

UNIDADE	
Nº CHAMADA	
PROF.	
TOMBO BCI	
EX	
PREÇO	
DATA	

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM QUALIDADE**

**MODELOS DE PREVISÃO APLICADOS NO CONTROLE  
ESTATÍSTICO DE PROCESSO**

**Autor: Mário William Pessoa de Lima**  
**Orientador: Prof. Dr. Reinaldo Charnet**

**Curso: Curso de Mestrado Profissional em Engenharia Mecânica**  
**Área de Concentração: Gestão da Qualidade Total**

Dissertação de mestrado profissional apresentada à comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre Profissional em Qualidade/ Gestão da Qualidade Total.

Campinas, 2005  
S.P. - Brasil

UNIDADE	BE
Nº CHAMADA	Tunicamp
	628 m
V	EX
TOMBO BC/	69536
PROC.	16-123-06
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	11,00
DATA	09/08/06

Bib ID 384006

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

<p>628 L151m</p>	<p>Lima, Mário William Pessoa de Modelos de previsão aplicados no controle estatístico de processo / Mário William Pessoa de Lima, SP: [s.n.], 2005.</p> <p>Orientador: Reinaldo Charnet. Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.</p> <p>1. Previsão estatística. 2. Controle de processo. 3. Modelos matemáticos. I. Charnet, Reinaldo. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.</p>
----------------------	---

Título em Inglês: Prediction Models Applied in the Statistical Process Control  
 Palavras-chave em Inglês: Prediction, Statistical control, Models, Processes  
 Área de concentração: Gestão da Qualidade Total  
 Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica  
 Banca examinadora: Eugênio José Zoqui, Ademir José Petenate  
 Data da defesa: 16/09/2005

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM QUALIDADE**

**Dissertação de Mestrado Profissional**

**MODELOS DE PREVISÃO APLICADOS NO CONTROLE**  
**ESTATÍSTICO DE PROCESSO**

**Autor: Mário William Pessoa de Lima**

**Orientador: Prof. Dr. Reinaldo Charnet**



---

**Prof. Dr. Reinaldo Charnet - Presidente**

**Instituição: IMECC - UNICAMP**



---

**Prof. Dr. Eugênio José Zoqui**

**Instituição: FEM - UNICAMP**



---

**Prof. Dr. Ademir José Petenate**

**Instituição: IMECC - UNICAMP**

Campinas, setembro de 2005

2006.1.2431

## Agradecimentos

### **Dedicatória**

Dedico este trabalho primeiramente a minha esposa e filha, pois tive que deixar de conviver com elas momentos preciosos para poder desenvolver este trabalho.

Aos meus pais também atribuo parte do sucesso alcançado, pois eles me deram ensinamentos e exemplos de vida que me trazem hoje frutos que poderiam ter sido deles próprios.

Também aos meus irmãos, que são os meus melhores amigos, dedico este trabalho.

## Agradecimentos

LEMA. Gostaria de agradecer em primeiro lugar a Deus, pois a Ele deve ser dada toda honra, glória e louvor. Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2005. Dissertação de Mestrado.

Gostaria também de agradecer ao amigo e orientador Reinaldo Charnet. Sem dúvida alguma, esse amigo, muito além de orientar o trabalho, apontou de forma muito objetiva e clara vários pontos que devem ser valorizados e desfrutados em quanto há tempo.

Este trabalho levou tempo. Tempo da família, tempo dos amigos e tempo de vida. Muitas vezes pensei em parar de investir tanto tempo nesse trabalho, porém o amigo Reinaldo me trazia a lembrança o tempo já investido e o fruto desse investimento já alcançado, incentivando-me a completar o trabalho com mais um pouco de tempo.

Para ilustrar esse trabalho, foi apresentado um estudo de caso de uma indústria química, cujo processo é autocorrelacionado, ou seja, os dados iniciais do processo prolongam sua influência durante algum tempo nos dados subsequentes. A variável de interesse é a contaminação de fato no produto final, que desde o início do processo é medida, tentando-se controlar essa contaminação num patamar que não prejudique a utilização do produto pelo cliente. Com o modelo ajustado a proposta foi controlar os resíduos desse modelo, ou seja, o que o modelo não ajustou ( $\text{resíduos} = \text{previsto} - \text{real}$ ) deveria ficar compreendido entre limites de controle com uma média igual a zero.

*Palavras Chave:* Previsão, Controle Estatístico, Modelos, Processo.

## Resumo

LIMA, Mário William Pessoa, *Modelos de Previsão Aplicados no Controle Estatístico de Processo*, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2005. Dissertação de Mestrado.

Neste trabalho é apresentada uma alternativa de controle estatístico de processo, quando o mesmo apresenta interdependência nos seus dados, sendo a ferramenta carta de controle o instrumento mais adequado para realizar a tarefa de distinção dos dois tipos de causas de variação existentes em todo tipo de processo. Os modelos de previsão baseados nas séries temporais assumem grande importância quando se deseja controlar processos que produzem séries de dados autocorrelacionados. Esses modelos consideram exatamente a situação de termos observações autocorrelacionadas, daí a sua importância como modelo de previsão para séries temporais.

Para ilustrar esse trabalho, foi apresentado um estudo de caso de uma indústria química, cujo processo é autocorrelacionado, ou seja, os dados iniciais do processo prolongam sua influência durante algum tempo nos dados subsequentes. A variável de interesse é a contaminação de ferro no produto final, que desde o início do processo é medida, tentando-se controlar essa contaminação num patamar que não prejudique a utilização do produto pelo cliente. Com o modelo ajustado a proposta foi controlar os resíduos desse modelo, ou seja, o que o modelo não ajustou ( $\text{resíduos} = \text{previsto} - \text{real}$ ) deveria ficar compreendido entre limites de controle com uma média igual a zero.

*Key Words:* Prediction, Statistical Control, Models, Processes.

*Palavras Chave:* Previsão, Controle Estatístico, Modelos, Processo.

## Abstract

LIMA, Mário William Pessoa, Prediction Models Applied in the Statistical Process Control, Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2005. Dissertação de Mestrado.

This work presents an alternative model for statistical control of the process when we have auto correlated data. The traditional methods suggest the control chart as the most appropriate tool to be used for the identification of the two different sources of variation for all types of processes. The prediction models based on time series play an important role when the main purpose is in controlling those processes that produce series of auto correlated data. Box - Jenkins models deal specifically with those situations of auto correlated data and this brings up its importance as a prediction model in time series analysis.

A case study conducted in a chemical industry is presented as an example of one application of the suggested model, once it deals with an auto correlated process in which the initial data extend its influence on subsequent data for a certain period of time. The main variable of interest in this case study is the contamination of iron in the final product. This variable has been evaluated since the beginning of the process attempting to control the contamination of iron in the product in a level such that its utilization does not cause any damage to the customer. With this adjusted model the purpose is to control the residuals (predicted – observed) which should remain inside the interval determined by the control limits with mean zero.

*Key Words:* Prediction, Statistical Control, Models, Processes.

1.1	Introdução	15
1.2	Histórico da Previsibilidade	16
1.3	Tipos de Previsibilidade	16
1.4	Modelos de Box-Jenkins	17
1.4.1	Modelos Autoregressivos (AR)	22
1.4.2	Modelos de Médias Móveis (MA)	24
1.4.3	Modelos Mistos Autoregressivos e Média Móvel (ARMA)	25

## Índice

<b>Lista de Figuras.....</b>	<b>iii</b>
<b>Lista de Tabelas.....</b>	<b>v</b>
<b>Capítulo 1 – Introdução.....</b>	<b>01</b>
<b>Capítulo 2 – Controle de Processo.....</b>	<b>03</b>
2.1 Introdução.....	03
2.2 Variação.....	05
2.3 Condição Ideal para um Processo.....	06
2.4 Estudo Estatístico do Processo.....	08
2.5 Cartas de Controle.....	10
2.6 Controle Estatístico.....	11
2.7 Limites de Controle.....	13
<b>Capítulo 3 – Modelos de Previsão Usando Séries Temporais.....</b>	<b>15</b>
3.1 Introdução.....	15
3.2 Histórico da Previsibilidade.....	16
3.3 Tipos de Previsibilidade.....	16
3.4 Modelos de Box-Jenkins.....	17
3.4.1 Modelos Autoregressivos (AR).....	22
3.4.2 Modelos de Médias Móveis (MA).....	24
3.4.3 Modelos Mistos Autoregressivos e Média Móvel (ARMA).....	25

3.4.4	Modelos Autoregressivos Integrados Média Móvel (ARIMA).....	26
3.5	Escolha e Análise do Modelo.....	27
3.5.1	Identificação do Modelo.....	27
3.5.2	Estimação e Adequação do Modelo.....	30
3.5.3	Previsões.....	32
 <b>Capítulo 4 – Controle de Processos Autocorrelacionados Utilizando Modelos de</b>		<b>33</b>
	<b>Previsão.....</b>	
4.1	Introdução.....	33
4.2	Utilizando os Modelos de Previsão.....	37
4.3	Estudo de Caso.....	38
4.3.1	Análise da Estabilidade do Processo.....	43
4.3.2	Investigação das Causas.....	45
4.3.3	Primeiro Modelo Ajustado.....	48
4.3.4	Segundo Modelo Ajustado.....	50
4.3.5	Terceiro Modelo Ajustado.....	54
4.3.6	Análise do Modelo Ajustado.....	57
4.3.7	Análise da Estabilidade do Processo.....	61
4.3.8	Investigação das Causas Especiais de Variação.....	63
4.3.9	Análise da Capacidade do Processo – Especificação do Cliente.....	65
 <b>Capítulo 5 - Considerações Finais.....</b>		<b>69</b>
 <b>Referências Bibliográficas.....</b>		<b>71</b>

## Lista de Figuras

Figura 1: Limites de Controle – Conceitual.....	12
Figura 2: Limites de Controle de 3 desvios padrão.....	13
Figura 3: Gráfico de Tendência Estável.....	18
Figura 4: Gráfico de Tendência Crescente.....	18
Figura 5: Gráfico de Tendência Cíclica.....	19
Figura 6: Exemplos de Padrão das Funções de Autocorrelação e Autocorrelação Parcial..	23
Figura 7: Gráfico das Estimativas – Função de Autocorrelação.....	29
Figura 8: Gráfico das Estimativas – Função de Autocorrelação Parciais.....	29
Figura 9: Mapa do Processo.....	40
Figura 10: Fluxograma do Processo.....	41
Figura 11: Carta de Controle – Individuais e Amplitude Móvel.....	44
Figura 12: Gráfico da Autocorrelação.....	46
Figura 13: Gráfico da Autocorrelação Parcial.....	47
Figura 14: Gráfico da Autocorrelação dos Resíduos – Primeiro Modelo.....	49
Figura 15: Gráfico da autocorrelação Parcial dos Resíduos – Primeiro Modelo.....	50
Figura 16: Gráfico da Autocorrelação dos Resíduos – Segundo Modelo.....	53
Figura 17: Gráfico da Autocorrelação Parcial dos Resíduos – Segundo Modelo.....	54
Figura 18: Gráfico da Autocorrelação dos Resíduos – Modelo Final.....	56
Figura 19: Gráfico da Autocorrelação Parcial dos Resíduos – Modelo Final.....	57
Figura 20: Gráfico da Variância dos Resíduos.....	58
Figura 21: Gráfico da Aleatoriedade dos Resíduos.....	59
Figura 22: Teste da Normalidade dos Resíduos.....	60

Figura 23: Cartas de Controle dos Resíduos - Individual e Amplitude Móvel.....	62
Figura 24: Diagrama de Causa e Efeito.....	64
Figura 25: Atendimento ao Cliente – Antes do Plano de Ação.....	66
Figura 26: Carta de Controle – Depois do Plano de Ação.....	67
Figura 27: Atendimento ao Cliente – Depois do Plano de Ação.....	68

## **Lista de Tabela**

Tabela 1: Análise de Variância – Primeiro Modelo.....	48
Tabela 2: Análise de Variância – Segundo Modelo.....	51
Tabela 3: Análise de Variância – Segundo Modelo Revisado.....	52
Tabela 4: Análise de Variância – Terceiro Modelo.....	55

# Capítulo 1

## Introdução

Em muitas situações, em processos de produção, enquanto se faz o controle com as técnicas estatísticas usuais, é comum deparar-se com uma seqüência de alarmes durante o controle. Eles podem ser, em sua maioria, classificados como alarmes falsos, ou seja, há indicações de que o processo está fora de controle de modo que a produção necessita ser interrompida e investigada. Entretanto, o processo não se encontra fora de controle, já que o aparecimento de alarmes falsos é comum quando as observações são autocorrelacionadas, isto é, são dependentes uma das outras.

O objetivo deste trabalho é analisar e apresentar uma alternativa de controle estatístico de processo, quando o mesmo é estruturado por componentes de interdependência nos seus dados, ou seja, os dados são autocorrelacionados, bem como alertar as conseqüências da existência dessa interdependência dos dados coletados. Nesse sentido apresentar-se-á a técnica de controle estatístico do processo, via os resíduos de um modelo de série temporal ajustado aos dados, após ser identificado a existência de autocorrelação nos dados.

Para empreender os objetivos descritos, apresentar-se-á, no capítulo 1, os conceitos e definições de controles de processos mais utilizados nas empresas e nos meios acadêmicos, iniciando com entendimento da variabilidade dos processos e introduzindo, a seguir, as idéias de gráficos de controle com a finalidade de distinguir o que é natural do que é especial ocorrer.

No capítulo 2 dar-se-á as definições e conceitos principais sobre séries temporais e seus modelos, em particular abordou-se os modelos chamados Box-Jenkins, com ênfase na escolha de um determinado modelo, no ajuste e na verificação da adequação aos dados.

No capítulo 3, buscar-se-á a junção dos conceitos vistos nos capítulos 2 e 3, para assim se construir os gráficos de controle a partir dos resíduos do modelo de série temporal escolhido. Dedicou-se, na última seção desse capítulo, à aplicação desses conceitos em um estudo de caso, mostrando os problemas e vantagens da aplicação dessas técnicas.

Para finalizar, é importante enfatizar que a idéia desse trabalho é salientar os problemas de construção de gráficos de controle para dados autocorrelacionados, apresentando como uma alternativa para esses problemas a utilização de modelos de séries temporais, que podem ser encontrados na maioria dos pacotes estatísticos como, MINITAB, SAS, SPSS, etc.

É importante acrescentar que esse trabalho pretende contribuir no auxílio aos profissionais que trabalham na área de controle de qualidade, de modo a identificar e analisar dados autocorrelacionados, utilizados na construção de gráficos de controle

## **Capítulo 2**

### **Controle de Processo**

#### **2.1 Introdução**

Neste capítulo aborda-se-á alguns aspectos que determinam o controle de um processo.

Todo método estatístico aplicado em processos falhará em seu intento a menos que a gerência prepare um ambiente receptivo e hábil. Muitos dos resultados aqui apresentados podem ser encontrados e detalhados em Montgomery (1997).

Para tanto é importante observar os seguintes pontos:

- a) O medo de mudanças dentro da organização inibe a sinceridade das pessoas e por isso deve ser eliminado;
- b) Todos aqueles que não conhecem a fundo o seu trabalho devem ser treinados;
- c) As pessoas devem ser avaliadas pela qualidade e não somente pela quantidade de seus serviços; e,
- d) A gerência deve providenciar os meios para viabilizar as ações de aperfeiçoamento necessárias.

Mas, para a empresa que visa melhorar seus procedimentos, sistemas, qualidade, custo e resultados relativos ao seu trabalho, conseguir alcançar a meta de qualidade estabelecida, ela deve fazer uso de métodos. Para a utilização de qualquer método é necessário e imprescindível

que as decisões sejam baseadas em fatos. Assim, se converter dados em fatos utilizam-se as Ferramentas Básicas para o Gerenciamento de Processos. Sobre isto ver Werkema (1992) .

Usualmente, as Ferramentas Básicas da Qualidade são empregadas em processos. Denomina-se de processo um conjunto de causas que produzem um efeito, ou seja, toda e qualquer transformação de recursos (pessoas, equipamentos, materiais, energia, métodos, etc). Uma empresa é um processo e dentro dela existem vários outros processos não só de manufatura, mas também processos de serviços.

Por exemplo, uma fábrica de latas. Ela é um processo que tem uma série de causas que provocam o efeito principal: a lata. As causas são os equipamentos de medição, as máquinas, as matérias-primas, a luminosidade do local, a mão-de-obra, o método de fabricação, etc.

Por outro lado, o processo "fábrica de latas" é divisível em outros processos menores, que compõem o fluxo de fabricação de latas, como: processo de compra de materiais; processo de recebimento de matérias-primas; processo de corte de chapa; processo de solda, etc. Estes processos menores podem, ainda, ser subdivididos em outros processos, de forma a facilitar o gerenciamento.

O fato de os processos serem divisíveis possibilita efetuar um controle mais eficaz sobre o processo como um todo pois, pode-se controlar sistematicamente cada uma das subdivisões em separado. Desse modo, cada processo pode ter vários efeitos, porém apenas alguns são realmente importantes. Por exemplo, o transporte por ônibus tem vários efeitos, mas os que realmente interessam e, portanto, considerados os mais importantes são a pontualidade, a segurança, o conforto e o preço. Em última instância, cada uma das características consideradas mais importantes define um processo.

Todo negócio, analisado do ponto de vista sistêmico, é composto por um conjunto de processos, em algum produto (bem físico e/ou serviço) específico.

Pode-se dizer que o objetivo básico da gestão de qualquer negócio consiste em gerenciar seus processos no sentido de atender consistentemente (ao longo do tempo) todos os requisitos (de clientes e do próprio negócio).

## **2.2 Variação**

A Variação é algo que está sempre presente em qualquer processo, ela pode apresentar, no tempo, um comportamento estável e outras vezes instável. Bissel (1994).

Além disso, a variação observada em qualquer processo é sempre o efeito gerado pela ação de causas que podem ser externas ao processo (causas especiais), ou podem ser inerentes ao processo (causas comuns). De maneira geral, as causas especiais, que agem sobre um processo, apresentam as seguintes características:

- a) São poucas e de fácil identificação;
- b) Apresentam efeito individual apreciável sobre o processo; e,
- c) Provocam variação instável (no tempo).

Já as causas comuns são inerentes ao processo e demonstram as seguintes características:

- a) São muitas e de difícil identificação;
- b) Apresentam efeito pequeno sobre o processo; e,
- c) Provocam variação estável (no tempo).

Compreende-se com facilidade que do ponto de vista da gestão de processos a variação é algo não desejado, algo que idealmente deveria ser eliminado. Entretanto, por ser algo inerente à natureza dos processos, sua eliminação não é possível, restando apenas a possibilidade de que a mesma seja reduzida e mantida estável no tempo.

A variação é sempre um efeito, isto é, conseguido através da procura sistemática das chamadas “causas da variação” e das ações sobre tais causas, que podem ser de três tipos:

- 1) Eliminação da causa;
- 2) Proteção do processo contra a causa; e,
- 3) Aumento da resistência do processo contra o efeito da causa.

### 2.3 Condição Ideal para um Processo

Como explicado, a variação é algo que não pode ser totalmente eliminado de um processo. Entretanto, por ações sobre as suas causas, a variação de um processo (gerada por causas especiais) pode ser eliminada, ficando apenas a variação inerente ao próprio processo (gerada por causas comuns ou internas ao sistema).

Quando um processo apresenta apenas variação em decorrência de causas comuns, diz-se que o processo está “sob controle”. Em outras palavras, quando um processo está sob controle, o mesmo apresenta resultados consistentes e previsíveis no tempo, uma vez que sua variação é estável no tempo, sendo gerada apenas por causas inerentes ao próprio processo.

Pode-se mencionar que um processo está sob controle, quando o mesmo está livre da presença de causas externas (causas especiais). Dessa forma, o significado *sob controle* adotado pela gestão de processos está em oposição ao significado dessa expressão na linguagem coloquial, uma vez que na gestão de processos, sob controle indica que o processo está livre da ação de agentes externos, ao passo que na linguagem popular, a mesma expressão é sinônimo de coerção Ramos (1995). Quando um processo está sob controle, diz-se que a variação observada é a sua “variação natural”, a qual é medida pelo desvio padrão da variável resposta ( $\sigma$ ). O critério frequentemente utilizado para sumarizar a variabilidade é aquele que mede a concentração dos dados em torno de sua média e daí surgem a variância e o desvio-padrão.

A variância  $\sigma^2$  de uma população de N elementos é dada pela média do quadrado dos desvios dos elementos em relação à média  $\mu$ , ou seja:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(X_i - \mu)^2}{N} \quad (1)$$

Quando se está trabalhando com amostras, a variância amostral  $s^2$  é dada por:

$$s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad (2)$$

onde a média amostral é dada por:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i / n \quad (3)$$

O desvio-padrão ( $\sigma$  para população e  $s$  para amostras) é a raiz quadrada da variância.

Através de  $\sigma$  se pode definir a tolerância natural do processo ( $TN = 6 * \sigma_x$ ), a qual corresponde à amplitude de um intervalo simétrico e centrado na média, que contém quase que a totalidade da variação da resposta (no caso da resposta Ter distribuição normal, tal intervalo contém 99,73% da variação. Detalhes em Burr (1979) e Juran (1988).

Embora a condição sob controle seja altamente desejada pois passa a ter um comportamento consistente e, portanto, sendo previsível, essa condição não é de todo satisfatória para a gestão de processos. Isso ocorre pelo fato de que um processo pode estar sob controle, porém não atender à determinados requisitos estabelecidos pelos clientes e pelo próprio negócio. Dessa maneira, um condição adicional precisa ser estabelecida. Tal condição é chamada de “capacidade do processo”.

Pode-se acentuar que um processo é capaz quando o mesmo está sob controle e atende, de forma consistente no tempo, todos os requisitos dos clientes e do negócio. Essa é, portanto, a condição ideal para um processo do ponto de vista de sua gestão.

## 2.4 Estudo Estatístico do Processo

Como explicitado, a variação é algo sempre presente em um processo. Parte dessa variação é inerente ao mesmo causada por ação combinada de inúmeras causas comuns cujo efeito individual é pequeno e, portanto, muito difícil de ser isolada. Dessa forma, a variação introduz um componente estocástico, isto é, não determinístico, sobre o comportamento do processo. Bissel (1994).

A partir disso, ao se dizer que um processo sob controle apresenta resultados consistentes e previsíveis no tempo, deve-se entender que tal consistência e previsibilidade têm um sentido estatístico (probabilístico). Portanto, as avaliações das condições sob controle e capaz devem (uma vez que estão associados ao comportamento do processo no tempo) ser realizadas através da utilização de instrumentos estatísticos apropriados. De maneira geral, tais instrumentos são:

1) Para avaliação de estado de controle:

1.1 ) Cartas de controle; e,

1.2 ) Comparação de histogramas.

2) Para avaliação da capacidade:

2.1 ) Índices de capacidade; e,

2.2 ) Histograma.

Com fundamento no que se considerou até agora, a variação total (provocada por causas comuns e causas especiais) da resposta é um elemento essencial na avaliação do estado de controle e da capacidade de um processo.

Na prática os parâmetros  $\mu$  e  $\sigma$  são desconhecidos e devem ser estimados a partir de dados amostrais. Um procedimento para a estimação de  $\mu$  e  $\sigma$  consiste em tomar  $m$  amostras preliminares, cada uma contendo  $n$  observações da característica de qualidade considerada. Estas amostras são conhecidas como subgrupos racionais.

O desvio padrão  $\sigma$  é estimado com base na amplitude média definida por:

$$\bar{R} = 1/m \sum_{i=1}^m Ri \quad (4)$$

Na prática utiliza-se a seguinte estimativa para o desvio padrão sigma:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (5)$$

Onde,

$R_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  é a amplitude (diferença entre o maior e o menor valor) da amostra  $i$

$\bar{R}$  : média das amplitudes dos subgrupos racionais

$d_2$ : constante tabelada em função do tamanho ( $n$ ) dos subgrupos racionais, Montgomery (1997), por exemplo para  $n=2$ ,  $d_2 = 1,128$

A estimativa do desvio padrão  $\sigma$  a partir da amplitude média  $\bar{R}$  é apropriada para pequenas amostras ( $n \leq 10$ ). Para amostras de maior tamanho  $\bar{R}$  perde eficiência, já que todos os valores entre  $x_{\min}$  e  $x_{\max}$  são ignorados no cálculo da amplitude. Nestes casos é melhor utilizar o desvio padrão amostral  $s$ . Wetherill (1991).

## 2.5 Cartas de Controle

As cartas de controle são instrumentos que apresentam a evolução do nível de operação do processo e sua variação ao longo do tempo.

Esses gráficos auxiliam a compreender quanto da variabilidade do processo decorre de variação aleatória e quanto decorre de eventos incomuns ou de ações individuais. Isto permite determinar se o processo está sob controle estatístico. Basicamente, o gráfico de controle é um gráfico de linha com limites superior e/ou inferior, determinados estatisticamente, de cada lado da linha média do processo o que possibilita observar o relacionamento do processo com estes limites ao longo do tempo.

Os dados que incidirem fora dos limites de controle ou que apresentarem padrões inapropriados podem indicar uma oportunidade de melhoria. Montgomery (1997).

Se fosse possível coletar dados de um processo no qual todos os fatores (métodos, materiais, mão-de-obra) fossem perfeitamente constantes, todos os dados teriam os mesmos valores. Contudo, é impossível manter todos os valores em um estado constante durante todo o tempo. Na realidade, mesmo que se presuma estar alguns fatores em estado constante eles não podem ser perfeitamente estáveis. É inevitável que um conjunto de dados tenha variação. Deve-se estar atento para diferenciar as causas comuns de variação das causas especiais.

As cartas de controle exigem algumas fases preparatórias que podem ser resumidas assim:

- a) ambiente próprio para ação;
- b) definição do processo;
- c) determinação das características a controlar; e,
- d) definição do sistema de medição.

## 2.6 Limites de Controle

Um processo estará sob controle estatístico se a variação de seus dados forem originadas apenas de fontes aleatórias, pois qualquer variação não aleatória terá grande chance de ser detectada.

No uso de um gráfico de controle é fundamental que seja possível separar a variabilidade inerente do processo daquela causada pelo eventual aparecimento de uma causa especial de variação.

Na ausência de causas especiais de variação o desempenho do processo flutuará em torno de um valor médio sem nunca (ou muito raramente) se afastar significativamente desse valor. Um grande afastamento do valor médio é quase que certamente uma indicação da presença de uma causa especial de variação. É óbvio que se precisa de um critério para classificar um afastamento como grande ou pequeno. Para isso utiliza-se limites de controle.

Para a determinação dos limites de controle, é usual utilizar o chamado sistema  $3\sigma$ , que consiste em fazer  $Z_{\alpha/2} = 3$ , onde  $Z_{\alpha/2}$  é o valor da distribuição normal com média zero variância 1, cuja área a sua direita é igual a  $\alpha/2$ . Ver detalhes em Burr (1979).

Os limites de controle são valores que definem a região em que a flutuação é considerada como de origem aleatória. Fora dela a flutuação é concebida como causada pelo aparecimento de causas especiais. O limite de controle situado acima do valor médio é denominado de Limite Superior de Controle, LSC, e o outro, abaixo da média, é denominado de Limite Inferior de Controle, LIC. A figura 1 ilustra um gráfico de controle típico.

$$\text{LSC} = \mu + 3\sigma \quad (06)$$

$$\text{LIC} = \mu - 3\sigma \quad (07)$$

Se o processo estiver sob controle, os valores da característica oscilarão em torno da linha central, dentro da faixa determinada pelo LSC e LIC. Isto porque esses limites são estabelecidos de forma que ao estar o processo sob controle é pequena a chance de obter um valor fora dos limites. Mesmo estando todos os pontos dentro dos limites, outras situações de causas especiais também poderão ser detectadas pelo gráfico de controle, caso o comportamento da característica se apresente de maneira sistemática ou não aleatória.

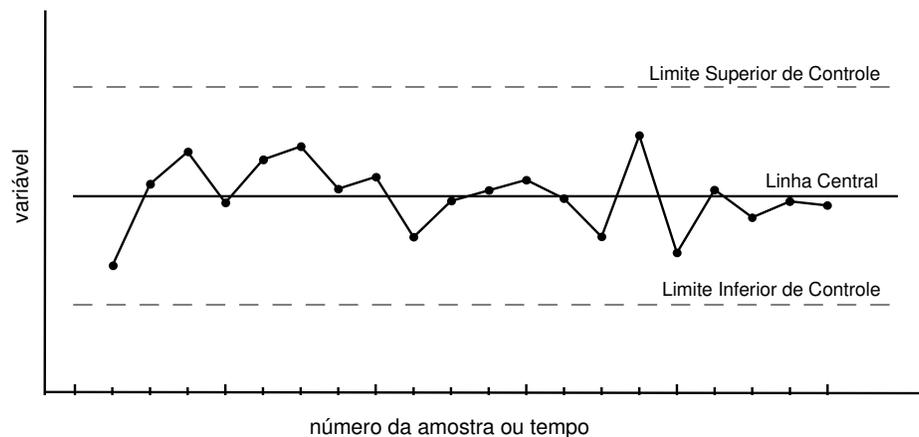


Figura 1: Limites de Controle - Conceitual

Os resultados do processo estão distribuídos aleatoriamente em torno da linha média sem ultrapassar os limites de controle.

Se a característica tiver uma distribuição normal, então 99,73% das observações estarão entre  $\mu + 3\sigma$  e  $\mu - 3\sigma$ , ou seja, a probabilidade de um ponto cair fora dos limites de controle é igual a 0,27%, conforme ilustra a figura 2.

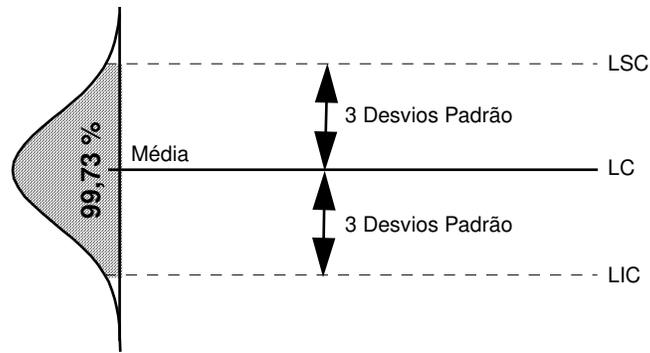


Figura 2: Limites de controle de 3 desvios padrão

## 2.7 Utilização das Cartas de Controle

Em geral, na prática, não se conhece a média e o desvio padrão reais, portanto os limites de controle a serem utilizados terão como base a média amostral,  $\bar{X}$ , e o desvio padrão amostral,  $\hat{\sigma}$ , que podem ser definidos por:

$$LSC = \bar{X} + 3 \hat{\sigma} \quad (08)$$

$$LM = \bar{X} \quad (09)$$

$$LIC = \bar{X} - 3 \hat{\sigma} \quad (10)$$

Existem dois usos básicos para as cartas de controle:

1. Como critério na determinação do estado de um processo. Aqui o objetivo é determinar se o processo estava, num determinado período, sob controle. Neste sentido, o gráfico de controle referente ao período em questão deve ser examinado.
2. Como guia para manter a atividade sob controle.

As cartas de controle devem ser utilizadas na sinalização de causas não aleatórias que atuem no processo. O critério mais simples dessa sinalização são os pontos fora dos limites de controle.

Muitas vezes, embora os limites de controle estejam desenhados, tais gráficos são apenas contemplados, e mesmo quando pontos caem fora dos limites, as causas não são investigadas e nenhuma ação é tomada.

Após a realização das fases preparatórias para a implantação das cartas, o próximo passo é a definição do tipo de carta de controle a ser implantada no processo. Para isto devem ser considerados os seguintes aspectos:

- a) tipo de característica a ser controlada (variável ou atributo);
- b) tipo de processo (contínuo, semi-contínuo, batelada, linha de montagem);
- c) custos operacionais (medição da característica, forma de aleatorização); e,
- d) presença ou não de autocorrelação ou sazonalidade na característica.

Nesse estudo é o intuito propor uma nova forma de controle quando se observa a presença de autocorrelação e sazonalidade. Para de terminar o comportamento natural do processo será necessário modelar o mesmo utilizando a técnica de modelagem de séries temporais, através da metodologia de Box-Jenkins (ARIMA).

## **Capítulo 3**

# **Modelos de Previsão Usando Séries Temporais**

### **3.1 Introdução**

O estudo da previsibilidade envolve dados históricos, cujo objetivo é descobrir a existência de tendências e padrões. O conhecimento da previsibilidade é utilizado na projeção de dados para períodos futuros.

As transformações numéricas nos resultados e o próprio “sentimento” (conhecimento técnico) são utilizados nos modelos de previsão.

Atualmente, no mundo dos negócios as empresas e processos têm se tornado complexos e a necessidade de se “conhecer” o futuro tornou-se fundamental para a manutenção e para o próprio crescimento das empresas e dos negócios. Neste contexto, o conhecimento da previsibilidade assume uma posição de destaque na administração dos processos.

### **3.2 Histórico da Previsibilidade**

Muitas das técnicas de previsibilidade utilizadas atualmente, foram desenvolvidas no século XIX, sendo a análise de regressão um exemplo delas.

Mais recentemente, os procedimentos Box-Jenkins e Redes Neurais têm recebido atenção especial com uma aplicação cada vez mais crescente.

A partir do desenvolvimento de técnicas de previsibilidade mais sofisticadas e com o avanço tecnológico dos computadores, as técnicas de previsibilidade são cada vez mais solicitadas.

Em decorrência disso uma questão se faz necessária: quem precisa de previsões? E a resposta: praticamente todas as organizações sejam elas grandes ou pequenas, privadas ou públicas, se utilizam previsões explicita e/ou implicitamente, já que todas planejam e necessitam saber como estarão no futuro.

Previsões são necessárias e aplicadas em várias áreas, entre elas: financeira, marketing, áreas de produção, recursos humanos, área governamental, clubes sociais e na área política.

### **3.3 Tipos de Previsibilidade**

Hoje em dia praticamente todas as organizações vivem num clima de incertezas e quando seus dirigentes se deparam com situações que demandam decisões, a primeira providência necessária deve ser a escolha de qual tipo de previsão.

Em primeiro lugar, os procedimentos de previsibilidade podem ser classificados em longo e em curto período. As predições de longo período são geralmente utilizadas pelos níveis de alta gerência. Já as predições que envolvem um curto período são utilizadas em planejamentos

estratégicos, imediatos e também utilizadas pelas médias gerências e escalões responsáveis por resultados mais imediatos.

Os procedimentos de previsibilidade também podem ser classificados em procedimentos quantitativos ou qualitativos. Neste trabalho dar-se-á ênfase aos procedimentos de análise de séries temporais (os chamados de Modelos Box-Jenkins). Além disso, o bom senso será utilizado nas manipulações dos dados e nos procedimentos técnicos.

### **3.4 Modelos de Box-Jenkins**

Antes de definirmos o modelo de Box-Jenkins é importante destacar alguns resultados sobre Séries Temporais.

Uma **Série Temporal** é uma seqüência de observações de uma certa variável de interesse, digamos  $X$ , a qual é observada em certos intervalos de tempo, usualmente igualmente espaçados, de maneira que denotamos  $x_t$ , como o valor observado da variável  $X$ , no tempo  $t$ .

O gráfico de  $X$  em função de  $t$  auxilia-nos a verificar possíveis tendências da variável em questão.

Nos gráficos, a seguir, observam-se alguns exemplos de possíveis tendências apresentadas pela variável de interesse:

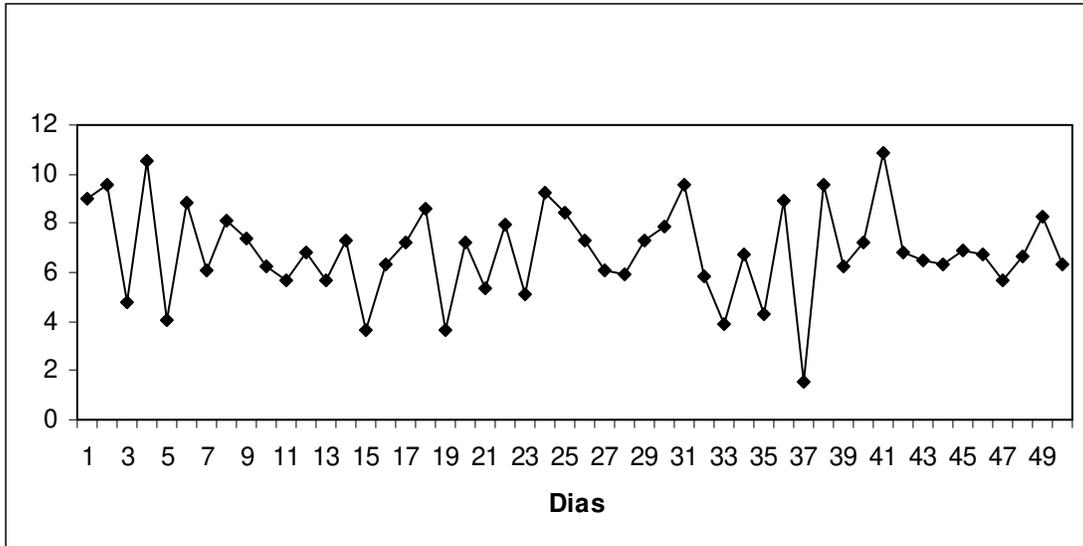


Figura 3: Gráfico de Tendência Estável

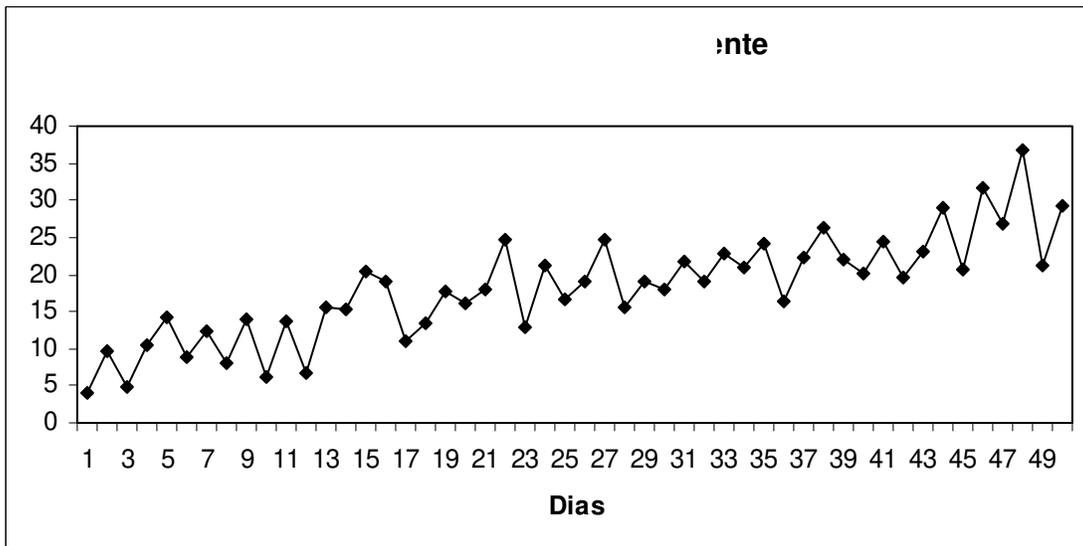


Figura 4: Gráfico de Tendência Crescente

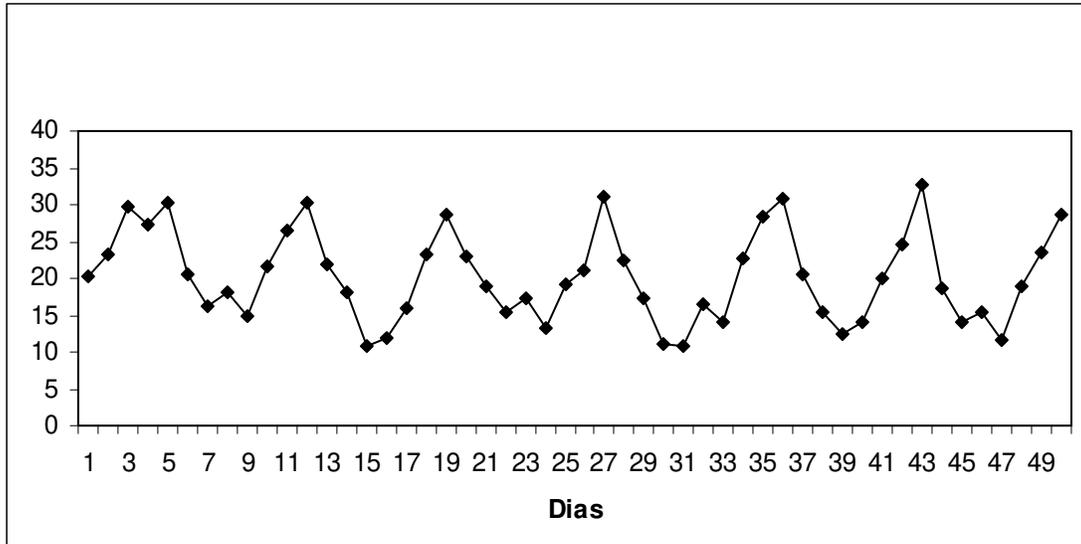


Figura 5: Gráfico de Tendência Cíclica

A figura 3 mostra uma tendência estável, pois a variável de estudo, permanece constante em função do tempo, enquanto que o gráfico da figura 4 apresenta uma certa tendência crescente em função do tempo. Já na figura 5 o gráfico ressalta uma forma cíclica em períodos bem definidos.

Obviamente, outras tendências podem existir em função na natureza do processo de estudo.

Em geral, ao modelarmos uma série temporal o fazemos como uma função do tempo  $t$ . Os exemplos mais simples destes modelos são:

$$x_t = b + \varepsilon_t \quad (11)$$

Tal modelo poderia representar a demanda de um produto,  $x_t$ , que é constante em função do tempo  $t$ , onde  $b$  é a média do processo e  $\varepsilon_t$  é a componente aleatória do modelo a qual usualmente supõem-se que tenha  $E(\varepsilon_t) = 0$  e  $V(\varepsilon_t) = \sigma^2$ , para todo  $t$ .

Um outro modelo seria o que representaria uma tendência linear entre a variável  $X$  e o tempo  $t$ , ou seja:

$$x_t = b_1 + b_2 t + \varepsilon_t \quad (12)$$

onde  $b_1$  e  $b_2$  são constantes a serem determinadas e  $\varepsilon_t$  é a componente aleatória definida como no primeiro modelo.

Para uma tendência quadrática, o modelo seria:

$$x_t = b_1 + b_2 t + b_3 t^2 + \varepsilon_t \quad (13)$$

onde novamente  $b_1$ ,  $b_2$  e  $b_3$  são os parâmetros (constantes) desconhecidos a serem determinados e  $\varepsilon_t$  é a componente aleatória como definida nos modelos anteriores.

De forma geral os modelos acima poderiam ser representados por:

$$x_t = b_1 z_1(t) + b_2 z_2(t) + \dots + b_k z_k(t) + \varepsilon_t \quad (14)$$

onde  $b_1, b_2, \dots, b_k$  são os parâmetros desconhecidos do modelo,  $z_1(t), z_2(t), \dots, z_k(t)$  são funções do tempo  $t$  e  $\varepsilon_t$ , as componentes aleatórias do modelos, também denominadas de erro do modelo, são variáveis aleatórias independentes, com média zero e variância constante  $\sigma^2$ .

A classe de modelos definida acima pode ser analisada usando-se as técnicas de Regressão Linear, vide Charnet, Freire, Charnet e Bonvino (1999).

Nos modelos descritos acima, a pressuposição de independência dos erros,  $\varepsilon_t$ , e conseqüentemente, a independência entre as observações,  $x_t$ , nem sempre podem ser garantidas, ou seja, é freqüente nos depararmos com situações onde as observações são fortemente dependentes uma das outras. Nestes casos os usos dos modelos descritos acima são inapropriados para se fazer previsões. Os modelos de Box-Jenkins consideram exatamente a situação de termos as observações autocorrelacionadas, daí a sua importância como modelo de previsão para séries temporais.

O modelo de Box-Jenkins, consiste em considerarmos que a observação  $x_t$ , possa ser modelada como uma função dos erros anteriores,  $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$ , da seguinte forma:

$$x_t = \mu + \psi_0 \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1} + \psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots \quad (15)$$

ou

$$x_t = \mu + \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j} \quad (16)$$

onde,  $\varepsilon_i$  são variáveis aleatórias normais independentes com média zero e variância constante  $\sigma^2$ , para todo  $i = t, t-1, t-2, \dots$ ,  $\psi_j, j = 0, 1, 2, \dots$ , são os parâmetros do modelo, usualmente chamados de peso e  $\mu$  é a constante que determina o nível do processo. Em geral adota-se o valor 1 para  $\psi_0$ .

Segundo Box e Jenkins (1976), uma série temporal é **estacionária**, se existe equilíbrio em torno de uma constante, como consequência tem-se que  $E(x_t) = \mu$ , finita.

Em termos do modelo definido acima se a série for estacionária tem-se que:

$$E(x_t) = E\left(\mu + \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j}\right) = \mu \quad (17)$$

conseqüentemente  $\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j = 0$ , visto que  $E(\varepsilon_t) = 0$ .

Pode-se mostrar que para uma série estacionária, a variância de  $x_t$  é dada por:

$$\gamma_0 = V(x_t) = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j^2 \quad (18)$$

Definimos a **autocovariância de período k**, da série como:

$$\gamma_k = \text{Cov}(x_t, x_{t-k}) \quad (19)$$

No caso da série ser estacionária, pode-se mostrar que a autocovariância de período  $k$  é dada por:

$$\gamma_k = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+k} \quad (20)$$

A **autocorrelação de período  $k$**  é definida de maneira similar a covariância entre duas v.a.'s, simplesmente considerando no numerador a autocovariância de período  $k$ , ou seja:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (21)$$

Se for considerado o gráfico de  $\rho_k$  em função de  $k$ , tem-se a **função de autocorrelação do processo**.

Outra medida importante para se estudar a relação entre as componentes da série é a **autocorrelação parcial de período  $k$** . Ela é a correlação entre  $x_t$  e  $x_{t+k}$ , eliminado os efeitos das componentes entre  $x_t$  e  $x_{t+k}$ , ou seja,  $x_{t+1}$ ,  $x_{t+2}$ , ...,  $x_{t+k-1}$ . Essa medida é também chamada de autocorrelação parcial de ordem  $k$ , e denotada por  $\Phi_{kk}$ . O gráfico de  $\Phi_{kk}$ , em termos de  $k$  é chamado de **função de autocorrelação parcial**.

### 3.4.1 Modelos Autoregressivos (AR)

O modelo geral de Box-Jenkins, definido anteriormente, trás uma complicação para a sua utilização, visto que o número de componentes do modelo é infinito. Um caso particular e mais simples de ser utilizado são os modelos dados por:

$$x_t = \xi + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t \quad (22)$$

que são chamados de **modelos autoregressivos de ordem  $p$** , visto que  $x_t$  está sendo expresso em termos das  $p$  componentes anteriores a ela, de forma que  $\xi, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  são os parâmetros

desconhecidos do modelo. A notação usada para esses modelos é **AR(p)**. Esses modelos podem ser utilizados para representar tanto séries estacionárias como não estacionárias.

Encontram-se abaixo alguns padrões para as funções de autocorrelação e auto correlação parcial, para modelos AR(1) e AR(2).

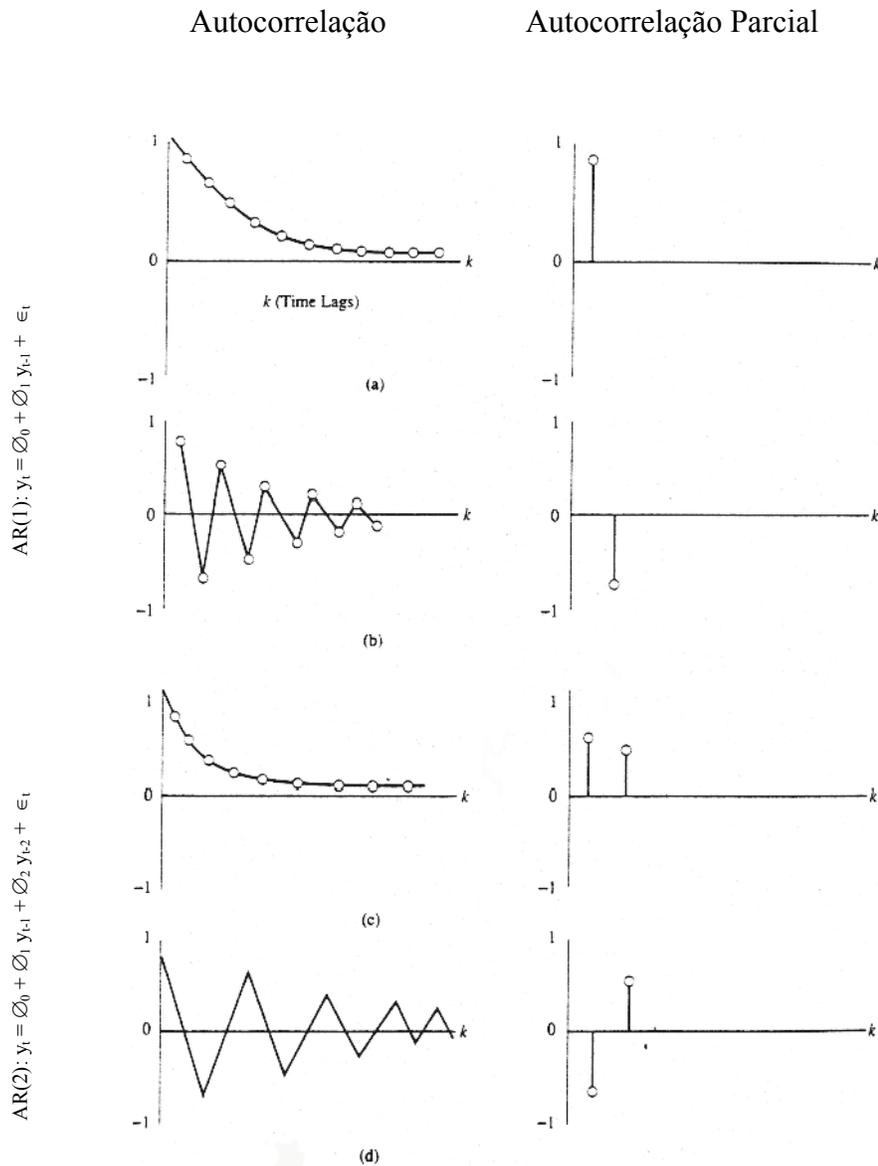


Figura 6: Exemplos de Padrões das Funções de Autocorrelação e Autocorrelação Parcial

*Obs: A forma da autocorrelação é semelhante a um decaimento exponencial.*

### 3.4.2 Modelos de Média Móvel (MA)

Um outro caso especial a destacar do modelo de Box-Jenkins, é o modelo chamado de **Médias Móveis**, o qual é dado por:

$$x_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (23)$$

onde temos que  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ , formam um conjunto de pesos finito.

O modelo acima é denotado por MA(q), e tem a média, variância e autocovariância de período k, dados por:

$$E(x_t) = \mu \quad (24)$$

$$\gamma_0 = V(x_t) = \sigma^2 \sum_{i=0}^q \theta_i^2 \quad (25)$$

$$\gamma_k = \sigma^2 (-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \theta_2 \theta_{k+2} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q), k = 1, 2, \dots, q \quad (26)$$

onde  $\theta_0 = 1$  e  $\gamma_k = 0$  para  $k > q$ .

De maneira análoga ao modelo anterior pode-se calcular a função de autocorrelação de um modelo MA(q), que será dada por:

$$\rho_k = \frac{-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \theta_2 \theta_{k+2} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q}{\theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2}, k = 1, 2, \dots, q \quad (27)$$

de forma que a expressão acima é igual a zero se  $k > q$ .

Como ilustração tem-se que um modelo MA(1) é dado por:

$$x_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (28)$$

com a função de autocorrelação dada por:

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1(1-\theta_2)}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} \quad (29)$$

$$\rho_2 = \frac{-\theta_2}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} \quad (30)$$

A classe de modelos MA(q) é estacionária.

### 3.4.3 Modelos Mistos Autoregressivos e Média Móvel (ARMA)

A classe de modelos que envolve em um só modelo de processos autoregressivos e de média móvel, são denotados por ARMA, e são dados por modelos do tipo:

$$x_t = \xi + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + -\theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (31)$$

cuja notação utilizada é ARMA(p,q), que é lida como modelo ARMA de ordem p e q.

No caso particular de termos  $p = q = 1$ , tem-se que o modelo ARMA(1,1) é dado por:

$$x_t = \xi + \phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (32)$$

e pode-se mostrar que :

$$E(x_t) = \frac{\xi}{1-\phi_1} \quad (33)$$

$$\gamma_0 = \theta_1 \gamma_1 + \sigma[1 - \theta_1(\phi_1 - \theta_1)] \quad (34)$$

$$\gamma_1 = \theta_1 \gamma_0 + \sigma \theta_1 \quad (35)$$

$$\gamma_k = \theta_1 \gamma_{k-1}, \quad k \geq 2 \quad (36)$$

e que a função de autocorrelação é dada por:

$$\rho_1 = \frac{(1 - \phi_1 \theta_1)(\phi_1 - \theta_1)}{1 + \theta_1^2 - 2\theta_1 \phi_1} \quad (37)$$

$$\rho_k = \theta_1 \rho_{k-1}, \quad k \geq 2 \quad (38)$$

### 3.4.4 Modelos Autoregressivos Integrados Média Móvel (ARIMA)

Uma classe muito importante a ser destacada são os modelos ARIMA(p,d,q), que englobam todos os modelos vistos anteriormente bem como os processos não estacionários. Não será discutido em detalhes essa classe de modelos, apenas apresentar-se-á alguns resultados de modelagem desses modelos enfocando os casos particulares para quando p é igual a zero, que levará as classes de modelos AR, MA e ARMA, ou seja:

1. ARIMA(p,0,q) temos o modelo ARMA(p,q)
2. ARIMA(p,0,0) temos o modelo AR(p)
3. ARIMA(0,0,q) temos o modelo MA(q)

Um outra razão para se apresentar os resultados dos modelos ARIMA(p,d,q) é que pacotes estatísticos, como o MINITAB, por exemplo, apresentam análises das séries temporais considerando modelos ARIMA, precisando apenas especificar quais os valores de p, d e q, para termos os casos particulares desejados.

### 3.5 Escolha e Análise do Modelo

A escolha de um modelo para se analisar uma série temporal, com o objetivo de se fazer previsões, consiste nas seguintes etapas:

1. Através da análise de séries históricas faz-se a tentativa de identificar um modelo que possa representar a série de estudo.
2. Os parâmetros do modelo escolhido em 1 são estimados.
3. Diagnósticos devem ser realizados no modelo estimado com o objetivo de se determinar a adequação do modelo, indicando ou não se é possível haver uma melhora.

#### 3.5.1 Identificação do Modelo

A identificação do modelo deve ser feita através de uma série histórica, de preferência, com pelo menos 50 observações.

A principal ferramenta para se tentar identificar o modelo, é a função de autocorrelação, que depende diretamente dos parâmetros desconhecidos do modelo. Deve-se estimar essa função através das observações consideradas na série histórica. Qualquer que seja o modelo a ser estimado, tem-se que a função de autocorrelação será o estimada pela autocorrelação amostral dada por:

$$\hat{\rho}_k = \frac{\frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} (x_i - \bar{x})(x_{i+k} - \bar{x})}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, K \quad (39)$$

onde  $N$  é o total de observações considerada na série,  $\bar{x}$  é a média amostral das  $N$  observações. Como regra geral calculam-se as primeiras  $K < N/4$ , autocorrelações amostrais.

Outra informação importante, para a identificação do modelo, é a fornecida pela função de autocorrelação parcial. Pode-se mostrar que em um modelo autoregressivo, a autocorrelação parcial,  $\phi_{kk}$  é exatamente o coeficiente de ordem  $k$  do modelo, e que elas satisfazem a equação:

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-k}, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (40)$$

Considerando, portanto, a equação acima, é possível estimar as autocorrelações parciais, através da equação:

$$\hat{\rho}_j = \phi_{k1}\hat{\rho}_{j-1} + \phi_{k2}\hat{\rho}_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\hat{\rho}_{j-k}, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (41)$$

resolvendo o sistema para todo  $k = 1, 2, \dots, K$ , obtendo as estimativas  $\hat{\phi}_{11}, \hat{\phi}_{22}, \dots, \hat{\phi}_{KK}$  dos respectivos,  $\phi_{kk}$ ,  $k=1, 2, \dots, K$ .

Para facilitar a análise das autocorrelações é usual se apresentar o gráfico das estimativas das autocorrelações em função dos valores de  $k$ , acrescentando-se dois limites, um inferior e outro superior, de forma que valores fora desses limites podem ser considerados como autocorrelações significativamente diferente de zero.

De maneira análoga gráficos são construídos para as estimativas das autocorrelações parciais com os respectivos intervalos de significância.

No caso das autocorrelações os limites de significância são dados por:

$$\pm 2S(\hat{\rho}_k) = \pm 2\sqrt{\frac{1}{N}} \left[ \sqrt{1 + 2\sum_{j=1}^{k-1} \hat{\rho}_j} \right] \quad (42)$$

onde a expressão acima foi apresentada por Bartlett (1946)

para as autocorrelações parciais os limites são:

$$\pm 2S(\hat{\phi}_{kk}) = \pm 2\sqrt{\frac{1}{N}} \quad (43)$$

usando os resultados apresentados por Quenouille (1949)

Esses limites são colocados em um gráfico em que as autocorrelações são anotadas para melhor visualizar o processo.

Abaixo é possível visualizar alguns gráficos: série de observações, da função de autocorrelação e das autocorrelações parciais.

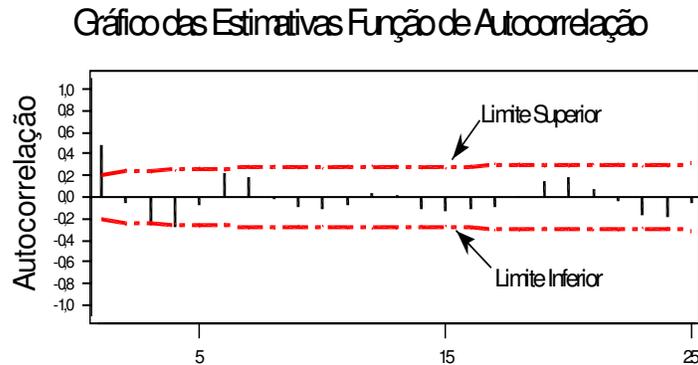


Figura 7: Gráfico das Estimativas Função de Autocorrelação

Na figura 7 pode-se observar que somente a autocorrelação de ordem 1 está fora dos limites, ou seja, podemos, então, considerar que essa autocorrelação é estatisticamente diferente de zero.

Construindo agora o gráfico para as autocorrelações parciais, tem-se:

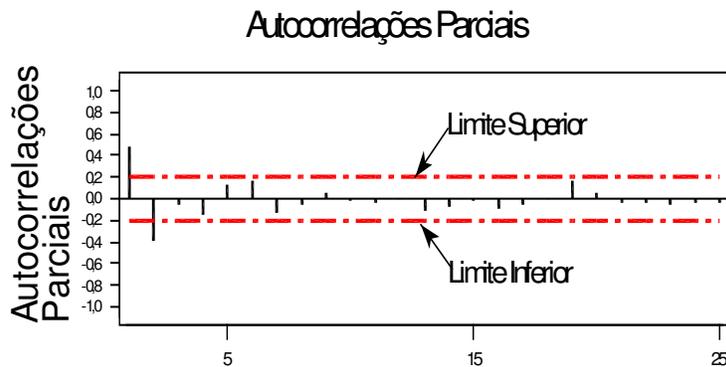


Figura 8: Gráfico das Estimativas Função de Autocorrelação Parciais

Portanto, nota-se que as autocorrelações parciais que estão fora dos limites, são as de ordem 1 e 2, após isso todas as outras podem ser consideradas nulas. Com isso pode-se tentar ajustar um modelo AR(2), visto que só a duas primeiras correlações parciais são estatisticamente diferente de zero.

### 3.5.2 Estimação e Adequação do Modelo

Uma vez identificado qual modelo deve ser considerado, o próximo passo é se estimar parâmetros (coeficientes) do modelo. O método utilizado é denominado de **Quadrados Mínimo**, que é o mesmo utilizado para Modelos de Regressão. Ele consiste em encontrar estimativas dos parâmetros que minimizem a soma de quadrados das diferenças entre os valores observados  $x_t$  e os respectivos valores fornecidos através do modelo proposto. Essas estimativas são denominadas de **Estimativas de Quadrados Mínimos (EQM)** dos parâmetros. Essas estimativas encontram-se através de processos iterativos, ou seja, não se tem uma expressão fechada para elas, se faz necessário a utilização de softwares específicos, como por exemplo o MINITAB.

Para ilustrar o processo de estimação considera-se um modelo AR(2), em que se pode ver como fica a expressão para os estimadores dos parâmetros.

O modelo AR(2) é dado por:

$$x_t = \xi + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \varepsilon_t \quad (44)$$

então os parâmetros a serem estimados são  $\xi, \phi_1$  e  $\phi_2$ .

Considerando que se tem N observações, o modelo acima só está definido para  $t = 3, 4, \dots, N$  e as EQM, dos parâmetros, são encontradas minimizando a expressão:

$$\sum_{t=3}^N (x_t - \xi - \phi_1 x_{t-1} - \phi_2 x_{t-2})^2 \quad (45)$$

Reescrevendo o modelo na forma matricial temos:

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{N-1} \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_2 & x_1 \\ 1 & x_3 & x_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_{N-2} & x_{N-1} \\ 1 & x_{N-1} & x_{N-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_{N-1} \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}$$

ou ainda:

$$x = Z\phi + \varepsilon \quad (46)$$

de forma que as EQM dos parâmetros serão dadas por:

$$\hat{\phi} = (Z'Z)^{-1} Z'x \quad (47)$$

Após se encontrar as EQM e substituí-las no modelo teremos os correspondentes valores de  $x_t$  que serão estimados pelo modelo e denotados por  $\hat{x}_t$

As medidas de ajuste do modelo estimado serão baseadas nos resíduos, os quais são dados por:

$$r_t = x_t - \hat{x}_t \quad (48)$$

Para examinar o ajuste do modelo, calcula-se a função de autocorrelação dos resíduos,  $r_t$ , denotada por  $\hat{\rho}_k(r_t)$ , de forma que, se o modelo estiver adequado, espera-se que essas autocorrelações não sejam diferentes de zero, caso contrário é necessário tentar mudar o modelo escolhido inicialmente.

Além das autocorrelações dos resíduos, pode-se, para modelos ARIMA(p,d,q) em geral, utilizar a estatística:

$$Q = (N - d) \sum_{k=1}^K \hat{\rho}_k^2(r_t) \quad (49)$$

que indicará se as  $K$  primeiras autocorrelações dos resíduos são significantes, ou não, sugerindo a adequação, ou não do modelo, visto que se o modelo for adequado a estatística  $Q$  tem distribuição aproximada, Qui-Quadrado com  $N-p-q$  graus de liberdade.

Portanto rejeitamos que o modelo é adequado se  $Q$  for maior que o valor crítico de um Qui-Quadrado  $N-p-q$ , para um nível de significância pré-determinado,  $\alpha$ .

### **3.5.3 Previsões**

Após se encontrar um modelo adequado, previsões para um período ou alguns períodos futuros podem ser realizadas.

Intervalos de confiança também podem ser construídos para estas estimativas. Geralmente, previsões adicionais no futuro, apresentarão intervalos de confiança mais largos. Estas previsões e intervalos de confiança são calculados pelo método Box-Jenkins solicitado pelo analista.

Se mais dados podem disponibilizados, o mesmo modelo poderá ser utilizado para revisar as previsões. Se a série temporal parece mudar ao longo do tempo, então poderá ser necessário recalcular os parâmetros do modelo ou até mesmo desenvolver um novo modelo.

Se pequenas diferenças (resíduos) nas previsões são observadas, elas poderão indicar que os parâmetros precisam ser recalculados.

Quando grandes diferenças (resíduos) nas previsões são observadas, elas poderão indicar que um novo modelo deverá ser ajustado.

## **Capítulo 4**

# **Controle de Processos Autocorrelacionados Utilizando Modelos de Previsão**

### **4.1 Introdução**

A aplicação das ferramentas estatísticas como base ao controle e determinação da estabilidade dos processos vem crescendo muito nos últimos anos. Dentre essas ferramentas, as cartas de controle, que compõem o controle estatístico do processo, se destacam como uma das mais conhecidas e aplicadas.

Apesar da grande difusão e ampla utilização das cartas de controle nos mais diversos tipos de processos, ainda existem algumas dificuldades ou até mesmo barreiras quando essa ferramenta é empregada para controlar processos que apresentam autocorrelação e/ou sazonalidade, nesse sentido, Runger George C.; Willemain, Thomas K.(1995), concluíram que processos de autocorrelação positiva desqualificam os gráficos de controle tradicionais. Se um modelo de série temporal adequado aos processos autocorrelacionados é utilizado, muitos defendem o uso de gráficos de controle dos resíduos desse modelo. Usando um modelo autoregressivo de ordem 1, eles mostraram que o gráfico de médias de bateladas é um forma alternativa ao gráfico de resíduos do modelo.

O grande desafio ao se estabelecer o controle estatístico do processo consiste em diferenciar o que é comum do que não é comum do processo. Utiliza-se os limites de controle para fazer essa diferenciação.

Os limites de controle das cartas de controle convencionais têm como uma de suas premissas a independência dos dados do processo.

Em processos autocorrelacionados essa premissa não é satisfeita e se inviabiliza dessa forma a utilização das cartas de controle convencionais, especialmente em certos tipos de processos, como concluíram Atienza, O. O.; Tang, L. C.; Ang, B. W.(1998). Em processos automatizados em que se faz coleta de dados de forma rápida e econômica é comum o controle estatístico de processo tradicional não poder ser diretamente implementado devido a autocorrelação presente nas séries de dados.

Uma aproximação comum para monitoramento desses processos autocorrelacionados é aplicar o controle estatístico de processo tradicional nos resíduos de um modelo autoregressivo de média móvel. Entretanto, os autores mencionam que há a sensibilidade dos gráficos de controle dos resíduos em detectar mudanças quando o processo apresenta alta autocorrelação positiva. A proposta deste trabalho é a aplicação dos resultados usados para detectar pontos estranhos (outlier) e mudanças de níveis nas séries temporais para monitoramento do processo. É importante salientar outra alternativa para se estudar processos autocorrelacionados. Utiliza-se um modelo autoregressivo de ordem 1 considerando um gráfico de controle de médias móveis ponderadas exponencialmente (EWMA) baseados nos resíduos dos valores previstos do modelo conforme apresentam, Lu, Chao-Wen; Reynolds, Marion R., Jr (1999) usando um método de equação integral. A performance desse gráfico de controle é comparada com a performance do gráfico de controle EWMA baseado nas observações originais e o efeito das estimativas dos parâmetros são avaliadas. Quando o nível de autocorrelação é baixo ou moderado, os dois gráficos EWMA necessitam do mesmo tempo para detectar desvios. Para altos níveis de autocorrelação e grandes desvios, o gráfico de controle EWMA dos resíduos é um pouco mais rápido.

Existem ainda, vários processos que apresentam a autocorrelação como característica natural. Os processos químicos industriais são exemplos em que freqüentemente os resultados são “afetados” por essa característica. Como afirmam, Scariano, Stephen M.; Herbert, Jaime L.(2003). Para esses processos é comum as produções em bateladas, e os gráficos de EWMA podem ser modificados para explicar a variabilidade batelada a batelada. Este estudo foca na adaptação da técnica dos gráficos de médias móveis exponencialmente ponderadas para processos de bateladas correlacionadas.

Além da autocorrelação, observa-se que em alguns casos a sazonalidade pode fazer parte da naturalidade dos processos químicos industriais.

Gilbert; Kirby e Hild. (1997), concluíram que para muitos processos industriais autocorrelacionados, as técnicas padrão de gráficos de controle, por estarem baseadas no modelo de independência, produzem sinais fora de controle na presença de autocorrelação positiva. Além disso, as causas comuns de variação são operacionalmente definidas como causas que podem ser explicadas pelo modelo em que as observações são independentes identicamente distribuídas; tudo isso se aplica também para as causas especiais.

Em muitos casos esta definição pode não indicar os sinais necessários para controle do processo. Quando um processo apresenta autocorrelação é necessário, em primeiro lugar, decidir se o tempo é uma causa especial ou faz parte do sistema de causas comuns. Nesse artigo os autores discutem resultados pragmáticos que devem ser considerados na escolha do método gráfico. Sugere-se um método para estimar a autocorrelação em dados de subgrupos e apresenta três métodos gráficos que podem ser usados quando a autocorrelação faz parte do sistema de causas comuns. Esses métodos incluem um gráfico em que os limites de controle são estabelecidos usando a amplitude móvel, o segundo método esta baseado no modelo autoregressivo de ordem 1 e o terceiro método baseado no modelo de média móvel de ordem 1. Também são apresentadas alternativas de gráficos de medidas individuais que são baseadas no modelo autoregressivo de ordem 1 e um modelo de média móvel de ordem 1.

Outra situação, além dos processos industriais, que pode apresentar dados correlacionados, é o estudo do tempo de atendimento em serviços conforme descrevem Gardiner e Mitra (1995). Nessa situação eles afirmam que as estimativas usuais do desvio padrão do processo e os cálculos para determinar a média e os limites de controle, por estarem baseados na suposição de independência das observações e que elas são identicamente distribuídas, não apresentam boas estimativas quando as observações são autocorrelacionadas. Neste artigo os autores propõem um par de estimadores do desvio padrão do processo que pode ser usado para a construção dos limites de controle para a média de subgrupos de tamanhos variados.

A presença de autocorrelações significativas causa um profundo impacto nas cartas de controle. Um dos principais impactos é o aumento significativo de falsos alarmes na carta de controle. Mesmo quando as observações são fracamente correlacionadas, a influência nas cartas de controle pode ser grande, conforme afirmam Hu, Jack S.; Roan, Chinmo, (1996). Frequentemente modelos de séries temporais são usados para remover a autocorrelação, mudanças de padrões podem ocorrer provocando uma interpretação equivocada dos resultados. Para tanto, gráficos são desenvolvidos para comparação dos padrões de mudança antes e depois da aplicação dos modelos de séries temporais. Esses gráficos facilitam a interpretação dos processos autocorrelacionados.

Quando há processos que envolvem interdependência das observações, tem-se que, mesmo os procedimentos mais simples de análise de dados correlacionados, fornecem resultados extremamente satisfatórios, identificando de forma simples e objetiva, a existência de falsos alarmes. Nesse trabalho após selecionarmos o modelo Box-Jenkins adequado, considera-se a construção de gráficos de controle para os resíduos do modelo ajustado, com a finalidade de se controlar o processo de interesse e identificar os falsos alarmes.

## 4.2 Utilizando os Modelos de Previsão

É importante ressaltar que no capítulo 3 apresentou-se a técnica de previsão Box-Jenkins e que nesse momento ela será utilizada para adaptar os limites de controle aos processos que apresentam dados autocorrelacionados. Portanto, lembra-se que os modelos AR(p), são dados por:

$$x_t = \xi + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t \quad (49)$$

de forma que a ordem p do modelo é obtida após a análise dos gráficos das autocorrelações e autocorrelações parciais estimadas.

Uma vez selecionada a ordem, p, do modelo, ajusta-se esse modelo aos dados fazendo em seguida a análise de sua adequação.

Após a etapa de modelagem já será possível saber onde os dados futuros do processo deverão se localizar.

Percebe-se que sem a modelagem de um processo autocorrelacionado seria praticamente impossível estabelecer o controle estatístico do processo, pois nesses processos o comportamento natural dos dados adquiririam formas que em princípio poderiam ser atribuídas a causas especiais atuando no processo e na verdade seriam alarmes falsos.

Conhecendo-se o comportamento natural dos processos autocorrelacionados, a tarefa de distinguir as causas comuns das causas especiais de variação pode ser realizada.

Como foi explicitado anteriormente, a maneira pela qual as cartas de controle faz a distinção das causas comuns das causas especiais de variação é utilizando os limites de controle. Com o perfil do processo determinado pelo modelo de previsão é possível saber quais serão os resultados futuros que o processo apresentará. Isso se dá através da comparação dos resultados reais do processo com os resultados previstos pelo modelo.

Determinado o modelo adequado deve-se calcular os resíduos,  $r_t$ , como definido no capítulo 3 e em seguida, validar as hipóteses de normalidade e independência dos resíduos. Considerando-se agora os resíduos, calcula-se os limites de controle do processo que serão dados por:

$$LSC = \bar{r} + 3\hat{\sigma}_r \quad (50)$$

$$LM = \bar{r} \quad (51)$$

$$LIC = \bar{r} - 3\hat{\sigma}_r \quad (52)$$

onde:

$$\bar{r} = \frac{\sum_{t=1}^n r_t}{n} \quad (53)$$

$$\hat{\sigma}_r = \frac{\bar{R}_r}{d_2} \quad (54)$$

$$\bar{R}_r = \sum_{j=1}^{n-1} R_j \quad (55)$$

$$R_j = |r_{j+1} - r_j|, j=1,2,\dots,n-1 \quad (56)$$

É importante observar que se o processo estiver estável, ou seja, sob controle estatístico, os resíduos do modelo deverão estar entre os limites de controle apresentados acima flutuando em torno da média,  $\bar{r}$ , de maneira similar aos gráficos de controle usuais.

### 4.3 Estudo de Caso

A empresa na qual foi aplicada a técnica apresentada neste trabalho é do ramo siderúrgico e produz alumínio. A matéria prima para produção do alumínio é o minério de bauxita. Esse minério é extraído das diversas frentes de minas da região onde se localiza a empresa.

O processo de produção do alumínio inicia-se pela etapa que se refere à clarificação do minério de bauxita. Nessa etapa, a bauxita passa pela fase de lavagem do minério em filtros, com o objetivo de retirar as impurezas nela contidas. Uma das impurezas mais críticas é o ferro, pois para aplicação do produto final (alumina) essa impureza precisa atender a especificações rígidas do mercado.

Naturalmente o minério de bauxita contém ferro sendo a função da etapa de clarificação, retirar o máximo possível de contaminação de ferro.

Com a finalidade de controlar a contaminação, por ferro, na bauxita, optou-se por controlar estatisticamente essa variável, teor de ferro na bauxita através da técnica de gráficos de controle.

A coleta de dados foi estabelecida a fim de garantir a representatividade do processo.

Como o processo é contínuo e não há interrupções de produção, foi estabelecida a frequência de amostragem a cada 2 horas. Essa frequência de amostragem possibilitou reduzir o erro de se alterar o processo sem haver necessidade. Justifica-se essa frequência de amostragem pelo fato de que em um período superior a 2 horas tem-se um grande volume de produção sem avaliação. Também foi considerado para a frequência da amostragem, o tempo entre a coleta da amostra, a análise do laboratório e a tomada de decisão de alterações nos parâmetros de controle do processo.

A seguir é apresentado o mapa do processo desde a extração do minério até a fase de clarificação.

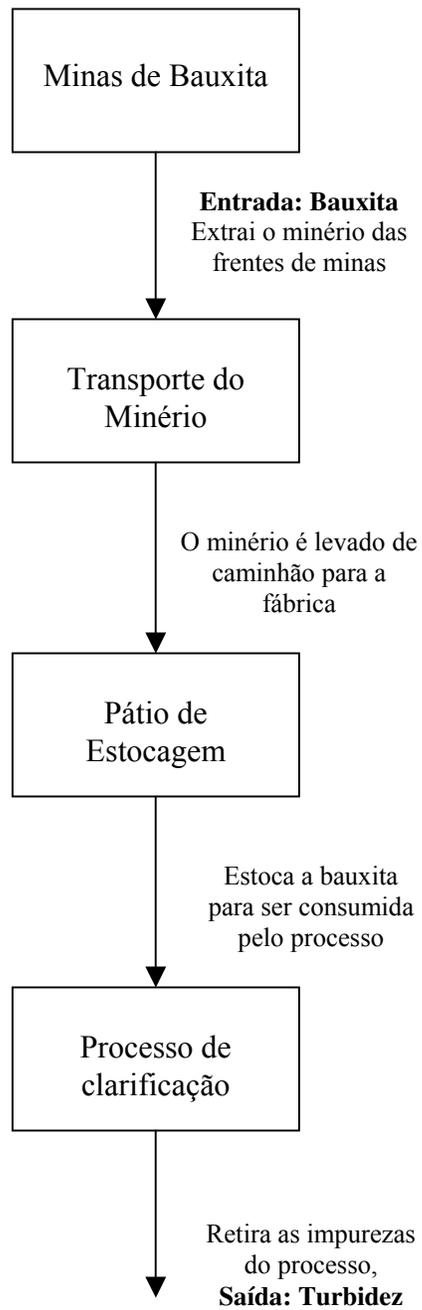


Figura 9: Mapa do Processo

No gráfico abaixo, pode-se visualizar melhor o fluxo do processo da clarificação. Destaca-se neste fluxo o ponto de amostragem da variável de interesse (turbidez).

## CLARIFICAÇÃO

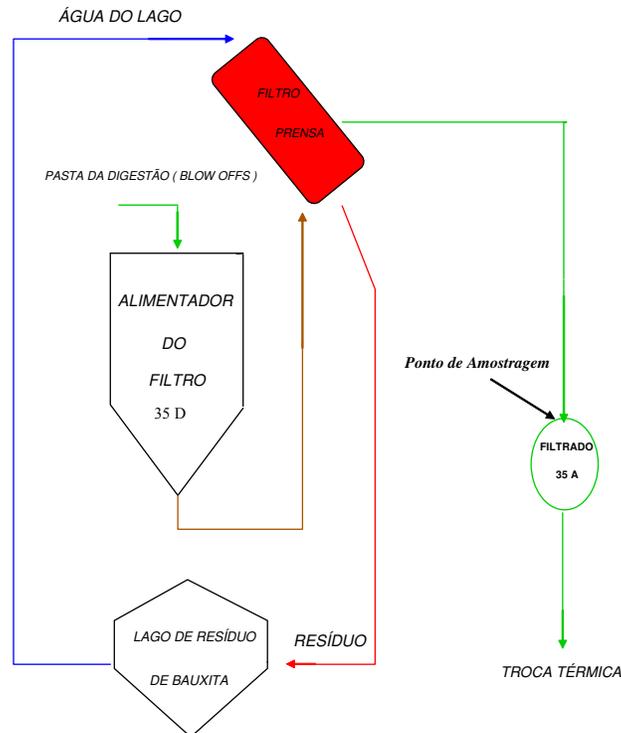


Figura 10: Fluxograma do Processo

Na figura 10 é possível observar que a entrada do processo é representada pela pasta da digestão, que é a bauxita dissolvida em solução cáustica. O alimentador do filtro 35 D tem a função de estocar o material a ser filtrado. O filtro prensa faz a separação do produto das impurezas (principalmente o ferro). Após a filtração, o produto vai para o tanque 35 A onde fica estocado e segue para a troca térmica. A parte rejeitada no filtro prensa é chamada de resíduo de bauxita, sendo o mesmo enviado para o lago de resíduo de bauxita. A fim de recuperar a soda presente no resíduo de bauxita a água do lago retorna ao processo pelo filtro prensa.

É importante ressaltar que a tomada de decisão para se alterar os parâmetros do processo é baseada em dados amostrais que se o resultado da amostra fosse superior a 15, haveria necessidade de se “corrigir” algum parâmetro de controle do processo. A partir desse controle técnico, existe a possibilidade de se cometer dois tipos de erros:

É denominado erro tipo 1, o erro que ocorre quando se altera o processo sem motivos suficientes (causas especiais) para fazê-lo. Esse erro é o mais grave, pois ele insere variações adicionais ao processo.

Denomina-se erro tipo 2, o erro que corre quando não se altera o processo quando deveria ser alterado. Esse erro é minimizado pela adequada frequência da amostragem.

O erro tipo 1 provoca alarmes falsos no processo, ou seja, indica-se que algo especial ocorreu sem que isso realmente tivesse acontecido. Geralmente, quando o alarme falso acontece, a operação é mobilizada para corrigir o processo e alterações são realizadas.

Além da inserção de variações adicionais no processo outros prejuízos também são ocasionados. Entre eles: o desgaste da equipe e a desmotivação dos operadores, pois eles procuram as causas do problema sinalizado e não a encontram.

Para se estabelecer o controle do processo foram utilizados os conceitos do método PDCA. Esse método é composto por quatro etapas básicas que tem o seguinte significado: Planejar (Plan), Executar (Do), Verificar (Check) e Agir (Action).

A etapa de Planejamento (P) foi iniciada na definição do problema e se estendeu até a identificação das causas especiais de variação a partir da modelagem do processo.

Com a identificação das causas especiais, a Execução (D) do plano de ação foi realizada a partir da definição das medidas necessárias para bloquear as causas encontradas. A partir daí, foi possível Verificar (C) a eficácia das ações através do ganho significativo apresentado de mais de 66%.

Para garantir que os resultados alcançados permaneçam, é necessário implantar Ações (A) de padronização das medidas que geraram os resultados.

#### **4.3.1 Análise da Estabilidade do Processo**

A análise da estabilidade do processo de contaminação do ferro do minério de bauxita é feita através da turbidez, sendo essa a variável que se deseja controlar.

A frequência de amostragem foi estabelecida a cada 2 horas minimizando, assim, a ocorrência do erro tipo 2.

Com essa frequência de amostragem são gerados 12 pontos por dia. Para avaliar o processo foi necessário coletar dados referentes a três meses de produção, pois segundo os engenheiros de processo esse período é suficiente para obtenção de todas as fontes de variação do processo.

Com o objetivo de avaliar o controle estatístico do processo, a variável turbidez será estudada através de uma carta de controle, já que essa é a ferramenta mais adequada para diferenciar as causas especiais das causas comuns de variação de um processo.

O processo, em estudo, apresenta um plano de amostragem no qual cada amostra é representada por um único resultado. Dessa forma a carta de controle indicada é a carta de dados individuais e amplitude móvel ( $\bar{X} - AM$ ).

Encontram-se abaixo as cartas de controle para a análise da estabilidade da turbidez do ferro no processo.

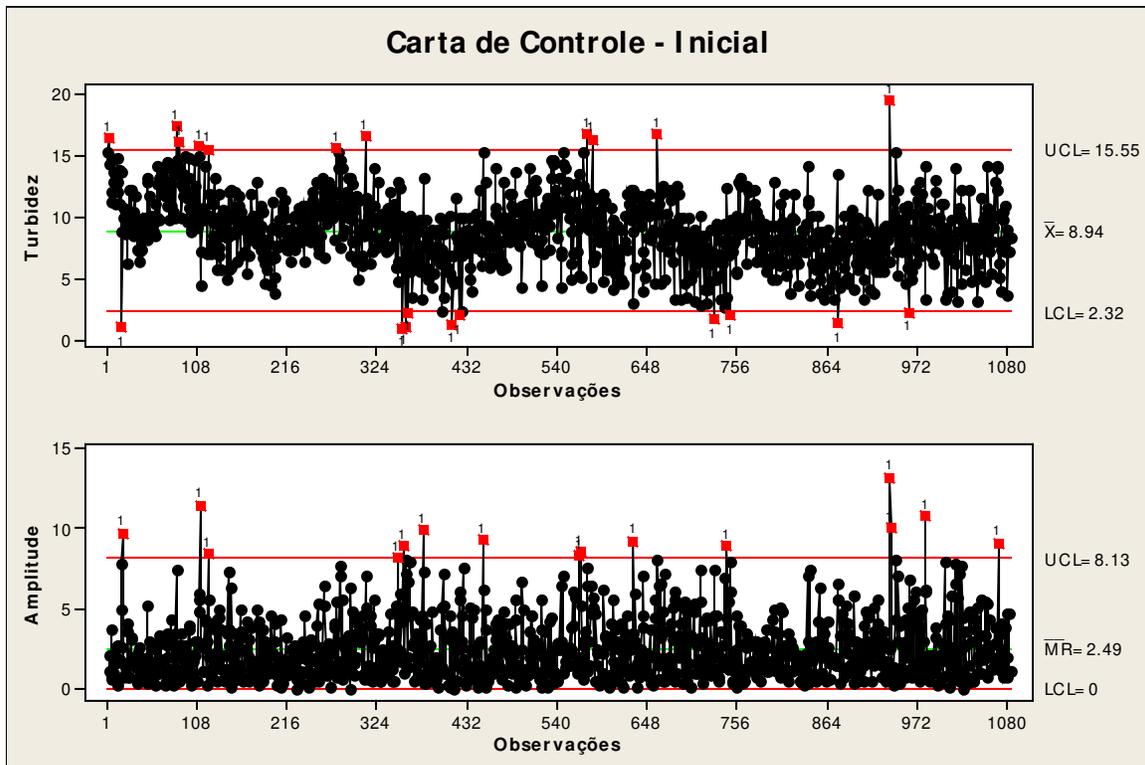


Figura 11: Cartas de Controle - Individual e Amplitude Móvel

Na carta de valores individuais da figura 11 foram sinalizadas causas especiais de variação em 11 pontos acima do limite superior 9 pontos abaixo do limite inferior de controle. Pode-se ainda verificar um comportamento não aleatório cíclico.

Por conseqüência, na carta de amplitudes móveis (que é a diferença entre dois pontos consecutivos da carta de valores individuais), também são observadas várias sinalizações de situações de fora de controle.

Obtiveram-se as cartas de controle utilizando o software Minitab para avaliar se existem causas especiais atuando no processo. Para avaliar a estabilidade do processo considerou-se apenas o critério ponto fora de controle que codifica como 1 os pontos que ultrapassam os limites de controle.

Convém dizer que o próximo passo da análise é a identificação das causas especiais de variação que estão provocando a instabilidade no processo.

### 4.3.2 Investigação das Causas

A partir das análises das cartas de controle a equipe técnica do processo começou a rastrear os pontos fora dos limites de controle e as situações que apontaram a instabilidade do processo.

Algumas causas foram encontradas, porém a grande maioria dos pontos não apresentava nenhum motivo de modo a justificar uma atuação no processo de forma pontual, pois se tratava de causas comuns de variação, ou seja, todo o sistema estava afetado.

As sinalizações que as cartas de controle apontavam nada mais eram que “Alarmes Falsos” e caso alguma ação fosse implementada pontualmente a variabilidade do processo aumentaria.

Durante as discussões sobre o problema mencionou-se que os resultados da turbidez não eram independentes, ou seja, o ponto amostrado às 10:00h sofria influência da amostragem das 08:00h e influenciava no resultado da amostra das 12:00h, o que indica um processo autocorrelacionado sugerindo a necessidade de uma análise de autocorrelação do processo. Inicialmente constrói-se o gráfico de autocorrelação total, para identificação da existência ou não de autocorrelações significativas.

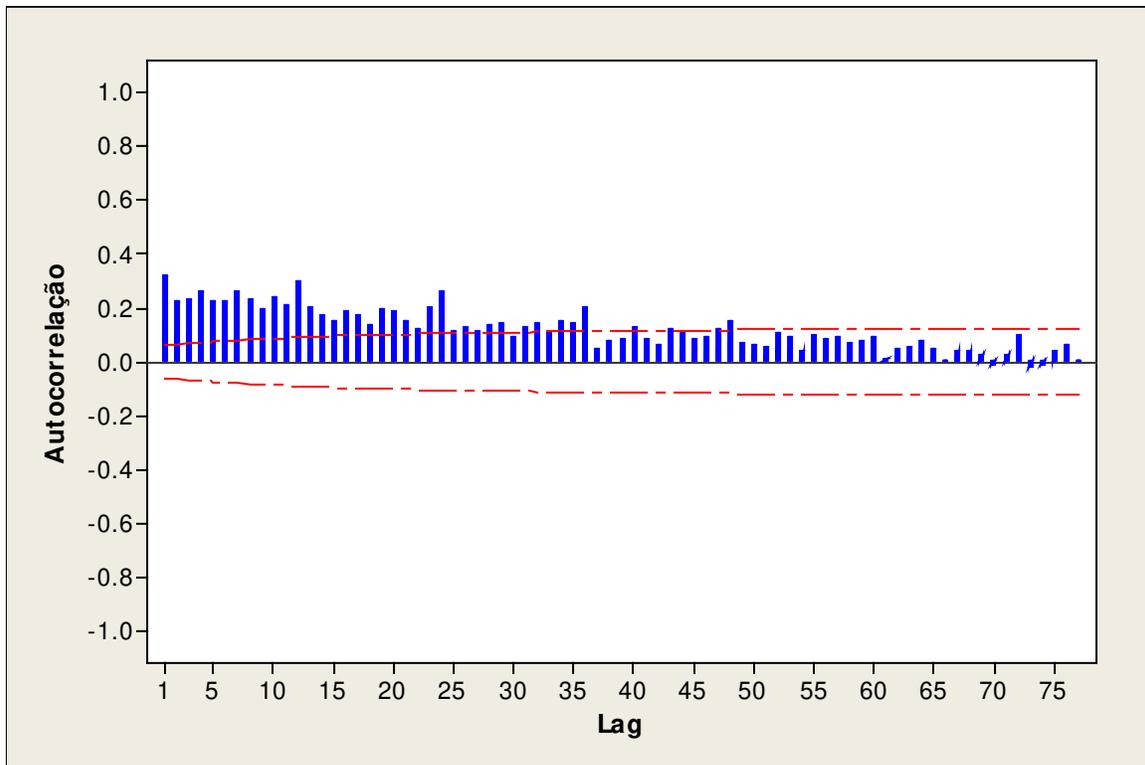


Figura 12: Gráfico da Autocorrelação

No gráfico acima é possível observar que as 24 primeiras autocorrelações, representadas pelos Lag's (passos de deslocamentos da série), são estatisticamente diferentes de zero, pois ultrapassaram o limite superior do intervalo de confiança (linha tracejada). O processo apresenta, então, uma forma de decaimento exponencial gradual de autocorrelação significativa entre as observações até a distância de 24 observações. Ou seja, uma observação é influenciada pelas 24 observações anteriores.

Uma vez constatada a existência de autocorrelações, deve-se tentar identificar um modelo inicial a ser ajustado, isto é, necessita-se determinar os parâmetros que farão parte do modelo. Para isso constrói-se o gráfico das autocorrelações parciais.

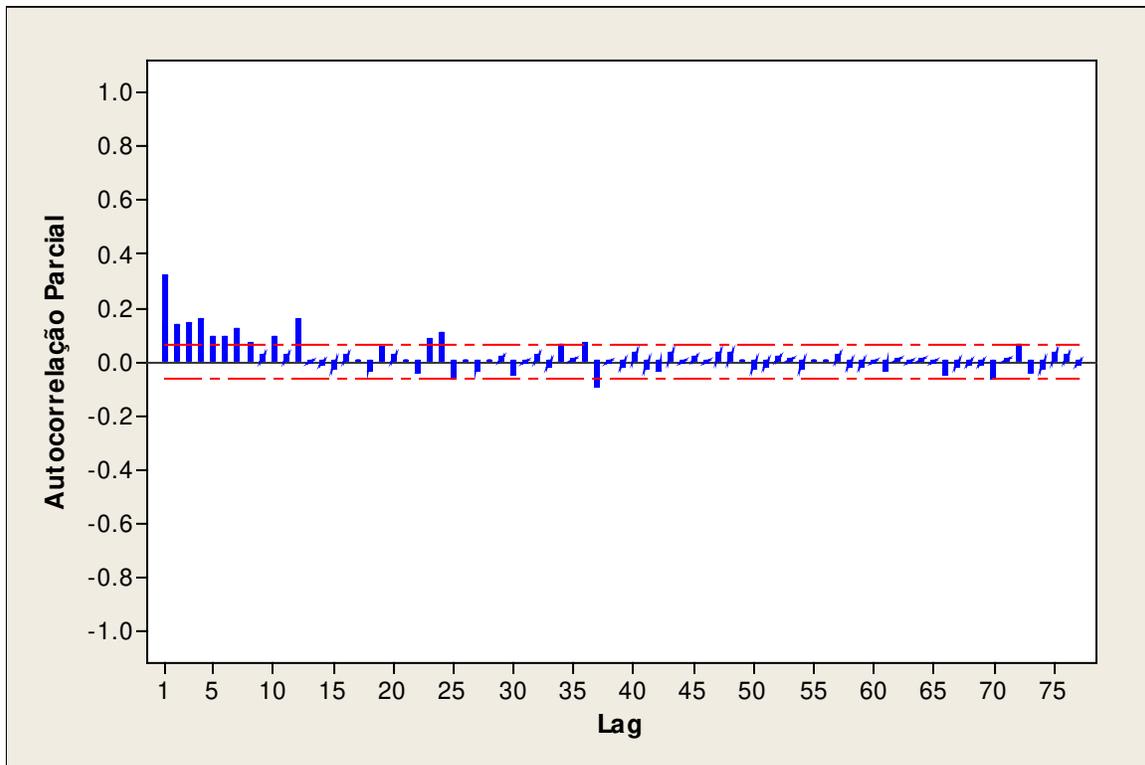


Figura 13: Gráfico da Autocorrelação Parcial

No gráfico acima é possível observar que os 7 primeiros valores são significativamente diferentes de zero, ou seja, eles se encontram fora dos limites de confiança. O modelo sugerido a ser ajustado seria um autorregressivo 7 ou  $AR(7)$ , segundo Box e Jenkins (1976).

Pelo fato dos dados do processo ter mais que 5 pontos ultrapassando os limites de confiança, a primeira tentativa de ajuste do modelo será um modelo média móvel 1, isto é,  $MA(1)$ , que é o mais simples.

### 4.3.3 Ajuste do Modelo Inicial

Com o objetivo de reduzir o efeito da autocorrelação nos dados ajustou-se um modelo MA (1) que é dado por:

$$x_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

O modelo ajustado foi:

$$\hat{x}_t = 8.94083 + 0.2603\varepsilon_{t-1}$$

A análise do modelo é feita baseando-se nas informações da tabela abaixo

Tabela 1: Análise de Variância – Primeiro Modelo

Estimativa Final dos Parâmetros					
Parâmetros	Coef.	Coef. Erro	Padrão	T	P
<b>MA 1</b>	-0.2603		0.0293	8.87	<b>0.000</b>
<b>Constante</b>	8.94083		0.09972	9.66	<b>0.000</b>
Média	8.94083		0.09972		
Número de observações:1084					
Resíduos:	SS = 7343.23 (backforecasts excluded)				
	MS = 6.79 GL = 1082				
Lag	12	24	36	48	
Q	357.3	579.6	717.6	792.7	
GL	10	22	34	46	
<b>Valor p</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	

O teste de adequação do modelo é realizado utilizando-se a estatística Q de Box–Pierce, definida em (49).

Observando os valores p da estatística Q, verifica-se que todos esses valores são iguais a zero para as 12, 24, 36 e 48 primeiras autocorrelações dos resíduos, ou seja, os resíduos

continuam altamente autocorrelacionados indicando que o modelo não está adequado, portanto deve ser melhorado.

Para verificar quais outras informações devem ser inseridas no modelo é necessário avaliar a autocorrelação dos resíduos desse modelo ajustado através dos gráficos de autocorrelação e autocorrelação parcial.

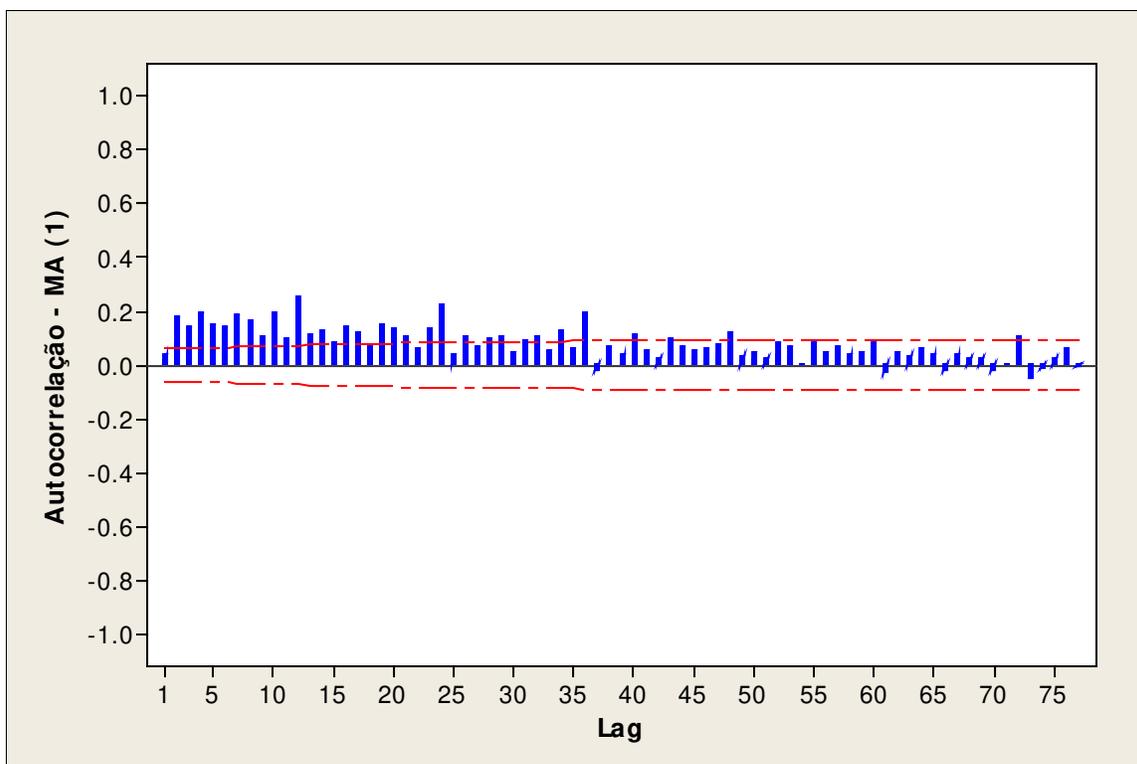


Figura 14: Gráfico da Autocorrelação dos Resíduos – Primeiro Modelo

No gráfico acima, observa-se que o modelo ajustado conseguiu reduzir o efeito da autocorrelação. Porém, observa-se, ainda, o decaimento exponencial com várias autocorrelações ultrapassando os limites de confiança.

Para visualizar quantos parâmetros deverão ser considerados no segundo modelo foi elaborado o gráfico de autocorrelação parcial dos resíduos do modelo:

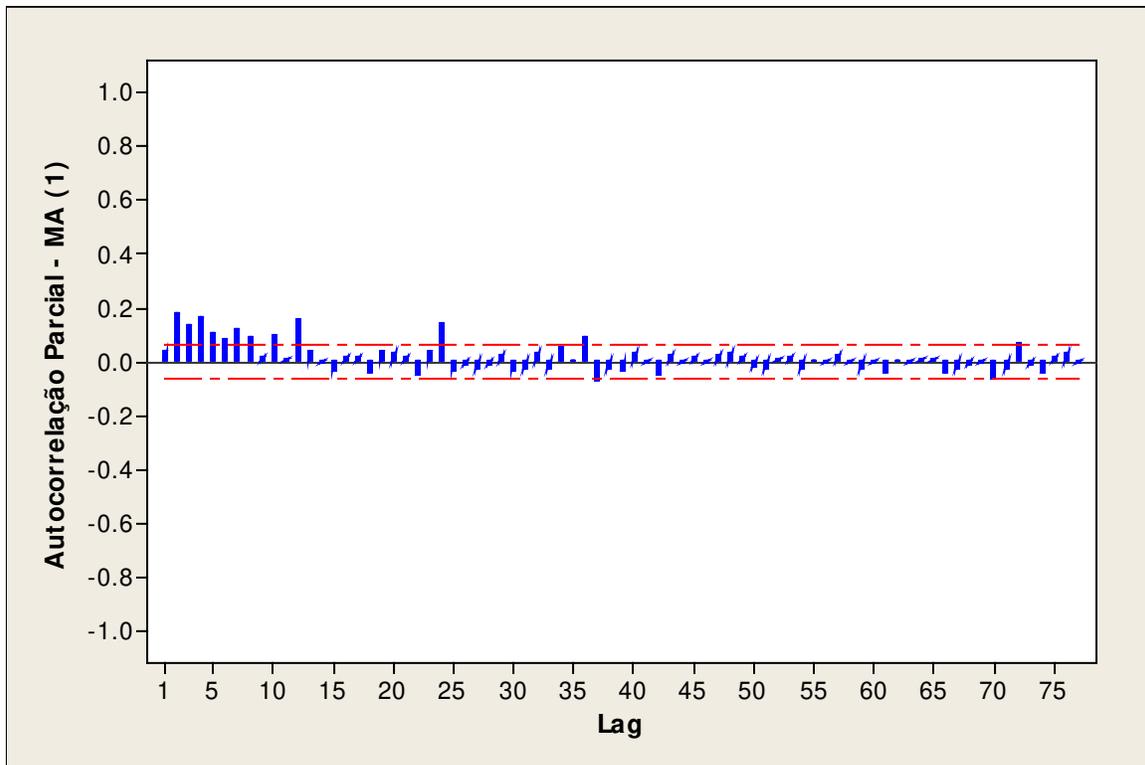


Figura 15: Gráfico da Autocorrelação Parcial dos Resíduos – Primeiro Modelo

No gráfico acima é possível notar que após o primeiro modelo ajustado, ainda existem várias autocorrelações ultrapassando os limites de confiança. Isto confirma que o modelo ajustado não é adequado.

#### 4.3.4 Segundo Modelo Ajustado

Com base nas informações obtidas do primeiro modelo é necessário incluir o efeito autorregressivo presente nos dados. Para tanto, será ajustado um segundo modelo inserindo no modelo anterior essa informação, ajusta-se um modelo ARMA(5;1).

Tabela 2: Análise de Variância – Segundo Modelo

Estimativa Final dos Parâmetros					
Parâmetros	Coef.	Coef. Erro	Padrão	T	P
<b>AR 1</b>	1.0824		0.0412	26.27	<b>0.000</b>
<b>AR 2</b>	-0.1394		0.0449	-3.10	<b>0.002</b>
<b>AR 3</b>	0.0273		0.0448	0.61	<b>0.542</b>
<b>AR 4</b>	0.0442		0.0446	0.99	<b>0.322</b>
<b>AR 5</b>	-0.0268		0.0339	-0.79	<b>0.428</b>
<b>MA 1</b>	0.8983		0.0267	33.68	<b>0.000</b>
<b>Constante</b>	0.111111		0.007508	14.80	<b>0.000</b>
Média	9.0049		0.6085		
Número de observações:1084					
Resíduos:	SS =	6338.90			
	MS =	5.89	GL =	1077	
Lag	12	24	36	48	
Q	26.2	61.9	93.2	121.6	
GL	5	17	29	41	
<b>Valor p</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	

Com as informações da tabela 2 observa-se que os valores p para a estatística Q continuam todos iguais a zero para as 12, 24, 36 e 48 primeiras autocorrelações dos resíduos, portanto o modelo continua não adequado, além disso, no teste de significância dos parâmetros observa-se que os valores p para os parâmetros AR 3, AR 4 e AR 5 são todos maiores que 0.3, indicando portanto as suas não significâncias no modelo. Com essa informação ajusta-se o modelo ARMA (2,1), obtendo – se os seguintes resultados:

Tabela 3: Análise de Variância – Segundo Modelo Revisado

Estimativa Final dos Parâmetros					
Parâmetros	Coef.	Coef. Erro	Padrão	T	P
<b>AR 1</b>	1.0958		0.0369	29.66	<b>0.000</b>
<b>AR 2</b>	-0.1066		0.0342	-3.11	<b>0.002</b>
<b>MA 1</b>	0.9073		0.0195	46.47	<b>0.000</b>
<b>Constante</b>	0.097298		0.006848	14.21	<b>0.000</b>
Média	8.9740		0.6316		
Número de observações:1084					
Resíduos:	SS =	6364.91			
	MS =	5.89	GL	1080	
Lag	12	24	36	48	
Q	30.6	70.1	101.2	132.0	
GL	8	20	32	44	
<b>Valor</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	

As informações da tabela 3 indicam novamente que o modelo não está adequado, pois os valores p da estatística Q são todos iguais a zero.

Como o modelo ajustado é razoavelmente simples com os parâmetros todos significativos, visto que todos valores p são menores que 0.002, procede-se a análise de autocorrelações dos resíduos desse modelo para se tentar identificar outros parâmetros que deveriam ser incorporados no modelo.

O gráfico de autocorrelação dos resíduos abaixo mostra que praticamente todos os pontos se encontram dentro dos limites de confiança, indicando apenas que alguns valores altos estão igualmente espaçados de 12 pontos sugerindo, assim, um possível efeito de sazonalidade de três períodos.

Tecnicamente, explica-se o fenômeno da sazonalidade devido agitação no tanque todos os dias as 10:00h durante a coleta de uma amostra.

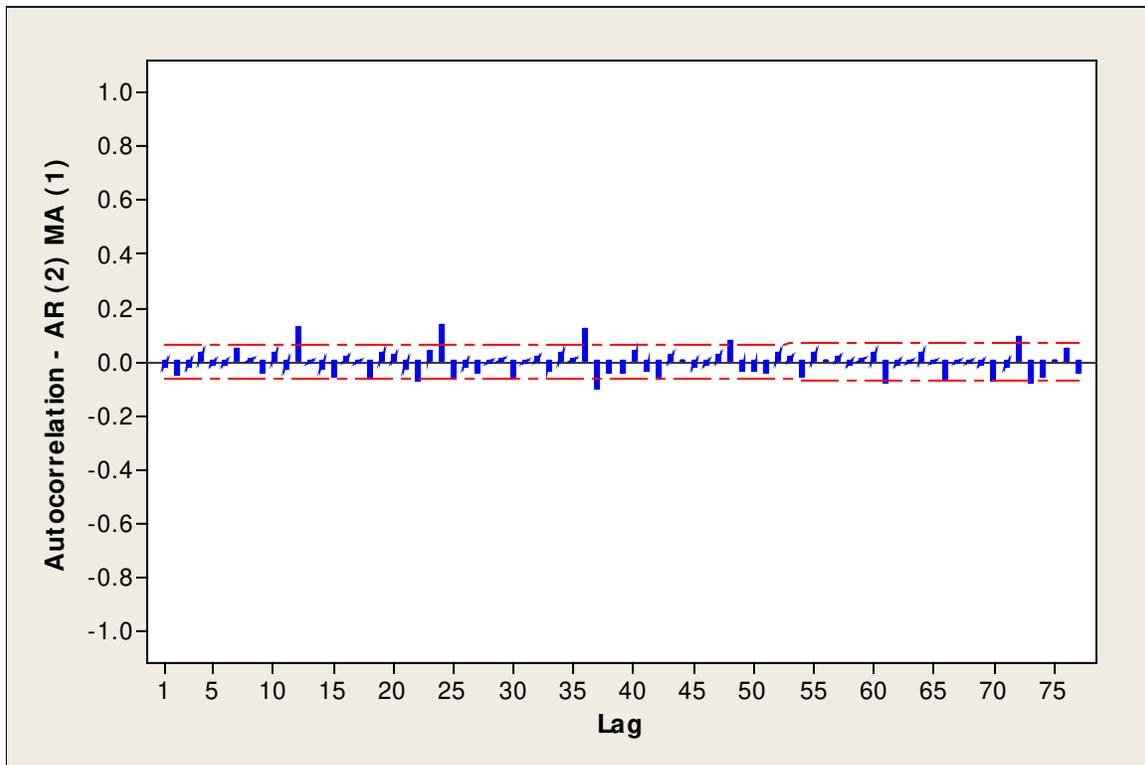


Figura 16: Gráfico da Autocorrelação dos Resíduos - Segundo Modelo

Para confirmar a necessidade de incluir o efeito da sazonalidade constrói-se o gráfico da autocorrelação parcial desse modelo:

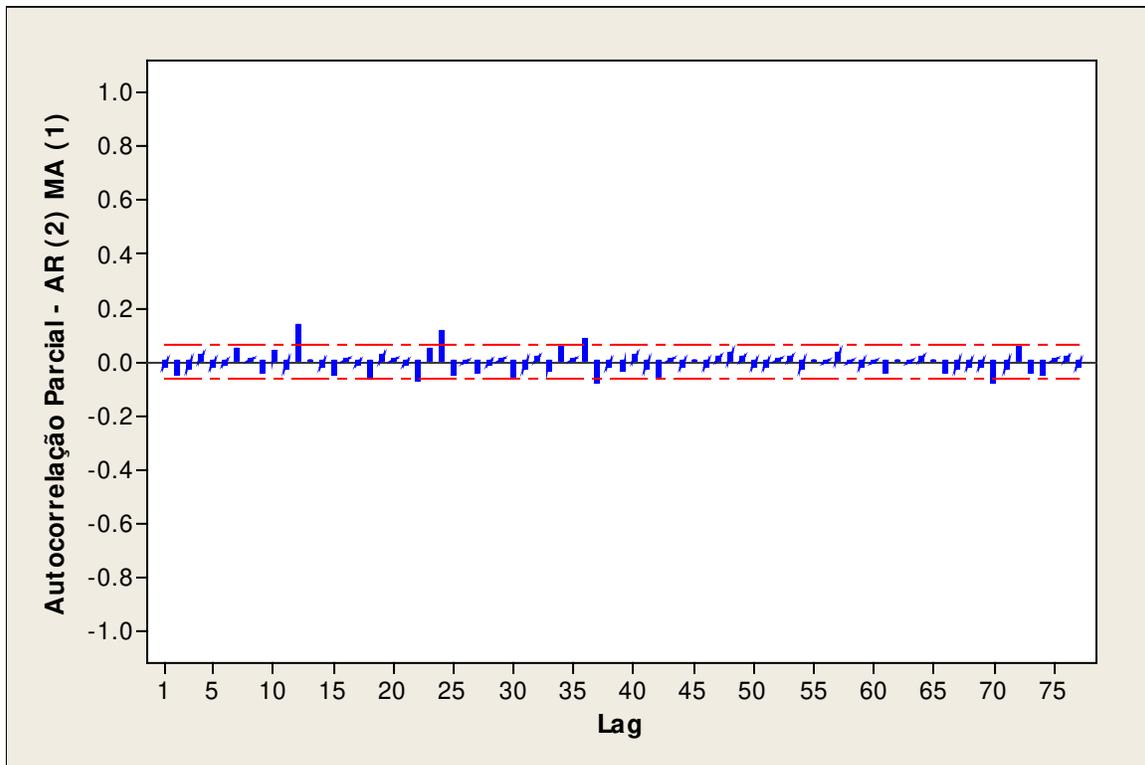


Figura 17: Gráfico da Autocorrelação Parcial dos Resíduos - Segundo Modelo

Na figura 17 observa-se a necessidade de inclusão do efeito da sazonalidade nos pontos 12, 24 e 36, pois eles ultrapassaram o limite de confiança.

#### 4.3.5 Terceiro Modelo Ajustado

Com base nas informações obtidas no segundo modelo é necessário incluir o efeito da sazonalidade presente nos dados. Para tanto, será ajustado um terceiro modelo inserindo no modelo anterior essa informação.

Com o objetivo de “eliminar” o efeito da sazonalidade o modelo a ser ajustado é um ARMA(2;1) Sazonal 12 por três períodos.

Tabela 4: Análise de Variância – Terceiro Modelo

Estimativa Final dos Parâmetros					
Parâmetro	Coef.	Coef.	Erro Padrão	T	P
<b>AR 1</b>	1.0760		0.0430	25.03	<b>0.000</b>
<b>AR 2</b>	-0.0993		0.0360	-2.76	<b>0.006</b>
<b>SAR 12</b>	0.1112		0.0311	3.58	<b>0.000</b>
<b>SAR 24</b>	0.1250		0.0312	4.01	<b>0.000</b>
<b>SAR 36</b>	0.1055		0.0311	3.39	<b>0.001</b>
<b>MA 1</b>	0.8900		0.0282	31.51	<b>0.000</b>
<b>Constant</b>	0.138515		0.007940	17.44	<b>0.000</b>
Média	9.0390		0.5182		
Número de observações:1084					
Resíduos:	SS =	6061.23			
	MS =	5.63	GL =	1077	
Lag	12	24	36	48	
Q	10.4	22.6	32.5	44.9	
GL	5	17	29	41	
<b>Valor P</b>	<b>0.064</b>	<b>0.163</b>	<b>0.300</b>	<b>0.314</b>	

Na tabela 4 tem-se que os valores p da estatística Q são todos maiores ou iguais a 0.064 indicando que os resíduos não se encontram mais autocorrelacionados e, portanto, podemos concluir que o modelo é adequado. Além disso, todos os parâmetros do modelo são significantes, visto que seus valores p são todos menores que 0.006.

O modelo final ajustado é:

$$\hat{x}_t = 0.138515 + 1.076x_{t-1} - 0.0993x_{t-2} + 0.1112x_{t-12} + 0.125x_{t-24} + 0.1055x_{t-36} - 0.89\varepsilon_{t-1}$$

Para verificar se os efeitos das autocorrelações foram totalmente inseridos no modelo ajustado é necessário avaliar a autocorrelação dos resíduos do modelo ajustado, através dos gráficos de autocorrelação e autocorrelação parcial.

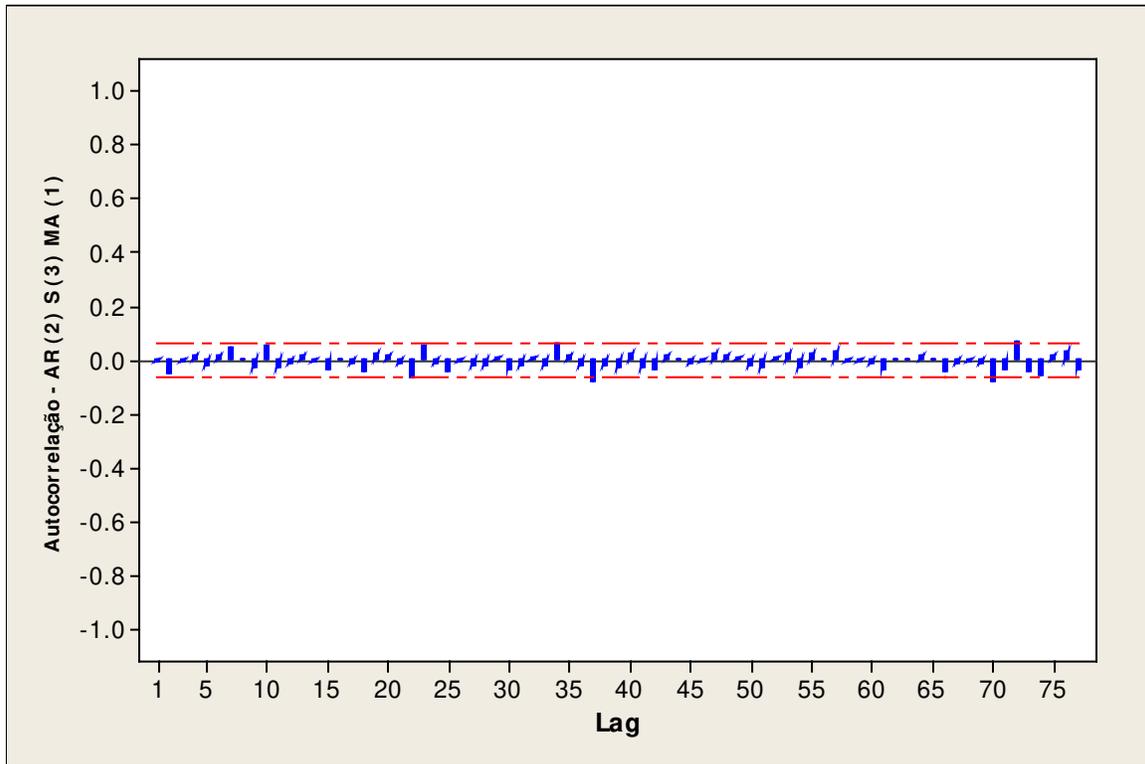


Figura 18: Gráfico da Autocorrelação dos Resíduos – Modelo Final

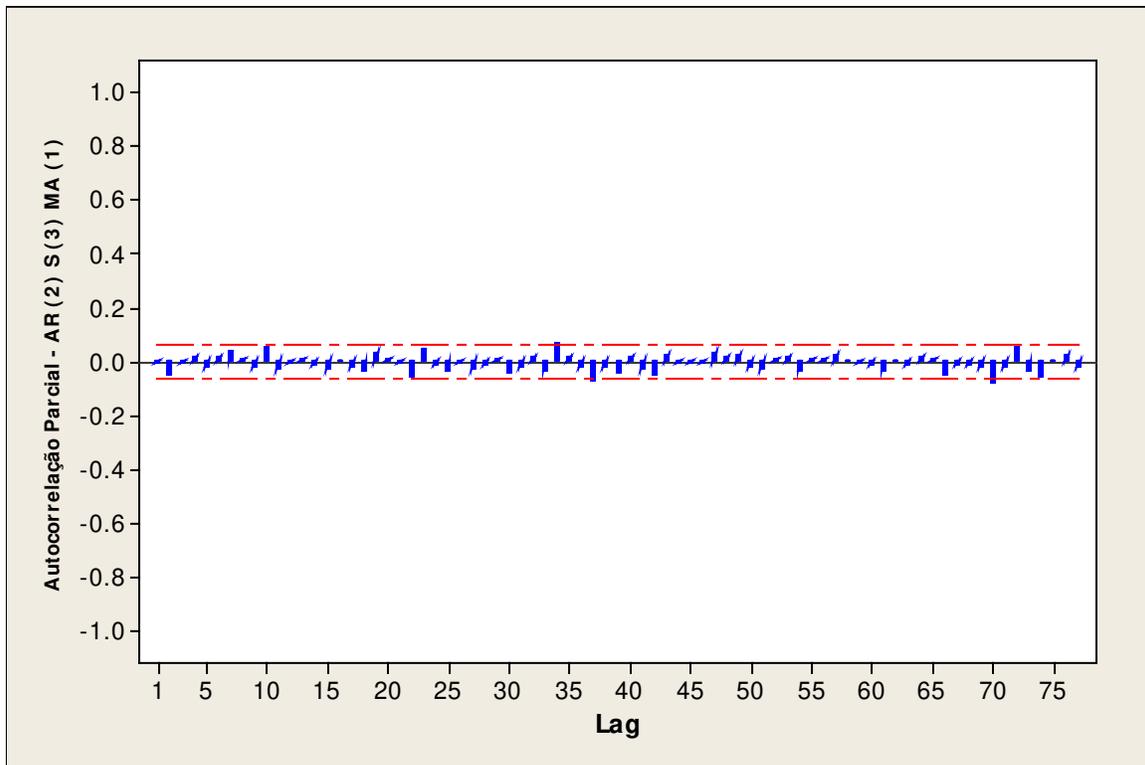


Figura 19: Gráfico da Autocorrelação Parcial dos Resíduos – Modelo Final

Nas figuras 18 e 19 não são observadas autocorrelações significativas. Isso indica que o modelo conseguiu “eliminar” os efeitos da autocorrelação e sazonalidade que estavam presentes nos dados.

#### 4.3.6 Análise do Modelo Ajustado

Após ter sido eliminado o efeito da autocorrelação e sazonalidade encontrou-se o modelo que se ajustava aos dados do processo, ou seja, um modelo que traça o perfil natural do processo.

Para se validar o modelo ajustado os resíduos precisam satisfazer as seguintes condições:

- 1- Variância constante – Gráfico dos resíduos versus valor ajustado;
- 2- Aleatoriedade – Gráfico dos resíduos versus a ordem da coleta dos dados; e,
- 3- Normalidade – Histograma dos Resíduos.

Os dois primeiros critérios são avaliados de forma visual. Eles devem ser analisados através de gráficos dos resíduos. Já o terceiro critério pode ser avaliado através do gráfico histograma.

### **Análise dos Resíduos**

#### 1- Variância Constante

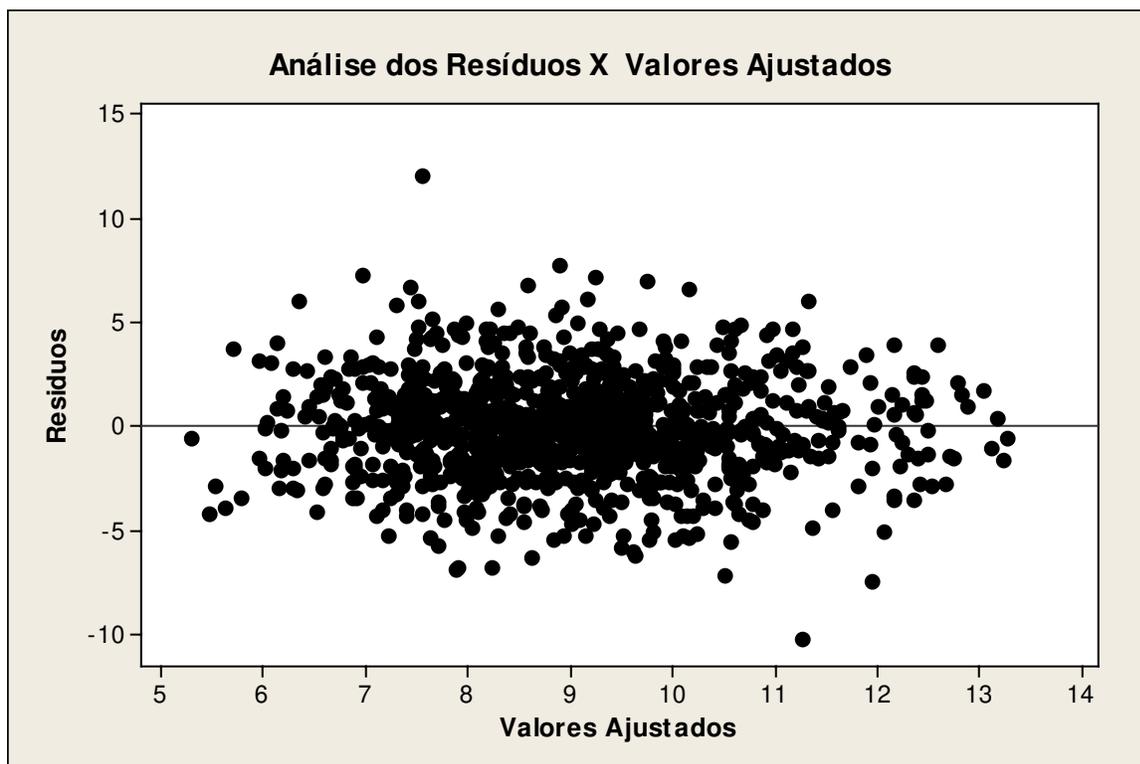


Figura 20: Gráfico da Variância dos Resíduos

Analisando os resíduos do modelo versus os valores ajustados observa-se uma nuvem aleatória em torno do zero ocupando uma faixa constante. Ocorreu apenas um ponto mais distante do zero na observação 940 apresentando um resíduo de 12,05.

Após essa investigação não encontrou-se nenhuma evidência de problemas nesse ponto. Portanto, o mesmo permanece na análise. Conclui-se que a variância é constante.

## 2 - Aleatoriedade

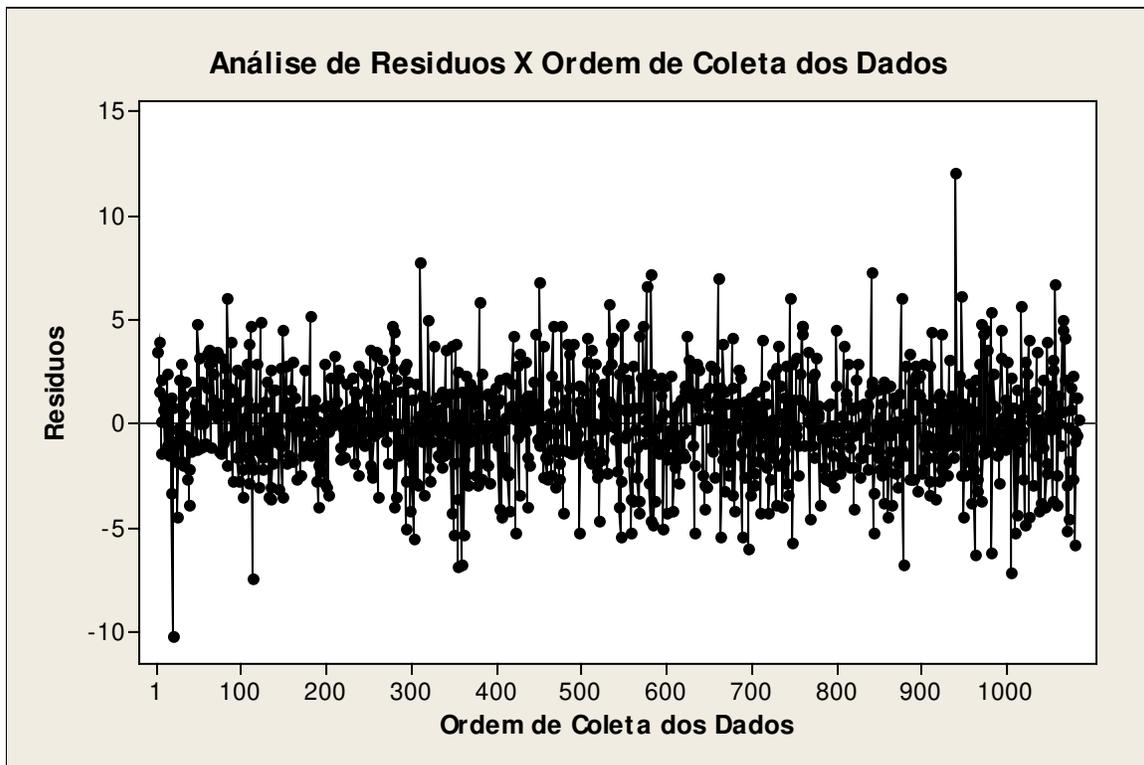


Figura 21: Gráfico da Aleatoriedade dos Resíduos

Analisando os resíduos do modelo versus a ordem em que os dados foram coletados não se encontra nenhum padrão não aleatórios no decorrer da coleta dos dados, portanto, pode-se considerar que os dados são aleatórios.

Nesta análise a observação 940 também apresentou um resíduo distante dos demais. Porém, não foi encontrada nenhuma justificativa para este acontecimento.

### 3 - Teste de Normalidade

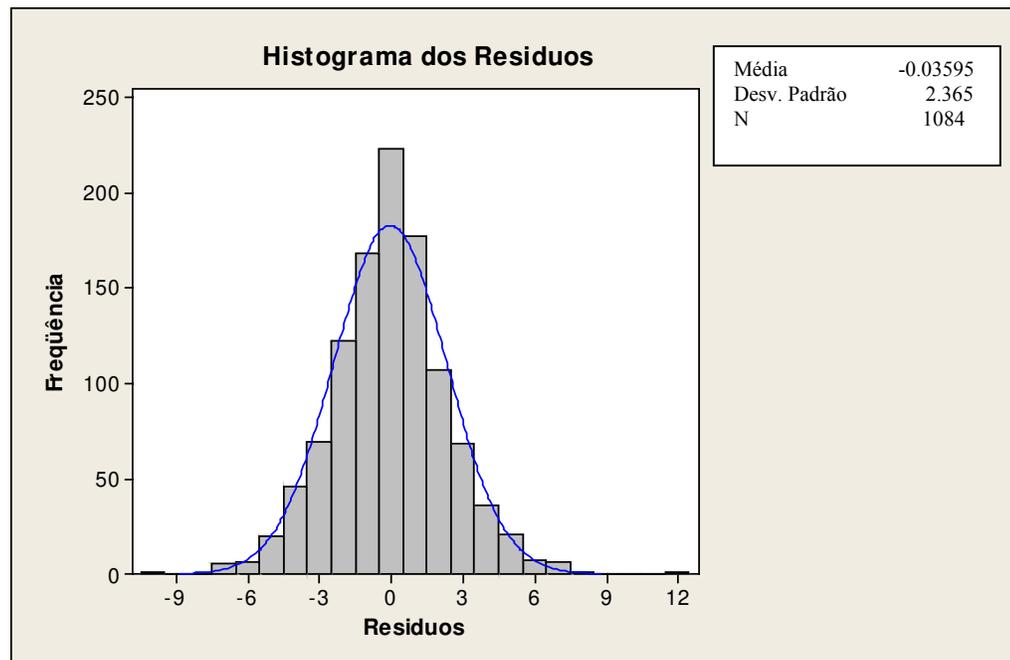


Figura 22: Teste da Normalidade

Observando a figura 22 considera-se que os resíduos seguem uma distribuição normal.

Após passar pelos critérios de Variância Constante, Aleatoriedade e Normalidade, considera-se o modelo adequado.

#### **Conclusão final sobre o modelo:**

O modelo final ajustado possui 4 parâmetros de autocorrelação referentes aos dados imediatamente anteriores ao dado ajustado e 3 parâmetros de sazonalidade referentes a dados de 01, 02 e 03 dias anteriores.

Com o ajuste do modelo foi possível detectar as causas especiais de variação do processo e conseqüentemente a estabilização do processo. Portanto, o modelo pode ser utilizado com o objetivo de prever dados futuros.

Para uma melhor eficácia do modelo, recomenda-se que o mesmo seja dinâmico, ou seja, o modelo deve ser ajustado periodicamente, pois novas observações podem alterar o comportamento natural do processo sendo necessário recalcular os coeficientes dos parâmetros do modelo.

#### **4.3.7 Análise da Estabilidade do Processo**

Para avaliar a estabilidade do processo, construiu-se uma carta de controle (Indivíduos e Amplitude Móvel) para os resíduos do modelo ajustado, já que os mesmos refletem a real situação do processo e possuem as características necessárias (independência e normalidade) para poderem ser avaliados pela carta de controle.

A seguir é possível visualizar carta de controle para os resíduos do modelo.

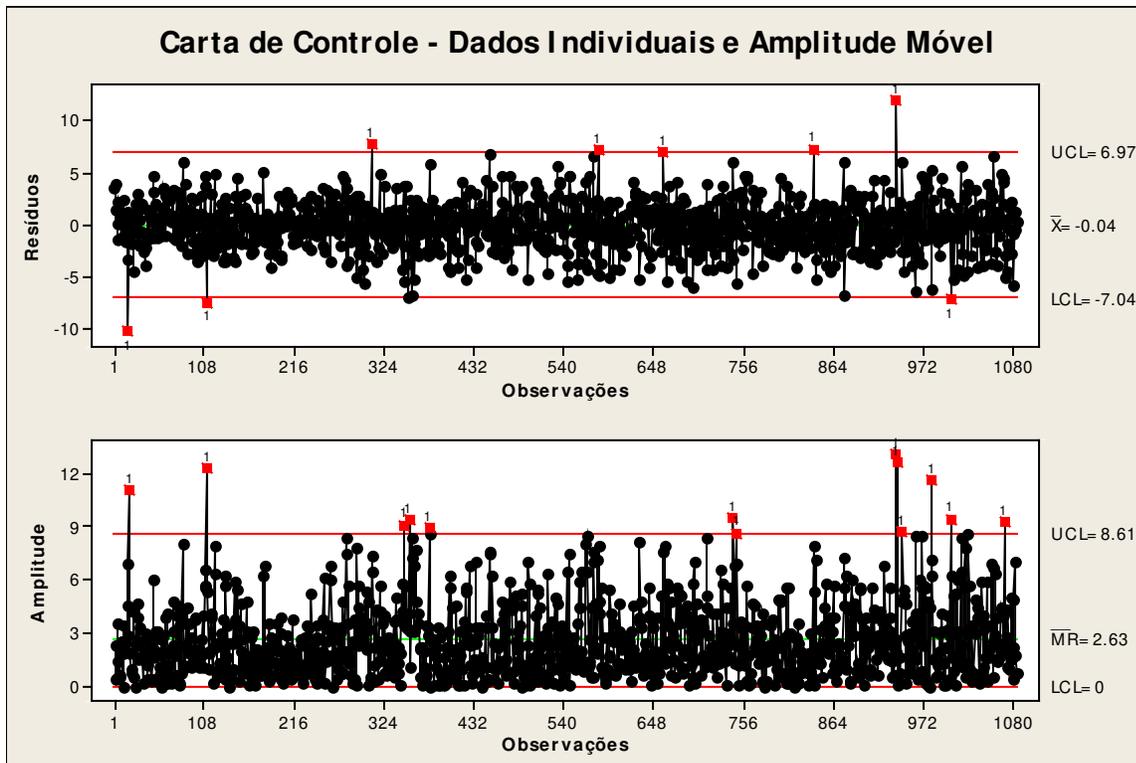


Figura 23: Cartas de Controle dos Resíduos - Individual e Amplitude Móvel

É importante salientar que os limites da carta de controle acima foram obtidos a partir de (50) e (52).

Na primeira carta de controle aplicada na variável turbidez (página 49), identificamos 11 pontos acima do limite superior de controle sendo a grande maioria dessas sinalizações “alarmes falsos”. Com o ajuste do modelo foi possível definir o comportamento natural do processo. A partir daí pôde-se avaliar a estabilidade do processo através da carta de controle para os resíduos do modelo.

Na figura 23 observa-se que a carta de dados individuais dos resíduos mostra apenas 5 pontos acima do limite superior de controle. Esses pontos são as reais sinalizações de causas especiais.

Dessa forma, foi possível verificar se o processo contém ou não causas especiais de variação.

Conforme observado nas cartas de controle para os resíduos do modelo, constatamos que existem situações especiais que provocam uma variação não natural ao processo.

Para tornar operacional a carta de controle, o limite superior de controle utilizado na área de produção deve ser o resultado da soma da média da turbidez mais 7 (limite superior de controle da carta de resíduos).

#### **4.3.8 Investigação das Causas Especiais de Variação**

A investigação dos pontos fora de controle proporcionou à equipe técnica do processo identificar quais as causas especiais de variação que estavam atuando no processo, ou seja, as cartas de controle apontavam corretamente as situações que geravam instabilidade do processo sem cometer alarmes falsos.

Para a identificação das causas de variação, sugeridas na carta de controle, foi realizado um brainstorming e elaborado um diagrama de causa e efeito, apresentado a seguir:

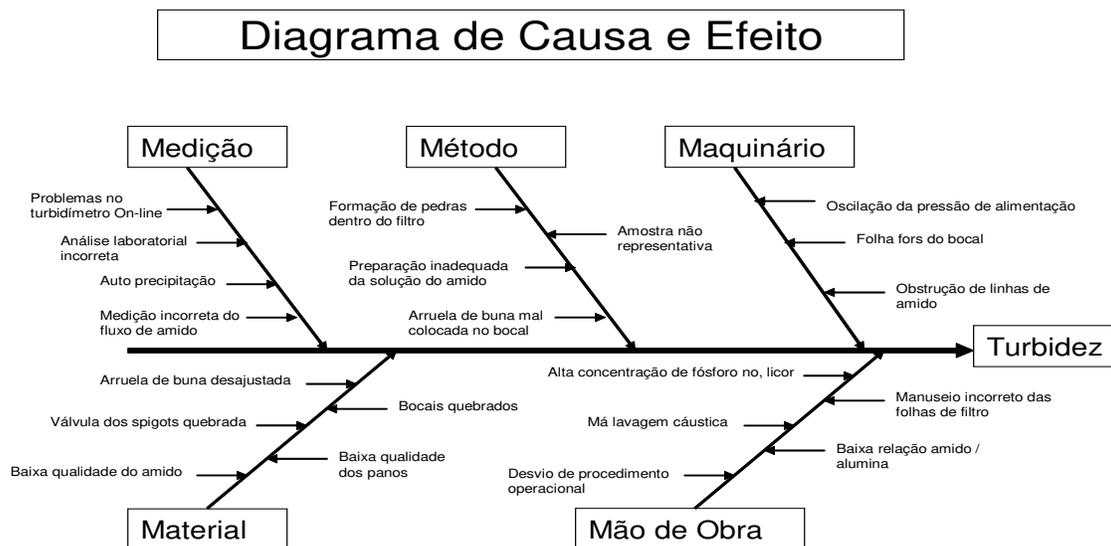


Figura 24: Diagrama de Causa e Efeito

Dentre as causas sugeridas acima, as selecionadas para serem “atacadas” foram: Folha fora do bocal, Obstrução da linha de amido, Manuseio incorreto das folhas de filtro e Bocais quebrados.

### Operacionalização do Controle

Após a modelagem, o controle do processo continua utilizando a variável turbidez e incorporando as informações sobre a variabilidade obtida pelo modelo ajustado.

Os limites de controle estabelecidos nas área de produção são construídos da seguinte forma:

Uma vez que o valor da turbidez deve ser o menor possível, deverá se estabelecer apenas o limite superior. A faixa natural do processo foi definida pela carta de controle dos resíduos sendo 7 o máximo permitido naturalmente pelo processo (ver página 62)

Realizando essa adaptação tem-se o limite de controle = Média dos valores da turbidez + 7,00, ou seja,  $LSC = 8,94 + 7,00 = 15,94$ .

#### **4.3.9 Análise da Capacidade do Processo – Especificação do Cliente**

Para avaliação da capacidade do processo foi necessário levantar a especificação do cliente. Foi definido que o máximo de contaminação de ferro permitido, que medido pela turbidez, é de 15.

Para avaliar a capacidade de atendimento à especificação do processo serão comparados os resultados antes e depois da implantação do plano de ação definido para bloquear as causas especiais identificadas na carta de controle para os resíduos do modelo ajustado.

#### **Análise antes do plano de ação**

No período inicial das análises coletaram-se observações durante 90 dias. A análise de capacidade do processo mostrou a cada um milhão de resultados de análises da turbidez, 16.605 superavam o máximo especificado, ou seja, provocaram não conformidades no processo.

A curva normal de linha contínua representa uma simulação do processo na qual estão inclusas apenas variações provocadas por causas comuns, enquanto a curva normal de linha pontilhada representa uma simulação do processo na qual estão inclusas variações em decorrência de causas comuns e especiais. Com essas duas curvas normais pode-se verificar que resolver os problemas devido a causas especiais proporcionará ao processo uma melhoria na capacidade em atender a especificação do cliente.

As curvas normais de linha contínua e pontilhada utilizam os desvios padrão 2.20504 e 2.71813 nos quais estão contidas respectivamente: causas comuns e causas comuns e especiais.

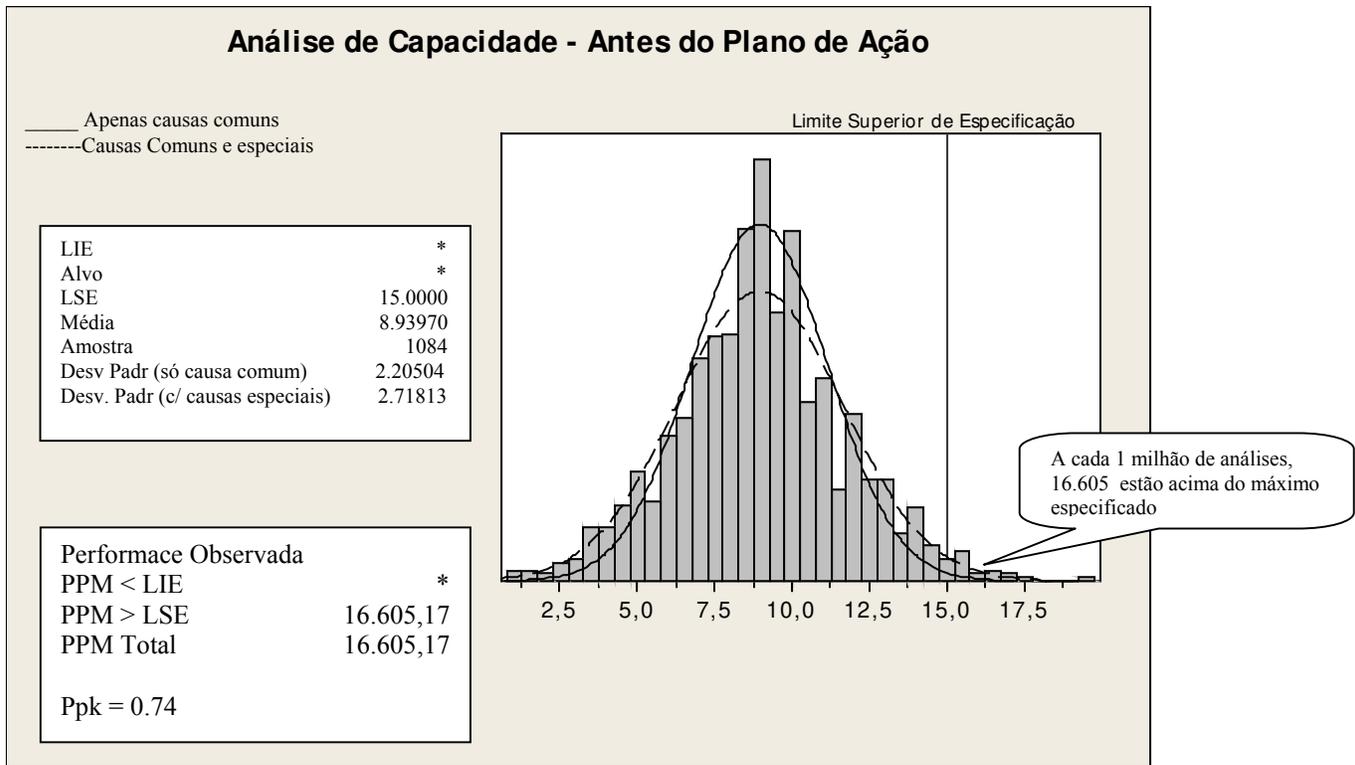


Figura 25: Atendimento ao Cliente – Antes do Plano de Ação

### Análise depois do plano de ação:

No início do estudo de caso foi realizada a carta de controle (página 53) sendo observado, além das sinalizações de instabilidade, um comportamento cíclico no processo. Esse fenômeno é explicado pelo excesso de intervenções no processo devido a muitos alarmes falsos.

Após o ajuste do modelo de séries temporais, foi possível avaliar o comportamento natural da turbidez e determinar a faixa natural de operação do processo.

Ao finalizar a execução do plano de ação, foram coletadas observações referentes a 30 dias de operação, adotando como limite de controle a média da turbidez + 7, para em seguida avaliar da estabilidade do processo:

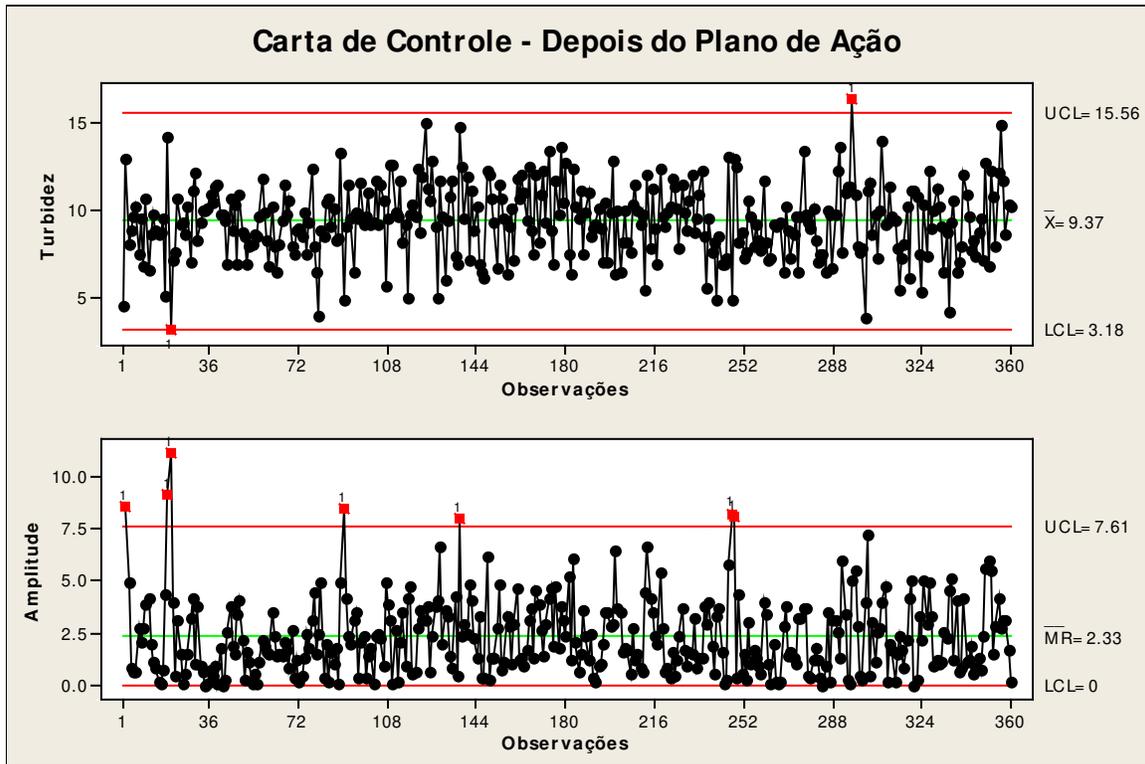


Figura 26: Carta de Controle – Depois do Plano de Ação

Na figura 26 observa-se que o comportamento cíclico apresentado na primeira carta de controle não existe mais, já que a correta aplicação da ferramenta reduziu as intervenções operacionais no processo devido à ocorrência de alarmes falsos.

Após eliminação das causas especiais, a faixa de variação natural do processo é de 3.18 a 15.56 com média igual a 9.37.

Avaliou-se a capacidade depois do plano de ação, obtendo-se os seguintes resultados:

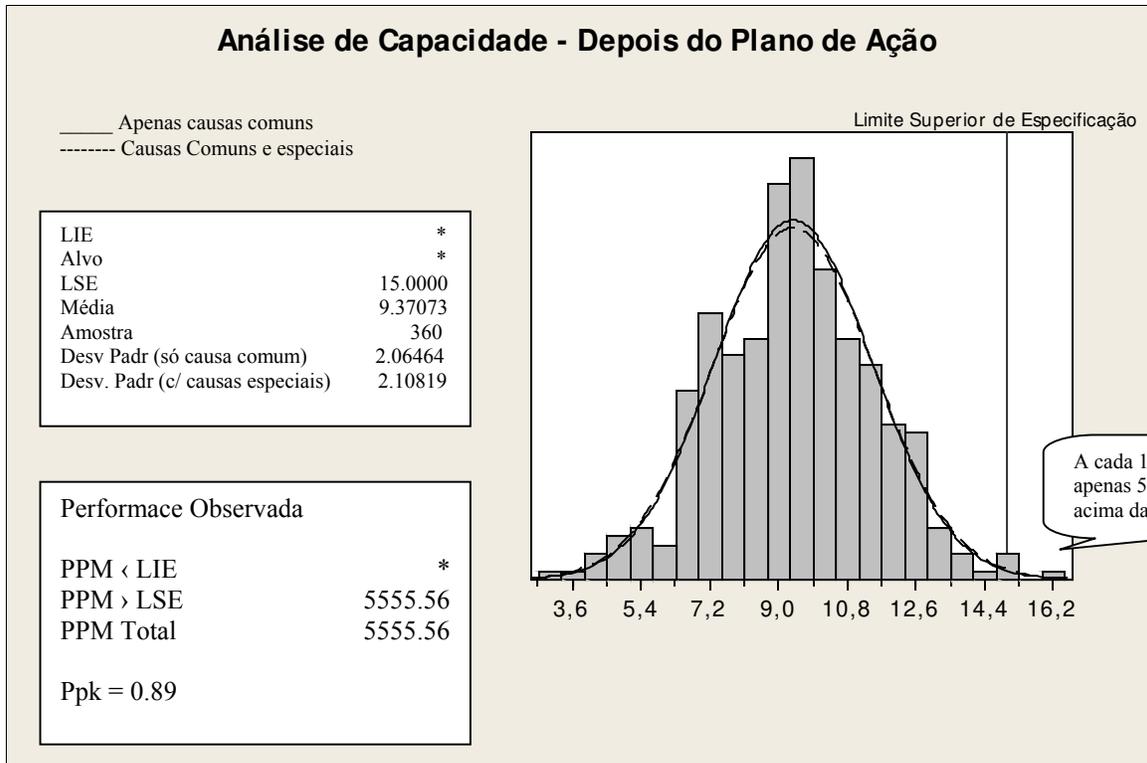


Figura 27: Atendimento ao Cliente – Depois do Plano de Ação

Observando a figura 27 é possível constatar que após a implantação do plano de ação o desempenho do processo apresenta a cada 1 milhão de análises da turbidez, 5.556 acima do limite de especificação, sendo o índice de desempenho  $Ppk = 0.89$ .

Com a redução alcançada de 16.605 ppm para 5.556 ppm a melhoria foi de 66,5%.

Para melhor atender as necessidades dos clientes, outros estudos deverão ser conduzidos e assim reduzir as causas de variação inerentes (causas comuns) ao processo e as novas causas especiais que ainda geram alguns pontos fora do especificado. Dentre esses estudos encontram-se os planejamentos de experimentos.

## **Capítulo 5**

### **Considerações Finais**

O CEP – Controle Estatístico do Processo utiliza a ferramenta carta de controle como instrumento para avaliar a estabilidade de um processo e é de grande utilidade quando aplicada de forma adequada.

Foi observado no estudo de caso apresentado que ao se utilizar uma carta de controle de forma inadequada, outros problemas eram provocados pela interferência sem necessidade devido a ocorrência de alarmes falsos.

Nos últimos anos muitas empresas tentaram implantar o CEP e não tiveram sucesso, sendo um dos principais motivos o não atendimento dos pré-requisitos de normalidade e independência nos dados.

No caso ilustrado, verificou-se que o pré-requisito independência não era satisfeito pois a autocorrelação nos dados era significativa.

Uma vez detectada a autocorrelação, a utilização de modelos Box-Jenkins, constitui uma ferramenta importante para que através da análise dos resíduos do modelo ajustado, possamos identificar a presença ou não de falsos alarmes no processo, portanto, a construção de gráficos de controles para os resíduos, apresenta-se extremamente eficiente e simples de ser implementado,

nos conduzindo a resultados plenamente satisfatórios, quanto a identificação dos falsos alarmes, quando temos um processo com dados autocorrelacionados.

Esta técnica não se restringe a processos industriais, ou seja, é também aplicável em processos administrativos e de serviços.

Onde houver autocorrelação significativa, existe uma grande oportunidade de se detectar as causas especiais de variação utilizando as técnicas descritas neste trabalho.

## Referências Bibliográficas

[1] ALWA, L. C. and ROBERTS, H. V. (1988). "Time Series Modeling for Statistical Process Control." *Journal of Business & Economic Statistics* 6, pp87-95

[2] ATIENZA, O. O.; TANG, L.C. and ANG, B.W. (2002). Simultaneous Monitoring of Sample and and Group Autocorrelations. *Quality Engineering*, Vol 14, No. 3, pp. 489-499.

[3] BARTLETT, M.S. (1946). On the theoretical specification and sampling properties of autocorrelated time-series. *Suppl J. Roy Statist. Soc.* 8, 27-41

[4] BERTHOUEX, P. M.; HUNTER, W.G.; PALESEN, L.; (1978). " Monitoring Sewage Treatment Plants: Some Quality Control Aspect". *Journal of Quality Technology* 10, pp. 139-149.

[5] BESTERFIELD, D. H. (1990). *Quality Control*  
Prentice Hall

[6] BISSEL, D. (1994). *Statistical Methods for SPC and TQM*  
Chapman & Hall

[7] BOX, G. E. P. and JENKINS, G. M. (1976). *Time Series Analysis, Forecasting, and Control*.  
Honden Day, Oakland , CA.

- [8] BURN, I. W. (1979). Elementary Statistical Quality Control  
Marcel Dekker, Inc
- [9] BUSSAB, W. O. & MORETTIN, P. A. (1985) Estatística Básica  
Atual Editora
- [10] COSTA NETO, P.L.O. (1977) Estatística  
Editora Edgard Blücher Ltda - 2<sup>a</sup> Edição
- [11] CHARNET R., FREIRE L. A. C., CHARNET E. M., BONVINO H. (1999). Análise de Modelos de Regressão Linear com Aplicações. Editora da UNICAMP.
- [12] DUNCAN, A. J. (1974) Quality Control and Industrial Statistics  
Richard D. Irwin, Inc
- [13] GARDINER, S.C. and MITRA A. (1995). Estimation of Process Standard Deviation Under Autocorrelated Observation With Variable Subgroup Size. Quality Engineering, Vol 8, No 2, pp. 215-224.
- [14] GILBERT, K. C.; Kirb, K. and Hild, C.R. (1997). Charting Autocorrelated Data: Guidelines for Practitioners. Quality Engineering, Vol 9, No. 3, pp. 367-382.
- [15] Hu, J. S. and Roan, C. (1996). Change Patterns of Time Series-Based Control Charts. Journal of Quality Technology Vol 28, No. 3, pp. 302-312.
- [16] JURAN, J.M. (1988). Quality Control Handbook  
McGraw-Hill Ed.
- [17] LIAO, Y. S., WU, S. M.; and ERMER, D. S. (1982). " A Time Series Approach to Quality Assurance." Journal of the American Society of Mechanical Engineers 6, pp 15-25.

- [18] Lu, C. W. and Reynolds, M. R. Jr. (1999). EWMA Control Charts for Monitoring The Mean of Autocorrelated Process. *Journal of Quality Technology*, Vol 31, No. 2, pp. 166-188.
- [19] MONTGOMERY, D. C. and MASTRANGELO C. M. (1991). Some Statistical Process Control Methods for Autocorrelated Data. *Journal of Quality Technology* Vol 23, 3 pp. 179-193.
- [20] MONTGOMERY, D. C. (1997). *Introduction to Statistical Quality Control*, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, NY.
- [21] QUENOUILLE, M.H. (1949) Approximate tests of correlation in time-series. *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B.* 11, 68-84.
- [22] RAMOS, A. W. (1995). *Controle Estatístico de Processo Para Pequenos Lotes* Ed. Edgard Blücher Ltda.
- [23] RUNGER, G. C. and WILLEMAIN T. R. (1995). Model-Based and Model-Free Control of Autocorrelated Process. *Journal of Quality Technology* Vol 27, 4 pp. 283-292.
- [24] SCARIANO, S. M. and Herbert, J. L. (2003) Adapting EWMA Control Charts for Batch-Correlated Data. *Quality Engineering*, Vol 15, No. 4, pp. 545-556.
- [25] WEKEMA, C. M. (1992). *Ferramentas Básicas para o Gerenciamento de Processos*. Fundação Christiano Ottoni.
- [26] WETHERILL, G.B. & BROWN, D.W.(1991). *Statistical Process Control(Theory and practice)*. Chapman & Hall