

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL
DA TESE DEFENDIDA POR M^{te} del ROSARIO
B. TRULLÉNQUE E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 21/12/92.


ORIENTADOR

Análise Térmica Paramétrica de Dispositivo Aletado
de Geometria Retangular Contendo Material De
Mudança De Fase

49/92

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TÉRMICA E DE FLUIDOS

Tese de Doutorado

Análise Térmica Paramétrica de Dispositivo Aletado
de Geometria Retangular Contendo Material De
Mudança De Fase

Autora: Maria del Rosário Bianchi Trullenque *af 26A*

Orientador: Prof. Dr. Kamal A. R. Ismail *X*

Aprovado por:

Prof. Dr. Kamal A. R. Ismail, presidente

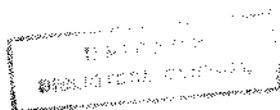
Prof. Dr. Carlos A. C. Altemani

Prof. Dr. Carlos A. Gasparetto

Prof. Dr. Leonardo Goldstein Jr.

Prof. Dr. Pio Lobo

Campinas, dezembro de 1992.



Conteúdo

Nomenclatura	xi
1 Introdução	1
2 Generalidades sobre Mudança de Fase	4
2.1 Tipos de Mudança de Fase	4
2.2 Critérios para Seleção de Materiais de Mudança de Fase	5
2.3 Exigências do Encapsulamento	8
2.4 Métodos de Solução	12
2.4.1 Métodos Analíticos	13
2.4.2 Métodos Semi-Analíticos	15
2.4.2.1 Método Integral	15
2.4.2.2 Método de Fonte de Calor Móvel	16
2.4.2.3 Método de Perturbação	16
2.4.3 Métodos Numéricos	16
2.4.3.1 Soluções Numéricas Fortes	17
2.4.3.2 Soluções Numéricas Fracas	17
3 Modelo Físico	22
3.1 Geometria	22
4 Formulação Matemática	25
4.1 Método Entálpico	25
4.2 Adimensionalização	27
4.3 Discretização e Resolução das Equações Algébricas	28
4.4 Tratamento do Termo Fonte	30
4.5 Balanço de Energia - Precisão do Método	31

5	Apresentação e Discussão dos Resultados	38
5.1	Meia Célula Padrão	38
5.2	Parâmetros	39
5.3	Influência da Intensidade do Fluxo de Calor Aplicado na Base.	41
5.4	Influência da Largura da Meia-Célula.	44
5.5	Influência da Altura da Aleta.	47
5.6	Influência da Espessura da Aleta	52
5.7	Influência da espessura da base	55
5.8	Influência do coeficiente de Película.	58
5.9	Influência do Período de Fluxo Variável.	62
6	Efetividade - NTU	66
6.1	Descrição do Método	66
6.2	Metodologia de Cálculo de Projeto	69
6.2.1	Cálculo da Descarregamento de um Dispositivo.	69
6.2.2	Carregamento e Descarregamento Simultâneo	71
7	Conclusões	89
	Referências	90

Lista de Figuras

2.1	Variação da posição da interface sólido-líquido com o tempo na fusão do ácido esteárico aquecido por cima e por baixo, de Hale e Viskanta,[9].	21
3.1	Modelo físico.	22
3.2	Metade de uma célula.	23
4.1	Malha.	32
4.2	Verificação do número de pontos da malha, dispositivo isolado. N fixo, variação de M.	34
4.3	Verificação do número de pontos da malha, dispositivo isolado. M fixo, variação de N.	34
4.4	Verificação do número de pontos da malha, dispositivo em convecção. N fixo, variação de M.	35
4.5	Verificação do número de pontos da malha, dispositivo em convecção. M fixo, variação de N.	35
4.6	Comparação do método utilizado com o método de Humphries da ref[1].	36
4.7	Fração de fundido em função do tempo para cavidade vertical, comparado com valores experimentais de [5].	37
5.1	Tempo para completar a fusão em função do fluxo de calor.	41
5.2	Temperatura na base ao final da fusão em função do fluxo de calor.	42
5.3	Razão do calor latente pelo calor fornecido, em função do fluxo de calor.	43
5.4	Tempo para completar a fusão em função da largura da meia célula.	44
5.5	Temperatura na base ao final da fusão em função da largura da meia célula.	45
5.6	Razão do calor latente pelo calor fornecido, em função da largura da meia célula.	46
5.7	Tempo para completar a fusão em função da altura da aleta.	47

5.8	Temperatura na base ao final da fusão em função da altura da aleta.	48
5.9	Razão do calor latente pelo calor fornecido, em função da altura da aleta. . .	49
5.10	Perfil de temperatura, dispositivo padrão.	50
5.11	Perfil de temperatura, dispositivo sem aletas.	51
5.12	Tempo para completar a fusão em função da espessura da aleta.	52
5.13	Temperatura na base ao final da fusão em função da espessura da aleta. . . .	53
5.14	Razão do calor latente pelo calor fornecido, em função da espessura da aleta.	54
5.15	Tempo para completar a fusão em função da espessura da base.	55
5.16	Temperatura na base ao final da fusão em função da espessura da base. . . .	56
5.17	Razão do calor latente pelo calor fornecido, em função da espessura da base.	57
5.18	Tempo para completar a fusão em função do coeficiente de película.	59
5.19	Temperatura na base ao final da fusão em função do coeficiente de película. .	60
5.20	Razão do calor latente pelo calor fornecido, em função do coeficiente de película.	61
5.21	Tempo para completar a fusão em função do período do fluxo de calor variável.	63
5.22	Temperatura na base de dispositivo sujeito a fluxo variável em função do período.	64
5.23	Razão do calor latente pelo calor fornecido, em função do período.	65
6.1	Geometria tridimensional do dispositivo e corte lateral.	73
6.2	Fração de sólido na entrada, FS_0 , em função de τ , tempo adimensional, para $Bi=5$ e $Ste=0,1$; $Ste=0,2$; $Ste=0,3$	74
6.3	Efetividade em função do NTU, $Bi=5$, $Ste=0,1$	75
6.4	Efetividade em função do NTU, $Bi=5$, $Ste=0,2$	76
6.5	Efetividade em função do NTU, $Bi=5$, $Ste=0,3$	77
6.6	Fração total de sólido, FS_T em função do fluxo mássico, $Bi=5$	78
6.7	Fração de sólido na entrada, FS_0 , em função de τ , tempo adimensional, para $Bi=10$ e $Ste=0,1$; $Ste=0,2$; $Ste=0,3$	79
6.8	Efetividade em função do NTU, $Bi=10$, $Ste=0,1$	80
6.9	Efetividade em função do NTU, $Bi=10$, $Ste=0,2$	81
6.10	Efetividade em função do NTU, $Bi=10$, $Ste=0,3$	82
6.11	Fração total de sólido, FS_T em função do fluxo mássico, $Bi=10$	83
6.12	Fração de sólido na entrada, FS_0 , em função de τ , tempo adimensional, para $Bi=100$ e $Ste=0,1$; $Ste=0,2$; $Ste=0,3$	84
6.13	Efetividade em função do NTU, $Bi=100$, $Ste=0,1$	85
6.14	Efetividade em função do NTU, $Bi=100$, $Ste=0,2$	86

6.15	Efetividade em função do NTU, $Bi=100$, $Ste=0,3$	87
6.16	Fração total de sólido, FS_T em função do fluxo mássico, $Bi=100$	88

Lista de Tabelas

2.1	Características do material de mudança de fase.	6
2.2	Exigências para encapsulamento de MMF.	8
3.1	Propriedades termo-físicas do alumínio.	24
3.2	Propriedades termo-físicas do Polietileno Glicol 600.	24

Este trabalho é dedicado a Carlos,
Ana Paula e João Carlos.

Agradecimentos

Agradeço a meu orientador Prof. Dr. Kamal A.R. Ismail por sua orientação e incentivo.

Agradeço aos colegas do DETF, em especial a Rubens Stuginski Jr. por sua colaboração nos computadores.

Agradeço aos funcionários do DETF, em especial a Wilton Furquim.

Resumo

Neste trabalho é realizado um estudo numérico bidimensional para a fusão (solidificação) de um material de mudança de fase, contido num dispositivo metálico aletado de geometria retangular.

Uma geometria padrão é escolhida, a partir da qual os parâmetros geométricos do dispositivo, tais como a largura do mesmo, comprimento da aleta, espessura da aleta, espessura da capa e da base são investigados.

São também analisados a influência de parâmetros operacionais tais como, intensidade do fluxo de calor aplicado, período do fluxo de calor, coeficiente de película e temperatura do fluido refrigerante. Os resultados obtidos são apresentados normalizados em relação aos resultados obtidos para a geometria padrão.

A partir do dispositivo padrão é proposto um método para o cálculo da efetividade com o número de unidades de transferência e uma metodologia para cálculos de projetos.

Abstract

A two-dimensional numerical model is used for the problem of fusion (solidification) of phase change material contained in a metallic rectangular device.

A standard configuration is chosen for which geometric parameters such as width, fin height, fin width, base and top width are investigated.

Operational parameters such as heat flux magnitude, heat flux period, convective heat transfer coefficient and temperature of a heat transfer fluid are also analysed.

Results are presented normalized to the results obtained with the standard configuration.

A numerical method is also developed for the evaluation of the effectiveness versus NTU charts.

Nomenclatura

Letras Latinas

A_c	Área da seção transversal, duto.
Bi	Número de Biot, $h_c s_e / k_s$.
c	Calor específico.
C	Capacidade térmica.
C_r	Relação calor latente por calor fornecido.
D_h	Diâmetro hidráulico, duto.
e	Espessura.
E	Efetividade.
FS_0	Fração de sólido em $z = 0$.
FS_T	Fração total de sólido.
H	Entalpia.
h	Coefficiente de película.
k	Condutividade térmica.
\dot{m}	Fluxo mássico.
l	Largura do dispositivo.
L	Calor latente de mudança de fase.
P	Período.
P_m	Perímetro molhado, duto.
Q_b	Fluxo de calor.
Re	Número de Reynolds.
s_a	Altura da aleta.
s_i	Altura interna do dispositivo.
s_e	Altura externa do dispositivo.
$s(t)$	Posição da interface sólido - líquido.
S	Termo fonte de calor latente.
Ste	Número de Stefan, $(c_s/L)(T_f - T_A)$.
t	Tempo dimensional.
T	Temperatura dimensional.
T_0	Temperatura ambiente.
T_f	Temperatura de fusão.
u_m	Velocidade média do escoamento.
v_x	Velocidade da interface na direção x.
x, y	Coordenadas cartesianas

Letras Gregas

α	Difusividade térmica.
ϵ	Metade da faixa de temperatura em que ocorre a mudança de fase.
ρ	Massa específica.
τ	Tempo adimensional.
θ	Temperatura adimensional.

Sobrescritos

*	Valor normalizado em relação ao padrão.
—	Variável adimensional.
<i>E</i>	Este.
<i>N</i>	Norte.
<i>O</i>	Oeste.
<i>P</i>	Ponto considerado.
<i>S</i>	Sul.

Subscritos

<i>a</i>	Aleta.
<i>b</i>	Base.
<i>c</i>	Capa.
<i>l</i>	Fase líquida.
<i>s</i>	Fase sólida.
<i>ref</i>	Referência.

Capítulo 1

Introdução

Os dispositivos de controle térmico com material de mudança de fase tem recebido muito interesse nos últimos anos, devido a sua aplicação imediata em sistemas de armazenamento térmico, em resfriamento de equipamentos eletrônicos e em conforto térmico passivo. Frequentemente na literatura há referências a dispositivos desse tipo por diferentes nomes, como *capacitor térmico; dispositivo de mudança de fase; dispositivo de calor latente; dispositivo de massa fundente, etc.* Porém, todos esses termos se referem a um componente que é usado tanto para controlar termicamente um meio, como para armazenar energia utilizando um material que muda de fase a temperatura constante.

Na antiguidade o gelo, como material de mudança de fase, era utilizado para armazenar frio. Os povos antigos juntavam neve e blocos de gelo nos meses de inverno e os armazenavam em cavernas naturais ou artificiais isolando-os com serragem de madeira, para uso posterior nos meses quentes do verão. Existem afrescos mostrando escravos com leques para circular o ar em torno de grandes blocos de gelo, com isto resfriando o ambiente. Também o gelo era amplamente utilizado na alimentação, no preparo de bebidas e alimentos refrescantes [20].

Mais recentemente *acumuladores de frio* ou *placas resfriadoras*, recipientes de placas metálicas preenchidas com misturas de sais congelados de baixo ponto de fusão têm sido usados em caminhões para transporte de produtos alimentícios perecíveis.

Por mais de um século os MMF, Materiais de Mudança de Fase, têm sido tentados periodicamente em várias aplicações de aquecimento tais como, *garrafas e placas quentes* para aplicação direta no aquecimento do corpo humano [13].

Com o advento da era espacial, na década de 60, a NASA financia inúmeros projetos de pesquisa para o desenvolvimento de dispositivos de controle térmico com MMF. As aplicações se destinam ao controle térmico de sistemas eletrônicos, moduladores de temperatura de

espaçonaves e armazenadores térmicos para sistemas solares de potência elétrica, resultando na utilização pelo Veículo Lunar, da Apollo 15 de três sistemas de MMF na unidade de processamento de sinais. O calor gerado durante o uso do mesmo era armazenado em parafina. Entre as viagens, sistemas isolantes móveis permitiam que o calor fosse dissipado por radiação.

Já o Skylab SL-1 utilizava um sistema de MMF para a estabilização da temperatura dos reservatórios de dejetos humanos durante a transferência da estação de trabalho orbital ao módulo de comando para a volta à Terra. O Skylab também possuía um sistema de MMF para ajustar a temperatura do sistema radiador, prevenindo variações excessivas na temperatura do sistema.

Recentemente [26] tem sido proposta a utilização de material de mudança de fase sólido-sólido como dispositivo de proteção contra o superaquecimento das baterias de Li-BCX utilizadas para suprir de eletricidade os trajes de astronautas recebendo bastante ênfase o desenvolvimento de novos materiais.

Apesar de todas essas aplicações, o problema de dispositivos com material de mudança de fase ainda recebe muito interesse pois o efeito da geometria da cápsula e as condições de contorno na transferência de calor ainda não são bem entendidos.

Os trabalhos [9, 10, 5] concluem que efeitos convectivos podem ter uma influência de primeira ordem na aceleração da transferência de calor e na determinação da interface sólido-líquido dependendo da orientação da taxa de calor aplicada ou do calor retirado. Os materiais de mudança de fase têm relativamente baixa condução térmica. No resfriamento, ou descarga do sistema, o material de mudança de fase solidifica na superfície de transferência de calor, podendo reduzir a convecção natural diminuindo portanto, a transferência de calor do sistema.

Este inconveniente pode ser superado aumentando a área efetiva de troca de calor, pela introdução de aletas metálicas. Dependendo da orientação do fluxo de calor, as aletas podem reduzir a convecção natural mas o aumento de condutividade que elas produzem mais do que compensa o decréscimo da transferência de calor devido à convecção. O uso de aletas foi inicialmente sugerido por Abhat [3] e depois estudadas por Humphries e Grigg [1].

Em 1978, Shamsundar e Svrinivasan [23] apresentam uma análise numérica bidimensional para um trocador de calor casco e tubo com material de mudança de fase enchendo o lado do casco e o fluido de transferência de calor (ftc) escoando nos tubos. A seguir, em 1980 apresenta um método com o qual propõem que os efeitos tridimensionais possam ser considerados efetuando cálculos a partir de resultados bidimensionais anteriormente obtidos [24]

, desde que o número de Stefan permaneça constante durante o processo. O resultado desses cálculos é apresentado na forma de gráficos de efetividade em função do número de unidades de transferência, NTU.

É difícil fazer generalizações a partir dos resultados experimentais disponíveis na literatura devido às diferentes geometrias usadas, à falta de disponibilidade de algumas propriedades termofísicas e ao fato de que os dados reportados não serem, frequentemente, apresentados de forma adimensional.

A finalidade deste trabalho é desenvolver um método simplificado bidimensional para modelar a mudança de fase de um dispositivo de mudança de fase aletado, de geometria retangular onde são consideradas diferentes alturas de aleta, diferentes espessuras de aleta e diferentes condições de contorno, tais como, taxa de calor constante, taxa de calor variável, temperatura prefixada além de permitir, na outra face, condição de isolamento térmico ou perda de calor por convecção para um fluido refrigerante.

Capítulo 2

Generalidades sobre Mudança de Fase

2.1 Tipos de Mudança de Fase

Os tipos de mudança de fase que ocorrem a temperatura constante, com absorção ou liberação de calor são aquelas chamadas *Mudanças Termodinâmicas de Primeira Espécie* [15]. Estas incluem:

- Transformações sólido-sólido; e.g. diaminopentaeritrol se transforma a 68°C com a absorção de 184 kJ/kg .
- Transformações sólido-líquido, (fusão-solidificação); e.g. o gelo funde a 0°C com absorção de 334 kJ/kg .
- Transformações líquido-gás, (vaporização); e.g. a água vaporiza a 100°C com a absorção de 2260 kJ/kg .
- Transformações sólido-gás, (sublimação); e.g. iodo sólido sublima à temperatura ambiente, sob pressão de 41 Pa ($0,31\text{mmHg}$), absorvendo 245 kJ/kg .

As transformações líquido-gás e sólido-gás tem uma grande mudança de volume associada com elas, o que requer encapsulamento especial.

As transformações sólido-líquido são da maior importância pois grande quantidade de materiais passam por este tipo de transformação em faixas apropriadas de temperatura,

sem exibir mudanças significativas no volume enquanto absorvem ou liberam quantidades relativamente grandes de energia.

As transformações sólido-sólido têm recebido pouco interesse, pois apresentam em geral condutividade térmica baixa, porém recentemente estão sendo desenvolvidos novos materiais para esta aplicação [26].

2.2 Critérios para Seleção de Materiais de Mudança de Fase

Embora exista um número incalculável de compostos químicos e misturas que podem ser considerados como materiais de mudança de fase, a maioria deles pode ser rejeitado por considerações econômicas, de segurança ou por suas propriedades físicas, químicas e térmicas. Vários pesquisadores têm investigado os critérios de seleção que devem ser seguidos para uma determinada aplicação [15, 13].

Os critérios residem em 4 categorias:

- **Propriedades Termo-Físicas**

Temperatura de mudança de fase adequada.

As aplicações se estendem em quase todas as regiões de temperatura. Porém ao se escolher um MMF para uma aplicação em particular, é essencial ajustar a temperatura da mudança de fase com a temperatura de operação do sistema projetado.

O material deve apresentar calor de mudança de fase elevado.

Quanto maior o calor latente, menos material é requerido para uma determinada quantidade de energia.

O material deve ter ponto de fusão congruente.

O material deve fundir completamente de modo que as fases líquida e sólida sejam idênticas em composição. De outra forma as diferenças em densidade entre o sólido e o líquido causam segregações resultando em mudanças na composição química do material. Por exemplo, um dos primeiros materiais considerados, Sulfato de Sódio Decahidratado (Sal de Glauber), $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$, com ponto de

Tabela 2.1: Características do material de mudança de fase.

<ul style="list-style-type: none"> • Calor latente de fusão elevado • Ponto (ou faixa) de fusão apropriado • Condutividade térmica alta • Calor específico elevado • Densidade alta • Baixo coeficiente de expansão volumétrico • Comportamento reversível na fusão/solidificação • Ponto de ignição elevado • Atóxico • Não corrosivo • Tensão superficial baixa
<p>Economicamente:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Baixo custo • Disponibilidade

fusão de 32,4°C e calor latente de 250 kJ/kg funde incongruentemente isto é, ao fundir forma uma solução aquosa saturada e uma fase sólida de Sulfato de Sódio anidro. Esta parte sólida se assenta, resultando numa conversão incompleta. Na situação limite, o material resultante passa a fundir a 12°C e o calor latente passa a 85 kJ/kg.

Pressão de vapor.

Quanto maior a pressão do vapor, maiores as exigências impostas ao encapsulamento, portanto é recomendável que a pressão de vapor seja baixa.

Variação volumétrica.

O encapsulamento deve ser resistente às forças de expansão e contração geradas durante a mudança de fase, portanto substâncias com variações pequenas no volume são recomendadas.

Densidade.

Uma densidade alta é importante pois uma quantidade maior de calor pode ser

armazenada num determinado volume.

- **Propriedades Cinéticas**

Super-resfriamento.

O material não deve super-resfriar. Ao resfriar, o material enquanto na fase líquida deve solidificar no ponto de fusão termodinâmico. De outra forma o líquido irá superesfriar, não liberando a energia armazenada.

- **Propriedade Químicas**

Estabilidade.

As aplicações requerem materiais de armazenagem de energia térmica de longo alcance. A vida útil prevista é da ordem de 20 anos. Assim, o critério de estabilidade é crítico, especialmente a altas temperaturas no estado líquido pois a difusão de átomos é aumentada e as taxas de reações químicas geralmente aumentam sob essas condições.

Compatibilidade.

Os materiais não devem interagir com a cápsula. Há uma faixa suficientemente ampla de materiais de cápsula no mercado atualmente incluindo não-metais; ligas de alumínio; ligas ferrosas, de modo que este ponto não constitua uma séria limitação.

Toxicidade.

Devido à possibilidade de vazamento acidental, é preferível escolher material não inflamável e não tóxico.

- **Critério Econômico**

O material deve ser barato e existir em disponibilidade. Este item não é muito bem definido. O custo de um material que atualmente é disponível pode ser muito mais elevado que o custo do mesmo material se uma demanda suficientemente grande for gerada para tal material.

2.3 Exigências do Encapsulamento

Da mesma forma como as aplicações dos MMF são diversas, as opções para o encapsulamento são muito variadas. Os tipos de sistemas que têm sido estudados e testados incluem armazenamento em bruto em tanques, macro-encapsulamento em metais, plásticos, películas e outros materiais e micro-encapsulamento [16]. Todos esses são conceitos viáveis, a melhor escolha dependendo da aplicação, disponibilidade de um MMF adequado, do método e requerimentos para a transferência de calor, do custo e de numerosos outros fatores.

As exigências para um encapsulamento de MMF são severas e variadas, sendo as mais importantes apresentadas na tabela (2.2).

Tabela 2.2: Exigências para encapsulamento de MMF.

Propriedades Físicas do Encapsulante

Resistência
Flexibilidade
Estabilidade Térmica
Barreira à umidade, ar, etc.
Estável à Radiação Ultravioleta
Estável às condições ambientais
Capaz de uso seguro
Transferência de Calor

Compatibilidade do Par MMF-Encapsulante

Não corrosivo
Não migração do MMF ao encapsulante
Não reação entre MMF e encapsulante

O material da cápsula deve ser quimicamente compatível com o MMF. Deve ser capaz de transferir calor rapidamente na carga e descarga do sistema. Deve ser estável às temperaturas extremas que podem ocorrer no uso. Deve ser capaz de sobreviver às tensões resultantes

da mudança de volume que acompanham a mudança de fase. Além dessas propriedades, o encapsulamento deve tratar com as tensões comuns a todos os recipientes no que diz respeito a estabilidade ambiental, de transporte e manuseio. Uma dificuldade importante com os recipientes de MMF é não tanto o tipo de tensão como a duração das mesmas, pois o MMF deve permanecer contido durante todo o tempo de vida do sistema, que pode ser de 20 anos.

- **Compatibilidade e Estabilidade**

Provavelmente o aspecto mais crítico de um sistema de encapsulamento de MMF é a questão da compatibilidade do MMF com o recipiente. Se o MMF corroer o material do recipiente, enfraquecendo ou perfurando o mesmo, o sistema não sobreviverá o tempo de vida requerido. Os tipos mais comuns de materiais de encapsulamento são plásticos e metais. Outros tipos de materiais têm sido testados, tal como concreto e vidro [13].

1. Corrosão do Metal

Os metais têm sido sugerido como recipientes, especialmente para os MMF de ponto de fusão elevado. A principal preocupação com recipientes metálicos é a possibilidade de corrosão, tanto da superfície interna, em contato com o MMF, como da superfície externa. A superfície externa do MMF é relativamente simples se comparada com as aplicações de recipientes metálicos típicos. O ambiente ao qual a parte externa de um recipiente de MMF será exposto é similar ao de outros sistemas convencionais de aquecimento e resfriamento. Porém o impacto de uma falha pode ser significativamente diferente. O vazamento de MMF pode causar preocupações de segurança, como por exemplo o fogo em potencial com um MMF orgânico inflamável, ou contaminação ambiental.

A superfície interna, em contato com o MMF, constitui um ambiente único. Os MMF de sais inorgânicos hidratados tendem a acelerar a corrosão oxidante. Já os MMF orgânicos geralmente são considerados como tendo menor potencial para corrosão.

Enquanto se pode fazer algumas generalizações sobre pares específicos de MMF-encapsulamento a única maneira de garantir a segurança de um sistema é testar o par específico sob condições típicas das aplicações pretendidas. Vários estudos têm sido realizados sobre a corrosão de pares MMF-encapsulamento metálico [13].

2. Degradação do Plástico

Os plásticos, ao contrário dos metais, não estão sujeitos a corrosão, mas sim a outros efeitos de degradação. Um tipo de degradação resulta da dissolução do MMF na matriz do plástico que o contém, atuando como um plasticida, provocando amolecimento e inchaço no mesmo. O efeito inicial é a difusão do MMF pelas paredes do recipiente provocando a perda da resistência do mesmo, levando a um eventual colapso.

A outra preocupação principal é o enfraquecimento do plástico geralmente causado pela oxidação do mesmo, tanto pelo oxigênio da atmosfera como por agentes oxidantes do próprio MMF. O enfraquecimento reduz a flexibilidade do plástico. A expansão e contração do MMF provoca flexões no encapsulamento que podem provocar seu colapso.

• Propriedades Físicas do Encapsulante

As propriedades básicas de um material que o tornam apropriado para encapsular um MMF incluem resistência mecânica, flexibilidade, suportar temperatura elevada, propriedades de barreira e estabilidade à radiação ultravioleta. Destas, as mais críticas são a flexibilidade e as propriedades de barreira, frequentemente desprezadas nos projetos de encapsulamento de MMF.

1. Resistência do Encapsulamento

Um encapsulamento apropriado para MMF deve ter a resistência necessária para manter sua forma e integridade aceitável durante o transporte e vida potencial. Esta exigência não é muito diferente daquelas de encapsulamentos convencionais, porém deve se ter considerações especiais no sentido de manter sua forma mesmo com a variação da temperatura imposta, para não provocar reduções na transferência de calor e na capacidade térmica.

2. Flexibilidade

Quase todos os MMF sofrem uma mudança significativa no volume e densidade durante a mudança de fase. Com isto, o encapsulamento está sujeito a variações cíclicas na pressão interna. O material encapsulante deve ter a capacidade de suportar os repetidos ciclos de pressão durante toda a vida do sistema. Falhas, na forma de fadiga ou tensões excessivas, destruirão os selos do encapsulamento podendo resultar em vazamentos do MMF.

3. Resistência à Temperatura

Os sistemas de encapsulamento de MMF devem ser capazes de suportar as exposições térmicas associadas com a energia armazenada e sua remoção. A maior preocupação se centraliza nos materiais plásticos e a alta temperatura a que podem ser expostos durante o ciclo de carregamento.

4. Propriedades de Barreira.

O encapsulamento deve constituir uma barreira adequada para a perda de componentes voláteis do MMF ou da contaminação do MMF por difusão de materiais para o encapsulamento. Os sais inorgânicos hidratados e alguns orgânicos solúveis em água, como os etileno glicóis poliméricos, constituem a maior preocupação devido a sua sensibilidade ao teor de umidade. A perda de umidade por esses materiais resulta em espécies indesejáveis pouco hidratadas. Por outro lado, o aumento de umidade formará soluções diluídas ou mais hidratadas, reduzindo a capacidade térmica de armazenamento térmico do MMF na sua temperatura de mudança de fase.

5. Estabilidade à Radiação Ultravioleta.

Nas aplicações solares passivas, uma das mais comuns de MMF, o recipiente deve ser capaz de suportar a exposição de radiação ultravioleta por longos períodos. Nos materiais plásticos a radiação provoca enfraquecimento, o que pode ser especialmente prejudicial em se tratando de sistemas de MMF.

• Transferência de Calor

A transferência de calor é a propriedade chave em qualquer sistema de encapsulamento de MMF, pois o sistema é projetado para funcionar com transferência de energia para dentro e fora do MMF. Assim, o sistema deve ser projetado para fornecer uma transferência de calor adequada. A propriedade significativa de transferência de calor é o coeficiente global de transferência de calor, que inclui a condutividade do encapsulamento, a condutividade através da camada de MMF, o coeficiente de película externo e o coeficiente de película interno. Modificar qualquer componente do sistema, tal como a condutividade do encapsulamento, será significativo somente se afetar o coeficiente global de transferência de calor.

Condutividade do material da cápsula

O peso da condutividade do encapsulamento deve se basear na aplicação em particular e do efeito no coeficiente global de transferência de calor do sistema.

No caso de armazenadores, a baixa condutividade dos plásticos pode não ser uma desvantagem real, dependendo da área superficial, do tipo de aplicação e das condutividades térmicas dos outros componentes envolvidos no processo de troca de calor. Assim, os sistemas com transferência de calor pelo ar, não serão apreciavelmente afetados pela condutividade térmica do material do encapsulamento. Por outro lado, os sistemas com transferência de calor de líquidos serão afetados pela condutividade do material do encapsulamento e, neste caso, os metais têm uma apreciável vantagem.

No caso de aplicações de controle de temperatura de componentes, a condutividade térmica do encapsulamento atua um papel importante, sendo favorecidos materiais com boa condutividade térmica.

Área superficial

Em todas as aplicações a área superficial de troca de calor é significativa sendo considerada de acordo com a aplicação.

Transferência de Calor Radiativo

Nos casos especiais de MMF utilizados no aquecimento solar passivo, os modos normais de carregamento e descarregamento são a absorção direta da radiação solar e a transferência de calor radiativo. Assim, o material encapsulante deve ser escolhido como um bom absorvedor de radiação solar e bom radiador de energia térmica.

2.4 Métodos de Solução

A solução dos problemas de mudança de fase é inerentemente difícil pois a interface entre as fases sólida e líquida se move à medida que o calor latente é absorvido ou liberado na interface; assim, a localização da interface sólido-líquido não é conhecida a priori e deve resultar como parte da solução. Na mudança de fase de substâncias puras como água, a mesma ocorre a uma temperatura discreta e as fases sólida e líquida são separadas por uma interface móvel bem definida. O mesmo não ocorre na mudança de fase de misturas, ligas, várias parafinas e materiais impuros onde a mudança de fase ocorre numa faixa de temperatura, resultando em fases sólida e líquida separadas por uma região móvel pastosa.

2.4.1 Métodos Analíticos

Os primeiros trabalhos analíticos relatados na literatura são de Lamé e Clapeyron [12], de 1831 e de Stefan de 1891 [25], relacionados com a formação de gelo. Embora essas referências sejam os primeiros trabalhos publicados no assunto, a solução exata de um problema mais geral foi discutida por F. Neumann [17] em 1860 mas suas anotações só foram publicadas em 1912. Desde então muitos problemas de mudança de fase têm surgido na literatura, mas as soluções exatas se limitam a um número de situações idealizadas envolvendo regiões infinitas ou semi-infinitas, sujeitas a condições de contorno e inicial simples. De fato, não existe solução analítica exata para um sistema de dimensões finitas quando as duas fases estão presentes, incluindo a geometria plana. A solução rigorosa de um problema de mudança de fase axialmente simétrico é limitado ao caso especial no qual a nova fase é uniforme e se desenvolve para fora do centro de simetria [17].

Em geral, os métodos analíticos e semi-analíticos são propostos para resolver problemas específicos tendo, portanto, uma faixa limitada de aplicabilidade.

Considera-se que a fusão (ou solidificação) ocorre a um ponto ou temperatura de fusão discreto, resultando numa interface bem definida separando as fases sólida e líquida. As relações fundamentais a serem satisfeitas nessa interface devem expressar os fatos de que:

- As temperaturas das fases adjacentes devem ser iguais à temperatura prescrita T_f , que normalmente é a temperatura de fusão (ou solidificação) do material, e
- Deve-se satisfazer um balanço de energia na interface.

Considerando uma situação de fusão unidimensional na direção positiva de x e supondo que as densidades de ambas as fases são iguais, o problema pode ser descrito por um par de equações de condução de calor ; uma para o sólido,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) = \rho c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} \quad 0 \leq x < s(t) \quad (2.1)$$

e outra para o líquido,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} \right) = \rho c_l \frac{\partial T_l}{\partial t} \quad s(t) \leq x \quad (2.2)$$

O requerimento de continuidade de temperatura na interface sólido-líquido $x = s(t)$ é dado por

$$T_s(x, t) = T_l(x, t) = T_f \quad \text{em } x = s(t) \quad (2.3)$$

onde $T_s(x, t)$ e $T_l(x, t)$ são as temperaturas das fases sólida e líquida respectivamente. Um balanço de energia na interface sólido-líquido para o caso de solidificação pode ser enunciado como

$$(q_l - q_s) = \rho L \frac{ds(t)}{dt} \quad \text{em } x = s(t) \quad (2.4)$$

onde q_s e q_l são os fluxos de calor na direção positiva de x nas fases sólida e líquida respectivamente. Quando a transferência de calor em ambas as fases é por condução pura teremos,

$$q_l = -k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} \quad \text{e} \quad q_s = -k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \quad (2.5)$$

Substituindo na equação anterior obtemos a equação para o balanço de energia na interface

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} - k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} = \rho L \frac{ds(t)}{dt} \quad \text{em } x = s(t) \quad (2.6)$$

Nesta equação, observa-se que o termo $ds(t)/dt$ é a velocidade da interface na direção positiva de x . Se denotarmos esta velocidade por v_x teremos,

$$\frac{ds(t)}{dt} = v_x \quad (2.7)$$

Então a equação 2.4 pode ser escrita como,

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} - k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} = \rho L v_x \quad \text{em } x = s(t) \quad (2.8)$$

Se a transferência de calor no lado líquido for controlada por convecção, caracterizada por um coeficiente de calor convectivo h em vez de condução pura como no caso acima, a equação deve ser modificada substituindo-se o termo de fluxo condutivo, para a fase líquida pelo termo de fluxo convectivo,

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} - h(T_\infty - T_f) = \rho L \frac{ds(t)}{dt} \quad \text{em } x = s(t) \quad (2.9)$$

de onde h é o coeficiente de calor convectivo para o lado líquido, T_∞ é a temperatura de mistura da fase líquida e T_f a temperatura de fusão na interface.

A resolução exata de problemas de mudança de fase é limitada a algumas situações idealizadas tais como:

- Solidificação de um líquido superesfriado num meio- espaço.

- Fusão num meio-espaço.
- Solidificação num meio-espaço.
- Solidificação por um sorvedouro de calor linear num meio infinito com geometria cilíndrica.

2.4.2 Métodos Semi-Analíticos

Quando não existem soluções exatas podem-se usar métodos aproximados semi-analíticos além de métodos numéricos para resolver problemas de mudança de fase. Entre os métodos semi-analíticos podemos citar:

2.4.2.1 Método Integral

Este método foi inicialmente aplicado por Goodman e Shea [8] na solução de problemas de fusão transiente unidimensional e subseqüentemente por vários investigadores para resolver vários tipos de problemas de mudança de fase unidimensional pois permite um acesso bastante simples e direto para uma análise aproximada de problemas de mudança de fase transiente.

Neste método o primeiro passo é definir uma espessura de camada térmica além da qual o gradiente de temperatura é considerada zero. A equação de condução de calor é integrada nessa região com a utilização de aproximações polinomiais para o perfil de temperatura.

Em 1978, Bell [4] propõe um método de refinamento do Método Integral que remove a sensibilidade do mesmo com a escolha do perfil. Para isto a temperatura, variável dependente, é subdividida em intervalos iguais, produzindo um sistema não-linear de 1ª ordem para as variáveis de penetração. Cada variável de penetração é associada com uma isoterma criada pela subdivisão. Assim, a solução numérica do sistema de equações resulta na posição de cada isoterma que automaticamente inclui a localização do contorno móvel. Este método é aplicado para situações unidimensionais.

Zabaras et al. [29] apresentam, em 1988, uma metodologia para resolver alguns problemas inversos de transferência de calor com mudança de fase, que ocorrem em processos de lingotamento. A finalidade é calcular a história do fluxo de calor no contorno, que provocaria a velocidade e fluxos na frente de fusão necessários para controlar a alimentação do líquido bem como a estrutura do lingote desejado.

2.4.2.2 Método de Fonte de Calor Móvel

A liberação (ou absorção) de calor durante a solidificação (ou fusão) podem ser tratadas como uma fonte (ou sorvedouro) móvel de calor localizados na interface sólido-líquido, para substâncias puras tendo ponto de fusão discreto. Então, o problema de mudança de fase pode ser substituído por um problema de condução de calor equivalente, com uma fonte (ou sorvedouro) de superfície móvel numa região com contornos estacionários. Esta aproximação, originalmente proposta por Lighthfoot [14] em 1929 para a solução de problemas unidimensionais de mudança de fase, foi usada por vários pesquisadores sob os nomes de *método de fonte móvel*, *método da equação integral* e *método das funções de Green*.

Em 1978, Özisik [18] reformula um problema geral de contorno móvel explicitamente como um problema de condução tridimensional dependente do tempo com uma fonte de calor móvel superficial, mostra a equivalência dos dois problemas e discute como as soluções padronizadas podem ser utilizadas para transformar o problema de condução resultante numa equação integral para a localização da interface sólido-líquido.

2.4.2.3 Método de Perturbação

Usado por muitos pesquisadores, a análise por este método se torna muito complicada quando se desejam soluções de ordem elevada, além de ser muito difícil sua utilização em mais de uma dimensão.

Em 1975, Huang e Shih [11] sugerem um método consistindo na imobilização da interface móvel utilizando a transformação de Landau, substituindo a variável de tempo pela de posição da interface como variável independente, aplicando então a técnica de perturbação.

Em 1979, Yan e Huang [28] obtém soluções de perturbação para o problema de mudança de fase unidimensional numa região finita sujeita a condições de contorno convectiva e radiativa.

Sen [21], em 1987, utiliza soluções de perturbação para analisar a forma da interface de solidificação sujeita a fluxos de calor variáveis ao longo da interface. Este problema é motivado pela necessidade de controlar as condições de transferência de calor na interface planar de solidificação de materiais de alta tecnologia.

2.4.3 Métodos Numéricos

Embora um grande número de soluções puramente numéricas tenha sido reportado na literatura, somente algumas dessas soluções podem ser generalizadas para o tratamento de

problemas de mudança de fase em várias dimensões ou situações em que a mudança de fase ocorre numa faixa de temperatura em vez de ocorrer num ponto de fusão discreto.

Os métodos numéricos usados para resolver os problemas de mudança de fase podem ser divididos em dois grupos. O primeiro é chamado de *soluções numéricas fortes*. O foco aqui é na aplicação de técnicas de diferenças finitas e elementos finitos na formulação forte do processo, localizando frentes e encontrando distribuições de temperatura em cada passo de tempo, ou empregando um sistema de coordenadas transformadas para imobilizar as interfaces móveis.

2.4.3.1 Soluções Numéricas Fortes

Neste método, a equação da condução é escrita para as fases sólida e líquida,

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2}, \quad 0 < x < s(t) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial T_l}{\partial t} = \alpha_l \frac{\partial^2 T_l}{\partial x^2}, \quad x > s(t) \quad (2.11)$$

sujeitas às condições de contorno em $y = s(t)$

$$T_s(s, t) = T_l(s, t) = T_f \quad (2.12)$$

$$\rho_s L \frac{ds}{dt} = k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \Big|_{x=s} - k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} \Big|_{x=s} \quad (2.13)$$

Sendo então discretizadas na região de interesse. A interface sólido-líquido, na maioria dos problemas práticos, tem uma forma irregular variando com o tempo. Sob estas condições, tanto a fase sólida como a líquida podem ter domínios irregulares. Isto pode tornar este método bastante complicado.

2.4.3.2 Soluções Numéricas Fracas

O segundo grupo é chamado *soluções numéricas fracas*. Estes métodos permitem evitar a atenção explícita à natureza da frente de mudança de fase, eliminando-se o problema de seguir a frente de fusão em movimento sobre uma malha discreta. Aparentam ter maior flexibilidade e são facilmente estendidos a problemas multidimensionais. Neste grupo, os métodos mais importantes e mais amplamente usados são os métodos entálpicos.

A vantagem da formulação entálpica é que o problema é formulado numa região fixa e nenhuma modificação do esquema numérico é necessária a fim de satisfazer as condições na interface móvel de mudança de fase.

Além disso, este método é especialmente apropriado tanto para problemas em que a mudança de fase ocorre a uma temperatura única quanto para aqueles em que ocorre numa faixa de temperatura.

Neste caso, a entalpia é definida como a soma dos componentes sensível e latente. A formulação padrão para um problema multidimensional de fusão/solidificação toma a forma

$$\rho \frac{\partial H}{\partial t} = \nabla \cdot (k(\nabla T)) \quad (2.14)$$

onde T é a temperatura, k a condutividade térmica e ρ a densidade. A entalpia e a temperatura podem ser relacionadas por:

$$T = \Phi(H) = \begin{cases} H/c & -c\epsilon > H \\ \epsilon(H - L/2)/(c\epsilon + L/2) & -c\epsilon \leq H \leq c\epsilon + L \\ (H - L)/c & H > c\epsilon + L \end{cases} \quad (2.15)$$

ou, alternativamente, por:

$$H = \Phi^{-1}(T) = \begin{cases} cT & -\epsilon > T \\ cT + L/2\epsilon(T + \epsilon) & -\epsilon \leq T \leq \epsilon \\ cT + L & T > \epsilon \end{cases} \quad (2.16)$$

onde c é o calor específico, L o calor latente de mudança de fase e $\epsilon \geq 0$ é metade do intervalo de temperatura em que ocorre a mudança de fase. Estas equações foram obtidas supondo-se que a fusão ocorre na faixa de temperatura de fusão $-\epsilon < T_f < \epsilon$ e que as propriedades térmicas são constantes em todo o processo.

- Método de Bonacina

Como muitos processos de mudança de fase envolvem substâncias tais como produtos alimentícios e ligas metálicas, que não são puras, o efeito do calor latente pode ser expresso por uma capacidade térmica finita dependente da temperatura, pois a mudança de fase ocorre numa faixa de temperatura. Bonacina et al. [6] sugeriram que o efeito do calor latente real em substâncias puras pode ser aproximado por uma capacidade térmica grande numa faixa de temperatura estreita. Assim, o problema se resume a resolver a equação

$$\bar{C}(t) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[k(t) \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad (2.17)$$

onde

$$\bar{C}(t) = \frac{d\Delta H(T)}{dt} = C(T) + L\delta(T - T_f)$$

é a capacidade térmica equivalente por unidade de volume e $C(T)$ é dado por

$$C(T) = C_s(T) \quad \text{para } t < t_f$$

$$C(T) = C_l(T) \quad \text{para } t > t_f$$

e a função $\delta(T - T_f)$ é definida como:

$$\delta(T - T_f) = \begin{cases} 0 & \text{se } T \neq T_f \\ 1 & \text{se } T = T_f \end{cases}$$

- Método de Shamsundar e Sparrow

Para remover a necessidade desta *zona pastosa* artificial, Shamsundar e Sparrow [22] propõem, em 1975, um modelo de entalpia em conjunção com um esquema implícito de diferenças finitas. Quando o material funde a uma temperatura discreta, a temperatura permanece no valor adimensional de zero enquanto ocorre a fusão. No caso de material onde a mudança de fase ocorre numa faixa de temperatura, a relação da entalpia com a temperatura precisa ser estabelecida, dificultando assim a resolução por este método.

- Método de Voller

Outra contribuição importante foi efetuada por Voller e colaboradores [27]. Nesta formulação, Voller separa o calor latente do calor sensível. A evolução do calor latente durante o processo de mudança de fase é tratado como uma fonte de calor. Isto torna a variação do calor sensível contínuo sobre todo o domínio físico, incluindo a interface sólido-líquido, possibilitando sua utilização tanto para temperatura de fusão discreta quanto para faixa de temperatura de fusão. Este método é especialmente tratável com a técnica numérica de volumes de controle.

O princípio básico deste método é separar as componentes do calor sensível e do calor latente. A equação (2.14) é escrita como,

$$\rho \frac{\partial}{\partial t}(cT + \Delta H) = \nabla \cdot (k\nabla T) \quad (2.18)$$

onde, supondo-se uma relação entre a entalpia e a temperatura tal como a relação (2.16),

$$\Delta H = \begin{cases} 0 & -\epsilon > T \\ L/2\epsilon(T + \epsilon) & -\epsilon \leq T \leq \epsilon \\ L & T > \epsilon \end{cases} \quad (2.19)$$

é a componente do calor latente da entalpia. Rearranjando a equação (2.18) fica,

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + S \quad (2.20)$$

onde S é uma fonte de calor latente dada por,

$$S = -\rho \frac{\partial \Delta H}{\partial t} \quad (2.21)$$

Essencialmente, a equação (2.18) permite que a contribuição do calor latente seja incluída na formulação por meio de um termo fonte, o que permite que, ao procura: uma solução numérica, a não linearidade associada com o calor latente possa ser isolada e tratada eficientemente.

As diferenças na densidade entre as fases sólida e líquida e as forças de flutuação produzidas pelas diferenças da densidade do líquido devido a variações na temperatura podem produzir movimentos convectivos no líquido.

Hale e Viskanta [9] descrevem um trabalho experimental onde demonstram a influência da orientação da taxa de calor com o MMF na convecção. Mostramos na figura (2.1), reproduzida dessa referência, os resultados experimentais mostrando a variação da interface sólido-líquido com o tempo de fusão do ácido esteárico quando aquecido por cima e por baixo. Nesta figura fica claro que quando o aquecimento é realizado pela superfície superior não ocorrem movimentos convectivos, diminuindo portanto a velocidade da fusão. Já no outro caso, quando o aquecimento é realizado pela superfície inferior, as camadas inferiores estarão a temperatura mais elevada do que nas camadas superiores gerando então movimentos convectivos que aceleram a fusão. Assim, fica comprovado experimentalmente que, a fusão de um MMF horizontal com taxa de calor na superfície superior (ou na solidificação de um MMF com retirada de calor pela superfície inferior), não provoca convecção na fase líquida. Já no caso de um MMF horizontal aquecido pela superfície inferior (ou resfriado pela superfície superior) a fusão é fortemente influenciada pela convecção.

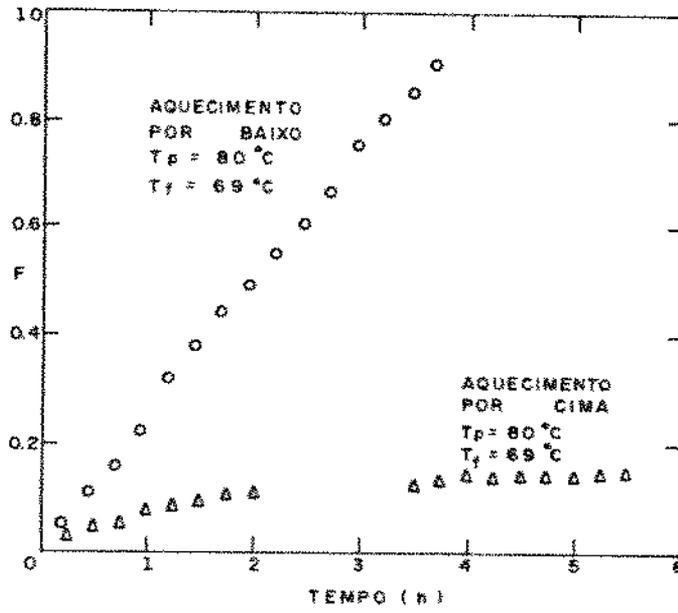


Figura 2.1: Variação da posição da interface sólido-líquido com o tempo na fusão do ácido esteárico aquecido por cima e por baixo.

Capítulo 3

Modelo Físico

3.1 Geometria

O modelo físico selecionado para nosso estudo é esquematizado na figura (3.1). Basicamente consiste em um encapsulamento metálico na forma de paralelepípedo, preenchido com material de mudança de fase.

A transferência de calor para a base do sistema pode ser devida a uma superfície aquecida mantida a uma temperatura T_b conhecida, como também devida a uma taxa de calor variável ou constante.

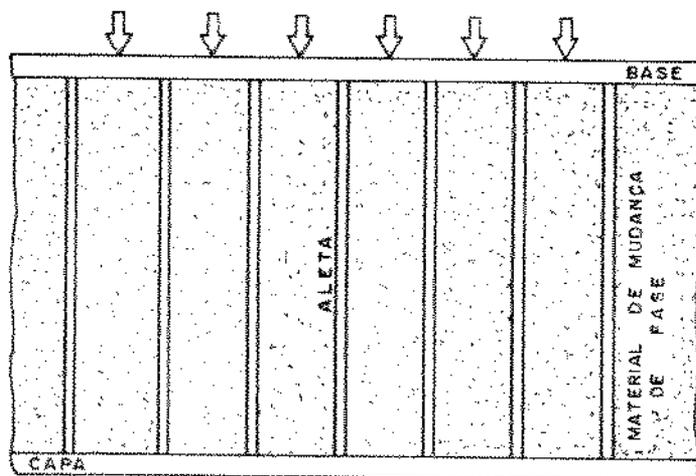


Figura 3.1: Modelo físico.

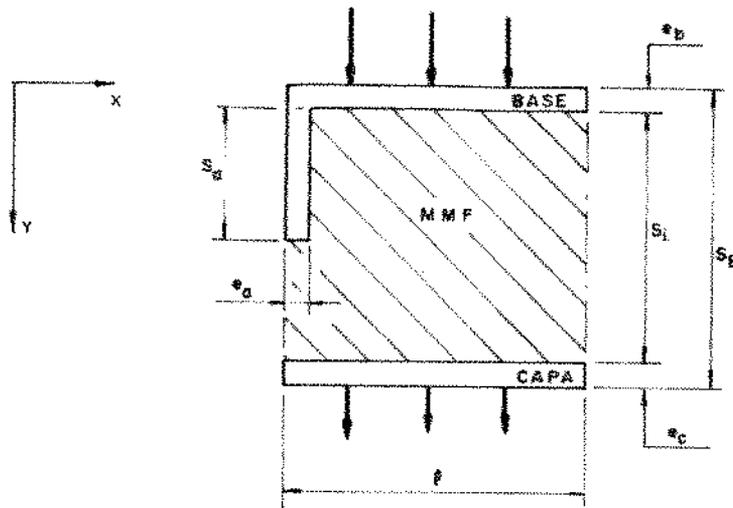


Figura 3.2: Metade de uma célula.

A parte inferior pode ser considerada isolada ou perdendo calor para o ambiente através de convecção natural.

Devido à simetria do sistema isolamos para fins de resolução metade de uma célula, como mostra a figura (3.2).

Nesta análise fazemos as seguintes suposições:

1. O problema é bidimensional, ou seja, a célula é suficientemente profunda de modo que os efeitos das extremidades são desprezíveis.
2. Condução é o único mecanismo de transferência de calor dentro da célula bidimensional.
3. As propriedades físicas, densidade, calor específico, e condutividade térmica da aleta, base e capa inferior são consideradas constantes.

Sob as considerações discutidas no capítulo 2 adotamos em nosso trabalho o Polietileno Glicol 600, conhecido como Carbowax, cujas propriedades foram tomadas de [2], e são listadas na tabela seguinte.

Os metais mais utilizados como encapsulamento têm sido alumínio, titânio e aço inoxidável. No nosso estudo adotou-se o alumínio, cujas propriedades foram obtidas em [2], e são mostradas na tabela (3.1).

Tabela 3.1: Propriedades termo-físicas do alumínio.

Alumínio		
Massa Específica	2707	kg/m ³
Calor específico	0,88	kJ/kg °C
Condutividade térmica	160,9	J/s m °C

Tabela 3.2: Propriedades termo-físicas do Polietileno Glicol 600.

Polietileno Glicol 600		
Fórmula	H(OCH ₂ CH ₂) _n OH	
Peso molecular	570-630	
Massa Específica	1100	kg /m ³
Condutividade térmica	0,160	W/m°C
Calor específico do sólido	2260	J/kg°C
Calor latente	146	kJ/kg
Calor latente	161	MJ/m ³
Temperatura (faixa) de fusão	20-25	°C
Coefficiente de expansão térmica	0,0075	°C ⁻¹
Tensão superficial	44,3	mN/m
Viscosidade	11,5	mN s/m ²
Compatibilidade	Compatível com alumínio	
Ponto de ignição	246	°C
Toxicidade	Atóxico	

Capítulo 4

Formulação Matemática

4.1 Método Entálpico

Num sistema que está mudando de fase sob transferência de calor, considerando-se somente condução, a energia interna pode ser expressa, de acordo com ([27]), como :

$$H = cT + \Delta H \quad (4.1)$$

isto é, a soma do entalpia sensível cT , e do calor latente ΔH .

A equação de condução bidimensional, em coordenadas cartesianas fica então,

$$\rho c \frac{\partial H}{\partial t} = \rho \frac{\partial (cT + \Delta H)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4.2)$$

rearranjando,

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \frac{\partial \Delta H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4.3)$$

Podemos supor uma relação linear entre a entalpia latente e a temperatura da forma,

$$\Delta H = \begin{cases} 0 & -\epsilon \leq T \\ \frac{L}{2\epsilon}(T + \epsilon) & -\epsilon < T < \epsilon \\ L & T > \epsilon \end{cases} \quad (4.4)$$

Rearranjando a equação (4.3), obtemos

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + F \quad (4.5)$$

onde

$$F = -\rho \frac{\partial \Delta H}{\partial t} \quad (4.6)$$

Este termo pode ser considerado como um termo fonte de calor latente.

Essencialmente esta equação permite que a contribuição do calor latente seja incluída na formulação através de um termo fonte, o que permite, ao procurar uma solução numérica, que a não linearidade associada com o calor latente possa ser isolada e tratada eficientemente.

As condições de contorno aplicáveis ao problema são:

- Isolamento em $x=0$ e $x=l$,

$$k \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (4.7)$$

- Isolamento em $y=s_e$

$$k \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (4.8)$$

- Convecção natural em $y=s_e$

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} = h(T - T_0) \quad (4.9)$$

- Base com fluxo de calor Q_b , em $y=0$,

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} = Q_b \quad (4.10)$$

- Com condição inicial, para $t=0$, no caso de fusão,

$$T = -\epsilon \quad (4.11)$$

- Com condição inicial, para $t=0$, no caso de solidificação,

$$T = \epsilon \quad (4.12)$$

4.2 Adimensionalização

As equações anteriores são adimensionalizadas segundo:

$$\begin{aligned}
 \theta &= \frac{c_s}{L}(T - T_f) & \bar{\rho} &= \frac{\rho}{\rho_s} \\
 \bar{c} &= \frac{c}{c_s} & \bar{k} &= \frac{k}{k_s} \\
 \Delta\bar{H} &= \frac{\Delta H}{L} & \tau &= \frac{k_s}{\rho c_s s_e^2} t \\
 \bar{x} &= \frac{x}{l} & \bar{y} &= \frac{y}{s_e} \\
 \bar{\epsilon} &= \frac{c_s}{L} \epsilon & \bar{Q}_b &= \frac{Q_b}{Q_{ref}} \\
 Q_{ref} &= \frac{Lk_s}{c_s s_e} & Ste &= \frac{c_s}{L}(T_f - T_0)
 \end{aligned}$$

Substituindo na equação (4.5) obtemos a equação adimensional,

$$\bar{\rho}\bar{c}\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \bar{k}\frac{\partial^2\theta}{\partial\bar{y}^2} + \bar{k}\frac{\partial^2\theta}{\partial\bar{x}^2} \left(\frac{s_e}{l}\right)^2 - \bar{\rho}\frac{\partial\Delta\bar{H}}{\partial\tau} \quad (4.13)$$

A relação entre a entalpia e a temperatura fica,

$$\Delta\bar{H} = \begin{cases} 0 & -\bar{\epsilon} \leq \theta \\ \frac{1}{2\bar{\epsilon}}(\theta + \bar{\epsilon}) & -\bar{\epsilon} < \theta < \bar{\epsilon} \\ 1 & \theta > \bar{\epsilon} \end{cases} \quad (4.14)$$

As condições de contorno adimensionais ficam,

- Isolamento em $\bar{x} = 0$ e $\bar{x} = 1$,

$$\bar{k}\frac{\partial\theta}{\partial\bar{x}} = 0 \quad (4.15)$$

- Isolamento em $\bar{y} = 1$,

$$\bar{k}\frac{\partial\theta}{\partial\bar{y}} = 0 \quad (4.16)$$

- Convecção natural em $\bar{y} = 1$,

$$-\bar{k} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} = \text{Bi}(\theta - \theta_0) \quad (4.17)$$

- Fluxo de calor em $\bar{y} = 0$,

$$-\bar{k} \frac{\partial \theta}{\partial \bar{y}} = \bar{Q}_b \quad (4.18)$$

- Com condição inicial, para $\tau = 0$, na fusão,

$$\theta = -\bar{\epsilon} \quad (4.19)$$

- Com condição inicial, para $\tau = 0$, na solidificação,

$$\theta = \bar{\epsilon} \quad (4.20)$$

4.3 Discretização e Resolução das Equações Algébricas

Seguindo o método descrito por Patankar [19], dividimos a área de interesse em volumes de controle e a equação é integrada no tempo e espaço, em cada um desses volumes,

$$\int_E^O \int_S^N \int_\tau^{\tau+\Delta\tau} \left(\bar{\rho} \bar{c} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \bar{\rho} \frac{\partial \Delta \bar{H}}{\partial \tau} \right) d\tau d\bar{y} d\bar{x} = \int_E^O \int_S^N \int_\tau^{\tau+\Delta\tau} \left(\bar{k} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{y}^2} + \bar{k} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{x}^2} \left(\frac{y_h}{x_l} \right)^2 \right) d\tau d\bar{y} d\bar{x} \quad (4.21)$$

Considerando-se um esquema totalmente implícito no tempo, obtemos, para cada volume de controle,

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \bar{c} \frac{\Delta \bar{x} \Delta \bar{y}}{\Delta \tau} (\theta^1 - \theta^0) &= \bar{k}_N \Delta \bar{x} \left(\frac{\theta_N - \theta_F}{\delta y_N} \right) + \bar{k}_S \Delta \bar{x} \left(\frac{\theta_S - \theta_F}{\delta y_S} \right) \\ &+ \bar{k}_O \Delta \bar{y} \left(\frac{\theta_O - \theta_F}{\delta x_O} \right) \left(\frac{y_h}{x_l} \right)^2 + \bar{k}_E \Delta \bar{y} \left(\frac{\theta_E - \theta_F}{\delta x_E} \right) \left(\frac{y_h}{x_l} \right)^2 \\ &- \bar{\rho} \frac{\Delta \bar{x} \Delta \bar{y}}{\Delta \tau} (\Delta \bar{H}^1 - \Delta \bar{H}^0) \end{aligned} \quad (4.22)$$

ou,

$$a_P \theta_P = a_E \theta_E + a_O \theta_O + a_N \theta_N + a_S \theta_S + b \quad (4.23)$$

onde,

$$\begin{aligned} a_P &= a_{PO} + a_E + a_O + a_N + a_S \\ b &= a_{PO} \theta^0 + \bar{F} \\ a_{PO} &= \bar{\rho} c \frac{\Delta \bar{x} \Delta \bar{y}}{\Delta \tau} \\ a_N &= \frac{\bar{k}_N \Delta \bar{x}}{\delta \bar{y}_N} \\ a_S &= \frac{\bar{k}_S \Delta \bar{x}}{\delta \bar{y}_S} \\ a_E &= \frac{\bar{k}_E \Delta \bar{y}}{\delta \bar{x}_E} \\ a_O &= \frac{\bar{k}_O \Delta \bar{y}}{\delta \bar{x}_O} \\ \bar{F} &= \bar{\rho} \frac{\Delta \bar{x} \Delta \bar{y}}{\Delta \tau} S \\ S &= -(\Delta \bar{H}^1 - \Delta \bar{H}^0) \end{aligned}$$

Obtemos assim, um conjunto de equações algébricas que são resolvidas com o método linha-a-linha, que é uma combinação do método direto TDMA para situações unidimensionais e o método de Gauss-Seidl ponto a ponto.

No método TDMA, cujo nome provém das iniciais em inglês de Algoritmo-Matriz-Tridimensional, ao se escrever a matriz dos coeficientes das equações, todos os coeficientes não nulos ficam alinhados ao longo das três diagonais da matriz, possibilitando a obtenção do algoritmo pelo método de eliminação de Gauss.

No método de Gauss-Seidl ponto a ponto, calculam-se os valores das variáveis, percorrendo os pontos da grade numa certa ordem. Somente um conjunto dos θ_s é mantido na memória. No início, este representa a suposição inicial, ou os valores da iteração anterior.

A medida que cada ponto da grade é visitado, o valor correspondente de θ na memória é alterado de uma maneira pré-estabelecida.

O método linha-a-linha, resultante da combinação dos dois métodos acima descritos, consiste em escolher-se uma linha da grade e supor que os θ s ao longo das linhas vizinhas são conhecidos por seus últimos valores, resolvendo-se, então, por TDMA para os θ s ao longo da linha escolhida.

Este procedimento é então repetido para todas as linhas numa direção e, quando for desejado, pode ser repetido para as linhas da outra direção.

A convergência deste método é rápida devido a que numa direção a informação das condições de contorno da extremidade da linha é transmitida imediatamente ao interior do domínio, não importando o número de pontos da malha ao longo da linha, enquanto que na outra direção a taxa de transmissão de informação é similar ao do método ponto a ponto. Alternando-se as direções percorridas pelo TDMA, podemos trazer rapidamente a informação de todos os contornos para o interior.

4.4 Tratamento do Termo Fonte

Como o método de resolução iterativo prevê uma suposição inicial, adotamos para o início de um novo $\Delta\tau$ o campo de temperatura obtido no passo de tempo anterior, com $S^0 = 0$.

Assim, em primeira iteração obtemos,

$$\bar{c}\theta_{ij}^1 = Q_{\text{tot}}^1 + S_{ij}^0 \quad (4.24)$$

com $S_{ij}^0 = 0$.

Fazemos agora uma verificação para saber se o volume está ou não mudando de fase.

(a) No caso de fusão se,

$$\theta_{ij}^0 \leq -\bar{\epsilon} \quad \text{e} \quad \theta_{ij}^1 \leq -\bar{\epsilon} \quad (4.25)$$

não está mudando de fase, portanto $S_{ij}^1 = 0$.

(b) No caso de solidificação se,

$$\theta_{ij}^0 \geq \bar{\epsilon} \quad \text{e} \quad \theta_{ij}^1 \geq \bar{\epsilon} \quad (4.26)$$

não está mudando de fase, portanto $S_{ij}^1 = 0$.

Caso contrário, o volume é identificado como mudando de fase e o valor de S_{ij}^1 deve ser calculado.

Sabemos que, num volume de controle que muda de fase, a relação de (calor latente)/(calor total) é,

$$R = \frac{L}{L + 2\epsilon c} \quad (4.27)$$

ou, em termos adimensionais,

$$\bar{R} = \frac{1}{1 + 2\bar{\epsilon}} \quad (4.28)$$

Assim, multiplicando o valor de Q_{tot}^1 , obtido na primeira iteração, por este fator, obtemos o valor de

$$S_{ij}^1 = \frac{Q_{tot}^1}{1 + 2\bar{\epsilon}} \quad (4.29)$$

Obtemos então,

$$\Delta\bar{H}_{ij}^1 = \Delta\bar{H}_{ij}^0 - S_{ij}^1 \quad (4.30)$$

com a qual podemos corrigir a temperatura, com a relação inversa de ΔH com θ , equação (4.14),

$$\theta_{ij}^1 = 2\bar{\epsilon}(\Delta\bar{H}_{ij}^1 - 1) \quad (4.31)$$

Com estes valores realimenta-se o processo até que o critério de convergência seja satisfeito, isto é,

$$\theta_{ij}^k - \theta_{ij}^{k+1} \leq 10^{-6} \quad (4.32)$$

Após a convergência é reiniciado o processo para um novo intervalo de tempo.

4.5 Balanço de Energia - Precisão do Método

Sendo o método iterativo, após a satisfação do critério de convergência, fazemos um balanço de energia no dispositivo, por meio do qual podemos ter uma noção da precisão do método.

Num dado instante de tempo, o calor total que chegou ao dispositivo é C_{tot} dado por:

$$C_{tot} = CAA + CAB + CAC + CAS + CSL + CLAT \quad (4.33)$$

onde: CAA = Calor sensível armazenado na aleta,
 CAB = Calor sensível armazenado na base,
 CAC = Calor sensível armazenado na capa,
 CAS = Calor sensível armazenado no sólido,
 CAL = Calor sensível armazenado no líquido e
 $CLAT$ = Calor latente de mudança de fase.

Sendo E_{en} a energia fornecida ao dispositivo até esse instante de tempo, a relação

$$REL = \frac{C_{tot}}{E_{en}} \quad (4.34)$$

permite uma rápida verificação da precisão dos resultados, durante toda a modelagem. Junto com o valor de CPU, este valor permite uma maleabilidade quanto ao número de pontos da grade $N \times M$ e à grandeza do intervalo de tempo.

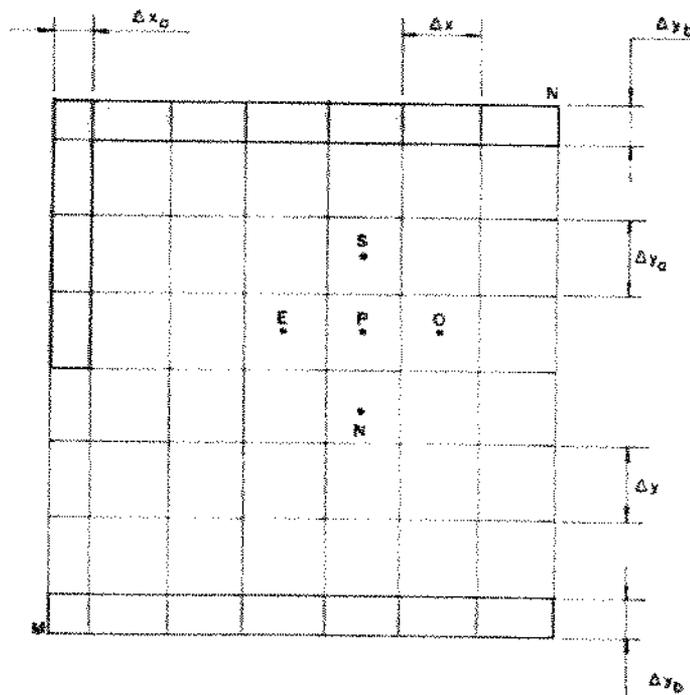


Figura 4.1: Malha.

Nos gráficos apresentados foi adotada a malha com $N = 7$ e $M = 8$ visto as pequenas diferenças obtidas na variação dos pontos da malha. A figura (4.2) mostra a fração de

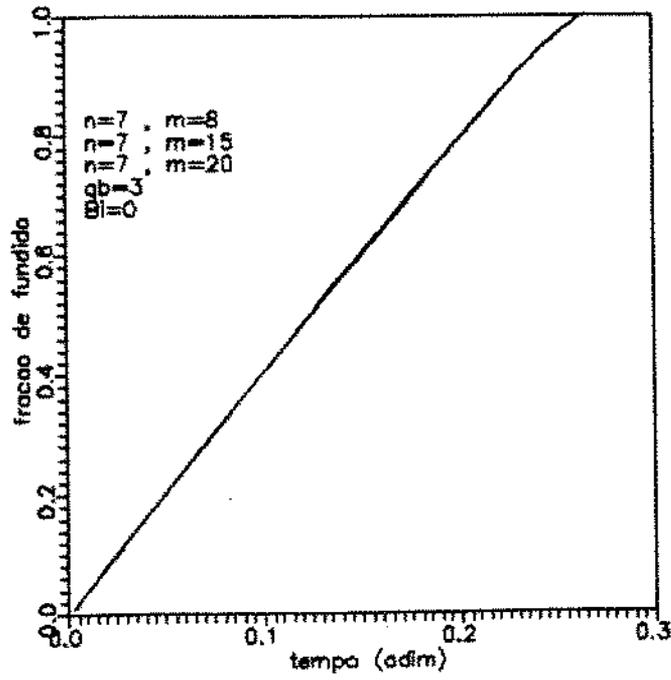


Figura 4.2: Verificação do número de pontos da malha, dispositivo isolado. N fixo, variação de M .

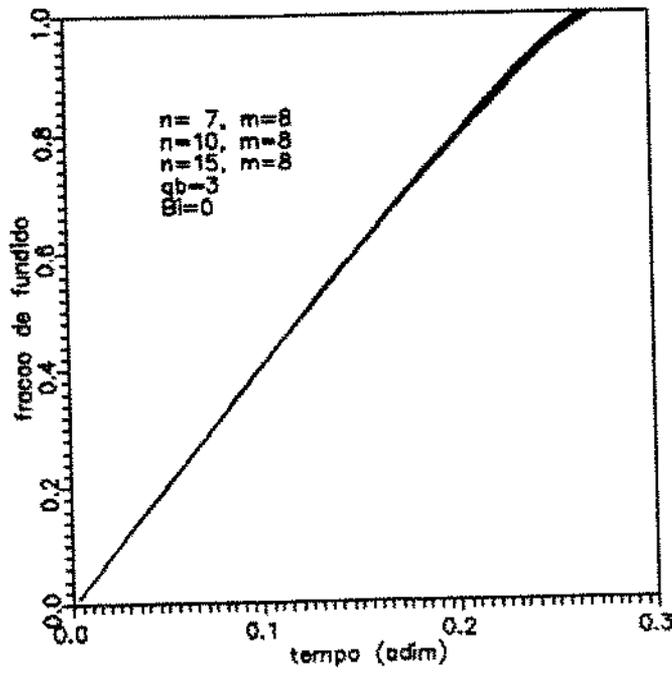


Figura 4.3: Verificação do número de pontos da malha, dispositivo isolado. M fixo, variação de N .

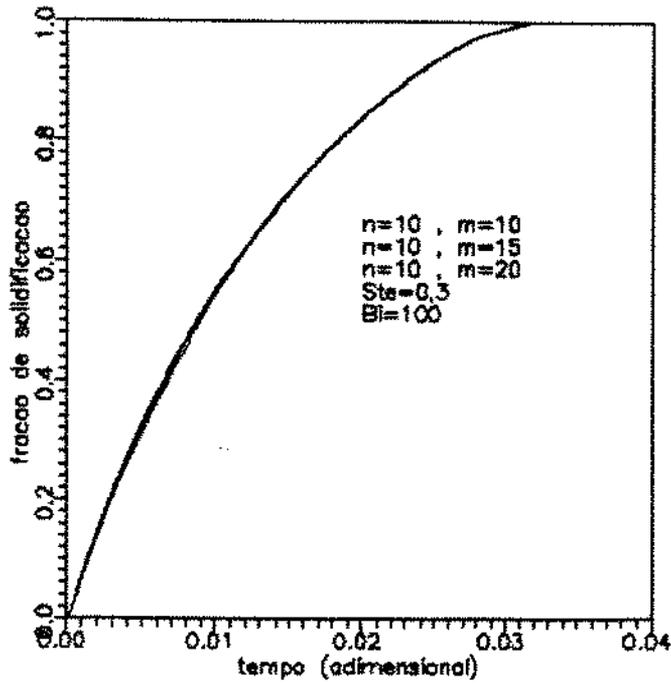


Figura 4.4: Verificação do número de pontos da malha, dispositivo em convecção. N fixo, variação de M .

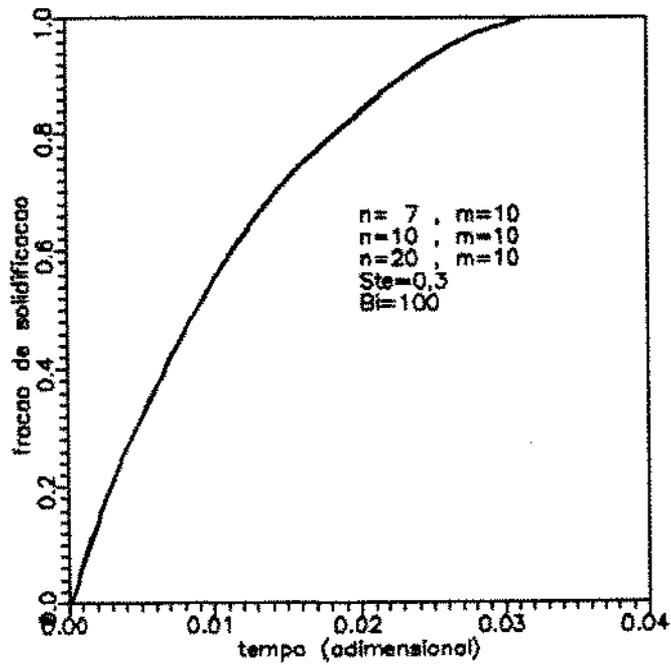


Figura 4.5: Verificação do número de pontos da malha, dispositivo em convecção. M fixo, variação de N .

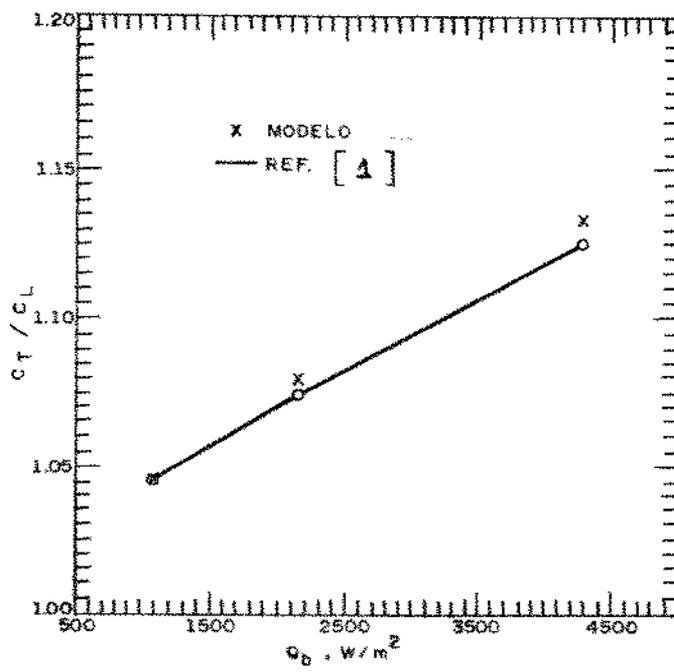


Figura 4.6: Comparação do método utilizado com o método de Humphries da ref[1].

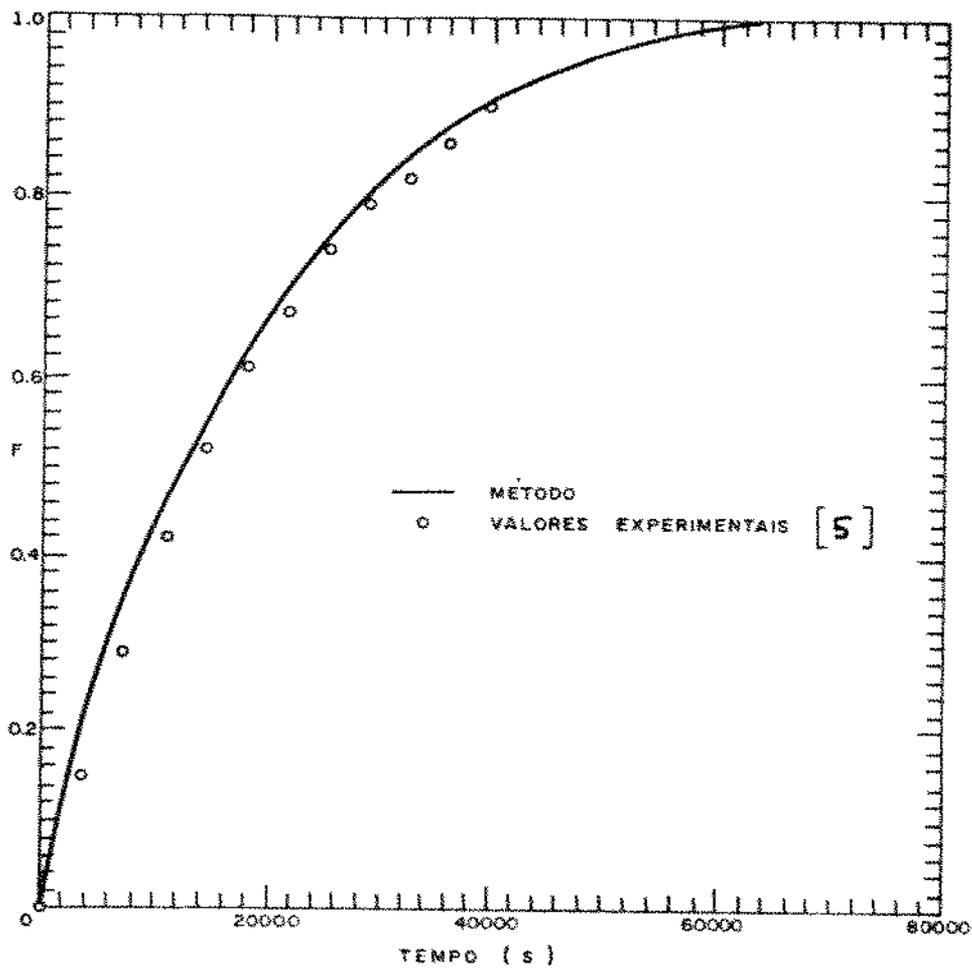


Figura 4.7: Fração de fundido em função do tempo para cavidade vertical, comparado com valores experimentais de [5].

Capítulo 5

Apresentação e Discussão dos Resultados

A fim de investigar os efeitos dos parâmetros geométricos e operacionais no dispositivo, adotamos uma configuração padrão e um fluxo de calor de referência.

5.1 Meia Célula Padrão

Utilizamos como padrão uma meia célula de alumínio preenchida com Polietilenoglicol-600, com as seguintes dimensões:

- Altura interna padrão da meia-célula
 $sp=0,020$ m
- Largura padrão da meia-célula
 $lp=0,005$ m
- Altura padrão da aleta
 $spa=0,020$ m
- Espessura padrão da aleta
 $epa= 0,001$ m
- Espessura padrão da base
 $epb=0,001$ m

- Espessura padrão da capa

$$e_{pc} = 0,001 \text{ m}$$

Submetendo-a a fluxo de calor na base de,

$$Q_{ref} = 469,83 \text{ W/m}^2$$

Obtemos assim, os valores adimensionais que são lançados no programa,

$$\bar{\rho}_{MMF} = 1$$

$$\bar{\rho}_{Metal} = 2,461$$

$$\bar{c}_{MMF} = 1$$

$$\bar{c}_{Metal} = 0,389$$

$$\bar{k}_{MMF} = 1$$

$$\bar{k}_{Metal} = 1005,625$$

$$\theta(\tau = 0) = -\bar{\epsilon} = -0.0387$$

$$\bar{Q}_{bl} = 1$$

5.2 Parâmetros

Nesta meia-célula padrão estudamos a influência

- na temperatura da base ao final da fusão,
- no tempo para completar a fusão e
- no calor latente armazenado pelo calor fornecido,

dos seguintes parâmetros:

- Fluxo de calor constante aplicado na base,
- Largura da meia-célula,
- Altura da aleta,
- Espessura da aleta,
- Espessura da base e da capa.
- Coeficiente de película na capa.
- O fluxo de calor transiente aplicada na base.

Excetuando-se a verificação da variação do fluxo de calor aplicado, todos os parâmetros foram verificados com fluxo de calor $\bar{Q}_{b1} = 1$ mantendo-se a capa isolada termicamente, sendo o programa finalizado com a fusão completa. Na condição de convecção pela capa, o programa era considerado terminado ao final de $\tau = 5,0$.

Nos gráficos apresentados a seguir os resultados obtidos são normalizados em relação aos resultados obtidos com a geometria padrão, sendo isto indicado por um asterisco.

Os resultados obtidos com a configuração padrão são os seguintes:

- Tempo para completar a fusão,
 $\tau = 0,824$
- Temperatura na base ao final da fusão,
 $\theta = 0,06$
- Relação calor latente por calor fornecido,
 $Cr = 0,883$

5.3 Influência da Intensidade do Fluxo de Calor Aplicado na Base.

Para obter esta informação, variamos o fluxo de calor adimensional na base, na geometria padrão de $\bar{Q}_b = 1$ a $\bar{Q}_b = 8$ com intervalos de 0,5, mantendo a capa isolada termicamente.

Fig. 5.1

Figura 5.1: Tempo para completar a fusão em função do fluxo de calor.

Na figura (5.1) apresentamos o gráfico do tempo para completar a fusão em função do fluxo de calor aplicado na base. Observa-se que, ao se aumentar a intensidade do mesmo,

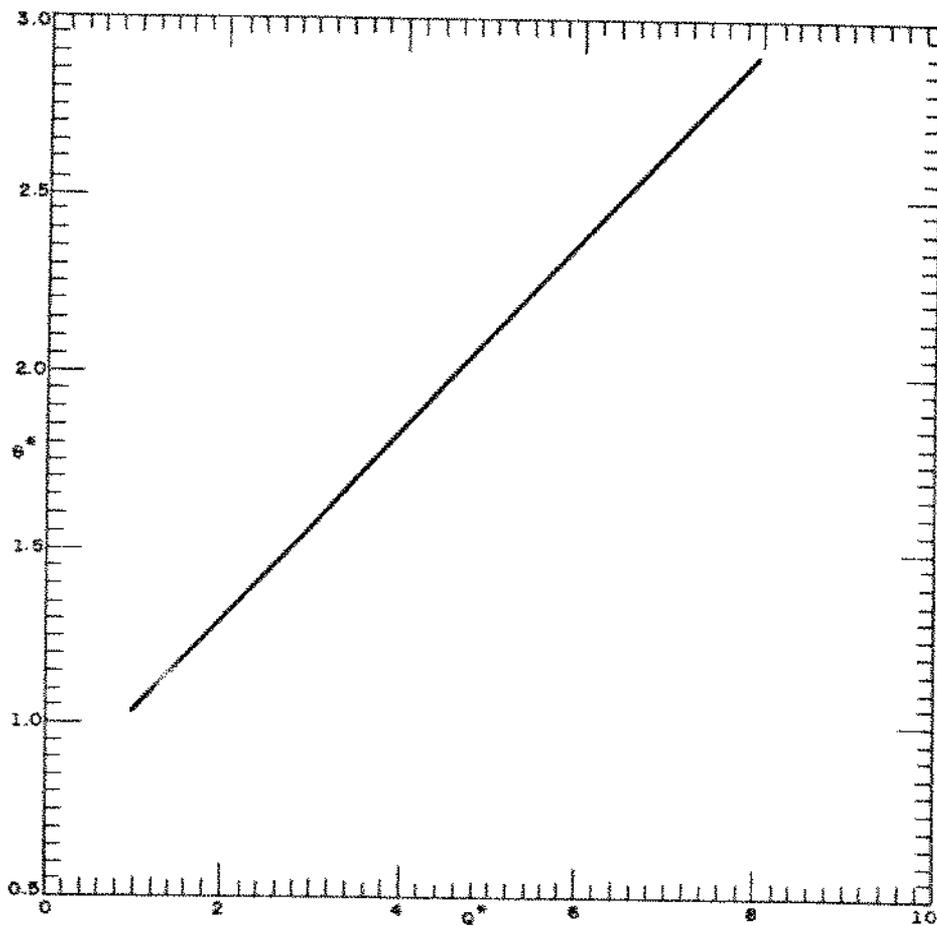


Figura 5.2: Temperatura na base ao final da fusão em função do fluxo de calor.

há uma redução não linear do tempo para completar a fusão.

Na figura (5.2) apresentamos o gráfico da temperatura na base ao final da fusão em função do fluxo de calor aplicado na base, onde observamos um aumento linear da temperatura com o fluxo aplicado.

A relação entre a fração Calor latente por Calor fornecido, $C\tau^*$, até o final da fusão, em função do fluxo de calor na base é apresentada na figura (5.3). Nota-se que, com o aumento do fluxo de calor ocorre uma diminuição desse valor, indicando o aumento de calor

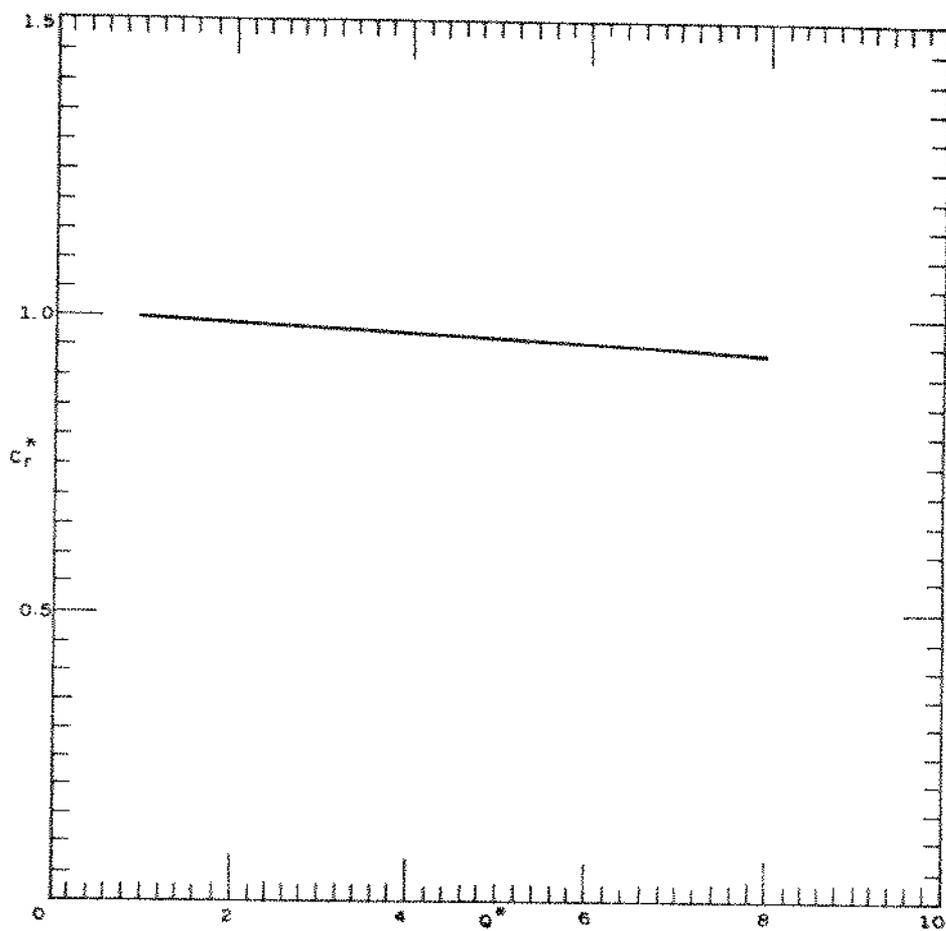


Figura 5.3: Razão do calor latente pelo calor fornecido, em função do fluxo de calor.

armazenado na forma de calor sensível.

5.4 Influência da Largura da Meia-Célula.

Definimos uma relação de largura da meia célula em função da largura padrão pela qual os novos valores serão,

$$l^* = \frac{l}{l_p} = 1; 1,5; 2; 2,5; 3,5 \text{ e } 4.$$

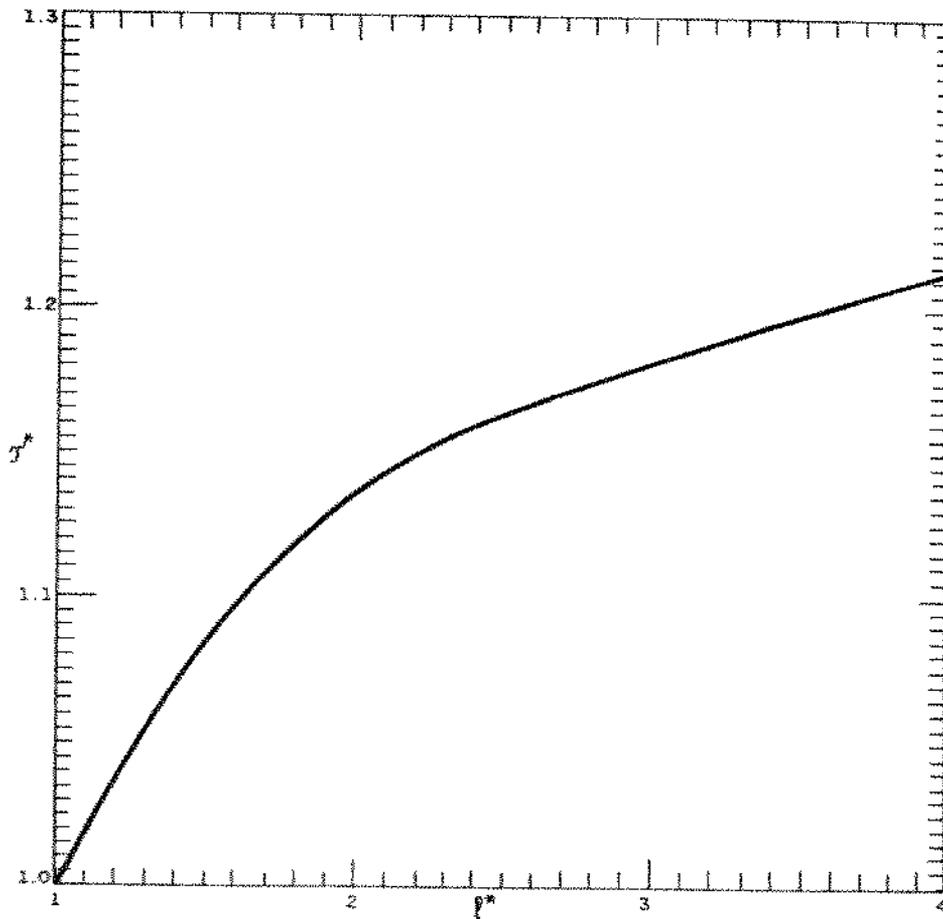


Figura 5.4: Tempo para completar a fusão em função da largura da meia célula.

Apresentamos na figura (5.4), o gráfico correspondente à variação da largura da meia célula, para o valor de fluxo de calor de referência anteriormente definido.

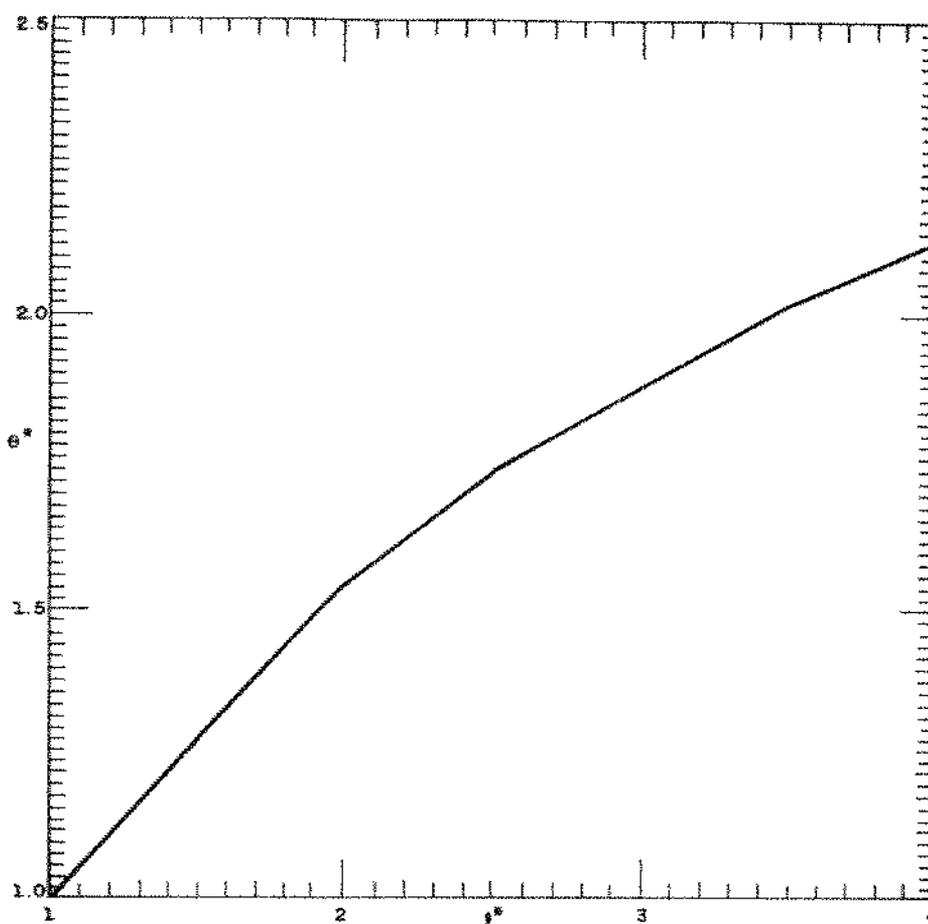


Figura 5.5: Temperatura na base ao final da fusão em função da largura da meia célula.

Observa-se que aumentando-se a largura da meia-célula ocorre um aumento não linear no tempo para completar a fusão chegando a 22% ao quadruplicar a largura padrão.

Para a faixa de larguras de meia-célula estudadas, observa-se que o aumento da mesma provoca um aumento significativo na temperatura atingida pela base ao final da fusão, chegando a mais de 100% ao se quadruplicar a largura, como pode ser visto na figura (5.5).

Com o aumento da largura da meia-célula ocorre uma redução linear do calor latente armazenado em relação ao calor fornecido, sendo de 2,4% ao se quadruplicar a largura, como

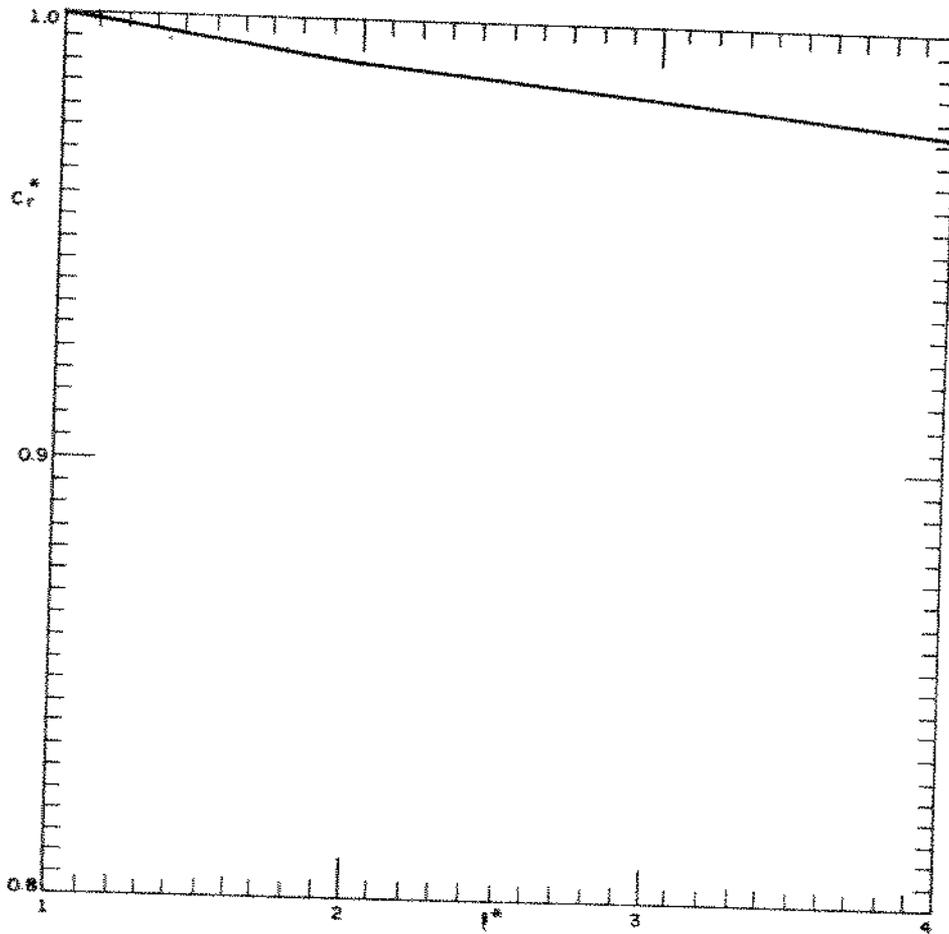


Figura 5.6: Razão do calor latente pelo calor fornecido, em função da largura da meia célula.

mostra a figura (5.6).

5.5 Influência da Altura da Aleta.

Definimos uma relação para a altura da aleta em relação à altura padrão da aleta, tomando valores,

$$sa^* = \frac{sa}{spa} = 0; 0,5; 0,75; 0,875 \text{ e } 1.$$

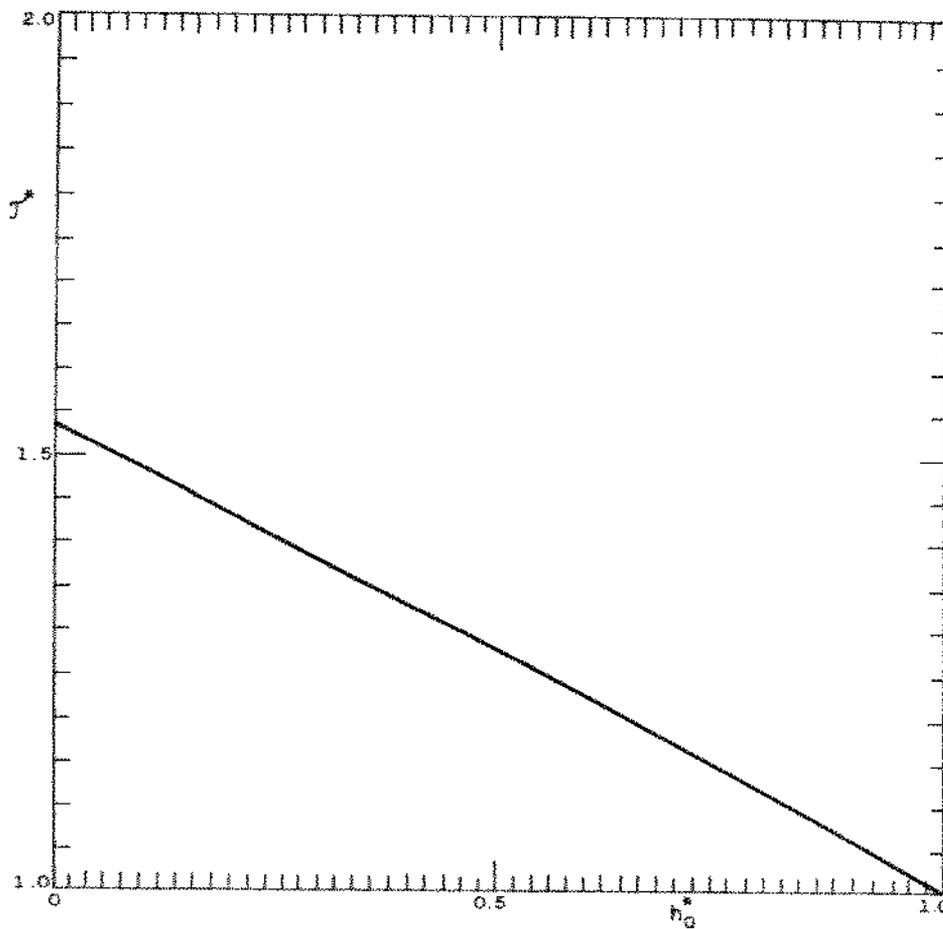


Figura 5.7: Tempo para completar a fusão em função da altura da aleta.

Como mostra a figura (5.7), a diminuição da altura da aleta em relação à altura padrão provoca um aumento considerável no tempo para completar a fusão, sendo de até 54% no

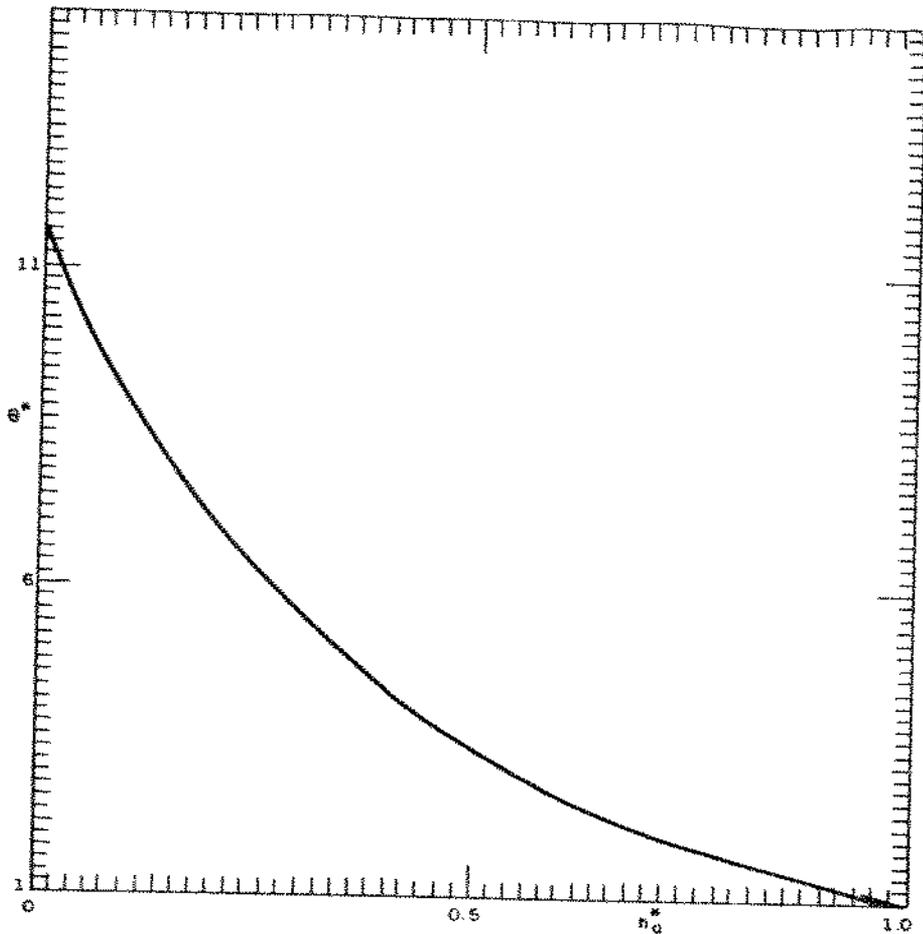


Figura 5.8: Temperatura na base ao final da fusão em função da altura da aleta.

caso de ausência de aleta.

A altura da aleta influi sobremaneira na temperatura atingida pela base ao final da fusão como poder ser visto na figura (5.8). Assim, na ausência de aleta, a temperatura atingida na base ao final da fusão é de quase 12 vezes a temperatura atingida pela base no dispositivo com altura de altura padrão.

A diminuição da altura da aleta provoca uma redução significativa da relação calor latente por calor fornecido, chegando a 18% no caso de ausência de aleta, conforme mostra a

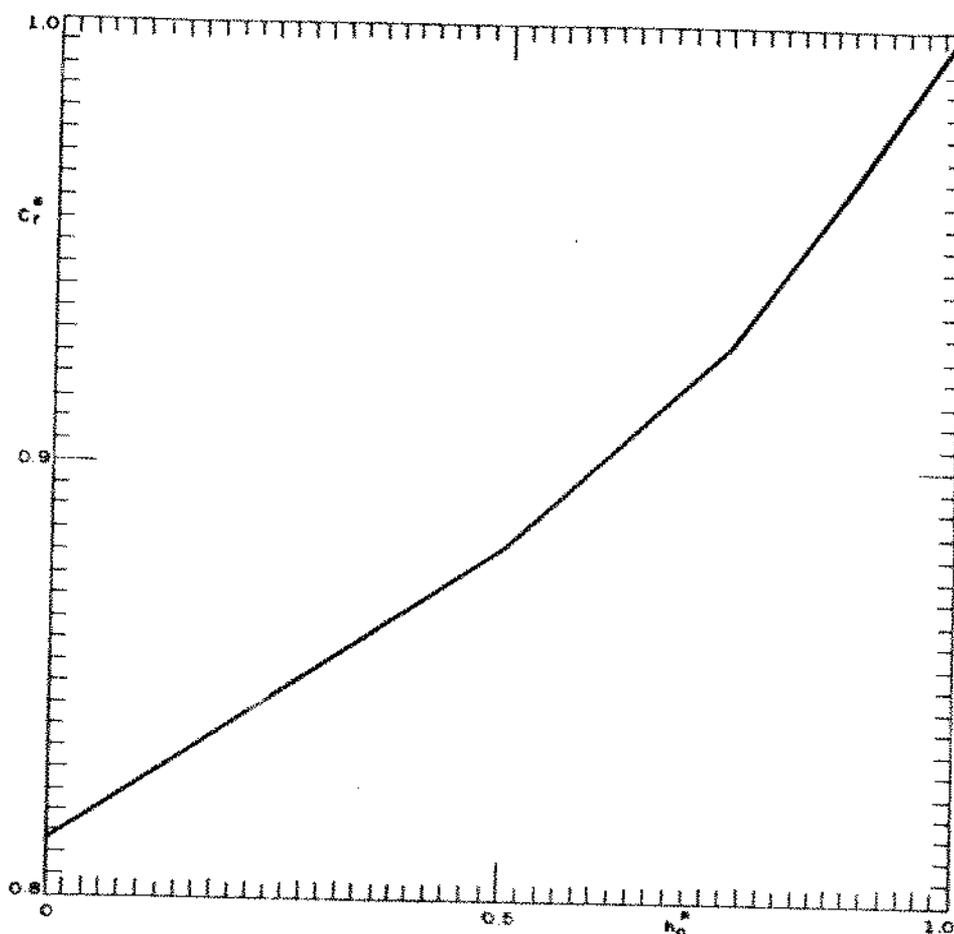


Figura 5.9: Razão do calor latente pelo calor fornecido, em função da altura da aleta.

figura (5.9), indicando que o calor está sendo armazenado na forma de calor sensível.

Este comportamento pode ser apreciado nas figuras seguintes, nas quais apresentamos na figura (5.10) o perfil de temperatura de um dispositivo padrão e na figura (5.11) o perfil de temperatura de um dispositivo sem aletas. As linhas correspondem a temperaturas em pontos ao longo da altura do dispositivo, em $\hat{x}_l = 1$. Cada linha corresponde a uma fração de fundido, indo de $F = 0,01$ até $F = 0,99$.

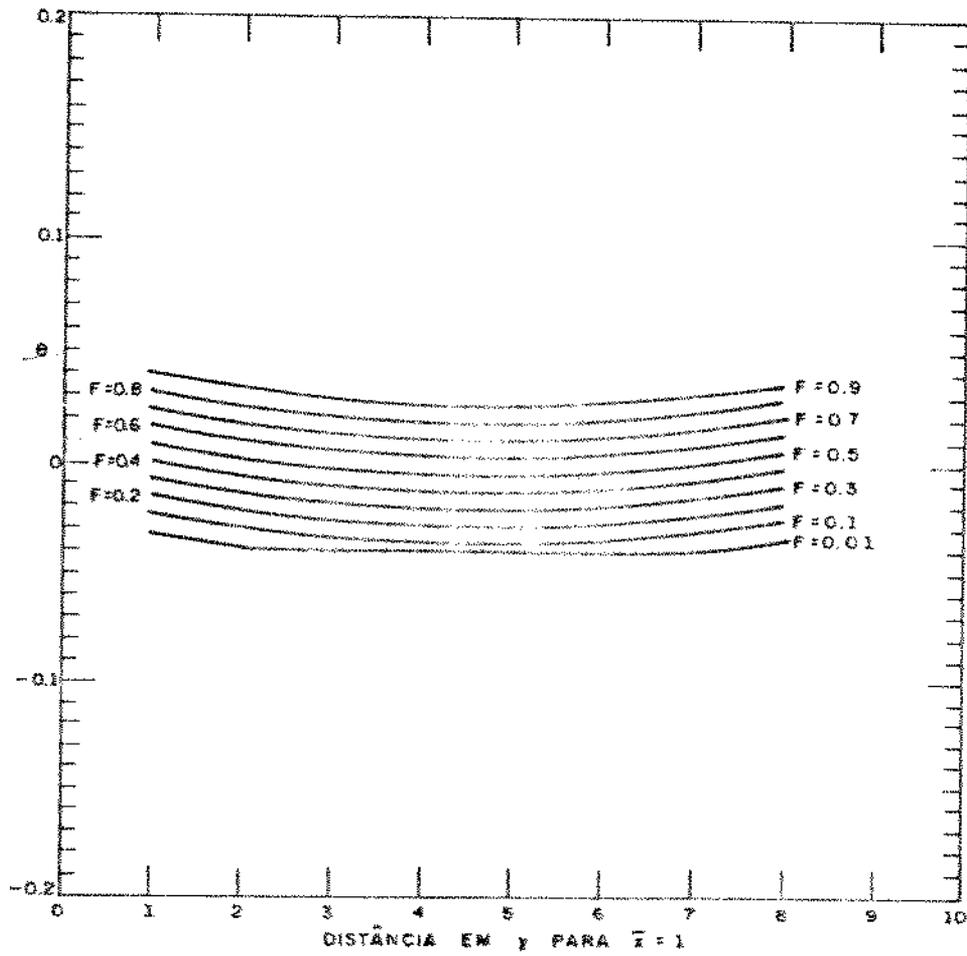


Figura 5.10: Perfil de temperatura, dispositivo padrão.

Como se pode observar, na figura (5.10) o dispositivo padrão se mantém dentro da faixa de temperatura de fusão, $-\bar{\epsilon} < T < \bar{\epsilon}$ enquanto que o dispositivo sem aletas tem sua temperatura elevada acima da faixa de temperatura de fusão.

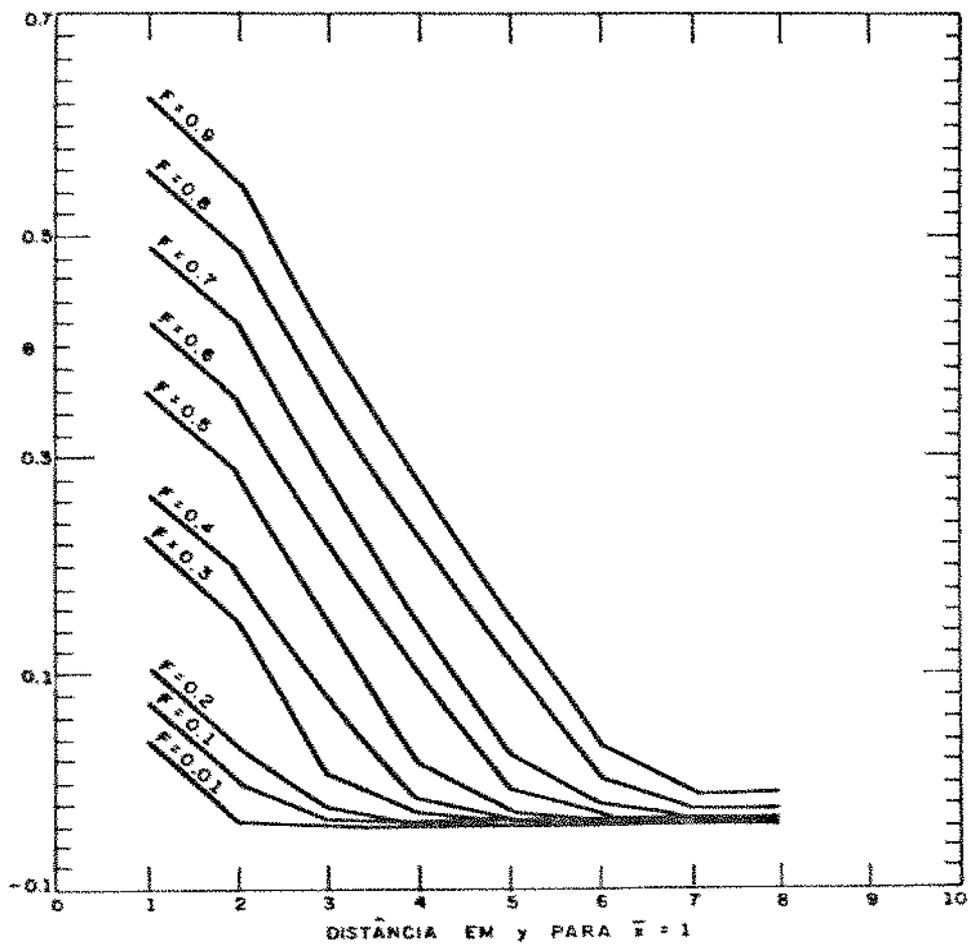


Figura 5.11: Perfil de temperatura, dispositivo sem aletas.

5.6 Influência da Espessura da Aleta

Para a variação da espessura da aleta, em relação à espessura padrão da aleta definimos a relação,

$$ea^* = \frac{ea}{epa} = 0,125; 0,25; 0,5 \text{ e } 1.$$

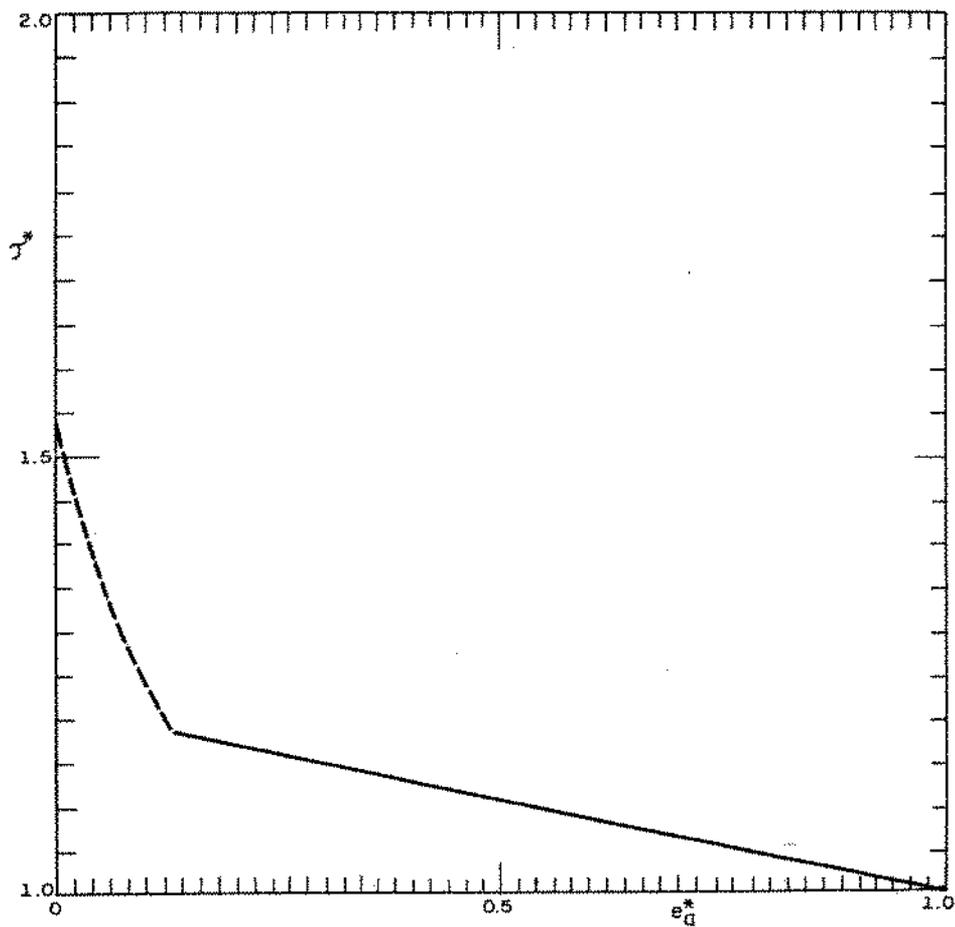


Figura 5.12: Tempo para completar a fusão em função da espessura da aleta.

Na faixa de espessura de aleta estudada, a figura (5.12) mostra que sua redução aumenta o tempo para completar a fusão em 20% para a espessura de $ea^* = 0,125$. No caso de

espessura $ea^*=0$ o tempo para completar a fusão é 54% maior do que no caso da espessura $ea^*=1$.

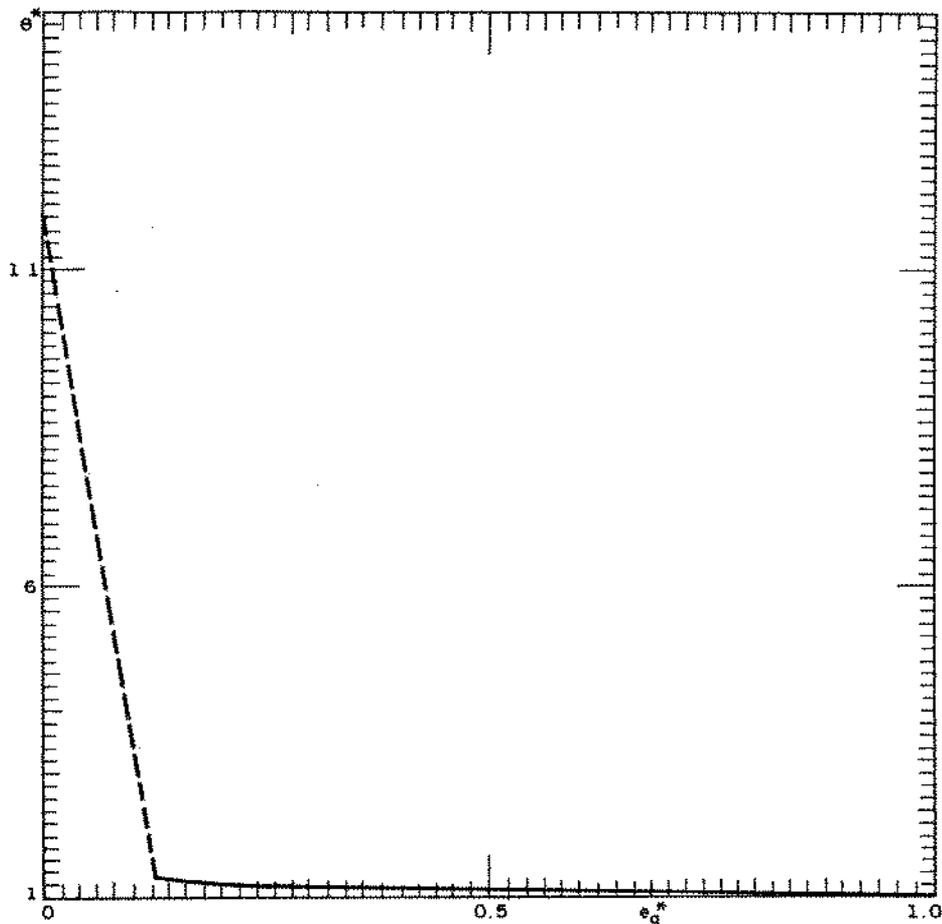


Figura 5.13: Temperatura na base ao final da fusão em função da espessura da aleta.

Na figura (5.13) graficamos a temperatura na base ao final da fusão em função da espessura da aleta. Nota-se que na faixa de espessura entre 0,125 e 1 a temperatura na base aumenta muito pouco, enquanto que no caso de espessura $ea^*=0$ a mesma é 12 vezes maior do que para espessura unitária.

A figura (5.14) mostra que a diminuição da espessura da aleta provoca um aumento de até 2% no aproveitamento do calor latente pelo calor fornecido, para $ea^* = 0,125$. Já no caso de espessura $ea^* = 0$ há uma redução de aproximadamente 18%.

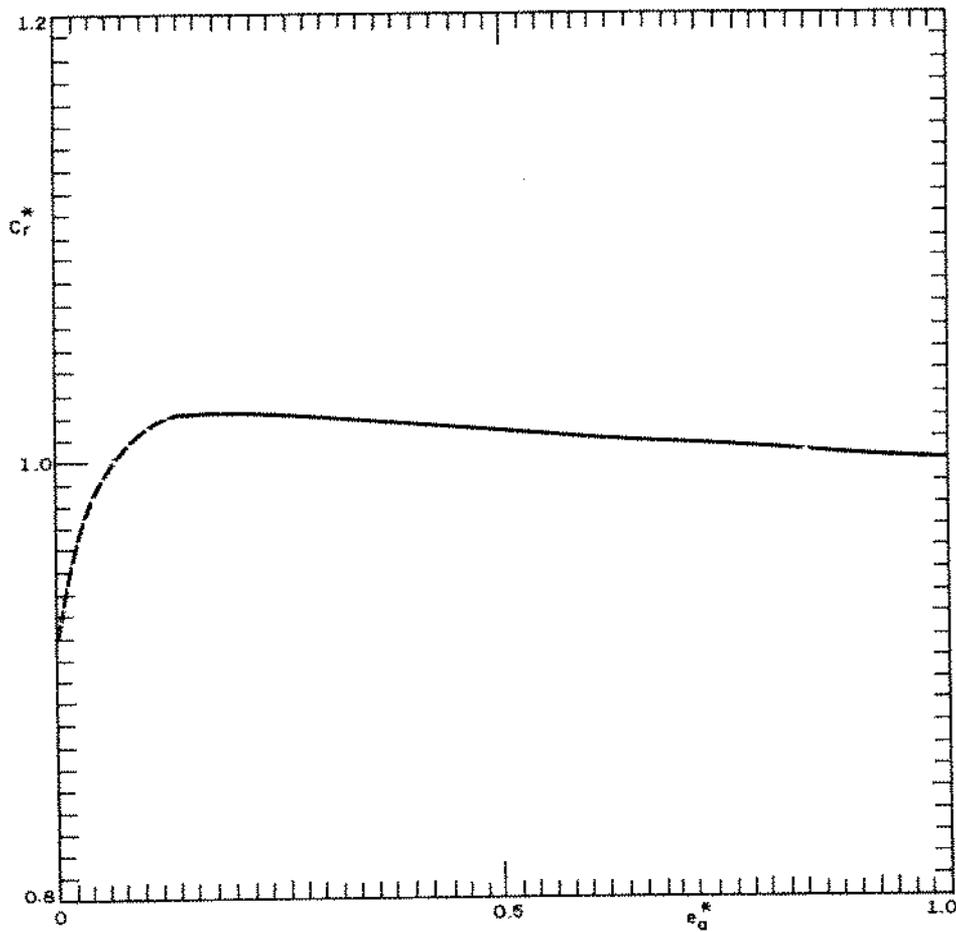


Figura 5.14: Razão do calor latente pelo calor fornecido, em função da espessura da aleta.

5.7 Influência da espessura da base

A relação para as espessuras da capa e base, que no padrão são iguais fica,

$$eb^* = \frac{eb}{epb} = \frac{ec}{epc} = 0,5; 0,75; 1,0; 1,25 \text{ e } 1,5.$$

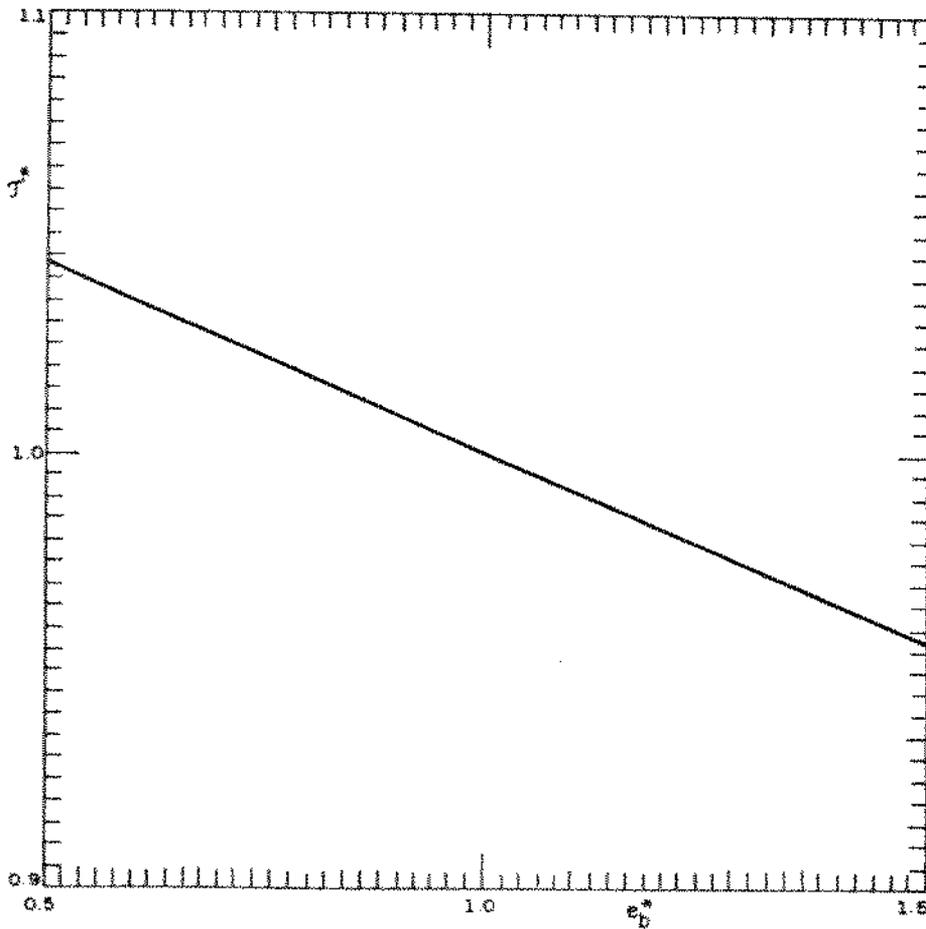


Figura 5.15: Tempo para completar a fusão em função da espessura da base.

A espessura da base, na faixa estudada, influi pouco no tempo para completar a fusão, sendo de -4% para $eb^* = 0,5$ e de 4% para $eb^* = 1,5$.

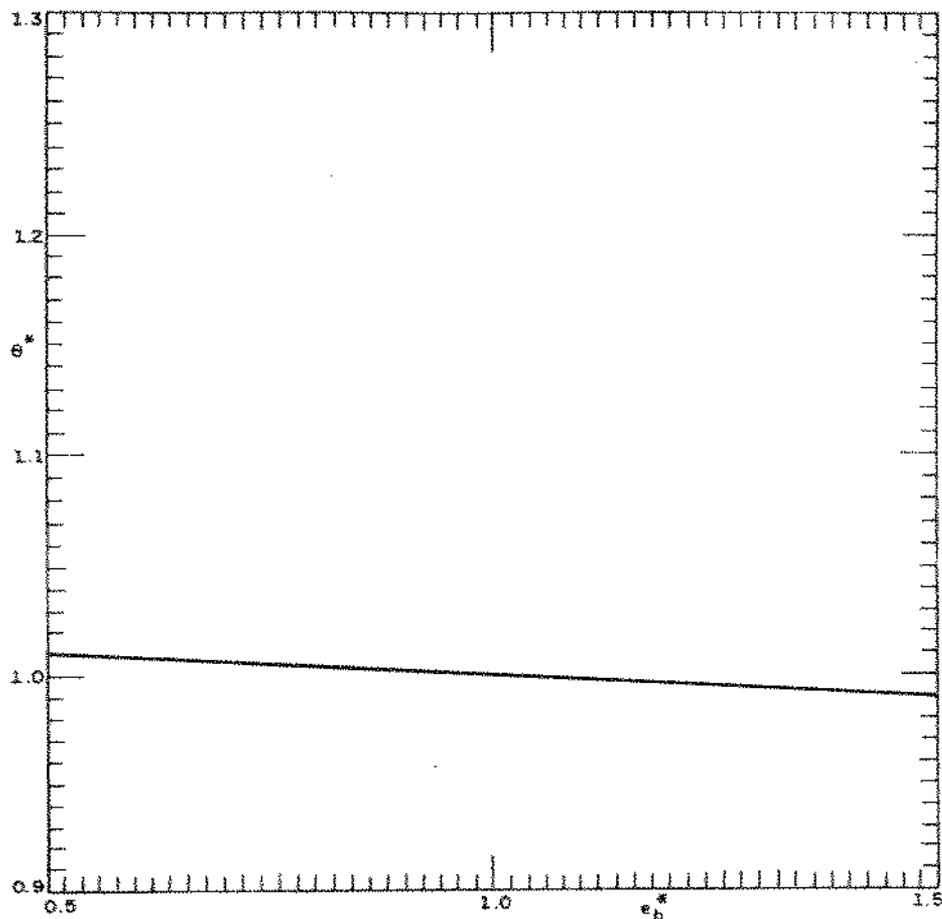


Figura 5.16: Temperatura na base ao final da fusão em função da espessura da base.

A espessura da base, na faixa estudada, tem uma influência pouco significativa na temperatura na base ao final da fusão, como pode ser visto na figura (5.16), sendo da ordem de 1% para $eb^* = 0,5$ e de -1% para $eb^* = 1,5$.

A relação calor latente por calor fornecido não é influenciada significativamente pela variação da espessura da base, na faixa estudada, variando entre -0,5% e 0,9%, como pode ser visto na figura (5.17).

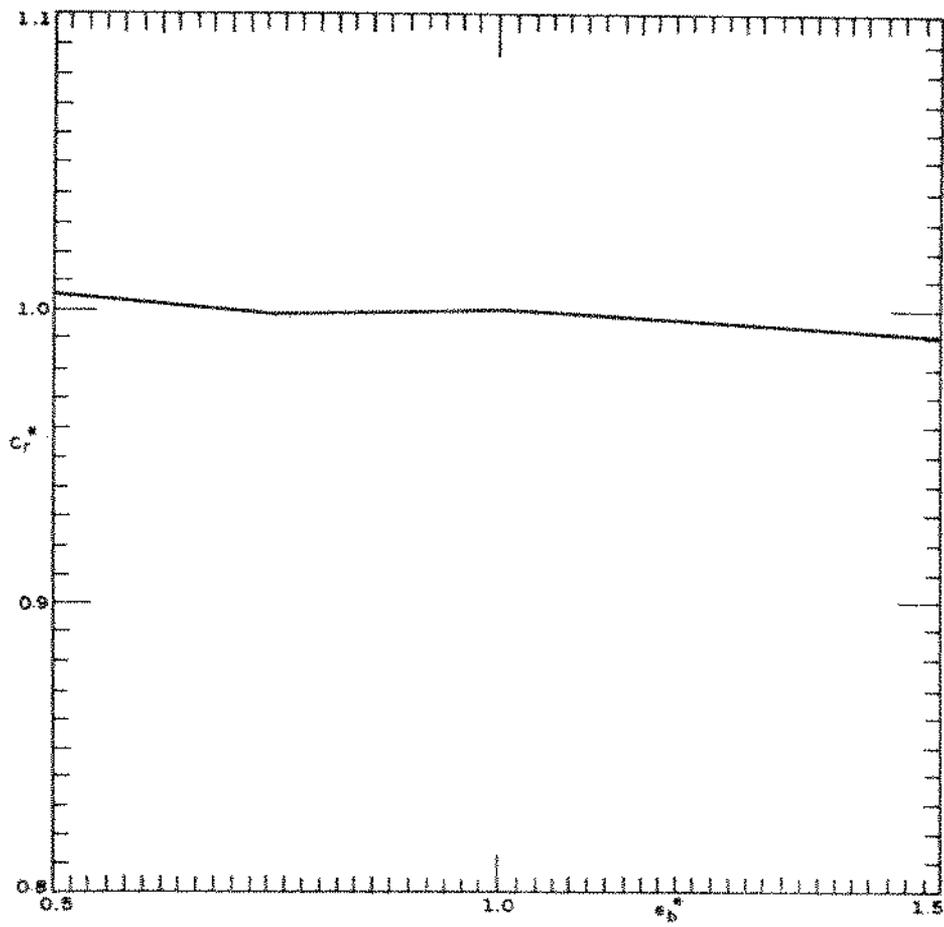


Figura 5.17: Razão do calor latente pelo calor fornecido, em função da espessura da base.

5.8 Influência do coeficiente de Película.

Para efetuar este estudo consideramos que no tempo $\tau = 0$ o dispositivo está em equilíbrio térmico com um ambiente a temperatura θ_a . A seguir recebe pela base o fluxo de calor de referência enquanto que pela capa perde calor por convecção através de um coeficiente de película. Foram considerados três valores de temperatura ambiente,

$$\theta_{a1} = -\bar{\epsilon}; \quad \theta_{a2} = -0,2; \quad \theta_{a3} = -0,3.$$

correspondendo a números de Stefan de ,

$$Ste_1 = \bar{\epsilon}; \quad 0,2; \quad e \quad 0,3.$$

Para cada temperatura ambiente, foram considerados os seguintes valores de coeficiente de película,

$$h = 1; \quad 5; \quad 10; \quad 15; \quad 20; \quad 25 \text{ W/m}^2\text{°C} .$$

Na figura (5.18) apresentamos o gráfico do tempo para completar a fusão para os três casos.

Como se pode observar, a influência do coeficiente de película aumenta com a diminuição da temperatura ambiente. Para a temperatura ambiente de $\theta_{a1} = \bar{\epsilon}$, a variação de h influi muito pouco comparada com a das temperaturas θ_{a2} e θ_{a3} . Para θ_{a2} o aumento do coeficiente de película produz um aumento significativo no tempo de fusão sendo ainda mais importante para θ_{a3} . Observa-se que é possível atingir o regime permanente para θ_{a2} , com h maior que 25 W/m²°C e para θ_{a3} com h maior que 15 W/m²°C .

A figura (5.19) mostra a temperatura na base ao final da fusão em função do coeficiente de película para as três temperaturas ambientes já citadas.

Observa-se na figura que, para θ_{a3} a curva tem como valor final $h = 15 \text{ W/m}^2\text{°C}$. Isto se deve a que o dispositivo não chega a terminar a fusão para valores de h superiores a esse valor, sendo portanto o último valor obtido.

A temperatura na base ao final da fusão diminui, nos três casos com o aumento do coeficiente de película sendo o efeito mais pronunciado para a temperatura ambiente inferior.

Apresentamos na figura (5.20) a relação entre o calor latente e o calor fornecido para um dispositivo padrão sujeito a uma taxa de calor constante \bar{Q}_{b1} , perdendo calor por convecção através de coeficiente de película h variando entre 0 e 25 W/m²°C , para as temperaturas ambientes já descritas. Observa-se que a variação de h influi menos no caso de temperatura

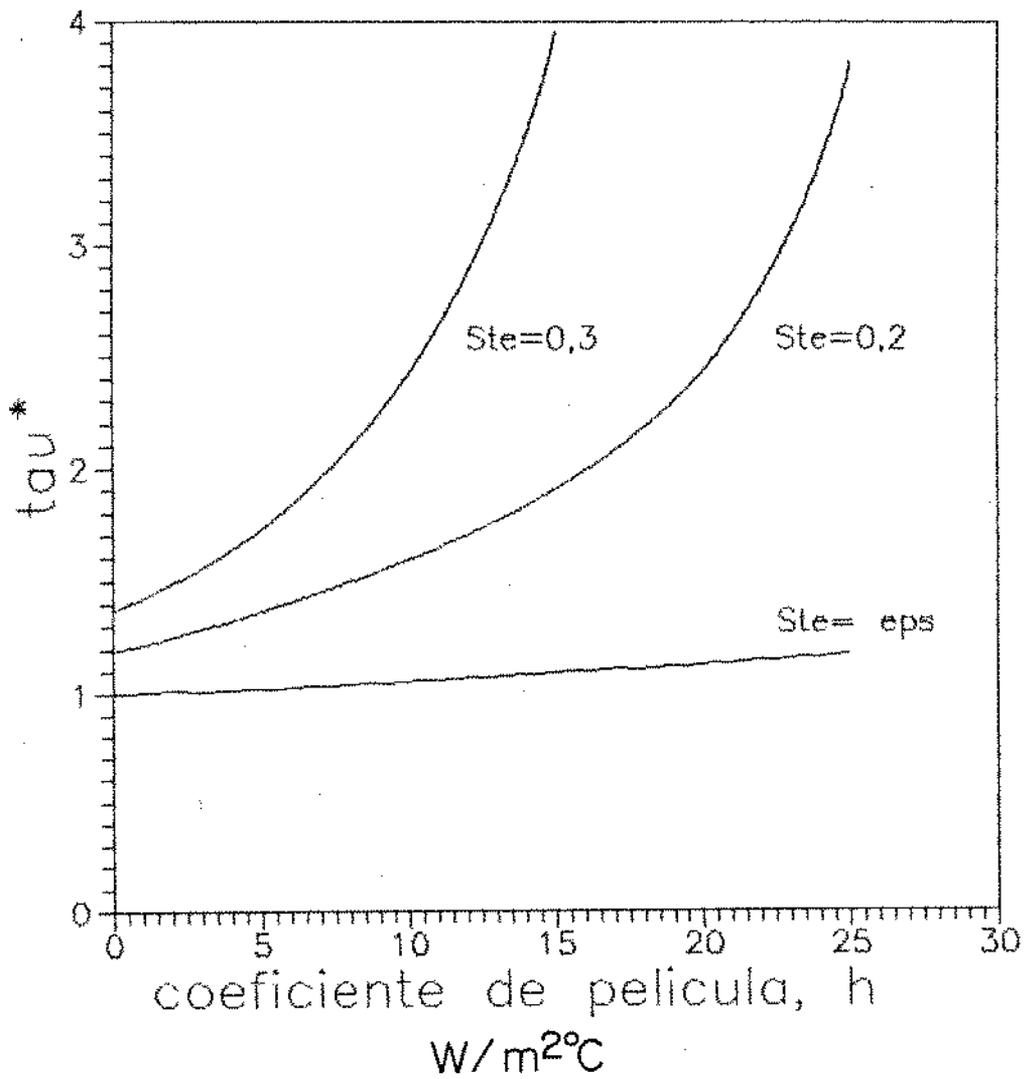


Figura 5.18: Tempo para completar a fusão em função do coeficiente de película.

ambiente mais elevada, diminuindo drasticamente com a diminuição da temperatura ambiente. Com isto, na situação extrema em que a frente de fusão permanece estacionária, esta relação será igual a zero.

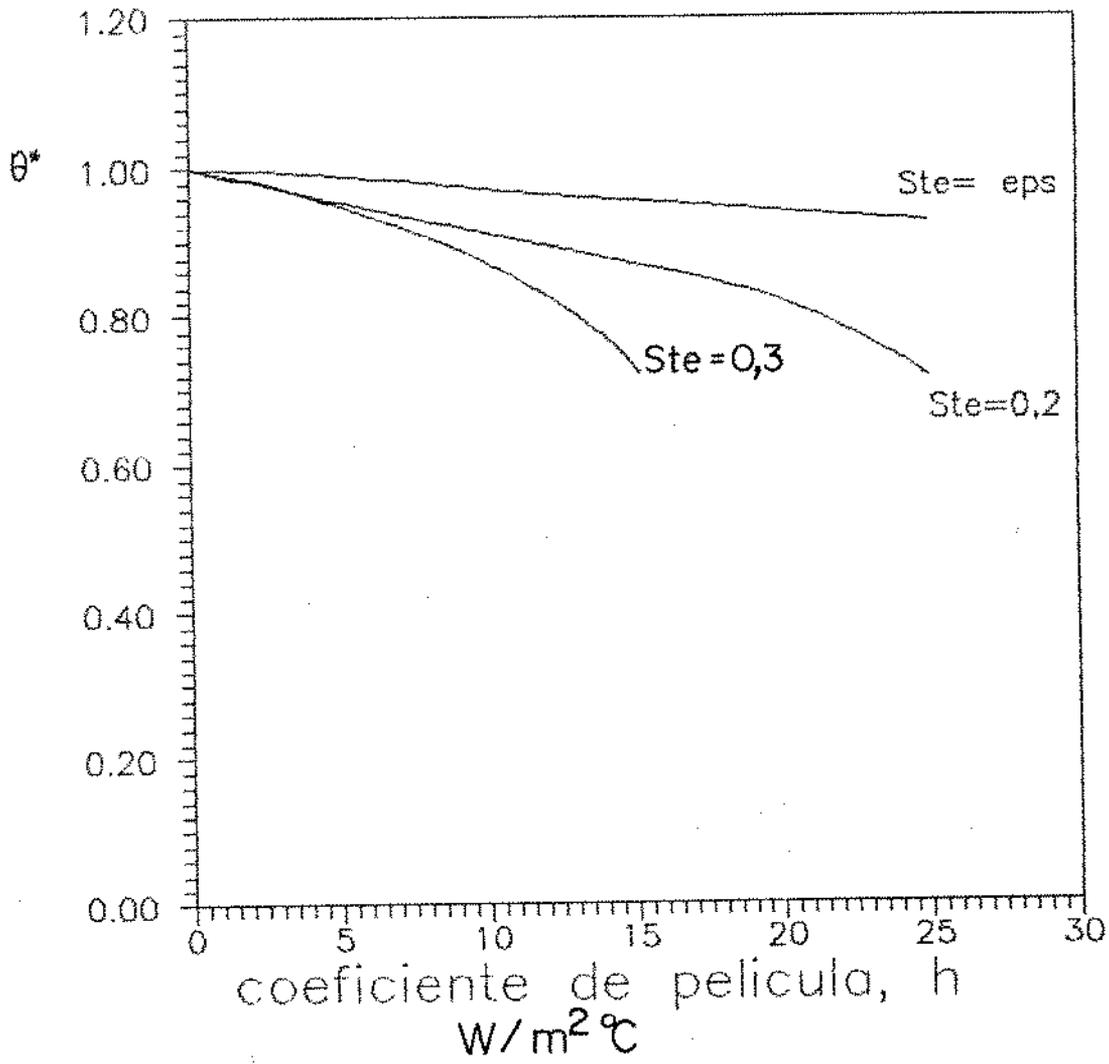


Figura 5.19: Temperatura na base ao final da fusão em função do coeficiente de película.

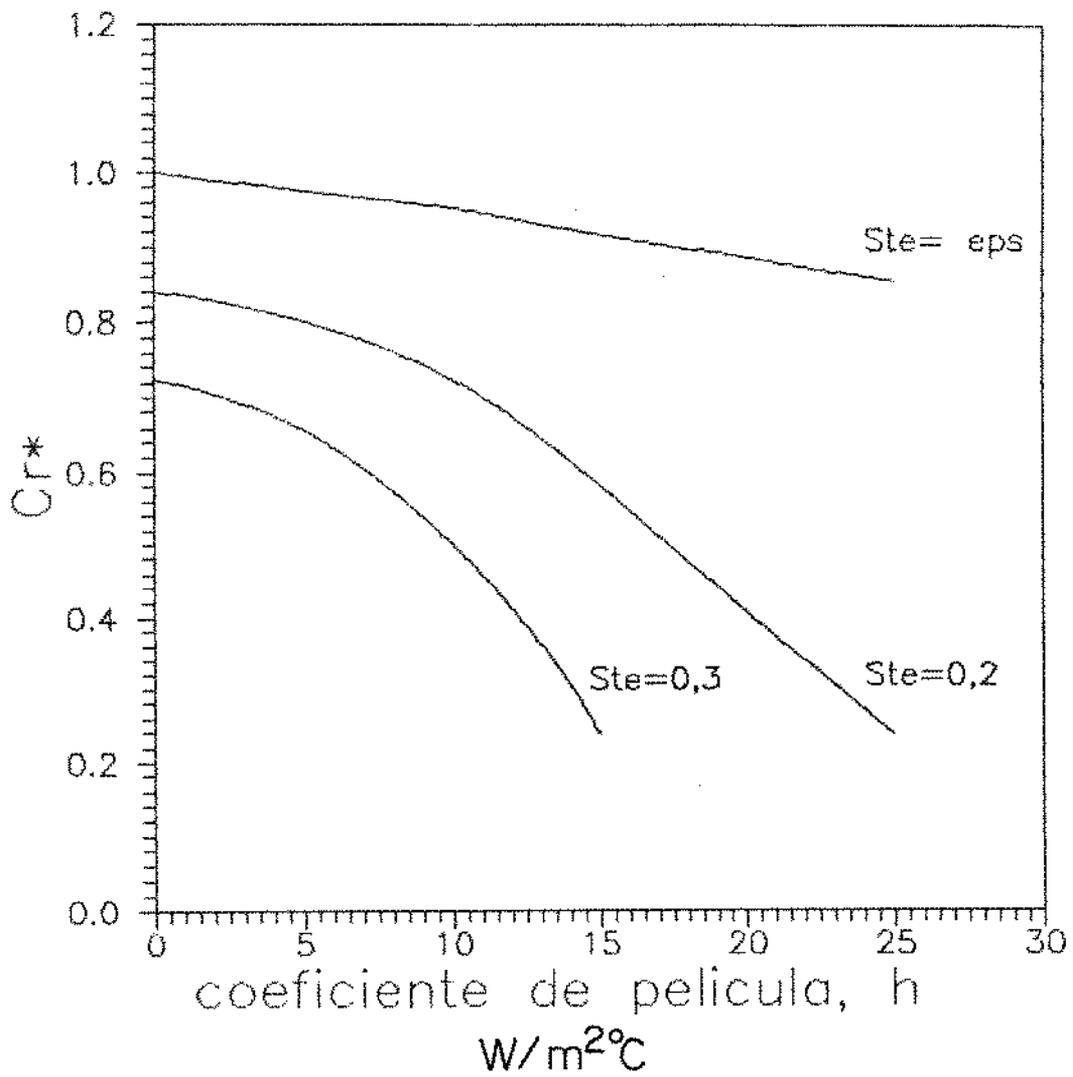


Figura 5.20: Razão do calor latente pelo calor fornecido, em função do coeficiente de película.

5.9 Influência do Período de Fluxo Variável.

Para estudar o comportamento de taxa de calor transiente definimos uma taxa de calor com variação cíclica no tempo, da seguinte forma:

$$\bar{Q}_b(\tau) = \begin{cases} \bar{Q}_{b1} & \tau_0 \leq \tau < \tau_1 \\ 2 \bar{Q}_{b1} & \tau_1 \leq \tau < \tau_2 \end{cases}$$

Ou seja, uma função de período $P = \tau_2$, tomando os seguintes valores

$$P = 0,02; 0,05; 0,10; 0,15; 0,20; 0,30; 0,36; 0,40; 0,44; 0,50.$$

Na figura (5.21), apresentamos o tempo para completar a fusão de um dispositivo padrão sujeito a uma taxa de calor variável em função do período. Observa-se que para períodos menores que 0,30 o tempo para completar a fusão não é muito influenciado pela variação do período. O que não acontece a partir desse valor.

Na figura (5.22) apresentamos a temperatura na base de um dispositivo padrão sujeito a uma taxa de calor variável, em função do período. A grande variação observada se deve ao programa terminar quando a fusão se completa, e esta ocorre em momentos distintos em que o fluxo de calor é maior ou menor.

Na figura (5.23) apresentamos a relação entre o calor latente e o calor fornecido para um dispositivo padrão sujeito a uma taxa de calor variável em função do período. Como se pode ver, esta relação se mantém relativamente constante em toda a faixa estudada.

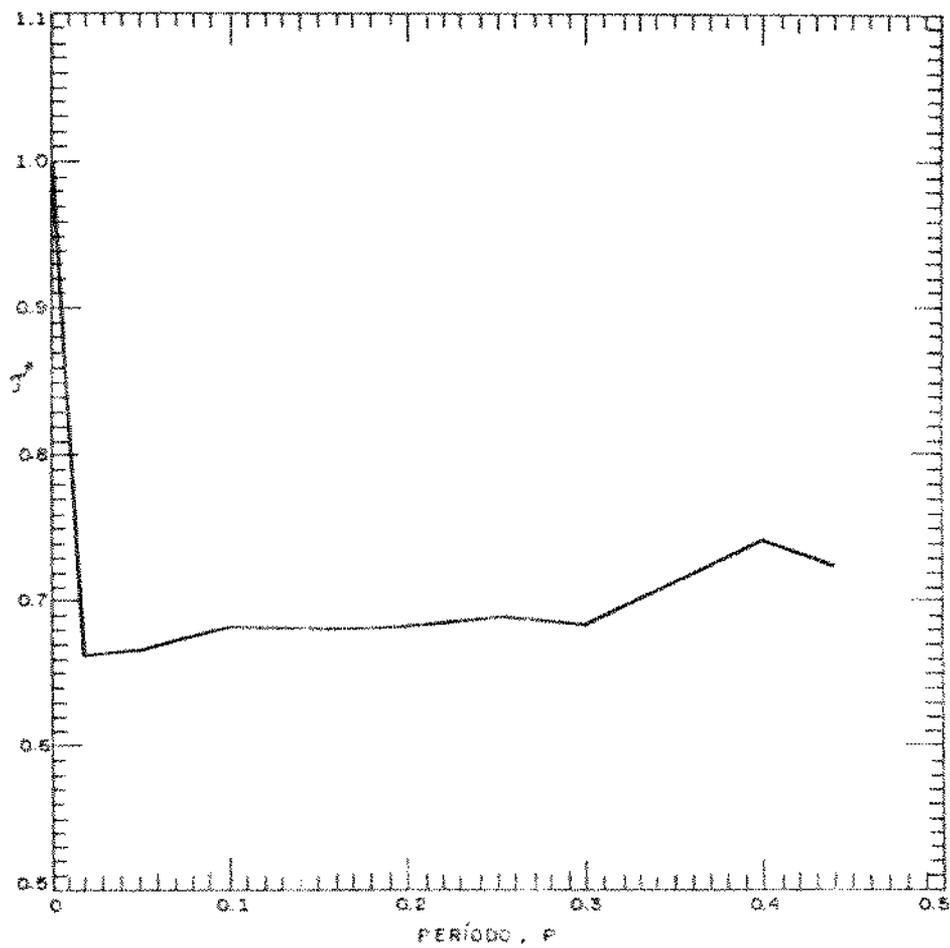


Figura 5.21: Tempo para completar a fusão em função do período do fluxo de calor variável.

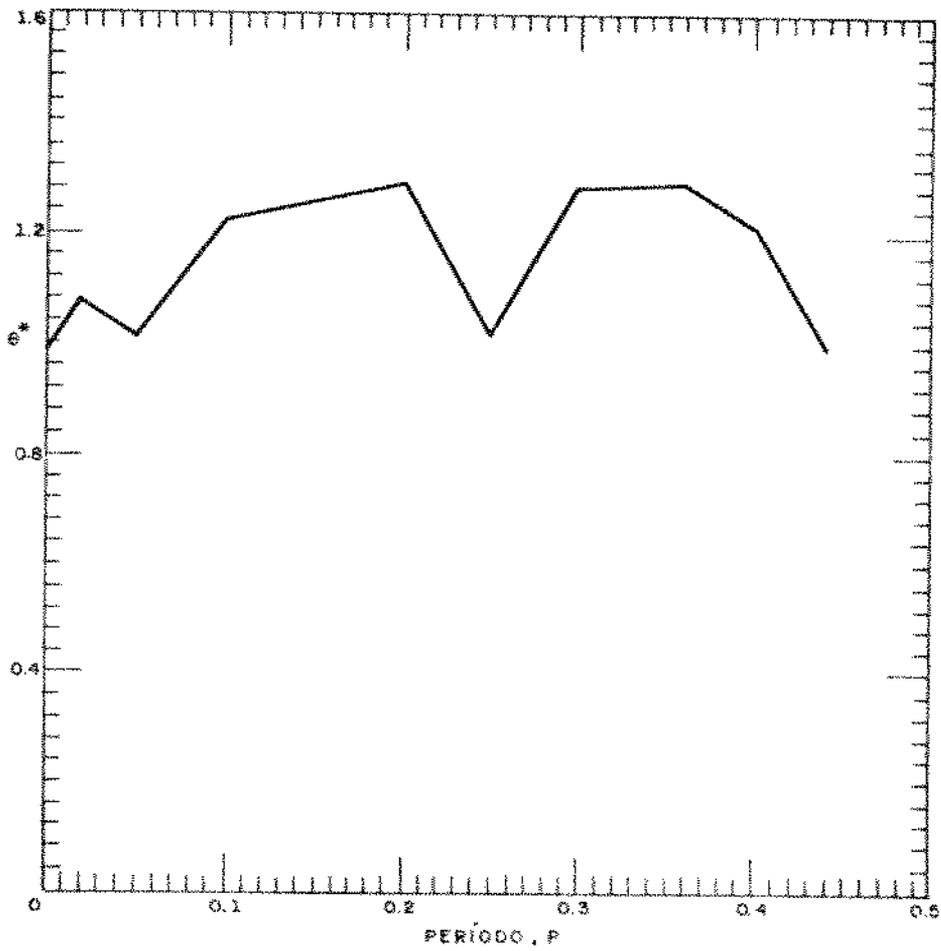


Figura 5.22: Temperatura na base de dispositivo sujeito a fluxo variável em função do período.

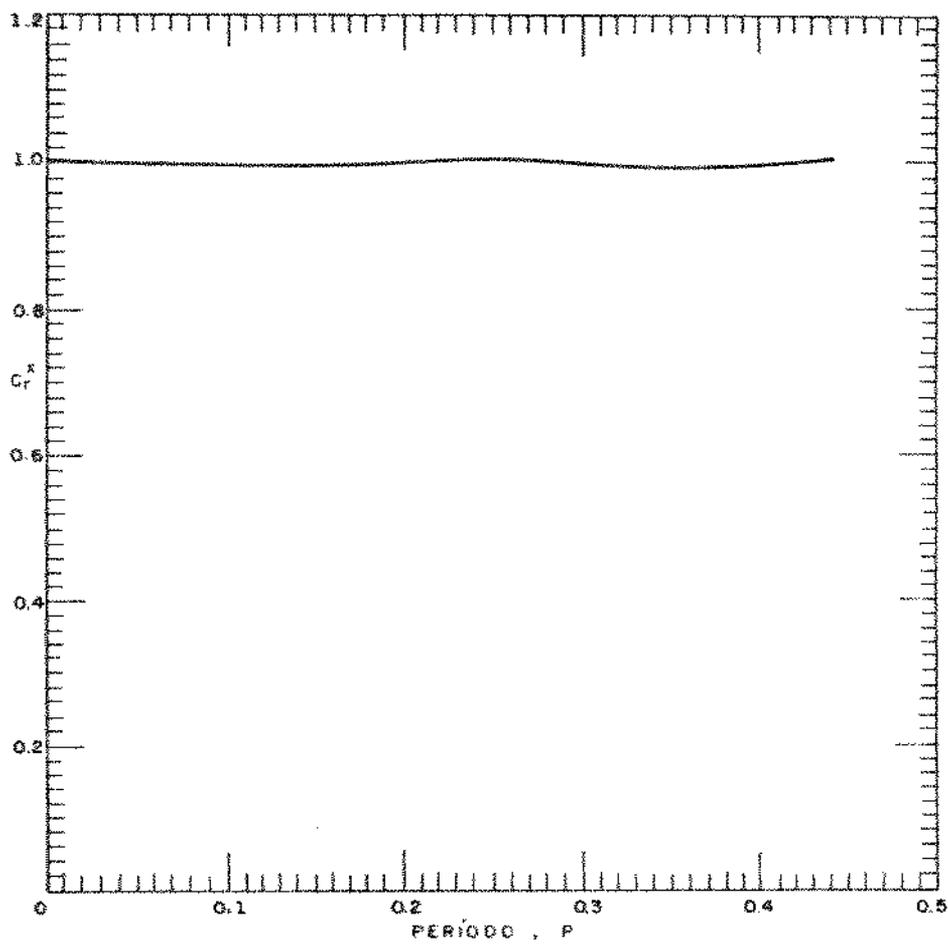


Figura 5.23: Razão do calor latente pelo calor fornecido, em função do período.

Capítulo 6

Efetividade - NTU

Com o intuito de possibilitar projetos de dispositivos de controle de temperatura, desenvolvemos o estudo da efetividade em função do número de unidades de transferência.

6.1 Descrição do Método

Para realizar este estudo, consideramos a geometria do dispositivo de acordo com a figura (6.1), onde um fluido refrigerante escoa por um canal situado na parte inferior do dispositivo.

O fluido refrigerante escoa com taxa \dot{m} e a sua temperatura de mistura na entrada do dispositivo é T_0 .

Realizando um balanço de energia num elemento de área $dA = l \Delta z$, conforme a figura (6.1), num dado instante de tempo obtemos,

$$\dot{m}c_p(T_2 - T_0) = Q_p \quad (6.1)$$

onde Q_p é o fluxo de calor pela superfície do dispositivo em contato com o fluido a temperatura T_1 ,

$$Q_p = hl\Delta z(T_p - T_1) \quad (6.2)$$

onde

c_p é o calor específico do fluido refrigerante,

T_2 é a temperatura média de mistura do fluido na saída, ou seja,

T_1 é a temperatura média de mistura do fluido sob a área

$$T_1 = \frac{T_2 + T_0}{2} \quad (6.3)$$

Obtemos ,

$$T_2 = \left(\frac{hl\Delta z}{\dot{m}c_p} \right) (T_p - T_1) + T_0 \quad (6.4)$$

que, em termos adimensionais fica,

$$\theta_2 = \left(\frac{hl\Delta z}{\dot{m}c_p} \right) (\theta_p - \theta_1) + \theta_0 \quad (6.5)$$

O número de Stefan relaciona a temperatura de entrada do fluido com a temperatura de fusão do material de mudança de fase e é definido como

$$\text{Ste} = \frac{c_s}{L}(T_f - T_0) \quad (6.6)$$

que, em valores adimensionais fica

$$\text{Ste} = -\theta_0 \quad (6.7)$$

Observamos que ,

$$NTU = \frac{hx_1\Delta z}{\dot{m}c_p} \quad (6.8)$$

e, se definirmos para um elemento de área o calor máximo que o fluido pode receber como sendo

$$Q_{max} = \dot{m}c_p(T_f - T_0) \quad (6.9)$$

Obtemos o valor da efetividade a partir de,

$$ef = \frac{\dot{m}c_p(T_2 - T_0)}{\dot{m}c_p(T_f - T_0)} = \frac{(T_2 - T_0)}{(T_f - T_0)} \quad (6.10)$$

Em termos adimensionais a efetividade fica,

$$E = \frac{(\theta_2 - \theta_0)}{(\epsilon - \theta_0)} \quad (6.11)$$

Este balanço de energia é acoplado ao programa numérico descrito anteriormente e o procedimento para obtenção dos resultados é descrito a seguir.

O programa de solidificação é iniciado com temperatura inicial igual à temperatura de fusão, com condição de contorno convectiva para o fluido à temperatura θ_0 , para o primeiro Δz .

Quando atinge uma fração de solidificação pré-estabelecida efetua-se o balanço acima obtendo-se em primeira iteração θ_2^1 e portanto θ_1^1 . O programa de solidificação é então reiniciado agora para temperatura de mistura do fluido dada pela iteração anterior, obtendo-se então θ_2^2 e portanto θ_1^2 . Este procedimento é continuado até que a diferença entre os valores de θ_1^j e θ_1^{j+1} satisfaça um critério de convergência. Quando o critério é satisfeito, armazena-se o tempo necessário para atingir a fração de solidificação e θ_1^{j+1} , podemos então avançar na profundidade reiniciando o programa para um novo Δz , com θ_0 sendo agora θ_1^{j+1} . Agora os cálculos são efetuados quando for atingido o valor do tempo armazenado no Δz anterior. Isto é então repetido em toda a profundidade.

Após o último Δz temos então como resultado a efetividade e o NTU do dispositivo.

Para cada série de resultados, o programa é alimentado variando-se a taxa de massa do fluido para um valor do coeficiente de película e de número de Stefan, obtendo-se a efetividade e NTU para frações de sólido na entrada de 0,1; 0,5 e 0,9.

A fração de sólido na entrada, pré-estabelecida para efeito dos cálculos, é relacionada com a fração total de sólido no dispositivo, para cada situação e é apresentada em forma de gráfico, em função da taxa de massa.

Apresentamos nas figuras seguintes estes resultados. A figura (6.2) mostra a evolução da fração de solidificação na entrada do dispositivo, com o tempo para um mesmo coeficiente de película e três números de Stefan. As figuras (6.3), (6.4), (6.5), mostram os resultados obtidos para a efetividade e NTU para $Bi = 5$ e $Ste = 0,1$, $Ste = 0,2$ e $Ste = 0,3$, para frações de sólido na entrada de 0,1; 0,5 e 0,9. E a figura (6.6) informa a fração total de sólido no dispositivo. Observa-se por esta figura, que a partir de um valor do fluxo mássico, a fração de sólido na entrada é representativa da fração total de sólido. Ou seja, ao longo da profundidade, somente para fluxos mássicos baixos se desenvolve uma variação no perfil de solidificação. Este comportamento se repete para toda a faixa de Ste e Bi verificada.

Na figura (6.3) juntamente com a curva para $FS_0 = 0,1$ apresentamos os pontos da curva teórica obtida pela equação da efetividade correspondente a um trocador de calor convencional em mudança de fase, ou seja,

$$\epsilon = 1 - \exp(-NTU) \quad (6.12)$$

como se pode verificar, a concordância é apreciável. Outro fato que se pode verificar pelas curvas da efetividade em função do NTU, é que, para um mesmo número de Biot, ao se aumentar o número de Stefan, as curvas para frações $FS_0 = 0,5$ e $FS_0 = 0,9$ tendem a se aproximar da primeira, $FS_0 = 0,1$.

Na seqüência, apresentamos os resultados para $Bi = 10$ e $Bi = 100$ para os três valores de Stefan.

6.2 Metodologia de Cálculo de Projeto

6.2.1 Cálculo da Descarregamento de um Dispositivo.

No desenvolvimento apresentado na seção anterior, a efetividade e o NTU eram avaliados em diferentes frações de solidificação.

Utilizando as curvas anteriormente apresentadas podemos agora efetuar os cálculos pertinentes à descarregamento de um dispositivo de mudança de fase.

Para tanto podemos supor que após um tempo em que o mesmo recebeu calor, agora está no estado líquido. Iniciamos então o processo de recuperação de calor. Os itens de interesse serão, qual o calor trocado e qual a quantidade de calor latente ainda disponível até um determinado instante de tempo.

Com a escolha do duto, o fluxo mássico do fluido e a temperatura de entrada do fluido de transferência de calor, calculamos o número de Reynolds por,

$$Re = \frac{u_m D_h}{\nu} \quad (6.13)$$

onde,

u_m é a velocidade do escoamento,

$D_h = \frac{A_c}{P_m}$ é o diâmetro hidráulico,

A_c é a área da seção transversal e

P_m é o perímetro molhado.

Passamos então a obter o valor do coeficiente de película através de uma correlação adequada para o número de Nusselt.

Conhecendo o valor de h , de \dot{m} , da área de troca de calore e de c_p calculamos o valor de NTU .

Com o instante de tempo de interesse, verificamos nas curvas de FS_0 , Fração de Sólido na entrada em função do tempo, qual a fração de sólido correspondente a esse tempo. Com este valor podemos então usar a figura de efetividade em função de NTU . Conhecendo-se o valor da efetividade calculamos o calor trocado pela equação (6.10) ou (6.11).

Esta mesma curva de FS_0 em função do tempo permite saber qual o tempo necessário para a completa solidificação.

Apresentamos a seguir um exemplo utilizando o procedimento.

Supomos um dispositivo de 0,5m de largura com 1m de profundidade composto por 100 meias células de configuração padrão contendo o mesmo material de mudança de fase. Supomos que este dispositivo receba um fluxo de calor de 2000 W/m^2 . Adimensionalmente este valor fica $Q_b = 4,26$; com o qual lemos na figura (6.1) o tempo que o mesmo leva para fundir, $\tau_1 = 0,24$. Deseja-se a partir deste instante efetuar a descarregamento no tempo de 1 hora, $\tau_2 = 0,24$, dispondo de água como fluido de transferência de calor à temperatura de 16°C , $\theta_0 = -0,1$, o que corresponde a $Ste = 0,1$.

As propriedades da água a esta temperatura são tomadas como:

$$c_p = 4186 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$$

$$k_a = 0,595 \text{ W/(m }^\circ\text{C)}$$

$$\mu = 1,12 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m s}$$

Examinando as curvas de Fração de Sólido na entrada em função do tempo adimensional, observamos que a figura (6.12) para $Bi = 100$ é adequada para o requisito tempo de descarregamento. Tomamos então este valor de número de Biot. Calculamos então o coeficiente de película por,

$$h = \frac{Bik_s}{s_e} \quad (6.14)$$

obtendo $h = 727 \text{ W/(m}^2 \text{ }^\circ\text{C)}$.

Podemos escolher um duto retangular com largura igual à do dispositivo, ou seja $b = 0,5\text{m}$. Precisamos determinar sua altura a , para calcular a taxa de fluxo de massa necessária. Utilizamos uma correlação para o número de Nusselt obtida em ([17]) para escoamento laminar entra placas paralelas, (b a) como sendo:

$$Nu_D = \frac{hD_h}{k} = 7,54 \quad (6.15)$$

Substituindo os valores de h e k_a , obtemos o valor do diâmetro hidráulico $D_h = 0,0062$, que por sua vez nos permite calcular a altura do duto pois,

$$D_h = \frac{4A_c}{P} = 2 \frac{(ba)}{b+a} \quad (6.16)$$

obtendo-se $a = 0,003\text{m}$.

O número de Reynolds para este duto pode ser calculado em termos de \dot{m} ,

$$Re = \frac{2\dot{m}}{(b+a)\mu} \quad (6.17)$$

que deverá ser inferior a 2300 para ser escoamento laminar. Isto nos restringe o uso da correlação de Nusselt para valores de \dot{m}_b inferiores a 0,644 kg/s, pela secção transversal total do duto. O que resulta em valores de \dot{m}_l , sob cada meia célula, inferiores a 0,00644 kg/s.

Escolhemos $\dot{m}_l = 0,0002$, o que resulta numa taxa de fluxo de massa total pelo duto de $\dot{m}_b = 0,02$ kg/s.

Calculamos o valor de NTU para a meia-célula com a equação (6.8) com estes valores de h e \dot{m} e obtemos $NTU = 4,34$. Examinando a figura (6.13) obtemos o valor da efetividade para as três frações de sólido como sendo,

para $FS_0 = 0,1$ teremos $E = 0,88$,

para $FS_0 = 0,5$ teremos $E = 0,73$,

para $FS_0 = 0,9$ teremos $E = 0,52$.

Com estes valores podemos então calcular a taxa de calor trocado, pois conhecemos o valor de Q_{max} , calculado pela equação (6.9), sendo de

$Q_{max} = 7,56$ W em cada meia célula, sendo portanto de $Q_{max} = 756$ W no dispositivo. Assim, obtemos ,

para $FS_0 = 0,1$ teremos $Q = 663$ W e $\tau = 0,01$,

para $FS_0 = 0,5$ teremos $Q = 550$ W e $\tau = 0,07$,

para $FS_0 = 0,9$ teremos $Q = 392$ W e $\tau = 0,18$.

onde os valores de τ são lidos na figura (6.12) .

6.2.2 Carregamento e Descarregamento Simultâneo

Neste caso, o problema reside em dimensionar o dispositivo de modo a manter uma frente de fusão-solidificação estacionária, permanecendo constante a temperatura da base durante todo o tempo de utilização, possibilitando a retirada do calor entrando no dispositivo pelo fluido de transferência de calor, na mesma taxa de entrada pela base.

Trata-se portanto de um problema em regime permanente.

Para resolver este problema calculamos a efetividade, pois conhecemos a taxa de calor na base e o calor máximo dado pela equação (6.9). Com este valor de efetividade entramos

na curva adequada de NTU e optamos pela fração de sólido que permita valores adequados de h e \dot{m} , relacionados pelo número de Biot e de Nusselt.

Apresentamos a seguir um exemplo desses cálculos.

Considerando o dispositivo do exemplo anterior composto por 100 meias células de geometria padrão, suponhamos que recebe um fluxo de calor $Q_b = 1000 \text{ W/m}^2$, o que na base da meia célula corresponde a uma taxa de $Q = 5 \text{ W}$. Se mantivermos a mesma temperatura de entrada no fluido de transferência de calor teremos que a efetividade será de ,

$$E = \frac{T_s - T_e}{T_f - T_e} = \frac{5}{9} = 0,55 \quad (6.18)$$

Escolhemos agora com a curva (6.13) em qual fração desejamos estabilizar a solidificação. Será de $FS_0 = 0,5$, o que resulta num valor de $NTU = 2,5$.

Com este valor calculamos então a taxa de fluxo de massa que permite a retirada deste calor,

$$\dot{m} = \frac{hlz}{NTU c_p} \quad (6.19)$$

o que resulta em $\dot{m}_l = 0,0035 \text{ kg/s}$ sob cada meia célula, sendo portanto de $\dot{m}_b = 0,35 \text{ kg/s}$ pelo duto.

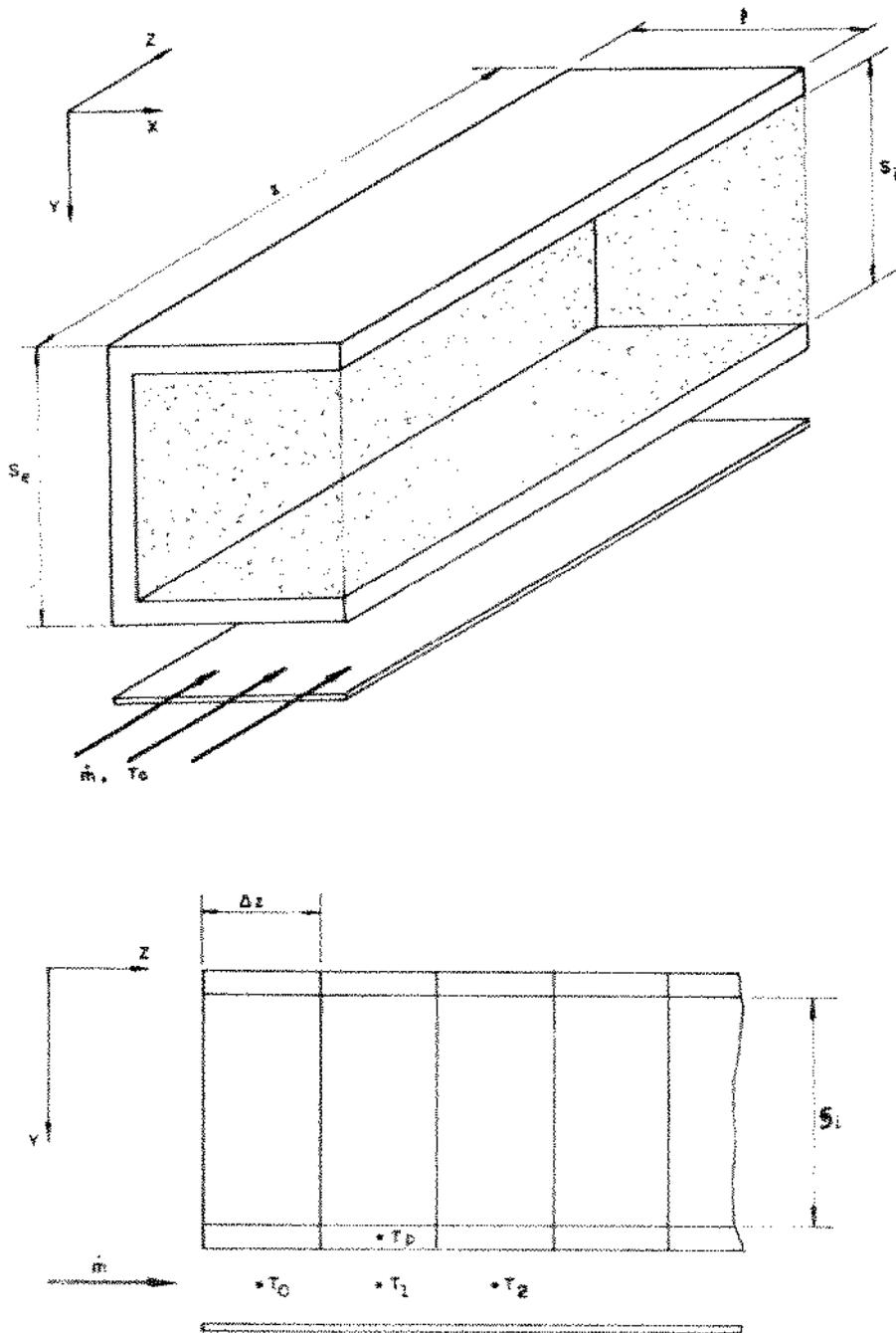


Figura 6.1: Geometria tridimensional do dispositivo e corte lateral.

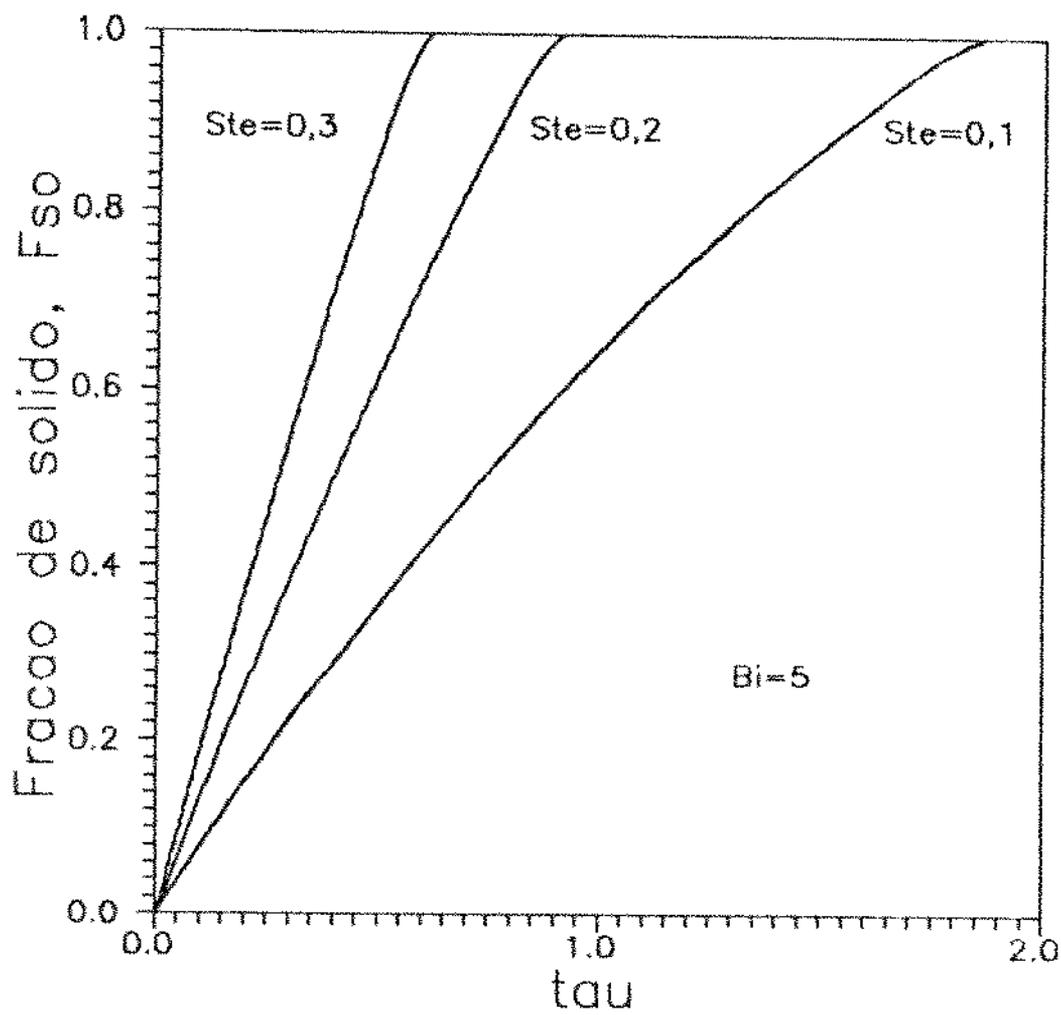


Figura 6.2: Fração de sólido na entrada, F_{S_0} , em função de τ , tempo adimensional, para $Bi=5$ e $Ste=0,1$; $Ste=0,2$; $Ste=0,3$.

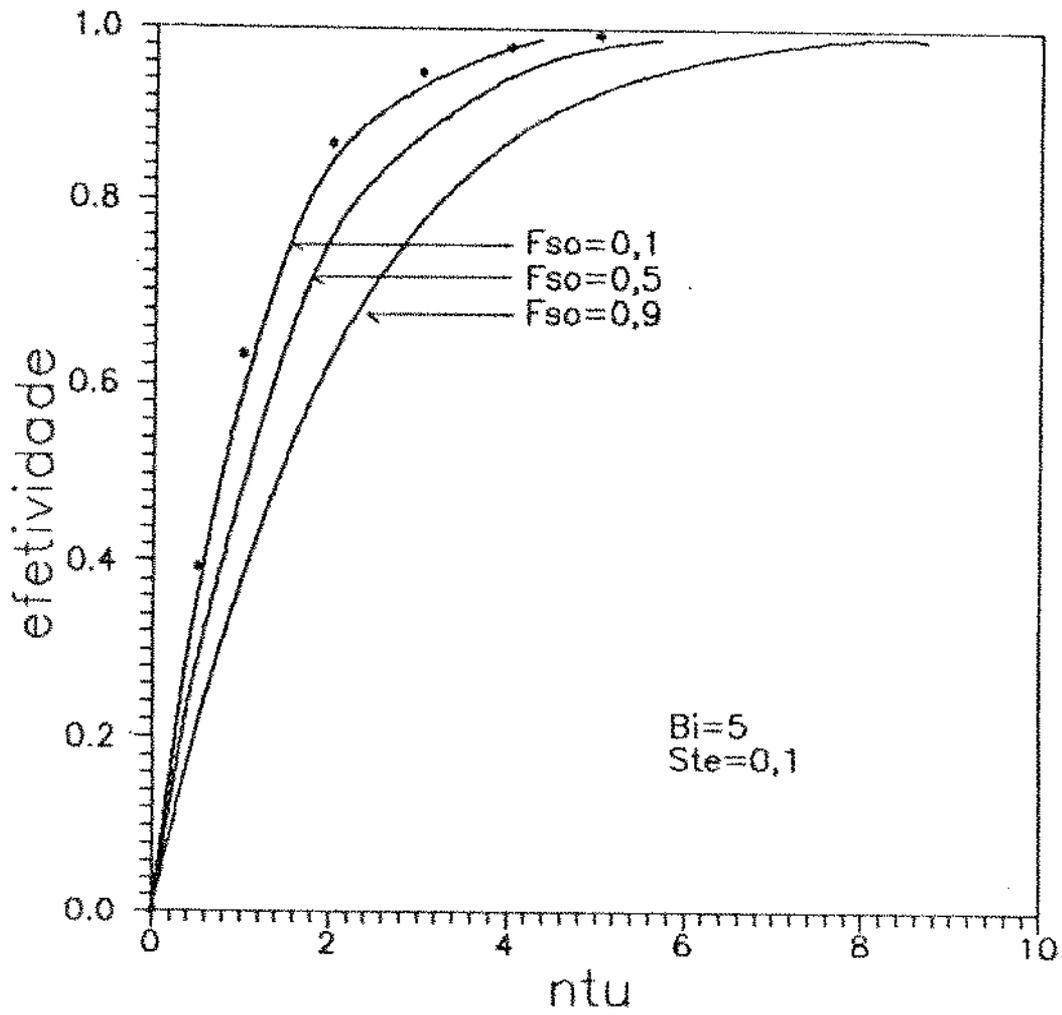


Figura 6.3: Efetividade em função do NTU, $Bi=5$, $Ste=0,1$.

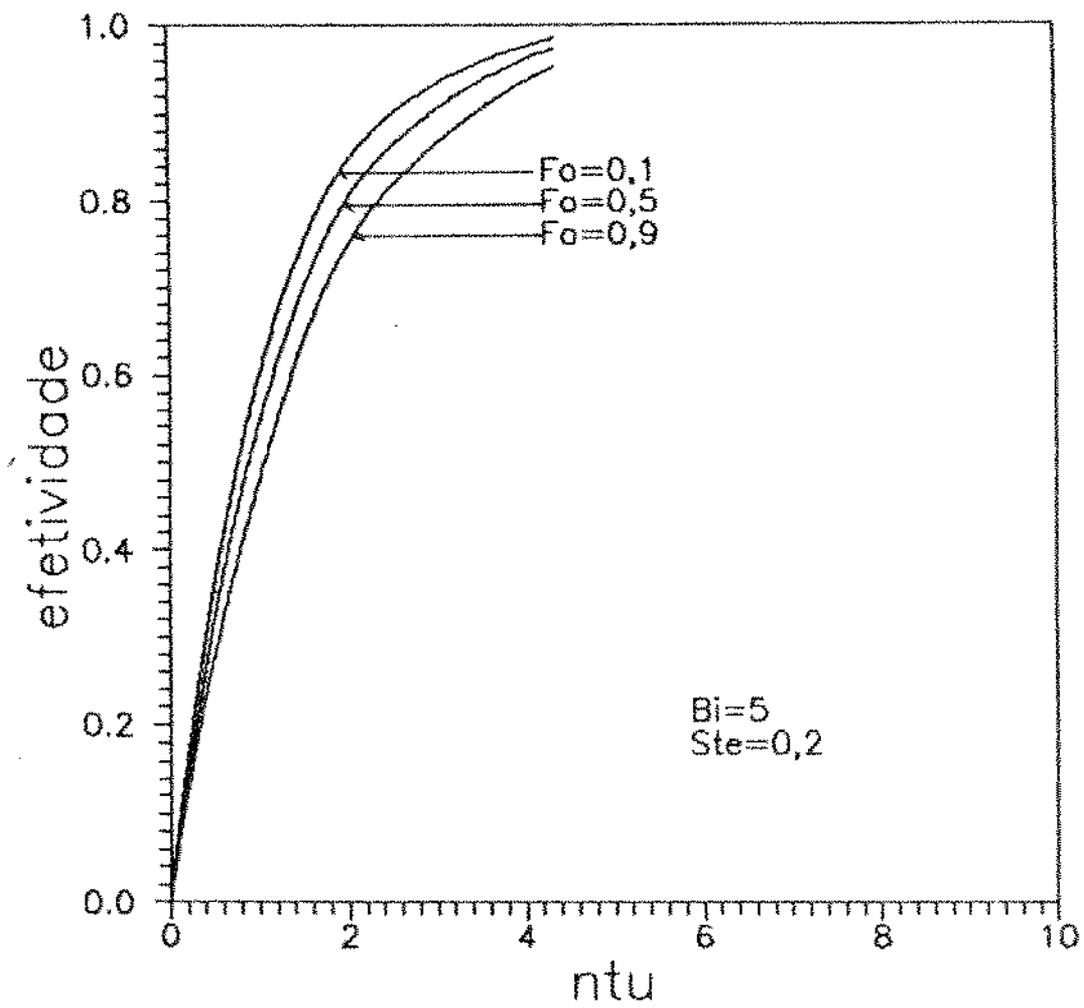


Figura 6.4: Efetividade em função do NTU, $Bi=5$, $Ste=0,2$.

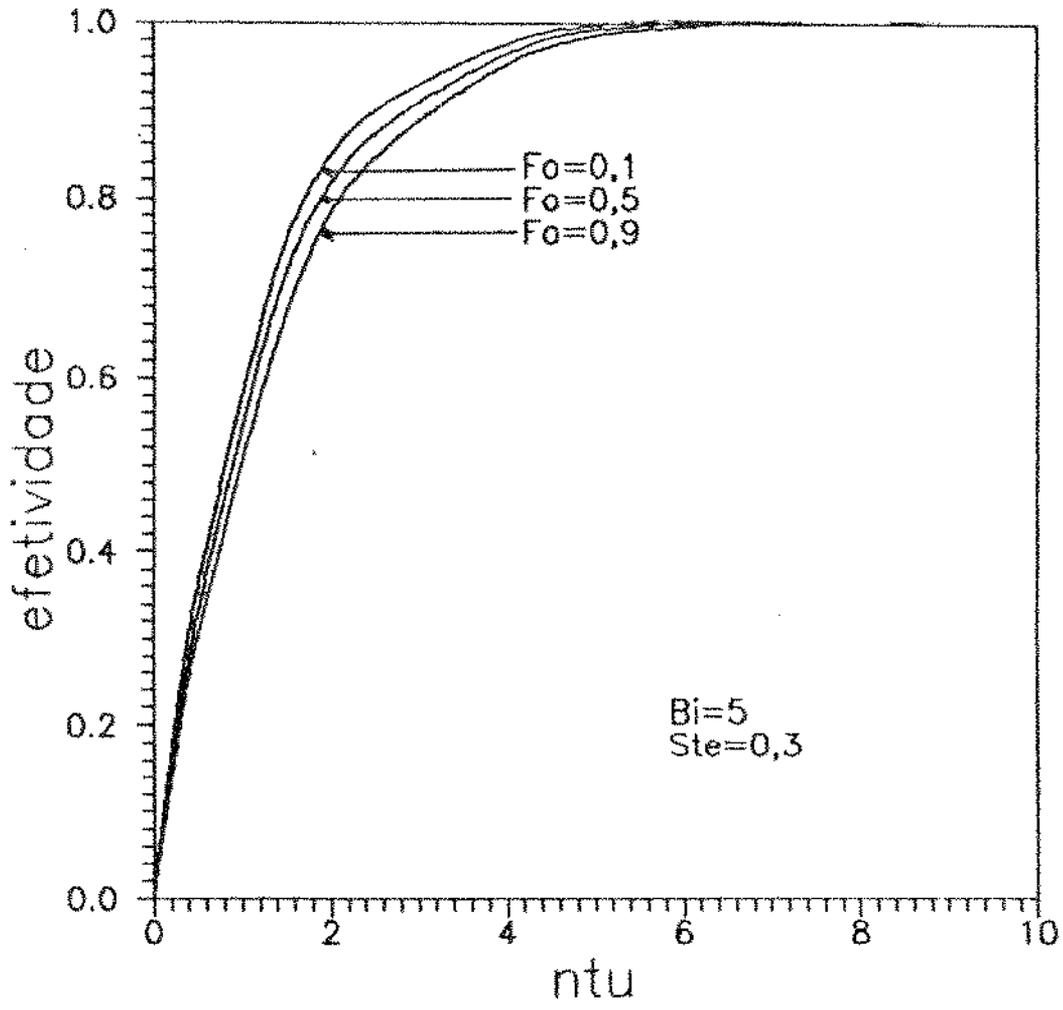


Figura 6.5: Efetividade em função do NTU, $Bi=5$, $Ste=0,3$.

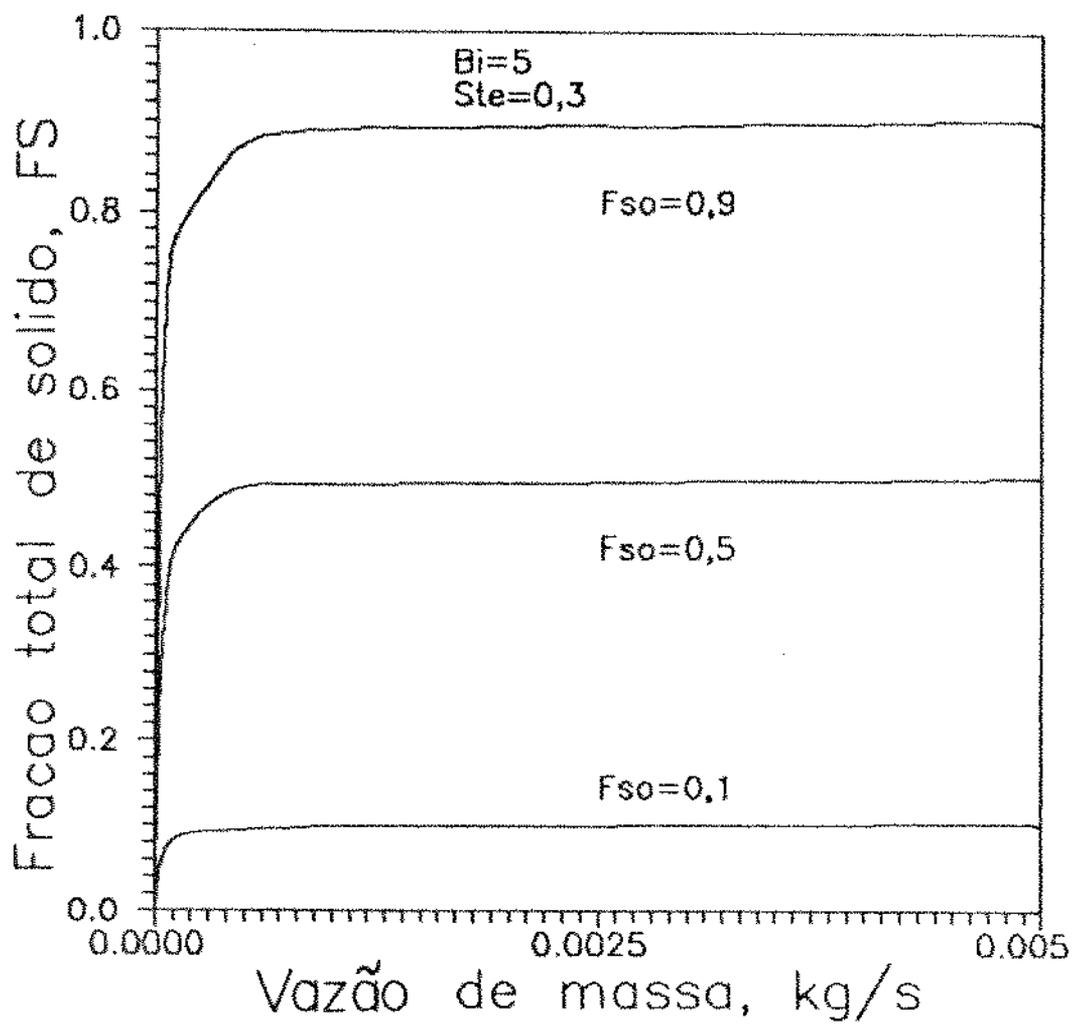


Figura 6.6: Fração total de sólido, FS_T em função do fluxo mássico, $Bi=5$.

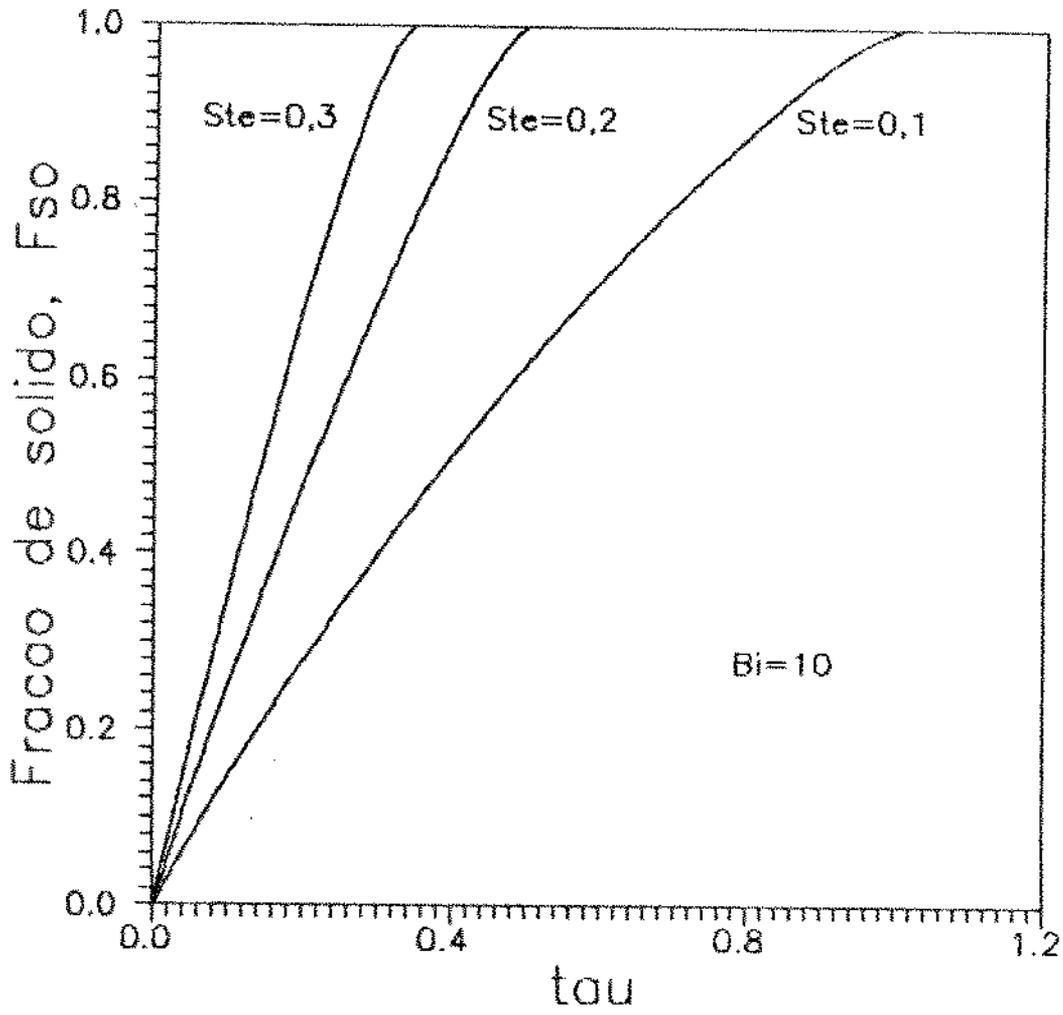


Figura 6.7: Fração de sólido na entrada, F_{S_0} , em função de τ , tempo adimensional, para $Bi=10$ e $Ste=0,1$; $Ste=0,2$; $Ste=0,3$.

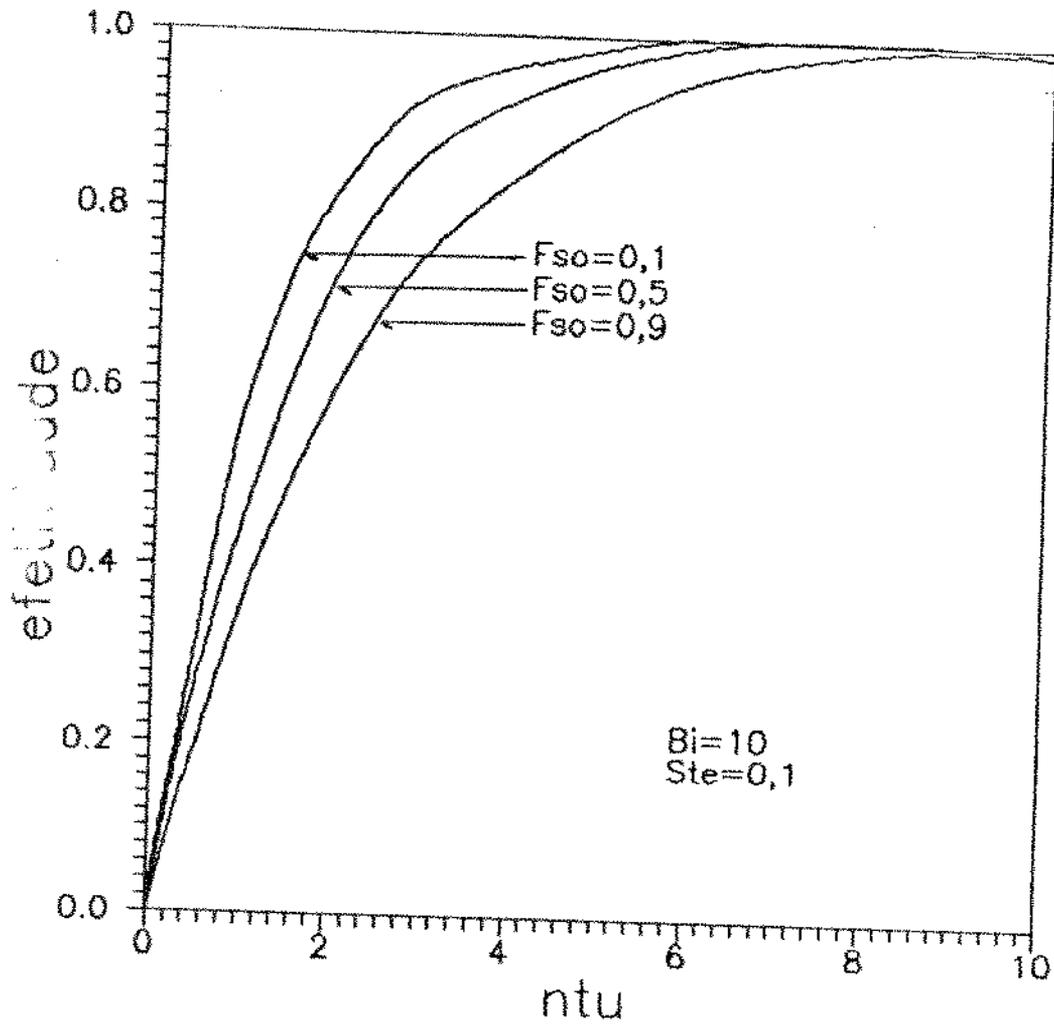


Figura 6.8: Efetividade em função do NTU, $Bi=10$, $Ste=0,1$.

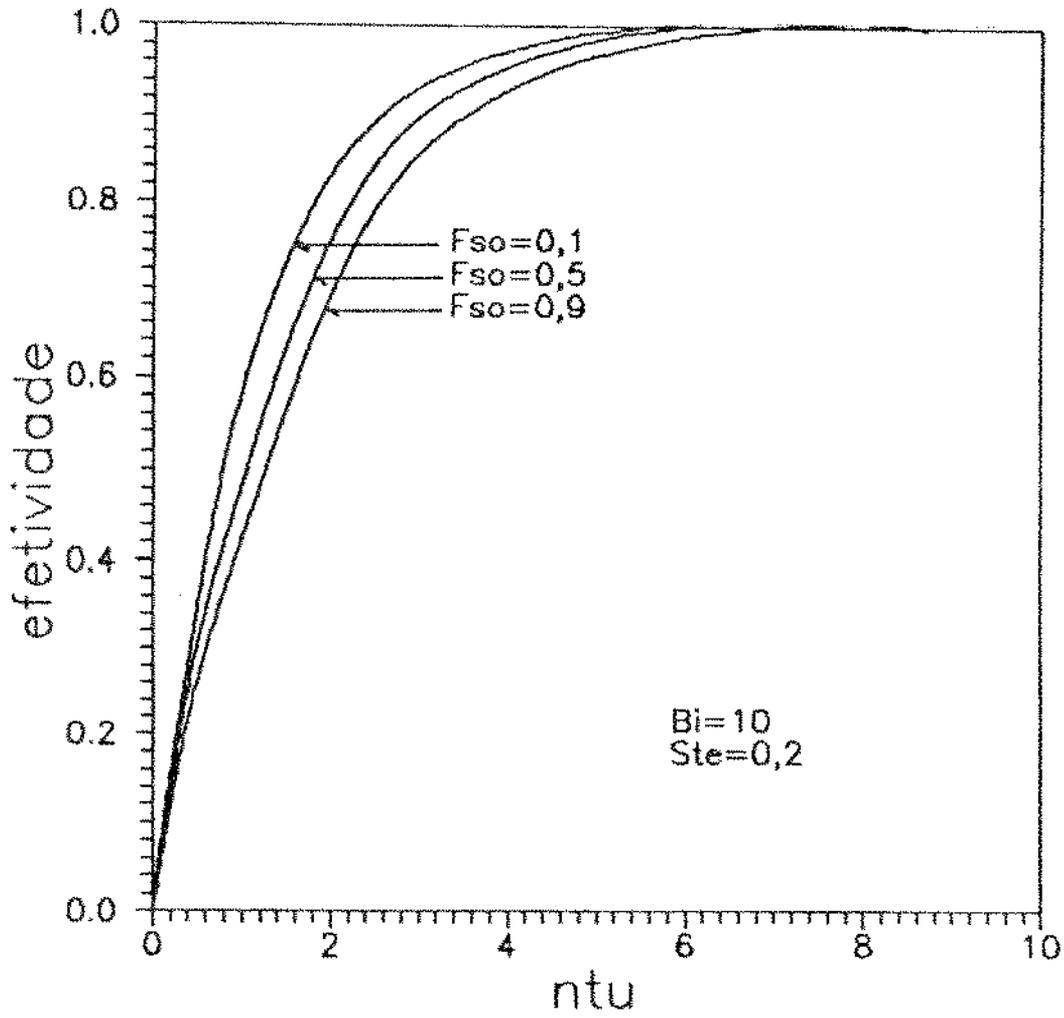


Figura 6.9: Efetividade em função do NTU, $Bi=10$, $Ste=0,2$.

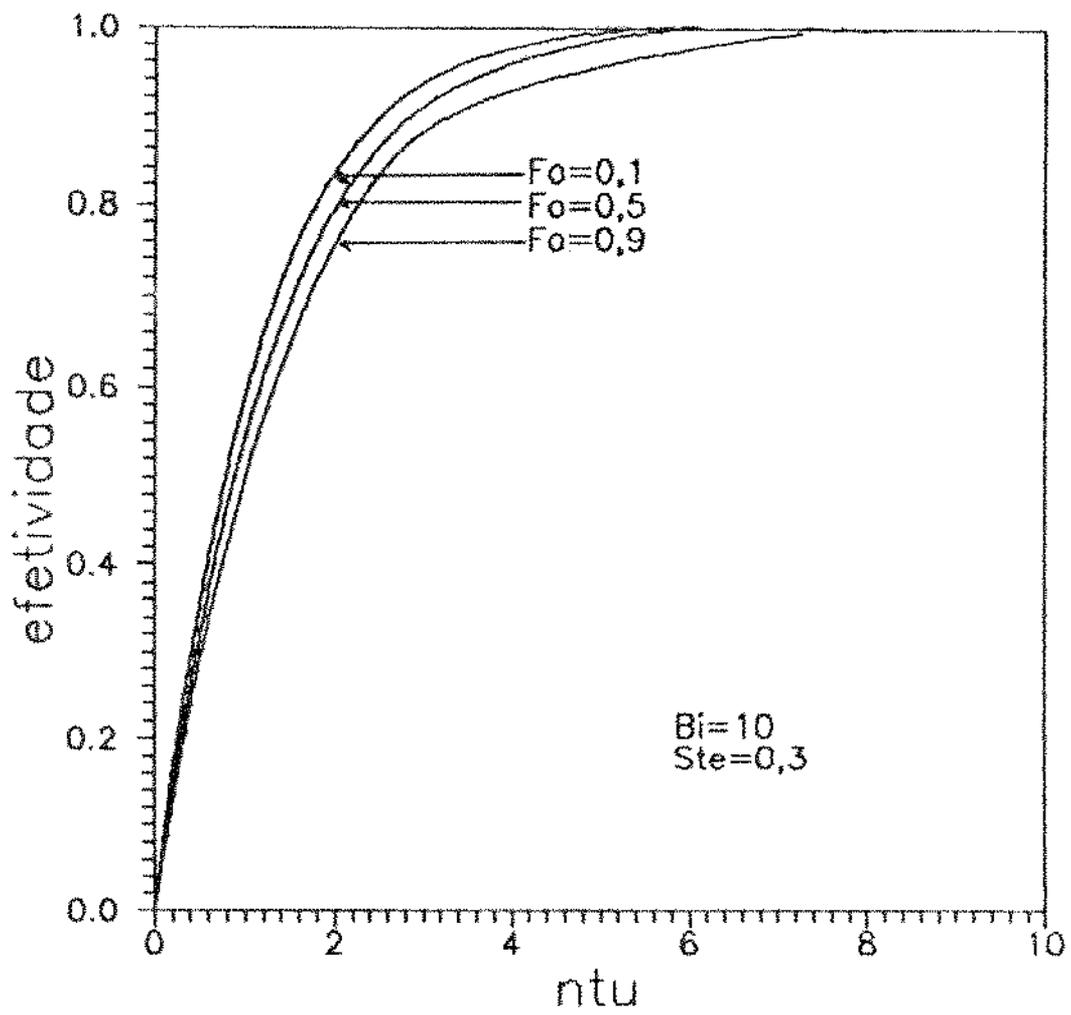


Figura 6.10: Efetividade em função do NTU, $Bi=10$, $Ste=0,3$.

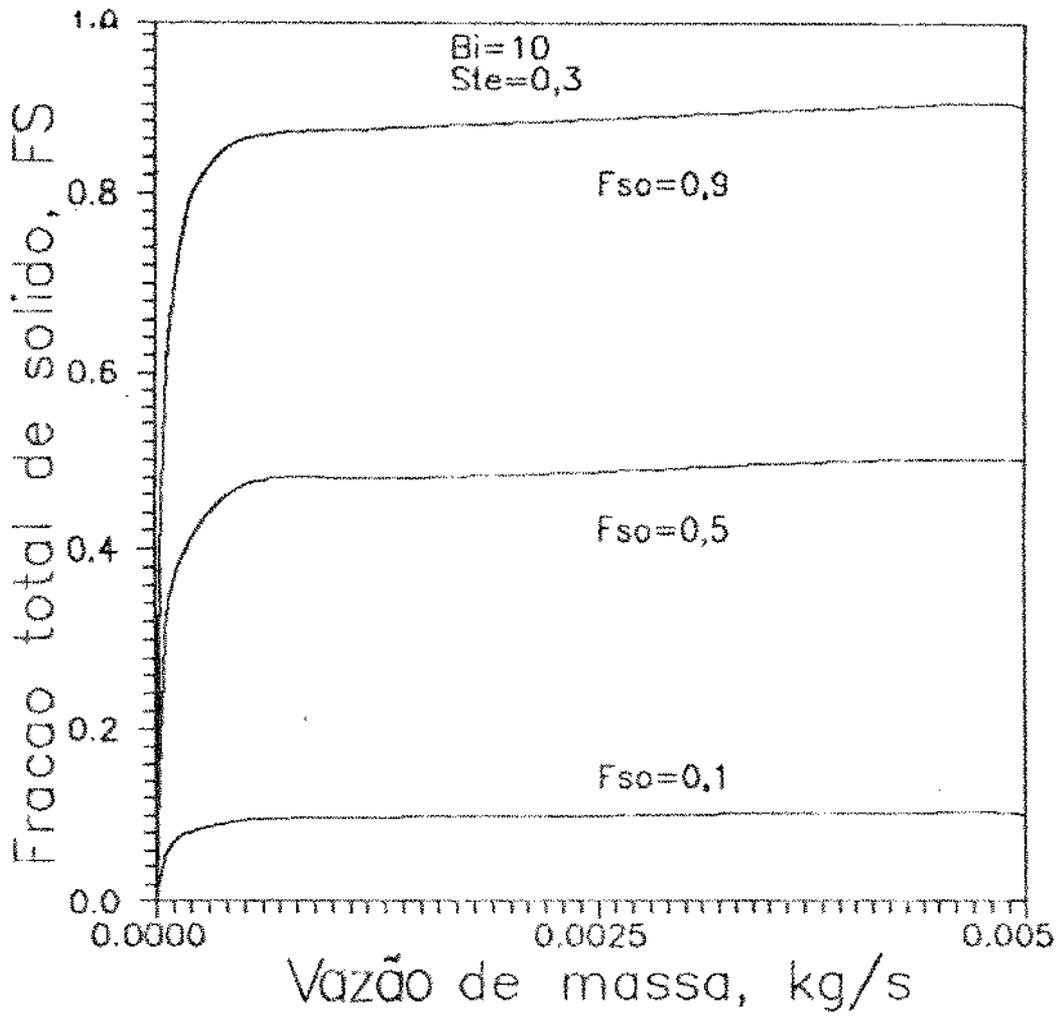


Figura 6.11: Fração total de sólido, FS_T em função do fluxo mássico, $Bi = 10$.

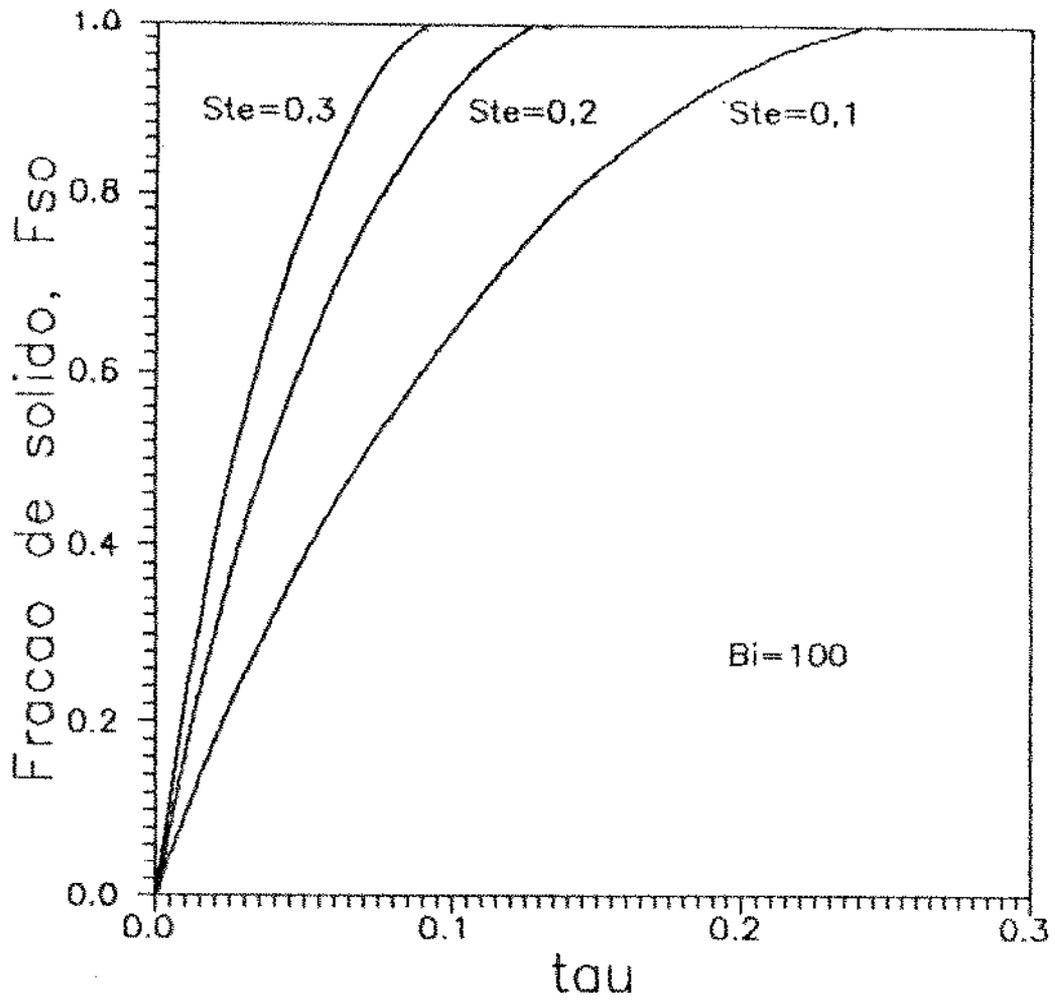


Figura 6.12: Fração de sólido na entrada, F_{S_0} , em função de τ , tempo adimensional, para $Bi=100$ e $Ste=0,1$; $Ste=0,2$; $Ste=0,3$.

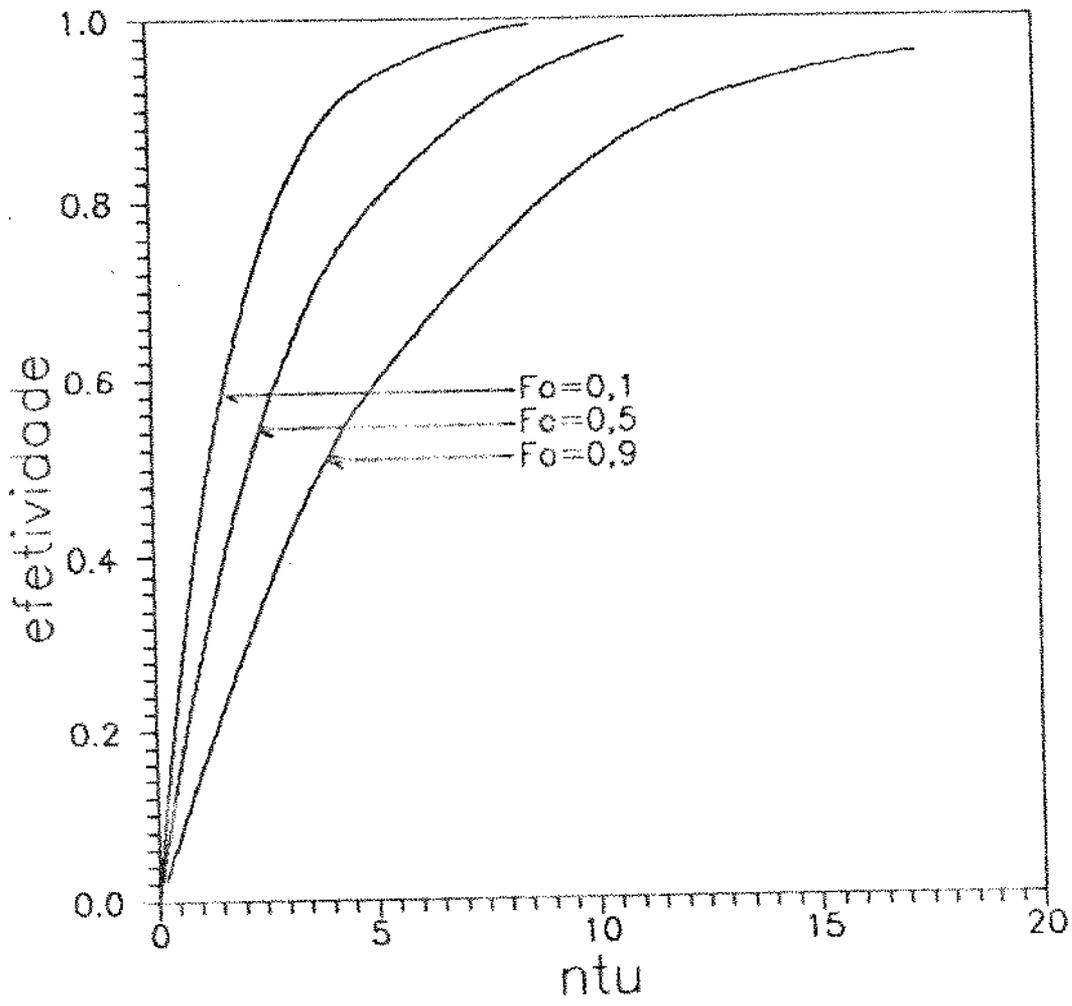


Figura 6.13: Efetividade em função do NTU, $Bi=100$, $Ste=0,1$.

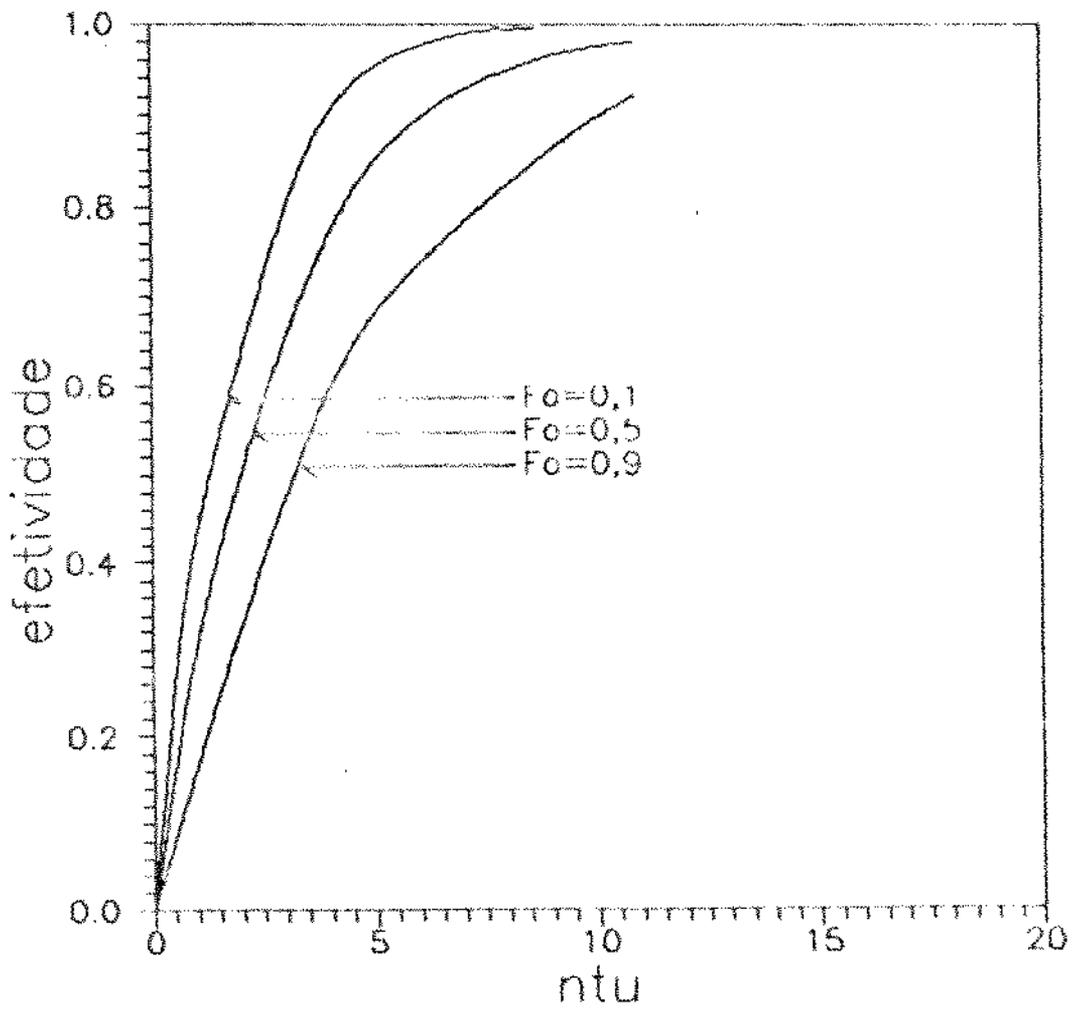


Figura 6.14: Efetividade em função do NTU, $Bi=100$, $Ste=0,2$.

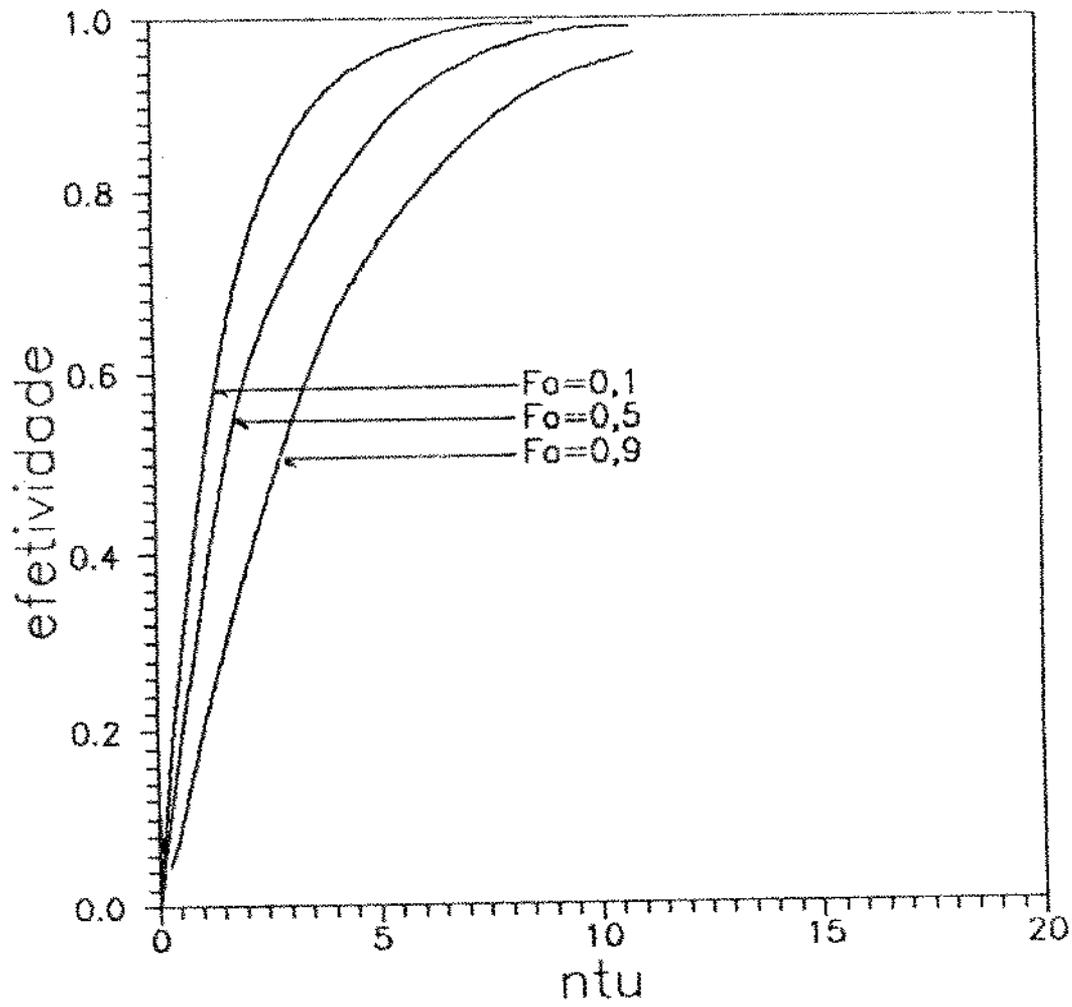


Figura 6.15: Efetividade em função do NTU, $Bi=100$, $Ste=0.3$.

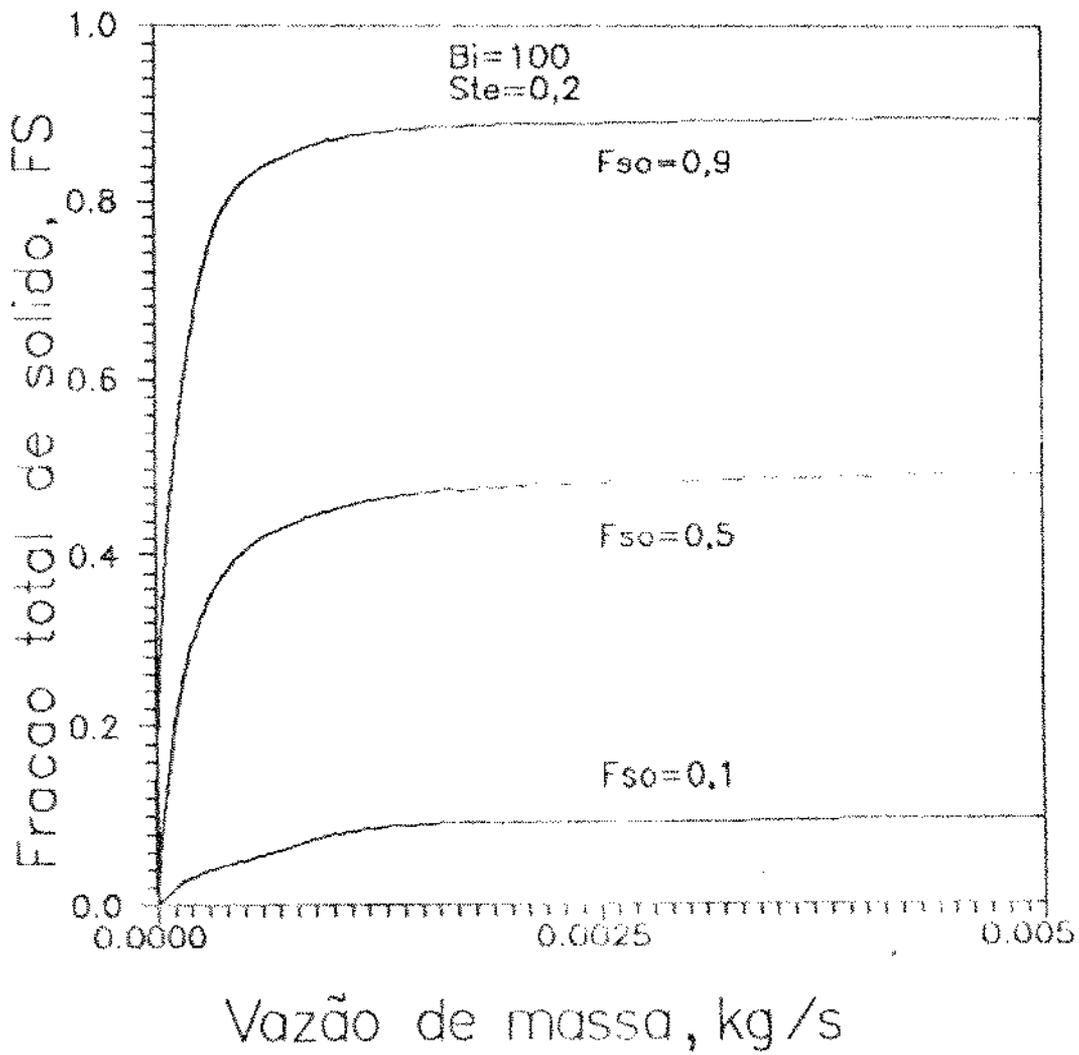


Figura 6.16: Fração total de sólido, FS_T em função do fluxo mássico, $Bi = 100$.

Capítulo 7

Conclusões

Os resultados obtidos com o modelo numérico mostram boa concordância com os resultados experimentais disponíveis.

A investigação numérica dos parâmetros geométricos mostra que a altura da aleta tem influência dominante no tempo para completar a fusão, na temperatura da base e na relação calor latente por calor fornecido.

O método numérico proposto para a avaliação da efetividade com o NTU mostrou que nos estágios iniciais da solidificação o dispositivo se comporta como um trocador de calor convencional em situação de mudança de fase.

As curvas apresentadas de efetividade e NTU permitem cálculos de projeto tanto para o descarregamento de armazenadores planos de calor latente, caso em que atua em regime transitório, quanto para o controle de temperatura, caso em que atua em regime permanente.

Referências

- [1] Humphries, W.R, e Grigg, E.I. - Design Handbook for Phase Change Thermal Control and Energy Storage Devices.
NASA-TP-1074 (1977).
- [2] Phase Change Material Handbook.
NASA-CR-61363 (1973).
- [3] Abhat, A. - Latent heat thermal energy storage in temperature range 20-80°C .
First Seminar on Solar Energy Storage.
Trieste, 1978.
- [4] Bell, - A refinement of the heat balance integral method applied to a melting problem.
International Journal of Heat and Mass Transfer, **21**(1357-1362), 1978.
- [5] Benard, C., Gobin, D. e Martinez, F. - Melting in rectangular enclosures: Experiments and numerical simulations.
Transactions of ASME - Journal of Heat Transfer, **107**(794-803), 1985.
- [6] Bonacina et al. - Numerical solution of phase change problems.
International Journal of Heat and Mass Transfer, **16**(1825-1832,) 1973
- [7] A.Gadgil e D.Gobin. Analysis of two-dimensional melting in rectangular enclosures in presence of convection.
Transactions of ASME - Journal of Heat Transfer, **106**(20-26), 1984.
- [8] Goodman, T. e Shea, J.J. - The melting of finite slabs.
Transactions of ASME - Journal of Applied Mechanics, **32**(16-24), 1960.

- [9] Hale, N.W. e Viskanta, R. - Solid-liquid phase-change heat transfer and interface motion in materials cooled or heated from above or below.
International Journal of Heat and Mass Transfer, **23**(283-292), 1980.
- [10] Ho, C.-J. e Viskanta, R. - Heat transfer during melting from an isothermal vertical wall.
Transactions of ASME - Journal of Heat Transfer, **106**(12-19), 1984.
- [11] Huang, C. e Shih, Y. - Perturbation solutions for planar solidification of a saturated liquid with convection at the wall.
International Journal of Heat and Mass Transfer, **18**(689-695), 1975.
- [12] Lamé, G. e Clapeyron, B.P.
Ann., Chem. Phys., **47**(250-256), 1831.
- [13] Lane, G.A. - Solar Heat Storage: Latent Heat Materials
CRC Press Inc. ,**1**(1-40), 1983.
- [14] Lightfoot, N.M.H.
Proc. London Math. Soc. ,**31**(97-116), 1929.
- [15] Lorsch, H.G. et al. - Thermal energy storage for solar heating and off-peak air conditioning.
Energy Conversion ,**15**(1-8), 1975.
- [16] Moses, P.J. e Lane, G.A. - Solar Heat Storage: Latent Heat Materials
CRC Press Inc. ,**2**(91-155), 1983.
- [17] Özisik, M.N. - Heat Conduction.
Mc Graw-Hill Book Co, 1980.
- [18] Özisik, M.N. - A note on the general formulation of phase change problems as heat conduction problem with a moving heat source.
- [19] Patankar, S.V. - Numerical heat transfer and fluid flow.
McGraw-Hill Book Co., 1980.
- [20] Planck, R. - Geschichte der Kälteerzeugung und Kälteanwendung.
Handbuch der Kältetechnik. Springer-Verlag ,**1**, 1954.

- [21] Sen, A.K. - Perturbation solutions for the shape of a solidification interface subjected to a spatially periodic heat flux.
Transactions of ASME - Journal of Heat Transfer, **109**(835-840), 1987.
- [22] Shamsundar, N. e Sparrow, E.M. - Analysis os multidimensional conduction phase change via the enthalpy method.
Transactions of ASME - Journal of Heat Transfer, **97**(333-340)
- [23] Shamsundar, N. e Svrinivasan, R. - Analysis of enegy storage by phase change with an array of cylindrical tubes.
Thermal storage and heat transfer in solar energy systems - ASME Winter Annual Meeting, San Francisco, (35-40), 1978.
- [24] Shamsundar, N. e Svrinivasan, R. - Effectiveness- NTU charts for heat recovery from latent heat storage units.
J. of Solar Energy Engineering, **102**.(263-271)
- [25] Stefan. J.
Ann., Phys. Chemie (Wiedemannsche Annalen), **42**(269-286), 1891.
- [26] Son, H.C. e Morehouse, J.H. - Thermal conductivity enhancement of solid-solid phase change materials for thermal storage.
AIAA, Journal of Thermphysics, **5**(122-124), 1991.
- [27] V.R.Voller. Implicit finite-differece solutions of the enthalpy formulation os Stefan problems.
IMA Journal of Numerical Analysis, **5**(201-214), 1985.
- [28] Yau, M.M. e Huang, P.N.S. - Perturbation solutions to phase change problem subject to convection and radiation.
Transactions of ASME - Journal of Heat Transfer, **101**(96-100), 1979.
- [29] Zabaras et al., An analysis of inverse heat transfer problems with phase change using an integral method.
Transactions of ASME - Journal of Heat Transfer, **110**(561-561), 1988.