

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Dissertação apresentada à  
Faculdade de Engenharia Mecânica  
Como Requisito Parcial à Obtenção do  
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

VIEIRA

**DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE INÉRCIA  
NO ESCOAMENTO NÃO-DARCIANO ATRAVÉS DE  
MEIOS POROSOS COM SATURAÇÃO RESIDUAL**

Esta exemplar corresponde à redação final da  
tese defendida pelo Eng<sup>o</sup> Sheila Lopes Vieira  
aprovada pela Comissão Julgadora em 28/11/90  
Cesar Fontana

Autor : Sheila Lopes Vieira  
Orientador : Cesar Costapinto Santana†

56/90

novembro de 1990

AC 910 7852

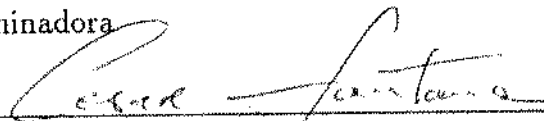
UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

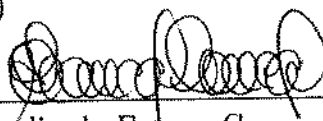
A dissertação "Determinação do Coeficiente de Inércia no Escoamento Não-Darciano Através de Meios Porosos com Saturação Residual", elaborada por Sheila Lopes Vieira e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Sub-Comissão de Pós Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 28 de novembro de 1990

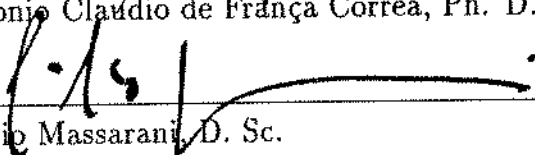
Banca Examinadora



Cesar Costapinto Santana, D. Sc.  
(Orientador)



Antonio Claudio de França Correa, Ph. D.



Giulio Massarani, D. Sc.

A meus pais, João e Vera, pelo carinho, amor, incentivo e compreensão. pilares importantes na minha formação como ser humano;

À astrônoma, Gladys, que me ensinou a ler o brilho das estrelas durante as noites da vida:

A minhas irmãs Denise e Letícia pelo companheirismo do dia a dia;

Ao meu Deus que dá vida à minha vida.

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Cesar Costapinto Santana pela orientação e incentivo;

Ao Prof. Euclides Bonet que acompanhou de perto a parte experimental deste trabalho, dando sugestões e incentivando;

Aos companheiros de laboratório, Maércio Kaschel Antonelli e Luiz Benedicto Pompeo Neto, que colaboraram em muito com o conhecimento técnico e proporcionaram um ambiente agradável de trabalho;

Aos professores Dr. Antonio Cláudio de França Correa e Dr. Kelsen Valente Serra e aos colegas Sílvio Gonçalves Dias e Carlos Henrique Marques de Sá pelas sugestões e trocas de idéias;

Aos amigos de curso com os quais pude conviver como se fôssemos parte de uma mesma família, compartilhando momentos difíceis e vencendo juntos mais uma etapa de nossas vidas;

Aos funcionários da UNICAMP pela eficiência e companheirismo;

À Petróleo Brasileira S.A. - PETROBRÁS S.A. - pelo suporte financeiro e tecnológico sem os quais seria impossível a realização deste trabalho.

"Um sonho encheu minha noite,  
inundou o meu dia,  
invadiu minha vida,  
e é por ele que eu vivo  
porque sonho não morre."

(Adélia Prado)

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>3</b>
2.1	Equação de Forchheimer . . . . .	3
2.2	Linguagem Usada na Literatura . . . . .	5
2.3	Correlações Apresentadas na Literatura . . . . .	10
2.4	Medida de $\beta$ Através de Testes no Poço . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Tratamento dos Dados de Laboratório</b>	<b>18</b>
3.1	Representação Matemática . . . . .	18
3.2	Correção para o Efeito de Klinkenberg . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Procedimento Experimental</b>	<b>25</b>
4.1	Aparelhagem Utilizada . . . . .	25
4.2	Preparação das Amostras . . . . .	28

<b>5</b>	<b>Resultados Experimentais e Discussão</b>	<b>30</b>
5.1	Determinação do Coeficiente de Inércia . . . . .	30
5.2	Faixa de Validade da Lei de Darcy . . . . .	32
5.3	Comparação dos Resultados com Equações da Literatura . . . . .	38
5.4	Influência da Saturação Residual no valor de $\beta$ . . . . .	42
5.5	Relação entre $\beta$ , $\kappa$ , $\phi$ e $S_{wr}$ . . . . .	44
5.6	Validação da Correlação Obtida com os Dados de Campo . . . . .	49
<b>6</b>	<b>Conclusões e Sugestões</b>	<b>52</b>
	Apêndice A	59
	Apêndice B	64
	Apêndice C	67
	Apêndice D	68



## Lista de Figuras

1	Escoamento através de restrições no meio poroso . . . . .	6
2	Escoamento idealizado através de secções transversais alternadas . . . . .	9
3	Correlação de Janicek-Katz para $\beta$ . . . . .	14
4	Efeito da pressão na permeabilidade para vários gases . . . . .	22
5	Gráfico do fator b em função da permeabilidade ao líquido extrapolada . . . . .	23
6	Desenho esquemático da aparelhagem usada . . . . .	25
7	Desenho esquemático da amostra dentro do Core-Holder . . . . .	26
8	Perfil de saturação ao longo da amostra . . . . .	29
9	Dados experimentais plotados segundo a equação de Darcy . . . . .	30
10	Dados experimentais plotados segundo a equação de Forchheimer para o cálculo de $\kappa_l$ e $\beta$ . . . . .	31
11	Dados experimentais plotados segundo a equação de Darcy para várias amostras . . . . .	34
12	Correlação para o fator de atrito . . . . .	37

13	Gráfico comparativo entre $c$ experimental e $c$ da literatura. . . . .	40
14	Verificação da validade da correlação de Janicek-Katz para os dados experimentais . . . . .	41
15	Varição de $\beta$ com a saturação residual . . . . .	43
16	Correlação desenvolvida para os dados experimentais . . . . .	47

# Lista de Tabelas

1	Dados sobre as amostras . . . . .	27
2	Valores obtidos para $\beta$ e $\kappa$ . . . . .	32
3	Resultados para a amostra 143 cortada em vários tamanhos . . . . .	45
4	Comparação entre as equações obtidas neste trabalho para $S_{uv} = 0$ . . . . .	49
5	Comparação entre a Eq.(45) e as correlações da literatura - Dados extraídos do artigo de Geertsma. . . . .	50
6	Comparação entre a Eq.(45) e as correlações da literatura - Dados extraídos do artigo de Noman. . . . .	51

## Sumário

Este trabalho consiste no estudo do escoamento de gases a altas velocidades através dos poros de rochas-reservatório de petróleo. Neste caso há um desvio da lei de Darcy devido às forças inerciais que não podem ser desprezadas. A análise deste escoamento é feita através da equação de Forchheimer que considera tanto as forças viscosas quanto as inerciais.

Inicialmente, o estudo é realizado com amostras de rocha secas com permeabilidade dentro de uma faixa de  $3 \times 10^{-14}$  a  $6 \times 10^{-13}$  m<sup>2</sup> e porosidade de 13 a 30% através das quais escoam-se nitrogênio a baixas e altas velocidades. Posteriormente, analisa-se o escoamento a altas velocidades com amostras contendo uma saturação residual de líquido que não se altera pela passagem do gás, mas que modifica o escoamento do N<sub>2</sub> no meio poroso.

Por fim, propõe-se uma correlação para o coeficiente de inércia da equação de Forchheimer em função da permeabilidade, da porosidade e da saturação residual de fluido na rocha.

## Abstract

This work presents a study of high-velocity gas flow through the pores of petroleum reservoirs. When fluid velocities are large enough, inertial effects become significant and a modification of Darcy's law is necessary. This flow analysis is described by Forchheimer that considers viscous and inertial effects in his equation.

The study is initially accomplished with dry-cores of absolute permeabilities ranging from  $3 \times 10^{-14} \text{ m}^2$  to  $6 \times 10^{-13} \text{ m}^2$  and porosities varying from 13 to 30%. The inertial coefficient can be estimated by flowing gaseous  $\text{N}_2$  at high velocities through the cores. Additional results were obtained with  $\text{N}_2$  gas as the flowing phase and a KCl solution (or a glycerin solution) as the immobile liquid phase.

A correlation is developed from this analysis to predict the inertial coefficient as a function of rock properties and residual saturation.

# 1 Introdução

O estudo do escoamento de fluidos através de um meio poroso tem grande importância por ter aplicação em vários setores da tecnologia. Na engenharia química, por exemplo, este fenômeno é encontrado em equipamentos como filtros, reatores com leito catalítico, colunas de absorção etc. Na engenharia civil, este estudo é aplicável na hidrologia, mecânica dos solos, projetos de barragens e em todas as obras em que seja necessário projetar-se drenagem subterrânea. Na engenharia de petróleo, a previsão da capacidade de produção, a avaliação da viabilidade econômica dos investimentos a serem realizados em um campo produtor e a definição de contratos de venda do produto dependem de estudos de reservatório que se fundamentam no conhecimento do escoamento de hidrocarbonetos através de um meio poroso.

Um estudo mais detalhado deste escoamento envolve o conhecimento de boas correlações que permitam prever o comportamento do escoamento em toda a extensão do meio poroso. Várias correlações têm sido propostas pela literatura, entretanto muitas delas fornecem resultados pouco satisfatórios.

No caso particular da engenharia de petróleo existe uma dificuldade adicional devido à heterogeneidade e, em alguns casos, à anisotropia dos meios porosos. A consequência disto é que as correlações desenvolvidas são válidas somente para alguns tipos de reservatórios e sob determinadas condições.

Neste trabalho, estudou-se uma faixa de permeabilidade do meio poroso que é de interesse principalmente da engenharia de petróleo. O método de abordagem usado para a determinação do coeficiente de inércia é através da aplicação da equação de Forchheimer aos dados de vazão e de queda de pressão obtidos em laboratório.

Durante o experimento  $N_2$  é injetado a diferentes vazões através de um meio poroso para as quais mede-se a queda de pressão no mesmo. Nos primeiros testes o escoamento se dá em amostras secas, enquanto que nos demais, as amostras contêm uma fase líquida imóvel. A correlação obtida neste trabalho para o coeficiente de inércia é expressa em função da permeabilidade, da porosidade e da saturação residual da fase que molha o meio.

## 2 Revisão Bibliográfica

### 2.1 Equação de Forchheimer

Nos últimos anos, muitos pesquisadores têm publicado artigos sobre o escoamento de fluidos através de meios porosos, que normalmente é descrito pela equação de Darcy:

$$-\nabla P = \frac{\mu \vec{v}}{\kappa} \quad (1)$$

Entretanto, apesar de a Eq.(1) ser amplamente utilizada, à medida em que o número de Reynolds aumenta, ela se torna imprecisa chegando, em alguns casos, a ser totalmente inválida. Isto acontece porque a equação de Darcy só prevê a queda de pressão causada pelas perdas de energia devido às forças viscosas, desprezando as perdas devido às forças inerciais que passam a ser significativas a altas velocidades. Sendo assim, a queda de pressão no meio poroso é maior do que a prevista pela lei de Darcy. Pensando nisto, Forchheimer [12] introduziu um termo adicional à equação de Darcy que representa o acréscimo na queda de pressão devido a tais forças inerciais:



$$-\nabla P = \frac{\mu \vec{v}}{\kappa} + \beta \rho |\vec{v}| \vec{v} \quad (2)$$

onde a magnitude de  $\beta$  quantifica o desvio que se tem da lei de Darcy. A Eq.(2) pode ser rearranjada de outra forma,

$$-\nabla P = \frac{1}{\delta} \frac{\mu \vec{v}}{\kappa} \quad (3)$$

sendo que:

$$\delta = 1 / \left( 1 + \frac{\beta \rho \kappa |\vec{v}|}{\mu} \right) \quad (4)$$

Os autores que usam a equação de Forchheimer na forma da Eq.(3) chamam  $\delta$  de fator de correção do escoamento a altas velocidades. Quando  $\delta = 1$ , a Eq.(3) se reduz à lei de Darcy.

## 2.2 Linguagem Usada na Literatura

Na literatura, o coeficiente  $\beta$  é chamado de coeficiente de inércia, coeficiente não-darciano, fator de turbulência, coeficiente de velocidade. Contudo, nem todos os autores aceitam estas nomenclaturas, já que, em se tratando de altas velocidades, muitas controvérsias têm surgido quanto ao mecanismo causador desta queda de pressão adicional. Diferentes pontos de vista têm sido colocados:

- Green e Duwez [16] chamaram  $\beta$  de coeficiente de inércia e interpretaram-no como sendo uma medida da tortuosidade dos canais de fluxo, ou ainda, uma curvatura média das linhas de fluxo determinando a aceleração do fluido. Além disso, concluíram que o início da turbulência nos poros não era uma explicação satisfatória para o desvio da lei de Darcy.
- Em contrapartida, Fancher et al. [11] fizeram uma analogia entre o escoamento através de tubos e o escoamento através de meios porosos dizendo que existe uma condição de escoamento em sistemas porosos que se assemelha com o escoamento viscoso e um outro que corresponde ao turbulento.
- Tek [11] [16] se refere à equação generalizada de Darcy (Eq.2) como uma descrição do regime não-darciano e afirma que o desvio da lei de Darcy não é necessariamente devido à turbulência. Ele também comenta que para valores moderadamente altos de número de Reynolds os efeitos inerciais podem se tornar grandes quando comparados

com os efeitos viscosos e causar uma turbulência localizada em fraturas, cavidades, etc.

- Katz [13] analisa o fenômeno sob outro aspecto. Segundo ele, no escoamento laminar (regime onde predominam as forças viscosas), a energia cinética de um fluido que vai do ponto 1 ao ponto 3 na Fig.1-(a) é reversivelmente transformada em energia de pressão. A altas velocidades, a conversão de energia cinética no ponto 2 (Fig.1-(c)) para energia de pressão no ponto 3 é interrompida pelo movimento extra do fluido, o que não ocorre no caso (a). Este movimento extra causa uma queda de pressão adicional no ponto 2 não prevista pela lei de Darcy.

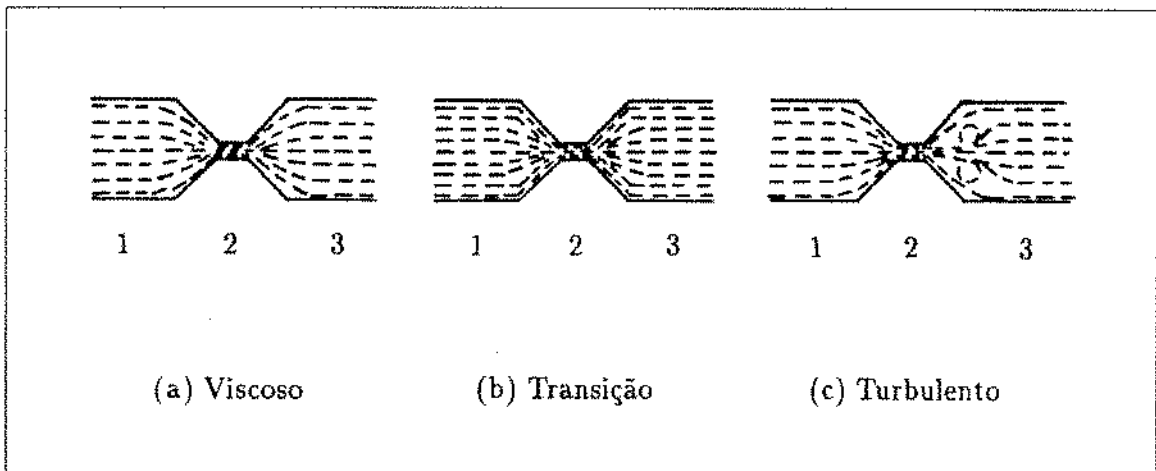


Figura 1: Escoamento através de restrições no meio poroso

Katz comenta que alguns pesquisadores reservam o termo "turbulência" para o movimento completamente aleatório de um fluido com o tempo num dado ponto, e que, a partir desta definição, o regime (c) não pode ser chamado de turbulento.

No entanto, ele justifica o uso do termo "escoamento turbulento" dizendo que o movimento extra do fluido é o causador da queda de pressão adicional.

- Houpeurt [11] [16] acredita que, o desvio da lei de Darcy pode ser explicado com base nas variações de energia cinética e efeitos de jorro, discordando da hipótese de o escoamento ser realmente turbulento. Geertsma [12] continua o pensamento de Houpeurt quando escreve que esse desvio acontece como resultado das acelerações e desacelerações convectivas das partículas do fluido nos seus caminhos através dos poros da rocha e que o fenômeno de interesse não tem nada a ver com turbulência, sendo que geralmente o regime é totalmente laminar. Segundo Geertsma [12], dentro da faixa de vazão normalmente usada em reservatórios de óleo e gás, incluindo a região próxima ao poço, a verdadeira turbulência pode ser seguramente ignorada.
- De acordo com Wright [8] [11], à medida em que a velocidade cresce, inicialmente, o desvio é causado por efeitos de inércia e, a seguir, por efeitos de turbulência quando se tem velocidades maiores. Ao escoamento que incorpora os efeitos laminar, inercial e de turbulência deu-se o nome de LIT.
- Baseando-se no diâmetro de grãos para meios porosos inconsolidados, Hubbert [8] concluiu que para  $Re=1$  já existe um desvio significativo da lei de Darcy, mas que o efeito de turbulência só acontece para  $Re=600$ . Este ponto de vista também é sustentado por Schneebeli [16] quando se refere aos experimentos feitos por Lindquist, que claramente mostravam que o início da turbulência não necessariamente coincidia com o desvio da lei de Darcy.
- Noman [15] comenta que, anteriormente,  $\beta$  era chamado de fator de turbulência

devido à analogia que se fazia entre o escoamento de um fluido a alta velocidade através de um duto e o escoamento do mesmo através de um meio poroso, sendo que a perda de energia sofrida por ele seria devido à turbulência. Entretanto, sua posição é outra. Além de concordar com Geertsma acerca das acelerações e desacelerações das partículas do fluido, acrescenta que o desvio do caminho destas partículas de uma linha reta (por causa da tortuosidade do meio poroso) também é causa do desvio da lei de Darcy.

- Em seu artigo, Fand [10] cita sobre trabalho publicado por Dybbs e Edwards no qual foram apresentados resultados de uma anemometria a laser e de estudos de visualização do escoamento de líquidos em um meio poroso constituído de esferas de vidro. Os resultados indicaram a existência de 4 regimes de escoamento:
  - Regime de Darcy onde as forças viscosas dominavam o escoamento. Isso acontecia para  $Re < 1$ , sendo que o número de Reynolds havia sido definido com base na velocidade média e no tamanho médio dos poros. Para  $Re = 1$  começavam a se desenvolver camadas limite.
  - Regime de escoamento inercial para  $1 < Re < 200$  onde surgia uma não-linearidade entre a vazão e a queda de pressão.
  - Regime de escoamento laminar variável entre  $200 < Re < 350$  caracterizado por oscilações laminares seguidas pela formação de vórtices na faixa de  $300 < Re < 350$ .
  - Regime altamente caótico e variável para  $Re > 350$ , assemelhando-se ao escoamento turbulento.

- Firoozabadi [11] já analisa o problema sob outro aspecto: uma vez que existe uma função contínua entre a queda de pressão e a vazão, o termo "não-darciano" não está bem colocado porque dá a idéia de existirem dois mecanismos de escoamento diferentes. O mesmo raciocínio é válido quando o escoamento a baixas velocidades é dito "escoamento darciano", ou quando se tem altas velocidades e usa-se o termo "regime de inércia", já que o efeito de inércia está sempre presente. A seguir, apresenta um conceito simples que é considerar o escoamento como sendo de baixa ou de alta velocidade para distinguir as condições em que o termo  $(\beta \rho v^2)$  pode ser desprezado ou não. Segundo ele, um nome apropriado para  $\beta$  seria "coeficiente de velocidade". Firoozabadi afirma que, sem sombra de dúvidas, meios porosos como arenitos e carbonatos compostos somente pela matriz porosa e livre de processos de solução irregular estão sempre nos regimes das figuras 2.a e 2.b, enquanto que conglomerados, carbonatos e recifes podem estar nos regimes das figuras 2.c e 2.d, pois seus interstícios são suficientemente grandes para permitirem tal coisa.

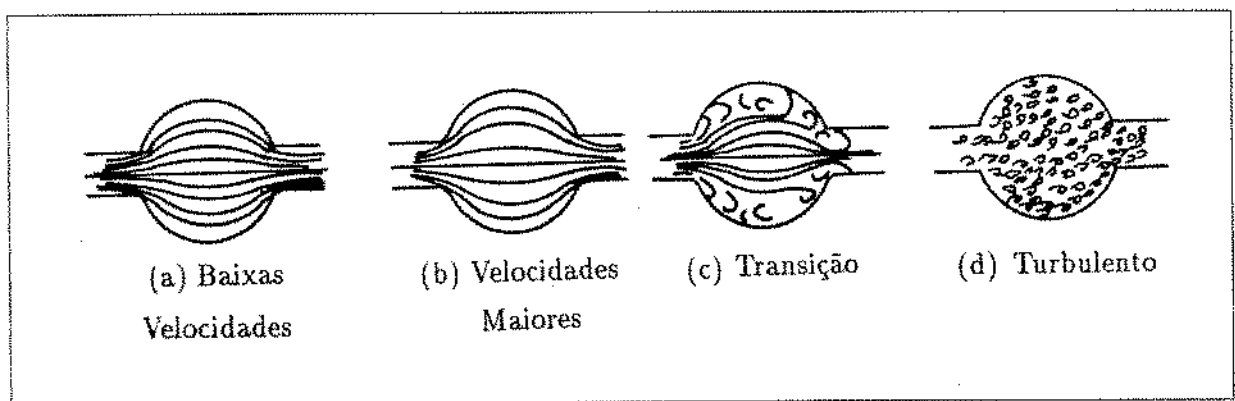


Figura 2: Escoamento idealizado através de seções transversais alternadas

No presente trabalho, optamos por chamar  $\beta$  de "coeficiente de inércia" já que o termo  $(\beta\rho v^2)$  representa a queda de pressão adicional devido às forças inerciais quando estas se tornam significativas.

### 2.3 Correlações Apresentadas na Literatura

Uma consideração dimensional da Eq.(2) mostra que a dimensão da permeabilidade,  $\kappa$ , é  $[L^2]$  e a do coeficiente de inércia,  $\beta$ , é  $[L^{-1}]$ . Uma vez que ambos têm dimensão de comprimento, espera-se que contribuam na caracterização da estrutura do meio poroso e que sejam independentes das propriedades do fluido.

Muitas das correlações propostas na literatura expressam  $\beta$  em função de  $\kappa$  e  $\phi$ ; todavia, cada uma delas é válida somente em condições específicas para as quais foram desenvolvidas, não tendo surgido nenhuma relação universalmente aplicável.

Os valores de  $\beta$  podem ser estimados através de medidas obtidas em laboratório, ou então, por meio de testes conduzidos em poços, sendo que a grande maioria das correlações existentes foram desenvolvidas em laboratório.

Com o objetivo de estudar a condutividade de fraturas, que é fortemente afetada pelo desvio da lei de Darcy, Cooke [4] mediu  $\beta$  para diferentes meios porosos feitos de areia e gel comprimidos. Correlacionando  $\beta$  com as propriedades do meio, obteve uma relação da forma:

$$\beta = \frac{b}{\kappa^a} \quad (5)$$

onde as constantes  $a$  e  $b$  dependiam do diâmetro dos grãos de areia do meio poroso.

Geertsma [12] fez experimentos com sistemas porosos não-consolidados e com arenitos consolidados. Seus resultados o levaram à conclusão de que para sistemas do primeiro tipo, a melhor relação seria a da forma:

$$\beta = \frac{cte}{\kappa^{0.5} \phi^{0.5}} \quad (6)$$

que nada mais é do que uma combinação de equações sugeridas por Kozeny e Ergun [12]. Entretanto, esta relação não se mostrou válida para arenitos consolidados. Neste caso, propôs uma outra correlação para a predição de  $\beta$ :



$$\beta = \frac{0.005}{\phi^{5.5} \kappa^{0.5}} \quad (7)$$

Geertsma [12] modificou a Eq.(7) para o caso de existir uma saturação de líquido imóvel:

$$\beta = \frac{0.005}{\phi^{5.5} \kappa^{0.5}} \left( \frac{1}{(1 - S_w)^{5.5} \kappa_r^{0.5}} \right) \quad (8)$$

onde  $S_w = S_{wr}$

Noman [15], partindo de resultados de testes feitos em poços de gás (cuja análise será mostrada a seguir) determinou  $\beta$  para vários reservatórios obtendo a correlação :

$$\log \beta = 2.4388 \log \left( \frac{\kappa}{\phi S_g} \right)^{-0.5} - 5.2846 \quad (9)$$

ou seja:

$$\beta = \frac{5.192 \times 10^{-6}}{\left( \frac{\kappa}{\phi S_g} \right)^{1.2194}} \quad (10)$$

Noman acentua que o motivo desta forma de correlação ser a melhor está diretamente ligado ao fato de o parâmetro  $(\kappa/\phi)^{0.5}$  ser uma boa estimativa do comprimento médio característico do meio poroso.

Evans [9], através de dados experimentais de um escoamento bifásico, onde a fase líquida era imóvel, chegou à relação:

$$\beta = \frac{1.891 \times 10^{-5}}{\phi} \left( \frac{1}{(1 - S_{wr}) \kappa_g^{0.5}} \right)^{1.839} \quad (11)$$

sendo que os valores de  $\beta$  fornecidos por ela são bons e concordam razoavelmente bem com os obtidos experimentalmente para as rochas dentro da faixa de porosidade e permeabilidade para a qual a equação foi obtida. Evans, considerando as propriedades do fluido e da rocha chegou através de uma análise dimensional, a uma outra correlação :

$$\beta = \frac{13.387}{\phi (1 - S_{wr}) \sqrt{\kappa_g}} \left( \frac{\sqrt{\rho_g \kappa_g} \sigma}{\mu_g} \right)^{-0.787} \quad (12)$$

onde  $\sigma$  é a tensão efetiva (diferença entre a pressão de overburden e a pressão média da amostra). Segundo os resultados de Evans,  $\beta$  é afetado num grau bem maior quando se

tem fase líquida móvel do que fase líquida imóvel.

Janicek-Katz desenvolveram uma correlação que está representada na Fig.3.

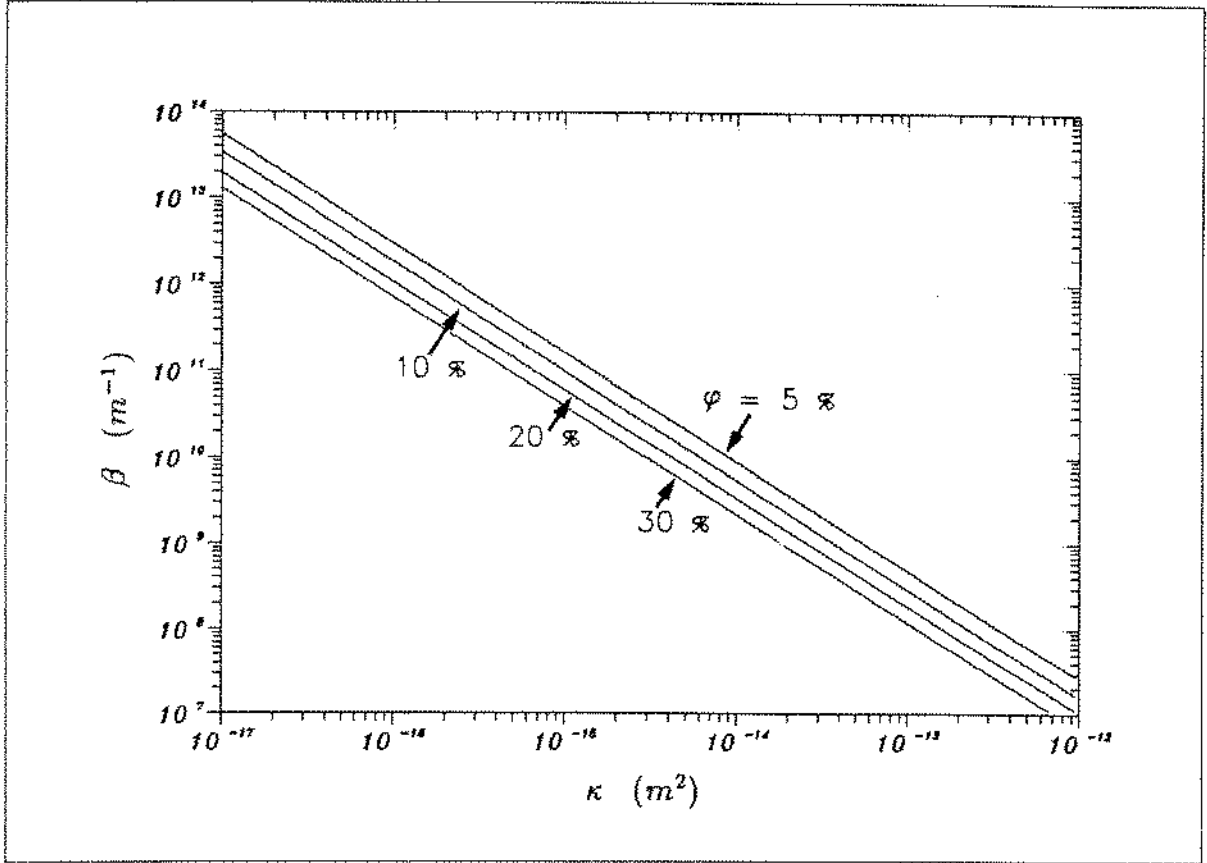


Figura 3: Correlação de Janicek-Katz para  $\beta$

Na ausência de dados experimentais, qualquer uma das correlações acima pode ser usada para estimar o coeficiente de inércia, apesar de se saber da necessidade de desenvolver uma relação para cada tipo de rocha. A maior parte das correlações tem sido desenvolvida para condições de escoamento monofásico, sendo que há uma grande falta de dados experimentais para o cálculo de  $\beta$  sob condições de escoamento multifásico.

## 2.4 Medida de $\beta$ Através de Testes no Poço

Existem vários tipos de testes com o objetivo de se prever a capacidade de produção de poços de gás. Um dos métodos empregados na análise de fluxo é o LIT (Laminar - Inercial - Turbulento) que utiliza como base as soluções analíticas da equação diferencial do escoamento.

A combinação da lei de Darcy com a equação da continuidade e com uma equação de estado expressa matematicamente o comportamento do fluxo de fluidos através de um meio poroso. Para o escoamento unidimensional em coordenadas cilíndricas, esta combinação fornece:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\rho \kappa}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (13)$$

O desenvolvimento da Eq.(13) (Apêndice A) para um gás no regime pseudo-permanente considerando que o reservatório seja isotrópico e homogêneo, leva a:

$$m(\bar{P}) - m(P_{wf}) = \frac{111.68 T}{\kappa h} \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S \right) Q \quad (14)$$

Smith [8] mostrou, através de testes e soluções numéricas, que o escoamento IT, uma vez que é mais pronunciado nas proximidades do poço, pode ser tratado como um efeito de película (skin) adicional dependente da vazão. Portanto, o efeito do escoamento IT e o efeito de película podem ser vistos como um único efeito: o fator skin aparente,  $S'$ , em que:

$$S' = S + DQ \quad (15)$$

onde:

$$D = \frac{0.1946 \beta \nu \kappa}{\mu h} \left( \frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_c} \right) \quad (16)$$

Sendo assim, a Eq.(14) pode ser modificada de modo a incorporar os dois efeitos:

$$m(\bar{P}) - m(P_{wf}) = \frac{111.68 T}{\kappa h} \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S' \right) Q \quad (17)$$

ou seja:

$$m(\bar{P}) - m(P_{wf}) = AQ + BQ^2 \quad (18)$$

onde:

$$A = \frac{111.68 T}{\kappa h} \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S \right) \quad (19)$$

$$B = \frac{21.73 \beta \nu \kappa}{\mu h} \left( \frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_e} \right) \quad (20)$$

Através de testes de buildup (crescimento de pressão) conduzidos nos poços, podemos inferir os valores de  $(\kappa h)$  enquanto que os valores de  $(S')$  são obtidos pela análise de testes de drawdown. Plotando-se  $S'$  vs  $Q$ ,  $\beta$  pode ser calculado com o auxílio das equações (15) e (16).

### 3 Tratamento dos Dados de Laboratório

#### 3.1 Representação Matemática

Ao correlacionar dados obtidos experimentalmente para o escoamento linear de água a altas velocidades, Forchheimer chegou a uma relação representada pela Eq.(2.a):

$$-\frac{dP}{dx} = \frac{\mu v}{\kappa} + \beta \rho v^2$$

Em alguns casos, a equação de Forchheimer não descreve bem o sistema, sendo necessário adicionar-se um segundo termo à equação de Darcy, conforme a proposta de Firoozabadi [11], na forma:

$$-\frac{dP}{dx} = \frac{\mu v}{\kappa} + \beta \rho v^2 + \gamma \rho^2 v^3 \quad (21)$$

onde  $\gamma$  é o segundo coeficiente de velocidade. Neste trabalho, a inclusão do termo ( $\gamma \rho^2 v^3$ ) é desnecessária.

Desenvolvendo-se a Eq.(2.a) para gases, tem-se:

$$-\rho \frac{dP}{dx} = \rho \frac{\mu v}{\kappa} + \beta \rho^2 v^2 \quad (22)$$

$$-\frac{PM}{ZRT} \frac{dP}{dx} = \frac{\mu W}{\kappa A} + \beta \left(\frac{W}{A}\right)^2 \quad (23)$$

Integrando-se a equação acima com a consideração de  $\mu$ ,  $T$  e  $Z$  serem constantes, chega-se a:

$$\frac{(P_1^2 - P_2^2)M}{2ZRTL\left(\frac{W}{A}\right)\mu} = \frac{1}{\kappa} + \frac{\beta}{\mu} \left(\frac{W}{A}\right) \quad (24)$$

Um gráfico de  $\left(\frac{(P_1^2 - P_2^2)M}{2ZRTL\left(\frac{W}{A}\right)\mu}\right)$  vs  $\left(\frac{W}{A}\right)$  fornece uma linha reta com o coeficiente angular igual a  $\beta$  e coeficiente linear igual ao inverso da permeabilidade do meio poroso. Então, fazendo-se testes com várias vazões de gás escoando através de um meio poroso, e medindo-se a queda de pressão causada por este, podem-se inferir os parâmetros  $\beta$  e  $\kappa$  do mesmo. Entretanto, em alguns casos, dados experimentais plotados segundo a Eq.(24) desviam-se do comportamento de linha reta. Este desvio é atribuído a dois fatores:

- Efeito de escorregamento do gás (também chamado de "efeito de Klinkenberg"



ou "slip effect") que ocorre a baixas pressões quando o caminho livre médio das moléculas fica da mesma ordem de grandeza que o diâmetro dos poros.

- Outro fator que causa o desvio do comportamento linear da Eq.(24) é o fato de a equação de Forchheimer não descrever bem o sistema, sendo necessário adicionar-se a ela o termo  $(\gamma\rho^2v^3)$  como mostra a Eq.(21). Outros pesquisadores como é o caso de Johnson e Taliaferro [11] optaram seguinte representação :

$$-\frac{dP}{dx} = \frac{\mu v}{\kappa} + \rho v^n \quad (25)$$

Neste estudo será analisada a equação de Forchheimer, tanto por sua simplicidade quanto por descrever bem o sistema.

### 3.2 Correção para o Efeito de Klinkenberg

A permeabilidade de um meio poroso é obtida fazendo-se com que um fluido de viscosidade conhecida escoe através do mesmo e submetendo-se os dados de vazão e queda de pressão à lei de Darcy. Normalmente esta medida é feita em um permeabilímetro

onde o fluido usado é um gás (ar). Contudo, quando se trabalha com gás a baixas pressões, o caminho livre médio de suas moléculas fica da mesma ordem de grandeza que o diâmetro dos poros e o gás escoar por eles com uma velocidade maior do que a predita pela equação de Darcy. Isto acontece porque cada uma de suas moléculas está em movimento contribuindo com um efeito de velocidade, enquanto que a teoria do escoamento laminar assume que a velocidade do fluido nas paredes do sólido é zero. Este fenômeno é chamado de efeito de Klinkenberg. Sendo assim, medições de permeabilidade feitas com gás dão valores maiores que os reais, o que não acontece quando se trabalha com líquidos.

Klinkenberg [13], usando um capilar de vidro como modelo, deduziu uma expressão para corrigir a permeabilidade obtida através de medidas com gás:

$$\kappa_g = \kappa_l \left( 1 + \frac{4c_1 \lambda}{r} \right) \quad (26)$$

Uma vez que, para gases ideais,  $\lambda$  é inversamente proporcional à pressão e desde que  $r$  é fixo:

$$\kappa_g = \kappa_l \left( 1 + \frac{b}{P_m} \right) \quad (27)$$

A Fig.4 mostra um gráfico de  $\kappa_g$  vs.  $1/P_m$  para um determinado meio poroso

a uma dada temperatura. Cada uma destas curvas mostra claramente que a pressão do gás tem um efeito significativo na permeabilidade dando suporte à teoria de que o escorregamento é causado pelo aumento do caminho livre médio das moléculas do gás quando este tende ao diâmetro dos poros. Ainda pela Fig.4 observa-se que quanto maior o peso molecular do gás (moléculas maiores), mais próximas vão ficando as curvas entre si e  $b \rightarrow 0$ . Em outras palavras, o gás tende a assumir o comportamento de líquido, pois o caminho livre médio de suas moléculas vai diminuindo.

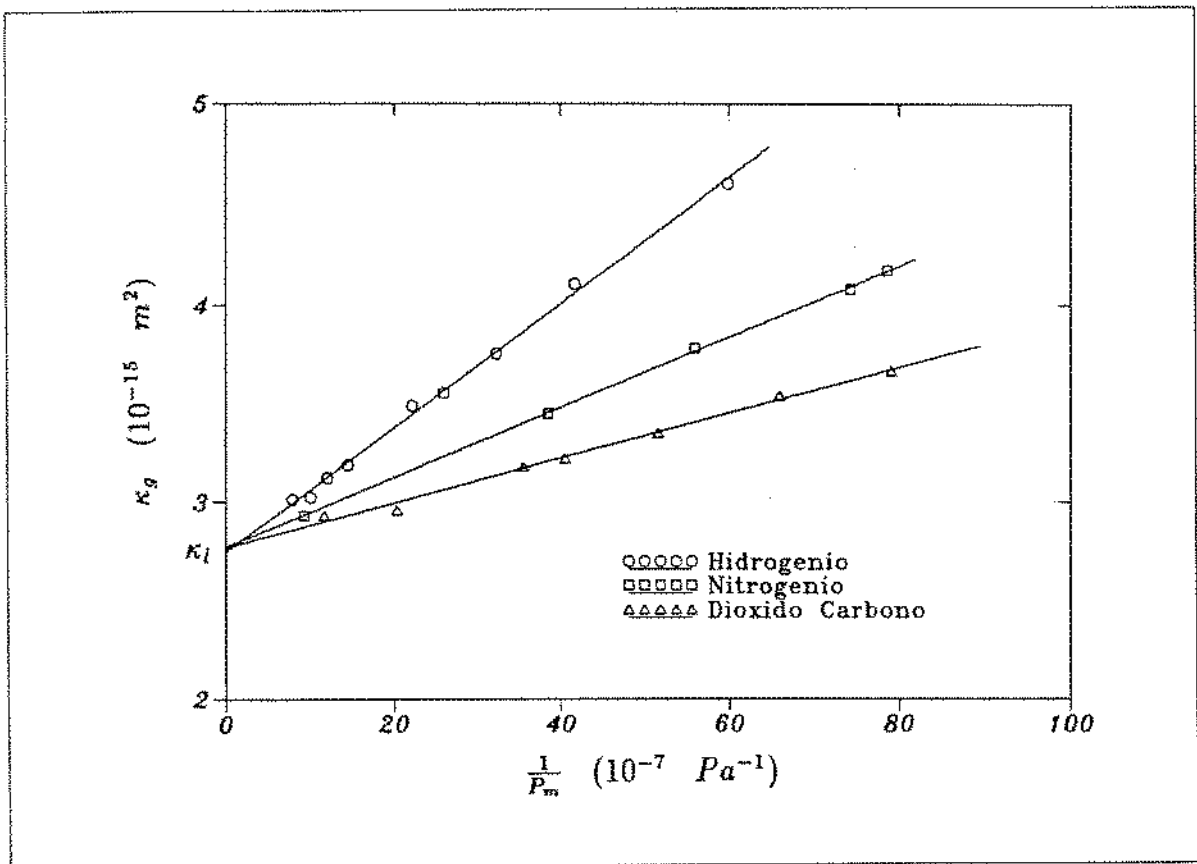


Figura 4: Efeito da pressão na permeabilidade para vários gases

Yuster [13] estudou o efeito de escorregamento para um grupo de amostras para as quais a porosidade, a permeabilidade ao líquido (nafta) e ao gás (ar) foram

determinadas, plotou  $b$  vs.  $\kappa_l$  e chegou à relação (28) que está representada na Fig.5.

$$b = 0.11 \kappa_l^{-0.39} \quad (28)$$

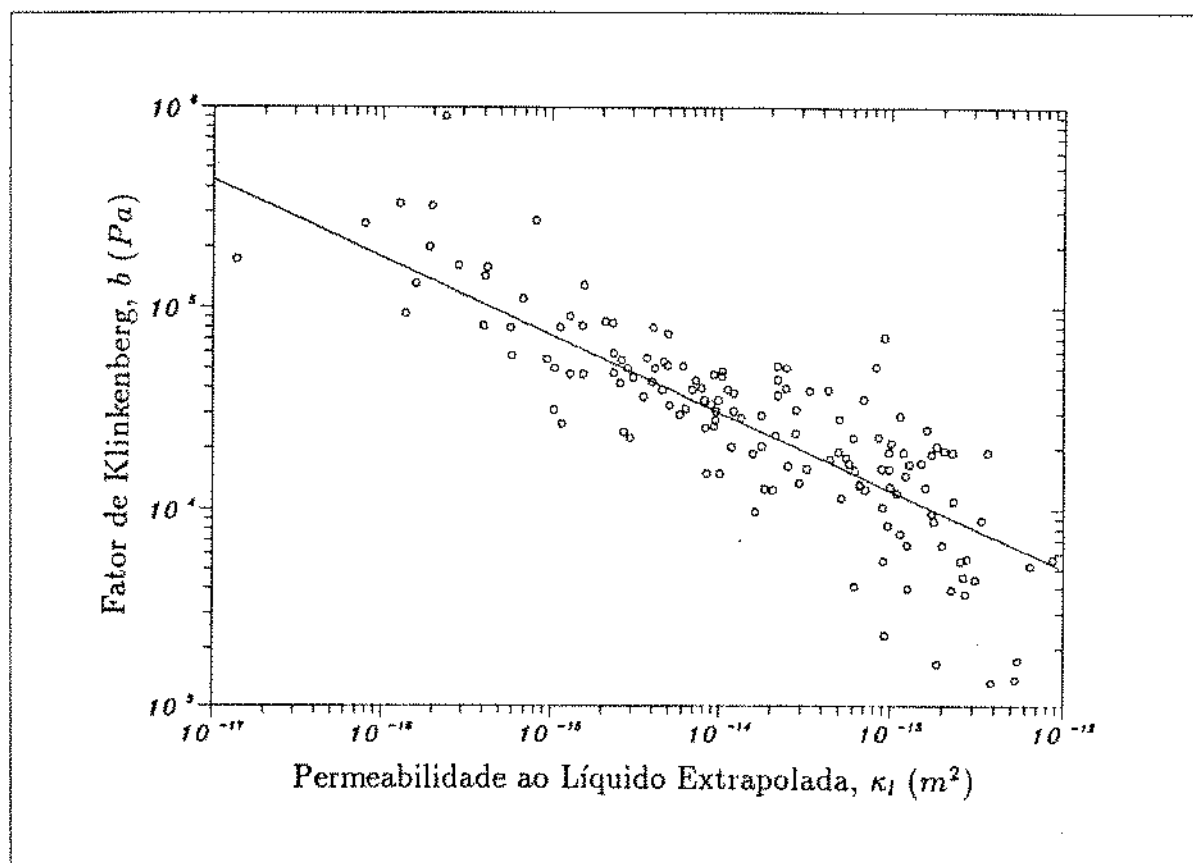


Figura 5: Gráfico do fator  $b$  em função da permeabilidade ao líquido extrapolada

Como se observa, a Fig.5 revela um grande espalhamento dos pontos experimentais indicando que a expressão de Yuster não correlaciona perfeitamente os mesmos. Contudo, na falta de dados experimentais que permitam a construção de um gráfico como o da Fig.4, pode-se usar a Eq.(29) para fazer uma estimativa de  $b$ .

Conforme foi colocado por Dranchuk e Flores [8] e verificado pelos resultados acima, o efeito de Klinkenberg está presente mesmo quando se trabalha a altas velocidades. Eles também mostraram que, para um reservatório de permeabilidade muito baixa ( $10^{-16} \text{ m}^2 = 0.1 \text{ md}$ ) e sob determinadas condições, o efeito de Klinkenberg é perceptível mesmo a altas pressões ( $1.4 \times 10^7 \text{ Pa} = 2000 \text{ psi}$ ).

Dranchuk e Piplapure [7] escreveram um artigo onde sugeriram uma metodologia para corrigir o efeito de Klinkenberg associado aos efeitos inerciais num escoamento de geometria radial onde o termo  $b/P_m$  seria bem menor que a unidade. No apêndice B é desenvolvido um método para resolver este problema para um escoamento linear.

## 4 Procedimento Experimental

### 4.1 Aparelhagem Utilizada

As Figuras 6 e 7 mostram esquematicamente a montagem dos equipamentos utilizados neste estudo.

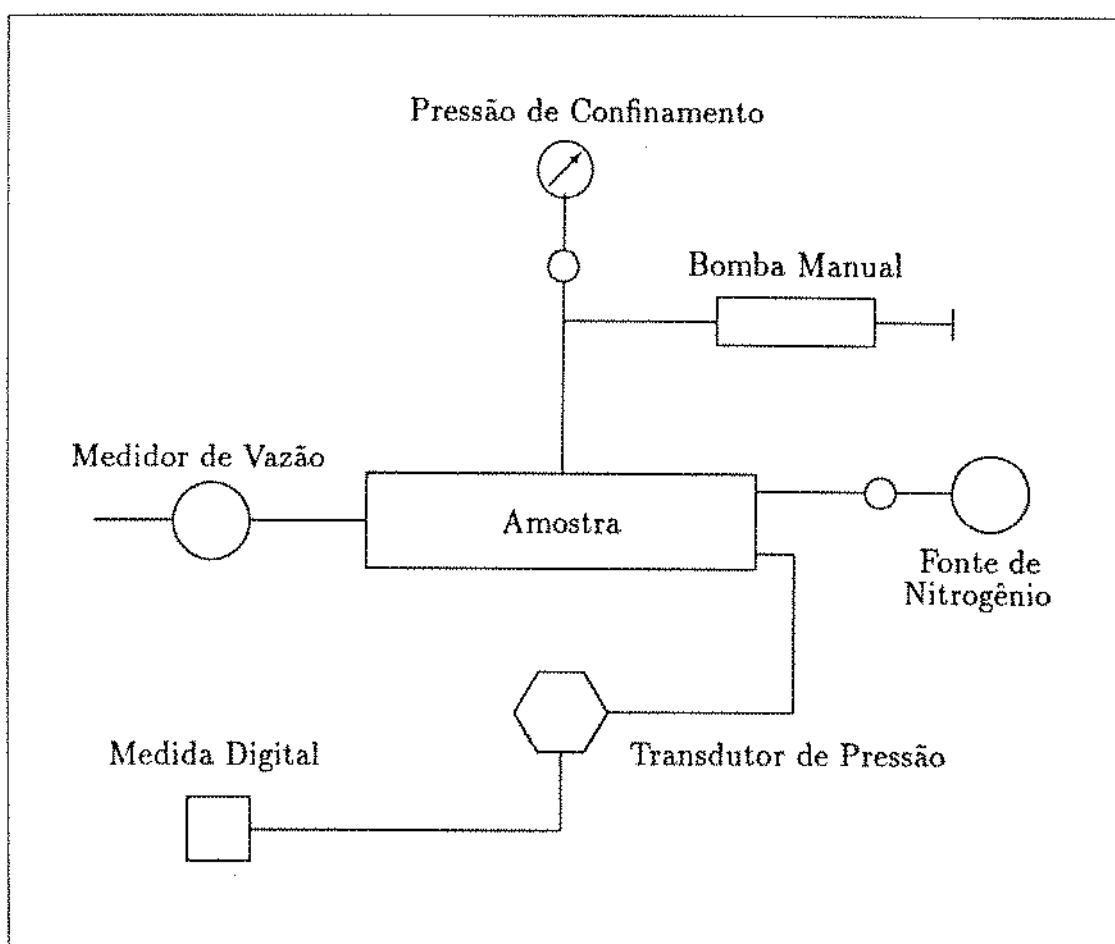


Figura 6: Desenho esquemático da aparelhagem usada.

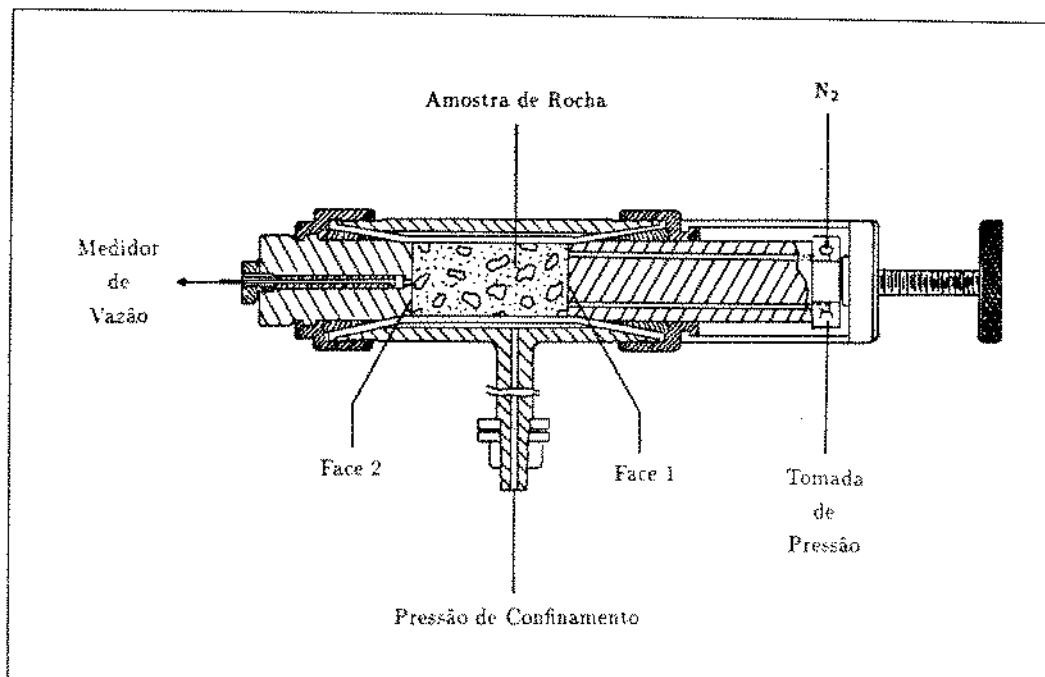


Figura 7: Desenho esquemático da amostra dentro do Core-Holder

O experimento consistiu em injetar-se  $N_2$  a diferentes vazões e medir-se a queda de pressão causada pela presença do meio poroso. A pressão máxima de entrada de  $N_2$  na amostra era de  $2 \times 10^6 Pa$  e a vazão estava compreendida numa faixa entre  $5.6 \times 10^{-5} Nm^3/s$  a  $7 \times 10^{-4} Nm^3/s$ .

Os testes foram realizados com quinze amostras de rochas areníticas provenientes do afloramento Rio Bonito cujas principais características são homogeneidade e baixíssimo teor de argilas. O diâmetro delas era de aproximadamente 3.8 cm e o comprimento variava entre 5 e 7 cm. A permeabilidade das amostras estava compreendida dentro de uma faixa de  $3 \times 10^{-14}$  a  $6 \times 10^{-13} m^2$  e a porosidade variava de 13% a 30% (Tab.1).

Durante o experimento, a amostra ficava dentro de um compartimento ("Core-Holder") submetida a uma pressão de confinamento ( $63 \times 10^5 Pa$ ) que garantia um escoamento linear, impedindo vazamentos (Fig.7). O  $N_2$  era injetado no "Core-Holder" através de um capilar, sendo distribuído na face 1 da rocha através de sulcos existentes no equipamento. A tomada de pressão era feita na face 1, enquanto que na face 2 media-se a vazão volumétrica. O tempo de duração de cada teste era de aproximadamente 10 minutos. Para algumas das amostras testadas, escoando  $N_2$  a uma vazão de  $7 \times 10^{-4} Nm^3/s$ , houve um desvio significativo da lei de Darcy, da ordem de 50%.

Número da Amostra	D ( $10^{-2}$ m)	L ( $10^{-2}$ m)	$\phi$ (%)
21	3.78	7.50	19.6
38	3.78	7.41	16.9
95	3.77	7.62	15.5
143	3.77	7.28	20.7
158	3.75	7.06	20.4
191	3.80	7.46	18.5
298	3.76	5.81	19.7
270	3.74	7.60	19.3
339	3.74	7.12	13.3
496	3.77	6.72	21.0
589	3.75	6.32	30.6
661	3.75	7.64	19.3
770	3.75	7.10	20.7
832	3.74	6.06	23.9
845	3.75	7.58	14.6

Tabela 1: Dados sobre as amostras



## 4.2 Preparação das Amostras

Foram feitos dois tipos de testes:

- com amostras secas ( $S_{wr} = 0$ ).
- com amostras contendo saturação residual de líquido ( $S_{wr} \neq 0$ ).

Para os testes do primeiro tipo, as amostras foram secas em uma estufa a  $90^{\circ}\text{C}$  e, a seguir, colocadas no dessecador. Depois de frias, iniciavam-se os testes através dos quais eram obtidos o coeficiente de inércia e a permeabilidade absoluta da amostra seca.

Para o segundo tipo de teste, foram usadas duas soluções para saturar as amostras: uma solução de KCl (30.000 ppm) e outra de glicerina. A solução de KCl foi usada ao invés de água pura para evitar o inchamento da argila que porventura pudesse existir dentro da rocha. A amostra seca era pesada e colocada dentro de uma garrafa de saturação e submetida a um vácuo de 100 Pa ( $14.5 \times 10^{-3}$  psi). A seguir era admitida a solução de KCl para dentro da garrafa até que a pressão interna da mesma chegasse a 70 bar ( $\simeq 1000$  psi) e aí permanecia por mais de 12 horas. Depois de retiradas da garrafa, as amostras eram colocadas dentro do core-holder onde se deslocava a solução de KCl com  $\text{N}_2$ , ficando nos poros da rocha somente a saturação irreduzível de líquido. Em seguida, pesava-se a amostra para o cálculo de  $S_{wr}$  (Apêndice C) e iniciava-se o teste. Este tipo de procedimento fornecia um perfil de saturação variável ao longo da amostra devido

a efeitos de extremidade ("end effect"), conforme a Fig.8. Sendo assim, este fenómeno afetava o resultado do teste, e a saturação residual calculada era uma saturação média. Depois a amostra era parcialmente seca a fim de se obter uma saturação média residual menor que a inicial e um novo teste era feito. Deste modo, apesar de não se ter medido a variação de saturação, acredita-se que o perfil da mesma seria mais regular.

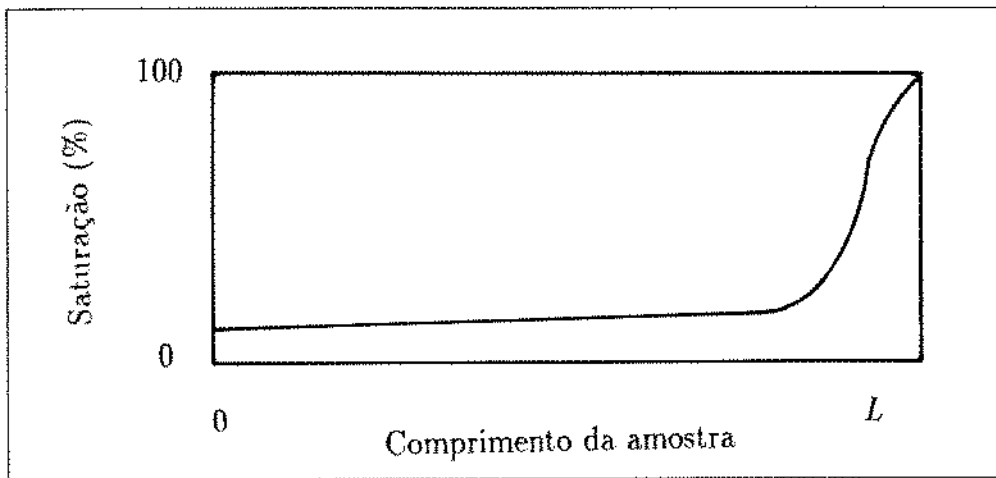


Figura 8: Perfil de saturação ao longo da amostra

Quanto à glicerina, ela foi escolhida como fase líquida por causa de sua baixa pressão de vapor, alta viscosidade e características de molhabilidade favoráveis. A solução de glicerina era preparada com salmoura (solução KCl a 30.000 ppm) e a percentagem em volume desejada de glicerina. Após saturar a amostra com esta solução, ela era levada para a estufa a 90°C para que a água evaporasse e ficasse somente a saturação desejada de glicerina. Depois, iniciava-se o teste determinando-se  $\beta$  e  $\kappa$ . Procedendo-se desta forma, a glicerina era distribuída uniformemente ao longo da amostra de forma a não se obter um perfil de saturação variável. Para cada amostra foi feito somente um teste usando glicerina.

## 5 Resultados Experimentais e Discussão

### 5.1 Determinação do Coeficiente de Inércia

Para cada uma das amostras secas, foi feito um gráfico usando-se a equação de Darcy para ter-se certeza de que havia ocorrido um desvio em relação a ela (Fig.9).

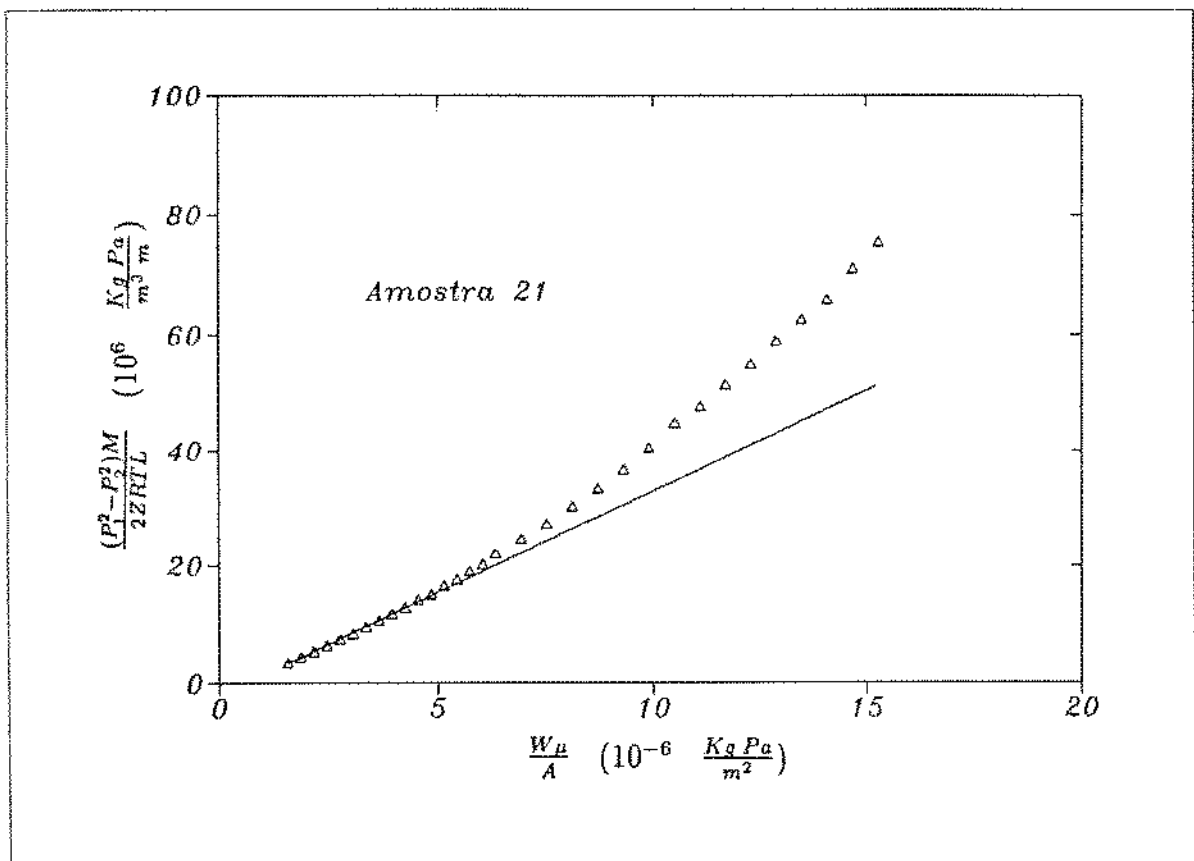


Figura 9: Dados experimentais plotados segundo a equação de Darcy

A seguir, construiu-se um gráfico de  $\frac{(P_1^2 - P_2^2)M}{2ZRTL \frac{W}{A}} \text{ vs } \frac{W}{A}$ , representado na Fig.10,

para encontrar os parâmetros  $\beta$  e  $\kappa$  de cada amostra. Através da Fig.10, vê-se que os pontos experimentais estão bem alinhados mostrando assim que não é necessário fazer-se a correção para o efeito de escorregamento do gás. Os resultados obtidos estão na Tabela 2.

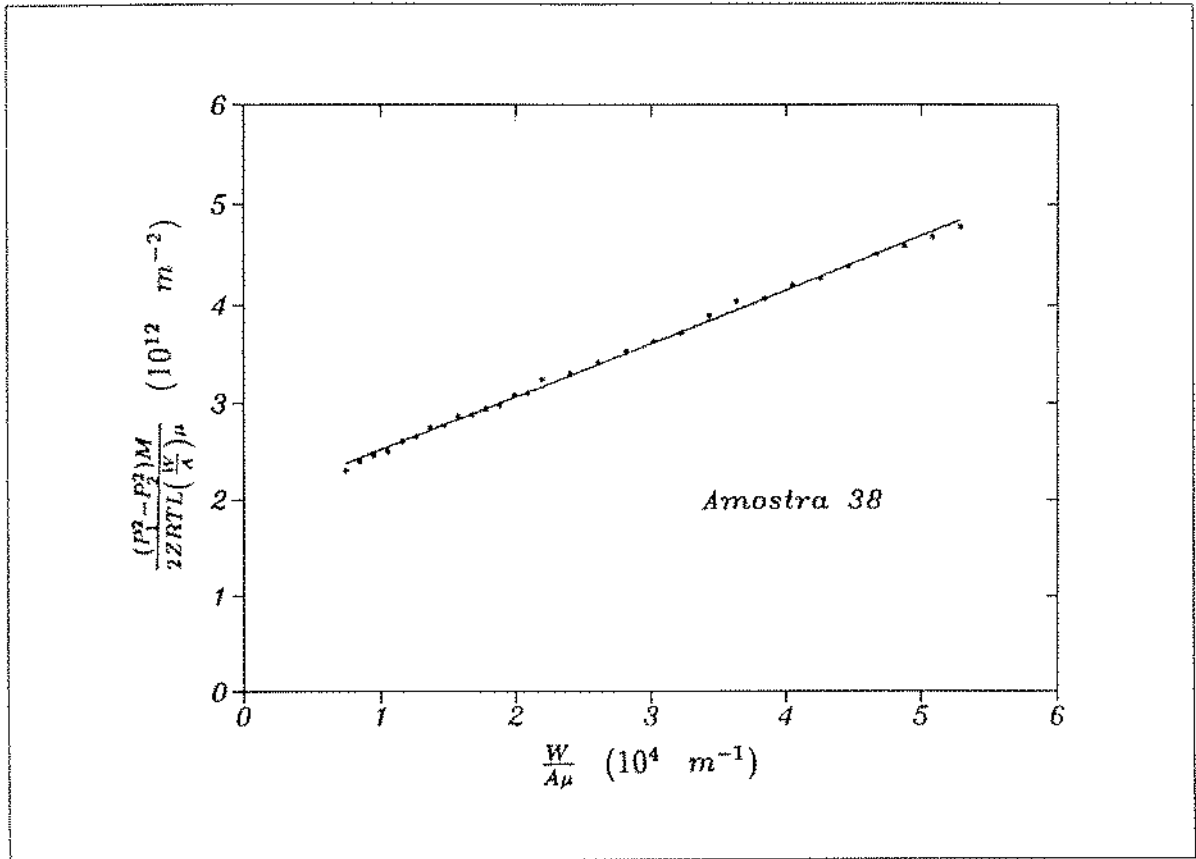


Figura 10: Dados experimentais plotados segundo a equação de Forchheimer para o cálculo de  $\kappa_1$  e  $\beta$ .

Número da Amostra	$\kappa_y$ ( $10^{-14} \text{ m}^2$ )	$\beta$ ( $10^7 \text{ m}^{-1}$ )
21	45.75	5.39
38	51.78	5.55
95	14.7	23.51
143	48.99	4.68
158	24.79	7.49
191	40.95	5.20
270	12.67	26.62
298	2.96	135.22
339	5.67	79.93
496	8.40	41.92
589	60.02	3.72
661	12.70	27.99
770	12.13	27.35
832	30.08	5.33
845	32.03	10.64

Tabela 2: Valores obtidos para  $\beta$  e  $\kappa$ .

## 5.2 Faixa de Validade da Lei de Darcy

O número de Reynolds é usado para indicar se um regime é laminar ou turbulento. Sendo assim, ele pode ser também um indicador da faixa de validade da lei de Darcy. Em estudos anteriores o número de Reynolds tem sido definido de forma insatisfatória. Fazendo sempre uma analogia entre o escoamento em meios porosos e o escoamento em tubos, alguns autores mantiveram a definição anterior do número de

Reynolds que contém uma dimensão característica do sistema. Para tubos, esta dimensão é o diâmetro. Seguindo esta linha de raciocínio, era necessário achar uma dimensão característica para o meio poroso. Fancher et al. [13] e Tek [16] usaram o diâmetro médio dos grãos, enquanto que Dybbs e Edwards [10] usaram o diâmetro médio dos poros. Como é mostrado no Apêndice D, o diâmetro médio dos grãos é dado por:

$$d_p = \frac{6}{a_v} \quad (29)$$

A única maneira de se determinar a área superficial de rochas-reservatório é através de experimentos, o que não é uma tarefa simples. Apesar de a ordem de grandeza do diâmetro da partícula ter influência sobre a resistência no escoamento inercial, porque ela tem um efeito nas variações da velocidade das partículas do fluido através do meio poroso, esta não é a única característica da formação que influencia o seu comportamento inercial.

Segundo Geertsma [12], Green e Duwez foram os primeiros a introduzir o termo  $(\beta\kappa)$  como uma dimensão característica quando estudaram o escoamento através de meios porosos feitos de metal. Dezoito anos mais tarde, Ahmed e Sunada [12] publicaram uma formulação similar para escoamento em lençóis freáticos.

Várias curvas são obtidas, quando plotados os dados experimentais de cada amostra conforme as figuras 9 e 10 (ver Fig.11)

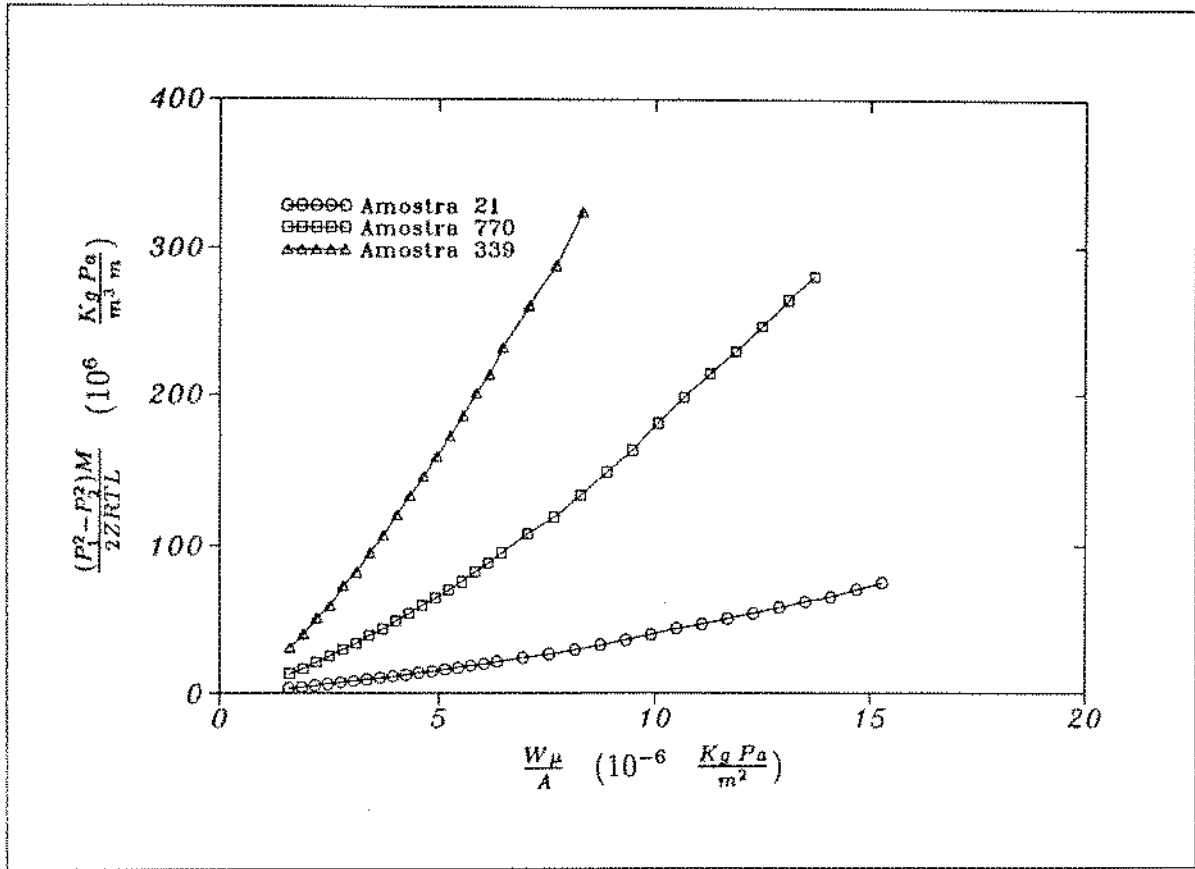


Figura 11: Dados experimentais plotados segundo a equação de Darcy para várias amostras

Para colapsar todos os pontos experimentais sobre uma mesma curva, define-se o número de Reynolds como o fizeram Ahmed e Sunada [12] e Massarani:

$$Re = \frac{\beta \kappa \rho v}{\mu} = \frac{c \sqrt{\kappa \rho v}}{\mu} \quad (30)$$

onde  $c$  é uma constante adimensional em que:

$$c = \beta\sqrt{\kappa} \quad (31)$$

A partir do desenvolvimento da equação de Forchheimer para gases e com as hipóteses de  $\mu$ ,  $Z$  e  $T$  serem constantes, tem-se:

$$\frac{(P_1^2 - P_2^2)M}{2ZRTL\left(\frac{W}{A}\right)\mu} = \frac{W\beta}{A\mu} + \frac{1}{\kappa_l} \quad (32)$$

$$\frac{(P_1^2 - P_2^2)M\kappa_l}{2ZRTL\left(\frac{W}{A}\right)\mu} = \frac{W\beta\kappa_l}{A\mu} + 1 \quad (33)$$

Em publicações anteriores, o primeiro termo da Eq.(33) é chamado de número de Darcy ( $Da$ ) [12], enquanto que o segundo é o número de Reynolds definido anteriormente. Logo,

$$Da = Re + 1 \quad (34)$$

$$H_F = \frac{Da}{Re} = 1 + \frac{1}{Re} \quad (35)$$



A Eq.(35) colapsa todas as curvas dos sistemas cujo escoamento é bem descrito pela equação de Forchheimer. Procedendo-se da mesma forma com a equação de Darcy, chega-se à Eq.(36):

$$H_D = \frac{1}{Re} \quad (36)$$

onde  $H_D$  e  $H_F$  são os fatores de atrito das equações de Darcy e de Forchheimer, respectivamente.

Plotando-se  $H$  vs  $Re$  (Fig.12), confirma-se que a equação de Forchheimer é ideal para descrever o escoamento em questão.

Através da Fig.12, faixas de validade da lei de Darcy podem ser determinadas. Supondo-se que o erro máximo tolerado quando as perdas devido às forças inerciais são desprezadas seja de 5%, então:

$$E = \frac{H_F - H_D}{H_F} \leq 0.05 \quad (37)$$

$$Re \leq 0.053 \quad (38)$$

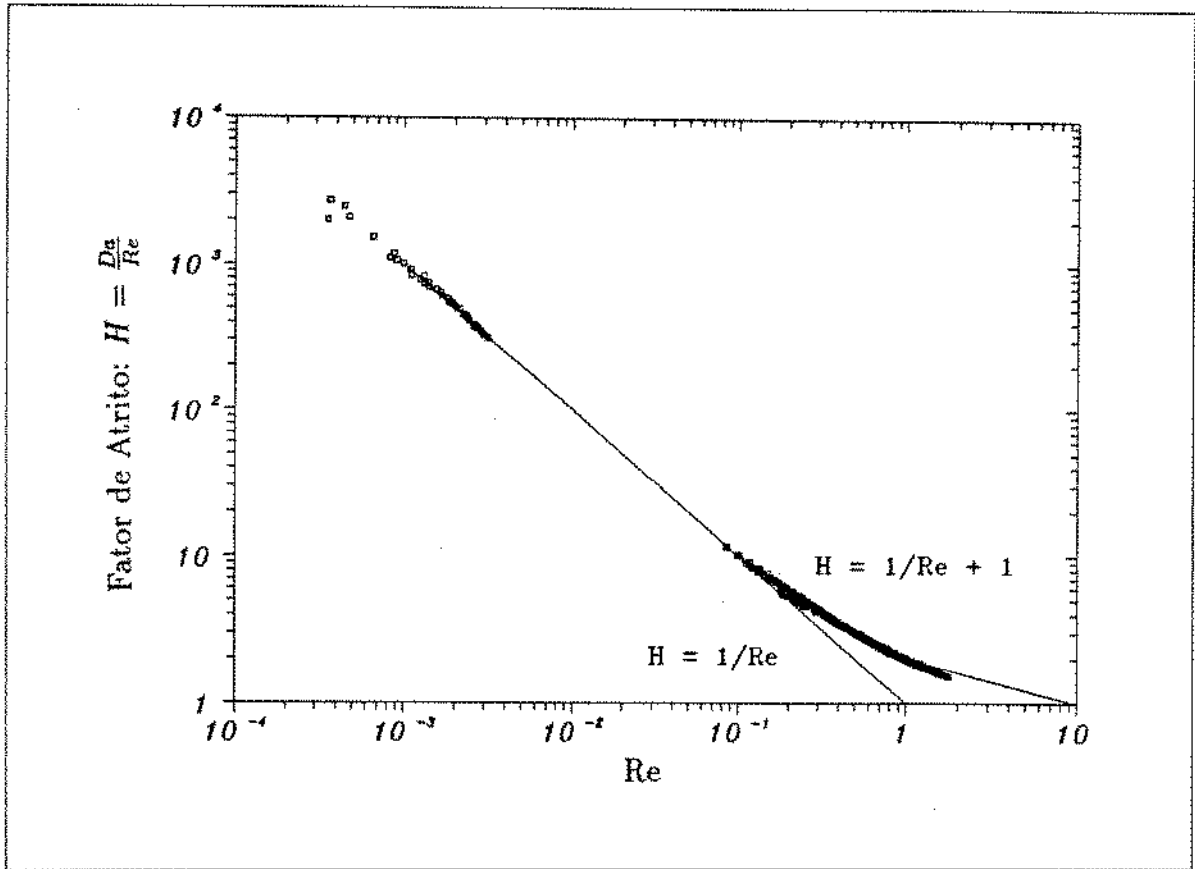


Figura 12: Correlação para o fator de atrito

Sendo assim, para  $Re \leq 0.05$  há predominância das forças viscosas no escoamento e a lei de Darcy pode ser usada com erro inferior a 5.3%. Este, segundo alguns autores, é o chamado "regime laminar". Para  $Re \geq 0.1$ , as forças inerciais passam a não ser mais desprezíveis, causando um erro superior a 11% quando se usa a equação de Darcy ao invés da equação de Forchheimer. Este é o regime IT.

Outros autores como Tek [16] e Fancher [13], que definiram o número de Rey-

nolds como:

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu} \quad (39)$$

onde  $d$  é o diâmetro médio dos grãos ao plotarem um gráfico do fator de fricção contra  $Re$  obtiveram um conjunto de curvas para diferentes amostras ao invés de somente uma.

### 5.3 Comparação dos Resultados com Equações da Literatura

Uma das formas de analisar as correlações da literatura é calculando a constante adimensional,  $c$ , definida segundo a Eq.(31) e comparando-a com a obtida experimentalmente para cada amostra. Usando a relação desenvolvida por Geertsma,  $c$  é calculado como:

$$c = \frac{0.005}{\phi^{5.5}} \quad (40)$$

Segundo Evans,

$$c = \frac{1.891 \times 10^{-5}}{\phi} \left( \frac{1}{(1 - S_{wr}) \kappa_g^{0.5}} \right)^{1.839} \sqrt{\kappa} \quad (41)$$

em que  $S_{wr} = 0$  e  $\kappa_g = \kappa$  para um sistema monofásico.

A correlação obtida por Noman não foi usada porque ela forneceu valores de  $c$  uma ordem de grandeza maiores que os reais. Na Fig.13, a reta de 45° mostra que os valores de  $c$  obtidos experimentalmente estão compreendidos entre os valores determinados pelas equações (40) e (41). Contudo, a equação obtida por Evans sempre fornece valores menores que os experimentais, enquanto que a de Geertsma oscila em torno da reta de 45°.

A Fig.14 compara a correlação de Janicek-Katz [9] com os dados experimentais e mostra que existe uma defasagem em relação ao parâmetro porosidade.

Através das figuras 13 e 14, comprova-se que as correlações da literatura podem não dar uma boa estimativa para o coeficiente de inércia, sendo importante, sempre que possível, obter correlações específicas para um dado reservatório.

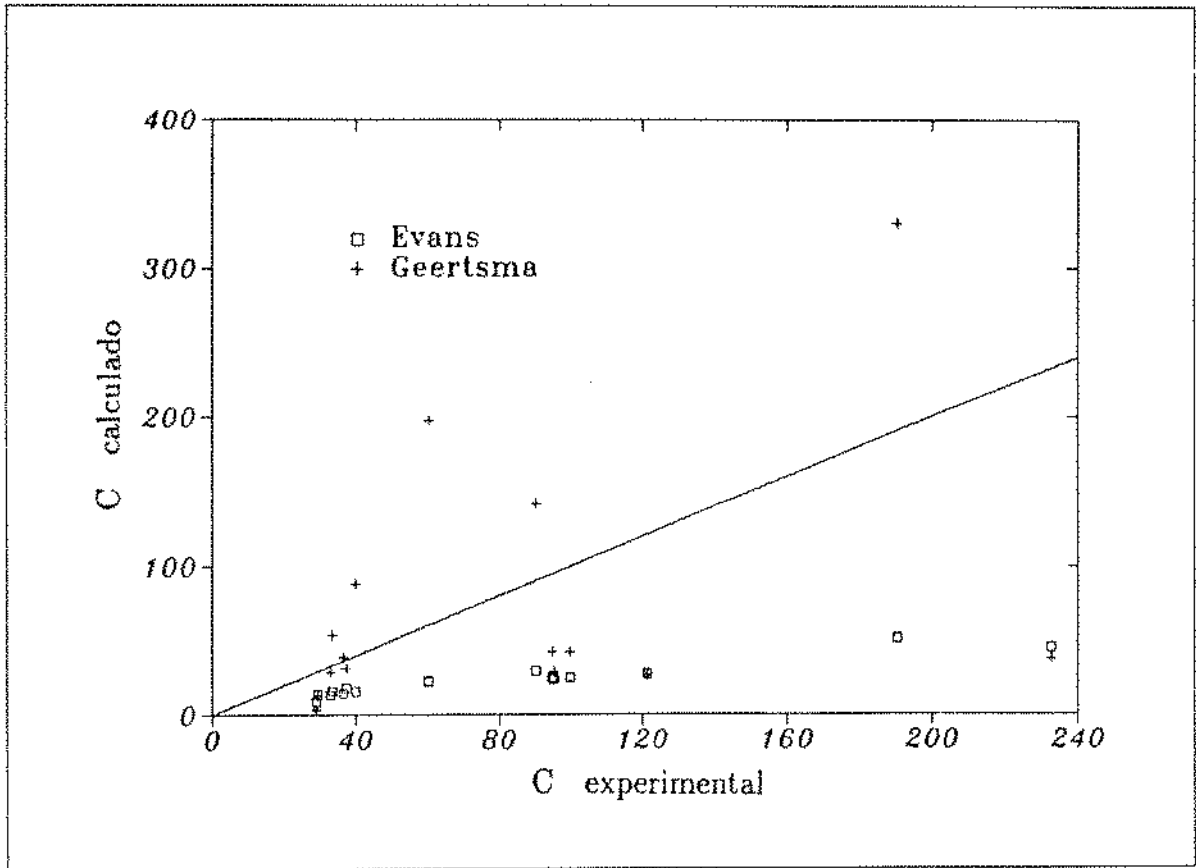


Figura 13: Gráfico comparativo entre  $c$  experimental e  $c$  da literatura.

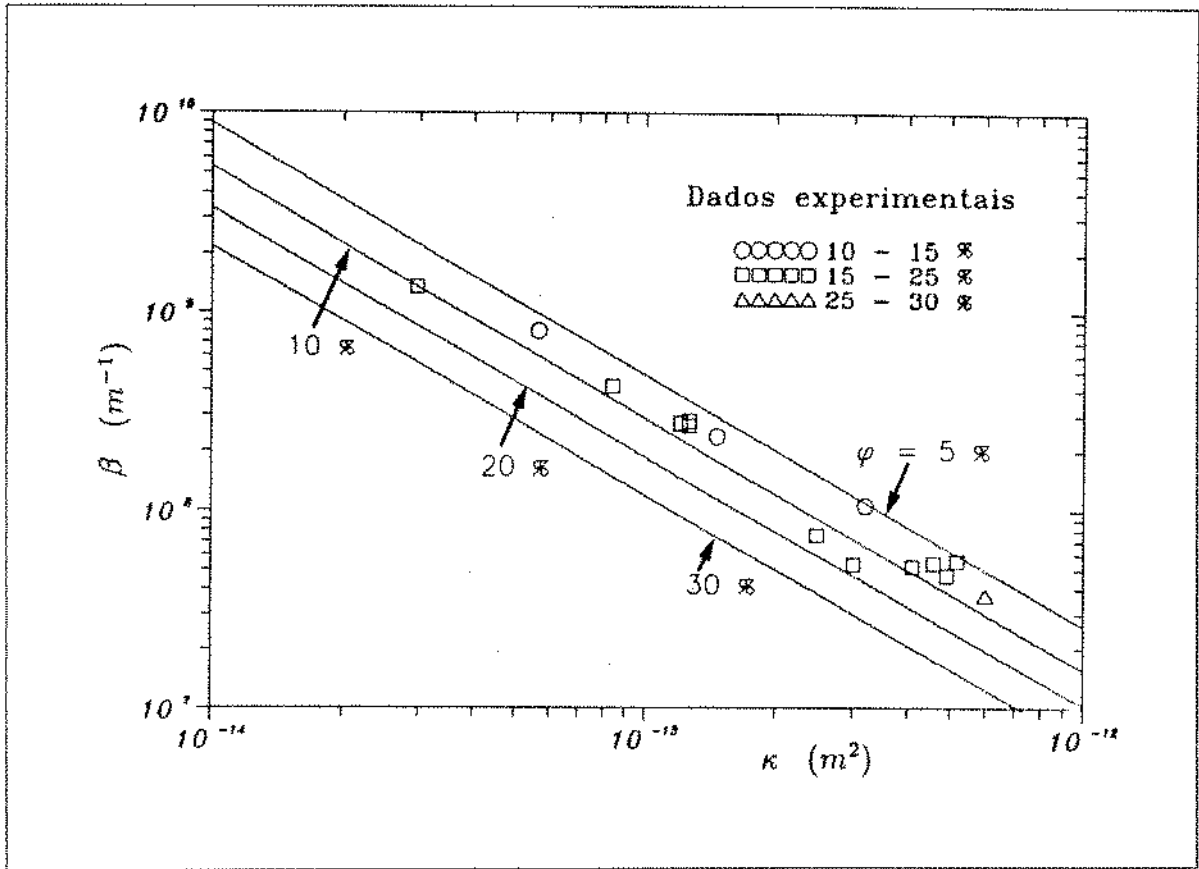


Figura 14: Verificação da validade da correlação de Janicek-Katz para os dados experimentais

## 5.4 Influência da Saturação Residual no valor de $\beta$

A presença da saturação residual no meio poroso altera o valor do coeficiente de inércia, pois ela age como redutora da área disponível ao escoamento do gás. Assim, pode-se dizer que  $\beta$  é uma função das propriedades do fluido-rocha. Características do fluido como molhabilidade determinam a forma da curva de permeabilidade relativa para um tipo específico de rocha e, portanto, determina a permeabilidade efetiva do gás a uma dada saturação.

É interessante observar que plotando-se  $\beta$  vs  $S_{wr}$ , percebe-se que até um certo nível de saturação residual crítica ( $S_{wr_{crit}}$ ), que é diferente para cada amostra,  $\beta$  diminui para depois aumentar. Alguns autores atribuem este efeito à suavização dos caminhos pelos poros da rocha causada pela presença do líquido quando este bloqueia os poros menores neste nível de saturação (Fig.15). Para uma saturação maior do que a crítica, o líquido atua como uma restrição ao escoamento, aumentando o coeficiente de inércia. Para as amostras utilizadas, observou-se que a saturação crítica está compreendida dentro de uma faixa de 1% a 5%.

Como  $\beta$  não depende somente de  $\kappa$ ,  $\phi$  e  $S_{wr}$ , mas de outros parâmetros do sistema rocha-fluido, este efeito pode não ocorrer se, por exemplo, os poros da rocha forem aproximadamente do mesmo tamanho. Em seu artigo, Evans [9] comenta que, ao contrário de Gewers e Nichol, não obteve um efeito similar a este. Quando a glicerina era

usada como fluido molhante, um gráfico como o da Fig.15 mostrava que, para algumas amostras, o resultado obtido para  $\beta$  era bem diferente do obtido com a solução de KCl. Uma vez que, devido à molhabilidade, fluidos diferentes distribuem-se de forma diferente no meio poroso afetando a permeabilidade de modo também diferente, é de se esperar que ocorra algo deste tipo. Contudo, uma análise mais detalhada só poderia ser feita se fossem realizados testes com várias amostras e vários fluidos.

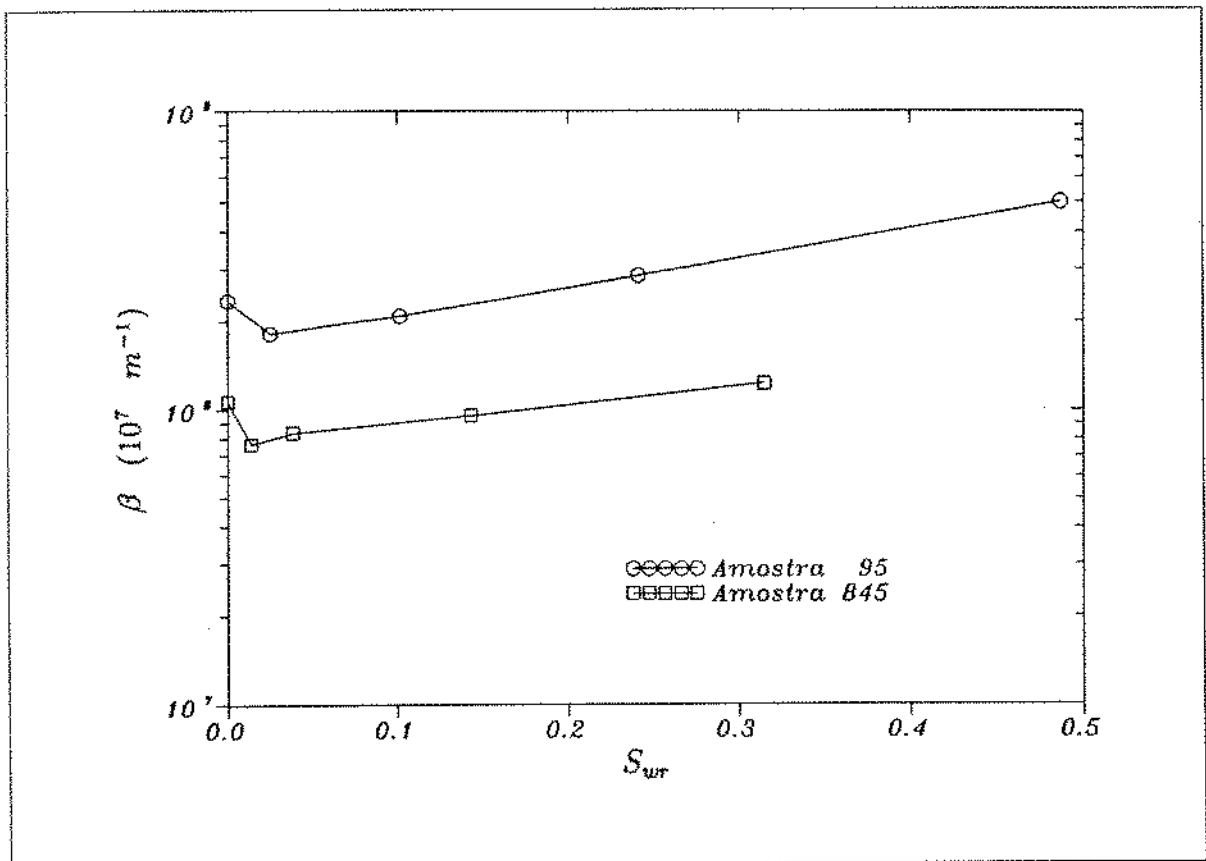


Figura 15: Variação de  $\beta$  com a saturação residual



### 5.5 Relação entre $\beta$ , $\kappa$ , $\phi$ e $S_{wr}$

As correlações da literatura expressam o coeficiente de inércia em função de  $\kappa$ ,  $\phi$  e  $S_{wr}$ , entretanto, Temeng e Horne [17] publicaram um artigo no qual concluíram que para gases escoando a altas pressões a lei de Darcy na forma diferencial é consistente com a forma finita da equação de Forchheimer e que os desvios da linearidade observados a altas vazões pareciam ser causados por efeitos das propriedades do gás real descartando a possibilidade, para alguns casos, da existência de um escoamento não-darciano. A seguir, chegaram a uma relação do tipo da equação de Forchheimer:

$$\frac{P_1^2 - P_2^2}{L} = \left( \frac{2\mu ZTP_{sc}}{\kappa AT_{sc}} \right) Q + \frac{\bar{c}L}{Pm} \left( \frac{\mu ZTP_{sc}^2}{\kappa AT_{sc}} \right) Q^2 \quad (42)$$

Comparando a Eq.(42) com a de Forchheimer, chegaram a:

$$\beta = \frac{\bar{c}L\mu^2}{2\kappa^2\rho T_{sc}} \quad (43)$$

concluindo, então, que  $\beta = \beta(L)$  e, por isso, afirmam ser incorreto o uso de correlações para o cálculo de  $\beta$  que não incluam o comprimento. Para verificar se a Eq.(43) era

válida para os experimentos realizados neste trabalho, foram feitos 3 testes com a mesma amostra só que com tamanhos diferentes. Os resultados foram tabelados (Tab.3) e não mostraram uma variação significativa do coeficiente de inércia com o comprimento a ponto de justificar a afirmativa dos autores.

Comprimento da Amostra ( $10^{-2}$ m)	$\kappa$ ( $10^{-14}$ m <sup>2</sup> )	$\beta$ ( $10^7$ m <sup>-1</sup> )
7.28	48.2	4.27
5.20	53.1	4.27
2.15	45.0	4.83

Tabela 3: Resultados para a amostra 143 cortada em vários tamanhos

Alguns autores correlacionaram  $\beta$ ,  $\kappa$  e  $\phi$  como mostrado no apêndice D:

$$\beta = \frac{cte}{\phi^{3/2} \sqrt{\kappa}} \quad (44)$$

Geertsma [12] questionou a validade de se usar uma relação deste tipo para meios porosos consolidados, pois ela foi desenvolvida para meios não consolidados. Ele também comenta que a potência da porosidade às vezes não é 3/2 e que uma melhor

investigação sobre a validade da relação acima só poderia ser feita se a área  $a_v$ , exposta ao escoamento do fluido também fosse medida; o que, até o momento, não pode ser feito com a precisão necessária.

Noman [15] chegou à conclusão de que a melhor correlação era obtida quando  $\beta$  era relacionado com  $\sqrt{\kappa/\phi S_g}$ . Ele sustenta sua posição dizendo que o termo  $\sqrt{\kappa/\phi}$  tem sido amplamente usado na literatura como comprimento característico do meio poroso, como por exemplo na função  $J$  de Leverett [2].

Correlacionando-se os valores experimentais de  $\beta$  em função da permeabilidade e da porosidade, chegou-se à seguinte relação:

$$\beta = \frac{1.480 \times 10^{-8}}{\phi^{0.5}(1 - S_{wr})^{0.095} \kappa^{1.228}} \quad (45)$$

A Fig.16 mostra um bom ajuste entre os dados experimentais e a correlação desenvolvida.

As correlações a seguir foram obtidas para fins comparativos:

$$\beta = \frac{3.835 \times 10^{-6}}{\phi((1 - S_{wr})\sqrt{\kappa})^{2.004}} \quad (46)$$

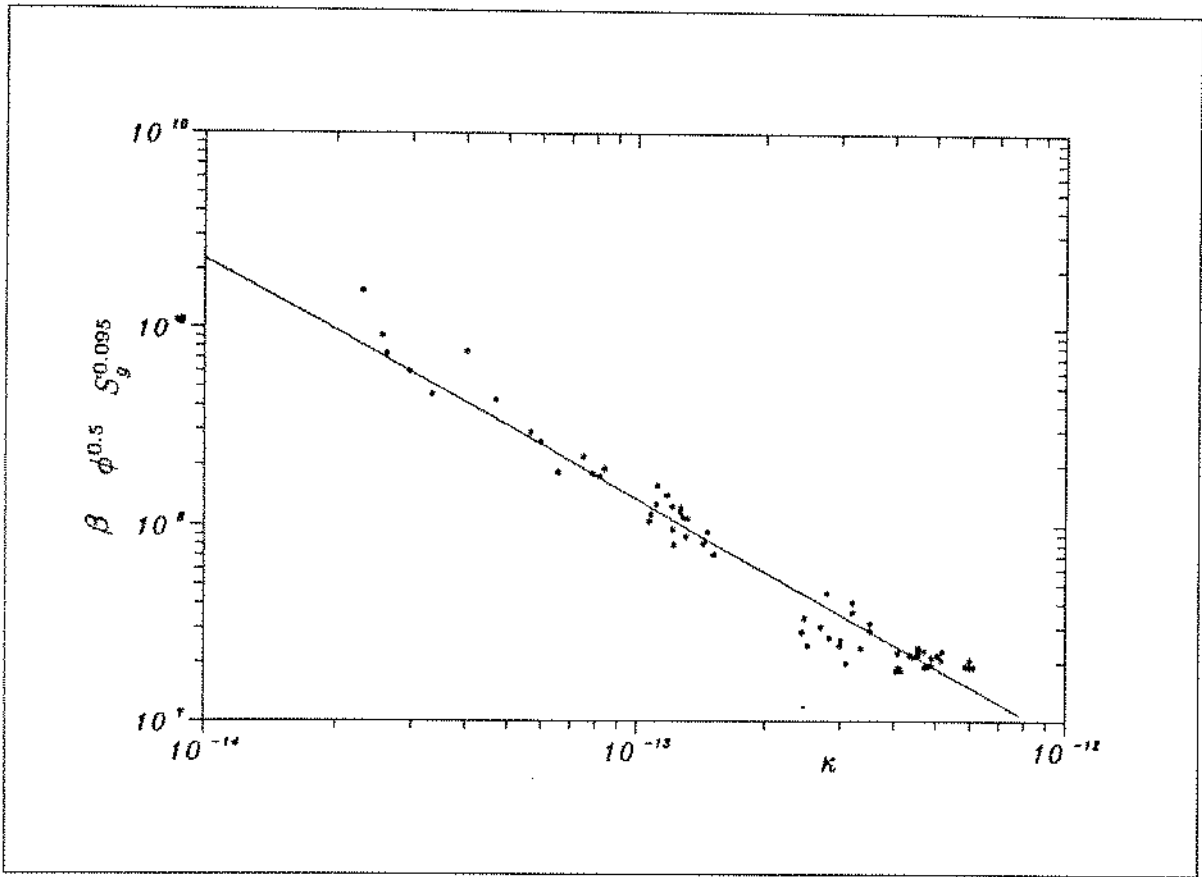


Figura 16: Correlação desenvolvida para os dados experimentais

$$\beta = \frac{1.071 \times 10^{-7}}{(\sqrt{\kappa}/(\phi(1 - S_{wr})))^{2.532}} \quad (47)$$

$$\beta = \frac{7.181 \times 10^{-3}}{\phi^{5.5} \sqrt{\kappa} (1 - S_{wr})^{-0.387}} \quad (48)$$

$$\beta = \frac{4.571}{\phi^{1.5} \sqrt{\kappa} (1 - S_{wr})^{1.285}} \quad (49)$$

As equações (46),(47) e (48) foram obtidas de modo a manter a mesma forma das equações desenvolvidas por Evans, Noman e Geertsma, respectivamente. Destas tres, a que melhor se ajustou aos dados de laboratório foi a Eq.(46). A Eq.(47) também teve um bom ajuste mostrando que, como sugeriu Noman, talvez o termo  $(\kappa/\phi)^{0.5}$  seja uma boa estimativa para o comprimento médio característico do meio poroso. A Eq.(49) é da mesma forma que a Eq.(44) e, como indica a tabela 4, não fornece resultados satisfatórios confirmando o que foi dito por Geertsma acerca deste tipo de relação para meios porosos consolidados.

Uma investigação mais profunda acerca da variação de  $\beta$  com a saturação residual pode ser feita de forma a obter uma melhor correlação para o coeficiente de inércia. Examinando-se a Fig.15, observa-se que a curva de  $\beta$  vs  $S_{wr}$  pode ser dividida em duas partes: a primeira quando  $0 < S_{wr} < S_{wr_{crit}}$  e a segunda para  $S_{wr} > S_{wr_{crit}}$ . A partir daí, pode-se obter uma equação para cada trecho e, igualando-se uma à outra, calcular a saturação crítica. Entretanto, os valores de  $S_{wr_{crit}}$  são muito pequenos e pode-se dizer que quase sempre  $S_{wr_{crit}}$  é menor que a saturação residual de líquido no reservatório (segundo trecho da curva).

Número da Amostra	$\beta_{exp}$ ( $10^7 \text{ m}^{-1}$ )	Eq.(45)	Eq.(46)	Eq.(47)	Eq.(48)	Eq.(49)
		$\beta$ ( $10^7 \text{ m}^{-1}$ )	$\beta$ ( $10^7 \text{ m}^{-1}$ )	$\beta$ ( $10^7 \text{ m}^{-1}$ )	$\beta$ ( $10^7 \text{ m}^{-1}$ )	$\beta$ ( $10^7 \text{ m}^{-1}$ )
21	5.4	4.8	4.6	5.7	8.3	7.8
38	5.6	4.4	4.7	4.0	17.6	9.1
95	23.5	21.6	18.0	17.7	53.2	19.5
143	4.7	4.3	4.0	5.6	5.9	6.9
158	7.5	9.9	8.1	12.9	9.0	10.0
191	5.2	5.6	5.4	6.1	12.0	9.0
270	26.6	23.2	16.7	28.2	17.1	15.1
298	135.2	137.0	70.4	182.0	31.7	30.4
339	79.9	75.0	54.4	48.7	199.0	39.6
496	41.9	36.8	23.2	52.8	13.2	16.4
589	3.7	2.7	2.2	7.1	0.6	3.5
661	28.0	23.1	16.7	28.1	17.1	15.1
770	27.3	23.6	16.3	32.6	11.9	13.9
832	5.3	7.2	5.7	12.4	3.4	7.1
845	10.6	8.5	8.7	6.1	50.1	14.5

Tabela 4: Comparação entre as equações obtidas neste trabalho para  $S_{ur} = 0$ .

## 5.6 Validação da Correlação Obtida com os Dados de Campo

Para fins comparativos, foram escolhidos ao acaso alguns dados de campo fornecidos pela literatura [15] [12]. As tabelas 5 e 6 contêm estes dados e os valores calculados por correlações da literatura e pela Eq.(45). Observa-se que a equação obtida

neste trabalho fornece, em alguns casos, valores de  $\beta$  bem mais próximos dos reais que as demais equações.

Número do Poço	Dados de Campo				Eq.(45)	Eq.(8)	Eq.(10)	Eq.(11)
	$\kappa$ ( $10^{-14} \text{ m}^2$ )	$\phi$ (%)	$S_y$ (%)	$\beta$ ( $10^8 \text{ m}^{-1}$ )	$\beta$ ( $10^8 \text{ m}^{-1}$ )	$\beta$ ( $10^8 \text{ m}^{-1}$ )	$\beta$ ( $10^8 \text{ m}^{-1}$ )	$\beta$ ( $10^8 \text{ m}^{-1}$ )
4	55.0	15.2	100.	1.1	0.4	2.1	4.6	0.2
6	1.1	11.2	100.	69.0	59.9	80.1	369.4	11.4
7	111.0	20.4	100.	0.4	0.2	0.3	2.8	0.1
8	25.1	13.5	100.	21.0	1.2	6.1	10.5	0.5
9	73.0	20.8	100.	0.3	0.3	0.3	4.8	0.1
11	25.1	18.4	100.	1.0	1.0	1.1	15.3	0.4
12	25.6	19.5	100.	0.7	1.0	0.8	16.0	0.4
14	5.4	13.8	100.	15.0	7.8	11.5	69.5	2.2
16	5.3	24.2	100.	3.9	6.0	0.5	141.1	1.3
17	0.2	14.1	100.	170.0	451.0	53.8	4072.0	44.6

Tabela 5: Comparação entre a Eq.(45) e as correlações da literatura - Dados extraídos do artigo de Geertsma.

Número do Poço	Dados de Campo				Eq.(45)	Eq.(8)	Eq.(10)	Eq.(11)
	$\kappa$ ( $10^{-14} \text{ m}^2$ )	$\phi$ (%)	$S_g$ (%)	$\beta$ ( $10^9 \text{ m}^{-1}$ )	$\beta$ ( $10^9 \text{ m}^{-1}$ )	$\beta$ ( $10^9 \text{ m}^{-1}$ )	$\beta$ ( $10^9 \text{ m}^{-1}$ )	$\beta$ ( $10^9 \text{ m}^{-1}$ )
2	11.6	11.7	43.0	7.1	0.4	203.1	0.8	0.6
3	4.7	10.9	52.0	14.0	1.1	164.9	2.8	1.0
4	0.7	12.1	50.0	10.0	11.1	301.7	31.4	5.9
9	0.1	12.2	65.0	560.0	138.0	192.2	548.4	24.2
22	19.9	17.9	72.0	6.4	0.1	0.9	1.3	0.1
39	41.3	19.5	75.0	0.8	0.1	0.3	0.6	0.1
51	59.8	17.3	55.0	0.4	0.1	2.7	0.2	0.1
54	7.0	12.3	54.0	53.0	0.6	56.7	2.1	0.6
104	1.7	15.0	49.2	10.0	3.2	63.7	13.0	2.1

Tabela 6: Comparação entre a Eq.(45) e as correlações da literatura - Dados extraídos do artigo de Noman.



## 6 Conclusões e Sugestões

O coeficiente de inércia  $\beta$  foi medido experimentalmente para amostras do afloramento Rio Bonito sob condições de escoamento monofásico. A partir dos resultados obtidos, pode-se concluir:

- À medida em que  $\kappa$  e  $\phi$  diminuem, atuando como agentes que dificultam o escoamento e, portanto, tornando os efeitos inerciais mais pronunciados,  $\beta$  aumenta.
- Para as amostras em questão, o parâmetro  $\left(\frac{\kappa}{\phi}\right)^{0.5}$  parece ser uma boa estimativa do comprimento médio característico do meio poroso.
- Uma correlação da forma da Eq.(44) não forneceu um bom ajuste, indicando que deve-se estudar melhor uma relação deste tipo para meios consolidados.
- Para os casos em que existe uma saturação residual, dependendo do meio poroso, o coeficiente de inércia aumenta com o aumento desta saturação desde que ela seja maior que a saturação crítica. Caso contrário,  $\beta$  diminui provavelmente devido à suavização dos caminhos no meio poroso.
- Uma vez que  $\beta$  não é uma função somente de  $\kappa$ ,  $\phi$  e de  $S_{wr}$ , mas também de outras propriedades da rocha, não existe uma única correlação possível entre  $\beta$  e estes parâmetros. As limitações para as correlações propostas acontecem porque estes parâmetros sozinhos não podem verdadeiramente caracterizar a geometria do

meio poroso. Pela tabela 2 verifica-se que as amostras 832 e 845, mesmo tendo permeabilidades próximas, apresentam um coeficiente de inércia bem diferente. Isto mostra que, apesar de a permeabilidade ser controlada pelo tamanho dos poros, eles podem ter diâmetro ou forma suficientemente diferentes para que as perdas devido às forças inerciais a altas velocidades sejam bem diferentes.

- Até que a verdadeira natureza do coeficiente de inércia seja bem entendida, será necessário fazer uso de correlações empíricas sabendo que elas carregam consigo um erro mesmo quando usadas dentro de sua faixa de validade.

Como continuação deste trabalho, sugere-se que sejam feitos estudos sobre como incorporar o efeito da interação rocha-fluido no cálculo do coeficiente de inércia. Isto pode ser feito trabalhando-se com vários tipos de fluidos, várias saturações e diferentes meios porosos. Outra sugestão é estudar a variação da saturação de líquido imóvel para  $S_{wr} < S_{wr_{crit}}$  e verificar o comportamento do sistema.

## Nomenclatura

$A$  = Área da secção transversal,  $m^2$

$A_p$  = Área da partícula,  $m^2$

$a$  = Superfície específica do meio (área superficial / volume do meio poroso),  $m^2/m^3$

$a_v$  = Superfície específica da partícula (área superficial da partícula / volume da partícula),  $m^2/m^3$

$b$  = Constante para um sistema gás sólido

$c$  = Constante adimensional da Eq.(20),  $(= \beta\sqrt{\kappa})$

$\bar{c}$  = Compressibilidade média,  $(Pa^{-1})$

$c_g$  = Compressibilidade do gás,  $(Pa^{-1})$

$c_r$  = Compressibilidade da rocha,  $(Pa^{-1})$

$c_t$  = Compressibilidade total,  $(Pa^{-1})$

$c_1$  = Fator de proporcionalidade ( $\approx 1$ )

$D$  = Constante não-darciana do skin aparente,  $(m^3/d)^{-1}$

$Da$  = Número de Darcy

$dp$  = Diâmetro da partícula,  $m$

$H$  = Fator de atrito

$h$  = Espessura da formação,  $m$

$L$  = Comprimento da amostra,  $m$

$M$  = Peso molecular,  $kg/kgmol$

$m_s$  = Massa da amostra seca,  $Kg$

$m_{S_{wr}}$  = Massa da amostra com saturação residual  $S_{wr}$ ,  $Kg$

$m_w$  = Massa de líquido dentro da amostra,  $Kg$

$m(p)$  = Pseudo-pressão do gás real,  $Pa^2/(Pa s)$

$n$  = Número de partículas

$P_1$  = Pressão de injeção na amostra,  $Pa$

$P_2$  = Pressão na saída da amostra,  $Pa$

$P_m$  = Pressão média do gás escoando no meio poroso,  $Pa$

$P_{sc}$  = Pressão atmosférica,  $Pa$

$Q$  = Vazão volumétrica do gás,  $m^3/s$  (@ 15.9° C e 1 atm)

$q$  = Velocidade intersticial do fluido,  $m/s$

$r$  = Raio do capilar,  $m$

$R$  = Constante universal dos gases,  $Pa\ m^3/kgmolK$

$Re$  = Número de Reynolds

$R_h$  = Raio hidráulico,  $m$

$r$  = Raio do capilar,  $m$

$r_e$  = Raio do reservatório de petróleo,  $m$

$r_w$  = Raio do poço,  $m$

$S$  = Fator de película

$S'$  = Skin aparente ou fator de película dependente da vazão

$S_g$  = Saturação de gás

$S_{wr}$  = Saturação de líquido imóvel

$T$  = Temperatura absoluta,  $K$

$T_{sc}$  = Temperatura absoluta, (15.9K)

$V$  = Volume da amostra,  $m^3$

$V_w$  = Volume de líquido na amostra,  $Kg$

$V_p$  = Volume poroso da amostra,  $Kg$

$v$  = Velocidade superficial do fluido,  $m/s$

$W$  = Vazão mássica do gás,  $Kg/s$

$Z$  = Fator de compressibilidade do gás

$\beta$  = Coeficiente de inércia,  $m^{-1}$

$\gamma$  = Segundo coeficiente de velocidade,  $m^3s/kg$

$\delta$  = Fator de correção do escoamento a altas velocidades

$\kappa$  = Permeabilidade absoluta do meio poroso,  $m^2$

$\kappa_g$  = Permeabilidade ao gás,  $m^2$

$\kappa_l$  = Permeabilidade ao líquido ou gás de altíssima densidade,  $m^2$

$\kappa_r$  = Permeabilidade relativa

$\lambda$  = Caminho livre médio das moléculas de gás à pressão média na qual  $\kappa_p$  foi medida

$\mu$  = Viscosidade do gás, *Pa s*

$\nu$  = Densidade do gás, (ar = 1.0)

$\rho$  = Massa específica do gás, *kg/m<sup>3</sup>*

$\phi$  = porosidade

$\omega$  = fator de forma

## Apêndice A

A equação do escoamento unidimensional de um gás através de um meio poroso em coordenadas cilíndricas é:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\rho \kappa}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (\text{A.1})$$

Desenvolvendo-se a Eq.(A.1), tem-se:

$$2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{PM}{ZRT} \frac{\kappa}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \right) = 2 \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \frac{PM}{ZRT} \right) \quad (\text{A.2})$$

Considerando que o reservatório seja isotrópico e homogêneo e que a temperatura não varie ao longo do mesmo, a Eq.(A.2) fica:

$$\kappa \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{2P}{\mu Z} \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \frac{2P}{Z} \right) \quad (\text{A.3})$$

Uma vez que a equação acima é não-linear, introduz-se o conceito de Pseudo-pressão  $m(p)$  para poder linearizá-la. Isto evita várias simplificações, permitindo um



tratamento mais rigoroso para o escoamento do gás:

$$m(p) = 2 \int_{P_b}^P \frac{P}{\mu Z} dP \quad (\text{A.4})$$

onde  $P_b$  é uma pressão de referência que pode ser tomada como zero para simplificar os cálculos de  $m(p)$ . Desde que:

$$\frac{\partial m(p)}{\partial r} = \frac{\partial m(p)}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (\text{A.5})$$

e:

$$\frac{\partial m(p)}{\partial P} = \frac{2P}{\mu Z} \quad (\text{A.6})$$

então:

$$\frac{\partial m(p)}{\partial r} = \frac{2P}{\mu Z} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (\text{A.7})$$

Analogamente:

$$\frac{\partial m(p)}{\partial t} = \frac{2P}{\mu Z} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (\text{A.8})$$

Portanto, a Eq.(A.4) fica:

$$\kappa \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right) = 2 \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \frac{P}{Z} \right) \quad (\text{A.9})$$

Desenvolvendo-se o segundo termo da Eq.(A.9), tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \frac{P}{Z} \right) &= \frac{P}{Z} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi \frac{\partial (P/Z)}{\partial t} \\ &= \frac{\phi P}{Z} \left( \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dP} + \frac{Z}{P} \frac{d}{dP} \left( \frac{P}{Z} \right) \right) \frac{\partial P}{\partial t} \\ &= \frac{\phi P}{Z} \left( C_r + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dP} \right) \frac{\partial P}{\partial t} \\ &= \frac{\phi P}{Z} (C_r + C_s) \frac{\partial P}{\partial t} \end{aligned}$$

$$= \frac{\phi P C_t \partial P}{Z \partial t} \quad (\text{A.10})$$

Portanto a Eq.(A.9) torna-se:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right) = \frac{2 \phi P}{\kappa Z} C_t \frac{\partial P}{\partial t} \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right) = \frac{\mu \phi C_t}{\kappa} \frac{\partial m(p)}{\partial t} \quad (\text{A.12})$$

Definindo-se as seguintes variáveis dimensionais,

$$t_D = \frac{\kappa t}{\phi \mu C_t r_w^2} \quad (\text{A.13})$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (\text{A.14})$$

$$m_D = \frac{\kappa h (m(p_i) - m(p_{r,t}))}{QT} \quad (\text{A.15})$$

Portanto, a Eq.(A.8) em variáveis adimensionais fica:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left( r_D \frac{\partial m_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial m_D}{\partial t_D} \quad (\text{A.16})$$

A solução da Eq.(A.16) para o regime pseudo-permanente em unidades SI é:

$$m(\bar{P}) - m(P_{wf}) = \frac{111.68 T}{\kappa h} \left( \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + S \right) Q \quad (\text{A.17})$$

## Apêndice B

Partindo-se da equação de Forchheimer, tem-se:

$$-\frac{dP}{dx} = \frac{\mu v}{\kappa_g} + \beta \rho v^2 \quad (\text{B.1})$$

$$-\rho \frac{dP}{dx} = \rho \frac{\mu v}{\kappa_g} + \beta \rho^2 v^2 \quad (\text{B.2})$$

$$-\frac{PM}{ZRT} \frac{dP}{dx} = \frac{\mu}{\kappa_g} \left(\frac{W}{A}\right) + \beta \left(\frac{W}{A}\right)^2 \quad (\text{B.3})$$

$$-P \frac{dP}{dx} = \frac{\mu}{\kappa_g} \left(\frac{W}{A}\right) \frac{ZRT}{M} + \beta \left(\frac{W}{A}\right)^2 \frac{ZRT}{M} \quad (\text{B.4})$$

Substituindo-se a equação de Klinkenberg (Eq.27) na equação acima, obtém-

se:

$$-P \frac{dP}{dx} = \frac{\mu}{\kappa_l(1+b/P)} \left(\frac{W}{A}\right) \frac{ZRT}{M} + \beta \left(\frac{W}{A}\right)^2 \frac{ZRT}{M} \quad (\text{B.5})$$

$$-P \frac{dP}{dx} = \frac{P\mu}{\kappa_l(P+b)} \left(\frac{W}{A}\right) \frac{ZRT}{M} + \beta \left(\frac{W}{A}\right)^2 \frac{ZRT}{M} \quad (\text{B.6})$$

$$-P(P+b) \frac{dP}{dx} = \frac{P\mu}{\kappa_l} \left(\frac{W}{A}\right) \frac{ZRT}{M} + \beta(P+b) \left(\frac{W}{A}\right)^2 \frac{ZRT}{M} \quad (\text{B.7})$$

$$-P(P+b) \frac{dP}{dx} = \beta \left(\frac{W}{A}\right)^2 \frac{ZRT}{M} \left( \frac{P\mu}{\beta\kappa_l} \frac{A}{W} + (P+b) \right) \quad (\text{B.8})$$

$$-P(P+b) \frac{dP}{dx} = \beta \left(\frac{W}{A}\right)^2 \frac{ZRT}{M} \left[ \left(1 + \frac{\mu A}{\beta W \kappa_l}\right) P + b \right] \quad (\text{B.9})$$

$$- \frac{P(P+b)}{\left(1 + \frac{\mu A}{\beta W \kappa_l}\right) P + b} dP = \beta \left(\frac{W}{A}\right)^2 \frac{ZRT}{M} dx \quad (\text{B.10})$$

A equação B.10 é não-linear em que tem-se como incógnitas  $\beta$ ,  $\kappa_l$  e  $b$ . A permeabilidade e a constante  $b$  podem ser determinadas a partir da construção de um gráfico como o da Fig.4. Tendo obtido os valores de  $b$  e  $\kappa_l$ , substitui-se cada um deles na equação acima e determina-se  $\beta$  através de um método iterativo como o de Newton-Raphson.

## Apêndice C

Sabe-se que a saturação de líquido residual é dada por:

$$S_{wr} = \frac{V_w}{V_p} \quad (\text{C.1})$$

Portanto,

$$S_{wr} = \frac{m_w / \rho_w}{V \phi} \quad (\text{C.2})$$

$$S_{wr} = \frac{m_{sur} - m_s}{V \phi \rho_w} \quad (\text{C.3})$$

Logo, a partir do peso das amostras secas e do peso das amostras com saturação residual pode-se calcular a saturação da fase líquida imóvel.



## Apêndice D

A equação para o escoamento laminar de um fluido através de um duto é:

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\mu q}{R_h^2 / \omega} \quad (\text{D.1})$$

onde  $R_h$  é o raio hidráulico do duto,  $\omega$  é um fator de forma e  $q$  é a velocidade do fluido. Considerando-se o sistema rocha-reservatório como um feixe de tubos paralelos, por analogia a equação do escoamento do fluido através do meio poroso é:

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\mu v}{\kappa} \quad (\text{D.2})$$

onde  $v$  é a velocidade superficial do fluido no meio poroso.

Comparando as duas equações acima e associando-se a velocidade média do escoamento no duto com a velocidade intersticial no meio poroso, tem-se:

$$q = \frac{v}{\phi} \quad (\text{D.3})$$

Logo,

$$\kappa = \frac{\phi R_h^2}{\omega} \quad (\text{D.4})$$

mas o raio hidráulico é dado por:

$$R_h = \frac{V_p}{n A_p} \quad (\text{D.5})$$

$$= \frac{V_p}{n A_p} \frac{V}{V} \quad (\text{D.6})$$

$$= \frac{\phi}{a} \quad (\text{D.7})$$

e:

$$a = \frac{n A_p}{V} \quad (\text{D.8})$$

$$= \frac{(V - V_p)}{V} a_v \quad (\text{D.9})$$

$$a = (1 - \phi)a_v \quad (\text{D.10})$$

Portanto,

$$R_h = \frac{\phi}{a} = \frac{\phi}{(1 - \phi)a_v} \quad (\text{D.11})$$

onde  $a$  é a superfície específica do meio poroso (área superficial/vol. do meio poroso) e  $a_v$  é a superfície específica da partícula (área superficial da partícula/vol. da partícula). Logo, a permeabilidade do meio poroso é dada por:

$$\kappa = \frac{\phi^3}{(1 - \phi)^2 a_v^2 \omega} \quad (\text{D.12})$$

Para partículas esféricas,

$$a_v = \frac{4\pi r^2}{\frac{4}{3}\pi r^3} \quad (\text{D.13})$$

$$a_v = \frac{3}{r} \quad (\text{D.14})$$

$$= \frac{6}{d_p} \quad (\text{D.15})$$

Portanto,

$$\kappa = \frac{d_p^2 \phi^3}{36 \omega (1 - \phi)^2} \quad (\text{D.16})$$

Para partículas arredondadas e  $0.3 < \phi < 0.5$  verificou-se que  $4 < \omega < 5$ . Geralmente  $\omega=5$  e portanto,

$$\kappa = \frac{d_p^2 \phi^3}{150(1 - \phi)^2} \quad (\text{D.17})$$

Este é o modelo de Karman-Kozeny. Para o escoamento turbulento em dutos, tem-se:

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{f \rho q^2}{2R_h} \quad (\text{D.18})$$

onde  $f$  é o fator de atrito de Darcy, que para altas vazões é uma constante. Estendendo a equação acima para o escoamento em meios porosos e aplicando a analogia capilar,

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{f\rho v^2}{2R_h\phi^2} \quad (\text{D.19})$$

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{f\rho v^2}{2\phi^2} \frac{(1-\phi)6}{\phi d_p} \quad (\text{D.20})$$

$$-\frac{dP}{dz} = 3f \frac{(1-\phi)}{\phi^3} \frac{\rho v^2}{d_p} \quad (\text{D.21})$$

Experiências conduzidas a altas vazões com alguns meios porosos cuja porosidade estava compreendida entre 35 % e 45 % mostraram que:

$$3f = 1.75 \quad (\text{D.22})$$

Portanto:

$$-\frac{dP}{dZ} = 1.75 \frac{(1-\phi)\rho v^2}{\phi^3} \frac{dP}{dP} \quad (\text{D.23})$$

Combinando-se os resultados do modelo capilar para o escoamento a baixas e a altas vazões (Eq.(C.2), (C.11) e (C.18)), obtém-se:

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{150(1-\phi)^2\mu v}{\phi^3 d_p^2} + 1.75 \frac{(1-\phi)\rho v^2}{\phi^3 d_p} \quad (\text{D.24})$$

ou então:

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\mu}{\kappa} v + \frac{1.75(1-\phi)\rho \sqrt{\kappa}}{\phi^3 d_p \sqrt{\kappa}} v^2 \quad (\text{D.25})$$

Substituindo-se a Eq.(C.12) na equação acima, tem-se:

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\mu}{\kappa} v + \frac{1.75\phi^{3/2}\rho}{\phi^3\sqrt{\kappa}\sqrt{150}} v^2 \quad (\text{D.26})$$

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\mu}{\kappa}v + \frac{0.14\rho}{\phi^{3/2}\sqrt{\kappa}}v^2 \quad (\text{D.27})$$

Mas pela equação de Forchheimer:

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{\mu}{\kappa}v + \beta\rho v^2$$

logo, pode-se dizer que:

$$\beta = \frac{cte}{\phi^{3/2}\sqrt{\kappa}} \quad (\text{D.28})$$

## Referências

- [1] Almeida, A.S., "A Simulation of Natural Gas Reservoir Producing at Constant Wellhead Flowing Pressure Subject to a Non-Darcy Flow Effects and Formation Damage", Dep. of Petroleum Eng., Stanford University, (Dec. 1981).
- [2] Amyx, J.W., Bass, D.M. and Whiting, R.L., "Petroleum Reservoir Engineering", McGraw-Hill Book Company, (1960), pp. 86 - 96.
- [3] Bratvold, R.B., "A Simulation Study of Gas Wells Under Radial Flow Condition". M.S. Thesis, University of Tulsa, OK (June 1984).
- [4] Cooke, C.E. Jr., "Conductivity of Fracture Proppants in Multiple Layers" JPT, (Sept. 1973) 1101-08, Trans-AIME, **255**.
- [5] Costa, L.P., Massarani, G., "Análise da Força Resistiva no Escoamento de Fluidos em Meios Porosos III", Anais do X ENEMP, S. Carlos, (1982) 86.
- [6] Dake, L.P., "Fundamentals of Reservoir Engineering", Elsevier Scientific Publishing Company (1978) 243-260.
- [7] Dranchuk, P.M., Piplapure, A.R., "Inertial and Slip Effects in the Steady-State Radial Gas Flow Through Porous Media" JPT (Oct. 1973) pp. 1155-1156.
- [8] Energy Resources Conservation Board, "Theory and Practice of the Testing of Gas Wells", third edition, Calgary, Canada, 1975
- [9] Evans, R.D., Hudson, C.S. and Greenlee, J.E., "The Effect of an Immobile Liquid Saturation on the Non-Darcy Flow Coefficient in Porous Media",



- SPE Production Engineering, (Nov.1987), pp. 331 - 338.
- [10] Fand, R.M., Kim, B.Y.K., Lam, A.C.C., Phan,R.T., "Resistance to the Flow of Fluids Through Simple and Complex Porous Media Whose Matrices are Composed of Randomly Packed Spheres", Transactions of the ASME vol.109 (Sep. 1987) 268-274.
- [11] Firoozabadi, A. and Katz, D.L., "An Analysis of High-Velocity Gas Flow Through Porous Media", Journal of Petroleum Technology, (Feb. 1979), pp. 211 - 216.
- [12] Geertsma. J., "Estimating the Coefficient of Inertial Resistance in Fluid Flow Through Porous Media", Society of Petroleum Engineers Journal, (Oct.1974), pp. 445 - 450.
- [13] Katz, D.L., Cornell, D.Kobayashi,R., Poettman, F.H., Vary, J.A., Elenbaas, J.R. and Weinaug, C.F., "Handbook of Natural Gas Engineering", McGraw-Hill Book Company Inc., New York City,(1959).
- [14] Massarani, G., "Problemas em Sistemas Particulados", Editora Edgard Blucher LTDA, (1974) 28-31.
- [15] Noman, R., Shrimanker, N. and Archer, J.S., "Estimation of the Coefficient of Inertial Resistance in High-Rate Gas Wells", SPE - 14207. 10 pp.
- [16] Tek, M.R."Development of Generalized Darcy Equation", Trans.,AIME, (1957) **210**,376-377.

- [17] Temeng, K.O., Horne, R.N., "The Effect of High-Pressure Gradients on Gas Flow",  
SPE 18269 (1988).