UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Avaliação Numérica e Experimental do Conceito de Banco de Gelo de Placas Paralelas

Autor: **Orlando Quispe Crespo**
Orientador: **Kamal Abdel Radi Ismail**

46/96

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL
DA TESE DEFENDIDA POR Orlando Quispe
Crespo E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 4/10/1996

ORIENTADOR

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Q48a

Quispe Crespo, Orlando
Avaliação numérica e experimental do conceito de banco de gelo de placas paralelas / Orlando Quispe Crespo.--Campinas, SP: [s.n.], 1996.

Orientador: Kamal Abdel Radi Ismail.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Solidificação. 2. Energia - Armazenamento. 3. Gelo. 4. Mudança de estado (Física). 5. Análise numérica. I. Ismail, Kamal Abdel Radi. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA TÉRMICA E FLUÍDOS

Avaliação Numérica e Experimental do Conceito de Banco de Gelo de Placas Paralelas

Autor: **Orlando Quispe Crespo**
Orientador: **Kamal Abdel Radi Ismail**

Aprovado por:

Prof. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail, Presidente
Faculdade de Engenharia Mecânica. Unicamp.

Prof. Dr. Luiz Felipe Mendes de Moura
Faculdade de Engenharia Mecânica. Unicamp.

Prof. Dr. Milton Biage
Deptó. de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Uberlandia.

Campinas, 4 de Outubro 1996

Dedicatória:

Dedico esta obra aos meus adorados filhos:

Heidi , Christian, Mileydi

e a minha esposa:

Cristina.

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas as quais presto minha homenagem e agradecimento eterno:

A Deus por concederme suficiente força e saúde para aguentar a ausência dos meus filhos.

À professora Judith Halasz pelo início do curso.

A todos os professores e pessoal do departamento pelo ensino e amizade.

Em especial aos colegas que ajudaram na conclusão deste trabalho.

Ao professor Kamal A. R. Ismail pela orientação e término do curso.

A Capes pelo suporte financeiro.

Ao BRASIL.

Sumário

1 Introdução 1

1.1 Importância do Tema no contexto geral. 3

1.2 Delimitações e Hipóteses 5

1.3 Objetivos 5

2 Revisão de Literatura 7

3 Formulação do Modelo 23

3.1 Esquema do Problema 23

3.2 Equações Governantes 25

3.3 Solução Analítica Exata e a Aproximada 30

4 Solução Numérica 36

4.1 Formulação da Solução Numérica 38

4.1.1 A expansão em Série de Taylor 38

4.1.2 Início da Análise de Solidificação: nó 1 40

4.1.3 Análise do nó 2 47

4.1.4 Análise do nó 3 51

4.1.5 Análise do nó 4 - (M-3) 54

4.1.6 Análise no Término da Solidificação 57

4.2 Validação do Código Computacional 57

5 Análise Experimental 73

5.1 Célula Experimental 73

5.2 Medidas de Temperatura 73

5.3 Medidas da Posição da Frente de Solidificação 74

5.4 Procedimento dos Testes 74

5.5 Análise do Erro 75

5.5.1 Erro na Medida da Frente 75

5.5.2 Erro na Leitura de Temperatura 75

5.5.3 Erro na Posição dos Termopares 76

5.5.4 Super-Resfriamento do Líquido 76

6 Resultados e Discussões 78

6.1 Previsões do Modelo Analítico 78

6.1.1 A solução Exata de Prude'Homme 76

6.1.2 A solução Integral 78

6.2 Resultados Experimentais 79

6.3 Avaliação do Banco de Gelo 105

6.3.1 Introdução 105

6.3.2 Importância da Variação das Propriedades termofisicas do "PCM" 106

6.3.3 Massa de "PCM" Necessária na Unidade de Banco de Gelo 106

6.3.3.1 Calor Armazenado 107

6.3.3.2 Fluxo de Calor Instantâneo 110

6.3.4 Extensão de Tempo de Solidificação nos Processos de Mudança de Fase 111

6.3.4.1 Tempo Total em função da Distância de Placas 112

6.3.4.2 Tempo Total em Função da Temperatura Inicial do Liquido 112

6.3.4.3 Tempo Total em Função da Temperatura de Parede 113

6.3.5 Importância da Transferência por Convecção na Fase Líquida do "PCM" 113

6.3.6 Efetividade do Banco de Gelo. 116

7 Conclusões 137

Referências Bibliográficas 139

Lista de figuras

1.1 Sistema básico do armazenador de banco de gelo. 2

3.1 Esquema do banco de gelo de placas paralelas. 23

3.2 Modelo simplificado do armazenador de placas paralelas planas. 24

3.3 Esquema do modelo de solidificação da solução de Prude`Home. 30

3.4 Esquema da solução Integral, mostrando a distribuição de temperatura. 32

4.1 Esquema representativo do método de diferenças finitas. 37

4.2 Aproximação da derivada em um ponto dado x. 38

4.3 Esquema de análise de solidificação no início (nó 1). 42

4.4 Esquema de análise de solidificação para o nó 2. 47

4.5 Esquema de análise de solidificação para o nó 3 51

4.6 Esquema de análise de solidificação para os nós (4 - (M-3)) 54

4.7 Validação de malha. Posição da frente de solidificação para Dt = 0,25 s. 59

4.8 Validação da malha. Distribuição de temperatura no PCM para Dt = 0,25 s. 60

4.9 Testes do código computacional. Posição da frente para malha 20. 61

4.10 Testes do código computacional. Distribuição de temperatura no PCM malha 20. 62

4.11 Testes do código computacional. Posição da frente para malha 50. 63

4.12 Testes do código computacional. Distribuição de temperatura no PCM malha 50. 64

4.13 Testes do código computacional. Posição da frente para malha 80. 65

4.14 Testes do código computacional. Distribuição de temperatura no PCM malha 80. 66

4.15 Testes do código computacional. Posição da frente para malha 100. 67

4.16 Testes do código computacional. Distribuição de temperatura no PCM malha 100. 68

4.17 Testes do código computacional. Posição da frente para malha 150. 69

4.18 Testes do código computacional. Distribuição de temperatura no PCM malha 150. 70

4.19 Validação de malha. Posição da frente de solidificação para malha variável. 71

5.1 Esquema da Célula Experimental. 77

6.1 Posição da frente para a solução de Prude`home e a solução numérica 81

6.2 Posição da frente para a solução Integral e a solução numérica. TI=2°C 82

6.3 Distribuição de temperatura no PCM para os métodos Integral e numérica. TI=2°C 83

6.4 Posição da frente para a solução Integral e a solução numérica. TI=23°C 84

6.5 Distribuição de temperatura no PCM para os métodos Integral e numérica. TI=23°C 85

6.2.1 Variação de temperatura na parede. Experimento I 86

6.2.2 Posição da frente de solidificação. Experimento I 87

6.2.3 Velocidade da frente de solidificação. Experimento I 88

6.2.4 Evolução de temperatura na posição dos termopares. Experimento I 89

6.2.5 Distribuição de temperatura no PCM. Experimento I 90

6.2.6 Variação de temperatura na parede. Experimento II 92

6.2.7 Posição da frente de solidificação. Experimento II 93

6.2.8 Evolução de temperatura na posição dos termopares. Experimento II 94

6.2.9 Velocidade da frente de solidificação. Experimento II 95

6.2.10 Variação de temperatura na parede. Experimento III 97

6.2.11 Posição da frente de solidificação. Experimento III 98

6.2.12 Velocidade da frente de solidificação. Experimento III 99

6.2.13Evolução de temperatura na posição dos termopares. Experimento III 100

6.2.14 Distribuição de temperatura no PCM. Experimento III 101

6.2.15 Variação de temperatura na parede. Experimento IV 103

6.2.16 Posição da frente de solidificação e a solução integral. Experimento IV 104

6.3.1 Esquema da distribuição de temperatura 108

6.3.2 Comparação das curvas de efetividade para -20 e -2 °C 118

6.3.3 Comparação das curvas de efetividade em função do tempo e fração 119

6.3.4 Efetividade do armazenador experimental em função do NTU 120

6.3.5 Calor armazenado em função do tempo 121

6.3.6 Fluxo de calor armazenador instantâneo 122

6.3.7 Massa de PCM solidificada em função do tempo 123

6.3.8 Massa de PCM necessária no banco de gelo em função da carga 124

6.3.9 Tempo total de solidificação em função da distancia de placas. TI constante 125

6.3.10 Tempo total de solidificação em função da distancia de placas. TI constante 126

6.3.11 Tempo total de solidificação em função da distancia de placas. TP constante 127

6.3.12 Tempo total de solidificação em função da distancia de placas. TP constante 128

6.3.13 Tempo total de solidificação em função da temperatura do líquido. TP constante 129

6.3.14 Tempo total de solidificação em função da temperatura do líquido. TP constante 130

6.3.15 Tempo total de solidificação em função da temperatura do líquido. DI constante 131

6.3.16 Tempo total de solidificação em função da temperatura do líquido. DI constante 132

6.3.17 Tempo total de solidificação em função da temperatura de parede. TI constante 133

6.3.18 Tempo total de solidificação em função da temperatura de parede. TI constante 134

6.3.19 Tempo total de solidificação em função da temperatura de parede. DI constante 135

6.3.20 Tempo total de solidificação em função da temperatura de parede. DI constante 136

Lista de Tabelas

4.1 Testes do programa computacional. Faixa de validade da condição de estabilidade 58

4.2 Validação da malha. Cálculo do erro 72

6.1 Parâmetros das temperaturas iniciais da parede e a distância entre placas. 111

Nomenclatura

Letras Latinas

A	área superficial,
Bi	número de Biot, adimensional
DI	½ da distancia entre placas
Fo	número de Fourier , adimensional
LHTES	armazenador de energia térmica por calor latente
L	calor latente de fusão, kJ/kg
M	número de divisões da malha na direção X
PCM	material de mudança de fase
Ra	número de Rayleigh adimensional
Ste	número de Stefan, adimensional
S(τ)	Interface sólido-líquido adimensional
TF	temperatura de solidificação/fusão, °C
TM	temperatura de solidificação/fusão adimensional
TI	temperatura inicial do PCM, °C
TP	temperatura da placa fria, °C
X	distância adimensional
b	distância finita
c	calor específico, kJ/kg K

k	condutividade térmica, W/m K
m	massa, kg
r	densidade, kg/m^3
s(t)	Interface sólido-líquido
t	tempo, s
x	distância, m

Letras Gregas

ξ	fração do incremento DX da posição da interface
t	tempo, adimensional
a	difusividade térmica (k / r c), m^2/s
θ	temperatura, adimensional
θM	temperatura de solidificação/fusão adimensional
l	parâmetro da solução integral
β	coeficiente de expansão volumétrica
D	incremento
α_i	difusividade térmica

Subscripts

L	região da fase líquida
S	região da fase sólida

Resumo

QUISPE, Orlando Crespo, *Estudo Experimental e Numérico para Avaliar o Conceito de Banco de Gelo de Placas Paralelas*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1996. 120 p Tese (Mestrado)

Um estudo experimental e numérico é realizado para a avaliação de bancos de gelo de tipo placas paralelas, importantes para equilibrar a demanda de energia elétrica. Um modelo simplificado é analisado, desenvolvendo um código computacional que é comparado com os dados experimentais. Para a solução das equações governantes é utilizado o método de diferenças finitas. Na discretização do modelo matemático é aplicado o método de malha fixa no domínio de espaço. Uma metodologia completa e detalhada de análise de solidificação, mecanismo fundamental para o armazenamento de energia a baixas temperaturas, é desenvolvida. A transferência de calor é tratada como um problema de condução unidimensional, com temperatura de parede constante ou variando uniformemente em função do tempo. Na fase líquida são desconsiderados os efeitos de convecção. Parâmetros relevantes dos bancos de gelo como: taxas de fluxo de calor superficial, calor armazenado, velocidades e tempos de carregamento, distribuição de temperatura nas fases líquida e sólida são obtidos. Efeitos das variáveis independentes como: temperaturas iniciais da água, temperaturas de resfriamento e espaçamento das placas, sobre os parâmetros relevantes, são quantitativamente mostrados no presente estudo, identificando fatores importantes que estabelecem o melhor desempenho da unidade. Resultados experimentais obtidos para diferentes condições, confirmam a validade do modelo computacional.

Palavras Chave

- Solidificação, Armazenamento de Frio, Banco de Gelo, Mudança de Fase.

Abstract

QUISPE, Orlando Crespo, *Numerical and Experimental Evaluation of the Concept of Parallel Plates Ice Bank*, Campinas,: Faculty of Mechanical Engineering, State University of Campinas, 1996. 120 p Thesis (Master Sc.)

An experimental and numerical study is carried out to evaluate ice banks of parallel plates type. A simplified representative model is analysed, a computational code was developed and compared with experimental results. The finite difference method is used to solve the governing equations. For the mathematical model discretization, the method of fixed grid is used in the space domain. Complete and detailed methodology of the analysis of solidification, fundamental mechanism for the energy storage of low temperature are included. The heat transfer is treated as one dimensional conduction problem, with a constant temperature at the wall or changing uniformly as a function of time. In the liquid phase, the convection effects are not considered. Important parameters of the ice banks such as: superficial heat flux rates, velocity and time of the discharge, temperature distribution in the liquid and solid phases are discussed. Effects of the independent variables such as: water initial temperature, cooling fluid temperature and the spacing between the plates, over the relative parameters are quantitatively illustrated in this study, identifying the key factors to establish the best performance of the unit. Experimental results for different conditions, confirming the validity of the computational model are also included.

Key words

-Solidification, Cold storage, Ice Bank, Phase Change

Capítulo 1

Introdução

O entendimento do fenômeno de solidificação/fusão é de grande importância para o desenvolvimento de muitos equipamentos. Isto é demonstrado pela enorme quantidade de trabalhos científicos existentes, tanto experimentais como também teóricos a respeito deste tema. De particular importância são os armazenadores de banco de gelo, equipamentos com elevada capacidade de armazenamento de energia comparado a um armazenador de calor sensível; esta diferença na capacidade de armazenamento é possível pela mudança de fase que sofre a água. O entendimento deste fenômeno físico permite identificar os principais parâmetros relevantes dos bancos de gelo.

Bancos de gelo são equipamentos que armazenam energia como calor latente, a baixas temperaturas. Tem dimensões compactas o que é de interesse para sua implementação prática. Estes equipamentos são utilizados principalmente no condicionamento de ar em prédios, residências, escritórios, comércio e indústria em geral, onde o conforto é um aspecto importante para o desempenho humano. Entre outras aplicações, pode-se citar a utilização em indústrias de alimentos e em centrais termelétricas, onde o rendimento das turbinas melhora resfriando-se o ar de admissão.

O objetivo fundamental destes equipamentos é aliviar os efeitos dos picos de carga, que são períodos de tempo críticos na demanda de energia elétrica.

Estes equipamentos são constituídos por vários componentes que podem ser distribuídos em subsistemas. Segundo SILVER et al (1993), estes são: 1. circuito de refrigeração, 2. circuito de fluido de transporte, 3. componentes de controle e 4. componentes miscelâneos. A

figura 2.1 mostra esquematicamente estes subsistemas e componentes.

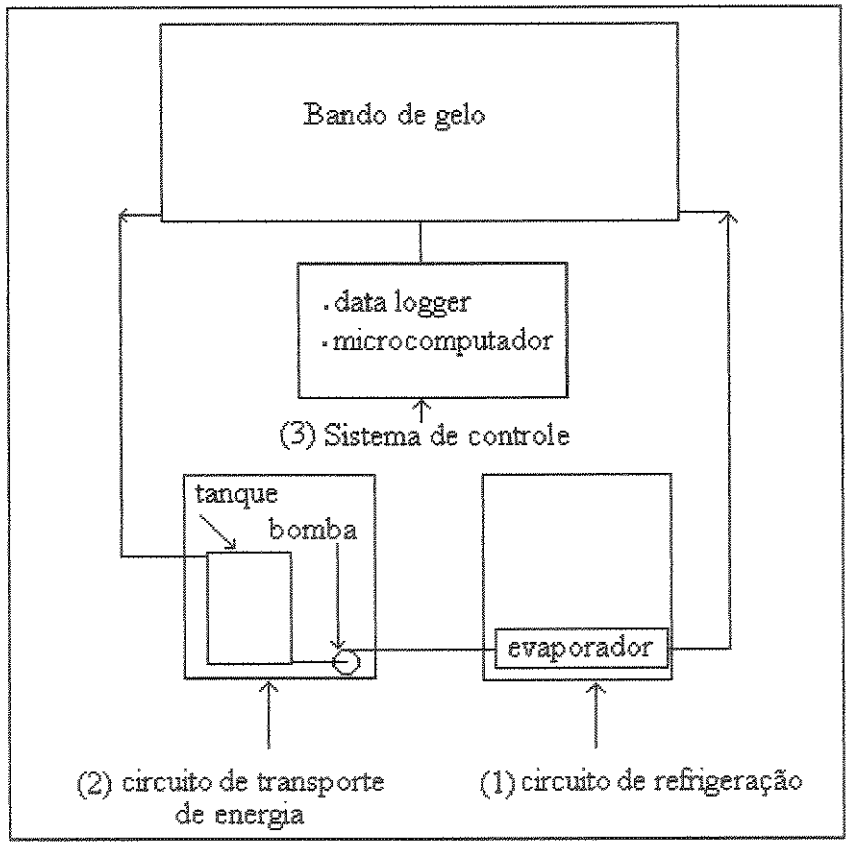

Fig 1.1 Sistema básico do armazenador de banco de gelo

A energia é armazenada no material de mudança de fase (PCM), que para o banco de gelo é a água. A transferência da energia do material de mudança de fase é obtida com o circuito do fluido de trabalho. Durante o período de carga do armazenador é utilizado o circuito de refrigeração. Um perfeito funcionamento do equipamento e a coordenação exata entre cada uma dos componentes é obtido com o sistema de controle. Os componentes miscelâneos constituem os contadores de energia eletrica, termômetros e outros de relativa importância.

1.1 Importância do tema no contexto geral

Energia é uma questão crítica na economia de todos os países e indispensável na indústria em geral, agricultura, comércio e para uso pessoal. Mediante ela é possível extrair, processar, fabricar materiais e convertê-los em produtos para o consumo.

A energia elétrica em particular é uma forma de energia intermediária de alta qualidade termodinâmica e de grande flexibilidade na sua utilização. Muitas tarefas só podem ser realizadas com ela, fazendo com que tenha um lugar único e privilegiado entre os diferentes tipos de energia. Entretanto são necessárias tecnologias complexas para a obtenção desta energia, o que encarece os custos. A demanda da energia elétrica é elevada e as projeções estatísticas para o século XXI estabelecem quantidades sem precedentes que terão que ser fornecidas para evitar um colapso econômico mundial.

Combustíveis primários (como o petróleo e o carvão) são os principais responsáveis na geração de energia elétrica, mas são fontes de energia esgotáveis. Nos anos setenta surgiu a crise do petróleo que criou uma instabilidade mundial, onde os países industrializados desenvolveram estratégias e políticas energéticas que superaram essa crise, salvaguardando sua prosperidade e até sua segurança nacional. Conseqüência dessas políticas foi o surgimento de programas e projetos completos de conservação de energia. A mais importante para o nosso propósito é aquela na qual se determina a utilização eficiente da energia, melhorar as tecnologias existentes e desenvolver novas que sejam economicamente viáveis. Vários estudos são conduzidos, KENDALL e NADIS (1980), mostram dados de complexos industriais e plantas de geração de energia elétrica onde são jogados importantes quantidades de energia, tanto no ar como na água. Economias substanciais poderiam ser alcançadas através da combinação de alguns processos, o que se denomina co-geração.

Outro estudo importante é a respeito do **consumo** da energia elétrica. Este estudo compreende diferentes centros de consumo: residências, comércio e indústria em geral, e mostra que o consumo nestes setores da economia varia continuamente durante as horas do dia e ainda de acordo com cada estação. Idêntico comportamento se tem com a geração ou **produção**, que também pode variar em função da energia potencial nos sistemas hidrelétricos, da velocidade do vento nos geradores eólicos, com as condições do dia para os geradores solares e também para as turbinas a gás nas termelétricas, onde o rendimento é sensível às

variações de temperatura. O ajuste do **consumo e da produção** da energia elétrica é um assunto vital, que é objeto de numerosos estudos. Os armazenadores de bancos de gelo têm a missão de equilibrar essas diferenças.

De especial interesse no anterior estudo é a curva de demanda de energia elétrica. Este gráfico revela informações que dão lugar a outros estudos particularmente importantes. Acontece que existem períodos determinados em que a demanda se eleva bruscamente formando picos que dão origem ao conhecido termo: **"horas de pico"**. Este fato ocasiona enormes dificuldades técnico econômicas nas centrais de geração e como conseqüência, aparecem tarifas especiais onde os custos se elevam substancialmente. Contrário aos picos também existem períodos de tempo onde o consumo é menor que a média e são denominados "off-peak", no termo inglês.

A potência instalada nas centrais de geração deve satisfazer as demandas máximas das horas de pico e para este objetivo são instalados geradores auxiliares ou ampliadas as plantas de geração. Tecnicamente se tem instalações eficazes, mas pelos períodos curtos das horas de pico, a eficiência das instalações é baixa, tornando os equipamentos ociosos (que somente funcionam nos horários de pico); isto logicamente encarece os custos como foi mencionado anteriormente.

Esta é a principal justificativa para a realização do presente trabalho com a utilização dos bancos de gelo, que nos horários de off-peak armazenam a energia como frio para depois liberá-las nos horários de pico. Desta forma é diminuída a potência máxima instalada com os conseqüentes melhoramentos na eficiência das plantas, a diminuição dos custos e principalmente mantendo a sua eficácia.

Companhias elétricas em alguns países como os Estados Unidos, incentivam a utilização dos bancos de gelo para o armazenamento de energia nos horários off-peak, e para isto oferecem tarifas diferenciadas que favorecem as indústrias e usuários, como é mencionado em MEKLER et al (1989) e SPETHMANN (1993).

O presente trabalho estuda o conceito de **armazenamento de energia** por **mudança de fase** através de **Bancos de gelo** , contribuindo na solução da conservação e uso eficiente da energia.

1.2 Delimitações e Hipóteses

As principais considerações que especificam a natureza do trabalho são as seguintes:

- As propriedades termofísicas da água e o gelo não variam com a temperatura.
- A transferência de calor é unidimensional.
- Não existe convecção natural na região líquida do "PCM" durante a solidificação.
- Temperatura inicial do líquido é maior que da fusão.
- Temperatura de parede constante ou variando uniformemente em função do tempo.
- Distribuição simétrica das placas no banco de gelo.

Uma exposição detalhada destas considerações será apresentada no terceiro capítulo.

1.3 Objetivos

Uma breve introdução é dada antes de mencionar os principais objetivo do presente trabalho. Avaliação significa quantificar os parâmetros relevantes que caracterizam os bancos de gelo. O objetivo desta avaliação é obter **valores ótimos** destes parâmetros para certas condições de funcionamento previamente definidas. De maneira geral, estes valores ótimos podem ser obtidos de duas formas: experimental ou teoricamente.

Os métodos experimentais utilizam um modelo físico; o que implica na implementação de equipamentos e instrumentos. Por esta razão são na maior parte muito dispendiosos e trabalhosos e às vezes impossível de serem realizados.

A alternativa às dificuldades do método experimental é aplicar o método teórico, que consiste em construir um modelo matemático que represente o equipamento. Este modelo matemático, que relaciona os principais parâmetros através das equações governantes, é resolvido por métodos matemáticos tradicionais analíticos ou numéricos. A grande vantagem do método teórico em relação ao experimental é que permite simular o funcionamento do equipamento de forma mais flexível e desta maneira obter os parâmetros ótimos procurados que darão lugar a projetos eficientes.

No contexto geral, o objetivo do presente trabalho é apresentar uma metodologia simples de análise do fenômeno de solidificação, que constitui o fundamento do funcionamento dos bancos de gelo. Como resultado desta análise se obtém um programa computacional que permite avaliar o desempenho em função de parâmetros e condições requeridas.

De maneira específica, aplica-se o programa computacional na avaliação de um modelo representativo simples, investigando os efeitos das variações das variáveis independentes como: temperatura inicial do água, temperatura de resfriamento na parede e o espaçamento das placas. Obtém-se curvas e gráficos dos parâmetros relevantes como taxas de fluxo de calor superficial, velocidade, tempos de carregamento e distribuição de temperatura nas fases sólida e líquida.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

A grande importância da revisão da literatura é evidente porque ela nos permite identificar aspectos fundamentais como os conceitos teóricos e também as evidências empíricas obtidas nos trabalhos experimentais. Também define a área e os limites do estudo permitindo obter possíveis resultados de trabalhos similares, de conhecer o estado de arte do tema e finalmente a relevância científica do tema no contexto geral.

O período de revisão considerado é de 1989 a 1996. Além destes são consultados autores críticos de prestígio e trabalhos clássicos que constituem o eixo do trabalho. A literatura nacional apresenta importantes publicações, principalmente as teses referidas ao tema.

Pela importância e amplitude do tema, a revisão bibliográfica é distribuída em diferentes aspectos para fins de estudo metódico e direcionado.

Aspectos Gerais.

Armazenamento de energia não é um conceito novo, de fato já foi utilizado em várias formas através da história do homem. Segundo KENDALL e NADIS (1980) muitas civilizações utilizaram e armazenaram energia solar construindo suas vivendas com materiais apropriados e deliberados para obter conforto térmico.

Com o descobrimento e a utilização de combustíveis primários como o petróleo, gás natural e carvão, muitas tecnologias novas surgiram para facilitar e melhorar as condições da humanidade. Segundo estes mesmos autores, enquanto estas energias primárias tinham disponibilidade e preços baixos, pouca importância foi dada a tecnologia de armazenamento.

Com o esgotamento contínuo e com a crise dos anos 70, começaram a ressurgir os antigos conceitos de armazenamento. De maneira geral, pode-se classificar a tecnologia de armazenamento como: Térmica, Termoquímica, Eletroquímica, Mecânica e Elétrica. O armazenamento de energia térmica pode ser realizada como calor sensível e como calor latente. Os armazenados de calor latente, objetivo de nosso estudo, são caracterizados principalmente pela maior capacidade de armazenamento com respeito aos de tipo sensível. Os armazenadores que utilizam materiais de mudança de fase "PCM" devem ter qualidades apropriadas para cada aplicação. KENDAL e NADIS (1980) recomendam que o PCM não deva ser corrosivo, ser quimicamente estável, não tóxico, ponto de fusão dentro da faixa de temperatura apropriada para as necessidades e ainda capacidade de agüentar prolongados ciclos.

Conceitos e características dos bancos de gelo.

BECKMAN e GILLI (1982) definem o banco de gelo como um armazenador de energia térmica por calor latente "LHTES" e utilizado principalmente em processos de ar condicionado. Este autor trata conceitos de armazenamento térmico em geral e ilustra alguns aspectos dos sistemas de armazenamento de bancos de gelo. SILVER et al (1989) desenvolveram modelos matemáticos para cada componente dos sistemas de banco de gelo com o objetivo de simular o desempenho destes equipamentos. Estes modelos são incorporados num simulador maior que compreende análises energéticas completas em edifícios permitindo simular diversos tipos de configurações e estratégias de controle que podem ser manipulados através da conexão desses componentes. Estes autores mencionam os impactos dos picos de demanda como o principal objetivo dos bancos de gelo. Outro aspecto importante deste trabalho é que o simulador geral inclui um algoritmo para simular os sistemas de carga, que são imprescindíveis para modelar as cargas de resfriamento e os perfis da demanda de energia elétrica. Num trabalho conjunto SILVER et al (1989 a) descreveram os algoritmos utilizados no trabalho anterior para os dois elementos chave dos bancos de gelo que são o evaporador e o tanque de armazenamento de gelo. Mostram uma cuidadosa análise na obtenção das propriedades termofísicas do PCM e do refrigerante como também uma análise termodinâmica e da transferencia de calor.

Os princípios básicos de funcionamento destes equipamentos são descritos por GRUMMAN et al (1988) da seguinte forma: a energia armazenada no gelo é produzida pelo

sistema de refrigeração. A recuperação e utilização desta energia contida no gelo é feita pelo sistema de transporte de energia onde um fluido com ponto de solidificação mais baixo do que a água circula através de tubos no meio do banco de gelo, absorve o calor e o transfere ao ar por meio de trocadores de calor. Todo este processo aparentemente simples deve ser controlado muito cuidadosamente, precisando para isto um sistema de medidas de temperatura, velocidades, fluxos e outros. Além desta descrição do princípio de funcionamento dos armazenadores de banco de gelo, eles fazem um estudo técnico econômico para justificar o emprego deste equipamento. Apresentam tabelas contendo vantagens e desvantagens das diversas opções e mostram uma relação de custos que decide a escolha do sistema de banco de gelo.

PEEBLES et al (1994) descrevem a utilização dos bancos de gelo numa companhia alimentícia, onde o resfriamento do leite e o aquecimento da água são críticos. Estes autores compararam vários tipos de equipamentos obtendo importantes vantagens dos sistemas de armazenamento por banco de gelo, principalmente no alívio das cargas dos picos de demanda. A comparação que fizeram estes autores está baseada principalmente em aspectos econômicos e técnicos, apresentando gráficos e tabelas nos seus resultados.

Uma das maiores aplicações encontradas pelos armazenadores de bancos de gelo é na indústria de ar condicionado. SIVERLING et al (1995) estudaram as necessidades de temperatura controlada nos centros de computação, onde estas condições devem ser mantidas as 24 horas do dia e durante o ano todo. Em eventuais períodos de corte de energia ou de manutenção, se produz inevitavelmente um incremento de temperatura, que podem danificar os equipamentos de computação. Utilizando os sistemas de armazenamento por bancos de gelo em paralelo com o "chiller" existente conseguem prover resfriamento temporário por um período de 30 minutos, tempo suficiente para a reposição dos "chiller".

Maiores vantagens sobre o conforto ambiental com armazenadores de banco de gelo são obtidas por BERGLUND (1991). Este autor afirma que regiões com excesso de umidade são favorecidas pela utilização destes equipamentos. O excesso de umidade é eliminado pelas temperaturas baixas conseguidas no evaporador ou nos trocadores que estão em contato com o ar tratado. Uma vantagem adicional citada por estes autores como conseqüência da eliminação de umidade é a de evitar o crescimento de mofo e microorganismos.

A respeito dos picos de demanda como um dos principais fatores para o desenvolvimento dos armazenadores de banco de gelo, SOMASUNDARAM et al (1993) estimaram que no ano 2000 de acordo com as projeções de consumo de energia elétrica, 40 % da demanda total serão destinadas para satisfazer os picos; daqui a importância dos estudos que vem se desenvolvendo nos principais centros de pesquisa como: fábricas, universidades e instituições específicas com estes objetivos.

KENDALL e NADIS (1980) mostraram nos seus dados estatísticos que as áreas comerciais e residenciais nos E.U.A. somam aproximadamente 36,6 % do total de consumo de energia elétrica. Segundo as pesquisas, poderiam ser obtidas economias entre (30 - 50) % desta energia, diminuindo assim os picos de demanda. Como resultado destas pesquisas, a indústria de ar condicionado, principal consumidor de eletricidade nesses setores de consumo, começaram a desenvolver e utilizara a tecnologia dos bancos de gelo. Paralelo a esta iniciativa também as companhias de distribuição de energia elétrica, segundo JEKEL (1993), oferecem taxas de estrutura variável e estimulam o uso de energia durante horários fora dos picos de demanda e que na maioria dos casos correspondem as horas noturnas.

No referente aos tipos de bancos de gelo, existem vários tipos com características apropriadas para cada aplicação e destinadas para a obtenção da máxima eficiência termodinâmica. SOMASUMDARAM et al. (1993) distinguiram dois principais tipos de armazenadores conforme o gelo é formado no tanque: a). Ice Building e b). Ice Harvesting. No primeiro caso, o gelo é formado constantemente sobre o evaporador e o gelo é produzido durante toda a carga. No segundo caso, o gelo é formado periodicamente e removido a intervalos de tempo definidos por fusão instantânea.

A respeito dos sistemas Ice Harvesting, KNEBEL (1995) prediz e avalia o desempenho deste tipo de armazenadores. Neste sistema são aplicados evaporadores do tipo placa plana montados acima do tanque de armazenamento. O funcionamento é descrito da seguinte forma: para o período de carga do armazenador (solidificação) água a baixa pressão é distribuída uniformemente pela superfície plana dos evaporadores e é solidificada em camadas relativamente finas, a espessura do gelo formado varia de 5 a 9 mm. Periodicamente o gelo desprende-se por fusão instantânea. Destacam que estes sistemas são de maior eficiência relativo aos Ice buildings. O mesmo autor mostra gráficos e tabelas dos resultados obtidos.

Segundo BEJAN et al (1995) a tecnologia dos armazenadores tipo Ice Harvesting são de maior eficiência. Eles mostraram a produção de gelo por resfriamento convectivo seguido por fusão instantânea, denominado por eles de contato. Estes autores afirmaram que a eficiência do sistema pode ser maximizada por uma seleção apropriada da freqüência de intermitência do ciclo de solidificação e remoção de sólido. Estudaram o problema para três casos: a) placa plana, b) solidificação interna num cilindro e c) solidificação externa a um cilindro. Ainda este estudo esta dirigido para a fabricação de gelo, é digno de ser analisado pela abordagem analítica aplicada.

Existem outros critérios para distinguir e classificar os bancos de gelo de acordo a carga aplicada. CAREY, MITCHEL e BECKMAN et al (1995) analisaram duas estratégias básicas para o projeto de armazenadores com banco de gelo que são: os armazenadores de carga total e os de carga parcial. Nos sistemas de carga total toda a energia de resfriamento para o ar condicionado é utilizada do tanque de gelo, ou seja, estes equipamentos devem ter a capacidade suficiente para satisfazer essas demandas como também a capacidade do "chiller" deve ser suficiente para recarregar o tanque durante a noite, tempo no qual geralmente são as horas fora de pico. Na estratégia de carga parcial, o tanque e o "chiller" têm menor capacidade e ambas podem funcionar simultaneamente para satisfazer a carga necessária. Estes autores também analisaram fatores importantes dos bancos de gelo como: a carga máxima, taxa de resfriamento necessária e o tempo em que a máxima carga acontece. Destaca-se neste trabalho a grande interação entre o perfil de carga e as dimensões do tanque de gelo do armazenador. Utilizaram o conceito de efetividade como a forma mais conveniente para representar o desempenho do armazenador, também apresentam os resultados mais importantes em gráficos e tabelas.

Desempenho e controle dos bancos de gelo.

Vários trabalhos apresentados realçam a grande importância de um adequado e cuidadoso controle no projeto e na aplicação de bancos de gelo para os casos reais. BRADY (1994) afirma que enquanto são reduzidas as demandas instantâneas das horas de pico, algumas instalações em funcionamento mostram um incremento significativo no consumo anual de energia. Estes inconvenientes podem ser evitados desde que os projetistas utilizem todas as características tecnológicas oferecidas por um armazenador de banco de gelo. Mostram que com uma integração completa do sistema de armazenamento com o projeto arquitetônico do

edifício, poderia se reduzir substancialmente o consumo anual de energia, reduzir os picos de demanda, os custos de operação e também a redução dos impactos no meio ambiente pela utilização de sistemas mecânicos desnecessários.

SPETHMANN (1989) descreve os resultados do desenvolvimento de um controlador para o armazenamento de frio. Indicam que muitos sistemas instalados de bancos de gelo funcionam com eficiências menores que as obtidas nos laboratórios. Explica que isto é causado pela falta de um adequado controle do sistema geral. Indicam que as dimensões da unidade e o tipo de armazenador aplicados são variáveis importantes que influenciam nos custos gerais destes equipamentos. Concluíram que um ótimo controle do sistema total, requer um controle preciso da operação do "Chiller" e o uso automático da energia armazenada para satisfazer as cargas. Num trabalho posterior SPETHMANN (1993) define como o objetivo principal da estratégia de controle a redução das contas de energia elétrica. Indica que para qualquer projeto particular esta estratégia é determinada pela consideração das taxas de custo de energia elétrica, o tipo de banco de gelo utilizado e os perfis de carga de energia aplicados. Estes autores utilizaram um pacote computacional existente e denominado "Cool Storage Supervisory Controller" (CSSC) para avaliar e analisar vários exemplos de sistemas de armazenamento de frio.

CHEN S e YUE (1991) pesquisaram teórica e experimentalmente o desempenho térmico de um sistema de armazenamento de frio. Um modelo simples foi desenvolvido para a determinação das características do armazenamento térmico, a solução das equações governantes é obtida pelo método de transformadas de Laplace. A unidade experimental consiste de um recipiente cilíndrico com água imerso no fluido refrigerante que circula e congela o recipiente com água; neste caso o frio é armazenado no gelo. Estes autores determinaram três parâmetros adimensionais que caracterizam o armazenador analisado, estes são o número de Stefan que controla a taxa de solidificação, o número de Stanton que é a relação das propriedades de transferencia de calor com as propriedades térmicas do refrigerante e R_{cw} a relação efetiva da capacidade calorifica da água e o refrigerante. Finalmente os dados experimentais dos perfis de temperatura obtidos para varias taxas de fluxo e diferentes temperaturas de entrada do refrigerante, são comparados confirmando a validade da teoria aplicada.

Os trabalhos apresentados até aqui revelam a grande importância que tem o projeto, a instalação e o controle adequado dos bancos de gelo.

Foi definida anteriormente que a principal característica do banco de gelo é a mudança de fase que sofre o "PCM". Segundo LANE (1983) a compreensão dos processos de transferencia de calor nos fenômenos de mudança de fase, é essencial para avaliar exatamente o desempenho térmico dos bancos de gelo. Este desempenho consiste basicamente em predizer o movimento da interface e calcular o calor trocado com o "PCM". Deste análise pode-se deduzir que o mecanismo fundamental que controla o funcionamento dos bancos de gelo é o fenômeno de solidificação ou fusão, e o entendimento pleno deste fenômeno permitirá determinar os parâmetros ótimos destes equipamentos.

O fenômeno de Solidificação.

Expressar em termos matemáticos um fenômeno físico é compreender plenamente aquele fenômeno, lembrando um antigo cientista, pois esse conjunto matemático, (que relaciona as diferentes variáveis) permite quantificar os parâmetros característicos dos bancos de gelo, com os quais é possível sua avaliação ou o projeto final do armazenador. No que segue apresenta-se os aspectos mais significativos que guardam relação com o fenômeno de solidificação ou fusão, objetivo principal do presente trabalho.

Fenômenos de solidificação e fusão são encontrados em inúmeros casos na natureza. Desde os primórdios da criação do universo estes fenômenos foram processos importantes na evolução planetária. YAO e PRUSA (1989) afirmam que o entendimento dos mecanismos de solidificação e fusão possibilita ampliar nossa compreensão da natureza e assim melhorar nosso padrão de vida. Eles citam como são aplicados os conceitos de solidificação e fusão no desenvolvimento de tecnologias que realmente mudaram a sociedade, por exemplo a fabricação de vidros, a fundição de metais, a obtenção dos cabos elétricos, a desalinização da água de mar e muitos outros. Um outro grande invento citado neste artigo e que revolucionou o estilo de vida da sociedade, foi a **refrigeração,** já que as baixas temperatura necessárias para a mudança de fase são conseguidas com estes sistemas.

A historia dos acontecimentos que deram lugar ao entendimento dos fenômenos de solidificação ou fusão da água considera pioneiros os seguintes cientistas: Lame e Clapeyron que em 1831 publicaram os primeiros trabalhos analíticos relacionados com a solidificação de

água. Eles consideraram o caso quando uma fase está presente e resfriamento da parede a temperatura constante. Determinaram uma relação em que a posição da frente é proporcional à raiz quadrada do tempo, mas não conseguiram achar o termo de proporcionalidade. Posteriormente, Neuman em 1860 resolve de forma exata as expressões matemáticas que governam o fenômeno de solidificação em termos de função erro. Ele considerou o problema para uma fase inicialmente presente, temperatura inicial maior que da fusão, resfriamento da parede a temperatura constante e região semi-infinita. Historicamente este trabalho foi conhecido no ano 1912 posterior aos trabalhos apresentados por Stefan, quem em 1889 resolvera analiticamente o mesmo problema de solidificação. Este fato foi a causa de ser reconhecido Stefan como o artífice na solução dos problemas de solidificação, pelo qual todos os casos relacionados com uma fronteira em movimento são denominados problemas de Stefan. Finalmente o ultimo pioneiro, segundo YAO e PRUSA (1989) é considerado BOLTZMAN que em 1894, consegue resolver os problemas de solidificação pelo método de similaridade.

Depois dos trabalhos pioneiros surgiram muitos outros que são variações e generalizações dos anteriores. Maiores dificuldades são encaradas e surgem condições de fronteira e iniciais diferentes das clássicas utilizadas, como por exemplo para regiões finitas, temperaturas iniciais maiores que da fusão e resfriamento convectivo na parede.

Dos vários trabalhos posteriores destaca-se o de LONDON e SEBA (1943), que descreveram um método aproximado que determina a taxa de formação de gelo para as superficies plana, cilíndrica e esférica. A facilidade com que eles conseguem obter os resultados baseia-se principalmente na hipótese de que a energia de resfriamento do gelo é desprezível quando comparado ao valor do calor latente. Eles afirmam que o erro introduzido tem um valor pequeno quando a relação de calor sensível do gelo com o calor latente é menor do que um. As condições aplicadas neste trabalho são: uma fase inicialmente presente, temperatura inicial igual que da fusão, resfriamento convectivo na parede, região semi infinita e convecção na região liquida do "PCM". Pela simplicidade da análise, este trabalho é citado em muitos artigos, publicações e livros; como parâmetro de comparação é citado por NEBRA (1980), ou como limite de algumas soluções do problema de Stefan é aplicado por LUH C. TAO (1967).

Outro trabalho importante é de Kreith e Romie que segundo ZUBAIR e CHAUDRY (1994),

mediante métodos analógicos estimaram o erro introduzido por LONDON e SEBA (1943), e concluíram que este erro é apreciável se o parâmetro adimensional $\frac{h\, s(t)}{k}$ denominado numero de Biot, é menor que 0,1. Kreith e Romie encontraram pelo análise dimensional que a posição da interface pode ser expressa em função de dois parâmetros adimensionais, enquanto que a distribuição de temperatura na porção solida como uma função de três parâmetros adimensionais, mas estes autores não conseguiram obter os fatores de proporcionalidade.

Seguindo com a ordem cronológica dos acontecimentos do fenômeno de solidificação as publicações cientificas continuaram crescendo e muitas delas são contribuições matemáticas para resolver os problemas de Stefan. LANDAU (1949) resolve um problema de fusão onde o líquido é continuamente eliminado. Este problema é conhecido na literatura como "ablation" no termo inglês. Na solução das equações governantes este autor utiliza uma nova ferramenta matemática que é denominada transformação de coordenadas, que segundo YAO e PRUSA (1989) é um dos métodos mais confiáveis para a resolução dos problemas dos Stefan.

Novos métodos surgiram diante as dificuldades para a solução de casos com condições complexas, tais como o método analógico com circuitos R-C, o método dos analisadores diferenciais eletronicos e também os métodos numéricos. Mas lamentavelmente todos estes métodos não produziam resultados expressivos. Em 1928 o método de diferencias finitas começa o sucesso com o trabalho de Courant, Friederich e Levy, citado em CARNAHAN et al. (1969).

Com o desenvolvimento desta nova técnica numérica, MURRAY e LANDIS (1959) resolveram o problema de Stefan por dois diferentes enfoques referente ao deslocamento da frente de solidificação: malha móvel e malha fixa. As condições aplicadas são: uma fase inicialmente presente, temperatura inicial maior que da fusão, região finita, resfriamento a temperatura de parede constante e condução pura na interface (este caso não tinha sido resolvido satisfatoriamente até essa data). No método de malha fixa o incremento de espaço permanece constante ao longo do processo de solidificação. No método de malha móvel o incremento cresce na região sólida e diminui na região líquida. Entre as características principais cita-se que o método de malha móvel é mais apropriado para a determinação da frente de solidificação, enquanto no método de malha fixa ambos parâmetros, temperatura e posição, são calculados diretamente. A desvantagem do método de malha fixa é ter o

algoritmo numérico mais complicado. O esquema de discretização explícita é utilizado para as equações governantes.

Posterior ao sucesso de MURRAY e LANDIS (1959) o método numérico de diferenças finitas foi aplicado com maior ênfase. BOGER e WESTWATER (1967) publicaram um trabalho experimental onde o principal objetivo é considerar os efeitos de convecção natural. Os resultados mais importantes que obtiveram são a velocidade da interface e os perfis de temperatura em pontos fixos localizados no PCM. Utilizaram neste experimento uma célula com dimensões especificadas, fluxo de calor unidimensional em placa plana e a solidificação ou fusão no sentido da gravidade começando de cima ou de baixo. As temperaturas na parede fria para os diferentes testes variam de (-5) a (-50) °C, as temperaturas iniciais utilizadas variam entre 0 e 40 °C. O experimento foi realizado para dois casos: a) quando forças de "buoyancy" ou empuxo estão presentes no líquido e causam a convecção natural e b) quando as forças de "buoyancy" estão presentes mas sem causar convecção natural. Estes autores mostraram que os resultado obtidos pelo método de MURRAY e LANDIS (1959) estão em concordância para o caso onde não é considerado a convecção natural, sendo confiáveis para a aplicação e comparação com os resultados experimentais. Determinaram o limite do aparecimento da convecção natural com o parâmetro adimensional denominado numero de Rayleigh, sendo este valor de 1700. Os resultados que obtiveram para o caso de convecção natural foram possíveis aplicando o conceito de condutividade efetiva K_{eff} obtida experimentalmente nesse trabalho. Outro aspecto relevante é que utilizam propriedades físicas que dependem da temperatura que varia ao longo do processo de solidificação. Concluíram que existe uma variação pequena em torno de 3 % no calculo das velocidades da frente de solidificação. Um comentário referente à análise de convecção feita por estes autores é que o tratamento realizado neste problema é quase empírico, já que a convecção não foi expressa matematicamente nas equações governantes.

HEITZ e WESTWATER (1970) apresentaram um trabalho similar ao anterior e utilizando o método de MURRAY e LANDIS (1959). Este trabalho analisa principalmente as particularidades que se apresentam durante o começo do processo da solidificação. Para um acompanhamento preciso da interface de solidificação utilizam um aparelho sofisticado denominado cinefotomicroscopio. A espessura inicial necessária para o calculo de solidificação é obtida utilizando um novo conceito que indica que o calor sensível de subresfriamento do líquido é convertido instantaneamente em calor latente, resultando um sólido de espessura

"E_o", para o tempo "t_o" assumido. Assinalaram que um valor realístico, mais do que exato, é suficiente já que o tempo inicial assumido frente ao total é desprezível. Os resultados obtidos com este conceito para a velocidade da frente de solidificação, são mais concordantes com os resultados experimentais.

Um importante trabalho que aplica os novos métodos numéricos são dados por LUH TAO (1967) que utilizaram um método derivado de MURRAY e LANDIS (1959) para condições de uma fase inicialmente presente, temperatura inicial igual que da fusão, resfriamento convectivo da parede e região finita para o "PCM". As soluções apresentadas por estes autores foram para superficies cilíndricas e esféricas. Uma contribuição relevante destes autores é a análise dos erros de arredondamento e truncamento apresentados nos cálculos.

Um novo método analítico que se desenvolve paralelamente com os últimos trabalhos mostrados, é apresentado por GOODMAN (1958) e denominado balanço integral de calor. CHO e SUNDERLAND (1969) aplicaram este método na solução do problema de Stefan com as seguintes condições: uma fase inicialmente presente, região finita, resfriamento com temperatura constante e condução pura na região líquida do PCM. Estes autores aplicaram a solução obtida por Neumann na região sólida. Para a parte líquida são aplicadas os conceitos do método integral. Neste trabalho foram obtidas varias soluções para o problema de Stefan com condições diferentes. Uma delas é a solução exata para a região semi infinita, uma fase presente inicialmente e com faixa de temperatura de fusão estendida. As outras são soluções aproximadas para: a) região finita, duas fases e com uma temperatura de fusão definida, b) região finita, duas fases com duas temperaturas de fusão e c) região finita, duas fases e com uma faixa de temperatura de fusão estendida. Todas as soluções são para temperatura inicial maior que da fusão, os perfis de temperatura assumidos podem ser quadráticos ou cúbicos segundo o parâmetro exponencial "n".

YAO e PRUSA (1989) num trabalho importante, apresentaram um resumo do desenvolvimento do fenômeno de solidificação. Estes autores analisaram os principais métodos de solução das equações governantes para os problemas de Stefan. Na solução pelo método de similaridade analisaram as características e vantagens deste método, e de forma particular explicam o significado fisico dessas soluções, analisando os efeitos que tem alguns parâmetros no comportamento do processo de solidificação. Para a posição da frente de solidificação, por exemplo, é claro da solução obtida que ela varia com a raiz quadrada do tempo. Outro

parâmetro que influencia o valor da posição da interface é o número de Stefan. Estes autores obtém com a expansão de Taylor a solução limite quando Stefan se aproxima a zero, onde a posição da interface é diretamente proporcional a raiz quadrada de Stefan e do tempo. De importância também é a relação de difusividade $\lambda=\alpha_l/\alpha_s$. Quando $\lambda>1$, para o caso de fusão, os efeitos de subresfriamento são diminuídos. Analisando a relação de densidade dada por $\Delta=\rho_s/\rho_l$; quando $\Delta>1$ diminuí o efeito de redemoinho na interface, que é responsável da convecção natural.

O método de transformação de coordenadas provê significativas vantagens quando aplicados simultaneamente com outros métodos. LUNARDINI (1991) aplica este método na solução de um problema de Stefan e combinando com o método integral obteve resultados superiores que os obtidos pelo método integral. SPARROW e CHUCK (1984) similarmente combinam este método com o método numérico de diferenças finitas para resolver o problema de Stefan.

ZUBAIR e CHAUDRY (1994) apresentam uma solução aproximada para as seguintes condições para o problema de solidificação: região semi-infinita, temperatura inicial do líquido maior que da fusão e resfriamento convectivo da parede. Na região líquida é aplicada a solução conhecida para a condição de fronteira clássica. Na região sólida que tem condição de fronteira convectiva assume a distribuição de temperatura em função das soluções transcendentais existentes para um sólido com as mesmas condições de fronteira. Vários casos especiais são discutidos, sendo o caso mais importante quando considera solidificação com convecção na interface.

Todos os métodos mencionados anteriormente são denominados métodos clássicos, pelo fato de que os parâmetros de temperatura e a posição da frente estão contidos de forma explicita nas equações analisadas. Contrário a estes métodos são os denominados **"weak solutions"** que literalmente significaria soluções fracas, onde por exemplo a temperatura, não esta explicitamente definida.

Dos vários métodos denominados "weak solutions", sobressai o método entálpico, que tem a vantagem que a posição da interface é ignorada na solução do problema de Stefan. O desenvolvimento de um programa computacional por este método é relativamente menos complicado quando comparado aos anteriores. YAO e PRUSA (1989) afirmaram que o

método entálpico teve grandes expectativas pelas características anotadas, mas não conseguiu satisfazer plenamente aquelas expectativas. Este método apresenta problemas quando são analisadas substancias puras que tem uma temperatura fixa de fusão, sendo apropriadas para materiais com uma faixa de temperatura de fusão.

Uma técnica analítica aproximada que deu bons resultados é o método das **expansões assintóticas.** Este método trabalha com a hipótese quase estagnada que segundo PRUDE'HOME et al. (1989) significa que no processo de solidificação, durante um lapso de tempo pequeno é mantida fixo a posição da interface para o calculo do campo de temperaturas nas fases sólida e líquida. Todas as teorias e hipóteses deste método são atualmente conhecidas como teoria de perturbações. Este método é aplicado com sucesso por LUNARDINI (1991) para o caso de região finita, uma fase inicialmente presente, resfriamento convectivo na parede e condução pura na interface. Uma potencialidade do método de perturbações é que pode ser aplicado a problemas multidimencionais e ainda condições de fronteira com radiação e convecção na interface, como mostrado em AZIZ (1984). A maior dificuldade do método de perturbações é a de precisar termos maiores que da segunda ordem, o que acarreta limitações na sua aplicação.

O método aproximado de balanço integral já mencionado anteriormente tem importantes desenvolvimentos e aplicações como é mostrado por alguns trabalhos desenvolvidos por ZONGQIN e BEJAN (1990), BEJAN e VARGAS (1995) e YUWEN e FAGHRI (1996). Ainda que este método ofereça consideráveis simplificações para os cálculos matemáticos, as limitações para casos realísticos e práticos são consideráveis.

PRUD'HOMME et al. (1989) resolveram o problema de solidificação para condições de uma fase inicialmente presente, temperatura inicial igual que da fusão, região finita, resfriamento convectivo na parede e condução pura na interface. O método de perturbações é aplicado por estes autores utilizando a técnica denominada "strained coordinates" no termo inglês que significaria coordenadas forçadas. Realçam as dificuldades matemáticas dos problemas de Stefan especialmente quando as condições de fronteira utilizadas são de interesse prático como o caso de resfriamento convectivo. Enfatizam a importância das soluções analíticas que mostram os efeitos de alguns parâmetros no processo de solidificação. Uma característica destacável deste trabalho é a formulação utilizada, que proporciona uma análise geral para superfícies planas, cilíndricas e esféricas. Como complemento ao trabalho destes

autores, AZIZ et al. (1984) mostram os fundamentos e as potencialidades que oferece este método.

O problema de Stefan para o caso de duas fases, região finita, temperatura inicial maior que da fusão, resfriamento convectivo e condução pura na interface tem uma solução analítica aproximada publicada por BART e HOOGENDORN (1992). Estes autores realçam a importância dos mecanismos de mudança de fase em armazenadores de calor latente e mencionam dois parâmetros fundamentais nestes equipamentos: o calor extraído e a posição da frente de solidificação. Este trabalho tem algumas limitações na solução das equações governantes, pois foi testado com valores correspondentes da água dando resultados não concordantes.

FUKUSAKO e YAMADA (1993) apresentaram um resumo das principais características dos processos de solidificação e fusão, mostraram as correlações das propriedades termofísicas do gelo variando em função da temperatura. Com referencia à solidificação cilíndrica explicam que a formação do gelo é realizada em duas etapas: na primeira a formação do gelo é denominada dendrítica pelo fato do super-resfriamento da água, na segunda etapa de solidificação o crescimento do gelo é anular começando na parede do tubo. A respeito do super-resfriamento da água, estes autores afirmaram que existe antes do começo da solidificação uma queda da temperatura do líquido de aproximadamente (-4) a (-6) °C. Também analisam a importância da convecção nos processos de solidificação e principalmente na fusão do gelo. Também estes autores determinam o parâmetro critico para o aparecimento de convecção na região liquida obtendo o valor para o número de Raylegh de 480.

A respeito das teses relacionadas com o presente trabalho, existem várias importantes que servem como referencia e consulta. NEBRA (1980) estudou a resposta dinâmica de um armazenador de calor latente de temperatura media (aproximadamente 100 oC) com o material armazenador encapsulado em tubos longos de alumínio e com uma distribuição similar que os trocadores de calor convencionais. Desenvolveu um modelo analítico numérico para o processo de fusão ou solidificação num cilindro. Para a solução das equações governantes, aplicou o método de MURRAY e LANDIS (1959) de diferencia finitas com a grade variável. Utilizou como substância armazenadora o enxofre por ser econômico e não apresentar problemas de degradação com o tempo, o fluido de trabalho foi o óleo de silicona em razão da sua faixa de temperatura e também por sua disponibilidade.

FORTES (1981) analisa um problema similar ao anterior, neste caso o material armazenador se encontra do lado da carcaça cilíndrica, o fluido de trabalho escoa pelos tubos cilíndricos sem aletas. Considera a transferencia de calor unidimensional variando a temperatura em função do raio somente. As equações governantes do problema de solidificação foram resolvidas aplicando um método analítico. Os resultados obtidos foram comparadas com duas soluções analíticas aproximadas, obtendo boa concordância para o caso de solidificação. Um aspecto relevante deste trabalho é que faz uma analise do processo de fusão para dois casos: uma a temperatura constante e a outra com fluxo de calor constante como condição de fronteira, determinando que a convecção na região liquida do PCM não pode ser desconsiderada já que os resultados obtidos divergem com os resultados experimentais. Também é importante mencionar que o modelo proposto não considera a interferência entre as frentes de solidificação quando o armazenador é multitubo. Conclui que o funcionamento dos armazenadores de calor latente deve ser efetuado com valores do número de Stefan e Biot baixos para que não exista um pico de entrega de calor no principio do processo. Da análise de fusão efetuada, deduziu que o problema (desconsiderando a da convecção) é maior para armazenadores com tubos horizontais, pois nesse caso não haverá simetria nas frentes de fusão de cada tubo.

GONÇALVES (1991) analisou um modelo bi-dimensional para o problema de mudança de fase de uma unidade de armazenamento térmico com tubos aletados axialmente. Assumiu que a temperatura de entrada do fluido de trabalho e o coeficiente de convecção são constantes e a transferencia de calor regida por condução pura. A solução numérica foi obtida pelo método entálpico, aplicando para a discretização das equações governantes o conceito de volume de controle. Determina que o número de aletas e a altura são fatores importantes em relação ao tempo de solidificação. Concluiu que o modelo desenvolvido é adequado para o dimensionamento e projeto de armazenadores térmicos multitubo com ou sem aletas.

MELO (1992) apresenta um importante trabalho de fusão dominada por convecção de um material de mudança de fase numa cavidade vertical anular. Considera um armazenador cilíndrico vertical onde o material de mudança de fase envolve o cilindro interno. Para a formulação do problema utiliza a função corrente e a vorticidade. A posição da interface é determinada diretamente sem nenhum processo de interpolação ou de regressão polinomial. Para a solução das equações governantes aplicou o método numérico de volume de controle com um grade fixa. As linhas de corrente são determinada da função corrente que representam

as correntes convectivas na fase líquida do PCM. Os resultados obtidos são comparados com soluções teóricas e dados experimentais obtendo bons resultados. Também obtém a efetividade do armazenador em função do tempo. Uma vantagem importante deste modelo é o baixo custo computacional necessário para a solução do problema. Finalmente sugere realizar a simulação de um armazenador cilíndrico horizontal considerando convecção natural na região liquida do PCM.

PIMENTEL (1995) estudou a solidificação em meios porosos planos saturados com líquido. As condições aplicadas para a solução são: o contorno inferior com temperatura subitamente diminuída, o contorno superior sujeito a duas situações independentes, a primeira com convecção natural ou forçada e a segunda com isolamento térmico. Este autor resolve o problema numérico aplicando o método de diferencias finitas e utiliza malha fixa para a discretização das equações governantes. Verifica experimentalmente os resultados obtidos realizando várias simulações para diferentes condições de contorno e empregando diferentes materiais sólidos e meios com porosidade variada. Conclui que o modelo desenvolvido proporciona boa concordância com os resultados experimentais exceto para materiais porosos altamente condutores.

Existem várias outras teses importantes que estudam a formação de gelo por correntes úmidas em contato com superficies frias, mas por se tratar de temas não relacionados com o presente trabalho não são analisadas.

Capítulo 3

Formulação do Modelo

3.1 Esquema do problema

Os bancos de gelo são constituídos por várias placas separadas uma da outra por uma distância idêntica DI. No período de carga, que corresponde à solidificação da água, é formada em cada uma das cavidades blocos de gelo semelhantes. Isto é conseguido quando as condições são as mesmas em todo o sistema, ou seja, a mesma temperatura de resfriamento e a mesma temperatura inicial. Com estas considerações o esquema de um banco de gelo é mostrado na figura 3.1.

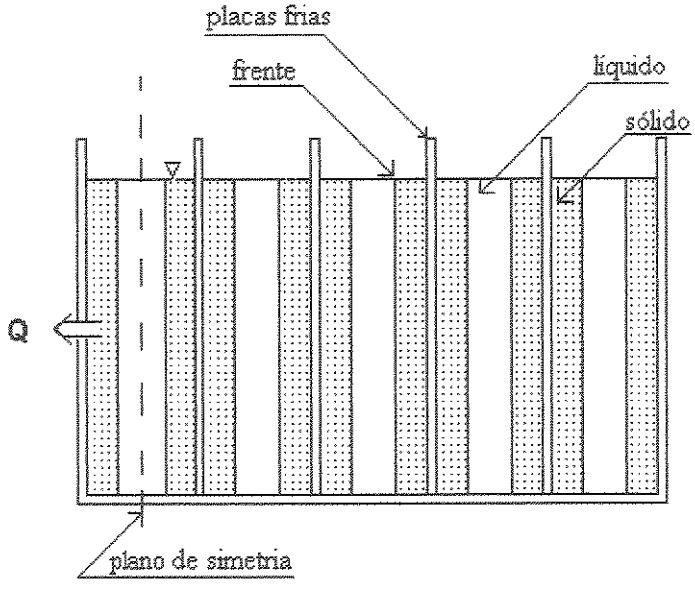

Fig 3.1 Esquema do banco de gelo de placas paralelas mostrando o início da formação da fase sólida

Pela simetria mostrada na figura 3.1 e as condições explicadas, pode-se simplificar o sistema total a um conjunto de duas placas. Analisando estas duas placas na mesma figura, a formação de gelo é igualmente simétrica. Desta observação se conclui que a analise do banco de gelo composto por várias placas se reduz a uma simples placa com as mesmas condições anteriores. O eixo de simetria é considerado como uma condição de fronteira isolada.

Com o modelo de solidificação simplificado, começa-se a derivar o problema de acordo com a nomenclatura da figura 3.2. Inicialmente o líquido se encontra a uma temperatura arbitrária acima da temperatura de solidificação. Repentinamente o conjunto é submetido do lado das placas a um fluido frio (que é o álcool) com uma temperatura inferior à de solidificação. Como resultado desta diferença de temperatura, calor é transferido diminuindo a temperatura da água até atingir a temperatura de solidificação e a mudança de fase começa em ambos os lados.

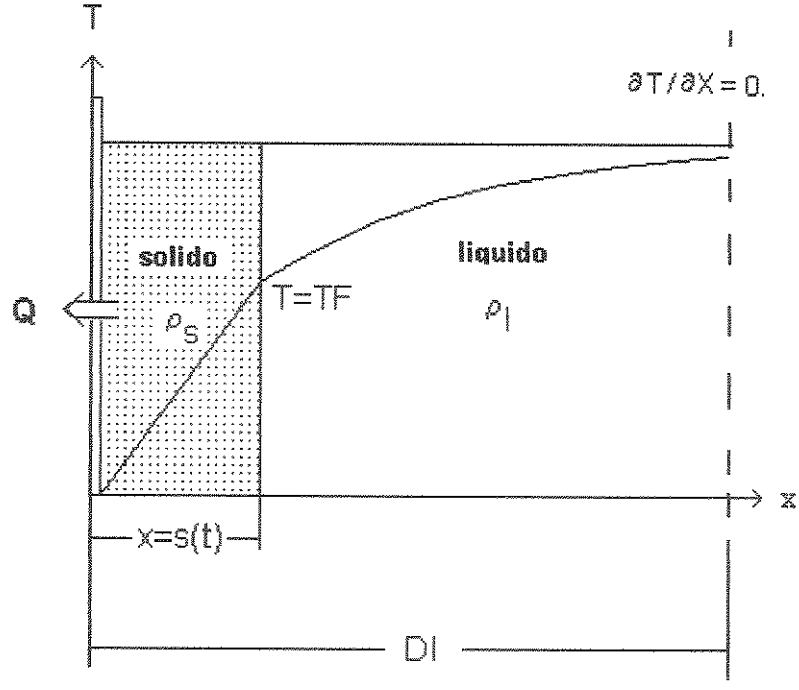

Fig 3.2 Modelo simplificado do armazenador de placas paralelas planas

De forma geral a transferência de calor entre as paredes e o fluido é controlada por três condições de fronteira: 1. condição de primeira classe, quando a temperatura da parede é constante, 2. condição de segunda classe, quando o fluxo de calor é mantido constante e 3. condição de terceira classe quando o fluxo de calor é controlado por um coeficiente convectivo.

O presente trabalho limita-se à condição de primeira classe e também para o caso especial com temperatura da parede transiente. Para este caso é ajustado os resultados experimentais para obter a equação que serve como condição de fronteira no programa computacional.

3.2 Equações Governantes

Como mostrado na figura 3.2, a solidificação é iniciada nas placas. Observando as condições similares em todo o sistema como hipótese, a descrição matemática será igual para cada um dos lados (não obstante possam ser distintos como realmente ocorre na prática). As paredes externas estão isoladas e o plano de simetria matematicamente também é uma condição de isolamento.

A seguir definem-se os termos a ser utilizados no desenvolvimento das equações:

TI = temperatura inicial °C

TP = Temperatura de parede °C

TF = Temperatura de solidificação ou fusão °C

T_L = Temperatura na fase líquida °C

T_S = Temperatura na fase sólida °C

θM = Temperatura de solidificação adimensional

θP = Temperatura na parede adimensional

X ,Y ,Z = distancia

t = tempo

c_p = calor especifico

ρ_i = densidade (i = S, L)

G = geração interna de calor

k_i = condutividade térmica (i = S, L)

s(t)= posição da frente de solidificação

x = coordenada dimensional

X = coordenada adimensional

H = entalpia

L = calor latente de solidificação

v = velocidade

α_i = difusividade térmica (i = S, L)

Equação geral de condução de calor.

A equação geral para a água como fluido não compressível e estacionário é:

$$\frac{\partial}{\partial x}(k\frac{\partial T}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial y}(k\frac{\partial T}{\partial y})+\frac{\partial}{\partial z}(k\frac{\partial T}{\partial z})+G=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t}$$

Hipóteses.

Consideram-se as propriedades termofisicas da água/gelo constantes dentro da faixa do presente trabalho compreendida entre +20. e -20. ^{o}C, como é mostrado por CHO e SUNDERLAND (1974), FUKAZAKO e YAMADA (1994). Com estas hipóteses BOGER e WESTWATER (1967) obtém uma diferença máxima nas curvas de velocidade da frente de 3% aproximadamente. Também se o fluido de resfriamento tem uma temperatura constante ao longo do seu percurso pelas placas, então as derivadas da temperatura com respeito as

coordenadas "y" e "z" são zero. Igualmente não existe geração de calor. Com estas hipóteses, as equações nas fases sólida e líquida ficam:

Fase sólida.

$$\frac{\partial^2 T_S}{\partial x^2} = \frac{\rho_S C_S}{k_S}\frac{\partial T_S}{\partial t} \qquad \text{em} \qquad 0 \le x \le s(t) \tag{3.1}$$

com as seguintes condições de fronteira:

$T_S = TP(t)$ em $x = 0$, e $t > 0$ resfriamento a temperatura de parede constante ou f(t)

$T_S = TF$ em, $x = s(t)$ e $t > 0$. na interface

Fase líquida.

$$\frac{\partial^2 T_L}{\partial x^2} = \frac{\rho_L C_L}{k_L}\frac{\partial T_L}{\partial t} \qquad \text{em} \quad s(t) \le x \le b \tag{3.2}$$

com as seguintes condições de fronteira:

$T_L = TF$ em $x = s(t)$ e $t > 0$. na interface

$\frac{\partial T_L}{\partial x} = 0$ em $x = b$ e $t > 0$. no centro de simetria

Condição inicial.

$T_L = TI$ em $0 \le x \le b0$ e $t = 0$

Na interface.

Fazendo um balanço de energia na interface e considerando as densidades da água e do gelo diferentes temos:

$$k_S \frac{\partial T_S}{\partial x} - k_L \frac{\partial T_L}{\partial x} = \left(\rho_L H_L - \rho_S H_S\right)\frac{ds}{dt} - \rho_L H_L v_L$$

onde H_S e H_L são as entalpias da fase sólida e líquida, v_L a velocidade do liquido resultante dos efeitos volumétricos segundo OZISIK (1980).

Um balanço de massa na interface da:

$$(\rho_L - \rho_S)\frac{d\,s(t)}{dx} = \rho_L v_L$$

Eliminando v_L, e com $L = H_L - H_S$, como calor latente de fusão fica:

$$k_S \frac{\partial T_S}{\partial x} - k_L \frac{\partial T_L}{\partial x} = \rho_S L \frac{d\,s(t)}{dt} \qquad (3.3)$$

3.2.1 Adimensionalização das equações governantes

A dificuldade de trabalhar dimensionalmente com equações está na quantidade de parâmetros existentes e na concordância das suas unidades. A adimensionalização permite reduzir os parâmetros e eliminar as inconveniências das unidades além de proporcionar soluções que servem para vários problemas fisicos quando possuem a mesma formulação matemática adimensional. Utilizam-se os seguintes parâmetros adimensionais, ressaltando que a temperatura adimensional é escolhida de forma a ser independente da temperatura na parede, permitindo trabalhar com temperatura de parede em função do tempo no programa computacional.

$$\theta = \frac{T - TF}{TI - TF} \qquad \text{temperatura adimensional}$$

$$X = \frac{x}{b} \qquad \text{coordenada adimensional}$$

$$\tau = \frac{\alpha t}{b^2} = Fo \qquad \text{tempo adimensional, número de Fourier}$$

$$Z = \frac{C_S(TI - TF)}{L} = Ste \qquad \text{número de Stefan}$$

A definição do número de Stefan para este caso é a importância do calor sensível do líquido relativo ao calor latente. Para a água/gelo está em torno de 0,03, o que indica a pouca importância do calor sensível quando é liberada ou absorvida energia na interface durante a mudança de fase.

Equações adimensionais que descrevem o problema de mudança de fase .

Na fase líquida

$$\frac{\partial^2 \theta_L}{\partial X^2} = \frac{\alpha_S}{\alpha_L}\frac{\partial \theta_L}{\partial \tau} \qquad \text{em} \quad S(\tau) \le X \le 1. \qquad (3.4)$$

Na fase sólida

$$\frac{\partial^2 \theta_S}{\partial X^2} = \frac{\partial \theta_S}{\partial \tau} \qquad \text{em} \quad 0 \le X \le S(\tau) \qquad (3.5)$$

Na interface (como condição de fronteira)

$$\frac{\partial \theta_S}{\partial X} - \frac{k_L}{k_S}\frac{\partial \theta_L}{\partial X} = \frac{1}{Z}\frac{dS(\tau)}{d\tau} \qquad \text{em} \quad X = S(\tau) \qquad (3.6)$$

Condições iniciais e de fronteira.

C. I : para $t = 0$; $0 < x < b$; $T_L = TI$

$\Rightarrow$ $\tau = 0$; $0 < X < 1.$; $\theta_L = 1.$

C. F : para $t > 0$; $x = b$; $\frac{\partial T_L}{\partial x} = 0$

$\Rightarrow$ $\tau > 0$; $X = 1.$; $\frac{\partial \theta_L}{\partial X} = 0$

C.F : para $t > 0$; $x = 0$; $T = TP$

$\Rightarrow$ $\tau > 0$; $X = 0$; $\theta = \theta P$

C.F : para $t > 0$; $x = s(t)$; $T = TF$

$\Rightarrow$ $\tau > 0$; $X = S(\tau)$; $\theta = 0$

3.3 Soluções Analíticas exatas e aproximadas

Existem algumas soluções importantes para a comparação e validação do método numérico desenvolvido com condições similares.

A solução de similaridade

No trabalho publicado por PRUDE'HOMME et al. (1989), estes autores apresentaram a solução de similaridade para **região finita** em placa plana; uma fase com temperatura inicial igual à de fusão e temperatura de resfriamento constante como condição de fronteira. Possui certas características similares às utilizadas no presente trabalho exceto para a região de duas fases. Esta solução serve como parâmetro de comparação para essas condições. O esquema utilizado está dado na figura 3.3.

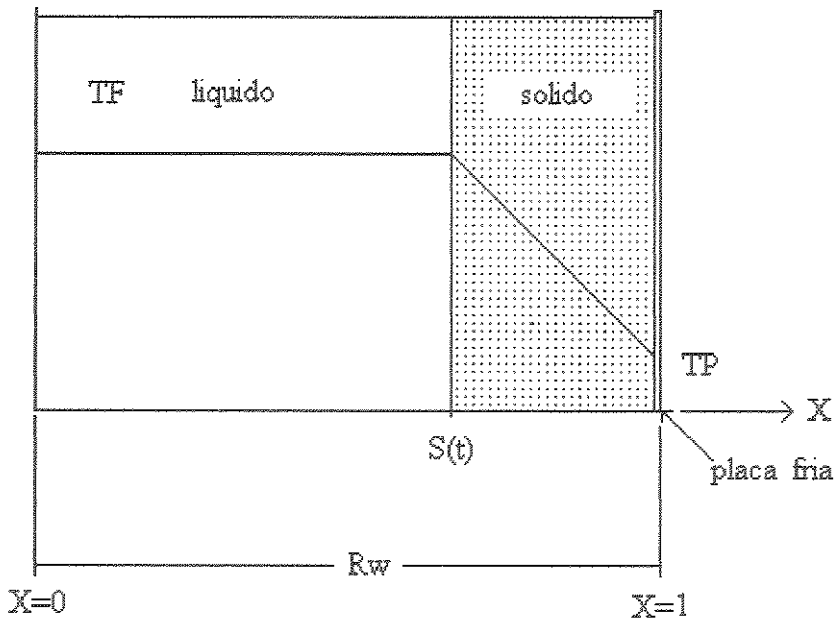

Fig 3.3 Esquema do modelo de solidificação analisado por PRUDE'HOMME et al. (1989)

UFSC
BIBLIOTECA CENTRAL

As soluções adimensionalizadas são:

Distribuição de temperatura na fase sólida:

$$\theta_s = \sqrt{\frac{\pi\, C}{2\, Ste}}\ \exp\left(\frac{Ste\, C}{2}\right)\ \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{Ste\, C}{2}}\ \frac{1-X}{1-S(\tau)}\right) \qquad S(\tau) \le X \le 1 \qquad (3.7)$$

Posição da interface:

$$S(\tau) = 1 - \sqrt{2\, C\, \tau} \qquad (3.8)$$

Utiliza-se as seguintes relações adimensionais:

$$\theta = \frac{T - TP}{TF - TP}\ ;\quad X = \frac{x}{R_w}\ ;\quad \tau = \frac{tk(TF - TP)}{\rho L R_w^2}\ ;\quad S(\tau) = \frac{s(t)}{R_w}\ \text{ e }\ Ste = c_s\ \frac{TF - TP}{L}$$

Condição inicial:

$$\text{para}: \quad t = 0\,, \quad 0 \le x \le R_w \ ; \quad T = TF$$

$$\tau = 0\,, \quad 0 \le X \le 1 \ ; \quad \theta = 1$$

Condições de fronteira:

$$t > 0 \ ; \quad x = R_w \ ; \quad T = TP$$

$$\tau > 0 \ ; \quad X = 1 \ ; \quad \theta = 0$$

C é uma constante avaliada da equação (3.7) com a condição de fronteira: $X = 1$, em $\tau = 0$

Os resultados obtidos são comparados com a solução numérica quando a temperatura inicial da água é igual á de fusão.

A solução Integral.

Este solução trata um caso mais geral de solidificação e foi resolvido por CHO e SUNDERLAND (1969) para a região finita, com separação entre placas DI, temperatura inicial arbitraria maior à de fusão e submetido a uma condição de fronteira com resfriamento a temperatura de parede constante. Estes autores analisam o problema com condução pura na

fase liquida. A principal hipótese é a de considerar uma profundidade de penetração térmica que da lugar a duas novas condições de fronteira. O esquema representativo com algumas considerações importantes é mostrado na figura 3.4 .

Equações governantes adimensionais.

Com as observações anteriores obtém-se as equações gerais que descrevem o problema de solidificação. Neste caso, somente podem ser obtidas soluções com resfriamento a temperatura de parede constante.

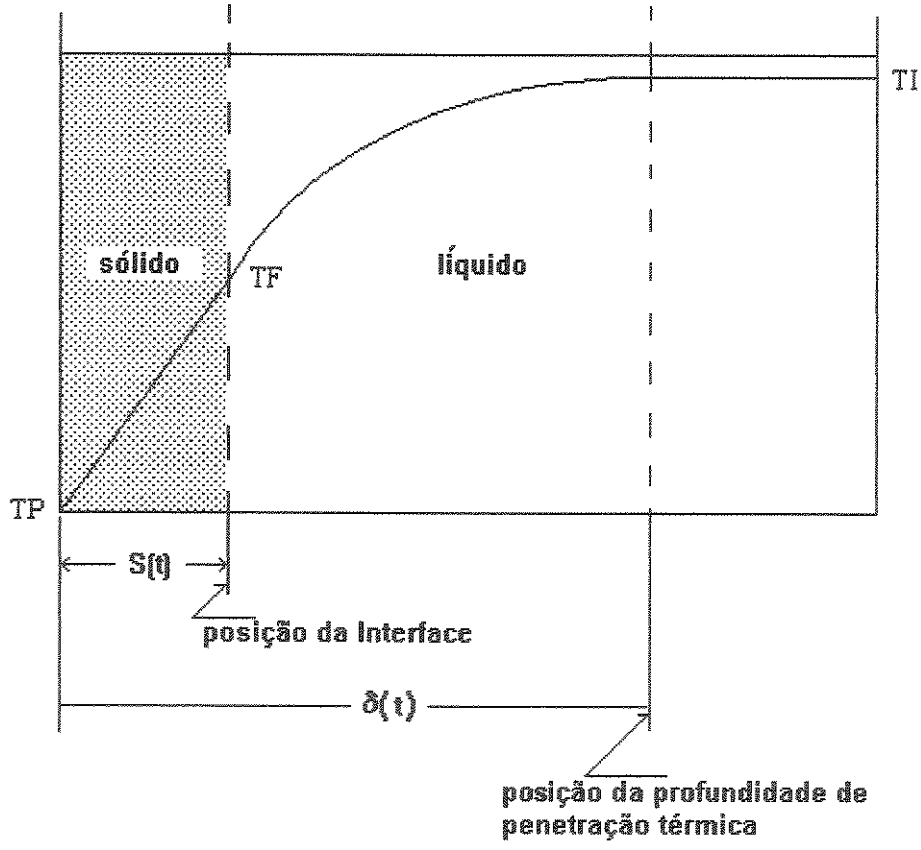

Fig. 3.4 Esquema da solução integral, mostrando a distribuição de temperatura nas fases sólida e líquida

Parâmetros adimensionais .

$$\theta = \frac{T - TP}{TI - TP}$$ temperatura adimensional

$$X = \frac{x}{b} \qquad \text{coordenada adimensional}$$

$$\tau = \frac{\alpha\, t}{b^2} = Fo \qquad \text{tempo adimensional, número de Fourier}$$

$$Z = \frac{c_S (TI - TP)}{L} = Ste \qquad \text{numero de Stefan}$$

Equações governantes. são as mesmas da seção 3.2.1 equações (3.4), (3.5) e (3.6)

Na fase líquida

$$\frac{\partial^2 \theta_L}{\partial X^2} = \frac{\alpha_S}{\alpha_L} \frac{\partial \theta_L}{\partial \tau} \qquad \text{em } S(\tau) \le X \le 1.$$

Na fase sólida

$$\frac{\partial^2 \theta_S}{\partial X^2} = \frac{\partial \theta_S}{\partial \tau} \qquad \text{em } 0 \le X \le S(\tau)$$

Na interface

$$\frac{\partial \theta_S}{\partial X} - \frac{k_L}{k_S} \frac{\partial \theta_L}{\partial X} = \frac{1}{Z} \frac{dS(\tau)}{d\tau} \qquad \text{em } X = S(\tau)$$

Condições iniciais e de fronteira

C. I : para $t = 0$; $0 < x < b$; $T = TI$

$\Rightarrow$ $\tau = 0$; $0 < X < 1$; $\theta = 1$

C. F : para $t > 0$; $x = b$ $\qquad \frac{\partial T_L}{\partial x} = 0$

$\Rightarrow$ $\tau > 0$; $X = 1$; $\frac{\partial \theta_L}{\partial X} = 0$

C.F : para $t > 0$; $x = 0$; $T = TP$

$\Rightarrow$ $\tau > 0$; $X = 0$; $\theta = 0$

C.F : para $t > 0$; $x = s(t)$; $T = TF$

$\Rightarrow$ $\tau > 0$; $X = S(\tau)$; $\theta = \theta M$

Distribuição de temperatura na fase sólida.

É utilizado a solução exata para a região semi infinita;

$$\theta_S = \theta M * \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{X}{2\sqrt{\tau}}\right)}{\operatorname{erf}(\lambda)} \qquad 0 \le X \le s(\tau) \qquad (3.9)$$

λ = (ver pag. 35)

Distribuição de temperatura na fase líquida

a) Região anterior a espessura de penetração térmica:

$$\theta_L = 1 - (1 - \theta M)\left(\frac{\delta - X}{\delta - S}\right)^n \qquad S(\tau) < X < \delta(\tau) \qquad (3.10)$$

$n > 2$,

n é o exponente de aproximação polinomial do perfil de temperatura.

b) Região posterior a camada térmica e com θFIN a temperatura no extremo (plano de simetria ou superfície isolada)

$$\theta_L = \theta FIN - (\theta FIN - \theta M) * \left(\frac{1 - X}{1 - S}\right)^n \qquad \delta(\tau) \le X \le 1 \qquad (3.11)$$

onde: $\theta FIN = \theta M + (1 - \theta M) * \left(\frac{1 - 2\lambda\sqrt{\tau}}{1 - \frac{\lambda}{\beta}}\right)^{-(1+W)}$

$$W = \frac{1+n}{2\lambda^2}\frac{\alpha_1}{\alpha_s}$$

Posição da interface.

$$S(\tau) = 2\lambda\sqrt{\tau}$$

O tempo total de solidificação para a espessura adimensional X = 1 é quando a frente de solidificação atinge o extremo final, $S(\tau) = 1$, da anterior equação obtem-se:

$$\tau_2 = \frac{1}{4\lambda^2}$$

Posição da camada térmica.

$$\delta(\tau) = 2\beta\sqrt{\tau}$$

O tempo que demora a frente de solidificação atingir a espessura de penetração térmica, é quando $\delta(\tau) = 1$. Da anterior relação temos:

$$\tau_1 = \frac{1}{4\beta^2}$$

Os parâmetros λ e β obtêm-se resolvendo as seguintes equações

$$\beta - \lambda = \frac{n+1}{2}\left(-\lambda + \sqrt{\lambda^2 + \frac{2\,n}{n+1}\frac{\alpha_L}{\alpha_S}}\right)$$

$$\frac{e^{-\lambda^2}}{erf(\lambda)} + \frac{k_l}{k_s}\sqrt{\frac{\alpha_S}{\alpha_L}}\frac{\theta M - 1}{\theta M}\frac{1}{z_n} = \lambda * \left(\frac{L\sqrt{\pi}}{C_p(TF - TP)}\right)$$

$$z_n = \frac{n+1}{n\sqrt{\pi}}\left(-\gamma + \sqrt{\gamma^2 + \frac{2n}{n+1}}\right)$$

$$\gamma = \lambda\sqrt{\frac{\alpha_S}{\alpha_L}}$$

Capítulo 4

Solução Numérica

Conforme a discussão realizada no capítulo 3, um número muito restrito de casos envolvendo mudança de fase admite solução analítica. Isto se deve à existência de uma interface móvel que torna o problema matematicamente não linear, e também as condições de fronteira complexas. Em tais casos, a solução pode ser obtida por meio de métodos numéricos. No caso presente é aplicado o método de diferenças finitas. Os detalhes da utilização deste método para o problema aqui tratado são expostos abaixo.

As equações diferenciais governantes, transformam-se em simples equações algébricas quando as derivadas são aproximadas por diferenças finitas. Esta tarefa é denominada discretização das equações. Para interpretar as equações discretizadas representamos as variáveis independentes tempo e distância nos eixos das ordenadas e abcissas, respectivamente, como é mostrado no esquema da figura 4.1 . Divide-se o domínio em intervalos DX para a distancia, e $D\tau$ para o tempo:

$$X = j*DX \qquad (\ j = 1,2,3.....M, M+1\ )$$

$$\tau = n*D\tau \qquad (\ n = 1,2,3,. \qquad ..)$$

sendo M o número de divisões da malha na direção X.

As temperaturas discretas θ serão calculadas nas interseções (nós). Assim a temperatura localizada nas coordenas (j*DX, n*$D\tau$) é representada por θ_j^n .

No começo para $\tau = 0$ a abcissa representa as condições iniciais. Para $\tau > 0$, os extremos em X=0 e X=1 são as condições de fronteira como mostrado na figura 4.1.

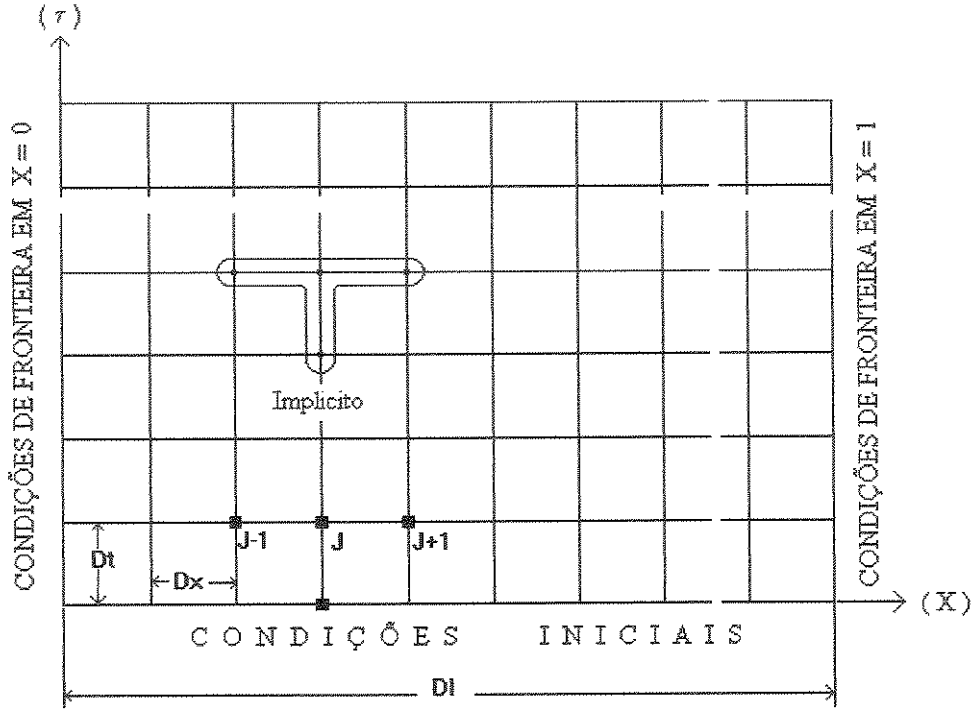

Fig.4.1 Esquema representativo do método de diferencias finitas.

O esquema implícito, aplicado no presente trabalho, expressa a equação em função de três valores desconhecidos e um dado, como pode ser visto na mesma figura 4.1.

Para implementar o programa numérico, adota-se para as temperaturas uma nomenclatura distinta da utilizada na formulação habitual de diferencias finitas:

$\theta_O(j)$ (O = Old) Para os valores conhecidos ou já calculados.

$\theta_N(j)$ (N = New) Para os valores novos a serem encontrados.

onde j = (1,2,3.....M, M+1):

Cada vez que é calculado um novo campo de temperaturas $\theta_N(j)$, é transformado em $\theta_O(j)$ para o campo seguinte.

4.1 Formulação da solução numérica.

4.1.1 A Expansão em serie de Taylor

A série de Taylor representa uma função dada em potências de $(x-x_o)$, onde x_o é uma constante. Esta expansão em série para f(x) em torno de $x = x_o$, é escrita de forma geral como:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)\frac{(x-x_0)}{1!} + f''(x_0)\frac{(x-x_0)^2}{2!} + f'''(x_0)\frac{(x-x_0)^3}{3!} + \ldots \qquad (4.1)$$

A técnica de aproximar as derivadas através da série de Taylor truncada é o procedimento mais usual de obtenção das equações de diferencias finitas.

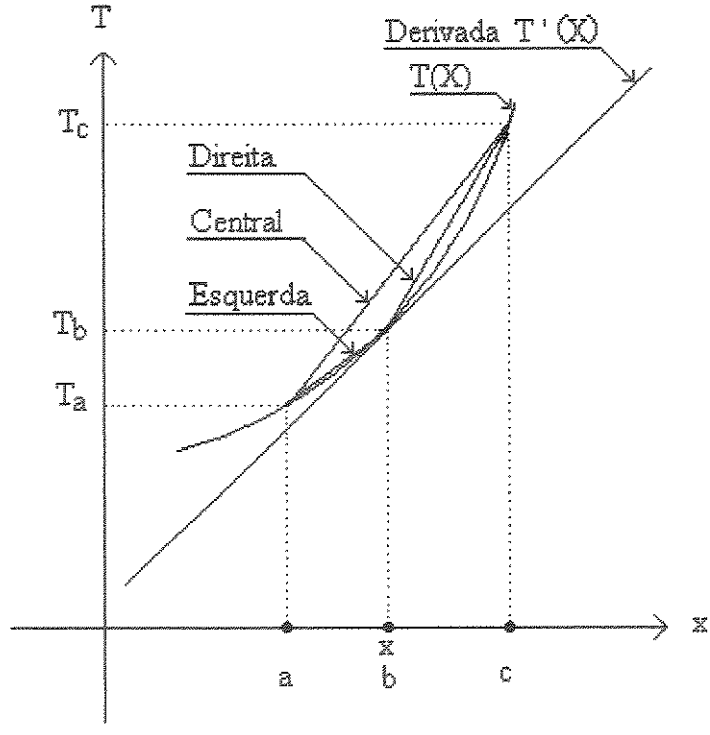

Fig 4.2 Aproximação da derivada em um ponto dado x por diferencias central, direita e esquerda.

Considerando os pontos **a, b, c**, da figura 4.2, para x = a , x_o= b , x-x_o = $\overline{ab}$ e f(x) = θ

e desconsiderando termos maiores que a segunda derivada obtemos substituindo-os em (4.1):

$$\theta_a \cong \theta_b - \overline{ab}\left.\frac{\partial\theta}{\partial X}\right|_b + \frac{\overline{ab}^2}{2}\left.\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}\right|_b .$$

similarmente para x = c , x_o = b , x-x_o = $\overline{bc}$, obtém-se:

$$\theta_c \cong \theta_b - \overline{bc}\left.\frac{\partial\theta}{\partial X}\right|_b + \frac{\overline{bc}^2}{2}\left.\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}\right|_b$$

resolvendo o sistema de duas incógnitas expresso pelas duas equações acima resultam os seguintes valores para as derivadas segunda e primeira, respectivamente:

$$\left.\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}\right|_b \cong \frac{2}{\overline{ab}\;\overline{bc}\left(\overline{ab}+\overline{bc}\right)}\left(\overline{ab}\,\theta_c + \overline{bc}\,\theta_a - \left(\overline{ab}+\overline{bc}\right)\theta_b\right) \qquad (4.2)$$

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial X}\right|_b \cong \frac{1}{\overline{ab}\;\overline{bc}\left(\overline{ab}+\overline{bc}\right)}\left[\overline{ab}^2\,\theta_c + \overline{bc}^2\,\theta_a - \left(\overline{ab}^2+\overline{bc}^2\right)\theta_b\right] \qquad (4.3)$$

Para o caso especial, $\overline{ab}$ = $\overline{bc}$ = DX, temos as conhecidas relações de diferenças centrais:

$$\left.\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}\right|_b \cong \frac{\theta_c + \theta_a - 2\theta_b}{DX^2} \qquad (4.2\text{-a})$$

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial X}\right|_b \cong \frac{\theta_c - \theta_a}{2\,DX} \qquad (4.3\text{-a})$$

A mesma análise pode ser empregada para os pontos " **a** " e " **c** ". Para as derivadas primeira e segunda no ponto **a** temos, expandindo em torno deste ponto:

$$\theta_b \cong \theta_a + \overline{ab}\left.\frac{\partial\theta}{\partial X}\right|_a + \frac{\overline{ab}^2}{2}\left.\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}\right|_a$$

$$\theta_c \cong \theta_a + \left(\overline{ab} + \overline{bc}\right)\left.\frac{\partial\theta}{\partial X}\right|_a + \frac{\left(\overline{ab} + \overline{bc}\right)^2}{2}\left.\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}\right|_a$$

resolvendo as duas equações obtém-se:

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial X}\right|_a \cong \frac{1}{\overline{ab}\;\overline{bc}\left(\overline{ab} + \overline{bc}\right)}\left[\left(\overline{ab} + \overline{bc}\right)^2 \theta_b + \overline{ab}^2\,\theta_c - \left(2\,\overline{ab}\;\overline{bc} + \overline{bc}^2\right)\theta_a\right] \qquad (4.4)$$

Para o caso particular com $\overline{ab} = (1-\xi)DX$ e $\overline{bc} = DX$, lembrando que os segmentos $\overline{ab}$ e $\overline{bc}$ podem ter qualquer valor e ξ é um parâmetro que varia entre $0 < \xi < 1$, a expressão para a primeira derivada fica então:

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial X}\right|_a = \frac{1}{DX}\left[\frac{-3+2\xi}{(1-\xi)(2-\xi)}\theta_a + \frac{2-\xi}{1-\xi}\theta_b - \frac{1-\xi}{2-\xi}\theta_c\right] \qquad (4.4.a)$$

4.1.2 Início da análise da solidificação: nó 1

O processo de solidificação começa quando a placa, que está em contato com a água, é resfriada a temperaturas menores que a temperatura de solidificação da água.

Previamente tém-se como dados do problema o campo de temperaturas no tempo zero, (condição inicial) e a posição da frente de solidificação calculada com um tempo inicial assumido τ_0 que é definido na pagina seguinte. Com estes dados calcula-se um novo campo de temperaturas que corresponde ao primeiro incremento de tempo e logo depois é calculada a nova posição da frente de solidificação. Este procedimento é repetido sucessivamente até que a frente de solidificação atinge o nó 2.

A seguir definem-se alguns termos a serem utilizados no desenvolvimento das equações discretizadas:

$\theta_O(j)$ temperatura adimensional para o nó j no tempo antigo O

$\theta_N(j)$ temperatura adimensional para o nó j no tempo novo N

θM temperatura de solidificação ou fusão da água

$\theta(M)$ temperatura no nó M

θP temperatura na parede.

τ_0 tempo inicial assumido.

E_0 espessura inicial.

EN posição nova da interface (New)

EO posição antiga da interface (Old)

L calor latente de fusão

k_L condutividade térmica da fase líquida.

α_L difusividade térmica da fase liquida.

ρ_S densidade da fase sólida.

Tempo Inicial assumido (τ_0)

Este tempo é obtido dos dados experimentais, e pode estar compreendido entre 25 a 70 segundos, dependendo das condições especificadas, por exemplo para distancia entre placas menores o tempo de inicio da solidificação e menor do que para distancias maiores.

Espessura Inicial

O valor da espessura inicial do gelo é necessário para o início dos cálculos. Ele é obtido aplicando a equação dada por HEITZ e WESTWATER (1970).

$$E_0 = \frac{2\,k_L}{L\,\rho_S}(TF - TP)\sqrt{\frac{\tau_0}{\pi\,\alpha_L}}$$

Condição inicial.

Para o tempo zero temos a temperatura inicial da água constante em todos os pontos:

$\theta_O(j) = 1$, com $j = (1, 2, 3\ldots\ldots, M, M+1)$

Condições de fronteira.

X = 0, temperatura na parede é especificada como sendo constante, ou variando no tempo.

$$\theta_O(j) = \theta P(\tau) ; \qquad j = (1, 2, 3, ..., M, M+1)$$

X = 1, condição de fronteira adiabática $\frac{\partial \theta_L}{\partial X} = 0$. A figura 4.3 mostra estas condições.

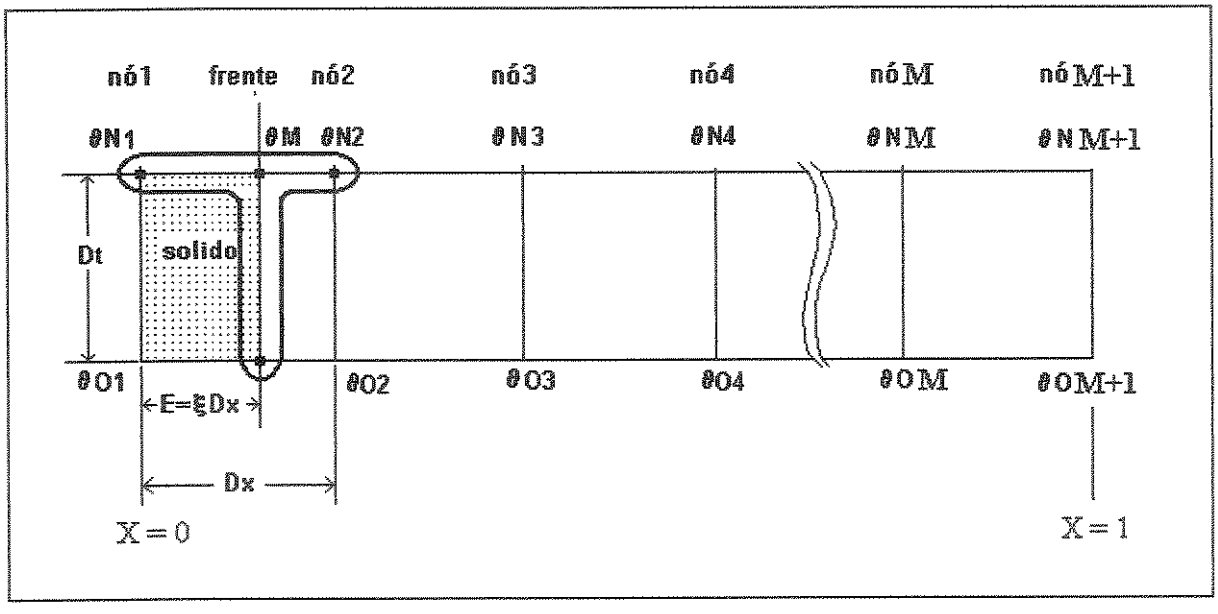

Fig. 4.3 Esquema do análise da solidificação no inicio (nó 1).

Discretização para o campo de temperaturas na fase sólida

Nesta fase o nó 1 na fronteira é a única. O nó 2 está ainda na fase líquida,

$$\theta_N(1) = \theta_O(1) = \theta P$$

Discretização para o campo de temperaturas na fase líquida.

Define-se o parâmetro ξ segundo a figura 4.3, como a fração do incremento DX que corresponde à posição da interface nesse intervalo:

$$\xi = \frac{E}{DX}$$

a) nó 2

Com a equação de condução de calor (3.4) para a fase líquida:

$$\frac{\partial^2 \theta_L}{\partial X^2} = \frac{\alpha_S}{\alpha_L} \frac{\partial \theta_L}{\partial \tau},$$

tem-se discretizando para cada uma das derivadas:

$$\frac{\partial \theta_L}{\partial \tau} = \frac{\theta_N(2) - \theta_O(2)}{D\tau}.$$

Para a segunda derivada da temperatura adimensional θ em j=2, aplica-se a expansão em séries de Taylor em torno de M, equação (4.2):

$$\left.\frac{\partial^2 \theta_L}{\partial X^2}\right|_b = \frac{2}{\overline{ab}\ \overline{bc}\left(\overline{ab} + \overline{bc}\right)} \left(\overline{ab}\,\theta_c + \overline{bc}\,\theta_a - \left(\overline{ab} + \overline{bc}\right)\theta_b\right)$$

para $\overline{ab} = (1-\xi)DX$, $\overline{bc} = DX$, $a = m$, $b = 2$ e $c = 3$ tem-se:

$$\left.\frac{\partial^2 \theta_L}{\partial X^2}\right|_2 = \frac{2}{DX^2}\left[\frac{1}{(1-\xi)(2-\xi)}\theta M + \frac{1}{2-\xi}\theta(3) - \frac{1}{1-\xi}\theta(2)\right]$$

finalmente substituindo as representações das derivadas em diferenças finitas na equação (3.4) e rearranjando, temos para o nó 2:

$$\theta_N(2) * (1 + \frac{H}{1-\xi}) + \theta_N(3) * (\frac{-H}{2-H}) = \theta_O(2) + \theta M * (\frac{H}{(2-\xi)(1-\xi)})$$

Agrupando os parâmetros constantes:

$$\theta_N(2) * B2 + \theta_N(3) * C2 = D2, \qquad (4.5)$$

onde:

$$H = 2\ \frac{D\tau}{DX^2}\frac{\alpha_L}{\alpha_S}$$

$$B2 = 1 + \frac{H}{1-\xi}, \qquad (4.6)$$

$$C2 = -\frac{H}{2-\xi} \quad e$$

$$D2 = \theta O2 + \theta M * \frac{H}{(2-\xi)(1-\xi)}.$$

b) nó 3 até (M-1)

Aplica-se a equação (4.2-a) para o caso especial com $\overline{ab} = \overline{bc} = DX$. Substituindo na equação governante (3.4), para a = j-1 ; b = j e c = j+1 :

$$\frac{\theta_N(j) - \theta_O(j)}{D\tau} = \frac{\alpha_S}{\alpha_L}\frac{1}{DX^2}\left[\theta_N(j-1) - 2\theta_N(j) + \theta_N(j+1)\right], \qquad (4.7)$$

arranjando:

$$\theta_N(j-1) * A(j) + \theta_N(j) * B(j) + \theta_N(j+1) * C(j) = D(j)$$

onde:

$$A(j) = -Q\ ,$$

$$B() = 1 + 2 * Q\ , \qquad (4.8)$$

$$C(j) = -Q \qquad e$$

$$D(j) = \theta O(J).$$

$$Q = \frac{D\tau}{DX^2}\frac{\alpha_L}{\alpha_S}$$

c) nó M:

A discretização é idêntica a do item b) mas aplica-se a condição de fronteira $\frac{\partial\theta}{\partial X} = 0$:

$$\theta_N(M-1) * A(M) + \theta_N(M) * B(M) + \theta_N(MP1) * C(M) = D(M)$$

das condições de fronteira: $\theta\,(M+1) = \theta\,(M)$

$$\theta_N(M-1) * A(M) + \theta_N(M) * B'(M) = D(M)\ , \qquad (4.9)$$

onde

$$A(M) = -Q\ ,$$

$$B'(M) = B(M) + C(M) = 1 + Q \qquad (4.10)$$

$$D(M) = \theta_O(M) \quad \text{e}$$

$$Q = \frac{D\tau}{DX^2}\frac{\alpha_L}{\alpha_S}$$

Obtém-se as temperaturas $\theta_N(3)$ até $\theta_N(M)$, resolvendo o sistema de equações algébricas aplicando o algoritmo da matriz tridiagonal (TDMA) que é um procedimento particular do método de eliminação de Gauss.

d) Temperaturas no extremo (M+1). Com a condição de fronteira em X=1 , $\left.\frac{\partial\theta}{\partial X}\right|_E = 0$:

$$\theta_N(M+1) = \theta_N(M)\ . \qquad (4.11)$$

Posição da Interface.

Obtido o campo de temperaturas para o tempo inicial assumido, calcula-se a nova posição da frente para o incremento de tempo $\Delta\tau$ aplicando a condição de Stefan, equação (3.6):

$$\frac{1}{Z}\frac{dS}{d\tau} = \left.\frac{\partial\theta_S}{\partial X}\right|_E - \frac{k_1}{k_S}\left.\frac{\partial\theta_L}{\partial X}\right|_E$$

Discretizando a primeira derivada tem-se

$$\frac{dS}{d\tau} \cong \frac{SN - SO}{\Delta\tau}$$

Na região sólida, só existe dois pontos, na interface θM e na fronteira $\theta_N(1)$):

$$\left.\frac{\partial\theta_s}{\partial X}\right|_E \cong \frac{\theta M - \theta_N(1)}{\xi \Delta X}$$

Na região líquida aplica-se a expansão de Taylor, equação geral (4.4) para o caso especial com $\overline{ab} = (1-\xi)DX$ e $\overline{bc} = DX$:

$$\left.\frac{\partial\theta_L}{\partial X}\right|_E \cong \frac{1}{\Delta X}\left[\frac{2-\xi}{1-\xi}\theta_O(2) - \frac{1-\xi}{2-\xi}\theta_O(3) + \frac{(1-\xi)^2 - (2-\xi)^2}{(1-\xi)(2-\xi)}\theta M\right] \qquad (4.12)$$

Substituindo as derivadas discretizadas e ordenando temos a nova posição da frente:

$$EN = EO + \frac{Z\,\Delta\tau}{\xi\,\Delta X}(\theta M - \theta_O(1)) - F\frac{2-\xi}{1-\xi}\theta_O(2) + F\frac{1-\xi}{2-\xi}\theta_O(3) - F\,\frac{(1-\xi)^2 - (2-\xi)^2}{(1-\xi)\,(2-\xi)}\,\theta M$$

onde a constante F é definida como:

$$F = \frac{Z\,\Delta\tau\,k_L}{\Delta X\,k_s}$$

O processo de cálculo se repete sucessivamente até a frente de solidificação atingir o nó 2.

4.1.3 Análise do nó 2

O domínio de validade das equações obtidas para o intervalo compreendido entre os nós 2 e 3, está na faixa de:

$$DX \leq X \leq 2\,DX$$

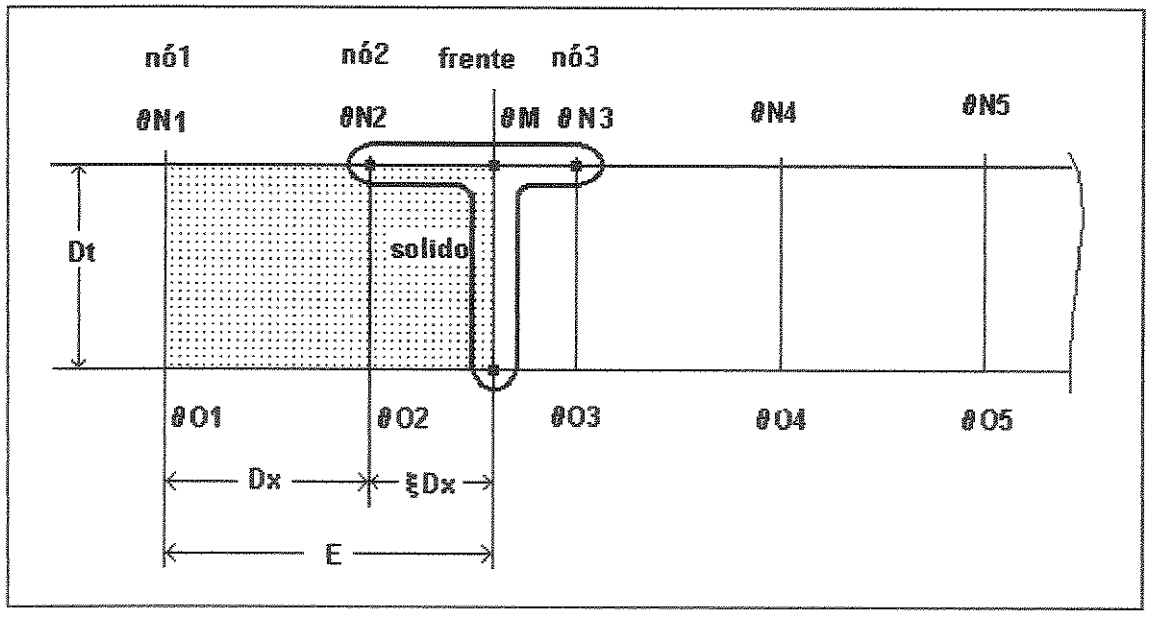

Fig. 4.4 Esquema do análise de solidificação para o nó 2

Da figura 4.4, tem-se que o parâmetro " ξ "assume o valor:

$$\xi = \frac{E}{DX} - 1$$

Discretização para o campo de temperaturas na fase sólida.

Na fase sólida aplica-se a equação (3.5) da condução de calor:

$$\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} = \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau}$$

discretizando cada um dos termos da equações tem-se:

$$\frac{\partial \theta_S}{\partial \tau} \cong \frac{\theta_N(2) - \theta_O(2)}{\Delta\tau}$$

$\left(\partial^2\theta_S / \partial X^2\right)$ é obtida aplicando a série de Taylor com a expansão de $\theta_N(1)$ e θM, em torno de $\theta_N(2)$. A equação (4.2) (deduzida no item 4.1.1) é aplicado diretamente com os valores das constantes $a = \theta_N(1)$, $b = \theta_N(2)$, $c = \theta M$, $\overline{ab} = DX$ e $\overline{bc} = \xi\, DX$, resultando:

$$\left.\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}\right|_2 = \frac{2}{DX^2}\left[\frac{\theta M}{\xi(1+\xi)} + \frac{\theta_N(1)}{(1+\xi)} - \frac{\theta_N(2)}{\xi}\right]$$

Substituindo as expressões acima obtidas na equação (3.5) e arranjando obtém-se a temperatura para o nó 2 :

$$\theta_N(2) = \frac{1}{1 + \frac{2\Delta\tau}{\xi\Delta X^2}} * \left[\frac{2\,\Delta\tau}{\Delta X^2}\frac{1}{\xi\,(1+\xi)}\theta M - \frac{2\,\Delta\tau}{\Delta X^2}\frac{1}{1+\xi}\theta_N(1) + \theta_O(2)\right]$$

Discretização para o campo de temperaturas na fase líquida.

a) nó 3:

Seguindo a mesma técnica generaliza-se a equação (4.5) em função do parâmetro j obtendo:

$$\theta_N(j+1) * B(j+1) + \theta_N(j+2) * C(j+1) = D(j+1) \qquad (4.5\text{-a})$$

As constantes em função de "j" são similares ás da equação (4.6):

$$B(j+1) = 1 + \frac{H}{1-\xi},$$

$$C(j+1) = -\frac{H}{2-\xi} \text{ e} \qquad (4.6\text{-a})$$

$$D(j+1) = \theta_O(2) + \theta M * \frac{H}{(2-\xi)(1-\xi)}.$$

b) nó 4 até (M-1).

Aplica-se as equações (4.7) , (4.8) , (4.9) , (4.10), (4.11), com j = 4, (M-1)

c) nó M

Aplica-se as equações (4.9) , (4.10) e (4.11).

Resolvendo a TDMA, tem-se o campo de temperaturas na fase líquida.

Posição da interface.

De forma similar que para a análise do nó 1 temos, aplicando a equação (3.6) com as seguintes equações discretizadas:

$$\frac{dE}{d\tau} \cong \frac{EN - EO}{\Delta\tau}$$

Para $\left(\partial\theta_S/\partial X\right)\Big|_E$ na região sólida, aplicamos a expansão de Taylor para $\theta_N(1)$ e $\theta_N(2)$ ao redor de θM. Com os parâmetros da figura 4.4 obtém-se:

$$\left.\frac{\partial\theta_S}{\partial X}\right|_E = \frac{1}{\Delta X}\left[\frac{1+2\xi}{\xi(1+\xi)}\theta M - \frac{1+\xi}{\xi}\theta_N(2) + \frac{\xi}{1+\xi}\theta_N(1)\right]$$

Para $\left(\partial\theta_L/\partial X\right)\Big|_E$ similar que o nó 1. Generalizando a equação (4.12) tem-se:

$$\left.\frac{\partial\theta_L}{\partial X}\right|_E = \frac{1}{\Delta X}\left[\frac{2-\xi}{1-\xi}\theta_o(j+1) + \frac{1-\xi}{2-\xi}\theta_o(j+2) - \frac{2\xi-3}{(1-\xi)(2-\xi)}\theta M\right] \qquad (4.12\text{-a})$$

Para o nó 2 o parâmetro j recebe o valor de 2.

Finalmente substituindo as equações discretizadas na equação (3.6), tem-se a posição da frente de solidificação:

$$EN = EO + Z\frac{\Delta\tau}{\Delta X}\left[\frac{1+2\xi}{\xi(1+\xi)}\theta M - \frac{1+\xi}{\xi}\theta_o(2) + \frac{\xi}{1+\xi}\theta_o(1)\right] - F\frac{2-\xi}{1-\xi}\theta_o(3)$$

$$+ \; F\frac{1-\xi}{2-\xi}\theta_o(4) - F\frac{2\xi-3}{(1-\xi)(2-\xi)}\theta M$$

O processo é repetido sucessivamente até a frente de solidificação atingir o nó 3.

4.1.4 Análise do nó 3

As equações obtidas, são válidas para a região compreendida entre os nós 3 e 4:

$$2DX \leq X \leq 3DX$$

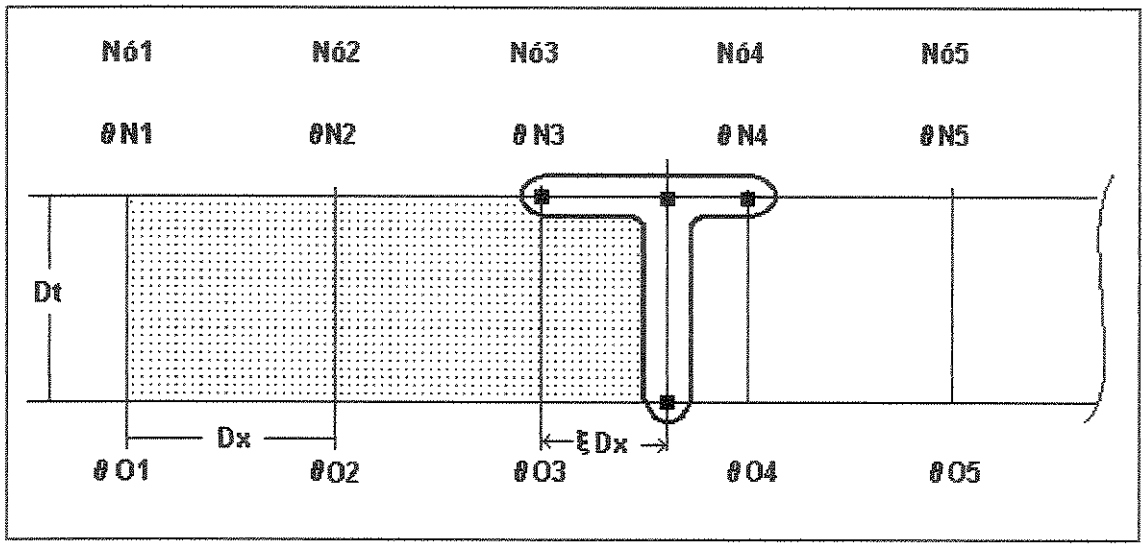

Fig 4.5 Esquema da análise de solidificação para o nó 3

O parâmetro ξ segundo a figura 4.5 assume o seguinte valor:

$$\xi = \frac{E}{DX} - 2$$

Discretização para o campo de temperaturas na fase sólida.

a) nó 2. Calcula-se as temperaturas nos pontos 2 e 3 aplicando a expansão de Taylor:

No primeiro caso expandimos $\theta_N(1)$, e $\theta_N(3)$, em torno de $\theta_N(2)$. O resultado é similar à equação (4.2-A) com $a = \theta_N(1)$, $b = \theta_N(2)$, $c = \theta_N(3)$ e $\overline{ab} = \overline{bc} = DX$. Substituindo na equação de condução de calor (3.5) obtém-se

$$\theta_N(2) * B + \theta_N(3) * C = D \qquad (4.13)$$

No segundo caso expandimos $\theta_N(2)$ e θM em torno de $\theta_N(3)$. A solução dada pela equação (4.2) com a nomenclatura da figura 4.5 transforma-se em:

$$\theta_N(2) * V + \theta_N(3) * S = G \qquad (4.14)$$

Resolvendo as equações, (4.13), e (4.14), para $\theta_N(2)$, e $\theta_N(3)$ obtém-se os seguintes valores para as temperaturas: (onde RATIO = $\Delta\tau/\Delta x^2$)

$$\theta_N(2) = \frac{G - S * \theta_N(3)}{V} \quad \text{e}$$

$$\theta_N(3) = \frac{VR * DR - GR * BR}{VR * CR - BR * CR}$$

onde:

$$V = -\frac{2\,RATIO}{1+\xi}$$

$$S = 1 + \frac{2\,RATIO}{\xi}$$

$$G = \theta_O(3) + \frac{2\,RATIO}{\xi(1+\xi)}\,\theta M$$

$$BR = 1 + 2 * RATIO \ ,$$

$$VR = -\frac{2RATIO}{(1+\xi)} \ ,$$

$$CR = -RATIO \ ,$$

$$DR = \theta_O(2) + RATIO * \theta_O(1) \ ,$$

$$SR = 1 + 2 * RATIO * (1+\xi) \quad \text{e}$$

$$GR = \theta_O(3) + \frac{2 * RATIO}{\xi(1+\xi)}\,\theta M$$

Discretização para o campo de temperaturas na fase líquida.

Aplica-se as equações generalizadas.

a) nó 4 Equações (4.5-a), e (4.6-a), para j = 3

b) nó 5 Equações (4.7), (4.8), (4.9), (4.10), e (4.11) para j=4 até j= (M-1)

Obtém-se as temperaturas resolvendo as equações algébricas.

Posição da interface

Discretizando as derivadas na equação da condição de Stefan (3.6) tem-se:

$$\frac{dE}{d\tau} \cong \frac{EN - EO}{\Delta\tau}$$

Na região sólida, as temperaturas $\theta_N(1)$, e $\theta_N(2)$ são expandidas em torno de θM. Para as constantes $a = \theta_N(1)$, $b = \theta_N(2)$, $c = \theta M$, $\overline{ab} = DX$, $\overline{ac} = DX(2+\xi)$ e $\overline{bc} = DX(1+\xi)$ obtém-se:

$$\left.\frac{\partial\theta_S}{\partial X}\right|_E = \frac{1}{\Delta X}\left[\frac{2\xi+3}{(1+\xi)(2+\xi)}\theta M + \frac{1+\xi}{2+\xi}\theta_O(1) - \frac{2+\xi}{1+\xi}\theta_O(2)\right] \qquad (4.15)$$

Generalizando esta equação:

$$\left.\frac{\partial\theta_S}{\partial X}\right|_E = \frac{1}{\Delta X}\left[\frac{2\xi+3}{(1+\xi)(2+\xi)}\theta M + \frac{1+\xi}{2+\xi}\theta_O(j-2) - \frac{2+\xi}{1+\xi}\theta_O(j-1)\right] \qquad (4.15\text{-a})$$

Na região líquida aplica-se a equação geral (4.12-a) com j = 3.

Finalmente, substituindo na equação geral (3.6) obtém-se a posição da interface dada por:

$$EN = EO + Z\,\Delta\tau \left.\frac{\partial\theta_S}{\partial X}\right|_E + Z\,\Delta\tau \frac{k_L}{k_S}\left.\frac{\partial\theta_L}{\partial X}\right|_E$$

O cálculo é iniciado sucessivamente até a frente de solidificação atingir o nó 4.

4.1.5 Análise do nó 4 até (M - 3)

A análise do processo de solidificação é similar para todos os nós compreendidos entre J=4 até J=(M-3). Onde M é o número de divisões da malha e representa a penúltima coluna na direção de X como mostrado na figura 4.6. O domínio das equações obtidas para esta região está na faixa seguinte:

$$(j-1)\,DX \le X \le j\,DX$$

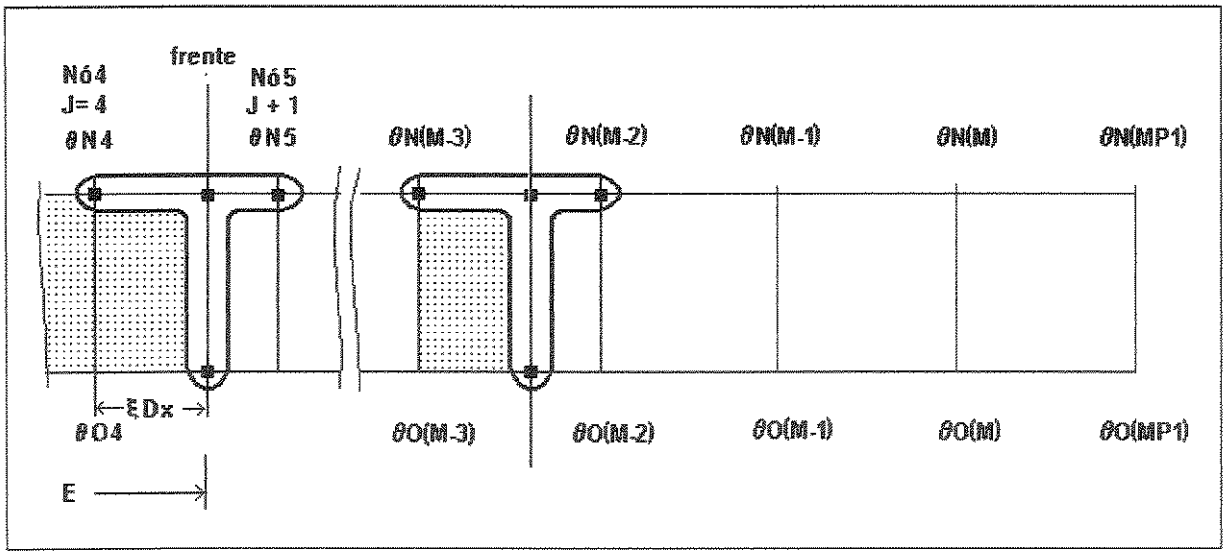

Fig. 4.6 Esquema da análise de solidificação para o nó 4 ate o nó (M-3)

O parâmetro " ξ " assume a seguinte forma generalizada em função de " j ":

$$\xi = \frac{E}{DX} - (j-1)$$

Discretização para o campo de temperaturas da fase sólida.

a) nó 2:

$$\theta_N(2) * BB(2) + \theta_N(3) * CC(2) = DD(2)\ , \qquad (4.19)$$

onde: (para RATIO = $\Delta\tau/\Delta x^2$)

$$BB(2) = 1 + 2 * RATIO \ ,$$

$$CC(2) = -RATIO \qquad e \tag{4.20}$$

$$DD(2) = \theta_O(2) + RATIO * \theta_N(1) \ .$$

b) nó 3 ate (j - 1)

$$\theta_N(j-1) * AA(j) + \theta_N(j) * BB(j) + \theta_N(j+1) * CC(j) = DD(j) \tag{4.21}$$

onde:

$$AA(j) = -RATIO \ ,$$

$$BB(j) = 1 + 2 * RATIO \ , \tag{4.22}$$

$$CC(j) = -RATIO \qquad e$$

$$DD(j) = \theta O(j) \ .$$

c) nó "j"

$$\theta N(j-1) * AA'(j) + \theta N(j) * BB'(j) = DD'(j) \tag{4.23}$$

onde:

$$AA'(j) = -2 * \frac{RATIO}{1+\xi} \ ,$$

$$BB'(j) = 1 + 2\frac{RATIO}{\xi} \qquad e \tag{4.24}$$

$$DD'(j) = \theta_O(J) + 2 * RATIO\frac{\theta M}{\xi\,(1+\xi)} \ .$$

As temperaturas nesta região sólida são calculadas resolvendo as equações algébricas utilizando o algoritmo da matriz tridiagonal (TDMA) de 2 ate j .

Discretização do campo de temperaturas na fase líquida

a) nó (j+1)

Equações: (4.5-a) e (4.6-a) com $j = 4$ até (M-2) .

b) nó (j+2) ate (M-1):

Equações: (4.7) e (4.8) com $j = 6$ até (M-1) .

c) nó M

Equações (4.9) (4.10) e (4.11) com $j = M$

De forma similar as temperaturas são obtidas aplicando o algoritmo da matriz tridiagonal (TDMA) desde (j+1) até M. O último valor da temperatura calcula-se das condições de fronteira: $\theta(M) = \theta(M+1)$.

Posição da interface

Para a derivada na fase sólida, aplica-se a equação (4.15-a):

$$\left.\frac{\partial\theta_S}{\partial X}\right|_E = \frac{1}{\Delta X}\left[\frac{2\xi+3}{(1+\xi)(2+\xi)}\theta M + \frac{1+\xi}{2+\xi}\theta_o(j-2) - \frac{2+\xi}{1+\xi}\theta_o(j-1)\right]$$

Para a derivada na região líquida aplica-se a equação (4.12-a):

$$\left.\frac{\partial\theta_L}{\partial X}\right|_E = \frac{1}{\Delta X}\left[\frac{2-\xi}{1-\xi}\theta_o(j+1) + \frac{1-\xi}{2-\xi}\theta_o(j+2) - \frac{2\xi-3}{(1-\xi)(2-\xi)}\theta M\right]$$

Substituindo na equação (3.6) obtém-se a posição da frente de solidificação:

$$EN = EO + Z\Delta\tau\left.\frac{\partial\theta_S}{\partial X}\right|_E + Z\Delta\tau\frac{k_L}{k_S}\left.\frac{\partial\theta_L}{\partial X}\right|_E$$

Este processo de cálculo se repete sucessivamente até a frente de solidificação atingir o nó (M-3).

4.1.6 Análise no termino da solidificação.

A parte final que corresponde aos nós (M-2), (M-1) e (M) da análise do fenômeno de solidificação tem um tratamento similar ao feito no início para os nós 1,2 e 3. Por esta razão omitimos os detalhes de sua obtenção.

4.2 Validação do código computacional

Para a escolha da malha mais apropriada foram realizados vários testes, utilizando diferentes combinações de Δt e Δx.

A figura 4.7 mostra a posição da interface para um $\Delta t = 0.25$ segundos e vários Δx correspondentes a M=10, 30, 50, 80, 100 e 150. A distribuição de temperaturas no PCM é mostrada na figura 4.8 para o mesmo incremento de tempo Δt e o mesmo conjunto de intervalos Δx. Observando ambas as figuras pode-se notar que as curvas geradas com M=10 divergem do conjunto das demais. Ao mesmo tempo, a boa concordância entre as demais curvas mostra ser adequada a escolha de um valor no intervalo $30 \leq M \leq 150$.

Segundo a figura 4.8 o valor ideal seria $M \cong 50$ s.

Para a obtenção do intervalo de tempo mais adequado, foram testados os seguintes valores : Δt = 0,001 , 0,01 , 0,05 , 0,1, 0,5 , 1 , 5, 10, 25, 50 e 100 segundos. Os resultados obtidos pela combinação dos diferentes intervalos Δt com diversos valores de M são mostrados nas Figuras 4.9 - 4.18. Um exame destas figuras mostra que incrementos de tempo maiores que 50 segundos conduzem a erros apreciáveis nos resultados.

O resumo de todos estes testes é mostrado na tabela 4.1, onde valores para a condição de estabilidade (que é denominado "RATIO" no programa e nas figuras) que convergem a resultados corretos são mostrados na região sombreada.

Em razão dos resultados relatados acima, a malha adotada para a solução numérica é de "M=50" e o incremento de tempo Δt =0,5 segundos para temperaturas de parede medias e Δt=3 segundos para temperaturas próximas à temperatura de fusão.

Erro introduzido na escolha da Grade.

A ordem de grandeza do erro relativo introduzido na escolha da grade é calculado pelo método seguido por TAO (1967) e dado por :

$$\varepsilon = \frac{t_i - t_J}{t_J} * 100$$

onde t_i é o tempo para a malha M_i e t_j é o tempo para a malha M_J . O erro meio para todos os valores é:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i}{N}$$

Estes conceitos são aplicados para calcular o erro com diferentes parâmetros mostrados na figura 4.19 e os resultados numéricos obtidos são resumidos na tabela 4.2

Dt	VALORES DA CONDIÇÃO DE ESTABILIDADE (Dt / (DX)^2)				
(seg.)	M = 20	M = 50	M = 80	M = 100	M = 150
0.001	0.000076	0.000473	0.00121	0.00189	0.00425
0.01	0.00076	0.00473	0.0121	0.0189	0.0425
0.05	0.00378	0.0236	0.0605	0.0945	0.213
0.1	0.0076	0.0476	0.121	0.19	0.425
0.5	0.0378	0.236	0.605	0.94	2.13
1	0.076	0.473	1.21	1.89	4.25
5	0.378	2.36	6.05	9.45	21.3
10	0.756	4.7	12.1	18.9	42.5
25	1.89	12	30.2	47.3	106.3
50	3.78	23.36	60.5	94.5	212.6
100	7.56	47.25	120	460	425.3

Tabela 4.1 Testes do programa computacional. Faixa de validade para condição de estabilidade.

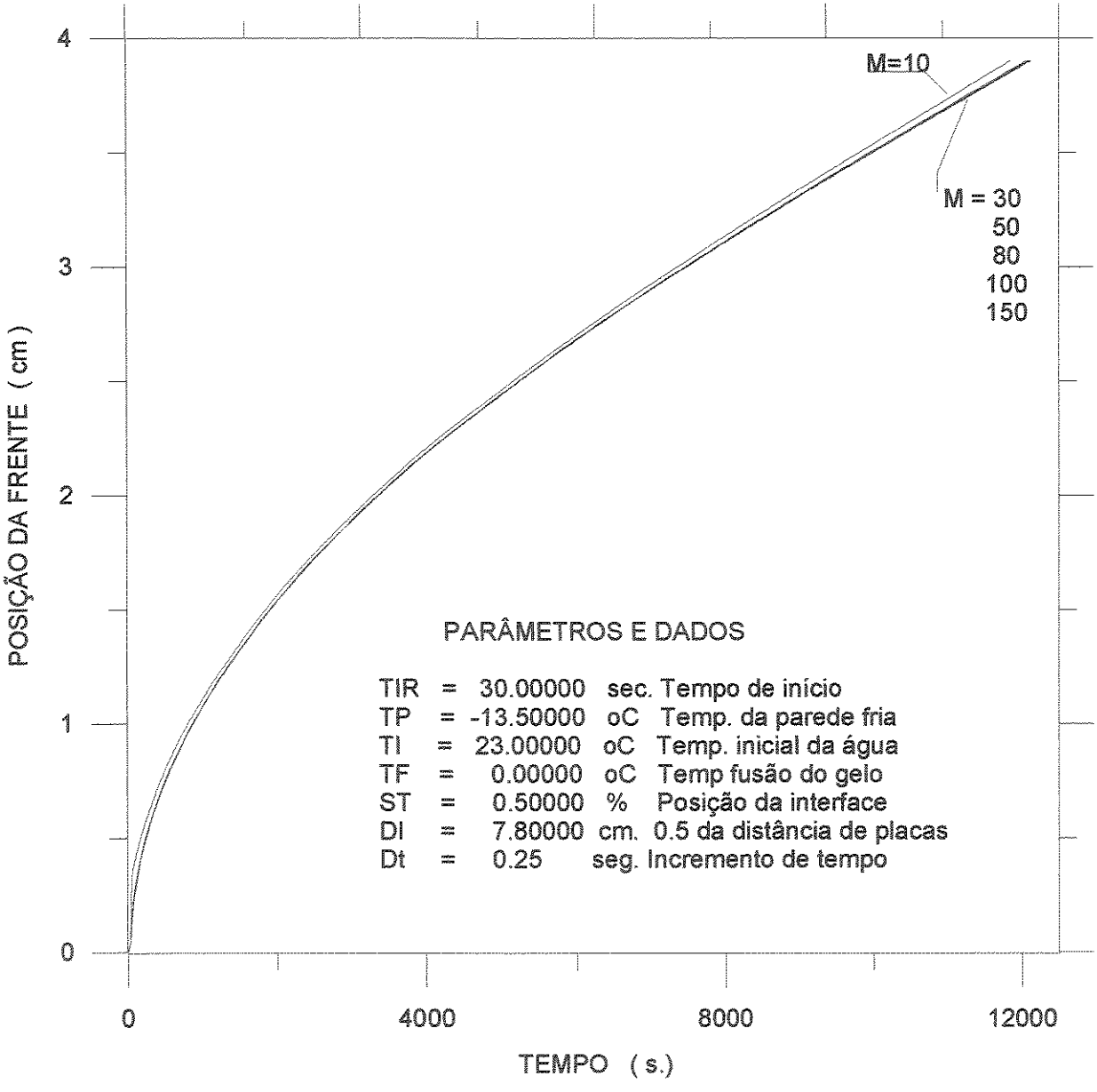

Fig. 4.7 Validação de malha. Posição da frente de solidificação no tempo para Dt= 0.25 segundos e malha variável.

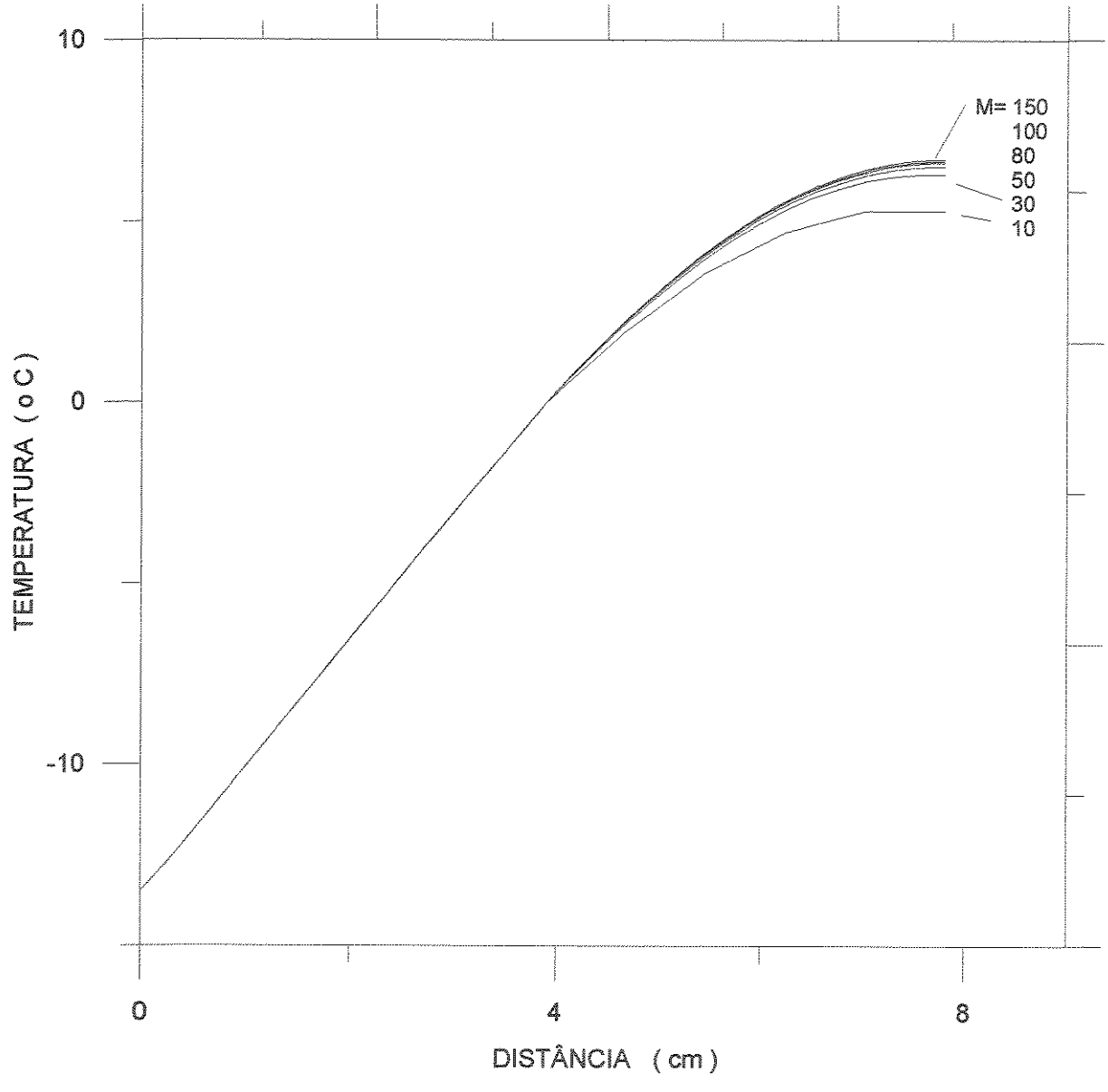

Fig. 4.8 Validação de Malha. Distribuição de temperatura no PCM no tempo para Dt=0.25 segundos e malha variável.
(os parâmetros são os mesmos que da Fig. 4.7)

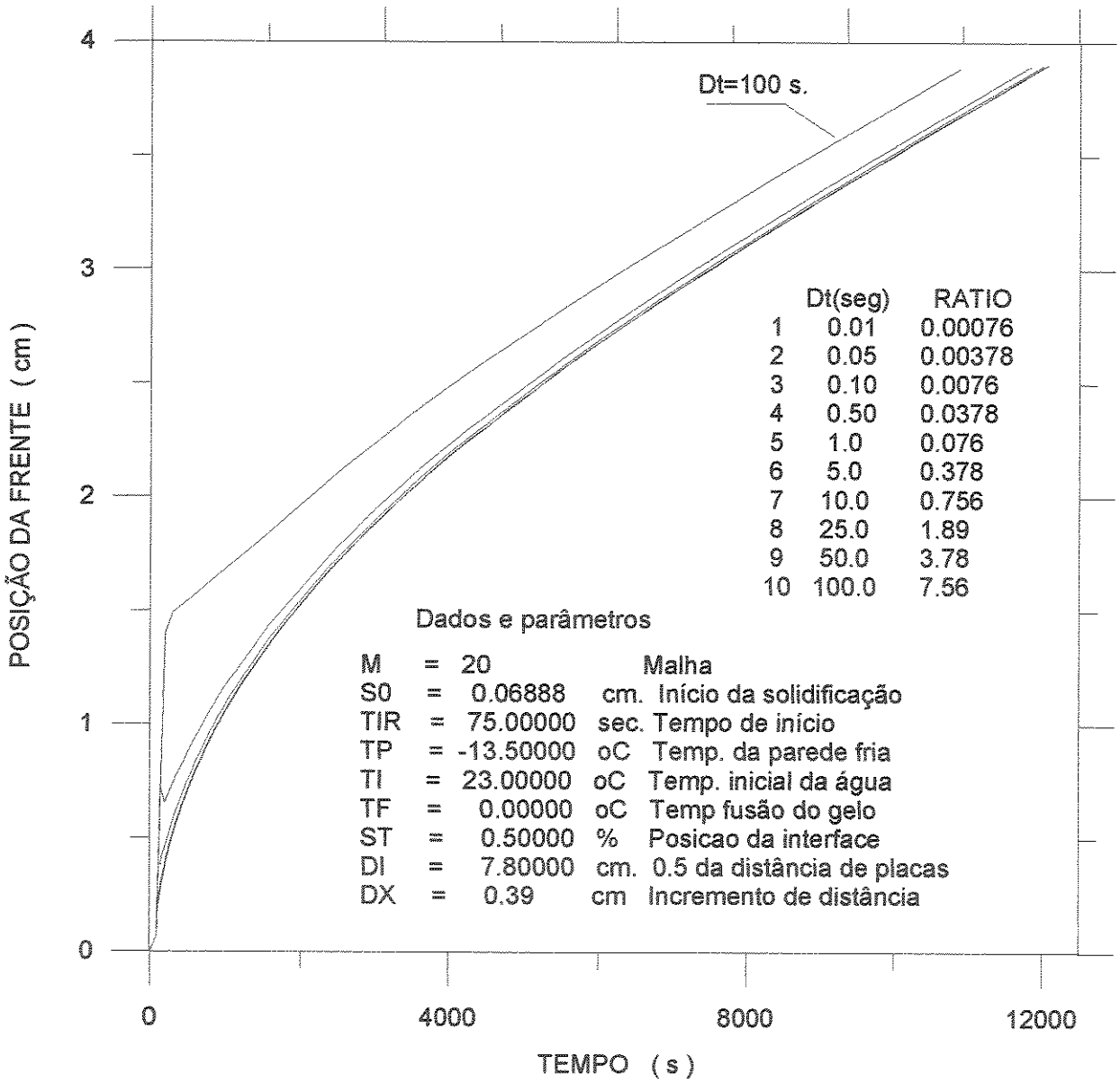

Fig 4.9 Testes do programa computacional. Posição da frente de solidificação para Malha 20 constante e incremento de tempo variável.

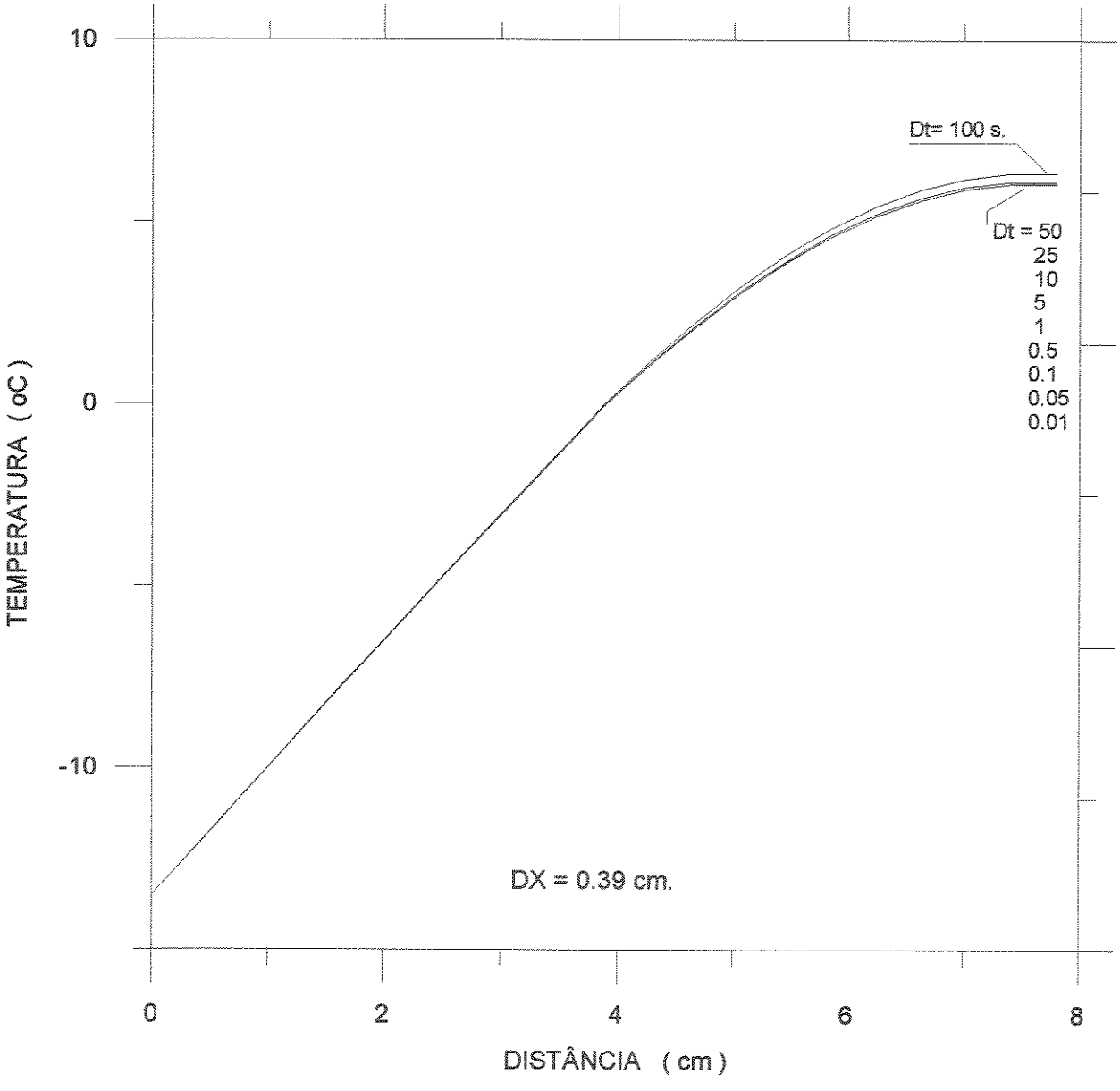

Fig. 4.10 Teste do programa computacional. Distribuição de temperatura no PCM para Malha =20 constante e incremento de tempo variável.
(parâmetros iguais a Fig. 4.9)

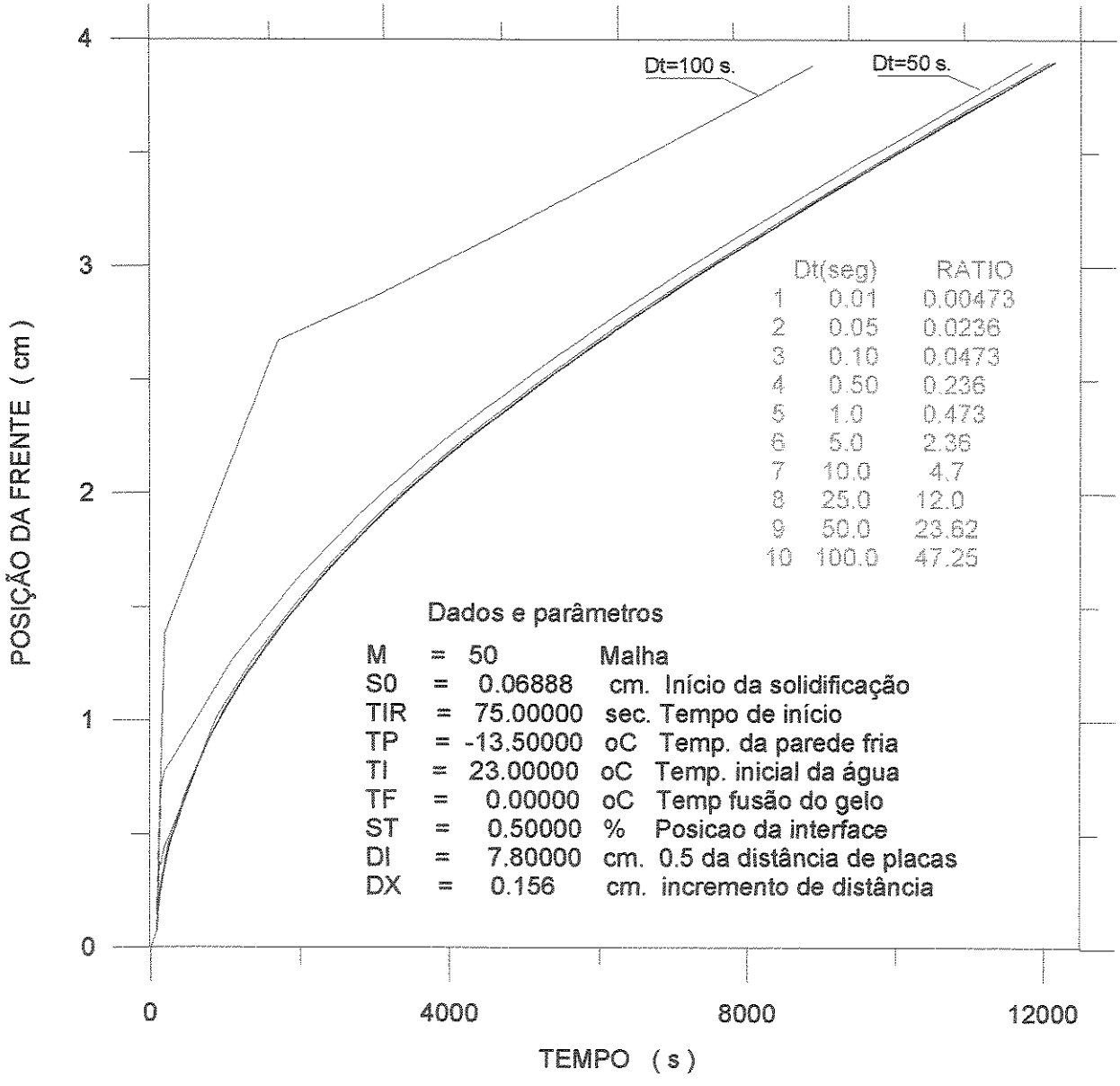

Fig 4.11 Testes do programa computacional. Posição da frente de solidificação para Malha 50 constante e incremento de tempo variável.

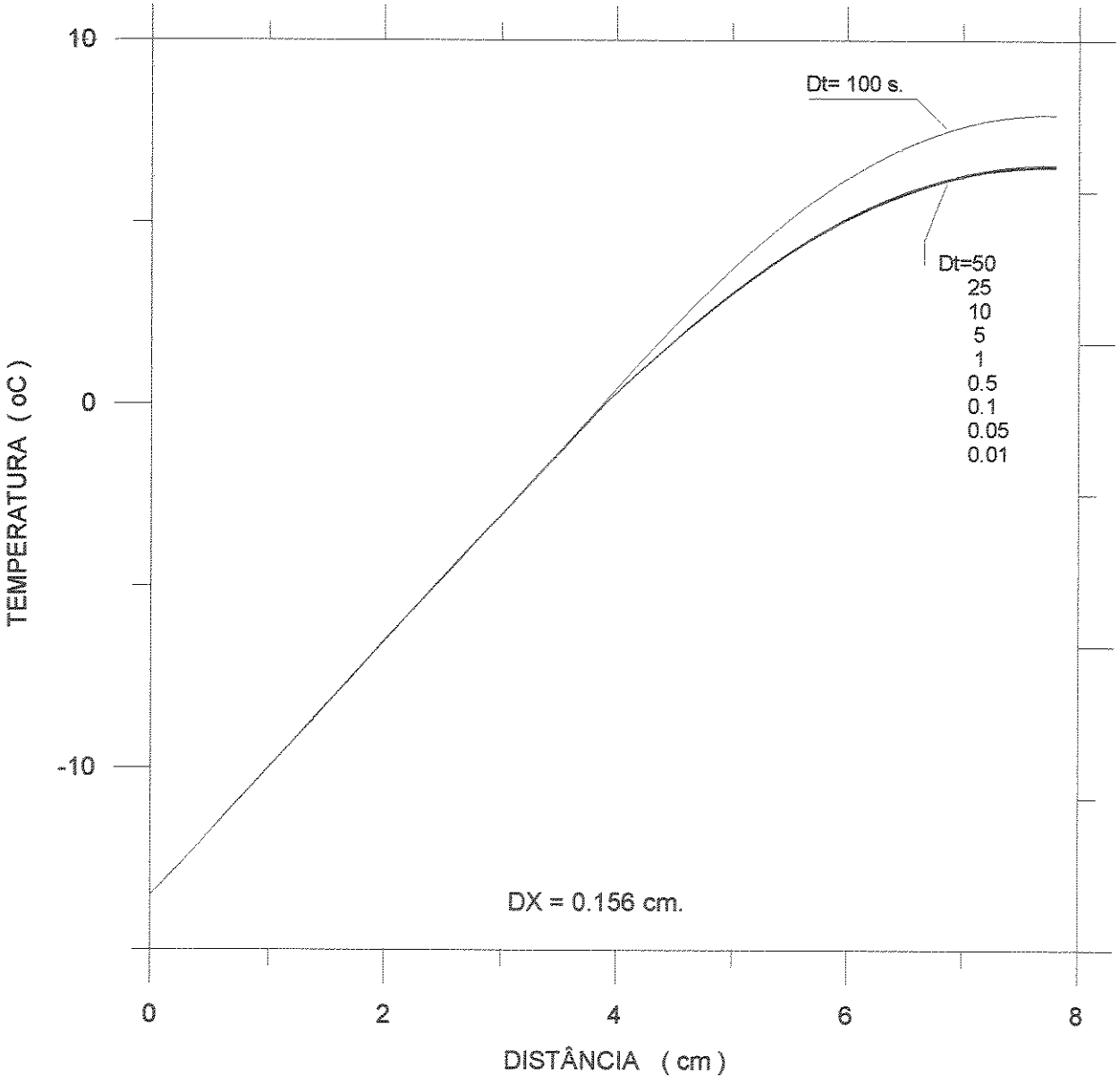

Fig. 4.12 Teste do programa computacional. Distribuição de temperatura no PCM para Malha 50 constante e incrementos de tempo variável. (parâmetros iguais a Fig. 4.11)

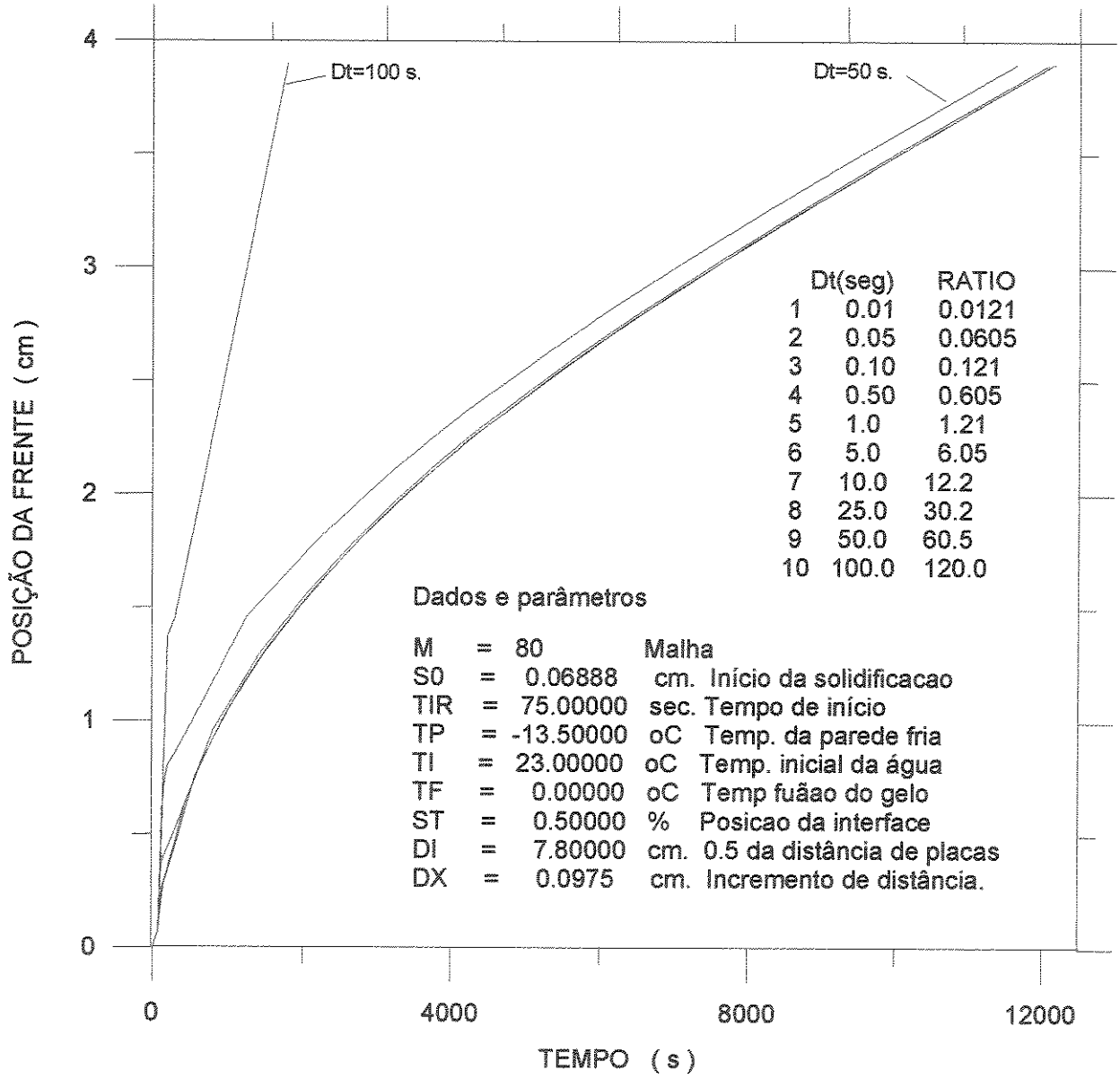

Fig 4.13 Testes do programa computacional. posição da frente de solidificação para Malha 80 constante e incremento de tempo variável.

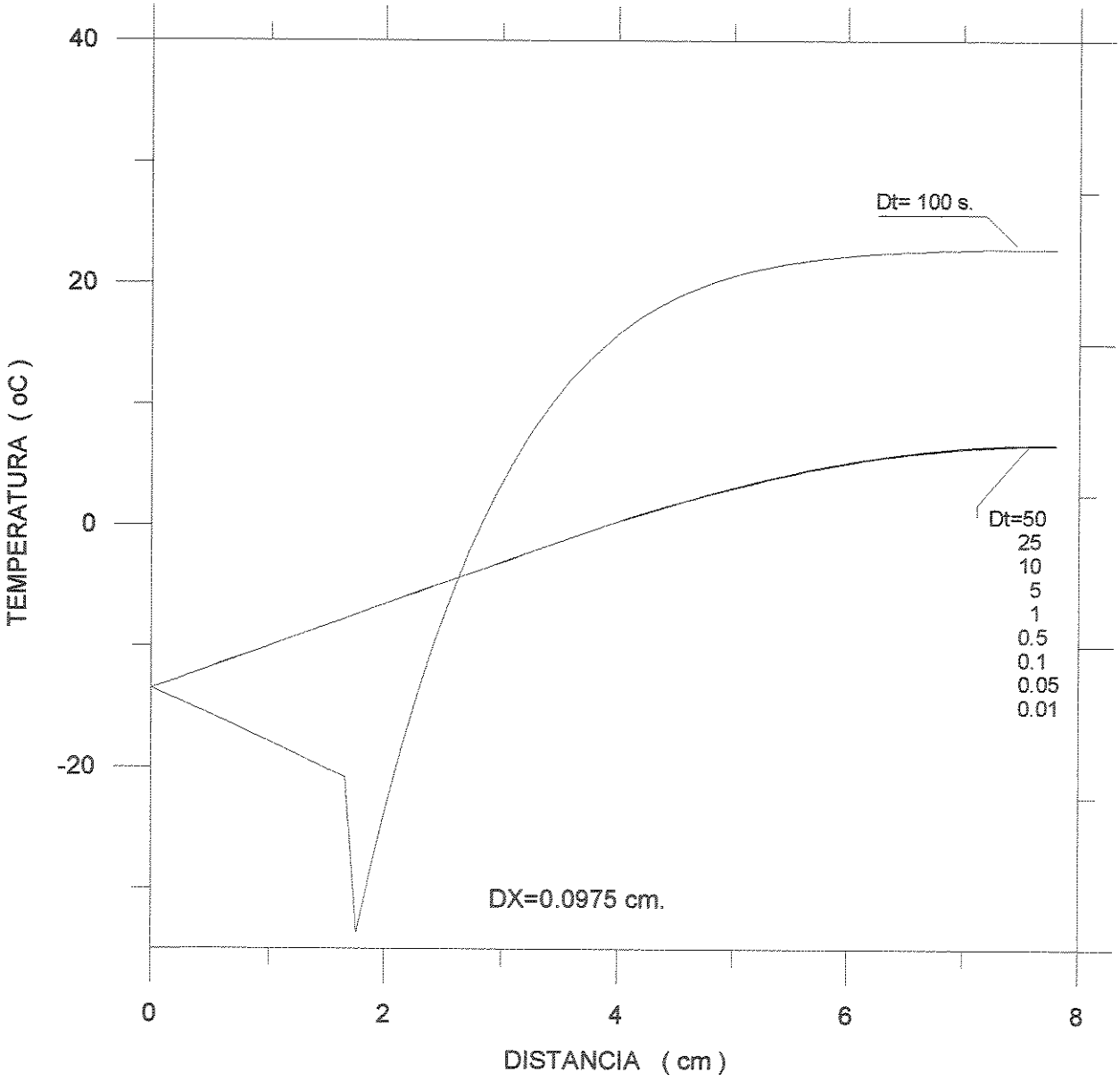

Fig. 4.14 Teste do programa computacional. Distribuição de temperatura no PCM para Malha 80 constante e incremento de tempo variável.
(parâmetros iguais a Fig. 4.13)

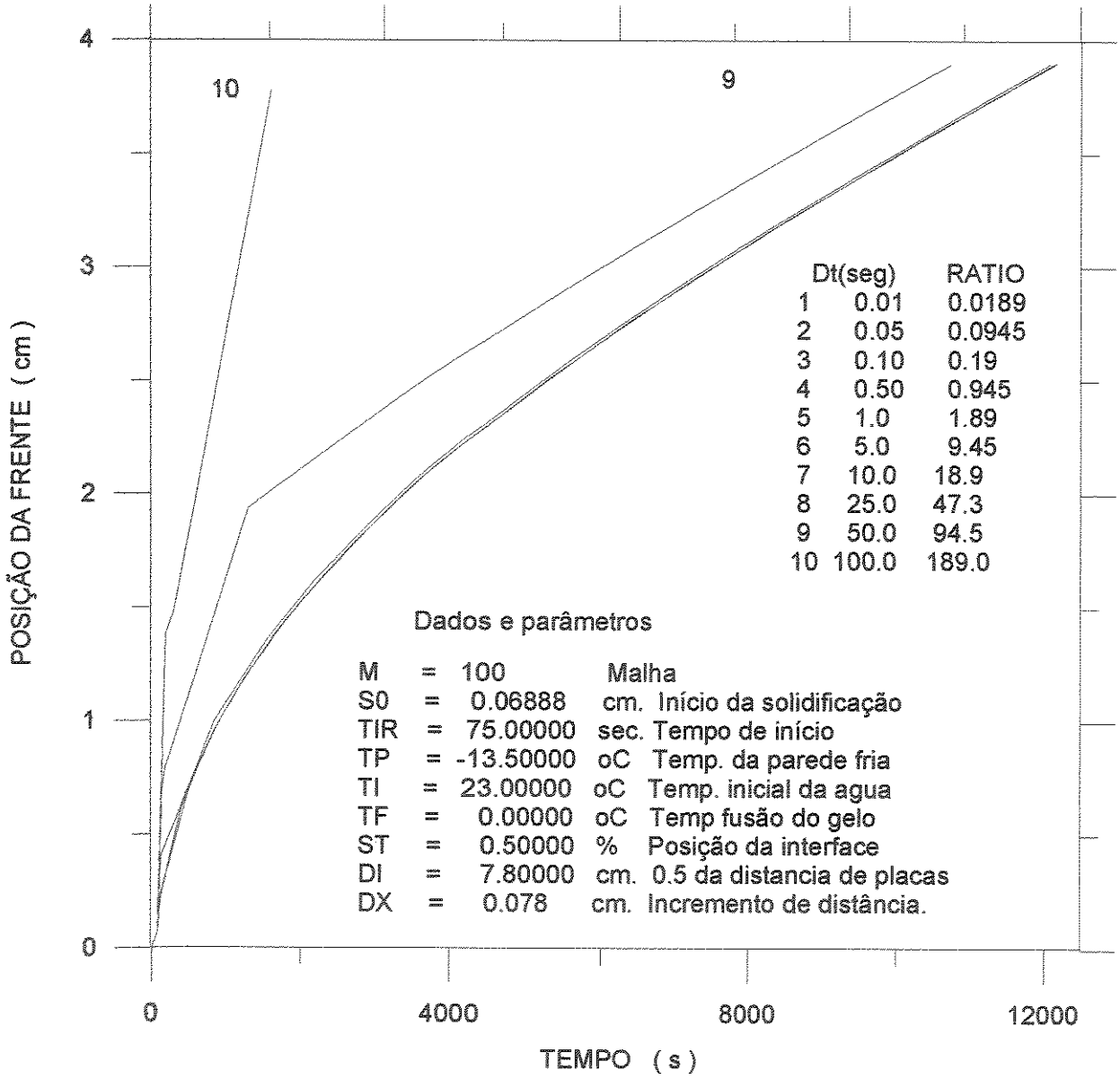

Fig 4.15 Testes do programa computacional. Posição da frente de solidificação para Malha 100 constante e incremento de tempo variável.

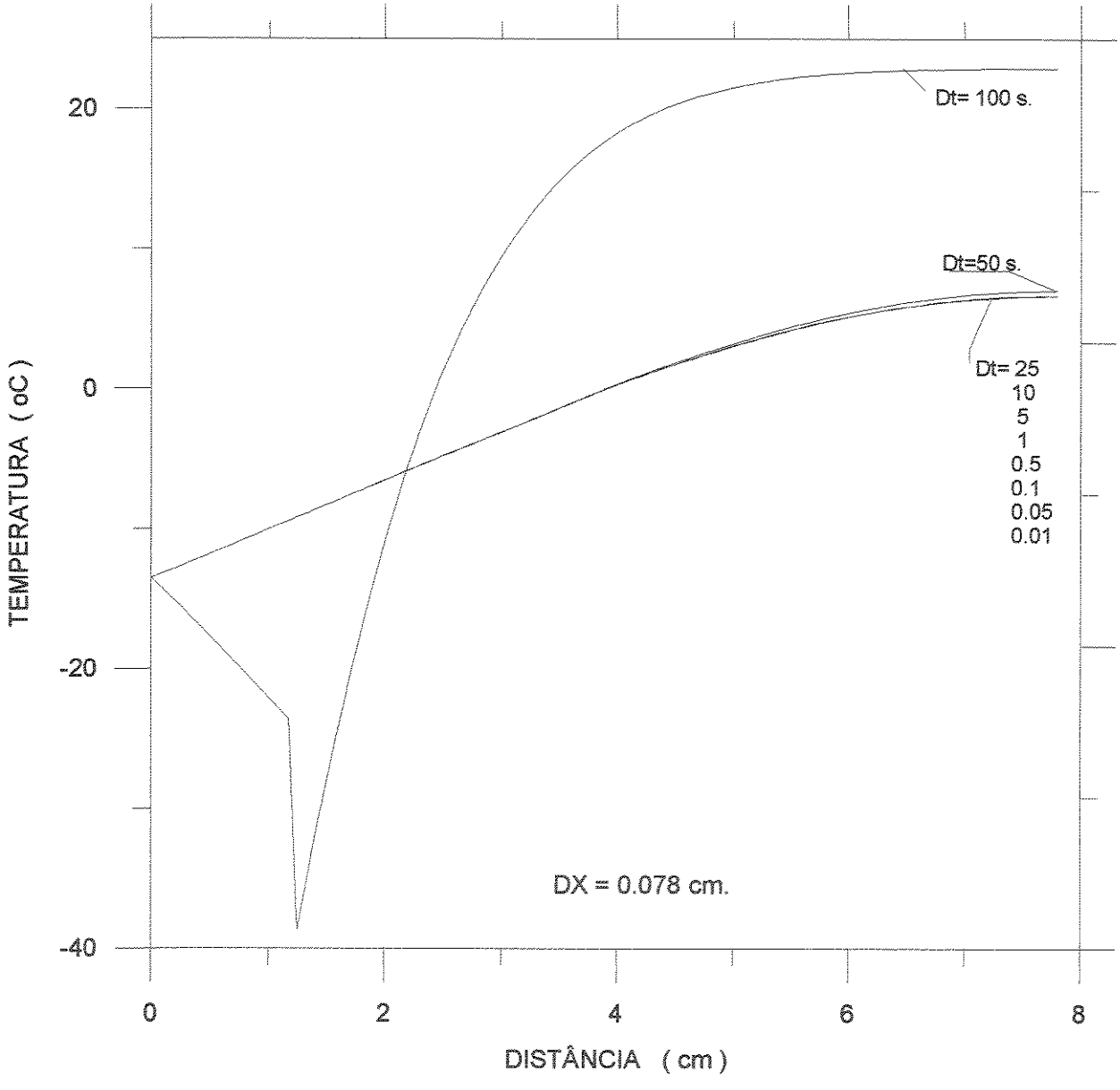

Fig. 4.16 Teste do programa computacional. distribuição de temperatura no PCM para Malha 100 constante e incremento de tempo variavel.
(parâmetros iguais a Fig. 4.15)

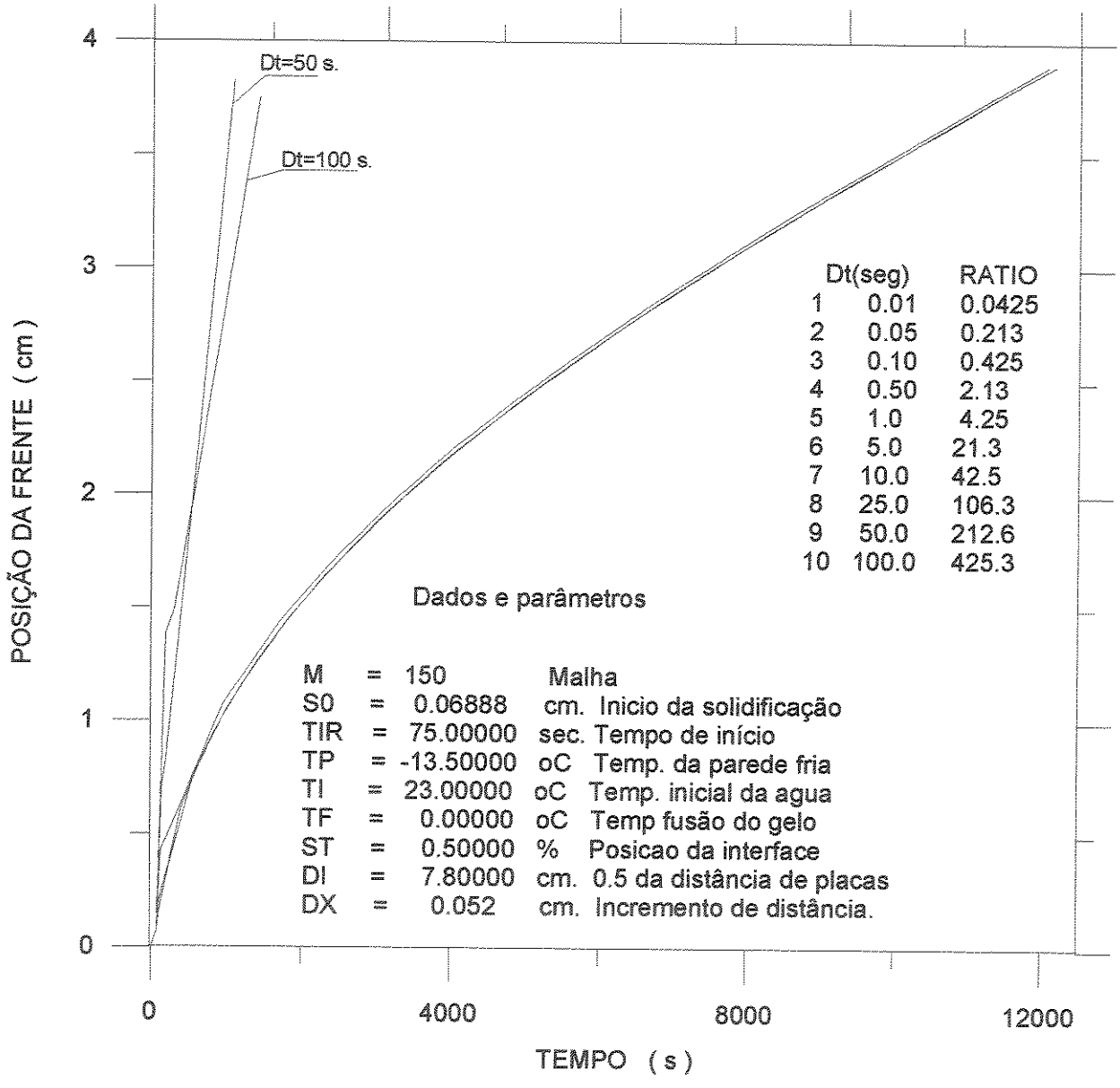

Fig 4.17 Testes do programa computacional. Posição da frente de solidificação para Malha 150 constante. e incremento de tempo variável.

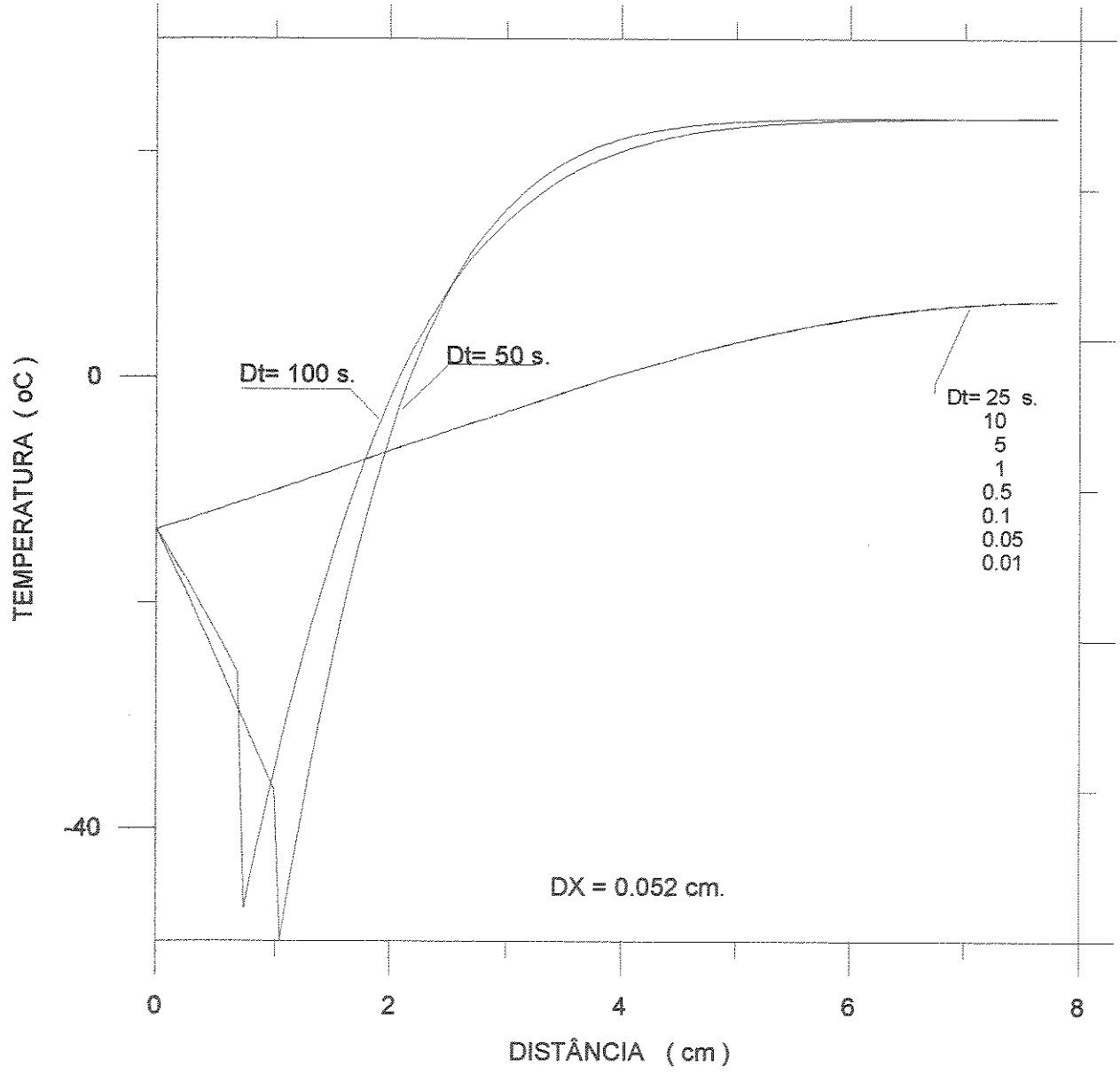

Fig. 4.18 Teste do programa computacional. Distribuição de temperatura no PCM para Malha 150 constante e incremento de tempo variável.
(parâmetros iguais a Fig. 4.17 .)

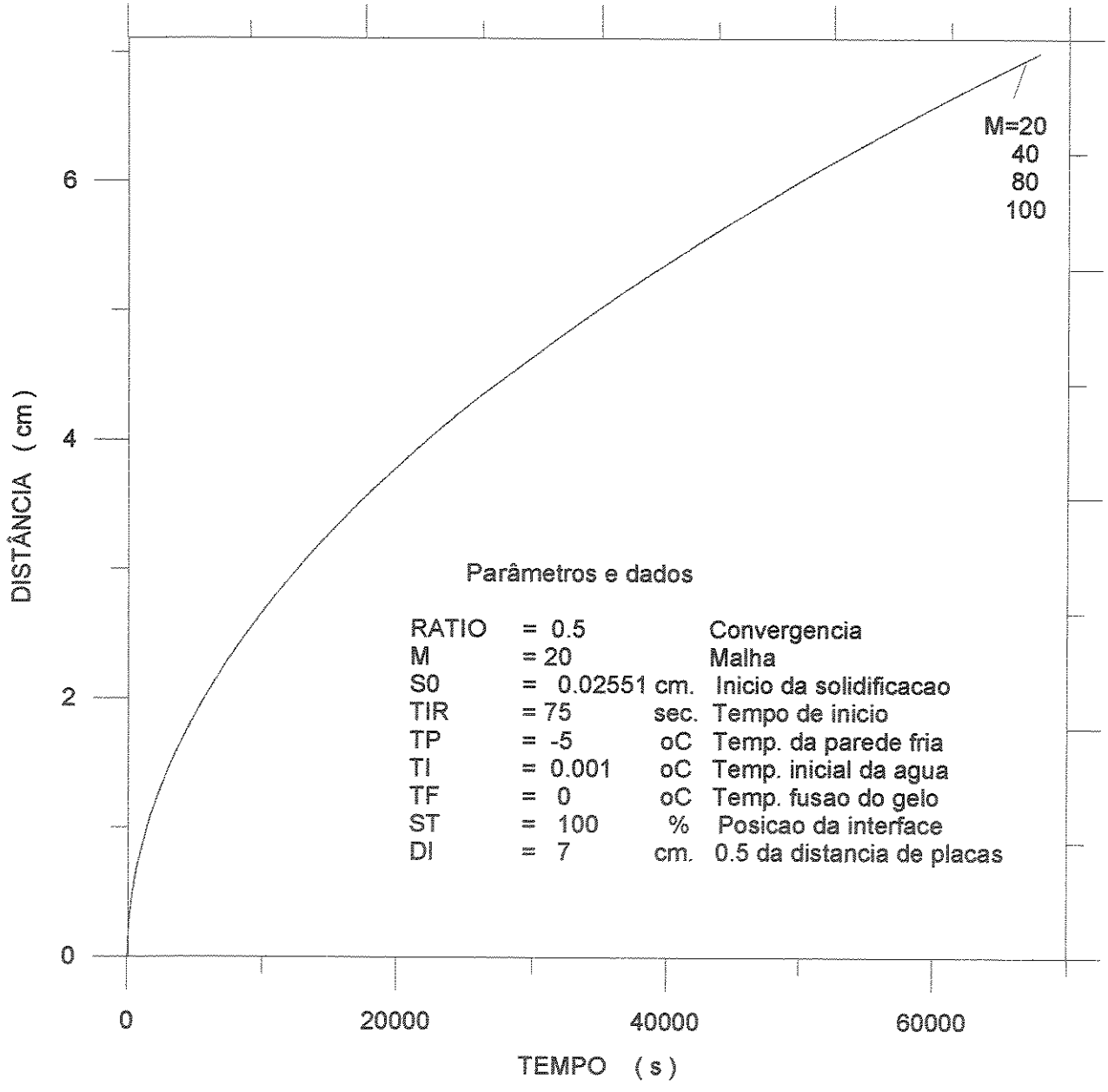

Fig 4.19 Validação da malha.Posição da frente de solidicaçãoem função do tempo, para valores de malha variável e parâmetros constantes mostrados

POSIÇÃO DA FRENTE (cm)	VALORES DE TEMPO EM SEGUNDOS				ERRO (%)		
	M = 20	M = 40	M = 80	M = 100	(M40-M20) /M20 *100	(M80-M40) /M40 * 100	(M100-M80) /M80 * 100
0.349	234.7826	240.1087	242.4389	242.8783	2.2685242	0.9704771	0.181241542
0.6993	735.4348	747.4185	750.4144	750.7739	1.6294714	0.400833	0.047906863
1.0489	1576.9565	1592.9348	1597.2622	1597.6217	1.0132366	0.2716621	0.022507263
1.3989	2759.3478	2777.9891	2782.9823	2783.4217	0.6755691	0.1797415	0.015788818
1.7492	4282.6087	4302.5815	4307.5747	4307.9609	0.4663699	0.1160513	0.008965602
2.0997	6146.7391	6165.3804	6170.7065	6171.4522	0.3032714	0.0863872	0.012084516
2.4496	8346.413	8367.7174	8373.0435	8373.6826	0.2552522	0.0636506	0.007632828
2.7997	10886.957	10908.261	10913.92	10914.652	0.1956865	0.0518781	0.006710696
3.1494	13763.044	13788.342	13794.001	13794.574	0.1838176	0.0410412	0.00415108
3.5	16985.326	17006.63	17012.289	17013.235	0.1254277	0.0332753	0.005556571
3.8496	20537.826	20564.457	20569.783	20570.635	0.1296656	0.0258995	0.004142484
4.1999	24436.522	24460.489	24466.148	24466.774	0.0980802	0.0231353	0.00255782
4.5499	28670.761	28694.728	28701.053	28701.865	0.0835953	0.0220413	0.00283021
4.8996	33240.543	33268.505	33274.83	33275.696	0.0841202	0.0190111	0.002601065
5.2499	38156.522	38180.489	38187.48	38188.265	0.0628134	0.0183088	0.002057219
5.6	43408.043	43432.011	43439.001	43439.787	0.0552142	0.0160953	0.001808513
5.9498	48995.109	49023.071	49029.062	49030.048	0.057071	0.0122224	0.002009624
6.2998	54923.043	54951.005	54957.996	54959.048	0.0509111	0.0127213	0.001914007
6.6499	61191.848	61219.81	61226.134	61226.787	0.0456956	0.0103311	0.001065558
6.9998	67796.196	67825.489	67832.48	67833.478	0.0432082	0.0103066	0.001472156
				erro meio (%)	0.3913501	0.1192535	0.016750222

TABELA 4.2 Validação de malha. Cálculo do erro meio obtido variando o número de divisões da malha

Capítulo 5

Análise Experimental

Para a validação das soluções analíticas e numérica, uma bancada experimental foi desenvolvida para efetuar os testes experimentais no laboratório de Armazenadores térmicos e tubos de calor (DETF/FEM). O sistema utilizado (descrito no capitulo 1) tem como componente principal a célula experimental.

5.1 Célula Experimental.

As dimensões efetivas da célula experimental são: comprimento igual a 280. mm; largura de 130 mm.; e altura de 120 mm. A parede fria construída de chapa de cobre, está localizada na parte inferior, com a serpentina de tubos também do mesmo material soldada na sua parte externa. Para satisfazer as condições de fronteira, a célula experimental é revestida externamente com isolante térmico de 35 mm. de espessura. A tampa superior é removível e também isolada.

5.2 Medidas de temperatura.

Na célula experimental tem quinze termopares de tipo T, (cobre-constantan); colocados verticalmente no centro da célula com espaços iguais a 5 mm.

As equações matemáticas para corrigir os valores das leituras de temperatura foram obtidas das curvas de calibração e ajustadas com uma regressão linear.

Foi utilizado um sistema de aquisição de dados do tipo "DATA-LOGGER" que permite registrar os dados em um microcomputador. A tabela 5.1 mostra os parâmetros programados e utilizados para o registro dos dados durante um teste.

"Model 5000 Data Transfer"
"teste"
"Log Interval = 00:00:10"
"Time Stamp = 21:34:25 03/02/96"
"Pod Type = TV-40 "
"Dwell = 02"
"Tadj = +00.0"
"RejFreq = 60"
"Plot Title = "
"Note: "

"	"" Ch01 ""	Ch02 ""	Ch03 ""	Ch04 ""	Ch05 "
" TYPE""	T ""	T ""	T ""	T ""	T "
"UNITS""	C ""	C ""	C ""	C ""	C "
" M ""	""	""	""	""	"
" B ""	""	""	""	""	"
1	15.2	15.6	15.8	15.1	16.2
2	11.4	15.5	15.8	15.2	16.2
3	7.8	15.3	15.7	15.2	16.3
4	5.1	15.0	15.8	15.1	16.2

....

Tabela 5.1 Dados mostrados, pelo "DATA-LOGGER" Modelo 5100.

5.3 Medidas da posição da frente de solidificação.

Para este objetivo foi utilizado um paquímetro, com nônio de 10 divisões, dando uma leitura mínima de 0.1 mm.

O esquema da instalação utilizada, é apresentado na figura 5.1, mostrando a posição dos termopares e do paquímetro.

5.4 Procedimento dos testes.

a) Previamente o álcool foi resfriado até uma temperatura de aproximadamente - 23°C, com o objetivo de aproximar as condições de fronteira à temperatura de parede constante. Por uma serie de fatores, como a inércia térmica por exemplo, não foi possível obter estas condições, o que forçou a desenvolver um programa computacional com temperatura de parede variável como condição de fronteira, a função de variação foi obtida dos próprios dados experimentais através de um ajuste exponencial.

b) Com a condição anterior, inicia-se o experimento. As temperaturas são registradas no "Data -Logger" a cada 2 segundos. O intervalo de registro de cada uma delas é um múltiplo do número de termopares utilizados; por exemplo para 10 termopares o intervalo é a cada 20 segundos.

c) As medidas da posição da frente de solidificação foram realizadas a cada 20 segundos. No período inicial da solidificação havia necessidade de menores intervalos, mas pelas condições e dificuldades encontradas, não foi possível reduzir este intervalo.

5.5 Análise do erro.

À todo trabalho experimental está associada uma imprecisão ou incerteza nas medidas dos diferentes valores envolvidos, e os diferentes tipos de erros são causados por diversos motivos, tanto instrumentais como de observação.

5.5.1 Erro na medida da frente.

O erro é assumido igual a metade da menor divisão ou leitura do instrumento, por tanto, sendo a menor leitura dada pelo paquímetro de 0,1 mm, o erro admitido para a medida da frente de solidificação é de 0,05 mm.

Um outro aspecto importante é o tempo de leitura do paquímetro, já que o tempo de colocar o sensor sobre o gelo e o tempo de localizar a posição correta do nônio podem ser maiores que o incremento de tempo utilizado para o cálculo da velocidade da frente de solidificação na equação (6.2.1), dando em conseqüência resultados errados. Foi utilizado 20 segundos como o intervalo apropriado para obter a posição da frente de solidificação.

Instrumentos mais sofisticados de medida, seriam necessárias para obter melhores resultados para a velocidade da frente de solidificação no inicio da solidificação.

5.5.2 Erro na leitura de temperaturas.

A menor indicação dada pelo "Data-logger" é de 0.1 °C, mas pelas flutuações existentes se assume um erro de ± 0.1 °C .

5.5.3 Erro na posição dos termopares

Foi constatado que a espessura da ponta do termopar influencia na localização da frente de solidificação pelo método de temperaturas. Para este caso a melhor posição dos termopares é quando a superficie inferior da ponta coincide com a posição definida.

A estimativa de erro é de ± 0.1 mm.

5.5.4 Super-resfriamento.

Observou-se durante os testes experimentais, que no início da solidificação, e para espessuras menores a 10 mm de água, existe um super-resfriamento que faz que a medida da posição da frente de solidificação obtida pelo método das temperaturas não coincida com a obtida pela leitura direta com o método do paquímetro.

Deste análise se infere e justifica a necessidade de utilizar ambos os métodos para a determinação da posição exata da frente de solidificação.

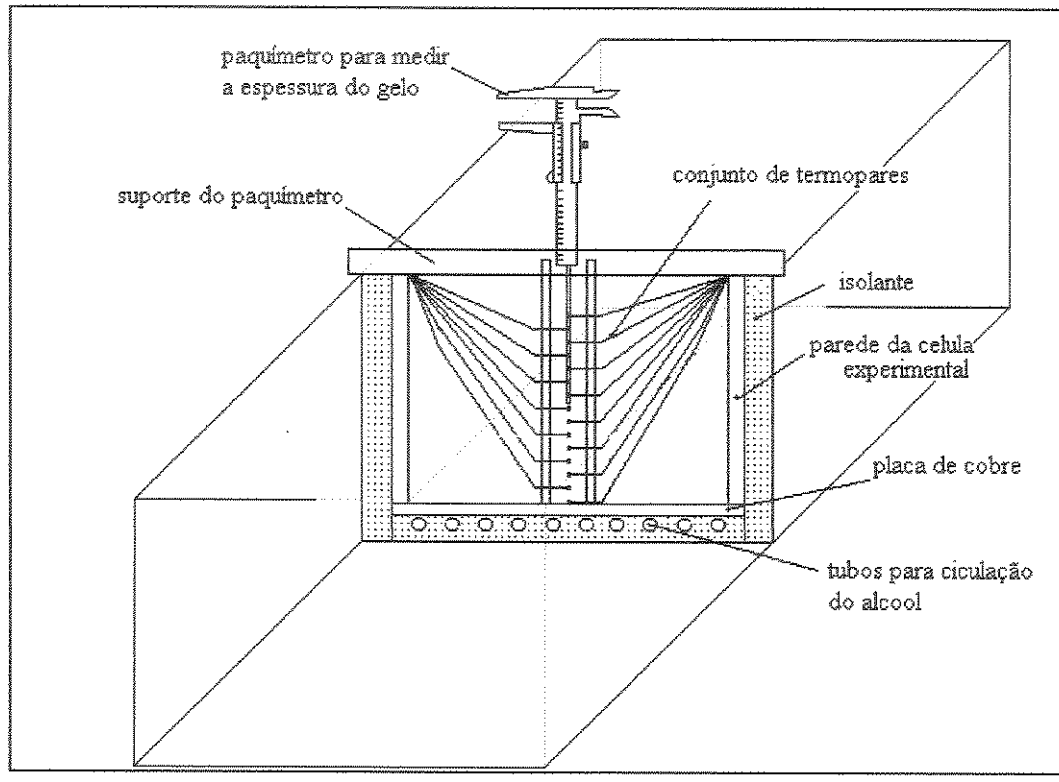

Fig. 5.1 Esquema da célula experimental, mostrando os componentes utilizados.

Capítulo 6

Resultados e discussão

Com os procedimentos descritos e os modelos analíticos e numérico desenvolvidos, são obtidos resultados apresentados em gráficos e tabelas, e comparados aos dados experimentais para sua validação respectiva.

6.1 Previsões do modelo analítico.

6.1.1 A solução exata de Prude'Homme.

A principal característica deste modelo é a temperatura inicial do liquido igual à temperatura de fusão. A figura 6.1.1 mostra a solução para a posição da frente de solidificação com as seguintes condições: distancia das placas igual a 14 cm, temperatura da parede igual a -5 °C. O resultado obtido pelo método numérico é bom comparado a solução exata proposta por este autor. No entanto, para condições de fronteira diferentes não é possível fazer comparações.

6.1.2 A solução Integral

Esta solução aproximada tem a caracteristica de resolver as equações governantes para condições de fronteira em que a temperatura inicial do liquido pode ser maior à da fusão. As figuras 6.1.2 e 6.1.3 mostram a solução para o caso em que a temperatura inicial do liquido é igual a 2 °C, e com distância das placas igual a 15.6 cm. Tanto a solução para a frente de solidificação como para a distribuição de temperatura apresentam boa concordância com o método numérico resolvido com temperatura de parede constante como condição de fronteira.

As figuras 6.1.4 e 6.1.5 apresentam resultados para temperatura inicial do liquido igual a 23.°C, sob as mesmas condições anteriores. Observa-se para este caso uma clara diferencia

entre a solução integral e a solução numérica. A curva de posição da frente de solidificação mostra uma maior discrepância entre as soluções.

Se pode deduzir dos resultados mostrados que este método apresenta bons resultados para temperaturas iniciais do liquido próximas à da fusão

6.2 Resultados experimentais.

Foram realizados quatro testes experimentais, que são descritos a seguir.

Experimento I.

Os parâmetros e dados utilizados neste experimento são:

SX	=	0.02564	cm.	Incremento de espaço
DELT	=	0.14293	seg.	Incremento de tempo
RATIO	=	2.50000		Convergência
M	=	78		Malha
S0	=	0.05641	cm.	Inicio da solidificação
TIR	=	25.00000	seg.	Tempo de inicio
TP	=	-19.00000	oC	Temp. da parede fria (final)
TI	=	15.87700	oC	Temp. inicial da água
TF	=	0.15000	oC	Temp fusão do gelo
ST	=	0.95000	%	Posição da interface
DI	=	2.00000	cm.	0.5 da distancia de placas

Distribuição de temperatura na parede

Pelo fato de que na prática é dificil atingir as condições de fronteira para temperatura constante, foi obtida a distribuição da temperatura na parede em função do tempo. Os dados experimentais foram ajustados e utilizados como condição de fronteira no programa computacional. A figura 6.2.1 mostra os dados experimentais, com a curva e a equação de ajuste para a distribuição de temperatura na parede.

Posição da frente de solidificação.

A figura 6.2.2 mostra resultados para a posição da frente de solidificação, obtidos pelo método numérico com temperatura de parede transitória como condição de fronteira. Duas soluções

com temperatura de parede constante de -14 e -15 °C, são comparadas aos dados experimentais.

As soluções com temperatura constante divergem claramente e a solução com temperatura transitória apresenta boa concordância como os dados experimentais.

Velocidade da frente de solidificação.

É possível obter a velocidade instantânea com que se propaga a frente de solidificação por meio dos dados experimentais para a posição da frente de solidificação, aplicando a definição de derivada de uma função: $v = \lim_{\Delta t \to o} \Delta X/\Delta \tau$. Aproximadamente a velocidade é dada por:

$$v = \frac{E_1 - E_0}{t_1 - t_0} \qquad (6.2.1)$$

onde E_0 é a posição anterior da frente de solidificação no tempo t_0, E_1 a posição posterior no tempo t_1 .

O incremento (t_1-t_0) ótimo para calcular esta velocidade é de 40. Segundos. Valores inferiores dão resultados dispersos, pelo fato explicado no ponto 5.5.1. A figura 6.2.3 mostra os resultados obtido pela aplicação da equação 6.2.1, comparados com a solução numérica.

Evolução da temperatura em pontos fixos.

Durante o processo de solidificação/fusão a temperatura num ponto determinado vai variando continuamente. Na figura 6.2.4 a evolução da temperatura em diferentes pontos é comparada aos dados experimentais, mostrando uma concordância boa.

Distribuição de temperatura nas regiões solida e liquida

Para um tempo igual a 880 segundos, que corresponde a posição da frente de solidificação de 1 cm, a figura 6.2.5 mostra a distribuição de temperatura para a solução numérica comparada aos dados experimentais.

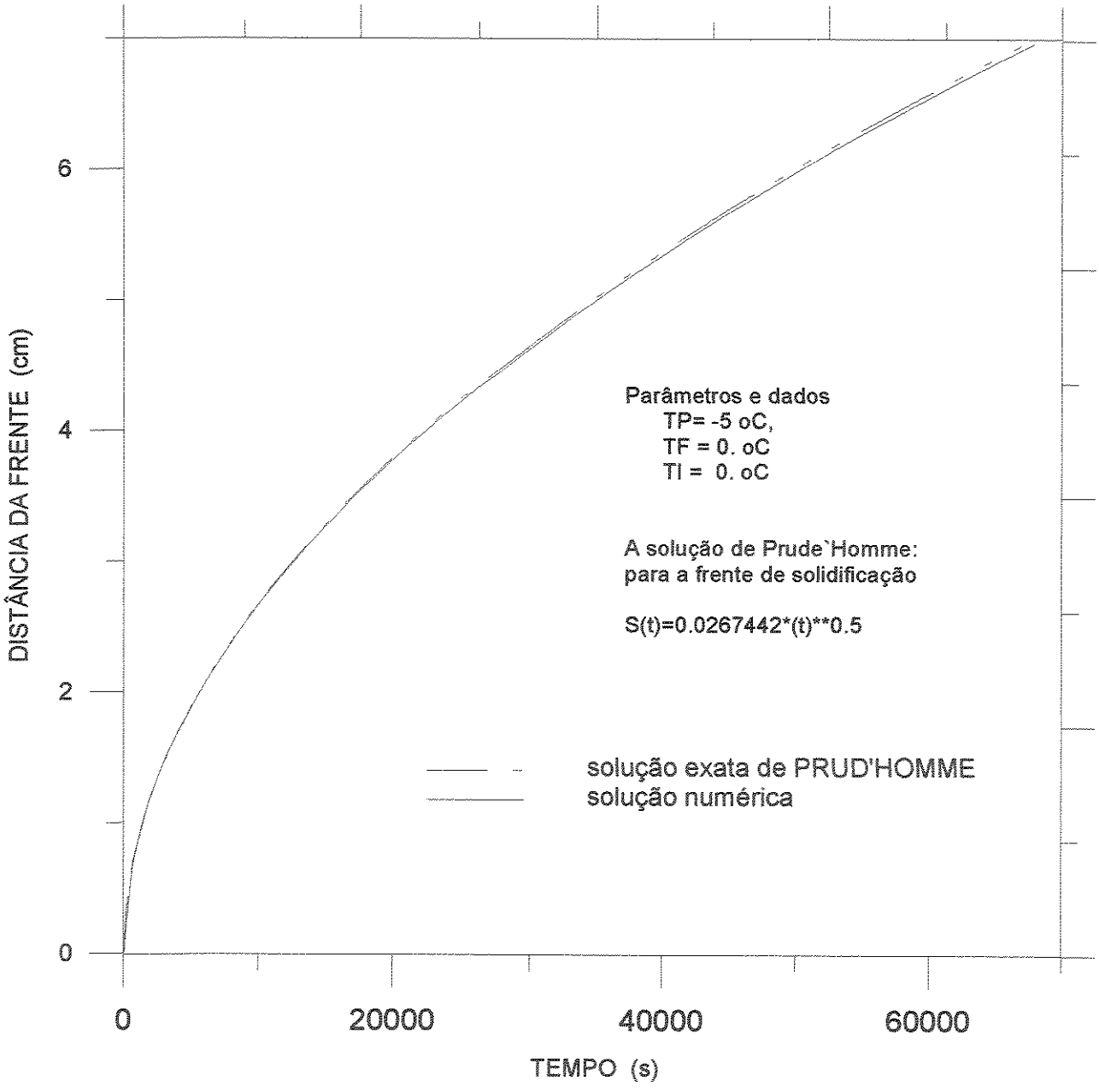

Fig. 6.1.1 Posição da frente de solidificação para a solução exata de Prude`Homme comparada com a solução numérica.

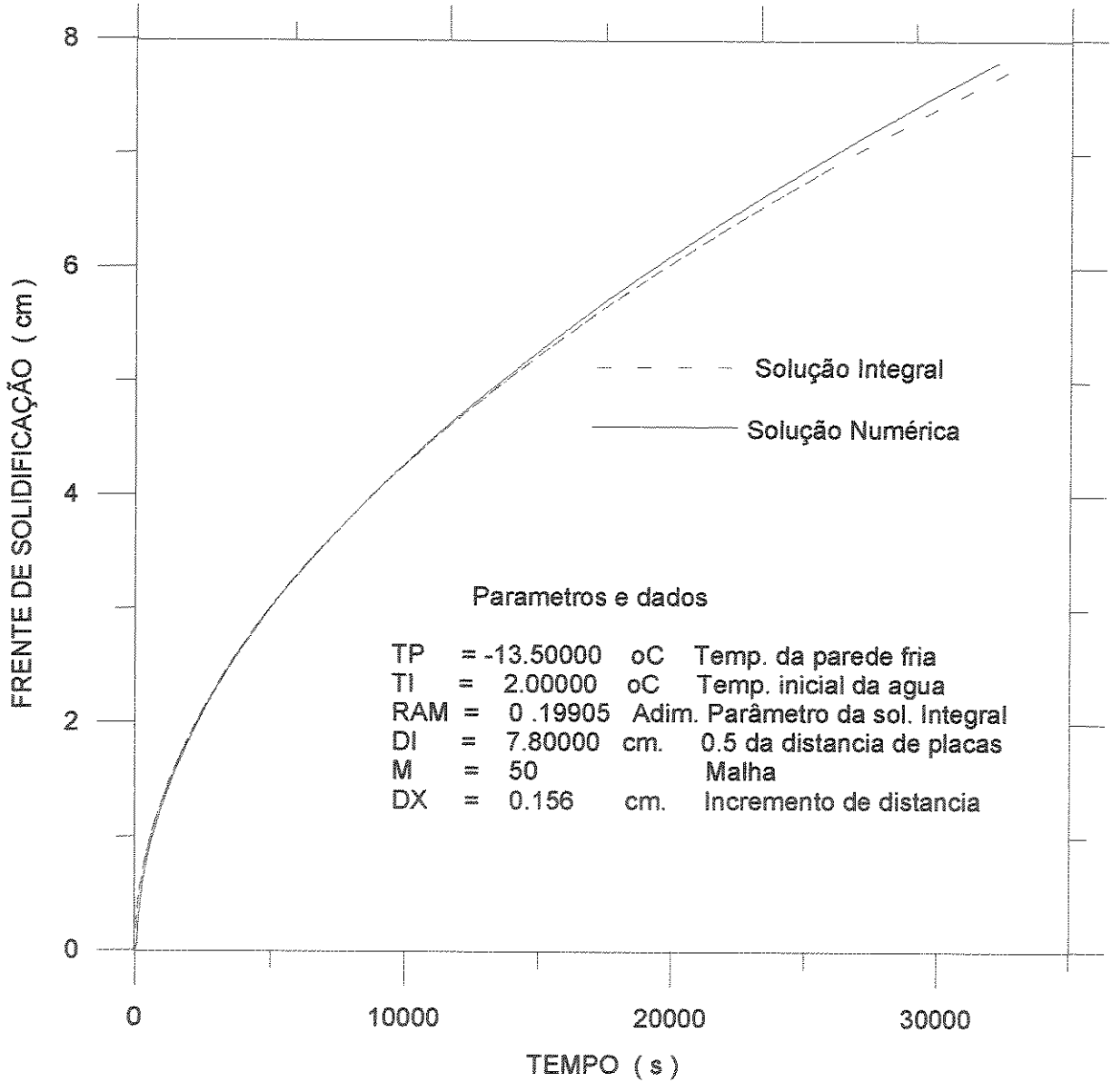

Fig. 6.1.2 Posição da frente de solidificação em função do tempo para a solução integral e o método numérico. (Temperatura inicial do liquido 2 oC)

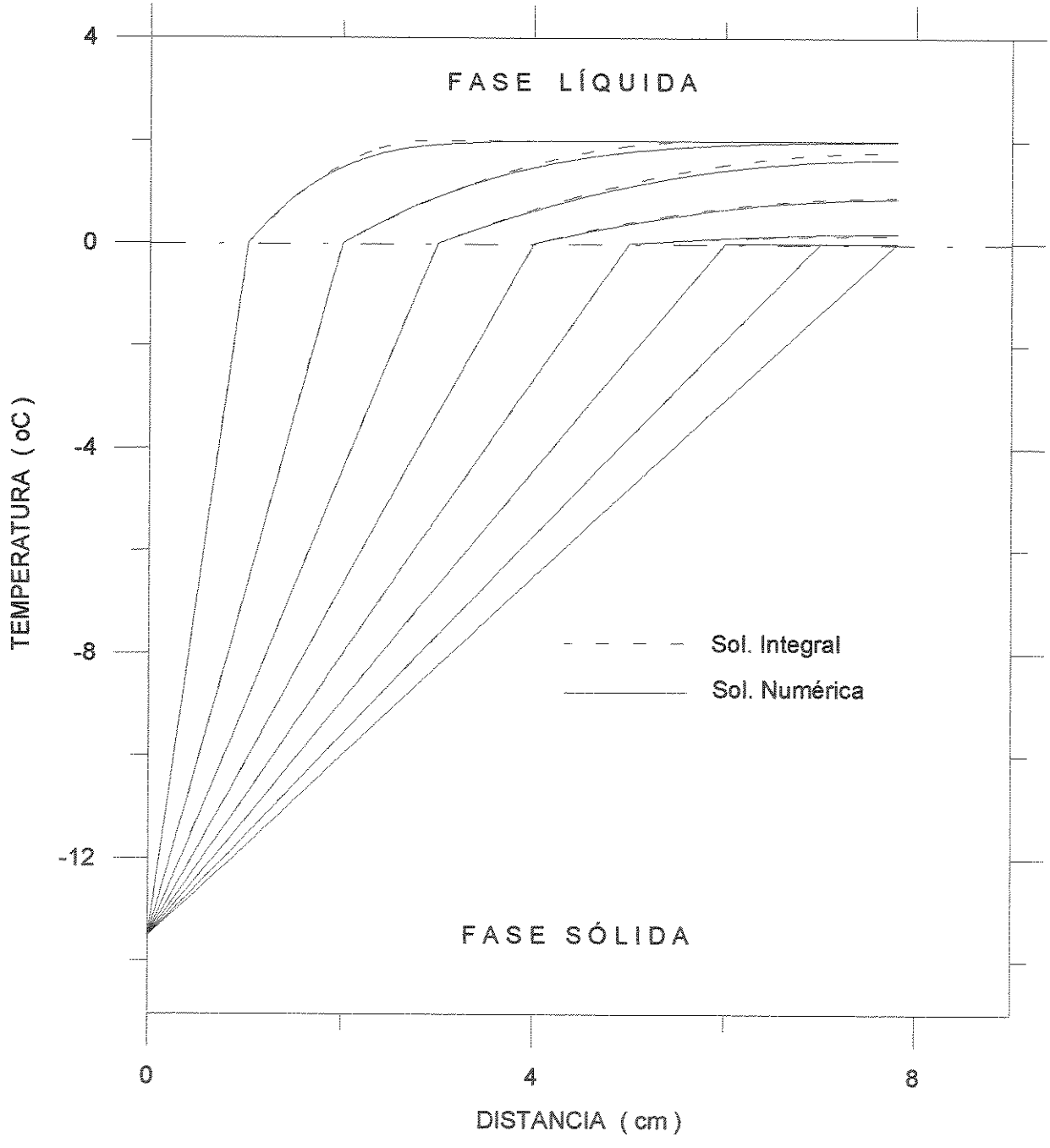

Fig. 6.1.3 Distribuição de temperatura no PCM para o método Integral e o metodo numérico. (Os parâmetros são iguais à Fig. 6.1.2)

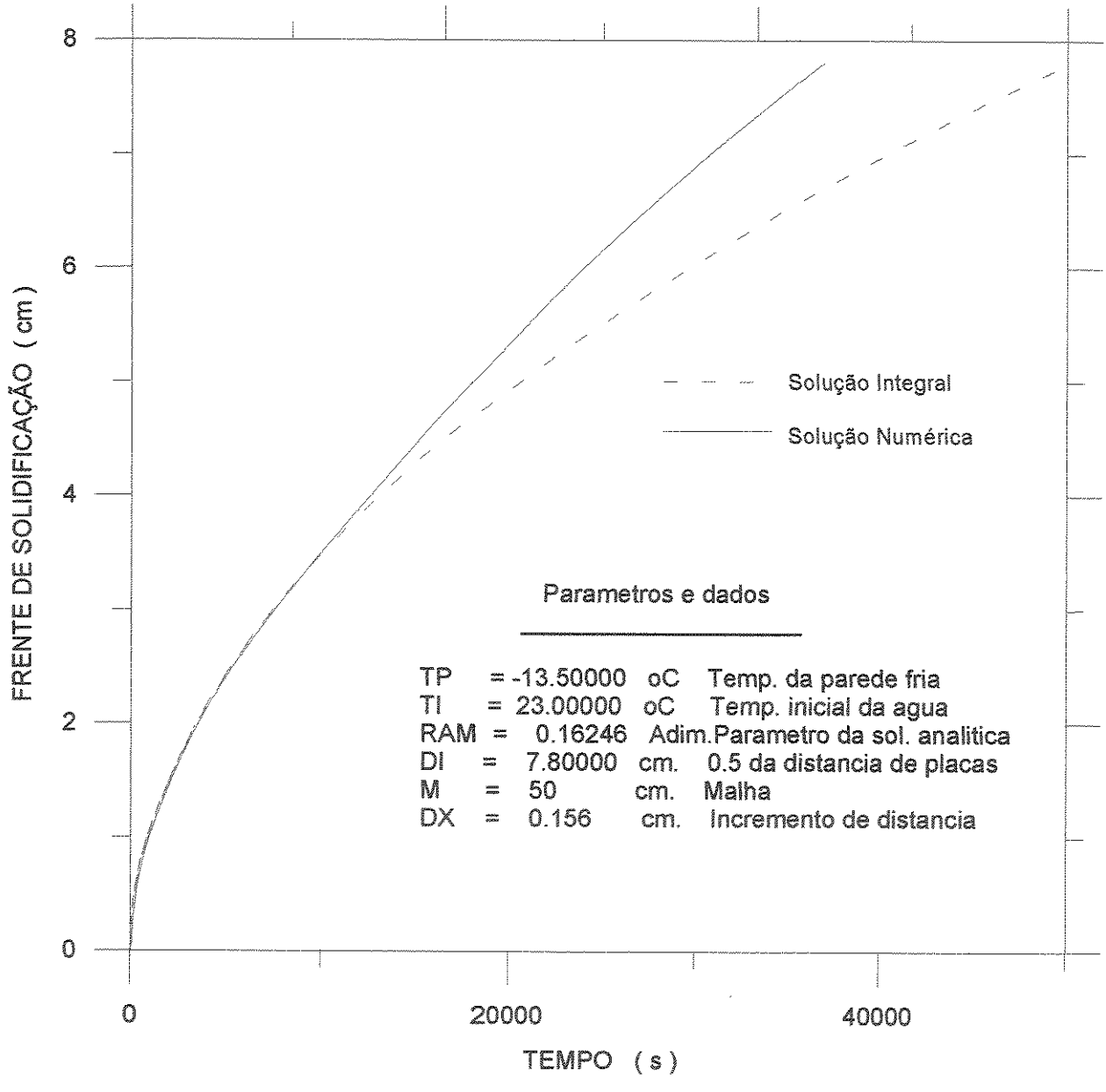

Fig. 6.1.4 Posição da frente de solidificação em função do tempo para os metodos integral e o numérico. (Temperatura inicial do líquido igual a 23 oC).

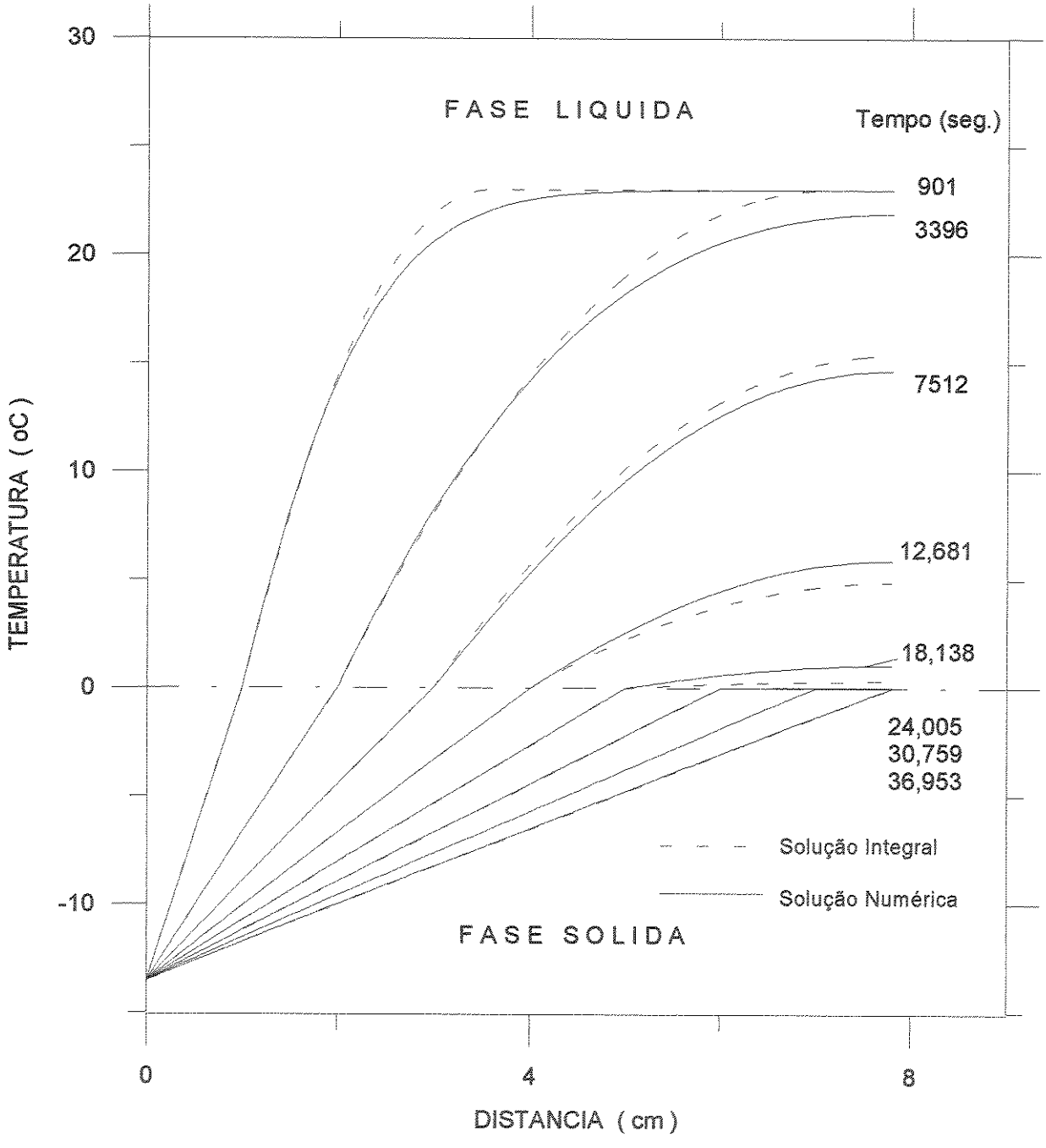

Fig. 6.1.5 Distribuição de temperatura no PCM para os metodos Integral e o numérico. (Dados iguais à Fig. 6.1.4)

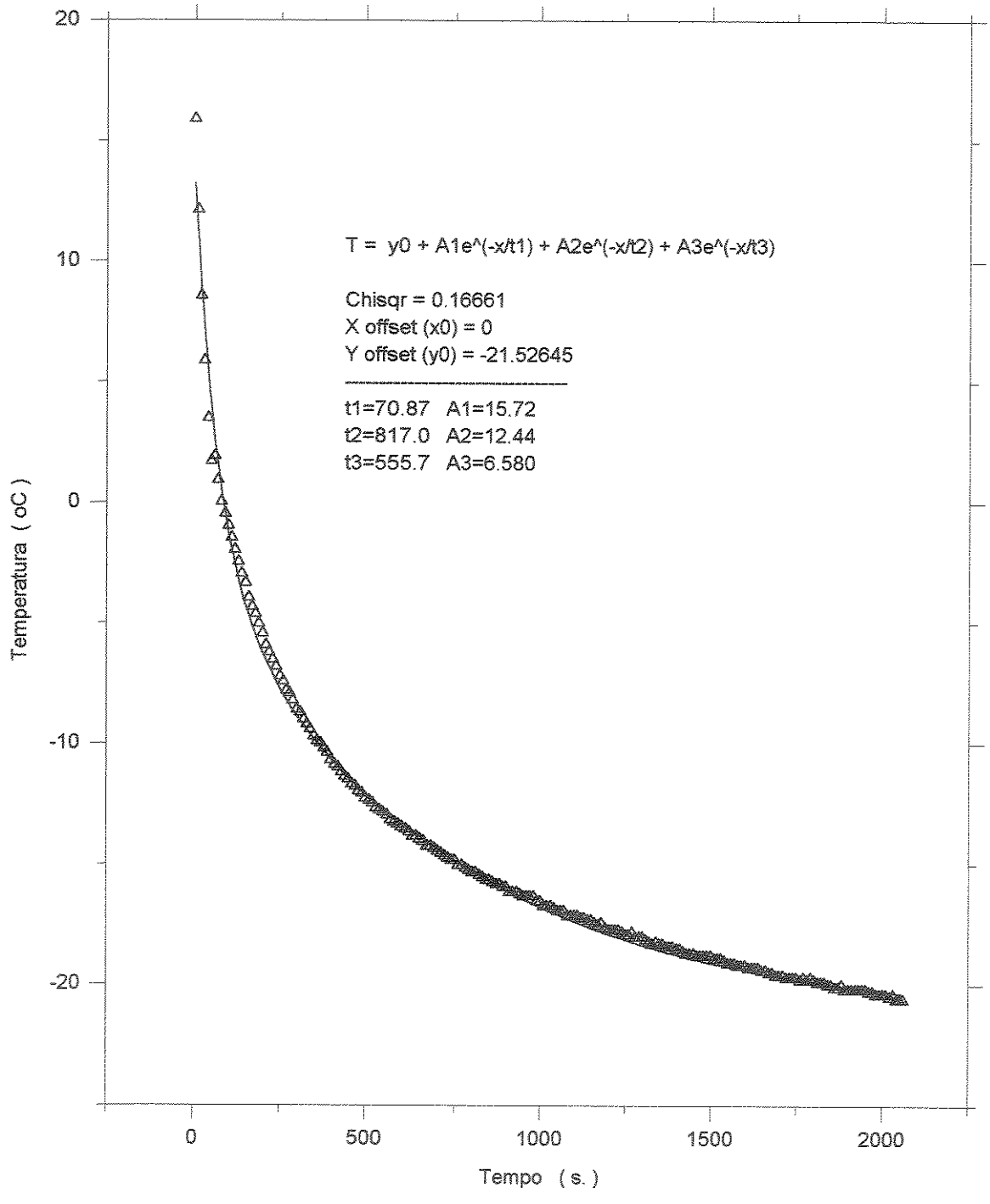

Fig. 6.2.1 Variação de temperatura na parede mostrando a curva e a equação de ajuste dos dados experimentais

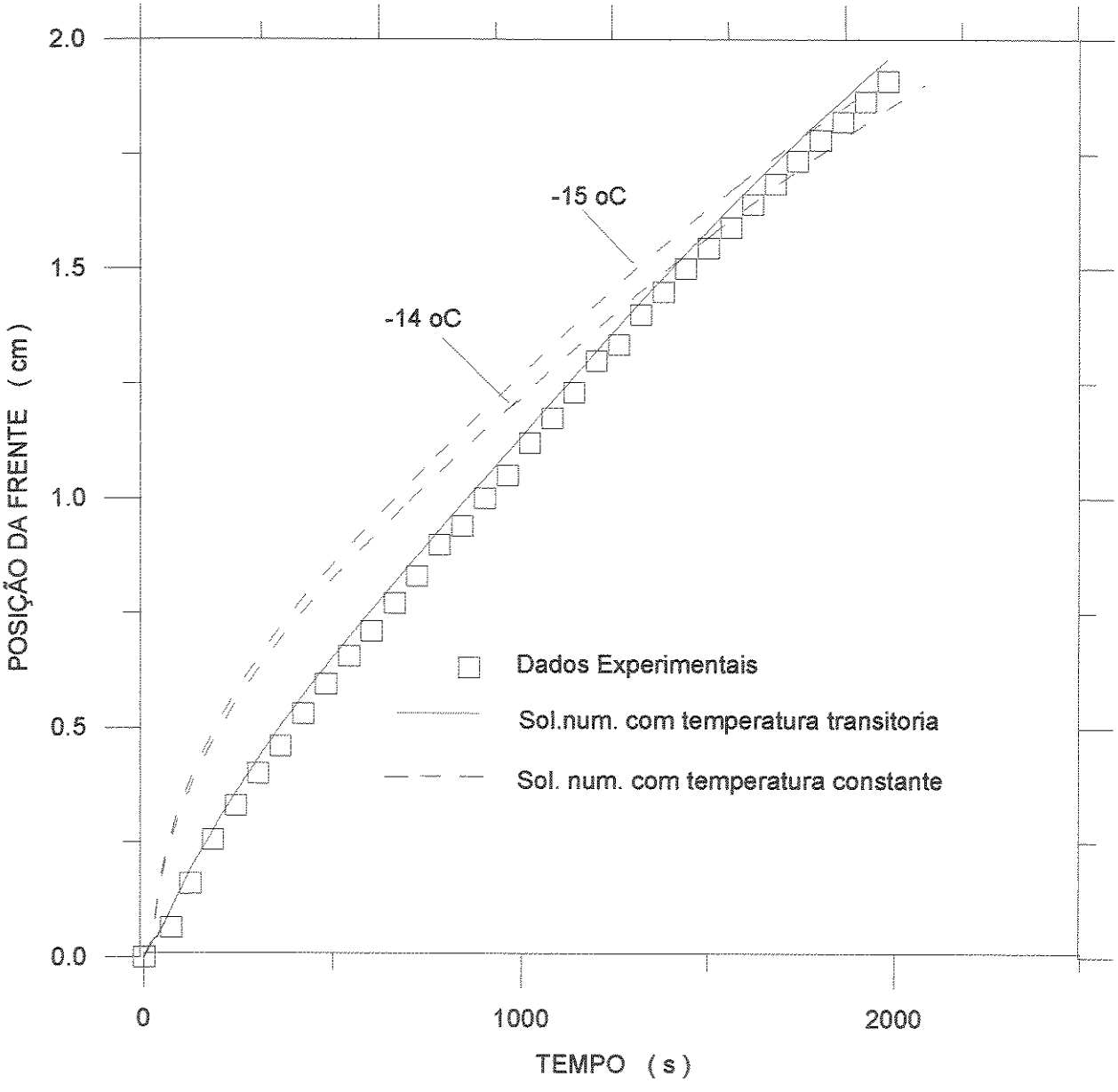

Fig. 6.2.2 Posição da frente de solidificação

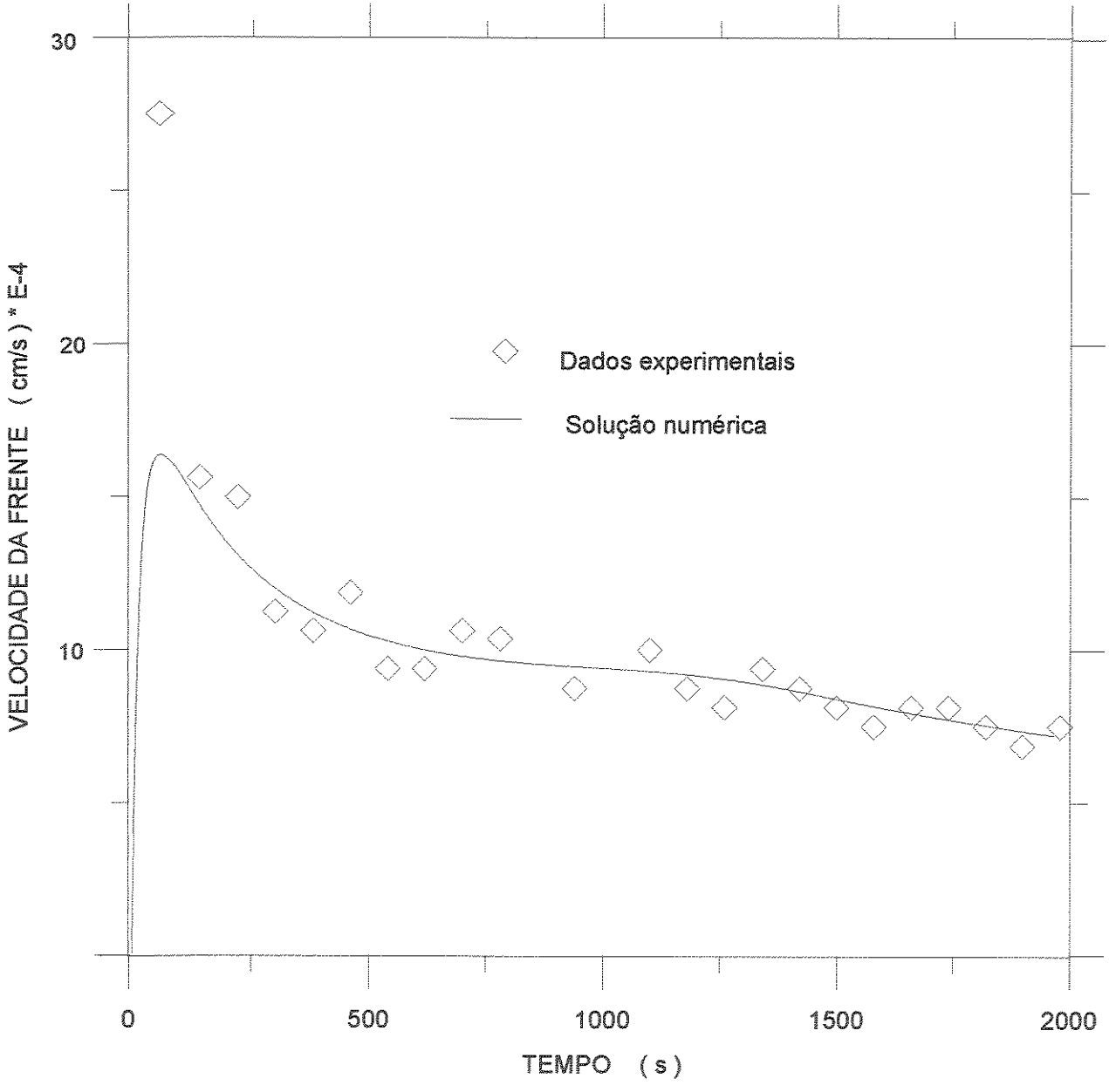

Fig. 6.2.3 Velocidade da frente de solidificação. (solução numerica com temperatura de parede transitoria).

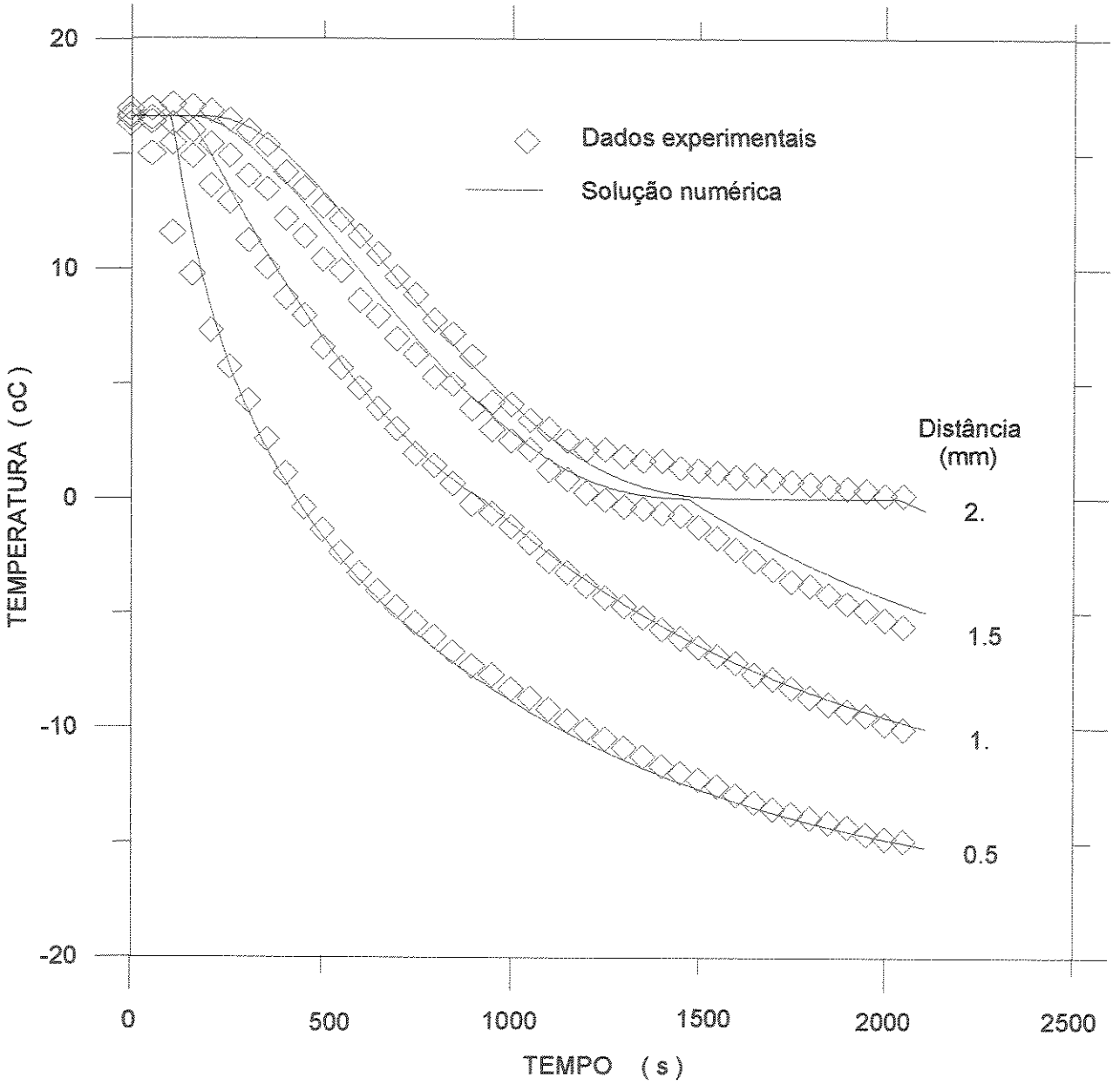

Fig. 6.2.4 Evolução de temperatura em diferentes pontos em função do tempo

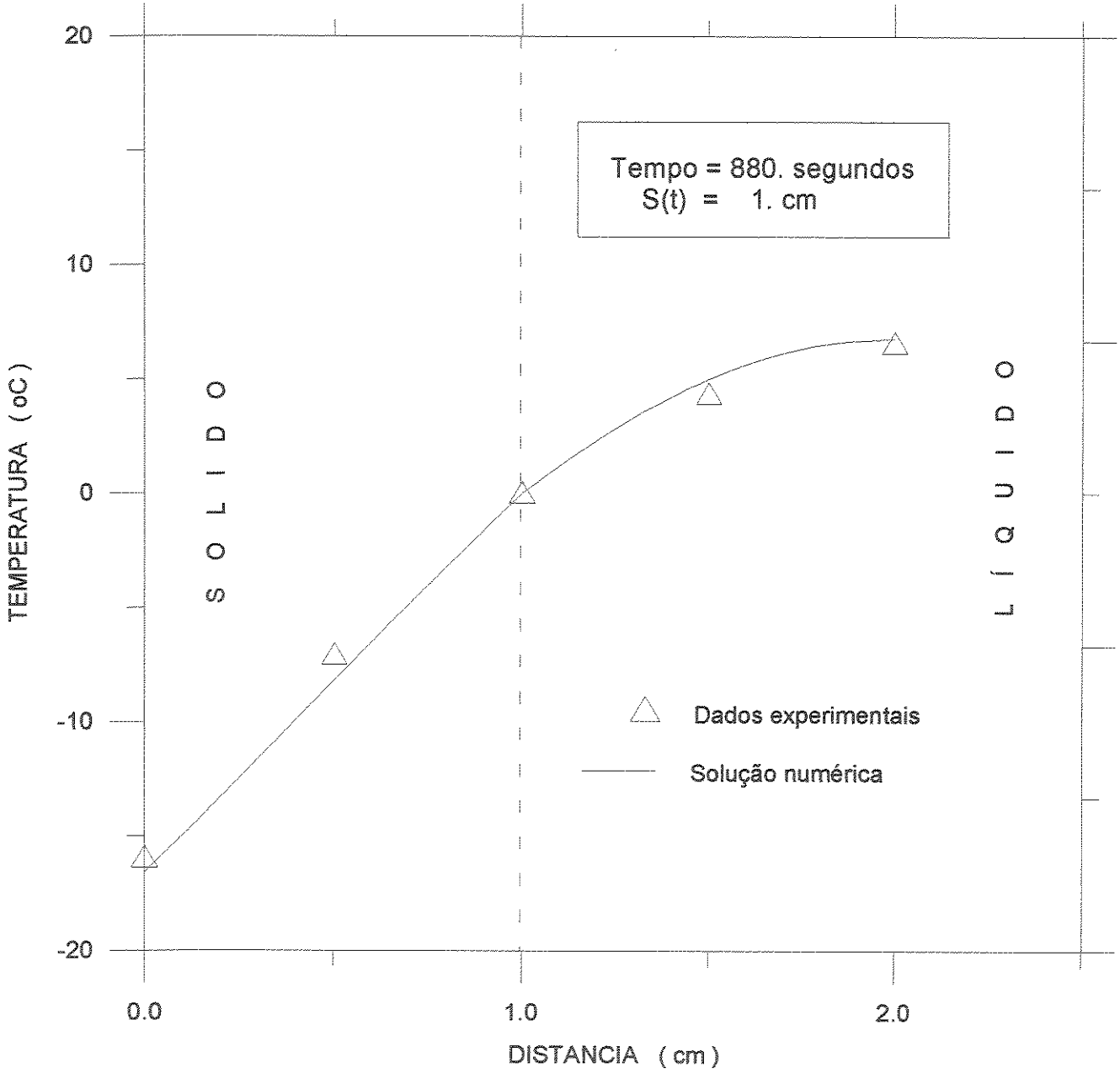

Fig. 6.2.5 Distribuição de temperatura em função da distancia á placa fria.

Experimento II

Os parâmetros e dados utilizados neste experimento são:

SX	=	0.05000	cm.	Incremento de espaço
DELT	=	0.21739	seg.	Incremento de tempo
RATIO	=	1.		Convergência
M	=	60		Malha
S0	=	0.04168	cm.	Inicio da solidificação
TIR	=	25.00000	sec.	Tempo de inicio
TP	=	-14.00000	oC	Temp. da parede fria (final)
TI	=	22.40000	oC	Temp. inicial da água
TF	=	0.15000	oC	Temp fusão do gelo
ST	=	1.00000	%	Posição da interface
RAM	=	0.19905	Adim.	Parâmetro da sol. analítica
DI	=	3.00000	cm.	0.5 da distancia de placas

Neste caso a distância entre placas frias é de 6. cm., e o número de termopares utilizados são sete. A figura 6.2.6 mostra a distribuição de temperatura na placa fria durante o processo de solidificação e a equação de ajuste para os dados experimentais utilizada no programa computacional. A figura 6.2.7 mostra a posição da frente de solidificação. A figura 6.2.8 mostra a evolução de temperatura nos diferentes pontos localizados na célula experimental. A figura 6.2.9 mostra a velocidade da frente de solidificação, os dados experimentais e a solução numérica concordam melhor que o experimento I, esto pelo fato de haver tido maior cuidado na leitura da frente de solidificação.

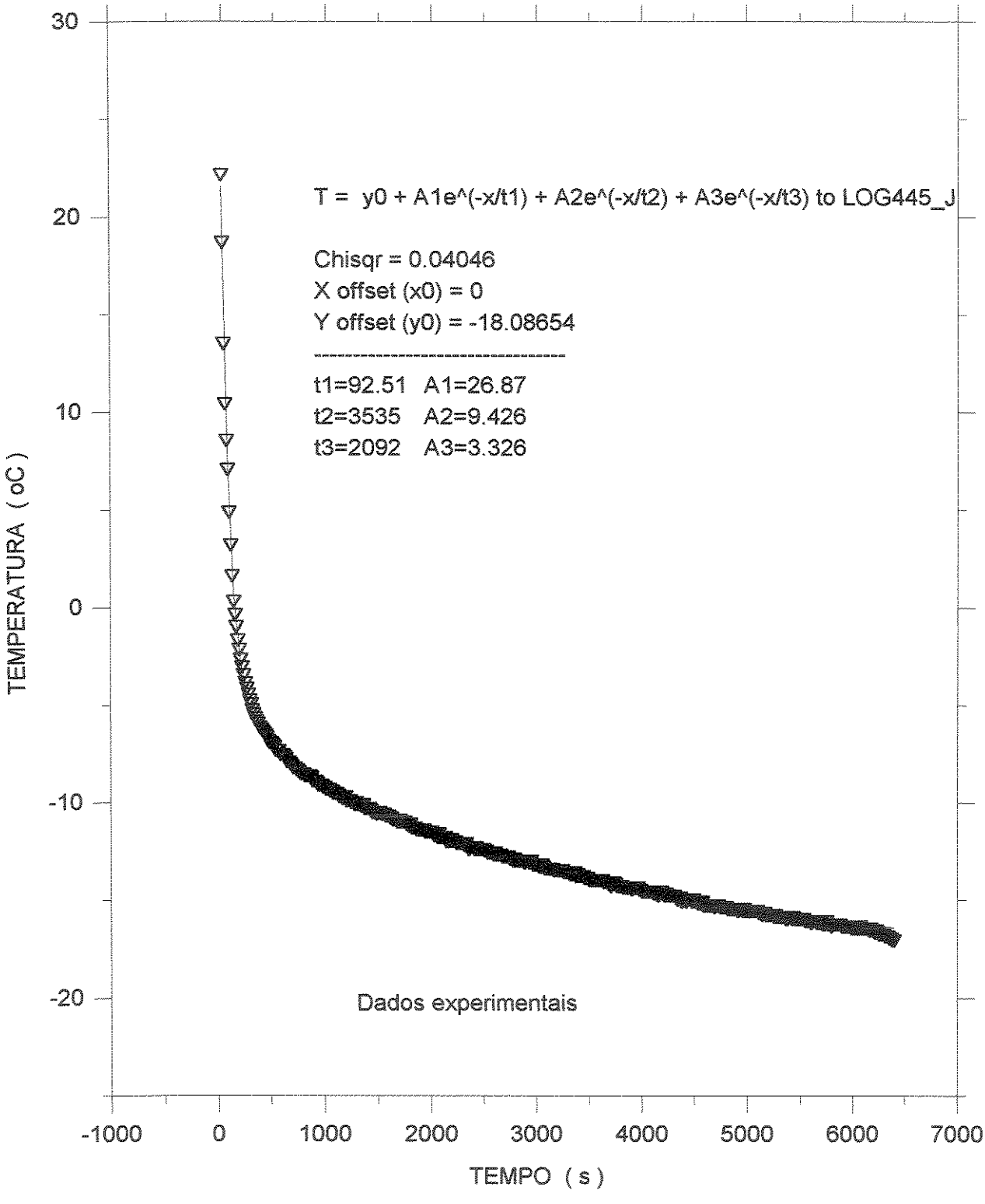

Fig. 6.2.6 Temperatura da parede em função do tempo, mostrando a curva de ajuste e a equação correspondente

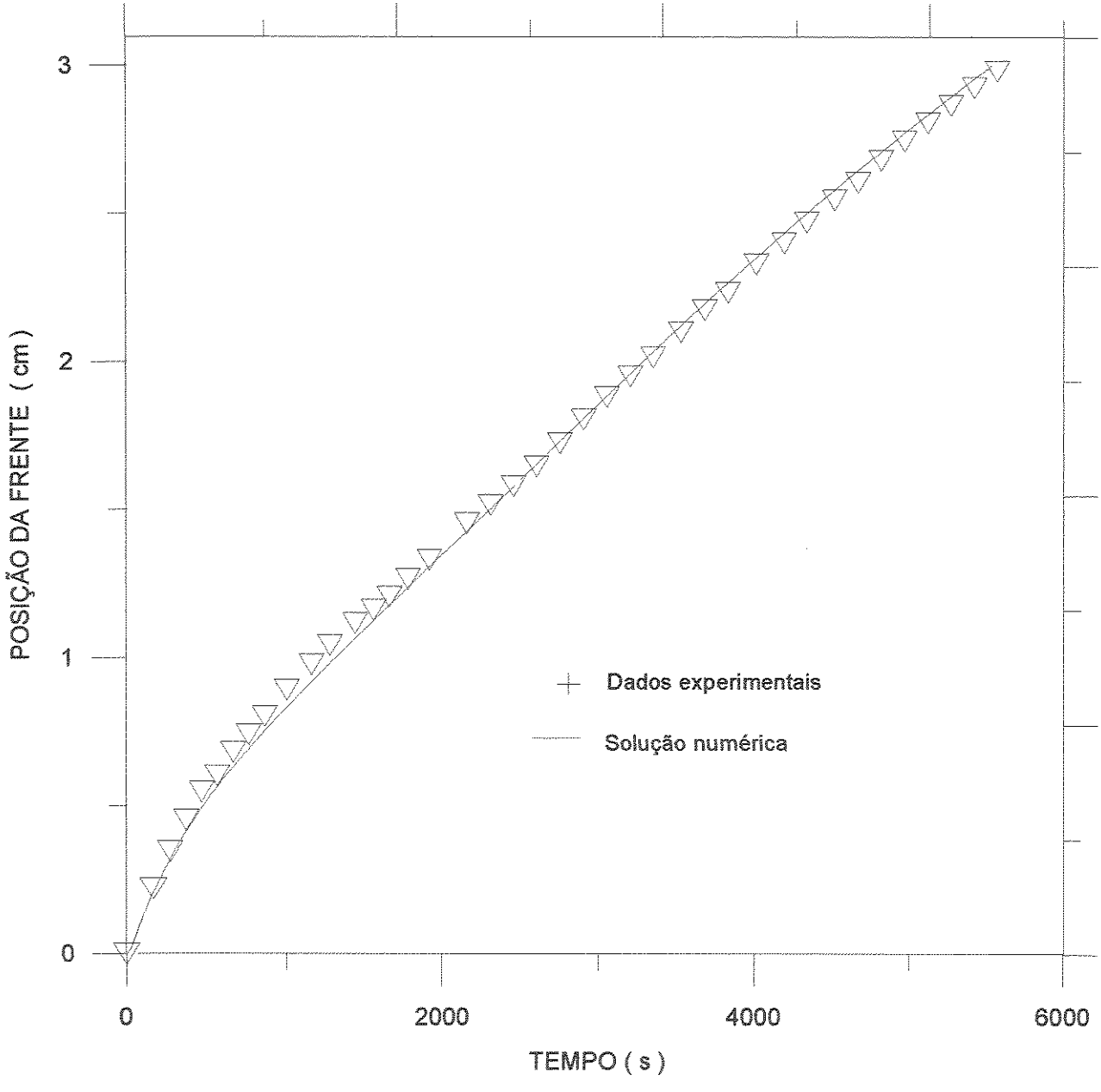

Fig. 6.2.7 Posição da frente de solidificação em função do tempo. (experimento II)

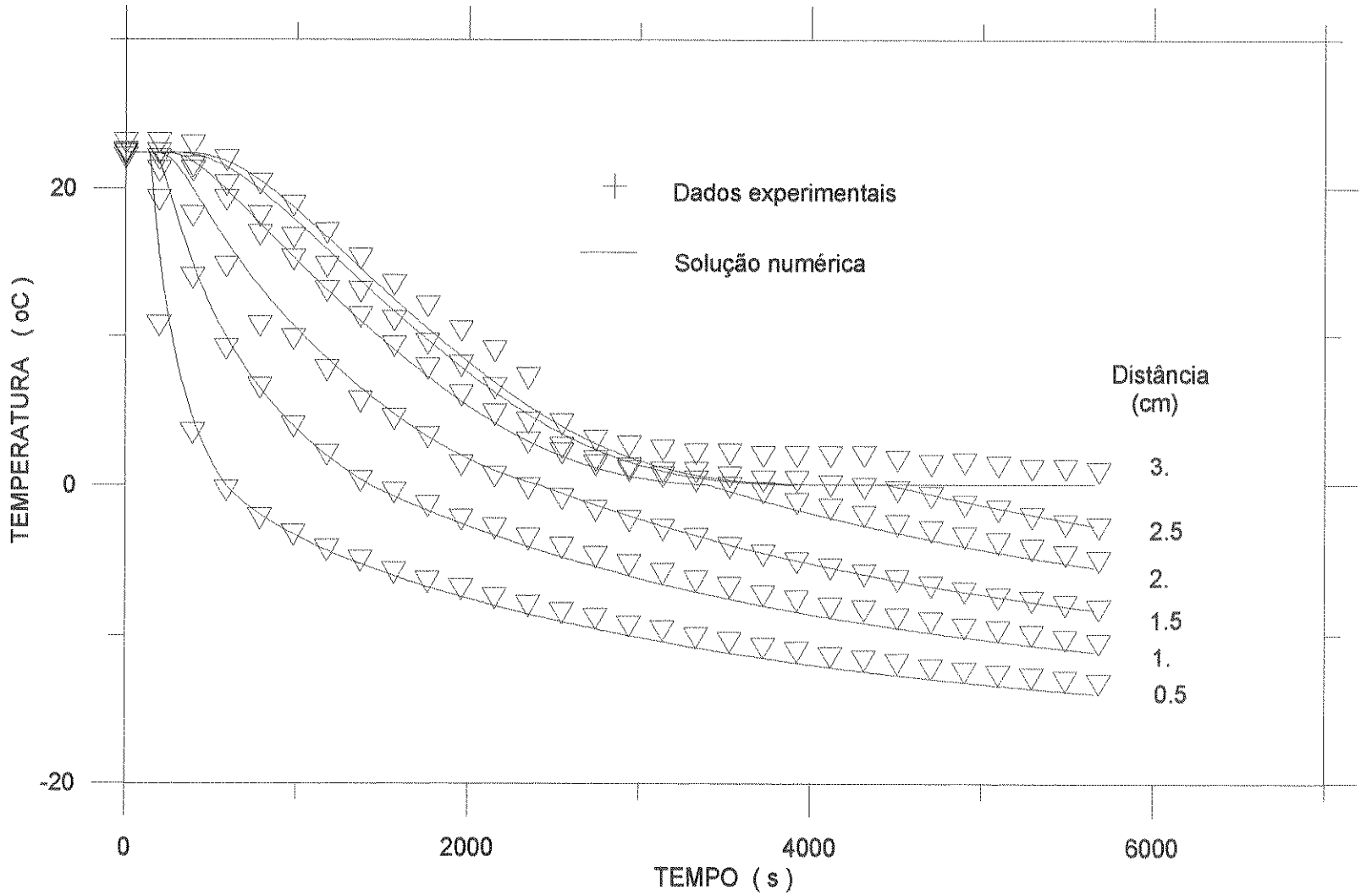

Fig. 6.2.8 Evolução da temperatura em diferentes pontos. (resultados do experimento II)

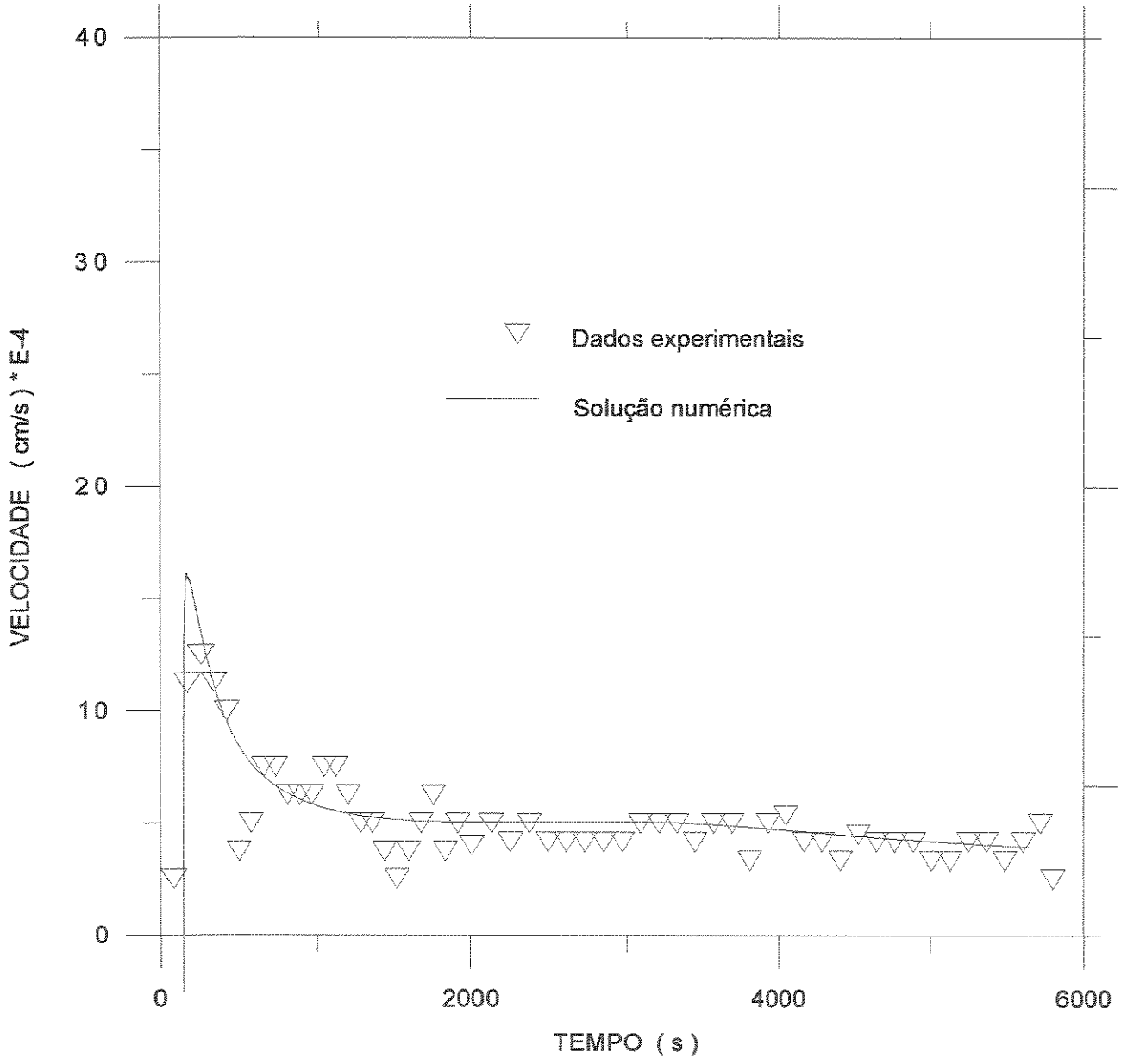

Fig. 6.2.9 Velocidade da frente de solidificação. (dados do experimento II).

Experimento III

SX	=	0.10000	cm.	Incremento de espaço
DELT	=	2.17391	seg.	Incremento de tempo
RATIO	=	2.50000		Convergência
M	=	78		Malha
S0	=	0.06888	cm.	Inicio da solidificação
TIR	=	75.00000	sec.	Tempo de inicio
TP	=	-13.50000	oC	Temp. da parede fria (final)
TI	=	23.00000	oC	Temp. inicial da água
TF	=	0.00000	oC	Temp fusão do gelo
ST	=	1.00000	%	Posição da interface
RAM	=	0.10147		Adim. Parâmetro da sol. analítica
DI	=	7.80000	cm.	0.5 da distancia de placas

A distância entre placas utilizada neste caso é de 15.6 cm. Também o número de termopares instalados aumenta para 16. As curvas obtidas para este caso apresentam um comportamento similar às figuras 6.2.1 até figura 6.2.9. É importante mencionar que na figura 6.2.11 para a posição da frente de solidificação, existe uma discrepância na parte final da curva entre os dados experimentais e a solução numérica. Isto é explicado pelo fato de que sendo o primeiro experimento realizado, não existia uma boa isolação na superficie da água, o que deu um maior tempo de solidificação para o caso experimental. Esta dificuldade foi superada nos outros testes, realizando uma isolação mais adequada do sistema para atingir as condições de fronteira especificadas. Um outro aspecto importante a ser notado é que nesta experiência não foi utilizado o paquímetro na medição da frente de solidificação, utilizando-se somente os dados de temperaturas obtidas com os termopares. Nas figuras 6.2.12, 6.2.13 e 6.2.14, são mostrados resultados numéricos para a curva de velocidade, da frente de solidificação, a evolução de temperatura em pontos localizados a um centímetro de separação que coincidem com os termopares e a distribuição de temperatura para diferentes tempos.

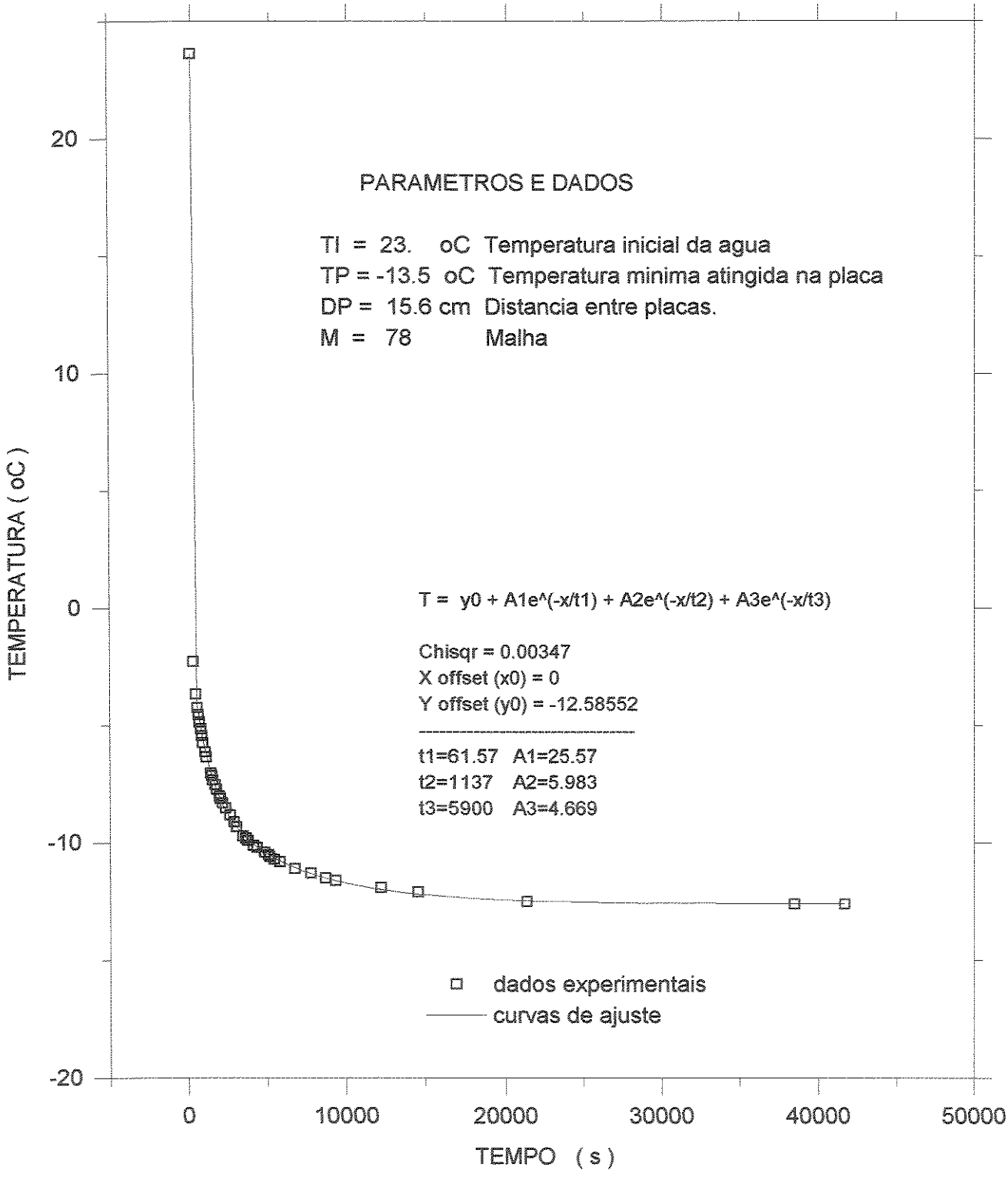

Fig. 6.2.10 Variação de temperatura na parede com o ajuste dos resultados do experimento III.

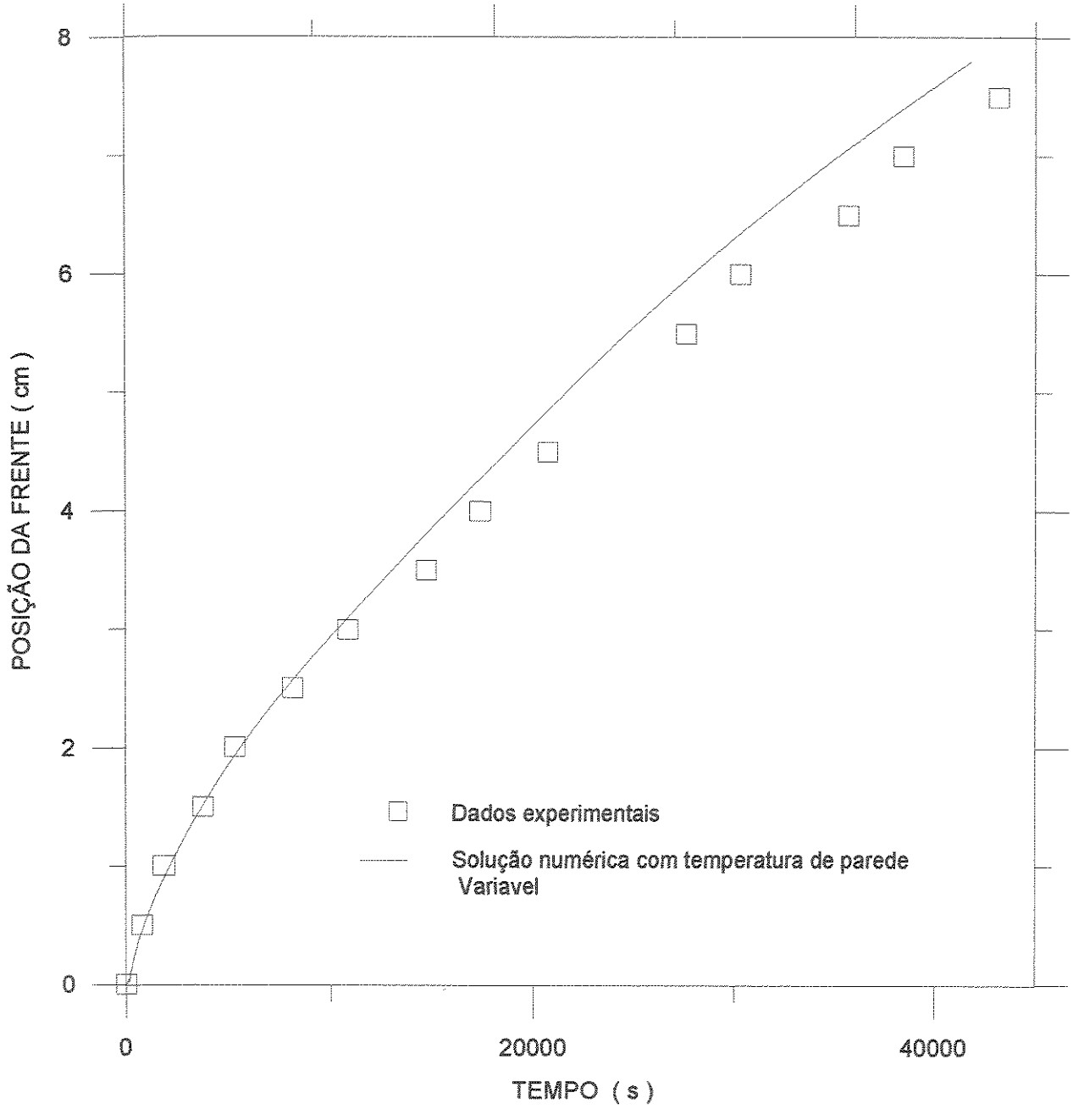

Fig. 6.2.11 Posição da frente de solidificação em função do tempo.
(resultados do experimento III)

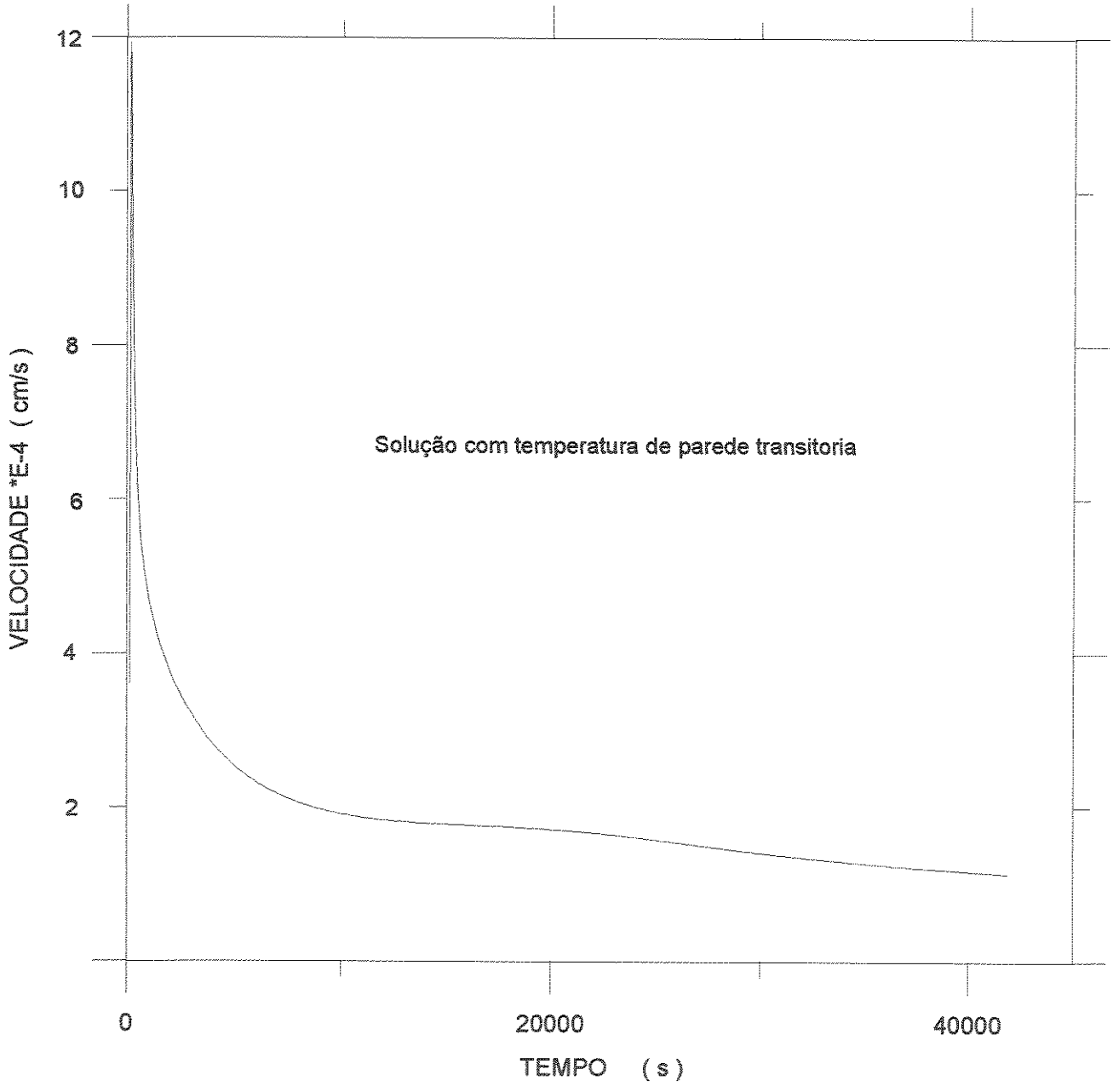

Fig. 6.2.12 Velocidade da frente de solidificação. (resultados do experimento III)

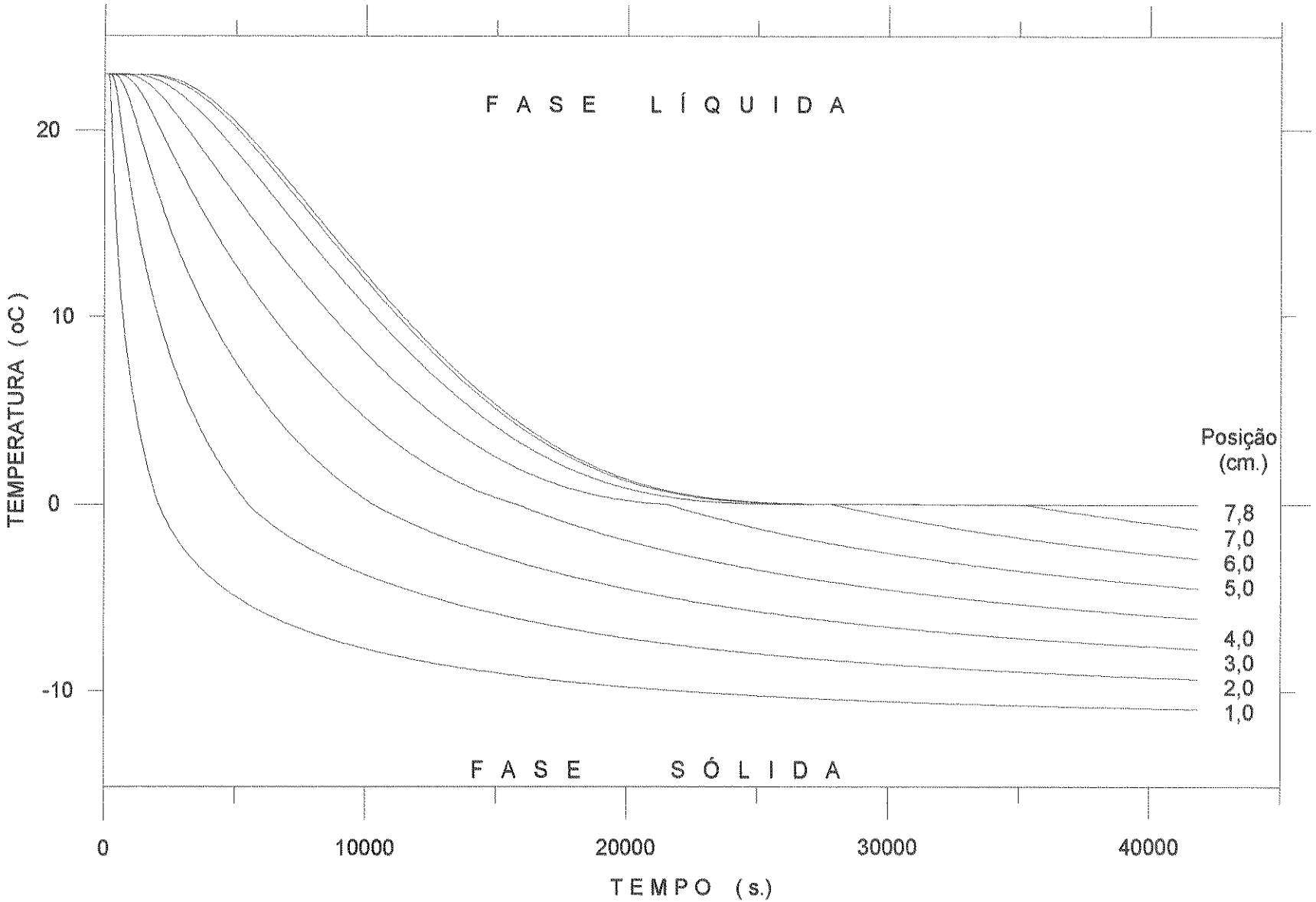

Fig. 6.2.13 Evolução da temperatura em função do tempo para diferentes pontos localizados no PCM.

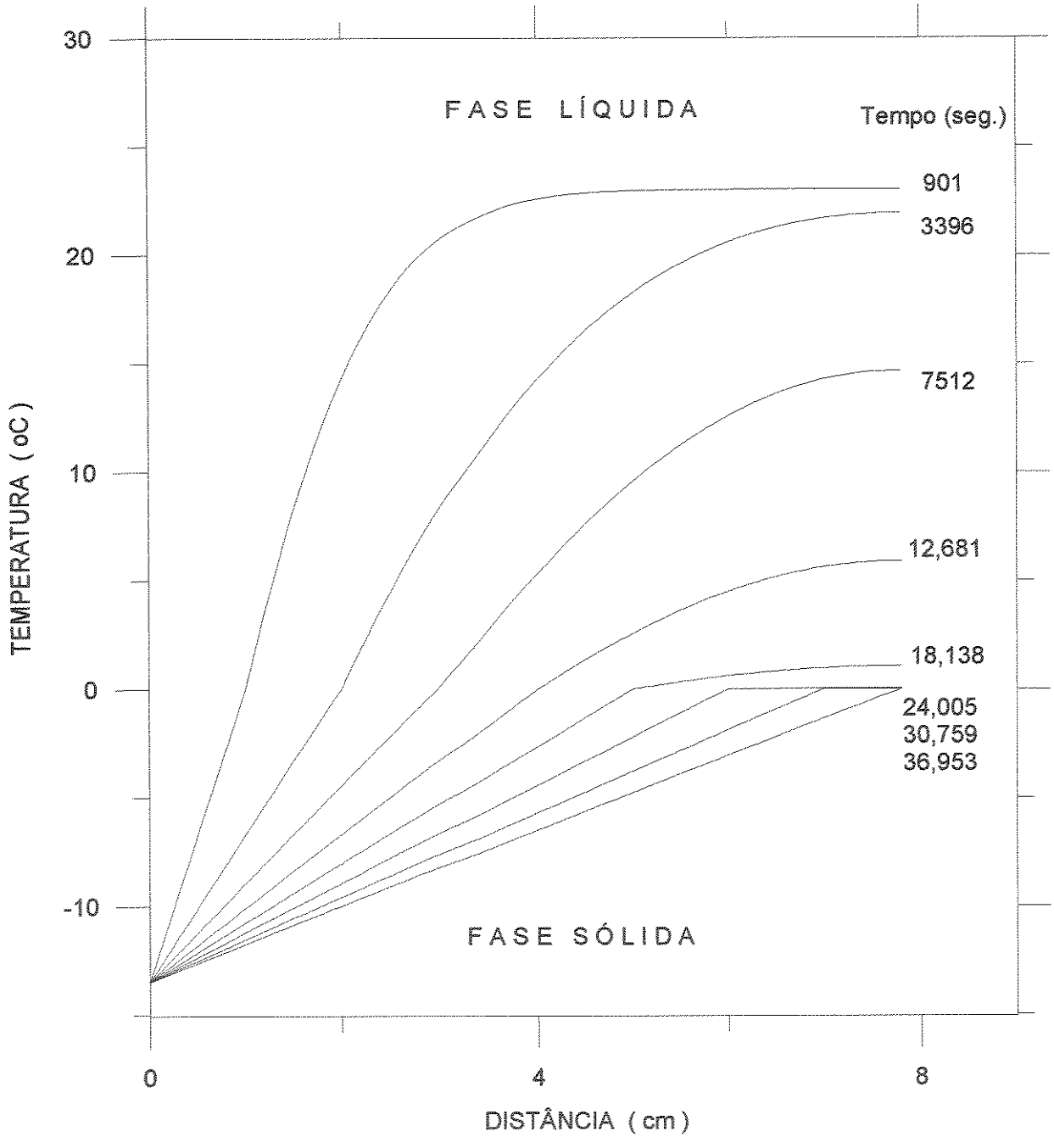

Fig. 6.14 Distribuição de temperatura nas regiones solida e liquida para diferentes tempos.

Experimento IV

Os dados utilizados são:

SX	= 0.09375	cm.	Incremento de espaço
DELT	= 1.91067	seg.	Incremento de tempo
RATIO	= 2.50000		Convergência
M	= 80		Malha
S0	= 0.04168	cm.	Inicio da solidificação
TIR	= 25.00000	sec.	Tempo de inicio
TP	= -20.20000	oC	Temp. da parede fria (final)
TI	= 23.00000	oC	Temp. inicial da água
TF	= 0.15000	oC	Temp fusão do gelo
ST	= 1.00000	%	Posição da interface
RAM	= 0.19905		Adim. Parâmetro da sol. analítica
DI	= 7.50000	cm.	0.5 da distancia de placas

Na figura 6.2.15 são mostrados os dados experimentais da variação de temperatura na placa fria em função do tempo, e a equação do ajuste obtido. Na figura 6.2.16 é apresentada a curva da frente de solidificação para as soluções numérica com temperatura constante de 20 °C, a solução para a temperatura transitória obtida do ajuste, a solução integral e os dados experimentais. Pode-se observar que a solução integral e a numérica com temperatura constante como condição de fronteira não geram resultados satisfatórios, como os apresentados pela solução numérica com temperatura transitória.

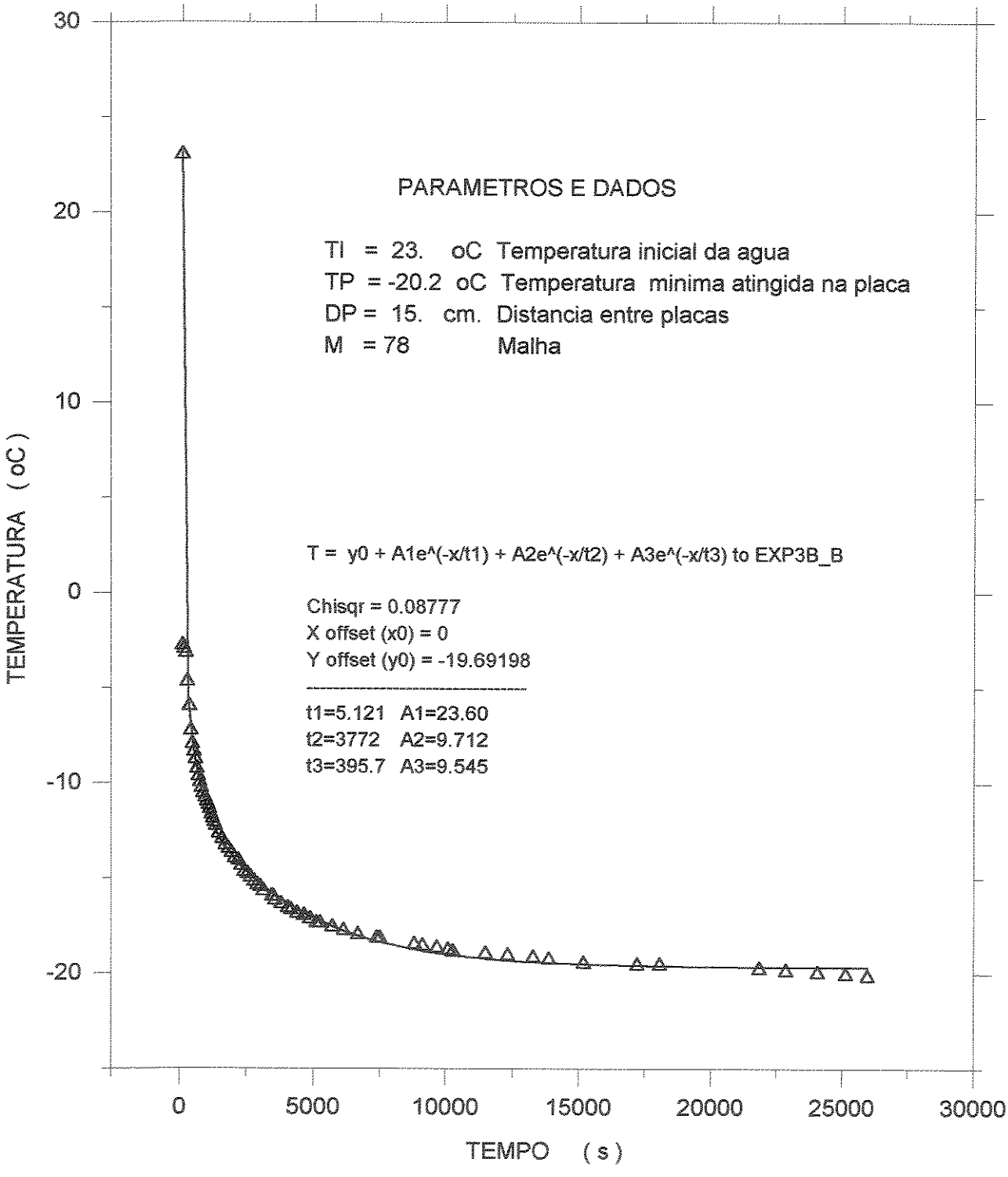

Fig. 6.2.15 Distribuição de temperatura na placa fria mostrando a curva e a equação de ajuste dos resultados do experimento IV.

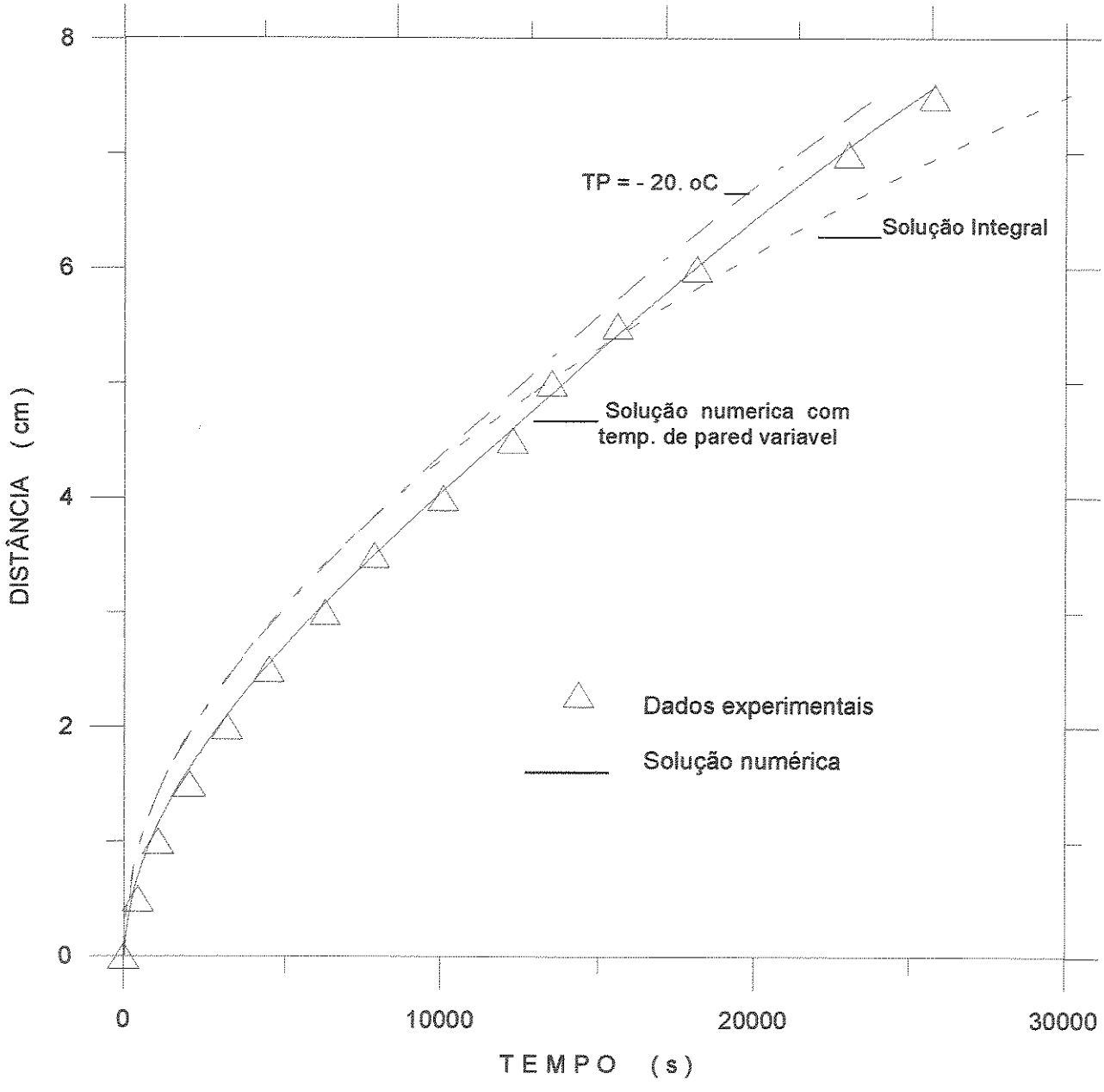

Fig. 6.2.16 Posição da frente de solidificação. (resultados do experimento IV)

6.3 Avaliação dos Bancos de Gelo

6.3.1 Introdução

A avaliação do desempenho dos bancos de gelo consiste em obter as características ou parâmetros de operação destes equipamentos. Estas características são possíveis de se obter pelo entendimento dos processos de transferência de calor e mudança de face que ocorrem no material de mudança de face (PCM).

A avaliação e desenvolvimento eficiente do projeto de armazenadores de energia térmica por calor latente (LHTES) precisa, segundo LANE (1983), de informação quantitativa dos seguintes aspectos fundamentais:

1. O efeito das variações das propriedades termofísicas sobre os processos de carga e descarga dos bancos de gelo.
2. A quantidade de massa de PCM necessária para a unidade de armazenamento.
3. A extensão de tempo de solidificação que intervém nos processos de mudança de fase.
4. A importância da transferência de calor por condução e convecção na fase liquida do PCM.

Pela importância destes aspectos cada um deles são analisados separadamente nos itens seguintes.

O modelo matemático expressado pelo programa computacional testado e validado pelos resultados experimentais no item (6.2) é utilizado para simular o funcionamento da unidade de banco de gelo. O modelo físico simples descrito no capitulo 3 e utilizado na parte experimental serve para este propósito.

O objetivo particular deste trabalho que foi descrito no capitulo 1, é de avaliar este modelo simples de tal forma a obter as características de operação mais importantes que posteriormente sirvam para sua avaliação.

É importante mencionar que a análise feita para este sistema simples é o fundamento para sistemas maiores, onde algumas modificações serão necessárias para satisfazer condições de fronteira mais complexas e reais.

6.3.2 Importância da variação das propriedades termofísicas

Foi mencionado no item (1.2) e (3.2) que no presente trabalho as propriedades termofisicas da água e o gelo para a faixa de (+20 a -20) ^{0}C são consideradas constantes. Na revisão bibliográfica se reporta alguns pesquisadores que justificam este caso. CHO e SUNDERLAND (1974) estudaram a influencia da condutividade térmica k no processo de solidificação, quando esta varia linearmente com a temperatura. Estes pesquisadores observaram que para a faixa de valores dada, os efeitos da variação de k sobre a velocidade da frente de solidificação não é significativo quando é utilizado um valor médio. BOGER e WESTWATER (1967) resolveram o problema de solidificação considerando as propriedades termofisicas como a condutividade térmica k, o calor especifico c_p e a densidade ρ da água variando com a temperatura. Incorporaram os ajustes polinomiais obtidos dos dados experimentais no modelo matemático e utilizaram valores para a temperatura de parede de -23.8 °C e temperatura inicial da água de 95.5 °C, obtendo uma diferença máxima de 3.3% para a velocidade da frente. Estes autores mostraram que uma análise com propriedades variáveis pode ser desnecessária pela pouca diferença observada em relação aos resultados dados pelo análise com valores constantes.

Com estas justificativas se conclui que o erro introduzido (considerando as propriedades termofisicas constantes com a temperatura) é pequeno, sendo desconsiderado.

6.3.3 Massa de "PCM" necessária na unidade de banco de gelo

A posição da frente de solidificação e a distribuição de temperatura no "PCM" são os principais resultados obtidos na análise da transferência de calor com mudança de face. Pode-se determinar com estes dados outros parâmetros importantes que servem para determinar a quantidade de massa de PCM necessária.

A distribuição de temperatura permite determinar o calor armazenado e o fluxo de calor no "PCM" em função do tempo, como mostra a figura 6.3.5 e explicado adiante. Com a posição da frente de solidificação (que indica a espessura de gelo formada), quando multiplicada pela área superficial da placa fria e pela densidade, obtém-se a massa de "PCM" solidificada no banco de gelo em função do tempo. Isto é mostrado na figura 6.3.7. Eliminando o tempo obtém-se a quantidade de massa necessária em função do calor requerido (por exemplo para condicionar um espaço determinado), como mostra a figura 6.3.8. Os dados experimentais utilizados nos cálculos são os seguintes:

Dados

TP = - 20.2 oC
TI = 23. oC
DI = 7.5 cm.
M = 80

Dimenções da Celula Experimental:
comprimento = 0.280 m.
largura = 0.130 m.
altura = 0.100 m.
Area da placa fria = 0.0364 m2.

6.3.3.1 Calor Armazenado

Durante o carregamento do banco de gelo, a interface de mudança de fase vai-se deslocando, no inicio com velocidade maior e depois com velocidade menor, até atingir a solidificação total do PCM. A quantidade de calor que vai sendo extraída é composta de calor sensível quando a temperatura do PCM diminui e de calor latente quando o PCM muda de fase. Estes valores estão definidos como:

$Q_s = m\, c_p\, \Delta T$ calor sensível (6.3.1)

$Q_L = m\, L$ calor latente (6.3.2)

com L o calor latente de solidificação, m a massa de PCM, c_p o calor específico e ΔT a variação de temperatura.

Analisando a distribuição típica de temperatura no PCM mostrada na figura 6.3.1 pode-se observar que a temperatura na região líquida tem uma distribuição não uniforme que impede utilizar diretamente a equação (6.3.1). A região sólida por ter uma distribuição uniforme não oferece nenhum problema para sua aplicação com a equação (6.3.1)

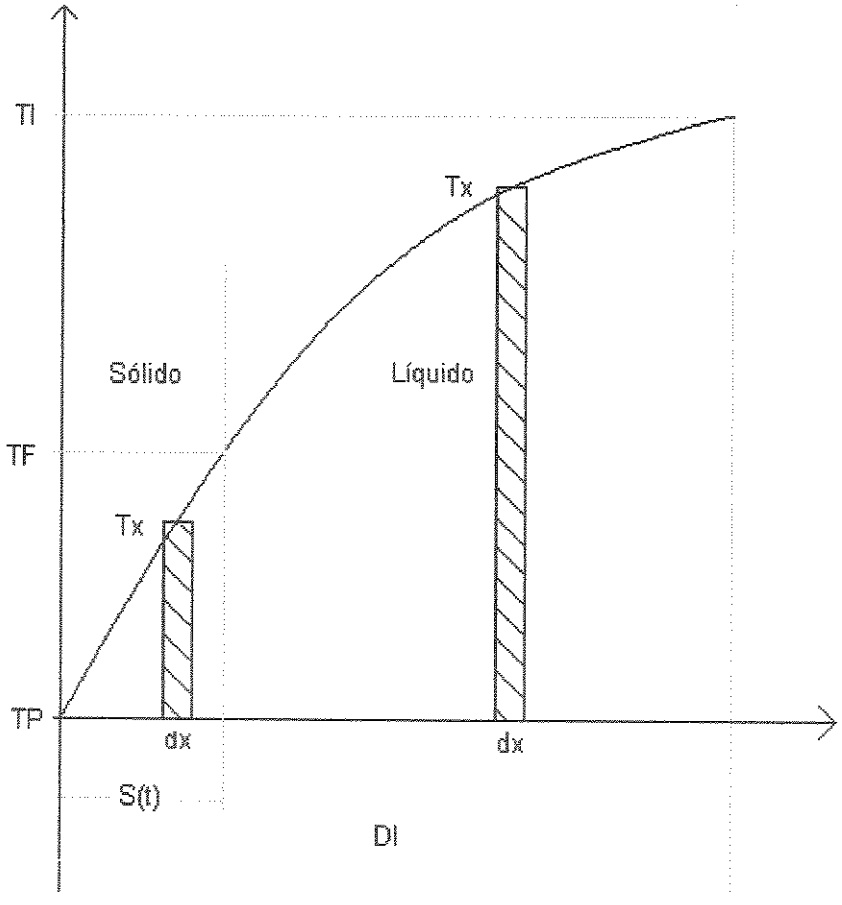

Fig. 6.3.1 Esquema da distribuição de temperatura mostrando os elementos diferenciais para calculo do calor.

a) Calor inicial contido no PCM $Q_{I(PCM)}$

Inicialmente (antes de se proceder ao processo de solidificação ou carga do banco de gelo) o calor contido no PCM é dado por:

$$Q_{I(PCM)} = m\ c_p\ \Delta T = \rho\ A\ c_p\ DI\ (TI\text{-}TF)$$

b) Calor sensível na fase Sólida. $Q_{S(sólido)}$

Aplicando o conceito de calor diferencial nesta região temos para o elemento diferencial mostrado na figura 6.3.1:

$$Q_{S(sólido)} = dm\ c_P\ T_x = \rho\ A\ c_{P(sólido)}\ d_x\ T_x$$

integrando nos limites e considerando que a integral representa a área triangular da região sólida tem-se

$$Q_{S(sólido)} = \rho\ A\ c_{P(solido)} \int_0^{S(\tau)} T_x d_x$$

$$Q_{S(sólido)} = \frac{1}{2} \rho\ c_{P(solido)}\ A\ s(\tau)\ (TP - TF)$$

c) Calor sensível na fase líquida. $Q_{S(líquido)}$

Aplicando o mesmo conceito de calor diferencial tem-se:

$$Q_{S(líquido)} = dm\ c_{P(liquido)}\ T_x$$

$$Q_{S(líquido)} = \rho_{liquido}\ A\ c_{P(liquido)} \int_{S(\tau)}^{DI} T_x d_x$$

integrando numericamente temos:

$$Q_{S(líquido)} = \rho_{liquido}\ c_{P(liquido)}\ A \left[\frac{DX}{2} \left(T(M+1) + T(j+1) \right) + \sum_{i=(j+2)}^{M} T_i \right]$$

d) Calor latente. Q_L

$$Q_L = m\ L = L\ \rho\ A\ S(\tau)$$

Finalmente pode-se calcular o calor total armazenado (extraído do PCM) no banco de gelo somando todos estes calores:

$$Q_T = Q_{I(PCM)} + Q_{S(sólido)} - Q_{S(liquido)} + Q_L$$

para o caso em que todo o PCM for solidificado como acontece quando se aproveita toda a capacidade do PCM, o calor total fica:

$$Q_T = Q_{I(PCM)} + Q_{S(sólido)} + Q_L$$

A figura (6.3.5) mostra os valores para os calores total, latente e sensível. A figura (6.3.6) mostra os valores dos fluxos de calor total, sensível e latente. A figura (6.3.7) mostra a massa de "PCM" solidificada em função do tempo. A figura (6.3.8) mostra a massa de "PCM" necessária no banco de gelo em função da carga térmica requerida.

6.3.3.2 Fluxo de calor

Para o cálculo dos fluxos de calor total, sensível e latente aplica-se a definição de derivada de uma função dada por:

$$dq = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

para valores finitos de calor e tempo em cada incremento, tem-se aproximadamente os valores para cada um dos fluxos de calor:

$$q_T = \frac{\Delta Q_T}{\Delta t} \qquad \text{fluxo de calor total}$$

$$q_S = \frac{\Delta Q_S}{\Delta t} \qquad \text{fluxo de calor sensível}$$

$$q_L = \frac{\Delta Q_L}{\Delta t} \qquad \text{fluxo de calor latente}$$

Aplicando estes conceitos obtêm-se os resultados mostrados na figura 6.3.6.

6.3.4 Extensão de tempo de solidificação nos processos de mudança de fase

O tempo necessário para solidificar o PCM é um parâmetro importante para a avaliação dos bancos de gelo. Segundo as condições, este valor varia fundamentalmente em função de 3 parâmetros:

a) A distância entre as placas frias, que em realidade é a quantidade de massa de PCM presente.

b) A temperatura inicial da água no inicio de solidificação e

c) A temperatura de parede aplicada na placa para a solidificação.

Para a obtenção do tempo de solidificação para este estudo, foi simulado o funcionamento do banco de gelo utilizando diferentes valores para cada um dos parâmetros anteriores. A combinação destes parâmetros é mostrada na tabela 6.1, resultando em 168 casos diferentes de condições que são utilizados no programa computacional para a simulação do funcionamento do banco de gelo.

		TEMPERATURA INICIAL DO LIQUIDO (oC)					
		2	5	7	9	12	20
TEMPERATURA DE PAREDE (oC)	-5	DISTANCIA ENTRE PLACAS (cm.) 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20					
	-10						
	-15						
	-20						

Tabela 6.1 Parâmetros de temperatura inicial de liquido , temperatura de parede e distancia entre placas utilizadas na simulação.

No que segue apresenta-se os diferentes casos analisados para obter o tempo de solidificação na unidade de banco de gelo.

6.3.4.1 Tempo total de solidificação em função da distancia entre placas

a) Temperatura inicial do líquido constante.

As figuras (6.3.9) e (6.3.10) mostram os resultados para duas condições diferentes mostradas nas mesmas figuras. Pode-se observar que a variação da distancia entre placas tem uma grande influencia no tempo total de solidificação. Isto pode-se explicar pelo fato de que o gelo atua como isolante, diminuindo assim a condutância entre o fluido de trabalho e a água. Nos mesmos gráficos nota-se que o comportamento para temperaturas iniciais de 2 °C e 12 °C é semelhante. Também pode-se afirmar que o tempo total de solidificação para temperaturas de parede diferentes é aproximadamente proporcional.

b) Temperatura de parede constante.

As figuras (6.3.11) e (6.3.12) mostra resultados para duas condições diferentes. Nestas figuras nota-se que a variação da temperatura inicial do líquido no tempo total de solidificação tem pouca influencia. Isto se justifica pelo fato de que o calor sensível do liquido é pequeno comparado ao calor latente de fusão. Também pode-se observar que o comportamento das curvas para temperaturas de -20 °C e -2 °C é similar.

6.3.4.2 Tempo total de solidificação em função da temperatura inicial

a) Temperatura de parede constante.

As figuras (6.3.13) e (6.3.14) mostram os resultados para dois condições diferentes indicadas nos mesmos gráficos. Observa-se nestas figuras com maior claridade a pouca influencia da temperatura inicial do liquido para o tempo total de solidificação. Nas mesmas figuras também mostra-se a grande variação dos tempos de solidificação para distancia entre placas diferentes.

b) Distancia de placas constante.

As figuras (6.3.15) e (6.3.16) mostra resultados para duas condições diferentes. Observa-se que a influencia da temperatura de parede no tempo total de solidificação é menor que a influencia da distancia entre placas.

6.3.4.3 Tempo total de solidificação em função da temperatura de parede

a) Temperatura inicial do líquido constante.

As figuras (6.3.17) e (6.3.18) mostram os resultados para duas condições diferentes.

b) Distancia de placas constante.

As figuras (6.3.19) e (6.3.20) mostra resultados para duas condições diferentes.

Nestas figuras confirma-se as anteriores deduções, concluindo-se que a distancia entre placas tem a maior influencia no tempo total de solidificação, segue em ordem a temperatura de parede e finalmente a temperatura inicial do liquido que tem pouca influencia no tempo total de solidificação.

6.3.5 Importância da convecção no análise de transferência de calor no PCM

O fato de que a água tem inversão de densidade pela relação não linear com a temperatura origina convecção livre que introduz complicações adicionais para a solução dos problemas de mudança de fase. Para o presente trabalho a influencia da convecção é desconsiderada por dois fatos importantes: a) pelo critério do número de Rayleigh e b) pelos resultados experimentais obtidos.

a) Critério do número de Rayleigh.

Este parâmetro permite dar um critério importante a respeito dos efeitos que tem a convecção natural na análise de transferência de calor quando existe uma mudança de fase.

O número de Rayleigh segundo BOGER e WESTWATER (1967) esta definido pela seguinte relação:

$$Ra = \frac{h^3 \beta \Delta\tau \rho^2_{liquido} g c_{P(liquido)}}{\mu_{liquido} k_{liquido}}$$

o valor limite para a existência de convecção é quando Ra = 1700.

h é um comprimento significativo definido por:

$$h = 4 S(\tau) \frac{k_{eff}}{k_S (TF - TP)}$$

k_{eff} é a condutividade efetiva da fase liquida do PCM, β o coeficiente de expansão igual a 0.6 E-4(1/°K), ρ_L a densidade da água igual a 999,8 (kg/cm^2), μ_L a viscosidade igual a 1,69 E-3 (kg/m seg.), $c_{P(L)}$ o calor especifico da água igual a 4212 (KJ/kg°K), k_L a condutividade térmica da água é igual a 0,565 (W/m°K), k_S a condutividade do gelo e igual a 2,175 (W/m°K) e g a aceleração da gravidade.

Aplica-se este conceito para determinar o valor do número de Ra. Previamente aplicamos valores utilizados por estes autores para confirmar seus cálculos: com $S(\tau)$=2,687 cm., TP=-23.5 °C., k_{eff}/k_L = 1,11 e Ra = 24 . Substituindo os valores anteriores obtém-se o valor de Ra = 23,8 $\cong$ 24.

Seguindo o mesmo critério pode-se calcular os Ra para os casos seguintes, considerando temperaturas iniciais do líquido menores a 10 °C e as distancias entre placas utilizadas em nossos cálculos.

Caso 1.

Seja: $S(\tau)$ = 1,0 cm. a espessura de gelo

TP = - 13,5 °C. a temperatura da placa fria.

TI = 10,0 °C. a temperatura inicial do líquido

k_{eff}/k_L = 1,2 valor assumido que considera a existência de convecção

substituindo estes valores tem-se o valor de Ra para este caso:

$$Ra = 8,16 \quad < 1700,$$

Este valor indica que para o caso analisado com espessura de gelo de 1,0 cm. praticamente a convecção pode ser desconsiderada

Caso 2.

Seja $S(\tau) = 8,0$ cm. espessura de gelo

$TP = -13,5$ °C temperatura da placa fria.

$TI = 10,0$ °C temperatura inicial do líquido.

$k_{eff} / k_L = 1,3$

Similarmente substituindo todos os valores obtém-se o numero de Ra:

$$Ra = 4179,0 \quad > 1700,0$$

neste caso é clara a existência de convecção com a espessura de gelo de 8 cm.

Finalmente com o análise do critério do número de Rayleigh apresentado, pode-se deduzir que para espessuras e temperaturas iniciais de liquido baixas a convecção natural na fase liquida do PCM pode ser desconsiderada.

b) Comparação dos resultados numéricos com os experimentais.

Com os resultados experimentais obtidos no item 6.2, comparados com a solução numérica, confirmam-se as análises anteriores do critério do número de Rayleigh. Afirma-se que dentro da faixa de valores utilizados e especialmente para distancias entre placas baixas, a análise de transferencia de calor por condução pura é plenamente valida.

6.3.6 Efetividade do banco de gelo.

O conceito de efetividade é um parâmetro importante na aplicação dos bancos de gelo. Aplicado na teoria dos trocadores de calor onde é utilizado freqüentemente, tem dois objetivos principais na sua aplicação nos bancos de gelo:

a) fundamentalmente serve como parâmetro de avaliação, já que indica o grau de aproveitamento da energia contida no fluido de trabalho. A efetividade é definido como:

$$\varepsilon = \frac{\text{fluxo de calor efetivo}}{\text{fluxo de calor maximo}}$$

Para o banco de gelo o fluxo de calor efetivo é dado pela diminuição o aumento do calor sensível que experimenta o fluido de trabalho ou pela diferença de temperatura entre a saída e a entrada do banco de gelo. O fluxo de calor máximo ocorre quando a temperatura do fluido de trabalho deixa o armazenador à temperatura de solidificação da água (que é a temperatura mais baixa que pode atingir). Considerando estas definições tem-se:

$$\varepsilon = \frac{m_a c_{pa}\left(T_{as} - T_{ae}\right)}{m_a c_{pa}\left(T_{as} - TF\right)} = \frac{\left(T_{as} - T_{ae}\right)}{\left(T_{as} - TF\right)}$$

Pode-se obter outra expressão se consideramos que o calor ganhado pelo álcool $q_{galcool}$ e igual ao calor perdido pela água $q_{págua}$ e ambas iguais ao calor efetivamente transmitido q_{TC}.

$$q_{galcool} = q_{págua} = q_{TC}$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{q_{TC}}{m_a c_{pa}\left(T_{as} - TF\right)}$$

Na figura 6.3.2 é aplicada esta equação para obter a efetividade em função do tempo para temperaturas de parede de -20 °C e - 2 °C. Pode-se observar que a efetividade do banco de gelo decresce rapidamente e deve-se a dois fatores: a primeira é que o gelo que vai-se formando atua como isolante dificultando assim a transferencia de calor, o segundo é que no inicio da solidificação a diferença de temperatura entre o fluido de trabalho e a água é elevada. A figura 6.3.3 mostra a variação da efetividade como uma função da fração da capacidade total. Na mesma figura compara-se com a efetividade em função do tempo. A fração de

capacidade F define-se como a relação do calor armazenado num tempo t qualquer Q_t e a capacidade máxima de calor armazenado no banco de gelo: $F = \frac{Q_t}{QT}$.

b) O conceito de efetividade combinado com o número de unidades de transferencia NTU, utilizado no projeto de trocadores de calor, pode ser extendida aos bancos de gelo para o mesmo objetivo. Por definição:

$$NTU = \frac{UA}{m_a c_{pa}}$$

multiplicando e dividindo pela diferença media logarítmica de temperatura ΔT_{ln} pode-se transformar em função do calor efetivo transferido q_{TC} para obter:

$$NTU = \frac{q_{TC}}{m_a c_{pa} \Delta T_{ln}}$$

onde: $\Delta T_{ln} = \frac{T_{ae} - T_{as}}{Ln \frac{T_{ae}}{T_{as}}}$

$$T_{as} = T_{ae} + \frac{q_{TC}}{m_a c_{pa}}$$

Aplicando estes conceitos obtêm-se na figura 6.3.4 a efetividade como uma função do número de unidades de transferencia NTU.

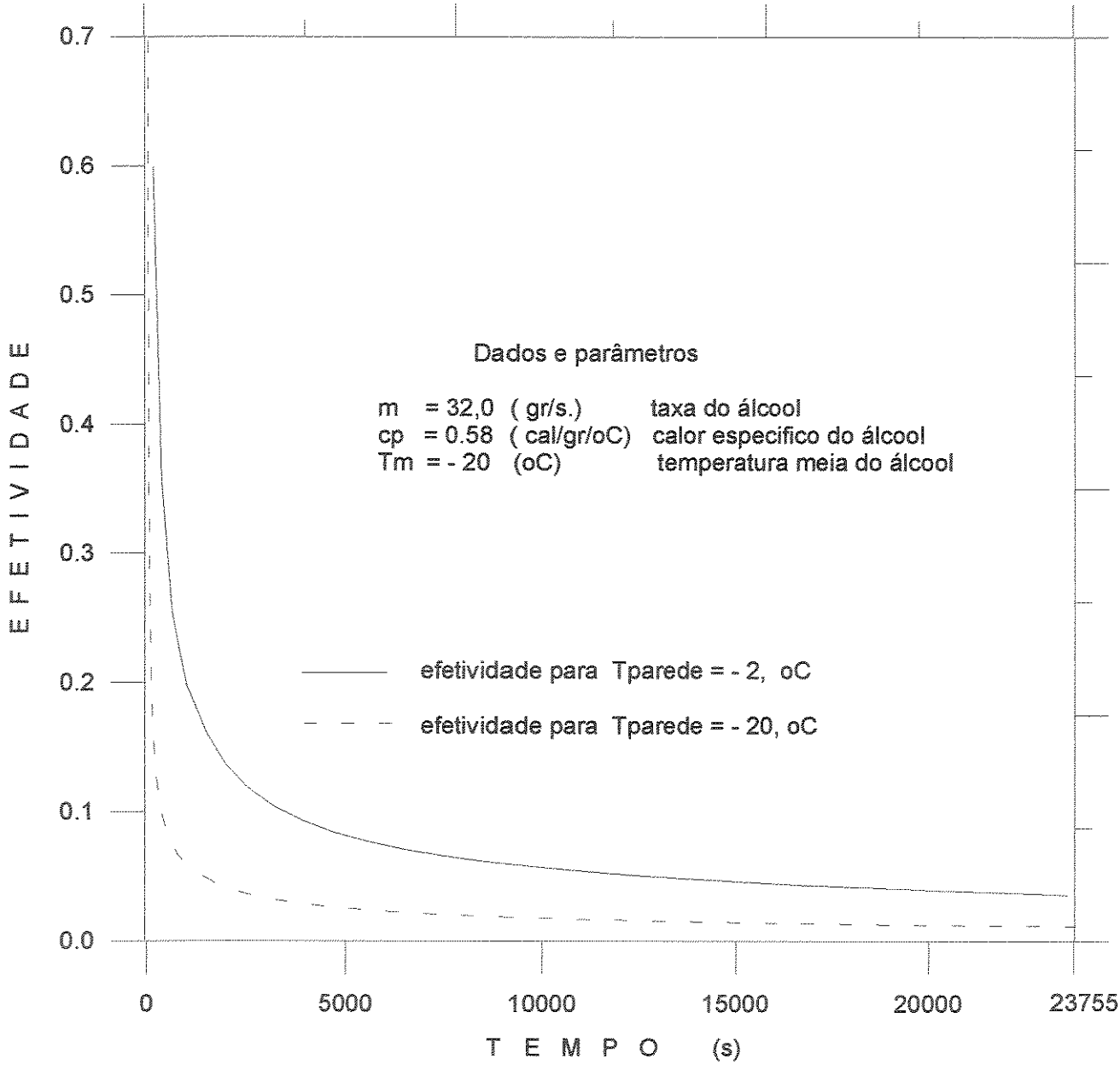

Fig. 6.3.2 Comparação das curvas de efetividade para temperaturas de parede - 20 oC e - 2 oC. para os mesmos dados.

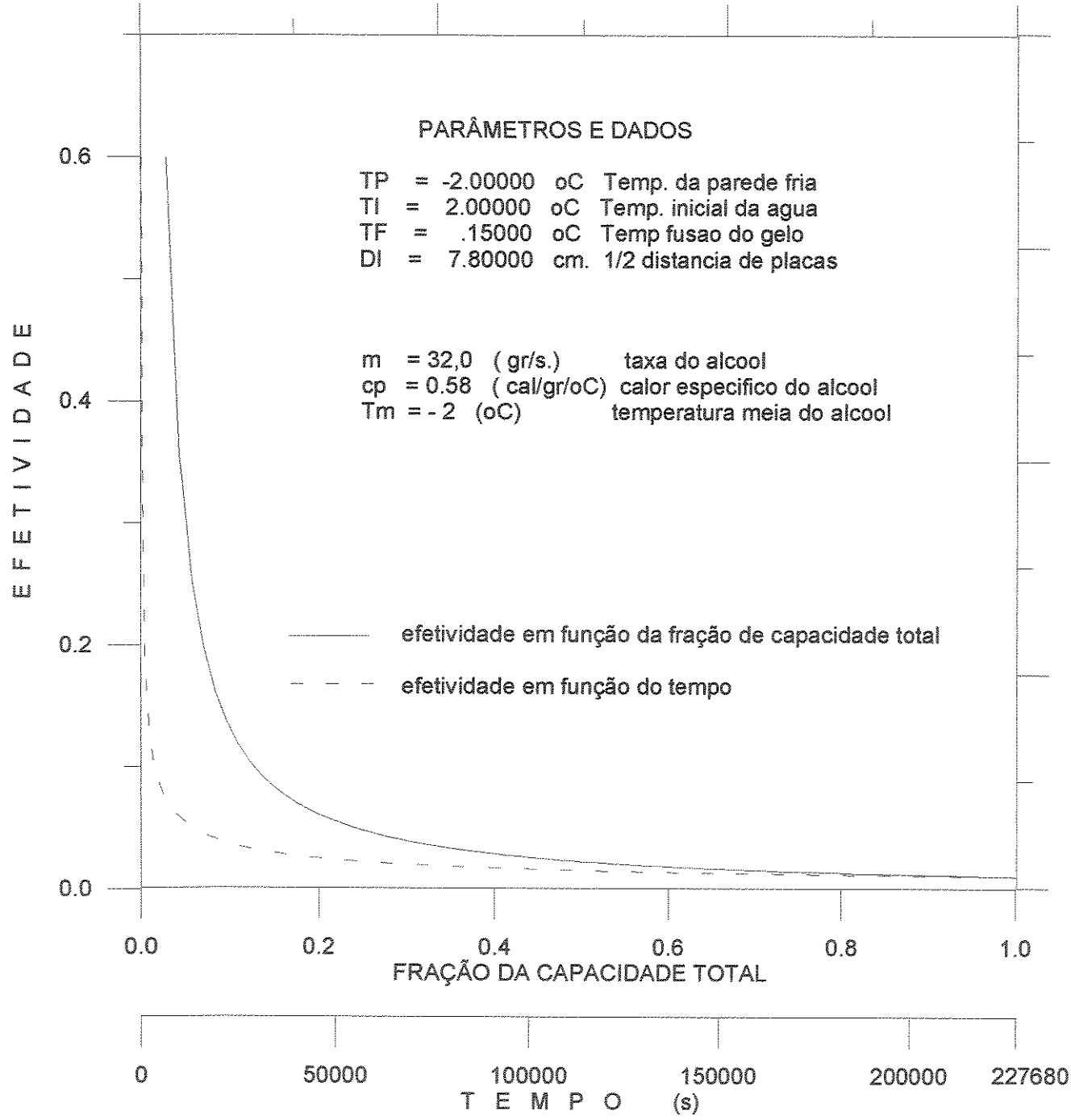

Fig. 6.3.3 Comparação das curvas de efetividade em função do tempo e da fração de capacidade total do banco de gelo. Temperatura de parede = - 2 oC.

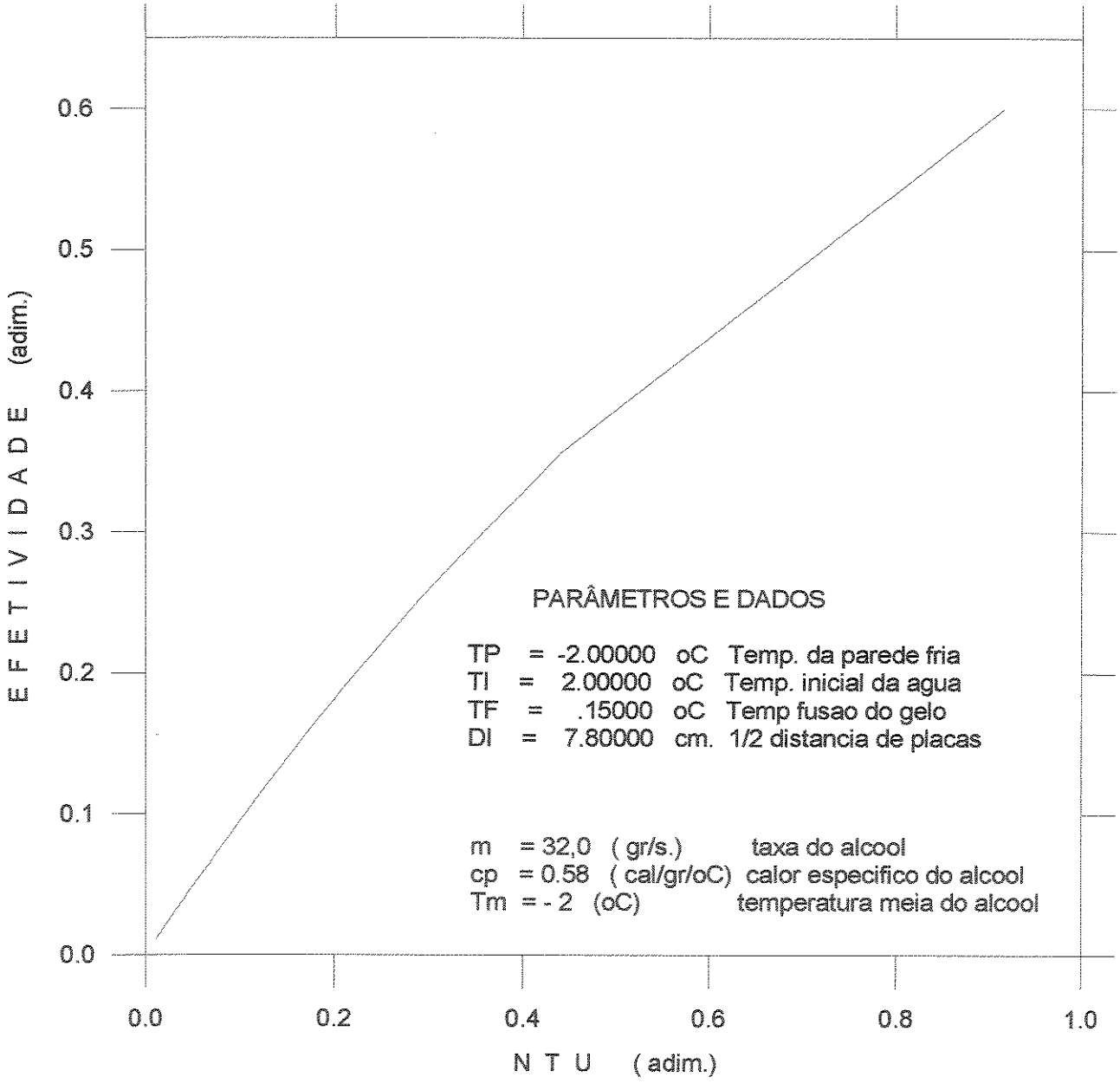

Fig. 6.3.4 Efetividade do armazenador experimental em função do número de unidades de transferencia NTU

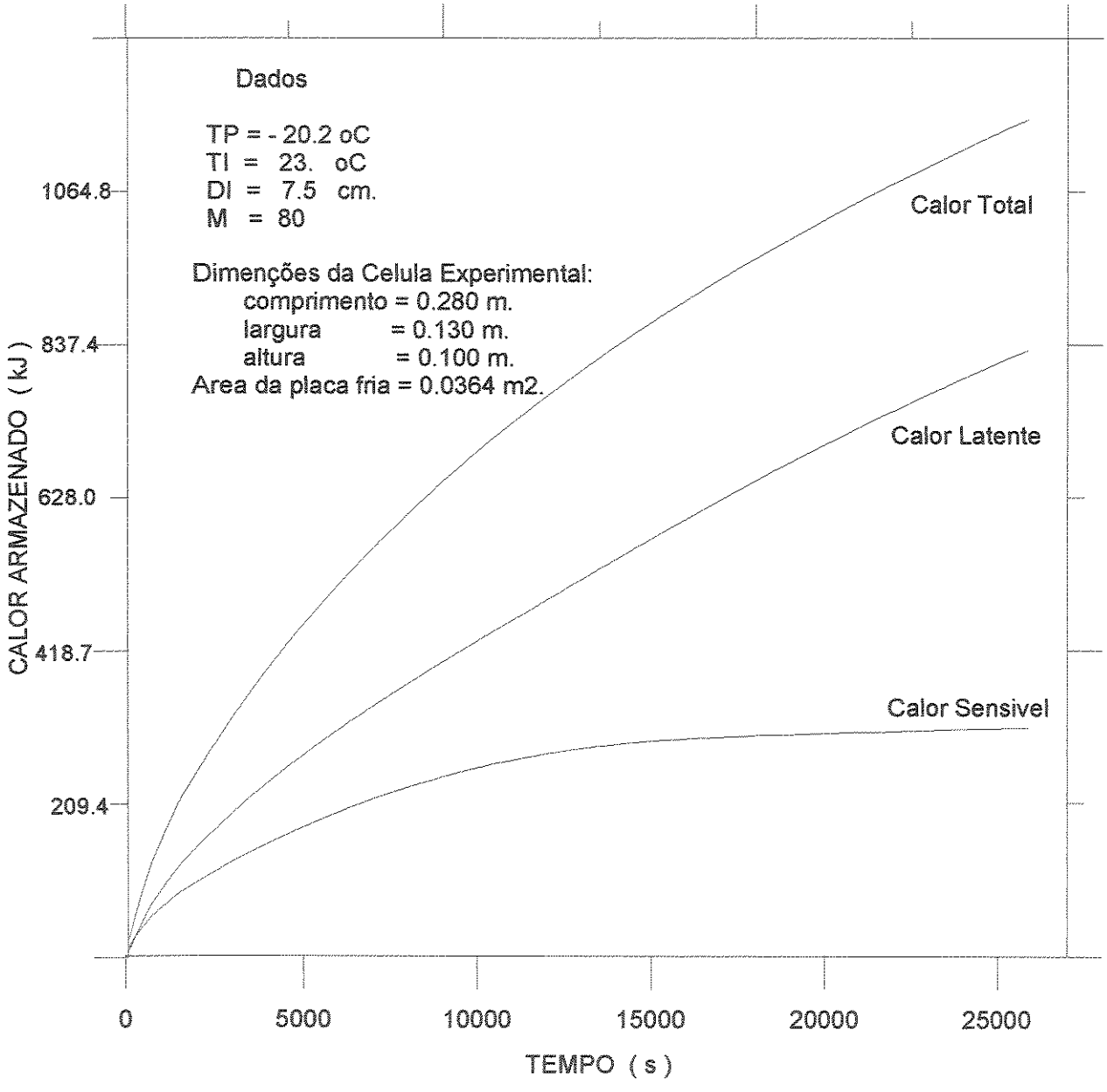

Fig. 6.3.5 Calor Armazenado em função do tempo.

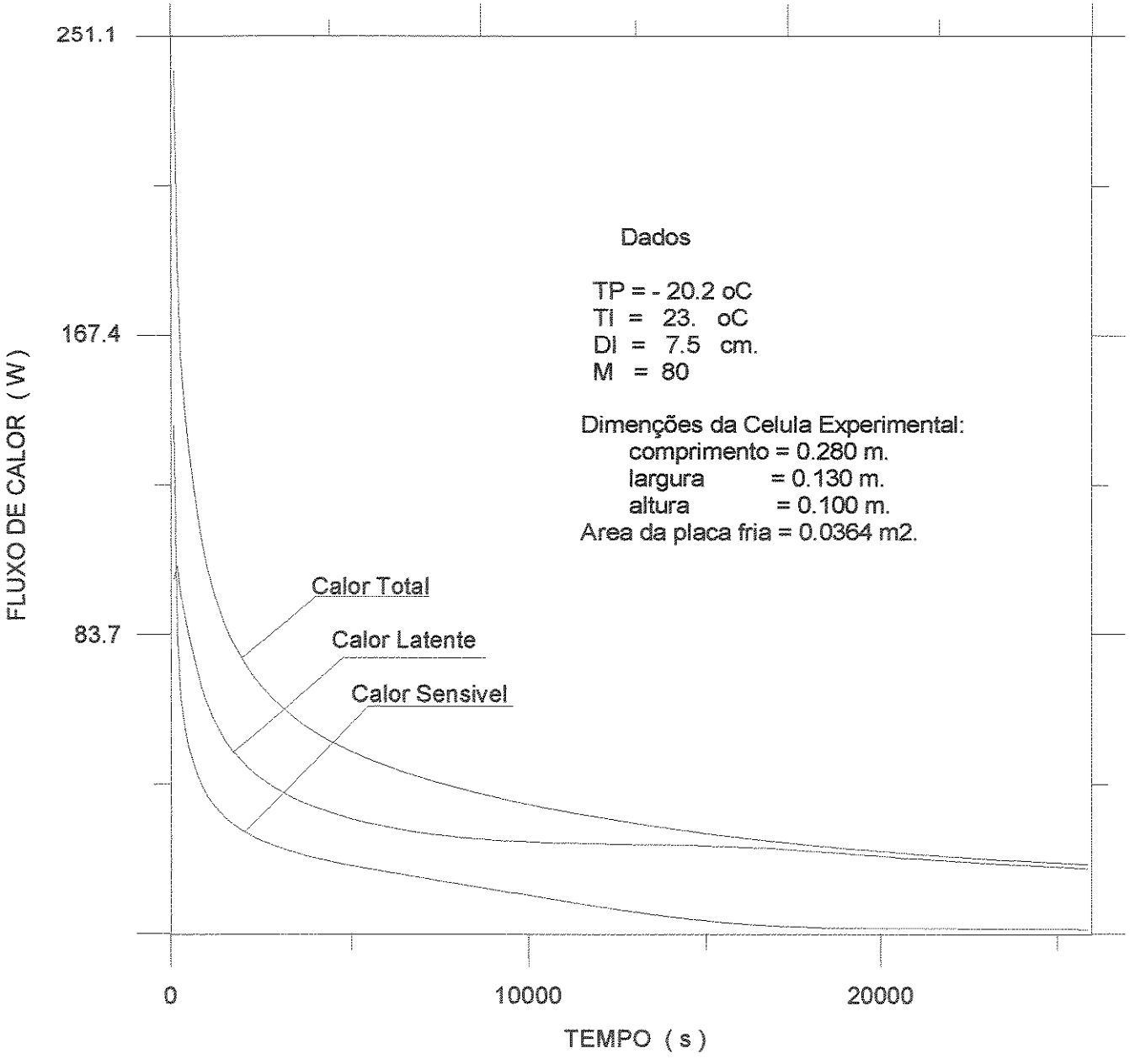

Fig. 6.3.6 Fluxo de calor armazenado instantaneo em função do tempo para o mesmo caso que a figura 6.3.5.

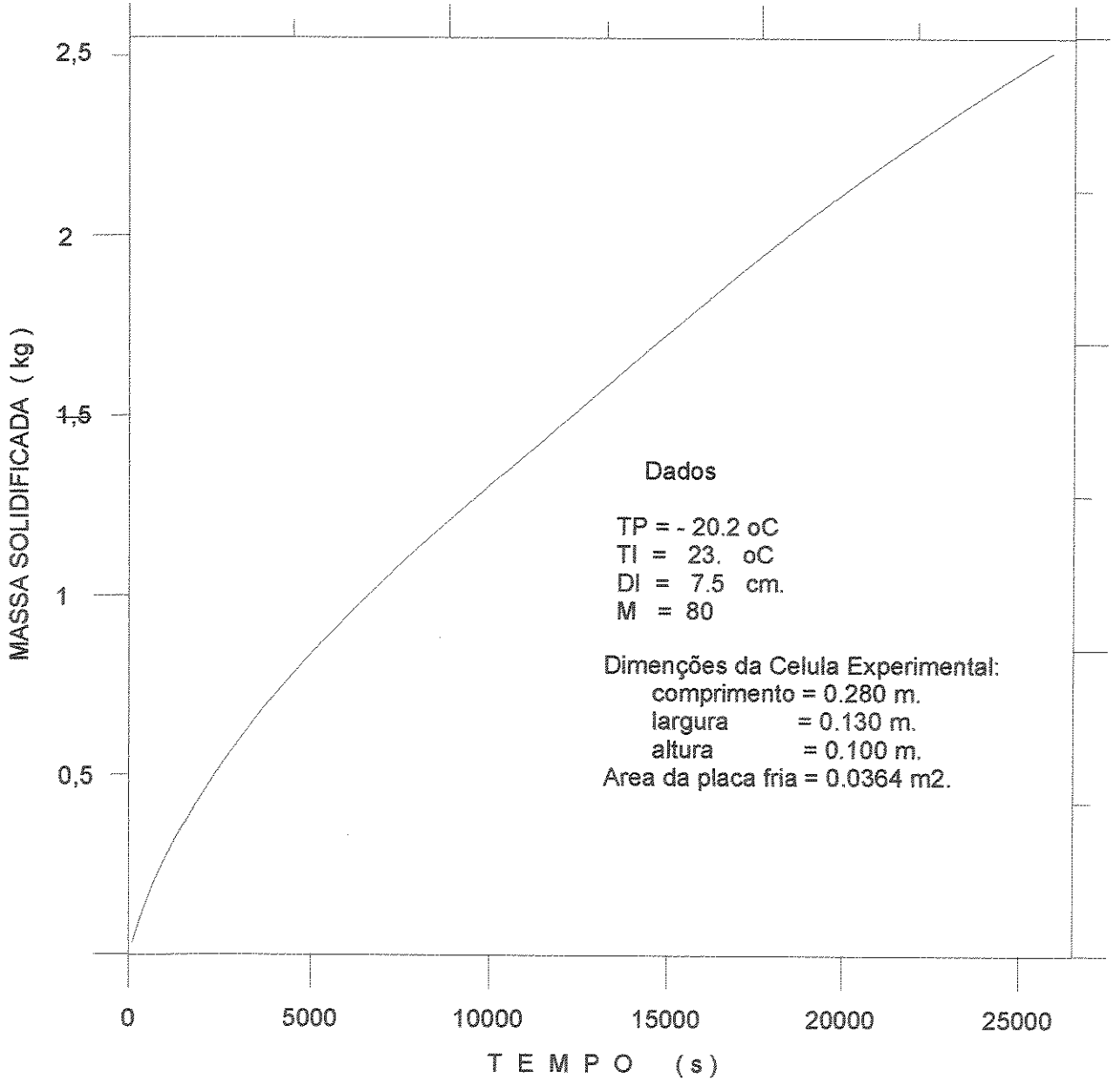

FIG 6.3.7 Massa de PCM solidificada em função do tempo, para as medidas da célula experimental e as condições dadas.

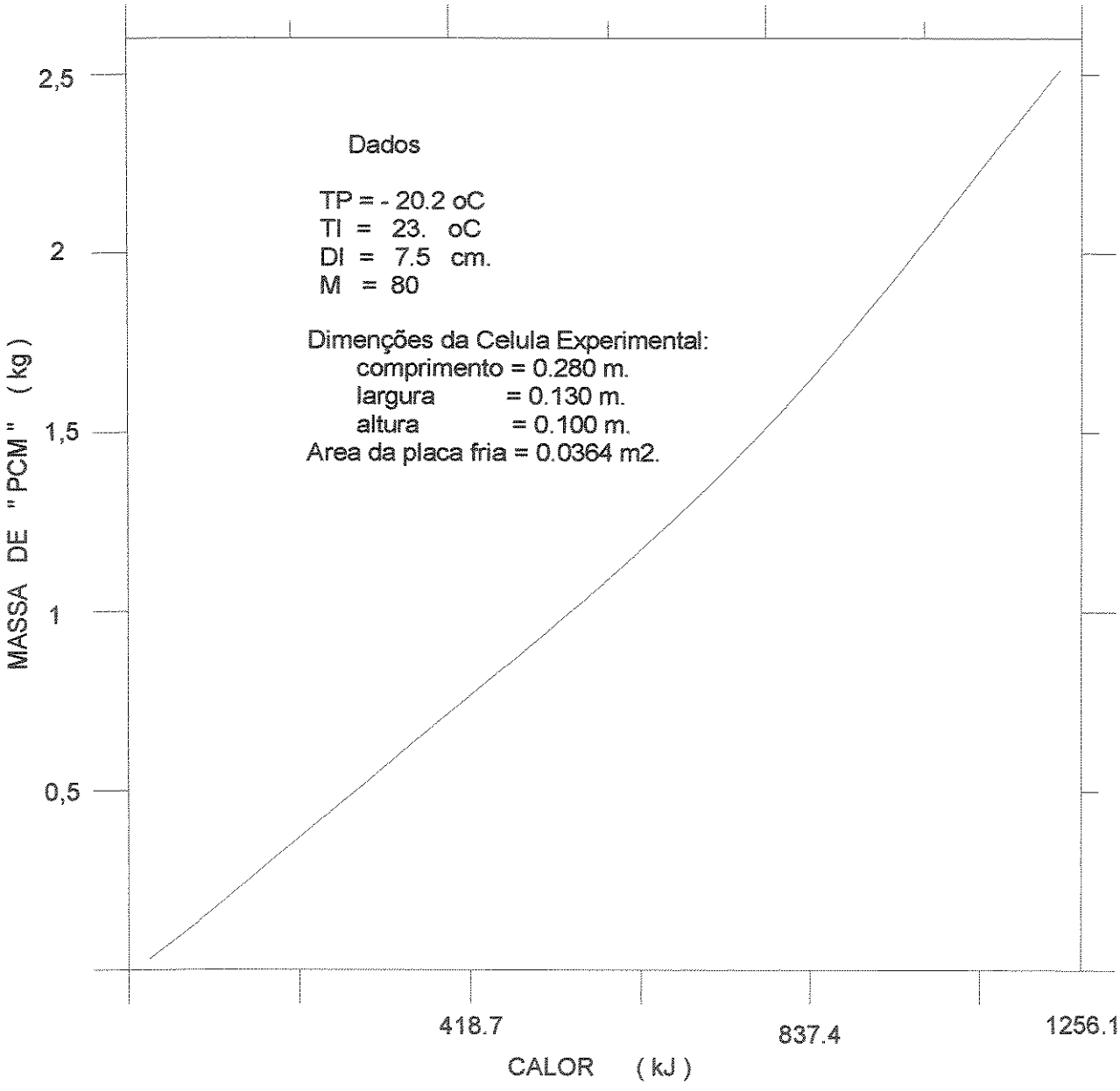

Fig. 6.3.8 Massa de "PCM" necessária no banco de gelo em função da carga térmica requerida.

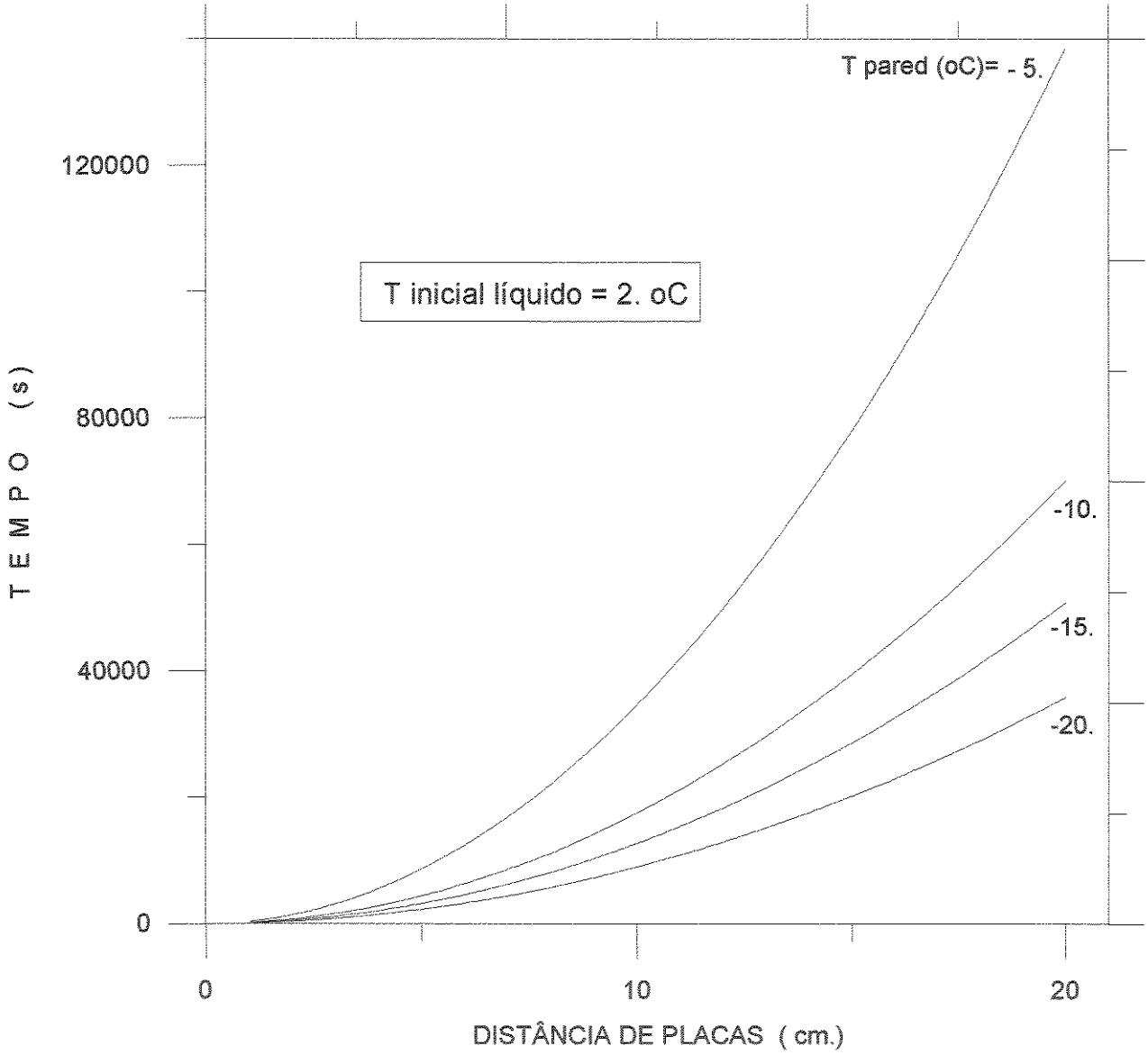

Fig. 6.3.9 Tempo total de solidificação em função da distância de placas frias, mostrando os resultados para diferentes temperaturas na parede da placa.

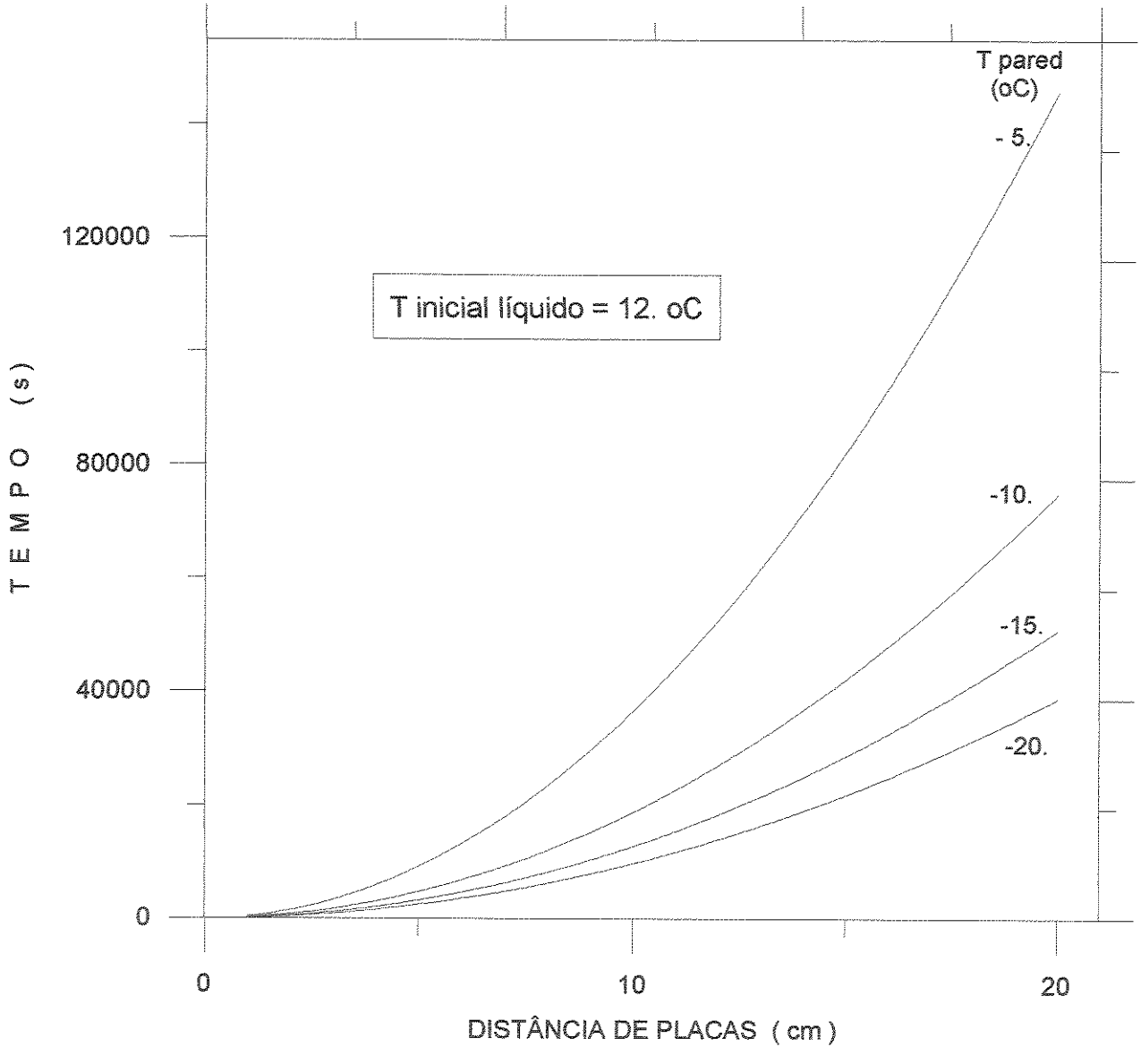

Fig. 6..3.10 Tempo total de solidificação em função da distância de placas frias, mostrando os resultados para diferentes temperaturas na placa

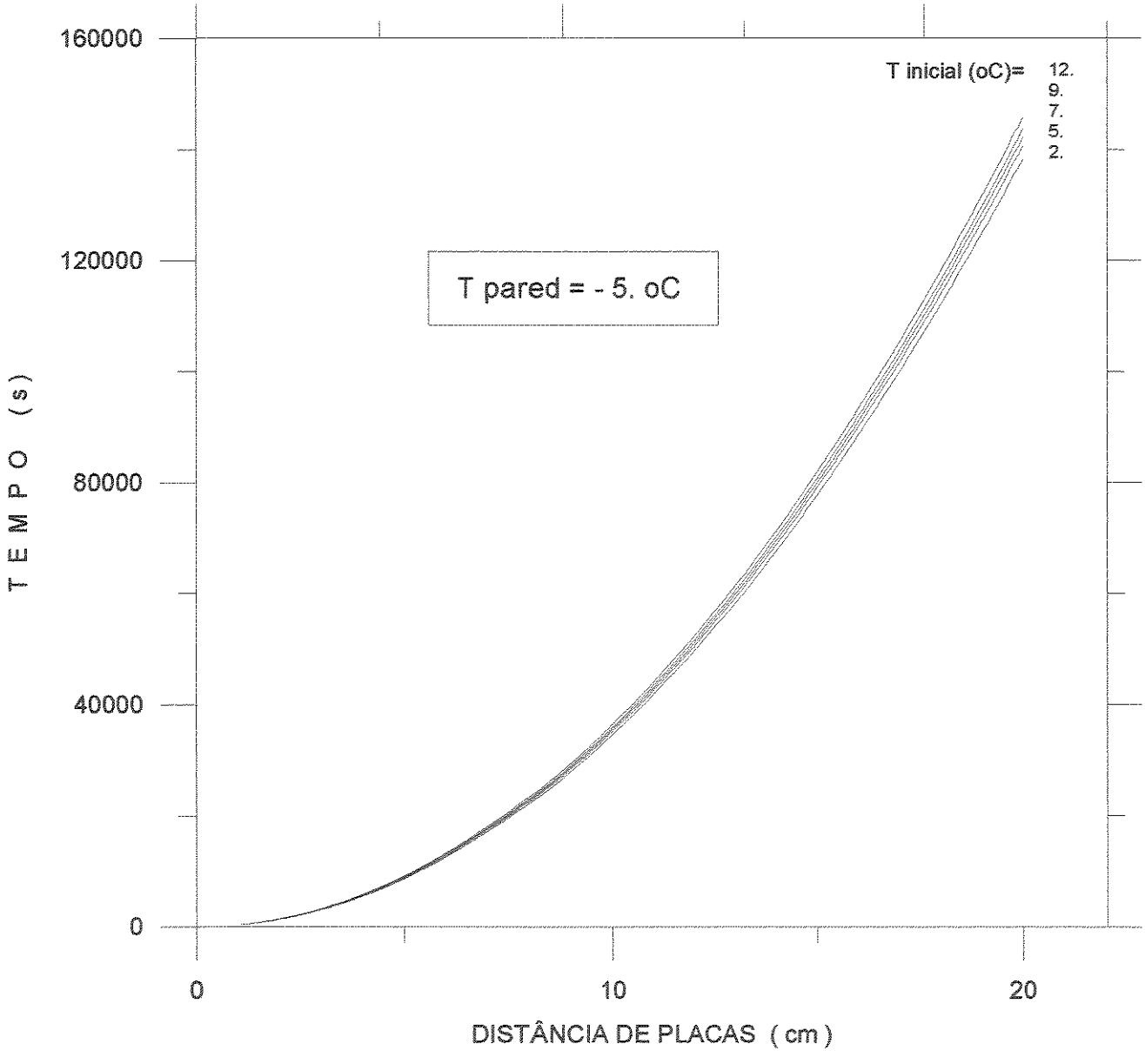

Fig 6.3.11 Tempo total de solidificação em função da distância de placas. Mostrando os resultados para diferentes temperaturas iniciais do líquido.

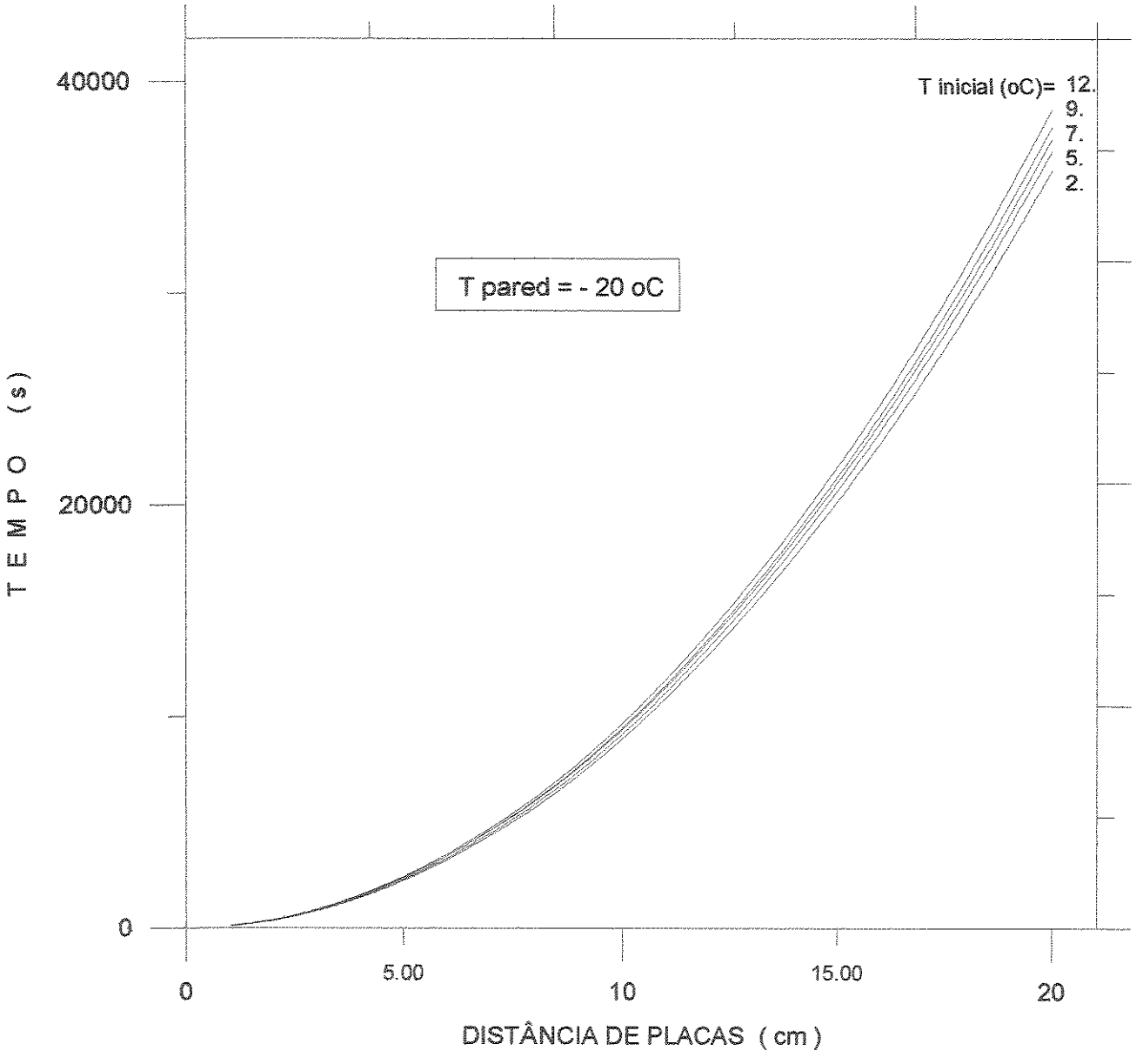

Fig 6.3.12 Tempo total de solidificação em função da distância de placas. Mostrado para diferentes temperaturas iniciais do líquido.

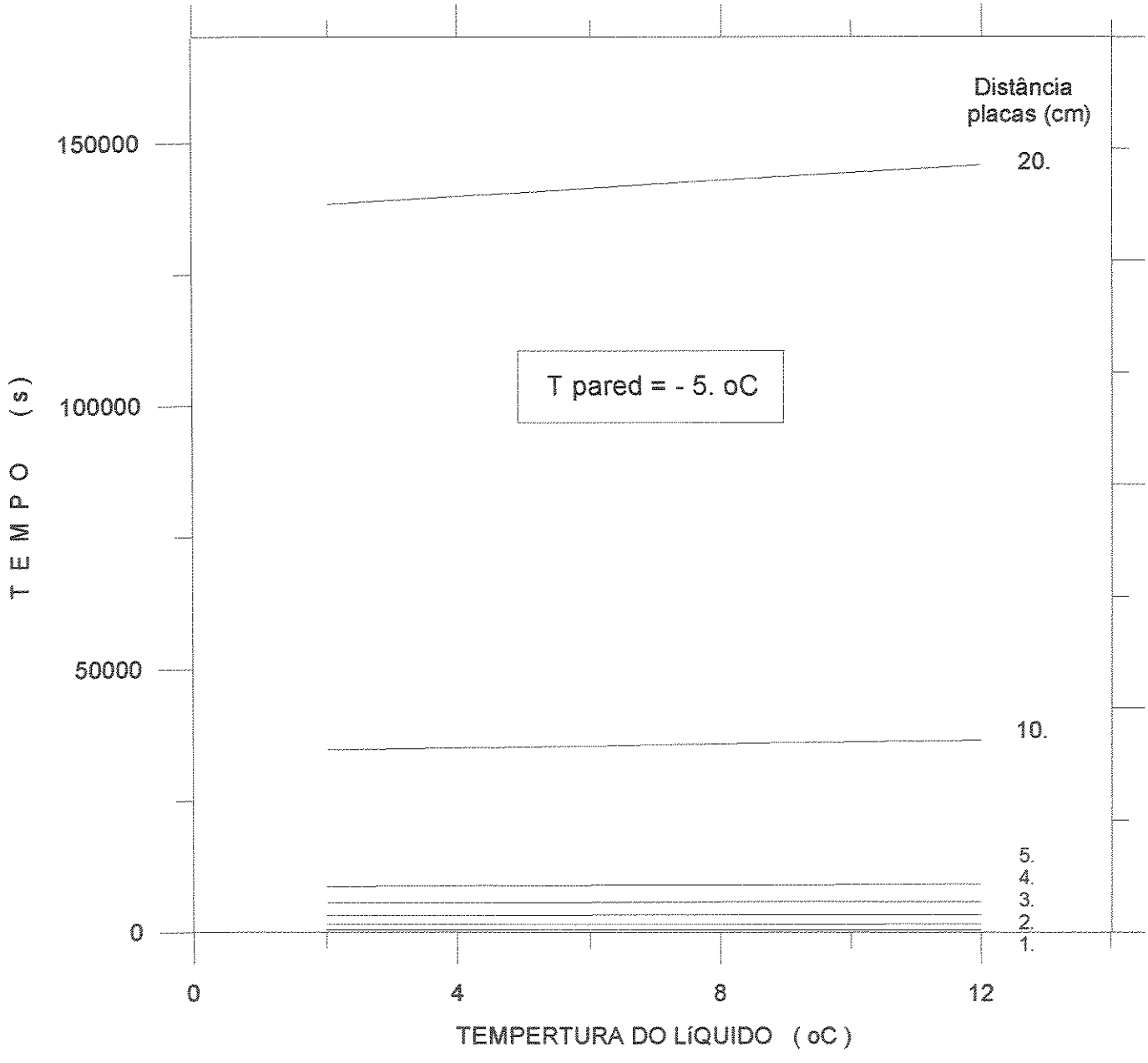

Fig 6.3.13 Tempo total de solidificação em função da temperatura do líquido. Mostrado para diferentes distâncias de placas.

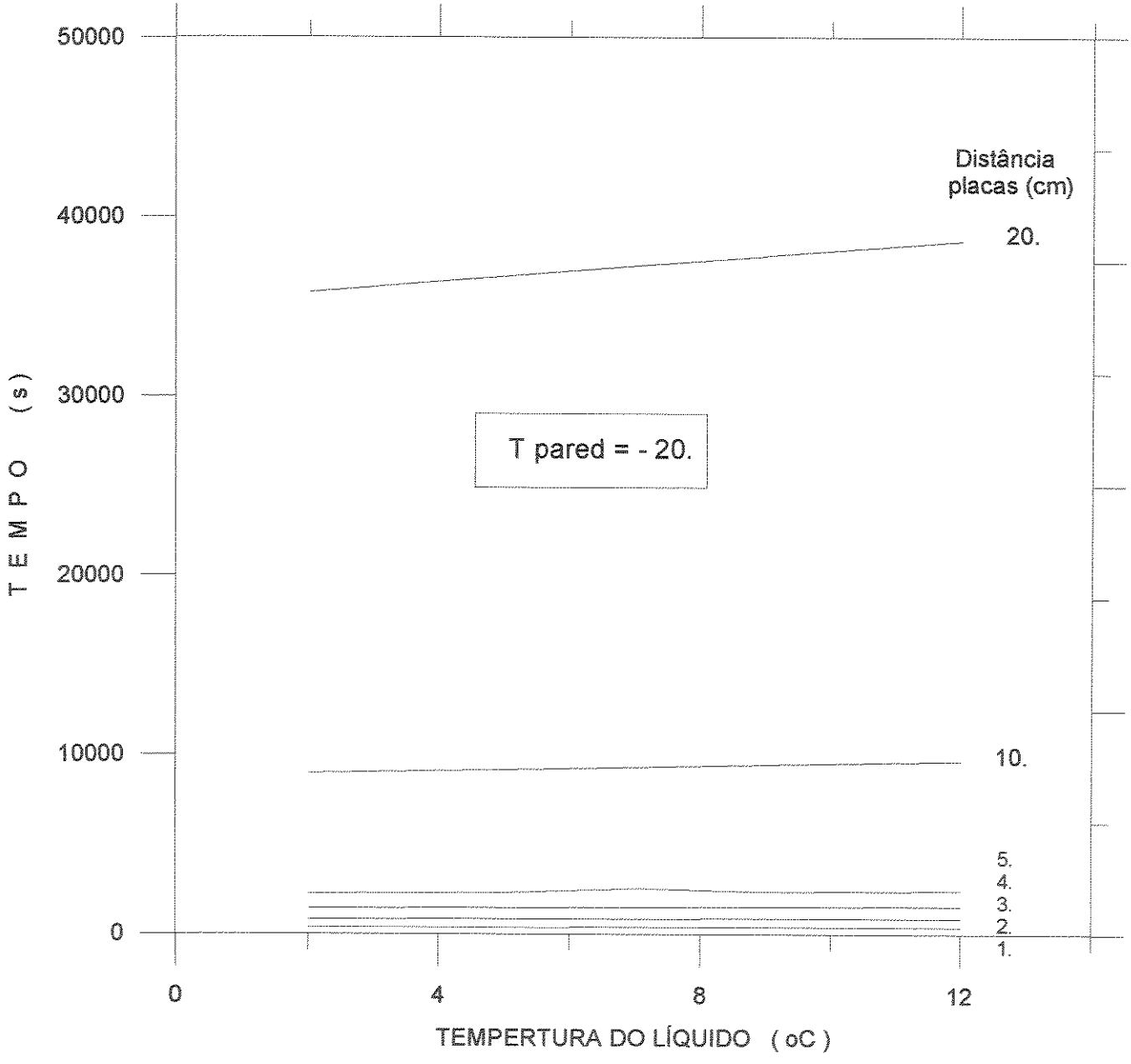

Fig 6.3.14 Tempo total de solidificação em função da temperatura do líquido. Mostrado para diferentes distâncias de placas.

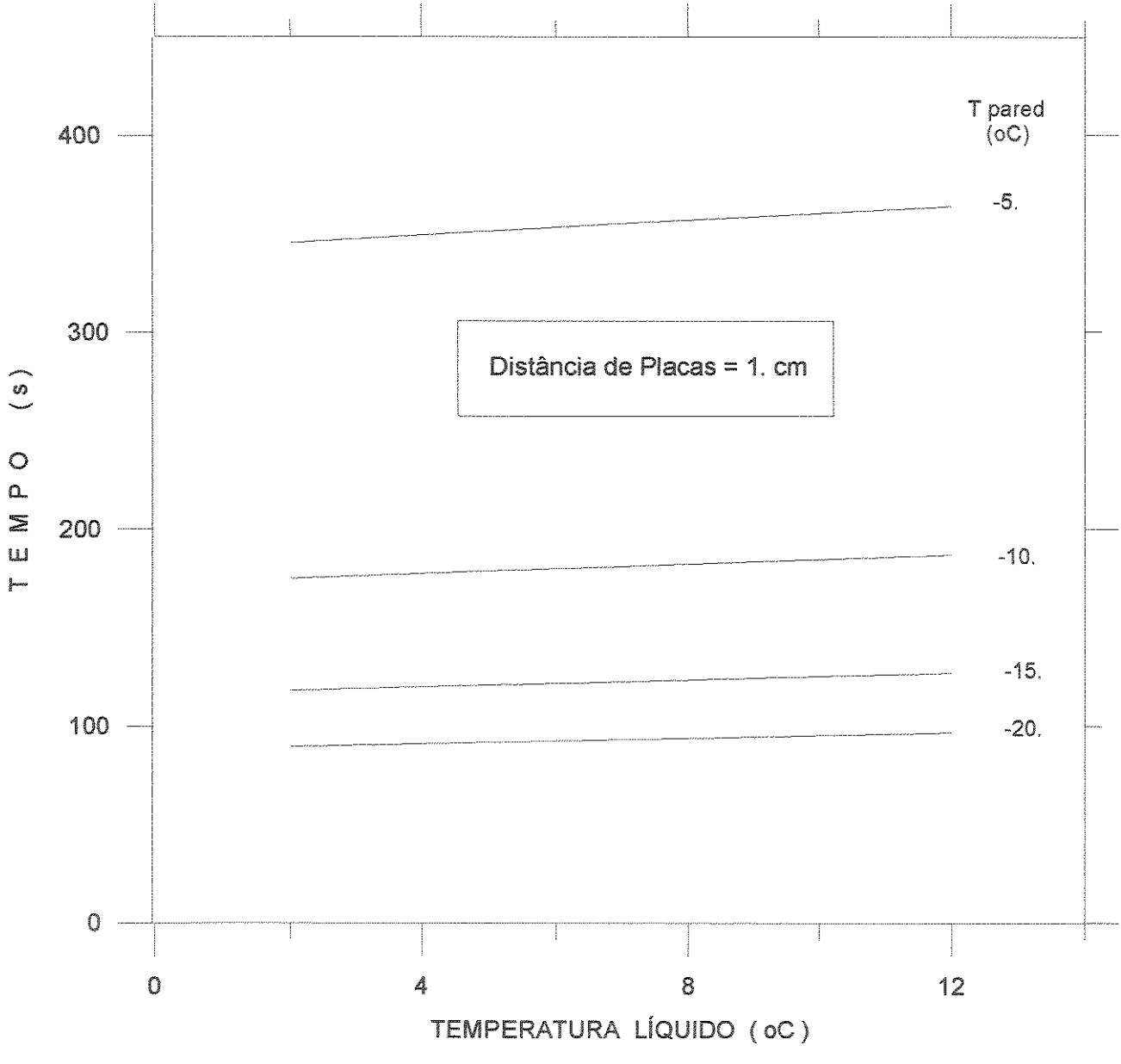

Fig 6.3.15 Tempo total de solidificação em função da temperatura inicial do líquido. Mostrado para diferentes temperaturas de parede.

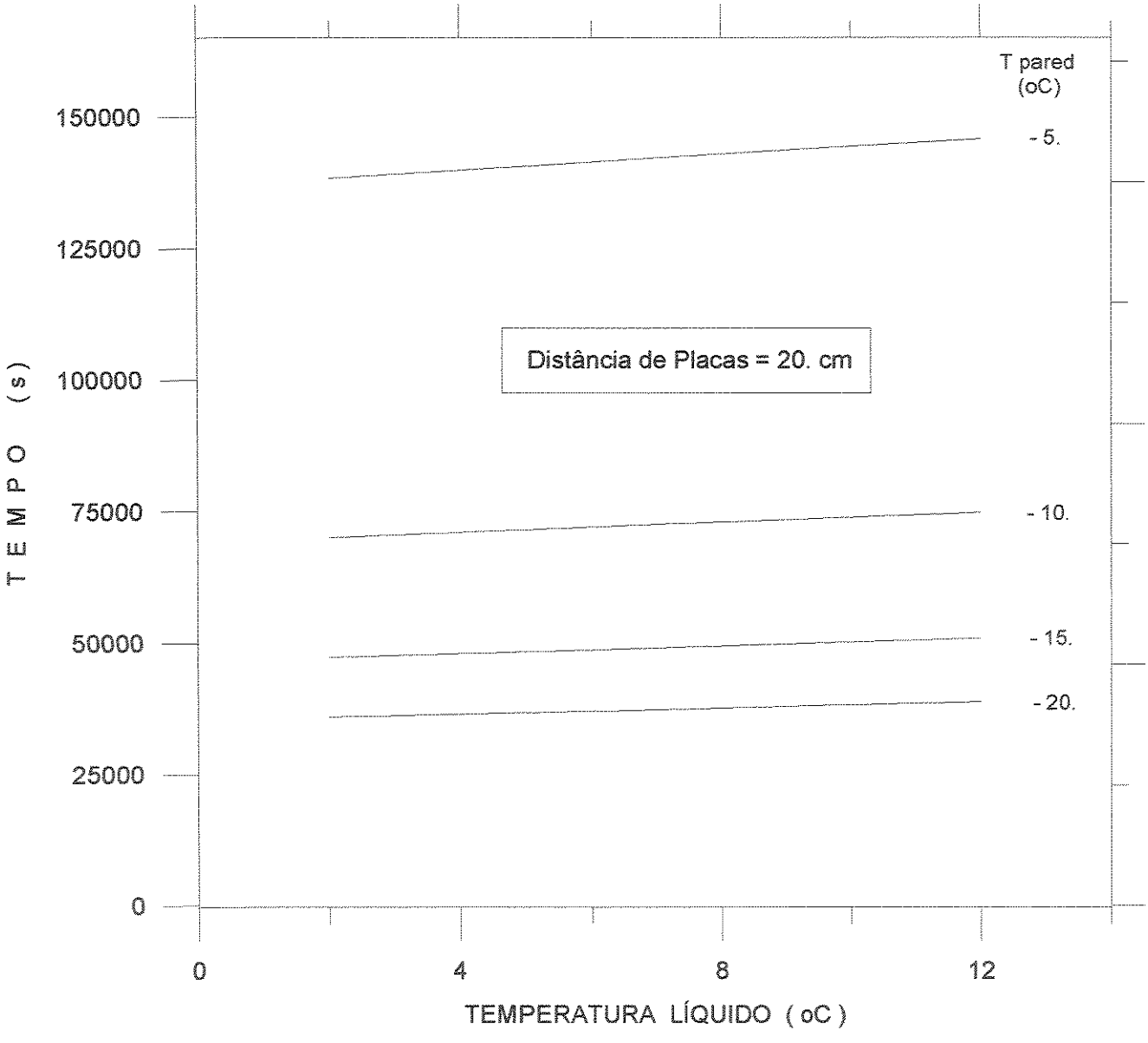

Fig 6.3.16 Tempo total de solidificação em função da temperatura inicial do líquido. Mostrado para diferentes temperaturas de parede.

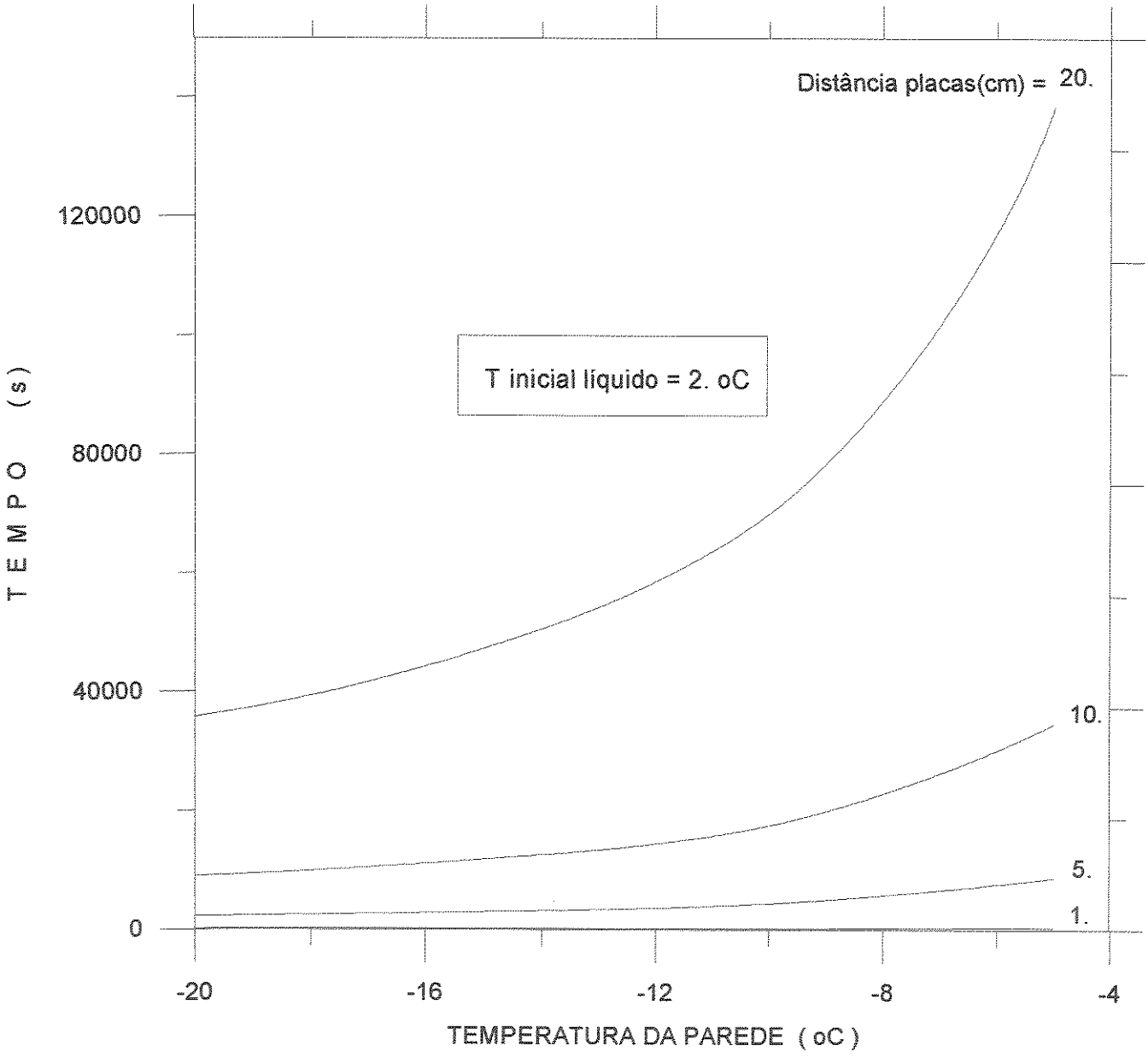

Fig 6.3.17 Tempo total de solidificação em função da temperatura da parede. Mostrado para diferentes distâncias de placas.

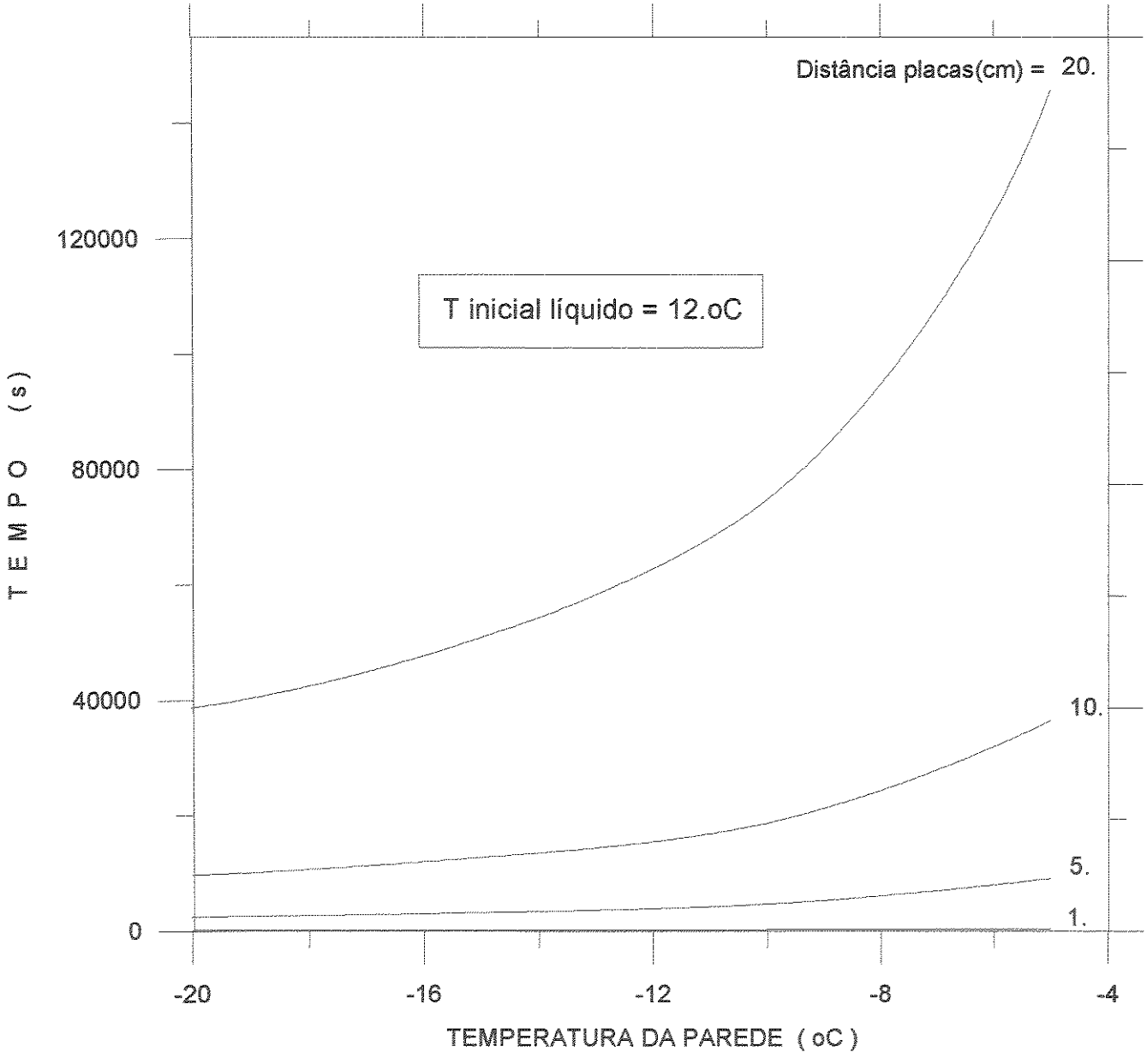

Fig 6.3.18 Tempo total de solidificação em função da temperatura da parede. Mostrado para diferentes distâncias de placas

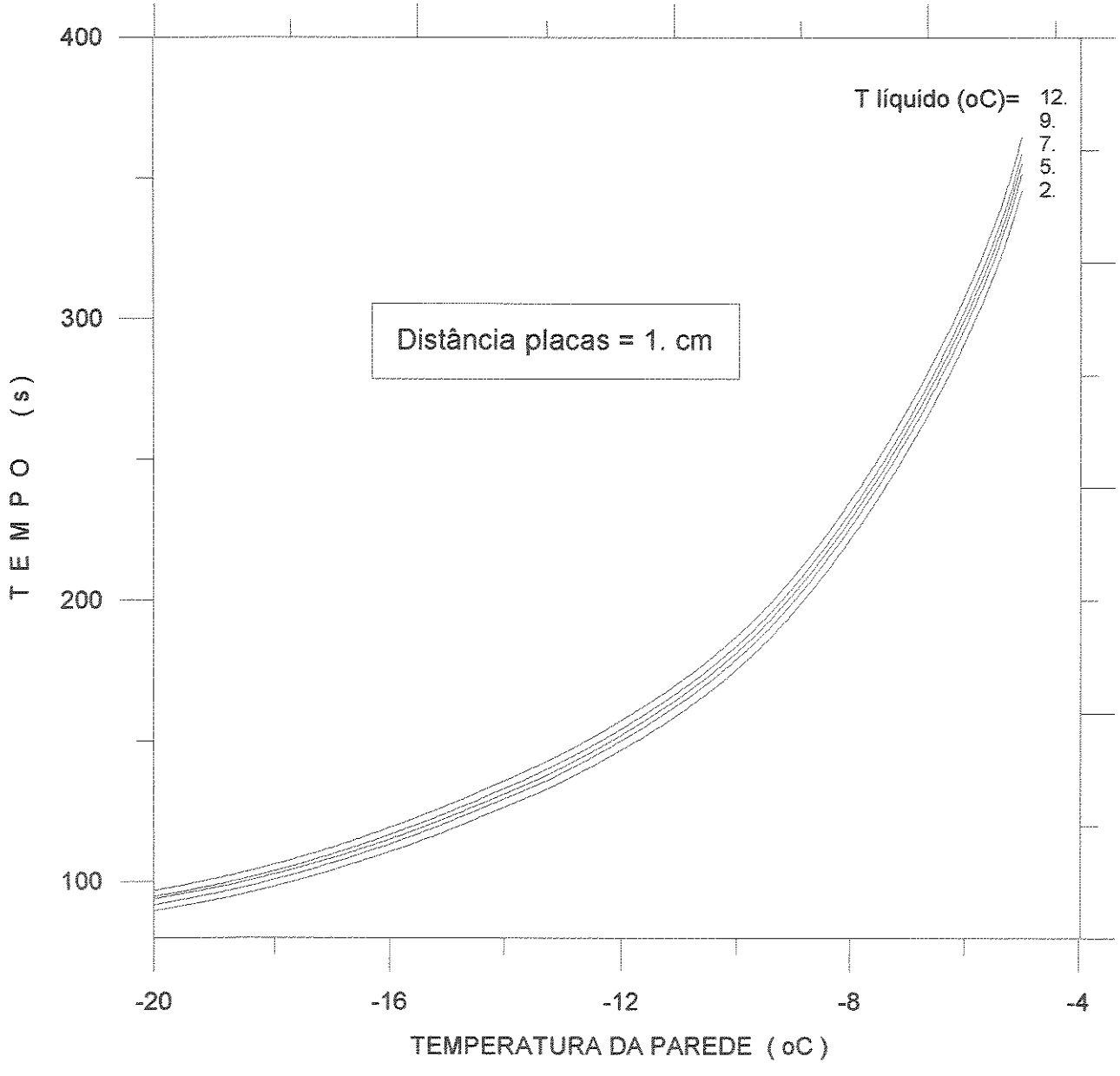

Fig 6.3.19 Tempo total de solidificação em função da temperatura de parede. Mostrado para diferentes temperaturas iniciais do líquido.

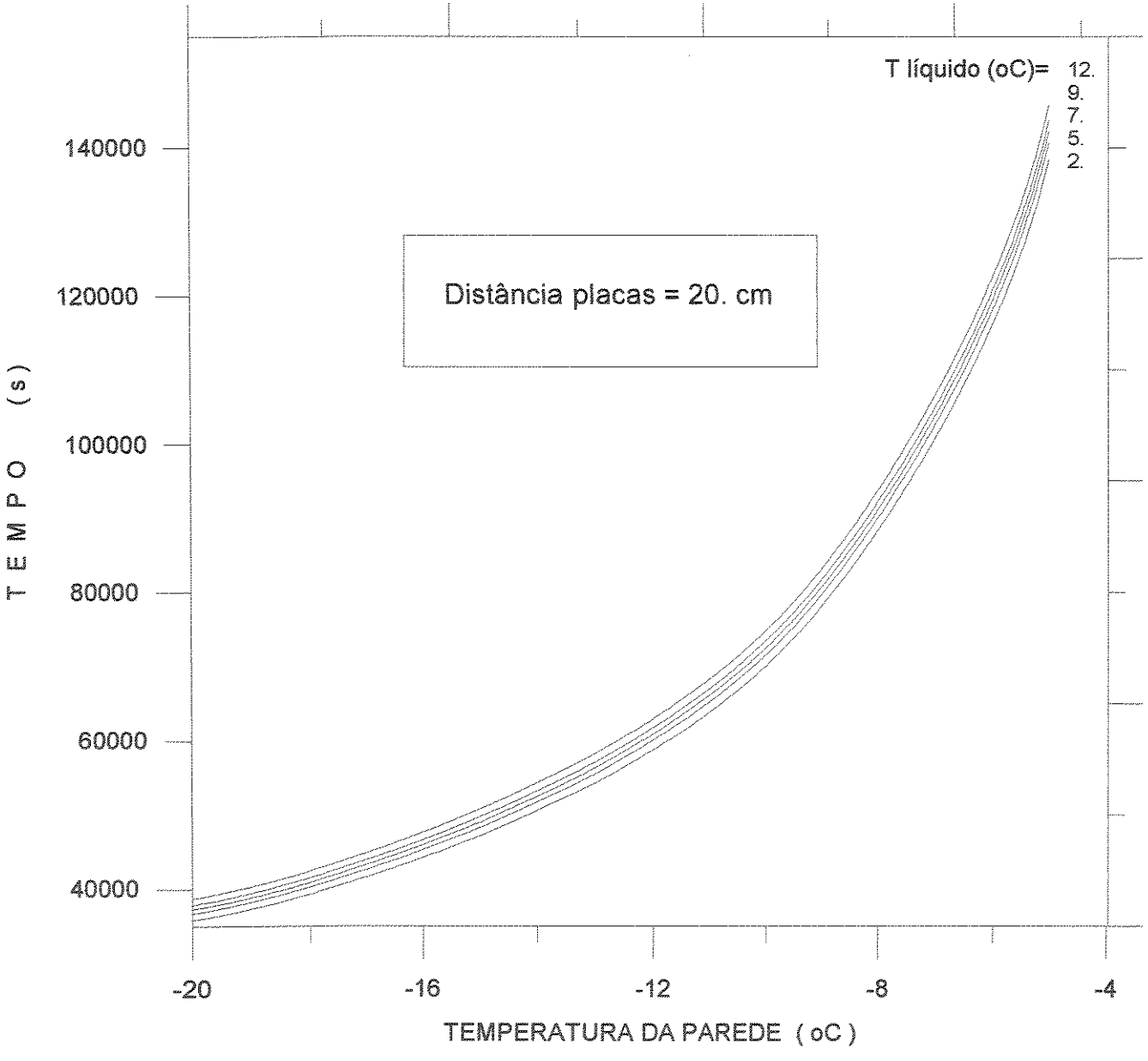

Fig 6.3.20 Tempo total de solidificação em função da temperatura de parede. Mostrado para diferentes temperaturas iniciais do líquido.

Capítulo 7

Conclusões

Analisando os resultados obtidos no presente trabalho, pode-se enumerar as seguintes conclusões:

- O modelo numérico desenvolvido proporciona resultados concordantes com os resultados experimentais e as soluções analíticas aproximadas.

- A hipótese de transferencia de calor unidimensional mostra ser correto para o caso analisado. No entanto, na pratica para dimensões maiores do banco de gelo poderia existir variação da temperatura em duas direções, já que o fluido de trabalho vai tirando calor da água durante a solidificação. Neste caso uma extensão do modelo numérico para bi-dimensional seria importante.

- A desconsideração da transferencia de calor por convecção natural na região líquida do "PCM" no modelo analisado e para distancia entre placas frias menores a 12 cm aproximadamente mostra-se justificado pela boa concordância dos resultados obtidos, e também pela analise com o critério de Raylegh estudado.

- Os resultados do programa numérico para a condição de temperatura de parede constante divergem claramente dos resultados experimentais, especialmente para distancias de placas menores e no inicio da solidificação, sendo necessária a obtenção da distribuição de temperatura na placa em função do tempo para utilizá-la como condição de fronteira no programa.

- Para casos de avaliação de um banco de gelo é possível obter a distribuição de temperatura na placa. No entanto para o projeto deste equipamento poderia se realizar diferentes experiências com equipamentos similares e obter uma tabela com diferentes faixas de trabalho e as características mais importantes para depois utiliza-la como parâmetros indicativos no projeto.

- Os resultados apresentados tem um baixo custo computacional o que permitiu obter resultados para condições extremas, como temperaturas de parede próximas à da fusão e distancia entre placas grandes grande.

- Na análise inicial da solidificação, as diferentes experiências mostraram para o caso da curva de velocidade da frente de solidificação uma dispersão dos resultados experimentais. Isto pode-se justificar pela falta de um equipamento mais preciso para a medição da posição da frente de solidificação.

- As curvas de efetividade mostram uma eficiência baixa para a bancada experimental e isto pode ser explicado pelos seguintes aspectos:

  a) a serpentina tem uma área de contato pequena com a placa, por tanto uma área de transferencia de calor baixa.

  b) a falta de isolamento da serpentina da placa fria em contato com o ambiente na parte inferior da célula experimental permitiu uma queda de temperatura no fluido de trabalho, diminuindo assim sua eficiência.

- A influencia de alguns parâmetros no tempo total de solidificação poder ser classificada em ordem decrescente como:

  a) a distancia entre placas tem a maior influencia no tempo total de solidificação.

  b) a temperatura da parede também tem importante influencia.

  c) a temperatura inicial do líquido tem pouca influencia no tempo de solidificação.

Referências Bibliográficas

AZIZ, A., NA, T. Y. *Perturbations Method in Heat Transfer*. Washington USA: Hemisphere Publishing Corporation. 1984, 280 p.

BART, G. C. J., HOOGENDOORN, C. J. A model the heat and the phase front position in solification with boundary condition of the third kind. *Int J. Heat mass Tranfer*, vol. 35, n. 2, p. 375-382, 1992.

BECKMANN, G., GILLI, P. V. *Thermal energy storage*.2.ed. USA: Springer Verlag Wien N. Y., 1982, 530 p.

BEJAN, A., VARGAS J. V. C. Fundamentals of ice making by convection cooling followed by contact melting. *Int J. Heat mass Tranfer*, vol. 38, n. 15, p. 2833-2841, 1995.

BERGLUND, L. G. Confort benefits for summer air conditionting with ice storage. *Ashrae Transactions*, v. 1, p. 843-847, 1994.

BOGER, D. V., WESTWATER, J.W. Effect of buoyancy on the Melting and Frezing Process. *Journal of Heat Tranfer*, p. 81-89, February 1967.

BRADY, T. W. Achieving energy conservation with ice-baced thermal storage. *Ashrae Transactions*, v. 100, n 1, p. 1735-1745, 1994.

CAREY, W., MITCHELL, J., BECKMAN, W. Control of ice storage system. *Ashrae Journal*, p. 6-12, May. 1995.

CARNAHAN, B., LUTHER, H., WILKES., J. *Applied Numerical Methods*. Michigan USA: Jhon Wiley & Sons N.Y, 1969, 604 p.

CHEN, S. L., YUE, J.S. Water Thermal Storange With Solidification. *Heat Recovery Systems & CHP*, vol.11, n. 1, p.79-90, 1991.

CHO, S. H., SUNDERLAND, J. E. Phase change problems whith temperature dependent thermal conductivity. *Transactions of the ASME J. of heat transfer*, p. 214-217, May 1974.

CHO, S. H., SUNDERLAND, J. E. Heat conduction problems with melting or feezing. *Transactions of the ASME J. of heat transfer*, p. 421-426, Aug. 1969.

MELO, C. A. *Fusão dominada por convecção de um material de mudança de fase numa cavidade vertical anular.* Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1992. 85 p. Tese (Doutorado)

ECO, UMBERTO. *Como se faz uma tese* , São Paulo: Ed. Perspectiva, 1985, 180 p.

FAGRI, A., CHANG, Y. Semi-analytical solution of thermal energy storage systems with conjugate laminar forced convection. *Int J. Mass Tranfer*, vol. 39, n 4,p. 717-724, 1996.

FORTES, R. *Estudo teórico experimental de solidificação e fusão cilíndrica externa em armazenadores térmicos.* Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade de Campinas, 1981, 89 p. Tese (Mestrado).

FRANÇA, J. L. et al. *Manual para normalização de publicações técnico cientificas.* 2 ed. Belo Horizonte: Editora UFMG. 1993, 196 p .

FUKUSAKO, S., YAMADA, M. Recent advances in research on water-freezing and ice-melting problemas. *Experimental Thermal and Fluid Science*, v. 6, p. 90-105, 1993.

GONÇALVES, M. M.. *Armazenadores de Calor Latente de Multitubos Dentro de uma Carcaça.* Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1991. 99 p. Tese (Mestrado)

GOODMAN, T. R. The heat balance integral and its application to problems involving a change of phase. *Transactions of de ASME*, p. 335-342. Feb. 1958.

GRUMMAN, D. L. et al. Thermal storage control. *Ashrae journal*, 30(5),p. 27. May. 1988.

HEITZ, W. L., WESTWATER, J. W. Extension of the Numerical Method for Melting and Freezing Problems. *Int J. Mass Tranfer*, vol. 13, p. 1371-1375, January 1970.

JEKEL, T. B., MITCHELL, J.W., KLEIN, S.A. Modeling of Ice Storange Tanks. *ASHRAE Transactions : Symposia*, vol. 99, n. 1, 1993.

KENDALL, A. NADIS, B. *Energy Strategies*. Cambridge Massachusetts USA: Ballinger Publishing Company, 1980, 320 p.

LAKATOS, E. M. *Fundamentos de Metodologia Cientifica*. São Paulo: Atlas 238, 1984, 95 p.

LANE, G. A. *Solar Heat Storage: Latent Heat Material Vol 1*. CRC Press, Inc., 1983, Cap.5: Phase Change Heat Transfer, p. 153-222.

LANDAU, H. G., Heat conduction in melting solid. *Quarterly Appl. Math. J.*, 8, p.81, 1949.

LONDON, A. L., SEBAN, R. A. Rate of Ice Formation. *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs*, 65, p.771-778, 1943.

LUNARDINI, V. J. *Heat Tranfer with Freezing and Thawing*. Hanover N.H. Netherlands: Elsevier Science P. C. Inc., 1991, 437 p.

MEKLER, G. Cold air distribution options with ice storage. *Ashrae Transactions*, p. 1194-1205, 1989.

MURRAY, W. D., LANDIS, F. Numerical and machine solutions of transient heat conduction problems involving melting or freezing. *Transsactions of the ASME J. of Heat Transfer*, p 106-112, May. 1959.

NEBRA, S. A. *Estudo da Resposta Dinâmica do Processo de Fusão-Solidificação em Armazenadores de Calor Latente*. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1980. 95 p. Tese (Mestrado)

OZISIK, M. NECATI. *Heat conduction* . USA: John Wiley and Sons, 1980, 540 p.

PEEBLES, R. W., et al. Analysis of milking center energy use. *Applied Engineering Agriculture*. 10(6), p. 831-839, *Nov.* 1994.

PIMENTEL, J. R. *Contribuição ao Estudo da Mudança de Fase em Meios Porosos Planos Saturados com líquido.* Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1995. 129 p. Tese (Doutorado)

PRUD'HOMME, M., et al. A Heat tranfer analysis for solification of slabs, cylinders and spheres. *Journal of Heat Transfer*, vol. 111, p. 699-705, Aug. 1989.

SHAMSUNDAR, N., SPARROW, E. M. Storage of Thermal Energy by solid-liquid phase change. Temperature drop and heat flux. *Journal of Heat Tranfer*, p. 541-543, Nov. 1974.

SILVER, S. C. et al. CBS/ICE: A Computer program for simulation of ice storage systems. *Asharae Transactions*. 95(1), p. 1206-1213, 1989.

SILVER, S. C. et al. Component Models for computer simulation of ice storage systems. *Asharae Transactions* . 95(1), p. 1214-1226, 1989 a.

SIVERLING, et al. Ice Storage system assure data center cooling. *Heating piping & air conditioning*, v.67, n. 4, p. 35-39, Apr. 1995

SOMASUNDARAM, et al. Integrating thermal energy storage in power plants. *Mechanical Engineering*. V. 115, n. 9, p. 84-90, 1993

SPARROW, E. M., CHUCK, W. An implicit/Explicit numerical solution scheme for phase change problems. *Numerical Heat Tranfer*, vol. 7, p. 1-15 ,1984

SPARROW, E. M., CHUCK, W. Planar or radial freezing whith solid-solid transitions and convective heating at the solid-liquid interface. *Num. Heat Tranfer*, vol. 7, p. 18-38, 1984.

SPETHMANN, D. H. Optimal control for cool storage. *Ashrae Transactions*, 95(1), p. 1189-1193, 1989.

SPETHMANN, D. H. Application considerations in optimal control of cool storage. *Ashrae Transactions*, 99 (1), p. 1009-1015, 1993.

TAO, L. C. Gerenalized numerical solutions of frezing a saturated liquid in cylinders and spheres. *A.I.Ch.E. Journal*, vol. 13, n. 1, pp. 165-169, January 1967.

VIEIRA, S. *Como Escrever uma Tese*. São Paulo: Livraria Pioneira Editora, 1991, 82 p.

YAO, L. S., PRUSA, J. Melting and Freezing. *Advances in Heat Transfer*, v. 19, p. 1-95, 1989.

ZONGQIN, Z., BEJAN, A. Solification in the presence of high Rayleigh number convection in an enclosure cooled from the side. *Int J. Heat Mass Transfer*, 33(4), p. 661 - 671, 1990.

ZUBAIR, S. M., CHAUDHRY, M. A. Exact solutions of solid-liquid phase-change heattranfer when subjected to convective boundary conditions. *Wärme und Stoffübertragung*. 30, p. 77-81, 1994