

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR LEONARDO CARPINETTI
VIEIRA..... E APROVADA
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 16 / 02 / 2011

Katia Lucchesi Corvalco
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Autor: Leonardo Carpinetti Vieira

Análise de Mancais Axiais sob Lubrificação Hidrodinâmica

Campinas, 2011.

17/2011

Leonardo Carpinetti Vieira

Análise de Mancais Axiais sob Lubrificação Hidrodinâmica

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Orientador: Prof^a Dr^a Katia Lucchesi Cavalca Dedini

Campinas
2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

V673a Vieira, Leonardo Carpinetti
 Análise de mancais axiais sob lubrificação
 hidrodinâmica / Leonardo Carpinetti Vieira. --Campinas,
 SP: [s.n.], 2011.

 Orientador: Katia Lucchesi Cavalca Dedini.
 Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de
 Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

 1. Mancais. 2. Lubrificação . 3. Hidrodinâmica. 4.
 Método dos volumes finitos. I. Dedini, Katia Lucchesi
 Cavalca. II. Universidade Estadual de Campinas.
 Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Analysis of thrust bearings under hydrodynamic lubrication

Palavras-chave em Inglês: Bearings, Lubrication, Hydrodynamic , Finite Volume
Method

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Euclides de Mesquita Neto, Roberto Aizik Tenenbaum

Data da defesa: 16/02/2011

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Análise de Mancais Axiais sob Lubrificação Hidrodinâmica

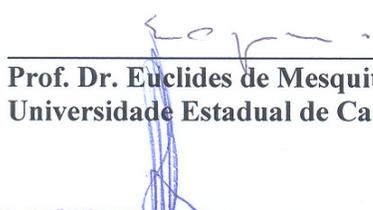
Autor: Leonardo Carpinetti Vieira

Orientador: Prof^a Dr^a Katia Lucchesi Cavalca Dedini

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof^a Dr^a Katia Lucchesi Cavalca Dedini, Presidente
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/FEM



Prof. Dr. Euclides de Mesquita Neto
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/FEM



Prof. Dr. Roberto Aizik Tenenbaum
Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ

Campinas, 16 de fevereiro de 2011.

Dedico este trabalho à minha família.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

Aos meus pais, Alvaro e Regina, pelo apoio e amor incondicionais, sempre.

À minha irmã e amiga, Fernanda.

À minha namorada Flávia, pela ajuda e companheirismo.

À professora Katia, pela orientação prestada ao longo destes anos.

Aos colegas do LAMAR, Denise, Diogo, Fábio, Felipe, Gregory, Hélio, Keila, Kellen, Matheus, Rafael, Robert, Ricardo e Tiago pela ajuda prestada durante a pesquisa e pela amizade.

À BorgWarner Brasil Ltda., em especial à engenharia Paula Nomura, pelo apoio financeiro e técnico, possibilitando a realização deste trabalho.

*Algumas pessoas querem que algo aconteça,
outras desejam que aconteça,
outras fazem acontecer*
Michael Jordan

Resumo

VIEIRA, Leonardo Carpinetti, *Análise de Mancais Axiais sob Lubrificação Hidrodinâmica*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2011. **158** p. Dissertação (Mestrado).

A geração de pressão no fluido lubrificante presente na folga entre um mancal axial e o colar do eixo em rotação é de fundamental importância para evitar contato entre partes sólidas com movimento relativo. Qualquer contato existente poderá causar fricção, desgaste e, conseqüentemente, falha dos elementos de máquinas rotativas. Sendo assim, no projeto de um mancal eficaz, é importante conhecer o mecanismo pelo qual a pressão é gerada no filme de óleo e a magnitude da carga axial a ser transmitida do colar para o mancal através do fluido. Para isso, é necessário resolver a Equação de Reynolds, obtendo-se a distribuição de pressão no óleo. A partir disso, diversos parâmetros operacionais, tais como capacidade de carga, fluxos de fluido, posição do pico de pressão entre outros, podem ser obtidos. De maneira a avaliar o problema de lubrificação hidrodinâmica proposto, é obtida uma solução utilizando o Método dos Volumes Finitos em coordenadas polares. Utiliza-se este método para resolver o balanço de fluxo em cada volume de controle com auxílio da Equação de Bernoulli, permitindo a análise de descontinuidades do filme de óleo. Segmentos individuais e mancais compostos, incluindo as suas ranhuras, são analisados. A influência da gama de parâmetros envolvidos, como a área plana ao fim de cada segmento de mancal, espessura de fluido e viscosidade do fluido foi analisada, buscando-se valores ótimos destes parâmetros. Finalmente, foram calculados e analisados o coeficiente de rigidez e o coeficiente de amortecimento para este tipo de mancal.

Palavras Chave: Mancais Axiais; Lubrificação Hidrodinâmica; Método dos Volumes Finitos; Coeficiente de Rigidez; Coeficiente de Amortecimento.

Abstract

VIEIRA, Leonardo Carpinetti, *Analysis of Thrust Bearings under Hydrodynamic Lubrication*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2011. **158** p. Dissertação (Mestrado).

The pressure generation within the lubricant fluid present in the clearance between a thrust bearing and the collar attached to the shaft has a fundamental importance to avoid contact between solid parts with axial relative motion. Any existing contact can lead to friction, wear and, as a consequence, failure of elements on a rotating machine. Therefore, in order to design an effective bearing, it is important to know how the pressure is generated in the oil film and the magnitude of the load capacity transmitted from the collar to the bearing throughout the fluid. Thus, it is necessary to solve the Reynolds' Equation to obtain the pressure distribution on the sections under Hydrodynamic Lubrication. Afterwards, several operational parameters can be obtained, such as the total load capacity, lubricant fluid flow, position of the maximum pressure and so on. In order to evaluate this hydrodynamic lubrication problem, the solution of the Reynolds Equation by using the Finite Volume Method in polar coordinates is obtained. This method is used to solve the balance of fluid flow in each control volume with help from the Bernoulli Equation, allowing the analysis of the film thickness discontinuities. Individual pads and complete axial bearings, including its grooves, are analyzed. The influence of the set of parameters involved, such as area of the flat part of the pad, film thickness and viscosity of the fluid, on the results of the distribution of pressure and the calculated load capacity was evaluated, as well as the evaluation of the optimum dimensions for bearings. Finally, the stiffness and damping coefficients for such type of bearings were obtained and the obtained results were analyzed.

Key Words: Thrust Bearings; Hydrodynamic Lubrication; Finite Volume Method; Stiffness Coefficient; Damping Coefficient.

Lista de Ilustrações

Figura 3.1: Diagrama de barras mostrando os coeficientes de atrito para as diferentes condições de lubrificação, [HAMROCK, 1994]	17
Figura 3.2: Conjunto montado com eixo, colar, mancais radiais e mancal axial	18
Figura 3.3: Vista lateral do conjunto montado com eixo, colar, mancais radiais e mancal axial	19
Figura 3.4: Vista explodida do conjunto formado por eixo, colar e mancais	19
Figura 3.5: Placa inferior com movimento e placa superior estacionária, (a) Placas paralelas, (b) Placas não-paralelas	21
Figura 3.6: Velocidade do fluido lubrificante, (a) Placas paralelas, (b) Placas não-paralelas	21
Figura 3.7: Mancal axial, (a) Desenho tridimensional, (b) Visão frontal	22
Figura 3.8: Segmento de mancal, (a) Segmento nas coordenadas x, y e z, (b) Formação de pressão em um segmento com arco de circunferência aberto no plano	22
Figura 4.1: Coordenadas x, y e z em um segmento de mancal axial	25
Figura 4.2: Mancal radial (a) Eixo de coordenadas e peso do eixo (b) Distribuição de pressão (MACHADO, 2009)	26
Figura 4.3: Espessuras de fluido lubrificante (a) Caso com segmento individual (b) Caso considerando ranhuras	26
Figura 4.4: Sistema de coordenadas polares	30
Figura 5.1: Esquema da malha usada para solução pelo MVF, em coordenadas z e y	36
Figura 5.2: Esquema da malha usada para solução pelo MVF usando-se coordenadas polares	36
Figura 5.3 Posição dos volumes na proximidade de uma descontinuidade, em uma malha usada na solução pelo MVF	37
Figura 5.4: Representação dos fluxos laterais de fluido em um segmento de mancal	49
Figura 5.5: Segmento de um mancal com o ponto (i,j) localizado (a) na borda com $r = r_{ext}$, (b) na borda com $r = r_{int}$	55
Figura 5.6: Esquema representando uma mola e um amortecedor equivalentes ao filme de fluido lubrificante	56
Figura 5.7: Esquema representando molas e amortecedores equivalentes ao filme de fluido lubrificante em um mancal radial	57
Figura 5.8: Estrutura de solução do código implementado	61
Figura 6.1: Malha discretizada nas coordenadas R e θ	65
Figura 6.2: Caso com $\theta_{rampa} = \theta_o$ (a) Segmento do mancal (b) Perfil da espessura de fluido	67
Figura 6.3: Caso com $\theta_{rampa} < \theta_o$ (a) Segmento do mancal (b) Perfil da espessura de fluido	67
Figura 6.4: Exemplo de Distribuição de Pressão sobre um segmento de mancal utilizando-se o MVF, (a) Tridimensional, (b) Vista Superior	70

Figura 6.5: Perfil da posição que contém a pressão máxima de um mancal com $\theta_o = 25^\circ = 0,4363$ rad , para: (a) Solução numérica utilizando o MVF; (b) Solução analítica;	73
Figura 6.6: Perfil da posição que contém a pressão máxima de um mancal com $\theta_o = 80^\circ = 1,3962$ rad , para: (a) Solução numérica utilizando o MVF; (b) Solução analítica;	73
Figura 6.7: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal vista em três dimensões pelo (a) MDF; (b) MVF	77
Figura 6.8: Visão superior da distribuição de pressão sobre um segmento de mancal pelo (a) MDF; (b) MVF	77
Figura 6.9: Perfil contendo a pressão máxima obtido com a solução pelo (a) MDF; (b) MVF	78
Figura 6.10: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal vista em três dimensões e resolvida pelo (a) MDF; (b) MVF	79
Figura 6.11: Visão superior da distribuição de pressão sobre um segmento de mancal resolvida pelo (a) MDF; (b) MVF	80
Figura 6.12: Perfil contendo a pressão máxima obtido com a solução pelo (a) MDF; (b) MVF	80
Figura 6.13: Espessura de fluido em um segmento de mancal com $\theta_{rampa} = \theta_o = 40^\circ$ (a) Tridimensional; (b) Visão superior	82
Figura 6.14: Perfil da espessura de fluido para $\theta_{rampa} = \theta_o$	83
Figura 6.15: Espessura de fluido em um segmento de mancal com $\theta_o = 40^\circ$ e $\theta_{rampa} = 20^\circ$ (a) Tridimensional; (b) Visão superior	83
Figura 6.16: Perfil da espessura de fluido para $\theta_{rampa} < \theta_o$	84
Figura 6.17: Carga suportada por segmento em função da razão $\theta_{rampa} / \theta_o$ para segmentos com diferentes valores de θ_o	85
Figura 6.18: Fluxos laterais adimensionais de fluido por segmento em função da razão $\theta_{rampa} / \theta_o$ para diferentes valores de θ_o	86
Figura 6.19: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com $\theta_{rampa} / \theta_o = 1/2$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior	89
Figura 6.20: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com $\theta_{rampa} / \theta_o = 3/4$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior	89
Figura 6.21: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com $\theta_{rampa} / \theta_o = 1$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior	90
Figura 6.22: Carga suportada por segmento em função da razão h_{max} / h_o para segmentos com diferentes valores de θ_o e θ_{rampa}	91
Figura 6.23: Fluxos laterais adimensionais de fluido por segmento em função da razão h_{max} / h_o para segmentos com diferentes valores de θ_o e θ_{rampa}	92
Figura 6.24: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com $h_{max} / h_o = 1,5$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior	94

Figura 6.25: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com $h_{\max} / h_o = 2,5$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior	95
Figura 6.26: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com $h_{\max} / h_o = 5$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior	95
Figura 6.27: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com $h_{\max} / h_o = 7,5$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior	96
Figura 6.28: Carga suportada por um segmento em função da viscosidade do fluido lubrificante	97
Figura 6.29: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com viscosidade de $\eta = 0,08 Pa.s$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior	97
Figura 6.30: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com viscosidade de $\eta = 0,01163 Pa.s$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior	98
Figura 6.31: Distribuição de pressão para o caso calculado considerando o mancal completo (a) Tridimensional; (b) Vista superior	101
Figura 6.32: Perfil contendo a pressão máxima sobre todo o mancal obtido considerando-se o mancal completo nos cálculos	102
Figura 6.33: Distribuição de pressão para o caso calculado considerando apenas os segmentos de mancal (a) Tridimensional; (b) Vista superior	102
Figura 6.34: Perfil contendo a pressão máxima calculado considerando-se o mancal completo (a) Perfil sobre um segmento e uma ranhura; (b) Vista aproximada sobre o final do segmento	103
Figura 6.35 Perfil contendo a pressão máxima obtido considerando-se apenas um segmento nos cálculos (a) Perfil sobre um segmento e uma ranhura; (b) Vista aproximada sobre o final do segmento	103
Figura 6.36: Distribuição de pressão para o caso calculado considerando o mancal completo (a) Tridimensional; (b) Vista superior	106
Figura 6.37: Perfil contendo a pressão máxima sobre todo o mancal obtido considerando-se o mancal completo nos cálculos	106
Figura 6.38: Distribuição de pressão para o caso calculado considerando apenas os segmentos de mancal (a) Tridimensional; (b) Vista superior	107
Figura 6.39: Perfil contendo a pressão máxima calculado considerando-se o mancal completo (a) Perfil sobre um segmento e uma ranhura; (b) Vista aproximada sobre o final do segmento	107
Figura 6.40 Perfil contendo a pressão máxima obtido considerando-se apenas um segmento nos cálculos (a) Perfil sobre um segmento e uma ranhura; (b) Vista aproximada sobre o final do segmento	108
Figura 6.41: Espessura de fluido de um segmento com o chamado “ <i>Rayleigh Step</i> ”	110
Figura 6.42: Comparação entre os resultados de coeficiente de rigidez em função da velocidade de rotação do eixo obtidos considerando-se apenas os segmentos ou o mancal completo (com segmentos e ranhuras)	112
Figura 6.43: Comparação entre os resultados de coeficiente de amortecimento em função da velocidade de rotação do eixo obtidos considerando-se apenas os segmentos ou o mancal completo (com segmentos e ranhuras)	112
Figura 6.44: Coeficientes de rigidez em função da velocidade do colar do eixo para mancais com diferentes valores de θ_o	114

Figura 6.45: Coeficientes de amortecimento em função da velocidade do colar do eixo para mancais com diferentes valores de θ_o	115
Figura 6.46: Espessura de fluido mínima em função da velocidade do colar do eixo para mancais com diferentes valores de θ_o	115
Figura 6.47: Coeficientes de rigidez em função da carga axial aplicada para mancais com diferentes valores de θ_o	117
Figura 6.48: Coeficientes de amortecimento em função da carga axial aplicada para mancais com diferentes valores de θ_o	117
Figura 6.49: Espessura de fluido mínima em função da carga suportada pelo mancal para mancais com diferentes valores de θ_o	118
Figura 6.50: Coeficientes de rigidez em função da velocidade do colar do eixo para mancais com diferentes valores de s_h	120
Figura 6.51: Coeficientes de amortecimento em função da velocidade do colar do eixo para mancais com diferentes valores de s_h	121
Figura 6.52: Espessura de fluido mínima em função da carga suportada pelo mancal para mancais com diferentes valores de s_h	121
Figura 6.53: Espessura mínima de fluido em função da razão h_{\max}/h_o , calculada para mancais com diferentes valores de s_h	122
Figura 6.54: Coeficientes de rigidez em função da carga axial aplicada para mancais com diferentes valores de s_h	123
Figura 6.55: Coeficientes de amortecimento em função da carga axial aplicada para mancais com diferentes valores de s_h	123
Figura 6.56: Espessura de fluido mínima em função da carga suportada pelo mancal para mancais com diferentes valores de s_h	124
Figura 6.57: Espessura mínima de fluido em função da razão h_{\max}/h_o , calculada para mancais com diferentes valores de s_h	124
Figura A.1: Esquema simplificado de um mancal axial com rampa de inclinação fixa	136
Figura B.1: Comprimento angular θ_o do segmento, posição do raio interno (r_{int}) do segmento e comprimento do segmento na direção radial (b)	143
Figura B.2: Esquema da malha usada para solução pelo MDF, em coordenadas z e y	146
Figura B.3: Esquema da malha usada para solução pelo MDF em coordenadas polares	146
Figura C.1: Formato da rampa considerada no presente trabalho	151
Figura C.2: Formato da rampa considerada em Zhu e Zhang (2003)	151
Figura C.3: Ângulo α	152
Figura C.4: Coeficientes calculados por Zhu e Zhang (2003) (a) Rigidez; (b) Amortecimento	153
Figura C.5: Espessura de fluido mínima em função da razão h_{\max}/h_o para os diferentes mancais analisados por Zhu e Zhang (2003)	155
Figura C.6: Coeficientes de rigidez calculados em função da posição de equilíbrio para três diferentes valores de $\tan(\alpha)$	155

Figura C.7: Coeficientes de amortecimento calculados em função da posição de equilíbrio para três diferentes valores de $\tan(\alpha)$	156
Figura C.8: Espessura de fluido mínima em função carga axial suportada pelo mancal para três os diferentes mancais analisados com o modelo proposto	157

Lista de Tabelas

Tabela 6.1: Dados de Funcionamento do mancal axial analisado utilizando-se a Solução Analítica e a Solução Numérica por MVF	72
Tabela 6.2: Resultados obtidos com a Solução Analítica e com a Solução Numérica por MVF	72
Tabela 6.3: Dados de funcionamento do mancal axial analisado	75
Tabela 6.4: Resultados calculados pelo MVF e pelo MDF	76
Tabela 6.5: Dados de funcionamento do mancal axial analisado	78
Tabela 6.6: Resultados calculados pelo MVF e pelo MDF	79
Tabela 6.7: Dados de funcionamento do mancal axial analisado	82
Tabela 6.8: Dados de funcionamento do mancal axial analisado	87
Tabela 6.9: Resultados obtidos para os segmentos com diferentes valores de θ_o	87
Tabela 6.10: Dados de funcionamento do mancal axial analisado	91
Tabela 6.11: Dados de funcionamento do mancal axial analisado	93
Tabela 6.12: Resultados obtidos para mancais operando com diferentes valores de h_{\max} e com o mesmo h_o	93
Tabela 6.13: Dados de funcionamento do mancal axial analisado	96
Tabela 6.14: Dados de funcionamento do mancal axial analisado	99
Tabela 6.15: Resultados obtidos para a análise considerando o mancal completo e para a análise considerando apenas um segmento de mancal	99
Tabela 6.16: Dados de funcionamento do mancal axial analisado	105
Tabela 6.17: Resultados obtidos para a análise considerando apenas um segmento de mancal e para a análise considerando o mancal completo	105
Tabela 6.18: Resultados obtidos para a análise do mancal completo considerando diferentes profundidades de ranhura	109
Tabela 6.19: Dados de funcionamento do mancal axial analisado	111
Tabela 6.20: Dados de funcionamento do mancal axial analisado	113
Tabela 6.21: Dados de funcionamento do mancal axial analisado	116
Tabela 6.22: Dados de funcionamento do mancal axial analisado	119
Tabela 6.23: Dados de funcionamento do mancal axial analisado	122
Tabela C.1: Dados de funcionamento do mancal axial analisado por Zhu e Zhang (2003)	152

Lista de Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

A	- Termo da Equação de Bernoulli	
b	- Largura do segmento de mancal	[m]
$b_{i,j}$	- Coeficiente da expressão usada no MVF	
B	- Termo da expressão usada no MVF	
C_{xx}	- Coeficiente direto de Amortecimento	[N.s/m]
$erro$	- Erro para convergência dos cálculos	
e	- Posição Leste no Volume de Controle	
F	- Forças Externas	[N]
h	- Espessura do filme de fluido lubrificante	[m]
H	- Espessura adimensional do filme de fluido lubrificante	[m]
h_{max}	- Espessura máxima do filme de fluido lubrificante	[m]
h_o	- Espessura mínima do filme de fluido lubrificante	[m]
h_{groove}	- Profundidade da Ranhura (<i>groove</i>)	[m]
k	- Numero da iteração	
K_{xx}	- Coeficiente direto de Rigidez	[N/m]
l	- Comprimento de um segmento na direção circunferencial	[m]
n	- Posição Norte no Volume de Controle	
N	- Velocidade de rotação do eixo	[rps]
$npad$	- Número de segmentos do mancal	
$nptos$	- Número total de pontos da malha	
p	- Pressão	[Pa]
p_{max}	- Pressão Máxima	[Pa]
P	- Pressão adimensional	
P_{max}	- Pressão adimensional Máxima	
q	- Vazão volumétrica	[m ³ /s]
Q	- Vazão volumétrica adimensional	

q'_y	- Vazão volumétrica por unidade de largura na direção de y	[m ² /s]
q'_z	- Vazão volumétrica por unidade de largura na direção de z	[m ² /s]
q'_{pad}	- Vazão volumétrica por unidade de largura na direção circunferencial	[m ² /s]
q'_{lat}	- Vazão volumétrica por unidade de largura na direção radial	[m ² /s]
Q_{lat}	- Vazão volumétrica adimensional através das bordas laterais de um segmento	
$Q_{lat\ int\ erno}$	- Vazão volumétrica adimensional através das bordas laterais de um segmento, na posição do raio interno	
$Q_{lat\ externo}$	- Vazão volumétrica adimensional através das bordas laterais de um segmento, na posição do raio externo	
$q_{lat\ int\ erno}$	- Vazão volumétrica na borda interna de um segmento	[m ³ /s]
$q_{lat\ externo}$	- Vazão volumétrica na borda externa de um segmento	[m ³ /s]
q_{lat}	- Vazão radial volumétrica total através das em um segmento	[m ³ /s]
r	- Coordenada na direção radial no sistema de coordenadas Polares	
R	- Raio adimensional	
R_{max}	- Posição Adimensional da Pressão Máxima	
R_{eixo}	- Raio eixo	
r_{ext}	- Raio externo de um segmento	[m]
r_{int}	- Raio interno de um segmento	[m]
r_{max}	- Posição da Pressão Máxima na coordenada r	[mm]
s	- Posição Sul no Volume de Controle	
S	- Termo da expressão usada no MVF	
s_h	- Diferença entre a espessura máxima e a espessura mínima de fluido	[m]
t	- Tempo	[s]
u	- Velocidade linear na direção da coordenada x	[m/s]
\bar{u}	- Velocidade linear média na direção da coordenada x	[m/s]
v	- Velocidade linear na direção da coordenada y	[m/s]

\bar{v}	- Velocidade linear média na direção da coordenada y	[m/s]
V	- Velocidade média do fluido lubrificante	[m/s]
v_{θ}	- Velocidade linear na direção da coordenada θ	[m/s]
w	- Velocidade linear na direção da coordenada z	[m/s]
\bar{w}	- Velocidade linear média na direção da coordenada z	[m/s]
W	- Carga suportada por segmento	[N]
W_{total}	- Carga total suportada pelo mancal	[N]
W_{eixo}	- Peso eixo	[N]
x	- Coordenada na direção da espessura de fluido lubrificante	[m]
y	- Coordenada na direção circunferencial	[m]
z	- Coordenada na direção radial	[m]
w	- Posição Oeste no Volume de Controle	

.....

Letras Gregas

α	- Ângulo de inclinação da rampa de um segmento	
∂	- Derivada parcial	
$\Delta\theta$	- Distância adimensional entre pontos na direção da coordenada θ	
ΔR	- Distância adimensional entre pontos na direção da coordenada R	
Δh	- Variação na espessura de fluido	[m]
$\Delta \dot{h}$	- Variação na velocidade de variação da espessura de fluido	[m/s]
ε	- Excentricidade do eixo com relação ao mancal radial	[m]
η	- Viscosidade Absoluta	[Pa.s]
η_k	- Viscosidade Cinemática	[cSt]
θ	- Coordenada na direção angular no sistema de coordenadas polares	
θ_o	- Comprimento angular total de um segmento de mancal	[rad]
θ_{rampa}	- Comprimento angular da rampa de um segmento	[rad]
θ_{groove}	- Comprimento angular da rampa de uma ranhura	[rad]
θ_{max}	- Posição da Pressão Máxima na coordenada θ	[rad]

$\theta_{\max adm}$	- Posição Adimensional da Pressão Máxima na coordenada θ	
λ	- Razão entre arco de circunferência de um segmento e sua largura	
ξ	- Coordenada do sistema (ξ, ψ)	[m]
ρ	- Massa Específica	[kg/m ³]
ψ	- Coordenada do sistema (ξ, ψ)	[m]
μ	- Coeficiente de Atrito	
χ	- Coeficiente de Queda de Pressão	
ω	- Velocidade de rotação do eixo	[rad/s]

.....

Subescritos

a	- Característica relacionada ao mancal
b	- Característica relacionada ao colar do eixo
i	- Posição de um nó da malha na direção de x ou de R
j	- Posição de um nó da malha na direção de y ou de θ
r	- Característica na direção da coordenada r
x	- Característica na direção da coordenada x
y	- Característica na direção da coordenada y
θ	- Característica na direção da coordenada θ

.....

Abreviações

EHD	- Elastohidrodinâmica
HD	- Hidrodinâmica
MDF	- Método das Diferenças Finitas
MEF	- Método dos Elementos Finitos
MVF	- Método dos Volumes Finitos
VC	- Volume de Controle
TEHD	- Termo-Elasto-Hidrodinâmica

.....

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO DA LITERATURA	6
3	CONCEITOS FUNDAMENTAIS	13
3.1	Tribologia	13
3.2	Lubrificantes	13
3.3	Tipos de Lubrificação	15
3.4	Mancais	17
3.5	Princípio de Funcionamento de um Mancal Axial com Lubrificação HD	19
4	EQUAÇÃO DE REYNOLDS	24
4.1	Equação de Reynolds	24
4.2	Simplificações da Equação de Reynolds	27
4.3	Equação de Reynolds em Coordenadas Polares	30
4.4	Equação de Reynolds escrita a partir dos Fluxos de Fluido Lubrificante	31
5	MODELAGEM TEÓRICA	35
5.1	Abordagem utilizando o Método dos Volumes Finitos	35
5.2	Cálculo do Perfil de Pressões utilizando o MVF	45
5.3	Cálculo de Fatores de Projeto	47
5.3.1	Cálculo da Capacidade Total de Carga de um Mancal	47
5.3.2	Fluxos de Fluido Lubrificante na Direção Radial em um Segmento	48
5.3.3	Cálculo dos Fluxos de Fluido Lubrificante na Direção Radial em um Segmento	53
5.4	Posição da Pressão Máxima	55
5.5	Cálculo dos Coeficientes Dinâmicos	55
5.5.1	Cálculo do Coeficiente de Rigidez	58
5.5.2	Cálculo do Coeficiente de Amortecimento	59
5.6	Estrutura de Solução	60
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	63
6.1	Viscosidade Absoluta do Fluido Lubrificante	63
6.2	Discretização da Malha	64
6.3	Critério de Parada e Erro	65
6.4	Espessura de Fluido	66
6.5	Análise dos Resultados de Distribuição de Pressão para um Segmento de Mancal	68
6.5.1	Comparação dos Resultados entre a Solução pelo MVF e a Solução Analítica	69
6.5.2	Comparação dos Resultados entre a Solução pelo MVF e a Solução pelo MDF	74
6.6	Análise de Influência de Parâmetros sobre os Resultados Considerando-se apenas um Segmento de Mancal	81
6.6.1	Influência da Razão entre Comprimento Angular do Segmento e Comprimento Angular da Rampa	81

6.6.2	Influência da Relação entre Espessuras Máxima e Mínima de Fluido Lubrificante	90
6.6.3	Influência da Viscosidade do Fluido Lubrificante	96
6.7	Análise do Mancal Completo Considerando Ranhuras	98
6.8	Análise dos Coeficientes de Rigidez e Amortecimento	110
6.8.1	Influência da Consideração das Ranhuras no Cálculo dos Coeficientes de Rigidez e Amortecimento	110
6.8.2	Influência do Comprimento do Segmento sobre os Coeficientes de Rigidez e Amortecimento	113
6.8.3	Influência da Inclinação da Rampa sobre os Coeficientes de Rigidez e Amortecimento	119
7	CONCLUSÕES, COMENTÁRIOS E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS	126
7.1	Conclusões	126
7.2	Comentários	128
7.3	Sugestões para Trabalhos Futuros	129
	Referências	131
	APÊNDICE A - Solução Analítica	136
	APÊNDICE B - Método das Diferenças Finitas	143
	B.1 Equação de Reynolds Adimensionalizada	143
	B.2 Cálculo do Perfil de Pressões em cada Segmento de um Mancal utilizando o MDF	147
	APÊNDICE C – Validação dos Resultados de Coeficientes Dinâmicos	151

1 INTRODUÇÃO

O estudo de máquinas rotativas ocupa uma posição destacada no contexto de máquinas e estruturas em vista da significativa quantidade de fenômenos típicos na operação desses equipamentos. A existência de um componente rotativo apoiado em mancais e transmitindo potência cria uma família de problemas que são encontrados nas mais diversas máquinas, tais como compressores, turbinas, bombas, motores, turbinas de grande e pequeno porte, entre outros. Estes equipamentos muitas vezes são parte integrante de plantas de produção ou centrais de geração de energia, sendo que uma parada imprevista pode acarretar grande perda financeira. Por esse motivo, fica evidente a necessidade de amplo entendimento dos fenômenos ligados às máquinas rotativas, mais significativamente, em relação aos componentes de interface entre componentes fixos e móveis, como se configuram os mancais hidrodinâmicos (CASTRO, 2007).

Uma aplicação específica que destaca a importância de um mancal hidrodinâmico em máquinas rotativas refere-se ao caso de turbocompressores, também chamados apenas de *turbos*, equipamentos largamente empregados em motores de combustão de caminhões, ônibus, embarcações e automóveis, com o objetivo de melhorar a potência e diminuir as emissões de gases de efeito estufa destes veículos.

A história dos turbocompressores é praticamente contemporânea à dos motores de combustão interna. Entre 1885 e 1896, Gottlieb Daimler e Rudolf Diesel pesquisaram sobre o aumento da potência do motor, com redução simultânea do consumo de combustível, através da pré-compressão do ar de admissão. Em 1925, O engenheiro suíço Alfred Büchi obteve sucesso com este procedimento, conseguindo um aumento de 40% na potência do motor. Este resultado marcou o início da introdução crescente dos turbocompressores na indústria automobilística. O primeiro turbocompressor foi aplicado em motores de caminhões em 1938. Os primeiros carros de passeio equipados com *turbos* vieram por volta de 1962-1963. Após a crise do petróleo em 1973, os turbocompressores tornaram-se uma opção mais aceitável para aplicações em motores diesel comerciais.

Na década de 70, estes *turbos* entraram para o mundo dos motores esportivos,

particularmente na Fórmula 1, categoria na qual foram utilizadas até o final da década de 80. Os dirigentes da categoria discutem atualmente a possibilidade de se voltar a utilizar os *turbos* nos motores dos carros de Fórmula 1 a partir de 2013. A Fórmula Indy, categoria norte-americana de monopostos, pretende utilizar motores de menor volume (cerca de 2,4 L) com dois *turbos* a partir de 2012.

A maioria dos motores de carros de passeio e motores diesel comerciais possui sistema de pistão em quatro tempos, o que significa que um ciclo de operação completo consiste em quatro etapas durante duas voltas completas dos mecanismos biela-manivela conectados aos pistões: admissão, compressão, explosão (potência) e exaustão.

Em um turbocompressor impulsionado por gás de escape, o ar de admissão é comprimido por um compressor diretamente ligado ao motor antes da sucção pelo pistão, e o gás de exaustão é utilizado para acionar uma turbina na saída da câmara de combustão. Como a turbina e o compressor são montados em um mesmo eixo, há um ganho no rendimento com redução do consumo de combustível, pois a energia de exaustão contribui para a eficiência do motor, acionando o compressor.

Configurando-se como uma máquina rotativa de pequeno porte, com dois rotores operando a altíssimas rotações, o *turbo* é sustentado por mancais lubrificados radiais e axiais, os quais permitem os movimentos relativos entre as partes girantes e a carcaça do *turbo*. O projeto de um turbocompressor deve prever uma vida útil deste sistema correspondente à do motor, o que pode significar, para um veículo comercial, cerca de 1 milhão de quilômetros rodados. Assim sendo, somente mancais hidrodinamicamente lubrificados podem atender a tais requisitos de projeto a custos compatíveis e economicamente viáveis.

Desta forma, mancais com lubrificação hidrodinâmica, são essenciais para garantir que o eixo de um *turbo* funcione corretamente, evitando falhas e consequentes prejuízos.

Como a pressão do gás de escape que sai do motor é variável, dependendo do ciclo em que o motor se encontra (admissão, compressão, combustão e exaustão), os esforços aplicados sobre o eixo no sentido axial, são também variáveis. Isso significa que os mancais axiais (também conhecidos como mancais de encosto) lubrificados devem ser projetados de forma que o filme de

fluido lubrificante sustente o eixo axialmente contra os bruscos movimentos que ocorrem, principalmente da turbina em direção ao compressor.

Sendo assim, um mancal axial eficaz deve ser projetado de maneira a garantir que esses movimentos do eixo sejam suportados corretamente. Isto deve ocorrer não somente no caso exemplificado de um turbocompressor, mas em qualquer máquina rotativa sujeita a movimentos axiais consideráveis.

A proposta deste trabalho é investigar o comportamento dinâmico dos mancais lubrificadas axiais através de um modelo numérico para simulação das possíveis condições de lubrificação durante o funcionamento do sistema.

Propõe-se obter a distribuição de pressão, a carga suportada e algumas características de operação de mancais axiais utilizando-se uma abordagem com Método dos Volumes Finitos (MVF) para se resolver a Equação de Reynolds com auxílio da Equação de Bernoulli, fazendo-se um balanço dos fluxos de lubrificante em cada Volume de Controle (VC). Essa abordagem possibilita a inclusão de descontinuidades na espessura de fluido do mancal axial, ou seja, permite a inclusão das ranhuras do mancal na análise.

Os resultados obtidos são comparados com resultados de uma solução analítica (HAMROCK, 2002) e de uma solução através do Método das Diferenças Finitas (MDF), o qual não permite a inclusão de ranhuras (VIEIRA e CAVALCA, 2009), buscando-se validar os resultados obtidos. É importante salientar que os algoritmos para os cálculos efetuados através da solução analítica, do MDF e do MVF foram desenvolvidos pelo autor do presente trabalho.

Serão feitas tanto a análise apenas de cada segmento de mancal, quanto a análise de um mancal completo, incluindo-se as ranhuras, e os resultados serão comparados, buscando-se analisar a influência da inclusão das ranhuras na solução. A influência da profundidade das ranhuras sobre os resultados de distribuição de pressão e de carga suportada pelo mancal também será analisada.

Através da análise de cada segmento de mancal, tem-se por objetivo o de se encontrar a geometria de segmento e as condições de operação ótimas para mancais axiais, através da análise

de influência da variação de determinados parâmetros geométricos e operacionais sobre os resultados de carga.

Finalmente, serão obtidos os coeficientes de rigidez e amortecimento diretos para mancais axiais. A análise dos coeficientes de mancais é importante por possibilitar, em trabalhos futuros, a análise dinâmica do conjunto formado pelo rotor e os mancais.

Os algoritmos para a resolução da Equação de Reynolds através da solução analítica, MDF e MVF, além dos cálculos de capacidade de carga do mancal, fluxos laterais de fluido e coeficientes de rigidez e amortecimento foram desenvolvidos em Intel® Visual Fortran Compiler 11.0. Para a parte gráfica e de resultados, foi utilizado o MatLab® 7.11.0.

O conteúdo deste trabalho inicia-se com uma revisão bibliográfica no Capítulo 2 sobre a tribologia, desde Reynolds e sua equação, que é a base para os estudos de lubrificação em mancais. Em seguida, são revistos métodos de se obter a distribuição de pressão e a carga suportada de mancais, tanto axiais quanto radiais. Faz-se também uma revisão sobre a obtenção dos coeficientes de rigidez e amortecimento de mancais.

Uma revisão dos conceitos básicos e lubrificação é apresentada no Capítulo 3.

No Capítulo 4, é descrita a Equação de Reynolds, equação base do trabalho, mostrando-se suas possíveis simplificações e as diferentes formas de escrevê-la.

No Capítulo 5, é descrita a modelagem teórica do trabalho, com o método de resolução da equação de Reynolds através do o MVF. Serão demonstradas também as teorias para os cálculos da carga suportada e dos fluxos radiais de fluido lubrificante e para a obtenção dos coeficientes diretos de rigidez e amortecimento para mancais axiais.

No Capítulo 6 são apresentados os diversos resultados obtidos, tanto para as distribuições de pressão quanto para capacidades de carga de mancais, utilizando a abordagem que considera cada segmento individualmente, e a que considera o mancal completo com suas ranhuras. Os resultados das diferentes abordagens são comparados entre si, e também com resultados da literatura, através de diferentes métodos de solução implementados em trabalhos anteriores.

Além disso, valores ótimos de geometria de segmento e de parâmetros de operação serão obtidos e analisados.

Serão mostrados também, nesse capítulo, os resultados de coeficientes de rigidez e amortecimento calculados para diversos valores de rotação.

Finalmente, no Capítulo 7, serão apresentados conclusões e comentários pertinentes, além dos objetivos a serem atingidos em trabalhos subsequentes.

No Apêndice A, encontra-se uma dedução do método analítico de cálculo de mancais axiais, sugerido por Hamrock (2002), enquanto no Apêndice B, é demonstrado como pode ser feita a solução da Equação de Reynolds através do MDF.

No Apêndice C, última seção deste trabalho, é feita uma validação do modelo de cálculo dos coeficientes de rigidez e amortecimento através da comparação com resultados encontrados na literatura. Ao contrário da validação dos resultados de distribuição de pressão, que é feita ao longo do Capítulo 6, a validação do modelo de cálculo dos coeficientes dinâmicos é feita em um apêndice, pois os resultados encontrados na literatura foram obtidos para segmentos com geometria ligeiramente diferente da geometria dos segmentos considerados no presente trabalho.

2 REVISÃO DA LITERATURA

A Revolução Industrial foi um grande marco na engenharia devido aos inúmeros avanços científicos conquistados. A intensa busca de se substituir o trabalho braçal pelos maquinários estimulou o desenvolvimento das máquinas a vapor, tornos, furadeiras, teares, entre outras. Entretanto, verificou-se que durante a realização dos projetos havia também a necessidade de elaborar novos elementos mecânicos que pudessem desenvolver funções específicas na máquina. Foi nessa época que surgiram vários dos elementos de máquinas empregados até hoje, como por exemplo, os mancais, que podem ser definidos como sendo os elementos que fazem a interface entre partes que possuem movimento relativo entre si, sendo esse movimento de translação ou rotação (NORTON, 1996).

Naquela época, constatou-se que o grande problema encontrado nesse elemento era o atrito, responsável por grandes perdas energéticas e elevados níveis de calor. Com isso, vários pesquisadores empenharam-se em resolver o problema do atrito entre eixos e suportes das máquinas.

Diante disso, os pesquisadores buscaram maneiras de solucionar tal problema através da lubrificação, desenvolvendo para tanto métodos teóricos e/ou experimentais. E foi desta forma que os ingleses Tower e Reynolds, e o russo Petrov, obtiveram sucesso. Embora trabalhando separadamente e de maneira independente, eles resolveram os problemas fundamentais da hidrodinâmica, equacionando o comportamento do filme de óleo existente entre as partes móveis e fixas das máquinas, surgindo, assim, um novo ramo de estudo na Engenharia, a Tribologia.

A importância desses cientistas foi a percepção que tiveram sobre o fato de que o processo de lubrificação não era devido à interação mecânica entre duas superfícies sólidas, mas devido à dinâmica do filme de fluido, separando-as.

Antes de introduzir as contribuições realizadas por estes três pesquisadores, é bastante importante citar Isaac Newton, conhecido como o pai da mecânica clássica. Newton foi responsável por, entre outras contribuições, estabelecer, ainda no século 17 (mais de 200 anos antes de Petrov, Tower e Reynolds, portanto), os fundamentos da mecânica clássica. Além de

reunir os princípios fundamentais do conhecimento científico da época, Newton abordou em seus estudos o movimento dos corpos, o movimento oscilatório, a mecânica dos fluidos, a mecânica do sistema solar, a propagação de ondas acústicas e os princípios da dinâmica.

Nicolai Petrov foi um pesquisador com foco principalmente na área de atrito. Foi responsável, em 1883, por notar que a propriedade importante dos fluidos com respeito ao atrito não é a massa específica, mas a viscosidade. Petrov também notou que a natureza do atrito em mancais não é resultado da fricção de duas superfícies sólidas, mas sim derivada do cisalhamento viscoso. Em outras palavras, propôs a natureza do atrito hidrodinâmico em mancais e a expôs no seu trabalho como uma relação funcional entre a força de cisalhamento e os parâmetros do mancal.

No entanto, dando continuidade a suas pesquisas, Petrov não foi capaz de estender seus estudos para obter a capacidade de carga do mancal. O responsável por este cálculo foi Beauchamp Tower, também em 1883.

Fazendo um experimento com um mancal radial com um orifício de $\frac{1}{2}$ polegada em seu centro, Tower notou que ocorria bombeamento de óleo lubrificante para fora do mancal quando o eixo estava em movimento. Fechando este orifício com uma rolha, Tower percebeu que o fluxo de fluido expelia a rolha para fora do orifício. Instalando, então, um grupo de medidores de pressão na superfície do mancal, o cientista obteve um mapa de pressões hidrodinâmicas, que podiam ser integradas para se conseguir o cálculo da carga total suportada pelo mancal. A existência desta pressão formada entre o mancal e a superfície em movimento permitiu que o movimento relativo entre as partes ocorresse com atrito extremamente baixo, visto que as superfícies são completamente separadas pelo filme de fluido lubrificante. Nesse caso, as propriedades físicas do lubrificante, principalmente a viscosidade cinemática, regulavam o comportamento do conjunto em movimento.

Embora tenham criado o conceito de lubrificação hidrodinâmica, Petrov e Tower atingiram seus resultados apenas de maneira experimental e precisavam edificar suas descobertas através de bases teóricas. Isto foi feito por Osborne Reynolds.

Reynolds determinou, em 1886, a equação diferencial que representa o perfil de pressões

entre duas superfícies em movimento devido à variação da pressão interna no filme de fluido existente entre essas duas superfícies. Esta equação diferencial sugerida por Reynolds foi obtida a partir de algumas simplificações nas equações de Navier-Stokes.

Pode-se dizer que esse seu trabalho foi de fundamental importância para Petrov e Tower, pois veio confirmar teoricamente seus resultados experimentais e explicar os fenômenos observados na lubrificação hidrodinâmica, que até então eram desconhecidos, permitindo a fundamentação matemática e física para a ciência da lubrificação.

No ano de 1986, por ocasião do centenário da publicação da teoria de lubrificação hidrodinâmica por Reynolds, dois artigos muito interessantes foram publicados por Dowson e Pinkus. O primeiro trabalho relata as origens da teoria da lubrificação e suas dificuldades inerentes, e o segundo é um extenso histórico sobre a teoria em si, abrangendo desde a origem até as linhas de pesquisa atualmente em desenvolvimento. O trabalho relatou o esforço para a solução da equação diferencial proposta por Reynolds para as mais diferentes configurações geométricas de mancais hidrodinâmicos.

Por ser do tipo parcial não homogênea com coeficientes variáveis, a equação diferencial desenvolvida por Reynolds é de complexa solução analítica. Durante muito tempo, a grande limitação existente para a obtenção da solução da equação de Reynolds era o desconhecimento das condições de contorno necessárias para sua integração. Essas condições de contorno estão diretamente relacionadas ao conhecimento da pressão do filme de óleo nas extremidades do mancal.

Pode-se dizer, no entanto, que Reynolds não se limitou apenas ao desenvolvimento da sua equação, mas introduziu também muitos conceitos novos para o nível de conhecimento dos pesquisadores da época, abrangendo ainda mais o campo de pesquisa. Entre esses novos conceitos estava a folga radial, a relação com o fenômeno de cavitação nas partes divergentes dos mancais, e o importante conceito de mancais infinitamente longos, o que possibilita desprezar na formulação alguns termos referentes ao fluxo do lubrificante e aos gradientes de pressão. Para o caso de mancais axiais, este fluxo desprezado ocorre na direção radial.

Em 1904, Sommerfeld iniciou o desenvolvimento da teoria introduzida por Reynolds. Ele

publicou uma solução analítica para a equação de Reynolds, aplicada aos mancais radiais longos. Esta solução foi obtida integrando a Equação de Reynolds considerando, para tanto, a inexistência de perdas de óleo nas extremidades do mancal. Dessa forma, foi obtida a equação do perfil de pressão em função de parâmetros específicos, como por exemplo, posição angular, folga radial, razão de excentricidade, velocidade da superfície e viscosidade do fluido.

A solução analítica, apesar de simplificada, já permitia a obtenção de equações para o cálculo de várias características do mancal, tais como a pressão máxima, a posição desta máxima pressão, a potência dissipada, o coeficiente de atrito, a carga total suportada e outros parâmetros de operação.

A aplicação desses mancais longos, no entanto, apresentava ainda algumas restrições. Havia a necessidade de se estudar e analisar melhor o comportamento hidrodinâmico em mancais curtos. Desta forma, Ocvirk propôs, em 1952, uma solução da equação de Reynolds para aplicação em mancais radiais curtos, solução na qual é considerado o termo de perdas nas extremidades.

No caso específico de mancais axiais, Hamrock (1994) obteve a solução analítica considerando mancais de segmentos com dimensões na direção radial muito maiores do que suas dimensões na direção circunferencial (ver Apêndice A). Isto implica, na consideração de que os fluxos radiais de fluido lubrificante para fora da interface entre mancal e a superfície em movimento são desprezíveis. Assim, os resultados de perfil de pressão ao longo da direção radial, sobre cada segmento (*pad*), não variam. No entanto, assim como no caso de mancais radiais, esta solução não é apropriada para todos os mancais, visto que em mancais com determinadas dimensões geométricas, o fluxo radial de óleo é considerável, o que causa uma variação importante da pressão ao longo da direção radial.

Na busca por resultados que pudessem abranger mais geometrias e com menos simplificações, diversos pesquisadores desenvolveram soluções numéricas para os mancais, tanto radiais quanto axiais.

Com o auxílio dos computadores da época, Pinkus (1956) aplicou o Método das Diferenças Finitas na modelagem das pressões de sustentação em mancais radiais, o que possibilitou obter

resultados da solução da Equação de Reynolds para mancais hidrodinâmicos elípticos. Três anos mais tarde, Pinkus (1959) publicou resultados obtidos de mancais trilobados a partir de seu método de solução.

Em 1958, Raimondi e Boyd publicaram um grande número de gráficos de projetos para aplicação em mancais radiais de comprimento finito, cujos resultados foram obtidos através da resolução numérica da Equação de Reynolds.

Especificamente com relação aos mancais axiais, também no ano de 1958, Pinkus resolveu a equação de Reynolds para mancais axiais com espessura de filme lubrificante com variação linear em função apenas do comprimento circunferencial do segmento, utilizando o Método das Diferenças Finitas e uma malha com apenas 49 pontos, pouco refinada devido às restrições computacionais da época.

Sternlicht e Maginniss (1957) utilizaram métodos numéricos para resolver a equação de Reynolds para espessura de filme lubrificante dependente tanto do comprimento radial quanto do comprimento circunferencial dos segmentos de mancais axiais.

Em 1981, Singhal discutiu alguns métodos de relaxação, o método de Jacobi e o método de Gauss-Seidel para a resolução da equação de Reynolds, analisando critérios de convergência e buscando minimizar o tempo computacional total. Koç (1990), por sua vez, demonstrou como utilizou o MDF para resolver a equação de Reynolds usando polinômios de Lagrange.

Outras soluções foram obtidas por diversos autores com o uso do Método dos Volumes Finitos. Kang et al. utilizaram (1996) utilizaram uma solução com MVF com transformação de coordenadas para alinhar a malha com as descontinuidades do filme de óleo. Na década anterior, Kogure et al. (1983) já haviam utilizado o mesmo método, porém sem que a malha coincidissem com a descontinuidade do filme de fluido. Neste caso, os fluxos de óleo no VC foram calculados como sendo a média dos fluxos em ambos os lados de cada descontinuidade.

Em 2002, Arghir et al. utilizaram o MVF para o cálculo da distribuição de pressão em mancais axiais com descontinuidades no filme de óleo. A abordagem consistiu em um balanço dos fluxos de óleo em volumes de controle, utilizando uma análise 1D. Para permitir a inclusão

das descontinuidades do fluido, a equação de Bernoulli teve que ser considerada, permitindo a análise da rápida variação de pressão que ocorre nas descontinuidades de fluido. Esta abordagem pode ser estendida para o caso 2D, tanto de mancais axiais quanto de mancais radiais, ambos com ranhuras. Nesta abordagem, é necessário que a descontinuidade do filme de óleo esteja localizada na borda de interface entre dois volumes de controle adjacentes.

Vale ressaltar aqui, que a abordagem feita por Arghir et al. (2002) será a base para a modelagem numérica utilizada no presente trabalho.

Após mais de um século de intensa pesquisa, o comportamento dos mancais hidrodinâmicos já estava significativamente caracterizado, possibilitando, assim, obter-se, através de um processo de otimização, uma maior confiabilidade e tempo de vida útil, o que intensificou ainda mais suas aplicações. Entre essas aplicações, destacam-se os automóveis modernos que possuem cerca de 2000 contatos tribológicos. Vale ressaltar que grande parte dos mancais automotivos está localizada nos subsistemas que compõem o motor de combustão interna, como, por exemplo, comando de válvulas, virabrequim, biela-pistão e outros.

Em 2006, Bukovnik et al. analisaram diversos modelos de mancais hidrodinâmicos aplicados a motores de combustão interna. Entre os modelos simulados, incluem-se os métodos clássicos de Holland (1959) e Buttenschoen (1976) e os métodos numéricos baseados em lubrificação Hidrodinâmica (HD), Elasto-hidrodinâmica (EHD) e Termo-elasto-hidrodinâmica (TEHD), sendo que todos estes métodos foram fundamentados na equação de Reynolds. Os mancais investigados neste trabalho foram os mancais do virabrequim e o mancal da biela, tendo como parâmetros de análise, o pico de pressão no filme de óleo, a mínima espessura de filme de óleo e o fluxo de óleo. Esse estudo possibilitou verificar que o modelo baseado na lubrificação hidrodinâmica apresenta o maior pico de pressão e o menor fluxo de óleo. Já os modelos baseados na lubrificação elasto-hidrodinâmica e termo-elasto-hidrodinâmica apresentaram menores picos de pressão por considerar a elasticidade do mancal. A menor espessura de filme de óleo é obtida utilizando o modelo baseado na lubrificação termo-elasto-hidrodinâmica, por considerar redução de viscosidade local devido à alta temperatura.

Ainda no caso de motores de combustão interna, Daniel, em 2008, fez a análise dinâmica de um sistema pino-pistão de um motor em sua dissertação de mestrado, considerando

lubrificação HD.

Após o bom desenvolvimento atingido para os métodos de obtenção de distribuição de pressão e de carga dos mancais, tornou-se de interesse a análise dinâmica do conjunto formado pelo eixo em rotação e os mancais axiais ou radiais. Sendo assim, os pesquisadores passaram a se focar no estudo dos coeficientes de rigidez e amortecimento do fluido lubrificante presente na interface entre o mancal e o eixo.

Em 1987, Lund fez uma revisão do conceito de coeficientes de rigidez e amortecimento no caso de mancais radiais. O procedimento de obtenção destes coeficientes para mancais axiais é, no entanto, similar ao caso de mancais radiais, assim como acontece no caso do cálculo da distribuição de pressão e carga suportada.

Mittwollen et al. (1991) e Storteig e White (1999) calcularam os coeficientes cruzados de mancais axiais em um sistema composto por mancais radiais e mancais axiais, sendo que ambos analisaram os efeitos dos mancais axiais sobre a vibração lateral do eixo. Storteig e White utilizaram o Método dos Elementos Finitos, MEF, na obtenção da distribuição de pressão do fluido presente no mancal.

Jang et al. (2006) utilizaram o Método dos Elementos Finitos (MEF) para estudo da dinâmica de um sistema com mancais radiais e axiais em um disco rígido de computador.

Em 2003, Zhu e Zhang calcularam os coeficientes de rigidez e amortecimento através do método de perturbações, método este que será utilizado na obtenção dos coeficientes diretos de rigidez e amortecimento no presente trabalho.

3 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

3.1 Tribologia

A Tribologia, ciência focada no estudo do atrito, desgaste, lubrificação e interação entre superfícies com movimento relativo, é uma ciência relativamente nova, sendo que a maior parte do que se sabe hoje foi entendido após a Segunda Guerra Mundial. Pouco conhecimento científico existia sobre o assunto até o ano de 1886, quando Osborne Reynolds publicou seu *paper* sobre lubrificação hidrodinâmica. Mesmo assim, o homem já busca maneiras de reduzir o atrito em seu cotidiano há milhares de anos, como, por exemplo, com a invenção da roda.

Reynolds (1886) provou que a pressão hidrodinâmica em fluidos localizados entre superfícies em movimento era suficiente para evitar contato entre estas, mesmo em rotações muito baixas.

O nome Tribologia vem da união das palavras gregas “tribos”, que significa atrito, e “logos” que significa estudo. Os principais objetos de estudo da Tribologia são as características de filmes de fluido entre superfícies com movimento relativo e as consequências de possíveis falhas do filme de fluido ou ausência deste, causadoras de desgaste e atrito excessivos. Pode-se dizer que o desgaste é a maior causa de perda de desempenho mecânico e a fricção é a maior causa de desgaste e dissipação de energia. Sendo assim, qualquer redução de desgaste e atrito em máquinas pode resultar em grande economia de energia, diminuição da necessidade de manutenção, de reposição de peças, de paradas de máquinas e de novos investimentos, além do aumento da vida útil dos equipamentos.

O meio mais eficaz de se controlar atrito e desgaste é a lubrificação. Por esta razão, o estudo do atrito e das condições de lubrificação durante a operação de máquinas é de extrema importância em problemas de durabilidade e confiabilidade de máquinas.

3.2 Lubrificantes

Lubrificante pode ser definido como qualquer substância colocada entre superfícies sólidas

para facilitar seu movimento relativo, controlando, assim, o desgaste e a fricção.

Ao se colocar um lubrificante em uma interface entre superfícies deslizantes, obtêm-se alguns efeitos positivos em relação ao coeficiente de atrito, sendo possível utilizar lubrificantes gasosos, sólidos ou líquidos.

A propriedade de baixa resistência ao cisalhamento faz com que alguns lubrificantes líquidos, como o óleo de petróleo, por exemplo, sejam muito bons para serem usados em mancais, visto que ocorre cisalhamento imediatamente após a aplicação de alguma carga, reduzindo-se drasticamente o coeficiente de atrito.

Algumas propriedades e características secundárias, mas não menos importantes, de lubrificantes são: capacidade de inibir adesão entre superfícies metálicas, revestindo-as com monocamadas de moléculas que evitam desgaste por adesão; capacidade de remover partículas do material já desgastado; capacidade de dissipação de calor; e facilidade de serem colocados entre as partes que se movimentam através de ação hidrodinâmica.

Os lubrificantes líquidos são o tipo utilizado em maior escala, sendo a maioria destes baseados no petróleo, óleos sintéticos e, em alguns casos, água. Existem diversos tipos de lubrificantes líquidos, como por exemplo, poliglicólicos, éteres polifenílicos, silicões, clorofluorcarbonatos, e ésteres de fósforo ou dibásicos, além dos já citados óleos derivados do petróleo. Cada um destes tipos de lubrificantes possui propriedades especiais e usos distintos.

Os lubrificantes líquidos são classificados a partir de sua viscosidade e pela presença de aditivos para aplicações de alta pressão (em inglês EP, *Extreme Pressure*).

Os lubrificantes sólidos são geralmente utilizados nos casos em que os lubrificantes líquidos não podem ser utilizados por não possuírem determinadas características importantes, como a de resistir à alta temperatura, por exemplo, ou por não ser possível mantê-los nas superfícies conforme desejado.

Os lubrificantes gasosos são os menos utilizados. Entretanto, são extremamente importantes em casos onde é necessário formar bolsas de ar que diminuam a temperatura na região entre as superfícies, além de reduzir o atrito para níveis bastante baixos.

3.3 Tipos de Lubrificação

Existem três diferentes regimes de lubrificação em elementos de máquinas, sendo eles: Lubrificação Completa (que engloba Lubrificação Hidrodinâmica, Lubrificação Hidrostática e Lubrificação Elastohidrodinâmica), Lubrificação por Camada Limite e Lubrificação Parcial ou Mista.

Em Lubrificação Hidrodinâmica (HD) ocorre suprimento de fluido lubrificante para a interface entre superfícies que mantêm uma velocidade relativa entre si. Nas extremidades existe uma região por onde parte do fluido lubrificante escapa, sendo assim, deve-se manter um suprimento constante (seja por pressão ou por gravidade) de óleo para repor as perdas.

A velocidade relativa entre as superfícies causa o bombeamento do lubrificante, separando as superfícies por um filme dinâmico de fluido. Desenvolve-se, então, uma pressão positiva sobre o mancal radial ou axial, o que garante a capacidade do mancal de suportar cargas sem que ocorra o contato entre as superfícies.

Para que ocorra lubrificação HD, deve-se manter o filme de óleo com uma espessura mínima que depende da velocidade relativa entre as superfícies, da carga aplicada sobre o mancal, da viscosidade absoluta do lubrificante e da geometria das peças. Essa espessura mínima geralmente excede 1 μm . Considerando-se o par eixo-mancal de deslizamento, inicialmente em repouso, observa-se que o eixo horizontal, ou parte deste, encontra-se em contato com o mancal por efeito da gravidade. Conforme este eixo inicia a rotação, o contato entre as superfícies diminui. O eixo funciona, então, como uma bomba de óleo, causando um fluxo de fluido lubrificante que, após certa velocidade relativa, terá a espessura mínima necessária para que não mais ocorra o contato de metal contra metal no mancal. Assim, pode-se dizer que em um mancal lubrificado hidrodinamicamente ocorre contato entre as superfícies somente quando o eixo está estacionário ou girando com velocidade ainda não suficiente para a formação da espessura mínima de filme.

A Lubrificação Hidrostática caracteriza-se pela existência de pressurização externa. Essa

pressão é causada pelo fornecimento contínuo de fluido lubrificante por uma bomba a partir de um reservatório e tubulação adequados para a interface do deslizamento. Ao contrário do que ocorre na lubrificação do tipo HD, na lubrificação Hidrostática não ocorre contato entre as superfícies, mesmo quando o eixo está iniciando ou terminando seu movimento.

A Lubrificação Elastohidrodinâmica (EHD) é um tipo de Lubrificação HD que ocorre quando as superfícies de contato são não-conformes, acontecendo, assim, deformação elástica significativa das superfícies lubrificadas. O fato de as superfícies serem não-conformes dificulta a formação de um filme completo de lubrificação, pois as superfícies tendem a expulsar o fluido.

A Lubrificação por Camada Limite ocorre nos casos em que níveis de carga elevados, baixa velocidade, pouco lubrificante ou geometria da interface, fazem com que não se inicie a Lubrificação Hidrodinâmica. Nesse tipo de lubrificação sempre há algum contato entre as superfícies, pois o filme de lubrificante não é espesso o suficiente para evitar que as asperezas superficiais se toquem, ocorrendo, portanto, fricção. No entanto, apesar de esta fricção ser muito maior do que nos casos de Lubrificação HD, ainda é muito menor do que nos casos em que as superfícies não apresentam uma quantidade de fluido lubrificante, ou seja, mesmo que não elimine atrito e desgaste, a Lubrificação de Contorno não deixa de ser importante.

Por último, existe a Lubrificação Parcial. Se as pressões em elementos de máquinas lubrificadas forem muito altas ou as velocidades muito baixas, as asperezas das superfícies poderão penetrar o filme de óleo e entrar em contato entre si. Ocorrerá, então, um regime que é a combinação entre efeitos de filme completo de fluido e lubrificação de contorno. A espessura do filme de fluido nesse tipo de lubrificação fica, em média, entre 0,001 e 1 μm .

Os coeficientes de atrito que ocorrem em alguns dos diferentes tipos de condições de lubrificação são mostrados na Figura 3.1:

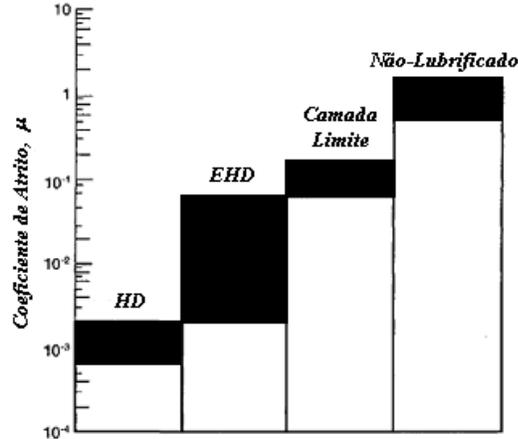


Figura 3.1: Diagrama de barras mostrando os coeficientes de atrito para as diferentes condições de lubrificação, [HAMROCK, 1994]

O modelo de lubrificação de mancais utilizado neste trabalho será o de Lubrificação Hidrodinâmica, ou HD. Para melhor entendimento do trabalho, é necessário, após conhecer o tipo de lubrificação que será considerado, saber o que são mancais e como um mancal axial com lubrificação HD funciona.

3.4 Mancais

Duas partes com movimento relativo constituem, por definição, um mancal. Em mancais de deslizamento, duas superfícies deslizam uma sobre a outra e suportam forças que tendem a aproximá-las para o contato. O filme de fluido lubrificante deve ser capaz de suportar essas cargas com as mínimas perdas de energia por atrito possíveis e sem introduzir instabilidades indesejáveis.

Em mancais de deslizamento, duas superfícies deslizam uma sobre a outra e suportam forças de maneira a evitar que ocorra a aproximação e o contato. O filme de fluido lubrificante, presente na interface entre as partes que se movimentam e que garante a Lubrificação Hidrodinâmica, possui papel primordial em aumentar a vida útil do mancal e das partes em movimento, sendo capaz de absorver parte da energia gerada.

Os mancais axiais, também conhecidos como mancais de encosto, são utilizados em casos de eixos que estão sujeitos a esforços axiais. Estes esforços não podem ser suportados por mancais lubrificados radiais, que atuam apenas na direção transversal ao eixo de rotação. É necessária, então, a utilização de mancais axiais, capazes de absorver devidamente estes deslocamentos, evitando contato direto entre as superfícies sólidas.

Pode-se dizer que a característica principal dos mancais axiais é o fato de possuírem suas superfícies perpendiculares ao eixo que está em rotação. Para que o mancal de encosto seja capaz de evitar que o eixo sofra grandes movimentos axiais, deve ocorrer uma formação de campos de pressão no fluido lubrificante que se encontra próximo às superfícies do mancal de forma que este filme de óleo sustente o eixo axialmente com eficácia, evitando atrito e desgaste prematuros.

No entanto, isso só ocorre se houver uma superfície em movimento paralela ao mancal. Isto é garantido pela existência do colar do eixo, uma peça solidária ao eixo que pode possuir a mesma velocidade de rotação do eixo, ou velocidades um pouco mais baixas. Neste trabalho, será considerado que o colar do eixo rotaciona sempre com a mesma velocidade do eixo.

Para o correto funcionamento do mancal axial, a folga axial entre este e o colar do eixo deve ser da ordem de micrometros, assim como ocorre no caso da folga radial entre o eixo e cada um dos mancais radiais que o sustentam.



Figura 3.2: Conjunto montado com eixo, colar, mancais radiais e mancal axial

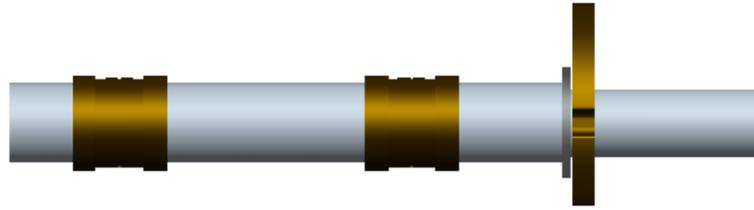


Figura 3.3: Vista lateral do conjunto montado com eixo, colar, mancais radiais e mancal axial

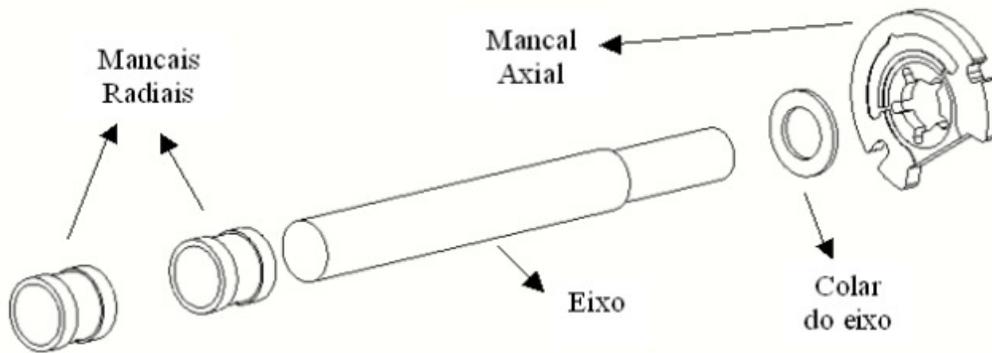


Figura 3.4: Vista explodida do conjunto formado por eixo, colar e mancais

As Figuras 3.2, 3.3 e 3.4 mostram um conjunto simples, formado por um eixo rotativo, um colar, dois mancais radiais e um mancal de encosto. Em máquinas rotativas, existem muitos outros elementos para assegurar seu correto funcionamento, entretanto, nestas figuras, alguns destes elementos não foram incluídos de forma a facilitar a visualização.

3.5 Princípio de Funcionamento de um Mancal Axial com Lubrificação HD

Muitas máquinas rotativas possuem componentes que causam esforços atuantes na direção do eixo de rotação da máquina, ou seja, axialmente. Para suportar estas cargas, o eixo rotativo é separado de um mancal axial por um fluido lubrificante. Geralmente, um colar preso ao eixo é o elemento que fica separado dos segmentos (em inglês, chamados de *pads*) do mancal pelo óleo.

O funcionamento de um mancal com lubrificação HD é baseado na formação de pressão. A geometria do mancal e o movimento relativo entre este e o colar do eixo em movimento geram

pressões no fluido lubrificante, dando a este a capacidade de suportar as cargas aplicadas.

Para efeito de explicação consideram-se, inicialmente, duas placas planas paralelas entre si (Figura 3.5 (a)); se uma superfície (por exemplo, a superfície inferior da figura) se deslocar com determinada velocidade, enquanto a outra permanece estacionária (superfície superior da figura), a velocidade do fluido lubrificante muito próximo da superfície em movimento será igual à velocidade desta superfície. Por outro lado, a velocidade do fluido muito próximo da superfície estacionária será nula.

A Figura 3.6 (a) mostra os gradientes de velocidade do fluido para diferentes posições ao longo do eixo y . Nota-se que as velocidades das várias lâminas de fluido são proporcionais à sua distância à placa fixa (estacionária) e a área do triângulo ABC é proporcional ao volume de fluido que passa por uma seção unitária por unidade de tempo. Neste caso, a placa fixa não sustenta nenhum esforço aplicado na direção negativa da coordenada x , visto que não ocorre desenvolvimento de pressão no fluido lubrificante.

Se as placas forem “não-paralelas”, de modo que a espessura de fluido varie de h_1 , na seção onde o óleo entra, até h_2 , por onde o óleo sai, o gradiente de velocidade variará ao longo da placa. Conforme se pode notar através da Figura 3.6 (b), a curva que representa o gradiente de velocidade é côncava próximo à h_1 e convexa próximo à h_2 . Apesar de não serem mais triangulares, os diagramas de gradiente de velocidade possuem todos a mesma área.

Para que ocorra conservação de quantidade de movimento, existe a geração de uma zona de pressão no fluido lubrificante localizado entre as placas. Esta pressão gerada é responsável pela capacidade de carga do mancal.

Com relação aos fluxos de fluido lubrificante, pode-se dizer que no caso das placas paralelas, como não ocorre geração de pressão, o fluido é carregado devido a sua viscosidade e devido ao movimento de uma das superfícies. Este deslocamento do fluido causado devido à velocidade relativa entre as superfícies é conhecido como escoamento de Couette e ocorre na mesma direção do movimento da placa, tanto na área de entrada quanto na área de saída do fluido.

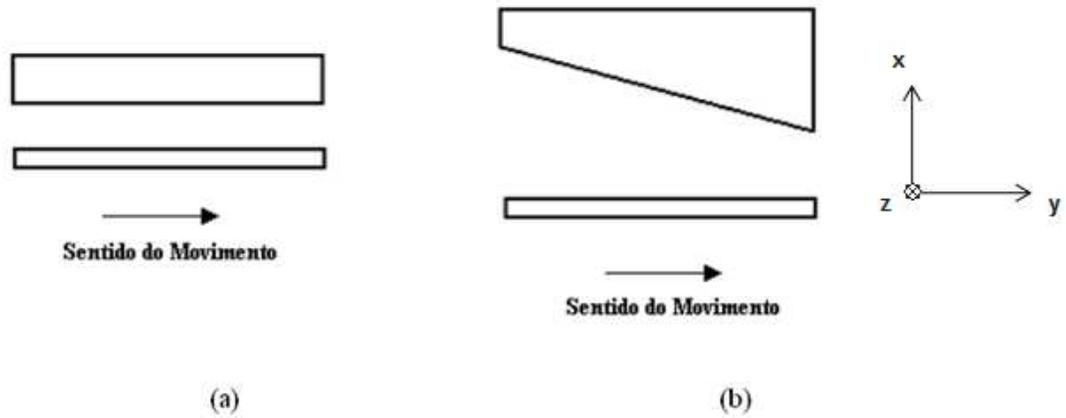


Figura 3.5: Placa inferior com movimento e placa superior estacionária, (a) Placas paralelas, (b) Placas não-paralelas

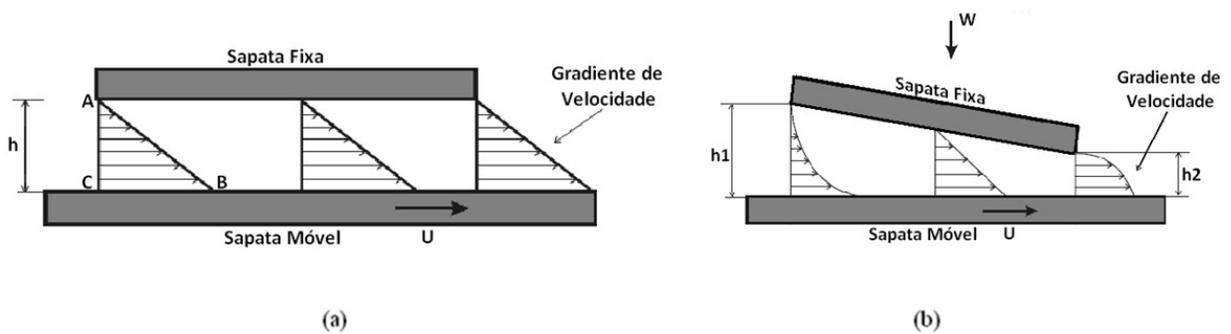


Figura 3.6: Velocidade do fluido lubrificante, (a) Placas paralelas, (b) Placas não-paralelas

No caso de placas não-paralelas, como ocorre formação de pressão no fluido, existe um fluxo de fluido adicional causado pela pressão e conhecido como escoamento de Poiseuille. Este escoamento ocorre para fora da região entre as superfícies com movimento relativo. Sendo assim, na entrada da região entre as placas esse fluxo vai contra o fluxo causado pela velocidade relativa entre elas (escoamento de Couette), enquanto que na saída o fluxo causado pela pressão vai a favor do escoamento de Couette. O fluxo total de fluido será resultado da soma dos escoamentos de Poiseuille e de Couette.

Um mancal axial é, portanto, projetado de forma que os seus segmentos possuam uma rampa, fazendo com que a configuração geométrica existente entre estes segmentos e o colar do

eixo seja da forma de “placas não-paralelas”. Esta rampa possui geralmente uma inclinação extremamente pequena, sendo que a diferença entre o ponto mais baixo e o ponto mais alto da rampa é da ordem de micrometros.

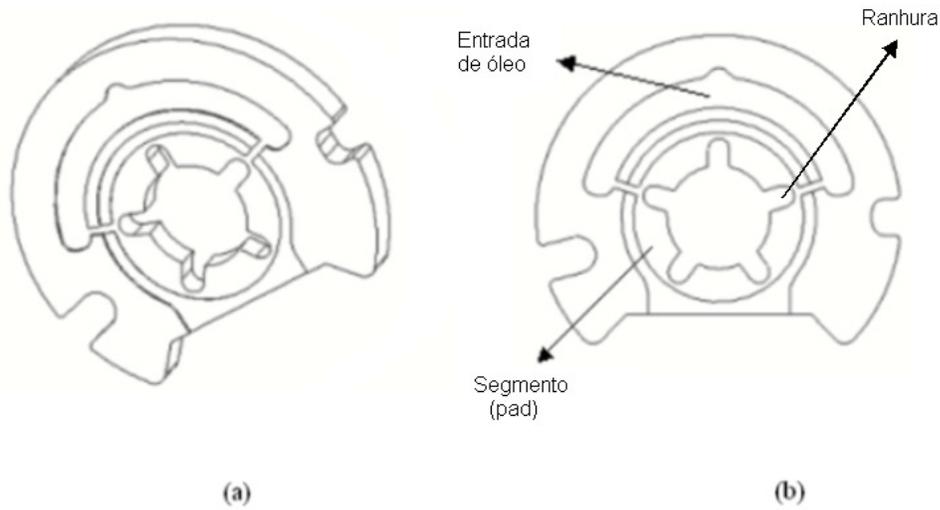


Figura 3.7: Mancal axial, (a) Desenho tridimensional, (b) Visão frontal

Um exemplo de geometria de mancal axial, com seus respectivos segmentos e a região de suprimento de óleo pode ser visto na Figura 3.7.

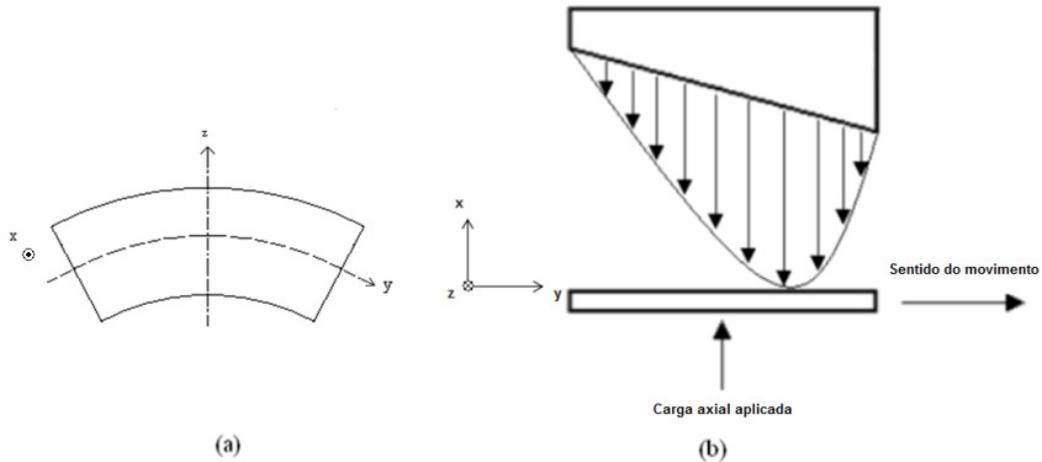


Figura 3.8: Segmento de mancal, (a) Segmento nas coordenadas x, y e z, (b) Formação de pressão em um segmento com arco de circunferência aberto no plano

A Figura 3.8 (b) mostra a formação de pressão em um segmento de mancal axial, mecanismo responsável por sua capacidade de suportar carga. Deve-se notar, que o arco de circunferência mostrado na Figura 3.8 (a) foi aberto no plano na Figura 3.8 (b).

4 EQUAÇÃO DE REYNOLDS

O equacionamento necessário para a análise da lubrificação hidrodinâmica na interface entre o mancal axial e o colar do eixo é baseado essencialmente na Equação de Reynolds.

Inicialmente, a Equação de Reynolds será demonstrada em função de coordenadas x , y e z (Figura 4.1), sua forma mais comumente utilizada para a Solução Analítica (HAMROCK, 1994), solução esta demonstrada no Apêndice A. Além disso, a Equação de Reynolds, nas coordenadas cartesianas x , y e z , é a forma utilizada para solução de mancais radiais. Por essa razão, essa equação é inicialmente apresentada em função desse sistema de coordenadas, de modo a destacar a analogia entre mancais axiais e radiais.

A partir dessa equação, será obtida a Equação de Reynolds em coordenadas polares, utilizada no presente trabalho para solução numérica.

4.1 Equação de Reynolds

Nesta seção, a Equação de Reynolds será introduzida para, em seguida, ser simplificada de acordo com as considerações necessárias para a sua resolução numérica.

A Equação de Reynolds, em sua forma bi-dimensional, pode ser escrita, de acordo com Hamrock (1994), como:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h (v_a + v_b)}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h (w_a + w_b)}{2} \right) + \\ & + \rho (u_a - u_b) - \rho v_a \frac{\partial h}{\partial y} - \rho w_a \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{\partial \rho h}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Na Equação (4.1) e em todo o restante deste trabalho, utiliza-se a notação de que o sub-índice a relaciona-se ao mancal e o sub-índice b relaciona-se ao colar do eixo. As variáveis ρ e η são, respectivamente, a massa específica e a viscosidade absoluta do fluido lubrificante. A

espessura do filme de óleo é caracterizada pela letra h , enquanto p é a pressão e t é o tempo. As letras u , v e w são as velocidades nas direções das coordenadas x , y e z , respectivamente.

Assume-se, em um mancal axial, a coordenada y como sendo associada ao fluxo circunferencial do fluido lubrificante devido ao movimento de rotação relativo entre as faces do mancal e o colar do eixo; a coordenada z , como sendo associada ao fluxo radial devido às perdas pelas bordas laterais; e a coordenada x , como sendo associada à espessura do filme de fluido. Este sistema de coordenadas pode ser observado sobre um segmento (*pad*) de um mancal qualquer na Figura 4.1.

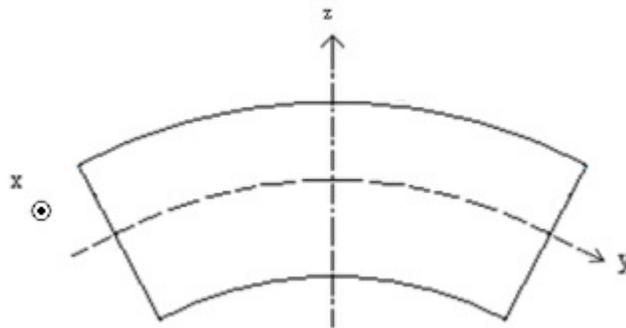


Figura 4.1: Coordenadas x , y e z em um segmento de mancal axial

Em um mancal radial, para efeito de comparação, o arco de circunferência do mancal é aberto no plano na direção y , enquanto seu comprimento axial (longitudinal ao eixo em rotação) relaciona-se à coordenada x . Por isso, nos mancais radiais, diferentemente do caso de mancais axiais, a Equação de Reynolds é escrita em função das coordenadas y e x . O peso do eixo, W_{eixo} , atua no sentido de z negativo, tendo efeito sobre a espessura de fluido.

Na Figura 4.2, observa-se um esquema de mancal radial com o respectivo sistema de coordenadas. É importante ressaltar que, nesta figura, a representação não tem o arco de circunferência aberto em y . Em vermelho está representado o eixo, com seu raio denominado de R_{eixo} , e em preto está representado o mancal.

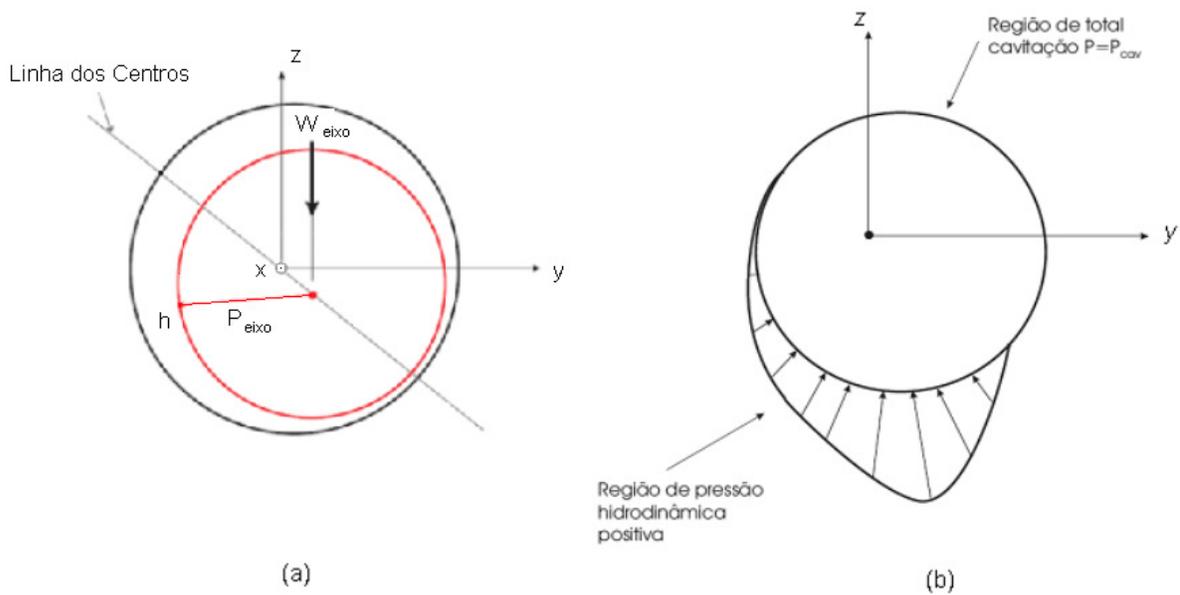


Figura 4.2: Mancal radial (a) Eixo de coordenadas e peso do eixo (b) Distribuição de pressão (MACHADO, 2009)

A Figura 4.3 mostra o esboço da vista lateral do segmento de um mancal axial com o arco de circunferência aberto, e posicionado sobre o segmento de um colar de eixo. O sistema de coordenadas x , y e z , além das posições em que a espessura de filme de fluido lubrificante possui valores máximo (h_{max}) e mínimo (h_o), são mostrados. Neste caso específico, a espessura de fluido varia apenas em função da coordenada y . Pode-se também notar a velocidade linear do colar do eixo, denotada como v_b .

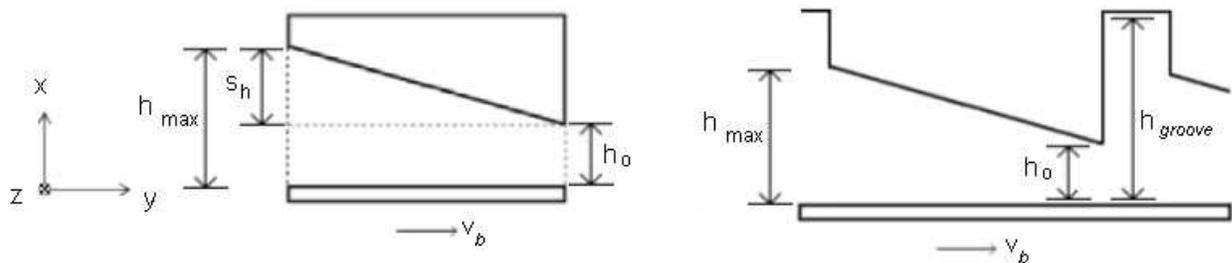


Figura 4.3: Espessuras de fluido lubrificante (a) Caso com segmento individual (b) Caso considerando ranhuras

A partir da Figura 4.3, pode-se introduzir a variável s_h , que será utilizada na sequência deste trabalho. Esta variável é um parâmetro da geometria do segmento de mancal e corresponde à diferença entre a espessura máxima e a espessura mínima de fluido, ou seja, $s_h = h_{\max} - h_o$.

A Figura 4.3 (a) mostra um segmento de mancal individual, usado nos os casos em que não se calcula a distribuição de pressão considerando as ranhuras. A Figura 4.3 (b) mostra as espessuras de fluido máxima e mínima e a profundidade de uma ranhura, h_{groove} , para os casos em que a distribuição de pressão é estimada para o mancal completo, considerando as suas ranhuras.

4.2 Simplificações da Equação de Reynolds

Para mancais axiais, a equação de Reynolds pode ser simplificada a partir de algumas considerações.

Inicialmente, considera-se que existe apenas movimento tangencial entre as superfícies. Assim, a velocidade do fluido próximo ao mancal na direção de x será nula, ou seja, $u_b = 0$, enquanto a velocidade do fluido nesta mesma direção e próximo ao colar do eixo será dependente da variação da espessura do filme de fluido em relação aos eixos z e y , ou seja,

$u_a = v_a \frac{\partial h}{\partial y} + w_a \frac{\partial h}{\partial z}$. Assim, tem-se:

$$0 = \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h (v_a + v_b)}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h (w_a + w_b)}{2} \right) + \rho \left(v_a \frac{\partial h}{\partial y} + w_a \frac{\partial h}{\partial z} \right) - \rho v_a \frac{\partial h}{\partial y} - \rho w_a \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{\partial \rho h}{\partial t} = 0 \quad (4.2)$$

Para o caso de lubrificação exclusivamente hidrodinâmica, assume-se que a velocidade de fluido na direção z é nula, visto que não ocorre movimento relativo entre as superfícies nesta direção. Portanto, $w_a = w_b = 0$. Sendo assim, pode-se perceber que mesmo que a espessura de

fluido varie em função de z , o termo $\rho w_a \frac{\partial h}{\partial z}$ da Equação de Reynolds será sempre nulo.

No caso em que o colar do eixo não se movimentar na direção axial, isto é, a espessura de fluido mantém-se constante, assume-se $\frac{\partial \rho h}{\partial t} = 0$. É importante explicar que este termo será considerado como sendo diferente de zero quando for calculado o coeficiente de amortecimento do mancal na direção da coordenada x , denominado C_{xx} . Assim, obtém-se a expressão:

$$-\frac{1}{12} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - \frac{1}{12} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{(v_a + v_b)}{2} \frac{\partial \rho h}{\partial y} + \rho v_a \frac{\partial h}{\partial y} = \rho v_a \frac{\partial h}{\partial y} \quad (4.3)$$

Eliminando o termo $\rho v_a \frac{\partial h}{\partial y}$, que aparece em ambos os lados da equação, tem-se:

$$-\frac{1}{12} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - \frac{1}{12} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{(v_a + v_b)}{2} \frac{\partial \rho h}{\partial y} = 0 \quad (4.4)$$

Com algumas manipulações algébricas, a Equação de Reynolds pode, então, ser consideravelmente simplificada, facilitando sua análise:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 12 \bar{v} \frac{\partial \rho h}{\partial y} \quad (4.5)$$

sendo que $\bar{v} = \frac{v_a + v_b}{2}$ é a velocidade média do fluido na direção y .

Além disso, as propriedades do fluido lubrificante, como massa específica (o fluido é assumido como incompressível) e viscosidade, variam pouco e podem, portanto, ser consideradas como constantes. Assim:

$$\frac{\rho}{\eta} \frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\rho}{\eta} \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 12 \rho \bar{v} \frac{\partial h}{\partial y} \quad (4.6)$$

A massa específica pode ser eliminada, pois esta aparece em ambos os lados da equação. Considerando que o mancal mantém-se estacionário e o eixo movimentar-se, tem-se que $v_a = 0$, o

que faz com que a velocidade média seja dada por $\bar{v} = \frac{v_b}{2}$. Assim, a Equação de Reynolds poderá ser reescrita como:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 12 \frac{v_b}{2} \eta \frac{\partial h}{\partial y} \quad (4.7)$$

Simplificando novamente, obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6v_b \eta \frac{\partial h}{\partial y} \quad (4.8)$$

No caso de mancais com dimensão infinita na direção radial, quando comparada com a sua dimensão na direção circunferencial (mancais longos), as perdas laterais de fluido podem ser desconsideradas, ou seja, a pressão ao longo do eixo z não varia consideravelmente, o que significa que $\frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 0$. O perfil de pressão será, então, o mesmo ao longo de todo o eixo z , isto é, constante ao longo da direção radial do segmento.

Sendo assim, a equação de Reynolds pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6v_b \eta \frac{\partial h}{\partial y} \quad (4.9)$$

A Equação (4.9) pode ser utilizada para a obtenção da solução analítica (ver Apêndice A), visto que a variação de pressão e os fluxos de fluido na direção radial são desconsiderados.

Para a obtenção da solução numérica, utiliza-se como base a equação de Reynolds na forma da Equação (4.8), pois se tomando como modelo o mancal de largura finita (dimensão na direção da coordenada y não muito diferente da dimensão na direção da coordenada z), ocorrerá fluxo considerável de fluido na direção radial, ou seja, ocorrerá perda lateral de fluido lubrificante.

Uma consideração a ser feita na obtenção da solução numérica é a de que ocorre formação de pressões hidrodinâmicas no filme de óleo entre o mancal e o colar do eixo apenas na região

sobre os segmentos (*pads*) e sobre as ranhuras, sendo que a pressão em todo o entorno será igual à pressão ambiente.

4.3 Equação de Reynolds em Coordenadas Polares

Como a análise com a consideração de ocorrência de perdas laterais de fluido ocorre em duas dimensões (z e y) e o mancal axial possui formato circular, torna-se interessante resolver esse problema usando coordenadas polares, ou seja, coordenadas r e θ , sendo r a coordenada com direção radial e origem no centro de uma circunferência (coincidente com o centro do mancal) e θ um ângulo medido no sentido horário. Este sistema de coordenadas pode ser visto na Figura 4.4, juntamente das coordenadas x , y e z .

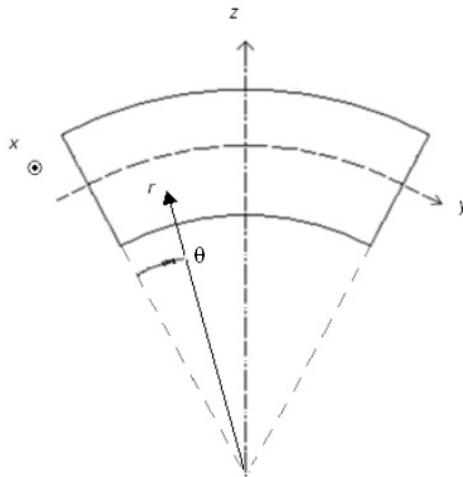


Figura 4.4: Sistema de coordenadas polares

A equação de Reynolds em coordenadas polares pode ser obtida a partir da Equação (4.8), que é escrita em função das coordenadas z e y , fazendo-se a substituição de $z = r$ e $y = r\theta$. Considerando que nesta equação z e y estão em operadores diferenciais, ∂z e ∂y , pode-se também escrever que $\partial z = \partial r$ e $\partial y = \partial(r\theta)$.

Lembrando que a Equação (4.8) é escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6v_b \eta \frac{\partial h}{\partial y} \quad (4.8)$$

podem-se efetuar as substituições propostas, obtendo-se a Equação (4.10):

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial (r\theta)} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial (r\theta)} \right) = 6v_{\theta b} \eta \frac{\partial h}{\partial (r\theta)} \quad (4.10)$$

notando-se que $v_b = v_{\theta b}$ é a velocidade do colar do eixo na direção da coordenada cirunferencial θ . Assim:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h^3}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{6v_{\theta b} \eta}{r} \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (4.11)$$

Como o raio r não depende da coordenada θ , pode-se escrever que:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(h^3 r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 6v_{\theta b} \eta \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (4.12)$$

Com relação à velocidade da superfície em movimento, pode-se afirmar que $v_{\theta b} = \omega r = 2\pi N r$, sendo ω a velocidade de rotação do eixo (e, conseqüentemente, do colar deste eixo) em rad/s, N a velocidade em RPS (rotações por segundo), e $v_{\theta b}$ a velocidade linear, em m/s (considerando todas as outras unidades no SI).

Fica claro, portanto, que a velocidade $v_{\theta b}$ varia em função da posição radial considerada.

Esta equação é a base para a resolução através da abordagem feita pelo MDF (ver Apêndice B).

4.4 Equação de Reynolds escrita a partir dos Fluxos de Fluido Lubrificante

A Equação de Reynolds também pode ser escrita de outra forma, em função dos fluxos de fluido. Esta forma da equação será utilizada na resolução através do MVF.

Os fluxos de fluido lubrificante em um mancal se dão devido a duas componentes: uma causada pelo cisalhamento do fluido, que ocorre em função do movimento do colar do eixo em relação ao mancal, arrastando o óleo lubrificante; e outra devida aos gradientes de pressão.

As chamadas perdas laterais de fluido (fluxos de fluido lubrificante que, em mancais axiais, ocorrem na direção radial) são devidas apenas aos gradientes de pressão, visto que o cisalhamento do fluido ocorre somente na direção em que se dá o movimento do colar, ou seja, na direção circunferencial.

Já o fluxo de óleo na direção circunferencial (na direção da coordenada θ) é devido às duas componentes, ou seja, tanto devido à componente relacionada ao cisalhamento do fluido causado pelo movimento relativo entre o colar em movimento e o mancal, quanto à componente relacionada aos gradientes de pressão.

Considerando o sistema de coordenadas z e y , tem-se, de acordo com Jang et al. (2006), que os fluxos de fluido por unidade de comprimento (no SI, dado em m^2/s), em cada uma das duas direções, são dados por:

$$q_y' = \frac{v_a + v_b}{2} h - \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (4.13)$$

e

$$q_z' = \frac{w_a + w_b}{2} h - \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4.14)$$

mantendo-se a notação já utilizada anteriormente, de forma que o sub-índice a relaciona-se ao mancal e o sub-índice b relaciona-se ao colar do eixo.

Portanto, levando novamente em consideração que a velocidade de fluido na direção radial é nula, tem-se que:

$$\frac{w_a + w_b}{2} = 0 \quad (4.15)$$

Além disso, como o mancal permanece estacionário, tem-se que $v_a = 0$. Portanto:

$$\frac{v_a + v_b}{2} = \frac{v_b}{2} = \bar{v} \quad (4.16)$$

Assim:

$$q'_y = \frac{v_b}{2} h - \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (4.17)$$

e

$$q'_z = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4.18)$$

Escrevendo em coordenadas polares, substituindo $z = r$, $y = r\theta$ e $v_\theta = v_{\theta b}$, obtém-se:

$$q'_y = \frac{v_b}{2} h - \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \quad \rightarrow \quad q'_{pad} = \frac{v_{\theta b}}{2} h - \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial(r\theta)} \quad (4.19)$$

Portanto, o fluxo de fluido lubrificante no segmento (*pad*) na direção circunferencial pode ser calculado através de:

$$q'_{pad} = \frac{v_{\theta b}}{2} h - \frac{h^3}{12\eta} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (4.20)$$

Na coordenada z , tem-se:

$$q'_z = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \rightarrow \quad q'_{lat} = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (4.21)$$

Assim, o fluxo lateral (na direção radial) de fluido no segmento (*pad*) pode ser obtido através da Equação (4.21).

A Equação de Reynolds em função destes fluxos de fluido lubrificante pode ser escrita, de acordo com Jang et al. (2006), como:

$$\frac{\partial q'_y}{\partial y} + \frac{\partial q'_z}{\partial z} = 0 \quad (4.22)$$

Em coordenadas polares, esta expressão é dada por:

$$\frac{\partial q'_{pad}}{\partial(r\theta)} + \frac{\partial q'_{lat}}{\partial r} = 0 \quad (4.23)$$

Equivalentemente:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial q'_{pad}}{\partial \theta} + \frac{\partial q'_{lat}}{\partial r} = 0 \quad (4.24)$$

Fazendo as substituições, pode-se demonstrar que esta equação equivale à Equação de Reynolds:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \left[\frac{v_{\theta b}}{2} h - \frac{h^3}{12\eta} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right]}{\partial \theta} + \frac{\partial \left[-\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \right]}{\partial r} = 0 \quad (4.25)$$

Simplificando:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{v_{\theta b}}{2} h \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(-\frac{h^3}{12\eta} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 0 \quad (4.26)$$

Como $v_{\theta b}$ e r não variam em função de θ , tem-se:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(h^3 r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 6v_{\theta b} \eta \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (4.27)$$

idêntica à Equação de Reynolds, Equação (3.14), já escrita anteriormente em coordenadas polares.

Novamente, vale ressaltar que nessa equação o termo de variação no tempo da espessura de fluido, $\frac{\partial h}{\partial t}$, que equivale à velocidade de variação da espessura de fluido, é considerado como nulo. Assim, nos casos em que se deseja calcular o coeficiente de amortecimento, C_{xx} , esse termo deverá ser considerado na equação diferencial, conforme já afirmado anteriormente.

5 MODELAGEM TEÓRICA

5.1 Abordagem utilizando o Método dos Volumes Finitos

A abordagem utilizando o MVF será feita a partir da Equação de Reynolds escrita em função dos fluxos de fluido (Equação (4.24)).

Essa abordagem foi feita por Arghir et al. (2002) em uma dimensão, e será expandida neste trabalho para duas dimensões, r e θ .

Esse procedimento permite o cálculo e análise da pressão em mancais que possuem descontinuidades de espessura de fluido, o que caracteriza as ranhuras em mancais axiais, por exemplo. Essa descontinuidade de espessura de fluido causa uma variação muito rápida e abrupta da pressão e os fluxos de fluido deixam de ser “quase-paralelos” (como ocorre nos casos sem descontinuidades) devido à criação de uma zona de recirculação de fluido.

Para uma abordagem utilizando o MVF, a malha para resolução é formada por volumes, sendo que a variável de interesse é calculada no centro de cada volume. Os contornos de cada volume estão localizados simetricamente entre dois volumes adjacentes, e os nós nestes contornos são denotados por norte, sul, leste e oeste.

A quantidade de volumes define até certo ponto a precisão da solução, ou seja, quanto maior o número de volumes, melhor a discretização e os resultados obtidos, porém às custas de maior tempo computacional. Uma quantidade pequena de nós forma uma malha grosseira, com resultados obtidos mais rapidamente, porém menos precisos. No entanto, a partir de uma determinada quantidade de volumes, a melhoria obtida no resultado com o aumento do número de nós se torna pouco significativa e o tempo computacional torna-se muito maior. Por isso, é necessário que se faça uma ponderação cuidadosa com relação à variação dos resultados obtidos e o tempo computacional gasto.

Na Figura 5.1, em função de coordenadas y e z , podem-se observar volumes de controle e os pontos (nós) importantes para análise com o MVF. Cada volume tem como fronteira as linhas

pontilhadas, que também definem a posição dos nós localizados em norte, sul, leste e oeste de cada volume.

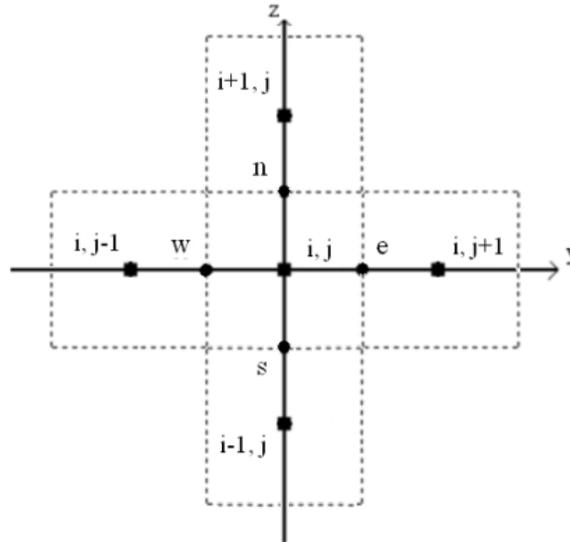


Figura 5.1: Esquema da malha usada para solução pelo MVF, em coordenadas z e y

A Figura 5.2 mostra um volume para a malha em coordenadas polares. Assim como no caso da malha em coordenadas cartesianas x , y e z , podem ser definidos pontos em norte, sul, leste e oeste, assim como os pontos centrais dos volumes adjacentes.

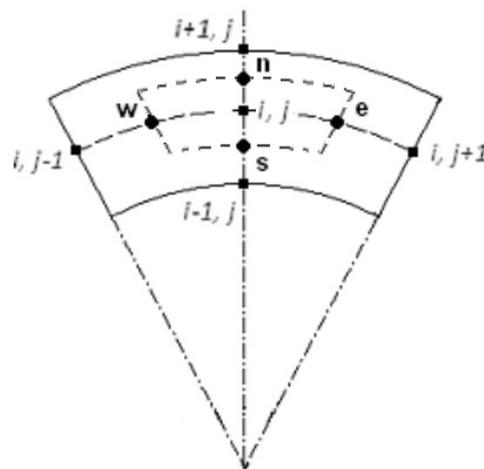


Figura 5.2: Esquema da malha usada para solução pelo MVF usando-se coordenadas polares

As coordenadas dos nós em leste, oeste, norte e sul de cada volume, podem ser mostradas através das equações abaixo, que descrevem suas posições em função das letras i e j , que em coordenadas polares estão relacionadas, respectivamente, à direção radial e à direção circunferencial.

$$e = \left(i, j + \frac{1}{2} \right) \quad (5.1)$$

$$w = \left(i, j - \frac{1}{2} \right) \quad (5.2)$$

$$n = \left(i + \frac{1}{2}, j \right) \quad (5.3)$$

$$s = \left(i - \frac{1}{2}, j \right) \quad (5.4)$$

Nessa abordagem pelo MVF, é importante ressaltar que a descontinuidade de fluido deve sempre coincidir com o contorno do volume, conforme exemplificado no esquema da Figura 5.3.

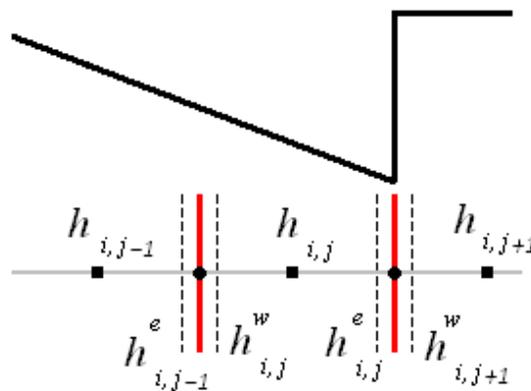


Figura 5.3 Posição dos volumes na proximidade de uma descontinuidade, em uma malha usada na solução pelo MVF

Nesta figura, a borda de cada volume é definida pela linha pontilhada. É possível notar que espessuras de fluido em posições próximas, como $h_{i,j}^e$ e $h_{i,j+1}^w$, podem possuir valores bastante diferentes, o que caracteriza a descontinuidade.

Para a resolução, conforme já explicado, é utilizada a Equação de Reynolds escrita na forma da Equação (4.24):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial q'_{pad}}{\partial \theta} + \frac{\partial q'_{lat}}{\partial r} = 0 \quad (4.24)$$

lembrando que os fluxos de fluido podem ser escritos como as Equações (4.20) e (4.21):

$$q'_{pad} = \frac{v_{\theta b}}{2} h - \frac{h^3}{12\eta} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (4.20)$$

$$q'_{lat} = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (4.21)$$

Modificando-se a Equação (4.24), pode-se escrever:

$$\partial q'_{pad} \partial r + r \partial q'_{lat} \partial \theta = 0 \quad (5.5)$$

Substituindo as derivadas dos fluxos de fluido por diferenças de fluxos:

$$(q'_{i,j}{}^e - q'_{i,j}{}^w) \partial r + (q'_{i,j}{}^n - q'_{i,j}{}^s) r \partial \theta = 0 \quad (5.6)$$

Da mesma maneira, tem-se que:

$$(q'_{i,j}{}^w - q'_{i,j}{}^e) \partial r + (q'_{i,j}{}^s - q'_{i,j}{}^n) r \partial \theta = 0 \quad (5.7)$$

Finalmente:

$$q'_{i,j}{}^w \partial r + q'_{i,j}{}^s r \partial \theta - q'_{i,j}{}^e \partial r - q'_{i,j}{}^n r \partial \theta = 0 \quad (5.8)$$

Através da continuidade de fluxo, tem-se em cada conjunto de volumes de controle vizinhos:

$$q'_{i,j}{}^e = q'_{i,j+1}{}^w \quad (5.9)$$

$$q'_{i,j}{}^w = q'_{i,j-1}{}^e \quad (5.10)$$

$$q'_{i,j}{}^n = q'_{i+1,j}{}^s \quad (5.11)$$

$$q'_{i,j}{}^s = q'_{i-1,j}{}^n \quad (5.12)$$

Os fluxos nas posições norte e sul podem ser escritos como fluxos da forma q'_{lat} , enquanto os fluxos em leste e oeste podem ser escritos como fluxos na forma q'_{pad} . Sendo assim, são obtidas:

$$q'_{i,j}{}^n = \left[- \left(\frac{h^3}{12\eta} \right)_{i,j}^n \frac{p_{i,j}^n - p_{i,j}}{r_{i+1/2,j} - r_{i,j}} \right] \quad (5.13)$$

$$q'_{i,j}{}^s = \left[- \left(\frac{h^3}{12\eta} \right)_{i,j}^s \frac{p_{i,j} - p_{i,j}^s}{r_{i,j} - r_{i-1/2,j}} \right] \quad (5.14)$$

$$q'_{i,j}{}^e = \left[- \left(\frac{h^3}{12\eta r} \right)_{i,j}^e \frac{p_{i,j}^e - p_{i,j}}{\theta_{i,j+1/2} - \theta_{i,j}} + \frac{v_{\theta b} h_{i,j}^e}{2} \right] \quad (5.15)$$

$$q'_{i,j}{}^w = \left[- \left(\frac{h^3}{12\eta r} \right)_{i,j}^w \frac{p_{i,j} - p_{i,j}^w}{\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1/2}} + \frac{v_{\theta b} h_{i,j}^w}{2} \right] \quad (5.16)$$

Nas Equações (5.15) e (5.16), é importante notar que os raios nas posições leste e oeste do volume de controle, $r_{i,j}^e$ e $r_{i,j}^w$, são iguais ao valor do raio no centro do VC, ou seja, $r_{i,j}^e = r_{i,j}^w = r_{i,j}$.

Reescrevendo a Equação (5.9), obtém-se então a Equação (5.17):

$$\left[- \left(\frac{h^3}{12\eta r} \right)_{i,j}^e \frac{p_{i,j}^e - p_{i,j}}{\theta_{i,j+1/2} - \theta_{i,j}} + \frac{v_{\theta b} h_{i,j}^e}{2} \right] = \left[- \left(\frac{h^3}{12\eta r} \right)_{i,j+1}^w \frac{p_{i,j+1} - p_{i,j+1}^w}{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j+1/2}} + \frac{v_{\theta b} h_{i,j+1}^w}{2} \right] \quad (5.17)$$

Pode-se introduzir, então, uma variável chamada de $b_{i,j}^e$, buscando simplificar os termos da equação. Assim:

$$b_{i,j}^e = \left[\left(\frac{h^3}{12\eta r} \right)_{i,j}^e \frac{1}{\theta_{i,j+1/2} - \theta_{i,j}} \right] = \left[\left(\frac{h^3}{12\eta r} \right)_{i,j}^e \frac{1}{\Delta\theta/2} \right] \quad (5.18)$$

Analogamente, tem-se $b_{i,j+1}^w$:

$$b_{i,j+1}^w = \left[\left(\frac{h^3}{12\eta r} \right)_{i,j+1}^w \frac{1}{\Delta\theta/2} \right] \quad (5.19)$$

Vale ressaltar que nestes casos tem-se $r_{i,j}^e = r_{i,j-1}^e = r_{i,j}^w = r_{i,j+1}^w = r_{i,j}$.

Substituindo os termos $b_{i,j}^e$ e $b_{i,j+1}^w$ na Equação (5.17), e isolando alguns termos, obtém-se que:

$$b_{i,j}^e p_{i,j}^e + b_{i,j+1}^w p_{i,j+1}^w = b_{i,j}^e p_{i,j} + b_{i,j+1}^w p_{i,j+1} + \left[\frac{v_{\theta b} (h_{i,j}^e - h_{i,j+1}^w)}{2} \right] \quad (5.20)$$

Arghir et al. (2002) introduziram, então, a Equação de Bernoulli para a análise da mudança abrupta de pressão, causada pela descontinuidade na espessura de fluido. Esta equação deve ser escrita imediatamente antes e depois da descontinuidade, ou seja, nas posições norte, sul, leste e oeste da cada volume. Para o lado leste do volume de controle definido pelo ponto (i, j) , utiliza-se a posição leste deste mesmo VC e a posição oeste do volume subsequente (relacionado ao ponto $(i, j+1)$).

Sendo assim, a Equação de Bernoulli pode ser escrita como:

$$p_{i,j}^e + \frac{\rho(V_{i,j}^e)^2}{2} = p_{i,j+1}^w + \frac{\rho(V_{i,j+1}^w)^2}{2} + \frac{\rho\chi[\max(V_{i,j}^e, V_{i,j+1}^w)]^2}{2} \quad (5.21)$$

em que

$$V_{i,j}^e = \frac{q_{i,j}^e}{h_{i,j}^e} \quad (5.22)$$

e

$$V_{i,j+1}^w = \frac{q_{i,j+1}^w}{h_{i,j+1}^w} \quad (5.23)$$

são velocidades do fluido, calculadas como o fluxo de fluido por unidade de espessura de fluido.

A variável χ , considerada por Arghir et al. (2002) na equação de Bernoulli escrita na forma da Equação (5.21), é chamada de coeficiente de queda de pressão e leva em consideração uma perda adicional de energia devido a efeitos viscosos.

Simplificando a Equação (5.21), pode-se escrever que:

$$p_{i,j}^e = p_{i,j+1}^w + A_{i,j+1/2} \quad (5.24)$$

em que o termo $A_{i,j+1/2}$ é definido por:

$$A_{i,j+1/2} = \frac{\rho(V_{i,j+1}^w)^2}{2} - \frac{\rho(V_{i,j}^e)^2}{2} + \frac{\rho\chi[\max(V_{i,j}^e, V_{i,j+1}^w)]^2}{2} \quad (5.25)$$

Em suas análises, Arghir et al. (2002) consideram o coeficiente de queda de pressão como sendo nulo, ou seja, $\chi = 0$, o que faz com que a Equação (5.25) possa ser escrita da seguinte maneira:

$$A_{i,j+1/2} = \frac{\rho(V_{i,j+1}^w)^2}{2} - \frac{\rho(V_{i,j}^e)^2}{2} \quad (5.26)$$

Substituindo $p_{i,j}^e$ da Equação (5.24) na Equação (5.20), obtém-se:

$$b_{i,j}^e p_{i,j+1}^w + b_{i,j}^e A_{i,j+1/2} + b_{i,j+1}^w p_{i,j+1}^w = b_{i,j}^e p_{i,j} + b_{i,j+1}^w p_{i,j+1} + \left[\frac{v_{\theta b} (h_{i,j}^e - h_{i,j+1}^w)}{2} \right] \quad (5.27)$$

Isolando o termo $p_{i,j+1}^w$, tem-se:

$$p_{i,j+1}^w = \frac{b_{i,j}^e p_{i,j} + b_{i,j+1}^w p_{i,j+1} - b_{i,j}^e A_{i,j+1/2} + \left[\frac{v_{\theta b} (h_{i,j}^e - h_{i,j+1}^w)}{2} \right]}{(b_{i,j}^e + b_{i,j+1}^w)} \quad (5.28)$$

Lembrando da Equação (5.24), é possível, então, obter a expressão para a pressão na posição leste do volume definido pelo nó (i, j) :

$$p_{i,j}^e = \frac{b_{i,j}^e p_{i,j} + b_{i,j+1}^w p_{i,j+1} + b_{i,j}^w A_{i,j+1/2} + \left[\frac{v_{\theta b} (h_{i,j}^e - h_{i,j+1}^w)}{2} \right]}{(b_{i,j}^e + b_{i,j+1}^w)} \quad (5.29)$$

Para se obter a pressão nas bordas oeste, norte e sul, o mesmo procedimento deve ser aplicado. O ponto de partida são as Equações (5.10), (5.11) e (5.12), que podem ser reescritas, assim como foi feito para a Equação (5.9), reescrita como a Equação (5.17). Assim:

$$\left[-\left(\frac{h^3}{12\eta r} \right)_{i,j}^w \frac{p_{i,j} - p_{i,j}^w}{\theta_{i,j} - \theta_{i,j-1/2}} + \frac{v_{\theta b} h_{i,j}^w}{2} \right] = \left[-\left(\frac{h^3}{12\eta r} \right)_{i,j-1}^e \frac{p_{i,j-1}^e - p_{i,j-1}}{\theta_{i,j-1/2} - \theta_{i,j-1}} + \frac{v_{\theta b} h_{i,j-1}^e}{2} \right] \quad (5.30)$$

$$\left[-\left(\frac{h^3}{12\eta} \right)_{i,j}^n \frac{p_{i,j}^n - p_{i,j}}{r_{i+1/2,j} - r_{i,j}} \right] = \left[-\left(\frac{h^3}{12\eta} \right)_{i+1,j}^s \frac{p_{i+1,j}^s - p_{i+1,j}}{r_{i+1,j} - r_{i+1/2,j}} \right] \quad (5.31)$$

$$\left[-\left(\frac{h^3}{12\eta} \right)_{i,j}^s \frac{p_{i,j} - p_{i,j}^s}{r_{i,j} - r_{i-1/2,j}} \right] = \left[-\left(\frac{h^3}{12\eta} \right)_{i-1,j}^n \frac{p_{i-1,j}^n - p_{i-1,j}}{r_{i-1/2,j} - r_{i-1,j}} \right] \quad (5.32)$$

A partir destas equações, podem-se introduzir os termos:

$$b_{i,j-1}^e = \left[\left(\frac{h^3}{12\eta r} \right)_{i,j-1}^e \frac{1}{\Delta\theta/2} \right] \quad (5.33)$$

$$b_{i+1,j}^s = \left[\left(\frac{h^3}{12\eta} \right)_{i+1,j}^s \frac{1}{\Delta r/2} \right] \quad (5.34)$$

$$b_{i-1,j}^n = \left[\left(\frac{h^3}{12\eta} \right)_{i-1,j}^n \frac{1}{\Delta r/2} \right] \quad (5.35)$$

que serão utilizados na equação do cálculo da pressão no ponto (i, j) .

Os fluxos de fluido podem, então, ser escritos mais simplificadaamente em função desses termos das Equações (5.19), (5.33), (5.34) e (5.35). Assim:

$$q'_{i,j}{}^e = b_{i,j}^e (p_{i,j} - p_{i,j}^e) + \frac{v_{\theta b} h_{i,j}^e}{2} \quad (5.36)$$

$$q'_{i,j}{}^w = b_{i,j}^w (p_{i,j}^w - p_{i,j}) + \frac{v_{\theta b} h_{i,j}^w}{2} \quad (5.37)$$

$$q'_{i,j}{}^n = b_{i,j}^n (p_{i,j} - p_{i,j}^n) \quad (5.38)$$

$$q'_{i,j}{}^s = b_{i,j}^s (p_{i,j}^s - p_{i,j}) \quad (5.39)$$

Aplicando o procedimento análogo ao feito para se obter a pressão $p_{i,j}^e$, podem-se obter as expressões para $p_{i,j}^w$, $p_{i,j}^n$ e $p_{i,j}^s$:

$$p_{i,j}^w = \frac{b_{i,j}^w p_{i,j} + b_{i,j-1}^e p_{i,j-1} - b_{i,j-1}^e A_{i,j-1/2} - \left[\frac{v_{\theta b} (h_{i,j}^w - h_{i,j-1}^e)}{2} \right]}{(b_{i,j}^w + b_{i,j-1}^e)} \quad (5.40)$$

$$p_{i,j}^n = \frac{b_{i,j}^n p_{i,j} + b_{i+1,j}^s p_{i+1,j} + b_{i+1,j}^s A_{i+1/2,j}}{(b_{i,j}^n + b_{i+1,j}^s)} \quad (5.41)$$

$$p_{i,j}^s = \frac{b_{i,j}^s p_{i,j} + b_{i-1,j}^n p_{i-1,j} - b_{i-1,j}^n A_{i-1/2,j}}{(b_{i,j}^s + b_{i-1,j}^n)} \quad (5.42)$$

em que os termos A equivalem a:

$$A_{i,j-1/2} = \frac{\rho(V_{i,j}^w)^2}{2} - \frac{\rho(V_{i,j-1}^e)^2}{2} + \frac{\rho\chi[\max(V_{i,j-1}^e, V_{i,j}^w)]^2}{2} \quad (5.43)$$

$$A_{i+1/2,j} = \frac{\rho(V_{i+1,j}^s)^2}{2} - \frac{\rho(V_{i,j}^n)^2}{2} + \frac{\rho\chi[\max(V_{i,j}^n, V_{i+1,j}^s)]^2}{2} \quad (5.44)$$

$$A_{i-1/2,j} = \frac{\rho(V_{i,j}^s)^2}{2} - \frac{\rho(V_{i-1,j}^n)^2}{2} + \frac{\rho\chi[\max(V_{i,j}^s, V_{i-1,j}^n)]^2}{2} \quad (5.45)$$

e as velocidades são dadas por:

$$V_{i,j-1}^e = \frac{q_{i,j-1}^{'e}}{h_{i,j-1}^e} \quad V_{i,j}^w = \frac{q_{i,j}^{'w}}{h_{i,j}^w} \quad (5.46)$$

$$V_{i,j}^n = \frac{q_{i,j}^{'n}}{h_{i,j}^n} \quad V_{i+1,j}^s = \frac{q_{i+1,j}^{'s}}{h_{i+1,j}^s} \quad (5.47)$$

$$V_{i,j}^s = \frac{q_{i,j}^{'s}}{h_{i,j}^s} \quad V_{i-1,j}^n = \frac{q_{i-1,j}^{'n}}{h_{i-1,j}^n} \quad (5.48)$$

Lembrando da Equação de Reynolds escrita na forma da Equação (5.8):

$$q_{i,j}^{'w}\partial r + q_{i,j}^{'s}r\partial\theta - q_{i,j}^{'e}\partial r - q_{i,j}^{'n}r\partial\theta = 0 \quad (5.8)$$

Multiplicando estes fluxos por ∂r ou $r\partial\theta$ quando necessário, tem-se para cada um dos termos da Equação (5.8):

$$q_{i,j}^{'e}\partial r = b_{i,j}^e(p_{i,j} - p_{i,j}^e)\partial r + \frac{v_{\theta b}h_{i,j}^e}{2}\partial r \quad (5.49)$$

$$q_{i,j}^{'w}\partial r = b_{i,j}^w(p_{i,j}^w - p_{i,j})\partial r + \frac{v_{\theta b}h_{i,j}^w}{2}\partial r \quad (5.50)$$

$$q_{i,j}^{'n}r\partial\theta = b_{i,j}^n(p_{i,j} - p_{i,j}^n)r_{i,j}\partial\theta \quad (5.51)$$

$$q_{i,j}^{'s}r\partial\theta = b_{i,j}^s(p_{i,j}^s - p_{i,j})r_{i,j}\partial\theta \quad (5.52)$$

Juntando estes termos em uma mesma equação, obtém-se:

$$\begin{aligned} & b_{i,j}^w(p_{i,j}^w - p_{i,j})\partial r + \frac{v_{\theta b}h_{i,j}^w}{2}\partial r + b_{i,j}^s(p_{i,j}^s - p_{i,j})r_{i,j}\partial\theta + \\ & - b_{i,j}^e(p_{i,j} - p_{i,j}^e)\partial r + \frac{v_{\theta b}h_{i,j}^e}{2}\partial r - b_{i,j}^n(p_{i,j} - p_{i,j}^n)r_{i,j}\partial\theta = 0 \end{aligned} \quad (5.53)$$

Em que os termos $p_{i,j}^e$, $p_{i,j}^w$, $p_{i,j}^n$ e $p_{i,j}^s$ foram obtidos anteriormente nas Equações (5.29), (5.40), (5.41) e (5.42) respectivamente.

5.2 Cálculo do Perfil de Pressões utilizando o MVF

Para se obter a pressão em cada nó da malha, é necessário isolar a variável $p_{i,j}$. Sendo assim, a partir da Equação (5.53), tem-se que:

$$p_{i,j} = \frac{b_{i,j}^e (p_{i,j}^e) \partial r + b_{i,j}^w (p_{i,j}^w) \partial r + b_{i,j}^n (p_{i,j}^n) r_{i,j} \partial \theta + b_{i,j}^s (p_{i,j}^s) r_{i,j} \partial \theta - \left[\frac{v_{\theta b} (h_{i,j}^e - h_{i,j}^w) \partial r}{2} \right]}{b_{i,j}^e \partial r + b_{i,j}^w \partial r + b_{i,j}^n r_{i,j} \partial \theta + b_{i,j}^s r_{i,j} \partial \theta} \quad (5.54)$$

Rearranjando as expressões (5.29), (5.40), (5.41) e (5.42), obtidas anteriormente, pode-se escrever respectivamente:

$$p_{i,j}^e = \frac{b_{i,j}^e (p_{i,j})}{b_{i,j}^e + b_{i,j+1}^w} + \frac{b_{i,j+1}^w (p_{i,j+1})}{b_{i,j}^e + b_{i,j+1}^w} + \frac{b_{i,j+1}^w (A_{i,j+1/2})}{b_{i,j}^e + b_{i,j+1}^w} + \frac{v_{\theta b} (h_{i,j}^e - h_{i,j+1}^w)}{2(b_{i,j}^e + b_{i,j+1}^w)} \quad (5.55)$$

$$p_{i,j}^w = \frac{b_{i,j}^w (p_{i,j})}{b_{i,j}^w + b_{i,j-1}^e} + \frac{b_{i,j-1}^e (p_{i,j-1})}{b_{i,j}^w + b_{i,j-1}^e} - \frac{b_{i,j-1}^e (A_{i,j-1/2})}{b_{i,j}^w + b_{i,j-1}^e} + \frac{v_{\theta b} (h_{i,j-1}^e - h_{i,j}^w)}{2(b_{i,j}^w + b_{i,j-1}^e)} \quad (5.56)$$

$$p_{i,j}^n = \frac{b_{i,j}^n (p_{i,j})}{b_{i,j}^n + b_{i+1,j}^s} + \frac{b_{i+1,j}^s (p_{i+1,j})}{b_{i,j}^n + b_{i+1,j}^s} + \frac{b_{i+1,j}^s (A_{i+1/2,j})}{b_{i,j}^n + b_{i+1,j}^s} \quad (5.57)$$

$$p_{i,j}^s = \frac{b_{i,j}^s (p_{i,j})}{b_{i,j}^s + b_{i-1,j}^n} + \frac{b_{i-1,j}^n (p_{i-1,j})}{b_{i,j}^s + b_{i-1,j}^n} - \frac{b_{i-1,j}^n (A_{i-1/2,j})}{b_{i,j}^s + b_{i-1,j}^n} \quad (5.58)$$

Para simplificar as equações, são introduzidos os seguintes termos:

$$B_{i,j+1} = \frac{b_{i,j}^e b_{i,j+1}^w}{b_{i,j}^e + b_{i,j+1}^w} \quad (5.59)$$

$$B_{i,j-1} = \frac{b_{i,j}^w b_{i,j-1}^e}{b_{i,j}^w + b_{i,j-1}^e} \quad (5.60)$$

$$B_{i+1,j} = \frac{b_{i,j}^n b_{i+1,j}^s}{b_{i,j}^n + b_{i+1,j}^s} \quad (5.61)$$

$$B_{i-1,j} = \frac{b_{i,j}^s b_{i-1,j}^n}{b_{i,j}^s + b_{i-1,j}^n} \quad (5.62)$$

Substituindo estes novos termos na Equação (5.54), isolando novamente o termo $p_{i,j}$ e escrevendo o termo que multiplica $p_{i,j}$, como sendo $B_{i,j}$, obtém-se:

$$\begin{aligned} p_{i,j} B_{i,j} = & B_{i,j+1} (p_{i,j+1}) \partial r + B_{i,j-1} (p_{i,j-1}) \partial r + B_{i+1,j} (p_{i+1,j}) r_{i,j} \partial \theta + B_{i-1,j} (p_{i-1,j}) r_{i,j} \partial \theta + \\ & + B_{i,j+1} (A_{i,j+1/2}) \partial r - B_{i,j-1} (A_{i,j-1/2}) \partial r + B_{i+1,j} (A_{i+1/2,j}) r_{i,j} \partial \theta - B_{i-1,j} (A_{i-1/2,j}) r_{i,j} \partial \theta + \\ & + b_{i,j}^e \frac{v_{\theta b} (h_{i,j}^e - h_{i,j+1}^w)}{2(b_{i,j}^e + b_{i,j+1}^w)} \partial r + b_{i,j}^w \frac{v_{\theta b} (h_{i,j-1}^e - h_{i,j}^w)}{2(b_{i,j}^w + b_{i,j-1}^e)} \partial r - \left[\frac{v_{\theta b} (h_{i,j}^e - h_{i,j}^w) \partial r}{2} \right] \end{aligned} \quad (5.63)$$

em que $B_{i,j}$ pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} B_{i,j} = & b_{i,j}^e \partial r + b_{i,j}^w \partial r + b_{i,j}^n r_{i,j} \partial \theta + b_{i,j}^s r_{i,j} \partial \theta + \\ & - \frac{b_{i,j}^e b_{i,j}^e}{b_{i,j}^e + b_{i,j+1}^w} \partial r - \frac{b_{i,j}^w b_{i,j}^w}{b_{i,j}^w + b_{i,j-1}^e} \partial r - \frac{b_{i,j}^n b_{i,j}^n}{b_{i,j}^n + b_{i+1,j}^s} r_{i,j} \partial \theta - \frac{b_{i,j}^s b_{i,j}^s}{b_{i,j}^s + b_{i-1,j}^n} r_{i,j} \partial \theta \end{aligned} \quad (5.64)$$

Juntando-se os termos que não multiplicam a pressão em nenhum nó da malha e denominando-o de $S_{i,j}$, tem-se:

$$\begin{aligned} S_{i,j} = & B_{i,j+1} (A_{i,j+1/2}) \partial r - B_{i,j-1} (A_{i,j-1/2}) \partial r + B_{i+1,j} (A_{i+1/2,j}) r_{i,j} \partial \theta - B_{i-1,j} (A_{i-1/2,j}) r_{i,j} \partial \theta + \\ & + \frac{B_{i,j+1}}{b_{i,j+1}^w} \frac{v_{\theta b} (h_{i,j}^e - h_{i,j+1}^w)}{2} \partial r + \frac{B_{i,j-1}}{b_{i,j-1}^e} \frac{v_{\theta b} (h_{i,j-1}^e - h_{i,j}^w)}{2} \partial r - \left[\frac{v_{\theta b} (h_{i,j}^e - h_{i,j}^w) \partial r}{2} \right] \end{aligned} \quad (5.65)$$

Finalmente, a pressão no centro de cada volume, pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$p_{i,j} = \frac{B_{i,j+1} p_{i,j+1} \partial r + B_{i,j-1} p_{i,j-1} \partial r + B_{i+1,j} p_{i+1,j} r_{i,j} \partial \theta + B_{i-1,j} p_{i-1,j} r_{i,j} \partial \theta + S_{i,j}}{B_{i,j}} \quad (5.66)$$

Considera-se, para efeito de cálculo, que $\partial \theta = \Delta \theta$ e $\partial r = \Delta r$, sendo $\Delta r = \Delta R * r_{ext}$. Estes termos $\partial \theta$ e ∂r são as distâncias entre os pontos centrais dos volumes de controle adjacentes em θ e em r respectivamente. Por exemplo, a distância entre o nó $p_{i,j}$ e o nó $p_{i,j-1}$ é dada por $\partial \theta$.

A Equação (5.66) é, portanto resolvida, iterativamente, até que a somatória da diferença entre as pressões calculadas em uma iteração k e a iteração anterior, $k-1$, para todos os pontos da malha, dividida pelo número total de pontos da malha, seja menor do que um determinado erro estipulado.

A condição de contorno considerada no cálculo da pressão é de pressão manométrica nula nas bordas do mancal, isto é, pressão igual à pressão atmosférica nesta região. Isto significa que nos casos em que se analisa cada segmento separadamente, a pressão é nula em toda a borda do segmento, enquanto nos casos em que se analisa o mancal completo, a pressão é nula apenas nos raios interno e externo do mancal.

5.3 Cálculo de Fatores de Projeto

5.3.1 Cálculo da Capacidade Total de Carga de um Mancal

Após a resolução da equação de Reynolds em coordenadas polares, obtendo-se a distribuição de pressão para o mancal em função das coordenadas r e θ , é possível, por integração numérica, obter a capacidade de carga do mancal. Esta característica pode ser obtida da seguinte maneira:

$$W = \sum_i \sum_j p_{i,j} r_{i,j} \Delta \theta \Delta r \quad (5.67)$$

sendo que as somatórias são feitas em todos os pontos (i, j) da malha. Essa expressão vem do fato de que a carga que o mancal pode suportar é igual à integral, Equação (5.68), das pressões em cada ponto do segmento multiplicadas pelo raio da respectiva posição. Assim:

$$W = \iint pr \partial\theta \partial r \quad (5.68)$$

No caso em que são analisados apenas os segmentos do mancal, é obtida a distribuição de pressão para apenas um segmento, e a carga suportada pelo mancal inteiro é calculada por:

$$W_{total} = W * npad \quad (5.69)$$

em que $npad$ é o número total de segmentos ($pads$) do mancal considerado.

No caso em que é obtida a distribuição de pressão para o mancal inteiro (segmento e ranhuras), não é necessário fazer esta multiplicação.

Para a malha feita com a consideração de que $\Delta\theta$ e ΔR são constantes ao longo de todo o segmento, tem-se:

$$W = \Delta\theta \Delta r \sum_i \sum_j p_{i,j} r_{i,j} \quad (5.70)$$

5.3.2 Fluxos de Fluido Lubrificante na Direção Radial em um Segmento

Conforme as considerações aplicadas ao modelo deste trabalho, as chamadas perdas laterais de fluido (fluxos de fluido lubrificante que, em mancais axiais, ocorrem na direção radial) são devidas apenas aos gradientes de pressão, não sofrendo influência do cisalhamento do fluido, sendo que este último ocorre somente na direção em que se dá o movimento do colar, ou seja, na direção circunferencial. Na análise feita utilizando-se a solução analítica, estes fluxos de óleo são desconsiderados devido a simplificações na Equação de Reynolds. Já em soluções numéricas, estes fluxos podem ser considerados nos cálculos devido à maior robustez dos métodos (como o

MVF e o MDF, por exemplo), assumindo-se um menor número de simplificações na Equação de Reynolds.

Dessa forma, torna-se interessante analisar o comportamento desses fluxos laterais de fluido em função de diferentes parâmetros de operação do mancal, utilizando-se um método numérico. Isso será feito na seção de resultados deste trabalho. Para isso, é necessário calcular os fluxos de óleo em um segmento de mancal, o que será demonstrado na sequência.

Na Figura 5.4, observa-se, esquematicamente, a direção e sentido dos vazamentos de fluido, sendo que as setas cheias representam como o óleo se desloca para fora da região da folga existente entre o mancal estacionário e o colar do eixo em movimento:

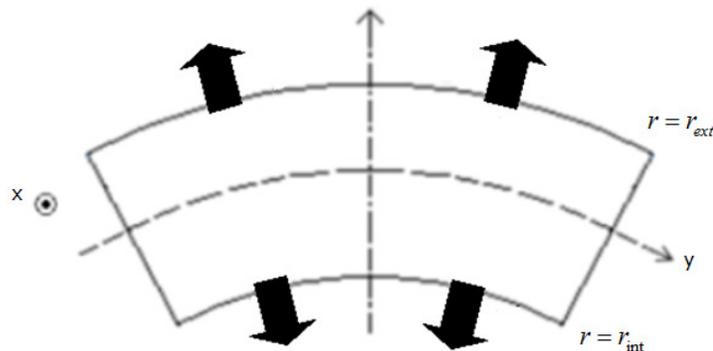


Figura 5.4: Representação dos fluxos laterais de fluido em um segmento de mancal

Pode-se observar que, como a pressão é considerada nula nas bordas, o gradiente de pressão formado no fluido lubrificante fará com que o fluxo ocorra no sentido positivo da coordenada z na borda correspondente à $r = r_{ext}$, e no sentido negativo do eixo z na borda correspondente a $r = r_{int}$, conforme Figura 5.4.

Quanto à formulação para cálculo dos fluxos de fluido lubrificante, considerando o sistema de coordenadas no plano $y-z$, conforme já feito no capítulo anterior, tem-se, de acordo com Jang et al. (2006), que os fluxos de fluido por unidade de comprimento (no SI, dado em m^2/s) na direção radial, ou seja, na direção da coordenada z , são dados por:

$$q'_z = \frac{w_a + w_b}{2} h - \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4.14)$$

mantendo-se a notação já utilizada anteriormente, de forma que o sub-índice a relaciona-se ao mancal e o sub-índice b relaciona-se ao colar do eixo.

Portanto, levando novamente em consideração que a velocidade de fluido na direção radial é nula, tem-se que:

$$\frac{w_a + w_b}{2} = 0 \quad (4.15)$$

Assim:

$$q'_z = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4.18)$$

Para se obter a vazão de fluido (que em unidades SI é dado em m³/s), integra-se a vazão por unidade de comprimento da seguinte forma:

$$q_z = \int q'_z dy \quad (5.71)$$

A Equação (4.21) dá a expressão usada para o cálculo da vazão por unidade de comprimento em coordenadas polares:

$$q'_z = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \rightarrow \quad q'_{lat} = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (4.21)$$

Logo, a Equação (5.71) pode ser reescrita, substituindo-se q'_z por q'_{lat} e $y = r\theta$:

$$q_{lat} = \int q'_{lat} d(r\theta) \quad (5.72)$$

Sendo assim substituindo a Equação (4.21) na Equação (5.72), obtém-se:

$$q_{lat} = \int \left(-\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \right) d(r\theta) \quad (5.73)$$

que equivale a:

$$q_{lat} = \int \left(-\frac{h^3 r}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \right) d\theta \quad (5.74)$$

Buscando diminuir o número de variáveis utilizadas nos cálculos, um procedimento comum a ser adotado é a adimensionalização de algumas destas variáveis. Para se adimensionalizar o fluxo de fluido lubrificante, utiliza-se a expressão sugerida por Pinkus (1958):

$$\text{- Vazão } Q: \quad Q = \frac{q}{\pi r_{ext} N b s_h} \quad (5.75)$$

sendo Q a vazão adimensional e q a vazão em m³/s (usando-se a velocidade N em RPS e as outras dimensões em metros).

Para o caso da adimensionalização da pressão, espessura de fluido e da coordenada radial, r , é possível utilizar as seguintes expressões, também sugeridas por Pinkus (1958):

$$\text{- Pressão Adimensional } P: \quad P = \frac{p s_h^2}{N \eta b^2} \quad (5.76)$$

$$\text{- Espessura adimensional do filme de fluido lubrificante:} \quad H = \frac{h}{s_h} \quad (5.77)$$

$$\text{- Coordenada } R: \quad R = \frac{r}{r_{ext}} \quad (5.78)$$

Adimensionalizando a Equação (5.74) e considerando que o cálculo dos fluxos laterais de fluido deve ser feito com a integral variando de $\theta = 0^\circ$ até $\theta = \theta_o$, tem-se:

$$Q_{lat} \pi r_{ext} N b s_h = \int_0^{\theta_o} \left(-\frac{(H s_h)^3 R r_{ext}}{12\eta} \frac{\partial}{\partial (R r_{ext})} \left(\frac{P N \eta b^2}{s_h^2} \right) \right) d\theta \quad (5.79)$$

Simplificando, obtém-se:

$$Q_{lat} = -\frac{1}{12\pi} \left(\frac{b}{r_{ext}} \right) \int_0^{\theta_0} \left(H^3 R \frac{\partial P}{\partial R} \right) d\theta \quad (5.80)$$

Conforme já explicado, os fluxos radiais (também chamados de perdas laterais) na posição do raio interno ($r = r_{int}$) ocorrem no sentido contrário ao de crescimento da coordenada r (ou coordenada z), pois as pressões positivas existentes no fluido lubrificante dentro da região entre o segmento e o colar do eixo empurram o fluido para fora desta região, no sentido negativo de r . Nesta posição, o gradiente de pressão com relação a r é positivo, isto é, $\frac{\partial p}{\partial r} > 0$ (ou analogamente $\frac{\partial P}{\partial R} > 0$), pois com o aumento do raio r a partir da borda, ocorre um aumento da pressão (lembrando que esta é nula nas bordas). Assim, como o raio r , a viscosidade η e a espessura de óleo h são sempre positivos, o resultado do cálculo do fluxo adimensional de fluido em $r = r_{int}$, denominado de $Q_{lat \text{ interno}}$, será negativo, conforme pode ser visto analisando-se a Equação (5.81), o que demonstra que este fluxo ocorre no sentido contrário ao da coordenada r :

$$Q_{lat \text{ interno}} = -\frac{1}{12\pi} \left(\frac{b}{r_{ext}} \right) \int_0^{\theta_0} \left(H^3 R \frac{\partial P}{\partial R} \Big|_{R=\frac{r_{int}}{r_{ext}}} \right) d\theta < 0 \quad (5.81)$$

pois $\frac{\partial P}{\partial R} \Big|_{R=\frac{r_{int}}{r_{ext}}} > 0$.

O fluxo de óleo que ocorre na borda do segmento no raio externo (r_{ext}) ocorrerá no sentido de aumento do raio, saindo da região entre o segmento e o colar do eixo. Como o termo $\frac{\partial p}{\partial r}$ é menor do que zero nessa posição (assim como $\frac{\partial P}{\partial R}$), visto que a pressão diminui em direção à borda. No entanto, o raio r , a viscosidade η e a espessura de óleo h são positivos, o resultado final do termo $Q_{lat \text{ externo}}$ será positivo, conforme pode ser observado no equacionamento a seguir:

$$Q_{lat \text{ externo}} = -\frac{1}{12\pi} \left(\frac{b}{r_{ext}} \right) \int_0^{\theta_0} \left(H^3 R \frac{\partial P}{\partial R} \Big|_{R=\frac{r_{ext}}{r_{ext}}} \right) d\theta > 0 \quad (5.82)$$

pois $\frac{\partial P}{\partial R} \Big|_{R=\frac{r_{ext}}{r_{ext}}} < 0$.

Para o cálculo das perdas totais de fluido lubrificante na direção radial, somam-se as duas componentes: $Q_{lat \text{ interno}}$ e $Q_{lat \text{ externo}}$. Como $Q_{lat \text{ interno}} < 0$ e $Q_{lat \text{ externo}} > 0$, utiliza-se o valor em módulo de $Q_{lat \text{ interno}}$, isto é, $|Q_{lat \text{ interno}}|$.

Portanto, o fluxo total de fluido na direção radial pode ser calculado por:

$$Q_{lat} = |Q_{lat \text{ interno}}| + Q_{lat \text{ externo}} \quad (5.83)$$

A vazão dimensional (no SI dada em m³/s) pode ser calculada a partir de Q pela expressão:

$$q_{lat} = Q_{lat} \pi r_{ext} N b s_h \quad (5.84)$$

Logo, o fluxo lateral total em (m³/s) pode ser obtido pela expressão:

$$q_{lat} = |q_{lat \text{ interno}}| + q_{lat \text{ externo}} \quad (5.85)$$

5.3.3 Cálculo dos Fluxos de Fluido Lubrificante na Direção Radial em um Segmento

Para se calcular os fluxos laterais de fluido através do método numérico proposto, utilizam-se as expressões mostradas abaixo.

Para o fluxo de fluido na direção radial em $r = r_{ext}$ ($R = 1$), utiliza-se:

$$Q_{lat \text{ externo}} = -\frac{1}{12\pi} \left(\frac{b}{r_{ext}} \right) \int_0^{\theta_0} \left(H^3 R \frac{\partial P}{\partial R} \Big|_{R=1} \right) d\theta \rightarrow \quad (5.86)$$

$$\rightarrow Q_{lat \text{ externo}} = -\frac{1}{12\pi} \left(\frac{b}{r_{ext}} \right) \sum_j \left[H_{i,j} {}^3R_{i,j} \left(\frac{-4P_{i-1,j} + P_{i-2,j}}{2\Delta R} \right) \Delta\theta \right]$$

É necessário se fazer o somatório em j , pois a integral é feita em $d\theta$. O ponto i está localizado no raio externo do segmento.

Para o fluxo de fluido na direção radial em $r = r_{int}$ ($R = \frac{r_{int}}{r_{ext}}$), tem-se:

$$Q_{lat \text{ interno}} = -\frac{1}{12\pi} \left(\frac{b}{r_{ext}} \right) \int_0^{\theta_0} \left(H^3 R \frac{\partial P}{\partial R} \Big|_{R=\frac{r_{int}}{r_{ext}}} \right) d\theta \rightarrow$$

$$\rightarrow Q_{lat \text{ interno}} = -\frac{1}{12\pi} \left(\frac{b}{r_{ext}} \right) \sum_j \left[H_{i,j} {}^3R_{i,j} \left(\frac{4P_{i+1,j} - P_{i+2,j}}{2\Delta R} \right) \Delta\theta \right] \quad (5.87)$$

sendo o somatório feito novamente em j , e o ponto i localizado no raio interno do segmento.

Vale ressaltar, que como nas bordas tem-se $P_{i,j} = 0$, as expressões são escritas em função de dois pontos adjacentes ao nó localizado na borda do segmento, de acordo com o procedimento sugerido por Venner (2000). Sendo assim, tem-se:

$$\text{em } r = r_{ext} : \quad \left(H^3 R \frac{\partial P}{\partial R} \right)_{i,j} = H_{i,j} {}^3R_{i,j} \left(\frac{3P_{i,j} - 4P_{i-1,j} + P_{i-2,j}}{2\Delta R} \right) \quad (5.88)$$

ou

$$\text{em } r = r_{int} : \quad \left(H^3 R \frac{\partial P}{\partial R} \right)_{i,j} = H_{i,j} {}^3R_{i,j} \left(\frac{-3P_{i,j} + 4P_{i+1,j} - P_{i+2,j}}{2\Delta R} \right) \quad (5.89)$$

Os esquemas dos pontos utilizados nestas expressões podem ser visualizados nas Figuras 5.5 (a) e (b):

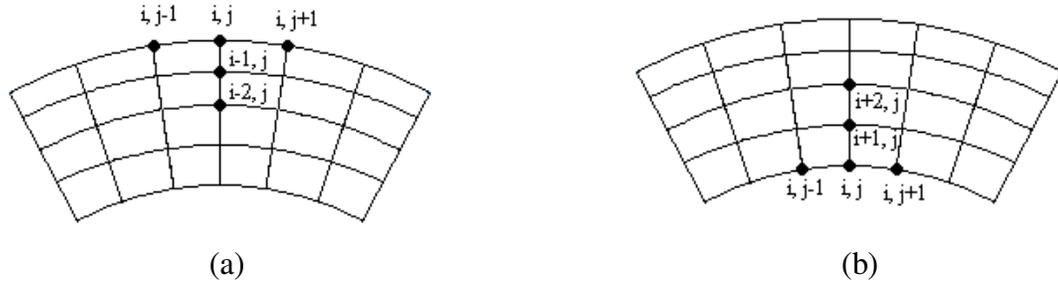


Figura 5.5: Segmento de um mancal com o ponto (i, j) localizado (a) na borda com $r = r_{ext}$, (b) na borda com $r = r_{int}$

5.4 Posição da Pressão Máxima

De forma a poder comparar a posição da pressão máxima em mancais com diferentes geometrias de segmento, podem-se definir duas variáveis adimensionais: uma para a posição radial da pressão máxima (na direção e sentido de r) e outra para a sua posição na coordenada θ (no sentido horário). Sendo assim, têm-se as seguintes expressões para os cálculos da posição radial adimensional da pressão máxima, R_{max} , e da sua posição angular adimensional, $\theta_{max adm}$:

$$R_{max} = \frac{r_{max} - r_{int}}{b} \quad e \quad \theta_{max adm} = \frac{\theta_{max}}{\theta_o} \quad (5.90)$$

em que r_{max} e θ_{max} são as posições da pressão máxima dadas no SI.

Nota-se que essas variáveis possuem valor de 0 a 1, sendo $R_{max} = 0$ para $r_{max} = r_{int}$; $R_{max} = 1$ para $r_{max} = r_{ext}$; $\theta_{max adm} = 0$ para $\theta_{max} = 0$; e $\theta_{max adm} = 1$ para $\theta_{max} = \theta_o$.

5.5 Cálculo dos Coeficientes Dinâmicos

Com a carga suportada pelo mancal axial calculada, é possível estimar os coeficientes dinâmicos equivalentes do fluido lubrificante. Serão calculados, neste trabalho, apenas os coeficientes diretos de rigidez e amortecimento na direção axial, considerando que, além da rotação do colar do eixo, o único movimento relativo entre o colar e o mancal axial ocorre apenas na direção axial, aumentando ou diminuindo a espessura de fluido.

A Figura 5.6 mostra um esquema no qual o filme de lubrificante é representado por uma mola e um amortecedor com coeficiente de rigidez e coeficiente de amortecimento iguais a K_{xx} e C_{xx} , respectivamente. Nota-se pela figura que o mancal é representado como engastado, ou seja, não possui movimento em nenhuma direção, enquanto o colar do eixo pode se movimentar na direção da coordenada x , em qualquer sentido, devido às forças externas denotadas por F . Estas forças externas são exatamente as forças que o mancal axial deve ser capaz de suportar para manter o sistema funcionando corretamente. No caso de um turbocompressor, por exemplo, as forças externas são devidas aos gases de escape provenientes do motor. Como no caso de motores de combustão externa a saída dos gases de escape varia de acordo com o regime do motor, F varia, fazendo com que o eixo (e o colar do eixo) se movimentem ao longo do eixo x .

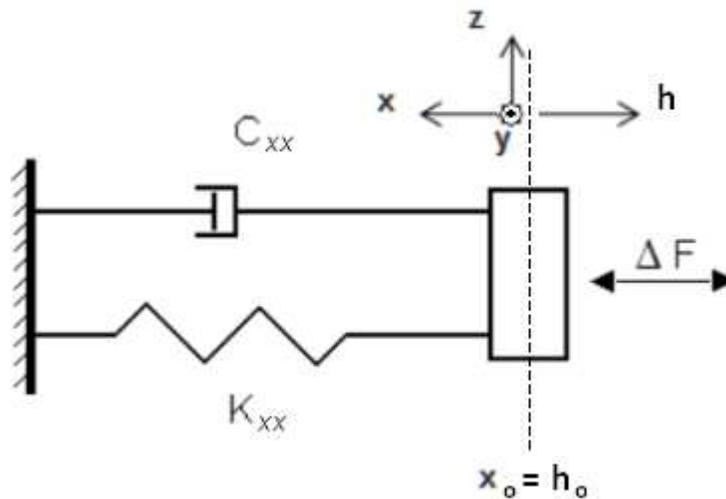


Figura 5.6: Esquema representando uma mola e um amortecedor equivalentes ao filme de fluido lubrificante

Em um mancal radial, os coeficientes de rigidez e amortecimento são calculados em mais direções, existindo os coeficientes diretos e os cruzados. Os coeficientes de rigidez e amortecimento diretos que podem ser calculados para mancais radiais são K_{zz} , K_{yy} , C_{zz} e C_{yy} , enquanto os coeficientes cruzados são K_{zy} , K_{yz} , C_{zy} e C_{yz} . A Figura 5.7 ilustra simplificadaamente os amortecedores e as molas equivalentes em um mancal radial.

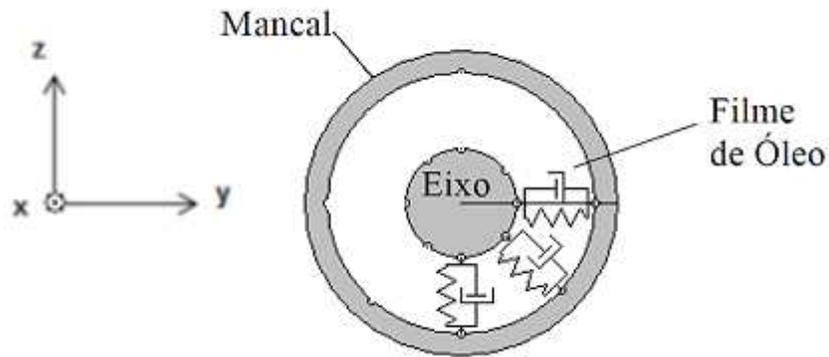


Figura 5.7: Esquema representando molas e amortecedores equivalentes ao filme de fluido lubrificante em um mancal radial

A análise e caracterização dos mancais hidrodinâmicos e do seu filme de óleo tem por objetivo conhecer o comportamento do sistema estudado (neste caso, um rotor suportado por mancais hidrodinâmicos), caracterizando os modos de vibrar deste sistema (suas frequências naturais), buscando prevenir quebras na máquina ou acidentes mais graves, causados pelo excesso de vibrações ocorrentes a uma dada velocidade de rotação do rotor.

A equivalência entre o filme de óleo e conjuntos de molas e amortecedores equivalentes faz uso de equações linearizadas simples, cujas respostas obtidas coincidem, em um número expressivo de casos, com sistemas reais estudados.

Os coeficientes neste trabalho são calculados empregando uma solução oriunda de pequenas perturbações, o que permite considerar as forças linearizadas.

Com a variação das forças externas, o colar do eixo se move em relação à sua posição de equilíbrio (a qual é definida pela espessura de fluido no mancal capaz de suportar uma determinada carga axial aplicada). Considerando a condição de pequenas perturbações, o incremento na resultante das forças do filme de fluido lubrificante pode ser expresso como:

$$\Delta W = K_{xx} \Delta h + C_{xx} \Delta \dot{h} \quad (5.91)$$

O termo Δh da Equação (5.91) é a variação da espessura de fluido, enquanto $\Delta \dot{h}$ é a velocidade de variação desta espessura de fluido.

É importante salientar que a massa do fluido lubrificante é desconsiderada nesta equação, visto que as espessuras de fluido consideradas em mancais axiais em operação são da ordem de micrometros, o que significa que a quantidade de óleo existente entre o mancal e o colar do eixo é extremamente baixa e sua massa pode ser desprezada.

Analogamente, a perturbação na posição de equilíbrio causa uma variação na pressão gerada no filme de óleo. Dessa forma, pode-se escrever também, conforme Lund (1987), que:

$$\Delta p = p_{xx} \Delta h + p'_{xx} \Delta \dot{h} \quad (5.92)$$

5.5.1 Cálculo do Coeficiente de Rigidez

O coeficiente direto de rigidez para o filme de óleo em um mancal axial é calculado neste trabalho, através de pequenas perturbações na espessura de fluido, conforme já mencionado anteriormente, o que causa pequenas alterações na carga suportada pelo mancal, visto que essa característica é totalmente dependente da espessura do lubrificante.

O coeficiente de rigidez do fluido pode ser calculado através das derivadas parciais avaliadas em torno da posição de equilíbrio do sistema. Sendo assim, a expressão para o cálculo do coeficiente K_{xx} é dada por:

$$K_{xx} = -\left(\frac{\partial W}{\partial h}\right) = \frac{\partial W}{\partial x} \quad (5.93)$$

É importante notar-se a partir da Equação (5.93) que uma carga menor (W_{\downarrow}) está relacionada a uma espessura de fluido maior (h_{\uparrow}), e uma carga maior (W_{\uparrow}) está relacionada a uma espessura menor (h_{\downarrow}).

Comparativamente, no caso do coeficiente de rigidez K_{yy} de um mancal radial, por exemplo, a perturbação é feita na excentricidade do eixo (variável chamada de \mathcal{E} neste trabalho e que equivale à distância entre o centro do eixo e o centro do mancal) na direção da coordenada y . A excentricidade, no entanto é inversamente relacionada à espessura de fluido, ou seja, aumentando-se a excentricidade, diminui-se a espessura de fluido, correspondendo a um aumento na carga suportada por este tipo de mancal.

5.5.2 Cálculo do Coeficiente de Amortecimento

O coeficiente de amortecimento direto para um mancal axial, C_{xx} , é calculado com a inclusão do termo de variação da espessura de fluido lubrificante em função do tempo, $\frac{\partial h}{\partial t}$ (que equivale à velocidade de variação da espessura de fluido), na Equação de Reynolds. Voltando à Equação de Reynolds escrita em função dos fluxos de fluido lubrificante, tem-se a Equação (4.24):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial q'_{pad}}{\partial \theta} + \frac{\partial q'_{lat}}{\partial r} = 0 \quad (4.24)$$

Esta equação equivale à Equação (4.27), escrita da seguinte forma:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(h^3 r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 6v_{\theta b} \eta \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (4.27)$$

Incluindo-se a variação da espessura de fluido no tempo e simplificando, esta Equação (4.27) pode ser escrita como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(h^3 r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 6v_{\theta b} \eta \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12\eta r \frac{\partial h}{\partial t} \quad (5.94)$$

que equivale à seguinte equação escrita em função dos fluxos de fluido, de acordo com Jang (2006):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial q'_{pad}}{\partial \theta} + \frac{\partial q'_{lat}}{\partial r} = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (5.95)$$

Assim, para o cálculo do coeficiente de amortecimento, C_{xx} , são aplicadas pequenas perturbações na velocidade de variação da espessura de fluido $\frac{\partial h}{\partial t}$ e é observada a variação na carga suportada pelo mancal calculada a partir da Equação de Reynolds escrita na forma da Equação (5.95).

Para o cálculo desta carga suportada pelo mancal, a pressão em todos os pontos da malha é calculada da mesma forma que para o caso em que se considera $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$, apenas com a introdução de $\frac{\partial h}{\partial t}$ no termo $S_{i,j}$ da Equação (5.66), que pode ser revista abaixo:

$$p_{i,j} = \frac{B_{i,j+1} p_{i,j+1} dr + B_{i,j-1} p_{i,j-1} dr + B_{i+1,j} p_{i+1,j} r_{i,j} d\theta + B_{i-1,j} p_{i-1,j} r_{i,j} d\theta + S_{i,j}}{B_{i,j}} \quad (5.66)$$

Portanto, a expressão para o cálculo do coeficiente C_{xx} é dada por:

$$C_{xx} = - \left(\frac{\partial W}{\partial \dot{h}} \right) = \frac{\partial W}{\partial \dot{x}} \quad (5.96)$$

sendo

$$\dot{h} = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (5.97)$$

5.6 Estrutura de Solução

Um esquema da estrutura de solução do código implementado com o Intel® Visual Fortran Compiler 11.0 pode ser visto na Figura 5.8. O processo de cálculo da distribuição de pressão no fluido lubrificante, da sua capacidade de carga, dos coeficientes de rigidez e amortecimento e de outras características do mancal segue o procedimento descrito a seguir.

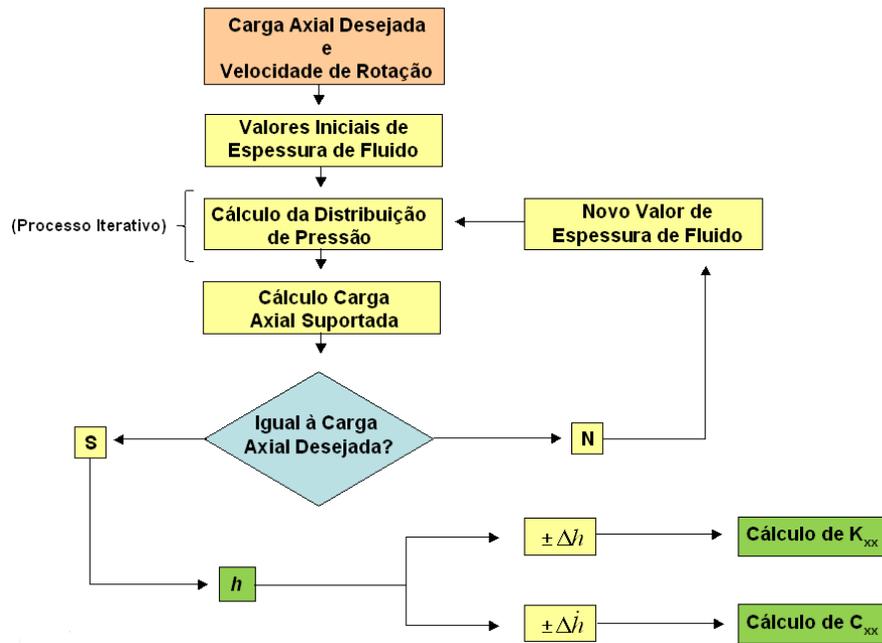


Figura 5.8: Estrutura de solução do código implementado

O processo de cálculo se inicia através dos dados de entrada do programa: a velocidade de rotação do eixo e a capacidade de carga desejada do mancal. São também assumidos, de início, valores de espessura de fluido.

Com estes dados e com as informações sobre o fluido lubrificante e geometria do mancal, podem ser calculados os valores de pressão em todos os nós da malha. Este processo de cálculo da distribuição de pressão sobre a malha é iterativo, sendo interrompido apenas quando determinado erro de convergência é atingido.

Havendo calculado esta distribuição de pressão, é possível calcular a capacidade de carga através da integração desta distribuição de pressão. O valor de carga calculado é então comparado com o valor de carga desejado. Enquanto o valor de carga calculado for diferente do valor desejado, novos valores de espessura de fluido são assumidos e novas distribuições de pressão são calculadas.

Uma vez que a carga calculada é igual à carga desejada, os valores de espessura de fluido

necessários para que o mancal suporte esta carga são salvos e os coeficientes de rigidez e amortecimento são calculados através da aplicação de pequenas perturbações com relação à posição de equilíbrio do colar do eixo (conforme o processo descrito na seção 5.5 deste trabalho).

Uma variação no processo de cálculo pode ocorrer com relação aos dados de entrada, sendo que, ao invés de se fornecer o valor de carga desejada, podem ser fornecidos os valores de espessura de fluido. Neste caso, a carga suportada pelo mancal será uma característica calculada pelo código.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1 Viscosidade Absoluta do Fluido Lubrificante

Um fluido newtoniano pode ser definido como um fluido no qual a tensão de cisalhamento é diretamente proporcional à taxa de deformação. Tem-se, então, uma constante de proporcionalidade entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação. Essa constante é a viscosidade absoluta.

A viscosidade absoluta, ou viscosidade dinâmica, pode ser designada por η e é necessária para cálculos de pressão e fluxos de lubrificante em mancais.

Fabricantes de óleos lubrificantes utilizam valores de viscosidade cinemática, designada neste trabalho por η_k . A relação entre a viscosidade cinemática e a viscosidade absoluta é dada por:

$$\eta_k = \frac{\eta}{\rho} \quad (6.1)$$

sendo ρ a massa específica do fluido.

Portanto, para se calcular a viscosidade absoluta, utilizada nos cálculos do perfil de pressão no fluido lubrificante, presente na folga entre o mancal axial e colar do eixo, utiliza-se a seguinte expressão:

$$\eta = n_k \cdot \rho \quad (6.2)$$

Neste trabalho, o fluido lubrificante considerado é o SAE 10W-40.

Será considerado que tanto a viscosidade do fluido quanto a sua massa específica são constantes. A partir de dados do fabricante, assume-se que a viscosidade cinemática do óleo lubrificante SAE 10W-40 é de $n_k = 13,37$ cSt, equivalente a $n_k = 13,37 \times 10^{-6}$ m²/s, enquanto a massa específica é $\rho = 0,870$ kg/dm³, ou $\rho = 870$ kg/m³.

Utilizando-se novamente a Equação (6.2), obtém-se:

$$\eta = n_k \cdot \rho = 13,37 \times 10^{-6} * 870 = 0,0116319 \quad (6.3)$$

Portanto, a viscosidade absoluta do fluido SAE 10W-40 utilizada será de aproximadamente $\eta = 0,01163$ Pa.s.

6.2 Discretização da Malha

De modo a se manter a mesma discretização da malha para todos os casos analisados, visto que foram resolvidos exemplos de mancais com dimensões de raio, comprimento angular de segmento e espessura de fluido lubrificante diferentes, o código implementado calcula o número de pontos da malha de modo a se obter valores de ΔR e $\Delta \theta$ próximos para todos os casos analisados.

Foram estabelecidos valores-padrão de ΔR e $\Delta \theta$ que são as distâncias adimensionais entre cada nó nas direções radial e angular, respectivamente, para se calcular os números de pontos nas direções de R e θ . Aproximando-se os números de pontos da malha calculados para os inteiros mais próximos é possível, então, calcular novos valores de ΔR e $\Delta \theta$. Estes valores não serão muito diferentes dos valores-padrão, de maneira que a discretização da malha para os diferentes casos analisados torna-se semelhante.

Os valores-padrão estabelecidos foram definidos após uma análise cuidadosa dos efeitos da discretização da malha sobre os resultados obtidos com o código implementado. Sabe-se que malhas muito refinadas resultam em resultados mais precisos, porém às custas de maior tempo computacional. Malhas mais grosseiras, por outro lado, necessitam de menor tempo computacional, mas os resultados podem ter sua precisão afetada. Dessa forma, foram consideradas diferentes malhas e seus resultados foram analisados até que se atingisse uma malha que mantém o compromisso entre tempo computacional e precisão dos resultados. Este teste foi feito para diferentes mancais até se definir os valores-padrão de ΔR e $\Delta \theta$ adequados, que foram

de $\Delta R = \Delta\theta = 9 \times 10^{-3}$. Foi observado que para um valor de $\Delta R = \Delta\theta = 9 \times 10^{-6}$, por exemplo, os resultados obtidos eram iguais aos obtidos com $\Delta R = \Delta\theta = 9 \times 10^{-3}$, porém com um tempo computacional bastante maior, enquanto que com $\Delta R = \Delta\theta = 9 \times 10^{-1}$, os resultados obtidos eram bastante diferentes dos observado em literatura.

Um esquema representando a malha pode ser visto na Figura 6.1.

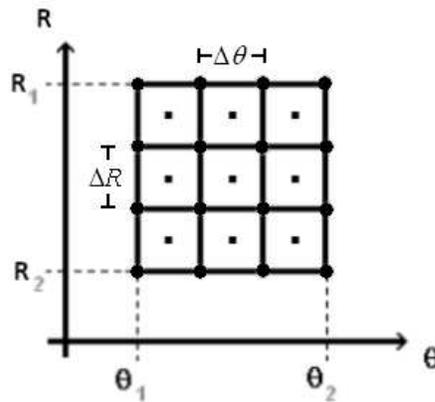


Figura 6.1: Malha discretizada nas coordenadas R e θ

6.3 Critério de Parada e Erro

A distribuição de pressão no fluido lubrificante localizado na região entre o mancal e o colar do eixo é obtida resolvendo-se a Equação (5.66). Conforme já afirmado, esta equação é resolvida de forma iterativa, até que a somatória das pressões calculadas para todos os pontos da malha em uma iteração k menos a somatória das pressões calculadas na iteração anterior $k-1$, divididas pelo número total de pontos da malha, seja menor do que um determinado erro estipulado. A Equação (6.4) demonstra o cálculo do erro, de modo a definir o critério de convergência:

$$erro > \frac{\sum_i \sum_j |p_{i,j}^k - p_{i,j}^{k-1}|}{nptos} \quad (6.4)$$

O valor do erro a ser utilizado foi definido após a análise de diferentes casos de geometrias de mancais e diferentes números de pontos na malha. Definiu-se, então, um erro padrão de 10^{-5} , que busca conciliar resultados coerentes e baixo tempo computacional.

Foi observado que com erros de ordem alta, como por exemplo 10^{-3} , a convergência de resultados não era satisfatória e o perfil de pressões obtido não corresponde ao que já havia sido observado na literatura.

Já com erros muito baixos, tais como 10^{-10} , por exemplo, os resultados obtidos foram praticamente idênticos a casos feitos com o erro padrão usado neste trabalho, por exemplo, porém às custas de tempo computacional excessivo.

Durante as iterações para o cálculo da distribuição de pressão, também é necessária a convergência dos valores das velocidades de fluido usadas na equação de Bernoulli $V_{i,j}^w = \frac{q_{i,j}^w}{h_{i,j}^w}$,

$V_{i,j}^n = \frac{q_{i,j}^n}{h_{i,j}^n}$, $V_{i,j}^s = \frac{q_{i,j}^s}{h_{i,j}^s}$ e $V_{i,j}^e = \frac{q_{i,j}^e}{h_{i,j}^e}$, da mesma forma que ocorre para a pressão. Considerou-se um erro máximo de 10^{-6} para estas variáveis.

Dessa forma, o critério de parada do código de cálculo da pressão é definido a partir dos erros de convergência da pressão e das velocidades de fluido, que são recalculadas a cada iteração (a partir dos fluxos de fluido, também recalculados após cada iteração). O programa implementado termina seus cálculos apenas quando os erros são atingidos para todas estas variáveis.

6.4 Espessura de Fluido

A espessura de fluido do segmento de mancal axial possui, conforme já explicado, a forma de uma rampa, de modo a gerar pressão no fluido lubrificante, garantindo o correto funcionamento do mancal. Esta rampa pode ter o mesmo tamanho do segmento na direção circunferencial, mas também pode ter um tamanho diferente, o que significa que o comprimento

angular da rampa, θ_{rampa} , será menor do que o comprimento angular do segmento, θ_o .

Para o caso específico em que a rampa tem a mesma extensão angular do segmento, ou seja, $\theta_{rampa} = \theta_o$, existirá um canto vivo ao final do segmento, conforme pode ser observado na Figura 6.2 (b). A expressão para o cálculo da espessura de fluido (que é função apenas de θ) para este caso é a seguinte:

$$\text{Para } \theta \leq \theta_o: h = h_o + s_h \left(1 - \frac{\theta}{\theta_o} \right) \quad (6.5)$$

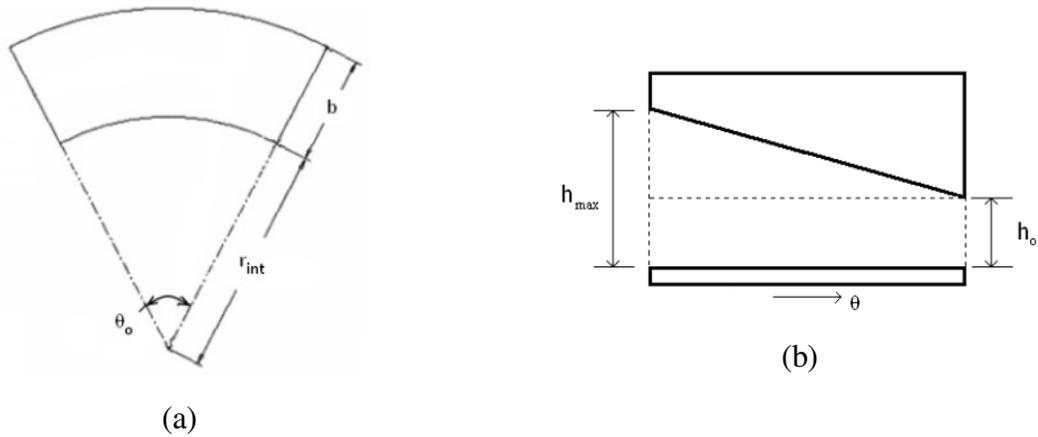


Figura 6.2: Caso com $\theta_{rampa} = \theta_o$ (a) Segmento do mancal (b) Perfil da espessura de fluido

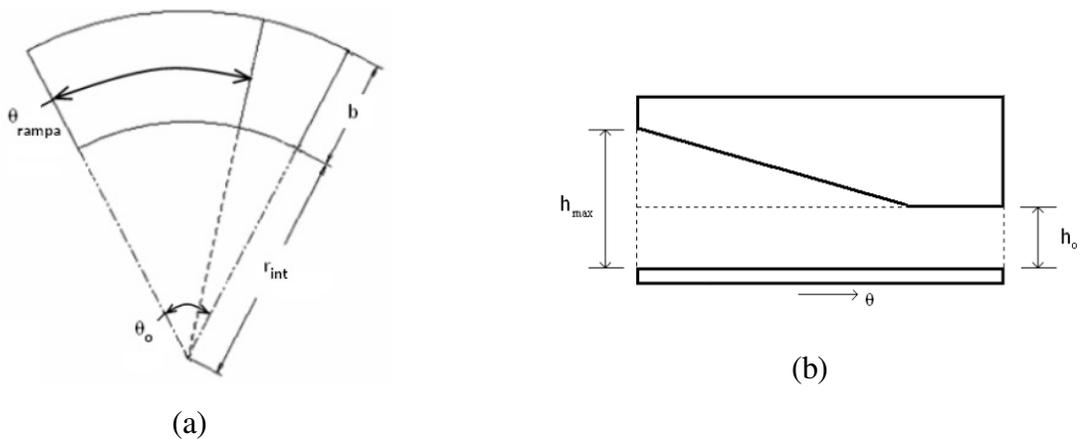


Figura 6.3: Caso com $\theta_{rampa} < \theta_o$ (a) Segmento do mancal (b) Perfil da espessura de fluido

Nos casos em que a rampa não possui o mesmo tamanho do segmento, ou seja, $\theta_{rampa} < \theta_o$, haverá uma seção plana antes do fim do segmento, conforme pode ser observado nas Figuras 6.3 (a) e (b).

A seção plana ao final de cada segmento existirá por duas razões principais:

- A primeira razão está relacionada ao processo de manufatura dos mancais axiais, sendo que este tipo de mancal é normalmente feito por estampagem. Ao permitir que exista uma seção plana ao final do segmento, evita-se a existência de um canto vivo, o que facilita o processo de estampagem, que se torna menos complexo.
- A segunda razão está relacionada aos cantos vivos. Quando o eixo acelera a partir do repouso, ocorre um período no qual a sua velocidade de rotação não é suficiente para garantir a lubrificação hidrodinâmica. Neste caso, poderá haver contato entre o mancal e o colar do eixo, danificando o canto vivo no segmento e, conseqüentemente, o mancal. Permitindo-se a existência de uma seção plana ao final do segmento, o possível contato entre partes sólidas poderá ser menos abrupto, deixando o mancal susceptível a falhas.

As expressões para calcular a espessura de fluido (também função apenas de θ) para as situações em que $\theta_{rampa} < \theta_o$ são:

$$\text{Para } \theta \leq \theta_{rampa} : h = h_o + s_h \left(1 - \frac{\theta}{\theta_{rampa}} \right) \quad (6.6)$$

$$\text{Para } \theta \geq \theta_{rampa} : h = h_o \quad (6.7)$$

6.5 Análise dos Resultados de Distribuição de Pressão para um Segmento de Mancal

O primeiro passo a ser efetuado, antes de se analisar os resultados obtidos e de se observar como algumas variáveis influenciam o campo de pressão e a carga suportada, é a comparação dos resultados obtidos através do MVF com os resultados obtidos através de uma Solução Analítica

(descrita no Apêndice A) e através de uma Solução Numérica, obtida com o MDF (descrita no Apêndice B). Este procedimento visa analisar como o modelo proposto se comporta em comparação a outros modelos já conhecidos da literatura.

Estas comparações são feitas apenas para os resultados de análise de um segmento de mancal isolado, visto que a solução do mancal completo, levando em consideração o segmento e as ranhuras, só é possível através da solução que utiliza a Equação de Bernoulli (feita neste trabalho com o MVF).

A espessura de fluido, nestes casos, é considerada como tendo $\theta_{rampa} = \theta_o$, ou seja, não há uma seção plana no final do segmento, visto que a solução analítica considera apenas este tipo de formato de rampa.

6.5.1 Comparação dos Resultados entre a Solução pelo MVF e a Solução Analítica

A solução analítica de Hamrock (2002) é a solução mais simples para se obter a pressão e a carga suportada em um segmento de mancal axial.

Nesse método, a pressão é calculada no raio médio do segmento, $r = \left[\frac{(r_{ext} + r_{int})}{2} \right]$, e os resultados obtidos são considerados como sendo iguais para todas as outras posições radiais do mesmo segmento, ou seja, a distribuição de pressão, neste tipo de solução, é uniforme ao longo de toda a direção radial. Esta condição de contorno é consequência da hipótese assumida de dimensão radial significativamente maior que a dimensão circunferencial do segmento, ou seja, considera-se o mancal curto na extensão angular. Esta imposição implica na consideração de que os fluxos laterais (na direção radial) de fluido lubrificante, para fora da interface entre mancal e a superfície em movimento, são insignificantes.

A solução por MVF, por outro lado, não possui o mesmo perfil de distribuição de pressão ao longo da direção radial, possuindo pressão atmosférica nas bordas do segmento, de acordo com as condições de contorno consideradas para o caso de análise de um único segmento (sem levar em consideração as ranhuras). A Figura 6.4 mostra um exemplo de distribuição de pressão

sobre um segmento de mancal pelo MVF, podendo ser visto em três coordenadas na Figura 6.4 (a) e em vista superior na Figura 6.4 (b).

Vale explicar neste momento as coordenadas utilizadas para plotar os gráficos obtidos na Figura 6.4.

Após os cálculos efetuados na malha mostrada na Figura 6.1, os gráficos de distribuição de pressão são feitos de forma a tentar representar cada segmento com seu formato real. Assim, são usadas as coordenadas ξ e ψ , calculadas a partir das coordenadas radial (r) e circunferencial (θ) da seguinte forma:

$$\xi = r \cos(\theta) \quad (6.8)$$

$$\psi = r \sin(\theta) \quad (6.9)$$

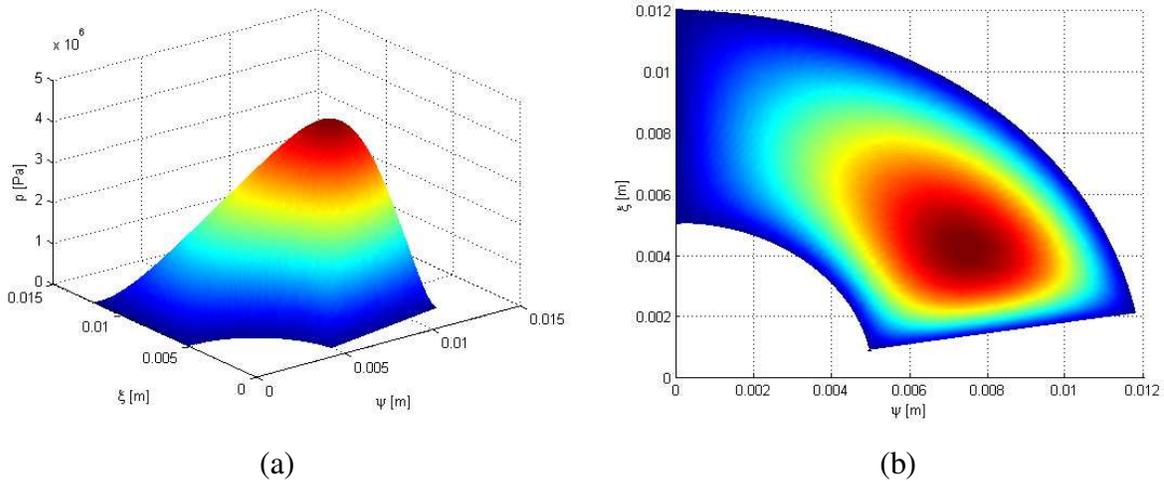


Figura 6.4: Exemplo de Distribuição de Pressão sobre um segmento de mancal utilizando-se o MVF, (a) Tridimensional, (b) Vista Superior

Como na solução através do MVF o perfil de pressões também varia na coordenada radial, a pressão máxima pode não estar localizada no raio médio do segmento. Para efeito de análise, os perfis de pressão na coordenada circunferencial, na posição que em que se localiza a pressão máxima dos dois tipos de solução, serão comparados, mesmo podendo estar em posições radiais

diferentes, buscando-se ilustrar como os resultados das soluções se aproximam quando o mancal analisado possui comprimento na dimensão radial muito maior do que na circunferencial.

Para melhor efeito de comparação entre a dimensão de um segmento de mancal na direção radial e sua dimensão na direção circunferencial, define-se a variável λ , calculada como a razão entre o comprimento linearizado do arco do segmento (seu comprimento na direção circunferencial) e o seu comprimento na direção radial, ou seja, sua largura, que é chamada neste trabalho de b . O comprimento do arco de um segmento pode ser calculado como:

$$l = \theta_o \frac{(r_{ext} + r_{int})}{2} \quad (6.10)$$

sendo $\frac{(r_{ext} + r_{int})}{2}$ equivale ao raio médio do segmento, e θ_o é usado em radianos.

Sendo assim, pode-se calcular λ como:

$$\lambda = \theta_o \frac{(r_{ext} + r_{int})}{2} \frac{1}{b} = \frac{l}{b} \quad (6.11)$$

variável esta que será o principal parâmetro para comparação entre os resultados obtidos através da solução analítica e a solução numérica por MVF.

A Tabela 6.1 mostra os principais dados de operação de um mancal analisado para comparação entre os resultados obtidos com os dois tipos de solução. A Tabela 6.2, por sua vez, mostra os resultados obtidos com o MVF e com a solução analítica para algumas variáveis de interesse, sendo mostrados os resultados de pressão máxima (p_{max}), carga suportada por segmento (W) e os fluxos laterais adimensionais de fluido (Q_{lat}) para a solução numérica, e os resultados de pressão máxima (p_{max}) e carga suportada por segmento (W) para o caso da solução analítica, todos para mancais com diferentes valores de λ .

Pode-se observar através da Tabela 6.2 que quanto menor o valor de λ , isto é, quanto menor o comprimento do segmento na direção circunferencial se comparado com o seu comprimento na direção radial, mais próximos são os resultados de p_{max} e de capacidade de carga do segmento, W , obtidos com ambos os métodos.

Tabela 6.1: Dados de Funcionamento do mancal axial analisado utilizando-se a Solução Analítica e a Solução Numérica por MVF

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
r_{ext}	0,012	m
r_{int}	0,005	m
N	100000	RPM
η	0,011630	N.s/m ²
h_{max}	3,00E-05	m
h_o	1,50E-05	m
s_h	1,50E-05	m
b	0,007	m
b / r_{ext}	3/5	-
h_{max} / h_o	2	-

Tabela 6.2: Resultados obtidos com a Solução Analítica e com a Solução Numérica por MVF

θ_o [°]	λ	Solução Numérica: MVF			Solução Analítica	
		p_{max} [MPa]	W [N]	Q_{lat}	p_{max} [MPa]	W [N]
20	0,423	3,683	34,282	0,170	3,412	45,045
25	0,529	4,139	48,270	0,208	4,266	70,383
30	0,635	4,488	62,619	0,245	5,119	101,352
35	0,741	4,741	76,769	0,279	5,972	137,951
40	0,847	4,914	90,338	0,312	6,825	180,182
45	0,953	5,020	103,091	0,341	7,678	228,042
50	1,059	5,071	114,912	0,368	8,532	281,534
55	1,165	5,080	125,769	0,393	9,385	340,656
60	1,271	5,058	135,680	0,415	10,238	405,409
65	1,377	5,013	144,700	0,434	11,091	475,793
70	1,483	4,952	152,898	0,452	11,944	551,807
75	1,589	4,879	160,350	0,468	12,798	633,452
80	1,695	4,800	167,130	0,482	13,651	720,727

Nota-se também que na solução analítica, os valores de pressão máxima adimensional (P_{max}) mantêm-se constantes, diferentemente do que ocorre no caso resolvido pelo MVF. Isto pode ser explicado pelo fato de a adimensionalização da pressão ser diferente nos dois casos.

Além disso, na solução numérica, os valores de pressão máxima aumentam juntamente do aumento do valor de θ_o , atingem um máximo e depois diminuem, enquanto na solução analítica, a pressão máxima calculada sempre acompanha o crescimento de θ_o .

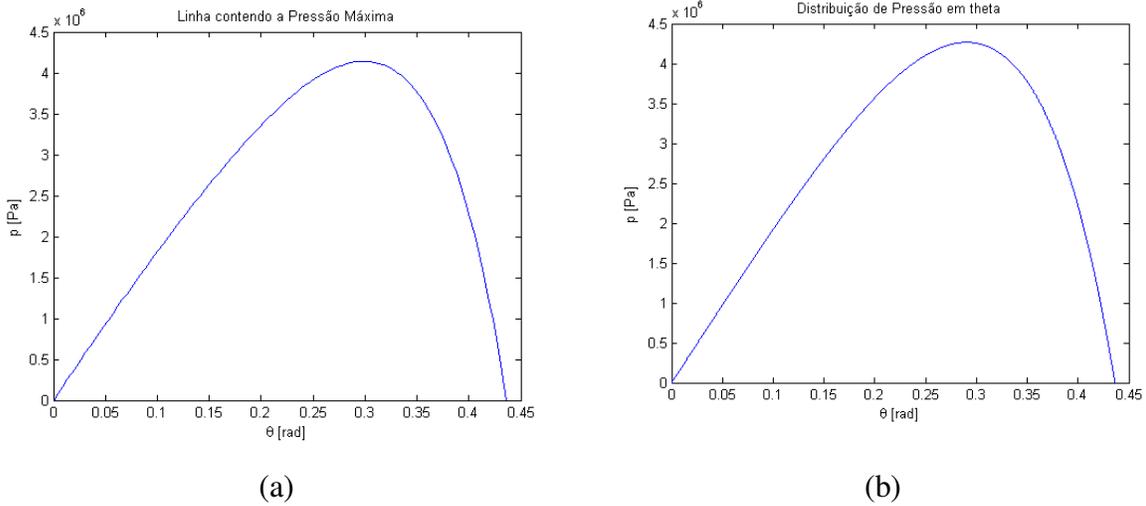


Figura 6.5: Perfil da posição que contém a pressão máxima de um mancal com $\theta_o = 25^\circ = 04363$ rad, para: (a) Solução numérica utilizando o MVF; (b) Solução analítica;

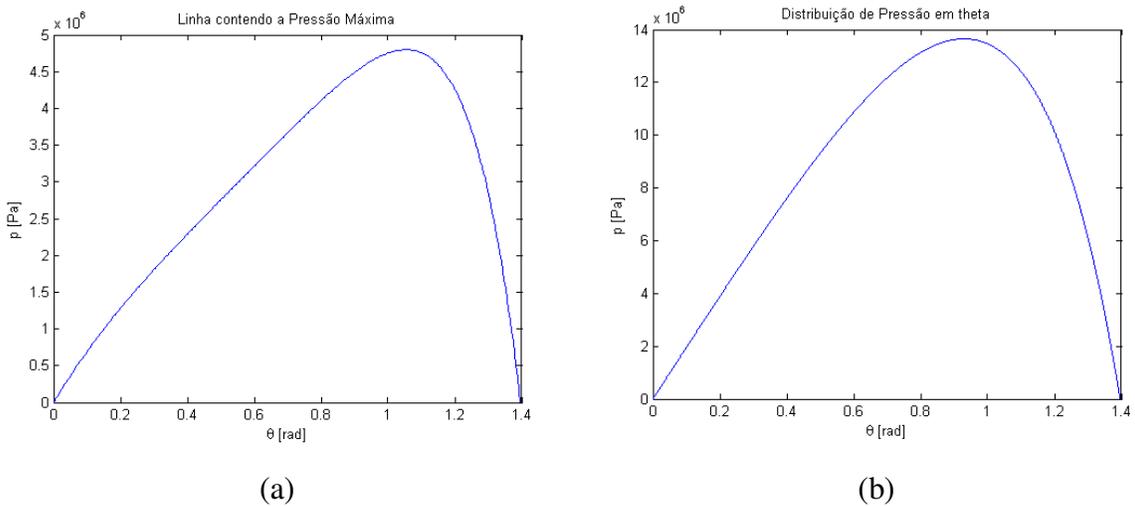


Figura 6.6: Perfil da posição que contém a pressão máxima de um mancal com $\theta_o = 80^\circ = 1,3962$ rad, para: (a) Solução numérica utilizando o MVF; (b) Solução analítica;

As Figuras 6.5 (a) e 6.6 (a) mostram os perfis de pressão ao longo da coordenada θ para mancais com $\theta_o = 25^\circ$ e $\theta_o = 80^\circ$, respectivamente, obtidas por solução numérica. Estes perfis

de pressão contêm as pressões máximas calculadas que, no caso da solução numérica, não estão necessariamente localizados no raio médio do segmento, conforme já afirmado. As Figuras 6.5 (b) e 6.6 (b), por sua vez, mostram os resultados para os perfis de pressão obtidos através da solução analítica, localizados sempre no raio médio do segmento, conforme condição imposta pelo método.

Pode-se observar nestas figuras que mesmo que as pressões máximas possam estar localizadas em posições diferentes do segmento, os perfis de pressão são bastante semelhantes. A diferença está nos valores de pressão obtidos. Para o caso de $\theta_o = 25^\circ$, que resulta em $\lambda = 0,5298$, os resultados para ambas as soluções estão mais próximos do que os obtidos para o caso com $\theta_o = 80^\circ$ e $\lambda = 1.6955$. Isto confirma que para valores menores de λ a solução analítica se aproxima da numérica.

Com relação à posição da pressão máxima na distribuição de pressão calculada através da solução numérica, pode-se dizer que o pico de pressão está geralmente localizado mais próximo do raio externo do segmento e da sua saída na direção circunferencial, o que será mostrado em uma seção subsequente deste trabalho.

Analisando-se os demais resultados obtidos, através da solução por Volumes Finitos, mostrados na Tabela 6.2, observa-se que quanto menor λ , menores são os fluxos laterais de fluido, o que explica a aproximação dos resultados de pressão, já que a solução analítica é feita a partir da simplificação de $Q_{lat} = 0$. Além disso, a carga calculada pela solução analítica é significativamente maior do que a calculada pelo MVF, visto que a primeira considera a pressão constante ao longo do raio, enquanto que a segunda considera a variação da pressão ao longo da direção radial até se tornar nula nas bordas. Esta diferença faz com que a integral da pressão ao longo da área do segmento, para o cálculo da carga suportada, seja maior para a solução que negligencia os fluxos laterais de fluido, isto é, a solução analítica.

6.5.2 Comparação dos Resultados entre a Solução pelo MVF e a Solução pelo MDF

O Método das Diferenças Finitas usado para resolver a Equação de Reynolds na forma proposta por Pinkus (1958) permite o cálculo da pressão sobre cada segmento considerando a

influência dos fluxos laterais de fluido, assim como o modelo proposto neste trabalho com o uso do MVF. No entanto, a solução por DF (ver apêndice B), não permite a análise de descontinuidades de geometria, tais como as ranhuras.

Sabe-se que os dois modelos propostos possuem as mesmas condições de contorno e são baseados na resolução da Equação de Reynolds. Assim, quando apenas um segmento de mancal sem qualquer descontinuidade é analisado, as soluções obtidas através do MDF e pelo modelo resolvido através do MVF devem apresentar resultados similares.

Desta maneira, antes de analisar casos mais complexos com descontinuidades na geometria, buscou-se verificar se o código implementado com o MVF produzia resultados, para os casos sem descontinuidades, próximos aos resultados obtidos com o MDF e, assim, verificar a consistência da implementação do método.

Vale ressaltar que a solução pelo MDF foi comparada anteriormente com os resultados da literatura, obtidos por Pinkus (1958), levando em consideração a diferença de recursos computacionais entre os trabalhos.

Tabela 6.3: Dados de funcionamento do mancal axial analisado

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
W_{total}	10	N
r_{ext}	0,012	m
r_{int}	0,005	m
θ_o	40	°
N	100000	RPM
$npad$	6	-
η	0,011630	N.s/m ²
s_h	1,50E-05	m
b	0,007	m
b / r_{ext}	3/5	-

Os casos comparados entre os dois métodos foram feitos com a carga a ser suportada pelo mancal completo como dado de entrada e a espessura de fluido necessária para se suportar tal

carga como resultado dos cálculos. Conforme pode ser observado na Tabela 6.3, que mostra os dados do mancal analisado, a carga a ser suportada (pelo mancal todo, ou seja, a soma das cargas suportadas por cada segmento) foi de 10 N.

A Tabela 6.4 mostra os resultados de pressão máxima, p_{\max} , de espessuras mínima e máxima de fluido, h_o e h_{\max} e a posição da pressão máxima em relação às coordenadas circunferencial e radial adimensionais, $\theta_{\max adm}$ e R_{\max} , obtidos com os dois métodos. Estes resultados mostram uma boa concordância entre os cálculos com os dois métodos, com diferenças inferiores a 1%.

Nota-se que a pressão máxima calculada no caso resolvido pelo MVF foi ligeiramente maior do que a pressão calculada através do MDF. Esta diferença está ligada ao fato de que a espessura de fluido calculada através dos Volumes Finitos foi menor, resultando em uma pressão maior.

Tabela 6.4: Resultados calculados pelo MVF e pelo MDF

Solução Numérica pelo MVF				
p_{\max}	h_o	h_{\max}	$\theta_{\max adm}$	R_{\max}
0,08471 MPa	$74,9943 \times 10^{-6}$ m	$89,9943 \times 10^{-6}$ m	0,5585	0,5625

Solução Numérica pelo MDF				
p_{\max}	h_o	h_{\max}	$\theta_{\max adm}$	R_{\max}
0,08455 MPa	$75,0762 \times 10^{-6}$ m	$90,07618 \times 10^{-6}$ m	0,5585	0,5469

A posição da pressão máxima calculada por ambos os métodos foi idêntica quando se compara a sua posição circunferencial ($\theta_{\max adm}$). Já quando se compara a posição radial adimensional (R_{\max}) calculada, nota-se que o valor calculado pelo MVF foi ligeiramente maior, ou seja, a pressão máxima se encontra mais próxima do raio externo do segmento do que no caso calculado através do MDF.

As Figuras 6.7 (a) e (b) mostram as distribuições de pressão de um segmento do mancal analisado, obtidas a partir dos cálculos com o MDF e MVF, respectivamente. As Figuras 6.8 (a) e (b) mostram a distribuição de pressão em vista superior, o que permite uma melhor visualização do contorno do segmento e da posição da pressão máxima. Já as Figuras 6.9 (a) e (b) mostram,

para os casos resolvidos com o MDF e com o MVF, respectivamente, o perfil de pressão ao longo da coordenada circunferencial na posição da pressão máxima.

Analisando-se estas figuras, fica bem claro que os resultados obtidos com os dois métodos foram praticamente iguais. É muito difícil notar qualquer diferença entre os gráficos plotados.

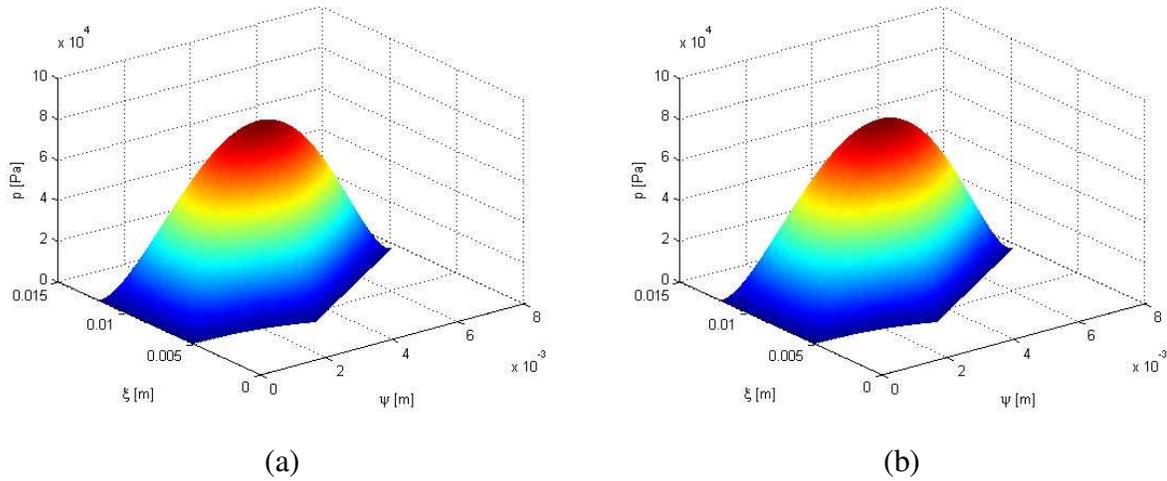


Figura 6.7: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal vista em três dimensões pelo (a) MDF; (b) MVF

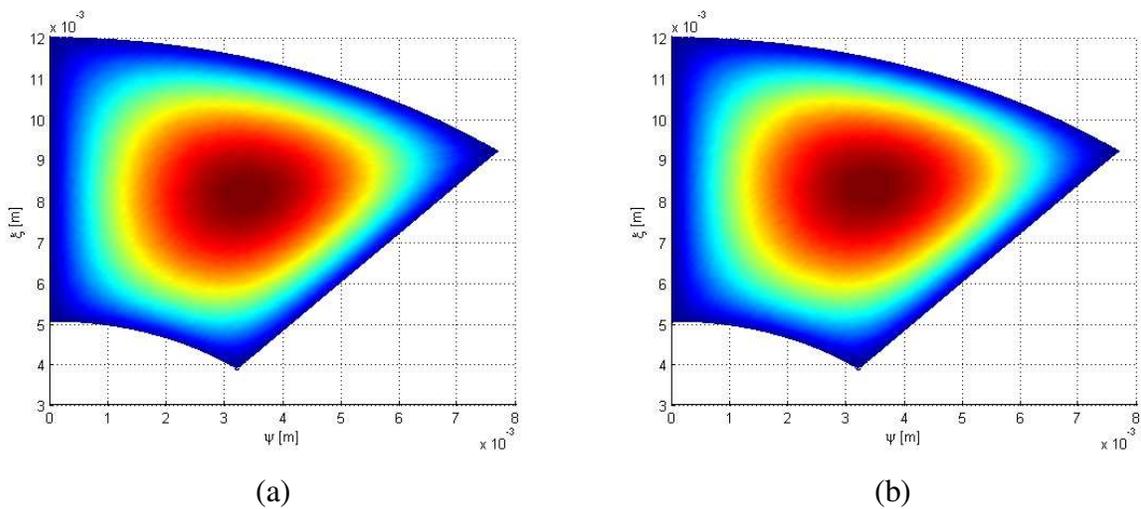


Figura 6.8: Visão superior da distribuição de pressão sobre um segmento de mancal pelo (a) MDF; (b) MVF

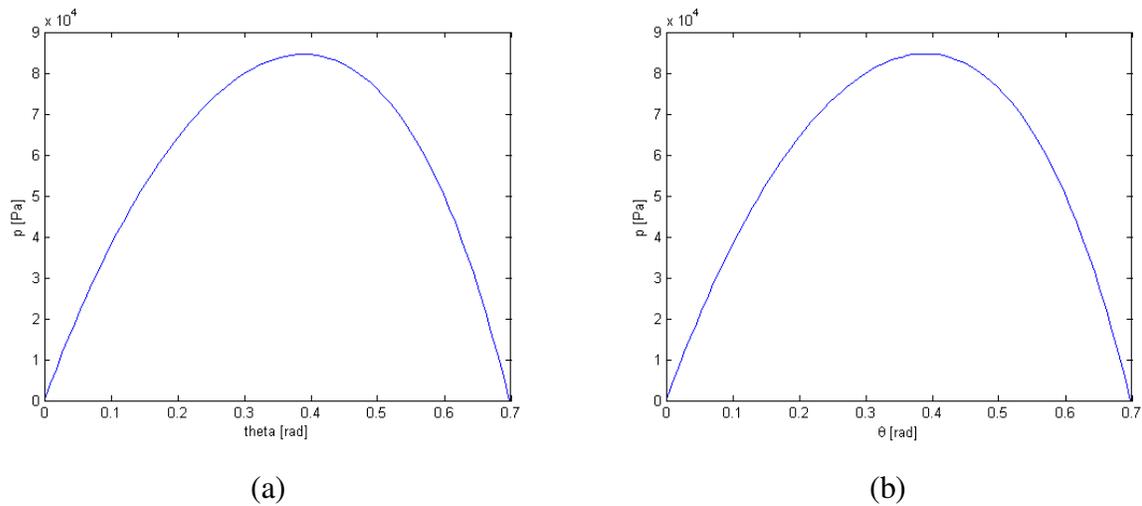


Figura 6.9: Perfil contendo a pressão máxima obtido com a solução pelo (a) MDF; (b) MVF

Tabela 6.5: Dados de funcionamento do mancal axial analisado

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
W_{total}	100	N
r_{ext}	0,0135	m
r_{int}	0,0045	m
θ_o	20	°
N	50000	RPM
$npad$	8	-
η	0,011630	N.s/m ²
s_h	1,0E-5	m
b	0,009	m
b/r_{ext}	2/3	-

A Tabela 6.5 mostra outro caso de segmento de mancal, que também foi utilizado para comparação entre os resultados dos dois métodos. Com relação ao mancal do caso anterior (descrito na Tabela 6.3), este mancal possui segmentos mais largos, porém menores na direção circunferencial, um maior número de segmentos e um valor de s_h (diferença entre a espessura mínima e a espessura máxima de fluido) menor. A velocidade de rotação do eixo considerada foi menor (50000 RPM contra 100000 RPM do caso anterior) e a carga a ser suportada foi maior (100 N).

A Tabela 6.6 mostra os resultados obtidos com os dois métodos. Assim como no caso anterior, os resultados obtidos com os dois métodos foram muito próximos.

Com relação à posição da pressão máxima, os valores calculados pelos dois métodos foram os coincidentes.

Tabela 6.6: Resultados calculados pelo MVF e pelo MDF

Solução Numérica pelo MVF				
p_{\max}	h_o	h_{\max}	$\theta_{\max adm}$	R_{\max}
0,9807 MPa	$20,4528 \times 10^{-6}$ m	$30,4528 \times 10^{-6}$ m	0,6053	0,7162

Solução Numérica pelo MDF				
p_{\max}	h_o	h_{\max}	$\theta_{\max adm}$	R_{\max}
0,9759 MPa	$20,4568 \times 10^{-6}$ m	$30,4568 \times 10^{-6}$ m	0,6053	0,7162

As Figuras 6.10 (a) e (b) e 6.11 (a) e (b) mostram as distribuições de pressão calculadas com os dois métodos, em vistas tridimensionais e superiores, enquanto as Figuras 6.12 (a) e (b) mostram o perfil de pressão em função de θ na posição de pressão máxima para os dois métodos.

Comparando-se as Figuras 6.10 (a) e (b), é possível notar que a pressão máxima para o caso feito com o MVF é muito próxima àquela estimada pelo MDF. O mesmo pode ser visto na comparação entre as Figuras 6.12 (a) e (b).

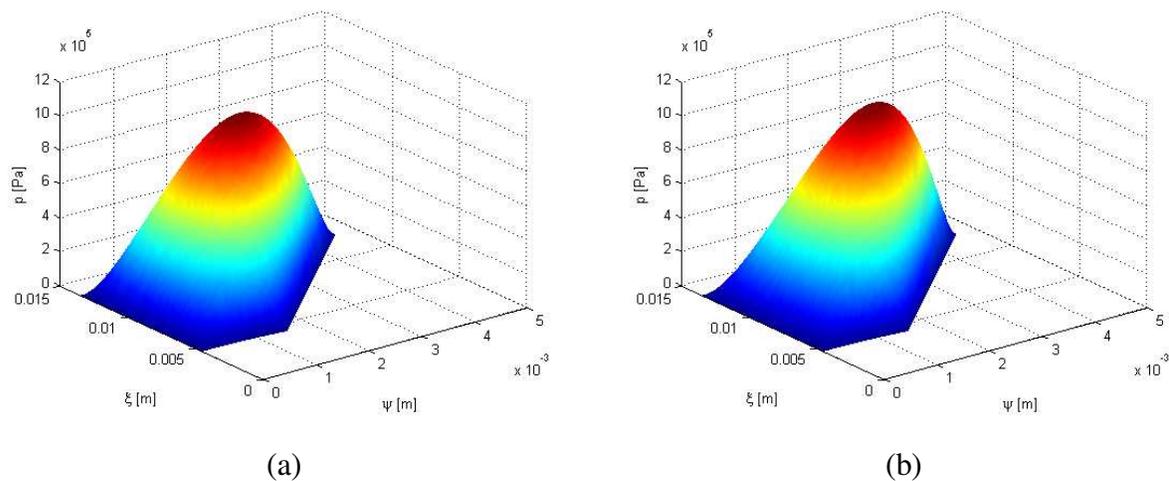


Figura 6.10: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal vista em três dimensões e resolvida pelo (a) MDF; (b) MVF

Comparando-se as Figuras 6.11 (a) e (b), nota-se que as distribuições de pressão obtidas com os dois modelos são muito semelhantes.

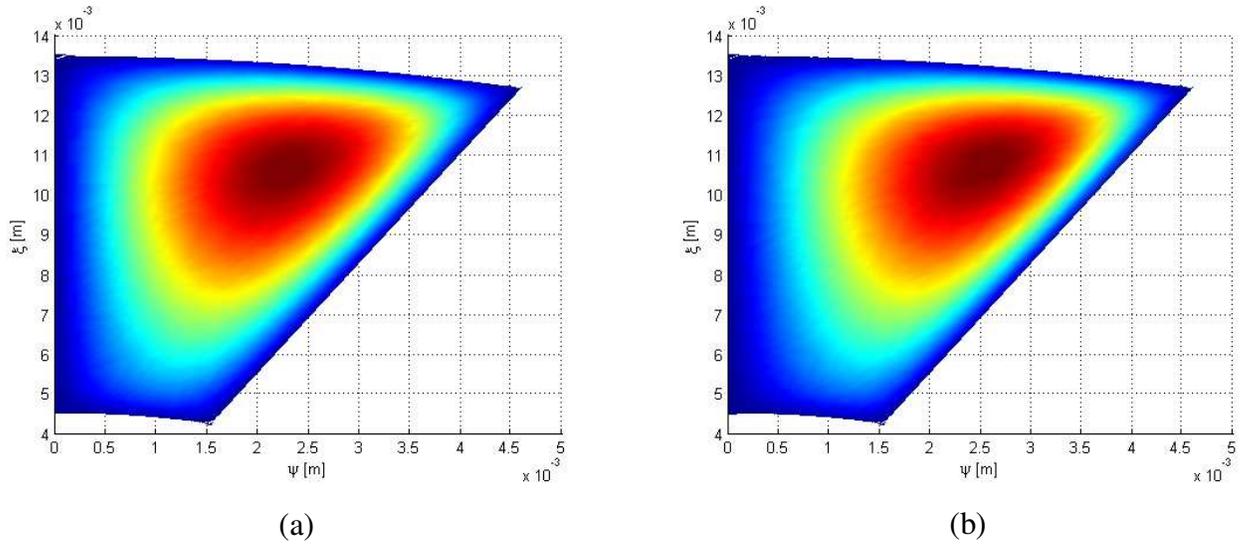


Figura 6.11: Visão superior da distribuição de pressão sobre um segmento de mancal resolvida pelo (a) MDF; (b) MVF

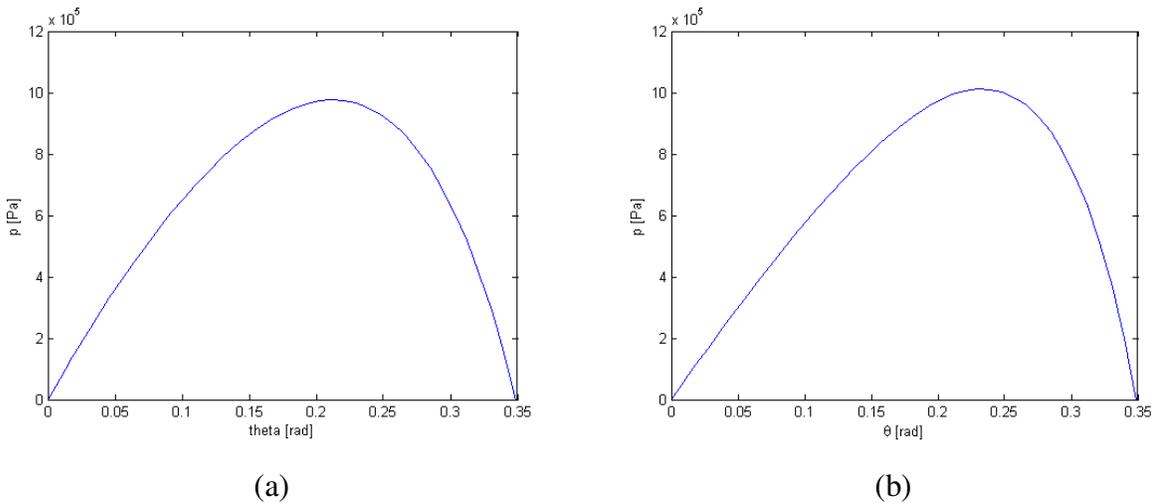


Figura 6.12: Perfil contendo a pressão máxima obtido com a solução pelo (a) MDF; (b) MVF

Após a comparação dos resultados obtidos com os dois métodos para mancais de diferentes geometrias e condições de operação, pode-se dizer que os resultados obtidos com o MVF foram satisfatórios e de acordo com os demais modelos propostos na literatura.

6.6 Análise de Influência de Parâmetros sobre os Resultados Considerando-se apenas um Segmento de Mancal

Uma vez avaliados o modelo e o método de solução, é possível analisar o comportamento do fluido lubrificante sobre um segmento de mancal axial (desconsiderando-se a existência das ranhuras) em função da variação de alguns parâmetros de projeto.

Para essa análise, considera-se a possibilidade de a rampa do mancal ser menor do que o segmento, ou seja, considera-se $\theta_{rampa} < \theta_o$, diferentemente do considerado nas seções anteriores. De fato, o valor da razão entre o comprimento da rampa e o comprimento do segmento, representada por $\theta_{rampa} / \theta_o$, é um dos parâmetros de projeto avaliados.

Além desse parâmetro, a relação entre a espessura máxima e mínima de fluido para um mancal em operação, denotada por h_{max} / h_o , e a viscosidade do fluido lubrificante, também são analisadas, buscando-se compreender suas influências sobre o que ocorre na interface entre um segmento de mancal e o colar do eixo em movimento.

Nestas análises, consideram-se determinadas condições de operação do mancal como, por exemplo, espessura de fluido e velocidade de rotação do eixo, e foi calculada a carga suportada por segmento, diferentemente do efetuado anteriormente, em que a carga era um valor de entrada e a espessuras de fluido necessárias para que o mancal possa suportar tais cargas eram calculadas.

6.6.1 Influência da Razão entre Comprimento Angular do Segmento e Comprimento Angular da Rampa

Para a análise da influência da razão $\theta_{rampa} / \theta_o$, considera-se o segmento de mancal descrito pelos dados da Tabela 6.7.

As Figuras 6.13 (a) e (b) mostram um exemplo de perfil de espessura de fluido para um segmento com $\theta_{rampa} = \theta_o = 40^\circ$, ou seja, rampa do mesmo tamanho do segmento. A Figura 6.14, por sua vez, mostra o perfil desta espessura de fluido ao longo da coordenada θ .

Tabela 6.7: Dados de funcionamento do mancal axial analisado

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
r_{ext}	0,0135	m
r_{int}	0,0045	m
h_{max}	2,0E-05	m
h_o	1,0E-05	m
s_h	1,0E-05	m
b	0,009	m
b/r_{ext}	2/3	-

Deve-se notar que a referência zero nas Figuras 6.13 (a) e 6.14, equivale à posição em que o colar do eixo se encontra, ou seja, à posição da superfície em movimento.

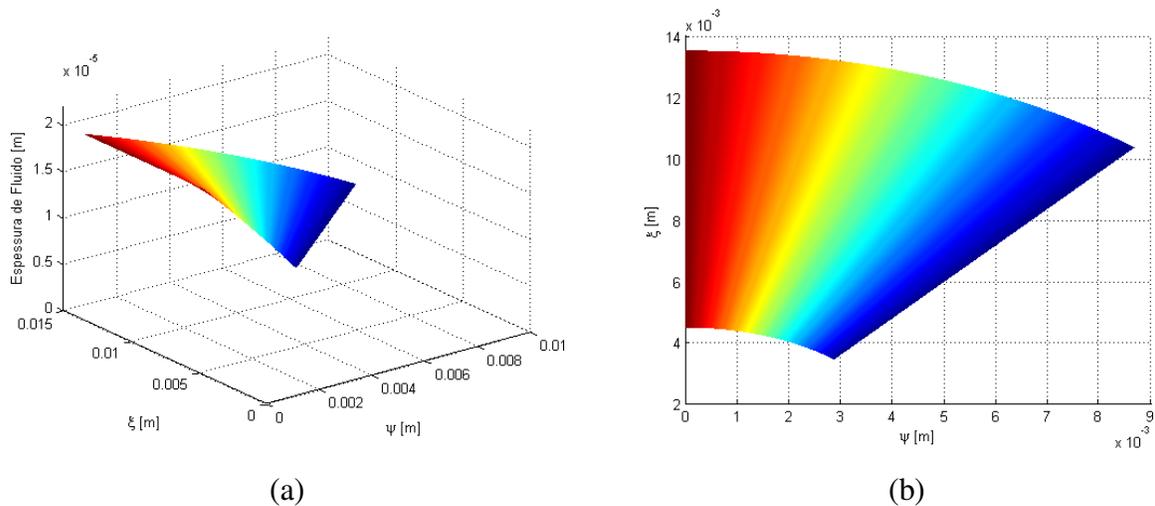


Figura 6.13: Espessura de fluido em um segmento de mancal com $\theta_{rampa} = \theta_o = 40^\circ$ (a) Tridimensional; (b) Visão superior

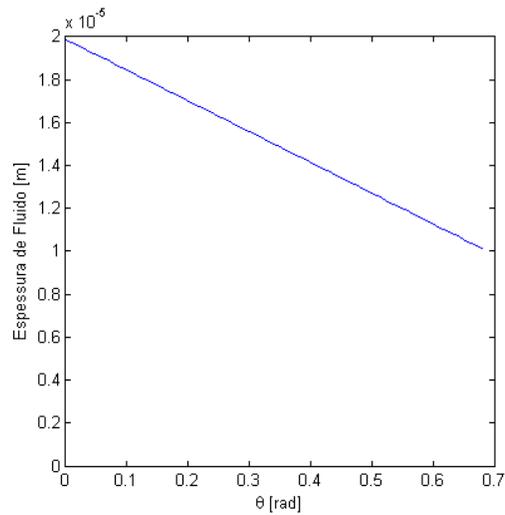
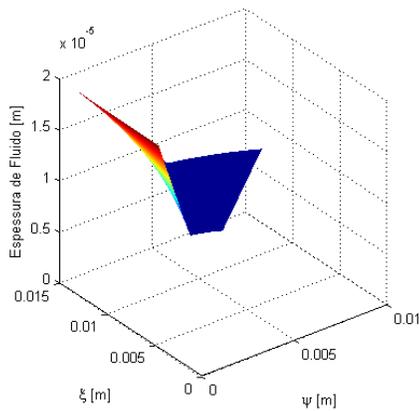


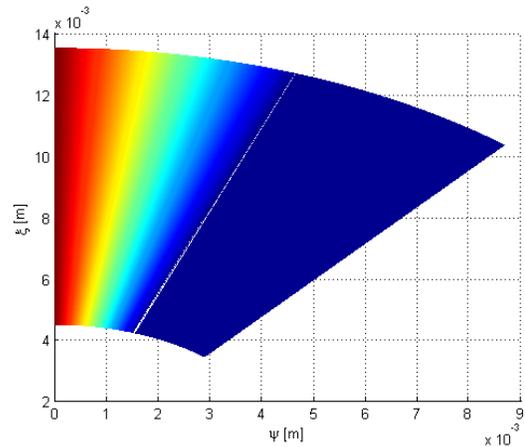
Figura 6.14: Perfil da espessura de fluido para $\theta_{rampa} = \theta_o$

As Figuras 6.15 (a) e (b) mostram o perfil de espessura de fluido para um caso em que a rampa é menor do que o segmento, com $\theta_{rampa} / \theta_o = 1/2$. A Figura 6.16 mostra o perfil desta espessura de fluido ao longo de θ .

Pode-se notar nestas figuras a presença da seção plana ao final da rampa, o que implica na ausência de um canto vivo ao final do segmento.



(a)



(b)

Figura 6.15: Espessura de fluido em um segmento de mancal com $\theta_o = 40^\circ$ e $\theta_{rampa} = 20^\circ$ (a) Tridimensional; (b) Visão superior

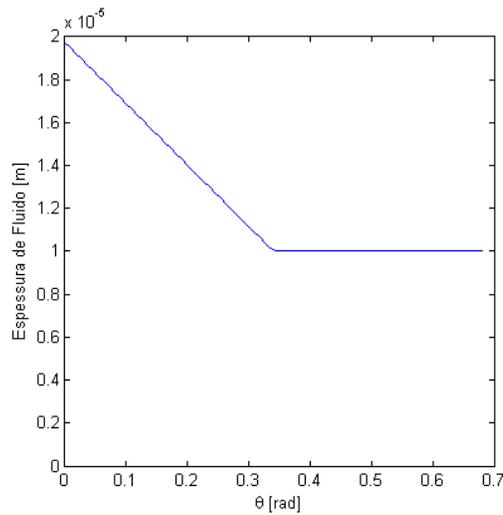


Figura 6.16: Perfil da espessura de fluido para $\theta_{rampa} < \theta_o$

Pode-se analisar, então, a influência desta razão $\theta_{rampa} / \theta_o$ sobre a capacidade de carga do segmento individual.

Variando a relação entre o comprimento angular da rampa e o comprimento angular do segmento de zero até 1, o que significa aumentar o tamanho da rampa até que esta se torne igual ao segmento, pode-se notar que a capacidade de carga do segmento aumenta, atinge um valor máximo e depois diminui. Este comportamento pode ser visualizado na Figura 6.17, que mostra a capacidade de carga de um segmento em função da razão $\theta_{rampa} / \theta_o$ para segmento de diferentes tamanhos. É importante ressaltar que, para cada caso, manteve-se θ_o constante e variou-se θ_{rampa} .

Observa-se na Figura 6.17 que a menor capacidade de carga dos segmentos analisados ocorre sempre para $\theta_{rampa} / \theta_o$ próximo de zero, o que é um comportamento já esperado, considerando-se que um segmento sem rampa (o que equivaleria a $\theta_{rampa} / \theta_o = 0$) não suporta carga axial aplicada, devido à ausência do mecanismo de formação de pressão no fluido.

Nota-se também que, conforme esperado, segmentos maiores, ou seja, segmentos com valores maiores de θ_o suportam mais carga, visto que possuem maior área.

Uma análise mais detalhada dos resultados da Figura 6.17 mostra que para todos os diferentes tamanhos de segmento (segmentos com diferentes valores de θ_o), a carga máxima ocorre sempre para uma razão $\theta_{rampa} / \theta_o$ localizada entre 0,7 e 0,8, ou seja, próxima de $\frac{3}{4}$. Este valor pode ser considerado um valor ótimo da razão entre o comprimento da rampa e o comprimento do segmento.

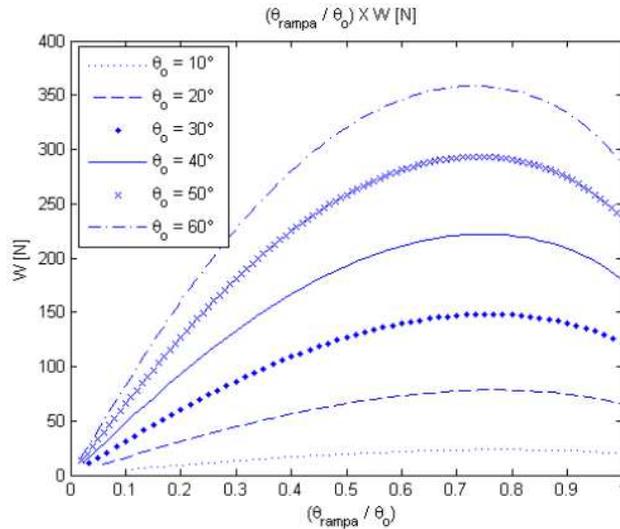


Figura 6.17: Carga suportada por segmento em função da razão $\theta_{rampa} / \theta_o$ para segmentos com diferentes valores de θ_o

Este resultado é de extrema importância na otimização da geometria de um segmento de mancal, visto que um segmento de mancal poderá ter sua capacidade de carga bastante aumentada apenas com a mudança nas dimensões de sua rampa, sem nenhuma modificação no tamanho total do segmento.

Outra característica que pode ser avaliada em função da razão $\theta_{rampa} / \theta_o$ é o fluxo radial de fluido adimensional (também chamado de fluxo lateral de fluido e denotado por Q_{lat}).

A Figura 6.18 mostra a variação desta característica para segmentos de diferentes tamanhos em função de $\theta_{rampa} / \theta_o$.

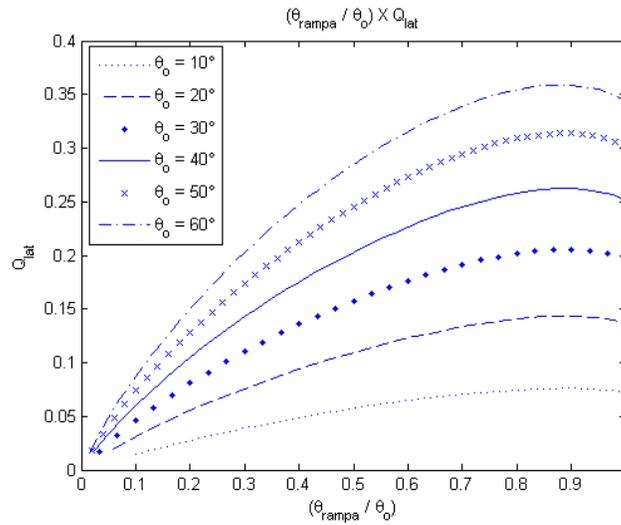


Figura 6.18: Fluxos laterais adimensionais de fluido por segmento em função da razão $\theta_{rampa} / \theta_o$ para diferentes valores de θ_o

Observa-se que os fluxos de fluido são menores para segmentos menores, conforme observado na comparação entre o modelo resolvido pelo MVF e a solução analítica.

Assim como ocorre no caso da análise da capacidade de carga do segmento, para rampas muito curtas, isto é, razões de $\theta_{rampa} / \theta_o$ próximas de zero, os fluxos radiais de fluido são extremamente pequenos. À semelhança do observado na análise da capacidade de carga, ocorre um pico de fluxo de fluido para todos os diferentes tamanhos de segmento. Este pico ocorre para uma razão de $\theta_{rampa} / \theta_o$ próxima de 0,9 para todos os casos, conforme pode ser visualizado na Figura 6.18.

A posição da pressão máxima no segmento também varia conforme a razão $\theta_{rampa} / \theta_o$. Para analisar esta variação, considera-se o segmento de mancal descrito na Tabela 6.8. Este segmento possui os mesmos valores de r_{ext} , r_{int} e espessuras de fluido do caso dado pela Tabela 6.7, usado nas análises de capacidade de carga e de fluxo lateral de fluido.

Foi escolhido, entre os diferentes tamanhos de segmento analisado, o caso de segmento com $\theta_o = 20^\circ$, além de uma rotação do eixo de 50000 RPM.

Tabela 6.8: Dados de funcionamento do mancal axial analisado

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
r_{ext}	0,0135	m
r_{int}	0,0045	m
h_{max}	2,0E-05	m
h_o	1,0E-05	m
θ_o	20	°
N	50000	RPM
η	0,011630	N.s/m ²
s_h	1,0E-05	m
b	0,009	m
b / r_{ext}	2/3	-

Tabela 6.9: Resultados obtidos para os segmentos com diferentes valores de θ_o

θ_{rampa}	$\theta_{rampa} / \theta_o$	W	$\theta_{max adm}$	R_{max}	P_{max}
10°	1/2	66,0666 N	0,4432	0,7622	0,8435
15°	3/4	78,4055 N	0,6202	0,7297	0,8982
20°	1	64,60992 N	0,6836	0,7189	0,6686

A Tabela 6.9 mostra os resultados para três dimensões de rampa diferentes, que resultam em razões $\theta_{rampa} / \theta_o$ iguais a 1/2, 3/4 e 1. Através dos resultados desta tabela, assim como observado anteriormente, a carga máxima suportada por este segmento ocorre para o caso com $\theta_{rampa} / \theta_o = 3/4$.

A pressão adimensional máxima é maior no caso em que se tem $\theta_{rampa} / \theta_o = 3/4$. Nota-se que a pressão calculada para o caso em que a rampa possui o mesmo tamanho do segmento foi significativamente menor do que nos outros dois casos.

Com relação à posição da pressão máxima, pelos resultados da Tabela 6.9, o aumento da razão $\theta_{rampa} / \theta_o$ faz com que a posição circunferencial do pico de pressão se desloque em direção ao final do segmento, o que significa que o valor da variável $\theta_{max adm}$, que é a posição adimensional da pressão máxima na direção de θ , aumente.

Já a posição radial da pressão máxima, mostrada na tabela pela variável R_{\max} , que mostra a posição radial adimensionalizada do pico de pressão, é deslocada mais para o centro do segmento quando o tamanho da rampa aumenta (mantendo-se o tamanho do segmento constante), isto é, o valor de R_{\max} diminui conforme a razão $\theta_{\text{rampa}} / \theta_o$ aumenta e se aproxima de 1. Estas mudanças podem ser também visualizadas nas Figuras 6.19 até 6.21.

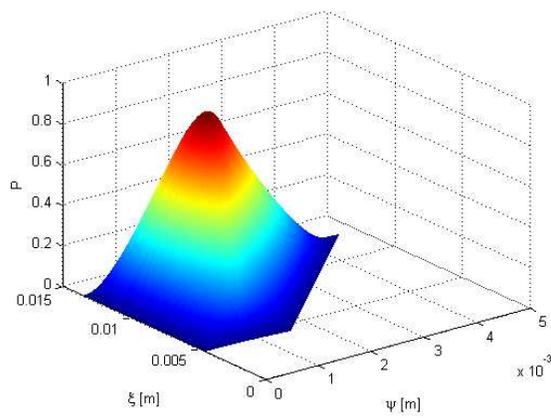
As Figuras 6.19 (a) e (b) mostram, respectivamente, a distribuição de pressão sobre um segmento do mancal analisado (cujos dados geométricos foram descritos na Tabela 6.8) em vistas tridimensional e superior. Este segmento possui uma razão $\theta_{\text{rampa}} / \theta_o = 1/2$ (com $\theta_{\text{rampa}} = 10^\circ$) e é o segmento cujos resultados são dados na primeira linha da Tabela 6.9.

As Figuras 6.20 (a) e (b) mostram resultados de distribuição de pressão para um segmento com $\theta_{\text{rampa}} / \theta_o = 3/4$ (cujos resultados são mostrados na segunda linha da Tabela 6.9), enquanto as Figuras 6.21 (a) e (b) estão relacionadas ao segmento com razão $\theta_{\text{rampa}} / \theta_o = 1$ (com resultados mostrados na última linha da Tabela 6.9).

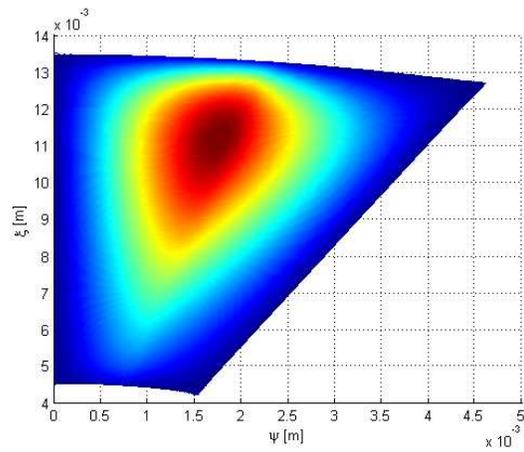
Comparando-se as Figuras 6.19 até 6.21, nota-se a mudança na distribuição da pressão e, principalmente, a mudança na posição do pico de pressão, de acordo com os resultados apresentados na Tabela 6.9, ou seja, mostrando que com o aumento da razão $\theta_{\text{rampa}} / \theta_o$, a pressão máxima se desloca em direção ao final do segmento, no sentido da coordenada θ , e em direção ao centro do segmento, no sentido da coordenada radial.

Nota-se também, através da comparação entre as Figuras 6.19 (a), 6.20 (a) e 6.21 (a), que a pressão é melhor distribuída no caso em que se tem $\theta_{\text{rampa}} / \theta_o = 1$, enquanto nos demais casos, o pico de pressão é mais agudo e com valores maiores, conforme constatado na Tabela 6.9.

A influência da posição do fim da rampa sobre a distribuição da pressão pode ser observada claramente na Figura 6.19 (b), na qual se observa uma simetria da pressão em volta da posição em que a rampa termina (lembrando que, neste caso, a rampa termina na metade do segmento).

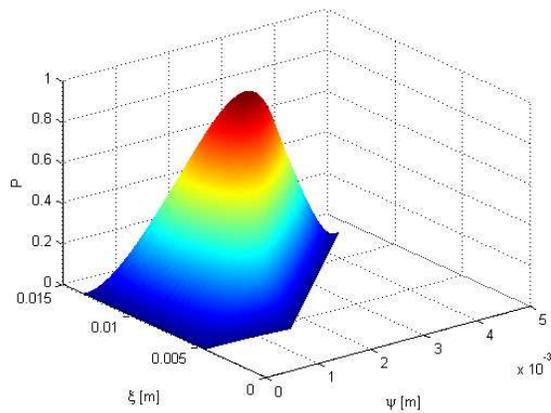


(a)

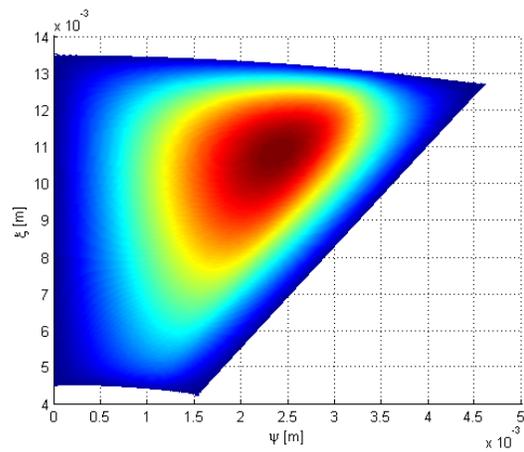


(b)

Figura 6.19: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com $\theta_{rampa} / \theta_o = 1/2$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior



(a)



(b)

Figura 6.20: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com $\theta_{rampa} / \theta_o = 3/4$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior

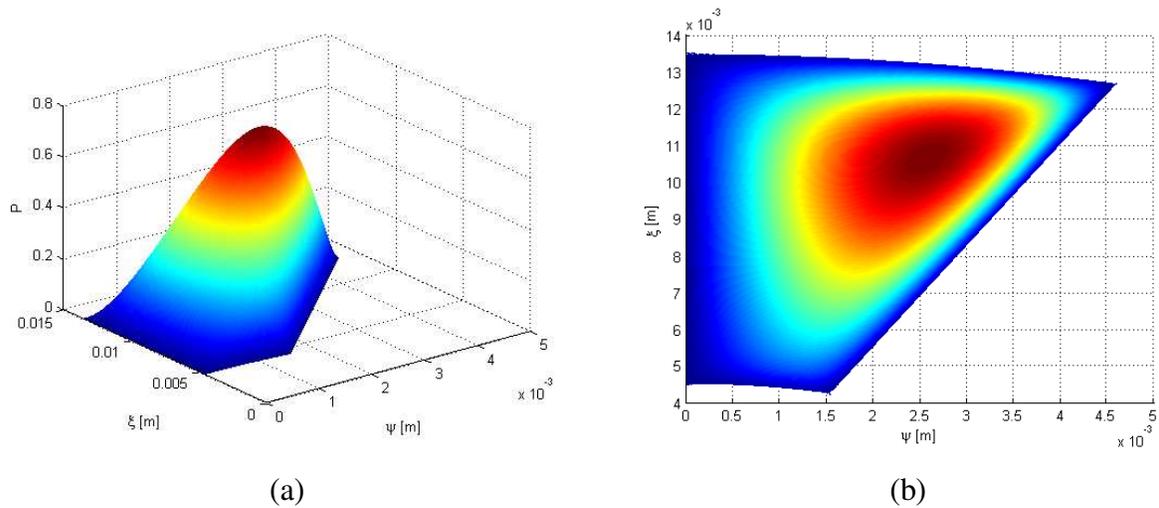


Figura 6.21: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com $\theta_{rampa} / \theta_o = 1$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior

6.6.2 Influência da Relação entre Espessuras Máxima e Mínima de Fluido Lubrificante

Outra relação entre parâmetros que influencia os resultados de carga suportada, fluxos de fluido e pressão máxima e sua posição é a razão entre a espessura máxima e a espessura mínima de fluido (h_{max} / h_o).

Essa relação depende diretamente da variável s_h e o procedimento efetuado para analisar a sua influencia sobre os resultados foi definir uma espessura mínima de fluido (h_o) padrão para a análise e variar o valor de s_h , o que implica na variação do valor da espessura máxima de fluido (h_{max}).

A Tabela 6.10 mostra os dados geométricos e de operação do segmento de mancal analisado.

A Figura 6.22 mostra os resultados de carga suportada por segmento em função da razão h_{max} / h_o para quatro diferentes tamanhos de segmento. A razão $\theta_{rampa} / \theta_o$ de todos os segmentos foi estabelecida como sendo igual a 3/4, baseada na razão ótima encontrada na seção anterior

deste trabalho. Foram analisadas razões entre a espessura máxima e a espessura mínima desde bastante próximas de 1 (o que significa $h_{\max} = h_o$, condição na qual o mancal não suporta carga) até h_{\max} / h_o maior que 10.

Tabela 6.10: Dados de funcionamento do mancal axial analisado

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
r_{ext}	0,0135	m
r_{int}	0,0045	m
N	50000	RPM
η	0,011630	N.s/m ²
h_o	0,5E-05	m
$\theta_{rampa} / \theta_o$	3/4	-
b	0,009	m
b / r_{ext}	2/3	-

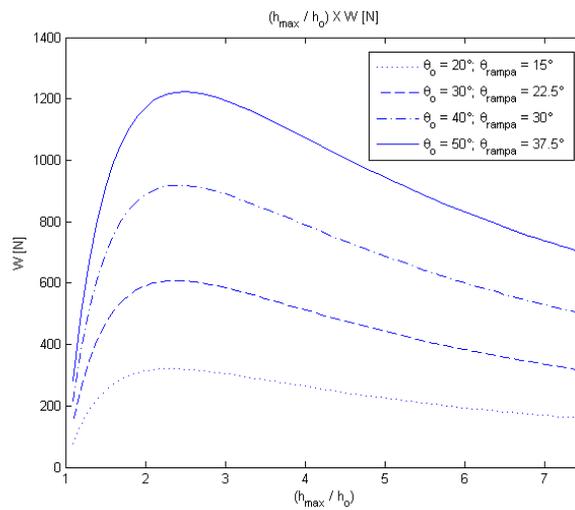


Figura 6.22: Carga suportada por segmento em função da razão h_{\max} / h_o para segmentos com diferentes valores de θ_o e θ_{rampa}

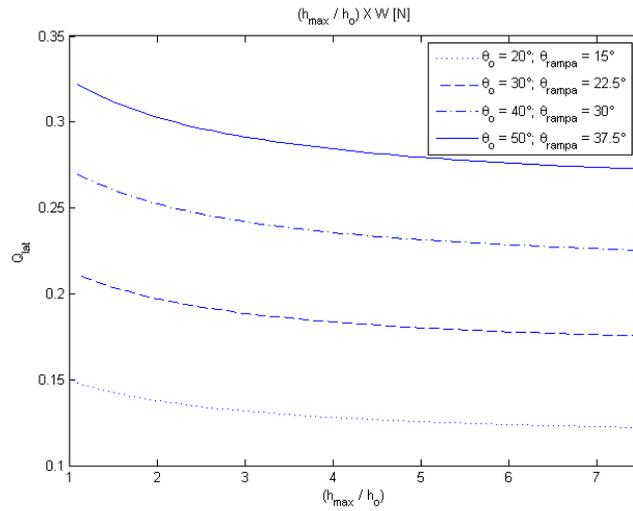


Figura 6.23: Fluxos laterais adimensionais de fluido por segmento em função da razão h_{\max}/h_o para segmentos com diferentes valores de θ_o e θ_{rampa}

Nota-se através da figura que, para todos os diferentes tamanhos de segmento, com o aumento da razão h_{\max}/h_o (o que significa o aumento de s_h e, conseqüentemente, de h_{\max}), a capacidade de carga suportada pelo segmento aumenta, atinge um máximo e depois diminui

Para todos os casos que podem ser observados na Figura 6.22, o valor de h_{\max}/h_o que resulta em uma maior carga suportada pelo segmento fica entre $h_{\max}/h_o = 2$ e $h_{\max}/h_o = 3$. É também possível observar que esta razão ótima é ligeiramente maior para casos de mancais com segmentos de maior extensão angular do que para os casos com segmentos mais curtos.

É importante entender que um aumento da razão h_{\max}/h_o significa também um aumento da inclinação da rampa.

A Figura 6.23, por sua vez, mostra os fluxos radiais adimensionais de fluido em função da razão h_{\max}/h_o , também para diferentes tamanhos de segmentos de mancal. Para todos os casos, os maiores fluxos laterais de fluido ocorrem para valores menores de h_{\max} em comparação com h_o . Assim como observado quando o parâmetro variado foi $\theta_{\text{rampa}}/\theta_o$, segmentos maiores resultam em valores maiores de fluxo de fluido na direção radial.

Analogamente à variação na razão $\theta_{rampa} / \theta_o$, ao se modificar a relação entre a espessura máxima e a espessura mínima de fluido, a distribuição de pressão muda, alterando as posições radial e circunferencial do pico de pressão.

Tabela 6.11: Dados de funcionamento do mancal axial analisado

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
r_{ext}	0,0135	m
r_{int}	0,0045	m
θ_o	20	°
θ_{rampa}	15	°
N	50000	RPM
η	0,011630	N.s/m ²
h_o	0,5E-05	m
b	0,009	m
b / r_{ext}	2/3	-

Para analisar esta variação, foram considerados quatro valores diferentes de h_{max} / h_o para o segmento de mancal descrito na Tabela 6.11.

Os resultados de carga suportada, posição da pressão máxima e valor de pressão máxima adimensional para os casos analisados podem ser verificados na Tabela 6.12. É possível observar que o maior valor de suportada ocorre para a razão h_{max} / h_o igual a 2,5. Para os demais valores analisados, a carga suportada é menor, à exemplo do observado na Figura 6.22.

A pressão máxima adimensional, por sua vez, apenas aumenta conforme o valor de h_{max} aumenta.

Tabela 6.12: Resultados obtidos para mancais operando com diferentes valores de h_{max} e com o mesmo h_o

h_{max}	h_{max} / h_o	W	$\theta_{max adm}$	R_{max}	P_{max}
0,75E-05 m	1,5	249,7697 N	0,5527	0,7162	0,1679
1,25E-05 m	2,5	318,9677 N	0,6583	0,7459	2,1882
2,5E-05 m	5	225,1026 N	0,7216	0,7892	13,9969
3,75E-05 m	7,5	158,8999 N	0,7342	0,8162	30,6111

Com relação à posição da pressão máxima, pode ser observado, através dos resultados da Tabela 6.12, que tanto a posição angular quanto a posição radial do pico de pressão aumentam com o aumento de h_{\max} / h_o , o que significa que o pico se aproxima do raio externo do segmento, e do final deste, na direção circunferencial.

Esse comportamento pode ser verificado nas Figuras 6.24 até 6.28, que mostram as distribuições de pressão com uma vista tridimensional e uma vista superior para os cinco diferentes valores da razão h_{\max} / h_o considerados.

Observa-se, também, através das Figuras 6.24 (a) até 6.27 (a), que os valores de pressão máxima adimensional aumentam conforme a razão entre a espessura máxima e a espessura mínima foi aumentada, conforme os resultados da Tabela 6.12. Além disso, nota-se que a pressão está mais bem distribuída nos casos com h_{\max} / h_o menor, enquanto que nos casos com razão maior, o pico de pressão é mais agudo e a distribuição, mais concentrada em uma área menor.

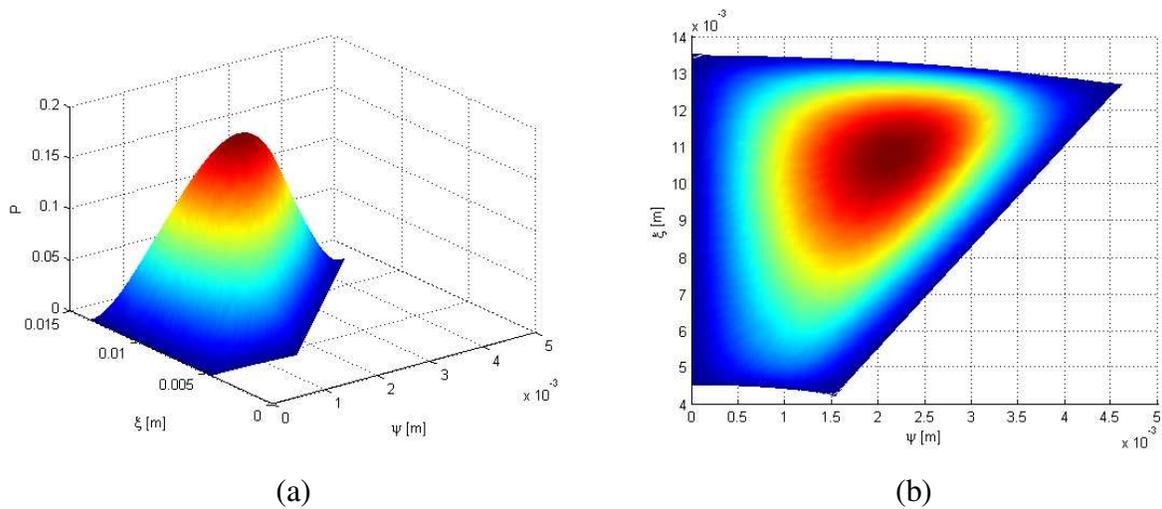
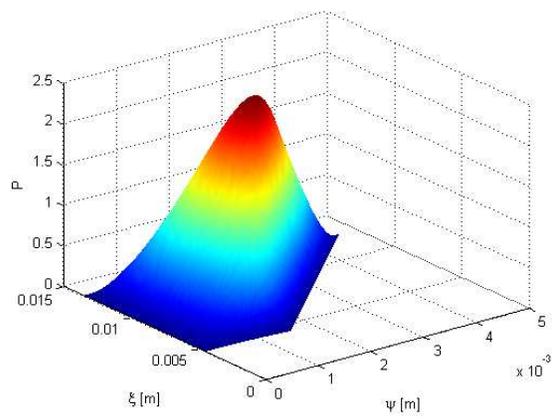
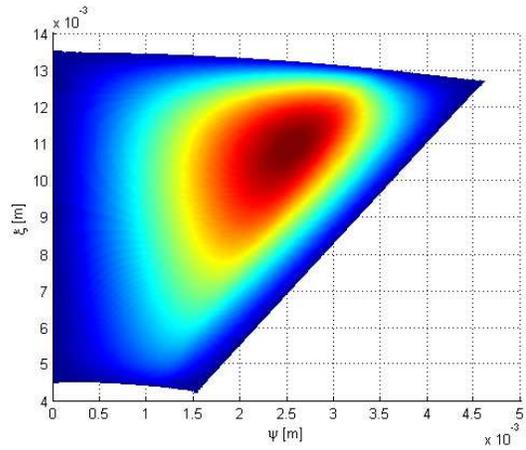


Figura 6.24: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com $h_{\max} / h_o = 1,5$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior

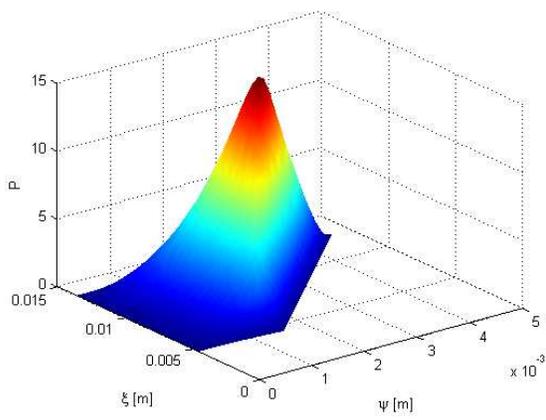


(a)

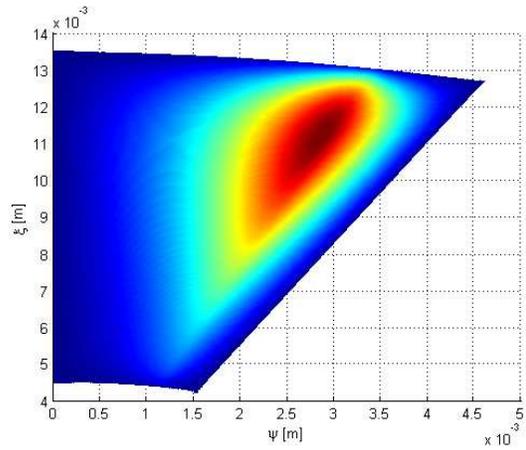


(b)

Figura 6.25: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com $h_{\max} / h_o = 2,5$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior



(a)



(b)

Figura 6.26: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com $h_{\max} / h_o = 5$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior

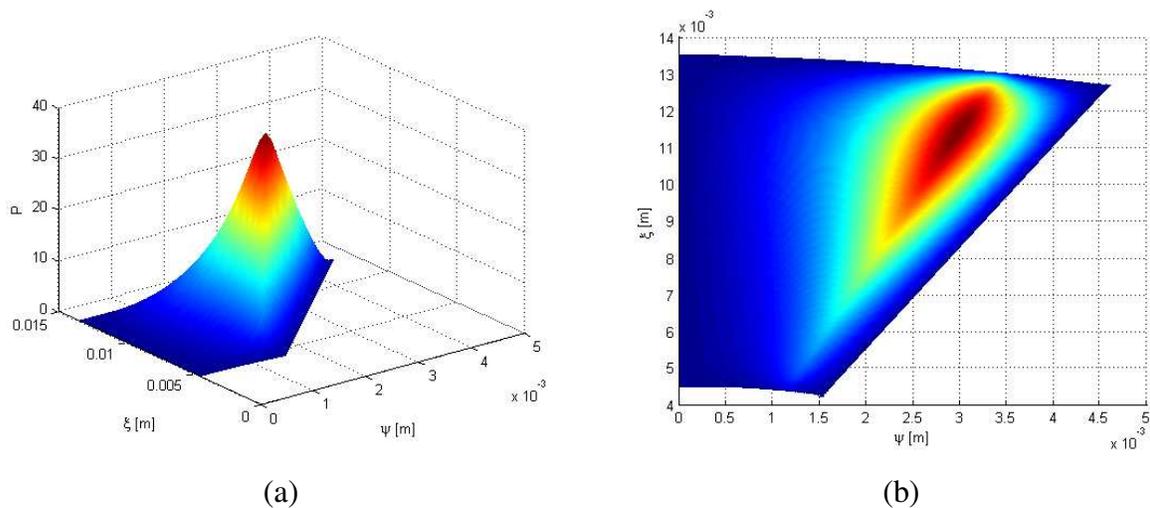


Figura 6.27: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com $h_{\max} / h_o = 7,5$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior

6.6.3 Influência da Viscosidade do Fluido Lubrificante

Sabe-se que a capacidade de carga de um mancal depende, entre outros fatores, da viscosidade do fluido lubrificante utilizado.

De modo a demonstrar como essa variação ocorre, foi considerado o segmento de mancal com as características dadas na Tabela 6.13, e variou-se a viscosidade do fluido lubrificante.

Tabela 6.13: Dados de funcionamento do mancal axial analisado

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
r_{ext}	0,0135	m
r_{int}	0,0045	m
θ_o	20	°
θ_{rampa}	15	°
N	50000	RPM
h_o	0,5E-05	m
h_{\max}	1,25E-05	m
b	0,009	m
b / r_{ext}	2/3	-

Os resultados obtidos de carga suportada por segmento em função da viscosidade do óleo podem ser visualizados na Figura 6.28, e mostram que a carga é linearmente crescente com o aumento da viscosidade.

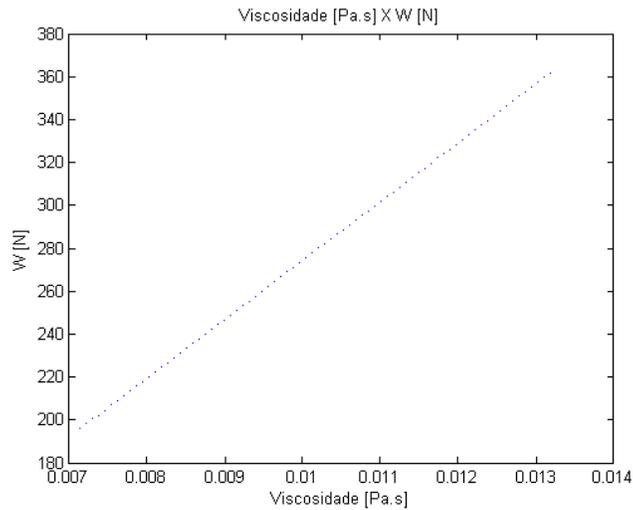


Figura 6.28: Carga suportada por um segmento em função da viscosidade do fluido lubrificante

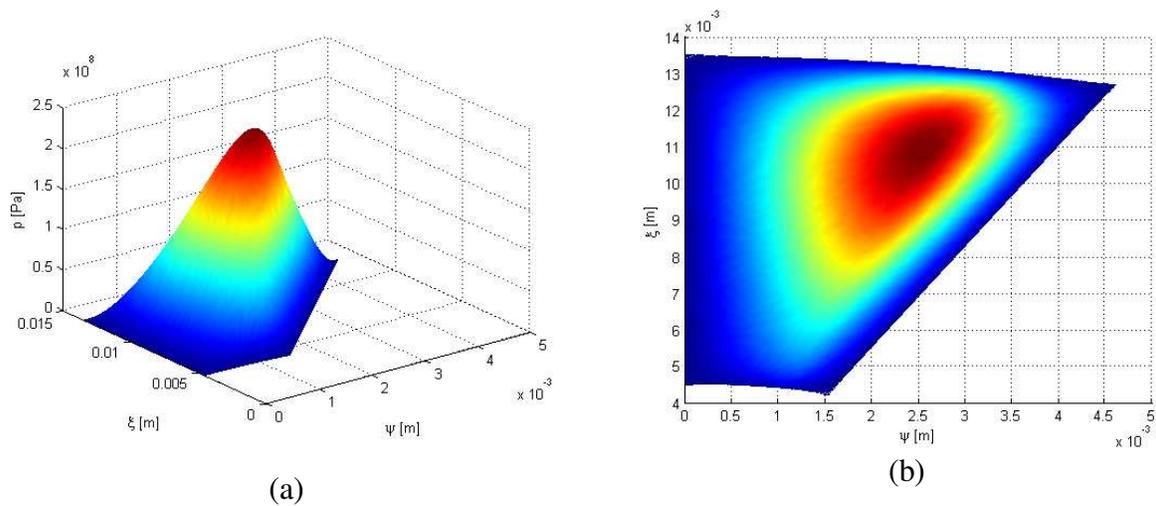


Figura 6.29: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com viscosidade de $\eta = 0,08 Pa.s$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior

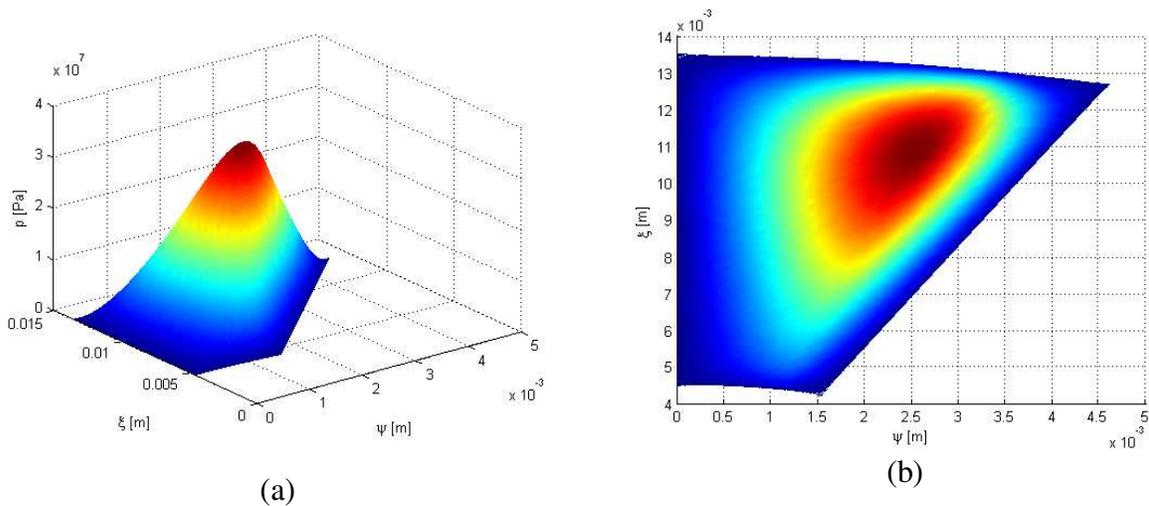


Figura 6.30: Distribuição de pressão sobre um segmento de mancal com viscosidade de $\eta = 0,01163 Pa.s$ (a) Tridimensional; (b) Vista superior

A variação na distribuição de pressão com a variação da viscosidade resulta no aumento dos valores de pressão, conforme a viscosidade aumenta. Apesar disso, o formato da distribuição da pressão se mantém o mesmo, conforme observado nas Figuras 6.29 (a) e (b) e 6.30 (a) e (b).

É importante ressaltar novamente que a viscosidade do fluido lubrificante foi considerada constante neste trabalho. Sendo assim, esta análise visa apenas identificar como diferentes fluidos lubrificantes, com diferentes valores de viscosidade, influenciam a capacidade de carga do mancal.

6.7 Análise do Mancal Completo Considerando Ranhuras

Após analisar a influência de alguns parâmetros de projeto considerando apenas os segmentos de mancal axial, a influência das ranhuras sobre os resultados obtidos, comparando os resultados obtidos é investigada com e sem a consideração destas discontinuidades na espessura de fluido do mancal.

O modelo que considera a existência de ranhuras (em inglês, chamadas de *grooves*) é mais completo com relação ao que calcula a distribuição de pressão para um segmento de mancal, estendendo o resultado para os demais segmentos.

Para analisar a influência das ranhuras, considera-se o mancal descrito na Tabela 6.14, que possui oito segmentos e, conseqüentemente, oito ranhuras. A variável h_{groove} define a profundidade das ranhuras.

A partir do tamanho de cada segmento do mancal, θ_o , e da quantidade de segmentos que o mancal completo possui, pode-se deduzir o tamanho das ranhuras, chamado de θ_{groove} . Para o caso do mancal da Tabela 6.14, sabendo que cada um dos oito segmentos possui $\theta_o = 20^\circ$, pode-se calcular que cada uma das oito ranhuras possuirá $\theta_{groove} = 25^\circ$.

Tabela 6.14: Dados de funcionamento do mancal axial analisado

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
r_{ext}	0,0135	m
r_{int}	0,0045	m
h_{max}	2,0E-05	m
h_o	1,0E-05	m
θ_o	20	°
θ_{rampa}	15	°
N	50000	RPM
$npad$	8	-
η	0,011630	N.s/m ²
s_h	1,0E-05	m
b	0,009	m
b / r_{ext}	2/3	-
h_{groove}	0,002	m

Tabela 6.15: Resultados obtidos para a análise considerando o mancal completo e para a análise considerando apenas um segmento de mancal

	W_{total}	$\theta_{max adm}$	R_{max}	P_{max}	p_{max}
Modelo com Segmentos e Ranhuras (Mancal Completo)	608,2888 N	0,6208	0,7432	0,8904	6,9895 MPa
Modelo para um Segmento	626,7433 N	0,6316	0,7432	0,9023	7,0833 MPa
Diferença entre os resultados	2,94%	1,71%	0%	1,32%	1,32%

A Tabela 6.15 mostra os resultados obtidos para os cálculos com os dois modelos: o primeiro considerando a existência de ranhuras, ou seja, considerando o mancal completo, e o segundo considerando apenas cada segmento isoladamente. A tabela mostra os resultados de carga suportada pelo mancal, valores de pressão máxima e a posição circunferencial e radial desta, além das diferenças percentuais entre os resultados obtidos.

Comparando-se os resultados de carga suportada pelo mancal, nota-se que a carga calculada sem a consideração das ranhuras é cerca de 3% maior do que a carga calculada no caso do mancal completo, isto é, considerando as ranhuras. Deve-se lembrar que no caso em que se consideram apenas os segmentos de mancal, sem ranhuras, a carga total suportada pelo mancal é calculada como sendo a carga suportada por um segmento, multiplicada pelo número de segmentos que o mancal possui.

Com relação à pressão máxima, nota-se, através dos resultados da Tabela 6.15, que os valores de pico de pressão obtidos no caso sem as ranhuras também foi ligeiramente maior, cerca de 1%.

Já a posição deste pico de pressão modificou-se apenas na direção circunferencial, mantendo-se igual na direção radial.

Este comportamento pode ser explicado pelo fato de que, ao incluir a ranhura, a condição de contorno de pressão nula nas bordas do segmento em $\theta = 0^\circ$ e em $\theta = \theta_0$, deixa de existir, ou seja, não mais se considera que a pressão nas bordas do início e do fim do segmento seja igual à pressão atmosférica. Neste caso, a pressão nestas duas posições é calculada pelo código implementado.

Já nas bordas localizadas no raio interno e no raio externo, a ranhura não causa nenhuma influência, e a condição de contorno continua sendo dada como pressão atmosférica em ambos os contornos do segmento. Desta forma, a distribuição de pressão e, conseqüentemente, a posição do pico de pressão, não se modifica.

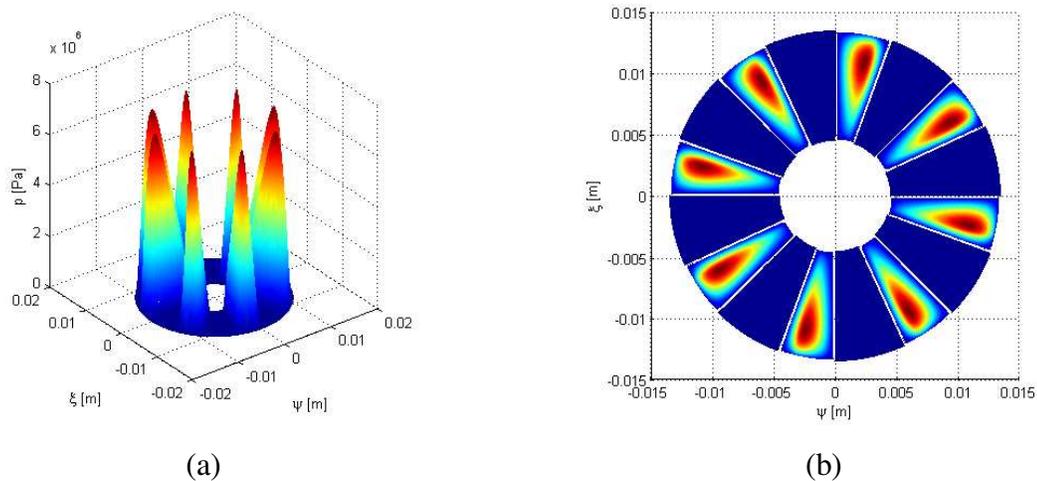


Figura 6.31: Distribuição de pressão para o caso calculado considerando o mancal completo (a) Tridimensional; (b) Vista superior

As Figuras 6.31 (a) e (b) mostram a distribuição de pressão para o caso calculado considerando o mancal completo, com segmentos e ranhuras. É extremamente importante salientar que nos cálculos efetuados, qualquer valor de pressão negativa calculado é considerado nulo. Em mancais axiais, diferentemente de casos de mancais radiais, por exemplo, ocorrem valores de pressão negativa apenas nas ranhuras. É possível, portanto, através das distribuições de pressão mostradas nas Figuras 6.31 (a) e (b), identificar facilmente as posições em que existem ranhuras, nas quais a pressão fica igual ou bastante próxima de zero.

A Figura 6.32 mostra o perfil de pressão ao longo da coordenada circunferencial para o mancal completo na posição que contém a pressão máxima. Também é possível identificar neste gráfico as posições em que se encontram as ranhuras, devido aos baixos valores de pressão nestas regiões.

A Figura 6.33 mostra os resultados de distribuição de pressão para o caso em que os cálculos consideram apenas os segmentos individuais, sem as ranhuras.

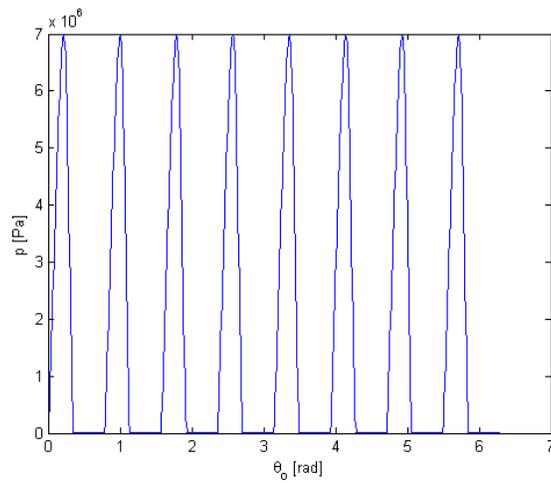


Figura 6.32: Perfil contendo a pressão máxima sobre todo o mancal obtido considerando-se o mancal completo nos cálculos

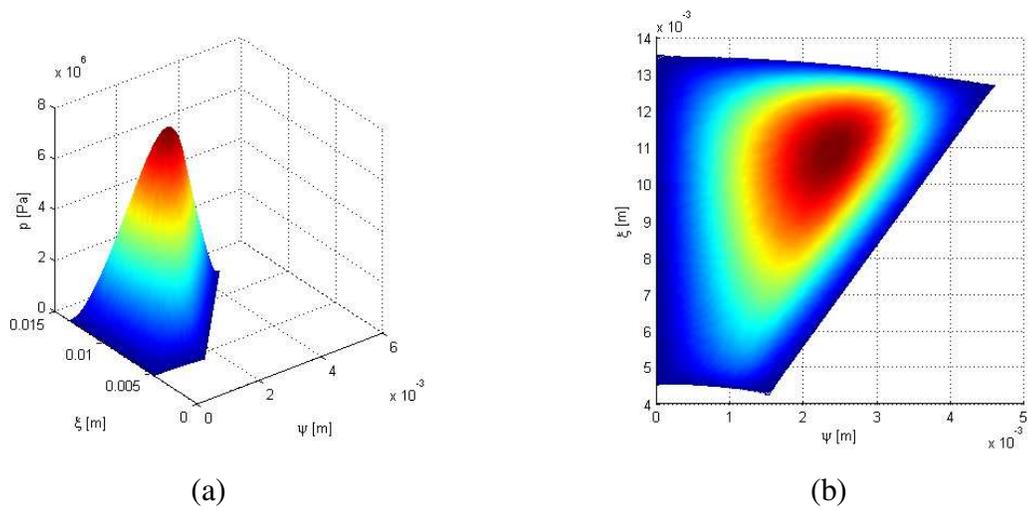


Figura 6.33: Distribuição de pressão para o caso calculado considerando apenas os segmentos de mancal (a) Tridimensional; (b) Vista superior

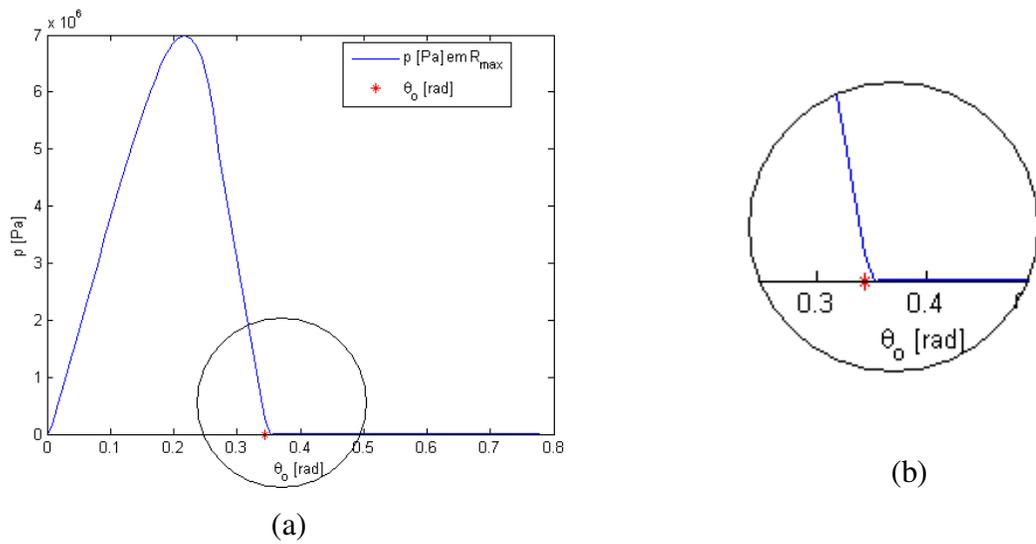


Figura 6.34: Perfil contendo a pressão máxima calculado considerando-se o mancal completo (a) Perfil sobre um segmento e uma ranhura; (b) Vista aproximada sobre o final do segmento

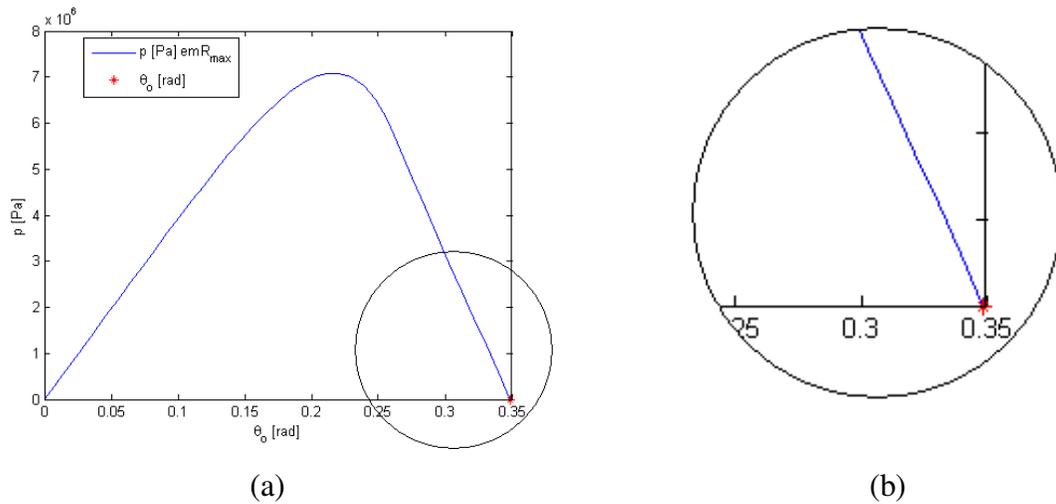


Figura 6.35 Perfil contendo a pressão máxima obtido considerando-se apenas um segmento nos cálculos (a) Perfil sobre um segmento e uma ranhura; (b) Vista aproximada sobre o final do segmento

A Figura 6.34 (a) mostra em detalhe o perfil de pressão na posição da pressão máxima sobre um segmento e sobre a ranhura para o caso em que a ranhura foi incluída nos cálculos. A Figura 6.34 (b), por sua vez, mostra uma vista detalhada do perfil de pressão no final do segmento. Pode-se visualizar, nessas figuras, o fato de que a pressão é extremamente baixa (próxima de zero) sobre a ranhura.

As Figuras 6.35 (a) e (b) mostram o perfil de pressão sobre um segmento para o caso calculado considerando apenas o segmento e uma vista detalhada do final do segmento, respectivamente.

Comparando-se as Figuras 6.34 (a) e (b) e a Figura 6.35 (a) e (b), é possível observar que no caso em que se incluem as ranhuras nos cálculos, a pressão calculada não é nula ao final do segmento (a posição em que o segmento termina é mostrada por um asterisco nas quatro figuras), ao contrário do que ocorre no caso em que se considera apenas cada segmento individualmente, no qual a condição de contorno garante que a pressão seja nula nesta posição. Este fato ilustra a explicação para a mudança da posição angular da pressão máxima quando se comparam os dois modelos, além de explicar por que o valor de pressão máxima e o perfil de pressão se modificam ligeiramente.

Além disso, apesar de pouco perceptível, a pressão no início do segmento mostrado nas Figuras 6.34 (a) e (b) também não é nula, resultado este que ocorre devido à presença de uma ranhura antes deste segmento (ranhura esta que não é mostrada nas duas figuras).

Outro caso de mancal foi também utilizado para observar a influência das ranhuras nos cálculos de distribuição de pressão e capacidade de carga de mancais axiais. A Tabela 6.16 mostra as características do mancal considerado.

Os resultados obtidos com as duas considerações podem ser visualizados na Tabela 6.17.

Nota-se que o mancal analisado neste caso possui segmentos com menor largura e em menor quantidade, porém com maior comprimento na direção circunferencial e com uma condição de operação com maior velocidade de rotação do eixo. Por isso, a capacidade de carga do mancal é próxima da capacidade do mancal analisado anteriormente.

Assim como no caso anterior, a carga suportada calculada pelo modelo considerando as ranhuras foi menor, porém com uma diferença percentual mais baixa.

Novamente, a pressão máxima calculada foi menor para o caso com ranhuras, devido às mesmas razões explicadas anteriormente. A posição do pico de pressão também se modificou

apenas na direção circunferencial, permanecendo a mesma na direção radial devido à condição de contorno de pressão nesta direção.

Tabela 6.16: Dados de funcionamento do mancal axial analisado

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
r_{ext}	0,012	m
r_{int}	0,005	m
h_{max}	3,0E-05	m
h_o	1,5E-05	m
θ_o	40	°
θ_{rampa}	30	°
θ_{groove}	20	°
N	100000	RPM
$npad$	6	-
η	0,011630	N.s/m ²
s_h	1,50E-05	m
b	0,007	m
b / r_{ext}	3/5	-
h_{groove}	0,002	m

Tabela 6.17: Resultados obtidos para a análise considerando apenas um segmento de mancal e para a análise considerando o mancal completo

	W_{total}	$\theta_{max adm}$	R_{max}	P_{max}	p_{max}
Modelo com Segmentos e Ranhuras (Mancal Completo)	666,8425 N	0,6133	0,5938	1,6054	6,7769 MPa
Modelo para um Segmento	671,9389 N	0,6234	0,5938	1,6128	6,8079 MPa
Diferença entre os resultados	0,76%	1,62%	0%	0,46%	0,46%

As Figuras 6.36 (a) e (b) mostram a distribuição de pressão para o caso em que se considerou o mancal com segmentos e ranhuras. Nota-se claramente nestas figuras a existência dos seis segmentos e das seis ranhuras através da comparação dos valores de pressão.

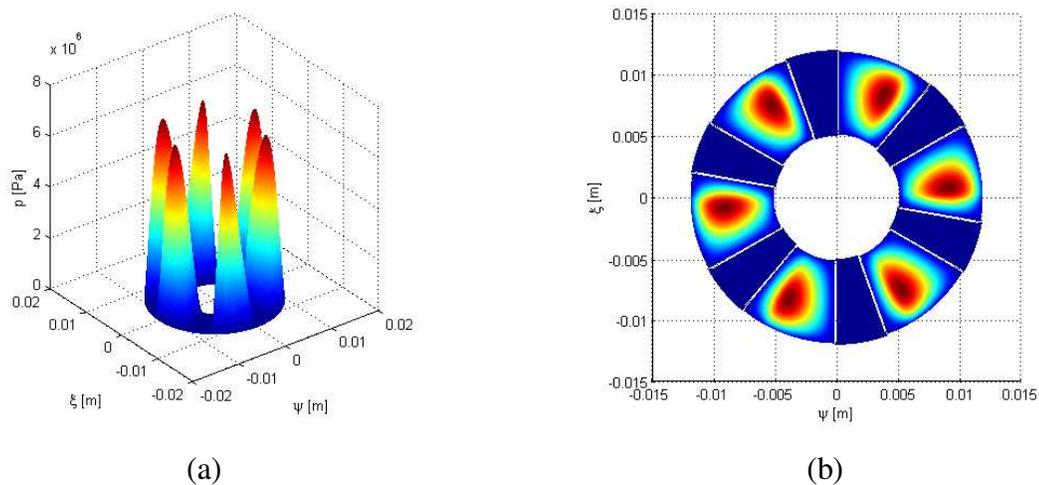


Figura 6.36: Distribuição de pressão para o caso calculado considerando o mancal completo (a) Tridimensional; (b) Vista superior

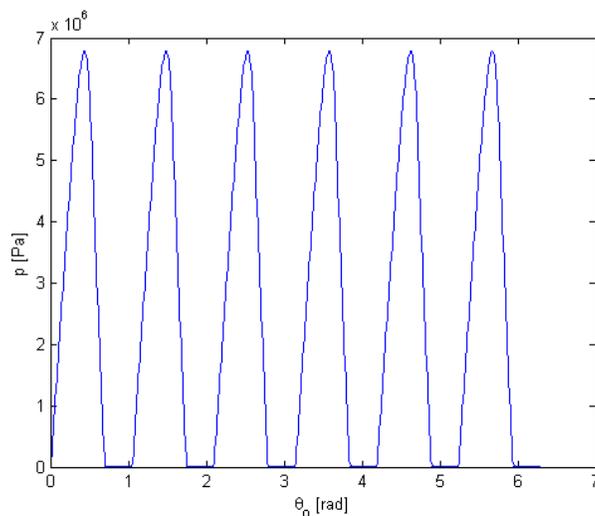


Figura 6.37: Perfil contendo a pressão máxima sobre todo o mancal obtido considerando-se o mancal completo nos cálculos

Nas Figuras 6.38 (a) e (b) é possível observar a distribuição de pressão sobre um segmento de mancal para o caso em que se consideraram apenas os segmentos de mancal no cálculo. É possível observar que esta distribuição de pressão é similar à obtida para cada um dos segmentos mostrados na Figura 6.36 (b).

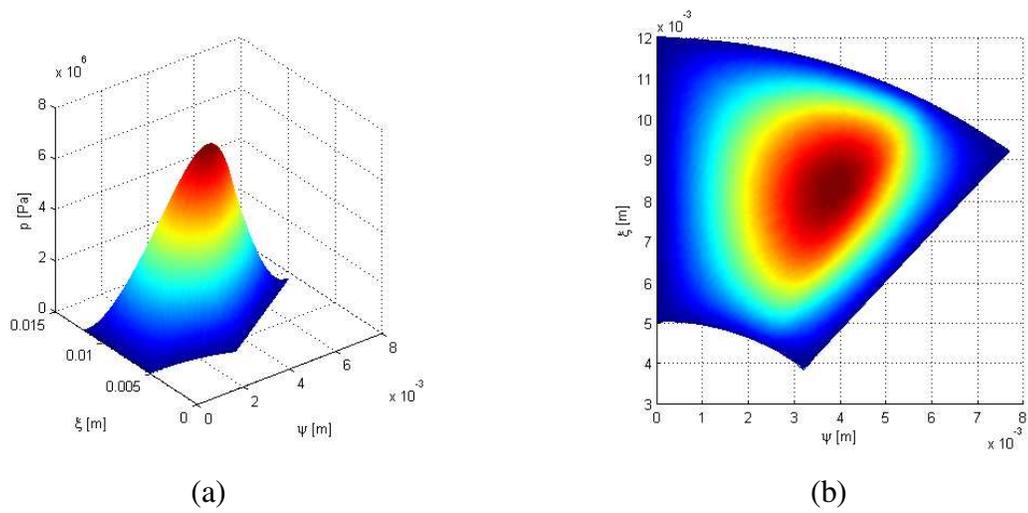


Figura 6.38: Distribuição de pressão para o caso calculado considerando apenas os segmentos de mancal (a) Tridimensional; (b) Vista superior

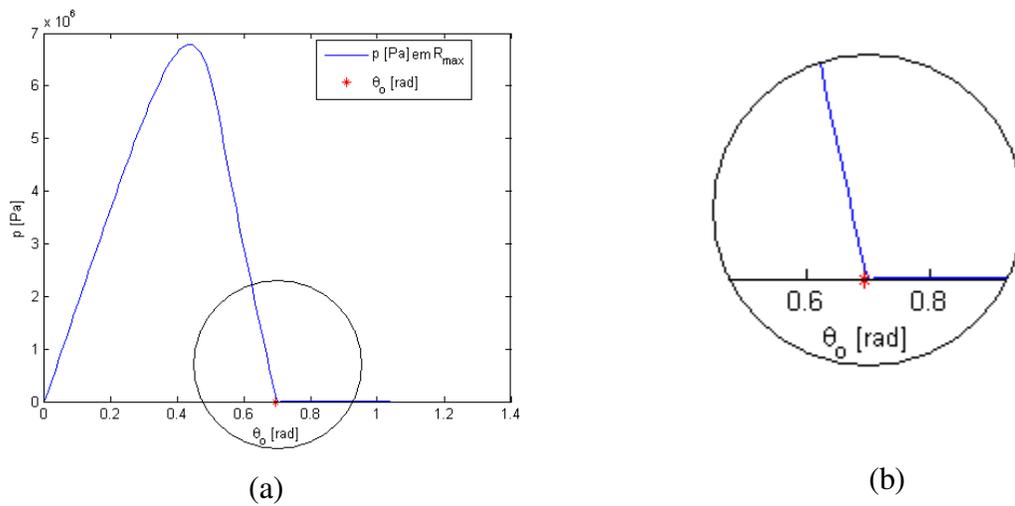


Figura 6.39: Perfil contendo a pressão máxima calculado considerando-se o mancal completo (a) Perfil sobre um segmento e uma ranhura; (b) Vista aproximada sobre o final do segmento

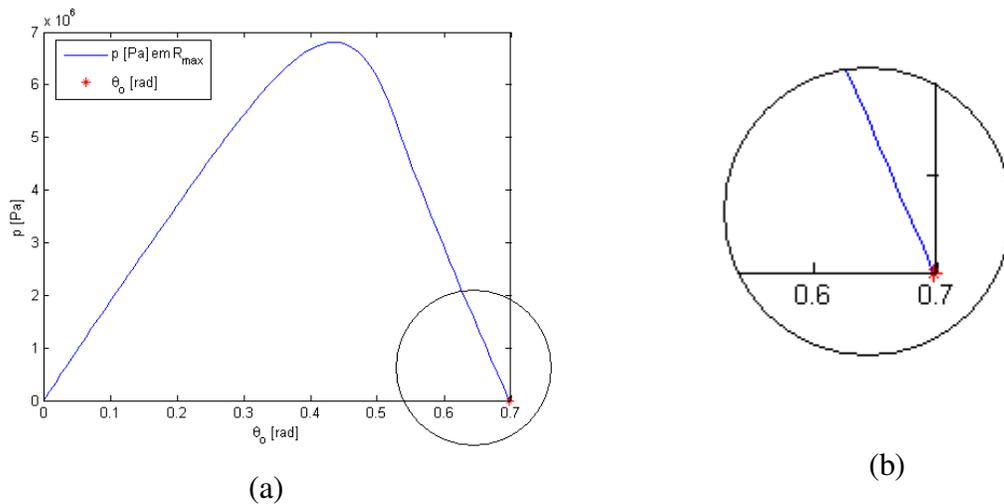


Figura 6.40 Perfil contendo a pressão máxima obtido considerando-se apenas um segmento nos cálculos (a) Perfil sobre um segmento e uma ranhura; (b) Vista aproximada sobre o final do segmento

Observando-se os perfis de pressão ao longo da coordenada circunferencial na posição de pressão máxima mostradas para os dois casos, respectivamente, nas Figuras 6.39 (a) e (b) e 6.40 (a) e (b), nota-se que a pressão é novamente diferente de zero no final do segmento para o caso em que se consideram as ranhuras. Além disso, a pressão é bastante próxima de zero sobre a ranhura, mantendo o padrão observado anteriormente.

Após comparar os resultados obtidos com os modelos com e sem ranhura, pode-se analisar a influência da profundidade da ranhura sobre a carga suportada e sobre a distribuição de pressão no mancal axial completo.

Para essa análise foi considerado o mesmo mancal da Tabela 6.14, porém com duas variações: um mancal com a profundidade da ranhura menor ($h_{groove} = 0,001 \text{ m}$) e outro com a profundidade da ranhura maior ($h_{groove} = 0,004 \text{ m}$).

Os resultados de distribuição de pressão para os dois casos com profundidade diferente das ranhuras foram bastante similares aos resultados calculados para o mancal da Tabela 6.14 (e mostrados nas Figuras 6.31, 6.32 e 6.34), sendo difícil perceber as diferenças nas figuras plotadas. Por esta razão, as figuras não serão mostradas neste trabalho.

Os resultados de carga suportada pelo mancal, pressão máxima e sua posição, no entanto, sofreram algumas pequenas mudanças, e podem ser visualizados na Tabela 6.18.

Tabela 6.18: Resultados obtidos para a análise do mancal completo considerando diferentes profundidades de ranhura

	W_{total}	$\theta_{max adm}$	R_{max}	P_{max}	p_{max}
Mancal Completo com $h_{groove} = 0,001 m$	609,5825 N	0,6208	0,7432	0,8908	6,9929 MPa
Mancal Completo com $h_{groove} = 0,002 m$	608,2888 N	0,6208	0,7432	0,8904	6,9895 MPa
Mancal Completo com $h_{groove} = 0,004 m$	607,9629 N	0,6208	0,7432	0,8902	6,9886 MPa

Analisando-se os resultados da Tabela 6.18, observa-se que o aumento da profundidade das ranhuras causa uma pequena diminuição no valor de carga suportada pelo mancal. Da mesma maneira, ranhuras mais profundas causam também uma diminuição no valor de pico de pressão sobre os segmentos. No entanto, as diferenças observadas são praticamente desprezíveis, de ordens inferiores a 1%, diferentemente do que ocorreu quando se compararam os resultados dos cálculos feitos com e sem ranhuras.

Com relação à posição da pressão máxima, observa-se que não houve mudança, tanto na sua posição radial quanto na sua posição angular.

Apesar de a influência das ranhuras sobre os resultados de capacidade de carga e de distribuição de pressão em mancais axiais ser pequena, este tipo de análise mostra-se importante por indicar que a inclusão das ranhuras no modelo e a variação da sua profundidade influenciam os valores de pressão no final do segmento, contradizendo a condição de contorno considerada nos casos mais simples de análise, em que apenas os segmentos são levados em conta nos cálculos e na qual a pressão é considerada como sendo nula no fim e no início do segmento, o que, de fato, não ocorre.

O modelo que permite a consideração de descontinuidades, tais como as ranhuras, mostra-se também importante, pois permite a análise de uma maior variedade de geometrias de segmentos, tais como os segmentos que possuem os chamados “*Rayleigh Steps*”, cujo formato pode ser observado no esquema da Figura 6.41.

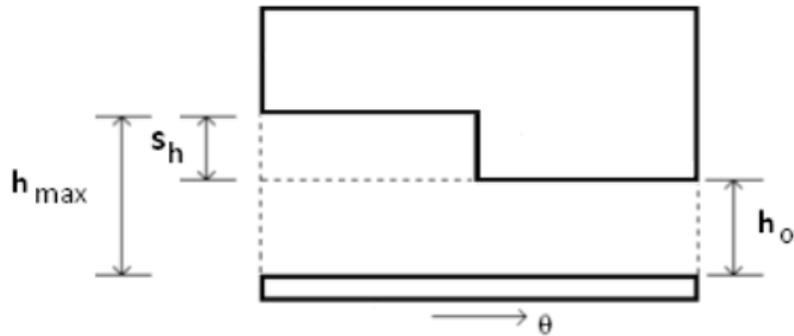


Figura 6.41: Espessura de fluido de um segmento com o chamado “Rayleigh Step”

6.8 Análise dos Coeficientes de Rigidez e Amortecimento

Após analisar a influência de diversos parâmetros de projeto sobre a capacidade de carga de segmentos e mancais completos, a pressão máxima, sua posição e fluxos radiais de fluido lubrificante, estimam-se os coeficientes de rigidez e amortecimento equivalentes do fluido lubrificante em mancais axiais.

6.8.1 Influência da Consideração das Ranhuras no Cálculo dos Coeficientes de Rigidez e Amortecimento

A primeira análise a ser feita com relação aos coeficientes de rigidez e amortecimento é a influência que a consideração ou não das ranhuras causa sobre estes coeficientes.

O mancal analisado é descrito na Tabela 6.19. Neste tipo de análise, a carga suportada pelo mancal é novamente um dado de entrada (e constante ao longo de toda a faixa de velocidades), sendo que as espessuras de fluido necessárias para que o mancal suporte tal carga axial são informações calculadas para cada valor de velocidade do eixo.

A Figura 6.42 mostra o coeficiente direto de rigidez em função da velocidade de rotação do eixo para dois casos: o primeiro caso desconsiderando as ranhuras no cálculo; o segundo caso considerando o mancal completo nos cálculos, ou seja, incluindo as ranhuras.

A Figura 6.43, por sua vez, mostra os coeficientes de amortecimento calculados para uma determinada faixa de velocidade de rotação do eixo com ou sem a consideração das ranhuras.

Tabela 6.19: Dados de funcionamento do mancal axial analisado

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
W_{total}	100	N
r_{ext}	0,0135	m
r_{int}	0,0045	m
θ_o	20	°
θ_{rampa}	15	°
N	variável	RPM
$npad$	8	-
η	0,011630	N.s/m ²
s_h	1,0E-05	m
b	0,009	m
b / r_{ext}	2/3	-
h_{groove}	0,0025	m

Analisando-se as duas figuras, pode-se observar que no caso do cálculo do coeficiente de rigidez, conforme a velocidade do eixo aumenta, os coeficientes calculados através do método que considera a existência das ranhuras ficam ligeiramente maiores do que os coeficientes calculados sem a consideração das ranhuras. Isto, no entanto, não ocorre no cálculo dos coeficientes de amortecimento, visto que os coeficientes calculados através das duas considerações são praticamente iguais ao longo de toda a faixa de frequência analisada, conforme pode ser observado na Figura 6.43.

É possível observar também, através das Figuras 6.42 e 6.43, a variação dos coeficientes de rigidez e amortecimento ao longo da faixa de velocidade. Tanto o coeficiente de rigidez quanto o coeficiente de amortecimento decrescem conforme a velocidade do eixo aumenta. No entanto, o coeficiente de rigidez diminui mais rapidamente (a curva possui uma inclinação maior) em baixas frequências e se estabiliza em frequências mais altas. Já o coeficiente de rigidez decai mais lentamente em baixas velocidades e continua diminuindo mesmo em frequências mais altas.

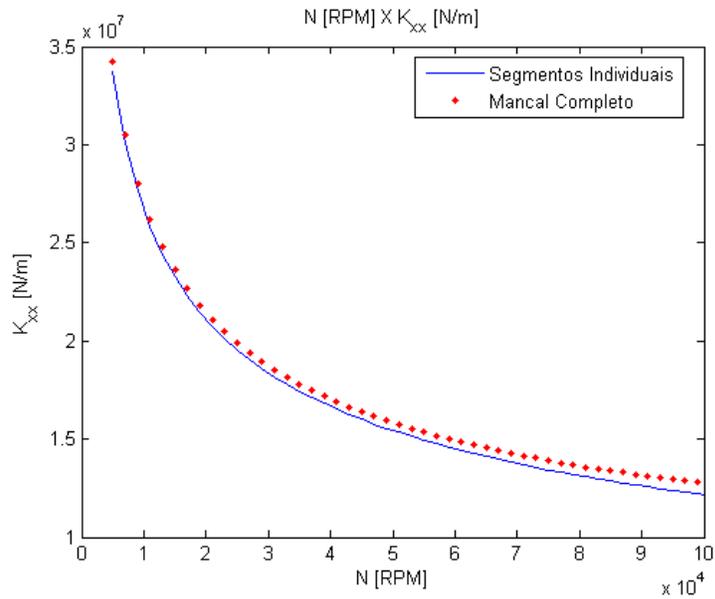


Figura 6.42: Comparação entre os resultados de coeficiente de rigidez em função da velocidade de rotação do eixo obtidos considerando-se apenas os segmentos ou o mancal completo (com segmentos e ranhuras)

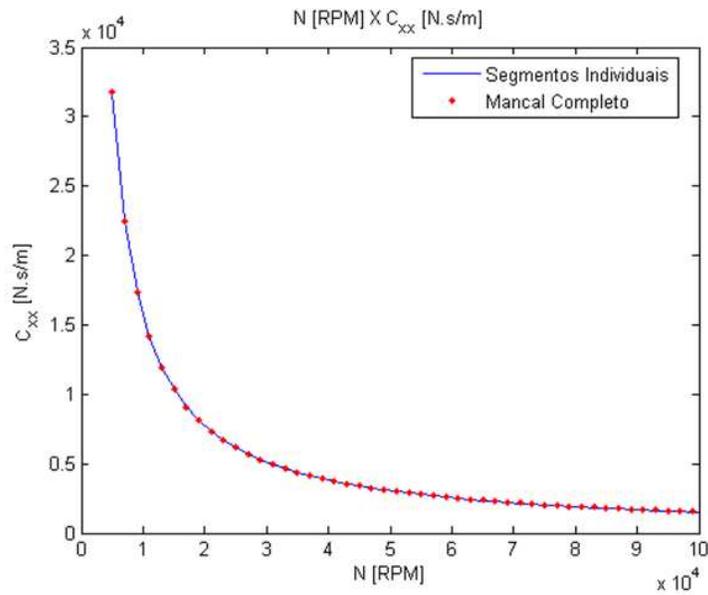


Figura 6.43: Comparação entre os resultados de coeficiente de amortecimento em função da velocidade de rotação do eixo obtidos considerando-se apenas os segmentos ou o mancal completo (com segmentos e ranhuras)

Além disso, é possível notar que os valores dos coeficientes de rigidez possuem sempre ordem mais elevada do que os coeficientes de amortecimento, na ordem de 10^7 neste caso

analisado, contra ordem de 10^4 para o amortecimento, valores estes condizentes com o conhecimento precedente sobre mancais radiais.

6.8.2 Influência do Comprimento do Segmento sobre os Coeficientes de Rigidez e Amortecimento

Após a comparação dos resultados de coeficientes de rigidez e amortecimento para casos com ou sem a consideração das ranhuras, foram comparados os resultados destes mesmos coeficientes para casos de mancais com segmentos de diferentes dimensões.

Tabela 6.20: Dados de funcionamento do mancal axial analisado

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
W_{total}	100	N
r_{ext}	0,0135	m
r_{int}	0,0045	m
$\theta_{rampa} / \theta_o$	3/4	-
N	variável	RPM
$npad$	8	-
η	0,011630	N.s/m ²
s_h	1,0E-05	m
b	0,009	m
b / r_{ext}	2/3	-
h_{groove}	0,0025	m

Conforme pode ser observado na Tabela 6.20, todos os segmentos analisados possuem a razão ótima de $\theta_{rampa} / \theta_o = 3/4$, e foram analisados em uma faixa extensa de velocidades para quatro diferentes valores de θ_o , que são: $\theta_o = 10^\circ$, $\theta_o = 20^\circ$, $\theta_o = 30^\circ$ e $\theta_o = 40^\circ$.

Em todos os casos, a carga a ser suportada pelo mancal foi um dado de entrada, e a espessura de fluido necessária, para que cada mancal suporte tal carga, foi calculada. Além disso, todos os casos foram calculados considerando-se o mancal completo, ou seja, os segmentos e as ranhuras.

Os resultados obtidos podem ser visualizados nas Figuras 6.44 e 6.45, que mostram, respectivamente, os valores de coeficientes de rigidez e amortecimento em função da velocidade de rotação do eixo para os diferentes comprimentos de segmento.

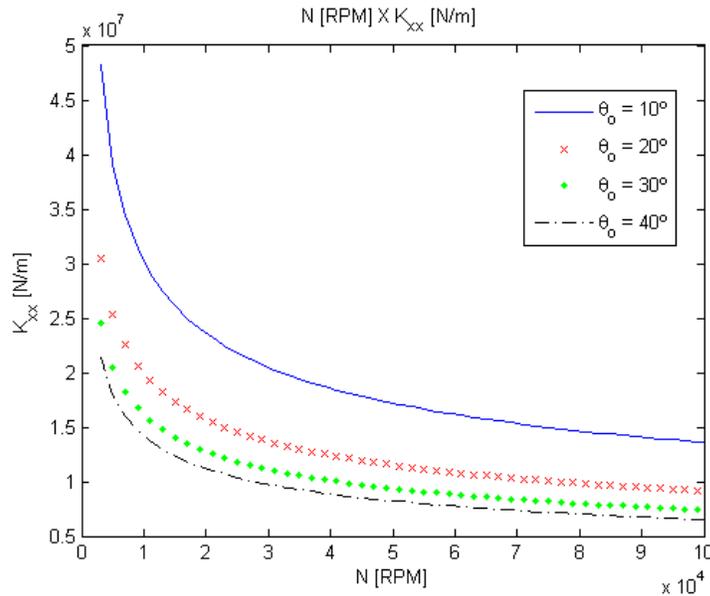


Figura 6.44: Coeficientes de rigidez em função da velocidade do colar do eixo para mancais com diferentes valores de θ_o

Pode-se observar através dos resultados da Figura 6.44 que o coeficiente de rigidez de um mancal axial diminui conforme o seu segmento aumenta de tamanho, isto é, para o caso analisado, o coeficiente de rigidez foi sempre menor para o caso com $\theta_o = 40^\circ$ e sempre maior para o caso com $\theta_o = 10^\circ$.

Esse comportamento pode ser explicado pelo fato de que as espessuras de fluido, calculadas em cada valor de velocidade, são sempre menores para segmentos de mancais mais curtos. Para um mancal com $\theta_o = 10^\circ$, por exemplo, suportar a mesma carga que um mancal com $\theta_o = 40^\circ$, funcionando à mesma velocidade, a espessura de fluido de operação do primeiro deve ser menor. Isto pode ser mais bem visualizado na Figura 6.46, que mostra a faixa de espessuras de fluido calculada para os mancais mais curtos menor do que a faixa calculada para os mancais com maiores valores de θ_o .

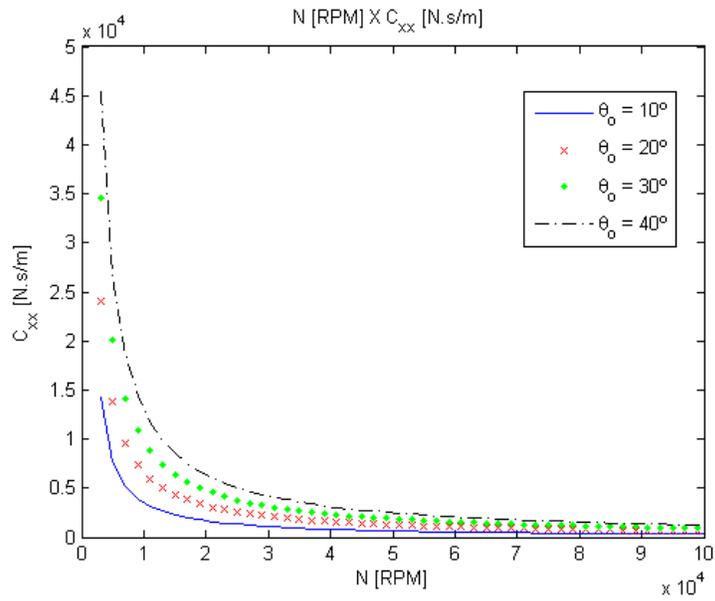


Figura 6.45: Coeficientes de amortecimento em função da velocidade do colar do eixo para mancais com diferentes valores de θ_o

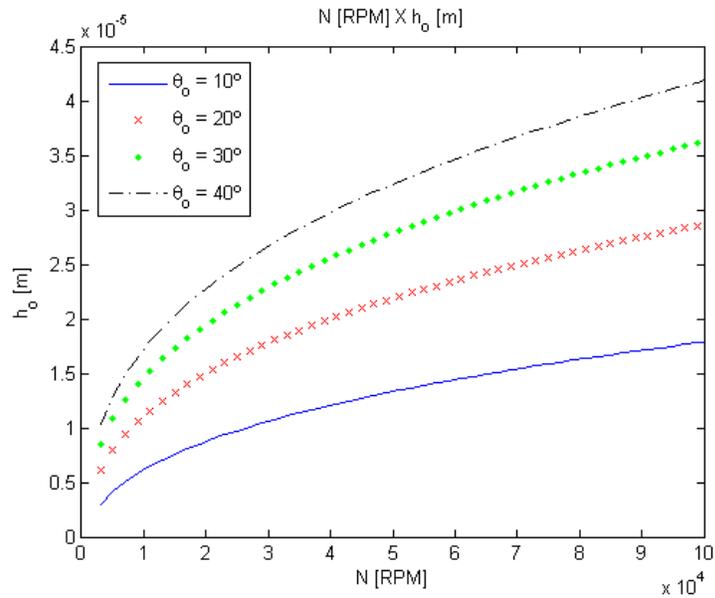


Figura 6.46: Espessura de fluido mínima em função da velocidade do colar do eixo para mancais com diferentes valores de θ_o

Assim, nos casos em que a espessura de fluido calculada foi menor, o valor de coeficiente de rigidez para determinada rotação foi maior.

Este fato explica também porque o coeficiente de rigidez calculado, considerando-se as ranhuras, é maior do que o coeficiente calculado para o caso com os segmentos individuais, análise esta que foi feita na seção anterior. Neste caso, notou-se que o mancal com ranhuras suporta carga axial menor do que o mancal sem ranhuras. Desta forma, a espessura de fluido, calculada em cada velocidade de rotação, é menor para o caso com ranhuras e, assim, o coeficiente de rigidez calculado é menor, assim como ocorre no caso de mancais com θ_o menor.

Quanto ao coeficiente direto de amortecimento, observa-se na Figura 6.45 um comportamento diferente, ou seja, mancais com segmentos maiores geram maior amortecimento através do fluido lubrificante em toda a faixa de velocidades analisada.

Os coeficientes do mesmo mancal também foram analisados em uma condição diferente de operação, com a velocidade de rotação do eixo constante e a carga axial aplicada ao mancal como uma variável, conforme os dados da Tabela 6.21.

Os resultados desta análise foram, então, colocados em gráficos em função da carga suportada pelo mancal, conforme mostrado nas Figuras 6.47 e 6.48.

Tabela 6.21: Dados de funcionamento do mancal axial analisado

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
W_{total}	variável	N
N	50000	RPM

A partir da Figura 6.47 observa-se que para valores maiores de carga axial, o coeficiente de rigidez aumenta. O mesmo ocorre com o coeficiente de amortecimento, conforme pode ser visto na Figura 6.48.

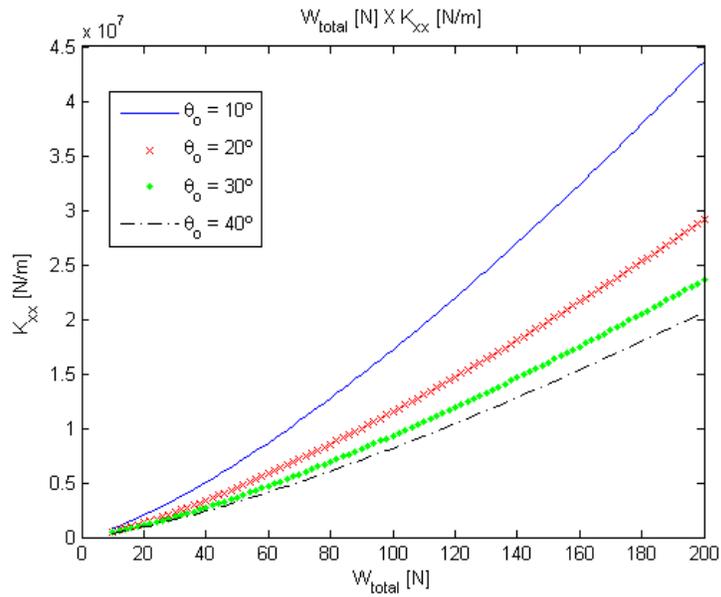


Figura 6.47: Coeficientes de rigidez em função da carga axial aplicada para mancais com diferentes valores de θ_o

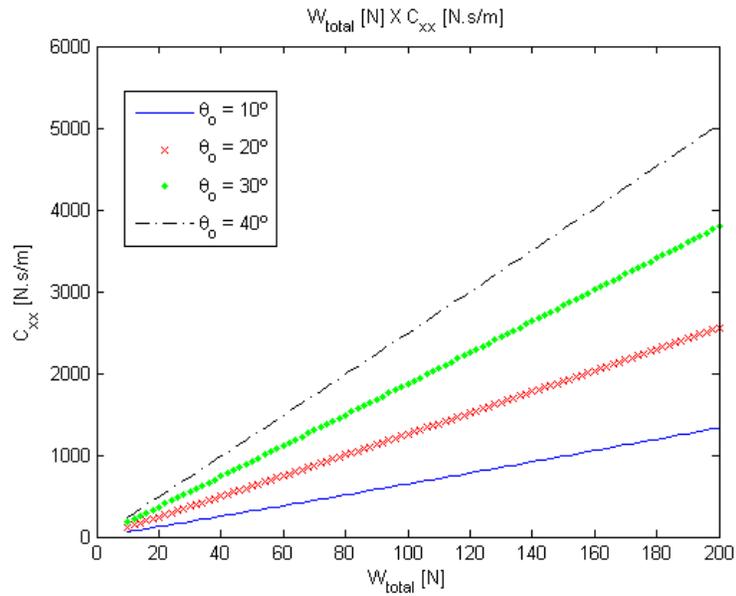


Figura 6.48: Coeficientes de amortecimento em função da carga axial aplicada para mancais com diferentes valores de θ_o

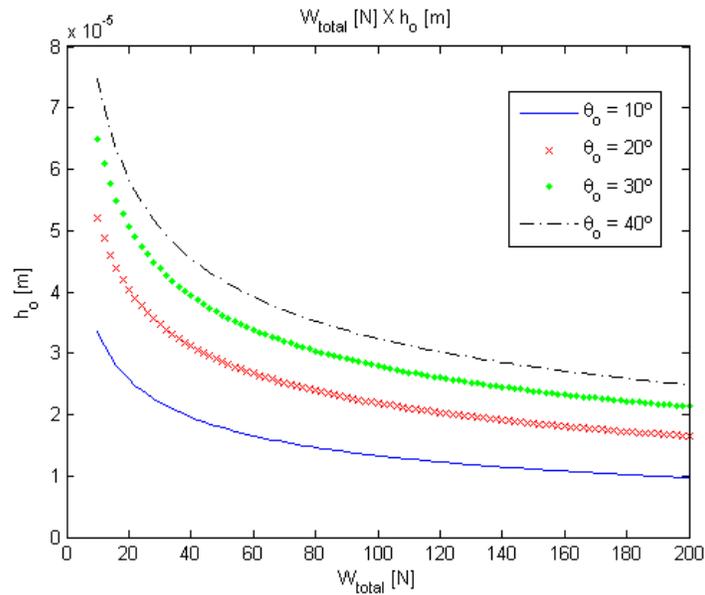


Figura 6.49: Espessura de fluido mínima em função da carga suportada pelo mancal para mancais com diferentes valores de θ_o

A Figura 6.49, por sua vez, mostra a espessura de fluido calculada (posição de equilíbrio) em função do valor de carga axial considerado na simulação, para cada um dos quatro diferentes tamanhos de segmento considerados. Vale ressaltar que é possível, a partir de cada valor de h_o , calcular o respectivo valor de espessura máxima de fluido, h_{\max} , usando-se a constante s_h do mancal analisado.

Como para uma mesma velocidade de rotação, um mancal com segmento menor deve operar com uma espessura de fluido menor, a faixa de valores de h_o calculada para os mancais com $\theta_o = 10^\circ$ será inferior à faixa de espessuras mínimas de fluido calculadas para mancais com segmentos com maior extensão angular. Isto pode ser observado na Figura 6.49, que mostra os valores de espessura de fluido calculados para o mancal com valores de θ_o .

Nota-se também que um aumento no valor da espessura de fluido significa uma diminuição na carga suportada pelo mancal. Fazendo-se uma analogia, pode-se dizer que, para um caso com rotação constante, a diminuição da carga axial aplicada possui o mesmo efeito sobre a espessura de fluido que o aumento da velocidade de rotação causa em um caso com carga axial constante.

6.8.3 Influência da Inclinação da Rampa sobre os Coeficientes de Rigidez e Amortecimento

Após analisar a influência que o comprimento angular do segmento causa sobre os coeficientes de rigidez e amortecimento, a influência causada pela inclinação da rampa será investigada, sendo, diretamente relacionada à variável s_h do mancal.

Considera-se, inicialmente, uma análise com carga axial constante e velocidade de rotação variável. A Tabela 6.22 mostra os dados do mancal analisado.

Tabela 6.22: Dados de funcionamento do mancal axial analisado

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
W_{total}	100	N
r_{ext}	0,0135	m
r_{int}	0,0045	m
θ_o	20	°
θ_{rampa}	15	°
$\theta_{rampa} / \theta_o$	3/4	-
N	variável	RPM
$npad$	8	-
η	0,011630	N.s/m ²
b	0,009	m
b / r_{ext}	2/3	-
h_{groove}	0,0025	m

Foram considerados quatro valores diferentes da variável s_h , mais especificamente: $sh = 5 \mu m$, $sh = 10 \mu m$, $sh = 15 \mu m$ e $sh = 20 \mu m$. Aumentando o valor de s_h , obtêm-se rampas mais inclinadas e, conseqüentemente, uma relação maior entre a espessura máxima e a espessura mínima de fluido, ou seja, uma razão h_{max} / h_o maior.

A Figura 6.50 mostra os resultados de coeficiente de rigidez em função da velocidade do eixo para as quatro configurações de segmento consideradas. Observa-se, através desta figura, que mancais com valores menores de s_h , ou seja, mancais com rampas menos inclinadas resultam em maiores coeficientes de rigidez. O mesmo pode ser observado com relação aos coeficientes de amortecimento, mostrados na Figura 6.51.

Assim como ocorre nos casos em que se variou o comprimento angular do segmento, pode-se dizer que as curvas dos coeficientes de rigidez mantêm-se relativamente paralelas entre si conforme a velocidade de rotação do eixo aumenta, enquanto os coeficientes de amortecimento dos diferentes mancais se aproximam em velocidades mais altas.

Na análise de mancais com diferentes valores de s_h , os mancais com menores valores de s_h resultam em maior rigidez e maior amortecimento.

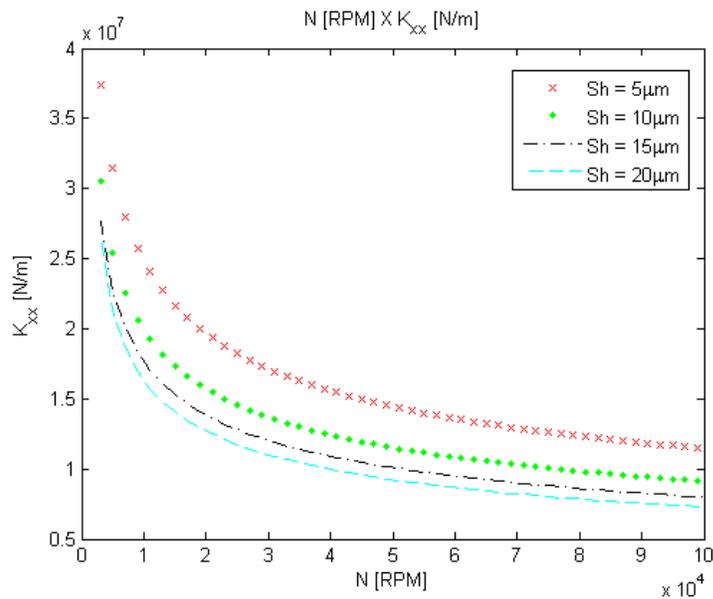


Figura 6.50: Coeficientes de rigidez em função da velocidade do colar do eixo para mancais com diferentes valores de s_h

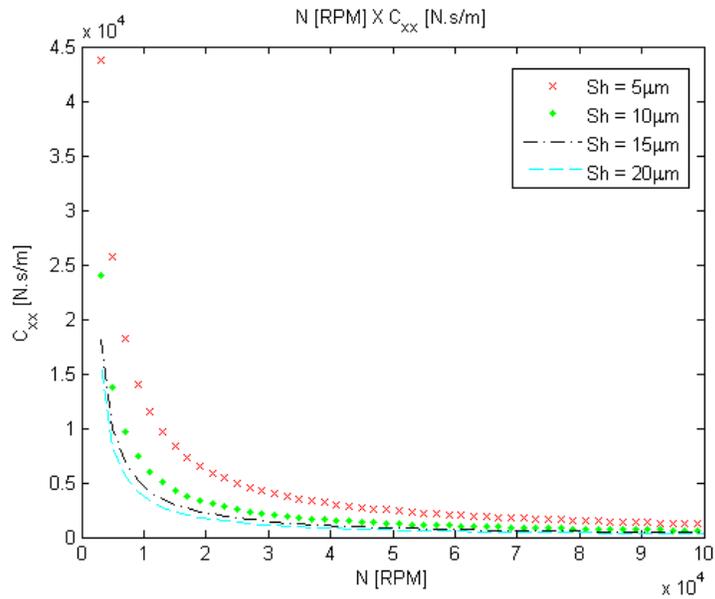


Figura 6.51: Coeficientes de amortecimento em função da velocidade do colar do eixo para mancais com diferentes valores de s_h

A Figura 6.52 mostra a variação da espessura mínima de fluido em função da velocidade do eixo. Observa-se que valores menores de h_o são obtidos nos casos de mancais com rampa menos inclinada, principalmente em rotações mais altas.

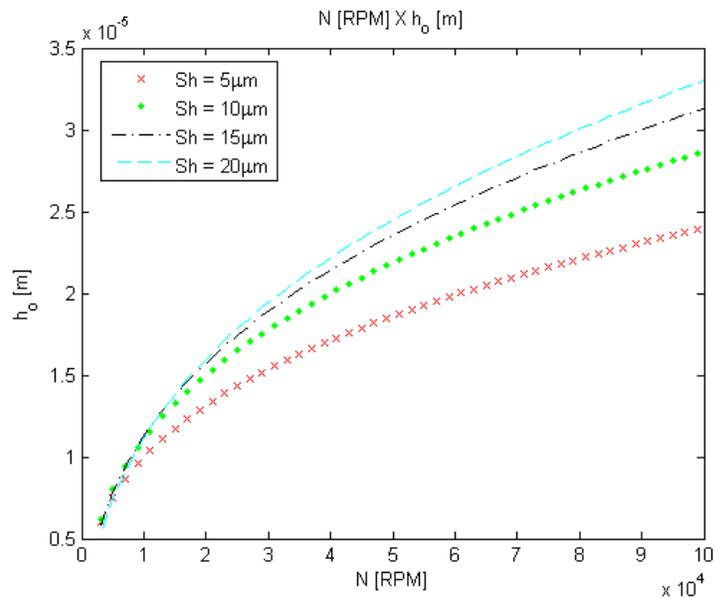


Figura 6.52: Espessura de fluido mínima em função da carga suportada pelo mancal para mancais com diferentes valores de s_h

A Figura 6.53, por sua vez, mostra a posição de equilíbrio em função da razão entre a espessura mínima e a espessura máxima de fluido (relação dependente de s_h). Os valores de h_{\max}/h_o calculados para os casos ficaram abaixo de 5, valores factíveis para os mancais axiais considerados.

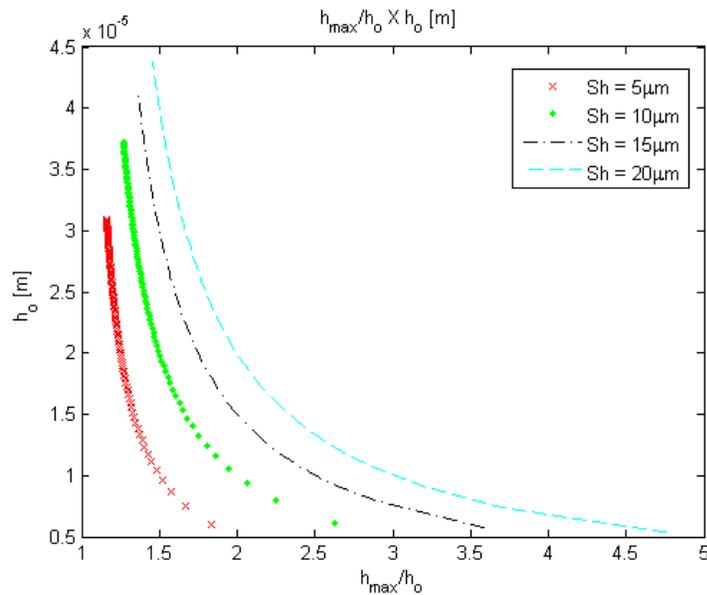


Figura 6.53: Espessura mínima de fluido em função da razão h_{\max}/h_o , calculada para mancais com diferentes valores de s_h

Os coeficientes do mesmo mancal também foram analisados em uma condição diferente de operação, como na seção anterior, com a velocidade de rotação do eixo constante e a carga axial aplicada ao mancal como uma variável, conforme os dados da Tabela 6.23:

Tabela 6.23: Dados de funcionamento do mancal axial analisado

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
W_{total}	variável	N
N	50000	RPM

Através dos resultados das Figuras 6.54 e 6.55, nota-se que, novamente, os maiores coeficientes ocorrem para o caso do mancal cuja rampa é menos inclinada, ou seja, para o caso

com $sh = 5 \mu m$, assim como observado na análise em que se variou a velocidade de rotação do eixo.

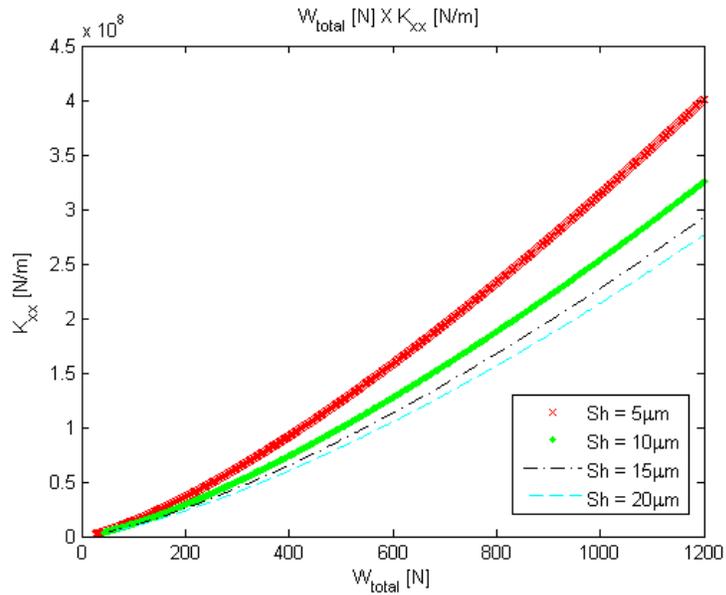


Figura 6.54: Coeficientes de rigidez em função da carga axial aplicada para mancais com diferentes valores de s_h

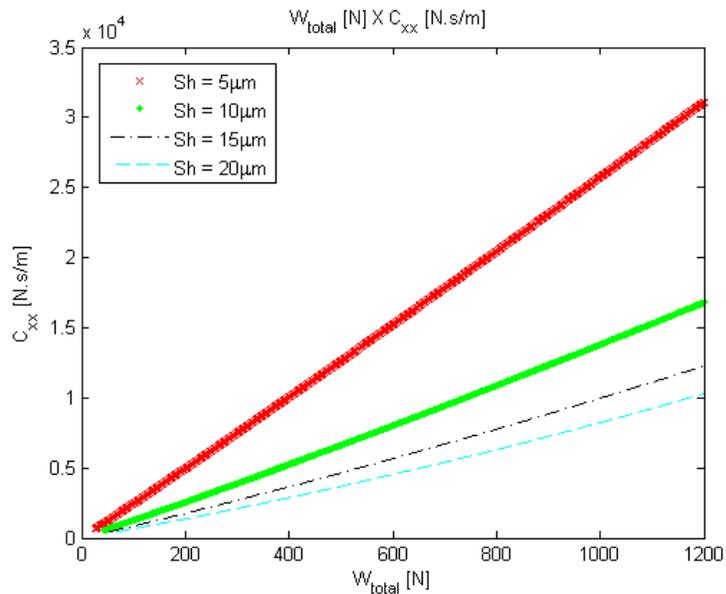


Figura 6.55: Coeficientes de amortecimento em função da carga axial aplicada para mancais com diferentes valores de s_h

A Figura 6.56 mostra a variação da posição de equilíbrio em função da carga axial aplicada. Observa-se que a espessura de fluido nos casos com rampa menos inclinada deve ser menor para suportar determinado valor de carga axial.

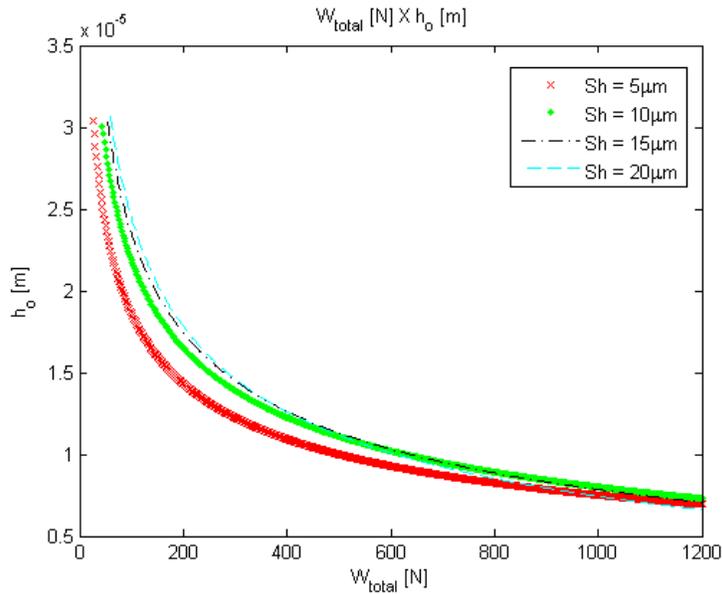


Figura 6.56: Espessura de fluido mínima em função da carga suportada pelo mancal para mancais com diferentes valores de s_h

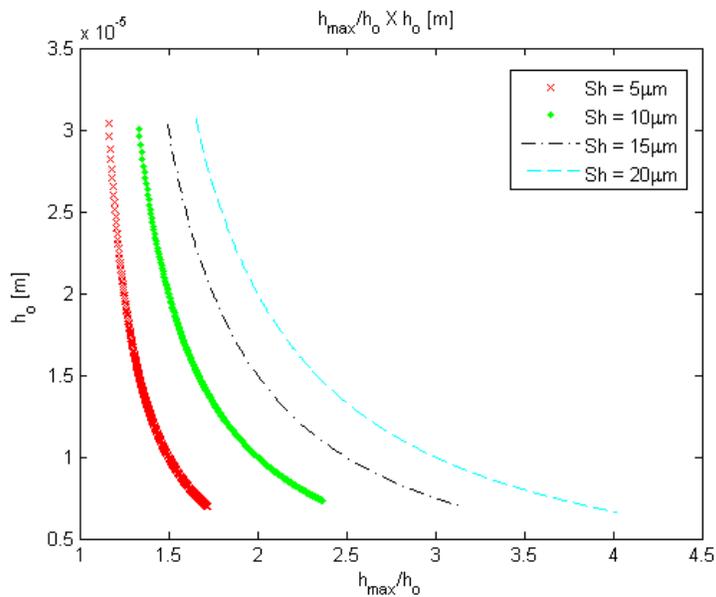


Figura 6.57: Espessura mínima de fluido em função da razão h_{max}/h_o , calculada para mancais com diferentes valores de s_h

A Figura 6.57, por sua vez, mostra a espessura mínima de fluido em função da razão h_{\max} / h_o para cada um dos mancais analisados. Observa-se que para os casos com s_h menor, as razões h_{\max} / h_o para determinados valores de h_o foram também menores.

A validação do modelo de cálculo de coeficientes de rigidez e amortecimento é feita no Apêndice C deste trabalho, pois os resultados de coeficientes dinâmicos encontrados em literatura foram feitos para um formato da seção plana ao final do segmento um pouco diferente da considerada no atual capítulo do presente trabalho.

Por esta razão, foi necessário fazer uma mudança no código implementado com o Intel® Visual Fortran Compiler 11.0, de maneira a adequar a equação para o filme de fluido lubrificante, de acordo com a utilizada no trabalho encontrado em literatura (ZHU e ZHANG, 2003).

7 CONCLUSÕES, COMENTÁRIOS E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS

7.1 Conclusões

Analisando-se os resultados obtidos com o modelo de resolução proposto para o cálculo da distribuição de pressão, capacidade axial de carga e coeficientes de rigidez e amortecimento em mancais axiais submetidos à Lubrificação Hidrodinâmica, é possível obter algumas conclusões acerca dos efeitos da variação de diferentes parâmetros geométricos e parâmetros de operação sobre as características de funcionamento deste tipo de mancal.

Primeiramente, após comparar os resultados obtidos com o método proposto, que considera o mancal completo e possibilita a inserção de descontinuidades na espessura de fluido (como as ranhuras, por exemplo), com os resultados obtidos com um método analítico simplificado e com os resultados de um método que possibilita apenas a análise dos segmentos de mancal (resolvido com o MDF), pode-se dizer que os resultados do método proposto neste trabalho apresentaram boa concordância com o obtido na literatura.

Levando-se também em consideração as limitações impostas pelas considerações do método, tais como temperatura e viscosidade do fluido lubrificante constantes e pressão nula na borda do mancal, os resultados obtidos ficaram de acordo com o esperado e semelhantes aos observados em literatura relacionada ao tema.

A existência de uma seção plana ao final de cada segmento e a influência do tamanho desta seção com relação ao tamanho do segmento foi analisada. Essa seção plana pode ser considerada em projeto com o objetivo de simplificar a manufatura dos segmentos de mancal axial e evitar falhas por contato durante a faixa de rotações na qual a lubrificação hidrodinâmica ainda não ocorre de forma completa.

Variando essa relação entre o tamanho da rampa e o tamanho do segmento, denotada por $\theta_{rampa} / \theta_o$, notou-se que, para valores de $\theta_{rampa} / \theta_o$ próximos de 3/4, a carga suportada atinge seu valor máximo. Sendo assim, para um determinado mancal, se o tamanho do seu segmento for

mantido constante e o tamanho da rampa variado, é possível melhorar significativamente a sua capacidade de carga sem alterações radicais no projeto.

Outra razão entre parâmetros operacionais analisada foi a relação entre a espessura máxima e a espessura mínima de fluido, denotada por h_{\max} / h_o . Observou-se que existe um valor ótimo de h_{\max} / h_o para o qual a carga axial suportada pelo mancal é máxima. Este valor ótimo é próximo de $h_{\max} / h_o = 2,5$ para segmentos de diferentes tamanhos.

Analisando a influência da viscosidade nos resultados calculados, notou-se que aumentando a viscosidade do fluido, uma maior carga é suportada pelo mancal. Este resultado mostra que a consideração da variação da viscosidade com relação à temperatura do fluido (consideração esta não feita neste trabalho, visto que a temperatura e, conseqüentemente a viscosidade, foram consideradas constantes) pode causar diferenças significativas nos resultados de pressão e capacidade de carga simulados.

Como a temperatura do fluido é intimamente dependente da velocidade de rotação do eixo, em velocidades muito altas de rotação do eixo, o fluido pode aquecer demasiadamente. Como a viscosidade de um fluido se dá, quase que na totalidade, devido a forças interatômicas, conforme a temperatura aumenta, o fluido se expande, as moléculas se separam e as forças intermoleculares decrescem, causando uma diminuição na viscosidade e alterando os resultados obtidos. Por esta razão, buscou-se, neste trabalho, limitar as velocidades de rotação analisadas, visto que a viscosidade foi considerada como sendo constante.

Com relação aos coeficientes de rigidez e amortecimento, utilizando-se um método de pequenas perturbações com relação à posição de equilíbrio do mancal, foi possível calcular os coeficientes para uma considerável faixa de velocidades de rotação do eixo, tanto com a inclusão de ranhuras quanto para análise de segmentos individuais. Comparando-se os resultados obtidos, observou-se que a inclusão das ranhuras faz com que os coeficientes de rigidez calculados se tornem ligeiramente maiores do que os coeficientes calculados para mancais sem ranhuras, principalmente para velocidades mais elevadas. Este fenômeno ocorre porque quando se consideram as ranhuras em mancais, a espessura de fluido calculada necessária para que o mancal

suporte determinada carga é um pouco menor do que a espessura calculada quando o mancal é analisado sem a presença de ranhuras, modificando os resultados de coeficiente de rigidez.

A consideração de ranhuras, por outro lado, não influenciou significativamente os resultados de coeficientes de amortecimento.

Finalmente, após analisar os resultados de distribuição de pressão e coeficientes dinâmicos obtidos, pode-se concluir que o método proposto é promissor para as análises e avaliação da lubrificação hidrodinâmica em mancais axiais com descontinuidades geométricas. Comparações com outros métodos e com a literatura mostraram resultados coerentes e demonstram que o modelo proposto atende aos objetivos iniciais do trabalho.

Além disso, o impacto de diferentes parâmetros geométricos e de operação de mancais axiais pôde ser avaliado, mostrando boas possibilidades de aplicação em projeto deste tipo de elemento de máquinas rotativas.

7.2 Comentários

Após as conclusões, alguns comentários acerca dos resultados obtidos podem, então ser feitos.

Com relação à distribuição de pressão para casos com diferentes valores de h_{\max} / h_o , observou-se que se aumentando esta razão, os valores de alta pressão ficam mais concentrados, com um pico de pressão mais agudo. Além disso, para maiores valores dessa relação, a posição do pico de pressão se desloca em direção ao final do segmento, tanto na direção angular quanto na direção radial.

Com relação à influência da consideração das ranhuras nos cálculos de pressão nos mancais axiais, constatou-se que a sua presença influencia o campo de pressão principalmente próximo às bordas de cada segmento na direção angular, nas quais a pressão não mais é nula, diferentemente do que ocorre no caso em que se analisa cada segmento individualmente, cujas condições de contorno de pressão nas bordas do segmento garantem que a pressão seja nula em todo o contorno do segmento.

Esta diferença nos resultados de pressão na borda do segmento faz com que o pico de pressão seja ligeiramente mais baixo nos segmentos (além de deslocado na direção angular), reduzindo a capacidade de carga calculada. O mesmo efeito ocorre aumentando-se a profundidade da ranhura.

Analisando-se mancais com diferentes comprimentos angulares de segmento, observou-se que mancais com valores menores de θ_o possuem coeficientes de rigidez maiores, porém coeficientes de amortecimento menores, quando sujeitos à mesma carga. Este comportamento está relacionado com a espessura de fluido calculada para cada caso de mancal, sendo que para mancais com valores menores de θ_o , a espessura necessária para suportar determinada carga axial, para uma velocidade de rotação do eixo específica, será menor do que para casos de mancais com maiores valores de θ_o .

Analisando-se mancais com diferentes inclinações de rampas, característica determinada pela variável s_h , observou-se que mancais com menores inclinações de rampa resultam em coeficientes de rigidez e amortecimento maiores quando sujeitos à mesma carga axial.

7.3 Sugestões para Trabalhos Futuros

Após concluir este trabalho, algumas sugestões para trabalhos subsequentes podem ser discutidas.

Primeiramente, é possível calcular os coeficientes angulares diretos e cruzados de rigidez e amortecimento para os mancais axiais. Para este cálculo, é necessário considerar que o eixo pode sofrer momento em torno dos eixos y e z, o que significa que o colar do eixo não mais se mantém paralelo ao mancal axial e seus segmentos.

Adicionalmente, é interessante uma análise Termohidrodinâmica (THD) do fluido lubrificante. Esta análise possibilitaria considerar a variação da temperatura do óleo e, conseqüentemente, a variação da sua viscosidade. É possível, assim, encontrar a distribuição de temperatura do fluido lubrificante sobre o segmento, além da distribuição da viscosidade deste fluido. Com estas considerações, a distribuição de pressão sobre o segmento é modificada,

podendo influenciar os resultados obtidos, como, por exemplo, a razão $\theta_{rampa} / \theta_{pad}$ ótima calculada.

Essa análise possibilita também avaliar os coeficientes calculados em maiores faixas de frequência, visto que em rotações mais altas a variação da temperatura do fluido deve causar influências significativas nos resultados de carga, o que não pode ser observado com o modelo proposto no presente trabalho.

Finalmente, é importante uma análise experimental de mancais axiais em máquinas rotativas. Obtendo-se resultados a partir de uma bancada de testes, será possível comparar os resultados obtidos computacionalmente com os experimentais, tanto para a distribuição de pressão, quanto em relação aos coeficientes de rigidez e amortecimento.

Referências

ARGHIR, M.; ALSAYED, A.; NICOLAS, D.; *The Finite Volume Solution of the Reynolds Equation of Lubrication with Film Discontinuities*; International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 44, 2002.

BENTLY, D. E.; “Fundamentals of Rotating Machinery Diagnostics”, Bently Pressurized Bearing Press, Minden, NV, USA, 2002.

BUKOVNIK, S., DORR, N., CAIKA, V., BARTZ, W.J., LOIBNEGGER, B.; Analysis of diverse simulation models for combustion engine journal bearings and the influence of oil condition, *Tribology International*, Vol. 39 (8), pp. 820-826, 2006.

BUTENSCHOEN H. J.; “Das Hydrodynamische, zylindrische Gleitlager unter instationaerer Belastung”, TU Karlsruhe, Dissertation, 1976,

CASTELLI, V., PIRVICS, J.; Review of Numerical Methods in Gas Bearing Film Analysis, ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 99, p. 777-792, 1968.

CASTRO, H. F. de; *Análise de Mancal Hidrodinâmico sob instabilidade fluido-induzida*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, p.176. Tese (Doutorado), 2007.

CHARNES, A.; SAIBEL, E; YING A. S. C., On the Solution of the *Reynolds' Equation for Slider-Bearing Lubrication – V, The Sector Thrust Bearing*, Transactions of the ASME, Vol. 75, p. 1125-1132, 1953.

DANIEL, G. B.; *Análise Dinâmica de um Sistema Pino-Pistão com Lubrificação Hidrodinâmica*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, p. 125, Dissertação (Mestrado), 2008.

DOWNSON, D.; *Osborne Reynolds Centenary (1886-1986) – Proc. Of IMech-* Vol. 201, N. C2, p. 75-96, 1987.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; “*Introdução à Mecânica dos Fluidos*”, LTC, 5ª Edição, Rio de Janeiro, Brasil, 2001.

HAMROCK, B. J.; “*Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts – Ph.D. Thesis*”, Leeds University, NASA Technical Memorandum TM X-73454; Cleveland, Ohio, EUA, 1976.

HAMROCK, B. J.; SCHMID, S. R.; Jacobson, B. O.; “*Fundamentals of Fluid Film Lubrication*”, McGraw Hill, 2nd ed., New York, EUA, 1994.

HAMROCK, B. J.; SCHMID, S. R.; Jacobson, B. O.; “*Fundamentals of Machine Elements*”, McGraw Hill, 2nd ed., New York, EUA, 2005.

HOLLAND, J.; “*Beitrag zur Erfassung der Schmierverhältnisse in Verbrennungskraftmaschinen*”, Vdi-Forschungsheft 475, Ausgabe B, Band 25, Duesseldorf, 1959.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P., *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*, LTC, 5^a ed., 2003.

JAMES, D. D.; POTTER, A. F.; *Numerical Analysis of the Gas-Lubricated Spiral-Groove Thrust Bearing-Compressor*, Journal of Lubrication Technology, Transactions of the ASME, Vol. 89, p.439-444, October 1967.

JANG, G. H.; LEE, S. H., KIM, H. W.; *Finite Element Analysis of the Coupled Journal and Thrust Bearing in a Computer Hard Disk Drive*; Transactions of ASME – Journal of Tribology, Vol. 128, pp. 335-340, Abr. 2006.

KANG, K., RHIM, Y., SUNG, K.; A study of oil-lubricated Herringbone-Grooved Journal bearings – Part 1: Numerical Analysis, ASEM Journal of Tribology, Vol. 118, p. 906-911, 1996.

KOÇ, E.; *An Investigation into the Numerical Solution of Reynolds’ Lubrication Equation with Special Reference to Thrust Bearings*, Tribology International, Vol. 230, No. 6, p. 429-437, 1990.

KOGURE, K., FUKUI, S., MITSUYA, Y., KANEKO, R.; Design of Negative Pressure Slider for Magnetic Recording Discs, ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 105, p. 496-502, 1983.

LUND, J.; *Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings*, ASME Journal of Tribology, Vol. 109, p. 37- 41, 1987.

MACHADO, T. H.; *Avaliação de Mancais Hidrodinâmicos para Aplicação em altas rotações e Elevadas Condições de Carga*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, p. 100, Trabalho de Graduação, 2009.

MITTWOLLEN, N.; HEGEL, T.; GLIENICKE, J.; Effect of Hydrodynamic Thrust Bearings on Lateral Shaft Vibrations; Transactions of ASME – Journal of Tribology, Vol. 113, pp. 811-818, Oct. 1991.

MUSZYNSKA, A.; “Rotordynamics”, Taylor & Francis Group, Boca Raton, FL, USA, 2005.

NORTON, R. L.; “*Machine Design: An Integrated Approach*” (in Portuguese), 2nd ed., Bookman, Porto Alegre, Brazil, 2004.

OCVIRK, E W.; Short bearing approximation for full journal bearings, *National Advisory Committee for Aeronautics*, Technical Note 2808, Cornell University, 1952.

PATANKAR, S. V.; Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Corporation, Washington DC, 1980.

PETROV, N. P.; Friction in Machines and the Effect of Lubricant, *Inzenernii Zhurnal*, St. Petersburg, Vol. 1, pp. 71-140, Vol. 2, pp. 228-279, Vol. 3, pp. 377-436, Vol. 4, pp. 535-564, 1883.

PINKUS, O.; *Analysis of Elliptical Bearings*, Transactions of the ASME, Vol. 78, p. 965-973, July 1956.

PINKUS, O.; LYNN, W.; *Solution of the Tapered-Land Sector Thrust Bearing*, Transactions of the ASME, Vol. 80, p. 1510-1516, October 1958.

PINKUS, O.; Analysis and Characteristics of Three-Lobe Bearing, *Journal of Basic Engineering*, pp. 49-55, 1959.

PINKUS, O.; The Reynolds Centennial: A Brief History of the Theory of Hydrodynamic Lubrication, *Transactions of the ASME - Journal of Tribology*, Vol.109, pp.2-20, 1987.

RAIMONDI, A., BOYD, J.; A Solution for the Finite Journal Bearing and Its Application to Analysis and Design, *Transactions of American Society of Lubrication Engineers*, Vol. 1, No.1, pp.159-209, 1958.

REYNOLDS, O.; *On the Theory of Lubrication and its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil*. Philosophical Transactions of Royal Society of London, Series A, Vol. 177, Part 1, pp.157-234, 1886.

SINGHAL, G. C.; *Computational Method for Hydrodynamic Problems (Reynolds' Equation)*, Computer Aided Design, p. 151-154, 1981.

SOMMERFELD, A.; "Zur Hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung", *Zs. Math. And Phys.*, Vol. 50, No.1, pp.97-155, 1904.

SRIKANTH, D. V.; CHATURVEDI, K. K.; REDDY, A. C. K.; *Modelling of Large Tilting Pad Thrust Bearing Stiffness and Damping Coefficients*; *Tribology in Industry*, Vol. 31, No. 3 & 4, 2009.

STERNLICHT B.; MAGINNISS F. J.; *Application of Digital Computers to Bearing Design*, *Transactions of the ASME*, Vol. 79, p. 1483-1493, 1957.

STORTEIG, E.; WHITE, M. F.; *Dynamic Characteristics of Hydrodynamically Lubricated Fixed-Pad Thrust Bearings*, *WEAR*, Vol. 232, pp. 250-255, 1999.

TOWER, B.; First report on friction experiments, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, pp. 632-659, 1883.

TOWER, B.; Second report on friction experiments, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, pp. 58-70, 1885.

VENNER, C. H.; LUBRECHT, A.A.; *Multilevel Methods in Lubrication*, Elsevier, Tribology Series, Vol. 37, 1st ed., Netherlands, 2000.

VIEIRA, L. C., CAVALCA, K. L.; *Solução Analítica para Mancais Axiais*, Trabalho de Graduação I, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Departamento de Projeto Mecânico, Laboratório de Máquinas Rotativas, Campinas, 2009.

VIEIRA, L. C., CAVALCA, K. L.; *Solução Numérica para Mancais Axiais com Lubrificação Hidrodinâmica Utilizando o Método das Diferenças Finitas*, Trabalho de Graduação II, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Departamento de Projeto Mecânico, Laboratório de Máquinas Rotativas, Campinas, 2009.

VIEIRA, L. C., CAVALCA, K.L.; Hydrodynamic Lubrication Evaluation of Sector Thrust Bearings, In: 20th International Congress of Mechanical Engineering - COBEM 2009, Proceedings of the 20th International Congress of Mechanical Engineering, Gramado, Brazil, 2009.

WANG, J. K.; KHONSARI, M. M.; “A new derivation for journal bearing stiffness and damping coefficients in polar coordinates”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 290, pp. 500-507, 2006.

ZHU, Q.; ZHANG, W. J.; *A Preliminary Nonlinear Analysis of The Axial Transient Response of the Sector-Shaped Hydrodynamic Thrust Bearing-Rotor System*; *Transactions of ASME – Journal of Tribology*, Vol. 125, pp. 854-858, Oct. 2003.

APÊNDICE A - Solução Analítica

Nesta seção do trabalho apresenta-se o método para a solução analítica sugerida por Hamrock (2002).

Inicialmente, considera-se um mancal circular e, para melhor efeito de análise, desenvolve-se o perfil no plano de seu arco de circunferência, de acordo com o perfil da Figura A.1:

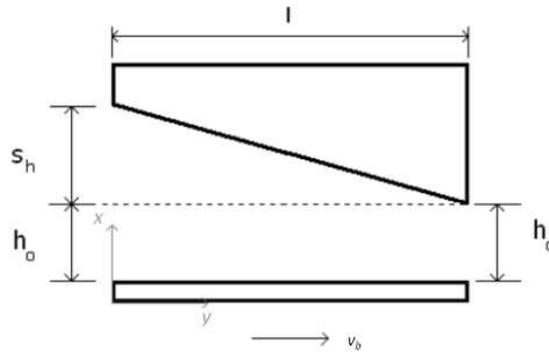


Figura A.1: Esquema simplificado de um mancal axial com rampa de inclinação fixa

Nesta figura, conforme já definido neste trabalho, tem-se que h_o corresponde à folga mínima entre o mancal e o colar do eixo, a dimensão s_h (do inglês, *shoulder height*) é relacionada à inclinação da superfície do mancal de modo que a máxima espessura de filme de óleo seja dada por $h_{\max} = h_o + s_h$, localizada na entrada da cunha deste mancal, isto é, na coordenada $y = 0$. A espessura mínima h_o , por sua vez, está localizada na coordenada $y = l$. Sendo assim, a equação da espessura do filme de fluido pode ser escrita, para o caso específico da Figura A.1, como:

$$h = h_o + s_h \left(1 - \frac{y}{l} \right) \quad (\text{A.1})$$

na qual se obtêm os resultados $h = h_o + s_h$ em $y = 0$ e $h = h_o$ em $y = l$.

A Equação de Reynolds utilizada para a obtenção da solução analítica é a Equação (4.8):

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6v_b \eta \frac{\partial h}{\partial y} \quad (4.8)$$

Negligenciando as perdas laterais de fluido (na direção da coordenada z), tem-se a Equação (4.9), equação principal para este tipo de solução:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6v_b \eta \frac{\partial h}{\partial y} \quad (4.9)$$

Integrando-se esta equação, obtém-se a seguinte expressão:

$$h^3 \frac{\partial p}{\partial y} = 6v_b \eta h + C \quad (A.2)$$

sendo o termo C uma constante de integração.

Isolando o termo $\frac{\partial p}{\partial y}$ e considerando que $\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{dp}{dy}$, obtém-se:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{6v_b \eta h}{h^3} + \frac{C}{h^3} \rightarrow \frac{dp}{dy} = \frac{6v_b \eta}{h^2} + \frac{C}{h^3} \quad (A.3)$$

A pressão máxima pode ser encontrada igualando-se a derivada da pressão em relação ao eixo y a zero, ou seja, $\frac{dp}{dy} = 0$. Sendo assim:

$$\frac{dp}{dy} = \frac{6v_b \eta}{h^2} + \frac{C}{h^3} = 0 \quad (A.4)$$

Considera-se, como notação para esta análise, que no ponto de máxima pressão a espessura de filme de fluido lubrificante é denotada por $h = \bar{h}$:

$$\frac{dp}{dy} = \frac{6v_b \eta}{\bar{h}^2} + \frac{C}{\bar{h}^3} = 0 \quad (A.5)$$

Isolando a constante C , obtém-se:

$$C = -\frac{6v_b\eta\bar{h}^3}{\bar{h}^2} = -6v_b\eta\bar{h} \quad (\text{A.6})$$

Substituindo a expressão encontrada para a constante C em (A.6) na Equação (A.3), a equação da derivada da pressão em relação à y reduz-se a:

$$\frac{dp}{dy} = \frac{6v_b\eta}{h^3}(h - \bar{h}) \rightarrow \frac{1}{v_b\eta} \frac{dp}{dy} = 6 \frac{(h - \bar{h})}{h^3} \quad (\text{A.7})$$

Para facilitar a análise, utilizam-se parâmetros adimensionais definidos por Hamrock (2002), conforme o conjunto de Equações de (A.8) até (A.10):

$$P = \frac{ps_h^2}{v_b l \eta} \quad (\text{A.8})$$

$$H = \frac{h}{s_h} \text{ e, analogamente, } H_o = \frac{h_o}{s_h} \text{ e } \bar{H} = \frac{\bar{h}}{s_h} \quad (\text{A.9})$$

$$Y = \frac{y}{l} \quad (\text{A.10})$$

Substituindo as adimensionalizações na Equação (A.7), obtém-se:

$$\frac{d\left(\frac{ps_h^2}{v_b l \eta}\right)}{d\left(\frac{y}{l}\right)} = 6 \left(\frac{\frac{h}{s_h} - \frac{\bar{h}}{s_h}}{\frac{h^3}{s_h^3}} \right) \rightarrow \frac{dP}{dY} = \left(\frac{H - \bar{H}}{H^3} \right) 6 \quad (\text{A.11})$$

Lembrando da equação para a espessura do filme de fluido lubrificante, para o caso mostrado na Figura A.1, Equação (A.1), e reescrevendo-a com todos os termos divididos por s_h , tem-se:

$$\frac{h}{s_h} = \frac{h_o}{s_h} + \frac{s_h}{s_h} \left(1 - \frac{y}{l} \right) \rightarrow \frac{h}{s_h} = \frac{h_o}{s_h} + \left(1 - \frac{y}{l} \right) \quad (\text{A.12})$$

que, com as variáveis adimensionais, torna-se:

$$H = H_o + (1-Y) \quad (\text{A.13})$$

Derivando-se a Equação (A.13), obtém-se a taxa de variação de H e em função da variação de Y :

$$dH = -dY \rightarrow \frac{dH}{dY} = -1 \quad (\text{A.14})$$

Considerando-se que a pressão na entrada e na saída do mancal é atmosférica, pode-se escrever que:

$$\begin{aligned} p &= 0 \text{ em } y = 0 \\ p &= 0 \text{ em } y = l \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Aproveitando as variáveis adimensionais criadas anteriormente, pode-se escrever que:

$$\begin{aligned} P &= 0 \text{ em } Y = 0 \\ P &= 0 \text{ em } Y = 1 \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Tem-se, também que:

$$\begin{aligned} \text{para } Y = 0 &\rightarrow H = H_o + 1 \\ \text{e para } Y = 1 &\rightarrow H = H_o \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Assim, substituindo a Equação (A.14) na Equação (A.11), tem-se:

$$dP = -6 \left(\frac{H - \bar{H}}{H^3} \right) dH \quad (\text{A.18})$$

Essa equação pode ser integrada para se obter uma equação para P :

$$\int dP = \int -6 \left(\frac{H - \bar{H}}{H^3} \right) dH \rightarrow \int dP = -6 \int \left(\frac{1}{H^2} - \frac{\bar{H}}{H^3} \right) dH \quad (\text{A.19})$$

Integrando:

$$P = -6 \int (H^{-2} - \bar{H}H^{-3}) dH \quad (\text{A.20})$$

Finalmente:

$$P = 6\left(\frac{1}{H} - \frac{0,5\bar{H}}{H^2}\right) + D \rightarrow P = 6\left(\frac{H - 0,5\bar{H}}{H^2}\right) + D \quad (\text{A.21})$$

em que D é uma constante de integração.

Substituindo-se uma das condições de contorno, no caso $P=0$ e $H = H_o + 1$, na Equação (A.21), obtém-se:

$$0 = 6\left(\frac{(H_o + 1)}{(H_o + 1)^2} - \frac{0,5\bar{H}}{(H_o + 1)^2}\right) + D \quad (\text{A.22})$$

Reescrevendo:

$$\frac{3\bar{H}}{(H_o + 1)^2} = \frac{6(H_o + 1)}{(H_o + 1)^2} + D \quad (\text{A.23})$$

Isolando \bar{H} obtém-se:

$$\bar{H} = 2(H_o + 1) + \frac{D(H_o + 1)^2}{3} \quad (\text{A.24})$$

Substituindo-se a outra condição de contorno, $P=0$ e $H = H_o$ na Equação (A.21), obtém-se:

$$0 = 6\left(\frac{1}{H_o} - \frac{0,5\bar{H}}{H_o^2}\right) + D \quad (\text{A.25})$$

em que a constante de integração é dada por:

$$D = -\frac{6}{H_o} + \frac{6\bar{H}}{2H_o^2} \quad (\text{A.26})$$

Isolando novamente \bar{H} , tem-se:

$$\bar{H} = \frac{2H_o^2 D}{6} + 2H_o \quad (\text{A.27})$$

Igualando-se as Equações (A.24) e (A.27), tem-se que:

$$2(H_o + 1) + \frac{D(H_o + 1)^2}{3} = \frac{2H_o^2 D}{6} + 2H_o \quad (\text{A.28})$$

Com algumas simplificações, obtém-se a constante de integração D:

$$D = -\frac{6}{(2H_o + 1)} \quad (\text{A.29})$$

Substituindo este valor de D na Equação (A.27):

$$\bar{H} = \frac{2H_o^2}{6} \left(-\frac{6}{2H_o + 1} \right) + 2H_o \quad (\text{A.30})$$

Simplificando, obtém-se a expressão para o cálculo da espessura de fluido na posição em que ocorre a pressão máxima:

$$\bar{H} = \frac{2H_o^2 + 2H_o}{(2H_o + 1)} \quad (\text{A.31})$$

Finalmente, a espessura do filme de fluido lubrificante adimensional no ponto em que a pressão adimensional é máxima pode ser obtida pela seguinte equação, dada em função apenas de H_o :

$$\bar{H} = \frac{2H_o(H_o + 1)}{2H_o + 1} \quad (\text{A.32})$$

Substituindo os resultados de \bar{H} e de D na Equação (A.21), obtém-se:

$$P = 6 \left(\frac{H - 0,5 \left(\frac{2H_o(H_o + 1)}{2H_o + 1} \right)}{H^2} \right) - \frac{6}{(2H_o + 1)} \quad (\text{A.33})$$

Fazendo-se as simplificações necessárias:

$$P = 6 \left(\frac{2H_o H + H - H_o^2 - H_o - H^2}{H^2 (2H_o + 1)} \right) \quad (\text{A.34})$$

Pode-se dizer, a partir da Equação (A.13), que $Y = H_o + 1 - H$. Sendo assim:

$$Y^2 = (H_o + 1 - H)^2 = H_o^2 + H_o - H_o H + H_o + 1 - H - H_o H - H + H^2 \quad (\text{A.35})$$

Simplificando, obtém-se:

$$Y^2 = H_o^2 + 2H_o - 2H_o H + H^2 - 2H + 1 \quad (\text{A.36})$$

Pode-se dizer que o termo $2H_o H + H - H_o^2 - H_o - H^2$, que aparece no numerador de P , é igual a $Y - Y^2$.

Sabendo isso, pode-se simplificar o resultado de P em função de Y , de H e de H_o :

$$P = 6 \frac{(Y - Y^2)}{H^2 (2H_o + 1)} \quad (\text{A.37})$$

Como $H = H_o + 1 - Y$, Equação (A.13), pode-se escrever que $H^2 = (H_o + 1 - Y)^2$ para se obter, finalmente, a equação da pressão adimensional P em função de Y e H_o :

$$P = 6 \frac{(Y - Y^2)}{(H_o + 1 - Y)^2 (2H_o + 1)} \quad (\text{A.38})$$

Assim, a pressão no mancal será dada por:

$$p = \frac{P v_b l \eta}{s_h^2} = 6 \frac{(Y - Y^2) v_b l \eta}{(H_o + 1 - Y)^2 (2H_o + 1) s_h^2} \quad (\text{A.39})$$

APÊNDICE B - Método das Diferenças Finitas

B.1 Equação de Reynolds Adimensionalizada

A abordagem feita para o cálculo da pressão sobre um segmento de mancal a partir do MDF utiliza a Equação de Reynolds escrita na forma da Equação (4.12).

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(h^3 r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 6v_{\theta b} \eta \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (4.12)$$

Para facilitar a análise e diminuir o número de variáveis, é comum que sejam feitas adimensionalizações na equação. Para isso, novas variáveis serão introduzidas e explicadas.

A Figura B.1 mostra o comprimento angular θ_o do segmento, a posição do raio interno (r_{int}) do segmento e o comprimento deste segmento na direção radial, denotado por b . Pode-se perceber que a relação entre as variáveis r_{ext} , r_{int} e b é dada por $r_{ext} = r_{int} + b$.

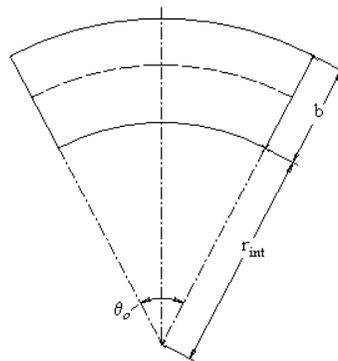


Figura B.1: Comprimento angular θ_o do segmento, posição do raio interno (r_{int}) do segmento e comprimento do segmento na direção radial (b)

O termo s_h , já explicado anteriormente, é a diferença entre as espessuras máxima e mínima de fluido lubrificante. As variáveis adimensionais são escritas em letras maiúsculas, sendo P a pressão adimensional, H a espessura adimensional de fluido e R o raio adimensional.

Sendo assim, os termos adimensionais utilizados podem ser obtidos da seguinte forma:

- Pressão adimensional:
$$P = \frac{ps_h^2}{N\eta b^2} \quad (B.1)$$

- Espessura adimensional do filme de fluido lubrificante:
$$H = \frac{h}{s_h} \quad (B.2)$$

- Adimensionalização da coordenada r :
$$R = \frac{r}{r_{ext}} \quad (B.3)$$

Como a coordenada θ tem unidade em radianos, esta já é considerada como uma coordenada adimensional.

Assim, tem-se que as coordenadas com dimensão podem ser escritas em função das coordenadas adimensionais da seguinte forma:

- Pressão:
$$p = \frac{PN\eta b^2}{s_h^2} \quad (B.4)$$

- Espessura do filme de fluido lubrificante:
$$h = Hs_h \quad (B.5)$$

- Coordenada r :
$$r = Rr_{ext} \quad (B.6)$$

Substituindo essas adimensionalizações na Equação (4.12), tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial Rr_{ext}} \left(Rr_{ext} (Hs_h)^3 \frac{\partial \left(\frac{PN\eta b^2}{s_h^2} \right)}{\partial Rr_{ext}} \right) + \frac{1}{Rr_{ext}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left((Hs_h)^3 \frac{\partial \left(\frac{PN\eta b^2}{s_h^2} \right)}{\partial \theta} \right) = 6\eta v_{\theta b} \frac{\partial Hs_h}{\partial \theta} \quad (B.7)$$

Fazendo-se algumas simplificações e substituindo $v_{\theta b} = 2\pi Nr$, tem-se:

$$\frac{1}{r_{ext}} \frac{\partial}{\partial R} \left(R(H^3 s_h) N\eta b^2 \frac{\partial P}{\partial R} \right) + \frac{1}{r_{ext}} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left((H^3 s_h) N\eta b^2 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = 6\eta (2\pi Nr) s_h \frac{\partial H}{\partial \theta} \quad (B.8)$$

Finalmente, a equação de Reynolds em sua forma polar e adimensionalizada é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial R} \left(RH^3 \frac{\partial P}{\partial R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = 12\pi R \left(\frac{r_{ext}}{b} \right)^2 \frac{\partial H}{\partial \theta} \quad (\text{B.9})$$

Igualando a zero, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial R} \left(RH^3 \frac{\partial P}{\partial R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) - 12\pi R \left(\frac{r_{ext}}{b} \right)^2 \frac{\partial H}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{B.10})$$

Conforme já explicado, a técnica de solução numérica utilizada para resolver esta equação diferencial é o MDF. Ao contrário de métodos de solução analítica, com os quais é possível determinar valores de pressão em quaisquer pontos do mancal (possibilita uma solução “contínua”), os métodos numéricos possibilitam somente a solução em alguns pontos, chamados de pontos discretos. A quantidade de pontos (ou nós) define a precisão da solução, ou seja, quanto maior o número de pontos, melhor a discretização e os resultados obtidos, porém às custas de maior tempo computacional. Uma quantidade pequena de nós forma uma malha grosseira, com resultados obtidos mais rapidamente, porém menos precisos.

O primeiro passo a ser feito para a resolução é, então, dividir a região a ser analisada em regiões infinitesimais. A cada região é atribuído um ponto de referência, frequentemente chamado de nó ou ponto nodal.

No sistema de coordenadas x , y e z , a escolha de nós, mais comumente utilizada, é mostrada na Figura B.2, sendo i o índice do ponto de referência para o eixo z , e j o índice do ponto de referência para o eixo y .

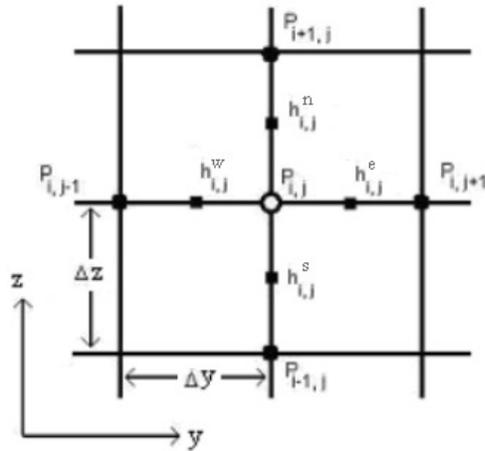


Figura B.2: Esquema da malha usada para solução pelo MDF, em coordenadas z e y

Usando-se coordenadas polares, a malha discretizada fica um pouco diferente, conforme pode ser observado na Figura B.3. Em coordenadas polares, i é o índice do ponto de referência para a coordenada r , enquanto j é o índice do ponto de referência para a coordenada θ .

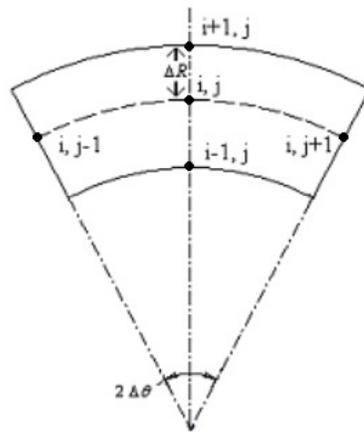


Figura B.3: Esquema da malha usada para solução pelo MDF em coordenadas polares

Após a atribuição de pontos de referência, ou nós, o cálculo com Diferenças Finitas pode ser efetuado. A principal característica deste método numérico de resolução é a transformação do cálculo da derivada de uma variável em uma diferença entre os valores desta variável em nós adjacentes ao nó no qual se deseja efetuar o cálculo. Por exemplo, no cálculo da derivada da

pressão adimensional com relação ao comprimento radial adimensional, isto é $\frac{\partial P}{\partial R}$, a derivada transforma-se em uma diferença da seguinte forma:

$$\frac{\partial P}{\partial R} = \frac{P_{i+1,j} - P_{i-1,j}}{2\Delta R} \quad (\text{B.11})$$

Pode-se fazer, alternativamente:

$$\frac{\partial P}{\partial R} = \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta R} \quad (\text{B.12})$$

ou ainda

$$\frac{\partial P}{\partial R} = \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\Delta R} \quad (\text{B.13})$$

B.2 Cálculo do Perfil de Pressões em cada Segmento de um Mancal utilizando o MDF

De acordo com o MDF, a equação de Reynolds na forma polar obtida anteriormente, Equação (B.10), pode ser escrita de maneira apropriada, usando-se as seguintes equações para seus termos, isoladamente:

$$\frac{\partial}{\partial R} \left(RH^3 \frac{\partial P}{\partial R} \right)_{i,j} = \frac{R_{i+1/2,j} (H^e_{i,j})^3 \left(\frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta R} \right) - R_{i-1/2,j} (H^w_{i,j})^3 \left(\frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\Delta R} \right)}{\Delta R} \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right)_{i,j} = \frac{1}{R_{i,j}} \left[\frac{(H^e_{i,j})^3 \left(\frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\Delta \theta} \right) - (H^w_{i,j})^3 \left(\frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{\Delta \theta} \right)}{\Delta \theta} \right] \quad (\text{B.15})$$

$$12\pi R \left(\frac{r_{ext}}{b} \right)^2 \left(\frac{\partial H}{\partial \theta} \right)_{i,j} = 12\pi \left(\frac{r_{ext}}{b} \right)^2 R_{i,j} \left(\frac{H^e_{i,j} - H^w_{i,j}}{\Delta \theta} \right) \quad (\text{B.16})$$

É importante notar-se que, na forma utilizada para o cálculo por Diferenças Finitas, a espessura adimensional de fluido lubrificante, H , é escrita com o índice (i, j) e um sobrescrito relacionado às coordenadas norte, sul, leste e oeste, respectivamente, n, s, e, w . Isto significa que a espessura adimensional de fluido deve ser calculada em uma posição distante $\frac{\Delta\theta}{2}$ ou $\frac{\Delta R}{2}$ a partir do ponto central (i, j) .

A forma discretizada da equação de Reynolds pode então ser desenvolvida como:

$$0 = \frac{R_{i+1/2,j} (H^n_{i,j})^3 \left(\frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta R} \right) - R_{i-1/2,j} (H^s_{i,j})^3 \left(\frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\Delta R} \right)}{\Delta R} + \frac{1}{R_{i,j}} \left[\frac{(H^e_{i,j})^3 \left(\frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\Delta\theta} \right) - (H^w_{i,j})^3 \left(\frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{\Delta\theta} \right)}{\Delta\theta} \right] - 12\pi \left(\frac{r_{ext}}{b} \right)^2 R_{i,j} \left(\frac{H^e_{i,j} - H^w_{i,j}}{\Delta\theta} \right) \quad (B.17)$$

Juntando-se alguns termos, obtém-se:

$$0 = \frac{R_{i+1/2,j} (H^n_{i,j})^3 P_{i+1,j}}{\Delta R^2} - \frac{R_{i+1/2,j} (H^n_{i,j})^3 P_{i,j}}{\Delta R^2} - \frac{R_{i-1/2,j} (H^s_{i,j})^3 P_{i,j}}{\Delta R^2} + \frac{R_{i-1/2,j} (H^s_{i,j})^3 P_{i-1,j}}{\Delta R^2} + \frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^e_{i,j})^3 P_{i,j+1}}{\Delta\theta^2} - \frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^e_{i,j})^3 P_{i,j}}{\Delta\theta^2} - \frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^w_{i,j})^3 P_{i,j}}{\Delta\theta^2} + \frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^w_{i,j})^3 P_{i,j-1}}{\Delta\theta^2} - 12\pi \left(\frac{r_{ext}}{b} \right)^2 R_{i,j} \left(\frac{H^e_{i,j} - H^w_{i,j}}{\Delta\theta} \right) \quad (B.18)$$

Por fim, rearranjando-se alguns termos, obtém-se a equação para a pressão adimensional, $P_{i,j}$, em qualquer ponto de coordenadas (i, j) em função das pressões, raios, posição angular e espessura de fluido lubrificante (adimensionalizados) dos pontos adjacentes:

$$\begin{aligned}
P_{i,j} = & \frac{-12\pi\left(\frac{r_{ext}}{b}\right)^2 R_{i,j}\left(\frac{H^e_{i,j} - H^w_{i,j}}{\Delta\theta}\right) + \frac{R_{i+1/2,j}(H^n_{i,j})^3 P_{i+1,j}}{\Delta R^2} +}{\frac{R_{i+1/2,j}(H^n_{i,j})^3 + R_{i-1/2,j}(H^s_{i,j})^3}{\Delta R^2} + \frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^e_{i,j})^3 + (H^w_{i,j})^3}{\Delta\theta^2}} \\
& + \frac{R_{i-1/2,j}(H^s_{i,j})^3 P_{i-1,j}}{\Delta R^2} + \frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^e_{i,j})^3 P_{i,j+1}}{\Delta\theta^2} + \frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^w_{i,j})^3 P_{i,j-1}}{\Delta\theta^2} \\
& \frac{R_{i+1/2,j}(H^n_{i,j})^3 + R_{i-1/2,j}(H^s_{i,j})^3}{\Delta R^2} + \frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^e_{i,j})^3 + (H^w_{i,j})^3}{\Delta\theta^2}
\end{aligned} \tag{B.19}$$

Essa equação pode ser escrita de forma simplificada como:

$$P_{i,j} = c_0 + c_1 P_{i+1,j} + c_2 P_{i-1,j} + c_3 P_{i,j+1} + c_4 P_{i,j-1} \tag{B.20}$$

sendo

$$c_0 = \frac{-12\pi\left(\frac{r_{ext}}{b}\right)^2 R_{i,j}\left(\frac{H^e_{i,j} - H^w_{i,j}}{\Delta\theta}\right)}{\frac{R_{i+1/2,j}(H^n_{i,j})^3 + R_{i-1/2,j}(H^s_{i,j})^3}{\Delta R^2} + \frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^e_{i,j})^3 + (H^w_{i,j})^3}{\Delta\theta^2}} \tag{B.21}$$

$$c_1 = \frac{\frac{R_{i+1/2,j}(H^n_{i,j})^3}{\Delta R^2}}{\frac{R_{i+1/2,j}(H^n_{i,j})^3 + R_{i-1/2,j}(H^s_{i,j})^3}{\Delta R^2} + \frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^e_{i,j})^3 + (H^w_{i,j})^3}{\Delta\theta^2}} \tag{B.22}$$

$$c_2 = \frac{\frac{R_{i-1/2,j}(H^s_{i,j})^3}{\Delta R^2}}{\frac{R_{i+1/2,j}(H^n_{i,j})^3 + R_{i-1/2,j}(H^s_{i,j})^3}{\Delta R^2} + \frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^e_{i,j})^3 + (H^w_{i,j})^3}{\Delta\theta^2}} \tag{B.23}$$

$$c_3 = \frac{\frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^e_{i,j})^3}{\Delta\theta^2}}{\frac{R_{i+1/2,j}(H^n_{i,j})^3 + R_{i-1/2,j}(H^s_{i,j})^3}{\Delta R^2} + \frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^e_{i,j})^3 + (H^w_{i,j})^3}{\Delta\theta^2}} \tag{B.24}$$

$$c_4 = \frac{\frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^w_{i,j})^3}{\Delta\theta^2}}{\frac{R_{i+1/2,j}(H^n_{i,j})^3 + R_{i-1/2,j}(H^s_{i,j})^3}{\Delta R^2} + \frac{1}{R_{i,j}} \frac{(H^e_{i,j})^3 + (H^w_{i,j})^3}{\Delta\theta^2}} \quad (\text{B.25})$$

A Equação (B.20) é então resolvida iterativamente, até que a somatória da diferença entre as pressões adimensionais calculadas em uma iteração k e a iteração anterior $k-1$, para todos os pontos da malha, dividida pelo número total de pontos da malha, seja menor do que um determinado erro estipulado.

A pressão dimensional, $p_{i,j}$, em cada ponto da malha pode, assim, ser calculada a partir da pressão adimensional, $P_{i,j}$, através da Equação (B.4), que para cada ponto (i,j) pode ser reescrita como:

$$p_{i,j} = P_{i,j} \frac{N\eta b^2}{s_h^2} \quad (\text{B.26})$$

APÊNDICE C – Validação dos Resultados de Coeficientes Dinâmicos

A validação do modelo de cálculo dos coeficientes de rigidez e amortecimento é feita através da comparação com os resultados de coeficiente dinâmicos calculados por Zhu e Zhang (2003).

O formato da seção plana ao final do segmento considerado por Zhu e Zhang foi diferente do considerado nos cálculos do Capítulo 6 do presente trabalho. Por esta razão, a comparação dos resultados é feita neste apêndice, e não no Capítulo 6.

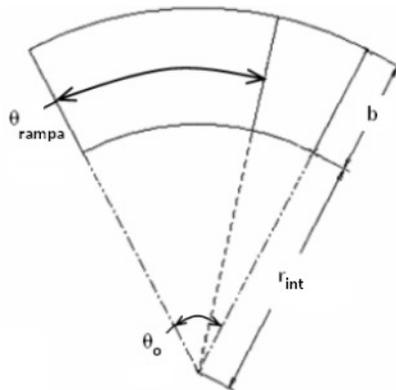


Figura C.1: Formato da rampa considerada no presente trabalho

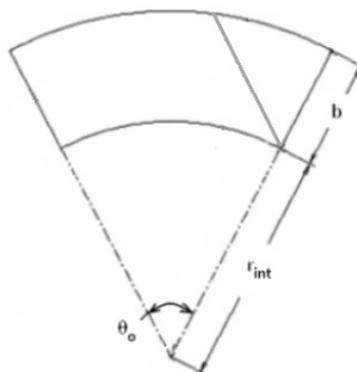


Figura C.2: Formato da rampa considerada em Zhu e Zhang (2003)

As Figuras C.1 e C.2 mostram, respectivamente, os formatos da rampa em um segmento de mancal para o caso considerado neste trabalho e para o caso considerado no artigo analisado.

No caso da Figura C.2, deve-se ressaltar que a linha que define o final da rampa é feita de forma que esta termine paralelamente ao seu início, sendo que neste tipo de mancal, não é definido um valor fixo de θ_{rampa} .

Os dados geométricos do mancal considerado na análise feita por Zhu e Zhang (2003) são mostrados na Tabela C.1.

Tabela C.1: Dados de funcionamento do mancal axial analisado por Zhu e Zhang (2003)

Dados de funcionamento de um Mancal Axial		
Variável	Valor	Unidade de medida
W_{total}	variável	N
r_{ext}	0,04	m
r_{int}	0,025	m
θ_o	25	-
N	36000	RPM
$npad$	12	-
η	0,011630	N.s/m ²
s_h	variável	m
b	0,0015	m
b / r_{ext}	2/5	-
h_{groove}	0,0025	m

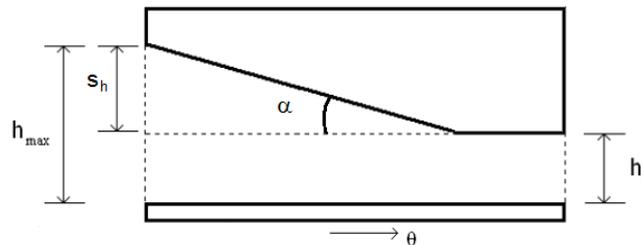


Figura C.3: Ângulo α

A Figura C.3 mostra o ângulo α , variável utilizada por Zhu e Zhang (2003) para diferenciar a geometria dos mancais analisados. Esta variável está relacionada à inclinação da rampa do segmento de mancal, sendo que Zhu e Zhang utilizaram a sua tangente na análise dos mancais, considerando cinco valores distintos.

As Figuras C.4 (a) e (b) mostram os resultados de coeficientes de rigidez e amortecimento calculados por Zhu e Zhang (2003), sendo que os eixos dos coeficientes foram plotados em escala logarítmica.

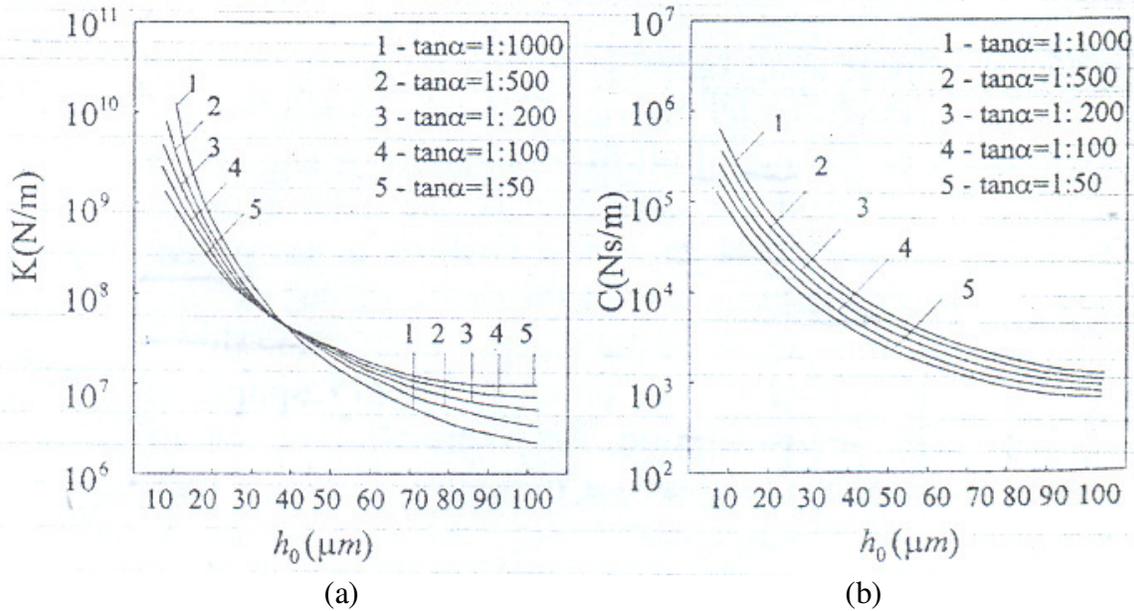


Figura C.4: Coeficientes calculados por Zhu e Zhang (2003) (a) Rigidez; (b) Amortecimento

Observa-se através da Figura C.4 (a), que a ordem de grandeza dos coeficientes de rigidez calculados ficou entre cerca de 10^6 e 10^{10} N/m. Para valores de posição de equilíbrio (h_0) menores, os coeficientes calculados foram maiores, conforme observado nos resultados do Capítulo 6. Além disso, observa-se que na faixa com valores menores de h_0 , os maiores coeficientes calculados foram obtidos para casos em que a tangente do ângulo α era menor. No entanto, para valores de h_0 próximos à $40 \mu m$, as curvas se cruzam e os coeficientes calculados para os mancais cuja tangente de α é menor, passam a ficar abaixo das outras curvas.

Na Figura C.4 (b), é possível observar os coeficientes de amortecimento calculados para os mesmos casos e para a mesma faixa de valores de posição de equilíbrio. Nota-se que as curvas mantêm-se praticamente paralelas entre si ao longo da faixa analisada, aproximando-se ligeiramente para valores maiores de h_0 . Além disso, observa-se que a faixa de valores de coeficientes de amortecimento calculados possui ordem de grandeza menor do que a faixa dos coeficientes de rigidez, ficando entre 10^3 e 10^6 Ns/m.

Antes de analisar os resultados obtidos através do código implementado com o MVF deste trabalho, serão feitos alguns comentários acerca da geometria utilizada para os mancais analisados por Zhu e Zhang (2003).

A Figura C.5 mostra os valores de posição de equilíbrio do mancal (h_o) em função dos respectivos valores da razão h_{\max}/h_o , calculados para cada um dos casos de mancais analisados. A faixa de valores de h_o analisada é a mesma faixa analisada nas Figuras C.4 (a) e (b).

É possível observar através da Figura C.5 que para os casos com $\tan(\alpha)=1/50$ e $\tan(\alpha)=1/100$, os valores da razão h_{\max}/h_o obtidos foram extremamente elevados, maiores do que $h_{\max}/h_o=10$. Isto significa que, nestes casos, a espessura máxima de fluido chega a ser mais de 10 vezes maior do que a espessura de fluido mínima calculada, o que, do ponto de vista físico do problema, pode ser excessivo. Dificilmente um segmento de mancal será construído de forma que, em operação, sua espessura de fluido máxima será cerca de 10 vezes maior do que a sua espessura mínima.

Além disso, os valores aproximados da constante s_h para os casos com $\tan(\alpha)=1/50$ e $\tan(\alpha)=1/100$ são, respectivamente, $s_h \approx 218 \mu m$ e $s_h \approx 109 \mu m$, valores pouco comuns em mancais axiais.

Para os casos com $\tan(\alpha)=1/200$, $\tan(\alpha)=1/500$ e $\tan(\alpha)=1/1000$, obteve-se, respectivamente, $s_h \approx 54 \mu m$, $s_h \approx 22 \mu m$ e $s_h \approx 11 \mu m$, mais comuns em mancais axiais.

Por esta razão, na análise feita com o método proposto neste trabalho, apenas os coeficientes dos casos de segmentos com $\tan(\alpha)=1/200$, $\tan(\alpha)=1/500$ e $\tan(\alpha)=1/1000$, que possuíram resultados de h_{\max}/h_o abaixo de 10 (vale ressaltar que nos resultados do Capítulo 6, a análise de influência desta razão sobre a distribuição de pressão e capacidade de carga do mancal foi feita apenas para $h_{\max}/h_o < 7,5$) foram analisados.

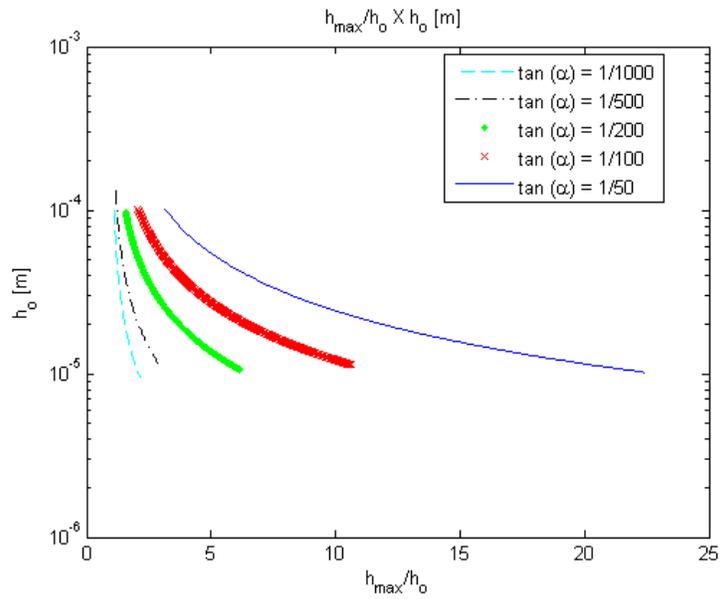


Figura C.5: Espessura de fluido mínima em função da razão h_{max}/h_0 para os diferentes mancais analisados por Zhu e Zhang (2003)

As Figuras C.6 e C.7 mostram, respectivamente, os resultados de coeficientes de rigidez e amortecimento (plotados em escala logarítmica) em função da posição de equilíbrio (em escala linear), calculados para estes três diferentes valores de $\tan(\alpha)$.

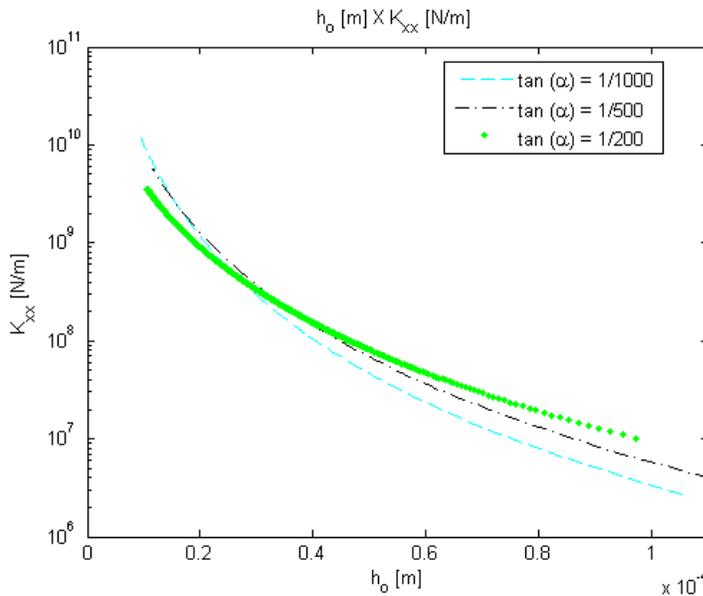


Figura C.6: Coeficientes de rigidez calculados em função da posição de equilíbrio para três diferentes valores de $\tan(\alpha)$

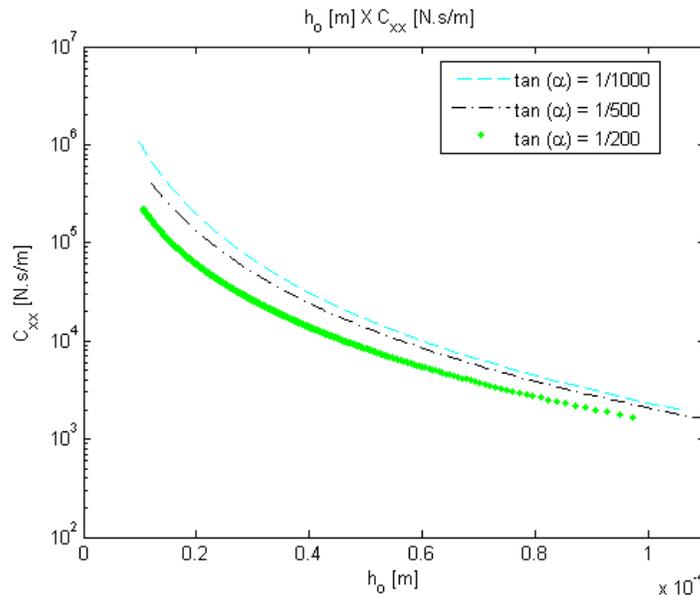


Figura C.7: Coeficientes de amortecimento calculados em função da posição de equilíbrio para três diferentes valores de $\tan(\alpha)$

Comparando-se as Figuras C.6 e C.7 com as Figuras C.4 (a) e (b) é possível observar que as faixas de valores de coeficientes obtidas nas Figuras C.6 e C.7 foram bastante próximas das obtidas por Zhu e Zhang. Além disso, o comportamento das curvas também foi semelhante, sendo que as curvas de coeficientes de rigidez se cruzam para valores de posição de equilíbrio próximos de $h_o = 35 \mu m$, enquanto as curvas para coeficientes de amortecimento se mantêm relativamente paralela ao longo de toda a faixa de valores de h_o .

Especificamente, com relação aos coeficientes de rigidez, observa-se na Figura C.6 que, para o caso com $\tan(\alpha) = 1/1000$, a curva está acima das demais antes do cruzamento, e abaixo das mesmas após o cruzamento entre estas.

O cruzamento entre as curvas de coeficientes de rigidez, observado na Figura C.6, ocorre porque, para diferentes geometrias de mancal, a aplicação de um determinado valor de ∂h resulta em um diferente valor de ∂W . Isto pode ser verificado também na Figura C.8, que mostra a relação entre a espessura mínima de fluido e a capacidade de carga de cada um dos três diferentes formatos de segmento analisados. Observa-se nesta figura que o comportamento das três curvas é divergente a partir de um determinado valor de h_o . Por isso, se um mesmo ∂h for aplicado nos

três casos, o valor de ∂W pode ser significativamente diferente, principalmente na faixa de valores de h_o abaixo de $5 \times 10^{-5} m$ ($50 \mu m$).

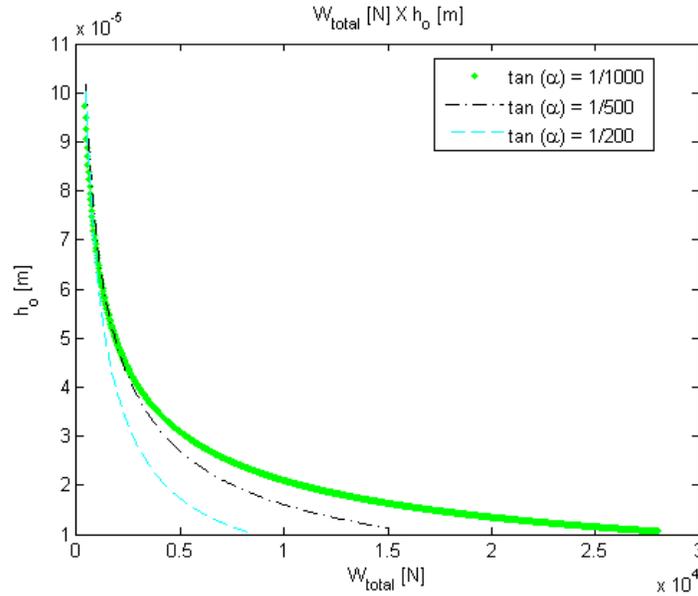


Figura C.8: Espessura de fluido mínima em função carga axial suportada pelo mancal para três os diferentes mancais analisados com o modelo proposto

Com relação às curvas de coeficientes de amortecimento da Figura C.7, observa-se que estas se mantêm relativamente paralelas entre si (aproximando-se ligeiramente para valores mais elevados de h_o), sendo que as curvas de coeficientes de amortecimento para valores menores de $\tan(\alpha)$ mantêm-se sempre acima das demais.

Em uma análise individual de cada curva de coeficiente de rigidez e de coeficiente de amortecimento, observa-se que os resultados obtidos nas Figuras C.6 e C.7 foram próximos dos obtidos por Zhu e Zhang (2003). Analisando-se, por exemplo, as curvas para o caso com $\tan(\alpha) = 1/200$, nota-se que o coeficiente de rigidez para $h_o = 20 \mu m$ é próximo de $K_{xx} = 4 \times 10^9 N/m$, enquanto para $h_o = 90 \mu m$, este coeficiente é próximo de $K_{xx} = 1 \times 10^7 N/m$, ligeiramente maior do que o observado na Figura C.4 (a). Com relação ao coeficiente de amortecimento deste mesmo caso, nota-se na Figura C.7 que, para $h_o = 20 \mu m$, tem-se aproximadamente $C_{xx} = 5 \times 10^4 Ns/m$, enquanto para $h_o = 90 \mu m$, tem-se $C_{xx} = 1 \times 10^3 Ns/m$.

Portanto, após análise e comparação dos resultados de coeficientes de rigidez e amortecimento com os resultados obtidos por Zhu e Zhang (2003), pode-se dizer que os resultados obtidos com o método proposto neste trabalho foram bastante satisfatórios, levando em conta que a ordem de grandeza destes coeficientes é bastante elevada e, assim, diferenças nos resultados numéricos podem representar diferenças percentuais bastante pequenas. Deve-se considerar também que alguns dados do caso analisado por Zhu e Zhang são omitidos em seu trabalho de 2003 (como alguns valores de geometria do mancal e especificação do lubrificante, por exemplo), dificultando a comparação dos resultados obtidos.