

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR ...TIAGO HENRIQUE.....
...MACHADO..... E APROVADA
PELA COMISSÃO JULGADORA EM ...16.02.2011.....
Katia Luciani Covatta
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Autor: Tiago Henrique Machado

**Avaliação de Mancais Hidrodinâmicos com
Descontinuidades Geométricas**

Campinas, 2011.

16/2011

Tiago Henrique Machado

Avaliação de Mancais Hidrodinâmicos com Descontinuidades Geométricas

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Orientador: Prof^a Dr^a Katia Lucchesi Cavalca Dedini

Campinas
2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

M18a Machado, Tiago Henrique
Avaliação de mancais hidrodinâmicos com
descontinuidades geométricas / Tiago Henrique
Machado. --Campinas, SP: [s.n.], 2011.

Orientador: Katia Lucchesi Cavalca Dedini.
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Lubrificação. 2. Hidrodinâmica. 3. Mancais. 4.
Método dos volumes finitos. I. Dedini, Katia Lucchesi
Cavalca. II. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Evaluation of hydrodynamic bearings with geometric
discontinuities

Palavras-chave em Inglês: Lubrification, Hydrodynamic, Bearings, Finite volume
method

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Euclides de Mesquita Neto, Roberto Aizik Tenenbaum

Data da defesa: 16/02/2011

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

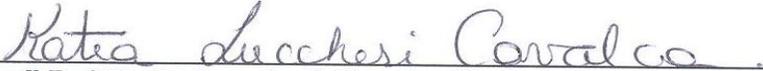
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Avaliação de Mancais Hidrodinâmicos com Descontinuidades Geométricas

Autor: Tiago Henrique Machado
Orientador: Prof^a Dr^a Katia Lucchesi Cavalca Dedini

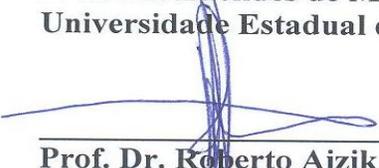
A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof^a Dr^a Katia Lucchesi Cavalca Dedini, Presidente
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP/FEM



Prof. Dr. Euclides de Mesquita Neto
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP/FEM



Prof. Dr. Roberto Aizik Tenenbaum
Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ

Campinas, 16 de fevereiro de 2011.

Dedicatória:

Dedico este trabalho aos meus pais.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Aos meus pais, Antonino e Iraci, pelo apoio em todos os momentos de minha vida.

À minha irmã e grande amiga, Daniele.

À professora Katia, pela orientação prestada ao longo destes anos.

Aos colegas do LAMAR, Denise, Diogo, Fábio, Felipe, Gregory, Hélio, Keila, Kellen, Leonardo, Matheus, Rafael, Robert e Ricardo pela ajuda prestada durante a pesquisa e pela amizade.

A todos os professores e colegas do departamento, que ajudaram de forma direta e indireta na conclusão deste trabalho.

A todos os integrantes da república, por onde morei durante todo esse período, Felipe, César, Eduardo, Fábio, William, Vinícios e Brener, pelo apoio e amizade.

À Schaeffler Brasil, em especial ao engenheiro Gilson Arima, pelo apoio financeiro e técnico, possibilitando a realização deste trabalho.

*“Um homem pode ter todo o dinheiro do mundo, mas
tem uma coisa que ele não pode comprar...
Um dinossauro!”*

Homer Simpson

Resumo

MACHADO, Tiago Henrique, *Avaliação de Mancais Hidrodinâmicos com Descontinuidades Geométricas*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2011. **122** p. Dissertação (Mestrado).

Mancais hidrodinâmicos são amplamente utilizados em máquinas rotativas, sendo o elemento responsável pela interação entre o rotor e a estrutura de fundação. Portanto, a fim de descrever o comportamento dinâmico dos eixos em rotação, é necessário conhecer as características desses mancais. Por esta razão, a proposta deste trabalho é analisar as características dinâmicas e operacionais de diferentes configurações de mancais radiais hidrodinâmicos. O objetivo deste projeto é desenvolver e implementar uma representação consistente para o modelo matemático que descreve o comportamento do mancal hidrodinâmico, através da equação de Reynolds e, assim, obter a distribuição da pressão no mancal, bem como os coeficientes dinâmicos, a fim de avaliar o desempenho de diferentes geometrias em condições severas, altas velocidades de rotação e alta carga aplicada. Um modelo numérico para a solução da equação de Reynolds, com a ajuda da equação de Bernoulli, obtém o campo de pressão gerado dentro do filme de óleo. Os coeficientes dinâmicos são obtidos a partir de um conceito semelhante ao de um sistema mola-amortecedor, a fim de representar a flexibilidade e o amortecimento inerentes ao filme de óleo. A abordagem numérica utilizada neste estudo é feita através do método dos volumes finitos. A escolha deste método foi feita devido à sua ampla utilização na simulação numérica dos fenômenos da dinâmica dos fluidos e transferência de calor. O trabalho apresenta uma análise para três diferentes geometrias de mancais: um cilíndrico, um elíptico e um trilobular. Além das diferentes geometrias, o projeto também propõe um estudo sobre o efeito de algumas descontinuidades geométricas no comportamento dos mancais. As descontinuidades foram introduzidas na forma de ranhuras axiais, e seu efeito é então comparado com o desempenho dos mancais sem a introdução destas descontinuidades.

Palavras Chave: Lubrificação Hidrodinâmica; Mancais Multilobulares; Coeficientes Dinâmicos Equivalentes, Ranhuras Axiais.

Abstract

MACHADO, Tiago Henrique, *Evaluation of Hydrodynamic Bearings with Geometric Discontinuities*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2011. 122 p. Dissertação (Mestrado).

Hydrodynamic bearings are widely used in rotating machines, being the element responsible for the interaction between the rotor and the supporting structure. Therefore, in order to describe the dynamic behavior of the rotating shafts, it is necessary to know the journal bearings characteristics. For this reason, the purpose of this work is to analyze the dynamic and operational characteristics of different configurations of radial hydrodynamic bearings. The objective of this project is to develop and implement a consistent mathematical representation for the model of the hydrodynamic bearing through the Reynolds equation and thereby obtain the pressure distribution in the bearing, as well as the dynamic coefficients, in order to evaluate the performance of different geometries in severe conditions, high speeds and high-applied load. A numerical model for the solution of Reynolds equation, with help from the Bernoulli equation, obtains the pressure field generated inside the oil film. For the dynamic coefficients, they are obtained from a similar concept to the spring-damper, in order to represent the inherent flexibility and damping of the oil film. The numerical approach used in this study is done using the finite volume method. The choice of this method was made due to their widespread use in the numerical simulation of phenomena of fluid dynamics and heat transfer. The work presents an analysis for three different geometries of bearings: a cylindrical, an elliptical and a three-lobe. In addition to the different geometries, the project also proposes a study on the effect of some geometric discontinuities in the behavior of the bearings. The discontinuities were introduced in the form of axial grooves, and its effect is then compared with the performance of bearings without these grooves.

Key Words: Hydrodynamic Lubrication; Multi-Lobe Bearings; Equivalent Dynamic Coefficients; Grooves Effects.

Lista de Ilustrações

Figura 3.1: Cisalhamento do Filme de Óleo.....	17
Figura 3.2: Sapata Deslizante Inclinada	18
Figura 3.3: Coeficiente de Atrito vs Velocidade Relativa.....	20
Figura 4.1: Continuidade do Escoamento de um Fluido em uma Coluna.....	23
Figura 4.2: Forças Atuantes na direção X no Elemento de Fluido.....	26
Figura 4.3: Funcionamento do Mancal Radial	30
Figura 4.4: Geometria do Mancal Radial	31
Figura 4.4: Forças sobre o Eixo.....	33
Figura 4.5: Modelo Mola-Amortecedor para o Filme Fluido.....	34
Figura 4.6: Sistema de Coordenadas	35
Figura 4.7: Perturbação em Torno da Posição de Equilíbrio.....	37
Figura 4.8: Tipos de Mancal.....	38
Figura 4.9: Conceito de Pré-Carga de um Mancal	39
Figura 4.10: Oscilação da Sapata e “Offset” de um Mancal	39
Figura 4.11: Pré-Carga de um Mancal de Sapatas Oscilantes.....	40
Figura 4.12: Geometria do Mancal Elíptico	41
Figura 4.13: Posicionamento do Mancal Elíptico	42
Figura 4.14: Extensão do Filme de Óleo no Mancal Elíptico	44
Figura 4.15: Geometria de Mancais Trilobulares.....	45
Figura 4.16: Trigonometria do Mancal Trilobular	46
Figura 5.1: Subdomínio do Domínio Bidimensional	51
Figura 5.2: Estrutura Básica de uma Malha Bidimensional de Volumes Finitos.....	53

Figura 5.3: Malha de Volumes Finitos Realçando o ponto i,j.....	56
Figura 6.1: Representação de um Volume Típico P e dos Volumes Vizinhos.....	67
Figura 6.2: Comparação Mancais Curtos (L/D=0,8).....	70
Figura 6.3: Comparação Mancais Curtos (L/D=0,5).....	70
Figura 6.4: Comparação Mancais Curtos (L/D=0,3).....	70
Figura 6.5: Comparação Mancais Curtos (L/D=0,1).....	70
Figura 6.6: Comparação Mancais Longos (L/D=1)	72
Figura 6.7: Comparação Mancais Longos (L/D=2)	72
Figura 6.8: Comparação Mancais Longos (L/D=3)	72
Figura 6.9: Comparação Mancais Longos (L/D=4)	72
Figura 6.10: Efeito da Relaxação (L/D=0,1)	74
Figura 6.11: Efeito da Relaxação (L/D=0,5)	74
Figura 6.12: Efeito da Relaxação (L/D=1)	74
Figura 6.13: Efeito da Relaxação (L/D=4).....	74
Figura 6.14: Origem da Direção Circunferencial em Cada Tipo de Mancal.....	75
Figura 6.15: Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico.....	76
Figura 6.16: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico	76
Figura 6.17: Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico (m = 0,2)	76
Figura 6.18: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico (m = 0,2).....	76
Figura 6.19: Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico (m = 0,4)	77
Figura 6.20: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico (m = 0,4).....	77
Figura 6.21: Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico (m = 0,6)	77

Figura 6.22: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico ($m = 0,6$).....	77
Figura 6.23: Distribuição de Pressão no Mancal Elíptico	78
Figura 6.24: Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular ($m = 0,2$).....	79
Figura 6.25: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular ($m = 0,2$)	79
Figura 6.26: Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular ($m = 0,4$).....	80
Figura 6.27: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular ($m = 0,4$)	80
Figura 6.28: Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular ($m = 0,6$).....	80
Figura 6.29: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular ($m = 0,6$)	80
Figura 6.30: Principais Parâmetros das Ranhuras Axiais.....	81
Figura 6.31: Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($n_{\text{ranh}} = 2$, $\text{prof}_{\text{ranh}} = 0,01$ mm)	81
Figura 6.32: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($n_{\text{ranh}} = 2$, $\text{prof}_{\text{ranh}} = 0,01$ mm).....	81
Figura 6.33: Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($n_{\text{ranh}} = 2$, $\text{prof}_{\text{ranh}} = 0,1$ mm)	82
Figura 6.34: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($n_{\text{ranh}} = 2$, $\text{prof}_{\text{ranh}} = 0,1$ mm).....	82
Figura 6.35: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($n_{\text{ranh}} = 4$, $\text{prof}_{\text{ranh}} = 0,01$ mm).....	82
Figura 6.36: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($n_{\text{ranh}} = 4$, $\text{prof}_{\text{ranh}} = 0,1$ mm).....	82
Figura 6.37: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($n_{\text{ranh}} = 6$, $\text{prof}_{\text{ranh}} = 0,01$ mm).....	83
Figura 6.38: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($n_{\text{ranh}} = 6$, $\text{prof}_{\text{ranh}} = 0,1$ mm).....	83

Figura 6.39: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico (esp_ranh = 6 mm).....	84
Figura 6.40: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico (esp_ranh = 12 mm).....	84
Figura 6.41: Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico (prof_ranh = 0,01 mm)	85
Figura 6.42: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico (prof_ranh = 0,01 mm).....	85
Figura 6.43: Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico (prof_ranh = 0,1 mm)	85
Figura 6.44: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico (prof_ranh = 0,1 mm).....	85
Figura 6.45: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico (esp_ranh = 6 mm)	86
Figura 6.46: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico (esp_ranh = 12 mm)	86
Figura 6.47: Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular (prof_ranh = 0,01 mm).....	87
Figura 6.48: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular (prof_ranh = 0,01 mm).....	87
Figura 6.49: Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular (prof_ranh = 0,1 mm).....	87
Figura 6.50: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular (prof_ranh = 0,1 mm).....	87
Figura 6.51: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular (esp_ranh = 6 mm).....	88
Figura 6.52: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular (esp_ranh = 12 mm).....	88
Figura 6.53: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Cilíndrico	89
Figura 6.54: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Cilíndrico.....	89
Figura 6.55: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Elíptico (m = 0,2).....	89

Figura 6.56: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Elíptico ($m = 0,2$)	89
Figura 6.57: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Elíptico ($m = 0,4$)	90
Figura 6.58: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Elíptico ($m = 0,4$)	90
Figura 6.59: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Elíptico ($m = 0,6$)	90
Figura 6.60: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Elíptico ($m = 0,6$)	90
Figura 6.61: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Trilobular ($m = 0,2$)	90
Figura 6.62: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Trilobular ($m = 0,2$)	90
Figura 6.63: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Trilobular ($m = 0,4$)	91
Figura 6.64: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Trilobular ($m = 0,4$)	91
Figura 6.65: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Trilobular ($m = 0,6$)	91
Figura 6.66: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Trilobular ($m = 0,6$)	91
Figura 6.67: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Cilíndrico (2 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)	93
Figura 6.68: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Cilíndrico (2 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)	93
Figura 6.69: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Cilíndrico (4 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)	94
Figura 6.70: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Cilíndrico (4 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)	94
Figura 6.71: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Cilíndrico (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)	94
Figura 6.72: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Cilíndrico (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)	94
Figura 6.73: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Cilíndrico (ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura)	95

Figura 6.74: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Cilíndrico (ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura)	95
Figura 6.75: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Elíptico (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm).....	96
Figura 6.76: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Elíptico (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)	96
Figura 6.77: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Elíptico (ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura)	97
Figura 6.78: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Elíptico (ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura)	97
Figura 6.79: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Trilobular (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm).....	98
Figura 6.80: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Trilobular (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm).....	98
Figura 6.81: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Trilobular (ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura)	99
Figura 6.82: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Trilobular (ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura)	99
Figura 6.83: Lócus do Centro do Eixo para o Mancal Cilíndrico	100
Figura 6.84: Lócus do Centro do Eixo para o Mancal Elíptico ($m = 0,2$).....	100
Figura 6.85: Lócus do Centro do Eixo para o Mancal Elíptico ($m = 0,4$).....	100
Figura 6.86: Lócus do Centro do Eixo para o Mancal Elíptico ($m = 0,6$).....	100
Figura 6.87: Lócus do Centro do Eixo para o Mancal Trilobular ($m = 0,2$)	101
Figura 6.88: Lócus do Centro do Eixo para o Mancal Trilobular ($m = 0,4$)	101
Figura 6.89: Lócus do Centro do Eixo para o Mancal Trilobular ($m = 0,6$)	101
Figura 6.90: Lócus do Centro do Eixo para o Mancal Cilíndrico (2 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm).....	102

Figura 6.91: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Cilíndrico (4 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm).....	102
Figura 6.92: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Cilíndrico (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm).....	103
Figura 6.93: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Cilíndrico (4 ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura).....	103
Figura 6.94: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Elíptico (6 ranhuras, $h=0,01$ mm e $h=0,1$ mm)	104
Figura 6.95: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Elíptico (4 ranhuras com 6mm e 12mm de espessura)	104
Figura 6.96: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Trilobular (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm).....	105
Figura 6.97: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Trilobular (4 ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura).....	105
Figura A.1: Mancal Longo $L \gg 2(R+Cr)$	116
Figura A.2: Mancal Curto $L \ll 2(R+Cr)$	119

Lista de Tabelas

Tabela 6.1: Dados Operacionais e Geométricos do Mancal Utilizado na Seção 6.2	69
Tabela 6.2: Dados Geométricos e Operacionais do Mancal Utilizado nas seções 6.3 a 6.5	75

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	6
3	ASPECTOS BÁSICOS DA TEORIA DA LUBRIFICAÇÃO	14
	3.1 Lubrificantes.....	15
	3.2 Viscosidade.....	16
	3.3 Tipos de Lubrificação.....	18
4	MODELAGEM TEÓRICA.....	21
	4.1 Derivação da Equação de Reynolds	21
	4.1.1 Equação de Reynolds para Carregamento Dinâmico	22
	4.1.2 Equação de Reynolds para Carregamento Estático	28
	4.2 Mancais Radiais.....	29
	4.2.1 Solução da Equação de Reynolds para Mancais Radiais	30
	4.2.2 Forças Agindo sobre o Munhão	32
	4.2.3 Rigidez e Amortecimento.....	34
	4.2.4 Outros Tipos de Mancais Radiais.....	37
	4.2.4.1 Mancais Elípticos	40
	4.2.4.2 Mancais Trilobulares	44
5	MÉTODO NUMÉRICO.....	48
	5.1 Método dos Volumes Finitos.....	48
	5.2 Método dos Volumes Finitos para a Resolução da Equação de Reynolds com um Filme Descontínuo	53
	5.3 Forças Hidrodinâmicas.....	62

5.4 Coeficientes Dinâmicos	63
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	64
6.1 Definição de Alguns Parâmetros para a Simulação Numérica.....	65
6.2 Validação Preliminar do Modelo.....	69
6.3 Avaliação da Distribuição de Pressão	74
6.4 Análise dos Coeficientes Dinâmicos Equivalentes	88
6.5 Locus do Centro do Eixo.....	99
7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS	106
7.1 Conclusões.....	106
7.2 Sugestões para Próximos Trabalhos	108
Referências	110
Apêndice A - Soluções Analíticas	116

1 INTRODUÇÃO

Desde a pré-história, o homem sempre procurou facilitar suas tarefas diárias, visando automatizá-las e reduzir seu trabalho. O emprego de dispositivos mecânicos - como os que hoje engenheiros mecânicos utilizam, porém com maior tecnologia e adaptados à realidade atual - remonta aos tempos antigos. Entre os primeiros exemplos destes sistemas, pode-se citar controles de vazão e nível nos reservatórios de água na Roma Antiga, o relógio mecânico inventado no século XII e a máquina aritmética de Pascal, do século XVII.

Durante o século XVIII ocorreu uma revolução que mudou para sempre a forma do homem trabalhar, de pensar e de produzir, mudou para sempre a relação do homem com a máquina. Essa revolução teve origem na Inglaterra e logo se espalhou para o resto do mundo. Esse fato histórico ficou denominado "Revolução Industrial". A Revolução Industrial foi um grande marco na engenharia, devido aos inúmeros avanços científicos conquistados. Com o progresso no setor industrial da época, surgiu a necessidade de substituir o trabalho braçal pelos maquinários, estimulando assim o desenvolvimento e a criação de evoluídas máquinas de tecelagem, moagem, a vapor, tornos, furadeiras, e até de criptografia, como a criação das gráficas de jornais (época do surgimento da imprensa).

Neste contexto, entretanto, verificou-se que, durante a realização dos projetos, havia também a necessidade de elaborar novos elementos mecânicos que pudessem desenvolver funções específicas na máquina. Desta forma, foi nessa época que surgiram vários dos elementos de máquinas empregados até hoje, como por exemplo, os mancais.

A partir de então, o estudo sobre as características dinâmicas de vários componentes mecânicos vem sendo impulsionado pela necessidade de diminuição dos efeitos vibracionais dos mesmos no sistema, assim como redução de fadiga superficial e desgaste nas regiões de contato. Não é diferente para máquinas rotativas, cuja sustentação por mancais hidrodinâmicos deve ser estudada.

O estudo de máquinas rotativas ocupa uma posição destacada no contexto de máquinas e estruturas em vista da significativa quantidade de fenômenos típicos na operação desses

equipamentos. Máquinas rotativas representam a maior e mais importante classe de maquinário utilizada para transporte de meios fluidos, usinagem e conformação de metais, geração de energia, propulsão naval e aeronáutica, além de outras aplicações. A existência de um componente rotativo apoiado em mancais e transmitindo potência cria uma família de problemas que são encontrados nas mais diversas máquinas: sejam compressores, turbinas, bombas, motores, turbinas de grande e pequeno porte. Esses equipamentos muitas vezes são parte integrante de plantas de produção ou centrais de geração de energia, sendo que, uma parada imprevista pode acarretar grande perda financeira.

Por esse motivo, fica evidente a necessidade para o país de pessoal capacitado para amplo e atualizado entendimento dos fenômenos ligados às máquinas rotativas, mais significativamente, em relação aos componentes de interface entre partes fixas e móveis, como se configuram os mancais hidrodinâmicos nestes casos.

A proposta de uma metodologia para o projeto e desenvolvimento destes componentes, otimizando seu desempenho, e, portanto, envolvendo pesquisa e entendimento dos fenômenos associados à lubrificação hidrodinâmica, assim como dos parâmetros de projeto, vem diretamente de encontro a esta demanda. Formulações lineares para os mancais de suporte do sistema, em função das forças de sustentação, assim como o efeito da viscosidade do lubrificante, devem ser abordados e analisados, permitindo ajuste local dos parâmetros críticos destes elementos, melhor controle sobre a resposta dinâmica do sistema, ou ainda, sobre o desempenho destes componentes.

Mancais hidrodinâmicos desempenham um papel de extrema importância na dinâmica das turbo-máquinas e são largamente empregados na indústria por permitirem altas cargas em altas velocidades. As características dinâmicas de um rotor são altamente influenciadas pelas propriedades dos mancais e fenômenos de instabilização tendem a aparecer em altas velocidades, devido ao efeito cruzado ("cross-coupling") das propriedades de rigidez e amortecimento.

Com os últimos avanços da indústria metal-mecânica, grande parte dos problemas construtivos em mancais foram superados. Novos materiais e designs trouxeram um aumento na vida dos mancais, o que para certas aplicações, não são mais as principais características de falha.

As atenções viram-se, então, para a aplicação e as interações do mancal com o sistema mecânico ao qual este se aplica.

Porém, quando se trata da modelagem dos mesmos para obtenção de suas características dinâmicas e interações com os arredores, as abordagens são múltiplas e nem sempre simples.

A dinâmica do mancal é, principalmente, regida pelas zonas de sustentação existentes entre suas partes fixas e móveis, pois é através destas que toda vibração é transmitida entre as partes fixas do mancal e as partes móveis do sistema.

Portanto, o filme de óleo existente nestas interfaces, provido, principalmente, para aumentar a vida do mancal, separando completamente as superfícies em contato, tem papel primordial nestas interações dinâmicas. Parte da energia transmitida será, portanto, absorvida por este filme.

Dentro deste contexto, a proposta deste trabalho é analisar as características dinâmicas e operacionais de diferentes configurações de mancais hidrodinâmicos radiais. O filme lubrificante é analisado segundo suas características dinâmicas, aplicando ao mesmo um conceito similar a um sistema mola-amortecedor, com coeficientes provenientes da avaliação da distribuição de pressão, sendo estes coeficientes obtidos de forma a representar a flexibilidade e o amortecimento inerentes à lubrificação por filme de óleo. O campo de pressão gerado no interior do filme de óleo é obtido através de um modelo numérico para solução da equação de Reynolds.

A abordagem numérica utilizada no trabalho é feita através do método dos volumes finitos. A escolha do método foi feita devido a seu amplo emprego na simulação numérica de problemas de dinâmica dos fluidos e transferência de calor. O algoritmo de simulação foi desenvolvido pelo aluno em linguagem Fortran[®] com o auxílio do software Matlab para visualização gráfica.

O trabalho apresenta uma análise para três diferentes geometrias de mancais, uma cilíndrica, uma elíptica e uma trilobular. Além das diferentes geometrias, o trabalho também propõe um estudo sobre o efeito de algumas descontinuidades geométricas no comportamento dinâmico do mancal. As descontinuidades foram introduzidas na forma de ranhuras axiais, e seu efeito é comparado posteriormente com o desempenho de mancais lisos, ou seja, sem estas ranhuras.

Esse trabalho visa analisar os benefícios da utilização de cada uma das diferentes geometrias de mancais, além de verificar as principais vantagens e desvantagens da introdução das ranhuras axiais no comportamento estático e dinâmico do mancal quando em operação. Isso vem de encontro com as principais necessidades da indústria, principalmente para a otimização de projetos, visando o uso adequado do tipo de mancal exigido para cada aplicação específica.

Inicialmente, o Capítulo 2 deste trabalho reúne referências de textos expressivos e relevantes para a modelagem de mancais hidrodinâmicos e sistemas rotativos. Nessa revisão da literatura visou-se analisar principalmente como o estudo da tribologia evoluiu durante o tempo, como as diferentes pesquisas estão relacionadas e em qual estágio se encontra nos dias de hoje. Em seguida, no Capítulo 3, os principais aspectos da lubrificação são apresentados de forma a introduzir alguns conceitos que serão utilizados no posterior desenvolvimento do trabalho.

O Capítulo 4 apresenta o modelo matemático do mancal hidrodinâmico radial. Partindo das equações de Navier-Stokes, juntamente de equações de continuidade, é derivada a equação de Reynolds, equação básica que descreve o comportamento do fluido lubrificante na folga radial do mancal hidrodinâmico, para os modelos de carregamento dinâmico e estático. Nesse capítulo também é feita uma análise das forças agindo sobre o eixo, e como o filme de lubrificante, no interior de mancal, comporta-se como um sistema mola-amortecedor. Por último, o fim do capítulo traz uma visão geral dos outros tipos de geometrias de mancais radiais analisadas no trabalho.

Para a resolução da equação completa de Reynolds é utilizado o Método dos Volumes Finitos. O Capítulo 5 introduz o método utilizado e faz uma descrição geral de suas principais características.

O Capítulo 6 apresenta os resultados obtidos na simulação numérica desenvolvida em linguagem Fortran[®] com o auxílio do software Matlab para visualização dos gráficos e uma posterior comparação de desempenho entre os modelos de mancais analisados.

No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões finais e as perspectivas futuras, visando à continuidade deste trabalho, baseados nos resultados obtidos no Capítulo 6.

As duas soluções analíticas aproximadas da equação de Reynolds, para o mancal curto e para o mancal longo, são desenvolvidas no apêndice A, afim de uma posterior comparação com métodos numéricos de resolução, os quais consideram a equação completa de Reynolds.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O interesse em compreender os fenômenos ligados a lubrificação hidrodinâmica não é algo recente no meio acadêmico. Os primeiros estudos relacionados a esse tema são datados do início de 1880. Nesta época, três diferentes trabalhos, com poucos anos de diferença, e elaborados de maneira independente, entenderam e começaram a explicar o mecanismo de lubrificação hidrodinâmica: N.P. Petrov (1836-1920), B. Tower (1845-1904) e O. Reynolds (1842-1912). Estes autores tiveram em comum a percepção de que o processo de lubrificação não ocorria devido à interação mecânica entre duas superfícies sólidas, mas sim devido às características dinâmicas do filme de fluido que os separava. Esse é o aspecto fundamental da lubrificação hidrodinâmica e, a partir desse novo conhecimento, em um curto período de tempo, as fundamentações teóricas e experimentais começaram a ser estabelecidas.

A fundamentação dos aspectos relacionados à lubrificação teve início com o russo Nicolai Petrov, cujo principal interesse estava ligado à área de atrito. Petrov mostrou, entre outras coisas, que a propriedade mais importante do fluido com respeito ao atrito não é a densidade, como se pensava na época, mas sim a sua viscosidade. Além disso, Petrov postulou que a natureza do atrito em mancais lubrificadas hidrodinamicamente não é resultado da fricção de duas superfícies sólidas, mas provém do cisalhamento viscoso do filme de óleo. O interesse de Petrov atingiu também as propriedades dos lubrificantes e materiais, assunto sobre o qual escreveu aproximadamente 80 artigos durante o período no qual foi professor do Instituto Técnico de São Petersburgo na Rússia, criando um grande volume de material, posteriormente utilizado no estudo da tribologia.

Apesar de todo esforço em pesquisa, Petrov falhou ao tentar estender seus estudos para a capacidade de carga do mancal. Essa descoberta foi feita pelo britânico Beauchamp Tower, que começou suas análises por causa de uma quase obsessão em estudar a fricção entre partes metálicas e fluídas. Petrov seguiu com a publicação de inúmeros trabalhos sobre as perdas por atrito em mancais. Da mesma maneira o Instituto de Engenharia Mecânica da Grã-Bretanha organizou um Comitê de Pesquisa sobre o Atrito em Alta Velocidade, presidido por Tower, que conduziu uma série de experimentos sobre o atrito nos mancais ferroviários.

As ferrovias foram outra constante na história da tribologia. Beauchamp Tower foi, durante alguns anos, assistente de pesquisa de outros como Froude e Lorde Rayleigh, sendo o último amigo de Tower e membro muito influente no meio científico da época. A famosa série de experimentos que permitiu a descoberta da presença de pressões hidrodinâmicas no filme fluido foi feita entre 1883-1884. Ao invés de utilizar banho de óleo, Tower decidiu utilizar um novo procedimento. Nessa escolha, utilizou um furo de 0,5 polegada no centro do mancal para testar o efeito de colocar um ponto de suprimento de óleo no local. Ao iniciar a rotação, Tower notou que o óleo estava sendo bombeado para fora do mancal e para conter o escoamento, ele utilizou primeiro a uma rolha de cortiça e depois de madeira, colocando-as no furo, mas ambas foram ejetadas.

Como conclusão sobre os fatos, Tower entendeu que o filme de óleo estava separando a bucha do mancal e o fluido estava sob alta pressão. Tower modificou a geometria do mancal na direção do que hoje conhecemos como correto modo para suprir lubrificante através de ranhuras axiais. Tower então instalou um grupo de medidores de pressão na superfície do mancal e obteve o mapa com as diferentes pressões, que foram integradas sobre a superfície do mancal, resultando na carga aplicada sobre o mesmo, resultados estes publicados em duas partes (1883-1885).

O conceito da lubrificação hidrodinâmica havia nascido, mas ambos, Petrov e Tower, chegaram aos seus resultados de maneira experimental, faltando, desta forma, uma relação matemática teórica que ajudasse a prever o comportamento dos mancais. Isto foi conseguido por Osborne Reynolds, simultaneamente com os outros dois pesquisadores, e sem que um soubesse do trabalho dos demais. Durante uma reunião da Associação Britânica para o Avanço da Ciência, em 1884, Reynolds, após ler dois artigos intitulados “Actions of Lubricants” e “On the Friction of Journal”, decidiu, pela primeira vez, publicar sua equação diferencial que explicava a natureza da lubrificação.

Uma limitação para a resolução da equação de Reynolds, por muito tempo, foi o desconhecimento das condições de contorno necessárias para sua integração, diretamente relacionadas ao conhecimento da pressão do filme de óleo nas extremidades do mancal.

O amadurecimento da engenharia da lubrificação nos anos seguintes consistiu em tentar resolver a equação de Reynolds, que consiste numa equação diferencial parcial, não-homogênea,

com coeficientes variáveis e de difícil resolução analítica, podendo ser resolvida somente para alguns casos especiais.

O trabalho publicado por Reynolds apresentou muitos conceitos novos para o nível de conhecimento dos pesquisadores da época tais como: folga radial, relação com o fenômeno de cavitação nas partes divergentes dos mancais, além do próprio conceito de mancais infinitamente longos, desprezando o termo referente ao fluxo do lubrificante e os gradientes de pressão na direção axial.

Em 1904, Sommerfeld publicou uma solução analítica para a equação de Reynolds, aplicadas a mancais longos. Esta solução foi obtida integrando a Equação de Reynolds a partir de novas condições de contorno, considerando, para tanto, a inexistência de perdas de óleo nas extremidades do mancal. Desta forma, foi obtida a equação do perfil de pressão em função de parâmetros específicos, como por exemplo, posição angular, folga radial, razão de excentricidade, velocidade da superfície e viscosidade do fluido.

O período seguinte, de 1925 a 1945, foi marcado por um pequeno desenvolvimento na área devido a fatos mundiais como o período entre a Primeira Guerra Mundial e o fim da Segunda Guerra Mundial, a Grande Depressão, que só terminou após 1945, e o período ditatorial vivido pelos países europeus, o que resultou numa fase de trevas na ciência.

A única contribuição, nesse intervalo, foi de Herbert W. Swift (1894-1960) que estudou a equação de Reynolds e aplicou-a com carga dinâmica em problemas de estabilidade hidrodinâmica, mas a Teoria Hidrodinâmica em si e sua resolução permaneceram 20 anos em estagnação.

Após esse período de estagnação, a Tribologia renasceu devido, principalmente, a dois fatores; o advento de modernos computadores que ampliaram as possibilidades de trabalho e o início da era das pesquisas espaciais.

Embora já existisse uma solução para o mancal longo, a aplicação desses mancais apresentava ainda algumas restrições. Entre essas, destacam-se a possibilidade de redução da folga radial a zero, devido à ocorrência de pequenas deflexões do eixo ou também desalinhamentos. Com isso, houve a necessidade de estudar e analisar o comportamento

hidrodinâmico em mancais curtos. Desta forma, Ocvirk propôs em 1952, uma solução da equação de Reynolds para aplicação em mancais curtos, no qual é considerado o termo de perdas nas extremidades. Essa solução negligencia o termo que leva em conta o fluxo circunferencial do mancal, por considerar o mesmo pequeno quando comparado ao fluxo na direção axial do eixo (fluxo de perda).

Seguindo o caminho dos trabalhos teóricos, Cameron e Wood em 1949 conseguiram a solução para mancais com razão $L/D = \infty, 1/4$, usando o método de relaxação de Southweel, e com o algoritmo de Gauss, resolveram o problema para arcos de 180° e 360°. Ambos os métodos possuem grande quantidade de cálculos e podem ser considerados percussores da nova era caracterizada pelos computadores que, a partir da década de 1950, tiveram utilização exponencialmente crescente até a atualidade.

O primeiro uso dos computadores para a solução da Equação de Reynolds, com as condições de contorno corretas, foi feito em 1956 por Pinkus. Pinkus analisou a distribuição de pressão em mancais elípticos (1956), de arco parcial (1958) e trilobados (1959), investigando experimentalmente a instabilidade destas geometrias.

Com muito pouco tempo, um grande espectro de soluções foi desenvolvido para inúmeros tipos de mancais, tanto a gás como aqueles que utilizam óleo como lubrificante. A mais importante contribuição da informática, nesse campo, foi o fato de que, dentro de cinco anos, a solução para mancais finitos foi estabelecida e esse tempo é extremamente curto quando comparado com o tempo dos iniciantes da Tribologia.

Outros autores possibilitaram o entendimento da dinâmica dos fluidos através da utilização de métodos numéricos mais elaborados na estimativa do campo de pressão e temperatura. Especificamente no caso de Singhal (1981), a sua contribuição veio através de um trabalho em que são feitas aplicações numéricas, utilizando vários métodos iterativos, objetivando a solução da equação de Reynolds em duas dimensões, utilizando o método das diferenças finitas.

Antes mesmo do advento do cálculo computacional, duas outras importantes descobertas em relação aos mancais radiais, ambas com relação à dinâmica e estabilidade, foram obtidas ainda no início do século XX. A primeira foi feita por Stodola (1925), quando concluiu que o

mancal não é um suporte rígido, mas que representa um conjunto de molas e amortecedores cujas características afetam o comportamento do rotor. A outra descoberta foi com relação à instabilidade fluido-induzida por Burt Newkirk, que trabalhava na empresa General Electric e estudou a vibração que não poderia ser atribuída ao desbalanceamento ou ao atrito interno, sendo isso feito através do desligamento do óleo para o mancal, descobrindo que a instabilidade cessava. Este fato acabou criando uma nova área para a lubrificação hidrodinâmica, e não somente para os mancais em geral, mas também para outras máquinas que se utilizavam de lubrificantes.

Em 1987, por ocasião do centenário da publicação da teoria de lubrificação hidrodinâmica por Reynolds, dois artigos muito interessantes foram publicados por Dowson e Pinkus. O primeiro trabalho relata as origens da teoria da lubrificação e suas dificuldades inerentes, e o segundo é um extenso histórico sobre a teoria em si, abrangendo desde a origem até as linhas de pesquisa, atualmente em desenvolvimento. O trabalho relatou o esforço para a solução da equação diferencial proposta por Reynolds, para as mais diferentes configurações geométricas de mancais hidrodinâmicos.

Com relação à dinâmica do filme de óleo, Lund (1964) publicou um método para o cálculo de coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento linearizados, a serem introduzidos na equação de movimento matricial do sistema rotativo. Hashimoto et al. (1987) analisaram os problemas dinâmicos característicos de mancais com escoamento turbulento para a hipótese de mancais curtos. Obtiveram as forças do filme de óleo considerando os efeitos da turbulência. O trabalho expõe uma análise linearizada da estabilidade para um rotor rígido horizontal suportado por dois mancais hidrodinâmicos simétricos e idênticos. Foram considerados sistemas rotor-mancais com e sem desbalanceamento e suas órbitas, bem como demonstradas as curvas características para coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento.

Capone (1986) apresentou um procedimento para avaliação da força hidrodinâmica num mancal cilíndrico, montado sobre um rotor rígido, simétrico e horizontal. Capone (1991) aperfeiçoou o método anteriormente proposto em 1986, propondo uma solução numérica para as equações de movimento, incluindo as forças hidrodinâmicas não-lineares nos mancais. Capone et al. (1991) também estudaram a influência da turbulência e da inércia do filme de óleo nas características dinâmicas e na análise de estabilidade de sistemas rotor-mancais. Mais tarde,

Capone et al. (1994) propuseram uma solução analítica aproximada para a distribuição de pressão do filme de óleo em um mancal de comprimento finito. Cavalca et al. (1998) desenvolveram um procedimento analítico que possibilita a análise do comportamento dinâmico de rotores montados sobre mancais hidrodinâmicos segmentados. Hua et al. (2004) fizeram um estudo experimental dos coeficientes dinâmicos de um mancal hidrodinâmico, propondo um método de identificação destes coeficientes. Zhao et al. (2005) estudaram modelos não-lineares, e concluíram que o modelo linear é inadequado para condições de excitação com forças elevadas. Okabe e Cavalca (2006) apresentaram uma solução analítica do mancal segmentado baseada no modelo de mancal cilíndrico de Capone (1991), incluindo os efeitos de inércia e de pré-carga dos segmentos.

O efeito da cunha axial em mancais hidrodinâmicos foi identificado por Zachariadis enquanto fazia a derivação da equação de Reynolds para o estudo de mancais segmentados. Zachariadis estudou o efeito dessa cunha axial nas propriedades estáticas de mancais hidrodinâmicos de geometria fixa (2005) e em mancais segmentados (2008).

As soluções analíticas dos modelos de mancais hidrodinâmicos resultam em um conjunto de equações não-lineares. Para que o cálculo dinâmico de um sistema rotor-mancais incorpore estas equações, pode-se utilizar o método da colocação trigonométrica. Este método foi formalizado por Samoilenko e Ronto (1979), para o estudo de respostas periódicas, e aplicado por Nataraj e Nelson (1989) na análise de sistemas rotor-mancais com suportes não-lineares. Castro e Cavalca (2008) analisaram a instabilidade fluido-induzida utilizando coeficientes dinâmicos de rigidez através de um modelo não linear para o mancal. Malenovský (2003 e 2004) apresentou a modelagem de uma bomba composta por um rotor, carcaça e mancais hidrodinâmicos, aplicando o método modal e o método de colocação trigonométrica na solução do problema de vibração.

Com relação aos trabalhos numéricos sobre a distribuição de pressão em mancais hidrodinâmicos, podemos dizer que se têm limitado, na maioria das vezes, a utilizar os métodos das diferenças finitas ou dos elementos finitos. Objetivamente, não há vantagens ou desvantagens na escolha de um método ou outro, pois todos atendem a finalidade de encontrar a solução da equação conservativa em um domínio discretizado. No entanto, as diferenças se tornam evidentes quando se avaliam as características ligadas às condições de utilização e facilidade de aplicação. Trabalhos como os conduzidos por Singhal (1981) e Colin (1971) mostram a aplicabilidade do

método de diferenças finitas em problemas de fluidodinâmica e lubrificação, especialmente pela possibilidade de discretização da equação de Reynolds através de pontos nodais. De maneira semelhante é a abordagem por elementos finitos, porém neste caso, a aplicação é mais complexa do ponto de vista matemático.

A utilização do método dos volumes finitos é menos usual pelos pesquisadores de tribologia, provavelmente devido a pouca difusão da técnica entre os estudiosos da mecânica dos sólidos. Uma das principais referências sobre o método foi publicado por Patankar (1980), com abordagens simples e diretas, trazendo os principais conceitos do método, e mesmo focando a utilização do método nos problemas de transferência de calor, Patankar não deixa de dedicar alguns capítulos aos problemas de mecânica dos fluidos e suas principais características não lineares. Ainda na linha mais conceitual do Método dos Volumes Finitos, outra referência é o trabalho de Maliska (2004), com ampla abordagem computacional e dos problemas que envolvem o desenvolvimento de programas computacionais para CFD (Computational Fluid Dynamic), ou o estudo da dinâmica dos fluidos computacional, este supre praticamente todos os aspectos básicos para aqueles que querem desenvolver seus primeiros modelos utilizando o método.

Alguns dos trabalhos mais relevantes com FVM (Finite Volume Method), ou o Método dos Volumes Finitos, aplicado a mancais hidrodinâmicos foram conduzidos por Castelli (1968), que fez uma revisão sobre os métodos numéricos para mancais e propôs algumas soluções e estudos. Já Athavale et al. (1992) propuseram uma solução para a obtenção dos coeficientes dinâmicos de selos e mancais pelo método dos volumes finitos. E mais recentemente, Arghir et al. (2001) trabalharam com a solução por volumes baseados em triângulos para o problema de filme de óleo em mancais. Em outro trabalho posterior, Arghir et al (2002) propuseram uma solução para problemas de descontinuidade no filme de óleo para mancais cilíndricos. Neste último, são mostradas com clareza as características do posicionamento e construção de malhas em situações em que existem descontinuidades do filme de óleo, originadas pelas ranhuras nos mancais. As referências sobre malha para uma análise de fluxo nas fronteiras do domínio foram mostradas em um trabalho conduzido por Kogure et al. (1983). Já no caso do tratamento da transformação de coordenadas para uma malha adaptativa, Kang et al. (1996) pode ser citado por sua contribuição com a abordagem das descontinuidades em filmes de óleo.

Após os grandes desenvolvimentos sofridos pela teoria da Lubrificação Hidrodinâmica, chega-se a um ponto no qual a escolha de um mancal exige o conhecimento e o estudo de vários fatores, objetivando produzir o mancal mais eficiente e com menor custo. Diante de todo progresso, inúmeras áreas de pesquisa foram abertas dentro do esqueleto da lubrificação hidrodinâmica, confirmando assim a Tribologia como ciência.

3 ASPECTOS BÁSICOS DA TEORIA DA LUBRIFICAÇÃO

Quando duas superfícies rígidas estão em contato e dotadas de movimento relativo, suas rugosidades e os esforços compartilhados por ambas dão origem ao atrito que pode apresentar efeitos positivos ou negativos. No que se refere aos mancais, o atrito é considerado indesejável, uma vez que está diretamente associado à dissipação de energia, e muitos estudos têm dado ênfase aos procedimentos que permitem diminuí-lo.

A aplicação de substâncias para separar as duas superfícies em contato é largamente utilizada e denominada de “Lubrificação”. Basicamente, o termo “Lubrificação” está associado à introdução de uma película fluida entre superfícies que apresentam movimento relativo de forma a impedir o contato sólido. Por outro lado, pode-se dizer que a lubrificação transforma o atrito sólido, existente entre duas superfícies sólidas, em atrito fluido, entre uma superfície sólida e um fluido.

As consequências vantajosas desta modificação são facilmente entendidas, uma vez que o atrito fluido é menor que o atrito sólido. Entretanto, outros benefícios são obtidos através da lubrificação, caso a substância lubrificante seja adequadamente selecionada. Pode-se reduzir consideravelmente a temperatura dos acoplamentos uma vez que grande parte da energia consumida pelo atrito dissipa-se na forma de calor. O lubrificante pode, ainda, atuar como agente inibidor de corrosão decorrente de processos de oxidação, e como amortecedor quando choques ou variações bruscas de carga são ocasionadas. Todos esses aspectos fazem com que a lubrificação hidrodinâmica seja a principal responsável pelo aumento da vida útil dos mancais quando em operação.

Os lubrificantes podem atuar também como contaminadores para as superfícies metálicas e podem revesti-las com monocamadas de moléculas que inibem a adesão até mesmo entre metais compatíveis.

A lubrificação hidrodinâmica é principalmente caracterizada por contactos conformes, tendo filmes espessos de lubrificante (5-500 μ m). Esta película lubrificante apresenta resistência suficiente para suportar a carga sem necessidade de bombeamento ou pressurização externa,

como é o caso da lubrificação hidrostática. Este tipo de lubrificação tem uma elevada capacidade de carga em apoios que operem a elevadas velocidades, com fluídos de alta viscosidade, apresentando um coeficiente de atrito inferior a 0,001. A capacidade de transmissão de cargas elevadas advém do fato de um filme viscoso não poder ser escoado instantaneamente numa interface constituída por duas superfícies conformes. O afastamento das superfícies dá-se porque o filme é ‘sugado’ por cada uma delas, sendo uma reposta à espessura original.

3.1 Lubrificantes

Os lubrificantes podem ser de diversos tipos, tais como lubrificantes gasosos, pastosos, sólidos ou líquidos, sendo que os dois últimos são os mais empregados na indústria em geral, principalmente devido a sua alta resistência à compressão e baixa resistência ao cisalhamento. A propriedade de baixa resistência ao cisalhamento torna alguns lubrificantes líquidos, como o óleo de petróleo, por exemplo, muito bons para serem usados em mancais, visto que ocorre cisalhamento imediatamente após a aplicação de alguma carga, reduzindo-se drasticamente o coeficiente de atrito.

Algumas propriedades e características secundárias, mas não menos importantes, de lubrificantes são: capacidade de inibir adesão entre superfícies metálicas, revestindo-as com monocamadas de moléculas que evitam desgaste por adesão; capacidade de remover partículas do material já desgastado; capacidade de dissipação de calor; facilidade de serem colocados entre as partes que se movimentam através de ação hidrodinâmica.

Os lubrificantes líquidos são os mais utilizados, sendo a maioria destes baseados no petróleo, óleos sintéticos e, em alguns casos, água. Existem diversos tipos de lubrificantes líquidos, como por exemplo, poliglicólicos, éteres polifenólicos, silicones, clorofluorcarbonatos, e ésteres de fósforo ou dibásicos. Cada um destes tipos de lubrificantes possui propriedades especiais e usos mais comuns distintos.

Os lubrificantes sólidos são geralmente utilizados em substituição aos lubrificantes líquidos, quando estes não podem ser utilizados, por não possuírem determinadas características importantes, como a de resistir à alta temperatura.

Os lubrificantes gasosos são os menos utilizados. Entretanto, são extremamente importantes em casos em que é necessário formar bolsas de ar que reduzem a temperatura na região entre as superfícies, reduzindo desgaste, além de reduzir o atrito para níveis muito baixos.

Os pastosos são empregados onde os lubrificantes líquidos não executam suas funções satisfatoriamente. Os lubrificantes pastosos compreendem as graxas e as composições lubrificantes. As composições apresentam grande adesividade e elevada viscosidade, sendo muito utilizadas na lubrificação de grandes engrenagens expostas e cabos de aço.

3.2 Viscosidade

A viscosidade é uma das propriedades mais importantes de um lubrificante. De forma simplificada, a viscosidade mede a dificuldade com que o óleo escorre (escoa); quanto mais viscoso for um lubrificante, mais difícil de escoar, portanto será maior a sua capacidade de manter-se entre duas peças móveis fazendo a lubrificação das mesmas. O significado fundamental da viscosidade pode ser ilustrado considerando-se duas placas paralelas: uma fixa e a outra móvel, sob a ação de uma força P , paralela à placa fixa e separada por uma película de lubrificante de espessura h , conforme ilustrado na figura 3.1.

As partículas do lubrificante aderem às placas fixa e móvel. O movimento é acompanhado por um escorregamento linear ou cisalhamento das partículas do lubrificante através de toda a altura h da película. Sendo A a área de contato da placa com o fluido, a tensão cisalhante será

igual a $\tau = \frac{P}{A}$.

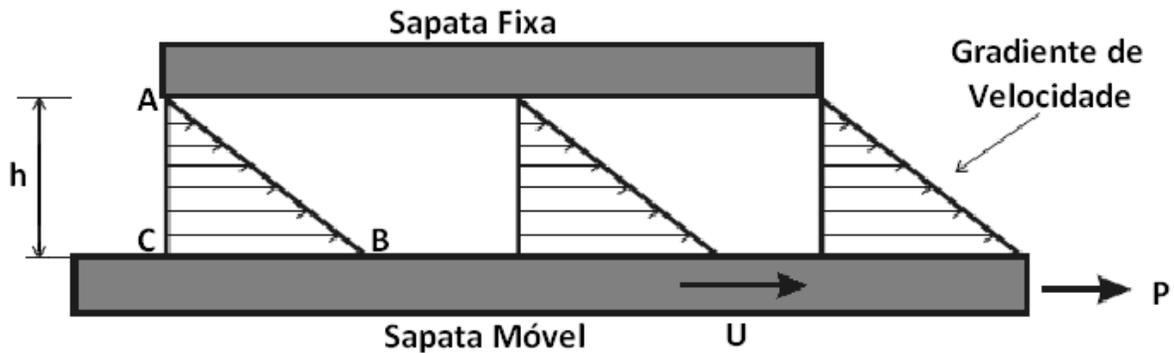


Figura 3.1: Cisalhamento do Filme de Óleo

Esta tensão cisalhante varia de forma diretamente proporcional à velocidade U da placa móvel e inversamente à espessura h da película.

Define-se:

$$\mu = \frac{P}{\frac{A}{U}} = \frac{\text{tensão de cisalhamento}}{\frac{\text{gradiente de velocidade}}{h}}$$

onde μ é a constante de proporcionalidade, conhecida como viscosidade.

Quando a sapata fixa é paralela à que se move, como no caso da figura 3.1, as velocidades das várias lâminas de fluido são proporcionais à sua distância à sapata fixa e a área do triângulo ABC é proporcional ao volume de fluido que passa por uma seção unitária na unidade de tempo. Neste caso, a sapata fixa não sustenta nenhum esforço vertical.

Se a sapata fixa for inclinada de tal modo que a espessura da película varie de h_1 , na seção onde o óleo entra, até h_2 , por onde o óleo sai, o gradiente de velocidade variará ao longo da placa. A curva representativa da variação da velocidade é côncava na entrada e convexa na saída, como mostrado na figura 3.2. Os diagramas não são mais triangulares, mas devem ter todos a mesma área, desde que não haja fuga de lubrificante. Assim, para que haja conservação da quantidade de movimento, uma zona de pressão é gerada entre as sapatas do filme fluido como indicado na figura 3.2, pressão esta responsável pela sustentação da carga W .

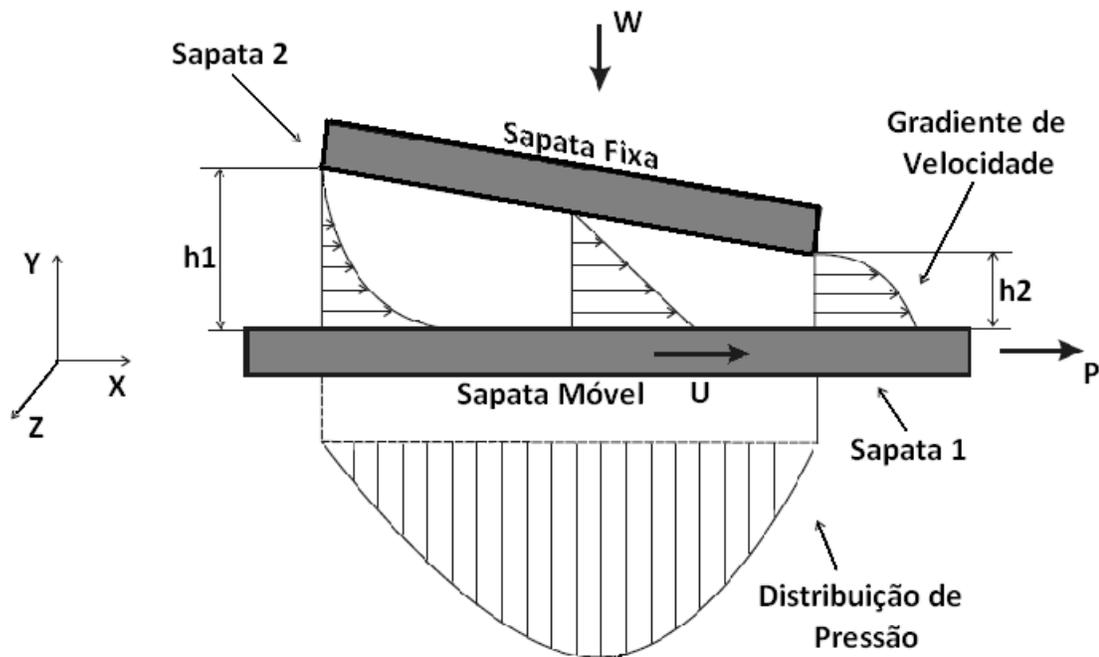


Figura 3.2: Sapata Deslizante Inclinada

3.3 Tipos de Lubrificação

A lubrificação é normalmente classificada de acordo com o grau de separação fornecido pelo lubrificante, para as superfícies com movimento relativo. Há três tipos básicos de lubrificação, que podem ocorrer em mancais: lubrificação completa, mista e limite.

A lubrificação completa descreve uma situação na qual as superfícies do mancal estão completamente separadas por um filme de óleo lubrificante, eliminando qualquer contato. A lubrificação completa pode ser hidrostática, hidrodinâmica ou elastohidrodinâmica.

A lubrificação hidrostática refere-se ao fornecimento de um fluxo de lubrificante (tipicamente óleo) à interface deslizante, a uma pressão hidrostática elevada. Tal processo requer um reservatório para armazenar, uma bomba para pressurizar e um sistema para distribuir o lubrificante. Quando realizado adequadamente, com folgas radiais adequadas, pode eliminar todo o contato metal-metal na interface, durante o escorregamento.

A lubrificação hidrodinâmica refere-se ao suprimento de um lubrificante suficiente (tipicamente um óleo) para a interface deslizante, de modo a permitir a velocidade relativa necessária para bombear o lubrificante dentro do espaço livre, separando as superfícies por um filme de fluido dinâmico. Neste caso, as superfícies estão completamente separadas pelo filme lubrificante.

Quando as superfícies em contato são não-conformes, como os dentes de uma engrenagem ou camo, torna-se mais difícil formar um filme de lubrificante completo, já que as superfícies não-conformes tendem mais a expelir do que envolver o fluido. A carga cria uma pequena área de contato a partir das deflexões elásticas das superfícies. Esta pequena área de contato pode ser a área de uma superfície plana, cujas dimensões permitem a formação um filme de lubrificante hidrodinâmico se a velocidade de escorregamento relativa for suficientemente elevada. Esta condição é chamada de lubrificação elastohidrodinâmica (EHD), já que depende das deflexões elásticas das superfícies e do fato de que, devido a altas pressões dentro da zona de contato, aumentam bastante a viscosidade do fluido.

A lubrificação limite descreve uma situação onde, por razões como geometria, acabamento da superfície, carga excessiva, ou falta de lubrificação suficiente, as superfícies do mancal têm contato direto, podendo ocorrer adesão ou desgaste abrasivo.

A lubrificação mista representa uma combinação de uma lubrificação parcial, associada a um contato intermitente entre as superfícies, devido às suas rugosidades.

Em conjuntos eixo-mancal de escorregamento, todos os três regimes de lubrificação ocorrerão durante o início e o final da operação, conforme a figura 3.3.

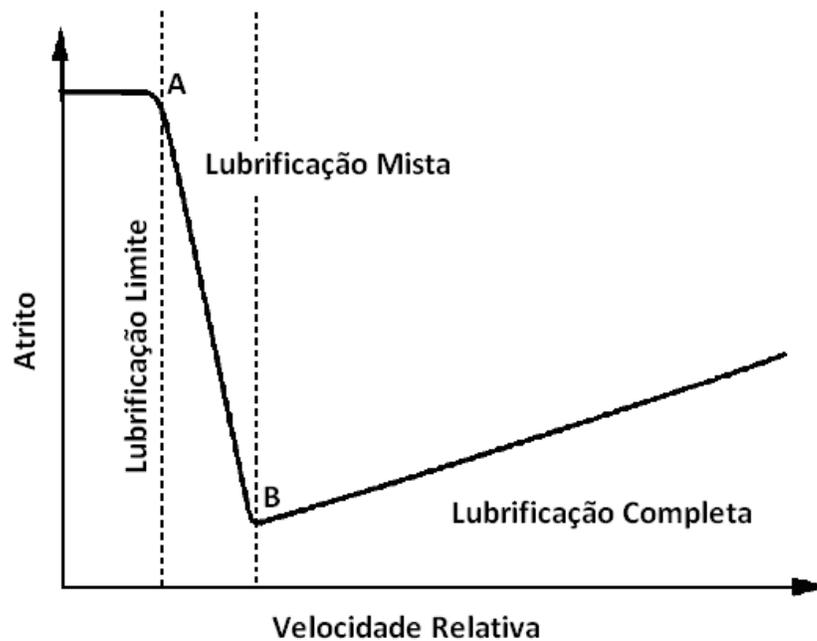


Figura 3.3: Coeficiente de Atrito vs Velocidade Relativa

Em baixas velocidades, ocorre lubrificação limite, concomitantemente com alto atrito. Conforme a velocidade de escorregamento aumenta, além do ponto A, uma película hidrodinâmica de lubrificante começa a se formar, reduzindo o contato áspero e o atrito no regime de lubrificação mista. Em velocidades mais altas, uma película de lubrificante completa é formada a partir do ponto B, separando as superfícies completamente com atrito reduzido (Este é o mesmo fenômeno que faz os pneus dos automóveis aquaplanarem em estradas molhadas. Se a velocidade relativa do pneu, em relação à estrada molhada, excede um determinado valor, o movimento do pneu empurra uma película de água para a interface, separando o pneu da estrada. O coeficiente de atrito é drasticamente reduzido, e a perda repentina de tração pode provocar uma situação de perigo). Em velocidades ainda maiores, as perdas viscosas no lubrificante em cisalhamento aumentam novamente o coeficiente de atrito.

4 MODELAGEM TEÓRICA

A equação básica que descreve o comportamento do fluido lubrificante na folga radial do mancal hidrodinâmico, como dito anteriormente, é a equação de Reynolds. A equação de Reynolds (1886) é a base da teoria moderna da lubrificação hidrodinâmica. Ao ser aplicada no estudo do filme de óleo de mancais, a solução dessa equação fornece a distribuição de pressão no óleo, ou seja, determina-se $p(\theta, z)$, de acordo com a geometria do mancal. Esse campo de pressão é a informação necessária para a resolução da maioria dos problemas básicos na análise de mancais hidrodinâmicos.

Osborne Reynolds derivou essa equação pela primeira vez em seu artigo científico datado de 1886, trabalho este que continha, além da equação diferencial básica de lubrificação com filme de óleo, comparações entre suas previsões teóricas e os resultados experimentais obtidos por Tower em 1883.

A equação de Reynolds é obtida a partir das equações de Navier-Stokes juntamente das equações de continuidade.

4.1 Derivação da Equação de Reynolds

Para a formulação da equação de Reynolds, primeiramente temos que adotar algumas hipóteses:

1. Campos externos como o magnético e gravitacional são desprezados.
2. A pressão ao longo da espessura do filme lubrificante é considerada constante, uma vez que tal espessura é muito pequena (da ordem de centésimos de milímetro).
3. A curvatura da superfície do mancal pode ser considerada muito maior que a espessura do filme, o que significa que a direção da velocidade das lâminas é considerada constante.

4. Não existe deslizamento na interface fluido-sólido, o que significa que a velocidade da superfície é a mesma da última lâmina adjacente de lubrificante.
5. O lubrificante é Newtoniano.
6. O fluxo é laminar.
7. A viscosidade do filme lubrificante não varia, mantidas constantes a carga e a velocidade.
8. A inércia do fluido é desprezada.

Das hipóteses anteriormente apresentadas, apenas a hipótese (2) pode ser considerada sempre válida nas principais aplicações tecnológicas, uma vez que as espessuras típicas dos filmes de lubrificante são consideravelmente menores que as demais dimensões dos mancais.

Por outro lado, as demais hipóteses merecem atenção em se tratando de aplicações específicas, como é o caso de mancais operando a elevadas rotações (6), mancais lubrificados com fluidos não newtonianos (5), mancais lubrificados a gás (7), etc.

Destas hipóteses, talvez a mais restritiva seja a consideração da viscosidade do lubrificante como sendo constante. Sabe-se que, em operação, os esforços viscosos são parcialmente transformados em energia térmica resultando em aquecimento e, conseqüentemente, em variações da viscosidade do lubrificante. Existem diversos modelos que corrigem estas variações de viscosidade, porém não serão considerados nesta formulação.

4.1.1 Equação de Reynolds para Carregamento Dinâmico

Para modelagem da equação de Reynolds no caso de carregamentos dinâmicos, considera-se a velocidade de esmagamento do fluido, ou seja, a variação da altura do filme de fluido lubrificante no tempo ($\partial h / \partial t$).

Equação da Continuidade

A equação da continuidade para o fluido presente na folga radial do mancal é dada por:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4-1)$$

sendo u , v e w as componentes da velocidade nas direções x , y e z , respectivamente.

Considerando uma coluna de fluido de altura h , e base dx , dz , como ilustrado na Figura 4.1, a vazão de fluido que está entrando à esquerda da coluna (direção x) é dada por:

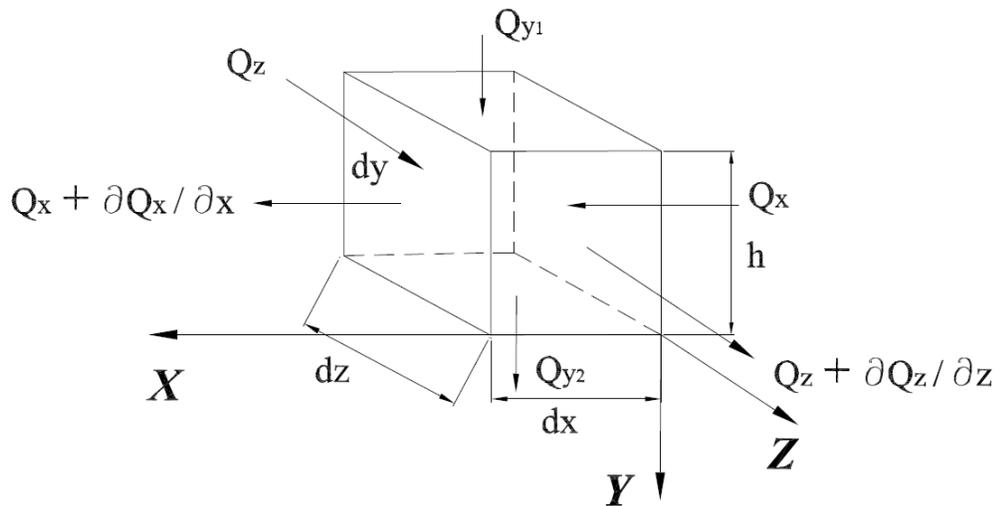


Figura 4.1: Continuidade do Escoamento de um Fluido em uma Coluna

$$Q_x = u(h dz) \quad (4-2)$$

Escrevendo a vazão por unidade de comprimento, tem-se:

$$q_x = \frac{Q_x}{dz} = u h \quad (4-3)$$

A vazão do fluido na saída da coluna nesta mesma direção é dada por:

$$Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dz \quad (4-4)$$

Analogamente, para a direção z , tem-se que o fluxo na entrada é:

$$Q_z = w(h dx) = q_z dx \quad (4-5)$$

A vazão de saída pode ser escrita como:

$$Q_z + \frac{\partial Q_z}{\partial z} dz = \left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right) dx \quad (4-6)$$

Para a direção Y , o escoamento do fluido é resultante dos movimentos do eixo que, para os casos de aplicações típicas de mancais, sofrem alteração devido à carga aplicada ou quando sujeitos a uma maior velocidade de rotação. Se o eixo estiver se deslocando para baixo a uma velocidade v_1 , a vazão de entrada pode ser escrita como:

$$(Q_y)_{entrada} = v_1 dx dz \quad (4-7)$$

Como a superfície do mancal não se movimenta, ou seja, a velocidade $v_2 = 0$, a vazão de saída do elemento é:

$$(Q_y)_{saída} = v_2 dx dz = 0 \quad (4-8)$$

Considerando a continuidade do escoamento em todas as direções, e sabendo-se que a densidade deve ser mantida constante, tem-se que a mesma vazão mássica que entra deve sair. Portanto,

$$(Q_x + Q_y + Q_z)_{entrada} = (Q_x + Q_y + Q_z)_{saída} \quad (4-9)$$

ou seja,

$$q_x dz + v_1 dx dz + q_z dx = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dz + v_2 dx dz + \left(q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right) dx \quad (4-10)$$

Assim, simplificando, tem-se:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} + (v_2 - v_1) = 0 \quad (4-11)$$

Como v_1 e v_2 são dependentes dos movimentos do rotor e do mancal, então, pode-se dizer que a diferença entre as velocidades ($V = v_2 - v_1$) é função da variação da folga radial no tempo, ou seja, a derivada de h em relação ao tempo. Como a folga radial é medida a partir da superfície do mancal, tem-se que os valores positivos de V correspondem a derivadas negativas de h , ou seja, $V = -\partial h / \partial t$.

Portanto, a equação da continuidade do escoamento pode ser escrita como:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} - \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (4-12)$$

Equação de Navier-Stokes

Nas análises de lubrificação hidrodinâmica, os fluidos, na maioria dos casos, são considerados Newtonianos. As equações de Navier-Stokes são equações diferenciais que descrevem o escoamento de fluidos Newtonianos. São equações que envolvem derivadas parciais e permitem determinar os campos de velocidade e de pressão num escoamento. Foram denominadas assim após Claude-Louis Navier e George Gabriel Stokes desenvolverem um conjunto de equações que descreveriam o movimento das substâncias fluidas tais como líquidos e gases. Essas equações estabelecem que mudanças na quantidade de movimento de uma partícula fluída são simplesmente o resultado das mudanças na pressão e forças viscosas dissipativas (similar à fricção) atuando dentro do fluido. Essa força viscosa se origina na interação molecular e atua como uma espécie de garra para o fluido. Portanto, são um dos mais úteis conjuntos de equações, pois descrevem a física de um grande número de fenômenos de interesse tecnológico e acadêmico. Essas equações são usadas para modelar o clima, correntes oceânicas, fluxos da água em oceanos, movimentos das estrelas dentro da galáxia, fluxo ao redor de aerofólios (asas), propagação de fumaça em incêndios etc. Abaixo escreve-se a equação de Navies-Stokes nas três dimensões (Fox et al., 2001).

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho X_g - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho Y_g - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho Z_g - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{cases} \quad (4-13)$$

sendo ρ a densidade volumétrica do fluido lubrificante, P a pressão no filme de fluido, (X_g, Y_g, Z_g) as componentes de forças de corpo nas direções x , y e z , respectivamente.

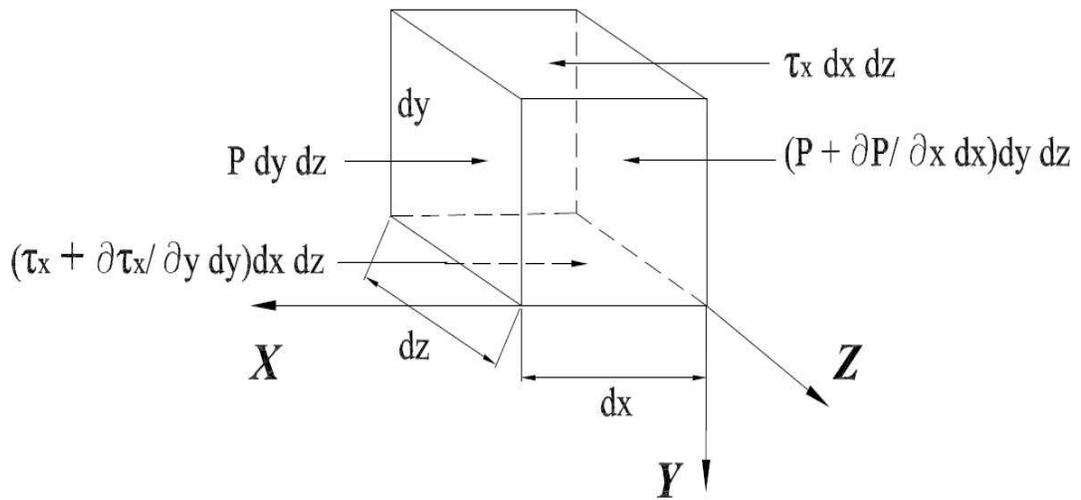


Figura 4.2: Forças Atuantes na direção X no Elemento de Fluido

A redução da equação de Navier-Stokes pode ser feita através do balanço das forças que agem sobre um elemento de fluido. Inicializando pela direção x , e observando na Figura 4.2, onde o fluxo ocorre na direção negativa de x , tem-se:

$$\rho dx dy dz \frac{Du}{Dt} = -P dy dz + \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right) dy dz + \tau_x dx dz - \left(\tau_x + \frac{\partial \tau_x}{\partial y} dy \right) dx dz \quad (4-14)$$

sendo $\frac{Du}{Dt}$ a derivada total em relação ao tempo.

Simplificando a equação 4-14, chega-se a:

$$\rho dx dy dz \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\partial y} \quad (4-15)$$

Como dito anteriormente, o fluido foi considerado Newtoniano, ou seja, a tensão de cisalhamento do fluido é proporcional à taxa de deformação. Desta forma, pode-se escrever que:

$$\tau_x = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4-16)$$

sendo μ a viscosidade dinâmica do fluido lubrificante.

Desprezando as forças de campo e substituindo a equação (4-16) na equação (4-15), tem-se:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (4-17)$$

Analogamente para a direção z e sabendo-se que não há tensão de cisalhamento na direção y , a equação de Navier-Stokes resulta na seguinte forma simplificada:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \end{cases} \quad (4-18)$$

As equações que descrevem os perfis das componentes de velocidade do fluido, u e w , são obtidas integrando-se duas vezes as equações de Navier-Stokes (4-18), em relação a y , e aplicando-se as condições de contorno definidas para as coordenadas $y = 0$ e $y = h$.

$$\begin{cases} y = 0 \Rightarrow u = 0, v = 0, w = 0, \\ y = -h \Rightarrow u = U, v = 0, w = 0 \end{cases} \quad (4-19)$$

sendo U a velocidade superficial do eixo. Assim, podem-se escrever as componentes de velocidade como:

$$\begin{cases} u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (y^2 + h y) - \frac{U}{h} y, \\ w = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial z} (y^2 + h y) \end{cases} \quad (4-20)$$

Para se obter a equação de Reynolds para este tipo de fluxo, integra-se a equação da continuidade na direção da espessura do filme de fluido, y , e sabendo-se que $q_x = \int_0^{-h} u dy$, pode-se escrever a equação da continuidade como:

$$\int_0^{-h} \frac{\partial u}{\partial x} + \int_0^{-h} \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (4-21)$$

Substituindo as expressões de u e w dadas nas equações (4-20), na equação (4-21), tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{-h} \left[\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (y^2 + h y) - \frac{U}{h} y \right] dy + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{-h} \left[\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial z} (y^2 + h y) \right] dy - \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (4-22)$$

Aplicando os limites de integração para a resolução, chega-se a:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{U}{2} h \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) - \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (4-23)$$

Rearranjando a equação anterior, obtém-se a equação de Reynolds para o carregamento dinâmico:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4-24)$$

4.1.2 Equação de Reynolds para Carregamento Estático

Pode-se escrever a equação de Reynolds para o caso de carregamento estático, ou seja, no qual não há variação da carga ou da rotação em função do tempo. Assim, a altura do filme de

fluido lubrificante h é constante no tempo. Como visto na equação (4-7), a velocidade na direção Y para o caso dinâmico é diferente de zero. Para o caso estático, $V = v_2 - v_1$ é nula, sendo que $v_1 = 0$ e também $v_2 = 0$. Sendo assim, a equação da continuidade do escoamento para este caso pode ser escrita de modo análogo ao anterior.

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = 0 \quad (4-25)$$

A partir daí determina-se a seguinte equação de Reynolds:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (4-26)$$

4.2 Mancais Radiais

Um mancal radial é composto por um alojamento com superfície curva (cilíndrica, elíptica ou multilobular) e um eixo em seu interior, ambos separados por um fluido lubrificante, conforme mostrado na figura 4.3. A figura traz o eixo nas três posições possíveis: posição de repouso, início de movimento e em operação. Nas duas primeiras posições ocorre contato direto do munhão (parte do eixo dentro do mancal) com as paredes do mancal, ainda não caracterizando o processo de lubrificação hidrodinâmica.

Para a terceira posição, o fluido é forçado para a interface do munhão com o mancal devido às forças de cisalhamento geradas pela rotação do eixo. Isto gera alta pressão na parte inferior do eixo. Esta alta pressão suporta o peso do rotor, representado na figura pela letra W, impedindo que o munhão toque a superfície do mancal.

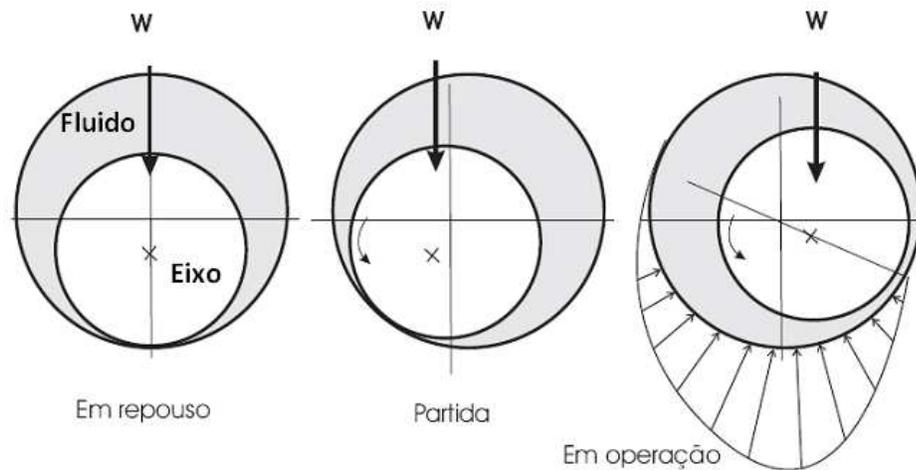


Figura 4.3: Funcionamento do Mancal Radial

4.2.1 Solução da Equação de Reynolds para Mancais Radiais

Para a representação matemática do fenômeno da lubrificação, considera-se, conforme ilustrado na figura 4.4, um eixo circular de raio R , girando a uma velocidade angular absoluta Ω em um mancal cilíndrico de raio $R + Cr$ (onde Cr é a folga radial, diferença entre o raio do mancal e o raio do eixo) e comprimento axial L na direção Z . As coordenadas do centro C do eixo são denotadas por x_c e y_c em um sistema inercial, cuja origem se dá no centro do mancal que é designado por O . A distância entre o centro do munhão (eixo) e o centro do mancal é definida como excentricidade e . Será definida uma coordenada angular θ , medida a partir da posição de espessura máxima do filme ($h_{máx}$), que se localiza onde a extensão da linha CO corta a superfície do mancal em B . Se considerarmos um ponto D qualquer no mancal, observa-se que o ângulo $BCD = \theta$ possui o vértice em C .

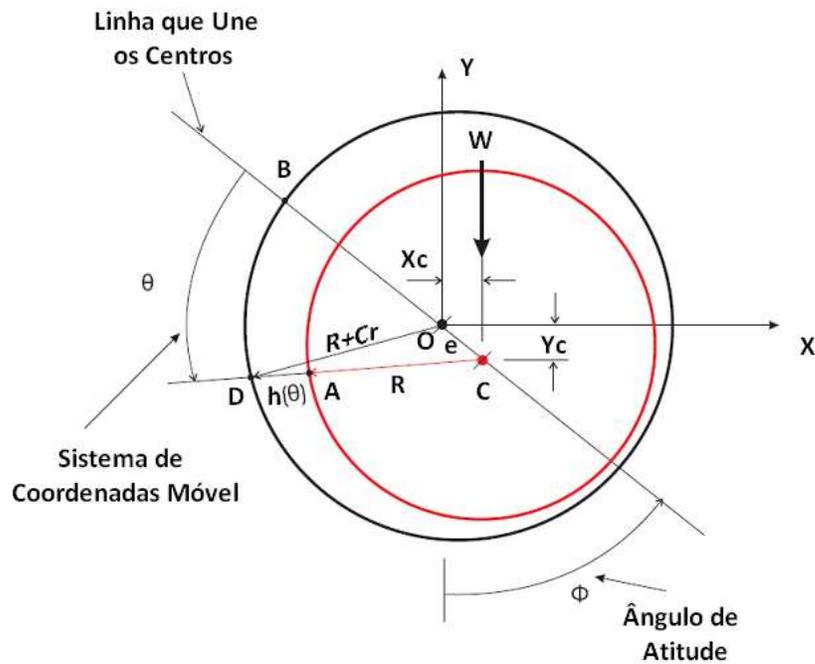


Figura 4.4: Geometria do Mancal Radial

A linha CD corta a superfície do munhão em A e $AD = h(\theta)$ é a espessura do filme, aplicando-se a lei dos cossenos no triângulo COD , como segue.

$$\begin{aligned} (R + Cr)^2 &= e^2 + (R + h)^2 - 2e(R + h)\cos\theta \\ R^2 + 2RCr + Cr^2 &= e^2 + R^2 + 2Rh + h^2 - 2eR\cos\theta - 2eh\cos\theta \end{aligned} \quad (4-27)$$

Desprezando os termos de segunda ordem Cr^2 , e^2 , h^2 e eh , obtém-se:

$$h = Cr + e\cos\theta = Cr(1 + \varepsilon\cos\theta) \quad (4-28)$$

onde $\varepsilon = e/Cr$ é conhecida como razão de excentricidade.

Tendo encontrado a expressão para a espessura de filme, as atenções se voltam para a equação de Reynolds. Duas aproximações são muito utilizadas para se obter a solução analítica de problemas de mancais, uma para um mancal curto, em que a largura L é muito menor que o diâmetro $2(R + Cr)$, e outra para o mancal longo, no qual $L \geq 2(R + Cr)$. Afim de uma posterior comparação com o método numérico de resolução utilizado no trabalho, o qual considera a

equação completa de Reynolds, encontram-se no Apêndice A as demonstrações de ambas as aproximações analíticas.

4.2.2 Forças Agindo sobre o Munhão

Tendo encontrado a distribuição de pressão no filme de óleo, torna-se necessário avaliar as forças de sustentação geradas por esse filme. As forças podem ser calculadas no sistema de coordenadas móveis, e são denotadas por força radial F_r , direção da mínima espessura de filme, e força tangencial F_t a 90° de F_r . Também podem ser calculadas no sistema fixo, denotadas por F_x e F_y conforme ilustradas na figura 4.4. As forças hidrodinâmicas sobre o munhão são dadas por:

$$F_r = \int_0^\pi \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} p \cos \theta dz R d\theta \quad (4-29)$$

$$F_t = \int_0^\pi \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} p \sin \theta dz R d\theta \quad (4-30)$$

Nas equações (4-29 e 4-30) p é a pressão gerada no interior do filme de óleo, R é o raio do mancal, L é o comprimento axial do mancal, Z é a coordenada axial e θ é a coordenada circunferencial angular originada no sentido anti-horário do eixo OC . A extensão do filme de óleo vai de θ_1 até θ_2 , onde ambos os ângulos podem ser funções de X .

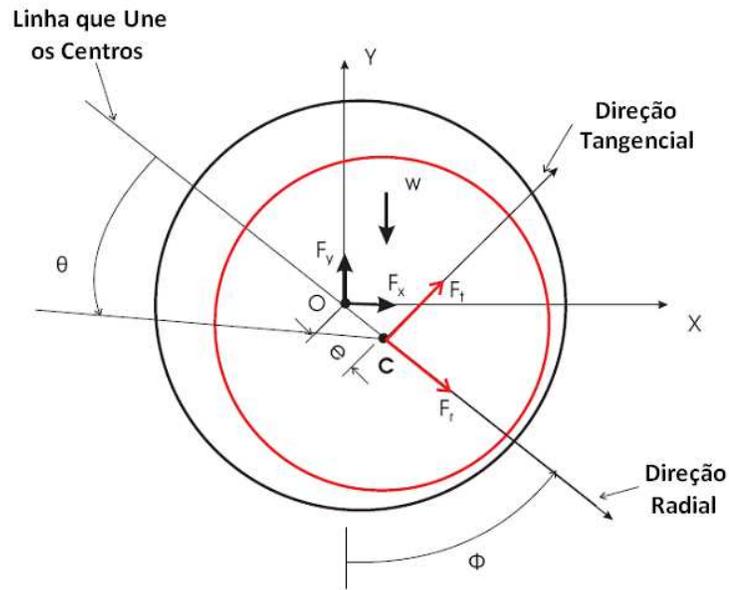


Figura 4.4: Forças sobre o Eixo

As forças F_r e F_t podem ser relacionadas com as forças externas aplicadas, como o peso, força de engrenamento, no caso de multiplicadores ou redutores de velocidade, ou empuxo radial do vapor no caso de turbinas.

Relembrando que, nesta análise, o sistema mecânico está em equilíbrio, considera-se então que a força F_y , força no sistema inercial, é equivalente à carga externa W aplicada na direção vertical para baixo, e a força F_x é nula para que o eixo permaneça parado no ponto de equilíbrio. Sendo assim, observando a figura 4.4, tem-se que:

$$F_r = W \cos \phi \quad F_t = W \sin \phi \quad (4-31)$$

Sob condição de carga estática, o eixo opera no ponto do espaço dado pela razão de excentricidade ε e pelo ângulo de atitude ϕ . Isto significa que, se a carga externa não variar com o tempo, a posição do eixo também não mudará. Em uma máquina real, sempre haverá variações da carga externa, ou efeitos internos como o desbalanceamento e o empenamento. Usualmente, essas cargas são pequenas comparadas com a carga estática, de modo que o eixo move-se em uma pequena órbita em torno da posição de equilíbrio.

4.2.3 Rigidez e Amortecimento

Basicamente, procura-se modelar os mancais hidrodinâmicos, através de seu filme de óleo, considerando o carregamento devido ao peso do rotor e as características geométricas do mancal, que definem a expressão para a espessura do filme de lubrificante responsável, por sua vez, pelo campo de pressões e forças hidrodinâmicas de sustentação geradas.

O lubrificante será discretizado num modelo mola-amortecedor (Figura 4.5) e caracterizado por coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento K e B , respectivamente.

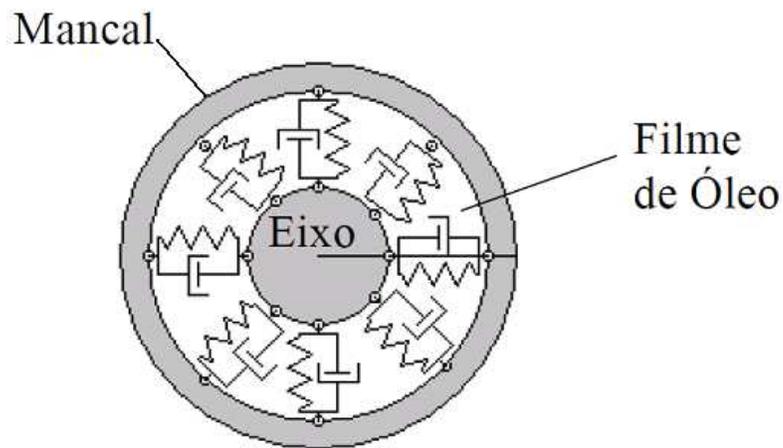


Figura 4.5: Modelo Mola-Amortecedor para o Filme Fluido

A caracterização dos mancais hidrodinâmicos e do seu filme de óleo têm por objetivo, fornecer suporte numérico para a quantificação das forças transmitidas por estes componentes, forças estas causadas pelo próprio peso do rotor ou por um desbalanceamento deste, ou até por excitação externa, por exemplo. Isto é feito para que se conheça o comportamento do sistema estudado, neste caso, um rotor suportado por mancais hidrodinâmicos, caracterizando os modos de vibrar deste sistema (suas frequências naturais), para prevenir quebras na máquina ou acidentes mais graves, causados pelo excesso de vibrações ocorrentes, a uma dada velocidade de rotação do rotor.

A equivalência entre o filme de óleo e conjuntos de molas e amortecedores equivalentes faz uso de equações linearizadas simples, cujas respostas obtidas coincidem, em um número expressivo de casos, com sistemas reais estudados, dentro de determinadas faixas de rotação.

Análise

Em um sistema de coordenadas $x-y$ com origem no centro do mancal e o eixo y sendo a direção em que a carga estática está sendo aplicada (Fig. 4.6), as forças de reação originadas do filme de óleo lubrificante são dadas por:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -F_r \sin \phi + F_l \cos \phi \\ F_r \cos \phi + F_l \sin \phi \end{Bmatrix} \quad (4-32)$$

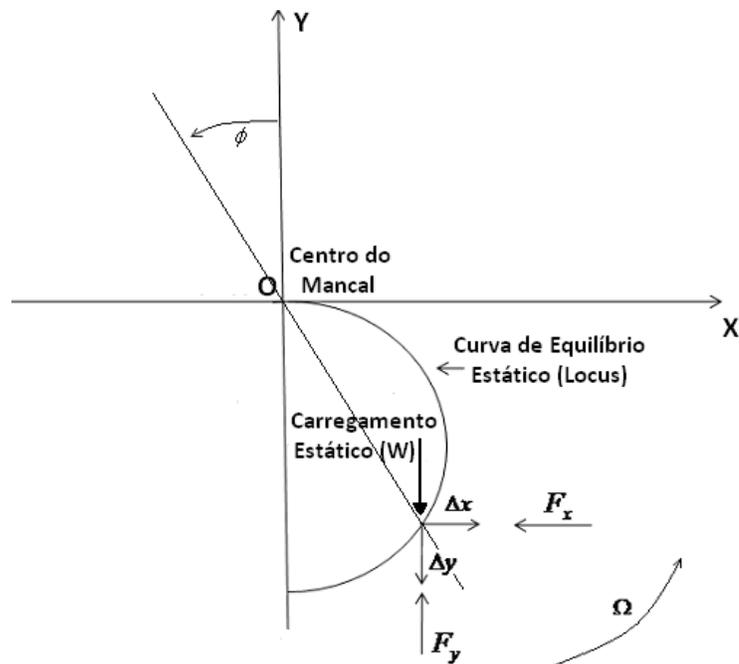


Figura 4.6: Sistema de Coordenadas

A equação diferencial básica, que governa a distribuição de pressão no filme lubrificante, presente na folga dentro de um mancal radial, previamente apresentada, é a equação de Reynolds.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4-33)$$

na qual t denota o tempo, x e z as coordenadas cartesianas, μ a viscosidade absoluta do lubrificante, U a velocidade do rotor e h a espessura do filme de óleo:

$$h = Cr + x_c \sin \theta + y_c \cos \theta \quad (4-34)$$

Cr é a folga radial, e $x_c - y_c$ são as coordenadas do centro do mancal.

Como pode ser observado, as forças de reação são funções das coordenadas x e y , e da velocidade instantânea do centro do eixo, \dot{x} e \dot{y} (“ponto” indica derivada no tempo). Tem-se que, para pequenas amplitudes de deslocamentos, Δx e Δy , medidos a partir da posição de equilíbrio estático (x_0 e y_0), a expansão em série de Taylor até primeira ordem origina:

$$\begin{aligned} F_x &= F_{x0} + K_{xx} \Delta x + K_{xy} \Delta y + B_{xx} \Delta \dot{x} + B_{xy} \Delta \dot{y} \\ F_y &= F_{y0} + K_{yx} \Delta x + K_{yy} \Delta y + B_{yx} \Delta \dot{x} + B_{yy} \Delta \dot{y} \end{aligned} \quad (4-35)$$

na qual os coeficientes são as derivadas parciais avaliadas na posição de equilíbrio:

$$K_{xy} = \left(\frac{\partial F_x}{\partial y} \right)_0 \quad B_{xy} = \left(\frac{\partial F_x}{\partial \dot{y}} \right)_0 \quad (4-36)$$

onde os demais coeficientes são obtidos de forma análoga.

Os termos (K_{xx} e K_{yy}) e (B_{xx} e B_{yy}) são chamados coeficientes diretos de rigidez e amortecimento, e os termos (K_{xy} e K_{yx}) e (B_{xy} e B_{yx}) são chamados coeficientes acoplados ou cruzados (“cross-coupling coefficients”).

Como (x_0 e y_0) é a posição de equilíbrio, então $F_{x0} = 0$ enquanto F_{y0} é igual à carga estática W .

Nesse trabalho, os coeficientes são computados diretamente através da diferenciação, empregando uma solução oriunda de pequenas perturbações (Fig. 4.7). Assim, a equação 4.34 pode ser escrita como:

$$h = h_0 + \Delta h \quad (4-37)$$

na qual:

$$\begin{aligned} h_0 &= C + x \operatorname{sen} \theta + y \operatorname{cos} \theta \\ \Delta h &= \Delta x \operatorname{sen} \theta + \Delta y \operatorname{cos} \theta \\ \frac{\partial h}{\partial t} &= \Delta \dot{x} \operatorname{sen} \theta + \Delta \dot{y} \operatorname{cos} \theta \end{aligned} \quad (4-38)$$

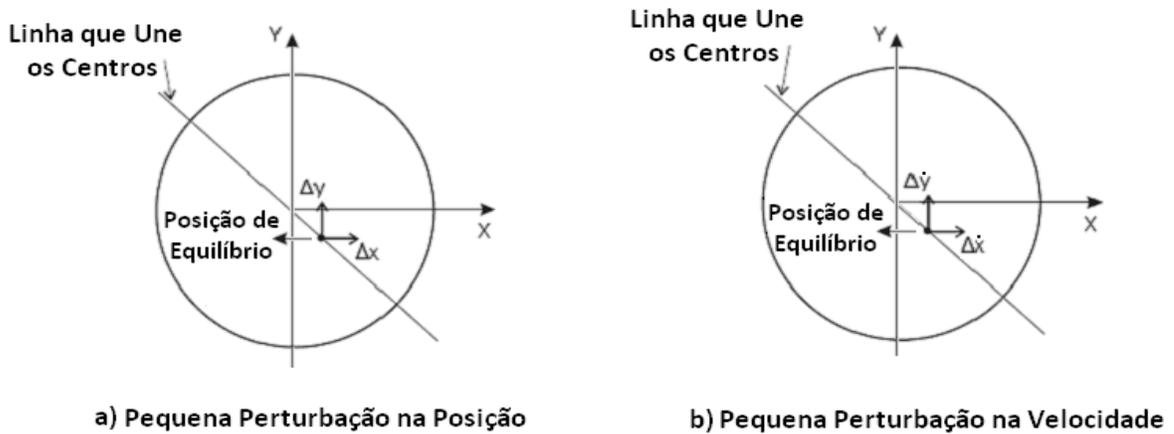


Figura 4.7: Perturbação em Torno da Posição de Equilíbrio

4.2.4 Outros Tipos de Mancais Radiais

A análise feita até o momento teve como base um mancal radial de geometria cilíndrica. Os mancais cilíndricos estão sujeitos à instabilidade quando em altas rotações ou baixas cargas. Como se sabe, o aumento da excentricidade tende a estabilizar o mancal. Diversos mancais foram desenvolvidos com objetivo de resolver o problema com base nesta característica, “pré-carregando” seus segmentos, tais como os multilobulares (elíptico, “offset”, trilobular, etc.) e os de sapatas oscilantes, conforme ilustra a figura 4.8.

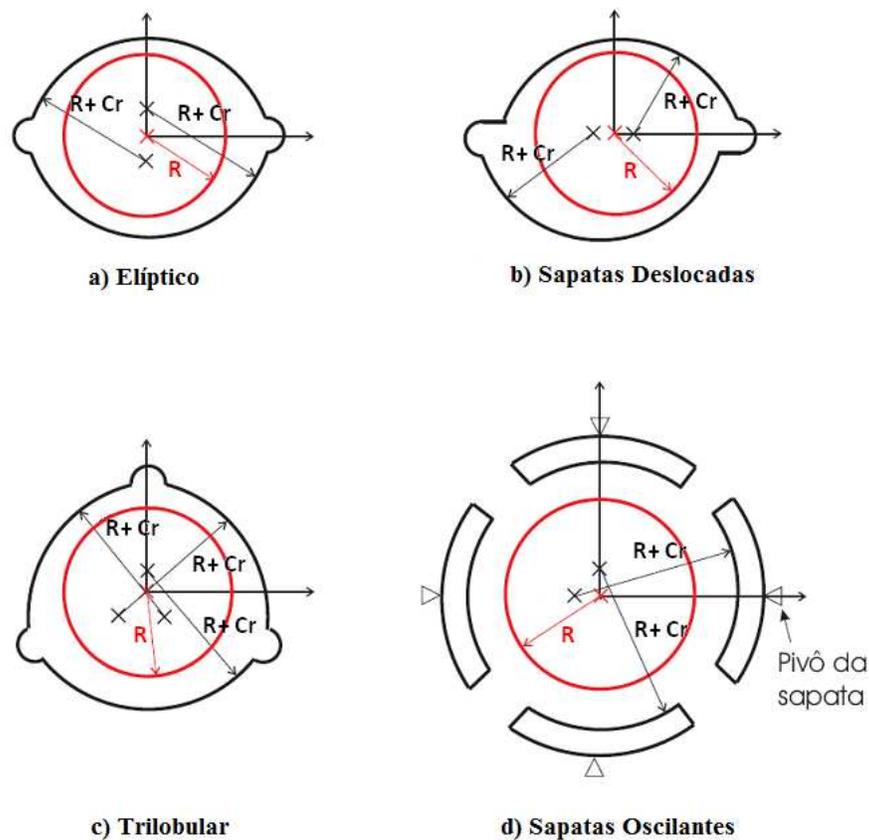


Figura 4.8: Tipos de Mancal

Esses tipos de mancais são construídos de tal forma que os centros de curvatura de cada sapata coincidam com o centro geométrico do mancal. Cada sapata é deslocada do centro do mancal de forma a tornar o filme lubrificante mais convergente ou divergente.

Um parâmetro importante para definir estes mancais é a pré-carga δ , definida pela relação da distância entre o centro de curvatura da sapata e o centro do mancal e a folga do mancal. Para melhor compreensão do conceito, consideremos um munhão de raio R cujo centro coincide com o centro do mancal. O maior eixo que pode ser colocado no mancal tem raio $R+Cr$, conforme ilustrado na figura 4.9, exemplificando pré-carga $\delta = 0$ e $\delta = 1$. Então, a pré-carga será dada por:

$$\delta = \frac{Cr - Cm}{Cr} \quad (4-39)$$

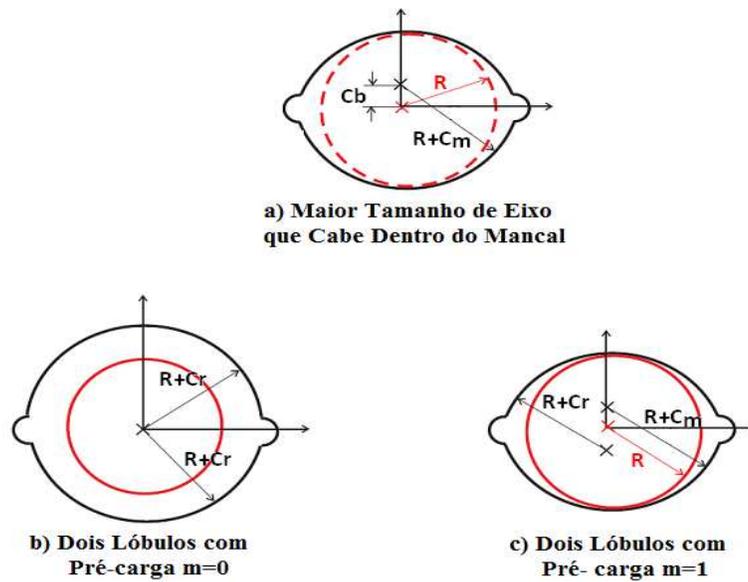


Figura 4.9: Conceito de Pré-Carga de um Mancal

Os mancais de sapatas oscilantes (“tilting pad”) são largamente empregados na indústria. Cada sapata é pivotada, de modo que não há nenhuma reação de momento. A sapata oscila de modo que seu centro de curvatura move-se de um ângulo ϕ para criar um filme fortemente convergente. O pivô é posicionado no centro da sapata ou ligeiramente deslocado no sentido da borda de fuga. A razão entre a distância d do pivô à borda de ataque e o comprimento da sapata L é conhecido como “fator de offset” (Figura 4.10).

A pré-carga de um mancal é ilustrada na figura 4.11, onde $f = R_s - R$.

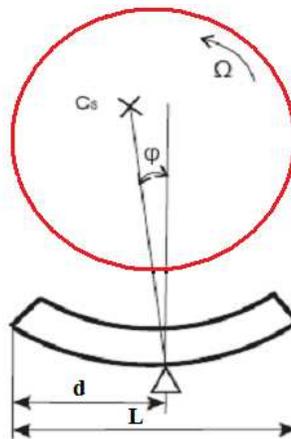


Figura 4.10: Oscilação da Sapata e “Offset” de um Mancal

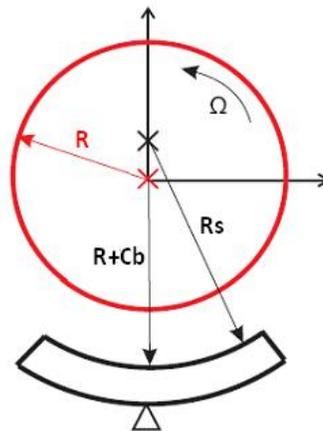


Figura 4.11: Pré-Carga de um Mancal de Sapatas Oscilantes

Dentre esses outros tipos de mancais, os mais utilizados na indústria são os elípticos e os trilobulares. Sendo assim, neste trabalho, será feita uma análise dessas duas outras geometrias.

4.2.4.1 Mancais Elípticos

A análise de mancais elípticos deste trabalho é baseada na solução numérica da Equação de Reynolds para mancais finitos. A solução da equação diferencial é realizada por método computacional, possibilitando o estudo da distribuição de pressão, das forças de reação, da excentricidade e dos coeficientes de amortecimento e rigidez em mancais elípticos, obtendo resultados para variadas condições de operação.

O mancal elíptico é formado por dois arcos circulares cujos centros estão localizados na mesma linha, conforme a figura 4.12. Embora esses mancais possam trabalhar com qualquer número de fendas axiais, são fabricados com somente duas fendas horizontais.

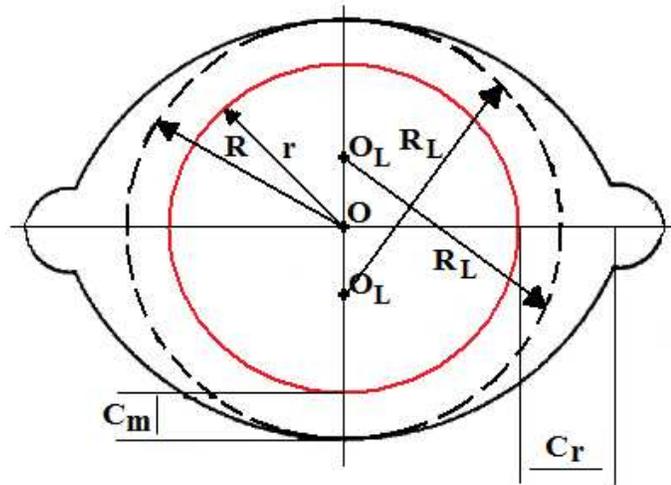


Figura 4.12: Geometria do Mancal Elíptico

Como observado na figura 4.12, o mancal elíptico é formado por 2 arcos circulares cada um com seu próprio centro de curvatura O_L , distanciados a uma distância ϵ , chamada elipticidade, do centro do mancal O . É claro que, para qualquer posição do eixo O' , a excentricidade e o ângulo de equilíbrio, em relação ao mancal e o centro dos lóbulos, serão diferentes. A relação geométrica entre esses parâmetros é mostrada na figura 4.13, e é relacionada matematicamente como:

Para o lóbulo inferior:

$$\epsilon^2 + e^2 - 2e\epsilon \cos(\pi - \alpha) = e_1^2 \quad (4-40)$$

ou dividindo por $(Cr)^2$:

$$n_1 = \sqrt{n^2 + m^2 + 2nm \cos \alpha} \quad (4-41)$$

Também temos:

$$e/\sin \alpha_1 = e_1/\sin(\pi - \alpha) \quad (4-42)$$

ou

$$\alpha_1 = \arcsen \frac{n \operatorname{sen} \alpha}{n_1} \quad (4-43)$$

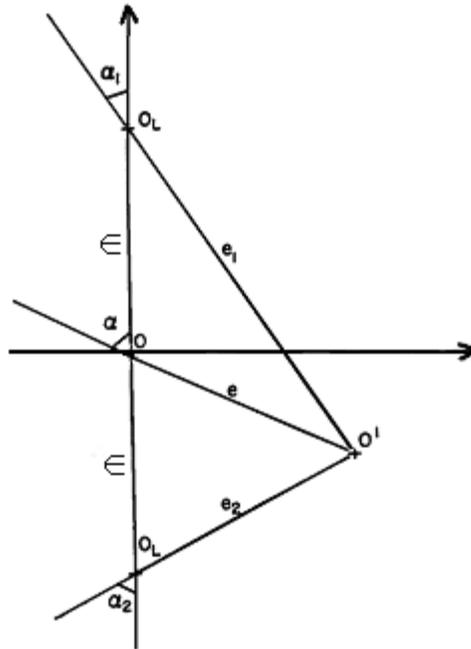


Figura 4.13: Posicionamento do Mancal Elíptico

onde: ϵ = Elipticidade

e = Excentricidade

α = Ângulo de equilíbrio

$m = \epsilon / Cr$, razão de elipticidade

$n = e / Cr$, razão de excentricidade

O é o centro geométrico do mancal

O' é o centro do eixo

O_L é o centro de cada um dos lóbulos

m é a distância da qual o centro do lóbulo foi deslocado do centro geométrico do mancal (pré-carga)

e é a distância do centro do eixo ao centro geométrico do mancal

e_1 e e_2 são as distâncias, para cada lóbulo, do centro do eixo ao centro do lóbulo

α_1 é o ângulo de atitude para o lóbulo inferior

α_2 é o ângulo de atitude para o lóbulo superior

Para o lóbulo superior:

$$\epsilon^2 + e^2 - 2e\epsilon \cos \alpha = e_2^2 \quad (4-44)$$

ou dividindo por $(Cr)^2$:

$$n_2 = \sqrt{n^2 + m^2 - 2nm \cos \alpha} \quad (4-45)$$

$$e/\text{sen}\alpha_2 = e_2/\text{sen}\alpha \quad (4-46)$$

$$\alpha_2 = \text{arcsen} \frac{n \text{sen}\alpha}{n_2} \quad (4-47)$$

Através da excentricidade do mancal e seu ângulo de equilíbrio, n e α , as outras incógnitas podem ser determinadas pelas relações acima.

Com uma dada carga e uma velocidade de rotação escolhida, um conjunto de excentricidades e ângulos de atitude será obtido, relacionados aos lóbulos, para os quais a equação de Reynolds fornecerá a magnitude das forças geradas devido aos campos de pressões, representados na figura 4.14. A soma das forças horizontais no mancal deve ser nula. Se este não for o caso, um ângulo diferente de ação no mancal é escolhido, n_1 , n_2 , α_1 e α_2 são recalculados e as forças na horizontal somadas novamente.

Este procedimento irá localizar o ângulo de equilíbrio correto, no qual a somatória das forças na direção horizontal é nula. Então, para esta posição de equilíbrio, as forças verticais são somadas para se obter a capacidade de carga do mancal.

Das equações (4-40) até (4-47), observa-se que as excentricidades e os ângulos de equilíbrio são também dependentes da razão de elipticidade m .

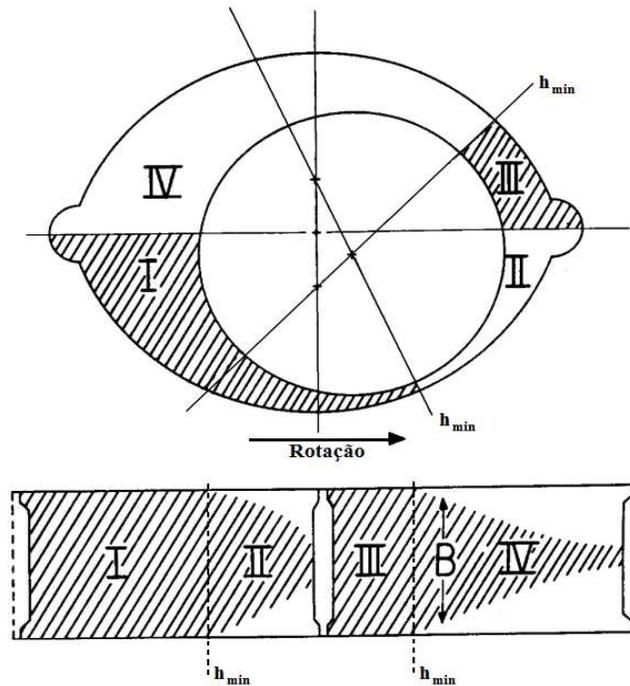


Figura 4.14: Extensão do Filme de Óleo no Mancal Elíptico

Nos mancais elípticos existem 2 folgas e a maior folga radial Cr é usada como parâmetro de referência. Na prática atual, se um mancal elíptico torna-se um mancal cilíndrico, este será circunscrito no elíptico, isto é, a menor folga seria igual à folga do mancal circular. Vale lembrar que ocorrem no mínimo três razões de excentricidade distintas, a excentricidade $n_B = e_2/Cm$ e duas excentricidades lobulares $n_1 = e_1/Cr$ e $n_2 = e_2/Cr$.

4.2.4.2 Mancais Trilobulares

Mancais trilobulares consistem essencialmente em três lóbulos excêntricos, estando o centro de cada lóbulo igualmente distanciado, distância esta chamada de elipticidade do centro do mancal, produzindo em muitos casos três cunhas de pressão hidrodinâmica. Esse tipo de mancal não é tão utilizado na indústria quanto o mancal elíptico, principalmente devido a sua alta complexidade, mas vem sendo mostrado, através de inúmeros experimentos, que é um dos tipos de mancais de geometria fixa mais estáveis.

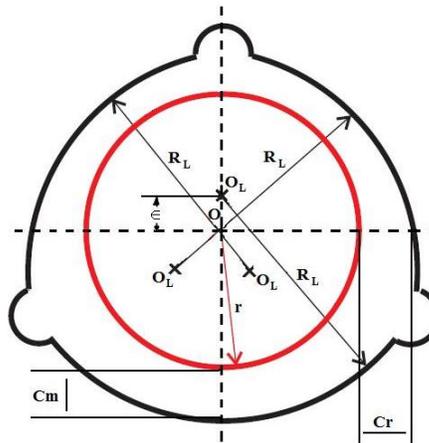


Figura 4.15: Geometria de Mancais Trilobulares

Como mostrado na figura 4.15, o mancal consiste em três arcos não concêntricos com 120° cada. A diferença na curvatura ou a diferença nos diâmetros entre o eixo e os lóbulos do mancal é o principal parâmetro, e toda a análise é conduzida em termos dessa folga. As razões para isso consistem em: a espessura do filme pode ser escrita somente em termos da folga e a solução da equação diferencial deve conter este parâmetro básico.

A relação geométrica entre esses principais parâmetros do mancal trilobular é mostrada na figura 4.16, e é relacionada matematicamente de acordo com as expressões a seguir.

Referindo-se a figura 4.16, obtêm-se por simples trigonometria as seguintes relações:

$$n_B = (n^2 + m^2 + 2mn \cos \alpha)^{1/2} \quad (4-48)$$

$$\alpha_B = \arcsen \frac{n \sin \alpha}{n_B} \quad (4-49)$$

$$n_R = [n^2 + m^2 - 2mn \cos(\pi/3 + \alpha)]^{1/2} \quad (4-50)$$

$$\alpha_R = \frac{2\pi}{3} - \arcsen \frac{n \sin(\pi/3 + \alpha)}{n_R} \quad (4-51)$$

$$n_L = [n^2 + m^2 - 2mn \cos(\pi/3 - \alpha)]^{1/2} \quad (4-52)$$

$$\alpha_L = 2\pi/3 - \arcsen \frac{n \sin(\pi/3 - \alpha)}{n_L} \quad (4-53)$$

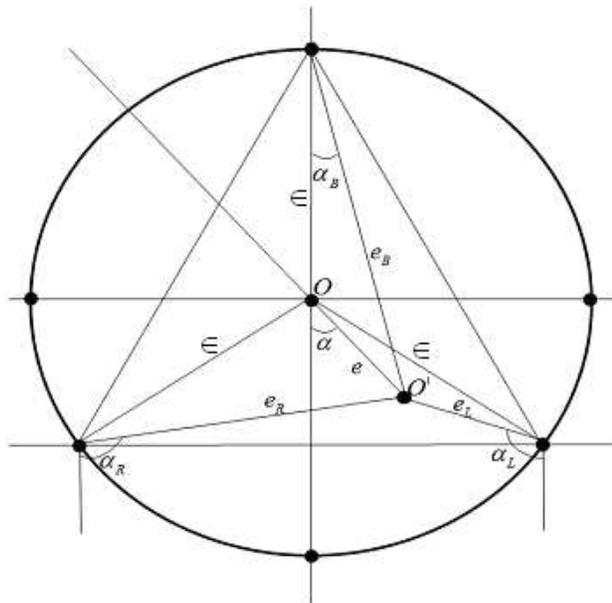


Figura 4.16: Trigonometria do Mancal Trilobular

onde: Cr = folga do mancal = maior diferença entre os raios do mancal e do eixo

Cm = menor folga = a diferença entre raios do círculo inscrito e o eixo

ϵ = elipticidade = distância entre o centro geométrico do mancal e o centro do lóbulo

$n = \frac{e}{Cr}$ = razão de excentricidade do mancal - excentricidade do mancal relativa à folga

radial

$$n_B = \frac{e_B}{Cr} = \text{razão de excentricidade do lóbulo inferior - excentricidade do lóbulo relativa à}$$

maior folga radial

$$n_R = \frac{e_R}{Cr} = \text{razão de excentricidade do lóbulo direito - excentricidade do lóbulo relativa à}$$

maior folga radial

$$n_L = \frac{e_L}{Cr} = \text{razão de excentricidade do lóbulo esquerdo - excentricidade do lóbulo relativa à}$$

maior folga radial

$$m = \frac{\epsilon}{Cr} = \text{razão de elipticidade - valor de elipticidade relativa à folga radial do mancal}$$

De todas as quantidades m e n são as duas quantidades básicas e as demais podem ser derivadas. Uma relação é particularmente importante na análise e na apresentação dos resultados, é a relação entre a posição do mancal e as posições individuais dos três lóbulos.

5 MÉTODO NUMÉRICO

Desde que Reynolds postulou a equação diferencial para lubrificação hidrodinâmica, muitas pesquisas foram realizadas para solucionar a sua equação diferencial parcial e não homogênea para mancais radiais. Muitas soluções analíticas se aproximaram da solução para mancais infinitamente longos e extremamente curtos, com destaque para a solução de Sommerfeld e para a solução de DuBois e Ocvirk. Essas soluções e outras similares estão em desacordo com os fatos conhecidos e a observação experimental da maioria dos mancais funcionais. A partir disso, torna-se claro que o comportamento de um mancal não pode ser representado, ou mesmo, aproximado em uma análise unidimensional. Os prospectos da obtenção da solução analítica da equação de Reynolds foram e continuam obscuros, e as investigações partiram para a obtenção da solução por via numérica.

Os primeiros métodos numéricos para simulação de escoamentos datam das décadas de cinquenta e sessenta, principalmente com o advento de modernos computadores que ampliaram as possibilidades de trabalho e o início da era das pesquisas espaciais. O método de diferenças finitas foi o primeiro a ser utilizado na tentativa de resolver o mais diverso conjunto de equações sem solução analítica. Recentemente, o método dos volumes finitos vem se consolidando na área de dinâmica dos fluidos, devido, principalmente, a sua maior capacidade de adaptação aos mais diversos tipos de condição de contorno. Neste trabalho, principalmente devido à presença de descontinuidades geométricas nos mancais, o método a ser utilizado será o método dos volumes finitos.

5.1 Método dos Volumes Finitos

O método de volumes finitos é, por muitas vezes, confundido com o método das diferenças finitas, pelo fato de que, em vários casos, as equações discretizadas obtidas por ambos os métodos são iguais. Entretanto, os dois métodos têm bases de formulação muito diferentes. Enquanto o método de diferenças finitas tem uma dedução puramente matemática, a partir das

aproximações de derivadas usando séries de Taylor, a formulação do método de volumes finitos tem base física.

A maioria dos modelos matemáticos, utilizados em problemas de engenharia, baseia-se nos princípios de conservação, que representam uma dada lei física de preservação da integridade de uma dada grandeza, ao longo de um processo. Quando um princípio de conservação é expresso de forma matemática, para uma região infinitesimal de um dado meio, obtém-se uma equação diferencial, que é a chamada equação de conservação da grandeza envolvida. Por exemplo, quando se expressa matematicamente a conservação de massa no escoamento de um fluido, a equação da continuidade é obtida, que, em geometria cartesiana, é representada pela seguinte equação diferencial parcial:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (5-1)$$

onde ρ é a massa específica do fluido, t é o tempo, (x, y, z) são as três coordenadas cartesianas e (u, v, w) são as três componentes do vetor velocidade, correspondentes às direções x, y e z , respectivamente. Outro exemplo pode ser dado pela equação de conservação de Navier-Stokes, da qual se obtém a equação da lubrificação de Reynolds. Maiores detalhes sobre estas e outras equações de conservação, comuns aos problemas de engenharia, podem ser encontradas nos textos clássicos de fenômenos de transporte (Fox e McDonalds (2001) e Incropera e De Witt (1998)).

Em geral, as equações de conservação apresentam termos que representam o acúmulo, o transporte convectivo, o transporte difusivo e a geração de uma dada grandeza. Por esta similaridade, as equações de conservação podem ser escritas na seguinte forma geral:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S \quad (5-2)$$

onde ϕ é a grandeza conservada, Γ é a difusividade desta grandeza e S é o termo de geração. Note que esta equação generalizada é válida também para outros sistemas de coordenadas além do cartesiano, bastando para isto interpretar as variáveis (x, y, z) como sendo as coordenadas do

outro sistema, e considerando S como sendo a soma do termo de geração com todos os outros termos existentes na equação de conservação original, que não se enquadram nem na forma de termos de transporte e nem na de termo de acúmulo. Por isso, o termo S é, por vezes, chamado de "lixreira" da equação de conservação, na forma dada acima.

Esta forma para a equação de conservação é chamada de forma conservativa ou forma divergente, na qual os termos relativos aos fluxos convectivos, $\rho u\phi$, $\rho v\phi$ e $\rho w\phi$, aparecem dentro das derivadas em relação às coordenadas espaciais, x, y e z. Qualquer outra forma é dita não-conservativa. A forma conservativa é a forma da equação obtida diretamente da forma integral da lei de conservação. Por exemplo, considere a equação da continuidade, cuja forma integral, válida para um volume finito fixo no espaço, é dada por:

$$\frac{d}{dt} \left[\int_V \rho dV \right] + \oint_A \rho \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = 0 \quad (5-3)$$

onde \mathbf{v} é o vetor velocidade de componentes (u, v, w), V é o volume finito no qual a conservação de massa está sendo aplicada, A é a superfície deste volume, $\hat{\mathbf{n}}$ é o vetor unitário normal externo à superfície A, e o ponto entre o vetor velocidade e o vetor normal à superfície indica o produto escalar. De fato, essa equação diz, simplesmente, que a variação da massa contida no volume é causada pela taxa líquida de massa que é transferida através da superfície do corpo.

Utilizando o teorema integral de Gauss (ou da divergência), que pode ser encontrado nas referências clássicas de fenômenos de transporte, a equação acima pode ser escrita na forma:

$$\int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \Delta \cdot (\rho \mathbf{v}) \right) dV = 0 \quad (5-4)$$

onde $\Delta \cdot (\rho \mathbf{v})$ é o divergente do fluxo mássico que, em geometria cartesiana, é expresso por:

$$\Delta \cdot (\rho \mathbf{v}) = \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) \quad (5-5)$$

A equação acima é válida para qualquer volume V , de forma que o integrando deve ser nulo, o que origina a equação diferencial parcial na forma conservativa, dada pela primeira equação.

A aproximação discreta de uma equação de conservação pelo método dos volumes finitos tem por objetivo dividir o domínio de cálculo em um certo número de subdomínios, nos quais a lei física de conservação seja feita válida, dentro de um certo grau de aproximação. Esta aproximação pode ser obtida de duas formas. A primeira forma é a utilização do balanço da propriedade conservada para cada um dos subdomínios. O segundo modo é a integração da equação de conservação, na forma conservativa, no volume do subdomínio. Evidentemente, ambos os métodos levam ao mesmo resultado, pois a equação de conservação se originou através de um balanço da propriedade em um volume finito, como mostrado na equação da continuidade, para a conservação de massa.

Considere, por exemplo, a equação da continuidade em duas dimensões espaciais, usando a geometria cartesiana. A figura abaixo mostra um subdomínio do domínio bidimensional da equação e onde está representada a nomenclatura de determinados pontos dentro ou na superfície deste subdomínio ou volume finito, bem como os fluxos mássicos que atravessam cada face no intervalo de tempo Δt .

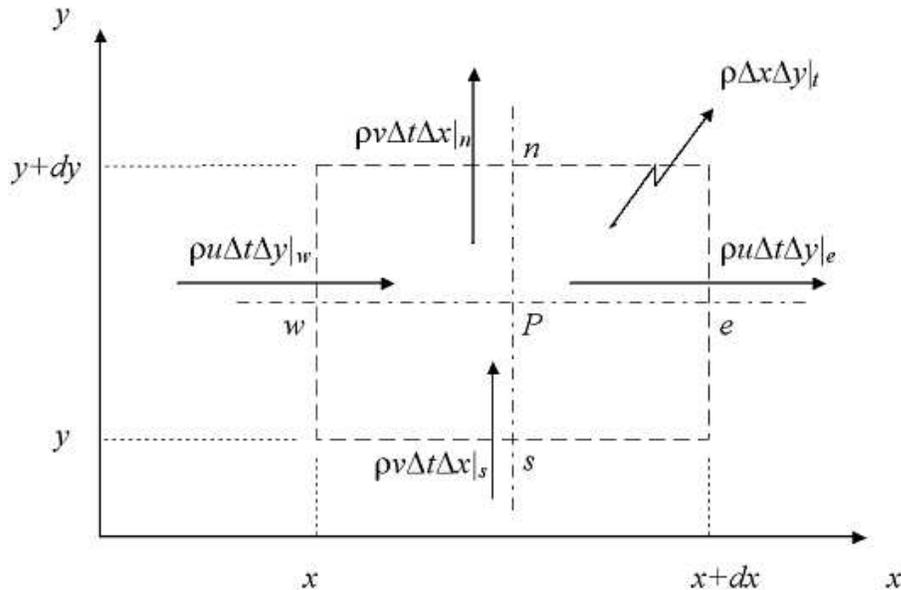


Figura 5.1: Subdomínio do Domínio Bidimensional

Assim a variação da massa dentro deste volume, no intervalo Δt , é dada pelo balanço:

$$\begin{aligned} (\rho \Delta x \Delta y)_{t+\Delta t} - (\rho \Delta x \Delta y)_t &= (\rho u \Delta t \Delta y)_w \\ &- (\rho u \Delta t \Delta y)_e + (\rho v \Delta t \Delta x)_s - (\rho v \Delta t \Delta x)_n \end{aligned} \quad (5-6)$$

que dividindo pelo produto $\Delta t \Delta x \Delta y$ leva a:

$$\frac{\rho_{t+\Delta t} - \rho_t}{\Delta t} + \frac{(\rho u)_e - (\rho u)_w}{\Delta x} + \frac{(\rho v)_n - (\rho v)_s}{\Delta y} = 0 \quad (5-7)$$

que é a equação discretizada para o volume finito em questão.

A equação acima também pode ser obtida através da integração da equação da continuidade (colocada na forma da equação 5.1), sem o termo em ρw , utilizando o operador integral abaixo:

$$\int_t^{t+\Delta t} dt \int_w^e dx \int_s^n dy \quad (5-8)$$

Assim, a aproximação discreta é obtida pelos dois procedimentos. Usualmente, é mais fácil obter a equação aproximada através da integração da equação de conservação na forma divergente, já que muitas grandezas têm balanços bem complexos. Note que a equação discretizada ainda é uma expressão exata para a conservação de massa no volume em questão, pois a forma de cálculo dos fluxos médios através das faces e das densidades médias no volume ainda não foi especificada. A aproximação destas grandezas, utilizando seus valores em pontos discretos da malha e em um dado instante de tempo, é que introduz o erro da aproximação numérica.

A figura 5.2 mostra a estrutura básica de uma malha bidimensional de volumes finitos. Usualmente, os valores das variáveis dependentes são armazenados nos centros dos volumes (P, W, E, S, N) ou nos centros de determinadas faces (w, e, s, n). Os valores necessários destas variáveis em outras posições são obtidos por processos convenientes de interpolação. Em um mesmo problema, algumas das variáveis dependentes podem ser armazenadas nos centros dos volumes, enquanto que outras ficam armazenadas em pontos sobre as faces. Assim, o método de volumes finitos pode utilizar várias malhas para um mesmo problema (malhas entrelaçadas).

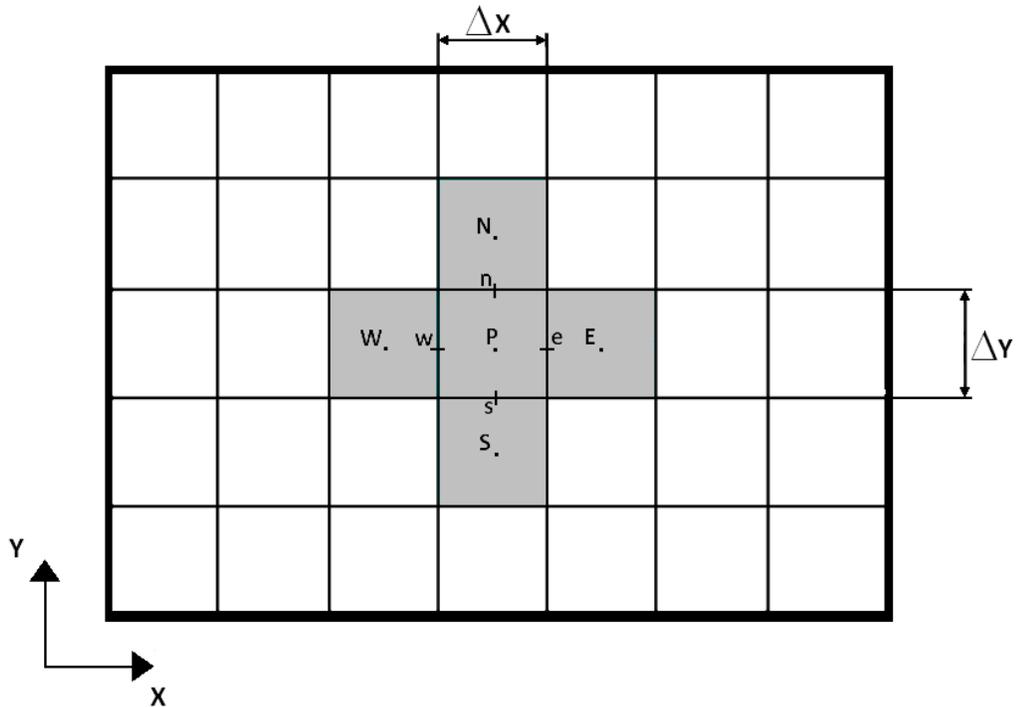


Figura 5.2: Estrutura Básica de uma Malha Bidimensional de Volumes Finitos

Do que foi exposto acima, ficam bem claras as diferenças entre o método das diferenças finitas e o método dos volumes finitos. O primeiro se baseia na aplicação da equação diferencial em pontos discretos de uma malha e na utilização de aproximações das derivadas utilizando séries de Taylor. O segundo aplica a equação diferencial de conservação a subdomínios de uma determinada malha através da sua integração em cada volume. De fato, os termos de transporte convectivo são os responsáveis pelas maiores dificuldades numéricas na solução de equações diferenciais parciais, onde funções de interpolação devem ser aplicadas.

5.2 Método dos Volumes Finitos para a Resolução da Equação de Reynolds com um Filme Descontínuo

A presente seção trata da solução numérica da equação de Reynolds para lubrificação no caso específico em que a espessura do filme de óleo é descontínua. Esse procedimento foi feito

por Arghir et al. (2002) em uma dimensão, e será expandido neste trabalho para duas dimensões. A abordagem é feita através da discretização da malha em volumes finitos e permite considerar os efeitos de inércia, como descrito por uma equação de Bernoulli generalizada. A formulação de volumes finitos clássica é incluída como um caso especial quando descontinuidades estão ausentes. Alguns exemplos numéricos mostram que as propriedades da discretização por volumes finitos são mantidas constantes mesmo quando o campo de pressão é descontínuo.

Para esta abordagem, balanço de fluxos de fluido lubrificante em cada volume de controle, a equação de Reynolds deve ser escrita de uma outra forma, em função desses fluxos. Os fluxos de fluido lubrificante que ocorrem em um mancal ocorrem devido ao cisalhamento do fluido, que ocorre em função do movimento do eixo em relação ao mancal, arrastando o óleo lubrificante; e devido aos gradientes de pressão.

Considerando o sistema de coordenadas x e z , tem-se, de acordo com Jang e Lee. (2006), que os fluxos de fluido por unidade de comprimento, em cada uma das duas direções, são dados por:

$$q_x = \frac{U}{2}h - \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (5-9)$$

$$q_z = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (5-10)$$

Com as expressões para o fluxo em cada uma das direções, pode-se escrever a equação da continuidade, para o fluido presente na folga do mancal da seguinte forma:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (5-11)$$

Levando as equações (5-9) e (5-10) na equação (5-11), obtém-se a mesma equação de Reynolds obtida no capítulo 4.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4-24)$$

Novamente, vale ressaltar que nesta equação o termo de variação da espessura de fluido no tempo, $\frac{\partial h}{\partial t}$, é equivale à velocidade de variação da espessura de fluido (esmagamento do filme de óleo).

O objetivo desta seção centra-se na solução numérica da equação Reynolds com película descontínua de espessura h , da qual o “Rayleigh step” (comum em mancais axiais, Hamrock (1994)), é talvez o exemplo mais comum. Na vizinhança próxima de uma película de espessura descontínua, a pressão tem variações muito rápidas e quase bruscas. Essa pressão (correspondente à queda abrupta ou aumento da espessura do filme) é devida a uma zona de recirculação embutida que não pode ser descrita pela teoria da lubrificação, a qual só pode trabalhar com os fluxos sendo quase paralelos. De acordo com as hipóteses de simplificação da lubrificação, esta variação rápida (muitas vezes chamada de efeito da inércia concentrada) deve ser localizada na descontinuidade, e o campo de pressão deve ser descontínuo. Se esse efeito é negligenciado, o campo de pressão deve ter pelo menos descontinuidades com derivadas primeira ordem. A prática usual para descrever a rápida variação da pressão no modelo teórico de lubrificação é escrever a equação de Bernoulli generalizada, imediatamente antes e depois da descontinuidade.

$$P^- + \frac{\rho U^{-2}}{2} = P^+ + \frac{\rho U^{+2}}{2} + \xi \frac{\rho [\text{MAX}(U^-, U^+)]^2}{2} \quad (5-12)$$

A relação é, algumas vezes, escrita para reter apenas os maiores valores de U^- e U^+ . A queda de pressão não-nula e o coeficiente ξ tendem a levar em conta uma perda adicional da energia devido à efeitos viscosos e são uma contribuição suplementar da análise. Esta equação algébrica adicional deverá, de certa forma, ser ligada à solução da equação diferencial parcial de Reynolds no filme de óleo. A presença do campo descontínuo de pressão, ou das descontinuidades com derivadas de primeira ordem, fazem com que a avaliação do gradiente de pressão seja detalhada e isso é de primordial importância para a preservação do fluxo. No caso de Reynolds, equação (4-24), a avaliação do gradiente de pressão determina a conservação da razão de escoamento.

Para a solução numérica partimos da equação (5-11), rearranjando da seguinte forma:

$$\partial q_x \partial z + \partial q_z \partial x = \frac{\partial h}{\partial t} \partial x \partial z \quad (5-13)$$

Para um volume (i, j), mostrado na figura 5.3, temos:

$$(q_{i,j}^e - q_{i,j}^w) \Delta z + (q_{i,j}^n - q_{i,j}^s) \Delta x = \frac{dh}{dt} \Delta x \Delta z \quad (5-14)$$

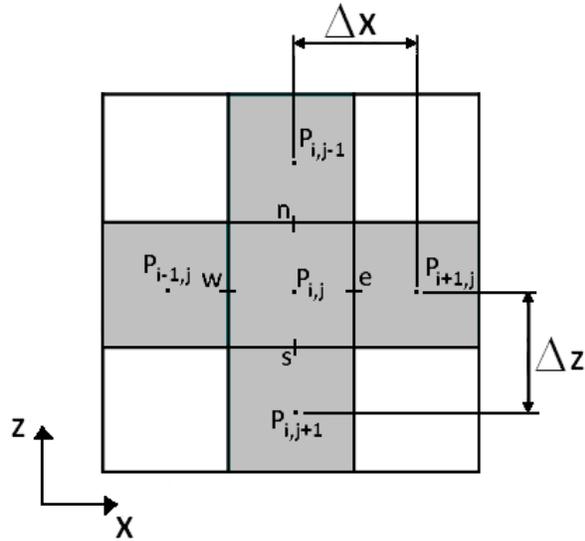


Figura 5.3: Malha de Volumes Finitos Realçando o ponto i,j

Onde:

$$q_{i,j}^e = \left[- \left(\frac{h^3}{12\mu} \right)_{i,j}^e \frac{P_{i,j}^e - P_{i,j}}{x_{i+1/2,j} - x_{i,j}} + \frac{U h_{i,j}^e}{2} \right] \quad q_{i,j}^w = \left[- \left(\frac{h^3}{12\mu} \right)_{i,j}^w \frac{P_{i,j} - P_{i,j}^w}{x_{i,j} - x_{i-1/2,j}} + \frac{U h_{i,j}^w}{2} \right]$$

$$q_{i,j}^n = \left[- \left(\frac{h^3}{12\mu} \right)_{i,j}^n \frac{P_{i,j}^n - P_{i,j}}{z_{i,j+1/2} - z_{i,j}} \right] \quad q_{i,j}^s = \left[- \left(\frac{h^3}{12\mu} \right)_{i,j}^s \frac{P_{i,j} - P_{i,j}^s}{z_{i,j} - z_{i,j-1/2}} \right] \quad (5-15)$$

Para que haja continuidade de fluxo, tem-se que, em cada volume de controle:

$$q_{i-1,j}^e = q_{i,j}^w \quad (5-16)$$

$$q_{i,j}^e = q_{i+1,j}^w \quad (5-17)$$

$$q_{i,j-1}^n = q_{i,j}^s \quad (5-18)$$

$$q_{i,j}^n = q_{i,j+1}^s \quad (5-19)$$

Substituindo as relações (5-15) em (5-16), tem-se:

$$\left[-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i-1,j}^e \frac{P_{i-1,j}^e - P_{i-1,j}}{x_{i-1/2,j} - x_{i-1,j}} + \frac{U h_{i-1,j}^e}{2} \right] = \left[-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^w \frac{P_{i,j} - P_{i,j}^w}{x_{i,j} - x_{i-1/2,j}} + \frac{U h_{i,j}^w}{2} \right] \quad (5-20)$$

A fim de simplificar a equação, são introduzidas duas novas variáveis:

$$b_{i-1,j}^e = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i-1,j}^e}{x_{i-1/2,j} - x_{i-1,j}} \right] = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i-1,j}^e}{\Delta x / 2} \right] \quad b_{i,j}^w = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^w}{x_{i,j} - x_{i-1/2,j}} \right] = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^w}{\Delta x / 2} \right] \quad (5-21)$$

Substituindo (5-21) em (5-20), chega-se:

$$b_{i-1,j}^e P_{i-1,j}^e - b_{i-1,j}^e P_{i-1,j} = b_{i,j}^w P_{i,j} - b_{i,j}^w P_{i,j}^w + \frac{U}{2} (h_{i,j}^w - h_{i-1,j}^e) \quad (5-22)$$

Como dito anteriormente, o campo de pressão na interface das discontinuidades deve ser descontínuo, e para descrever a rápida variação da pressão no modelo teórico de lubrificação, faz-se necessário escrever a equação de Bernoulli generalizada (5-12) imediatamente antes e depois da discontinuidade, ou seja, nas posições norte, sul, leste e oeste da cada volume de controle.

Sendo assim, para o lado oeste do volume de controle, a equação de Bernoulli pode ser escrita como:

$$P_{i-1,j}^e + \frac{\rho(V_{i-1,j}^e)^2}{2} = P_{i,j}^w + \frac{\rho(V_{i,j}^w)^2}{2} + \xi \frac{\rho[\max(V_{i-1,j}^e, V_{i,j}^w)]^2}{2} \quad (5-23)$$

Onde as velocidades são dadas por:

$$V_{i-1,j}^e = \frac{q_{i-1,j}^e}{h_{i-1,j}^e} \quad V_{i,j}^w = \frac{q_{i,j}^w}{h_{i,j}^w} \quad (5-24)$$

O coeficiente ξ tende a levar em conta uma perda adicional da energia devido a efeitos viscosos. Nessa análise, a fim de uma maior simplicidade, este coeficiente será considerado nulo, ou seja, $\xi = 0$, fazendo com que a equação (5-23), fique da seguinte forma:

$$P_{i-1,j}^e = P_{i,j}^w + A_{i-1/2,j} \quad (5-25)$$

Onde:

$$A_{i-1/2,j} = \frac{\rho(V_{i,j}^w)^2}{2} - \frac{\rho(V_{i-1,j}^e)^2}{2} \quad (5-26)$$

Levando $P_{i-1,j}^e$ da equação (5-25) em (5-22) e isolando $P_{i,j}^w$, chega-se em:

$$P_{i,j}^w = \frac{b_{i-1,j}^e P_{i-1,j} + b_{i,j}^w P_{i,j} - b_{i-1,j}^e A_{i-1/2,j} + \left[\frac{U}{2} (h_{i,j}^w - h_{i-1,j}^e) \right]}{(b_{i-1,j}^e + b_{i,j}^w)} \quad (5-27)$$

O procedimento para se obter a pressão nas demais bordas, $P_{i,j}^e$, $P_{i,j}^s$ e $P_{i,j}^n$, é idêntico ao utilizado para encontrar $P_{i,j}^w$. Parte-se das equações (5-17), (5-18) e (5-19), e obtém-se o seguinte conjunto de equações:

$$P_{i,j}^e = \frac{b_{i,j}^e P_{i,j} + b_{i+1,j}^w P_{i+1,j} + b_{i+1,j}^w A_{i+1/2,j} + \left[\frac{U}{2} (h_{i+1,j}^w - h_{i,j}^e) \right]}{(b_{i,j}^e + b_{i+1,j}^w)} \quad (5-28)$$

$$P_{i,j}^s = \frac{b_{i,j}^s P_{i,j} + b_{i,j-1}^n P_{i,j-1} - b_{i,j-1}^n A_{i,j-1/2}}{(b_{i,j}^s + b_{i,j-1}^n)} \quad (5-29)$$

$$P_{i,j}^n = \frac{b_{i,j}^n P_{i,j} + b_{i,j+1}^s P_{i,j+1} + b_{i,j+1}^s A_{i,j+1/2}}{(b_{i,j}^n + b_{i,j+1}^s)} \quad (5-30)$$

Onde os termos b, A e V equivalem a:

$$b_{i,j}^e = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^e}{x_{i+1/2,j} - x_{i,j}} \right] = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^e}{\Delta x/2} \right] \quad b_{i+1,j}^w = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i+1,j}^w}{x_{i+1,j} - x_{i+1/2,j}} \right] = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i+1,j}^w}{\Delta x/2} \right] \quad (5-31)$$

$$b_{i,j-1}^n = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j-1}^n}{z_{i,j-1/2} - z_{i,j-1}} \right] = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j-1}^n}{\Delta z/2} \right] \quad b_{i,j}^s = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^s}{z_{i,j} - z_{i,j-1/2}} \right] = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^s}{\Delta z/2} \right] \quad (5-32)$$

$$b_{i,j}^n = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^n}{z_{i,j+1/2} - z_{i,j}} \right] = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j}^n}{\Delta z/2} \right] \quad b_{i,j+1}^s = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j+1}^s}{z_{i,j+1} - z_{i,j+1/2}} \right] = \left[\frac{-\left(\frac{h^3}{12\mu}\right)_{i,j+1}^s}{\Delta z/2} \right] \quad (5-33)$$

$$A_{i+1/2,j} = \frac{\rho(V_{i+1,j}^w)^2}{2} - \frac{\rho(V_{i,j}^e)^2}{2} \quad (5-34)$$

$$A_{i,j-1/2} = \frac{\rho(V_{i,j}^s)^2}{2} - \frac{\rho(V_{i,j-1}^n)^2}{2} \quad (5-35)$$

$$A_{i,j+1/2} = \frac{\rho(V_{i,j+1}^s)^2}{2} - \frac{\rho(V_{i,j}^n)^2}{2} \quad (5-36)$$

$$V_{i+1,j}^w = \frac{q_{i+1,j}^w}{h_{i+1,j}^w} \quad V_{i,j}^e = \frac{q_{i,j}^e}{h_{i,j}^e} \quad (5-37)$$

$$V_{i,j-1}^n = \frac{q_{i,j-1}^n}{h_{i,j-1}^n} \quad V_{i,j}^s = \frac{q_{i,j}^s}{h_{i,j}^s} \quad (5-38)$$

$$V_{i,j+1}^s = \frac{q_{i,j+1}^s}{h_{i,j+1}^s} \quad V_{i,j}^n = \frac{q_{i,j}^n}{h_{i,j}^n} \quad (5-39)$$

Tendo encontrado as expressões para a pressão em cada uma das bordas do volume de controle, o próximo passo é encontrar uma expressão para a pressão no centro de cada volume, $P_{i,j}$. Partindo da equação (5-14), substituindo os valores da equação (5-15):

$$\left[\left(b_{i,j}^e (P_{i,j}^e - P_{i,j}) + \frac{U}{2} h_{i,j}^e \right) - \left(b_{i,j}^w (P_{i,j} - P_{i,j}^w) + \frac{U}{2} h_{i,j}^w \right) \right] \Delta z + \left[b_{i,j}^n (P_{i,j} - P_{i,j}^n) - b_{i,j}^s (P_{i,j} - P_{i,j}^s) \right] \Delta x = \frac{dh}{dt} \Delta x \Delta z \quad (5-40)$$

Antes de levar as equações referentes às bordas de cada volume, introduzimos novas variáveis a fim de simplificar as manipulações algébricas.

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{i-1,j} &= \frac{b_{i-1,j}^e b_{i,j}^w}{b_{i-1,j}^e + b_{i,j}^w} & \tilde{T}_{i+1,j} &= \frac{b_{i,j}^e b_{i+1,j}^w}{b_{i,j}^e + b_{i+1,j}^w} \\ \tilde{T}_{i,j-1} &= \frac{b_{i,j-1}^n b_{i,j}^s}{b_{i,j-1}^n + b_{i,j}^s} & \tilde{T}_{i,j+1} &= \frac{b_{i,j}^n b_{i,j+1}^s}{b_{i,j}^n + b_{i,j+1}^s} \end{aligned} \quad (5-41)$$

Tendo essas novas variáveis, e levando as expressões de cada uma das pressões de borda ($P_{i,j}^w, P_{i,j}^e, P_{i,j}^s$ e $P_{i,j}^n$) na equação (5-40), chegamos em uma expressão para a pressão no centro de cada um dos volumes:

$$P_{i,j} = \frac{P_{i,j+1} (\tilde{T}_{i,j+1} \Delta x) + P_{i,j-1} (\tilde{T}_{i,j-1} \Delta x) + P_{i+1,j} (\tilde{T}_{i+1,j} \Delta z) + P_{i-1,j} (\tilde{T}_{i-1,j} \Delta z) + S_{i,j}}{(\tilde{T}_{i,j+1} + \tilde{T}_{i,j-1}) \Delta x + (\tilde{T}_{i+1,j} + \tilde{T}_{i-1,j}) \Delta z} \quad (5-42)$$

Onde:

$$\begin{aligned}
S_{i,j} = & \frac{U}{2} (h_{i,j}^e - h_{i,j}^w) \Delta z + \tilde{T}_{i,j+1} A_{i,j+1/2} \Delta x - \tilde{T}_{i,j-1} A_{i,j-1/2} \Delta x + \tilde{T}_{i+1,j} A_{i+1/2,j} \Delta z - \tilde{T}_{i-1,j} A_{i-1/2,j} \Delta z + \\
& + \frac{\tilde{T}_{i+1,j}}{2b_{i+1,j}^w} U (h_{i+1,j}^w - h_{i,j}^e) \Delta z + \frac{\tilde{T}_{i-1,j}}{2b_{i-1,j}^e} U (h_{i,j}^w - h_{i-1,j}^e) \Delta z + \frac{dh}{dt} \Delta x \Delta z.
\end{aligned}
\tag{5-43}$$

Os coeficientes da equação discretizada, equação (5-42), são sempre positivos, $\tilde{T}_{i,j+1}$, $\tilde{T}_{i,j-1}$, $\tilde{T}_{i+1,j}$, $\tilde{T}_{i-1,j} > 0$ e (com exceção dos limites do domínio) a diagonal principal dos coeficientes é sempre a soma dos coeficientes vizinhos. Uma das preocupações quando introduzir as descontinuidades na espessura de filme, é que o resultado do sistema de equações discretizadas obedeça a essas mesmas regras.

Como regra de base, considera-se que as descontinuidades devem sempre coincidir com a fronteira de um volume de controle discretizado. É também uma condição necessária que, em uma abordagem por volumes finitos, a discretização padrão seja dada pelos volumes de fronteiras, que deve abranger todos os domínios sem superposição, e não pelos nós, os quais podem ser localizados (pelo menos teoricamente) em qualquer lugar no interior do volume. Em uma abordagem clássica, as pressões são definidas em nós. A fim de levar em conta as descontinuidades, a presente abordagem introduziu pressões suplementares igualmente sobre os volumes de fronteira, em cada passo do processo. A espessura de filme também é definida pelo centro do volume e sobre suas fronteiras. Descontinuidades são, portanto, incluídas na discretização.

Com a equação (5-42) obtemos a expressão para a pressão em cada ponto nodal da malha discreta utilizada para a solução da equação de Reynolds. As condições de fronteira são introduzidas diretamente nos valores de pressão, especificamente na face (volume de fronteira). Nesse trabalho, as condições de contorno foram de pressão nula nas duas bordas axiais do mancal, ou seja, as extremidades do mancal estão submetidas à pressão atmosférica. A solução numérica de problemas onde o sistema resultante é linear é feita de forma iterativa. Tal como demonstrado pelos coeficientes (5-41) e (5-43), a equação linear (5-42) é diagonalmente dominante, e pode então ser resolvida por qualquer método numérico. Deve ser dada especial atenção a algumas expressões, devido à presença dos termos A, porque esses são calculados com

as velocidades de filme sobre o volume controle. Estes dependem do gradiente de pressão através das relações (5-15) e (5-24) e devem ser atualizados após resolver o sistema de equações lineares (5-42). Como resultado, quando uma variação na pressão de Bernoulli é incluída, o problema se torna não-linear e um ciclo iterativo exterior tem de ser realizado.

A equação (5-42) foi obtida partindo-se da equação dinâmica de Reynolds. Para o caso de carregamento estático, onde não há variação da carga ou da rotação em função do tempo, a equação obtida é muito semelhante a obtida anteriormente, a única diferença é no termo $S_{i,j}$, onde o termo $\frac{dh}{dt}$ é nulo, fazendo com que o último termo de (5-43) seja igual a zero.

5.3 Forças Hidrodinâmicas

Os valores de $P_{i,j}$, para todos os pontos nodais da malha discretizada, são integrados numericamente para que se obtenham as resultantes vertical e horizontal das forças sobre o munhão, figura 4.4, forças essas que se encontram no sistema de referência móvel, representadas aqui por F_r e F_t :

$$F_r = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P_{i,j} \cos \theta_i (\Delta x)(\Delta z) \quad (5-44)$$

$$F_t = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P_{i,j} \sen \theta_i (\Delta x)(\Delta z) \quad (5-45)$$

Onde:

F_r é a força radial

F_t é a força tangencial

Obtendo as forças no sistema móvel de referência, essas são decompostas no sistema inercial utilizando o ângulo de atitude ϕ . Assim tem-se:

$$\begin{cases} F_x \\ F_y \end{cases} = \begin{cases} -F_r \sin \phi + F_t \cos \phi \\ F_r \cos \phi + F_t \sin \phi \end{cases} \quad (5-46)$$

Para qualquer geometria conhecida e uma dada razão de excentricidade ε , uma posição de equilíbrio no eixo é determinada quando $F_x = 0$, o que pode ser obtido associando-se o valor adequado de ϕ .

5.4 Coeficientes Dinâmicos

Para o cálculo dos coeficientes dinâmicos do mancal, as equações diferenciais, oriundas da expansão na série de Taylor, equações (4-36), são aproximadas por diferenças finitas, utilizando a formulação centrada, Venner e Lubrecht (2000). Assim os coeficientes são dados por:

Coeficiente de Rigidez:

$$\begin{aligned} K_{xx} &= \frac{\Delta F_x}{\Delta x} \approx \frac{F_{x+\Delta x} - F_{x-\Delta x}}{2\Delta x} & K_{xy} &= \frac{\Delta F_x}{\Delta y} \approx \frac{F_{x+\Delta x} - F_{x-\Delta x}}{2\Delta y} \\ K_{yx} &= \frac{\Delta F_y}{\Delta x} \approx \frac{F_{y+\Delta y} - F_{y-\Delta y}}{2\Delta x} & K_{yy} &= \frac{\Delta F_y}{\Delta y} \approx \frac{F_{y+\Delta y} - F_{y-\Delta y}}{2\Delta y} \end{aligned} \quad (5-47)$$

Coeficientes de Amortecimento:

$$\begin{aligned} B_{xx} &= \frac{\Delta F_x}{\Delta \dot{x}} \approx \frac{F_{x+\Delta x} - F_{x-\Delta x}}{2\Delta \dot{x}} & B_{xy} &= \frac{\Delta F_x}{\Delta \dot{y}} \approx \frac{F_{x+\Delta x} - F_{x-\Delta x}}{2\Delta \dot{y}} \\ B_{yx} &= \frac{\Delta F_y}{\Delta \dot{x}} \approx \frac{F_{y+\Delta y} - F_{y-\Delta y}}{2\Delta \dot{x}} & B_{yy} &= \frac{\Delta F_y}{\Delta \dot{y}} \approx \frac{F_{y+\Delta y} - F_{y-\Delta y}}{2\Delta \dot{y}} \end{aligned} \quad (5-48)$$

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo apresenta os principais resultados obtidos a partir da simulação computacional do modelo de lubrificação hidrodinâmica proposto. O algoritmo utilizado foi desenvolvido em Intel[®] Visual Fortran Compiler 11.0. São feitas soluções para três diferentes geometrias de mancais radiais: cilíndrico, elíptico e trilobular.

Começamos o capítulo fazendo uma avaliação de alguns parâmetros relevantes para a simulação numérica. A escolha do óleo, e, conseqüentemente da viscosidade do fluido, assim como uma avaliação do tamanho da malha discretizada, método iterativo e critério de parada, são apresentados nessa primeira parte do capítulo.

Na sequência, com o intuito de fazer uma validação preliminar do modelo utilizado, é feita uma comparação da curva de distribuição de pressão para um mancal cilíndrico característico, variando-se a razão L/D (comprimento do mancal/diâmetro do eixo), com os modelos analíticos de DuBois e Ocvirk (mancal curto) e Sommerfeld (mancal longo). Nesta seção, o efeito da relaxação do campo de pressão também é analisado.

Na terceira parte do capítulo, é feita uma análise qualitativa e quantitativa da distribuição de pressão nos três diferentes tipos de mancais em estudo (cilíndrico, elíptico e trilobular). Essa seção ainda traz uma avaliação do efeito de ranhuras axiais, na distribuição de pressão, para as três geometrias analisadas.

A quarta seção apresenta um apanhado geral das características dinâmicas dos três mancais radiais estudados. A influência das ranhuras também é avaliada nos coeficientes dinâmicos equivalentes dos mancais. Os coeficientes de rigidez e amortecimento são avaliados utilizando o modelo dinâmico da equação de Reynolds, juntamente com o método das diferenças finitas, conforme exposto no capítulo 5. A análise qualitativa desses coeficientes permite fazer uma predição da estabilidade dinâmica do filme de óleo para os mancais em altas rotações.

Por fim, a parte final do capítulo, apresenta o caminho percorrido pelo eixo no interior do mancal enquanto a velocidade de rotação aumenta (lôcus do centro do eixo), para cada geometria de mancal e para o mancal na forma lisa e com ranhuras axiais.

6.1 Definição de Alguns Parâmetros para a Simulação Numérica

Viscosidade do Lubrificante

Conforme exposto no Capítulo 3 deste trabalho, a viscosidade é a propriedade mais importante de um lubrificante, tornando-se então, extremamente importante à definição correta de seu valor. A viscosidade do fluido varia, em sua maior parte, de acordo com a temperatura. A pressão também influencia o valor da viscosidade, no entanto, seu efeito é extremamente pequeno, muito inferior ao da temperatura.

A viscosidade de um líquido se dá, quase que na totalidade, devido a forças interatômicas. Conforme a temperatura vai aumentando, o líquido se expande, as moléculas se separam e as forças intermoleculares decrescem, resultando em um decaimento da viscosidade.

Neste trabalho, a temperatura de trabalho do fluido lubrificante é considerada constante, ou seja, variações de temperatura devido ao aumento da velocidade de rotação são negligenciadas, sem grandes perdas de precisão nos resultados, visto que essa variação de temperatura geralmente é pequena em sistemas reais.

Como dito anteriormente, a viscosidade é fortemente dependente da temperatura, e vários modelos empíricos vêm sendo propostos para determinados lubrificantes comerciais. Para este trabalho, o óleo lubrificante SAE 30 foi escolhido, por ser um óleo muito utilizado na indústria automobilística. Para este óleo, através de curvas fornecidas pelo fabricante, e, utilizando uma regressão polinomial em escala logarítmica, tem-se a seguinte relação:

$$\mu = \frac{A}{1 - B \cdot T + C \cdot T^2} \quad (6-1)$$

A viscosidade é obtida em [mPa.s]. Os valores das constantes são:

$$A = 31,5932 \quad [\text{mPa.s}]$$

$$B = 0,0504 \quad [1/^\circ\text{C}]$$

$$C = 8,378 \cdot 10^{-4} \quad [1/^\circ\text{C}^2]$$

Para os resultados deste trabalho, será utilizada uma temperatura média de operação de $T = 50^\circ\text{C}$. Com esse valor de temperatura, a viscosidade do fluido lubrificante é:

$$\mu = \frac{31,5932}{1 - 0,0504 \cdot 50 + 8,378 \cdot 10^{-4} \cdot 50^2} = 54,99 \text{ mPa.s}$$

Para todas as simulações feitas nesse trabalho, a viscosidade utilizada sempre terá esse mesmo valor, independente da rotação utilizada.

Considerações sobre a Discretização da Malha

Um fator muito importante em toda simulação numérica computacional é a definição do tamanho e das características da malha. Primeiramente, a malha utilizada neste trabalho é constituída de volumes homogêneos. As malhas criadas na resolução dos casos analisados eram retangulares e foram sempre criadas utilizando volumes quadrados, ou seja, com o mesmo comprimento nas direções x e z. Um esquema representando como fica a malha nas vizinhanças de um ponto P qualquer pode ser visto na figura 6.1.

Na formulação para mancais com ranhuras, um ponto muito importante para a forma como é desenvolvida a modelagem, é justamente a alocação da malha sobre o domínio, de forma que as ranhuras tenham suas fronteiras, ou seja, o local de transição passando sobre as fronteiras dos volumes. Essa necessidade vem da obrigação de garantir a conservação dos fluxos nas fronteiras, e caso estas não fossem alocadas no mesmo local, teríamos volumes com dimensões variáveis e isso tornaria a formulação inconsistente.

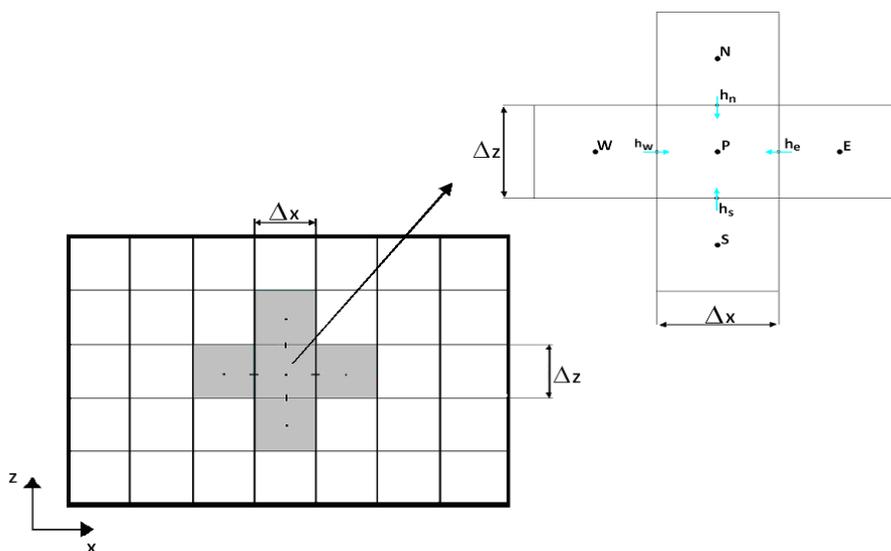


Figura 6.1: Representação de um Volume Típico P e dos Volumes Vizinhos

Outro ponto de interesse a ser analisado trata do estudo do refinamento da malha, com o qual, para várias dimensões de volume (o que resulta em variação no número de volumes), são obtidos diferentes resultados. Ao alterarmos a quantidade de volumes, em um mesmo tamanho de domínio, estamos, por consequência, alterando as dimensões destes volumes, e sendo assim, a própria natureza da teoria diferencial das equações mostra que quanto mais refinadas forem essas malhas, mais próximo do resultado real estaremos. Ou seja, em teoria, quanto maior for o refinamento da malha, melhor será o resultado.

Contudo, na prática, o refinamento da malha tem o revés de aumentar o tempo de processamento computacional e, a partir de certo ponto, os ganhos em qualidade não compensam o tempo despendido na busca da solução. Para este trabalho várias malhas foram testadas, e uma malha com 200 pontos na direção x , foi a malha em que, com o aumento da quantidade de pontos, e conseqüente aumento do tempo de processamento, não houve um aumento da quantidade de iterações necessárias para se atingir o critério de parada pré-estabelecido para o cálculo da distribuição de pressão. O número de pontos na direção z é uma função do número de volumes na direção x e as dimensões do mancal, de forma que os volumes sejam sempre quadrados.

Método Iterativo e Critério de Parada

Ao aplicar as equações discretas desenvolvidas no Capítulo 5 para todos os pontos nodais da malha, centro dos volumes de controle, obtém-se um sistema de equações resultante. Como dito anteriormente, quando uma variação na pressão de Bernoulli é incluída, o problema se torna não-linear e dois ciclos iterativos, um interior e outro exterior, devem de ser realizados. A solução deste sistema nos dará a distribuição de pressões ao longo do filme lubrificante. Pode-se notar que para cada ponto nodal da malha, a pressão depende das pressões dos quatro pontos vizinhos. Essa dependência pode ser observada na equação (5.42).

Para a resolução de cada um dos ciclos torna-se importante selecionar um método iterativo adequado. Os métodos iterativos são aqueles que requerem uma estimativa inicial para dar prosseguimento ao processo de solução. São classificados, em geral, como ponto a ponto, linha a linha, ou plano a plano. Para este trabalho, os dois ciclos iterativos são feitos utilizando um tipo de método ponto a ponto, o método de Gauss-Seidel.

O método de Gauss-Seidel resolve o sistema resultante visitando equação por equação, iterativamente, fazendo o uso, durante um mesmo ciclo iterativo, de valores das variáveis já calculadas nesse ciclo. Isso acelera o processo de convergência em relação ao método de Jacobi (veja Maliska (2004) para mais informações sobre os métodos ponto a ponto). A equação (5-42) pode então ser escrita, utilizando o método de Gauss-Seidel, da seguinte forma:

$$P_{i,j}^{k+1} = \frac{P_{i,j+1}^k (\tilde{T}_{i,j+1} \Delta x) + P_{i,j-1}^{k+1} (\tilde{T}_{i,j-1} \Delta x) + P_{i+1,j}^k (\tilde{T}_{i+1,j} \Delta z) + P_{i-1,j}^{k+1} (\tilde{T}_{i-1,j} \Delta z) + S_{i,j}}{(\tilde{T}_{i,j+1} + \tilde{T}_{i,j-1}) \Delta x + (\tilde{T}_{i+1,j} + \tilde{T}_{i-1,j}) \Delta z} \quad (6-2)$$

Onde o índice k refere-se ao número da iteração. As variáveis \tilde{T} também são resolvidas de forma iterativa utilizando o método de Gauss-Seidel em um ciclo exterior, uma vez que essas variáveis também dependem, de forma indireta, das pressões em cada ponto nodal da malha.

O processo iterativo de Gauss-Seidel é repetido várias vezes até que um determinado critério de parada, pré-estabelecido, seja satisfeito. Neste trabalho o critério utilizado é o seguinte: o método prossegue até que a somatória das pressões calculadas para todos os pontos nodais da malha, em uma iteração k , menos a somatória das pressões calculadas na iteração anterior $k-1$, divididas pelo número total de pontos da malha, seja menor do que um determinado erro estipulado. Esquemáticamente isso pode ser representado da seguinte forma:

Enquanto o erro for $> \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |P_{i,j}^k - P_{i,j}^{k-1}|}{n \cdot m}$ o método prossegue.

Onde n é o número de pontos na direção x e m é o número de pontos na direção z .

O valor do erro utilizado foi definido após uma série de testes, onde se variava tanto a geometria do mancal como a quantidade de pontos na malha. Por fim, concluiu-se que, um erro de 10^{-6} , teve a melhor relação entre a precisão dos resultados obtidos e o tempo computacional gasto, e, portanto, será utilizado em todas as simulações desse trabalho.

6.2 Validação Preliminar do Modelo

A validação preliminar do modelo numérico utilizado é feita analisando, de forma comparativa, o comportamento da distribuição de pressão de um mancal cilíndrico, cujos dados são mostrados na tabela 6.1. O primeiro passo é fazer uma comparação com a equação de DuBois e Ocvirk, aproximação para mancais curtos, que é apresentada no apêndice A (equação (A-15)). Nessa equação, o gradiente de pressão $\partial p / \partial z$ é considerado muito maior que o gradiente de pressão $\partial p / \partial x$, sendo este último desprezado na solução final da equação de Reynolds. Vale lembrar que nesta análise nenhum tipo de ranhura foi introduzido no mancal, uma vez que a solução de DuBois e Ocvirk é válida somente para um mancal liso.

$$p = \left\{ \frac{3\mu\varepsilon U \sin \theta}{RCr^2(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} \left(\frac{L^2}{4} - z^2 \right) + p_0, \quad 0 < \theta < 2\pi, \quad -\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2} \quad (\text{A-15}) \right.$$

Tabela 6.1: Dados Operacionais e Geométricos do Mancal Utilizado na Seção 6.2

Parâmetros e Unidades	Símbolo	Valor
Diâmetro do Mancal [m]	D	$3,0 \times 10^{-2}$
Viscosidade Absoluta [Pa.s]	μ	$5,499 \times 10^{-2}$
Folga Radial [m]	Cr	$9,00 \times 10^{-5}$
Excentricidade Adimensional	ε	0,5
Velocidade tangencial do eixo [m/s]	U	3,93

A razão L/D para o mancal, razão do comprimento axial pelo diâmetro, foi variada começando com $L/D = 0,8$, até o valor de $L/D = 0,1$. A distribuição de pressão foi avaliada na linha média da largura do mancal, ou seja, $z = 0$ na equação (A-15). Os gráficos seguintes mostram o que foi obtido. Para efeito de comparação, a pressão p_0 foi considerada nula, mesma condição de contorno utilizada no método numérico, onde as pressões das bordas laterais do mancal foram consideradas nulas.

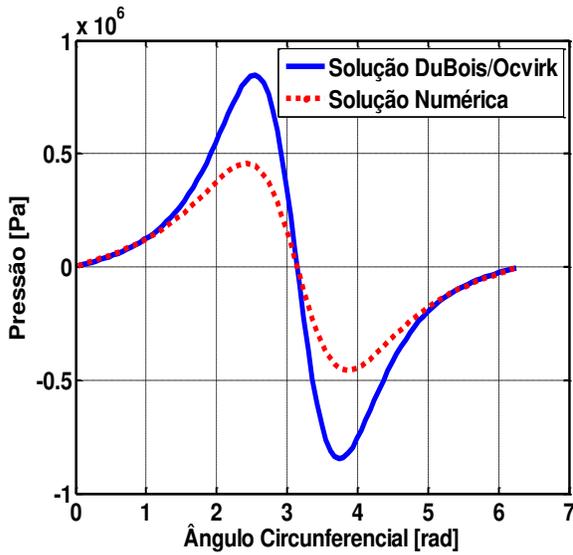


Figura 6.2: Comparação Mancais Curtos ($L/D=0,8$)

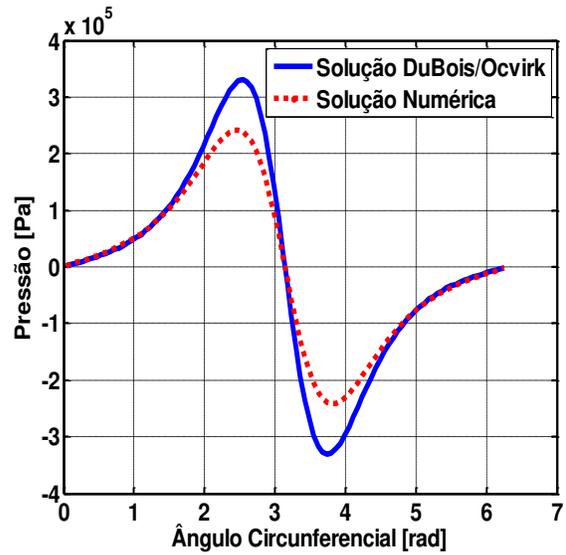


Figura 6.3: Comparação Mancais Curtos ($L/D=0,5$)

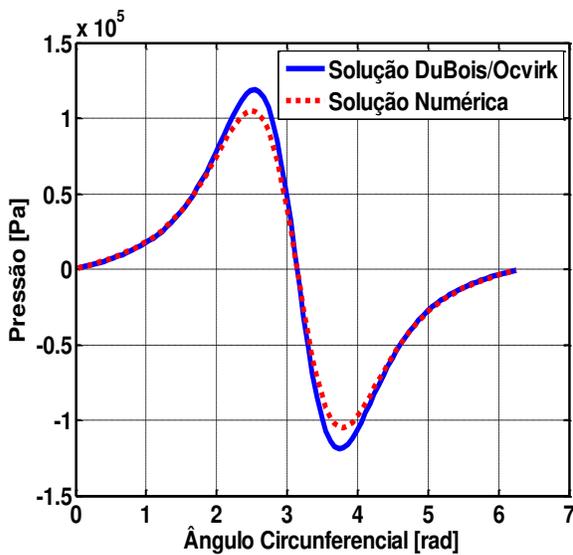


Figura 6.4: Comparação Mancais Curtos ($L/D=0,3$)

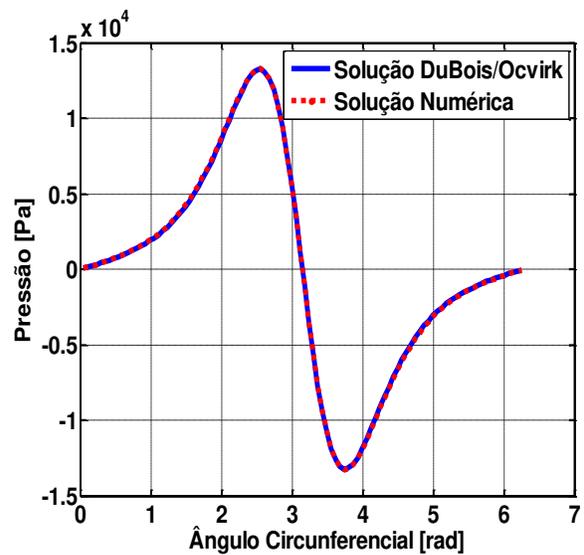


Figura 6.5: Comparação Mancais Curtos ($L/D=0,1$)

Pode ser observado, através da análise dos gráficos 6.2 a 6.5, que o modelo numérico tende a solução analítica, solução de DuBois e Ocvirk, com a diminuição da razão L/D . Nota-se que para uma razão $L/D = 0,8$, figura 6.2, as duas soluções estão muito distantes, mas à medida que a razão diminui, as soluções convergem, até que, com uma razão de $L/D = 0,1$, figura 6.5, ambas soluções são coincidentes. Esse resultado é um primeiro indicativo da qualidade do modelo numérico, uma vez que, para menores valores de L/D , o termo $\partial p/\partial x$ passa a ser realmente desprezível na solução final da equação de Reynolds, caracterizando, assim, um mancal curto, situação na qual a solução de DuBois e Ocvirk é válida.

A segunda forma de se checar o modelo proposto, é comparar a equação de Sommerfeld para mancais infinitamente longos na direção z (equação (A-8)) com a solução obtida de forma numérica. A equação (A-8) considera que o fluxo axial é praticamente nulo, e a distribuição de pressão é constante na direção z . Logo $\frac{\partial p}{\partial z} = 0$, ou seja, considera-se um mancal sem fuga de óleo pelas bordas.

$$p = \begin{cases} \frac{6\mu\Omega\left(\frac{R}{Cr}\right)^2 \varepsilon \sin\theta(2 + \varepsilon \cos\theta)}{(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon \cos\theta)^2} + p_0 & , 0 < \theta < 2\pi \end{cases} \quad (\text{A-8})$$

As características geométricas e operacionais do mancal simulado são as mesmas utilizadas para o caso anterior, cujos dados são apresentados na tabela 6.1. Também como no caso anterior, a pressão p_0 foi considerada nula, para aproximar uma condição de contorno idêntica a utilizada no método numérico, onde as pressões das bordas laterais do mancal foram consideradas nulas. A razão entre o comprimento axial e o diâmetro do mancal, L/D , foi variada partindo de $L/D = 1$ até o valor de $L/D = 4$. Os gráficos seguintes mostram os resultados obtidos.

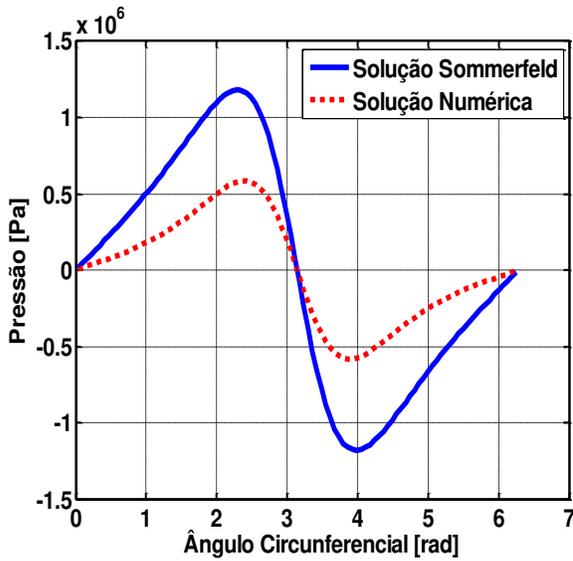


Figura 6.6: Comparação Mancais Longos ($L/D=1$)

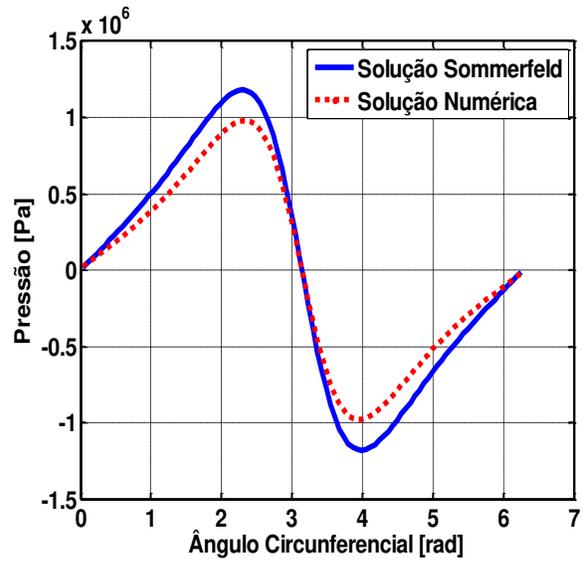


Figura 6.7: Comparação Mancais Longos ($L/D=2$)

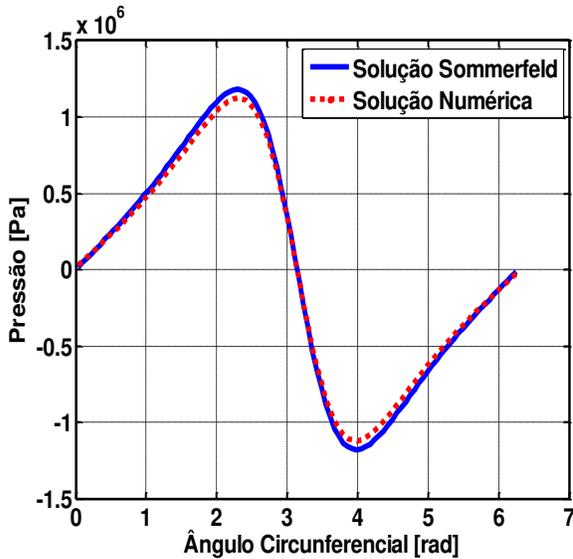


Figura 6.8: Comparação Mancais Longos ($L/D=3$)

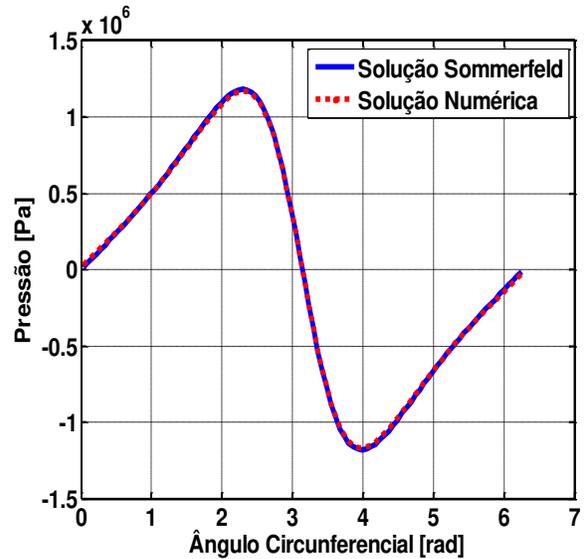


Figura 6.9: Comparação Mancais Longos ($L/D=4$)

Os gráficos mostram que o modelo numérico tende à solução de Sommerfeld com o aumento da razão L/D . Para uma razão $L/D=1$ as duas soluções ainda estão muito distantes, mas à medida que a razão aumenta, as soluções convergem, até que, com uma razão de $L/D=4$, ambas soluções são coincidentes. Isso é mais um indicativo do bom condicionamento do modelo numérico, uma vez que quando se utiliza um mancal com razão L/D elevada, a solução é

praticamente idêntica aquela em que o termo $\frac{\partial p}{\partial z}$ é desprezado, situação na qual a solução de Sommerfeld é válida.

Conforme pode ser verificado nos gráficos das figuras 6.2 a 6.9, a pressão P foi calculada para o intervalo $0 < \theta < 2\pi$. Para o intervalo de $\pi < \theta < 2\pi$, foram obtidas pressões negativas com magnitude igual às pressões positivas obtidas no intervalo $0 < \theta < \pi$. Dado que o fluido não pode suportar grandes pressões negativas sem cavitação, lembrando que as pressões calculadas são sempre manométricas, torna-se necessário fazer a utilização de uma relaxação durante o processo iterativo do cálculo numérico da distribuição de pressão. Vale ressaltar também que em alguns casos a pressão negativa foi menor que o zero absoluto de pressão, algo que não condiz com a realidade, mas não previsto na solução da equação de Reynolds. O processo de relaxação utilizado faz com que o campo de pressão obtido tenha a parte negativa zerada após cada iteração. Dessa forma, consegue-se obter uma solução mais próxima da realidade de um mancal em operação, uma vez que, na prática, o mancal sempre estará submerso em óleo, fazendo com que o campo de pressão seja todo positivo.

No que se refere à relaxação, é esperado que esta cause mudanças na distribuição de pressão principalmente na região próxima à $\theta = 180^\circ$. Essa é a região de transição entre as partes positivas e as negativas da distribuição de pressão. Como para o cálculo das pressões de forma numérica, durante o processo iterativo, a pressão em um determinado ponto depende da pressão nos quatro pontos vizinhos. Na região de transição, a distribuição de pressão vai ficar alterada, tendo em vista que sem a relaxação eram utilizadas pressões negativas para a convergência da parte positiva próxima a $\theta = 180^\circ$, e com a relaxação, nessa região, serão utilizadas pressões nulas durante o processo iterativo. As figuras 6.10 a 6.13 mostram esse efeito para alguns dos casos analisados anteriormente (mancal com os dados da tabela 6.1).

Analisando os gráficos das figuras 6.10 a 6.13, pode-se notar que a relaxação tem maior influência em altas razões L/D , devido a maior homogeneidade da distribuição de pressão. A princípio, era de se esperar que a relaxação influenciasse a distribuição de pressão somente na região próxima a $\theta = 180^\circ$, no entanto, pode-se notar que a influência da relaxação se propaga para quase que toda a circunferência do mancal (figura 6.13) em um mancal com razão L/D

elevada. Esse fato mostra que a relaxação é extremamente importante para que o modelo consiga se aproximar, o melhor possível, da situação que ocorre de fato em um mancal real em operação.

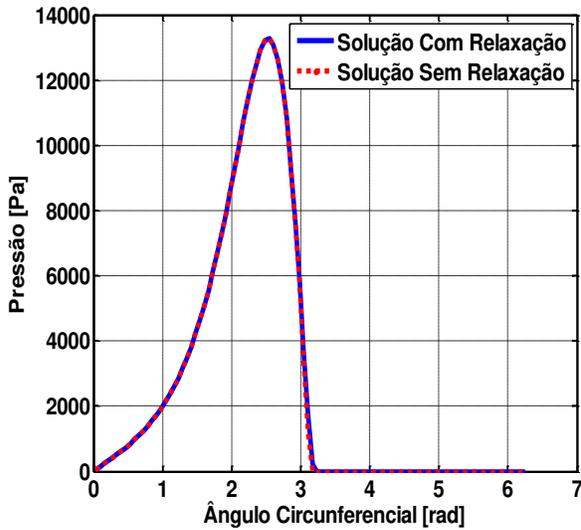


Figura 6.10: Efeito da Relaxação ($L/D=0,1$)

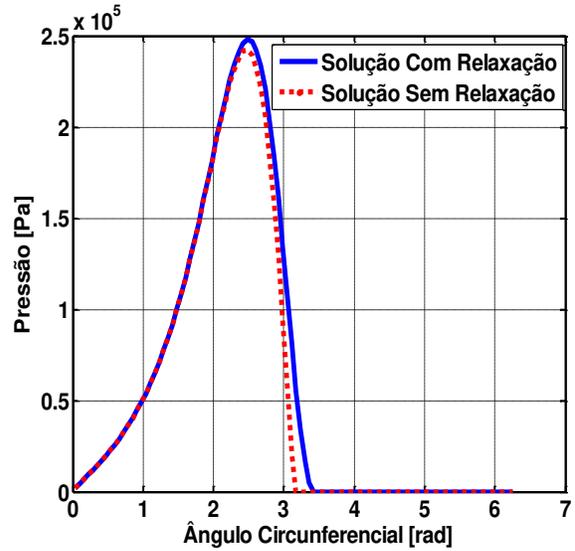


Figura 6.11: Efeito da Relaxação ($L/D=0,5$)

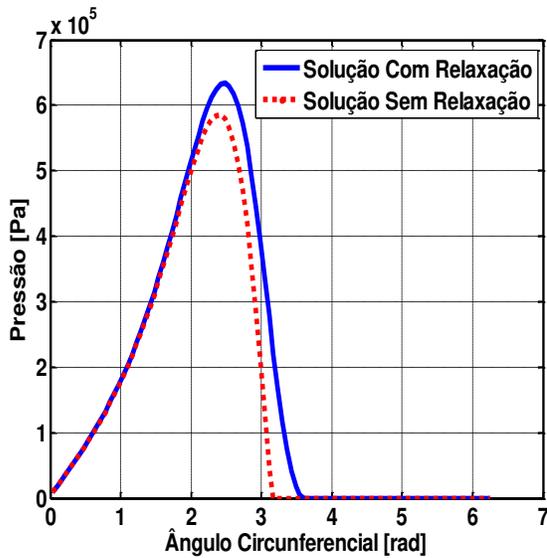


Figura 6.12: Efeito da Relaxação ($L/D=1$)

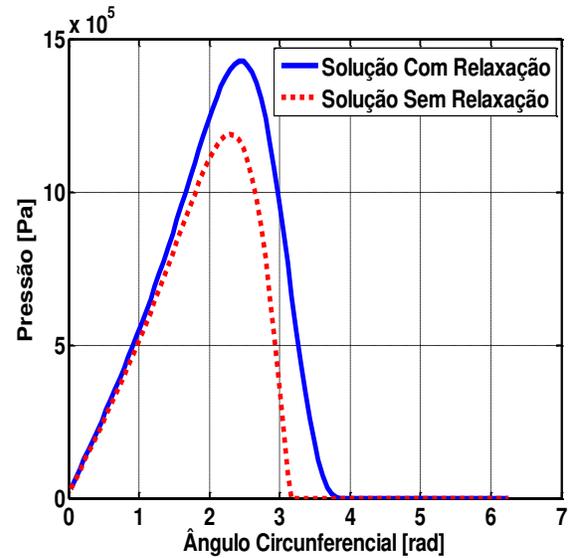


Figura 6.13: Efeito da Relaxação ($L/D=4$)

6.3 Avaliação da Distribuição de Pressão

Esta seção traz uma caracterização da distribuição de pressão no filme de óleo presente no interior do mancal. Primeiramente, são feitas análises para um mancal cilíndrico, três mancais elípticos e três mancais trilobulares (nos mancais elípticos e trilobulares a pré-carga m será o parâmetro variado). Todos esses primeiros mancais são lisos, sem a inclusão de nenhum tipo de ranhura. Em todos os casos, foi dada uma rotação e uma carga aplicada como parâmetros de entrada, e, com o valor dessas variáveis, juntamente com os dados geométricos do mancal, a posição de equilíbrio é encontrada e a distribuição de pressão avaliada. O mancal utilizado, nesses primeiros casos, tem as características geométricas e os parâmetros de operação dados na tabela 6.2.

Tabela 6.2: Dados Geométricos e Operacionais do Mancal Utilizado nas seções 6.3 a 6.5

Parâmetros e Unidades	Símbolo	Valor
Diâmetro do Mancal [m]	D	$3,0 \times 10^{-2}$
Comprimento Axial [m]	L	$2,0 \times 10^{-2}$
Viscosidade Absoluta [Pa.s]	μ	$5,449 \times 10^{-2}$
Folga Radial [m]	Cr	$9,0 \times 10^{-5}$
Força de Reação Aplicada no Mancal [N]	W	100
Densidade do Óleo [Kg/m ³]	ρ	881
Rotação [rpm]	ω	2500

Na sequência, têm-se a distribuição de pressão dos sete primeiros casos analisados. Nos mancais cilíndricos e elípticos a origem da direção circunferencial se dá no primeiro quadrante. Para o mancal trilobular, como o início de nenhum de seus lóbulos coincide com o início de um quadrante, a distribuição de pressão é plotada a partir do lóbulo inferior do mancal, para maior praticidade. A figura 6.14 esquematiza o que foi descrito.

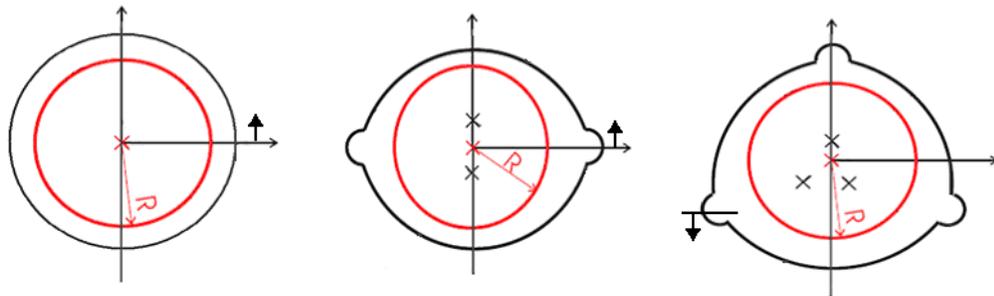


Figura 6.14: Origem da Direção Circunferencial em Cada Tipo de Mancal

Para os gráficos da projeção no plano $\theta - P$, vista lateral da distribuição de pressão, curvas localizadas à direita, estes sempre se referem à linha média da largura, ou seja, ponto médio do eixo z . Como a largura do mancal utilizado nesta análise é de 20 mm, sempre foram tomados na linha $z = 10$ mm.

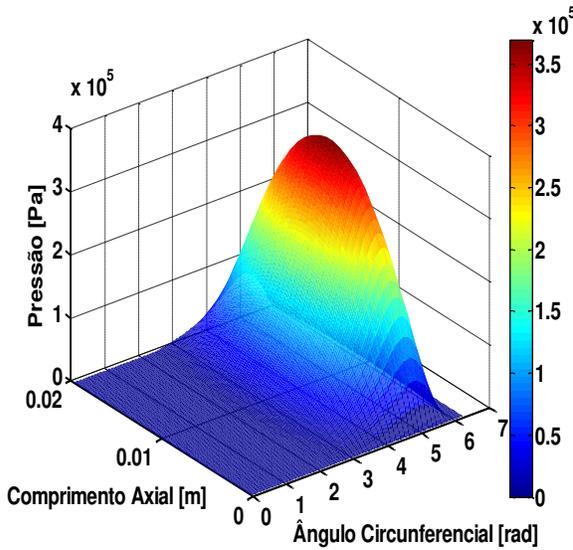


Figura 6.15: Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico

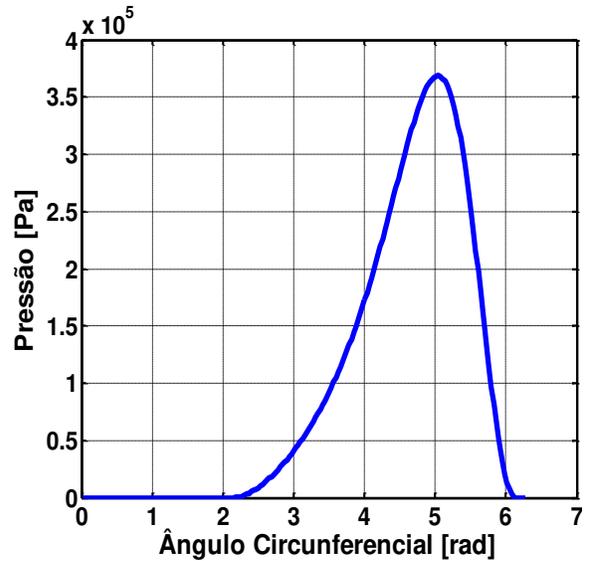


Figura 6.16: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico

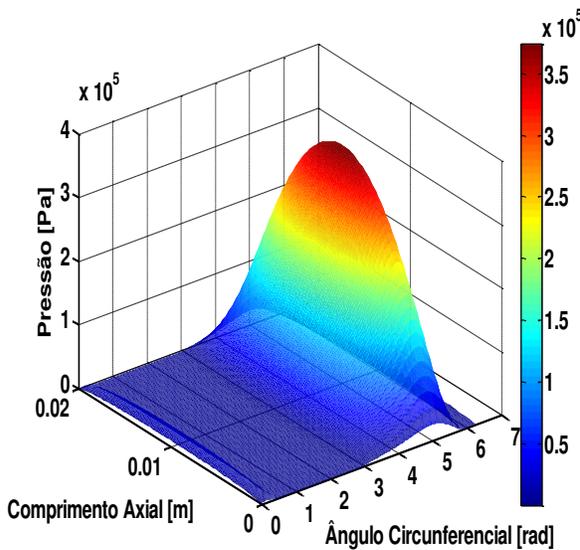


Figura 6.17: Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico ($m = 0,2$)

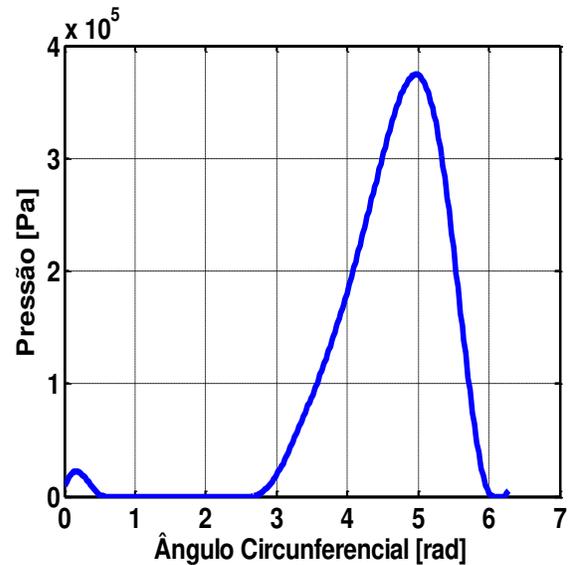


Figura 6.18: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico ($m = 0,2$)

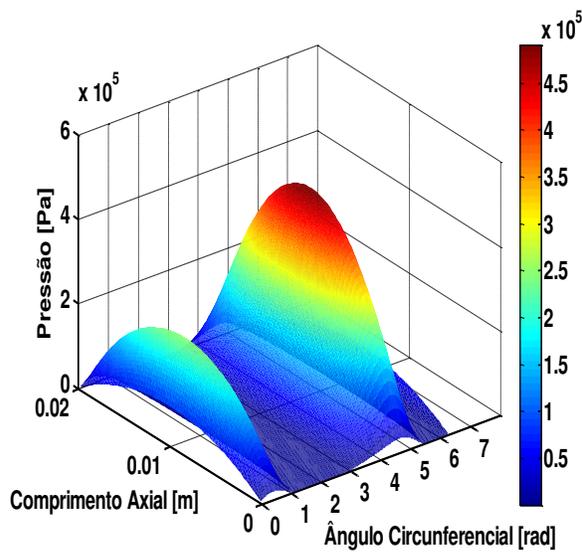


Figura 6.19: Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico ($m = 0,4$)

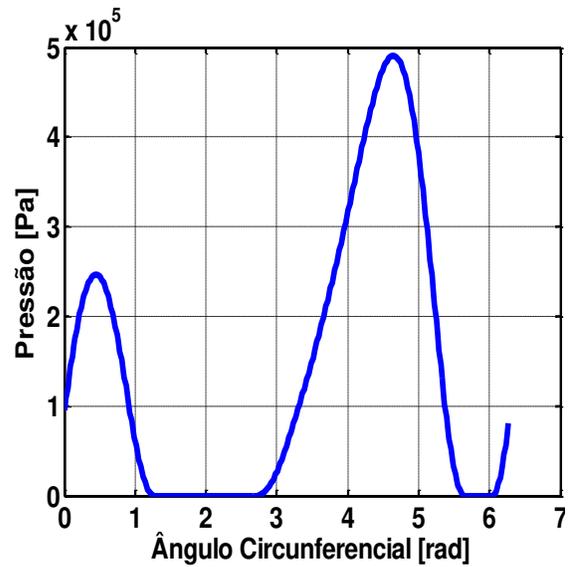


Figura 6.20: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico ($m = 0,4$)

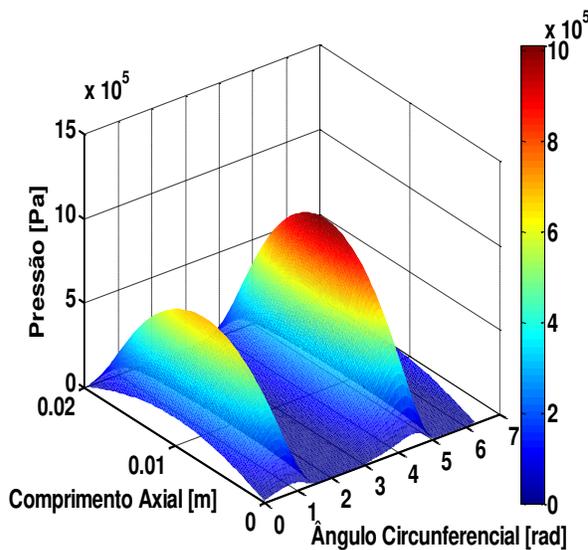


Figura 6.21: Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico ($m = 0,6$)

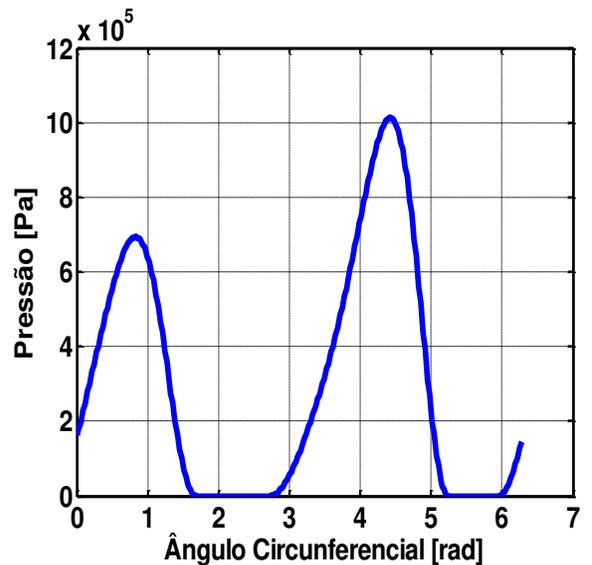


Figura 6.22: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico ($m = 0,6$)

Analisando as figuras 6.17 a 6.22, pode-se notar, para um mancal elíptico, a presença de dois picos de pressão, sendo que de 0 a π simboliza o lóbulo superior do mancal, e de π a 2π , o lóbulo inferior. Isto pode ser explicado, para esse tipo de mancal, pelo fato de que para baixas razões de excentricidade, temos o eixo localizado no semi-plano superior do mancal fazendo com

que o filme de óleo, presente no lóbulo superior, seja comprimido gerando maiores forças de reação e, conseqüentemente, um campo de pressão naquela região.

É interessante notar que, no mancal elíptico, com o aumento da pré-carga, para baixas razões de excentricidades, a distribuição de pressão à direita do lóbulo superior aumenta. Esse fato pode ser explicado pela dinâmica do filme de óleo. No mancal elíptico, a força criada na parte esquerda do lóbulo inferior (ver figura 6.23, região I) possui uma força resultante horizontal muito alta, e essa força não será balanceada, pelas outras regiões com pressão (figura 6.23, regiões II e III), a não ser que o centro do eixo se desloque para cima e para a direita.

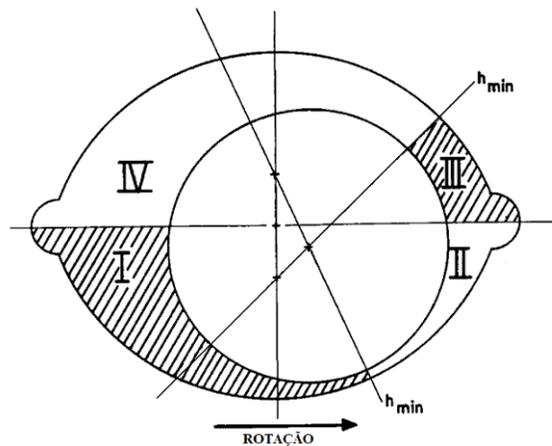


Figura 6.23: Distribuição de Pressão no Mancal Elíptico

Também é facilmente observável que o mancal elíptico apresenta as mesmas características de um mancal cilíndrico em excentricidades moderadas e altas (figura 6.17 e figura 6.18), tal fato ocorre devido ao descarregamento do lóbulo superior, ou seja, como a compressão do filme de óleo se torna cada vez menor no arco superior, a força de sustentação dessa parte também diminui, fazendo com que esta se torne desprezível em comparação com as forças do arco inferior, e assim, apresentando semelhança com o mancal cilíndrico.

O mancal trilobular é composto de três lóbulos, sendo que cada um seus arcos são de 120° . O primeiro pico de pressão observado nos gráficos diz respeito ao lóbulo inferior, o pico central corresponde ao lóbulo da direita e o último, ao lóbulo da esquerda. Podem-se notar pelos gráficos, figuras 6.24 a 6.29, que a maior pressão se encontra no lóbulo inferior e que o lóbulo da direita possui uma distribuição com valor ligeiramente maior que o da esquerda. Com o aumento

pré-carga, a distribuição de pressão tende a ter uma divisão mais distribuída dos picos de pressão, ou seja, há um carregamento mais homogêneo em cada um dos três lóbulos (ver figuras 6.28 e 6.29). Esse fenômeno se deve ao fato de que, com uma maior pré-carga, maior é a característica, em cada um dos três lóbulos, cilíndrica do mancal, e, conseqüentemente, mais uniforme a pressão é distribuída ao longo de toda a circunferência do mancal.

Para o mancal trilobular, com o aumento da excentricidade adimensional, menor pré-carga (ver figuras 6.24 e 6.25), tem-se a diminuição da pressão nos lóbulos laterais. Esse fato pode ser explicado pela tendência do eixo em se acomodar na região do lóbulo inferior, gerando ali um aumento na força de sustentação do fluido, e conseqüente descarregamento dos lóbulos laterais.

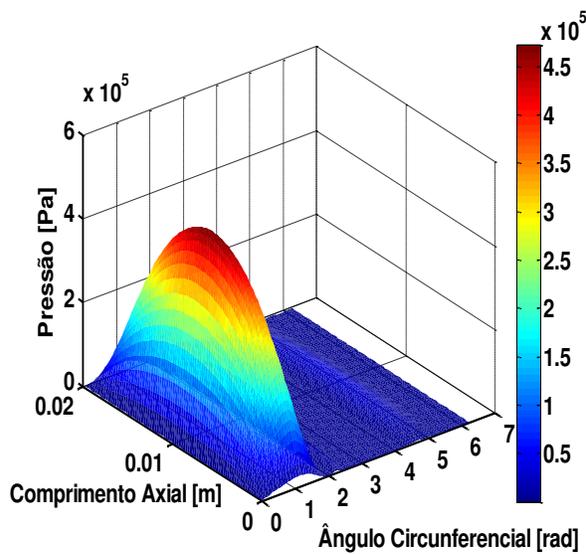


Figura 6.24: Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular ($m = 0,2$)

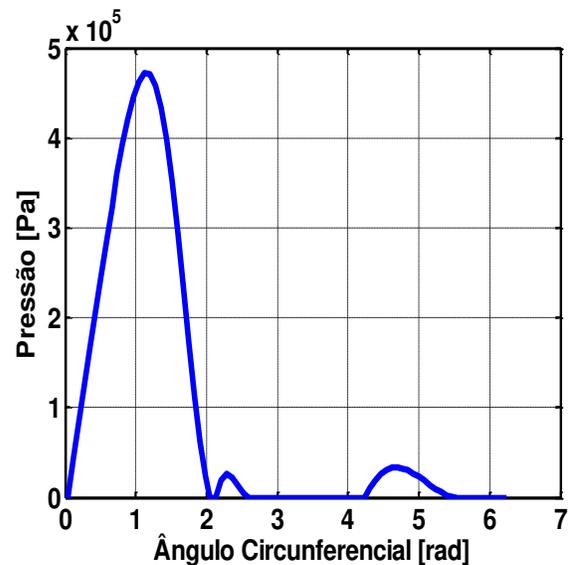


Figura 6.25: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular ($m = 0,2$)

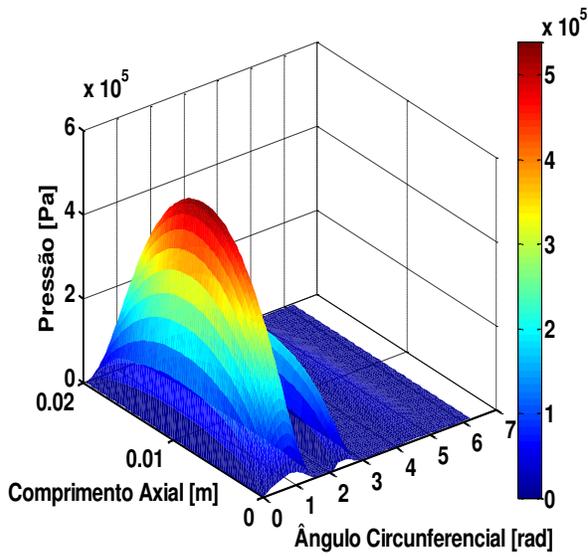


Figura 6.26: Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular ($m = 0,4$)

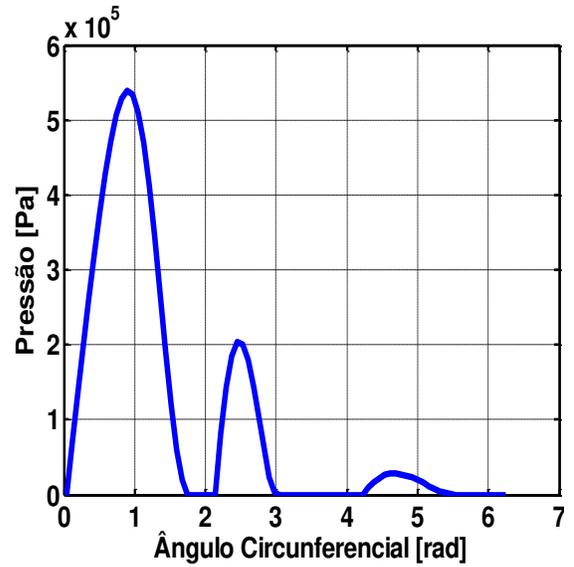


Figura 6.27: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular ($m = 0,4$)

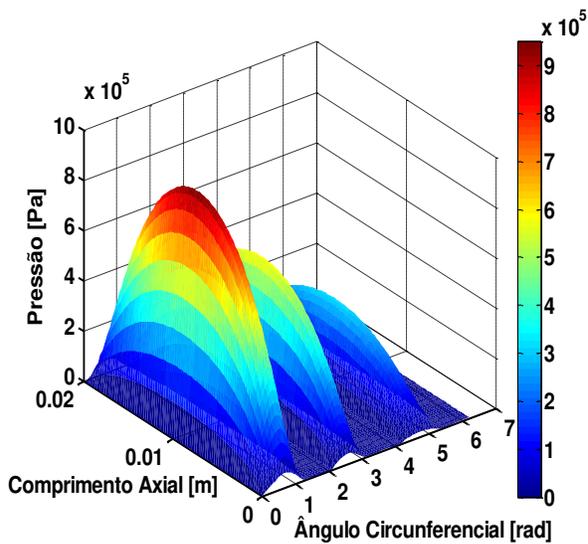


Figura 6.28: Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular ($m = 0,6$)

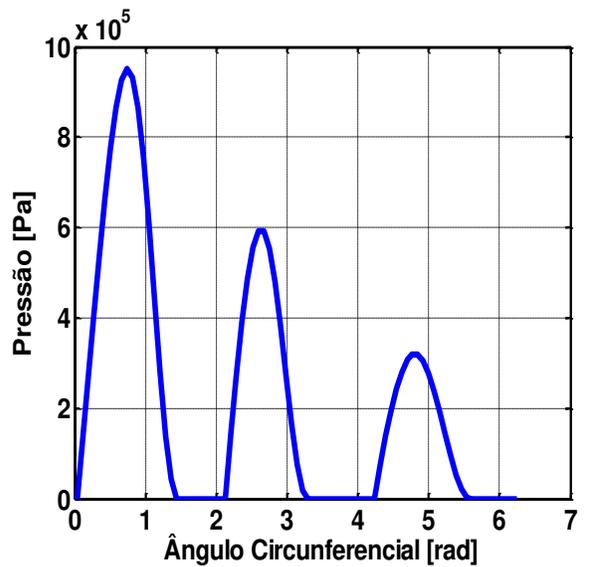


Figura 6.29: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular ($m = 0,6$)

A influência de ranhuras axiais no comportamento estático do mancal é agora avaliada para o caso de um mancal cilíndrico. Os parâmetros mais relevantes dessas ranhuras são mostrados na figura 6.30. A análise começa com a verificação da influência da quantidade de ranhuras (n_{ranh})

e da profundidade (prof_ranh) dessas na distribuição de pressão. O mancal utilizado tem os mesmos dados apresentado na tabela 6.2, além da largura da ranhura, que foi fixada em 8 mm.

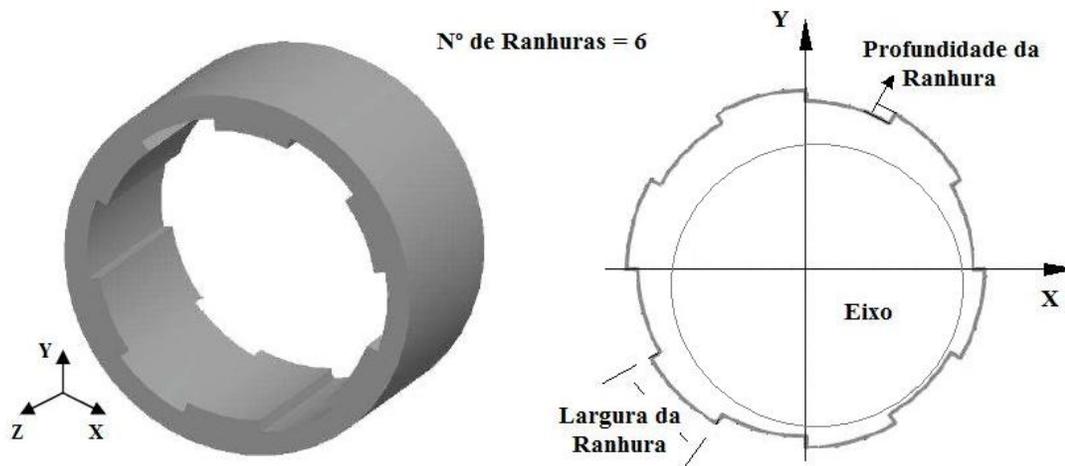


Figura 6.30: Principais Parâmetros das Ranhuras Axiais

Os gráficos seguintes mostram a distribuição de pressão para mancais cilíndricos com 2, 4 e 6 ranhuras e em cada uma dessas configurações as profundidades foram de 0,01 mm e 0,1 mm.

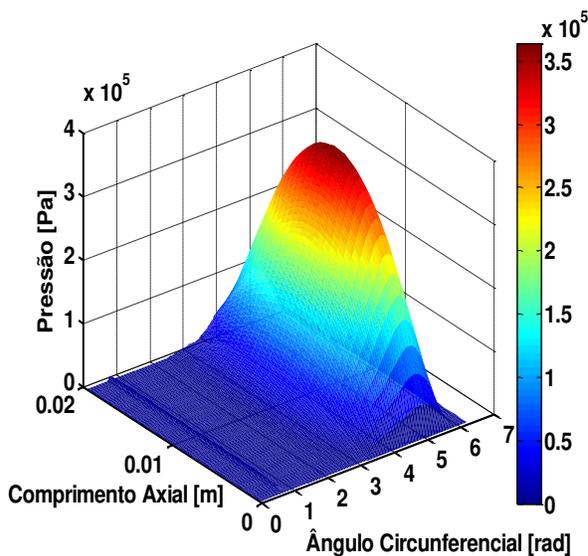


Figura 6.31: Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico (n_ranh = 2, prof_ranh = 0,01 mm)

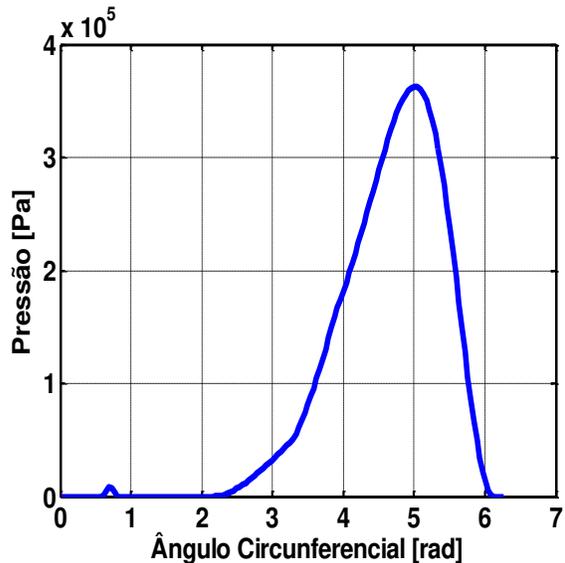


Figura 6.32: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico (n_ranh = 2, prof_ranh = 0,01 mm)

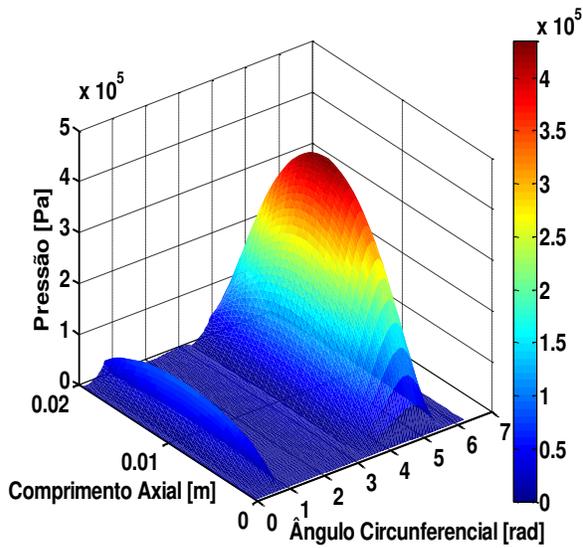


Figura 6.33: Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($n_{\text{ranh}} = 2$, $\text{prof}_{\text{ranh}} = 0,1$ mm)

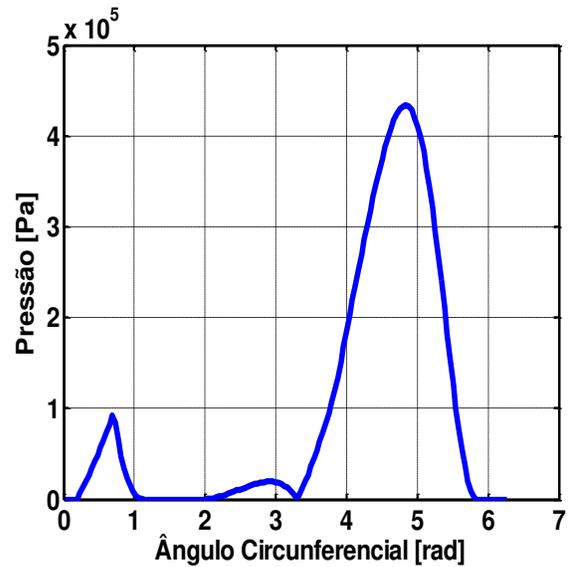


Figura 6.34: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($n_{\text{ranh}} = 2$, $\text{prof}_{\text{ranh}} = 0,1$ mm)

Como se pode notar, somente com a análise da vista lateral da distribuição de pressão já é possível notar a influência dos parâmetros desejados. Sendo assim, para os próximos casos, somente será mostrado esse tipo de gráfico.

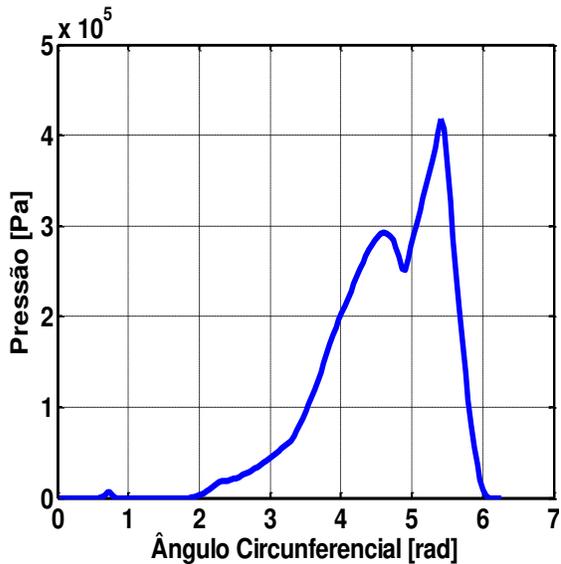


Figura 6.35: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($n_{\text{ranh}} = 4$, $\text{prof}_{\text{ranh}} = 0,01$ mm)

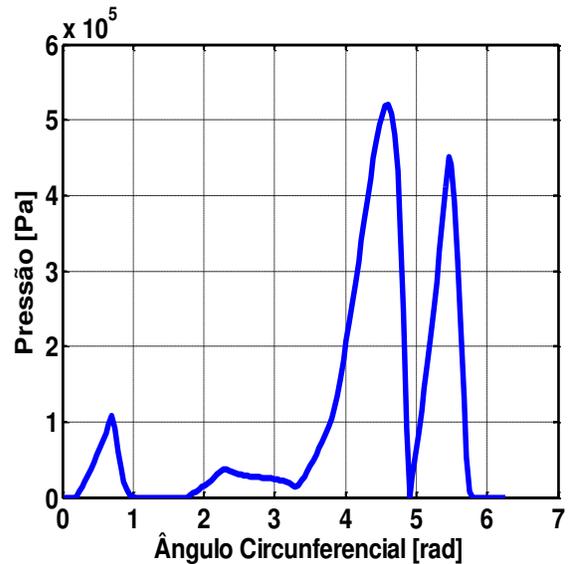


Figura 6.36: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($n_{\text{ranh}} = 4$, $\text{prof}_{\text{ranh}} = 0,1$ mm)

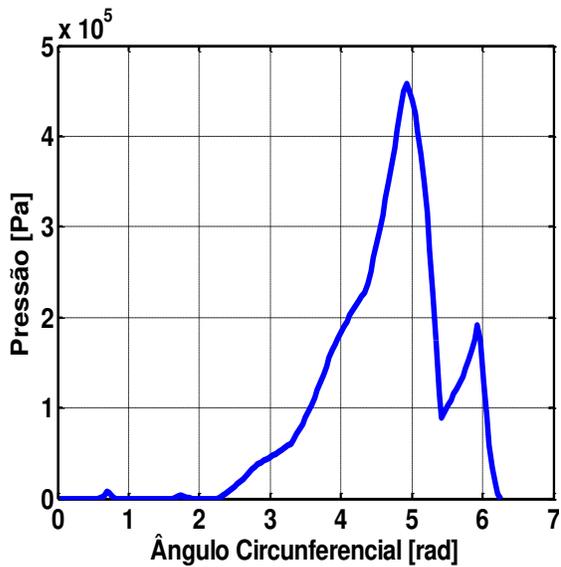


Figura 6.37: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($n_{\text{ranh}} = 6$, $\text{prof}_{\text{ranh}} = 0,01 \text{ mm}$)

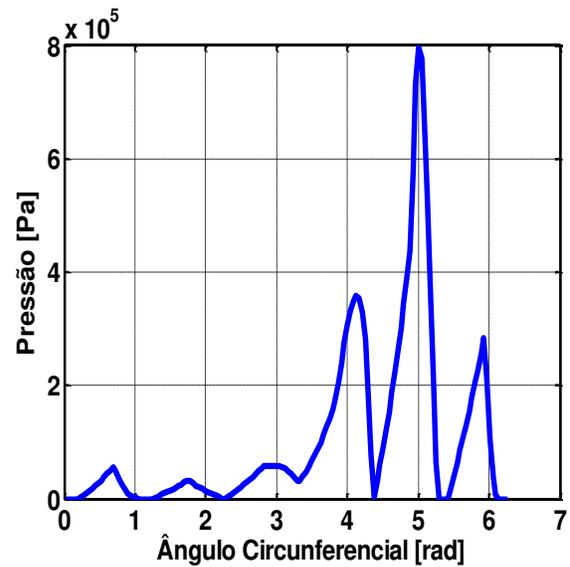


Figura 6.38: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($n_{\text{ranh}} = 6$, $\text{prof}_{\text{ranh}} = 0,1 \text{ mm}$)

Nas figuras 6.31 a 6.34 pode-se notar a presença das duas ranhuras axiais, uma próxima da origem, e outra na região próxima a $\theta = \pi \text{ rad}$. Essas ranhuras foram inseridas em posições diametralmente opostas para que ficassem mais bem espaçadas no interior do mancal. Pode-se notar que, com o aumento da profundidade da ranhura, aumenta-se o pico de pressão que aparece nas imediações dessas ranhuras. Além disso, verifica-se que o pico de pressão, formado na região próxima a $\theta = 5 \text{ rad}$, tem um ligeiro aumento quando a profundidade da ranhura aumenta. Isso pode ser explicado pela diminuição da espessura do filme de óleo nessa região.

A análise das figuras seguintes, figuras 6.35 a 6.38, mostra que, como esperado, o aumento da quantidade de ranhuras faz com que surjam novos picos de pressão nas imediações de cada uma das ranhuras. Novamente, observa-se que o aumento da profundidade causa um aumento de magnitude dos novos picos de pressão gerados, assim como um aumento da magnitude dos picos que já existiam antes da inserção dessas ranhuras. Outro fato a ser observado é que, o surgimento de novos picos de pressão na parte superior da circunferência do mancal, gera forças na direção negativa do eixo y . Essas forças contribuem de forma negativa para a capacidade de sustentação do mancal, ou seja, com o aumento da quantidade de ranhuras e de sua profundidade, há uma diminuição na capacidade de sustentação de carga do mancal.

Para finalizar a análise em mancais cilíndricos, verifica-se a influência da espessura da ranhura (esp_ranh) na distribuição de pressão. Para este caso, a quantidade de ranhuras foi fixada em 4 e a profundidade de cada ranhura fixada em 0,08 mm. Com relação à espessura, esta foi avaliada com os valores de 6 mm e 12 mm.

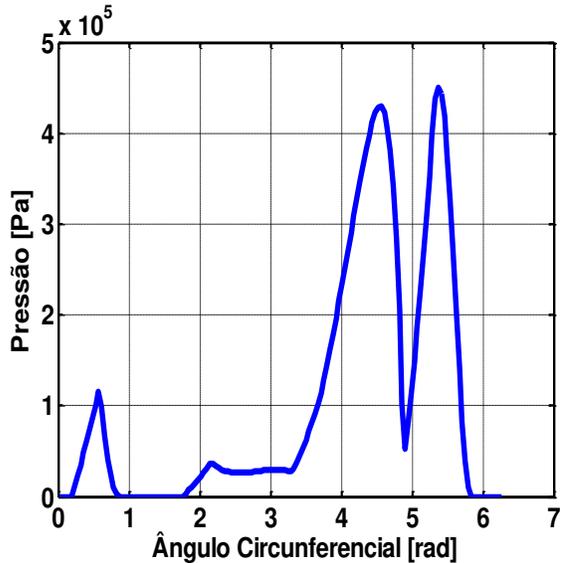


Figura 6.39: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($esp_ranh = 6$ mm)

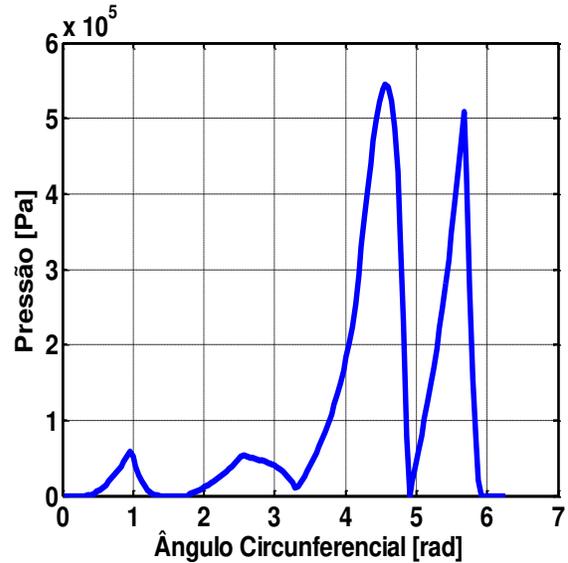


Figura 6.40: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Cilíndrico ($esp_ranh = 12$ mm)

O aumento da espessura das ranhuras, figura 6.40 comparada com a figura 6.39, faz com que fique mais nítida a região de influência de cada uma das ranhuras (região onde a pressão é reduzida a zero). Além disso, a magnitude dos dois maiores picos de pressão também aumentou, novamente devido à diminuição da espessura do filme de óleo nessa região.

Depois de terminada a análise do efeito das ranhuras nos mancais cilíndricos, parte-se agora para o mancal elíptico. Para esse mancal será avaliado o efeito da profundidade das ranhuras e da sua espessura. Os primeiros resultados referem-se a um mancal elíptico com pré-carga $m = 0,2$, com 6 ranhuras de 8 mm de espessura cada e com as profundidades $prof_ranh = 0,01$ mm e $prof_ranh = 0,1$ mm.

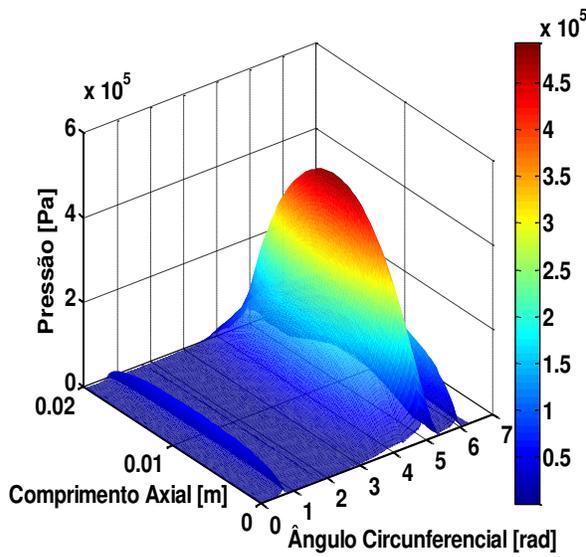


Figura 6.41: Distribuição de Pressão para o Mancais Elíptico ($prof_ranh = 0,01$ mm)

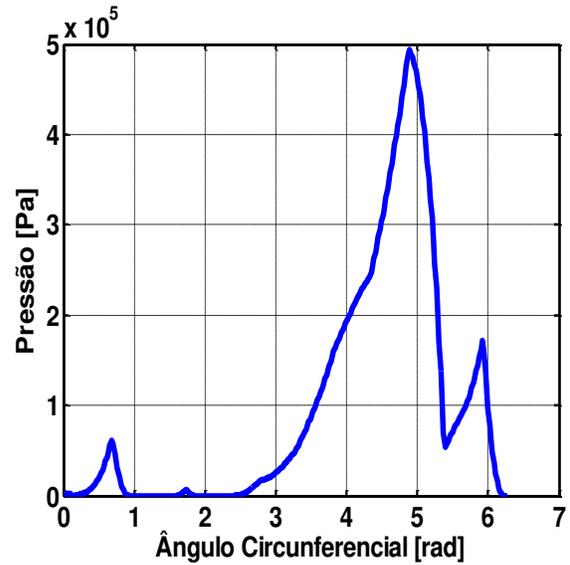


Figura 6.42: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancais Elíptico ($prof_ranh = 0,01$ mm)

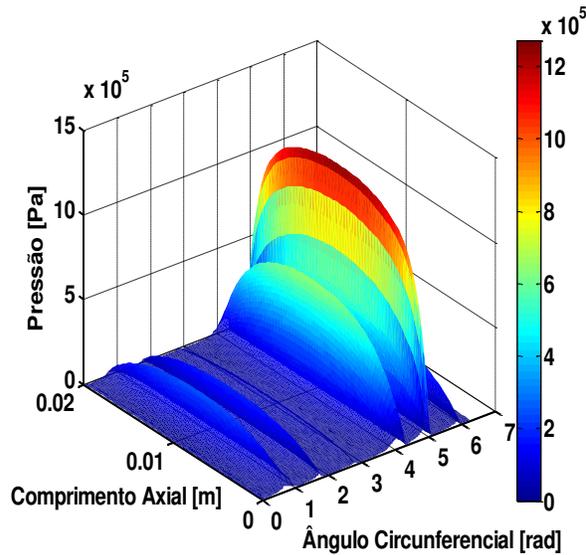


Figura 6.43: Distribuição de Pressão para o Mancais Elíptico ($prof_ranh = 0,1$ mm)

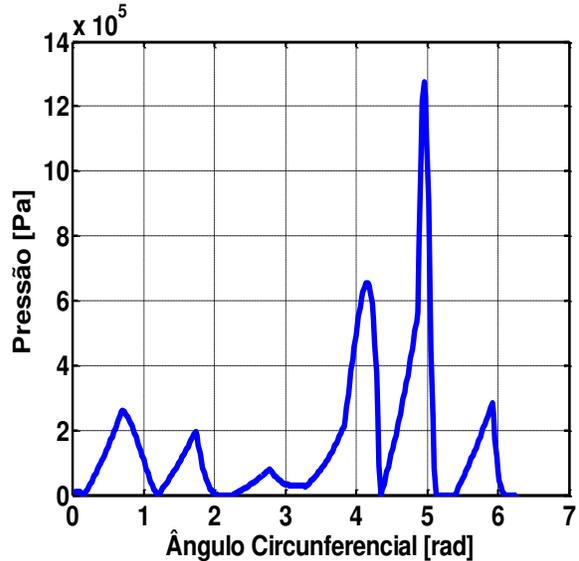


Figura 6.44: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancais Elíptico ($prof_ranh = 0,1$ mm)

O comportamento dos mancais elípticos com ranhuras é muito semelhante ao que se observou nos mancais cilíndricos. Primeiramente, pode ser visto que a presença das ranhuras não só fez surgir novos picos de pressão, como também dividiu os picos existentes nos mancais lisos

em um maior número de picos. Pode-se notar, novamente, que com o aumento da profundidade da ranhura, aumenta-se à magnitude dos picos de pressão em toda a circunferência do mancal.

Ainda para o mancal elíptico, verifica-se a influência da espessura da ranhura (esp_ranh) na distribuição de pressão. Para este caso, a quantidade de ranhuras foi fixada em 4 e a profundidade de cada ranhura fixada em 0,08 mm. Com relação à espessura, esta foi avaliada com os valores de 6 mm e 12 mm. São plotados apenas os gráficos da Vista Lateral da Distribuição de Pressão.

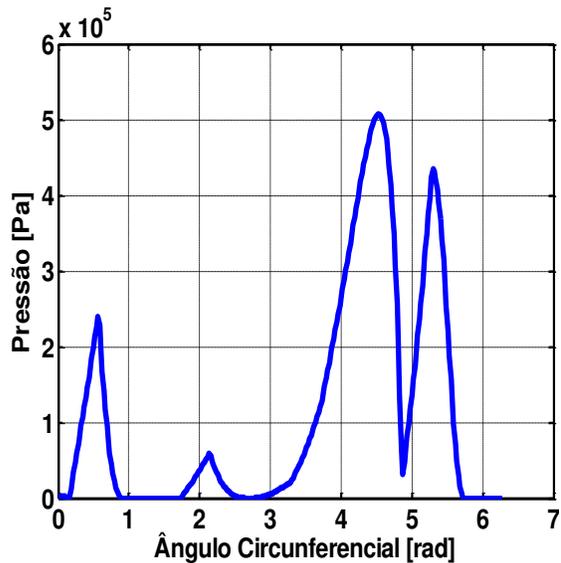


Figura 6.45: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico ($esp_ranh = 6$ mm)

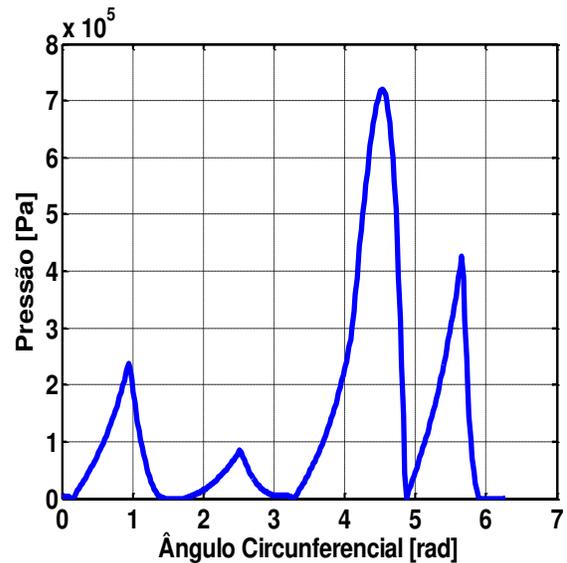


Figura 6.46: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Elíptico ($esp_ranh = 12$ mm)

A última análise sobre o efeito das ranhuras nos mancais elípticos mostra que o aumento da espessura das ranhuras, assim como no caso dos mancais cilíndricos, permite identificar melhor a localização de todas as ranhuras e, novamente, a magnitude dos picos de pressão também aumentou, devido à diminuição da espessura do filme de óleo nessa região.

Para encerrar a seção parte-se para a análise da influência das ranhuras, e alguns de seus parâmetros mais relevantes, no comportamento estático dos mancais trilobulares. São mostrados os resultados de um mancal trilobular com pré-carga $m = 0,2$, com 6 ranhuras de 8 mm de espessura cada e com as profundidades $prof_ranh = 0,01$ mm e $prof_ranh = 0,1$ mm.

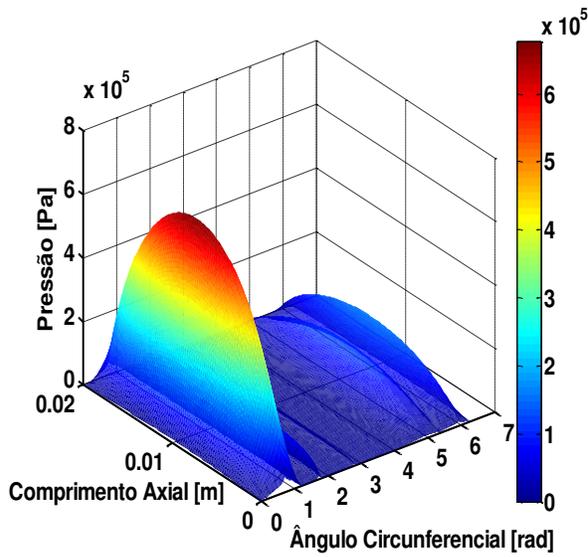


Figura 6.47: Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular (prof_ranh = 0,01 mm)

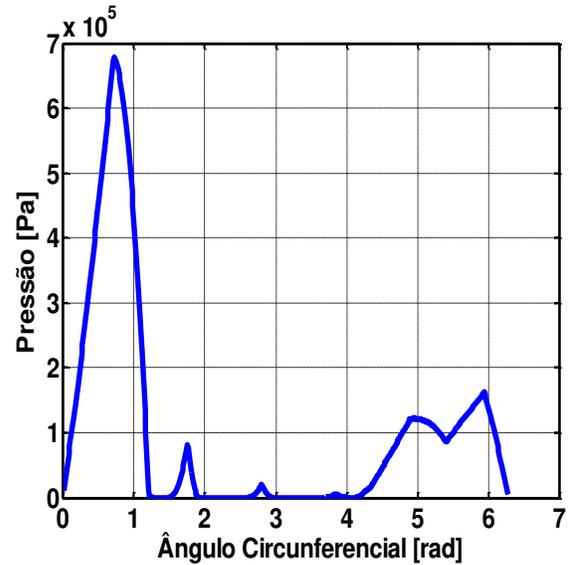


Figura 6.48: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular (prof_ranh = 0,01 mm)

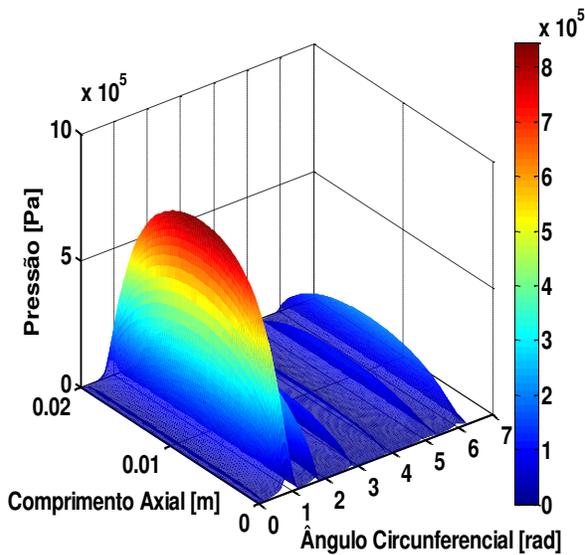


Figura 6.49: Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular (prof_ranh = 0,1 mm)

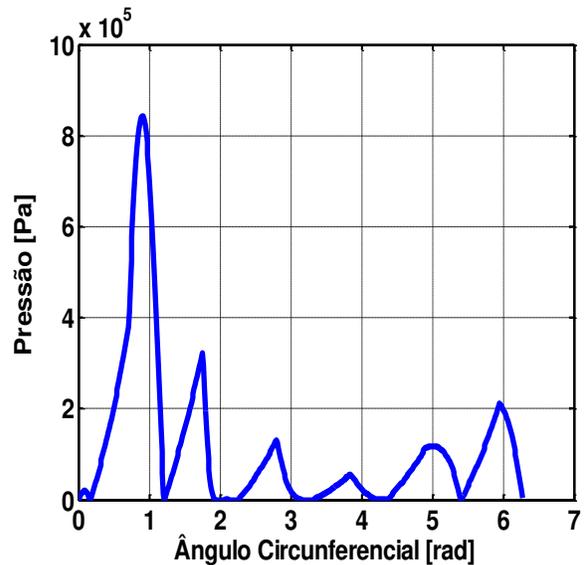


Figura 6.50: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular (prof_ranh = 0,1 mm)

A influência da espessura da ranhura (esp_ranh) na distribuição de pressão, para o caso de $n_{\text{ranh}} = 4$, $\text{prof_ranh} = 0,08$ mm e esp_ranh com valores de 6 mm e 12 mm, em um mancal trilobular, são os últimos resultados apresentados.

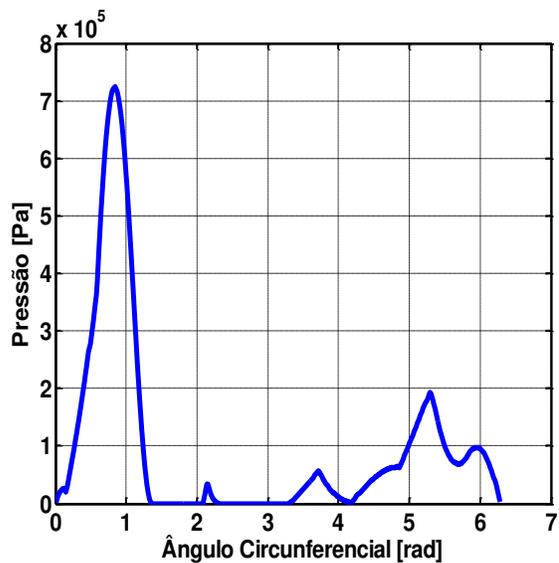


Figura 6.51: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular (esp_ranh = 6 mm)

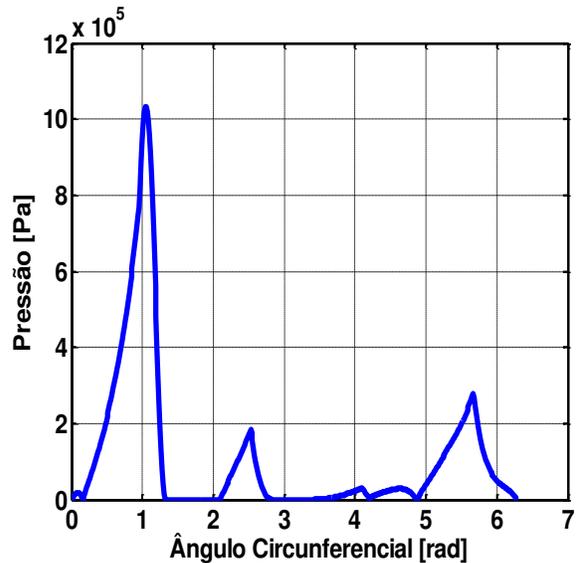


Figura 6.52: Vista Lateral da Distribuição de Pressão para o Mancal Trilobular (esp_ranh = 12 mm)

Como pode ser observado nas figuras 6.47 a 6.52, o mancal trilobular apresenta um comportamento muito similar aos mancais elípticos e cilíndricos quando com a presença de ranhuras axiais. A influência das ranhuras fica mais evidente com o aumento dos três parâmetros principais das ranhuras: quantidade, profundidade e espessura.

6.4 Análise dos Coeficientes Dinâmicos Equivalentes

Os gráficos apresentados nessa seção mostram os coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento do filme de óleo como função da velocidade de rotação do eixo para todos os diferentes casos analisados. O modelo dinâmico da equação de Reynolds, desenvolvido em capítulos anteriores, é utilizado para este propósito, juntamente com o método dos volumes finitos.

Os primeiros resultados referem-se a uma comparação entre os três diferentes tipos de mancais analisados neste trabalho. Os dados geométricos e operacionais dos mancais são os mesmos da tabela 6.2, a única diferença é que a velocidade de rotação do eixo é variada dentro de

uma faixa de operação do rotor. No caso dos mancais elípticos e trilobulares, a pré-carga é avaliada nos valores de 0,2; 0,4 e 0,6. Para esta análise, em todos os casos, a velocidade se inicia com o valor de 240 rpm (4 Hz) e vai aumentando gradativamente (passos de 240 rpm) até o valor máximo de 12000 rpm (200 Hz). Em todos os gráficos dos coeficientes de amortecimento, as linhas que representam os coeficientes B_{xy} e B_{yx} ficaram sobrepostas, sendo que somente a linha vermelha (correspondente ao coeficiente B_{yx}) pode ser visualizada. Esse fenômeno será discutindo mais adiante nesse capítulo.

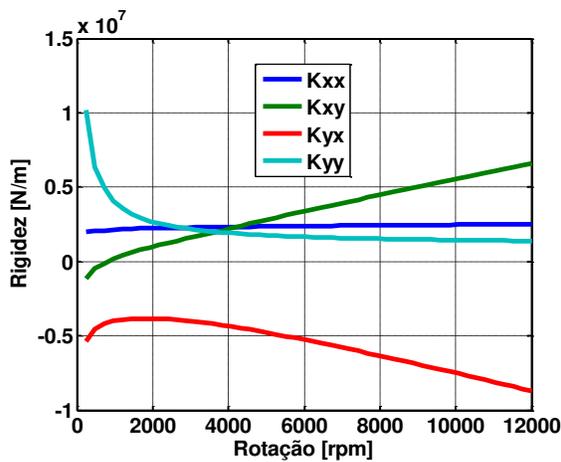


Figura 6.53: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Cilíndrico

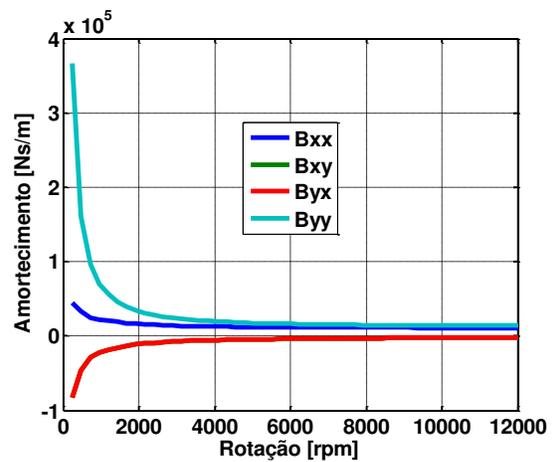


Figura 6.54: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Cilíndrico

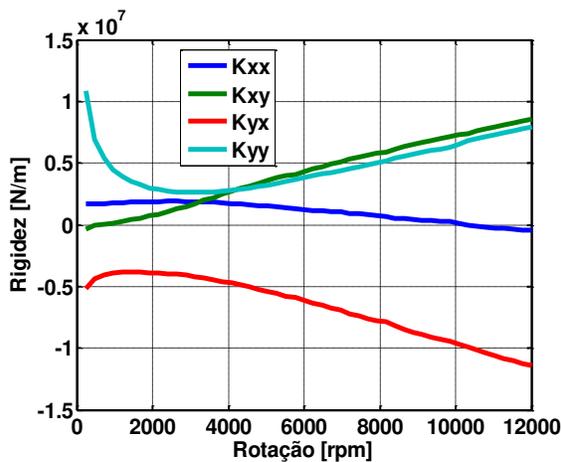


Figura 6.55: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Elíptico ($m = 0,2$)

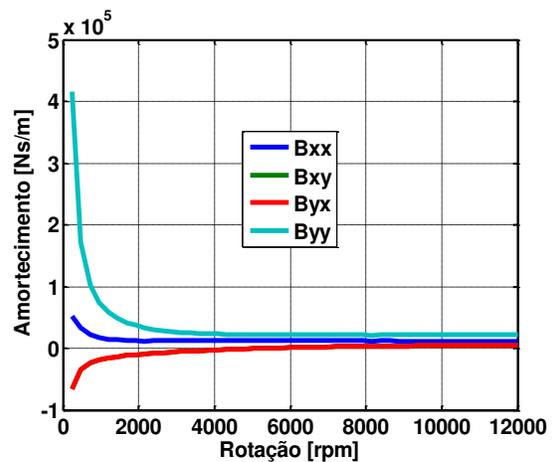


Figura 6.56: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Elíptico ($m = 0,2$)

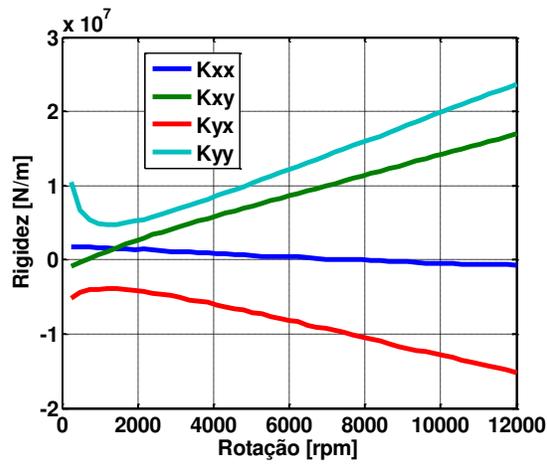


Figura 6.57: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Elíptico ($m = 0,4$)

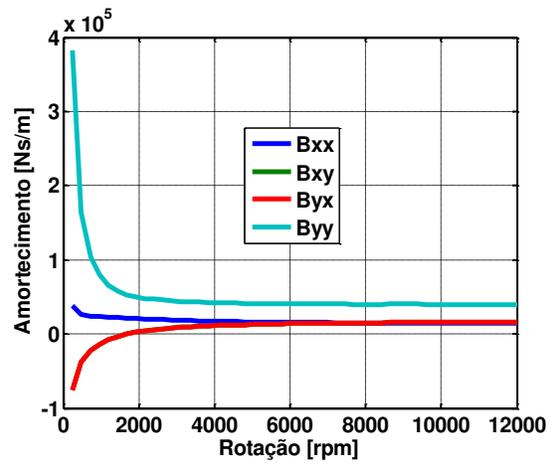


Figura 6.58: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Elíptico ($m = 0,4$)

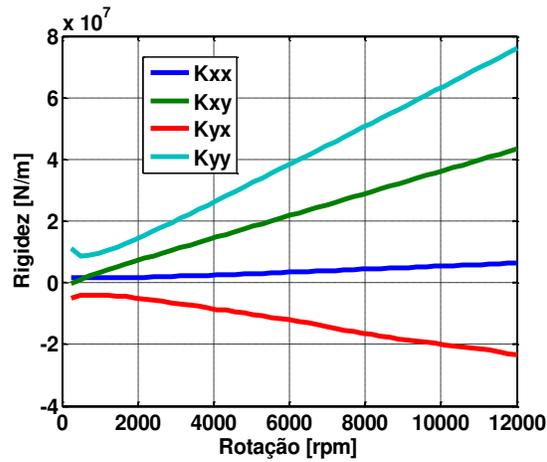


Figura 6.59: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Elíptico ($m = 0,6$)

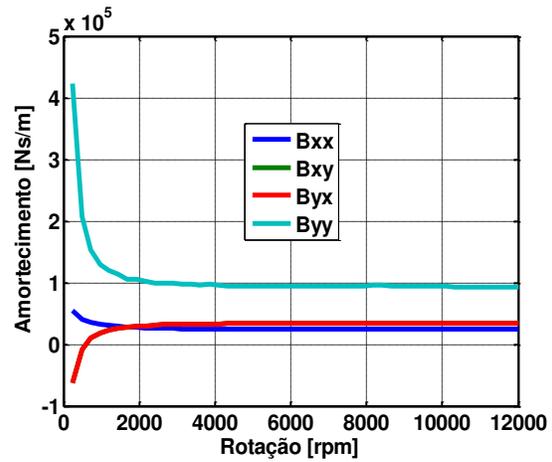


Figura 6.60: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Elíptico ($m = 0,6$)

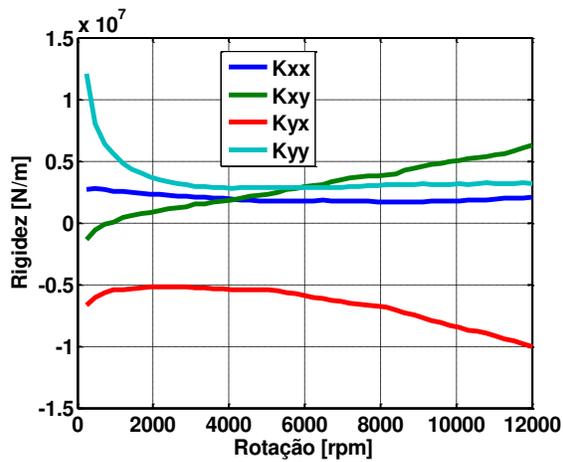


Figura 6.61: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Trilobular ($m = 0,2$)

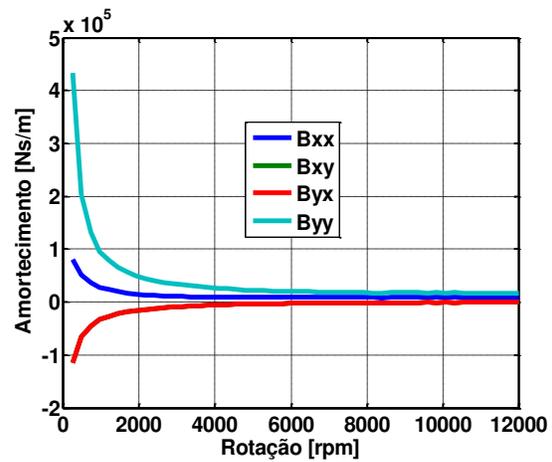


Figura 6.62: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Trilobular ($m = 0,2$)

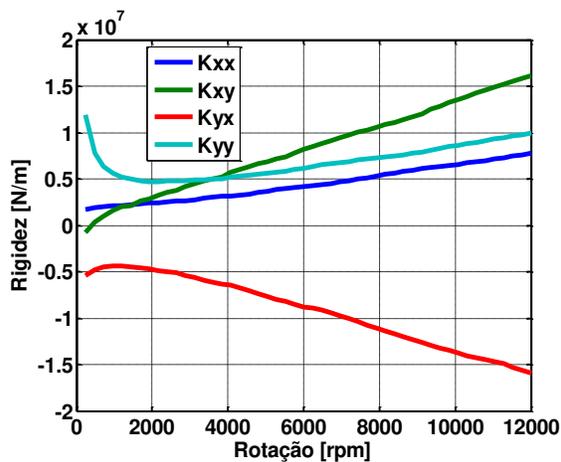


Figura 6.63: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Trilobular ($m = 0,4$)

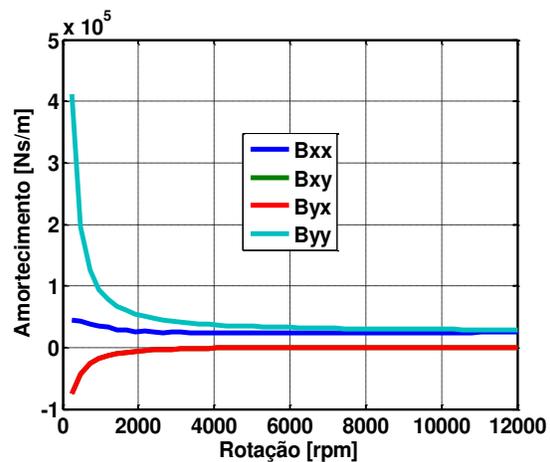


Figura 6.64: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Trilobular ($m = 0,4$)

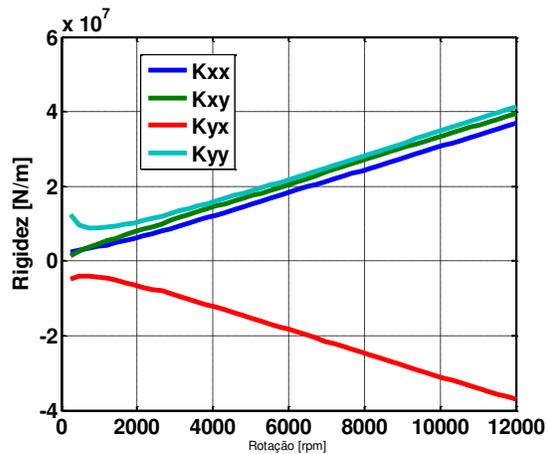


Figura 6.65: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Trilobular ($m = 0,6$)

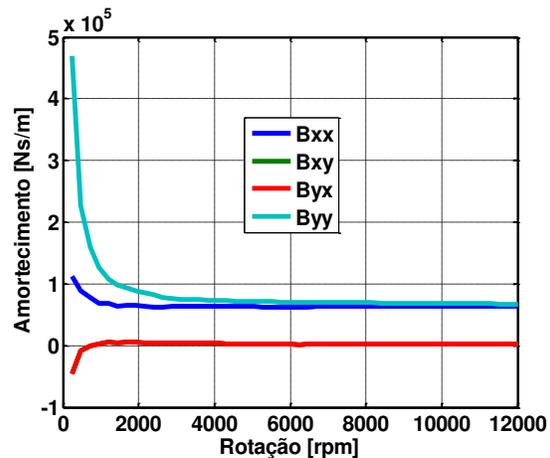


Figura 6.66: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Trilobular ($m = 0,6$)

Os coeficientes de amortecimento para todos os casos analisados foram numericamente muito próximos, assim como o formato da curva nos gráficos. No que diz respeito aos coeficientes de amortecimento cruzados (B_{xy} e B_{yx}), devido ao fato de que estes derivam de um operador auto-adjunto, foram, como esperado, iguais. A matriz de amortecimento, portanto, será simétrica e terá direções principais (Lund, 1987).

Com respeito aos coeficientes de rigidez, nota-se que seus valores, para o mancal cilíndrico, são menores do que os valores encontrados para as outras duas geometrias. Esse fato ocorre devido à pré-carga existente nos mancais elípticos e trilobulares. Essa pré-carga causa uma diminuição da espessura de filme no interior do mancal, o que acarreta em um aumento das

forças de reação e, conseqüentemente, aumento dos coeficientes de rigidez. Como mostrado nas figuras 6.55, 6.57 e 6.59 (coeficientes de rigidez para o mancal elíptico), há um aumento significativo no valor dos coeficientes de rigidez na direção y (direção vertical), tanto do coeficiente cruzado (K_{xy}), como do coeficiente direto (K_{yy}). Esse fato não é observado para os coeficientes da direção x (horizontal). Isso pode ser explicado pelo fato de que a folga radial utilizada no mancal cilíndrico é a maior folga na direção x do mancal elíptico. Ainda para o mancal elíptico, com pré-carga de 0,2 e 0,4, o coeficiente de rigidez direto K_{xx} passa a ter valores negativos em altas rotações. Esse comportamento é devido a uma imprecisão numérica, uma vez que, em altas rotações, a excentricidade do mancal é muito pequena, e, portanto, as perturbações não são pequenas suficientes para aproximar de forma satisfatória as derivadas.

Para o mancal trilobular, os coeficientes de rigidez para baixos níveis de pré-carga ($m = 0,2$) são muito próximos dos valores encontrados para o mancal cilíndrico. Esse resultado decorre do fato de sua geometria (3 arcos de 120° igualmente espaçados do centro do mancal) aproximar a de um mancal cilíndrico. Nestas condições, com o aumento da pré-carga, os coeficientes de rigidez têm um aumento significativo em magnitude. Pode ser observado que além dos coeficientes da direção y (vertical), o coeficiente direto de rigidez K_{xx} tem um aumento expressivo (figura 6.65).

No que diz respeito à estabilidade, pode-se fazer uma análise qualitativa através da relação entre os coeficientes de rigidez cruzados e diretos. Via de regra, um mancal será mais estável quanto maior for esta diferença, em uma dada direção, sendo o coeficiente direto maior que o cruzado. No caso do mancal cilíndrico, para altas velocidades, os coeficientes diretos e cruzados, nas duas direções, são da mesma ordem de magnitude (ver figura 6.53). Sendo ainda que, o coeficiente cruzado de rigidez K_{xy} , é maior em magnitude que o K_{yy} , gerando instabilidades em altas rotações (Gash et al, 2002).

Nos mancais elípticos, com o aumento da pré-carga, há um aumento significativo no coeficiente de rigidez K_{yy} , fazendo com que a diferença relativa (com respeito à K_{xy}) seja maior do que no caso do cilíndrico (ver figura 6.55, 6.57 e 6.59).

Nos mancais trilobulares, o aumento do coeficiente K_{yy} não é tão expressivo como no caso

do mancal elíptico, no entanto, sua principal vantagem é que o outro coeficiente de rigidez direto (K_{xx}) também aumenta de maneira expressiva, fazendo com que a diferença entre todos os coeficientes de rigidez diretos e cruzados seja elevada, tornando o mancal trilobular o mais estável dentre os mancais de geometria fixa.

A influência de ranhuras axiais no comportamento dinâmico do mancal, coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento, é agora avaliada para o caso de um mancal cilíndrico. A análise começa com a verificação dos mesmos parâmetros avaliados na seção 6.3. Os primeiros gráficos mostram esses coeficientes para um mancal cilíndrico com número de ranhuras igual a 2 e com profundidades de 0,01 mm e 0,1 mm, além da largura da ranhura, fixada em 8 mm.

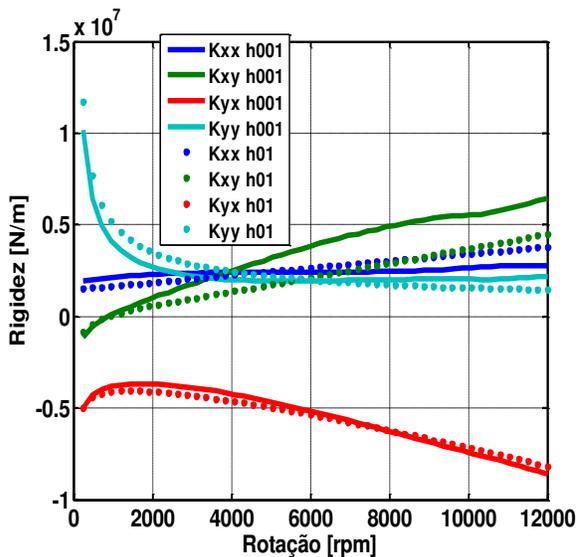


Figura 6.67: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Cilíndrico (2 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)

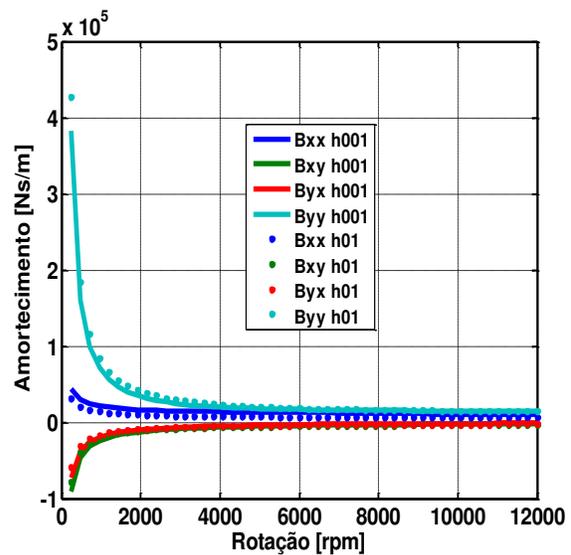


Figura 6.68: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Cilíndrico (2 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)

Os valores dos coeficientes de amortecimento dos dois casos analisados foram muito próximos entre si e também próximos dos encontrados para o mancal cilíndrico liso (figura 6.54). Com relação aos coeficientes de rigidez, pode-se notar que, para a profundidade de 0,01 mm, seus valores são muito próximos do encontrado para o caso do mancal liso (figura 6.53). No entanto, ao aumentar essa profundidade, $h=0,1$ mm, a influência das ranhuras torna-se mais perceptível. A maior mudança é verificada nos coeficientes K_{xy} e K_{xx} , principalmente em altas velocidades de rotação.

Com o intuito de verificar o efeito do aumento do número de ranhuras associado ao aumento da profundidade das ranhuras, são feitos gráficos para mancais cilíndricos com 4 e 6 ranhuras, nas profundidade de 0,01 mm e 0,1 mm, com a largura da ranhura fixa em 8 mm.

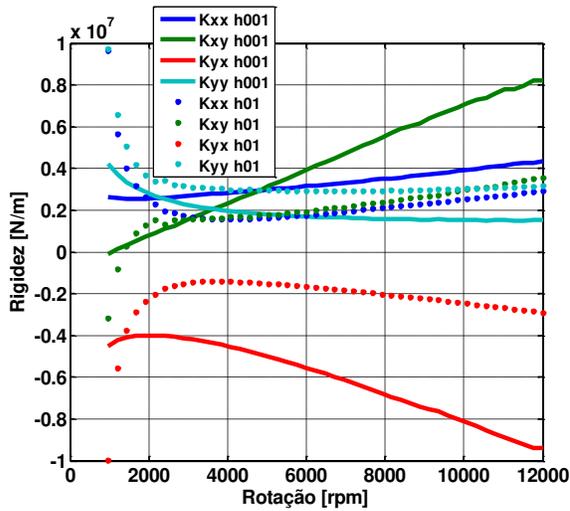


Figura 6.69: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Cilíndrico (4 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)

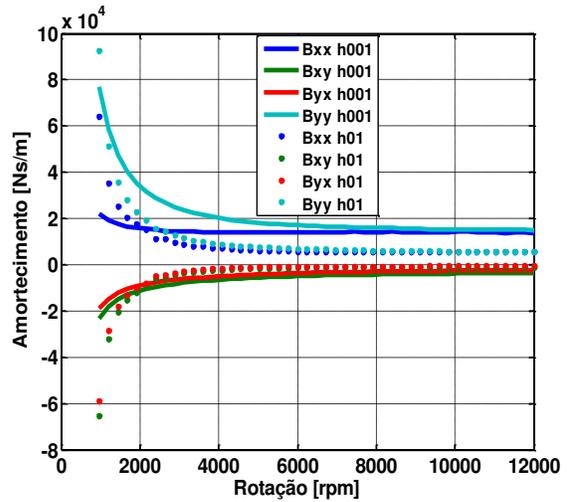


Figura 6.70: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Cilíndrico (4 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)

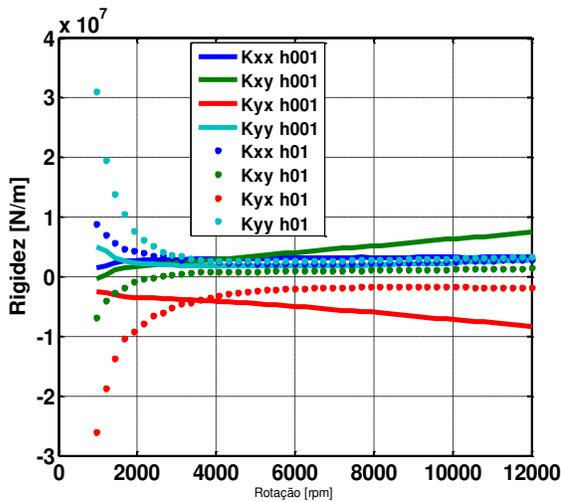


Figura 6.71: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Cilíndrico (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)

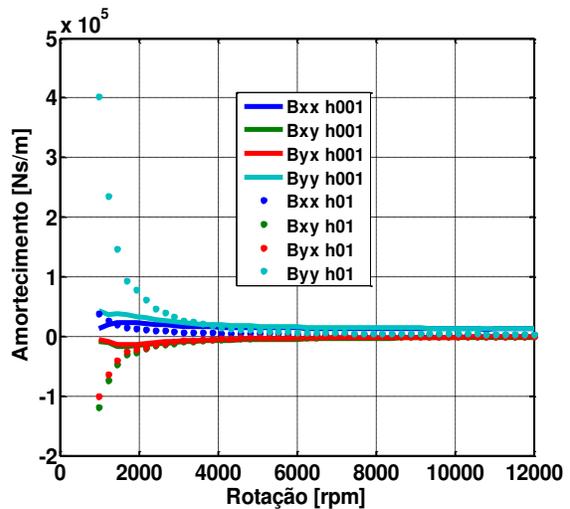


Figura 6.72: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Cilíndrico (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)

Com o aumento do número de ranhuras, os valores dos coeficientes de amortecimento começam a divergir principalmente em baixas velocidades de rotações. Com relação aos

coeficientes de rigidez, pode-se notar que, para um mancal com 4 ranhuras, a profundidade da ranhura ainda influencia de forma significativa seus valores, e, diferentemente do que ocorreu para o mancal com 2 ranhuras, todos os coeficientes de rigidez foram afetados pelo aumento da profundidade. Já para um mancal com quantidade de ranhuras igual a 6, o aumento da profundidade não afeta os valores desses coeficientes. No entanto, quando comparamos os coeficientes para esse caso com os calculados para o mancal liso (figura 6.53), seus valores são muito distantes, o que pode ser notado pelo fundo de escala dos dois gráficos (figura 6.53 comparada com figura 6.71).

Para finalizar esta análise do efeito das ranhuras nos coeficientes dinâmicos em mancais cilíndricos, verifica-se a influência da espessura da ranhura nestes coeficientes. Para este caso, a quantidade de ranhuras foi fixada em 4 e a profundidade de cada ranhura fixada em 0,08 mm. Com relação à espessura, esta foi avaliada com os valores de 6 mm e 12 mm.

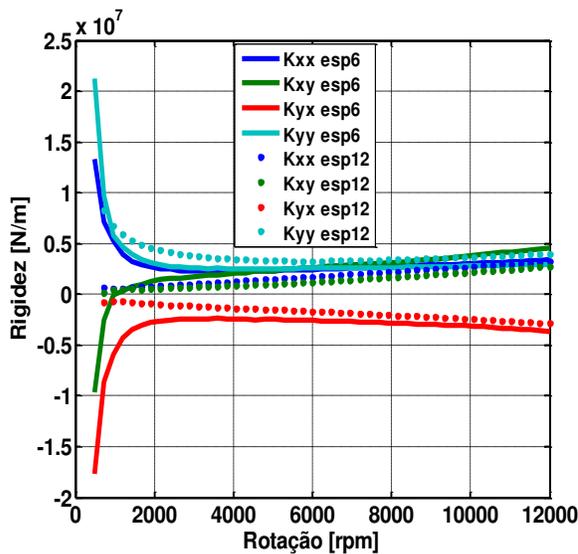


Figura 6.73: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Cilíndrico (ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura)

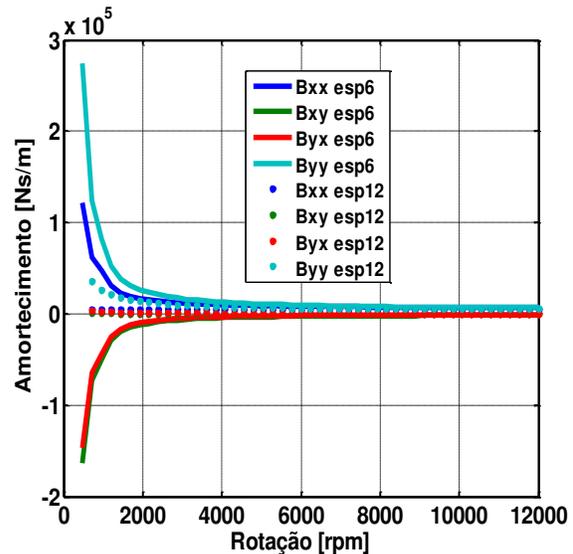


Figura 6.74: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Cilíndrico (ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura)

Analisando as figuras 6.73 e 6.74, pode-se notar que o aumento da espessura da ranhura não afeta de forma significativa os coeficientes dinâmicos do mancal cilíndrico analisado. Nessas duas figuras, somente para baixas rotações tem-se uma diferença nos valores desses coeficientes, tanto nos coeficientes de rigidez como nos coeficientes de amortecimento. Já quando

comparamos os coeficientes de rigidez desses dois casos com o caso do mancal liso, figura 6.53, nota-se que há uma diferença mais significativa em seus valores em baixas rotações.

Depois de terminada a análise do efeito das ranhuras nos coeficientes dinâmicos equivalentes de mancais cilíndricos, parte-se agora para o mancal elíptico. Para esse mancal será avaliado, assim como no caso da distribuição de pressão, o efeito da profundidade das ranhuras e da sua espessura. Os primeiros resultados referem-se a um mancal elíptico com pré-carga $m = 0,2$, com 6 ranhuras de 8 mm de espessura cada e com as profundidades de 0,01 mm e 0,1 mm.

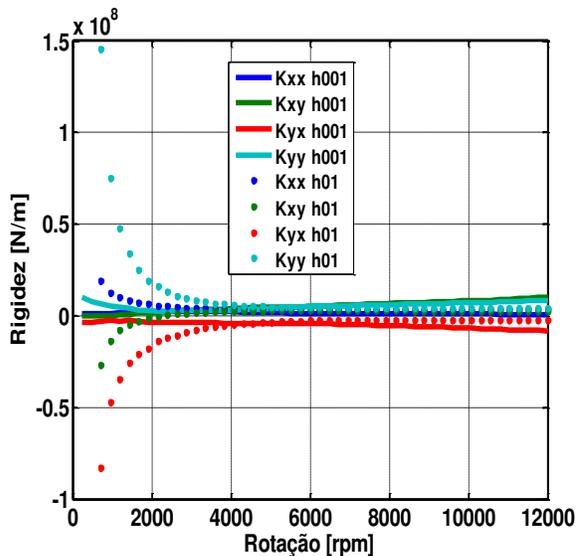


Figura 6.75: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Elíptico (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)

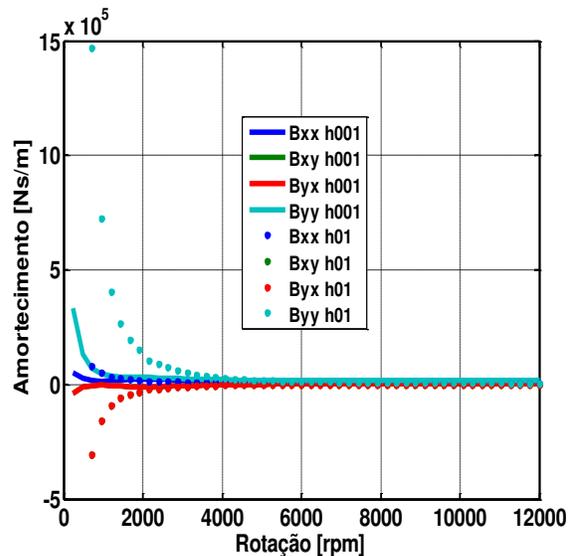


Figura 6.76: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Elíptico (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)

Como pode ser observado nas figuras 6.75 e 6.76, a profundidade da ranhura teve influencia mais significativa apenas em baixas velocidades de rotação, tanto nos coeficientes de amortecimento como nos coeficientes de rigidez. Quando se compara estes mancais ranhurados com o mancal elíptico liso (figuras 6.55 e 6.56), nota-se também que os valores dos coeficientes são todos muito próximos, excetuando na região de baixa rotação, onde os coeficientes dos mancais com ranhuras são maiores, principalmente para o mancal que possui ranhuras com maior profundidade.

Ainda para o mancal elíptico analisa-se agora a influência da espessura das ranhuras nos valores dos coeficientes dinâmicos equivalentes. O mancal analisado tem 4 ranhuras de 0,08 mm de profundidade cada. A espessura é avaliada nos valores de 6 mm e 12 mm.

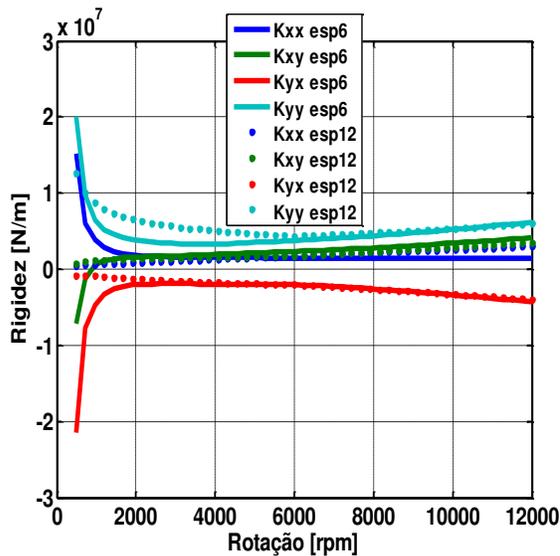


Figura 6.77: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Elíptico (ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura)

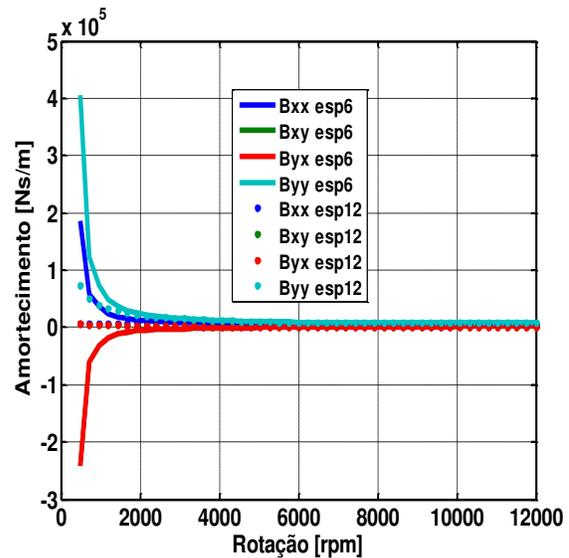


Figura 6.78: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Elíptico (ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura)

Finalizando a análise da influência das ranhuras nos mancais elípticos, pode ser observado, nas figuras 6.77 e 6.78, que o aumento da espessura da ranhura tem uma influência pouco significativa nos coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento para este caso analisado. A diferença ocorreu, praticamente, somente nas primeiras velocidades de rotação analisadas.

Para completar a análise da influência da introdução de ranhuras no comportamento dos coeficientes dinâmicos equivalentes dos mancais, parte-se para os mancais trilobulares. São mostrados os resultados de um mancal trilobular com pré-carga $m = 0,2$, com 6 ranhuras de 8 mm de espessura cada e com as profundidades de 0,01 mm e 0,1 mm.

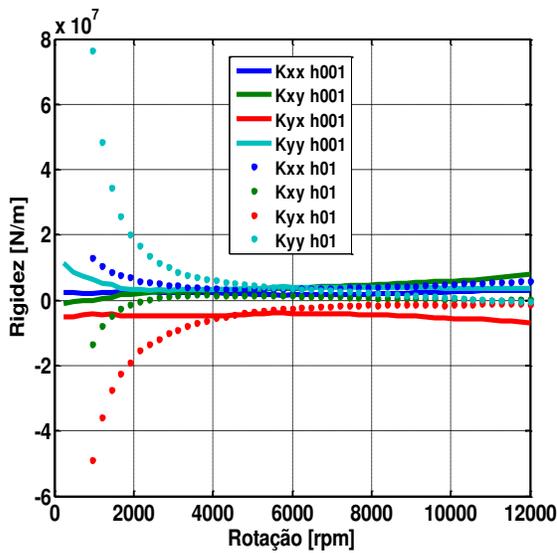


Figura 6.79: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Trilobular (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)

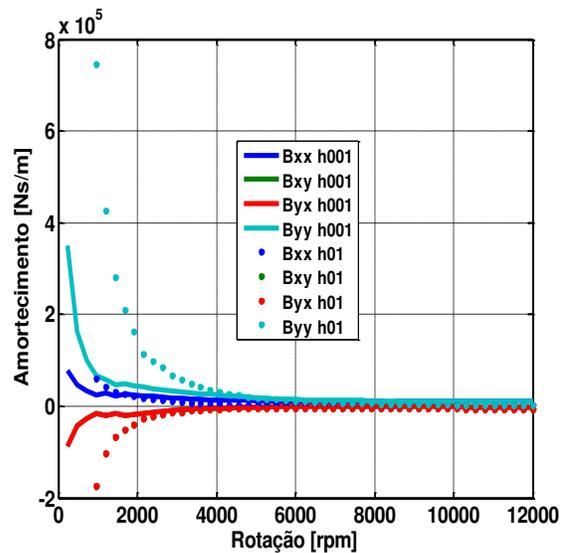


Figura 6.80: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Trilobular (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)

Para o mancal trilobular, é verificado um comportamento muito semelhante ao observado para o mancal elíptico, ou seja, através das figuras 6.79 e 6.80, nota-se que a profundidade da ranhura teve influência mais significativa apenas em baixas velocidades de rotação, tanto nos coeficientes de amortecimento como nos coeficientes de rigidez. O mesmo é observado quando se compara estes mancais ranhurados com o mancal trilobular liso (figuras 6.61 e 6.62), onde os valores de todos os coeficientes são muito próximos, excetuando na região de baixa rotação, onde os coeficientes dos mancais com ranhuras são maiores, principalmente para o mancal que possui ranhuras com maior profundidade.

Prosseguindo a análise dos mancais trilobulares, verifica-se, agora, a influência da espessura das ranhuras no comportamento dos coeficientes. O mancal analisado, assim como para os outros tipos de mancais, tem 4 ranhuras de 0,08 mm de profundidade cada e a espessura é avaliada nos valores de 6 mm e 12 mm.

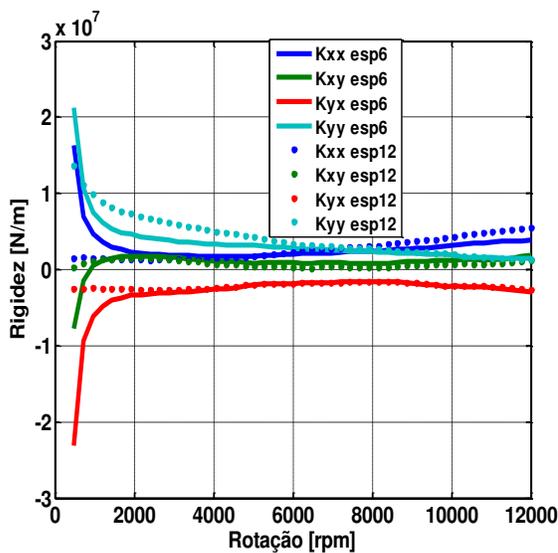


Figura 6.81: Coeficientes de Rigidez para o Mancal Trilobular (ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura)

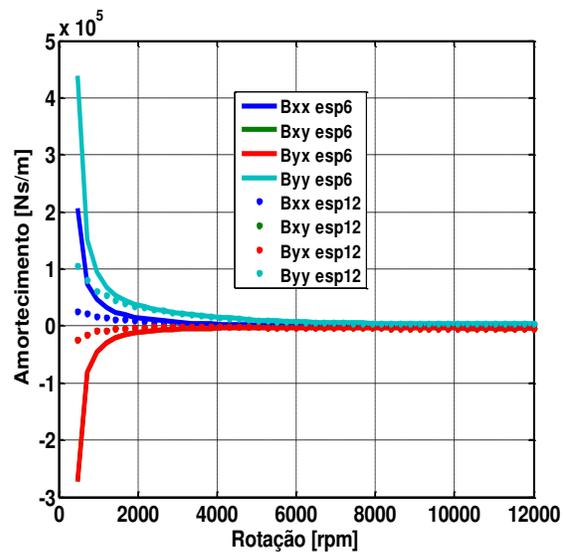


Figura 6.82: Coeficientes de Amortecimento para o Mancal Trilobular (ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura)

Para encerrar esta seção, os últimos gráficos dos coeficientes dinâmicos equivalentes, mostram, nas figuras 6.81 e 6.82, que o aumento da espessura da ranhura tem uma influência pouco significativa nos coeficientes de rigidez e amortecimento para o mancal trilobular analisado.

6.5 Lócus do Centro do Eixo

Nesta última seção do capítulo são apresentados os resultados para o caminho percorrido pelo eixo no interior do mancal enquanto a velocidade de rotação aumenta (lócus do centro do eixo), para cada uma das geometrias de mancal estudadas e para os mancais na forma lisa e com ranhuras axiais. Os resultados são mostrados em gráficos em coordenadas polares. A excentricidade adimensional foi avaliada como função do ângulo de atitude originado da posição de equilíbrio do eixo. No caso dos mancais elípticos e trilobulares, os valores da excentricidade e do ângulo de atitude correspondem aos valores da posição de equilíbrio do mancal total, uma vez que esses tipos de mancais têm valores de excentricidade e ângulo de atitude para cada lóbulo, separadamente.

A excentricidade foi avaliada em uma forma adimensionalizada relativa à folga radial do mancal. Isso equivale a dizer que, quando a excentricidade adimensional é 1, há contato metal-metal entre o eixo e a bucha do mancal, e quando a excentricidade é 0, o eixo e o mancal são concêntricos.

Em todos os gráficos, os dados do mancal são os mesmos que foram apresentados anteriormente na tabela 6.2, exceto a velocidade de rotação, que será variada, como na seção anterior, de 240 rpm a 12000 rpm. Os primeiros gráficos dizem respeito aos mancais lisos das três geometrias estudadas.

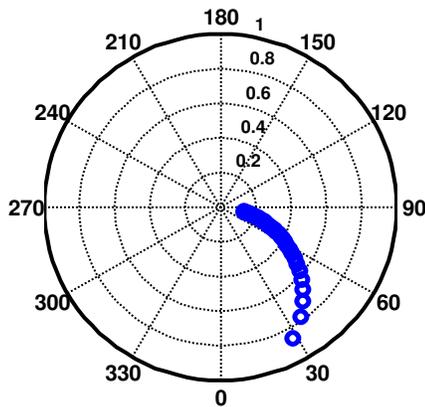


Figura 6.83: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Cilíndrico

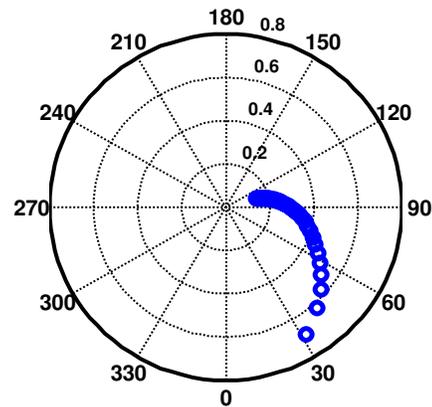


Figura 6.84: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Elíptico ($m = 0,2$)

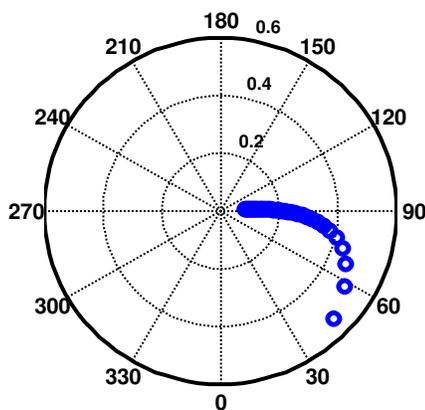


Figura 6.85: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Elíptico ($m = 0,4$)

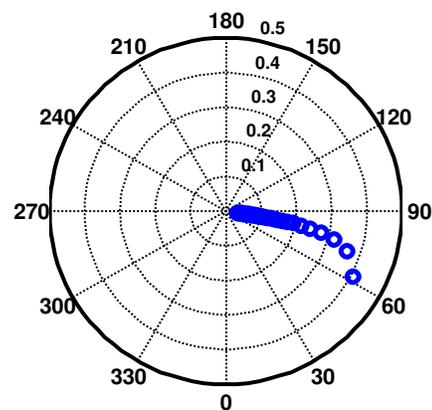


Figura 6.86: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Elíptico ($m = 0,6$)

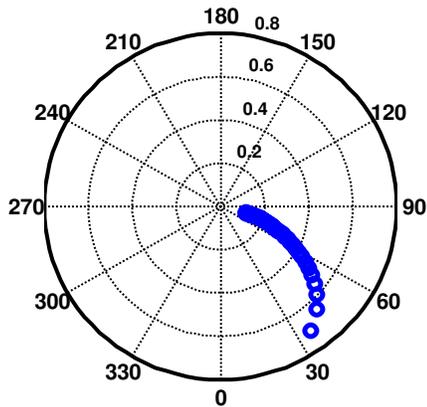


Figura 6.87: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Trilobular ($m = 0,2$)

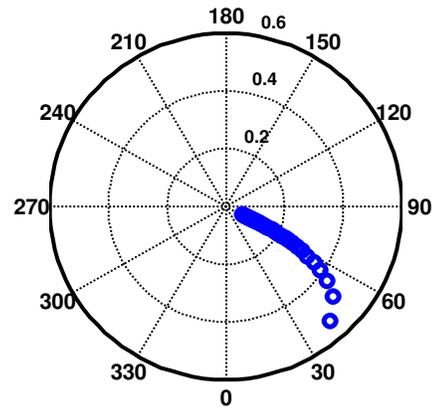


Figura 6.88: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Trilobular ($m = 0,4$)

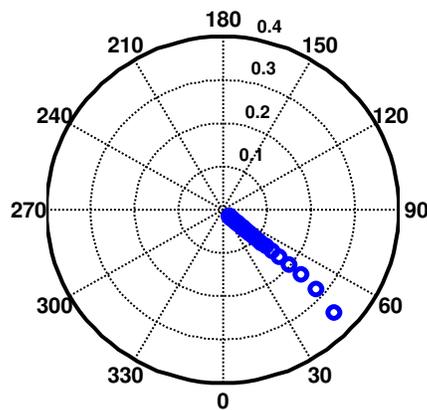


Figura 6.89: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Trilobular ($m = 0,6$)

A variação da excentricidade e do ângulo de atitude ocorre com a variação da velocidade de rotação do eixo. Em todos os casos, há um aumento do ângulo de atitude e uma diminuição da excentricidade adimensional com o aumento da velocidade. Esse é o resultado da tendência do eixo em centrar-se com o mancal em altas rotações.

Fazendo uma comparação entre os gráficos mostrados acima (figuras 6.83 a 6.89) nota-se que, para o mancal elíptico, o centro do eixo frequentemente encontra-se acima do centro do mancal para baixo valor de pré-carga. Isso pode parecer um pouco surpreendente, mas como já discutido na seção 6.3, a dinâmica do filme de óleo fornece a razão. Em um mancal elíptico a

pressão criada no lado esquerdo do lóbulo inferior tem uma convergência muito grande e, portanto, a força horizontal resultante será muito elevada. Essa força não é suficientemente balanceada pelas forças agindo para a esquerda, a menos que o centro mova-se para cima e para a direita. Esse movimento aumenta a pressão na metade superior da cunha e no lado direito da porção inferior.

No que diz respeito ao mancal trilobular, a porção superior do lócus mostra o efeito provocado pelos dois lóbulos laterais que diminui o valor de ângulo nas curvas para valores muito abaixo dos valores encontrados em qualquer outro mancal radial. Esse fenômeno é de decisiva importância na estabilidade do mancal, discutida na seção anterior deste capítulo.

A análise parte agora para verificação da influência das ranhuras axiais no caminho percorrido pelo eixo dentro do mancal. Os primeiros resultados apresentados são para um mancal cilíndrico, dados geométricos e operacionais iguais ao do mancal utilizado na seção anterior, com 2, 4 e 6 ranhuras, largura da ranhura de 8 mm e com profundidades de 0,01 mm e 0,1 mm. Ainda para o mancal cilíndrico, são apresentados resultados da influência da espessura da ranhura, em um mancal com 4 ranhuras de 0,08 mm de profundidade.

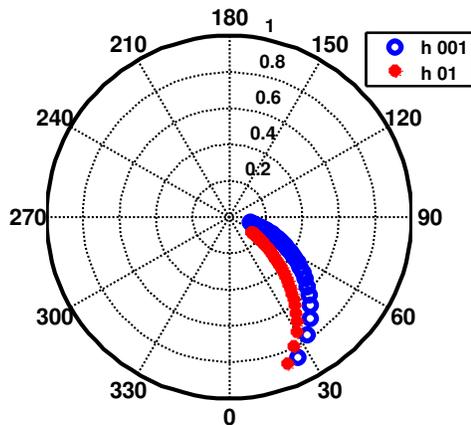


Figura 6.90: Lócus do Centro do Eixo para o Mancal Cilíndrico (2 ranhuras, h = 0,01 mm e h = 0,1 mm)

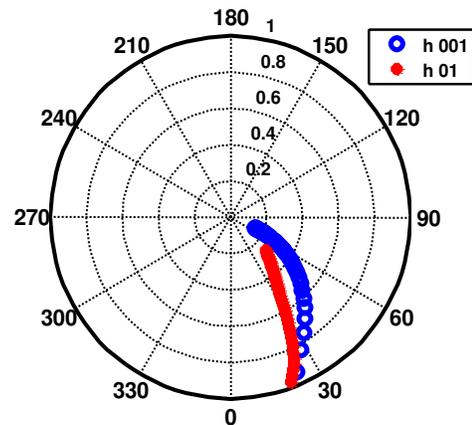


Figura 6.91: Lócus do Centro do Eixo para o Mancal Cilíndrico (4 ranhuras, h = 0,01 mm e h = 0,1 mm)

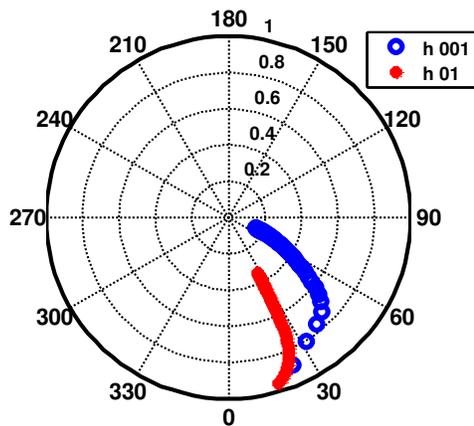


Figura 6.92: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Cilíndrico (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)

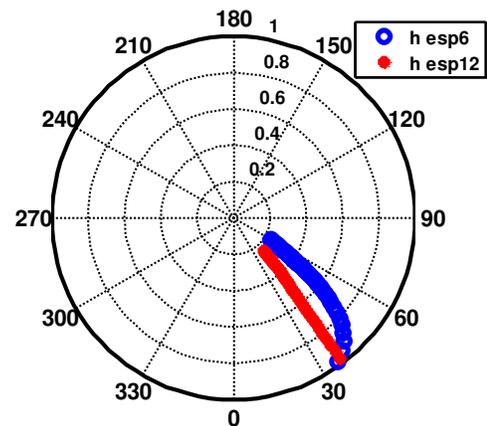


Figura 6.93: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Cilíndrico (4 ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura)

Para o primeiro caso, figura 6.90, pode-se perceber que, para uma profundidade da ranhura de $0,01\text{mm}$, as ranhuras, duas nesse caso, ainda influenciam de forma pouco significativa o caminho percorrido pelo centro do eixo no interior do mancal. Ainda nessa figura, para a profundidade da ranhura de $0,1$ mm, nota-se uma influência um pouco maior. Verifica-se um aumento da excentricidade adimensional e uma diminuição do ângulo de equilíbrio. Isso significa que a introdução de ranhuras mais profundas nos mancais causa uma perda de sua capacidade de sustentação de carga.

O aumento do número de ranhuras, figuras 6.91 e 6.92, têm o mesmo efeito do aumento da profundidade das ranhuras, ou seja, o eixo desloca-se cada vez mais para baixo no interior do mancal, fazendo com que, em alguns casos, para baixas velocidades de rotação, a excentricidade adimensional fosse maior que a unidade, havendo contato metal-metal entre o eixo e a bucha do mancal. Nestes casos, a velocidade inicial foi aumentada, já que se há contato metal-metal, a teoria da lubrificação hidrodinâmica não é válida.

Ainda para o mancal cilíndrico, a figura 6.93, mostra que o aumento da espessura da ranhura também influencia de forma a diminuir a capacidade de carga do mancal, movendo o eixo para baixo, em direção a bucha do mancal.

Conforme feito em todas as seções anteriores deste capítulo, parte-se agora para avaliação do efeito das ranhuras em um mancal elíptico. Para esse mancal será avaliado, novamente, o efeito da profundidade das ranhuras e da sua espessura. Os resultados seguintes referem-se a um mancal elíptico com pré-carga $m = 0,2$, com 6 ranhuras de 8 mm de espessura cada e com as profundidades de 0,01 mm e 0,1 mm. Já na figura 6.95, é analisada influência da espessura da ranhura, em um mancal com 4 ranhuras de 0,08 mm de profundidade.

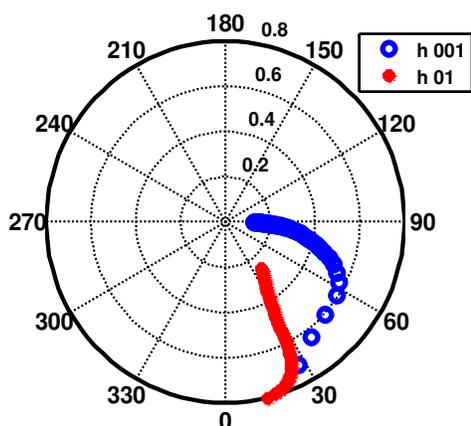


Figura 6.94: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Elíptico (6 ranhuras, $h=0,01\text{mm}$ e $h=0,1\text{mm}$)

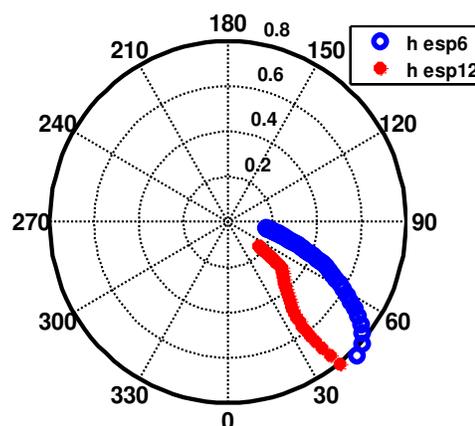


Figura 6.95: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Elíptico (4 ranhuras com 6mm e 12mm de espessura)

O comportamento dos resultados para o mancal elíptico é semelhante ao observado para os mancais cilíndricos. O que pode ser notado, é que, para o mancal elíptico, a influência das ranhuras fica mais evidente, o deslocamento do eixo para a região inferior do mancal é maior, tanto com o aumento da profundidade como da espessura das ranhuras inseridas no mancal. Isso faz com que diminua ainda mais a capacidade de carga dos mancais elípticos ranhurados quando comparado com os mancais elípticos lisos.

A parte final deste capítulo, tráz a análise de mancais trilobulares ranhurados. A figura 6.96 trata um mancal trilobular com pré-carga $m = 0,2$, com 6 ranhuras de 8 mm de espessura cada e com as profundidades de 0,01 mm e 0,1 mm. Já na figura 6.97 diz respeito a um mancal com 4 ranhuras de 0,08 mm de profundidade.

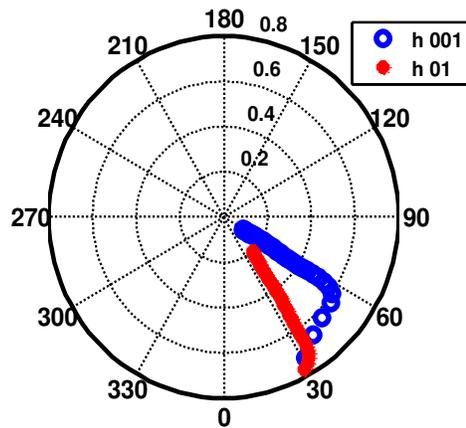


Figura 6.96: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Trilobular (6 ranhuras, $h = 0,01$ mm e $h = 0,1$ mm)

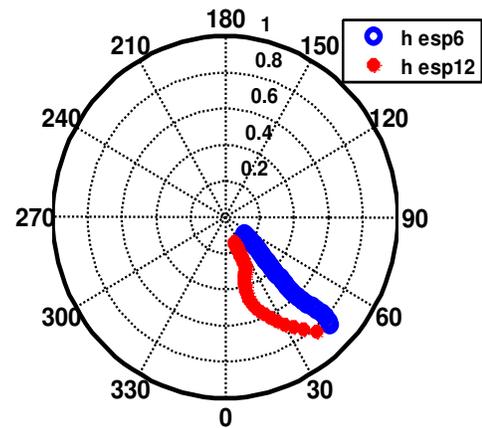


Figura 6.97: Locus do Centro do Eixo para o Mancal Trilobular (4 ranhuras com 6 mm e 12 mm de espessura)

Novamente o comportamento do mancal trilobular é semelhante ao observado para as duas outras geometrias de mancais analisadas. O que pode ser notado, é que o deslocamento do eixo para a região inferior do mancal é maior do que no caso do mancal cilíndrico, mas um pouco menor do que o observado para o mancal elíptico, tanto com o aumento da profundidade como da espessura das ranhuras. Isso faz com que a capacidade de carga do mancal trilobular diminua de forma intermediária na comparação com os outros dois tipos de mancais.

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS

7.1 Conclusões

Neste trabalho, a viabilidade e as vantagens da utilização do método dos volumes finitos no estudo e projeto de mancais radiais, com diferentes geometrias, lisos e ranhurados, sob a condição de lubrificação hidrodinâmica, foi avaliada através da análise de diversos tipos de resultados. O modelo utilizado contemplou, com eficiência satisfatória, o objetivo principal do trabalho, inicialmente proposto, de avaliar o comportamento estático e dinâmico de diferentes tipos de mancais. A possibilidade de observar uma ampla gama de parâmetros envolvidos, como realizado, provou que, com as bases implementadas deste modelo, aplicações mais complexas podem ser analisadas.

Os primeiros resultados apresentados, para a distribuição de pressão nos três diferentes tipos de mancais, é importante para avaliar a influência benéfica do aumento da pré-carga e do aumento do número de lóbulos no comportamento estático do mancal. O aumento da magnitude da pressão faz com que a capacidade de carga dos mancais multilobulares seja maior do que aquela encontrada para o caso dos mancais cilíndricos. É interessante notar que, no mancal elíptico, para baixas razões de excentricidades, o eixo apresenta uma maior tendência de se encontrar acima do centro do mancal. Também é facilmente observável que o mancal elíptico apresenta características de mancal cilíndrico em excentricidades moderadas e altas. Tal fato ocorre devido ao descarregamento do lóbulo superior. Para o mancal trilobular, com o aumento da excentricidade adimensional, temos a diminuição da pressão nos lóbulos laterais. Esse fato pode ser explicado pela tendência do eixo em se acomodar na região do lóbulo inferior, gerando ali um aumento na força de sustentação do fluido e conseqüente descarregamento dos lóbulos laterais.

Quando as ranhuras foram introduzidas nos mancais, pôde-se notar que essas ranhuras fazem com que surjam novos picos de pressão em suas imediações. Observa-se, também, que o aumento do número de ranhuras, da profundidade dessas e de suas espessuras, causa um

crescimento no tamanho desses novos picos de pressão criados, assim como um aumento da magnitude dos picos que já existiam antes da inserção dessas ranhuras. Em todos os mancais analisados, o surgimento de novos picos de pressão na parte superior da circunferência do mancal, gera forças na direção negativa do eixo y . Essas forças contribuem de forma negativa para a capacidade de sustentação do mancal, ou seja, com o aumento da quantidade de ranhuras e de sua profundidade, há uma diminuição na capacidade de sustentação de carga do mancal.

Através da análise dos gráficos dos coeficientes dinâmicos, seção 6.4, para os diferentes tipos de mancais, pôde-se notar que, nos mancais com pré-carga, tem-se um aumento dos coeficientes de rigidez (mantendo-se os coeficientes de amortecimento praticamente constantes) com o aumento da pré-carga. Isso ocorre devido ao fato de quanto maior a pré-carga existente nos lóbulos, menor é a excentricidade do mancal e, conseqüentemente, maiores são as forças ali geradas.

Como visto, os mancais pré-carregados tendem a aumentar a estabilidade quando em altas rotações. Esse aumento de estabilidade se deve ao fato de que cada lóbulo do mancal tem seu centro de curvatura em pontos distintos. Esse fato pode ser observado pelo expressivo aumento relativo dos coeficientes de rigidez diretos quando comparados com os coeficientes de rigidez cruzados.

A inserção das ranhuras axiais não afetou de forma significativa o comportamento dos coeficientes dinâmicos equivalentes, tanto para o mancal cilíndrico como para os mancais lobulados. A principal diferença entre os mancais foi que, no caso do mancal cilíndrico, a influência das ranhuras foi percebida nas velocidades de rotação maiores, já para os mancais elípticos e trilobulares essa diferença foi maior em velocidades de rotação menores.

Os últimos resultados apresentados, referentes ao caminho percorrido pelo centro do eixo no interior do mancal (lôcus do centro do eixo), evidenciaram dois efeitos. Primeiramente mostraram que os mancais multilobulares, com maiores valores de pré-carga, têm uma maior capacidade de sustentação do que os mancais cilíndricos. A segunda conclusão a ser tirada, é de que, a introdução de ranhuras, causa uma perda na capacidade de sustentação dos mancais. No entanto, essas ranhuras servem para auxiliar na retenção de óleo no interior da folga radial e também para dissipar energia na forma de calor, impedindo que o óleo aqueça de maneira

excessiva, o que provocaria uma grande mudança na viscosidade desse lubrificante, visto que, como discutido neste trabalho, a viscosidade é altamente dependente da temperatura.

De forma geral, é possível concluir que o modelo numérico proposto consegue representar o fenômeno físico de maneira satisfatória, e, certamente trará contribuições para pesquisas relacionadas aos mancais hidrodinâmicos e a dinâmica de rotores.

7.2 Sugestões para Próximos Trabalhos

Após a análise e conclusão dos resultados obtidos, são apresentados possíveis desdobramentos de pesquisa decorrentes do desenvolvimento deste trabalho.

No que se refere às bases físicas da modelagem, a formulação utilizada para as ranhuras é bem satisfatória, no entanto, uma abordagem futura avaliando melhor o que acontece na direção da profundidade das ranhuras, com a criação de novos volumes de controle nesta direção, seria muito importante para que se possa definir melhor como esse parâmetro influencia a distribuição de pressão e, conseqüentemente os coeficientes dinâmicos equivalentes dos diferentes tipos de mancais. Para que seja possível essa análise, a espessura do filme de óleo também tem que ser discretizada em volumes de controle, transformando o problema bidimensional apresentado neste trabalho em um problema tridimensional, ou seja, a equação de Reynolds teria que ser avaliada em uma forma tridimensional.

Outro estudo importante a ser incluído no modelo apresentado refere-se à influência da temperatura na viscosidade do fluido lubrificante. A consideração da viscosidade constante foi muito importante neste estudo inicial, no entanto, conforme discutido no trabalho, esta variável varia com a temperatura de trabalho do óleo. Portanto um modelo Termohidrodinâmico (THD), do fluido lubrificante, seria ideal para avaliar a distribuição de temperatura, nas diferentes velocidades de rotação do rotor, e conseqüentemente a distribuição da viscosidade deste fluido.

Com relação aos coeficientes dinâmicos equivalentes, um modelo não-linear para o cálculo seria importante de ser implementado, para avaliar as forças hidrodinâmicas não lineares, uma vez que o modelo linear é inadequado para condições de excitação com forças elevadas.

Por fim, é importante uma análise experimental dos parâmetros estudados numericamente neste trabalho. Utilizando-se de uma bancada de testes, será possível comparar os resultados obtidos através do modelo numérico com dados experimentais, tanto para a distribuição de pressão, quanto para os coeficientes de rigidez e amortecimento, especialmente para os mancais ranhurados, visto que, na literatura, há poucos estudos relacionados a mancais com esses tipos de descontinuidades.

Referências

Arghir, M.; Alsayed, A.; Frêne, J., “A Triangle Based Finite Volume Method for the Integration of Lubrication’s Incompressible Bulk Flow Equations”, *Journal of Tribology*, Vol. 123, pp 118-124, 2001.

Arghir, M.; Alsayed, A.; Nicolas, D., “The finite volume solution of the Reynolds equation of lubrication with film discontinuities”, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 44, pp. 2119-2132, 2002.

Athavale, M. M.; Przekwas, A. J., “A finite volume numerical method to calculate fluid forces and Rotordynamic Coefficients in Seals”, *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 1992.

BENTLY, D. E., “Fundamentals of Rotating Machinery Diagnostics”. Bently Pressurized Bearing Press, Minden, NV, USA, 2002.

Cameron, A.; Wood, L., “The Full Journal Bearing”, *Proc. Inst. Mech. Engs.*, Vol. 161, pp. 59, 1949.

Capone G., “Moti orbitali di un rotore rigido simmetrico su cuscinetti cilindrici lubrificati”, *La Meccanica Italiana*, n. 199, pp. 37-46, 1986.

Capone, G., “Descrizione analítica del campo di forze fluidodinâmico nei cuscinetti cilindrici lubrificati”, *L’Energia Elettrica*, n. 3, pp. 105-110, 1991.

Capone, G.; Russo, M.; Russo, R.; “Inertia and Turbulence Effects on Dynamic Characteristics and Stability of Rotor-Bearing Systems”, *Journal of Tribology*, Vol.113, pp. 58-64, January, 1991.

Capone, G.; D’Agostino, V.; Guida, D., “A Finite Length Plain Journal Bearing Theory”, *Journal of Tribology*, Vol. 116, pp. 648-653, July, 1994.

Castelli V.; Pirvics J., “Review of numerical methods in gas bearing film analysis”. *Journal of Lubrication Technology*, ASME 1968, n. 99(4), pp. 777–92.

Castro, H. F.; Cavalca, K. L., “Analysis of fluid-induced instability using dynamic stiffness and nonlinear journal bearing model”, IMechE, 2008.

Cavalca, K. L.; Dedini, F. G.; “Experimental Analysis Of Tilting-Pad Journal Bearing Influence In A Vertical Rotating System”. IFToMM 1998 - Fifth International Conference on Rotor Dynamics, Darmstadt – Alemanha, Vol. 1. pp. 571-582, 1998.

Cavalca, K. L.; Idehara, S. J.; Dedini, F. G.; Pederiva, R., “Experimental non-linear Model updating Applied in Cylindrical Journal Bearings”. ASME 2001 Design Engineering Technical Conference, Pittsburg, PA, September 9-12, pp. 1-9, 2001.

Colin, W. C., “The method of Christopherson for Solving free Boundary Problems for Infinite Journal Bearings by Means of Finite Differences”, Mathematics of Computation Corporation, Vol. 25, n.115, 1971.

Couto, P. R. C., “Análise de mancais radiais hidrodinâmicos com aplicação em compressores herméticos de refrigeração”. Florianópolis, SC: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 216p, 2006. Tese de Doutorado.

Dubois, G. B.; Ocvirk, F. W., “ Analytical Derivation and Experimental Evaluation of Short Bearing Approximation for Full Journal Bearings”, TN1157, NACA, 1953.

Fox, R. W.; McDonald, A. T., “Introdução à Mecânica dos Fluidos”, LTC, 5ª Edição, Rio de Janeiro, Brasil, 2001.

Gasch, R.; Nordmann R.; Pfützner, H., “Rotordynamik”, Springer, Berlin, Germany, 2002.

Hamrock, B. J.; Schmid, S. R.; Jacobson, B. O., “Fundamentals of Fluid Film Lubrication”, McGraw Hill, 2ª edição, New York, EUA, 1994.

Hashimoto H.; Wada S.; Ito J., “An application of Short Bearing Theory to Dynamic Characteristics Problems of Turbulent Journal Bearings”, Transactions of the ASME – Journal of Tribology, Vol. 109, pp. 307-314, 1987.

Hua, Z.; Sanxing, Z.; Hua, X.; Jun, Z., “An experimental study on oil-film dynamic coefficients”, Tribology International, Vol. 37, pp. 245-253, 2004.

Incropera, F. P.; De Witt, D. P., “Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa”, 4ª edição, Editora LTC, 1998.

Jang, G.; Lee, S., “Determination of the dynamic coefficients of the coupled journal and thrust bearings by the perturbation method”, *Tribology Letters*, Vol. 22, June 2006.

Kang, K.; Rhim, Y.; Sung, K., “A study of the oil-lubricated Herringbone-Grooved journal bearing – Part 1: Numerical Analysis”, *Journal of Tribology*, Vol. 118, pp. 906-911, 1996.

Kogure, K.; Fukui, S.; Mitsuya, Y.; Kaneko, R., “Design of Negative Pressure Slider for Magnetic Recording Disks”, *La Meccanica Italiana*, n. 199, 1983.

Lund, J. W., “Spring and Damping Coefficients for the Tilting Pad Journal Bearing”, *ASLE Trans.*, Vol. 7, pp. 342-352, 1964.

Lund, J. W., “Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings”, *ASME Journal of Tribology*, Vol. 109, pp. 37- 41, 1987.

Maliska, C. R., “Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional”, Editora LTC, 2ª edição, Rio de Janeiro, Brasil, 2004.

Malenovský, E., “Using the Modal Method in Rotor Dynamic Systems”, *International Journal of Rotating Machinery*, Vol. 9, n. 3, pp. 181-196, 2003.

Malenovský, E., “Using the Modal and Trigonometric Collocation Methods in Rotor Dynamic Systems”, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 126, pp. 229-234, April, 2004.

Muszinska, A., “Rotordynamics”. Taylor & Francis Group, Boca Raton, FL, USA, 2005.

Nelson, H. D.; McVaugh, J. M., “Dynamics of Rotor–Bearing Systems Using Finite Elements”, *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 98, pp. 593-600, 1976.

Nelson, H. D.; Nataraj, C., “The dynamics of a rotor system with a cracked shaft”, *J. Vib. Acoust. Stress Reliab*, Vol. 108, pp. 89–196, 1986.

Newkirk, B. L.; Taylor, H. D., “Shaft Whipping”, General Electric Review, Vol. 27, n. 3, pp. 169-178, 1924.

Newkirk, B. L.; Taylor, H. D., “Shaft Whipping due to Oil Action in Journal Bearings”, General Electric Review, Vol. 28, n. 8, pp. 559-568, 1925.

Norton, R. L., “Machine Design: An Integrated Approach” (in Portuguese), 2ª edição, Bookman, Porto Alegre, Brazil, 2004.

Ocvirk, E. W., “Short bearing approximation for full journal bearings, National Advisory Committee for Aeronautics”, Technical Note 2808, Cornell University, 1952.

Okabe, E. P.; Cavalca, K. L., “Rotordynamic analysis of systems with a non-linear model of tilting pad bearings”, Seventh International Conference on Rotor Dynamics, 2006, Vienna. Proceedings... Vienna: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, Paper-ID 222, 10p, 2006.

Patankar, S. V., “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow”, Hemisphere Publishing Corporation, 1ª Edição, 1980.

Pedreira, J. A., “Dinâmica de máquinas rotativas em mancais hidrodinâmicos”. Rio de Janeiro, RJ: Faculdade de Engenharia Mecânica, PUC-RIO, 110p., 2006 Dissertação de Mestrado.

Petrov, N. P., “Friction in Machines and the Effect of Lubricant”, Inzenernii Zhurnal, St. Petersburg, 1883, Vol. 1, pp. 71-140, Vol. 2, pp. 228-279, Vol. 3, pp. 377-436, Vol. 4, pp. 535-564.

Pinkus, O., “Analysis of Elliptical Bearings”, Transactions of ASME, Vol. 78, pp. 965-973, 1956.

Pinkus, O., “Solution of Reynolds Equation for Finite Journal Bearings”, Transactions of ASME, Vol. 80, pp. 858-864, 1958.

Pinkus, O., “Analysis and Characteristics of Three-lobe Bearings”, “Journal of Basic Engineering”, pp. 49-55, 1959.

Raimondi, A.; Boyd, J., "A Solution for the Finite Journal Bearing and Its Application to Analysis and Design", Transactions of American Society of Lubrication Engineers, Vol. 1, n. 1, pp. 159-209, 1958.

Reynolds, O., "On the Theory of Lubrication and its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil", Philosophical Transactions of Royal Society of London, Series A, Vol. 177, Part 1, pp. 157-234, 1886.

Samoilenko, A. M.; Ronto, N. I., "Numerical-Analytic Methods of Investigating Periodic Solutions", English Translation, Moscow: Mir Publishers, p. 183, 1979.

Singhal, G. C., "Computation Methods for hydrodynamic problems (Reynold's Equation)", Computer-Aided Design, Vol. 13, n. 3, pp. 151-154, 1981.

Sommerfeld, A., "Zur Hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung", Zs. Math. And Phys., Vol. 50, n..1, pp. 97-155, 1904.

Stodola, A., "Kritische Wellenstoerung infolge der Nachgiebigkeit", Schweizerische Bauzeitung, Vol. 85, pp. 265-266, 1897.

Tower, B., "First report on friction experiments", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, pp. 632-659, 1883.

Tower, B., "Second report on friction experiments", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, pp. 58-70, 1885.

Venner, C. H.; Lubrecht, A. A., "Multilevel Methods in Lubrication", Elsevier Tribology Series, Vol. 37, Editora. D. Dowson, 2000.

Zachariadis, D. C., "Influence of the axial wedge effect on the static equilibrium position of hydrodynamic journal bearings", International Congress of Mechanical Engineering, Minas Gerais, 2005.

Zachariadis, D. C., "Axial Wedge Effect in Tilted Hydrodynamic Journal Bearings", Tribology Transactions, Vol. 51, p. 173-181, 2008.

Zhao, S. X.; Dai, X. D.; Meng, G.; Zhu, J., "An experimental study of a nonlinear oil-film forces of a journal bearing", *Journal of Sound and Vibration*. Vol. 287, pp. 827-843, 2005.

Zorzi, E. S.; Nelson, H. D., "Finite Element Simulation of Rotor-Bearing Systems with Internal Damping", *Journal of Engineering for Power*, Vol. 99, pp. 71-76, January, 1977.

Apêndice A - Soluções Analíticas

Solução da Equação de Reynolds para Mancal Longo

A Equação de Reynolds não apresenta uma solução fechada, ou seja, uma solução em forma analítica, sendo necessário o emprego de algum método numérico. No entanto, Reynolds resolveu uma versão simplificada na forma de séries (1886), assumindo o mancal infinitamente longo na direção Z (Figura A.1), o que torna o fluxo axial praticamente nulo, e a distribuição de pressão constante naquela direção. Logo $\frac{\partial p}{\partial z} = 0$. Com essa simplificação, a equação de Reynolds se torna:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{A-1})$$

Em 1904, A. Sommerfeld encontrou uma solução fechada para o mancal infinitamente longo (Equação A-1). Os passos para encontrar a solução são mostrados a seguir.

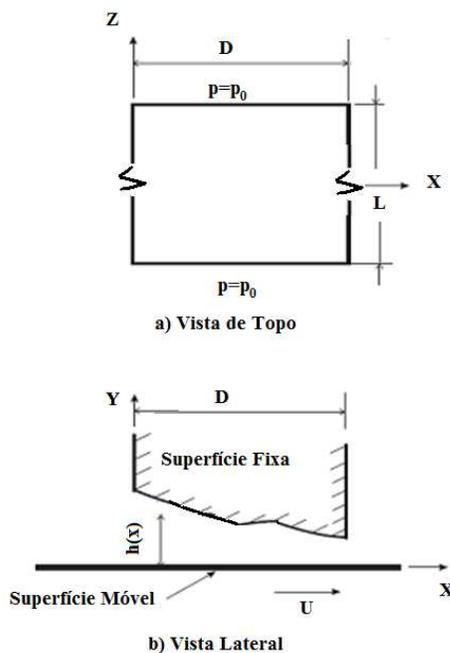


Figura A.1: Mancal Longo $L \gg 2(R+Cr)$

Primeiramente pode-se integrar a equação A-1 em relação a X, obtendo assim:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu U}{h^2} + \frac{A}{h^3} \quad (\text{A-2})$$

onde A é constante de integração obtida da condição de contorno:

$$\frac{dp}{dx} = 0 \quad \text{quando } h = h_m \text{ (espessura média)}$$

obtendo $A = -6\mu U h_m$.

Dessa forma a equação A-2 pode ser escrita como:

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu U \frac{h - h_m}{h^3} \quad (\text{A-3})$$

Considerando um eixo circular de raio R, girando a uma velocidade Ω em um mancal cilíndrico, temos que:

$$U = R\Omega \quad \text{e} \quad dx = R d\theta$$

Assim:

$$\frac{dp}{d\theta} = 6\mu R^2 \Omega \frac{(h - h_m)}{h^3} \quad (\text{A-4})$$

Substituindo a equação a relação para a espessura de filme, $h = Cr(1 + \varepsilon \cos \theta)$, na equação A-4 chegamos na relação:

$$\frac{dp}{d\theta} = 6\mu R^2 \Omega \left(\frac{R}{Cr} \right)^2 \left(\frac{1}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} - \frac{h_m}{Cr(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} \right) \quad (\text{A-5})$$

Uma expressão para a distribuição de pressão pode ser obtida pela integração direta da equação A-5:

$$p = 6\mu\Omega \left(\frac{R}{Cr}\right)^2 \int \left(\frac{1}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} - \frac{h_m}{Cr(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} \right) d\theta + C \quad (\text{A-6})$$

O procedimento para avaliar integrais do tipo:

$$\int \left(\frac{d\theta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^n} \right)$$

é a introdução de uma nova variável $\gamma = \tan(\theta/2)$. Sommerfeld em 1904 obteve a solução para a equação A-6 com o auxílio da seguinte substituição:

$$1 + \varepsilon \cos \theta = \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cos \gamma} \quad (\text{A-7})$$

Essa relação é conhecida como ‘Substituição de Sommerfeld’, e γ é conhecida como ‘Variável de Sommerfeld’.

Fazendo o uso da substituição de Sommerfeld, das condições de contorno adequadas, e após algumas manipulações algébricas, podemos encontrar a solução para a distribuição de pressão em um mancal radial longo:

$$p - p_0 = \frac{6\mu\Omega \left(\frac{R}{Cr}\right)^2 \varepsilon \sin \theta (2 + \varepsilon \cos \theta)}{(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} \quad (\text{A-8})$$

onde p_0 é a pressão no ponto de máxima espessura de filme (h).

Se p for calculado por essa equação de $\theta = 0$ a 2π , serão obtidas pressões negativas de $\theta = \pi$ a 2π com magnitudes iguais às pressões positivas de 0 a π . Dado que o fluido não pode suportar grandes pressões negativas sem cavitação, a equação é tipicamente avaliada somente de 0 a π e pressupõe-se que a pressão seja p_0 na outra metade da circunferência. Isso é chamado de ‘Meia Solução de Sommerfeld’. Sendo assim a distribuição total de pressão é:

$$p = \begin{cases} \frac{6\mu\Omega\left(\frac{R}{Cr}\right)^2 \varepsilon \sin\theta(2 + \varepsilon \cos\theta)}{(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon \cos\theta)^2} + p_0 & , 0 < \theta < \pi \\ p_0 & , \pi < \theta < 2\pi \end{cases} \quad (\text{A-9})$$

Solução da Equação de Reynolds para Mancal Curto

Os mancais longos não são frequentemente usados nas máquinas modernas por diversas razões. Pequenas deflexões do eixo ou deslizamento podem reduzir a folga radial a zero em um mancal longo, e considerações de empacotamento frequentemente requerem mancais pequenos.

Mancais cuja dimensão na direção Z é bem menor que na direção X, como mostrado na figura A.2, são considerados curtos.

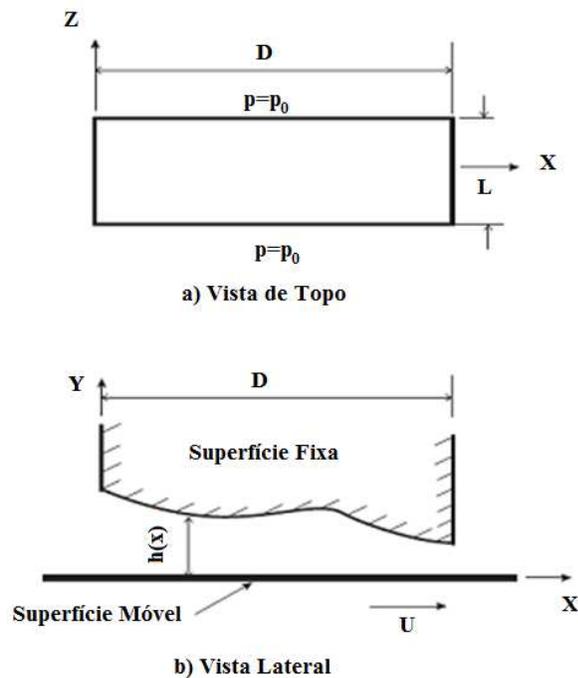


Figura A.2: Mancal Curto $L \ll 2(R+Cr)$

Nesses mancais, o pico de pressão deve cair mais rapidamente para a pressão ambiente p_0 na direção Z do que na direção X. Logo, como o gradiente de pressão $\frac{\partial p}{\partial z}$ é muito maior que o gradiente de pressão $\frac{\partial p}{\partial x}$, o primeiro termo do lado esquerdo da equação de Reynolds pode ser desprezado. Se considerarmos apenas carga estática, não haverá movimento na direção Y, portanto $V = 0$, ficando, então:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{A-10})$$

A solução para mancais curtos foi apresentada em 1953 por DuBois e Ocvirk. Os passos para encontrar a solução serão mostrados a seguir.

Como h é apenas função de x , a equação A-10 torna-se:

$$\frac{d^2 p}{dz^2} = \frac{6\mu U}{h^3} \frac{dh}{dx} \quad (\text{A-11})$$

Integrando a equação A-11 em z , obtém-se:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{6\mu U}{h^3} \frac{dh}{dx} z + C_1 \quad (\text{A-12})$$

Fazendo a segunda integração:

$$p = \frac{6\mu U}{h^3} \frac{dh}{dx} \frac{z^2}{2} + C_1 z + C_2 \quad (\text{A-13})$$

onde C_1 e C_2 são as constantes de integração, obtidas aplicando-se as condições de contorno.

Considerando a origem do sistema de coordenadas na metade da largura L , temos:

$$p = p_0 = 0, \quad \text{para } z = L/2 \quad \text{e } z = -L/2$$

Dessa forma temos:

$$C_1 = 0$$

$$C_2 = \frac{-6\mu U}{h^3} \frac{dh}{dx} \frac{L^2}{8}$$

Assim, a distribuição de pressão é:

$$p = \frac{3\mu U}{h^3} \frac{dh}{dx} \left(z^2 - \frac{L^2}{4} \right) \quad (\text{A-14})$$

A equação A-14 confirma o que foi dito anteriormente, ou seja, se $\frac{dh}{dx} = 0$ (superfícies paralelas), a pressão será nula, não havendo, portanto, capacidade de sustentação de carga no mancal.

Para um mancal radial podemos obter a distribuição de pressão de acordo com suas características geométricas.

Fazendo $x = R\theta$ e sabendo que pela regra da cadeia

$$\frac{dh}{dx} = \frac{dh}{d\theta} \frac{d\theta}{dx}$$

Da equação 4-28 obtemos

$$\frac{dh}{d\theta} = -Cr\epsilon \operatorname{sen} \theta$$

E, tendo que $\frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{R}$

Assim:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{-Cr\epsilon \operatorname{sen} \theta}{R}$$

Portanto, a distribuição de pressão para o mancal radial curto é:

$$p = \frac{-3\mu\varepsilon U \sin \theta}{RCr^2(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} \left(z^2 - \frac{L^2}{4} \right) + p_0 \quad (\text{A-15})$$

Todos os termos de A-15 são positivos, exceto $\sin \theta$, que é positivo para $0 < \theta < \pi$ e negativo para $\pi < \theta < 2\pi$. Como o líquido não pode suportar pressão negativa, forma-se uma região de vapor oriundo do óleo. A pressão de vapor nunca cai abaixo da pressão de vapor do lubrificante. Geralmente, a pressão da região sujeita à cavitação é constante, denotada por p_{cav} e é tomada aproximadamente igual a zero. Assim:

$$p = \begin{cases} \frac{3\mu\varepsilon U \sin \theta}{RCr^2(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} \left(\frac{L^2}{4} - z^2 \right) & , 0 < \theta < \pi, \quad -\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2} \\ 0 & , \pi < \theta < 2\pi, \quad -\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2} \end{cases} \quad (\text{A-16})$$