UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Este exemplar corresponde a redação final da tese defendida por Rosângela Barros Zanoni Lopes Moreno e aprovada pela comissão julgadora em 13/09/1993.

ORIENTADOR

Dissertação Apresentada à
Faculdade de Engenharia Mecânica
Como Requisito Parcial à Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

MEDIDA DINÂMICA DE PROPRIEDADES TÉRMICAS

Autora : Rosângela Barros Zanoni Lopes Moreno
Orientador : Osvair Vidal Trevisan

36/93

setembro de 1993

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

A dissertação "Medida Dinâmica de Propriedades Térmicas" elaborada por Rosângela Barros Zanoni Lopes Moreno aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Sub-Comissão de Pós- Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 13 de setembro de 1993.

Banca Examinadora

Osvair Vidal Trevisan, Ph.D

Tarcílio Viana Dutra Júnior, Ph.D

Martin Tygel, Ph.D

A meu esposo Armando e

meu filho Gabriel.

AGRADECIMENTOS

A Deus que me dá vida.

A meus pais, Maurício e Maria Aparecida, pelo apoio e incentivo constantes e ao meu irmão Marcelo pela amizade.

Ao Prof. Dr. Osvair Vidal Trevisan pela sugestão do tema e orientação indispensável para a realização deste trabalho.

Aos professores do Programa de Mestrado em Engenharia de Petróleo, da Faculdade de Engenharia Mecânica, da UNICAMP, pelo conhecimento recebido.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia de Petróleo, da Faculdade de Engenharia Mecânica, da UNICAMP, pelos valorosos serviços prestados.

Ao Prof. Dr. Martin Tygel pela idéia fundamental para o desenvolvimento das soluções analíticas.

Aos professores Eugênio Spanó Rosa, Fernando de Almeida França e Euclides José Bonet pelas sugestões oferecidas ao longo do trabalho experimental.

A Delson Torikai pela doação da amostra de quartzo fundido.

Aos funcionários da Faculdade de Engenharia Mecânica, da UNICAMP, em especial Edimur Lopes Antunes e Antônio Laerte Struziatto.

Aos colegas do Curso de Mestrado em Engenharia de Petróleo, da Faculdade de Engenharia Mecânica, da UNICAMP, pela convivência e experiências trocadas.

A todos aqueles que direta ou indiretamente colaboraram para a realização deste trabalho.

À PETROBRÁS pela oportunidade.

Conteúdo

1 INTRODUÇÃO **1**

1.1 Métodos Experimentais da Literatura 2

1.2 Confiabilidade dos Parâmetros Determinados 6

1.3 Trabalho Proposto 7

2 ANÁLISE TEÓRICA **9**

2.1 Equação Diferencial 9

2.2 Condições de Contorno 10

2.2.1 Condição Inicial 10

2.2.2 Condição na Superfície x=L 10

2.2.3 Condição na Superfície x=0 11

2.3 Resposta de Temperatura 11

2.4 Determinação dos Parâmetros Térmicos 14

2.5 Solução Particular 19

2.6 Influência da Resistência de Contacto 21

3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL **26**

3.1 Condições de Teste 26

3.2 Descrição do Aparato de Medida 27

3.2.1 Célula de Medição 28

3.2.2 Sensor de Calor 28

3.2.3 Termopares 31

3.2.4 Controle de Temperatura 33

3.2.5 Aquisição Automática de Dados 34
3.3 Calibração dos Instrumentos 35
3.3.1 Sensor de Calor 35
3.3.2 Termopares 39
3.4 Preparação e Caracterização da Amostra 45
3.4.1 Preparação da Amostra 45
3.4.2 Condições de Saturação da Amostra 46
3.4.3 Caracterização da Amostra 47
3.5 Execução dos Testes 51

4 TRATAMENTO DOS DADOS **52**

4.1 Transformada dos Dados Medidos 52
4.2 Suavização dos Dados 57
4.3 Propagação de Erros Experimentais 58

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES **61**

5.1 Teste 1 - Amostra Seca 61
5.2 Teste 2 - Amostra Saturada com Água 67
5.3 Teste 3 - Amostra Contendo Água e Óleo 73
5.4 Influência da Resistência de Contacto 78
5.5 Influência da Mistura Contida 80
5.6 Reprodutibilidade de Testes 83
5.7 Influência de Suavização de Dados 89

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES **94**

6.1 Conclusões 94

6.2 Recomendações 95

A Soluções Analíticas **103**

A.1 Solução do Problema I 103

A.2 Solução do Problema II 105

A.3 Problema I (incluindo influência da resistência de contacto) 107

B Listagens de Programas **111**

B.1 Aquisição Automática de Dados 111

B.2 Transformada de Laplace dos Dados Medidos 119

Lista de Tabelas

2.1 Definições de Variáveis Adimensionais 12

3.1 Especificações do Sensor RdF Modelo 20457-2 31

3.2 Condutividade Térmica do Quartzo 35

3.3 Fluxo de Calor Calculado para a Amostra de Quartzo 36

3.4 Calibração dos Termopares 45

3.5 Dimensões Geométricas das Amostras 46

3.6 Caracterização da Amostra de Teste (Resumo) 50

4.1 Incertezas para as Variáveis Medidas 60

5.1 Propriedades Térmicas da Amostra do Teste 2 73

5.2 Propriedades Térmicas da Amostra do Teste 3 78

5.3 Dados para Análise de Repetibilidade de Testes 83

5.4 Resultados da Análise de Repetibilidade de Testes 88

A.1 Regras Operacionais para a Transformada de Laplace 110

Lista de Figuras

2.1 Desenho Esquemático dos Problemas I e II 12

2.2 Gráfico da função $F(s^*)$ 18

2.3 Desenho Esquemático dos Problemas I e II incluindo R_c 22

3.1 Desenho Esquemático do Aparato Experimental 27

3.2 Célula de Medição 29

3.3 Desenho Esquemático do Sensor de Calor 30

3.4 Fator de Correção FC 32

3.5 Desenho Esquemático da Conexão Termopar-Voltímetro 33

3.6 Históricos de Temperatura e Fluxo de Calor na Amostra de Quartzo 37

3.7 Envelope de Incertezas para Fluxo de Calor 38

3.8 Calibração do Termopar do Sensor de Calor 40

3.9 Calibração do Termopar 1 41

3.10 Calibração do Termopar 2 42

3.11 Calibração do Termopar 3 43

3.12 Calibração do Termopar 4 44

5.1 Histórico de Temperatura do Teste 1 62

5.2 Histórico de Fluxo de Calor do Teste 1 63

5.3 Solução no Espaço de Laplace do Teste 1 64

5.4 Transiente após Tratamento de Dados do Teste 1 65

5.5 Histórico de Temperatura do Teste 2 68

5.6 Histórico de Fluxo de Calor do Teste 2 69

5.7 Solução no Espaço de Laplace do Teste 2 71
5.8 Transiente após Tratamento de Dados do Teste 2 72
5.9 Histórico de Temperatura do Teste 3 74
5.10 Histórico de Fluxo de Calor do Teste 3 75
5.11 Solução no Espaço de Laplace do Teste 3 76
5.12 Transiente após Tratamento de Dados do Teste 3 77
5.13 Influência da Resistência de Contacto na Condutividade 79
5.14 Influência da Resistência de Contacto na Difusividade 79
5.15 Influência da Saturação de Água na Condutividade 80
5.16 Influência da Densidade na Condutividade 81
5.17 Influência da Saturação de Água na Difusividade 82
5.18 Influência da Densidade na Difusividade 82
5.19 Histórico de Temperatura do Teste 4 84
5.20 Histórico de Fluxo de Calor do Teste 4 85
5.21 Solução no Espaço de Laplace do Teste 4 86
5.22 Transiente após Tratamento de Dados do Teste 4 87
5.23 Histórico de Temperatura Suavizado do Teste 1 90
5.24 Histórico de Fluxo de Calor Suavizado do Teste 1 91
5.25 Influência da Suavização na Solução (Teste 1) 92
5.26 Influência da Suavização no Transiente (Teste 1) 93

Resumo

Este trabalho trata de uma técnica transiente para determinação de condutividade e difusividade térmicas de amostras porosas.

O método caracteriza-se por utilizar medições dinâmicas de temperatura e fluxo de calor variáveis.

Aplicando-se a transformada de Laplace aos dados medidos é possível determinar as propriedades térmicas da amostra com técnicas simples, comumente utilizadas quando as condições de fluxo de calor são constantes.

O trabalho inclui ainda, uma análise quanto à influência da resistência de contacto na determinação das propriedades térmicas e à dependência destas propriedades em relação à mistura contida.

Os experimentos foram realizados no laboratório em amostra de arenito submetida a três condições de saturação: amostra seca, amostra saturada com água e amostra saturada com água e óleo.

São apresentados o desenvolvimento téorico, a montagem do aparato experimental, o procedimento de medidas, o tratamento de dados utilizado e a análise de confiabilidade para os valores determinados.

Abstract

This work deals with a new transient method for measuring thermal condutivity and diffusivity of porous samples.

In the proposed method, temperature and heat flux are measured dynamically allowing conditions to vary in time at the point of measurement.

By application of the Laplace transform to the measured data, it is possible to determine the sample thermal properties by means of simple techniques, usually used when the heat flux is mantained constant.

The influence of thermal contact-resistance and moisture content on the determination of the thermal properties of the sample are also studied.

The laboratory experiments were carried out on sandstone samples under three saturation conditions: dry samples, water-saturated samples and samples containing oil and water.

The theorethical development is presented, along with the experimental procedures, data treatment , and an error analysis for the values obtained.

1 INTRODUÇÃO

Medidas de propriedades térmicas em meio poroso são de grande interesse para diversas áreas de pesquisa, tais como: geologia, engenharia agrícola, engenharia civil e engenharia de petróleo. As aplicações são inúmeras, por exemplo, em estudos de geodinâmica, em projetos de estocagem de produtos agrícolas, no estudo de tensão térmica em grandes volumes de concreto e em métodos térmicos de recuperação de óleo.

Modelos analíticos e numéricos, cada vez mais completos, têm sido desenvolvidos a fim de proporcionar avaliações suficientemente precisas dos fenômenos envolvidos nas aplicações citadas anteriormente. Entretanto, para utilização satisfatória destes modelos, é necessário que as propriedades térmicas sejam fácil e precisamente determinadas.

Em engenharia de petróleo, dados térmicos confiáveis para rochas porosas contendo fluidos são extremamente importantes para o desenvolvimento seguro de projetos térmicos de produção de óleo. Segundo Boberg [1], uma grande fração das reservas recuperáveis de óleo do mundo são produzidas somente pela aplicação de métodos térmicos.

O propósito geral da recuperação térmica é aumentar a temperatura do óleo do reservatório para que este óleo possa ser produzido prontamente. Para garantir a eficiência de aquecimento do reservatório e também o sucesso da operação de recuperação de óleo é necessário avaliar, entre outros fatores, o desempenho do mecanismo de transmissão de calor escolhido e as possíveis perdas de calor envolvidas na operação [1], [2], [3], [4]. Porém, uma das premissas básicas para a execução desta avaliação é o conhecimento das propriedades térmicas da rocha reservatório.

Segundo Prats [3], devido às dificuldades nas técnicas de medida de difusividade térmica, valores calculados indiretamente podem ser mais confiávies do que valores medidos diretamente. Duas razões principais podem ser apontadas: a confiabilidade reduzida dos métodos experimentais existentes e a escassez de técnicas experimentais

capazes de determinar as propriedades térmicas em condições de reservatório. Sendo assim, apenas uma previsão para o valor da difusividade térmica da rocha reservatório de petróleo é realizada. Esta previsão é feita a partir dos valores medidos para a condutividade térmica da amostra e para as capacidades térmicas da rocha seca limpa e do fluido contido. Utilizando este procedimento, em 1958, Somerton [5] apresentou valores de difusividade térmica para amostras de rocha totalmente saturadas com ar e água à pressão atmosférica e temperatura de 90^0 F (32.2^0 C) e seus resultados são utilizados até hoje. Uma peculiaridade deste método é que a amostra é totalmente destruída para a execução da análise.

Vários métodos experimentais têm sido propostos para medir as constantes térmicas. Esses métodos têm diferido pela configuração geométrica das amostras e condições de contorno impostas a elas. Diversos modelos analíticos têm sido usados para representar a distribuição de temperatura na amostra, tais como: modelo da fonte linear, modelo da fonte cilíndrica, modelo do sólido infinito, modelo da placa plana além de outros.

1.1 Métodos Experimentais da Literatura

Os métodos encontrados na literatura podem ser classificados em *permanentes* e *transientes*.

As técnicas permanentes caraterizam-se pela imposição de um fluxo estabilizado e em todo o corpo da amostra, por isso requerem um longo tempo de teste para garantir que o período transiente tenha terminado. A principal dificuldade desta técnica está na prevenção e análise das perdas de calor. A utilização de isolantes contribui para a redução do efeito das perdas de calor nos resultados do teste.

As técnicas transientes são aquelas onde a temperatura, o fluxo de calor ou ambos variam no tempo. Estas técnicas produzem medidas rápidas de propriedades térmicas

com imposição de pequenos diferenciais de temperatura e portanto com reduzida influência das perdas de calor. Em vista disto, há necessidade de se trabalhar com instrumentos precisos e de resposta rápida para obtenção de resultados satisfatórios.

A condutividade térmica é facilmente determinada em condições permanentes de teste, através da medida de temperatura em dois pontos da amostra e conhecendo-se o fluxo de calor imposto, porém métodos permanentes não são recomendados quando se trata de amostras porosas saturadas. Estas amostras, quando submetidas à manutenção prolongada de gradiente relativamente elevado de temperatura, podem sofrer mudanças físico-químicas, como por exemplo, redistribuição do fluido contido, comprometendo a representatividade dos resultados do teste [6], [7], [8].

Partindo destas observações, diferentes métodos transientes têm sido propostos [6], [7], [8], [9], [10]. Tradicionalmente, tem sido considerado fluxo de calor constante em uma fronteira conveniente e sua quantificação é feita pelo balanço de energia externa fornecida ou calculado usando-se a diferença de temperatura entre dois pontos em um sistema padrão, de propriedades conhecidas, justaposto à amostra. As hipóteses assumidas neste caso são: acumulação e perda de calor no aquecedor desprezíveis e distribuição de calor homogênea em toda área de contacto aquecedor-amostra. Os parâmetros são determinados através de soluções assintóticas da equação diferencial para condução de calor na amostra ou por ajustes de curvas experimentais [7], [8], [9]. A grande dificuldade deste procedimento é avaliar o quanto os modelos físicos representam as reais condições de contorno, uma vez que essas discordâncias são decisivas para a confiabilidade do método.

Em 1954, Blackwell apresentou um método transiente para a determinação de constantes térmicas de rocha [9]. Na realidade, trata-se de uma revisão teórica de métodos já existentes baseados na utilização da sonda térmica cilíndrica com condutividade infinita. O autor apresentou soluções aproximadas de tempo longo e tempo curto, que permitem determinar a condutividade e difusividade térmicas da amostra levando-se em consideração a resistência de contacto entre a sonda e o meio externo. Blackwell destacou algumas deficiências na utilização dos métodos experimetais existentes, tais como:

validade das simplificações teóricas em relação às características geométricas das sondas térmicas; utilização indiscriminada da hipótese de contacto perfeito entre a sonda térmica e a amostra; ausência de análise sistemática dos prováveis erros nos parâmetros térmicos medidos.

Em 1957, De Vries e Peck [6] estenderam a teoria da fonte cilíndrica de Blackwell para o caso de uma sonda de condutividade finita contendo uma fonte linear em seu centro. Segundo os autores tratava-se de uma aproximação mais realista para a maioria das sondas existentes. De Vries e Peck consideraram o método teórica e experimentalmente bastante apropriado para medir condutividade térmica. Quanto à determinação da difusividade térmica, eles concluiram que o método era bastante impreciso, porque um pequeno erro relativo na determinação da condutividade causaria um erro muito grande no cálculo da difusividade em decorrência do procedimento utilizado.

Métodos transientes baseados na sonda cilíndrica também foram desenvolvidos por Bruijn em 1983 [11] e Lanciani et all. [12] em 1988. Modelos mais detalhados foram apresentados, tanto no que se refere à idealização da sonda [11], quanto ao processo de ajuste de curva para determinação dos parâmetros [11], [12].

Em 1963, Harmathy [7] apresentou um método de ajuste de curva para a determinação da condutividade e difusividade térmicas de sólidos. O autor considera o fato de que um sólido finito pode ser assumido como sólido infinito dentro de uma determinada faixa de valores de tempo. Assumindo a hipótese de fluxo unidimensional na amostra, o autor propôs a determinação da condutividade e da difusividade térmicas a partir da análise do histórico de temperatura nos pontos de medição. Harmathy ressaltou que a consideração de sólido infinito produz melhores resultados do que a hipótese de isolante perfeito para amostra limitada. Descreveu as condições experimentais necessárias para a produção dos melhores resultados possíveis através do método proposto. Quanto à confiabilidade nas variáveis medidas, sugeriu que os valores para a condutividade e difusividade fossem tomados como a média dos valores encontrados variando-se os pontos de medida da temperatura.

O método transiente apresentado por Donati et al. em 1987 [8] baseia-se na utilização de duas sondas em forma de agulha dispostas em paralelo. Nesta técnica, duas sondas dotadas de medidores de temperatura são inseridas na amostra afastadas de uma distância r, sendo que a sonda principal contém também um elemento de aquecimento. Dados de temperatura medidos nestes dois pontos permitem a determinação da condutividade e difusividade térmicas. Para representar a transferência de calor entre a sonda de aquecimento e a amostra, é adotado o modelo da fonte linear. Um gráfico de temperatura no extremo da amostra versus logaritmo natural do tempo possibilita a determinação da condutividade térmica e a análise da derivada de temperatura no tempo em um ponto interno da amostra permite calcular também a difusividade térmica. Donati et al. reconheceram existir uma interface térmica entre a sonda e a amostra e para assegurar bom contacto térmico sugeriram a aplicação de mercúrio ou pasta de silicone. Para compensar os efeitos de acumulação, introduziram uma correção na variável tempo e por fim concluiram que este valor de correção não era constante e dependia também da resistência de contacto. Para análise de confiabilidade do método, os autores utilizaram tratamento estatístico em setenta testes executados em dez amostras de concreto e concluiram que a condutividade e difusividade térmicas podiam ser reproduzidas satisfatoriamente. Este método também foi utilizado por Lanciani et al. [12] e por Morabito [13] em 1988. Os autores estudaram os efeitos da mistura contida na determinação das propriedades térmicas de amostras de concreto. Os resultados mostraram que somente a condutividade é influenciada pela mistura contida, aumentando quando a saturação de água aumenta.

Lanciani et al. apresentaram também em seu trabalho uma outra maneira gráfica de se determinar os parâmetros térmicos do problema resolvido por Harmathy em 1963. Através da análise da derivada no tempo em um ponto de medida, são determinadas a condutividade e difusividade térmicas da amostra.

Todas estas técnicas experimentais baseiam-se no fornecimento de fluxo de calor constante em uma dada fronteira. Entretanto, a determinação dos parâmetros térmicos pode ser feita com maior segurança quando dados simultâneos de temperatura

e fluxo de calor, em uma fronteira convenientemente escolhida, podem ser medidos. O histórico de fluxo de calor, observado diretamente na superfície de interesse, pode ser obtido utilizando-se a recente tecnologia de filme fino.

Trevisan et all. [10] desenvolveram recentemente um método transiente de medida de propriedades térmicas de amostras porosas. Segundo os autores, foi a primeira vez que se abordou a utilização da tecnologia dos sensores de filme para a determinação da condutividade e difusividade térmicas considerando fluxo de calor variável como condição de contorno. Esta prática tornou-se viável para o estudo do problema inverso de condução de calor graças ao desenvolvimento dos sensores de filme. O método elimina a árdua tarefa de simulação e quantificação de fluxo de calor constante nos procedimentos experimentais, tornando as hipóteses mais próximas das condições reais e, consequentemente, os resultados mais confiáveis.

1.2 Confiabilidade dos Parâmetros Determinados

A validade das hipóteses assumidas nos diversos métodos tem sido discutida e contribuições têm sido implementadas, tais como: estimativa das características da sonda de aquecimento para aplicação satisfatória do modelo teórico adotado, avaliação da eficiência de troca de calor entre o elemento de aquecimento e a amostra e relações entre as dimensões da sonda e da amostra. Entretanto, embora estas recomendações indiquem as condições nas quais os métodos podem ser aplicados com maior segurança, uma análise criteriosa de incertezas na medida das constantes térmicas tem sido abordada superficialmente ou simplesmente ignorada pelos métodos experimentais existentes. Alguns autores utilizam a técnica comparativa e/ou tratamento estatístico [7], [8]. Todavia, a análise de confiabilidade em experimentos deste tipo é difícil e apresenta alguns problemas mal resolvidos: a variedade de equipamentos utilizados para a execução das medidas nos

métodos transientes dificulta a comparação entre uma técnica e outra e a heterogeneidade entre as amostras torna duvidosa a comparação estatística entre os valores determinados para cada uma delas.

Assim sendo, torna-se importante desenvolver dois aspectos dos procedimentos experimentais, que são: aplicação de condições de contorno às amostras capazes de proporcionar uma determinação mais segura das propriedades térmicas e aplicação de uma técnica para a análise de propagação de erros que permita estimar um intervalo de confiança para os parâmetros medidos.

1.3 Trabalho Proposto

Neste trabalho, será apresentada uma técnica transiente para determinação de propriedades térmicas de amostras porosas. Seu desenvolvimento é baseado naquele apresentado por Trevisan et all. [10]. Tanto a análise teórica, como o procedimento experimental são cuidadosamente elaborados com o objetivo de tornar as condições de laboratório mais próximas das hipóteses assumidas no modelo. O intervalo de confiança para as propriedades determinadas é estimado a partir de uma técnica para experimentos singulares [14].

O método proposto caracteriza-se por utilizar medições dinâmicas de temperatura e fluxo de calor variáveis. Aplicando-se a transformada de Laplace aos dados medidos é possível determinar a condutividade e difusividade térmicas através de técnicas simples.

A aquisição da dados experimentais é feita automaticamente e as condições de contorno são aplicadas por meio de uma célula de medição, especialmente projetada e construída para a realização do experimento. Os históricos de temperatura e fluxo de calor são obtidos com a utilização de termopares tipo T e de um sensor de filme fino.

A influência da mistura contida na amostra é analisada para três condições de saturação: amostra seca, amostra saturada com água e amostra contendo água e óleo. O trabalho inclui ainda uma análise quanto à influência da resistência de contacto na determinação das propriedades térmicas. Os testes são realizados em condições ambientes de temperatura e pressão.

No capítulo 2 é apresentada a modelagem matemática utilizada. No capítulo 3, o procedimento experimental é detalhadamente descrito. O capítulo 4 aborda os procedimetos utilizados para a realização do tratamento dos dados medidos e para a propagação de incertezas nos resultados determinados. No capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos. Finalmente, o capítulo 6 é dedicado a conclusões e recomendações pertinentes.

2 ANÁLISE TEÓRICA

Neste capítulo é apresentada a modelagem matemática utilizada. São deduzidas as relações para a determinação da condutividade e difusividade térmicas, em função dos históricos de temperatura, do histórico de fluxo de calor e das características geométricas da amostra. É incluída ainda, uma análise quanto à influência da resistência de contato entre a amostra e o sensor de calor na determinação dos parâmetros térmicos.

2.1 Equação Diferencial

A equação diferencial que descreve a condução de calor unidimensional em um sólido é:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \,. \tag{2.1}$$

onde:

T = $T(x,t)$ = temperatura

x = posição

t = tempo

α = difusividade térmica

Na derivação desta equação as seguintes hipóteses foram feitas:

(1) A densidade, a condutividade térmica e o calor específico do material da amostra não dependem da temperatura e do tempo.

(2) O material é isotrópico e homogêneo ($\alpha = constante > 0$).

2.2 Condições de Contorno

A equação diferencial parcial de segunda ordem (2.1) é linear e para sua completa solução são necessárias uma condição no tempo (condição inicial) e duas condições, independentes, de superfície (condições de contorno). A condição inicial especifica a distribuição de temperatura na amostra no tempo t=0 e as condições de contorno especificam a temperatura ou o fluxo de calor nas fronteiras da amostra. As condições consideradas neste trabalho são:

2.2.1 Condição Inicial

A amostra inteira está inicialmente à temperatura constante. Esta condição pode ser representada por:

$$T(x,0) = T_i \,, \tag{2.2}$$

2.2.2 Condição na Superfície x=L

Supondo conhecido o histórico de temperatura, $T_L(t)$, em x=L, podemos representar esta condição por:

$$T(L,t) = T_L(t) \,, \tag{2.3}$$

2.2.3 Condição na Superfície x=0

Para a amostra submetida a um aquecimento em sua face x=0, a condição de superfície pode ser representada de duas maneiras:

I- Supondo conhecido o histórico de temperatura, $T_R(t)$, em x=0

$$T(0,t) = T_R(t)\,, \tag{2.4}$$

II- Supondo conhecido o histórico de fluxo de calor, $q_R(t)$, em x=0

$$k\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = -q_R(t)\,, \tag{2.5}$$

2.3 Resposta de Temperatura

A resposta de temperatura na amostra pode ser obtida através da solução do sistema (2.1) (2.2) (2.3) e (2.4) ou do sistema (2.1) (2.2) (2.3) e (2.5) (ver Figura 2.1). Porém, estes dois pontos de vista não são independentes e suas soluções estão relacionadas pelos parâmetros térmicos [10].

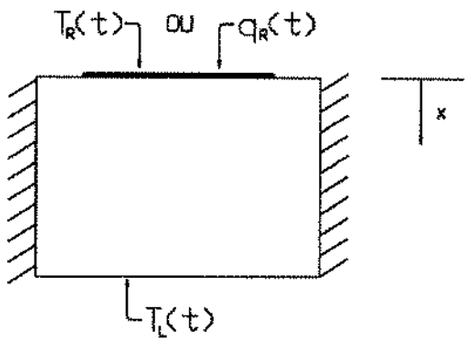

Figura 2.1: Desenho Esquemático dos Problemas I e II

Tabela 2.1: Definições de Variáveis Adimensionais

posição	$x^* = \frac{x}{L}$
temperatura	$\theta = \frac{k}{q_r.L}(T - T_i)$
tempo	$t^* = \frac{\alpha}{L^2}.t$
fluxo de calor	$q^* = \frac{q}{q_r}$
argumento da transformada de Laplace	$s^* = s.\frac{L^2}{\alpha}$
número de Biot	$Bi = \frac{L}{R_c.k}$

Introduzindo-se as variáveis adimensionais definidas na Tabela 2.1, os dois problemas de contorno descritos anteriormente tomam a forma

Problema I- Supondo conhecido o histórico de temperatura em x=0

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^{*2}} = \frac{\partial\theta}{\partial t^*} , \tag{2.6}$$

$$\theta(x^*, 0) = 0 , \tag{2.7}$$

$$\theta(0, t^*) = \theta_R(t^*) , \tag{2.8}$$

$$\theta(1, t^*) = \theta_L(t^*) , \tag{2.9}$$

e

Problema II- Supondo conhecido o histórico de fluxo de calor em x=0

$$\frac{\partial^2\Theta}{\partial x^{*2}} = \frac{\partial\Theta}{\partial t^*} , \tag{2.10}$$

$$\Theta(x^*, 0) = 0 , \tag{2.11}$$

$$\left(\frac{\partial\Theta}{\partial x^*}\right)_{x^*=0} = -q_R^*(t^*) , \tag{2.12}$$

$$\Theta(1, t^*) = \theta_L(t^*) , \tag{2.13}$$

No Apêndice A, as soluções dos problemas são obtidas no campo de Laplace. As soluções $\overline{\theta}(x^*, s^*)$ (Problema I) e $\overline{\Theta}(x^*, s^*)$ (Problema II), onde s^* é a variável adimensional da Transformada de Laplace (ver Tabela 2.1), são dadas por

$$\overline{\theta}(x^*, s^*) = \overline{\Omega}(x^*, s^*).\overline{\theta}_R(s^*) + \overline{\xi}(x^*, s^*).\overline{\theta}_L(s^*) \,, \tag{2.14}$$

onde

$$\overline{\Omega}(x^*, s^*) = \frac{\sinh\left[(1-x^*)\sqrt{s^*}\right]}{\sinh\left(\sqrt{s^*}\right)} \tag{2.15}$$

$$\overline{\xi}(x^*, s^*) = \frac{\sinh\left(x^*.\sqrt{s^*}\right)}{\sinh\left(\sqrt{s^*}\right)} \tag{2.16}$$

e

$$\overline{\Theta}(x^*, s^*) = \overline{\Psi}(x^*, s^*).\overline{q}^*_R(s^*) + \overline{\phi}(x^*, s^*).\overline{\theta}_L(s^*) \,, \tag{2.17}$$

onde

$$\overline{\Psi}(x^*, s^*) = \frac{\sinh[(1-x^*)\sqrt{s^*}]}{\sqrt{s^*}\cosh(\sqrt{s^*})} \tag{2.18}$$

$$\overline{\phi}(x^*, s^*) = \frac{\cosh\left(x^*.\sqrt{s^*}\right)}{\cosh(\sqrt{s^*})} \tag{2.19}$$

2.4 Determinação dos Parâmetros Térmicos

Uma vez que se trata de um mesmo experimento, as respostas de temperatura obtidas para os problemas I e II são indênticas. Desta forma, podemos tentar determinar as propriedades térmicas da amostra igualando estas respostas, o que faremos no domínio da transformada de Laplace. Pelas equações (2.14) e (2.17), isto implica

$$\overline{\Omega}(x^*,s^*).\overline{\theta}_R(s^*)+\overline{\xi}(x^*,s^*).\overline{\theta}_L(s^*)=\overline{\Psi}(x^*,s^*).\overline{q}^*_R(s^*)+\overline{\phi}(x^*,s^*).\overline{\theta}_L(s^*)\ , \tag{2.20}$$

Escolhendo-se a superfície x=0 para a análise (o que implica $x^*=0$), temos pela equação (2.20)

$$\overline{\theta}_R(s^*)=\frac{\tanh(\sqrt{s^*})}{\sqrt{s^*}}.\overline{q}^*_R(s^*)+\frac{1}{\cosh(\sqrt{s^*})}.\overline{\theta}_L(s^*)\ , \tag{2.21}$$

pois em $x^*=0$

$$\overline{\Omega}(0,s^*)=1\ , \tag{2.22}$$

$$\overline{\xi}(0,s^*)=0\ , \tag{2.23}$$

$$\overline{\Psi}(0,s^*)=\frac{\tanh(\sqrt{s^*})}{(\sqrt{s^*})}\ , \tag{2.24}$$

$$\overline{\phi}(0,s^*)=\frac{1}{\cosh(\sqrt{s^*})}\ . \tag{2.25}$$

Rearranjando, a equação (2.21) pode ser escrita na forma

$$\frac{\overline{\theta}_R(s^*)}{\overline{q}^*_R(s^*)}-\frac{1}{\cosh(\sqrt{s^*})}.\frac{\overline{\theta}_L(s^*)}{\overline{q}^*_R(s^*)}=\frac{\tanh(\sqrt{s^*})}{\sqrt{s^*}}\ . \tag{2.26}$$

Estudando-se o comportamento da equação (2.26) para $s^*\to\infty$ (o que equivale no domínio do tempo a $t^*\to 0$) e para $s^*\to 0$ (o que equivale a $t^*\to\infty$ no domínio do tempo) tem-se

Comportamento em $s^* \to \infty$

Tomando-se o limite quando $s^* \to \infty$ de ambos os membros da equação (2.26) e levando-se em consideração o fato de que

$$\lim_{s^*\to\infty} \frac{1}{\cosh(\sqrt{s^*})} \cdot \frac{\overline{\theta}_L(s^*)}{\overline{q}_R^*(s^*)} = \lim_{s^*\to\infty} \frac{1}{\cosh(\sqrt{s^*})} \cdot \frac{\theta_L(0_+)/s^*}{q_R^*(0_+)/s^*} =$$

$$= \lim_{s^*\to\infty} \frac{1}{\cosh(\sqrt{s^*})} \frac{\theta_L(0_+)}{q_R^*(0_+)} = 0 \qquad (\text{pois } q_R^*(0_+) \neq 0) \,, \tag{2.27}$$

e ainda que

$$\lim_{s^*\to\infty} \tanh(\sqrt{s^*}) = 1 \,, \tag{2.28}$$

obtemos o importante resultado

$$\lim_{s^*\to\infty} \left[\frac{\overline{\theta}_R(s^*)}{\overline{q}_R^*(s^*)} - \frac{1}{\sqrt{s^*}} \right] = 0 \,, \tag{2.29}$$

o que significa que

$$\frac{\overline{\theta}_R(s^*)}{\overline{q}_R^*(s^*)} \simeq \frac{1}{\sqrt{s^*}} \qquad \begin{array}{l} (\text{para valores grandes de } s^* \\ \text{ou tempo curto } t^* \simeq 0). \end{array} \tag{2.30}$$

Comportamento em $s^* \to 0$

Tomando-se o limite da equação (2.26) para $s^* \to 0$ e tendo em vista que

$$\lim_{s^*\to 0} \frac{1}{\cosh(\sqrt{s^*})} = 1 \,, \tag{2.31}$$

e

$$\lim_{s^* \to 0} \frac{\tanh(\sqrt{s^*})}{\sqrt{s^*}} = 1 \ , \tag{2.32}$$

obtemos o também importante resultado

$$\lim_{s^* \to 0} \frac{\overline{\theta}_R(s^*) - \overline{\theta}_L(s^*)}{\overline{q}_R^*(s^*)} = 1 \ , \tag{2.33}$$

a equação acima significa que

$$\frac{\overline{\theta}_R(s^*) - \overline{\theta}_L(s^*)}{\overline{q}_R^*(s^*)} \simeq 1 \qquad \begin{array}{l} \text{(para pequenos valores de } s^* > 0 \\ \text{ou tempo longo } t^* \gg 1). \end{array} \tag{2.34}$$

Estas aproximações para *tempo longo* e *tempo curto* representam, respectivamente, os períodos transiente e permanente da condução de calor. Em um gráfico bilogarítimico pode-se notar a distribuição dos dois períodos: o regime transiente corresponde a linha reta de inclinação $\left(-\frac{1}{2}\right)$ e o regime permanente ao trecho horizontal da curva (ver Figura 2.2).

Da definição das variáveis adimensionais, temos

$$\frac{\overline{\theta}_R}{\overline{q}_R^*} = \frac{k}{L} \cdot \left(\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_i}{\overline{q}_R}\right) \ , \tag{2.35}$$

$$\frac{\overline{\theta}_L}{\overline{q}_R^*} = \frac{k}{L} \cdot \left(\frac{\overline{T}_L - \overline{T}_i}{\overline{q}_R}\right) \ , \tag{2.36}$$

Quando as *condições permanentes* são atingidas, isto é tomando-se o limite da expressão (2.26) quando $s^* \to 0$ (o que implica $s \to 0$), obtém-se que:

$$\lim_{s^* \to 0} \left[\frac{\overline{\theta}_R(s^*) - \overline{\theta}_L(s^*)}{\overline{q}_R^*(s^*)}\right] = \lim_{s \to 0} \left[\frac{k}{L} \cdot \left(\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_L}{\overline{q}_R}\right)\right] = 1 \ , \tag{2.37}$$

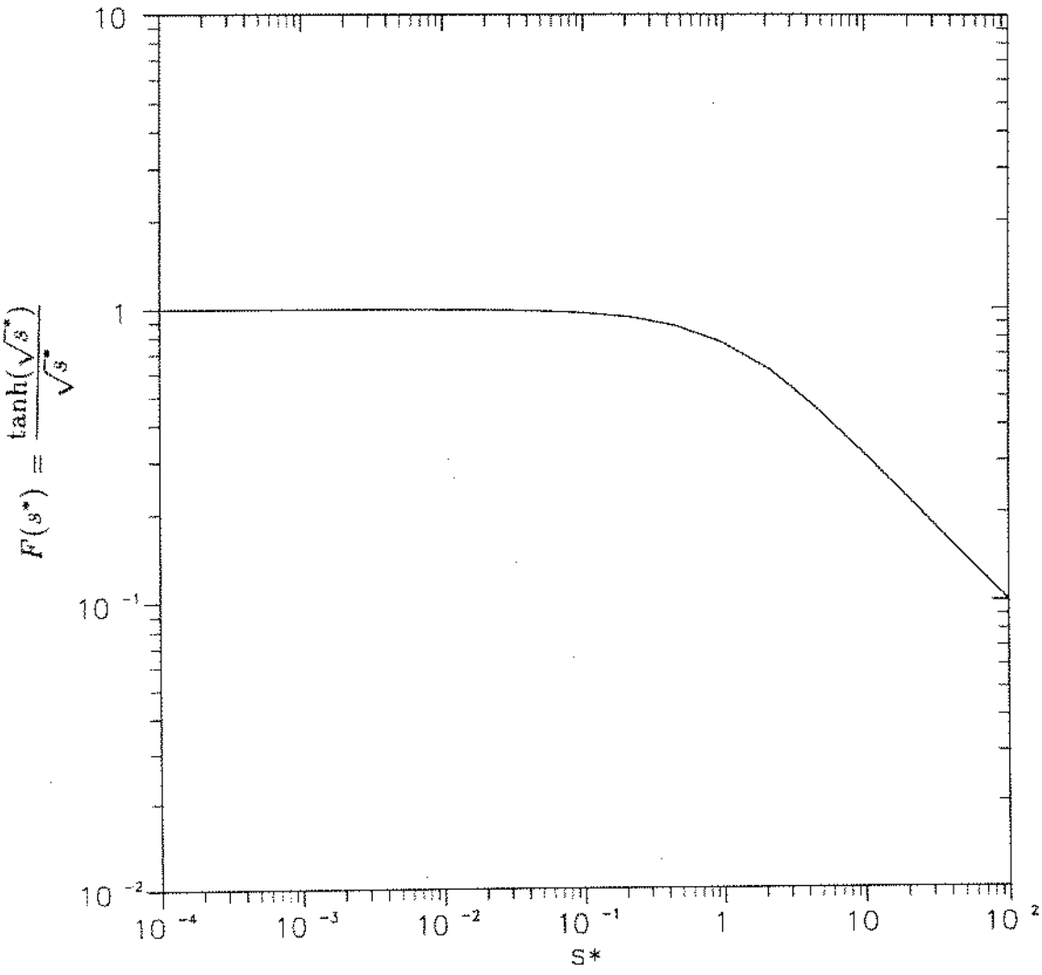

Figura 2.2: Gráfico da função $F(s^*)$

ou seja, para s^* próximo de zero, podemos tomar

$$k = \frac{L}{\left(\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_L}{\overline{q}_R}\right)} , \tag{2.38}$$

No *período transiente*, isto é tomando-se o limite quando $s^* \to \infty$ (o que implica $s \to \infty$) na expressão (2.26) e expressando-se o resultado na forma dimensional, obtemos:

$$\left(\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_i}{\overline{q}_R}\right) = \frac{\sqrt{\alpha}}{k} s^{-\frac{1}{2}} \qquad (s \text{ suficientemente grande}) , \tag{2.39}$$

Desta forma, para valores suficientemente grandes de s, o gráfico de $\left(\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_i}{\overline{q}_R}\right)$ *vs.* $s^{-\frac{1}{2}}$, representa uma reta com inclinação (β):

$$\beta = \frac{\sqrt{\alpha}}{k} , \tag{2.40}$$

ou seja

$$\alpha = (\beta . k)^2 . \tag{2.41}$$

2.5 Solução Particular

Quando a temperatura na superfície x=L permanece constante e igual à temperatura inicial, as respostas de temperatura dos problemas I e II são mais simples e se reduzem àquelas apresentadas por Trevisan et all. [10]. Neste caso, valem as seguintes soluções para os problemas I e II:

Problema I- Supondo conhecido o histórico de temperatura em x=0

No espaço de Laplace:

$$\overline{\theta}(x^*, s^*) = s^*.\overline{\Omega}(x^*, s^*).\overline{\theta}_R(s^*)\,, \tag{2.42}$$

onde

$$\overline{\Omega}(x^*, s^*) = \frac{1}{s^*}\frac{\sinh\left[(1-x^*)\sqrt{s^*}\right]}{\sinh\left(\sqrt{s^*}\right)} \tag{2.43}$$

Problema II- Supondo conhecido o histórico de fluxo de calor em x=0

No espaço de Laplace:

$$\overline{\Theta}(x^*, s^*) = s^*\overline{\Psi}(x^*, s^*)\overline{q}^*_R(s^*)\,, \tag{2.44}$$

onde

$$\overline{\Psi}(x^*, s^*) = \frac{1}{s^*}\frac{\sinh[(1-x^*)\sqrt{s^*}]}{\sqrt{s^*}\cosh(\sqrt{s^*})} \tag{2.45}$$

Quando as *condições permanentes* são atingidas:

$$k = \frac{L}{(\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_i}{\overline{q}_R})}\,, \qquad (s \simeq 0) \tag{2.46}$$

No *período transiente*:

$$(\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_i}{\overline{q}_R}) = \frac{\sqrt{\alpha}}{k}s^{-\frac{1}{2}}\,, \qquad (s >> 1) \tag{2.47}$$

Em um gráfico de $(\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_i}{\overline{q}_R})$ *vs.* $s^{-\frac{1}{2}}$, a inclinação (β) da curva nos dá:

$$\beta = \frac{\sqrt{\alpha}}{k} \tag{2.48}$$

ou seja

$$\alpha = (\beta.k)^2 \,. \tag{2.49}$$

Nota-se que somente a determinação da condutividade térmica é influenciada pela condição de temperatura variável na face x=L.

2.6 Influência da Resistência de Contacto

O problema estudado na seção 2.3 assume "contato perfeito" entre o sensor de calor e a superfície da amostra de rocha. Entretanto, a presença de uma interface promove uma resistência de contacto diferente de zero (ver Figura 2.3).

Neste trabalho, a interface foi promovida por uma película de pasta térmica, geralmente utilizada para melhorar o contacto térmico. A condutividade térmica da pasta utilizada é da ordem de $200 W/m^2$.

Já que a espessura da película de contacto era bastante reduzida $(e < 1mm)$ e seu valor de condutividade relativamente alto em comparação à condutividade térmica esperada para a amostra de rocha, adotamos a hipótese de que a duração do período transiente na película é bastante curto, podendo ser desprezado em relação à duração do teste.

Desta forma, considerando-se a resistência de contacto diferente de zero e assumindo-se a hipótese de regime permanente na película entre o sensor e a amostra,

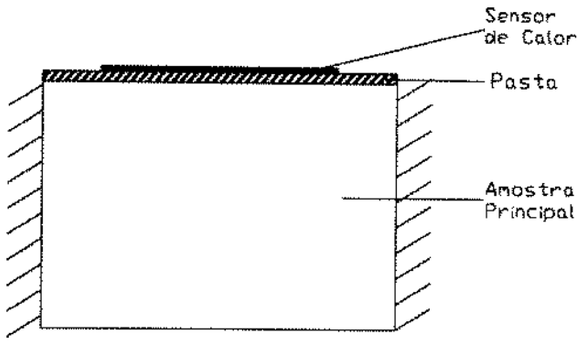

Figura 2.3: Desenho Esquemático dos Problemas I e II incluindo R_c

as condições de contorno na superície x=0, ficam:

Problema I- Supondo conhecido o histórico de temperatura no sensor

$$T(0,t) = T_R(t) - \Delta T_c(t)$$

ou

$$T(0,t) = T_R(t) + R_c.k\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{(x=0)}, \tag{2.50}$$

Problema II- Supondo conhecido o histórico de fluxo de calor no sensor

$$k\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = -q_R(t) \tag{2.51}$$

Na equação (2.51), o fluxo de calor na resistência de contacto é o mesmo medido no sensor de calor, devido a hipótese adotada de condições permanentes na película. Assim, a resposta de temperatura para o problema II é a mesma já considerada.

Ao contrário, para o problema em que é conhecido o histórico de temperatura no contorno, a igualdade somente é valida se houver ausência de fluxo de calor, ou seja, temperatura uniforme em todo o corpo da amostra. Há portanto que se reexaminar o caso. Incluindo-se a influência da resistência de contacto entre o sensor de calor e a superfície da amostra, o problema I pode ser descrito pelas seguintes equações:

Problema I- Supondo conhecido o histórico de temperatura no sensor

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^{*2}} = \frac{\partial\theta}{\partial t^*} \,, \tag{2.52}$$

$$\theta(x^*, 0) = 0 \,, \tag{2.53}$$

$$\theta(0, t^*) - \frac{1}{Bi}.(\frac{\partial\theta}{\partial x^*})_{x^*=0} = \theta_R(t^*) \,. \tag{2.54}$$

$$\theta(1, t^*) = \theta_L(t^*) \,, \tag{2.55}$$

A solução do problema acima é obtida pelos mesmos métodos anteriores (ver Apêndice A). No campo de Laplace, obtém-se:

$$\overline{\theta}(x^*, s^*) = \overline{\Omega}_c(x^*, s^*).\overline{\theta}_R(s^*) + \overline{\xi}_c(x^*, s^*).\overline{\theta}_L(s^*) \tag{2.56}$$

onde

$$\overline{\Omega}_c(x^*, s^*) = \frac{Bi.\sinh\left[(1-x^*)\sqrt{s^*}\right]}{Bi.\sinh\left(\sqrt{s^*}\right) + \sqrt{s^*}\cosh\left(\sqrt{s^*}\right)} \tag{2.57}$$

e

$$\overline{\xi}_c(x^*, s^*) = \frac{Bi.\sinh\left(\sqrt{s^*}.x^*\right) + \sqrt{s^*}\cosh\left(\sqrt{s^*}.x^*\right)}{Bi.\sinh\left(\sqrt{s^*}\right) + \sqrt{s^*}\cosh\left(\sqrt{s^*}\right)} \tag{2.58}$$

Como $\theta = \Theta$, o mesmo vale para as transformadas, ou seja, $\overline{\theta} = \overline{\Theta}$. Então pelas equações (2.56) e (2.17), temos na superfície x=0

$$\overline{\Omega}_{\varepsilon}(0,s^*).\overline{\theta}_R(s^*) + \overline{\xi}_{\varepsilon}(0,s^*).\overline{\theta}_L(s^*) = \overline{\Psi}(0,s^*).\overline{q}^*_R(s^*) + \overline{\phi}(0,s^*).\overline{\theta}_L(s^*) \tag{2.59}$$

ou seja

$$\frac{\overline{\theta}_R(s^*)}{\overline{q}^*_R(s^*)} - \frac{1}{\cosh(\sqrt{s^*})}.\frac{\overline{\theta}_L(s^*)}{\overline{q}^*_R(s^*)} = \frac{\tanh(\sqrt{s^*})}{\sqrt{s^*}} + \frac{1}{Bi}\,, \tag{2.60}$$

Para valores suficientemente grandes de s^* (o que equivale, no domínio do tempo, a $t^* \to 0$), temos:

$$\lim_{s^*\to\infty}\left[\frac{\overline{\theta}_R(s^*)}{\overline{q}^*_R(s^*)} - \frac{1}{\cosh(\sqrt{s^*})}.\frac{\overline{\theta}_L(s^*)}{\overline{q}^*_R(s^*)}\right] = \lim_{s^*\to\infty}\left[\frac{\tanh(\sqrt{s^*})}{\sqrt{s^*}} + \frac{1}{Bi}\right], \tag{2.61}$$

Procedendo como anteriormente para a equação (2.26) obtemos

$$\frac{\overline{\theta}_R(s^*)}{\overline{q}^*_R(s^*)} \simeq \frac{1}{\sqrt{s^*}} + \frac{1}{Bi}\,, \qquad (s^* \to \infty) \tag{2.62}$$

Para valores pequenos de s^* (o que equivale a $t^* \to \infty$, no domínio do tempo), obtemos, da mesma forma

$$\lim_{s^*\to 0}\left[\frac{\overline{\theta}_R(s^*)}{\overline{q}^*_R(s^*)} - \frac{1}{\cosh(\sqrt{s^*})}.\frac{\overline{\theta}_L(s^*)}{\overline{q}^*_R(s^*)}\right] = \lim_{s^*\to 0}\left[\frac{\tanh(\sqrt{s^*})}{\sqrt{s^*}} + \frac{1}{Bi}\right], \tag{2.63}$$

ou

$$\frac{\overline{\theta}_R(s^*) - \overline{\theta}_L(s^*)}{\overline{q}^*_R(s^*)} \simeq 1 + \frac{1}{Bi}\,, \qquad (s^* \to 0) \tag{2.64}$$

Na forma dimensional, e em *condições permanentes*, a condutividade térmica é dada por:

$$k = \frac{L}{\left(\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_i}{\overline{q}_R}\right) - R_c} , \qquad (s \to 0) \tag{2.65}$$

Em *condições transientes*, tem-se que:

$$\left(\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_i}{\overline{q}_R}\right) = R_c + \frac{\sqrt{\alpha}}{k} s^{-\frac{1}{2}} , \qquad (s \to \infty) \tag{2.66}$$

Em um gráfico de $\left(\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_i}{\overline{q}_R}\right)$ *vs.* $s^{-\frac{1}{2}}$, o ponto onde a reta intercepta o eixo $s^{-\frac{1}{2}}$ fornece R_c e a inclinação (β) da curva nos dá:

$$\alpha = (\beta . k)^2 \tag{2.67}$$

onde

$$\beta = \frac{\sqrt{\alpha}}{k} , \tag{2.68}$$

Com a estimativa de R_c é possível determinar k da equação (2.65) e em seguida determinar α através da equação (2.67).

3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A descrição das condições necessárias e das etapas desenvolvidas para a realização dos experimentos são apresentadas neste capítulo.

3.1 Condições de Teste

Os testes foram realizados sob condições ambientes de temperatura e pressão, em amostra de arenito de 36.9 mm de diâmetro e 25.5 mm de comprimento. Três condições de saturação foram consideradas: amostra seca, amostra saturada com água e amostra contendo água e óleo.

Foi considerado fluxo de calor unidimensional na amostra e para garantir esta hipótese, a amostra principal foi cercada por um anel de proteção de mesmo material e submetido às mesmas condições de aquecimento. Os diâmetros interno e externo do anel de proteção foram 43.2 mm e 101.5 mm respectivamente.

O sistema contendo amostra principal e de proteção, inicialmente estabilizado à temperatura ambiente, foi submetido a um aquecimento em sua face superior. Esta condição de aquecimento na face superior foi planejada de modo a evitar transferência de calor por convecção para gradientes suficientemente pequenos.

A duração dos testes foi suficiente para garantir o estabelecimento de condições permanentes, a fim de facilitar a extrapolação para o comportamento de temperatura e fluxo de calor até o infinito.

A diferença de temperatura aplicada foi baseada em técnicas encontradas na literatura, as quais recomendam a faixa de 5 a 10 ^0C [7], [8], [12].

Considerando a situação hipotética de aquecimento na razão de $0.005^0C/s$ até que $(T - T_i) = 10^0C$, e utilizando valores da literatura para condutividade e difusividade térmicas foi possível estimar a faixa para a quantidade de calor por unidade de área esperada em $x = 0$, de 0 a $1200W/m^2$.

3.2 Descrição do Aparato de Medida

O esquema do aparato experimental completo pode ser visto na Figura 3.1 e a descrição de cada equipamento é apresentada em seguida.

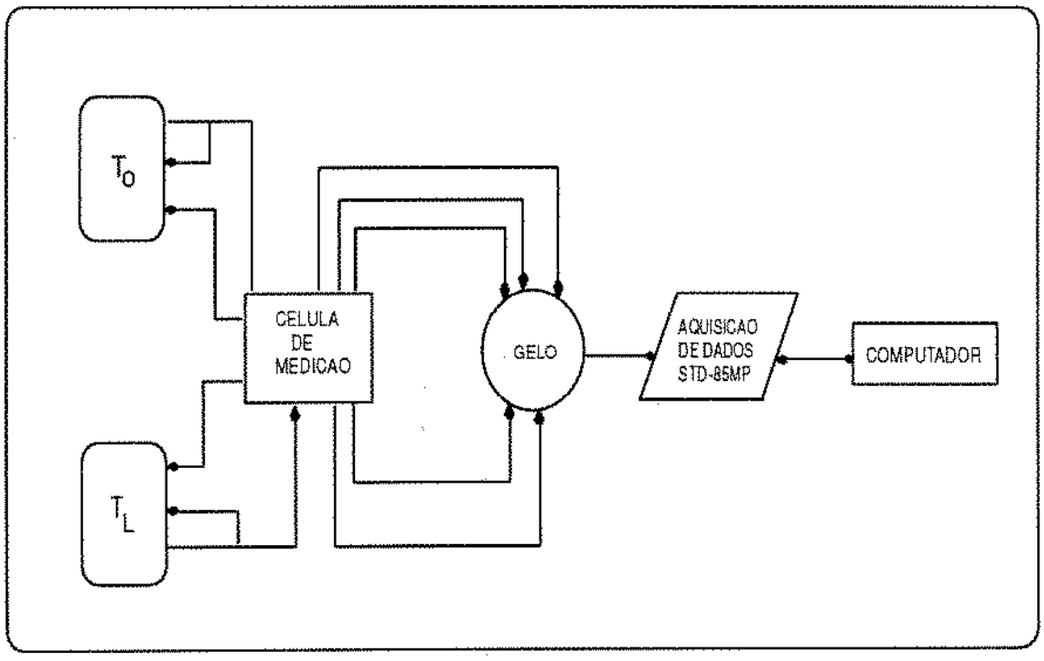

Figura 3.1: Desenho Esquemático do Aparato Experimental

3.2.1 Célula de Medição

Para realizar o experimento foi projetada e construída a célula de medição apresentada na Figura 3.2.

A célula é composta por duas peças de aço inox separadas por um anel de teflon. Este anel foi especificado para evitar a ocorrência de fluxo de calor pelas próprias paredes da célula. As características que determinaram a escolha do teflon foram , principalmente, baixa condutividade térmica, impermeabilidade, boa resistência à compressão e à deformação. As peças de inox, construídas para abrigar circulação independente de fluido a temperaturas pré-estabelecidas, são responsáveis pela distribuição de calor homogênea nas superfícies da amostra. Além disso, permitem a passagem dos fios dos termopares e do sensor de calor, sem qualquer contato destes ou mesmo da amostra, com o fluido circulante.

A célula de medição pode ser utilizada tanto para medidas transientes quanto permanentes e foi projetada para acomodar o sistema, amostra principal e de proteção, já especificado.

A célula pode ser facilmente adaptada para amostras de diferentes diâmetros e comprimentos, desde que o diâmetro do anel externo não exceda 101.6 mm e a hipótese de fluxo linear na amostra principal permaneça válida para o novo conjunto.

Embora os testes, neste trabalho, tenham sido realizados sob condições ambientes de temperatura e pressão, a célula foi projetada para resistir a ensaios em uma faixa mais elevada, com temperaturas em torno de 200^0C e pressões de até 1 MPa.

3.2.2 Sensor de Calor

Medidas rápidas e precisas de fluxo de calor são proporcionados pela tecnolgia do filme fino. Os sensores (ver Figura 3.3), montados sobre filmes plásticos finos e flexíveis, podem ser fixados por meio de adesivos sem danos à superfície. A fixação deve

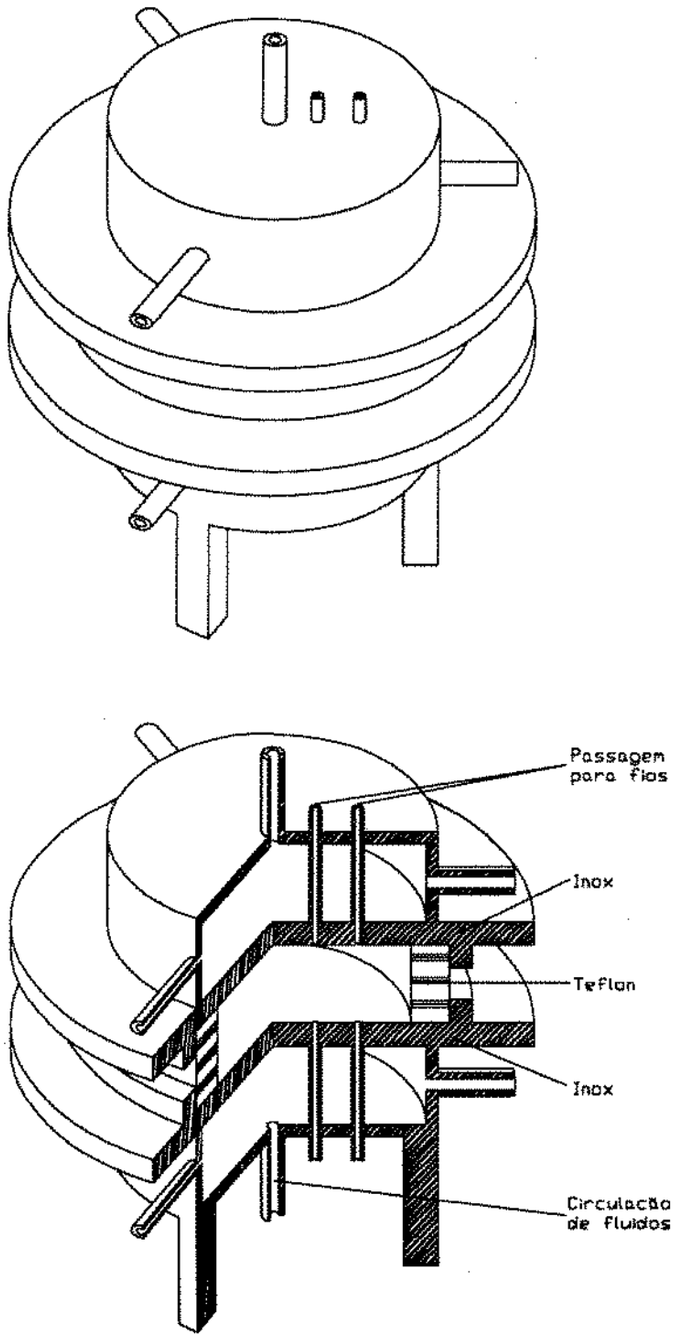

Figura 3.2: Célula de Medição

proporcionar máximo contacto térmico e mínimo esforço mecânico. O adesivo utilizado deve ser compatível com o nível de temperatura e com a técnica de instalação do aparato e os coeficientes de expansão térmica do adesivo e do sensor devem ser similares. A coleta de dados deve ser feita conectando-se o sensor a um medidor de potencial elétrico de leitura com escala na faixa de microvolts.

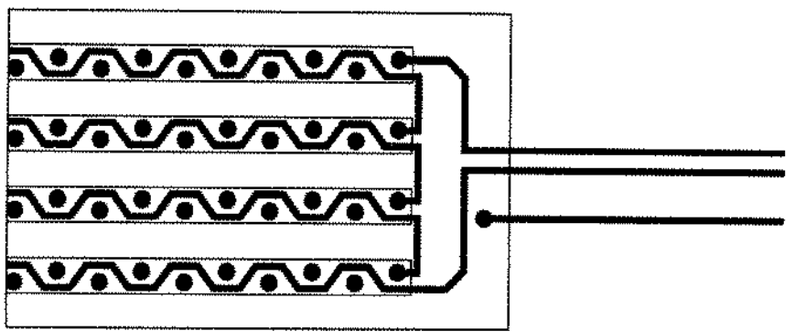

Figura 3.3: Desenho Esquemático do Sensor de Calor

O fluxo de calor é determinado pela condução entre dois pontos. O sensor possui dois conjuntos de termopares separados por um material plástico muito fino de propriedades térmicas precisamente conhecidas. Quando o calor atravessa a superfície do filme fino, é gerado um diferencial de voltagem, proporcional à diferença de temperatura, que possibilita a determinação da quantidade de calor.

O sensor de filme fino é bastante apropriado para uso em laboratório devido a seu pequeno tamanho. Além disso, apresenta resistência térmica e tempo de resposta muito baixos.

O sensor escolhido para realizar os experimentos deste trabalho é o sensor RdF 20457-2, fabricado por "RdF Corporation" de Hudson, NH. A série foi selecionada em função da sensibilidade a variações de fluxo e o critério para escolher o modelo foi o produto da capacidade térmica pelo tempo de resposta.

Os valores nominais característicos fornecidos pelo fabricante estão na Tabela

3.1 e o fator de correção para o fluxo de calor em função da temperatura na superfície do sensor é dado pelo gráfico da Figura 3.4, também fornecido pelo fabricante. Os experimentos deste trabalho foram realizados na faixa de temperatura de 20^0 a 40^0 C, sendo assim, somente o quadro destacado na Figura 3.4 foi considerado.

Tabela 3.1: Especificações do Sensor RdF Modelo 20457-2

	Sistema Americano	Sistema Internacional
Sensibilidade Nominal a 70^0F	$3.47\mu V/(Btu/Ft^2Hr)$	$1.1\mu V/(W/m^2)$
Máximo Fluxo de Calor Recomendado	$25Btu/Ft^2s$	$283941W/m^2$
Tempo de Resposta	$0.060s$	$0.060s$
Resistência Máxima do Sensor	100Ω	100Ω
Máxima Temperatura de Operação	500^0F	260^0C
Espessura Nominal	$0.006in$	$0.1524 * 10^{-3}m$
Capacidade Térmica	$0.02Btu.Ft^2.^0F$	$1089J.m^2.^0C$
Impedância Térmica	$0.005(Btu/Ft^2Hr^0F)$	$0.0284W/(m^2K)$
Termopares: Tipo T - 30 AWG		

As leituras em mV foram convertidas para W/m^2 utilizando-se a curva de calibração do sensor de calor dada pelo produto entre a sensibilidade nominal, fator de correção FC e a tensão registrada pelo voltímetro.

3.2.3 Termopares

As medidas de temperatura foram realizadas com termopares tipo T (cobre-constantan). Esta liga é conveniente para aplicações onde a mistura está presente e a temperatura não excede 400^0C.

Quando utilizados dentro da faixa de temperatura recomendada, os erros de-

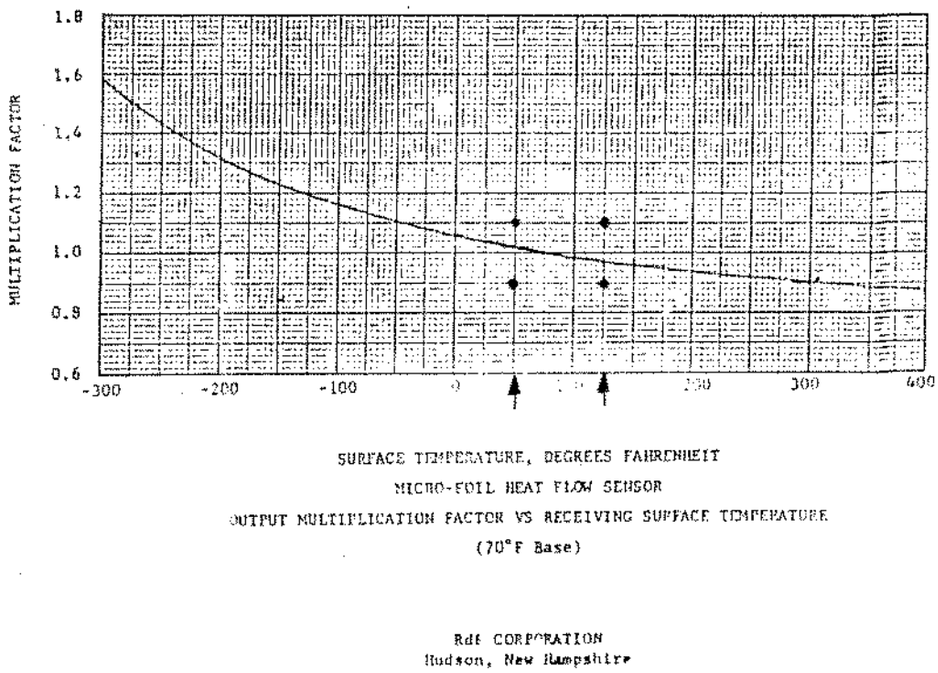

Figura 3.4: Fator de Correção FC

vidos a heterogeneidade dos fios em zonas de gradiente de temperatura são bastante reduzidos para este tipo de termopar.

As fontes de erro mais comuns na utilização de termopares são: fios de extensão e compensação inadequada ou errada. Há que se tomar cuidado para que a voltagem corrigida represente apenas aquela provocada pela diferença entre a temperatura do ponto de medida e a temperatura da junta de referência. Os erros oriundos do uso de extensões podem ser desprezados quando as temperaturas da junção extensão-termopar e da junção de referência são "iguais".

Neste trabalho foram realizadas quatro medidas de temperatura, das quais três foram feitas com termopares fabricados no laboratório da própria Universidade e a medição de temperatura na superfície superior da amostra principal foi realizada pelo termopar embutido no sensor de calor.

A junção de referência adotada foi o banho de gelo. Embora a temperatura

do banho de gelo seja apresentada pela literatura como 0^0 C, não foi possível estabelecer esta condição no laboratório. A temperatura da junta de referência estabilizou em torno de 0.1^0 ou 0.2^0 C, mesmo com a utilização de água destilada. Sendo assim, foi necessária a compensação de tensão.

A conexão dos termopares ao voltímetro obedeceu ao esquema da Figura 3.5. As leituras em mV são convertidas para ^{0}C utilizando-se a curva de calibração de cada termopar.

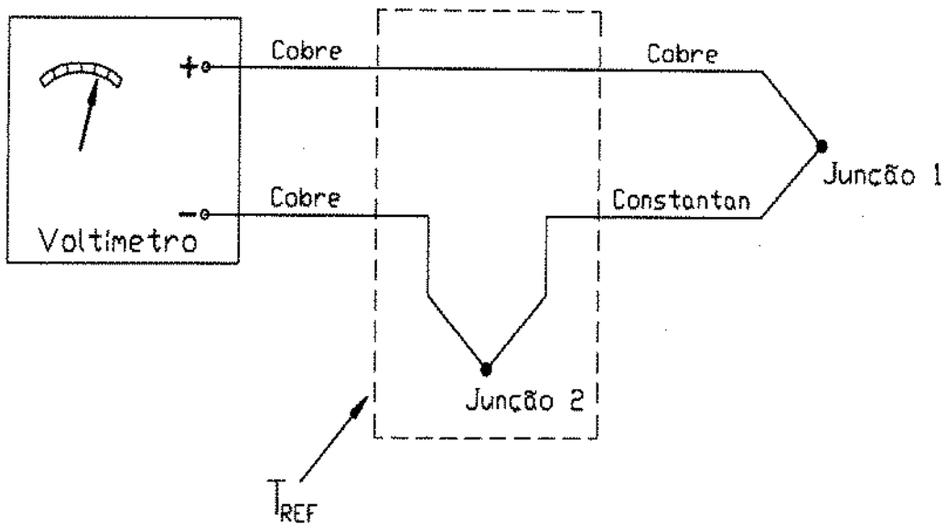

Figura 3.5: Desenho Esquemático da Conexão Termopar-Voltímetro

3.2.4 Controle de Temperatura

O controle de temperatura para simular as condições de contorno impostas à amostra foi feito externamente à célula de medição. Para isso foram utilizados circuladores de água com temperatura controlada.

O controlador de temperatura constante UNITEMP fornecido pela FANEM foi conectado à parte superior da célula. A faixa de operação deste equipamento é de 0 a 100 ^{0} C, entretanto, somente temperaturas acima da temperatura ambiente podem ser especificadas, pois o equipamento não possui unidade de resfriamento. O conjunto,

resistência térmica e termostato, é responsável pelo controle de temperatura, ou seja, uma vez detectada pelo termostato a redução ou o aumento da temperatura da água em relação à especificada, a resistência é, respectivamente, ligada ou desligada. A precisão observada no controle de temperatura foi de aproximadamente 0.05^0C.

À parte inferior da célula de medição foi conectado o banho HAAKE - modelo C equipado com a unidade de controle F3. Segundo as especificações do fabricante, este equipamento permite operações entre -20 e 150^0 C, sua força de aquecimento é de $1000W$ e a capacidade de resfriamento a 20^0C é de $200W$. Isto permite um rápido controle da temperatura da água do banho, tanto para aquecer quanto resfriar. A precisão no controle de temperatura também especificada pelo fabricante é de 0.02 ^{0} C.

A condição de aquecimento na face $x = 0$ da amostra foi promovida pela resistência do próprio banho UNITEMP.

3.2.5 Aquisição Automática de Dados

A confiabilidade requerida na leitura de dados e o reduzido tempo de teste, indicam a necessidade de medidas precisas e com alta frequência.

Os dados foram registrados automaticamente através da conexão entre um microcomputador do tipo PC-XT e o multiprogramador STD-85MP, equipado com o cartão de alta resolução STD-8502. Os multiprogramador e o cartão 8502 são fabricados pela Sistemas Técnicos Digitais S.A.. Calibrado com fundo de escala de $\pm$ 20 mV, este cartão registra leituras com precisão de até 2.5 μV. A resolução de leitura foi de 5 μV (equivalente a 13 bits) e o tempo de conversão especificado pelo fabricante é de $95ms$. Foram registrados sinais de seis (6) canais comutados a dois fios, aos quais foram endereçados: fluxo de calor, temperatura da face superior da amostra principal, temperatura da face superior da amostra proteção, temperatura da face inferior da amostra principal, temperatura da face inferior da amostra proteção e temperatura da sala. Os dados foram registrados em mV para posterior conversão em W/m^2 e ^0C segundo a curva de calibração do sensor e

de cada termopar. O programa de aquisição foi desenvolvido em BASIC e é apresentado no apêndice B.

3.3 Calibração dos Instrumentos

3.3.1 Sensor de Calor

A aferição do sensor foi realizada com o próprio aparato de medição utilizando-se como padrão uma amostra de sílica vítrea. A sílica vítrea, também conhecida como vidro de sílica, sílica fundida, quartzo fundido ou simplesmente quartzo, é um dos materiais mais puros disponíveis comercialmente. Suas propriedades de alta pureza, estabilidade a alta temperatura, condutividade elétrica e perda diéletrica baixas favorecem a utilização deste material em operações de calibração ou aferição de alguns instrumentos. Além disso, os valores de condutividade térmica da sílica vítrea e do material da amostra em estudo são da mesma ordem. Os valores de condutividade térmica do quartzo fundido são apresentados na Tabela 3.2 (ver referência [15]).

Tabela 3.2: Condutividade Térmica do Quartzo

Temperatura (^{0} C)	Condutividade Térmica (W/m^2)
0	1.32
25	1.37
50	1.41

Valores intermediários para a condutividade térmica do quartzo fundido (k_Q) foram calculados através da curva obtida pelo ajuste por mínimos quadrados aos pontos da tabela 3.2. A expressão encontrada foi a seguinte:

$$k_Q = 1.32 + (2.20 * 10^{-3}) * T - (8.00 * 10^{-6}) * T^2 \,, \tag{3.1}$$

onde

T: temperatura da superfície x = 0

A amostra de quartzo, com as mesmas dimensões da amostra principal, foi colocada no interior do anel de rocha e o teste foi realizado sob as mesmas condições utilizadas para determinar as propriedades térmicas de rocha. O gradiente de temperatura foi aplicado gradativamente possibilitando a ocorrência de períodos permanentes intermediários bem definidos, ou seja, fluxo de calor constante e temperaturas nas faces superior e inferior da amostra também constantes (ver Figura 3.6). Nestas condições (regime permanente), o fluxo de calor pode ser obtido por:

$$q = \frac{k_Q}{L}.(T_0 - T_L)\ , \tag{3.2}$$

Desta forma foi possível comparar os resultados calculados com os valores registrados pelo sensor, uma vez que a condutividade térmica do quartzo é conhecida. Os resultados são apresentados na Tabela 3.3 e no gráfico da Figura 3.7.

Tabela 3.3: Fluxo de Calor Calculado para a Amostra de Quartzo

Trecho	Intervalo (s)	T_0 (^{0} C)	T_L (^{0} C)	k_Q ($W/m.^0C$)	$q_{calculado}$ (W/m^2)
1	1384 - 1859	24.6	22.9	1.3677	88
2	2348 - 2964	25.6	23.0	1.3687	140
3	3459 - 4335	26.4	23.0	1.3694	188
4	4866 - 5501	27.7	23.0	1.3706	255
5	6228 - 6847	29.3	23.0	1.3721	335
6	7297 - 8065	30.2	23.0	1.3729	388
7	8581 - 9278	31.5	23.1	1.3741	455

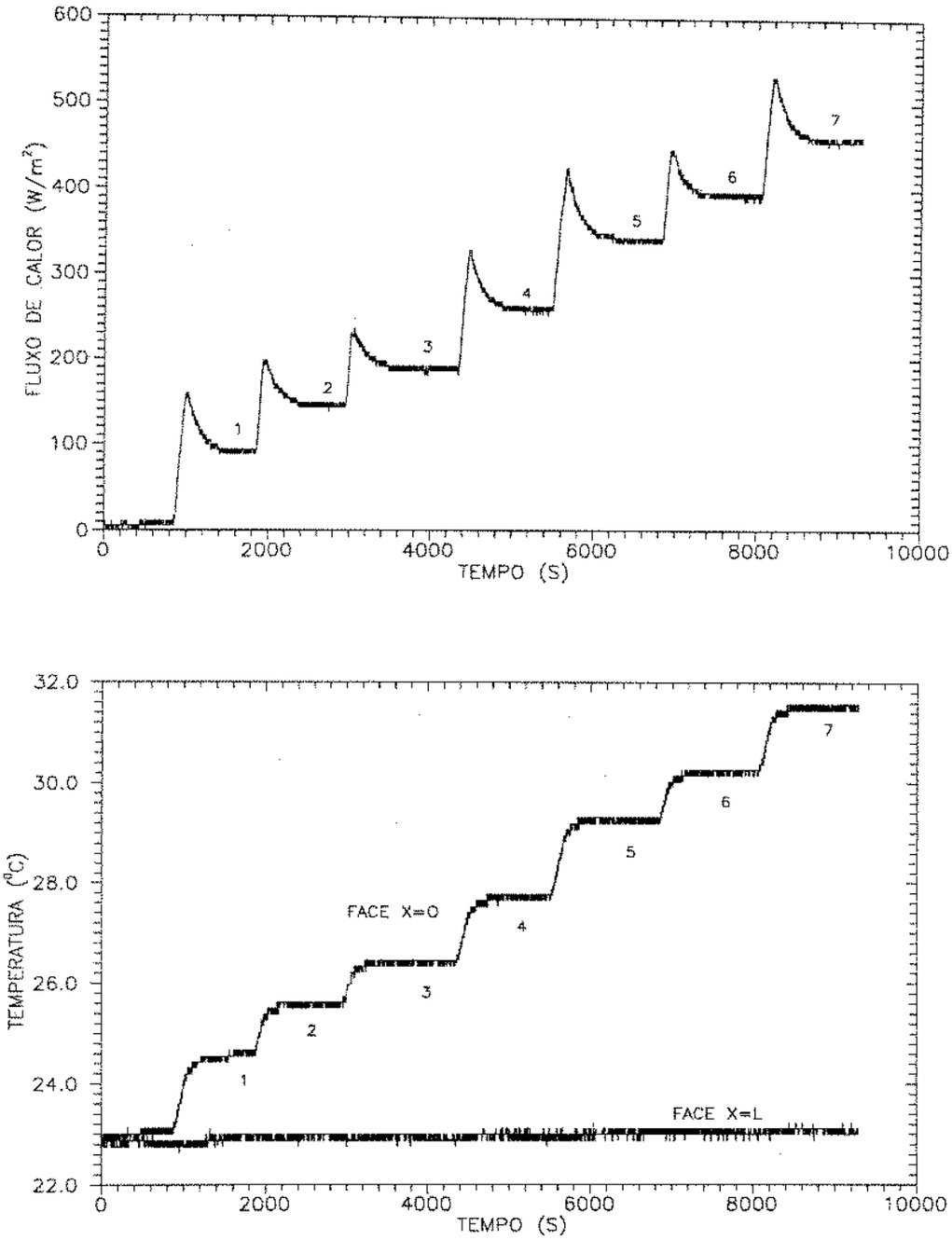

Figura 3.6: Históricos de Temperatura e Fluxo de Calor na Amostra de Quartzo

A incerteza adotada para medidas de fluxo de calor foi correspondente à concentração de 95.4 % dos valores registrados dentro da região tracejada (supondo-se uma distribuição normal para estes valores).

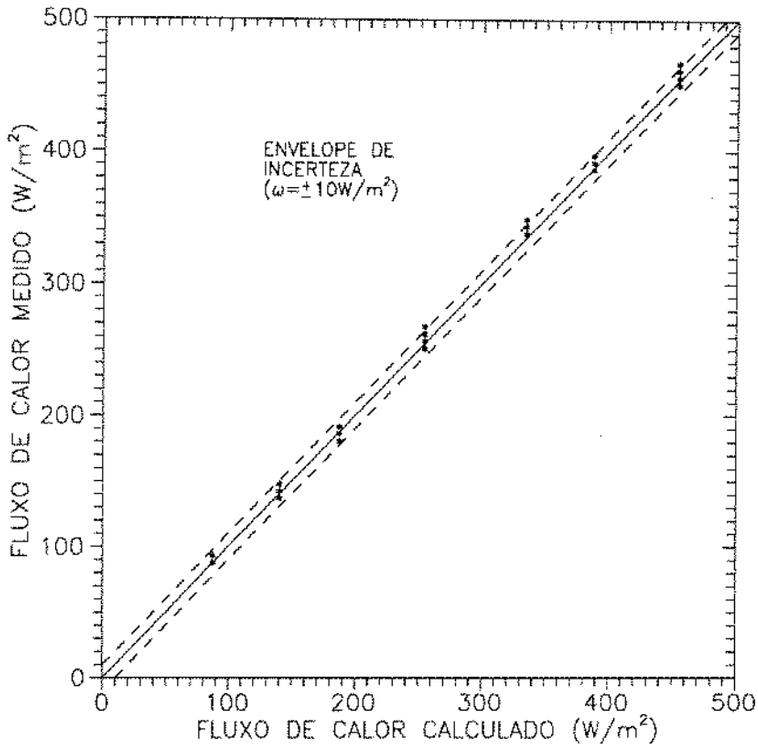

Figura 3.7: Envelope de Incertezas para Fluxo de Calor

A curva de calibração do sensor de calor é dada por:

$$q = CU * (3.47 * FC * V) \,, \tag{3.3}$$

onde

q : fluxo de calor por unidade de área $[W/m^2]$

CU : fator de conversão de unidades $[Btu/h.ft^2]$ para $[W/m^2]$

V : tensão registrada $[\mu V]$

FC : fator de correção em relação à temperatura da superfície (ver Figura 3.4)

Substituindo-se a equação para o fator de correção (FC) entre 50 e 125 ^0F (10 e 51,7 ^0C) e o valor do fator de conversão de unidades (CU=0.3171) na equação (3.3), obtemos:

$$q = 0.3171 * \left\{3.47 * \left[1.09 - (1.57 * 10^{-3}) * T + (5.04 * 10^{-6}) * T^2\right] * V\right\}, \qquad (3.4)$$

3.3.2 Termopares

Todos os termopares foram calibrados de forma independente utilizando-se o próprio aparato de medição para registrar as leituras. Como padrão de temperatura foi utilizado um termômetro de mercúrio da INCOTERM com divisão de 0.1^0 C e faixa de temperatura entre -10 e 52 ^{0} C. Os termopares e o termômetro foram mergulhados em um banho de água destilada à temperatura constante e em diferentes níveis. Plotando-se os valores de temperatura do termômetro *vs.* tensão registrada, foi possível determinar a curva que melhor se ajustou a distribuição, ou seja, curva de calibração de cada termopar. Além disso, também foi possível determinar o desvio padrão dos pontos registrados em relação a esta curva. A incerteza adotada para a medida de temperatura foi equivalente a duas vezes o desvio padrão encontrado, o que corresponde a uma probabilidade de 95.4 % dos pontos convertidos através da curva de calibração localizarem-se dentro da região de incertezas especificada. Os gráficos de tensão *vs.* temperatura para cada termopar são apresentados nas Figuras 3.8, 3.9, 3.10, 3.11 e 3.12.

A calibração dos termopares 1, 2, 3 e 4 foram realizadas com o banho controlador da HAAKE e o termopar do sensor de calor foi calibrado utilizando-se o controlador de temperatura constante da UNITEMP. As relações de temperatura-tensão e tensão-temperatura são sumarizadas na Tabela 3.4. Os valores de temperatura são apresentados em unidades de ^0C e os valores de tensão em mV.

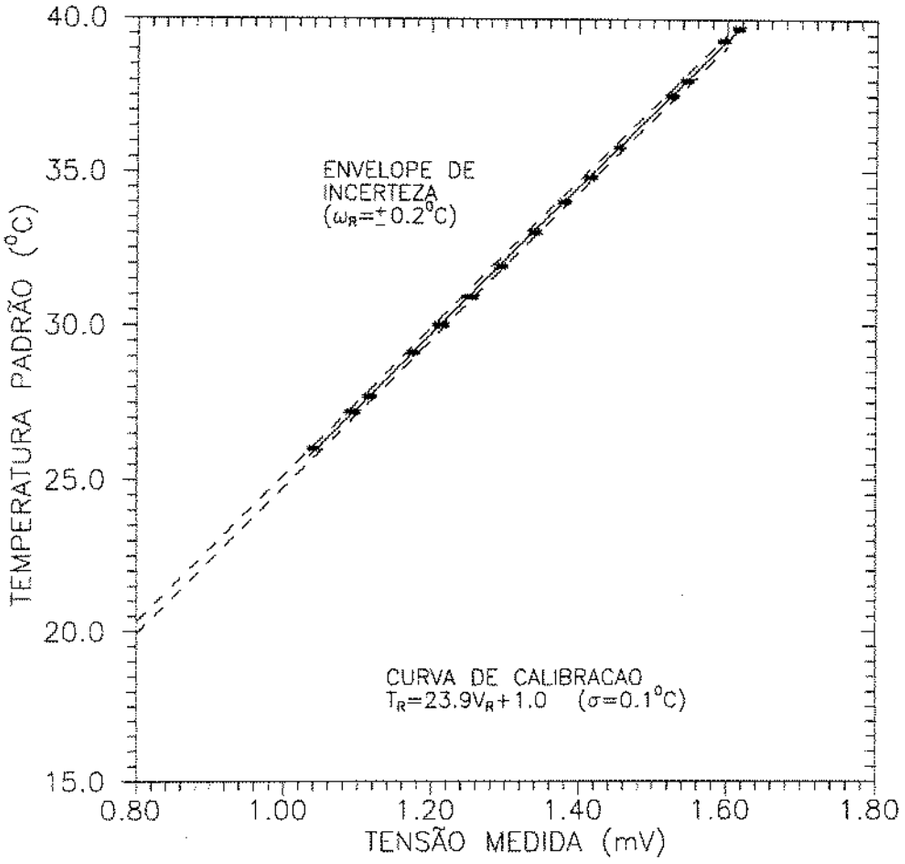

Figura 3.8: Calibração do Termopar do Sensor de Calor

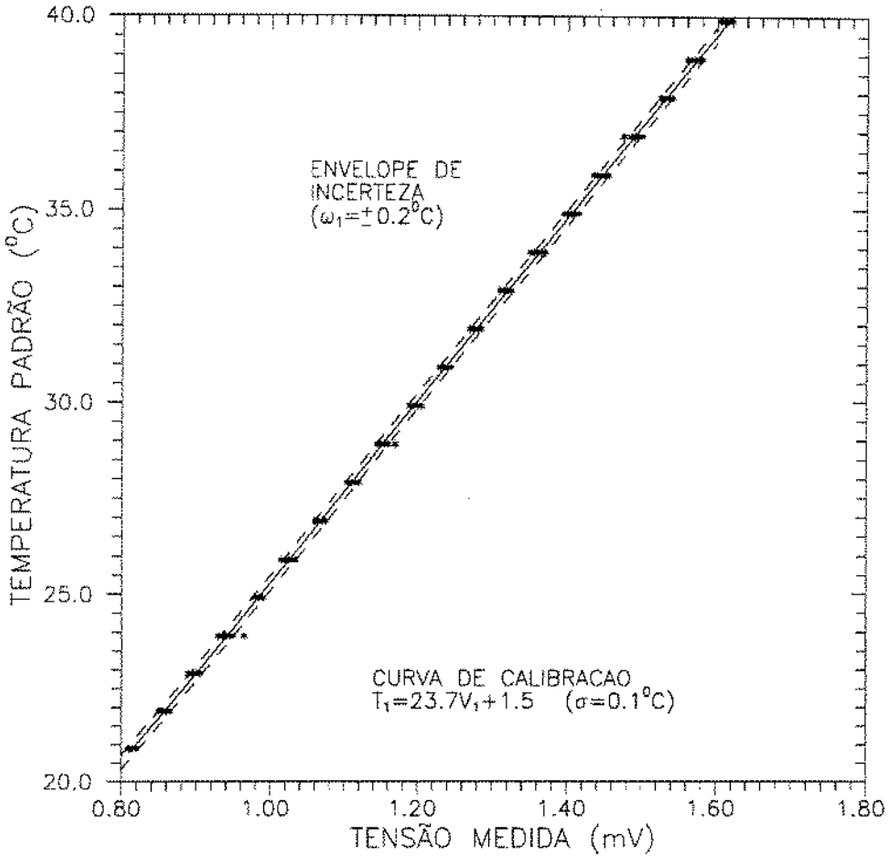

Figura 3.9: Calibração do Termopar 1

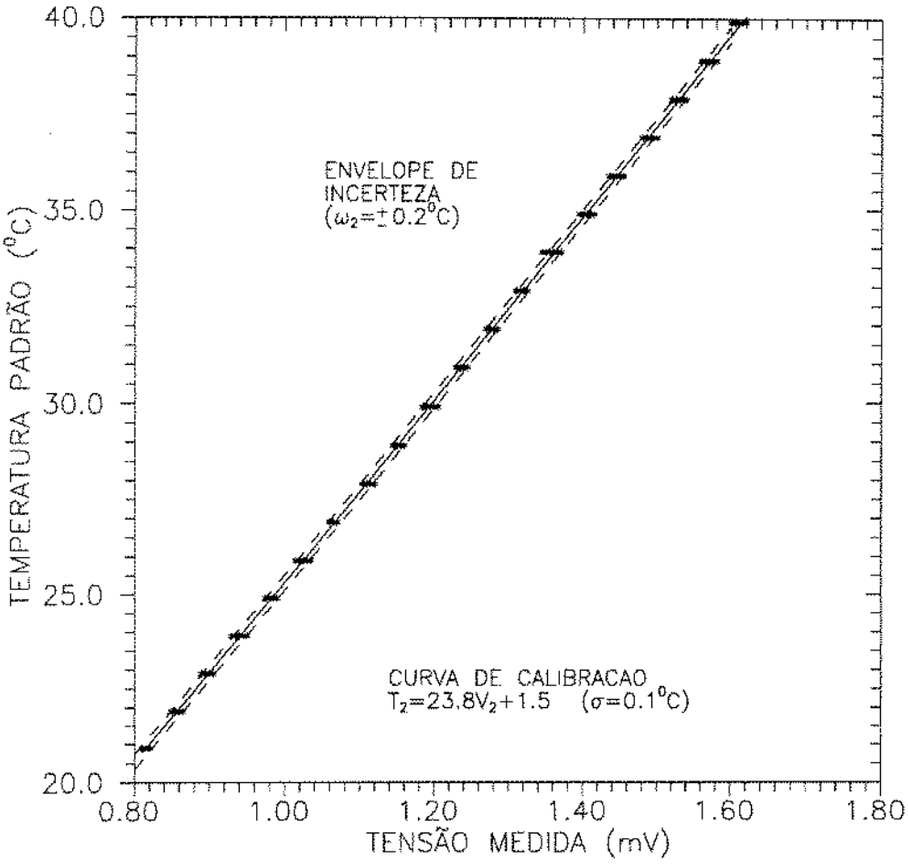

Figura 3.10: Calibração do Termopar 2

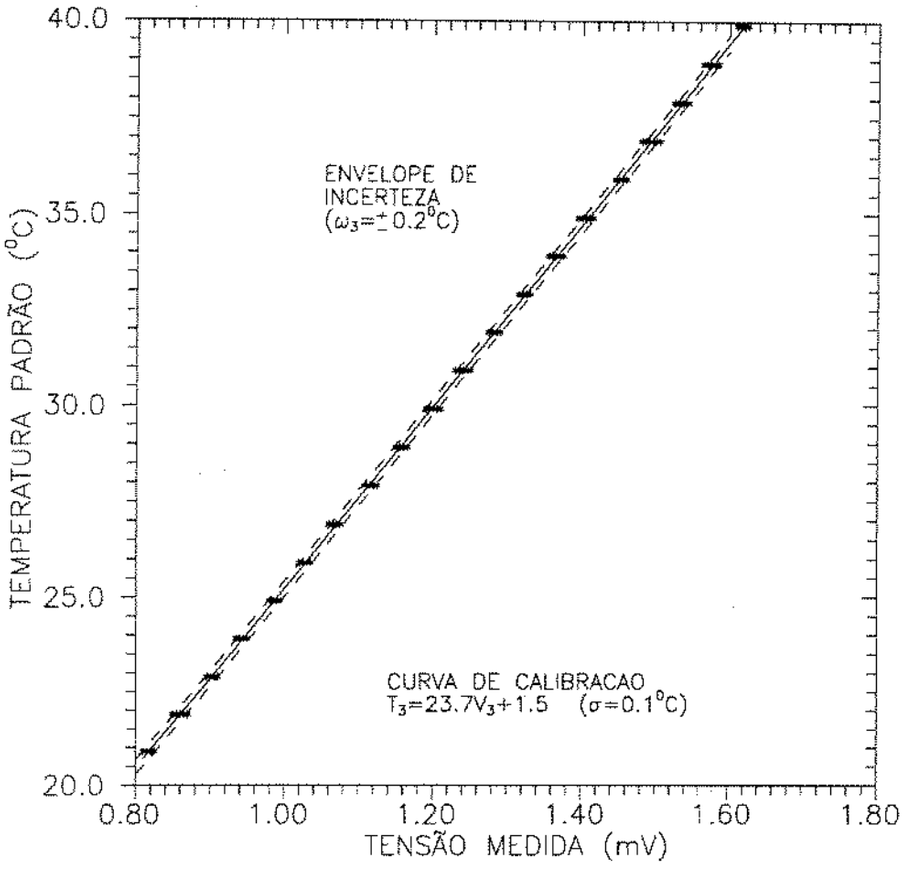

Figura 3.11: Calibração do Termopar 3

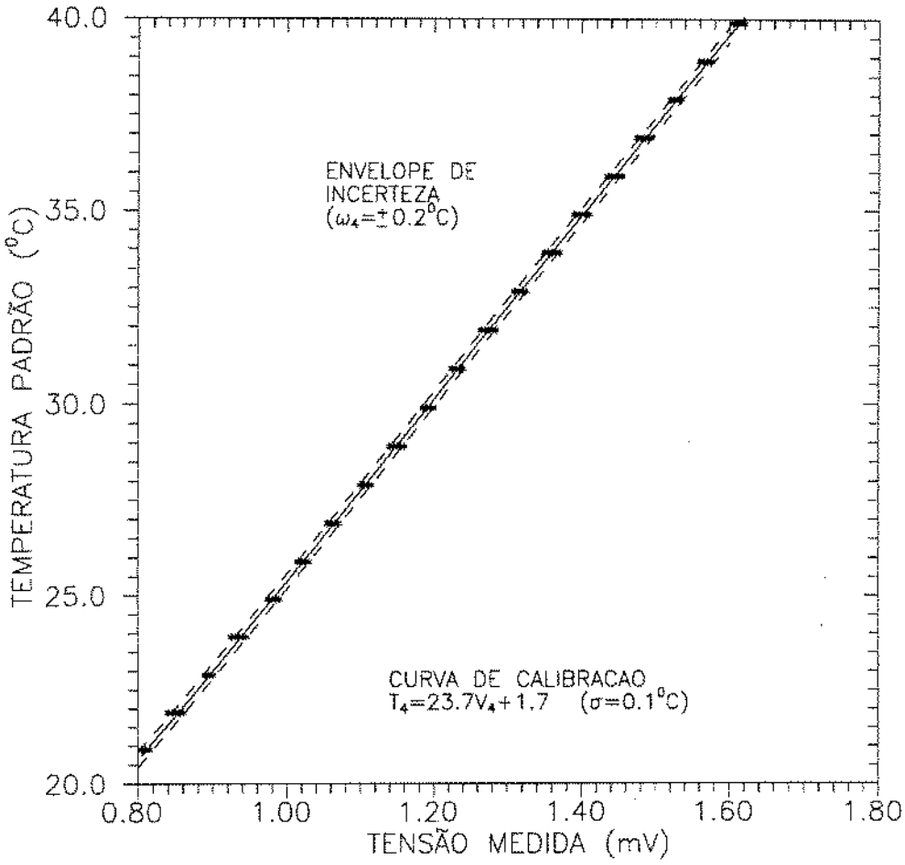

Figura 3.12: Calibração do Termopar 4

Tabela 3.4: Calibração dos Termopares

Termopar	Curvas de Calibração
Termopar do sensor	$T_R = 23.9 * V + 1.0$
	$V_R = (41.7 * T - 40.3) * 10^{-3}$
Termopar 1	$T_1 = 23.7 * V + 1.5$
	$V_1 = (42.1 * T - 63.9) * 10^{-3}$
Termopar 2	$T_2 = 23.8 * V + 1.5$
	$V_2 = (42.0 * T - 62.3) * 10^{-3}$
Termopar 3	$T_3 = 23.7 * V + 1.5$
	$V_3 = (42.2 * T - 63.0) * 10^{-3}$
Termopar 4	$T_4 = 23.7 * V + 1.7$
	$V_4 = (42.2 * T - 69.8) * 10^{-3}$

3.4 Preparação e Caracterização da Amostra

3.4.1 Preparação da Amostra

A amostra utilizada foi obtida a partir de um testemunho de arenito do Campo de Miranga na Bahia cedido pelo CENPES - Centro de Pesquisa Leopoldo Miguêz de Melo. O testemunho de quatro polegadas ($101.6mm$) de diâmetro , totalmente limpo, foi cerrado para produzir uma amostra de cerca de uma polegada ($25.4mm$) de comprimento. Em seguida a amostra foi lixada para garantir a maior regularidade possível às superfícies e posteriormente foi retirado um "plug" de seu centro, gerando as amostras principal e de

proteção. As dimensões finais das amostras foram medidas por meio de um paquímetro e são apresentadas na Tabela 3.5. A precisão de leitura do paquímetro, especificada pelo frabricante, é de $0.05mm$ sendo adotado um valor de $\omega_L = 0.10mm$ para a incerteza nas medidas realizadas com este instrumento.

Tabela 3.5: Dimensões Geométricas das Amostras

Amostra Principal	diâmetro = 38.1 mm
	comprimento = 25.5 mm
Amostra de Proteção	diâmetro interno = 43.2 mm
	diâmetro externo = 101.5 mm
	comprimento = 25.5 mm

3.4.2 Condições de Saturação da Amostra

Amostra seca

As amostras, principal e de proteção, foram submetidas a secagem em estufa à temperatura de 80 ^{0} C por vinte e quatro horas.

Amostra saturada com água

As amostras, completamente secas, foram colocadas na célula de dessaturação capilar. Depois de despressurizar até um vácuo de 0.03 psi ($\simeq 0.2KPa$), foi admitida solução de água + KCl (30.000 ppm) desaerada até a equalização entre a pressão na célula e a pressão atmosférica (cerca de 24 horas).

Amostra contendo água e óleo

O conjunto, amostra principal e de proteção, totalmente saturado com solução de água + KCl foi colocado no porta-testemunho inteiro. Devido ao pequeno comprimento

do conjunto de amostras, foi necessária a utilização de um extensor da cabeça difusora a montante. A pressão de confinamento usada foi de 50 psi ($\simeq 344.7KPa$) e a pressão de injeção estabilizou em 15.8 psi ($\simeq 108.9KPa$). O deslocamento foi realizado com óleo nyjol, sendo 21.3 cm^3 de água expulsos do conjunto de amostras.

3.4.3 Caracterização da Amostra

Determinação do volume de grãos (V_G)

O volume de grãos foi determinado utilizando-se o porosímetro a gás da Core Laboratories Inc.. Este porosímetro utiliza o princípio de expansão de gás como descrito pela lei de Boyle. Um volume conhecido de gás hélio (célula de referência) a uma pressão pré-estabelecida é isotermicamente expandido em um volume desconhecido. Após a expansão, a pressão de equilíbrio resultante é medida e então, o volume desconhecido pode ser calculado. No modelo utilizado, a face indicadora é calibrada diretamente em centímetros cúbicos de volume [18]. Somente o volume de grãos da amostra principal foi determinado, resultando $V_G = 22.0\ cm^3$.

Determinação do volume total (V_T)

A determinação do volume total foi realizada utilizando-se o príncipio de Arquimedes, que estabelece que um corpo completamente imerso em um fluido é sustentado por uma força igual ao peso de fluido deslocado [18]. Os valores determinados para a amostra principal e de proteção foram respectivamente $V_{a.princ.} = 28.63cm^3$ e $V_{a.prot.} = 156.89cm^3$.

Cálculo da Porosidade (Φ)

A porosidade de uma amostra é, por definição:

$$\Phi(\%) = \frac{V_P}{V_T}\ , \tag{3.5}$$

ou

$$\Phi(\%) = \frac{V_T - V_G}{V_T} , \tag{3.6}$$

onde

V_P : volume de poros

V_T : volume total

V_G : volume dos grãos

Utilizando-se os valores já determinados, foi possível calcular a porosidade da amostra de teste, que foi $\Phi = 23.8\%$.

Cálculo da densidade (ρ)

A densidade é definida como:

$$\rho = \frac{m}{V} , \tag{3.7}$$

onde

ρ : densidade

m : massa

V : volume

Então, através da medida da massa nos diversos estágios de saturação da amostra e da determinação do volume de grãos e do volume total foi possível calcular as densidades apresentadas a seguir:

-densidade de grãos: $\rho_G = 2.59 g/cm^3$

-densidade da amostra seca: $\rho_{seca} = 2.03 g/cm^3$

-densidade da amostra saturada com água: $\rho_{agua} = 2.24 g/cm^3$

-densidade da amostra contendo água e óleo: $\rho_{ag.oleo} = 2.22g/cm^3$

Determinação da permeabilidade (K)

Permeabilidade é uma medida da capacidade da formação de conduzir fluidos (óleo, gás e água).

Neste trabalho, somente a permeabilidade a gás foi determinada e para isso foi utilizado o permeâmetro a gás Hassler tipo porta-testemunho. O teste foi realizado com nitrogênio e a permeabilidade determinada foi $K_g = 409.4mD$.

Determinação da relação S_O/S_w

A razão entre a saturação de óleo (S_O) e a saturação de água (S_w) para o conjunto, amostra principal e de proteção, pode ser determinada assumindo-se uma saturação de água de 100 %, ou seja, volume poroso totalmente ocupado por água, antes do deslocamento com óleo. Desta forma, poderíamos supor que o volume de óleo retido no conjunto é igual ao volume de água expulso, ou seja $V_O = 21.3cm^3$.

Lembrando que:

$$V_P = \Phi.V_T \ , \tag{3.8}$$

e assumindo-se que a porosidade determinada para a amostra principal vale também para amostra de proteção, o volume poroso do conjunto é dado por:

$$(V_P)_{conj} = \Phi * (V_{a.princ} + V_{a.prot.}) = 44.2cm^3 \ , \tag{3.9}$$

portanto

$$S_O = \frac{V_O}{(V_P)_{conj}} = 48.2\% \ , \tag{3.10}$$

e

$$S_w = 1 - S_O = 51.8\% \,, \tag{3.11}$$

resultado na seguinte relação

$$\frac{S_O}{S_w} = 93\% \,, \tag{3.12}$$

Na Tabela 3.6 é apresentado um resumo das propriedades determinadas.

Tabela 3.6: Caracterização da Amostra de Teste (Resumo)

diâmetro	38.1 mm
comprimento	25.5 mm
porosidade	23.8 %
permeabilidade ao gás	409.4 mD
densidade de grãos	2.59 g/cm^3
densidade seca	2.03 g/cm^3
densidade saturada com água	2.24 g/cm^3
densidade contendo água e óleo	2.22 g/cm^3

3.5 Execução dos Testes

Após a estabilização da temperatura da junta de referência, era iniciada a circulação de fluido de modo a manter ausência de fluxo de calor em x=0 e temperatura estabilizada nas superfícies superior e inferior da amostra. O sistema era mantido nesta condição por cerca de uma hora e após isto a temperatura na face superior era elevada em aproximadamente 8^0C e depois mantida constante. Os dados foram registrados com intervalo de leitura de dois segundos.

Para proporcionar bom contacto térmico entre as fontes de calor e as superfícies da amostra foi utilizada pasta de silicone. Esta pasta contem óleo e observou-se visualmente a penetração de parte deste óleo no corpo da amostra, não sendo possível evitar este fato.

Para a obtenção dos resultados apresentados neste trabalho, foram necessários cuidados com o aterramento dos equipamentos e a proteção contra radiofrequência nos fios dos termopares e do sensor. Acredita-se que um dos motivos que contribuiram para a oscilação ainda presente tenha sido a falta de resolução do sistema de aquisição de dados. A resolução de $5\mu V$ representa leituras da ordem de $5W/m^2$ para fluxo de calor e 0.1^0C para temperatura. Isto significa que qualquer valor intermediário não foi registrado adequadamente.

4 TRATAMENTO DOS DADOS

Este capítulo descreve os passos utilizados para o cálculo da transformada de Laplace do dados medidos. O algoritmo proposto é testado e um procedimento de filtro é sugerido para o caso de ser necessário filtrar os dados medidos. É incluída ainda uma análise para propagação de erros de medição em experimentos singulares.

4.1 Transformada dos Dados Medidos

Como visto no capítulo 2, é possível determinar k e α de relações assintóticas a partir de dados de temperatura e fluxo de calor variáveis, no campo de Laplace. Sendo assim, torna-se necessário calcular a transformada de Laplace dos dados medidos no laboratório T_i, T_R, T_L e q_R.

A transformada de Laplace de uma função f(t) é definida por:

$$\overline{f}(s) = \int_0^\infty e^{-st}.f(t).dt\ , \tag{4.1}$$

onde

s = variável de Laplace.

$f(t)$ = função original a ser transformada

$\overline{f}(s)$ = transformada de Laplace da função f(t)

Nota-se pela própria definição (4.1) que é necessário conhecer o comportamento da função f(t) em todo o intervalo $[0, \infty)$. Conhecendo-se os valores da função apenas no intervalo $[0, t_n]$, é necessário fazer uma extrapolação da f(t) para o intervalo $[t_n, \infty)$.

Então, escrevemos a transformada $\overline{f}(s)$ na forma

$$\overline{f}(s) = \int_0^{t_n} e^{-st}.f_m(t).dt + \int_{t_n}^{\infty} e^{-st}.f_e(t).dt \ , \tag{4.2}$$

onde

$$f_m(t) = valor\ medido \ , \quad 0 < t < t_n$$

$$f_e(t) = valor\ extrapolado \ , \quad t_n < t < \infty$$

Desta forma para calcular a transformada de Laplace da função f(t) basta determinar o valor das integrais em $[0, t_n]$ e em $[t_n, \infty)$ e somar os resultados obtidos.

Integral de 0 a t_n

Dados os valores medidos (discretos) da função f(t) no intervalo $[0, t_n]$ e um valor s para o argumento da transformada de Laplace, considera-se a função

$$g(t_i) = e^{-st_i}.f(t_i), \quad t_i = t_1, t_2, ..., t_n \ . \tag{4.3}$$

neste intervalo.

Se desejarmos valores da função g(t) em tempos t diferentes daqueles medidos, usamos "spline cúbica" para interpolação.

A interpolação por "spline cúbica" [23] para $t \in [t_i, t_{i+1}]$ é dada por:

$$g_i(t) = A.g(t_i) + B.g(t_{i+1}) + C.g"(t_i) + D.g"(t_{i+1}) \ , \tag{4.4}$$

onde

$$A = \frac{t_{i+1} - t}{t_{i+1} - t_i}$$

$$B = 1 - A = \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i}$$

$$C = \frac{1}{6}(A^3 - A)(t_{i+1} - t_i)^2$$

$$D = \frac{1}{6}(B^3 - B)(t_{i+1} - t_i)^2$$

com as derivadas $g"(t_i)$ nos pontos $t_i = t_1, t_2, ..., t_n$ satisfazendo ao sistema tridiagonal:

$$\frac{t_i - t_{i-1}}{6}.g"(t_{i-1}) + \frac{t_{i+1} - t_{i-1}}{3}.g"(t_i) + \frac{t_{i+1} - t_i}{6}.g"(t_{i+1}) =$$

$$\frac{g(t_{i+1}) - g(t_i)}{t_{i+1} - t_i} - \frac{g(t_i) - g(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} \tag{4.5}$$

para $i = 2, 3, ..., n - 1$

As equações (4.5) definem um sistema linear com (n-2) equações e n incógnitas. Para se obter uma solução única é necessário especificar duas condições adicionais, geralmente tomadas em t_1 e t_n. Neste trabalho, assumiu-se $g"(t_1)$ e $g"(t_n)$ iguais a zero uma vez que os testes realizados caracterizaram-se por condições constantes tanto no período inicial quanto no final.

A expressão (4.4) vale para o intervalo $t \in [t_i, t_{i+1}]$. Para obter a função g(t) para $\forall t \in [t_1, t_n]$, utiliza-se a função janela unitária, definida por:

$$u(t - t_i) - u(t - t_{i+1}) = \begin{cases} 0\,, & t < t_i \\ 1\,, & t_i < t < t_{i+1} \\ 0\,, & t > t_{i+1} \end{cases}$$

Portanto, para o intervalo $[t_1, t_n]$ temos

$$g(t) = \sum_{i=1}^{n-1} g_i(t).[u(t-t_i) - u(t-t_{i+1})] \,, \tag{4.6}$$

Desta forma, a integral da função g(t) para o intervalo $[0, t_n]$ é dada por

$$\int_0^{t_n} g(t)dt = \sum_{i=1}^{n-1} \left\{ \int_0^{t_n} g_i(t) \left[u(t-t_i) - u(t-t_{i+1})\right].dt \right\} \,, \tag{4.7}$$

que equivale a

$$\int_0^{t_n} g(t).dt = \sum_{i=1}^{n-1} \left[\int_{t_i}^{t_{i+1}} g_i(t)dt \right] \,, \tag{4.8}$$

Finalmente, utilizando-se um algoritmo adaptativo pode-se calcular a integral de g(t). Neste tipo de algoritmo, a partição do intervalo [a, b] é feita automaticamente. Subintervalos relativamente grandes são utilizados onde a integração é mais suave e varia vagarosamente e subintervalos relativamente pequenos são utilizados onde o integrando apresenta variações mais bruscas.

O algoritmo utilizado, neste trabalho, baseia-se na regra de Simpson. Desta forma sumarizado:

a) Duas regras numéricas básicas são aplicadas em cada intervalo de integração:

- Fórmula para três pontos:

$$P_j = \frac{h_j}{6} \left[g_i(t_j) + 4g_i\left(t_j + \frac{h_j}{2}\right) + g_i(t_j + h_j) \right] \,, \tag{4.9}$$

- Fórmula para cinco pontos:

$$Q_j = \frac{h_j}{12}\left[g_i(t_j) + 4g_i\left(t_j + \frac{h_j}{4}\right) + 2g_i\left(t_j + \frac{h_j}{2}\right) + 4g_i\left(t_j + 3.\frac{h_j}{4}\right) + g_i(t_j + h_j)\right]$$

(4.10)

onde

h_j = tamanho do intervalo a ser integrado

b) Os resultados encontrados são comparados:

$$|P_j - Q_j| \ll 15.\frac{\epsilon}{2^{nivel}}\ , \tag{4.11}$$

- Se a precisão é aceitável, uma das aproximações, por exemplo Q_j, é tomada como o valor da integral sob o intervalo.

- Se a diferença for maior que a tolerância, o intervalo é dividido em duas partes e o processo é repetido nos subintervalos menores.

As tolerâncias utilizadas neste trabalho para o valor da integral de temperatura e fluxo de calor foram, respectivamente, $\epsilon_T = 5 * 10^{-7}$ $\epsilon_q = 5 * 10^{-6}$.

Integral de t_n a ∞:

Para aplicação satisfatória do método proposto é necessário fazer uma extrapolação da função f(t) de t_n até o infinito. Neste trabalho, o tempo de teste decorrido $[0, t_n]$ foi suficiente para o estabelecimento de regime permanente, com fluxo de calor e temperaturas estabilizadas, ou seja:

$$f(t) = C = Constante\,, \qquad t_n < t < \infty$$

e portanto

$$\int_{t_n}^{\infty} e^{-st}.C.dt = C\frac{e^{-st_n}}{s}\,, \tag{4.12}$$

O algoritmo utilizado para calcular a transformada de Laplace dos dados medidos é apresentado no apêndice B. Este algoritmo utilizado por Trevisan et all. [10] foi testado e segundo o autor, os valores hipotéticos de condutividade e difusividade térmicas foram reproduzidos com boa precisão. Neste trabalho, o cálculo analítico da integral no intervalo $[t_n, \infty)$ foi incluído dentro do próprio algoritmo, desta forma o resultado fornecido já é o resultado da transformada de Laplace da $f(t)$. O programa pode ser executado em microcomputador do tipo IBM-PC, dependendo do número de pontos registrados, do ruído apresentado nas leituras e da tolerância adotada para o resultado da integração. Em computadores do tipo PC com sistema operacional DOS o micro fica limitado em 640 Kbytes de memória RAM, sendo que a dimensão dos vetores e o número de níveis de integração estarão restritos a este limite. Em estações de trabalho, com sistema operacional UNIX é possível aumentar a precisão imposta para a integração devido à maior disponibilidade de memória.

4.2 Suavização dos Dados

Diversas técnicas de suavização de dados podem ser encontradas na literatura e várias opções podem ser consideradas, tais como: ajuste por quadrados mínimos, filtro de ruído ou apresentação dos dados como eles realmente foram registrados.

No caso do tratamento de dados proposto, a análise é feita através de integração (cálculo das transformadas de Laplace dos dados medidos). Uma vez que a integral de uma função é um problema bem posto, pode-se tentar utilizar diretamente os dados registrados no laboratório, ou seja, sem suavização. A desvantagem desta escolha é que o processo de integração numérica é mais lento.

Outra opção considerada foi o uso de um filtro passa-baixa. Dado um sinal, o filtro elimina as componentes de alta frequência deixando apenas as componentes de baixa frequência, resultando em uma curva suavizada. No algoritmo utilizado, um vetor de ordenadas com valores da função $f(t)$ em ordem crescente de valores do tempo t, igualmente espaçadas, é suavizado sem o uso das próprias abscissas. A tendência linear da função $f(t)$ é removida e então a transformada rápida de Fourier (FFT) é utilizada para aplicação do filtro passa-baixa aos dados. Somente no final, a tendência linear é reestabelecida. Os dados são filtrados mediante a especificação da janela para suavização [23]. Conforme a janela escolhida, diferentes curvas suavizadas podem ser geradas, demonstrando a dificuldade de se realizar uma intervenção impessoal.

Um teste (amostra seca) foi analisado utilizando-se dados sem suavização e dados suavizados e os resultados obtidos são apresentados no capítulo seguinte. Entretanto, para os outros testes (amostra com água e amostra com água e óleo), optou-se pelo tratamento dos dados registrados no laboratório sem o uso de filtro.

4.3 Propagação de Erros Experimentais

Na maioria dos experimentos em engenharia, é inviavel estimar todas as incertezas envolvidas através de repetição. A utilização de várias amostras, equipamentos e observadores requer tempo e recursos e além disso, é difícil definir o número de repetições necessário para uma análise estatística satisfatória.

Uma vez que ambos, valor verdadeiro e erro, são desconhecidos podemos tentar representar o melhor valor para a grandeza física e sua incerteza em termos de probabilidades. Para variáveis independentes e normalmente distribuídas, a distribuição de incertezas nos resultados também será normal [14] e dada por:

$$\omega_R = \left[\left(\frac{\partial R}{\partial v_1} \omega_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial v_2} \omega_2 \right)^2 + ... + \left(\frac{\partial R}{\partial v_n} \omega_n \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} , \tag{4.13}$$

onde:

ω = incerteza

R = resultado

v = variável medida

Um aspecto importante na aplicação deste método de análise para o nosso caso é que as propriedades são determinadas no espaço de Laplace. Sendo assim, também há necessidade de se representar, no espaço de Laplace, as incertezas nas variáveis medidas. Assumindo-se que a distribuição de incertezas em cada variável seja a mesma em todos os pontos medidos, temos que:

$$\overline{\omega}_i = \frac{\omega_i}{s} , \tag{4.14}$$

Esta hipótese se verifica no caso, já que há independência das incertezas nas variáveis em relação ao instante de medição. As incertezas nas variáveis medidas são apresentadas no quadro 4.1.

As derivadas de k e α em relação a cada uma das variáveis medidas foram calculadas respectivamente através da equação (2.38) e da expressão encontrada explicitando α na equação (2.39). Sendo assim, pode-se determinar a incerteza relativa para a condutividade térmica por:

$$\frac{\overline{\omega}_k}{k} = \left[\left(\frac{\overline{\omega}_{\overline{q}_R}}{\overline{q}_R} \right)^2 + \left(\frac{\overline{\omega}_{\overline{T}_R}}{\overline{T}_R - \overline{T}_L} \right)^2 + \left(\frac{\overline{\omega}_{\overline{T}_L}}{\overline{T}_R - \overline{T}_L} \right)^2 + \left(\frac{\omega_L}{L} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \tag{4.15}$$

Para a difusividade térmica, a incerteza relativa encontrada é dada pela equação

$$\frac{\overline{\omega}_\alpha}{\alpha} = 2. \left[\left(\frac{\overline{\omega}_{\overline{q}_R}}{\overline{q}_R} \right)^2 + \left(\frac{\overline{\omega}_{\overline{T}_R}}{\overline{T}_R - \overline{T}_i} \right)^2 + \left(\frac{\overline{\omega}_{\overline{T}_i}}{\overline{T}_R - \overline{T}_i} \right)^2 + \left(\frac{\overline{\omega}_k}{k} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \tag{4.16}$$

Tabela 4.1: Incertezas para as Variáveis Medidas

Variável Medida	Incerteza
Temperatura em $x = 0$	$\omega_{T_R} = 0.2\ ^0C$
Temperatura em $x = L$	$\omega_{T_L} = 0.2\ ^0C$
Temperatura inicial	$\omega_{T_i} = 0.2\ ^0C$
Fluxo de calor	$\omega_{q_R} = 10\ W/m^2$
Comprimento da amostra	$\omega_L = 0.1$ mm

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

São apresentados neste capítulo os valores determinados para as propriedades térmicas da amostra nas seguintes condições de saturação: amostra seca, amostra saturada com água e amostra contendo óleo e água. Os históricos de fluxo de calor e temperatura foram obtidos experimentalmente como indicado no capítulo 3 e os resultados foram encontrados aplicando-se os procedimentos apresentados nos capítulos 2 e 4.

5.1 Teste 1 - Amostra Seca

Este teste foi realizado com a amostra totalmente seca. Inicialmente à temperatura de 24^0C, a amostra foi submetida a um aquecimento de cerca de 8.0^0C em sua face superior. Os históricos de temperatura nas superfícies $x = 0$ e $x = L$ da amostra são apresentados na Figura 5.1 e o histórico de fluxo de calor em $x = 0$ pode ser visto no gráfico da Figura 5.2. O pico apresentado neste último gráfico é decorrente do transitório imposto à amostra. O fluxo de calor máximo foi de $840W/m^2$ e após estabilizadas as condições nas superfícies $x = 0$ e $x = L$, o fluxo de calor permaneceu em torno de $805W/m^2$.

Após o cálculo das transformadas de Laplace dos dados experimentais para diversos valores s do argumento da transformada, obtivemos os resultados apresentados nos gráficos das Figuras 5.3 e 5.4. O número de pontos apresentados nestes gráficos é irrelevante sendo calculados tantos pontos quanto o desejado.

No gráfico da Figura 5.3, a região permanente correspondente ao trecho hori-

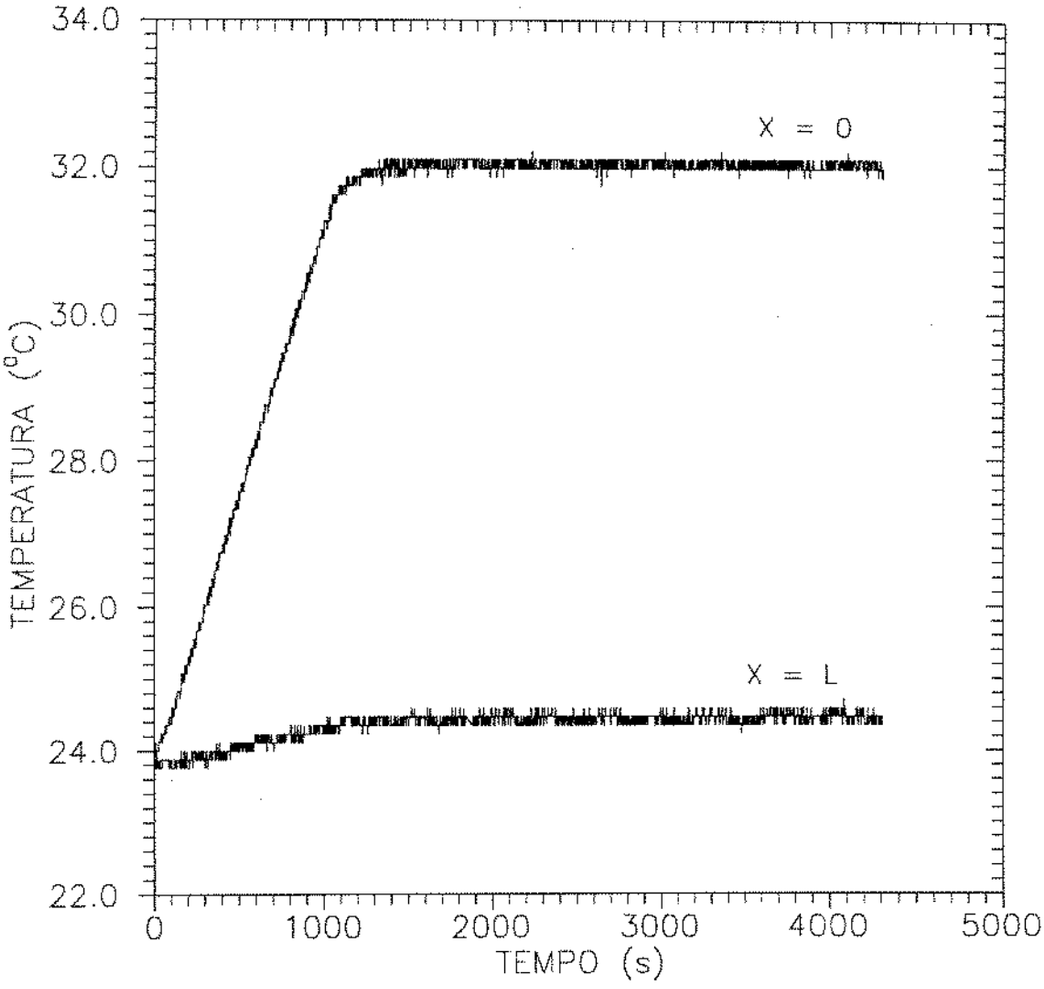

Figura 5.1: Histórico de Temperatura do Teste 1

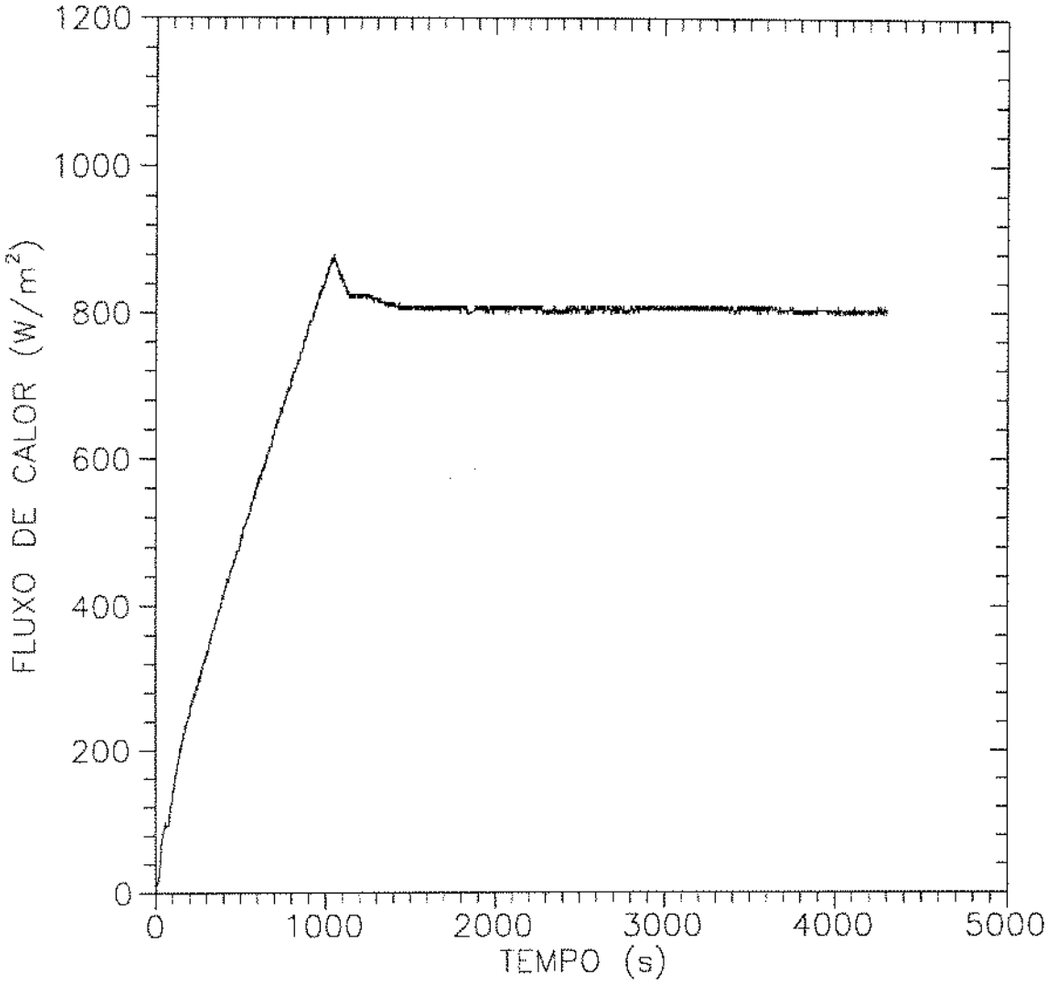

Figura 5.2: Histórico de Fluxo de Calor do Teste 1

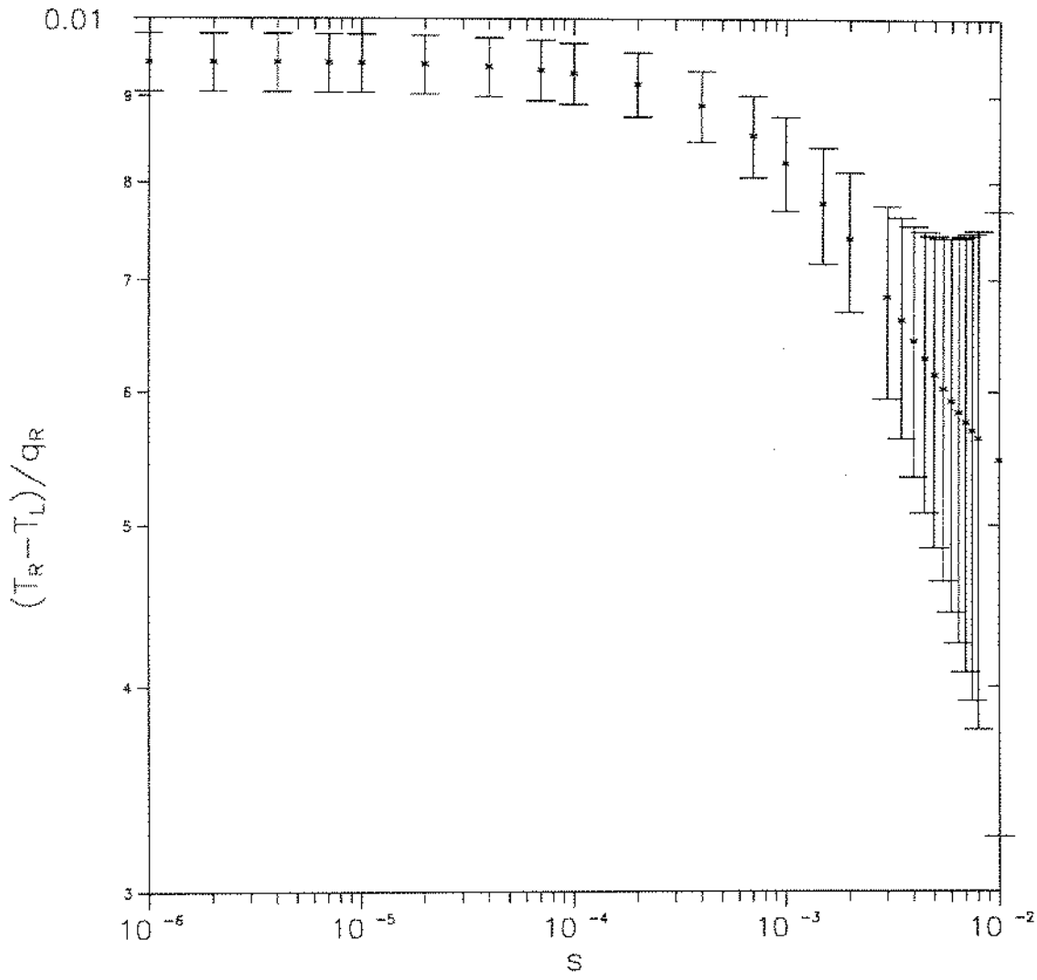

Figura 5.3: Solução no Espaço de Laplace do Teste 1

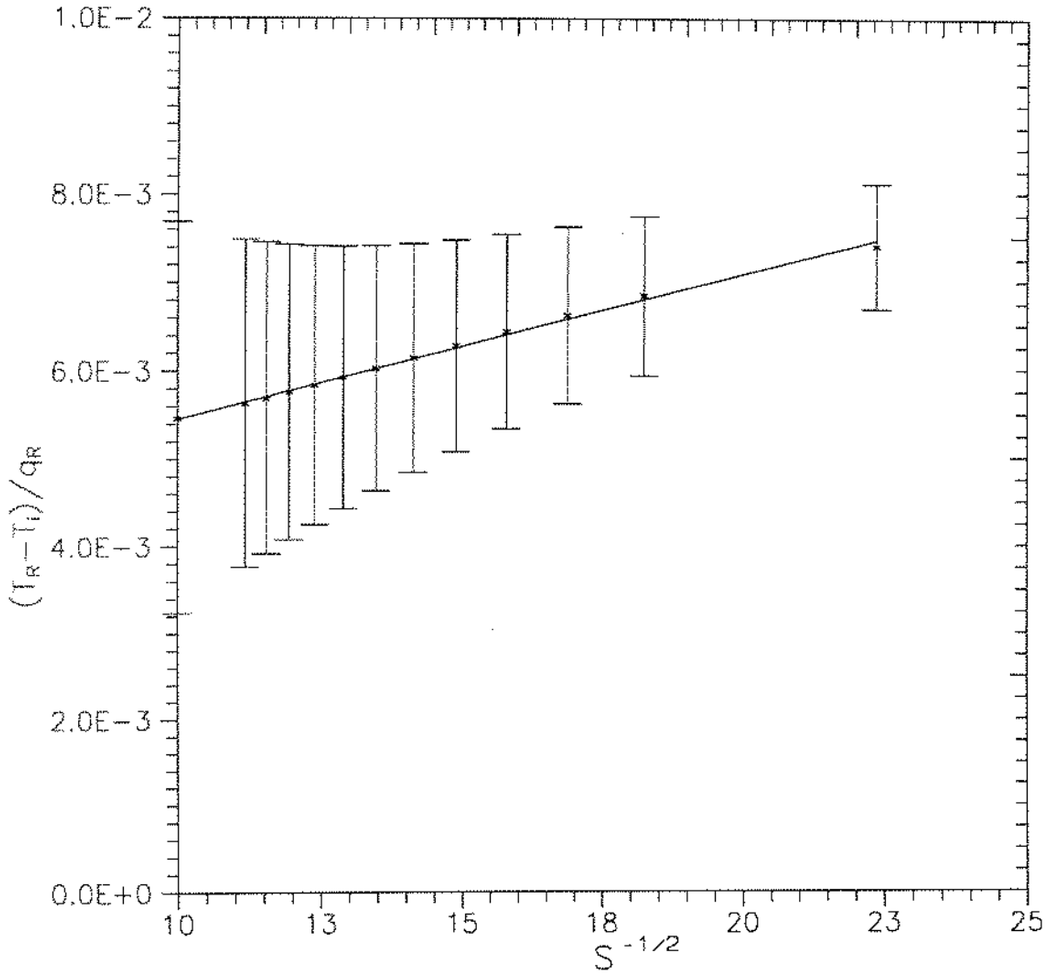

Figura 5.4: Transiente após Tratamento de Dados do Teste 1

zontal, forneceu:

$$\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_L}{\overline{q}_R} = 9.42 * 10^{-3}$$

e do ajuste linear na Figura 5.4 foi obtida a equação

$$\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_L}{\overline{q}_R} = (3.83 + 0.16 * s^{-\frac{1}{2}}) * 10^{-3}$$

onde

$$R_c = 3.83 * 10^{-3}$$

e

$$\beta = 0.16 * 10^{-3}$$

Os resultados obtidos para a condutividade e difusividade térmicas da amostra seca são apresentados a seguir.

A) Sem influência da resistência de contacto

Utilizando-se as equações (2.38) e (2.41) foram encontrados os seguintes valores para a condutividade e difusividade térmicas da amostra:

$$k = 2.71 \quad W/(m.^0C)$$

e

$$\alpha = 0.19 * 10^{-6} \quad m^2/s$$

B) Com influência da resistência de contacto

Através das equações (2.65) e (2.67) foram obtidos os seguintes resultados:

$$k = 4.56 \quad W/(m.^0C)$$

e

$$\alpha = 0.53 * 10^{-6} \quad m^2/s$$

Os intervalos de confiança para as propriedades determinadas foram calculados utilizando-se as incertezas apresentadas na Tabela 4.1 e as expressões (4.15) e (4.16). As incertezas estimadas para a condutividade e difusividade térmicas foram respectivamente

$$\frac{\omega_k}{k} = 4\% \qquad \text{ou} \qquad \omega_k = 0.11 \quad W/(m.^0C)$$

e

$$\frac{\omega_\alpha}{\alpha} = 43\% \quad \text{ou} \quad \omega_\alpha = 0.08 * 10^{-6} \quad m^2/s$$

No caso da difusividade térmica utilizou-se um valor intermediário para a incerteza propagada por medidas de temperatura e de fluxo de calor. Este procedimento foi adotado devido ao aumento rápido desta incerteza nos instantes iniciais do período transiente, o que corresponde a valores muito pequenos de $s^{-1/2}$ no gráfico da Figura 5.4.

5.2 Teste 2 - Amostra Saturada com Água

A amostra totalmente saturada com água e inicialmente a 23^0C foi aquecida até que a temperatura em sua superfície $x = 0$ estabilizasse em torno de 31.5^0C. Os históricos de temperatura e fluxo de calor são apresentados respectivamente nas Figuras 5.5 e 5.6.

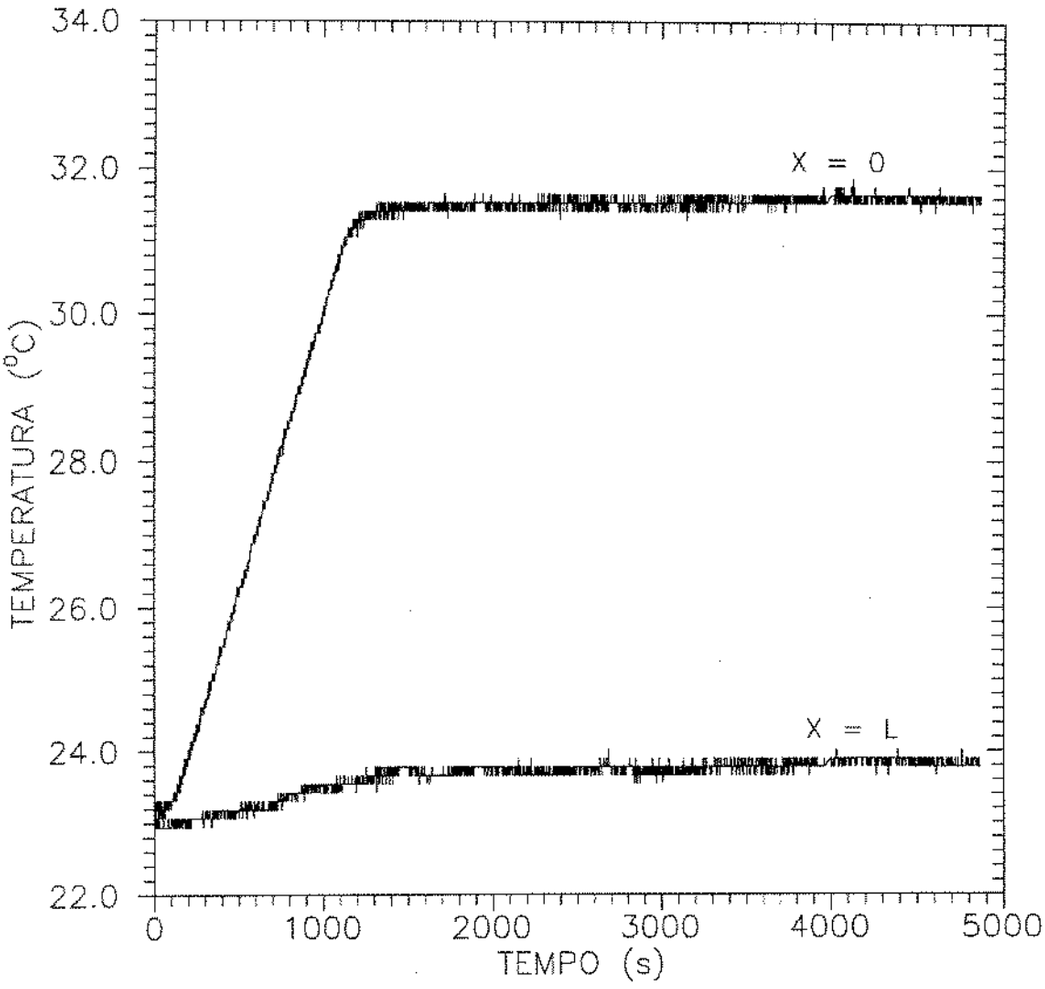

Figura 5.5: Histórico de Temperatura do Teste 2

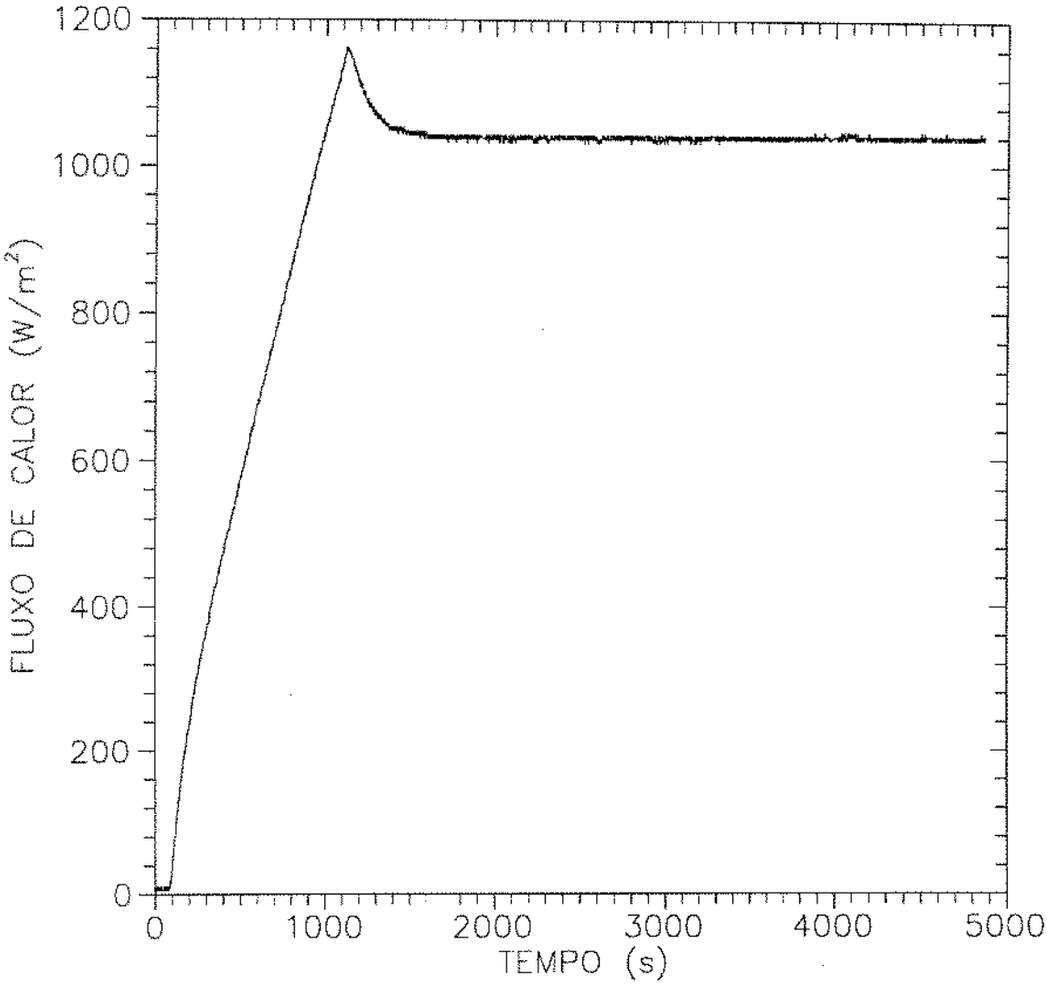

Figura 5.6: Histórico de Fluxo de Calor do Teste 2

Note que o pico de fluxo de calor registrado para a amostra totalmente saturada com água foi mais pronunciado do que aquele para a amostra seca.

Após o tratamento dos dados, foi possível plotar os gráficos apresentados nas Figuras 5.7 e 5.8.

O desvio apresentado na região de regime transiente pode ter sido provocado por falhas no procedimento experimental. É possível que a temperatura da amostra não estivesse satisfatoriamente estabilizada antes do início da aplicação do gradiente de temperatura.

Da região permanente na Figura 5.7, obteve-se:

$$\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_L}{\overline{q}_R} = 7.48 * 10^{-3}$$

e desprezando-se os três primeiros pontos na Figura 5.8, a reta que melhor se ajustou aos valores plotados foi:

$$\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_L}{\overline{q}_R} = (3.34 + 0.11 * s^{-\frac{1}{2}}) * 10^{-3}$$

Utilizando-se as equações (2.38), (2.41), (2.65) e (2.67) foram determinadas a condutividade e a difusividade térmicas da amostra saturada com água. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.1. As incertezas foram estimadas através dos mesmos procedimentos utilizados para a amostra seca.

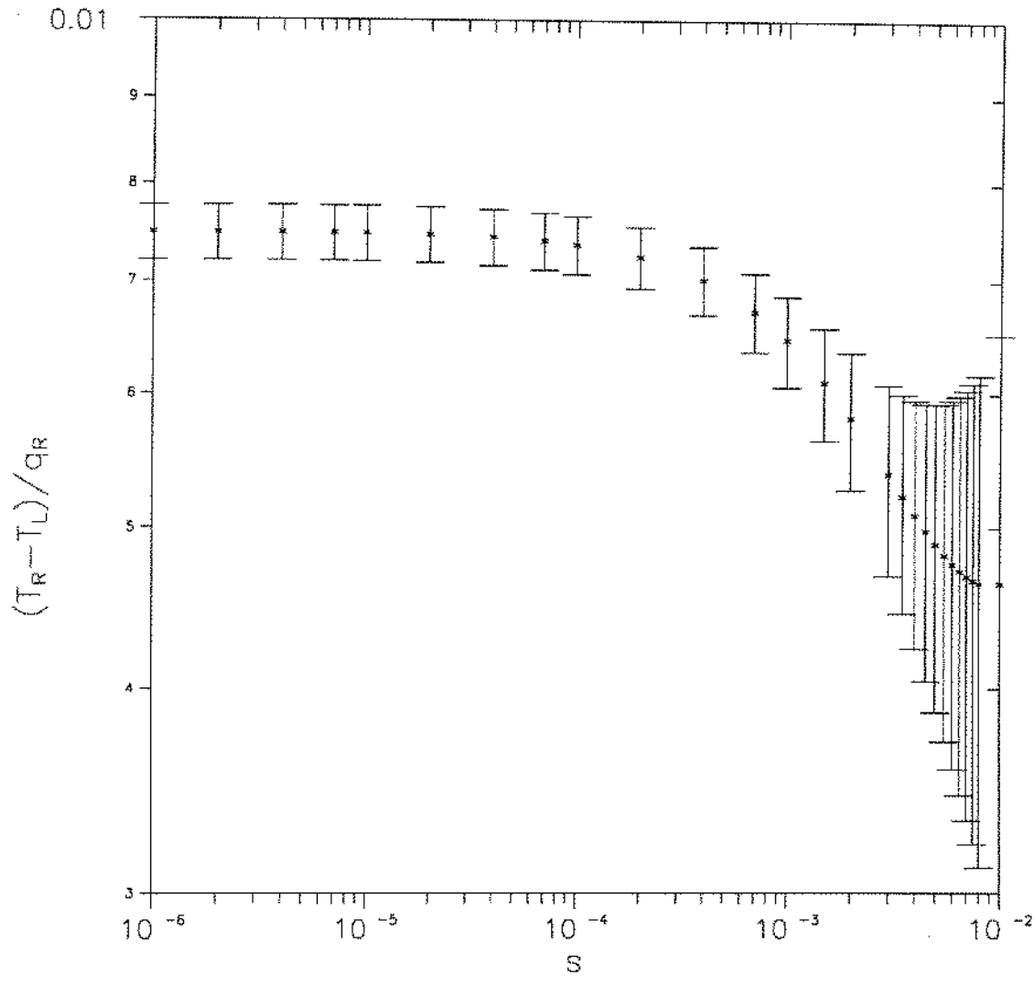

Figura 5.7: Solução no Espaço de Laplace do Teste 2

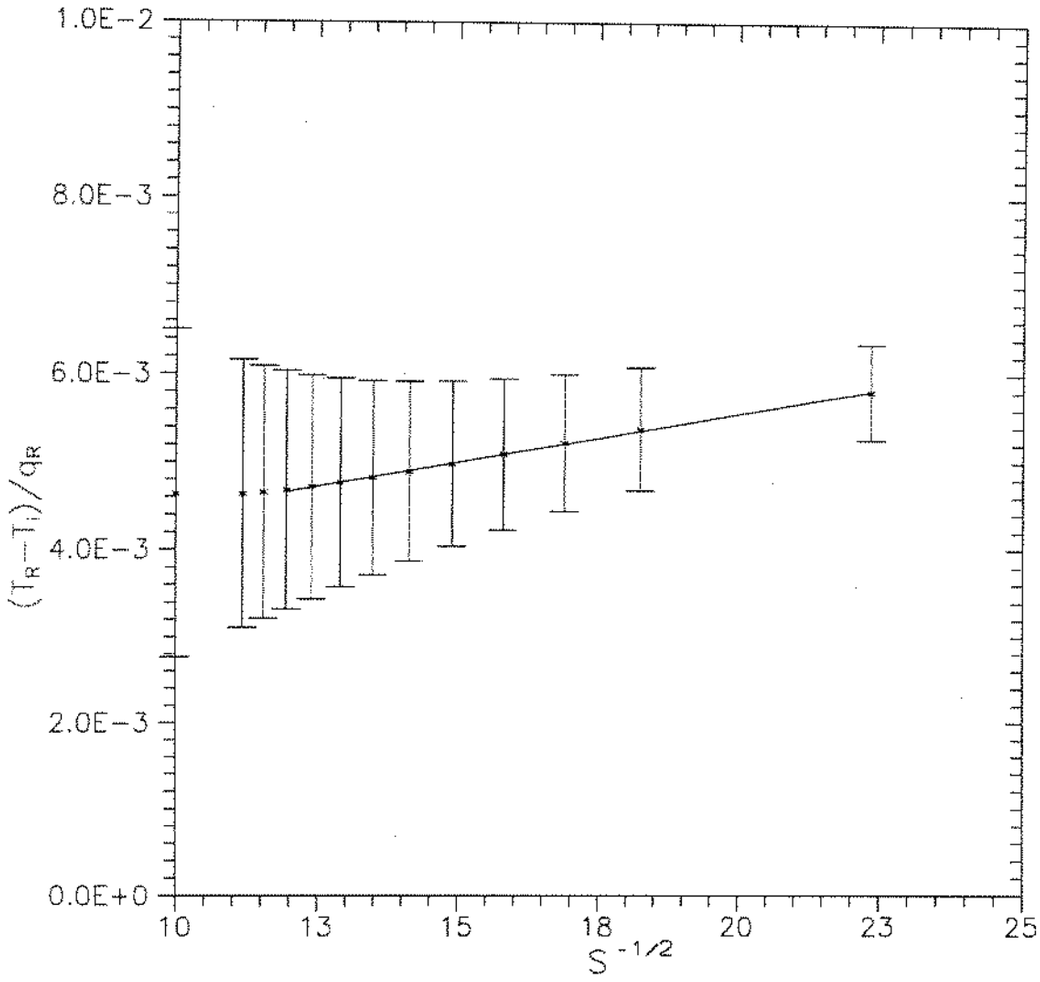

Figura 5.8: Transiente após Tratamento de Dados do Teste 2

Tabela 5.1: Propriedades Térmicas da Amostra do Teste 2

Sem considerar resistência	$k = 3.41 \quad W/(m.^0C)$
de contacto	$\alpha = 0.14 * 10^{-6} \quad m^2/s$
Considerando resistência	$k = 6.16 \quad W/(m.^0C)$
de contacto	$\alpha = 0.46 * 10^{-6} \quad m^2/s$
Incertezas	$\frac{\omega_k}{k} = 4\% \quad$ ou $\quad \omega_k = 0.13 \quad W/(m.^0C)$
	$\frac{\omega_\alpha}{\alpha} = 43\% \quad$ ou $\quad \omega_\alpha = 0.06 * 10^{-6} \quad m^2/s$

5.3 Teste 3 - Amostra Contendo Água e Óleo

No teste realizado com a amostra contendo água e óleo, novamente foi aplicado um gradiente de aproximadamente 8^0C na superfície $x = 0$. A curva de fluxo de calor apresentou um comportamento intermediário em relação às amostras seca e saturada com água. Os históricos de temperatura e fluxo de calor são apresentados respectivamente, nos gráficos das Figuras 5.9 e 5.10.

Nas Figuras 5.11 e 5.12 são apresentados os resultados obtidos após o tratamento dos dados.

Do trecho horizontal no gráfico da Figura 5.11, correspondendo à região permanente, obteve-se:

$$\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_L}{\overline{q}_R} = 7.69 * 10^{-3}$$

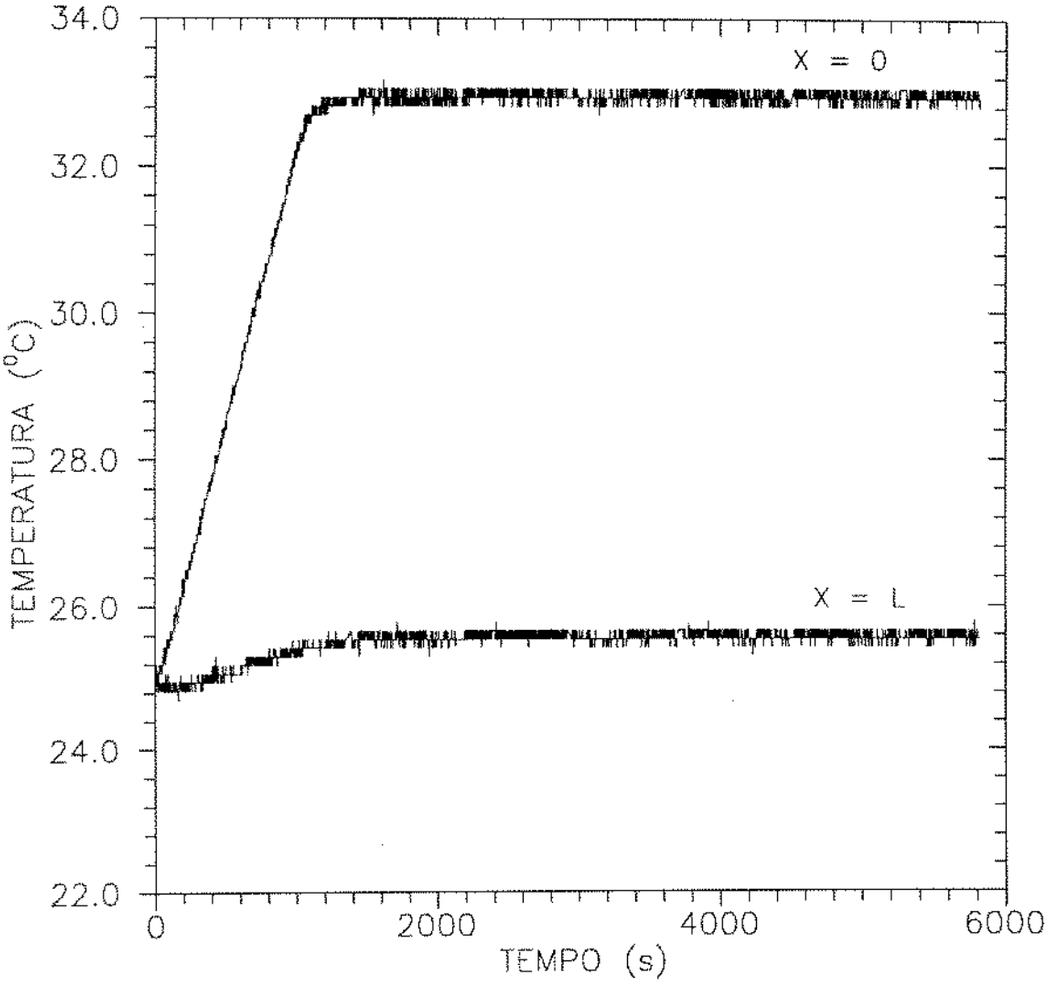

Figura 5.9: Histórico de Temperatura do Teste 3

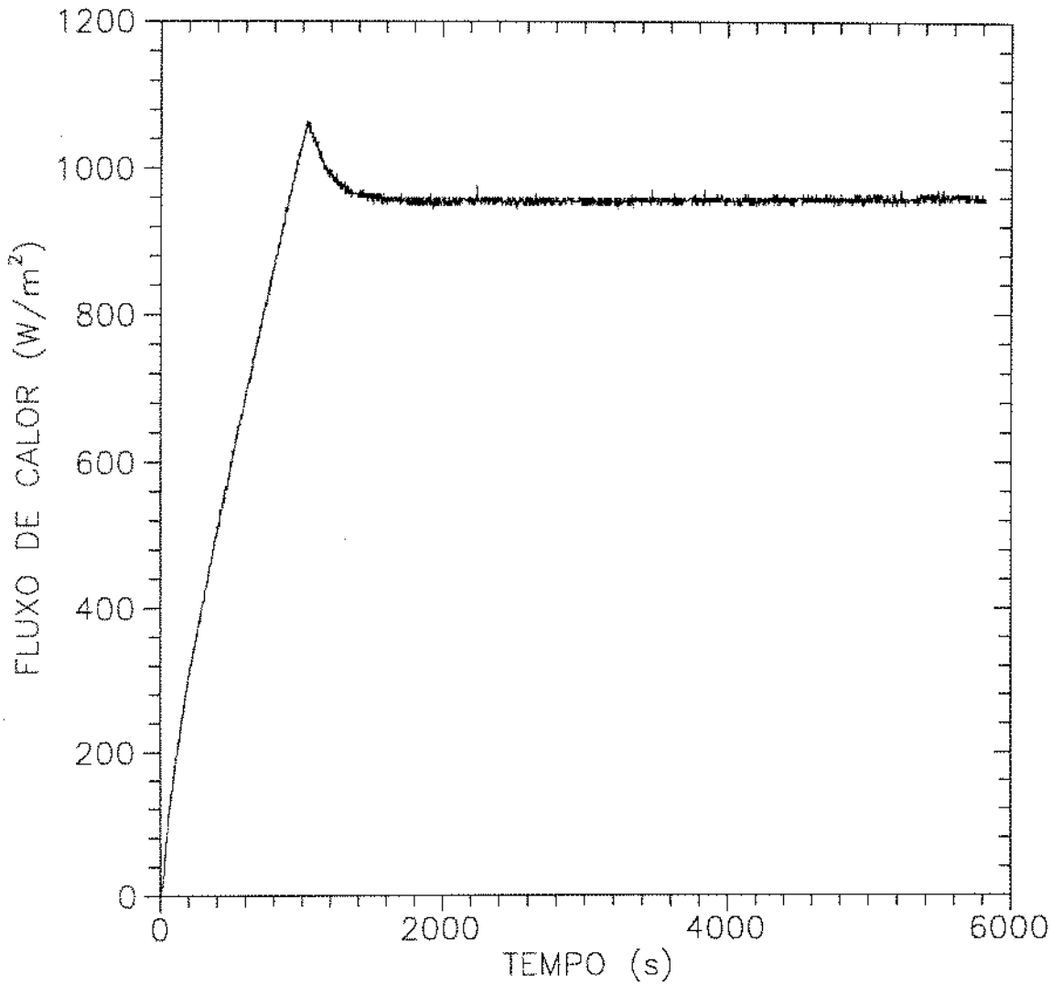

Figura 5.10: Histórico de Fluxo de Calor do Teste 3

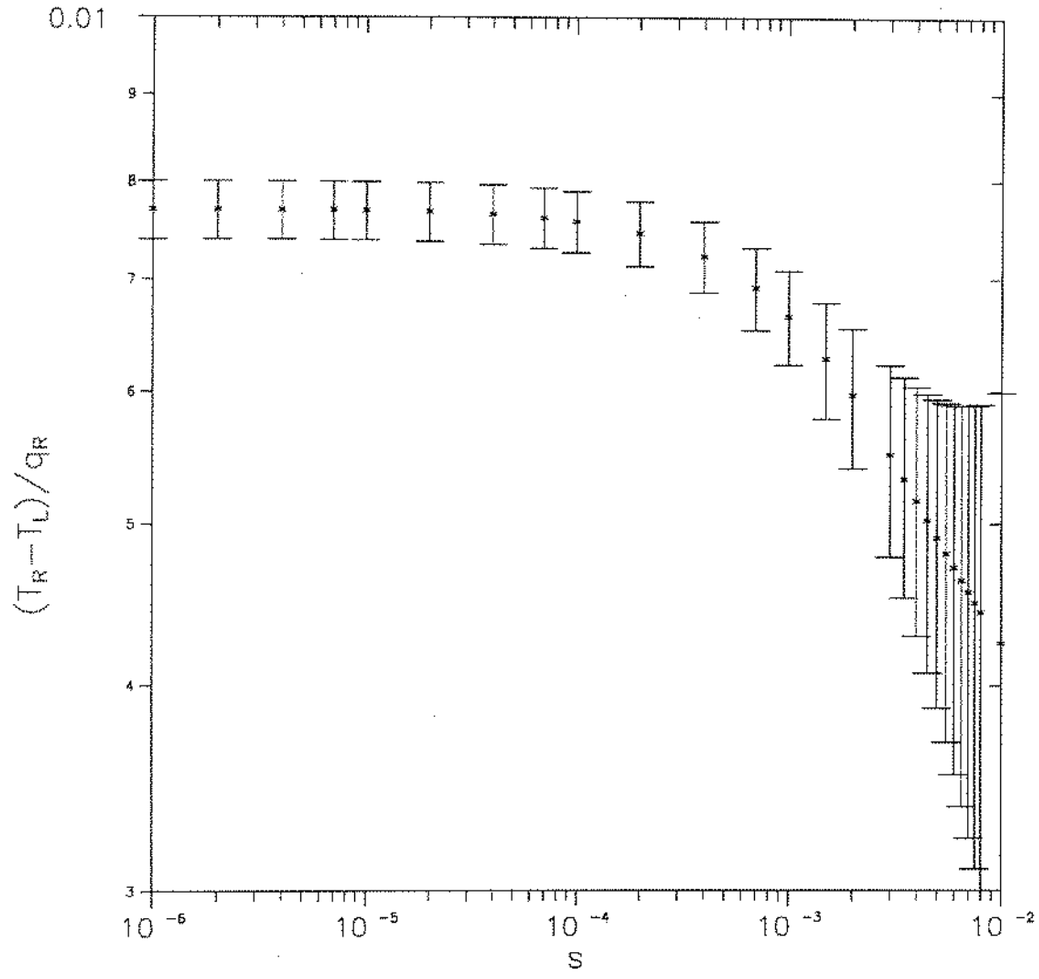

Figura 5.11: Solução no Espaço de Laplace do Teste 3

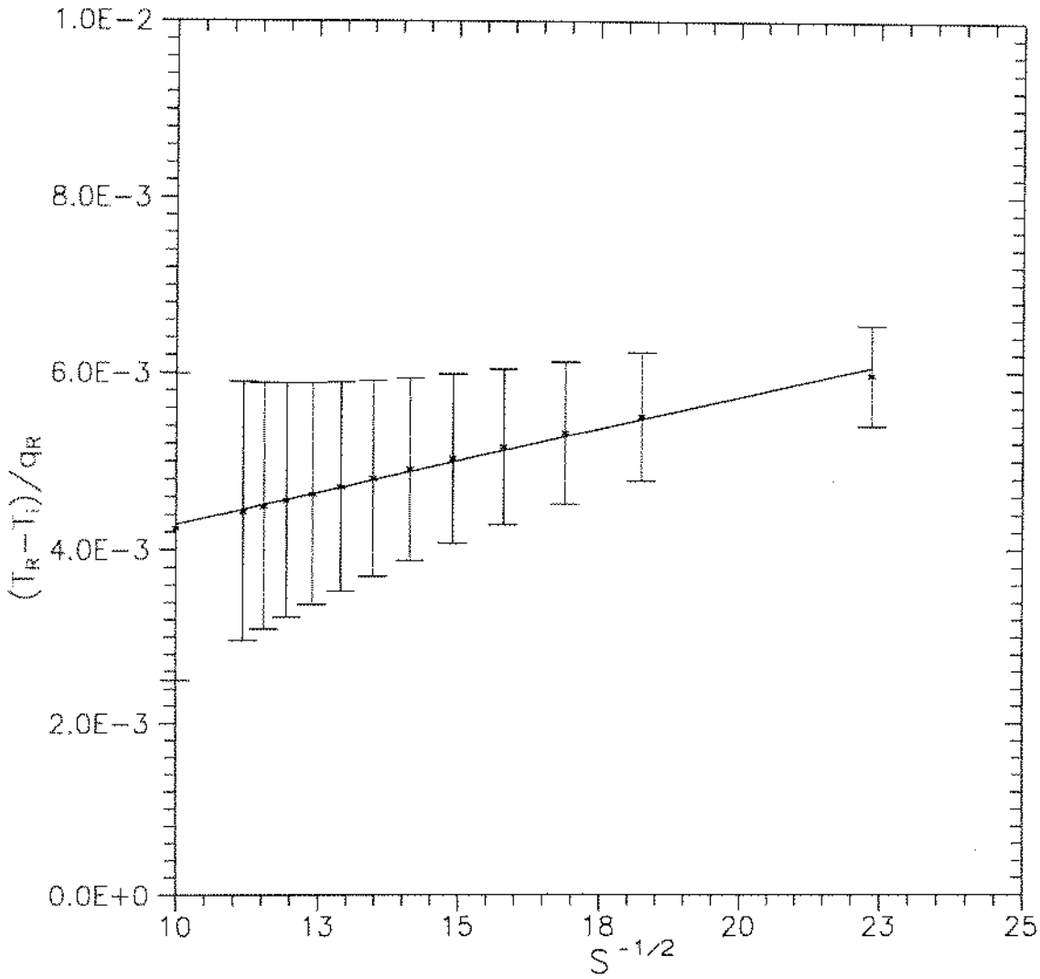

Figura 5.12: Transiente após Tratamento de Dados do Teste 3

e o ajuste linear nos pontos da Figura 5.12 forneceu a seguinte expressão:

$$\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_L}{\overline{q}_R} = (2.75 + 0.15 * s^{-\frac{1}{2}}) * 10^{-3}$$

Aplicando-se as equações (2.38), (2.41), (2.65) e (2.67) vem:

Tabela 5.2: Propriedades Térmicas da Amostra do Teste 3

Sem considerar resistência	$k = 3.32 \quad W/(m.^0C)$
de contacto	$\alpha = 0.22 * 10^{-6} \quad m^2/s$
Considerando resistência	$k = 5.28 \quad W/(m.^0C)$
de contacto	$\alpha = 0.55 * 10^{-6} \quad m^2/s$
Incertezas	$\frac{\omega_k}{k} = 4\% \quad$ ou $\quad \omega_k = 0.13 \quad W/(m.^0C)$
	$\frac{\omega_\alpha}{\alpha} = 43\% \quad$ ou $\quad \omega_\alpha = 0.09 * 10^{-6} \quad m^2/s$

5.4 Influência da Resistência de Contacto

Os resultados obtidos para as propriedades térmicas da amostra testada indicaram que a hipótese de contacto perfeito pode levar à valores subestimados tanto para a condutividade quanto para a difusividade térmicas (ver figuras 5.13 e 5.14). Outro aspecto observado foi que quanto maior a condutividade térmica determinada maior a correção quando a análise inclui a resistência de contacto.

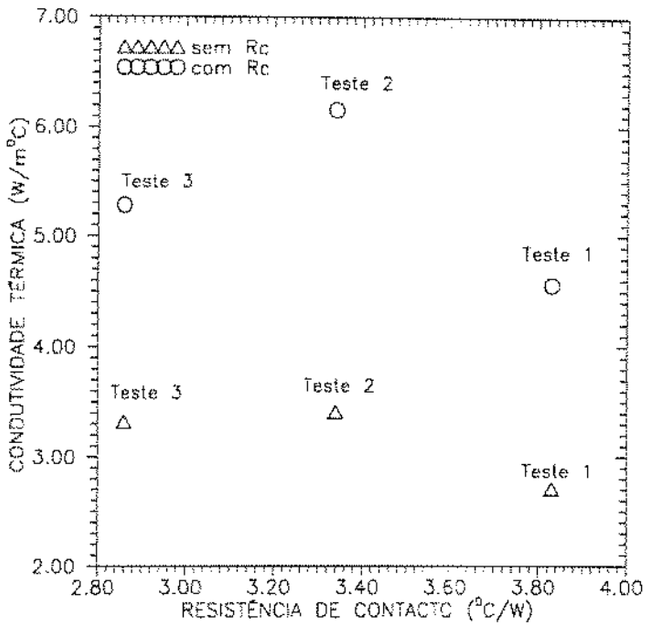

Figura 5.13: Influência da Resistência de Contacto na Condutividade

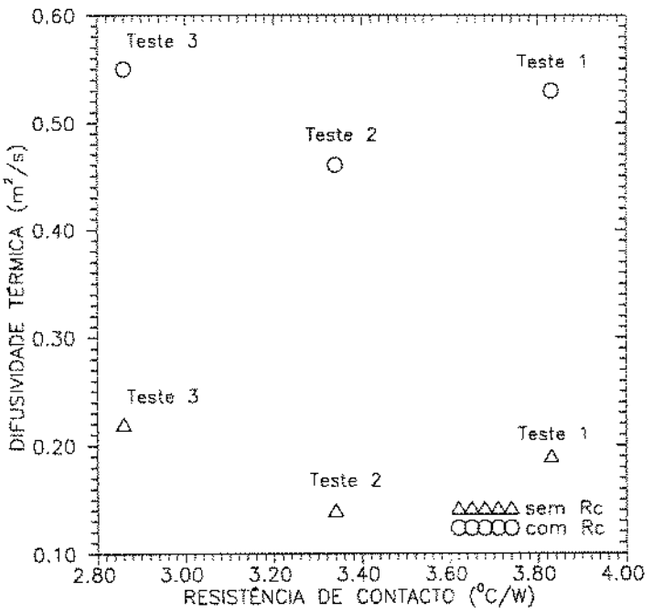

Figura 5.14: Influência da Resistência de Contacto na Difusividade

5.5 Influência da Mistura Contida

Os testes 1, 2 e 3, com diferentes condições de saturação foram realizados para observar a influência da mistura contida sobre as propriedades térmicas.

Os resultados apresentados no gráfico da Figura 5.15 mostraram que a condutividade aumenta com o aumento da saturação de água da amostra, sendo que para a análise incluindo resistência de contacto este aumento parece ser aproximadamente linear.

O aumento da densidade total da amostra também parece contribuir para o aumento da condutividade térmica (ver Figura 5.16).

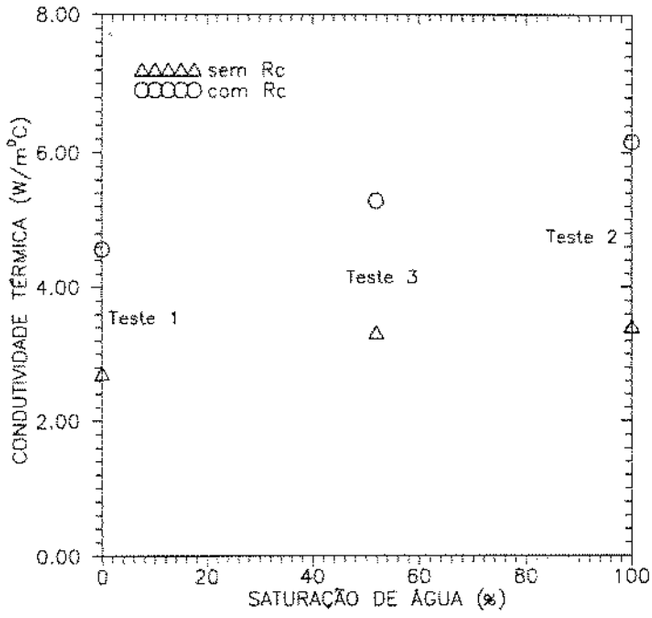

Figura 5.15: Influência da Saturação de Água na Condutividade

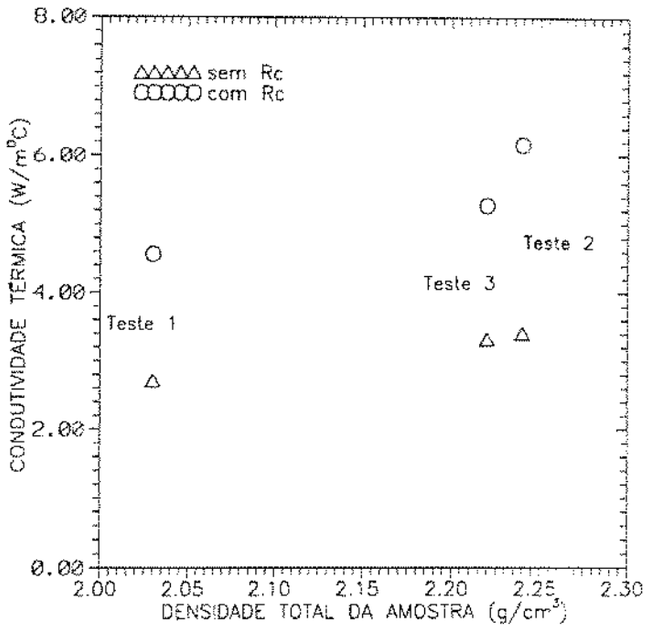

Figura 5.16: Influência da Densidade na Condutividade

Já a difusividade térmica parece não depender diretamente da saturação de água nem da densidade, tendo sido determinados o maior valor de difusividade para a amostra contendo água e óleo, o valor intermediário para a amostra seca e o valor mais baixo para a amostra totalmente saturada com água (ver Figuras 5.17 e 5.18).

Estes comportamentos apresentados para a condutividade e difusividade térmicas em relação a saturação de água e a densidade total estão de acordo com aqueles apresentados pela literatura [12], [13] e [5].

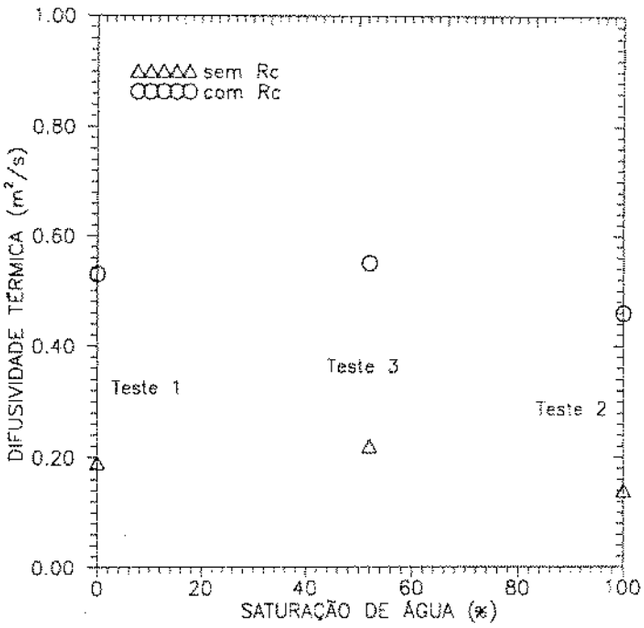

Figura 5.17: Influência da Saturação de Água na Difusividade

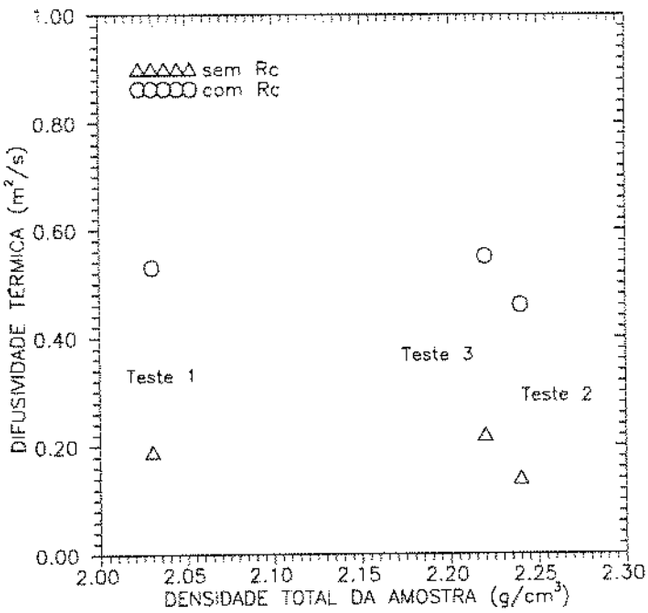

Figura 5.18: Influência da Densidade na Difusividade

5.6 Reprodutibilidade de Testes

Reproduzir um teste pressupõe a aplicação das mesmas condições impostas à amostra anteriormente. Entretanto, repetir exatamente o mesmo gradiente de temperatura e a mesma forma de aplicação deste gradiente na superfície da amostra nem sempre é possível. Para verificar a influência do uso de gradientes de temperatura com características diferentes, foi realizado outro teste para a amostra saturada com água e óleo (teste 4). Neste teste, a temperatura na superfície $x = 0$ foi alterada aleatoriamente durante cerca de 1800 segundos e em seguida mantida constante para permitir a extrapolação (ver capítulo 4). Os históricos de temperatura e fluxo de calor do teste 4, registrados experimentalmente, são apresentados nas Figuras 5.19 e 5.20.

Utilizando-se os mesmos procedimentos anteriores para o tratamento dos dados medidos, foram obtidos os valores mostrados nos gráficos das Figuras 5.21 e 5.22.

Notou-se um comportamento bastante semelhante entre os gráficos apresentados pelos teste 3 e 4. Do trecho horizontal da Figura 5.21 e do ajuste linear na Figura 5.22 foram obtidos os valores apresentados no quadro 5.3 juntamente com os resultados do teste 3.

Tabela 5.3: Dados para Análise de Repetibilidade de Testes

Teste	Condições Permanentes	Condições Transientes
3	$\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_L}{\overline{q}_R} = 7.69 * 10^{-3}$	$\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_L}{\overline{q}_R} = \left(2.86 + .14 s^{-1/2}\right) * 10^{-3}$
4	$\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_L}{\overline{q}_R} = 7.80 * 10^{-3}$	$\frac{\overline{T}_R - \overline{T}_L}{\overline{q}_R} = \left(2.75 + .15 s^{-1/2}\right) * 10^{-3}$

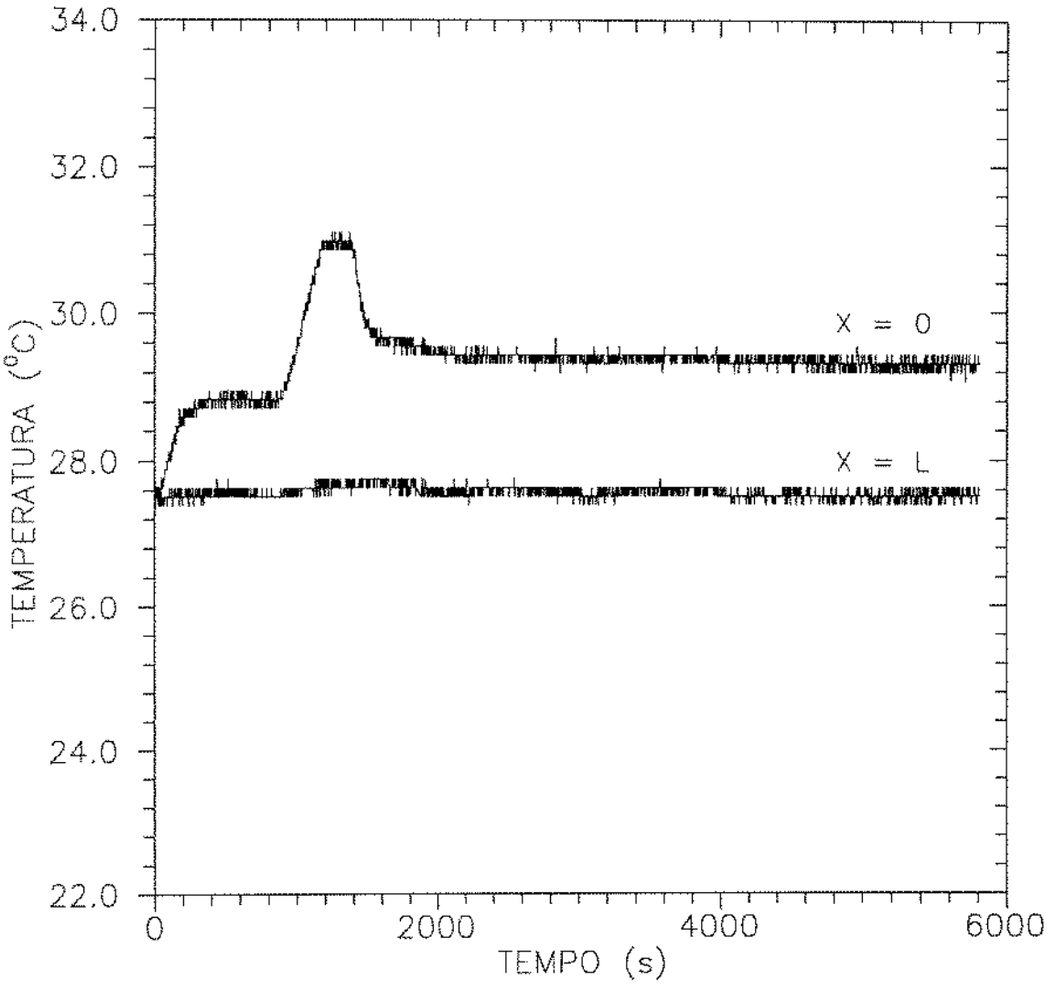

Figura 5.19: Histórico de Temperatura do Teste 4

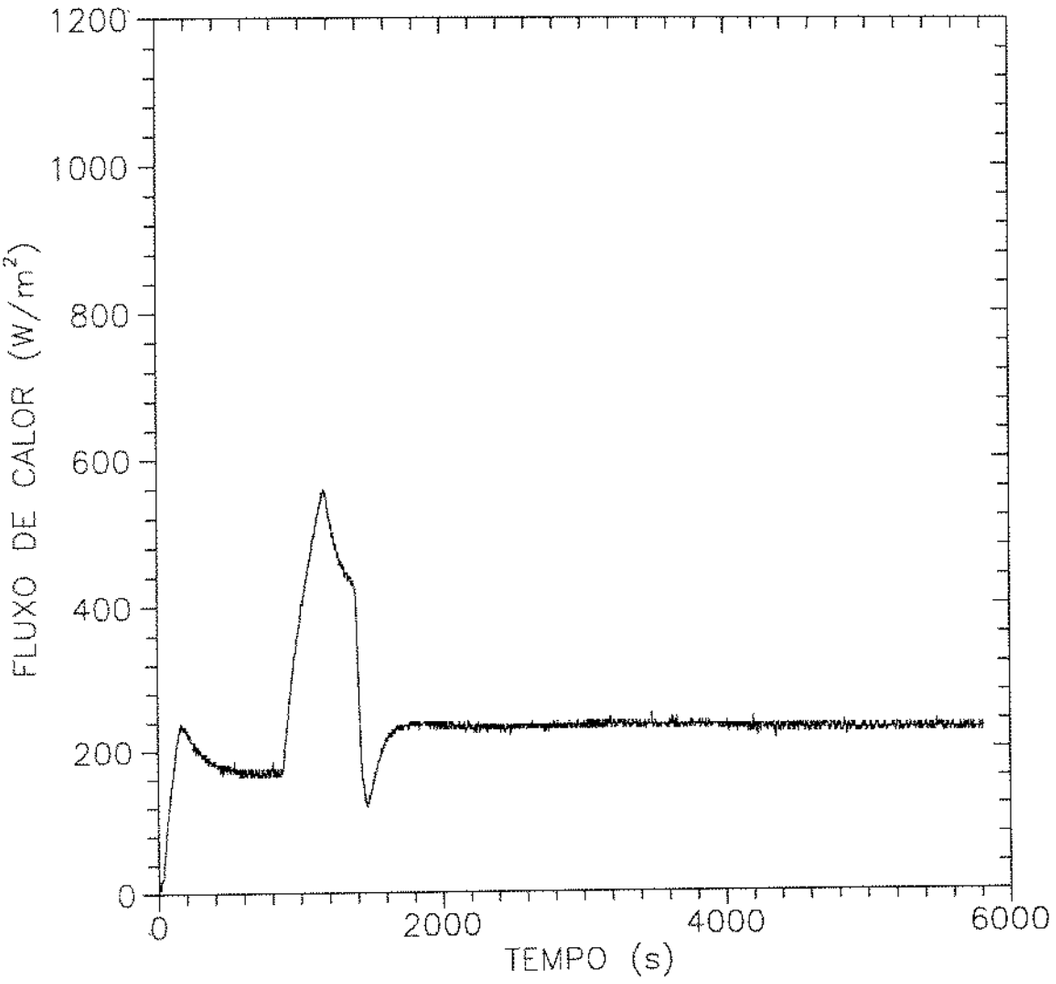

Figura 5.20: Histórico de Fluxo de Calor do Teste 4

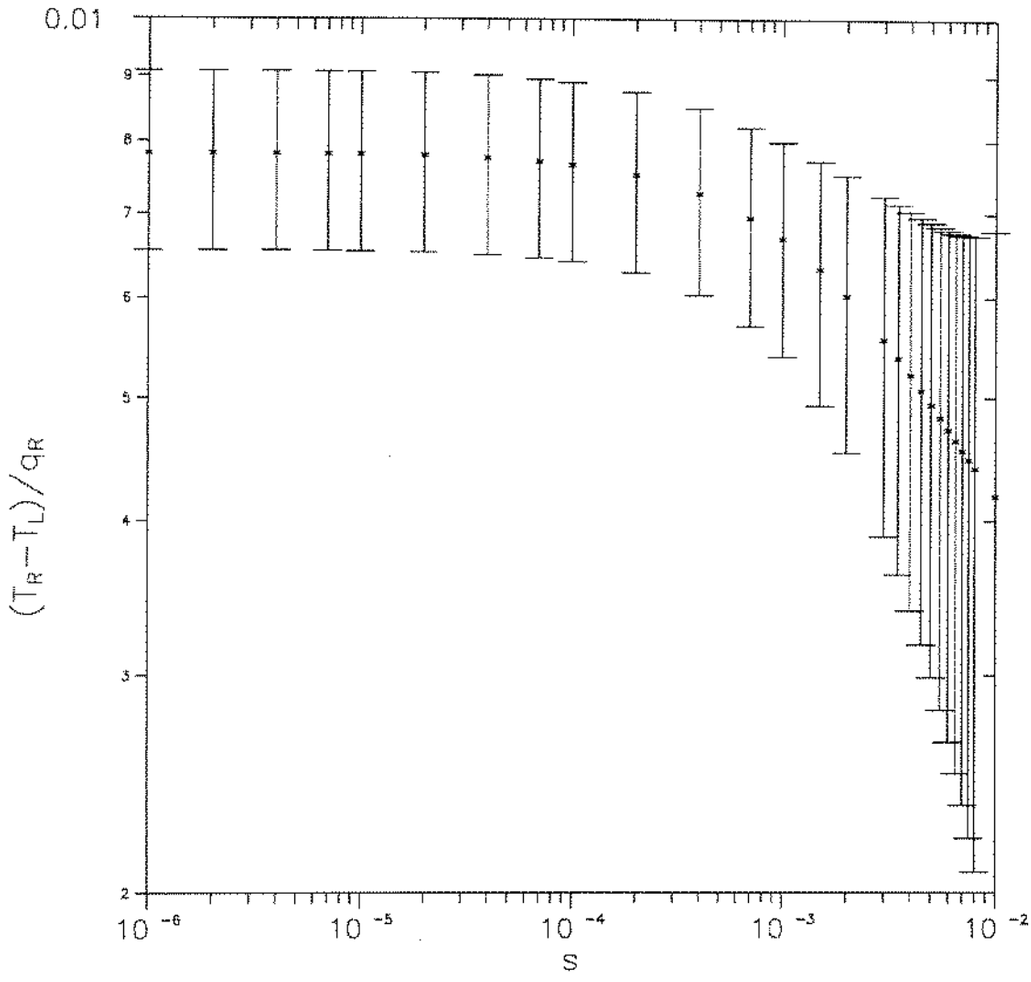

Figura 5.21: Solução no Espaço de Laplace do Teste 4

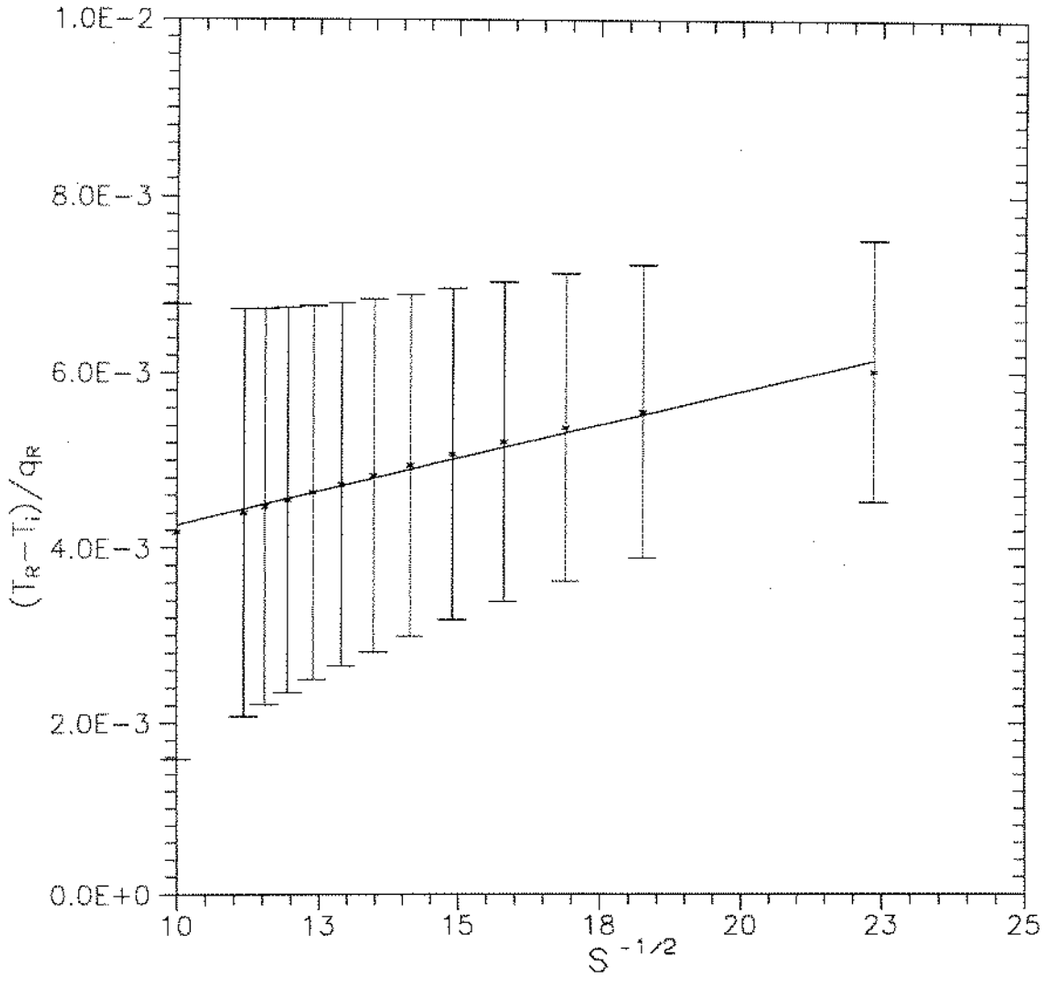

Figura 5.22: Transiente após Tratamento de Dados do Teste 4

Aplicando-se as equações (2.38), (2.41), (2.65) e (2.67) foram determinados os valores para a condutividade e difusividade térmicas da amostra contendo água e óleo e os resultados são mostrados no quadro 5.4

Tabela 5.4: Resultados da Análise de Repetibilidade de Testes

Teste	k $[W/(m.^0C)]$		$\alpha(*10^{-6})[m/s^2]$	
	sem R_c	com R_c	sem R_c	com R_c
3	3.32	5.29	0.22	0.57
4	3.27	5.05	0.24	0.59
valor medio	3.29	5.17	0.23	0.57
desvio relativo (%)	0.8	2.3	4.3	1.7

onde

$$valor\ medio = \left| \frac{valor_{teste3} - valor_{teste4}}{2} \right|$$

$$desvio\ relativo = \left| \frac{valor_{teste_Z} - valor\ medio}{valor\ medio} \right|, \quad Z = 3,4$$

Apesar do comportamento distinto apresentado pelos históricos de temperatura e fluxo de calor dos testes 3 e 4, os resultados obtidos para as propriedades térmicas foram semelhantes. Os valores encontrados no teste 3 foram reproduzidos com pequena diferença no teste 4.

As incertezas estimadas através das equações (4.15) e (4.16) para a condutividade e difusividade térmicas do teste 4 foram respectivamente

$$\frac{\omega_k}{k} = 16\% \qquad \text{ou} \qquad \omega_k = 0.53 \quad W/(m.^0C)$$

e

$$\frac{\omega_\alpha}{\alpha} = 85\% \quad \text{ou} \quad \omega_\alpha = 0.20 * 10^{-6} \quad m^2/s$$

Embora os valores das propriedades térmicas tenham sido reproduzidos dentro de intervalos pequenos, as incertezas decorrentes dos procedimentos experimentais indicaram uma confiabilidade muito menor para os valores determinados. Isto pode ser causado pela ordem dos erros sistemáticos inerentes ao aparato experimental e propagados através da análise utilizada.

5.7 Influência de Suavização de Dados

Para verificar a influência de suavização dos dados nos procedimentos sugeridos neste trabalho, o tratamento de dados do teste 1 (amostra seca) foi realizado com os dados filtrados e com os dados sem suavização. A curva suavizada foi traçada para diversos trechos do gráfico e com a utilização de diferentes janelas para cada trecho. As curvas de temperatura e fluxo de calor com e sem suavização são apresentadas nas Figuras 5.23 e 5.24.

Após o tratamento de dados, praticamente não houve diferença entre os valores encontrados, o que pode ser verificado nas Figuras 5.25 e 5.26.

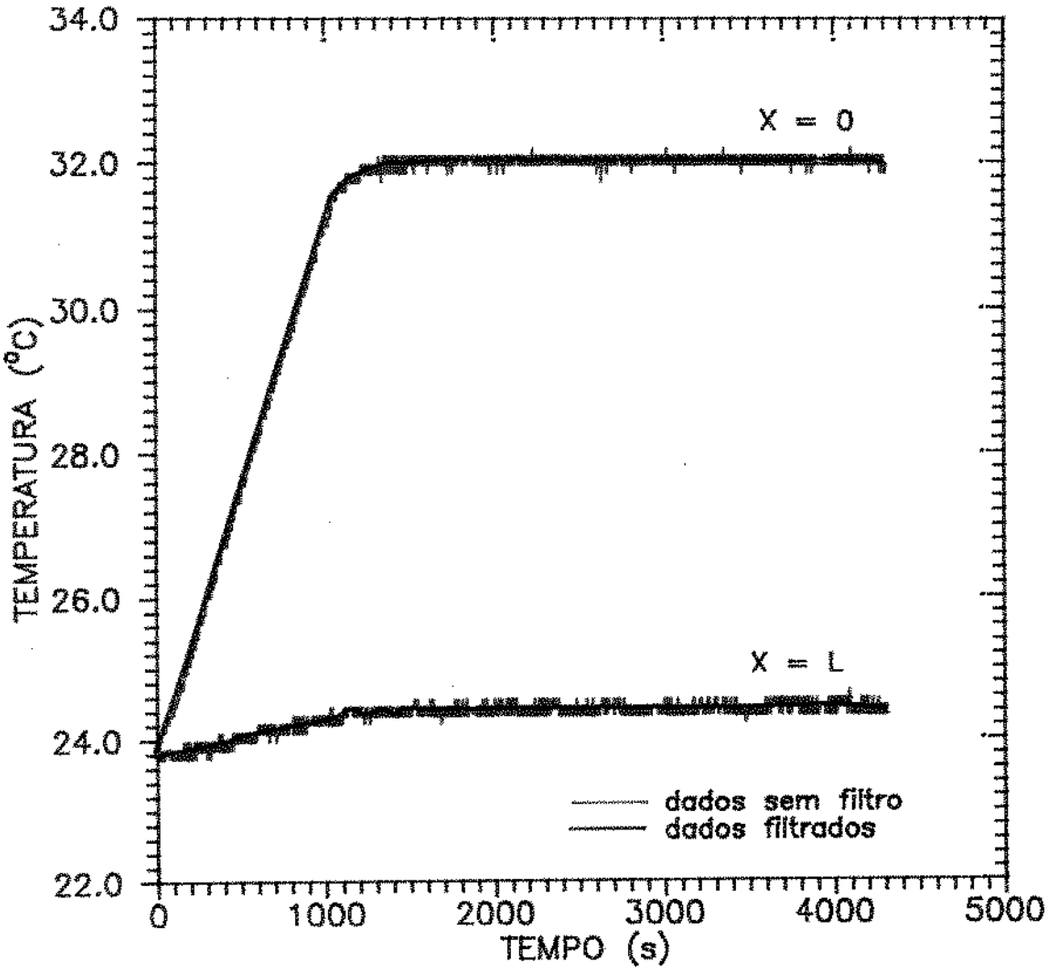

Figura 5.23: Histórico de Temperatura Suavizado do Teste 1

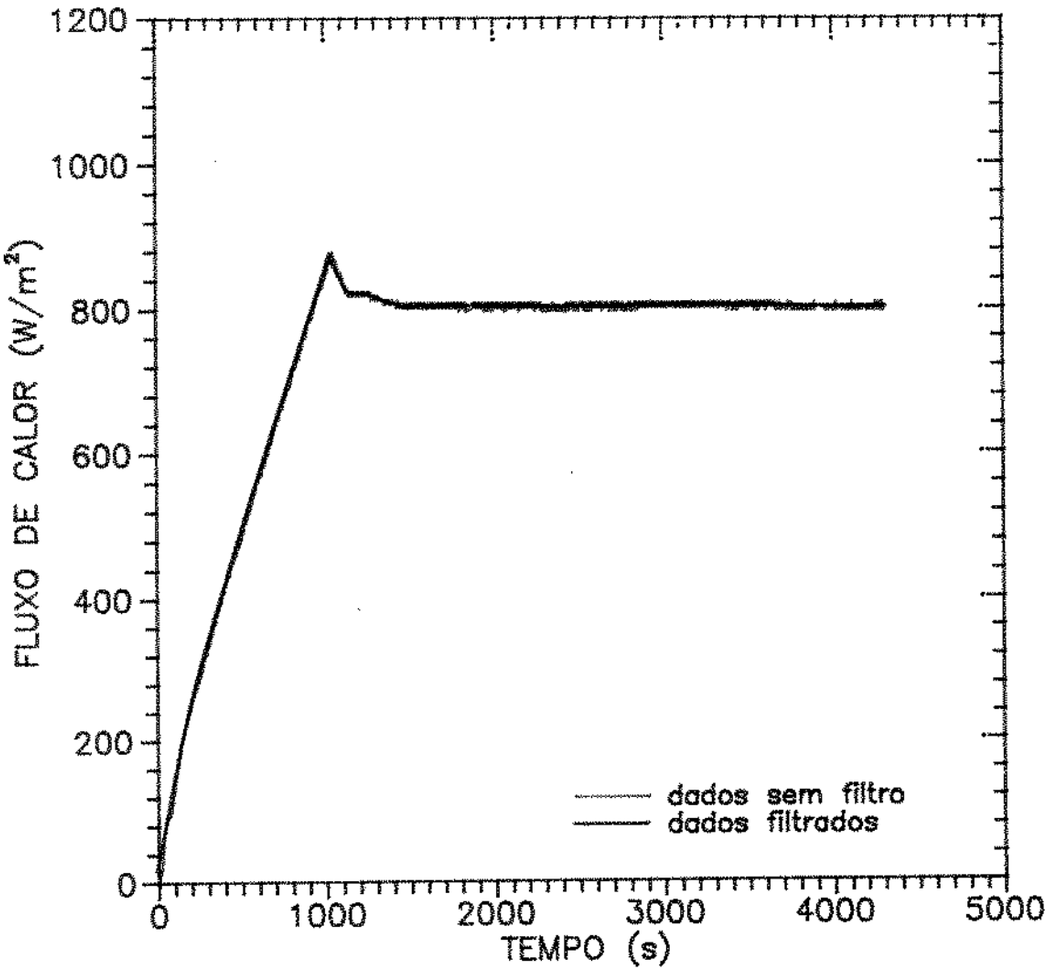

Figura 5.24: Histórico de Fluxo de Calor Suavizado do Teste 1

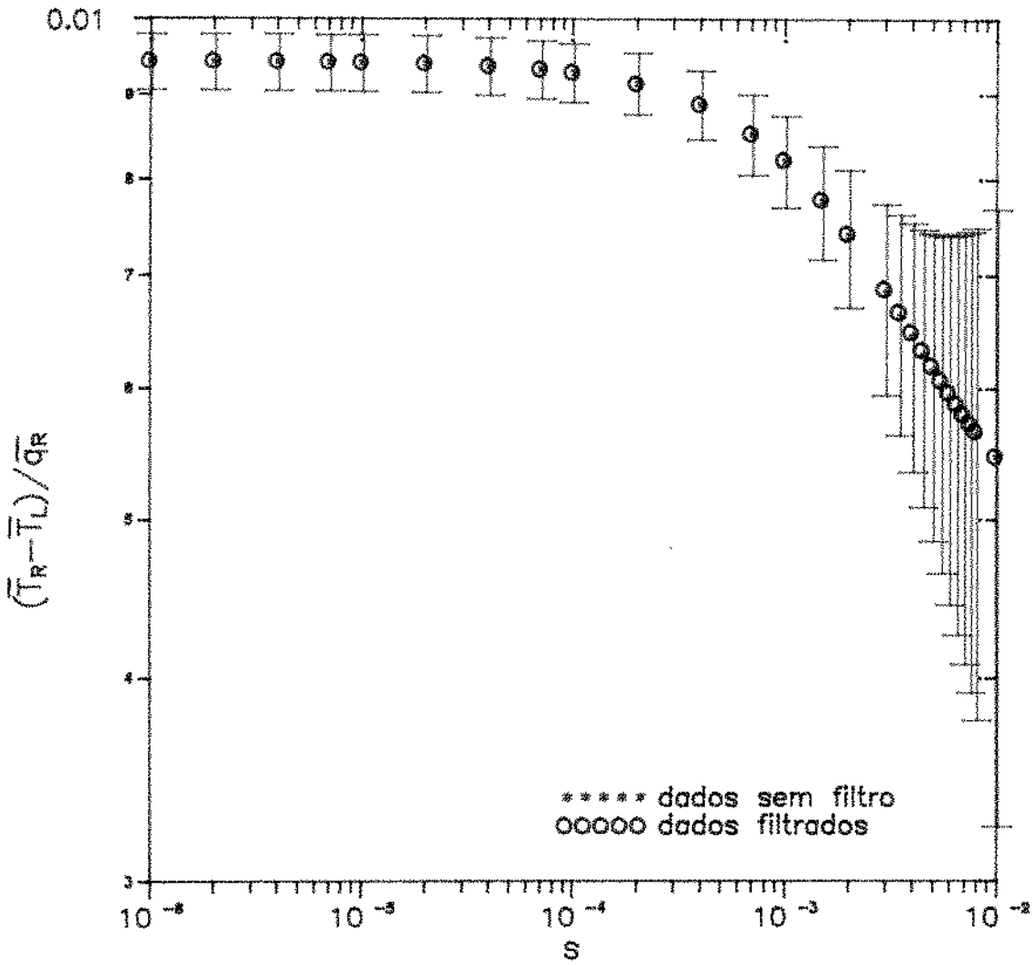

Figura 5.25: Influência da Suavização na Solução (Teste 1)

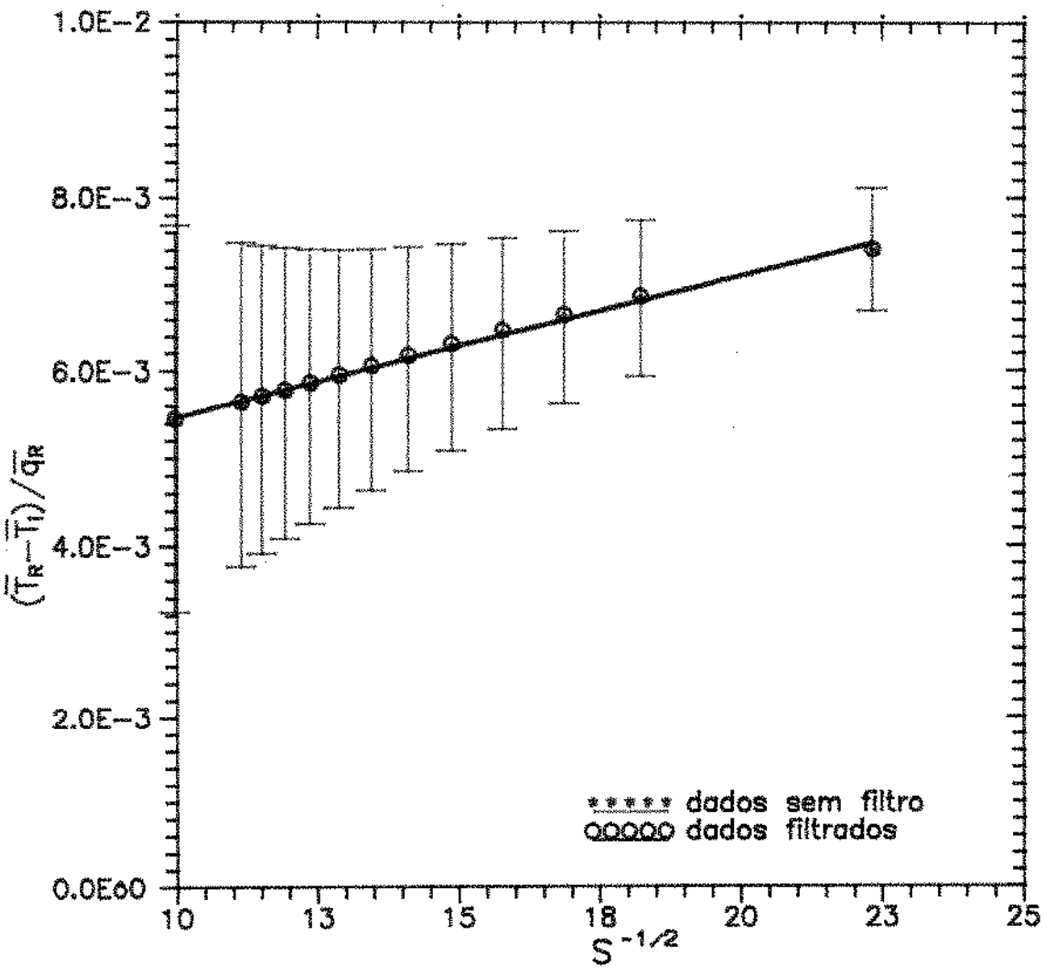

Figura 5.26: Influência da Suavização no Transiente (Teste 1)

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste capítulo são apresentadas as conclusões e recomendações originadas a partir do trabalho desenvolvido.

6.1 Conclusões

O trabalho desenvolvido procurou abordar os diversos aspectos inerentes à determinação de propriedades térmicas relacionados ao modelo teórico, aos procedimentos experimentais utilizados e à determinação dos intervalos de confiança para os resultados obtidos.

O método apresentado mostrou-se adequado para medida de condutividade e difusividade térmicas de amostras porosas requerendo gradientes pequenos de temperatura.

No método proposto, a determinação dos parâmetros é realizada no espaço de Laplace. A principal vantagem deste procedimento é que esta determinação é realizada através de integração dos dados de temperatura e fluxo de calor medidos no laboratório. Sendo a integração (transformada de Laplace) um problema bem posto, o tratamento de dados é aplicado sem dificuldades. Além disso, torna-se possível o tratamento de dados com ruídos de pequena intensidade, sem a utilização de filtro, já que a integração incorpora aspectos de suavização.

O tratamento de dados proposto é bastante rápido e pode ser realizado em microcomputador do tipo IBM-PC, dependendo do número de pontos registrados, do

ruído apresentado nas leituras e da tolerância adotada para o resultado da integração.

A análise realizada para diferentes condições de saturação da amostra (testes 1, 2 e 3) indicou que a condutividade térmica aumenta com o aumento de saturação de água e densidade total da amostra. Já a difusividade não apresenta uma relação direta com estes fatores.

Os resultados encontrados indicaram que a hipótese de contacto perfeito pode levar à valores subestimados de condutividade e difusividade térmicas.

Os intervalos de confiança determinados para as propriedades térmicas demonstraram uma forte influência de erros sistemáticos. Embora tenha sido possível reproduzir um teste com 2% e 4% de desvio máximo em relação ao valor médio, os intervalos de confiança estimados ficaram, respectivamente, em torno de 4% e 43% para a condutividade e difusividade térmicas.

Um dos fatores limitantes no processo de medida foi o registrador de tensão, pois a resolução de $5\mu V$ com precisão de $\pm 2.5\mu V$ do sistema de aquisição de dados representa leituras da ordem de $(5.0 \pm 2.5) W/m^2$ e $(0.10 \pm 0.05)^0 C$ para fluxo de calor e temperatura respectivamente. Desta forma, quaisquer valores intermediários foram inadequadamente registrados, interferindo inclusive no processo de calibração dos instrumentos.

A aplicação do gradiente de temperatura na superfície $x = 0$ parece ter sido demasiadamente lenta, pois no início do período transiente as incertezas relativas determinadas para as medidas de temperatura e fluxo de calor foram bastante altas.

6.2 Recomendações

Para a aplicação do presente método é necessário que uma extrapolação segura para o comportamento dos históricos de temperatura e fluxo de calor no infinito possa ser realizada.

É recomendado que as medidas no início do período transiente sejam tomadas com a maior frequência possível. Isto permite ampliar a extensão coberta pelos pontos da reta relativa ao regime transitório, da qual se avalia a difusividade.

Um medidor de tensão com resolução melhor que $5\mu V$ é recomendado, possibilitando a redução dos erros sistemáticos e consequente aumento de precisão do método.

Acredita-se que se o gradiente de temperatura na superfície $x = 0$ for aplicado mais rapidamente, os erros relativos para medidas de temperatura e fluxo de calor no início do período transiente possam ser reduzidos, possibilitando maior confiança na determinação da difusividade.

Uma vez detectada a importância da resistência de contacto, sugere-se avaliar a possibilidade de utilização de outros materiais para promover contacto térmico entre a fonte de calor e a amostra. A utilização da pasta de silicone também deve ser melhor avaliada pois parte do óleo contido nesta pasta foi absorvido pela superfície da amostra não sendo possível verificar, neste trabalho, a interferência deste fato na determinação das propriedades térmicas.

NOMENCLATURA

Bi : número de Biot

C : constante, (eq. 4.12).

CU : fator de conversão de unidades, (eq. 3.3).

FC : fator de correção de temperatura, (eq. 3.3).

h : intervalo de discretização.

k : condutividade, $[W/(m.K)]$.

K_g : permeabilidade ao gás, $[mD]$.

L : comprimento, $[m]$.

m : massa $[g]$.

P : fórmula de três pontos para integração por Simpson.

q : fluxo de calor por unidade de área, $[W/m^2]$.

Q : fórmula de cinco pontos para integração por Simpson.

R : resultado.

R_c : resistência térmica de contacto, $[(m^2.K)/W]$.

s : variável de Laplace.

S_w : saturação de água [%].

S_o : saturação de óleo [%].

t : tempo, $[s]$.

T : temperatura, $[^0C]$.

T_i : temperatura inicial, $[^0C]$.

T_L : temperatura na superfície $x = L$, $[^0C]$.

T_R : temperatura no sensor de calor, $[^0C]$.

u : função janela.

v : variável.

V : tensão $[mV]$.

V_T : volume total, $[cm^3]$.

$V_{a.princ}$: volume da amostra principal, $[cm^3]$.

$V_{a.prot}$: volume da amostra de proteção, $[cm^3]$.

V_G : volume de grãos, $[cm^3]$.

V_P : volume poroso, $[cm^3]$.

V_o : volume de óleo, $[cm^3]$.

x : coordenada cartesiana, $[m]$.

Símbolos Gregos:

α : difusividade térmica, $[m^2/s]$.

β : coeficiente angular.

ϵ: tolerância para integração.

θ : temperatura adimensional.

Θ : temperatura adimensional.

$\overline{\xi}$: solução, no espaço de Laplace, do problema para $\theta_2(x^*, t^*)$.

ρ: densidade $[g/cm^3]$.

σ : desvio padrão.

Φ: porosidade [%].

$\overline{\phi}$: solução, no espaço de Laplace, do problema para $\Theta_2(x^*, t^*)$.

$\overline{\Psi}$: solução, no espaço de Laplace, do problema para $\Theta_1(x^*, t^*)$.

$\overline{\Omega}$: solução, no espaço de Laplace, do problema para $\theta_1(x^*, t^*)$.

ω : incerteza.

Sobrescritos e Subscritos:

$(\,)_{a.princ}$: referente à amostra principal.

$(\,)_{a.prot}$: referente à amostra de proteção.

$( )_{agua}$: referente à amostra saturada com água.

$( )_{ag.oleo}$: referente à amostra saturada com água e óleo.

$( )_{conj}$: referente ao conjunto, amostras principal e de proteção.

$( )_e$: valor extrapolado.

$( )_G$: referente a grãos.

$( )_g$: referente a gás.

$( )_i$: condição inicial.

$( )_m$: valor medido.

$( )_o$: referente a óleo.

$( )_Q$: referente à amostra de quartzo fundido.

$( )_{q_R}$: referente ao fluxo de calor medido pelo sensor.

$( )_r$: quantidade de referência.

$( )_R$: referente à leitura no sensor de calor.

$( )_{seca}$: referente à amostra seca.

$( )_{T_R}$: referente à temperatura medida em $x = 0$.

$( )_{T_i}$: referente à temperatura inicial medida.

$( )_{T_L}$: referente à temperatura medida em $x = L$.

$( )^*$: variável adimensional.

$(\bar{})$: quantidade no campo de Laplace.

$( )_0$: condição na fronteira x=0.

$( )_w$: referente à água.

Referências

[1] Boberg, T. C.: "Thermal Methods of Oil Recovery", An Exxon Monograph, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1988.

[2] Donaldson, E. C.; Chilingarian, G. V. & Yen, T. F.: "Enhanced Oil Recovery, II, Process and Operations", Elsevier Science Publishers B. V., New York, 1989.

[3] Prats, M.: "Thermal Recovery", American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers Inc., New York, 1982.

[4] White, P. D. & Moss, J. T.: "Thermal Recovery Methods", PennWell Publishing Company, Tulsa, 1983.

[5] Somerton, W. H.: "Some Thermal Caracteristics of Porous Rocks", Trans., AIME, Vol. 213, 1958, 375-378.

[6] DE Vries, D. A. & Peck, A. J.: "On the Cilindrical Probe Method of Measuring Thermal Condutivity With Special Reference to Soils", Aust. Journal Physics, Vol. 11, 1958, 255-271.

[7] Harmathy, T. Z.: "Variable-State Methods of Measuring the Thermal Properties of Solids", Journal of Applied Physics, Vol. 35, 4, 1964, 1190-1200.

[8] Donati, A.; Lanciani, A.; Morabito P.; Rossi, P.; Barberis, F.; Berti, R.; Capelli,A. & Sona, G. P.: "Evaluation of Thermal Conductivity and Diffusivity of Concrete by means of the Two-Linear-Parallel-Probe Method", High Temperatures-High Pressures, Vol. 19, 1987, 371-380.

[9] Blackwell, J. H.: "A Transient Flow Method for Determination of Thermal Constants of Insulating Materials in Bulk",Journal of Applied Physics, Vol. 25, 2, 1954, 137-144.

[10] Trevisan, O. V.; Mohanty, S. & Miller, M. A.: "Transient Method for Measuring Thermal Properties of Saturated Porous Media", aceito para publicação no Internacional Journal Heat and Mass Transfer.

[11] Bruijn, P. J.; van Haneghem, I. A. & Schenk, J.: "An Improved Nonsteady- state Probe Method for Measurements in Granular Materials. Part I: Theory", High Temperatures-High Pressures, Vol. 15, 1983, 359-366.

[12] A.; Lanciani, A.; Morabito P.; Rossi, P.; Barberis, F.; Berti, R.; Capelli,A. & Sona, G. P.: "Measurements of the Thermophysical Properties of Structural Materials in Laboratory and in Situ: Methods and Instrumentation", High Temperatures-High Pressures, Vol. 21, 1989, 391-400.

[13] Morabito P.: "Measurement of the Thermal Properties of Different Concretes", High Temperatures-High Pressures, Vol. 21, 1989, 51-59.

[14] Kline, S. J. & McClintock, F. A.: "Describing Uncertainties in Single-Sample Experiments", Mechanical Engineering, pp. 3-8, January, 1953.

[15] Bansal, N. P. & Doremus, R. H.: "Handbook of Glass Properties", Academic Press. Inc., Orlando, 1986.

[16] ASTM STP 470A: "Manual on the Use of Thermocouples in Temperature Measurement", American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1974.

[17] Manual de Operações - Célula de Pressão de Dessaturação Capilar, COREXPORT catálogo 118, 1987.

[18] Manual de Operações - Porosímetro, CORE LABORATORIES INC., 1981.

[19] Manual de Operações - Permeâmetro a gás, CORE LABORATORIES INC..

[20] Carslaw, H. S. & Jaeger, J. C.:" Conduction of Heat in Solids", segunda edição, Clarendon Press Oxford, New York, 1959.

[21] Cheney, E. W. & Kincaid, D.: "Numerical Mathematics and Computing", Brooks/Cole Pub. Co., Monterey-CA, 1990.

[22] Forsythe, G. E.; Malcolm, M. A. & Moler,C. B.: "Computer Methods for Mathematical Computations", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1977.

[23] Press, W. H.; Flannerry, B. P.; Teukolsky, S. A. & Vetterling, W. T.: "Numerical Recipes - The Art of Scientific Computing", Cambridge, Cambridge University Press, 1988.

[24] Raznjević, K.: "Handbook of Thermodynamic Tables and Charts", McGraw-Hill Book Company, New York, 1976.

[25] Rohsenow, W. M.; Hartnett, J. P. & Ganic, E. N.: "Handbook of Heat Transfer Fundamentals", McGraw-Hill, Segunda Edição, New York, 1985.

[26] Trevisan, O. V. & Miller, M. A.: "Thermal and Thermal Mechanical Effects in Thermall Oil Recovery Transient Method of Measuring Thermal Diffusivity", Relatório Interno, 1991.

[27] Trevisan, O. V.: "Algoritmo para Cálculo das Transformada de Laplace dos Dados", comunicação pessoal.

[28] Vuolo,J. H.: "Fundamentos da Teoria dos Erros", Edgard Blucher Ltda, São Paulo-SP/BR, 1992.

A Soluções Analíticas

São desenvolvidas, neste apêndice, as soluções analíticas dos Problemas I e II apresentadas no capítulo 2.

A.1 Solução do Problema I

Supondo conhecidos os históricos de temperatura em x=0 e em x=L desenvolvidos em uma amostra inicialmente à temperatura homogênea e estabilizada e posteriomente submetida a uma condição de aquecimento na superfície x=0, o problema diferencial adimensional (Problema I do capítulo 2) pode ser descrito pelas seguintes equações:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^{*2}} = \frac{\partial \theta}{\partial t^*} , \tag{A.1}$$

$$\text{Condição Inicial} \qquad \theta(x^*, 0) = 0 , \tag{A.2}$$

$$\text{Condições de Contorno} \qquad \begin{cases} \theta(0, t^*) = \theta_R(t^*) \\ \\ \theta(1, t^*) = \theta_L(t^*) \end{cases} \tag{A.3}$$

Para resolver o problema acima, consideremos a transformada de Laplace

$$\overline{\theta}(x^*, s^*) = \int_0^\infty e^{-st} . \theta(x^*, t^*) . dt , \tag{A.4}$$

Aplicando à EDP, temos a equação transformada (EDO em x^*)

$$\frac{d^2\overline{\theta}}{dx^{*2}}(x^*, s^*) - s^*\overline{\theta}(x^*, s^*) = 0 \qquad (0 < x^* < 1)\,, \tag{A.5}$$

Da mesma forma as condições de contorno ficam transformadas em

$$\begin{cases} \overline{\theta}(0, s^*) = \overline{\theta}_R(s^*) \\ \\ \overline{\theta}(1, s^*) = \overline{\theta}_L(s^*) \end{cases} \tag{A.6}$$

onde $\overline{\theta}_R(s^*)$ e $\overline{\theta}_L(s^*)$ são as transformadas de Laplace de $\theta_R(t^*)$ e $\theta_L(t^*)$, respectivamente.

A solução geral da EDP transformada (A.5) é dada por:

$$\overline{\theta}(x^*, s^*) = A(s^*).e^{\sqrt{s^*}x^*} + B(s^*).e^{-\sqrt{s^*}x^*}\,, \tag{A.7}$$

onde $A(s^*)$ e $B(s^*)$ são constantes a determinar.

Implementando-se as condições de contorno (A.6) temos

$$\begin{cases} \overline{\theta}(0, s^*) = A(s^*) + B(s^*) = \overline{\theta}_R(s^*)\,, \\ \\ \overline{\theta}(1, s^*) = A(s^*).e^{\sqrt{s^*}} + B(s^*).e^{-\sqrt{s^*}} = \overline{\theta}_L(s^*) \end{cases} \tag{A.8}$$

Resolvendo-se o sistema (A.8) para $A(s^*)$ e $B(s^*)$ obtém-se

$$\begin{cases} A(s^*) = \frac{\overline{\theta}_L(s^*) - \overline{\theta}_R(s^*).e^{-\sqrt{s^*}}}{2\sinh\sqrt{s^*}} \\ \\ B(s^*) = \frac{\overline{\theta}_R(s^*).e^{\sqrt{s^*}} - \overline{\theta}_L(s^*)}{2\sinh\sqrt{s^*}} \end{cases} \tag{A.9}$$

Substituindo-se (A.9) em (A.7) tem-se:

$$\overline{\theta}(x^*,s^*) = \frac{e^{\sqrt{s^*}x^*}\left[\overline{\theta}_L(s^*) - e^{-\sqrt{s^*}}\overline{\theta}_R(s^*)\right] + e^{-\sqrt{s^*}x^*}\left[\overline{\theta}_R(s^*).e^{\sqrt{s^*}x^*} - \overline{\theta}_L(s^*)\right]}{2\sinh\sqrt{s^*}}$$

$$= \frac{\left[e^{\sqrt{s^*}(1-x^*)} - e^{-\sqrt{s^*}(1-x^*)}\right]\overline{\theta}_R(s^*) + \left[e^{\sqrt{s^*}x^*} - e^{-\sqrt{s^*}x^*}\right]\overline{\theta}_L(s^*)}{2\sinh\sqrt{s^*}}\,, \qquad \text{(A.10)}$$

,o que fornece a solução $\overline{\theta}(x^*,s^*)$ no campo de Laplace dada por:

$$\overline{\theta}(x^*,s^*) = \frac{\sinh\sqrt{s^*}(1-x^*)}{\sinh\sqrt{s^*}}\overline{\theta}_R(s^*) + \frac{\sinh\sqrt{s^*}x^*}{\sinh\sqrt{s^*}}\overline{\theta}_L(s^*)\,. \qquad \text{(A.11)}$$

A.2 Solução do Problema II

Supondo conhecidos os históricos de fluxo de calor na superfície x=0 e de temperatura na superfície x=L originados em uma amostra inicialmente à temperatura constante e depois submetida a um aquecimento em sua face superior, podemos descrever o problema diferencial adimensional (Problema II do capítulo 2) através das seguintes equações:

$$\frac{\partial^2\Theta}{\partial x^{*2}} = \frac{\partial\Theta}{\partial t^*}\,, \qquad \text{(A.12)}$$

$$\text{Condição Inicial} \qquad \Theta(x^*,0) = 0\,. \qquad \text{(A.13)}$$

$$\text{Condições de Contorno} \quad \begin{cases} \left(\frac{\partial\Theta}{\partial x^*}\right)_{x^*=0} = -q_R^*(t^*) \\ \\ \Theta(1,t^*) = \theta_L(t^*) \end{cases} \qquad \text{(A.14)}$$

Aplicando-se a transformada de Laplace (Tabela A.1), tem-se:

$$\frac{d^2\overline{\Theta}}{dx^{*2}}(x^*,s^*) - s^*\overline{\Theta}(x^*,s^*) = 0 \qquad (0 < x^* < 1)\,, \tag{A.15}$$

$$\text{Condições de Contorno Transformadas} \quad \begin{cases} \left(\frac{d\overline{\Theta}}{dx^*}\right)_{x^*=0} = -\overline{q}_R^*(s^*) \\ \\ \overline{\Theta}(1,s^*) = \overline{\theta}_L(s^*) \end{cases} \tag{A.16}$$

onde $\overline{q}_R^*(s^*)$ e $\overline{\theta}_L(s^*)$ são, respectivamente, as transformadas de Laplace de $q_R^*(t^*)$ e $\theta_L(t^*)$.

A solução geral da EDP transformada (A.15) é dada por:

$$\overline{\Theta}(x^*,s^*) = C(s^*).e^{\sqrt{s^*}x^*} + D(s^*).e^{-\sqrt{s^*}x^*}\,, \tag{A.17}$$

onde $C(s^*)$ e $D(s^*)$ são constantes a determinar.

Implementando-se as condições de contorno transformadas (A.16) e levando-se em consideração o fato de que:

$$\frac{d\overline{\Theta}}{dx^*}(x^*,s^*) = \sqrt{s^*}.C(s^*).e^{\sqrt{s^*}x^*} - \sqrt{s^*}.D(s^*).e^{-\sqrt{s^*}x^*}\,, \tag{A.18}$$

temos:

$$\begin{cases} \left(\frac{d\overline{\Theta}}{dx^*}\right)_{x^*=0} = \sqrt{s^*}.C(s^*) - \sqrt{s^*}.D(s^*) = -\overline{q}_R^*(s^*) \\ \\ \overline{\Theta}(1,s^*) = A(s^*).e^{\sqrt{s^*}} + B(s^*).e^{-\sqrt{s^*}} = \overline{\theta}_L(s^*) \end{cases} \tag{A.19}$$

Resolvendo-se o sistema (A.19) para $C(s^*)$ e $D(s^*)$ obtém-se

$$\begin{cases} C(s^*) = \frac{\sqrt{s^*}.\overline{\theta}_L(s^*) - \overline{q}^*_R(s^*).e^{-\sqrt{s^*}}}{2.\sqrt{s^*}.\cosh\sqrt{s^*}} \\ \\ D(s^*) = \frac{\sqrt{s^*}\overline{\theta}_L(s^*) + \overline{q}^*_R(s^*).e^{\sqrt{s^*}}}{2\sqrt{s^*}\cosh\sqrt{s^*}} \end{cases} \tag{A.20}$$

Substituindo-se (A.20) em (A.17) e rearranjando, tem-se a solução:

$$\overline{\Theta}(x^*, s^*) = \frac{\left[e^{\sqrt{s^*}(1-x^*)} - e^{-\sqrt{s^*}(1-x^*)}\right]\overline{q}^*_R(s^*) + \left[e^{\sqrt{s^*}x^*} + e^{-\sqrt{s^*}x^*}\right]\sqrt{s^*}\overline{\theta}_L(s^*)}{2\sqrt{s^*}\cosh\sqrt{s^*}}, \tag{A.21}$$

ou ainda

$$\overline{\Theta}(x^*, s^*) = \frac{\sinh[(1-x^*)\sqrt{s^*}]}{\sqrt{s^*}\cosh\sqrt{s^*}}\overline{q}^*_R(s^*) + \frac{\cosh(x^*\sqrt{s^*})}{\cosh\sqrt{s^*}}\overline{\theta}_L(s^*), \tag{A.22}$$

A.3 Problema I (incluindo influência da resistência de contacto)

Neste problema são conhecidos o histórico de temperatura em um sensor fixado na superfície $x = 0$ e o histórico de temperatura na superfície $x = L$ da amostra. Porém, entre o sensor de calor e a superfície da amostra de rocha, é considerada a presença de uma película de pasta térmica que pode promover uma resistência de contacto diferente de zero.

Supondo-se resistência de contacto diferente de zero e assumindo-se a hipótese de regime permanente na película de pasta, o problema desta amostra inicialmente à temperatura constante e posteriormente submetida a um aquecimento em sua superfície $x = 0$ pode ser descrito pelas seguintes equações adimensionais:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^{*2}} = \frac{\partial\theta}{\partial t^*} \,, \tag{A.23}$$

$$\text{Condição Inicial} \qquad \theta(x^*, 0) = 0 \,, \tag{A.24}$$

$$\text{Condições de Contorno} \quad \begin{cases} \theta(0, s^*) - \frac{1}{Bi}.\frac{\partial\theta}{\partial x^*}(0, s^*) = \theta_R(t^*) \\ \\ \theta(1, t^*) = \theta_L(t^*) \end{cases} \tag{A.25}$$

Aplicando-se a transformada de Laplace (Tabela A.1) à EDP, obtemos a EDO em x^*

$$\frac{d^2\overline{\theta}}{dx^{*2}}(x^*, s^*) - s^*\overline{\theta}(x^*, s^*) = 0 \qquad (0 < x^* < 1) \,, \tag{A.26}$$

cuja solução geral é dada por:

$$\overline{\theta}(x^*, s^*) = F(s^*).e^{\sqrt{s^*}x^*} + G(s^*).e^{-\sqrt{s^*}x^*} \,, \tag{A.27}$$

onde $F(s^*)$ e $G(s^*)$ são constantes a determinar.

Da mesma forma, as condições de contorno ficam transformadas em

$$\begin{cases} \overline{\theta}(0, s^*) - \frac{1}{Bi}\frac{d\overline{\Theta}}{dx^*}(x^*, s^*) = \overline{\theta}_R(s^*) \\ \\ \overline{\theta}(1, s^*) = \overline{\theta}_L(s^*) \end{cases} \tag{A.28}$$

e aplicando-se estas condições à EDP transformada (A.27) obtemos:

$$\begin{cases} \overline{\theta}(0,s^*) - \frac{1}{Bi}\frac{d\overline{\Theta}}{dx^*}(0,s^*) = [F(s^*)+G(s^*)] + \frac{\sqrt{s^*}}{Bi}[F(s^*)+G(s^*)] = \overline{\theta}_R(s^*) \\ \\ \overline{\theta}(1,s^*) = F(s^*).e^{\sqrt{s^*}} + G(s^*).e^{-\sqrt{s^*}} = \overline{\theta}_L(s^*) \end{cases} \tag{A.29}$$

Resolvendo-se o sistema (A.29) para $F(s^*)$ e $G(s^*)$ obtém-se

$$F(s^*) = \frac{\overline{\theta}_L(s^*)\left(Bi+\sqrt{s^*}\right) - Bi.\overline{\theta}_R(s^*).e^{-\sqrt{s^*}}}{2.Bi.\sinh\sqrt{s^*} + 2.\sqrt{s^*}\cosh\sqrt{s^*}}\,, \tag{A.30}$$

$$G(s^*) = \frac{Bi.\overline{\theta}_R(s^*).e^{\sqrt{s^*}} - \overline{\theta}_L(s^*)\left(Bi-\sqrt{s^*}\right)}{2.Bi.\sinh\sqrt{s^*} + 2.\sqrt{s^*}\cosh\sqrt{s^*}}\,. \tag{A.31}$$

Substituindo-se (A.30) e (A.31) em (A.27) tem-se a solução:

$$\overline{\theta}(x^*,s^*) = \frac{Bi.\left[e^{\sqrt{s^*}(1-x^*)} - e^{-\sqrt{s^*}(1-x^*)}\right]}{2.Bi.\sinh\sqrt{s^*} + 2.\sqrt{s^*}\cosh\sqrt{s^*}}\overline{\theta}_R(s^*) +$$

$$+\frac{\left[Bi.\left(e^{\sqrt{s^*}x^*} - e^{-\sqrt{s^*}x^*}\right) + \sqrt{s^*}.\left(e^{\sqrt{s^*}x^*} - e^{-\sqrt{s^*}x^*}\right)\right]}{2.Bi.\sinh\sqrt{s^*} + 2.\sqrt{s^*}\cosh\sqrt{s^*}}\overline{\theta}_L(s^*)\,, \tag{A.32}$$

ou

$$\overline{\theta}(x^*,s^*) = \frac{Bi.\sinh\sqrt{s^*}(1-x^*)}{Bi.\sinh\sqrt{s^*} + \sqrt{s^*}\cosh\sqrt{s^*}}\overline{\theta}_R(s^*) +$$

$$\frac{\left[Bi.\sinh(\sqrt{s^*}x^*) + \sqrt{s^*}.\cosh(\sqrt{s^*}x^*)\right]}{Bi.\sinh\sqrt{s^*} + \sqrt{s^*}\cosh\sqrt{s^*}}\overline{\theta}_L(s^*)\,. \tag{A.33}$$

Tabela A.1: Regras Operacionais para a Transformada de Laplace

Função Original	Transformada
$f(t)$	$\overline{f}(s) = \int_0^\infty e^{-st}.f(t).dt$
a	$\frac{a}{s}$
$a.f_1(t) + b.f_2(t)$	$a.\overline{f}_1(t) + b.\overline{f}_2(t)$
$f'(t)$	$s.\overline{f}(s) - f(0_+)$

B Listagens de Programas

Neste apêndice são anexadas as listagens dos principais programas empregados no desenvolvimento deste trabalho.

B.1 Aquisição Automática de Dados

```
'VARIAVEIS:'
'disp : endereco de um dispositivo no barramento GPIB'
'bd   : espscifica a interface STD-8410 usada'
'ibsta: variavel de status'
'ibcnt: contador de bytes'
'iberr: codigo de erro'
'cmd$ : variavel alfanumerica a qual e associada a sequencia'
'       de caracteres de comando para o equipamento.'

'SUBROTINAS:'
'ibsic: envia "interface clear" por 100 micro-segundos'
'ibinit: guarda os enderecos das variaveis de status do GPIB'
'ibesc: envia menssagem para um dispositivo'
'ibler: recebe mensagem de um dispositivo'
'ibtmo: mudar ou desabilitar limite de Time-out'

'CADEIAS DE CARACTERES:'
'OTO1060T : configura os bits de controle para fornecer respostas na'
'           base hexadecimal e para que o STD so aceite novos comandos'
'           quando houver concluido a tarefa em curso (HMT=1).'
'D1       : endereco logico do cartao std-8502 e modo unipolar de'
```

```
'            aquisicao'
'T         : caracter de transferencia de dados para a escrita'
'X         : caracter de transferencia de dados para leitura'
'LTRIM$(HEX$(canal)): numero do canal'



DECLARE SUB GravaMedidas ()

DIM SHARED hora(0 TO 1000)  AS STRING * 8
DIM SHARED valor(0 TO 1000, 1 TO 6) AS SINGLE
DIM SHARED tempo(0 TO 1000) AS SINGLE

COMMON SHARED ibsta AS INTEGER, iberr AS INTEGER, ibcnt AS INTEGER,
              n AS INTEGER

CLS
CONST disp = 24, bd = 0
ibsta = 0: ibcnt = 0: iberr = 0

CALL ibsic(bd)

CALL ibinit(ibsta, iberr, ibcnt)

CALL ibesc(bd, disp, "OTO1060T")
v = 1: CALL ibtmo(bd, v)
IF ibsta < 0 THEN GOSUB errogpib

PRINT "            Conversor A/D lento 8502          "
```

```
LOCATE 3, 20
PRINT "Opcoes :                                    "
LOCATE 4, 20
PRINT "          1-Amostragem maxima               "
LOCATE 5, 20
PRINT "          2-Amostragem controlada (t > 2 s)"

DO
        tecla$ = INKEY$
        IF tecla$ = CHR$(27) THEN SYSTEM
LOOP WHILE tecla$ <> "1" AND tecla$ <> "2"

IF tecla$ = "2" THEN
        DO
                LOCATE 6, 20
                INPUT "Intervalo de amostragem (s)"; intervalo!
                LOCATE 6, 48
                PRINT intervalo!;
        LOOP WHILE intervalo! <= 0
        controlado = -1
END IF

LOCATE 7, 20

INPUT "Duracao do teste"; duracao!


LOCATE 10, 1
PRINT "     TEMPO  QR       TR       T1       T2       T3       T4 "
```

```
PRINT "       (s)    (mV)     (mV)       (mV)       (mV)       (mV)       (mV)"

n = 0
inicio! = TIMER
leit! = TIMER - inicio! + intervalo!
DO

       FOR canal = 1 TO 6


              cmd$ = ("D1" + LTRIM$(HEX$(canal)) + "TDX")
              CALL ibesc(bd, disp, cmd$)
              IF ibsta < 0 THEN GOSUB errogpib

              resposta$ = SPACE$(10)


              CALL ibler(bd, disp, resposta$)
              IF ibsta < 0 THEN GOSUB errogpib

              medida! = TIMER - inicio!
              valor(n, canal)=((VAL("&H"+LEFT$(resposta$,4)))AND &H1FFF)

              IF valor(n, canal) >= 4096 THEN
                       valor(n, canal) = valor(n, canal) OR &HE000
              END IF

              valor(n, canal) = valor(n, canal) * .005
```

```
NEXT canal
tempo(n) = medida!

LOCATE 13 + (n MOD 10), 3
PRINT USING "#####.###"; tempo(n)
LOCATE 13 + (n MOD 10), 14
PRINT USING "+##.###"; valor(n, 1)
LOCATE 13 + (n MOD 10), 24
PRINT USING "+##.###"; valor(n, 2)
LOCATE 13 + (n MOD 10), 35
PRINT USING "+##.###"; valor(n, 3)
LOCATE 13 + (n MOD 10), 46
PRINT USING "+##.###"; valor(n, 4)
LOCATE 13 + (n MOD 10), 57
PRINT USING "+##.###"; valor(n, 5)
LOCATE 13 + (n MOD 10), 68
PRINT USING "+##.###"; valor(n, 6)

tecla$ = INKEY$


IF (n = 1000) THEN
        fim! = TIMER
        IF (fim! - inicio!) < duracao! THEN
                n = n + 1
                GravaMedidas
                n = 0
        ELSE
```

```
                    EXIT DO
                END IF
            END IF

            n = n + 1

           IF controlado = -1 THEN
              DO
                seg2! = TIMER - inicio!

              LOOP WHILE seg2! < leit!

              leit! = seg2! + intervalo!

           END IF

           fim! = TIMER


LOOP WHILE tecla$ <> CHR$(27) AND (fim! - inicio!) < duracao!

GravaMedidas



END

errogpib:
            BEEP: BEEP
            LOCATE 22, 20
```

```
        PRINT "Erro GPIB :"; iberr
        LOCATE 23, 17
        PRINT "Tecle <ESC> p/ continuar"

        DO
               tecla$ = INKEY$
        LOOP WHILE tecla$ <> CHR$(27)

        tecla$ = ""
        RESUME NEXT
        LOCATE 12, 20
        PRINT "Erro GPIB :"; iberr, HEX$(ibsta)

        DO
          tecla$ = INKEY$
        LOOP WHILE tecla$ <> CHR$(27)

        RETURN

SUB GravaMedidas

arquivo$ = MID$(DATE$,4,2) + LEFT$(DATE$,2) + RIGHT$(DATE$,2)
           + LEFT$(TIME$,2) + ".dat"

OPEN arquivo$ FOR APPEND AS #1
        FOR r = 0 TO (n - 1)
                PRINT #1, USING "#####.### "; tempo(r);
                PRINT #1, USING "  +##.###  "; valor(r, 1); valor(r, 2);
                valor(r, 3); valor(r, 4); valor(r, 5); valor(r, 6)
```

```
        NEXT r
CLOSE #1



END SUB
```

B.2 Transformada de Laplace dos Dados Medidos

```
C*********************************************************************
C    PROGRAMA PARA CALCULAR ATRANSFORMADA DE LAPLACE
C    A PARTIR DOS DADOS DE TEMPERATURA E
C    FLUXO DE CALOR
C
C    usa regra de simpson ajustavel e spline cubica para a
C     interpolacao
C*********************************************************************
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      CHARACTER ENTRA*14
      PARAMETER (NMAX=1200)
      DIMENSION TI(NMAX),FTHETI(NMAX),FQI(NMAX),Y2T(NMAX),Y2Q(NMAX),
     *          WTI(NMAX),Y2W(NMAX)
C*****************************************************************
      OPEN (UNIT = 10, STATUS ='OLD', FILE ='PARAM.DAT')
      WRITE(*,'(A,\)')' INPUT:'
      READ(10,'(A)')ENTRA
      OPEN (UNIT = 11, STATUS ='OLD', FILE ='LAPQ.DAT')
      OPEN (UNIT = 12, STATUS ='OLD', FILE ='LAPT.DAT')
      OPEN (UNIT = 14, STATUS ='OLD', FILE ='FITI.DAT')
      OPEN (15,FILE=ENTRA,STATUS='OLD')
      OPEN (UNIT= 16, STATUS ='OLD', FILE ='QOTO.DAT')
C*****************************************************************
      WRITE(*,*)'NUMERO DE PONTOS  A SEREM LIDOS '
      READ(10,*) NP
C
      WRITE(*,*)'LIMITES A e B'
```

```
      READ(10,*) AA,BB
C
      WRITE(*,*)'FLUXO DE CALOR E TEMPERATURA PARA EXTRAPOLACAO '
      READ(10,*) QRM,TRM
C
      WRITE(*,*)'TOLERANCIAS: FLUXO DE CALOR, TEMPERATURA '
      READ(10,*) EPSIQ, EPSIT
C
      WRITE(*,*)'SO'
      READ(*,*) SO
C
C***** pra evitar o erro introduzido pela volta da simps *******
      AAA = AA
      BBB = BB
C
      DO 30 I=1,1000
 30   READ(12,32,END=31)
 32   FORMAT(/)
 31   BACKSPACE(UNIT=12)
C
      DO 40 I=1,1000
 40   READ(11,32,END=33)
 33   BACKSPACE(UNIT=11)
C
      DO 50 I=1,1000
 50   READ(14,32,END=34)
 34   BACKSPACE(UNIT=14)
C
      DO 60 I=1,1000
```

```
 60   READ(16,32,END=35)
 35   BACKSPACE(UNIT=16)
C
      S = SO
C
      DO 1 I = 1,NP
      READ(15,*,END=11)T,Q,TE
      TI(I) = T
      ST = S*T
      EXPST=DEXP(-ST)
      FQI(I) = EXPST*Q
   1  FTHETI(I) = EXPST*TE
   11 CONTINUE
C
      STN= S*TI(NP)
      AUXN=(DEXP(-STN))/S
      QO2=AUXN*QRM
      THETO2=AUXN*TRM
C
      IG = I-1
      CALL SPLINE(TI,FQI,IG,1.D31,1.D31,Y2Q)
      CALL SPLINE(TI,FTHETI,IG,1.D31,1.D31,Y2T)
C
      CALL SIMPS(AA,BB,TI,FQI,Y2Q,IG,EPSIQ,QO1)
      PRINT 3,QO2
      CALL SIMPS(AAA,BBB,TI,FTHETI,Y2T,IG,EPSIT,THETO1)
      PRINT 3,THETO2
C
      QO=QO1+QO2
```

```
      THETO=THETO1+THETO2
C
   20 TOQ = THETO/QO
      SS = (S**(-1.DO/2.DO))
C
      WRITE(14,12)S,TOQ,SS
      WRITE(11,13)S,QO1,QO2,QO
      WRITE(12,13)S,THETO1,THETO2,THETO
      WRITE(16,12)S,QO,THETO
    3 FORMAT(//5X,'INTEGRAL 2=',E22.14/)
   12 FORMAT(1X,3(E17.8,3X))
   13 FORMAT(1X,4(E15.8,1X))

      ENDFILE 10
      ENDFILE 11
      ENDFILE 12
      ENDFILE 14
      ENDFILE 16
      STOP
      END
C*********************************************************************
      SUBROUTINE SIMPS(A,B,X,Y,Y2A,N,EPSI,SUM)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NMAX=1200)
      DIMENSION X(NMAX),Y(NMAX),Y2A(NMAX)
      PARAMETER (IST=20,IFS=524288)
      DIMENSION STACK(IST,3),FSTACK(IFS,3)
      DATA LVMAX/19/
      CALL ASMP(A,B,X,Y,Y2A,N,EPSI,LVMAX,STACK,IST,FSTACK,IFS,SUM,
```

```
     *          IFLAG)
      PRINT 3,SUM
      IF(IFLAG .EQ. 0) THEN
        PRINT 4
      ELSE
        PRINT 5
        DO 2 I=1,IFLAG
          PRINT 6,FSTACK(I,1),FSTACK(I,2),INT(FSTACK(I,3))
    2   CONTINUE
      END IF
    3 FORMAT(//5X,'APPROXIMATE INTEGRAL 1=',E22.14/)
    4 FORMAT(10X,'WITH NO BAD SUBINTERVALS')
    5 FORMAT(10X,'WITH BAD SUBINTERVALS:')
    6 FORMAT(10X,'[',F14.7,',',F14.7,']',2X,'LEVEL =',I5)
      RETURN
      END

C*********************************************************************
      SUBROUTINE PUSH(A,B,LEVEL,STACK,IST,I)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION STACK(IST,3)
      IF(I .LT. IST) THEN
        I = I+1
        STACK(I,1) = A
        STACK(I,2) = B
        STACK(I,3) = DBLE(LEVEL)
        RETURN
      ELSE
        STOP 'STACK OVERFLOW IN PUSH'
```

```
      END IF
      END

      SUBROUTINE POP(A,B,LEVEL,STACK,IST,I)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION STACK(IST,3)
      IF(I .GT. 0) THEN
        A = STACK(I,1)
        B = STACK(I,2)
        LEVEL = IDINT(STACK(I,3))
        I = I-1
        RETURN
      ELSE
          STOP 'STACK UNDERFLOW IN POP'
      END IF
      END
C*********************************************************************
      SUBROUTINE ASMP(A,B,X,Y,Y2A,N,EPSI,LVMAX,STACK,IST,FSTACK,IFS,
     *           SUM,IFLAG)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NMAX=1200)
      DIMENSION X(NMAX),Y(NMAX),Y2A(NMAX)
      DIMENSION STACK(IST,3),FSTACK(IFS,3)
      COMMON /BLK/ ITOP,LEVEL,LMAX
      ITOP = 0
      LEVEL = 0
      IFLAG = 0
      SUM = 0.0D0
      LMAX = 2**LVMAX
```

```
      IF(IST .GE. LVMAX+1 .AND. IFS .GE. LMAX) THEN
        CALL PUSH(A,B,LEVEL,STACK,IST,ITOP)
        DO 2 LOOP=1,2*LMAX-1
          IF(ITOP .EQ. 0) RETURN
          CALL POP(A,B,LEVEL,STACK,IST,ITOP)
          CALL SIMP(A,B,X,Y,Y2A,N,EPSI,LVMAX,STACK,IST,FSTACK,IFS,SUM,
     *              IFLAG)
    2   CONTINUE
      ELSE
        PRINT 3
      END IF
      RETURN
    3 FORMAT(//5X,'NOT ENOUGH WORKSPACE IN STACK OR FSTACK')
      END
C*********************************************************************
      SUBROUTINE SIMP(A,B,X,Y,Y2A,N,EPSI,LVMAX,STACK,IST,FSTACK,IFS,
     *   SUM,IFLAG)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NMAX=1200)
      DIMENSION X(NMAX),Y(NMAX),Y2A(NMAX)
      DIMENSION STACK(IST,3),FSTACK(IFS,3),XI(0:4),F(0:4)
      COMMON /BLK/ ITOP,LEVEL,LMAX
      H = B - A
      H4 = H/4.0D00
      DO 2 I = 0,4
        XI(I) = A + DBLE(I)*H4
        XA = XI(I)
        CALL SPLINT(X,Y,Y2A,N,XA,YA)
c       WRITE(*,*)YA
```

```
        F(I) =YA
    2   CONTINUE
        SUM2 = H*(F(0) + 4.0D00*F(2) + F(4))/6.0D00
        SUM4 = H*(F(0) + 4.0D00*F(1) + 2.0D00*F(2) + 4.0D00*F(3) +
       *       F(4))/12.0D00
        TOL= 15.0D0*EPSI/DBLE(2**LEVEL)
        IF(DABS(SUM4 - SUM2) .LE. TOL) THEN
          SUM = SUM + SUM4
        ELSE
          IF(LEVEL .LT. LVMAX) THEN
            LEVEL = LEVEL + 1
            CALL PUSH(XI(2),XI(4),LEVEL,STACK,IST,ITOP)
            CALL PUSH(XI(0),XI(2),LEVEL,STACK,IST,ITOP)
          ELSE
            CALL PUSH(XI(0),XI(4),LEVEL,FSTACK,IFS,IFLAG)
          END IF
        END IF
        RETURN
        END
C*********************************************************************
        SUBROUTINE SPLINE (X,Y,N,YP1,YPN,Y2)
        IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
        PARAMETER (NMAX=1200)
        DIMENSION X(NMAX), Y(NMAX), Y2(NMAX), U(NMAX)
        IF (YP1.GT.1.D30) THEN
        Y2(1) = 0.D00
        U(1) = 0.D00
        ELSE
        Y2(1) = - 0.5D00
```

```
      U(1) = (3.D0/(X(2) - X(1)))*((Y(2)-Y(1))/(X(2)-X(1))-YP1)
      ENDIF
      DO 11 I=2,N-1
         SIG = (X(I) - X(I-1))/(X(I+1) - X(I-1))
 P = SIG * Y2(I-1)+2.D0
         Y2(I) = (SIG -1.D0)/P
         U(I) = (6.D0*((Y(I+1)-Y(I))/(X(I+1)-X(I))-(Y(I)-Y(I-1))
     *        /(X(I)-X(I-1)))/(X(I+1)-X(I-1))-SIG*U(I-1))/P
  11  CONTINUE
      IF (YPN.GT.1.D30) THEN
      QN = 0.D0
      UN = 0.D0
      ELSE
      QN = 0.5D0
      UN = (3.D0/(X(N)-X(N-1)))*(YPN -(Y(N)-Y(N-1))/(X(N)-X(N-1)))
      ENDIF
      Y2(N) = (UN-QN*U(N-1))/(QN*Y2(N-1)+1.D0)
C
      DO 12 K = N-1,1,-1
         Y2(K) = Y2(K)*Y2(K+1)+U(K)
  12  CONTINUE
C
      RETURN
      END
C*************************************************************
      SUBROUTINE SPLINT(X, Y, Y2A, N, XA, YA)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NMAX=1200)
      DIMENSION X(NMAX), Y(NMAX), Y2A(NMAX)
```

```
      KLO = 1
      KHI = N
    1 IF (KHI - KLO.GT.1 ) THEN
         K = (KHI + KLO)/2
      IF (X(K).GT.XA) THEN
         KHI = K
      ELSE
         KLO = K
      ENDIF
         GO TO 1
      ENDIF
      H = X(KHI) - X(KLO)
      IF (H.EQ.0.) PAUSE 'BAD X INPUT'
      A = (X(KHI) - XA)/H
      B = (XA - X(KLO))/H
      YA = A* Y(KLO)+B*Y(KHI) +
        * ((A**3-A)*Y2A(KLO)+(B**3-B)*Y2A(KHI))*(H**2)/6.D0
      RETURN
      END
C*********************************************************************
```