

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Controle Skyhook Aplicado a um
Modelo de Suspensão Hidropneumática
para Carretas Agrícolas**

Autor: **Roberto Luis de Sá**

Orientador: **Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

Controle Skyhook Aplicado a um Modelo de Suspensão Hidropneumática para Carretas Agrícolas

Autor: **Roberto Luis de Sá**

Orientador: **Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles**

Curso: Engenharia Mecânica

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Dissertação de Mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2006

S.P. - Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Sa11c Sá, Roberto Luis de
Controle Skyhook aplicado a um modelo de
suspensão hidropneumática para carretas agrícolas
/Roberto Luis de Sá. --Campinas, SP: [s.n.], 2006.

Orientador: Pablo Siqueira Meirelles
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Automóveis – Molas e suspensão. 2. Automóveis
– Dinâmica. 3. Veículos - Dinâmica. 4. Amortecimento
(Mecânica). I. Meirelles, Pablo Siqueira. II.
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Skyhook control of an hydropneumatic suspension system developed
for use in agricultural farm wagons

Palavras-chave em Inglês: Skyhook control, Hydropneumatic suspension system,
quarter car model.

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Douglas Eduardo Zampieri e Oscar Braunbeck

Data da defesa: 23/02/2006

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

**Controle Skyhook Aplicado a um
Modelo de Suspensão Hidropneumática
para Carretas Agrícolas**

Autor: Roberto Luis de Sá

Orientador: Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles
DMC/FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Douglas Eduardo Zampieri
DMC/FEM/UNICAMP

Prof. Dr. Oscar Braunbeck
FEAGRI/UNICAMP

Campinas, 23 de Fevereiro de 2006.

Dedicatória

A Deus e minha família,
pelo apoio incondicional, dedico.

“... O covarde nunca começa, o fracassado nunca termina, o vencedor nunca desiste.”

Norman Vincent Peale

Agradecimentos

Ao Professor Pablo Siqueira Meirelles pela confiança, orientação, amizade, apoio e incentivo durante todo o mestrado.

À CAPES pelo apoio financeiro ao desenvolvimento do trabalho.

Aos professores e funcionários do Departamento de Mecânica Computacional e da Coordenação de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da UNICAMP.

A todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para elaboração deste trabalho.

Resumo

de Sá, Roberto Luis, *Controle Skyhook Aplicado a um Modelo de Suspensão*

Hidropneumática para Carretas Agrícolas. Campinas: Faculdade de Engenharia

Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2006, 108p. Dissertação (Mestrado).

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um sistema de controle para um modelo de suspensão hidropneumática concebido para carretas agrícolas. A partir de um modelo não-linear de um quarto de veículo com dois graus de liberdade foram implementados dois sistemas de controle, um ativo e outro semi-ativo, ambos baseados na estratégia de controle *Skyhook*. Considerando-se duas excitações, uma do tipo degrau com amplitude de $40[mm]$ e outra do tipo variável com amplitudes contidas numa faixa de variação de $\pm 30[mm]$, foram realizadas simulações para três situações diferentes: Com a massa suspensa na condição de carga mínima, na condição de carga média e na condição de carga máxima. Com desempenho próximo ao obtido para o sistema ativo no quesito isolamento de vibrações, quando comparado com o caso passivo, o sistema semi-ativo não apresentou deteriorações significativas no movimento da massa não-suspensa. Foi mostrado que para a aplicação considerada o sistema semi-ativo mostrou ser a melhor opção, uma vez que é mais confiável e apresenta um custo de implementação mais baixo do que um sistema ativo.

Palavras chave: Suspensões hidropneumáticas, dinâmica veicular, controle semi-ativo, amortecimento variável.

Abstract

de Sá, Roberto Luis, *Skyhook Control of a Hydropneumatic Suspension System developed for use in Agricultural Farm Wagons*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2006, 108p., Dissertação (Mestrado).

This study deals with the development of a control system suited for a Hydropneumatic Suspension System designed for use in Agricultural Devices. Using the Skyhook Control methodology, two control systems are designed for a quarter car non-linear model, an active and a semi-active one. For performance measurement, two kinds of road excitation sources are considered: a 40[mm] amplitude bump and a variable road profile with amplitude range from -30 to +30[mm]. The simulations take into account three different situations: maximum sprung mass loading, minimum sprung mass loading and medium sprung mass loading. The resulting performance of the semi-active system was almost as good as the performance achieved by the active system and much better than the performance of the passive one. Since the semi-active system is more reliable and has a smaller implementation cost than the active one, for the application concerned it resulted to be the best solution.

Key words: Hydropneumatic suspension system, vehicular dynamics, semi-active control, skyhook damper.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Visão geral do trabalho	1
1.2	Descrição da Aplicação	2
1.2.1	Objetivos e dificuldades inerentes a este trabalho	3
1.3	Abordagem do problema	3
1.4	Estrutura do Trabalho	4
2	Revisão Bibliográfica	6
2.1	Introdução	6
2.2	Revisão da Literatura	7
3	Modelo de um Quarto de Veículo	20
3.1	Introdução	20
3.2	Estudo da dinâmica do mecanismo hidropneumático	22
3.3	Determinação da rigidez equivalente	27
3.4	Modelo Unidimensional não-linear sem controlador, equação diferencial	28
3.5	Modelo Unidimensional linearizado	29
3.6	Comparação entre os modelos	31
3.6.1	Resposta a um degrau de amplitude $40[mm]$	33
3.6.2	Resposta a um perfil de via aleatório	37
3.6.3	Conclusões relativas à linearização	42
4	Simulações Numéricas	44
4.1	Introdução	44

4.2	Componentes de um Sistema de Suspensão	44
4.2.1	Pneus	44
4.2.2	Molas	45
4.2.3	Amortecedores	45
4.3	Suspensão Passiva	45
4.4	Suspensão Ativa	46
4.5	Suspensão Semi-ativa	46
4.6	Suspensões Hidropneumáticas	48
4.7	Teoria de Controle <i>Skyhook</i>	48
4.8	Resultados das Simulações	50
4.8.1	Resposta ao degrau	51
4.8.2	Resposta a excitação causada por um perfil de via variável	62
5	Conclusões e Perspectivas para Trabalhos Futuros	71
5.1	Conclusões	71
5.2	Perspectivas para Trabalhos Futuros	72
A	Listagem dos programas <i>MATLAB</i>	79

Lista de Figuras

3.1	Representação simplificada de um quarto de veículo	20
3.2	Representação esquemática da mola hidropneumática	23
3.3	Rigidez da mola pneumática em função do deslocamento do êmbolo do cilindro	25
3.4	Curvas de rigidez em função da massa	28
3.5	Comparação da rigidez não-linear com rigidez linearizada	32
3.6	Resposta ao degrau da massa suspensa, $m_s = 150[kg]$	33
3.7	Resposta ao degrau da massa não-suspensa, $m_s = 150[kg]$	33
3.8	Erro na resposta ao degrau, $m_s = 150[kg]$	34
3.9	Resposta ao degrau da massa suspensa, $m_s = 450[kg]$	34
3.10	Resposta ao degrau da massa não-suspensa, $m_s = 450[kg]$	35
3.11	Erro na resposta ao degrau, $m_s = 450[kg]$	35
3.12	Resposta ao degrau da massa suspensa, $m_s = 900[kg]$	36
3.13	Resposta ao degrau da massa não-suspensa, $m_s = 900[kg]$	36
3.14	Erro na resposta ao degrau, $m_s = 900[kg]$	37
3.15	Resposta da massa suspensa a um perfil aleatório, $m_s = 150[kg]$	38
3.16	Resposta da massa não-suspensa a um perfil aleatório, $m_s = 150[kg]$	38
3.17	Erro na resposta a um perfil aleatório, $m_s = 150[kg]$	39
3.18	Resposta da massa suspensa a um perfil aleatório, $m_s = 450[kg]$	39
3.19	Resposta da massa não-suspensa a um perfil aleatório, $m_s = 450[kg]$	40
3.20	Erro na resposta a um perfil aleatório, $m_s = 450[kg]$	40
3.21	Resposta da massa suspensa a um perfil aleatório, $m_s = 900[kg]$	41
3.22	Resposta da massa não-suspensa a um perfil aleatório, $m_s = 900[kg]$	41
3.23	Erro na resposta a um perfil aleatório, $m_s = 900[kg]$	42

4.1	Representação esquemática da estratégia Skyhook	49
4.2	Resposta ao degrau da massa suspensa, onde $m_s = 150[kg]$	52
4.3	Aceleração na resposta ao degrau da massa suspensa, onde $m_s = 150[kg]$	53
4.4	Resposta ao degrau da massa não-suspensa, onde $m_s = 150[kg]$	54
4.5	Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso ativo, onde $m_s = 150[kg]$	54
4.6	Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso semi-ativo, onde $m_s =$ $150[kg]$	55
4.7	Resposta ao degrau da massa suspensa, onde $m_s = 450[kg]$	56
4.8	Aceleração na resposta ao degrau da massa suspensa, onde $m_s = 450[kg]$	56
4.9	Resposta ao degrau da massa não-suspensa, onde $m_s = 450[kg]$	57
4.10	Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso ativo, onde $m_s = 450[kg]$	57
4.11	Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso semi-ativo, onde $m_s =$ $450[kg]$	58
4.12	Resposta ao degrau da massa suspensa, onde $m_s = 900[kg]$	59
4.13	Aceleração na resposta ao degrau da massa suspensa, onde $m_s = 900[kg]$	60
4.14	Resposta ao degrau da massa não-suspensa, onde $m_s = 900[kg]$	60
4.15	Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso ativo, onde $m_s = 900[kg]$	61
4.16	Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso semi-ativo, onde $m_s =$ $900[kg]$	61
4.17	Resposta da massa suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 150[kg]$	62
4.18	Aceleração na resposta da massa suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 150[kg]$	63
4.19	Resposta da massa não-suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 150[kg]$	63
4.20	Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso ativo, onde $m_s = 150[kg]$	64
4.21	Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso semi-ativo, onde $m_s =$ $150[kg]$	64
4.22	Resposta da massa suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 450[kg]$	65
4.23	Aceleração na resposta da massa suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 450[kg]$	65

4.24	Resposta da massa não-suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 450[kg]$.	66
4.25	Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso ativo, onde $m_s = 450[kg]$.	66
4.26	Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso semi-ativo, onde $m_s = 450[kg]$.	67
4.27	Resposta da massa suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 900[kg]$.	67
4.28	Aceleração na resposta da massa suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 900[kg]$.	68
4.29	Resposta da massa não-suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 900[kg]$.	68
4.30	Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso ativo, onde $m_s = 900[kg]$.	69
4.31	Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso semi-ativo, onde $m_s = 900[kg]$.	69

Lista de Tabelas

3.1	Valores dos parâmetros constantes dos modelos	32
4.1	Valores dos parâmetros constantes do modelo	51

Nomenclatura

Acrônimos

GDL - Grau(s) de liberdade.

SUV - Sport Utility Vehicle.

LQ - Linear Quadrático.

LQR - Regulador Linear Quadrático.

LQG - Regulador Linear Quadrático Gaussiano.

H_2 - Teoria de controle moderno baseada na norma H_2 de vetores e matrizes.

H_∞ - Teoria de controle moderno baseada na norma H_∞ de vetores e matrizes.

RMS - Root Mean Square.

LMI - Linear Matricidal Inequality.

CG - Centro de gravidade.

Símbolos

$m_s(t)$ - Massa suspensa.

m_{us} - Massa não-suspensa.

$y_s(t)$ - Deslocamento da massa suspensa.

$y_{us}(t)$ - Deslocamento da massa não-suspensa.

k_t - Coeficiente de rigidez do pneu.

c_t - Coeficiente de amortecimento do pneu.

$y_r(t)$ - Excitação proveniente da via.

$c_s(t)$ - Coeficiente de amortecimento da suspensão.

$k_s(t)$ - Coeficiente de rigidez da mola hidropneumática.

$x(t)$ - Deslocamento do êmbolo do cilindro hidráulico.

P_0 - Pressão inicial dentro da câmara de gás.

V_0 - Volume inicial de gás confinado dentro da câmara.

$P(t)$ - Pressão dentro da câmara de gás num instante qualquer.

$V(t)$ - Volume de gás confinado dentro da câmara num instante qualquer.

A_c - Área do êmbolo hidráulico normal a seu deslocamento $x(t)$.

$F_c(t)$ - Força atuante no cilindro hidráulico.

$x_{stat}(t)$ Deslocamento estático do êmbolo do cilindro hidráulico.

$x_{din}(t)$ Deslocamento dinâmico do êmbolo do cilindro hidráulico.

$W(t)$ - Peso da carreta.

g - Aceleração da gravidade.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Visão geral do trabalho

A cada ano que passa, a indústria automobilística torna o uso de sistemas inteligentes de suspensão cada vez mais difundido e viável comercialmente. Neste trabalho, são considerados inteligentes os sistemas providos de pelo menos um controlador, que seja capaz de processar informações sobre parâmetros dinâmicos do sistema e retornar um sinal de controle para o mesmo. Comparados com os sistemas convencionais de suspensão, estes sistemas inteligentes permitem obter melhorias significativas nos aspectos relativos ao conforto e a dirigibilidade, em especial, quando sujeitos a grandes variações de carga e diferentes níveis de excitações.

Dado um sistema de suspensão, as formas mais comuns de otimizar o comportamento dinâmico do mesmo são: alterar o projeto inicial, alterar as características dinâmicas do pneu e alterar as características dinâmicas da suspensão.

No que diz respeito ao projeto inicial, é comum alterar-se a geometria e até mesmo os materiais empregados na construção da suspensão. Uma vez esgotadas as alternativas, pode-se tentar melhorar a dinâmica dos pneus empregados. Porém, uma vez que a mesma é complexa e altamente não-linear, esta saída pode tornar-se demasiadamente onerosa e até mesmo inviável. Logo, a variação das características dinâmicas dos sistemas de suspensão tem-se mostrado a mais promissora entre as alternativas citadas para se obter uma melhora no comportamento dinâmico de um veículo.

Os principais objetivos quando se busca um bom comportamento dinâmico são: controlar a variação da força de contato entre o pneu e o solo e minimizar as vibrações e impactos na

estrutura, o que pode ser conseguido através da modificação dos coeficientes de rigidez e de amortecimento da suspensão.

Com o contínuo avanço e barateamento das tecnologias de microeletrônica, sensores e atuadores, as pesquisas sobre controle do comportamento dinâmico de sistemas de suspensão devem caminhar cada vez mais para o uso de sistemas controlados por computador. Embora as vantagens na utilização deste tipo de sistema sejam interessantes do ponto de vista prático tanto para o transporte de pessoas quanto para o transporte de cargas, sua aplicação ainda está bastante restrita a certos nichos da indústria automobilística, onde merecem destaque o mercado de carros de luxo e dos chamados *SUVs*¹. Neste contexto, o objetivo do presente trabalho é propor um exemplo alternativo de aplicação real para este tipo de sistema inteligente de suspensão, tendo como foco sua viabilidade comercial.

1.2 Descrição da Aplicação

Como ponto de partida para este trabalho adotou-se o modelo de suspensão hidropneumática desenvolvido por (Baldi 2004) para utilização em carretas agrícolas.

Tal veículo consiste num reservatório para pulverizantes montado sobre o chassi de uma carreta de duas rodas tracionada por um trator. Devido ao fato deste tipo de veículo operar nos mais diversos tipos de terreno, do tipo fora de estrada em sua maioria, ele está sujeito a diferentes níveis de excitações, o que pode ocasionar falhas e até mesmo quebra de seus componentes. Um exemplo comum deste problema é a quebra dos braços onde estão distribuídos os bicos de pulverização. Outro problema enfrentado é a deflexão sofrida por estes braços, que acarreta irregularidade na aplicação dos defensivos. Para contornar estes problemas o sistema de suspensão proposto deve manter um baixo nível de aceleração da estrutura em qualquer tipo de terreno. Com um nível menor de vibrações na carreta, o trator deve conseguir operar em velocidades mais altas que as atuais e conseqüentemente, aumentar sua produtividade. Além disso, a distância entre a carreta e o solo deve variar o mínimo possível para que a eficiência de pulverização não seja prejudicada, (Baldi 2004).

¹A sigla SUV corresponde as iniciais do termo veículo utilitário esporte em inglês, *Sport Utility Vehicle*

1.2.1 Objetivos e dificuldades inerentes a este trabalho

Uma das maiores dificuldades encontradas neste tipo de aplicação é a grande variação de massa que ocorre devido à vazão do pulverizante. Segundo (Baldi 2004), a medida que a carreta passa da condição cheia para vazia e vice-versa a massa total do veículo pode variar de três a cinco vezes, dependendo do tamanho do reservatório utilizado.

Esta grande variação de massa por si só já proporciona uma grande variação do fator de amortecimento. Entretanto, lembrando ainda que o fator de amortecimento depende também da rigidez do sistema e que no caso da suspensão hidropneumática empregada a rigidez resultante é não linear, fica evidente que projetar um sistema de suspensão passivo para esta aplicação, cujo desempenho seja satisfatório para todas as condições de operação, é uma tarefa extremamente difícil, até mesmo impossível.

Diante dessa dificuldade, o desafio deste trabalho é propor uma solução complementar ao trabalho de Baldi, que permita que o sistema de suspensão apresentado seja capaz de operar de forma satisfatória em qualquer condição de operação.

Logo, a idéia principal deste trabalho é incorporar um sistema de controle ao modelo de suspensão apresentado e com isso obter o desempenho desejado.

Normalmente este tipo de implemento agrícola opera em ambientes hostis, em condições de trabalho bastante severas e são operados por pessoas com pouco ou nenhum conhecimento técnico sobre o mesmo.

Considerando todos esses fatores, para que a solução encontrada seja comercialmente viável é necessário que a mesma seja um compromisso entre custo e benefício, seja confiável e fácil de operar. Neste sentido, o objetivo é realizar a aplicação utilizando o menor número possível de sensores e equipamentos eletrônicos.

1.3 Abordagem do problema

Do ponto de vista de controle os sistemas de suspensão podem ser divididos em três tipos: passivos, ativos e semi-ativos. Enquanto sistemas ativos e semi-ativos podem processar informações provenientes da dinâmica do sistema e alterar quase que instantaneamente o comportamento da mesma, para o caso passivo nada pode ser feito durante a operação da

suspensão. As vantagens e desvantagens de cada um deles serão discutidas com maiores detalhes nos capítulos seguintes.

Com o objetivo de comparar a performance dos diferentes tipos de controladores, na realização deste trabalho são implementados controladores do tipo passivo, ativo e semi-ativo todos eles tendo como referência um modelo de um quarto de veículo com dois graus de liberdade. Note que no caso da carreta este modelo corresponde a meio veículo. Porém, como na literatura envolvida esta notação é a mais utilizada para este tipo de modelo, neste trabalho, ela permanece assim.

As hipóteses simplificadoras adotadas para a obtenção da dinâmica do modelo junto com a grande variação de massa presente tornam o sistema altamente não-linear e sujeito a incertezas. Este fato deixa evidente a necessidade do controlador ser capaz de lidar com estas incertezas e variações dos parâmetros. Para resolver este problema, neste trabalho o controlador é projetado através da abordagem *Skyhook* que permite incorporar a grande variação de massa e a rigidez não-linear da suspensão hidropneumática. Teorias de controle não-linear poderiam ser utilizadas neste trabalho, mas fogem do objetivo inicial do mesmo que é propor uma solução simples e barata para a aplicação. Outra alternativa seria linearizar o sistema e empregar técnicas de controle robusto que permitem incluir incertezas no sistema. Porém como será mostrado adiante, a linearização do sistema implica em erros que desestimulam a adoção desse caminho.

Neste contexto, um dos objetivos deste trabalho é propor uma solução simples, porém eficiente, que possa servir como referência para comparação em estudos futuros.

1.4 Estrutura do Trabalho

No capítulo 2 é apresentado o levantamento bibliográfico cujo objetivo é inserir este trabalho dentro da escala evolutiva das estratégias de controle aplicadas a sistemas de suspensão. Em seguida, no capítulo 3, é apresentada toda a modelagem matemática realizada para a obtenção do modelo dinâmico a ser controlado. Também neste capítulo é feita uma análise comparativa entre o modelo não-linear e o linearizado. O capítulo 4 apresenta uma breve descrição do problema *Skyhook* e sua formulação para a aplicação considerada neste traba-

lho. Os resultados obtidos através das simulações numéricas são apresentados e discutidos. Finalmente, o capítulo 5 apresenta as conclusões a respeito deste trabalho e discute de que forma o mesmo pode contribuir para estudos posteriores. Adicionalmente, no fim do trabalho é apresentado um anexo contendo os programas implementados na linguagem simbólica *MATLAB* para a realização das simulações numéricas.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Introdução

Um considerável esforço tem sido feito por pesquisadores no sentido de desenvolver suspensões para veículos de transporte terrestre cada vez mais eficientes. A grande maioria dos estudos se baseia no fato de que o desenvolvimento de suspensões mais eficientes tem como limitante o compromisso inerente às diversas características conflitantes que são necessárias para um bom comportamento dinâmico de um veículo. Entre essas características pode-se destacar, além da segurança: requisitos de conforto para veículos de transporte de pessoas ou cargas, limitações no espaço de trabalho da suspensão e dirigibilidade (Hrovat e Hubbard 1981).

Conforme discutido no capítulo anterior, o emprego de sistemas inteligentes de suspensão vem se consagrando cada vez mais como uma solução comercialmente viável para resolver o conflito inerente ao compromisso que existe entre os diferentes requisitos de desempenho. Neste contexto, um número cada vez maior de pesquisadores tem investigado aplicações das teorias de controle em sistemas inteligentes de suspensão.

Embora existam inúmeras abordagens para o projeto do sistema de controle, discorrer sobre cada uma delas tornaria esta dissertação demasiadamente longa e exigiria conhecimentos que fogem do escopo deste trabalho. Dentre elas merecem destaque: Controle Modal, Técnicas Clássicas de Controle, Realimentação de Estados, LMIs e Parametrização de Youla, Redes Neurais e Lógica *Fuzzy*, Controle Não-linear, Controle Adaptativo, Controles baseados nas Teorias *Skyhook* e *Groundhook*, Teoria *Sliding Mode Control*, Técnicas de Controle Ótimo e Controle Robusto. Para a realização deste trabalho os estudos foram concentrados

nas teorias de Controle Ótimo, Controle Robusto e principalmente na Teoria *Skyhook*.

2.2 Revisão da Literatura

Uma das grandes dificuldades da aplicação de leis de controle ótimo é que elas normalmente requerem que todos os estados estejam disponíveis para medição. Entretanto, na prática, isto nem sempre é possível. Em (Ferguson e Rekasius 1969) é desenvolvido um procedimento que resulta num controlador dinâmico cuja lei de controle é função de qualquer conjunto de medidas fornecido. O sistema de malha fechada obtido é ótimo no sentido de minimizar um índice de desempenho quadrático para qualquer estado inicial do sistema.

Uma das primeiras propostas para o projeto de servo-suspensões foi apresentada em (Thompson 1971). Dois arranjos foram considerados, um com um atuador hidráulico posicionado em série com uma mola e outro com ambos posicionados em paralelo. Para o projeto do controlador foi proposta a utilização de um compensador de segunda ordem. O sistema mostrou-se ser bastante efetivo na redução de transmissão de vibrações da via para a carroceria do veículo, porém, à custa de grandes deslocamentos das rodas, o que implica em perda de dirigibilidade. Para tentar diminuir este problema foi proposta a utilização de absorvedores dinâmicos para controle das vibrações no eixo.

Um dos primeiros trabalhos mostrando as vantagens da aplicação de controle semi-ativo em sistemas de suspensões foi apresentado em (Karnopp *et al.* 1974). Utilizando a teoria *Skyhook* de controle foram comparados os desempenhos dos sistemas de suspensões para o caso passivo, ativo e semi-ativo. No quesito desempenho o sistema ativo mostrou-se o melhor. Porém, considerando os custos e a complexidade de uma implementação prática do mesmo, o sistema semi-ativo mostrou ser uma alternativa mais vantajosa já que oferece um desempenho semelhante ao do sistema ativo, com custos mais próximos do sistema passivo.

A estratégia de controle semi-ativo então chamada de *ON-OFF* foi apresentada inicialmente em (Margolis *et al.* 1975). Sua idéia é bastante simples: caso a massa suspensa esteja se movendo no mesmo sentido da massa não-suspensa e esta última possua uma velocidade maior do que a outra massa, o amortecedor é desligado, isto é, deve gerar uma força de amortecimento nula. Na prática, porém, existe um amortecimento residual e esta força é

aproximadamente nula. Nos demais casos o amortecedor permanece ligado com um determinado valor constante de coeficiente de amortecimento gerando uma força de amortecimento proporcional ao mesmo.

Tendo novamente como foco o modelo de um quarto de veículo, (Thompson 1976) incorporou técnicas de controle ótimo para o projeto de uma suspensão ativa. O índice de desempenho que foi empregado, do tipo integral quadrático, correspondia a uma soma ponderada dos parâmetros relativos ao conforto, à deformação dinâmica do pneu e ao deslocamento relativo entre o eixo da suspensão e o corpo do veículo. O perfil da via foi assumido como aleatório com densidade espectral de potência inversamente proporcional a frequência. Este fato permitiu uma mudança de variável que reduziu o sistema do tipo rastreador para um do tipo regulador. O desempenho obtido mostrou-se superior ao de uma suspensão convencional equivalente no quesito conforto, porém com um aumento no nível de vibrações do eixo.

Em (Hrovat e Hubbard 1981) foi demonstrado, com base na teoria do regulador quadrático linear, como a introdução no índice de desempenho, de um termo adicional referente ao conforto, o *jerk*, afeta a estrutura da suspensão ótima resultante para um sistema de um grau de liberdade. Utilizando a resposta em frequência e técnicas de resposta no tempo foi mostrado que suspensões ótimas que não consideram o *jerk* no índice de desempenho correspondem a casos especiais da suspensão ótima onde este termo adicional é considerado. Este fato pode ser provado utilizando-se combinações adequadas dos pesos aplicados a cada termo do índice de desempenho.

A resposta em frequência para os modos de *heave* e *pitch* de um modelo bidimensional baseado nos dados reais de uma motocicleta de médio porte foi estudada em (Margolis 1982) empregando uma suspensão totalmente passiva, uma semi-ativa e uma ativa. Para o estudo das suspensões ativa e semi-ativas foram propostas duas estratégias distintas de controle, a primeira simula um amortecedor do tipo *skyhook*, preso a um referencial inercial absoluto e a segunda consiste na realimentação completa dos estados. Ambas estratégias foram desenvolvidas para o caso ativo e posteriormente modificadas para o uso no caso semi-ativo. Os resultados mostraram que a realimentação completa dos estados proporciona uma isolação maior dos distúrbios de alta frequência, porém, a estratégia *skyhook* mostrou-se superior na

isolação da ressonância.

Utilizando o mesmo modelo proposto em (Thompson 1976), um termo extra de rigidez foi incorporado à lei de controle em (Thompson 1984) o que permitiu utilizar-se, no projeto da suspensão ativa, uma mola de rigidez desconhecida, sem perda de otimalidade. Baseado no fato de que o espectro de frequência do deslocamento do eixo aproxima-se do espectro da via, foi demonstrado que o sistema podia ser implementado utilizando-se somente a medida do deslocamento relativo entre o eixo e o corpo principal, ao contrário do sistema anterior onde era necessária a medida do deslocamento relativo entre a via e o corpo principal. Embora essa aproximação levasse a uma solução sub-ótima, ela não diferia significativamente da solução ótima. Outro aspecto importante abordado neste trabalho foi o estudo do lugar das raízes do sistema de malha fechada. A partir do conhecimento da localização dos pólos do sistema é possível avaliar como as variações nos fatores de ponderação das integrais da função custo influenciam no desempenho.

Em (Karnopp 1986) foram mostrados limites teóricos de desempenho para uma suspensão ativa. Contrariando a crença geral de que desprezadas as limitações práticas, um sistema ativo deveria ter um comportamento ideal, foi mostrado através de um modelo linear com dois graus de liberdade que mesmo utilizando realimentação de estado completa e o sistema sendo controlável, existiam limitações de desempenho. Foi mostrado ainda que, dependendo de certos parâmetros do veículo, uma suspensão ativa não apresenta desempenho muito superior ao de suspensões semi-ativas e passivas, principalmente no que diz respeito à relação custo-benefício.

Foi apresentada em (Wilson *et al.* 1986) uma alternativa para os casos onde o sistema não é totalmente observável ou não tenha todos os estados disponíveis para realimentação. Utilizando um modelo unidimensional de um quarto de veículo foi apresentado um método de transformação de coordenadas onde os modos não observáveis são separados dos observáveis. São atribuídos valores para os parâmetros da lei de controle que são recalculados sucessivamente pela técnica de otimização via gradiente, contornando a necessidade de o sistema ser totalmente observável e controlável.

Dentro de um contexto realista do projeto de um veículo como um todo, (Sharp e Crolla

1987) apresentaram uma revisão das informações disponíveis na literatura relativas ao projeto da suspensão partindo do ponto de vista do conforto e da dirigibilidade. Neste trabalho são descritos modelos de superfície de estradas, modelagem de veículos, critérios para medição de desempenho, além da descrição dos diferentes tipos de sistemas de suspensão abordados, sendo estes passivos, ativos, semi-ativos e ativos de atuação lenta. Foram levantados os pontos fortes e as deficiências inerentes a cada tipo de sistema. Finalizando este trabalho foi feita uma comparação entre o desempenho e os requisitos de equipamento para cada tipo de sistema.

Em (Chalasanani 1987a) e (Chalasanani 1987b) foi apresentado um estudo dividido em duas partes, comparando os limites de desempenho entre suspensões passivas e suspensões ativas com realimentação de estado completa. Para essa finalidade, na primeira parte do estudo foi utilizado um modelo de um quarto de veículo com apenas um grau de liberdade sujeito a excitações aleatórias. A resposta do veículo às excitações aleatórias foi analisada considerando as excitações da via como um ruído branco. Para efeito de comparação entre as suspensões passivas e ativas, foram desenhados gráficos mostrando as relações de desempenho entre isolamento de vibração, dirigibilidade e espaço de trabalho da suspensão para ambos os casos. Na segunda parte, esse estudo foi estendido para um modelo tridimensional com sete graus de liberdade. Foram feitas novas comparações entre suspensões passivas e ativas e os resultados obtidos estavam de acordo com os resultados para o caso unidimensional. Essa concordância entre os resultados mostrou que o modelo unidimensional pode ser utilizado como referência para o desempenho de um modelo mais complexo, no entanto, para se prever as interações entre os movimentos de balanço, rolamento e as correlações entre as excitações aplicadas em diferentes pontos do automóvel, um modelo tridimensional deve ser utilizado.

Visando a eliminação do erro estacionário que ocorre no sistema devido a excitações do tipo degrau, ou ainda, devido a forças aplicadas no veículo, em (Thompson e Davis 1988a) foi considerada a aplicação de um controlador ótimo linear para o desenvolvimento de um sistema ativo de suspensão automotiva onde uma restrição derivativa é incorporada a lei de controle. Primeiramente foi aplicada uma mudança de variável para eliminação do erro estacionário devido à força presente no sistema, conforme realizado em (Thompson 1976),

em seguida foi adotado um integrador, sendo sua saída a força do atuador. Deste modo, a força de controle tornou-se a nova variável de estado e o sistema passou a ser ótimo para a nova função custo que leva em conta a restrição incorporada.

Apesar do sucesso na eliminação de erros estacionários devido a forças estáticas e entradas do tipo degrau, o erro estacionário devido a entradas do tipo rampa não foi eliminado. Considerando que esse tipo de entrada é facilmente encontrado nas vias normalmente utilizadas, em (Thompson e Davis 1988b) foi incorporado ao sistema usado anteriormente um integrador adicional. Uma nova variável de estado, definida como a integral do deslocamento relativo entre o corpo e o eixo foi adicionada ao controlador e a função custo passou a conter uma nova restrição, desta vez do tipo integral.

Um novo estudo sobre a teoria estocástica aplicada a um controlador ótimo foi apresentada em (ElMadany 1988). Utilizando um modelo bastante complexo de uma carreta com onze graus de liberdade trafegando por uma rodovia de perfil aleatório, foi demonstrada a viabilidade e a eficiência de um controlador desse tipo para aplicações na resolução de problemas relacionados com a dinâmica de caminhões pesados.

Em (Anderson e Moore 1990) encontra-se vasto material focado nas teorias de controle ótimo do tipo linear quadrático. Diversos tópicos foram abordados: equação de Hamilton-Jacobi, Princípio da Otimalidade, Princípio do Mínimo de Pontryagin, Critério de Estabilidade de Liapunov, a equação de Riccati, entre outros. Além disso o livro estabelece uma ponte entre essas teorias de controle moderno e suas interpretações do ponto de vista clássico.

Utilizando a teoria de controle ótimo multivariável, um sistema de suspensão ótimo para um modelo de um quarto de veículo foi desenvolvido em (ElMadany 1990) e atua de dois modos: A primeira parte é um controlador integral que age na deflexão da suspensão para compensar o erro estacionário originado por entradas da via e forças estacionárias. Já a segunda parte é um controlador proporcional operando nos estados do sistema de modo a controlar a vibração e o desempenho do veículo. O sistema obtido mostrou resolver a incompatibilidade existente entre isolamento de vibração e controle de atitude.

As relações de desempenho existente entre sistemas ótimos de um quarto de veículo, de um e dois graus de liberdade, foram exploradas em (Hrovat 1990). Neste estudo foi eliminada

a restrição do uso de um único atuador ativo, sendo que um atuador ativo adicional foi adicionado à massa não suspensa. Foi mostrado que o máximo desempenho possível para um sistema de dois graus de liberdade, tanto em termos de dirigibilidade quanto conforto, é obtido no caso limite onde a penalidade do atuador da massa não suspensa é nula. Essa estrutura ótima obtida corresponde a um caso particular de um sistema equivalente de um grau de liberdade, que, na prática, poderia ser obtido com o uso de absorvedores dinâmicos.

Continuando o estudo sobre a importância da inclusão do atraso de tempo nas correlações entre as entradas realizado em (Sharp e Wilson 1990), em (Crolla e Abdel-Hady 1991) foram estudados os efeitos que a inclusão de certos fenômenos ocasiona na obtenção das leis de controle. São eles: representação do perfil da via como um ruído branco filtrado, correlação entre os distúrbios do lado esquerdo e direito do veículo e atraso de tempo entre o eixo dianteiro e traseiro. Foi mostrado que este último é de longe o mais importante dos três, pois fornece uma ferramenta adicional para melhorar o desempenho do atuador do eixo traseiro.

Baseado em duas formas alternativas de lei de controle, em (ElMadany e Abduljabbar 1991) foi desenvolvido um estudo comparando o desempenho de sistemas de suspensão entre suspensões do tipo ativa, semi-ativa e passiva. Uma vez que na suspensão semi-ativa só há dissipação de energia, foi considerada uma equação referente à restrição passiva. Para esse sistema foi considerada realimentação de estado limitada. Por outro lado, para obtenção da lei de controle para o sistema ativo foi considerada realimentação de estado completa. Para o estudo, foi adotado um modelo plano de veículo com quatro graus de liberdade sujeito a uma excitação aleatória. Os resultados obtidos mostram que o sistema semi-ativo apresenta um desempenho pouco inferior ao sistema ativo com a vantagem de necessitar de menos energia.

Em (Kashsani e Kiriczi 1992) foi estudada a estabilidade robusta de suspensões ativas com controlador do tipo LQG, na presença de variações de parâmetros do modelo. Para isto, o problema LQG foi reformulado em função da teoria de controle H_2 no domínio da frequência. As variações paramétricas do sistema foram representadas como incertezas estruturadas e foram incorporadas na formulação do problema H_2 . Utilizando o conceito de valor singular estruturado, foi mostrado que a estabilidade robusta pode ser garantida quando os valores singulares estruturados têm magnitude menor do que um ao longo de toda faixa de frequência

de interesse (Teorema do Ganho Pequeno). Os resultados obtidos foram ilustrados por um exemplo numérico.

Em (Shahian e Hassul 1993) são abordados diversos tópicos sobre controle, das teorias clássicas a controle moderno ótimo, inclusive as mais recentes, H_2 e H_∞ . Os autores sugerem que o livro seja usado como um complemento para cursos de controle, já que o livro apresenta de forma amigável diversas ferramentas disponíveis no *software MATLAB* para a implementação de controladores utilizando estas teorias.

As desvantagens do uso de controladores do tipo LQR/LQG padrão para o caso dos sistemas ativos de suspensão foram apresentadas em (Michelberg *et al.* 1993). Foi mostrado que se os parâmetros do sistema forem diferentes dos nominais, o sistema compensado pode se comportar de maneira até pior do que a planta original. Isso significa que, diante das incertezas consideradas, o desempenho e a estabilidade robusta do sistema não são suficientes. Ainda, foi apresentada a teoria H_∞ e suas características de robustez. Foi mostrado que com uma combinação das teorias LQR e H_∞ numa técnica conhecida como RLQR, é possível obter melhorias no desempenho. Por último foi estudada a viabilidade da aplicação de um controlador misto do tipo H_∞ /RLQR, onde tanto as incertezas de parâmetro, quanto os distúrbios da via são levados em conta. Foi mostrado que o projeto de um controlador está sujeito a um compromisso entre os requisitos de desempenho e robustez.

Em (Ulsoy *et al.* 1994) foi feito um estudo da estabilidade robusta de vários sistemas de suspensão ativa utilizando controladores do tipo LQ e LQG sujeitos a incertezas provenientes dos parâmetros da suspensão passiva e incertezas do modelo provenientes da negligência na modelagem da dinâmica dos sensores e atuadores. Foi observado que os controladores do tipo LQ não possuem, necessariamente, boas propriedades de estabilidade robusta e que o projeto desse tipo de controlador é muito mais sensível a incertezas no modelo da suspensão passiva do que a incertezas na modelagem da dinâmica dos sensores e atuadores. Foi mostrado que as diferenças de robustez e de performance entre controladores do tipo LQ e LQG dependem fortemente das características de condução desejadas, mas de um modo geral um controlador do tipo LQG apresenta resultados inferiores do que um controlador LQ. Finalmente, foi mostrado que com o método LQG/LTR as propriedades de robustez de um controlador do

tipo LQ pode ser recuperada, porém não de modo integral, o que resultaria numa perda de desempenho.

Uma nova condição suficiente de estabilidade robusta para sistemas LQG de suspensão ativa foi apresentada em (Chen *et al.* 1995). Foram consideradas incertezas relacionadas aos distúrbios/ruídos de entrada e perturbações paramétricas lineares e não-lineares variantes com o tempo. Foi demonstrado que essa nova condição de suficiência fornece uma medida quantitativa para projetos de controladores LQG com propriedades de robustez.

Em (Skogestad e Postlethwaite 1996) foram estudados diversos tópicos relacionados a realimentação de sistemas de controle com múltiplas entradas e múltiplas saídas. Somente sistemas lineares foram considerados.

Em (ElBeheiry e Karnopp 1996) foi apresentado um novo estudo sobre a aplicação da teoria de controle LQG estocástico em sistemas de suspensões automotivas. Uma vez que o objetivo era isolar o máximo possível a vibração ocasionada pelos distúrbios provenientes da via, os parâmetros das suspensões foram otimizados para obter-se a melhor isolamento possível sob a restrição de que o valor RMS da deflexão da suspensão deveria ser constante para todos os casos. Foram estudados cinco tipos de sistema de suspensão: totalmente ativo, ativo limitado, passivo otimizado, sistema com amortecedor ativo e sistema com amortecedor variável.

Um estudo sobre a dinâmica de um modelo plano de um trator foi feito em (Alves 1997). Foram considerados modelos com e sem implemento agrícola, onde foram introduzidos elementos ativos na suspensão e no elemento de ligação do implemento com o corpo do veículo. Foram verificados a controlabilidade e observabilidade do sistema. Utilizando a teoria de controle ótimo, foi aplicada a equação de Riccati para obtenção da lei de controle dos elementos ativos baseada na realimentação dos estados do sistema. As matrizes de ponderação, utilizadas na função custo do tipo integral quadrática, foram obtidas a partir dos parâmetros referentes ao comportamento desejado do sistema. Tendo em vista o compromisso entre o conforto e a segurança do veículo, as matrizes de ponderação foram obtidas a partir dos parâmetros referentes à aceleração vertical do corpo do trator, as forças de contato dos pneus, espaço de trabalho da suspensão e o movimento do implemento. Finalmente, foram ana-

lisadas as influências das ponderações sobre os autovalores e autovetores do sistema e foi comparada a resposta ao degrau considerando o sistema de suspensão totalmente ativo e totalmente passivo.

Em (Hrovat 1997) foi feito um resumo, traçando um panorama geral sobre aplicações de técnicas de controle ótimo no projeto de suspensões ativas, começando com modelos unidimensionais de um quarto de veículo, passando por modelos bidimensionais de meio veículo e por último modelos tridimensionais de um veículo completo. Embora o foco do estudo seja em controle ótimo LQ e suspensões ativas, outros tópicos pertinentes tais como: suspensões semi-ativas, controle robusto, controle adaptativo e aspectos de controle não-linear também foram abordados.

Em (dos Santos 1998) foi apresentada uma análise comparativa das teorias de controle robusto H_2 e H_∞ via desigualdades matriciais lineares e através da parametrização de Youla aplicadas a sistemas de suspensões ativas. Os problemas clássicos de controle H_2 e H_∞ por realimentação completa de estado, obtidos a partir da solução de uma equação do tipo Riccati, foram convertidos em problemas convexos similares, podendo ser resolvidos por um conjunto de desigualdades matriciais lineares. Tal abordagem permite que incertezas paramétricas de um dado sistema possam ser levadas em consideração através de um conjunto poliedral convexo. Adicionalmente, a parametrização de Youla foi apresentada como uma técnica que pode servir de referência de desempenho para outras técnicas utilizadas no projeto de controladores.

Um novo método de controle para suspensões semi-ativas foi proposto em (Kawabe *et al.* 1998). Este método requer apenas a deflexão da suspensão e sua velocidade para gerar a força de amortecimento. Estes parâmetros podem ser obtidos facilmente através de um observador de estado. O projeto do controlador é feito em duas etapas: primeiro é realizada uma quase-linearização com base nas propriedades oscilatórias do sistema de suspensão, o que promove uma atenuação da vibração na região de baixa frequência, depois é realizada uma modulação de frequência utilizando otimização H_∞ , o que promove uma atenuação de vibração na região de alta frequência. A validade do método foi comprovada por resultados de simulação computacional e por testes em um ônibus de turismo.

Em (Hayakawa *et al.* 1999) um controlador H_∞ com realimentação de saída foi utilizado no controle de um sistema ativo de suspensão baseado no modelo dinâmico de um veículo completo. Segundo esse estudo, esse tipo de controlador com realimentação de saída é desejável do ponto de vista da implementação, uma vez que ele reduz drasticamente o número de medições necessárias quando comparado a um controlador com realimentação de estado, comumente utilizado em sistemas de controle de suspensões. Ainda, foi mostrado que um modelo linearizado pode ser desacoplado através de uma transformação por similaridade, o que reduz significativamente a complexidade do controlador. No projeto do controlador, as incertezas de modelagem do veículo foram levadas em conta. Finalmente, o controlador obtido foi implementado para um veículo comercial e seu desempenho foi testado por simulações e experimentos. Os resultados demonstraram a eficácia do controlador e sua robustez perante as variações de parâmetros.

Visando compensar os problemas ocasionados pela dinâmica de um atuador hidráulico, em (Chantranuwathanal e Peng 1999) foi apresentado um controlador não-linear para um sistema de suspensão ativo. No projeto do controlador foram considerados dois aspectos: num loop principal é calculado o sinal da força desejada através da técnica LQ padrão. Adicionalmente, através de uma técnica de controle adaptativo robusto foi projetado um controlador para a força de modo que ele fosse robusto perante as incertezas provenientes da dinâmica do atuador. Foram apresentados algoritmos tanto para realimentação de estado quanto para realimentação de saída. Os resultados mostraram que o controlador obtido trabalha bem quando comparado aos controladores convencionais.

Em (Rettig e Stryk 2000) foram discutidos problemas de controle ótimo para sistemas semi-ativos de suspensões e suas respectivas soluções numéricas. Para esse propósito, diversos modelos dinâmicos de veículos com diferentes níveis de detalhes e uma formulação geral de diferentes critérios para classificação de conforto e segurança foram apresentados e investigados nesse estudo. Foram mostrados benefícios e desvantagens de diferentes tipos de métodos de controle tais como LQR e H_∞ quando aplicados a diferentes problemas de controle ótimo em suspensões semi-ativas. Além disso, foi apresentada uma aplicação que une as estratégias de controle ótimo linear com amortecedores continuamente controláveis

usando fluido eletroreológico resultando num modelo complexo da dinâmica de um veículo completo. Através dos resultados, foi mostrado que esse tipo de amortecedor tem um enorme potencial em aplicações com controle ótimo.

Considerando o problema da rejeição de distúrbios, em (Sugiyama e Ohtsuka 2001) foram projetados controladores com realimentação de estado do tipo L_1 . Independente da frequência da via, esse tipo de controlador pode especificar a magnitude das respostas no domínio do tempo. Essa propriedade permite que uma suspensão semi-ativa seja formulada como um sistema linear irrestrito, sendo que na maioria das vezes ele é modelado como um sistema bilinear ou como um sistema linear com restrição. A teoria de controle L_1 foi utilizada com sucesso para projetar controladores estáticos com não linearidades de primeira ordem com realimentação de estado completa. Não foram consideradas incertezas, o que deve ser feito num estudo futuro.

Em (Lu e DePoyster 2002) foi estudada uma estratégia de controle ótimo multiobjetivo com a finalidade de se obter leis de realimentação de controle para sistemas de suspensões. Tendo como foco o compromisso entre conforto e dirigibilidade, o conforto da massa suspensa foi caracterizado pela norma H_2 e a dirigibilidade foi caracterizada pela norma H_∞ . Logo o controlador foi projetado de modo a otimizar a norma mista H_2/H_∞ onde a importância relativa de cada variável é refletida no índice de desempenho do vetor das variáveis. Os resultados das simulações mostraram que o desempenho do controlador obtido é superior quando comparado a sistemas passivos.

Em (Ogata 2003) encontra-se um amplo estudo sobre a análise e projeto de sistemas de controle. Destinado a estudantes de engenharia, este livro tem como propósito proporcionar um primeiro contato e fornecer uma base para que profissionais que desejam atuar na área de controle estejam aptos a entender teorias mais sofisticadas.

Utilizando especificações industriais para aferir o desempenho de um modelo de um quarto de veículo com dois graus de liberdade, em (Sammier *et al.* 2003) foi feita uma análise comparativa entre as abordagens *Skyhook* e H_∞ . Para esta finalidade foram feitas simulações comparando o caso passivo, ativo e semi-ativo para ambas estratégias de controle. Para o caso ativo a estratégia H_∞ mostrou-se superior em todos os aspectos. Para as simulações

considerando o caso semi-ativo, de um modo geral a estratégia H_∞ mostrou-se novamente a melhor. Porém devido a limitação de força imposta pela condição semi-ativa aconteceram algumas deteriorações no desempenho: em comparação a seus desempenhos para o caso ativo, a deterioração no desempenho da abordagem H_∞ foi maior do que para a abordagem *Skyhook*. Outro fato importante é que os resultados obtidos para o conforto em alta frequência e dirigibilidade não foram muito diferentes dos obtidos para o caso passivo. Uma vez o projeto do controlador na abordagem *Skyhook* só depende de ajustes no coeficiente de amortecimento para acertar seu desempenho esta estratégia mostrou-se ser mais fácil de implementar. Porém, para sua implementação prática, ela necessita de dois sensores, um para medir a deflexão da suspensão e outro para medir a aceleração da massa suspensa, ao contrário da abordagem H_∞ que só necessita de um sensor para medir a deflexão da suspensão.

Em (Fischer e Isermann 2004), foram derivados modelos matemáticos para suspensões com coeficientes de amortecimento e rigidez variáveis, além de atuadores ativos. Foi mostrado que parâmetros desconhecidos do sistema podem ser obtidos experimentalmente através do uso de acelerômetros e sensores de deflexão da suspensão combinados de formas diferentes. Através desta análise foi apresentado o projeto de um controlador para um sistema de suspensão adaptativo com parâmetros variantes. Os potenciais de melhoras no desempenho com realimentação de estados foi demonstrado a partir de simulações e experimentos.

O problema do controle de vibração em um modelo completo de um veículo foi analisado em (Hyvärinen 2004). O método empregado para calcular as forças de amortecimento em cada amortecedor é baseado na teoria de controle *Skyhook*. Através de simulações numéricas foi avaliado o desempenho da estratégia de controle empregada. Como critério de desempenho foram utilizadas excitações padronizadas através da norma ISO, excitações senoidais e excitações do tipo lombada. Os resultados obtidos para os casos passivo e semi-ativo foram comparados tendo como foco a atenuação da vibração, variação da força de contato entre o pneu e o solo e espaço de trabalho.

Na primeira parte do estudo realizado em (Verros *et al.* 2005) foram examinados modelos de um quarto de veículo para o caso passivo, semi-ativo com amortecedor de dois estágios e para o caso semi-ativo pela abordagem *Skyhook*. Como resultado das estratégias de con-

trole empregadas as equações de movimento se tornaram altamente não-lineares, dificultando os procedimentos de integração e otimização empregados. Com o emprego de metodologias apropriadas este problema foi contornado. Os resultados das simulações numéricas foram apresentados na segunda parte do trabalho. As influências dos diferentes perfis de via empregados foram investigadas. Foi concluído que abordagem semi-ativa via *Skyhook* mostrou-se melhor do que o sistema semi-ativo com amortecedor de dois estágios, que por sua vez obteve melhoras em relação ao sistema passivo linear.

Utilizando um modelo de um veículo completo de sete graus de liberdade (Motta 2005) realiza um estudo comparativo entre o sistema inicial passivo e o sistema com controle semi-ativo via abordagem *Skyhook*. Como diferencial, neste trabalho foi considerado um sistema passivo com coeficientes de rigidez e amortecimento não-lineares, ao contrário do que é feito na maioria dos estudos deste tipo, onde o sistema passivo é considerado linear. Com a adoção destas não linearidades foi possível realizar um estudo mais compatível com a realidade, já que nos veículos reais as molas e amortecedores utilizados não são lineares. Para o caso semi-ativo duas estratégias foram implementadas: uma considera o coeficiente de amortecimento continuamente variável e a outra considera que o mesmo só pode assumir dois valores, um máximo e um mínimo. Através de simulações realizadas com a ferramenta *SIMULINK* do *software MATLAB* foi demonstrada a importância de utilizar-se parâmetros não-lineares nas simulações de sistemas de suspensão para obter-se resultados mais próximos da realidade.

O objetivo do presente trabalho é propor uma aplicação real para a estratégia de controle *Skyhook* e verificar o desempenho da mesma para os sistemas passivo, ativo e semi-ativo. Para efeito de comparação, em todos os casos será utilizado o modelo não-linear de um quarto de veículo. Do ponto de vista prático, o objetivo é dar continuidade ao trabalho realizado por (Baldi 2004). Espera-se que a solução aqui proposta para o desafio de minimizar as vibrações na estrutura da carreta resulte numa futura solução real para o problema, ou, no mínimo, sirva como referência para possíveis implementações futuras de soluções mais sofisticadas.

Capítulo 3

Modelo de um Quarto de Veículo

3.1 Introdução

Uma vez que o sistema original é bastante complexo, para a realização deste trabalho a idéia é encontrar uma representação tão simples quanto possível, matematicamente equivalente, que descreva este sistema. Um dos sistemas mais simples que captura a dinâmica do sistema em questão é o de um quarto de veículo, mostrado esquematicamente na Figura 3.1.

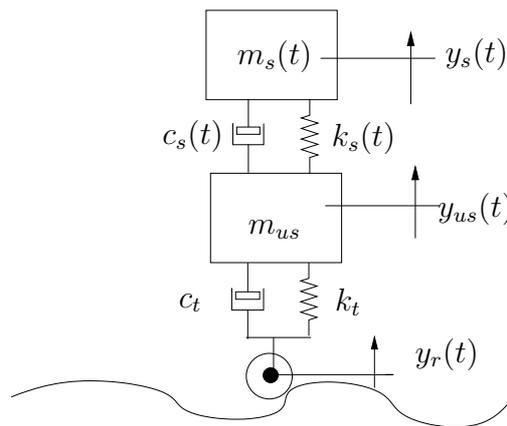


Figura 3.1: Representação simplificada de um quarto de veículo

Na figura 3.1 $m_s(t)$ representa a massa suspensa, m_{us} representa a massa não-suspensa deste sistema e $y_s(t)$ e $y_{us}(t)$ seus respectivos deslocamentos. A rigidez do pneu é dada por k_t e seu coeficiente de amortecimento por c_t . A variável $y_r(t)$ representa a excitação proveniente da via. Os parâmetros $c_s(t)$ e $k_s(t)$ são, respectivamente, o coeficiente de amortecimento e a rigidez equivalente da suspensão.

Para se determinar esta rigidez equivalente é preciso compreender a cinemática do sistema

de suspensão proposto e a dinâmica do mecanismo hidropneumático, composto do cilindro hidráulico mais a câmara pneumática. O estudo destes parâmetros e a determinação da rigidez equivalente são mostrados nas seções seguintes através da utilização de uma formulação semelhante à empregada em (Baldi 2004).

Embora o modelo de um quarto de veículo já seja uma representação bastante simplificada da dinâmica do sistema, adicionalmente, algumas hipóteses simplificadoras são adotadas. Tal procedimento pode ser justificado uma vez que se tenha em mente o objetivo principal deste trabalho: avaliar como a estratégia de controle adotada afeta o comportamento dinâmico do sistema de suspensão.

Com a adoção destas hipóteses o comportamento dinâmico torna-se, basicamente, uma função das variações nos coeficientes de rigidez e de amortecimento da suspensão. Com isto, compreender e avaliar a influência do controlador sobre o sistema torna-se uma tarefa mais fácil e mais precisa.

A lista abaixo relaciona as hipóteses adotadas e sua correspondente influência sobre a modelagem do sistema:

- Amortecimento do pneu $c_t \approx 0$: eliminando esta variável do modelo, o conhecimento da derivada do sinal de excitação proveniente da via deixa de ser necessário.
- Dinâmica do atuador(amortecedor): considerando o amortecedor como sendo ideal sua dinâmica não deve influenciar no desempenho da planta. No domínio da frequência isto equivale a considerar o mesmo como sendo um ganho puro, com largura de banda infinita, o que elimina possíveis atrasos na sua resposta ao sinal de controle.
- Linearidade do amortecedor: neste estudo o amortecedor é considerado como sendo linear. Na prática, entretanto, o funcionamento deste tipo de mecanismo costuma apresentar não-linearidades. Numa implementação experimental esta característica pode ser projetada de modo a auxiliar o controlador e otimizar o desempenho do sistema de suspensão. Porém, como o objeto de estudo deste trabalho é o projeto do controlador, um estudo mais elaborado sobre o projeto do amortecedor não se justifica.
- Modelagem das incertezas: devido as inúmeras simplificações adotadas as incertezas não

são consideradas na obtenção do modelo dinâmico. Um conhecimento mais profundo das incertezas permitiria um desempenho mais refinado do controlador, porém exigiria uma estratégia de controle mais sofisticada.

- Dinâmica do fluido do reservatório: sua principal influência sobre o desempenho do sistema de suspensão está relacionada com a variação da posição do centro de gravidade da carreta. Para o modelo de um quarto de veículo analisado neste estudo sua influência pode ser desprezada sem maiores consequências. Porém, para modelos mais elaborados, com mais graus de liberdade, o passeio do CG pode se tornar um problema sério. Uma solução simples que pode amenizar este problema é particionar o tanque em pequenos reservatórios impedindo com isso que a posição do CG varie de forma brusca.
- Distúrbio proveniente da ligação entre a carreta e o trator: este trabalho não considera a influência desta entrada sobre o desempenho da carreta. Porém, tendo em vista que diversos modelos de tratores não possuem um sistema de suspensão, este tipo de distúrbio pode vir a afetar o desempenho da suspensão da carreta e deve ser considerado em possíveis estudos futuros.
- Dinâmica da estrutura da carreta: neste estudo a estrutura da carreta é considerada como sendo rígida.

3.2 Estudo da dinâmica do mecanismo hidropneumático

Nesta seção é realizado um estudo do comportamento dinâmico do sistema hidropneumático. O objetivo deste estudo é determinar uma equação para a força atuante no cilindro hidráulico em função do deslocamento $x(t)$ do seu êmbolo. Para esta finalidade, a extremidade do cilindro oposta ao êmbolo será considerada fixa. O mecanismo hidropneumático da suspensão consiste num cilindro hidráulico ligado a uma câmara de gás hermeticamente selada onde está confinada uma quantidade fixa de gás. Neste mecanismo, o coeficiente de amortecimento é determinado pela perda de carga na conexão entre o cilindro hidráulico e a câmara de gás, que pode ser controlada mediante o uso de uma válvula. A diferença deste tipo de mecanismo

quando comparado com uma suspensão convencional é que a função exercida pela mola nas suspensões convencionais é substituída pela compressão do gás na câmara.

A Figura 3.2 apresenta as forças e as pressões atuantes no sistema hidropneumático tanto para um estado inicial (A) como para um estado qualquer (B). A condição inicial é aquela onde a força atuante no cilindro é nula para um deslocamento nulo do êmbolo ($x = 0$). Esta condição só é possível se a pressão inicial dentro da câmara de gás P_0 for igual à pressão atmosférica, que é a pressão atuante na face externa do êmbolo.

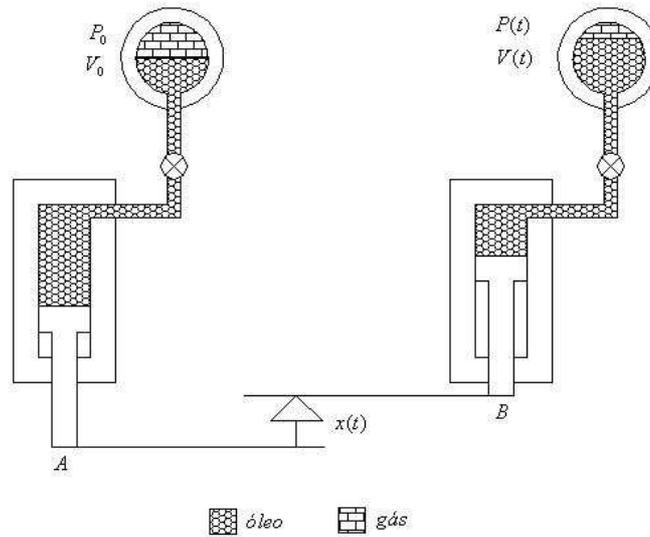


Figura 3.2: Representação esquemática da mola hidropneumática

Para esta condição inicial, denota-se por V_0 o volume inicial de gás confinado dentro da câmara. Assumindo um deslocamento positivo do êmbolo do cilindro ($x(t) > 0$, indicando compressão), tem-se que o volume de óleo $V_d(t) = x(t)A_c$ é deslocado para a câmara de gás. Uma vez que a câmara de gás possui uma capacidade volumétrica fixa, o volume inicial de gás é comprimido para que o óleo proveniente do cilindro hidráulico possa ser alojado dentro da mesma. Assumindo que o gás utilizado seja inerte e ideal e que o óleo usado seja incompressível, tem-se que, após o deslocamento $x(t)$ do êmbolo do cilindro, o volume final $V(t)$ do gás confinado dentro da câmara é $V(t) = V_0 - V_d(t)$. Logo:

$$V(t) = V_0 - x(t)A_c \quad (3.1)$$

Considerando ainda que os processos de compressão e expansão dos fluidos ocorram a temperatura constante, isto é, sejam isotérmicos, pode-se assumir que o produto da pressão $P(t)$ pelo volume $V(t)$ permanece constante, ou seja, $P(t)V(t) = \text{constante}$ para qualquer estado. Considerando o estado inicial e um estado final após um deslocamento $x(t)$ qualquer, tem-se a seguinte relação:

$$P_0V_0 = P(t)V(t) \quad (3.2)$$

Substituindo a equação (3.1) em (3.2) tem-se a equação da pressão final em função do deslocamento:

$$P_0V_0 = P(V_0 - x(t)A_c)$$

$$P(t) = \frac{P_0V_0}{(V_0 - x(t)A_c)} \quad (3.3)$$

A pressão final dentro da câmara $P(t)$ pode, adicionalmente, ser decomposta em duas parcelas. A primeira parcela corresponde a pressão inicial P_0 , que aparece devido à pressão atmosférica, já a segunda parcela é consequência da atuação de uma força externa no êmbolo do cilindro $F_c(t)$ e é dada por $\frac{F_c(t)}{A_c}$. Logo a pressão final na câmara de gás pode ser reescrita como:

$$P(t) = \frac{F_c(t)}{A_c} + P_0 \quad (3.4)$$

Igualando-se as equações (3.4) e (3.3) tem-se:

$$\frac{F_c(t)}{A_c} + P_0 = \frac{P_0V_0}{V_0 - x(t)A_c} \Rightarrow F_c(t) = A_c \left(\frac{P_0V_0}{V_0 - x(t)A_c} - P_0 \right)$$

Rearranjando estas relações tem-se a expressão procurada, que descreve a força gerada no mecanismo hidropneumático.

$$F_c(t) = \frac{x(t)P_0A_c^2}{V_0 - x(t)A_c} \quad (3.5)$$

Definindo a rigidez da mola hidropneumática $k_s(t)$ como sendo a força atuante no cilindro hidráulico $F_c(t)$ dividida pelo deslocamento $x(t)$ do seu êmbolo tem-se:

$$k_s(t)(x)(t) = \frac{F_c(t)}{x(t)} = \frac{P_0A_c^2}{V_0 - x(t)A_c} \quad (3.6)$$

A Figura 3.3 mostra o comportamento da mola hidropneumática em função do deslocamento do êmbolo do cilindro hidráulico:

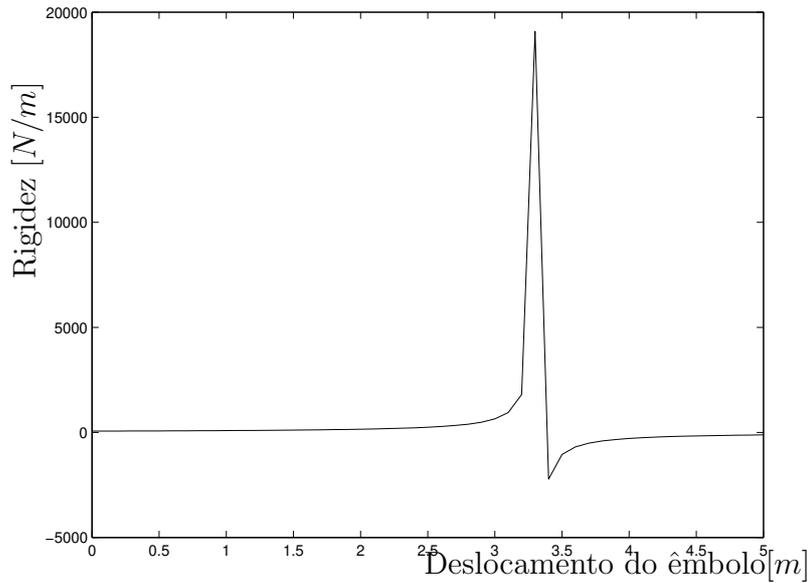


Figura 3.3: Rigidez da mola pneumática em função do deslocamento do êmbolo do cilindro

Pode-se observar na figura 3.3 que para o deslocamento do êmbolo em torno do valor que torna nulo o volume de gás dentro da câmara ($x = 3.3[m]$ no caso dos valores assumidos para esta simulação) a curva de rigidez apresenta uma descontinuidade e para deslocamentos maiores do que este valor a rigidez assume valores negativos. Isto acontece pois o volume da câmara de gás é fixo e a medida que o gás em seu interior vai sendo comprimido a rigidez assume valores cada vez maiores, tendendo ao infinito. Na prática, devido a limitações físicas, o deslocamento do êmbolo nunca ultrapassa este valor, porém, durante as simulações numéricas é necessário estar atento a este fenômeno pois o mesmo torna o sistema numericamente instável.

Finalmente, para que se possa encontrar a rigidez equivalente que represente o sistema de suspensão adotado, é necessário determinar uma expressão que relacione o deslocamento do êmbolo do cilindro hidráulico com a deflexão da suspensão.

Devido a limitações físicas da carreta é inviável utilizar no modelo real um cilindro hidráulico cujo êmbolo possa realizar deslocamentos da ordem de três metros. Por este motivo o deslocamento $x(t)$ do êmbolo do cilindro é dividido em duas parcelas: Uma parcela $x_{stat}(t)$ denominada aqui de deslocamento estático, necessária para manter constante a distância entre a carreta e seu eixo, que é dependente do carregamento médio aplicado e que na prática é obtida mediante a adição ou remoção de óleo e uma parcela $x_{din}(t)$ denominada aqui por deslocamento dinâmico, decorrente da deflexão dinâmica da suspensão.

A componente $x_{stat}(t)$ pode ser determinada diretamente da equação (3.5). Para este fim, basta considerar-se a força $F_c(t)$ atuante no cilindro hidráulico como sendo equivalente a $W(t)$, ou seja, o carregamento estático da carreta no instante considerado. Substituindo-se $F_c(t)$ por $W(t)$ na equação (3.5) tem-se:

$$W(t) = \frac{x_{stat}(t)P_0A_c^2}{V_0 - x_{stat}(t)A_c}$$

Isolando $x_{stat}(t)$ na expressão anterior tem-se:

$$x_{stat}(t) = \frac{W(t)V_0}{P_0A_c^2 + W(t)A_c} \quad (3.7)$$

Onde o carregamento estático $W(t)$ é dado pela massa suspensa $m_s(t)$ multiplicada pela aceleração da gravidade g , cujo resultado é:

$$W(t) = m_s(t)g \quad (3.8)$$

Substituindo $W(t)$ na equação (3.7) tem-se:

$$x_{stat}(t) = \frac{m_s(t)gV_0}{P_0A_c^2 + m_s(t)gA_c} \quad (3.9)$$

Já o deslocamento $x_{din}(t)$ é a parcela do deslocamento do êmbolo resultante da deflexão dinâmica da suspensão que é dada pela diferença entre os deslocamento das massas m_{us} e $m_s(t)$, representados por $y_{us}(t)$ e $y_s(t)$:

$$x_{din}(t) = y_{us}(t) - y_s(t)$$

Consequentemente, para se obter o deslocamento total do êmbolo do cilindro $x(t)$, basta somar as expressões obtidas para a parcela estática $x_{stat}(t)$ e para a parcela dinâmica $x_{din}(t)$.

$$x(t) = x_{stat}(t) + x_{din}(t) = \frac{m_s(t)gV_0}{P_0A_c^2 + m_s(t)gA_c} + y_{us}(t) - y_s(t) \quad (3.10)$$

3.3 Determinação da rigidez equivalente

Nesta seção é determinada a rigidez equivalente mostrada na figura 3.1. Observa-se através da equação (3.5) que o comportamento da força em função da deflexão da suspensão não é linear e consequentemente o coeficiente de rigidez da mola equivalente também não é linear. Para determinar-se a rigidez da mola equivalente adota-se que para cada deflexão da suspensão a rigidez é dada por:

$$k_s(t) = \frac{F_c(t) - W(t)}{x_{din}(t)} \quad (3.11)$$

Substituindo $x(t) = x_{stat}(t) + x_{din}(t)$ em (3.5) tem-se:

$$F_c(t) = \frac{(x_{stat}(t) + x_{din}(t))P_0A_c^2}{V_0 - (x_{stat}(t) + x_{din}(t))A_c} \quad (3.12)$$

Substituindo as equações (3.10), (3.8) e (3.12) em (3.11) e simplificando o resultado tem-se:

$$k_s(t) = \frac{(P_0A_c + m_s(t)g)^2}{P_0V_0 - m_s(t)g(y_{us}(t) - y_s(t)) - P_0A_c(y_{us}(t) - y_s(t))} \quad (3.13)$$

A figura 3.4 mostra o comportamento da rigidez equivalente em função da deflexão da suspensão para diferentes valores de massa. Para efeito de ilustração foram utilizados os seguintes valores de massa: 150, 300, 600 e 900[kg].

¹O sinal de $K_s(t)$ é sempre positivo

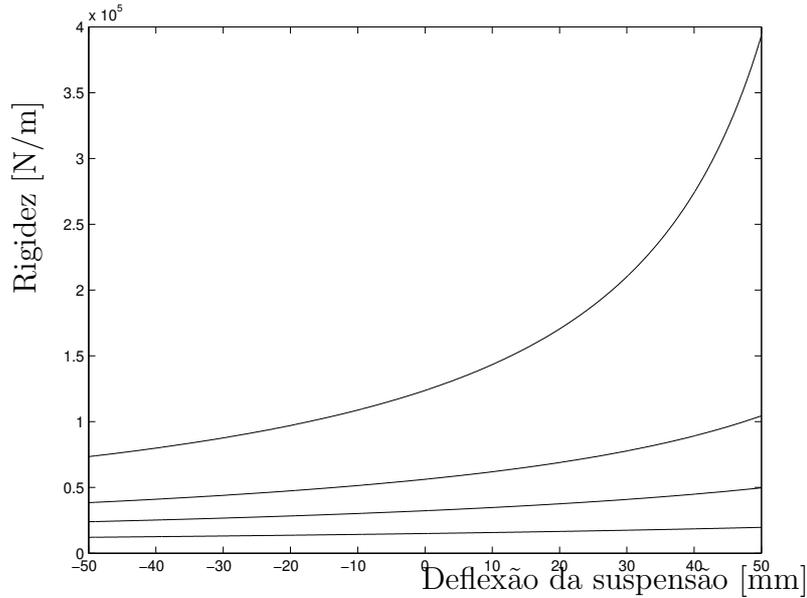


Figura 3.4: Curvas de rigidez em função da massa

A curva mais próxima do eixo das abscissas corresponde a uma massa de 150[kg], já a mais distante, corresponde a uma massa de 900[kg]. A medida que o valor da massa aumenta de 150 para 900[kg] as curvas obtidas para a rigidez equivalente se afastam do eixo das abscissas e se tornam cada vez menos lineares.

Comparando-se as curvas mostradas na figura 3.4 com a curva apresentada na figura 3.3 da seção 3.2 percebe-se que elas são equivalentes: Cada uma das curvas mostradas na figura 3.4 corresponde a um trecho da curva mostrada na figura 3.3. Cada um destes trechos engloba uma deflexão da suspensão de $\pm 50[mm]$ em torno da nova posição de equilíbrio estático a qual é definida pela massa suspensa considerada.

3.4 Modelo Unidimensional não-linear sem controlador, equação diferencial

Aplicando-se a segunda lei de Newton na massa m_{us} tem-se:

$$\ddot{y}_{us}(t) = -\frac{c_s(t)}{m_{us}}(\dot{y}_{us}(t) - \dot{y}_s(t)) - \frac{k_s(t)}{m_{us}}(y_{us}(t) - y_s(t)) - \frac{c_t}{m_{us}}(\dot{y}_{us}(t) - \dot{y}_r(t)) - \frac{k_t}{m_{us}}(y_{us}(t) - y_r(t))$$

Do somatório das forças atuantes na massa $m_s(t)$ tem-se:

$$\ddot{y}_s(t) = \frac{c_s(t)}{m_s(t)}(\dot{y}_{us}(t) - \dot{y}_s(t)) + \frac{k_s(t)}{m_s(t)}(y_{us}(t) - y_s(t))$$

Seja $k_s(t)$ dada pela equação (3.13):

$$k_s(t) = \frac{(P_0 A_c + m_s(t)g)^2}{P_0 V_0 - P_0 A_c(y_{us}(t) - y_s(t)) - m_s(t)g(y_{us}(t) - y_s(t))}$$

Substituindo-se a equação para $k_s(t)$ nas equações anteriores, separando-se as partes constantes e lineares das partes não-lineares e rearranjando os resultados tem-se:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_{us}(t) &= \frac{(m_s(t)g + A_c P_0)}{m_{us}} - \frac{k_t}{m_{us}} y_{us}(t) - \frac{c_t(t)}{m_{us}} \dot{y}_{us}(t) - \frac{c_s(t)}{m_{us}} \dot{y}_{us}(t) + \frac{c_s(t)}{m_{us}} \dot{y}_s(t) \\ &+ \frac{k_t}{m_{us}} y_r(t) + \frac{c_t}{m_{us}} \dot{y}_r(t) \\ &+ \frac{-m_s(t)g P_0 V_0 - A_c P_0^2 V_0}{m_{us}(P_0 V_0 - m_s(t)g y_{us}(t) - A_c P_0 y_{us}(t) + m_s(t)g y_s(t) + A_c P_0 y_s(t))} \\ \ddot{y}_s(t) &= -\frac{(m_s(t)g + A_c P_0)}{m_s(t)} + \frac{c_s(t)}{m_s(t)} \dot{y}_{us}(t) - \frac{c_s(t)}{m_s(t)} \dot{y}_s(t) \\ &+ \frac{m_s(t)g P_0 V_0 + A_c P_0^2 V_0}{m_s(t)(P_0 V_0 - m_s(t)g y_{us}(t) - A_c P_0 y_{us}(t) + m_s(t)g y_s(t) + A_c P_0 y_s(t))} \end{aligned}$$

3.5 Modelo Unidimensional linearizado

Para a obtenção deste modelo as linearizações são realizadas através de Séries de Taylor em torno dos pontos de equilíbrio estático. Da forma como foi definida a rigidez tem-se, conforme foi mostrado na figura 3.4, que para cada massa suspensa é considerado um novo ponto de equilíbrio estático. As variáveis \bar{y}_{us} e \bar{y}_s definem o ponto de equilíbrio estático em torno do qual o sistema deve ser linearizado. Uma vez que as linearizações sempre são realizadas em torno destes pontos de equilíbrio, pode-se considerar as constantes de linearização \bar{y}_{us} e \bar{y}_s como sendo nulas. Para esta finalidade, apenas as derivadas de primeira ordem são consideradas.

Separando-se as partes constantes e lineares tem-se após a linearização:

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_{us}(t) = & \frac{(m_s(t)g + A_c P_0)^3 (\bar{y}_{us} - \bar{y}_s)^2}{m_{us}(m_s(t)g(-\bar{y}_{us} + \bar{y}_s) + P_0(V_0 + A_c(-\bar{y}_{us} + \bar{y}_s)))^2} \\
& - \frac{k_t}{m_{us}} y_{us}(t) - \frac{c_t}{m_{us}} \dot{y}_{us}(t) - \frac{c_s(t)}{m_{us}} \dot{y}_{us}(t) + \frac{c_s(t)}{m_{us}} \dot{y}_s(t) + \frac{k_t}{m_{us}} y_r(t) + \frac{c_t}{m_{us}} \dot{y}_r(t) \\
& - \frac{P_0(m_s(t)g + A_c P_0)^2 V_0}{m_{us}(m_s(t)g(-\bar{y}_{us} + \bar{y}_s) + P_0(V_0 + A_c(-\bar{y}_{us} + \bar{y}_s)))^2} y_{us}(t) \\
& + \frac{P_0(m_s(t)g + A_c P_0)^2 V_0}{m_{us}(m_s(t)g(-\bar{y}_{us} + \bar{y}_s) + P_0(V_0 + A_c(-\bar{y}_{us} + \bar{y}_s)))^2} y_s(t) \\
\ddot{y}_s(t) = & - \frac{(m_s(t)g + A_c P_0)^3 (\bar{y}_{us} - \bar{y}_s)^2}{m_s(t)(m_s(t)g(-\bar{y}_{us} + \bar{y}_s) + P_0(V_0 + A_c(-\bar{y}_{us} + \bar{y}_s)))^2} \\
& + \frac{c_s(t)}{m_s(t)} \dot{y}_{us}(t) - \frac{c_s(t)}{m_s(t)} \dot{y}_s(t) \\
& + \frac{P_0(m_s(t)g + A_c P_0)^2 V_0}{m_s(t)(m_s(t)g(-\bar{y}_{us} + \bar{y}_s) + P_0(V_0 + A_c(-\bar{y}_{us} + \bar{y}_s)))^2} y_{us}(t) \\
& - \frac{P_0(m_s(t)g + A_c P_0)^2 V_0}{m_s(t)(m_s(t)g(-\bar{y}_{us} + \bar{y}_s) + P_0(V_0 + A_c(-\bar{y}_{us} + \bar{y}_s)))^2} y_s(t)
\end{aligned}$$

Note que as constantes oriundas da linearização são proporcionais ao termo $(\bar{y}_{us} - \bar{y}_s)$. Observando também as partes que foram linearizadas pode-se observar que o termo $(-\bar{y}_{us} + \bar{y}_s)$ aparece na composição do denominador das novas partes lineares.

Utilizando-se estas informações pode-se simplificar consideravelmente as equações obtidas, de onde resultam as novas equações apresentadas a seguir.

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_{us}(t) = & -\frac{k_t}{m_{us}}y_{us}(t) - \frac{c_t}{m_{us}}\dot{y}_{us}(t) - \frac{c_s(t)}{m_{us}}\dot{y}_{us}(t) + \frac{c_s(t)}{m_{us}}\dot{y}_s(t) + \frac{k_t}{m_{us}}y_r(t) + \frac{c_t}{m_{us}}\dot{y}_r(t) \\
& - \frac{(m_s(t)g + A_cP_0)^2}{m_{us}P_0V_0}y_{us}(t) \\
& + \frac{(m_s(t)g + A_cP_0)^2}{m_{us}P_0V_0}y_s(t) \\
\ddot{y}_s(t) = & + \frac{c_s(t)}{m_s(t)}\dot{y}_{us}(t) - \frac{c_s(t)}{m_s(t)}\dot{y}_s(t) \\
& \frac{(m_s(t)g + A_cP_0)^2}{m_s(t)P_0V_0}y_{us}(t) \\
& - \frac{(m_s(t)g + A_cP_0)^2}{m_s(t)P_0V_0}y_s(t)
\end{aligned}$$

3.6 Comparação entre os modelos

As simulações a seguir têm como objetivo ilustrar os erros resultantes da aproximação do modelo original, não-linear, por um modelo linearizado. Conforme já foi mencionado, as linearizações são obtidas através de Séries de Taylor em torno dos pontos de equilíbrio estático que dependem da massa suspensa considerada. Para cada novo valor da massa suspensa $m_s(t)$ tem-se que o valor da rigidez da mola hidropneumática linearizada em $x(t) = x_{stat}(t)$ é dada por:

$$k_s(t) = \frac{(m_s(t)g + A_cP_0)^2}{P_0V_0}$$

Conforme ilustrado na figura 3.4, quanto maior é a massa suspensa $m_s(t)$, menos linear se torna a curva de rigidez. Como consequência, quanto maior for a massa suspensa maior

será o erro decorrente da linearização. Este fato é ilustrado na figura 3.5 abaixo:

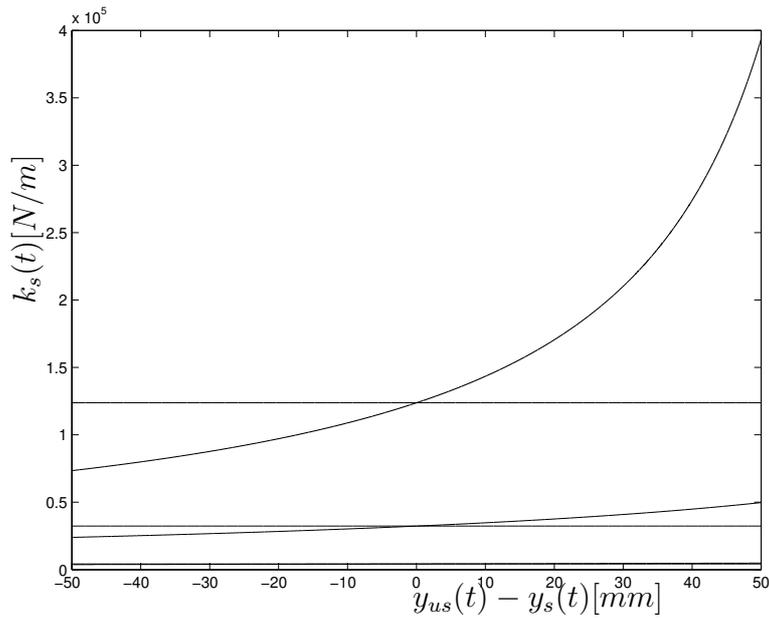


Figura 3.5: Comparação da rigidez não-linear com rigidez linearizada

Para as simulações a seguir o coeficiente de amortecimento $c_s(t)$ utilizado é constante e é calculado de modo que o fator de amortecimento na condição de equilíbrio estático seja $\zeta_s = 0,707$ para qualquer valor de massa suspensa considerado. Os modelos utilizados são os de um quarto de veículo não-linear e o linearizado descritos em detalhes nas seções anteriores. A tabela 3.1 mostra os valores utilizados nas simulações para os parâmetros dos modelos cujos valores não variam com o tempo.

Tabela 3.1: Valores dos parâmetros constantes dos modelos

Notação	Descrição
$P_0 = 101325$	Pressão inicial = pressão atmosférica [N/m^2]
$V_0 = 0.0065$	Volume inicial de gás na pressão atmosférica [m^3]
$k_t = 5297400$	Rigidez do pneu [N/m]
$c_t = 0$	Amortecimento do pneu [$N.s/m$]
$m_{us} = 30$	Massa não suspensa [kg]
$d_c = 50$	Diâmetro interno do êmbolo do cilindro [mm]
$A_c = 0,0196$	Área do embolo [m^2]
$g = 9.81$	Aceleração da gravidade [m/s^2]

3.6.1 Resposta a um degrau de amplitude $40[mm]$

As simulações a seguir mostram a resposta a um degrau de amplitude $40[mm]$ de ambos os modelos, não-linear e linearizado e o erro decorrente desta linearização.

Nas três simulações seguintes é considerado o valor de $150[kg]$ para a massa suspensa.

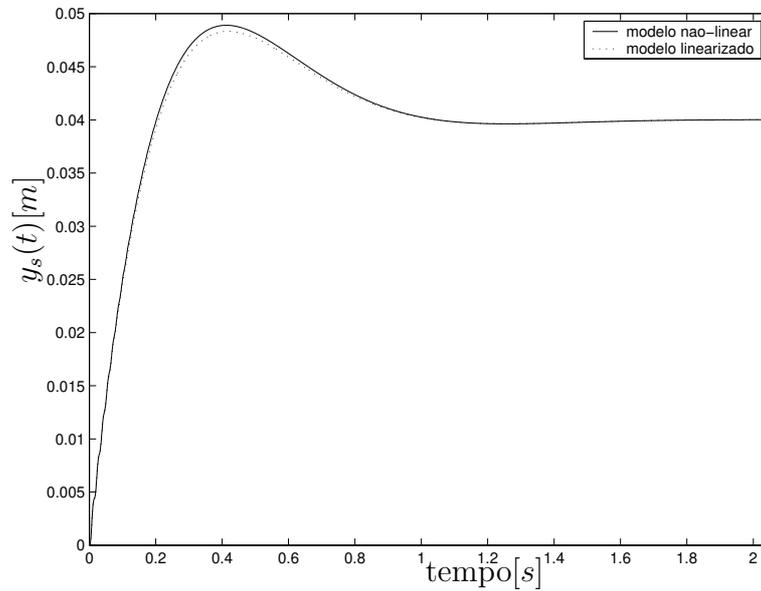


Figura 3.6: Resposta ao degrau da massa suspensa, $m_s = 150[kg]$

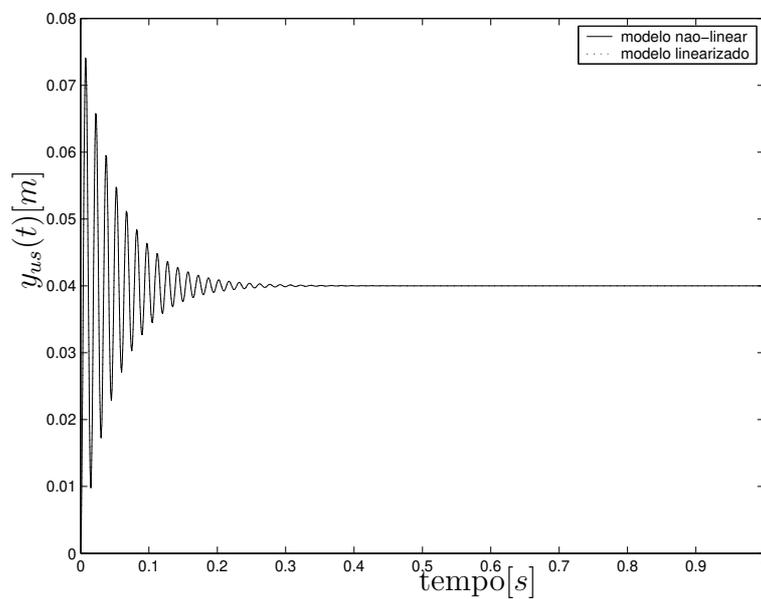


Figura 3.7: Resposta ao degrau da massa não-suspensa, $m_s = 150[kg]$

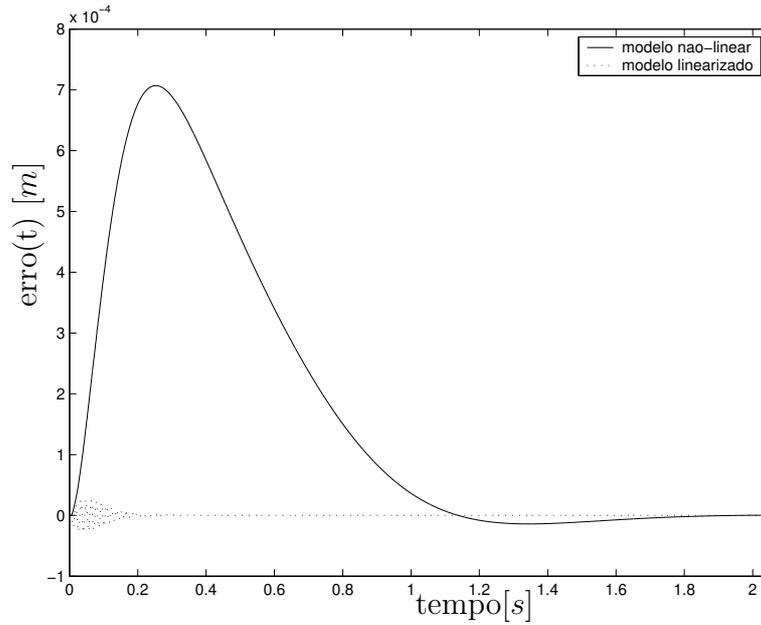


Figura 3.8: Erro na resposta ao degrau, $m_s = 150[kg]$

De acordo com a figura 3.8 o maior erro apresentado é de aproximadamente $0,7[mm]$ para uma amplitude de $48[mm]$ na resposta da massa suspensa ao degrau.

Na condição de carga média, onde a massa suspensa assume o valor $m_s = 450[kg]$ tem-se as seguintes simulações:

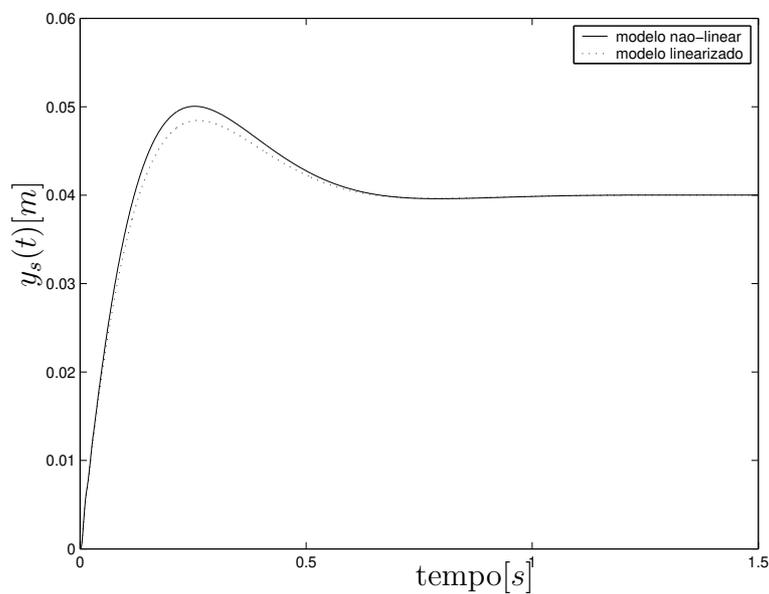


Figura 3.9: Resposta ao degrau da massa suspensa, $m_s = 450[kg]$

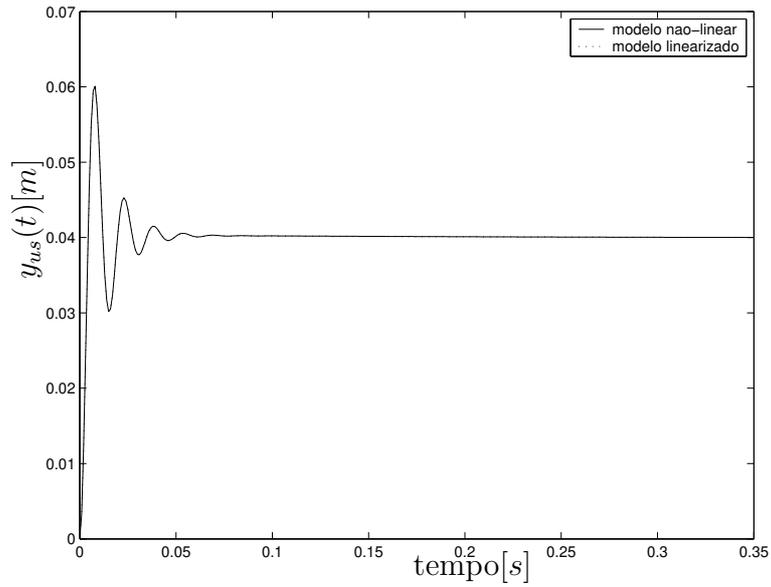


Figura 3.10: Resposta ao degrau da massa não-suspensa, $m_s = 450[kg]$

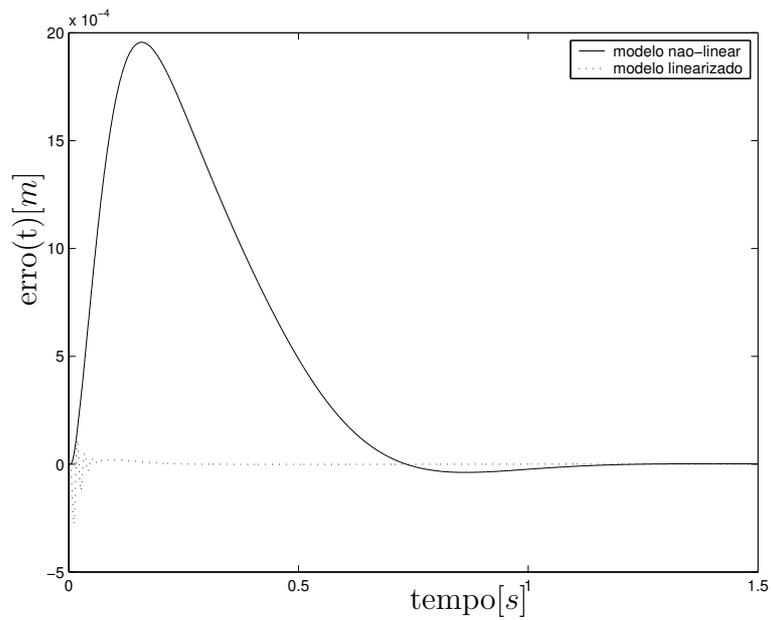


Figura 3.11: Erro na resposta ao degrau, $m_s = 450[kg]$

De acordo com a figura 3.11 o maior erro apresentado é de aproximadamente $1,9[mm]$ para uma amplitude de $50[mm]$ na resposta da massa suspensa ao degrau.

Considerando-se o valor $m_s = 900[kg]$ para a massa suspensa na condição de carga máxima, tem-se os seguintes resultados para as simulações:

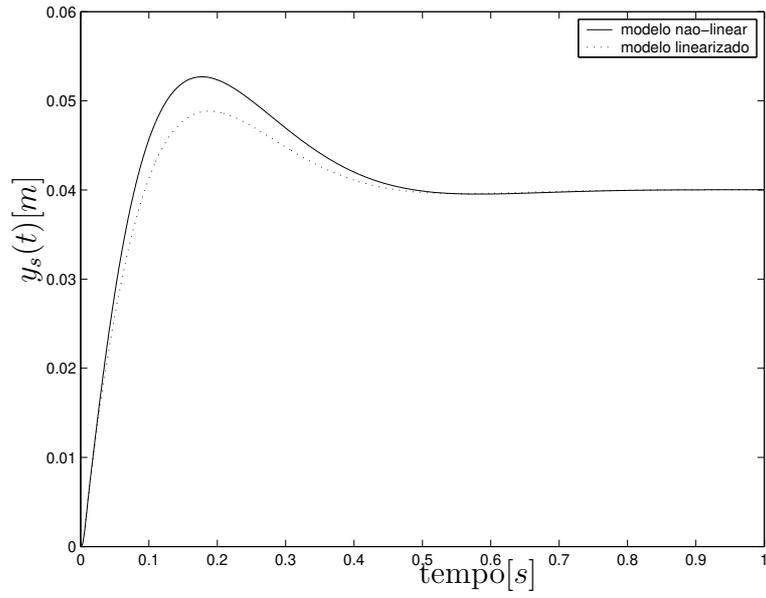


Figura 3.12: Resposta ao degrau da massa suspensa, $m_s = 900[kg]$

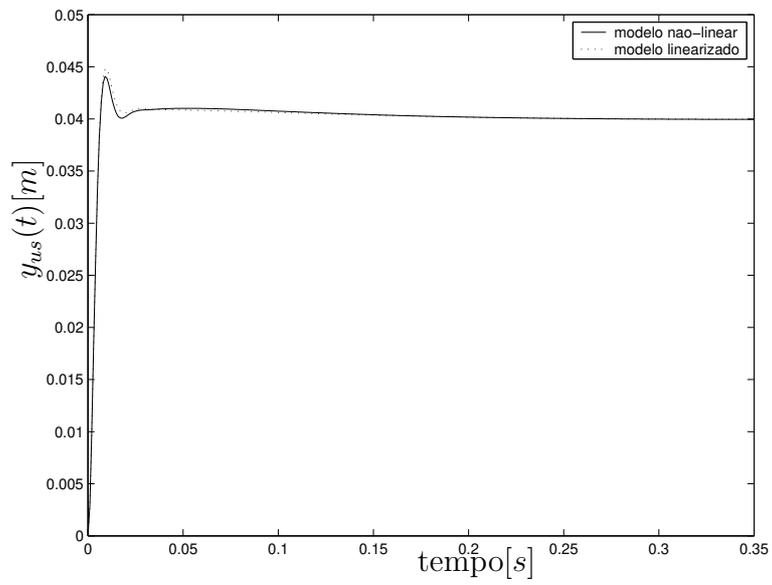


Figura 3.13: Resposta ao degrau da massa não-suspensa, $m_s = 900[kg]$

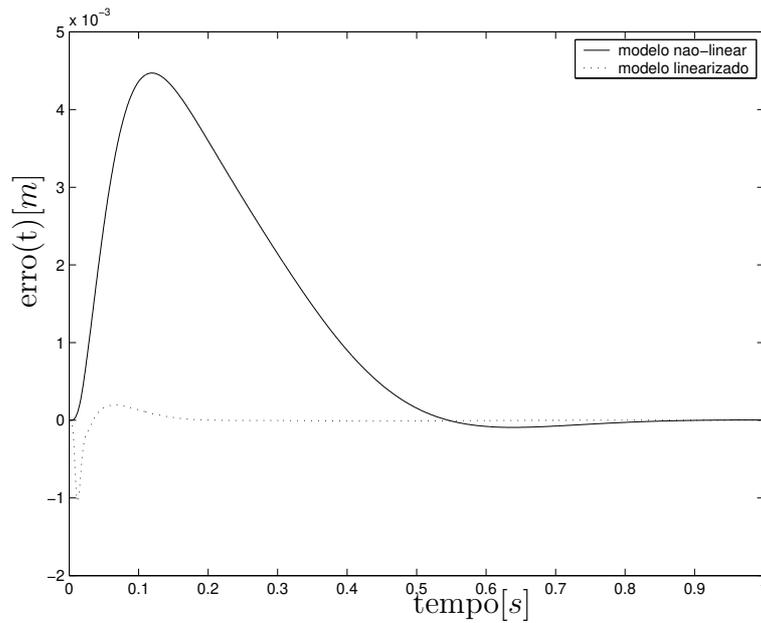


Figura 3.14: Erro na resposta ao degrau,, $m_s = 900[kg]$

De acordo com a figura 3.14 o maior erro apresentado é de aproximadamente $4,5[mm]$ para uma amplitude de $53[mm]$ na resposta da massa suspensa ao degrau.

3.6.2 Resposta a um perfil de via aleatório

Para as simulações a seguir foi utilizado como perfil de via um sinal aleatório com distribuição normal e faixa de frequência de 0 a $15[Hz]$, com amplitude máxima de $30[mm]$. Para obter as respostas a este perfil foram adotados os seguintes valores para a massa suspensa: 150, 450 e $900[kg]$.

As três simulações seguintes consideram o menor valor para a massa suspensa.

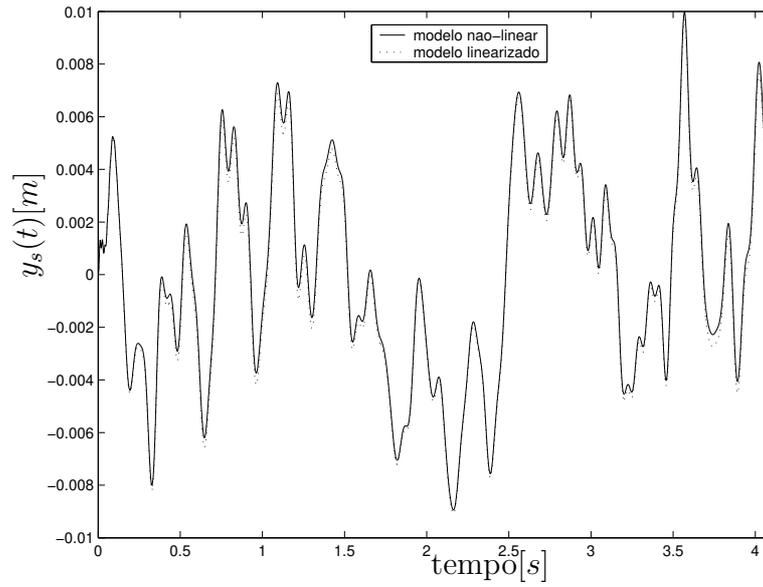


Figura 3.15: Resposta da massa suspensa a um perfil aleatório, $m_s = 150[kg]$

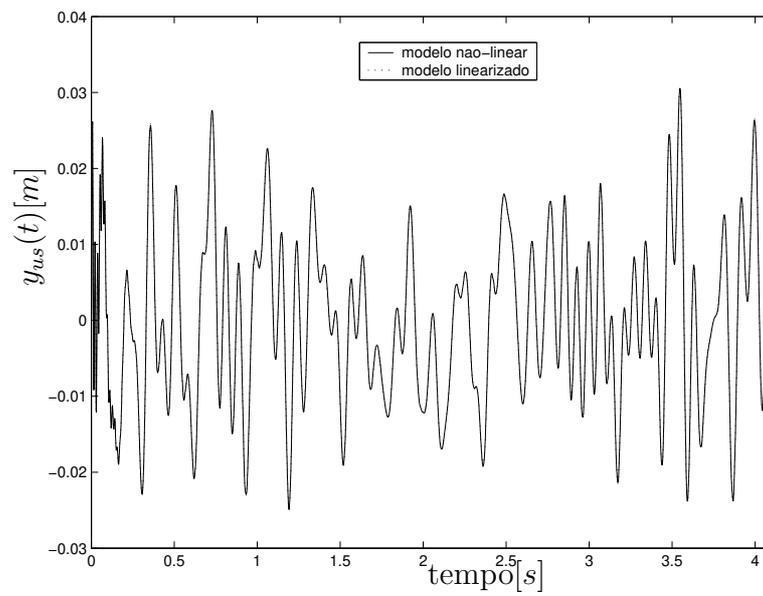


Figura 3.16: Resposta da massa não-suspensa a um perfil aleatório, $m_s = 150[kg]$

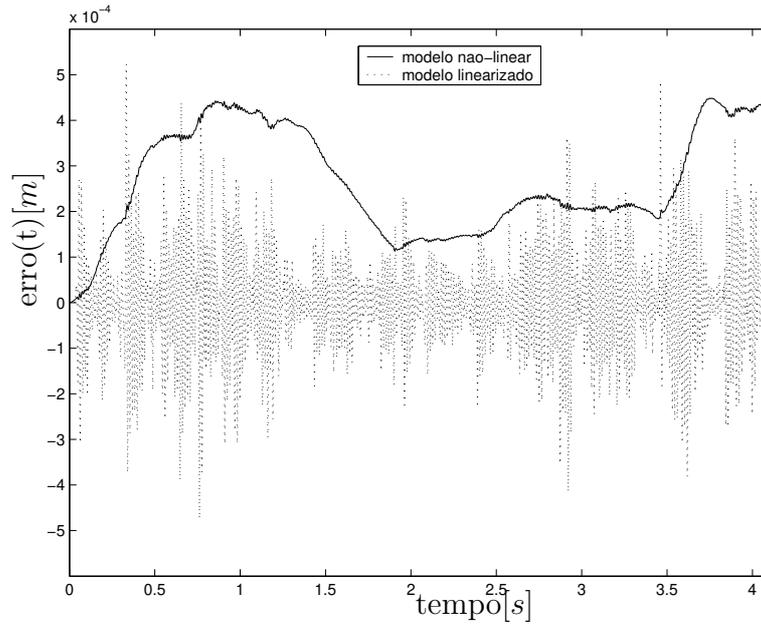


Figura 3.17: Erro na resposta a um perfil aleatório, $m_s = 150[kg]$

De acordo com a figura 3.17 o maior erro apresentado é de aproximadamente $0,49[mm]$ para uma amplitude de $2,1[mm]$ na resposta da massa suspensa ao degrau.

A seguir são apresentadas as simulações na condição de carga média, onde a massa suspensa assume o valor $m_s = 450[kg]$:

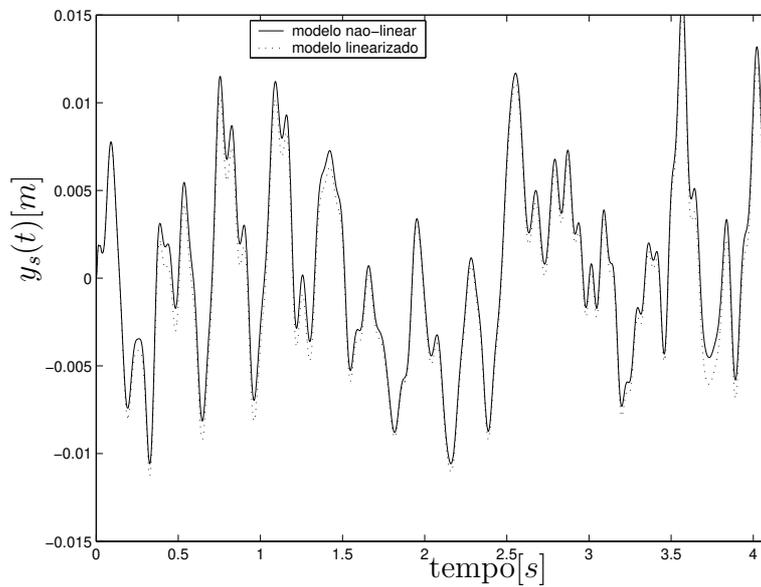


Figura 3.18: Resposta da massa suspensa a um perfil aleatório, $m_s = 450[kg]$

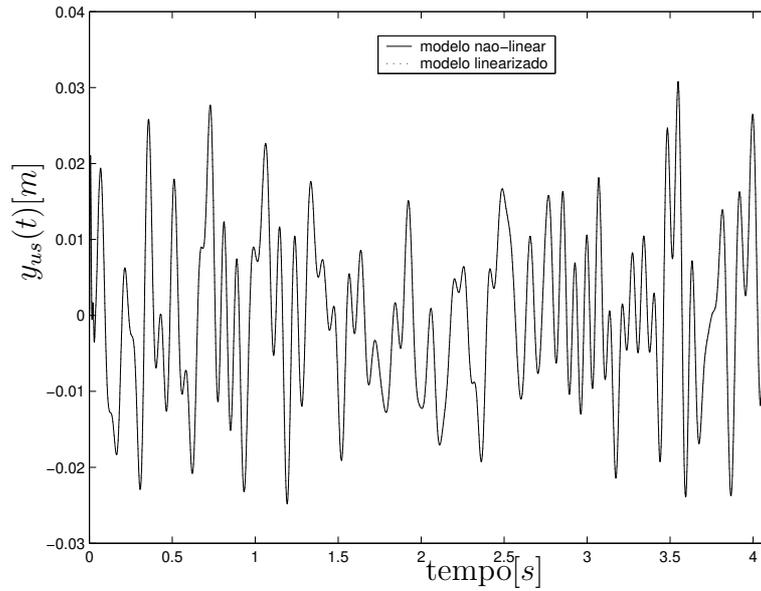


Figura 3.19: Resposta da massa não-suspensa a um perfil aleatório, $m_s = 450[kg]$

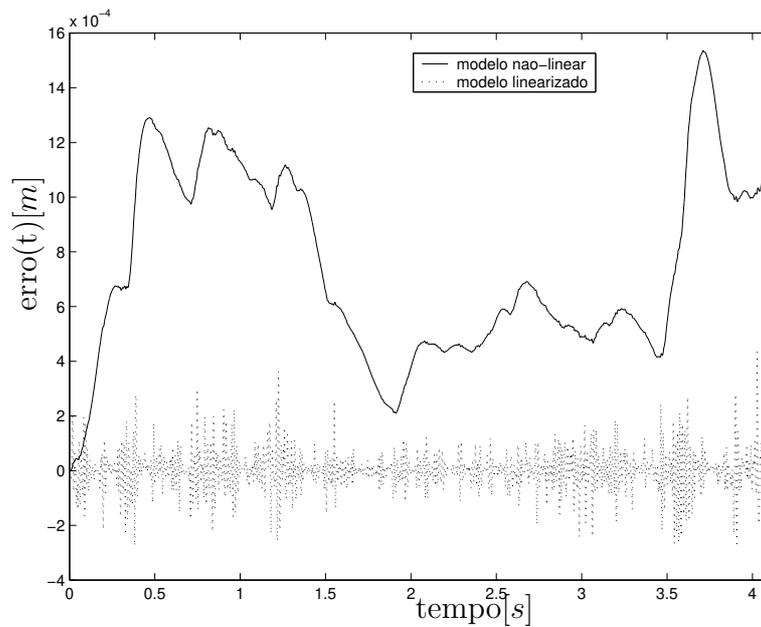


Figura 3.20: Erro na resposta a um perfil aleatório, $m_s = 450[kg]$

De acordo com a figura 3.20 o maior erro apresentado é de aproximadamente $1,5[mm]$ para uma amplitude de $4,2[mm]$ na resposta da massa suspensa ao degrau.

Na condição de carga máxima, onde a massa suspensa assume o valor $m_s = 900[kg]$, tem-se as seguintes simulações:

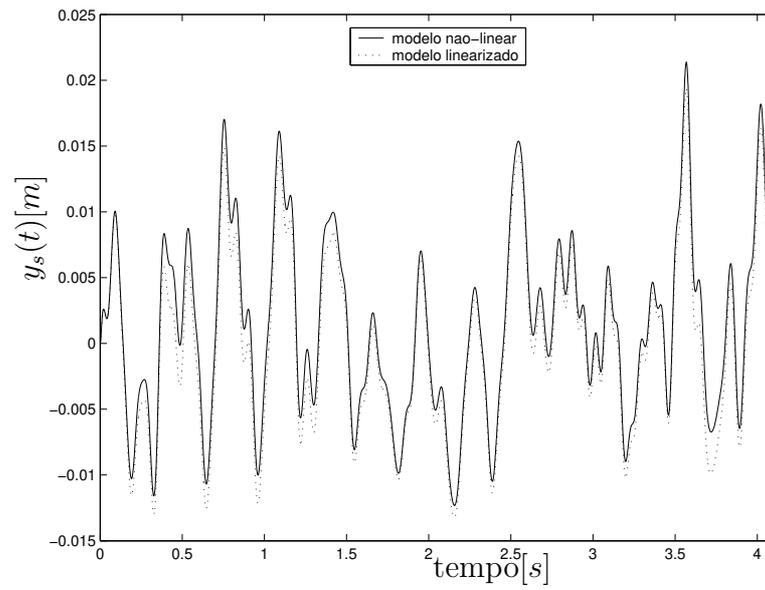


Figura 3.21: Resposta da massa suspensa a um perfil aleatório, $m_s = 900[kg]$

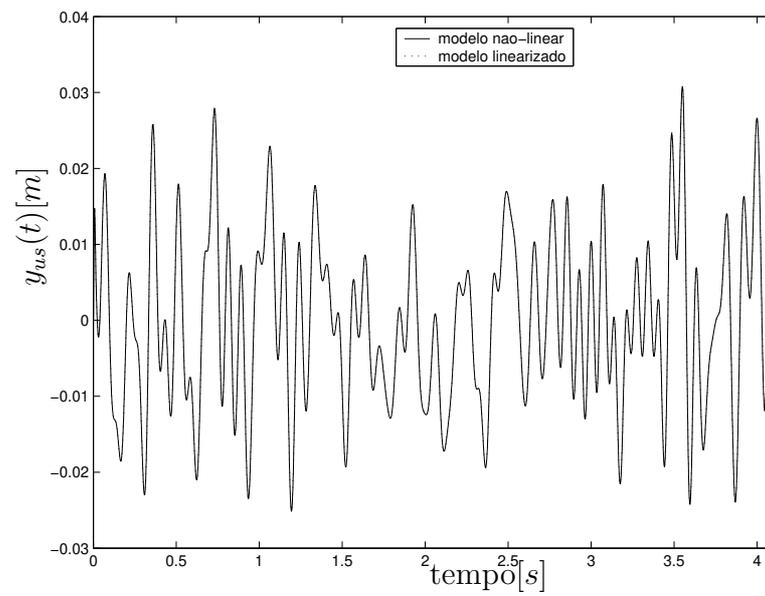


Figura 3.22: Resposta da massa não-suspensa a um perfil aleatório, $m_s = 900[kg]$

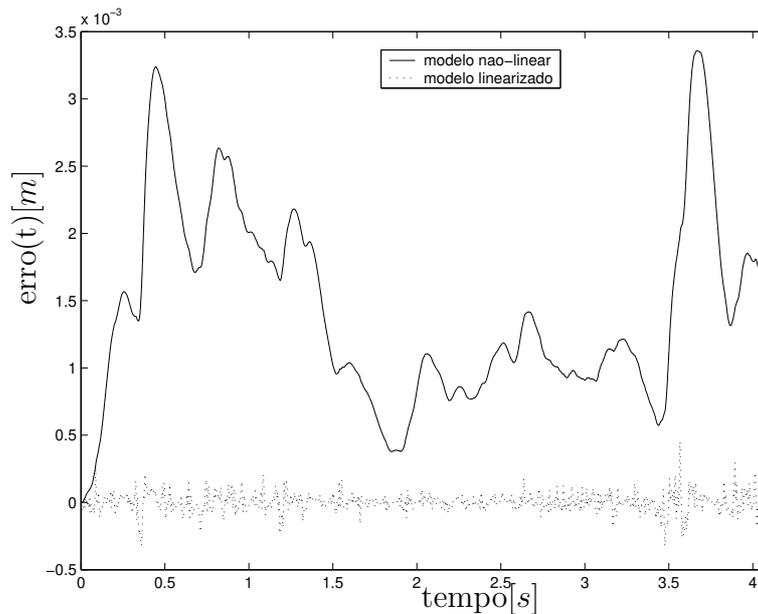


Figura 3.23: Erro na resposta a um perfil aleatório, $m_s = 900[kg]$

De acordo com a figura 3.23 o maior erro apresentado é de aproximadamente $3,4[mm]$ para uma amplitude de $1,1[mm]$ na resposta da massa suspensa ao degrau.

3.6.3 Conclusões relativas à linearização

Conforme era de se esperar, o modelo linearizado representa de forma satisfatória o modelo não-linear para massas pequenas. Porém, a medida que a massa suspensa considerada aumenta, o erro decorrente desta aproximação torna-se cada vez maior. Outro fato interessante pode ser observado das simulações que mostram o movimento da massa suspensa em função de um perfil aleatório da via.

Para um dado valor de massa suspensa, a rigidez média calculada para o modelo não-linear é maior que a rigidez calculada no modelo linearizado. Isto acontece pois a rigidez para o modelo linearizado é constante e depende somente do valor da massa suspensa considerada na posição de equilíbrio estático. Como consequência o valor médio dos deslocamentos é maior no modelo não-linear do que no modelo linear, onde o mesmo permanece próximo de zero.

Este fenômeno pode ser facilmente observado nas curvas que mostram o erro entre o modelo não-linear e o linearizado: A medida que a massa suspensa considerada aumenta a

média das amplitudes dos erros também aumenta.

Capítulo 4

Simulações Numéricas

4.1 Introdução

Da análise da literatura citada no capítulo 2 conclui-se que a classificação dos diferentes tipos de sistemas de suspensão, principalmente quando são considerados os sistemas do tipo inteligente, é uma tarefa bastante complicada, cuja precisão pode ser comprometida pelas peculiaridades inerentes a cada aplicação e à forma subjetiva pela qual pode-se interpretar cada uma delas.

No intuito de diminuir este problema e tentar eliminar possíveis dúvidas quanto às simulações realizadas neste trabalho, nas seções seguintes são discutidos conceitos fundamentais para o projeto de sistemas de suspensões e que são adotados como referência para a realização deste trabalho. O objetivo deste procedimento é simplesmente tornar a leitura deste trabalho mais simples e agradável para o leitor e, de modo algum, tem como pretensão estabelecer uma referência definitiva para os temas abordados.

4.2 Componentes de um Sistema de Suspensão

A seguir é apresentada uma breve descrição dos elementos de uma suspensão. São considerados somente os mais relevantes para a realização deste trabalho.

4.2.1 Pneus

Um dos principais critérios para medir o desempenho de um sistema de suspensão, a dirigibilidade, é caracterizada pelas interações entre os pneus e o solo. Basicamente os pneus são

feitos de borracha, material orgânico altamente flexível e sujeito ao desgaste. Dependendo do tipo de construção e dos materiais empregados o comportamento dinâmico de um pneu pode variar substancialmente e de forma não-linear. Existem ainda outros fatores que influenciam no comportamento dinâmico do pneu: carga estática, pressão de calibração, temperatura, desgaste do pneu e a frequência de excitação (Hyvärinen 2004). Logo, tendo em vista que qualquer um destes fatores pode comprometer a acuracidade do modelo dinâmico do pneu, não se justifica uma modelagem muito sofisticada. Assim sendo, para as simulações realizadas neste trabalho, o pneu é modelado como uma mola com coeficiente de rigidez constante e conhecido.

4.2.2 Molas

As principais funções da mola são absorver os impactos provenientes da via e suportar o peso do veículo. Adicionalmente, alguns tipos de molas permitem regular o nível do veículo. Do ponto de vista físico é o elemento elástico do sistema. Permite transformar energia cinética em energia potencial e vice-versa. Em sistemas passivos e semi-ativos é a mola quem proporciona a maior parte da força de contato entre o pneu e o solo. Os tipos mais comuns são: molas de flexão, molas de torção e molas helicoidais, sendo este último o tipo mais utilizado pela indústria automobilística atualmente.

4.2.3 Amortecedores

A principal função do amortecedor é atenuar as oscilações provocadas pela mola e impedir que ocorra o tão temido fim de curso. Neste contexto o papel do amortecedor está diretamente relacionado com os requisitos de segurança e conforto. Do ponto de vista físico é o elemento dissipador de energia.

4.3 Suspensão Passiva

As suspensões automobilísticas são de forma predominante passivas, composta por elementos passivos otimizados ou reguláveis, normalmente molas e amortecedores. O ajuste destes componentes é feito visando o melhor desempenho possível para a faixa de operação considerada.

Adicionalmente, alguns destes componentes possuem regulagem, o que permite otimizar o desempenho para diferentes faixas de operação. Porém, uma vez determinada a regulagem, este tipo de suspensão não permite ajustes durante seu funcionamento. Por este motivo, suspensões passivas geralmente não necessitam de uma fonte externa de potência.

4.4 Suspensão Ativa

A principal diferença entre as suspensões ativas e as demais é a capacidade de adicionar energia ao sistema no mesmo sentido do movimento relativo da suspensão. Supondo-se, por exemplo, que a suspensão esteja sendo comprimida, este tipo de sistema é capaz, se assim for necessário, de comprimir ainda mais a suspensão. Isto não é possível em outros tipos de suspensões. Para que isto seja possível é necessário que o sistema seja provido de uma fonte externa de potência.

Neste tipo de suspensão o conjunto mola-amortecedor pode ser substituído por um atuador, ou, numa configuração mais confiável, pode trabalhar em paralelo com o mesmo. Outra alternativa é fazer com que o atuador trabalhe em paralelo com uma mola realizando o papel do amortecedor. Existem outras configurações, porém, estas são as mais comuns.

Para efeito de comparação com os sistemas passivo e semi-ativo, neste trabalho, a simulação para o sistema ativo considera o atuador trabalhando em paralelo com a rigidez da mola hidropneumática.

4.5 Suspensão Semi-ativa

Situadas num patamar intermediário entre as suspensões ativas e as suspensões passivas, as suspensões semi-ativas tem sido consideradas uma solução mais realista, uma vez que são capazes de oferecer desempenho semelhante ao de suspensões ativas com um consumo de energia mais baixo e com custos de implementação mais próximos aos de sistemas passivos. A grande diferença entre este tipo de sistema e o ativo é a forma como o atuador trabalha. Mesmo que este sistema seja provido de uma fonte externa de potência, ele não adiciona energia à dinâmica do sistema. Neste tipo de sistema o atuador é um amortecedor com coeficiente de amortecimento controlável. Como fisicamente é impossível obter coeficientes

de amortecimento negativos, o atuador só consegue dissipar energia.

Uma idéia para se projetar um controlador para um sistema semi-ativo é imitar o comportamento do sistema ativo. A estratégia empregada é a seguinte: projeta-se o controlador considerando o caso ativo e implementa-se uma restrição. Quando a ação de controle requer dissipação de energia, o amortecedor se comporta como o atuador do sistema ativo. Caso a ação de controle necessite fornecimento de energia, o amortecedor responde com uma força tão pequena quanto for possível (amortecimento mínimo) (Alves 1997).

Existem várias estratégias empregadas para a dissipação de energia. As mais comuns são: atrito entre superfícies deslizantes, variação da viscosidade do fluido e variação da área de escoamento do fluido. Todas têm como objetivo em comum obter o coeficiente de amortecimento desejado.

Embora amortecedores do tipo magnetoreológicos e eletroreológicos que utilizam a variação da viscosidade do fluido como estratégia para dissipar energia estejam recebendo cada vez mais atenção nos estudos de suspensões, sua utilização ainda apresenta restrições já que ambos necessitam de uma fonte externa de potência e possuem uma vida útil limitada (Hyvärinen 2004).

A variação da área de escoamento do fluido pode ser feita de várias formas, porém duas abordagens merecem destaque: A abordagem do tipo *ON-OFF*, descrita em (Margolis *et al.* 1975) e a abordagem *CVD* utilizada em (Karnopp *et al.* 1974), onde o coeficiente de amortecimento pode variar continuamente.

Para a simulação do sistema semi-ativo, neste trabalho, é empregada a abordagem *CVD*. Uma restrição adicional conhecida como *Clipped Optimal*¹ também é considerada. Nesta abordagem são estabelecidos um valor máximo e um valor mínimo para o coeficiente de amortecimento. Deste modo, os valores que o coeficiente de amortecimento pode assumir estão restritos à faixa de operação determinada por estes extremos. O objetivo deste tipo de restrição é tornar o sistema mais condizente com a realidade.

¹Em (Hrovat 1997) é apresentada de forma sumarizada uma série de literaturas envolvendo o tema.

4.6 Suspensões Hidropneumáticas

Neste tipo de suspensão não há molas nem amortecedores (do tipo convencional). O trabalho da mola é realizado pela compressão do gás (normalmente nitrogênio) num reservatório. O papel do amortecedor é feito pela perda de carga que ocorre na passagem do óleo por uma válvula que liga a suspensão ao reservatório de gás. De configuração bastante flexível, este tipo de suspensão permite um nivelamento independente das rodas. Para realizar esta tarefa o sistema necessita de uma fonte externa de potência, normalmente uma bomba hidráulica.

Neste trabalho, a malha de controle responsável pelo nivelamento da suspensão não será estudada. Uma vez que na aplicação considerada a massa suspensa varia muito lentamente, o controle desta malha não deve influenciar o comportamento da malha de controle responsável pelo comportamento dinâmico da suspensão.

Tendo este fato em vista, a seguir é apresentada a teoria utilizada na implementação da malha de controle responsável pelo comportamento dinâmico da suspensão.

4.7 Teoria de Controle *Skyhook*

Conforme o próprio nome sugere², a abordagem *Skyhook* considera que a massa suspensa está ligada a um referencial inercial no céu através de um amortecedor fictício. O objetivo principal desta teoria é isolar a massa suspensa da vibração proveniente da via. Bastante conhecida na literatura, esta abordagem foi inicialmente proposta por (Karnopp *et al.* 1974).

Esta idealização equivale a considerar-se que a força de amortecimento atuante na suspensão depende somente da velocidade absoluta da massa suspensa. Uma vez que este tipo de referencial não existe, o que se faz na prática é calcular o coeficiente de amortecimento da suspensão de modo que a força gerada seja equivalente à força gerada por este amortecedor fictício. A figura 4.1 ilustra a estratégia *Skyhook*.

Normalmente a abordagem de controle *Skyhook* é utilizada para duas finalidades: como referência para comparação com outras teorias mais sofisticadas ou como base para uma implementação prática de suspensões semi-ativas e ativas. Neste contexto, um fato interessante

²*Skyhook*, do inglês, pode ser traduzido como gancho no céu

é que quando a excitação considerada é do tipo ruído branco a abordagem *Skyhook* pode ser considerada ótima no sentido que ela minimiza a aceleração quadrática média da massa suspensa (Hyvärinen 2004). A figura 4.1 ilustra a estratégia *Skyhook*.

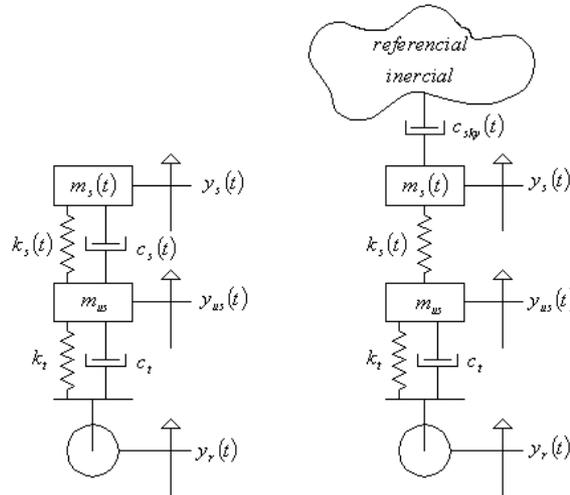


Figura 4.1: Representação esquemática da estratégia Skyhook

Nota-se que a abordagem *Skyhook* tem claramente como foco a massa suspensa. A medida que o coeficiente de amortecimento do amortecedor fictício c_{sky} aumenta, a isolamento desta massa em relação aos distúrbios provenientes da via melhora, porém as custas de um grande aumento nos deslocamentos observados na massa não suspensa.

Seja a frequência natural da massa suspensa m_s dada pela equação abaixo:

$$\omega_n = \sqrt{k_s/m_s}$$

Da definição do coeficiente de amortecimento crítico c_{cr} , tem-se a seguinte relação:

$$c_{cr} = 2\sqrt{K_s m_s}$$

Define-se o fator de amortecimento ζ_{sky} do amortecedor *Skyhook* como:

$$\zeta_{sky} = \frac{c_{sky}}{c_{cr}} \Rightarrow \zeta_{sky} c_{cr}$$

Uma vez conhecida a massa suspensa m_s , a rigidez da suspensão k_s , o fator de amortecimento ζ_{sky} desejado e a velocidade absoluta da massa suspensa \dot{y}_s , pode-se calcular a força de amortecimento F_{sky} gerada pelo amortecedor *skyhook* através da seguinte relação:

$$F_{sky} = 2\zeta_{sky}\sqrt{k_s m_s}\dot{y}_s \quad (4.1)$$

Seja a força de amortecimento do sistema real de suspensão F_{real} dada pela equação abaixo:

$$F_{real} = c_s(\dot{y}_{us} - \dot{y}_s) \quad (4.2)$$

Fazendo com que a força de amortecimento do sistema real de suspensão F_{real} seja igual a força de amortecimento F_{sky} gerada pelo amortecedor *skyhook* tem-se que:

$$F_{real} = F_{sky} \Rightarrow c_s(\dot{y}_{us} - \dot{y}_s) = 2\zeta_{sky}\sqrt{k_s m_s}\dot{y}_s$$

Finalmente, isolando-se c_s na equação anterior, tem-se a expressão que define o coeficiente de amortecimento da suspensão obtido a partir da abordagem *skyhook*:

$$c_s = \frac{2\zeta_{sky}\sqrt{k_s m_s}\dot{y}_s}{(\dot{y}_{us} - \dot{y}_s)} \quad (4.3)$$

Na prática, a faixa de variação do coeficiente de amortecimento de um amortecedor real é limitada, em especial, no caso de suspensões semi-ativas onde a força de amortecimento gerada é exclusivamente dissipativa, os valores para o coeficiente de amortecimento só podem assumir valores positivos.

4.8 Resultados das Simulações

A seguir são apresentados os resultados obtidos a partir de simulações numéricas realizadas com programas implementados através do *software MATLAB*.

Para efeito de comparação são implementados três casos: O primeiro caso corresponde ao sistema passivo de suspensão. Neste caso, o coeficiente de amortecimento utilizado é constante e é calculado de modo que o fator de amortecimento na condição de equilíbrio estático seja $\zeta_s = 0,707$ para uma massa suspensa de valor $m_s = 450[kg]$, o que corresponde a um coeficiente de amortecimento de valor $c_s = 5.3930,4[N.s/m]$ na condição de carga média. O segundo caso corresponde ao sistema ativo e utiliza a estratégia *Skyhook* para calcular o coeficiente de amortecimento da suspensão. No terceiro caso o coeficiente de amortecimento da suspensão também é calculado através da estratégia *Skyhook*. Porém, uma vez que neste caso o objetivo é simular o sistema semi-ativo, são implementadas duas restrições: A primeira restrição determina que o coeficiente de amortecimento não pode assumir valores negativos. Isto seria equivalente a adicionar energia no sentido do movimento relativo da suspensão, o que descaracterizaria o sistema como sendo semi-ativo. Já a segunda restrição, que tem por objetivo tornar a simulação mais realista, obriga o coeficiente de amortecimento operar dentro de uma faixa de trabalho.

Para todas as simulações o modelo utilizado é o de um quarto de veículo não-linear descrito em detalhes no capítulo 3. A tabela 4.1 mostra os valores utilizados nas simulações para os parâmetros constantes deste modelo.

Tabela 4.1: Valores dos parâmetros constantes do modelo

Notação	Descrição
$P0 = 101325$	Pressão inicial=pressão atmosférica [N/m^2]
$V0 = 0.0065$	Volume inicial de gas na pressão atmosférica [m^3]
$k_t = 5297400$	Rigidez do pneu [N/m]
$c_t = 0$	Amortecimento do pneu [$N.s/m$]
$m_{us} = 30$	Massa nao suspensa [kg]
$d_c = 50$	Diametro interno do embolo do cilindro [mm]
$A_c = 0,0196$	Area do embolo [m^2]
$g = 9.81$	Aceleração da gravidade [m/s^2]

4.8.1 Resposta ao degrau

A seguir, são mostrados os resultados das simulações para os sistemas (passivo, ativo e semi-ativo) quando submetidos a uma excitação do tipo degrau com amplitude de $40[mm]$.

As figura a seguir foram obtidas para a condição de massa suspensa mínima, onde $m_s = 150[kg]$.

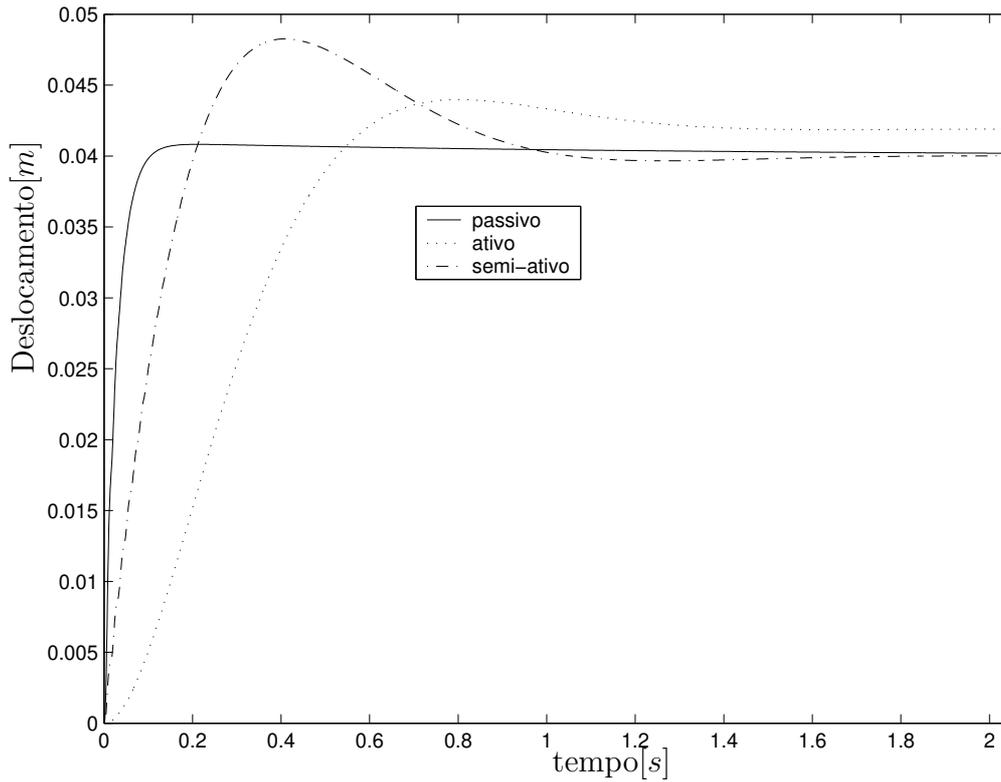


Figura 4.2: Resposta ao degrau da massa suspensa, onde $m_s = 150[kg]$.

Observa-se da figura 4.2 um sobressinal para os sistemas passivo, ativo e semi-ativo de 2, 10 e 20[%] respectivamente.

Lembrando-se que o coeficiente de amortecimento para este caso foi ajustado para a condição de carga média, conclui-se que nesta condição, onde a carga é mínima, o sistema passivo encontra-se superamortecido. Observa-se ainda que a resposta para o caso ativo é a mais suave, sendo que para o caso semi-ativo, o tempo de estabilização é mais próximo do obtido para o caso passivo.

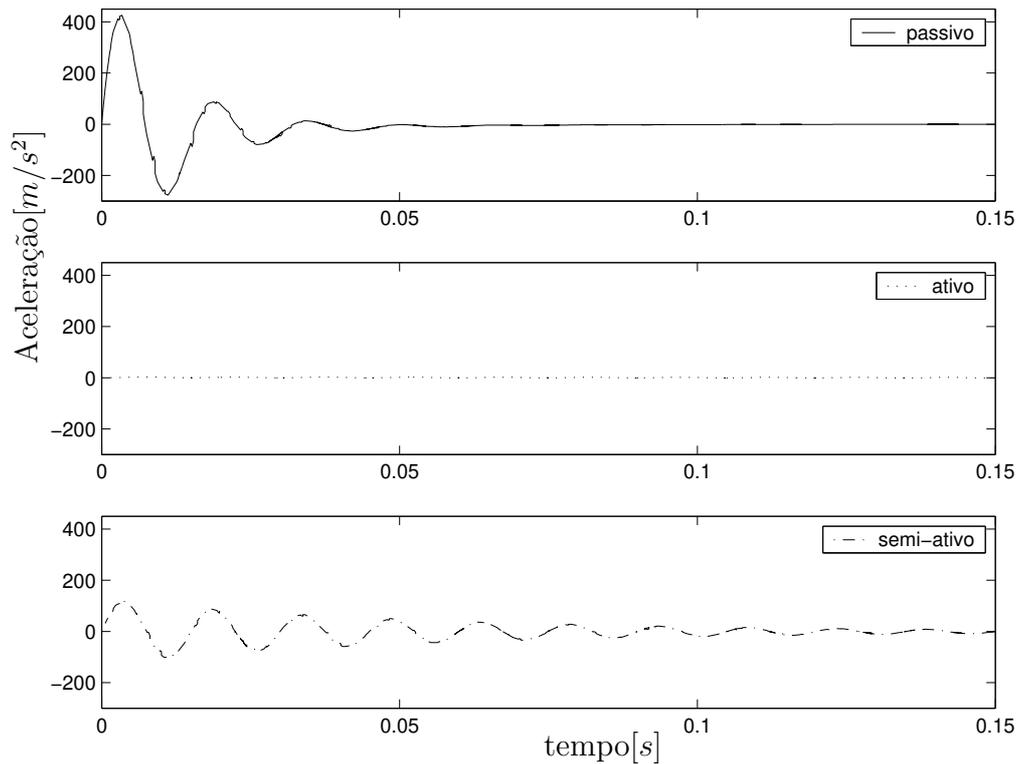


Figura 4.3: Aceleração na resposta ao degrau da massa suspensa, onde $m_s = 150[kg]$.

A figura 4.3 confirma as impressões obtidas da figura 4.2: A resposta do sistema ativo é a mais suave do ponto de vista do conforto. Este fato é confirmado pelos menores índices de aceleração da massa suspensa observados para este caso. Conforme era de se esperar, o sistema semi-ativo apresenta um desempenho um pouco inferior ao ativo, mas há uma melhora significativa em relação ao caso passivo.

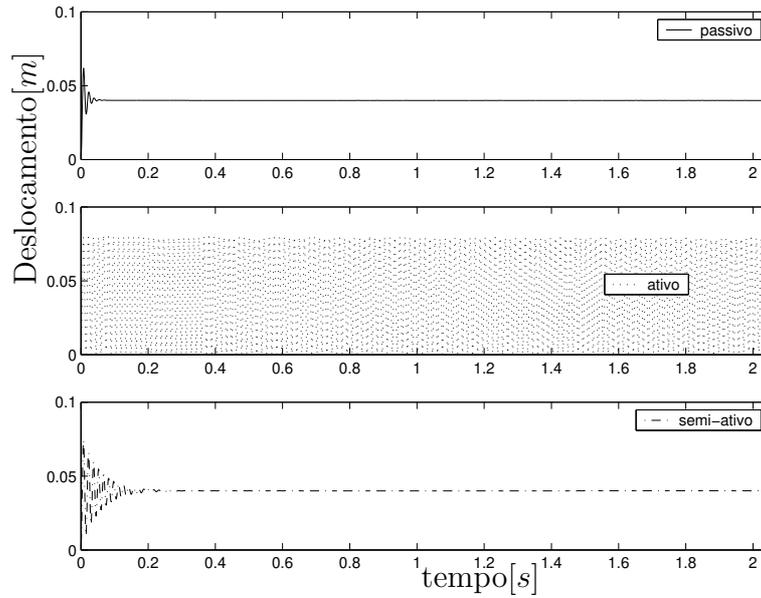


Figura 4.4: Resposta ao degrau da massa não-suspensa, onde $m_s = 150[kg]$.

Da figura 4.4 percebe-se que o sistema ativo apresenta um movimento bastante oscilatório da massa não-suspensa o que compromete a dirigibilidade. Esta é uma característica inerente a abordagem *Skyhook*: A isolamento da massa suspensa em relação aos distúrbios provenientes da via ocorre as custas de um aumento no movimento da roda.

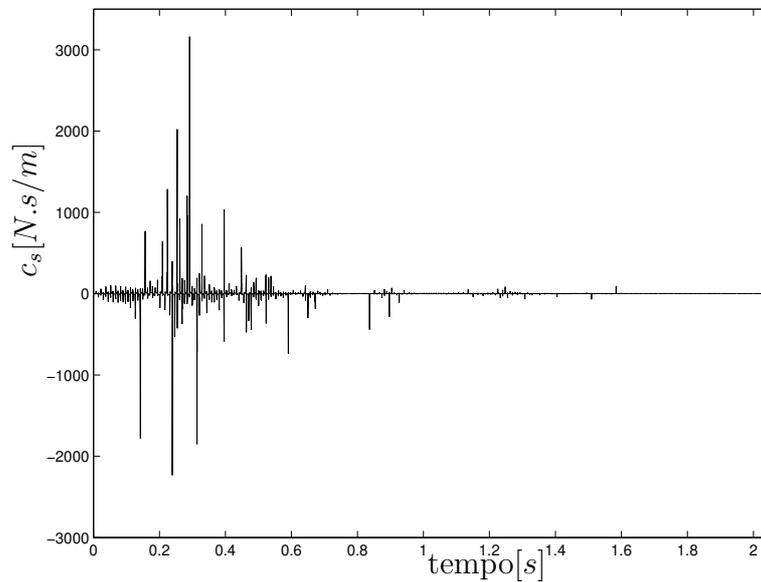


Figura 4.5: Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso ativo, onde $m_s = 150[kg]$.

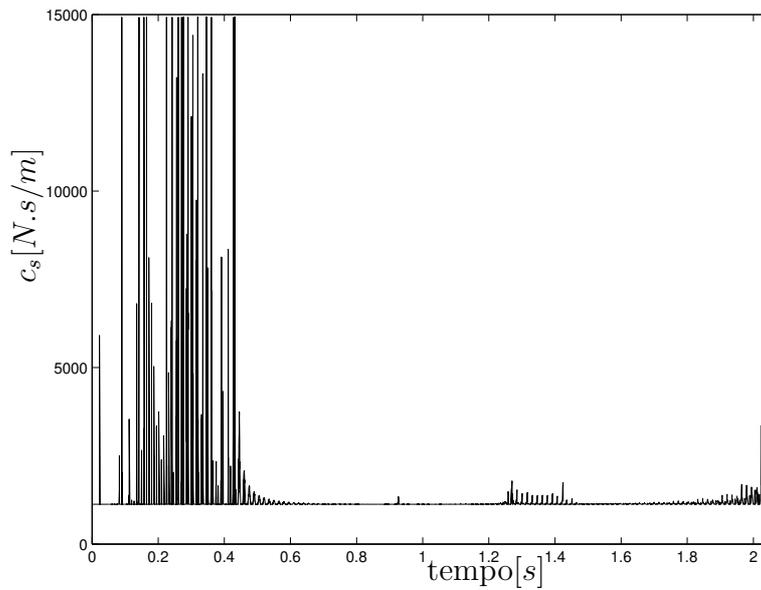


Figura 4.6: Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso semi-ativo, onde $m_s = 150[kg]$.

Na condição de massa suspensa média, onde $m_s = 450[kg]$, tem-se os seguintes resultados:

Note que o coeficiente de amortecimento do sistema passivo foi ajustado para a condição de carga média, que corresponde à carga utilizada nesta simulação. Portanto deve-se ter em mente que os resultados apresentados para o sistema passivo nesta simulação correspondem ao melhor desempenho que este sistema pode oferecer.

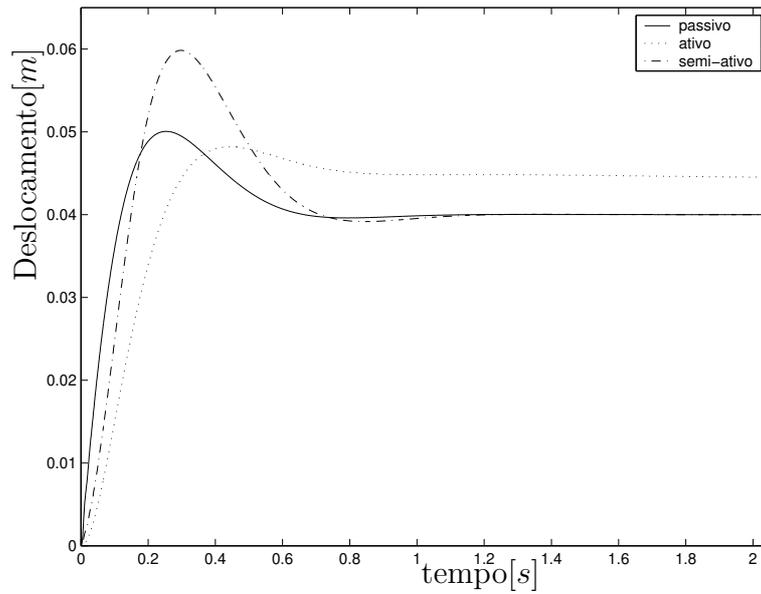


Figura 4.7: Resposta ao degrau da massa suspensa, onde $m_s = 450[kg]$.

Observa-se da figura 4.7 um sobressinal para os sistemas passivo, ativo e semi-ativo de 25, 20 e 50[%] respectivamente.

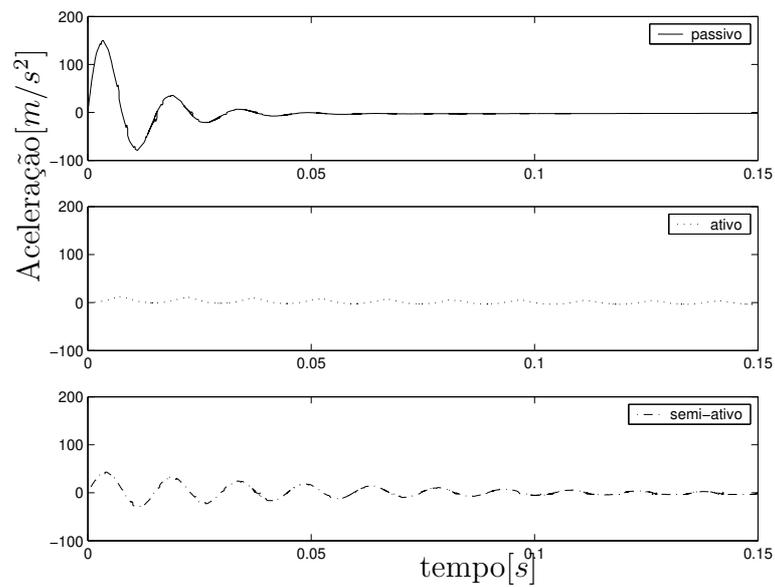


Figura 4.8: Aceleração na resposta ao degrau da massa suspensa, onde $m_s = 450[kg]$.

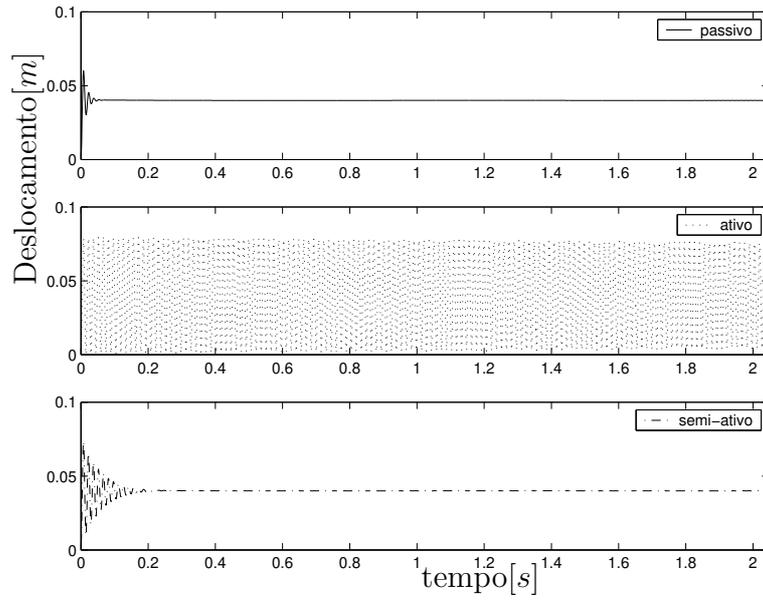


Figura 4.9: Resposta ao degrau da massa não-suspensa, onde $m_s = 450[kg]$.

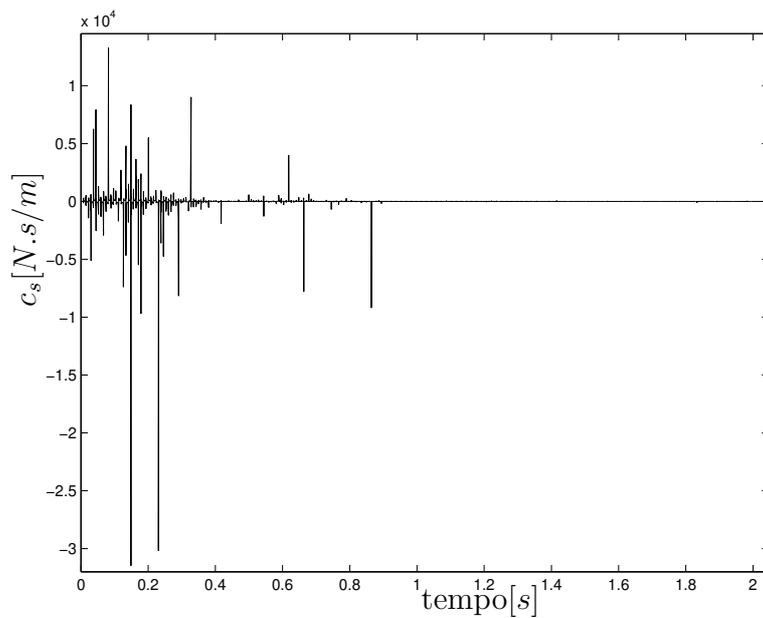


Figura 4.10: Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso ativo, onde $m_s = 450[kg]$.

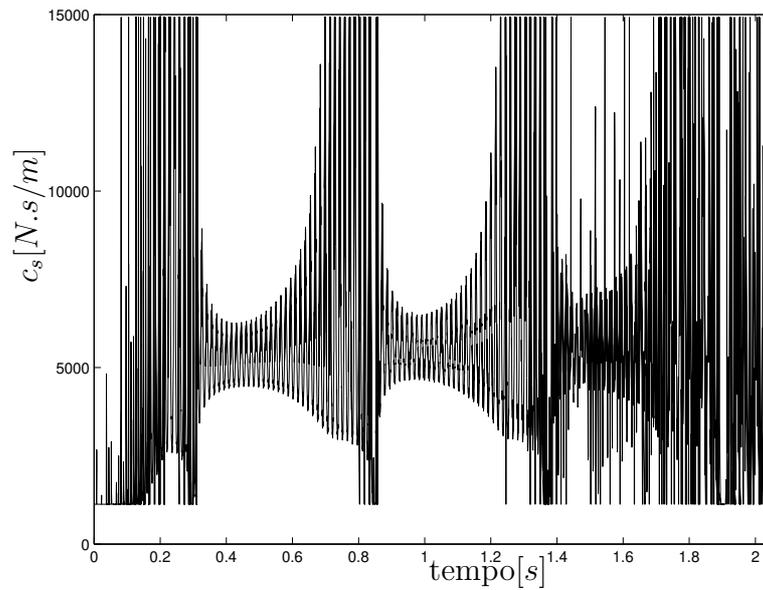


Figura 4.11: Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso semi-ativo, onde $m_s = 450[kg]$.

Dos resultados apresentados para esta simulação percebe-se que o sistema ativo apresenta novamente os menores índices de aceleração. Em contrapartida os resultados apresentados para o movimento da roda, para este sistema, continuam indesejáveis.

Considerando-se o valor máximo para a massa suspensa $m_s = 900[kg]$, tem-se os seguintes resultados.

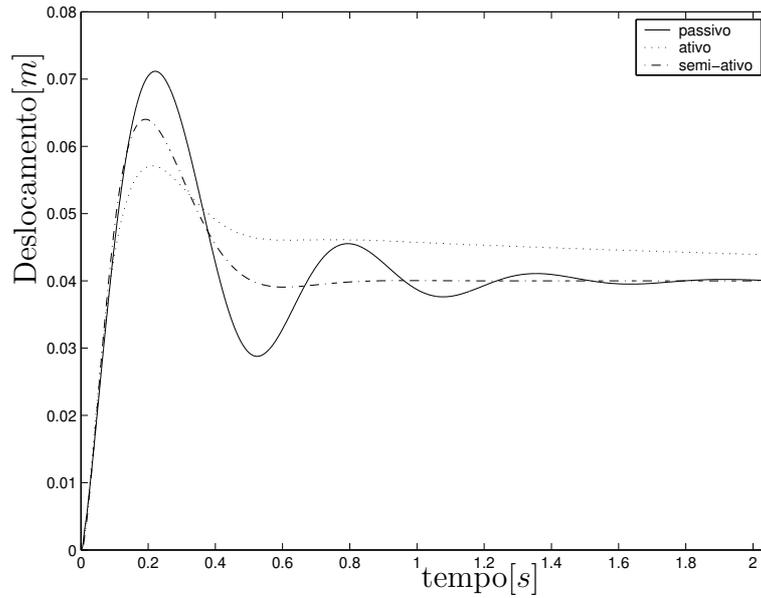


Figura 4.12: Resposta ao degrau da massa suspensa, onde $m_s = 900[kg]$.

Observa-se da figura 4.12 um sobressinal para os sistemas passivo, ativo e semi-ativo de 78, 43 e 60[%] respectivamente.

A resposta do sistema passivo apresenta o maior sobressinal além de um comportamento oscilatório. Lembrando-se que o coeficiente de amortecimento para este caso foi ajustado para a condição de carga média, conclui-se que nesta condição, onde a carga é máxima, o sistema passivo encontra-se sub-amortecido.

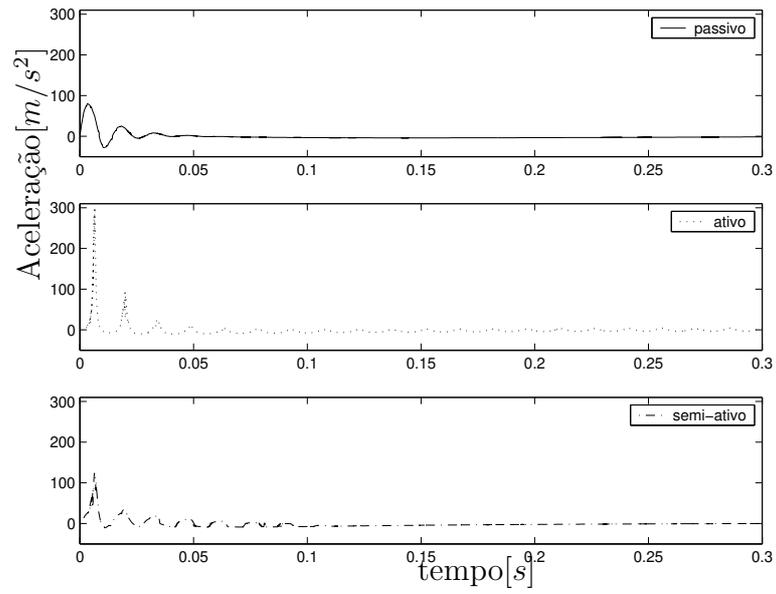


Figura 4.13: Aceleração na resposta ao degrau da massa suspensa, onde $m_s = 900[kg]$.

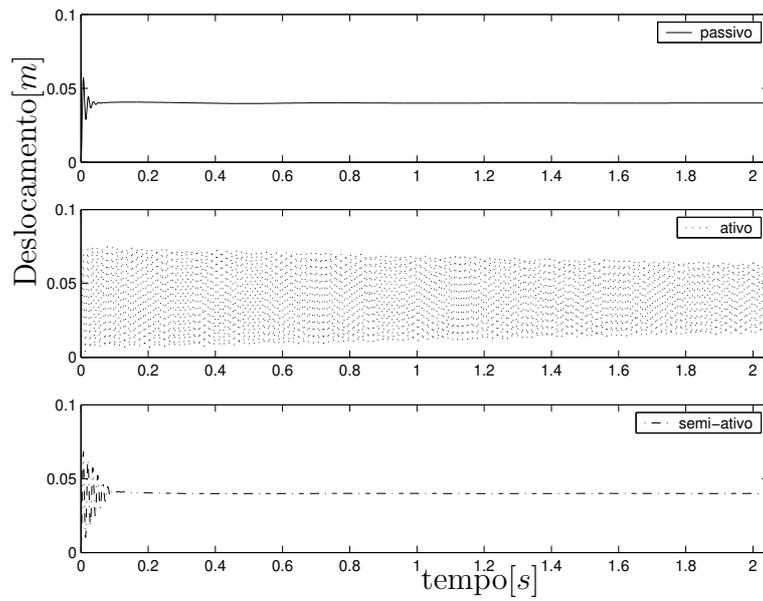


Figura 4.14: Resposta ao degrau da massa não-suspensa, onde $m_s = 900[kg]$.

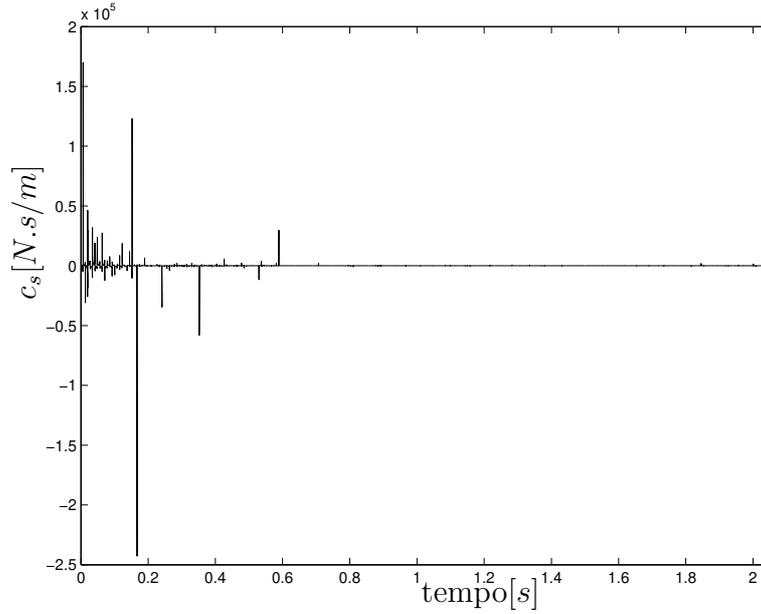


Figura 4.15: Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso ativo, onde $m_s = 900[kg]$.

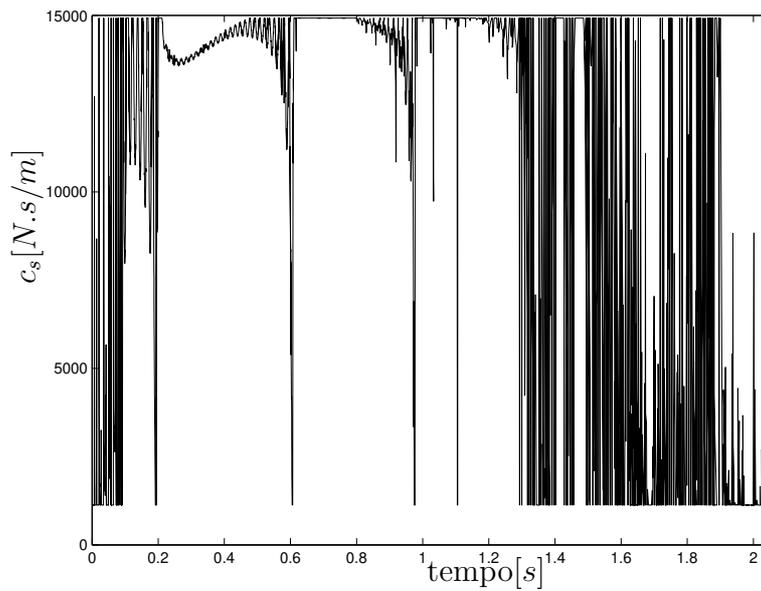


Figura 4.16: Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso semi-ativo, onde $m_s = 900[kg]$.

Embora para esta massa o movimento da roda para o caso ativo tenha diminuído, ele ainda se apresenta muito oscilatório. Os menores valores para a aceleração foram obtidos para o caso passivo. Porém, uma vez que o sistema passivo se encontra sub-amortecido para

esta condição de carga ele apresenta um movimento oscilatório da massa suspensa, fato que não é interessante do ponto de vista do conforto.

Um fato interessante que deve ser observado é que para todas as condições de carga o sistema semi-ativo apresentou um desempenho intermediário entre o melhor e o pior caso, para todos os parâmetros considerados.

Esta regularidade no seu desempenho faz do sistema semi-ativo com controle via abordagem *Skyhook* uma opção interessante para a aplicação considerada onde a variação de massa é muito grande.

4.8.2 Resposta a excitação causada por um perfil de via variável

Os resultados das simulações para os sistemas (passivo, ativo e semi-ativo) quando submetidos a uma excitação variável são apresentados a seguir. A Densidade Espectral de Potência do sinal utilizado é equivalente à de um sinal real obtido experimentalmente em campo.

Para a situação onde massa suspensa é mínima, $m_s = 150[kg]$, tem-se os seguintes resultados:

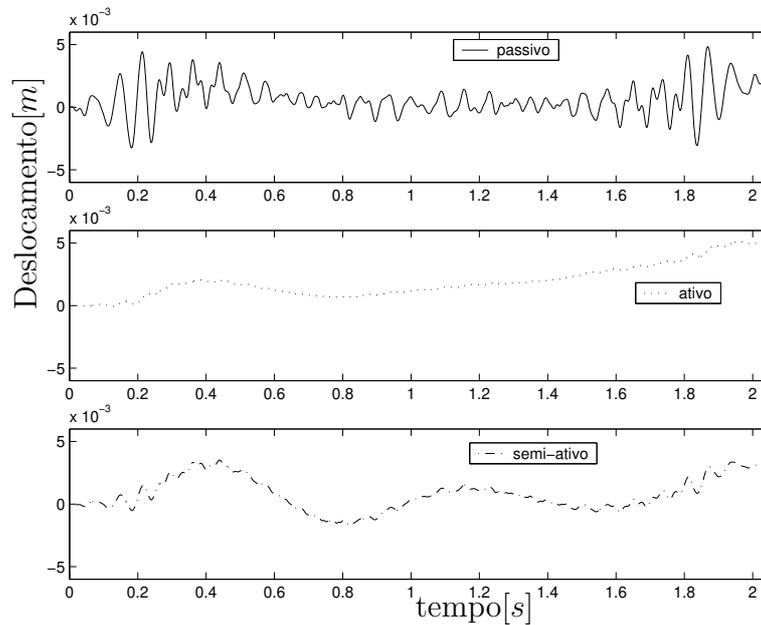


Figura 4.17: Resposta da massa suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 150[kg]$.

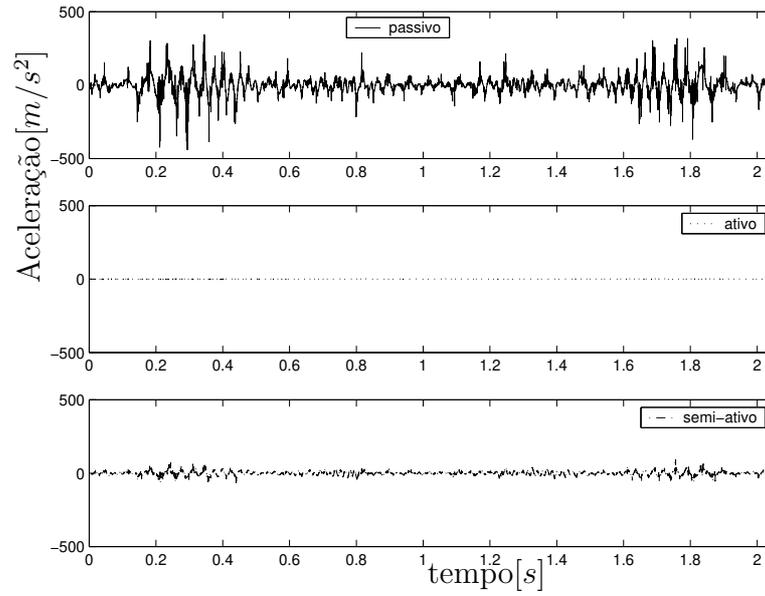


Figura 4.18: Aceleração na resposta da massa suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 150[kg]$.

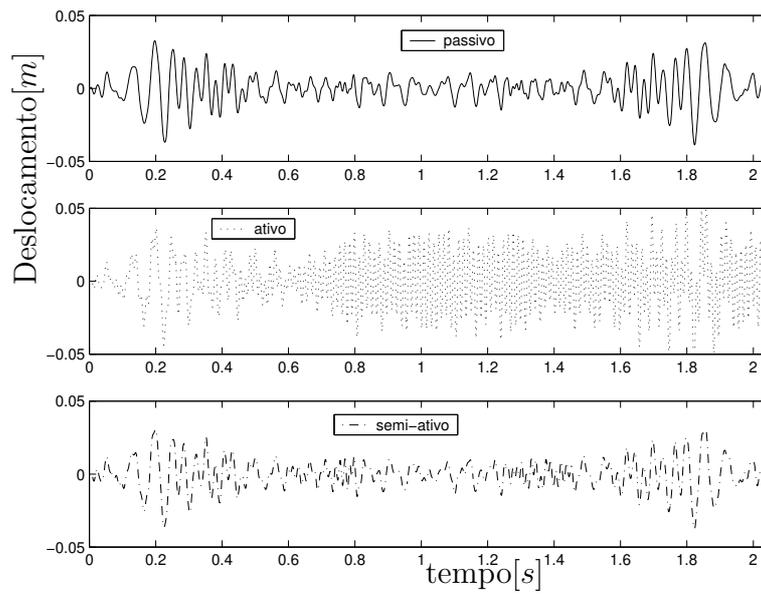


Figura 4.19: Resposta da massa não-suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 150[kg]$.

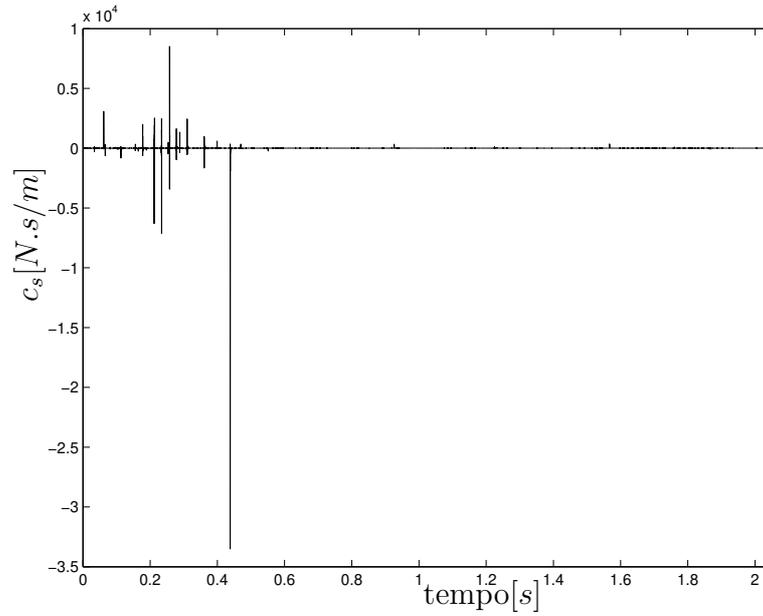


Figura 4.20: Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso ativo, onde $m_s = 150[kg]$.

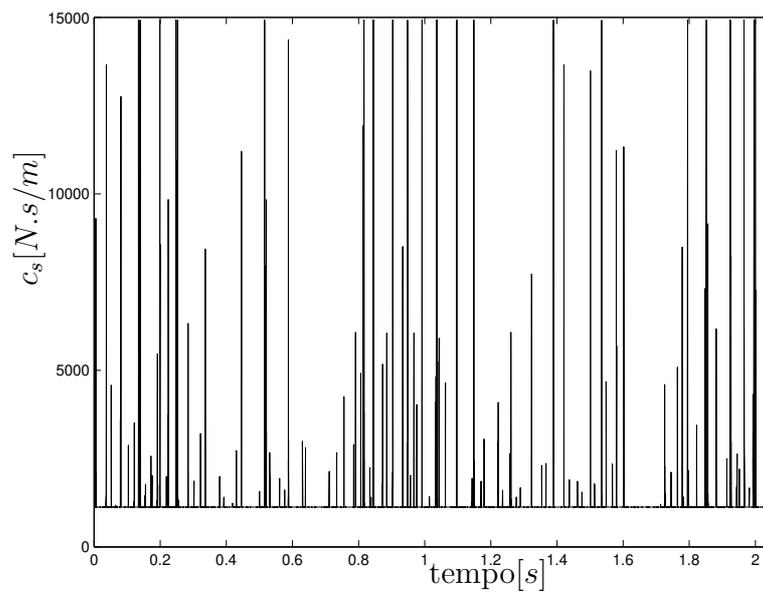


Figura 4.21: Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso semi-ativo, onde $m_s = 150[kg]$.

Considerando-se a massa suspensa na condição média, onde $m_s = 450[kg]$, tem-se os seguintes resultados:

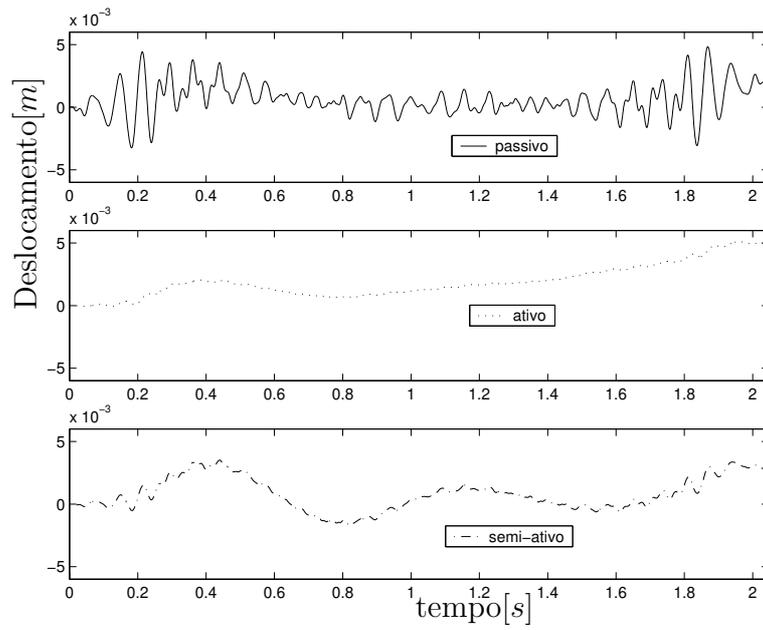


Figura 4.22: Resposta da massa suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 450[kg]$.

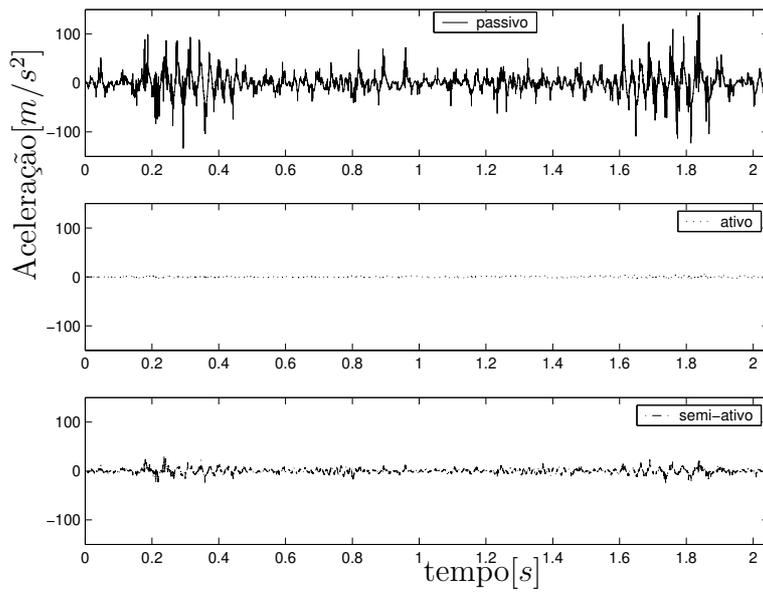


Figura 4.23: Aceleração na resposta da massa suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 450[kg]$.

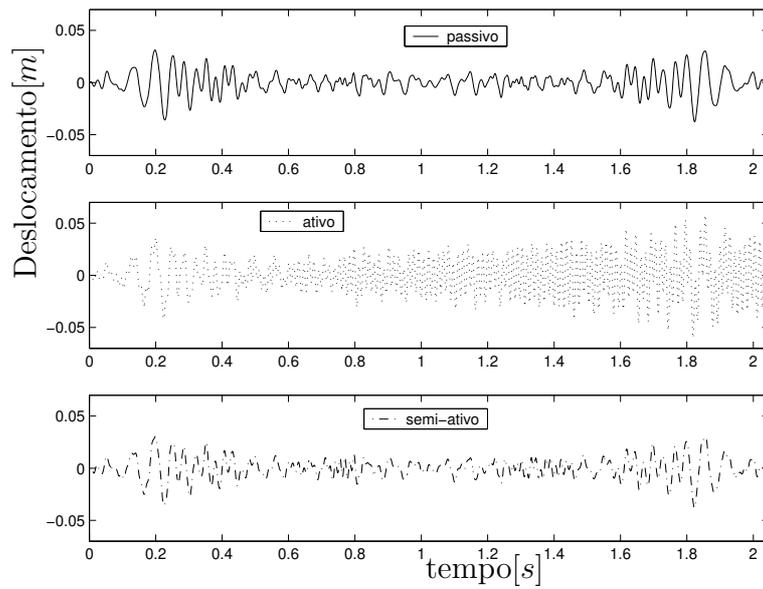


Figura 4.24: Resposta da massa não-suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 450[kg]$.

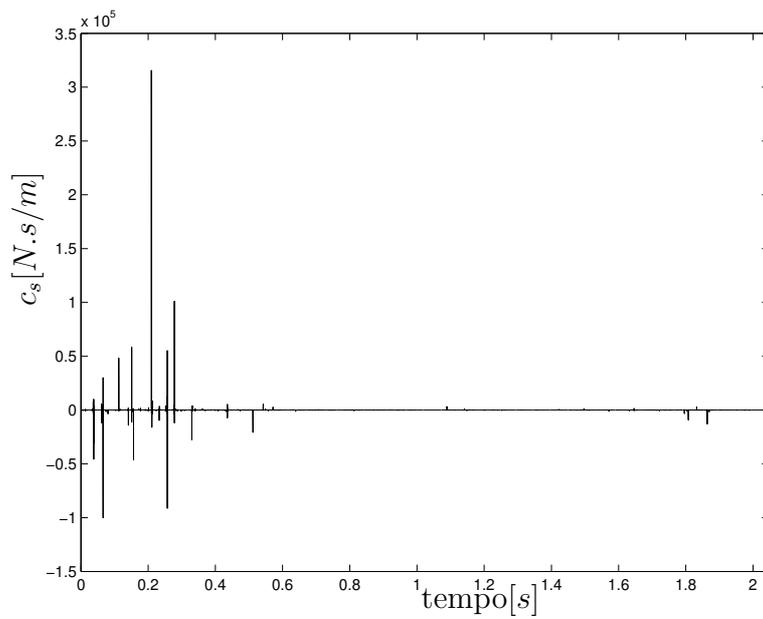


Figura 4.25: Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso ativo, onde $m_s = 450[kg]$.

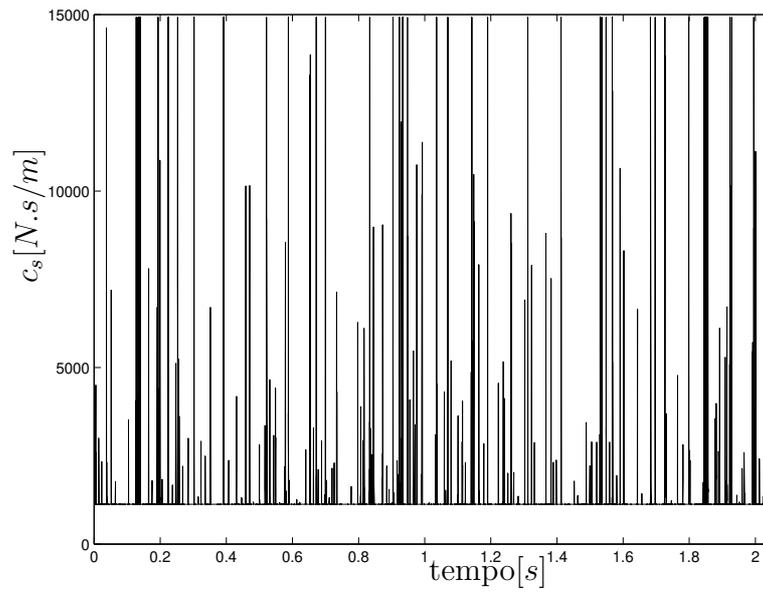


Figura 4.26: Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso semi-ativo, onde $m_s = 450[kg]$.

As próximas figuras ilustram os resultados para o caso onde a massa suspensa assume o valor máximo $m_s = 900[kg]$.

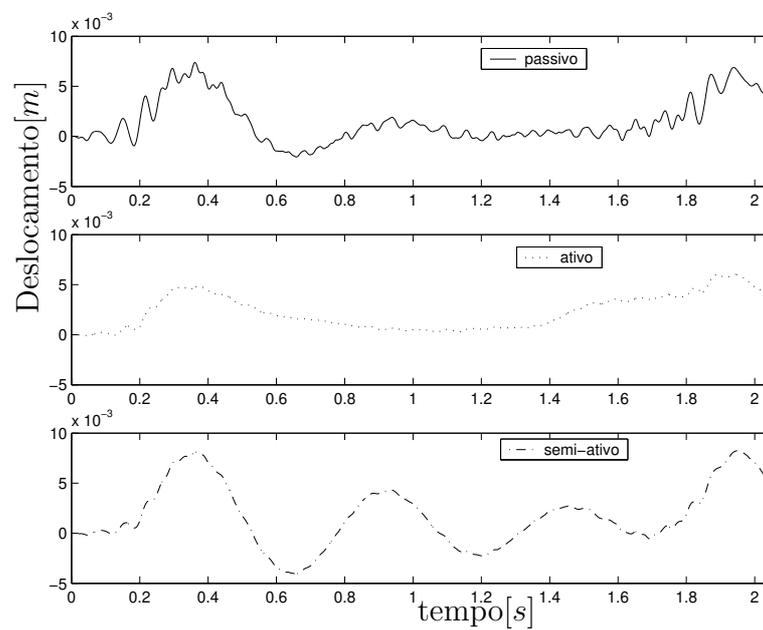


Figura 4.27: Resposta da massa suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 900[kg]$.

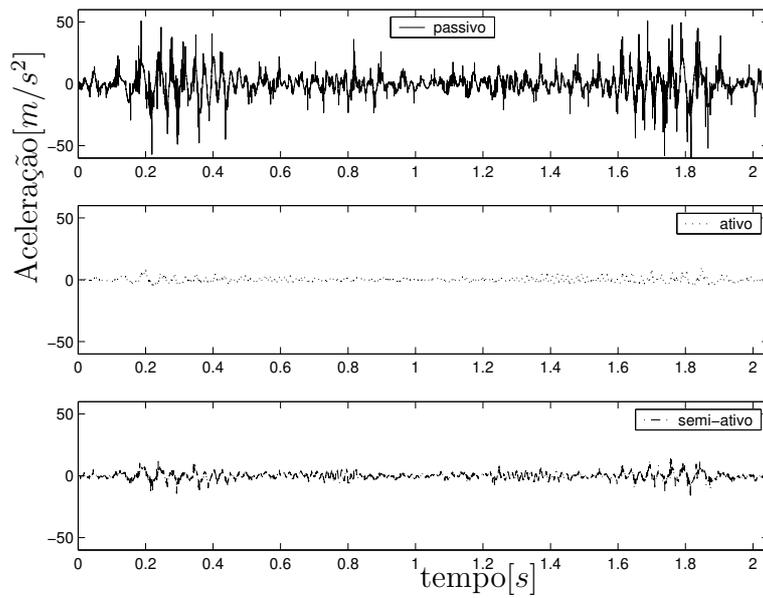


Figura 4.28: Aceleração na resposta da massa suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 900[kg]$.

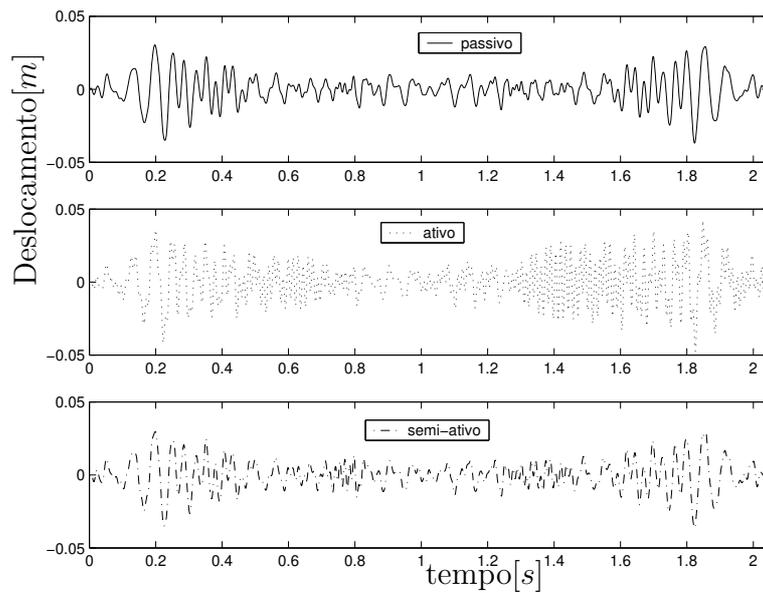


Figura 4.29: Resposta da massa não-suspensa a uma excitação variável, onde $m_s = 900[kg]$.

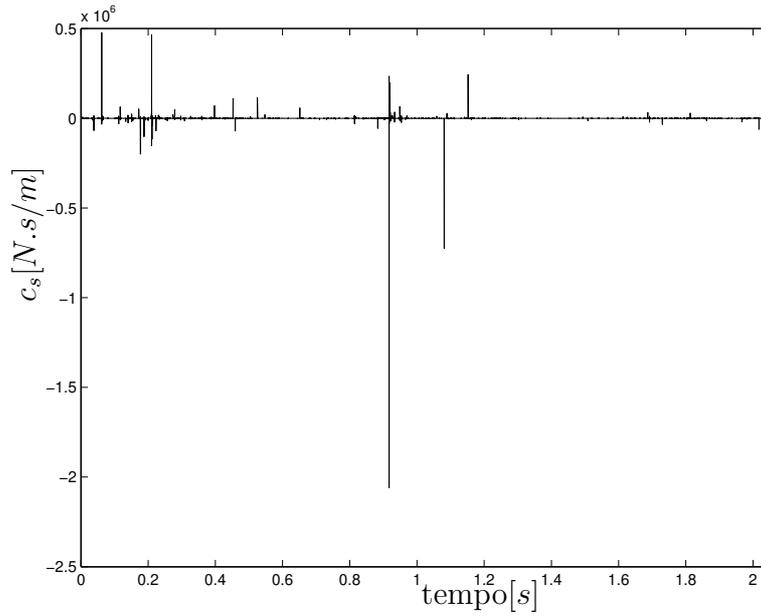


Figura 4.30: Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso ativo, onde $m_s = 900[kg]$.

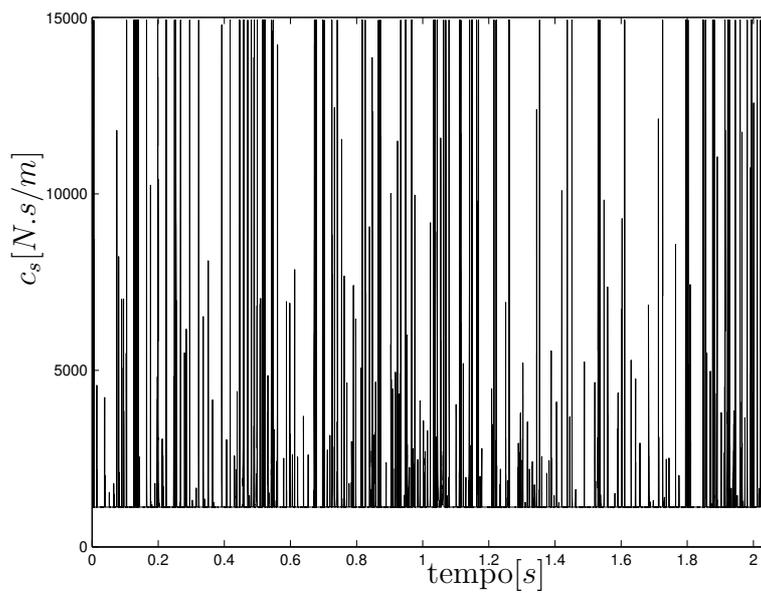


Figura 4.31: Evolução do coeficiente de amortecimento para o caso semi-ativo, onde $m_s = 900[kg]$.

Para este tipo de excitação variável considerada fica evidente, em comparação ao sistema passivo, a vantagem dos sistemas controlados via abordagem *Skyhook*. Para todas as condições de carregamento consideradas os menores índices de vibrações da massa suspensa são

obtidos pelo sistema ativo. O desempenho obtido para o sistema semi-ativo mostra resultados bastante semelhantes aos apresentados pelo sistema ativo. Adicionalmente, o sistema semi-ativo apresenta menores índices de oscilações para o movimento na roda quando comparado com o sistema ativo.

Novamente, o sistema semi-ativo mostrou uma certa regularidade no seu desempenho, o que o torna uma solução bastante confiável para a aplicação considerada.

Capítulo 5

Conclusões e Perspectivas para Trabalhos Futuros

5.1 Conclusões

Os resultados das simulações mostram que o sistema passivo é inapropriado para a aplicação considerada. Na condição de carga mínima o sistema se torna superamortecido e na condição de carga máxima o sistema se torna sub-amortecido. A grande variação de massa a que está sujeita a suspensão e sua influência na dinâmica do conjunto indica claramente a necessidade de um sistema de controle.

Embora o sistema ativo apresente os melhores resultados no que diz respeito à isolação de vibrações de um modo geral, este bom desempenho só é possível às custas de uma grande deterioração no movimento da massa não-suspensa. Embora o fator dirigibilidade não seja importante para este tipo de aplicação, este comportamento oscilatório observado nas respostas da massa não-suspensa do sistema ativo, quando sujeito a diferentes tipos de excitações, pode levar o sistema a se tornar instável.

Num patamar intermediário entre o caso ativo e o caso passivo, o sistema semi-ativo mostrou-se uma solução bastante confiável. Com desempenho próximo ao obtido para o sistema ativo no quesito isolação de vibrações, o sistema semi-ativo não apresenta deteriorações significativas no movimento da massa não-suspensa, quando comparado com o caso passivo.

Portanto, tendo em vista uma possível aplicação prática, onde o controlador deve trabalhar em ambientes hostis e suportar os mais diferentes tipos de excitações, o sistema semi-ativo mostrou ser a melhor opção, uma vez que é mais confiável e apresenta um custo de

implementação mais baixo do que um sistema ativo.

É importante ressaltar que estas conclusões são baseadas nos sistemas de controles projetados a partir da teoria de controle *Skyhook*. Caso tivessem sido utilizadas outras teorias de controle a conclusão a respeito de qual tipo de sistema é o melhor para a aplicação considerada, ativo, passivo ou semi-ativo, poderia ter sido diferente.

5.2 Perspectivas para Trabalhos Futuros

Pensando nas teorias de Controle Ótimo e Controle Robusto, baseadas em sistemas lineares, é apresentado no capítulo 3 o modelo de um quarto de veículo da suspensão considerada linearizado através de Séries de Taylor. Conforme foi mostrado nesse capítulo, como a mola hidropneumática se torna cada vez mais não-linear com o aumento da massa suspensa, o erro apresentado na comparação do modelo não-linear com o modelo linearizado se torna cada vez maior.

Neste sentido, seria interessante a pesquisa de técnicas de controle robusto, que permitam a inclusão de incertezas decorrentes das simplificações adotadas e das dinâmicas que foram ignoradas. Um outro caminho interessante a ser seguido é o estudo de técnicas de controle não-lineares e também técnicas de controle adaptativo.

Independente da teoria de controle que for escolhida, antes de qualquer implementação prática, algumas melhorias podem ser implementadas:

- Inclusão no modelo do amortecimento do pneu.
- Modelagem da dinâmica do atuador (amortecedor).
- Modelagem das incertezas.
- Analisar/modelar a dinâmica do fluido do reservatório.
- Implementar o modelo de meio veículo, (No caso da carreta corresponde ao veículo inteiro).
- Incluir no modelo um distúrbio proveniente da ligação entre a carreta e o trator.

- Considerar, no modelo de meio veículo uma câmara de gás adicional entre as duas suspensões para controlar o modo *roll*.
- Incluir um atraso na resposta do atuador ao sinal de controle.
- Considerar as não-linearidades que existem nos amortecedores.
- Modelar a dinâmica da estrutura da carreta.
- Pesquisar um controlador que utilize como realimentação somente a deflexão da suspensão.
- Pesquisar um controlador que utilize como realimentação a velocidade relativa da suspensão, porém medida através da diferença de pressão entre as extremidades do amortecedor.
- Validação experimental dos estudos efetuados e propostos.

Referências

- Alves, P. S. L. (1997). “Análise comparativa do desempenho de uma suspensão veicular considerando elementos passivos e ativos. Dissertação (Mestrado), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.
- Anderson, B. D. O. e Moore, J. B. (1990). *Linear Quadratic Methods*. Prentice Hall, New Jersey.
- Baldi, M. (2004). “Desenvolvimento de um sistema de suspensão hidropneumática para uso em máquinas agrícolas. Dissertação (Mestrado), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.
- Chalasanani, R. M. (1987a). “Ride performance potential of active suspension systems - part I: Simplified analysis based on a quarter-car model.” *American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics Division*, 80, 187–204.
- Chalasanani, R. M. (1987b). “Ride performance potential of active suspension systems - part II: Comprehensive analysis based on a full-car model.” *American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics Division*, 80, 205–234.
- Chantranuwathanal, S. e Peng, H. (1999). “Adaptive robust control for active suspensions.” *Proceedings of the American Control Conference*, 1702–1706.
- Chen, S. H., Chou, J. H., e Chaos, C. H. (1995). “Stability robustness of the *lqg* active suspensions with disturbance/noise uncertainties and time-varying parametrical perturbations.” *Int. J. of Vehicle Design*, 16, 428–440.

- Crolla, D. A. e Abdel-Hady, M. B. A. (1991). “Active suspension control; performance comparisons using control laws applied to a full vehicle model.” *Vehicle System Dynamics*, 20, 107–120.
- dos Santos, J. F. C. (1998). “Análise de suspensões veiculares utilizando técnicas de controle robusto. Dissertação (Mestrado), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.
- ElBeheiry, E. M. e Karnopp, D. (1996). “Optimal control of vehicle random vibration with constrained suspension deflection.” *Journal of Sound and Vibration*, 189, 547–564.
- ElMadany, M. M. (1988). “Stochastic optimal control of highway tractors with active suspensions.” *Vehicle System Dynamics*, 17, 193–210.
- ElMadany, M. M. (1990). “Optimal linear active suspensions with multivariable integral control.” *Vehicle System Dynamics*, 19, 313–329.
- ElMadany, M. M. e Abduljabbar, Z. (1991). “Alternative control law for active and semi-active automotive suspensions - a comparative study.” *Computer and Structures*, 39, 623–629.
- Ferguson, J. D. e Rekasius, Z. V. (1969). “Optimal linear control systems with incomplete state measurements.” *IEEE Transactions on Automatic Control*, 14, 135–140.
- Fischer, D. e Isermann, R. (2004). “Mechatronic semi-active and active vehicle suspensions.” *Control Engineering Practice*, 12, 1353–1367.
- Hayakawa, K., Matsumoto, K., Yamashita, M., Suzuki, Y., Fujimori, K., e Kimura, H. (1999). “Robust h_∞ -output feedback control of decoupled automobile active suspension systems.” *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44, 392–396.
- Hrovat, D. (1990). “Optimal active suspension structures for quarter-car vehicle models.” *Automatica*, 26, 845–860.

- Hrovat, D. (1997). “Survey of advanced suspension developments and related optimal control applications.” *Automatica*, 33, 1781–1817.
- Hrovat, D. e Hubbard, M. (1981). “Optimum vehicle suspensions minimizing rms rattlespace, sprung-mass acceleration and jerk.” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 103, 229–236.
- Hyvärinen, J. (2004). “The improvement of full vehicle semi-active suspension through kinematical model. Dissertação (Mestrado), Faculty of Technology, University of Oulu,.
- Karnopp, D. (1986). “Theoretical limitations in active vehicle suspensions.” *Vehicle System Dynamics*, 15, 41–54.
- Karnopp, D., Crosby, M., e Harwood, R. A. (1974). “Vibration control using semi-active force generators.” *Journal of engineering for industry, Transactions of the ASME*, 187, 619–626.
- Kashsani, R. e Kiriczi, S. (1992). “Robust stability analysis of lqg-controlled active suspension with model uncertainty using structured singular value, μ , method.” *Vehicle System Dynamics*, 21, 361–384.
- Kawabe, T., Isobe, O., Watanabe, Y., Hanba, S., e Miyasato, Y. (1998). “New semi-active suspension controller design using quasi-linearization and frequency shaping.” *Control Engineering Practice*, 6, 1183–1191.
- Lu, J. e DePoyster, M. (2002). “Multiobjective optimal suspension control to achieve integrated ride and handling performance.” *IEEE Transactions on Automatic Control*, 10, 807–821.
- Margolis, D. L. (1982). “Semi-active heave and pitch control for ground vehicles.” *Vehicle System Dynamics*, 11, 31–42.
- Margolis, D. L., Tylee, J. L., e Hrovat, D. (1975). “Heave mode dynamics of a tracked air cushion vehicle with semi-active airbag secondary suspension.” *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 97, 339–407.

- Michelberg, P., Palkovis, L., e J. (1993). “Robust design of active suspension system.” *Int. J. of Vehicle Design*, 14, 145–165.
- Motta, D. S. (2005). “Modelagem de uma suspensão veicular com elementos não-lineares e comparação de seu desempenho com um modelo semi-ativo. Dissertação (Mestrado), Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.
- Ogata, K. (2003). *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice Hall, New Jersey.
- Rettig, U. e Stryk, O. V. (2000). “Numerical optimal control strategies for semi-active vehicle suspension with electrorheological fluid dampers.” *Technische Universit"at Darmstadt*.
- Sammier, D., Sename, O., e Dugard, L. (2003). “Skyhook and h_∞ control of semi-active suspensions: Some practical aspects.” *Vehicle System Dynamics*, 39, 279–308.
- Shahian, B. e Hassul, M. (1993). *Control System Design Using Matlab*. Prentice Hall, New Jersey.
- Sharp, R. S. e Crolla, D. A. (1987). “Road vehicle suspension design - a review.” *Vehicle System Dynamics*, 16, 167–192.
- Sharp, R. S. e Wilson, D. A. (1990). “On control laws for vehicle suspensions accounting for input correlations.” *Vehicle System Dynamics*, 19, 353–363.
- Skogestad, S. e Postlethwaite, I. (1996). *Multivariable Feedback Control*. John Wiley and Sons Ltd, Chichester.
- Sugiyama, K. e Ohtsuka, T. (2001). “ l_1 state feedback control of semi-active suspension.” *JSME International Journal*, 44, 634–642.
- Thompson, A. G. (1971). “Design of active suspensions.” *Proceedings Inst. Mechanical Engineering*, 185, 553–563.
- Thompson, A. G. (1976). “An active suspension with optimal linear state feedback.” *Vehicle System Dynamics*, 5, 187–203.

- Thompson, A. G. (1984). “Optimal and suboptimal linear active suspensions for road vehicles.” *Vehicle System Dynamics*, 13, 61–72.
- Thompson, A. G. e Davis, B. R. (1988a). “Optimal linear active suspensions with derivative constraints and output feedback control.” *Vehicle System Dynamics*, 17, 179–192.
- Thompson, A. G. e Davis, B. R. (1988b). “Optimal linear active suspensions with integral constraint.” *Vehicle System Dynamics*, 17, 357–366.
- Ulsoy, A. G., Hrovat, D., e Tseng, T. (1994). “Stability robustness of lq and lqg active suspensions.” *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 116, 123–131.
- Verros, G., Natsiavas, S., e Papadimitriou, C. (2005). “Design optimization of quarter-car models with passive and semi-active suspensions under random road excitation.” *Journal of Vibration and Control*, 11, 581–606.
- Wilson, D. A., Sharp, R. S., e Hassan, S. A. (1986). “The application of linear optimal control theory to the design of active automotive suspensions.” *Vehicle System Dynamics*, 15, 105–118.

Apêndice A

Listagem dos programas *MATLAB*

Listagem dos Programas utilizados no capítulo 3

a) Este programa traça a curva da rigidez em função do deslocamento do êmbolo do cilindro hidráulico conforme mostrado na seção 3.2.

```
%*****
% Calculo da curva de rigidez em função do deslocamento
%*****

clc;
close all;
clear all;

%*****
% Parâmetros iniciais
%*****

dc=50; % Diâmetro interno do embolo do cilindro [mm]
Ac=(pi*(dc/1000)^2)/4; % Área do embolo[m^2]
P0=101325; % Pressão inicial=pressao atmosferica [N/m]
V0=0.0065; % Volume inicial de gas na pressao atmosferica [m^3]

%*****
% Espaço de trabalho da suspensão (absoluto)
%*****

x=[0:0.1:5];

% Equação da rigidez
ks=(P0*Ac^2)./(V0-x*Ac);

plot(x,ks)
```

b) Este programa traça a curva da rigidez em função do deslocamento da suspensão em torno da posição de equilíbrio para diferentes valores da massa suspensa, conforme mostrado na seção 3.2.

```
%*****
% Calculo da curvas de Rigidez absoluta
%*****

clc;
close all;
clear all;
```

```

%*****
% Parametros iniciais
%*****

dc=50; % Diametro interno do embolo do cilindro [mm]
Ac=(pi*(dc/1000)^2)/4; % Area do embolo[m^2]
P0=101325; % Pressao inicial=pressao atmosferica [N/m]
V0=0.0065; % Volume inicial de gas na pressao atmosferica [m^3]
ms=[150 450 900]; % Massa da carreta [kg]
g=9.81; % Aceleracao da gravidade [m/s^2]

%*****
% Deflexao da suspensao
%*****

x=-50:0.01:50;
for i=1:3
% Equacao da rigidez
ks(i,:) = -(P0*Ac+ms(i)*g)^2./(-P0*V0+ms(i)*g*x/1000+P0*Ac*x/1000);
ksl(i,:) = ((P0*Ac+ms(i)*g)^2./(P0*V0))*(x./x);
end

figure(1)
plot(x,ks), hold on
plot(x,ksl)

```

c) Os programas apresentados abaixo servem para obter os resultados mostrados nas seções 3.6.1 e 3.6.2.. O programa principal utiliza duas sub-rotinas auxiliares que contém o modelo não linear e o modelo linearizado.

```

%*****
% Programa Principal
%*****

clc;
close all;
clear all;

%*****
% Variveis globais
%*****

global kt mus g Ac P0 V0 ms cs yr

```

```

%*****
% Parametros iniciais
%*****
kt=5297400; % Rigidez do pneu [N/m]
ct=0; % Amortecimento do pneu [N.s/m]
mus=30; % Massa nao suspensa [kg]
g=9.81; % Aceleracao da gravidade [m/s^2]
dc=50; % Diametro interno do embolo do cilindro [mm]
Ac=(pi*(dc/1000)^2)/4; % Area do embolo[m^2]
P0=101325; % Pressao inicial=pressao atmosferica [N/m]
V0=0.0065; % Volume inicial de gas na pressao atmosferica [m^3]
ms=900; % Massa nao suspensa [kg]

%*****
%Cálculo do coeficiente de amortecimento
%*****
mse=450; % Massa suspensa [kg]
kse=(mse*g+Ac*P0)^2/(P0*V0); % Rigidez da suspensao no equilibrio [N/m]
zeta=sqrt(2)/2; % Fator de amortecimento da suspensao [C/Ccritico]
cs=2*zeta*sqrt(kse*ms); % Amortecimento da suspensao [N.s/m]

%*****

% Condições iniciais
y0=[0;0;0;0];

% Tempo de simulação
t=0:0.001:4.095;

%*****
% Perfil da via

% Degrau
% yr=0*ones(1,2048);

% Randomico
load yr

% Simulação
[tn,ynl]=ode45('modelosimplesnaolinear',t,y0);
[t,y1]=ode45('modelosimpleslinearizado2',t,y0);

figure(1)
plot(t,ynl(:,2),'r'),hold on
plot(t,y1(:,2),'b:')
legend('modelo nao-linear','modelo linearizado')

```

```
xlabel('x')
ylabel('y')
axis([0 4.095 -0.015 0.025])
```

```
figure(2)
plot(t,ynl(:,1),'r'),hold on
plot(t,yl(:,1),'b:')
legend('modelo nao-linear','modelo linearizado')
xlabel('x')
ylabel('y')
axis([0 4.095 -0.03 0.04])
```

```
figure(3)
plot(t,ynl(:,2)-yl(:,2),'g'),hold on
plot(t,ynl(:,1)-yl(:,1),'k:')
legend('modelo nao-linear','modelo linearizado')
xlabel('x')
ylabel('y')
axis([0 4.095 -0.0005 0.0035])
```

```
%*****
% Function Modelo Simples nao linear
%*****
% Esta function calcula o vetor dy=f(t,y)
%*****
```

```
function [dy]=modelosimplesnaolinear(t,y)
```

```
%*****
% Variaveis globais
%*****
```

```
global kt mus g Ac P0 V0 ms cs yr
```

```
%*****
```

```
in=round(t/0.001)+1;
r=yr(in);
```

```
% vetor dy=f(y,t)
```

```
dy(1) = y(3);
dy(2) = y(4);
```

$$dy(3) = (g*ms + Ac*P0)/mus - (cs*y(3))/mus + (cs*y(4))/mus - (y(1)*kt)/mus + r*(kt/mus) + ...$$

$$(-g*ms*P0*V0 - Ac*(P0^2)*V0)/... \\ (mus*(P0*V0 - g*ms*y(1) - Ac*P0*y(1) + g*ms*y(2) + Ac*P0*y(2)));$$

$$dy(4) = -(g*ms + Ac*P0)/ms + (cs*y(3))/ms - (cs*y(4))/ms + ...$$

$$(g*ms*P0*V0 + Ac*(P0^2)*V0)/... \\ (ms*(P0*V0 - g*ms*y(1) - Ac*P0*y(1) + g*ms*y(2) + Ac*P0*y(2)));$$

dy=dy';

```
%*****
% Function Modelo Simples Linearizado2
%*****
% Esta function calcula o vetor dy=f(t,y)
%*****
```

function [dy]=modelosimpleslinearizado2(t,y)

```
%*****
% Variaveis globais
%*****
```

global kt mus g Ac P0 V0 ms cs yr

```
%*****
```

in=round(t/0.001)+1;
r=yr(in);

% vetor dy=f(y,t)

dy(1) = y(3);
dy(2) = y(4);

$$dy(3) = -((ms*g+Ac*P0)^2)/(mus*P0*V0) + (kt/mus)) * y(1) ...$$

$$+ ((ms*g+Ac*P0)^2)/(mus*P0*V0)) * y(2) ...$$

$$-(cs/mus) * y(3) + (cs/mus) * y(4) + r * (kt/mus);$$

$$dy(4) = +((ms*g+Ac*P0)^2)/(ms*P0*V0)) * y(1) ...$$

$$-((ms*g+Ac*P0)^2)/(ms*P0*V0)) * y(2) ...$$

$$+(cs/ms) * y(3) - (cs/ms) * y(4);$$

dy=dy';

Listagem dos Programas utilizados no capítulo 4

a) Os programas apresentados abaixo servem para obter os resultados mostrados nas seções 4.8.1 e 4.8.2.. O programa principal utiliza três sub-rotinas auxiliares que contém, respectivamente, o modelo não linear passivo, ativo e semi-ativo.

```
%*****  
% Programa Principal  
%*****  
  
clc;  
close all;  
clear all;  
  
%*****  
% Variveis globais  
%*****  
  
global kt mus g Ac P0 V0 ms yr cskya cskysc auxp auxa auxs ap aa as  
  
%*****  
% Parametros iniciais  
%*****  
  
kt=5297400; % Rigidez do pneu [N/m]  
ct=0; % Amortecimento do pneu [N.s/m]  
mus=30; % Massa nao suspensa [kg]  
g=9.81; % Aceleracao da gravidade [m/s^2]  
dc=50; % Diametro interno do embolo do cilindro [mm]  
Ac=(pi*(dc/1000)^2)/4; % Area do embolo[m^2]  
P0=101325; % Pressao inicial=pressao atmosferica [N/m]  
V0=0.0065; % Volume inicial de gas na pressao atmosferica [m^3]  
ms=900; % Massa suspensa [kg]  
auxp=0; % Zerando a variavel auxiliar auxp  
auxa=0; % Zerando a variavel auxiliar auxa  
auxs=0; % Zerando a variavel auxiliar auxs  
%*****  
  
% Condiçoes iniciais  
y0=[0;0;0;0];  
  
% Tempo de simulacao  
t=0:0.001:2.047;
```

```

%*****
% Perfil da via
%*****

% Degrau
% yr=0.04*ones(1,2048);

% %Deterministico variavel
load volvo
yr=Sd(1,:)*(2/100);

%*****

% Simulação
[t,ynl]=ode45('modelonaolinear',t,y0);
[t,yskya]=ode45('modelonaolinearskyativo',t,y0);
[t,yskysc]=ode45('modelonaolinearskysemiclipped',t,y0);

% Esta figura plota todos ys juntos
figure(1)
plot(t,ynl(:,2),'r'),hold on
plot(t,yskya(:,2),'b:'),hold on
plot(t,yskysc(:,2),'m-')
legend('passivo','ativo','semi-ativo')
xlabel('x')
ylabel('y')
axis([0 2.047 -5e-3 10e-3])

% Esta figura plota todos ys separados
figure(2)
subplot(3,1,1)
plot(t,ynl(:,2),'r'),hold on
legend('passivo')
axis([0 2.047 -5e-3 10e-3])
subplot(3,1,2)
plot(t,yskya(:,2),'b:'),hold on
legend('ativo')
ylabel('y')
axis([0 2.047 -5e-3 10e-3])
subplot(3,1,3)
plot(t,yskysc(:,2),'m-')
legend('semi-ativo')
xlabel('x')
axis([0 2.047 -5e-3 10e-3])

```

```

% Esta figura plota todas aceleracoes juntas
figure(3)
plot(ap(2,:),ap(1,:),'r'),hold on
plot(aa(2,:),aa(1,:),'b:'),hold on
plot(as(2,:),as(1,:),'m-')
legend('passivo','ativo','semi-ativo')
xlabel('x')
ylabel('y')
axis([0 2.047 -60 60])

```

```

% Esta figura plota todas aceleracoes separadas
figure(4)
subplot(3,1,1)
plot(ap(2,:),ap(1,:),'r')%,hold on
legend('passivo')
axis([0 2.047 -60 60])
subplot(3,1,2)
plot(aa(2,:),aa(1,:),'b:'),hold on
legend('ativo')
ylabel('y')
axis([0 2.047 -60 60])
subplot(3,1,3)
plot(as(2,:),as(1,:),'m-')
legend('semi-ativo')
xlabel('x')
axis([0 2.047 -60 60])

```

```

% esta figura plota todos yus separados
figure(5)
subplot(3,1,1)
plot(t,ynl(:,1),'r'),hold on
legend('passivo')
axis([0 2.047 -0.05 0.05])
subplot(3,1,2)
plot(t,yskya(:,1),'b:'),hold on
legend('ativo')
ylabel('y')
axis([0 2.047 -0.05 0.05])
subplot(3,1,3)
plot(t,yskysc(:,1),'m-')
legend('semi-ativo')
xlabel('x')
axis([0 2.047 -0.05 0.05])

```

```

figure(6)
plot(cskya(2,:),cskya(1,:))
xlabel('x')
ylabel('y')
axis([0 2.047 -2.5e6 0.5e6])

```

```

figure(7)
plot(cskysc(2,:),cskysc(1,:))
xlabel('x')
ylabel('y')
axis([0 2.047 0 15000])

```

```

%*****
% Function Modelo nao linear passivo
%*****
% Esta function calcula o vetor dy=f(t,y)
%*****

```

```

function [dy]=modelonaolinear(t,y)

```

```

%*****
% Variveis globais
%*****

```

```

global kt mus g Ac P0 V0 ms yr auxp ap

```

```

%*****
in=floor(t/1e-3)+1;
r=yr(in);
auxp=auxp+1;
%*****

```

```

% Rigidez da suspensao hidropneumatica [N/m]

```

```

ks=-(( ms*g + Ac*P0 )^2/...
( -P0*V0 + (ms*g)*(y(1)-y(2)) + (Ac*P0)*(y(1)-y(2)) ) );

```

```

%*****
% Amortecimento da suspensao hidropneumatica no equilibrio estatico [N/m] %
%*****

```

```

mse=450; % Massa suspensa media considerada [kg]
kse=(mse*g+Ac*P0)^2/(P0*V0); % Rigidez da suspensao no equilibrio [N/m]
zeta=sqrt(2)/2; % Fator de amortecimento da suspensao [C/Ccritico]
cs=2*zeta*sqrt(kse*mse); % Amortecimento da suspensao [N.s/m]

```

```

%*****
% vetor dy=f(y,t)
%*****
dy(1) = y(3);
dy(2) = y(4);

dy(3) = - (cs*y(3))/mus + (cs*y(4))/mus...
        - ((ks+kt)*y(1))/mus + (ks*y(2))/mus + (r*kt)/mus;

dy(4) = + (cs*y(3))/ms - (cs*y(4))/ms +(ks*y(1))/ms - (ks*y(2))/ms;

dy=dy';

%*****
% Armazena a aceleraçao da massa suspensa

ap(1,auxp)=dy(4);
ap(2,auxp)=t

%*****
% Function Modelo nao linear com controle ativo skyhook                %
%*****
% Esta function calcula o vetor dy=f(t,y)                                %
%*****

function [dy]=modelonaolinearskyativo(t,y)

%*****
% Variveis globais                                                        %
%*****

global kt mus g Ac P0 V0 ms yr cskya auxa aa

%*****
in=floor(t/1e-3)+1;
r=yr(in);
auxa=auxa+1;
%*****

% Rigidez da suspensao hidropneumatica [N/m]

ks=-(( ms*g + Ac*P0 )^2/...
      (-P0*V0 + (ms*g)*(y(1)-y(2)) + (Ac*P0)*(y(1)-y(2)) ) );

```

```

%*****
% Amortecimento da suspensao via abordagem Skyhook [N.s/m]          %
%*****

zetasky=(sqrt(2)/2);

if abs(y(3)-y(4))~=0
    cs=-(2*zetasky*sqrt(ks*ms)*y(4))/(y(3)-y(4));
else if auxa>1
    var=auxa-1;
    cs=cskya(1,var);
else
    cs=0;
end
end

%*****

%Armazena coef. de amortecimento

cskya(1,auxa)=cs;
cskya(2,auxa)=t;

%*****
% vetor dy=f(y,t)
%*****

dy(1) = y(3);

dy(2) = y(4);

dy(3) = - (cs*y(3))/mus + (cs*y(4))/mus...
        - ((ks+kt)*y(1))/mus + (ks*y(2))/mus + (r*kt)/mus;

dy(4) = + (cs*y(3))/ms - (cs*y(4))/ms +(ks*y(1))/ms - (ks*y(2))/ms;

dy=dy';

%*****

% Armazena a acelerao da massa suspensa

aa(1,auxa)=dy(4);
aa(2,auxa)=t;

```

```

%*****
% Function Modelo nao linear com controle semi-ativo skyhook
%*****
% Esta function calcula o vetor dy=f(t,y)
%*****

function [dy]=modelonaolinearskysemiclipped(t,y)

%*****
% Variveis globais
%*****

global kt mus g Ac P0 V0 ms yr cskysc auxs as

%*****

in=floor(t/1e-3)+1;
r=yr(in);
auxs=auxs+1;

%*****

% Rigidez da suspensao hidropeumatica [N/m]

ks=-(( ms*g + Ac*P0 )^2/...
( -P0*V0 + (ms*g)*(y(1)-y(2)) + (Ac*P0)*(y(1)-y(2)) ) );

%*****
% Amortecimento da suspensao via abordagem Skyhook [N.s/m]
%*****

zetasky=(sqrt(2)/2);

if abs(y(3)-y(4))~=0
    cs=-(2*zetasky*sqrt(ks*ms)*y(4))/(y(3)-y(4));
else if auxs>1
    vars=auxs-1;
    cs=cskysc(1,vars);
else
    cs=0;
end
end

%*****

```

```

%*****
% Condição clipped optimal
%*****

%checa valor mínimo

if cs<1127.4
    cs=1127.4;
end

%checa valor maximo

if cs>1.4925e+4
    cs=1.4925e+4;
end

%*****

%Armazena coef. de amortecimento

cskysc(1,auxs)=cs;
cskysc(2,auxs)=t;

%*****

% vetor dy=f(y,t)

dy(1) = y(3);
dy(2) = y(4);

dy(3) = - (cs*y(3))/mus + (cs*y(4))/mus...
        - ((ks+kt)*y(1))/mus + (ks*y(2))/mus + (r*kt)/mus;

dy(4) = + (cs*y(3))/ms - (cs*y(4))/ms +(ks*y(1))/ms - (ks*y(2))/ms;

dy=dy';

%*****

% Armazena a aceleração da massa suspensa

as(1,auxs)=dy(4);
as(2,auxs)=t;

```