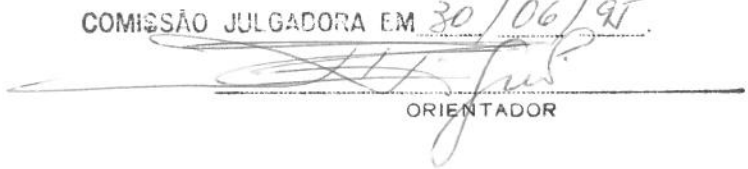


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL
DA TESE DEFENDIDA POR Márcio Eliel de
Oliveira Alexandre E APROVADA PELA
COMISSÃO JULGADORA EM 30/06/95.


ORIENTADOR

**Algoritmo de Diferenças Finitas com Variáveis
Primitivas em Convecção Natural, para Placa
Plana Vertical, aplicado à Água e ao Ar com
Propriedades Variáveis**

Autor : Márcio Eliel de Oliveira Alexandre

Orientador : Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA	UNICAMP
	AL26A
V	
Y	25.509
PRC	433/95
C	☐
D	☒
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	19/09/95
N.º CPD	

CM-00076450-5

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Al26a Alexandre, Márcio Eliel de Oliveira
Algoritmo de diferenças finitas com variáveis primitivas em convencção natural, para placa plana vertical, aplicado à água e ao ar com propriedades variáveis. / Márcio Eliel de Oliveira Alexandre.--Campinas, SP: [s.n.], 1995.

Orientador: José Ricardo Figueiredo.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

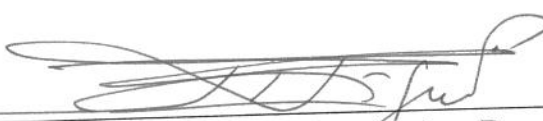
1. Calor-Convecção natural. I. Figueiredo, José Ricardo. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA

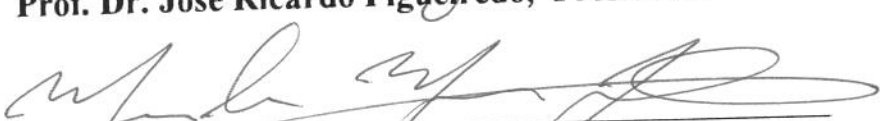
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Algoritmo de Diferenças Finitas com Variáveis
Primitivas em Convecção Natural, para Placa
Plana Vertical, aplicado à Água e ao Ar com
Propriedades Variáveis**

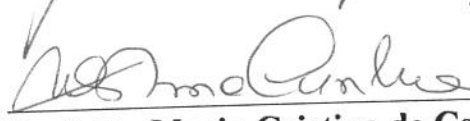
Autor : **Márcio Eliel de Oliveira Alexandre**
Orientador : **Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo**



Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo, Presidente



Prof. Dr. Marcelo Moreira Ganzarolli



Prof. Dr. Maria Cristina de Castro Cunha

Campinas, 30 de junho de 1995

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Algoritmo de Diferenças Finitas com Variáveis
Primitivas em Convecção Natural, para Placa
Plana Vertical, aplicado à Água e ao Ar com
Propriedades Variáveis**

Autor : Márcio Eliel de Oliveira Alexandre

Orientador : Prof. Dr. José Ricardo Figueiredo

Curso : Engenharia Mecânica

Unidade : Faculdade de Engenharia Mecânica

Área de Concentração : Térmica e Fluidos

Trabalho apresentado à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 30 de junho de 1995

S.P. - Brasil

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser feito sem a ajuda e participação de diversas pessoas às quais presto a minha homenagem.

A Deus que me deu força, confiança, paz, e sustentação em todos os momentos.

Aos meus pais e irmãos pelo incentivo e apoio em todos os momentos da minha vida.

Ao meu orientador o Prof. José Ricardo Figueiredo, pela paciência, confiança e atenção que me dedicou, e pela orientação firme e segura na condução dos trabalhos.

Ao amigo e colega Paulo Cesar Oliveira pela amizade, companheirismo, ajuda inestimável, indispensável e apoio fundamental.

Ao amigo Fábio Cerqueira Brandão pela amizade, apoio, ajuda e incentivo.

Aos Professores, colegas e funcionários do Departamento de Energia da FEM/UNICAMP e da Área de Térmica e Fluidos da Pós Graduação, pela ajuda direta e indireta.

Dedicatória

Dedico este trabalho ao meu Pai Ladislau Bento Alexandre (in memorian) e a minha Mãe Alina de Oliveira Alexandre. A eles, meus maiores incentivadores, o meu eterno apreço.

**“Onde não há conselho, frustram-se os projetos ; mas
com a multidão dos conselheiros se estabelecem.”**
Provérbios 15 : 22

**“Entrega ao Senhor as tuas obras, e teus desígnios serão
estabelecidos.”**
Provérbios 16 : 03

Sumário

Capítulo 1 - Introdução

- 1.1- Apresentação
- 1.2- Convecção Natural
- 1.3- Fluidos e Propriedades
- 1.4- Aplicação

Capítulo 2 - Revisão da Literatura

- 2.1- Placa com Temperatura Constante
- 2.2- Placa com Fluxo de Calor Constante

Capítulo 3 - Análise Teórica - (Modelagem e Método de Solução)

3.1- Modelo Matemático - (Equações de Governo)

3.1.1- Equações Diferenciais Dimensionais

- 3.1.1.1- Modelagem das Equações Diferenciais : Hipótese Básicas
- 3.1.1.2- Equação da Conservação da Massa
- 3.1.1.3- Equação da Conservação da Quantidade de Movimento
- 3.1.1.4- Equação da Conservação da Energia
- 3.1.1.5- Condições de contorno

3.1.2- Adimensionalização das Equações Diferenciais

3.1.2.1- Placa com Temperatura Constante

- 3.1.2.1.1- Parâmetros de Adimensionalização
- 3.1.2.1.2- Equação da Conservação da Massa
- 3.1.2.1.3- Equação da Conservação da Quantidade de Movimento
- 3.1.2.1.4- Equação da Conservação da Energia

3.1.2.2- Placa com Fluxo de Calor Constante

- 3.1.2.1.1- Parâmetros de Adimensionalização
- 3.1.2.1.2- Equação da Conservação da Massa
- 3.1.2.1.3- Equação da Conservação da Quantidade de Movimento
- 3.1.2.1.4- Equação da Conservação da Energia

3.1.2.3- Condições de Contorno

3.1.3- Parâmetros de Transferência

3.1.3.1- Placa com Temperatura Constante

3.1.3.2- Placa com Fluxo de calor Constante

3.2.- Método Numérico

3.2.1- Discretização das Equações Diferenciais

3.2.1.1- Placa com Temperatura Constante

3.2.1.1.1- Discretização da Equação da Cons. da Massa

3.2.1.1.2- Discretização da Equação da Cons. da Quant. de Movimento

3.2.1.1.3- Discretização da Equação da Cons. da Energia

3.2.1.2- Placa com Fluxo de Calor Constante

3.2.1.2.1- Discretização da Equação da Cons. da Massa

3.2.1.2.2- Discretização da Equação da Cons. da Quant. de Movimento

3.2.1.2.3- Discretização da Equação da Cons. da Energia

3.2.2.- Algoritmo de Diferenças Finitas

3.2.2.1- Introdução

3.2.2.2- Placa com Temperatura Constante

3.2.2.3- Placa com Fluxo de calor Constante

Capítulo 4 - Resultados

4.1- Introdução

4.2- Parâmetros de ajuste do algoritmo

4.3- Comparação dos resultados dos algoritmos

4.3.1- Propriedades Constantes

4.3.1.1- Placa com Temperatura Constante

4.3.1.2- Placa com Fluxo de Calor Constante

4.3.2- Propriedades variáveis

4.3.2.1- Placa com Temperatura Constante

4.3.3- Resumo

4.4- Perfis calculados pelos algoritmos

4.4.1- Placa com Temperatura Constante

4.4.2- Placa com Fluxo de Calor Constante

Capítulo 5 - Conclusões

Referências Bibliográficas

Apêndice A - Esquemas de Discretização

Apêndice B - Fluidos e Propriedades

1- Fluidos e Propriedades

2- Curvas de Ajuste das Propriedades

2.1.- Curvas de Ajuste para a Água

2.2.- Curvas de Ajuste para a Ar

3- Equações Polinomiais das Propriedades dos Fluidos

3.1.- Equações Polinomiais para a Água

3.2.- Equações Polinomiais para o Ar

4- Teste das Equações Polinomiais das Propriedades (Cálculo das Propriedades)

4.1.- Teste das Equações Polinomiais para a Água

4.2.- Teste das Equações Polinomiais para o Ar

Apêndice C - Programas Computacionais

1- Algoritmo de Diferenças Finitas

1.1.- ADF2.FOR

2. Algoritmo do Cálculo das Propriedades

2.1.- PROP.FOR

Anexos - **Dados**

1.- Dados Experimentais das Propriedades dos Fluidos

1.1.- Água no Estado Saturado

1.2.- Ar à Pressão Atmosférica

Resumo

O objetivo deste trabalho é analisar o comportamento dos fluidos água e ar com escoamento laminar e regime permanente em convecção natural em contato com uma placa plana vertical, considerando os casos de placa com temperatura constante e fluxo de calor constante com propriedades variáveis.

O Método de Diferenças Finitas com variáveis primitivas é aplicado, usando uma abordagem de falso-transiente na equação da energia e da quantidade de movimento.

O algoritmo foi testado para os seguintes casos com soluções de similaridade : placa isotérmica e placa com fluxo de calor constante para fluido com propriedades constantes e placa isotérmica para fluido com propriedades variáveis.

Os erros obtidos foram da ordem de 2% ou menos em todo o domínio de cálculo, exceto no início da placa.

O algoritmo foi usado no caso de placa com fluxo de calor constante e fluido com propriedades variáveis onde não há solução de similaridade.

Abstract

The aim of the work is to analyse the behavior of the fluids water and air in laminar steady-state which natural convection flow around a vertical flat plate, considering both the uniform temperature and uniform heat flux cases and the variation of the properties with the temperature.

The Finite Difference Method with the primitives variables is applied using a false transient approach in the energy and momentum equations.

The algorithm was tested for following cases with similarity solutions : constant fluid properties with both isotherm and constant heat flux plate and variable properties with isotherm plate.

The errors obtained were about of 2% or less, in whole domain, except at the beginning of the plate.

The algorithm was used in the case of variable properties with uniform heat flux plate, which does not similarity solutions.

Lista de Figuras

1-1	Espaço discretizado com uma malha regular	1
1-2	Camada limite em placa plana vertical	4
4-1	Erros percentuais dos Nusselts, para placa isotérmica e prop. constantes	73
4-2	Erros percentuais das tempearturas da placa, para placa com fluxo de calor constante e propriedades constantes	76
4-3	Erros percentuais dos Nusselt para placa isotérmica e prop. variáveis	79
4-4	Erros percentuais dos coef. de fricção para placa isotérmica e prop. variáveis	81
4-5a	Temperatura para placa isotérmica, $T_i = 20^\circ\text{C}$. Fluido : água	85
4-5c	Velocidade U para placa isotérmica, $T_i = 20^\circ\text{C}$. Fluido : água	86
4-6a	Tempratura para placa isotérmica, aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura 100°C . Fluido : água	87
4-6c	Velocidade U para placa isotérmica, aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura 100°C . Fluido : água	88
4-7a	Temperatura para placa isotérmica aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura 20°C . Fluido : água	89
4-7c	Velocidade para placa isotérmica aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura 20°C . Fluido : água	90
4-8a	Temperatura para placa com fluxo de calor constante, $T_i = 20^\circ\text{C}$ para vários fluxos. Fluido : água	91
4-8c	Velocidade U para placa com fluxo de calor constante, $T_i = 20^\circ\text{C}$ para vários fluxos. Fluido : água	92
4-9a	Temperatura para placa com fluxo de calor constante, $T_i = 50^\circ\text{C}$ para vários fluxos. Fluido : água	93
4-9c	Velocidade U para placa com fluxo de calor constante, $T_i = 50^\circ\text{C}$ para vários fluxos. Fluido : água	94

4-10a	Temperatura da placa para fluxo de calor constante, $T_i = 50^\circ\text{C}$, ao longo da placa para vários fluxos	95
4-5b	Temperatura para placa com fluxo de calor constante, $T_i = 293\text{ K}$, para várias temperaturas da placa. Fluido : ar	96
4-5d	Velocidade U para placa com fluxo de calor constante, $T_i = 293\text{ K}$, para várias temperaturas da placa. Fluido : ar	97
4-6b	Temperatura para placa isotérmica aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura 100 K . fluido : ar	98
4-6d	Velocidade U para placa isotérmica aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura 100 K . fluido : ar	99
4-7b	Temperatura para placa isotérmica aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura 293 K . fluido : ar	100
4-7d	Velocidade U para placa isotérmica aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura 293 K . fluido : ar	101
4-8b	Temperatura para placa com fluxo de calor constante, $T_i = 293\text{ K}$ para vários fluxos. Fluido : ar	102
4-8d	Velocidade U para placa com fluxo de calor constante, $T_i = 293\text{ K}$ para vários fluxos. Fluido : ar	103
4-9b	Temperatura para placa com fluxo de calor constante, $T_i = 323\text{ K}$ para vários fluxos. Fluido : ar	104
4-9d	Velocidade U para placa com fluxo de calor constante, $T_i = 323\text{ K}$ para vários fluxos. Fluido : ar	105
4-10b	Temperatura da placa para placa com fluxo de calor constante, aquecida e resfriada, com $T_i = 323\text{ K}$. Fluido: ar	106
1	Curva de ajuste para o R_o da água	117
2	Curva de ajuste para o C_p da água	118
3	Curva de ajuste para o M_i da água	119
4	Curva de ajuste para o k da água	120

5	Curva de ajuste para o R_o do ar	121
6	Curva de ajuste para o C_p da ar	122
7	Curva de ajuste para o M_i da ar	123
8	Curva de ajuste para o k da ar	124

Lista de Tabelas

4-1	ERNU sem a modificação para propriedades constantes	72
4-2	ERNU com a modificação para propriedades constantes	72
4-3	ERTE sem a modificação para propriedades constantes	75
4-4	ERTE com a modificação para propriedades constantes	75
4-5	ERNU sem a modificação para propriedades constantes	78
4-6	ERNU com a modificação para propriedades constantes	78
4-7	ERCO sem a modificação para propriedades constantes	80
4-8	ERCO com a modificação para propriedades constantes	81
	Teste das Equações polinomiais para a água	134
	Teste das Equações polinomiais para o ar	134
a-1	Dados para as propriedades da água	167
a-2	Dados para as propriedades para o ar	168

Nomenclatura

Latinas

A, B, C e F	elementos (coeficientes) das matrizes tridiagonais
g	aceleração gravitacional (m / s^2)
T	temperatura dimensional ($^{\circ}C$)
U	componente de velocidade adimensional (tangencial à direção do escoamento)
V	componente de velocidade a dimensional (normal à direção do escoamento)
u	componente de velocidade dimensional
v	componente de velocidade dimensional
t	tempo adimensional
X	distância adimensional (tangencial à placa)
Y	distância adimensional (normal à placa)
x	distância dimensional (m)
y	distância dimensional (m)
M	número de divisões do domínio discreto em X
N	número de divisões do domínio discreto em Y
L	número de divisões do domínio no tempo t
Δx	valor de cada divisão (malha) do domínio discreto em x
Δy	valor de cada divisão (malha) do domínio discreto em y
Δt	valor de cada divisão do domínio discreto no tempo t

q''_p	fluxo de calor na superfície da placa (W / m^2)
Nu	número de Nusselt ($= h \cdot x / k^*$)
Pr	número de Prandtl ($= \mu^* \cdot Cp^* / k^*$)
Gr_f	número de Grashof para placa com fluxo de calor constante ($= g \cdot \beta_\infty \cdot q_p \cdot x^4 / (k_\infty \cdot \nu_\infty)$)
Gr_x	número de Grashof para placa isotérmica e propriedades variáveis ($= g \cdot x^3 \cdot \rho_p - \rho_\infty / (\rho_p \cdot \nu_\infty^2)$)
Gr_t	número de Grashof para placa isotérmica e propriedades constantes ($= g \cdot \beta \cdot (T_p - T_\infty) \cdot x^3 / \nu^2$)
GAM_f	grupo adimensional da equação da quantidade de movimento para placa com fluxo de calor constante e propriedades variáveis ($= g^{1/4} \cdot k_\infty^{3/4} / (\beta_\infty^{3/4} \cdot q_p ^{3/4} \cdot \nu_\infty^{1/2})$)
GAM_t	grupo adimensional da equação da quantidade de movimento para placa isotérmica e propriedades variáveis ($= (\rho_p - \rho_\infty) / \rho_p$)
h	coeficiente de transferência de calor ($W / m^2 \cdot ^\circ C$)
Cp	calor específico adimensional ($= Cp^* / Cp_\infty$)
k	condutividade térmica adimensional ($= k^* / k_\infty$)

Gregas

α	difusividade térmica adimensional ($= k / (\rho \cdot Cp)$)
β_∞	coeficiente de expansão volumétrica do fluido na temperatura T_∞
μ	viscosidade dinâmica adimensional ($= \mu^* / \mu_\infty$)
ν	viscosidade cinemática adimensional ($= \mu / \rho$)
ρ	densidade adimensional ($= \rho^* / \rho_\infty$)
θ	temperatura adimensional na solução numérica

τ	tempo dimensional (s)
η	variável espacial nas soluções por similaridade
$\phi(\eta)$	temperatura adimensional nas soluções de similaridade
Δ	passo do malha

Matemáticos

Σ	somatória
∂/∂	derivada parcial

Superescritos

^u	relativo ao campo de velocidades
^θ	relativo ao campo de temperatura
*	indica propriedade dimensional
^o	relativo ao tempo anterior
'	referente à derivada primeira
''	referente à derivada segunda

Subscritos

_i	índice (colunas) da malha para a direção tangencial à placa (X)
_j	índice (linhas) da malha para a direção normal à placa (Y)
_{i ou ∞}	índice para parâmetros dimensionais avaliados à temperatura infinito (fluido)
_{p ou 0}	índice para parâmetros dimensionais avaliados à temperatura da placa
_f	índice referente à placa submetida a fluxo de calor constante
_t	índice referente à placa com temperatura constante

Capítulo 1 - Introdução

1.1 Apresentação

Este trabalho aborda o fenômeno da convecção livre, ou natural de uma placa plana vertical em contato com um fluido.

Considera-se o caso de escoamento laminar em regime permanente, com os fluidos água e ar com propriedades variáveis, aquecidos ou resfriados pela placa, considerando dois casos : placa com temperatura constante e placa com fluxo de calor constante.

É empregado o método numérico de diferenças finitas, desenvolvendo um algoritmo que possa ser utilizado de forma a simular o fenômeno físico em regime permanente, resolvendo as equações da conservação da massa, conservação da quantidade de movimento e da conservação da energia, em forma adequada ao caso da camada limite, para cálculo dos perfis de temperatura e velocidades longitudinais e normais ao escoamento, nesta camada.

O método de discretização envolve dois componentes : a discretização do espaço e das equações diferenciais parciais.

O espaço é discretizado, estabelecendo um plano cartesiano. A discretização transforma o espaço contínuo (x,y) no espaço discreto (i,j) como mostra a Figura 1-1, através de uma malha uniforme ou regular, bidimensional, com um número finito de pontos discretos ou nós, representando as interseções das linhas no domínio do problema, onde os são calculados os valores numéricos das variáveis. A acuracidade da aproximação numérica depende do tamanho da malha, onde são armazenados o erro da simulação numérica deve tender a zero à medida que se refina a malha.

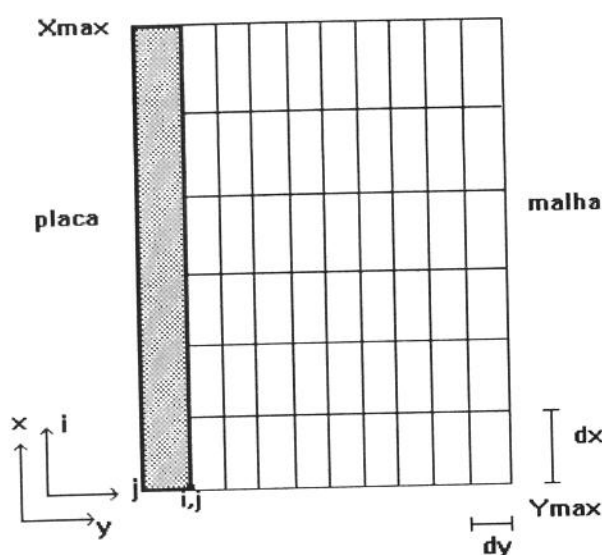


Figura 1-1 Espaço discretizado com uma malha regular

As equações diferenciais parciais são discretizadas conduzindo a uma transformação para operações algébricas envolvendo os valores de pontos desconhecidos da malha. A base do método numérico consiste na transformação das equações diferenciais em sistemas de equações de diferenças.

As equações de governo são acopladas, significando que o campo de velocidade têm que ser resolvido simultaneamente ao campo de temperatura e também são parabólicas, porque são desprezados os termos de difusão na direção do escoamento.

É usada uma formulação segregada para solução do problema, separando as equações da continuidade, quantidade de movimento e energia, sendo as duas últimas da forma implícita para evitar a limitação ao Δx para um dado Δy , como ocorre na formulação explícita.

Com esta formulação implícita segregada estrutura da matriz é mais simples, recaindo em blocos tridiagonais, permitindo a construção de algoritmos simples para a solução de um sistema em cada passo de tempo. A mais acurada linearização é obtida usando o valor extrapolado do coeficiente (variável a ser calculada), no ponto da malha sobre consideração $(i+1,j)$. Com esta formulação não há limite do passo do tempo do pseudo transiente, e são necessários poucas iterações para se alcançar o estado permanente.

As matrizes geradas são resolvidas utilizando o Algoritmo de Matriz Tridiagonal TDMA (Algoritmo de Thomas), num processo de marcha partindo da origem da camada limite, conduzindo assim à solução de regime permanente para cada ponto de malha.

Como as equações de governo são acopladas e não lineares é necessário estabelecer um processo iterativo com um processode relaxação, no caso deste trabalho foi usado o “pseudo-transiente” nas equações da conservação da quantidade de movimento e energia, aplicando um modelo dependente de tempo, com solução numérica no tempo até alcançar o regime permanente, não importando o que acontece neste intervalo do tempo, como forma de assegurar a estabilidade do método e sua convergência. A marcha no tempo está dentro do “loop” do espaço sendo daí chamado de pseudo-transiente. Seria um transiente real se o “loop” do espaço estivesse dentro do “loop” do tempo.

Uma formulação transiente foi adotada com o objetivo de introduzir uma relaxação, no processo iterativo de solução não-linear, mas isto não implica que a evolução transiente do escoamento seja considerada. Como somente a solução em regime permanente é de interesse, o passo no tempo Δt é usado como um parâmetro livre, através do qual a taxa de convergência é otimizada.

A estimativa da magnitude do erro cometido na solução numérica é feita, aplicando o algoritmo aos problemas clássicos de convecção natural em placa plana vertical que têm solução por similaridade, obtendo-se erros percentuais em relação às soluções numéricas na ordem ou inferiores a 2 % em todo o domínio, exceto no início da placa.

Para o caso de propriedades variáveis e placa submetida a fluxo de calor constante, não existe solução de similaridade, por causa da dependência da temperatura T_p com o comprimento (x) da placa. Não existem parâmetros de similaridade que possam ser usados nesta situação, havendo somente a possibilidade do problema ser resolvido numericamente. Os resultados numéricos deste caso têm comportamento semelhante ao caso de propriedades constantes.

1.2- Convecção Natural

Fenômeno Físico

A transmissão de calor entre um contorno sólido e um fluido ocorre por uma combinação de condução e transporte de massa. Se o sólido está a uma temperatura maior que a do fluido, o calor é transmitido primeiramente por condução do sólido para as partículas do fluido próximas à parede. A energia assim transmitida aumenta a energia interna do fluido e é removida pelo movimento do fluido.

Em consequência da diferença de temperatura entre as camadas fluidas mais ou menos próximas à placa, existe uma variação da densidade nas camadas fluidas. A diferença de densidade induz um escoamento descendente do fluido mais pesado e um escoamento ascendente do fluido mais leve. Como o fenômeno não é causado por agentes externos, tais como bombas, ventiladores, etc., é chamado de convecção natural ou livre. A intensidade do movimento de mistura é em geral menor no caso de convecção natural e conseqüentemente, os coeficientes de transmissão de calor são menores do que os da convecção forçada que necessita de agente externo.

Na análise da convecção natural, consideraremos um fenômeno observado pelos gregos há mais de 2000 anos passados e expresso por Arquimedes, onde um corpo imerso num fluido sofre uma força de empuxo, ou de ascensão, equivalente à massa do fluido deslocado. Consequentemente um corpo submerso se eleva quando sua densidade é menor do que a do meio fluido envolvente, e afunda quando sua densidade é maior. O efeito de empuxo é a força motora na convecção natural.

Camada Limite

A principal resistência à transferência de calor por convecção está normalmente concentrada numa fina camada de fluido adjacente ao corpo imerso no fluido, onde os efeitos viscosos são importantes, segundo a Figura 1-2. A quantidade de calor transferida é fortemente dependente do movimento do fluido no interior desta camada limite, sendo determinada principalmente pela espessura da camada.

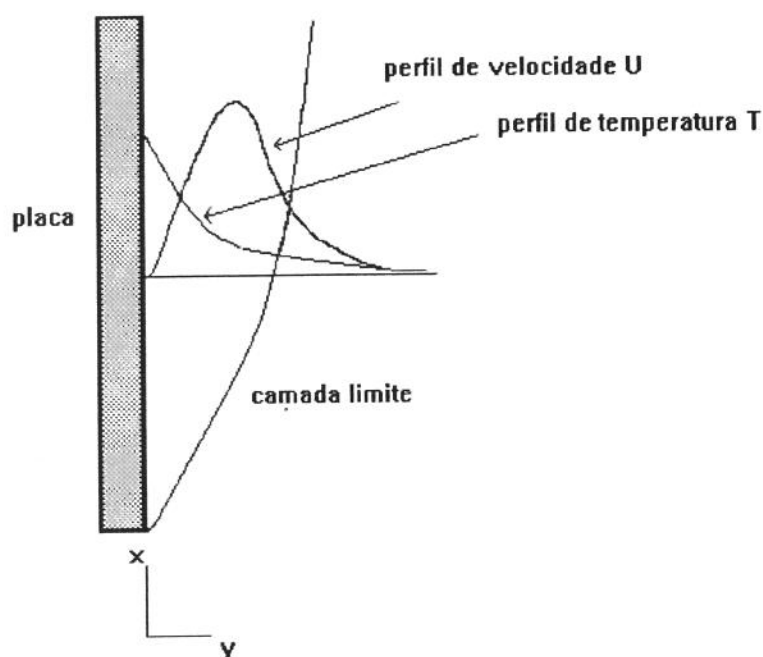


Figura 1-2 Camada limite em placa plana vertical

Quando um fluido escoar ao longo de uma superfície, seja em escoamento tanto laminar ou turbulento, as partículas na vizinhança da superfície são desaceleradas em virtude das forças viscosas. As partículas do fluido adjacentes à superfície colam-se a ela e têm velocidade zero em relação ao contorno. As outras partículas fluidas que tentam deslizar sobre elas são desaceleradas em consequência de uma interação entre as camadas do fluido que têm movimentos mais rápidos e mais lentos, sendo um fenômeno que origina forças de cisalhamento. No escoamento laminar a interação chamada de cisalhamento viscoso ocorre entre moléculas. Os efeitos das forças viscosas que se originam no contorno, se estendem à massa do fluido, mas em uma pequena distância da superfície as velocidades das partículas fluidas se aproximam da velocidade da corrente livre não-perturbada (U_∞), que no presente trabalho é nula.

A espessura da camada limite tem sido definida como sendo a distância da superfície, na qual a velocidade local atinge a velocidade da corrente livre U_{∞} . Da mesma maneira a espessura da camada limite térmica é definida como sendo a distância da superfície onde a temperatura é a temperatura da superfície, na qual a ela atinge a temperatura do meio (T_{∞}).

O conceito de camada limite foi introduzido pelo cientista alemão L. Prandtl em 1904. A camada limite divide essencialmente o campo de escoamento ao longo do corpo, em dois domínios : uma camada fina, cobrindo todo o corpo, onde o gradiente de velocidade e as forças viscosas são grandes, e uma região externa a essa camada onde a velocidade é igual à da corrente livre e os efeitos da viscosidade são desprezíveis. No presente problema esta região externa é estagnada.

As equações do movimento usualmente chamadas de Navier-Stokes, podem ser simplificados assumindo várias hipóteses, tais como : o escoamento em regime permanente; o fluido incompressível; e também desprezando alguns fatores como dissipação viscosa e efeitos de compressibilidade.

Pela teoria da camada limite fina, temos algumas hipóteses que são consequência dela tais como : a difusão na direção do escoamento x é desprezível; o gradiente vertical de pressão é desprezível $[\partial p / \partial y] = 0$. Com estas equações da continuidade, da quantidade de movimento e energia, podem ser calculados os efeitos da viscosidade no escoamento sendo a resistência de atrito ao longo da superfície o cisalhamento na direção y desprezível.

O escoamento no interior da camada limite permanece laminar somente até uma certa distância da borda de ataque, e então torna-se turbulento, dependendo das propriedades dos fluidos e do gradiente de temperatura. De uma maneira geral a transição do regime laminar para o turbulento em convecção natural, ocorre quando o produto o número de Rayleigh ($\text{Prandtl} \times \text{Grashof}$) é da ordem de aproximadamente 10^9 .

Sempre há pequenas perturbações e ondas num fluido em escoamento, porém enquanto as forças viscosas são grandes, elas impedem o crescimento das perturbações. Com o aumento da espessura da camada limite laminar, a relação entre as forças viscosas e as forças de inércia diminui, e atinge um ponto no qual as perturbações não mais se amortecerão, porém crescerão com o tempo.

Assim a camada limite tornar-se instável e tem início a transição do escoamento laminar para o turbulento. Turbilhões e vórtices formam-se e destroem a regularidade do movimento laminar da camada limite.

1.3. Fluidos e Propriedades

Neste trabalho são usados os fluidos água no estado saturado à pressão atmosférica e o ar à pressão atmosférica. São fluidos muito empregados, sendo de importância o seu estudo, em relação ao fenômeno da convecção natural.

As propriedades dos fluidos considerados são o C_p , μ , ρ e k , com unidades no Sistema Internacional (ver Apêndice B).

Para cada fluido são obtidas equações polinomiais através de curvas de ajuste em relação a cada propriedade, pelos dados experimentais de tabelas, de acordo com a temperatura. Estas curvas de ajuste foram obtidas através do software GRAPHER for WINDOWS.

1.4.- Aplicação na Engenharia

Apesar dos coeficientes de transmissão de calor por convecção serem relativamente baixos, muitos aparelhos dependem extensamente desse modo de transmissão de calor, para o resfriamento.

No campo da Engenharia Elétrica, as linhas de transmissão, os transformadores, os retificadores e os fios aquecidos eletricamente, tal como o filamento de uma lâmpada incandescente ou os elementos de aquecimento de uma fornalha elétrica, são resfriados por convecção natural. Em consequência do calor gerado internamente, a temperatura desses corpos se eleva acima da temperatura do meio. Conforme a diferença de temperatura aumenta, o fluxo térmico também aumenta, até que se atinja um estado de equilíbrio onde o calor gerado por unidade de tempo é igual ao calor dissipado por unidade de tempo.

A convecção natural é o mecanismo dominante de troca de calor nos radiadores de vapor, nas paredes de um edifício e no corpo humano estacionário numa atmosfera calma. A determinação da carga térmica nos equipamentos de ar condicionado ou de refrigeração requer portanto o conhecimento dos coeficientes de transmissão de calor por convecção natural. A convecção natural é também responsável pelas perdas de calor de tubos condutores de vapor de água ou de outros fluidos aquecidos.

Na área dos equipamentos eletrônicos, com os novos componentes e chips, a convecção natural é mesmo um fator decisivo no projeto, no processo de refrigeração.

Na maioria das situações que empregam esta forma de transmissão de calor, a força de massa responsável pelas correntes de convecção é a atração gravitacional. A gravidade, entretanto não é a única força de massa que pode produzir a convecção natural. Em muitas aplicações aeronáuticas, há componentes tais como as paletas de turbinas à gás e estado-

reatores de helicópteros que giram em altas velocidades. Associadas a essas velocidades de rotação existem grandes forças centrífugas, cujas grandezas são também proporcionais à densidade do fluido, podendo gerar fortes correntes de convecção natural.

Capítulo 2 - Revisão da Literatura

2.1. - Placa com Temperatura Constante

A convecção natural em regime laminar para as superfícies verticais (placa plana e cilindros), tem sido estudada quando a temperatura da superfície é constante ou uniforme.

O problema de uma placa plana vertical semi-infinita colocada num meio fluido que está inicialmente fria, sendo aquecida, tem sido investigada por vários autores, segundo Inghan [20]. Em muitos casos no estudo da convecção natural, o fluido é considerado incompressível, exceto para o termo de flutuação ou empuxo na equação do momento, que é dependente da temperatura.

Por outro lado, quando a transferência de calor por convecção natural numa placa, ocorre sob condições onde as diferenças de temperatura são grandes, é necessário considerar os efeitos da variação das propriedades do fluido. Uma aproximação para calcular a transferência de calor é empregar as equações de governo para escoamento de fluidos numa adequada temperatura de referência. Regras para a escolha da temperatura de referência são deduzidas da comparação dos resultados de um número limitado de soluções de problemas de propriedades variáveis com as previsões das soluções de propriedades constantes. O estudo da temperatura de referência, para uma faixa de situações para vários fluidos, tem sido feito por muitos autores segundo Minkowycz [23].

A convecção natural em escoamento em regime permanente, foi primeiramente estudada por Lorenz em 1881 segundo está citado por Sparrow e Gregg [43]. O trabalho de Lorenz baseou-se nas hipóteses de que o fluxo de calor nas camadas convectivas, é paralelo à superfície da placa, onde um balanço de forças, que inclui os efeitos de empuxo e cisalhamento viscoso de forças resultou, em uma expressão para essa espessura da camada. O coeficiente de transmissão de calor médio, para uma camada como uma placa fina, de comprimento L , onde o calor flui no sentido transversal por condução é

$$Nu_{med} = 0.548.(Gr_L.Pr)^{1/4} \quad \text{onde} \quad Gr_L = [g.\beta^*.(T_p - T_\infty)/\nu^2].L^3 \quad (1-1)$$

Schmidt & Beckmann [37] em 1930 mostraram através de um trabalho que as hipóteses de L. Lorenz eram inválidas, através de investigação teórica e experimental, formando assim as bases segundo Ostrach [27], para o estudo do problema clássico de convecção natural em camada limite, de um escoamento em regime permanente, de um fluido em contato com uma placa vertical semi-infinita.

Colaborando com Schmidt & Beckmann, Polhausen [29] primeiramente resolveu o conjunto de equações diferenciais, para a placa plana vertical, com temperatura constante. Ele observou que os perfis de temperatura e velocidade apresentam a chamada similaridade,

usando os dados experimentais. Fazendo uma analogia com o trabalho de Blasius, para a convecção forçada em placa plana, ele conseguiu uma solução usando variáveis derivadas (função corrente), usando parâmetros de similaridade, resolvendo numericamente duas equações diferenciais acopladas para o ar ($Pr = 0.733$), obtendo a seguinte expressão para o número de Nusselt

$$Nu_{med} = 0.360.(Gr_x)^{1/4} \quad \text{onde} \quad Gr_L = [g.\beta^*.(T_p - T_\infty)/\nu^2].L^3 \quad (1-2)$$

onde o L é substituído por x .

Em escoamentos movidos pela força de empuxo segundo Gray e Giorgini [15], as equações de governo exatas são difíceis de serem tratadas. Algumas aproximações são necessárias, e uma simplicidade no qual admite o empuxo, é a aproximação de Boussinesq. Esta aproximação consiste das seguintes hipóteses :

- 1- A densidade é assumida constante exceto no termo de empuxo;
- 2- Todas as outras propriedades do fluido são constantes;
- 3- A dissipação viscosa (atrito viscoso) é considerada desprezível.

A primeira hipótese significa que a equação da continuidade tem a forma incompressível. Os outros pontos simplificam as equações, onde a ênfase são os efeitos de empuxo. Embora estas aproximações sejam chamadas de Boussinesq, elas foram usadas primeiramente por Oberbeck [25] em 1879.

Chandrasekhar [8] fez referência a esta aproximação, estudando detalhadamente esta derivação, numa situação dinâmica, considerando um gás perfeito com propriedades constantes.

Segundo Gray e Giorgini [15] elas usaram técnica matemática rigorosa, de um parâmetro de expansão, para derivar as equações de Boussinesq. Ele assumiu que a densidade era uma função linear somente da temperatura, e que as propriedades eram constantes.

Esta derivação possibilitou a melhora de vários trabalhos, em relação a vários aspectos na sua aplicação :

1. Aplica-se à vários gases e líquidos;
2. Permite que as propriedades variem com a temperatura e pressão;
3. É matematicamente coerente;
4. Permite uma formulação explícita.

A aproximação de Boussinesq é a base mais usual para a análise da convecção natural. A aplicação deste conhecimento para problemas tecnológicos e do meio ambiente

pode ser significativa quando as condições sobre as quais as aproximações de Boussinesq são válidas, são explicitamente conhecidas.

Ostrach [27] em 1953 aborda o problema da convecção natural, conduzindo um estudo das equações de governo, na sua forma geral, que estabelece as condições para as quais as equações da camada limite de Polhausen são válidas, resolvendo para a placa isotérmica, com $0.01 < Pr < 1000$, usando um computador digital.

Sparrow e Gregg [43] em 1958 abordam o problema de convecção natural em placa plana vertical, com propriedades variáveis com a temperatura. Aplicaram o método da similaridade reduzindo as três equações diferenciais parciais em duas equações diferenciais ordinárias acopladas e obtiveram os parâmetros de transferência de calor para gases e para o mercúrio líquido. O conceito de temperatura de referência foi aplicado para cálculo dos parâmetros de transferência.

Isto envolve o uso de resultados derivados de fluidos com propriedades constantes, calculando alguns parâmetros acuradamente, tais como coeficiente de película, coeficiente de fricção, espessura da camada limite, vazão mássica deslocada, etc., pela temperatura de referência e estender estes resultados para o caso de propriedades constantes a situações a situações de propriedades variáveis. Para gases, os resultados para transferência de calor com propriedades constantes são generalizados para às situações de propriedades variáveis, calculando o coeficiente de expansão (β), por $1/T_\infty$ e calculando as outras propriedades na $T_r = T_p - 0.38.(T_p - T_\infty)$. Para o mercúrio líquido, também se aplica isto, calculando todas as propriedades pela T_r inclusive o β .

Mincowycz e Sparrow [23] abordaram a convecção natural para o vapor da água sob propriedades variáveis, em uma placa plana vertical isotérmica, também analisaram a variação das propriedades, em relação a propriedades constantes em relação a uma adequada temperatura de referência, usando a relação $T_r = T_p - 0.46.(T_p - T_\infty)$, onde o valor 0.38 é substituído por 0.46, que causa uma mudança no fluxo de calor q'' , de menos de 1%.

Gray e Giorgini [15] desenvolveram um trabalho visando saber sob quais condições a utilização das aproximações de Oberbeck-Boussinesq e de temperaturas de referência são corretas para outros fluidos, já que para a água e ar essas aproximações são válidas apenas se a diferença de temperatura, entre a superfície da placa e o meio fluido for de 1.25 a 28.6 °C, respectivamente à pressão de 1 atm e 15°C.

Generalizando as condições são determináveis para qualquer fluido newtoniano e condição de referência, para que as aplicações possam ser aplicadas.

Vajravelu [46] obteve uma solução para o problema de convecção natural em placa plana vertical imersa em ar com propriedades variáveis, usando uma formulação explícita, por diferenças finitas, onde as propriedades densidade, coeficiente de condutividade térmica e viscosidade dinâmica são consideradas linearmente dependentes nas faixas de

temperatura, e levando em conta o termo de dissipação viscosa. A solução com propriedades constantes avaliadas à temperatura do ambiente T_∞ , foi usada como referencial no cálculo de número de Nusselt e do coeficiente de fricção, para $T_\infty = 15^\circ\text{C}$ e $T_p = 55^\circ\text{C}$. Quando o desenvolvimento do transiente é considerado, os erros numéricos dos resultados são maiores.

Miyamoto [24] usou o método integral usado por Siegel [39], com propriedades constantes para o ar, procurando observar a influência da variação das propriedades sobre o transiente e o regime permanente, concluiu que o tempo de duração da fase de pura condução de calor e o tempo necessário para chegar ao regime permanente são influenciados grandemente pela variação das propriedades.

Shaukatullah e Gebhart [38] estudaram os efeitos da dependência das propriedades com a temperatura, na convecção natural em placa vertical isotérmica, para a água na faixa de 0 a 100°C , utilizando os parâmetros de similaridade de Sparrow e Gregg [43]. São adotadas expressões bem acuradas para as propriedades densidade, calor específico, condutividade térmica e viscosidade dinâmica em função da temperatura. Para baixas temperaturas, em torno de 4°C , a variação da densidade da água mostra um comportamento anômalo, que causa forças de empuxo reversas e mesmo inversão convectiva. Os resultados deste estudo tem boa concordância com os dados experimentais disponíveis. Para temperaturas maiores do que 20°C , a transferência de calor é corretamente calculada pela solução de propriedades constantes, com erro mais ou menos de 5°C , quando a temperatura de filme é usada como temperatura de referência, para o cálculo das propriedades.

Há pequenas diferenças nos perfis de temperatura, entre as soluções de propriedades constantes e variáveis quando a diferença de temperatura ($T_p - T_\infty$) é grande. Entretanto para os perfis de velocidade, as diferenças entre as soluções de propriedades constantes, são grandes para grandes diferenças de temperatura ($T_p - T_\infty$), e decresce quando as diferenças de temperaturas também decrescem. O escoamento é mais vigoroso quando a temperatura da superfície é menor do que a do ambiente ($T_p < T_\infty$), onde a espessura da camada limite é menor.

2.2. Placa com Fluxo de Calor Constante

Numa placa submetida a um fluxo de calor constante, a temperatura da superfície é desconhecida, tornando-se mais difícil calcular a temperatura de referência, principalmente onde os gradientes de temperatura de grandes fluxos de calor obrigam que se considerem a variação das propriedades dos fluidos.

Com a condição de contorno na placa sendo um fluxo de calor, introduzimos no cálculo uma condição de Newman (derivada), tendo uma dificuldade a mais no cálculo dos perfis do escoamento e nos parâmetros de transferência.

Para o caso de propriedades variáveis, não há solução de similaridade (ver Cap. 1), sendo o problema resolvido numericamente, tendo os resultados boa concordância com o caso de propriedades constantes, isto para baixas diferenças de temperatura ($T_p - T_\infty$), com o número de Prandtl baseado na temperatura de filme. Para o caso de grandes diferenças de temperatura ($T_p - T_\infty$), os perfis têm comportamento semelhante ao caso de propriedades constantes.

A transferência de calor para uma placa vertical, com a superfície aquecida, é comumente relacionada pelo número de Nusselt, como função do número de Grashof. O número de Grashof é a medida do vigor do escoamento, análogo ao número de Reynolds para escoamento em convecção forçada.

Sparrow e Gregg [41] analisaram numericamente um escoamento para fluxo de calor uniforme numa placa vertical, onde o número de Nusselt local Nu_x é uma função do número de Grashof modificado

$$Gr_x^* = g \cdot \beta \cdot q''_p \cdot x^4 / k \cdot \nu^2 \quad (1-3)$$

onde q''_p é o fluxo de calor uniforme, e x é a distância da camada limite. O número de Grashof modificado é mais conveniente calculá-lo quando o fluxo de calor é conhecido. Em escoamento laminar, podemos calcular a dependência do Nu_x no Gr_x^* para um dado número de Prandtl de um fluido.

O caso de superfícies dissipando calor com fluxo de calor uniforme têm recebido menos atenção do que o caso de placa isotérmica. Vliet e Liu [47] estudaram o caso de fluxo de calor uniforme em placa vertical, com dados estendendo a um número de Rayleigh modificado ($Gr_x^* \cdot Pr$) de 10^{16} , numa faixa de número de Prandtl de 3.6 a 10.5. A transferência foi correlacionada por $Nu_x = 0.568 \cdot (Gr_x^* \cdot Pr)^{0.22}$, definindo o início da transição de regime laminar para turbulento onde a temperatura da superfície, começa a decrescer, depois que a máxima temperatura da placa foi alcançada.

Segundo Qureshi e Gebhart [32] George Jr. e Clapp em estudo teórico sugeriram que o número de Nusselt fosse,

$$Nu_x \propto (Gr_x^* \cdot Pr)^{0.25} \quad (1-4)$$

Qureshi e Gebhart [32] obtiveram dados de transferência de calor numa placa vertical com fluxo de calor uniforme, através de subsequentes estágios de transição até a o estado de turbulência total. O máximo número de Rayleigh modificado achado foi 5×10^{14} .

Para fluxos de calor até 4488 W/m^2 com temperatura ambiente entre 22 a 24°C , os resultados do escoamento laminar podem ser estabelecidos com boa precisão usando o caso de propriedades constantes. A temperatura da placa foi ajustada por meio de $(T_p - T_\infty) \propto$

$x^{0.2}$, em concordância com a solução de similaridade, na região de escoamento laminar. As propriedades do fluido foram avaliadas na temperatura de filme, que é a média da temperatura do meio e da superfície da placa. Um dos mais importantes aspectos da transição de laminar para turbulento, é o efeito na transferência de calor. Para o regime laminar, através da teoria da camada limite e número de Prandtl 6 o

$$Nu_x = 0.839.(Gr^*)^{1/5} = 0.587.(Ra^*)^{1/5} \quad (1-5)$$

O desvio para o regime laminar ocorre na região de $Ra^*_x = 1,2 \times 10^{13}$ a 4.0×10^{13} , dependendo do nível do fluxo de calor.

Qureshi e Gebhart [32] este tipo de problema transiente foi investigado por Illingworth, que encontrou o campo de temperatura inicial na camada limite, sendo idêntico a um problema de condução de calor unidimensional, num corpo semi-infinito e também Ostroumov investigou os perfis de temperatura e velocidade ao redor de um fio horizontal, sujeito a uma corrente direta, e observou um “overshoot” de temperatura em álcool e água.

Sugawara e Michiyoshi [44] apresentaram uma solução numérica para a placa vertical submetida repentinamente a um degrau de temperatura, numa interface sólido-fluido.

Siegel [39] se reportou aos resultados de uma análise integral que calculou os perfis de velocidade e temperatura, depois de um aumento em degrau no fluxo de calor na placa vertical. Em todas as análises, as equações do tipo integral de Karman-Polhausen são usadas.

Goldstein e Eckert [14] se reportaram aos resultados de um experimento no qual uma placa plana vertical foi exposta a um fluxo de calor em degrau induzido.

Gebhart [13] em 1961 apresentou o método integral numa análise para convecção natural transiente, na proximidade da superfície de uma apreciável e arbitrária capacidade térmica, sujeita a um súbito fluxo de calor.

Chung e Anderson [10] consideraram a convecção natural transiente com mudança na temperatura da superfície de um elemento isotérmico e mudança na força de campo(gravitacional).

Hellums e Churchill [17] apresentaram a solução numérica para as equações da camada limite, em uma placa vertical, sujeita a um degrau de temperatura da superfície.

Inghan [20] reinvestigou o método usado por Hellums e Churchill e confirmou que a solução converge para resultado em estado permanente.

Sammakia e Gebhart [34] consideraram os perfis transientes de temperatura e velocidade, próximo de uma placa plana vertical, com uma apreciável capacidade térmica. O efeito da capacidade térmica na natureza do comportamento do escoamento transiente é de especial interesse. Para placas com pequenas capacidades térmicas, com distribuição de temperatura e velocidade transiente, foi observado um pequeno “overshoot” nos valores do regime permanente final.

Gebhart e Qureshi [32] abordaram a convecção natural em placa vertical para o ar, sob fluxo de calor, que obrigam a inclusão da influência da variação das propriedades, levando-se em conta os efeitos da radiação térmica sobre os parâmetros de transferência.

Trabalhos atuais

Oliveira [26] desenvolveu um trabalho sobre convecção natural com propriedades primitivas, em regime permanente de um escoamento laminar de água aquecida ou resfriada, por uma placa plana vertical submetida a um fluxo de calor uniforme, levando-se em consideração a variação das propriedades, empregando um esquema numérico de diferenças finitas com um processo de relaxação através de pseudo-transientes, sendo usado como referência para este trabalho.

Brandão [5] desenvolveu um trabalho sobre convecção forçada com propriedades primitivas, voltado à investigação numérica de diversos esquemas discretizantes empregando o método de diferenças finitas, aplicados à solução da camada limite hidrodinâmica formada junto à superfície de corpos imersos em escoamento laminar uniforme de um fluido com propriedades constantes sob regime permanente. Na busca de maior acuidade na resolução do problema, aplicou uma interpolação polinomial de segunda ordem (interpolação quadrática) ao único termo $(dv/dy)_{Y=0}$ que ainda mantinha erro de primeira ordem.

Capítulo 3 - Análise Teórica (Modelagem e Método de Solução)

3.1. - Modelo Matemático (Equações de Governo)

3.1.1. - Equações Diferenciais Dimensionais

As equações diferenciais da conservação da massa, quantidade de movimento e energia serão aplicadas ao problema de convecção natural, em placa plana vertical semi-infinita, sob condições de temperatura ou fluxo de calor constante na placa, para propriedades constantes e variáveis.

3.1.1.1.- Equações Diferenciais : Hipóteses Básicas

Hipóteses assumidas para a modelagem das equações diferenciais:

- escoamento laminar em regime permanente
- fluxo bidimensional
- os termos de dissipação viscosa, trabalho contra o campo gravitacional e de pressão, são desprezados na equação de conservação da energia
- despreza-se os efeitos da radiação térmica
- são incorporadas as aproximações da camada limite
- em cada caso (placa com temperatura da superfície constante e fluxo de calor constante) foram feitos dois modelos, um com propriedades constantes e

outro

com propriedades variáveis. O primeiro modelo emprega as hipótese de

Boussi-

nesq.

3.1.1.2.- Equação da Conservação da Massa

A- Propriedades Constantes

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3-1)$$

B- Propriedades Variáveis

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho * u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho * v) = 0 \quad (3-2)$$

3.1.1.3.- Equação da Conservação da Quantidade de Movimento

O termo (de acoplamento) responsável pela movimentação do fluido depende da distribuição da temperatura e do comportamento da densidade do fluido com a temperatura.

Tomamos um volume infinitesimal dv do elemento do fluido, e fazemos um balanço de forças gravitacionais e de pressão. Assim define-se o sinal do termo de acoplamento, para os dois casos.

Caso 1 : $T_p > T_i$ ou fluxo de calor q_p positivo.

$$\sum df_x = -\rho^* g dv + \rho_\infty g dv$$

$$\sum df_x = (\rho_\infty - \rho^*) g dv$$

Caso 2: $T_p < T_i$ ou fluxo de calor q_p negativo.

$$\sum df_x = (\rho^* - \rho_\infty) g dv$$

A - Propriedades Constantes

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \pm g \beta (T - T_\infty) + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3-3)$$

B- Propriedades Variáveis

$$\begin{aligned} \rho^* \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] &= \pm g \cdot (\rho_\infty - \rho^*) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu^* \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \rho^* \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] &= \pm g \cdot (\rho_\infty - \rho^*) + \left(\frac{\partial \mu^*}{\partial y} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \mu^* \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (3-4)$$

3.1.1.4.- Equação da Conservação da Energia

A- Propriedades Constantes

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3-5)$$

B- Propriedades Variáveis

$$\rho^* C_p^* \left[u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left(k^* \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

$$\rho^* C_p^* \left[u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \left(\frac{\partial k^*}{\partial y} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + k^* \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3-6)$$

3.1.1.5.- Condições de Contorno

Para propriedades constantes e variáveis as condições de contorno são iguais.

-Placa com temperatura constante

Em $y = 0$

$$T(x, 0) = T_p = c^{te} \quad (3-7)$$

$$u(x, 0) = v(x, 0) = 0 \quad (3-8)$$

Em $y \rightarrow \infty$

$$T(x, \infty) \rightarrow T_\infty \quad (3-9)$$

$$u(x, \infty) \rightarrow 0 \quad (3-10)$$

Em $x = 0$

$$T(0, y) = T_\infty \quad (3-11)$$

$$u(0, y) = 0 \quad (3-12)$$

-Placa com fluxo de calor constante (PFC)

Em $y = 0$

$$u(x, 0) = v(x, 0) = 0 \quad (3-8)$$

$$\left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=0} = \frac{q_p^*}{k_p}, \quad q_p^* = -k_p \cdot \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=0} \quad (3-13)$$

• $y \rightarrow \infty$

$$u(x, \infty) \rightarrow 0 \quad (3-10)$$

$$T(x, \infty) \rightarrow T_\infty \quad (3-9)$$

$$\bullet \quad x = 0$$

$$T(0, y) = T_{\infty} \quad (3-11)$$

$$u(0, y) = 0 \quad (3-12)$$

Para propriedades variáveis o k_p é variável ao longo da placa : $k = k(T)$

3.1.2. Adimensionalização das Equações Diferenciais

3.1.2.1.- Placa com Temperatura Constante

3.1.2.1.1.- Parâmetros de Adimensionalização

A- Propriedades Constantes

Parâmetros adimensionais obtidos de Inghan [20]

- para as distâncias x e y :

$$X = \frac{x}{\left(\frac{g\beta\Delta T}{\nu^2} \right)^{1/3}} \quad (3-13)$$

$$Y = \frac{y}{\left(\frac{g\beta\Delta T}{\nu^2} \right)^{1/3}} \quad (3-14)$$

- para o tempo t :

$$\tau = \frac{t \cdot (g\beta\Delta T)^{2/3}}{\nu^{1/3}} \quad (3-15)$$

- para a temperatura T :

$$\theta = \frac{(T - T_{\infty})}{(T_p - T_{\infty})} \quad (3-16)$$

-para as velocidades:

$$= \frac{u}{(v \cdot g \cdot \beta \cdot \Delta T)^{1/3}} \quad (3-17)$$

$$= \frac{v}{V \cdot (v \cdot g \cdot \beta \cdot \Delta T)^{1/3}} \quad (3-18)$$

- outros parâmetros:

$$\beta = -x^{1/4} \cdot \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{y=0} \quad (3-19)$$

B- Propriedades Variáveis

Parâmetros adimensionais obtidos de Hellums e Churchill [17] e Shaukatullah e Gebhart [38]

O grupo adimensional para a temperatura (termo de acoplamento). O termo $|\rho_p - \rho_\infty|$ é o potencial acionador do fenômeno físico.

$$GAM_t = \frac{|\rho_p - \rho_\infty|}{\rho_p} \quad (3-20)$$

- para as distâncias: x e y

- em x :

$$X = x \left[\frac{g \cdot |\rho_p - \rho_\infty|}{\rho_p \cdot v_\infty^2} \right]^{1/3} = [Gr_x]^{1/3} \quad (3-21)$$

$$x = \frac{X}{\left[v_\infty^{2/3} / (g \cdot GAM_t)^{1/3} \right]} \quad (3-22)$$

- em y :

$$Y = y \left[\frac{g \cdot |\rho_p - \rho_\infty|}{\rho_p \cdot v_\infty^2} \right]^{1/3} \quad (3-23)$$

$$y = \frac{Y}{\left[v_{\infty}^{2/3} / (g \cdot GAM_t)^{1/3} \right]} \quad (3-24)$$

- para as velocidades u e v :

$$u = U \cdot \left[g \cdot v_p \cdot GAM_t \right]^{1/3} \quad (3-25)$$

$$v = V \cdot \left[g \cdot v_p \cdot GAM_t \right]^{1/3}$$

- para o tempo τ :

$$\tau = t \cdot \left[\frac{v_{\infty}^{1/3}}{(g \cdot GAM_t)^{2/3}} \right] \quad (3-26)$$

- para a temperatura T :

$$\theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_p - T_{\infty}} \quad , \quad T = \theta \cdot (T_p - T_{\infty}) + T_{\infty} \quad (3-27)$$

- para as propriedades : ρ , K , μ , θ , C_p

$$\rho^* = \rho_{\infty} \cdot \rho, \quad \rho = \frac{\rho^*}{\rho_{\infty}} \quad ;$$

$$k^* = k_{\infty} \cdot k, \quad k = \frac{k^*}{k_{\infty}} \quad ;$$

$$\mu^* = \mu_{\infty} \cdot \mu, \quad \mu = \frac{\mu^*}{\mu_{\infty}}$$

$$C_p^* = \rho_{\infty} \cdot C_p \quad ; \quad C_p = \frac{C_p^*}{C_p}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad ; \quad \nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3-28)$$

3.1.2.1.2.- Equação da Conservação da Massa (Continuidade)

A- Propriedades Constantes

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3-29)$$

B- Propriedades Variáveis

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial X} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial Y} = 0 \quad (3-30)$$

3.1.2.1.3.- Equação da Conservação da Quantidade de Movimento

A- Propriedades Constantes

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = \theta + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad (3-31)$$

B- Propriedades Variáveis

Usando os parâmetros, temos :

$$GAM_t = \frac{|\rho_p - \rho_\infty|}{\rho_p} \quad (3-32)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \cdot \frac{\partial U}{\partial X} + V \cdot \frac{\partial U}{\partial Y} = \pm \frac{(1/\rho - 1)}{GAM_t} + v \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \left(\frac{1}{\rho}\right) \left(\frac{\partial \mu}{\partial Y}\right) \left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right) \quad (3-33)$$

3.1.2.1.4.- Equação da Conservação da Energia:

A- Propriedades Constantes

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (3-34)$$

B- Propriedades Variáveis

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \cdot \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha}{Pr_\infty} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{1}{\rho C_p} \cdot \frac{1}{Pr_\infty} \cdot \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y}\right) \left(\frac{\partial k}{\partial Y}\right) \quad (3-35)$$

3.1.2.2.- Placa com Fluxo de Calor Constante

3.1.2.2.1.- Parâmetros de Adimensionalização

Válidos para Propriedades Constantes e Variáveis

Parâmetros obtidos de Sammakia e Gebhart [34] e Hellums e Churchill [17]

- para as distâncias x e y :

$$x = X \cdot \left[\nu_{\infty}^2 \cdot k_{\infty} / \left(g \cdot \beta_{\infty} |q''_p| \right) \right]^{1/4}, \quad X = [Gr_x]^{1/4} \quad (3-36)$$

$$y = Y \cdot \left[\nu_{\infty}^2 \cdot k_{\infty} / \left(g \cdot \beta_{\infty} |q''_p| \right) \right]^{1/4}, \quad Y = [Gr_y]^{1/4} \quad (3-37)$$

- para as velocidades u e v :

$$u = U \cdot \left[\nu_{\infty}^2 \cdot g \cdot \beta_{\infty} |q''_p| \cdot k_{\infty} \right]^{1/4} \quad (3-38)$$

$$v = V \cdot \left[\nu_{\infty}^2 \cdot g \cdot \beta_{\infty} |q''_p| \cdot k_{\infty} \right]^{1/4} \quad (3-39)$$

- para o tempo τ :

$$\tau = t \cdot \left[k_{\infty} / \left(g \cdot \beta_{\infty} |q''_p| \right) \right]^{1/2} \quad (3-40)$$

- para a temperatura T :

$$T = \pm \theta \cdot \left[\nu_{\infty}^2 |q''_p|^3 / \left(g \cdot \beta_{\infty} \cdot k_{\infty}^3 \right) \right]^{1/4} + T_{\infty} \quad (3-41)$$

3.1.2.1.1.- Equação da Conservação da Massa

A mesma do caso de placa com temperatura constantes, tanto para propriedades constantes como para propriedades variáveis.

3.1.2.1.2.- Equação da Conservação da Quantidade de Movimento

A mesma do caso de placa com temperatura constantes, tanto para propriedades constantes.

Propriedades Variáveis

A expressão muda em relação a do caso de placa com temperatura constante, pois aparece um parâmetro GAM_f no termo de acoplamento.

Usando os parâmetros, temos :

$$GAM_f = \left[g^{1/4} \cdot k_{\infty} / \left(\beta_{\infty}^{3/4} \cdot |q''_p|^{3/4} \cdot v_{\infty}^{1/2} \right) \right] \quad (3-42)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = GAM_f \cdot \left(\frac{1}{\rho} - 1 \right) + \left(\frac{\partial \mu}{\partial Y} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right) + v \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (3-43)$$

3.1.2.1.4.- Equação da Conservação da Energia

A mesma do caso de placa com temperatura constantes, tanto para propriedades constantes como para propriedades variáveis.

3.1.2.3.- Condições de Contorno

Válidas para propriedades constantes e variáveis

Em $y = 0$

$$U(X,0) = 0 \quad (3-36)$$

Caso de placa com temperatura constante

$$\theta(X,0) = 1 \quad (3-37)$$

Caso de placa com fluxo de calor constante

$$\left(\frac{\partial \theta(X,Y)}{\partial Y} \right)_{y=0} = - \left(\frac{k_{\infty}}{k_p} \right) \quad (3-38)$$

Em $Y \rightarrow \infty$

$$U(X, \infty) \rightarrow 0 \quad (3-39)$$

$$\theta(X, \infty) \rightarrow 0 \quad (3-40)$$

Em $X = 0$

$$U(0, Y) = 0 \quad (3-41)$$

$$\theta(0, Y) = 0 \quad (3-42)$$

Condições Iniciais (para o pseudo-transiente) válidas somente para o início do cálculo da primeira linha.

- para $t = 0$

$$U(X, Y) = V(X, Y) = \theta(X, Y) = 0 \quad (3-43)$$

3.1.3.- Parâmetros de Transferência

3.1.3.1.- Placa com Temperatura Constante

O parâmetros de comparação é o número de Nusselt. Para a aferição do algoritmo do método numérico são comparado o número de Nusselt de similaridade e o numérico.

$$\text{Número de Nusselt local : } Nu_{r_s} = \frac{h \cdot x}{k_r} \quad (3-44)$$

Consideramos a temperatura do meio fluido (T_∞) como temperatura de referência

Definição do coeficiente de transferência de calor :

$$h(T_p - T_\infty) = -k_p \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (3-45)$$

Usando o parâmetro de adimensionalização $\theta = (T - T_\infty) / (T_p - T_\infty)$, temos :

$$h = -k_p \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (3-46)$$

Número de Nusselt de referência (pela temperatura do infinito ou meio fluido) :

$$Nu_{r_s} = - \left(\frac{k_p}{k_\infty} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=0} \cdot x \quad (3-47)$$

Usando estes parâmetros de adimensionalização de Shaukatullah e Gebhart [38]

$$\begin{cases} x = X \left[v_{\infty}^{2/3} / (g \cdot GAM_t)^{1/3} \right] \\ y = Y \left[v_{\infty}^{2/3} / (g \cdot GAM_t)^{1/3} \right] \end{cases} \quad (3-48)$$

Obtemos o número de Nusselt para propriedades variáveis

$$Nu_{\infty_x} = - \left(\frac{k_p}{k_r} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} \cdot X \quad (3-49)$$

Este é o número de Nusselt de similaridade de Shaukatullah e Gebhart [38], usado para aferir o algoritmo calculado em função de T_p e de T_{∞} .

$$[Nu_{\infty_x}]_{sim} = \left[- \left(\frac{k_p \cdot \rho_p}{k_{\infty} \cdot \rho_{\infty}} \right) \phi'(\eta = 0) \right] \cdot X^{3/4} \quad (3-50)$$

O termo $\phi'(\eta = 0)$ é função número de Prandtl.

Número de Nusselt para propriedades constantes :

$$Nu_x = - \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} \cdot X \quad (3-51)$$

Sendo o parâmetro X ;

$$X = \left[g \cdot \beta^* (T_{\omega} - T_{\infty}) / \nu^{*2} \right]^{1/3} \cdot x \quad (3-52)$$

Utilizando o parâmetro X anterior na expressão (3-50), temos o número de Nusselt de similaridade como :

$$Nu_{x_{sim}} = \phi'(\eta = 0) \cdot 4^{-1/4} \cdot X^{3/4} \quad (3-53)$$

3.1.3.2.- Placa com Fluxo de Calor Constante

O parâmetro de comparação é a temperatura da placa. Para a aferição do algoritmo do método numérico é comparado a temperatura da placa obtida pelos métodos de similaridade e o numérico.

Definição do coeficiente de transferência de calor :

$$q_p = h \cdot (T_p - T_\infty) \therefore h = \frac{q_p}{T_p - T_\infty} \quad (3-54)$$

Substituindo o h temos :

$$\text{Logo : } Nu_{\infty_x} = \frac{q_p \cdot x}{k_\infty \cdot (T_p - T_\infty)} = \left(\frac{q_p}{k_\infty} \right) \left[\frac{x}{(T_p - T_\infty)} \right] \quad (3-55)$$

Parâmetros de adimensionalização de Sammakia e Gebhart [34], para o cálculo do número de Nusselt de referência :

$$\begin{cases} x = X \cdot \left[\nu_\infty^2 \cdot k_\infty / (g \cdot \beta_\infty |q_p|) \right]^{1/4} \\ T = \pm \theta \cdot \left[\nu_\infty^2 |q_p^3| / (g \cdot \beta_\infty \cdot k_\infty^3) \right]^{1/4} + T_\infty \end{cases} \quad (3-41) \text{ e } (3-37)$$

Para $T = T_p$:

$$(T_p - T_\infty) = \theta \cdot \left[\nu_\infty^2 |q_p^3| / (g \cdot \beta_\infty \cdot k_\infty^3) \right]^{1/4}$$

Substituindo o valor de x e de $(T_p - T_\infty)$ na expressão do número de Nusselt de referência, temos :

$$Nu_{\infty_x} = \frac{X}{\theta} \quad (3-56)$$

Onde o $\theta = \theta_{i+1}$

Para o cálculo da temperatura de similaridade usamos os parâmetros x e T de similaridade de Sparrow e Gregg [41].

$$\begin{cases} x = X \left[v_{\infty}^2 \cdot k_{\infty} / (g \cdot \beta_{\infty} | q_p |) \right]^{1/4} \\ T = 5^{1/5} \phi(\eta = 0) \left[g \cdot \beta_{\infty} \cdot q_p / (v_{\infty}^2 \cdot k_{\infty}) \right]^{-1/5} \cdot \left(\frac{q_p}{K_{\infty}} \right) \cdot x^{1/5} + T_{\infty} \end{cases} \quad (3-41) \text{ e } (3-57)$$

Para $T = T_{\infty}$:

$$T_p - T_{\infty} = 5^{1/5} \phi(\eta = 0) \left[g \cdot \beta_{\infty} \cdot q_p / (v_{\infty}^2 \cdot k_{\infty}) \right]^{-1/5} \cdot \left(\frac{q_p}{k_{\infty}} \right) \cdot x^{1/5}$$

Temperatura da placa de similaridade para aferir o algoritmo, calculado em função de T_p e de T_{∞} .

$$\left(\theta(X, Y)_{Y=0} \right)_{sim} = 5^{1/5} \cdot \phi(\eta = 0) \cdot X^{1/5} \quad (3-58)$$

O termo $\phi(\eta=0)$ é função do número de Prandtl

3.2- Método Numérico

Inicialmente é feita a discretização das equações para os casos de placa com temperatura constante e com fluxo de calor constante, para propriedades constantes e variáveis. Após é feita a descrição do algoritmo de diferenças finitas.

O método numérico de diferenças finitas consiste em discretizar as derivadas das equações diferenciais, para cálculo das aproximações das variáveis nos pontos de uma malha que é definida pela discretização do espaço contínuo em finito. A discretização das derivadas é definida pela série de Taylor, relacionando o ponto onde são calculadas as aproximações com os seus pontos vizinhos.

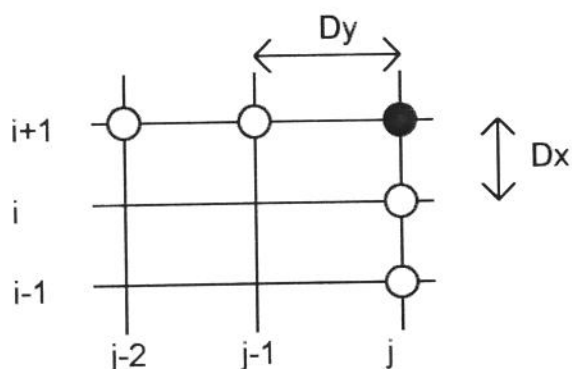
3.2.1- Discretização das Equações Diferenciais

São usadas discretizações à montante, central para derivada primeira e segunda e unilateral de três níveis. O termo transiente é discretizado através da variável no tempo atual e no tempo anterior do processo iterativo.

3.2.1.1- Placa com Temperatura Constante

3.2.1.1.1- Discretização da Equação da Conservação da Massa

Discretização do espaço



Para propriedades constantes

Discretização dos termo $[dv/dy]_{y=0}$ (modificação do algoritmo)

Para uma maior acuidade na resolução do problema, e manter erros de 2ª ordem em todos os termos das equações do algoritmo de Oliveira [26], aplica-se uma interpolação polinomial de segunda ordem (interpolação quadrática), foi empregada por Brandão [5] ao único termo, que mantinha erro de 1ª ordem $\left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{j=2}$, obtendo-se um erro de 2ª ordem.

Interpolação polinomial quadrática para $y = 1$ ou $j = 2$ (1ª coluna) :

$$v(y) = Ay^2 + By + C \quad (3-59)$$

Para o intervalo : $0 \leq y \leq \Delta y$

$$\text{A derivada de } v(y) \text{ é : } \quad \frac{\partial v}{\partial y} = 2Ay + B \quad (3-60)$$

Aplicando as condições de contorno, temos :

$$y = 0 \Rightarrow v(0) = C, \text{ logo } C = 0 \quad (3-61)$$

Aplicando na equação da continuidade, temos :

$$\left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \text{ temos } \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{y=0} = B, \text{ logo } B = 0 \quad (3-62)$$

$$y = \Delta y \Rightarrow v(\Delta y) = A(\Delta y)^2 = v_1, \text{ logo } A = \frac{v_1}{(\Delta y)^2} \quad (3-63)$$

$$\left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{y=\Delta y} = 2A\Delta y, \text{ logo } \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{y=\Delta y} = \frac{2v_1}{\Delta y} \quad (3-64)$$

Discretização de 2ª ordem :

$$\left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{y=\Delta y} = 2 \frac{v_1}{\Delta y} + O(\Delta y)^2 \quad (3-65)$$

Discretização dos termos da equação

Discretização do termo $\left[\frac{\partial V}{\partial y} \right]$

- Para $i \geq 1$ e $j > 2$ - Discretização de três níveis :

$$\left[\frac{\partial V}{\partial y} \right]_{i+1,j} = \frac{[3V_{i+1,j} - 4V_{i+1,j-1} + V_{i+1,j-2}]}{2\Delta y} \quad (3-66)$$

- Para $i \geq 1$ e $j = 2$ - Interpolação polinomial quadrática

$$\left[\frac{\partial V}{\partial y} \right]_{i+1,2} = 2 \frac{V_{i+1,2}}{\Delta y} \quad (3-67)$$

Discretização do termo $\left[\frac{\partial U}{\partial x} \right]$

- Para $i > 1$ e $j \geq 2$ - Discretização unilateral de três níveis

$$\left[\frac{\partial U}{\partial x} \right]_{i+1,j} = \frac{[3U_{i+1,j} - 4U_{i,j} + U_{i-1,j}]}{2\Delta x} \quad (3-68)$$

- Para $i = 1$ e $j \geq 2$ - Discretização à montante

Pela condição de contorno $U_{1,j} = 0$

$$\left[\frac{\partial U}{\partial x} \right]_{2,j} = \frac{[U_{2,j} - U_{1,j}]}{\Delta x} = \frac{U_{2,j}}{\Delta x} \quad (3-69)$$

Discretização da equação para cálculo do $V_{i+1,j}$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3-29)$$

- Para $i > 1$ e $j > 2$

$$V_{i+1,j} = \frac{\left[4V_{i+1,j-1} - V_{i+1,j-2} \right] - \frac{\Delta Y}{\Delta X} \left[3U_{i+1,j} - 4U_{i,j} + U_{i-1,j} \right]}{3} \quad (3-70)$$

- Para $i > 1$ e $j = 2$

$$V_{i+1,2} = \frac{\left[3U_{i+1,2} - 4U_{i,2} + U_{i-1,2} \right]}{4} \cdot \frac{\Delta Y}{\Delta X} \quad (3-71)$$

- Para $i = 1$ e $j = 2$

$$V_{2,2} = -\frac{1}{2} \cdot U_{2,2} \cdot \frac{\Delta Y}{\Delta X} \quad (3-72)$$

- Para $i = 1$ e $j > 2$

$$V_{2,j} = \frac{\left[-2 \cdot \frac{\Delta Y}{\Delta X} \cdot U_{2,j} + (4V_{2,j-1} - V_{2,j-2}) \right]}{3} \quad (3-73)$$

Para propriedades variáveis

Discretização dos termo $[dv/dy]_{Y=0}$ (modificação do algoritmo)

Como o termo $\frac{\partial(\rho U)}{\partial X}$ é conhecido, o termo $\frac{\partial(\rho V)}{\partial Y}$ é determinado pela Equação da Continuidade.

$$\text{Temos } \frac{\partial(\rho V)}{\partial Y} = - \frac{\partial(\rho U)}{\partial X} \quad (3-30)$$

Calculando a derivada do $\frac{\partial(\rho V)}{\partial Y}$, temos :

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial Y} = \rho \cdot \frac{\partial V}{\partial Y} + V \cdot \frac{\partial \rho}{\partial Y}$$

$$\frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho V)}{\partial Y} - V \cdot \frac{\partial \rho}{\partial Y} \right] \quad (3-74)$$

Para $j = 2$ ($Y = \Delta Y$) e para qualquer i , na primeira coluna, o termo $\frac{\partial(V)}{\partial Y}$ é conhecido, assim temos :

$$2. \frac{V_{i+1,2}}{\Delta Y} = -\frac{1}{\rho_{i+1,2}} \left[\frac{\partial(\rho V)}{\partial Y} - V_{i+1,2} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial Y} \right]_{i+1,2} \quad (3-75)$$

Como o $\frac{\partial(\rho V)}{\partial Y} = -\frac{\partial(\rho U)}{\partial X}$, temos

$$2. \frac{V_{i+1,2}}{\Delta Y} = -\frac{1}{\rho_{i+1,2}} \left[-\frac{\partial(\rho U)}{\partial X} - V_{i+1,2} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial Y} \right]_{i+1,2} \quad (3-76)$$

Logo a expressão genérica do $V_{i+1,2}$ para qualquer i , será :

$$V_{i+1,2} = -\frac{1}{\rho_{i+1,2} \left[\frac{2}{\Delta Y} + \frac{1}{\rho_{i+1,2}} \frac{\partial \rho}{\partial Y} \right]_{i+1,2}} \left[\frac{\partial(\rho U)}{\partial X} \right]_{i+1,2} \quad (3-77)$$

Esta expressão acima foi deduzida por Figueiredo, J. R. (Comunicação pessoal)

Discretização dos termos da equação

Discretização do termo $\left[\frac{\partial(\rho)}{\partial Y} \right]$

É usada a discretização central, em $j = 2$ (primeira coluna), para qualquer i

$$\left[\frac{\partial \rho}{\partial Y} \right]_{i+1,2} = \frac{\rho_{i+1,3} - \rho_{i+1,1}}{2\Delta Y} \quad (3-78)$$

Discretização do termo $\left[\frac{\partial(\rho V)}{\partial Y} \right]$

- Para $i \geq 1$ e $j > 2$ - Discretização unilateral de três níveis

$$\left[\frac{\partial(\rho V)}{\partial Y} \right]_{i+1,j} = \frac{3(\rho V)_{i+1,j} - 4(\rho V)_{i+1,j-1} + (\rho V)_{i+1,j-2}}{2\Delta Y} \quad (3-79)$$

- Para $i \geq 1$ e $j = 2$ - Discretização unilateral de três níveis

$$\left[\frac{\partial(\rho V)}{\partial Y} \right]_{i+1,2} = \frac{1}{\rho_{i+1,2}} \left[-\frac{\partial(\rho U)}{\partial X} - V_{i+1,2} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial Y} \right]_{i+1,2} \quad (3-80)$$

Discretização do termo $\left[\frac{\partial(\rho U)}{\partial X} \right]$

- Para $i > 1$ e $j \geq 2$ - Discretização de unilateral de três níveis

$$\left[\frac{\partial(\rho U)}{\partial X} \right]_{i+1,j} = \frac{3(\rho U)_{i+1,j} - 4(\rho U)_{i,j} + (\rho U)_{i-1,j}}{2\Delta X} \quad (3-81)$$

- Para $i = 1$ e $j \geq 2$ - Discretização à montante

Pela condição de contorno $(\rho U)_{1,2} = 0$, temos :

$$\left[\frac{\partial(\rho U)}{\partial X} \right]_{2,j} = \frac{(\rho U)_{2,j}}{\Delta X} \quad (3-82)$$

Discretização da equação:

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial X} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial Y} = 0 \quad (3-30)$$

- Para $i > 1$ e $j > 2$

$$V_{i+1,j} = \frac{\left[4(\rho V)_{i+1,j-1} - (\rho V)_{i+1,j-2} \right] - \frac{\Delta Y}{\Delta X} \cdot \left[3(\rho U)_{i+1,j} - 4(\rho U)_{i,j} + (\rho U)_{i+1,j} \right]}{3\rho_{i+1,j}} \quad (3-83)$$

- Para $i = 1$ e $j = 2$

$$V_{2,2} = - \frac{1}{\left(2 \cdot \rho_{2,2} + \frac{(\rho_{2,3} - \rho_{2,1})}{2} \right)} \cdot \left[\rho_{2,2} \cdot U_{2,2} \right] \cdot \frac{\Delta Y}{\Delta X} \quad (3-84)$$

- Para $i = 1$ e $j > 2$

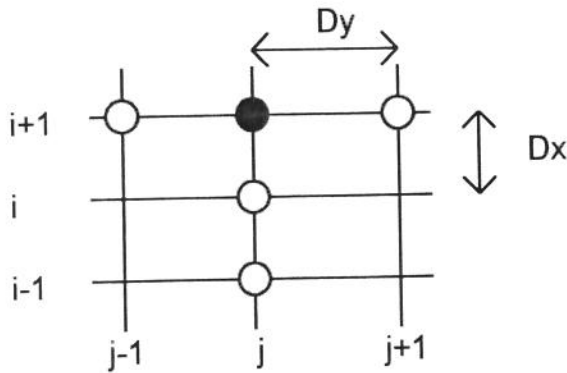
$$V_{2,j} = \frac{\left[-2(\rho U)_{2,j} \cdot \frac{\Delta Y}{\Delta X} + 4(\rho V)_{2,j-1} - (\rho V)_{2,j-2} \right]}{(3\rho_{2,j})} \quad (3-85)$$

- Para $i > 1$ e $j = 2$

$$V_{i+1,2} = - \frac{1}{\left(2 \cdot \rho_{i+1,2} + \frac{(\rho_{i+1,3} - \rho_{i+1,1})}{2} \right)} \cdot \left[3(\rho U)_{i+1,2} - 4(\rho U)_{i,2} + (\rho U)_{i+1,2} \right] \cdot \frac{\Delta Y}{\Delta X} \quad (3-86)$$

3.2.1.1.2- Discretização da Equação da Conservação da Quantidade de Movimento

Discretização do espaço



Discretização da equação

A não linearidade contida no termo de transporte convectivo $\left[U \frac{\partial U}{\partial Y} \right]_{i+1,j}$, será tratada, usando-se o valor de $U_{i+1,j}^0$ em substituição a $U_{i+1,j}$. Satisfazendo-se a continuidade o $V_{i+1,j}^0$ será a aproximação de $V_{i+1,j}$ em $\left[V \frac{\partial U}{\partial Y} \right]_{i+1,j}$.

Para propriedades constantes

Discretização dos termos da equação

- termos de transporte convectivo

$\left[U \frac{\partial U}{\partial X} \right]$ - Discretização unilateral de três níveis

$$\left[U \frac{\partial U}{\partial X} \right]_{i+1,j} = U_{i+1,j}^0 \cdot \frac{[3U_{i+1,j} - 4U_{i,j} + U_{i-1,j}]}{2\Delta X} \quad (3-87)$$

- Para $i = 1$ - Discretização à montante

Pela condição de constorno $U_{1,j} = 0$:

$$\left[U \frac{\partial U}{\partial X} \right]_{2,j} = U_{2,j}^0 \cdot \frac{[U_{2,j}]}{\Delta X} \quad (3-88)$$

$\left[V \frac{\partial V}{\partial Y} \right]$ - Discretização central

$$\left[V \frac{\partial V}{\partial Y} \right]_{i+1,j} = V_{i+1,j}^0 \cdot \frac{[U_{i+1,j+1} - U_{i+1,j-1}]}{2\Delta X} \quad (3-89)$$

- termo de difusão

$\left[\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right]$ - Discretização central

$$\left[\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right]_{i+1,j} = \frac{[U_{i+1,j+1} - 2U_{i+1,j} + U_{i+1,j-1}]}{(\Delta Y)^2} \quad (3-90)$$

- termo transiente

$$\left[\frac{\partial U}{\partial \tau} \right]_{i+1,j} = \frac{[U_{i+1,j} - U_{i+1,j}^0]}{\Delta \tau} \quad (3-91)$$

- termo de fonte (acoplamento)

$$[\theta]_{i+1,j} \quad (3-92)$$

- termo transiente

$$\left[\frac{\partial U}{\partial \tau} \right]_{i+1,j} = \frac{[U_{i+1,j} - U_{i+1,j}^0]}{\Delta \tau} \quad (3-93)$$

- termo de fonte (acoplamento)

$$[\theta]_{i+1,j} \quad (3-94)$$

Discretização da equação

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = \theta + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (3-31)$$

$$\begin{aligned} & \frac{[U_{i+1,j} - U_{i+1,j}^0]}{\Delta \tau} + U_{i+1,j}^0 \cdot \frac{[3U_{i+1,j} - 4U_{i,j} + U_{i-1,j}]}{2\Delta X} + \\ & V_{i+1,j}^0 \cdot \frac{[U_{i+1,j+1} - U_{i+1,j-1}]}{2\Delta Y} = [\theta]_{i+1,j} + \frac{[U_{i+1,j+1} - 2U_{i+1,j} + U_{i+1,j-1}]}{(\Delta Y)^2} \end{aligned} \quad (3-95)$$

Método de Solução: linha a linha (Matriz Dinâmica)

$$A_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j-1} + B_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j} + C_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j+1} = F_{j-1}^u \quad (3-96)$$

Os coeficientes da equação são :

$$\begin{cases} A_{j-1}^u = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot V_{i+1,j}^0 - \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \\ B_{j-1}^u = \frac{\Delta X}{\Delta \tau} + \frac{3}{2} \cdot U_{i+1,j}^0 + 2 \cdot \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \\ C_{j-1}^u = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot V_{i+1,j}^0 - \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \\ F_{j-1}^u = \frac{\Delta X}{\Delta \tau} \cdot U_{i+1,j}^0 + \frac{1}{2} \cdot U_{i+1,j}^0 \cdot [4U_{i,j} - U_{i-1,j}] + [\theta]_{i+1,j} \cdot \Delta X \end{cases} \quad (3-97)$$

Para $i = 1$

$$\begin{cases} B_{j-1}^u = \frac{\Delta X}{\Delta \tau} + U_{2,j}^0 + 2 \cdot \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \\ F_{j-1}^u = \frac{\Delta X}{\Delta \tau} \cdot U_{2,j}^0 + [\theta]_{2,j} \cdot \Delta X \end{cases} \quad (3-98)$$

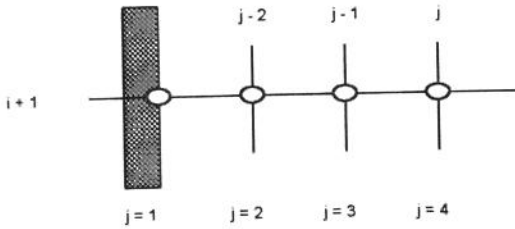
Para propriedades variáveis

Discretização dos termos da equação

As discretizações das derivadas são as mesmas do caso de propriedades constantes com a inclusão da discretização da propriedade μ do fluido.

Para o caso de propriedades variáveis aparece a derivada $\left[\frac{\partial \mu}{\partial Y} \right]$ na Equação.

$\left[\frac{\partial \mu}{\partial Y} \right]$ - Discretização unilateral de três níveis



-Para $j < 3$

$$\left[\frac{\partial \mu}{\partial Y} \right]_{i+1,j} = \frac{[-3\mu_{i+1,j} + 4\mu_{i+1,j+1} + \mu_{i+1,j+2}]}{2\Delta Y} \quad (3-99)$$

-Para $j > 3$

$$\left[\frac{\partial \mu}{\partial Y} \right]_{i+1,j} = \frac{[3\mu_{i+1,j} - 4\mu_{i+1,j-1} + \mu_{i+1,j-2}]}{2\Delta Y} \quad (3-100)$$

Discretização da equação

Como $v_{i+1,j} = \frac{\mu_{i+1,j}}{\rho_{i+1,j}}$ e $GAM_t = (\rho_p - \rho_\infty) / \rho_p$, a equação fica :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \pm \left(\frac{1}{\rho} - 1 \right) \left(\frac{1}{GAM_t} \right) + \left(\frac{\mu}{\rho} \right) \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \left[\frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right) \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\partial Y} \right) \right]_{i+1,j} \quad (3-33)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{[U_{i+1,j} - U_{i+1,j}^0]}{\Delta t} + U_{i+1,j}^0 \cdot \frac{[3U_{i+1,j} - 4U_{i,j} + U_{i-1,j}]}{2\Delta X} + \\
& + V_{i+1,j}^0 \frac{[U_{i+1,j+1} - U_{i+1,j-1}]}{2\Delta Y} = \pm \left(\frac{1}{\rho_{i+1,j}} - 1 \right) \left(\frac{1}{GAM_t} \right) + \\
& + \left(\frac{\mu_{i+1}}{\rho_{i+1}} \right) \cdot \frac{[U_{i+1,j+1} - 2U_{i+1,j} + U_{i+1,j-1}]}{(\Delta Y)^2} + \left[\frac{(U_{i+1,j+1} - U_{i+1,j-1})}{2\Delta Y} \right] \left[\left(\frac{1}{\rho} \right) \left(\frac{\partial \mu}{\partial Y} \right) \right]_{i+1,j}^0 \quad (3-101)
\end{aligned}$$

Método de Solução: linha a linha (Matriz Dinâmica)

$$A_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j-1} + B_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j} + C_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j+1} = D_{j-1}^u \quad (3-96)$$

Os coeficientes da equação são :

Para $i > 1$

$$\begin{aligned}
A_{j-1}^u &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot V_{i+1,j}^0 - \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \cdot \left(\frac{\mu_{i+1,j}}{\rho_{i+1,j}} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot \left[\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial Y} \right]_{i+1,j}^0 \\
B_{j-1}^u &= \frac{\Delta X}{\Delta \tau} + \frac{3}{2} \cdot V_{i+1,j}^0 + 2 \cdot \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \cdot \left(\frac{\mu_{i+1,j}}{\rho_{i+1,j}} \right) \\
C_{j-1}^u &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot V_{i+1,j}^0 - \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \cdot \left(\frac{\mu_{i+1,j}}{\rho_{i+1,j}} \right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot \left[\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial Y} \right]_{i+1,j}^0 \\
F_{j-1}^u &= \frac{\Delta X}{\Delta \tau} \cdot U_{i+1,j}^0 + \frac{1}{2} \cdot U_{i+1,j}^0 \cdot [4U_{i,j} - U_{i-1,j}] \pm \left(\frac{1}{\rho_{i+1,j}} - 1 \right) \cdot \frac{\Delta X}{GAM_t} \quad (3-102)
\end{aligned}$$

- Para $i = 1$

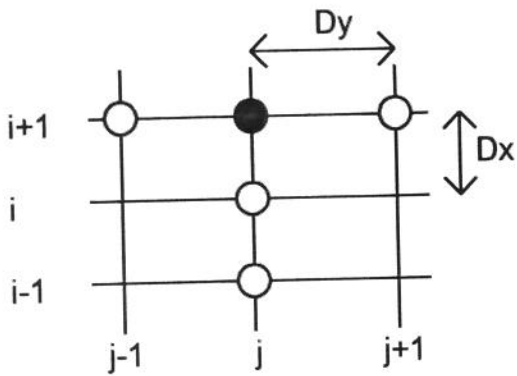
$$B_{j-1}^u = \frac{\Delta X}{\Delta \tau} + U_{2,j}^0 + 2 \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \cdot \left(\frac{\mu_{2,j}}{\rho_{2,j}} \right)$$

$$F_{j-1}^u = \frac{\Delta X}{\Delta \tau} - \frac{1}{2} \cdot U_{2,j} \cdot \left[-4U_{1,j} + U_{o,j} \right] \pm \left(\frac{1}{\rho_{2,j}} - 1 \right) \cdot \frac{\Delta X}{GAM_t}$$

$$F_{j-1}^u = \frac{\Delta X}{\Delta \tau} \cdot U_{i+1,j}^0 - \left(\frac{1}{\rho_{2,j}} - 1 \right) \cdot \frac{\Delta X}{GAM_t} \quad (3-103)$$

3.2.1.1.3- Discretização da Equação da Energia.

Discretização do espaço.



Para propriedades constantes

Discretização dos termos da equação.

- termos de transporte convectivo

$\left[U \frac{\partial \theta}{\partial X} \right]$ - Discretização de três níveis

$$\left[U \frac{\partial \theta}{\partial X} \right]_{i+1,j} = U_{i+1,j}^0 \cdot \frac{[3\theta_{i+1,j} - 4\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}]}{2\Delta X} \quad (3-104)$$

Para $i = 1$

Pela condição de contorno $\theta_{i,j} = 0$:

$$\left[U \frac{\partial \theta}{\partial X} \right]_{2,j} = U_{2,j}^0 \cdot \frac{\theta_{2,j}}{\Delta X} \quad (3-105)$$

$\left[V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right]$ - Discretização central

$$\left[V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right]_{i+1,j} = V_{i+1,j}^0 \cdot \frac{[\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i+1,j-1}]}{2\Delta Y} \quad (3-106)$$

- termo de difusão

$\left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right]$ - Discretização central

$$\left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right]_{i+1,j} = \frac{[\theta_{i+1,j+1} - 2\theta_{i+1,j} + \theta_{i+1,j-1}]}{(\Delta Y)^2} \quad (3-107)$$

- termo transiente

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial \tau} \right]_{i+1,j} = \frac{[\theta_{i+1,j} - \theta_{i+1,j}^0]}{\Delta \tau} \quad (3-108)$$

Discretização da equação

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} &= \frac{1}{Pr} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \\ \frac{[\theta_{i+1,j} - \theta_{i+1,j}^0]}{\Delta \tau} + U_{i+1,j}^0 \cdot \frac{[3\theta_{i+1,j} - 4\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}]}{2\Delta X} + \\ + V_{i+1,j}^0 \cdot \frac{[\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i+1,j-1}]}{2\Delta Y} &= \frac{1}{Pr} \cdot \frac{[\theta_{i+1,j+1} - 2\theta_{i+1,j} + \theta_{i+1,j-1}]}{(\Delta Y)^2} \end{aligned} \quad (3-109)$$

Método de Solução: linha a linha (Matriz Térmica)

$$A_{j-1}^\theta \cdot \theta_{i+1,j-1} + B_{j-1}^\theta \cdot \theta_{i+1,j} + C_{j-1}^\theta \cdot \theta_{i+1,j+1} = F_{j-1}^\theta \quad (3-96)$$

Os coeficientes da equação são :

$$\begin{cases} A_{j-1}^{\theta} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot V_{i+1,j}^0 - \frac{1}{Pr} \cdot \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \\ B_{j-1}^{\theta} = \frac{\Delta X}{\Delta \tau} + \frac{3}{2} \cdot U_{i+1,j}^0 + \frac{2}{Pr} \cdot \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \\ C_{j-1}^{\theta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot V_{i+1,j}^0 - \frac{1}{Pr} \cdot \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \\ F_{j-1}^{\theta} = \frac{\Delta X}{\Delta \tau} \cdot \theta_{i+1,j}^0 + \frac{1}{2} \cdot U_{i+1,j}^0 \cdot [4\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}] \end{cases} \quad (3-110)$$

$$\text{Para } i = 1 \quad \begin{cases} B_{j-1}^{\theta} = \frac{\Delta X}{\Delta \tau} + U_{2,j}^0 + \frac{2}{Pr} \cdot \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \\ F_{j-1}^{\theta} = \frac{\Delta X}{\Delta \tau} \cdot \theta_{2,j}^0 \end{cases} \quad (3-111)$$

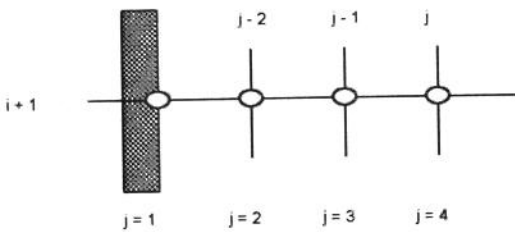
Para propriedades variáveis

Discretização dos termos da equação

As discretizações das derivadas são as mesmas do caso de propriedades constantes com a inclusão da discretização da propriedade k do fluido.

Para o caso de propriedades variáveis aparece a derivada $\left[\frac{\partial k}{\partial Y} \right]$ na Equação.

$\left[\frac{\partial k}{\partial Y} \right]$ - Discretização unilateral de três níveis:



Para $j < 3$

$$\left[\frac{\partial k}{\partial Y} \right]_{i+1,j} = \frac{[-3k_{i+1,j} + 4k_{i+1,j+1} + k_{i+1,j+2}]}{2\Delta Y} \quad (3-112)$$

Para $j \geq 3$

$$\left[\frac{\partial k}{\partial Y} \right]_{i+1,j} = \frac{[3k_{i+1,j} - 4k_{i+1,j-1} + k_{i+1,j-2}]}{2\Delta Y} \quad (3-113)$$

Discretização da equação

Como $\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$, a equação fica :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{k}{\rho \cdot C_p \cdot \text{Pr}_\infty} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{1}{\rho C_p \cdot \text{Pr}_\infty} \left(\frac{\partial k}{\partial Y} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \quad (3-35)$$

$$\begin{aligned} & \frac{[\theta_{i+1,j} - \theta_{i+1,j-1}]}{\Delta \tau} + U_{i+1,j}^0 \cdot \frac{[3\theta_{i+1,j} - 4\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}]}{2\Delta X} + V_{i+1,j}^0 \cdot \frac{[\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i+1,j-1}]}{2\Delta Y} = \\ & = \frac{1}{\text{Pr}_\infty} \cdot \frac{k_j}{\rho_{i+1,j} \cdot C_{p_j}} \cdot \frac{[\theta_{i+1,j+1} - 2\theta_{i+1,j} + \theta_{i+1,j-1}]}{(\Delta Y)^2} + \\ & + \left(\frac{1}{\text{Pr}_\infty} \right) \left[\left(\frac{\partial k}{\partial Y} \right) / \rho_{i+1,j} \cdot C_{p_j} \right]_{i+1,j} \cdot \frac{[\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i+1,j-1}]}{2\Delta Y} \end{aligned} \quad (3-114)$$

Método de Solução: linha a linha (Matriz Térmica)

$$A_{j-1}^\theta \cdot \theta_{i+1,j-1} + B_{j-1}^\theta \cdot \theta_{i+1,j} + C_{j-1}^\theta \cdot \theta_{i+1,j+1} = F_{j-1}^\theta \quad (3-90)$$

Os coeficientes da Equação são :

Para $i > 1$

$$\left\{ \begin{aligned} A_{j-1}^{\theta} &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot V_{i+1,j}^0 - \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \cdot \left(\frac{1}{Pr_{\infty}} \right) \cdot \left(\frac{k_j}{\rho_{i+1,j} \cdot C_{p_j}} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot \left(\frac{1}{Pr_{\infty}} \right) \cdot \left[\left(\frac{\partial k}{\partial Y} \right) / \rho_{i+1,j} \cdot C_{p_j} \right]_{i+1,j}^0 \\ B_{j-1}^{\theta} &= \frac{\Delta X}{\Delta \tau} + \frac{3}{2} \cdot U_{i+1,j}^0 + 2 \cdot \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \cdot \left(\frac{1}{Pr_{\infty}} \right) \cdot \left(\frac{k_j}{\rho_{i+1,j} \cdot C_{p_j}} \right) \\ C_{j-1}^{\theta} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot V_{i+1,j}^0 - \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \cdot \left(\frac{1}{Pr_{\infty}} \right) \cdot \left(\frac{k_j}{\rho_{i+1,j} \cdot C_{p_j}} \right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot \left(\frac{1}{Pr_{\infty}} \right) \cdot \left[\left(\frac{\partial k}{\partial Y} \right) / \rho_{i+1,j} \cdot C_{p_j} \right]_{i+1,j}^0 \\ F_{j-1}^{\theta} &= \frac{\Delta X}{\Delta \tau} \cdot \theta_{i+1,j}^0 + \frac{1}{2} \cdot [4\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}] \cdot U_{i+1,j}^0 \end{aligned} \right. \quad (3-115)$$

Para $i = 1$

$$\begin{aligned} B_{j-1}^{\theta} &= \frac{\Delta X}{\Delta \tau} + U_{2,j}^0 + 2 \cdot \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \cdot \left(\frac{1}{Pr_{\infty}} \right) \cdot \left(\frac{k_j}{\rho_{i+1,j} \cdot C_{p_j}} \right) \\ F_{j-1}^{\theta} &= \frac{\Delta X}{\Delta \tau} \cdot \theta_{2,j}^0 \end{aligned} \quad (3-116)$$

3.2.1.2- Placa com Fluxo de Calor Constante

3.2.1.2.1- Discretização da Equação da Conservação da Massa

A mesma do caso de placa com temperatura constante, tanto para propriedades constantes como para propriedades variáveis

3.2.1.2.2- Discretização da Equação da Conservação da Quantidade de Movimento

A mesma do caso de placa com temperatura constante para propriedades constantes.

Para propriedades variáveis

A discretização dos termos da equação é igual ao caso de propriedades constantes, a única diferença é que aparece o termo GAM_f na equação no lugar do $1/GAM_i$.

Discretização da Equação:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \pm \left(\frac{1}{\rho} - 1 \right) GAM_f + \left(\frac{1}{\rho} \right) \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right) \left(\frac{\partial \mu}{\partial Y} \right) + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (3-43)$$

$$\begin{aligned} & \frac{[U_{i+1,j} - U_{i+1,j}^0]}{\Delta t} + U_{i+1,j}^0 \frac{[3U_{i+1,j} - 4U_{i,j} + U_{i-1,j}]}{2\Delta X} + \\ & + V_{i+1,j}^0 \frac{[U_{i+1,j+1} - U_{i+1,j-1}]}{2\Delta Y} = \pm \left(\frac{1}{\rho_{i+1,j}} - 1 \right) GAM_f + \\ & + \left(\frac{\mu_{i+1,j}}{\rho_{i+1,j}} \right) \frac{[U_{i+1,j+1} - 2U_{i+1,j} + U_{i+1,j-1}]}{(\Delta Y)^2} + \frac{[U_{i+1,j+1} - U_{i+1,j-1}]}{2\Delta Y} \cdot \left[\left(\frac{1}{\rho} \right) \left(\frac{\partial \mu}{\partial Y} \right) \right]_{i+1,j}^0 \end{aligned} \quad (3-117)$$

Método de Solução: linha a linha (Matriz Dinâmica)

$$A_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j-1} + B_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j} + C_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j+1} = F_{j-1}^u \quad (3-96)$$

Os coeficientes da Equação são :

- Para $i > 1$

$$\begin{aligned}
 A_{j-1}^u &= -\frac{1}{2} \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot V_{i+1,j}^0 - \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \cdot \left(\frac{\mu_{i+1,j}}{\rho_{i+1,j}} \right) + \frac{1}{2} \frac{\Delta X}{\Delta Y} \left[\left(\frac{1}{\rho} \right) \left(\frac{\partial \mu}{\partial y} \right) \right]_{i+1,j}^0 \\
 B_{j-1}^u &= \frac{\Delta X}{\Delta \tau} + \frac{3}{2} \cdot U_{i+1,j}^0 + 2 \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \cdot \left(\frac{\mu_{i+1,j}}{\rho_{i+1,j}} \right) \\
 C_{j-1}^u &= \frac{1}{2} \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot V_{i+1,j}^0 - \frac{1}{2} \frac{\Delta X}{(\Delta Y)^2} \cdot \left(\frac{u_{i+1,j}}{\rho_{i+1,j}} \right) - \frac{1}{2} \frac{\Delta X}{\Delta Y} \left[\left(\frac{1}{\rho} \right) \left(\frac{\partial \mu}{\partial y} \right) \right]_{i+1,j}^0 \\
 F_{j-1}^u &= \frac{\Delta X}{\Delta \tau} \cdot U_{i+1,j}^0 + \frac{1}{2} \cdot U_{i+1,j}^0 \left[4U_{i,j} - U_{i-1,j} \right] \pm \left(\frac{1}{\rho_{i+1,j}} - 1 \right) \cdot GAM_f \cdot \Delta X \quad (3-118)
 \end{aligned}$$

- Para $i = 1$

$$\begin{aligned}
 B_{j-1}^u &= \frac{\Delta X}{\Delta \tau} + U_{2,j}^0 + 2 \cdot \frac{\Delta X}{\Delta Y} \cdot \frac{\mu_{2,j}}{\rho_{2,j}} \\
 F_{j-1}^u &= \frac{\Delta X}{\Delta \tau} \cdot U_{2,j}^0 \pm \left(\frac{1}{\rho_{2,j}} - 1 \right) \cdot GAM_f \cdot \Delta X \quad (3-119)
 \end{aligned}$$

3.2.1.2.3- Discretização da Equação da Conservação da Energia

Para propriedades constantes

Discretização das equação.

A condição neste caso com placa com fluxo de calor constante em $Y = 0$, é definida em termos da derivada da temperatura. Para manter a matriz térmica é necessário exprimir $\theta_{i+1,j}$ em termos de $\theta_{i+1,2}$ e $\theta_{i+1,3}$.

$$\theta_{i+1,1} = f(\theta_{i+1,2}, \theta_{i+1,3}) \quad (3-120)$$

Para o cálculo da razão das propriedades k , temos o fluxo de calor na placa :

$$-k_p \left[\frac{\partial T}{\partial Y} \right]_{Y=0} = q_p \quad (3-121)$$

Usando os mesmos parâmetros de adimensionalização de Hellums e Churchill [17] e Sammakia e Gebhart [34], para o caso de fluxo de calor constante, temos :

- Para a temperatura :

$$T = \pm \theta \left[\frac{v_\infty^2 |q_p|^3}{(g\beta k^3)} \right]^{1/4} + T_\infty \quad (3-41)$$

- Para a distância y :

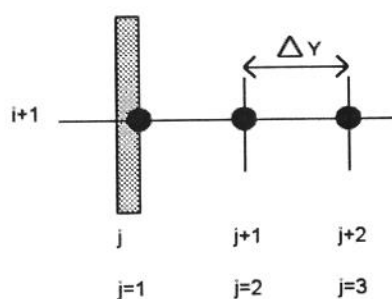
$$y = Y \left[\frac{v_\infty^2 k_\infty}{(g\beta |q_p|)} \right]^{1/4} \quad (3-37)$$

- Aplicando os parâmetros de adimensionalização, temos :

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right]_{Y=0} = \pm \left[\frac{k_\infty}{k_p} \right] = \pm 1 \quad (3-122)$$

Para propriedades constantes a razão é $[(k_\infty / k_p) = 1]$

A derivada $\left[\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right]_{Y=0}$ pode ser aproximada por diferença unilateral de três níveis.



$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right]_{Y=0} = \frac{[-3\theta_{i+1,j} + 4\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i+1,j+2}]}{2\Delta Y} \quad (3-123)$$

Para $i = 1$
$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right]_{Y=0} = \frac{[-3\theta_{i+1,1} + 4\theta_{i+1,2} + \theta_{i+1,3}]}{2\Delta Y} \quad (3-124)$$

$$-\left[\frac{k_{\infty}}{k_p} \right] = \frac{[-3\theta_{i+1,1} + 4\theta_{i+1,2} - \theta_{i+1,3}]}{2\Delta Y} = -1 \quad (3-125)$$

A temperatura θ_{i+1} é :

$$\theta_{i+1,1} = \frac{[2\Delta Y + 4\theta_{i+1,2} - \theta_{i+1,3}]}{3} \quad (3-126)$$

O valor de $\theta_{i+1,j}$ é substituído na montagem da primeira linha da matriz térmica ($j = 2$), alterando os coeficientes já calculados.

Da equação matricial,

$$A_{j-1}^{\theta} \cdot \theta_{i+1,j-1} + B_{j-1}^{\theta} \cdot \theta_{i+1,j} + C_{j-1}^{\theta} \cdot \theta_{i+1,j+1} = F_{j-1}^{\theta} \quad (3-90)$$

Para $j = 2$, temos :

$$A_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,1} + B_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,2} + C_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,3} = F_1^{\theta} \quad (3-127)$$

Substituindo o $\theta_{i+1,1}$ nesta equação, fica :

$$A_1^{\theta} \cdot \left[\frac{2\Delta Y + 4\theta_{i+1,2} - \theta_{i+1,3}}{3} \right] + B_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,2} + C_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,3} = F_1^{\theta} \quad (3-128)$$

A equação fica então em função de $\theta_{i+1,2}$ e $\theta_{i+1,3}$. Reagrupando os coeficientes, temos :

$$\left[\frac{4}{3} \cdot A_1^{\theta} + B_1^{\theta} \right] \cdot \theta_{i+1,2} + \left[\frac{-A_1^{\theta}}{3} + C_1^{\theta} \right] \cdot \theta_{i+1,3} = \left[A_1^{\theta} \cdot \frac{2}{3} \cdot \Delta Y \right] + F_1^{\theta} \quad (3-129)$$

Renomeando os coeficientes, temos :

$$\begin{cases} B_1^{\theta} = \frac{4}{3} \cdot A_1^{\theta} + B_1^{\theta} \\ C_1^{\theta} = -\frac{1}{3} \cdot A_1^{\theta} + C_1^{\theta} \\ F_1^{\theta} = -A_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \Delta Y + F_1^{\theta} \end{cases} \quad (3-130)$$

A equação matricial tridiagonal geral para as duas primeiras linhas fica :

$$B_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,2} + C_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,3} = F_1^{\theta} \quad (3-131)$$

Considerações :

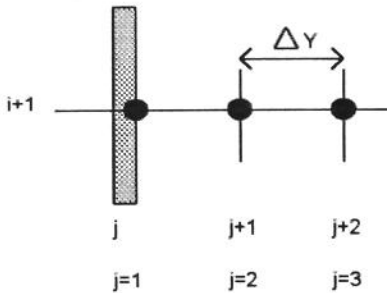
Os coeficientes A_{j-1}^{θ} , B_{j-1}^{θ} , C_{j-1}^{θ} e F_{j-1}^{θ} , possuem a mesma forma dos coeficientes no caso de placa com temperatura constante.

A razão $\left(\frac{k_{\infty}}{k_p} \right)$, no caso de propriedades constantes é igual a um (1).

para calcularmos o $\theta_{i+1,1}$, substituímos $\theta_{i+1,2}$ e o $\theta_{i+1,3}$, na expressão da equação matricial para a primeira linha ($j=2$).

Para propriedades variáveis

A derivada $\left[\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right]_{Y=0}$ pode ser aproximada por diferença unilateral de três níveis.



$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right]_{Y=0} = \frac{[-3\theta_{i+1,j} + 4\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i+1,j+2}]}{2\Delta Y} \quad (3-123)$$

$$\text{Para } i = 1 \quad \left[\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right]_{Y=0} = \frac{[-3\theta_{i+1,1} + 4\theta_{i+1,2} + \theta_{i+1,3}]}{2\Delta Y} \quad (3-124)$$

$$\left[\frac{k_{\infty}}{k_p} \right] = \frac{[-3\theta_{i+1,1} + 4\theta_{i+1,2} - \theta_{i+1,3}]}{2\Delta Y} \quad (3-132)$$

A temperatura θ_{i+1} é :

$$\theta_{i+1,1} = \frac{\left[2\Delta Y \left(\frac{k_{\infty}}{k_p} \right) + 4\theta_{i+1,2} - \theta_{i+1,3} \right]}{3} \quad (3-134)$$

O valor de $\theta_{i+1,j}$ é substituído na montagem da primeira linha da matriz térmica ($j = 2$), alterando os coeficientes já calculados.

Da equação matricial tridiagonal,

$$A_{j-1}^{\theta} \cdot \theta_{i+1,j-1} + B_{j-1}^{\theta} \cdot \theta_{i+1,j} + C_{j-1}^{\theta} \cdot \theta_{i+1,j+1} = F_{j-1}^{\theta} \quad (3-90)$$

Para $j = 2$, temos :

$$A_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,1} + B_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,2} + C_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,3} = F_1^{\theta} \quad (3-127)$$

Substituindo o $\theta_{i+1,1}$ nesta equação, fica :

$$A_1^{\theta} \cdot \left[\frac{2\Delta Y \left(\frac{k_{\infty}}{k_p} \right) + 4\theta_{i+1,2} - \theta_{i+1,3}}{3} \right] + B_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,2} + C_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,3} = F_1^{\theta} \quad (3-135)$$

A equação fica então em função de $\theta_{i+1,2}$ e $\theta_{i+1,3}$. Reagrupando os coeficientes, temos :

$$\left[\frac{4}{3} \cdot A_1^\theta + B_1^\theta \right] \theta_{i+1,2} + \left[\frac{-A_1^\theta}{3} + C_1^\theta \right] \theta_{i+1,3} = - \left[A_1^\theta \cdot \frac{2}{3} \cdot \Delta Y \cdot \left(\frac{k_\infty}{k_p} \right) \right] + F_1^\theta \quad (3-136)$$

Renomeando os coeficientes, temos :

$$\begin{cases} B_1^{\theta'} = \frac{4}{3} \cdot A_1^\theta + B_1^\theta \\ C_1^{\theta'} = -\frac{1}{3} \cdot A_1^\theta + C_1^\theta \\ F_1^{\theta'} = -A_1^\theta \cdot \frac{2}{3} \cdot \Delta Y \cdot \left(\frac{k_\infty}{k_p} \right) + F_1^\theta \end{cases} \quad (3-137)$$

A equação matricial tridiagonal para as duas primeiras linhas fica :

$$B_1^{\theta'} \cdot \theta_{i+1,2} + C_1^{\theta'} \cdot \theta_{i+1,3} = F_1^{\theta'} \quad (3-131)$$

Considerações :

. Os coeficientes A_{j-1}^θ , B_{j-1}^θ , C_{j-1}^θ e F_{j-1}^θ , possuem a mesma forma dos coeficientes no caso de placa com temperatura constante.

. A razão $\left(\frac{k_\infty}{k_p} \right)$, no caso de propriedades variáveis, não é conhecida na execução da matriz térmica, no início do cálculo o seu valor é considerado como sendo igual a 1. No processo de cálculo substitui-se esta razão pelo seu valor referente ao "tempo anterior", isto é, $\left[\frac{k_\infty}{k_p} \right]^0$.

. para calcularmos o $\theta_{i+1,1}$, substituímos $\theta_{i+1,2}$ e o $\theta_{i+1,3}$, na expressão da equação matricial para a primeira linha (j=2).

3.2.2.- Algoritmo de Diferenças Finitas

3.2.2.1- Algoritmo

Introdução

Foram desenvolvidos dois algoritmos de diferenças finitas, um para propriedades constantes e outro para propriedades variáveis, tendo estes algoritmos estruturas semelhantes. Foram estabelecidos dois programas computacionais o ADF1.FOR para propriedades constantes e o ADF2.FOR para propriedades variáveis, em linguagem de programação FORTRAN através do software FORTRAN POWER STATION 1.0 for WINDOWS.

Algoritmo

As equações de governo de governo são acopladas, mas numericamente os perfis são calculados segregadamente. A seguir temos os passos do algoritmo para se estabelecer os programas computacionais.

1- Dados de entrada :

- . parâmetros do problema;
- . escolha dos casos : placa com temperatura constante e fluxo de calor constante;
- . domínio do problema : definição da malha
- . cálculo das propriedades pela temperatura de referência;
- . condições de contorno.

2- Processo de cálculo :

- . é estabelecido o "loop" do espaço para X ($I = 1, M$);
- . são dados os perfis de partida e também para as propriedades;
- . é estabelecido o "loop" do tempo do pseudo-transiente que abrange o cálculo da matrizes térmica e dinâmica;
- . é estabelecido o "loop" do espaço para Y ($J = 2, N+1$)
- . cálculo do UA e do VA para a linearização da equação da quantidade de movimento;
- . cálculo das derivadas envolvidas no cálculo dos coeficientes, sendo o μ para a matriz dinâmica e o k para a matriz térmica ;
- . cálculo dos coeficientes A,B,C e F das matrizes;
- . no início do processo de cálculo esse coeficientes são obtidos através dos perfis iniciais e das condições de contorno;
- . cálculo da matriz térmica pela TDMA
- . cálculo das propriedades pelo perfil de temperatura calculado;

- . cálculo dos coeficientes A,B,C e F da matriz dinâmica, pelo perfil de temperatura calculado e pelas condições de contorno e iniciais;
- . cálculo da matriz dinâmica pela TDMA; cálculo do perfil de velocidade V pela equação da continuidade;
- . com estes perfis de temperatura T, velocidade U e V, dentro do “loop” do tempo do pseudo-transiente, volta-se ao início do processo de cálculo, através do cálculo da nova matriz térmica seguindo até a convergência, atingindo o regime permanente;

3. Critério de convergência

É estabelecido um critério de para do processo iterativo, comparando-se os valores calculados anteriormente com os valores atuais, satisfazendo um critério usado nos programas que é 10^{-7} .

4. Cálculo das linhas do domínio do problema

No cálculo da primeira linha, são usados os perfis chutados inicialmente até o processo de convergência, dos perfis na linha de cálculo.

Para o cálculo da linha seguinte (i+1), são usados os perfis calculados na linha anterior, como sendo os novos perfis de partida para o cálculo.

Algoritmo de Thomas (TDMA)

Para se chegar a uma solução numérica de um conjunto de equações diferenciais parciais, estabelecemos os coeficientes diferenciais por coeficientes de diferenças finitas, levando em conta, um erro de truncamento de uma certa ordem de magnitude, no caso mantendo em torno da 2ª ordem, introduzidos no conjunto de equações. Rearranjando as equações de diferenças finitas, obtém-se um sistema de equações algébricas, que são resolvidas através de um algoritmo de matriz tridiagonal (TDMA) ou algoritmo de Thomas.

As equações de governo são discretizadas procurando manter os erros de truncamento de 2ª ordem, possibilitando estabelecer os coeficientes das equações matriciais.

Algoritmo de Thomas (Matriz Tridiagonal)

O TDMA é usado para resolver um sistema linear de uma matriz tridiagonal, definida pelas equações, onde os termos x_i são desconhecidos e os coeficientes a_i , b_i , c_i e f_i são conhecidos, onde $2 \leq i \leq n-1$:

$$\begin{aligned}
 b_1 x_1 + c_1 x_2 &= f_1 \\
 a_i x_{i-1} + b_i x_i + c_i x_{i+1} &= f_i \\
 a_n x_{n-1} + b_n x_n &= f_n
 \end{aligned}
 \tag{3-138}$$

É possível calcular os valores desconhecidos x_i , usando a fórmula de recorrência :

$$x_i = \alpha_i x_{i+1} + \beta_i \quad \text{para} \quad i = (n-1), (n-2), \dots, 1 \quad (3-139)$$

As expressões para α_i e β_i são obtidas pela substituição deste x_i nas equações algébricas do sistema. A fórmula de recorrência é usada para computar todos os x_i sucessivamente para $i = n-1, \dots, 1$.

O TDMA é usado no algoritmo para calcular o perfil de temperatura θ , e o perfil de velocidade U (direção principal do escoamento). A velocidade V (direção normal ao escoamento), é calculada diretamente pela equação da Continuidade, depois de calculada a velocidade U . Como o problema é convecção natural o perfil de temperatura θ é resolvido simultaneamente com perfil de velocidade U . As equações são parabólicas, e são resolvidas para cada linha do domínio até o final da placa, num processo de "marching", na direção principal do escoamento.

Pseudo transiente

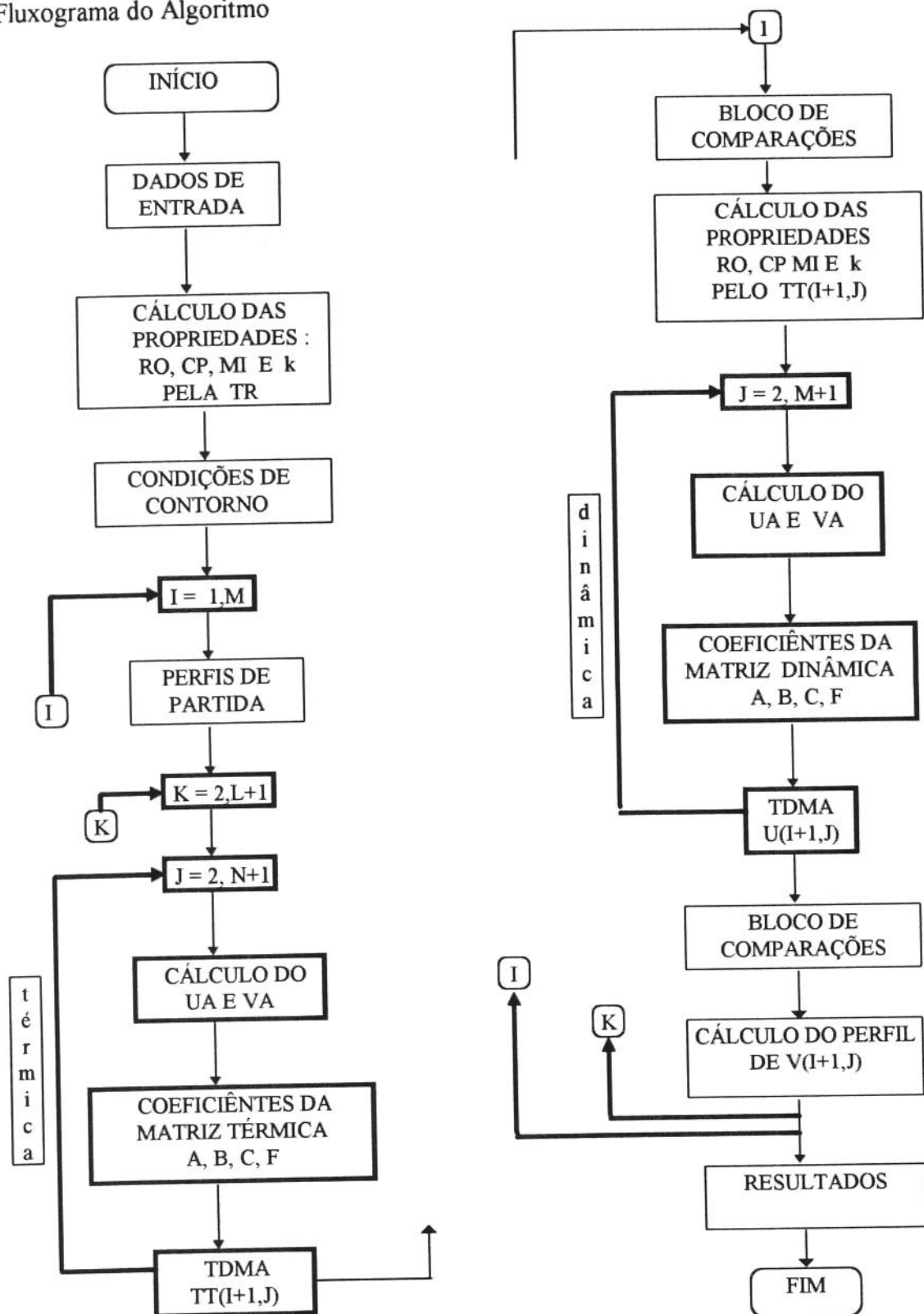
A método de relaxação do processo iterativo do problema é feita pelo pseudo-transiente, que corresponde a $1/\Delta t$, na discretização dos coeficientes da matriz tridiagonal.

Por esta relação $1/\Delta t$, quanto menor for o "passo de tempo" (Δt), maior será o será o efeito de relaxação. Os "passos do tempo" se tornam como se fossem as iterações, onde o valor anterior, se aproxima do valor posterior, através do processo de convergência do método iterativo. O passo no tempo é calculado pela relação

$$\Delta t = \tau_{\text{A}} U_{\text{max}} / L \quad (3-140)$$

onde L é o número de espaçamentos do tempo.

Fluxograma do Algoritmo



3.2.2.1.- Placa com Temperatura Constante.

A estrutura do algoritmo para os casos de propriedades constantes e variáveis são idênticos, cada um considerando nos seus cálculos os seus coeficientes das equações próprias.

As equações matriciais são :

- Para a equação da energia :

$$A_{j-1}^{\theta} \cdot \theta_{i+1,j-1} + B_{j-1}^{\theta} \cdot \theta_{i+1,j} + C_{j-1}^{\theta} \cdot \theta_{i+1,j+1} = F_{j-1}^{\theta} \quad (3-90)$$

- para a equação da quantidade de movimento :

$$A_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j-1} + B_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j} + C_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j+1} = F_{j-1}^u \quad (3-96)$$

Fisicamente, as espessuras das camadas limites térmica e hidrodinâmica são diferentes. Assumimos que sejam da mesma ordem, no início do cálculo, para qualquer número de Prandtl, para qualquer diferença de temperatura e qualquer fluido de trabalho.

Dividimos o domínio, gerando uma grade de dimensões Δx e Δy , formando células. Chamando M e N de número de divisões em X e Y , respectivamente, temos:

$$\Delta X = X_{max} / M \quad \text{e} \quad \Delta Y = Y_{max} / N \quad (3-141)$$

Matriz térmica

Para o cálculo da primeira linha da matriz térmica em $i = 1$, admitimos quatro pontos (número mínimo de divisões), no interior da camada limite térmica.

- Para $i = 1$ (primeira linha) :

Para $j = 2$

$$A_1^{\theta} \cdot \theta_{2,1} + B_1^{\theta} \cdot \theta_{2,2} + C_1^{\theta} \cdot \theta_{2,3} = F_1^{\theta} \quad (3-142)$$

Para $j = 3$

$$A_2^{\theta} \cdot \theta_{2,2} + B_2^{\theta} \cdot \theta_{2,3} + C_2^{\theta} \cdot \theta_{2,4} = F_2^{\theta} \quad (3-143)$$

Para $j = 4$

$$A_3^u \cdot U_{2,3} + B_3^u \cdot U_{2,4} + C_3^u \cdot U_{2,5} = F_3^u \quad (3-150)$$

Condições de contorno:

$$\begin{cases} j = 1 \rightarrow y = 0 \rightarrow U_{2,1} = 0 \\ j = 4 \rightarrow y = \infty \rightarrow U_{2,5} = 0 \end{cases} \quad (3-151)$$

$$\begin{cases} B_1^u \cdot U_{2,2} + C_1^u \cdot U_{2,3} + 0 & = F_1^u \\ A_2^u \cdot U_{2,2} + B_2^u \cdot U_{2,3} + C_2^u \cdot U_{2,4} & = F_2^u \\ 0 & + A_3^u \cdot U_{2,3} + B_3^u \cdot U_{2,4} = F_3^u \end{cases} \quad (3-152)$$

Na forma matricial : Matriz Dinâmica

$$\begin{bmatrix} B_1^u & C_1^u & 0 & & & \\ A_2^u & B_2^u & C_2^u & & & \\ 0 & A_3^u & B_3^u & & & \\ & & & B_{n-2}^u & C_{n-2}^u & 0 \\ & 0 & & A_{n-1}^u & B_{n-1}^u & C_{n-1}^u \\ & & & 0 & A_n^u & B_n^u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{2,2} \\ \\ \\ U_{2,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1^u - A_1^u \\ \\ \\ F_n^u \end{bmatrix} \quad (3-153)$$

A matriz formada por $(A, B, C)_j$ é tridiagonal, e para resolvê-la, utilizamos o algoritmo TDMA. Na partida, os coeficientes A, B, C e F , são obtidos através dos valores das velocidades e temperaturas geradas pelas condições de contorno e iniciais, para propriedades constantes e variáveis, para caso separadamente.

Depois do cálculo da primeira matriz térmica $[\theta_{2,j}]$, que representa a primeira aproximação dos valores a serem obtidos em regime permanente, procede-se a montagem da matriz térmica.

Usando-se os valores de $[\theta_{2,j}]$ mais as condições de contorno e iniciais, calculamos, num próximo passo, a matriz dinâmica $[U]_{i+1,j} \rightarrow [U_{2,j}]$.

Para o cálculo da matriz dinâmica, temos valores de $[U_{2,j}]$ para esse tempo. Com estes valores levamos à equação da continuidade, obtendo os valores de $[V_{2,j}]$.

Faz então de $[\theta_{2,j}]$, $[U_{2,j}]$ e $[V_{2,j}]$, os novos valores de $[\theta, U, V]_{2,j}^0$, passando para o cálculo da nova matriz térmica : $[\theta_{2,j}]$.

Este procedimento é repetido até a convergência para a obtenção das incógnitas $[U_{2,j}]$ e $[\theta_{2,j}]$.

3.2.2.2. - Placa com Fluxo de Calor Constante

A estrutura do algoritmo para os casos de propriedades constantes e variáveis são idênticos, cada um considerando nos seus cálculos os seus coeficientes próprios.

As equações matriciais são :

- para a equação da energia:

$$A_{j-1}^{\theta} \cdot \theta_{i+1,j-1} + B_{j-1}^{\theta} \cdot \theta_{i+1,j} + C_{j-1}^{\theta} \cdot \theta_{i+1,j+1} = F_{j-1}^{\theta} \quad (3-90)$$

- para a equação do momento:

$$A_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j-1} + B_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j} + C_{j-1}^u \cdot U_{i+1,j+1} = F_{j-1}^u \quad (3-96)$$

Neste caso, a condição de contorno em $Y = 0$ é definida em termos da derivada da temperatura. Para a montagem da matriz, exprimimos $[\theta_{i+1,1}]$ em função de $[\theta_{i+1,2}]$ e $[\theta_{i+1,3}]$.

Cálculo do $[\theta_{i+1,1}]$

Cálculo do fluxo de calor na placa para se estabelecer a razão das propriedades k :

$$-k_{\infty} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = q_p \quad (3-121)$$

É feita a adimensionalização para T e y pelos parâmetros :

$$T = \pm \theta \cdot \left[\frac{v_{\infty}^2 |q_p|^3}{g \cdot \beta_{\infty} \cdot k_{\infty}^3} \right]^{1/4} + T_{\infty} \quad (3-41) \text{ e } (3-37)$$

$$y = Y \cdot \left[\frac{v_{\infty}^2 \cdot k_{\infty}}{g \cdot \beta_{\infty} |q_p|} \right]^{1/4}$$

Aplicando do parâmetros de adimensionalização e substituindo no cálculo do fluxo na placa, temos:

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} = - \left(\frac{k_{\infty}}{k_p} \right) \quad (3-132)$$

para propriedades constantes :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} = - \left(\frac{k_{\infty}}{k_p} \right) = -1 \quad (3-122)$$

Usando a diferenciação unilateral de três níveis, temos :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} = \frac{[-3 \cdot \theta_{i+1,1} + 4 \cdot \theta_{i+1,2} - \theta_{i+1,3}]}{2\Delta Y} = -1 \quad (3-125) \text{ e } (3-126)$$

$$\theta_{i+1,1} = \frac{[2\Delta Y + 4 \cdot \theta_{i+1,2} - \theta_{i+1,3}]}{3}$$

para propriedades variáveis :

Usando a diferenciação unilateral de três níveis :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} = \frac{[-3 \cdot \theta_{i+1,1} + 4 \cdot \theta_{i+1,2} - \theta_{i+1,3}]}{2\Delta Y} = -\left(\frac{k_{\infty}}{k_p} \right)$$

(3-132) e (3-134)

$$\theta_{i+1,1} = \frac{\left[2\Delta Y \left(\frac{k_{\infty}}{k_p} \right) + 4 \cdot \theta_{i+1,2} - \theta_{i+1,3} \right]}{3}$$

Substituindo este valor de $\theta_{i+1,1}$, na montagem da primeira linha da matriz térmica em $j = 2$, temos:

$$A_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,1} + B_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,2} + C_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,3} = F_1^{\theta} \quad (3-127)$$

para propriedades constantes :

$$A_1^{\theta} \frac{[2\Delta Y + 4\theta_{i+1,2} - \theta_{i+1,3}]}{3} + B_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,2} + C_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,3} = F_1^{\theta} \quad (3-128)$$

para propriedades variáveis :

$$A_1^{\theta} \frac{\left[2\Delta Y \left(\frac{k_{\infty}}{k_p} \right) + 4\theta_{i+1,2} - \theta_{i+1,3} \right]}{3} + B_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,2} + C_1^{\theta} \cdot \theta_{i+1,3} = F_1^{\theta} \quad (3-134)$$

Agora só temos $\theta_{i+1,2}$ e $\theta_{i+1,3}$, e fazendo um reagrupamento dos coeficientes, temos:

para propriedades constantes :

$$\frac{4}{3} \cdot A_1^\theta + B_1^\theta \cdot \theta_{i+1,2} + \left[-\frac{1}{3} \cdot A_1^\theta + C_1^\theta \right] \theta_{i+1,3} = \left[-A_1^\theta \cdot \frac{2}{3} \Delta Y + F_1^\theta \right] \quad (3-129)$$

para propriedades variáveis :

$$\frac{4}{3} \cdot A_1^\theta + B_1^\theta \cdot \theta_{i+1,2} + \left[-\frac{1}{3} \cdot A_1^\theta + C_1^\theta \right] \theta_{i+1,3} = \left[-A_1^\theta \cdot \frac{2}{3} \Delta Y \left(\frac{k_\infty}{k_p} \right) + F_1^\theta \right] \quad (3-135)$$

Renomeando os coeficientes, temos:

$$\begin{cases} B_1^{\theta'} = \frac{4}{3} \cdot A_1^\theta + B_1^\theta \\ C_1^{\theta'} = -\frac{1}{3} \cdot A_1^\theta + C_1^\theta \end{cases} \quad (3-130)$$

para propriedades constantes :

$$\left\{ F_1^{\theta'} = -A_1^\theta \cdot \frac{2}{3} \cdot \Delta Y + F_1^\theta \right. \quad (3-154)$$

para propriedades variáveis.

$$\left\{ F_1^{\theta'} = -A_1^\theta \cdot \frac{2}{3} \cdot \Delta Y \left(\frac{k_\infty}{k_p} \right) + F_1^\theta \right. \quad (3-155)$$

A equação para a primeira linha ($i = 1$) fica :

para $j = 2$

$$B_1^{\theta'} \cdot \theta_{i+1,2} + C_1^{\theta'} \cdot \theta_{i+1,3} = F_1^{\theta'} \quad (3-131)$$

para $j = 3$

$$A_2^\theta \cdot \theta_{i+1,2} + B_2^\theta \cdot \theta_{i+1,3} + C_2^\theta \cdot \theta_{i+1,4} = F_2^\theta \quad (3-156)$$

para $j = 4$

$$A_3^\theta \cdot \theta_{i+1,3} + B_3^\theta \cdot \theta_{i+1,4} + C_3^\theta \cdot \theta_{i+1,5} = F_3^\theta \quad (3-157)$$

- para $i = 1$: primeira linha

em $j = 2$

$$B_1^{\theta'} \cdot \theta_{2,2} + C_1^{\theta'} \cdot \theta_{2,3} = F_1^{\theta'} \quad (3-131)$$

em $j = 3$

$$A_2^\theta \cdot \theta_{2,2} + B_2^\theta \cdot \theta_{2,3} + C_2^\theta \cdot \theta_{2,4} = F_2^\theta \quad (3-158)$$

em $j = 4$

$$A_3^\theta \cdot \theta_{2,3} + B_3^\theta \cdot \theta_{2,4} + C_3^\theta \cdot \theta_{2,5} = F_3^\theta \quad (3-159)$$

Condições de contorno:

$$\begin{cases} j = 1 \rightarrow y = 0 \rightarrow \theta_{2,1} = 1 \\ j = 4 \rightarrow y = \infty \rightarrow \theta_{2,5} = 0 \end{cases} \quad (3-138)$$

$$\begin{cases} A_1^{\theta'} \cdot \theta_{2,2} + C_1^{\theta'} \cdot \theta_{2,3} + 0 & = F_1^{\theta'} \\ A_2^\theta \cdot \theta_{2,2} + B_2^\theta \cdot \theta_{2,3} + C_2^\theta \cdot \theta_{2,4} & = F_2^\theta \\ A_3^\theta \cdot \theta_{2,3} + B_3^\theta \cdot \theta_{2,4} + C_3^\theta \cdot \theta_{2,5} & = F_3^\theta \end{cases} \quad (3-160)$$

$$\begin{cases} B_1^{\theta'} \cdot \theta_{2,2} + C_1^{\theta'} \cdot \theta_{2,3} + 0 & = F_1^{\theta'} \\ A_2^\theta \cdot \theta_{2,2} + B_2^\theta \cdot \theta_{2,3} + C_2^\theta \cdot \theta_{2,4} & = F_2^\theta \\ 0 & + A_3^\theta \cdot \theta_{2,3} + B_3^\theta \cdot \theta_{2,4} = F_3^\theta \end{cases}$$

Na forma matricial: Matriz Térmica

$$\begin{bmatrix} B_1^\theta & C_1^\theta & 0 \\ A_2^\theta & B_2^\theta & C_2^\theta \\ 0 & A_3^\theta & B_3^\theta \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} B_{n-2}^\theta & C_{n-2}^\theta & 0 \\ A_{n-1}^\theta & B_{n-1}^\theta & C_{n-1}^\theta \\ 0 & A_n^\theta & B_n^\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{2,2} \\ \vdots \\ \theta_{2,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1^\theta - A_1^\theta \\ \vdots \\ F_n^\theta \end{bmatrix} \quad (3-161)$$

Capítulo 4 - Resultados

4.1.- Introdução

Os resultados deste trabalho são apresentados como :

- 1- Parâmetros de ajuste dos algoritmos de diferenças finitas
- 2- Comparação dos algoritmos em relação aos problemas com solução por similaridade, para o fluido água;
- 3- Perfis calculados através dos algoritmos de diferenças finitas, para propriedades constantes e variáveis nos casos de placa com temperatura constante e placa com fluxo de calor constante, para a água e o ar;

4.2.- Parâmetros de ajuste dos algoritmos de diferenças finitas

Devido ao esquema numérico a altura da placa (X) e o espaço de investigação do fenômeno físico Y, devem ser restritos, para dimensões finitas

Para a determinação do X_{max} e Y_{max} ($Y \rightarrow \infty$), fazemos uma investigação para o caso de placa com fluxo de calor constante.

Baseado em Sammakia e Gebhart [34] e [35], para o ar e a água as dimensões X_{max} e Y_{max} são semelhantes. Em seguida fazemos a análise baseada nestas referências.

A adimensionalização do X e do Y é feita pelo número de Grashof, que representa a relação entre as forças de empuxo e as forças viscosas.

O número adimensional de Grashof modificado é

$$G_x^* = \frac{g \cdot \beta \cdot q'' \cdot X^{1/4}}{k \cdot v^2} \quad (4-1)$$

A adimensionalização do X e do Y é

$$X = \frac{x}{\left(\frac{v^2 \cdot k}{g \cdot \beta \cdot q''} \right)^{1/4}} = [G_x^*]^{1/4} \quad Y = \frac{y}{\left(\frac{v^2 \cdot k}{g \cdot \beta \cdot q''} \right)^{1/4}} = \frac{y}{x} [G_x^*]^{1/4} \quad (4-2)$$

Para regime laminar na zona de transição de escoamento laminar e turbulento, o Grashof modificado é da ordem de 10^8 .

O comprimento adimensional da placa é da ordem de

$$X = [G^*_x]^{1/4} = [10^8]^{1/4} = 100 \quad \text{sendo o} \quad X_{\max} = 100 \quad (4-3)$$

A distância normal à placa, mantendo uma relação de $y/x = 1/5$ usada por Sammakia e Gebhart [34], é da ordem de

$$Y = (y/x) \cdot [G^*_x]^{1/4} = (1/5) \cdot [10^8]^{1/4} = 20 \quad \text{sendo o} \quad Y_{\max} = 20 \quad (4-4)$$

Em regime permanente a razão entre as espessuras das camadas limite térmica e a hidrodinâmica, é dada aproximadamente por

$$\frac{\delta_t}{\delta} = O\left(\frac{1}{\sqrt{Pr}}\right) \quad \text{ou} \quad \frac{\delta_t}{\delta} \cong \frac{1}{\sqrt{Pr}} \quad (4-5)$$

Por esta relação, podemos concluir que :

- para $Pr = 1$ $\delta_t = \delta$, as camadas térmica e hidrodinâmica são coincidentes.
- para $Pr = 0,72$ (ar), $\delta_t = 1,17.\delta$, a camada térmica é menor (17%) do que a camada hidrodinâmica
- para $Pr = 7,6$ (água), $\delta_t = 0,36.\delta$, a camada térmica é maior (64%) do que a camada hidrodinâmica.

A região adjacente à placa é definida como uma malha com M e N espaçamentos nas direções X e Y. Os valores de cada divisão em X e em Y é ΔX e ΔY .

$$\Delta X = X_{\max} / M \quad \text{e} \quad \Delta Y = Y_{\max} / N \quad (4-6)$$

À medida que diminuimos o ΔX e o ΔY , refinamos a malha e a solução se aproxima da solução de similaridade.

O $TAU_{\max}$ é o tempo de máximo de relaxação no processo pseudo-transiente, para se alcançar a distribuição em regime permanente. Este $TAU_{\max}$ deve ser ajustado para que no processo pseudo-transiente, os perfis de temperatura e velocidades não excedam a distribuição final em regime permanente

$$\Delta t = \text{TAU}_{\text{max}} / L \quad (4-7)$$

O TAU_{max} está relacionado com vários parâmetros, tais como fluxo de calor (para placa com fluxo de calor constante), o X_{max} o Y_{max} e para cada número de Prandtl.

Do trabalho do Sammakia e Gebhart [34], com $\text{Pr}=7,6$ (água), temos os seguintes exemplos :

- para $q''_p = 1,8 \text{ W/m}^2$ o $\text{TAU}_{\text{max}} = 56,0$ ($X = 100,0$ e $Y = 12,5$)
- para $q''_p = 30 \text{ W/m}^2$ o $\text{TAU}_{\text{max}} = 360$ ($X = 100,0$)
- para $q''_p = 75 \text{ W/m}^2$ o $\text{TAU}_{\text{max}} = 210$ ($X = 12,5$ e $Y = 2,5$)
- para $q''_p = 75 \text{ W/m}^2$ o $\text{TAU}_{\text{max}} = 495,0$ ($X = 100,0$)

Baseado nestas conclusões acima, tomamos para água e o ar o TAU_{max} da ordem de 250 a 300, pela sua relação com outros parâmetros.

Os programas de diferenças finitas funcionam bem com os parâmetros acima determinados, tanto para a água como para o ar.

Os parâmetros usados nos programas para comparação, são:

$M = 100$	(número de divisões em X)
$N = 100$	(número de divisões em Y)
$L = 20$	(número de divisões no tempo)
$\text{TAU}_{\text{max}} = 300$	(tempo máximo do pseudo-transiente)
$X_{\text{max}} = 100$	(X máximo)
$Y_{\text{max}} = 20$	(Y máximo)
$q''_p = 20 \text{ kW/m}^2$	(fluxo de calor na placa)
$\text{Pr} = 10.0$	(número de Prandtl)

4.3.- Comparação dos resultados dos algoritmos de diferenças finitas

O algoritmo foi testado para vários casos de problemas clássicos com solução por similaridade para propriedades constantes e para água com temperatura da superfície constante, visando estabelecer o seu grau de acuidade, através de erros percentuais (desvios) das soluções numéricas em relação a estas soluções por similaridade.

Modificação dos Algoritmos

Os algoritmos ADF1.FOR e ADF2.FOR foram modificados, na busca de uma maior acuidade do método de diferenças finitas. Foi introduzido uma interpolação polinomial quadrática (segunda ordem), ao único termo da equação da continuidade que ainda mantinha um erro de primeira ordem, obtendo-se assim um erro de segunda ordem.

Termo $\left[\frac{\partial v}{\partial y} \right]_{y=0}$, ordem do erro $O(\Delta x^2)$.

Interpolação Polinomial Quadrática : $V(y) = A.y^2 + B.y + C$

Estas modificações foram aplicadas aos casos de propriedades constantes e variáveis, fazendo os testes dos algoritmos para os mesmos casos clássicos da literatura. Estas modificações foram mostradas no capítulo 3.

4.3.1 - Propriedades Constantes.

4.3.1.1 - Placa com Temperatura Constante.

Aplicado ao problema de convecção natural em placa plana vertical, para a água . Foi usado o programa ADF1.FOR, para comparação do números de Nusselt.

Foram usados como referência os trabalhos de Sparrow e Gregg [41] e Adams e Rogers [1]

Como comparação foi estabelecido o erro porcentual entre o número de Nusselt numérico e o de similaridade : ERNU

. número de Nusselt de similaridade (Nu-sim)

$$N_u = 4^{-1/4} \cdot \phi'(\eta = 0) \cdot X^{3/4} \quad (4-8)$$

. número de Nusselt numérico (Nu-num)

$$N_u = -(\partial \theta / \partial Y)_{y=0} \cdot X \quad (4-9)$$

Dados para comparação :

$$T_p = 80 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_\infty = 40 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\text{FPR} = 1.1696 \text{ (fator do número de Prandtl do Pitts e Sisson [29])}$$

Pitts e Sisson [29]

Pr	0.01	0.72	0.733	1.0	2.0	10.0	100.0	1000.0
FPR	0.0812	0.5046	0.5080	0.5671	0.7165	1.1694	2.191	3.966

Cálculo do erro porcentual do número do Nusselt

- ERNU - erro porcentual dos números de Nusselt
- CNNU - nusselt numérico
- CNSI - nusselt de similaridade

$$ERNU = \frac{|CNNU - CNSI|}{CNSI} \times 100$$

(4-10)

Tabela 4-1 - Nusselt de similaridade, numérico e do ERNU, sem a modificação

X	CNSI	CNNU	ERNU
1	0.82689000	1.2903000	56.0427900
10	4.649950	4.753640	2.229920
20	7.82025000	7.9278900	1.37650000
30	10.5995900	10.708180	1.024480
40	13.1520400	13.260480	0.82450000
50	15.548040	15.655440	0.6907900
60	17.8263100	17.931880	0.59219000
70	20.011130	20.114100	0.5145700
80	22.1190000	22.218660	0.45055000
90	24.1618400	24.257500	0.3959000
100	26.1485800	26.239580	0.34801000

Tabela 4-2 - Nusselt de similaridade, numérico e do ERNU, com a modificação

X	CNSI	CNNU	ERNU
1	0.82689070	1.25391580	51.642270
10	4.649950	4.7052700	1.189830
20	7.82024900	7.86970250	0.6323800
30	10.5995900	10.643280	0.4121600
40	13.1520389	13.1903531	0.2913200
50	15.548040	15.580990	0.211970
60	17.8263131	17.8537140	0.1537100
70	20.011130	20.0326600	0.107600
80	22.1190048	22.1342864	0.0690900
90	24.1618400	24.1704500	0.0356500
100	26.1485789	26.1500859	0.0057600

Gráfico dos ERNU's

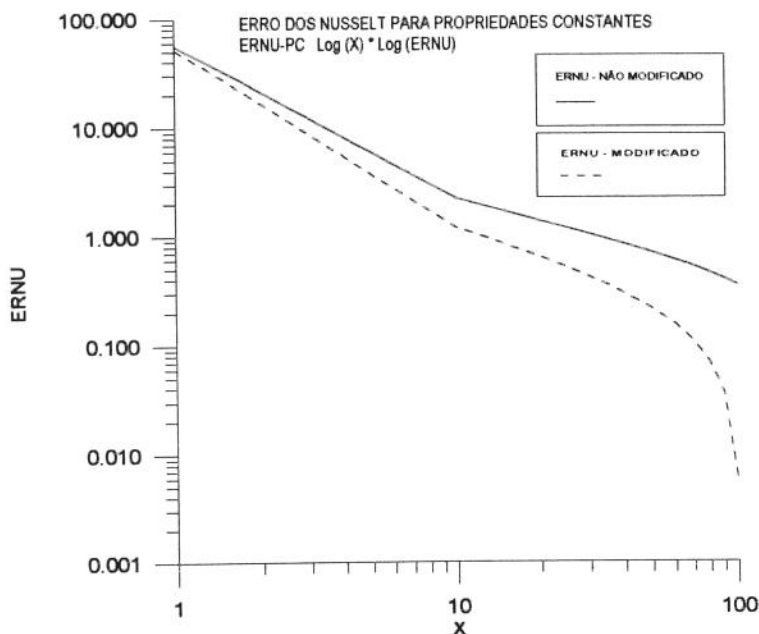


Figura 4-1 Erros percentuais dos números de Nusselt para placa com temperatura constante e propriedades constantes.

Observou-se que o erro em relação a solução por similaridade decresce com o distanciamento do início da placa.

Para o caso sem a modificação (Tabela 4-1) o erro fica menor do que 1%, em $X \geq 40$ até o final da camada. Para o caso com a modificação (Tabela 4-2) o erro fica menor do que 1%, em $X \geq 20$, até o final da camada. Em todo o domínio o erro para o caso com a modificação é menor do que o erro sem a modificação. No final da camada o erro percentual dos Nusselt com a modificação é menor do que o erro sem a modificação, por um fator de 60,4.

4.3.1.2 - Placa com Fluxo de Calor Constante.

Aplicado ao problema de convecção natural em placa plana vertical, para a água. Foi usado o programa ADF1.FOR, para comparação das temperaturas da placa.

Foram usados como referência os trabalhos de Pitts e Sisson [29] e Inghan [20].

Como comparação foi estabelecido o erro porcentual entre a temperatura da placa numérica e a de similaridade : ERTE

Temperatura da placa de similaridade (Tp-sim)

$$\theta_p = 5^{1/5} \cdot \phi(\eta = 0) \cdot X^{1/5} \tag{4-11}$$

Temperatura da placa numérica (Tp-num)

$$\theta_p = \theta_{i+1,1} \tag{4-12}$$

Dados para comparação :

$T_p = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$
 $T_{\infty} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$
TTSG = -0.76746 (fator de Sparrow e Gregg [41] para a temperatura)

Sparrow e Gregg [41]

Pr	0.1	1.0	10.0	100.0
TTSG ou ($\theta(0)$)	-2.7507	-1.3574	-0.76746	-0.46566
$f'(0)$	1.6434	0.72196	0.30639	0.12620

Cálculo do erro porcentual da temperatura da placa

ERTE : erro porcentual das temperaturas da placa
TPNU : temperatura da placa numérica (θ_p num)
TPSI : temperatura da placa de similaridade (θ_p sim)

$$ERTE = \frac{|TPNU - TPSI|}{TPSI} \times 100 \tag{4-13}$$

Tabela 4-3 - Temperaturas de similaridade, numérica e dos ERTE's, sem a modificação

X	TPSI	TPNU	ERTE
1	1.05888730	0.8169699	22.8463804
10	1.67822330	1.6343524	2.61412830
20	1.92777240	1.8929804	1.80477540
30	2.09061470	2.0599348	1.46750650
40	2.21442900	2.1862657	1.27180960
50	2.31549450	2.2891018	1.13983090
60	2.40148570	2.3764396	1.04294310
70	2.47667700	2.4527134	0.96756800
80	2.54371090	2.5206467	0.90671510
90	2.60434350	2.5820512	0.85596390
100	2.65980480	2.6381849	0.81283700

Tabela 4-4 - Temperaturas de similaridade, numérica e dos ERTE's, com a modificação

X	TPSI	TPNU	ERTE
1	1.05888730	0.83461070	21.180408
10	1.6782233	1.65438040	1.4207252
20	1.92777240	1.91121370	0.8589550
30	2.09061470	2.07714210	0.6444360
40	2.21442900	2.20275760	0.5270624
50	2.31549450	2.30504750	0.4511809
60	2.40148570	2.39194510	0.3972789
70	2.47667700	2.46785160	0.3563388
80	2.54371090	2.53547030	0.3239596
90	2.60434350	2.59660040	0.2973135
100	2.65980480	2.65249100	0.2749747

Gráfico dos ERTE's

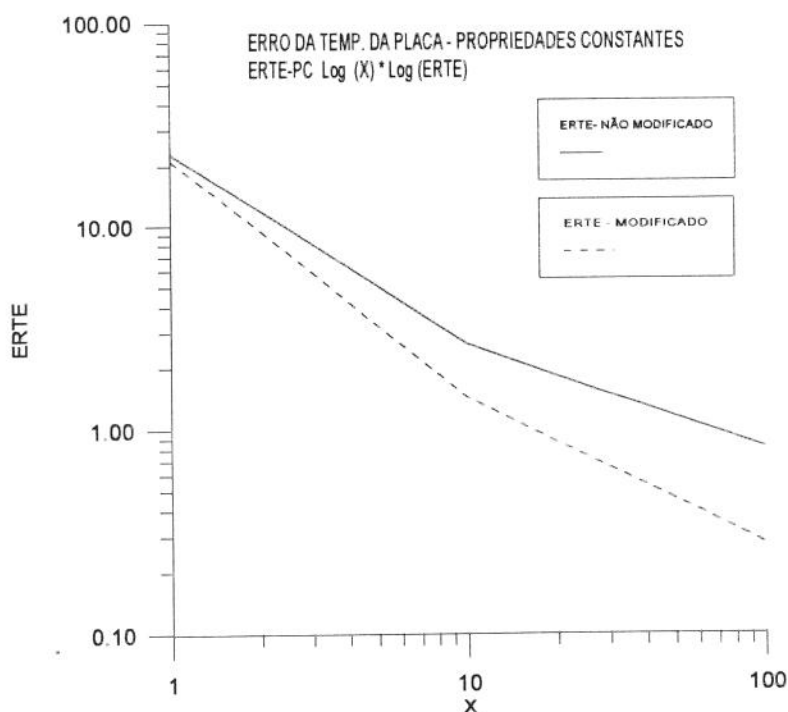


Figura 4-2 Erros percentuais das temperaturas da placa para placa com fluxo de calor constante e propriedades constantes.

Da mesma maneira que caso anterior, observou-se que o erro em relação a solução por similaridade decresce com o distanciamento do início da placa, onde o X inicia a camada limite.

Para o caso sem a modificação (Tabela 4-3) o erro fica menor do que 1%, em $X \geq 70$ até o final da camada. Para o caso com a modificação (Tabela 4-4) o erro fica menor do que 1%, em $X \geq 20$, até o final da camada. Em todo o domínio o erro para o caso com a modificação é menor, do que o erro sem a modificação. No final da camada o erro percentual das temperaturas da placa com a modificação é menor do que o erro sem a modificação por um fator de 2,96.

4.3.2 - Propriedades Variáveis.

4.3.2.1 - Placa com Temperatura Constante.

Aplicado ao problema de convecção natural, em placa plana vertical, para a água. Foi usado o programa ADF2.FOR, para comparação do números de Nusselt e coeficientes de fricção.

Foi usado com referência o trabalho de Shaukatullah e Gebhart [38]

Como comparação foi estabelecido o erro porcentual entre o número de Nusselt numérico e o de similaridade : ERNU

Número de Nusselt de Similaridade (Nu-sim)

$$N_u = -[(k_p \cdot \rho_p) / (k_\infty \cdot \rho_\infty)] \cdot \phi'(\eta = 0) \cdot X^{3/4}$$
 (4-14)

Número de Nusselt Numérico (Nu-num)

$$N_u = -(k_p / k_\infty) \cdot (\partial \theta / \partial Y)_{y=0} \cdot X$$
 (4-15)

Dados para comparação :

T_p = 100 °C
T_∞ = 20 °C
SGN = -0.899205 (ϕ“ do Shaukatullah e Gebhart [38], para cálculo do Nusselt)
SGC = 0.389175 (f’ do Shaukatullah e Gebhart [38], para cálculo de coef. de fricção)

Shaukatullah e Gebhart [38]

T ₀ ou T _p	100	80	20	80	100	40
T _∞	20	40	100	20	80	20
SGN	-0.899205	-0.705011	-0.413871	-0.866723	-0.537188	-0.784298
SGC	0.389175	0.554732	1.268768	0.424452	0.726567	0.533041

Cálculo do erro porcentual do número do Nusselt

ERNU : erro porcentual dos números de Nusselts
CNU : número de Nusselt numérico
CNSI : número de Nusselt de similaridade

$$ERNU = \frac{|CNU - CNSI|}{CNSI} \times 100$$
 (4-16)

Tabela 4-5 - Nusselt de similaridade, numérico e ERNU's, sem a modificação

X	CNSI	CNNU	ERNU
1	0.89920000	1.4560000	56.2401270
10	5.056600	5.125130	1.35518
20	8.50415600	8.5736670	0.8173800
30	11.526560	11.591340	0.562050
40	14.3022290	14.360698	0.4088150
50	16.907770	16.958970	0.3028500
60	19.3852830	19.428478	0.22282300
70	21.761170	21.795700	0.1586900
80	24.0533850	24.078654	0.1050560
90	26.2748700	26.290310	0.0587600
100	28.4353590	28.440425	0.01781700

Tabela 4-6 - Nusselt de similaridade, numérico e ERNU's, com a modificação

X	CNSI	CNNU	ERNU
1	0.8992050	1.357100	50.92217
10	5.056600	5.112410	1.10362
20	8.50415600	8.563440	0.697090
30	11.526560	11.582210	0.482800
40	14.3022280	14.352230	0.349610
50	16.907770	16.950970	0.255540
60	19.3852830	19.420830	0.183400
70	21.761170	21.788340	0.124870
80	24.0533850	24.071530	0.075430
90	26.2748700	26.283380	0.032390
100	28.4353590	28.433670	0.0007041

Gráfico dos ERNU's

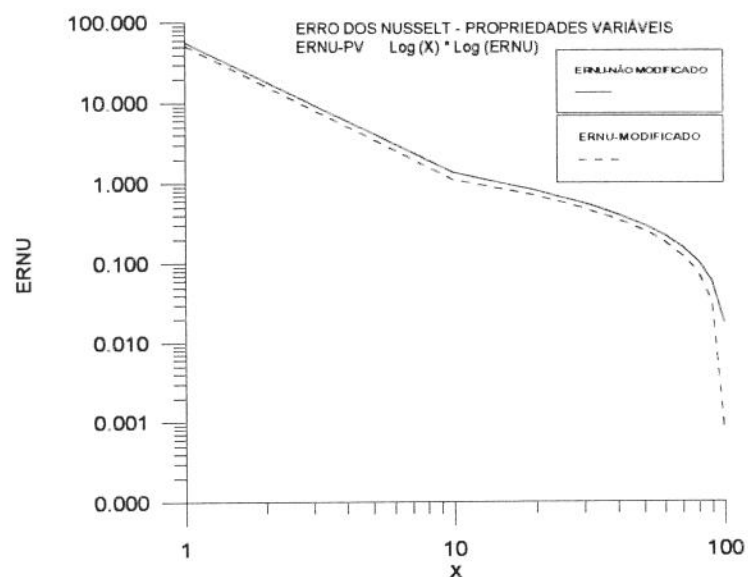


Figura 4-3 Erros percentuais dos números de Nusselt para placa com fluxo de calor constante e propriedades variáveis

Da mesma maneira que no caso anterior, observou-se que o erro em relação a solução por similaridade decresce com o distanciamento do início da placa, onde o X inicia a camada limite.

Para o caso sem a modificação (Tabela 4-5) o erro fica menor do que 1%, para $X \geq 20$ até o final da camada. Para o caso com a modificação (Tabela 4-6), o erro fica menor do que 1%, para $X \geq 20$ também. Em todo o domínio o erro para o caso com a modificação é menor, do que o erro sem a modificação. No final da camada o erro percentual dos Nusselt com a modificação é menor, do que o erro sem a modificação com um fator de 25,42..

Como comparação foi estabelecido o erro percentual entre o coeficiente de fricção numérico e o de similaridade : ERNU

Coeficiente de Fricção de Similaridade (Cf-sim)

$$C_f = [(\mu_p \cdot \rho_p) / (\mu_\infty \cdot \rho_\infty)] \cdot f''(0) \cdot (X^3)^{3/4} \tag{4-17}$$

Coeficiente de Fricção Numérico (Cf-mun)

$$C_f = (\mu_p / \mu_\infty) \cdot (\partial U / \partial Y)_{y=0} \cdot X^2 \tag{4-18}$$

Dados para comparação :

$T_p = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$
 $T_{\infty} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$
 $SGN = -0.899205$
 $SGC = 0.389175$

Shaukatullah e Gebhart [38]

T_0 ou T_p	100	80	20	80	100	40
T_{∞}	20	40	100	20	80	20
SGN	-0.899205	-0.705011	-0.413871	-0.866723	-0.537188	-0.784298
SGC	0.389175	0.554732	1.268768	0.424452	0.726567	0.533041

Cálculo do erro porcentual do coeficiente de fricção

ERCO : erro porcentual dos coeficientes de fricção
CFNU : coeficiente de fricção numérico
CFSI : coeficiente de fricção de similaridade

$$ERCO = \frac{|CFNU - CFSI|}{CFSI} \times 100$$

(4-19)

Tabela 4-7 - Coeficientes de fricção de similaridade, numérico e ERCO's, sem a modificação

X	CFSI	CFNU	ERCO
1	0.38917500	0.2741429	29.5579270
10	69.206190	66.835050	3.4261900
20	329.201969	321.96091	2.19957920
30	819.724200	805.80187	2.19957920
40	1565.95729	1543.8353	1.41268140
50	2587.18476	2555.51429	1.2241000
60	3899.28740	3856.8282	1.08889610
70	5515.88908	5461.46639	0.9865500
80	7488.99023	7381.4701	0.90643210
90	9709.35947	9627.62877	0.841770
100	12306.7940	12209.744	0.78858350

Tabela 4-8 - Coeficientes de fricção de similaridade, numérico e ERCO's, com a modificação

X	CFSI	CFNU	ERCO
1	0.38917500	0.2793500	28.219640
10	69.206190	66.996640	3.192700
20	329.201969	322.33714	2.085300
30	819.724200	806.42329	1.622610
40	1565.95729	1544.72408	1.355930
50	2587.18476	2556.68888	1.178730
60	3899.28740	3858.30246	1.051090
70	5515.88908	5463.25407	0.954240
80	7488.99023	7383.58307	0.878070
90	9709.35947	9630.07746	0.816550
100	12306.7940	12212.53899	0.765880

Gráfico dos ERCO's

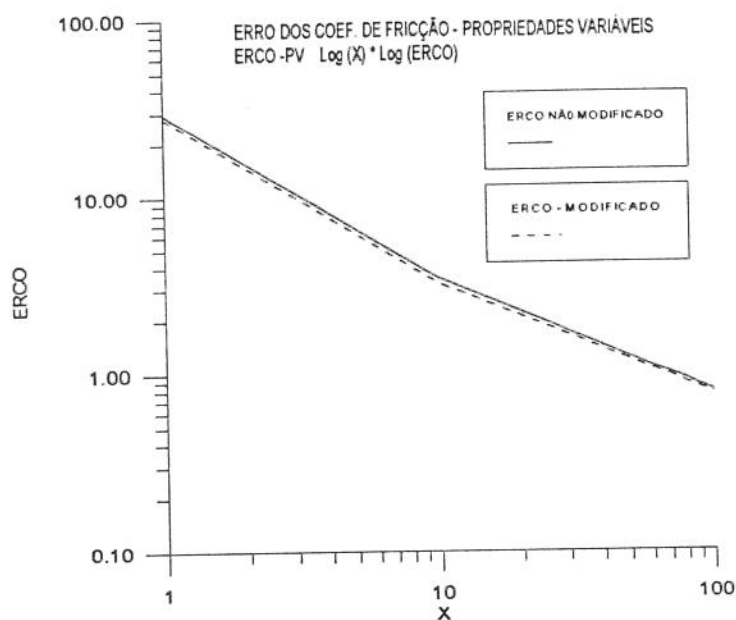


Figura 4-4 Erros percentuais dos coef. de fricção para placa com temperatura constante e propriedades variáveis.

Novamente observou-se que o erro em relação à solução por similaridade decresce com o distanciamento do início da placa, onde o X inicia a camada limite.

Para o caso com e sem a modificação (Tabela 4-8) o erro fica menor do que 1%, em $X \geq 70$, até o final da camada. Em todo o domínio o erro para o caso com a modificação é menor, do que o erro sem a modificação. No final da camada o erro porcentual dos coeficientes de fricção com a modificação é menor, do que o erro sem a modificação embora apenas por 2,88 %

4.3.3- Resumo

A ordem de grandeza do erro porcentual (%) para os três casos comparando os números de Nusselt (ERNU) e as temperaturas da placa (ERTE), é inferior a 1% para $x \geq 20$ e sempre inferior a 0,3 % no fim da camada limite $x = 100$, onde os resultados do algoritmo são os mais acurados.

X	PC		PV
	PTC	PFC	PTC
	ERNU	ERTE	ERNU
20	0,632380	0,858955	0,697090
100	0,005760	0,274974	0,0007041

No final da placa, os erros dos Nusselt (ERNU), para placa com fluxo de calor constante, são bem menores do que para placa com a temperatura constante.

X	PC	PV	VARIAÇÃO (%)
	PTC		
	ERNU	ERNU	
100	0,005760	0,0007041	87,78

Os ERNU's em placa com temperatura constante diminuem bastante, do caso de propriedades constantes para o de propriedades variáveis, mas não se pode generalizar que os ERTE's em placa com fluxo de calor constante também diminuam, já que não temos solução de similaridade para o caso de propriedades variáveis, para fazer a comparação.

Pela observação dos erros (ERNU's) em $X = 100$, para os casos onde existem solução por similaridade, sugere-se que o erro análogo no caso de placa com fluxo de calor constante (ERTE) onde não existe solução por similaridade, deve ser da ordem ou inferior a 1% no final da camada limite ($X=100$), e a partir de $X \geq 20$ deve ser também da ordem ou menor do que 1%.

4.4 - Perfis de Temperatura e Velocidade

Os perfis de temperatura e velocidade, foram calculados pelos programas ADF1.FOR e ADF2.FOR, para os casos de placa com temperatura constante e com fluxo de calor constante. Os perfis foram plotados no limite do domínio laminar (fim da placa ou $X=100$).

4.4.1 - Placa com temperatura constante

Os gráficos apresentados a seguir mostram a influência da variação das propriedades sobre os perfis do escoamento para placa com temperatura constante.

A comparação é feita usando os perfis de temperatura e velocidade com propriedades variáveis em relação à solução com propriedades constantes, tanto para a água como para o ar, para diferentes temperaturas da placa e do fluido.

As figuras 4-5a,b,c e d mostram os perfis de temperatura e velocidade para vários gradientes de temperatura ($T_p - T_i$). Observa-se que quando a diferença de temperatura aumenta, tem-se o perfil de velocidade máximo com a menor espessura da camada limite térmica. As mudanças são bem mais acentuadas para o ar, sendo assim mais sensível à mudanças de temperatura.

As figuras 4-6a,b,c e d mostram os perfis de temperatura e velocidade para o caso de placa aquecendo e sendo aquecida pelo fluido, mostrando o fenômeno inverso. Observa-se que para T_i menor do que T_p temos o perfil de velocidade máximo e mais distante da placa, sendo o escoamento mais vigoroso (camada limite hidrodinâmica maior) e com a espessura da camada limite térmica menor. Para gradientes maiores, tanto para o aquecimento com para o resfriamento da placa, os perfis se distanciam da solução para propriedades constantes.

As figuras 4-7a,b,c e d mostram os mesmos perfis das figuras 4-6a,b,c e d, para gradientes de temperatura menores. O comportamento dos perfis são os mesmos da figura anterior, porém bem mais aproximados da solução com propriedades constantes. Para o caso do ar, as mudanças e o distanciamento da solução com propriedades constantes são maiores.

4.4.2 - Placa com fluxo de calor constante.

Os gráficos apresentados a seguir mostram a influência da variação das propriedades sobre o caso de placa com fluxo de calor constante.

A comparação é feita usando os perfis de temperatura e velocidade com propriedades variáveis em relação a solução com propriedades constantes, tanto para a água como para o ar, para diferentes fluxos de calor.

As figuras 4-8a,b,c e d mostram os perfis de temperatura e velocidade para diferentes fluxos de calor. Observa-se que para fluido aquecido pela placa tem-se os perfis de velocidade máximo, mais próximos da placa para a água e mais afastados para o ar, com menores espessuras da camada limite térmica. Para a placa sendo aquecida pelo fluido (fenômeno inverso) as velocidades máximas são menores e consequentemente a espessura da camada limite térmica são maiores. Neste caso as mudanças são menos acentuadas para o ar. O distanciamento dos perfis em relação a solução com propriedades constantes é maior para a menor temperatura da placa.

As figuras 4-9a,b,c e d mostram os perfis de temperatura e velocidade para diferentes fluxos de calor e para a temperatura da placa maior do que a figura 4-8 anterior. Observa-se o mesmo comportamento da figura anterior, sendo o distanciamento da solução com propriedades constantes bem menor. Para o ar os perfis mudam bem pouco em relação a figura anterior.

As figuras 4-10a e b mostram a perfil de temperatura da placa para diferentes fluxos de calor. Para a placa aquecendo o fluido (fluxos maiores) tem-se perfis de velocidade máximos e espessuras da camada limite térmica menores conduzindo a temperaturas da placa menores em todo o domínio de X. Para o caso de placa sendo aquecida pelo fluido tem-se perfis de velocidade máximos menores e maior espessura da camada limite térmica, com temperatura da placa maiores em todo o domínio de X. Observa-se que para fluxos de calor maiores tanto aquecendo ou resfriando a placa, tem-se maiores afastamentos dos perfis em relação a solução com propriedades constantes.

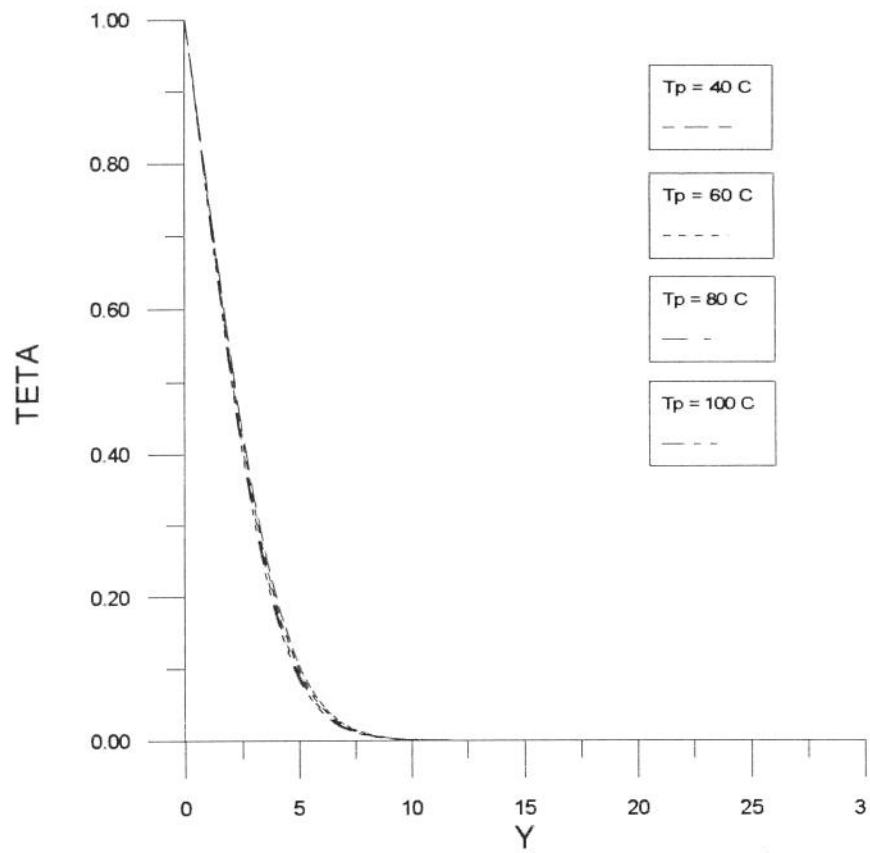


Figura 4-5a Distribuição de temperatura para o caso de placa com temperatura constante, para $T_i = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Fluido : água.

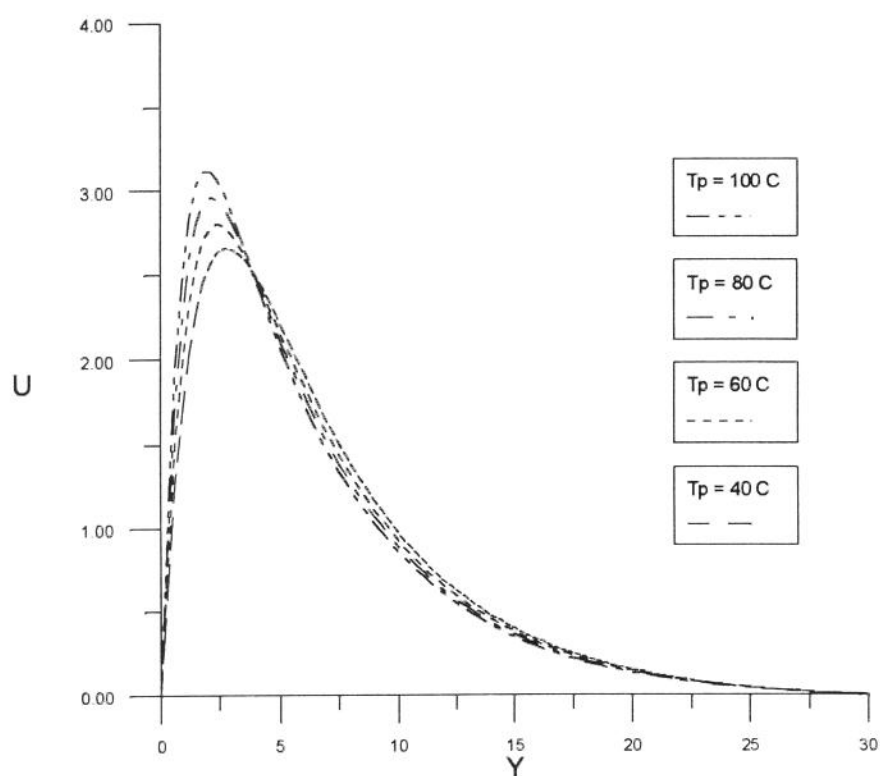


Figura 4-5c Distribuição de velocidade U para o caso de placa com temperatura constante, para $T_i = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$, para várias temperaturas da placa. Fluido : água.

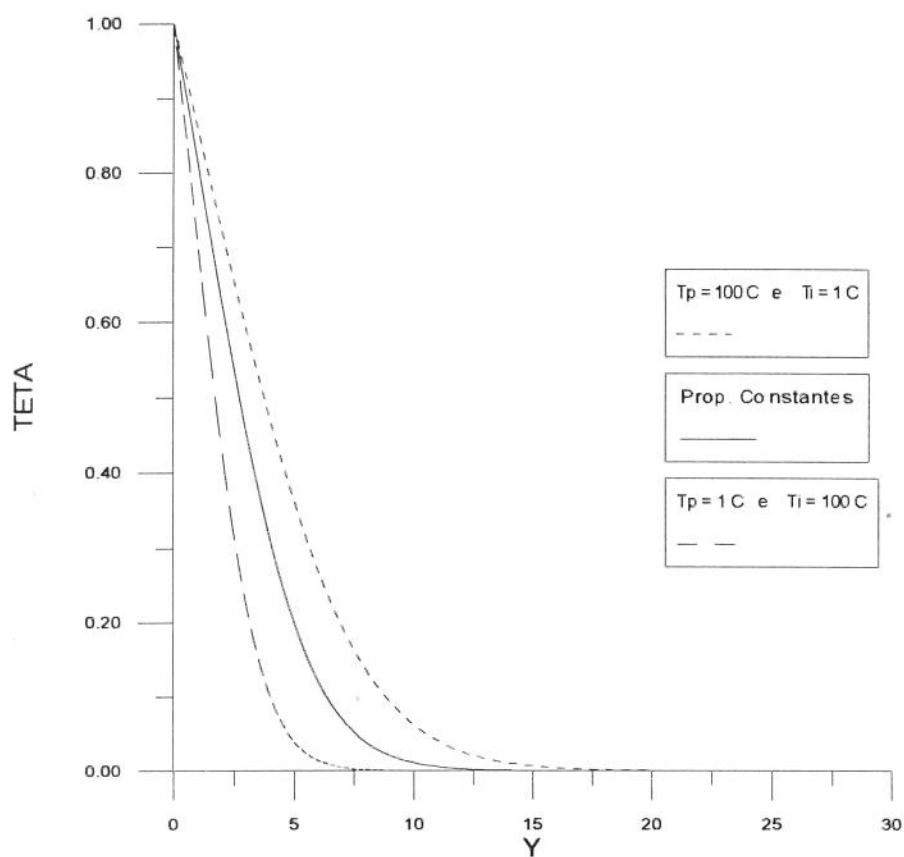


Figura 4-6a Distribuição de temperatura para o caso de placa com temperatura constante, para placa aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura de 100°C entre placa e fluido. Fluido : água.

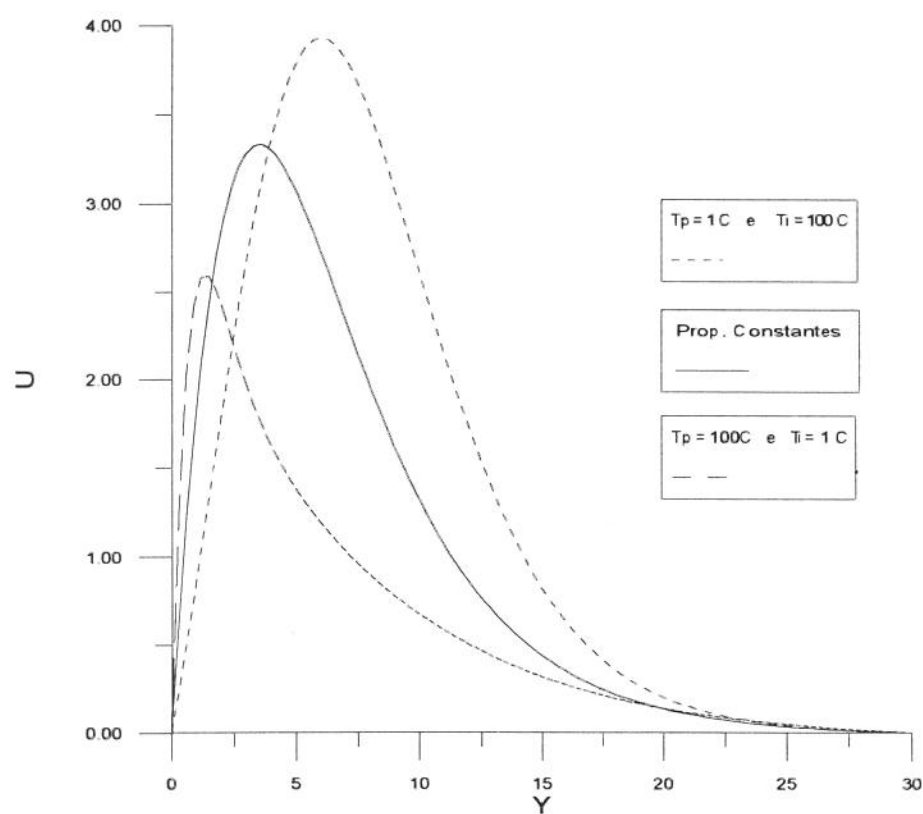


Figura 4-6c Distribuição de velocidade U para o caso de placa com temperatura constante, para placa aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura de 100°C . Fluido : água.

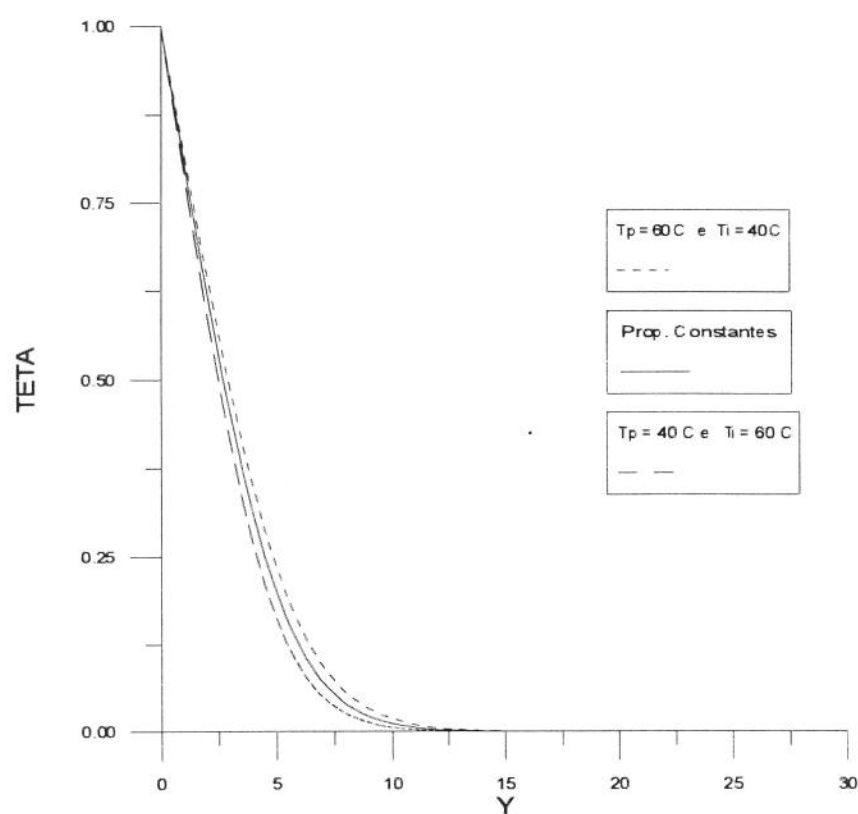


Figura 4-7a Distribuição de temperatura para o caso de placa com temperatura constante, para placa aquecida e resfriada. Gradiente de peratura de 20 °C entre placa e fluido. Fluido : água.

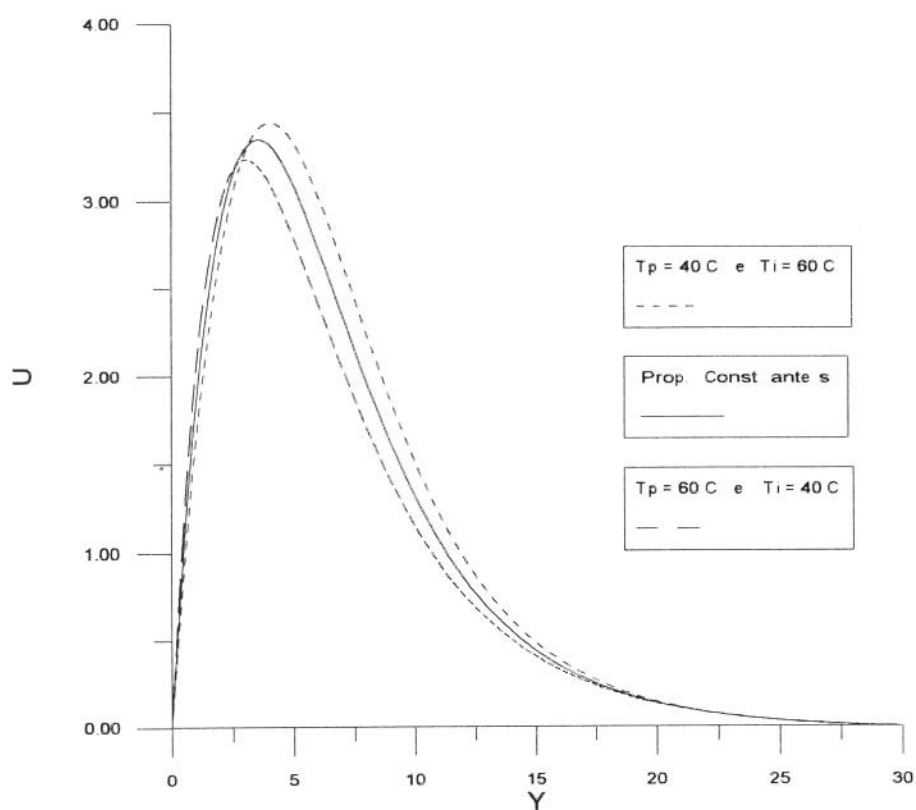


Figura 4-7c Distribuição de velocidade U para o caso de placa com temperatura constante, para placa aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ entre placa e fluido. Fluido : água.

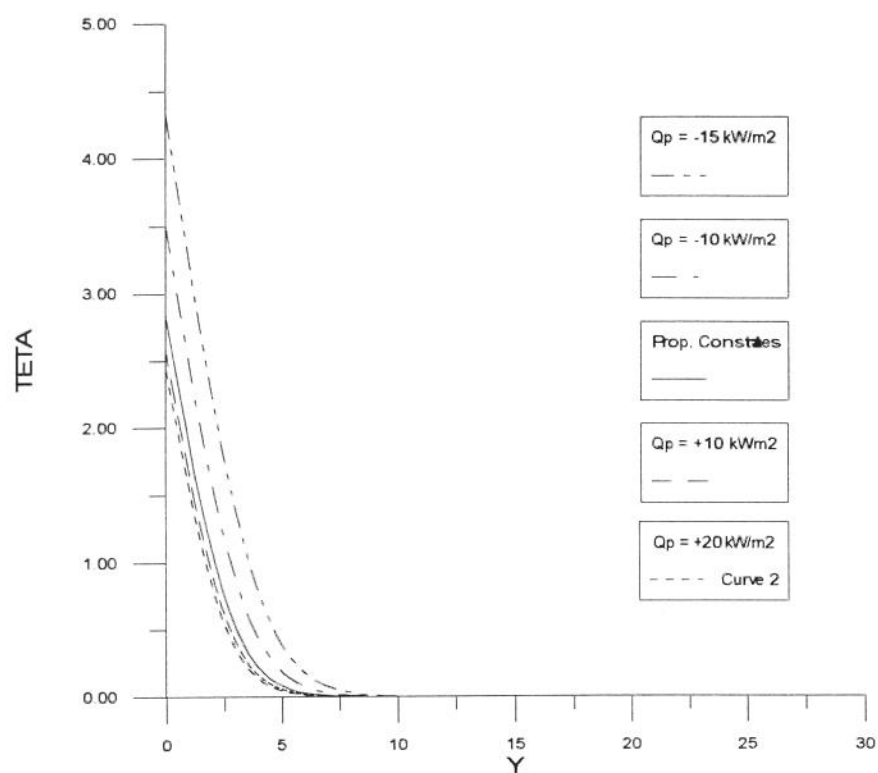


Figura 4-8a Distribuição de temperatura para o caso de placa com fluxo de calor constante, com $T_i = 20^\circ\text{C}$ e para vários fluxos de calor.

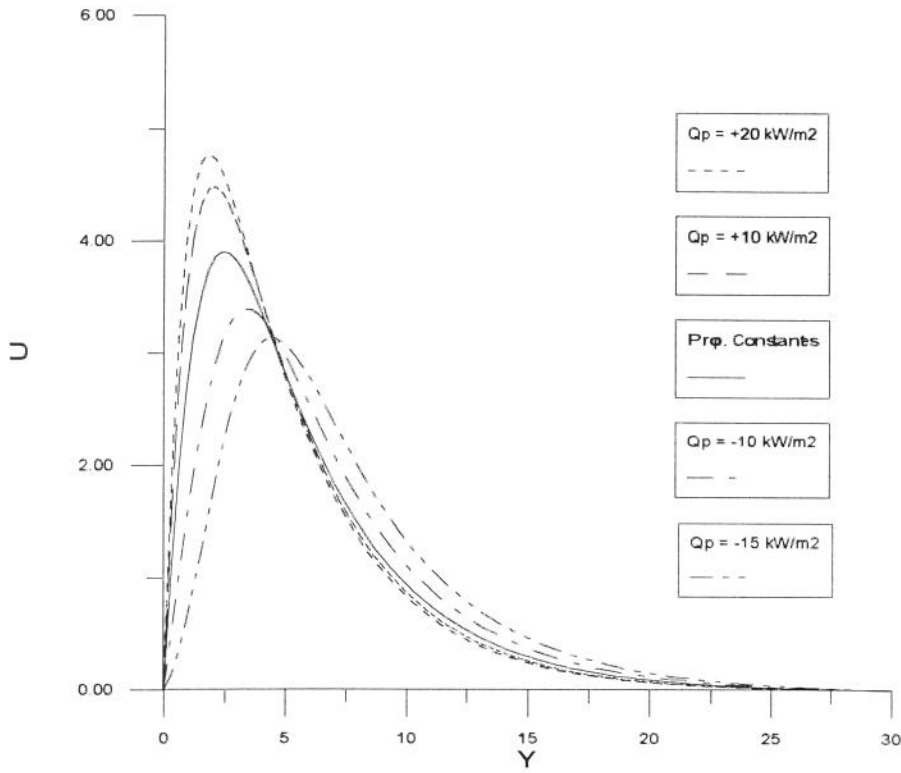


Figura 4-8^c Distribuição de velocidade U para o caso de placa com fluxo de calor constante, com $T_i = 20^\circ\text{C}$ e para vários fluxos de calor.

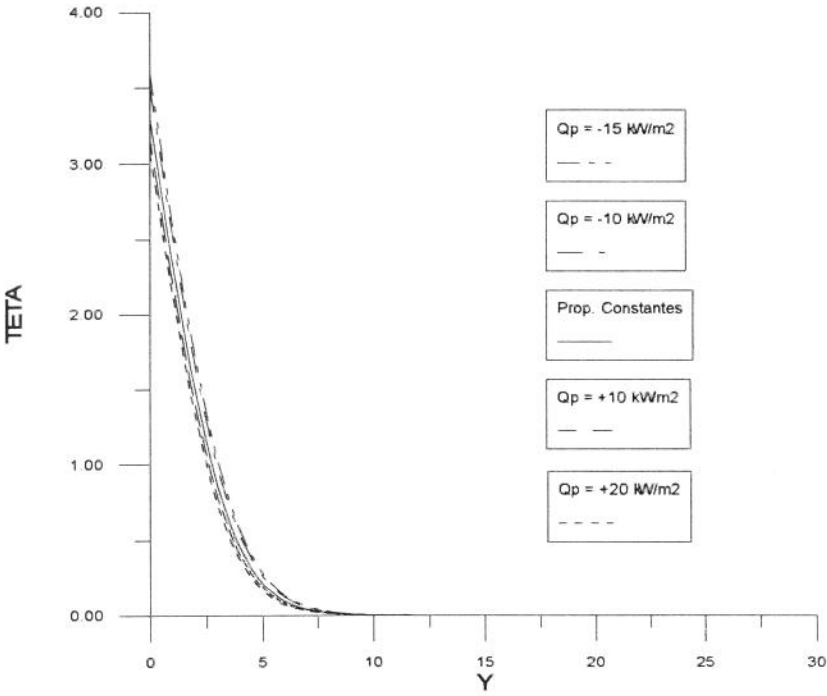


Figura 4-9a Distribuição de temperatura para o caso de placa com fluxo de calor constante, com $T_i = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ e para vários fluxos.

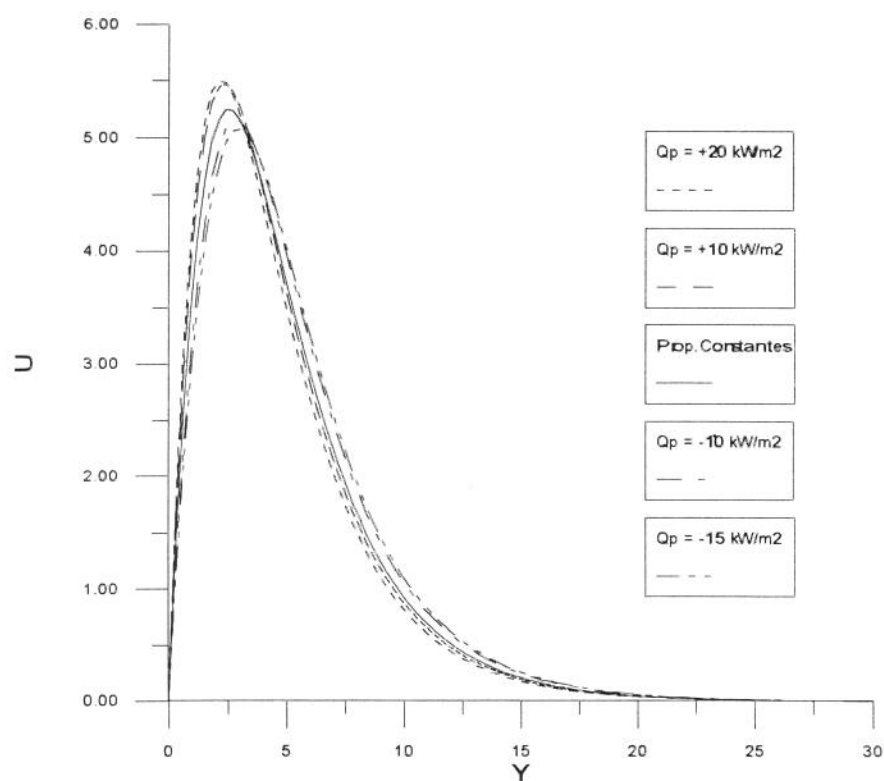


Figura 4-9c Distribuição de velocidade U para o caso de placa com fluxo de calor constante, com $T_i = 50^\circ\text{C}$ e para vários fluxos.

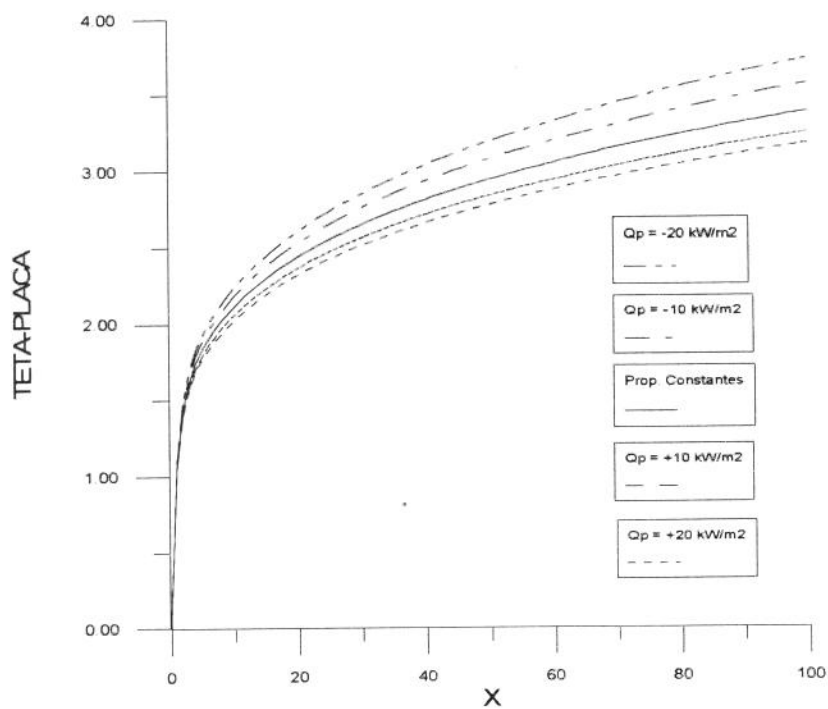


Figura 4-10a Distribuição de temperatura da placa para o caso de placa com fluxo de calor constante, com $T_i = 50^\circ\text{C}$, para vários fluxos.

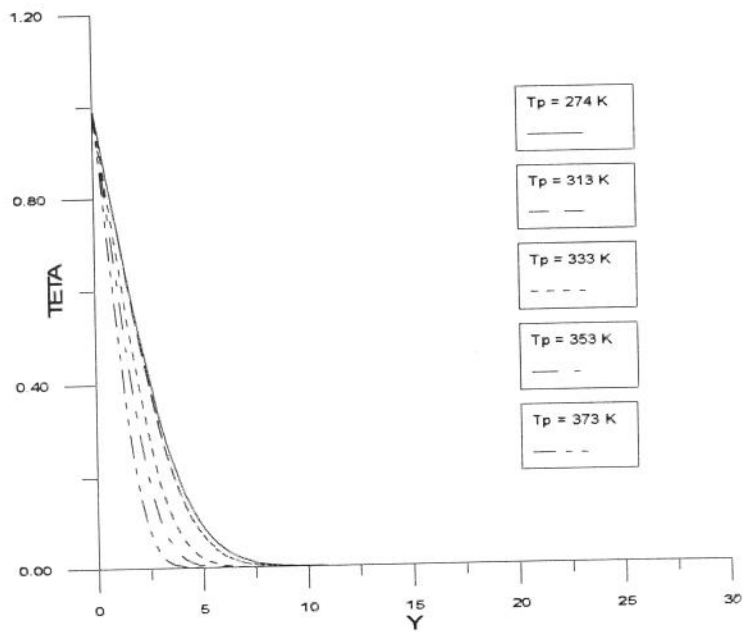


Figura 4-5b Distribuição de temperatura para o caso de placa com temperatura constante, com $T_i = 293 \text{ K}$ e para várias temperaturas da placa. Fluido : ar.

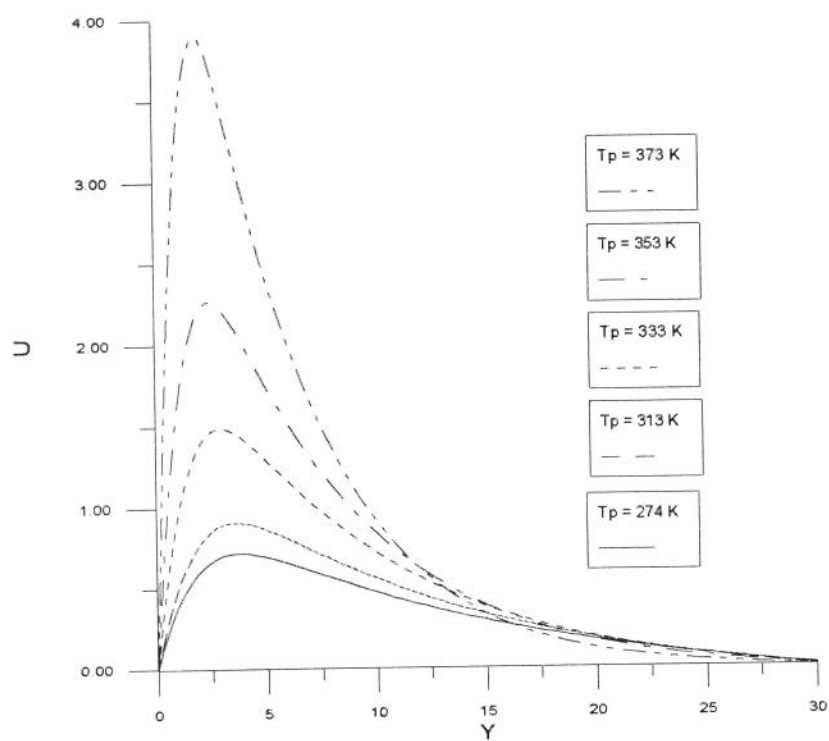


Figura 4-5d Distribuição de velocidade U para o caso de placa com temperatura constante, com $T_i = 293\text{ K}$ e para várias temperaturas da placa. Fluido : ar

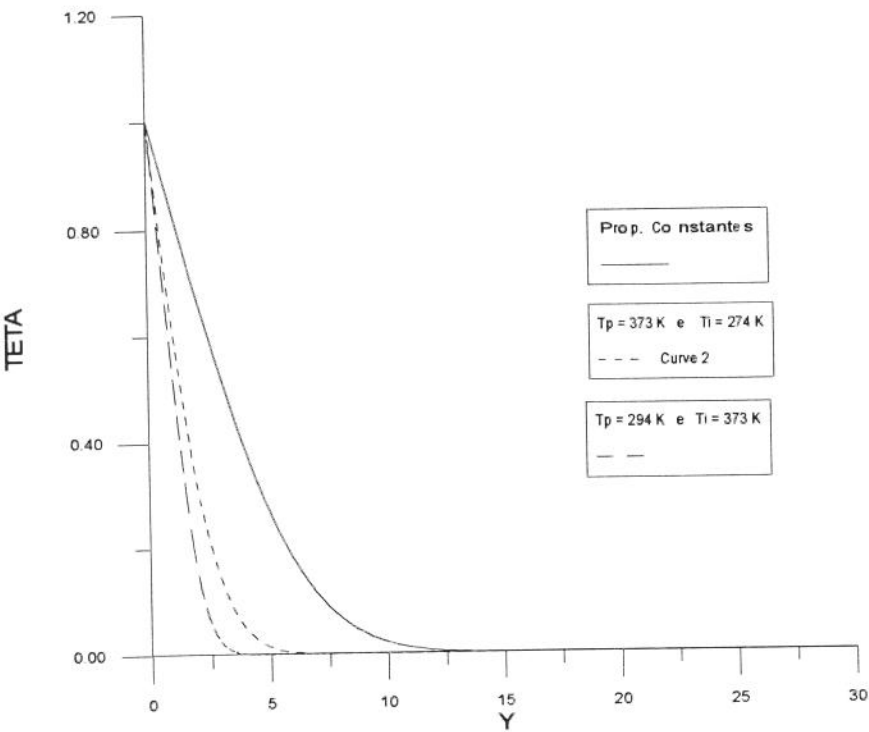


Figura 4-6b Distribuição de temperatura para o caso de placa com temperatura constante sendo aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura 100 K. Fluido : ar.

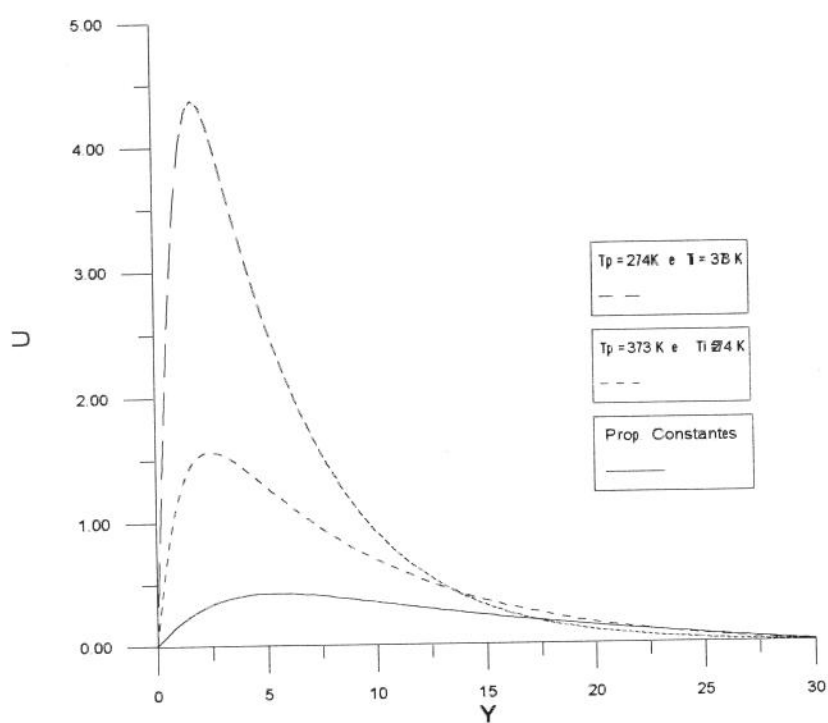


Figura 4-6d Distribuição de velocidade U para o caso de placa com temperatura constante sendo aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura 100 K. Fluido : ar.

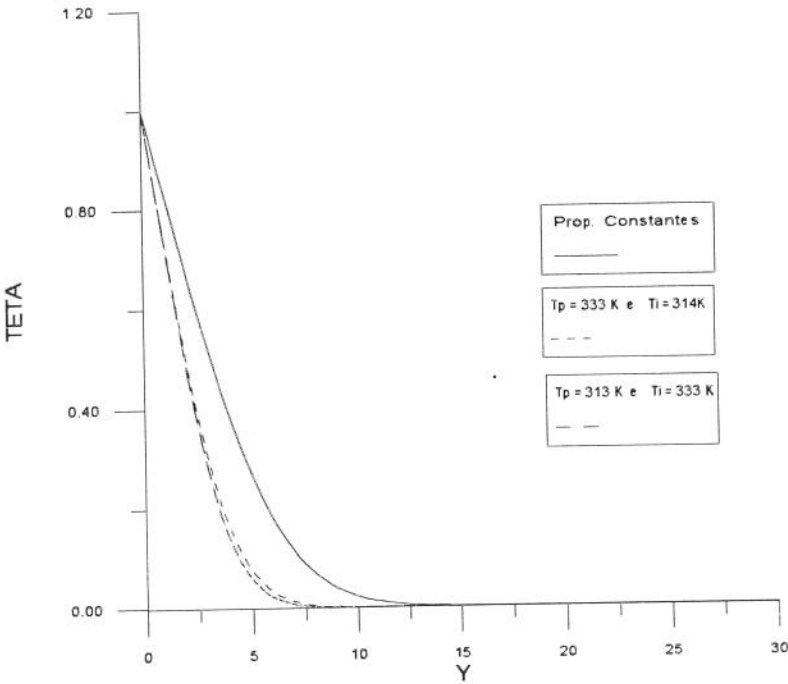


Figura 4-7b Distribuição de temperatura para o caso de placa com temperatura constante sendo aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura 293 K. Fluido : ar.

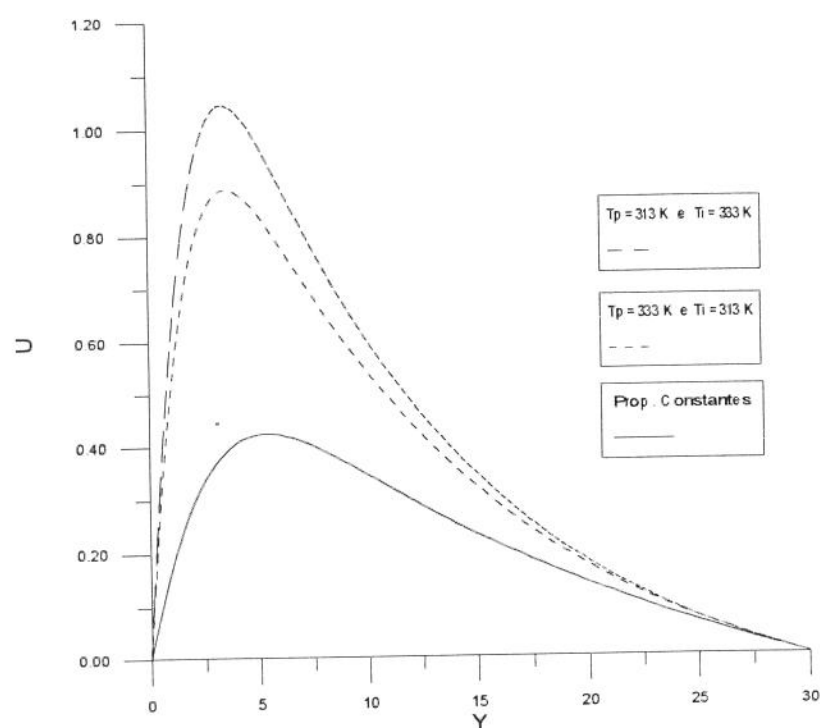


Figura 4-7d Distribuição de velocidade U para o caso de placa com temperatura constante sendo aquecida e resfriada. Gradiente de temperatura 293 K. Fluido : ar.

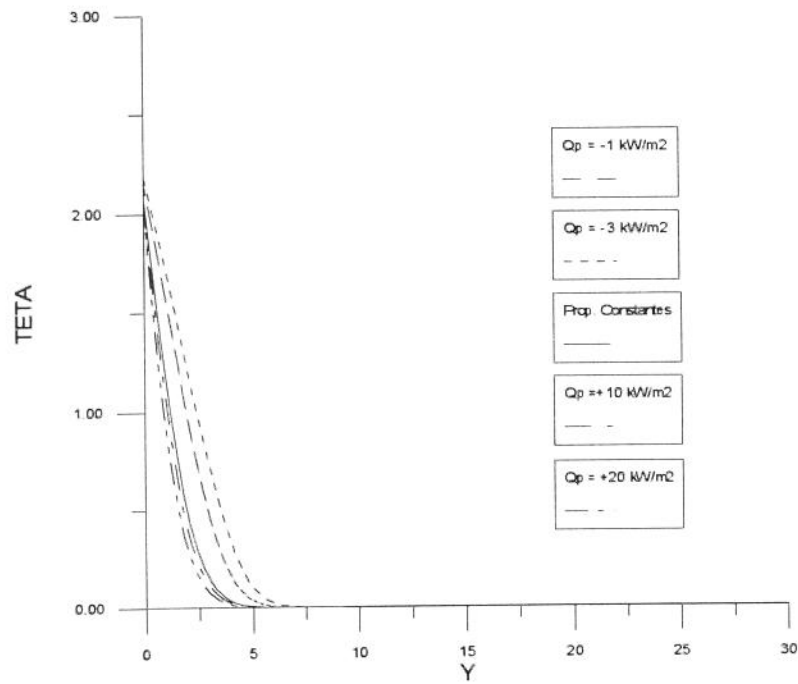


Figura 4-8b Distribuição de temperatura para o caso de placa com fluxo de calor constante, com $T_i = 293 \text{ K}$, para vários fluxos.
Fluido : ar

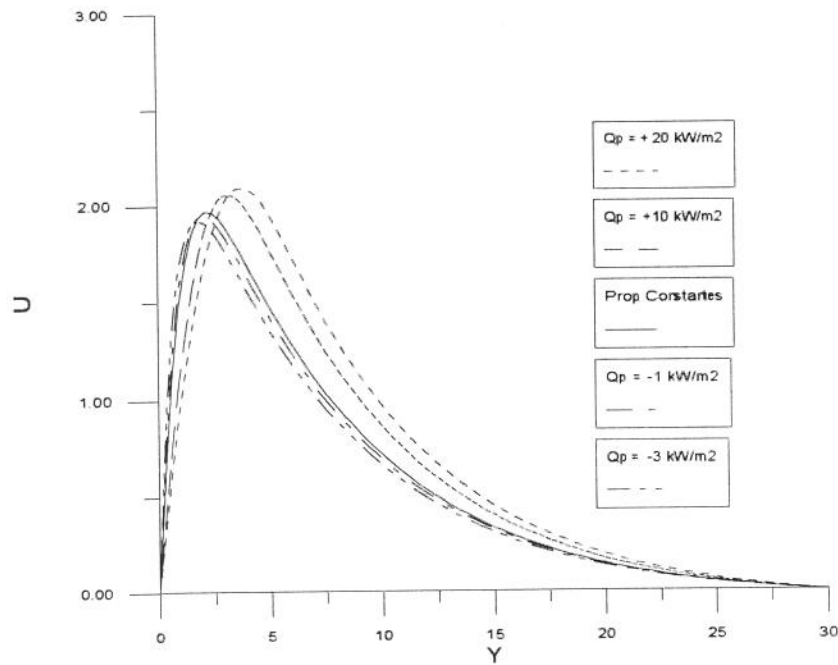


Figura 4-8d Distribuição de velocidade U para o caso de placa com fluxo de calor constante, com $T_i = 293 \text{ K}$, para vários fluxos. Fluido : ar.

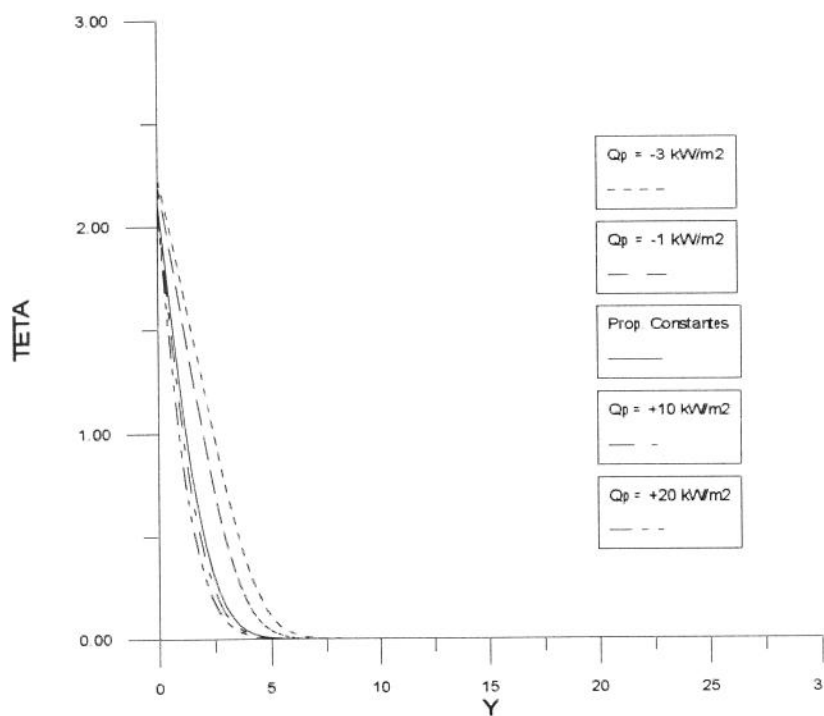


Figura 4-9b Distribuição de temperatura para o caso de placa com fluxo de calor constante, com $T_i = 323 \text{ K}$, para vários fluxos.
Fluido : ar

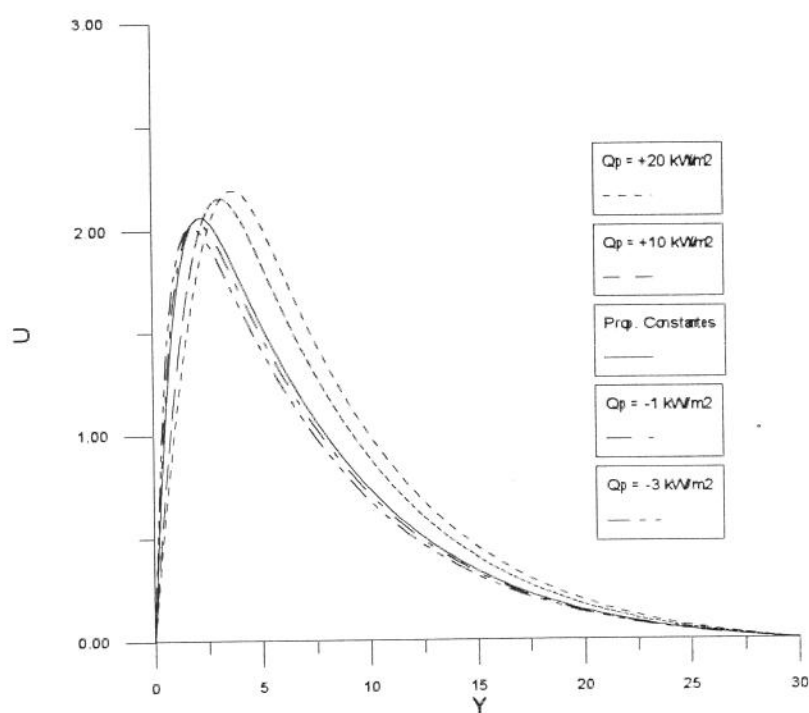


Figura 4-9d Distribuição de velocidade U para o caso de placa com fluxo de calor constante, com $T_i = 323 \text{ K}$, para vários fluxos. Fluido : ar.

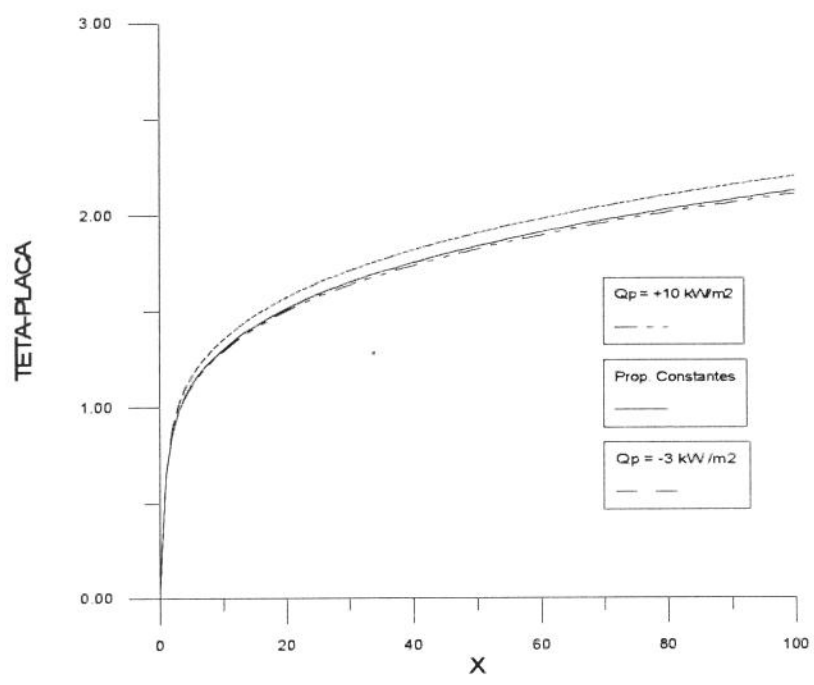


Figura 4-10b Distribuição da temperatura da placa para o caso de placa com fluxo de calor constante, sendo aquecida e resfriada, com $T_i = 323 \text{ K}$. Fluido : ar.

Capítulo 5 - Conclusões

Os algoritmos de diferenças finitas desenvolvidos neste trabalho têm boa acuidade e podem ser usados para simular satisfatoriamente a convecção em placa plana vertical, principalmente no caso onde não há solução de similaridade, que é o caso de placa com fluxo de calor constante e propriedades variáveis.

A variação das propriedades afetam fortemente os perfis de temperatura e velocidade.

A influência da variação das propriedades sobre os perfis do escoamento é acentuada quando o fluido está à temperaturas mais baixas do que a da placa.

A variação das propriedades afetam os perfis de temperatura e velocidade mesmo sendo pequeno o gradiente de temperatura entre a placa e o fluido.

Os perfis de temperatura e velocidade do ar são bem mais afetados mesmo em baixas temperaturas do o que os perfis da água.

Para gradientes de temperatura maiores, tanto para o aquecimento como para o resfriamento da placa, os perfis de temperatura e velocidade para propriedades variáveis se distanciam mais da solução de propriedades constantes.

Observou-se que para o fluido aquecido pela placa, tem-se os perfis de velocidade máximo, mais próximos da placa e menores espessuras da camada limite térmica. Para placa resfriada as velocidades máximas são menores e conseqüentemente a espessura da camada limite térmica é maior e menor a espessura da camada limite hidrodinâmica.

Como sequência deste trabalho poderia ser feito um estudo do mesmo problema aplicado a outros fluidos com baixos e altos número de Prandtl.

Poder-se-ia investigar a influência da variação das propriedades no comportamento transiente do fenômeno.

Este trabalho poderia ser estendido a outras geometrias assim como cilindros, esferas, etc.

Poder-se-ia também investigar este fenômeno da convecção natural levando-se em conta o efeito da radiação térmica, capacidade térmica da placa, placa submetida a degraus de temperatura e etc.

Referências Bibliográficas

- [1] Adams, J. Alan and Rogers, David F.
Computer-Aided Heat Transfer Analysis
McGraw-Hill, Cap. 5, pp. 281-295, 1973.
- [2] Anderson, J. D. and Degrez, E. Dick
Computational Fluid Dynamics
A Von Karman Institute Book Springer-Verlag, 1992
- [3] Arpaci, Vedat S.
Convection Heat Transfer
Prentice-Hall, 1984
- [4] Bejan, Adrian
Convection Heat Transfer
John Wiley & Sons, 1984
- [5] Brandão, Fábio Cerqueira
Algoritmo em Diferenças Finitas para Solução da Camada Limite Hidrodinâmica Laminar com Variáveis Primitivas
Tese de Mestrado, UNICAMP, 1991
- [6] Brown, S. N. and Riley, N.
Flow Past Suddenly Heated Vertical Plate
J. Fluid Mechanics, Vol. 59, pp. 225-237, 1973
- [7] Carnahan, B. ; Luther, H. A. and Wilkes, J. O.
Applied Numerical Methods
John Wiley & Sons, NY, 1969

- [8] Chadrsekhar, S
Hydrodynamic and Hydromagnetic
Oxford University Press, pp. 16-18, London, 1961
- [9] Chapra, Steven C. and Canale, Raymond P.
Numerical Methods for Engineers
McGraw-Hill, 1992
- [10] Chung, P. M. and Anderson, A. D.
Unsteady Laminar Free Convection
J. Heat Transfer, Trans. ASME, vol. 83, pp. 473-478, 1961
- [11] Cunha, Cristina
Métodos Numéricos Para as Engenharias e Ciências Aplicadas
Editôra UNICAMP, 1993
- [12] Eckert, E. R. and Drake, R. M.
Analysis of Heat and Mass Transfer
McGraw-Hill, NY, 1972
- [13] Gebhart, B.
Transient Natural Convection from Vertical Elements
J. Heat Transfer, Trans. ASME, pp. 61-70, 1961
- [14] Goldstein, R. J. and Eckert, R. G.
The Steady and Transient Free Convection Boundary Layer on a Uniformly Heated Vertical Plate
I.J.H.M.T., Vol. 1, pp. 208-218, 1980

- [15] Gray, D. D. and Giorgini, A.
The Validity of Boussinesq Approximations for Liquids and Gases
 I.J.H.M.T., Vol. 19, pp. 545-551, 1976

- [16] Hellums, J. D. and Churchill, S. W.
Transient and Steady-State, Free and Natural Convection Numerical Solutions
I - The Isothermal Vertical Plate
 A.I.Ch.E., JI, Vol. 8, pp. 690-692, 1962

- [17] Hellums, J. D. and Churchill, S. W.
Transient and Steady State, Free and Natural Convection, Numerical Solutions
 Paper 118, Int. Heat Transfer Conference, Boulder, Colo., 1961

- [18] Hirsh, Charles
Numerical Computation of Internal and External Flows, Vol. 1 - Fundamental of
Numerical Discretization
 John Wiley & Sons, 1988

- [19] Holman, J. P.
Transferência de Calor
 McGraw-Hill, 1983

- [20] Inghan, D. B.
Transient Free Convection on a Isothermal Vertical Flat Plate
 I.J.H.M.T., Vol. 21, pp. 67-69, 1978

- [21] Jaluria, Y. and Torrance, K. E.
Computational Heat Transfer
 Hemisphere Publishing Corporation, N.Y., 1976

- [22] Kreith, Frank
Fenômenos de Transmissão de Calor
Edgar Blucher, SP, 1973
- [23] Minkowycz, W. J. and Sparrow, E. M.
Free Convection Heat Transfer to a Steam under Variable Property Conditions
I.J.H.M.T., Vol. 9, pp. 1145, 1966
- [24] Miyamoto, M.
Influence of Variable Properties upon Transient and Steady-State Free Convection
I.J.H.M.T., Vol. 20, pp. 1258-1261, 1977
- [25] Oberbeck, A.
*Über die Wärmeleitung der Flüssigkeiten bei Berücksichtigung der Strömungen
Infolge von Temperatur Differenzen*
Ann. Phys. Chem. 7, pp. 271-292, 1879
- [26] Oliveira, Paulo Cesar
*Convecção Natural em Placa Plana Vertical Imersa em Água, com Propriedades
Variáveis*
Tese de Mestrado, UNICAMP, 1990
- [27] Ostrach, S.
*An Analysis of Laminar Free Convection Flow and Heat Transfer about a Flat Plate
Parallel to the Direction of the Generating Body Force*
NACA, Rep. 1111, 1953
- [28] Ostrach, S.
Theory of Laminar Flow
Oxford University Press, 1964

- [29] Pitts, Donald R. e Sisson, Leighton E.
Fenômenos dos Transportes
 McGraw-Hill, Cap. 8, pp. 198-219, 1981

- [30] Potts, G. and Ragget, G. F.
Theoretical Results for Variable Properties Laminar Boundary Layers in Water
 I.J.H.M.T., Vol. 10, pp. 597-610, 1967

- [31] Potts, G. and Rogers, M. H.
Laminar Flow Between Parallel Flat Plates, with Heat Transfer of Water with Variable Physical Properties
 I.J.H.M.T., Vol. 8, pp. 1515, 1965

- [32] Qureshi, Z. H. and Gebhart, Benjamin
Transition and Transport in a Buoyancy Driven Flow in Water Adjacent to a Vertical Uniformflux Surface
 I.J.H.M.T., Vol. 21, pp. 1467-1479, 1978

- [33] Raithby, G. D. and Galpin, P.F.
Numerical Solution of Problems in Imcompressible Fluid Flow : Treatment of the Temperature Velocity Coupling
 N.H.T., Vol. 10, pp. 105-129, 1986

- [34] Sammakia, Bahgat and Gebhart, Benjamin
Transient and Steady-State Numerical Solutions in Natural Convection
 N.H.T., Vol. 1, pp. 529-542, 1978.

- [35] Sammakia, Bahgat and Gebhart, Benjamin
Transient Natural Convection Adjacent to a Vertical Flat Surface: The Thermal Capacity Effect
 N.H.T., Vol. 4, pp. 331-344, 1978

- [36] Sammakia, B. and Gebhart, Benjamin
Measurements and Calculations of Transient Natural Convection in Air
 I.J.H.M.T., Vol. 23, pp. 571-576, 1980

- [37] Schmidt, E. and Beckmann, W.
Das Temperatur und Geschwindigkeitsfeld vor einer Wärmeabgebenden senkrechten Platte bei natürlicher Konvektion
 Tech. Thermodynamik 1, pp. 341-391, 1930

- [38] Shaukatullah, Hussain and Gebhart, Benjamin
The Effect of Variable Properties on Laminar Natural Convection Boundary-Layer Flow Over a Vertical Isothermal Surface in Water
 N.H.T., Vol. 2, pp. 215-232, 1979

- [39] Siegel, Robert
Transient and Steady-State Free Convection from a Vertical Plate
 Transactions of ASME, Vol. 80, pp. 347-359, 1958

- [40] Smith, G. D.
Numerical Solution of Partial Differential Equations - Finite Difference Method
 Clarendon Press Oxford, Third Edition, 1985

- [41] Sparrow, E. M. and Gregg, J. L.
Laminar Free Convection From a Vertical Plate with Uniform Surface Heat Flux
 Transactions of the ASME, Vol. 78, pp. 435-441, February, 1956

- [42] Sparrow, E. M. and Gregg, J. L.
Similar Solutions for Free Convection from a Nonisothermal Vertical Plate
 Transactions of ASME, Vol. 80, pp. 379-386, 1958

- [43] Sparrow, E. M. and Gregg, J. L.
The Variable Fluid-Property Problem in Free Convection
Transactions of the ASME, Vol. 80, pp. 879-886, May 1958.
- [44] Sugahara, S. and Michiyoshi, I.
Heat Transfer by Natural Convection in the Unsteady State on a Vertical Plate Wall
Proc. 1st Jpn. Natl. Cong. Appl. Mech., pp. 501-506, 1952
- [45] Suhas, V Patankar
Numerical Heat Transfer and Fluid Flow
McGraw-Hill, Cap. 4, 1980
- [46] Vajravelu, K.
Effect of Variable Properties and Heat Generation on Natural Convection at a Heated Vertical Plate in Ar
N.H.T., Vol. 3, pp. 345-356, 1980
- [47] Vliet, G. C. and Liu, C. K.
An experimental Study of Turbulent Natural Convection Boundary Layers
J. Heat Transfer 91, pp. 517-531, 1969

Apêndice A - Esquemas de Discretização

Exemplos de discretizações de diferenças finitas usadas nos programas.

Discretização à Montante

$$\left[\frac{\partial U}{\partial x} \right]_{i+1,j} = \frac{U_{i+1,j} - U_{i,j}}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

Discretização Unilateral de Três Níveis

$$\left[\frac{\partial U}{\partial x} \right]_{i+1,j} = \frac{3U_{i+1,j} - 4U_{i,j} + U_{i-1,j}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2)$$

$$\left[\frac{\partial U}{\partial x} \right]_{i+1,j} = \frac{3U_{i-2,j} - 4U_{i-1,j} + U_{i,j}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2)$$

Discretização Central (derivada primeira)

$$\left[\frac{\partial U}{\partial Y} \right]_{i+1,j} = \frac{U_{i+1,j+1} - U_{i+1,j-1}}{2\Delta Y} + O(\Delta Y^2)$$

Discretização Central (derivada segunda)

$$\left[\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right]_{i+1,j} = \frac{U_{i+1,j+1} - 2U_{i+1,j} + U_{i+1,j-1}}{(\Delta Y)^2} + O(\Delta Y^2)$$

Discretização do Termo Transiente

$$\left[\frac{\partial U}{\partial \tau} \right]_{i+1,j} = \frac{U_{i+1,j} - U_{i+1,j}^0}{\Delta \tau}$$

Apêndice B - Fluidos e Propriedades

1.- Fluidos e Propriedades

1.1.- Fluidos

Foram usados os fluidos : água e ar.

1.2.- Propriedades

Foram consideradas as seguintes propriedades com unidades no Sistema Internacional :

- densidade ρ , [kg / m³]
- calor específico C_p , [J / kg.°C]
- condutividade térmica k , [W / m.°C]
- viscosidade dinâmica μ , [N.s / m²]

Para os fluidos (Anexo - 1), nas seguintes faixas de temperatura :

- água [0 a 320 °C]
- ar [100 a 2500 K]

2.- Curvas de Ajuste das Propriedades

2.1.- Curvas de Ajuste para a Água

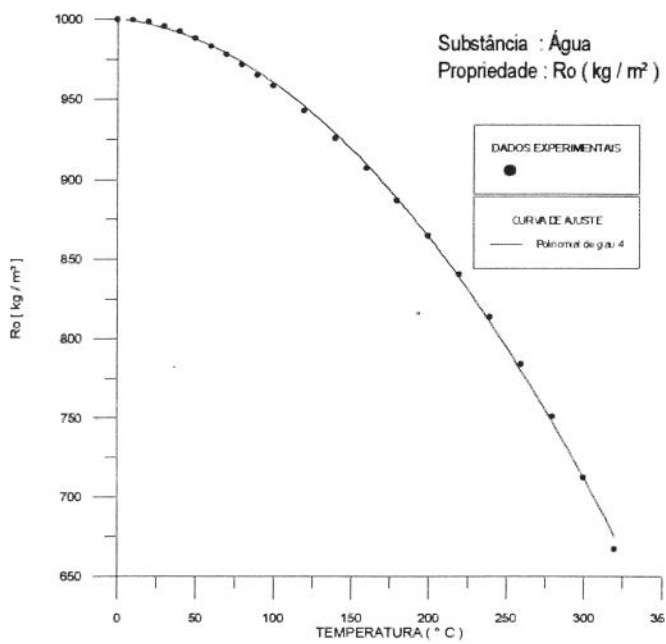


Figura 1 - Curva de Ajuste para o ρ_o

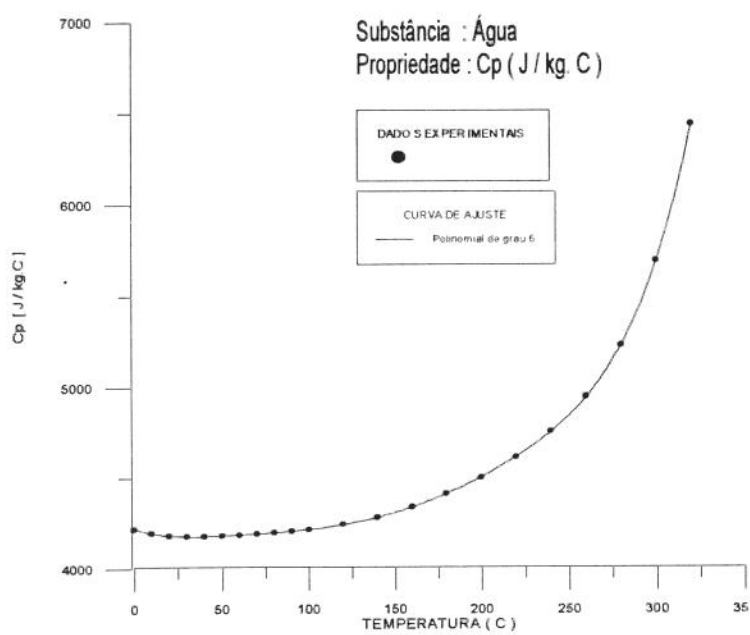


Figura 2 - Curva de Ajuste para o Cp

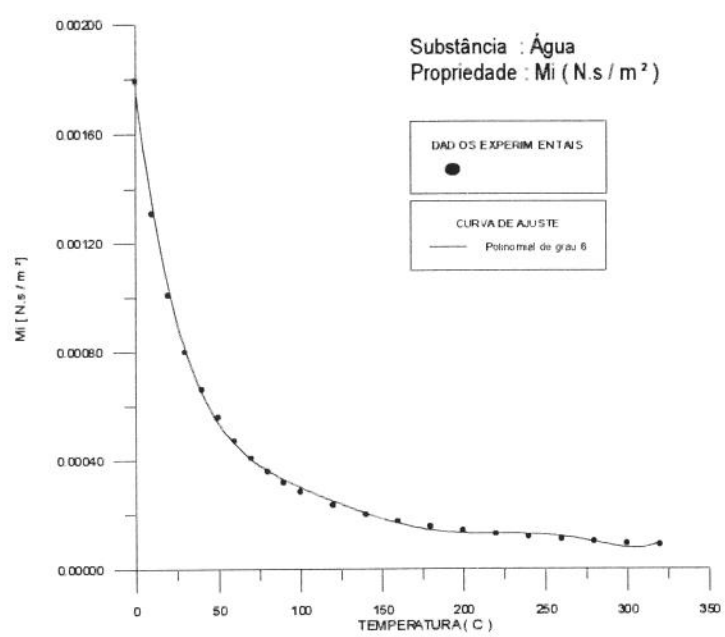


Figura 3 - Curva de Ajuste do μ

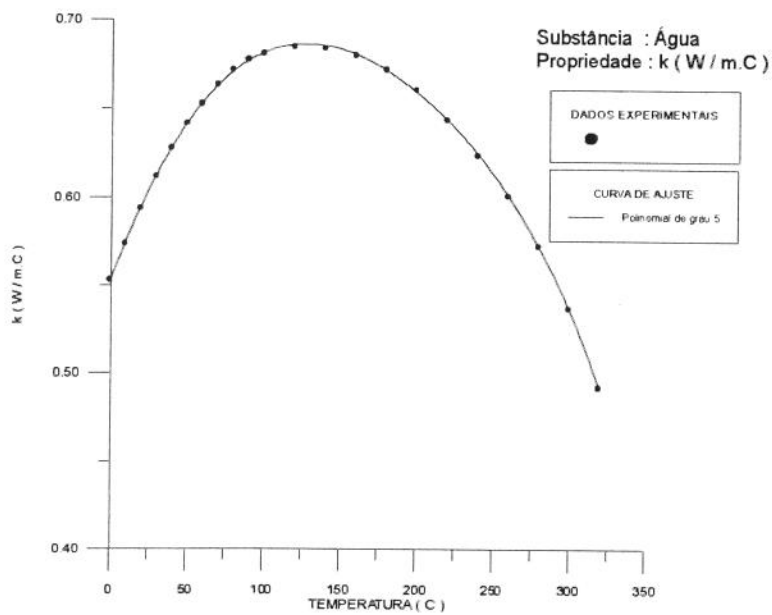


Figura 4 - - Curva de Ajuste do k

2.2.- Curvas de Ajuste para o Ar

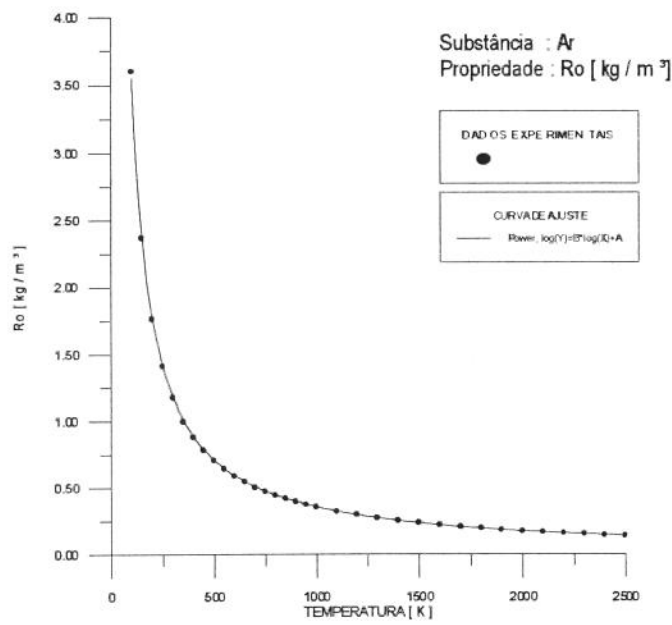


Figura 5 - Curva de Ajuste do ρ_o

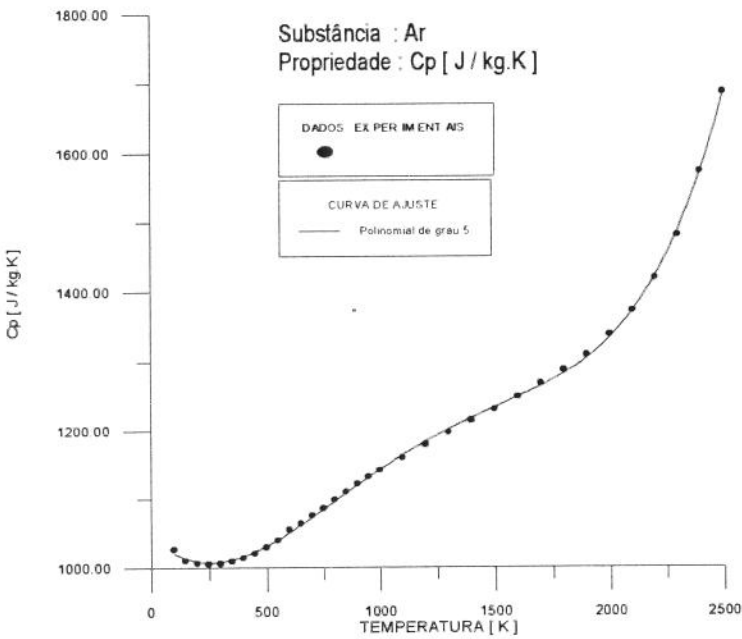


Figura 6 - Curva de Ajuste do Cp

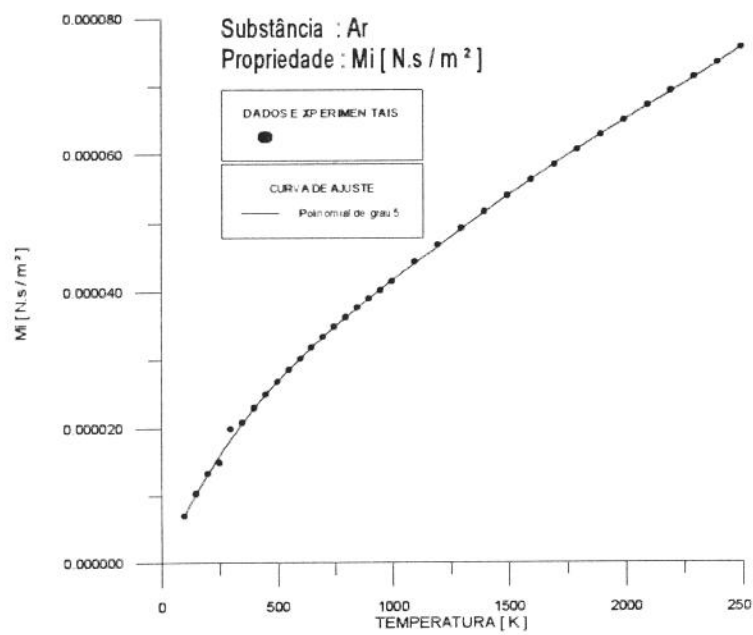


Figura 7 - Curva de Ajuste do μ

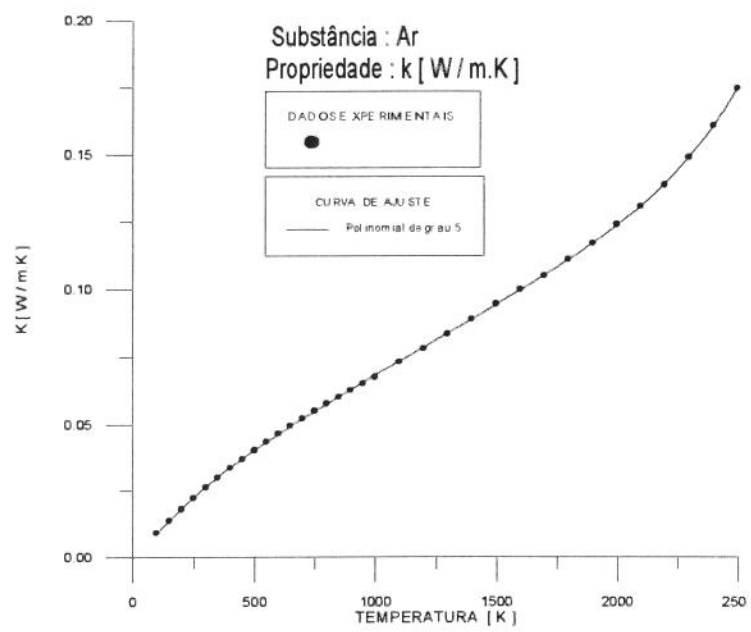


Figura 8 - Curva de Ajuste do k

3.- Equações Polinomiais das Propriedades dos Fluidos

3.1.- Equações Polinomiais para a Água

3.1.1.- Equação Polinomial do Ro (ρ)

Number of data points used = 22

Degree = 4

Number of data points used = 22

Average X = 135

Average Y = 905.786

X midpoint = 160

X scale factor = 0.0125

Sums of Squares of Residuals about Polynomial

Degree 0: 220429

Degree 1: 11577.7

Degree 2: 150.79

Degree 3: 87.9341

Degree 4: 1.72558

Coefficient of Determination (R-squared)

Degree 0: 0

Degree 1: 0.947477

Degree 2: 0.999316

Degree 3: 0.999601

Degree 4: 0.999992

Polynomial Coefficients

Degree 0: 1000.04

Degree 1: 0.0183874

Degree 2: -0.00594573

Degree 3: 1.92689E-005

Degree 4: -3.44405E-008

Equação Polinomial :

$$Ro(T) = 1000.04 + 0.0183874 \cdot T - 0.00594573 \cdot T^2 + 1.92689 \times 10^{-5} \cdot T^3 - 3.44405 \times 10^{-8} \cdot T^4$$

3.1.2.- Equação Polinomial para o Cp

Number of data points used = 22

Degree = 6

Number of data points used = 22

Average X = 135

Average Y = 4527.34

X midpoint = 160

X scale factor = 0.0125

Sums of Squares of Residuals about Polynomial

Degree 0: 7.19431E+006

Degree 1: 2.15406E+006

Degree 2: 409471

Degree 3: 101462

Degree 4: 18490.3

Degree 5: 4281.56

Degree 6: 80.1061

Coefficient of Determination (R-squared)

Degree 0: 0

Degree 1: 0.700589

Degree 2: 0.943084

Degree 3: 0.985897

Degree 4: 0.99743

Degree 5: 0.999405

Degree 6: 0.999989

Polynomial Coefficients

Degree 0: 4219.97

Degree 1: -3.50982

Degree 2: 0.101194

Degree 3: -0.00130616

Degree 4: 8.92635E-006

Degree 5: -2.87422E-008

Degree 6: 3.59765E-011

Equação polinomial

$$\text{Cp}(T) = 4219.97 - 3.50982 \cdot T + 0.101194 \cdot T^2 - 0.00130616 \cdot T^3 + 8.92635 \times 10^{-6} \cdot T^4 - 2.87422 \times 10^{-8} \cdot T^5 + 3.59765 \times 10^{-11} \cdot T^6$$

3.1.3.- Equação Polinomial do M_i (μ)

Number of data points used = 22

Degree = 6

Number of data points used = 22

Average X = 135

Average Y = 0.000431609

X midpoint = 160

X scale factor = 0.0125

Sums of Squares of Residuals about Polynomial

Degree 0: 4.16898E-006

Degree 1: 1.7305E-006

Degree 2: 6.15733E-007

Degree 3: 1.80388E-007

Degree 4: 5.35246E-008

Degree 5: 1.5296E-008

Degree 6: 4.40584E-009

Coefficient of Determination (R-squared)

Degree 0: 0

Degree 1: 0.584912

Degree 2: 0.852306

Degree 3: 0.956731

Degree 4: 0.987161

Degree 5: 0.996331

Degree 6: 0.998943

Polynomial Coefficients

Degree 0: 0.00176654

Degree 1: -4.9562E-005

Degree 2: 7.4626E-007

Degree 3: -6.18193E-009

Degree 4: 2.78694E-011

Degree 5: -6.38022E-014

Degree 6: 5.79211E-017

Equação Polinomial

$$M_i(T) = 0.00176654 - 4.9562 \times 10^{-5} * T + 7.4626 \times 10^{-7} * T^2 - 6.18193 \times 10^{-9} * T^3 \\ + 2.7869 \times 10^{-11} * T^4 - 6.38022 \times 10^{-14} * T^5 + 5.79211 \times 10^{-17} * T^6$$

3.1.4.- Equação Polinomial do k

Number of data points used = 22

Degree = 5

Number of data points used = 22

Average X = 135

Average Y = 0.627464

X midpoint = 160

X scale factor = 0.0125

Sums of Squares of Residuals about Polynomial

Degree 0: 0.0622504

Degree 1: 0.0564578

Degree 2: 0.000648743

Degree 3: 0.000250939

Degree 4: 2.68359E-005

Degree 5: 1.1961E-005

Coefficient of Determination (R-squared)

Degree 0: 0

Degree 1: 0.0930528

Degree 2: 0.989578

Degree 3: 0.995969

Degree 4: 0.999569

Degree 5: 0.999808

Polynomial Coefficients

Degree 0: 0.552127

Degree 1: 0.00235322

Degree 2: -1.14984E-005

Degree 3: 2.48194E-009

Degree 4: 8.28157E-011

Degree 5: -1.7449E-013

Equação Polinomial

$$k(T) = 0.552127 + 0.00235322 \cdot T - 1.14984 \times 10^{-5} \cdot T^2 + 2.48194 \times 10^{-9} \cdot T^3 + 8.28157 \times 10^{-11} \cdot T^4 - 1.7449 \times 10^{-13} \cdot T^5$$

3.2.- Equações polinomiais para a água Shaukatullah e Gebhart [38]

3.2.1.- Equação para o R_o (ρ)

$$R_o(T) = (999.8396 + 18.224944.T - 7.92221 \times 10^{-3}.T^2 - 5.544846 \times 10^{-5}.T^3 + 1.497562 \times 10^{-7}.T^4 - 3.932952 \times 10^{-10}.T^5) / (1 + 1.8159725 \times 10^{-2}.T)$$

Função Racional com sete parâmetros, com temperatura em °C, na faixa de 0 a 150 °C. A acuracidade estimada pelo autor, para esta correlação é na ordem de 20 ppm.

3.2.2.- Equação para o C_p

$$C_p(T) = 4.186 \times 10^3 \cdot (2.13974 - 9.68137 \times 10^{-3} \cdot T + 2.68536 \times 10^{-5} \cdot T^2 - 2.42139 \times 10^{-8} \cdot T^3)$$

Analizada para um conjunto de 20 pontos, com temperatura em °C, numa faixa de 0 a 137 °C. Onde $T(K) = 273.15 + t(^{\circ}C)$. Esta equação foi analisada com um desvio médio de 0.14 % e um máximo desvio de 1.83 %. Os autores também indicam que abaixo de 127 °C, os valores do calor específico obtidos estão na faixa de 1 %.

3.3.3.- Equação para o k

$$k = -0.92247 + 2.8395.(T / T_0) - 1.8007.(T / T_0)^2 + 0.52577.(T / T_0)^3 - 0.07344.(T / T_0)^4$$

Analizada numa faixa de temperatura de 0 a 350 °C, na pressão de saturação. Na faixa de temperatura de 0 a 300 °C os desvios (ou os erros) dos dados experimentais, são da ordem de ± 2 %. Na equação acima o $T_0 = 273.15$, e o $T(K) = 273.15 + t(^{\circ}C)$.

3.3.4.- Equação para o M_i (μ)

$$M_i(T) = 2.414 \times 10^{-5} \cdot (10^{247.8 / (t + 133.5)})$$

Analizada na faixa de temperatura de 0 a 300 °C na linha de saturação. Os desvios (ou erros), em relação aos dados experimentais são da ordem de ± 2.5 %. A temperatura t é em °C.

3.3.- Equação de Potência e Equações Polinomiais para o Ar

3.3.1.- Equação de Potência para o Ro (ρ)

Fit : Power, $\ln(Y)=B*\ln(X)+A$

Equation:

$$\ln(Y) = -1.00274 * \ln(X) + 5.88488$$

Alternate equation:

$$Y = \text{pow}(X, -1.00274) * 359.56$$

Number of data points used = 34

Average $\ln(X)$ = 6.72473

Average $\ln(Y)$ = -0.858279

Regression sum of squares = 23.6173

Residual sum of squares = 0.000736023

Coef of determination, R-squared = 0.999969

Residual mean square, sigma-hat-sq'd = 2.30007E-005

Equação de Potência

$$Ro(T) = (T)^{-1.00274} * 359.56$$

3.3.2.- Equação Polinomial para o Cp

Number of data points used = 34

Degree = 5

Number of data points used = 34

Average X = 1101.47

Average Y = 1176.81

X midpoint = 1300

X scale factor = 0.00166667

Degree 0: 1.00401E+006

Degree 1: 75292.9

Degree 2: 28743.3

Degree 3: 17171.6

Degree 4: 397.666

Degree 5: 375.136

Coefficient of Determination (R-squared)

Degree 0: 0

Degree 1: 0.925007

Degree 2: 0.971371

Degree 3: 0.982897

Degree 4: 0.999604

Degree 5: 0.999626

Polynomial Coefficients

Degree 0: 1044.97

Degree 1: -0.329211

Degree 2: 0.000823051

Degree 3: -4.85017E-007

Degree 4: 8.08481E-011

Degree 5: 7.55517E-015

Equação Polinomial

$$C_p(T) = 1044.97 - 0.329211 \cdot T + 0.000823051 \cdot T^2 - 4.85017 \times 10^{-7} \cdot T^3 + 8.08481 \times 10^{-11} \cdot T^4 + 7.55517 \times 10^{-15} \cdot T^5$$

3.3.3.- Equação Polinomial para o M_i (μ)

Number of data points used = 34

Degree = 5

Number of data points used = 34

Average X = 1101.47

Average Y = 4.17755E-005

X midpoint = 1300

X scale factor = 0.00166667

Sums of Squares of Residuals about Polynomial

Degree 0: 1.27367E-008

Degree 1: 2.52385E-010

Degree 2: 4.97042E-011

Degree 3: 1.2054E-011

Degree 4: 5.20816E-012

Degree 5: 3.31573E-012

Coefficient of Determination (R-squared)

Degree 0: 0

Degree 1: 0.980184

Degree 2: 0.996098

Degree 3: 0.999054

Degree 4: 0.999591

Degree 5: 0.99974

Polynomial Coefficients

Degree 0: -3.79606E-007

Degree 1: 8.07876E-008

Degree 2: -7.36976E-011

Degree 3: 4.94077E-014

Degree 4: -1.66654E-017

Degree 5: 2.18961E-021

Equação Polinomial para o M_i

$$M_i(T) = -3.79606 \times 10^{-7} + 8.07876 \times 10^{-8} \cdot T - 7.36976 \times 10^{-11} \cdot T^2 + 4.94077 \times 10^{-14} \cdot T^3 - 1.66654 \times 10^{-17} \cdot T^4 + 2.18961 \times 10^{-21} \cdot T^5$$

3.3.4.- Equação Polinomial para o k

Fit : Polynomial

Number of data points used = 34

Degree = 5

Number of data points used = 34

Average X = 1101.47

Average Y = 0.0741839

X midpoint = 1300

X scale factor = 0.00166667

Sums of Squares of Residuals about Polynomial

Degree 0: 0.064749

Degree 1: 0.000598692

Degree 2: 0.000497892

Degree 3: 2.53439E-005

Degree 4: 1.71771E-005

Degree 5: 2.28269E-006

Coefficient of Determination (R-squared)

Degree 0: 0

Degree 1: 0.990754

Degree 2: 0.99231

Degree 3: 0.999609

Degree 4: 0.999735

Degree 5: 0.999965

Polynomial Coefficients

Degree 0: -0.00255184

Degree 1: 0.000123362

Degree 2: -1.11515E-007

Degree 3: 8.92557E-011

Degree 4: -3.65699E-014

Degree 5: 6.14284E-018

Equação Polinomial

$$k(T) = -0.00255184 + 0.000123362 \cdot T - 1.11515 \times 10^{-7} \cdot T^2 + 8.92557 \times 10^{-11} \cdot T^3 \\ - 3.65699 \times 10^{-14} \cdot T^4 + 6.14284 \times 10^{-18} \cdot T^5$$

4.- Teste das Equações Polinomiais das Propriedades (cálculo das propriedades)

4.1.- Teste das Equações Polinomiais para a água

Usando o programa PROP.FOR temos os seguintes resultados comparados com os dados experimentais, para todas as propriedades.

T, °C	ρ , kg/m ³		Cp, J/kg.°C		μ , N.s / m ²		k, W/m.°C	
	Dados	PROP	Dados	PROP	Dados	PROP	Dados	PROP
0	999,9	1000,04	4219,0	4219,97	0,001793	0,001766	0,5553	0,5552
50	988,1	988,28	4182,0	4181,57	0,000055	0,000536	0,6449	0,6449
100	958,4	958,24	4215,3	4216,02	0,000284	0,000297	0,6813	0,6845
200	864,7	846,93	4499,9	4504,12	0,000139	0,000129	0,6610	0,6624
320	667,0	667,35	6446,4	6447,03	0,000086	0,000089	0,4920	0,4950

Os Erros Médios Porcentuais do cálculo das propriedades, em toda faixa de temperatura :

- para o ρ (T) é da ordem de 0,023 %
- para o Cp (T) é da ordem de 0,031 %
- para o μ (T) é da ordem de 2,14 %
- para o k (T) é da ordem de 0,43 %

4.2.- Teste das Equações Polinomiais para o Ar

Usando o programa PROP.FOR temos os seguintes resultados comparados com os dados experimentais, para todas as propriedades.

T, K	ρ , kg/m ³		Cp, J/kg.K		μ , N.s / m ²		k, W/m.K	
	Dados	PROP	Dados	PROP	Dados	PROP	Dados	PROP
100	3,6010	3,5505	1026,6	1019,8	$0,69 \cdot 10^{-6}$	$0,70 \cdot 10^{-6}$	$9,24 \cdot 10^{-3}$	$8,72 \cdot 10^{-3}$
500	0,7048	0,7069	1029,5	1030,7	$2,67 \cdot 10^{-5}$	$2,67 \cdot 10^{-5}$	$4,04 \cdot 10^{-2}$	$4,01 \cdot 10^{-2}$
1000	0,3524	0,3528	1141,7	1141,2	$4,15 \cdot 10^{-5}$	$4,16 \cdot 10^{-5}$	$6,75 \cdot 10^{-2}$	$6,77 \cdot 10^{-2}$
2000	0,1762	0,1761	1338,0	1333,8	$6,50 \cdot 10^{-5}$	$6,50 \cdot 10^{-5}$	$1,24 \cdot 10^{-1}$	$1,22 \cdot 10^{-1}$
2500	0,1394	0,1407	1688,0	1683,3	$7,57 \cdot 10^{-5}$	$7,58 \cdot 10^{-5}$	$1,75 \cdot 10^{-1}$	$1,74 \cdot 10^{-1}$

Os Erros Médios Porcentuais do cálculo das propriedades, em toda faixa de temperatura :

- para o ρ (T) é da ordem de 1,63 %
- para o k (T) é da ordem de 0,46 %
- para o μ (T) é da ordem de 0,93 %
- para o Cp (T) é da ordem de 2,24 %

Apêndice C - Programas Computacionais

1.1 Programa do algoritmo de diferenças finitas para propriedades variáveis : ADF2.FOR

```

C*****
C  ORIENTADOR : PROF. JOSE RICARDO FIGUEIREDO
C  ORIENTADO  : MARCIO ELIEL DE OLIVEIRA ALEXANDRE
C*****
C  PROGRAMA   : ADF2.FOR
C*****
C  PROGRAMA DO ALGORITMO DE DIFERENCAS FINITAS, APLICADO A PROBLEMAS
C  DE CONVECCAO NATURAL EXTERNA PARA CALCULO DOS PERFIS DE VELOCIDA-
C  DE (U,V) E TEMPERATURA (T), PARA PROBLEMAS DE CAMADA LIMITE, ORI-
C  UNDAS DA INTERACAO ENTRE UMA PLACA PLANA VERTICAL E UM FLUIDO NA
C  PRESSAO ATMOSFERICA, COM PROPRIEDADES VARIAVEIS.
C  PROBLEMA APLICADO AOS DOIS CASOS :
C
C  A) PLACA COM TEMPERATURA  CONSTANTE (PTC) : IESP=(1)
C  B) PLACA COM FLUXO DE CALOR CONSTANTE (PFC) : IESP=(2)
C
C  METODO DE RESOLUCAO : COLUNA A COLUNA (TDMA)
C                      IMPLICITO NO TEMPO
C                      PSEUDO TRANSIENTE
C*****
C  PROGRAMA PRINCIPAL
C  PROGRAM ADF2.FOR
C  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C  CALL ENTRADA
C  CALL PERFIL
C  CALL SAIDA
C  STOP
C  END
C*****
C  SUBPROGRAMA ENTRADA : DADOS E CONDICOES DO PROBLEMA
C  -----
C  SUBROUTINE ENTRADA
C*****
C  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C  COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
C  COMMON/LINEAR/UA,VA
C  COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
C  COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
C  COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
C  !      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
C  COMMON/GRUAD/GAT,GAM
C  COMMON/DERIV/DKY,DMIY
C  COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
C  COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
C  COMMON/CONST/TP,TI,TR,TPI,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF

```

```

COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C -----
CALL ENTRA
CALL DOMINIO
CALL PROPR
CALL CONDIC
C -----
RETURN
END
C*****
C  SUBPROGRAMA PERFIL : PERFIL DE TEMPERATURA E DE VELOCIDADE
C -----
SUBROUTINE PERFIL
C*****
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
COMMON/LINEAR/UA,VA
COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C -----
DO I=1,M
CALL PARTIDA
DO K=2,L+1
CALL TETA
CALL VELU
CALL VELV
ENDDO
ENDDO
C -----
RETURN
END
C*****
C  SUBPROGRAMA SAIDA : RESULTADOS DO PROGRAMA
C -----
SUBROUTINE SAIDA

```



```

C*****
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
  COMMON/LINEAR/UA,VA
  COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
  COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
  COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
  COMMON/GRUAD/GAT,GAM
  COMMON/DERIV/DKY,DMIY
  COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
  COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
  COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
  COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
  COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
  COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
  COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C -----
  CALL RESIDMAS
C -----
  RETURN
  END
C*****
C  SUBPROGRAMA ENTRA : ENTRADA DE DADOS DO PROBLEMA
C -----
  SUBROUTINE ENTRA
C *****
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
  COMMON/LINEAR/UA,VA
  COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
  COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
  COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
  COMMON/GRUAD/GAT,GAM
  COMMON/DERIV/DKY,DMIY
  COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
  COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
  COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
  COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
  COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
  COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
  COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C *****
C  PARAMETROS USADOS NO PROGRAMA
C
C  I      - DOMINIO DO ESPACO NA DIRECAO X
C  J      - DOMINIO DO ESPACO NA DIRECAO Y
C  K      - DOMINIO NO TEMPO DE RELAXACAO

```

C M - NUMERO DE PARTES EM X
 C N - NUMERO DE PARTES EM Y
 C L - NUMERO DE PARTES EM t
 C XMAX - VALOR MAXIMO DE X ONDE ALEM DELE COMECA O REGIME TURBULENTO
 C YMAX - VALOR MAXIMO DE Y, ONDE AS EQUACOES DA CAMADA LIMITE LAMI -
 C NAR SAO VALIDAS
 C TAUMAX - VALOR MAXIMO PARA O TEMPO DE RELAXACAO
 C DX - DISTANCIA ENTRE OS PONTOS NA DIRECAO X : $(DX=XMAX/M)$
 C DY - DISTANCIA ENTRE OS PONTOS NA DIRECAO Y : $(DY=YMAX/N)$
 C DT - INCREMENTO NO TEMPO DA RELAXACAO $(DT=TAUMAX/L)$
 C
 C U - VELOCIDADE NA DIRACAO X
 C V - VELOCIDADE NA DIRECAO Y
 C T - TEMPERATURA
 C TI - TEMPERATURA DO FLUIDO (INFINITO)
 C TP - TEMPERATURA DA PAREDE
 C TT - TEMPERATURA ADIMENSIONAL : $(TT=(T-TI)/(TP-TI))$
 C TR - TEMPERATURA DE REFERENCIA
 C PH - PERFIL CALCULADO NA TDMA
 C A,B,C,F- COEFICIENTES DA MATRIZ TRIDIAGONAL
 C
 C FPR - FATOR OU FUNCAO DO NUMERO DE PRANDTL
 C SGTT - TEMP. TETA - FATOR DE SPARROW E GREGG
 C QP - FLUXO DE CÁLOR NA PLACA
 C SGNU - EXPRESSAO PARA A COMPARACAO DO NUMERO DE NUSSELT []
 C SGCF - EXPRESSAO PARA A COMPARACAO DO COEFICIENTE DE FRICCAO []
 C
 C PR - NUMERO DE PRANDTL $(PR=(MI*CP)/K)$
 C NU - NUMERO DE NUSSELT $(NU=(H*X)/K)$
 C
 C CMI - VISCOSIDADE DINAMICA DO FLUIDO
 C RO - DENSIDADE DO FLUIDO
 C CP - CALOR ESPECIFICO DO FLUIDO
 C CK - CONDUTIVIDADE TERMICA DO FLUIDO
 C BETA - COEFICIENTE DE EXPANSAO TERMICA DO FLUIDO
 C H - COEFICIENTE DE PELICULA, TRANSMISSAO DE CALOR (CONVECCAO)
 C
 C IESP - SELECAO DO PROGRAMA : PTC-(1) OU PFC-(2)
 C IESF - SELECAO DO FLUIDO DE TRABALHO : (1) A (5)
 C ILIN - INDICADOR DO CALCULO DO UA E VA DA RELAXACAO
 C ITER - ITERACAO
 C A - CODIGO DO FLUIDO : AGUA
 C R - CODIGO DO FLUIDO : AR
 C F - CODIGO DO FLUIDO : FREON12
 C
 C TEMPO - TEMPO DE RELAXACAO
 C TCONV - TEMPO DE CONVERGENCIA
 C FCTP - FATOR DE CORRECAO DA TEMPERATURA
 C ERNU - ERRO PORCENTUAL DOS NUSSELT EXATO E NUMERICO
 C ERCO - ERRO PORCENTUAL DOS COEFIENTES DE FRICCAO
 C RESU - RESIDUO DA EQUACAO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

```

C  REST  - RESIDUO DA EQUACAO DA ENERGIA
C  RESM  - RESIDUO MASSICO MAXIMO
C  -----
C  APRESENTACAO DO PROGRAMA
WRITE(*,*)
WRITE(*,*)' CONVECCAO NATURAL EM PLACA PLANA VERTICAL
!          COM PROPRIEDADES VARIAVEIS'
WRITE(*,*)
WRITE(*,*)' PROGRAMA V31.FOR'
WRITE(*,*)
C
C  ESCOLHA DO PROBLEMA
WRITE(*,*)' ESCOLHA DO PROBLEMA : IESP = 1 (PTC)'
WRITE(*,*)'          IESP = 2 (PFC)'
WRITE(*,*)
READ(*,*)IESP
WRITE(*,*)' IESP =' ,IESP
WRITE(*,*)
WRITE(*,*)' ESCOLHA DA MODIFICACAO : IEM = 1 (SEM MODIF.)'
WRITE(*,*)'          IEM = 2 (COM MODIF.)'
READ(*,*)IEM
WRITE(*,*)' IEM =' ,IEM
WRITE(*,*)
C
C  ESCOLHA DO FLUIDO DE TRABALHO:
C  AGUA=(1) ; AR=(2) ; OLEO LUB.=(3) ; AMONIA=(4) ; FREON12=(5)
C  IDENTIFICACAO DOS FLUIDOS :
C  AGUA=(G) : AR=(R) : OLEOLUB.=(O) : AMONIA=(A) : FREON12=(F)
C
WRITE(*,*)' ESCOLHA DO FLUIDO DE TRABALHO : IESF = 1 (AGUA)'
WRITE(*,*)'          IESF = 2 (AR)'
WRITE(*,*)
READ(*,*)IESF
WRITE(*,11)IESF
11 FORMAT(2X,/, ' FLUIDO =' ,12)
WRITE(*,*)
C
C  PARAMETROS DO PROBLEMA
C
C  WRITE(*,*)' PARAMETROS DO PROBLEMA'
C  WRITE(*,*)' TP='
C  READ(*,*)TP
C  WRITE(*,*)' TI='
C  READ(*,*)TI
C  WRITE(*,*)' PR='
C  READ(*,*)PR
C
C  IF(IESP.EQ.1) THEN
C
C  CASO : PTC
C  WRITE(*,*)' FPR='

```

```

C  READ(*,*)FPR
C  WRITE(*,*)' SGNU='
C  READ(*,*)SGNU
C  WRITE(*,*)' SGCF='
C  READ(*,*)SGCF
C
C  ELSE
C
C  CASO : PFC
C  WRITE(*,*)' SGTT='
C  READ(*,*)TTSG
C  WRITE(*,*)' QP='
C  READ(*,*)QP
C
C  DADOS PARA TESTE DO ALGORITMO
C  DADOS DO PROBLEMA
TP = 100
TI = 20
PR = 10
FPR = 1.1694
QP = 20
SGTT=-0.76746
SGNU=-0.899205
SGCF= 0.389175
C
C  INDICE DE INVERSAO DO FENOMENO TERMO-FISICO : INVX
C  TEMPERATURA DA PLACA : MAIOR DO QUE A DO FLUIDO : INVX= 1
C  MENOR DO QUE A DO FLUIDO : INVX=-1
C
C  INVX=1
C  IF((IESP.EQ.1).AND.(TP.LT.TI)) THEN
C    INVX=-1
C  ENDIF
C  IF((IESP.EQ.2).AND.(QP.LE.0)) THEN
C    INVX=-1
C  ENDIF
C  QP=ABS(QP)
C
C  WRITE(*,*)'RESULTADOS DO PROGRAMA *****'
C  WRITE(*,*)
C  -----
C  RETURN
C  END
C*****
C  SUBPROGRAMA DOMINIO : GRID DO PROBLEMA E DERIVADAS
C  -----
C  SUBROUTINE DOMINIO
C  *****
C  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C  COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
C  COMMON/LINEAR/UA,VA

```

```

COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C *****
C DADOS DO DOMINIO DO PROBLEMA
C
C WRITE(*,*)' DADOS DO DOMINIO'
C WRITE(*,*)' M='
C READ(*,*)M
C WRITE(*,*)' N='
C READ(*,*)N
C WRITE(*,*)' L='
C READ(*,*)L
C
C LIMITES DO DOMINIO
C
C WRITE(*,*)' LIMITES DO DOMINIO'
C WRITE(*,*)' XMAX='
C READ(*,*)XMAX
C WRITE(*,*)' YMAX='
C READ(*,*)YMAX
C WRITE(*,*)' TAUMAX='
C READ(*,*)TAUMAX
C
C GRID DO DOMINIO
C
C WRITE(*,*)' GRID DO DOMINIO'
C DX=XMAX/M
C DY=YMAX/N
C DT=TAUMAX/L
C WRITE(*,*)' DX=',DX
C WRITE(*,*)' DY=',DY
C WRITE(*,*)' DT=',DT
C
C DADOS PARA TESTE DO ALGORITMO
C DADOS DO GRID DO PROBLEMA
M   = 100
N   = 100
L   = 20
XMAX = 100

```

```

YMAX = 20
TAUMAX= 300
C
C  DEFINICAO DO GRID
DY=YMAX/N
DX=XMAX/M
DT=TAUMAX/L
C
C  NOMENCLATURA DAS DERIVADAS
DXY =DX/DY
DYX =DY/DX
DXY2=DX/(DY*DY)
DXT =DX/DT
C
C  DKY =DK/DY
C  DMIY=DMI/DY
C  -----
RETURN
END
C*****
C  SUBPROGRAMA PROPR : CALCULO DA PROPRIEDADES DA AGUA PELA TEMPERA -
C                      TURA DO FLUIDO E DA PLACA
C  -----
C  SUBROUTINE PROPR
C  *****
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
COMMON/LINEAR/UA,VA
COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C  *****
C  CALCULO DAS PROPRIEDADES DO FLUIDO PELAS TEMPERATURAS DADAS: TI,TP
C
C  FLUIDO : AGUA:(1)
C  CONSTANTES DAS EXPRESSOES PARA O CALCULO DAS PROPRIEDADES DO FLUI-
C  DO AGUA (VER NHT VOL.2 ,PP 215-232) MI,RO,CP,K PARA H2O
C  IF(IESF.EQ.1) THEN
C
C  CONSTANTES PARA O CALCULO DE RO

```

```

G0RO= 999.8396
G1RO= 18.224944
G2RO=-7.92221E-3
G3RO=-5.544846E-5
G4RO= 1.497562E-7
G5RO=-3.932952E-10
G6RO= 1.8159725E-2
C
C  CONSTANTES PARA O CALCULO DE K
G0K=-0.92247
G1K= 2.8395
G2K=-1.8007
G3K= 0.52577
G4K=-0.07344
C
C  CONSTANTES PARA O CALCULO DE CP
G0CP= 4.1868E+3
G1CP= 2.13974
G2CP=-9.68137E-3
G3CP= 2.68536E-5
G4CP=-2.42139E-8
C
C  CONSTANTES PARA O CALCULO DE MI
G0MI= 2.414E-5
G1MI= 247.8
G2MI= 133.5
C
C  -----
C  CALCULO DAS PROPRIEDADES NA TEMPERATURA DE REFERENCIA : TI
C  -----
C  CALCULO DE MI
TIMI=G0MI*10.0**(G1MI/(TI+G2MI))
C
C  -----
C  CALCULO DO RO
TIRO=(G0RO+G1RO*TI+G2RO*TI*TI+G3RO*TI*TI*TI+G4RO*TI*TI*TI*TI
!      +G5RO*TI*TI*TI*TI*TI)/(1.0+G6RO*TI)
C  DEFININDO RO NA COLUNA 1 -->> ROINF=TNRO/TNRO
DO JR=2,N+1
  RO(1,JR)=1.0
ENDDO
C
C  -----
C  CALCULO DE CP
TI=TI+273.15
TICP=G0CP*(G1CP+G2CP*TI+G3CP*TI*TI+G4CP*TI*TI*TI)
C
C  -----
C  CALCULO DE K
TI=TI/273.15
TIK=G0K+G1K*TI+G2K*TI*TI+G3K*TI*TI*TI+G4K*TI*TI*TI*TI
C
C  -----
C  CALCULO DO NUMERO DE PRANDLT
PR=(TIMI*TICP)/TIK
C  -----

```

```

C   RETORNANDO A TI PRIMITIVA
TI=TI*273.15-273.15
C   -----
C   BETA PODE SER NEGATIVO (H2O-0 A 4 GRAUS)
C   OBSERVE QUE A EXPRESSAO NAO ACEITA TI=ZERO
C   CALCULO DE BETA
XT(1)=0.99*TI
XT(2)=0.98*TI
DO J=1,2
  XT(J)=(G0RO+G1RO*XT(J)+G2RO*XT(J)*XT(J)+G3RO*XT(J)*XT(J)*XT(J)
!    +G4RO*XT(J)*XT(J)*XT(J)*XT(J)+G5RO*XT(J)*XT(J)*XT(J)
!    *XT(J)*XT(J))/(1.0+G6RO*XT(J))
ENDDO
BETA=(-(3.0*TIRO-4.0*XT(1)+XT(2))/(2.0*(0.01*TI)*TIRO)
C   -----
C   CALCULO DAS PROPRIEDADES NA TEMPERATURA DA PLACA : TP CASO : PTC
IF(IESP.EQ.1) THEN
C   -----
C   CALCULO DE RO
TPRO=(G0RO+G1RO*TP+G2RO*TP*TP+G3RO*TP*TP*TP+G4RO*TP*TP*TP*TP
!    +G5RO*TP*TP*TP*TP*TP)/(1+G6RO*TP)
CRO=TPRO/TIRO
C   DEFININDO RO
DO IR=1,M+1
  RO(IR,1)=CRO
ENDDO
C   -----
C   CALCULO DE CFMI NA PLACA PARA COMPARAR COEFICIENTE DE FRICCAO
TPMI=G0MI*10.0**((G1MI/(TP+G2MI))
CFMI=TPMI/TIMI
CMI(3)=CFMI
C   -----
C   CALCULO DE K (ADIMENSIONAL) NA PLACA XKNU=KP/KI
C   USAR O XKNU NO CALCULO DO NUMERO DO NUSSELT NUMERICO
TP=(TP+273.15)/273.15
TPK=(G0K+G1K*TP+G2K*TP*TP+G3K*TP*TP*TP+G4K*TP*TP*TP*TP)
XKNU=TPK/TIK
CK(1)=XKNU
C   RETORNO A TEMPERATURA PRIMITIVA : TP
TP=TP*273.15-273.15
C   -----
ENDIF
C   -----
C   CALCULO DO GRUPAMENTO ADIMENSIONAL PARA TEMPERATURA : GAT - PFC
XNUM=(TIMI*TIMI)*(QP*QP*QP)
DEN=9.807*(TIRO*TIRO)*ABS(BETA)*(TIK*TIK*TIK)
GAT=((XNUM/DEN)**0.25)*INVX
C   -----
C   DEFININDO TERMO ADIMENSIONAL DA EQ. DO MOMENTUM : GAM - PFC
GAM=ABS(CRO/(1-CRO))
IF(IESP.EQ.2) THEN

```



```

XNUM=9.807*(TIK*TIK*TIK)*(TIRO*TIRO)
DEN=(TIMI*TIMI*TIMI)*ABS(BETA*BETA*BETA)*ABS(QP*QP*QP)
GAM=(XNUM/DEN)**0.25
ENDIF
ENDIF
C -----
RETURN
END
C *****
C SUBPROGRAMA CONDIC : CONDICAOES INICIAIS E DE CONTORNO
C -----
SUBROUTINE CONDIC
C *****
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
COMMON/LINEAR/UA,VA
COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
! TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
! G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C *****
C CONDICAOES INICIAIS
C
DO I=1,M
DO J=2,N+1
U(I+1,J)=0.0
V(I+1,J)=0.0
TT(I+1,J)=0.0
ENDDO
ENDDO
C -----
C CONDICAO DE CONTORNO PARA "TEMPO" DIFERENTE DE ZERO
C
DO I=1,M+1
U(I,1)=0.0
V(I,1)=0.0
IF(IESP.EQ.2) THEN
TT(I,1)=1.0
ENDIF
ENDDO
C

```

```

DO J=1,N+1
  V(1,J)=0.0
ENDDO
C
DO J=2,N+1
  U(1,J) =0.0
  TT(1,J)=0.0
ENDDO
C
IF(IESP.EQ.2) THEN
  CK(1)=1.0
ENDIF
C -----
RETURN
END
C *****
C SUBPROGRAMA PARTIDA : PERFIS DE PARTIDA DO PROBLEMA
C -----
SUBROUTINE PARTIDA
C *****
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
COMMON/LINEAR/UA,VA
COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C *****
C INDICADOR DA LINEARIZACAO: CALCULO DOS UA'S E VA'S
C ILIN=0
C DADOS PARA O CALCULO DO CRITERIO DE CONVERGENCIA
C TTV =0.0
C UV =0.0
C TCONV=0.0
C EPS =1.E-8
C -----
C PERFIL DE PARTIDA PARA A LINHA I+1
C
IF(I.EQ.1) THEN
  DO J=2,N+1
C PERFIS

```

```

      U(I+1,J)=0.0
      V(I+1,J)=0.0
      TT(I+1,J)=0.0
C  PROPRIEDADES
      CK(J) =1.0
      RO(I+1,J)=1.0
      CP(J) =1.0
      CMI(J) =1.0
      ENDDO
C  DERIVADAS
      DKY=0.0
      DMIY=0.0
      ENDIF
C  -----
      RETURN
      END
C*****
C  SUBPROGRAMA TETA : CALCULO DO PERFIL DE TEMPERATURA
C  -----
      SUBROUTINE TETA
C  *****
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
      COMMON/LINEAR/UA,VA
      COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
      COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
      COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
      COMMON/GRUAD/GAT,GAM
      COMMON/DERIV/DKY,DMIY
      COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
      COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
      COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
      COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
      COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
      COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
      COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C  *****
C  CALCULO DO PERFIL DE TEMPERATURA : TT
      CALL TEMPOC
      CALL COEFT
      CALL TDMA
      CALL PROPTT
      CALL CRICONT
      CALL COMPANU
      CALL CALTP
C  -----
      RETURN
      END
C*****

```

```

C  SUBPROGRAMA VELU : CALCULO DO PERFIL DE VELOCIDADE U
C  -----
C  SUBROUTINE VELU
C  *****
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
COMMON/LINEAR/UA,VA
COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C  *****
C  CALCULO DO PERFIL DE VELOCIDADE : U
CALL COEFU
CALL TDMA
CALL RENU
CALL CRICONU
CALL COMPACF
C  -----
RETURN
END
C*****
C  SUBPROGRAMA TEMPOC : CALCULO DO TEMPO DE CALCULO E ITERACAO
C  -----
C  SUBROUTINE TEMPOC
C  *****
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
COMMON/LINEAR/UA,VA
COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS

```

```

COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C *****
C TEMPO DE CALCULO DO PROCESSO ITERATIVO
  TEMPO=DT*(K-1)
C WRITE(*,12)I,TEMPO
12 FORMAT(1X,'I=',I4,/,1X,'TEMPO=',F15.9)
C ITERACAO
  ITER=K-1
C WRITE(*,*) 'ITERACAO=',ITER
C WRITE(*,*)
C -----
  RETURN
  END
C*****
C SUBPROGRAMA COEFT : CALCULO DOS COEFICIENTES DA MATRIZ TERMICA
C -----
SUBROUTINE COEFT
C *****
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
COMMON/LINEAR/UA,VA
COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C *****
C CALCULO DOS COEFICIENTES DA MATRIZ TERMICA PARA CADA COLUNA J
  DO J=2,N+1
C
C CALCULO DE UA E VA PARA A LINEARIZACAO DA EQUACAO DA QUANTIDADE DE
C MOVIMENTO
C
  IF(ILIN.EQ.1) THEN
    UA=U(I+1,J)
    VA=V(I+1,J)
  ENDIF
  IF((ILIN.EQ.0).AND.(I.GT.1)) THEN
    UA=U(I,J)
    VA=V(I,J)
    TT(I+1,J)=TT(I,J)

```

```

      RO(I+1,J)=RO(I,J)
    ENDIF
    IF((ILIN.EQ.0).AND.(I.EQ.1)) THEN
      UA=0.0
      VA=0.0
    ENDIF
C -----
C  CALCULO DA DERIVADA : DKY=DK/DY
    IF(J.LE.3) THEN
      DKY=(-3.0*CK(J)+4.0*CK(J+1)-CK(J+2))/(2.0*DY)
    ELSE
      DKY=( 3.0*CK(J)-4.0*CK(J-1)+CK(J-2))/(2.0*DY)
    ENDIF
C -----
C  COEFICIENTES DA MATRIZ TERMICA : A,B,C E D
C
      A(J-1)=-DXY*VA*0.5-(DXY2*CK(J))/(RO(I+1,J)*CP(J)*PR)+(0.5*DXY
!      *DKY)/(PR*RO(I+1,J)*CP(J))
      C(J-1)= DXY*VA*0.5-(DXY2*CK(J))/(RO(I+1,J)*CP(J)*PR)-(0.5*DXY
!      *DKY)/(RO(I+1,J)*CP(J)*PR)
C
      IF(I.EQ.1) THEN
        B(J-1)= UA+(2.0*DXY2*CK(J))/(RO(I+1,J)*CP(J)*PR)+(DXT)
      ELSE
        B(J-1)= 1.5*UA+(2.0*DXY2*CK(J))/(RO(I+1,J)*CP(J)*PR)+(DXT)
      ENDIF
C
      IF(I.EQ.1) THEN
        D(J-1)=(DXT)*TT(I+1,J)
      ELSE
        D(J-1)=0.5*UA*(4.0*TT(I,J)-TT(I-1,J))+(DXT)*TT(I+1,J)
      ENDIF
C
      IF((IESP.EQ.1).AND.(J.EQ.2)) THEN
        D(J-1)=D(J-1)-A(J-1)
      ENDIF
C  CASO DE PLACA COM FLUXO DE CALOR CONSTANTE
      IF((IESP.EQ.2).AND.(J.EQ.2)) THEN
        B(1)=B(1)+(4.0/3.0)*A(1)
        C(1)=C(1)-A(1)/3.0
        D(1)=D(1)-(2.0/3.0)*A(1)*DY/CK(1)
      ENDIF
C
      ENDDO
C -----
      RETURN
      END
C*****
C  SUBPROGRAMA TDMA : ALGORITMO DE THOMAS PARA RESOLUCAO DE MATRIZ
C                      TRIDIAGONAL
C -----

```

```

SUBROUTINE TDMA
C *****
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
COMMON/LINEAR/UA,VA
COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C *****
DO IJ=2,N
DIV=A(IJ)/B(IJ-1)
B(IJ)=B(IJ)-C(IJ-1)*DIV
D(IJ)=D(IJ)-D(IJ-1)*DIV
ENDDO
PH(N)=D(N)/B(N)
DO KK=1,N-1
JR=N-KK
PH(JR)=(D(JR)-C(JR)*PH(JR+1))/B(JR)
ENDDO
C -----
RETURN
END
C *****
C SUBPROGRAMA PROPTT : CALCULO DAS PROPRIEDADES DA AGUA PELA TEMPERA
C                      TURA TT CALCULADA
C -----
SUBROUTINE PROPTT
C *****
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
COMMON/LINEAR/UA,VA
COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF

```

```

COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C      *****
C      RENOMEAR VALOR SAIDO DA TDMA
DO J=2,N+1
  TT(I+1,J)=PH(J-1)
C
C      PERFIL DE TEMPERATURA
IF(TEMPO.EQ.300)THEN
  WRITE(*,2182)I,J,TT(I+1,J)
C    WRITE(*,2182)I,TT(I+1,1)
2182  FORMAT(10X,'TT(',I3,'+1',',',I3,')=',F15.7)
C 2182  FORMAT(10X,'TT(',I4,'+1,1)=',F15.7)
  ENDIF
C
C      -----
C      CALCULO DAS PROPRIEDADES DEPENDENTES DE TT(I+1,J) : TA
C      -----
C      FLUIDO : AGUA
IF(IESF.EQ.1) THEN
C
C      CALCULO DE RO
C      MUDANCA DE VARIABEL
IF(IESP.EQ.1) THEN
  TPI=TP-TI
ELSE
  TPI=GAT
ENDIF
TT(I+1,J)=TT(I+1,J)*(TPI)+TI
TA=TT(I+1,J)
C
TRO=(G0RO+G1RO*TA+G2RO*TA*TA+G3RO*TA*TA*TA+G4RO*TA*TA*TA
!  *TA+G5RO*TA*TA*TA*TA)/(1.0+G6RO*TA)
CCRO=TRO/TIRO
RO(I+1,J)=CCRO
C      -----
C      CALCULO DE MI
TMI=G0MI*10.0**((G1MI/(TA+G2MI))
CMI(J)=TMI/TIMI
C      -----
C      CALCULO DE CP
C      MUDANCA DE VARIABEL
TT(I+1,J)=TT(I+1,J)+273.15
TA=TT(I+1,J)
C
TCP=G0CP*(G1CP+G2CP*TA+G3CP*TA*TA+G4CP*TA*TA*TA)
CCP=TCP/TICP
CP(J)=CCP

```



```

C -----
C  CALCULO DE K
C  MUDANCA DE VARIABEL
  TT(I+1,J)=TT(I+1,J)/273.15
  TA=TT(I+1,J)
C
  TK=(G0K+G1K*TA+G2K*TA*TA+G3K*TA*TA*TA+G4K*TA*TA*TA*TA)
  CCK=TK/TIK
  CK(J)=CCK
C -----
C  RETORNANDO AO TETA PRIMITIVO
  TT(I+1,J)=(TT(I+1,J)*273.15-273.15-TI)/(TPI)
C -----
  ENDIF
  ENDDO
C -----
  RETURN
  END
C *****
C  SUBPROGRAMA CRICONT : CRITERIO DE CONVERGENCIA PARA A TEMPERATURA
C -----
  SUBROUTINE CRICONT
C *****
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
  COMMON/LINEAR/UA,VA
  COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
  COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
  COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
  COMMON/GRUAD/GAT,GAM
  COMMON/DERIV/DKY,DMIY
  COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
  COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
  COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
  COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
  COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
  COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
  COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C *****
C  CRITERIO DE CONVERGENCIA PARA A TEMPERATURA
  DESVIO=ABS(TTV-TT(I+1,2))
  IF(DESVIO.LT.EPS) THEN
    TCONV=TEMPO
    ISTEPT=1
  ELSE
    TTV=TT(I+1,2)
  ENDIF
C -----
  RETURN

```

```

END
C*****
C  SUBPROGRAMA COMPANU: BLOCO DE COMPARACAO PARA O CASO PTC DOS NUME-
C  ROS DE NUSSELT DE SIMILARIDADE E NUMERICO
C  -----
SUBROUTINE COMPANU
C  *****
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
COMMON/LINEAR/UA,VA
COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C  *****
C  BLOCO DE COMPARACAO : RESULTADO NUMERICO COM OS DE SIMILARIDADE
C  PARA A AGUA. IESP=1 NUMERO DE NUSSELT
C
IF((IESP.EQ.1).AND.(TEMPO.EQ.300)) THEN
  CNNU=XKNU*(0.5*I*DXY)*(3.0+TT(I+1,3)-4.0*TT(I+1,2))
  CNSI=((I*DX*I*DX*I*DX)**(0.25))*SGNU*(-1)
C  ERRO DOS NUMEROS DE NUSSELT : ERNU
  ERNU=ABS((CNNU/CNSI)-1)*100
C
C  WRITE(*,5001)I,CNSI,CNNU,ERNU
5001 FORMAT(2X,'NU-SIM NU-NUM ERNU-PFC('I3,'+1)='F13.7,2X,F13.7,
!      2X,F13.7)
C  WRITE(*,5005)ITER
5005 FORMAT(2X,'ITERACAO='I4)
ENDIF
C  -----
RETURN
END
C*****
C  SUBPROGRAMA CALTP : CALCULO DA TEMPERATURA NA PLACA
C  -----
SUBROUTINE CALTP
C  *****
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
COMMON/LINEAR/UA,VA

```

```

COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C *****
C  CALCULO DA TEMPERATURA DA PLACA
  IF(IESP.EQ.2)THEN
    TT(I+1,1)=(2*DY/CK(1)+4.0*TT(I+1,2)-TT(I+1,3))/3.0
C    WRITE(*,112)I,TT(I+1,1)
112  FORMAT(2X,'TT('I3,'+1,1)='F13.5)
    ENDIF
C  -----
  IF(IESP.EQ.2) THEN
    IF(TEMPO.EQ.300) THEN
C  -----
C  CALCULO DO FATOR DE CORRECAO DA TEMPERATURA DA PAREDE : FCTP
C  FCTP=TP(NUM)/TP(SIM)
C
  IF(I.LT.M) THEN
C    TETA(NUM)=TT(I+1,1)
C    TETA(SIM)=FI(eta=0)*((5*DX*I)**0.2)
C
    TPNU=TT(I+1,J)
    TPSI=((5*XMAX)**0.2)*SGTT
    FCTP=TPNU/TPSI
C
C    WRITE(*,3549)XMAX,FCTP
3549  FORMAT (2X,'XMAX ='F15.7,/,2X,'FCTP='F15.7)
    ENDIF
C  -----
    WRITE(*,355)I,TT(I+1,1)
355  FORMAT(2X,'TETA-PFC('I3,'+1)='F15.7)
C  -----
C  CALCULO TETA DA PLACA COM O VALOR DE TT(I+1,J) CALCULADO : TP
C
    TP=TT(I+1,1)*GAT+TI
C    IF((I.EQ.M).AND.(TEMPO.EQ.300))WRITE(*,357)TP
357  FORMAT(/,3X,'TEMP. DA PLACA-CELSIUS='F15.7)
C  -----
    ENDIF
C  -----

```

```

C  CALCULO DO K NA PAREDE - CK(1)
C  TRANSFORMAR UNIDADE DE  TT(I+1,1)
  TTP=TT(I+1,1)*TPI+TI
  TPU=(TTP+273.15)/273.15
C
  TKU=(G0K+G1K*TPU+G2K*TPU*TPU+G3K*TPU*TPU*TPU
!   +G4K*TPU*TPU*TPU*TPU)
  CK(1)=TKU/TIK
C  -----
C  CALCULO DO NUMERO DE NUSSELT : CNUF - PFC
  CNUF=(DX*I)/TT(I+1,1)
C  -----
C  ENDIF
C  -----
  RETURN
  END
C*****
C  SUBPROGRAMA COEFU : CALCULO DOS COEFICIENTES DA MATRIZ DINAMICA
C  -----
  SUBROUTINE COEFU
C  *****
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
  COMMON/LINEAR/UA,VA
  COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
  COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
  COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!   TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
  COMMON/GRUAD/GAT,GAM
  COMMON/DERIV/DKY,DMIY
  COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
  COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
  COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
  COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
  COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
  COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
  COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!   G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C  *****
C  CALCULO DO PERFIL U(I+1,J), USANDO TT(I+1,J), ORIUNDO DA MATRIZ
C  TERMICA E UA E VA DO TEMPO ANTERIOR
C  -----
C  CALCULO DO PERFIL VELOCIDADE U PARA CADA COLUNA J
  DO J=2,N+1
C
C  CALCULO DAS VELOCIDADES UA E VA DO TEMPO ANTERIOR PARA A LINEARI-
C  ZACAO
  IF(ILIN.EQ.1) THEN
    UA=U(I+1,J)
    VA=V(I+1,J)
  ENDIF

```

```

C
  IF((ILIN.EQ.0).AND.(I.GT.1)) THEN
    UA=U(I,J)
    VA=V(I,J)
    U(I+1,J)=U(I,J)
  ENDIF
C
  IF((ILIN.EQ.0).AND.(I.EQ.1)) THEN
    UA=0.0
    VA=0.0
  ENDIF
C
  -----
C  CALCULO DA DERIVADA DE MI : DMI/DY
  IF(J.LE.3) THEN
    DMIY=(-3.0*CMI(J)+4.0*CMI(J+1)-CMI(J+2))/(2.0*DY)
  ELSE
    DMIY=( 3.0*CMI(J)-4.0*CMI(J-1)+CMI(J-2))/(2.0*DY)
  ENDIF
C
  -----
C  COEFICIENTES DA MATRIZ DINAMICA : A,B,C E D
C
  A(J-1)= -0.5*DXY*VA-DXY2*CMI(J)/RO(I+1,J)+0.5*DXY*DMY/RO(I+1,J)
  C(J-1)= 0.5*DXY*VA-DXY2*CMI(J)/RO(I+1,J)-0.5*DXY*DMY/RO(I+1,J)
C
  IF(I.EQ.1) THEN
    B(J-1)= 1.0*UA+2.0*DXY2*CMI(J)/RO(I+1,J)+(DXT)
  ELSE
    B(J-1)= 1.5*UA+2.0*DXY2*CMI(J)/RO(I+1,J)+(DXT)
  ENDIF
C
  IF(I.EQ.1) THEN
    D(J-1)=(DXT)*U(I+1,J)+INVX*GAM*DX*((1.0/RO(I+1,J))-1.0)
  ELSE
    D(J-1)=(DXT)*U(I+1,J)+0.5*UA*(4.0*U(I,J)-U(I-1,J))+INVX*GAM
    !      *DX*((1.0/RO(I+1,J))-1.0)
  ENDIF
C
  ENDDO
C
  -----
  RETURN
  END
C*****
C  SUBPROGRAMA RENU : RENOMEACAO DO PERFIL DE VELOCIDADE U DA TDMA
C  -----
C  SUBROUTINE RENU
C  *****
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
  COMMON/LINEAR/UA,VA
  COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
  COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)

```

```

COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C *****
C  RENOMEAR VALOR SAIDO DA TDMA
C
DO J=2,N+1
  U(I+1,J)=PH(J-1)
C
C  PERFIL DE VELOCIDADE
C  WRITE(*,2199)I,J,U(I+1,J)
2199 FORMAT(10X,'U(',I4,'+1,',I4,')='F15.7)
ENDDO
C -----
C  RETURN
C  END
C *****
C  SUBPROGRAMA CRICONU : CRITERIO DE CONVERGENCIA PARA A VELOCIDADE U
C -----
C  SUBROUTINE CRICONU
C *****
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
COMMON/LINEAR/UA,VA
COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C *****
C  CRITERIO DE CONVERGENCIA PARA A VELOCIDADE U
DESvio=ABS(UV-U(I+1,2))
IF(DESvio.LT.EPS) THEN

```

```

TCONV=TEMPO
ISTEPU=2
ELSE
  UV=U(I+1,2)
ENDIF
C -----
RETURN
END
C*****
C SUBPROGRAMA COMPACF:BLOCO DE COMPARACAO PARA O CASO PTC DOS COEFI-
C CIENTES DE FRICCAO DE SIMILARIDADE E NUMERICO
C -----
SUBROUTINE COMPACF
C *****
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
COMMON/LINEAR/UA,VA
COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
! TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
COMMON/GRUAD/GAT,GAM
COMMON/DERIV/DKY,DMIY
COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
! G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C *****
C BLOCO DE COMPARACAO : RESULTADOS NUMERICOS COM OS DE SIMILARIDADE
C PARA A AGUA. IESP = 1 COEFICIENTE DE FRICCAO : CF
C
IF((IESP.EQ.1).AND.(TEMPO.EQ.300))THEN
  CFSI=SGCF*((I*I*I*DX*DX*DX)**0.75)
  CFNU=CFMI*(I*DX*I*DX)*0.5*(4.0*U(I+1,2)-U(I+1,3))/DY
C ERRO DOS COEFICIENTES DE FRICCAO : ERCO
  ERCO=ABS((CFNU/CFSI)-1)*100
C
C WRITE(*,9912)I,CFSI,CFNU,ERCO
9912 FORMAT(2X,'CF-SIM CF-NUM ERCO-PFC('I3,'+1)'=',F13.7,2X,F13.7,2X
! ,F13.7)
C WRITE(*,9916)ITER
9916 FORMAT(2X,'ITERACAO ='I4)
  WRITE(*,*)
ENDIF
C -----
RETURN
END

```

```

C*****
C  SUBPROGRAMA VELV : CALCULO DO PERFIL DE VELOCIDADE V
C  -----
C  SUBROUTINE VELV
C  *****
C  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C  COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
C  COMMON/LINEAR/UA,VA
C  COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
C  COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
C  COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
C  !      TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
C  COMMON/GRUAD/GAT,GAM
C  COMMON/DERIV/DKY,DMIY
C  COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
C  COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
C  COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
C  COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
C  COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
C  COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
C  COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
C  !      G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C  *****
C  CALCULO DO PERFIL DE VELOCIDADE V EM CADA COLUNA J PELA EQUACAO DA
C  CONTINUIDADE (ERRO DE TRUNCAMENTO DE ORDEM 2)
C
C  IF(I.EQ.1) THEN
C  DO J=2,N+1
C  IF(J.EQ.2) THEN
C  V(2,2)=-DYX*U(2,2)
C  IF(IEM.EQ.2)THEN
C  MODIFICACAO COM APROXIMACAO QUADRATICA
C  V(2,2)=-((2.0*RO(2,2)+(RO(2,3)-RO(2,1))/2.0)**(-1))*DYX*RO(2,2)
C  !      *U(2,2)
C  ENDIF
C  ELSE
C  V(2,J)=(4*RO(2,J-1)*V(2,J-1)-RO(2,J-2)*V(2,J-2)-2.0*DYX*RO(2,J)
C  !      *U(2,J))/(3.0*RO(2,J))
C  ENDIF
C  ENDDO
C  ENDIF
C
C  IF(I.GT.1) THEN
C  DO J=2,N+1
C  IF(J.EQ.2) THEN
C  V(I+1,2)=0.5*DYX*(-3*RO(I+1,2)*U(I+1,2)+4.0*RO(I,2)*U(I,2)
C  !      -RO(I-1,2)*U(I-1,2))/RO(I+1,2)
C  IF(IEM.EQ.2)THEN
C  MODIFICACAO COM APROXIMACAO QUADRATICA
C  V(I+1,2)=-((2.0*RO(I+1,2)+(RO(I+1,3)-RO(I+1,1))/2.0)**(-1))*DYX
C  !      *(3.0*RO(I+1,2)*U(I+1,2)-4.0*RO(I,2)*U(I,2)+RO(I-1,2)*U(I-1,2))

```



```

    ENDIF
    ELSE
      V(I+1,J)=(4.0*RO(I+1,J-1)*V(I+1,J-1)-RO(I+1,J-2)*V(I+1,J-2)-DYG
!      *(3*RO(I+1,J)*U(I+1,J)-4*RO(I,J)*U(I,J)+RO(I-1,J)
!      *U(I-1,J)))/(3.0* RO(I+1,J))
    ENDIF
  ENDDO
ENDIF

C
C  IF(TEMPO.LT.300) THEN
C    WRITE(*,2529)I,J,V(I+1,J)
C 2529 FORMAT(/,15X,'V(',I4,'+',I4,')=',F15.7)
C    ENDIF
C
C  ILIN=1
C  -----
C    RETURN
C  END
C *****
C  SUBPROGRAMA RESIDMAS : CALCULO DOS RESIDUOS DO PROBLEMA
C  -----
C  SUBROUTINE RESIDMAS
C  *****
C  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C  COMMON/PARAM/U(101,101),V(101,101),TT(101,101),PH(101)
C  COMMON/LINEAR/UA,VA
C  COMMON/COEF/A(101),B(101),C(101),D(101)
C  COMMON/PROP/RO(101,101),CMI(101),CK(101),CP(101)
C  COMMON/PROPT/TIMI,TIRO,TICP,TIK,XRO(4),XT(4),BETA,TPMI,CFMI,
!    TPRO,CRO,TPCP,TPK,XKNU,TRO,TK
C  COMMON/GRUAD/GAT,GAM
C  COMMON/DERIV/DKY,DMIY
C  COMMON/DOMIN/DX,DY,DT,XMAX,YMAX,TAUMAX,DXY,DYX,DXY2,DXT
C  COMMON/LIMIT/I,K,J,M,N,L
C  COMMON/CONST/TP,TI,TPI,TR,FPR,QP,PR,SGTT,SGNU,SGCF
C  COMMON/INDIC/IESP,IESF,ILIN,INVX,ISTEPT,ISTEPU,IEM
C  COMMON/TEMP/TEMPO,TCONV,ITER
C  COMMON/CRIT/TTV,UV,EPS
C  COMMON/COEFG/G0RO,G1RO,G2RO,G3RO,G4RO,G5RO,G6RO,G0CP,G1CP,G2CP,
!    G3CP,G4CP,G0MI,G1MI,G2MI,G0K,G1K,G2K,G3K,G4K
C  *****
C  CALCULO DO RESIDUO MASSICO MAXIMO : RESM
C  LIMITES DAS SECOES PARA CALCULO DOS FLUXOS MASSICOS
C  IMAX=XMAX
C  JMAX=YMAX
C
C  ZERAR VARIAVEIS
C  SOMAU=0.0
C  SOMAV=0.0
C
C  SOMA DOS V(I,J) EM J=JMAX PARA CADA I=2,M-1

```

```

DO IM=2,M+1
  SOMAV=SOMAV+V(IM,JMAX)
ENDDO
C
C  WRITE(*,*)' SOMAV=',SOMAV
C
C  CALCULO DA AREA TOTAL DA SECAO DE ENTRADA (AET)
  AET=DX*1.0
C
C  CALCULO DO FLUXO MASSICO DE ENTRADA : FME
  FME=SOMAV*AET
C  WRITE(*,*)' FME=',FME
C
C  SOMA DOS U(I,J) EM I=IMAX, PARA CADA J=2,N-1
  DO JM=2,N-1
    SOMAU=SOMAU+U(IMAX,JM)
  ENDDO
C  WRITE(*,*)' SOMAU=',SOMAU
C
C  CALCULO DA AREA TOTAL DA SECAO DE SAIDA (AST)
  AST=DY*1.0
C
C  CALCULO DO FLUXO MASSICO NA SAIDA : FMS
  FMS=SOMAU*AST
C  WRITE(*,*)' FMS=',FMS
C
C  CALCULO DO RESIDUO MASSICO MAXIMO ; RESM
  RESM=ABS(FME-FMS)
C  WRITE(*,*)' RESIDUO MASSICO MAXIMO=',RESM
C  -----
  RETURN
  END
C*****

```

1.2- Programa para cálculo das propriedades : PROP.FOR

```

C*****
C  PROGRAMA PROP.FOR
C*****
C  UNICAMP/FEM/DE
C  MARÇO/1995
C  AUTOR : MÁRCIO ELIEL DE OLIVEIRA ALEXANDRE
C*****
C  PROGRAMA PARA CÁLCULO DAS PROPRIEDADES RO, CP, MI, K E
C  TAMBÉM PR

```

C EQUAÇÕES DAS PROPRIEDADES : CURVAS DE AJUSTE POLINOMIAIS DAS
C PROPRIEDADES -

C -----

C FLUIDO : ÁGUA

C LIVRO "PRINCÍPIOS DE TRANSMISSÃO DE CALOR" FRANK KREITH

C APÊNDICE , TABELA A-3, PÁGINA 527

C FAIXA DE TEMPERATURA : 0 A 320 °C

C -----

C FLUIDO : AR

C LIVRO "FENÔMENOS DOS TRANSPORTES" DONALD R. PITTS E

C LEIGHTON E. SISSON, APÊNDICE B, TABELA B-3, PÁGINA 330.

C FAIXA DE TEMPERATURA : 100 A 2500 K

C -----

C FLUIDO : ÓLEO LUBRIFICANTE (SEM USO)

C LIVRO "TRANSFERÊNCIA DE CALOR" J. P. HOLMAN

C APÊNDICE , TABELA A-4, PÁGINA 613.

C FAIXA DE TEMPERATURA : 0 A 160 °C

C -----

C FLUIDO : MERCÚRIO

C LIVRO "TRANSFERÊNCIA DE CALOR" J. P. HOLMAN

C APÊNDICE , TABELA A-4, PÁGINA 613.

C FAIXA DE TEMPERATURA : 0 A 315.5 °C

C *****

IMPLICIT REAL*4(A-H,O-Z)

C FLUIDO E TEMPERATURA DE ENTRADA

WRITE(*,*)'-----'

WRITE(*,*)'PROGRAMA : PROP.FOR'

WRITE(*,*)'-----'

WRITE(*,*)'CALCULO DAS PROPRIEDADES : RO, CP, MI, K E PR'

WRITE(*,*)'-----'

WRITE(*,*)'ESCOLHA DO FLUIDO'

WRITE(*,*)

WRITE(*,*)'FLUIDO : IFLU=1 (AGUA)'

WRITE(*,*) : IFLU=2 (AR)'

WRITE(*,*) : IFLU=3 (OLEO LUB. SEM USO)'

WRITE(*,*) : IFLU=4 (MERCURIO)'

WRITE(*,*)

READ(*,*)IFLU

WRITE(*,*)

WRITE(*,*)'INDICE DE ESCOLHA DO FLUIDO (IFLU)='IFLU

WRITE(*,*)'-----'

IF(IFLU.EQ.1.OR.IFLU.EQ.3.OR.IFLU.EQ.4)THEN

WRITE(*,*)'TEMPERATURA EM CELSIUS'

ENDIF

IF(IFLU.EQ.2)WRITE(*,*)'TEMPERATURA EM KELVIN'

```

READ(*,*)T
WRITE(*,*)'-----'
WRITE(*,*)
WRITE(*,*)
C -----
C EQUACOES DAS PROPRIEDADES
C -----
C FLUIDO : AGUA
C
IF(IFLU.EQ.1)THEN
C RO (kg/m3)
RO= 1000.04+0.0183874*T-0.00594573*T**2+1.92689E-5*T**3-
! 3.44405E-8*T**4
C CP (kJ/kg.°C)
CP= 4219.97-3.50982*T+0.101194*T**2-0.0013061*T**3+
! 8.92635E-6*T**4-2.87422E-8*T**5+3.59765E-11*T**6
C MI (N.s/m2)
XMI= 0.00176654-4.9562E-5*T+7.4626E-7*T**2-6.18193E-9*T**3+
! 2.7869E-11*T**4-6.38022E-14*T**5+5.79211E-17*T**6
C K (W/m.°C)
XK= 0.5552127+0.00235322*T-1.1498E-5*T**2+2.48194E-9*T**3+
! 8.28157E-11*T**4-1.7449E-13*T**5
C
C CALCULO DO PRANDTL
PR=(XMI*CP)/XK
ENDIF
C -----
C FLUIDO : AR
C
IF(IFLU.EQ.2)THEN
C RO (kg/m3)
RO= T**(-1.00274)*359.56
C CP (kJ/kg.K)
CP= 1044.97-0.329211*T+0.000823*T**2-4.8501E-7*T**3+
! 8.08481E-11*T**4+7.5551E-15*T**5
C MI (N.s/m2)
XMI=-3.796E-7+8.0787E-8*T-7.3697E-11*T**2+4.9407E-14*T**3-
! 1.6665E-17*T**4+2.1896E-21*T**5
C K (W/m.K)
XK=-0.002551+0.000123*T-1.1151E-7*T**2+8.9255E-11*T**3-
! 3.6569E-14*T**4+6.1428E-18*T**5
C CALCULO DO PRANDTL
PR=(XMI*CP)/XK
ENDIF
C -----
C FLUIDO : OLEO LUBRIFICANTE (SEM USO)
C

```

```

IF(IFLU.EQ.3)THEN
C  RO (kg/m3)
  RO= 899.32-0.5653*T-0.0004884*T**2+2.341E-6*T**3
C  CP (kJ/kg.°C)
  CP= 1796.69+4.1076*T+0.001155*T**2
C  MI (N.s/m2)
  XMI= 3.84794-0.292301*T+0.0101705*T**2-0.000199161*T**3+
!      2.30682E-6*T**4-1.56102E-8*T**5+5.68826E-11*T**6-
!      8.60374E-14*T**7
C  K (W/m.°C)
  XK= 0.1458+2.5869E-6*T-4.5279E-6*T**2+6.6165E-8*T**3-
!      4.0428E-10*T**4+9.0143E-13*T**5
C  CALCULO DO PRANDTL
  PR=(XMI*CP)/XK
ENDIF
C  -----

C  FLUIDO : MERCURIO
C
IF(IFLU.EQ.4)THEN
C  RO (kg/m3)
  RO= 13629.4-2.57717*T+0.00167774*T**2-4.31263E-6*T**3
C  CP (kJ/kg.°C)
  CP= 140.287-0.049385*T+0.0004256*T**2-3.43366E-6*T**3+
!      1.41062E-8*T**4-2.0795E-11*T**5
C  MI (N.s/m2)
  XMI= 0.001696-8.4584E-6*T+6.787E-8*T**2-3.93375E-10*T**3+
!      1.2316E-12*T**4-1.5217E-15*T**5
C  K (W/m.°C)
  XK= 8.20217+0.02429*T-1.2893E-7*T**2-1.4475E-7*T**3+
!      2.7392E-10*T**4
C  CALCULO DO PRANDTL
  PR=(XMI*CP)/XK
ENDIF
C  -----
C  IMPRESSAO DOS RESULTADOS
C
  WRITE(*,*)
  WRITE(*,*)'=====
  WRITE(*,*)'      RESULTADOS'
  WRITE(*,*)'=====
  IF(IFLU.EQ.1)WRITE(*,*)' FLUIDO : AGUA'
  IF(IFLU.EQ.2)WRITE(*,*)' FLUIDO : AR'
  IF(IFLU.EQ.3)WRITE(*,*)' FLUIDO : OLEO LUB. (SEM USO)'
  IF(IFLU.EQ.4)WRITE(*,*)' FLUIDO : MERCURIO'
  WRITE(*,*)'-----'

```

```

IF(IFLU.EQ.1.OR.IFLU.EQ.3.OR.IFLU.EQ.4)WRITE(*,*)' T (C)=' ,T
IF(IFLU.EQ.2)WRITE(*,*)' T (K)=' ,T
WRITE(*,*)'=====
WRITE(*,*)' PROPIEDADES NO SISTEMA S.I.'
WRITE(*,*)'-----'
WRITE(*,*)' RO (Kg/m3)  =' ,RO
WRITE(*,*)' CP (J/kg.°C) =' ,CP
WRITE(*,*)' MI (N.s/m2)  =' ,XMI
WRITE(*,*)' K  (W/m..°C) =' ,XK
WRITE(*,*)' PR              =' ,PR
WRITE(*,*)'=====
WRITE(*,*)
WRITE(*,*)

```

```

C -----
STOP
END

```

Anexos

1 - Dados Experimentais das Propriedades dos Fluidos

1.1- Água no Estado Saturado

Tabela a-1 - Dados da água no estado saturado : Frank Kreith [22]

Temp. T, °C	ρ , kg / m ³	Cp, J / kg. °C	μ , N.s / m ²	k, W / m. °C	Pr
0	999,9	4219,0	0,001793	0,553	13,6
10	999,7	4194,3	0,001309	0,574	9,57
20	998,7	4182,0	0,001008	0,595	7,11
30	995,7	4178,0	0,00079999	0,612	5,55
40	992,3	4177,6	0,0006627	0,628	4,41
50	988,1	4182,0	0,0005578	0,642	3,63
60	983,28	4186,0	0,0004725	0,653	3,02
70	977,8	4190,18	0,0004078	0,6639	2,69
80	971,8	4198,55	0,0003578	0,672	2,23
90	965,3	4206,93	0,0003166	0,678	1,97
100	958,4	4215,3	0,0002843	0,6813	1,76
120	943,1	4244,6	0,0002333	0,685	1,44
140	926,1	4282,0	0,0001990	0,684	1,25
160	907,3	4341,0	0,0001745	0,680	1,11
180	886,9	4412,0	0,0001549	0,672	1,01
200	864,7	4499,9	0,0001392	0,661	0,95
220	840,3	4613,0	0,0001264	0,644	0,90
240	814,0	4755,3	0,0001156	0,624	0,88
260	874,0	4952,0	0,0001058	0,601	0,87
280	751,0	5232,5	0,0000990	0,573	0,89
300	712,0	5692,9	0,0000921	0,537	0,98
320	667,0	6446,4	0,0000862	0,492	1,13

1.2- Ar à Pressão Atmosférica

Tabela a-2 - Dados do ar à pressão atmosférica : Pitts, Donald R. e. Sisson, Leighton E [29]

Temp. T, K	ρ , kg / m ³	Cp, J / kg.K	μ , N.s / m ²	k, W / m.K	Pr
100	3,6010	10266	0,6924	0,009246	0,770
150	2,3675	1009,9	1,0283	0,013735	0,753
200	1,7684	1006,1	1,3289	0,01809	0,739
250	1,4128	1005,3	1,488	0,02227	0,722
300	1,1774	1005,7	1,983	0,02624	0,708
350	0,9980	1009,0	2,075	0,03003	0,697
400	0,8826	1014,0	2,286	0,3365	0,689
450	0,7833	1020,7	2,484	0,03707	0,683
500	0,7048	1029,5	2,671	0,04038	0,680
550	0,6423	1039,2	2,848	0,04360	0,680
600	0,5879	1055,1	3,018	0,04659	0,680
650	0,5430	1063,5	3,177	0,04953	0,682
700	0,5030	1075,2	3,332	0,05230	0,684
750	0,4709	1085,6	3,481	0,05509	0,686
800	0,4405	1097,8	3,625	0,05779	0,689
850	0,4149	1109,5	3,765	0,06028	0,692
900	0,3925	1121,2	3,899	0,06279	0,696
950	0,3716	1132,1	4,023	0,06525	0,699
1000	0,3524	1141,7	4,152	0,06752	0,702
1100	0,3204	1160,0	4,44	0,0732	0,704
1200	0,2947	1179,0	4,69	0,0782	0,707
1300	0,2707	1197,0	4,93	0,0837	0,705
1400	0,2515	1214,0	5,17	0,0891	0,705
1500	0,2355	1230,0	5,40	0,0946	0,705
1600	0,2211	1248,0	5,63	0,1000	0,705
1700	0,2082	1267,0	5,85	0,105	0,705
1800	0,1970	1287,0	6,07	0,111	0,704
1900	0,1858	1309,0	6,29	0,117	0,704
2000	0,1762	1338,0	6,50	0,124	0,702
2100	0,1682	1372,0	6,72	0,131	0,700
2200	0,1602	1419,0	6,93	0,139	0,707
2300	0,1538	1482,0	7,14	0,149	0,710
2400	0,1458	1574,0	7,35	0,161	0,718
2500	0,1394	1688,0	7,57	0,175	0,730