

Este exemplar corresponde a redação final
da tese defendida por Paulo Marcos
Fernandes Vieira e aprovada
pela comissão julgadora em 17/12/1992

Adalberto José Rosa
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Dissertação Apresentada à
Faculdade de Engenharia Mecânica
Como Requisito Parcial à Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

ANÁLISE AUTOMATIZADA DE TESTES DE PRESSÃO

Autor : Paulo Marcos Fernandes/Vieira 670
Orientador : Adalberto José/Rosa 75/75

56192

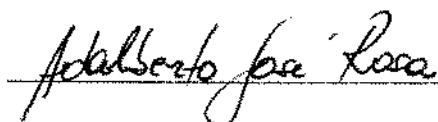
Dezembro de 1992

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

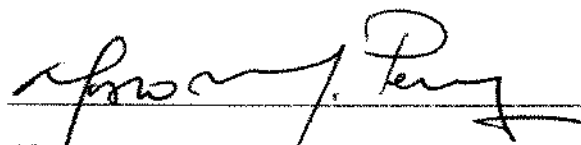
A dissertação "Análise Automatizada de Testes de Pressão" elaborada por Paulo Marcos Fernandes Vieira e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Sub-Comissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 17 de dezembro de 1992.

Banca Examinadora



Adalberto José Rosa, Ph.D.



Alvaro Marcello Marco Peres, Ph.D.



Maria Cristina de Castro Cunha, Ph.D.

" Confie no Senhor de todo o seu coração, nunca pense que a sua própria capacidade é suficiente para vencer os problemas."

Provérbios 3:5 - A Bíblia Viva.

À minha esposa Ana Cristina,
às minhas filhas Beatriz e Márcia
e à minha mãe Yolanda.

Ao meu orientador Adalberto José Rosa pela presteza e dedicação com que conduziu o presente trabalho.

À Professora Maria Cristina pelo apoio e sugestões dadas durante o decorrer do desenvolvimento desta dissertação.

Aos colegas, funcionários e professores do mestrado em Engenharia de Petróleo da UNICAMP pelo companheirismo com que compartilharam estes dois anos comigo.

À PETROBRÁS pela oportunidade de aprimorar-me tecnicamente, dando o suporte financeiro para participar do Curso de Mestrado em Engenharia de Petróleo.

Resumo

A análise automatizada de testes de pressão em poços de petróleo tem como objetivo obter os parâmetros da formação através da utilização de técnicas de regressão não linear aplicadas aos dados de pressão de fundo versus tempo obtidos durante o período do teste.

Neste trabalho foram analisadas e comparadas as performances de vários métodos de regressão não linear aplicados a dados de testes de pressão. Alguns dos métodos considerados baseiam-se na minimização da norma L_2 , tais como: mínimos quadrados e decomposição em valores singulares. Outros minimizam a norma L_1 , como mínimos valores absolutos (MVA), mínimos valores absolutos modificado (MVAM), método combinado MVAM-MVA e o método de Nelder-Mead.

Uma nova função penalidade foi proposta para o caso de otimização restrita em métodos que se baseiam na resolução de sistemas de equações lineares quadrados. Além disso, para métodos que se baseiam na solução de sistemas de equações lineares sobredeterminados, para os quais não se aplicam as funções penalidade convencionais, foram propostas mudanças nos domínios dos parâmetros com o objetivo de restringir a minimização a regiões física e matematicamente possíveis.

Concluiu-se que o método de mínimos valores absolutos modificado (MVAM) e o método combinado (MVAM-MVA) tem melhor desempenho do que os demais no que se refere ao número de iterações, à convergência a partir de estimativas iniciais pobres ou à robustez em relação a regiões onde o problema físico-matemático é mal posto.

Dois modelos de reservatório foram analisados: reservatório homogêneo infinito e reservatório de dupla porosidade infinito.

Foram comparados os resultados das regressões efetuadas com dados de pressão, com dados da derivada logarítmica da pressão e com o conjunto desses dados. Concluiu-se que o uso do conjunto de dados de pressão e de derivada torna os métodos mais robustos.

Diversos exemplos utilizando dados sintéticos ou reais foram discutidos neste trabalho.

Abstract

The objective of an automated well test analysis is to obtain formation parameters by using nonlinear regression techniques applied to bottom hole pressure versus time data collected during the test period.

In this work several nonlinear regression methods were analysed and their performances compared. Some of the methods considered are based on the L2-norm minimization, as the least squares and the singular value decomposition. Other methods minimize the L1-norm, such as the least absolute values (LAV), modified least absolute values (MLAV), the combination (MLAV-LAV) and the Nelder-Mead's method.

A new form of penalty-function was proposed to constrain the optimization in methods based on the solution of squared linear systems of equations. For methods based on the solution of overdetermined linear systems of equations, for which conventional penalty-functions can not be applied, changes in the domains of the unknown parameters were proposed in order to restrict the minimization to feasible (physically and mathematically) regions.

The modified least absolute values (MLAV) and the combined method (MLAV-LAV) presented the best performance among all methods considered in the study, concerning number of iterations, convergence from poor initial estimates or robustness with respect to infeasible regions.

Two reservoir models were analysed: infinite homogeneous reservoir and infinite double-porosity reservoir.

The results of the nonlinear parameter estimation using either pressure data, pressure derivative or pressure and derivative data were compared. The use of both pressure and derivative as the model function yielded better performance than using only pressure or pressure derivative data.

Various examples with synthetic and field data were discussed.

Conteúdo

1 INTRODUÇÃO	1
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.	3
3 MODELOS DE RESERVATÓRIO ESTUDADOS.	5
3.1 Reservatório Homogêneo Infinito com Estocagem e Efeito de Película. . . .	5
3.2 Reservatório Homogêneo de Dupla Porosidade Infinito com Estocagem e Efeito de Película.	7
3.2.1 Fluxo Pseudo-Permanente Matriz-Fratura.	7
3.2.2 Fluxo Transiente Matriz-Fratura.	8
4 MÉTODOS DE REGRESSÃO NÃO LINEAR.	9
4.1 Métodos Baseados na Norma L2.	9
4.1.1 Mínimos Quadrados (MQ).	9
4.1.2 Decomposição em Valores Singulares (DVS).	11
4.2 Métodos Baseados na Norma L1.	12
4.2.1 Método dos Mínimos Valores Absolutos (MVA).	13
4.2.2 Método dos Mínimos Valores Absolutos Modificado (MVAM). . . .	15
4.2.3 Método Combinado: Mínimos Valores Absolutos Modificado - Mínimos Valores Absolutos (MVAM-MVA).	15
4.2.4 Método de Nelder-Mead (NM).	16
4.3 Características dos Métodos.	19
4.3.1 Otimização Restrita.	19
4.3.2 Análise Estatística da Regressão.	21
4.3.3 Distribuições Probabilísticas de Gauss e de Laplace.	22
4.3.4 Inversão Numérica da Transformada de Laplace.	23
5 COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.	24
5.1 Análise de Casos de Reservatórios com Comportamento Homogêneo Infinito.	24
5.2 Análise de Casos de Reservatórios com Comportamento de Dupla Porosidade Infinito.	84

6 CONCLUSÕES e RECOMENDAÇÕES.	112
A ALGORÍTMO DE PROCURA LINEAR.	119
B DERIVADAS ANALÍTICAS DA QUEDA DE PRESSÃO EM RELAÇÃO AOS PARÂMETROS DE REGRESSÃO PARA RESERVATÓRIO HOMOGÊNEO INFINITO.	120
C ESQUEMA DE OBTENÇÃO NUMÉRICA DA DERIVADA DA QUEDA DE PRESSÃO PARA RESERVATÓRIO DE DUPLA POROSIDADE EM RELAÇÃO AOS PARÂMETROS DE REGRESSÃO.	122
D ESQUEMA DE OBTENÇÃO NUMÉRICA DA DERIVADA DA QUEDA DE PRESSÃO EM RELAÇÃO AO LOGARÍTMO DO TEMPO.	123
E LISTAGENS DE PROGRAMAS EM FORTRAN.	124

Lista de Figuras

4.1	Método de Nelder-Mead. Reflexão do ponto P.	17
4.2	Método de Nelder-Mead. Extensão da reflexão do ponto P.	18
4.3	Método de Nelder-Mead. Contração da reflexão do ponto P.	18
4.4	Método de Nelder-Mead. Encolhimento do triângulo original.	18
4.5	Exemplificação de otimização restrita com intervalo fechado.	20
4.6	Exemplificação de otimização restrita com intervalo aberto.	20
5.1	Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão nos dados de pressão. Caso 1.	32
5.2	Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão nos dados de pressão. Caso 1.	32
5.3	Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão nos dados da derivada. Caso 1.	33
5.4	Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão nos dados da derivada. Caso 1.	33
5.5	Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 1.	34
5.6	Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 1.	35
5.7	Comportamento da média dos resíduos ao quadrado ao longo das iterações. Caso 1.	36
5.8	Comportamento da média dos valores absolutos dos resíduos ao longo das iterações. Caso 1.	37
5.9	Comportamento da permeabilidade ao longo das iterações. Caso 1.	38
5.10	Comportamento do fator de película ao longo das iterações. Caso 1.	39
5.11	Comportamento do coeficiente de estocagem ao longo das iterações. Caso 1.	40
5.12	Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k-S para os vários métodos. Caso 1.	41
5.13	Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k-C para os vários métodos. Caso 1.	42
5.14	Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano S-C para os vários métodos. Caso 1.	42
5.15	Curvas de nível e superfície geradas pela norma L2 para $C = 0.00847$ bbl/psi . Caso 1.	44

5.16	Ampliação das curvas de nível e superfície geradas pela norma L2 para $C = 0.00847$ bbl/psi . Caso 1.	45
5.17	Curvas de nível e superfície geradas pela norma L1 para $C = 0.00842$ bbl/psi . Caso 1.	46
5.18	Ampliação das curvas de nível e superfície geradas pela norma L1 para $C = 0.00842$ bbl/psi . Caso 1.	47
5.19	Curvas de nível e superfície geradas pela norma L2 para $k = 15.16$ mD . Caso 1.	48
5.20	Ampliação das curvas de nível e superfície geradas pela norma L2 para $k = 15.16$ mD . Caso 1.	49
5.21	Curvas de nível e superfície geradas pela norma L1 para $k = 13.47$ mD . Caso 1.	50
5.22	Ampliação das curvas de nível e superfície geradas pela norma L1 para $k = 13.47$ mD. Caso 1.	51
5.23	Curvas de nível e superfície geradas pela norma L2 para $S = 14.38$. Caso 1.	52
5.24	Ampliação das curvas de nível e superfície geradas pela norma L2 para $S = 14.38$. Caso 1.	53
5.25	Curvas de nível e superfície geradas pela norma L1 para $S = 11.97$. Caso 1.	54
5.26	Ampliação das curvas de nível e superfície geradas pela norma L1 para $S = 11.97$. Caso 1.	55
5.27	Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados de pressão usando o método MQ. Caso 1.	57
5.28	Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados de pressão usando o método MVA. Caso 1.	57
5.29	Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados da derivada usando o método MQ. Caso 1.	58
5.30	Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados da derivada usando o método MVA. Caso 1.	58
5.31	Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada usando o método MQ. Caso 1.	59
5.32	Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada usando o método MVA. Caso 1.	59

5.33 Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 2.	64
5.34 Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 2.	64
5.35 Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k-S para os vários métodos. Caso 3.	71
5.36 Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k-C para os vários métodos. Caso 3.	72
5.37 Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano S-C para os vários métodos. Caso 3.	72
5.38 Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 3.	73
5.39 Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 3.	74
5.40 Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados de pressão usando o método MQ. Caso 3.	74
5.41 Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados de pressão usando o método MVA. Caso 3.	75
5.42 Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados da derivada usando o método MQ. Caso 3.	75
5.43 Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados da derivada usando o método MVA. Caso 3.	76
5.44 Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada usando o método MQ. Caso 3.	76
5.45 Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada usando o método MVA. Caso 3.	77
5.46 Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 4.	81
5.47 Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 4.	81
5.48 Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 5.	90
5.49 Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 5.	91

5.50 Comportamento da média dos resíduos ao quadrado ao longo das iterações. Caso 5.	91
5.51 Comportamento da média dos resíduos absolutos ao longo das iterações. Caso 5.	92
5.52 Comportamento da permeabilidade ao longo das iterações. Caso 5.	92
5.53 Comportamento do fator de película ao longo das iterações. Caso 5.	93
5.54 Comportamento do coeficiente de estocagem ao longo das iterações. Caso 5.	93
5.55 Comportamento do coeficiente de fluxo interporoso λ ao longo das iterações. Caso 5.	94
5.56 Comportamento da razão de armazenamento ω ao longo das iterações. Caso 5.	94
5.57 Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k-S para os vários métodos. Caso 5.	95
5.58 Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k-C para os vários métodos. Caso 5.	95
5.59 Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k- λ para os vários métodos. Caso 5.	96
5.60 Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k- ω para os vários métodos. Caso 5.	96
5.61 Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano λ - ω para os vários métodos. Caso 5.	97
5.62 Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano S- ω para os vários métodos. Caso 5.	97
5.63 Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala log-log, para re- gressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 6.	98
5.64 Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala semi-log, para re- gressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 6.	99
5.65 Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala log-log, para re- gressão no conjunto de dados de pressão. Caso 7.	104
5.66 Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala semi-log, para re- gressão nos dados de pressão. Caso 7.	107
5.67 Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala log-log, para re- gressão nos dados de pressão e da derivada. Caso 7.	107
5.68 Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala semi-log, para re- gressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 7.	108

Lista de Tabelas

4.1	Proposta de modificação dos domínios dos parâmetros.	21
5.1	Dados de reservatório para os casos 1 e 2.	24
5.2	Dados de pressão versus tempo para o caso 1.	25
5.3	Comparação do desempenho de vários métodos de regressão para os dados do caso 1.	28
5.4	Estimativas iniciais utilizadas para vários métodos de regressão para os dados do caso 1 e do caso 2.	30
5.5	Resultados dos vários métodos de regressão. Caso 1. Estimativas iniciais da tabela 5.4	31
5.6	Ruídos introduzidos nos dados de pressão. Caso 2.	56
5.7	Comparação do Desempenho de Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 2.	61
5.8	Resultados dos Vários Métodos de Regressão. Caso 2. Estimativas iniciais na tabela 5.4	63
5.9	Dados de reservatório para o caso 3.	65
5.10	Dados de pressão versus tempo para o caso 3.	66
5.11	Comparação do Desempenho de Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 3.	67
5.12	Estimativas Iniciais Utilizadas para Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 3.	69
5.13	Resultados dos Vários Métodos de Regressão. Caso 3. Estimativas iniciais na tabela 5.12	70
5.14	Dados de reservatório para o caso 4.	77
5.15	Dados de pressão versus tempo para o caso 4.	78
5.16	Comparação do Desempenho de Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 4.	80
5.17	Estimativas Iniciais Utilizadas para Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 4.	82
5.18	Resultados dos Vários Métodos de Regressão. Caso 4. Estimativas iniciais na tabela 5.17	83
5.19	Dados de reservatório para os casos 5 e 6.	84
5.20	Dados de pressão versus tempo para o caso 5.	85

5.21	Comparação do Desempenho de Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 5.	86
5.22	Comparação do Desempenho de Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 5.	87
5.23	Estimativas Iniciais Utilizadas para Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 5 e do caso 6.	88
5.24	Resultados dos Vários Métodos de Regressão. Caso 5. Estimativas iniciais na tabela 5.23.	89
5.25	Ruídos introduzidos nos dados de pressão. Caso 6.	99
5.26	Comparação do Desempenho de Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 6.	100
5.27	Comparação do Desempenho de Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 6.	101
5.28	Resultados dos Vários Métodos de Regressão. Caso 6 . Estimativas iniciais na tabela 5.23.	102
5.29	Dados de reservatório para o caso 7.	104
5.30	Dados de pressão versus tempo para o caso 7.	105
5.31	Dados de pressão versus tempo para o caso 7.	106
5.32	Pontos de mínimos locais e mínimo absoluto para os dados do caso 7 quando submetidos às normas L1 e L2.	109
5.33	Estimativas Iniciais Utilizadas para Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 7.	110
5.34	Resultados dos Vários Métodos de Regressão. Caso 7 . Estimativas iniciais na tabela 5.33	111

1 INTRODUÇÃO

Os métodos automatizados de determinação de parâmetros de reservatórios com auxílio de computador estão recebendo especial atenção atualmente. Podemos listar algumas razões para isto:

- Os métodos automatizados permitem uma análise estatística da qualidade da estimativa dos parâmetros, calculando-se, por exemplo, intervalos de confiança.
- Testes em que certas condições necessárias para permitir o uso de métodos convencionais não são satisfeitas (exemplo: longos períodos de teste para atingir determinado regime de fluxo) podem ser analisados através de métodos automatizados.
- Testes com vazão variável, múltiplos fluxos seguidos de crescimento de pressão ou testes de injeção podem ser analisados utilizando técnicas apropriadas de superposição.
- Os históricos completos de pressão e vazão do teste podem ser utilizados em programas de ajuste automatizado se necessário, ao invés de um pequeno histórico antes do fluxo ou crescimento como é feito nos métodos convencionais. Este procedimento fornece parâmetros de reservatório mais consistentes com os dados de teste, bem como permite uma melhor avaliação da escolha do modelo de reservatório.
- Reservatórios com geometrias complexas podem, em princípio, ser simulados utilizando soluções já existentes, o que, no caso dos métodos convencionais ou daqueles baseados em curvas-tipo, exigiria a construção de inúmeras curvas para que se pudesse efetuar o ajustamento.
- O aumento do uso de computadores com alta capacidade de memória e baixo custo implicam na possibilidade de se utilizarem programas mais complexos e distribuí-los para as locações remotas. A grande vantagem deste procedimento é ter uma ferramenta poderosa para a análise na própria locação exploratória, o que pode ajudar o engenheiro no projeto e na simulação de testes, no monitoramento do progresso do teste e na aquisição e avaliação dos dados na boca do poço.

O tipo de automatização discutido neste trabalho se restringe à utilização de métodos de regressão não linear aplicados a dados de testes de pressão em poços de petróleo.

A utilização de métodos de regressão não linear para automatizar a análise de testes de pressão em poços de petróleo não é um fato recente, mas constitui uma área de pesquisa da engenharia de petróleo de intensa atividade. Comprovando tal afirmação

podemos verificar um considerável aumento na pesquisa de métodos mais robustos de regressão não linear na última década.

O principal objetivo de tais métodos é estimar os parâmetros do reservatório a partir de quaisquer que sejam as estimativas iniciais, dentro de seus respectivos domínios, de tal forma que o processo convirja para os valores corretos.

Neste trabalho serão comparados os desempenhos de vários métodos de regressão não linear aplicados a dois modelos de reservatório: radial infinito homogêneo e radial infinito de dupla porosidade.

Os principais métodos aqui discutidos serão aqueles baseados na norma L_2 (mínimos quadrados através do método de Gauss-Newton modificado por Levenberg-Marquardt e decomposição em valores singulares) e aqueles baseados na norma L_1 (mínimos valores absolutos, mínimos valores absolutos modificado e método de Nelder-Mead). Serão também propostas modificações destes métodos com o intuito de torná-los mais robustos e garantir o significado físico dos parâmetros estimados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.

A maior parte dos métodos de regressão não linear apresentados na literatura se baseia no método de Newton, onde a função a ser minimizada, o somatório dos quadrados dos resíduos, é aproximada por uma série de Taylor truncada no termo quadrático. Tais métodos, além de requererem a obtenção da segunda derivada da função em questão, geralmente de difícil cálculo, não terão garantia de convergência se a estimativa inicial dos parâmetros estiver muito longe dos valores corretos, pois a matriz Hessiana pode não ser positiva definida longe do valor correto. Somente próximo aos valores corretos os resíduos tendem a valores bem pequenos e são estes resíduos que multiplicam as segundas derivadas, tornando portanto estes termos desprezíveis. Devido a este problema é que cada vez mais se procura robustecer estes métodos através de modificações.

Posteriormente ao trabalho de Newton, Gauss propôs uma modificação, atualmente conhecida com método de Gauss-Newton, onde, para simplificar o cálculo, se desprezava o termo que inclui as segundas derivadas. Uma outra vantagem do método de Gauss-Newton é que ele produz uma matriz Hessiana positiva definida. A modificação de Gauss, no entanto, como era de se esperar, tornou o método mais sensível às estimativas iniciais. A justificativa para a aproximação de Gauss-Newton, como já mencionado acima, é que próximo aos valores corretos os resíduos tendem a valores bem pequenos e como são eles que multiplicam as segundas derivadas, tornam estes termos desprezíveis garantindo a característica de positiva definida à matriz Hessiana.

Levenberg [1] e posteriormente Marquardt [2] propuseram que, para melhorar o condicionamento da matriz Hessiana (matriz que contém as derivadas da função do método de Gauss-Newton em relação aos parâmetros de regressão), se adicionasse uma constante positiva à diagonal desta matriz. Com tal modificação, o método de Gauss-Newton modificado por Levenberg-Marquardt tornou-se mais robusto.

A aplicação destes métodos à análise de testes de pressão em poços de petróleo já tem um histórico considerável, podendo ser mencionados os seguintes trabalhos:

Jahns [3] elaborou um procedimento automatizado para a descrição bidimensional de um reservatório aplicando uma combinação de simulação e análise de regressão utilizando dados de testes de interferência.

Coats, Dempsey e Henderson [4] apresentaram um método de caracterização de reservatórios, similar ao de Jahns, onde empregaram uma combinação do método de mínimos quadrados e de programação linear aplicados a um histórico de pressões.

Thomas, Hellums e Reheis [5] aplicaram os métodos propostos por Jahns e por Coats, Dempsey e Henderson em dois reservatórios, um de gás e um de óleo.

Earlougher e Kersh [6] apresentaram os resultados da regressão não linear para determinação de parâmetros de reservatório aplicadas a dois casos: um teste de interferência e um teste de "fall-off".

Hernandez e Swift [7] aplicaram o método de mínimos quadrados utilizando uma pseudo-linearização entre os dados medidos e os parâmetros de reservatório.

Rodgers *et alii* [8] utilizaram a regressão não linear para estimativa de parâmetros de reservatórios limitados.

Rosa e Horne [9] estudaram a aplicação do método de Gauss-Newton modificado por Levenberg-Marquardt, bem como o método de Gauss-Newton original, a reservatórios homogêneos infinitos e reservatórios infinitos com múltiplas camadas sem fluxo cruzado. Uma grande contribuição deste trabalho foi mostrar que as derivadas da pressão em relação aos parâmetros de regressão podem ser obtidas no campo de Laplace, com posterior inversão numérica.

Barua, Kucuk e Gomez-Angulo [10] aplicaram o método de mínimos quadrados a reservatórios de dupla porosidade.

Barua *et alii* [11] compararam vários métodos tipo Newton aplicados a dados de reservatórios homogêneos e de dupla porosidade.

Nanba e Horne [12] analisaram o método de Newton, o método de Gauss-Newton, a modificação proposta por Levenberg-Marquardt e a fatorização de Cholesky com e sem a modificação introduzida por Gill e Murray [13].

Rosa e Horne [14] apresentaram os resultados da comparação entre os métodos mínimos quadrados e mínimos valores absolutos aplicados à regressão não linear em dados de reservatórios homogêneos e de dupla porosidade.

Coelho [15] aplicou o método desenvolvido por Greenstadt [16] a reservatórios estratificados com e sem fluxo cruzado.

Carvalho *et alii* [17] analisaram um novo procedimento para a aplicação do método de mínimos valores absolutos que, segundo estes autores, utiliza algoritmos desenvolvidos para o método de mínimos quadrados.

3 MODELOS DE RESERVATÓRIO ESTUDADOS.

Neste capítulo serão apresentados os modelos matemáticos dos reservatórios estudados neste trabalho, bem como as definições dos parâmetros estimados.

3.1 Reservatório Homogêneo Infinito com Estocagem e Efeito de Película.

O problema aqui analisado tem as seguintes hipóteses básicas:

- reservatório radial, horizontal, infinito, isotrópico, isotérmico e homogêneo.
- poço com raio finito igual a r_w .
- fluido de compressibilidade pequena e constante, e viscosidade constante.
- efeito de película infinitesimal.
- estocagem constante.

A equação diferencial em variáveis adimensionais que rege o fluxo no reservatório pode ser escrita como:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad ; \quad 1 < r_D < \infty \quad ; \quad t_D > 0 \quad (3.1)$$

com as seguintes condições inicial e de contorno:

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0 \quad ; \quad t_D > 0 \quad (3.2)$$

$$p_D(r_D, 0) = 0 \quad ; \quad 1 < r_D < \infty \quad (3.3)$$

$$C_D \frac{\partial p_{wD}}{\partial t_D} - \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = 1 \quad ; \quad t_D > 0 \quad (3.4)$$

$$p_{wD}(t_D) = p_D(1, t_D) - S \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} \quad ; \quad t_D > 0 \quad (3.5)$$

As variáveis adimensionais são definidas como:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{kh}{141.2qB\mu} [p_i - p(r, t)] \quad (3.6)$$

$$p_{wD}(t_D) = \frac{kh}{141.2qB\mu} [p_i - p_{wf}(t)] \quad (3.7)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (3.8)$$

$$C_D = \frac{0.894C}{r_w^2 \phi h c_t} \quad (3.9)$$

$$t_D = \frac{0.0002634kt}{\phi \mu c_t r_w^2} \quad (3.10)$$

onde utilizamos as unidades de campo inglesas e p é a pressão, q é a vazão medida em condições de superfície, h é a espessura do reservatório, k é a permeabilidade, B é o fator volume de formação, μ é a viscosidade de fluido, C é o coeficiente de estocagem, r é a distância radial, ϕ é a porosidade, c_t é a compressibilidade total do sistema, t é o tempo e S é o fator de película.

Aplicando a transformada de Laplace à equação diferencial e às condições de contorno e resolvendo o problema, chegamos à seguinte solução no campo de Laplace:

$$\overline{p_{wD}}(u) = \frac{1}{u} \left\{ \frac{1}{C_D u + \sqrt{u} \left[\frac{K_1(\sqrt{u})}{K_0(\sqrt{u}) + S\sqrt{u}K_1(\sqrt{u})} \right]} \right\} \quad (3.11)$$

onde K_0 e K_1 são funções de Bessel modificadas de ordem zero e ordem um respectivamente e u é o argumento no campo de Laplace.

O desenvolvimento de tal solução pode ser encontrado na referência [18].

As derivadas da queda de pressão em relação aos parâmetros da regressão foram obtidas analiticamente e sua dedução está apresentada no apêndice B. Estas derivadas, como será mostrado adiante, são necessárias na aplicação de alguns métodos de regressão não linear.

Os parâmetros que serão obtidos através da regressão não linear para este tipo de reservatório são a permeabilidade (k), o fator de película (S) e o coeficiente de estocagem (C). Os demais parâmetros necessários para o cálculo da queda de pressão são considerados conhecidos.

3.2 Reservatório Homogêneo de Dupla Porosidade Infinito com Estocagem e Efeito de Película.

O problema aqui analisado tem as mesmas hipóteses básicas do item anterior, com exceção do acoplamento entre a matriz e as fraturas.

A solução para a queda de pressão adimensional no poço para este tipo de reservatório, no campo de Laplace, é dada por [19]:

$$\overline{p_{wD}}(u) = \frac{1}{u} \left\{ \frac{1}{C_D u + \sqrt{u f(u)} \left[\frac{K_1(\sqrt{u f(u)})}{K_0(\sqrt{u f(u)}) + S \sqrt{u f(u)} K_1(\sqrt{u f(u)})} \right]} \right\} \quad (3.12)$$

As variáveis adimensionais também são as mesmas definidas no item anterior, sendo utilizados k_{fr} , a permeabilidade da fratura, e $(\phi \mu c_t)_{fr+m}$, a estocabilidade do sistema fratura-matriz, nas definições das equações 3.6, 3.7, 3.9 e 3.10.

A função $f(u)$ representa o tipo de acoplamento entre a matriz do reservatório e as fraturas. Neste trabalho examinaremos dois casos, fluxo pseudo-permanente e fluxo transiente.

Nestes casos os parâmetros obtidos pela regressão não linear são a permeabilidade da fratura (k_{fr}), o fator de película (S), o coeficiente de estocagem (C), a razão de armazenamento (ω) e o coeficiente de fluxo interporoso (λ).

3.2.1 Fluxo Pseudo-Permanente Matriz-Fratura.

Warren e Root [19] propuseram este tipo de formulação para acoplar a matriz às fraturas do reservatório. Neste caso a função $f(u)$ é dada por:

$$f(u) = \frac{\omega(1 - \omega)u + \lambda}{(1 - \omega)u + \lambda} \quad (3.13)$$

onde:

$$\omega = \frac{(\phi V c_t)_{fr}}{[(\phi V c_t)_{fr} + (\phi V c_t)_m]} \quad (3.14)$$

$$\lambda = \frac{\alpha r_w^2 k_m}{k_{fr}} \quad (3.15)$$

α - fator de forma.

3.2.2 Fluxo Transiente Matriz-Fratura.

De Swaan [20] propôs um acoplamento entre a matriz e as fraturas modelando a matriz como sendo um conjunto de esferas homogeneamente distribuídas numa rede de fraturas. Através deste modelo, De Swaan chegou à seguinte função de acoplamento:

$$f(u) = \omega + \frac{1}{5} \frac{\lambda}{u} \left\{ \sqrt{\frac{15(1-\omega)u}{\lambda}} \coth \left[\sqrt{\frac{15(1-\omega)u}{\lambda}} \right] - 1 \right\} \quad (3.16)$$

onde ω e λ são os mesmos definidos anteriormente.

Esta solução é, em termos práticos, equivalente àquela encontrada modelando a matriz e as fraturas como placas horizontais paralelas, cuja equação pode ser escrita como:

$$f(u) = w + \sqrt{\frac{1}{3} \frac{\lambda(1-\omega)}{u}} \tanh \left(\sqrt{\frac{3(1-\omega)u}{\lambda}} \right) \quad (3.17)$$

4 MÉTODOS DE REGRESSÃO NÃO LINEAR.

Os métodos de regressão analisados neste trabalho foram basicamente dois: os que utilizam a norma L1, ou seja, minimizam o somatório dos valores absolutos ou módulos das diferenças entre as pressões medidas em campo e as calculadas pelos modelos e os métodos baseados na norma L2, onde o que é minimizado é o somatório das diferenças ao quadrado.

Neste capítulo serão apresentadas as formulações matemáticas de cada método, seja ele baseado na norma L1 ou L2. Também serão discutidas as modificações efetuadas em cada método para melhorar sua robustez bem como para garantir um significado físico aos parâmetros por eles determinados. Paralelamente será analisada uma maneira aproximada de determinar os intervalos de confiança dos parâmetros e serão apresentadas as formas das distribuições probabilísticas de Gauss e de Laplace associadas às normas L1 e L2 respectivamente.

4.1 Métodos Baseados na Norma L2.

Os métodos de regressão baseados na norma L2 foram os que tiveram aplicação mais acentuada a dados de testes de pressão. Quase todos eles baseiam-se no método dos mínimos quadrados, onde se procura minimizar o somatório dos quadrados das diferenças entre os valores obtidos em campo e os valores da função calculados nos pontos dados para um determinado vetor $\vec{\alpha}$ de parâmetros estimados. Outro método baseado na minimização da norma L2 é a decomposição em valores singulares.

4.1.1 Mínimos Quadrados (MQ).

A função-objetivo a ser minimizada no método de mínimos quadrados é:

$$E_2(\vec{\alpha}) = \sum_{i=1}^{n_{pon}} [y_i - F(\vec{\alpha}, x_i)]^2 \quad (4.1)$$

onde n_{pon} é o número de pontos dados, x é a variável independente, F é a função que representa o modelo matemático e y é o valor de F medido.

Este método consiste em se minimizar a função-objetivo acima através da aproximação da função E_2 por uma série de Taylor. No caso do método de Newton, a série de Taylor é truncada no termo quadrático, dando um caráter parabólico à função E_2^* , aproximação de E_2 , o que, em princípio, garantiria um ponto de mínimo. Então:

$$E_2^*(\vec{\alpha}) = E_2(\vec{\alpha}_0) + \sum_{k=1}^{npar} (\alpha_k - \alpha_k^0) \left(\frac{\partial E}{\partial \alpha_k} \right)_{\vec{\alpha}_0} + \sum_{j=1}^{npar} \sum_{k=1}^{npar} (\alpha_j - \alpha_j^0) (\alpha_k - \alpha_k^0) \left(\frac{\partial^2 E}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right)_{\vec{\alpha}_0} \quad (4.2)$$

onde $npar$ é o número de parâmetros e $\vec{\alpha}_0$ uma estimativa inicial para o vetor $\vec{\alpha}$ a ser estimado.

Como queremos minimizar E_2^* , derivamos a expressão anterior em relação a $(\alpha_j - \alpha_j^0)$, que denominamos β_j :

$$\frac{\partial E_2^*}{\partial \beta_j} = \left(\frac{\partial E_2}{\partial \alpha_j} \right)_{\vec{\alpha}_0} + \sum_{k=1}^{npar} \beta_k \left(\frac{\partial^2 E_2}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right)_{\vec{\alpha}_0} ; \quad j = 1, 2, \dots, npar \quad (4.3)$$

Como desejamos um mínimo, então $\partial E_2^* / \partial \beta_j = 0$. Daí:

$$\sum_{k=1}^{npar} \beta_k \left(\frac{\partial^2 E_2}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right)_{\vec{\alpha}_0} = - \left(\frac{\partial E_2}{\partial \alpha_j} \right)_{\vec{\alpha}_0} ; \quad j = 1, 2, \dots, npar \quad (4.4)$$

Temos portanto um sistema de $npar$ equações com $npar$ incógnitas em β , onde:

$$\left(\frac{\partial E_2}{\partial \alpha_j} \right)_{\vec{\alpha}_0} = -2 \sum_{i=1}^{npon} [y_i - F(\vec{\alpha}_0, x_i)] \left(\frac{\partial F}{\partial \alpha_j} \right)_{\vec{\alpha}_0} \quad (4.5)$$

$$\left(\frac{\partial^2 E_2}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right)_{\vec{\alpha}_0} = -2 \sum_{i=1}^{npon} \left\{ -\frac{\partial F}{\partial \alpha_j} \frac{\partial F}{\partial \alpha_k} + [y_i - F(\vec{\alpha}_0, x_i)] \frac{\partial^2 F}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right\}_{\vec{\alpha}_0} \quad (4.6)$$

Podemos então escrever a equação 4.4 como:

$$[H]_{\vec{\alpha}_0} \vec{\beta} = -\vec{u} \quad (4.7)$$

onde H é conhecida como matriz Hessiana e $\vec{u}$ é o vetor que contém os resíduos.

Uma vez resolvido o sistema acima e determinado o vetor $\vec{\beta}$, achamos os novos parâmetros através de:

$$\alpha_j^1 = \alpha_j^0 + \rho \beta_j \quad (4.8)$$

onde ρ é um fator de relaxação.

Uma das dificuldades do método de Newton é que o valor para o qual a solução converge pode não ser um mínimo. Isto pode ocorrer se a superfície E_2 tiver pontos de sela ou de máximo, o que, infelizmente, é muito comum nas aplicações em análise de testes. Para o valor final de E_2 ser um mínimo, a matriz Hessiana deve ser positiva definida. Ela sempre é positiva definida nas vizinhanças de um mínimo, mas pode não ser em pontos distantes. O método de Newton sempre converge se a estimativa inicial estiver próxima de mínimo, mas pode não convergir caso contrário, geralmente divergindo quando isto ocorre.

Gauss propôs uma modificação no método de Newton no qual desprezam-se os termos da matriz Hessiana representados pela segunda derivada, que geralmente são de difícil cálculo. Porém tal procedimento tem um preço em termos de robustez do método, tornando-o mais sensível às estimativas iniciais.

Posteriormente Levenberg [1] e Marquardt [2] propuseram uma alteração no método de Gauss-Newton na qual, para melhorar o condicionamento da matriz Hessiana, soma-se a ela uma matriz diagonal D cujos elementos são iguais a uma constante positiva de valor λ_{L-M} . Após o cálculo da função resíduo na etapa $n + 1$, se esta for menor que na etapa anterior, modifica-se o valor de λ_{L-M} para $\lambda_{L-M}/10$, caso contrário para $10\lambda_{L-M}$.

4.1.2 Decomposição em Valores Singulares (DVS).

Outra maneira de formular o problema é escrever o desenvolvimento de uma série de Taylor até o primeiro termo em cada ponto x_i ao redor de uma estimativa $\vec{\alpha}_0$, ou seja:

$$y_i = F(\vec{\alpha}_0, x_i) + (\alpha_1 - \alpha_1^0) \left(\frac{\partial F}{\partial \alpha_1} \right)_{\vec{\alpha}_0} + (\alpha_2 - \alpha_2^0) \left(\frac{\partial F}{\partial \alpha_2} \right)_{\vec{\alpha}_0} + \dots + (\alpha_{npar} - \alpha_{npar}^0) \left(\frac{\partial F}{\partial \alpha_{npar}} \right)_{\vec{\alpha}_0} ; \quad i = 1, n_{pon} \quad (4.9)$$

Como temos n_{pon} equações e n_{par} incógnitas ($n_{pon} \gg n_{par}$), temos um sistema sobredeterminado (ou retangular) que pode ser resolvido através da decomposição em valores singulares. Este método resolve o problema de forma similar aos mínimos quadrados, ou seja, ele minimiza a função χ^2 abaixo:

$$E_2(\vec{\alpha}) = \chi^2 = |A \cdot \vec{\beta} - b|^2 \quad (4.10)$$

onde:

A é o Jacobiano da função F em relação aos parâmetros α em cada ponto x_i .

$\vec{\beta}$ é o vetor incógnita.

b é composto dos resíduos em cada ponto x_i , ou seja,

$$b = y_i - F(\vec{\alpha}_0, x_i) .$$

A demonstração da afirmação acima pode ser encontrada na referência [21] .

A decomposição em valores singulares, como o próprio nome já indica, decompõe a matriz A em tres outras matrizes, a saber:

$$\begin{pmatrix} A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 & & & \\ & w_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & w_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^T \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

onde U e V são matrizes ortonormais, ou seja, a multiplicação de U por U^T e de V por V^T é igual à matriz identidade. A matriz W é uma matriz diagonal com elementos positivos ou de valor igual a zero.

Na referência [21] é demonstrado que se A é uma matriz do sistema $A \cdot \vec{\beta} = b$, com a sua decomposição podemos obter $\vec{\beta}$ através de:

$$\vec{\beta} = V [\text{diag}(1/w_j)] (U^T b) \quad (4.12)$$

onde a matriz $\text{diag}(1/w_j)$ é uma matriz diagonal composta pelos inversos dos valores da matriz diagonal W .

4.2 Métodos Baseados na Norma L1.

A norma L1 baseia-se na minimização da seguinte função objetivo:

$$E_1(\vec{\alpha}) = \sum_{i=1}^{n_{\text{pon}}} |y_i - F(\vec{\alpha}, x_i)| \quad (4.13)$$

Apesar da minimização do somatório dos módulos das diferenças entre os valores medidos em campo e os calculados analiticamente ser a primeira idéia que ocorre na determinação de parâmetros não lineares, tal procedimento não teve desenvolvimento imediato devido à dificuldade de se manipular a função módulo analiticamente, pois tal função não tem uma derivada contínua.

Se fizermos um pequeno raciocínio sobre este método, notaremos que nos casos em que os erros experimentais forem grandes em apenas alguns pontos, o que normalmente ocorre, este método deve ter melhor desempenho que o de mínimos quadrados, pois este último tende a dar peso maior (o resíduo é elevado ao quadrado) a pontos com grande afastamento da curva, desviando a curva em direção a eles.

4.2.1 Método dos Mínimos Valores Absolutos (MVA).

Rosa e Horne [14] utilizaram em seu trabalho um algoritmo que minimizava a soma dos módulos numa regressão linear múltipla. Para aplicá-lo numa regressão não linear, estes autores propuseram a metodologia apresentada abaixo.

Desenvolvamos em série de Taylor até o primeiro termo um determinado ponto da função-modelo F :

$$y_i = F(\vec{\alpha}_0, x_i) + (\alpha_1 - \alpha_1^0) \left(\frac{\partial F}{\partial \alpha_1} \right)_{\vec{\alpha}_0} + \dots + (\alpha_{npar} - \alpha_{npar}^0) \left(\frac{\partial F}{\partial \alpha_{npar}} \right)_{\vec{\alpha}_0} \quad i = 1, \dots, npon \quad (4.14)$$

Rearranjando o sistema acima, temos:

$$y_i - F(\vec{\alpha}_0, x_i) = (\alpha_1 - \alpha_1^0) \left(\frac{\partial F}{\partial \alpha_1} \right)_{\vec{\alpha}_0} + \dots + (\alpha_{npar} - \alpha_{npar}^0) \left(\frac{\partial F}{\partial \alpha_{npar}} \right)_{\vec{\alpha}_0} \quad i = 1, \dots, npon \quad (4.15)$$

onde o problema agora é de uma regressão linear. Conforme discutido por Rosa e Horne [14], pode ser feita uma regressão linear múltipla nas equações 4.15 minimizando não mais o somatório das diferenças ao quadrado, mas sim o somatório dos módulos das diferenças.

A equações 4.15 podem ser reescritas da seguinte maneira:

$$w_i = \beta_1 \nu_{i,1} + \beta_2 \nu_{i,2} + \dots + \beta_{npar} \nu_{i,npar} \quad ; \quad i = 1, \dots, npon \quad (4.16)$$

onde:

$$w_i = y_i - F(\vec{\alpha}_0, x_i) \quad ; \quad i = 1, npon \quad (4.17)$$

$$\beta_j = \alpha_j - \alpha_j^0 \quad ; \quad j = 1, npar \quad (4.18)$$

$$\nu_{i,j} = \left[\frac{\partial F(\vec{\alpha}, x_i)}{\partial \alpha_j} \right]_{\vec{\alpha}_0} \quad ; \quad i = 1, npon \quad ; \quad j = 1, npar \quad (4.19)$$

A cada iteração da regressão linear múltipla aplicada à equação 4.16, após o cálculo de β , obtemos os novos valores de α , ou seja:

$$\alpha_j^{n+1} = \alpha_j^n + \beta_j \quad (4.20)$$

Outra maneira de se minimizar a soma dos módulos dos resíduos foi proposta em 1979 por El-Attar, Vidyasagar e Dutta [23] e utilizada recentemente por Carvalho *et alii* [17]. Segundo estes últimos autores, este método tem a vantagem de utilizar algoritmos de regressão não linear baseados na norma L2. Tal procedimento é baseado na minimização da seguinte função:

$$E_1(\vec{\alpha}) = \sum_{i=1}^{n_{pon}} \sqrt{r_i^2 + \varepsilon} \quad (4.21)$$

onde r_i são os resíduos e ε é um número suficientemente pequeno. El-Attar, Vidyasagar e Dutta [23] mostraram que a equação 4.21 é minimizada para valores decrescentes de ε e a solução α^* para a qual a sequência converge quando $\varepsilon \rightarrow 0$ é uma solução para a norma L1. Em outras palavras, a equação 4.21 pode ser reescrita em termos de uma norma L2 equivalente, ou seja:

$$E_1(\vec{\alpha}) = \sum_{i=1}^{n_{pon}} \rho_i^2 \quad (4.22)$$

onde:

$$\rho_i = (r_i^2 + \varepsilon)^{1/4} \quad (4.23)$$

As vantagens de tal procedimento, segundo Carvalho *et alii* [17], são: i) as derivadas parciais da equação 4.22 são obtidas facilmente e são válidas em todo o domínio; ii) os algoritmos de solução da norma L2 são de domínio público e podem ser aplicadas a este problema.

Este método não será analisado no presente trabalho, porém cabe aqui comentar que o segundo argumento a favor deste procedimento não é mais válido pois já existem vários pacotes de rotinas matemáticas que dispõem de algoritmos para solução de regressões baseadas na norma L1, bem como o método MVAM que também se utiliza de rotinas da norma L2 para resolver um problema baseado na norma L1.

4.2.2 Método dos Mínimos Valores Absolutos Modificado (MVAM).

Uma outra maneira de se obter o mínimo da função somatório dos módulos dos resíduos é utilizar uma modificação no método de mínimos quadrados acrescentando-se um peso a cada ponto. Este peso é proporcional ao inverso do módulo do resíduo naquele ponto na iteração anterior. Em outras palavras, a nova função objetivo pode ser escrita como:

$$E_1^{n+1}(\vec{\alpha}) = \sum_{i=1}^{n_{pon}} \frac{[y_i - F(\vec{\alpha}^{n+1}, x_i)]^2}{|y_i - F(\vec{\alpha}^n, x_i)|} \quad (4.24)$$

onde n representa o número da iteração.

Esta forma da função objetivo já foi utilizada anteriormente por Schlossmacher [24], aplicada a problemas lineares.

Como podemos notar através da fórmula acima, quanto mais nos aproximamos dos valores corretos, mais o termo do somatório tende ao valor de módulo do resíduo, ou seja, estamos minimizando, no limite, a norma L1.

Um problema que pode ocorrer neste método é a instabilidade numérica devida à presença de resíduos muito pequenos. Tal problema foi resolvido neste estudo desprezando-se os resíduos menores que um certo valor mínimo. O valor utilizado neste trabalho foi de 10^{-9} quando se utilizam os valores de pressão em *atm*. Este valor foi determinado partindo-se do valor 10^{-3} e diminuindo-o até que não houvesse modificação nos resultados, tanto em termos de número de iterações como nos valores determinados.

Outra pequena inconveniência que este método geralmente apresenta é a necessidade de um grande número de iterações para se alcançar a convergência.

4.2.3 Método Combinado: Mínimos Valores Absolutos Modificado - Mínimos Valores Absolutos (MVAM-MVA).

Para aproveitar as vantagens dos dois métodos acima descritos, podemos combiná-los. Esta combinação foi proposta por Rosa [22]. Naquele trabalho o autor usou o método MVAM durante as cinco primeiras iterações, passando a seguir para o método MVA, aproveitando a robustez do MVAM em relação à convergência a partir de estimativas iniciais distantes da solução. Neste trabalho a troca de um método para outro é feita quando as variações dos parâmetros entre duas iterações consecutivas é menor que um valor limite prefixado. Esta troca é vantajosa pois, quando o método converge, o MVA é muito mais rápido que o MVAM.

Neste trabalho foi utilizado ainda outro critério para troca do MVAM para o MVA, o qual se baseava na variação do resíduo ao invés das variações dos parâmetros. Tal procedimento não se mostrou o melhor devido a problemas de divergência em alguns

casos, e foi abandonado.

4.2.4 Método de Nelder-Mead (NM).

Este método, cuja descrição pode ser encontrada na referência [25], não é propriamente uma norma L1, pois através dele podemos minimizar qualquer norma pré-estabelecida.

Neste trabalho testaremos a aplicação deste método à análise automatizada de testes.

O método NM utiliza o método simplex para localizar um mínimo local de uma função de várias variáveis. Para melhor exemplificar examinemos o caso de uma função de duas variáveis. Neste caso o simplex é um triângulo, onde o procedimento do método NM compara o valor da função em cada vértice do triângulo (já neste ponto notamos uma grande diferença em relação aos outros métodos, pois ele necessita de um número de estimativas iniciais igual ao número de parâmetros da regressão mais um). O pior vértice do triângulo é rejeitado e um novo ponto é calculado. Através deste procedimento um novo triângulo é gerado e o algoritmo de procura reinicia. Este processo gera uma sequência de triângulos (que devem ter diferentes formas) em cujos vértices a função se torna cada vez menor. Finalmente o tamanho dos triângulos é diminuído e o mínimo é encontrado.

Para melhor entendermos este exemplo, utilizemos uma função $f(x, y)$ a ser minimizada. Para começarmos o processo necessitamos de tres vértices para montar o triângulo; $V_k = (x_k, y_k)$, $k = 1, 2, 3$. A função $f(x, y)$ é então avaliada em cada um destes tres pontos, $z_k = f(x_k, y_k)$, $k = 1, 2, 3$. Os subscritos são então reordenados para que $z_1 \leq z_2 \leq z_3$. Usemos então a seguinte notação:

$$\vec{E} = (x_1, y_1) \quad \vec{B} = (x_2, y_2) \quad \vec{P} = (x_3, y_3)$$

para tornar o exemplo mnemônico: E é o vértice excelente, B é o bom e P é o pior.

O processo de construção do novo triângulo utiliza o ponto médio do segmento que une E a B. Ele é encontrado através da média das coordenadas, ou seja:

$$\vec{M} = \frac{\vec{E} + \vec{B}}{2} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \quad (4.25)$$

A função diminui quando nos movemos no lado do triângulo inicial de P para E e também diminui quando nos movemos de P para B. Então é fácil raciocinar que a função também diminuirá quando caminharmos para longe de P em direção ao lado oposto da linha que une E a B. Escolhemos então o ponto R "refletindo" o triângulo através do lado EB. Então para determinarmos R, primeiro determinamos M, o ponto médio entre E e B, desenhamos um segmento de reta de P a M determinando seu comprimento d .

Estendemos este último segmento uma distância d a partir de M para localizar o ponto R (ver figura 4.1). Vetorialmente o ponto R é calculado por:

$$\vec{R} = \vec{M} + (\vec{M} - \vec{P}) = 2\vec{M} - \vec{P} \quad (4.26)$$

Se o valor da função no ponto R for menor que o valor da função no ponto P estamos nos movendo na direção correta para encontrarmos o mínimo. Se além disso o valor da função em R for menor do que em E , podemos então estender o triângulo EBR para o triângulo EBF , onde F é encontrado movendo-se uma distância d adicional ao longo da reta MR a partir de R (ver figura 4.2). Se o valor da função em F for menor que em R , achamos então um vértice melhor. O cálculo vetorial de F é:

$$\vec{F} = \vec{R} + (\vec{R} - \vec{M}) = 2\vec{R} - \vec{M} \quad (4.27)$$

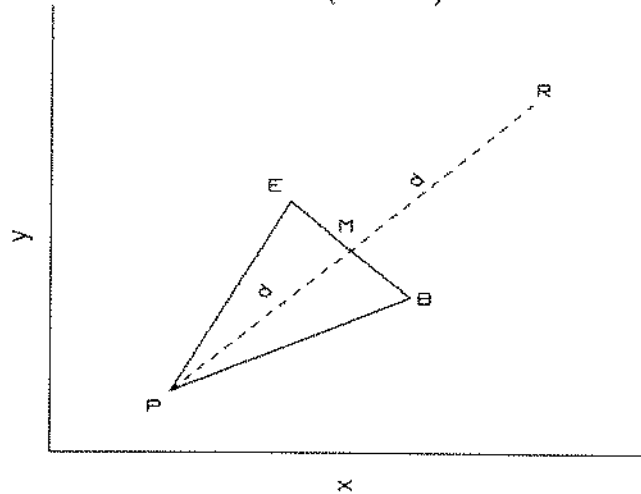


Figura 4.1: Método de Nelder-Mead. Reflexão do ponto P .

Se, por outro lado, o valor da função em R for igual ou maior que em P , necessitamos encontrar outro ponto. Geralmente o valor de M é menor, mas não podemos escolhê-lo pois necessitamos de um triângulo. Consideremos então o ponto C que é o ponto médio entre M e R . Se o valor da função em C for menor que em P , temos um novo triângulo (ver figura 4.3).

Em último caso, se o valor da função em C for maior que em P , devemos encolher o triângulo original ao redor de E , trocando o ponto P pelo ponto médio de EP , agora chamado de S , e o ponto B por M (que é o ponto médio de EB) (ver figura 4.4).

Este processo continua até que a diferença entre os valores da função nos pontos P e E seja menor que uma determinada tolerância.

A grande vantagem deste método é a não necessidade de cálculos de derivadas (quando estas são possíveis, o que não é o caso da função módulo), porém geralmente este método é bem lento, necessitando de grande número de iterações para convergir.

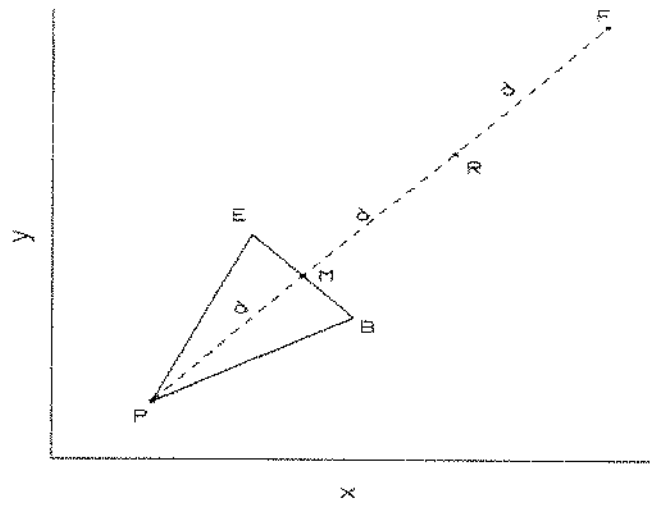


Figura 4.2: Método de Nelder-Mead. Extensão da reflexão do ponto P.

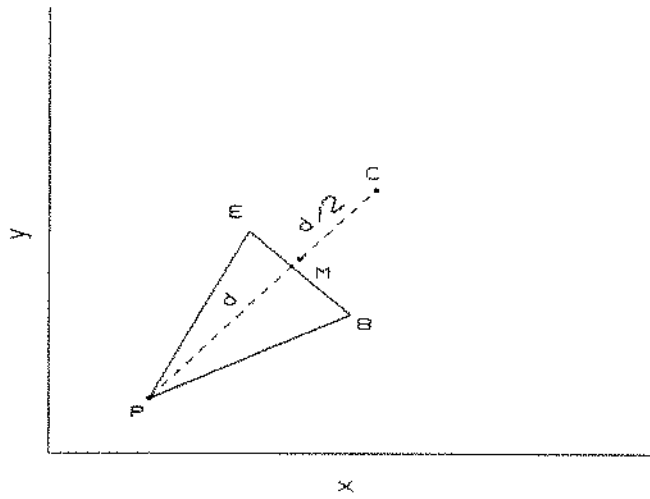


Figura 4.3: Método de Nelder-Mead. Contração da reflexão do ponto P.

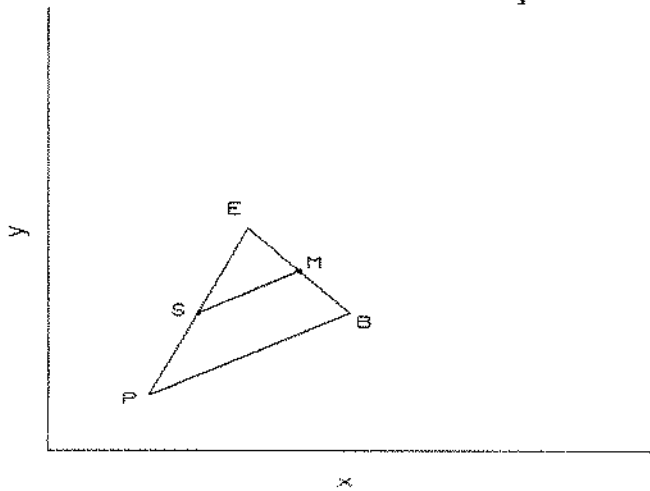


Figura 4.4: Método de Nelder-Mead. Encolhimento do triângulo original.

4.3 Características dos Métodos.

Nesta seção serão analisadas algumas características específicas de cada método, bem como modificações introduzidas por este trabalho para melhorar o desempenho e a velocidade daqueles métodos.

4.3.1 Otimização Restrita.

Quando é feita uma regressão não-linear, não há, a princípio, qualquer limitação aos valores que os parâmetros de regressão irão assumir no decorrer das iterações, sendo que os domínios destes parâmetros, do ponto de vista da regressão, são constituídos pelo universo dos números reais. Mas em geral a regressão é feita em cima de um modelo físico-matemático onde os parâmetros a serem determinados tem um domínio limitado, como por exemplo a permeabilidade que sempre deve ser maior que zero.

Na literatura tem sido utilizado o seguinte procedimento para introdução desses limites no processo de regressão. Adiciona-se à função objetivo uma nova função que tenda a zero dentro do domínio do parâmetros e tenda a valores muito grandes fora dele. Como estamos querendo minimizar a função objetivo, este procedimento irá, automaticamente, tender a afastar o parâmetro da região não desejada.

Tomemos como exemplo uma função de uma variável mostrada na figura 4.5. Suponhamos que o domínio físico do parâmetro em questão, no caso a variável a , seja que a tem que ser maior que um certo a_0 . Então se somarmos à função original f uma nova função pen dada por:

$$pen(a) = \frac{\delta}{a - a_0} \quad (4.28)$$

onde δ é um número pequeno, a nova função objetivo será:

$$f^*(a) = f(a) + pen(a) \quad (4.29)$$

Note na figura 4.5, que quando o valor de a tende a a_0 pela direita, a função f^* tende a infinito.

Um problema com este tipo de procedimento é que se o valor de a em determinada iteração estiver no lado esquerdo de a_0 (neste exemplo), a regressão tenderá a colocar o valor de a em a_0^- , pois este é o ponto de mínimo da função f^* , além de geralmente causar problemas matemáticos.

Este tipo de função penalidade é de uso interessante no caso em que o parâmetro em questão tenha um domínio fechado do ponto de vista físico-matemático, como é o caso da permeabilidade neste trabalho, pois trabalhamos com a raiz quadrada de seu valor.

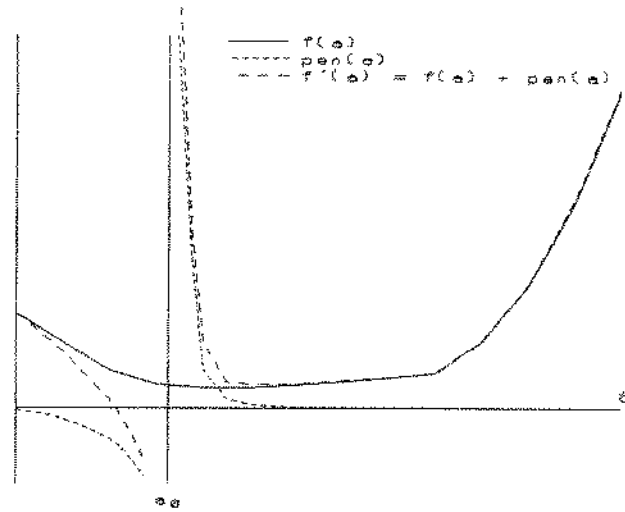


Figura 4.5: Exemplificação de otimização restrita com intervalo fechado.

Neste trabalho será proposta uma nova forma de função penalidade para alguns parâmetros, como por exemplo o fator de película. Esta forma proposta não tende para infinito no limite do intervalo, mas para valores muito grandes fora do domínio do parâmetro. Tal função é:

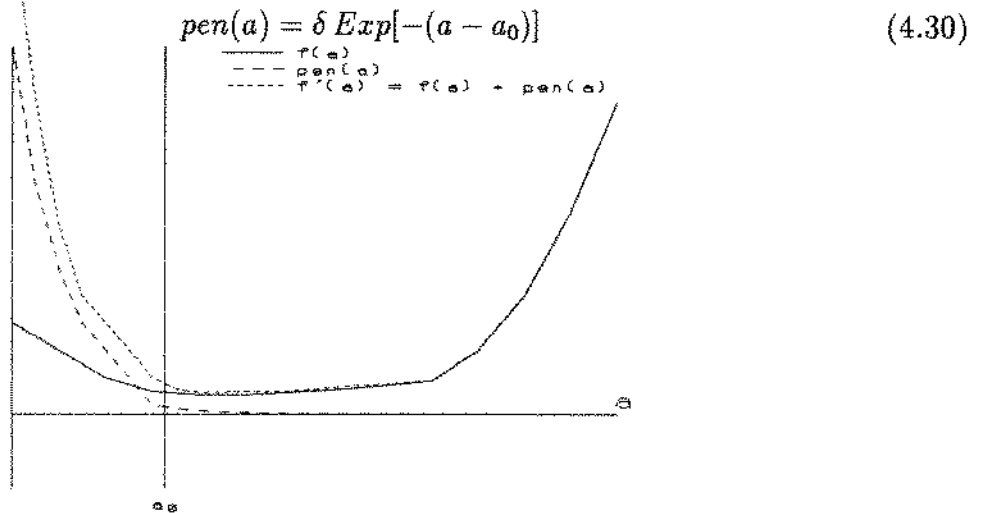


Figura 4.6: Exemplificação de otimização restrita com intervalo aberto.

A vantagem de se utilizar tal função é que a regressão não é interrompida se os valores dos parâmetros caírem fora do domínio pré-estabelecido.

Convém lembrar que este tipo de otimização só pode ser utilizado quando estamos trabalhando com problemas que minimizam um somatório, como é o caso do MQ e MVAM, sendo impossível sua utilização nos métodos DVS, MVA e NM.

Para tentar eliminar este problema também será testada neste trabalho uma

mudança de domínio nos parâmetros de regressão. Por exemplo, no caso da permeabilidade, trocamos o seu valor pelo seu logaritmo natural. A tabela 4.1 mostra as funções testadas para mudança de domínio no caso de reservatório homogêneo.

parâmetro	domínio	parâmetro modificado	domínio
k	$k > 0$	$\ln(k)$	$-\infty a \infty$
C	$C > 0$	$\ln(C)$	$-\infty a \infty$
S	$-7 < S < 25$	$\tan \left[\frac{\pi(S+7)}{32} - \frac{\pi}{2} \right]$	$-\infty a \infty$
λ	$\lambda > 0$	$\ln(\lambda)$	$-\infty a \infty$
ω	$0 < \omega < 1$	$\tan \left[\pi \omega - \frac{\pi}{2} \right]$	$-\infty a \infty$

Tabela 4.1: Proposta de modificação dos domínios dos parâmetros.

A modificação de domínio que melhores resultados gerou foi a troca da permeabilidade pelo seu logaritmo natural. A troca do coeficiente de estocagem pelo seu logaritmo natural também resultou em resultados satisfatórios, porém a transformação no fator de película não deu bons resultados, sendo abandonada. A troca do coeficiente de fluxo interporoso pelo seu logaritmo e a transformação no parâmetro de armazenamento não trouxeram resultados muito bons como era esperado. Para o método de Nelder-Mead estas modificações seriam extremamente necessárias, porém a última modificação proposta (no parâmetro de armazenamento) se mostrou infrutífera, levando o método a convergir para valores incorretos. Pode-se explicar este comportamento analisando a curva da função tangente. Quando seu argumento tende a valores próximos a $\pi/2$ ela tende a infinito rapidamente. Consequentemente, nesta região grandes variações no valor da função não correspondem a variações significativas no valor do argumento, que no caso é o nosso parâmetro de regressão. Em vista disto tal modificação foi abandonada no decorrer do desenvolvimento deste trabalho.

4.3.2 Análise Estatística da Regressão.

Numa regressão não linear é desejável que se determinem além dos valores dos parâmetros os intervalos de confiança destes na forma de limites superior e inferior. Estes intervalos são função da qualidade dos pontos experimentais e do seu número. Se definirmos γ como “nível de significância”, podemos dizer que “o valor de α (parâmetro estimado) está dentro do intervalo calculado” com probabilidade $(1 - \gamma)$ de estar correto. O intervalo é denominado como intervalo de confiança de $100(1 - \gamma) \%$.

De acordo com Hartley [26], é possível determinar com exatidão estes intervalos de confiança nas regressões não lineares, porém tal procedimento via de regra é muito dispendioso em termos de cálculo. Como nos interessa apenas uma aproximação destes intervalos, Dogru, Dixon e Edgar [27] apresentaram um método simples de estimá-los.

Definamos o erro médio quadrático como:

$$EMQ = \frac{SQR}{n_{pon} - n_{par}} \quad (4.31)$$

onde SQR é a soma dos quadrados dos resíduos.

O intervalo de confiança de cada parâmetro pode então ser calculado como:

$$\alpha_j^* - \Delta\alpha_j^* \leq \alpha_j \leq \alpha_j^* + \Delta\alpha_j^* \quad (4.32)$$

onde α_j^* é a estimativa de α_j da última iteração, e:

$$\Delta\alpha_j^* = \sqrt{EMQ h_{jj}} \quad t_{\gamma/2; n_{pon}-n_{par}} \quad (4.33)$$

onde h_{jj} é o elemento da diagonal da inversa da matriz Hessiana correspondente ao elemento α_j e $t_{\gamma/2; n_{pon}-n_{par}}$ é o valor da distribuição t de Student para um nível de significância γ e grau de liberdade $n_{pon} - n_{par}$. Como comentado acima, um nível de significância γ implica em um intervalo de confiança de $100(1 - \gamma) \%$. Neste trabalho utilizamos um nível de significância de 5% , o que significa que os parâmetros estimados tem 95% de probabilidade de estarem corretos dentro do intervalo calculado.

4.3.3 Distribuições Probabilísticas de Gauss e de Laplace.

A análise destas duas distribuições em questão é interessante pois elas estão intimamente ligadas às normas L1 e L2. Pode ser demonstrado que se os erros ou resíduos estão distribuídos de acordo com uma Gaussiana, o melhor tipo de regressão a utilizar é a norma L2. Se, por outro lado, os resíduos se distribuem de acordo com uma exponencial alongada, o melhor tipo de regressão a se utilizar é a norma L1.

A curva Gaussiana ou distribuição probabilística de Gauss pode ser definida como:

$$n(x; \varphi; \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad EXP \left[-\frac{(x - \varphi)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (4.34)$$

onde n é a função densidade, x é o valor onde queremos calcular o valor da função densidade, φ é a média dos valores amostrados e σ é o desvio padrão, ou seja:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_{pon}} (x_i - \varphi)^2}{n_{pon} - 1} \quad (4.35)$$

Este tipo de distribuição é admitido nos métodos MQ e DVS.

Já a distribuição probabilística de Laplace ou exponencial alongada tem sua função densidade definida como:

$$n(x; \varphi; \sigma) = \frac{1}{2\sigma} \text{EXP} \left[-\frac{|x - \varphi|}{\sigma} \right] \quad (4.36)$$

Este tipo de distribuição é admitido nos métodos MVA, MVAM, MVAM-MVA e NM.

4.3.4 Inversão Numérica da Transformada de Laplace.

Como foi demonstrado por Rosa e Horne [9], podemos obter as derivadas da função em questão no campo de Laplace e posteriormente invertê-las através do algoritmo de Stehfest [28]. Esta proposição tornou tal procedimento extremamente prático, pois obter a resposta de um determinado modelo no campo de Laplace é, em geral, um problema de solução razoavelmente fácil. Recentemente Burgeoues e Horne [29] propuseram que a regressão seja feita inteiramente no campo de Laplace. No presente trabalho, no entanto, a estimativa dos parâmetros foi feita no campo real após a inversão das derivadas pelo algoritmo de Stehfest.

5 COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.

Neste capítulo serão apresentados os resultados da aplicação dos diversos métodos de regressão não linear aos dois modelos de reservatório já apresentados anteriormente.

5.1 Análise de Casos de Reservatórios com Comportamento Homogêneo Infinito.

No caso do modelo de reservatório homogêneo infinito serão discutidos quatro casos, sendo que os dois primeiros são do mesmo teste, porém no segundo foram acrescentados ruídos propositalmente.

Os dados de reservatório do primeiro caso estão mostrados na tabela 5.1 e na tabela 5.2 estão os dados de pressão versus tempo. Estes dados foram obtidos da referência [14].

Na tabela 5.3 estão os resultados comparativos de sete métodos(MQ, MQ mod., MVAM, MVA, MVAM-MVA, DVS e NM) aplicados aos dados de pressão, aos dados da derivada logarítmica da pressão em relação ao tempo e ao conjunto destes dois dados. Também foram testadas as modificações nos domínios dos parâmetros para o método MQ, que neste caso foi chamado de MQ mod.

Podemos observar que, em termos práticos, os parâmetros obtidos por qualquer um dos métodos são equivalentes se aplicados aos dados de pressão ou ao conjunto de dados de pressão mais derivada, existindo uma discrepância no valor determinado para o fator de película quando foram utilizados os dados da derivada para efetuar as regressões. É nitida, no entanto, a diferença em termos de intervalos de confiança, onde os métodos baseados na norma L1 se mostraram muito melhores.

Vazão de Teste	= 252.0 STB/d
Raio do Poço	= 0.23 pés
Porosidade	= 0.039
Espessura	= 69.0 pés
Viscosidade	= 0.90 cp
Compressibilidade Total	= 6.7×10^{-6} 1/psi
Fator Volume de Formação	= 1.325 bbl/STB

Tabela 5.1: Dados de reservatório para os casos 1 e 2.

Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)	Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)
0.0167	26.0	2.0000	849.0
0.0330	53.0	2.5000	859.0
0.0500	78.0	3.0000	864.0
0.1000	148.0	3.5000	869.0
0.1500	210.0	4.0000	874.0
0.2000	267.0	4.5000	877.0
0.3000	369.0	5.0000	882.0
0.4000	454.0	6.0000	887.0
0.5000	519.0	7.0000	893.0
0.6000	572.0	8.0000	897.0
0.8000	654.0	10.000	905.0
1.0000	719.0	12.000	911.0
1.5000	804.0		

Tabela 5.2: Dados de pressão versus tempo para o caso 1.

O número de iterações requerido por cada método variou bastante, sendo que, como já comentado no capítulo anterior, o método NM necessita de um número excessivo de iterações para convergir. Aparentemente este elevado número de iterações tem um custo relativamente alto em termos de tempo de processamento. Também já era esperada uma certa lentidão no método MVAM, embora bem menor que no método NM, pois Rosa [22] já havia comentado em seu trabalho esta característica. Para a combinação dos métodos MVAM e MVA, é necessário se estabelecer um limite para troca de método. Neste caso estabeleceu-se que quando a variação dos parâmetros entre duas iterações for menor que 10% troca-se o método. Nos métodos MQ, MVAM e MVAM-MVA foram utilizadas funções-penalidade dadas pela equação 4.28, sendo que para o fator de película foi utilizada a função penalidade proposta por este trabalho (equação 4.30), pois esta função não interrompe o processamento quando o parâmetro recebe valores fora do seu domínio.

Outro fato interessante é que a regressão efetuada no conjunto de dados de pressão mais derivada, neste caso, não melhorou a regressão em termos de número de iterações e somente em alguns métodos houve alguma melhora em termos de intervalos de confiança. Tal fato pode ser explicado neste caso devido aos ruídos introduzidos pelo método de se obter a derivada logarítmica da pressão, pois os dados originais praticamente não continham ruído. O procedimento utilizado para a obtenção numérica da derivada a partir dos dados de campo está descrito no apêndice D.

Para melhor esclarecer as diferenças entre as regressões efetuadas nos tres conjuntos de dados, estão definidas abaixo as tres funções-objetivo analisadas.

Funções baseadas nos dados de pressão:

$$E_1(\vec{\alpha}) = \sum_{i=1}^{n_{pon}} |\Delta p_i - \Delta p(\vec{\alpha}, t_i)| \quad (5.1)$$

$$E_2(\vec{\alpha}) = \sum_{i=1}^{n_{pon}} [\Delta p_i - \Delta p(\vec{\alpha}, t_i)]^2 \quad (5.2)$$

Funções baseadas nos dados da derivada:

$$E_1(\vec{\alpha}) = \sum_{i=1}^{n_{pon}} |\Delta p'_i - \Delta p'(\vec{\alpha}, t_i)| \quad (5.3)$$

$$E_2(\vec{\alpha}) = \sum_{i=1}^{n_{pon}} [\Delta p'_i - \Delta p'(\vec{\alpha}, t_i)]^2 \quad (5.4)$$

Funções baseadas no conjunto de dados de pressão mais derivada:

$$E_1(\vec{\alpha}) = \sum_{i=1}^{n_{pon}} |\Delta p_i - \Delta p(\vec{\alpha}, t_i)| + \sum_{i=1}^{n_{pon}} |\Delta p'_i - \Delta p'(\vec{\alpha}, t_i)| \quad (5.5)$$

$$E_2(\vec{\alpha}) = \sum_{i=1}^{n_{pon}} [\Delta p_i - \Delta p(\vec{\alpha}, t_i)]^2 + \sum_{i=1}^{n_{pon}} [\Delta p'_i - \Delta p'(\vec{\alpha}, t_i)]^2 \quad (5.6)$$

onde:

$$\Delta p' = \frac{\partial \Delta p}{\partial \ln t} \quad (5.7)$$

Mét.	Tipo Dados	k (mD)	+/- %	S	+/- %	C (1)	+/- %	MQR (psi ² /ponto)	MRA (psi /ponto)	Ite.
MQ	P	15.16	15.79	14.38	23.26	8.48	1.53	13.67	2.72	08
MQ	D	11.08	15.00	9.58	24.55	8.61	4.50	59.46	5.12	08
MQ	P+D	13.01	17.69	11.51	28.11	8.68	2.70	104.70	8.07	08
MQ(2)	P	15.16	—	14.38	—	8.48	—	13.67	2.72	23
MQ(2)	D	11.08	—	9.58	—	8.61	—	59.46	5.12	09
MQ(2)	P+D	13.01	—	11.51	—	8.68	—	104.70	8.07	09
DVS	P	15.16	—	14.38	—	8.48	—	13.67	2.72	09
DVS	D	11.08	—	9.58	—	8.61	—	59.46	5.12	08
DVS	P+D	13.30	—	11.74	—	8.68	—	129.54	7.17	09
MVAM	P	13.47	1.53	11.97	2.43	8.42	0.07	16.81	2.67	50*
MVAM	D	10.21	0.06	8.37	0.54	8.62	0.44	65.24	4.65	16
MVAM	P+D	12.47	1.01	10.61	1.65	8.43	0.51	127.77	6.95	22
MVA	P	13.47	0.85	11.97	1.34	8.42	0.05	16.83	2.67	09
MVA	D	10.21	0.14	8.37	0.25	8.62	0.02	65.24	4.65	09
MVA	P+D	12.50	0.06	10.65	0.98	8.43	0.72	125.86	6.95	15
(3)	P	13.47	1.34	11.97	2.11	8.42	0.08	16.83	2.67	08
(3)	D	10.21	0.12	8.37	0.21	8.62	0.02	65.24	4.65	07
(3)	P+D	12.50	0.61	10.65	1.03	8.43	0.76	125.89	6.95	16
NM	P	12.08	—	10.01	—	8.42	—	25.57	2.89	90
NM	D	10.21	—	8.37	—	8.62	—	65.21	4.65	174
NM	P+D	12.50	—	10.65	—	8.43	—	125.64	6.95	252

Tipo de conjunto de dados utilizados. P - dados de pressão. D - dados da derivada. P+D - dados de pressão e da derivada. (1) - 10 ⁻³ bbl/psi (2) - modificação no domínio. (3) - MVAM-MVA. MQR - média dos quadrados dos resíduos. MRA - média dos resíduos absolutos.	Estimativas Iniciais: k = 50.0 mD S = 5.0 C = 0.01 bbl/psi * parada por número máximo de iterações.
---	---

Tabela 5.3: Comparação do desempenho de vários métodos de regressão para os dados do caso 1.

Na tabela 5.5 comparamos o desempenho dos vários métodos aplicados às diferentes estimativas iniciais apresentadas na tabela 5.4. Neste caso também foi testada a modificação proposta por este trabalho nos domínios dos parâmetros. É interessante notar a similaridade de comportamento dos métodos MVA e DVS. No caso do método DVS a modificação proposta não obteve bons resultados pois o método DVS não funcionou com ela. Não foi feita tal modificação no método MVAM-MVA pois este método é uma combinação dos métodos testados anteriormente. No caso do método NM, esta modificação se mostrou imprescindível, já que o método necessita intrinsecamente de domínios sem limites, pois para o seu funcionamento normal é necessário que as reflexões efetuadas pelo método tenham liberdade de movimento, o que seria impossível se alguns dos parâmetros de regressão tivessem domínio restrito.

Pode-se também concluir que os métodos MQ e MVAM-MVA mostraram-se superiores aos demais principalmente em termos de número de iterações necessárias para a convergência. Outra conclusão interessante é que a modificação no domínio dos parâmetros não surtiu o efeito desejado nos métodos DVS e MVA, que seria de introduzir uma otimização restrita a estes métodos, porém como já comentado acima, ela é imprescindível ao método NM.

Com relação à melhor escolha de função-objetivo (equações 5.1 a 5.6) para se efetuar a regressão, para este caso pode-se concluir que o melhor conjunto de dados depende do tipo de método. Para os métodos MQ, MVAM, MVAM mod., MVA, MVA mod. e MVAM-MVA, o melhor conjunto de dados é o de dados de pressão. Já para os métodos MQ mod., DVS e NM os melhores resultados foram obtidos com o conjunto de dados de pressão e da derivada.

Com relação aos dados da derivada é interessante notar que houve casos em que só se conseguiu convergência para este conjunto de dados. Isto poderia ser futuramente aproveitado para inicialmente se efetuar a regressão nos dados da derivada e utilizar os parâmetros assim obtidos como estimativas iniciais para uma nova regressão aplicada a outro conjunto de dados.

Uma explicação para este comportamento seria o melhor caráter que a curva da derivada tem comparada à curva de pressão.

Nas figuras 5.1 a 5.6 estão mostrados os dados de campo e as curvas de pressão e da derivada geradas pelos resultados das regressões. Podemos notar que, como já comentado anteriormente, estes resultados são, em termos práticos, equivalentes. Outro fato interessante é que quando efetuamos as regressões nos dados da derivada, os pontos finais da pressão tendem a se distanciar dos pontos de campo, porém uma análise visual mostra que a "qualidade" da reta semi-log gerada, ou seja, sua declividade e conseqüentemente o valor da permeabilidade é razoavelmente próxima à declividade da reta gerada pelos dados de campo.

Estim. Inicial	k (mD)	S	C (bbl/psi)
A	500.	1.	0.010
B	100.	1.	0.010
C	10.	25.	0.010
D	10.	-5.	0.010
E	10.	10.	0.100
F	10.	10.	0.001
G	1.	1.	0.010
H	1000.	25.	0.050

Tabela 5.4: Estimativas iniciais utilizadas para vários métodos de regressão para os dados do caso 1 e do caso 2.

(1)	Método	N.Iter e Tipo de Dados			(1)	Método	N.Iter e Tipo de Dados		
		P	D	P+D			P	D	P+D
A	MQ	10	11	12	B	MQ	08	11	09
	MQ(2)	50*	13	16		MQ(2)	13	(3)	08
	MVAM	28	33	31		MVAM	29	50*	34
	MVAM(2)	(3)	22	(3)		MVAM(2)	(3)	24	42
	MVA	(3)	(3)	(3)		MVA	(3)	08	25
	MVA(2)	(3)	(3)	(3)		MVA(2)	(3)	(3)	(3)
	(4)	11	10	17		(4)	09	11	17
	DVS	14	(3)	13		DVS	(3)	11	(3)
	NM	300*	191	137		NM	86	164	193
C	MQ	09	10	09	D	MQ	11	09	11
	MQ(2)	23	(3)	13		MQ(2)	11	11	09
	MVAM	50*	14	39		MVAM	30	15	36
	MVAM(2)	25	50*	40		MVAM(2)	48	25	50*
	MVA	08	18	13		MVA	(3)	09	(3)
	MVA(2)	(3)	(3)	(3)		MVA(2)	(3)	10	50*
	(4)	07	07	16		(4)	12	09	18
	DVS	08	(3)	06		DVS	10	09	10
	NM	300*	167	160		NM	216	133	147
E	MQ	08	10	07	F	MQ	08	09	08
	MQ(2)	17	10	08		MQ(2)	15	09	07
	MVAM	28	50*	42		MVAM	22	50*	32
	MVAM(2)	32	21	46		MVAM(2)	28	26	50*
	MVA	(3)	(3)	(3)		MVA	09	09	50*
	MVA(2)	(3)	(3)	(3)		MVA(2)	10	09	16
	(4)	07	10	15		(4)	07	09	16
	DVS	(3)	(3)	(3)		DVS	09	09	08
	NM	143	157	97		NM	81	110	91
G	MQ	10	09	09	H	MQ	13	11	10
	MQ(2)	09	09	10		MQ(2)	(3)	(3)	(3)
	MVAM	30	14	48		MVAM	50*	26	27
	MVAM(2)	45	50*	50*		MVAM(2)	(3)	50*	17
	MVA	(3)	(3)	(3)		MVA	12	10	16
	MVA(2)	(3)	10	(3)		MVA(2)	(3)	14	(3)
	(4)	11	11	11		(4)	10	10	16
	DVS	(3)	(3)	(3)		DVS	14	11	13
	NM	272	156	140		NM	139	150	174

(1) - estimativa inicial.

(2) - modificação no domínio dos parâmetros.

(3) - não convergiu.

(*) - parada por número máximo de iterações.

(4) - MVAM-MVA

Tabela 5.5: Resultados dos vários métodos de regressão. Caso 1. Estimativas iniciais da tabela 5.4 .

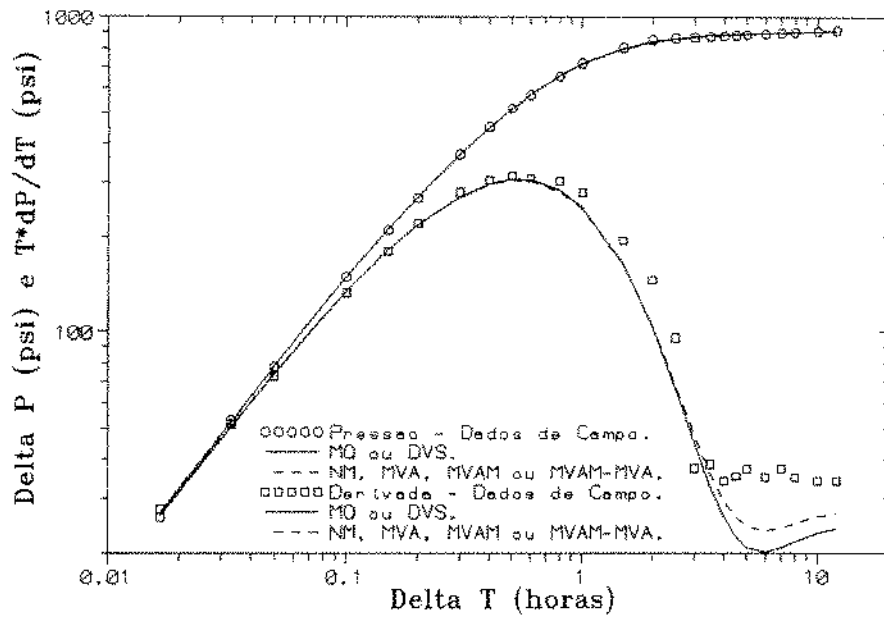


Figura 5.1: Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão nos dados de pressão. Caso 1.

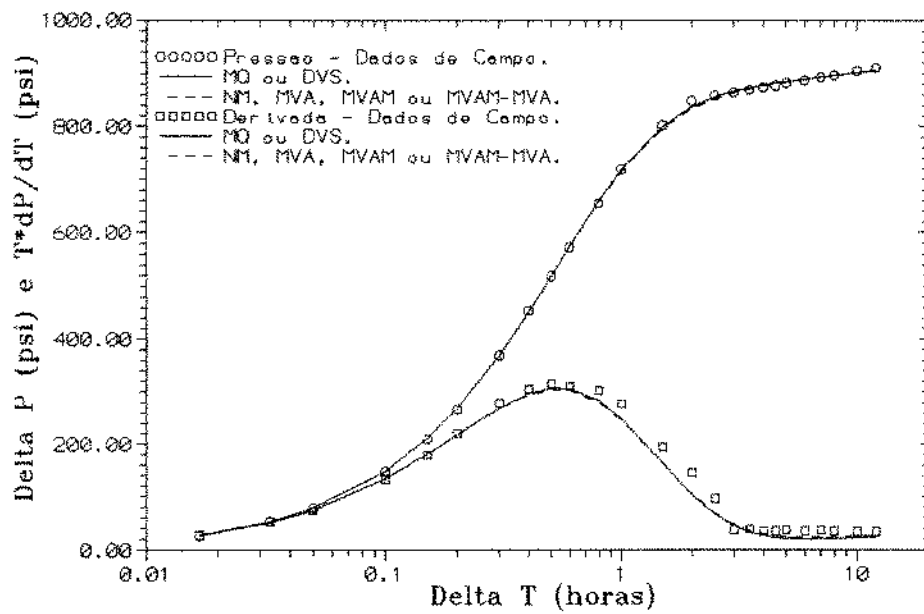


Figura 5.2: Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão nos dados de pressão. Caso 1.

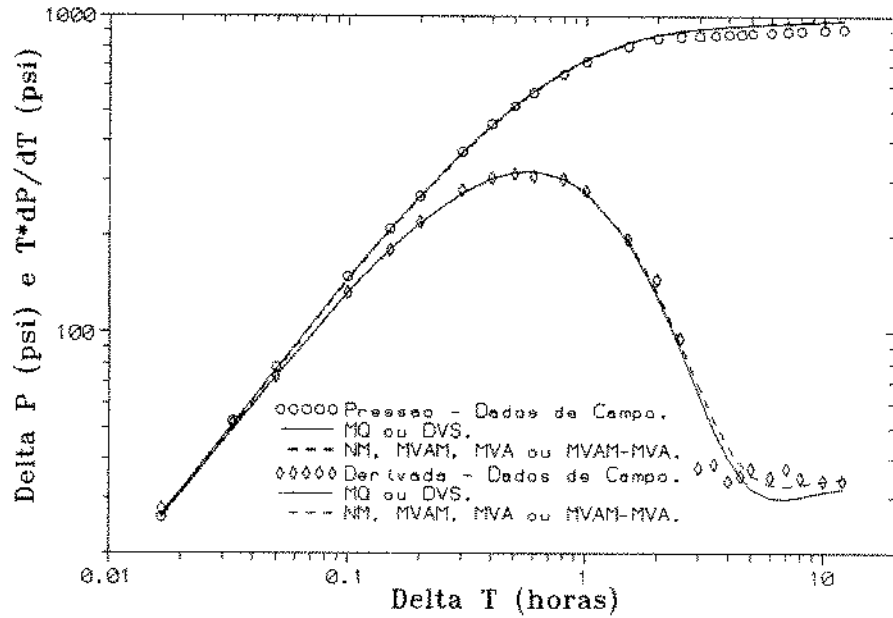


Figura 5.3: Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão nos dados da derivada. Caso 1.

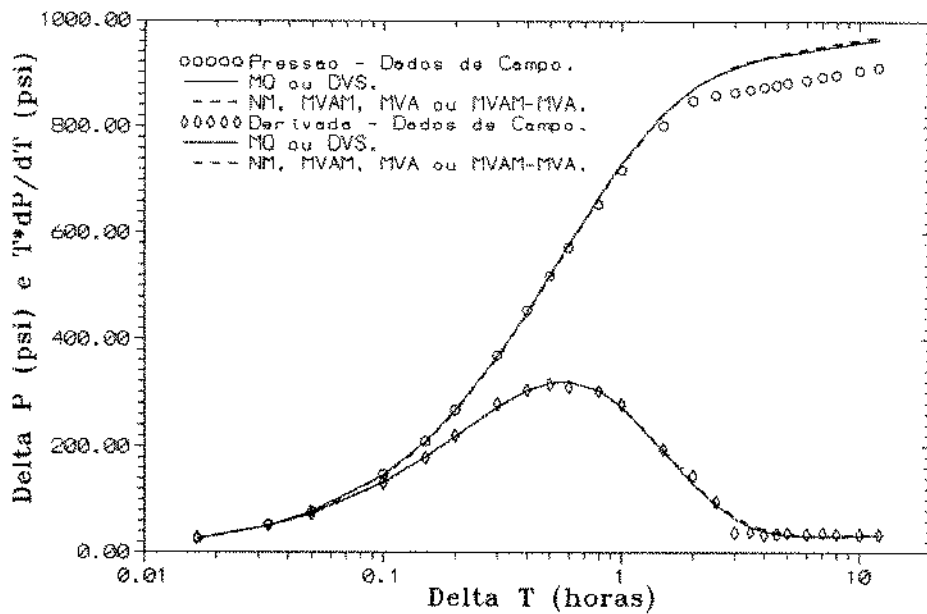


Figura 5.4: Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão nos dados da derivada. Caso 1.

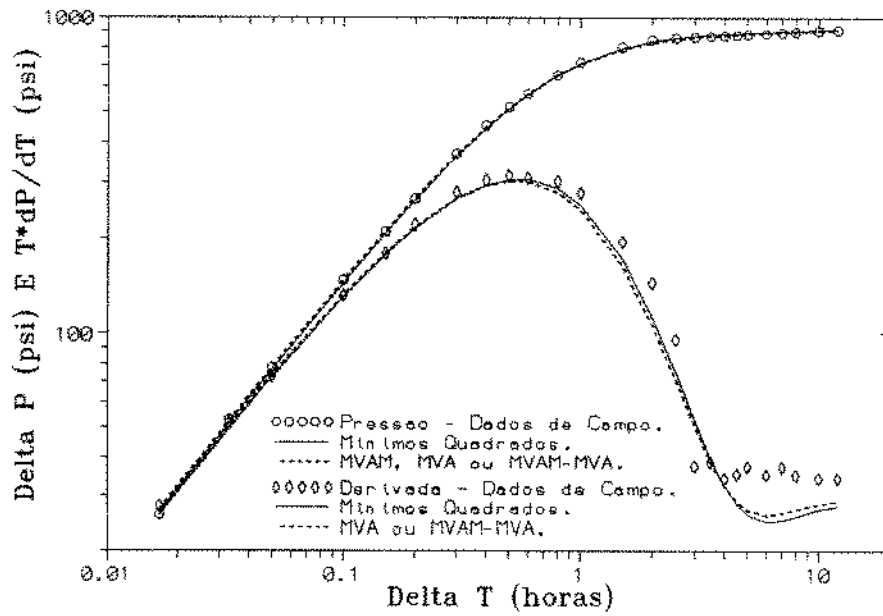


Figura 5.5: Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 1.

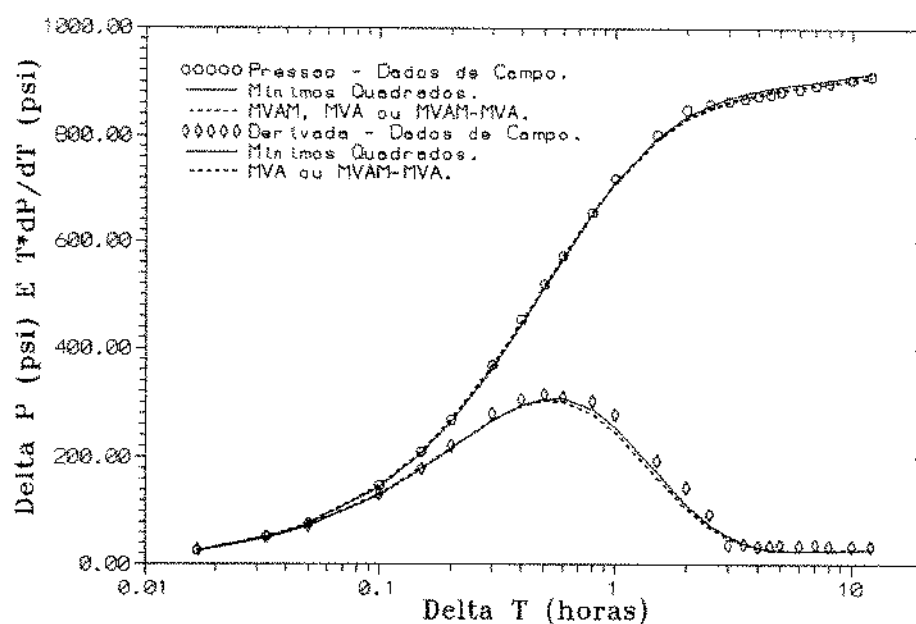


Figura 5.6: Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 1.

Na figura 5.7 está mostrada a evolução da média dos resíduos ao quadrado ao longo das iterações. Nela podemos observar que no método MVAM após um determinado instante os resíduos evoluem lentamente para o valor mínimo. É interessante citar que os métodos que seguem a norma L1 tem o valor dos resíduos a princípio diminuído, porém no final ele cresce ligeiramente.

Comportamento semelhante é observado na figura 5.8 onde está mostrada a evolução da média dos valores absolutos dos resíduos ao longo das iterações. Interessante notar que o valor desta média, no método MVAM, praticamente não muda após a décima iteração, mas o método demora a convergir.

Nas figuras 5.9 a 5.11 pode-se analisar a evolução dos valores dos parâmetros de regressão ao longo das iterações. Nestas regressões foi utilizado o conjunto de dados de pressão mais derivada. Nestas figuras novamente fica clara a dificuldade que o método MVAM tem para convergir e a extrema lentidão do método NM. Os gráficos foram truncados antes da última iteração do método NM para melhor visualização, pois este método exigiu neste caso 172 iterações para convergir.

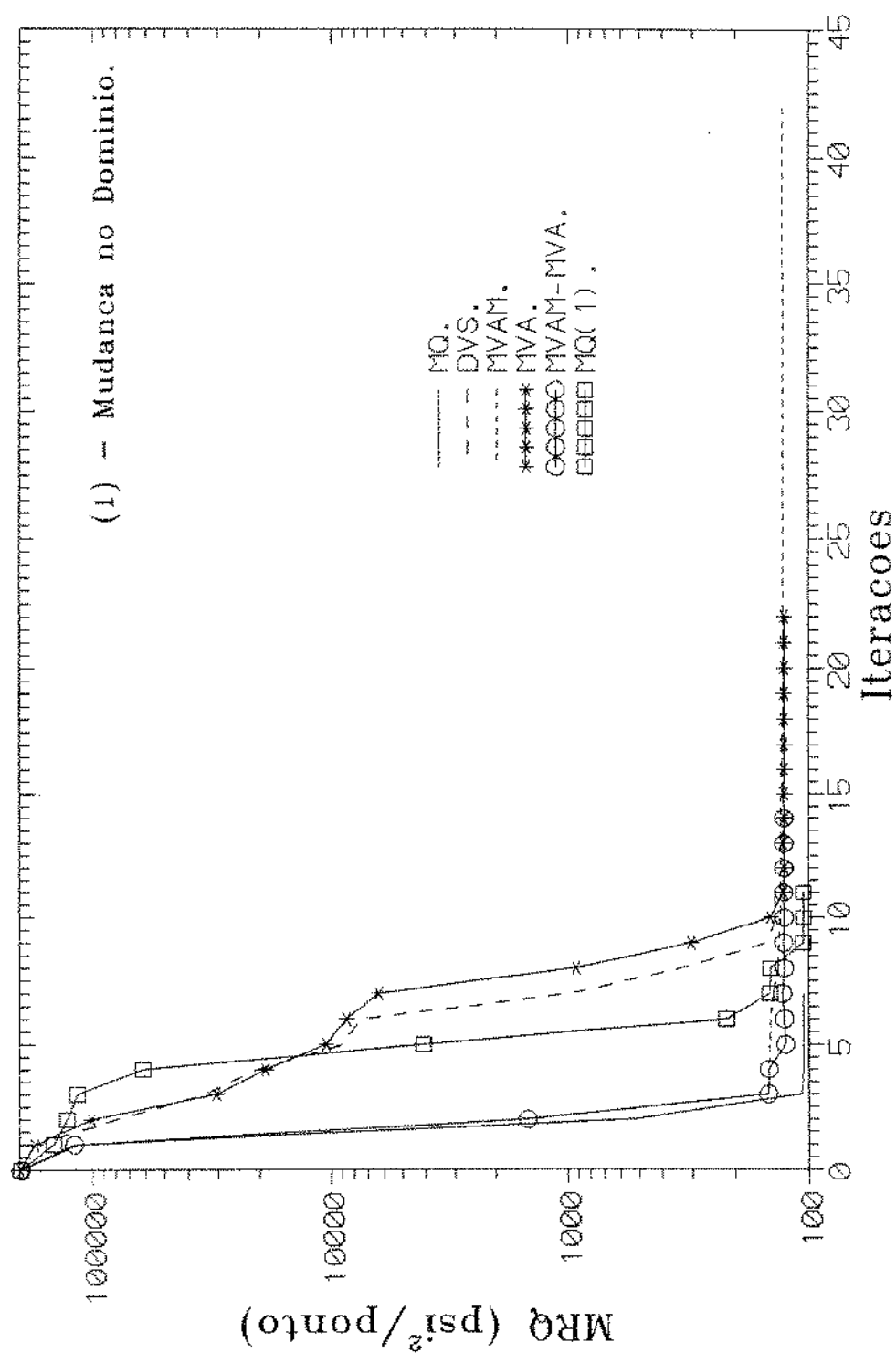


Figura 5.7: Comportamento da média dos resíduos ao quadrado ao longo das iterações. Caso 1.

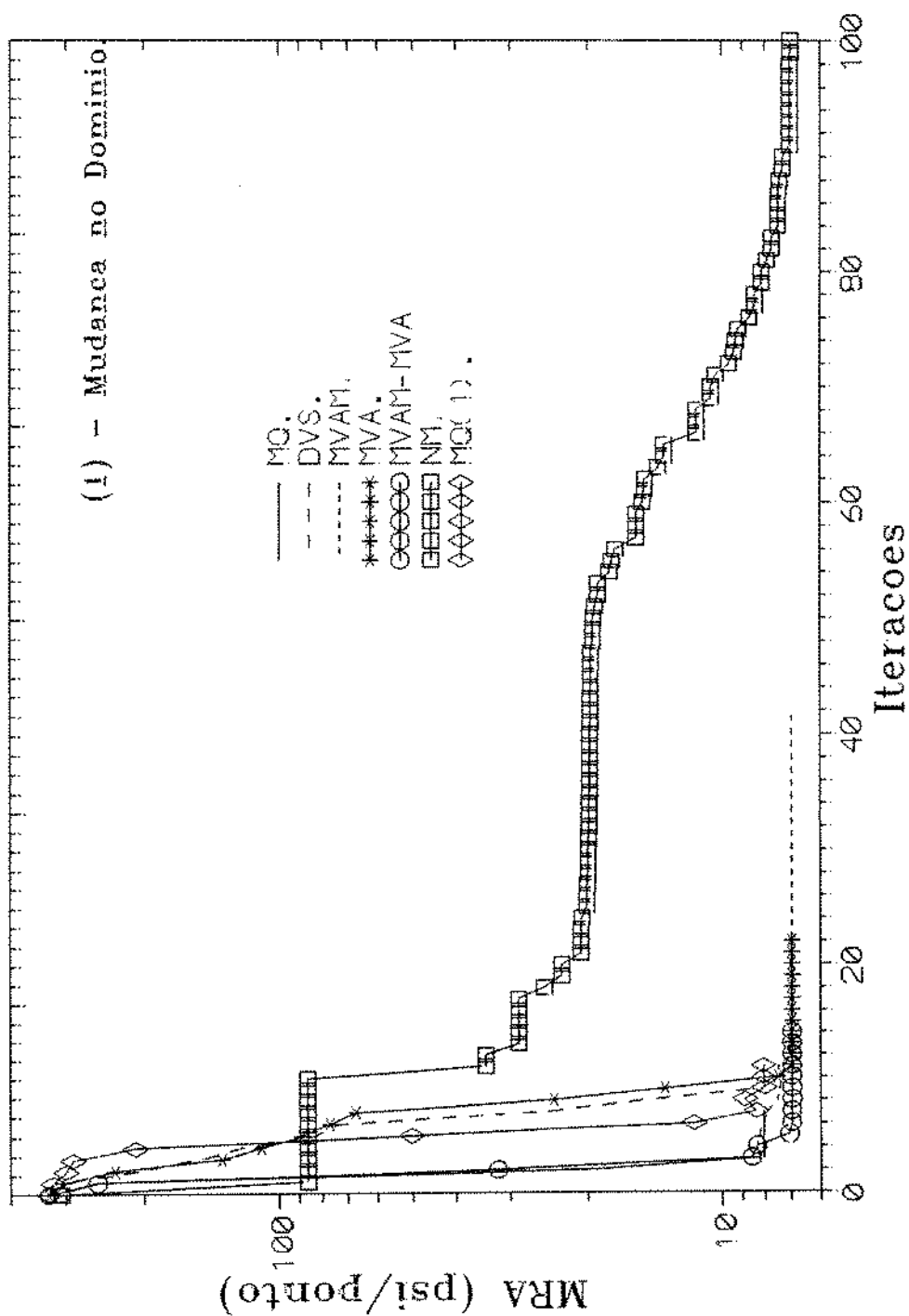


Figura 5.8: Comportamento da média dos valores absolutos dos resíduos ao longo das iterações. Caso 1.

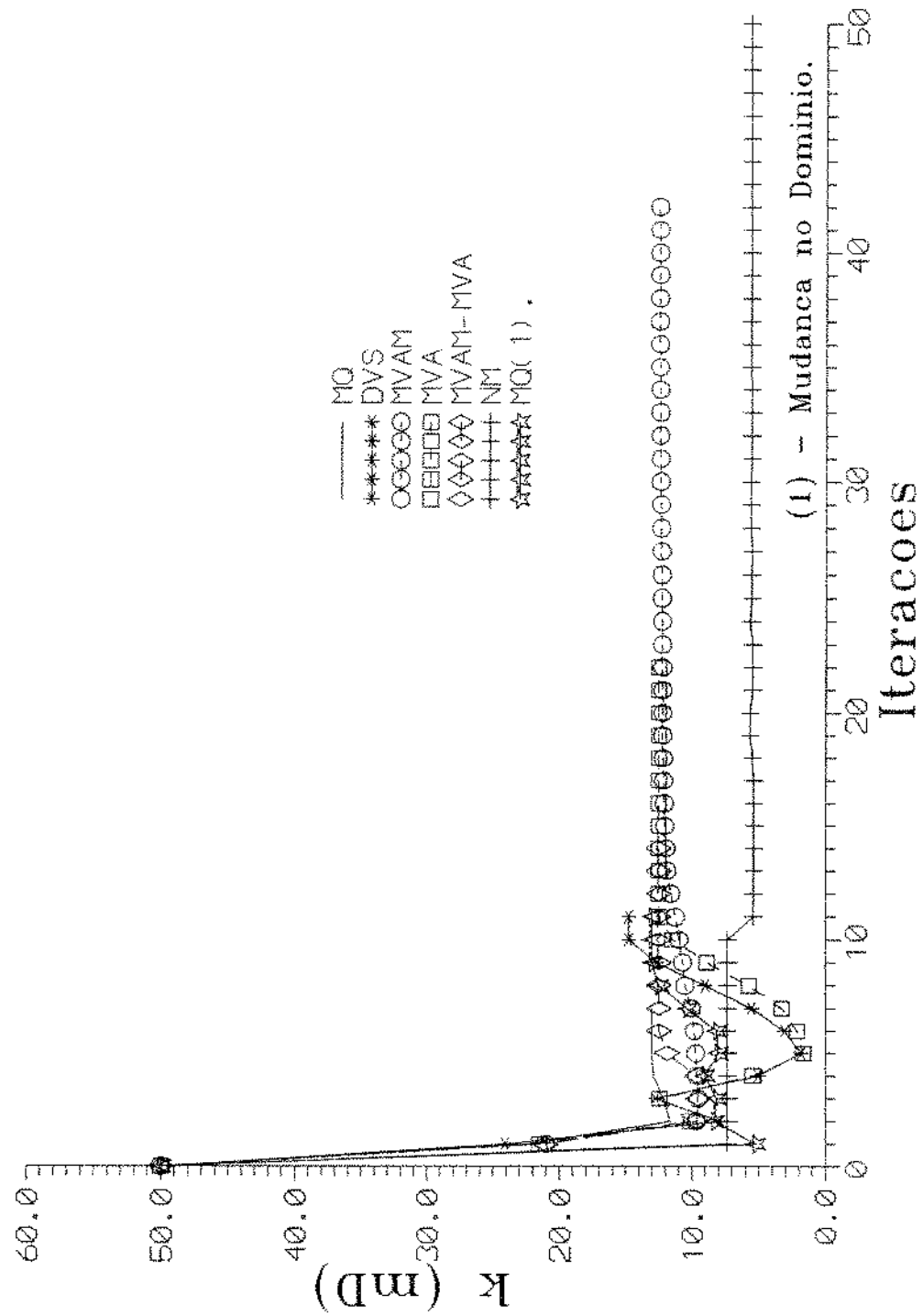


Figura 5.9: Comportamento da permeabilidade ao longo das iterações. Caso 1.

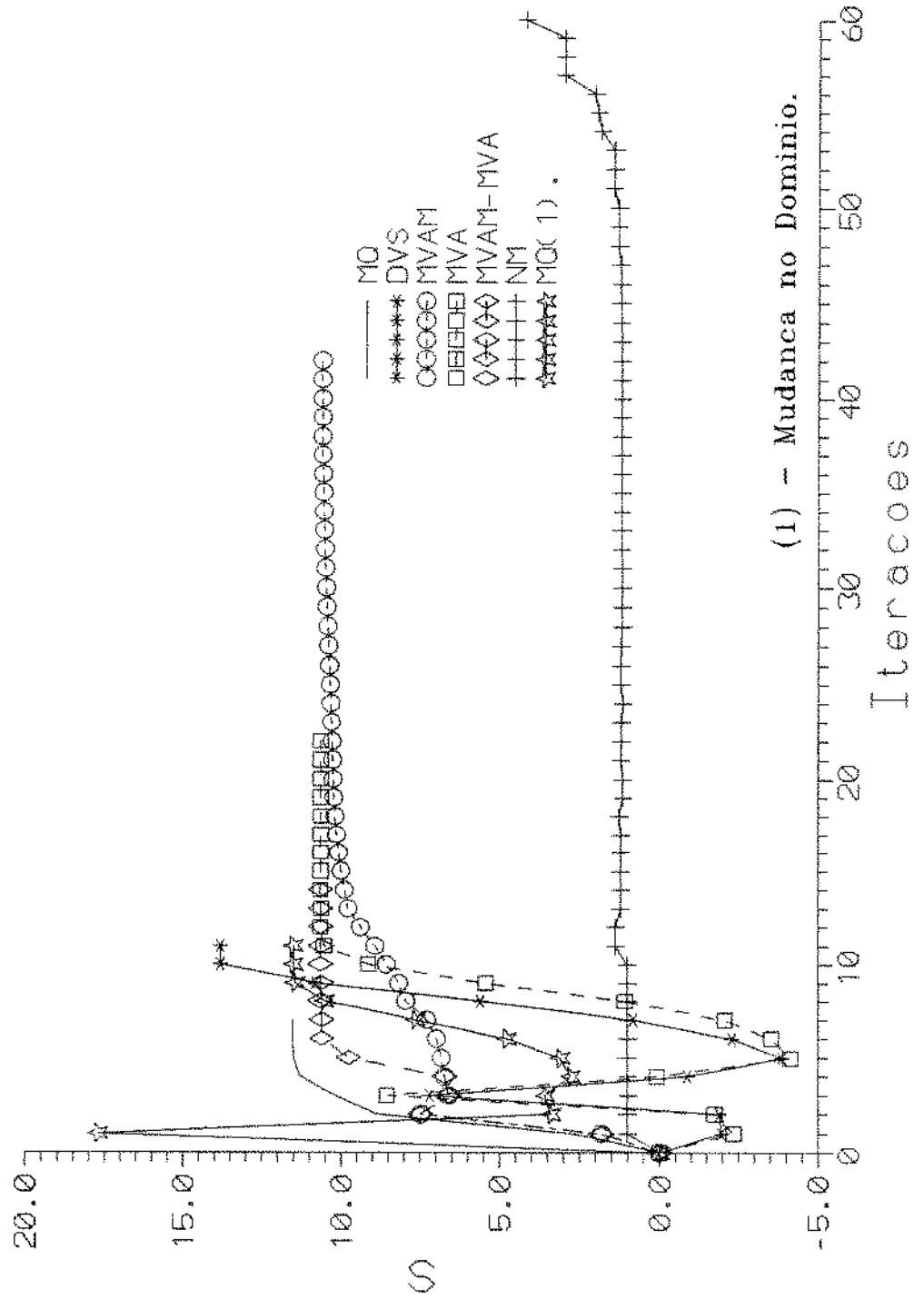


Figura 5.10: Comportamento do fator de película ao longo das iterações. Caso 1.

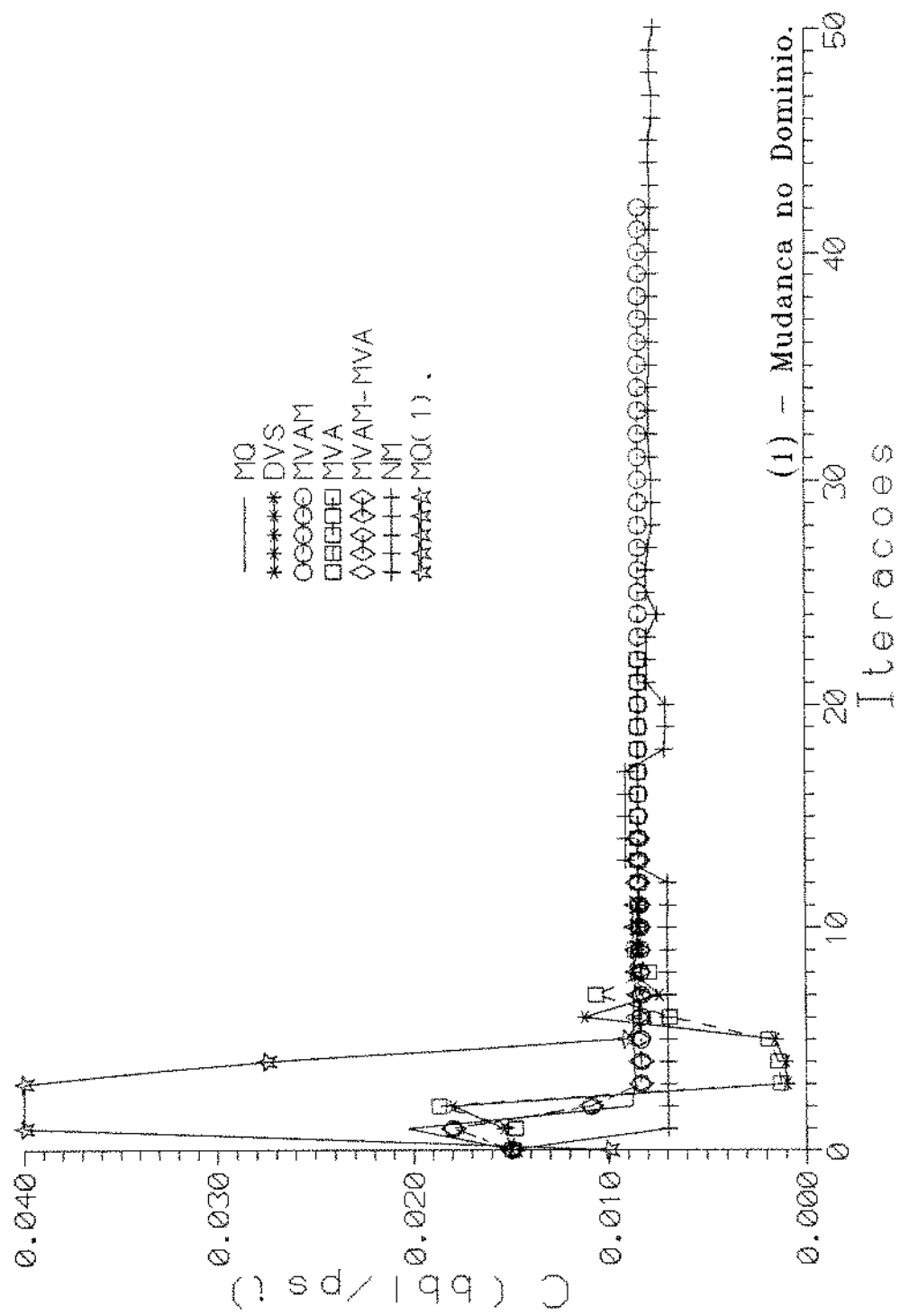


Figura 5.11: Comportamento do coeficiente de estocagem ao longo das iterações. Caso 1.

Um fato muito interessante notado nas figuras 5.12 a 5.14 é que os métodos MQ, MVAM e NM, apesar de minimizarem normas diferentes, caminham durante as iterações ao longo de curvas semelhantes nos planos k - S (permeabilidade $\times$ fator de película); k - C (permeabilidade $\times$ estocagem); e S - C (fator de película $\times$ estocagem). Igualmente os métodos DVS e MVA também caminham nestes planos ao longo de curvas semelhantes. É bom lembrarmos que as semelhanças entre estes métodos também aparecem (exceção ao método NM) na forma da matriz que eles utilizam, sendo quadrada nos métodos MQ e MVAM e retangular nos métodos MVA e DVS. Finalmente, também foram plotados os resultados do método MQ com domínio modificado.

As estimativas iniciais utilizadas para a construção das figuras 5.12 a 5.14 foram as seguintes:

$$k = 50.0 \text{ mD}$$

$$S = 0.0$$

$$C = 0.015 \text{ bbl/psi.}$$

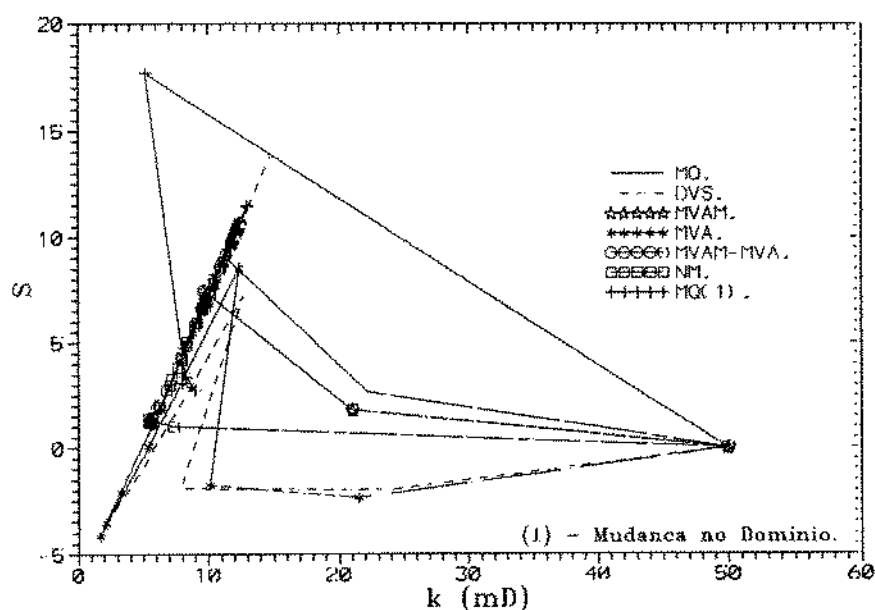


Figura 5.12: Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k - S para os vários métodos. Caso 1.

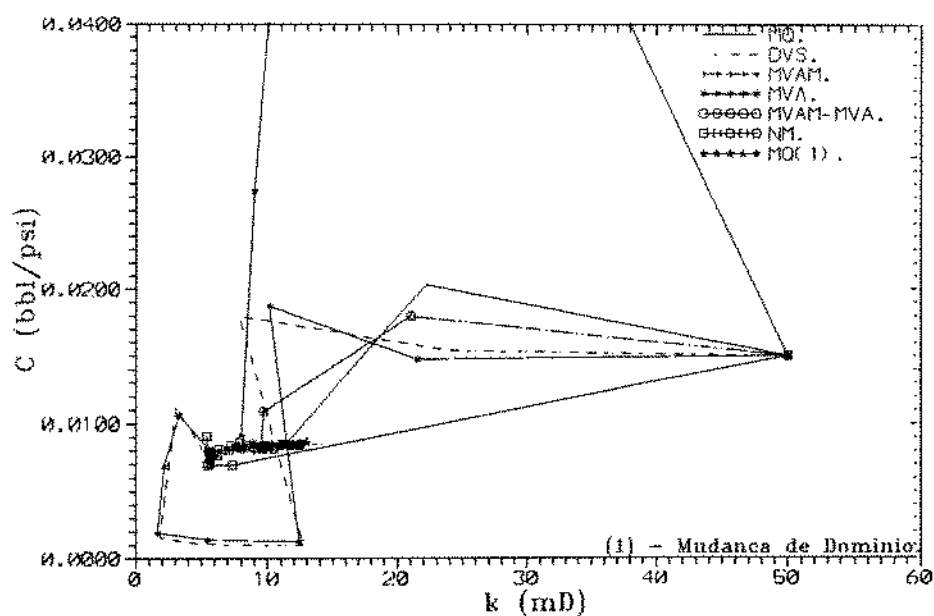


Figura 5.13: Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k - C para os vários métodos. Caso 1.

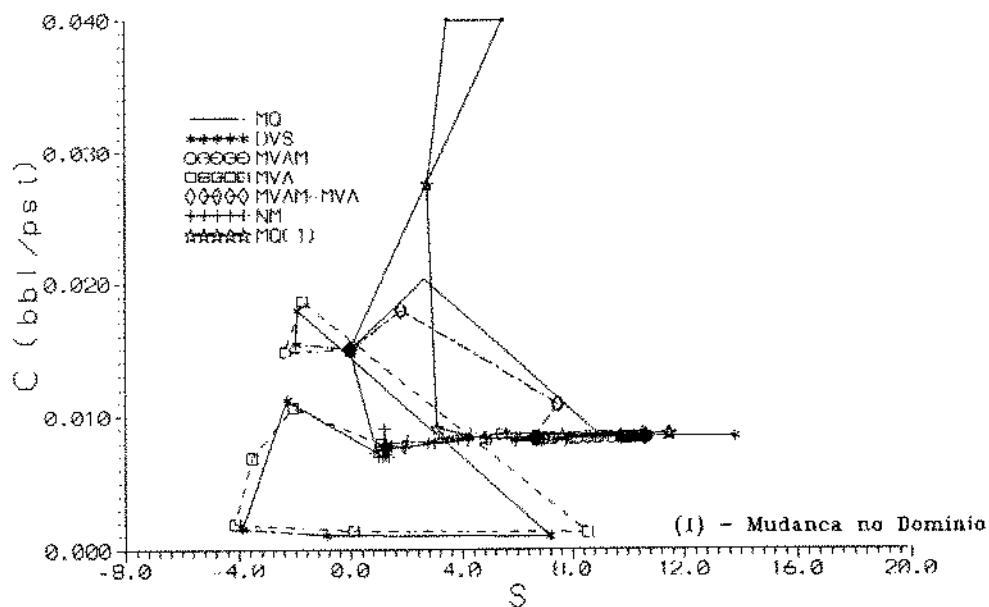


Figura 5.14: Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano S - C para os vários métodos. Caso 1.

Com os dados do caso 1 foram geradas as figuras 5.15 a 5.26, onde pode-se observar como são as superfícies das funções-objetivo baseadas nos dados de pressão e analisadas fixando-se um dos parâmetros de regressão (no valor correto para cada norma). Quando analisamos as superfícies geradas pela norma L2, notamos que estas tem mais caráter que aquelas geradas pela norma L1. Isto explicaria a baixa velocidade de convergência dos métodos MVAM e NM. Outro ponto que deve ser ressaltado é a existência de regiões em que as superfícies são praticamente planas, o que contribuiria para a não convergência do método naquelas regiões.

Por outro lado, quando fixamos o valor da permeabilidade notamos que tanto a superfície gerada pela norma L1 como a gerada pela norma L2 tem dois mínimos bem diferentes, o que explica os casos em que houve divergência nos métodos, pois um dos mínimos está numa região (valor do fator de película menor que -7.0) onde não há significado físico. Também foram geradas as ampliações destas superfícies em regiões próximas aos mínimos para melhor entender a baixa velocidade de convergência do método MVAM. Como pode ser visto nestas ampliações, as superfícies geradas pela norma L1 são extremamente planas em regiões próximas aos mínimos.

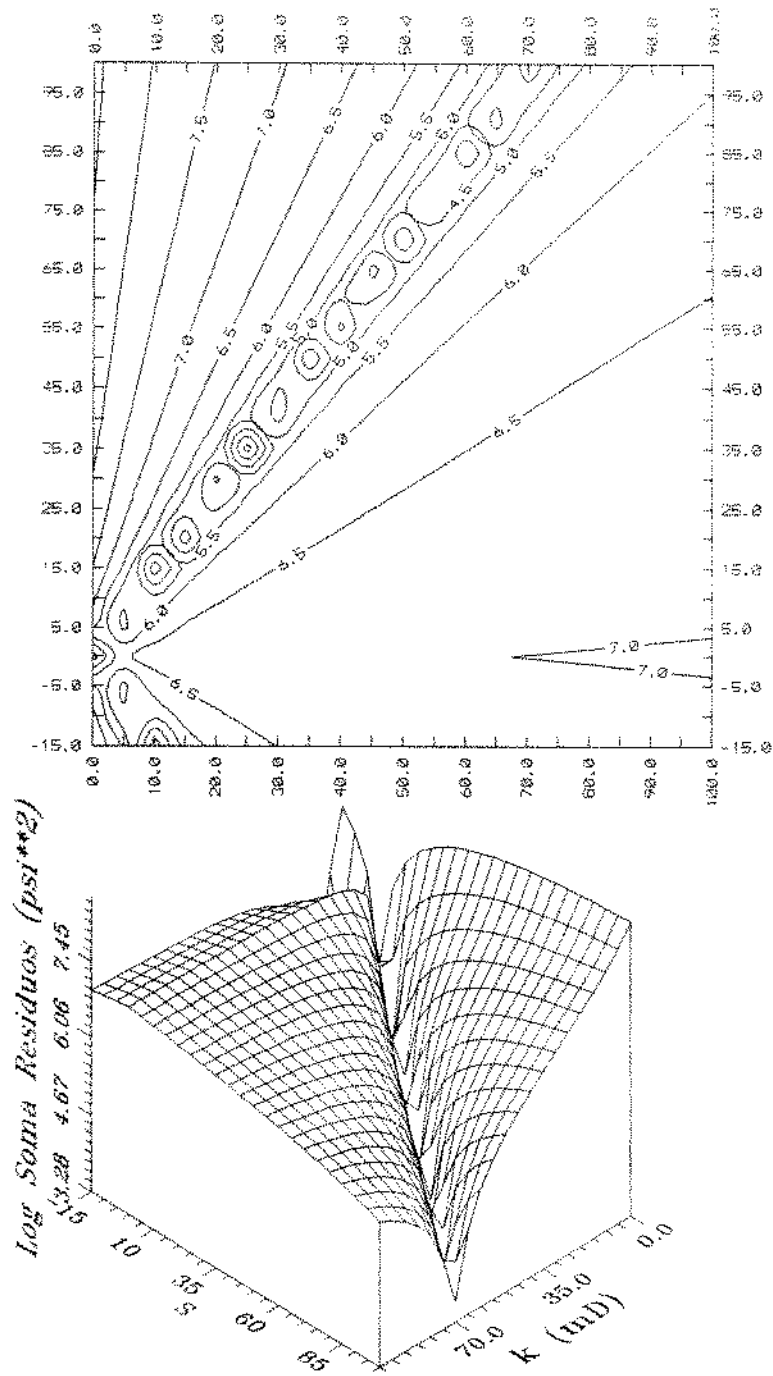


Figura 5.15: Curvas de nível e superfície geradas pela norma L2 para $C = 0.00847 \text{ bbl/psi}$, Caso 1.

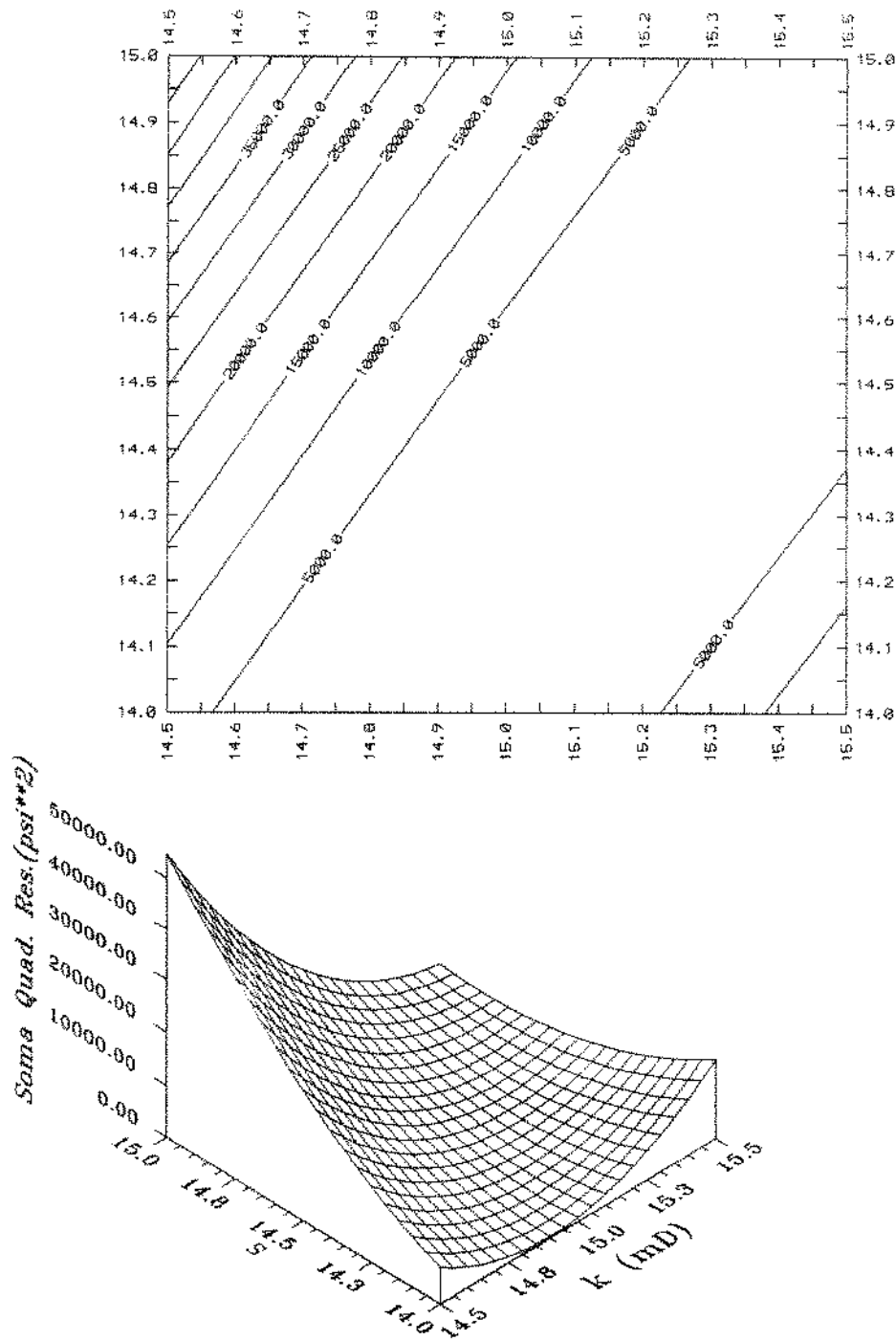


Figura 5.16: Ampliação das curvas de nível e superfície geradas pela norma L2 para $C = 0.00847$ bbl/psi . Caso 1.

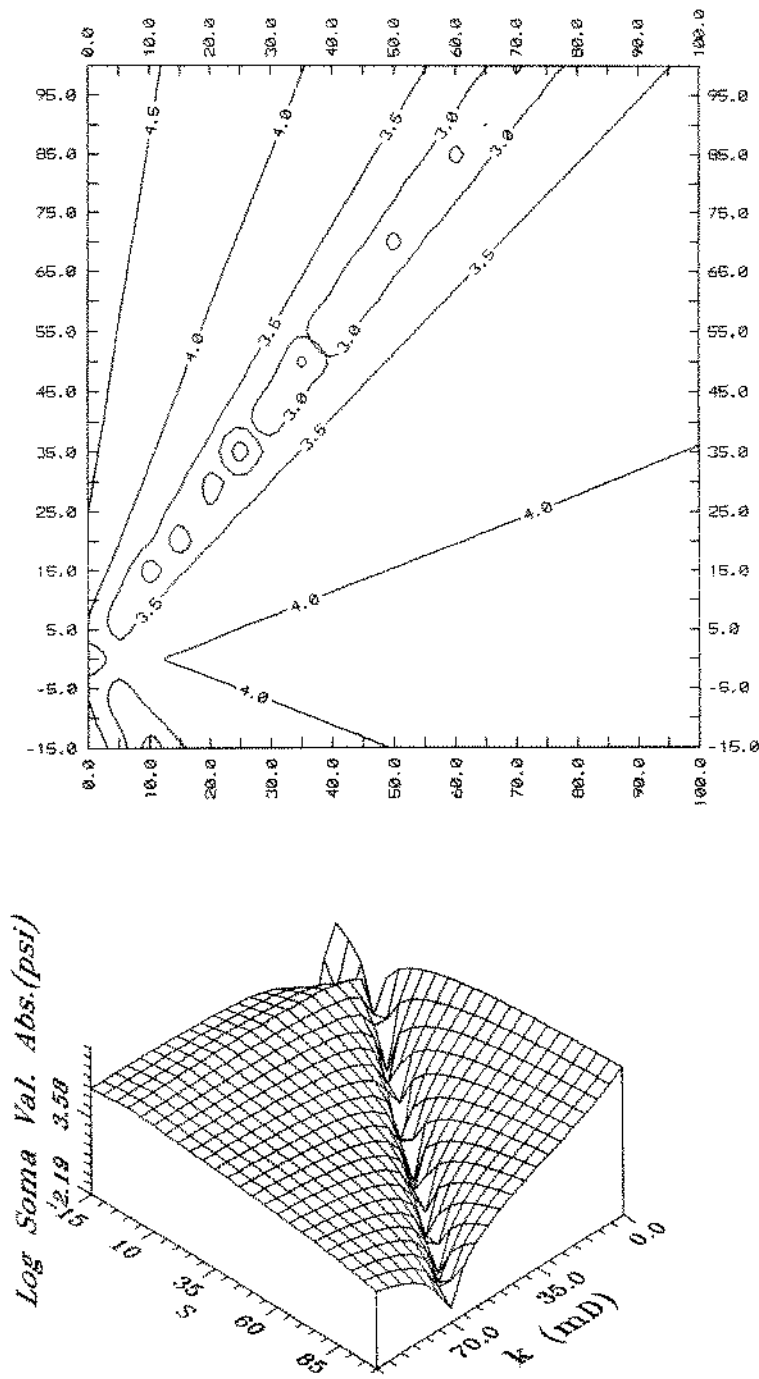


Figura 5.17: Curvas de nível e superfície geradas pela norma L1 para $C = 0.00842$ bbl/psi , Caso 1.

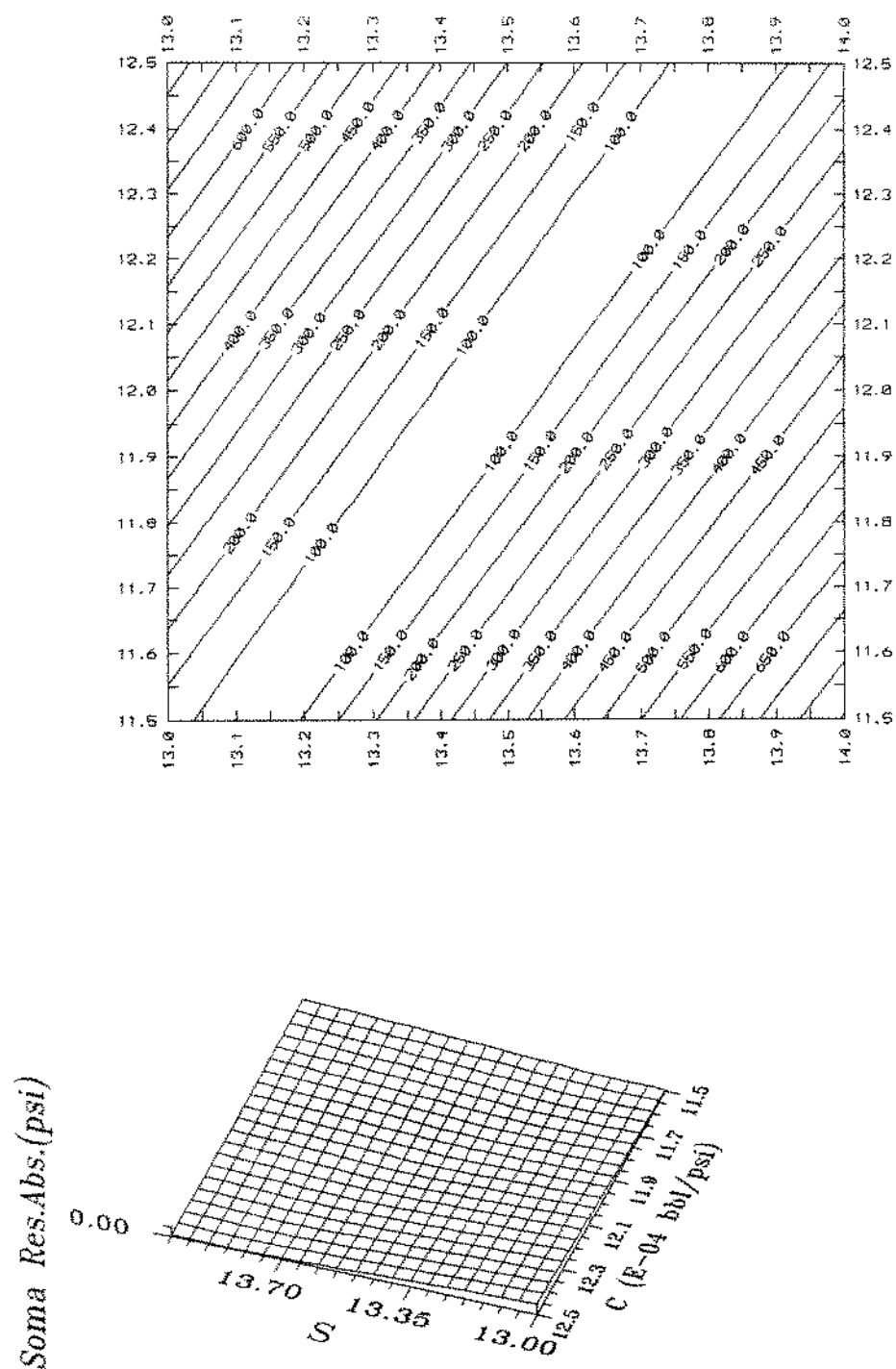


Figura 5.18: Ampliação das curvas de nível e superfície geradas pela norma L1 para $C = 0.00842$ bbl/psi . Caso 1.

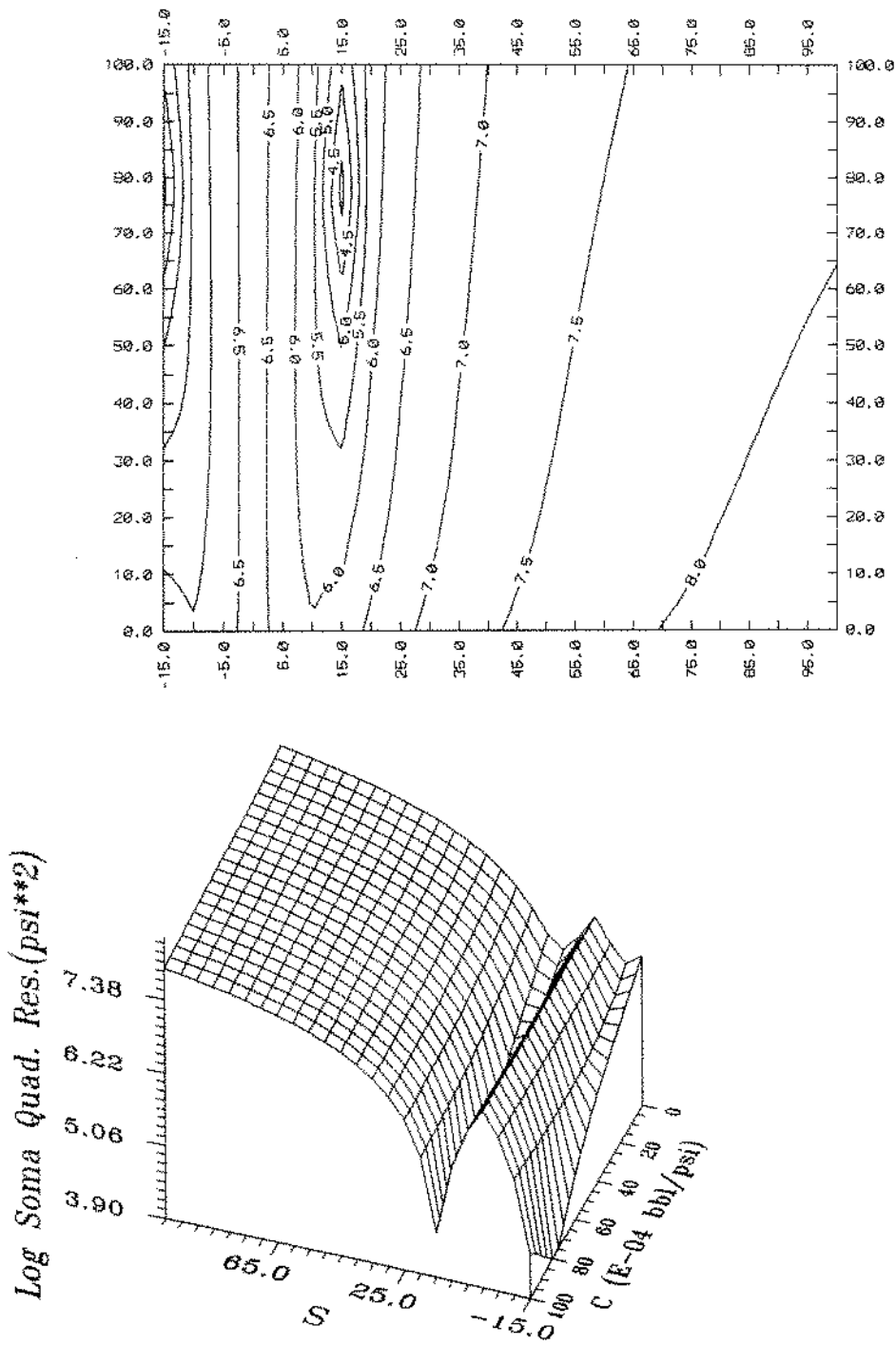


Figura 5.19: Curvas de nível e superfície geradas pela norma L2 para $k = 15.16 \text{ mD}$.
Caso 1.

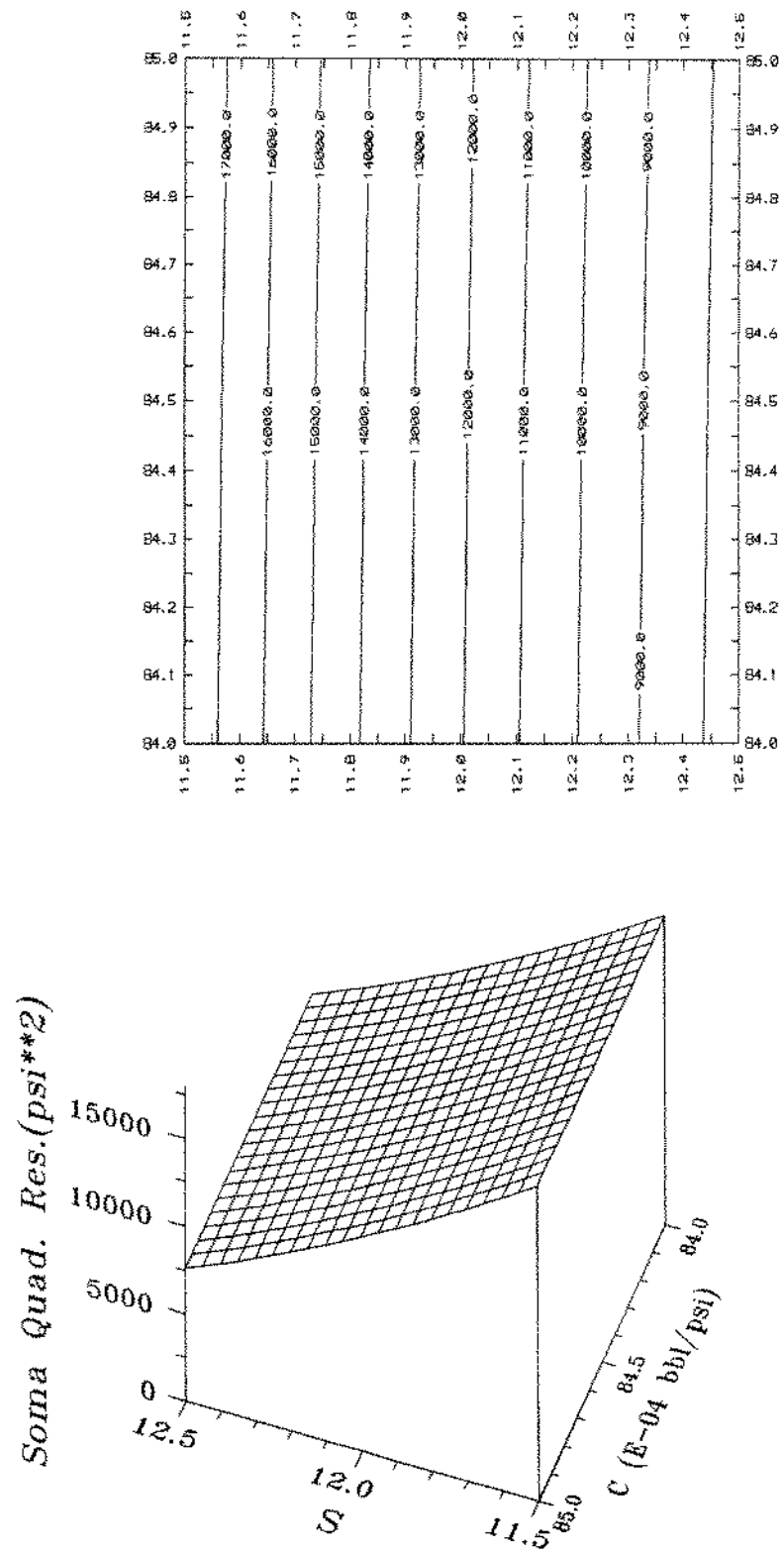


Figura 5.20: Ampliação das curvas de nível e superfície geradas pela norma L2 para $k = 15.16$ mD . Caso 1.

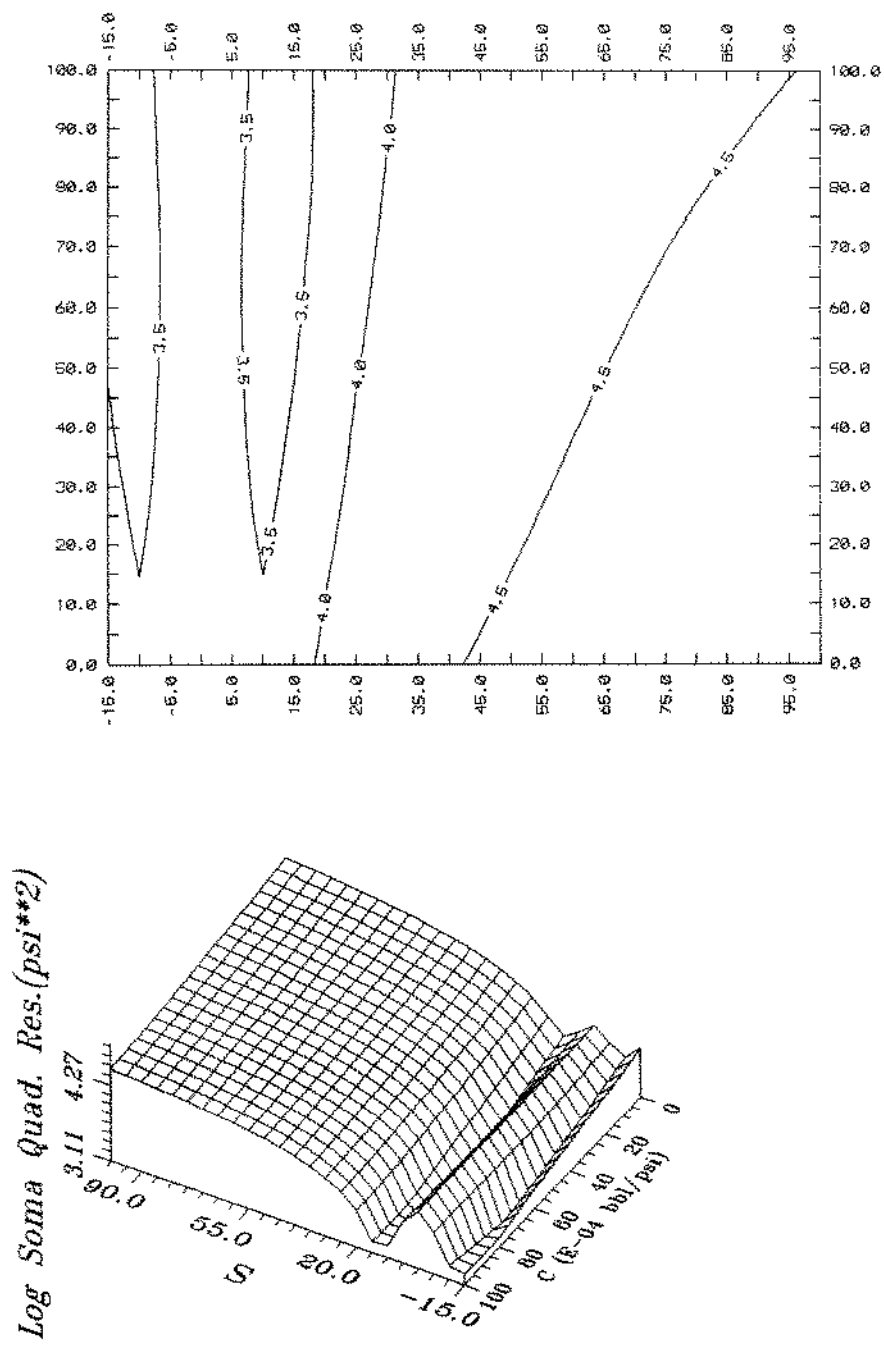


Figura 5.21: Curvas de nível e superfície geradas pela norma L1 para $k = 13.47 \text{ mD}$.
Caso 1.

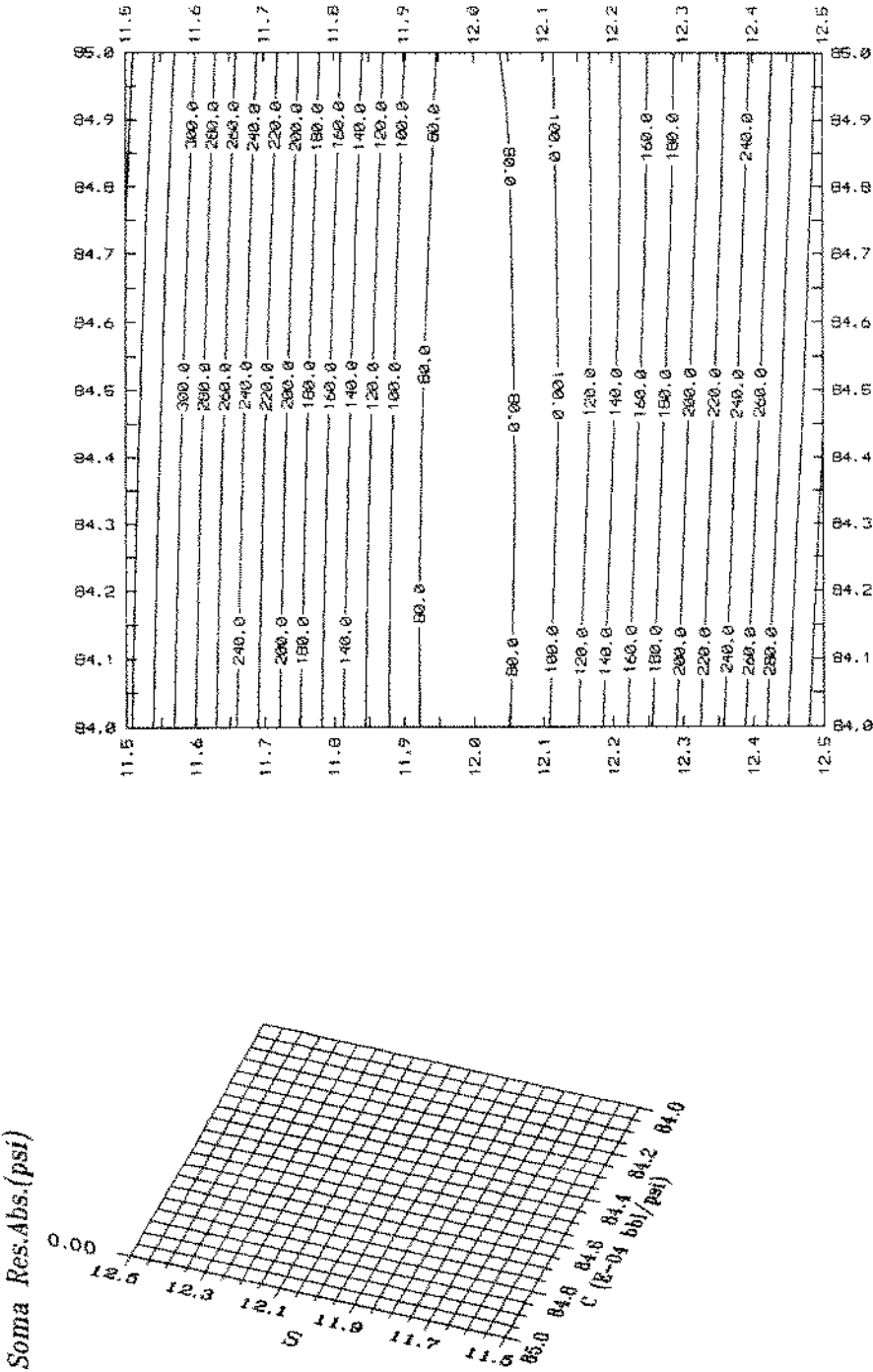


Figura 5.22: Ampliação das curvas de nível e superfície geradas pela norma L1 para $k = 13.47$ mD. Caso 1.

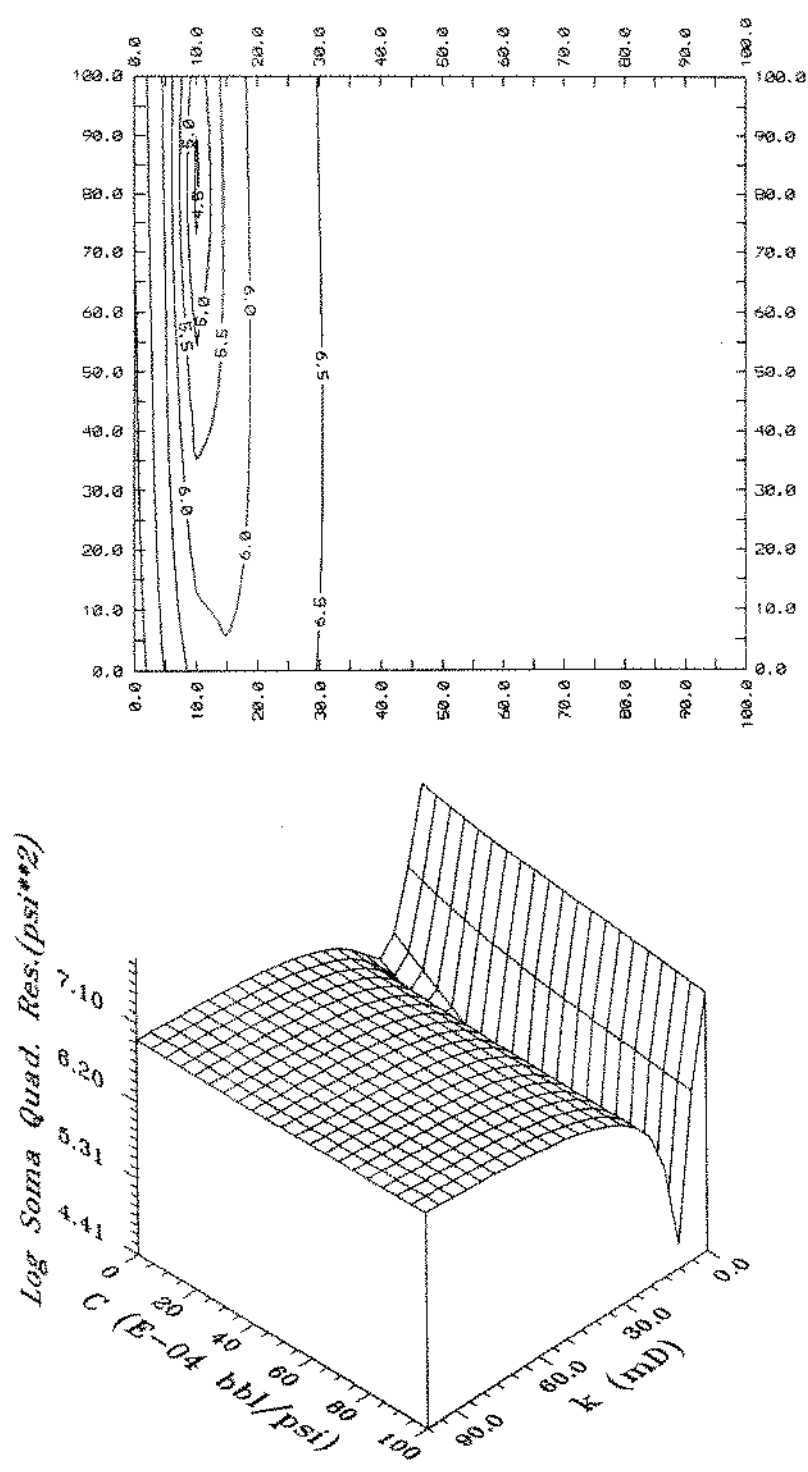


Figura 5.23: Curvas de nível e superfície geradas pela norma L2 para $S = 14.38$. Caso 1.

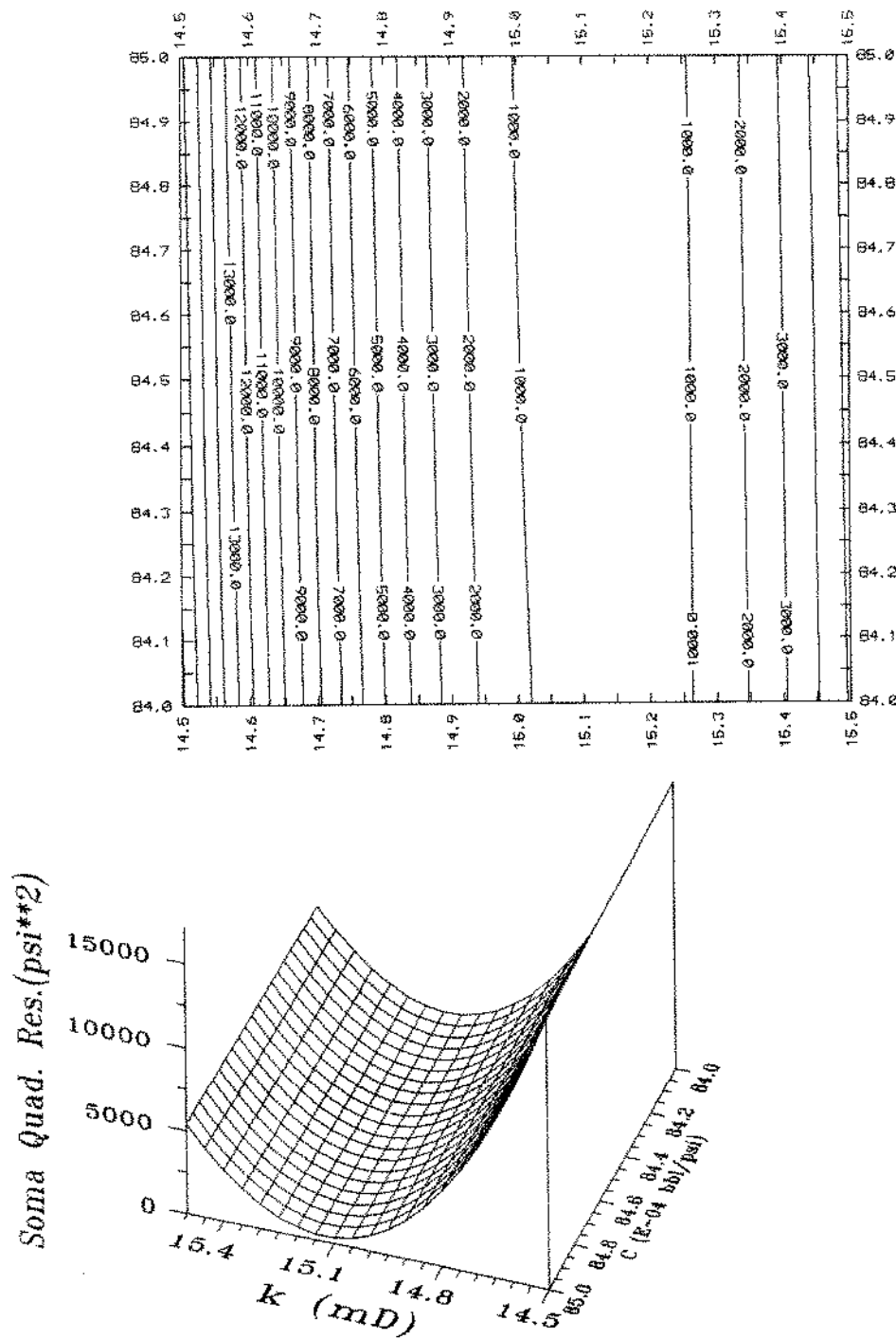


Figura 5.24: Ampliação das curvas de nível e superfície geradas pela norma L2 para $S = 14.38$. Caso 1.

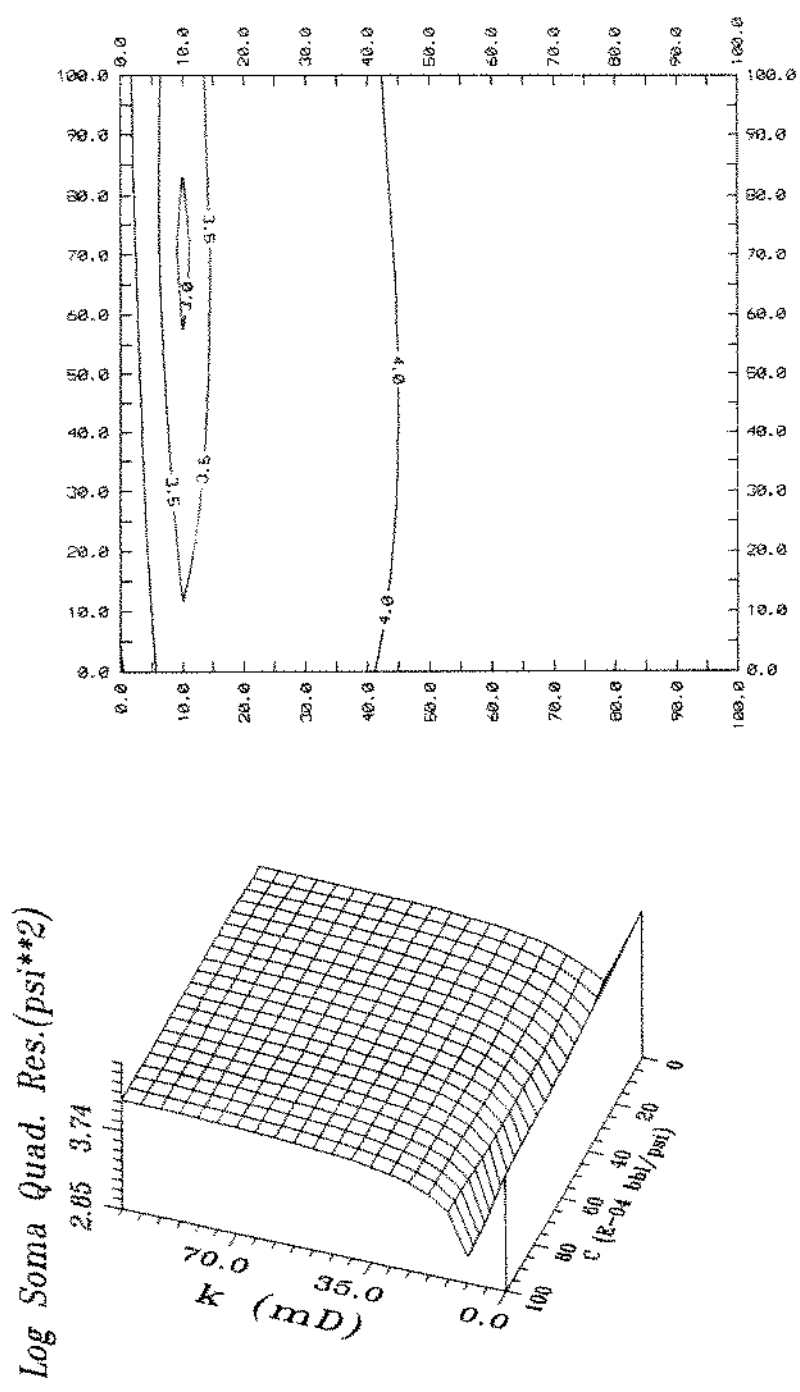


Figura 5.25: Curvas de nível e superfície geradas pela norma L1 para S = 11.97 . Caso 1.

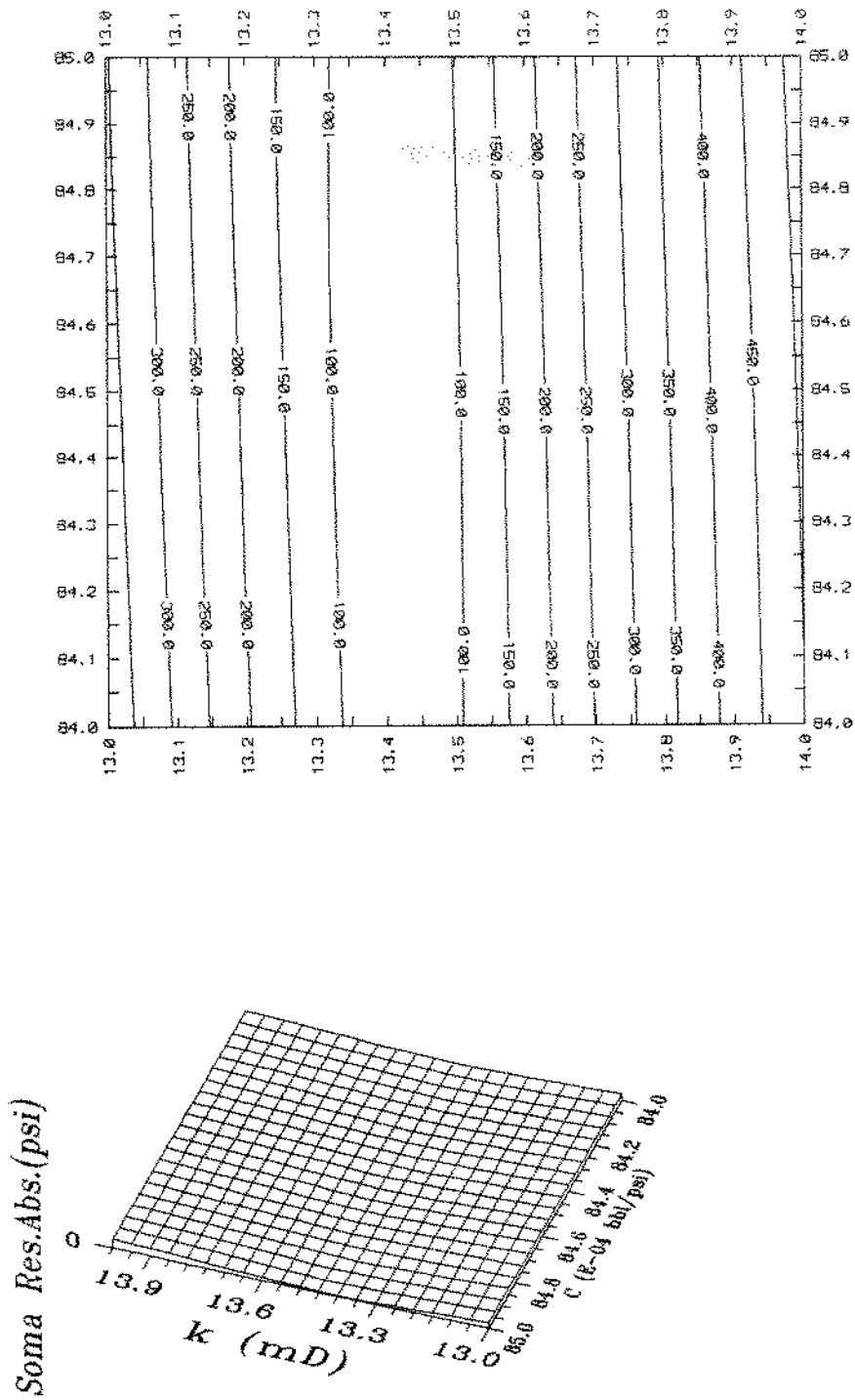


Figura 5.26: Ampliação das curvas de nível e superfície geradas pela norma L1 para $S = 11.97$. Caso 1.

Outra análise efetuada com os dados deste caso foi a comparação entre a distribuição de erros real e as distribuições correspondentes de Gauss e de Laplace. Como podemos observar nas figuras 5.27 a 5.32, neste caso não ficou claro, qualitativamente falando, qual das distribuições tem maior semelhança com a distribuição real de erros. Isto pode ser explicado pelo pequeno número de pontos amostrado. Apesar deste problema, a existência de valores de erros distantes da média, como pode ser observada nas referidas figuras, indica que a distribuição de Laplace pode ser a mais indicada.

Para melhor avaliar o desempenho dos vários métodos de regressão, foi acrescentado aleatoriamente algum ruído aos dados de pressão do caso 1. Estes ruídos estão mostrados na tabela 5.6 e serão denominados de caso 2.

Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão Real (psi)	Queda de Pressão Modificada (psi)
0.0167	26.0	11.0
0.0330	53.0	65.0
0.0500	78.0	70.0
0.1000	148.0	100.0
0.4000	454.0	510.0
0.5000	519.0	550.0
0.6000	572.0	650.0
4.5000	877.0	880.0
5.0000	882.0	881.0
6.0000	887.0	892.0

Tabela 5.6: Ruídos introduzidos nos dados de pressão. Caso 2.

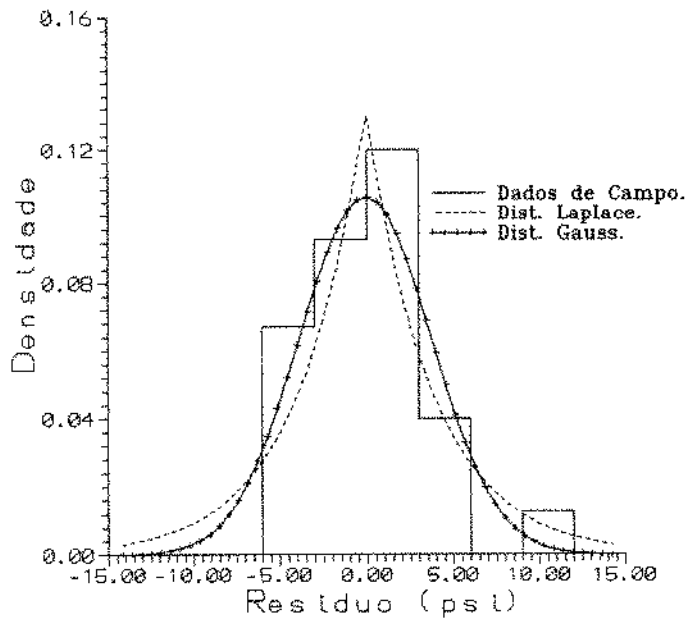


Figura 5.27: Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados de pressão usando o método MQ. Caso 1.

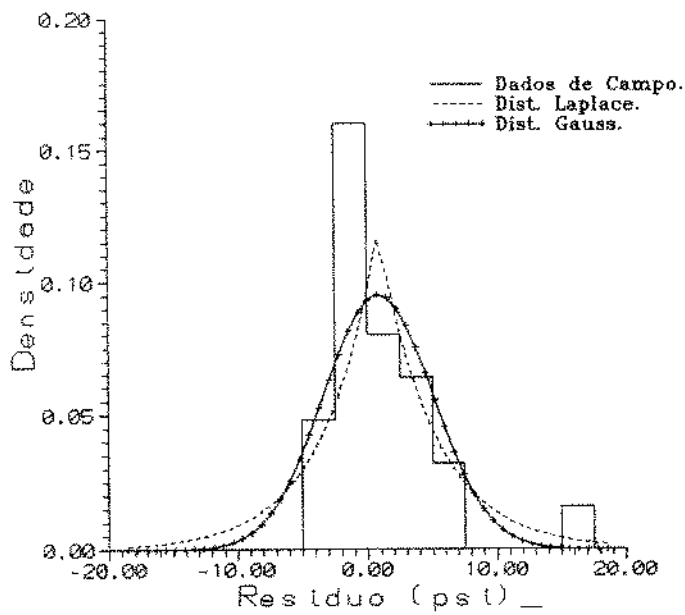


Figura 5.28: Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados de pressão usando o método MVA. Caso 1.

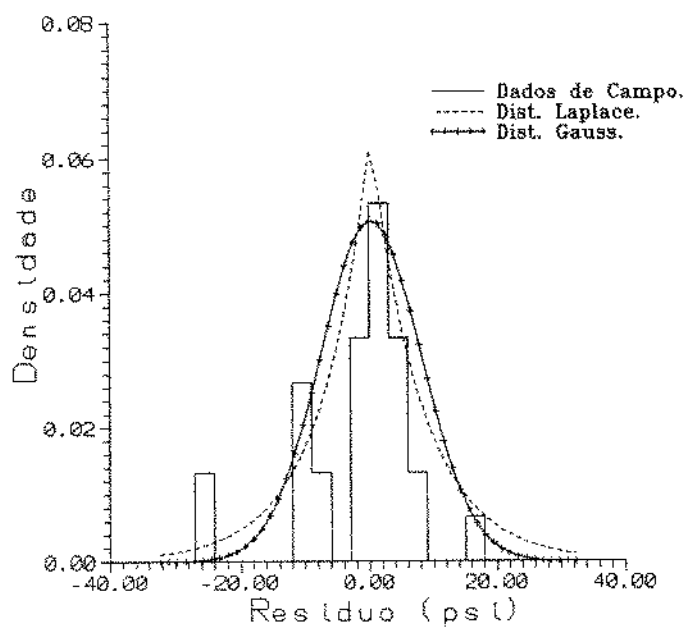


Figura 5.29: Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados da derivada usando o método MQ. Caso 1.

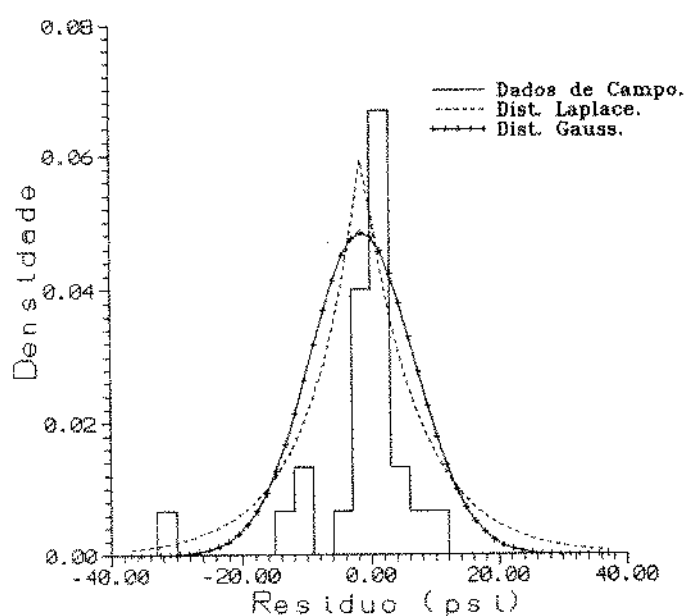


Figura 5.30: Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados da derivada usando o método MVA. Caso 1.

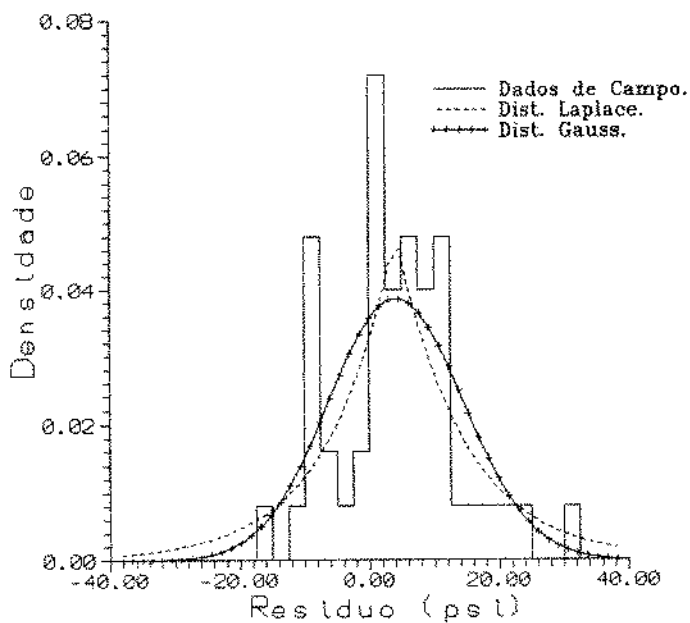


Figura 5.31: Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada usando o método MQ. Caso 1.

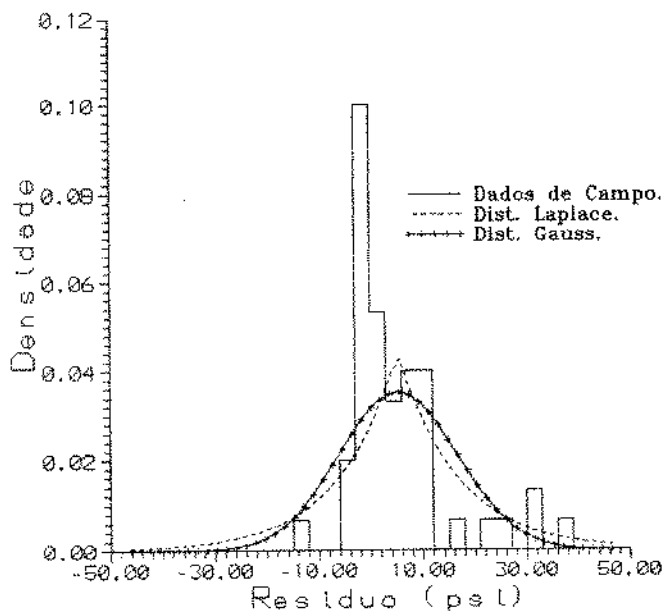


Figura 5.32: Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada usando o método MVA. Caso 1.

Novamente foram comparados inicialmente os mesmos sete métodos testados no caso 1 (MQ, MQ mod., MVAM, MVA, MVAM-MVA, DVS e NM). Os resultados desta comparação estão na tabela 5.7. Pode-se notar que a interpretação baseada somente nos dados da derivada sofreu uma mudança significativa, o que é facilmente explicado pela amplificação de ruído que o algoritmo de diferenciação utilizado neste trabalho causa nos dados. Porém tanto na interpretação dos dados de pressão como no conjunto de dados de pressão mais derivada tal diferença não foi muito grande. Outro fato interessante é que os intervalos de confiança do método MQ na presença de ruídos cresceu de valores aceitáveis (de até 28 %) para valores muito altos (de até 84 %), enquanto que nos métodos MVAM, MVA e MVAM-MVA o maior intervalo para os dados do caso 2 foi de 8 % (era de 2 % no caso 1).

Met.	Tipo Dados	k (mD)	+/- %	S	+/- %	C (1)	+/- %	MQR (psi ² /ponto)	MRA (psi /ponto)	Ite.
MQ	P	15.62	84.20	15.01	122.9	7.92	8.35	415.68	13.64	08
MQ	D	8.17	44.80	6.18	87.0	6.20	18.93	1031.90	23.27	07
MQ	P+D	11.37	44.47	9.15	77.0	7.61	8.22	925.01	20.86	09
MQ(2)	P	15.65	—	15.05	—	7.92	—	415.68	13.64	26
MQ(2)	D	8.16	—	6.17	—	6.20	—	1031.90	23.28	07
MQ(2)	P+D	11.36	—	9.14	—	7.66	—	925.04	20.86	12
DVS	P	15.65	—	15.05	—	7.92	—	415.68	13.64	08
DVS	D	8.16	—	6.17	—	6.20	—	1031.90	23.28	09
DVS	P+D	11.36	—	9.14	—	7.66	—	925.04	20.86	07
MVAM	P	15.56	2.24	14.96	3.33	8.48	0.33	524.32	12.25	50*
MVAM	D	9.54	0.17	7.77	1.10	6.76	1.96	1081.69	22.03	42
MVAM	P+D	10.43	0.88	7.73	1.62	7.84	0.21	962.30	19.79	25
MVA	P	15.56	5.17	14.96	7.63	8.48	0.37	524.36	12.25	08
MVA	D	9.44	3.40	7.97	6.09	6.14	2.79	1067.21	22.03	05
MVA	P+D	10.43	0.77	7.73	1.42	7.84	0.16	962.30	19.79	08
(3)	P	15.56	5.64	14.96	8.33	8.48	0.41	524.36	12.25	08
(3)	D	9.44	0.57	7.97	0.99	6.14	0.19	1067.21	22.03	10
(3)	P+D	10.43	0.30	7.73	0.55	7.84	0.05	962.30	19.79	08
NM	P	15.56	—	14.96	—	8.48	—	524.36	12.25	274
NM	D	9.44	—	7.97	—	6.14	—	1067.21	22.03	128
NM	P+D	10.43	—	7.73	—	7.84	—	962.30	19795	126

- (1) 10⁻³ bbl/psi
(2) modificação no domínio
(3) MVAM-MVA
P - dados de pressão.
D - dados da derivada.
P+D - dados de pressão e da derivada.
MQR - média dos quadrados dos resíduos.
MRA - média dos resíduos absolutos.

Estimativas Iniciais:
k = 50.0 mD
S = 5.0
C = 0.01 bbl/psi

* parada por n. max. iterações.

Tabela 5.7: Comparação do Desempenho de Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 2.

Na tabela 5.8 são apresentados os comportamentos dos diversos métodos quando submetidos às estimativas iniciais da tabela 5.4. Quando comparamos estes resultados com os da tabela 5.5, onde estão mostrados os resultados dos mesmos métodos aplicados aos dados sem ruídos, foi notada uma pequena melhora em termos de número de iterações necessárias para a convergência nos métodos baseados na norma L_1 , porém tal melhora não pode ser considerada conclusiva. Analisando qual método teve melhor desempenho chega-se à conclusão que para este caso o método MVAM-MVA teve um comportamento melhor. Novamente nota-se que a modificação no domínio dos parâmetros não surtiu o efeito desejado, sendo que quando aplicada ao método MVA mostrou-se muito ruim, causando a divergência na maior parte das vezes.

(1)	Método	N.Iter e			(1)	Método	N.Iter e		
		Tipo de Dados					Tipo de Dados		
		P	D	P+D			P	D	P+D
A	MQ	13	09	15	B	MQ	09	09	08
	MQ(2)	50*	(3)	12		MQ(2)	17	(3)	08
	MVAM	24	50*	13		MVAM	50*	50*	38
	MVAM(2)	50*	(3)	31		MVAM(2)	(3)	30	25
	MVA	23	(3)	(3)		MVA	26	12	(3)
	MVA(2)	(3)	(3)	(3)		MVA(2)	(3)	09	(3)
	(4)	11	16	16		(4)	11	09	09
	DVS	(3)	(3)	(3)		DVS	(3)	11	(3)
NM	74	(3)	300*	NM	300*	118	83		
C	MQ	11	11	13	D	MQ	11	09	10
	MQ(2)	24	(3)	12		MQ(2)	24	09	09
	MVAM	18	50*	33		MVAM	31	50*	26
	MVAM(2)	50*	50*	38		MVAM(2)	50*	23	33
	MVA	08	17	07		MVA	15	09	10
	MVA(2)	(3)	(3)	(3)		MVA(2)	(3)	07	(3)
	(4)	07	09	08		(4)	11	11	13
	DVS	08	(3)	06		DVS	12	07	12
NM	170	247	274	NM	300*	155	209		
E	MQ	08	11	07	F	MQ	08	10	07
	MQ(2)	18	09	08		MQ(2)	16	07	07
	MVAM	46	41	22		MVAM	50*	17	39
	MVAM(2)	50*	10	21		MVAM(2)	50*	16	39
	MVA	(3)	(3)	(3)		MVA	08	09	08
	MVA(2)	(3)	(3)	(3)		MVA(2)	12	08	08
	(4)	10	09	06		(4)	08	09	08
	DVS	(3)	(3)	(3)		DVS	08	08	08
NM	300*	129	110	NM	88	99	185		
G	MQ	09	09	11	H	MQ	15	14	15
	MQ(2)	11	09	09		MQ(2)	(3)	(3)	(3)
	MVAM	26	23	25		MVAM	24	35	38
	MVAM(2)	50*	30	27		MVAM(2)	(3)	(3)	(3)
	MVA	(3)	13	(3)		MVA	12	11	10
	MVA(2)	(3)	12	(3)		MVA(2)	(3)	12	(3)
	(4)	10	12	10		(4)	11	09	10
	DVS	(3)	(3)	(3)		DVS	12	14	12
NM	295	186	113	NM	186	151	300*		

(1) - estimativa inicial.

(3) - não convergiu.

(4) - MVAM-MVA

(2) - modificação no domínio dos parâmetros.

(*) - parada por número máximo de iterações.

Tabela 5.8: Resultados dos Vários Métodos de Regressão. Caso 2. Estimativas iniciais na tabela 5.4 .

Nas figuras 5.33 e 5.34 estão mostrados os resultados das regressões baseadas na norma L1 (MVAM, MVA, MVAM-MVA e NM) e na norma L2 (MQ, MQ mod. e DVS) aplicadas ao conjunto de dados de pressão e da derivada do caso 2.

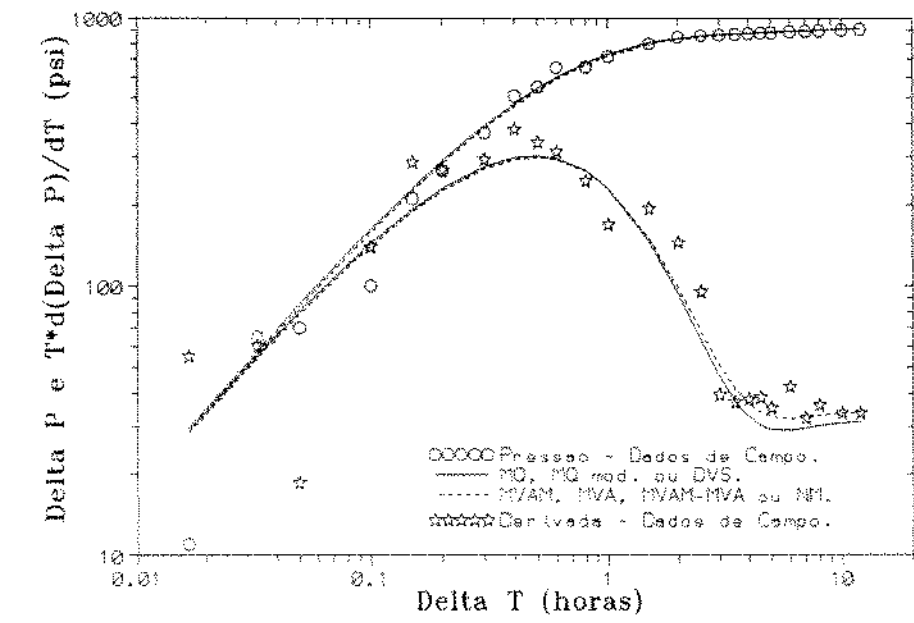


Figura 5.33: Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 2.

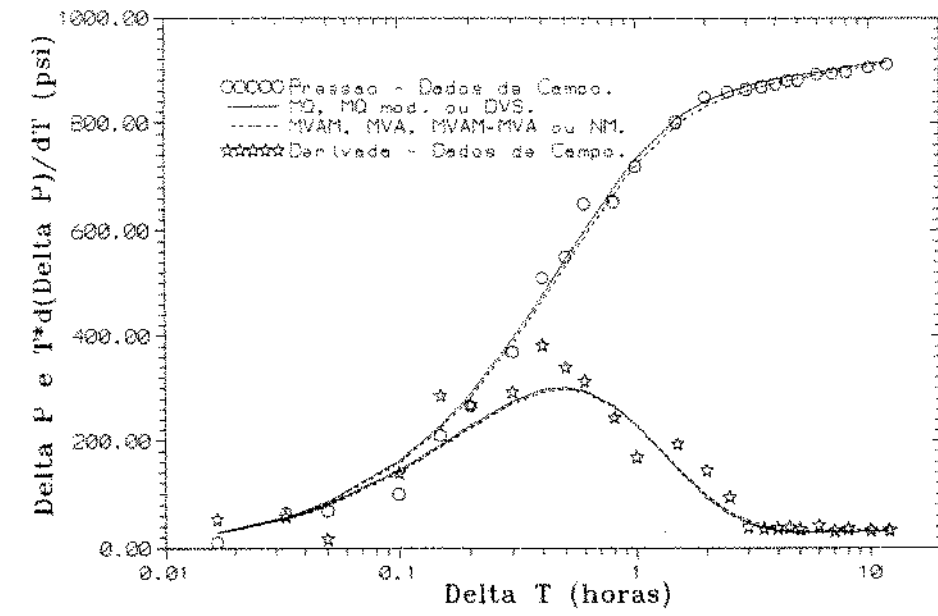


Figura 5.34: Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 2.

Outro caso analisado, denominado de caso 3, foi obtido de um teste num poço da Bacia de Campos. Os dados de reservatório e de fluidos estão na tabela 5.9 e os de pressão versus tempo estão na tabela 5.10. Como se trata de um período de estática optamos por analisar o teste com o tempo equivalente de Agarwal:

$$t_{eq} = \frac{\Delta t + t_p}{\Delta t + t_p} \tag{5.8}$$

Também neste caso avaliamos os mesmos sete métodos básicos (MQ, MQ mod., MVAM, MVA, MVAM-MVA, DVS e NM). Na tabela 5.11 pode-se analisar alguns fatos interessantes. Como será visto nas figuras 5.38 e 5.39, está sendo analisado um teste com pequeno coeficiente de estocagem, porém esta varia nos primeiros instantes do teste. Esta variação pode ser melhor avaliada analisando os intervalos de confiança dos parâmetros de regressão, que nos métodos baseados na norma L2 são afetados por este mau condicionamento do modelo físico-matemático, no que se refere ao coeficiente de estocagem. Já para os métodos baseados na norma L1, este mau condicionamento só é refletido no intervalo de confiança do coeficiente de estocagem, não afetando os outros intervalos. Novamente, como nos casos anteriores, os resultados baseados somente nos dados da derivada são discrepantes dos baseados nos dados de pressão ou dos baseados no conjunto de dados de pressão mais derivada.

Tempo de Produção	= 30.70 horas
Vazão de Teste	= 646.5 STB/d
Raio do Poço	= 0.354 pés
Porosidade	= 0.175
Espessura	= 50.86 pés
Viscosidade	= 1.08746 cp
Compressibilidade Total	= 12.0 x 10 ⁻⁶ 1/psi
Fator Volume de Formação	= 1.3266 bbl/STB

Tabela 5.9: Dados de reservatório para o caso 3.

Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)	Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)	Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)
0.0095	91.39	0.5092	2096.41	2.8425	2288.27
0.0175	469.80	0.5925	2104.82	3.0092	2295.09
0.0258	890.81	0.6342	2112.58	3.1758	2303.01
0.0342	1357.97	0.6758	2119.86	3.3425	2307.82
0.0425	1570.91	0.7175	2126.74	3.5092	2313.65
0.0508	1674.90	0.7592	2133.14	3.6758	2319.40
0.0592	1737.40	0.8017	2139.36	3.8425	2324.68
0.0675	1776.94	0.8425	2145.13	4.0092	2329.85
0.0758	1806.15	0.9258	2155.89	4.1758	2334.74
0.0842	1828.81	1.0092	2165.82	4.3425	2339.37
0.0925	1848.93	1.0925	2174.98	4.5092	2343.93
0.1008	1865.86	1.1758	2183.54	4.6758	2348.28
0.1092	1880.21	1.2592	2191.49	4.8425	2352.49
0.1175	1892.84	1.3425	2198.90	5.0092	2356.50
0.1258	1904.75	1.4258	2206.08	5.1758	2360.39
0.1442	1926.16	1.5092	2212.67	5.3425	2364.19
0.1592	1940.69	1.5925	2218.99	5.5092	2367.79
0.1758	1954.75	1.6758	2225.06	5.6758	2371.37
0.1925	1967.20	1.7592	2230.75	5.8425	2374.75
0.2092	1977.93	1.8425	2236.21	6.0092	2378.08
0.2425	1996.86	1.9258	2241.40	6.1758	2381.38
0.2770	2013.58	2.0092	2246.56	6.3425	2384.37
0.3092	2027.06	2.0925	2251.54	6.5092	2387.54
0.3425	2039.32	2.1758	2256.00	6.6758	2390.38
0.3758	2051.29	2.2595	2260.54	6.8425	2393.30
0.4092	2061.77	2.3425	2265.10	7.0092	2396.04
0.4425	2071.07	2.5092	2273.20		
0.4675	2077.51	2.6758	2280.96		

Tabela 5.10: Dados de pressão versus tempo para o caso 3.

Met.	Tipo	k		S		C		MQR (psi^2 / ponto)	MRA (psi / ponto)	Ite.
		(mD)	+/- %		+/- %	(1)	+/- %			
MQ	P	14.32	16.01	6.98	27.11	5.447	10.90	5597.	38.64	08
MQ	D	12.26	16.68	10.42	22.52	2.652	14.42	5849.	37.00	10
MQ	P+D	14.31	14.48	6.99	24.30	5.352	9.32	9759.	46.84	12
MQ(2)	P	14.31	—	6.97	—	5.745	—	5597.	38.61	09**
MQ(2)	D	12.25	—	10.43	—	2.647	—	5849.	36.94	12
MQ(2)	P+D	14.31	—	6.99	—	5.351	—	9759.	46.85	12
DVS	P	14.31	—	6.98	—	5.746	—	5597.	38.62	11
DVS	D	12.25	—	10.43	—	2.647	—	5849.	36.94	10
DVS	P+D	13.56	—	6.34	—	5.491	—	9865.	44.34	06**
MVAM	P	11.65	0.88	4.74	1.68	3.733	6.34	10269.	25.40	50*
MVAM	D	10.92	0.53	9.54	0.41	2.193	1.05	6799.	28.60	44
MVAM	P+D	11.50	0.77	4.62	1.63	4.069	3.89	12568.	32.29	50*
MVA	P	11.65	0.61	4.74	1.28	3.717	5.94	10356.	25.40	14**
MVA	D	10.89	0.42	9.54	2.00	2.181	2.44	6829.	28.59	09
MVA	P+D	11.50	0.38	4.62	0.79	4.044	3.37	12665.	32.29	37**
(3)	P	11.65	0.63	4.74	1.32	3.717	6.15	10356.	25.40	17
(3)	D	10.89	0.19	9.55	1.14	2.181	1.31	6829.	28.59	10
(3)	P+D	11.50	0.39	4.62	0.80	4.044	3.42	12665.	32.29	39
NM	P	11.65	—	4.74	—	3.717	—	10357.	25.40	117
NM	D	10.89	—	9.54	—	2.181	—	6829.	28.59	144
NM	P+D	11.50	—	4.62	—	4.047	—	12653.	32.29	111

- (1) 10^{-4} bbl/psi
- (2) modificação no domínio.
- (3) MVAM-MVA
- P - dados de pressão.
- D - dados da derivada.
- P+D - dados de pressão e da derivada.
- MQR - média dos quadrados dos resíduos.
- MRA - média dos resíduos absolutos.

Estimativas Iniciais:

k = 50 mD

S = 5.0

C = 0.01 bbl/psi

* parada por n. max. de iterações.

** parada por falha no algoritmo procura linear.

Tabela 5.11: Comparação do Desempenho de Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 3.

Para melhor avaliar os desempenhos dos vários métodos, estes foram submetidos às estimativas iniciais da tabela 5.12. O resultado está mostrado na tabela 5.13.

Notam-se alguns fatos interessantes neste caso. Com o aumento do número de pontos observados, neste caso 82, todos os métodos tem melhor performance, o que leva a sugerir que quando se estiver analisando determinado teste de pressão utilizando regressão não linear, deve-se ler o maior número de pontos possível na carta de pressão analisada. Observa-se também que a utilização do conjunto de dados de pressão mais derivada melhora a interpretação se existirem ruídos nos dados e/ou o modelo matemático admitido não se adaptar inteiramente ao problema analisado, como acontece neste caso.

O melhor método de regressão em termos de robustez foi o MQ, porém, quando convergiu, o DVS teve melhor desempenho em termos de menor número de iterações necessário para a convergência. Existiram situações onde o método MVAM-MVA teve desempenho pior que o método MVA, como no caso do conjunto de estimativas iniciais A para dados da derivada e de pressão mais derivada, no conjunto C para dados de pressão (devido a não convergência do método MVAM) e no conjunto E para dados de pressão e de pressão mais derivada (devido às dificuldades de convergência do MVAM). O método NM só divergiu em um único conjunto de estimativas iniciais, porém isto provavelmente poderá ser corrigido futuramente através da modificação no algoritmo de composição das quatro estimativas iniciais (este método requer $n_{par} + 1$ estimativas iniciais). Neste trabalho foi utilizado o seguinte procedimento para obtenção das estimativas iniciais:

Leia	$k_1, S_1 \text{ e } C_1$
$k_1 = \log k_1$	
$k_2 = k_1 + 0.5$	
$k_3 = k_1 + 1.0$	
$k_4 = k_1 + 0.5$	
Se	$(S_1 < 15.0)$ então
	$S_2 = S_1 + 5.0$
	$S_3 = S_1 - 1.0$
	$S_4 = S_1 + 5.0$
Senão	
	$S_2 = S_1 - 5.0$
	$S_3 = S_1 - 1.0$
	$S_4 = S_1 - 5.0$
Fim do Se	
$C_1 = \log C_1$	
$C_2 = C_1$	
$C_3 = C_1$	
$C_4 = C_1 + 1.0$	

Também neste caso a modificação no domínio dos parâmetros não surtiu o efeito desejado, pois várias vezes os métodos modificados divergiram.

Estim. Inicial	k (mD)	S	C (bbl/psi)
A	1.	1.	0.0001
B	0.1	1.	0.0001
C	10.	-5.	0.0010
D	100.	10.	0.0010
E	100.	10.	0.0100
F	500.	25.	0.0010
G	10.	10.	0.1000
H	1000.	50.	0.0100

Tabela 5.12: Estimativas Iniciais Utilizadas para Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 3.

(1)	Método	N.Iter e Tipo de Dados			(1)	Método	N.Iter e Tipo de Dados		
		P	D	P+D			P	D	P+D
A	MQ	10	09	12	B	MQ	14	14	15
	MQ(2)	14	10	15		MQ(2)	13	18	19
	MVAM	28	30	30		MVAM	46	35	47
	MVAM(2)	50*	23	50*		MVAM(2)	50*	33	50*
	MVA	50*	08	25		MVA	50*	(3)	28
	MVA(2)	50*	08	50*		MVA(2)	50*	13	50*
	(4)	19	09	42		(4)	23	13	30
	DVS	08	08	09		DVS	14	17	17
C	NM	247	139	116	D	NM	195	149	172
	MQ	10	12	14		MQ	11	09	12
	MQ(2)	(3)	14	(3)		MQ(2)	(3)	12	15
	MVAM	(3)	43*	50*		MVAM	39	46	50*
	MVAM(2)	(3)	32	49		MVAM(2)	50*	46	50*
	MVA	50*	19	42		MVA	50*	(3)	50*
	MVA(2)	(3)	(3)	50*		MVA(2)	(3)	(3)	50*
	(4)	(3)	11	41		(4)	50*	10	34
E	DVS	09	(3)	09	F	DVS	11	10	07
	NM	127	157	113		NM	173	143	151
	MQ	12	11	09		MQ	14	13	13
	MQ(2)	23	13	21		MQ(2)	(3)	17	38
	MVAM	50*	39	50*		MVAM	50*	34	50*
	MVAM(2)	48	40	50*		MVAM(2)	(3)	(3)	50*
	MVA	17	13	40		MVA	50*	50*	40
	MVA(2)	50*	(3)	50*		MVA(2)	(3)	(3)	(3)
G	(4)	50*	11	43	H	(4)	50*	15	43
	DVS	10	12	06		DVS	11	(3)	08
	NM	182	260	189		NM	191	167	111
	MQ	14	17	13		MQ	40	37	40
	MQ(2)	10	(3)	13		MQ(2)	(3)	(3)	(3)
	MVAM	34	50*	50*		MVAM	50*	50*	50*
	MVAM(2)	20	(3)	30		MVAM(2)	48	50*	37
	MVA	(3)	(3)	(3)		MVA	19	11	34
	MVA(2)	(3)	(3)	(3)		MVA(2)	(3)	(3)	(3)
	(4)	21	14	43		(4)	50*	09	43
	DVS	(3)	(3)	(3)		DVS	11	12	09
	NM	111	221	91		NM	(3)	(3)	(3)

(1) - estimativa inicial.

(3) - não convergiu.

(4) - MVAM-MVA

(2) - modificação no domínio dos parâmetros.

(*) - parada por número máximo de iterações.

Tabela 5.13: Resultados dos Vários Métodos de Regressão. Caso 3. Estimativas iniciais na tabela 5.12 .

Nas figuras 5.35 a 5.37 pode-se novamente observar a semelhança entre os caminhos seguidos pelos métodos MVA e DVS e, por outro caminho, pelos métodos restantes. Nota-se também que o método MQ modificado tem um caminho bem próximo ao caminho do método MQ, somente sendo diferente nas primeiras iterações. Outro fato que deve-se destacar é que as maiores mudanças ocorrem nas duas primeiras iterações, seja qual for o método analisado, sendo as variações seguintes bem menores.

As estimativas iniciais utilizadas para a construção das figuras 5.37 a 5.39 foram as seguintes:

$$k = 50.0 \text{ mD}$$

$$S = 15.0$$

$$C = 0.0050 \text{ bbl/psi.}$$

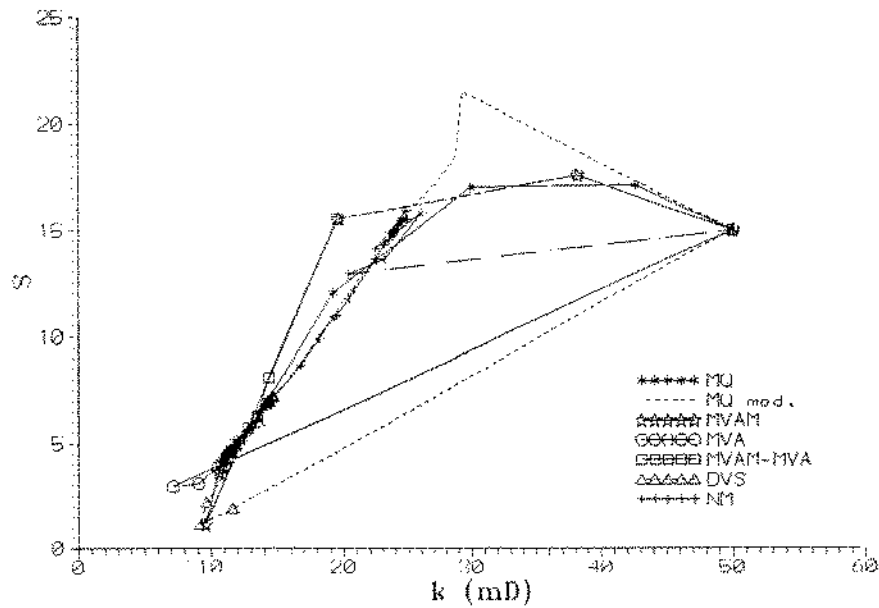


Figura 5.35: Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k S para os vários métodos. Caso 3.

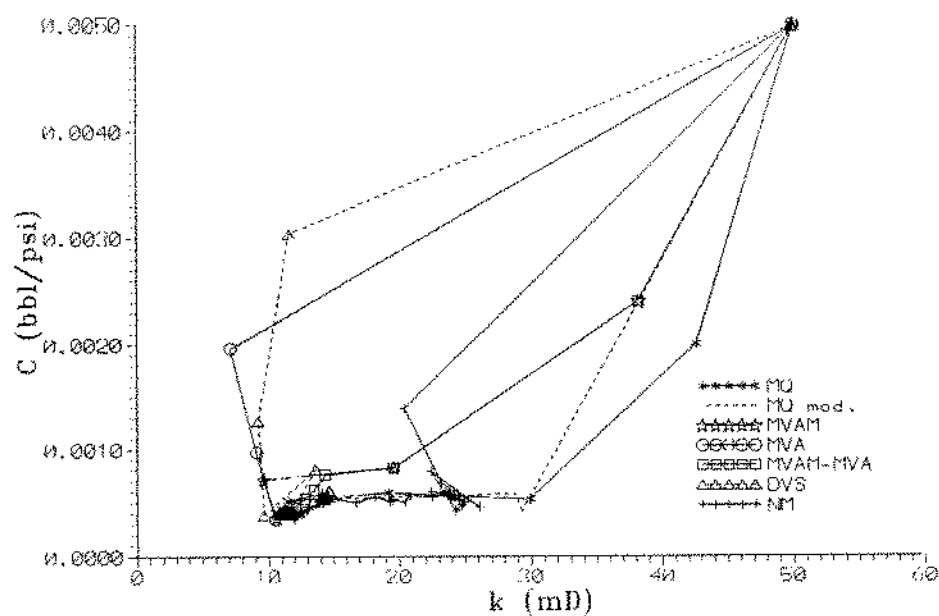


Figura 5.36: Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k - C para os vários métodos. Caso 3.

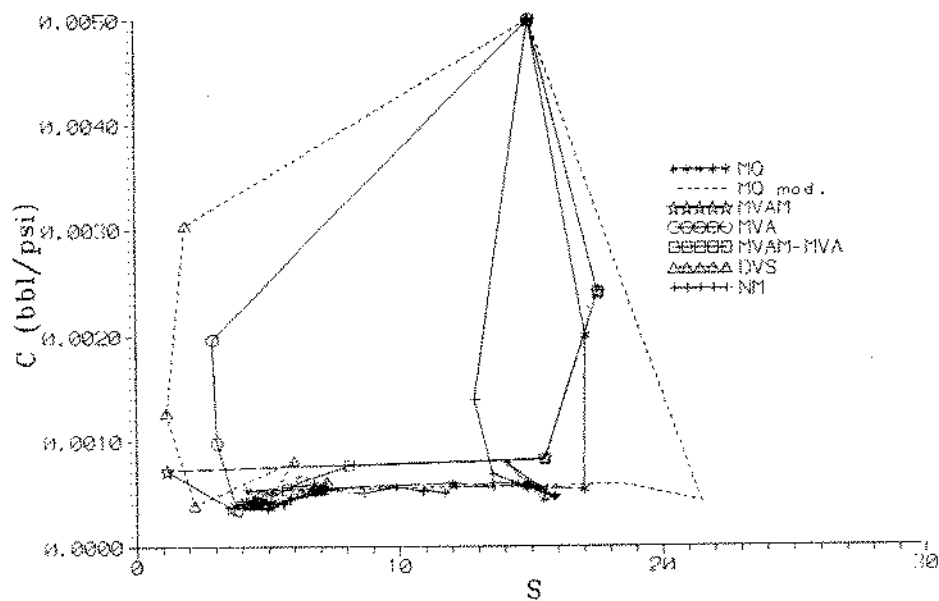


Figura 5.37: Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano S - C para os vários métodos. Caso 3.

Nas figuras 5.38 e 5.39 estão apresentados os dados de campo de pressão e da derivada versus tempo em escala log-log e semi-log, bem como as curvas de pressão e da derivada geradas com os parâmetros determinados pelos métodos baseados nas normas L1 e L2 aplicados ao conjunto de dados de pressão mais derivada. Fica bem clara a capacidade dos métodos baseados na norma L1 de atribuir menores pesos a dados com ruídos ou onde o modelo matemático se aplica parcialmente, como neste caso onde os pontos iniciais tem um comportamento que indica que o coeficiente de estocagem varia. Neste caso, a curva da derivada gerada com os parâmetros determinados com os métodos baseados na norma L1 está razoavelmente distante dos pontos iniciais da curva da derivada dos dados de campo, porém à medida que o tempo cresce, e consequentemente o coeficiente de estocagem deixa de variar, o ajuste desta curva torna-se melhor que aquele obtido com parâmetros determinados com métodos baseados na norma L2.

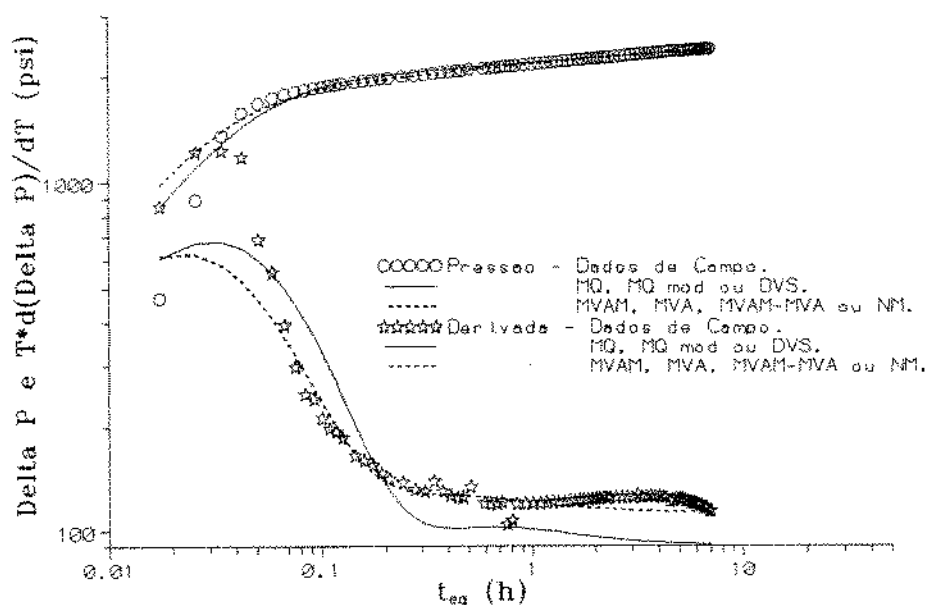


Figura 5.38: Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 3.

Nas figura 5.40 a 5.45 estão mostrados os histogramas dos erros entre os pontos observados em campo e as curvas geradas pelos parâmetros avaliados pelas normas L1 e L2 para as regressões efetuadas nos tres conjuntos de dados, bem como as distribuições probabilísticas de Gauss e Laplace correspondentes às médias e desvios padrões de cada par (conjunto de dados)-(tipo de norma). Neles pode-se melhor avaliar a congruência entre as distribuições reais (histogramas) e a de Laplace. Tal semelhança não está baseada na densidade de probabilidade da média, pois estas densidades são muito próximas seja na distribuição de Gauss, seja na de Laplace, mas sim na existência de valores de erros com densidades de probabilidade relativamente altas longe dos valores das médias, o que não é admissível na distruibuição de Gauss.

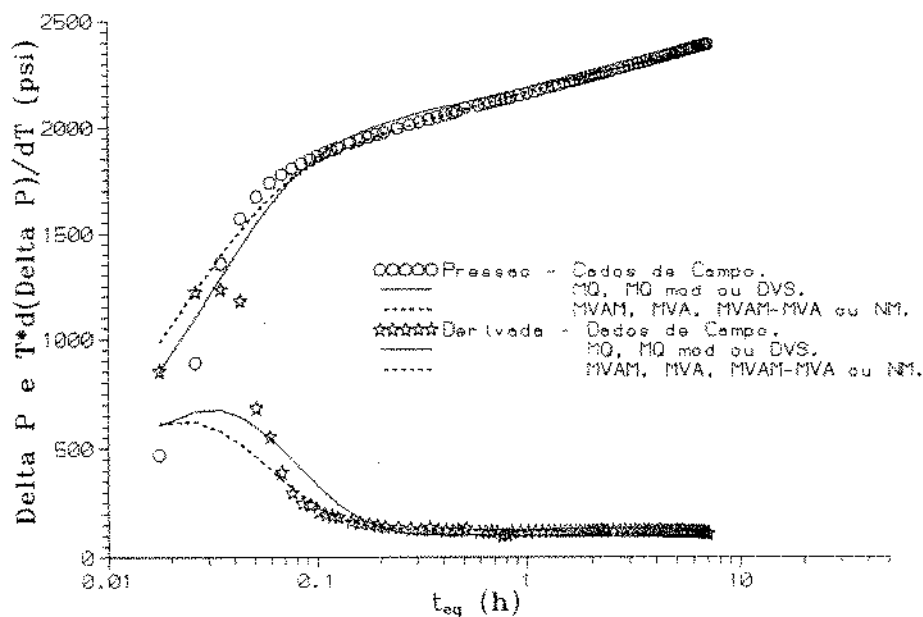


Figura 5.39: Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 3.

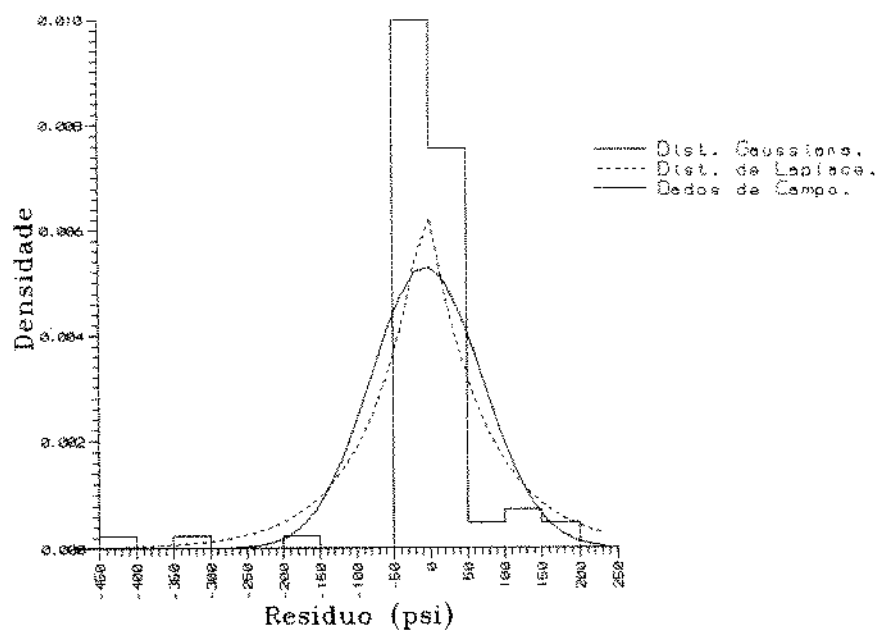


Figura 5.40: Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados de pressão usando o método MQ. Caso 3.

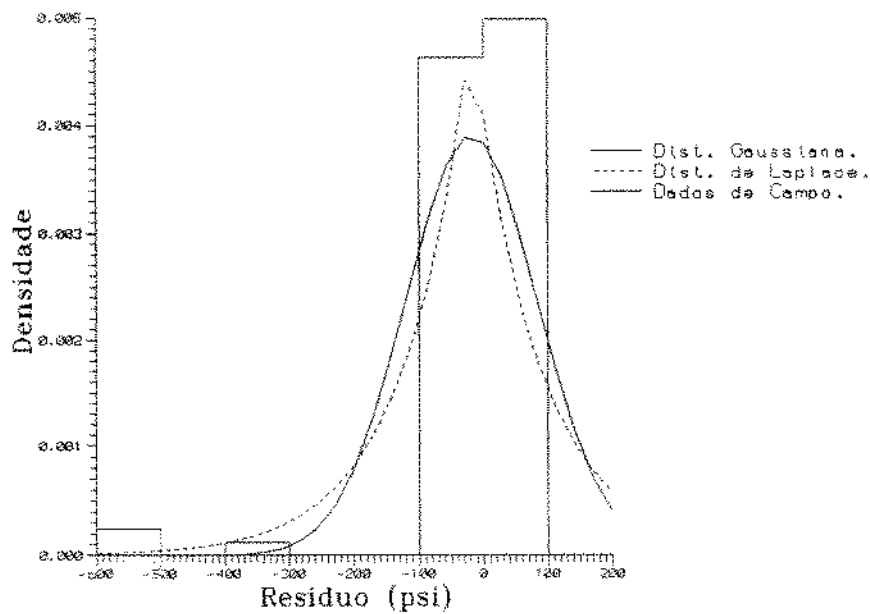


Figura 5.41: Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados de pressão usando o método MVA. Caso 3.

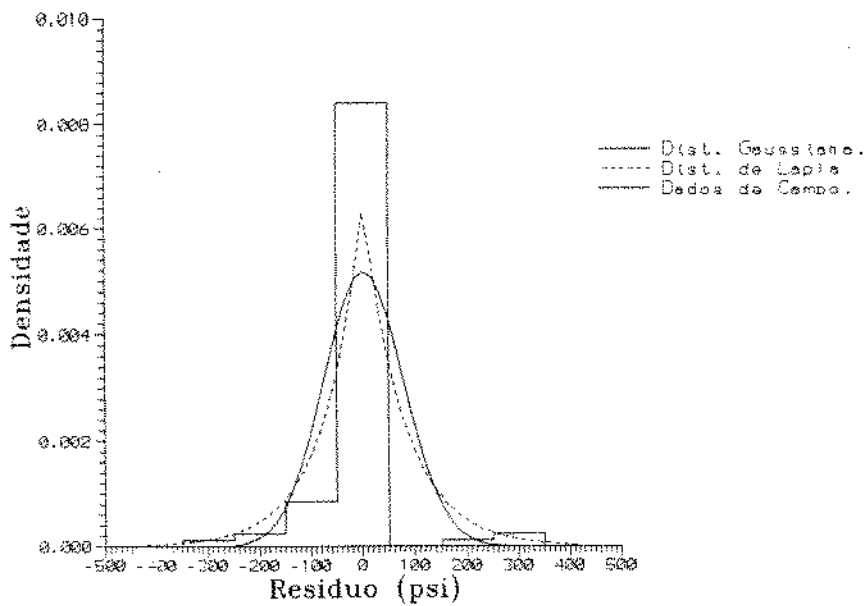


Figura 5.42: Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados da derivada usando o método MQ. Caso 3.

A seguir foi analisado um período de estática de um teste de pressão obtido da referência [30]. Novamente por se tratar de um período de estática foi utilizado o tempo equivalente de Agarwall. Os dados de reservatório estão na tabela 5.14 e os de pressão versus tempo na tabela 5.15.

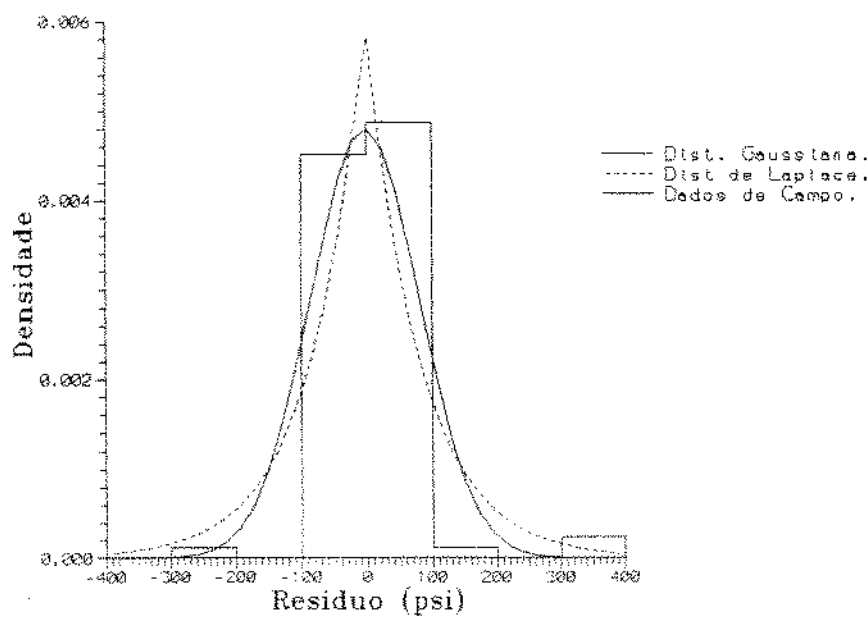


Figura 5.43: Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão nos dados da derivada usando o método MVA. Caso 3.

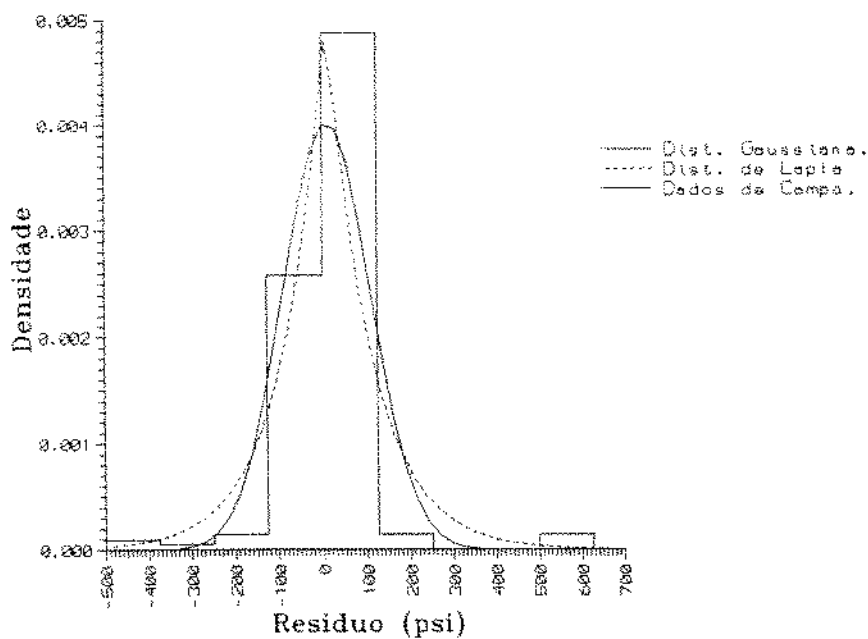


Figura 5.44: Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada usando o método MQ. Caso 3.

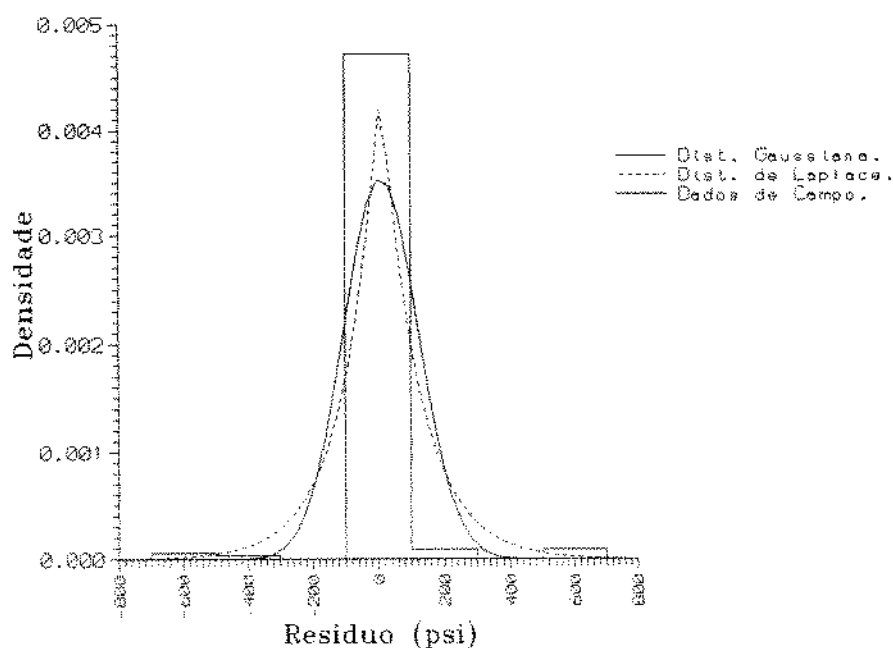


Figura 5.45: Comparação entre a distribuição real dos erros e as distribuições de Gauss e de Laplace. Regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada usando o método MVA. Caso 3.

Tempo de Produção	= 3912.0 horas
Vazão de Teste	= 36.0 STB/d
Raio do Poço	= 0.400 pés
Porosidade	= 0.170
Espessura	= 165.0 pés
Viscosidade	= 0.5058 cp
Compressibilidade Total	= 5.0×10^{-6} 1/psi
Fator Volume de Formação	= 1.333 bbl/STB

Tabela 5.14: Dados de reservatório para o caso 4.

Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)	Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)
35.00	22.85	1157.20	380.80
40.00	26.31	1421.00	432.72
45.00	28.90	1747.00	482.85
50.00	31.51	2146.00	532.00
55.00	34.09	2634.00	577.93
60.00	36.68	3240.00	616.86
65.00	39.26	3982.00	646.66
70.00	41.85	4892.00	674.00
75.00	44.42	7387.00	704.50
80.00	47.00	7494.00	704.17
90.00	52.16	7602.00	704.14
100.00	57.29	7712.00	704.65
110.00	62.43	7938.00	705.74
120.00	67.56	8053.00	706.08
130.00	72.69	8169.00	706.53
147.00	81.38	8408.00	707.58
181.00	98.72	8653.00	708.50
223.00	119.72	8778.00	708.83
274.00	143.92	9053.00	708.63
336.00	171.29	9166.00	708.90
413.00	202.49	9433.00	709.48
507.00	234.60	9570.00	709.85
624.00	262.57	9707.00	710.17
766.00	294.61	9849.00	710.58
941.00	333.42		

Tabela 5.15: Dados de pressão versus tempo para o caso 4.

Estes dados quando analisados através dos mesmos sete métodos básicos referidos anteriormente (MQ, MQ mod., MVAM, MVA, MVAM-MVA, DVS e NM) tem como resultados aqueles mostrados na tabela 5.16. Ao analisar esta tabela fica claro que somente os resultados das regressões que foram efetuadas sobre o conjunto de dados de pressão mais derivada estão corretos. Esta afirmação se torna clara quando observa-se que existe uma grande separação entre as curvas de pressão e da derivada (ver figuras 5.46 e 5.47), caracterizando um fator de película de valor alto. Este não é o resultado obtido pelas regressões efetuadas somente nos dados de pressão, que mostram um pequeno valor negativo para o fator de película. Por outro lado, como já comentado anteriormente, os resultados das regressões efetuadas sobre os dados da derivada não tem a confiabilidade dos resultados obtidos quando se efetua a regressão sobre os outros dois conjuntos de dados.

Vale a pena ressaltar que a utilização de métodos convencionais neste caso se mostraria infrutífera, pois a figura 5.46 mostra que não houve tempo suficiente para a existência de uma reta semi-log, o que impossibilitaria este tipo de análise.

Met.	Tipo Dado	k		S		C		MQR (psi ² /ponto)	MRA (psi /ponto)	Ite.
		(mD)	+/- %		+/- %	(1)	+/- %			
MQ	P	0.234	19.51	-0.16	924.1	3.496	3.85	42.77	5.38	11
MQ	D	0.822	25.44	18.69	36.20	4.436	5.57	126.9	8.39	07
MQ	P+D	0.517	22.85	9.22	42.75	3.980	3.19	130.9	8.30	07
MQ(2)	P	0.236	—	-0.08	—	3.502	—	42.80	5.39	50*
MQ(2)	D	0.822	—	19.45	—	4.438	—	126.9	8.32	14
MQ(2)	P+D	0.513	—	9.07	—	3.980	—	130.9	8.31	29
DVS	P	0.231	—	-0.23	—	3.489	—	42.77	5.38	11
DVS	D	0.822	—	19.45	—	4.438	—	126.9	8.32	12
DVS	P+D	0.513	—	9.07	—	3.977	—	130.9	8.31	10
MVAM	P	0.217	0.14	-0.72	1.18	3.272	0.01	66.98	4.80	29
MVAM	D	0.692	4.75	15.65	6.70	4.141	1.58	141.9	8.14	32
MVAM	P+D	0.517	1.11	9.13	2.13	3.921	0.41	133.3	8.14	31
MVA	P	0.217	0.13	-0.72	1.22	3.272	0.03	66.98	4.80	09
MVA	D	0.815	2.45	19.59	3.34	4.347	0.33	129.6	8.12	11
MVA	P+D	0.517	0.68	9.13	1.29	3.921	0.11	133.3	8.14	10
(3)	P	0.217	0.07	-0.72	0.64	3.272	0.02	66.98	4.80	09
(3)	D	0.815	2.60	19.59	3.54	4.347	0.35	129.6	8.12	14
(3)	P+D	0.517	0.09	9.13	0.17	3.921	0.02	133.3	8.14	12
NM	P	0.217	—	-0.72	—	3.272	—	66.98	4.80	248
NM	D	0.778	—	18.41	—	4.300	—	131.1	8.13	136
NM	P+D	0.517	—	9.15	—	3.922	—	133.2	8.14	116

- (1) - bbl /psi
- (2) - modificação no domínio.
- (3) - MVAM-MVA
- P - dados de pressão.
- D - dados da derivada.
- P+D - dados de pressão e da derivada.
- MQR - média dos quadrados dos resíduos.
- MRA - média dos resíduos absolutos.

Estimativas Iniciais:

k = 0.5 mD

S = 1.0

C = 1.0 bbl/psi

* parada por n. max. de iterações.

Tabela 5.16: Comparação do Desempenho de Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 4.

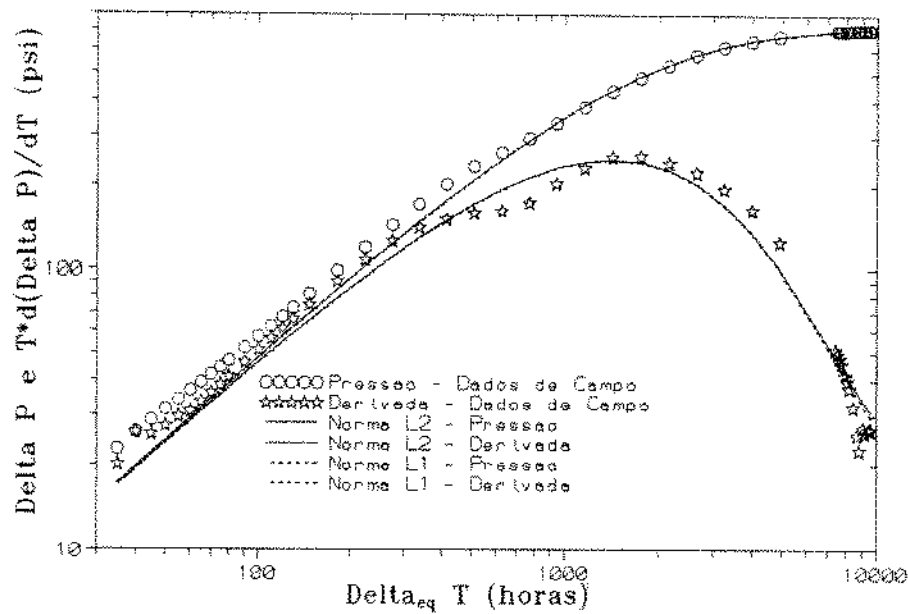


Figura 5.46: Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 4.

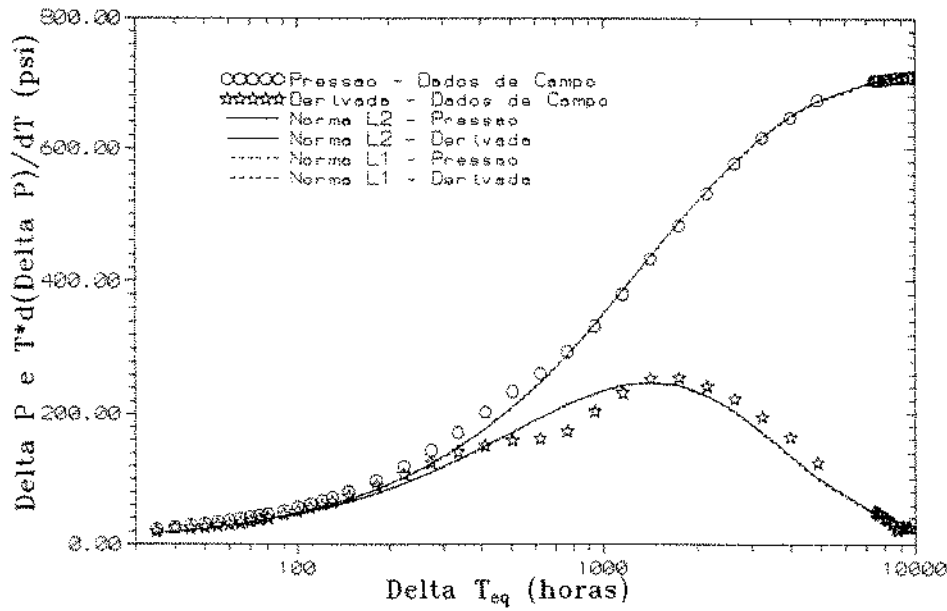


Figura 5.47: Pressão e Derivada da Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 4.

Para efetuar uma comparação do desempenho dos vários métodos frente a diferentes estimativas iniciais foram elaboradas as tabelas 5.17 e 5.18. Na primeira estão os oito conjuntos de estimativas iniciais e na segunda os resultados das regressões quando utilizamos aquelas estimativas. Ao analisar esta última tabela nota-se que o método com maior robustez é o NM, que só falhou em um caso, sendo que para o conjunto de estimativas iniciais F aplicado aos dados da derivada ele é o único que converge. O método MVAM-MVA também demonstrou boa performance, pois só divergiu tres vezes e nas outras tentativas não teve problemas com o algoritmo de procura linear, o que ocorreu frequentemente com os métodos MQ e MVAM mod.. Para estes dados as regressões efetuadas no conjunto de dados de pressão mais derivada mostraram-se muito eficientes, em termos de redução no número de iterações, em relação às regressões efetuadas somente sobre os dados de pressão ou somente sobre os dados da derivada.

Estim. Inicial	k (mD)	S	C (bbl/psi)
A	1.	5.	1.00
B	0.1	10.	1.00
C	10.	5.	1.00
D	1.	5.	10.0
E	1.	25.	0.10
F	10.	25.	0.10
G	0.1	-5.	1.00
H	10.	-5.	0.01

Tabela 5.17: Estimativas Iniciais Utilizadas para Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 4.

(1)	Método	N.Iter e Tipo de Dados			(1)	Método	N.Iter e Tipo de Dados		
		P	D	P+D			P	D	P+D
A	MQ	11	07**	06**	B	MQ	12	08**	07**
	MQ(2)	04**	27	19		MQ(2)	08	12	29
	MVAM	26	50*	43		MVAM	50*	50*	34
	MVAM(2)	08**	13**	10**		MVAM(2)	14**	40**	19**
	MVA	11	11	10		MVA	06	08	08
	MVA(2)	10	12**	12		MVA(2)	07	06**	07**
	(4)	12	14	10		(4)	10	12	08
	DVS	11	11	10		DVS	09	08	08
C	NM	212	300*	65	D	NM	294	92	181
	MQ	27	09**	19		MQ	08**	05**	08
	MQ(2)	50*	(3)	08		MQ(2)	(3)	10	09
	MVAM	50*	45**	50*		MVAM	28	50*	36
	MVAM(2)	20**	36**	07**		MVAM(2)	(3)	12**	10**
	MVA	(3)	19	(3)		MVA	07	10	08
	MVA(2)	(3)	(3)	(3)		MVA(2)	09	08**	05**
	(4)	14	14	10		(4)	13	08	07
E	DVS	(3)	(3)	(3)	F	DVS	09	08	08
	NM	98	300*	248		NM	263	140	145
	MQ	15	(3)	10**		MQ	19	(3)	15
	MQ(2)	08	(3)	33		MQ(2)	(3)	(3)	23
	MVAM	37	37	42		MVAM	45	(3)	36
	MVAM(2)	11**	50*	19**		MVAM(2)	(3)	(3)	12**
	MVA	(3)	15	(3)		MVA	(3)	(3)	10
	MVA(2)	(3)	(3)	12		MVA(2)	(3)	(3)	(3)
G	(4)	17	18	22	H	(4)	13	(3)	23
	DVS	(3)	15	11		DVS	(3)	(3)	(3)
	NM	100	166	215		NM	300*	175	216
	MQ	08**	07**	08**		MQ	12**	17**	15**
	MQ(2)	11	28	29		MQ(2)	(3)	(3)	(3)
	MVAM	50*	31**	43		MVAM	50*	(3)	(3)
	MVAM(2)	(3)	16**	(3)		MVAM(2)	17**	(3)	17**
	MVA	08	11	08		MVA	(3)	(3)	(3)
	MVA(2)	10	11**	12		MVA(2)	(3)	(3)	(3)
	(4)	10	11	12		(4)	15	(3)	(3)
	DVS	10	09	09		DVS	(3)	(3)	(3)
	NM	178	180	215		NM	300*	173	(3)

(1) - estimativa inicial.

(3) - não convergiu.

(4) - MVAM-MVA

(2) - modificação no domínio dos parâmetros.

(*) - parada por número máximo de iterações.

(**) - parada por falha no alg. proc. linear.

Tabela 5.18: Resultados dos Vários Métodos de Regressão. Caso 4. Estimativas iniciais na tabela 5.17 .

5.2 Análise de Casos de Reservatórios com Comportamento de Dupla Porosidade Infinito.

Nesta seção serão discutidos tres casos de testes de pressão, dois elaborados a partir de dados sintéticos e um caso de campo.

Para o primeiro caso, denominado caso 5, foi gerada uma curva de pressão versus tempo para um período de fluxo a partir dos seguintes parâmetros: $k = 163$ mD, $S = -2.45$, $C = 0.00233$ bbl/psi, $\lambda = 3.47 \cdot 10^{-5}$ e $\omega = 0.21$; os demais dados necessários para o cálculo são aqueles mostrados na tabela 5.19. O resultado deste procedimento pode ser visto na tabela 5.20 onde estão listados os dados de pressão versus tempo. O modelo de acoplamento entre a matriz e a fratura utilizado para a construção da curva de pressão versus tempo foi o de Warren-Root.

Vazão de Teste	= 240.0 STB/d
Raio do Poço	= 0.375 pés
Porosidade	= 0.150
Espessura	= 24.0 pés
Viscosidade	= 5.2000 cp
Compressibilidade Total	= 75.0×10^{-6} 1/psi
Fator Volume de Formação	= 1.478 bbl/STB

Tabela 5.19: Dados de reservatório para os casos 5 e 6.

Nas tabela 5.21 e 5.22 pode-se analisar o comportamento dos métodos MQ, DVS, MVAM, MVA, MVAM-MVA e NM. Nota-se que os métodos baseados na norma L2 (MQ e DVS) tiveram maior dificuldade de convergência, principalmente quando analisados perante o conjunto de dados de pressão mais derivada, enquanto que os métodos baseados na norma L1 (exceção ao método NM) convergiram facilmente para os valores corretos, mesmo na presença de ruídos introduzidos pelo cálculo da derivada. É importante frisar que os intervalos de confiança obtidos pelos métodos baseados na norma L1 são, neste caso, muito melhores que os obtidos pelos métodos baseados na norma L2. No caso do método NM, quando se efetuou a regressão no conjunto de dados de pressão mais derivada, utilizou-se a seguinte função para minimização:

$$E_1(\vec{\alpha}) = \sum_{i=1}^{n_{pon}} \{2 * |\log \Delta p_i - \log \Delta p(\vec{\alpha}, t_i)| + |\log \Delta' p_i - \log \Delta' p(\vec{\alpha}, t_i)|\} \tag{5.9}$$

O peso 2 utilizado no termo de pressão foi adicionado para se obter um melhor ajuste nos valores de permeabilidade e fator de película, o que não estava acontecendo sem esta inclusão. A diferença entre os logarítmos ao invés da diferença simples foi

Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)	Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)
.000500	2.9100	10.0000	275.2119
.001000	5.5049	15.0000	287.7672
.001500	7.9069	30.0000	308.0365
.005000	21.6002	50.0000	321.5469
.010000	35.9859	73.0000	330.4958
.015000	47.0334	98.0000	336.7446
.030000	69.9369	147.000	344.3399
.050000	89.0082	300.000	356.0063
.080000	107.1769	500.000	365.0756
.170000	135.9872	700.000	372.3069
.330000	160.3380	1000.00	381.3315
.500000	175.1263	1500.00	393.1086
.750000	189.2815	3000.00	415.4199
1.00000	199.1892	5000.00	432.4122
1.30000	208.1410	7000.00	443.6251
3.00000	236.2064	10000.0	455.5044
5.50000	256.0953	15000.0	469.0040
7.00000	263.8778	50000.0	509.0896

Tabela 5.20: Dados de pressão versus tempo para o caso 5.

escolhida para melhor ponderar as diferenças entre as curvas de pressão dos dados de campo e dos dados de pressão calculados quando comparadas às diferenças dos dados da derivada obtida com os dados de campo das obtidas analiticamente. Esta ponderação foi necessária pois os valores de pressão chegam a ser 17 vezes maiores que os valores da derivada, afetando conseqüentemente na mesma escala os valores das diferenças. Portanto a utilização do logaritmo da pressão e do logaritmo da derivada normaliza esta diferença de escala.

Met.	Tipo Dado	k		S		C		λ	
		(mD)	+/- %		+/- %	(1)	+/- %	(2)	+/- %
MQ	P	147.8	1.05	-3.03	1.88	2.16	10.35	15.14	4.83
MQ	P+D	160.8	0.23	-2.52	0.56	2.27	1.90	3.92	1.44
DVS	P	163.0	—	-2.45	—	2.23	—	3.47	—
DVS	P+D	160.5	—	-2.53	—	2.28	—	4.03	—
MVAM	P	163.0	<0.01	-2.45	<0.01	2.23	<0.01	3.47	<0.01
MVAM	P+D	163.0	<0.01	-2.45	<0.01	2.23	0.01	3.47	0.01
MVA	P	163.0	<0.01	-2.45	<0.01	2.23	<0.01	3.47	<0.01
MVA	P+D	163.0	0.01	-2.45	0.02	2.23	0.06	3.47	0.06
(3)	P	163.0	<0.01	-2.45	<0.01	2.23	<0.01	3.47	<0.01
(3)	P+D	163.0	<0.01	-2.45	<0.01	2.23	<0.01	3.47	0.01
NM	P	155.1	—	-2.47	—	2.18	—	3.66	—
NM	P+D	133.9	—	-3.57	—	2.17	—	2.18	—

- (1) - 10^{-3} bbl/psi

(2) - 10^{-5}

(3) - MVAM-MVA

P - dados de pressão.

D - dados da derivada.

P+D - dados de pressão e da derivada.
- Estimativas Iniciais:
k = 100. mD
S = 1.0
C = 0.01 bbl/psi
 $\lambda = 10^{-5}$
 $\omega = 0.05$

Tabela 5.21: Comparação do Desempenho de Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 5.

Método	Dados	ω	+/- %	MQR (ψ^2 /ponto)	MRA (ψ /ponto)	Iterações
MQ	P	0.114	6.43	26.065	3.960	09
MQ	P+D	0.195	1.56	5.171	1.640	10
DVS	P	0.210	—	<0.0001	<0.0001	17
DVS	P+D	0.193	—	5.165	1.633	30
MVAM	P	0.210	<0.01	<0.0001	<0.0001	13
MVAM	P+D	0.210	0.01	5.504	1.381	17
MVA	P	0.210	<0.01	<0.0001	<0.0001	14
MVA	P+D	0.210	0.06	5.504	1.381	16
(1)	P	0.210	<0.01	<0.0001	<0.0001	11
(1)	P+D	0.210	<0.01	5.504	1.380	14
NM	P	0.236	—	0.00097	0.0250	772
NM	P+D	0.198	—	0.00237*	0.0082*	237

(1) - MVAM - MVA
MQR - média dos quadrados dos resíduos.
MRA - média dos resíduos absolutos.
* - função objetivo modificada.

Tabela 5.22: Comparação do Desempenho de Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 5.

Na tabela 5.24 estão mostrados os resultados do desempenho dos vários métodos frente às estimativas iniciais listadas na tabela 5.23. Nesta tabela fica bem clara a supremacia do método MVAM que só não convergiu para a estimativa F aplicada aos dados de pressão. Nota-se também que o método MVAM-MVA é muito bom, divergindo apenas para a estimativa inicial F aplicada aos dois conjuntos de dados. Interessante que neste último caso, quando o método MVAM foi trocado pelo MVA (aplicado ao conjunto de dados de pressão mais derivada) o método MVAM-MVA não convergiu apesar do MVAM convergir neste caso. Também deve-se ressaltar a dificuldade que o método NM teve quando aplicado a este modelo de reservatório. Pode-se notar que o método convergia para valores razoavelmente corretos dos parâmetros k, S e C, porém não teve capacidade de determinar bem os valores dos parâmetros λ e ω .

Estim. Inicial	k (mD)	S	C (bbl/psi)	λ	ω
A	10.	-5.	0.01	$1*10^{-5}$	0.10
B	1.	1.	0.01	$1*10^{-5}$	0.10
C	500.	1.	0.01	$1*10^{-5}$	0.25
D	100.	15.	0.01	$1*10^{-7}$	0.50
E	100.	1.	0.10	$1*10^{-5}$	0.10
F	100.	1.	0.01	$5*10^{-4}$	0.10
G	1000.	1.	0.001	$1*10^{-7}$	0.01
H	50.	5.	0.01	$1*10^{-7}$	0.01

Tabela 5.23: Estimativas Iniciais Utilizadas para Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 5 e do caso 6.

(1)	Método	N.Iter e		(1)	Método	N.Iter e	
		Tipo de Dados				Tipo de Dados	
		P	P+D			P	P+D
A	MQ	16	12	B	MQ	19*	18
	MVAM	21	22		MVAM	27	28*
	MVA	37	(2)		MVA	17	(2)
	(3)	14	16		(3)	19	21
	DVS	(2)	(2)		DVS	26*	(2)
	NM	415	249		NM	(2)	(2)
C	MQ	(2)	(2)	D	MQ	15*	15*
	MVAM	20	24*		MVAM	23	10*
	MVA	(2)	(2)		MVA	13	13
	(3)	27	21		(3)	15	17
	DVS	(2)	14		DVS	19	22
	NM	(2)	(2)		NM	(2)	(2)
E	MQ	11*	13*	F	MQ	(2)	(2)
	MVAM	20*	21		MVAM	(2)	39
	MVA	30	17		MVA	(2)	(2)
	(3)	10	14		(3)	(2)	(2)
	DVS	22*	22*		DVS	(2)	14
	NM	(2)	373		NM	(2)	(2)
G	MQ	15	16*	H	MQ	18*	16*
	MVAM	23	28		MVAM	21	22
	MVA	11	11		MVA	15	15
	(3)	19	18		(3)	15	19
	DVS	14	20*		DVS	18	14
	NM	(2)	(2)		NM	(2)	(2)

(1) - estimativa inicial.
(2) - não convergiu.
(3) - MVAM-MVA
(*) - falha alg. proc. linear.

Tabela 5.24: Resultados dos Vários Métodos de Regressão. Caso 5. Estimativas iniciais na tabela 5.23.

Nas figuras 5.48 e 5.49 estão plotados os dados de pressão e derivada logarítmica versus tempo em escalas log-log e semi-log bem como as curvas geradas pelos resultados das regressões. Pode-se observar que os resultados obtidos por quaisquer um dos métodos, excetuando-se o NM, são, visualmente falando, equivalentes. Na figura 5.50 observa-se a evolução da média dos resíduos ao quadrado (MQR) ao longo das iterações, onde os valores finais são equivalentes ($5.171 \text{ psi}^2 \text{ p/}$ a norma L2 e $5.504 \text{ psi}^2 \text{ p/}$ a norma L1). Já na figura 5.51 está plotada a evolução da média dos resíduos absolutos versus o número de iterações, onde novamente os valores finais são equivalentes (1.640 psi e 1.381 psi respectivamente).

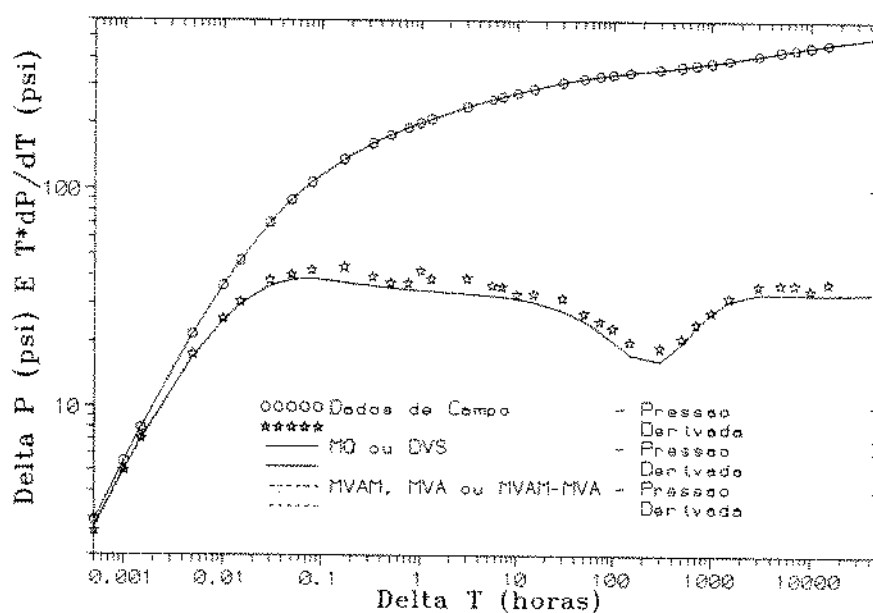


Figura 5.48: Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 5.

Nas figuras 5.52 a 5.56 pode-se analisar a evolução dos cinco parâmetros de regressão (k , S , C , λ e ω) com o decorrer das iterações. As diferenças nos valores finais são mais perceptíveis nos casos dos parâmetros λ e ω (ver figuras 5.55 e 5.56). Já nas figuras 5.57 a 5.62 analisa-se a evolução ou caminho percorrido pelos parâmetros nos planos k - S , k - C , k - λ , k - ω , λ - ω e S - ω . A semelhança de comportamento observada no modelo de reservatório anterior entre os métodos MQ e MVAM e entre os métodos DVS e MVA, não fica tão clara neste caso, somente aparecendo nos planos k - C , k - ω e S - ω . Todas estas figuras foram elaboradas com as regressões efetuadas sobre os dados de pressão mais derivada.

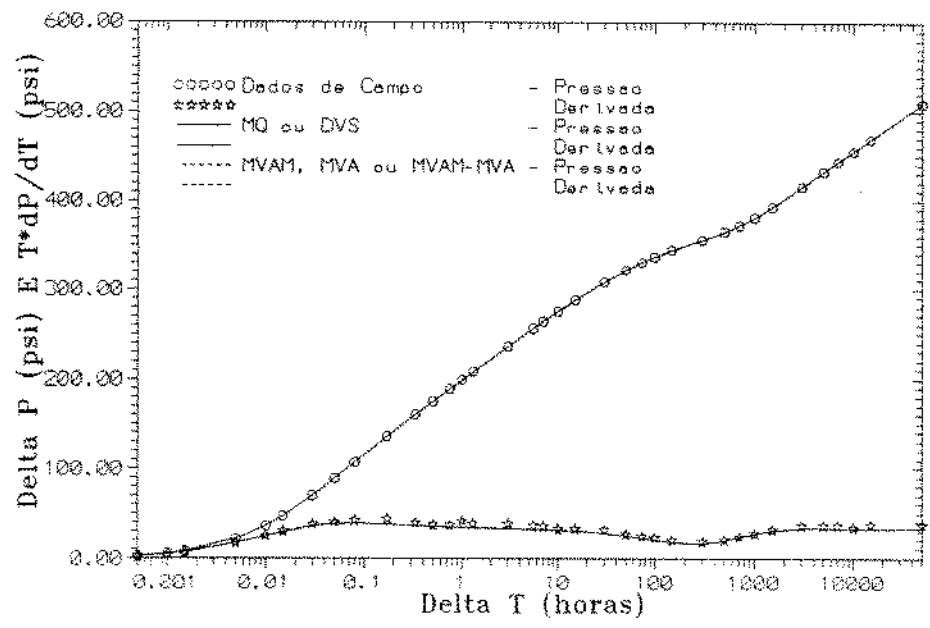


Figura 5.49: Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 5.

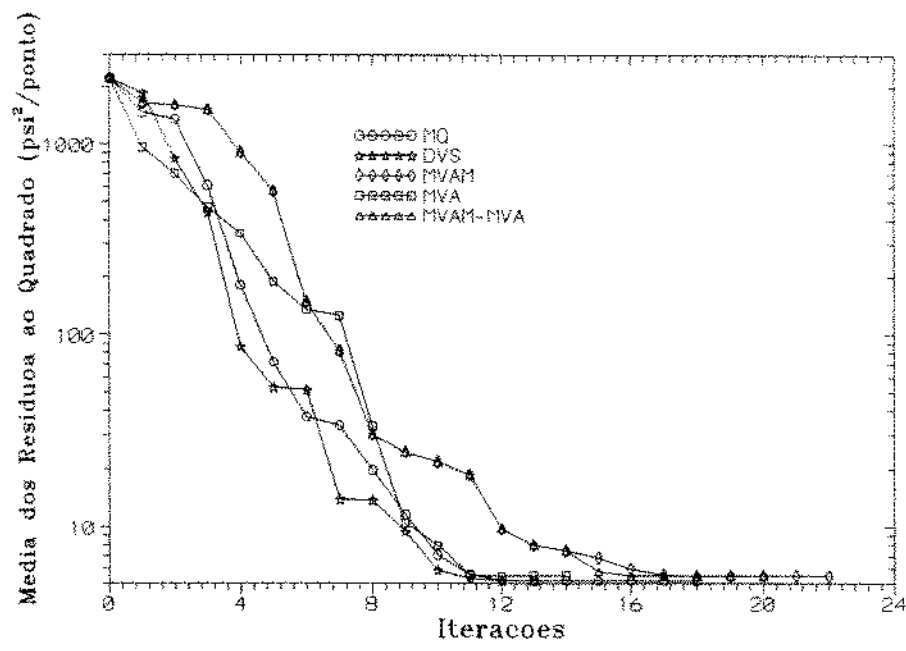


Figura 5.50: Comportamento da média dos resíduos ao quadrado ao longo das iterações. Caso 5.

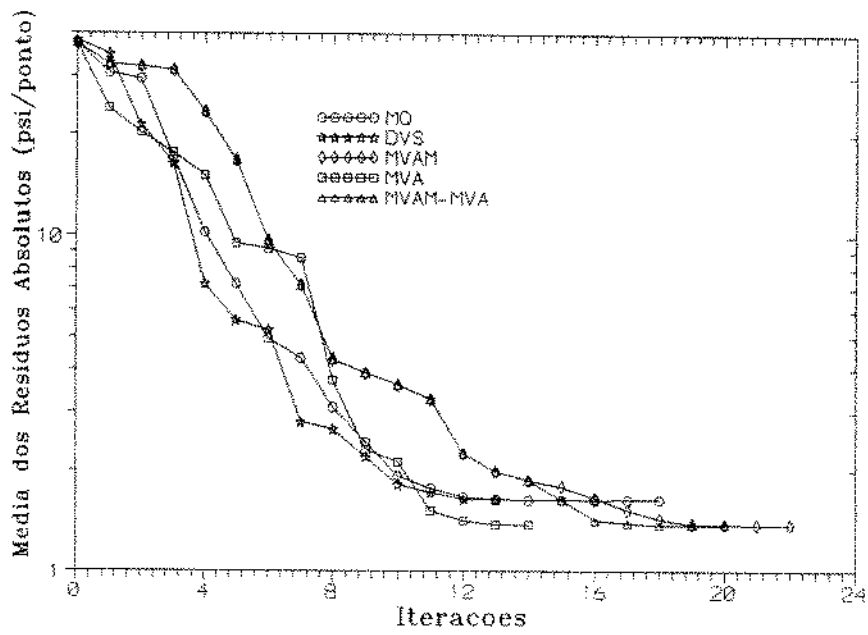


Figura 5.51: Comportamento da média dos resíduos absolutos ao longo das iterações. Caso 5.

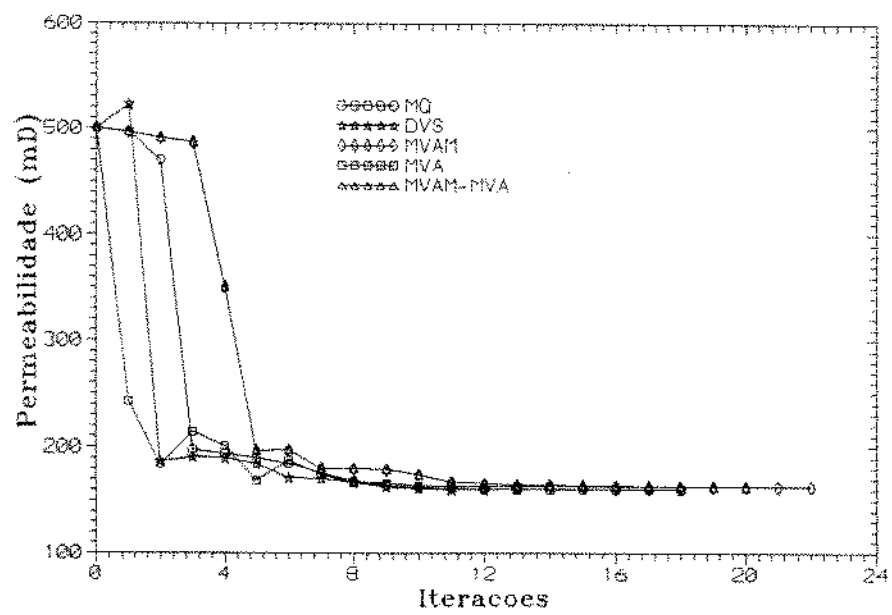


Figura 5.52: Comportamento da permeabilidade ao longo das iterações. Caso 5.

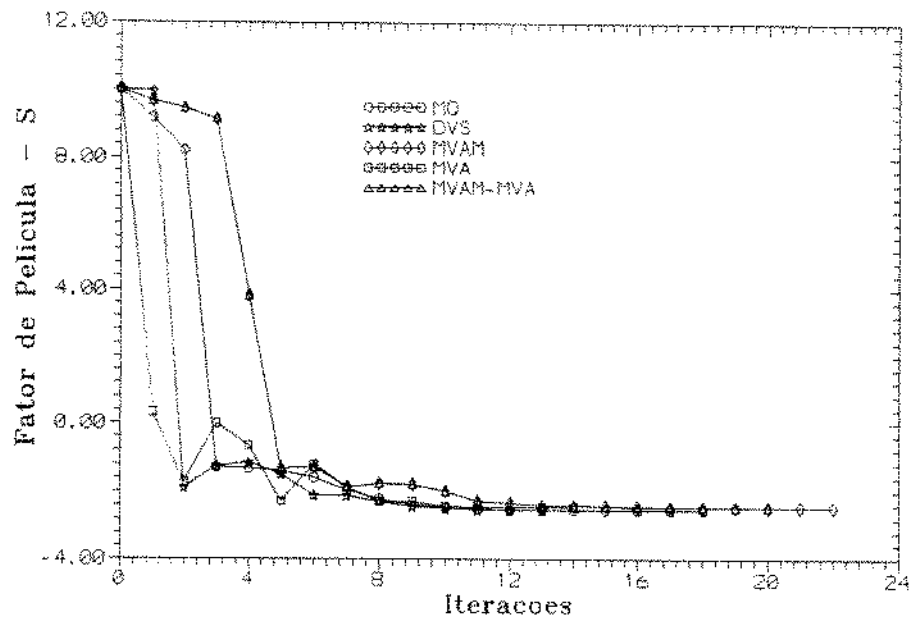


Figura 5.53: Comportamento do fator de película ao longo das iterações. Caso 5.

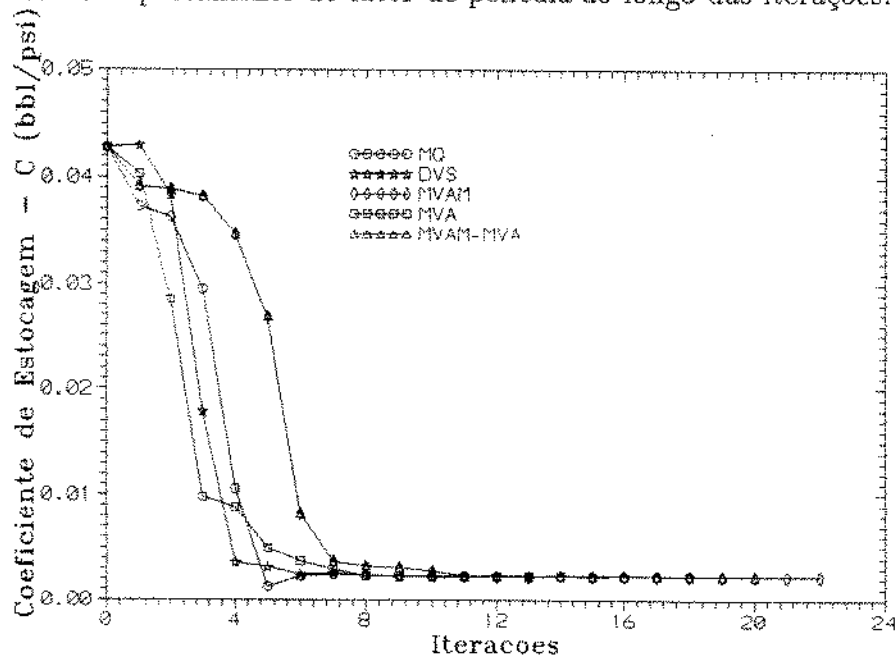


Figura 5.54: Comportamento do coeficiente de estocagem ao longo das iterações. Caso 5.

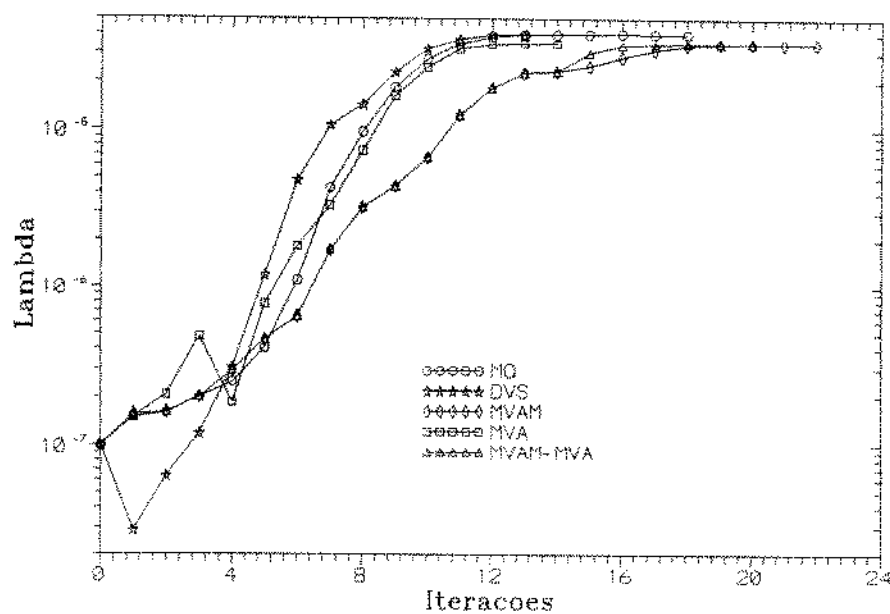


Figura 5.55: Comportamento do coeficiente de fluxo interporoso λ ao longo das iterações. Caso 5.

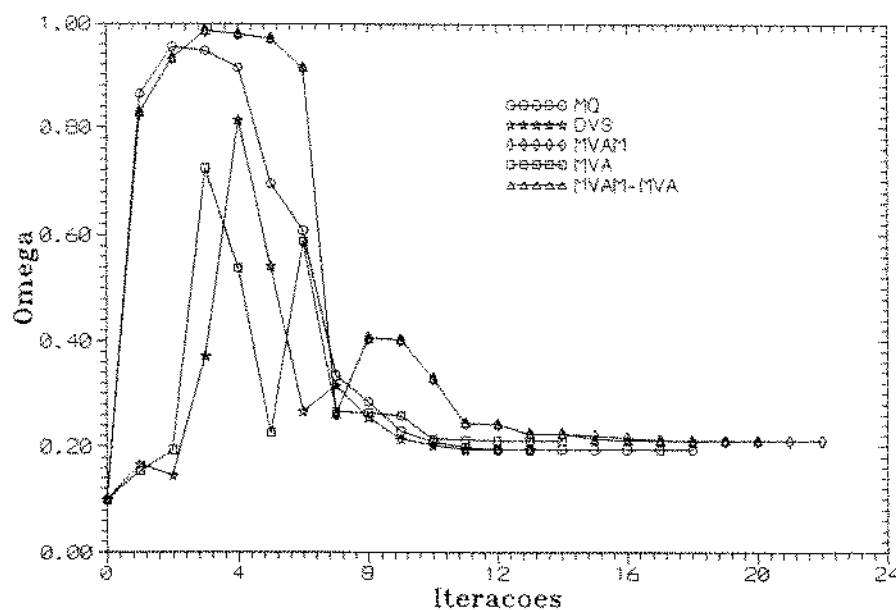


Figura 5.56: Comportamento da razão de armazenamento ω ao longo das iterações. Caso 5.

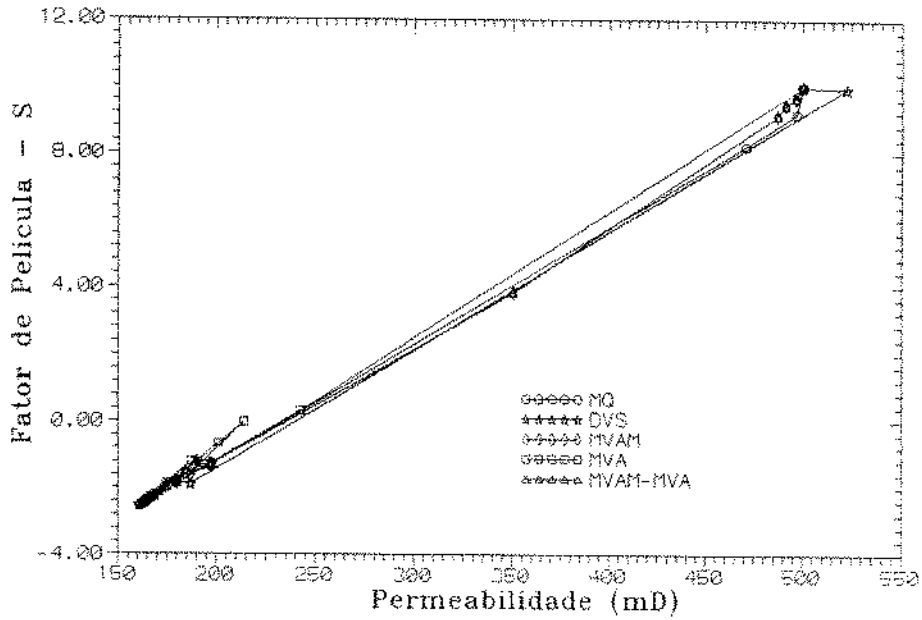


Figura 5.57: Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k-S para os vários métodos. Caso 5.

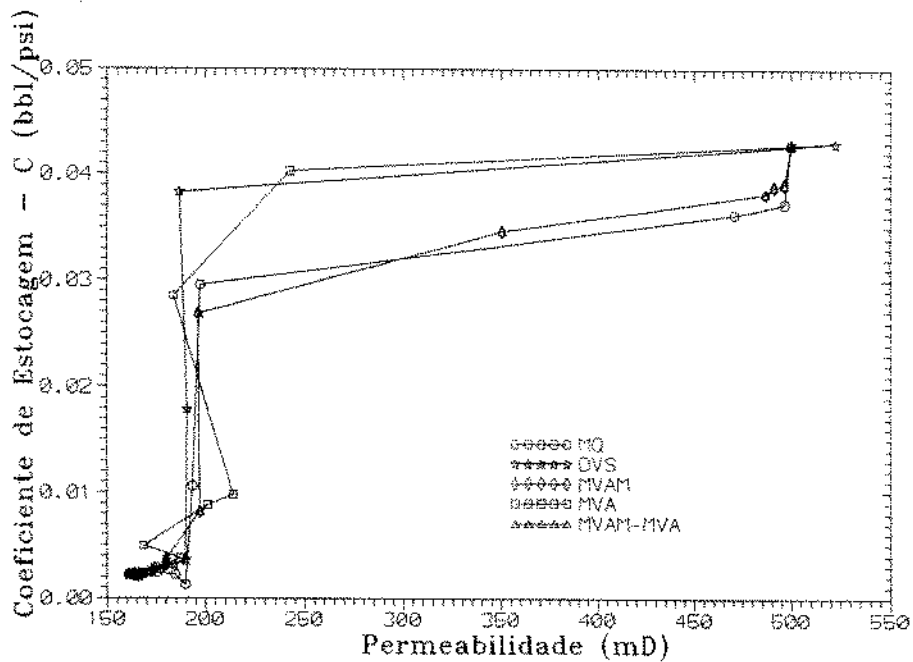


Figura 5.58: Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k-C para os vários métodos. Caso 5.

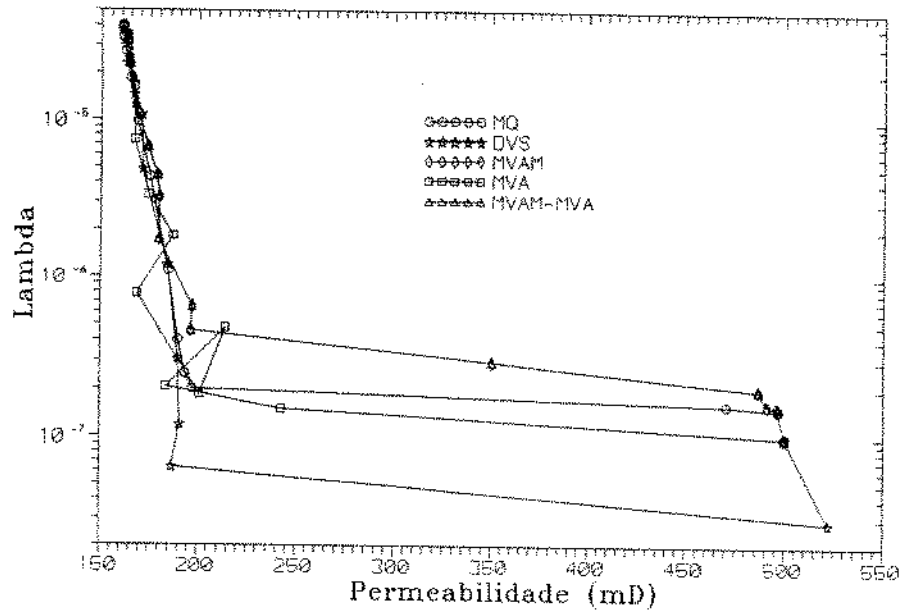


Figura 5.59: Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k - λ para os vários métodos. Caso 5.

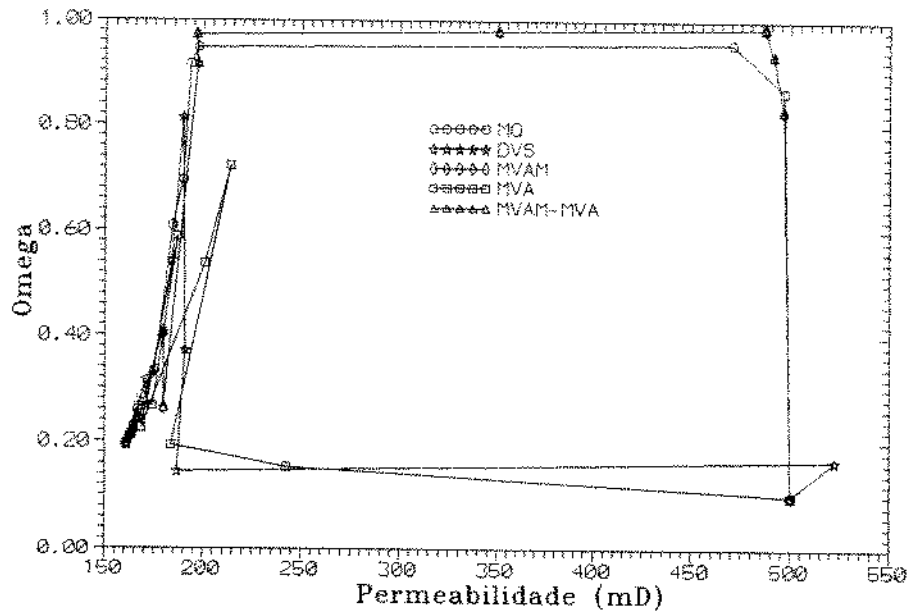


Figura 5.60: Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano k - ω para os vários métodos. Caso 5.

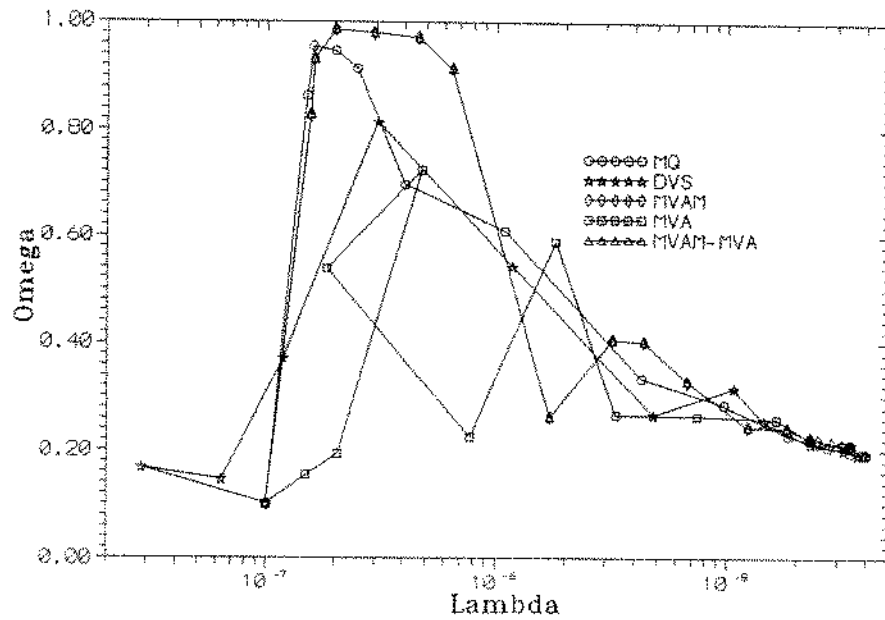


Figura 5.61: Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano λ - ω para os vários métodos. Caso 5.

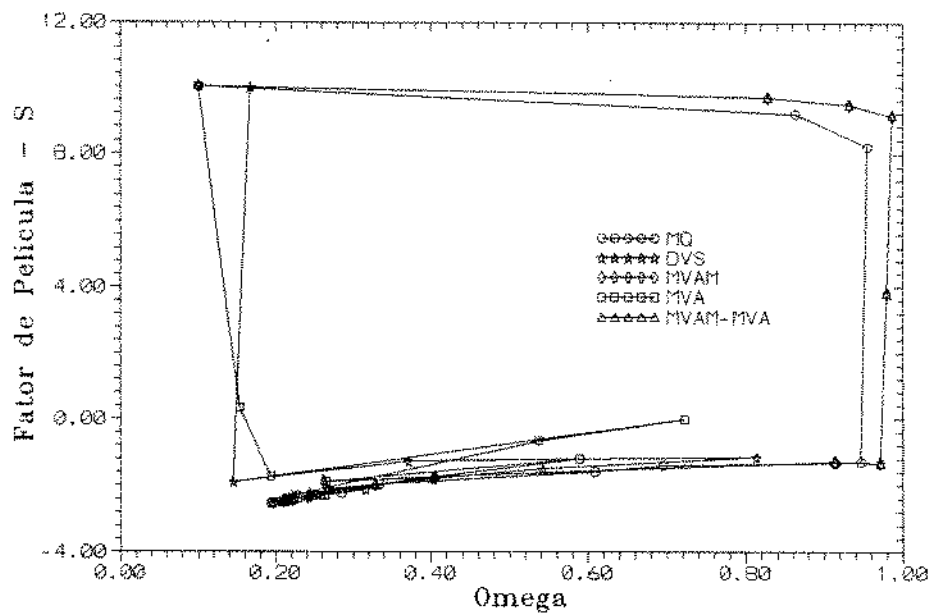


Figura 5.62: Variação dos parâmetros ao longo das iterações no plano S - ω para os vários métodos. Caso 5.

Para o caso 6 foram incluídos ruídos nos dados de pressão do caso 5 (ver tabela 5.25) para uma melhor análise da capacidade dos métodos de excluí-los automaticamente dos cálculos.

O resultado desta análise está mostrado nas tabelas 5.26 e 5.27, onde novamente fica clara a dificuldade que os métodos baseados na norma L2 tem de lidar com dados contendo ruído, seja sua origem intrínseca à obtenção dos dados, seja por posterior procedimento de cálculo.

Para comparar a robustez destes métodos frente às estimativas iniciais da tabela 5.23, foi elaborada a tabela 5.28. Nela observa-se novamente a melhor robustez do método MVAM comparado aos outros métodos, pois ele só divergiu duas vezes. Nota-se também que o método MVA, quando converge, não tem problemas com o algoritmo de procura linear, o que é comum nos métodos MQ, MVAM e DVS. Novamente o método NM não teve bom desempenho, convergindo somente em seis das dezesseis tentativas.

Nas figuras 5.63 e 5.64 pode-se observar o comportamento da pressão e da derivada em função do tempo em escalas log-log e semi-log. Nota-se que os resultados dos métodos baseados tanto na norma L1 como na norma L2 são equivalentes, porém. Conforme comentado acima, no entanto, os métodos baseados na minimização da norma L2 convergiram com menor frequência do que aqueles baseados na norma L1.

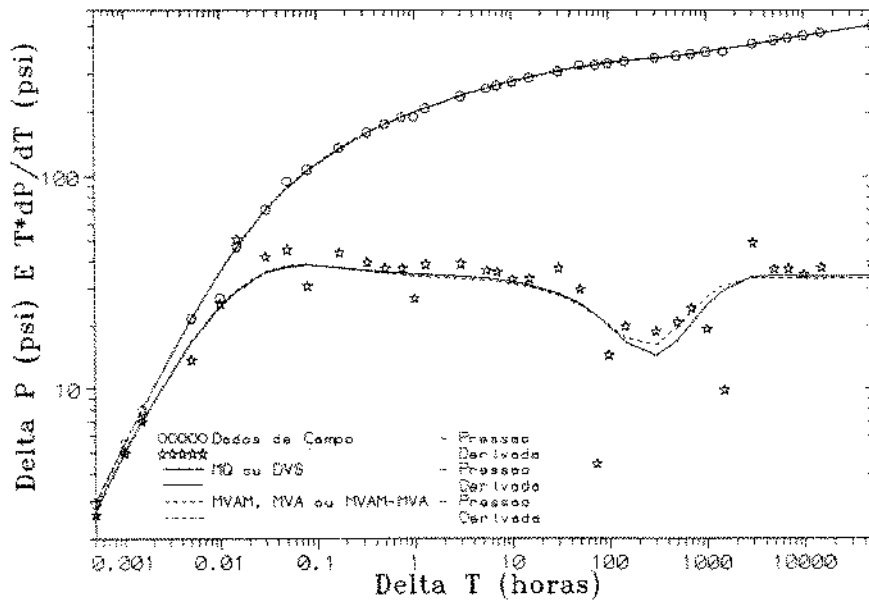


Figura 5.63: Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala log-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 6.

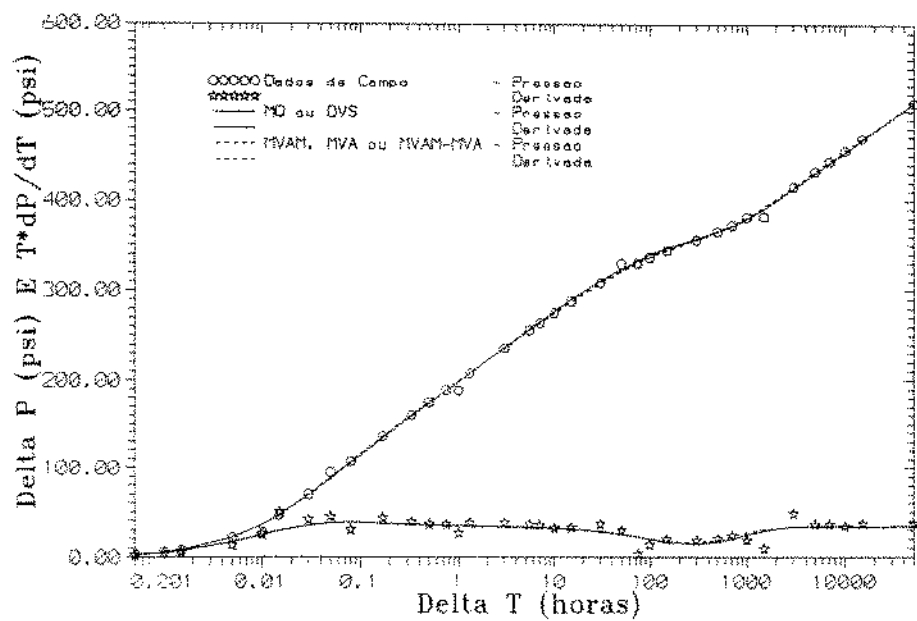


Figura 5.64: Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 6.

Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão Real (psi)	Queda de Pressão Modificada (psi)
0.0100	35.986	27.000
0.0500	89.008	95.000
1.0000	199.189	189.000
50.000	321.547	330.000
150.00	393.109	382.000

Tabela 5.25: Ruídos introduzidos nos dados de pressão. Caso 6.

Met.	Tipo Dado	k		S		C		λ	
		(mD)	+/- %		+/- %	(1)	+/- %	(2)	+/- %
MQ	P	160.9	0.66	-2.45	1.57	2.22	5.24	3.72	4.12
MQ	P+D	158.6	0.61	-2.64	1.37	2.25	5.08	4.60	3.46
DVS	P	162.0	—	-2.50	—	2.26	—	3.20	—
DVS	P+D	158.4	—	-2.65	—	2.19	—	4.54	—
MVAM	P	163.0	<0.01	-2.45	<0.01	2.23	0.01	3.47	0.01
MVAM	P+D	162.5	0.09	-2.47	0.23	2.24	0.72	3.64	0.03
MVA	P	163.0	0.01	-2.45	0.01	2.23	0.06	3.47	0.04
MVA	P+D	163.0	0.01	-2.45	0.01	2.23	0.05	3.47	0.04
(3)	P	163.0	<0.01	-2.45	<0.01	2.23	0.01	3.47	0.01
(3)	P+D	163.0	<0.01	-2.45	0.01	2.23	0.03	3.47	0.03
NM	P	152.1	—	-2.86	—	2.10	—	9.18	—
NM	P+D	151.0	—	-2.87	—	2.18	—	9.06	—

(1) - 10^{-3} bbl/psi

(2) - 10^{-5}

(3) - MVAM-MVA

P - dados de pressão.

D - dados da derivada.

P+D - dados de pressão e da derivada.

Estimativas Iniciais:

$k = 100.$ mD

$S = 1.0$

$C = 0.01$ bbl/psi

$\lambda = 10^{-5}$

$\omega = 0.05$

Tabela 5.26: Comparação do Desempenho de Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 6.

Método	Dados	ω	+/- %	MQR (<i>psi</i> ² /ponto)	MRA (<i>psi</i> /ponto)	Iterações
MQ	P	0.189	4.30	10.814	1.718	10
MQ	P+D	0.164	3.97	34.098	3.765	09
DVS	P	0.210	—	11.4041	1.803	11
DVS	P+D	0.164	—	34.024	3.733	19
MVAM	P	0.210	0.01	11.537	1.242	13
MVAM	P+D	0.210	0.53	35.407	3.450	09
MVA	P	0.210	0.04	11.537	1.243	13
MVA	P+D	0.210	0.04	35.550	3.405	13
(1)	P	0.210	0.01	11.537	1.242	12
(1)	P+D	0.210	0.03	35.550	3.405	13
NM	P	0.132	—	15.760	2.960	345
NM	P+D	0.123	—	14.937*	1.837*	255

(1) - MVAM - MVA
MQR - média dos quadrados dos resíduos.
MRA - média dos resíduos absolutos.
* - função objetivo modificada.

Tabela 5.27: Comparação do Desempenho de Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 6.

(1)	Método	N.Iter e Tipo de Dados		(1)	Método	N.Iter e Tipo de Dados	
		P	P+D			P	P+D
A	MQ	12	27	B	MQ	14	22*
	MVAM	15	17		MVAM	22	14*
	MVA	37	16		MVA	(2)	(2)
	(3)	14	21		(3)	18	17*
	DVS	20	(2)		DVS	25	(2)
	NM	576	292		NM	(2)	155
C	MQ	(2)	(2)	D	MQ	13*	16*
	MVAM	(2)	31*		MVAM	17	20*
	MVA	(2)	(2)		MVA	11	11
	(3)	(2)	27		(3)	12	21
	DVS	(2)	18		DVS	(2)	(2)
	NM	528	198		NM	(2)	(2)
E	MQ	09*	14*	F	MQ	(2)	(2)
	MVAM	11*	15*		MVAM	(2)	28*
	MVA	15	14		MVA	(2)	(2)
	(3)	11	12		(3)	(2)	26
	DVS	19*	14*		DVS	32*	13*
	NM	(2)	356		NM	(2)	(2)
G	MQ	12*	16*	H	MQ	16*	14*
	MVAM	31*	20*		MVAM	15	19*
	MVA	11	11		MVA	14	15
	(3)	17*	22		(3)	15	18
	DVS	20*	15*		DVS	12	19*
	NM	(2)	(2)		NM	(2)	(2)

- (1) - estimativa inicial.
- (2) - não convergiu.
- (3) - MVAM-MVA
- (*) - falha alg. proc. linear.

Tabela 5.28: Resultados dos Vários Métodos de Regressão. Caso 6 . Estimativas iniciais na tabela 5.23.

A seguir foi examinado o comportamento dos métodos frente a um caso real de dupla porosidade. Este caso foi obtido da referência [32]. Trata-se de um período de estática após um fluxo de 23.55 horas. Novamente foi utilizado o tempo equivalente de Agarwal para analisar os dados. Nas tabelas 5.29 e 5.30 estão tabulados os dados de reservatório e os de pressão versus tempo, respectivamente.

É interessante notar que neste caso existiu convergência para mais de um mínimo, existindo dois mínimos quando foi efetuada regressão somente nos dados de pressão, tanto para a norma L1 como para a norma L2. Já para a regressão efetuada no conjunto de dados de pressão mais derivada, a norma L1 apresentou apenas 2 mínimos e a norma L2 quatro. Os valores para os quais cada tentativa convergiu podem ser observados na tabela 5.32. A seguir testamos a robustez dos métodos aqui analisados (MQ, MVAM, MVA, MVAM-MVA, DVS e NM) frente às estimativas iniciais mostradas na tabela 5.33. Os resultados desta análise estão mostrados na tabela 5.34. Através desta tabela, pode-se concluir que a dificuldade encontrada pela maioria dos métodos em convergir deve-se em parte a dois fatores: um tempo de estática não longo o suficiente para se atingir o comportamento radial infinito (ou a segunda reta no semi-log) e provavelmente uma correlação imperfeita entre os dados e o modelo de reservatório admitido (Warren e Root, pois quando se optou pelo modelo transiente não houve convergência). Outro fato interessante é que existiu uma estimativa inicial (E) na qual só houve convergência para o método MVAM-MVA aplicado aos dados de pressão. Este fato a princípio pode parecer estranho, pois o MVAM não convergiu quando aplicado aos dados de pressão e o método combinado sim. No entanto, para se conseguir a convergência, optou-se por deixar o programa trocar de método (do MVAM para o MVA) mesmo que houvesse falha no algoritmo de procura linear durante o período em que se utilizou o MVAM, e foi o que aconteceu neste caso. Também deve-se ressaltar que o método DVS só convergiu duas vezes e o NM só uma. Foram consideradas convergências bem sucedidas somente os casos em que os métodos convergiram para os pontos A1P, A1PD, A2P e A2PD (vide tabela 5.32).

Nas figuras 5.65 e 5.66 estão mostrados os resultados das regressões efetuadas sobre os dados de pressão com os métodos baseados nas norma L1 e L2 comparados aos dados de campo, enquanto que nas figuras 5.67 e 5.68 estão os resultados dos mesmos métodos quando aplicados ao conjunto de dados de pressão mais derivada.

Tempo de Produção	= 23.55 horas
Vazão de Teste	= 830.0 STB/d
Raio do Poço	= 0.290 pés
Porosidade	= 0.050
Espessura	= 7.0 pés
Viscosidade	= 0.3000 cp
Compressibilidade Total	= 20.0×10^{-6} 1/psi
Fator Volume de Formação	= 1.500 bbl/STB

Tabela 5.29: Dados de reservatório para o caso 7.

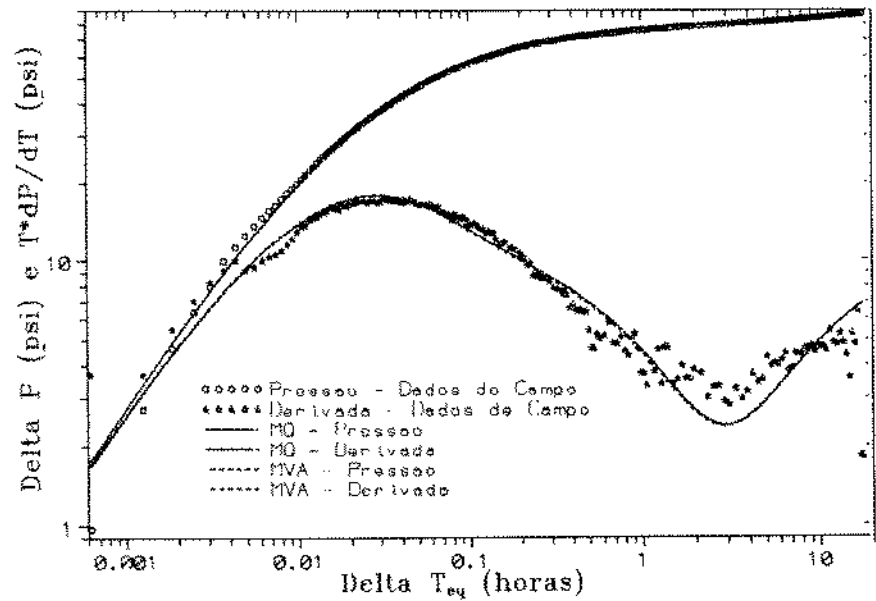


Figura 5.65: Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala log log, para regressão no conjunto de dados de pressão. Caso 7.

Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)	Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)	Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)
.000621	.970000	.019874	30.500000	.069570	51.420
.001247	2.740000	.021115	31.410000	.072667	52.130
.001862	4.650000	.021741	31.920000	.075775	52.920
.002488	6.410000	.022356	32.330000	.078884	53.330
.003103	7.930000	.022982	33.000000	.081992	54.010
.003729	9.970000	.024223	33.740000	.085100	54.530
.004344	11.290000	.025464	34.620000	.088823	55.080
.004970	12.530000	.026705	35.370000	.091305	55.490
.005585	13.680000	.027946	36.170000	.094413	56.010
.006211	14.720000	.029198	36.990000	.097521	56.550
.006837	15.620000	.030439	37.580000	.100618	56.850
.007452	16.400000	.031680	38.400000	.103726	57.340
.008078	17.320000	.032921	38.970000	.106834	57.740
.008693	18.190000	.034162	39.680000	.111798	58.480
.009319	18.930000	.035403	40.150000	.116148	58.890
.009934	19.820000	.036644	40.880000	.120810	59.520
.010561	20.590000	.037885	41.430000	.125472	59.840
.011175	21.370000	.039126	41.900000	.130437	60.450
.011802	22.120000	.040378	42.490000	.134786	60.900
.012428	22.950000	.041619	43.000000	.139750	61.260
.013043	23.690000	.043475	43.750000	.144099	61.650
.013669	24.540000	.045342	44.490000	.153423	62.380
.014284	25.080000	.047210	45.040000	.162737	63.080
.014910	25.800000	.049066	45.880000	.173291	63.870
.015525	26.420000	.050933	46.320000	.181374	64.460
.016151	26.980000	.053415	47.310000	.190687	64.930
.016766	27.570000	.055897	48.000000	.200001	65.360
.017392	28.120000	.059005	48.970000	.209325	65.780
.018018	28.730000	.061487	49.750000	.218638	66.200
.018633	29.360000	.063980	50.110000	.227951	66.640
.019259	29.790000	.066462	50.750000		

Tabela 5.30: Dados de pressão versus tempo para o caso 7.

Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)	Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)	Tempo de Teste (horas)	Queda de Pressão (psi)
.237276	67.04	.908096	75.44	5.305700	81.80
.246589	67.40	.945360	75.61	5.585210	81.81
.255902	67.71	.982624	75.92	5.864710	82.12
.265227	68.00	1.019900	75.98	6.144220	82.24
.274540	68.35	1.057160	75.78	6.423730	82.49
.293178	68.91	1.113070	76.22	6.703240	82.63
.311804	69.13	1.168970	76.58	6.982750	82.82
.330442	69.70	1.224870	76.81	7.262260	83.04
.349079	70.10	1.280780	76.65	7.541770	83.17
.358393	70.40	1.336680	76.98	7.914410	83.38
.367706	70.53	1.392580	77.16	8.287160	83.70
.386343	70.95	1.485740	77.25	8.659800	83.70
.404981	71.35	1.578920	77.95	9.032440	83.87
.423607	71.59	1.672090	77.77	9.405190	84.09
.442245	71.94	1.765250	78.14	9.777830	84.39
.460883	72.21	1.858430	78.21	10.150500	84.44
.479509	72.42	1.951600	78.39	10.523200	84.76
.498147	72.32	2.137940	78.66	10.895900	84.80
.516784	72.47	2.324270	78.93	11.454900	85.18
.535411	72.73	2.510610	79.23	12.013900	85.32
.554048	72.92	2.696960	79.55	12.573000	85.59
.572686	73.21	2.883290	79.63	13.132000	85.78
.609950	73.70	3.069630	79.82	13.691000	86.10
.647214	73.75	3.349140	80.19	14.250000	86.20
.684489	73.81	3.628650	80.37	14.809000	86.55
.721754	74.39	3.908150	80.37	15.368000	86.46
.759018	74.76	4.187660	80.79	15.927100	86.72
.796293	75.05	4.467170	81.09	16.486100	86.79
.833557	75.32	4.746680	81.23	17.045100	87.17
.870821	75.11	5.026190	81.46	17.605900	87.23

Tabela 5.31: Dados de pressão versus tempo para o caso 7.

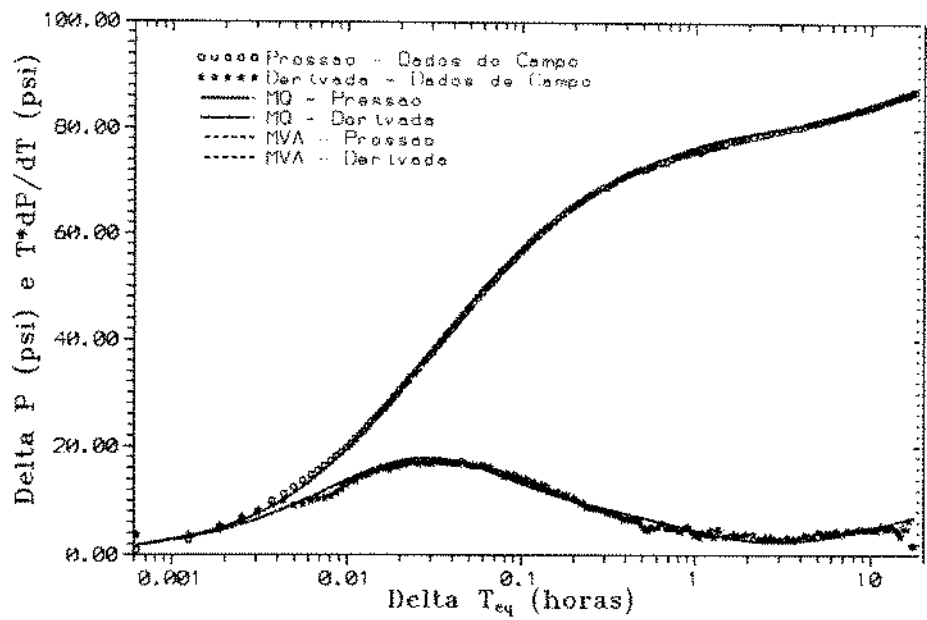


Figura 5.66: Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão nos dados de pressão. Caso 7.

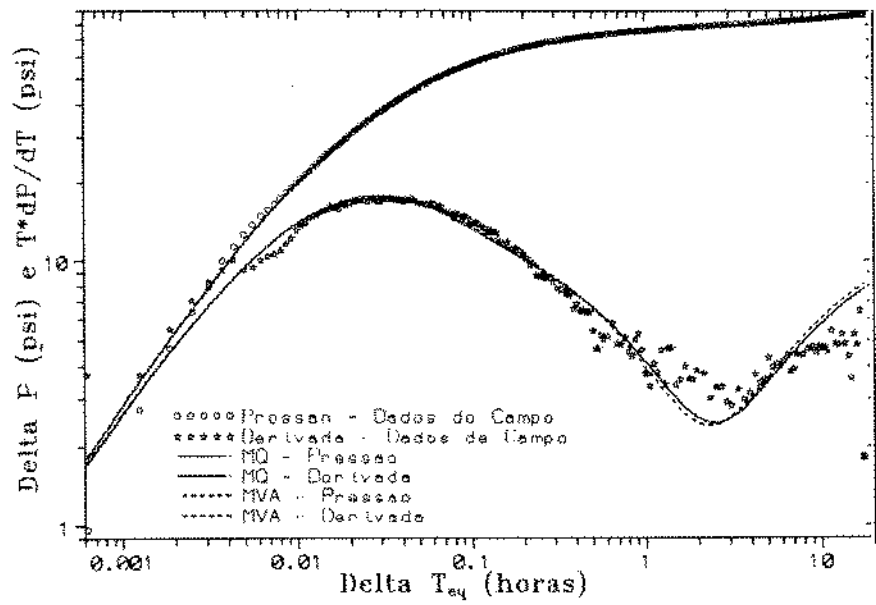


Figura 5.67: Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala log log, para regressão nos dados de pressão e da derivada. Caso 7.

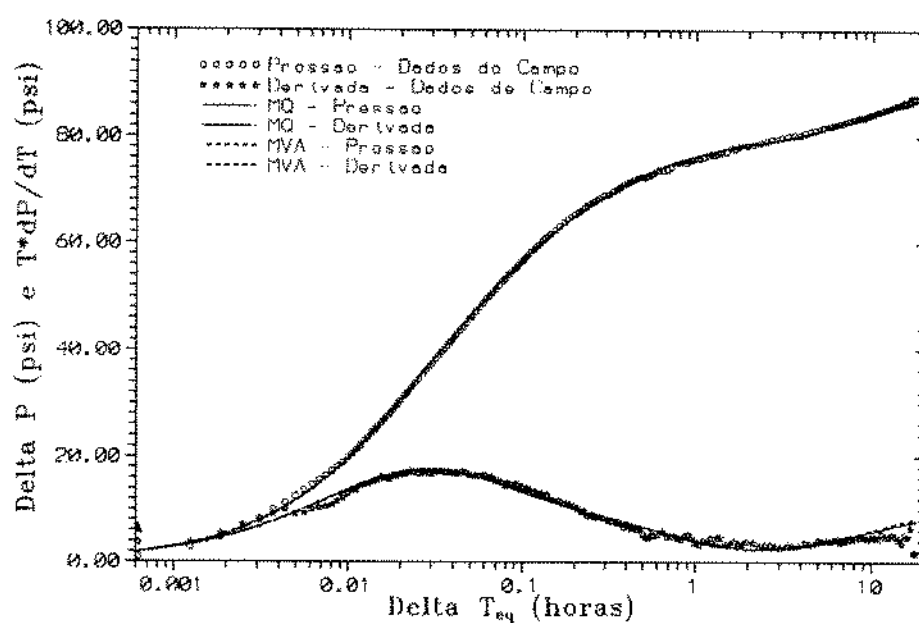


Figura 5.68: Pressão e Derivada de Pressão versus Tempo em escala semi-log, para regressão no conjunto de dados de pressão e da derivada. Caso 7.

Ponto	k (mD)	S	C (bbl/psi)	λ 10^{-5}	ω	MQR (psi^2 /ponto)	MRA (psi /ponto)
A1P	361.9	-5.200	0.0161	74.06	0.0658	0.140	0.283
B1P	837.2	-0.127	0.0240	3.010	0.0210	2.300	1.267
A1PD	403.9	-4.848	0.0173	26.69	0.0738	0.605	0.573
B1PD	795.8	-0.555	0.0243	7.889	0.0083	3.139	1.461
A2P	379.2	-5.050	0.0164	49.80	0.0711	0.130	0.294
B2P	771.0	-0.731	0.0231	13.56	0.0546	2.118	1.322
A2PD	397.7	-4.920	0.0171	30.73	0.0719	0.592	0.578
B2PD	504.0	-3.742	0.0197	2.785	0.1590	0.941	0.766
C2PD	542.7	-3.320	0.0205	0.739	0.1630	2.452	1.390
D2PD	743.3	-0.990	0.0235	18.36	0.0379	2.938	1.495

Intervalos de Confiança					
Ponto	k (+/- %)	S (+/- %)	C (+/- %)	λ (+/- %)	ω (+/- %)
A1P	0.08	0.05	0.08	0.16	0.21
B1P	0.08	5.49	0.36	25.32	23.61
A1PD	0.11	0.10	0.11	0.18	0.28
B1PD	0.09	1.32	0.17	8.92	9.02
A2P	0.23	0.18	0.23	0.36	0.61
B2P	0.26	2.66	0.80	61.13	24.61
A2PD	0.17	0.15	0.18	0.33	0.54
B2PD	0.20	0.30	0.15	0.56	0.75
C2PD	0.20	0.30	0.15	0.79	0.81
D2PD	0.16	1.11	0.29	13.96	8.96

- 1 - norma L1
- 2 - norma L2
- P - dados de pressão.
- PD - dados de pressão e da derivada.

Tabela 5.32: Pontos de mínimos locais e mínimo absoluto para os dados do caso 7 quando submetidos às normas L1 e L2.

Estim. Inicial	k (mD)	S	C (bbl/psi)	λ	ω
A	100.	1.	0.001	$1*10^{-6}$	0.01
B	100.	15.	0.10	$1*10^{-6}$	0.01
C	100.	1.	0.01	$1*10^{-6}$	0.01
D	100.	1.	0.01	$1*10^{-4}$	0.01
E	100.	1.	0.01	$1*10^{-7}$	0.25
F	250.	1.	0.01	$1*10^{-5}$	0.50
G	10.	1.	0.02	$1*10^{-6}$	0.05
H	1.	1.	0.005	$5*10^{-6}$	0.10
I	250.	-5.	0.015	$1*10^{-4}$	0.10
J	100.	-5.	0.01	$1*10^{-5}$	0.50
K	100.	1.	0.01	$1*10^{-6}$	0.01

Tabela 5.33: Estimativas Iniciais Utilizadas para Vários Métodos de Regressão para os dados do caso 7.

(1)	Método	N.Iter e Tipo de Dados		(1)	Método	N.Iter e Tipo de Dados	
		P	P+D			P	P+D
A	MQ	**	08	B	MQ	**	**
	MVAM	22	12		MVAM	07	**
	MVA	**	**		MVA	**	**
	(2)	16	13		(2)	15	**
	DVS	**	**		DVS	**	**
	NM	**	**		NM	**	**
C	MQ	13	13	D	MQ	**	**
	MVAM	12	17		MVAM	17	**
	MVA	**	**		MVA	**	**
	(2)	15	15		(2)	12	**
	DVS	**	**		DVS	**	**
	NM	**	**		NM	**	**
E	MQ	**	**	F	MQ	15	**
	MVAM	**	**		MVAM	09	**
	MVA	**	**		MVA	**	**
	(2)	22	**		(2)	**	**
	DVS	**	**		DVS	**	**
	NM	**	**		NM	**	**
G	MQ	**	24	H	MQ	18	**
	MVAM	19	15		MVAM	**	20
	MVA	**	**		MVA	**	**
	(2)	12	15		(2)	19	**
	DVS	**	**		DVS	**	**
	NM	**	**		NM	**	**
I	MQ	08	07	J	MQ	**	**
	MVAM	16	12		MVAM	05	07
	MVA	**	**		MVA	**	10
	(2)	09	12		(2)	05	13
	DVS	18	**		DVS	14	**
	NM	258	**		NM	**	**
K	MQ	**	07				
	MVAM	06	16				
	MVA	**	24				
	(2)	12	15				
	DVS	**	**				
	NM	**	**				

(1) - estimativa inicial.
(2) - MVAM-MVA
(**) - não convergiu.

Tabela 5.34: Resultados dos Vários Métodos de Regressão. Caso 7 . Estimativas iniciais na tabela 5.33 .

6 CONCLUSÕES e RECOMENDAÇÕES.

1. Os métodos de regressão não linear permitem obter os parâmetros da formação através da análise de testes de pressão em poços de petróleo em casos onde a análise convencional não obtém bons resultados.
2. Os métodos baseados na norma L1 se mostraram capazes de definir subconjuntos de pontos onde o modelo físico-matemático não se aplica ou se aplica parcialmente, atribuindo menor peso a estas regiões e/ou pontos durante a estimativa dos parâmetros.
3. A análise estatística dos resultados demonstrou que os métodos baseados na norma L1 obtém menores intervalos de confiança quando comparados com os resultados obtidos pelos métodos baseados na norma L2.
4. A utilização da função penalidade proposta neste trabalho, quando possível, evitou, para algumas estimativas iniciais, problemas com divergência.
5. A mudança no domínio dos parâmetros proposta neste trabalho só trouxe melhores resultados no caso do método de Nelder-Mead, onde se mostrou imprescindível para os parâmetros k (permeabilidade), C (coeficiente de estocagem) e λ (coeficiente de fluxo interporoso), porém para os outros dois parâmetros, S (fator de película) e ω (razão de armazenamento), não se mostrou eficaz.
6. Dentre os métodos analisados, o método de mínimos valores absolutos modificado (MVAM) e o método combinado (MVAM-MVA) mostraram-se mais robustos em relação ao número de iterações e principalmente quanto à convergência a partir de estimativas iniciais pobres.
7. O método de decomposição em valores singulares, apesar de ser recomendado na literatura para minimização da norma L2 em problemas mal condicionados, não se mostrou eficiente.
8. O método de Nelder-Mead, devido à sua fácil implementação, seria recomendável para problemas em que a função objetivo fosse complexa e/ou não apresentasse derivadas analíticas, porém necessita de um estudo mais aprofundado para acelerar a sua convergência.
9. A aplicação da regressão não linear sobre o conjunto de dados de pressão mais derivada garante maior robustez aos métodos, principalmente quando já existe algum ruído nos dados de pressão.
10. O uso de somente os dados da derivada numa regressão não produz bons resultados.
11. O uso da curva da derivada, apesar de fornecer resultados piores que aqueles fornecidos pela curva de pressão ou pelo conjunto de pressão mais derivada, apresenta melhor performance no que diz respeito à robustez frente a estimativas iniciais ruins,

devido ao melhor caráter que esta curva possui em comparação com a curva de pressão. Uma possibilidade seria a utilização de uma regressão inicial sobre a curva da derivada, servindo estes resultados como estimativas iniciais para uma nova regressão sobre os dados de pressão ou sobre o conjunto de dados de pressão mais derivada.

12. No caso de modelo de reservatório de dupla porosidade, o problema se mostrou mal condicionado causando dificuldades de convergência. Quando foi analisado um caso real, foram encontrados mais de um mínimo na superfície analisada (tanto na norma L1 como na L2). Esta dificuldade de convergência pode ser explicada pela influência de alguns parâmetros somente na transição entre as duas retas semi-log.
13. O modelo de dupla porosidade mostrou-se pouco sensível ao parâmetro de coeficiente de fluxo interporoso (λ).
14. Sugere-se o estudo de novas funções para mudança de domínio, com o objetivo de restringir a otimização a regiões onde os parâmetros apresentem significado físico-matemático. Estas novas funções teriam aplicabilidade imediata aos métodos de decomposição em valores singulares (DVS), de mínimos valores absolutos (MVA) e de Nelder-Mead (NM).

NOMENCLATURA

- B = fator volume de formação, RB/STB ($m^3/m^3 std$).
 c = compressibilidade, psi^{-1} (Pa^{-1}).
 C = coeficiente de estocagem, bbl/psi (m^3/Pa).
 D = matriz diagonal.
 DVS = decomposição em valores singulares.
 E_1 = função objetivo para a norma L1, psi (Pa).
 E_2 = função objetivo para a norma L2, psi^2 (Pa^2).
 F = solução analítica da função analisada.
 h = altura do reservatório, pés (m).
 H = matriz Hessiana.
 K_0 = função de Bessel modificada de ordem zero.
 K_1 = função de Bessel modificada de ordem um.
 k = permeabilidade absoluta, mD (m^2).
 MQ = mínimos quadrados.
 MQR = média dos quadrados dos resíduos, $psi^2/ponto$ ($Pa^2/ponto$).
 MVA = mínimos valores absolutos.
 $MVAM$ = mínimos valores absolutos modificado.
 MRA = média dos resíduos absolutos, $psi/ponto$ ($Pa/ponto$).
 n = função densidade.
 NM = Nelder Mead.
 $npar$ = número de parâmetros.
 $npon$ = número de pontos.
 p = pressão, psi (Pa).
 q = vazão nas condições de superfície, STB/d (m^3/s).
 r = distância radial, pés (m).
 S = fator de película, adimensional.
 t = tempo, horas (s).
 u = variável no espaço de Laplace.
 V = volume, ft^3 (m^3).
 x = variável genérica, exemplo t
 y = variável dependente genérica, exemplo p

Letras gregas

$\vec{\alpha}$ = vetor de parâmetros a serem determinados.
 β = diferença entre os parâmetros das iterações n e $n+1$.
 λ = coeficiente de fluxo interporoso, adimensional.
 μ = viscosidade, cp ($Pa.s$).
 φ = média.
 ω = parâmetro de armazenamento, adimensional.
 ϕ = porosidade, fração (fração).
 ρ = parâmetro de relaxação, adimensional.
 σ = desvio padrão.

Subscritos

D = adimensional.
 eq = equivalente.
 f = fluxo.
 fr = fratura.
 i = inicial.
 $L-M$ = Levenberg-Marquardt.
 m = matriz.
 $mod.$ = modificado.
 p = produção.
 t = total.
 w = poço.
 0 = inicial.

Sobreescritos

0 = inicial.

Transformações de Unidades

$bbl/dia = 0.159 \quad m^3/dia$
 $psi = 1.395 * 10^8 \quad Pa$
 $pe = 0.3048 \quad m$
 $mD = 0.897 * 10^{-12} \quad m^2$
 $cp = 10^{-3} \quad Pa.s$
 $bbl/psi = 1.211 * 10^{-9} \quad m^3/Pa$
 $pol = 0.0254 \quad m$

Referências

- [1] Levenberg, K.: "A Method For The Solution Of Certain Problems In Least Squares", Quart. Appl. Math., 2 (1944), pp. 164-168.
- [2] Marquardt, D. W.: "An Algorithm For Least-Squares Estimation Of Nonlinear Parameters", J. Soc. Indust. Appl. Math., Vol. 11, n.2, June, 1963.
- [3] Janhs, H. O.: "A Rapid Method For Obtaining A Two-Dimensional Reservoir Description From Well Pressure Response Data.", Soc. Pet. Eng. J. (December 1966), 315-327.
- [4] Coats, K. H., Dempsey, J. R. e Henderson, J. H.: "A New Technique For Determining Reservoir Description From Field Performance Data.", Soc. Pet. Eng. J. (March 1970), 66-74.
- [5] Thomas, L. K., Hellums, L. J. e Reheis, G. M.: "A Nonlinear Automatic History Matching Technique For Reservoir Simulation Models.", Soc. Pet. Eng. J. (October 1971), 508-514.
- [6] Earlougher, R. C. Jr, Kersch, K. M.: "Field Examples Of Automatic Transient Test Analysis.", J. Pet. Tech. (October 1972) 1271-1277.
- [7] Hernandez, V. M. e Swift, G. W.: "A Method For Determining Reservoir Parameters From Early Drawdown Data.", paper SPE 3982, 47th Annual Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME, San Antonio, Texas, October 8-11 1972.
- [8] Rodgers, J. S., Coble, L. E., Boykin, R. S. e Mokha, J. S.: "Nonlinear Well Test Analysis Reveals Reservoir Boundary Shape.", TECHNOLOGY, Oil and Gas Journal (September 14, 1981) 63-68.
- [9] Rosa, A. J. e Horne, R. N.: "Automated Type-Curve Matching In Well Test Analysis Using Laplace Space Determination Of Parameter Gradients.", paper SPE 12131, 58th Annual Technical Conference of the Society of Petroleum Engineers of AIME, San Francisco, California, October 5-8, 1983.
- [10] Barua, J., Kucuk, F. e Gomez-Angulo, J.: "Application Of Computers In The Analysis Of Well Tests From Fractured Reservoirs.", paper SPE 13662, California Regional Meeting, Bakerfield, California, March 27-29, 1985.
- [11] Barua, J., Horne, R. N., Greenstadt, J. L. e Lopez, L.: "Improved Estimation Algorithms For Automated Type-Curve Analysis Of Well Tests.", paper SPE 14225, Annual Technical Conference of the Society of Petroleum Engineers of AIME, Las Vegas, Nevada, September 22-25, 1985.

- [12] Namba, T. e Horne, R. N.: "An Improved Regression Algorithm For Automated Well Test Analysis.", paper SPE 18161, 63th Annual Technical Conference of the Society of Petroleum Engineers of AIME, Houston, Texas, October 2-5, 1988.
- [13] Gill, P. E. e Murray, W.: "Newton-Type Methods For Unconstrained And Linearly Constrained Optimization.", *Mathematical Programming*, (1974) vol.7, 311-350.
- [14] Rosa, A. J. e Horne, R. N.: "Automated Well Test Analysis Using Robust (LAV) Nonlinear Parameter Estimation.", paper SPE 22679, 66th Annual Technical Conference of the Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas, Texas, October 6-9, 1991.
- [15] Coelho, A. C. D.: "Análise De Testes Em Reservatórios Com Variação Vertical De Permeabilidade", Tese de Mestrado - UNICAMP - Departamento de Engenharia de Petróleo, Campinas, São Paulo, Novembro - 1991.
- [16] Greenstadt, J. L.: "On The Relative Efficiencies Of Gradient Methods.", *Mathematics Of Computation*, 21, 360-367, 1967
- [17] Carvalho, R.S.; Redner, R.A.; Thompson, L.G. e Reynolds, A.C.: "Robust Procedures For Parameter Estimation By Automated Type-Curve Matching.", paper SPE 24732, 67th Annual Technical Conference of the Society of Petroleum Engineers of AIME, Washington, DC, October 4-7, 1992.
- [18] Agarwal, R. G., Al-Hussainy e R., Ramey, H. J. Jr.: "An Investigation Of Wellbore Storage And Skin Effect In Unsteady Liquid Flow: I. Analytical Treatment.", *Soc. Pet. Eng. J.* (September 1970) 279-290.
- [19] Warren, J. E. e Root, P. J.: "Behavior Of Naturally Fractured Reservoirs.", *Soc. Pet. Eng. J.* (September 1963) 245-255.
- [20] De Swaan, A. O.: "Analytic Solutions For Determining Naturally Fractured Reservoir Properties By Well Testing.", paper SPE 5346, 45th Annual California Regional Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME, Ventura, California, April 2-4, 1975.
- [21] Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. e Vetterling, W. T.: "Numerical Recipes.", Cambridge University Press, Cambridge, 1988.
- [22] Rosa, A. J.: "Automated Type Curve Matching In Well Test Analysis.", Tese de Mestrado - Stanford University, Stanford, California, Março - 1983.
- [23] El-Attar, R.A., Vidyasagar, M. e Dutta, S.R.K.: "An Algorithm for L1-Norm Minimization With Application To Nonlinear L1 Approximation.", *SIAM J. Num. Anal.* (February 1979), 16, N. 1, 70-86.

- [24] Schlossmacher, E. J.: "An Iterative Technique For Absolute Deviations Curve Fitting.", *Journal of the American Statistical Association*, December 1973, Volume 68, Number 344.
- [25] Mathews, J.N.: "Numerical Methods For Mathematics, Science And Engineering."; Prentice-Hall International, Inc.; New Jersey; 1992.
- [26] Hartley, H.O.: "Exact Confidence Regions For The Parameters In Nonlinear Regressions Laws.", *Biometrika* (1964), vol. 51, 347.
- [27] Dogru, A.N., Dixon, T.N. e Edgar, T.F.: "Confidence Limits On The Parameters And Predictions Of Slightly Compressible, Single-Phase Reservoirs.", *Soc. Pet. Eng. J.* (February 1977), 42-56.
- [28] Stehfest, H.: "Numerical Inversion Of Laplace Transforms. ", *Communications Of The ACM* (January 1970), 13, N.1, Algorithm 368.
- [29] Bourgeois, M.J. e Horne, R.N.: "Well Test Model Recognition Using Laplace Space.", paper SPE 22682, 66th Annual Technical Conference of the Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas, Texas, October 6-9, 1991.
- [30] Ramey Jr, H.J.: "Advances In Practical Well-Test Analysis", *JPT* (June 1992).
- [31] Rosa, A. J.: "Reservoir Description By Well Test Analysis Using Cyclic Flow Rate Variation.", Tese de Doutorado - Stanford University, Stanford, California, September - 1991.
- [32] Bourdet, D., Ayoub, J.A., Whittle, T.M., Pirard, Y.M. e Kniazeff, V.: "Interpreting Well Tests In Fractured Reservoirs.", *World Oil*, Oct. 1983 (77-87).
- [33] Bourdet, D., Ayoub, J.A. e Pirard, Y.M.: "Use Of Pressure Derivative In Well Test Interpretation.", *SPEFE* (Jun 1989).

A ALGORÍTMO DE PROCURA LINEAR.

Neste apêndice será apresentado o algoritmo de procura linear utilizado neste trabalho.

Através deste algoritmo evita-se que os métodos caminhem através de regiões onde os parâmetros de regressão não tem significado físico-matemático ou que os novos pontos determinados a cada iteração tenham resíduos maiores que os dos pontos anteriores. Este algoritmo pode ser resumido como:

```

 $m = 0$ 
A    $\rho = 0.5^m$ 
 $\alpha_i^{n+1} = \alpha_i^n + \rho * \delta_i \quad (i = 1, npar)$ 
Se  $\alpha_i^{n+1} > limite_i$ , então  $(i = 1, npar)$ 
     $m = m + 1$ 
    Se  $m > 10$  PARE
    va para A
Fim do Se
Calcule  $Residuo^{n+1}$ 
Se  $Residuo^{n+1} > Residuo^n$ , então
     $m = m + 1$ 
    Se  $m > 10$  PARE
    va para A
Fim do Se

```

B DERIVADAS ANALÍTICAS DA QUEDA DE PRESSÃO EM RELAÇÃO AOS PARÂMETROS DE REGRESSÃO PARA RESERVATÓRIO HOMOGENEO INFINITO.

Neste apêndice está demonstrada a obtenção analítica das derivadas da queda de pressão em relação aos tres parâmetros de regressão.

A expressão para $\overline{\Delta p_{wD}}$ é dada pela equação 3.11.

Definindo:

$$c_1 = \sqrt{\phi \mu c_t r_w^2} \quad (B.1)$$

$$c_2 = 2\pi h / \mu \quad (B.2)$$

$$\alpha = c_1 / \sqrt{k} \quad (B.3)$$

$$\beta = c_2 k / 2\pi \quad (B.4)$$

então:

$$\overline{\Delta p_{wf}} = \frac{qB/u}{\frac{c_1 c_2 \sqrt{ku} K_1(c_1 \sqrt{u/k})}{K_0(c_1 \sqrt{u/k}) + c_1 S \sqrt{u/k} K_1(c_1 \sqrt{u/k})} + Cu} \quad (B.5)$$

Definindo:

$$AUX_1 = c_1 c_2 \sqrt{ku} K_1(c_1 \sqrt{u/k}) \quad (B.6)$$

$$AUX_2 = K_0(c_1 \sqrt{u/k}) + c_1 S \sqrt{u/k} K_1(c_1 \sqrt{u/k}) \quad (B.7)$$

podemos escrever:

$$\overline{\Delta p_{wf}}(\tilde{\alpha}, u) = \frac{qB/u}{\frac{AUX_1}{AUX_2} + Cu} \quad (B.8)$$

Então a derivada em relação a k é:

$$\frac{\partial \overline{\Delta p_w f}}{\partial k} = -\frac{qB}{u} \frac{AUX_4 \cdot AUX_2 - AUX_1 \cdot AUX_5}{AUX_2^2 \cdot AUX_3} \quad (\text{B.9})$$

onde:

$$AUX_3 = \left[\frac{AUX_1}{AUX_2} + Cu \right]^2 \quad (\text{B.10})$$

$$AUX_4 = \frac{c_1 c_2 \sqrt{u}}{2k} \left[\sqrt{k} K_1(c_1 \sqrt{u/k}) - c_1 \sqrt{u} K_1'(c_1 \sqrt{u/k}) \right] \quad (\text{B.11})$$

$$AUX_5 = \frac{c_1 \sqrt{u}}{2} \left\{ \frac{K_1(c_1 \sqrt{u/k})}{k \sqrt{k}} - \frac{S}{k^2} \left[\sqrt{k} K_1(c_1 \sqrt{u/k}) + c_1 \sqrt{u} K_1'(c_1 \sqrt{u/k}) \right] \right\} \quad (\text{B.12})$$

As outras derivadas são:

$$\frac{\partial \overline{\Delta p_w f}}{\partial S} = \frac{qB c_2 k \alpha^2 [K_1(\alpha \sqrt{u})]^2}{AUX_3 \cdot AUX_2^2} \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{\partial \overline{\Delta p_w f}}{\partial C} = \frac{qB}{AUX_3} \quad (\text{B.14})$$

C ESQUEMA DE OBTENÇÃO NUMÉRICA DA DERIVADA DA QUEDA DE PRESSÃO PARA RESERVATÓRIO DE DUPLA POROSIDADE EM RELAÇÃO AOS PARÂMETROS DE REGRESSÃO.

Para se obter as derivadas deste modelo, optou-se por um esquema numérico devido à complexidade da solução analítica. Este esquema pode ser descrito como:

Se $par_i \neq 0$ então	$(i = 1, npar)$
	$\Delta x_i = par_i * 10^{-9}$
Senão	
	$\Delta x_i = 10^{-9}$
Fim do Se	
Calcule $Fun(par + \Delta x_i, i = 1, npar)$	
$\frac{\partial Fun}{\partial par_i} = \frac{Fun(par + \Delta x_i) - Fun(par)}{\Delta x_i}$	$(i = 1, npar)$

D ESQUEMA DE OBTENÇÃO NUMÉRICA DA DERIVADA DA QUEDA DE PRESSÃO EM RELAÇÃO AO LOGARÍTMO DO TEMPO.

Para se obter a derivada logarítmica utilizou-se do procedimento apresentado na referência [33]. Este procedimento pode ser descrito como:

Faça $i = 2$ a $n_{pon} - 1$

Se $\log(t_i/t_1) < 0.1$ então

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial \ln t} = t_i * \frac{\Delta p_i - \Delta p_1}{t_i - t_1}$$

Senão

Se $[\log(t_{npon}/t_i) > 0.1]$ então

$$j = i + 1$$

Faça enqto $[\log(t_j/t_i) < 0.1]$

$$j = j + 1$$

Fim do enqto

$$AUX_2 = t_j - t_i$$

$$AUX_4 = \Delta p_j - \Delta p_i$$

$$j = i - 1$$

Faça enqto $[\log(t_i/t_j) < 0.1]$

$$j = j - 1$$

Fim do enqto

$$AUX_1 = t_i - t_j$$

$$AUX_3 = \Delta p_i - \Delta p_j$$

$$AUX = \frac{(AUX_2 * AUX_3 / AUX_1 + AUX_1 * AUX_4 / AUX_2)}{(AUX_1 + AUX_2)}$$

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial \ln t} = t_i * AUX$$

Senão

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial \ln t} = t_i * \frac{\Delta p_{npon} - \Delta p_i}{t_{npon} - t_i}$$

Fim do Se

Fim do Se

Fim do faça

Extrapole para $i = 1$ e $i = n_{pon}$

E LISTAGENS DE PROGRAMAS EM FORTRAN.

```

C*****
C****  PROGRAMA PROG1.FOR *****
C*****
C****  Regressao nao linear com minimos quadrados utilizando o *****
C****  metodo de Gauss para um modelo de reservatorio radial *****
C****  infinito *****
C**** *****
C**** *****
C**** *****

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NPON=150,NPAR=3)
      CHARACTER*12 ARQUIVO
      DIMENSION TESP(NPON),TEST(NPON),B(NPON,NPAR),FUN(NPON),RES(2*NPON)
      DIMENSION A(NPAR,NPAR+1),DELTA(NPAR),AS(NPAR,NPAR+1),PEN(NPAR),
*      DP(NPON),B1(NPON,NPAR)
      COMMON /STE/ V(50)
C      DADOS DE RESERVATORIO - H(PES), VIS(CP), PHI(PURO), CT(PSI-1),
C      Q(STB/D), BO(BBL/STB)
      WRITE(*,*) 'ENTRE COM O ARQUIVO DE DADOS'
      READ(*,*) ARQUIVO
      OPEN(4,FILE=ARQUIVO,STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(7,FILE='SAIMQ.DAT',STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(8,FILE='RESMQ.DAT',STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(9,FILE='LIXO.DAT',STATUS='UNKNOWN')
      READ(4,10) RESH,RESVIS,RESPHI,RESCT,RESRW,RESQ,RESBO,TPROD
10     FORMAT(T25,F10.5)
      READ(4,20) NP
20     FORMAT(T32,I3)
      DO 100 I=1,NP
          READ(4,*) TEST(I),TESP(I)
100    CONTINUE
      IF(TPROD.NE.0.D0) THEN
          DO 101 I = 1,NP
              TEST(I) = TEST(I)*TPROD/(TEST(I)+TPROD)
101    CONTINUE
      ENDIF
C      VARIAVEIS DE CONTROLE PARA O ALGORITMO DE STHEFEST COM 8 CTES
      M = 0
      N = 8
C      CONSTANTE INICIAL PARA O ALGORITMO DE GAUSS-MARQUARDT
      RLAM = 0.1D0
C      TRANSFORMACOES DE UNIDADE
      RESCT = RESCT*14.7D0
      RESQ = RESQ*RESBO*1.84D0
      RESRW = RESRW*2.54D0
      RESH = RESH*30.48D0
      DO 300 I = 1,NP
          TEST(I) = TEST(I)*3.6D3
          TESP(I) = TESP(I)/14.7D0
300    CONTINUE
      WRITE(6,*) 'QUAL A FUNCAO A MINIMIZAR ?'
      WRITE(6,*) '1 - PRESSAO.'
      WRITE(6,*) '2 - DERIVADA.'
      WRITE(6,*) '3 - DERIVADA + PRESSAO.'
      READ(5,*) IOPT
      CALL DPDT(TEST,TESP,NP,DP)
C      LENDO AS ESTIMATIVAS INICIAIS
      WRITE(6,*)
*      'ENTRE COM OS VALORES INICIAIS DE K(D), S E C(CM3/ATM)'
      READ(5,*) OESTK,OESTS,OESTC

```

```

WRITE(9,*)
WRITE(9,*) 'ARQUIVO :',ARQUIVO
WRITE(9,*)
WRITE(9,*) 'METODO DE MINIMOS QUADRADOS.'
WRITE(9,*)
WRITE(9,105) OESTK*1.D+3,OESTS,OESTC*4.2784409E-7
WRITE(8,105) OESTK*1.D+3,OESTS,OESTC*4.2784409E-7
105  FORMAT(3X,'ESTIMATIVAS INICIAIS'//
*      1X,'K =',F10.5/
*      1X,'S =',F10.5/
*      1X,'C =',E10.3)
IF (OESTS.LT.0.D0) THEN
    RESRWE = RESRW*DEXP(-OESTS)
    SKIN = 0.D0
ELSE
    RESRWE = RESRW
    SKIN = OESTS
ENDIF
SSROLD = 0.D0
SAV = 0.D0
IF (IOPT.NE.3) THEN
    FII = 1.0D0
    CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*      OESTK,SKIN,OESTC,TEST,N,M,NP,B,FUN,IOPT)
    DO 110 I = 1,NP
        IF (IOPT.EQ.1) THEN
            RES(I) = FUN(I) - TESP(I)
        ELSE
            RES(I) = FUN(I) - DP(I)
        ENDIF
        SSROLD = SSROLD + RES(I)*RES(I)
        AUX1 = DABS(RES(I))
        SAV = SAV + AUX1
110    CONTINUE
    ELSE
        FII = 2.0D0
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*      OESTK,SKIN,OESTC,
*      TEST,N,M,NP,
*      B,FUN,1)
        DO 111 I = 1,NP
            RES(I) = FUN(I) - TESP(I)
            SSROLD = SSROLD + RES(I)*RES(I)
            AUX1 = DABS(RES(I))
            SAV = SAV + AUX1
111    CONTINUE
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*      OESTK,SKIN,OESTC,
*      TEST,N,M,NP,
*      B1,FUN,2)
        DO 112 I = 1,NP
            RES(I+NP) = FUN(I) - DP(I)
            SSROLD = SSROLD + RES(I+NP)*RES(I+NP)
            AUX1 = DABS(RES(I+NP))
            SAV = SAV + AUX1
112    CONTINUE
    ENDIF
    SSROLD= SSROLD/(FII*NP)
    SAV = SAV/(FII*NP)
    WRITE(8,615) 0,SSROLD*14.7*14.7,SAV*14.7,0.0,

```

```

*          OESTK*1.D+3,OESTS,OESTC*4.2784409E-7,0
ITMAX = 51
TOL = 1.D-4
TOLK = 1.D0
TOLS = 1.D0
TOLC = 1.D0
ITER = 0
MM = 0
DO WHILE((TOLK.GT.TOL.OR.TOLS.GT.TOL.OR.TOLC.GT.TOL).AND.ITER.LT.
*          ITMAX.AND.MM.LT.10)
    ITER = ITER + 1
    DO 420 I = 1,NPAR
        DO 410 J = 1,NPAR+1
            A(I,J) = 0.D0
410        CONTINUE
420    CONTINUE
    DO 500 K = 1,NP
        DO 440 I = 1,NPAR
            DO 430 J = 1,NPAR
                A(I,J) = A(I,J) + B(K,I)*B(K,J)
                IF(IOPT.EQ.3) A(I,J) = A(I,J) + B1(K,I)*B1(K,J)
430            CONTINUE
            A(I,NPAR+1) = A(I,NPAR+1) + RES(K)*B(K,I)
            IF (IOPT.EQ.3)
*                A(I,NPAR+1) = A(I,NPAR+1) + RES(K+NP)*B1(K,I)
440        CONTINUE
500    CONTINUE
    DO 505 I = 1,NPAR
        A(I,NPAR+1) = -A(I,NPAR+1)
505    CONTINUE
C        INCLUINDO AS FUNCOES PENALIDADES
C        K > 0
C        -7 < S < 20
C        C > 0
        PEN(1) = 2.D-5/OESTK**3
        PEN(2) = 1.D-2*( DEXP(-OESTS-7.D0) + DEXP(-2.D1+OESTS) )
        PEN(3) = 2.D1/OESTC**3
        DO 510 I = 1,NPAR
            PEN(I) = PEN(I)*NP*FII*SSROLD/2.D0
            A(I,I) = A(I,I) + PEN(I)
510        CONTINUE
        PEN(1) = 1.D-5/OESTK**2
        PEN(2) = 1.D-2*( DEXP(-OESTS-7.D0) - DEXP(-2.D1+OESTS) )
        PEN(3) = 1.D1/OESTC**2
        DO 520 I = 1,NPAR
            PEN(I) = PEN(I)*NP*FII*SSROLD/2.D0
            A(I,NPAR+1) = A(I,NPAR+1) + PEN(I)
520        CONTINUE
C        ESCALONANDO A MATRIZ A
        DO 570 I = 1,NPAR
            DO 560 J = 1,NPAR
                AS(I,J) = A(I,J)/DSQRT(A(I,I)*A(J,J))
560            CONTINUE
            AS(I,NPAR+1) = A(I,NPAR+1)/DSQRT(A(I,I))
570        CONTINUE
        DO 550 I = 1,NPAR
            AS(I,I) = AS(I,I)+RLAM
550        CONTINUE
        CALL GAUSS(AS,DELTA,NPAR)
        DELK = DELTA(1)/DSQRT(A(1,1))

```

```

DELS = DELTA(2)/DSQRT(A(2,2))
DELC = DELTA(3)/DSQRT(A(3,3))
MM = 0
MMM = 0
710 RO = .5D0**MM
ESTK = OESTK + RO*DELK
ESTS = OESTS + RO*DELS
ESTC = OESTC + RO*DELC
IF (ESTK.LE.0.D0.OR.ESTC.LT.0.D0) THEN
    MM = MM + 1
    WRITE(*,*) 'SOMA POR LIMITE'
    IF (MM.GT.10) THEN
        WRITE(*,*) 'FALHA POR LIMITE'
        GO TO 402
    ENDIF
    GO TO 710
ENDIF
402 IF (ESTS.LT.0.D0) THEN
    RESRWE = RESRW*DEXP(-ESTS)
    SKIN = 0.D0
ELSE
    RESRWE = RESRW
    SKIN = ESTS
ENDIF
SSR = 0.D0
SAV = 0.D0
IF (IOPT.NE.3) THEN
    CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*           ESTK,SKIN,ESTC,
*           TEST,N,M,NP,
*           B,FUN,IOPT)
    DO 113 I = 1,NP
        IF (IOPT.EQ.1) THEN
            RES(I) = FUN(I) - TESP(I)
        ELSE
            RES(I) = FUN(I) - DP(I)
        ENDIF
        SSR = SSR + RES(I)*RES(I)
        AUX1 = DABS(RES(I))
        SAV = SAV + AUX1
113    CONTINUE
    ELSE
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*           ESTK,SKIN,ESTC,
*           TEST,N,M,NP,
*           B,FUN,1)
        DO 114 I = 1,NP
            RES(I) = FUN(I) - TESP(I)
            SSR = SSR + RES(I)*RES(I)
            AUX1 = DABS(RES(I))
            SAV = SAV + AUX1
114    CONTINUE
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*           ESTK,SKIN,ESTC,
*           TEST,N,M,NP,
*           B1,FUN,2)
        DO 115 I = 1,NP
            RES(I+NP) = FUN(I) - DP(I)
            SSR = SSR + RES(I+NP)*RES(I+NP)
            AUX1 = DABS(RES(I+NP))

```

```

115      SAV = SAV + AUX1
      CONTINUE
ENDIF
SSR= SSR/(FII*NP)
SAV = SAV/(FII*NP)
IF (SSR.GT.SSROLD) THEN
  MMM = 1
  MM = MM + 1
  WRITE(*,*) 'SOMA POR RESIDUO'
  IF (MM.GT.10) THEN
    WRITE(*,*) 'FALHA POR RESIDUO'
    GO TO 401
  ENDIF
  GO TO 710
ENDIF
401  WRITE(8,615) ITER,SSR*14.7*14.7,SAV*14.7,0.0,
*      ESTK*1.D+3,ESTS,ESTC*4.2784409E-7,MM+1
615  FORMAT(1X,I3,6(1X,E11.5),1X,I2)
  IF (MMM.NE.0) THEN
    RLAM = RLAM*10.D0
  ELSE
    RLAM = RLAM/10.D0
  ENDIF
  TOLK = DABS(DELK/OESTK)
  TOLS = DABS(DELS/OESTS)
  TOLC = DABS(DELC/OESTC)
  WRITE(*,600) ITER
  WRITE(*,*) SSROLD*216.09,SSR*216.09
  WRITE(*,610) DELK*1.D3,DELS,DELC*4.2784409E-7
  WRITE(*,610) ESTK*1.D3,ESTS,ESTC*4.2784409E-7
  OESTK = ESTK
  OESTS = ESTS
  OESTC = ESTC
  SSROLD = SSR
  PAUSE
ENDDO
IF (IOPT.EQ.1) THEN
  CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*              ESTK,SKIN,ESTC,
*              TEST,N,M,NP,
*              B,RES,2)
  DO 620 I = 1,NP
    WRITE(7,645) TEST(I)/3.6D3,TESP(I)*14.7D0,FUN(I)*14.7D0,
*              DP(I)*14.7D0,RES(I)*14.7D0
620  CONTINUE
ELSE
  CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*              ESTK,SKIN,ESTC,
*              TEST,N,M,NP,
*              B,RES,1)
  DO 635 I = 1,NP
    WRITE(7,645) TEST(I)/3.6D3,TESP(I)*14.7D0,RES(I)*14.7D0,
*              DP(I)*14.7D0,FUN(I)*14.7D0
635  CONTINUE
ENDIF
NII = FII*NP
CALL INTERV(A,DELTA,SSR,NII)
DELK = DABS(100.D0*DELTA(1)/ESTK)
DELS = DABS(100.D0*DELTA(2)/ESTS)
DELC = DABS(100.D0*DELTA(3)/ESTC)

```

```

WRITE(*,600) ITER
WRITE(*,650) SSR*216.09,SAV*14.7
WRITE(*,660) ESTK*1.D3,DELK,ESTS,DELS,
* ESTC*4.2784409E-7,DELC
WRITE(9,*)
IF(IOPT.EQ.1) THEN
    WRITE(9,*) 'REGRESSAO NOS DADOS DE PRESSAO.'
ELSE IF(IOPT.EQ.2) THEN
    WRITE(9,*) 'REGRESSAO NOS DADOS DA DERIVADA DA PRESSAO.'
ELSE
    WRITE(9,*) 'REGRESSAO NOS DADOS DA PRESSAO E DA DERIVADA.'
ENDIF
WRITE(9,600) ITER
WRITE(9,650) SSR*216.09,SAV*14.7
WRITE(9,660) ESTK*1.D3,DELK,ESTS,DELS,ESTC*4.2784409E-7,DELC
600 FORMAT(/,1X,'N. ITERACOES =',I4)
610 FORMAT(1X,'K = ',F15.6/1X,'S = ',F15.6/1X,'C = ',E15.6)
645 FORMAT(1X,5(E15.7))
650 FORMAT(1X,'SSR =',F15.5,2X,/
* 1X,'SAV =',F15.5,2X,)
660 FORMAT(1X,'K = ',F15.6,' +/-' ,F6.2,' %'/
* 1X,'S = ',F15.6,' +/-' ,F6.2,' %'/
* 1X,'C = ',E15.6,' +/-' ,F6.2,' %')
END
*****
SUBROUTINE LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRW,RESH,RESQ,
* ESTK,ESTS,ESTC,
* TEST,N,M,NP,
* B,FUN,IOPT)
IMPLICIT REAL * 8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NPON=150,NPAR=3)
DIMENSION G(50), H(25),TEST(NPON),B(NPON,NPAR),FUN(NPON)
COMMON /STE/ V(50)
DLOGTW = 0.69314718056D0
PI = 4.D0*DATAN(1.D0)
IF (N .EQ. M) GOTO 17
M = N
NH = N/2
C FATORIAIS FICAM EM G
G(1) = 1.D0
DO 1 I = 2, N
    G(I) = G(I-1) * I
1 CONTINUE
H(1) = 2.D0 / G(NH-1)
DO 6 I = 2, NH
    FI = I
    IF (I-NH) 4,5,6
4 H(I) = FI**NH*G(2*I)/(G(NH-I)*G(I)*G(I-1))
    GOTO 6
5 H(I) = FI**NH*G(2*I)/(G(I)*G(I-1))
6 CONTINUE
SN = 2*(NH-NH/2*2)-1
DO 7 I = 1, N
    V(I) = 0.D0
    K1 = (I+1)/2
    K2 = I
    IF(K2-NH) 8,8,9
9 K2 = NH
8 DO 10 K = K1, K2
    IF(2*K - I) 12,13,12

```



```

12         IF(I-K) 11,14,11
11         V(I) = V(I) + H(K)/(G(I-K)*G(2*K-I))
           GOTO 10
13         V(I) = V(I) + H(K)/G(I-K)
           GOTO 10
14         V(I) = V(I) + H(K) / G(2*K - I)
10         CONTINUE
           V(I) = SN*V(I)
           SN = -SN
7         CONTINUE
17        CONTINUE
C1 = DSQRT(RESPhi*RESVIS*RESCT)*RESRW
C2 = 2.D0*PI*RESH/RESVIS
TEMP6 = DSQRT(ESTK)
DO 500 J = 1,NP
  B(J,1) = 0.D0
  B(J,2) = 0.D0
  B(J,3) = 0.D0
  FUN(J) = 0.D0
  A = DLOGTW / TEST(J)
  DO 15 I = 1, N
    ARG = A*I
    IF(IOPT.EQ.1) THEN
      AL = 1.0D0
    ELSE
      AL = ARG
    ENDIF
    TEMP5 = DSQRT(ARG)
    TEMP1 = C1*TEMP5/TEMP6
    TEMP2 = BESSK0(TEMP1)
    TEMP3 = BESSK1(TEMP1)
    TEMP4 = -(TEMP3/TEMP1+TEMP2)
    AUX1 = C1*C2*TEMP5*TEMP6*TEMP3
    AUX2 = TEMP2 + ESTS*TEMP1*TEMP3
    AUX3 = (AUX1/AUX2 + ESTC*ARG)**2
    AUX4 = TEMP6*TEMP3 - C1*TEMP5*TEMP4
    AUX4 = AUX4*C1*C2*TEMP5/(2.D0*ESTK)
    AUX5 = TEMP6*TEMP3 + C1*TEMP5*TEMP4
    AUX5 = ESTS*AUX5/ESTK**2
    AUX5 = TEMP3/(ESTK*TEMP6) - AUX5
    AUX5 = C1*TEMP5*AUX5/2.D0
    B(J,1) = B(J,1) - V(I)*AL*(RESQ/ARG)*(AUX4*AUX2-AUX1*AUX5)/
*                                     (AUX3*AUX2**2)
    B(J,2) = B(J,2) + V(I)*AL*RESQ*C1**2*C2*TEMP3**2/
*                                     (AUX3*AUX2**2)
    B(J,3) = B(J,3) - V(I)*AL*RESQ/AUX3
    FUN(J) = FUN(J) + V(I)*AL*RESQ/(ARG*(AUX1/AUX2 + ESTC*ARG))
15        CONTINUE
    IF (IOPT.EQ.1) THEN
      B(J,1) = B(J,1) * A
      B(J,2) = B(J,2) * A
      B(J,3) = B(J,3) * A
      FUN(J) = FUN(J) * A
    ELSE
      B(J,1) = TEST(J)*B(J,1) * A
      B(J,2) = TEST(J)*B(J,2) * A
      B(J,3) = TEST(J)*B(J,3) * A
      FUN(J) = TEST(J)*FUN(J) * A
    ENDIF
500        CONTINUE

```

RETURN
END

```
SUBROUTINE DPDT(TEST, TESP, NP, DP)
IMPLICIT REAL * 8 (A-H, O-Z)
DIMENSION TEST(1), TESP(1), DP(1)
I = 2
AUX = DLOG10(TEST(I)/TEST(1))
DO WHILE (AUX.LT.0.15D0)
    I = I + 1
    AUX = DLOG10(TEST(I)/TEST(1))
ENDDO
AUX2 = TEST(I) - TEST(1)
AUX4 = TESP(I) - TESP(1)
DP(1) = TEST(1)*AUX4/AUX2
DO 100 I=2, NP-1
    J = I + 1
    AUX = DLOG10(TEST(J)/TEST(I))
    DO WHILE (AUX.LT.0.15D0.AND.J.LT.NP)
        J = J + 1
        AUX = DLOG10(TEST(J)/TEST(I))
    ENDDO
    AUX2 = TEST(J) - TEST(I)
    AUX4 = TESP(J) - TESP(I)
    J = I - 1
    AUX = DLOG10(TEST(I)/TEST(J))
    DO WHILE (AUX.LT.0.15D0.AND.J.GT.1)
        J = J - 1
        AUX = DLOG10(TEST(I)/TEST(J))
    ENDDO
    AUX1 = TEST(I) - TEST(J)
    AUX3 = TESP(I) - TESP(J)
    DP(I) = (AUX2*AUX3/AUX1 + AUX1*AUX4/AUX2)/(AUX1 + AUX2)
    DP(I) = TEST(I)*DP(I)
100 CONTINUE
DP(NP) = DP(NP-1)
RETURN
END
```

C*****

```
SUBROUTINE GAUSS(A, X, N)
PARAMETER (NPAR=3)
INTEGER*4 N
REAL*8 A(NPAR, NPAR+1), X(NPAR)
CALL DIAGONAL(A, N)
CALL RESOLVE(A, X, N)
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE DIAGONAL(A, N)
PARAMETER (NPAR=3)
INTEGER*4 N, NI, NJ, IAUX, II
REAL*8 A(NPAR, NPAR+1), AUX(NPAR+1), M
DO 600 NI=1, N
    XX = A(NI, NI)
    DO 200 II = NI+1, N
        IF (DABS(A(II, NI)).GT.DABS(A(NI, NI))) THEN
            DO 100 IAUX=NI, N+1
                AUX(IAUX) = A(NI, IAUX)
                A(NI, IAUX) = A(II, IAUX)
                A(II, IAUX) = AUX(IAUX)
            ENDDO
        ENDIF
    ENDDO
ENDDO
```

```

100         CONTINUE
           ENDIF
200     CONTINUE
           IF (A(NI,NI).EQ.0.DO) THEN
               WRITE(6,300)
300         FORMAT(//1X,'SISTEMA SEM SOLUCAO'//)
               STOP
           ENDIF
           DO 500 IAUX = NI+1,N
               IF (A(IAUX,NI).NE.0.DO) THEN
                   M = A(IAUX,NI)/A(NI,NI)
                   DO 400 NJ = 1,N+1
                       A(IAUX,NJ) = A(IAUX,NJ) - M*A(NI,NJ)
400         CONTINUE
               ENDIF
500     CONTINUE
600 CONTINUE
RETURN
END
*****
SUBROUTINE RESOLVE(A,X,N)
PARAMETER (NPAR=3)
INTEGER*4 N,NI,NJ
REAL*8 A(NPAR,NPAR+1),X(NPAR),AUX
X(N) = A(N,N+1)/A(N,N)
DO 200 NI=N-1,1,-1
    AUX = 0.DO
    DO 100 NJ=NI+1,N
        AUX = AUX + A(NI,NJ)*X(NJ)
100    CONTINUE
    X(NI) = ( A(NI,N+1) - AUX )/A(NI,NI)
200 CONTINUE
RETURN
END
*****
SUBROUTINE MATINV (A,AINV,NN)
PARAMETER (NPAR=3)
REAL*8 A(NPAR,NPAR+1),AINV(NPAR,NPAR),AUX(NPAR*NPAR,NPAR*NPAR+1)
REAL*8 B(NPAR*NPAR),C(NPAR*NPAR)
INTEGER*4 NN
N = NPAR
DO 100 I=1,N*N
    B(I) = 0.DO
100 CONTINUE
DO 110 I=1,NN*NN,NN+1
    B(I) = 1.DO
110 CONTINUE
DO 130 I=1,N*N
    DO 120 J = 1,N*N+1
        AUX(I,J) = 0.DO
120 CONTINUE
130 CONTINUE
DO 150 I = 1,NN
    DO 140 J = 1,NN
        DO 135 K = 1,NN
            AUX(I+(K-1)*NN,J+(K-1)*NN) = A(I,J)
135 CONTINUE
140 CONTINUE
150 CONTINUE
DO 160 I = 1,NN*NN

```

```

      AUX(I,NN*NN+1) = B(I)
160  CONTINUE
      CALL GAUSS(AUX,C,NN*NN)
      K = 1
      DO 175 J = 1,NN
        DO 170 I = 1,NN
          AINV(I,J) = C(K)
          K = K + 1
170  CONTINUE
175  CONTINUE
      RETURN
      END
*****
      SUBROUTINE INTERV(A,DEL,WSSR,NP)
      PARAMETER (NPAR=3,NPON=150)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION A(NPAR,NPAR+1),DEL(NPAR),AINV(NPAR,NPAR)
      CALL MATINV (A,AINV,NPAR)
      TDIS = TDISTR(NP-NPAR)
      DO 100 I=1,NPAR
        DEL(I) = TDIS*DSQRT(NP*WSSR*AINV(I,I)/(NP-NPAR))
100  CONTINUE
      RETURN
      END
*****
      FUNCTION TDISTR(NDF)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION TABLE(50)
      DATA TABLE / 12.706,4.303,3.182,2.776,2.571,2.447,2.365,
*                   2.306,2.262,2.228,2.201,2.179,2.160,2.145,
*                   2.131,2.120,2.110,2.101,2.093,2.086,2.080,
*                   2.074,2.069,2.064,2.060,2.056,2.052,2.048,
*                   2.045,2.042,2.040,2.037,2.035,2.032,2.030,
*                   2.028,2.026,2.024,2.023,2.021,2.020,2.018,
*                   2.017,2.015,2.014,2.013,2.012,2.011,2.010,
*                   2.009/
      IF (NDF.LE.50) THEN
        TDISTR = TABLE(NDF)
      ELSEIF(NDF.LE.60) THEN
        TDISTR = 2.009
      ELSEIF(NDF.LE.80) THEN
        TDISTR = 2.000
      ELSEIF(NDF.LE.120) THEN
        TDISTR = 1.990
      ELSEIF(NDF.LE.240) THEN
        TDISTR = 1.980
      ELSE
        TDISTR = 1.970
      ENDIF
      RETURN
      END
C*****
      DOUBLE PRECISION FUNCTION BESSK0(X)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DATA P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7/-0.57721566D0,0.42278420D0,0.23069756D0,
*         0.3488590D-1,0.262698D-2,0.10750D-3,0.74D-5/
      DATA Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6,Q7/1.25331414D0,-0.7832358D-1,0.2189568D-1,
*         -0.1062446D-1,0.587872D-2,-0.251540D-2,0.53208D-3/
      IF (X.LE.2.0) THEN
        Y=X*X/4.0

```

```

      BESSK0=(-DLOG(X/2.0)*BESSI0(X))+(P1+Y*(P2+Y*(P3+
*      Y*(P4+Y*(P5+Y*(P6+Y*P7))))))
      ELSE
        Y=(2.0/X)
        BESSK0=(DEXP(-X)/DSQRT(X))*(Q1+Y*(Q2+Y*(Q3+
*      Y*(Q4+Y*(Q5+Y*(Q6+Y*Q7))))))
      ENDIF
      RETURN
      END
C*****
      DOUBLE PRECISION FUNCTION BESSK1(X)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DATA P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7/1.0D0,0.15443144D0,-0.67278579D0,
*      -0.18156897D0,-0.1919402D-1,-0.110404D-2,-0.4686D-4/
      DATA Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6,Q7/1.25331414D0,0.23498619D0,-0.3655620D-1,
*      0.1504268D-1,-0.780353D-2,0.325614D-2,-0.68245D-3/
      IF (X.LE.2.0) THEN
        Y=X*X/4.0
        BESSK1=(DLOG(X/2.0)*BESSI1(X))+(1.0/X)*(P1+Y*(P2+
*      Y*(P3+Y*(P4+Y*(P5+Y*(P6+Y*P7))))))
      ELSE
        Y=2.0/X
        BESSK1=(DEXP(-X)/DSQRT(X))*(Q1+Y*(Q2+Y*(Q3+
*      Y*(Q4+Y*(Q5+Y*(Q6+Y*Q7))))))
      ENDIF
      RETURN
      END
C*****
      DOUBLE PRECISION FUNCTION BESSIO(X)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DATA P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7/1.0D0,3.5156229D0,3.0899424D0,1.2067492D
*0,
*      0.2659732D0,0.360768D-1,0.45813D-2/
      DATA Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6,Q7,Q8,Q9/0.39894228D0,0.1328592D-1,
*      0.225319D-2,-0.157565D-2,0.916281D-2,-0.2057706D-1,
*      0.2635537D-1,-0.1647633D-1,0.392377D-2/
      IF (DABS(X).LT.3.75) THEN
        Y=(X/3.75)**2
        BESSIO=P1+Y*(P2+Y*(P3+Y*(P4+Y*(P5+Y*(P6+Y*P7))))
      ELSE
        AX=DABS(X)
        Y=3.75/AX
        BESSIO=(DEXP(AX)/DSQRT(AX))*(Q1+Y*(Q2+Y*(Q3+Y*(Q4
*      +Y*(Q5+Y*(Q6+Y*(Q7+Y*(Q8+Y*Q9))))))
      ENDIF
      RETURN
      END
C*****
      DOUBLE PRECISION FUNCTION BESSI1(X)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DATA P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7/0.5D0,0.87890594D0,0.51498869D0,
*      0.15084934D0,0.2658733D-1,0.301532D-2,0.32411D-3/
      DATA Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6,Q7,Q8,Q9/0.39894228D0,-0.3988024D-1,
*      -0.362018D-2,0.163801D-2,-0.1031555D-1,0.2282967D-1,
*      -0.2895312D-1,0.1787654D-1,-0.420059D-2/
      IF (DABS(X).LT.3.75) THEN
        Y=(X/3.75)**2
        BESSI1=X*(P1+Y*(P2+Y*(P3+Y*(P4+Y*(P5+Y*(P6+Y*P7))))
      ELSE
        AX=DABS(X)

```

```
Y=3.75/AX
BESSI1=(DEXP(AX)/DSQRT(AX))*(Q1+Y*(Q2+Y*(Q3+Y*(Q4+
* Y*(Q5+Y*(Q6+Y*(Q7+Y*(Q8+Y*Q9))))))
ENDIF
RETURN
END
```

```

C*****
C****  PROGRAMA PROG4.FOR *****
C****  as rotinas laplace, gauss e interv e as funcoes de Bessel*****
C****  sao as mesmas do programa PRG01.FOR *****
C*****
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  PARAMETER (NPON=150,NPAR=3)
  CHARACTER*12 ARQUIVO
  DIMENSION TESP(NPON),TEST(NPON),B(NPON,NPAR),FUN(NPON),RES(2*NPON)
  DIMENSION A(NPAR,NPAR+1),DELTA(NPAR),PEN(NPAR),PESO(2*NPON),
*      AS(NPAR,NPAR+1),DP(NPON),B1(NPON,NPAR)
  COMMON /STE/ V(50)
  CON1 = 1000.
  CON2 = 4.2784409E-7
  CON3 = 14.7
  CON4 = 216.09
C  DADOS DE RESERVATORIO - H(PES), VIS(CP), PHI(PURO), CT(PSI-1),
C      Q(STB/D), BO(BBL/STB), RW(POL)
  WRITE(*,*) 'ENTRE COM O ARQUIVO DE DADOS.'
  READ(*,*) ARQUIVO
  OPEN(4,FILE=ARQUIVO,STATUS='UNKNOWN')
  OPEN(7,FILE='SAIMLAV.DAT',STATUS='UNKNOWN')
  OPEN(8,FILE='LIXO.DAT',STATUS='UNKNOWN')
  OPEN(9,FILE='RESMLAV.DAT',STATUS='UNKNOWN')
  READ(4,10) RESH,RESVIS,RESPHI,RESCT,RESRW,RESQ,RESBO,TPROD
10  FORMAT(T25,F10.5)
C  NUMERO DE PONTOS
  READ(4,20) NP
20  FORMAT(T32,I3)
  DO 200 I = 1,NP
    READ(4,*) TEST(I),TESP(I)
200  CONTINUE
  IF (TPROD.NE.0.D0) THEN
    DO 201 I=1,NP
      TEST(I) = TEST(I)*TPROD/(TEST(I)+TPROD)
201  CONTINUE
  ENDIF
C  VARIAVEIS DE CONTROLE PARA O ALGORITMO DE STHEFEST COM 8 CTES
  M = 0
  N = 8
C  CONSTANTE INICIAL PARA O ALGORITMO DE GAUSS-MARQUARDT
  RLAM = 0.1D0
C  TRANSFORMACOES DE UNIDADE
  RESCT = RESCT*14.7D0
  RESQ = RESQ*RESBO*1.84D0
  RESRW = RESRW*2.54D0
  RESH = RESH*30.48D0
  DO 300 I = 1,NP
    TEST(I) = TEST(I)*3.6D3
    TESP(I) = TESP(I)/14.7D0
300  CONTINUE
  WRITE(6,*) 'QUAL A FUNCAO A SER MINIMIZAR ?'
  WRITE(6,*) '1 - PRESSAO.'
  WRITE(6,*) '2 - DERIVADA.'
  WRITE(6,*) '3 - DERIVADA+PRESSAO.'
  READ(5,*) IOPT
  CALL DPDT(TEST,TESP,NP,DP)
C  LENDO AS ESTIMATIVAS INICIAIS
  WRITE(6,100)
100  FORMAT(1X,'ENTRE COM OS VALORES INICIAIS DE K(D), S E C(CM3/ATM)')

```

```

READ(5,*) OESTK,OESTS,OESTC
WRITE(8,*)
WRITE(8,*) 'ARQUIVO :',ARQUIVO
WRITE(8,*)
WRITE(8,*) 'METODO DE MINIMOS VALORES ABSOLUTOS MODIFICADO.'
WRITE(8,*)
WRITE(8,110) CON1*OESTK,OESTS,CON2*OESTC
WRITE(9,110) CON1*OESTK,OESTS,CON2*OESTC
110  FORMAT(3X,'ESTIMATIVAS INICIAIS'//
*      1X,'K =',F10.5/
*      1X,'S =',F10.5/
*      1X,'C =',E10.3)
SAVOLD = 0.D0
SSR = 0.D0
DO 400 I = 1,2*NP
    PESO(I) = 0.D0
400  CONTINUE
    IF (IOPT.NE.3) THEN
        FII = 1.0D0
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRW,RESH,RESQ,
*                   OESTK,OESTS,OESTC,TEST,N,M,NP,B,FUN,IOPT)
        IF (IOPT.EQ.1) THEN
            CALL RESIDUO(FUN,TESP,RES,PESO,SSR,WSSROLD,SAVOLD,NP,0)
        ELSE
            CALL RESIDUO(FUN,DP,RES,PESO,SSR,WSSROLD,SAVOLD,NP,0)
        ENDIF
        CALL CALCPESO(RES,PESO,NP,0)
    ELSE
        FII = 2
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRW,RESH,RESQ,
*                   OESTK,OESTS,OESTC,TEST,N,M,NP,B,FUN,1)
        CALL RESIDUO(FUN,TESP,RES,PESO,SSR,WSSROLD,SAVOLD,NP,0)
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRW,RESH,RESQ,
*                   OESTK,OESTS,OESTC,TEST,N,M,NP,B1,FUN,2)
        CALL RESIDUO(FUN,DP,RES,PESO,SSR,WSSROLD,SAVOLD,NP,NP)
        CALL CALCPESO(RES,PESO,NP,0)
        CALL CALCPESO(RES,PESO,NP,NP)
    ENDIF
    SSR = SSR/(FII*NP)
    SAVOLD = SAVOLD/(FII*NP)
    WSSROLD = SAVOLD
    WRITE(9,615) 0,CON4*SSR,CON3*SAVOLD,0.0,CON1*OESTK,OESTS,
*              CON2*OESTC,0
    ITMAX = 101
    TOL = 1.D-4
    ITER = 1
    TOLK = 1.D0
    TOLS = 1.D0
    TOLC = 1.D0
    TOLR = 1.D0
    MM = 0
    DO WHILE((TOLK.GT.TOL.OR.TOLS.GT.TOL.OR.TOLC.GT.TOL.OR.
*           TOLR.GT.TOL).AND.ITER.LT.ITMAX.AND.MM.LT.10)
        DO 420 I = 1,NPAR
            DO 410 J = 1,NPAR+1
                A(I,J) = 0.D0
410         CONTINUE
420         CONTINUE
            DO 500 K = 1,NP
                DO 440 I = 1,NPAR

```



```

DO 430 J = 1,NPAR
  A(I,J) = A(I,J) + PESO(K)*B(K,I)*B(K,J)
  IF (IOPT.EQ.3)
    *      A(I,J) = A(I,J) + PESO(K+NP)*B1(K,I)*B1(K,J)
430    CONTINUE
    A(I,NPAR+1) = A(I,NPAR+1) + PESO(K)*RES(K)*B(K,I)
    IF (IOPT.EQ.3)
      *      A(I,NPAR+1) = A(I,NPAR+1) +
      *      PESO(K+NP)*RES(K+NP)*B1(K,I)
440    CONTINUE
500    CONTINUE
    DO 505 I = 1,NPAR
      A(I,NPAR+1) = -A(I,NPAR+1)
505    CONTINUE
C    INCLUINDO AS FUNCOES PENALIDADES
C    K > 0
C    -7 < S < 20
C    C > 0
    PEN(1) = 2.D-5/OESTK**3
    PEN(2) = 1.D-2*( DEXP(-OESTS-7.D0) + DEXP(OESTS - 2.D1) )
    PEN(3) = 2.D1/OESTC**3
    DO 510 I = 1,NPAR
      PEN(I) = PEN(I)*NP*FII*WSSROLD/2.D0
      A(I,I) = A(I,I) + PEN(I)
510    CONTINUE
    PEN(1) = 1.D-5/OESTK**2
    PEN(2) = 1.D-2*( DEXP(-OESTS-7.D0) - DEXP(OESTS - 2.D1) )
    PEN(3) = 1.D1/OESTC**2
    DO 520 I = 1,NPAR
      PEN(I) = PEN(I)*NP*FII*WSSROLD/2.D0
      A(I,NPAR+1) = A(I,NPAR+1) + PEN(I)
520    CONTINUE
C    ESCALONANDO A MATRIZ A
    DO 570 I=1,NPAR
      DO 560 J = 1,NPAR
        AS(I,J) = A(I,J)/DSQRT(A(I,I)*A(J,J))
560      CONTINUE
        AS(I,NPAR+1) = A(I,NPAR+1)/DSQRT(A(I,I))
570      CONTINUE
    DO 550 I = 1,NPAR
      AS(I,I) = AS(I,I)+RLAM
550    CONTINUE
    CALL GAUSS(AS,DELTA,NPAR)
    DELK = DELTA(1)/DSQRT(A(1,1))
    DELS = DELTA(2)/DSQRT(A(2,2))
    DELC = DELTA(3)/DSQRT(A(3,3))
    MM = 0
710    RO = 0.5D0**MM
    ESTK = OESTK + RO*DELK
    ESTS = OESTS + RO*DELS
    ESTC = OESTC + RO*DELC
    IF(ESTK.LE.0.D0.OR.ESTC.LT.0.D0) THEN
      MM = MM + 1
      WRITE(*,*) 'SOMA EM MM POR LIMITE'
      IF (MM.GT.10) THEN
        WRITE(*,*) 'FALHA NO ALGORITMO DE PROCURA LINEAR-LIMITE'
        GO TO 402
      ENDIF
      GO TO 710
    ENDIF
  ENDIF

```

```

402      IF (ESTS.LT.0.D0) THEN
          RESRWE = RESRW*DEXP(-ESTS)
          SKIN = 0.D0
      ELSE
          RESRWE = RESRW
          SKIN = ESTS
      ENDIF
      SAV = 0.D0
      SSR = 0.D0
      WSSR = 0.D0
      IF (IOPT.NE.3) THEN
          CALL LAPLACE(RESPhi, RESVIS, RESCT, RESRWE, RESH, RESQ,
*              ESTK, SKIN, ESTC, TEST, N, M, NP, B, FUN, IOPT)
          IF (IOPT.EQ.1) THEN
              CALL RESIDUO(FUN, TESP, RES, PESO, SSR, WSSR, SAV, NP, 0)
          ELSE
              CALL RESIDUO(FUN, DP, RES, PESO, SSR, WSSR, SAV, NP, 0)
          ENDIF
      ELSE
          CALL LAPLACE(RESPhi, RESVIS, RESCT, RESRWE, RESH, RESQ,
*              ESTK, SKIN, ESTC, TEST, N, M, NP, B, FUN, 1)
          CALL RESIDUO(FUN, TESP, RES, PESO, SSR, WSSR, SAV, NP, 0)
          CALL LAPLACE(RESPhi, RESVIS, RESCT, RESRWE, RESH, RESQ,
*              ESTK, SKIN, ESTC, TEST, N, M, NP, B1, FUN, 2)
          CALL RESIDUO(FUN, DP, RES, PESO, SSR, WSSR, SAV, NP, NP)
      ENDIF
      SSR = SSR/(FII*NP)
      WSSR = WSSR/(FII*NP)
      SAV = SAV/(FII*NP)
      IF (SAV.GT.SAVOLD) THEN
          MM = MM + 1
          WRITE(*,*) 'SOMA EM MM POR RESIDUO'
          IF (MM.GT.10) THEN
              WRITE(*,*) 'FALHA NO ALGORITMO DE PROCURA LINEAR-RESIDUO'
              GO TO 403
          ENDIF
          GO TO 710
      ENDIF
403      IF (IOPT.NE.3) THEN
          CALL CALCPESO(RES, PESO, NP, 0)
      ELSE
          CALL CALCPESO(RES, PESO, NP, 0)
          CALL CALCPESO(RES, PESO, NP, NP)
      ENDIF
      IF (WSSR.GT.WSSROLD) THEN
          RLAM = RLAM*10.D0
      ELSE
          RLAM = RLAM/10.D0
      ENDIF
      WRITE(*,600) ITER
      WRITE(*,605) CON3*SAVOLD, CON3*SAV, CON3*WSSR, CON4*SSR
605      FORMAT(T10, 'SAVOLD', T24, 'SAV', T38, 'WSSR', T52, 'SSR' /
*          4(2X, F12.4))
      WRITE(9,615) ITER, CON4*SSR, CON3*SAV, 0.0,
*          CON1*ESTK, ESTS, CON2*ESTC, MM+1
615      FORMAT(1X, I3, 6(1X, E11.5), 1X, I2)
      TOLR = DABS(SAV-SAVOLD)/SAV
      TOLK = DABS(DELK/OESTK)
      TOLS = DABS(DELS/OESTS)
      TOLC = DABS(DELC/OESTC)

```

```

WSSROLD = WSSR
SAVOLD = SAV
OESTK = ESTK
OESTS = ESTS
OESTC = ESTC
WRITE(*,610) CON1*ESTK,ESTS,CON2*ESTC
C
PAUSE
ITER = ITER + 1
ENDDO
ITER = ITER - 1
IF (IOPT.EQ.1) THEN
CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*           ESTK,SKIN,ESTC,
*           TEST,N,M,NP,
*           B,RES,2)
DO 210 I = 1,NP
WRITE(7,645) TEST(I)/3.6D3,RESP(I)*14.7D0,FUN(I)*14.7D0,
*           DP(I)*14.7D0,RES(I)*14.7D0
210 CONTINUE
ELSE
CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*           ESTK,SKIN,ESTC,
*           TEST,N,M,NP,
*           B,RES,1)
DO 220 I = 1,NP
WRITE(7,645) TEST(I)/3.6D3,RESP(I)*14.7D0,RES(I)*14.7D0,
*           DP(I)*14.7D0,FUN(I)*14.7D0
220 CONTINUE
ENDIF
NII = FII*NP
CALL INTERV (A,DELTA,WSSR,NII)
DELK = 100.DO*DELTA(1)/ESTK
DELS = 100.DO*DELTA(2)/ESTS
DELC = 100.DO*DELTA(3)/ESTC
WRITE(8,*)
IF(IOPT.EQ.1) THEN
WRITE(8,*) 'REGRESSAO NOS DADOS DE PRESSAO.'
ELSE IF(IOPT.EQ.2) THEN
WRITE(8,*) 'REGRESSAO NOS DADOS DA DERIVADA DA PRESSAO.'
ELSE
WRITE(8,*) 'REGRESSAO NOS DADOS DA PRESSAO E DA DERIVADA.'
ENDIF
WRITE(8,600) ITER
WRITE(8,650) CON3*WSSR,CON4*SSR,CON3*SAV
WRITE(8,660) CON1*ESTK,DELK,ESTS,DELS,CON2*ESTC,DELC
WRITE(*,600) ITER
WRITE(*,650) CON3*WSSR,CON4*SSR,CON3*SAV
WRITE(*,660) CON1*ESTK,DELK,ESTS,DELS,CON2*ESTC,DELC
600 FORMAT(/,1X,'N. ITERACOES =',I4)
610 FORMAT(1X,'K = ',F15.6/1X,'S = ',F15.6/1X,'C = ',E15.6)
645 FORMAT(1X,5(E15.7))
650 FORMAT(1X,'WSSR =',F15.5,2X,/
*       1X,'SSR =',F15.5,2X,/
*       1X,'SAV =',F15.5,2X,)
660 FORMAT(1X,'K = ',F15.6,' +/-',F6.2,' %'/
*       1X,'S = ',F15.6,' +/-',F6.2,' %'/
*       1X,'C = ',E15.6,' +/-',F6.2,' %')
END
*****
SUBROUTINE CALCPESO(RES,PESO,NP,IN)

```

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NPON=150)
DIMENSION RES(1), PESO(1)
DO 100 I=1,NP
  AUX = DABS(RES(I+IN))
  IF(AUX.LT.1.D-9) THEN
    PESO(I+IN) = 0.D0
  ELSE
    PESO(I+IN) = 1.D0/AUX
  ENDIF
100 CONTINUE
RETURN
END

```

```

*****
SUBROUTINE RESIDUO(FUN, TESP, RES, PESO, SSR, WSSR, SAV, NP, IN)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NPON=150)
DIMENSION FUN(1), TESP(1), RES(1), PESO(1)
DO 100 I=1,NP
  RES(I+IN) = FUN(I) - TESP(I)
  SSR = SSR + RES(I+IN)*RES(I+IN)
  WSSR = WSSR + PESO(I+IN)*RES(I+IN)*RES(I+IN)
  SAV = SAV + DABS(RES(I+IN))
100 CONTINUE
RETURN
END

```

```

*****

```

```

C*****
C****  PROGRAMA PROG5.FOR *****
C*****
C****  Regressao nao linear com minimos quadrados utilizando o *****
C****  metodo de Gauss para um modelo de reservatorio radial *****
C****  infinito *****
C****  Utiliza a rotima RLLAV da biblioteca IMSL. *****
C****  *****

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NPON=150,NPAR=3)
      DIMENSION XY(2*NPON,NPAR+5),BETA(NPAR),WK(2*NPAR+4),IWK(2*NPON)
      DIMENSION TESP(NPON),TEST(NPON),B(NPON,NPAR),FUN(NPON),DP(NPON),
*      PESO(2*NPON),A(NPAR,NPAR+1),RES(2*NPON),B1(NPON,NPAR)
      CHARACTER*12 ARQUIVO
      COMMON /STE/ V(50)
      CON1 = 1000.
      CON2 = 4.2784409E-7
      CON3 = 14.7
      CON4 = 216.09
C      DADOS DE RESERVATORIO - H(PES), VIS(CP), PHI(PURO), CT(PSI-1),
C      Q(STB/D), BO(BBL/STB), RW (POL)
      WRITE(*,*) 'ENTRE COM O ARQUIVO DE DADOS.'
      READ(*,*) ARQUIVO
      OPEN(4,FILE=ARQUIVO,STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(7,FILE='SAILAV.DAT',STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(8,FILE='LIXO.DAT',STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(9,FILE='RESLAV.DAT',STATUS='UNKNOWN')
C      PARAMETROS DE RESERVATORIO
      READ(4,10) RESH,RESVIS,RESPHI,RESCT,RESRW,RESQ,RESBO,TPROD
10      FORMAT(T25,F10.5)
C      NUMERO DE PONTOS
      READ(4,20) NP
20      FORMAT(T32,I3)
      DO 200 I = 1,NP
          READ(4,*) TEST(I),TESP(I)
200      CONTINUE
      IF (TPROD.NE.0.D0) THEN
          DO 201 I=1,NP
              TEST(I) = TEST(I)*TPROD/(TEST(I)+TPROD)
201      CONTINUE
      ENDIF
C      VARIAVEIS DE CONTROLE PARA O ALGORITMO DE STHEFEST COM 8 CTES
      M = 0
      N = 8
C      TRANSFORMACOES DE UNIDADE
      RESCT = RESCT*14.7D0
      RESQ = RESQ*RESBO*1.84D0
      RESRW = RESRW*2.54D0
      RESH = RESH*30.48D0
      DO 300 I = 1,NP
          TEST(I) = TEST(I)*3.6D3
          TESP(I) = TESP(I)/14.7D0
300      CONTINUE
      WRITE(6,*) 'QUAL A FUNCAO A MINIMIZAR ?'
      WRITE(6,*) '1 - PRESSAO.'
      WRITE(6,*) '2 - DERIVADA.'
      WRITE(6,*) '3 - DERIVADA + PRESSAO.'
      READ(5,*) IOPT
      CALL DPDT(TEST,TESP,NP,DP)

```

```

C      LENDO AS ESTIMATIVAS INICIAIS
      WRITE(6,100)
100    FORMAT(1X,'ENTRE COM OS VALORES INICIAIS DE K(D), S E C(CM3/ATM)')
      READ(5,*) OESTK,OESTS,OESTC
      WRITE(8,*)
      WRITE(8,*) 'ARQUIVO :',ARQUIVO
      WRITE(8,*)
      WRITE(8,*) 'METODO DE MINIMOS VALORES ABSOLUTOS.'
      WRITE(8,*)
      WRITE(8,110) CON1*OESTK,OESTS,CON2*OESTC
      WRITE(9,110) CON1*OESTK,OESTS,CON3*OESTC
110    FORMAT(3X,'ESTIMATIVAS INICIAIS'//
*        1X,'K =',F10.5/
*        1X,'S =',F10.5/
*        1X,'C =',E10.3)
      SAVOLD = 0.D0
      WSSROLD = 0.D0
      SSR = 0.D0
      DO 400 I = 1,2*NP
        PESO(I) = 0.D0
400    CONTINUE
      IF(IOPT.NE.3) THEN
        FII = 1.0
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRW,RESH,RESQ,
*          OESTK,OESTS,OESTC,TEST,N,M,NP,B,FUN,IOPT)
        IF(IOPT.EQ.1) THEN
          CALL RESIDUO(FUN,TESP,RES,PESO,SSR,WSSROLD,SAVOLD,NP,0)
        ELSE
          CALL RESIDUO(FUN,DP,RES,PESO,SSR,WSSROLD,SAVOLD,NP,0)
        ENDIF
        CALL CALCPESO(RES,PESO,NP,0)
      ELSE
        FII = 2.0
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRW,RESH,RESQ,
*          OESTK,OESTS,OESTC,TEST,N,M,NP,B,FUN,1)
        CALL RESIDUO(FUN,TESP,RES,PESO,SSR,WSSROLD,SAVOLD,NP,0)
        CALL CALCPESO(RES,PESO,NP,0)
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRW,RESH,RESQ,
*          OESTK,OESTS,OESTC,TEST,N,M,NP,B1,FUN,2)
        CALL RESIDUO(FUN,DP,RES,PESO,SSR,WSSROLD,SAVOLD,NP,NP)
        CALL CALCPESO(RES,PESO,NP,NP)
      ENDIF
      SSR = SSR/(FII*NP)
      SAVOLD = SAVOLD/(FII*NP)
      WRITE(9,615) 0,CON4*SSR,CON3*SAVOLD,0.0,
*          CON1*OESTK,OESTS,CON2*OESTC,0
      ITMAX = 101
      TOL = 1.D-3
      ITER = 1
      TOLK = 1.D0
      TOLS = 1.D0
      TOLC = 1.D0
      DO 130 I = 1,FII*NP
        DO 120 J = 1,NPAR+5
          XY(I,J) = 0.D0
120      CONTINUE
130    CONTINUE
      MM = 0
      DO WHILE((TOLK.GT.TOL.OR.TOLS.GT.TOL.OR.TOLC.GT.TOL).AND.ITER.LT.
*          ITMAX.AND.MM.LT.10)

```

```

DO 410 K = 1,NP
  DO 405 I = 1,NPAR
    XY(K,I) = B(K,I)
    IF (IOPT.EQ.3) XY(K+NP,I) = B1(K,I)
405  CONTINUE
    XY(K,NPAR+1) = RES(K)
    IF (IOPT.EQ.3) XY(K+NP,NPAR+1) = RES(K+NP)
410  CONTINUE
  NII = FII*NP
  CALL RLLAV (XY,2*NPON,NII,NPAR,1,BETA,SUMRE,II,IRANK,IWK,
*           WK,IER)
  DELK = BETA(1)
  DELS = BETA(2)
  DELC = BETA(3)
  DO 420 I = 1,NPAR
    DO 411 J = 1,NPAR+1
      A(I,J) = 0.DO
411  CONTINUE
420  CONTINUE
  DO 500 K = 1,NP
    DO 440 I = 1,NPAR
      DO 430 J = 1,NPAR
        A(I,J) = A(I,J) + PESO(K)*B(K,I)*B(K,J)
        IF(IOPT.EQ.3)
*          A(I,J) = A(I,J) + PESO(K+NP)*B1(K,I)*B1(K,J)
430  CONTINUE
440  CONTINUE
500  CONTINUE
  MM = 0
710  RO = 0.5D0**MM
  ESTK = OESTK + RO*DELK
  ESTS = OESTS + RO*DELS
  ESTC = OESTC + RO*DELC
  IF(ESTK.LE.0.DO.OR.ESTC.LT.0.DO) THEN
    MM = MM + 1
    WRITE(*,*) 'SOMA EM MM POR LIMITE'
    IF (MM.GE.10) THEN
      WRITE(*,*) 'FALHA NO ALGORITMO DE PROCURA LINEAR-LIMITE'
      GO TO 402
    ENDIF
    GO TO 710
  ENDIF
402  IF (ESTS.LT.0.DO) THEN
    RESRWE = RESRW*DEXP(-ESTS)
    SKIN = 0.DO
  ELSE
    RESRWE = RESRW
    SKIN = ESTS
  ENDIF
  SSR = 0.DO
  SAV = 0.DO
  WSSR = 0.DO
  IF(IOPT.NE.3) THEN
    CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*             ESTK,SKIN,ESTC,TEST,N,M,NP,B,FUN,IOPT)
    IF(IOPT.EQ.1) THEN
      CALL RESIDUO(FUN,TESP,RES,PESO,SSR,WSSR,SAV,NP,0)
    ELSE
      CALL RESIDUO(FUN,DP,RES,PESO,SSR,WSSR,SAV,NP,0)
    ENDIF

```

```

ELSE
  CALL LAPLACE(RESPhi, RESVIS, RESCT, RESRWE, RESH, RESQ,
*      ESTK, SKIN, ESTC, TEST, N, M, NP, B, FUN, 1)
  CALL RESIDUO(FUN, TESP, RES, PESO, SSR, WSSR, SAV, NP, 0)
  CALL LAPLACE(RESPhi, RESVIS, RESCT, RESRWE, RESH, RESQ,
*      ESTK, SKIN, ESTC, TEST, N, M, NP, B1, FUN, 2)
  CALL RESIDUO(FUN, DP, RES, PESO, SSR, WSSR, SAV, NP, NP)
ENDIF
SSR = SSR/(FII*NP)
WSSR = WSSR/(FII*NP)
SAV = SAV/(FII*NP)
IF (SAV.GT.SAVOLD) THEN
  MM = MM + 1
  WRITE(*,*) 'SOMA EM MM POR RESIDUO'
  IF (MM.GE.10) THEN
    WRITE(*,*) 'FALHA NO ALGORITMO DE PROCURA LINEAR-RESIDUO'
    GO TO 403
  ENDIF
  GO TO 710
ENDIF
403 IF(IOPT.NE.3) THEN
  CALL CALCPESO(RES, PESO, NP, 0)
ELSE
  CALL CALCPESO(RES, PESO, NP, 0)
  CALL CALCPESO(RES, PESO, NP, NP)
ENDIF
WRITE(*,600) ITER
WRITE(*,605) CON3*SAVOLD, CON3*SAV, CON4*SSR
605 FORMAT(T10, 'SAVOLD', T24, 'SAV', T38, 'SSR' /
*      4(2X, F12.4))
WRITE(9,615) ITER, CON4*SSR, CON3*SAV, 0.0,
*      CON1*ESTK, ESTS, CON2*ESTC, MM+1
615 FORMAT(1X, I3, 6(1X, E11.5), 1X, I2)
SAVOLD = SAV
TOLK = DABS(DELK/OESTK)
TOLS = DABS(DELS/OESTS)
TOLC = DABS(DELC/OESTC)
OESTK = ESTK
OESTS = ESTS
OESTC = ESTC
WRITE(*,610) CON1*ESTK, ESTS, CON2*ESTC
ITER = ITER + 1
ENDDO
ITER = ITER - 1
IF(IOPT.EQ.1) THEN
  CALL LAPLACE(RESPhi, RESVIS, RESCT, RESRWE, RESH, RESQ,
*      ESTK, SKIN, ESTC, TEST, N, M, NP, B, RES, 2)
  DO 210 I = 1, NP
    WRITE(7,645) TEST(I)/3.6D3, TESP(I)*14.7D0, FUN(I)*14.7D0,
*      DP(I)*14.7D0, RES(I)*14.7D0
210  CONTINUE
ELSE
  CALL LAPLACE(RESPhi, RESVIS, RESCT, RESRWE, RESH, RESQ,
*      ESTK, SKIN, ESTC, TEST, N, M, NP, B1, RES, 1)
  DO 230 I = 1, NP
    WRITE(7,645) TEST(I)/3.6D3, TESP(I)*14.7D0, RES(I)*14.7D0,
*      DP(I)*14.7D0, FUN(I)*14.7D0
230  CONTINUE
ENDIF
CALL INTERV (A, BETA, WSSR, FII*NP)

```



```

DELK = 100.DO*BETA(1)/ESTK
DELS = 100.DO*BETA(2)/ESTS
DELC = 100.DO*BETA(3)/ESTC
WRITE(8,*)
IF(IOPT.EQ.1) THEN
    WRITE(8,*) 'REGRESSAO NOS DADOS DE PRESSAO.'
ELSE IF(IOPT.EQ.2) THEN
    WRITE(8,*) 'REGRESSAO NOS DADOS DA DERIVADA DA PRESSAO.'
ELSE
    WRITE(8,*) 'REGRESSAO NOS DADOS DA PRESSAO E DA DERIVADA.'
ENDIF
WRITE(8,600) ITER
WRITE(8,650) CON4*SSR,CON3*SAV
WRITE(8,660) CON1*ESTK,DELK,ESTS,DELS,CON2*ESTC,DELC
WRITE(9,600) ITER
WRITE(9,650) CON4*SSR,CON3*SAV
WRITE(9,660) CON1*ESTK,DELK,ESTS,DELS,CON2*ESTC,DELC
WRITE(*,600) ITER
WRITE(*,650) CON4*SSR,CON3*SAV
WRITE(*,660) CON1*ESTK,DELK,ESTS,DELS,CON2*ESTC,DELC
600  FORMAT(/,1X,'N. ITERACOES =',I4)
610  FORMAT(1X,'K = ',F15.6/1X,'S = ',F15.6/1X,'C = ',E15.6)
645  FORMAT(1X,5(E15.7))
650  FORMAT(1X,'SSR = ',F15.5,2X,/,
*      1X,'SAV = ',F15.5,2X,/,
660  FORMAT(1X,'K = ',F15.6,' +/-' ,F6.2,' %'/
*      1X,'S = ',F15.6,' +/-' ,F6.2,' %'/
*      1X,'C = ',E15.6,' +/-' ,F6.2,' %')
END
*****
SUBROUTINE CALCPESO(RES,PESO,NP,IN)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION RES(1),PESO(1)
DO 100 I=1,NP
    AUX = DABS(RES(I+IN))
    IF(AUX.LT.1.D-9) THEN
        PESO(I+IN) = 0.DO
    ELSE
        PESO(I+IN) = 1.DO/AUX
    ENDIF
100  CONTINUE
RETURN
END
*****
SUBROUTINE RESIDUO(FUN,TESP,RES,PESO,SSR,WSSR,SAV,NP,IN)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION FUN(1),TESP(1),RES(1),PESO(1)
DO 100 I=1,NP
    RES(I+IN) = TESP(I) - FUN(I)
    SSR = SSR + RES(I+IN)*RES(I+IN)
    WSSR = WSSR + PESO(I+IN)*RES(I+IN)*RES(I+IN)
    SAV = SAV + DABS(RES(I+IN))
100  CONTINUE
RETURN
END
*****

```

```

C*****
C****  PROGRAMA PROG6.FOR *****
C*****
C****  Utiliza a subrotina RLLAV da biblioteca IMSL. *****
C****  *****

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NPON=150,NPAR=3)
      CHARACTER*12 ARQUIVO
      LOGICAL MUD
      DIMENSION XY(2*NPON,NPAR+5),BETA(NPAR),WK(2*NPAR+4),IWK(2*NPON)
      DIMENSION TESP(NPON),TEST(NPON),B(NPON,NPAR),FUN(NPON),RES(2*NPON)
      DIMENSION A(NPAR,NPAR+1),DELTA(NPAR),PEN(NPAR),PESO(2*NPON),
*      AS(NPAR,NPAR+1),B1(NPON,NPAR),DP(NPON)
      COMMON /STE/ V(50)
      CON1 = 1000.
      CON2 = 4.2784409E-7
      CON3 = 14.7
      CON4 = 216.09
C      DADOS DE RESERVATORIO - H(PES), VIS(CP), PHI(PURO), CT(PSI-1),
C      Q(STB/D), BO(BBL/STB)
      WRITE(*,*) 'ENTRE COM O ARQUIVO DE DADOS.'
      READ(*,*) ARQUIVO
      OPEN(4,FILE=ARQUIVO,STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(7,FILE='SAIMLLAV.DAT',STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(8,FILE='LIXO.DAT',STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(9,FILE='RESMLLAV.DAT',STATUS='UNKNOWN')
      READ(4,10) RESH,RESVIS,RESPHI,RESCT,RESRW,RESQ,RESBO,TPROD
10  FORMAT(T25,F10.5)
C      NUMERO DE PONTOS
      READ(4,20) NP
20  FORMAT(T32,I3)
      DO 200 I = 1,NP
          READ(4,*) TEST(I),TESP(I)
200  CONTINUE
      IF (TPROD.NE.0.DO) THEN
          DO 201 I = 1,NP
              TEST(I) = TEST(I)*TPROD/(TEST(I)+TPROD)
201  CONTINUE
      ENDIF
C      VARIAVEIS DE CONTROLE PARA O ALGORITMO DE STHEFEST COM 8 CTES
      M = 0
      N = 8
C      CONSTANTE INICIAL PARA O ALGORITMO DE GAUSS-MARQUARDT
      RLAM = 0.1D0
C      ZERANDO A MATRIZ AUXILIAR PARA O METODO LAV
      DO 130 I = 1,NP
          DO 120 J = 1,NPAR+5
              XY(I,J) = 0.D0
120  CONTINUE
130  CONTINUE
C      VARIABEL DE CONTROLE PARA MUDANCA DE METODO
      MUD = .FALSE.
C      TRANSFORMACOES DE UNIDADE
      RESCT = RESCT*14.7D0
      RESQ = RESQ*RESBO*1.84D0
      RESRW = RESRW*2.54D0
      RESH = RESH*30.48D0
      DO 300 I = 1,NP
          TEST(I) = TEST(I)*3.6D3
          TESP(I) = TESP(I)/14.7D0

```

```

300  CONTINUE
      WRITE(6,*) 'QUAL A FUNCAO A MINIMIZAR ?'
      WRITE(6,*) '1 - PRESSAO.'
      WRITE(6,*) '2 - DERIVADA.'
      WRITE(6,*) '3 - PRESSAO + DERIVADA.'
      READ(5,*) IOPT
      CALL DPDT(TEST, TESP, NP, DP)
C    LENDO AS ESTIMATIVAS INICIAIS
      WRITE(6,100)
100  FORMAT(1X, 'ENTRE COM OS VALORES INICIAIS DE K(D), S E C(CM3/ATM)')
      READ(5,*) OESTK, OESTS, OESTC
      WRITE(8,*)
      WRITE(8,*) 'ARQUIVO :', ARQUIVO
      WRITE(8,*)
      WRITE(8,*) 'METODO DE MIN. VAL. ABS. MODIFICADO - MIN. VAL. ABS.'
      WRITE(8,*)
      WRITE(8,110) CON1*OESTK, OESTS, CON2*OESTC
      WRITE(9,110) CON3*OESTK, OESTS, CON2*OESTC
110  FORMAT(3X, 'ESTIMATIVAS INICIAIS'//
*      1X, 'K =', F10.5/
*      1X, 'S =', F10.5/
*      1X, 'C =', E10.3)
      SAVOLD = 0.D0
      WSSROLD = 0.D0
      SSR = 0.D0
      DO 400 I = 1, 2*NP
        PESO(I) = 0.D0
400  CONTINUE
      IF (IOPT.NE.3) THEN
        FII = 1.0
        CALL LAPLACE(RESPhi, RESVIS, RESCT, RESRW, RESH, RESQ,
*          OESTK, OESTS, OESTC, TEST, N, M, NP, B, FUN, IOPT)
        IF (IOPT.EQ.1) THEN
          CALL RESIDUO(FUN, TESP, RES, PESO, SSR, WSSROLD, SAVOLD, NP, 0)
        ELSE
          CALL RESIDUO(FUN, DP, RES, PESO, SSR, WSSROLD, SAVOLD, NP, 0)
        ENDIF
        CALL CALCPESO(RES, PESO, NP, 0)
      ELSE
        FII = 2.0
        CALL LAPLACE(RESPhi, RESVIS, RESCT, RESRW, RESH, RESQ,
*          OESTK, OESTS, OESTC, TEST, N, M, NP, B, FUN, 1)
        CALL RESIDUO(FUN, TESP, RES, PESO, SSR, WSSROLD, SAVOLD, NP, 0)
        CALL LAPLACE(RESPhi, RESVIS, RESCT, RESRW, RESH, RESQ,
*          OESTK, OESTS, OESTC, TEST, N, M, NP, B1, FUN, 2)
        CALL RESIDUO(FUN, DP, RES, PESO, SSR, WSSROLD, SAVOLD, NP, NP)
        CALL CALCPESO(RES, PESO, NP, 0)
        CALL CALCPESO(RES, PESO, NP, NP)
      ENDIF
      SSR = SSR/(FII*NP)
      SAVOLD = SAVOLD/(FII*NP)
      ITMAX = 51
      TOL = 1.D-3
      ITER = 1
      TOLK = 1.D0
      TOLS = 1.D0
      TOLC = 1.D0
      WRITE(9,615) 0, CON4*SSR, CON3*SAVOLD, 0.0,
*          CON1*OESTK, OESTS, CON2*OESTC, 0
      WSSROLD = SAVOLD

```

```

MM = 0
DO WHILE((TOLK.GT.TOL.OR.TOLS.GT.TOL.OR.TOLC.GT.TOL).AND.ITER.LT.
*      ITMAX.AND.MM.LT.10)
DO 420 I = 1,NPAR
DO 410 J = 1,NPAR+1
A(I,J) = 0.D0
410 CONTINUE
420 CONTINUE
DO 500 K = 1,NP
DO 440 I = 1,NPAR
DO 430 J = 1,NPAR
A(I,J) = A(I,J) + PESO(K)*B(K,I)*B(K,J)
IF(IOPT.EQ.3)
*      A(I,J) = A(I,J) + PESO(K+NP)*B1(K,I)*B1(K,J)
430 CONTINUE
A(I,NPAR+1) = A(I,NPAR+1) + PESO(K)*RES(K)*B(K,I)
IF (IOPT.EQ.3)
*      A(I,NPAR+1) = A(I,NPAR+1) + PESO(K+NP)*RES(K+NP)*
*      B1(K,I)
440 CONTINUE
500 CONTINUE
IF(MUD) THEN
DO 411 K = 1,NP
DO 406 I = 1,NPAR
XY(K,I) = B(K,I)
IF (IOPT.EQ.3) XY(K+NP,I) = B1(K,I)
406 CONTINUE
XY(K,NPAR+1) = -RES(K)
IF(IOPT.EQ.3) XY(K+NP,NPAR+1) = -RES(K+NP)
411 CONTINUE
NII = FII*NP
CALL RLLAV (XY,2*NPON,NII,NPAR,1,BETA,SUMRE,II,IRANK,IWK,
*      WK,IER)
DELK = BETA(1)
DELS = BETA(2)
DELC = BETA(3)
ELSE
DO 505 I = 1,NPAR
A(I,NPAR+1) = -A(I,NPAR+1)
505 CONTINUE
INCLUINDO AS FUNCOES PENALIDADES
C      K > 0
C      -7 < S < 20
C      C > 0
PEN(1) = 2.D-5/OESTK**3
PEN(2) = 1.D-2*( DEXP(-OESTS-7.D0) + DEXP(OESTS-2.D1) )
PEN(3) = 2.D1/OESTC**3
DO 510 I = 1,NPAR
PEN(I) = PEN(I)*NP*FII*WSSROLD/2.D0
A(I,I) = A(I,I) + PEN(I)
510 CONTINUE
PEN(1) = 1.D-5/OESTK**2
PEN(2) = 1.D-2*( DEXP(-OESTS-7.D0) - DEXP(OESTS-2.D1) )
PEN(3) = 1.D1/OESTC**2
DO 520 I = 1,NPAR
PEN(I) = PEN(I)*NP*FII*WSSROLD/2.D0
A(I,NPAR+1) = A(I,NPAR+1) + PEN(I)
520 CONTINUE
ESCALONANDO A MATRIZ A
C      DO 570 I=1,NPAR

```

```

DO 560 J = 1,NPAR
    AS(I,J) = A(I,J)/DSQRT(A(I,I)*A(J,J))
560 CONTINUE
    AS(I,NPAR+1) = A(I,NPAR+1)/DSQRT(A(I,I))
570 CONTINUE
DO 550 I = 1,NPAR
    AS(I,I) = AS(I,I)+RLAM
550 CONTINUE
    CALL GAUSS(AS,DELTA,NPAR)
    DELK = DELTA(1)/DSQRT(A(1,1))
    DELS = DELTA(2)/DSQRT(A(2,2))
    DELC = DELTA(3)/DSQRT(A(3,3))
ENDIF
MMM = 0
MM = 0
710 RO = 0.5D0**MM
    ESTK = OESTK + RO*DELK
    ESTS = OESTS + RO*DELS
    ESTC = OESTC + RO*DELC
    IF (ESTK.LE.0.D0.OR.ESTC.LT.0.D0) THEN
        MM = MM + 1
        WRITE(*,*) 'SOMA EM MM POR LIMITE'
        IF (MM.GE.10) THEN
            WRITE(*,*) 'FALHA NO ALGORITMO DE PROCURA LINEAR-LIMITE'
            GO TO 402
        ENDIF
        GO TO 710
    ENDIF
402 IF (ESTS.LT.0.D0) THEN
    IF (ESTS.LT.-7.D0) ESTS = -7.D0
    RESRWE = RESRW*DEXP(-ESTS)
    SKIN = 0.D0
ELSE
    RESRWE = RESRW
    SKIN = ESTS
ENDIF
SAV = 0.D0
WSSR = 0.D0
SSR = 0.D0
IF (IOPT.NE.3) THEN
    CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*       ESTK,SKIN,ESTC,TEST,N,M,NP,B,FUN,IOPT)
    IF (IOPT.EQ.1) THEN
        CALL RESIDUO(FUN,TESP,RES,PESO,SSR,WSSR,SAV,NP,0)
    ELSE
        CALL RESIDUO(FUN,DP,RES,PESO,SSR,WSSR,SAV,NP,0)
    ENDIF
ELSE
    CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*       ESTK,SKIN,ESTC,TEST,N,M,NP,B,FUN,1)
    CALL RESIDUO(FUN,TESP,RES,PESO,SSR,WSSR,SAV,NP,0)
    CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*       ESTK,SKIN,ESTC,TEST,N,M,NP,B1,FUN,2)
    CALL RESIDUO(FUN,DP,RES,PESO,SSR,WSSR,SAV,NP,NP)
ENDIF
SAV = SAV/(FII*NP)
WSSR = WSSR/(FII*NP)
SSR = SSR/(FII*NP)
IF (SAV.GT.SAVOLD) THEN
    MMM = 1

```

```

      MM = MM + 1
      WRITE(*,*) 'SOMA EM MM POR RESIDUO'
      IF (MM.GE.10) THEN
        WRITE(*,*) 'FALHA NO ALGORITMO DE PROCURA LINEAR-RESIDUO'
        IF(.NOT.MUD) THEN
          MM = 0
          MUD = .TRUE.
        ENDIF
        GO TO 403
      ENDIF
      GO TO 710
403  ENDIF
      IF(IOPT.NE.3) THEN
        CALL CALCPESO(RES,PESO,NP,0)
      ELSE
        CALL CALCPESO(RES,PESO,NP,0)
        CALL CALCPESO(RES,PESO,NP,NP)
      ENDIF
      IF (MMM.EQ.1) THEN
        RLAM = RLAM*10.D0
      ELSE
        RLAM = RLAM/10.D0
      ENDIF
      WRITE(*,600) ITER
      WRITE(*,605) CON3*SAVOLD,CON3*SAV,CON3*WSSR,CON4*SSR
605  *   FORMAT(T10,'SAVOLD',T24,'SAV',T38,'WSSR',T52,'SSR'/
      *       4(2X,F12.4))
      WRITE(9,615) ITER,CON4*SSR,CON3*SAV,0.0,
      *       CON1*ESTK,ESTS,CON2*ESTC,MM+1
615  *   FORMAT(1X,I3,6(1X,E11.5),1X,I2)
      WSSROLD = WSSR
      SAVOLD = SAV
      TOLK = DABS(DELK/OESTK)
      TOLS = DABS(DELS/OESTS)
      TOLC = DABS(DELC/OESTC)
      IF (TOLK.LE.0.1.AND.TOLS.LE.0.1.AND.TOLC.LE.0.1.AND..NOT.MUD.
      *   AND.ITER.GT.2) THEN
        MUD = .TRUE.
        WRITE(*,*) '*****'
        WRITE(*,*) '*****'
        WRITE(*,*) '***** MUDOU *****'
        WRITE(*,*) '*****'
        WRITE(*,*) '*****'
      ENDIF
      WRITE(*,610) CON1*ESTK,ESTS,CON2*ESTC
      OESTK = ESTK
      OESTS = ESTS
      OESTC = ESTC
      PAUSE
      C   ITER = ITER + 1
      ENDDO
      ITER = ITER - 1
      IF (IOPT.EQ.1) THEN
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
      *   ESTK,SKIN,ESTC,TEST,N,M,NP,B,RES,2)
        DO 210 I = 1,NP
          WRITE(7,640) TEST(I)/3.6D3,TESP(I)*14.7D0,FUN(I)*14.7D0,
      *   DP(I)*14.7D0,RES(I)*14.7D0
210  *   CONTINUE
      ELSE

```

```

      CALL LAPLACE(RESPhi,RESVis,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*      ESTK,SKIN,ESTC,TEST,N,M,NP,B,RES,1)
      DO 220 I = 1,NP
        WRITE(7,640) TEST(I)/3.6D3,TESP(I)*14.7D0,RES(I)*14.7D0,
*        DP(I)*14.7D0,FUN(I)*14.7D0
220    CONTINUE
      ENDIF
      NII = FII*NP
      CALL INTERV(A,DELTA,WSSR,NII)
      DELK = 100.D0*DELTA(1)/ESTK
      DELS = 100.D0*DELTA(2)/ESTS
      DELC = 100.D0*DELTA(3)/ESTC
      WRITE(8,*)
      IF(IOPT.EQ.1) THEN
        WRITE(8,*) 'REGRESSAO NOS DADOS DE PRESSAO.'
      ELSE IF(IOPT.EQ.2) THEN
        WRITE(8,*) 'REGRESSAO NOS DADOS DA DERIVADA DA PRESSAO.'
      ELSE
        WRITE(8,*) 'REGRESSAO NOS DADOS DA PRESSAO E DA DERIVADA.'
      ENDIF
      WRITE(8,600) ITER
      WRITE(8,650) CON4*SSR,CON3*SAV
      WRITE(8,660) CON1*ESTK,DELK,ESTS,DELS,CON2*ESTC,DELC
      WRITE(*,600) ITER
      WRITE(*,650) CON3*WSSR,CON4*SSR,CON3*SAV
      WRITE(*,660) CON1*ESTK,DELK,ESTS,DELS,CON2*ESTC,DELC
600    FORMAT(/,1X,'N. ITERACOES =',I4)
610    FORMAT(1X,'K = ',F15.6/1X,'S = ',F15.6/1X,'C = ',E15.6)
640    FORMAT(1X,5(E15.7))
650    FORMAT(1X,'WSSR   =',F15.5,2X,/
*      1X,'SSR      =',F15.5,2X,/
*      1X,'SAV      =',F15.5,2X,)
660    FORMAT(1X,'K = ',F15.6,' +/-',F6.2,' %'/
*      1X,'S = ',F15.6,' +/-',F6.2,' %'/
*      1X,'C = ',E15.6,' +/-',F6.2,' %')
      END
*****
      SUBROUTINE CALCPESO(RES,PESO,NP,IN)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION RES(1),PESO(1)
      DO 100 I=1,NP
        AUX = DABS(RES(I+IN))
        IF(AUX.LT.1.D-9) THEN
          PESO(I+IN) = 0.D0
        ELSE
          PESO(I+IN) = 1.D0/AUX
        ENDIF
100    CONTINUE
      RETURN
      END
*****
      SUBROUTINE RESIDUO(FUN,TESP,RES,PESO,SSR,WSSR,SAV,NP,IN)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION FUN(1),TESP(1),RES(1),PESO(1)
      DO 100 I=1,NP
        RES(I+IN) = FUN(I) - TESP(I)
        SSR = SSR + RES(I+IN)*RES(I+IN)
        WSSR = WSSR + PESO(I+IN)*RES(I+IN)*RES(I+IN)
        SAV = SAV + DABS(RES(I+IN))
100    CONTINUE

```

RETURN
END

```

C*****
C****  PROGRAMA PROG7.FOR *****
C*****
C****  Utiliza as bilbilotecas de resolucao de sistemas de equacoes *****
C****  sobredeterminado (Decomposicao em valores singulares) da *****
C****  biblioteca Numerical Recipes. *****
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NPON=150,NPAR=3)
      CHARACTER*12 ARQUIVO
      DIMENSION TESP(NPON),TEST(NPON),B(NPON,NPAR),FUN(NPON),
*          DELTA(NPAR),U(2*NPON,NPAR),W(NPAR),V1(NPAR,NPAR),
*          DP(NPON),B1(NPON,NPAR),RES(2*NPON)
      COMMON /STE/ V(50)
      CON1 = 1000.
      CON2 = 4.2784409E-7
      CON3 = 14.7
      CON4 = 216.09
C      DADOS DE RESERVATORIO - H(PES), VIS(CP), PHI(PURO), CT(PSI-1),
C          Q(STB/D), BO(BBL/STB)
      WRITE(*,*) 'ENTRE COM O ARQUIVO DE DADOS'
      READ(*,*) ARQUIVO
      OPEN(4,FILE=ARQUIVO,STATUS='unknown')
      OPEN(7,FILE='SAISVD.DAT',STATUS='unknown')
      OPEN(8,FILE='RESSVD.DAT',STATUS='unknown')
      READ(4,10) RESH,RESVIS,RESPHI,RESCT,RESRW,RESQ,RESBO,TPROD
10  FORMAT(T25,F10.5)
      READ(4,20) NP
20  FORMAT(T32,I3)
      DO 100 I=1,NP
          READ(4,*) TEST(I),TESP(I)
100  CONTINUE
C      VARIABEIS DE CONTROLE PARA O ALGORITMO DE STHEFEST COM 8 CTES
      M = 0
      N = 8
C      TRANSFORMACOES DE UNIDADE
      RESCT = RESCT*14.7D0
      RESQ = RESQ*RESBO*1.84D0
      RESRW = RESRW*2.54D0
      RESH = RESH*30.48D0
      DO 300 I = 1,NP
          TEST(I) = TEST(I)*3.6D3
          TESP(I) = TESP(I)/14.7D0
300  CONTINUE
      WRITE(6,*) 'QUAL A FUNCAO A SER MINIMIZADA ?'
      WRITE(6,*) ' 1 - PRESSAO.'
      WRITE(6,*) ' 2 - DERIVADA.'
      WRITE(6,*) ' 3 - DERIVADA + PRESSAO.'
      READ(5,*) IOPT
      CALL DPDT(TEST,TESP,NP,DP)
C      LENDO AS ESTIMATIVAS INICIAIS
      WRITE(6,*)
*      'ENTRE COM OS VALORES INICIAIS DE K(D), S E C(CM3/ATM)'
      READ(5,*) OESTK,OESTS,OESTC
      WRITE(8,105) CON1*OESTK,OESTS,CON2*OESTC
105  FORMAT(3X,'ESTIMATIVAS INICIAIS'//
*      1X,'K =',F10.5/
*      1X,'S =',F10.5/
*      1X,'C =',E10.3)
      SSROLD = 0.D0
      SAV = 0.D0

```

```

IF(IOPT.NE.3) THEN
  NII = 1
  CALL LAPLACE(RESPhi, RESVIS, RESCT, RESRW, RESH, RESQ,
*    OESTK, OESTS, OESTC, TEST, N, M, NP, B, FUN, IOPT)
  IF(IOPT.EQ.1) THEN
    DO 110 I = 1, NP
      RES(I) = TESP(I) - FUN(I)
      SSROLD = SSROLD + RES(I)*RES(I)
      AUX1 = DABS(RES(I))
      SAV = SAV + AUX1
110    CONTINUE
    ELSE
      DO 111 I = 1, NP
        RES(I) = DP(I) - FUN(I)
        SSROLD = SSROLD + RES(I)*RES(I)
        AUX1 = DABS(RES(I))
        SAV = SAV + AUX1
111    CONTINUE
      ENDIF
      SSROLD = SSROLD/NP
      SAV = SAV/NP
    ELSE
      NII = 2
      CALL LAPLACE(RESPhi, RESVIS, RESCT, RESRW, RESH, RESQ,
*    OESTK, OESTS, OESTC, TEST, N, M, NP, B, FUN, 1)
      DO 112 I = 1, NP
        RES(I) = TESP(I) - FUN(I)
        SSROLD = SSROLD + RES(I)*RES(I)
        AUX1 = DABS(RES(I))
        SAV = SAV + AUX1
112    CONTINUE
      CALL LAPLACE(RESPhi, RESVIS, RESCT, RESRW, RESH, RESQ,
*    OESTK, OESTS, OESTC, TEST, N, M, NP, B1, FUN, 2)
      DO 113 I = 1, NP
        RES(I+NP) = DP(I) - FUN(I)
        SSROLD = SSROLD + RES(I+NP)*RES(I+NP)
        AUX1 = DABS(RES(I+NP))
        SAV = SAV + AUX1
113    CONTINUE
      SSROLD = SSROLD/NP/2.0
      SAV = SAV/NP/2.0
    ENDIF
    WRITE(8,615) 0, CON4*SSROLD, CON3*SAV, 0.0,
*    CON1*OESTK, OESTS, CON2*OESTC, 0
    ITMAX = 51
    TOL = 1.D-3
    TOLK = 1.D0
    TOLS = 1.D0
    TOLC = 1.D0
    ITER = 0
    MM = 0
    DO WHILE((TOLK.GT.TOL.OR.TOLS.GT.TOL.OR.TOLC.GT.TOL).AND.ITER.LT.
*    ITMAX.AND.MM.LT.10)
      ITER = ITER + 1
      DO 420 I = 1, NP
        DO 410 J = 1, NPAR
          U(I,J) = B(I,J)
          IF(IOPT.EQ.3) THEN
            U(I+NP,J) = B1(I,J)
          ENDIF
        410
      420
    ENDWHILE

```

```

410      CONTINUE
420      CONTINUE
      CALL SVDCMP(U,NII*NP,NPAR,2*NPON,NPAR,W,V1)
      CALL SVBKS(U,W,V1,NII*NP,NPAR,2*NPON,NPAR,RES,DELTA)
      DELK = DELTA(1)
      DELS = DELTA(2)
      DELC = DELTA(3)
      MM = 0
710      RO = .5D0**MM
      ESTK = OESTK + RO*DELK
      ESTS = OESTS + RO*DELS
      ESTC = OESTC + RO*DELC
      IF (ESTK.LE.0.D0.OR.ESTC.LT.0.D0) THEN
          MM = MM + 1
          WRITE(*,*) 'SOMA POR LIMITE'
          IF (MM.GT.20) THEN
              WRITE(*,*) 'FALHA POR LIMITE'
              GO TO 502
          ENDIF
          GO TO 710
      ENDIF
502      IF (ESTS.LT.0.D0) THEN
          RESRWE = RESRW*DEXP(-ESTS)
          SKIN = 0.D0
      ELSE
          RESRWE = RESRW
          SKIN = ESTS
      ENDIF
      SSR = 0.D0
      SAV = 0.D0
      IF(IOPT.NE.3) THEN
          CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*              ESTK,SKIN,ESTC,TEST,N,M,NP,B,FUN,IOPT)
          IF(IOPT.EQ.1) THEN
              DO 400 I = 1,NP
                  RES(I) = TESP(I) - FUN(I)
                  AUX1 = DABS(RES(I))
                  SSR = SSR + RES(I)*RES(I)
                  SAV = SAV + AUX1
400              CONTINUE
          ELSE
              DO 401 I = 1,NP
                  RES(I) = DP(I) - FUN(I)
                  AUX1 = DABS(RES(I))
                  SSR = SSR + RES(I)*RES(I)
                  SAV = SAV + AUX1
401              CONTINUE
          ENDIF
          SSR = SSR/NP
          SAV = SAV/NP
      ELSE
          CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*              ESTK,SKIN,ESTC,TEST,N,M,NP,B,FUN,1)
          DO 402 I = 1,NP
              RES(I) = TESP(I) - FUN(I)
              AUX1 = DABS(RES(I))
              SSR = SSR + RES(I)*RES(I)
              SAV = SAV + AUX1
402          CONTINUE
          CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,

```

```

*      ESTK,SKIN,ESTC,TEST,N,M,NP,B1,FUN,2)
DO 403 I = 1,NP
  RES(I+NP) = DP(I) - FUN(I)
  AUX1 = DABS(RES(I+NP))
  SSR = SSR + RES(I+NP)*RES(I+NP)
  SAV = SAV + AUX1
403  CONTINUE
  SSR = SSR/NP/2.0
  SAV = SAV/NP/2.0
ENDIF
IF (SSR.GT.SSROLD) THEN
  MM = MM + 1
  WRITE(*,*) 'SOMA POR RESIDUO'
  IF (MM.GT.10) THEN
    WRITE(*,*) 'FALHA POR RESIDUO'
    GO TO 501
  ENDIF
  GO TO 710
ENDIF
501  WRITE(8,615) ITER,CON4*SSR,CON3*SAV,0.0,
*      CON1*ESTK,ESTS,CON2*ESTC,MM+1
615  FORMAT(1X,I3,6(1X,E11.5),1X,I2)
  TOLK = DABS(DELK/OESTK)
  TOLS = DABS(DELS/OESTS)
  TOLC = DABS(DELC/OESTC)
  WRITE(*,600) ITER
  WRITE(*,*) CON4*SSROLD,CON4*SSR
  WRITE(*,610) CON1*DELK,DELS,CON2*DELC
  WRITE(*,610) CON1*ESTK,ESTS,CON2*ESTC
  OESTK = ESTK
  OESTS = ESTS
  OESTC = ESTC
  SSROLD = SSR
ENDDO
CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*      ESTK,SKIN,ESTC,TEST,N,M,NP,B1,RES,2)
DO 620 I = 1,NP
  WRITE(7,640) TEST(I)/3.6D3,TESP(I)*14.7D0,FUN(I)*14.7D0,
*      DP(I)*14.7,RES(I)*14.7
620  CONTINUE
  WRITE(*,600) ITER
  WRITE(*,*) CON4*SSR,CON3*SAV
  WRITE(*,610) CON1*ESTK,ESTS,CON4*ESTC
600  FORMAT(/,1X,'N. ITERACOES =',I4)
610  FORMAT(2(1X,F15.6/),1X,E15.6)
640  FORMAT(1X,5(E15.7))
  END
*****

```

```

C*****
C****  PROGRAMA PROG8.FOR *****
C*****
C****  Regressao nao linear com o metodo de Nelder-Mead's para *****
C****  um modelo de reservatorio radial infinito *****
C**** *****
C**** *****
C**** *****

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NPON=150,NPAR=3)
CHARACTER*12 ARQUIVO
DIMENSION RESVAR(NPAR,NPAR+1),SAV(NPAR+1),RMED(NPAR),R(NPAR)
DIMENSION DP1(NPON),PARMED(NPAR)
COMMON /STE/ V(50),M,N
COMMON /DADOS/ RESH,RESVIS,RESPHI,RESCT,RESRW,RESQ,RESBO,TPROD
COMMON /PRES/ TEST(NPON),TESP(NPON),FUN(NPON),DP(NPON)
CON1 = 1000.
CON2 = 4.2784409E-7
CON3 = 14.7
CON4 = 216.09
TOL = 1.D-7
IMIN = 10
IMAX = 300
IT = 0
WRITE(*,*) 'ENTRE COM O ARQUIVO DE DADOS'
READ(*,*) ARQUIVO
open(4,file=ARQUIVO,status='unknown')
open(7,file='SAINM.DAT',status='unknown')
open(8,file='RESNM.DAT',status='unknown')
C DADOS DE RESERVATORIO - H(PES), VIS(CP), PHI(PURO), CT(PSI-1),
C Q(STB/D), BO(BBL/STB)
READ(4,10) RESH,RESVIS,RESPHI,RESCT,RESRW,RESQ,RESBO,TPROD
10 FORMAT(T25,F10.5)
READ(4,20) NP
20 FORMAT(T32,I3)
DO 100 I=1,NP
    READ(4,*) TEST(I),TESP(I)
100 CONTINUE
    CALL DPDT(TEST,TESP,NP,DP)
    IF(TPROD.NE.0.D0) THEN
        DO 101 I = 1,NP
            TEST(I) = TEST(I)*TPROD/(TEST(I)+TPROD)
101 CONTINUE
        ENDIF
C VARIAVEIS DE CONTROLE PARA O ALGORITMO DE STHEFEST COM 8 CTES
M = 0
N = 8
C TRANSFORMACOES DE UNIDADE
RESCT = RESCT*14.7D0
RESQ = RESQ*RESBO*1.84D0
RESRW = RESRW*2.54D0
RESH = RESH*30.48D0
DO 300 I = 1,NP
    TEST(I) = TEST(I)*3.6D3
    TESP(I) = TESP(I)/14.7D0
    DP(I) = DP(I)/14.7D0
300 CONTINUE
WRITE(6,*) 'QUAL A FUNCAO A MINIMIZAR ?'
WRITE(6,*) ' 1 - PRESSAO.'
WRITE(6,*) ' 2 - DERIVADA.'

```

```

WRITE(6,*) ' 3 - DERIVADA + PRESSAO.'
READ(5,*) IOPT
C AS VARIAVEIS SAO O LOG DA PERMEABILIDADE, O SKIN E O LOG DA
C ESTOCAGEM. NA SUBROTINA LAPLACE AS VARIAVEIS SAO TRANSFORMADAS
C PARA AS VARIAVEIS USUAIS.
WRITE(*,*) 'ENTRE AS ESTIMATIVAS INICIAIS DE K, S E C.'
READ(*,*) A,B,C
RESVAR(1,1) = DLOG10(A)
RESVAR(1,2) = RESVAR(1,1) + 0.5
RESVAR(1,3) = RESVAR(1,1) + 1.0
RESVAR(1,4) = RESVAR(1,1) + 0.5
RESVAR(2,1) = B
IF (RESVAR(2,1).LT.15.0) THEN
    RESVAR(2,2) = RESVAR(2,1) + 5.0
    RESVAR(2,3) = RESVAR(2,1) - 1.0
    RESVAR(2,4) = RESVAR(2,1) + 5.0
ELSE
    RESVAR(2,2) = RESVAR(2,1) - 5.0
    RESVAR(2,3) = RESVAR(2,1) - 1.0
    RESVAR(2,4) = RESVAR(2,1) - 5.0
ENDIF
RESVAR(3,1) = DLOG10(C)
RESVAR(3,2) = RESVAR(3,1)
RESVAR(3,3) = RESVAR(3,1)
RESVAR(3,4) = RESVAR(3,1) + 1.0
DO 105 J = 1,NPAR+1
    IF (RESVAR(2,J).LT.0.00) THEN
        RESRWE = RESRW*DEXP(-RESVAR(2,J))
        SKIN = 0.00
    ELSE
        RESRWE = RESRW
        SKIN = RESVAR(2,J)
    ENDIF
    IF (IOPT.NE.3) THEN
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*          RESVAR(1,J),SKIN,RESVAR(3,J),TEST,NP,FUN,IOPT)
        SAV(J) = 0.00
        DO 110 I = 1,NP
            IF (IOPT.EQ.1) THEN
                RES = FUN(I) - TESP(I)
            ELSE
                RES = FUN(I) - DP(I)
            ENDIF
            AUX1 = DABS(RES)
            SAV(J) = SAV(J) + AUX1
110        CONTINUE
        SAV(J) = SAV(J)/NP
    ELSE
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*          RESVAR(1,J),SKIN,RESVAR(3,J),TEST,NP,FUN,1)
        SAV(J) = 0.00
        DO 111 I = 1,NP
            RES = FUN(I) - TESP(I)
            AUX1 = DABS(RES)
            SAV(J) = SAV(J) + AUX1
111        CONTINUE
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*          RESVAR(1,J),SKIN,RESVAR(3,J),TEST,NP,FUN,2)
        DO 112 I = 1,NP
            RES = FUN(I) - DP(I)

```

```

        AUX1 = DABS(RES)
        SAV(J) = SAV(J) + AUX1
112      CONTINUE
        SAV(J) = SAV(J)/(2*NP)
      ENDIF
105    CONTINUE
      CALL ORDER(SAV,ILO,ILI,IHI,IHO)
      DO 301 I = 1,NPAR+1
        WRITE(*,302) CON1*10.D0**RESVAR(1,I),RESVAR(2,I),
*                CON2*10.D0**RESVAR(3,I),CON3*SAV(I)
302      FORMAT(3(1X,E12.5),' FUN= ',E12.5)
301    CONTINUE
      WRITE(*,*)
      DO WHILE( (SAV(IHI).GT.SAV(ILO)+TOL.AND.IT.LT.IMAX).OR.
*            (IT.LT.IMIN) )
        CALL NEWPOINTS(RESVAR,IHI,RMED,R,SAVLIN,NP,IOPT)
        CALL IMPROVE(RESVAR,SAV,RMED,R,SAVLIN,ILO,ILI,IHO,IHI,NP,IOPT)
        CALL ORDER(SAV,ILO,ILI,IHI,IHO)
        DO 303 I = 1,NPAR+1
          WRITE(*,302) CON1*10.D0**RESVAR(1,I),RESVAR(2,I),
*                CON2*10.D0**RESVAR(3,I),CON3*SAV(I)
303      CONTINUE
        WRITE(*,*)
        WRITE(8,880) IT,CON3*SAV(ILO),CON1*10.D0**RESVAR(1,ILO),
*                RESVAR(2,ILO),CON2*10.D0**RESVAR(3,ILO)
880      FORMAT(1X,I3,4(E16.8))
        IT = IT + 1
      ENDDO
      WRITE(*,302) CON1*10.D0**RESVAR(1,ILO),RESVAR(2,ILO),
*                CON2*10.D0**RESVAR(3,ILO),CON3*SAV(ILO)
      IF(RESVAR(2,ILO).LT.0.D0) THEN
        RESRWE = RESRW*DEXP(-RESVAR(2,ILO))
        SKIN = 0.D0
      ELSE
        RESRWE = RESRW
        SKIN = RESVAR(2,ILO)
      ENDIF
      CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*                RESVAR(1,ILO),SKIN,RESVAR(3,ILO),TEST,NP,FUN,1)
      CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*                RESVAR(1,ILO),SKIN,RESVAR(3,ILO),TEST,NP,DP1,2)
      SSR = 0.D0
      IF(IOPT.EQ.1) THEN
        DO 890 I = 1,NP
          SSR = SSR + (FUN(I)-TESP(I))**2
890      CONTINUE
        SSR = SSR/NP
      ELSE IF(IOPT.EQ.2) THEN
        DO 900 I = 1,NP
          SSR = SSR + (DP1(I)-DP(I))**2
900      CONTINUE
        SSR = SSR/NP
      ELSE
        DO 920 I = 1,NP
          SSR = SSR + (FUN(I)-TESP(I))**2
          SSR = SSR + (DP1(I)-DP(I))**2
920      CONTINUE
        SSR = SSR/(2*NP)
      ENDIF
      WRITE(*,910) IT,CON3*SAV(ILO),CON4*SSR

```

```

910  FORMAT(1X,'ITER =' ,I3/
*      1X,'SAV  =' ,E12.6/
*      1X,'SSR  =' ,E12.6)
DO 400 I = 1,NP
    WRITE(7,500) TEST(I)/3.6D3, TESP(I)*14.7D0, FUN(I)*14.7D0,
*              DP(I)*14.7, DP1(I)*14.7
500  FORMAT(1X,5E15.7)
400  CONTINUE
END

*****
SUBROUTINE ORDER(Y,ILO,ILI,IHI,IHO)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NPAR=3)
DIMENSION Y(1)
ILO = 1
IHI = 1
DO 100 J = 2,NPAR+1
    IF(Y(J).LT.Y(ILO)) ILO = J
    IF(Y(J).GT.Y(IHI)) IHI = J
100  CONTINUE
ILI = IHI
IHO = ILO
DO 200 J = 2,NPAR+1
    IF(J.NE.ILO.AND.Y(J).LT.Y(ILI)) ILI = J
    IF(J.NE.IHI.AND.Y(J).GT.Y(IHO)) IHO = J
200  CONTINUE
RETURN
END

*****
SUBROUTINE NEWPOINTS(RESVAR,IHI,RMED,R,SAVLIN,NP,IOPT)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NPON=150,NPAR=3)
COMMON /STE/ V(50),M,N
COMMON /DADOS/ RESH,RESVIS,RESPHI,RESCT,RESRW,RESQ,RESBO,TPROD
COMMON /PRES/ TEST(NPON),TESP(NPON),FUN(NPON),DP(NPON)
DIMENSION RESVAR(NPAR,NPAR+1),RMED(1),R(1),DELTA(NPAR)
DO 200 K=1,NPAR
    S = 0.D0
    DO 100 J=1,NPAR+1
        S = S + RESVAR(K,J)
100  CONTINUE
    RMED(K) = (S - RESVAR(K,IHI))/NPAR
    DELTA(K) = RMED(K) - RESVAR(K,IHI)
200  CONTINUE
DO 400 I=1,NPAR
    R(I) = RMED(I) + DELTA(I)
400  CONTINUE
MM = 1
DO WHILE ( (R(2).LT.-10.0.OR.R(2).GT.30.0).AND.MM.LT.11 )
    RHO = 0.5**MM
    DO 440 I = 1,NPAR
        R(I) = RMED(I) + RHO*DELTA(I)
440  CONTINUE
    MM = MM + 1
    IF(MM.GT.10) THEN
        IF(R(2).LT.-10.0) R(2) = -10.0
        IF(R(2).GT.30.0) R(2) = 30.0
    ENDIF
ENDDO
IF(R(2).LT.0.D0) THEN

```



```

RESRWE = RESRW*DEXP(-R(2))
SKIN = 0.D0
ELSE
  RESRWE = RESRW
  SKIN = R(2)
ENDIF
IF(IOPT.NE.3) THEN
  CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*      R(1),SKIN,R(3),TEST,NP,FUN,IOPT)
  SAVLIN = 0.D0
  DO 110 I = 1,NP
    IF(IOPT.EQ.1) THEN
      RES = FUN(I) - TESP(I)
    ELSE
      RES = FUN(I) - DP(I)
    ENDIF
    AUX1 = DABS(RES)
    SAVLIN = SAVLIN+ AUX1
110  CONTINUE
    SAVLIN = SAVLIN/NP
  ELSE
    CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*      R(1),SKIN,R(3),TEST,NP,FUN,1)
    SAVLIN = 0.D0
    DO 111 I = 1,NP
      RES = FUN(I) - TESP(I)
      AUX1 = DABS(RES)
      SAVLIN = SAVLIN+ AUX1
111  CONTINUE
    CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*      R(1),SKIN,R(3),TEST,NP,FUN,2)
    DO 112 I = 1,NP
      RES = FUN(I) - DP(I)
      AUX1 = DABS(RES)
      SAVLIN = SAVLIN+ AUX1
112  CONTINUE
    SAVLIN = SAVLIN/(2*NP)
  ENDIF
  RETURN
  END
*****
SUBROUTINE SHRINK(RESVAR,SAV,ILO,NP,IOPT)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (NPON=150,NPAR=3)
DIMENSION RESVAR(NPAR,NPAR+1),SAV(1)
COMMON /STE/ V(50),M,N
COMMON /DADOS/ RESH,RESVIS,RESPhi,RESCT,RESRW,RESQ,RESBO,TPROD
COMMON /PRES/ TEST(NPON),TESP(NPON),FUN(NPON),DP(NPON)
DO 200 J = 1,NPAR+1
  IF(J.NE.ILO) THEN
    DO 100 K = 1,NPAR
      RESVAR(K,J) = ( RESVAR(K,J) + RESVAR(K,ILO) )/2.D0
100  CONTINUE
    IF(RESVAR(2,J).LT.0.D0) THEN
      RESRWE = RESRW*DEXP(-RESVAR(2,J))
      SKIN = 0.D0
    ELSE
      RESRWE = RESRW
      SKIN = RESVAR(2,J)
    ENDIF
  ENDIF

```

```

      SAV(J) = 0.DO
      IF(IOPT.NE.3) THEN
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*          RESVAR(1,J),SKIN,RESVAR(3,J),TEST,NP,FUN,IOPT)
        DO 110 I = 1,NP
          IF(IOPT.EQ.1) THEN
            RES = FUN(I) - TESP(I)
          ELSE
            RES = FUN(I) - DP(I)
          ENDIF
          SAV(J) = SAV(J) + DABS(RES)
110      CONTINUE
          SAV(J) = SAV(J)/NP
        ELSE
          CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*          RESVAR(1,J),SKIN,RESVAR(3,J),TEST,NP,FUN,1)
          DO 111 I = 1,NP
            RES = FUN(I) - TESP(I)
            SAV(J) = SAV(J) + DABS(RES)
111      CONTINUE
          CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*          RESVAR(1,J),SKIN,RESVAR(3,J),TEST,NP,FUN,2)
          DO 112 I = 1,NP
            RES = FUN(I) - DP(I)
            SAV(J) = SAV(J) + DABS(RES)
112      CONTINUE
            SAV(J) = SAV(J)/(2*NP)
          ENDIF
        ENDIF
200    CONTINUE
      RETURN
      END
*****
      SUBROUTINE IMPROVE(RESVAR,SAV,RMED,R,SAVLIN,ILO,ILI,IHO,IHI,
*          NP,IOPT)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (NPON=150,NPAR=3)
      DIMENSION RESVAR(NPAR,NPAR+1),SAV(1),RMED(1),R(1),E(NPAR)
      COMMON /STE/ V(50),M,N
      COMMON /DADOS/ RESH,RESVIS,RESPhi,RESCT,RESRW,RESQ,RESBO,TPROD
      COMMON /PRES/ TEST(NPON),TESP(NPON),FUN(NPON),DP(NPON)
      IF(SAVLIN.LT.SAV(IHO)) THEN
        IF(SAV(ILI).LT.SAVLIN) THEN
          DO 100 I = 1,NPAR
            RESVAR(I,IHI) = R(I)
100      CONTINUE
            SAV(IHI) = SAVLIN
          ELSE
            DO 110 I=1,NPAR
              E(I) = R(I) + R(I) - RMED(I)
110      CONTINUE
              MM = 1
              DO WHILE ( (E(2).LT.-10.0.OR.E(2).GT.30.0) .AND.MM.LT.11 )
                RHO = 0.5**MM
                DO 440 I = 1,NPAR
                  E(I) = R(I) + RHO*( R(I) - RMED(I) )
440      CONTINUE
                  MM = MM + 1
                  IF(MM.GT.10) THEN
                    IF(E(2).LT.-10.0) E(2) = -10.0

```

```

        IF(E(2).GT.30.0) E(2) = 30.0
    ENDIF
    IF(DABS(RESVAR(2,1)-RESVAR(2,2)).LT.1.D5
*       .AND. DABS(RESVAR(2,2)-RESVAR(2,3)).LT.1.D5
*       .AND. DABS(RESVAR(2,3)-RESVAR(2,4)).LT.1.D5)
*       RESVAR(2,1) = 0.5*RESVAR(2,1)
    ENDDO
    IF(E(2).LT.0.DO) THEN
        RESRWE = RESRW*DEXP(-E(2))
        SKIN = 0.DO
    ELSE
        RESRWE = RESRW
        SKIN = E(2)
    ENDIF
    IF(IOPT.NE.3) THEN
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*           E(1),SKIN,E(3),TEST,NP,FUN,IOPT)
        SAVLI1 = 0.DO
        DO 120 I = 1,NP
            IF(IOPT.EQ.1) THEN
                RES = FUN(I) - TESP(I)
            ELSE
                RES = FUN(I) - DP(I)
            ENDIF
            SAVLI1 = SAVLI1 + DABS(RES)
120        CONTINUE
        SAVLI1 = SAVLI1/NP
    ELSE
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*           E(1),SKIN,E(3),TEST,NP,FUN,1)
        SAVLI1 = 0.DO
        DO 121 I = 1,NP
            RES = FUN(I) - TESP(I)
            SAVLI1 = SAVLI1 + DABS(RES)
121        CONTINUE
        CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*           E(1),SKIN,E(3),TEST,NP,FUN,2)
        DO 122 I = 1,NP
            RES = FUN(I) - DP(I)
            SAVLI1 = SAVLI1 + DABS(RES)
122        CONTINUE
        SAVLI1 = SAVLI1/(2*NP)
    ENDIF
    IF (SAVLI1.LT.SAV(ILI)) THEN
        DO 130 I = 1,NPAR
            RESVAR(I,IHI) = E(I)
130        CONTINUE
        SAV(IHI) = SAVLI1
    ELSE
        DO 140 I = 1,NPAR
            RESVAR(I,IHI) = R(I)
140        CONTINUE
        SAV(IHI) = SAVLIN
    ENDIF
ENDIF
ELSE
    IF(SAVLIN.LT.SAV(IHI)) THEN
        DO 150 I=1,NPAR
            RESVAR(I,IHI) = R(I)
150        CONTINUE

```

```

        SAV(IHI) = SAVLIN
    ENDIF
    DO 160 I=1,NPAR
        E(I) = (RESVAR(I,IHI) + RMED(I))/2.DO
160    CONTINUE
        IF(E(2).LT.0.DO) THEN
            RESRWE = RESRW*DEXP(-E(2))
            SKIN = 0.DO
        ELSE
            RESRWE = RESRW
            SKIN = E(2)
        ENDIF
        IF(IOPT.NE.3) THEN
            CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*             E(1),SKIN,E(3),TEST,NP,FUN,IOPT)
            SAVLI1 = 0.DO
            DO 170 I = 1,NP
                IF(IOPT.EQ.1) THEN
                    RES = FUN(I) - TESP(I)
                ELSE
                    RES = FUN(I) - DP(I)
                ENDIF
                SAVLI1 = SAVLI1 + DABS(RES)
170            CONTINUE
            SAVLI1 = SAVLI1/NP
        ELSE
            CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*             E(1),SKIN,E(3),TEST,NP,FUN,1)
            SAVLI1 = 0.DO
            DO 171 I = 1,NP
                RES = FUN(I) - TESP(I)
                SAVLI1 = SAVLI1 + DABS(RES)
171            CONTINUE
            CALL LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRWE,RESH,RESQ,
*             E(1),SKIN,E(3),TEST,NP,FUN,2)
            DO 172 I = 1,NP
                RES = FUN(I) - DP(I)
                SAVLI1 = SAVLI1 + DABS(RES)
172            CONTINUE
            SAVLI1 = SAVLI1/(2*NP)
        ENDIF
        IF (SAVLI1.LT.SAV(IHI)) THEN
            DO 180 I = 1,NPAR
                RESVAR(I,IHI) = E(I)
180            CONTINUE
            SAV(IHI) = SAVLI1
        ELSE
            CALL SHRINK(RESVAR,SAV,ILO,NP,IOPT)
        ENDIF
    ENDIF
    RETURN
    END
C*****
SUBROUTINE LAPLACE(RESPhi,RESVIS,RESCT,RESRW,RESH,RESQ,
*     ESTK,ESTS,ESTC,TEST,NP,FUN,IOPT)
    IMPLICIT REAL * 8 (A-H,O-Z)
    DIMENSION G(50), H(25),TEST(1),FUN(1)
    COMMON /STE/ V(50),M,N
    VAR1 = 10.DO**ESTK
    VAR2 = ESTS

```

```

VAR3 = 10.D0**ESTC
DLOGTW = 0.69314718056D0
PI = 4.D0*DATAN(1.D0)
IF (N .EQ. M) GOTO 17
  M = N
  NH = N/2
  FATORIAIS FICAM EM G
  G(1) = 1.D0
  DO 1 I = 2, N
    G(I) = G(I-1) * I
  1 CONTINUE
  H(1) = 2.D0 / G(NH-1)
  DO 6 I = 2, NH
    FI = I
    IF (I-NH) 4,5,6
      H(I) = FI**NH*G(2*I)/(G(NH-I)*G(I)*G(I-1))
  4 GOTO 6
      H(I) = FI**NH*G(2*I)/(G(I)*G(I-1))
  5 CONTINUE
  6 SN = 2*(NH-NH/2*2)-1
  DO 7 I = 1, N
    V(I) = 0.D0
    K1 = (I+1)/2
    K2 = I
    IF(K2-NH) 8,8,9
      9 K2 = NH
      8 DO 10 K = K1, K2
        IF(2*K - I) 12,13,12
          IF(I-K) 11,14,11
          12 V(I) = V(I) + H(K)/(G(I-K)*G(2*K-I))
          11 GOTO 10
          13 V(I) = V(I) + H(K)/G(I-K)
          GOTO 10
          14 V(I) = V(I) + H(K) / G(2*K - I)
      10 CONTINUE
      V(I) = SN*V(I)
      SN = -SN
  7 CONTINUE
  17 CONTINUE
  C1 = DSQRT(RESPhi*RESVIS*RESCT)*RESRW
  C2 = 2.D0*PI*RESH/RESVIS
  TEMP6 = DSQRT(VAR1)
  DO 500 J = 1,NP
    FUN(J) = 0.D0
    A = DLOGTW / TEST(J)
    DO 15 I = 1, N
      ARG = A*I
      TEMP5 = DSQRT(ARG)
      TEMP1 = C1*TEMP5/TEMP6
      TEMP2 = BESSK0(TEMP1)
      TEMP3 = BESSK1(TEMP1)
      AUX1 = C1*C2*TEMP5*TEMP6*TEMP3
      AUX2 = TEMP2 + VAR2*TEMP1*TEMP3
      IF(IOPT.EQ.1) THEN
        FUN(J) = FUN(J)+V(I)*RESQ/(ARG*(AUX1/AUX2 + VAR3*ARG))
      ELSE
        FUN(J) = FUN(J)+V(I)*RESQ/(AUX1/AUX2 + VAR3*ARG)
      ENDIF
    15 CONTINUE
    FUN(J) = FUN(J) * A

```

```

        IF(IOPT.EQ.2) THEN
            FUN(J) = TEST(J) * FUN(J)
        ENDIF
        IF(FUN(J).LE.0.D0) THEN
            WRITE(*,*) 'ATENCAO, PRESSAO NEGATIVA NA INVERSAO'
        ENDIF
500    CONTINUE
        RETURN
    END
C*****
    SUBROUTINE DPDT(TEST, TESP, NP, DP)
    IMPLICIT REAL * 8 (A-H, O-Z)
    DIMENSION TEST(1), TESP(1), DP(1)
    I = 2
    AUX = DLOG10(TEST(I)/TEST(1))
    DO WHILE (AUX.LT.0.15D0)
        I = I + 1
        AUX = DLOG10(TEST(I)/TEST(1))
    ENDDO
    AUX2 = TEST(I) - TEST(1)
    AUX4 = TESP(I) - TESP(1)
    DP(1) = TEST(1)*AUX4/AUX2
    DO 100 I=2, NP-1
        J = I + 1
        AUX = DLOG10(TEST(J)/TEST(I))
        DO WHILE (AUX.LT.0.15D0.AND.J.LT.NP)
            J = J + 1
            AUX = DLOG10(TEST(J)/TEST(I))
        ENDDO
        AUX2 = TEST(J) - TEST(I)
        AUX4 = TESP(J) - TESP(I)
        J = I - 1
        AUX = DLOG10(TEST(I)/TEST(J))
        DO WHILE (AUX.LT.0.15D0.AND.J.GT.1)
            J = J - 1
            AUX = DLOG10(TEST(I)/TEST(J))
        ENDDO
        AUX1 = TEST(I) - TEST(J)
        AUX3 = TESP(I) - TESP(J)
        DP(I) = ( AUX2*AUX3/AUX1 + AUX1*AUX4/AUX2 )/(AUX1 + AUX2)
        DP(I) = TEST(I)*DP(I)
100    CONTINUE
        DP(NP) = DP(NP-1)
        RETURN
    END
C*****

```