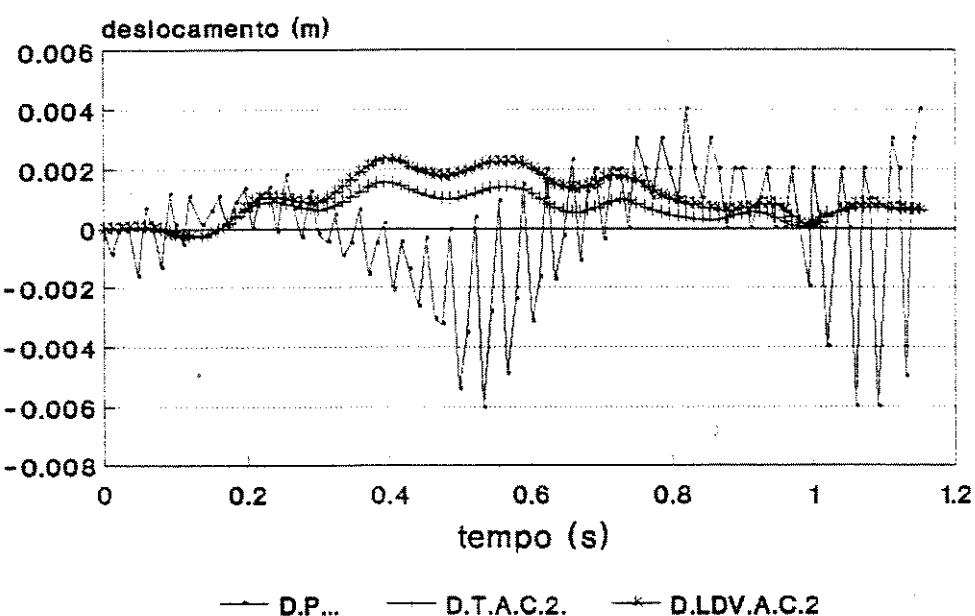


Figura 6.2 - Variação do deslocamento do veículo

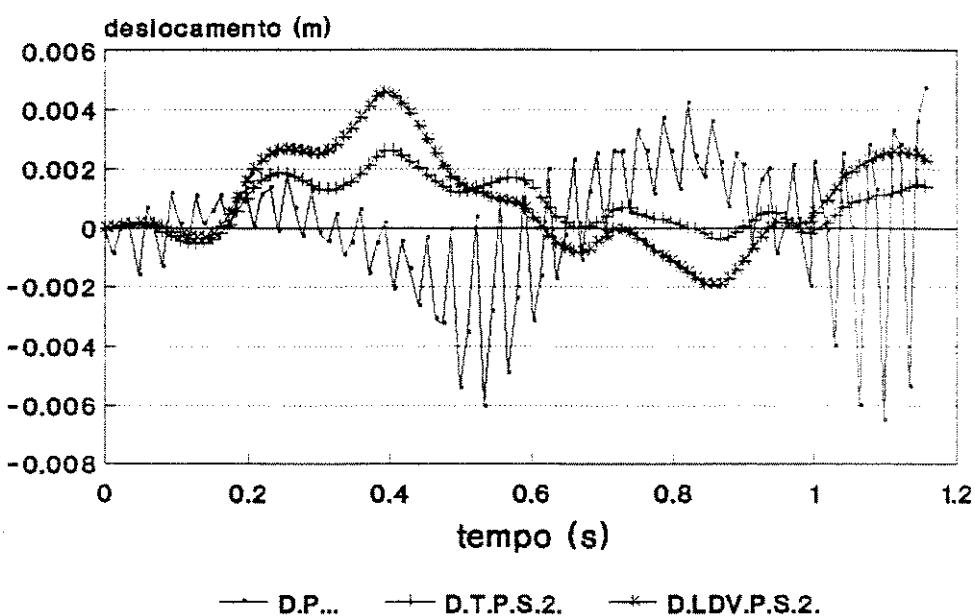


Figura 6.3 - Variação do deslocamento do veículo

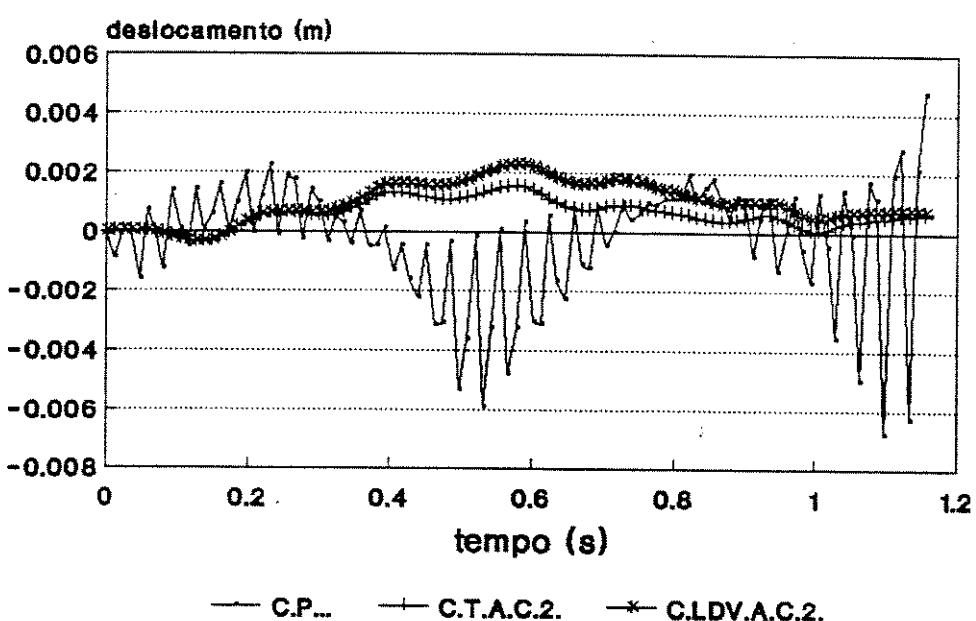


Figura 6.4 - Variação do deslocamento do veículo

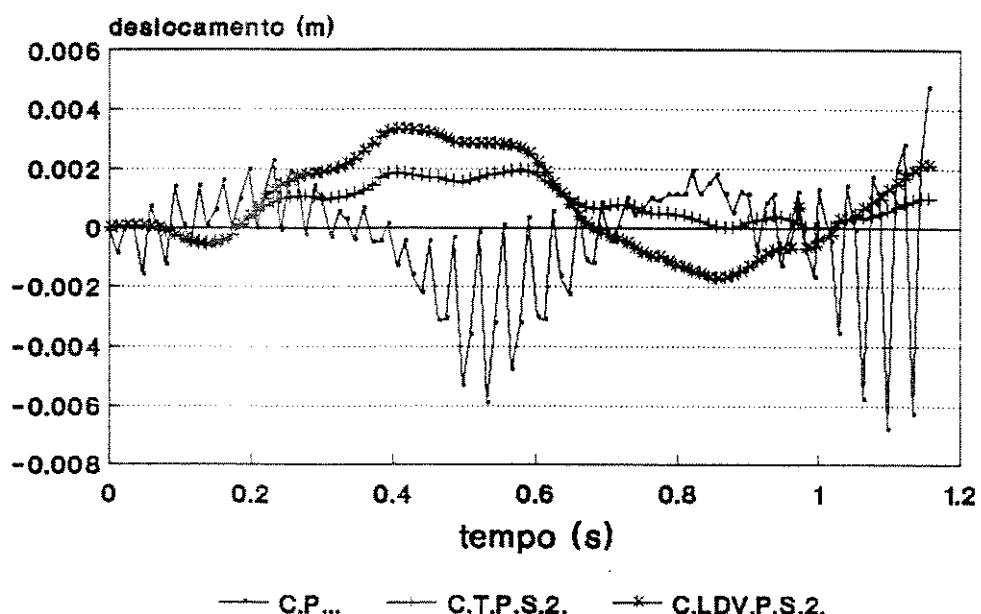


Figura 6.5 - Variação do deslocamento do veículo

6.2 Aceleração do veículo

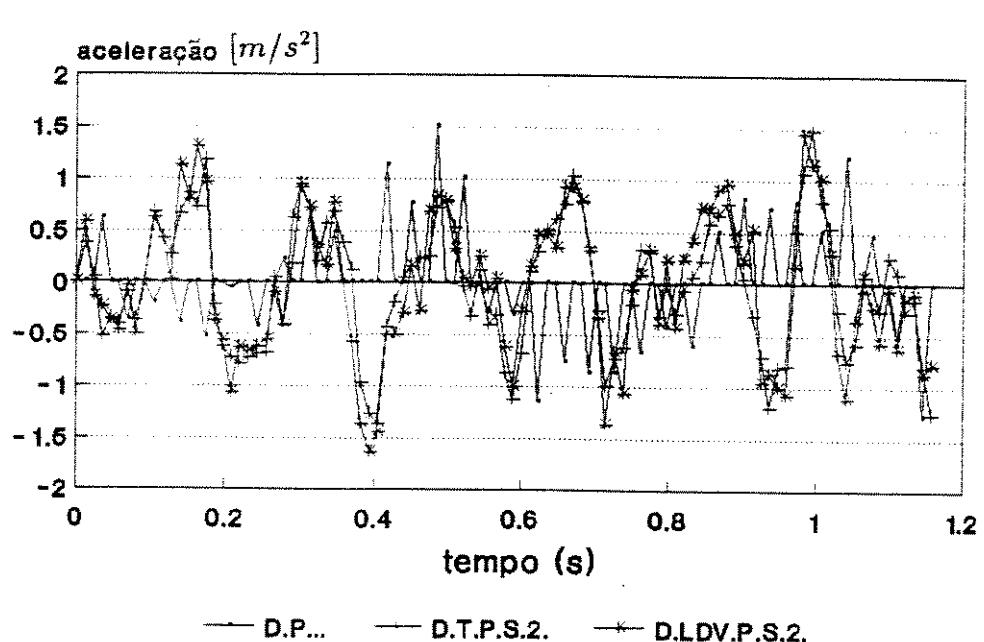
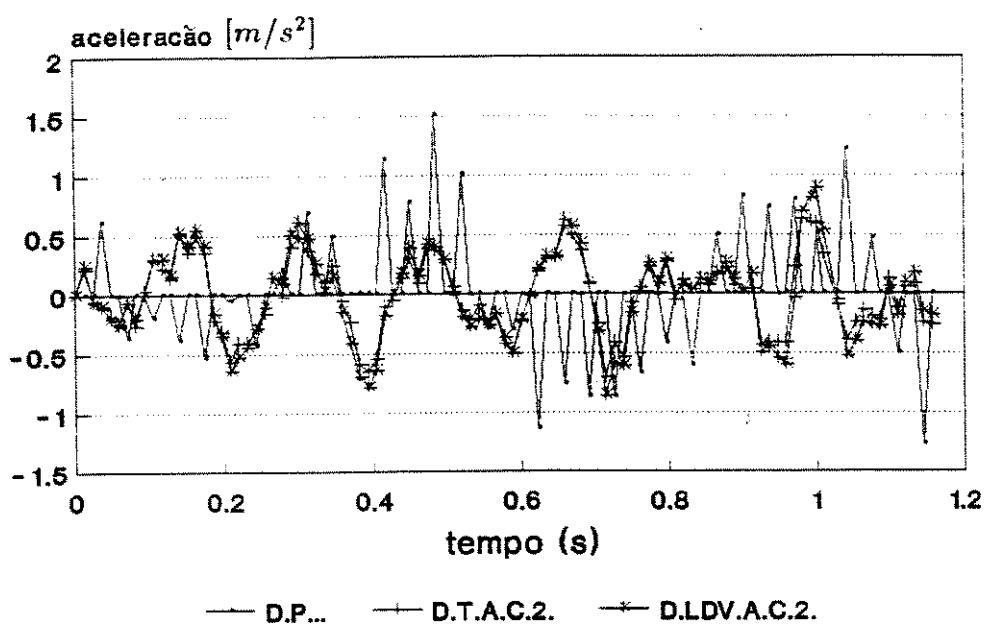
Na Tab. 6.3 nota-se que todos os sistemas apresentam reduções na aceleração do veículo e estas variações são mais acentuadas quando usadas constantes de peso do tipo 1. O sistema com realimentação de estado (T) apresenta melhores resultados e o sistema (LD) é o menos influenciado. Os resultados são semelhantes para o veículo carregado, Tab. 6.4. Estes resultados são condizentes com os mostrados nas Tabs. 5.1 e 5.2. As Figs. 6.6 a 6.9 mostram a variação no tempo da aceleração do veículo passando por uma via com perfil do tipo 1.

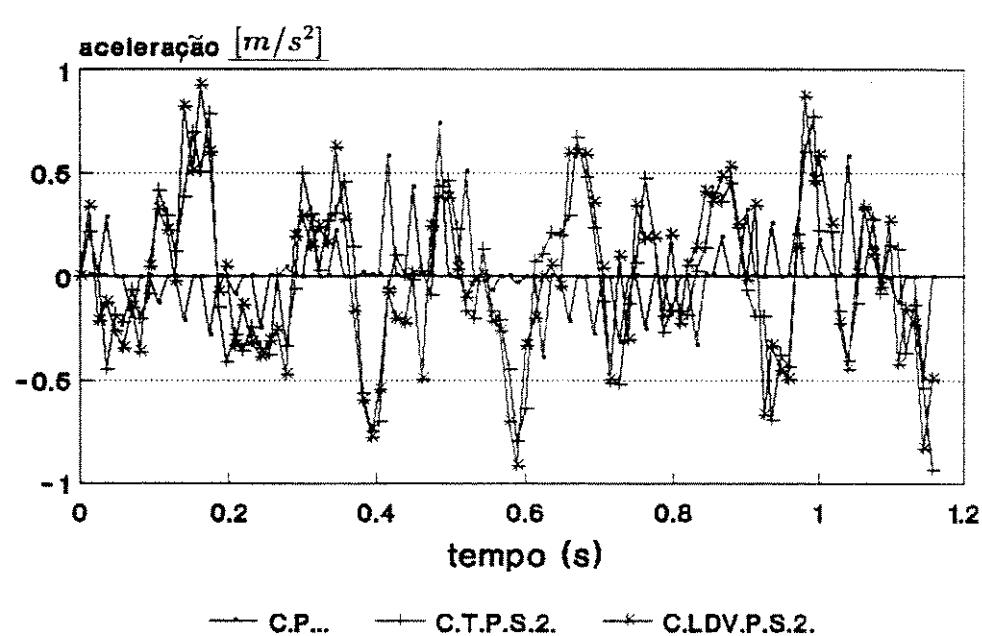
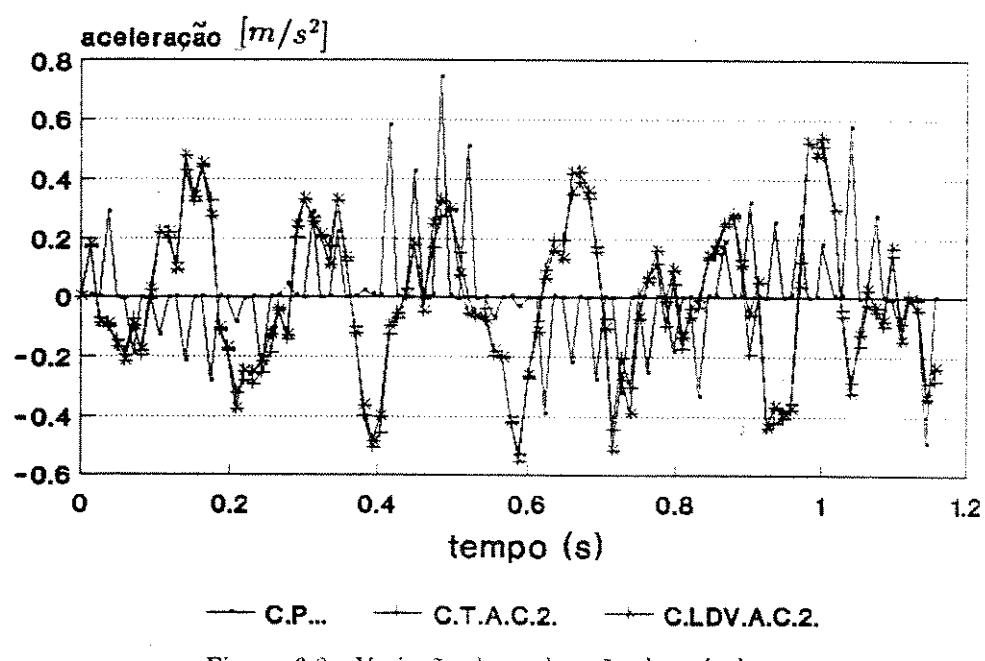
Tabela 6.3 - Variação da aceleração do veículo

sistema	via 1 v.pico [m/s ²]	via 1 v.rms [m/s ²]	via 2 v.pico [m/s ²]	via 2 v.rms [m/s ²]	via3 v.pico [m/s ²]	via 3 v.rms [m/s ²]
D.P...	1.622	0.765	0.838	0.383	1.306	0.573
D.T.A.C.2.	0.696	0.310	0.329	0.157	0.530	0.240
D.T.P.C.2.	0.677	0.311	0.339	0.156	0.545	0.238
D.T.A.S.2.	1.401	0.602	0.687	0.308	1.160	0.473
D.T.P.S.2.	1.473	0.613	0.667	0.300	1.081	0.461
D.LW.A/P.C.2.	0.677	0.311	0.323	0.149	0.509	0.237
D.LW.A/P.S.2.	1.425	0.637	0.730	0.314	1.107	0.467
D.LDV.A.C.2.	0.894	0.367	0.464	0.188	0.697	0.279
D.LDV.P.C.2.	0.870	0.359	0.444	0.186	0.642	0.264
D.LDV.A.S.2.	1.737	0.749	0.862	0.379	1.314	0.564
D.LDV.P.S.2.	1.638	0.678	0.805	0.325	1.214	0.506
D.LD.A.C.2.	1.590	0.773	0.825	0.385	1.225	0.594
D.LD.P.C.2.	1.673	0.780	0.842	0.395	1.186	0.581
D.LD.A.S.2.	1.427	0.649	0.821	0.387	1.172	0.569
D.LD.P.S.2.	1.652	0.778	0.836	0.379	1.229	0.576
D.LV.A.C.2.	1.333	0.528	0.581	0.246	0.969	0.389
D.LV.P.C.2.	1.236	0.486	0.588	0.235	0.877	0.358
D.LV.A.S.2.	1.427	0.649	0.730	0.330	1.130	0.500
D.LV.P.S.2.	1.455	0.694	0.744	0.337	1.136	0.526

Tabela 6.4 - Variação da aceleração do veículo

sistema	via 1 v.pico [m/s ²]	via 1 v.rms [m/s ²]	via 2 v.pico [m/s ²]	via 2 v.rms [m/s ²]	via3 v.pico [m/s ²]	via 3 v.rms [m/s ²]
C.P...	0.825	0.342	0.430	0.175	0.622	0.261
C.T.A.C.2.	0.529	0.249	0.248	0.121	0.440	0.196
C.T.P.C.2.	0.541	0.245	0.256	0.122	0.383	0.184
C.T.A.S.2.	0.945	0.364	0.485	0.193	0.754	0.299
C.T.P.S.2.	0.932	0.363	0.428	0.184	0.877	0.300
C.LW.A/P.C.2.	0.529	0.231	0.259	0.117	0.405	0.186
C.LW.A/P.S.2.	1.081	0.388	0.535	0.193	0.788	0.289
C.LDV.A.C.2.	0.552	0.253	0.284	0.127	0.423	0.199
C.LDV.P.C.2.	0.569	0.254	0.288	0.129	0.435	0.196
C.LDV.A.S.2.	1.070	0.405	0.502	0.200	0.837	0.301
C.LDV.P.S.2.	0.923	0.384	0.515	0.189	0.804	0.290
C.LD.A.C.2.	0.811	0.350	0.399	0.177	0.604	0.266
C.LD.P.C.2.	0.827	0.349	0.408	0.176	0.504	0.211
C.LD.A.S.2.	0.904	0.357	0.442	0.179	0.655	0.260
C.LD.P.S.2.	0.859	0.353	0.411	0.175	0.601	0.259
C.LV.A.C.2.	0.695	0.296	0.345	0.147	0.534	0.232
C.LV.P.C.2.	0.674	0.281	0.319	0.139	0.504	0.211
C.LV.A.S.2.	0.913	0.373	0.459	0.187	0.737	0.293
C.LV.P.S.2.	0.836	0.356	0.454	0.171	0.640	0.260





6.3 Espaço de trabalho das suspensões dianteiras

Na Tab. 6.5 verifica-se aumento dos valores do espaço de trabalho das suspensões dianteiras principalmente quando usadas as constantes de peso do tipo 1 e uma leve diminuição nos mesmos quando usadas as constantes de peso do tipo 2. Os resultados são semelhantes para o veículo carregado, Tab. 6.6. As Figs. 6.10 a 6.13 mostram a variação no tempo do espaço de trabalho das suspensões dianteiras do veículo passando por uma via com perfil do tipo 1.

Tabela 6.5 - Variação do espaço de trabalho das suspensões dianteiras

sistema	via 1 $r_1 = r_3$ v.pico [cm]	via 1 $r_1 = r_3$ v.rms [cm]	via 2 $r_1 = r_3$ v.pico [cm]	via 2 $r_1 = r_3$ v.rms [cm]	via3 r_1/r_3 v.pico [cm]	via 3 r_1/r_3 v.rms [cm]
D.P...	0.619	0.246	0.331	0.130	0.631/0.334	0.239/0.124
D.T.A.C.2.	0.969	0.405	0.517	0.212	0.926/0.637	0.374/0.271
D.T.P.C.2.	1.002	0.408	0.506	0.208	0.899/0.622	0.368/0.263
D.T.A.S.2.	0.833	0.316	0.438	0.158	0.836/0.607	0.293/0.239
D.T.P.S.2.	0.804	0.309	0.419	0.158	0.816/0.587	0.291/0.235
D.LW.A/P.C.2.	1.019	0.398	0.500	0.192	0.894/0.664	0.359/0.247
D.LW.A/P.S.2.	0.749	0.270	0.377	0.135	0.781/0.405	0.270/0.151
D.LDV.A.C.2.	0.904	0.403	0.462	0.205	0.848/0.612	0.368/0.255
D.LDV.P.C.2.	0.960	0.411	0.499	0.212	0.820/0.595	0.353/0.246
D.LDV.A.S.2.	0.645	0.252	0.307	0.127	0.555/0.421	0.220/0.161
D.LDV.P.S.2.	0.680	0.279	0.332	0.132	0.611/0.464	0.237/0.180
D.LD.A.C.2.	0.709	0.254	0.354	0.129	0.727/0.383	0.260/0.136
D.LD.P.C.2.	0.685	0.259	0.355	0.131	0.682/0.352	0.254/0.134
D.LD.A.S.2.	0.669	0.263	0.331	0.127	0.651/0.353	0.245/0.133
D.LD.P.S.2.	0.670	0.256	0.328	0.125	0.627/0.377	0.242/0.139
D.LV.A.C.2.	0.972	0.386	0.472	0.183	0.911/0.602	0.353/0.232
D.LV.P.C.2.	0.985	0.398	0.504	0.196	0.874/0.582	0.355/0.240
D.LV.A.S.2.	0.669	0.263	0.346	0.136	0.676/0.405	0.258/0.152
D.LV.P.S.2.	0.678	0.265	0.344	0.138	0.636/0.394	0.248/0.150

Tabela 6.6 - Variação do espaço de trabalho das suspensões dianteiras

sistema	via 1 $r_1 = r_3$ v.pico [cm]	via 1 $r_1 = r_3$ v.rms [cm]	via 2 $r_1 = r_3$ v.pico [cm]	via 2 $r_1 = r_3$ v.rms [cm]	via3 r_1/r_3 v.pico [cm]	via 3 r_1/r_3 v.rms [cm]
C.P...	0.604	0.246	0.342	0.124	0.647/0.299	0.236/0.115
C.T.A.C.2.	0.794	0.305	0.435	0.159	0.825/0.493	0.301/0.197
C.T.P.C.2.	0.757	0.299	0.415	0.152	0.781/0.456	0.295/0.188
C.T.A.S.2.	0.739	0.267	0.380	0.134	0.771/0.562	0.264/0.215
C.T.P.S.2.	0.762	0.274	0.379	0.136	0.754/0.552	0.269/0.220
C.LW.A/P.C.2.	0.763	0.293	0.356	0.144	0.742/0.414	0.283/0.167
C.LW.A/P.S.2.	0.697	0.236	0.347	0.119	0.647/0.347	0.230/0.127
C.LDV.A.C.2.	0.731	0.292	0.406	0.147	0.748/0.461	0.284/0.173
C.LDV.P.C.2.	0.764	0.294	0.394	0.149	0.764/0.417	0.281/0.168
C.LDV.A.S.2.	0.497	0.200	0.262	0.101	0.447/0.336	0.178/0.124
C.LDV.P.S.2.	0.562	0.211	0.239	0.100	0.455/0.322	0.181/0.124
C.LD.A.C.2.	0.680	0.246	0.364	0.123	0.701/0.348	0.249/0.127
C.LD.P.C.2.	0.672	0.246	0.339	0.124	0.743/0.388	0.283/0.159
C.LD.A.S.2.	0.631	0.268	0.302	0.130	0.559/0.362	0.227/0.154
C.LD.P.S.2.	0.664	0.253	0.363	0.130	0.628/0.384	0.233/0.152
C.LV.A.C.2.	0.734	0.284	0.344	0.140	0.741/0.376	0.281/0.154
C.LV.P.C.2.	0.738	0.292	0.352	0.147	0.743/0.388	0.283/0.159
C.LV.A.S.2.	0.586	0.227	0.297	0.115	0.603/0.281	0.223/0.112
C.LV.P.S.2.	0.588	0.237	0.303	0.115	0.623/0.297	0.230/0.119

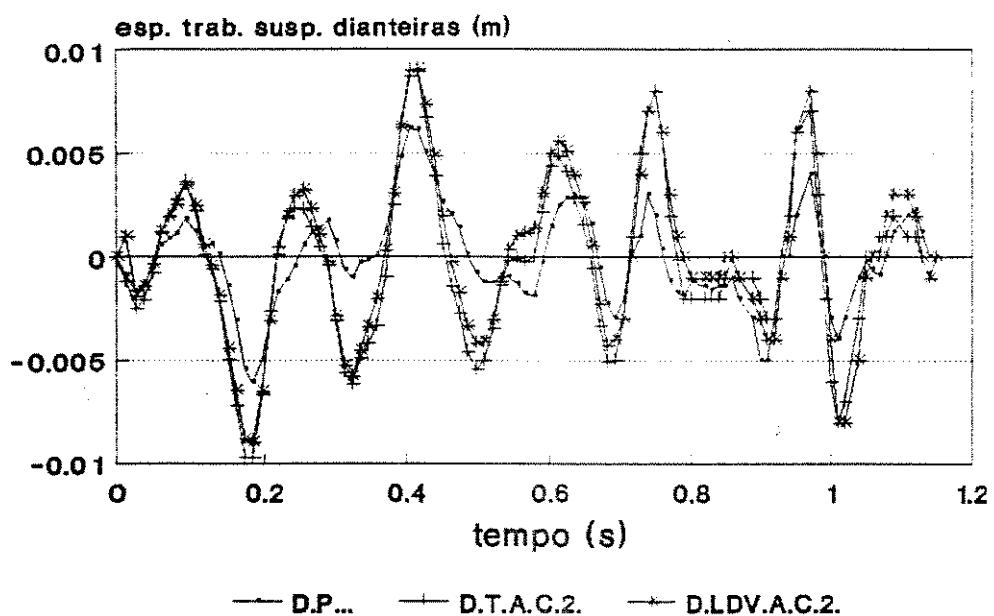


Figura 6.10 - Variação do espaço de trabalho das suspensões dianteiras

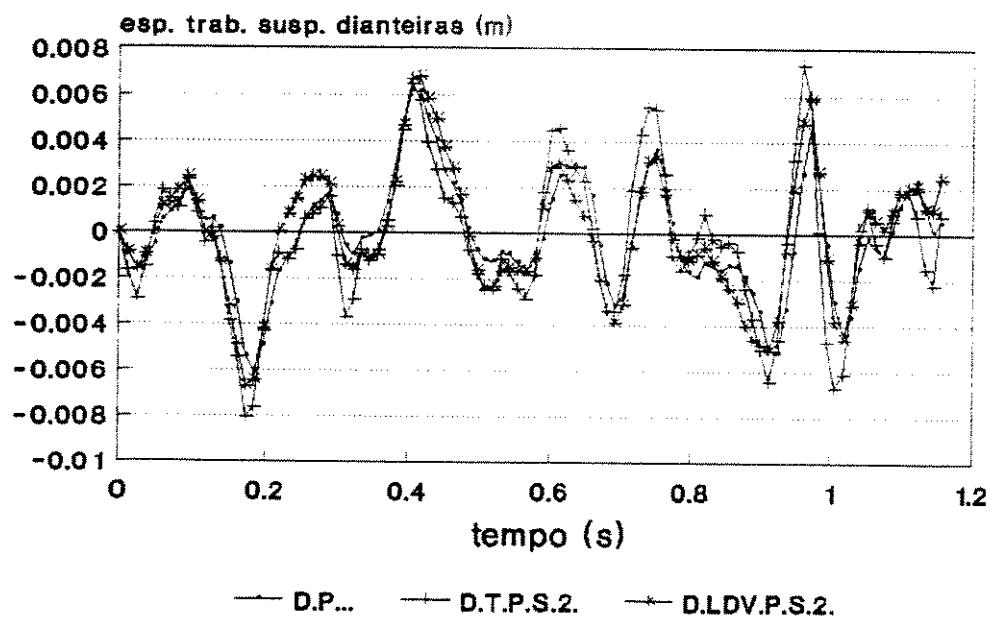


Figura 6.11 - Variação do espaço de trabalho das suspensões dianteiras

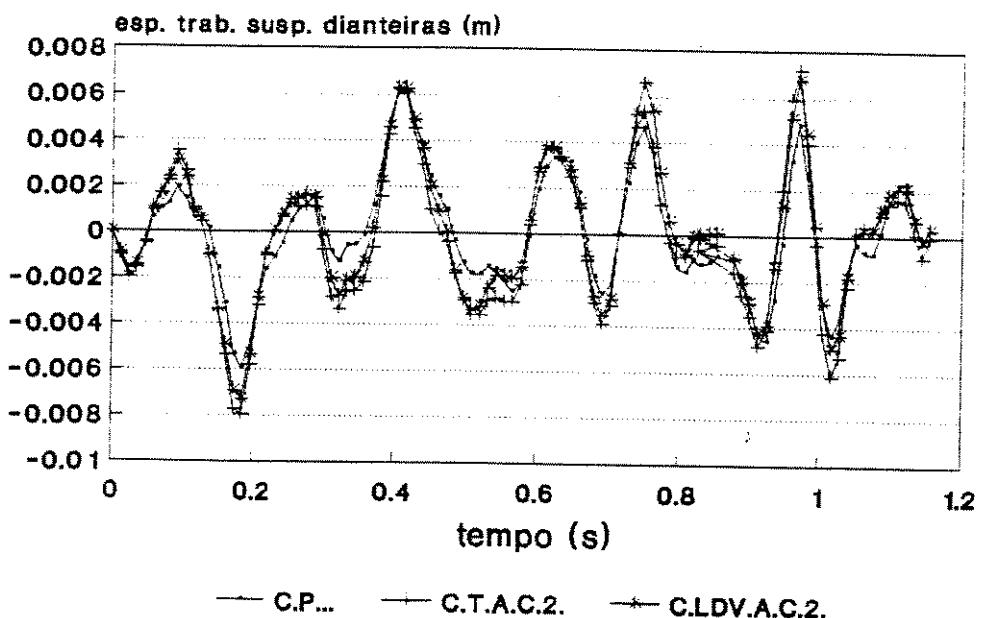


Figura 6.12 - Variação do espaço de trabalho das suspensões dianteiras

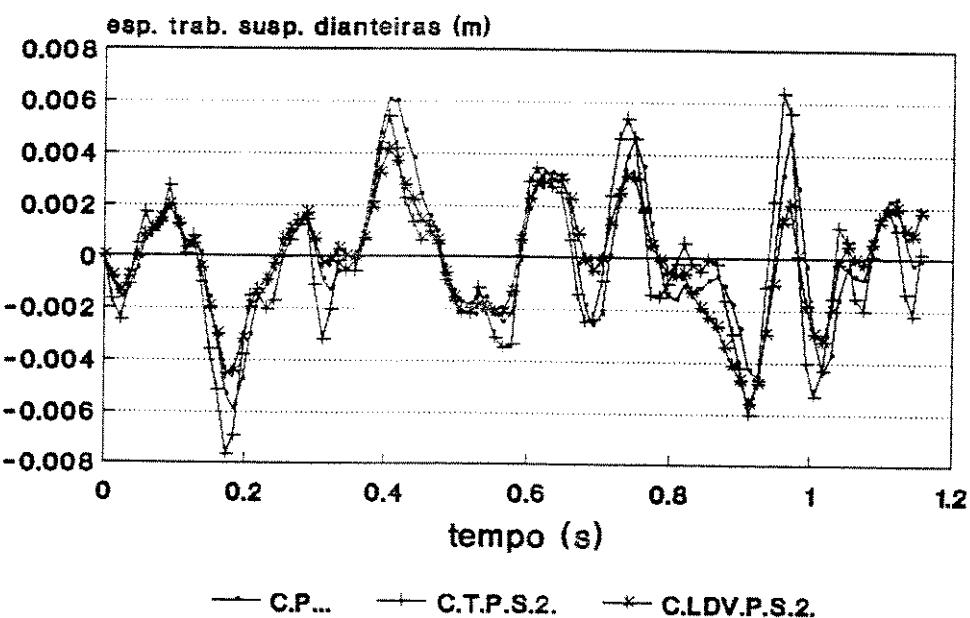


Figura 6.13 - Variação do espaço de trabalho das suspensões dianteiras

6.4 Espaço de trabalho das suspensões traseiras

Na Tab. 6.7 verifica-se que o espaço de trabalho das suspensões traseiras não apresenta reduções e o aumento dos valores novamente são superiores quando usadas as constantes de peso do caso 1. Na Tab. 6.8 nota-se em alguns sistemas uma leve redução nos valores quando usadas as constantes de peso do tipo 2. As Figs. 6.14 a 6.17 mostram a variação no tempo do espaço de trabalho das suspensões traseiras do veículo passando por uma via com perfil do tipo 1.

Tabela 6.7 - Variação do espaço de trabalho das suspensões traseiras

sistema	via 1 $r_2 = r_4$ v.pico [cm]	via 1 $r_2 = r_4$ v.rms [cm]	via 2 $r_2 = r_4$ v.pico [cm]	via 2 $r_2 = r_4$ v.rms [cm]	via3 r_2/r_4 v.pico [cm]	via 3 r_2/r_4 v.rms [cm]
D.P...	0.656	0.270	0.315	0.133	0.627/0.377	0.263/0.165
D.T.A.C.2.	0.926	0.416	0.502	0.213	0.739/0.635	0.356/0.268
D.T.P.C.2.	1.017	0.427	0.509	0.214	0.699/0.601	0.348/0.264
D.T.A.S.2.	0.957	0.364	0.432	0.177	0.750/0.732	0.311/0.254
D.T.P.S.2.	0.931	0.364	0.431	0.175	0.762/0.737	0.317/0.256
D.LW.A/P.C.2.	1.786	0.579	0.862	0.288	1.411/1.257	0.465/0.416
D.LW.A/P.S.2.	0.839	0.441	0.419	0.223	0.746/0.721	0.374/0.317
D.LDV.A.C.2.	1.035	0.430	0.454	0.208	0.813/0.600	0.346/0.273
D.LDV.P.C.2.	1.018	0.441	0.526	0.221	0.836/0.613	0.349/0.276
D.LDV.A.S.2.	0.849	0.350	0.414	0.173	0.612/0.591	0.275/0.250
D.LDV.P.S.2.	0.873	0.368	0.419	0.179	0.669/0.649	0.291/0.265
D.LD.A.C.2.	0.799	0.305	0.440	0.159	0.823/0.557	0.294/0.206
D.LD.P.C.2.	0.909	0.342	0.470	0.174	0.829/0.576	0.300/0.221
D.LD.A.S.2.	0.735	0.345	0.313	0.134	0.527/0.387	0.228/0.170
D.LD.P.S.2.	0.660	0.285	0.322	0.139	0.581/0.409	0.252/0.182
D.LV.A.C.2.	0.689	0.341	0.322	0.160	0.667/0.445	0.307/0.210
D.LV.P.C.2.	0.721	0.333	0.341	0.169	0.614/0.463	0.301/0.206
D.LV.A.S.2.	0.735	0.345	0.348	0.166	0.595/0.438	0.304/0.207
D.LV.P.S.2.	0.703	0.325	0.335	0.153	0.602/0.449	0.295/0.203

Tabela 6.8 - Variação do espaço de trabalho das suspensões traseiras

sistema	via 1 $r_2 = r_4$ v.pico [cm]	via 1 $r_2 = r_4$ v.rms [cm]	via 2 $r_2 = r_4$ v.pico [cm]	via 2 $r_2 = r_4$ v.rms [cm]	via3 r_2/r_4 v.pico [cm]	via 3 r_2/r_4 v.rms [cm]
C.P...	0.703	0.283	0.350	0.143	0.686/0.415	0.269/0.170
C.T.A.C.2.	0.928	0.332	0.431	0.159	0.784/0.574	0.304/0.210
C.T.P.C.2.	0.878	0.325	0.438	0.161	0.723/0.518	0.279/0.191
C.T.A.S.2.	0.762	0.262	0.350	0.129	0.594/0.616	0.236/0.201
C.T.P.S.2.	0.700	0.252	0.378	0.131	0.597/0.634	0.238/0.200
C.LW.A/P.C.2.	1.035	0.348	0.493	0.174	0.876/0.690	0.318/0.239
C.LW.A/P.S.2.	0.812	0.298	0.384	0.146	0.733/0.465	0.267/0.196
C.LDV.A.C.2.	0.818	0.320	0.421	0.167	0.789/0.545	0.295/0.210
C.LDV.P.C.2.	0.821	0.325	0.427	0.169	0.770/0.535	0.302/0.216
C.LDV.A.S.2.	0.439	0.218	0.238	0.107	0.376/0.357	0.177/0.142
C.LDV.P.S.2.	0.478	0.216	0.237	0.106	0.382/0.343	0.181/0.143
C.LD.A.C.2.	0.773	0.289	0.398	0.149	0.730/0.477	0.270/0.175
C.LD.P.C.2.	0.739	0.292	0.394	0.149	0.730/0.475	0.287/0.194
C.LD.A.S.2.	0.672	0.277	0.321	0.135	0.541/0.453	0.223/0.174
C.LD.P.S.2.	0.688	0.274	0.352	0.140	0.592/0.459	0.237/0.176
C.LV.A.C.2.	0.793	0.304	0.375	0.147	0.705/0.457	0.280/0.186
C.LV.P.C.2.	0.790	0.306	0.401	0.156	0.730/0.475	0.287/0.194
C.LV.A.S.2.	0.641	0.256	0.286	0.119	0.622/0.362	0.250/0.154
C.LV.P.S.2.	0.652	0.268	0.306	0.127	0.594/0.357	0.241/0.155

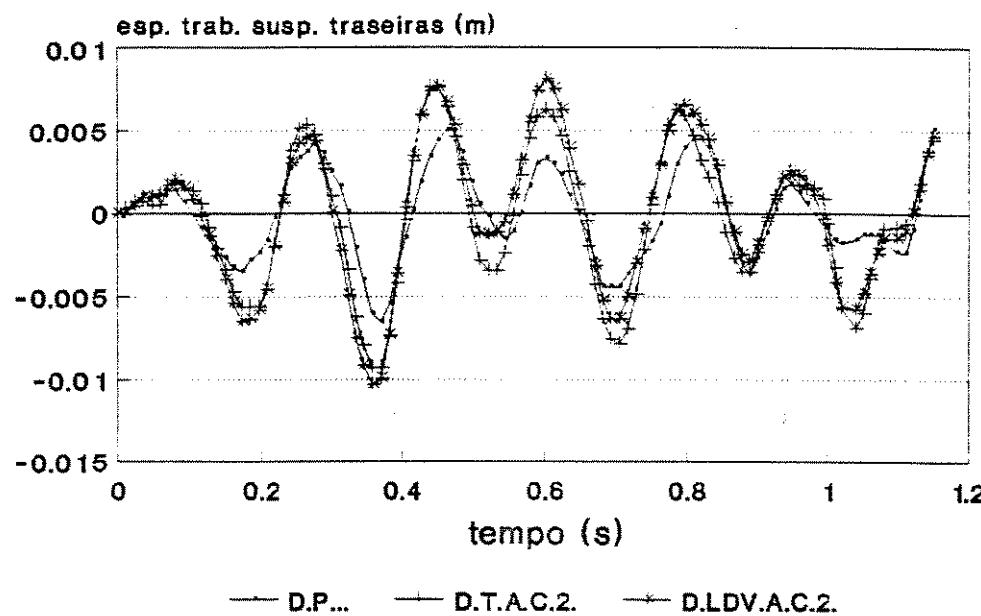


Figura 6.14 - Variação do espaço de trabalho das suspensões traseiras

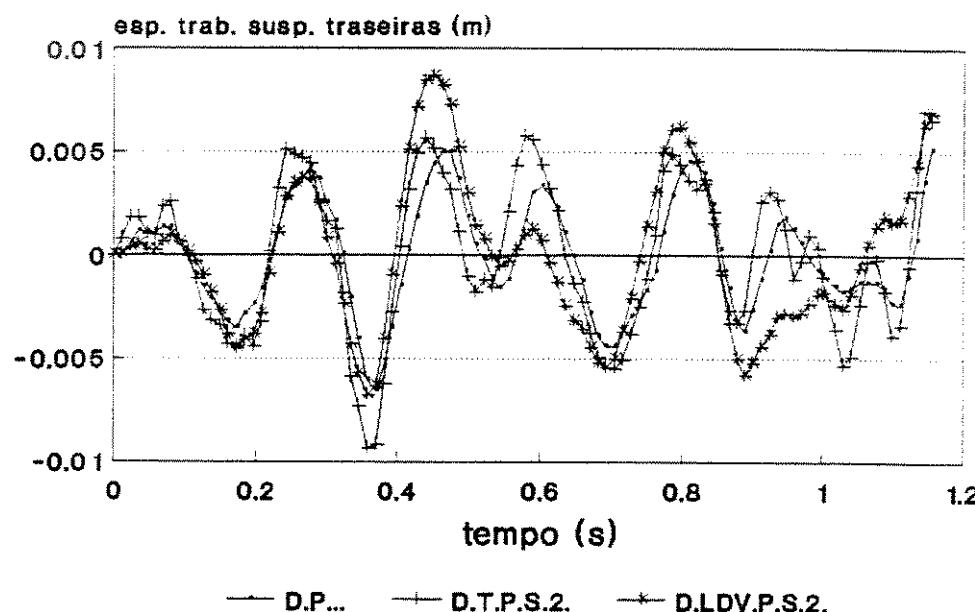


Figura 6.15 - Variação do espaço de trabalho das suspensões traseiras

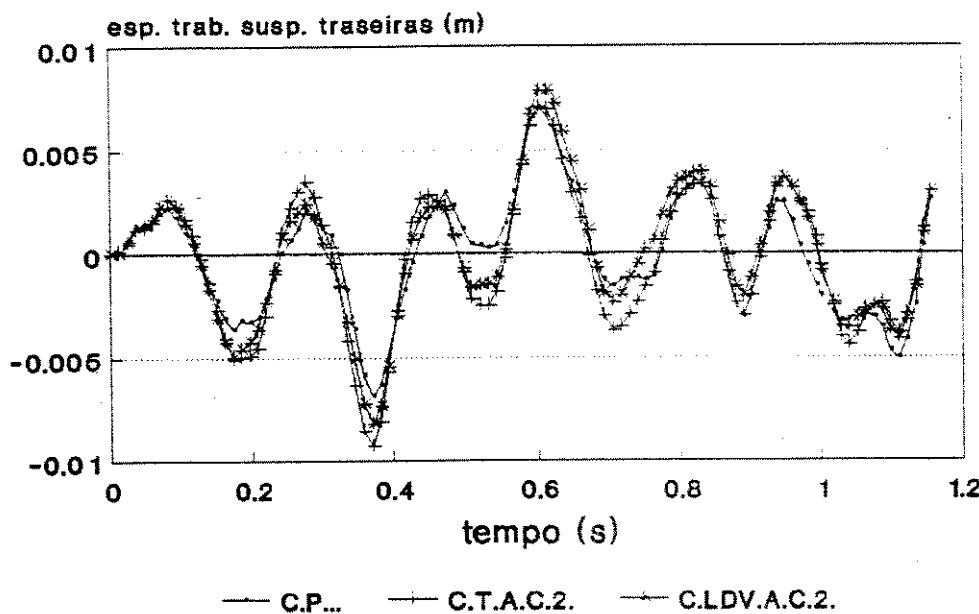


Figura 6.16 - Variação do espaço de trabalho das suspensões traseiras

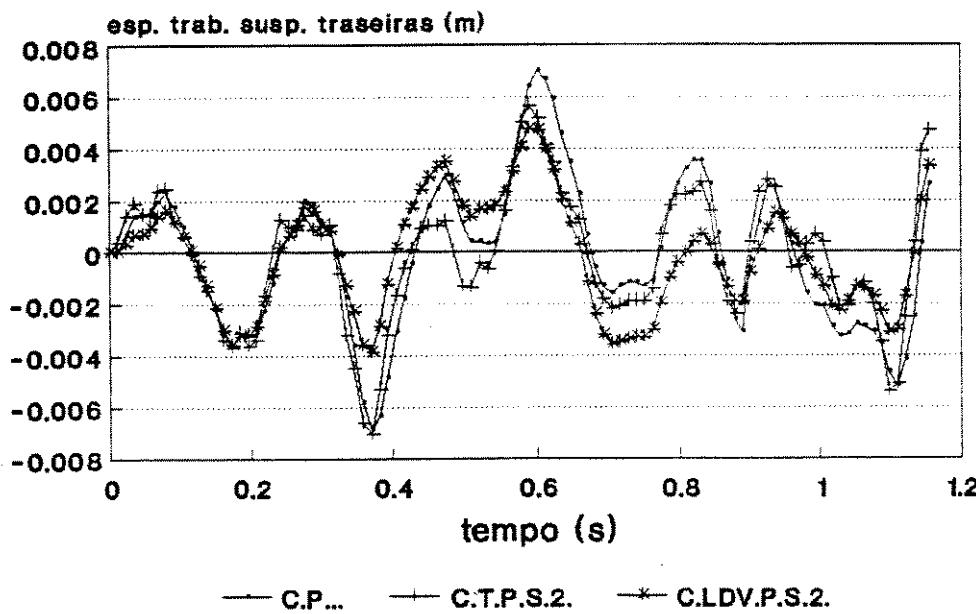


Figura 6.17 - Variação do espaço de trabalho das suspensões traseiras

6.5 Deslocamentos dianteiros relativos entre os centros das rodas e as vias

Na Tab. 6.9 nota-se que os deslocamentos dianteiros relativos entre os centros das rodas e as vias sofrem uma leve redução quando usadas as constantes de peso do tipo 2. O mesmo é verificado para o veículo carregado, Tab. 6.10. Nota-se que o valor destes deslocamentos não excede o valor estático mantendo a validade dos modelos das vias adotadas. As Figs. 6.18 a 6.21 mostram a variação no tempo dos deslocamentos dianteiros relativos entre os centros das rodas e as vias para o veículo passando por uma via com perfil do tipo 1.

Tabela 6.9 - Variação dos deslocamentos dianteiros relativos entre os centros das rodas e as vias

sistema	via 1 $r_1 = r_3$ v.pico [cm]	via 1 $r_1 = r_3$ v.rms [cm]	via 2 $r_1 = r_3$ v.pico [cm]	via 2 $r_1 = r_3$ v.rms [cm]	via3 r_1/r_3 v.pico [cm]	via 3 r_1/r_3 v.rms [cm]
D.P...	1.137	0.442	0.562	0.222	1.102/0.530	0.438/0.217
D.T.A.C.2.	1.359	0.500	0.700	0.258	1.371/0.792	0.475/0.296
D.T.P.C.2.	1.358	0.503	0.712	0.256	1.473/0.861	0.475/0.293
D.T.A.S.2.	1.355	0.425	0.646	0.212	1.212/0.766	0.408/0.237
D.T.P.S.2.	1.256	0.417	0.654	0.213	1.201/0.761	0.408/0.237
D.LW.A/P.C.2.	1.312	0.497	0.645	0.246	1.339/0.720	0.477/0.288
D.LW.A/P.S.2.	1.090	0.422	0.537	0.210	1.031/0.563	0.411/0.221
D.LDV.A.C.2.	1.462	0.510	0.738	0.256	1.469/0.830	0.489/0.294
D.LDV.P.C.2.	1.429	0.514	0.723	0.258	1.402/0.800	0.479/0.287
D.LDV.A.S.2.	1.029	0.435	0.492	0.218	1.001/0.559	0.422/0.238
D.LDV.P.S.2.	1.126	0.443	0.525	0.221	1.020/0.563	0.421/0.243
D.LD.A.C.2.	1.086	0.447	0.554	0.227	1.136/0.544	0.446/0.224
D.LD.P.C.2.	1.192	0.445	0.560	0.224	1.149/0.550	0.442/0.221
D.LD.A.S.2.	1.102	0.433	0.565	0.221	1.222/0.573	0.443/0.226
D.LD.P.S.2.	1.183	0.447	0.550	0.223	1.197/0.570	0.437/0.230
D.LV.A.C.2.	1.451	0.479	0.675	0.234	1.317/0.719	0.462/0.262
D.LV.P.C.2.	1.465	0.487	0.697	0.238	1.350/0.763	0.466/0.269
D.LV.A.S.2.	1.102	0.433	0.618	0.220	1.215/0.644	0.436/0.224
D.LV.P.S.2.	1.075	0.432	0.567	0.219	1.082/0.584	0.426/0.220

Tabela 6.10 - Variação dos deslocamentos dianteiros relativos entre os centros das rodas e a vias

sistema	via 1 $r_1 = r_3$ v.pico [cm]	via 1 $r_1 = r_3$ v.rms [cm]	via 2 $r_1 = r_3$ v.pico [cm]	via 2 $r_1 = r_3$ v.rms [cm]	via3 r_1/r_3 v.pico [cm]	via 3 r_1/r_3 v.rms [cm]
C.P...	1.127	0.441	0.586	0.221	1.130/0.549	0.435/0.217
C.T.A.C.2.	1.320	0.452	0.647	0.232	1.339/0.740	0.453/0.249
C.T.P.C.2.	1.286	0.449	0.649	0.230	1.315/0.716	0.456/0.247
C.T.A.S.2.	1.136	0.401	0.581	0.201	1.139/0.697	0.401/0.223
C.T.P.S.2.	1.191	0.405	0.576	0.202	1.151/0.711	0.400/0.223
C.LW.A/P.C.2.	1.215	0.448	0.595	0.223	1.193/0.632	0.441/0.233
C.LW.A/P.S.2.	0.948	0.408	0.457	0.205	0.913/0.454	0.403/0.207
C.LDV.A.C.2.	1.227	0.453	0.601	0.228	1.300/0.690	0.453/0.240
C.LDV.P.C.2.	1.262	0.452	0.610	0.227	1.209/0.643	0.446/0.236
C.LDV.A.S.2.	0.943	0.427	0.473	0.212	0.951/0.522	0.418/0.222
C.LDV.P.S.2.	0.977	0.425	0.475	0.213	0.938/0.526	0.415/0.221
C.LD.A.C.2.	1.164	0.448	0.590	0.222	1.202/0.584	0.445/0.225
C.LD.P.C.2.	1.130	0.445	0.585	0.224	1.208/0.634	0.440/0.227
C.LD.A.S.2.	1.221	0.432	0.623	0.218	1.232/0.682	0.428/0.230
C.LD.P.S.2.	1.203	0.445	0.597	0.224	1.209/0.626	0.436/0.235
C.LV.A.C.2.	1.195	0.445	0.618	0.223	1.257/0.646	0.447/0.228
C.LV.P.C.2.	1.236	0.448	0.641	0.225	1.208/0.634	0.440/0.227
C.LV.A.S.2.	1.062	0.431	0.591	0.220	1.074/0.522	0.432/0.216
C.LV.P.S.2.	1.157	0.433	0.565	0.203	1.078/0.542	0.431/0.218

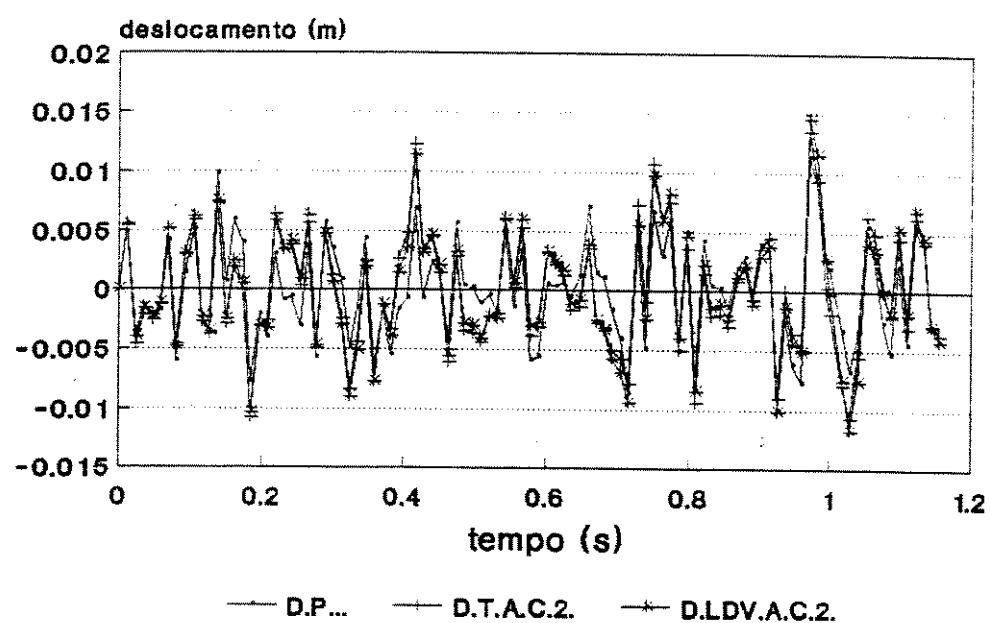


Figura 6.18 - Variação dos deslocamentos dianteiros relativos entre os centros das rodas e as vias

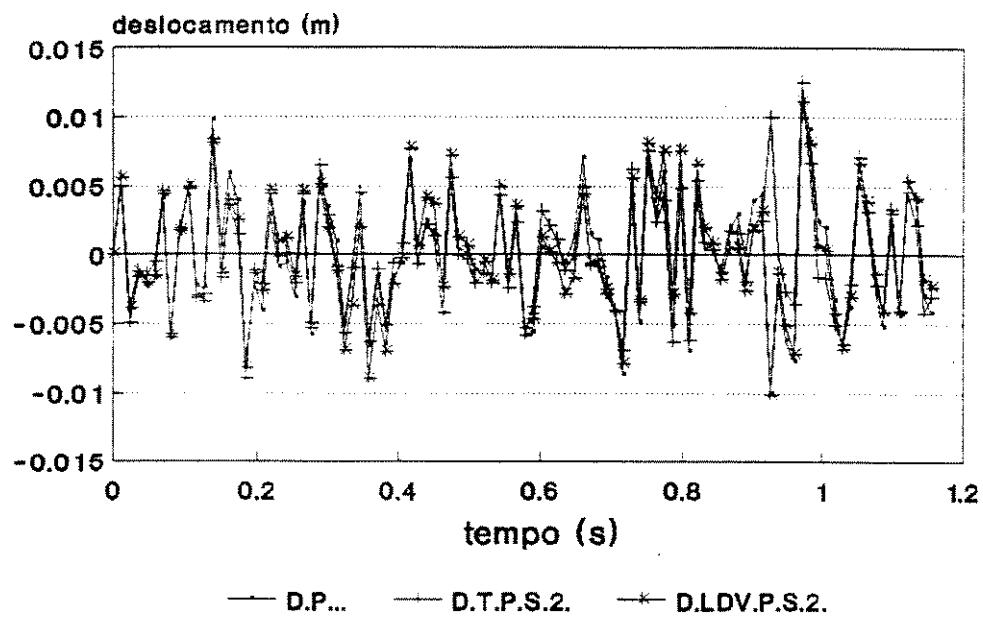


Figura 6.19 - Variação dos deslocamentos dianteiros relativos entre os centros das rodas e as vias

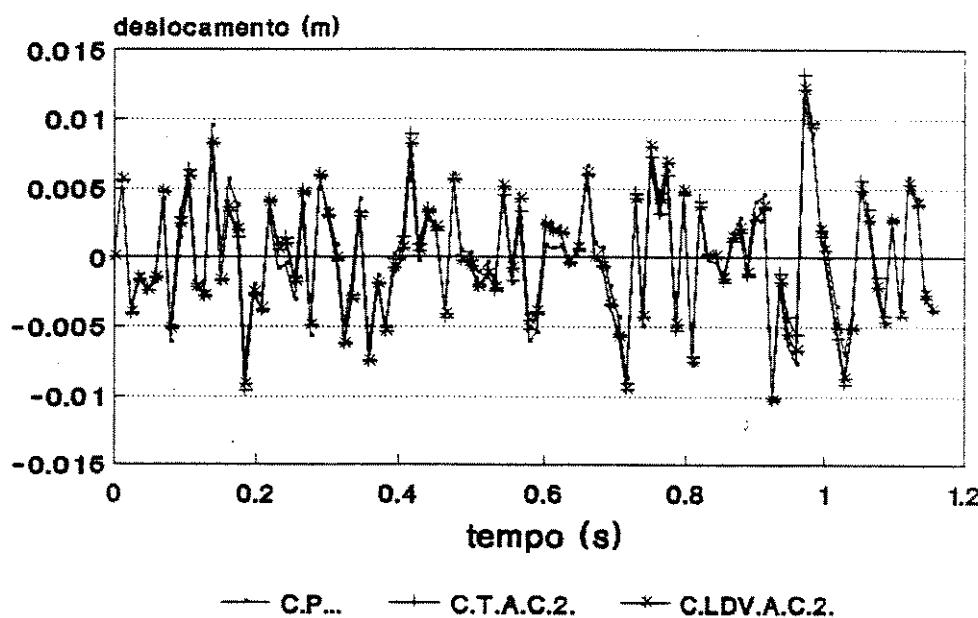


Figura 6.20 - Variação dos deslocamentos dianteiros relativos entre os centros das rodas e as vias

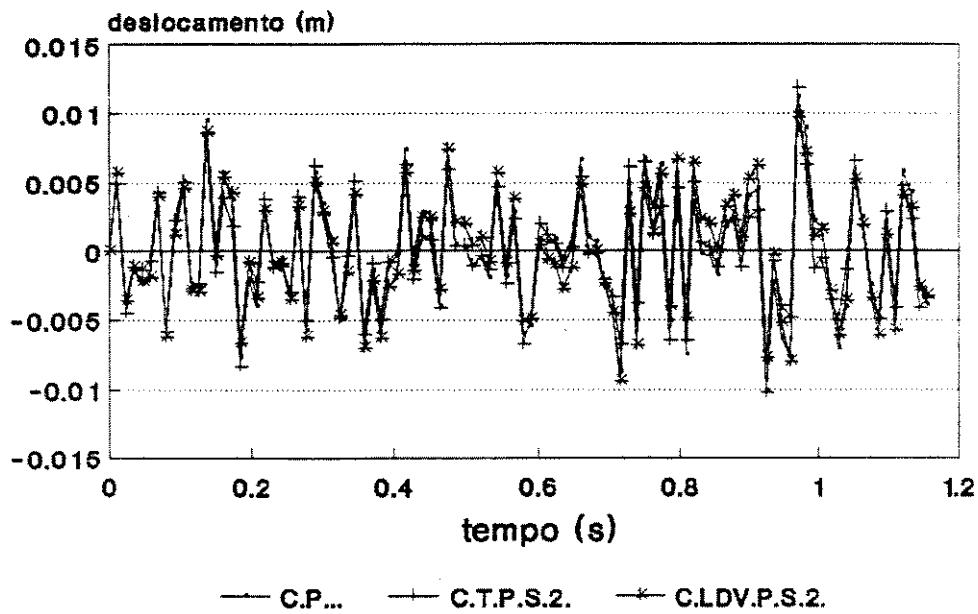


Figura 6.21 - Variação dos deslocamentos dianteiros relativos entre os centros das rodas e as vias

6.6 Deslocamentos traseiros relativos entre os centros das rodas e as vias

Nota-se na Tab. 6.11 que os deslocamentos traseiros relativos entre os centros das rodas e as vias, não apresentam melhorias aparentes a não ser para os sistemas (T) e (LW) usando-se as constantes de peso do tipo 2. O sistema (LV) apresenta uma leve redução nos valores para os dois tipos de constantes, resultado condizente com as Tabs. 5.1 e 5.2. Os mesmos resultados são verificados para o sistema carregado, Tab. 6.12. Nota-se novamente que o valor de pico destes deslocamentos não excede o valor estático, validando-se os modelos das vias adotadas. As Figs. 6.22 a 6.25 mostram a variação no tempo dos deslocamentos traseiros relativos entre os centros das rodas e as vias para o veículo passando por uma via com perfil do tipo 1.

Tabela 6.11 - Variação dos deslocamentos traseiros relativos entre os centros das rodas e as vias

sistema	via 1 $r_2 = r_4$ v.pico [cm]	via 1 $r_2 = r_4$ v.rms [cm]	via 2 $r_2 = r_4$ v.pico [cm]	via 2 $r_2 = r_4$ v.rms [cm]	via3 r_2/r_4 v.pico [cm]	via 3 r_2/r_4 v.rms [cm]
D.P...	1.195	0.496	0.565	0.245	1.083/0.635	0.474/0.276
D.T.A.C.2.	1.181	0.505	0.612	0.254	1.122/0.702	0.470/0.289
D.T.P.C.2.	1.149	0.506	0.584	0.253	1.104/0.680	0.462/0.283
D.T.A.S.2.	1.084	0.439	0.527	0.219	1.073/0.667	0.421/0.246
D.T.P.S.2.	1.075	0.440	0.527	0.217	1.060/0.666	0.422/0.247
D.LW.A/P.C.2.	1.310	0.554	0.624	0.270	1.183/0.774	0.507/0.341
D.LW.A/P.S.2.	0.984	0.452	0.485	0.225	1.018/0.567	0.434/0.251
D.LDV.A.C.2.	1.134	0.497	0.539	0.248	1.034/0.605	0.464/0.276
D.LDV.P.C.2.	1.130	0.500	0.578	0.249	1.042/0.619	0.462/0.275
D.LDV.A.S.2.	1.190	0.503	0.601	0.250	1.185/0.645	0.473/0.289
D.LDV.P.S.2.	1.138	0.500	0.596	0.251	1.143/0.639	0.468/0.288
D.LD.A.C.2.	1.200	0.513	0.617	0.263	1.180/0.713	0.497/0.302
D.LD.P.C.2.	1.264	0.532	0.622	0.267	1.163/0.708	0.497/0.305
D.LD.A.S.2.	1.097	0.478	0.561	0.240	1.049/0.618	0.453/0.275
D.LD.P.S.2.	1.152	0.491	0.572	0.245	1.102/0.656	0.461/0.282
D.LV.A.C.2.	1.082	0.479	0.554	0.239	1.079/0.576	0.464/0.259
D.LV.P.C.2.	1.064	0.472	0.547	0.239	1.043/0.582	0.456/0.252
D.LV.A.S.2.	1.097	0.478	0.551	0.241	1.071/0.607	0.463/0.258
D.LV.P.S.2.	1.072	0.479	0.512	0.238	1.039/0.588	0.468/0.263

Tabela 6.12 - Variação dos deslocamentos traseiros relativos entre os centros das rodas e as vias

sistema	via 1 $r_2 = r_4$ v.pico [cm]	via 1 $r_2 = r_4$ v.rms [cm]	via 2 $r_2 = r_4$ v.pico [cm]	via 2 $r_2 = r_4$ v.rms [cm]	via3 r_2/r_4 v.pico [cm]	via 3 r_2/r_4 v.rms [cm]
C.P...	1.015	0.445	0.502	0.225	1.023/0.539	0.436/0.232
C.T.A.C.2.	1.052	0.460	0.513	0.224	1.061/0.573	0.449/0.254
C.T.P.C.2.	1.064	0.460	0.547	0.226	1.070/0.544	0.438/0.241
C.T.A.S.2.	1.083	0.411	0.532	0.205	1.060/0.660	0.401/0.220
C.T.P.S.2.	1.082	0.409	0.560	0.205	1.102/0.685	0.404/0.222
C.LW.A/P.C.2.	1.096	0.455	0.541	0.227	1.061/0.587	0.448/0.253
C.LW.A/P.S.2.	0.946	0.422	0.475	0.210	0.918/0.480	0.412/0.220
C.LDV.A.C.2.	1.041	0.451	0.515	0.226	1.012/0.575	0.443/0.247
C.LDV.P.C.2.	1.037	0.450	0.515	0.225	1.110/0.567	0.438/0.243
C.LDV.A.S.2.	1.033	0.440	0.497	0.218	0.964/0.543	0.424/0.240
C.LDV.P.S.2.	0.989	0.438	0.518	0.218	0.920/0.517	0.421/0.238
C.LD.A.C.2.	1.030	0.454	0.519	0.229	1.019/0.545	0.441/0.239
C.LD.P.C.2.	1.023	0.451	0.520	0.226	1.005/0.538	0.434/0.232
C.LD.A.S.2.	1.016	0.433	0.511	0.217	1.020/0.544	0.418/0.234
C.LD.P.S.2.	1.006	0.445	0.511	0.222	1.010/0.550	0.422/0.240
C.LV.A.C.2.	0.999	0.445	0.500	0.221	0.992/0.549	0.440/0.234
C.LV.P.C.2.	1.021	0.445	0.497	0.224	1.005/0.538	0.434/0.232
C.LV.A.S.2.	1.024	0.442	0.502	0.220	1.001/0.569	0.440/0.233
C.LV.P.S.2.	0.992	0.444	0.507	0.222	0.970/0.553	0.433/0.228

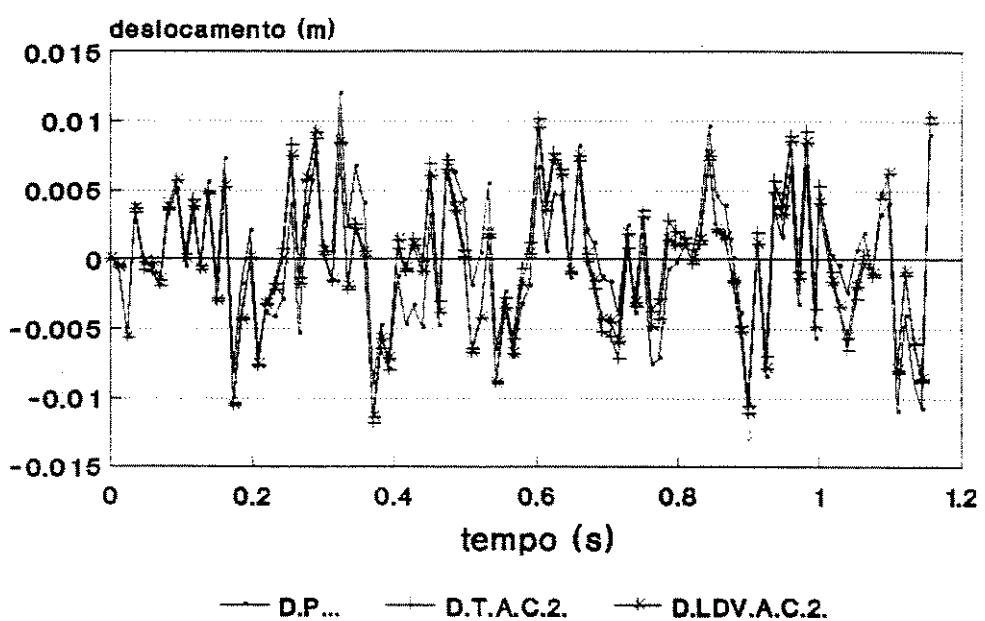


Figura 6.22 - Variação dos deslocamentos traseiros relativos entre os centros das rodas e as vias

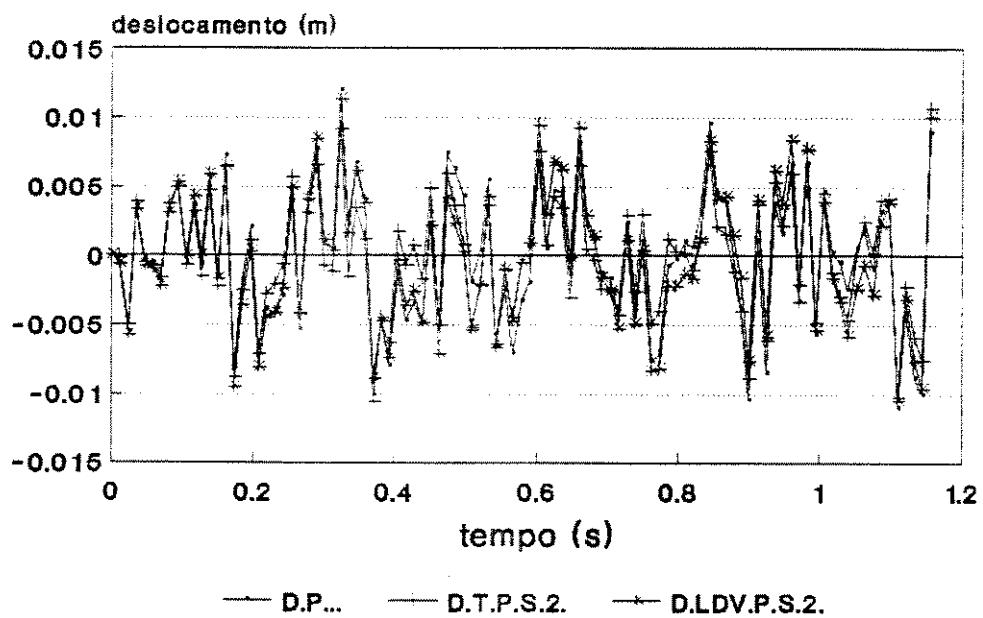


Figura 6.23 - Variação dos deslocamentos traseiros relativos entre os centros das rodas e as vias

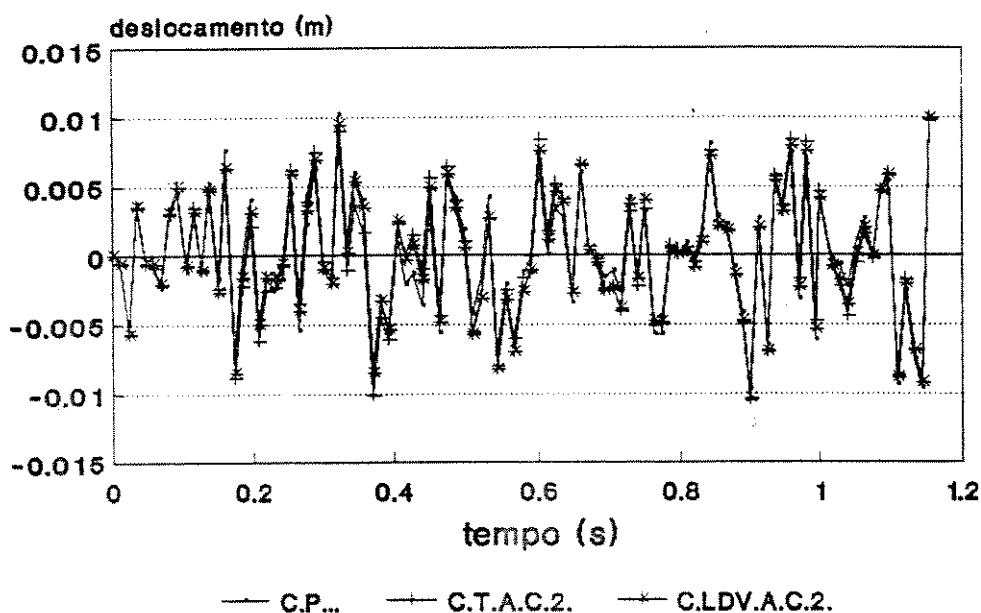


Figura 6.24 - Variação dos deslocamentos traseiros relativos entre os centros das rodas e as vias

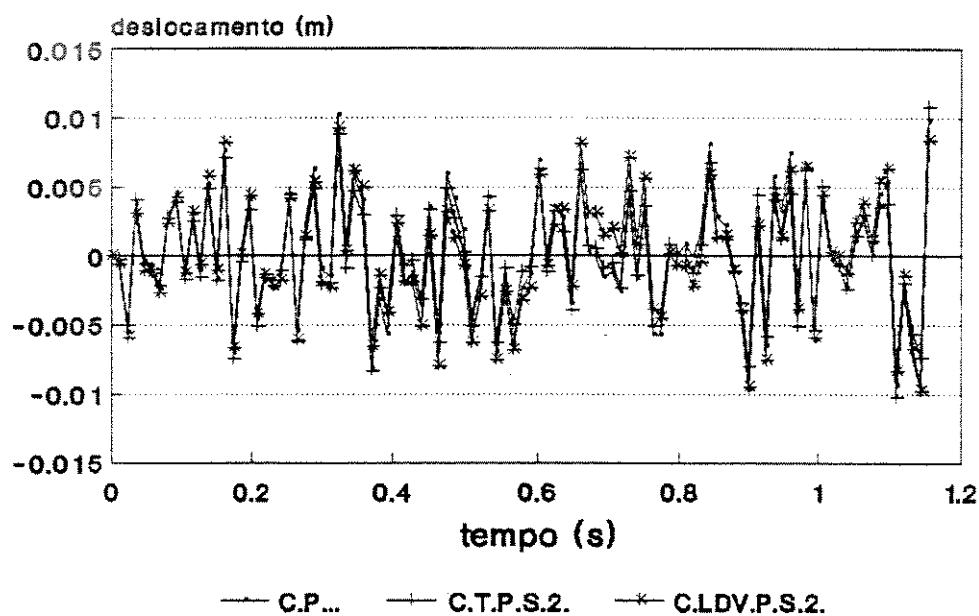


Figura 6.25 - Variação dos deslocamentos traseiros relativos entre os centros das rodas e as vias

6.7 Forças nos elementos ativos dianteiros

Nota-se nas Tabs. 6.13 e 6.14 que os sistemas que necessita de uma maior demanda de força é o sistema (T), que é o sistema de maior complexidade e que produz os melhores resultados. Os sistemas (LDV) e (LV) também necessitam de altas demandas de forças. O sistema (LD) é o que necessita de uma menor quantidade de força, embora apresente baixo índice de desempenho. As Figs. 6.26 a 6.29 mostram a variação no tempo das forças nos elementos ativos dianteiros para o veículo passando por uma via com perfil do tipo 1.

Tabela 6.13 - Variação das forças nos elementos ativos dianteiros

sistema	via 1 $r_2 = r_4$ v.pico [KN]	via 1 $r_2 = r_4$ v.rms [KN]	via 2 $r_2 = r_4$ v.pico [KN]	via 2 $r_2 = r_4$ v.rms [KN]	via3 r_2/r_4 v.pico [KN]	via 3 r_2/r_4 v.rms [KN]
D.T.A.C.2.	4.468	1.723	2.164	0.867	3.569/3.668	1.422/1.467
D.T.P.C.2.	4.230	1.665	2.142	0.838	3.504/3.578	1.348/1.391
D.T.A.S.2.	7.058	1.821	3.293	0.906	5.424/5.771	1.626/1.854
D.T.P.S.2.	5.984	1.794	3.341	0.911	5.470/5.821	1.629/1.866
D.LW.A/P.C.2.	3.198	1.382	1.591	0.663	2.428/2.558	1.044/1.071
D.LW.A/P.S.2.	1.846	0.646	0.931	0.319	2.399/1.147	0.743/0.391
D.LDV.A.C.2.	3.359	1.441	1.768	0.737	2.571/2.660	1.077/1.090
D.LDV.P.C.2.	3.382	1.474	1.719	0.765	2.453/2.510	1.078/1.092
D.LDV.A.S.2.	2.917	0.991	1.415	0.490	3.234/1.841	1.042/0.659
D.LDV.P.S.2.	2.480	0.995	1.306	0.489	2.866/2.045	0.942/0.753
D.LD.A.C.2.	0.497	0.182	0.249	0.093	0.376/0.405	0.137/0.147
D.LD.P.C.2.	0.373	0.130	0.185	0.066	0.248/0.321	0.084/0.112
D.LD.A.S.2.	0.905	0.391	0.074	0.031	0.465/0.425	0.159/0.144
D.LD.P.S.2.	0.170	0.065	0.084	0.032	0.548/0.600	0.184/0.213
D.LV.A.C.2.	2.949	1.227	1.301	0.566	2.177/2.176	0.905/0.901
D.LV.P.C.2.	2.963	1.293	1.470	0.632	2.143/2.245	0.945/0.972
D.LV.A.S.2.	0.905	0.391	0.494	0.193	0.915/0.629	0.353/0.276
D.LV.P.S.2.	0.996	0.409	0.524	0.199	1.265/0.592	0.442/0.261

Tabela 6.14 - Variação das forças nos elementos ativos dianteiros

sistema	via 1 $r_2 = r_4$ v.pico [KN]	via 1 $r_2 = r_4$ v.rms [KN]	via 2 $r_2 = r_4$ v.pico [KN]	via 2 $r_2 = r_4$ v.rms [KN]	via3 r_2/r_4 v.pico [KN]	via 3 r_2/r_4 v.rms [KN]
C.T.A.C.2.	1.974	0.793	0.906	0.386	1.616/1.711	0.651/0.713
C.T.P.C.2.	1.884	0.749	0.862	0.374	1.513/1.636	0.596/0.655
C.T.A.S.2.	5.325	1.655	2.735	0.841	5.180/5.608	1.614/1.810
C.T.P.S.2.	6.000	1.697	2.825	0.848	5.384/5.771	1.610/1.808
C.LW.A/P.C.2.	1.179	0.518	0.574	0.262	0.895/0.908	0.399/0.441
C.LW.A/P.S.2.	2.775	0.879	1.404	0.438	2.978/1.056	0.982/0.343
C.LDV.A.C.2.	1.372	0.557	0.670	0.282	0.953/1.061	0.417/0.463
C.LDV.P.C.2.	1.305	0.553	0.650	0.283	0.909/1.006	0.412/0.449
C.LDV.A.S.2.	2.566	0.964	1.322	0.487	3.022/1.202	1.029/0.461
C.LDV.P.S.2.	2.431	0.917	1.248	0.452	2.733/1.069	0.946/0.443
C.LD.A.C.2.	0.424	0.152	0.220	0.079	0.325/0.320	0.120/0.117
C.LD.P.C.2.	0.292	0.108	0.145	0.054	0.781/0.855	0.337/0.359
C.LD.A.S.2.	1.416	0.531	0.682	0.253	1.290/0.711	0.528/0.315
C.LD.P.S.2.	0.737	0.290	0.381	0.149	0.793/0.707	0.305/0.268
C.LV.A.C.2.	0.769	0.332	0.389	0.163	0.552/0.657	0.244/0.277
C.LV.P.C.2.	1.065	0.462	0.547	0.229	0.781/0.855	0.337/0.359
C.LV.A.S.2.	0.689	0.242	0.346	0.123	0.720/0.321	0.253/0.113
C.LV.P.S.2.	0.400	0.128	0.197	0.064	0.567/0.063	0.175/0.022

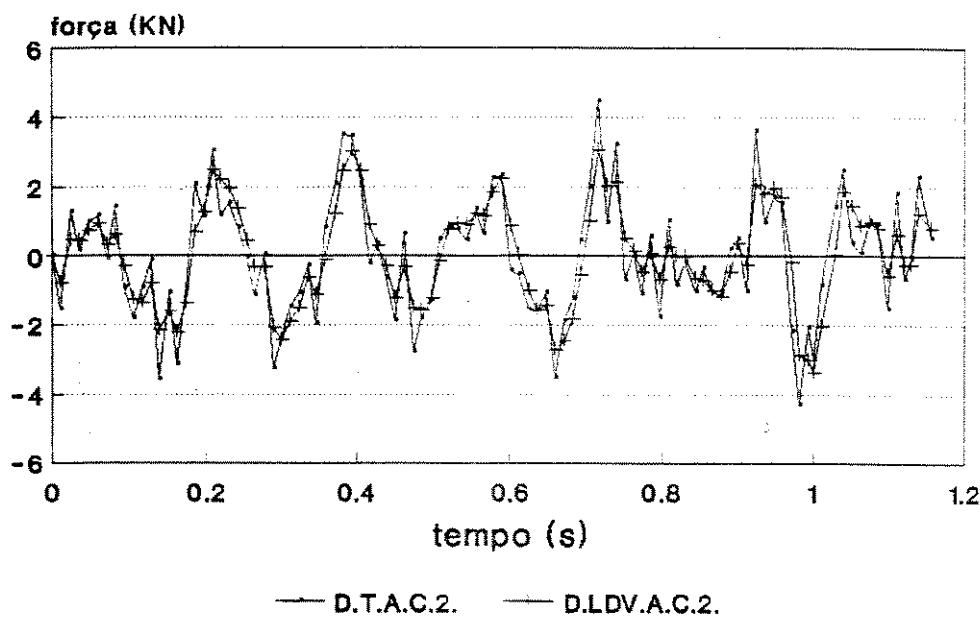


Figura 6.26 - Variação das forças nos elementos ativos dianteiros

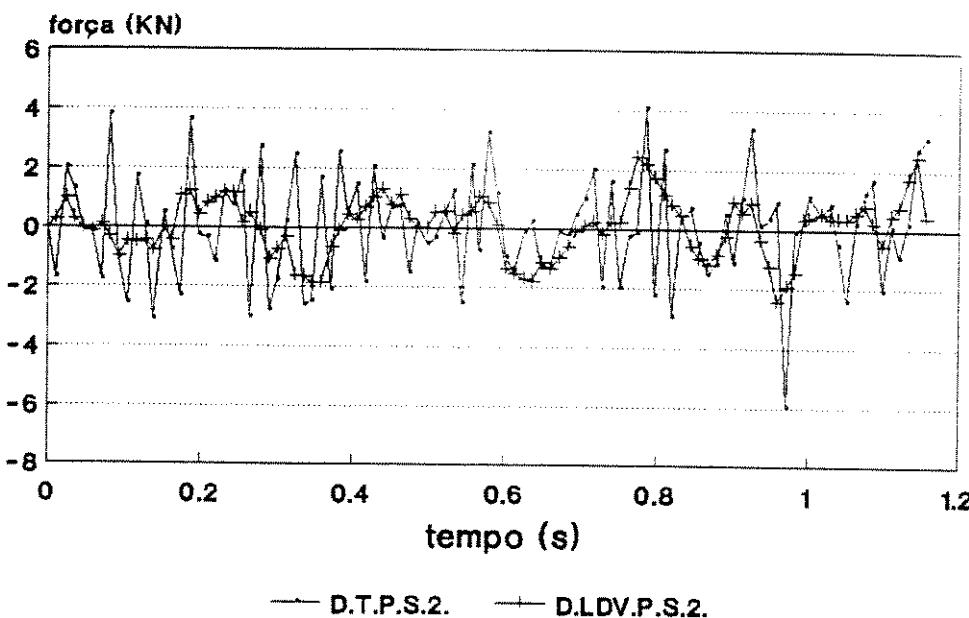


Figura 6.27 - Variação das forças nos elementos ativos dianteiros

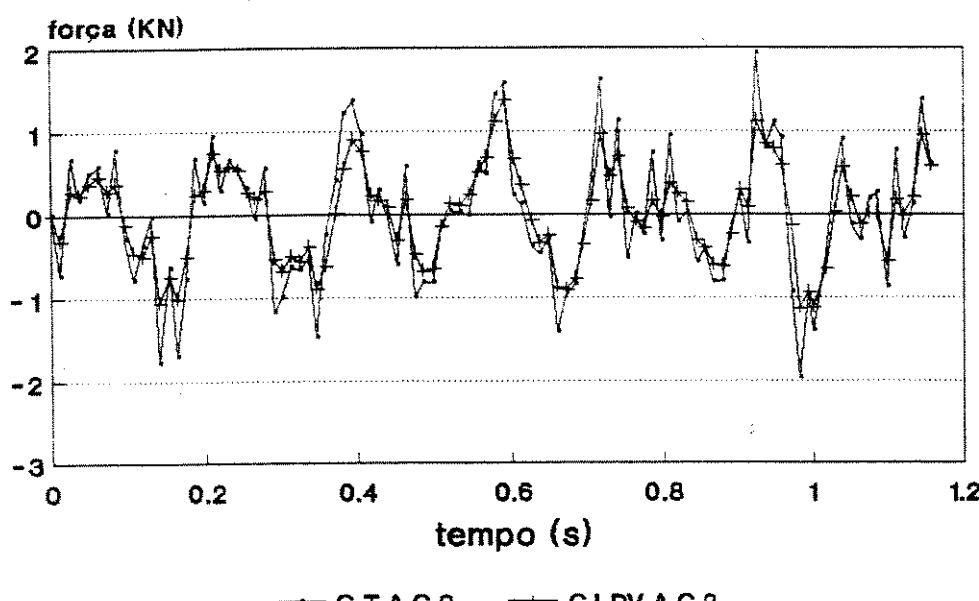


Figura 6.28 - Variação das forças nos elementos ativos dianteiros

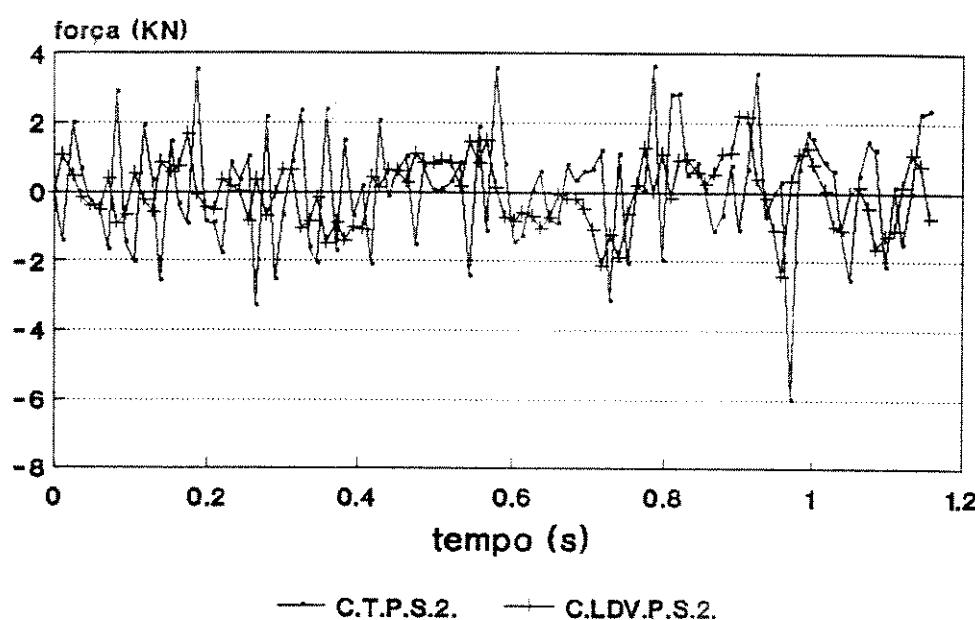


Figura 6.29 - Variação das forças nos elementos ativos dianteiros

6.8 Forças nos elementos ativos traseiros

Nota-se nas Tabs. 6.15 e 6.16 que o sistema que necessita de uma maior demanda de força é o sistema (T), que é o sistema de maior complexidade e que produz os melhores resultados. O sistema (LDV) também necessita de alta demanda de força. Os sistemas (LD) e (LV) apresentam algumas variações em relação às forças nos mesmos sistemas para as rodas dianteiras. As Figs. 6.30 a 6.33 mostram a variação no tempo das forças nos elementos ativos traseiros para o veículo passando por uma via com perfil do tipo 1.

Tabela 6.15 - Variação das forças nos elementos ativos traseiros

sistema	via 1 $r_2 = r_4$ v.pico [KN]	via 1 $r_2 = r_4$ v.rms [KN]	via 2 $r_2 = r_4$ v.pico [KN]	via 2 $r_2 = r_4$ v.rms [KN]	via3 r_2/r_4 v.pico [KN]	via 3 r_2/r_4 v.rms [KN]
D.T.A.C.2.	3.267	1.368	1.754	0.717	2.837/2.708	1.079/1.083
D.T.P.C.2.	3.340	1.380	1.630	0.705	2.680/2.578	1.062/1.062
D.T.A.S.2.	7.388	2.067	3.370	1.031	5.568/6.242	1.842/2.065
D.T.P.S.2.	5.718	2.006	3.381	1.013	5.495/6.183	1.831/2.045
D.LW.A/P.C.2.	3.854	1.628	1.791	0.786	2.813/2.936	1.228/1.245
D.LW.A/P.S.2.	2.632	1.037	1.337	0.508	2.332/1.985	0.979/0.665
D.LDV.A.C.2.	2.548	1.034	1.284	0.519	1.909/1.830	0.769/0.763
D.LDV.P.C.2.	2.708	1.070	1.407	0.547	2.044/1.955	0.774/0.765
D.LDV.A.S.2.	1.993	0.744	0.981	0.368	2.491/1.800	0.925/0.659
D.LDV.P.S.2.	2.348	0.843	1.062	0.396	2.329/1.890	0.922/0.705
D.LD.A.C.2.	0.701	0.266	0.342	0.133	0.531/0.557	0.202/0.209
D.LD.P.C.2.	0.904	0.344	0.447	0.175	0.658/0.672	0.252/0.260
D.LD.A.S.2.	1.420	0.638	0.261	0.106	1.119/0.776	0.411/0.252
D.LD.P.S.2.	0.427	0.170	0.208	0.082	0.965/0.647	0.364/0.222
D.LV.A.C.2.	1.428	0.638	0.669	0.296	1.119/1.108	0.475/0.468
D.LV.P.C.2.	1.523	0.681	0.759	0.335	1.107/1.138	0.503/0.511
D.LV.A.S.2.	1.420	0.638	0.679	0.317	1.177/1.043	0.512/0.458
D.LV.P.S.2.	1.246	0.546	0.569	0.261	1.084/0.855	0.471/0.379

Tabela 6.16 - Variação das forças nos elementos ativos traseiros

sistema	via 1 $r_2 = r_4$ v.pico [KN]	via 1 $r_2 = r_4$ v.rms [KN]	via 2 $r_2 = r_4$ v.pico [KN]	via 2 $r_2 = r_4$ v.rms [KN]	via3 r_2/r_4 v.pico [KN]	via 3 r_2/r_4 v.rms [KN]
C.T.A.C.2.	1.606	0.623	0.722	0.315	1.230/1.236	0.482/0.520
C.T.P.C.2.	1.499	0.596	0.696	0.302	1.231/1.194	0.452/0.475
C.T.A.S.2.	5.327	1.677	2.735	0.833	4.706/5.050	1.579/1.784
C.T.P.S.2.	5.323	1.649	2.560	0.822	5.428/5.526	1.584/1.768
C.LW.A/P.C.2.	1.846	0.718	0.938	0.359	1.443/1.471	0.553/0.577
C.LW.A/P.S.2.	2.474	0.882	1.243	0.436	2.884/0.980	0.960/0.409
C.LDV.A.C.2.	1.216	0.515	0.624	0.259	0.953/0.980	0.386/0.423
C.LDV.P.C.2.	1.177	0.501	0.592	0.255	0.895/0.969	0.376/0.398
C.LDV.A.S.2.	2.382	0.949	1.107	0.473	3.268/1.752	1.056/0.703
C.LDV.P.S.2.	2.222	0.931	1.168	0.462	3.005/1.598	0.999/0.656
C.LD.A.C.2.	0.473	0.167	0.246	0.086	0.369/0.351	0.132/0.128
C.LD.P.C.2.	0.425	0.148	0.212	0.073	0.748/0.759	0.299/0.303
C.LD.A.S.2.	1.571	0.654	0.745	0.313	1.733/0.784	0.735/0.377
C.LD.P.S.2.	0.725	0.288	0.373	0.152	1.246/0.910	0.502/0.296
C.LV.A.C.2.	0.730	0.287	0.370	0.144	0.538/0.593	0.214/0.233
C.LV.P.C.2.	0.988	0.401	0.505	0.199	0.748/0.759	0.299/0.303
C.LV.A.S.2.	0.889	0.275	0.439	0.133	0.907/0.484	0.280/0.159
C.LV.P.S.2.	0.703	0.220	0.358	0.106	0.737/0.299	0.228/0.104

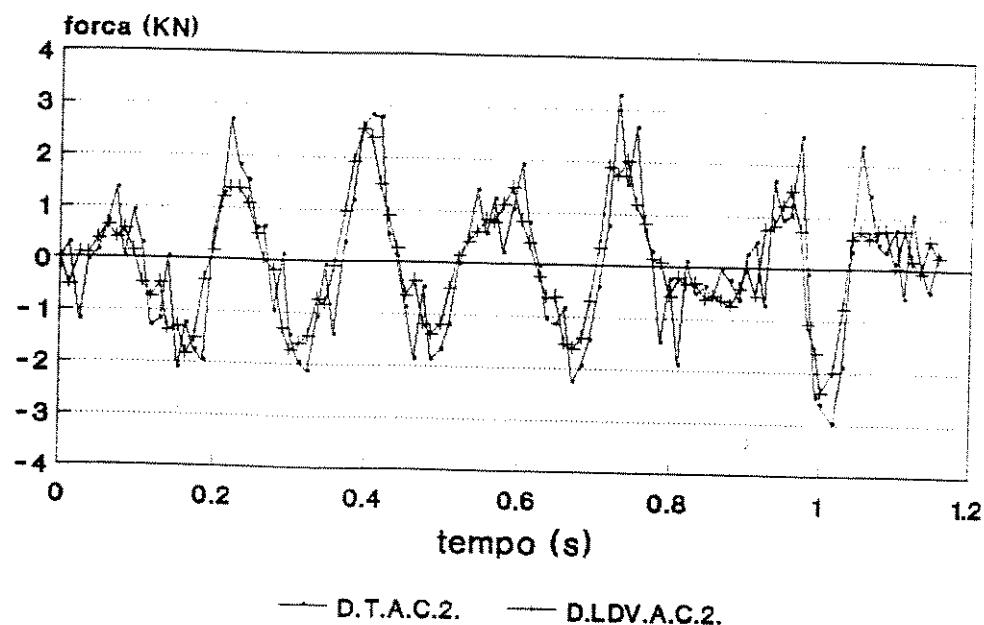


Figura 6.30 - Variação das forças nos elementos ativos traseiros

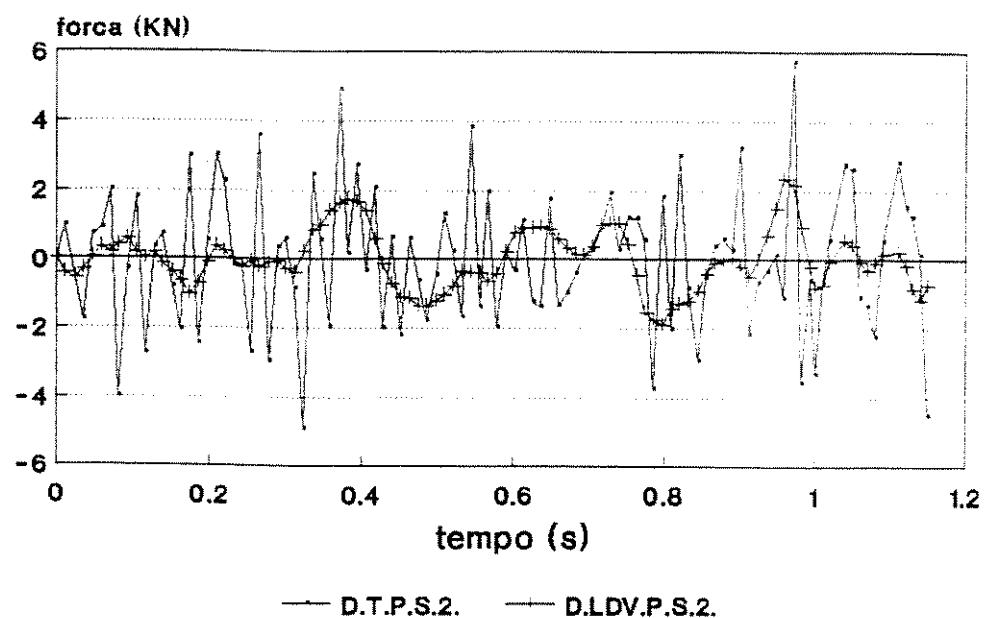


Figura 6.31 - Variação das forças nos elementos ativos traseiros

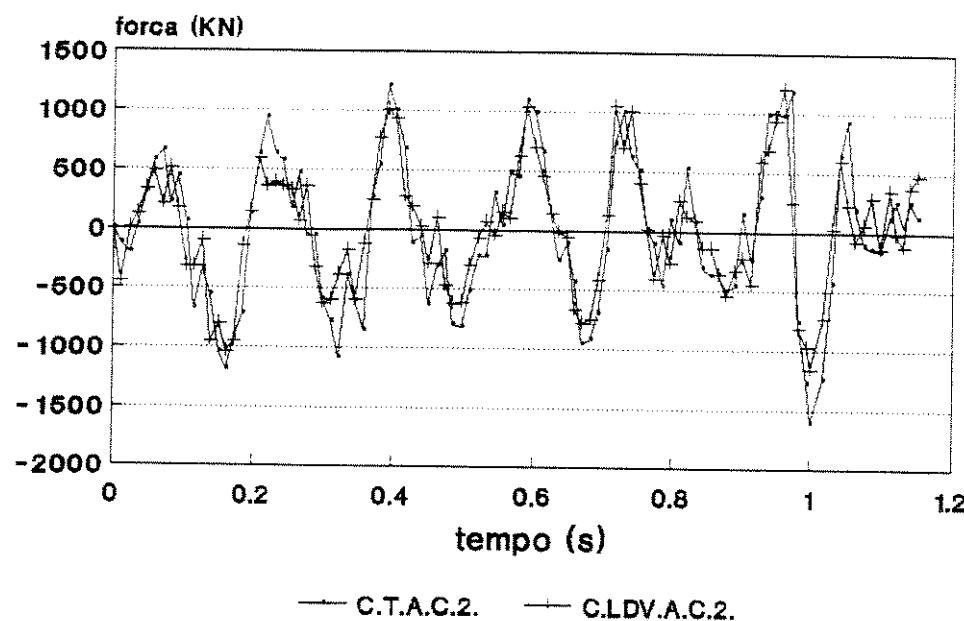


Figura 6.32 - Variação das forças nos elementos ativos traseiros

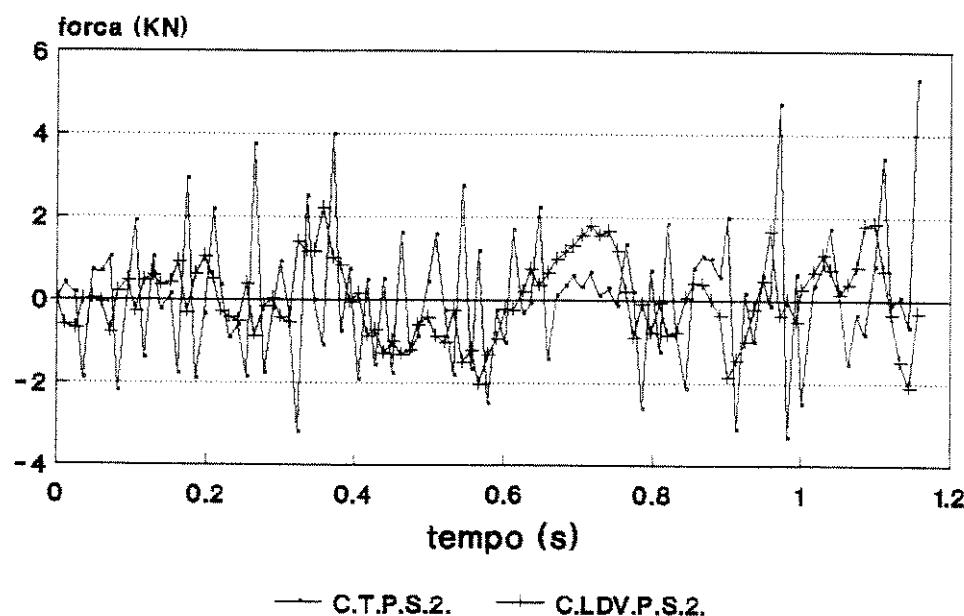


Figura 6.29 - Variação das forças nos elementos ativos traseiros

Capítulo 7

Conclusões e propostas

7.1 Conclusões

A metodologia apresentada para otimização de sistemas de suspensão para diferentes tipos de carga, condições de via e velocidades do veículo mostrou-se ser um bom instrumento para análise e projeto dos sistemas citados. A maior dificuldade para otimizar-se um sistema de suspensão é a grande variedade de condições e tipos de via. Escolheu-se um tipo de via reta para validação do método. O problema do perfil da via pode ser contornado através do uso de um método iterativo com a limitação das variáveis controladas, e desta forma, eliminar a influência do perfil nas matrizes de ganho dos elementos controlados. Essa limitação acarreta a dificuldade de se estabelecer uma matriz de ganhos iniciais que pode não conduzir a um valor ideal do índice de desempenho do sistema mecânico, podendo chegar a desestabilizar o mesmo, como por exemplo quando assume-se matriz de ganho inicial nula para todos os sistemas. Como o caso ideal, um sistema com realimentação de estado, é inviável na prática, a limitação de variáveis controladas torna-se uma alternativa. Outra opção é o uso de estimadores de estado (filtros de Kalman).

Ao lado das dificuldades técnicas existem as limitações computacionais, ou seja, vários algoritmos para resolução das matrizes de Riccati e Lyapunov necessitam que o sistema seja totalmente estável a cada passo iterativo. No sistema analisado aqui, com a inclusão de equações descrevendo as irregularidades das vias, isto não é verificado, uma vez que não é possível modificar as características das mesmas. Duas metodologias foram desenvolvidas para contornar este problema. A divisão do sistema em quatro subsistemas, eliminando a influência da via na estabilidade do mesmo. O outro método, conhecido como método da exponencial negativa, que se utiliza da separação dos autovalores e autovetores, não necessita que o sistema seja estável. As dimensões dos sistemas (18×18) sendo elevadas podem acarretar erros de convergência e tempos elevados para obtenção dos resultados se o equipamento de processamento não possuir grande precisão.

A escolha das vias, asfáltica e pavimentada, são duas equações adequadamente modeladas do ponto de vista matemático. Mostra-se com este modelamento das vias que a matriz de ganhos do sistema (C_x) depende das constantes de peso e a matriz que depende

da via (C_w) pode ser eliminada com a limitação de variáveis controladas.

A escolha do índice de desempenho considerando a aceleração vertical do centro de gravidade (C.G.) do veículo advém do fato de que utiliza-se o veículo com duas condições de carga, carregado e descarregado, ocorrendo uma mudança da localização do C.G. como pode ser visto Tab. 3.4 do Capítulo 3.

Para otimização dos elementos passivos dos conjuntos suspensivos, variou-se a rigidez das molas, o amortecimento dos amortecedores e a velocidade do veículo numa grande faixa de valores. Com isto foi possível obter todas as partes do índice de desempenho e vizualizar a contradição entre os índices de segurança (J_6 a J_9) e o índice de conforto (J_1). Para minimizar os índice de segurança necessita-se de valores altos de rigidez e amortecimento e para melhorar o índice de conforto necessita-se de valores baixos destes parâmetros. Como o veículo em estudo é um fora de via, escolheu-se constantes de peso que favorecem a segurança. Os valores otimizados para os elementos passivos da suspensão estão bem próximos dos valores encontrados na literatura.

Utilizou-se dos valores otimizados para o sistema passivo, em paralelo com elementos ativos para análises do sistema com realimentação de estado. Considerou-se dois tipos de constantes de peso para os espaços de trabalho das suspensões e para os deslocamentos relativos entre as rodas e as vias, um deles favorecendo o conforto e o outro favorecendo a segurança. Variou-se as constantes de peso dos elementos ativos e notou-se que esta variação altera significativamente o comportamento dos sistemas. Verificou-se uma maior facilidade para melhorar o conforto do que a segurança. Otimizou-se um valor para as constantes de peso dos elementos ativos que causou bastante modificação no sistema e verificou-se a grande quantidade de energia necessária para fazer isto, como pode ser visto nas Fig. 4.1 a 4.8 e nas Tabs. 4.1 a 4.8. Fixando o valor otimizado destas constantes de peso dos elementos ativos e variando-se os parâmetros passivos foi possível verificar que os valores ótimos destes parâmetros estão próximos dos valores inicialmente otimizados para o sistema passivo.

Analisou-se três tipos de sistemas com realimentação de saída. As matrizes de ganhos iniciais foram aproximadas dos valores encontrados para o sistema com realimentação de estado utilizando-se o método dos mínimos quadrados. Foi possível reduzir o índice de desempenho para todos os sistemas em todas as situações analisadas. Verificou-se que os valores encontrados para o índice de desempenho foram superiores aos encontrados para o sistema com realimentação de estado.

Quando simulado o comportamento do veículo passando por uma via com perfil aleatório, verificou-se que o sistema ideal, que apresenta melhores resultados, é o sistema com realimentação de estado. Os sistemas que produziram os melhores resultados foram os sistemas que possuíam índice de desempenho mais próximos do caso ideal. Com as constantes de peso favorecendo o conforto foi possível uma grande redução na aceleração do veículo, e com as constantes de peso favorecendo a segurança, foi possível uma leve redução no deslocamento relativo entre as rodas e as vias. O espaço de trabalho das suspensões não apresentou melhorias.

Como os elementos passivos foram otimizados para a segurança, notou-se a possibilidade de uma grande melhoria nos níveis de conforto e apenas uma leve melhoria na segurança. O espaço de trabalho das suspensões aparentemente não apresentou melhorias,

mas como a suspensão ativa possibilita o autonivelamento e desta forma eliminar a deflexão estática, isto não é um grande problema. O sistema que apresenta melhores resultados é o sistema com realimentação de estado que na prática é impossível de se obter. A escolha das constantes de peso é de suma importância para o comportamento do sistema.

Aparentemente a grande dificuldade para introdução da suspensão ativa a níveis comerciais reside na dificuldade da obtenção e processamento de dados em tempo real. Este fator aliado aos custos, à grande variedade de forças presentes, e a grande necessidade de energia para se obter uma melhoria significativa no comportamento dinâmico do veículo inviabiliza no momento a produção em série de tais mecanismos, a não ser em equipamentos de alto valor comercial e produção em larga escala.

Verifica-se o aproveitamento de sistemas menos complexos, semi-ativos ou sistemas manuais de ajuste, com a introdução de equipamentos eletro-hidráulicos. A grande vantagem de tais sistemas são o autonivelamento do veículo em frenagens, nas acelerações e em curvas, além do que permite a eliminação da deflexão estática que possibilita trabalhar com razões de rigidez efetivas menores.

7.2 Propostas

Várias sugestões para outros trabalhos podem ser citadas, como:

- Análise de um sistema mais completo com a introdução de graus de liberdade laterais e frontais e desta forma introduzindo-se no índice de desempenho novos parâmetros como as acelerações lateral e frontal.
- Modelamento e análise do motorista para os casos anteriores, considerando um assento passivo e ativo.
- Inclusão nas análises de um sistema de controle proporcional, integral e derivativo, e erro nas medidas sensoriadas.
- Considerar o tempo gasto para o veículo percorrer a distância entre as rodas para otimização dos parâmetros
- Montagem de um protótipo que permita obtenção de alguns valores experimentais.
- Sistema com elemento ou elementos suspensivos não lineares.

Bibliografia

- ACKER, B., DARENBERG, W., GALL, H. Active suspensions for passenger cars. Proceedings 11th IAVSD - Symposium, 1989, p. 15-26.
- AGA, M., KUSUNOKI, H., SATOH, Y. et al. Design of 2-degree-of-freedom control system for active front-and-rear-wheel steering. SAE, 1990, p. 1529-1536, Paper n. 90-1746.
- ALANOLY, J., SANKAR, S. Semi-active force generators for shock isolation. Journal of Sound and Vibration, v. 126, n. 1, p. 145-156, 1988.
- ALLEN, R. W., ROSENTHAL, T. J., SZOSTAK, H. T. Steady state an transient analysis of ground vehicle handling. SAE, 1987, p. 2482-2511, Paper n. 87-0495.
- AOYAMA, Y., KAWABATA, K., HASEGAWA, S. et al. Development of the full active suspension by Nissan. SAE, 1990, p. 1537-1545, Paper n. 90-1747.
- BARAK, P. Design and evaluation of an adjustable automobile suspension. SAE, 1989, p. 114-130, Paper n. 89-0089.
- BARBIERI, N., ZAMPIERI, D. E. Otimização de um sistema de suspensões ativas usando um modelo de sete graus de liberdade de um veículo automotivo. PACAM - Pan American Congress of Applied Mechanics, III, São Paulo, 1993, p. 435-438.
- BARBIERI, N. Suspensions optimization. SAE, 1992, 5 p., Paper n. 92-1491.
- BARBIERI, N., ZAMPIERI, D. E. Análise do comportamento dinâmico de um veículo automotivo através da excitação dos seus principais modos de vibrar. COBEM - Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, XI, São Paulo, 1991, p. 679-682.
- BARBIERI, N., ZAMPIERI, D. E. Análise do comportamento próprio de um veículo automotivo. SIMEA - Simpósio Brasileiro de Engenharia Automotiva, VI, São Paulo, 1991, p. 923-939.
- BARBIERI, N., ZAMPIERI, D. E. Análise do comportamento dinâmico de um veículo automotivo passando por uma via com irregularidades senoidais e aleatórias. SIMEA - Simpósio Brasileiro de Engenharia Automotiva, VI, São Paulo, 1991, p. 910-922.
- BARBIERI, N., ZAMPIERI, D. E. Análise do comportamento dinâmico de um veículo automotivo com uma suspensão a gás semi-ativa. SIMEA - Simpósio Brasileiro de Engenharia Automotiva, VI, São Paulo, 1991, p. 923-939.

nharia Automotiva, VI, São Paulo, 1991, p. 888-909.

BARBIERI, N., ZAMPIERI, D. E. Análise do comportamento dinâmico de um veículo automotivo com uma suspensão a gás semi-ativa. DINAME - Simpósio Internacional Sobre Sistemas Dinâmicos da Mecânica, IV, Pouso Alto, 1991, p. 80-81.

BARBIERI, N., ZAMPIERI, D. E. Análise do comportamento dinâmico de um veículo automotivo para variações dos parâmetros das suspensões. Seminário de Segurança Veicular, São Paulo, 1991, p. 52-66.

BARBIERI, N. Análise do comportamento dinâmico de um veículo automotivo. Campinas : UNICAMP, 1989. 93 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1989.

BARBIERI, N., ZAMPIERI, D. E. Análise do comportamento excitado de um veículo automotivo. COBEM - Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, X, Rio de Janeiro, 1989, p. 213-216.

BHAVE, S. Y. Effect of connecting the front and rear air suspensions of a vehicle on the transmissibility of road undulation inputs. Vehicle System Dynamics, v. 21, p. 225-245, 1992.

BRACH, R. M. Vehicle dynamics model for simulation on a microcomputer. Int. J. of Vehicle Design, v. 12, n. 4, p. 404-419, 1991.

BRYSON, A. E., HO, Y. Applied optimal control. New York : John Wiley and Sons, 1975, 481 p.

CASTILLO, J. M., PINTADO, P., BENITEZ, F. G. Optimization for vehicle suspension II : Frequency Domain. Vehicle System Dynamics, v. 19, p. 331-352, 1990.

CEBON, D. Vehicle-generated road damage : a review. Vehicle System Dynamics, v. 18, p. 107-150, 1989.

CHEN, C. F., SHIEH, L. S. A note on expanding $PA + A^tP = -Q$. IEEE Transactions on Automatic Control, v. 13, p. 122-123, 1968.

CHO, D., HEDRICK, J. K. Pneumatic actuators for vehicle active suspension applications. J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, v. 107, p. 67-72, 1985.

COSTA, A., JONES, R. P. Application of multibody systems (MBS) techniques to vehicle modeling. PACAM - Pan American Congress of Applied Mechanics, III, São Paulo, 1993, p. 447-450.

COTTERELL, M. Stress, Vibration and noise analysis in vehicles. London : Applied Science Publications, 1975. cap. 14 : theoretical analysis of an active suspension fitted to a London transport bus.

CROLLA, D. A., ABDEL-HADY, M. B. A. Active suspension control; performance comparisons using control laws applied to a full vehicle model. Vehicle System Dynamics, v. 20, p. 107-120, 1991.

CROLLA, D. A., FIRTH, G. R., HINE, P. J. et al. The performance of suspensions fitted with controllable dampers. Proceedings 11th IAVSD - Symposium, 1989, p. 149-165.

CROLLA, D. A., PITCHER, R. H., LINES, J. A. Active suspension control for an off-road vehicle. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 201D, p. 1-10, 1987.

CROLLA, D. A. A theoretical analysis of the ride vibration of agricultural tractor and trailer combinations. Vehicle System Dynamics, v. 9, p. 237-260, 1980.

DAHLBERG, T. Comparison of ride confort, criteria for computer optimization of vehicles travelling on randomly profiled roads. Vehicle System Dynamics, v. 9, p. 291-307, 1980.

DAHLBERG, T. Optimization criteria for vehicles travelling on a ramdomly profiled road - a survey. Vehicle System Dynamics, v. 8, p. 239-252, 1979.

DAVIS, B. R., THOMPSON, A. G. Optimal linear active suspensions with integral constraint. Vehicle System Dynamics, v. 17, p. 357-366, 1988.

DAVISON, E. J., MAN, F. T. The numerical solution of $A^t Q + QA = -C$. IEEE Transactions on Automatic Control, v. 13, p. 448-449, 1968.

DEMIC, M. Optimization of characteristics of elasto-damping elements of cars from the aspect of comfort and handling. Int. J. of Vehicle Design, v. 13, n. 1, p. 29-46, 1992.

DEMIC, M. A Contribution to optmization of vehicle seats. Int. J. of Vehicle Design, v. 12, n. 5/6, p. 618-629, 1991.

DEMIC, M. A contribution to the optimization of the characteristics of elasto-damping elements of passenger cars. Vehicle System Dynamics, v. 19, p. 3-18, 1990.

DEMIC, M. Optimisation of a characteristics of the elasto-damping elements of a passenger car by means of a modified nelder-mead method. Int. Journal of Vehicle Design, v. 10, n. 2, p. 136-152, 1989.

DOMINY, J., BULMAN, D. N. An active suspension for a formula one grand prix racing car. J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, v. 107, p. 73-78, 1985.

EL-GINDY, M. Dynamic behaviour of a tractor/quadaxle trailer with variable length draw-bar. Int. J. of Vehicle Design, v. 13, n. 2, p. 182-200, 1992.

EIMADANY, M. M., SAMAHA, M. E. On the optimum ride control of a stochastic model of a tractor-semitrailer vehicle. Journal of Sound and Vibration, v. 156, n. 2, p. 269-281, 1992.

ELMADANY, M. M. Optimal linear active suspensions with multivariable integral control. Vehicle System Dynamics, v. 19, p. 313-329, 1990.

ELMADANY, M. M. Ride performance potential of active fast load levelling systems. Vehicle System Dynamics, v. 19, p. 19-47, 1990.

ELMADANY, M. M. Stochastic optimal control of highway tractors with active suspensions. Vehicle System Dynamics, v. 17, p. 193-210, 1988.

FELEZ, J., VERA, C. Bond graph models for hydro-pneumatic suspension in crane vehicles. Vehicle System Dynamics, v. 16, p. 313-332, 1987.

FOAG, W. A practical control concept for passenger car active suspension with preview. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 203D, p. 221-229, 1989.

FURUKAWA, Y., YUHARA, N., SANO, S. et al. A review of four-wheel steering studies from the viewpoint of vehicle dynamics and control. Vehicle System Dynamics, v. 18, p. 151-186, 1989.

GOODAL, R. M., KORTUM, W. Active controls in ground transportation - a review of the state-of-art and future potential. Vehicle System Dynamics, v. 12, p. 225-257, 1983.

HAC, A. Optimal linear preview control of active vehicle suspension. Vehicle System Dynamics, v. 21, p. 167-195, 1992.

HAC, A. Adaptive control of vehicle suspension. Vehicle System Dynamics, v. 16, p. 57-74, 1987.

HAC, A. Stochastic optimal control of vehicles with elastic body and active suspension. J. of Dynamics Systems, Measurement and Control, v. 108, p.106-110, 1986.

HAC, A. Suspension optimization of a 2-DOF vehicle model using a stochastic optimal control technique. Journal of Sound and Vibration, v. 100, n. 3, p. 343-357, 1985.

HADY, M. B. A. A., CROLLA, D. A. Active suspension control algorithms for a four-wheel vehicle model. Int. J. of Vehicle Design, v. 13, n. 2, p. 144-158, 1992.

HADY, M. B. A. A., CROLLA, D. A. Theoretical analysis of a active suspension performance using a four-wheel vehicle model. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 203D, p. 125-135, 1989.

HALL, B. B., TANG, J. S. Analysis of active and semi-active vehicle suspensions fitted with a pneumatic self-energizing levelling device. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 204D, p. 161-171, 1990.

HALL, B. B., GILL, K. F. Performance evaluation of motor vehicle active suspension systems. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 201D, p. 135-148, 1987.

HAMMOND, J. K., HARRISON, R. F. Nonstationary response of vehicles on a rough ground - a state space approach. J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, v. 103, p. 245-250, 1981.

HARRIS, J., STEVENSON, A. On the role of non-linearity in the dynamic behaviour of rubber components. Int. Journal of Vehicle Design, v. 8, n. 4/5/6, p. 553-577, 1987.

HARRISON, R. F., HAMMOND, J. K. Approximate, time domain, non-stationary analysis of stochastically excited, non-linear systems with particular reference to the motion of vehicles on rough ground. Journal of Sound and Vibration, v. 105, n. 3, p. 361-371, 1986.

HORTON, D. N. L., CROLLA, D. A. Theoretical analysis of a semi-active suspension fitted to an off-road vehicle. Vehicle System Dynamics, v. 15, p. 351-374, 1986.

HROVAT, D. Optimal suspension performance for 2-D vehicle models. Journal of Sound and Vibration, v. 146, n. 1, p. 93-110, 1991.

HROVAT, D. Optimal active suspension structures for quarter-car vehicle models. Automatica, v. 26, n. 5, p. 845-860, 1990.

HROVAT, D. Influence of unsprung weight on vehicle ride quality. Journal of Sound and Vibration, v. 124, n. 3, p. 497-516, 1988.

HROVAT, D., HUBBARD, M. Optimum vehicle suspensions minimizing RMS rattlespace, sprung mass acceleration and jerk. J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, v. 103, p. 228-236, 1981.

HUNT, H. E. M. Modelling of road vehicles for calculation of traffic-induced ground vibration as a random process. Journal of Sound and Vibration, v. 144, n. 1, p. 41-51, 1991.

HUNT, H. E. M. Stochastic modelling of vehicles for calculation of ground vibration. Proceedings 11th IAVSD - Symposium, 1989, p. 298-309.

JONSSON, M. Simulation of dynamical behaviour of a front wheel suspension. Vehicle System Dynamics, v. 20, p. 269-281, 1991.

KAMAR, E. A., EL-ZAFARANY, A., COOKSON, R. A. Simulation of suspension systems by the finite element method. Int. Journal of Vehicle Design, v. 9, n. 4/5, p. 447-459, 1988.

KARNOPP, D., HEESS, G. Electronically controllable vehicle suspensions. Vehicle System Dynamics, v. 20, p. 207-217, 1991.

KARNOPP, D. Active suspensions based on fast load levelers. Vehicle System Dynamics, v. 16, p. 355-380, 1987.

KARNOPP, D. Theoretical limitations in active vehicle suspensions. Vehicle System Dynamics, v. 15, p. 41-54, 1986.

KARNOPP, D., MARGOLIS, D. Adaptive suspension concepts for road vehicles. Vehicle System Dynamics, v. 13, p. 145-160, 1984.

KARNOPP, D. Active damping in road vehicle suspension systems. Vehicle System Dynamics, v. 12, p. 291-316, 1983.

KLEINMAN, D. L. On a iterative technique for Riccati equation computations. IEEE Transactions on Automatic Control, v. 13, p. 114-115, 1968.

KORTUM, W., SHARP, R. S. A Report on the state-of-affairs on "application of multibody computer codes to vehicle system dynamics". Vehicle System Dynamics, v. 20, p. 177-184, 1991.

KORTUM, W. Introduction to system-dynamics of ground vehicles. Proceedings 3rd ICTS Seminar, 1986, p. 1-36.

KORTUM, W. Computational techniques in optimal state-estimation : a tutorial review. J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, v. 101, p. 99-107, 1979.

KREISSELMEIERL, G. A Solution of the bilinear matrix equation $AY + YB = -Q$. SIAM J. Appl. Math., v. 23, n. 3, p. 334-338, 1972.

KUESTER, J. L.. MIZE, J. H. Optimization techniques with Fortran. New York : McGraw Hill, 1973.

KUO, B. C. Automatic control systems. New York : Prentice/Hall, 1975.

KWAKERNAAK, H., SIVAN, R. Linear optimal control systems. New York : Wiley-Interscience, 1972.

LANDREAU, T. Simulation of dynamic behavior of a four wheel steering vehicle by means of a vehicle and driver model. SAE, 1989, p. 57-62, Paper n. 89-0078.

LEE, A. Y. A preview steering autopilot control algorithm for four-wheel-steering passenger vehicles. J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, v. 114, p.401-408, 1992.

LEGOUIS, T., LANEVILLE, A., BOURASSA, P. et al. Vehicle-pilot system analysis: a new approach using optimal control with delay. Vehicle System Dynamics, v. 16, p. 279-295, 1987.

LIN, Y., WILLUMEIT, H. P. The dynamics of the vibrator-controlled adaptive damper and its potentials in vibration isolation. Vehicle System Dynamics, v. 20, p. 353-369, 1991.

LIN, Y., ZHANG, Y. Suspension optimization by a frequency domain equivalent optimal control algorithm. Journal of Sound and Vibration, v. 133, n. 2, p. 239-249, 1989.

LOUAM, N., WILSON, D. A., SHARP, R. S. Optimization and performance enhancement

of active suspensions for automobiles under preview of the road. Vehicle System Dynamics, v. 21, p. 39-63, 1992.

LOUAM, N., WILSON, D. A., SHARP, R. S. Optimal control of a vehicle suspension incorporating the time delay between front and rear wheel inputs. Vehicle System Dynamics, v. 17, p. 317-336, 1988.

MARCZAK, R. J., PEREIRA, S. C., ROSA, E. Projeto de uma suspensão hidro-pneumática de dois estágios para veículos fora de estrada. SIMEA - Simpósio Brasileiro de Engenharia Automotiva, VI, São Paulo, 1991, p. 692-708.

MARGOLIS, D. L. Semi-active control of wheel hop in ground vehicles. Vehicle System Dynamics, v. 12, p. 317-330, 1983.

MARGOLIS, D. L. The response of active and semi-active suspensions to realistic feedback signals. Vehicle System Dynamics, v. 11, p. 267-282, 1982.

MARGOLIS, D. L. Semi-active heave and pitch control for ground vehicles. Vehicle System Dynamics, v. 11, p. 31-42, 1982.

METZ, D., MADDOCK, J. Optimal ride height and pitch control for championship race cars. Automatica, v. 22, n. 5, p. 509-520, 1986.

MISOI, G. K., GICHAGA, F. J., CARSON, R. M. Corrugation of unmetalled roads - part 2 : wheel-soil interaction. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 203D, p. 215-220. 1989.

MISOI, G. K., CARSON, R. M. Corrugation of unmetalled roads - part 1 : vehicle dynamics. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 203D, p. 205-214, 1989.

MIZUGUCHI, M., SUDA, T., CHIKAMORI, S. et al. Chassis electronic control systems for the Mitsubishi 1984 Galant. SAE, 1984, p. 2218-2229, Paper n. 84-0258.

MOULTON, A. E., BEST, A. From hydrolastic to hydragas suspension. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 193D, p. 15-37, 1979.

NACK, W. V. Optimization for vibration isolation. Int. J. for Numerical Methods in Engineering, v. 20, p. 915-929, 1984.

NALECZ, A. G., BINDEMANN, A. C. Handling properties of four wheel steering vehicles. SAE, 1989, p. 63-82, Paper n. 89-0080.

NALECZ, A. G. Sensitivity analysis of vehicle design attributes in frequency domain. Vehicle System Dynamics, v. 17, p. 141-163, 1988.

NALECZ, A. G. Investigation into the effects of suspension design on stability of light vehicles. SAE, 1987, p. 2512-2545, Paper n. 87-0497.

NARAYANAN, S., RAJU, G. V. Active control of non-stationary response of vehicles with

nonlinear suspensions. Vehicle System Dynamics, v. 21, p. 73-87, 1992.

NARAYANAN, S., RAJU, G. V. Stochastic optimal control of non-stationary response of a single-degree-of-freedom vehicle model. Journal of Sound and Vibration, v. 141, n. 3, p. 449-463, 1990.

NOTON, M. Modern control engineering. New York : Pergamon Press Inc, 1972.

OGATA, K. Engenharia de controle moderno. Rio de Janeiro : Prentice Hall do Brasil Ltda, 1982, 929 p.

OHNUMA, K., METZ, L. D. Controllability and stability aspects of actively controlled 4WS vehicles. SAE, 1989, p. 1481-1494, Paper n. 89-1977.

PALKOVICS, L., VENHOVENS, P. J. Th. Investigation on stability and possible chaotic motions in the controlled wheel suspension system. Vehicle System Dynamics, v. 21, p. 269-296, 1992.

PALKOVICS, L. Effect of the controller parameters on the steerability of the four wheel steered car. Vehicle System Dynamics, v. 21, p. 109-128, 1992.

PHAM, A. T., UGAZIO, P. Basic developments of an active air suspension for passengers cars. SAE, 1989, p. 164-170, Paper n. 89-0095.

PINTADO, P., BENITEZ, F. G. Optimization for vehicle suspension I : time domain. Vehicle System Dynamics, v. 19, p. 273-288, 1990.

POLLARD, M. G., SIMONS, N. J. A. Passenger confort - the role of active suspensions. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 198D, p. 161-175, 1984.

POPP, K., KRAUSS, A., HEISS, T. Dynamical analysis of a simple vehicle on a periodic guideway. Vehicle System Dynamics, v. 11, p. 107-120, 1982.

POYSER, J. Development of a computer controlled system. Int. Journal of Vehicle Design, v. 8, n. 1, p. 74-86, 1987.

RAJU, G. V., NARAYANAN, S. Optimal estimation and control of non-stationary response of a two-degree-of-freedom vehicle model. Journal of Sound and Vibration, v. 149, n. 3, p. 413-428, 1991.

REDFIELD, R. C. Performance of low-bandwidth, semi-active damping concepts for suspension control. Vehicle System Dynamics, v. 20, p. 245-267, 1991.

REDFIELD, R. C., KARNOPP, D. C. Optimal performance of variable component suspensions. Vehicle System Dynamics, v. 17, p. 231-253, 1988.

ROBSON, J. D. Road surface description and vehicle response. Int. Journal of Vehicle Design, v. 1, n. 1, p.p. 25-35, 1979.

RODI, P. A., SOTELO JR., J. Síntese da curva de amortecedor segundo critério de desempenho ótimo para suspensão veicular passiva não linear. SIMEA - Simpósio Brasileiro de Engenharia Automotiva, VI, São Paulo, 1991, p. 720-732.

RUF, G. The calculation of the vibrations of a four-wheeled vehicle, induced by random road roughness of the left and right track. Vehicle System Dynamics, v. 7, p. 1-23, 1978.

RYBA, D. Improvement in dynamic characteristics of automobile suspension systems - part II : three mass systems. Vehicle System Dynamics, v. 3, p. 55-98, 1974.

RYBA, D. Improvements in dynamic characteristics of automobile suspension systems - part I : two mass systems. Vehicle System Dynamics, v. 3, p. 17-46, 1974.

SALMAN, M. A., LEE, A. Y., BOUSTANY, N. M. Reduced order design of active suspension control. J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, v. 112, p. 604-610, 1990.

SHAMPINE, L. F., GORDON, M. K. Computer solution of ordinary differential equations - the initial value problem. São Francisco : W.H. Freeman and Company, 1975. 318 p.

SHARP, R. S., WILSON, D. A. On control laws for vehicle suspension accounting for input correlations. Vehicle System Dynamics, v. 19, p. 353-363, 1990.

SHARP, R. S., HASSAN, J. H. Performance predictions for a pneumatic active car suspension system. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 202D, p. 243-250, 1988.

SHARP, R. S., HASSAN, S. A. On the performance capabilities of active automobile suspension systems of limited bandwidth. Vehicle System Dynamics, v. 16, p. 213-225, 1987.

SHARP, R. S., CROLLA, D. A. Road vehicles suspensions system design - a review. Vehicle System Dynamics, v. 16, p. 167-192, 1987.

SHARP, R. S., HASSAN, S. A. Performance and design considerations for dissipative semi-active suspension systems for automobiles. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 201D, p. 149-153, 1987.

SHARP, R. S., HASSAN, S. A. An evaluation of passive automotive suspension systems with variable stiffness and damping parameters. Vehicle System Dynamics, v. 15, p. 335-350, 1986.

SHARP, R. S., HASSAN, S. A. The relative performance capabilities of passive, active and semi-active car suspension systems. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 200D, p. 219-228, 1986.

SIMIC, D., GOLUBOVIC, D. Optimal Stability of Vehicle Control. SAE, 1990, p. 1483-1498, Paper n. 90-1733.

SMITH, P. G. Numerical solution of the matrix equation $AX + XA^t + B = 0$. IEEE Transactions on Automatic Control, v. 16, p. 278-279, 1971.

SMITH, R. A. Matrix Equation $XA + BX = C$. SIAM J. Appl. Math., v. 16, n. 1, p. 198-201, 1968.

STEIN, G. J., BALLO, I. Active vibration control system for the driver's seat for off-road vehicles. Vehicle System Dynamics, v. 20, p. 57-78, 1991.

SUGASAWA, F., IRIE, N., KUROKI, J. Development of simulator vehicle for conducting vehicle dynamics research. Int. J. of Vehicle Design, v. 13, n. 2, p. 159-167, 1992.

THOMPSON, A. G., DAVIS, B. R. Optimal active suspension design using a frequency-shaping PID filter. Vehicle System Dynamics, v. 21, p. 19-37, 1992.

THOMPSON, A. G., DAVIS, B. R. A technical note on the Lotus suspension patents. Vehicle System Dynamics, v. 20, p. 381-383, 1991.

THOMPSON, A. G., DAVIS, B. R. An active pantograph with shaped frequency response employing linear output feedback control. Vehicle System Dynamics, v. 19, p. 131-149, 1990.

THOMPSON, A. G., DAVIS, B. R. Optimal linear active suspensions with vibrations absorbers an integral output feedback control. Vehicle System Dynamics, v. 18, p. 321-344, 1989.

THOMPSON, A. G., DAVIS, B. R. Optimal linear active suspensions with derivative constraints and output feedback control. Vehicle System Dynamics, v. 17, p. 179-192, 1988.

THOMPSON, A. G. Optimal and suboptimal linear active suspensions for road vehicles. Vehicle System Dynamics, v. 13, p. 61-72, 1984.

THOMPSON, A. G., DAVIS, B. R., SALZBORN, F. J. Active suspension with vibration absorbers and optimal output feedback control. SAE, 1984, p. 5698-5707, Paper n. 84-1253.

THOMPSON, A. G., DAVIS, B. R., PEARCE, C. E. M. An optimal linear active suspension with finite road preview. SAE, 1980, p. 2009-2020, Paper n. 80-0520.

THOMPSON, A. G., PEARCE, C. E. M. An optimal suspension for an automobile on a random road. SAE, 1979, p. 1-9, Paper n. 79-0478.

THOMPSON, A. G. An active suspension with optimal linear state feedback. Vehicle System Dynamics, v. 5, p. 187-203, 1976.

THOMPSON, A. G. Quadratic performance indices and optimum suspension design. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 187, p. 129-139, 1973.

THOMPSON, A. G. Design of Active Suspensions. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 185, p. 553-563, 1970-1971.

TOMIZUKA, M. Optimum linear preview control with application to vehicle suspension - revisited. J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, v. 98, p. 309-315, 1976.

VAUGHAN, D. R. A negative exponential solution for the matrix Riccati equation. IEEE Transactions on Automatic Control, v. 14, p. 72-75, 1969.

YADAV, D., UPADHYAY, H. C. Dynamics of vehicles in variable velocity runs over non-homogeneous flexible track and foundation with two point input models. Journal of Sound and Vibration, v. 156, n. 2, p. 247-268, 1992.

YOKOYA, Y., KIZU, R., KAWAGUCHI, H. et al. Integrated control system between active control suspension and four wheel steering for the 1989 CELICA. SAE, 1990, p. 1546-1561, Paper n. 90-1748.

YOKOYA, Y., ASAMI, K., HAMAJIMA, T. et al. Toyota eletronic modulated suspension (TEMS) system for the 1983 Soarer. SAE, 1984, p. 2730-2740, Paper n. 84-0341.

YOSHIKAWA, N., TANAKA, T., TAKADA, H. et al. Current status and future trends of eletronic control techonology concerning chassis components. Int. Journal of Vehicle Design, v. 8, p. 161-176, 1987.

YOSHIMURA, T., ANANTHANARAYANA, N., DEEPAK, D. An active vertical suspension for track-vehicle systems. Journal of Sound and Vibration, v. 106, n. 2, p. 217-225, 1986.

WILSON, D. A., SHARP, R. S., HASSAN, S. A. The apllication of linear optimal control theory to the design of active automotive suspensions. Vehicle System Dynamics, v. 15, p. 103-118, 1986.

WRIGHT, P. G., WILLIAMS, D. A. The case for an irreversible active suspension system. SAE, 1989, p. 83-87, Paper 89-0081.

ZAMPIERI, D. E. Einfluss einer aktiven magnetischen lagerung auf das dynamische verhalten eines rotors. Stuttgart : Universitat Stuttgart, 1981. 126p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Institut B fur Mechanik der Universitat Stuttgart, 1981.

ZEID, A., CHANG, D. A modular computer model for the design of vehicle dynamics control systems. Vehicle System Dynamics, v. 18, p. 201-221, 1989.

Apêndice A

Equações de Riccati e Lyapunov

Para obtenção destas equações pode-se utilizar a metodologia desenvolvida em (BRYSON e HO (1975), KWAKERNAAK e SIVAN (1972), OGATA (1982)).

A.1 Equação de Riccati

Dado o sistema linear variando em relação ao tempo (equação (2.42))

$$\dot{x}(t) = A \ x(t) + B \ u(t) + D \ w(t) \quad (\text{A.1})$$

onde:

- $x(t)$: vetor de estado de dimensão $2n \times 1$
- $u(t)$: vetor de controle de dimensão $p \times 1$
- $w(t)$: vetor perturbação de dimensão $q \times 1$

deseja-se conduzí-lo de um estado inicial $x(ti)$ a um estado final $x(tf)$,

$$x(tf) \cong 0 \quad (\text{A.2})$$

usando níveis aceitáveis do controle $u(t)$.

Um modo de fazer isto é através da minimização de um índice quadrático de desempenho no estado final mais uma integral de fatores quadráticos do estado e controle

$$J = \frac{1}{2} (x^T(t) S_f x(t))_{t=tf} + \frac{1}{2} \int_{ti}^{tf} \left[\begin{array}{c} x^T(t) \\ u^T(t) \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} A_2 & N \\ N^T & B_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} x(t) \\ u(t) \end{array} \right] dt \quad (\text{A.3})$$

O vetor de controle $u(t)$ que minimiza (A.3) é obtido resolvendo (A.1) junto com as equações de Euler-Lagrange:

$$\dot{\lambda}^T = -\frac{dH}{dx} \quad (\text{A.4})$$

$$0 = \frac{dH}{du} \quad (\text{A.5})$$

onde:

$$\lambda(tf) = S_f x(tf) \quad (\text{A.6})$$

$$H = \frac{1}{2}(x^T A_2 x + u^T N^T x + x^T N u + u^T B_2 u) + \lambda^T (A x + B u) \quad (\text{A.7})$$

Resolvendo-se as equações (A.4) e (A.5) considerando (A.7)

$$\dot{\lambda} = -A_2 x - N u - A^T \lambda \quad (\text{A.8})$$

$$0 = N^T x + B_2 u + B^T \lambda \quad (\text{A.9})$$

Da equação (A.9)

$$u = -B_2^{-1}(N^T + B^T S)x \quad (\text{A.10})$$

ou

$$u = -C x \quad (\text{A.11})$$

Substituindo-se a equação (A.10) em (A.1) e agrupando-se com (A.8)

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BB_2^{-1}N^T & -BB_2^{-1}B^T \\ -A_2 + NB_2^{-1}(N^T + B^T S) & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Derivando-se a equação (A.6), tem-se:

$$\dot{\lambda} = \dot{S}x + S\dot{x} \quad (\text{A.13})$$

Considerando-se o valor de $\dot{\lambda}$ na equação (A.12) na equação (A.13)

$$\dot{S}x + S\dot{x} = [-A_2 + NB_2^{-1}(N^T + B^T S)]x - A^T S x \quad (\text{A.14})$$

Substituindo o valor de (A.1) em (A.14)

$$\dot{S}x + S[A - BB_2^{-1}(N^T + B^T S)]x = [-A_2 - A^T S + NB_2^{-1}(N^T + B^T S)]x \quad (\text{A.15})$$

Colocando-se x em evidência :

$$[\dot{S} + SA - SBB_2^{-1}(N^T + B^T S) + A_2 + A^T S - NB_2^{-1}(N^T + B^T S)]x = 0 \quad (\text{A.16})$$

Para $x \neq 0$, a equação (A.16) requer que:

$$\dot{S} = -S(A - BB_2^{-1}N^T) - (A - BB_2^{-1}N^T)^T S + SBB_2^{-1}B^T S - (A_2 - NB_2^{-1}N^T) = 0 \quad (\text{A.17})$$

que é a equação algébrica de Riccati.

A.2 Equação de Lyapunov

Conforme a equação (A.1)

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + D w(t) \quad (\text{A.18})$$

onde:

- $x(t)$: vetor de estado de dimensão $2n \times 1$
- $u(t)$: vetor de controle de dimensão $p \times 1$
- $w(t)$: vetor perturbação de dimensão $q \times 1$

onde o vetor de controle é:

$$u(t) = -C x(t) \quad (\text{A.19})$$

Substituindo-se (A.19) em (A.18)

$$\dot{x}(t) = (A - BC)x(t) + D w(t) \quad (\text{A.20})$$

Considerando-se o valor médio de um vetor

$$\bar{x} = E[x(t)] \quad (\text{A.21})$$

o comportamento médio de um sistema pode ser descrito através da matriz covariância do estado $x(t)$

$$X(t) = E\left\{[x(t) - \bar{x}(t)][x(t) - \bar{x}(t)]^T\right\} \quad (\text{A.22})$$

Assumindo-se $w(t)$ como sendo um processo aleatório puramente gaussiano

$$E[w(t)] = \bar{w}(t) \quad (\text{A.23})$$

O valor médio de $x(t)$ é determinado considerando-se o valor esperado de (A.20)

$$\frac{d}{dt}[\bar{x}(t)] = \bar{A}(t)\bar{x}(t) + D(t)\bar{w}(t) \quad (\text{A.24})$$

onde :

$$\bar{A} = A - BC \quad (\text{A.25})$$

Subtraindo-se (A.24) em (A.20) e pós-multiplicando o resultado por $[x(t) - \bar{x}(t)]^T$:

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{d}{dt}[x(t) - \bar{x}(t)] \right\} [x(t) - \bar{x}(t)]^T &= \bar{A}(t)[x(t) - \bar{x}(t)][x(t) - \bar{x}(t)]^T + \\ &\quad D(t)[w(t) - \bar{w}(t)][x(t) - \bar{x}(t)]^T \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Adicionando-se a equação transposta de (A.26) em (A.26)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left\{ [x(t) - \bar{x}(t)] [x(t) - \bar{x}(t)]^T \right\} &= \bar{A}(t) [x(t) - \bar{x}(t)] [x(t) - \bar{x}(t)]^T + \\ &\quad [x(t) - \bar{x}(t)] [x(t) - \bar{x}(t)]^T \bar{A}^T(t) + \\ &\quad D(t) [w(t) - \bar{w}(t)] [x(t) - \bar{x}(t)]^T + \\ &\quad [x(t) - \bar{x}(t)] [w(t) - \bar{w}(t)]^T D^T(t) \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Fazendo-se o valor esperado de (A.27) e usando a definição de (A.22)

$$\begin{aligned} \dot{\bar{X}} &= \bar{A}(t)\bar{X} + \bar{X}\bar{A}^T(t) + D(t)E \left\{ [w(t) - \bar{w}(t)] [x(t) - \bar{x}(t)]^T \right\} + \\ &\quad E \left\{ [x(t) - \bar{x}(t)] [w(t) - \bar{w}(t)]^T \right\} D^T(t) \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Usando-se a matriz transição de estado $\Phi(t, \tau)$ de um sistema dinâmico linear como (A.20), tem-se:

$$x(t) - \bar{x}(t) = \Phi(t, t_0)[x(t_0) - \bar{x}(t_0)] + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)D(\tau)[w(\tau) - \bar{w}(\tau)] d\tau \quad (\text{A.29})$$

Assumindo-se que:

$$E[x(t_0) - \bar{x}(t_0)][w(t) - \bar{w}(t)]^T = 0 \quad (\text{A.30})$$

ou seja, desvios aleatórios das condições iniciais não são relacionadas com flutuações aleatórias da função de excitação.

Pós multiplicando (A.29) por $[w(t) - \bar{w}(t)]^T$, considerando-se o valor esperado do resultado e usando-se (A.30), tem-se:

$$E[x(t) - \bar{x}(t)][w(t) - \bar{w}(t)]^T = \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)D(\tau)E \left\{ [w(\tau) - \bar{w}(\tau)][w(t) - \bar{w}(t)]^T \right\} d\tau \quad (\text{A.31})$$

Assumindo-se uma função de autocorrelação simples para a excitação $w(t)$ tem-se:

$$E[w(t) - \bar{w}(t)][w(\tau) - \bar{w}(\tau)]^T = \chi(t) \exp(-\frac{\|t - \tau\|}{T}) \quad (\text{A.32})$$

onde :

- T : constante pequena comparada com o tempo característico da matriz de transição $\Phi(t, \tau)$
- $\chi(t)$ é a covariância de $w(t)$

$$\chi(t) = E[w(t) - \bar{w}(t)][w(t) - \bar{w}(t)]^T \quad (\text{A.33})$$

A função correlação para o caso onde $w(t)$ é um escalar é mostrado na Fig. A.1

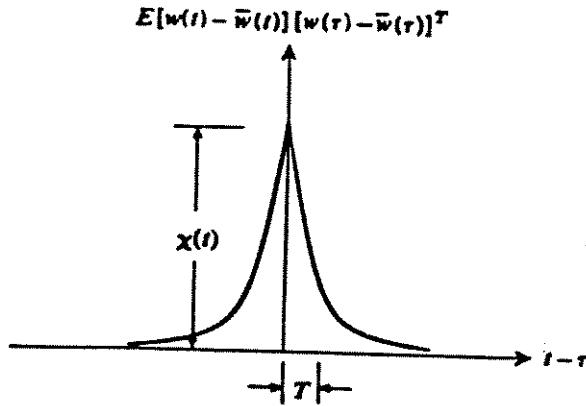


Figura A.1: Função correlação exponencial

Substituindo-se (A.32) em (A.31), pode-se aproximar $\Phi(t, \tau) \cong I$ (matriz identidade) e mudar t_0 para $-\infty$ desde que a correlação cai rapidamente quando $\|t - \tau\|$ aumenta além de T :

$$E[x(t) - \bar{x}(t)][w(t) - \bar{w}(t)]^T \cong D(t)\chi(t) \int_{-\infty}^t \exp(-\frac{\|t - \tau\|}{T}) d\tau = T D(t)\chi(t) \quad (\text{A.34})$$

Usando-se (A.34) e sua transposta em (A.28) encontra-se a equação de Lyapunov:

$$\dot{X} = AX + XA^T + DQD^T \quad (\text{A.35})$$

$$Q(t) = 2T\chi(t) \quad (\text{A.36})$$

onde $Q(t)$ é uma matriz não negativa definida representando a integral da correlação de um processo aleatório puramente gaussiano $w(t)$.

A equação (A.32) pode ser escrita como:

$$E[w(t) - \bar{w}(t)][w(\tau) - \bar{w}(\tau)]^T = Q(t)\delta(t - \tau) \quad (\text{A.37})$$

onde $\delta(t - \tau)$ é a função delta de Dirac.

Apêndice B

Realimentação de saída

Este problema é analisado em detalhes em THOMPSON, DAVIS e SALZBORN (1984b) ou WILSON, SHARP e HASSAN (1986).

Seja o sistema linear dinâmico

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \quad (\text{B.1})$$

$$y(t) = M x(t) \quad (\text{B.2})$$

$$u(t) = -K y(t) = -K M x(t) \quad (\text{B.3})$$

Levando-se o valor de (B.3) em (B.1), tem-se:

$$\dot{x}(t) = (A - BKM) x(t) = H x(t) \quad (\text{B.4})$$

Considerando-se o índice de desempenho da forma:

$$J_o = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (\text{B.5})$$

Esta expressão pode ser escrita como:

$$J_o = \frac{1}{2} \int_0^\infty x^T Z x dt \quad (\text{B.6})$$

onde:

$$Z = Q + M^T K^T R K M \quad (\text{B.7})$$

Variando-se o índice de performance tem-se:

$$\delta J_o = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\delta x^T Z x + x^T \delta Z x + x^T Z \delta x) dt = \int_0^\infty (x^T Z \delta x + x^T M^T K^T R \delta K M x) dt \quad (\text{B.8})$$

Pela expressão (B.4)

$$\delta \dot{x} = H\delta x + \delta Hx = H\delta x - B\delta KMx \quad (\text{B.9})$$

Fazendo-se $\Phi(t) = \exp(Ht)$ como sendo a matriz transição de estado, a solução de (B.9) e, $\delta x(0) = 0$:

$$\delta x(t) = - \int_0^t \Phi(t-\tau) B \delta K M x(\tau) d\tau \quad (\text{B.10})$$

Substituindo-se (B.10) em (B.8)

$$\delta J_o = \int_{t=0}^{\infty} \left[-x^T(t) Z \int_{\tau=0}^t \Phi(t-\tau) B \delta K M x(\tau) d\tau + x^T(t) M^T K^T R \delta K M x(t) \right] dt \quad (\text{B.11})$$

Substituindo-se $x(t) = \Phi(t-\tau)x(\tau)$ em (B.11), tem-se:

$$\begin{aligned} \delta J_o &= - \int_{t=0}^{\infty} \int_{\tau=0}^t x^T(\tau) \Phi^T(t-\tau) Z \Phi(t-\tau) B \delta K M x(\tau) d\tau dt + \\ &\quad \int_{t=0}^{\infty} x^T(t) M^T K^T R \delta K M x(t) dt \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

As derivadas de J_o com relação aos elementos de K são:

$$\frac{\partial J_o}{\partial K^T} = - \int_{t=0}^{\infty} \int_{\tau=0}^t M x(\tau) x^T(\tau) \Phi^T(t-\tau) Z \Phi(t-\tau) B d\tau dt + \int_{t=0}^{\infty} M x(t) x^T(t) M^T K^T R dt \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{\partial J_o}{\partial K^T} = - \int_{\tau=0}^{\infty} \int_{\alpha=0}^{\infty} M x(\tau) x^T(\tau) \Phi^T(\alpha) Z \Phi(\alpha) B d\alpha d\tau + \int_{t=0}^{\infty} M x(t) x^T(t) M^T K^T R dt \quad (\text{B.14})$$

onde $\alpha = t - \tau$.

$$\frac{\partial J_o}{\partial K^T} = -M W_c W_o B + M W_c M^T K^T R \quad (\text{B.15})$$

onde:

$$W_c = \int_0^{\infty} x(t) x^T dt = \int_0^{\infty} \Phi(t) x_o x_o^T \Phi^T(t) dt = \int_0^{\infty} \Phi(t) X_o \Phi^T(t) dt \quad (\text{B.16})$$

$$W_o = \int_0^{\infty} \Phi^T(t) Z \Phi(t) dt \quad (\text{B.17})$$

e $X_o = x_o x_o^T$.

Como H é a matriz estabilidade W_c e W_o são soluções das equações de Lyapunov:

$$H W_c + W_c H^T + X_o = 0 \quad (\text{B.18})$$

$$H^T W_o + W_o H + Z = 0 \quad (\text{B.19})$$

Apêndice C

Métodos numéricos

As principais técnicas computacionais para estimação do estado ótimo de um sistema dinâmico são apresentadas em KORTUM (1979).

C.1 Equação bilinear

Seja a seguinte equação matricial bilinear:

$$AX + XB = C \quad (\text{C.1})$$

onde:

- A : matriz de dimensão $m \times m$
- B : matriz de dimensão $n \times n$
- C : matriz de dimensão $m \times n$
- X : matriz de dimensão $m \times n$

SMITH (1968) propôs um método com razão quadrática de convergência para solução numérica de (C.1), da seguinte forma:

$$(qE - B)X(qI - A) - (qE + B)X(qI + A) = -2qC \quad (\text{C.2})$$

onde:

- E : matriz identidade de dimensão $m \times m$
- I : matriz identidade de dimensão $n \times n$
- q : escalar

Pré-multiplicando (C.2) por $(qE - B)^{-1}$ e pós-multiplicando por $(qI - A)^{-1}$, temos:

$$X - UXV = W \quad (\text{C.3})$$

onde:

$$U = (qE - B)^{-1}(qE + B) \quad (\text{C.4})$$

$$V = (qI + A)(qI - A)^{-1} \quad (\text{C.5})$$

$$W = -2q(qE - B)^{-1}C(qI - A)^{-1} \quad (\text{C.6})$$

logo:

$$X = \sum_{k=1}^{\infty} U^{k-1} W V^{k-1} \quad (\text{C.7})$$

Fazendo-se Y_ν uma sequência de matrizes iterativamente definidas, tem-se:

$$Y_0 = W$$

$$Y_{\nu+1} = Y_\nu + U^{2\nu} Y_\nu V^{2\nu}$$

$$Y_\nu = \sum_{k=1}^{2\nu} U^{k-1} W V^{k-1} \quad (\text{C.8})$$

Desta forma, $Y_\nu \rightarrow X$ rapidamente quando $\nu \rightarrow \infty$.

SMITH (1971) utilizou o mesmo procedimento para encontrar a solução da matriz de Lyapunov:

$$AX + XA^T + B = 0 \quad (\text{C.9})$$

onde : A , X e B são matrizes de dimensão $n \times n$.

Fazendo-se I como sendo a matriz identidade de dimensão $n \times n$ e:

$$U = (qI - A)^{-1} \quad (\text{C.10})$$

$$V = U(qI + A) \quad (\text{C.11})$$

$$W = 2qUBU^T \quad (\text{C.12})$$

A solução será:

$$X = \sum_{i=1}^{2\nu} V^{i-1} W (V^{i-1})^T \quad (\text{C.13})$$

Usando-se uma sequência de somatórios parciais:

$$Y_0 = W$$

$$Y_{\nu+1} = Y_\nu + V^{2\nu} Y_\nu [V^{2\nu}]^T$$

$$Y_\nu = \sum_{i=1}^{2\nu} V^{i-1} W (V^{i-1})^T \quad (\text{C.14})$$

DAVISON e MAN (1968) propôs uma solução da equação de Lyapunov

$$A^T Q + Q A = -C \quad (\text{C.15})$$

usando-se o seguinte procedimento iterativo:

$$Q = \lim_{k \rightarrow \infty} Q_k \quad (\text{C.16})$$

$$Q_o = hC \quad (\text{C.17})$$

$$Q_{k+1} = (\Gamma^T)^{2k} Q_k \Gamma^{2k} + Q_k \quad (\text{C.18})$$

$$K = 0 \rightarrow \infty$$

$$\Gamma = (I - \frac{h}{2}A + \frac{h^2}{12}A^2)^{-1}(I + \frac{h}{2}A + \frac{h^2}{12}A^2) \quad (\text{C.19})$$

CHEN e SHIEH (1968) propôs uma expansão de equação de Lyapunov em $n(n+1)/2$ equações simultâneas. Para sistemas com poucos graus de liberdade esta resolução é satisfatória, porém para sistemas com alto número de graus de liberdade o método torna-se muito dispendioso.

KREISSELMEIERL (1972) utilizou-se de um método simples para resolução da equação matricial bilinear

$$AY + YB = -Q \quad (\text{C.20})$$

O primeiro passo utilizado foi uma transformação de similaridade de B para uma forma especial $B_* = T^{-1}BT$. Substituindo-se $B = TB_*T^{-1}$ em (C.20) e multiplicando por T , tem-se:

$$AX + XB_* = -R \quad (\text{C.21})$$

onde:

- $X = YT$
- $R = QT$

A solução de (C.20) é $Y = XT^{-1}$. O problema reduz na determinação da solução X de (C.21) usando a vantagem da forma especial de B_* . O autor propõe três tipos de soluções utilizando-se a forma de Frobenius, Hessemberg e um processo iterativo.

C.2 Equação de Riccati

Os principais métodos para resolução da equação matricial de Riccati são basicamente de dois tipos, ou seja, utilizando um processo iterativo ou utilizando-se os auto-valores e auto-vetores (método da exponencial negativa (KORTUM e SHARP (1991), KUO (1975)). Um método iterativo descrito por KLEINMAN (1968) e utilizado por ZAMPIERI (1981), consiste em resolver a equação de Riccati utilizando a resolução do sistema através da equação de Lyapunov.

De acordo com a equação (A.10), achando-se uma matriz de ganhos iniciais da forma:

$$L_i = B_2^{-1}(N^T + B^T S_i) \quad (\text{C.22})$$

e:

$$\tilde{A}_i = A - BL_i \quad (\text{C.23})$$

A equação de Riccati (A.17) torna-se:

$$\tilde{A}_i^T S_{i+1} + S_{i+1} \tilde{A}_i = (A_2 - NB_2^{-1}N^T) - S_i BB_2^{-1}B^T S_i \quad (\text{C.24})$$

Este método consiste em encontrar um valor inicial para (C.22) substituir em (C.23) e encontrar a solução da equação de Lyapunov (C.24). Fazer S_i de (C.22) ser igual a S_{i+1} de (C.24) e repetir este processo até que a convergência tenha sido obtida.

O método da exponencial negativa é descrito em detalhes por KUO (1975) ou VAUGHAN (1969). Utilizando-se as equações (A.6) e (A.12),

$$y(t_f) = S(t_f)x(t_f) \quad (\text{C.25})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BB_2^{-1}N^T & -BB_2^{-1}B^T \\ -A_2 + NB_2^{-1}(N^T + B^T S) & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (\text{C.26})$$

Representando-se o coeficiente da matriz acima na forma:

$$M = \begin{bmatrix} A - BB_2^{-1}N^T & -BB_2^{-1}B^T \\ -A_2 + NB_2^{-1}N^T & -A^T + NB_2^{-1}B^T \end{bmatrix} \quad (\text{C.27})$$

Fazendo-se W ser uma matriz de transformação de similaridade $2n \times 2n$ a qual transforma M em uma matriz diagonal T . Logo:

$$T = W^{-1}MW = \begin{bmatrix} -\Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda \end{bmatrix} \quad (\text{C.28})$$

onde Λ é uma matriz diagonal de dimensão $n \times n$ que contem os autovalores de M com partes reais positivas. Dividindo W na forma

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{C.29})$$

O estado e as variáveis de custo transformadas são denotadas por $\hat{x}(t)$ e $\hat{y}(t)$, são relacionadas com as variáveis originais através da seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{y}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{C.30})$$

Através da equação (C.25) em conjunto com a equação (C.30), tem-se:

$$\hat{y}(t_f) = -(W_{22} - SW_{12})^{-1}(W_{21} - SW_{11})\hat{x}(t_f) \quad (\text{C.31})$$

As equações de estado canônicas são:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}(t) \\ \dot{\hat{y}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{y}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{C.32})$$

As soluções das últimas equações são:

$$\hat{x}(t) = e^{-\Lambda(t-t_f)}\hat{x}(t_f) \quad (\text{C.33})$$

$$\hat{y}(t) = e^{\Lambda(t-t_f)}\hat{y}(t_f) \quad (\text{C.34})$$

Fazendo-se:

$$\tau = t_f - t \quad (\text{C.35})$$

$$\hat{x}(t) = \hat{X}(\tau) = \hat{X}(t_f - t) \quad (\text{C.36})$$

$$\hat{y}(t) = \hat{Y}(\tau) = \hat{Y}(t_f - t) \quad (\text{C.37})$$

As equações (C.33) e (C.34) tornam-se:

$$\hat{X}(\tau) = e^{-\Lambda\tau}\hat{X}(0) \quad (\text{C.38})$$

$$\hat{Y}(\tau) = e^{-\Lambda\tau}\hat{Y}(0) \quad (\text{C.39})$$

Combinando-se as equações (C.38) e (C.39) têm-se:

$$\begin{bmatrix} \hat{X}(0) \\ \hat{Y}(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\Lambda\tau} & 0 \\ 0 & e^{-\Lambda\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}(\tau) \\ \hat{Y}(0) \end{bmatrix} \quad (\text{C.40})$$

Usando a equação (C.31) pode-se estabelecer uma relação entre $\hat{Y}(0)$ e $\hat{X}(0)$,

$$\hat{Y}(0) = -(W_{22} - SW_{12})^{-1}(W_{21} - SW_{11})\hat{X}(0) \quad (\text{C.41})$$

Substituindo-se (C.41) em (C.40) :

$$\hat{Y}(\tau) = e^{-\Lambda\tau}(W_{22} - SW_{12})^{-1}(W_{21} - SW_{11})e^{-\Lambda\tau}\hat{X}(\tau) \quad (\text{C.42})$$

Fazendo-se:

$$H(\tau) = e^{-\Lambda\tau}(W_{22} - SW_{12})^{-1}(W_{21} - SW_{11})e^{-\Lambda\tau} \quad (\text{C.43})$$

A equação (C.42) torna-se:

$$\hat{Y}(\tau) = H(\tau)\hat{X}(\tau) \quad (\text{C.44})$$

Substituindo-se a equação (C.44) na equação (C.30) e usando-se as equações (C.36) e (C.37) produz-se:

$$y(t) = [W_{21} + W_{22}H(\tau)][W_{11} + W_{12}H(\tau)]^{-1}x(t) \quad (\text{C.45})$$

Comparando-se a equação (C.45) com a equação (C.25) quando $t = t_f$ tem-se:

$$S(t) = [W_{21} + W_{22}H(t_f - t)][W_{11} + W_{12}H(t_f - t)]^{-1} \quad (\text{C.46})$$

ou:

$$S(t_f - \tau) = [W_{21} + W_{22}H(\tau)][W_{11} + W_{12}H(\tau)]^{-1} \quad (\text{C.47})$$

Desta forma pode-se obter a solução da equação matricial de Riccati fazendo-se τ aproximar do infinito, ou seja:

$$\tau = t_f - t = \infty - t = \infty \quad (\text{C.48})$$

Da equação (C.43) tem-se:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} H(\tau) = \lim_{t_f \rightarrow \infty} H(t_f - t) = 0 \quad (\text{C.49})$$

A equação (C.47) torna-se:

$$S = \lim_{\tau \rightarrow \infty} S(t_f - t) = W_{21}W_{11}^{-1} \quad (\text{C.50})$$

que é a solução da equação matricial de Riccati.

C.3 Método de Fletcher e Reeves

Para encontrar a solução do sistema com realimentação de estado um método iterativo (Fletcher e Reeves) é descrito em NOTON (1972) e um programa computacional em Fortran é desenvolvido em KUESTER e MIZE (1973). Aplicações deste método podem ser vistas em THOMPSON, DAVIS e SALZBORN (1984).

O método consiste em encontrar o valor mínimo de um sistema não linear de várias variáveis do tipo:

$$F(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (\text{C.51})$$

O programa básico consiste em:

1. atribuir um valor inicial às variáveis

2. determinar a direção da máxima declividade, que é determinada usando-se os seguintes componentes do vetor direção no ponto inicial:

$$M_i^k = \left(\frac{\frac{-\partial F}{\partial X_i}}{\left[\sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial F}{\partial X_j} \right)^2 \right]^{1/2}} \right)^k \quad (C.52)$$

onde: $i = 1, 2, \dots, N$ e $k = 0$ para o ponto inicial.

3. Conduz-se uma busca unidimensional ao longo da direção da máxima declividade utilizando a relação,

$$X_{i(novo)} = X_{i(velho)} + SM_i; i = 1, 2, \dots, N \quad (C.53)$$

Onde S é a distância movida na direção M . Quando um mínimo é obtido ao longo da direção da declividade máxima, uma nova direção de busca, chamada "direção conjugada" é avaliada no novo ponto com os seguintes componentes normalizados:

$$M_i^k = \frac{-(\partial F / \partial X_i)^k + \beta^{k-1} M_i^{k-1}}{\left[\sum_{j=1}^N \left(-(\partial f / \partial X_j)^k + \beta^{k-1} M_j^{k-1} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (C.54)$$

na equação (C.54) $i = 1, 2, \dots, N$.

onde:

$$\beta^{k-1} = \frac{\sum_{i=1}^N \left[(\partial F / \partial X_i)^k \right]^2}{\sum_{i=1}^N \left[(\partial F / \partial X_i)^{k-1} \right]^2} \quad (C.55)$$

4. Uma busca unidimensional é conduzida nesta direção. Quando o mínimo é encontrado, uma verificação da convergência global é feita. Se a convergência é encontrada, o procedimento termina. Se a convergência não foi encontrada, um novo vetor de "direção conjugada" é avaliado para o passo 3 em um ponto de mínimo da corrente busca unidimensional. Este processo continua até que a convergência tenha sido encontrada ou $N + 1$ direções tenham sido buscadas. Se um ciclo de $N + 1$ direções foram completadas, um novo ciclo é iniciado consistindo de direção de maior declividade (passo 2) e N "direções conjugadas" (passo 3).

C.4 Solução de equações diferenciais

Dentre os vários integradores existentes, existe um grupo cujo procedimento é normalmente chamado de preditor-corretor, que se caracteriza por avaliar pelo menos duas vezes por passo de integração o valor da função: $f(x(t), t)$, presente na equação

$$\dot{x} = f(x(t), t)) \quad (\text{C.56})$$

Na primeira fase é utilizado um integrador preditor do tipo explícito e na segunda fase um integrador corretor do tipo implícito. Apesar de ter um custo computacional de duas estimativas por passo, o seu emprego é justificado por apresentar características como alta precisão e baixa propagação de erros, o que permite a utilização de passos de integração até duas vezes maiores que os usados por outras técnicas.

Utiliza-se aqui o integrador desenvolvido por SHAMPINE e GORDON (1975), chamado método PECE (Predict-Evaluate-Correct-Evaluate), e subrotinas DE baseada nas equações de Adams-Moulton para predição e Adams/Bashforth para correção.

Uma característica importante deste integrador é que ele utiliza passo variável, a fim de limitar os erros da solução de (C.56) dentro de limites previamente estipulados pelo usuário.

Este integrador é dividido em quatro partes principais:

A primeira subrotina, chamada de diretor de integração, verifica a existência de erros na entrada de dados e organiza a chamada dos demais sub-programas.

Em seguida tem-se a rotina de integração propriamente dita que, a cada chamada, avança um passo em direção do instante onde se deseja a resposta.

Como o programa permite que a integração ultrapasse o ponto de saída, torna-se necessário a utilização de uma rotina de interpolação para obtenção dos valores da resposta no instante de interesse. Mostra que este procedimento é tão preciso quanto se escolher um passo de integração tal que o valor calculado corresponda ao instante de saída desejado.

Finalmente, há uma subrotina que calcula o erro unitário de truncamento do computador utilizado, com o objetivo de estipular um limite inferior para o passo de integração.

O programa fonte contendo as equações diferenciais de primeira ordem foi denominado de "KENIA", contendo a subrotina "Força", para calcular as forças instantâneas devido as irregularidades das vias.

C.5 Método QR

Uma matriz A com colunas linearmente independentes pode ser fatorada em $A = QR$. As colunas de Q são ortonormais e R é matriz triangular superior e pode ser invertida. Se a matriz original é quadrada, então Q e R também são e Q torna-se uma matriz ortogonal (ortogonalização de Gram-Schmidt).

O algoritmo QR começa com a matriz A_o , fatorada por Gram-Schmidt em Q_oR_o ou via transformação unitária de Householder, então inverte os fatores: $A_1 = R_oQ_o$. Esta nova matriz é similar à matriz original e,

$$A_o = Q_oR_o$$

$$Q_o^{-1}A_oQ_o = Q_o^{-1}(Q_oR_o)Q_o = A_1$$

O processo continua sem nenhuma variação nos autovalores.

Desta forma,

$$A_k = Q_kR_k \text{ e então } A_{k+1} = R_kQ_k$$

Estas equações descrevem a base do algoritmo QR.

O objetivo de se utilizar a transformação preparatória de Householder de modo a colocar a matriz A_o na forma de Hessemberg, é fazer com que cada passo de QR seja muito rápido e cada novo A_k estará novamente na forma de Hessemberg.

A fatoração para produzir Q_o e R_o da matriz original A_o :

$$R_o = P_{n,n-1} \dots P_{21} A_o$$

com P sendo as transformações de similaridade.

C.5.1 Matriz de Hessemberg

Faz-se uma série de transformações para reduzir a matriz A em uma nova matriz B com os mesmos autovalores, porém bem mais fáceis de serem calculados. A transposta B^T dessa matriz transformada é a matriz de Hessemberg superior, isto é, $a_{ij} = 0$ para $i > j + 1$.

Este processo é extremamente estável com respeito a erros de arredondamento, usando-se o posicionamento por tamanho.

Modo de se obter uma matriz de Hessemberg inferior:

Considera-se a linha K, faz-se:

- Selecionar o maior elemento $a_{K,L}$ em magnitude entre $a_{K,K+1}, \dots, a_{K,N}$ e permutar as linhas K+1 e L
- Calcular $m_{K,J} = -(a_{K,1}/a_{K,K+1}), J = K + 2, \dots, N$
- Somar $m_{K,J}$ vezes a coluna K+1 à coluna J; $J=K+2, \dots, N$

Realizando-se este algoritmo para $K=1, \dots, N-2$; resulta a matriz $B = [b_{i,j}]$ na forma de Hessemberg.

Apêndice D

Filtros de Kalman

Esta teoria pode ser encontrada em BRYSON e HO (1975) e aplicações em HADY e CROLLA (1989), ELMADANY (1988) ou ELMADANY e SAMAH (1992)

Dado o sistema linear variando em relação ao tempo:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + D w(t) \quad (\text{D.1})$$

onde:

- $x(t)$: vetor de estado de dimensão $2n \times 1$
- $u(t)$: vetor de controle de dimensão $p \times 1$
- $w(t)$: vetor perturbação de dimensão $q \times 1$

E índice de desempenho:

$$J = E \left\{ \begin{bmatrix} x^T(t) & u^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & N \\ N^T & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{D.2})$$

O filtro de Kalman é usado quando nem todas as variáveis são medidas e as medições são corrompidas por um ruído. Estados do sistema os quais não são utilizados são estimados por um observador o qual é regido por medidas do sistema. Um filtro de Kalman é usado para computar a matriz de ganho K de realimentação do observador. Os elementos de medidas y são combinações lineares das variáveis de estado x . Assume-se que as medidas são corrompidas por um ruído, e a equação da medida é:

$$y(t) = H x(t) + \eta(t) \quad (\text{D.3})$$

onde H é matriz de transformação de estado para medida. $\eta(t)$ é assumido ser um processo estocástico independente do estado x com média zero, processo Gaussiano de ruído branco com:

$$E[\eta(t) \eta^T(\tau)] = R \delta(t - \tau) \quad (\text{D.4})$$

onde R é uma matriz positiva definida representando a acuracidade (erro)

O vetor de controle ótimo de realimentação do sistema descrito pela equação (D.1) e (D.3) e sujeito ao índice de desempenho (D.2) é dado por (BRYSON e HO (1975)):

$$u = -C\hat{x} \quad (\text{D.5})$$

e:

$$C = B_2^{-1}(B^T S + N^T) \quad (\text{D.6})$$

onde S é a solução da equação de Riccati (A.17). \hat{x} é o valor estimado de x ele é a saída do filtro de Kalman:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - H\hat{x}) \quad (\text{D.7})$$

onde a matriz de ganho de realimentação do observador é:

$$K = PHR^{-1} \quad (\text{D.8})$$

onde P é a matriz covariância de erro do filtro a qual é encontrada como solução da matriz de Riccati,

$$AP + PA^T - PH^T R^{-1} H P + DQD^T = 0 \quad (\text{D.9})$$

onde Q é a matriz covariância da excitação (equação (A.36)). A matriz covariância \hat{X} do estimador de estado é dado por:

$$(A - BC)\hat{X} + \hat{X}(A - BC)^T + KRK^T = 0 \quad (\text{D.10})$$

A matriz covariância das variáveis de estado é obtida da relação:

$$E[x x^T] = X = \hat{X} + P \quad (\text{D.11})$$