



Jorge Andres Puerto Acosta

Aplicação de técnicas de identificação paramétricas e não paramétricas em uma bancada de vibração torcional

13/2014

CAMPINAS
2013



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

Jorge Andres Puerto Acosta

Aplicação de técnicas de identificação paramétricas e não paramétricas em uma bancada de vibração torcional

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Mecânica dos sólidos.

Orientador: Prof. Dr. Juan Francisco Camino dos Santos

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO
FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO
ALUNO JORGE ANDRÉS PUERTO ACOSTA, E
ORIENTADO PELO PROF. DR. JUAN FRANCISCO
CAMINO DOS SANTOS

ASSINATURA DO ORIENTADOR

CAMPINAS
2013

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Elizangela Aparecida dos Santos Souza - CRB 8/8098

Ac72a Acosta, Jorge Andres Puerto, 1979-
Aplicação de técnicas de identificação paramétricas e não paramétricas em uma bancada de vibração torcional / Jorge Andres Puerto Acosta. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Juan Francisco Camino.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Identificação de sistemas. 2. Estimação linear. 3. Métodos experimentais. I. Camino, Juan Francisco, 1970-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Applications of parametric and nonparametric identification techniques on a torsional vibration setup

Palavras-chave em inglês:

System identification

Parameter estimation

Experiments

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Juan Francisco Camino [Orientador]

Gilmar Barreto

Pablo Siqueira Meirelles

Data de defesa: 04-12-2013

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS INTEGRADOS

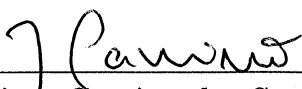
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

Aplicação de técnicas de identificação paramétricas e não paramétricas em uma bancada de vibração torcional

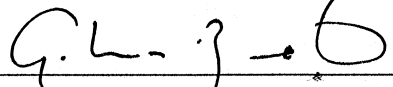
Autor: Jorge Andres Puerto Acosta

Orientador: Prof. Dr. Juan Francisco Camino dos Santos


A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof. Dr. Juan Francisco Camino dos Santos, Presidente
UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. Gilmar Batreto
UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles.
UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas

Campinas, 04 de Dezembro de 2013.

Dedicatória

À minha família.
Minha mãe amada, irmãs e sobrinhas.
Mulheres maravilhosas que são motivo de força sempre.

Agradecimentos

À minha família, pelo apoio e amor incondicional de sempre.

Aos Professores da banca, Prof. Doutor, Gilmar Barreto, Pablo Siqueira.

Aos colegas e amigos.

Ao CNPQ , pelo apoio financeiro.

*El que tiene un derecho no obtiene el de
violar el ajeno para mantener el suyo.*
José Martí

Resumo

Esta dissertação apresenta a aplicação de técnicas de identificação paramétricas e não paramétricas para obter o modelo linear invariante no tempo de uma bancada de vibração torcional eletro-mecânica.

A bancada é composta por um servomotor e um disco acoplado ao eixo do motor, além de dois freios eletromagnéticos alocados no disco. A bancada representa múltiplos sistemas giratórios usados na indústria, como, por exemplo, os eixos giratórios em tornos com controle numérico computadorizados. A bancada se encontra nos Laboratórios de Controle e Identificação da Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP. Com essa bancada se realizam pesquisas na área de controle e identificação, sendo assim necessário ter um modelo validado experimentalmente.

O processo de obtenção do modelo divide-se em três etapas: [Etapa1] Revisão dos aspectos conceptuais de identificação, configuração física da bancada, análise de ruído e tratamento dos sinais e análise preliminar das faixas de operação da bancada.

[Etapa 2] Aplicação dos métodos de identificação estudados anteriormente, com detalhes técnicos do processo de identificação. Na identificação da bancada de vibração torcional são propostos dois modelos para o acoplamento: (i) corpo com rigidez infinita (rígido) e (ii) corpo com uma rigidez finita (flexível).

Para o modelo cujo o acoplamento é rígido, se propõe uma função de transferência de primeira ordem e para o caso do acoplamento flexível, propõe-se uma função de transferência de terceira ordem.

Para as duas hipóteses, modelos de primeira e terceira ordem são obtidos usando-se os métodos de identificação *ARX*, *OE*, *N4SID* e *PEM*. Os modelos identificados são comparados com a estimação da FRF obtida experimentalmente. Também é comparada a resposta temporal dos modelos identificados com os dados experimentais. Dessas identificações, um modelo inicial é escolhido. Do modelo inicial são obtidos os parâmetros iniciais a ser usados na identificação paramétrica de caixa cinza. Identificação na qual são obtidos os parâmetros dos modelos.

Os modelos, são identificados para cinco condições de operação diferentes. Esses cinco modelos lineares invariantes no tempo (LTI) são denominados modelos locais. Cabe salientar que cada condição de operação, depende da variação do amortecimento do disco na bancada. O amortecimento depende da corrente aplicada nos freios eletromagnéticos.

[Etapa 3] Processo de validação experimental dos modelos obtidos. A validação é feita apresentando um processo recursivo. Tendo como critério de validação o melhor ajuste de

curva dado pelo menor erro.

Como resultado da aplicação das etapas e processos contidos neste trabalho, se obtém um modelo validado experimentalmente para o caso em que o acoplamento possui rigidez infinita. Da mesma maneira é obtido o modelo validado, para o caso em que o acoplamento possui uma rigidez finita.

Palavras-chave: Validação experimental, identificação paramétrica, identificação não paramétrica, vibração torcional.

Abstract

This dissertation present application of parametric and nonparametric identification techniques to obtain a linear model of a electro-mechanic torsional vibration bench.

The torsional vibration bench consist of a servomotor with a disk attached to the motor's shaft. The torsional vibration bench can represents multiple systems used in the industry, as the rotating shafts in machines, for example, computerized numerical control machines. The torsional vibration bench is located in the School of Mechanical Engineering, UNICAMP. This torsional vibration bench is used for research in control and identification. Thus, it is necessary to have a validated experimental model of the torsional vibration bench.

The process to obtain a model is divide in three step: [Step 1] is a preliminary part that contains: identification concepts, the torsional vibration bench configuration, analysis of noise and signal's processing, and analysis of a rank of frequency's work and excitation's torque, for the torsional vibration bench.

[Step 2] is the application of the identification methods studied in step 1, giving the technical details of the identification process. The following hypothesis are used for the coupling: (i) the coupling is a body with infinite stiffness; (ii) the coupling is a body with finite stiffness.

For five operating conditions, linear time invariant models are obtained, which are called local models. It should be noted that each operating condition depends on the variation of the damping of the disk on the bench. The damping depends of the fixed current in the electromagnetic brakes.

A first-order transfer function is proposed for the system with rigid coupling and a third-order transfer function is proposed for the model with flexible coupling.

The models identified using *ARX*, *OE*, *N4SID*, and *PEM* techniques are compared with the estimation of the FRF. The temporal response of the models identified are compared with the experimental data.

[Step 3] Is the experimental validation process used to validate the local models.

As a result of applying the steps and processes contained in this work, a model is validated experimentally for the case in which the coupling has infinite stiffness. Likewise, one validated model is obtained for the system in which the coupling has finite stiffness. In the parametric identification case a set of twelve validated models are identified experimentally using time domain methods.

Keywords: Experimental validation, parametric identification, nonparametric identification,

torsional vibration setup .

Lista de Ilustrações

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Etapas da identificação da bancada de vibração torcional. | 3 |
| 2.1 | Chirp seno de 1-40 [Hz] em 1 [s]. | 11 |
| 2.2 | Multisenoseno de 1-40 [Hz] periódico. | 13 |
| 2.3 | Projeção oblíqua | 21 |
| 2.4 | Diagrama de blocos para a aquisição da velocidade | 26 |
| 3.1 | Bancada de vibração torcional. | 27 |
| 3.2 | Encoder incremental modelo 7510-0612-2500. | 29 |
| 3.3 | Modelo simplificado de um freio magnético. | 30 |
| 4.1 | Montagem do experimento. | 31 |
| 4.2 | Massa equivalente. | 32 |
| 4.3 | Sistema 1. | 34 |
| 4.4 | Sinais de posição e velocidade. | 36 |
| 4.5 | Comparação entre a posição medida e a simulada. | 39 |
| 4.6 | Comparação entre a posição medida e a simulada. | 41 |
| 5.1 | Diagrama de fluxo dos experimentos para a análise da resposta da bancada . | 44 |
| 5.2 | Resposta ao sinal seno de amplitude 0,32 Nm e frequência 3,5 Hz. | 45 |
| 5.3 | Resposta ao sinal seno de amplitude 0,64 Nm e frequência 2,5 Hz. | 46 |
| 5.4 | Sinal seno de amplitude 0,32 Nm e frequência 1-8,5 Hz. | 48 |
| 5.5 | Velocidade medida pelo servomotor para uma entrada torque seno de 0,32 Nm e frequência 1-8,5 Hz. | 49 |
| 5.6 | Diagrama de fluxo dos experimentos para a validação da resposta da bancada | 50 |
| 5.7 | Diagrama de fluxo da validação da resposta da bancada | 52 |
| 5.8 | Validação experimental da faixa de operação linear da bancada. | 53 |
| 6.1 | Sinal de excitação usado para identificar a bancada de vibração torcional de um grau de liberdade. | 56 |
| 6.2 | Medição da velocidade derivada da posição. | 57 |
| 6.3 | Velocidade média do disco 1. | 58 |
| 6.4 | Representação esquemática da bancada vibração torcional de um grau de liberdade. | 60 |
| 6.5 | Diagrama de corpo livre considerando que o acoplamento é um corpo rígido. | 60 |
| 6.6 | Modelo da bancada de um grau de liberdade considerando o acoplamento flexível. | 61 |

| | | |
|------|--|-----|
| 7.1 | Comparação das FRFs estimadas usando H_1 e H_2 com as FRFs das identificações ARX, OE, PEM, N4SID. | 68 |
| 7.2 | Comparação entre a velocidade V_{enc1} medida com a velocidade do disco V_{arx} simulada da identificação ARX. | 69 |
| 7.3 | Comparação das FRFs estimadas usando H_1 e H_2 com as FRFs das identificações ARX, OE, N4SID, PEM de terceira ordem | 71 |
| 7.4 | Comparação entre a velocidade do disco V_{enc1} medida com a velocidade V_{arx} do modelo H_{arx} de terceira ordem. | 72 |
| 7.5 | Comparação entre a velocidade do disco V_{enc1} e os modelos identificados de primeira ordem | 74 |
| 7.6 | Comparação entre a velocidade do disco V_{enc1} e os modelos identificados de terceira ordem | 76 |
| 8.1 | Diagrama de blocos do processo de identificação paramétrica. | 79 |
| 8.2 | Ajuste do modelo paramétrico identificado da bancada considerando que o acoplamento tem rigidez finita. | 89 |
| 8.3 | Ajuste do modelo paramétrico identificado da bancada considerando o acoplamento flexível. | 90 |
| 8.4 | Comparação entre a velocidade medida e a simulada considerando o acoplamento rígido. | 94 |
| 8.5 | Diagrama de bode dos modelos locais de primeira ordem identificados. | 95 |
| 8.6 | Velocidade simulada considerando o acoplamento rígido. | 97 |
| 8.7 | Comparação entre a velocidade medida e a simulada considerando o acoplamento flexível. | 99 |
| 8.8 | Diagrama de bode dos modelos locais de terceira ordem identificados. | 100 |
| 8.9 | Velocidade simulada considerando o acoplamento flexível. | 102 |
| 8.10 | Ajuste do modelo paramétrico (local com corrente 0,5A) considerando o acoplamento rígido. | 103 |
| 8.11 | Ajuste do modelo paramétrico (local com corrente 0,5A) considerando o acoplamento flexível. | 105 |
| A.1 | Bancada de vibração torcional com torquímetro | 115 |
| A.2 | Diagrama de conexão do fio de instrumentação do servomotor “X5”. | 117 |
| A.3 | Diagrama de conexão elétrica da bancada e seu torquímetro. | 118 |
| A.4 | Sinal de torque filtrado com passa alta de frequência de corte 6 Hz. | 121 |
| A.5 | Sinal de torque medido no torquímetro com capacitor em paralelo. | 122 |
| A.6 | Sinal de velocidade fornecido pelo servomotor. | 123 |
| A.7 | Sinal de velocidade fornecido pelo servomotor com capacitor em paralelo. | 124 |

| | | |
|-----|--|-----|
| B.1 | Representação da bancada vibração torcional: caso 1. | 125 |
| B.2 | Medição da posição fornecida pelo encoder incremental. | 126 |
| B.3 | Medição da Velocidade fornecida pelo servo driver. | 127 |
| B.4 | Ajuste do modelo paramétrico identificado: caso 1. | 128 |
| B.5 | Representação esquemática da bancada vibração torcional na configuração 2. | 129 |
| B.6 | Modelo da bancada na configuração 2 e considerando o acoplamento rígido. | 130 |
| B.7 | Modelo da bancada na configuração 2 considerando o acoplamento flexível. | 131 |
| B.8 | Ajuste do modelo paramétrico identificado da bancada para o caso 2. | 135 |
| B.9 | Ajuste do modelo paramétrico identificado da bancada para o caso 2. | 140 |

Lista de Tabelas

| | | |
|------|---|-----|
| 4.1 | Parâmetros ajustados para os experimentos 1 a 3. | 38 |
| 4.2 | Parâmetros ajustados usando ajuste polinomial. | 38 |
| 4.3 | Cálculo do coeficiente de elasticidade e do coeficiente de amortecimento. | 40 |
| 4.4 | Função de transferência para validar os parâmetros do modelo de segunda ordem. | 40 |
| 4.5 | Ajuste do modelo de segunda ordem. | 42 |
| 5.1 | Ensaio para determinar faixas de amplitude. | 43 |
| 7.1 | Funções de transferência dos modelos paramétricos iniciais de primeira ordem. | 67 |
| 7.2 | Funções de transferência dos modelos paramétricos iniciais de 3 ordem. | 70 |
| 7.3 | Funções de transferência dos modelos paramétricos de primeira ordem | 73 |
| 7.4 | Funções de transferência dos modelos não paramétricos de terceira ordem | 75 |
| 8.1 | Parâmetros iniciais do modelo da bancada considerando o acoplamento flexível. | 85 |
| 8.2 | Parâmetros estimados para o modelo da bancada de vibração torcional considerando o acoplamento flexível. | 87 |
| 8.3 | Funções de transferência dos modelos paramétricos identificados considerando o acoplamento flexível. | 87 |
| 8.4 | Ajuste das funções de transferência dos modelos paramétricos identificados considerando o acoplamento rígido. | 88 |
| 8.5 | Ajuste das funções de transferência dos modelos paramétricos identificados considerando o acoplamento flexível. | 90 |
| 8.6 | Parâmetros estimados modelos locais LTI paramétricos considerando o acoplamento rígido. | 92 |
| 8.7 | Funções de transferência dos modelos locais LTI paramétricos identificados considerando o acoplamento rígido. | 93 |
| 8.8 | Parâmetros estimados modelos locais LTI paramétricos considerando o acoplamento flexível. | 98 |
| 8.9 | Funções de transferência dos modelos locais LTI paramétricos considerando o acoplamento flexível. | 98 |
| 8.10 | Ajuste dos modelos paramétricos locais identificados considerando o acoplamento rígido. | 101 |
| 8.11 | Ajuste dos modelos paramétricos locais identificados considerando o acoplamento flexível. | 104 |

| | | |
|------|---|-----|
| B.1 | Parâmetros estimados para o modelo da bancada de vibração torcional no caso 1. | 127 |
| B.2 | Funções de transferência dos modelos paramétricos identificados no caso 1. | 128 |
| B.3 | Ajuste das funções de transferência no caso 1. | 128 |
| B.4 | Parâmetros iniciais no caso 2 | 132 |
| B.5 | Parâmetros estimados para o caso 2 | 133 |
| B.6 | Funções de transferência para o caso 2. | 134 |
| B.7 | Ajuste das funções de transferência dos modelos paramétricos identificados para o caso 2. | 135 |
| B.8 | Parâmetros iniciais no caso 2 | 136 |
| B.9 | Parâmetros estimados para o caso 2 | 138 |
| B.10 | Funções de transferência para o caso 2. | 139 |
| B.11 | Ajuste das funções de transferência dos modelos paramétricos identificados para o caso 2. | 140 |

Lista de Abreviaturas e Siglas

| | | |
|----------|---|--------------|
| V | Tensão em volts | [V] |
| f | Frequência em Hertz | [Hz] |
| I | Intensidade de corrente em amperes | [A] |
| F | Capacitância em Faraday | [F] |
| f | Frequência em Hertz | [Hz] |
| T | Torque | [Nm] |
| ω | Velocidade angular | [rpm] |
| R | Resistência em Ohms | [Ω] |
| W | Potência em Watt | [W] |
| t | tempo em segundos | [s] |
| Ih | Intensidade de corrente em amperes por hora | [Ah] |
| m | Metros | [m] |
| V_{ac} | Tensão alternada | [Vac] |
| V_{dc} | Tensão direta | [Vdc] |
| V_{pp} | Tensão de pico para pico | [Vpp] |
| dB | Decibel | [dB] |

Letras Gregas

| | | |
|----------------|---------------------------------|-------|
| θ | Vetor de parâmetros | |
| $\hat{\theta}$ | Vetor de parâmetros estimados | |
| φ | Preditor | |
| μ | Vetor de dados conhecido | |
| λ_* | Autovalor | |
| ω | Frequência angular | [rad] |
| Ψ_k | Matriz de Toeplitz de tamanho k | |

Sobrescritos

| | |
|-----------|--------------------------|
| $[l]$ | Bloco l de dados |
| T | Transposta de uma matriz |
| \dagger | Pseudo inversa da matriz |

Subscritos

| | |
|-------|---|
| 0 | Valor inicial da variável (ou presente) |
| n_* | Enésimo valor do coeficiente * |
| p | Passado |
| f | Futuro |

Abreviações

| | |
|--------------|---|
| <i>LQ</i> | Decomposição LQ |
| <i>Max</i> | Máximo |
| <i>QR</i> | Decomposição QR |
| <i>PE</i> | Excitação permanente |
| <i>PID</i> | Controlador Proporcional , integral , derivativo |
| <i>CA</i> | Corrente alternada |
| <i>IGBT</i> | Transistor bipolar de porta isolada |
| <i>PWM</i> | Modulador por largura de pulso |
| <i>RMS</i> | Raiz média quadrática |
| <i>ARX</i> | Modelo Auto-regressivo |
| <i>ARMAX</i> | Modelo Auto-regressivo com média móvel |
| <i>BJ</i> | Modelo Box-Jenkins |
| <i>DTF</i> | Transformada discreta de fourier |
| <i>FFT</i> | Transformada rápida de fourier |
| <i>FRF</i> | Função de resposta em frequência |
| <i>FRFs</i> | Conjunto de funções de resposta em frequência |
| <i>FIR</i> | Resposta finita ao impulso |
| <i>LTI</i> | Sistema linear invariante no tempo |
| <i>N4SID</i> | Numerical algorithms for Subspace State Space System Identification |
| <i>OE</i> | Modelo de erro de saída |
| <i>PEM</i> | Modelo de estimação de parâmetros |

| | |
|-----------------|---|
| <i>AD</i> | Conversor analógico para digital |
| <i>DA</i> | Convertidor digital para analógico |
| <i>Ttor</i> | Medição de torque fornecida pelo torquímetro |
| <i>Tref</i> | Torque de referência |
| <i>Vsm</i> | Velocidade fornecida pelo servo motor |
| <i>Varx</i> | Velocidade simulada baseada no modelo ARX identificado |
| <i>Tor6mm</i> | Torque medido, com aterramento usando fio de 6 [mm] de diâmetro |
| <i>Tor2,5mm</i> | Torque medido, com aterramento usando fio de 2,5 [mm] de diâmetro |
| <i>TtorC</i> | Torque fornecido pelo torquímetro com capacitor em paralelo |
| <i>Enc1</i> | Encoder |

Símbolos

| | |
|------------------------|---|
| $H(j\omega)$ | Função de transferência do sistema sem ruído |
| $G(j\omega)$ | Função de transferência do ruído |
| $u(t)$ | Sinal no domínio do tempo |
| $U(j\omega)$ | Sinal no domínio da frequência |
| f_s | Frequência de amostragem |
| f_{max} | Frequência máxima |
| T_s | Período da frequência de amostragem |
| ω_n | Frequência natural não amortecida |
| $U_d(e^{j\omega T_s})$ | Espectro do sinal discreto |
| $\gamma^2(\omega)$ | Função de coerência |
| $R_{**}(j\omega)$ | Auto correlação entre duas variáveis discretas |
| $S_{**}(j\omega)$ | Transformada de Fourier da auto correlação entre duas variáveis discretas |
| H_1 | Estimador da resposta em frequência H_1 |
| H_2 | Estimador da resposta em frequência H_2 |
| \dot{U} | Complexo conjugado de U |
| $a := b$ | a é definido por b |

| | |
|---|--|
| $\delta_{T_s} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - \eta T_s)$ | Trem de impulsos unitários no tempo |
| $\delta_{f_s} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - k f_s)$ | Trem de impulsos unitários na frequência |
| $U_{DTF}(k)$ | Transformada discreta de fourier |
| $\tilde{u}_d(t) = u_d(\eta) = u_d(t)\delta_{T_s}$ | Sinal discretizado |
| $\tilde{u}_d(t)$ | aproximação do sinal contínuo $u(t)$ |
| K_d | Constante proporcional |
| T_i | Tempo integral |
| T_d | Tempo derivativo |
| $X5$ | Cabo de instrumentação |
| $X6$ | Conexão com terra do servo driver |
| $\theta(t)$ | Posição angular |
| $\dot{\theta}(t)$ | Velocidade angular |
| $\ddot{\theta}(t)$ | Aceleração angular |
| $\dot{\theta}_{eq}(t)$ | Velocidade angular equivalente |
| J_{eq} | Inércia equivalente |
| J_* | Inercia do disco (*) |
| T_{d*} | Atrito no disco (*) |

| | |
|---|---|
| C_* | Coeficiente de amortecimento (*) |
| H_{arx} | Função de transferência do modelo ARX identificado |
| H_{armax} | Função de transferência do modelo ARMAX identificado |
| H_{OE} | Função de transferência do modelo OE identificado |
| H_{BJ} | Função de transferência do modelo BJ identificado |
| H_{N4SID} | Função de transferência do modelo identificado com o método N4SID |
| H_{PEM} | Função de transferência do modelo identificado com o método PEM |
| H_{arxf} | Função de transferência do modelo ARX identificado em frequência |
| H_{OEf} | Função de transferência do modelo OE identificado em frequência |
| H_{N4SIDf} | Função de transferência do modelo identificado com o método N4SID em frequência |
| H_{PEMf} | Função de transferência do modelo identificado com o método PEM em frequência |
| \mathbb{N} | Conjunto de números Naturais |
| \mathbb{R} | Conjunto de números Reais |
| \mathbb{C} | Conjunto de números Complexos |
| ϕ_k | Fase de Schroeder |
| q | Operador atraso |
| $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$ | Espaços linha gerados |
| $\{0\}$ | Conjunto vazio |
| $\hat{E}_{\parallel \mathfrak{C}}\{\alpha \mathfrak{B}\}$ | Projeção Oblíqua de α em \mathfrak{B} ao longo de \mathfrak{C} |
| $span(\cdot)$ | Subespaço |
| $posto(\cdot)$ | Posto da matriz |
| $dim(\cdot)$ | Dimensão de (\cdot) |

SUMÁRIO

| | |
|---|--------------|
| Lista de Ilustrações | xvii |
| Lista de Tabelas | xxi |
| Lista de Abreviaturas e Siglas | xxiii |
| 1 Introdução | 1 |
| 1.1 Motivações | 1 |
| 1.2 Objetivos | 4 |
| 1.3 Organização da dissertação | 4 |
| 2 Preliminares | 5 |
| 2.1 Preâmbulo | 5 |
| 2.2 Estimação da função da resposta em frequência (FRF) | 5 |
| 2.2.1 Transformada de Fourier Discreta (DFT) | 6 |
| 2.2.2 Discretização | 6 |
| 2.2.3 Expressões para a DFT | 7 |
| 2.2.4 Redução de erros da FRF para sinais periódicos | 7 |
| 2.2.5 Função de coerência | 8 |
| 2.2.6 Estimadores da FRF | 8 |
| 2.3 Sinais de excitação | 9 |
| 2.3.1 Swept seno | 10 |
| 2.3.2 Schroeder multi seno | 12 |
| 2.4 Métodos de identificação | 14 |
| 2.4.1 Modelo Auto regressivo com variável exógena | 14 |
| 2.4.1.1 Regressão linear | 15 |
| 2.4.2 Modelo auto regressivo de media móvel com variáveis exógenas de entrada | 15 |
| 2.4.2.1 Pseudo regressão | 16 |
| 2.4.3 Modelo "Output Error"(OE) | 17 |
| 2.4.4 Modelo Box-Jenkins (BJ) | 18 |
| 2.4.5 Método N4SID | 18 |
| 2.4.6 Modelo de estimação de parâmetros (PEM) | 25 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2.4.6.1 | PEM com modelo inicial | 25 |
| 2.5 | Determinação da velocidade usando a posição fornecida pelo encoder | 25 |
| 3 | Descrição das bancadas experimentais | 27 |
| 3.1 | Descrição dos equipamentos | 28 |
| 3.1.1 | Servomotor Panasonic | 28 |
| 3.1.2 | Placa de aquisição dSpace | 28 |
| 3.1.3 | Fontes de potência | 28 |
| 3.1.4 | Encoders | 29 |
| 3.1.5 | Freios magnéticos | 30 |
| 4 | Análise preliminar da bancada para a identificação | 31 |
| 4.1 | Classificação das peças da bancada | 31 |
| 4.1.1 | Cálculo da massa equivalente | 32 |
| 4.2 | Estimação inicial da frequência natural, coeficiente de amortecimento e coeficiente de rigidez | 34 |
| 4.2.1 | Diagrama esquemático e modelo derivado da bancada | 34 |
| 4.3 | Cálculo dos coeficientes de amortecimento relativo e frequência natural | 37 |
| 4.3.1 | Primeiro método | 37 |
| 4.3.1.1 | Aplicação do primeiro método | 37 |
| 4.4 | Validação | 40 |
| 4.5 | Conclusão | 42 |
| 5 | Análise da resposta da bancada de vibração torcional | 43 |
| 5.0.1 | Experimentos | 43 |
| 5.0.1.1 | Experimento | 50 |
| 5.0.1.2 | Resultado | 52 |
| 5.0.2 | Conclusão | 53 |
| 6 | Sinais e modelos usados na identificação da bancada | 55 |
| 6.1 | Sinais usados na identificação | 55 |
| 6.1.1 | Sinal de excitação | 55 |
| 6.1.2 | Sinal de Saída | 55 |
| 6.2 | Sinais usados na validação | 59 |
| 6.2.1 | Sinal de excitação | 59 |
| 6.2.2 | Sinal de Saída | 59 |
| 6.3 | Modelagem | 60 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 6.3.1 | Modelo analíticos considerando o acoplamento como um corpo rígido. | 60 |
| 6.3.2 | Modelo analítico considerando o acoplamento como um corpo flexível. | 61 |
| 7 | Identificação do modelo inicial na identificação paramétrica | 63 |
| 7.1 | Estimação da FRF | 63 |
| 7.2 | Estimação paramétrica do modelo inicial | 64 |
| 7.2.1 | Identificação de primeira ordem | 65 |
| 7.2.2 | Identificação de terceira ordem | 70 |
| 7.3 | Validação identificação do modelo paramétrico inicial | 73 |
| 7.3.1 | Validação da identificação de primeira ordem | 73 |
| 7.3.2 | Validação da identificação de terceira ordem | 75 |
| 7.4 | Conclusões | 77 |
| 8 | Identificação paramétrica da bancada de vibração torcional | 79 |
| 8.1 | Estimação dos parâmetros dos modelos | 80 |
| 8.1.1 | Estimação paramétrica com corrente zero nos freios | 80 |
| 8.1.1.1 | Considerando o acoplamento como um corpo rígido | 80 |
| 8.1.1.2 | Considerando o acoplamento como um corpo flexível | 85 |
| 8.1.2 | Validação da estimação paramétrica com corrente zero nos freios | 88 |
| 8.1.2.1 | Validação do modelo identificado considerando o acoplamento rígido | 88 |
| 8.1.2.2 | Validação do modelo identificado considerando o acoplamento flexível | 90 |
| 8.2 | Estimação dos parâmetros dos modelos para correntes entre 0,5 e 2,0 A | 91 |
| 8.2.1 | Identificação dos modelos locais considerando o acoplamento rígido. | 92 |
| 8.2.2 | Identificação dos modelos locais considerando o acoplamento flexível. | 96 |
| 8.2.3 | Validação da identificação dos modelos locais com corrente entre 0,5 e 2,0 A nos freios | 101 |
| 8.2.3.1 | Validação dos modelos locais identificados considerando o acoplamento rígido | 101 |
| 8.2.3.2 | Validação dos modelos locais identificados considerando o acoplamento flexível | 104 |
| 8.3 | Conclusões | 106 |
| 9 | Conclusões e perspectivas | 107 |
| | REFERÊNCIAS | 109 |

| | |
|---|------------|
| APÊNDICES | 115 |
| A Análise do ruído elétrico nas bancadas de vibração torcional | 115 |
| A.1 Preâmbulo | 115 |
| A.2 Configuração dos equipamentos para os experimentos | 115 |
| A.3 Conexão elétrica | 116 |
| A.3.1 Aterramento inicial | 119 |
| A.3.2 Aterramento final | 119 |
| A.4 Análise do ruído na bancada de vibração torcional com Torquímetro | 119 |
| A.4.0.1 Comparação do ruído nos sinais medidos | 120 |
| A.5 Análise do ruído na bancada de vibração torcional | 122 |
| A.6 Conclusão | 123 |
| B Identificação paramétrica da bancada na Configuração 2 | 125 |
| B.1 Preâmbulo | 125 |
| B.2 Caso 1 | 125 |
| B.2.1 Validação | 128 |
| B.3 Caso 2 | 129 |
| B.3.1 Sinais usados na identificação | 129 |
| B.3.1.1 Modelo analítico considerando o acoplamento rígido. | 129 |
| B.3.1.2 Modelo analítico considerando o acoplamento flexível. | 130 |
| B.3.2 Estimação paramétrica com corrente zero nos freios | 131 |
| B.3.2.1 Considerando o acoplamento como um corpo rígido | 131 |
| B.3.2.2 Validação | 135 |
| B.3.2.3 Considerando o acoplamento como um corpo flexível | 136 |
| B.3.2.4 Validação | 139 |
| C Estimador de FRF H_1 e H_2 | 141 |

1 Introdução

1.1 Motivações

A identificação de sistemas dinâmicos constitui uma importante área de conhecimento. Os modelos obtidos da identificação permitem uma melhor análise do comportamento dinâmico do sistema, (Schoukens e Pintelon, 2010). A interação do sistema com o ambiente é dada pelo uso de dados de entrada e saída que fornecem informação do comportamento dinâmico.

É possível empregar métodos de identificação lineares e não lineares no domínio do tempo e no domínio da frequência que fornecem modelos matemáticos que expliquem o comportamento dinâmico de um sistema. Diferentes abordagens existem na literatura no domínio do tempo (Ljung, 1993), no domínio da frequência (Pintelon e Schoukens, 2012), por subespaços de estado (Van-Overschee e De-Moor, 1996; Katayama, 2005) como sistemas variantes no tempo (De Caigny *et al.*, 2008). Alguns exemplos da abordagem feita por diferentes autores pode-se ver entre outros em: Kalman (1960); De Moor *et al.* (1988); Moonen *et al.* (1989); Box *et al.* (1994); Nemani *et al.* (1995); Ljung (1999); Pintelon e Schoukens (2012); Schoukens *et al.* (2012); De Caigny *et al.* (2009)

A identificação experimental é importante dado que muitos dos sistemas reais são de difícil modelagem ou o método de controle a ser empregado depende de forma crítica do modelo. Em geral, o estudo do comportamento de um sistema real depende da representação matemática utilizada em sua análise (Bittanti e Garatti, 2012) Em qualquer aplicação de engenharia, o sucesso é determinado pela qualidade com a qual o modelo representa os dados. O desenvolvimento de modelos a partir de dados observados é um problema fundamental nos sistemas de engenharia (Coelho e Wicthoff Pessôa, 2009). Os modelos matemáticos obtidos podem ser utilizados para estudar o comportamento do sistema, detecção de falhas, predição, estimativa de variáveis, otimização e propósitos baseados em modelos de controle (Coelho e Wicthoff Pessôa, 2009). A identificação de sistemas em engenharia é de ampla aplicação industrial (Ljung, 2002). Alguns exemplos de identificação experimental com interesse industrial (especificamente em robótica e dinâmica), são: Horak (1988); Johnson (1991); Dutkiewicz (1993); Swevers (2000); Vivas (2003); Derafa (2006); Duque-Perez (2010).

Este trabalho apresenta a identificação experimental de uma bancada de vibração torci-

onal electro-mecânica. A bancada é composta por um servo motor, um disco acoplado ao eixo do motor, e dois freios eletromagnéticos. A bancada representa múltiplos sistemas giratórios usados na indústria. A bancada se encontra no laboratórios de controle e identificação de sistemas dinâmicos da Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP. Nessa bancada se realizam pesquisas na área de controle e identificação. O objetivo deste trabalho é obter um modelo dessa bancada que esteja validado experimentalmente. Aplicações previas de técnicas de identificação na bancada de vibração torcional podem ser encontradas em Duarte (2010).

Os passos necessários para uma identificação, como é proposto em Pintelon e Schoukens (2012), são os seguintes; i) aquisição dos dados experimentais; ii) escolha da estrutura para o modelo; iii) identificar os parâmetros que melhor se ajustam aos dados experimentais; iv) validar o modelo obtido.

Assim, baseados nos passos propostos acima para o processo de identificação de um sistema, é seguido neste trabalho o seguinte esquema de três etapas:

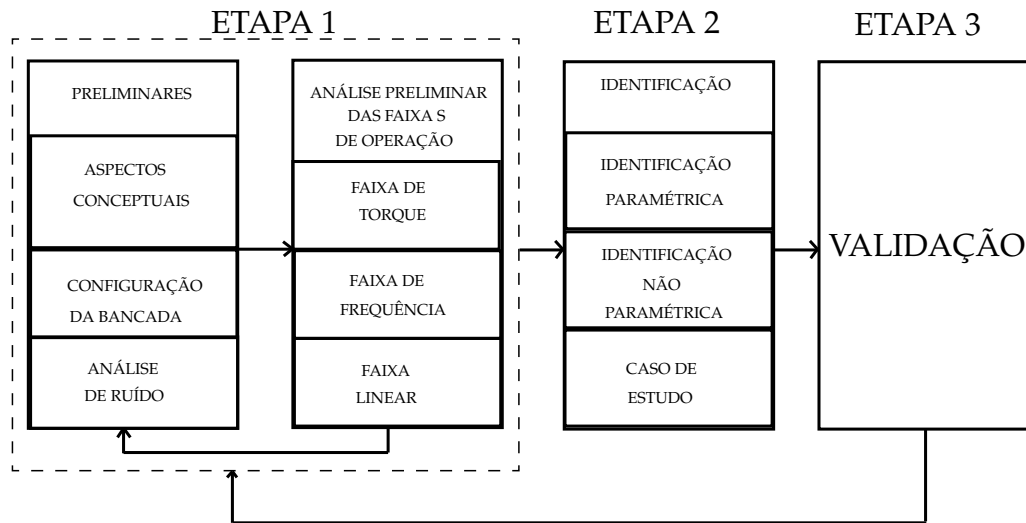


Figura 1.1: Etapas da identificação da bancada de vibração torcional.

Etapa1 Revisão dos aspetos conceptuais de identificação, a configuração física da bancada, a análise de ruído e tratamento dos sinais, e uma análise preliminar das faixas de operação e torque de excitação da bancada.

Etapa 2 Aplicação dos métodos de identificação estudados.

Os modelos são identificados para cinco condições de operação diferentes. Essas cinco condições de operação fornecem cinco modelos Lineares Invariantes no Tempo (LTI), denominados modelos locais. Cabe salientar que cada condição de operação, ou modelo local, depende da variação do amortecimento aplicado no disco na bancada. O amortecimento depende da corrente aplicada aos freios eletromagnéticos.

No caso da identificação não paramétrica, propõem-se o uso dos estimadores de resposta em frequência H_1 e H_2 , para obter um modelo inicial combinando o uso dos estimadores H_1 e H_2 e estimações paramétricas simples como *ARX*, e *OE*.

Etapa 3 Processo de validação experimental dos modelos obtidos.

Como resultado da aplicação das etapas acima, se obtém um modelo validado experimentalmente. O modelo é validado com um conjunto de cinco identificações paramétricas, que são os modelos LTI, que relacionam o torque de referência com a velocidade do disco.

1.2 Objetivos

Aplicar técnicas de identificação paramétricas e não paramétricas para obter o modelo linear invariante no tempo da bancada de vibração torcional eletromecânica, para diferentes condições de operação.

1.3 Organização da dissertação

O Capítulo 2, apresenta uma revisão básica sobre técnicas de identificação paramétrica e não paramétrica. No Capítulo 3, a bancada de vibração torcional eletromecânica é apresentada. As características principais dos equipamentos usados nos experimentos também são apresentados. Nos Capítulos 4 e 5, a análise das faixas de operação linear da bancada é apresentada. No Apêndice A, uma análise do ruído elétrico nos sinais capturados na bancada é mostrada. No Capítulo 6, os sinais usados na identificação e os sinais usados na validação são apresentados.

O Capítulo 7 apresenta os modelos iniciais obtidos na identificação, representando a Etapa 2 do diagrama anterior.

O Capítulo 8 apresenta os modelos paramétricos identificados da bancada de vibração torcional. Este capítulo também apresenta a validação dos modelos paramétricos obtidos na identificação.

Cabe salientar que a Etapa 3 está presente nos Capítulos 7 e 8. Por fim, no Capítulo 9, são apresentadas as conclusões gerais da dissertação.

2 Preliminares

2.1 Preâmbulo

Neste capítulo, são apresentados os conceitos preliminares necessários ao cálculo da função de resposta em frequência $H(jw)$, de um sistema dinâmico linear, que relaciona no domínio da frequência um sinal de saída com o sinal de entrada.

En seguida serão analisadas as características de alguns dos sinais de excitação que são normalmente empregados nos processos de identificação de sistemas. Por fim, se apresentam os métodos de identificação clássicos disponíveis na literatura. Detalhes podem ser encontrados em Goodwin e Payne (1977), Beck e Arnold (1977), Sorenson (1980), Schoukens e Pintelon (1991), Ljung (1999), Zhu (2001), van den Hof *et al.* (2004), Katayama (2005) Garnier e Wang (2008), Pintelon e Schoukens (2012), Schoukens *et al.* (2012).

2.2 Estimação da função da resposta em frequência (FRF)

As características dinâmicas de um sistema linear, estável e invariante no tempo podem ser descritas pela função de resposta em frequência (FRF). As FRFs são bastante empregadas em algoritmos de identificação. As FRFs também fornecem informações qualitativas e quantitativas sobre o sistema. A função de resposta em frequência de um sistema LTI é dada por

$$H(jw) = \frac{Y(jw)}{U(jw)} \quad (2.1)$$

onde $Y(jw)$ e $U(jw)$ são, respectivamente, a transformada de Fourier do sinal de saída $y(t)$ e do sinal de entrada $u(t)$. Assim, para a obtenção da FRF, é fundamental o conhecimento detalhado da transformada de Fourier e de métodos para avaliar a qualidade da FRF estimada.

2.2.1 Transformada de Fourier Discreta (DFT)

Para calcular a FRF, é necessário utilizar a transformada de Fourier Discreta (“Discrete Fourier Transform” (DFT)). Usualmente, o cálculo é feito utilizando o algoritmo conhecido como “Fast Fourier Transform” (FFT). Na próxima seção será discutido o processo de discretização e em seguida será feita uma revisão da DFT. Detalhes sobre a DFT e FFT podem ser encontrados em Brigham (1974).

2.2.2 Discretização

No domínio do tempo, o processo de discretização pode ser formulado como o produto do sinal a ser discretizado com um trem de impulsos unitários. Esse processo para um sinal $u(t)$ é dado por

$$\tilde{u}_d(t) = u(t)\delta_{T_s}(t) \quad \text{com} \quad \delta_{T_s}(t) = \sum_{\eta=-\infty}^{\infty} \delta(t - \eta T_s) \quad (2.2)$$

com T_s o período relacionado à frequência de amostragem f_s . Neste contexto, o sinal discreto $u_d(\eta)$ é representado pelo sinal contínuo $\tilde{u}_d(t)$. O espectro do sinal discreto é definido como

$$U_d(e^{j2\pi f T_s}) = \sum_{\eta=-\infty}^{\infty} u_d(\eta) e^{-j2\pi f \eta T_s}, \quad (2.3)$$

O espectro $U_d(e^{j\omega T_s})$ corresponde à convolução dos espectros $U(j2\pi f)$ com $(f_s \delta_{f_s}(f))$, onde o termo $f_s \delta_{f_s}(f)$ é o espectro de $\delta_{T_s}(t)$, e $\delta_{f_s}(f)$ é a repetição do Impulso de Dirac de período $f_s = 1/T_s$:

$$\delta_{f_s}(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(f - k f_s) \quad (2.4)$$

Usando a Equação (2.4), chega-se à expressão

$$U_d(e^{j2\pi f T_s}) = U(j2\pi f) * (f_s \delta_{f_s}(f)) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} U(j2\pi(f - k f_s)) \quad (2.5)$$

Percebe-se desta equação que o espectro de $u(t)$ é periodizado com frequência de amostragem f_s . Assim, é necessário que a largura de banda do sinal a ser amostrado seja menor do que $f_s/2$ (ver Ljung (1999), na seção 14.5 e Pintelon e Schoukens (2012) seção 2).

2.2.3 Expressões para a DFT

Para um sinal discreto $u(\eta T_s)$, com $\eta = 0, 1, \dots, N - 1$, as expressões que relacionam o domínio do tempo e o domínio da frequência são

$$U_{DFT}(k) = \sum_{\eta=0}^{N-1} u(\eta T_s) e^{-j2\pi\eta k/N} \quad \text{e} \quad u(\eta T_s) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} U_{DFT}(k) e^{j2\pi k\eta/N} \quad (2.6)$$

Um método eficiente para se calcular uma DFT é a FFT (“Fast Fourier Transform”). O algoritmo de Cooley-Tukey (Cooley e Tukey, 1965), (Cooley *et al.*, 1967) é uma das implementações mais utilizadas.

2.2.4 Redução de erros da FRF para sinais periódicos

Esta seção considera explicitamente que o sinal de excitação é periódico com período T . Assim, o sinal discretizado é dado por $u_d(\eta T_s) = u_d((\eta + N_p)T_s)$, onde N_p é o tamanho do período (número de pontos por período). Também podemos expressar o período T do sinal contínuo como $T = N_p T_s$. Para simplificar a notação, o sinal discretizado $u_d(\eta T_s)$ é denotado por $u_o(\eta)$. Quando um sinal periódico é utilizado, é possível coletar M blocos de dados de entrada-saída em períodos sucessivos (com tamanho N_p). Assim, podemos calcular os vetores $\hat{u}(\eta)$ e $\hat{y}(\eta)$ através da seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \hat{y}(\eta) &= \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} y(\eta + lN_p) = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M y^{[l]}(\eta) \quad \text{com} \quad y^{[l]}(\eta) = y(\eta + (l-1)N_p) \\ \hat{u}(\eta) &= \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} u(\eta + lN_p) = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M u^{[l]}(\eta) \quad \text{com} \quad u^{[l]}(\eta) = u(\eta + (l-1)N_p) \end{aligned} \quad (2.7)$$

com $l = 1, 2, \dots, M$.

Então usando a Equação (2.7) se obtém $\hat{Y}(k) = \text{DFT}(\hat{y}(\eta))$ e $\hat{U}(k) = \text{DFT}(\hat{u}(\eta))$, com $k = 1, 2, \dots$. A FRF estimada é dada por

$$\hat{H}_{ML}(j\omega_k) = \frac{\hat{Y}(k)}{\hat{U}(k)} \quad (2.8)$$

com $\hat{Y}(k) = \text{DFT}(\hat{y}(\eta))$ e $\hat{U}(k) = \text{DFT}(\hat{u}(\eta))$.

Devido ao processo de média, o ruído é reduzido por um fator de $1/\sqrt[2]{M}$. Quando $M \rightarrow \infty$, $\hat{H}_{ML}(j\omega_k) \rightarrow H_o(j\omega_k)$ que é a FRF adquirida quando os sinais de entrada e de saída não possuem ruído. Vale a pena salientar que o número de períodos que podem ser adquiridos depende do sistema de aquisição e da memória do computador. Na prática, M é determinado pelo tempo máximo da aquisição T_{max} e pela resolução mínima requerida para a frequência de amostragem f_s , ou seja, $M = T_{max}f_s$.

2.2.5 Função de coerência

Uma medida usada frequentemente para quantificar a qualidade da FRF obtida é a função de coerência $\gamma^2(\omega)$, definida como

$$\gamma^2(\omega) = \frac{|S_{UY}(j\omega)|^2}{S_{UU}(j\omega)S_{YY}(j\omega)} \quad (2.9)$$

onde $S_{UY}(j\omega)$ é a transformada de Fourier da correlação do sinal de entrada com o sinal de saída, $S_{UU}(j\omega)$ é a transformada de Fourier da autocorrelação do sinal de entrada e $S_{YY}(j\omega)$ é a transformada de Fourier da autocorrelação do sinal de saída. Perceba que $0 \leq \gamma^2(\omega) \leq 1$. Um valor pequeno de $\gamma(\omega)$ indica que podem existir ruídos nas medidas, leakage ou outros efeitos indesejáveis nos sinais medidos.

2.2.6 Estimadores da FRF

Esta seção considera que o sinal de excitação $u_o(t)$ é randômico. Os vetores de dados são novamente divididos em M blocos. O espectro para o bloco l dos sinais de saída e de entrada são denominados respectivamente por $Y^{[l]}(k)$ e $U^{[l]}(k)$. O vetor $U^{[l]}(k)$ tem uma fase randômica uniformemente distribuída entre $[0, 2\pi]$, logo, o valor médio é zero. Para eliminar essa fase é necessário multiplicar $U^{[l]}(k)$ pelo seu complexo conjugado $\hat{U}^{[l]}(k)$. A equação do estimador H_1 da FRF é dada por (2.10). A equação do estimador H_2 é dada por (2.11). O estimador H_2 é geralmente utilizado quando o SNR (“Signal-to-noise ratio”) na saída é

significativamente maior que o SNR da entrada.

$$H_1(j\omega_k) = \frac{\sum_{l=1}^M Y^{[l]}(k) \mathring{U}^{[l]}(k)}{\sum_{l=1}^M |U^{[l]}(k)|^2} \quad (2.10)$$

$$H_2(j\omega_k) = \frac{\sum_{l=1}^M |Y^{[l]}(k)|^2}{\sum_{l=1}^M U^{[l]}(k) \mathring{Y}^{[l]}(k)} \quad (2.11)$$

2.3 Sinais de excitação

De acordo com Bendat e Piersol (1993), Ljung (1999), Verboven *et al.* (2005), Pintelon *et al.* (2010) Pintelon e Rolain (2003), Pintelon e Schoukens (2012), Schultz *et al.* (2007), Heath (2005), Pintelon e Schoukens (2001), Schoukens *et al.* (1997), Pintelon *et al.* (2011), Pintelon e Schoukens (2012), os sinais de excitação podem ser divididos em: aperiódicos e periódicos.

Os sinais periódicos tem os seguintes vantagens:

- Pode-se impor com exatidão a magnitude do espectro.
- Suprime os transientes do sistema.
- Os erros nas variáveis de entrada e saída com ruído são simplificados para um problema de ruído na saída, pois o sinal de entrada é conhecido.
- Pode-se quantificar a quantidade de ruído e perturbação não-linear.

As desvantagens dos sinais periódicos são:

- Pouca resolução em frequência.

- Dificil configuração experimental. É necessário uma sincronização perfeita entre o sinal gerado e a captura do sinal.

Levando em consideração as características dos sinais de excitação periódicos e as características do sistema experimental, decidiu-se nesta dissertação empregar sinais de excitação periódicos. Serão em seguida apresentados os sinais de uso geral: “Swept” seno, (também chamado chirp periódico) e “Schroeder” Multi seno.

2.3.1 Swept seno

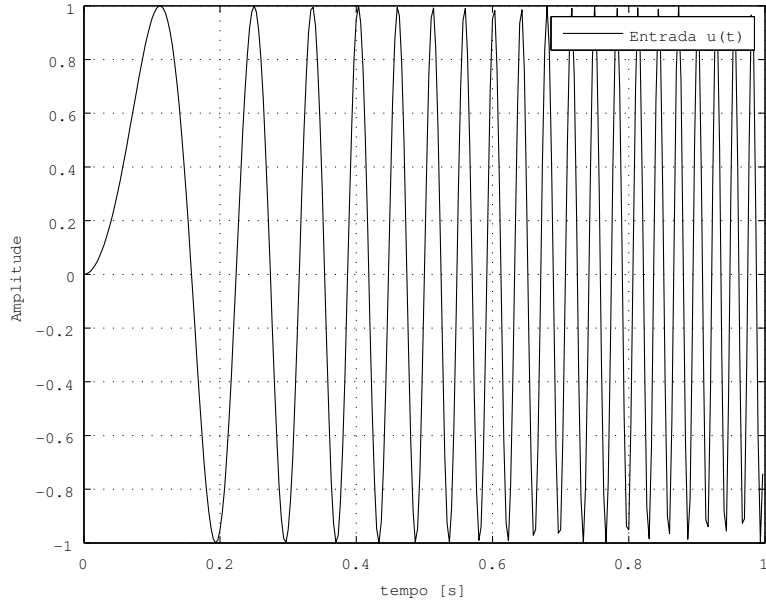
O sinal chirp é composto por uma varredura de senos. A equação do chirp periódico é dada por

$$u(t) = A \sin((at + b)t) \quad \text{com} \quad 0 \leq t < T_0 \quad (2.12)$$

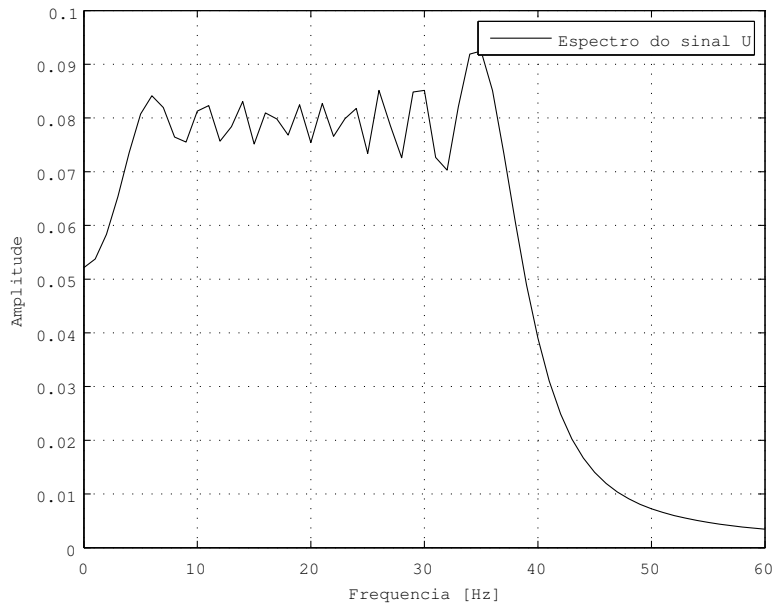
onde T_0 é o período, $f_0 = 1/T_0$, $a = \pi(k_2 - k_1)f_0^2$, $b = 2\pi k_1 f_0^2$, $k_2 > k_1 \in N$ e $k_1 f_0$, $k_2 f_0$ representam respectivamente a frequência mais baixa e a frequência mais alta do seno. O sinal chirp tem as seguintes propriedades:

- Sinal periódico com período $T_0 = 1/f_0$
- Resolução de frequência é f_0
- A maior parte da potência do sinal está distribuída uniformemente dentro da banda de frequência selecionada, ou seja, no intervalo $[k_1, k_2]f_0$ com $k_2 > k_1 \in N$.

Um chirp seno com frequência entre 1 e 40 [Hz], amplitude de 1 (sem dimensão) e frequência de amostragem de 300[Hz] é apresentado na Figura 2.1.



(a) Chirp seno de 1-40 Hz em 1 s.



(b) Espectro de amplitude Chirp seno de 1-40 Hz em 1 s.

Figura 2.1: Chirp seno de 1-40 [Hz] em 1 [s].

2.3.2 Schroeder multi seno

O sinal Schroeder multiseno é a somatória de sinais seno harmonicamente relacionados. Esse sinal é dado por

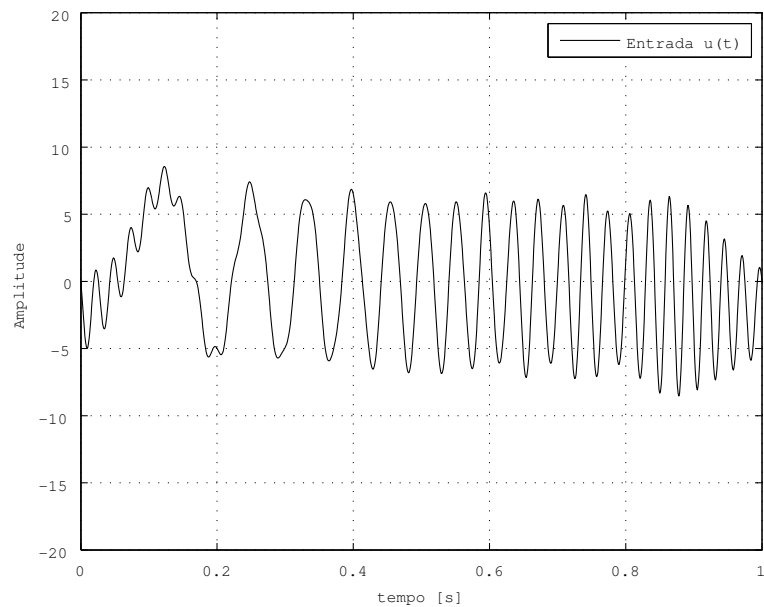
$$u(t) = \sum_{k=1}^F A \cos(2\pi f_k t + \phi_k) \quad (2.13)$$

com fase $\phi_k = -k(k-1)\pi/F$ e $f_k = l_k f_0$ com $l_k \in \mathbb{N}$.

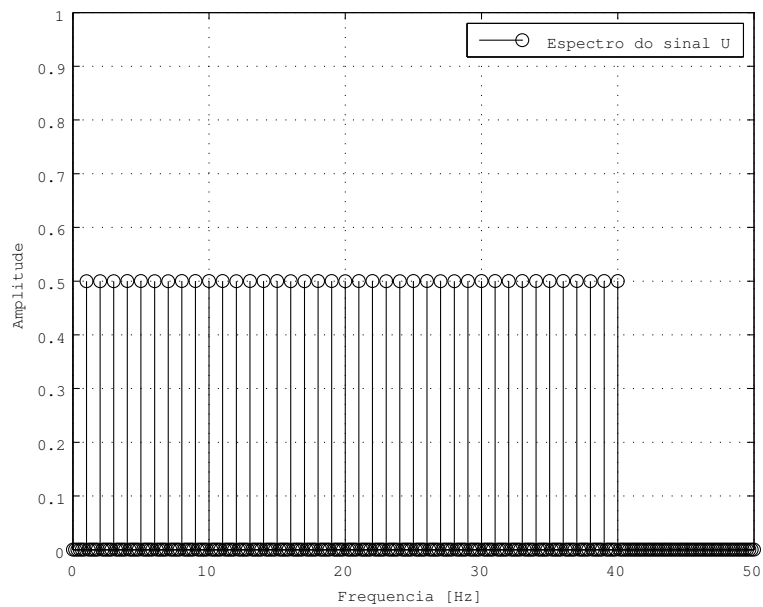
As propriedades desse sinal são as seguintes:

- Sinal periódico com período $T_0 = 1/f_0$
- Resolução da frequência $1/T_0$

Um sinal multi seno com frequência entre 1 e 40 [Hz], amplitude de 1 (sem dimensão) e frequência de amostragem de 300[Hz] está apresentado na Figura 2.2.



(a) Multisenso de 1-40 Hz periódico.



(b) Espectro de amplitude multisenso de 1-40 Hz.

Figura 2.2: Multisenoseno de 1-40 [Hz] periódico.

2.4 Métodos de identificação

Os métodos de identificação são, em geral, utilizados para se construir ou selecionar modelos que descrevem o comportamento dinâmico de um sistema (Ljung, 1993). Nesta seção, são apresentados alguns dos modelos lineares e os métodos de identificação que serão empregados para a obtenção de um modelo da bancada de vibração torcional. Os resultados das identificações serão apresentados em capítulos posteriores.

2.4.1 Modelo Auto regressivo com variável exógena

O modelo auto regressivo com variável exógena ARX¹, é um dos esquemas mais simples para descrever a relação entrada/saída de um sistema. A equação a diferenças linear é dada por.

$$y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_{n_a}y(t-n_a) = b_1u(t-1) + \dots + b_{n_b}u(t-n_b) + e(t) \quad (2.14)$$

onde os parâmetros a serem ajustados são dados por

$$\theta = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_{n_a} \quad b_1 \quad \dots \quad b_{n_b}]^T \quad (2.15)$$

Seja q o operador atraso e θ o vetor de parâmetros. Defina $A(q)$ e $B(q)$ por

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a}$$

e

$$B(q) = b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b}$$

Assim, a Equação (2.14) pode ser reescrita como

$$y(t) = H(q, \theta)u(t) + G(q, \theta)e(t) \quad (2.16)$$

com

$$H(q, \theta) = \frac{B(q)}{A(q)}, \quad G(q, \theta) = \frac{1}{A(q)} \quad (2.17)$$

¹Autoregressive exogenous

A Equação (2.14) também é chamada de modelo *ARX*, onde *AR* faz referência à parte auto-regressiva $A(q)y(t)$ e o *X* à entrada extra $B(q)u(t)$ (chamada de variável exógena em econometria). Em um caso especial quando $n_a = 0$, $y(t)$ é modelado como uma resposta finita ao impulso (FIR).

2.4.1.1 Regressão linear

O preditor da Equação (2.14) é dado por

$$\hat{y}(t|\theta) = B(q)u(t) + [1 - A(q)]y(t) \quad (2.18)$$

Definindo o vetor $\varphi(t)$ como

$$\varphi(t) = [-y(t-1) \quad \dots \quad -y(t-n_a)u(t-1) \quad \dots \quad u(t-n_b)]^T \quad (2.19)$$

tem-se

$$\hat{y}(t|\theta) = \theta^T \varphi(t) = \varphi^T(t)\theta \quad (2.20)$$

O preditor é o produto escalar entre o vetor conhecido $\varphi(t)$ e o vetor de parâmetros θ . O modelo é chamado de regressor linear em estatística e o vetor $\varphi(t)$ é conhecido como o vetor de regressão. Caso alguns coeficientes dos polinômios $A(t)$ e $B(t)$ sejam conhecidos, pode-se usar

$$\hat{y}(t|\theta) = \varphi^T(t)\theta + \mu(t) \quad (2.21)$$

onde $\mu(t)$ é um termo conhecido.

2.4.2 Modelo auto regressivo de media móvel com variáveis exógenas de entrada

Modelo auto regressivo de media móvel com variáveis exógenas de entrada ARMAX². Para adicionar flexibilidade ao modelo ARX apresentado na Equação (2.14) descreve-se a equação do erro como uma média móvel do ruído branco como

$$y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_{n_a}y(t-n_a) = b_1u(t-1) + \dots + b_{n_b}u(t-n_b) + e(t) + c_1e(t-1) + \dots + c_{n_c}e(t-n_c) \quad (2.22)$$

²Autoregressive-moving-average model with exogenous inputs

Definindo $C(q)$ por

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c} \quad (2.23)$$

a Equação (2.22) pode ser reescrita como

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t) \quad (2.24)$$

onde

$$H(q, \theta) = \frac{B(q)}{A(q)}, \quad G(q, \theta) = \frac{C(q)}{A(q)} \quad (2.25)$$

e θ é dado por

$$\theta = [a_1 \quad \dots \quad a_{n_a} b_1 \quad \dots \quad b_{n_b} c_1 \quad \dots \quad c_{n_c}]^T \quad (2.26)$$

A Equação (2.24) é chamada de Modelo *ARMAX*.

2.4.2.1 Pseudo regressão

O preditor de Equação (2.24) é dado por

$$\hat{y}(t|\theta) = \frac{B(q)}{C(q)}u(t) + \left[1 - \frac{A(q)}{C(q)}\right]y(t) \quad (2.27)$$

ou

$$C(q)\hat{y}(t|\theta) = B(q)u(t) + [C(q) - A(q)]y(t) \quad (2.28)$$

A pós algumas manipulações (ver Ljung (1999)), esse preditor pode ser reescrito como:

$$\hat{y}(t|\theta) = B(q)u(t) + [1 - A(q)]y(t) + [C(q) - 1][y(t) - \hat{y}(t|\theta)] \quad (2.29)$$

Definindo o erro de predição por

$$\epsilon(t, \theta) = y(t) - \hat{y}(t|\theta)$$

e o vetor $\varphi(t, \theta)$ por

$$\varphi(t, \theta) = [-y(t-1) \dots - y(t-n_a)u(t-1) \dots u(t-n_b)\epsilon(t-1, \theta) \dots \epsilon(t-n_c, \theta)]^T \quad (2.30)$$

tem-se

$$\hat{y}(t|\theta) = \varphi^T(t, \theta)\theta \quad (2.31)$$

2.4.3 Modelo "Output Error"(OE)

Supondo que a relação entre a entrada $u(t)$ e a saída não perturbada $w(t)$ pode ser escrita como uma equação a diferenças linear e que o distúrbio é um ruído branco, então, temos a seguinte representação

$$w(t) + f_1 w(t-1) + \dots + f_{n_f} w(t-n_f) = b_1 u(t-1) + \dots + b_{n_b} u(t-n_b) \quad (2.32a)$$

$$y(t) = w(t) + e(t) \quad (2.32b)$$

Definindo $F(q)$ por

$$F(q) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{n_f} q^{-n_f}$$

tem-se

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t) + e(t) \quad (2.33)$$

que é o modelo "Output Error"(OE). O vetor de parâmetros é dado por

$$\theta = [b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_{n_b} \quad f_1 \quad f_2 \quad \dots \quad f_{n_f}]^T \quad (2.34)$$

Se $G(q, \theta) = 1$, temos o preditor

$$\hat{y}(t|\theta) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t) = w(t, \theta) \quad (2.35)$$

Definindo $\varphi(t, \theta)$ como

$$\varphi(t, \theta) = [u(t-1) \quad \dots \quad u(t-n_b) \quad -w(t-1, \theta) \quad \dots \quad -w(t-n_f, \theta)]^T \quad (2.36)$$

tem-se

$$\hat{y}(t|\theta) = \varphi^T(t, \theta) \theta \quad (2.37)$$

que é o preditor do modelo ARMAX.

2.4.4 Modelo Box-Jenkins (BJ)

Descrevendo o modelo do erro (OE) como um modelo ARMA tem-se

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t) \quad (2.38)$$

Nesse modelo, as funções de transferência da planta e o ruído são parametrizadas de forma independente como funções racionais. O modelo da Equação (2.38) é sugerido e tratado em (Box *et al.*, 1994).

O preditor para Equação (2.38) é

$$\hat{y}(t|\theta) = \frac{D(q)B(q)}{C(q)F(q)}u(t) + \frac{C(q) - D(q)}{C(q)}y(t) \quad (2.39)$$

2.4.5 Método N4SID

Para mostrar o método *N4SID*³ se faz primeiro uma curta revisão da decomposição LQ e de projeção oblíqua (capítulo 2, seção 2,5 de (Katayama, 2005)).

Decomposição LQ Normalmente consideram-se matrizes de dados retangulares. A decomposição LQ para a matriz de dados é dada por

$$\begin{bmatrix} U_{0|k-1} \\ Y_{0|k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Onde $L_{11} \in \mathbb{R}^{km \times km}$, $L_{21} \in \mathbb{R}^{kp \times km}$, $L_{22} \in \mathbb{R}^{kp \times kp}$ com L_{11} e L_{22} triangular inferior, e $Q_1 \in \mathbb{R}^{N \times km}$, $Q_2 \in \mathbb{R}^{N \times kp}$ ortogonais. A decomposição LQ é feita usando a transposta da decomposição QR da matriz

$$\begin{bmatrix} U_{0|k-1}^T & Y_{0|k-1}^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N \times k(m+p)}$$

Sendo $U_{0|k-1} = [u_k(0) \ u_k(1) \ \dots \ u_k(N-1)]$; e $Y_{0|k-1} = [y_k(0) \ y_k(1) \ \dots \ y_k(N-1)]$, onde u e y são amostras do sinal de entrada e o sinal de saída respectivamente. Um

³N4SID= Sistema de algoritmos numéricos de identificação por subespaço de espaços de estado. “Numerical algorithms for subspace state space system identification”.

programa de *MATLAB*[©] para decomposição LQ é apresentado no código a seguir:

Código 2.1: Decomposição LQ

```
function [L11,L21,L22]=lq(U,Y); km=size(U,1); kp=size(Y,1);
[Q,L]=qr([U;Y]',0) Q=Q' L=L'; L11=L(1:km,1:km)
L21=L(km+1:km+kp,1:km); L22=L(km+1:km+kp,km+1:km+kp)
```

Projeção oblíqua Tendo como os espaços linha gerados pelos vetores linha das matrizes A, B, C , respectivamente. Considera-se que $\mathfrak{B} \cap \mathfrak{C} = \{0\}$, o qual corresponde com $Posto(X_0) = n$, com X_0 como estado inicial. Para $\alpha \in \mathfrak{A}$, tem-se a seguinte decomposição

$$\hat{E}\{\alpha|\mathfrak{B} \vee \mathfrak{C}\} = \hat{E}_{\|\mathfrak{C}}\{\alpha|\mathfrak{B}\} + \hat{E}_{\|\mathfrak{B}}\{\alpha|\mathfrak{C}\} \quad (2.41)$$

à esquerda está a projeção ortogonal, enquanto à direita está a soma direta da decomposição; $\hat{E}_{\|\mathfrak{C}}\{\alpha|\mathfrak{B}\}$ é a projeção oblíqua de α em \mathfrak{B} ao longo de \mathfrak{C} e $\hat{E}_{\|\mathfrak{B}}\{\alpha|\mathfrak{C}\}$ é a projeção oblíqua de α em \mathfrak{C} ao longo de \mathfrak{B} . Tendo $k > n$ tempos presentes. Define-se $U_p := U_{0|k-1}, Y_p := Y_{0|k-1}, X_p := X_0$ e $U_f := U_{k|2k-1}, Y_f := Y_{k|2k-1}, X_f := X_k$, onde o subíndice 0 mostra o presente e p e f mostram o passado e o futuro, respectivamente.

$$Y_p = O_k X_p + \Psi_k U_p \quad (2.42)$$

$$Y_f = O_k X_f + \Psi_k U_f \quad (2.43)$$

onde O_k é a matriz de observabilidade da equação no espaço de estado

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + B_k \\ y_k &= Cx_k + D_k \end{aligned}$$

A matriz O_k é dada por

$$O_k = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{k-1} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

A matriz Ψ_k é a matriz bloco de Toeplitz dada por

$$\Psi_k = \begin{bmatrix} D & & & \\ CB & D & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ CA^{k-2}B & \dots & CB & D \end{bmatrix},$$

Além disso, define-se $W_p, W_f \in \mathbb{R}^{k(m+p) \times N}$ como:

$$W_p := \begin{bmatrix} U_p \\ Y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{0|k-1} \\ Y_{0|k-1} \end{bmatrix}, \quad W_f := \begin{bmatrix} U_{k|2k-1} \\ Y_{k|2k-1} \end{bmatrix}$$

A seguinte consideração é necessária (Katayama, 2005).

Consideração 1

A1 $\text{Posto}(X_0) = n$

A2 $\text{Posto}(U_{0|k-1}) = km$, onde $k > n$

A3 $\text{span}(X_0) \cap \text{span}(U_{0|k-1}) = \{0\}$ onde $\text{span}(\cdot)$ denota o espaço gerado pelos vetores linha de uma matriz

A **consideração 1-A1** implica que o vetor de estado é suficientemente excitado, ou o sistema é controlável. De fato se A1 não fosse satisfeito, então existe um vetor diferente de zero $\eta \in \mathbb{R}^n$ tal que $\eta^T X_0 = 0$, o qual implica que $X_0 \in \mathbb{R}^{n \times N}$ não é um subespaço linha do espaço de estado de dimensão η .

Consideração 1-A2) mostra que a sequência de entrada $u \in \mathbb{R}^m$ deve satisfazer a condição de excitação persistente (PE) de ordem k . (Para a condição de PE, consulte Definição B_1 do Apêndice B do Katayama (2005), para obter mais detalhes).

Além disso, **Consideração 1-A3** Significa que os vetores linha de X_0 e $U_{0|k-1}$ são linearmente independentes, ou não há realimentação linear dos estados para as entradas. Isto implica que os dados de entrada e saída são obtidos a partir de um experimento em malha aberta.

O seguinte lema explica o contexto do vetor de estado para um sistema LTI.

Lema [De Moor *et al.* (1988), Moonen *et al.* (1989)]

Suponha que o $\text{posto}(O_k) = \text{posto}(C_k) = n$ com $k > n$. sendo O_k e C_k as matrizes de observabilidade e controlabilidade respectivamente. Mantendo A1 ~ A3 da consideração

1, e com k substituído por $2K$, obtém-se a seguinte relação.

$$\text{span}(X_f) = \text{span}(W_p) \cap \text{span}(W_f) \quad (2.45)$$

sendo W_p e W_f as matrizes do passado e futuro, respectivamente, Isso significa que o vetor de estado X_f é a base da interseção dos subespaços passado e futuro. Observa-se que o vetor de estado tem um contexto de memória na troca de informação entre o passado e o futuro, onde o vetor de estado X_f pode-se calcular pela SVD de $\begin{bmatrix} W_p \\ W_f \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2k(p+m) \times N}$; ver Moonen *et al.* (1989).

Método

Agora se pode apresentar o teorema que fornece as bases para o método N4SID.

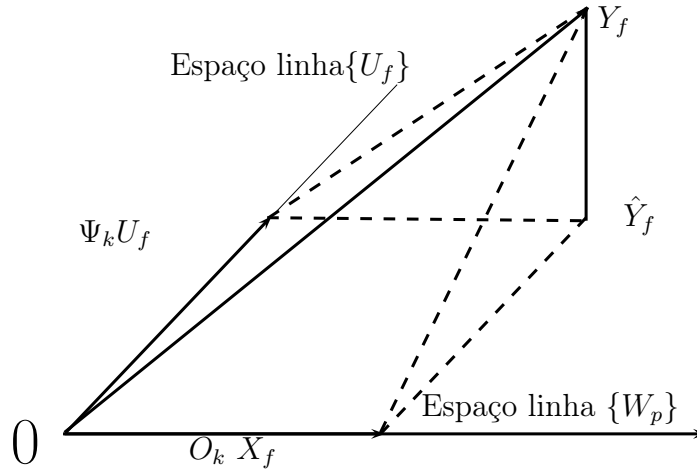


Figura 2.3: Projeção oblíqua

Teorema. [Van-Overschee e De-Moor (1996)] suponha que A1 ~ A3 da consideração 1 com k que seja substituída por $2k$. E a projeção oblíqua de Y_f em W_p ao longo de U_f seja dada por

$$\xi = \hat{E}_{\parallel U_f} \{Y_f | W_p\} \quad (2.46)$$

(veja a Figura 2.3). Também, a SVD de ξ é expressa como

$$\xi = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} = U_1 \Sigma_1 V_1^T \quad (2.47)$$

Então, temos os seguintes resultados .

$$n = \dim \Sigma_1 \quad (2.48)$$

$$\xi = O_k X_f \in \mathbb{R}^{kp \times N} \quad (2.49)$$

$$O_k = U_1 \Sigma_1^{1/2} T \in \mathbb{R}^{kp \times n}, \quad |T| \neq 0 \quad (2.50)$$

$$X_f = T^{-1} \Sigma_1^{1/2} V_1^T \in \mathbb{R}^{n \times N} \quad (2.51)$$

Assim, sendo T uma matriz ortogonal, com a qual pode-se tornar diagonal a matriz A da equação discreta em espaço de estado

$$x_{k+1} = Ax_k + B_k$$

$$y_k = Cx_k + D_k$$

assim a matriz diagonal

$$T^{-1}AT = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix}$$

contém na diagonal principal os autovalores λ_n com $n = 1, 2, 3, \dots$ da matriz A . Na Equação (2.51) o $\Sigma_1^{1/2}$ e V_1^T são obtidos a partir do cálculo da decomposição em valores singulares (SDV). Como exemplo da *SDV* se apresenta o seguinte lema.

Lema (capítulo 2, lema 2,8 (Katayama, 2005)): Considere que o posto de $M \in \mathbb{R}^{m \times n}$ é $r \leq \min(n, m)$. Então existe uma matriz ortogonal $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$ e $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tal que

$$M = U \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^T, \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & \\ & \sigma_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_n \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Onde $U^T U = I_m$, $V^T V = I_n$ (sendo $I_{(*)}$ a matriz identidade de tamanho $(*)$) e $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > \sigma_{r+1} = \sigma_p = 0$, $p = \min(m, n)$. Assim, $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p$ são valores singulares de M e $\sigma_n = \sqrt{\lambda_n}$. Portanto $\Sigma_n^{1/2}$ é a raiz quadrada de Σ_n .

A estimação de A e C pode-se obter da matriz estendida de observabilidade a partir da Equação (2.50) com

$$Y_f = (R_{31} - R_{32}R_{22}^\dagger R_{21})R_{11}^{-1}U_f + R_{32}R_{22}^\dagger W_p \quad (2.53)$$

e

$$Y_f = \Psi_k U_f + O_k X_f \quad (2.54)$$

tem-se

$$\Psi_k = (R_{31} - R_{32}R_{22}^\dagger R_{21})R_{11}^{-1} \quad (2.55)$$

mantendo-se a definição de Ψ_k ,

$$\begin{bmatrix} D & 0 & \cdots & 0 \\ CB & D & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{k-2}B & CA^{k-3}B & \cdots & D \end{bmatrix} = (R_{31} - R_{32}R_{22}^\dagger R_{21})R_{11}^{-1} \quad (2.56)$$

Sendo os pares R_{**} obtidos da decomposição LQ

$$\begin{bmatrix} U_f \\ W_p \\ Y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 \\ R_{21} & R_{22} & 0 \\ R_{31} & R_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{Q}_1^T \\ \bar{Q}_2^T \\ \bar{Q}_3^T \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

que é equivalente à expressão

$$\begin{bmatrix} U_f \\ W_p \\ Y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & 0 \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \\ Q_4^T \end{bmatrix}$$

e

$$\begin{bmatrix} U_f \\ U_p \\ Y_p \\ Y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_f \\ W_p \\ Y_f \end{bmatrix}$$

Van Overschee e De Moor (Van-Overschee e De-Moor, 1996) desenvolveram o método *N4SID* de identificação usando modelos de subespaços de estado com o uso do vetor de

estado. De fato, desde Equação (2.51), tem-se o estimador do vetor de estado.

$$X_k = [x(k) \quad x(k+1) \cdots x(k+N-2) \quad x(k+N-1)] \quad (2.58)$$

Define-se as seguintes matrizes com $N-1$ colunas como

$$\bar{X}_{k+1} := [x(k+1) \cdots x(k+N-1)] \quad (2.59)$$

$$\bar{X}_k := [x(k) \cdots x(k+N-2)]$$

$$\bar{U}_{k|k} := [u(k) \cdots u(k+N-2)]$$

$$\bar{Y}_{k|k} := [y(k) \cdots y(k+N-2)]$$

Então, segue-se que

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_{k+1} \\ \bar{Y}_{k|k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X}_k \\ \bar{U}_{k|k} \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

Esse é o sistema linear de equações do sistema de matrizes, tal que podem-se estimar pela aplicação do método de mínimos quadrados:

$$\begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \bar{X}_{k+1} \\ \bar{Y}_{k|k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X}_k \\ \bar{U}_{k|k} \end{bmatrix}^T \right) \left(\begin{bmatrix} \bar{X}_k \\ \bar{U}_{k|k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X}_k \\ \bar{U}_{k|k} \end{bmatrix}^T \right)^{-1}$$

Lema: (Algoritmo N4SID)(capítulo 6, lema 6,8 (Katayama, 2005)):

Passo 1: Calcule ξ usando

$$\xi = \hat{E}_{\|U_f} \{Y_f | W_p\} = R_{32} R_{22}^\dagger W_p = O_k X_f \quad (2.61)$$

e a decomposição LQ de Equação (2.57).

Passo 2: calcule o vetor de estado X_k desde Equação (2.51), e defina \bar{X}_{k+1} , \bar{X}_k , $\bar{Y}_{k|k}$, $\bar{U}_{k|k}$ como na Equação (2.59)

Passo 3: Calcule as matrizes A,B,C,D resolvendo a equação de regressão Equação (2.60) usando a técnica de mínimos quadrados.

2.4.6 Modelo de estimação de parâmetros (PEM)

PEM é um método de estimação de parâmetros que usa um preditor de erro iterativo, para minimização do erro.

O comando PEM está implementado no “toolbox” “system identification” do Matlab e abrange uma variedade de situações de estimação de parâmetros. Para esse comando, pode-se utilizar dados experimentais tanto no domínio da frequência como no domínio do tempo.

2.4.6.1 PEM com modelo inicial

É possível usar o comando PEM com um modelo inicial. Esse modelo inicial m_i pode ser proveniente de uma identificação prévia. O modelo m que retorna o comando PEM, é o melhor ajuste obtido a partir da condição inicial.

O *PEM* usa basicamente o mesmo algoritmo do *ARMAX* Seção 2.4.2, com modificações no cálculo do preditor e do gradiente. O *PEM* minimiza a seguinte função de custo

$$V_N(H, G) = \sum_{t=1}^N e^2(t)$$

2.5 Determinação da velocidade usando a posição fornecida pelo encoder

Encoders são dispositivos eletromecânicos que tem por objetivo medir a posição angular de um eixo, que encontra-se acoplado a um motor. Dentro de um encoder, existe um disco com uma série de perfurações igualmente espaçadas e um sensor infravermelho. Este disco está acoplado ao eixo que se deseja monitorar, e conforme o eixo e o disco giram, o sensor infravermelho emite pulsos elétricos que são convertidos em uma medição de posição por um sistema de aquisição (de Carvalho Filho *et al.*, 2009),(Duarte, 2010).

Foram testados diversos métodos para obtenção da velocidade. A partir da leitura de posição do Encoder, foram utilizados três métodos para obtenção do sinal de velocidade. Também foi realizada a leitura de velocidade pela saída de medição de velocidade do próprio

servomotor. A aquisição da velocidade a partir da saída do servomotor foi implementada no simulink usando-se o diagrama de blocos da Figura 2.4.

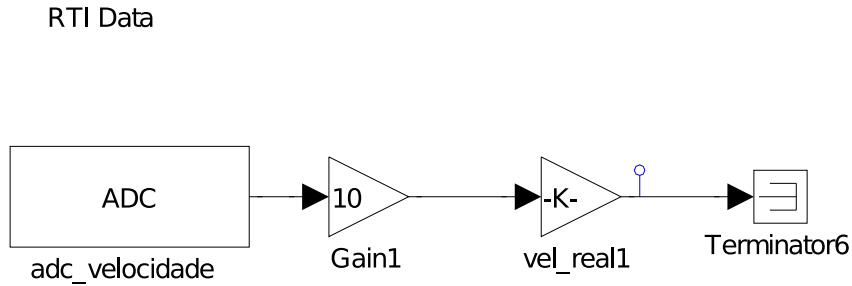
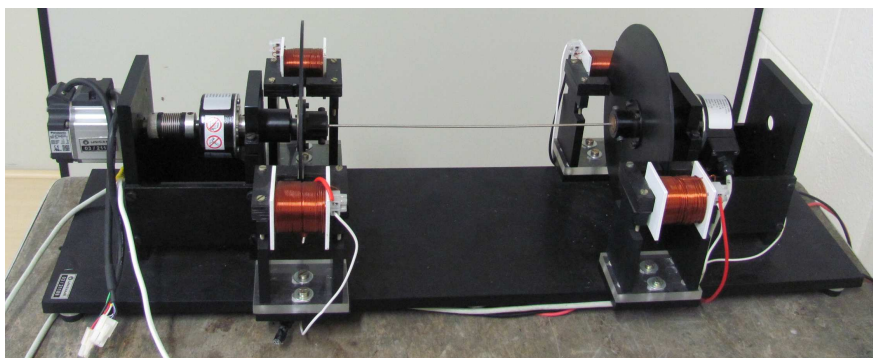


Figura 2.4: Diagrama de blocos para a aquisição da velocidade

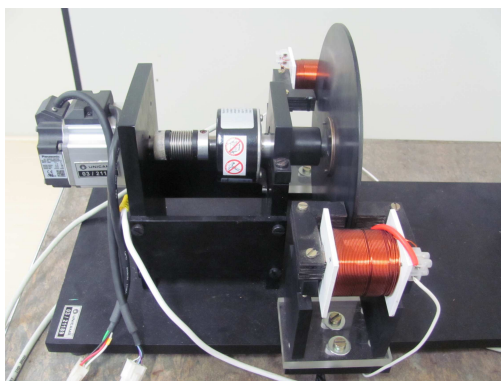
Neste diagrama o primeiro bloco (`adc_velocidade`) é a leitura do conversor A/D da dSpace. Na saída deste bloco é colocado um ganho de 10 (`Gain1`), pois a dSpace tem um ganho de $1/10$ na entrada do conversor A/D, permitindo sinais de entrada de -10 a 10 [V]. Por fim, é colocado outro ganho de $3000/6$ (`Vel_real1`), de modo a converter a tensão para velocidade em [rpm] (este valor é escolhido em função dos parâmetros de medição do servomotor, encontrados no manual de instruções).

3 Descrição das bancadas experimentais

A bancada de vibração torcional está apresentada na Figura 3.1. Essa bancada pode ser utilizada em duas configurações diferentes. A primeira configuração (configuração 1) está composta de um servomotor, um acoplamento, um disco, um encoder e dois freios eletromagnéticos. O eixo do motor está ligado ao disco através de um acoplamento. O motor fornece um torque no eixo do disco. O freio magnético aplica um torque de frenagem no disco. O encoder fornece a posição angular do disco. A bancada de vibração torcional também tem uma segunda configuração (configuração 2). Nessa segunda configuração, um segundo disco é acoplado ao primeiro através de um eixo flexível. De forma similar, um encoder e dois freios eletromagnéticos são utilizados nesse segundo disco.



(a) Bancada de vibração torcional de dois graus de liberdade configuração 2.



(b) Bancada de vibração torcional de um grau de liberdade configuração 1.

Figura 3.1: Bancada de vibração torcional.

3.1 Descrição dos equipamentos

Para mais detalhes ver Duarte (2010).

3.1.1 Servomotor Panasonic

O servomotor e o driver usados nos experimentos são da marca Panasonic, série MINAS A4. O servomotor é da série MSMD (baixa inércia), possui torque nominal de $0,64 \text{ Nm}$, torque de pico de $1,91 \text{ Nm}$, potência nominal de 200 W , velocidade nominal de 3000 rpm e encoder incremental de 2500 pulsos por rotação. O servomotor tem três modos de operação: controle de torque, controle de velocidade e controle de posição. Nesta dissertação, é usado o modo de controle de torque.

3.1.2 Placa de aquisição dSpace

O experimento tem um sistema de aquisição da dSpace, modelo DS1104. Esse modelo possui 8 canais de conversores AD, sendo 4 multiplexados e 4 paralelos; 8 canais de conversores DA; dois canais para leitura de “encoders” digitais; entre outras funções. Esse sistema é composto de uma placa controladora (que é ligada em um PC através de uma conexão PCI), e uma placa de aquisição. A placa controladora é comandada utilizando-se um software fornecido junto com o sistema (ControlDESK).

3.1.3 Fontes de potência

O experimento tem duas fontes de potência modelo N5745A, da Agilent Technologies. O objetivo da fonte é acionar os freios magnéticos utilizados na bancada. O modelo adquirido possui duas formas de programação: tensão/corrente constante ou tensão/corrente modulado por uma entrada analógica.

Na programação de tensão/corrente constante, os valores da tensão e da corrente fornecidas pela fonte são configurados através de seu painel frontal. Nesse painel frontal pode-se

configurar valores que limitam a tensão e a corrente, valores de segurança (valores de sobretensão e de sobrecorrente). Além disso, usando o painel frontal pode-se monitorar os valores de tensão e de corrente, sinaliza sobretensão e sobre corrente, sinaliza conexões (LAN), indica o modo (corrente/tensão) e sinaliza qual saída está habilitada. A programação corrente/tensão é modulada por uma entrada analógica e utiliza um sinal de referência de 0 a 10 V. A saída para tensão é de 0 a 30 V e para corrente é 0 a 25 A. Além disso, a fonte fornece dois sinais de 0 a 10 V que monitora separadamente a tensão e a corrente aplicada pela fonte. Salienta-se que o modo de controle de corrente/tensão é configurado no painel.

3.1.4 Encoders

Para este projeto, são necessários dois “encoders”, um para cada eixo acoplado a um disco. Foi selecionado o modelo 7510-0612-2500, da empresa Hohner Eletrônica (Figura 3.2). Para ampliar a informação sobre o encoder incremental consultar ver em: de Carvalho Filho *et al.* (2009). Este tipo de encoder apresenta como vantagem o fato de ser mais barato e compacto que o encoder absoluto. Sua resolução é de 2500 pulsos por rotação, que é uma resolução alta o suficiente para o experimento. Seu eixo é vazado, uma necessidade para sua instalação na bancada.

Uma desvantagem dos “encoders” é que possuem uma resolução finita. Portanto o sinal gerado é quantizado e ao ser diferenciado gera alto ruído. Quando existe a necessidade de se obter a velocidade angular do eixo, não se pode simplesmente derivar a medida de posição, surgindo portanto a necessidade de se implementar métodos numéricos para obtenção desta velocidade. No relatório de Duarte (2010), foram testados diferentes métodos para obtenção da velocidade, de modo a se escolher o mais adequado para os experimentos com a bancada.



Figura 3.2: Encoder incremental modelo 7510-0612-2500.

3.1.5 Freios magnéticos

Um esquema simplificado dos freios magnéticos é apresentado na Figura 3.3. O funci-

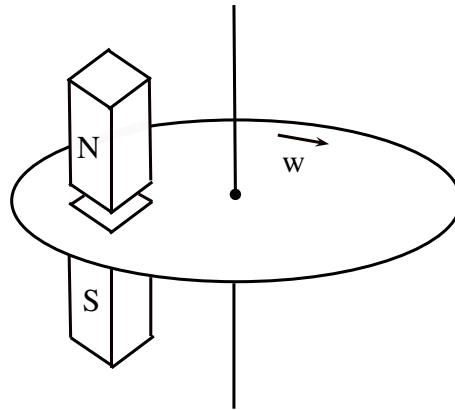


Figura 3.3: Modelo simplificado de um freio magnético.

onamento do freio magnético é baseado em um campo magnético, que pode ser gerado por ímã permanente ou eletroímã (uma bobina enrolada em um núcleo ferromagnético, com uma região de entreferro). O campo magnético, ao ser cortado por um material condutor elétrico (por exemplo, um disco de metal), induz correntes parasitas (chamadas de correntes de Foucault) no condutor, que geram um fluxo magnético em oposição ao fluxo do núcleo, causando assim a frenagem deste condutor Bastos (2000). O freio magnético usado na bancada tem 700 espiras com fio de 1 [mm] de diâmetro. O fio empregado nas espiras possui capacidade para conduzir até 11 [A], de acordo com o padrão AWG (são fios de 18 AWG). Para $N = 700$ espiras, o torque final resulta em cerca de 0,6 [Nm]. Assim, são colocados dois freios por disco, o torque de frenagem será aproximadamente 1,2 [Nm]. O valor de 1,2 [Nm] é abaixo do valor de pico de torque máximo fornecido pelo servomotor, porém está acima do valor nominal fornecido pelo servomotor (que é de 0,64 [Nm]).

4 Análise preliminar da bancada para a identificação

4.1 Classificação das peças da bancada

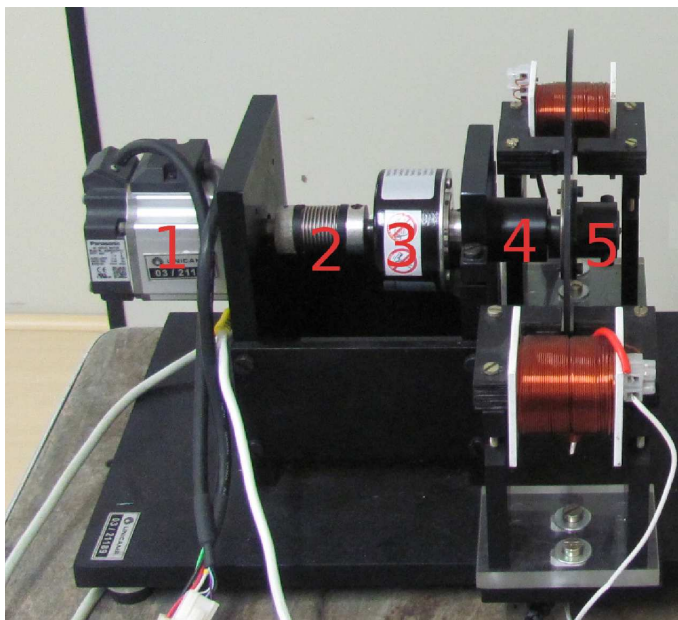


Figura 4.1: Montagem do experimento.

Seguindo a numeração das peças apresentadas na Figura 4.1, tem-se

1. Servomotor marca Panasonic, série MINAS A4 da série MSMD.
2. Acoplamento **MK2/44/20** da R+W
3. Encoder 7510-0612-2500, da empresa Hohner Eletrônica, com rolamento 6804zz (esferas).
4. Mancal com rolamento ABEC6900.
5. Inércia Equivalente do Disco: J_{e1} .
6. Freios eletromagnéticos

4.1.1 Cálculo da massa equivalente

Uma representação esquemática da distribuição de massa da bancada da Figura 4.1 está apresentada na Figura 4.2. Essa massa equivalente é denominada de “Disco1”.

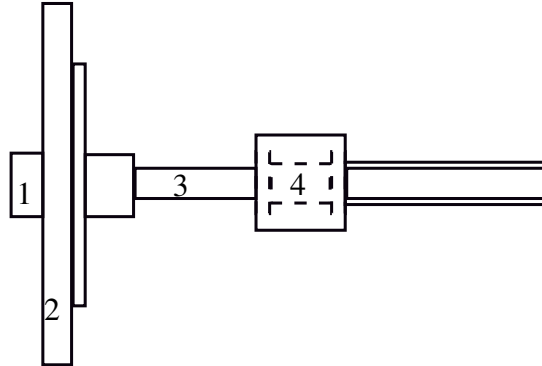


Figura 4.2: Massa equivalente.

Os componentes são os seguintes:

- 1 Terminal da mola
- 1 Suporte da mola
- 2 Disco
- 3 Eixo
- 4 Pista Encoder

O cálculo da massa equivalente foi feito usandoo método apresentado em Hibbeler (2010) no qual a inércia é calculada como um anel. O volume é dado por $V = \pi r^2 co$ onde r é o raio do cilindro e co é o seu comprimento. A massa é dada por $m = \rho V$ com ρ a densidade do material. O momento de inércia de cada peça é dado por

$$J_* = \frac{1}{2}mr^2 \quad (4.1)$$

A seguir são apresentadas as densidades dos materiais e os momentos de inércia de cada peça da Figura 4.2.

A densidade dos materiais usados são:

Acoplamento da mola Ferro $7,87 \frac{g}{cm^3}$

Suporte Mola Alumínio 5052 $2,68 \frac{g}{cm^3}$

Disco Alumínio 5052 $2,68 \frac{g}{cm^3}$

Eixo Alumínio 5052 $2,68 \frac{g}{cm^3}$

Pista Encoder Aço inox $7,85 \frac{g}{cm^3}$

Usando-se a formula

$$I_* = \frac{1}{2}mr^2$$

os valores de inércia calculados foram:

Terminal da mola I_1 $1,8543 \times 10^{-6} kg.m^2$

Suporte Mola I_2 $5,6813 \times 10^{-6} kg.m^2$

Disco I_3 $0,0013 kg.m^2$

Eixo I_4 $3,6829 \times 10^{-6} kg.m^2$

Pista Encoder I_5 $4,7936 \times 10^{-6} kg.m^2$

A inércia equivalente J_e é dada por

$$J_e = \sum_{i=1}^5 I_i = 0.0013 kg.m^2$$

4.2 Estimação inicial da frequência natural, coeficiente de amortecimento e coeficiente de rigidez

4.2.1 Diagrama esquemático e modelo derivado da bancada

A Figura 4.3 apresenta o diagrama esquemático da Figura 4.1, considerando travado um extremo da barra flexível denominada mola e o outro extremo da mola fixo à masa equivalente “Disco 1”. Assim, no presente capítulo o diagrama da Figura 4.3, será chamado de sistema 1.

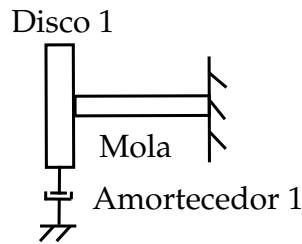


Figura 4.3: Sistema 1.

A inércia equivalente J_e será denominada por J_E . O coeficiente de amortecimento, B_E representa o amortecimento equivalente que está associado ao disco 1. A equação de movimento é dada por

$$J_E \ddot{\theta}_E(t) + B_E \dot{\theta}_E(t) + k\theta_E(t) = 0 \quad (4.2)$$

sendo

$\ddot{\theta}_E(t)$ = Aceleração angular do “Disco1”

$\dot{\theta}_E(t)$ = Velocidade angular do “Disco1”

$\theta_E(t)$ = Posição angular do “Disco1”

J_E = inércia equivalente J_e

B_E = Coeficiente de amortecimento equivalente do “Disco1”

k = Coeficiente de rigidez da mola.

Aplicando a transformada de Laplace na Equação (4.2) obtendo-se

$$\begin{aligned}
J_E[s^2\theta_E(s) - s\theta_E(0) - \dot{\theta}_E(0)] + B_E[s\theta_E(s) - \theta_E(0)] + k\theta_E(s) &= 0 \\
[s^2\theta_E(s) - s\theta_E(0) - \dot{\theta}_E(0)] + \frac{B_E}{J_E}[s\theta_E(s) - \theta_E(0)] + \frac{k}{J_E}\theta_E(s) &= 0 \\
[s^2\theta_E(s) + \frac{B_E}{J_E}s\theta_E(s) + \frac{k}{J_E}\theta_E(s)] &= \left(s + \frac{B_E}{J_E}\right)\theta_E(0) + \dot{\theta}_E(0)
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Supondo-se que; $\theta_E(0) = \theta_{E0}$ e $\dot{\theta}_E(0) = 0$, tem-se

$$\begin{aligned}
\left(s^2 + \frac{B_E}{J_E}s + \frac{k}{J_E}\right)\theta_E(s) &= s\theta_{E0} + \frac{B_E}{J_E}\theta_{E0} \\
\theta_E(s) &= \frac{(s + \frac{B_E}{J_E})\theta_{E0}}{s^2 + \frac{B_E}{J_E}s + \frac{k}{J_E}}
\end{aligned} \tag{4.4}$$

As raízes da equação característica acima são dadas por

$$\begin{aligned}
s_1 &= \frac{-\frac{B_E}{J_E} + \sqrt{\left(\frac{B_E}{J_E}\right)^2 - 4\frac{k}{J_E}}}{2} \\
s_2 &= \frac{-\frac{B_E}{J_E} - \sqrt{\left(\frac{B_E}{J_E}\right)^2 - 4\frac{k}{J_E}}}{2}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Então supondo a resposta como sendo subamortecida, obtem-se

$$B_E^2 < 4kJ_E$$

A frequência natural ω_n e o fator de amortecimento ζ são dados por

$$\begin{aligned}
\omega_n &= \sqrt{\frac{k}{J_E}} \\
\zeta &= \frac{B_E}{2\sqrt{kJ_E}}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Substituindo-se (4.6) em (4.4), tem-se

$$\begin{aligned}
\theta_E(s) &= \frac{(s + 2\zeta\omega_n)\theta_{E0}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \\
&= \frac{(s + \zeta\omega_n)\theta_{E0}}{(s + \zeta\omega_n)^2 + (\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2})^2} + \frac{\zeta\omega_n\theta_{E0}}{\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}} \frac{\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}}{(s + \zeta\omega_n)^2 + (\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2})^2}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

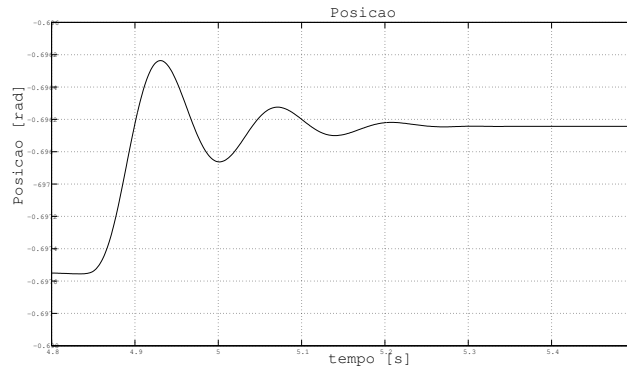
A transformada inversa de Laplace da Equação (4.7) é

$$\theta_E(t) = \theta_{E0} e^{-\zeta\omega_n t} \left[\cosh(\omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} t) + \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \sinh(\omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} t) \right] \quad (4.8)$$

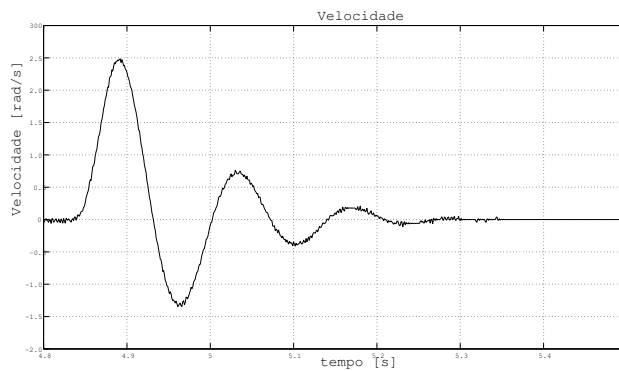
Derivando a equação (4.8) com respeito ao tempo, obtêm-se a velocidade

$$\dot{\theta}_E(t) = \frac{-\theta_{E0} \omega_n e^{-\zeta\omega_n t} \sinh(\omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} t)}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \quad (4.9)$$

Para estimar ω_n e ζ foi feito o seguinte experimento no sistema apresentado na Figura 4.3. Primeiramente foi dada uma condição inicial de aproximadamente $\pi/6$ no “Disco1”; com a extremidade da mola travada. Em seguida, os sinais de posição e velocidade foram adquiridos. Esses sinais estão apresentados na Figura 4.4.



(a) Sinal de posição.



(b) Sinal de velocidade.

Figura 4.4: Sinais de posição e velocidade.

4.3 Cálculo dos coeficientes de amortecimento relativo e frequência natural

4.3.1 Primeiro método

1. A partir dos dados experimentais, obter o valor da frequência natural amortecida w_d , o tempo de regime t_s , o tempo de superpasso t_p , e finalmente escolher um fator arbitrário de tolerância p_c .
2. Os valores de ω_n e ζ iniciais calculados no primeiro passo são usados em

$$\hat{\theta}(t) = G(\sin(\omega_d t) \exp^{-\zeta \omega_n t} + \cos(\omega_d t) \exp^{-\zeta \omega_n t}) \quad \text{sendo } G \text{ um ganho.} \quad (4.10)$$

3. Com os valores ajustados no passo dois, calcula-se o coeficiente de amortecimento B e o coeficiente de rigidez k , conhecendo a inércia equivalente I_{eq} . Logo depois se escreve a função de transferência de segunda ordem como

$$\theta(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad \text{sendo } k = \omega_n^2 I_{eq} \quad B = 2\zeta\omega_n I_{eq} \quad (4.11)$$

4.3.1.1 Aplicação do primeiro método

Para obtenção do modelo, serão utilizados os dados experimentais da Seção 4.2.1. O tempo de super passo t_p obtido do sinal da Figura 4.4(a) é $t_p = 0.0724$, com o t_p obtêm-se a frequência amortecida ω_d , como: $\omega_d = \pi/t_p$, da Figura 4.4(a) obtêm-se também o tempo de regime $t_s = 4,8$ do sinal de posição da Figura 4.4(a), e escolhe-se um fator arbitrário de tolerância $p_c = 4$. Logo depois é calculado um valor aproximado para ζ como

$$\zeta = \sqrt{\frac{p_c^2}{t_s^2} (\omega_d^2 + p_c^2/t_s^2)^{-1}} \quad (4.12)$$

e a frequência natural de oscilação não amortecida como $\omega_n = \omega_d/(\sqrt{1 - e^2})$. Assim, obtêm-se valores aproximados de $\zeta_1 = 0,0192$ e $\omega_{n1} = 43,3922$ para o experimento 1.

Do mesmo jeito foram obtidos os valores de amortecimento relativo e frequência natural de oscilação não amortecida no experimentos 2, com valores de $t_{p2} = 0.071$ $\zeta_2 = 0.0188$ e $\omega_{n2} = 44.2478$. E de no experimento 3, obtêm-se valores de $t_{p3} = 0.075$ $\zeta_3 = 0.0199$ e $\omega_{n3} = 41.8879$.

Os valores de ω_n e ζ obtidos em cada experimento foram substituídos na Equação (4.11) e ajustados usando dois métodos. O primeiro método usado, foi ajuste por ensaio e erro, obtendo como resultado a tabela 4.1

Tabela 4.1: Parâmetros ajustados para os experimentos 1 a 3.

| Parâmetro | Valor |
|---------------|--------------------------|
| ω_{n1} | 44,1789[rad/s] |
| ω_{d1} | 44,237[rad/s] |
| ζ_1 | 0,500 [s ⁻¹] |

O resultado do segundo método usando ajuste polinomial, está apresentado na Tabela 4.2

Tabela 4.2: Parâmetros ajustados usando ajuste polinomial.

| Parâmetro | Valor |
|---------------|---------------------------|
| ω_{n1} | 44,0678[rad/s] |
| ω_{d1} | 43,1834[rad/s] |
| ζ_1 | 0,1993 [s ⁻¹] |

A figura 4.5 apresenta o sinal experimental e o simulado usando-se os dados da Tabela 4.2.

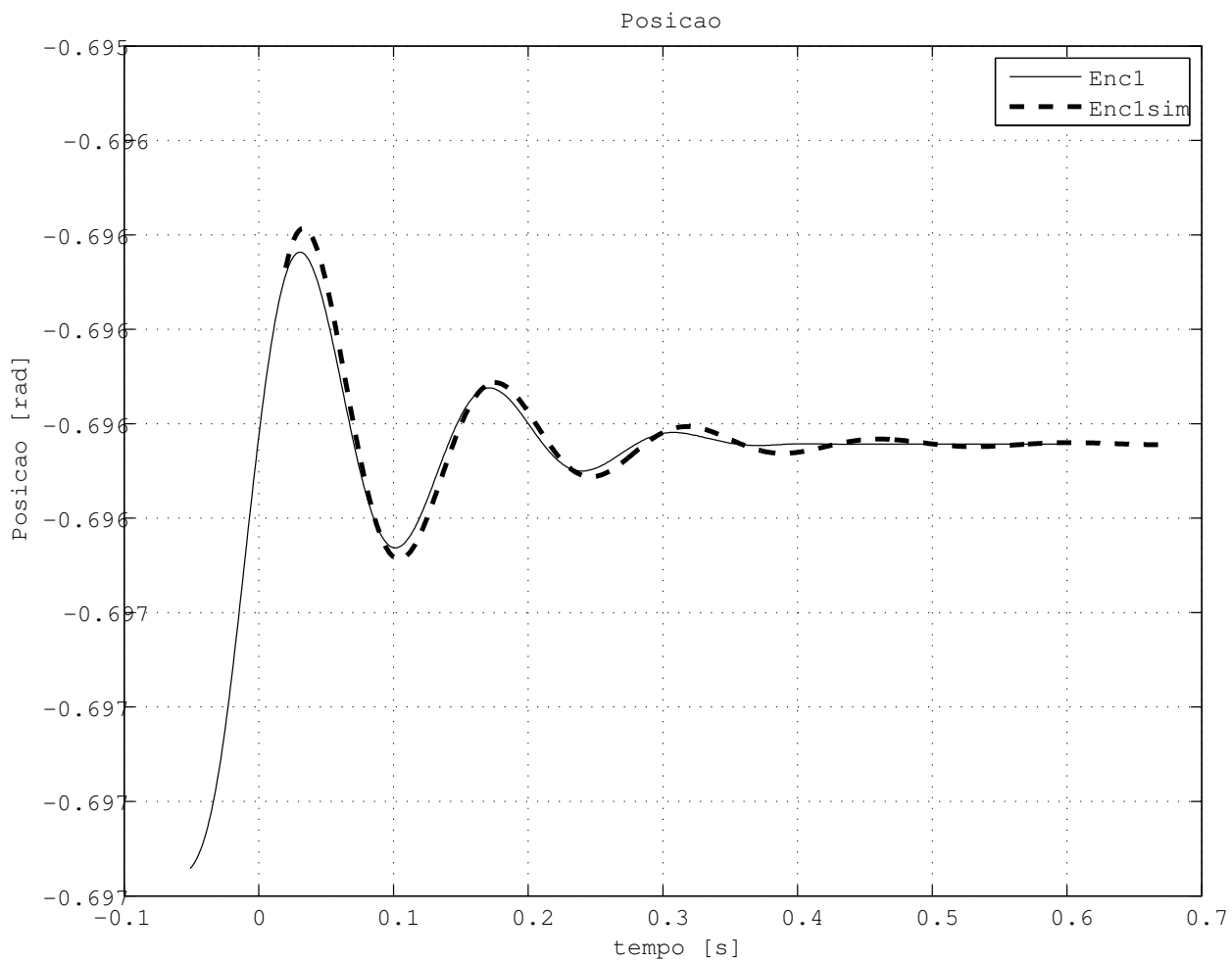


Figura 4.5: Comparação entre a posição medida e a simulada.

Com a inércia equivalente e os valores de ω_{ni} e ζ_i da Tabela 4.2 calculam-se a rigidez k_i e o coeficiente de amortecimento B_i .

A Tabela 4.3 apresenta os valores calculados usando-se as formulas:

$$k_i = \omega_{ni}^2 I_{eq} \quad (4.13)$$

$$B_i = 2\zeta_i \omega_{ni} I_{eq} \quad (4.14)$$

Tabela 4.3: Cálculo do coeficiente de elasticidade e do coeficiente de amortecimento.

| Parâmetro | Valor |
|-----------|--------|
| k_1 | 2.4961 |
| B_1 | 0.0226 |

4.4 Validação

Usando k_1 e B_1 da Tabela 4.3 a função de transferência é apresentada na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Função de transferência para validar os parâmetros do modelo de segunda ordem.

| Modelo | Função de transferência |
|----------------|------------------------------------|
| H_{k_1, B_1} | $\frac{1952}{s^2 + 17,67s + 1952}$ |

A função de transferência da Tabela 4.4, é usada para simular a posição do disco 1 denominada de *Enc1sim*. Logo depois, a simulação obtida é comparadas com a posição do disco 1 usando os dados experimentais apresentados na Seção 4.2.1.

A Figura 4.6 apresenta a comparação entre o sinal de posição experimental *Enc1* e o sinal de posição simulado *enc1sim*.

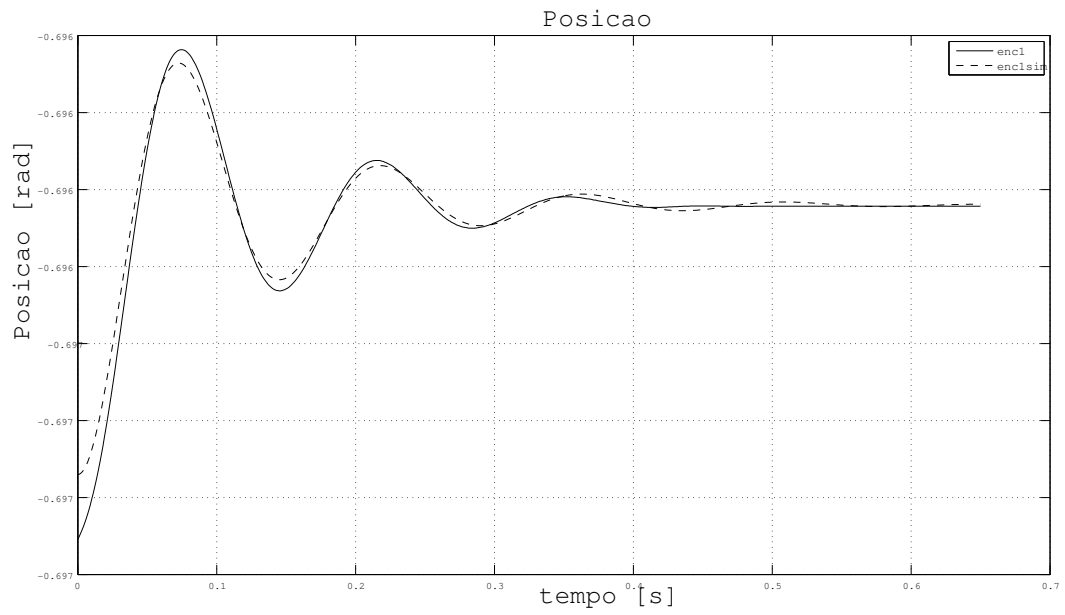


Figura 4.6: Comparação entre a posição medida e a simulada.

A comparação numérica dos sinais é feita usando-se a seguinte forma para se calcular o erro.

$$erro = \left| \frac{\sum Enc1^2 - enc1sim^2}{N} \right| \quad (4.15)$$

O fit é dado por

$$fit = 100 \times 1 - \frac{|Enc1 - enc1sim|}{|enc1sim - \overline{enc1sim}|} \quad (4.16)$$

A Tabela 4.5 apresenta o valor do erro e do fit.

Tabela 4.5: Ajuste do modelo de segunda ordem.

| Modelo | Erro | Ajuste |
|----------------|--------|--------|
| H_{k_1, B_1} | 0,0317 | 99% |

4.5 Conclusão

Observa-se que os valores calculados de ω_{n1} , ζ_1 , k e B_1 forneceram um modelo que se ajusta adequadamente aos dados experimentais utilizados para essa estimação.

5 Análise da resposta da bancada de vibração torcional

Esta seção apresenta uma análise da resposta da bancada de vibração torcional a uma excitação senoidal. O objetivo é determinar as faixas de torque e frequência de operação. Na análise proposta, são avaliadas amplitudes de 0,32 $N.m$, 0,64 $N.m$, 0,96 $N.m$ e uma faixa de frequência entre 0,5 e 20 Hz .

5.0.1 Experimentos

A Tabela 5.1 apresenta os sinais de excitação e a Figura 4 apresenta o diagrama do procedimento experimental que é usado neste capítulo.

Os sinais capturados nos experimentos são: $Enc1$: Posição disco1, $Enc2$: Posição disco2, $Venc1$: Velocidade calculada do disco1, $Venc2$: Velocidade calculada do disco2, Vsm : velocidade medida no servomotor, $Tref$: Torque de referência gerado na dSpace, $Trefm$ torque referência medido (loop do sinal de torque gerado com o fim de conhecer o sinal real aplicado na referência), Tsm : Torque medido no servomotor.

Tabela 5.1: Ensaios para determinar faixas de amplitude.

| Sinal de excitação | Faixa de frequência Hz | Amplitude $N.m$ |
|--------------------|---------------------------|-----------------|
| seno | 0,5 incremento 0,5 até 20 | 0,32 |
| seno | 0,5 incremento 0,5 até 20 | 0,64 |
| seno | 0,5 incremento 0,5 até 20 | 0,96 |

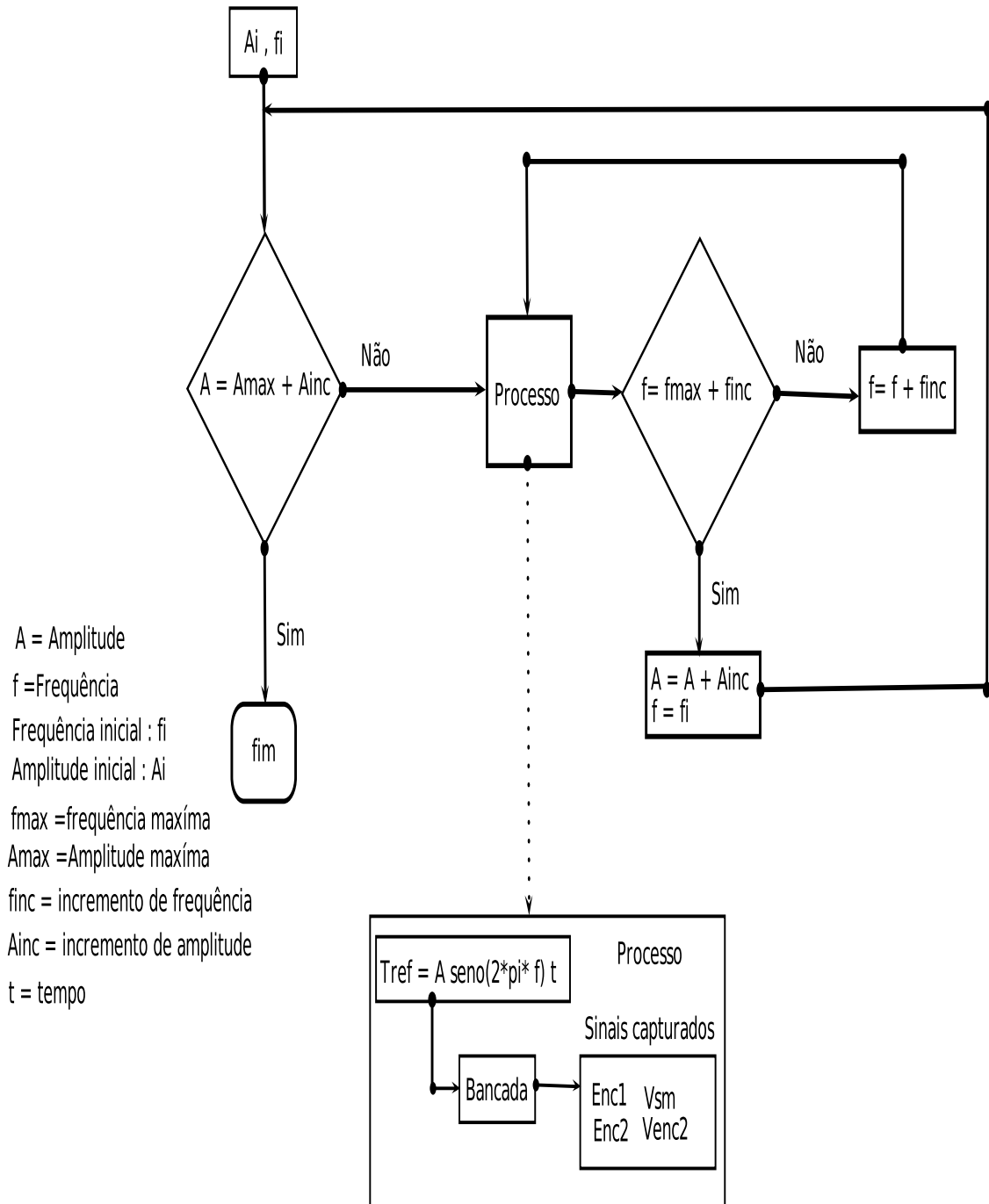


Figura 5.1: Diagrama de fluxo dos experimentos para a análise da resposta da bancada

A Figura 5.2 apresenta os sinais de velocidade V_{enc1} e V_{enc2} capturados quando se excita a bancada com um sinal senoidal de $0,32 \text{ N.m}$ e frequência de $3,5 \text{ Hz}$. O sinal apresenta uma resposta que a priori não corresponde com o sinal esperado de velocidade, o sinal de velocidade esperado é da forma $M\angle\phi$, sendo M a magnitude e ϕ a defasagem do sinal de velocidade com respeito ao sinal de torque de referência. Cabe salientar que o sinal de torque e o sinal de velocidade apresentados na Figura 5.2 foram normalizados para facilitar a visualização.

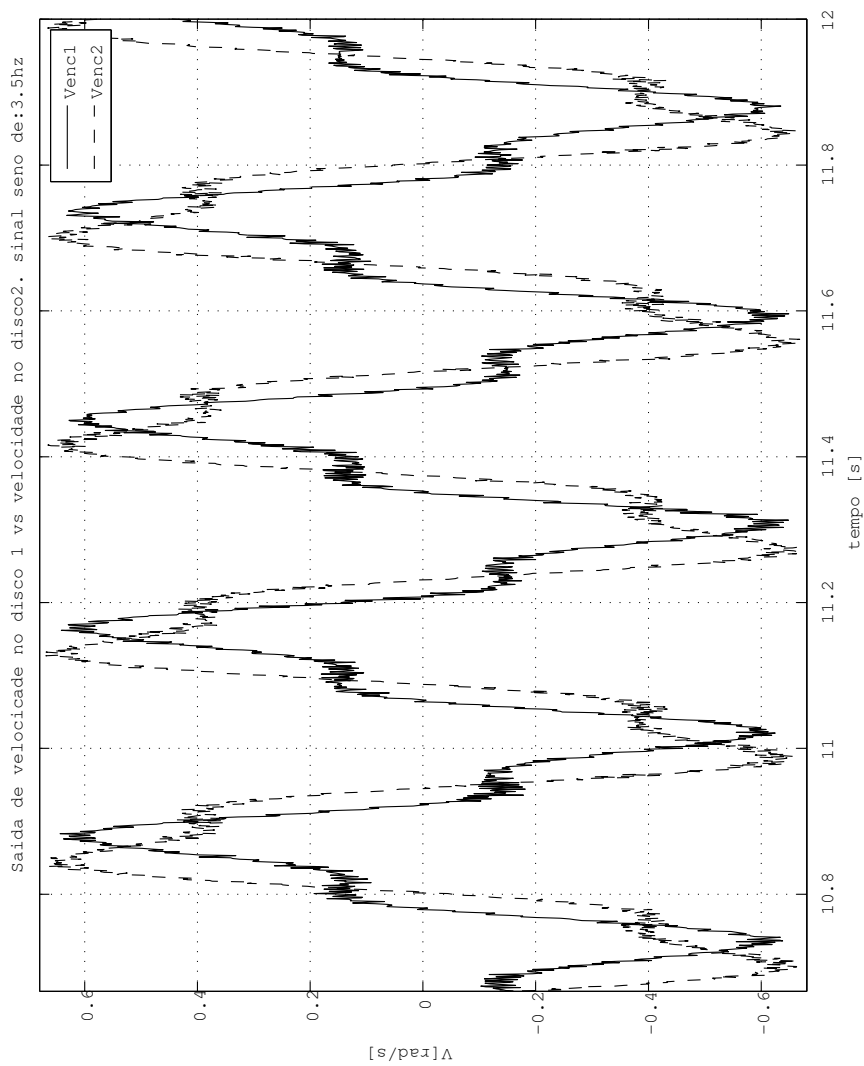


Figura 5.2: Resposta ao sinal seno de amplitude $0,32 \text{ Nm}$ e frequência $3,5 \text{ Hz}$.

A Figura 5.3 apresenta os sinais de velocidade $Venc1$ e $Venc2$ capturados quando se excita a bancada com um sinal senoidal de amplitude de $0,64 \text{ N.m}$ e frequência de $2,5 \text{ Hz}$.

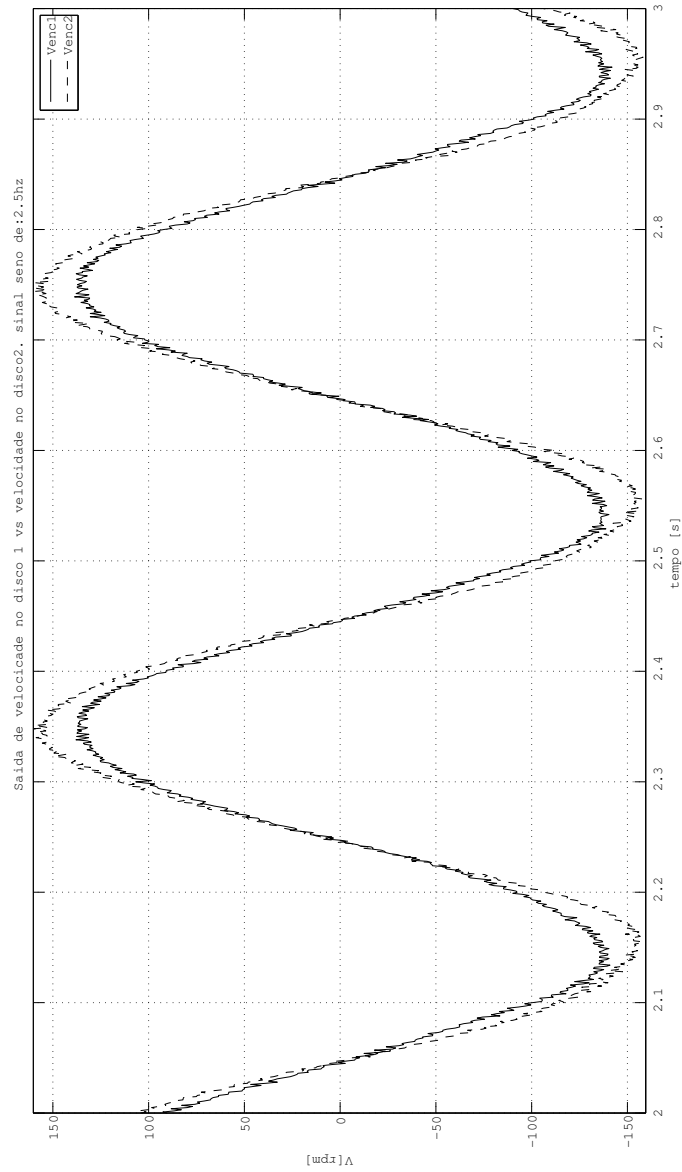


Figura 5.3: Resposta ao sinal seno de amplitude $0,64 \text{ Nm}$ e frequência $2,5 \text{ Hz}$.

A bancada de vibração torcional, apresentada no Capítulo 3, foi excitada com os sinais senoidais apresentados na Tabela 5.1.

O processo de excitação, para obter o espectro de frequência do sinal de excitação e dos sinais de posição e torque em cada disco é:

1. Excitar a bancada com um torque da forma: $A \sin(\omega t)$ com A a amplitude, ω a frequência angular dada por: $\omega = 2\pi f$ com f a frequência em Hz . Os valores da amplitude A estão na Tabela 5.1.
2. Com o valor de A , fixado no Passo 1, incrementar a frequência f em $0,5 Hz$ até cobrir a faixa de $0,5$ até $20 Hz$, e adquirir os sinais de torque de referência, posição e velocidade nos dois discos, a cada incremento de frequência feito.
3. Calcular a FFT de cada aquisição feita no Passo 2.
4. Desenhar o espectro de amplitude dos sinais calculados no Passo 3.

A Figura 5.4 apresenta o espectro dos sinais de excitação $Trefm$ capturados na faixa de frequências de 1 até $8,5 Hz$ com torque de $0,32 N.m$.

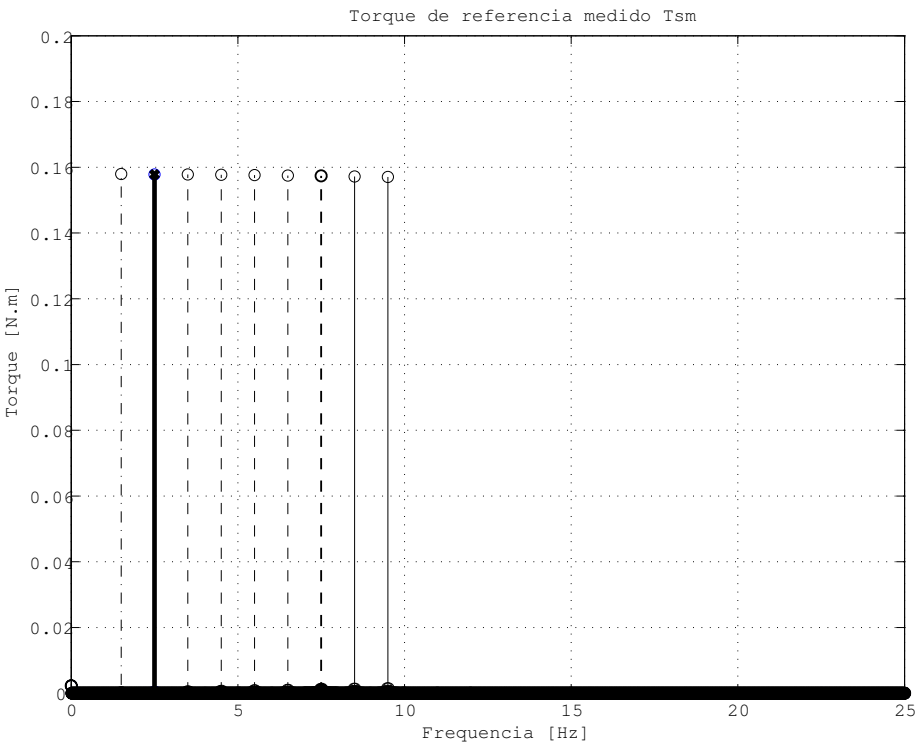


Figura 5.4: Sinal seno de amplitude $0,32 \text{ Nm}$ e frequência $1-8,5 \text{ Hz}$.

A Figura 5.5 apresenta o espectro do sinal de velocidade produzido pelos sinais de excitação, apresentados no espectro da Figura 5.4.

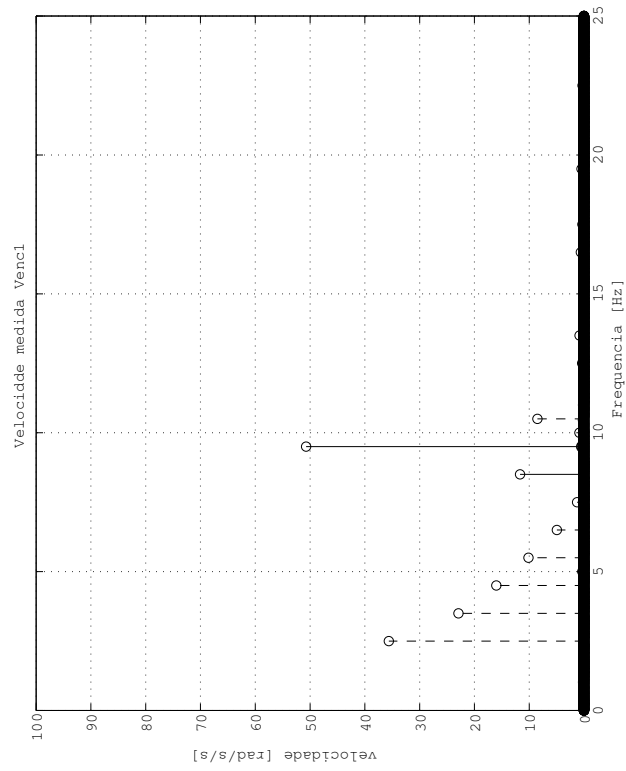


Figura 5.5: Velocidade medida pelo servomotor para uma entrada torque seno de $0,32 \text{ Nm}$ e frequência $1-8,5 \text{ Hz}$.

5.0.1.1 Experimento

O diagrama de fluxo dos experimentos para a validação da resposta da bancada experimentais é apresentado na Figura 5.6

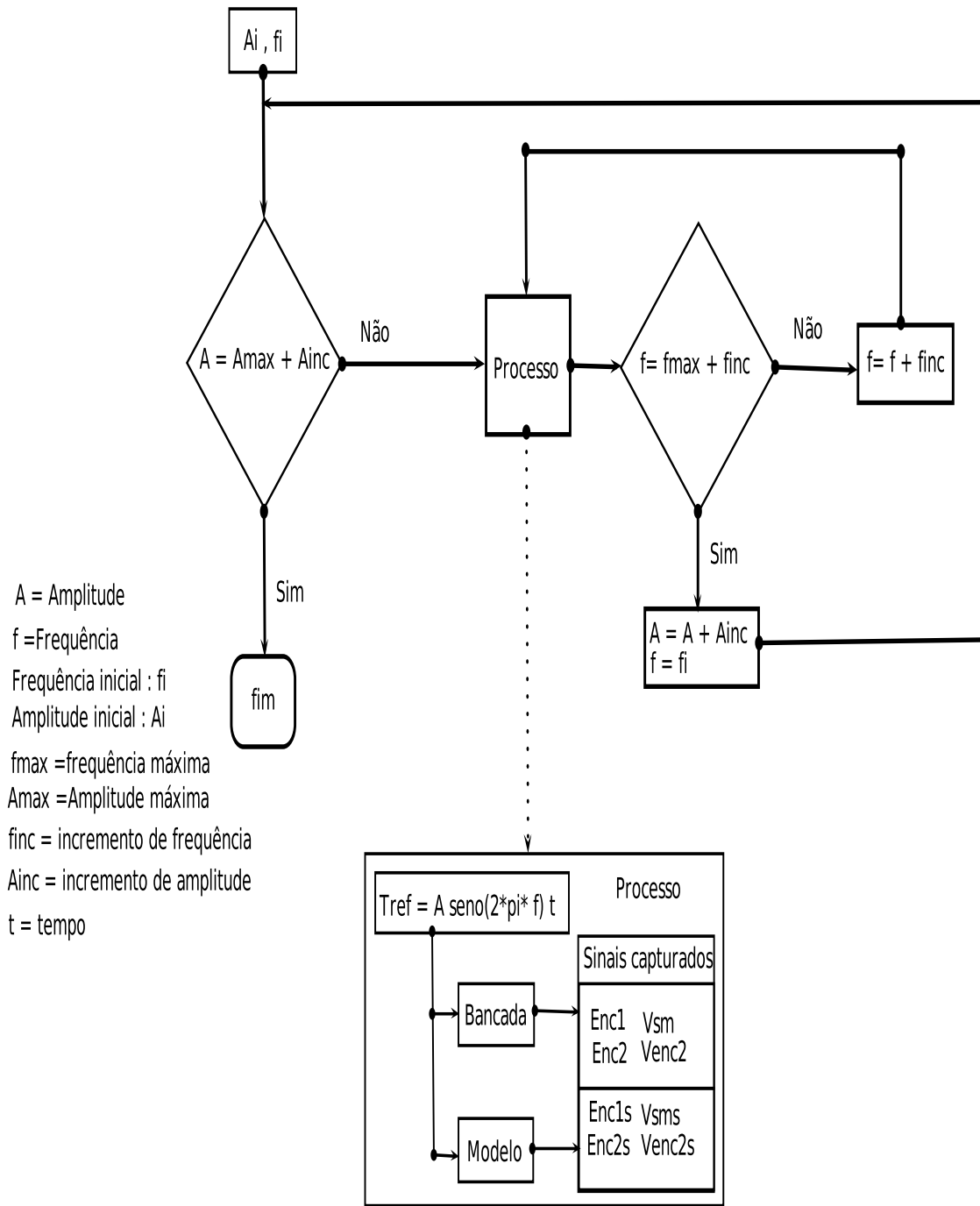
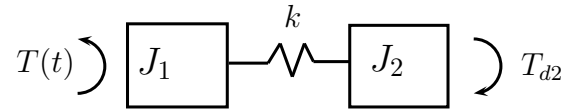


Figura 5.6: Diagrama de fluxo dos experimentos para a validação da resposta da bancada

Os passos do experimento foram os seguintes:

1. Excitar a bancada de vibração torcional com sinais seno de amplitude $0,96[N.m]$ na faixa de $0,5$ até $4 Hz$. Incrementando em $0,5 Hz$ em cada teste o sinal de torque de referência T_{ref} , e capturar as velocidades resultantes nos dois discos .
2. Os sinais T_{ref} , capturados no Passo 1, somam-se para construir um sinal multiseno.
3. O sinal multiseno, construído no Passo 3, é usado como sinal de excitação no seguinte modelo analítico:



$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1(t) + B_1 \dot{\theta}_1(t) + k(\theta_1(t) - \theta_2(t)) &= T(t) \\ J_2 \ddot{\theta}_2(t) + B_2 \dot{\theta}_2(t) + k(\theta_2(t) - \theta_1(t)) &= 0 \end{aligned} \quad (5.1)$$

Que representa a bancada de vibração torcional para os fins de validação.

4. Os sinais de velocidade experimentais capturados no Passo 1 são somados entre eles, e como produto da somatória obtém-se uma resposta ao multiseno.
5. A resposta ao multiseno do Passo 4, é comparada com o sinal velocidade produzido no Passo 3.
6. Caso a simulação e a resposta do passo 5 tenham um ajuste igual ou maior a 90% o experimento é concluído.

5.0.1.2 Resultado

O diagrama de fluxo da validação da resposta da bancada usado na comparação é apresentado na Figura 5.7,

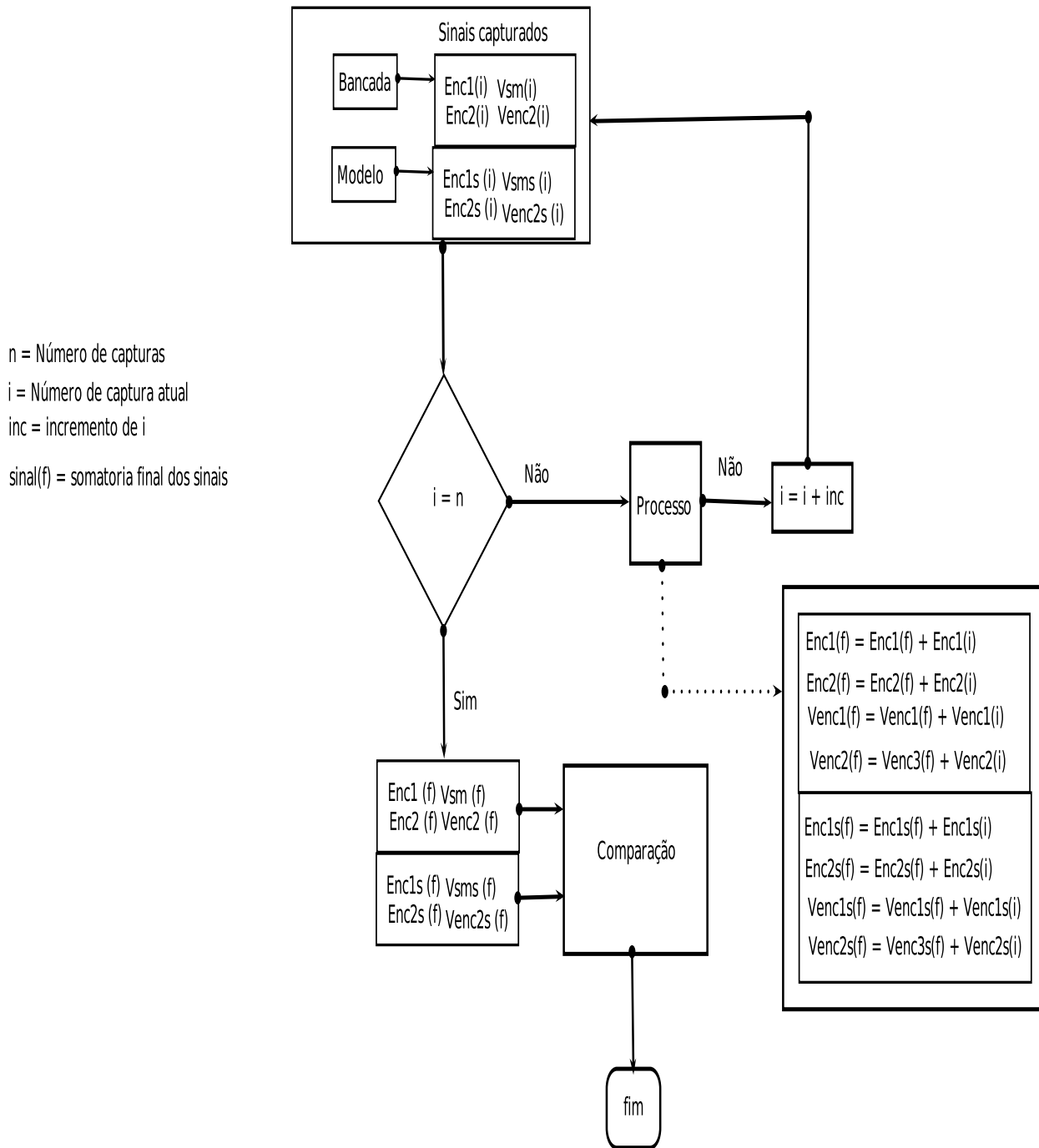


Figura 5.7: Diagrama de fluxo da validação da resposta da bancada

O resultado gráfico da comparação, da velocidade experimental, e a velocidade simulada é apresentado na Figura 5.8.

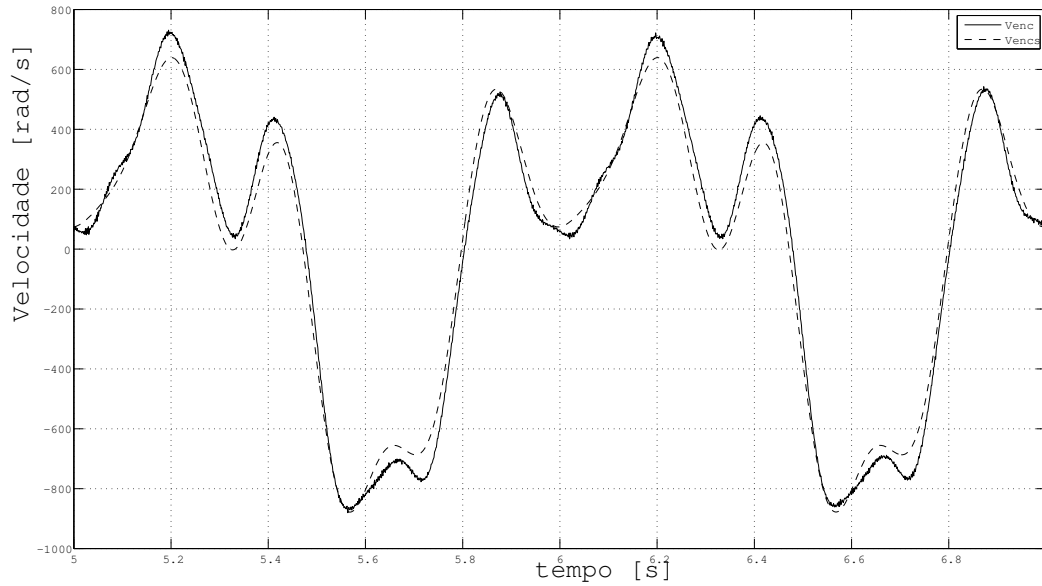


Figura 5.8: Validação experimental da faixa de operação linear da bancada.

5.0.2 Conclusão

Através desse experimento conclui-se que a faixa adequada de operação do sistema está entre 0,5 e 8 Hz e amplitude de 0,96 $N.m$ para o sinal de torque.

6 Sinais e modelos usados na identificação da bancada

Neste Capítulo são apresentados os sinais de excitação e os sinais de velocidade medidos assim como o processamento dos sinais de excitação e velocidade para a identificação. Também são apresentados os modelos analíticos da bancada e as duas considerações utilizadas para modelar a rigidez do acoplamento como sendo: i) corpo rígido e ii) corpo flexível.

O capítulo divide-se em: sinais usados na identificação Seção 6.1, sinais usados na validação Seção 6.2 , e finalmente modelagem da bancada Seção 6.3.

6.1 Sinais usados na identificação

6.1.1 Sinal de excitação

Sinal seno-chirp de $960 \times 10^{-3} \text{ N.m}$ de amplitude e um período de 10s , na faixa de frequência de $500 \times 10^{-3} \text{ Hz}$ até 15 Hz .

O sinal de torque de referência T_{ref} , está apresentado na Figura 6.1. Na Figura 6.1 é apresentado somente um período do sinal T_{ref} . O comprimento do sinal T_{ref} é de 16 períodos cada período de 10 s de duração. A frequência de amostragem do sinal T_{ref} é de $1 \times 10^3 \text{ Hz}$.

O sinal de torque de referência T_{ref} é gerado na placa dSpace. Para a identificação só foi utilizado um período do sinal de torque, seno-chirp de amplitude $960 \times 10^{-3} \text{ N.m}$ e período de 10s , na faixa de frequência de $500 \times 10^{-3} \text{ Hz}$ até 15 Hz .

6.1.2 Sinal de Saída

O sinal de saída é um sinal de velocidade angular denominado V_{enc1} . O sinal V_{enc1} é obtido a partir do sinal posição $Enc1$ medido usando o encoder. V_{enc1} é calculado como:

$$V_{enc1} = Enc1 \left(\frac{z-1}{z} \times \frac{2\pi}{2500 \text{ pulsos} \times \text{período de amostragem}} \right) \text{ rad/s} \quad (6.1)$$

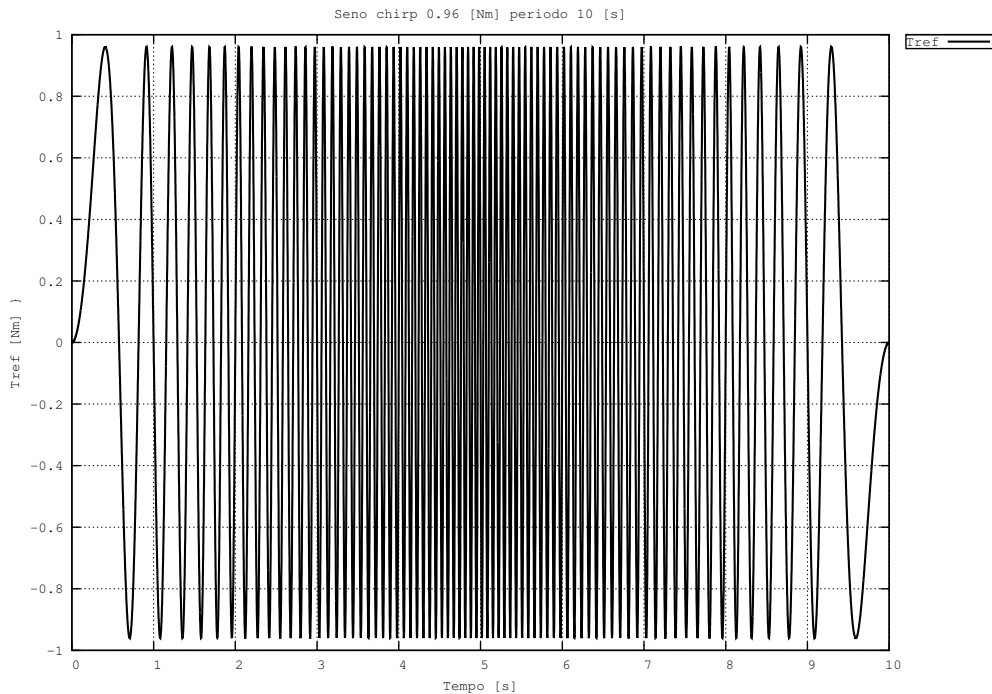


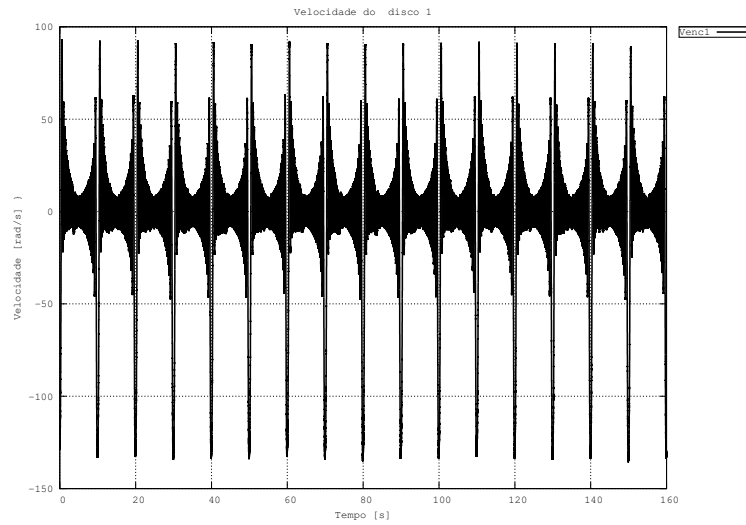
Figura 6.1: Sinal de excitação usado para identificar a bancada de vibração torcional de um grau de liberdade.

Sendo $2\pi/2500$ o número de pulsos por *rad*, e a frequência de amostragem de 1KHz . O sinal de posição original é obtido do encoder diferencial apresentado no Capítulo 3.

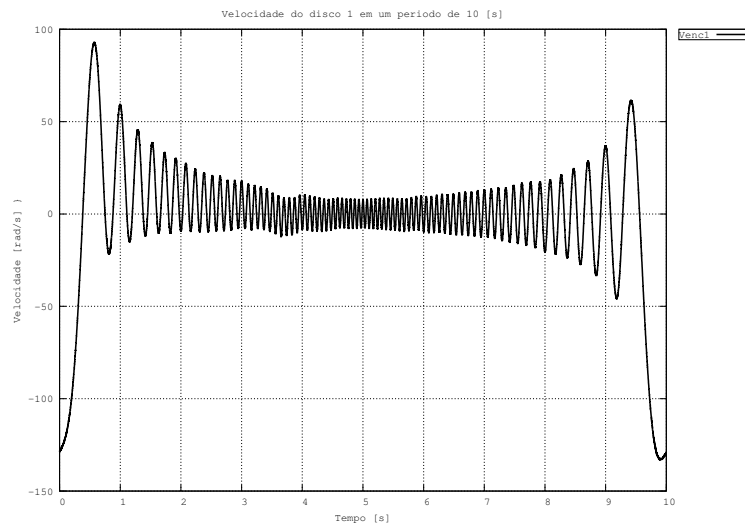
A aquisição dos sinais foi feita com as seguintes características:

1. frequência de amostragem de $1 \times 10^3 \text{ Hz}$.
2. posição *Enc1*, fornecida pelo encoder incremental mostrado na Seção 3.1.4.
3. velocidade do disco *Venc1* calculada de acordo com a Equação (6.1).
4. torque de referência *Tref* gerado na placa dSpace mostrado na Seção 3.1.2.

A velocidade *Venc1* é apresentada na Figura 6.2. A Figura 6.2(b) mostra o detalhe do sinal de velocidade *Venc1*.



(a) Resposta ao chirp em velocidade



(b) Detalhe da velocidade.

Figura 6.2: Medição da velocidade derivada da posição.

O sinal de velocidade V_{enc1} , tem $N=16$ períodos de 10 s cada. O sinal $V_{enc1_{Med}}$ corresponde à média do sinal. Sendo $V_{enc1}^{[l]}$ o conjunto de dados pertencentes ao período $[l]$.

$$V_{enc1_{Med}} = \frac{V_{enc1}^{[1]} + V_{enc1}^{[2]} + \dots + V_{enc1}^{[N]}}{N} = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N V_{enc1}^{[l]} \quad (6.2)$$

O sinal $V_{enc1_{Med}}$, é mostrado na Figura 6.3.

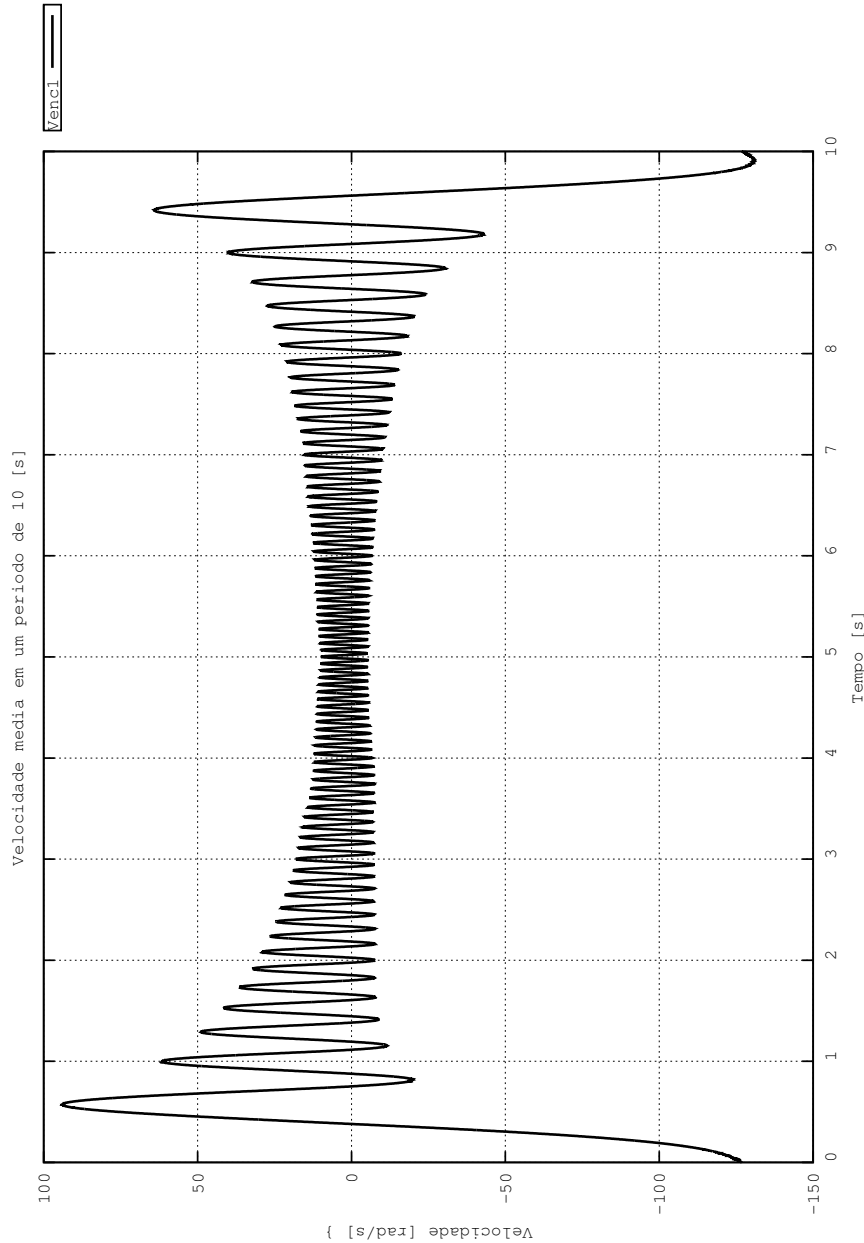


Figura 6.3: Velocidade média do disco 1.

6.2 Sinais usados na validação

6.2.1 Sinal de excitação

Sinal seno-chirp de amplitude $960 \times 10^{-3} \text{ N.m}$ e período de 10s , na faixa de frequência de $500 \times 10^{-3} \text{ Hz}$ até 15 Hz

O sinal de torque de referência T_{ref} , mostra-se na Figura 6.1. Na Figura 6.1 é apresentado somente um período do sinal T_{ref} . O comprimento do sinal T_{ref} é de 16 períodos cada período de 10 s de duração. A frequência de amostragem do sinal T_{ref} é de $1 \times 10^3 \text{ Hz}$.

Cabe salientar que o sinal T_{ref} usado para validar usa os 16 períodos da medição e não é processado. Isto com o fim de comparar o desempenho do modelo em relação a condições reais de operação da bancada.

6.2.2 Sinal de Saída

O sinal de saída é um sinal de velocidade angular denominado V_{enc1} . O sinal V_{enc1} é calculado de acordo com a Equação (6.1). O sinal de posição original é obtido do encoder diferencial apresentado no Capítulo 3.

A aquisição do sinal foi feita com as características do sinal V_{enc1} na Seção 6.1.2. O sinal V_{enc1} usado para validar usa os 16 períodos da medição e não é processado; suas características são semelhantes com o sinal apresentado na Figura 6.2, por tanto não é apresentado graficamente.

6.3 Modelagem

6.3.1 Modelo analíticos considerando o acoplamento como um corpo rígido.

A Figura 6.4 apresenta a representação esquemática da bancada de vibração torcional na configuração 1, mostrada na Figura 3.1 do Capítulo 3.

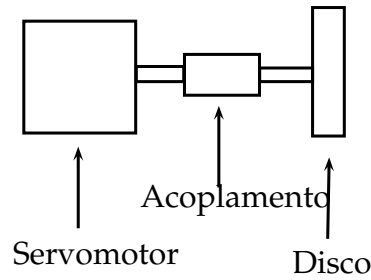


Figura 6.4: Representação esquemática da bancada vibração torcional de um grau de liberdade.

A Figura 6.5 apresenta o diagrama de corpo livre a partir da representação esquemática da Figura 6.4, onde o acoplamento é considerado como um corpo com rigidez infinita que para simplificar a notação será chamado de acoplamento rígido.

Na representação da Figura 6.5, $T(t)$ em $[Nm]$ representa o torque aplicado no eixo do servomotor, J_{eq} em $[Kgm^2]$ uma inércia equivalente, que é igual à somatória da inércia do acoplamento J_1 e a inércia do disco J_2 , T_d representa o atrito no disco e se pode expressar como $T_d = C\dot{\theta}(t)$ onde C em $[Nms/rad]$, é o coeficiente de amortecimento.

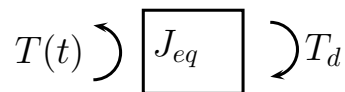


Figura 6.5: Diagrama de corpo livre considerando que o acoplamento é um corpo rígido.

Da Figura 6.5, foram derivadas as equações de movimento mostradas na Equação (6.3). Na Equação (6.3) o $\theta(t)$ representa a posição do disco em rad . $\dot{\theta}(t)$ a velocidade do disco em $[rad/s]$ e $\ddot{\theta}(t)$ a aceleração do disco em $[rad/s^2]$.

$$J_{eq}\ddot{\theta}(t) + C\dot{\theta}(t) = T(t) \quad (6.3)$$

Fazendo a substituição $x_1 = \theta(t)$ e $x_2 = \dot{\theta}(t)$ a Equação (6.3), pode ser representada na forma

de espaço de estado

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= (T(t) - Cx_2)/J_{eq}\end{aligned}\tag{6.4}$$

A partir da equação diferencial (6.3) obtém-se também a função de transferência $H_{(\dot{\theta},T)}(s)$ entre a velocidade $\dot{\theta}(s)$ e o torque $T(s)$. Aplicando a transformada de *Laplace* na Equação (6.3) e supondo condições iniciais nulas obtém-se:

$$\begin{aligned}J_{eq} [s^2\theta(s) - s\dot{\theta}(0) - \theta(0)] + C [s\theta(s) - \theta(0)] &= T(s) \\ \theta(s) [J_{eq}s^2 + Cs] &= T(s)\end{aligned}$$

A função de transferência $\dot{\theta}(s)/T(s)$ é dada por

$$H_{(\dot{\theta},T)}(s) = 1/(J_{eq}s + C)\tag{6.5}$$

6.3.2 Modelo analítico considerando o acoplamento como um corpo flexível.

Na Figura 6.6 se apresenta o diagrama de corpo livre a partir da representação esquemática da Figura 6.4 considerado o acoplamento como um corpo flexível. No diagrama da Figura 6.6 $T(t)$ representa o torque aplicado no eixo do servomotor, J_1 representa a inércia equivalente, que é igual à somatória da inércia do acoplamento $J_{acoplamento}$ e a inércia do disco J_2 . O k em Nm/rad representa a rigidez do acoplamento. T_{d_1} e T_{d_2} representam o torque de atrito e são dados por $T_{d_1} = C_1\dot{\theta}_{eq}(t)$ e $T_{d_2}(t) = C_2\dot{\theta}_2(t)$.

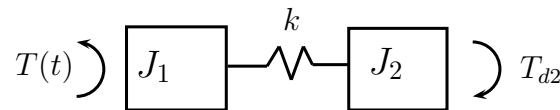


Figura 6.6: Modelo da bancada de um grau de liberdade considerando o acoplamento flexível.

Na Equação (6.6) o $\dot{\theta}_1(t)$ representa a velocidade em $[rad/s]$, relacionada com o equivalente entre o eixo do servomotor e o acoplamento, e $\dot{\theta}_2(t)$ a velocidade do disco em $[rad/s]$.

$$\begin{aligned}J_1\ddot{\theta}_1(t) + C_1\dot{\theta}_1(t) + k(\theta_1(t) - \theta_2(t)) &= T(t) \\ J_2\ddot{\theta}_2(t) + C_2\dot{\theta}_2(t) - k(\theta_1(t) - \theta_2(t)) &= 0\end{aligned}\tag{6.6}$$

Fazendo a substituição $x_1 = \theta_1(t) - \theta_2(t)$, $x_2 = \dot{\theta}_1(t)$, $x_3 = \dot{\theta}_2(t)$ a Equação (6.6), pode ser representada na forma de espaço de estado:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 - x_3 \\ \dot{x}_2 &= T(t)/J_1 - (k/J_1)x_1 - (C_1/J_1)x_2 \\ \dot{x}_3 &= (k/J_2)x_1 - (C_2/J_2)x_3 \end{aligned} \tag{6.7}$$

7 Identificação do modelo inicial na identificação paramétrica

Neste capítulo é apresentado o processo de identificação do modelo inicial para a identificação da bancada de vibração torcional na configuração 1 mostrada no Capítulo 3. Os sinais usados são:

Sinal de Referência: É um sinal seno-chirp de amplitude $960 \times 10^{-3} Nm$, com período de 10 s. O sinal de referência é usado em todas as identificações apresentadas neste capítulo e é denominado de $Tref$

Sinal de saída: O sinal de saída é um sinal de velocidade angular medido em rad/s. O sinal de velocidade medido é usado em todas as identificações apresentadas neste capítulo e é denominado de $Venc1$.

Na Seção 6.1, se apresenta com maior detalhe o tratamento dos sinais $Tref$ e $Venc1$ usados em todas as identificações apresentadas no capítulo.

Na identificação apresentada neste capítulo, as ordens para a equação diferencial foram: primeira e terceira. A escolha das ordens foi feita baseando-se nos modelos analíticos da bancada, derivados no Capítulo 6.

7.1 Estimação da FRF

Os estimadores de função de resposta em frequência implementados são o H_1 Equação (7.1) e H_2 Equação (7.2) o código com o qual foi implementado o estimador está no Anexo C.

$$H_1(j\omega_k) = \frac{\sum_{l=1}^M Venc1^{[l]}(k) Treff^{[l]}(k)}{\sum_{l=1}^M |Treff^{[l]}(k)|^2} = \frac{G_{(venc1, Tref)}}{G_{(Tref, Tref)}} \quad (7.1)$$

$$H_2(j\omega_k) = \frac{\sum_{l=1}^M |Venc1^{[l]}(k)|^2}{\sum_{l=1}^M Tref^{[l]}(k)Venc1^{[l]}(k)} = \frac{G_{(venc1,venc1)}}{G_{(Tref,venc1)}} \quad (7.2)$$

Os sinais sem processamento de torque de referência $Tref$ e a velocidade no disco $Venc1$ são utilizados para a estimação da FRF.

7.2 Estimação paramétrica do modelo inicial

Na estimação paramétrica do modelo inicial apresentada nesta seção se empregam os métodos: “Auto Regressive with Exogenous input” ARX, “Output Error” OE, “Numerical algorithms for subspace state space system identification” N4SID, “Prediction error estimate” PEM. Para a identificação dos modelos, é usado o toolbox do “MATLAB” “IDENT”. No caso da metodologia de identificação define-se uma estrutura de dados

$$zd = iddata(Venc1_{Med}, Tref, F_{amostragem}) \quad (7.3)$$

Comando iddata : Cria um vetor de dados para encapsular os dados de entrada / saída e suas propriedades.

```
yd=[venc1pro]'; % [Venc1 média]
ud=trefpro'; % um período do sinal de excitação
zd = iddata(yd,ud,1e-3); % The IDDATA objeto
zd.InputName = 'Torque';
zd.OutputName = 'Veldisco';
```

No caso da metodologia de identificação na frequência define-se uma estrutura de dados z_f tal como:

$$z_f = iddata(G_{(Venc1,Tref)}, G_{(Tref,Tref)}, F_{amostragem}, \omega)$$

, sendo ω o vetor de frequência expressado como: $\omega = \text{logspace}(0, 2\pi, 15(2\pi))$

Comando logspace: gera um vetor com valores logarítmicos com igual espaçamento.

7.2.1 Identificação de primeira ordem

Os modelos identificados serão apresentados como funções de transferência entre a velocidade V_{enc1} e o torque de referência T_{ref} ou seja $V_{enc1}(s)/T_{ref}(s)$.

Os métodos usados para a identificação são: **ARX**, **OE** e **PEM**. O método para obter a equação no espaço de estado é o **N4SID**. Embora o **N4SID** forneça uma equação no espaço de estado essas serão transformadas em funções de transferência.

A seguir são apresentadas as estruturas do modelo a ser estimado em cada método. Os resultados da aplicação dos métodos são apresentados na tabela 7.1.

Estrutura do modelo ARX é dada por:

$$y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_{n_a}y(t-n_a) = u(t) + b_1u(t-1) + \dots + b_{n_b}u(t-n_b) + e(t) \quad (7.4)$$

Modelo estimado :

O modelo estimado usando Matlab utiliza os parâmetros: $n_a = 1$; $n_b = 1$; $n_k = 1$

parâmetros: n_a = Ordem do denominador, n_b = ordem do numerador, n_k = ordem do atraso.

com esses parâmetros pode-se aplicar a seguinte estimação

$$H_{ARX} = ARX(zf, [n_a \ n_b], 'focus', [\omega_i \ \omega_f]) \quad (7.5)$$

Comando ARX: Calcula o estimador de mínimos quadrados do modelo ARX apresentado na Equação (7.4). Na Equação (7.5) o comando 'focus' e o vetor $[\omega_i \ \omega_f]$ indicam que a identificação deve ser focada na faixa de frequência ω_i , inicial até ω_f final.

Estrutura do modelo "Output error" é dada por:

$$w(t) + f_1w(t-1) + \dots + f_{n_f}w(t-n_f) = b_1u(t-1) + \dots + b_{n_b}u(t-n_b) \quad (7.6)$$

$$y(t) = w(t) + e(t) \quad (7.7)$$

Modelo estimado $n_c = 1; \quad n_b = 1; \quad n_k = 1;$

parâmetros: $n_a =$ Ordem do denominador, $n_b =$ ordem do numerador, $n_k =$ ordem do atraso

com esses parâmetros pode-se aplicar a seguinte estimação

$$H_{OE} = OE(z, [n_b \quad n_c], 'focus', [\omega_i \quad \omega_f]) \quad (7.8)$$

Comando OE: Cálcula o preditor do erro estimado do modelo OE apresentado na Equação (7.6)-(7.7).

Estrutura do modelo “PEM” é obtida do comando:

$$H_{PEM} = PEM(z, modelo_{arx}) \quad (7.9)$$

Estrutura do modelo “N4SID” é dada por:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (7.10)$$

Modelo estimado

$$H_{N4SID} = N4SID(z, n) \quad n \text{ é a ordem} \quad (7.11)$$

Comando N4SID: Estima a matriz da equação (7.10) usando o método N4SID de identificação por sub-espacos de estado.

Como se pode observar na tabela 7.1 , a semelhança entre os modelos é alta, no caso da estimação feita com o método OE e PEM, lembrando que o método PEM no caso apresentado está fazendo um refinamento do modelo inicial ARX.

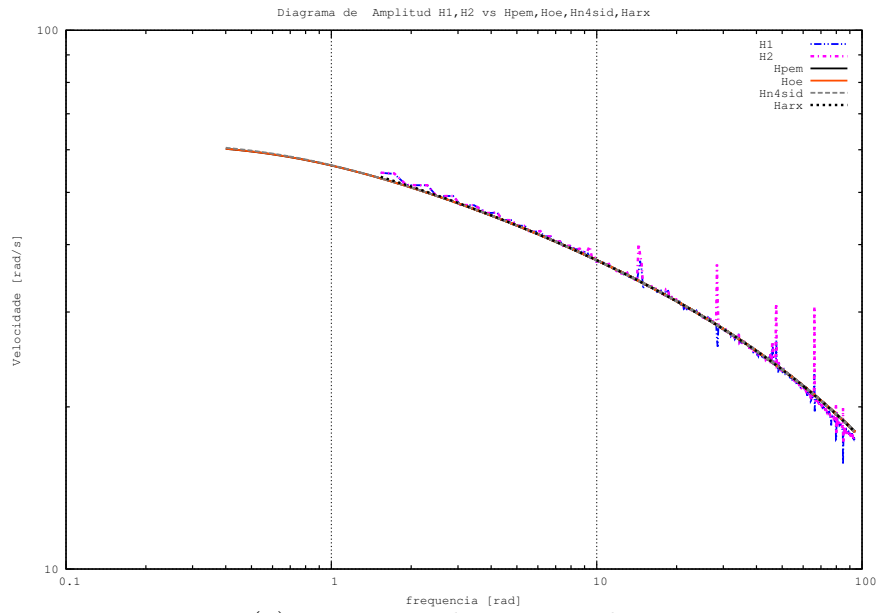
A Figura 7.1 mostra a FRF estimada com os estimadores H_1 e H_2 comparada com a FRF do modelo identificado H_{arx} .

A Figura 7.2 mostra a velocidade medida (V_{enc1}) comparada com a velocidade (V_{arx}) obtida do modelo identificado H_{arx} . Na simulação de V_{arx} se emprega o comando “lsim” de

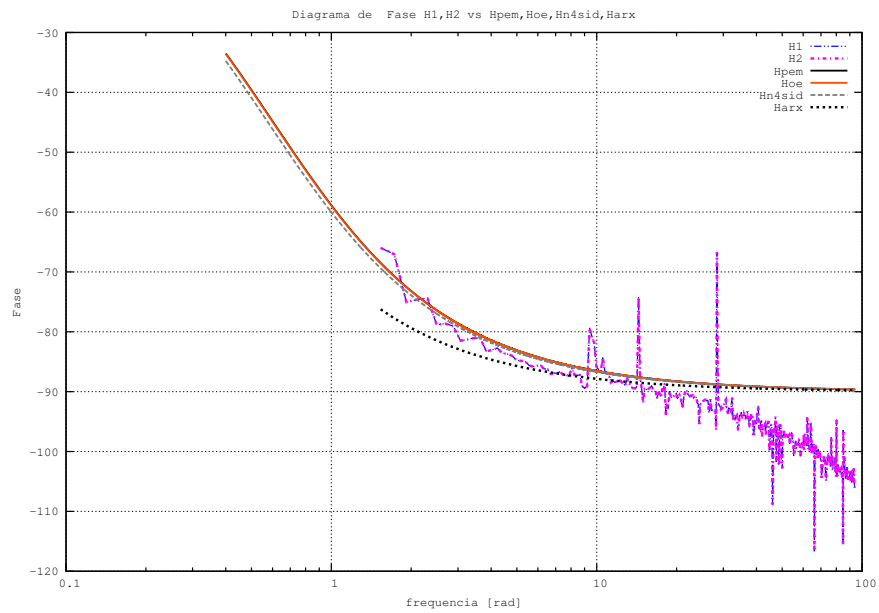
Tabela 7.1: Funções de transferência dos modelos paramétricos iniciais de primeira ordem.

| Método | Função de transferência |
|--------|---|
| ARX | $H_{ARX} = \frac{743,7}{s + 0,3751}$ |
| OE | $H_{OE} = \frac{745,2}{s + 0,6022}$ |
| N4SID | $H_{N4SID} = \frac{0,003857s + 0,6491}{s + 0,5766}$ |
| PEM | $H_{PEM} = \frac{745,2}{s + 0,604}$ |

Matlab com o sinal $Tref$, seno-chirp de $960 \times 10^{-3} Nm$ e frequência de 0,5 até 15 Hz com período de 10s excitação.



(a) Diagrama de Magnitude



(b) Diagrama de fase

Figura 7.1: Comparação das FRFs estimadas usando H_1 e H_2 com as FRFs das identificações ARX, OE, PEM, N4SID.

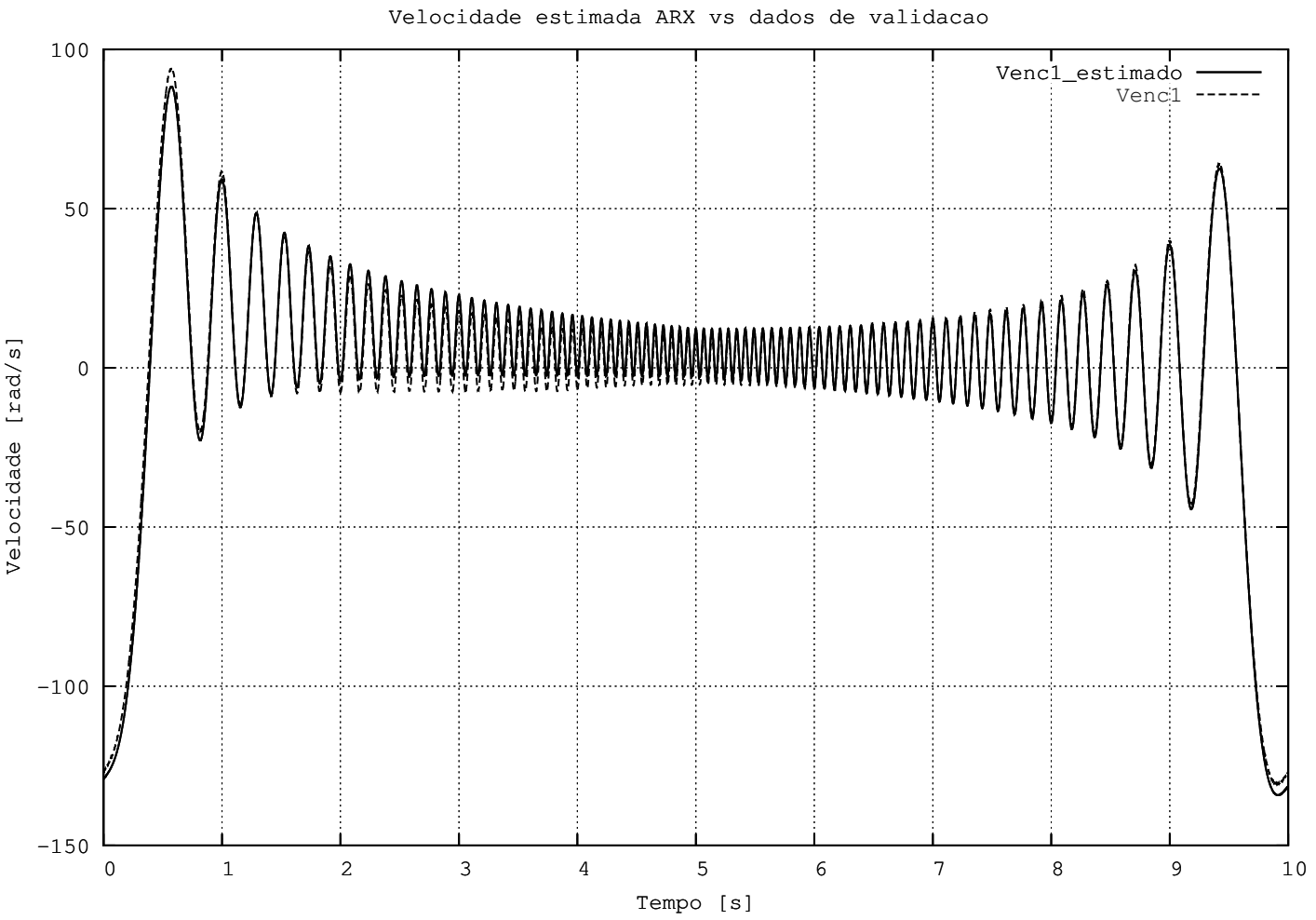


Figura 7.2: Comparação entre a velocidade V_{enc1} medida com a velocidade do disco V_{arx} simulada da identificação ARX.

7.2.2 Identificação de terceira ordem

Baseados na consideração do acoplamento do motor como flexível se identificam modelos de terceira ordem usando os métodos **ARX**, **OE**, **PEM**, **N4SID**, apresentados na Seção 7.2.1.

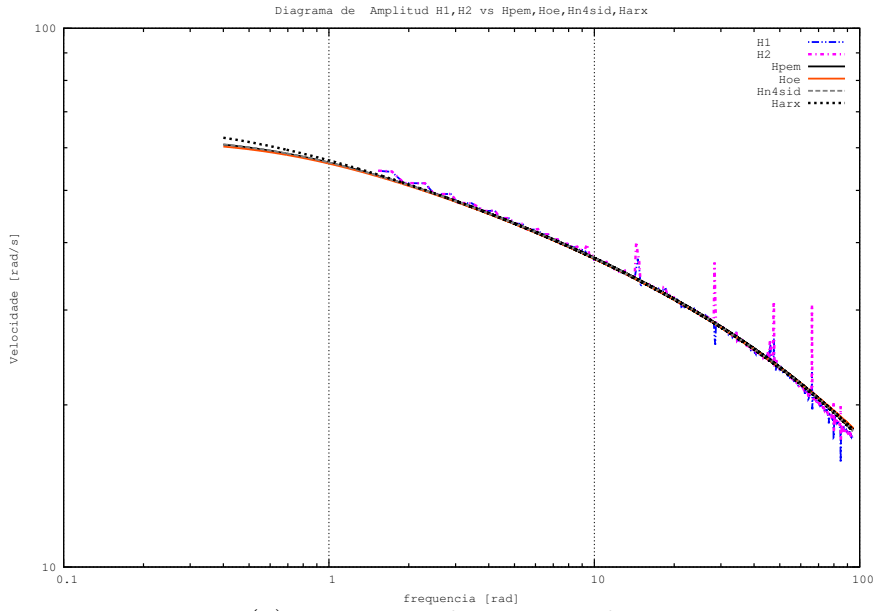
Na tabela 7.2, são apresentadas as funções de transferência de terceira ordem identificadas.

Tabela 7.2: Funções de transferência dos modelos paramétricos iniciais de 3 ordem.

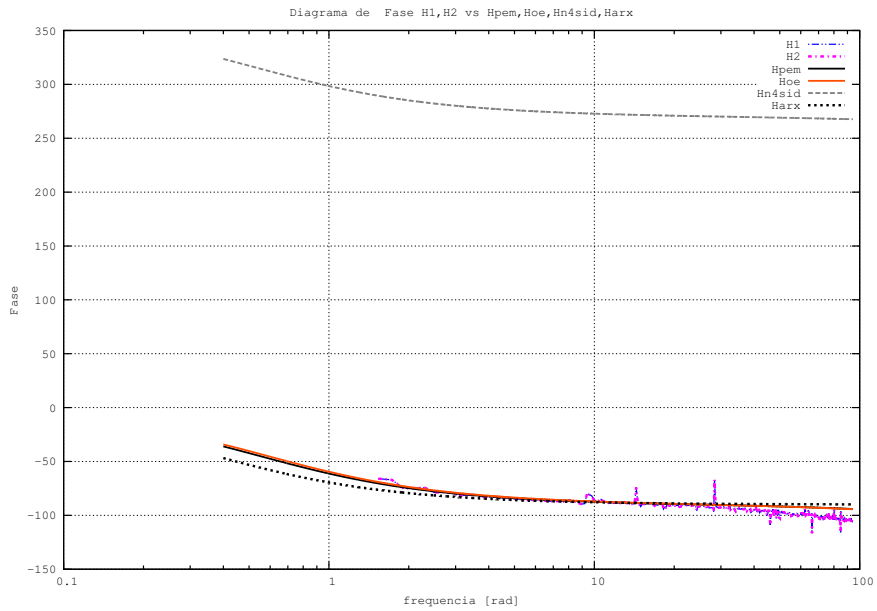
| Método | Função de transferência |
|--------|---|
| ARX | $H_{ARX} = \frac{4,777 \times 10^9}{s^3 + 27,3s^2 + 6,426 \times 10^6s + 2,411 \times 10^6}$ |
| OE | $H_{OE} = \frac{2,348 \times 10^8}{s^3 + 270,2s^2 + 3,179 \times 10^5s + 1,875 \times 10^5}$ |
| N4SID | $H_{N4SID} = \frac{-47,41s^2 + 2,034 \times 10^6s + 2,988 \times 10^8}{s^3 + 2943s^2 + 4,015 \times 10^5s + 2,169 \times 10^5}$ |
| PEM | $H_{PEM} = \frac{3,705 \times 10^9}{s^3 + 4081s^2 + 4,952 \times 10^6s + 2,727 \times 10^6}$ |

A Figura 7.3 mostra a FRF estimada com os estimadores H_1 e H_2 comparada com a FRF do modelo identificado de terceira ordem H_{pem} , H_{oe} , H_{n4sid} , H_{arx} .

A Figura 7.4 mostra a velocidade medida V_{enc1} comparada com a velocidade V_{arx} simulada, do modelo de terceira ordem identificado H_{arx} .



(a) Diagrama de Magnitude



(b) Diagrama de fase

Figura 7.3: Comparação das FRFs estimadas usando H_1 e H_2 com as FRFs das identificações ARX, OE, N4SID, PEM de terceira ordem

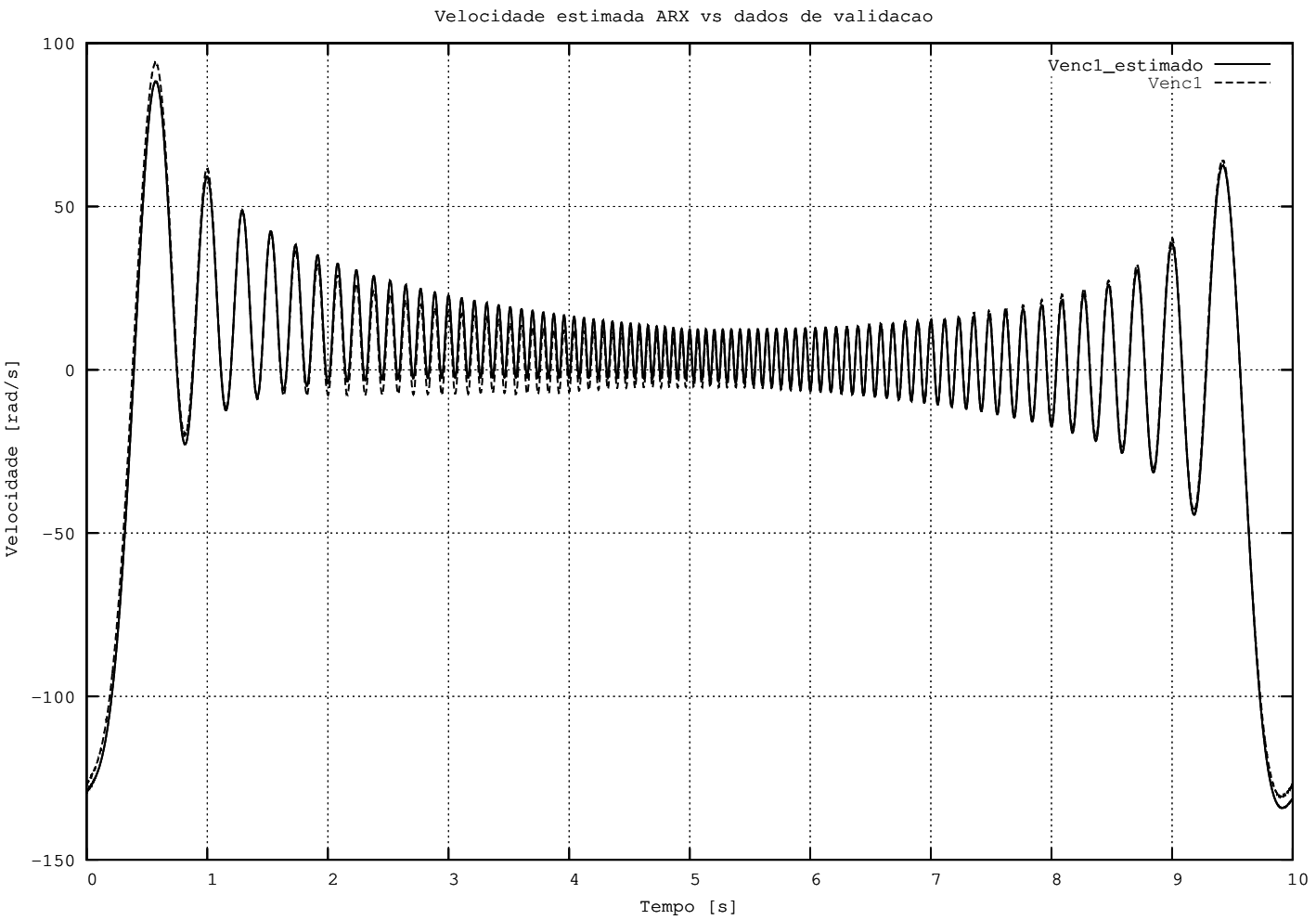


Figura 7.4: Comparação entre a velocidade do disco V_{enc1} medida com a velocidade V_{arx} do modelo H_{arx} de terceira ordem.

7.3 Validação identificação do modelo paramétrico inicial

7.3.1 Validação da identificação de primeira ordem

O valor de ajuste das identificações de primeira ordem é apresentado na tabela 7.3. O método com maior ajuste escolhe-se de acordo com o critério: maior ajuste.

A validação do modelo paramétrico identificado é feita usando o “Toolbox” “IDENT” de Matlab. Usando o comando “Compare”

$$\text{compare}(z, \hat{H}_{(.)})$$

sendo z a estrutura dos dados, mostrada na Estrutura (8.1). $\hat{H}_{(.)}$ é a simulação obtida a partir da excitação do torque T_{ref} .

Comando compare: Compara dois conjuntos de dados. Compara o conjunto de dados z com um outro conjunto de dados produto da simulação de um modelo.

O comando compare emprega o seguinte cálculo do valor de ajuste dos dados

$$\text{fit} = 100 \left(1 - \frac{\|Y - \hat{Y}\|}{\|Y - \bar{Y}\|} \right), \quad (7.12)$$

Sendo Y experimental, \hat{Y} estimado e \bar{Y} a média de Y .

Aplicando o comando e por tanto a Equação (7.12), se obtém a Tabela 7.3 de ajuste dos modelos de primeira ordem.

Tabela 7.3: Funções de transferência dos modelos paramétricos de primeira ordem .

| Método | % de Ajuste |
|--------|-------------|
| PEM | 95,36 |
| OE | 95,36 |
| N4SID | 95,27 |
| ARX | 91,41 |

O ajuste do modelo H_{n4sid} é do 95%, mas pode-se perceber da Tabela 7.1 que não se ajusta ao modelo analítico de primeira ordem da Seção 6.3.1, portanto não é usado como

modelo inicial nas identificações dos parâmetros.

No caso do modelo H_{arx} se obteve o menor ajuste aos dados experimentais. O modelo H_{pem} é o refinamento do modelo H_{arx} o qual implica maior tempo de computo. Assim, o modelo H_{oe} tem um FIT alto e mantém a forma do modelo analítico na função de transferência.

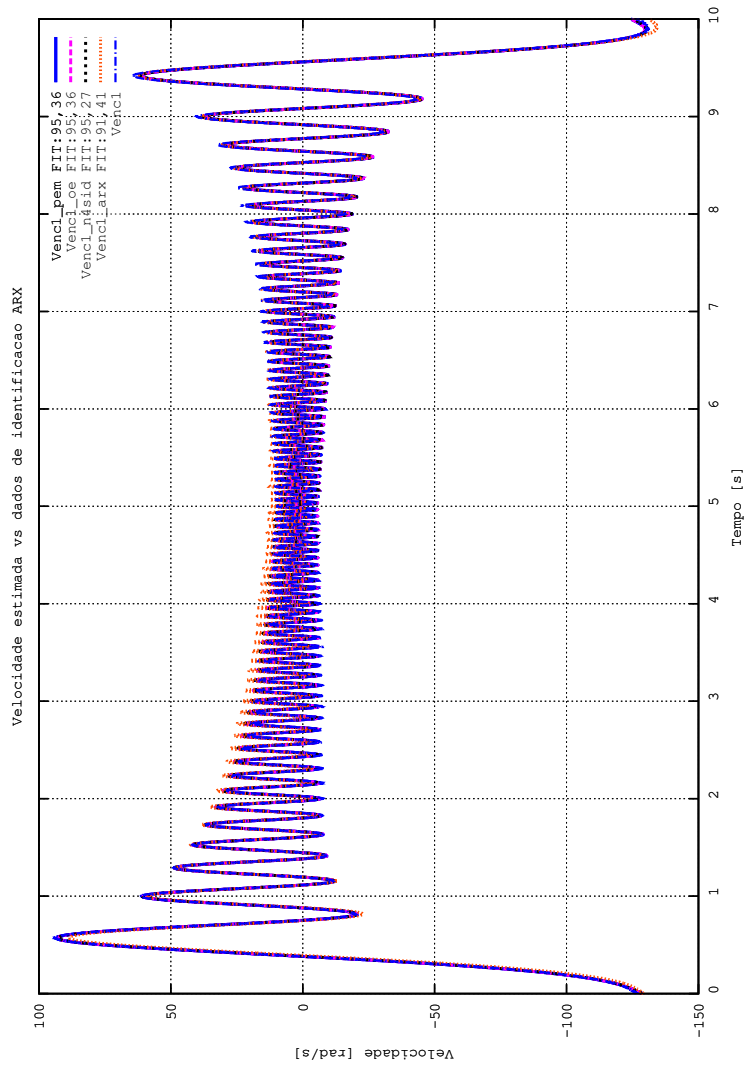


Figura 7.5: Comparação entre a velocidade do disco $Venc1$ e os modelos identificados de primeira ordem

7.3.2 Validação da identificação de terceira ordem

O valor de ajuste das identificações de terceira ordem está apresentado na tabela 7.4.

A validação do modelo paramétrico identificado é feita usando o comando “Compare” mostrado na Estrutura (8.1).

Tabela 7.4: Funções de transferência dos modelos não paramétricos de terceira ordem .

| Método | % de Ajuste |
|--------|-------------|
| PEM | 94,95 |
| OE | 95,27 |
| N4SID | 94,94 |
| ARX | 91,42 |

O ajuste do modelo H_{n4sid} é do 94,94%, mas pode-se perceber da Tabela 7.2 e do diagrama de fase da Figura 7.3 que não se ajusta ao modelo analítico de terceira ordem da Seção 6.3.2, portanto não é usado como modelo inicial nas identificações dos parâmetros.

O modelo H_{oe} tem um fit alto. Na Figura 7.6 é apresentada a comparação gráfica da resposta dos modelos identificados de terceira ordem do modelo analítico na função de transferência.

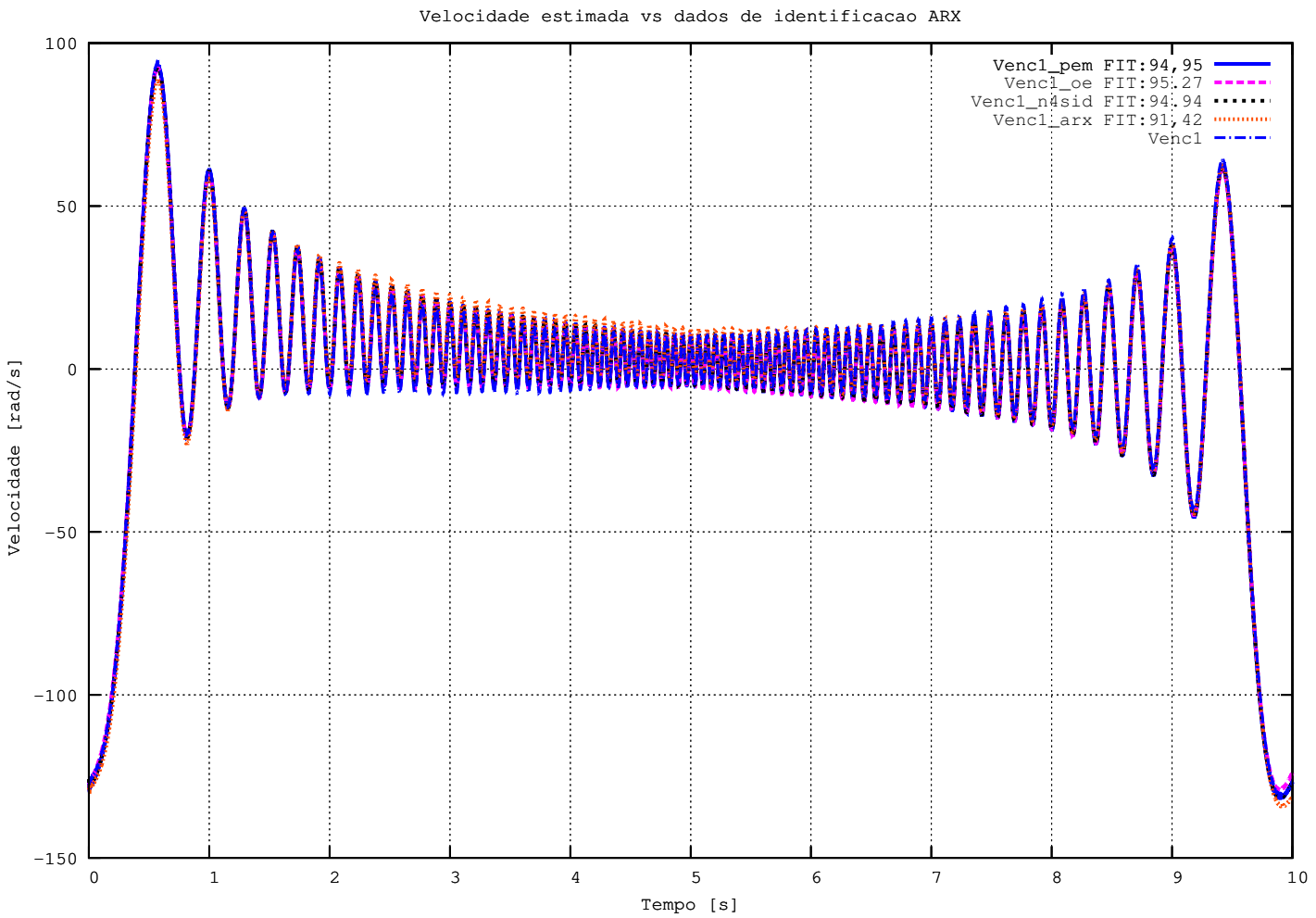


Figura 7.6: Comparação entre a velocidade do disco V_{enc1} e os modelos identificados de terceira ordem

7.4 Conclusões

Obteve-se identificação não paramétrica de primeira ordem e terceira ordem para a bancada de vibração torcional na configuração 1, apresentada no capítulo 3. Sendo empregados os métodos *ARX*, *OE*, *N4SID*, e *PEM*. Sendo que o melhor desempenho foi dado pela identificação na qual foi usado o modelo OE. Portanto decide-se usar o método OE para obter os valores iniciais para a identificação dos parâmetros usando caixa cinza. Cabe salientar que é escolhido o modelo com acoplamento rígido para obter os valores iniciais da inércia e o amortecimento.

8 Identificação paramétrica da bancada de vibração torcional

Neste capítulo é apresentado o processo de identificação paramétrica da bancada de vibração torcional na configuração 1 mostrada no Capítulo 3. O processo de identificação usado mostra-se na Figura 8.1.

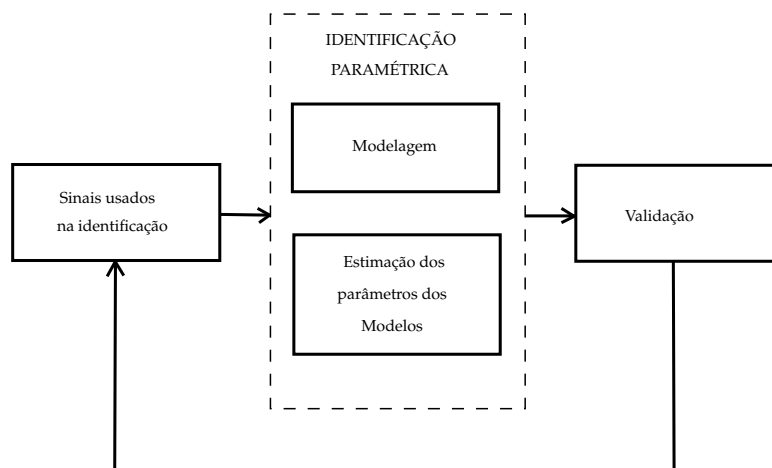


Figura 8.1: Diagrama de blocos do processo de identificação paramétrica.

Os sinais usados na identificação paramétrica são:

Sinal de Referência (Seção 6.1.1): É um sinal seno-chirp de amplitude $960 \times 10^{-3} \text{ Nm}$, com período de 10 s. O sinal de referência é usado em todas as identificações apresentadas neste capítulo e é denominado de $Tref$

Sinal de saída (Seção 6.1.2): O sinal de saída é um sinal de velocidade angular medido em rad/s . O sinal de velocidade medido é usado em todas as identificações apresentadas neste capítulo e é denominado de $Venc1$.

A Seção 6.1 apresenta com maior detalhe o tratamento dos sinais $Tref$ e $Venc1$ usados em todas as identificações apresentadas neste capítulo.

O bloco *Identificação paramétrica* divide-se em dois sub-blocos: *Modelagem* e *Estimação dos parâmetros dos modelos*.

No sub-bloco *Modelagem* da Seção 6.3, são derivados das leis físicas, dois modelos analíticos da bancada de vibração torcional na configuração 1. Para essa configuração existem

duas considerações possíveis. Consideração 1: considera-se que o acoplamento é um corpo rígido, Seção 6.3.1. Consideração 2: considera-se que o acoplamento é um corpo flexível, Seção 6.3.2.

No segundo sub-bloco *Estimação dos parâmetros dos modelos*, apresentam-se os métodos e as estimações dos parâmetros (Seção 8.1), para cada um dos modelos obtidos no sub-bloco *Modelagem*.

Finalmente valida-se a identificação paramétrica dos modelos no bloco *Validação*. Os resultados da validação dos modelos é mostrada na Seção 8.1.2 e na Seção 8.2.3.

Vale a pena salientar que a bancada é identificada para diferentes valores (constantes) de corrente aplicados aos freios eletromagnéticos, produzindo assim varios sistemas LTI locais, correspondentes a cada corrente aplicada. O atrito viscoso é desconsiderado na modelagem.

8.1 Estimação dos parâmetros dos modelos

Nas estimações efetuadas empregaram-se correntes de: 0,0, 0,5, 1,0, 1,5, e 2,0 A nos freios eletromagnéticos. Com cada um desses valores de corrente é estimado, um modelo LTI local. Por exemplo fixando uma corrente constante de 0,0 A, se obtém o modelo local $H_{(\hat{\theta}, T)_{(.)}}(s)$.

As identificações das subseções 8.1.1 e 8.1.2 são divididas em: Seção 8.1.1.1 identificação usando o modelo analítico considerando o acoplamento como um corpo rígido e a Seção 8.1.1.2 identificação usando o modelo analítico considerando o acoplamento flexível.

8.1.1 Estimação paramétrica com corrente zero nos freios

8.1.1.1 Considerando o acoplamento como um corpo rígido

O primeiro passo na identificação é construir o vetor de dados z , usando chirp-seno de amplitude $960 \times 10^{-3} Nm$ periódico, de período 10 s, como entrada de torque T_{ref} apresentado na Seção 6.1.1 e como saída a velocidade $V_{enc1_{Med}}$ da Equação (6.2).

Estrutura dos dados : z Os dados experimentais usados para construir o vetor de dados são: $Tref$, $Venc1_{Med}$ da Seção 6.1.1, vetor tempo capturado e a frequência de amostragem fixa.

$$z = iddata(\{Venc1_{Med}\}, Tref, F_{amostragem}) \quad (8.1)$$

Comando iddata : Cria um objecto de dados para encapsular os dados de entrada / saída e suas propriedades. Cabe salientar que a estrutura de dados z , é usada em todas as identificações apresentadas no capítulo.

Com z , como vetor de dados, obtém-se a identificação paramétrica do modelo contínuo de primeira ordem apresentado na função de transferência (6.5), da Subseção 6.3.1. O método *OE* é usado para obter a identificação do modelo inicial com rigidez *mi*. O método *OE* é apresentado na Seção 2.4.3 e a estrutura de Matlab usada é:

Dados para obter o modelo contínuo usando OE :

Dados na frequência zf

$$zf = \text{fft}(z)$$

comando fft é o comando usado em Matlab para obter a transformada rápida de Fourier

Estrutura do modelo “Output error” :

Modelo estimado n_f = Ordem do denominador, n_b = ordem do numerador. Com esses parâmetros pode-se aplicar a seguinte estimação

$$H_{oe(\hat{\theta}, T)} = OE(zf, [n_b \ n_f]) \quad (8.2)$$

Comando OE: Calcula o preditor do erro estimado do modelo.

Com o uso da estrutura (8.2) é obtida a seguinte Função de transferência (TF):

$$H_{oe(\hat{\theta}, T)} = \frac{745,2}{s + 0,6022} \quad (8.3)$$

Da TF (8.3), extraem-se os valores estimados de J_{eq} e C igualando os coeficientes da TF (8.3) com a função de transferência TF (6.3.2) apresentada na Seção 6.3.1.

Os valores estimados de J_{eq} de C são dados por: Esses valores são dados por:

$$\hat{J}_{eq} = 745,2^{-1} = 0,0013 \quad (8.4)$$

e

$$\hat{C} = 0,60228\hat{J}_{eq} = 8,0812 \times 10^{-4} \quad (8.5)$$

Tendo o modelo analítico da Seção 6.3.1 e os valores de \hat{J}_{eq} e \hat{C} se constrói a equação em espaço de estado para o modelo inicial. Sendo mi o modelo inicial da identificação.

Modelo inicial: mi

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\hat{C}/\hat{J}_{eq} \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1/\hat{J}_{eq} \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ D &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8.6)$$

$$mi = idss(A, B, C, D) \quad (8.7)$$

Comando idss: é utilizado para a construção de estruturas de modelos de espaço de estado com várias parametrizações. É um complemento para o modelo de caixa cinza referenciado na Seção 2.4.6 ou capítulo 4 de Ljung (1993).

A estrutura *me*, é uma equação em espaço de estado, que define as casas a estimar das matrizes *As* e *Bs* da equação em espaço de estado

$$\dot{x}(t) = As \ x(t) + Bs \ u(t)$$

Em *me* especifica-se também a condição inicial dos estados.

Assim temos que os estados iniciais são: $X0s = [0, -128.6693]$ obtido dos dados experimentais capturados de velocidade *Venc1*.

O modelo a estimar *me*, é configurado em Matlab, sendo usado, o comando *NaN* para escolher as casas a estimar dentro da matriz

Estrutura do modelo a estimar : *me*.

$$\begin{aligned} As &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & NaN \end{bmatrix} \\ Bs &= \begin{bmatrix} 0 \\ NaN \end{bmatrix} \\ Cs &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \\ Ds &= \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\ Ks &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \\ X0s &= \begin{bmatrix} 0 \\ Venc1(0) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{8.8}$$

$$me = setstruc(mi, As, Bs, Cs, Ds, Ks, X0s) \tag{8.9}$$

Comando setstruc : Para definir matrizes em objetos de modelo em espaço de estado. Tendo as Equações de estado (8.7) e (8.9), obten-se o modelo a estimar *ms* como:

Estrutura do modelo a identificar: ms

$$ms = set(me, 'Ts', 0) \quad (8.10)$$

Comando set : Define a estrutura do modelo como contínuo

Finalmente, tendo o modelo ms , usa-se o algoritmo pem para identificar o modelo da Equação (6.3.2) apresentado na Seção 6.3.1.

$$\hat{H}_{(\hat{\theta}, T)} = pem(z, ms) \quad (8.11)$$

Comando pem: é o comando de estimação básico no “toolbox” “IDENT” de Matlab e abrange uma variedade de situações de estimação de parâmetros. Os dados empregados no comando contêm as capturas dos sinais de entrada e saída, no domínio do tempo. O comando estima um modelo de ruído no espaço de estados e as matrizes A_s , B_s , C_s , D_s no modelo em espaço de estado ms . (ver Seção 2.4.6).

A função de transferência é dada por:

$$\hat{H}_{(\hat{\theta}, T)}(s) = \frac{731,8}{s + 0,5873} \quad (8.12)$$

Os valores de \hat{J}_{eq} e \hat{C} são obtidos dessa função de transferência.

8.1.1.2 Considerando o acoplamento como um corpo flexível

Na consideração do corpo do acoplamento flexível, é feita uma identificação de caixa cinza, mas, o processo de identificação de caixa cinza é sensível aos valores iniciais como é discutido em Yuan e Katupitiya (2011) portanto na equação de estado mi , usa-se com parâmetros iniciais:

J_1 : Somatoria da inércia do acoplamento $2,9 \times 10^{-6} \text{ Kgm}^2$ e a inércia do eixo do motor $0.018 \times 10^{-4} \text{ Kgm}^2$. Esses valores foram retirados do manual de referência técnico do acoplamento em RW (2013) e do manual referência técnico Panasonic (2013).

J_2 : Inércia estimada na identificação da Seção 8.1.1.1 de um grau de liberdade.

k : 1200 Nm/rad fornecida pelo fabricante em RW (2013).

C_1, C_2 : Considerados como $C_1 = 2\sqrt{kJ_1}$, $C_2 = 2\sqrt{kJ_2}$.

Na Tabela 8.1 apresentam-se os parâmetros iniciais para a identificação do modelo em espaço de estado da Equação (6.7).

Tabela 8.1: Parâmetros iniciais do modelo da bancada considerando o acoplamento flexível.

| Parâmetros iniciais- consideração corpo do acoplamento flexível |
|---|
| $J_1 = 4,7 \times 10^{-6} \text{ kgm}^2$ |
| $J_2 = 1,3569 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$ |
| $C_1 = 0.1501 \times 10^{-4} \text{ Nms/rad}$ |
| $C_2 = 0,8070 \times 10^{-6} \text{ Nms/rad}$ |
| $k = 1200 \text{ Nm/rad}$ |
| $X0 = [0 \quad 0 \quad -126]$ |

Modelo inicial: m_i

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -k/J_1 & -C_1/J_1 & 0 \\ k/J_2 & 0 & -C_2/J_2 \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1/J_1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ C &= [0 \ 0 \ 1] \\ D &= [0] \end{aligned} \tag{8.13}$$

Supondo J_2 e k como conhecidos e estimando C_1 , C_2 , J_1 . Declara-se a matriz me , onde é inserido o vetor de ruído e o vetor de condições iniciais dos estados.

Por fim, com as Equações de estado (8.13) e declarando me como:

$$ms = idgrey('modelo caixa cinza', parâmetros a estimar, 'contínuo', X0, 1 \times 10^{-3}) \tag{8.14}$$

Comando `idgrey`: Define um modelo de caixa cinza, determinando os parâmetros a estimar e os parâmetros auxiliares que não serão estimados com o algoritmo *pem* para ampliar a informação sobre identificação de caixa cinza com *pem* veja Ljung (1993) e Yuan e Katupitiya (2011). a declaração do modelo de caixa cinza em Matlab é:

Código 8.1: Modelo de caixa cinza

```
function [A,B,C,D,K,X0] =modelo_caixa_cinza(par , ts , aux)
c1 = par(1);
c2 = par(2);
Je = par(3);
J2 = aux(2);
a1 = aux(3);
k = aux(4);
A= [0,1,-1;-k/J1,-C1/J1,0;k/J2,0,-C2/J2];
B= [0;1/J1;0];
C= [0 0 1] ;% velocidade
D= [0];
K = [0; 0; 0];
X0= [0;0;a1];
```

O modelo estimado, tem a estrutura em matlab como

$$\hat{H}_{(\theta,T)(\cdot)} = pem(z, ms), \quad (8.15)$$

Os valores de \hat{J}_1 , \hat{J}_2 , \hat{C}_1 , \hat{C}_2 e \hat{k} estimados são mostrados na tabela 8.2. E na Tabela 8.3 a função de transferência.

Tabela 8.2: Parâmetros estimados para o modelo da bancada de vibração torcional considerando o acoplamento flexível.

| Parâmetros estimados- consideração corpo do acoplamento flexível |
|--|
| $\hat{J}_1 = 1,0681 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$ |
| $\hat{J}_2 = 1,3569 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$ |
| $\hat{C}_1 = 1,2338 \text{ Nms/rad}$ |
| $\hat{C}_2 = 1,2348 \text{ Nms/rad}$ |
| $\hat{k} = 1200 \text{ Nm/rad}$ |

Tabela 8.3: Funções de transferência dos modelos paramétricos identificados considerando o acoplamento flexível.

| Variável | Função de transferência |
|-------------------|---|
| Velocidade/Torque | $\hat{H}_{(\dot{\theta},T)}(s) = \frac{8,28 \times 10^{10}}{s^3 + 2,065 \times 10^4 s^2 + 1,075 \times 10^8 s + 8,604 \times 10^7}$ |

8.1.2 Validação da estimação paramétrica com corrente zero nos freios

A validação do modelo paramétrico identificado é feita usando o “Toolbox” “IDENT” do Matlab. Foi utilizado o seguinte comando:

$$\text{compare}(z, \hat{H}_{(.)})$$

onde z é a estrutura dos dados dada pela Estrutura (8.1). $\hat{H}_{(.)}$ é a simulação obtida a partir da excitação do torque T_{ref} .

Comando compare: Compara dois conjuntos de dados. Compara o conjunto de dados z com um outro conjunto de dados produto da simulação de um modelo. O comando compare emprega o cálculo do valor de ajuste como se apresento na Equação (7.12).

8.1.2.1 Validação do modelo identificado considerando o acoplamento rígido

Usando o cálculo do ajuste da Equação (7.12), comparam-se os dados da validação com a simulação do modelo $\hat{H}_{(\dot{\theta}, T)}$. Os dados utilizados têm as seguintes características:

T_{ref} : Torque de referência, seno-chirp de amplitude $960 \times 10^{-3} Nm$ com período de 10 s.

V_{enc1} : Velocidade calculada a partir da posição do disco 1. Com período 10 s e frequência de amostragem de $1 \times 10^3 Hz$.

Os sinais de validação não são apresentados graficamente devido a sua alta semelhança com os sinais apresentados nas Seções 6.1.1 e 6.1.2.

O ajuste da identificação está apresentado na Tabela 8.4. Na Figura 8.2 é apresentada a comparação gráfica dos sinais validados.

Tabela 8.4: Ajuste das funções de transferência dos modelos paramétricos identificados considerando o acoplamento rígido.

| Variável | % de Ajuste |
|---------------------------------|-------------|
| Velocidade (\hat{V}_{enc1}) | 94,457 |

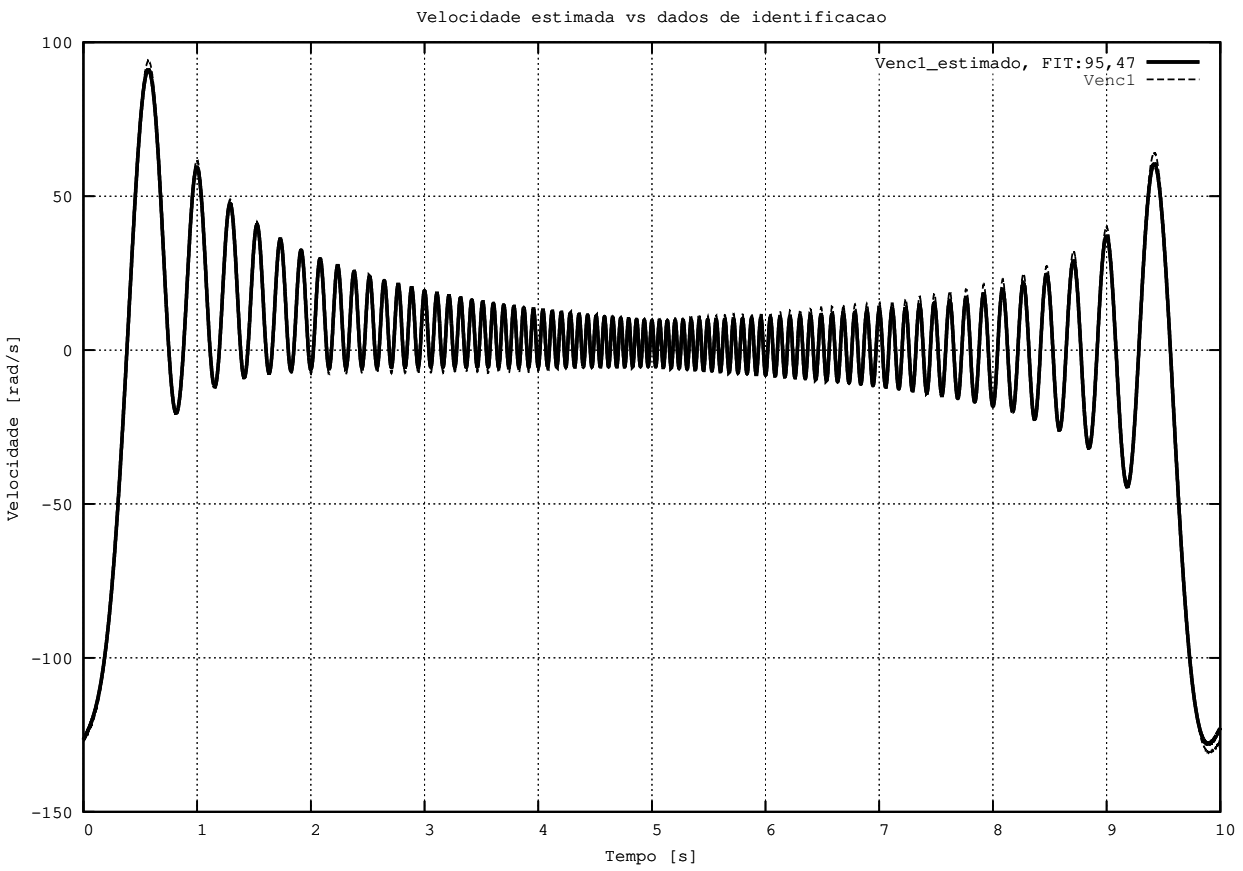


Figura 8.2: Ajuste do modelo paramétrico identificado da bancada considerando que o acoplamento tem rigidez finita.

8.1.2.2 Validação do modelo identificado considerando o acoplamento flexível

A percentagem de ajuste está apresentada na Tabela 8.5. A Figura 8.3 apresenta a comparação gráfica dos sinais de velocidade angular V_{enc1} estimado vs V_{enc1} medido.

Tabela 8.5: Ajuste das funções de transferência dos modelos paramétricos identificados considerando o acoplamento flexível.

| Variável | % de Ajuste |
|------------|-------------|
| Velocidade | 93,59 |

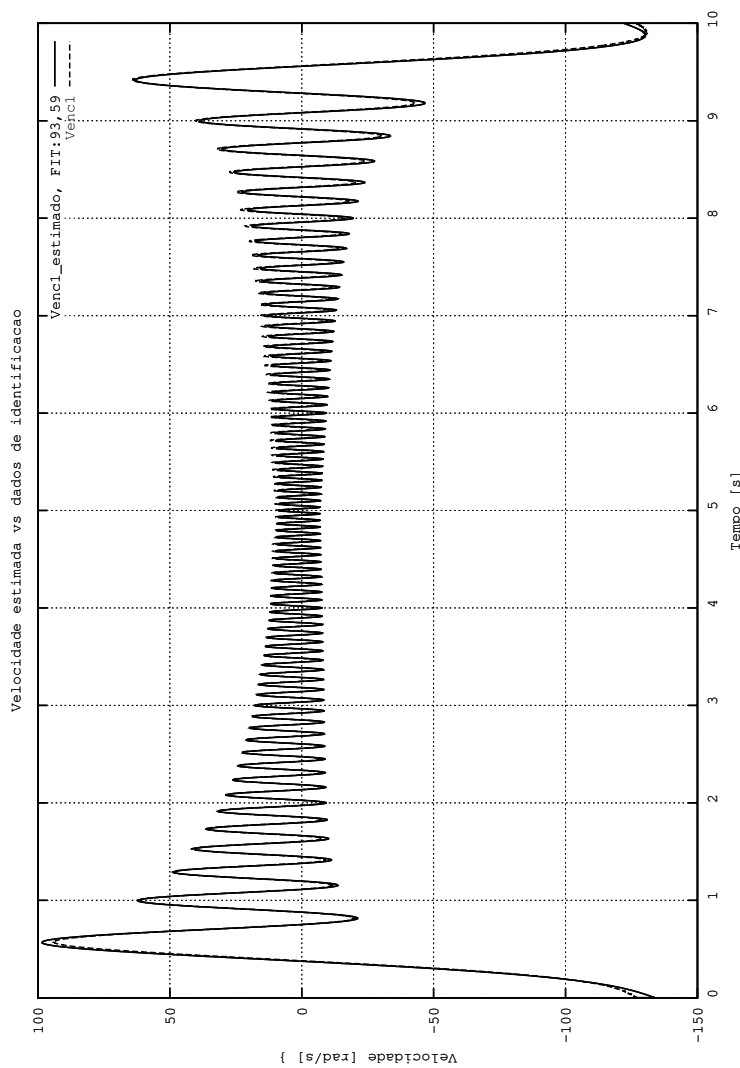


Figura 8.3: Ajuste do modelo paramétrico identificado da bancada considerando o acoplamento flexível.

8.2 Estimação dos parâmetros dos modelos para correntes entre 0,5 e 2,0 A

Note que o sinal de excitação T_{ref} é igual em todas as identificações e que a saída V_{enc1} é quem vai sofrer mudanças devido à mudança do amortecimento pela ação dos freios no disco, que irá variar para diferentes correntes.

Para cada modelo local LTI é aplicada uma corrente constante nos freios eletromagnéticos. As correntes nos freios eletromagnéticos são de 0,5, 1,0, 1,5, ou 2,0, *Ampères*. A corrente é mantida constante durante os experimentos.

As identificações paramétricas serão efetuadas para as duas considerações: i) acoplamento rígido; ii) acoplamento flexível. Assim, na Seção 8.2.1, se mostram as identificações locais obtidas considerando-se o acoplamento como sendo rígido. Na Seção 8.2.2, o acoplamento é considerado flexível. Cabe salientar que os sinais capturados correspondem à resposta à excitação mostrada na seção 6.1.1. Sendo o sinal T_{ref} o sinal seno-chirp de $960 \times 10^{-3} Nm$, periódico de 10s, na faixa de frequência de 0.5 até 15 Hz.

Na identificação com corrente de 0 *Ampères*, obteve-se a estimação da inércia J_1 e J_2 . Também assumiu-se que a rigidez k é conhecida. Assim, só serão estimados o amortecimento C_1 e o amortecimento C_2 .

O modelo inicial m_i , nas identificações locais é o modelo no espaço de estado identificado tendo corrente zero nos freios eletromagnéticos. O modelo inicial na consideração do acoplamento rígido é a identificação apresentada na Seção 8.1.1.1. E o modelo inicial na consideração do acoplamento flexível, é o modelo no espaço de estado identificado na Seção 8.1.1.2.

8.2.1 Identificação dos modelos locais considerando o acoplamento rígido.

O modelo no espaço de estado identificado na Seção 8.1.1.1 é dado por:

$$\begin{aligned}
 A_s &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.58729 \end{bmatrix} \\
 B_s &= \begin{bmatrix} 0 \\ 731.79 \end{bmatrix} \\
 C_s &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 D_s &= \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\
 K_s &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 X0_s &= \begin{bmatrix} 0 \\ -126.18 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{8.16}$$

Assim, o modelo identificado na Equação 8.16, é o modelo usado como inicial na identificação dos modelos locais considerando o acoplamento rígido.

Os parâmetros dos modelos locais estimados são mostrados na Tabela 8.6. E as funções de transferência obtidas a partir do modelo de estado identificado são apresentadas na Tabela 8.7.

Pela semelhança gráfica entre a velocidade obtida em cada identificação LTI local, é apenas mostrada a Figura 8.4. Sendo a Figura 8.4 a comparação gráfica entre a velocidade estimada e a velocidade medida no disco, tendo uma corrente nos freios de 2A.

Tabela 8.6: Parâmetros estimados modelos locais LTI paramétricos considerando o acoplamento rígido.

| Corrente | Parâmetros |
|----------|--|
| 0,5A | $\hat{C} = 8,0254 \times 10^{-4} \text{ Nms/rad}$ |
| 1,0A | $\hat{C} = 18,4095 \times 10^{-4} \text{ Nms/rad}$ |
| 1,5A | $\hat{C} = 32,0237 \times 10^{-4} \text{ Nms/rad}$ |
| 2,0A | $\hat{C} = 48,4661 \times 10^{-4} \text{ Nms/rad}$ |

Tabela 8.7: Funções de transferência dos modelos locais LTI paramétricos identificados considerando o acoplamento rígido.

| Corrente | Função de transferência | |
|----------|-------------------------|--|
| 0,5[A] | Velocidade | $\hat{H}_{(\dot{\theta}, T)}(s) = \frac{731,8}{s + 0,721}$ |
| 1,0[A] | Velocidade | $\hat{H}_{(\dot{\theta}, T)}(s) = \frac{731,8}{s + 1,347}$ |
| 1,5[A] | Velocidade | $\hat{H}_{(\dot{\theta}, T)}(s) = \frac{731,8}{s + 2,343}$ |
| 2,0[A] | Velocidade | $\hat{H}_{(\dot{\theta}, T)}(s) = \frac{731,8}{s + 3,547}$ |

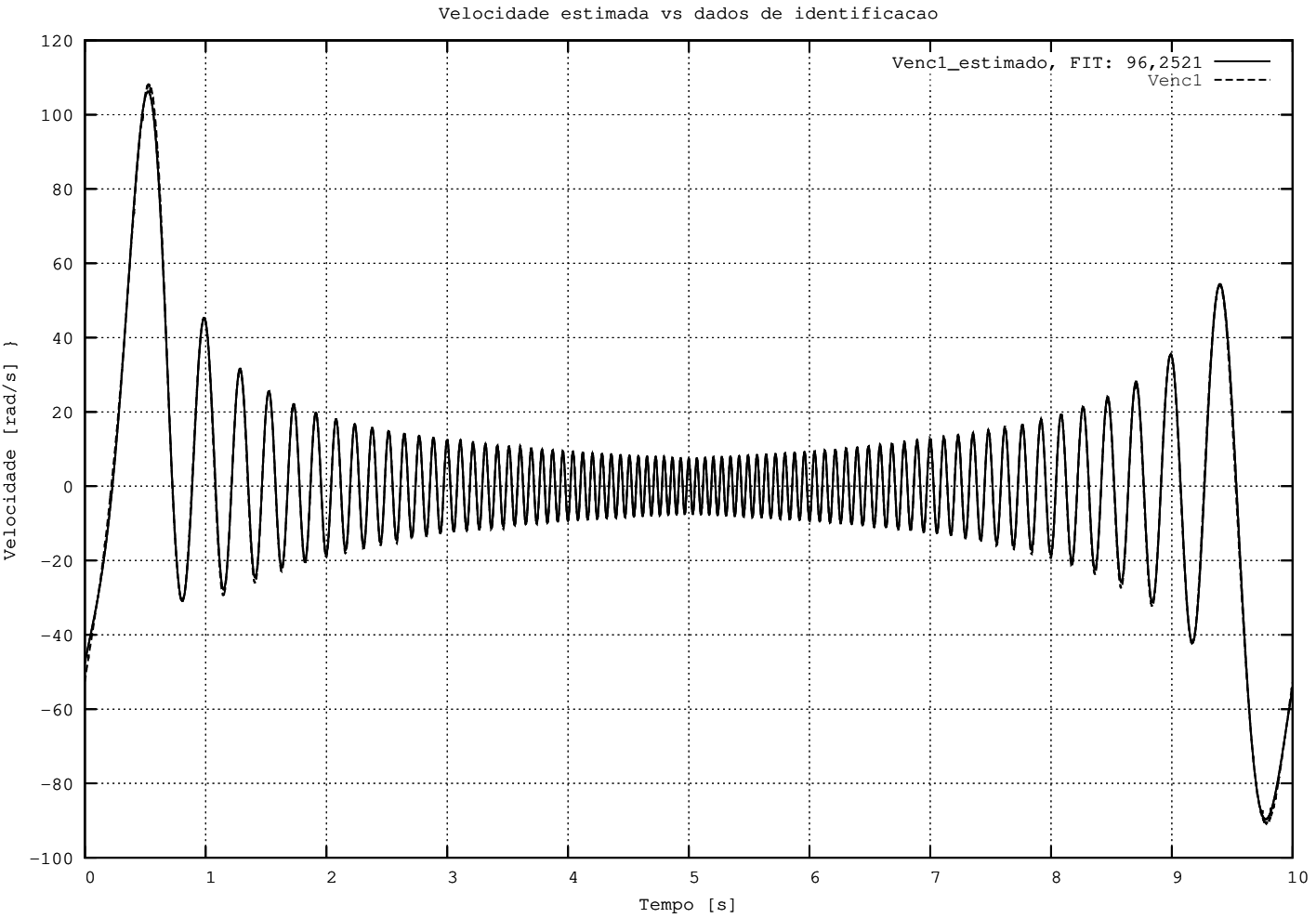
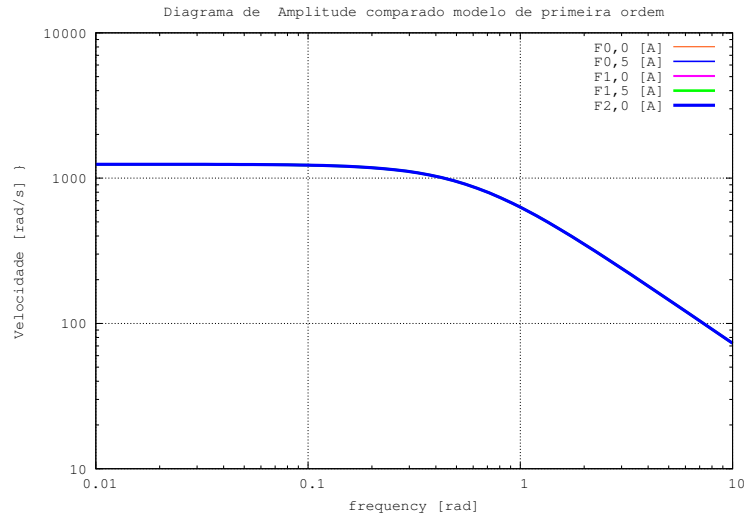
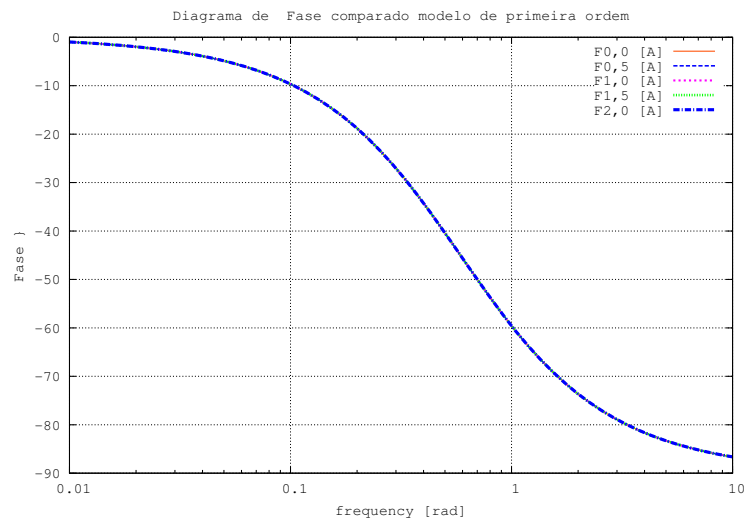


Figura 8.4: Comparação entre a velocidade medida e a simulada considerando o acoplamento rígido.

Na Figura 8.5 apresenta a comparação da resposta em frequência dos modelos locais identificados de primeira ordem.



(a) Amplitude



(b) Fase.

Figura 8.5: Diagrama de bode dos modelos locais de primeira ordem identificados.

A Figura 8.6, apresenta a comparação entre os sinais de velocidade simulados usando o sinal seno-chirp de $960 \times 10^{-3} \text{ Nm}$ ou seja o sinal T_{ref} usado como dado de entrada nas identificações. Na Figura 8.6, pode-se notar que a amplitude no começo e no final tende a ser maior quando a corrente nos freios é menor e que tende a ser igual no centro com o aumento da frequência, a fase é mantida para todos os casos como é observado na Figura 8.5 diagrama de bode.

8.2.2 Identificação dos modelos locais considerando o acoplamento flexível.

O modelo em espaço de estado identificado na Seção 8.1.1.2 é dado por:

$$\begin{aligned}
 A_s &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1,1235 \times 10^7 & -11551 & 0 \\ 8,8437 \times 10^6 & 0 & -9100,5 \end{bmatrix} \\
 B_s &= \begin{bmatrix} 0 \\ 9362,4 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 C_s &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 D_s &= \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\
 K_s &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 X0_s &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -126,88 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{8.17}$$

Os parâmetros estimados são mostrados na Tabela 8.8. Na tabela 8.9 se mostram as funções de transferência identificadas para cada modelo local LTI.

A Figura 8.7 apresenta a velocidade estimada e a velocidade medida no disco, tendo uma corrente nos freios de $2A$.

Figura 8.6: Velocidade simulada considerando o acoplamento rígido.

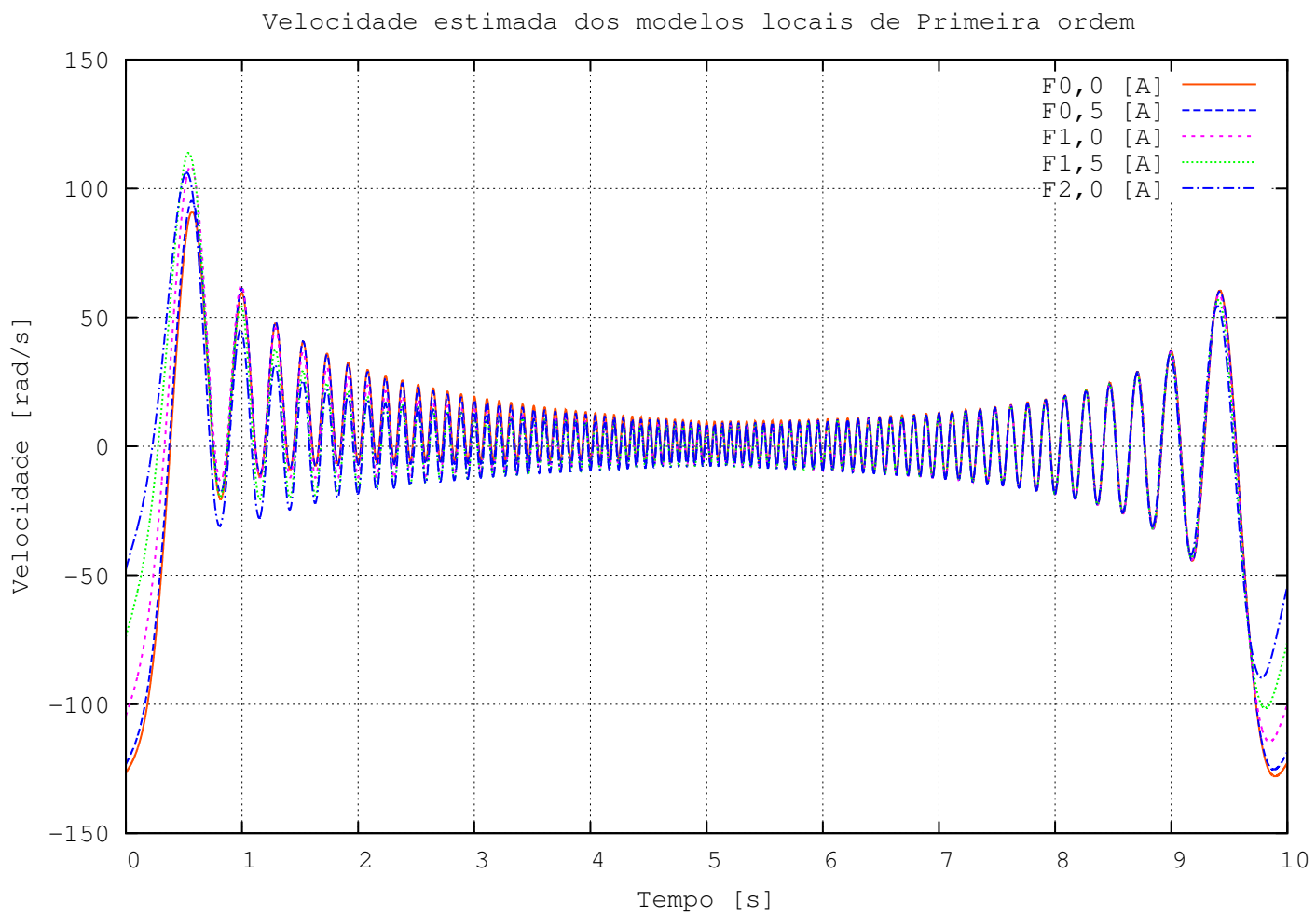


Tabela 8.8: Parâmetros estimados modelos locais LTI paramétricos considerando o acoplamento flexível.

| Corrente | Parâmetros |
|----------|--|
| 0,5[A] | $\hat{C}_1 = 1,2464 \text{ Nms/rad}$ $\hat{C}_2 = 1,2474 \text{ Nms/rad}$ |
| 1,0[A] | $\hat{C}_1 = 1.2586 \text{ Nms/rad}$ $\hat{C}_2 = 1.2605 \text{ Nms/rad}$ |
| 1,5[A] | $\hat{C}_1 = 1.2848 \text{ Nms/rad}$ $\hat{C}_2 = 1.2879 \text{ Nms/rad}$ |
| 2,0[A] | $\hat{C}_1 = 1.2542 \text{ Nms/rad}$ $\hat{C}_2 = 1.2591 \text{ Nms/rad}$ |

Tabela 8.9: Funções de transferência dos modelos locais LTI paramétricos considerando o acoplamento flexível.

| Corrente | Função de transferência |
|----------|---|
| 0,5A | $\frac{8,28 \times 10^{10}}{s^3 + 2,086 \times 10^4 s^2 + 1,097 \times 10^8 s + 8,442 \times 10^7}$ |
| 1,0A | $\frac{8,28 \times 10^{10}}{s^3 + 2,107 \times 10^4 s^2 + 1,119 \times 10^8 s + 1.538 \times 10^8}$ |
| 1,5A | $\frac{8,28 \times 10^{10}}{s^3 + 2.152 \times 10^4 s^2 + 1.166 \times 10^8 s + 2.618 \times 10^8}$ |
| 2,0A | $\frac{8,28 \times 10^{10}}{s^3 + 2.102 \times 10^4 s^2 + 1.114 \times 10^8 s + 4.035 \times 10^8}$ |

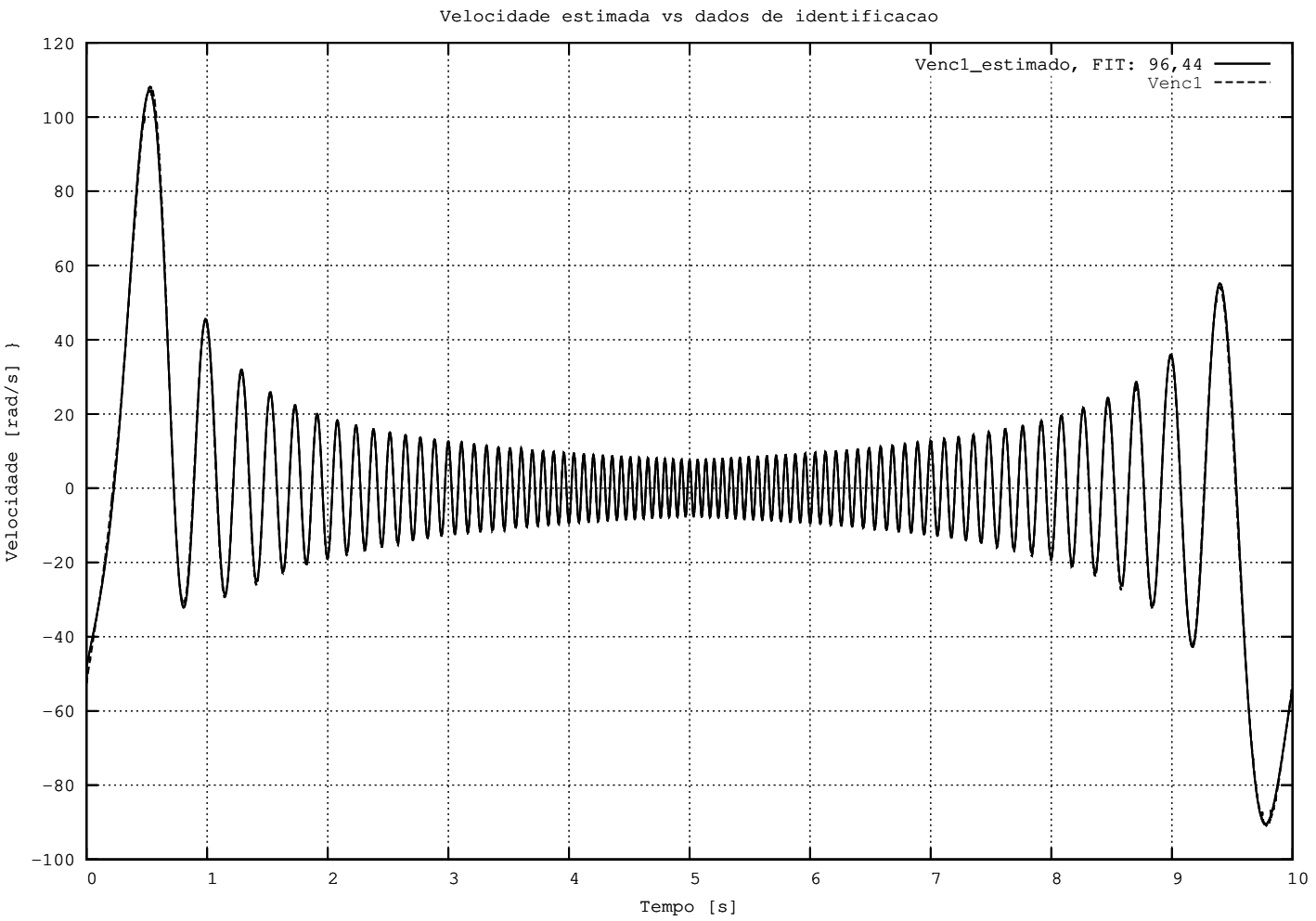
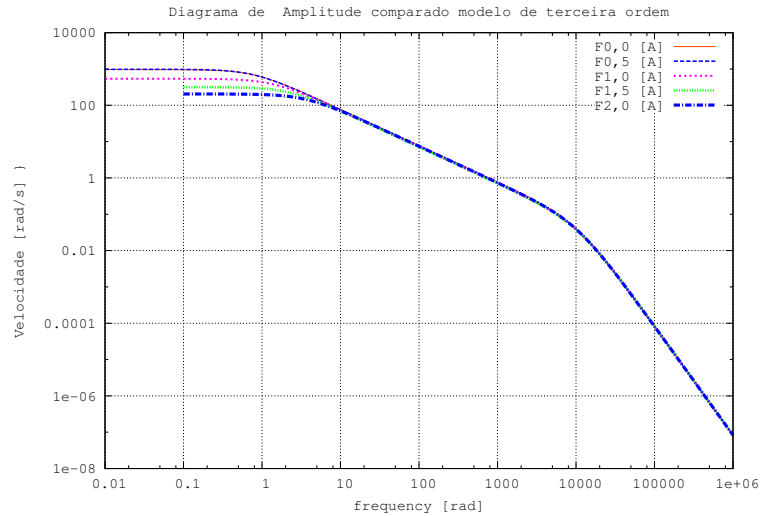
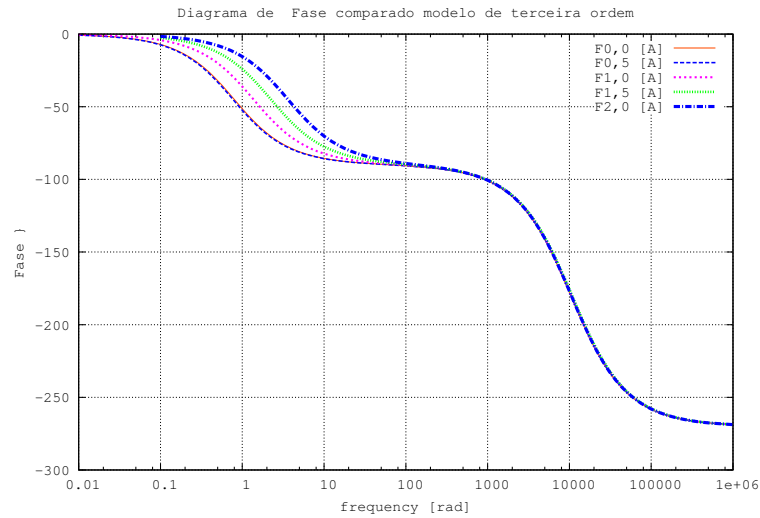


Figura 8.7: Comparação entre a velocidade medida e a simulada considerando o acoplamento flexível.

A Figura 8.8 apresenta a resposta em frequência dos modelos locais identificados de terceira ordem. No diagrama de amplitude é observada uma variação da amplitude na faixa de 0,5 até 1,5 Hz .



(a) Amplitude



(b) Fase.

Figura 8.8: Diagrama de bode dos modelos locais de terceira ordem identificados.

A Figura 8.9 apresenta os sinais de velocidade simulados usando o sinal seno-chirp de $960 \times 10^{-3} Nm$ ou seja o sinal T_{ref} usado como dado de entrada nas identificações. Na Figura 8.9, pode-se notar que a amplitude no começo e no final tende a ser maior quando a corrente nos freios é menor e que tende a ser igual no centro com o aumento da frequência, isto também, foi observado na Figura 8.8 diagrama de bode.

8.2.3 Validação da identificação dos modelos locais com corrente entre 0,5 e 2,0 A nos freios

A Seção 8.1.2 apresenta o processo de validação e o cálculo do ajuste (fit). A Seção 8.2.3.1 apresenta os resultados da validação considerando o acoplamento rígido. A Seção 8.2.3.2 apresenta a validação considerando o acoplamento flexível.

8.2.3.1 Validação dos modelos locais identificados considerando o acoplamento rígido

A comparação gráfica do modelo identificado com corrente nos freios igual a $0,5[A]$ se mostra na Figura 8.10. só é mostrada uma figura devido à semelhança gráfica dos sinais.

A Tabela 8.10 apresenta os valores de ajuste obtidos na identificação de cada modelo local.

Tabela 8.10: Ajuste dos modelos paramétricos locais identificados considerando o acoplamento rígido.

| Corrente | % de Ajuste |
|----------|-------------|
| 0,5A | 95,8265 |
| 1,0A | 96,6307 |
| 1,5A | 96,5567 |
| 2,0A | 96,2521 |

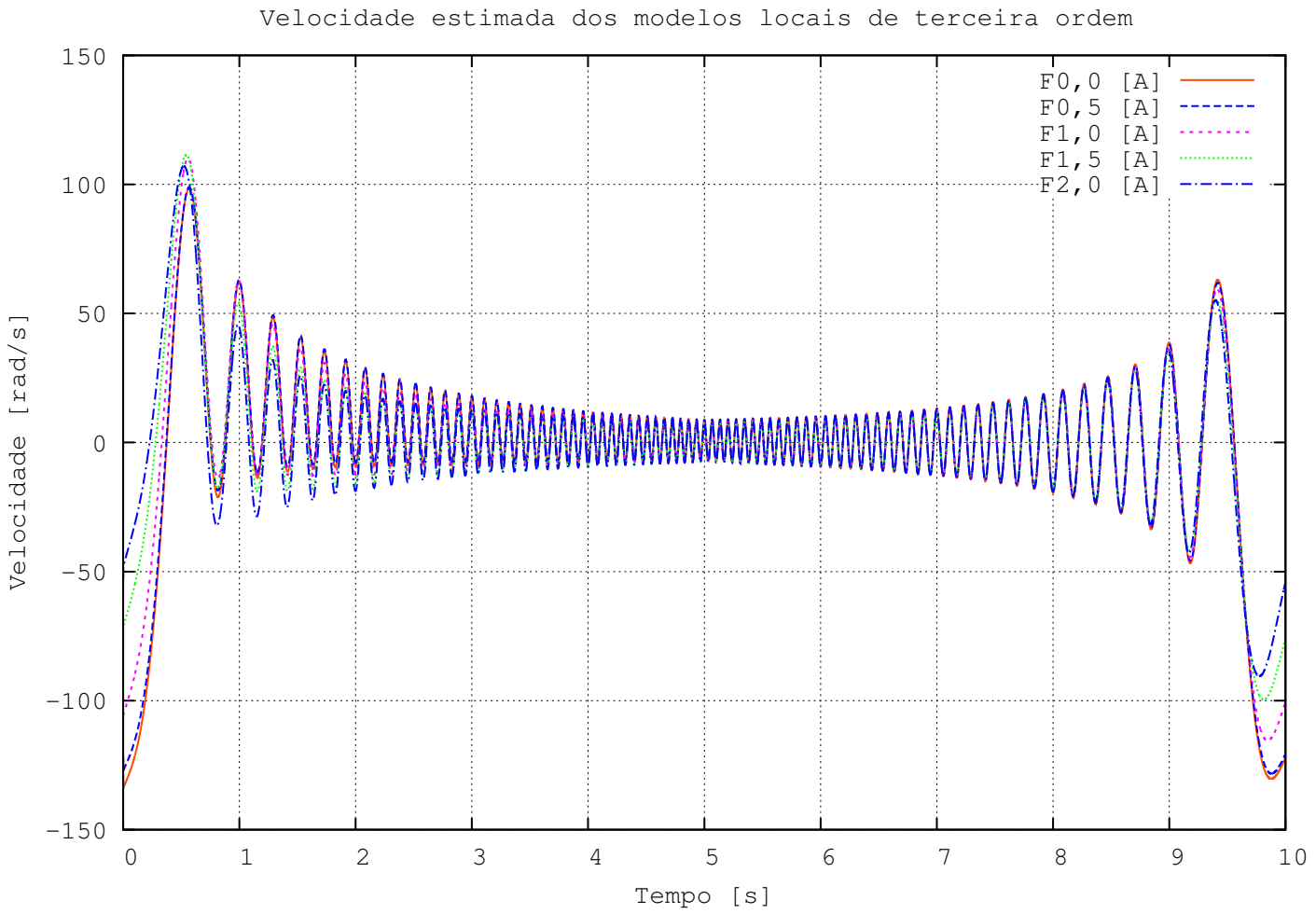


Figura 8.9: Velocidade simulada considerando o acoplamento flexível.

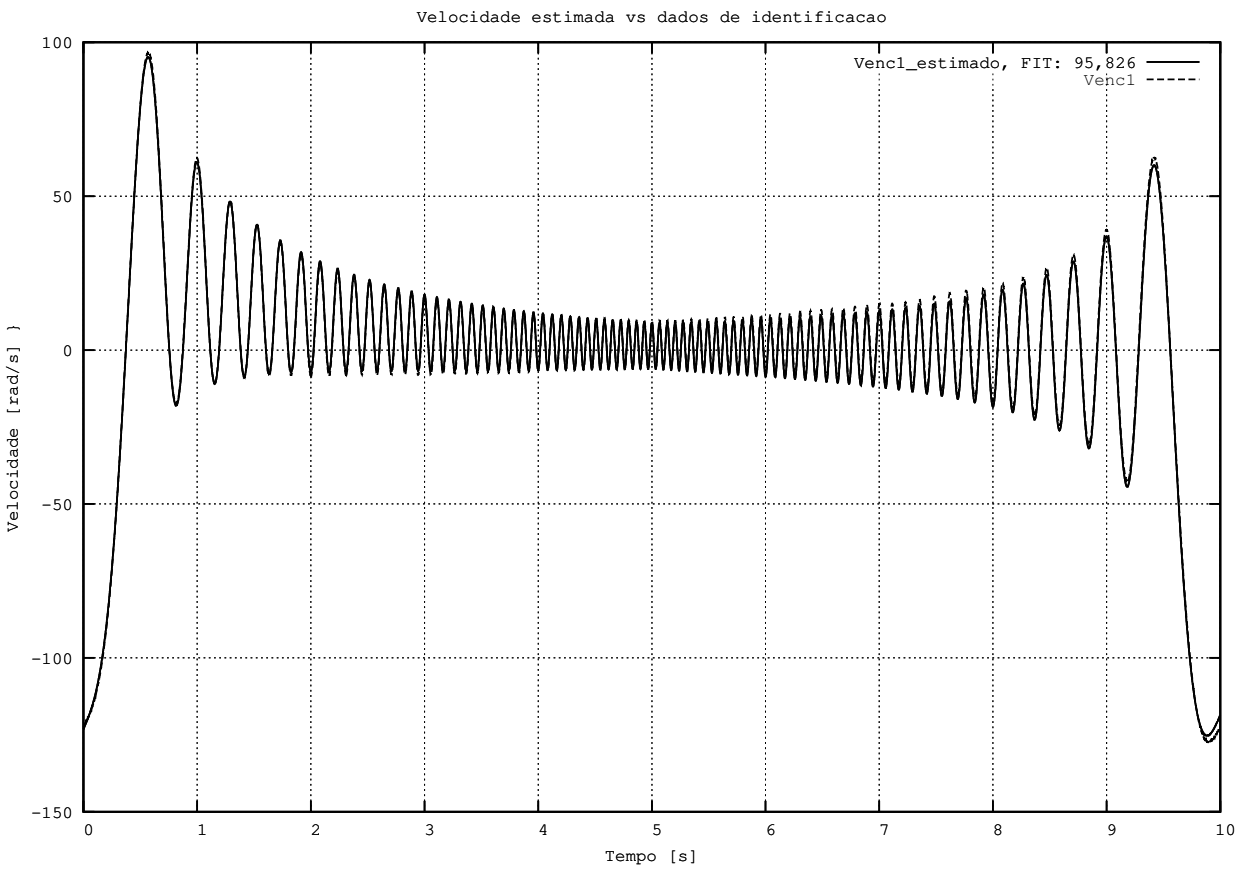


Figura 8.10: Ajuste do modelo paramétrico (local com corrente 0,5A) considerando o acoplamento rígido.

8.2.3.2 Validação dos modelos locais identificados considerando o acoplamento flexível

O ajuste da identificação está apresentado na Tabela 8.11. A Figura 8.11 apresenta o sinal de velocidade identificado.

Tabela 8.11: Ajuste dos modelos paramétricos locais identificados considerando o acoplamento flexível.

| Corrente | % de Ajuste |
|----------|-------------|
| 0,5A | 95,478 |
| 1,0A | 96,8181 |
| 1,5A | 95,1376 |
| 2,0A | 96,4498 |

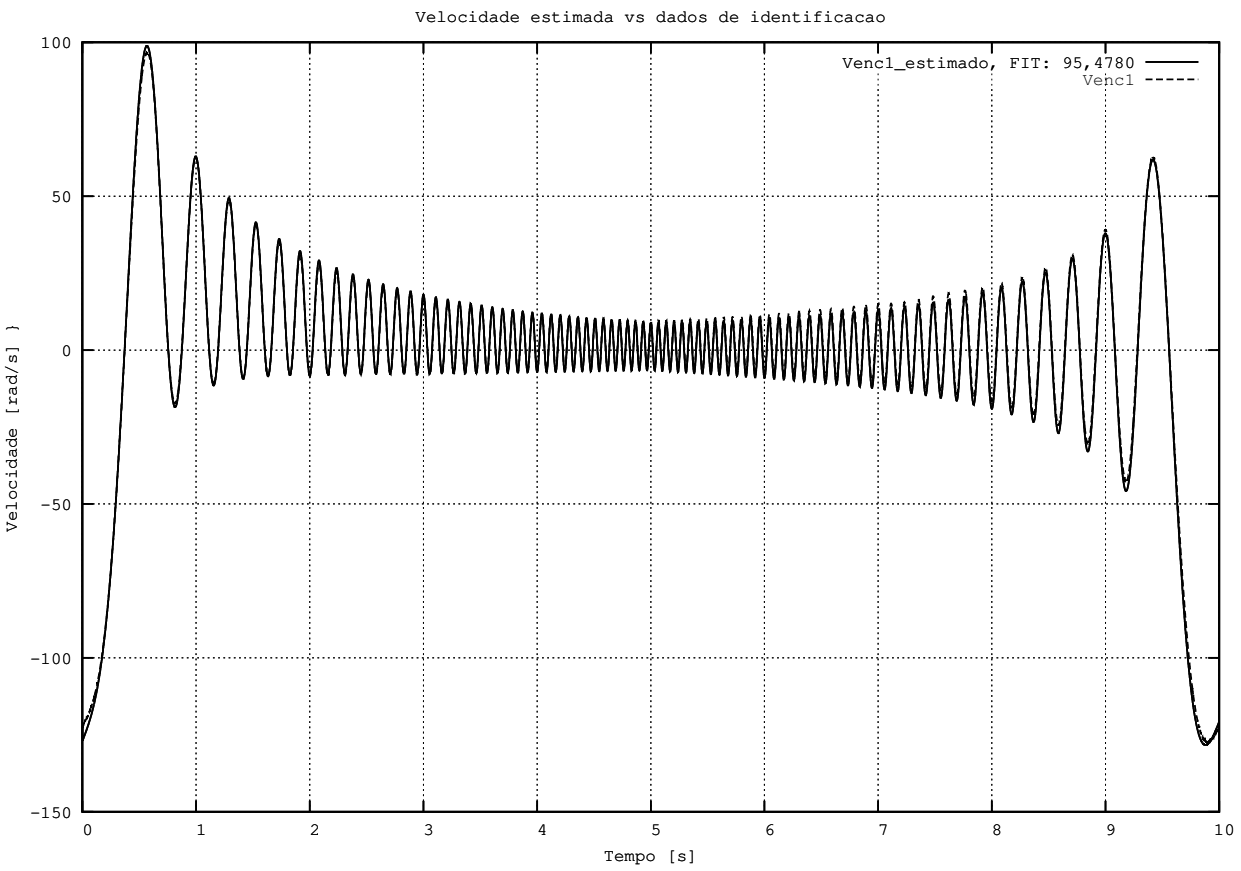


Figura 8.11: Ajuste do modelo paramétrico (local com corrente $0,5 A$) considerando o acoplamento flexível.

8.3 Conclusões

A seção 6.3.1 apresentou o modelo analítico derivado do sistema físico da bancada de vibração torcional de um grau de liberdade. Na seção 8.1.1, foram apresentados os resultados da identificação paramétrica tendo como base os modelos analítico da seção 6.3.1. Os parâmetros obtidos e as simulações dos modelos são mostrados na seção 8.1.1. Com esses parâmetros estimados conclui-se que os modelos obtidos representam adequadamente o sistema real.

A Seção 8.2 apresentou a identificação dos modelos locais dependentes da corrente aplicada nos freios eletromagnéticos para a bancada de vibração torcional de um grau de liberdade. Para cada variação de corrente nos freios se obtém uma identificação paramétrica empregando os modelos da seção 6.3.1. Conclui-se que os modelos locais identificados representam adequadamente a bancada de vibração torcional de um grau de liberdade.

9 Conclusões e perspectivas

Neste trabalho, técnicas de identificação paramétricas e não paramétricas foram aplicadas em uma bancada de vibração torcional. Para isso, foi apresentada a teoria dos métodos de identificação paramétricos e não paramétricos *ARX*, *OE*, *N4SID*, e *PEM*, que são amplamente usados na literatura de identificação de sistemas. Esses métodos foram utilizados nas duas formas comumente empregadas: identificação no tempo e a identificação na frequência.

No caso da identificação paramétrica, foram derivados dois modelos baseados na física da bancada. Cabe salientar que esses modelos foram validados experimentalmente e que os dados apresentados neste trabalho são produto de dados reais provenientes da bancada.

Os Métodos utilizados permitiram obter os parâmetros dos modelos derivados no Capítulo 7. Verificou-se que os modelos paramétricos são capazes de representar de forma adequada a bancada de vibração torcional.

Os modelos identificados pelos métodos não paramétricos utilizaram métodos de estimação de resposta em frequência, que posteriormente foram empregados para identificar os modelos no domínio da frequência.

Por fim, o trabalho forneceu dois modelos validados experimentalmente, para cinco condições de funcionamento diferentes, correspondentes a cinco valores distintos de correntes aplicados nos freios eletromagnéticos

Como trabalhos futuros, se sugere a obtenção de modelos lineares variantes no tempo para a bancada de vibração torcional.

REFERÊNCIAS

BASTOS, J.P.A. **Eletromagnetismo e cálculo de campos**. Editora da UFSC, 3rd ed., 2000.

BECK, J. e ARNOLD, K. **Parameter Estimation in Engineering and Science**. Wiley series in probability and mathematical statistics. Probability and mathematical statistics. Wiley, 1977. ISBN 9780471061182.

BENDAT, J. e PIERSOL, A. **Engineering applications of correlation and spectral analysis**. J. Wiley, 1993. ISBN 9780471570554.

BITTANTI, S. e GARATTI, S. System identification and control: A fruitful cooperation over half a century, and more. **Control Conference (CCC)**, v. 31, 6–15, 2012.

BOX, G.; JENKINS, G. e REINSEL, G. **Time series analysis: forecasting and control**. Forecasting and Control Series. Prentice Hall, 1994. ISBN 9780130607744.

BRIGHAM, E.O. **The Fast Fourier Transform**. Prentice Hall, 1974. ISBN 013307496X.

COELHO, L.D.S. e WICTHOFF PESSÔA, M. Nonlinear model identification of an experimental ball-and-tube system using a genetic programming approach. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 23, 1434–1446, 2009.

COOLEY, J. e TUKEY, J. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. **Math. Comput**, v. 19, 297–301, 1965.

COOLEY, J.W.; LEWIS, P.A.W. e WELCH, P.W. Historical notes on the fast fourier transform. **Proc. IEEE**, v. 55 (no. 10), 1675–1677, 1967.

DE CAIGNY, J.; CAMINO, J.F. e SWEVER.S., J. Identification of mimo lpv models based on interpolation. **In Proc. Int. Conf. Noise Vibr. Engin. Leuven-Belgium**, pp. 2631–2644, Dec 2008.

DE CAIGNY, J.; CAMINO, J.F. e SWEVER.S., J. Interpolating model identification for siso linear parameter-varying systems. **Mech. Syst. Signal Pr.**, v. 23(8), Nov 2009.

DE CARVALHO FILHO, J.G.N.; CARVALHO, E.A.N.; MOLINA, L.; FREIRE, E.O. e FREIRE, R.C.S. Medição de velocidade angular usando pll: Medidas de alta resolução usando encoders de baixa resolução. In **8th International Seminar on Electrical Metrology**. João Pessoa, Paraíba - Brazil, jun 2009.

DE MOOR, B.; MOONEN, M.; VANDENBERGHE, L. e VANDEWALLE, J. Identification of linear state space models with singular value decomposition using canonical correlation concepts. **E. Deprettere (Editor), Singular value decomposition and signal processing**, pp. 161–169, North–Holland, 1988.

DERAFA, L. Dynamic modelling and experimental identification of four rotors helicopter parameters. **Industrial Technology, 2006. ICIT 2006. IEEE International Conference on**, v. 31, 1834–1839, Dec 2006.

DUARTE, H.D. **Modelagem, montagem e validação de uma bancada de torcional de amortecimento variável**. Relatório de iniciação científica-FAPESP, 2010.

DUQUE-PEREZ, O. Experimental identification of induction motor broken bar characteristic frequencies using a programmable power source. **Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on**, v. 31, 1–6, Sept 2010.

DUTKIEWICZ, P. Experimental identification of load parameters. **Industrial Electronics. Conference Proceedings, ISIE'93 - Budapest., IEEE International Symposium on**, pp. 361–366, 1993.

GARNIER, H. e WANG, L. **Identification of Continuous-Time Models from Sampled**

Data. Advances in Industrial Control Series. Springer-Verlag London Limited, 2008. ISBN 9781848001619.

GOODWIN, G. e PAYNE, R. **Dynamic System Identification: Experiment Design and Data Analysis.** Mathematics in Science and Engineering Series. Acad. Press, 1977. ISBN 9780122897504.

HEATH, W. The variance of nonparametric errors-in-variables estimates. **Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on**, v. 54,1, 228–236, 2005.

HIBBELER, R. **Engineering mechanics: Dynamics.** Person, 2010.

HORAK, D.T. Experimental identification of modeling errors in dynamic systems. **American Control Conference**, pp. 1307–1312, 1988.

JOHNSON, C. Experimental identification of friction and its compensation in precise, position controlled mechanisms. **Industry Applications Society Annual Meeting, Conference Record of the 1991 IEEE**, v. 2, 1400–1406, 1991.

KALMAN, R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering**, v. 82, n. Series D, 35–45, 1960.

KATAYAMA, T. **Subspace Methods for System Identification.** Communications and Control Engineering. Springer, 2005. ISBN 9781852339814.

LJUNG, L. **Applied System Identification.** Prentice Hall, 1993. ISBN 978-0130792112.

LJUNG, L. **System Identification: Theory for the User.** Prentice Hall, 2 edition (January), 1999. ISBN 978-0136566953.

LJUNG, L. Identification for control: simple process models. **Decision and Control, Proceedings of the 41st IEEE Conference on**, v. 4, Dec 2002.

MOONEN, M.; DE MOOR, B.; VANDENBERGHE, L. e VANDEWALLE, J. On- and off-line identification of linear state-space models. **J. Control**, v. 49-1, 219–232, 1989.

NEMANI; RAVIKANTH, R. e BAMIEH., B. Identification of linear parametrically varying systems. **Proc. 34 IEEE conf. Decision and Control.**, pp. 2990–2995, Dec 1995.

PANASONIC. **Technical reference AC Servo Motor and Driver Minas A4.** *http://industrial.panasonic.com/ww/i_e/25000/fa_ctlg_acs_e/fa_ctlg_acs_e.html*, 2013.

PINTELON, R.; BARBÉ, K.; VANDERSTEEN, G. e J., S. Improved (non-)parametric identification of dynamics systems excited by periodic signals. **Mechanical systems and Signal Processing**, v. 25, 2683–2704, Nov 2011.

PINTELON, R. e ROLAIN, Y. AND VAN MOER, W. Probability density function for frequency response function measurements using periodic signals. **Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on**, v. 52,1, 61–68, 2003.

PINTELON, R. e SCHOUKENS, J. Measurement of frequency response functions using periodic excitations, corrupted by correlated input/output errors. **Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on**, v. 50-6, 1753–1760, 2001.

PINTELON, R. e SCHOUKENS, J. **System Identification: A Frequency Domain Approach.** Wiley, 2012. ISBN 9781118287392.

PINTELON, R.; SCHOUKENS, J.; VANDERSTEEN, G. e BARBÉ, K. Estimation of non-parametric noise and frf models for multivariable systems-part ii: Extensions, applications. **Mechanical systems and Signal Processing**, v. 24, 596–616, Avril 2010.

RW. **Technical specifications MK2.** *http://www.rwcouplings.com*, 2013.

SCHOUKENS, J. e PINTELON, R. **Identification of Linear Systems: A Practical Guideline to Accurate Modeling.** Pergamon Press, 1991. ISBN 9780080407340.

SCHOUKENS, J. e PINTELON, R. Identification: Why do we need it, how to use it? **Instrumentation and Measurement Technology Conference. IMTC/93. Conference Record., IEEE**, v. 31, 246–251, May 2010.

SCHOUKENS, J.; PINTELON, R. e ROLAIN, Y. **Mastering System Identification in 100 Exercises**. Wiley, 2012. ISBN 9781118218501.

SCHOUKENS, J.; PINTELON, R.; VANDERSTEEN, G. e GUILLAUME, P. Frequency-domain system identification using non-parametric noise models estimated from a small number of data sets. **Automatica**, v. 33 (6), 1073–1086, Jul 1997.

SCHULTZ, T.; SHEPLAK, M. e CATTAFESTA, L.N. Application of multivariate uncertainty analysis to frequency response function estimates. **Journal of Sound and Vibration**, v. 305 (1-2), 116–133, Agosto 2007.

SORENSEN, H. **Parameter estimation**. Marcel Dekker, 1980.

SWEVERS, J. Experimental identification of robot dynamics for control. **Robotics and Automation. Proceedings. ICRA '00. IEEE International Conference on**, v. 1, 241–246, Dec 2000.

VAN DEN HOF, P.; WAHLBERG, B. e WEILAND, S. **System Identification (SYSID '03): A Proceedings Volume from the 13th IFAC Symposium on System Identification, Rotterdam, the Netherlands, 27-29 August 2003**. Ipv - Ifac Proceedings Volume. Elsevier Science Limited, 2004. ISBN 9780080437095.

VAN-OVERSCHEE, P. e DE-MOOR, B. **Subspace Identification for Linear Systems**. Kluwer Academic Pub, 1996.

VERBOVEN, P.; PARLOO, E.; CAUBERGHE, P. e P., G. Improved modal parameter estimation for lowly damped systems using non-parametric exponential windowing techniques. **Mechanical systems and Signal Processing**, v. 19, 675–699, Jul 2005.

VIVAS, A. Experimental dynamic identification of a fully parallel robot. **Robotics and Automation. Proceedings. ICRA '03. IEEE International Conference on**, v. 3, 3278–3283, 2003.

YUAN, W. e KATUPITIYA, J. A time-domain grey-box system identification procedure for scale model helicopters. **The 2011 Australasian Conference on Robotics and Automation**, Dec 2011.

ZHU, Y. **Multivariable System Identification: For Process control**. Elsevier Science Limited, 2001. ISBN 9780080439853.

A Análise do ruído elétrico nas bancadas de vibração torcional

A.1 Preâmbulo

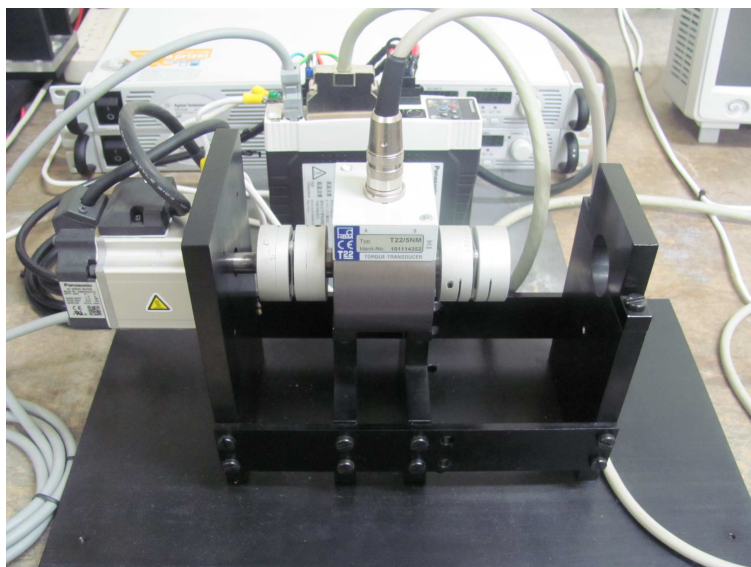


Figura A.1: Bancada de vibração torcional com torquímetro .

Nesta seção, serão apresentadas as relações de ruído nas medidas de instrumentação em duas bancadas. A primeira é a bancada de vibração torcional com torquímetro. A segunda bancada é chamada de bancada de vibração torcional que foi utilizada no Capítulo 3. A análise e o tratamento do ruído é uma importante parte do processo de identificação. O ruído, nos sistemas experimentais é considerado como perturbação de modo que a redução das perturbações dá maior confiabilidade nas medições. As duas bancadas compartilham o mesmo esquema de aterramento por tanto, se apresenta também nesta Seção, as informações relacionadas com as conexões elétricas e aterramento dos equipamentos. Para mostrar esses esquemas de aterramento e o tratamento do ruído nos sinais medidos escolhe-se a bancada de vibração torcional com torquímetro. Os aterramentos feitos na bancada de vibração torcional com torquímetro se mantem para a bancada de vibração torcional.

A.2 Configuração dos equipamentos para os experimentos

Servomotor O servomotor é da série **MINAS A4** modelo **MSMD022PU** da PANASONIC com torque nominal de $\pm 640 \times 10^{-3} N.m$. O servomotor é configurável usando

o software “PANATERM” com o qual se configuram os modos de operação do motor, sendo esses modos de operação: controle de velocidade, controle de posição e controle de torque. O servomotor é utilizado no modo de controle de torque. Neste modo o servomotor aplica no seu eixo um torque proporcional à tensão de entrada na referência. A tensão de referência é configurável no “PANATERM” entre a faixa de $\pm 10 V$. O servomotor pode aplicar por um período curto de tempo até 3 vezes o torque nominal ou seja $1920 \times 10^{-3} N.m$. Então escolhe-se no “PANATERM” para cada $1V$ na referência aplicar $640 \times 10^{-3} N.m$ no eixo do motor, sendo esse valor o torque de referência (T_{ref}). No modo de controle de torque o servo driver fornece medição do torque no eixo do motor (T_{tor}). O torque medido no servomotor é dado numa faixa de tensão de $\pm 10 V$. A relação empregada no “PANATERM” para a medição de torque é de $640 \times 10^{-3} N.m$ para cada $3 V$. O servo driver também fornece uma tensão relacionada com a medição da velocidade no eixo do motor (V_{sm}). A velocidade medida no servomotor é dada numa faixa de tensão de $\pm 10 V$. A relação empregada no “PANATERM” para a medição de velocidade é de $3000 rpm$ para cada $6 V$.

A.3 Conexão elétrica

Os equipamentos apresentados na Seção A.2 são conectados segundo as especificações técnicas dos manuais de cada equipamento. A conexão de instrumentação para o servomotor é montada com um fio do tipo par trançado de 6 pares, denominado “X5”. O cabo “X5” emprega um fio com blindagem modelo **UNITRONIC L1YCY (TP) 6×2×0.25 ROHS** da LAPP KABEL. A Figura A.2 apresenta o diagrama de conexão elétrica do “X5”. O torquímetro foi conectado segundo as especificações técnicas do manual de serviço. A conexão do instrumento emprega um fio de instrumentação com blindagem modelo **UNITRONIC L1YCY (TP) 3×2×0.25 ROHS** da LAPP KABEL.

A Figura A.3 apresenta o diagrama de conexão elétrica da bancada. Nesse diagrama constam uma fonte chaveada de $220 Vac$ para $24 Vdc$, um torquímetro, um servo drive, um osciloscópio e um gerador. Na prática, a fonte chaveada foi substituída por duas baterias seladas de $12V$ e $7A$. A substituição da fonte chaveada foi feita tendo em vista o nível de ruído elétrico inserido nos sinais medidos, devido às características próprias da fonte chaveada.

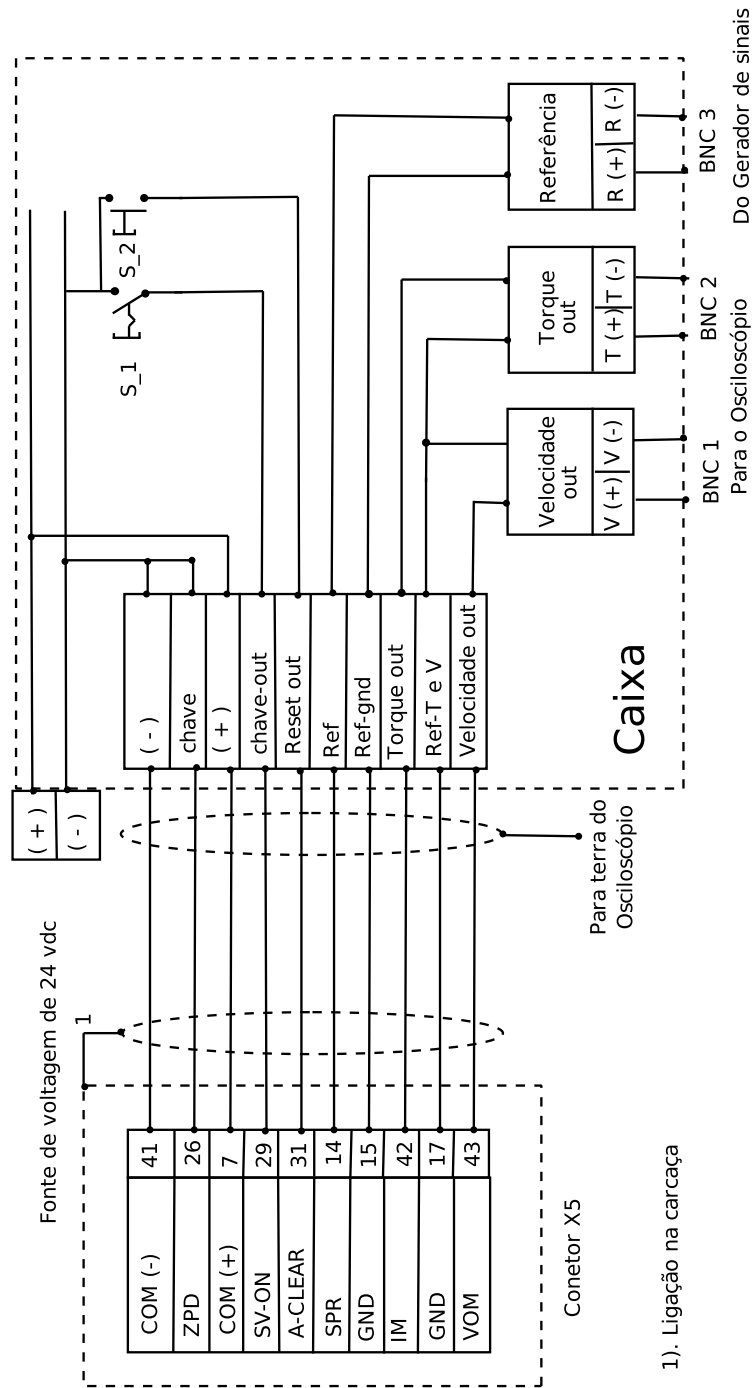
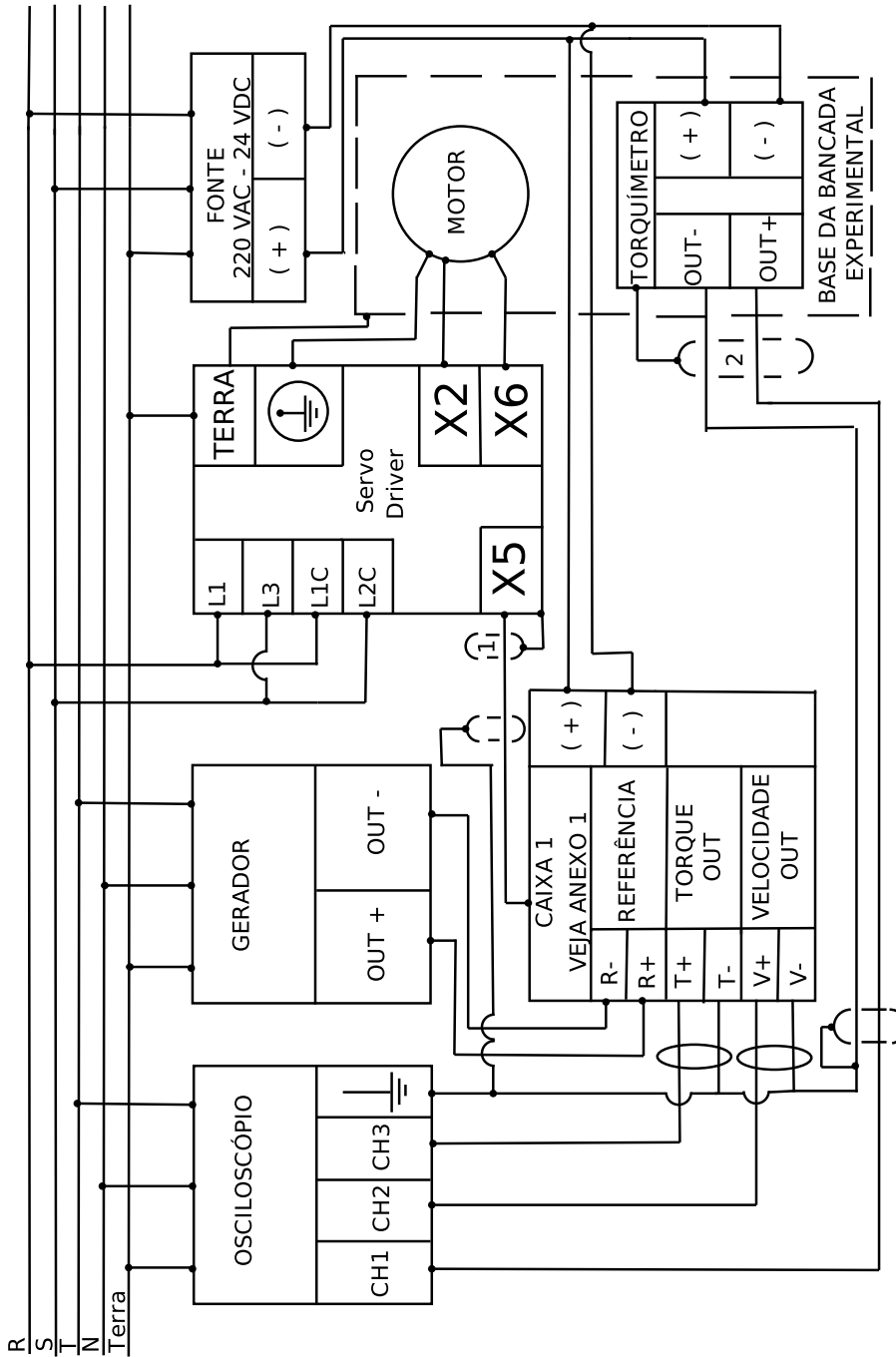


Figura A.2: Diagrama de conexão do fio de instrumentação do servomotor “X5”.



- 1). Parte final da malha ligada na carcaça do conector X5.
- 2). Parte final da malha ligada no pino M do conector do torquímetro.
O pino M não tem conectividade com o terra nem com outros pinos do conector do torquímetro.

Figura A.3: Diagrama de conexão elétrica da bancada e seu torquímetro.

A.3.1 Aterramento inicial

O aterramento inicial da bancada foi feito com fio flexível de $2,5\text{mm}$ de diâmetro. A conexão do fio de $2,5\text{mm}$ foi direto entre o pino “X7” do servo driver (“X7” é um pino de conexão à terra alocado no servo driver) e a terra alocada na tomada de distribuição de 220 Vac . Um outro fio de $2,5\text{mm}$ foi conectado entre a carcaça do motor e o pino “X6” do servo driver (“X6” é um pino de conexão com a terra alocado no servo driver). A conexão inicial apresentou níveis de ruído de $300 \times 10^{-3} V_{pp}$ (Volts pico a pico) nas medições dos sinais de torque e velocidade fornecidas pelo servo driver. O torque nominal é de $640 \times 10^{-3} V$. Portanto a relação de ruído no sinal de torque medido foi da ordem de 50%. Com a fonte chaveada o ruído foi de $500 \times 10^{-3} V$. De modo que a fonte chaveada foi substituída por duas baterias seladas de 12 Vdc e 7A . Além de retirar a fonte chaveada foram aterradas as blindagens do fio “X5” e do conector do torquímetro no extremo alocado na caixa de conexão da instrumentação. Em um extremo do fio “X5” a blindagem foi conectada ao conector de terra dos equipamentos de medida e o outro extremo da blindagem se conectou à terra (aterramento da rede elétrica) segundo a Figura A.3. O conector do torquímetro T22, foi aterrado junto com os instrumentos de medida, e o outro extremo da blindagem foi aterrado à carcaça do torquímetro segundo especificações do manual de montagem.

A.3.2 Aterramento final

No esquema de conexão novo se adicionou ao esquema de aterramento inicial uma chapa de ferro de $3 \times 3 \times 0,3 \times 10^{-2} m$. No esquema de conexão novo a chapa é conectada ao conector de terra da tomada de 220 Vac . A bancada de vibração torcional com Torquímetro é conectada ao servo driver no pino “X6”. A carcaça do motor é conectada com a chapa do aterramento. O esquema de aterramento novo foi testado com cabo de $2,5\text{ mm}$ e 6 mm nas linhas de conexão a terra. Os resultados desses testes são apresentados na Seção A.4 e A.5.

A.4 Análise do ruído na bancada de vibração torcional com Torquímetro

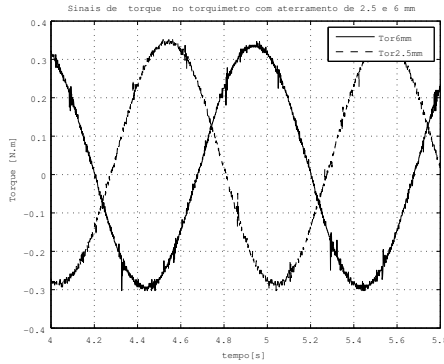
Nesta Seção se apresenta o tratamento do ruído no sinal medido de torque com o torquímetro e capturado com a dSPACE com frequência de amostragem de 1k Hz e 10KHz , assim como a comparação entre o aterramento dos equipamentos feito com fio de 6 mm e $2,5$

mm de diâmetro.

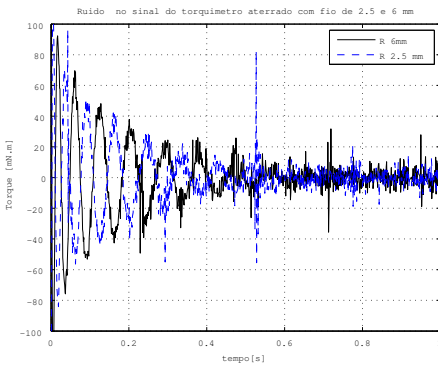
A.4.0.1 Comparação do ruído nos sinais medidos

Na subSeção A.3.2, apresentou-se o esquema final do aterramento. Foram testados dois tipos de fio para o esquema de aterramento final dos equipamentos. O primeiro tipo de fio é isolado de 6 *mm* de diâmetro. O segundo tipo de fio é isolado de 2,5 *mm* de diâmetro. Os testes e os resultados dos testes são apresentados nesta Seção. Para os testes de ruído nos sinais medidos, foi usado fio de aterramento de 6 *mm* e 2,5 *mm*. Nos sinais de excitação, foram usados sinais seno de amplitudes 1, 2, 3 *Vpp* e frequência de 1, 5, 10, 15 e 20 *Hz* (Os sinais seno escolhidos permitem uma mudança suave no sentido de giro do motor). Das medidas capturadas escolheu-se a medida do sinal de torque fornecido pelo torquímetro. Na Figura A.4, na parte A.4(a), se observa o sinal de torque medido no torquímetro, usando o esquema de aterramento da Seção A.3.2. O esquema de aterramento com fio de 6 *mm* de diâmetro se apresenta como (*Tor6mm*) e o esquema de aterramento com fio de 2,5 *mm* de diâmetro como (*Tor2,5mm*). Foi calculada a FFT dos sinais de torque capturados usando o comando “*FFT*” de Matlab. Na observação da FFT achou-se uma frequência de 6 *Hz* e amplitude de 128 *N.m* de origem desconhecido. Se implementa um filtro passa alta com frequência de corte em 6 *Hz*. Na figura A.4(b) observa-se o sinal de torque medido no torquímetro depois de se filtrar o sinal capturado. A filtragem do sinal de torque fornecido pelo torquímetro é feita com um filtro passa alta com frequência de corte de 6 *Hz* e 45 *dB* na faixa de rejeição.

Depois da filtragem se considera que o sinal na faixa de passo (acima de 6 *Hz*), corresponde com o ruído do sinal de torque medido. Assim, obtêm-se os valores da média quadrática *RMS* do ruído para cada caso de aterramento, ou seja o aterramento com usando fio de 2,5 mm e 6 *mm* de diâmetro. Obtendo-se como valores RMS : $20,45 \times 10^{-3}$ *N.m* de ruído no sinal de torque medido. O valor RMS é calculado quando é usado o aterramento com fio de 6 *mm* de diâmetro. E o valor RMS do ruído no sinal de torque medido é de $20,52 \times 10^{-3}$ *N.m* quando é usando aterramento com fio de 2,5 *mm* de diâmetro. Portanto, como o valor RMS calculado usando fio de de 6 *mm* de diâmetro no aterramento, é menor que o valor RMS calculado usando fio de 2,5 *mm* de diâmetro no aterramento, decidiu-se manter o aterramento com fio de 6 mm de diâmetro. Tendo sido escolhido o fio de 6 *mm*, decide-se conectar um capacitor de $0,1 \times 10^{-6}$ *F* em paralelo ao terminal de saída da medição de torque do torquímetro. O capacitor conectado em paralelo funciona como um filtro passa baixo passivo. Na figura A.5, na parte A.5(a), mostra-se a captura da medição do torque com



(a) Medida do Torque com fio de aterramento de 2.5 e 6 mm.

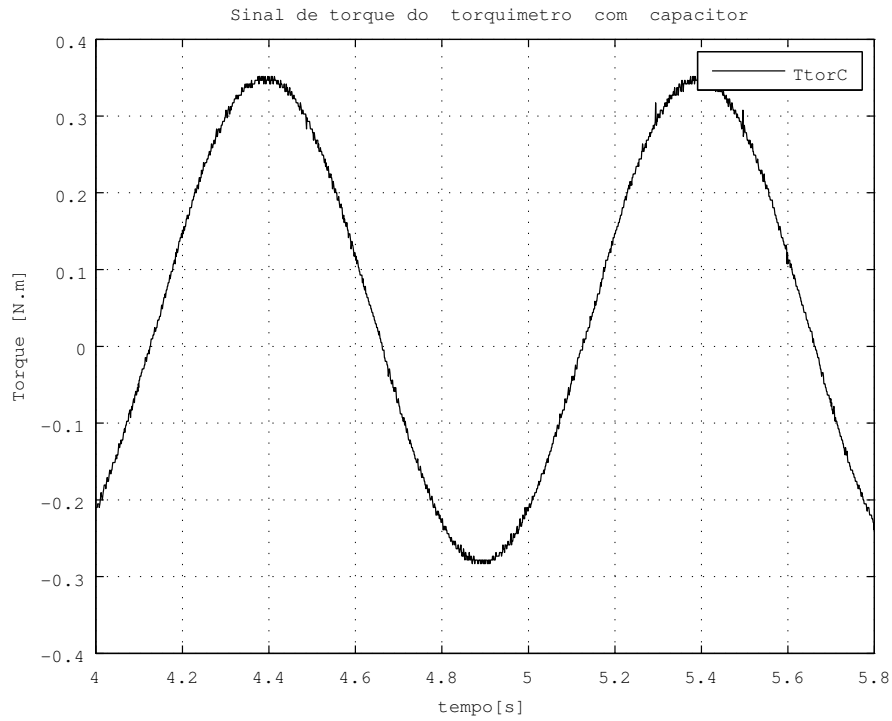


(b) Sinal de torque com filtro passa alta de frequência de corte em 6 Hz.

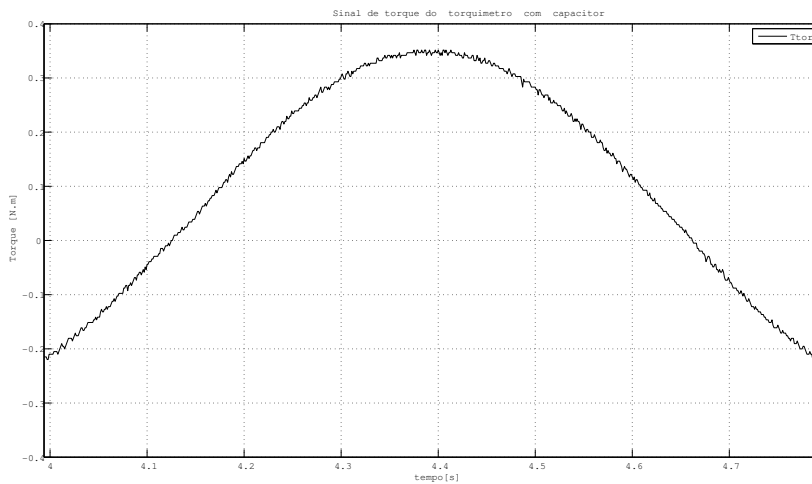
Figura A.4: Sinal de torque filtrado com passa alta de frequência de corte 6 Hz.

o torquímetro estando o capacitor conectado em paralelo à saída do sinal ($TtorC$). O sinal capturado do torquímetro e o sinal da referência, que é um torque aplicado no eixo do motor, o torque é do tipo seno, com amplitude de $640 \times 10^{-3} N.m$ valor pico a pico, e uma frequência de $1Hz$. Na Figura A.5(b) mostra-se o detalhe da captura do sinal de torque medido com o torquímetro e com o capacitor conectado em paralelo.

O filtro passa baixa passivo construído com o uso do capacitor foi simulado com frequências de corte de 60, 120, 240 Hz , porque o sistema de alimentação do motor é trifásico e se considera que o ruído elétrico pode estar relacionado com o motor. Cabe salientar que esses valores de frequência são escolhidos arbitrariamente, sendo necessário um estudo de repetibilidade dos experimentos em relação ao ruído apresentado nos sinais medidos de torque no torquímetro.



(a) Sinal de torque fornecido no torquímetro com capacitor em paralelo.



(b) Detalhe do sinal de torque medido no torquímetro.

Figura A.5: Sinal de torque medido no torquímetro com capacitor em paralelo.

A.5 Análise do ruído na bancada de vibração torcional

Na bancada de vibração torcional, o esquema do aterramento apresentado na Seção A.3.2 foi mantido. A fiação do aterramento de 6 *mm* de diâmetro também se mantém.

Além disso, a carcaça da bancada está aterrada na chapa de aterramento conexas com o servo driver. Na figura A.6 se mostra o sinal de torque e velocidade capturados do servomotor sem ser feita a conexão do capacitor em paralelo à saída de velocidade.

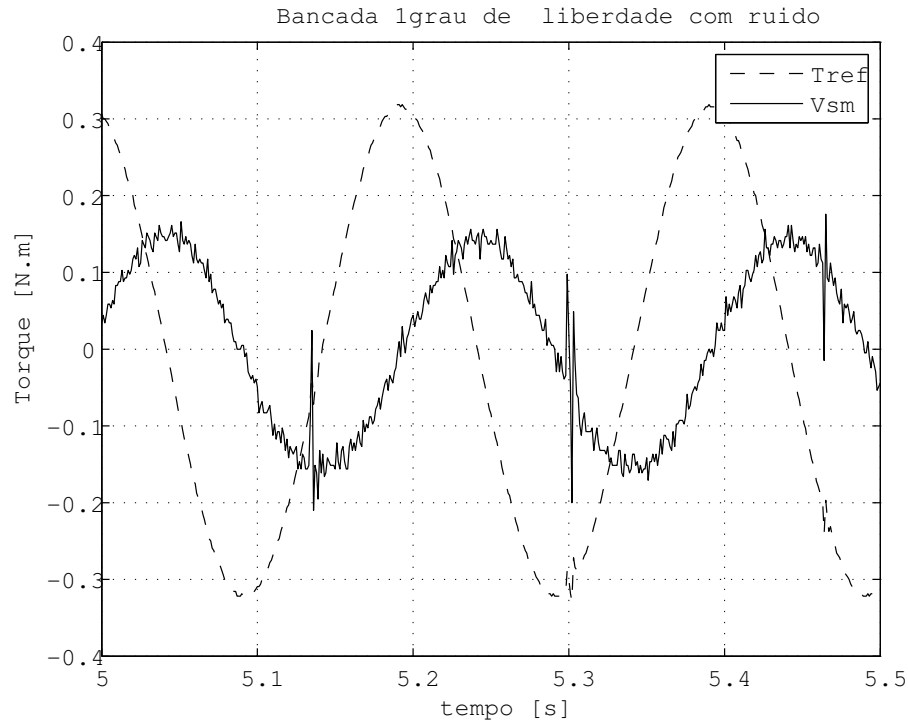


Figura A.6: Sinal de velocidade fornecido pelo servomotor.

Por fim, na Figura A.7 se mostra o sinal medido de velocidade fornecido pelo servomotor (V_{sm}), com capacitor em paralelo à conexão da saída do sinal. O capacitor tem um valor de $0,1 \times 10^{-6} F$. O capacitor é montado da mesma maneira que na Seção A.4.

A.6 Conclusão

Como foi apresentado na Seção A.3, se obteve uma redução do ruído na medição de $300 \times 10^{-3} V_{pp}$ que é equivalente a $192 \times 10^{-3} N.m$ para $0,32 \times 10^{-3} N.m$ tanto na bancada de vibração torcional de um grau de liberdade, como na bancada de vibração torcional de um grau de liberdade com torquímetro. Como foi apresentado nas seções A.3.1 e A.3.2, foi feita uma redução do ruído nos sinais de medição experimental de forma tal que se faz preciso aprofundar sobre as causas do ruído empregando testes de repetibilidade.

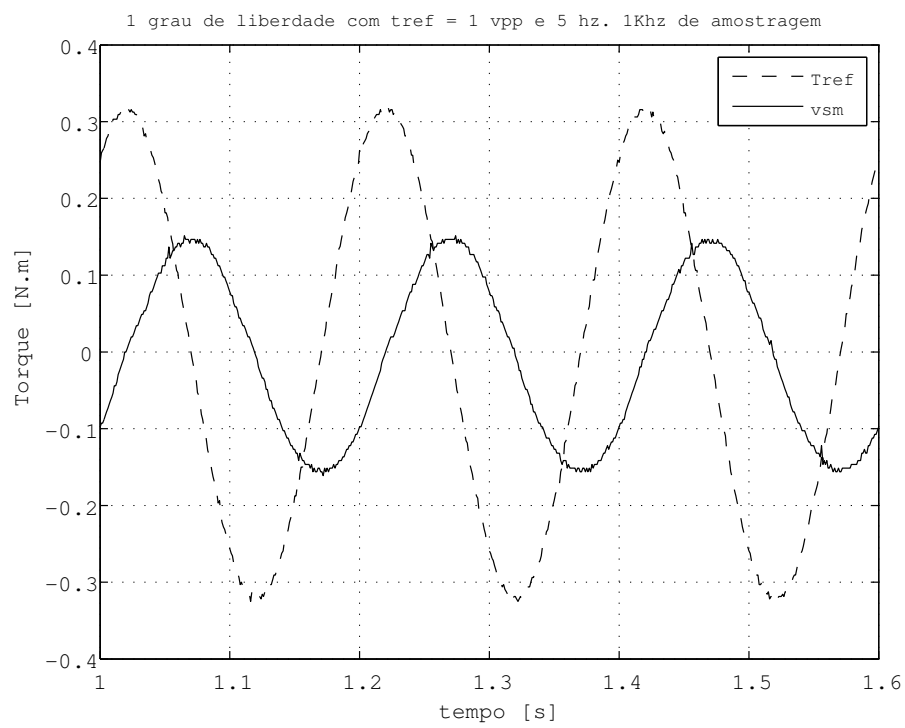


Figura A.7: Sinal de velocidade fornecido pelo servomotor com capacitor em paralelo.

B Identificação paramétrica da bancada na Configuração 2

B.1 Preâmbulo

São apresentados neste apêndice dois casos para a identificação da bancada de vibração torcional na configuração 2. O primeiro caso é uma extensão da identificação do sistema de um grau de liberdade do Capítulo 8. Neste caso, uma perturbação é inserida pelo segundo disco da bancada mostrada na Figura 3.1(a). O segundo caso é identificação paramétrica da bancada na configuração 2.

B.2 Caso 1

A Figura 4.1 do Capítulo 4 apresenta a mola que conecta os dois discos na configuração 2. Neste caso, a mola tem diâmetro de 6 *mm* e será considerada como tendo uma rigidez infinita.

A Figura B.1 mostra o diagrama esquemático da bancada considerado o efeito do disco dois como uma perturbação. O modelo analítico considerando o acoplamento como um corpo rígido mostrado na Seção 6.3.1 do Capítulo 8 é usado na identificação do caso 1.

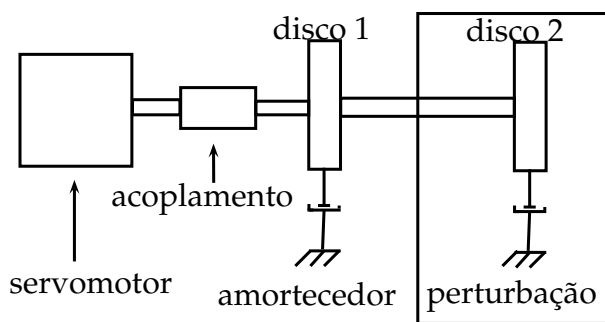


Figura B.1: Representação da bancada vibração torcional: caso 1.

Os sinais de excitação foram os mesmos usados na Seção 6.1.1 Os sinais observados nas Figuras B.2 e B.3 são os sinais medidos na bancada de vibração torcional na configuração 2 para o caso 1. Na Figura B.2 se observa a posição medida ($Enc1$).

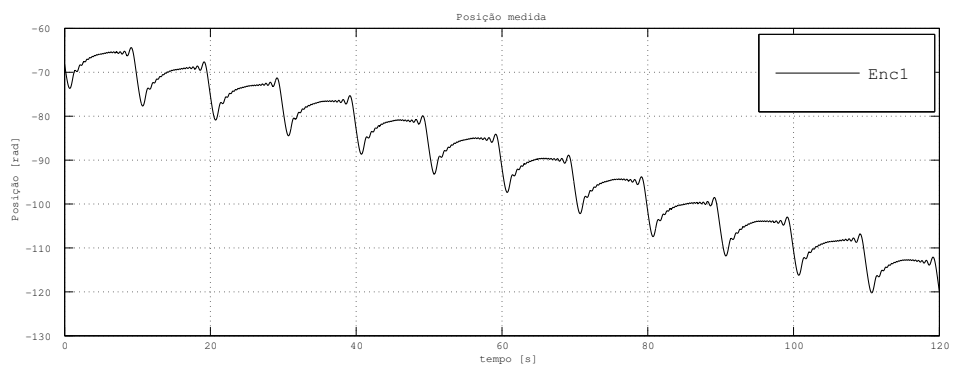
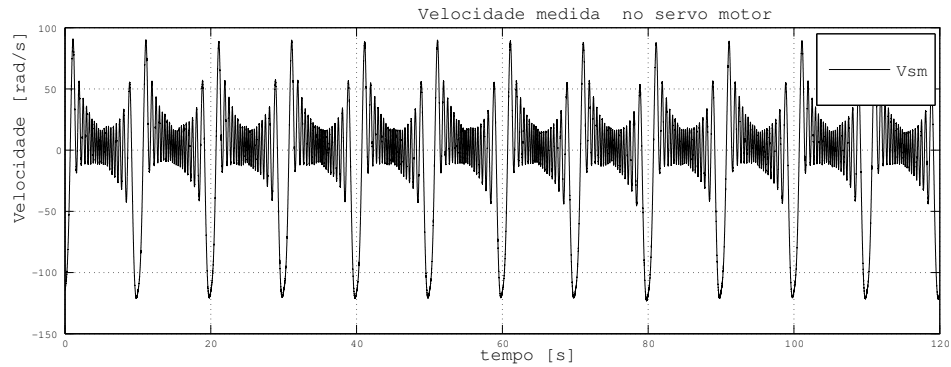
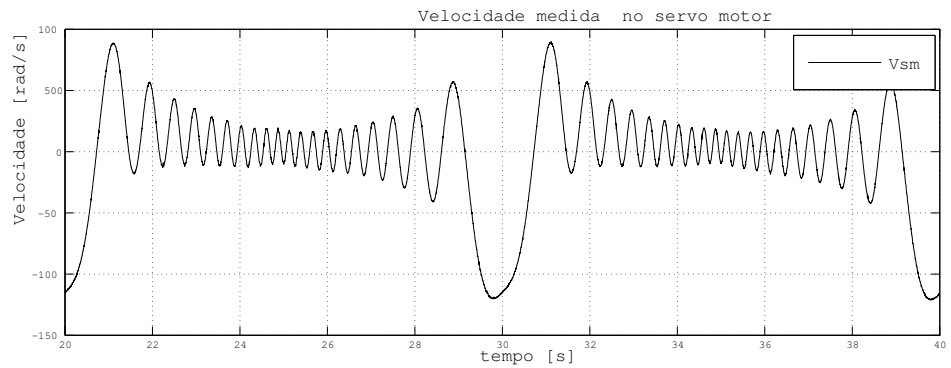


Figura B.2: Medição da posição fornecida pelo encoder incremental.

A Figura B.3 apresenta o sinal de velocidade (V_{sm}). A Figura B.3(b) mostra o detalhe do sinal de velocidade (V_{sm}).



(a) Resposta ao chirp em velocidade



(b) Detalhe da velocidade.

Figura B.3: Medição da Velocidade fornecida pelo servo driver.

Aplicando o processo da Seção 8.1.1.1 e tendo como parâmetros iniciais os valores da Tabela 8.12 o sistema é identificado. Os resultados estão apresentados nas Tabelas B.1 e B.2

Tabela B.1: Parâmetros estimados para o modelo da bancada de vibração torcional no caso 1.

| |
|---|
| Rigidez Infinita |
| $\hat{J}_{eq} = 2,5467 \times 10^{-4} kgm^2$ |
| $\hat{C} = 1,5168 \times 10^{-4} \frac{Nms}{rad}$ |

Tabela B.2: Funções de transferência dos modelos paramétricos identificados no caso 1.

| Variável | Função de transferência |
|------------|---|
| Posição | $\hat{H}_{(\theta,T)}(s) = \frac{5,551 \times 10^{-16}s + 3927}{s^2 + 0.5956s}$ |
| Velocidade | $\hat{H}_{(\dot{\theta},T)}(s) = \frac{3927}{s + 0.5956}$ |

B.2.1 Validação

A validação foi efetuada seguindo o processo apresentado na Seção 8.1.2. Os resultados estão apresentados na Tabela B.3 e na Figura B.4.

Tabela B.3: Ajuste das funções de transferência no caso 1.

| Variável | % de Ajuste |
|------------|-------------|
| Posição | 94,03 |
| Velocidade | 90,46 |

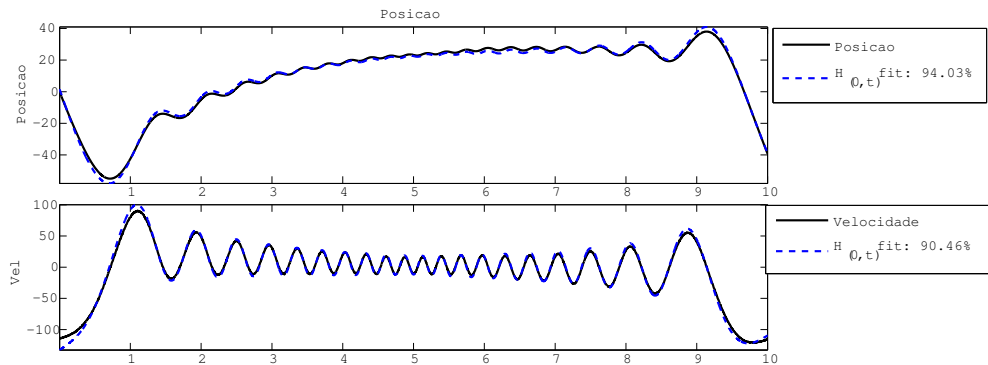


Figura B.4: Ajuste do modelo paramétrico identificado: caso 1.

B.3 Caso 2

O processo de identificação paramétrica da bancada de vibração torcional na configuração 2 segue o processo apresentado na Figura 8.1 do Capítulo 8.

B.3.1 Sinais usados na identificação

Com o sinal de excitação apresentado na Seção 6.1, foram adquiridos os sinais de: posição ($Enc1$), ($Enc2$) velocidade do disco 1 (Vsm) e ($Venc1$), velocidade do disco 2 ($Venc2$), torque de referência ($Tref$). As figuras dos sinais capturados não são apresentadas pela semelhança gráfica com as figuras mostradas na seção 6.1.2

B.3.1.1 Modelo analítico considerando o acoplamento rígido.

A Figura B.5 apresenta a representação esquemática da bancada de vibração torcional na configuração 2.

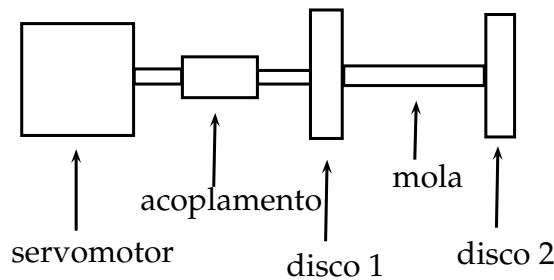


Figura B.5: Representação esquemática da bancada vibração torcional na configuração 2.

A Figura B.6 apresenta o diagrama de corpo livre a partir da representação esquemática da Figura B.5, onde o acoplamento é considerado como um corpo com rigidez infinita. Neste diagrama, $T(t)$ representa o torque aplicado no eixo do servomotor, J_{eq} uma inércia equivalente, que é igual à somatória da inércia do acoplamento J_1 e a inércia do disco J_2 , T_d representa o atrito no disco dado por $T_d = C\dot{\theta}(t)$ onde C é o coeficiente de amortecimento, k representa o coeficiente de rigidez e J_3 a inércia do disco dois.

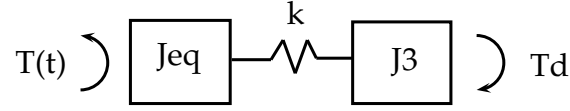


Figura B.6: Modelo da bancada na configuração 2 e considerando o acoplamento rígido.

Da Figura B.6, foram derivadas as equações de movimento mostradas na Equação (B.1).

$$\begin{aligned} J_{eq}\ddot{\theta}_{eq}(t) + C_1\dot{\theta}_{eq}(t) + k(\theta_{eq}(t) - \theta_3(t)) &= T(t) \\ J_3\ddot{\theta}_3(t) + C_2\dot{\theta}_3(t) - k(\theta_{eq}(t) - \theta_3(t)) &= 0 \end{aligned} \quad (B.1)$$

Na Equação (B.1), $\theta_{eq}(t)$ representa a posição do disco 1, $\dot{\theta}_{eq}(t)$ a velocidade do disco 1 e $\ddot{\theta}_{eq}(t)$ a aceleração do disco 1. Assim, $\theta_3(t)$ representa a posição do disco 2, $\dot{\theta}_3(t)$ a velocidade do disco 2 e $\ddot{\theta}_3(t)$ a aceleração do disco 2.

Fazendo a substituição $x_1 = \theta_{eq}(t)$, $x_2 = \theta_3(t)$, $x_3 = \dot{\theta}_{eq}(t)$ e $x_4 = \dot{\theta}_3(t)$ a Equação (B.1), pode ser representada na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= (T(t) - k(x_1 - x_2) - C_1x_3)/J_{eq} \\ \dot{x}_2 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= (k(x_1 - x_2) - C_2x_4)/J_3 \end{aligned} \quad (B.2)$$

B.3.1.2 Modelo analítico considerando o acoplamento flexível.

A Figura B.7 apresenta o diagrama de corpo livre a partir da representação esquemática da Figura B.5 considerado o acoplamento como um corpo com rigidez finita. Nesse diagrama, $T(t)$ representa o torque aplicado no eixo do servomotor, J_{eq} corresponde à soma da inércia do eixo do servomotor e a inércia do acoplamento, k_1 representa o coeficiente de rigidez do acoplamento. k_2 o coeficiente de rigidez da mola. Tem-se também T_{d1} , T_{d2} e T_{d3} com seus respectivos coeficiente de amortecimento C_1 , C_2 e C_3 que são expressados como $T_{d1} = C_1\dot{\theta}_{eq}(t)$, $T_{d2}(t) = C_2\dot{\theta}_2(t)$ e $T_{d3} = C_3\dot{\theta}_3(t)$ com $\dot{\theta}_{eq}(t)$ como a velocidade relacionada com o equivalente entre o eixo do servomotor e o acoplamento, $\dot{\theta}_2(t)$ a velocidade do disco 1 e $\dot{\theta}_3(t)$ a velocidade do disco 2.

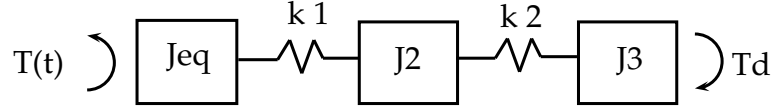


Figura B.7: Modelo da bancada na configuração 2 considerando o acoplamento flexível.

A equação de movimento para esse sistema é dado por:

$$\begin{aligned}
 J_{eq}\ddot{\theta}_{eq}(t) + C_1\dot{\theta}_{eq}(t) + k_1(\theta_{eq}(t) - \theta_2(t)) &= T(t) \\
 J_2\ddot{\theta}_2(t) + C_2\dot{\theta}_2(t) - k_1(\theta_{eq}(t) - \theta_2(t)) + k_2(\theta_2(t) - \theta_3(t)) &= 0 \\
 J_3\ddot{\theta}_3(t) + C_3\dot{\theta}_3(t) - k_2(\theta_2(t) - \theta_3(t)) &= 0
 \end{aligned} \tag{B.3}$$

Fazendo a substituição $x_1 = \theta_{eq}(t)$, $x_2 = \theta_2(t)$, $x_3 = \theta_3(t)$, $x_4 = \dot{\theta}_{eq}(t)$, $x_5 = \dot{\theta}_2(t)$ e $x_6 = \dot{\theta}_3(t)$ a Equação B.3 pode ser representada no espaço de estado:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= (T(t) + k_1(x_1 - x_2) - C_1x_4)/J_{eq} \\
 \dot{x}_2 &= x_5 \\
 \dot{x}_5 &= (-k_1(x_1 - x_2) - k_2(x_2 - x_3) - C_2x_5)/J_2 \\
 \dot{x}_3 &= x_6 \\
 \dot{x}_6 &= (k_2(x_2 - x_3) - C_3x_6)/J_3
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

B.3.2 Estimação paramétrica com corrente zero nos freios

B.3.2.1 Considerando o acoplamento como um corpo rígido

O primeiro passo na identificação é construir o vetor de dados z , usando os dados experimentais capturados e apresentados na Seção B.3.1.

Tendo o modelo analíticos da Seção B.3.1.1, se constrói a equação no espaço de estado inicial, chamada de m_i . Os parâmetros iniciais usados estão apresentados na Tabela B.4.

Tabela B.4: Parâmetros iniciais no caso 2

| Rigidez Infinita- parâmetros iniciais |
|--|
| $J_{eq} = 1,3569 \times 10^{-4} kgm^2$ |
| $J_3 = 1,34 \times 10^{-4} kgm^2$ |
| $C_1 = 3,525 \times 10^{-5} \frac{Nms}{rad}$ |
| $C_2 = 7,25 \times 10^{-6} \frac{Nms}{rad}$ |
| $k = 39 \frac{Nm}{rad}$ |

A equação no espaço de estado chamada de me determina os valores a estimar nas matrizes As e Bs usando o comando NaN para especificar o termo a estimar. Também foi usado o vetor de condições iniciais $X0s = [-38,462; -36,866; -162,7; -159,97]$ obtido dos dados experimentais medidos de velocidade e posição.

Assim, na identificação empregou-se a ferramenta computacional “toolbox” “IDENT” do Matlab com a seguinte configuração para as equações de estado mi e me:

Modelo inicial: mi

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k/J_{eq} & k/J_{eq} & -c1/J_{eq} & 0 \\ k/J_3 & -k/J_3 & 0 & -c2/J_3 \end{bmatrix} \\
 B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/J_{eq} \\ 0 \end{bmatrix} \\
 C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 D &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

Modelo a estimar: me NaN corresponde com o parâmetro a estimar.

$$\begin{aligned}
 A_s &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k/J_{eq} & k/J_{eq} & NaN & 0 \\ NaN & NaN & 0 & NaN \end{bmatrix} \\
 B_s &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/J_{eq} \\ 0 \end{bmatrix} \\
 C_s &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 D_s &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 K_s &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 X0_s &= \begin{bmatrix} x_0 \\ x_0 \\ x_0 \\ x_0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

Tendo as Equações de estado (8.7) e (8.9), é aplicado o processo mostrado na Seção 8.1.1.1 e estimados os valores de inercia, rigidez e amortecimento

Tabela B.5: Parâmetros estimados para o caso 2

| Rigidez Infinita |
|--|
| $\hat{J}_{eq} = 1,9616 \times 10^{-4} kgm^2$ |
| $\hat{J}_2 = 9,9683 \times 10^{-5} kgm^2$ |
| $\hat{C}_1 = 1,0000 \times 10^{-3} \frac{Nm}{rad}$ |
| $\hat{C}_2 = 1,1000 \times 10^{-3} \frac{Nm}{rad}$ |
| $\hat{k} = 3,7921 \frac{Nm}{rad}$ |

| Variável | Função de transferência |
|--------------------------|---|
| Posição _{d1} | $\hat{H}_{(\theta,T)}(s) = \frac{-1,243 \times 10^{-14}s^3 + 5098s^2 + 5,782 \times 10^4s + 1,939 \times 10^8}{s^4 + 6,235s^3 + 5,732 \times 10^4s^2 + 2,496 \times 10^4s + 1054}$ |
| Velocidade _{d1} | $\hat{H}_{(\dot{\theta},T)}(s) = \frac{5098s^3 + 5.782e04s^2 + 1.939e08s + 4.044e-05}{s^4 + 6,235s^3 + 5,732 \times 10^4s^2 + 2,496 \times 10^4s + 1054}$ |
| Posição _{d2} | $\hat{H}_{(\theta,T)}(s) = \frac{-8,082 \times 10^{-14}s^3 - 7,276 \times 10^{-12}s^2 - 2,023 \times 10^{-9}s + 1,939 \times 10^8}{s^4 + 6,235s^3 + 5,732 \times 10^4s^2 + 2,496 \times 10^4s + 1054}$ |
| Velocidade _{d2} | $\hat{H}_{(\dot{\theta},T)}(s) = \frac{2,691 \times 10^{-13}s^3 - 1,382 \times 10^{-10}s^2 + 1,939 \times 10^8s + 2,848 \times 10^{-6}}{s^4 + 6,235s^3 + 5,732 \times 10^4s^2 + 2,496 \times 10^4s + 1054}$ |

Tabela B.6: Funções de transferência para o caso 2.

B.3.2.2 Validação

O ajuste obtido para essa identificação está apresentado na Tabela B.7 e na Figura B.8

Tabela B.7: Ajuste das funções de transferência dos modelos paramétricos identificados para o caso 2.

| Variável | % de Ajuste |
|--------------------------|-------------|
| Posição _{d1} | 95,54 |
| Velocidade _{d1} | 92,04 |
| Posição _{d2} | 95,5 |
| Velocidade _{d2} | 91,97 |

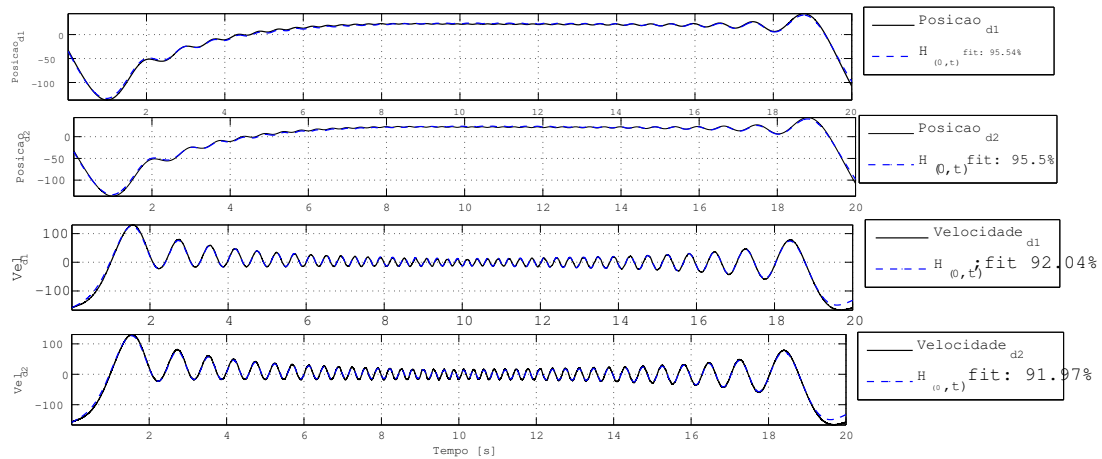


Figura B.8: Ajuste do modelo paramétrico identificado da bancada para o caso 2.

B.3.2.3 Considerando o acoplamento como um corpo flexível

O primeiro passo na identificação é construir o vetor de dados z , usando os dados experimentais medidos na Seção B.3.1.

Tendo o modelo analíticos da Seção B.3.1.1, se constrói a equação no espaço de estado inicial, chamada de mi . Os parâmetros iniciais estão apresentados na Tabela B.8.

Tabela B.8: Parâmetros iniciais no caso 2

| Rigidez Infinita- parâmetros iniciais |
|---|
| $J_{eq} = 1,8028 \times 10^{-6} kgm^2$ |
| $J_2 = 1,4219 \times 10^{-4} kgm^2$ |
| $J_3 = 1,4219 \times 10^{-4} kgm^2$ |
| $C_1 = 1,5385 \times 10^{-5} \frac{Nms}{rad}$ |
| $C_2 = 6,1539 \times 10^{-5} \frac{Nms}{rad}$ |
| $C_3 = 1,5911 \times 10^{-5} \frac{Nms}{rad}$ |
| $k_1 = 1,7731 \frac{Nm}{rad}$ |
| $k_2 = 127,33 \frac{Nm}{rad}$ |

A equação no espaço de estado chamada de me determina os valores a estimar nas matrizes As e Bs usando o comando NaN para especificar o termo a estimar. O vetor de condições iniciais $X0s = [70; 70; 70; -146; -146; -146]$ obtido dos dados experimentais de velocidade e posição.

Assim, na identificação empregou-se a ferramenta computacional “toolbox” “IDENT” do Matlab com a seguinte configuração para as equações de estado mi e me :

Modelo inicial: mi

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_1/J_{eq} & k_1/J_{eq} & 0 & -C_1/J_{eq} & 0 & 0 \\ k_1/J_2 & -(k_1 + k_2)/J_2 & k_2/J_2 & 0 & -C_2/J_2 & 0 \\ 0 & k_2/J_3 & -k_2/J_3 & 0 & 0 & -C_3/J_3 \end{bmatrix} \\
 B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/J_{eq} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 D &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{B.7}$$

Modelo a estimar: me NaN corresponde com o parâmetro a estimar.

$$\begin{aligned}
 A_s &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ NaN & NaN & 0 & NaN & 0 & 0 \\ NaN & NaN & k_2/J_2 & 0 & NaN & 0 \\ 0 & k_2/J_3 & -k_2/J_3 & 0 & 0 & NaN \end{bmatrix} \\
 B_s &= [0, 0, 0, Na, 0, 0]' \\
 C_s &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 D_s &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]' \\
 K_s &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 X0_s &= [x_0 \ x_0 \ x_0 \ x_0 \ x_0 \ x_0]'
 \end{aligned} \tag{B.8}$$

Tendo as Equações de estado (8.7) e (8.9), é aplicado o processo mostrado na Seção 8.1.1.1 e estimados os valores de inercia, rigidez e amortecimento

Tabela B.9: Parâmetros estimados para o caso 2

| Rigidez Infinita |
|---|
| $\hat{J}_{eq} = 1,9366 \times 10^{-6} kgm^2$ |
| $\hat{J}_2 = 2,9671 \times 10^{-4} kgm^2$ |
| $\hat{J}_3 = 3,7620 \times 10^{-6} kgm^2$ |
| $\hat{C}_1 = 3,210 \times 10^{-5} \frac{Nms}{rad}$ |
| $\hat{C}_2 = 1.2842 \times 10^{-4} \frac{Nms}{rad}$ |
| $\hat{C}_3 = 3,3202 \times 10^{-5} \frac{Nms}{rad}$ |
| $\hat{k}_1 = 265,7047 \frac{Nm}{rad}$ |
| $\hat{k}_2 = 3,7 \frac{Nm}{rad}$ |

Tabela B.10: Funções de transferência para o caso 2.

| Variável | Função de transferência |
|--------------------------|--|
| Posição _e | $\hat{H}_{(\theta,T)}(s) = \frac{-5,862 \times 10^{-13}s^5 + 5,164 \times 10^5s^4 + 2,418 \times 10^5s^3 + 4,599 \times 10^{11}s^2 \dots - 2,122 \times 10^{11}s + 5,574 \times 10^{15}}{s^6 + 29,69s^5 + 7,155 \times 10^7s^4 + 5,87 \times 10^7s^3 + 1,773 \times 10^{12}s^2 + 7,281 \times 10^{11}s + 3,542 \times 10^{10}}$ |
| Velocidade _e | $\hat{H}_{(\dot{\theta},T)}(s) = \frac{5,164 \times 10^5s^5 + 2,418 \times 10^5s^4 + 4,599 \times 10^{11}s^3 - 2,122 \times 10^{11}s^2 + 5,574 \times 10^{15}s \dots - 1,661 \times 10^4}{s^6 + 29,69s^5 + 7,155 \times 10^7s^4 + 5,87 \times 10^7s^3 + 1,773 \times 10^{12}s^2 + 7,281 \times 10^{11}s + 3,542 \times 10^{10}}$ |
| Posição _{d1} | $\hat{H}_{(\theta,T)}(s) = \frac{6,004 \times 10^{-13}s^5 + 4,52 \times 10^{-5}s^3 + 4,47 \times 10^{11}s^2 - 2,152 \times 10^{11}s + 5,574 \times 10^{15}}{s^6 + 29,69s^5 + 7,155 \times 10^7s^4 + 5,87 \times 10^7s^3 + 1,773 \times 10^{12}s^2 + 7,281 \times 10^{11}s + 3,542 \times 10^{10}}$ |
| Velocidade _{d1} | $\hat{H}_{(\dot{\theta},T)}(s) = \frac{-5,109 \times 10^{-12}s^5 + 1,043 \times 10^{-7}s^4 + 4,47 \times 10^{11}s^3 - 2,152 \times 10^{11}s^2 + 5,574 \times 10^{15}s - 1482}{s^6 + 29,69s^5 + 7,155 \times 10^7s^4 + 5,87 \times 10^7s^3 + 1,773 \times 10^{12}s^2 + 7,281 \times 10^{11}s + 3,542 \times 10^{10}}$ |
| Posição _{d2} | $\hat{H}_{(\theta,T)}(s) = \frac{6,715 \times 10^{-13}s^5 + 1,49 \times 10^{-8}s^4 + 3,83 \times 10^{-5}s^3 - 0,006592s^2 + 0,3597s + 5,574 \times 10^{15}}{s^6 + 29,69s^5 + 7,155 \times 10^7s^4 + 5,87 \times 10^7s^3 + 1,773 \times 10^{12}s^2 + 7,281 \times 10^{11}s + 3,542 \times 10^{10}}$ |
| Velocidade _{d2} | $\hat{H}_{(\dot{\theta},T)}(s) = \frac{5,826 \times 10^{-13}s^5 - 7,51 \times 10^{-8}s^4 + 6,049 \times 10^{-5}s^3 + 0,005127s^2 + 5,574 \times 10^{15}s + 7,41}{s^6 + 29,69s^5 + 7,155 \times 10^7s^4 + 5,87 \times 10^7s^3 + 1,773 \times 10^{12}s^2 + 7,281 \times 10^{11}s + 3,542 \times 10^{10}}$ |

B.3.2.4 Validação

Os resultados estão apresentados na Tabela B.11 e na Figura B.9

Tabela B.11: Ajuste das funções de transferência dos modelos paramétricos identificados para o caso 2.

| Variável | % de Ajuste |
|--------------------------|-------------|
| Posição _{d1} | 93,04 |
| Velocidade _{d1} | 91,16 |
| Posição _{d2} | 92,98 |
| Velocidade _{d2} | 90,44 |

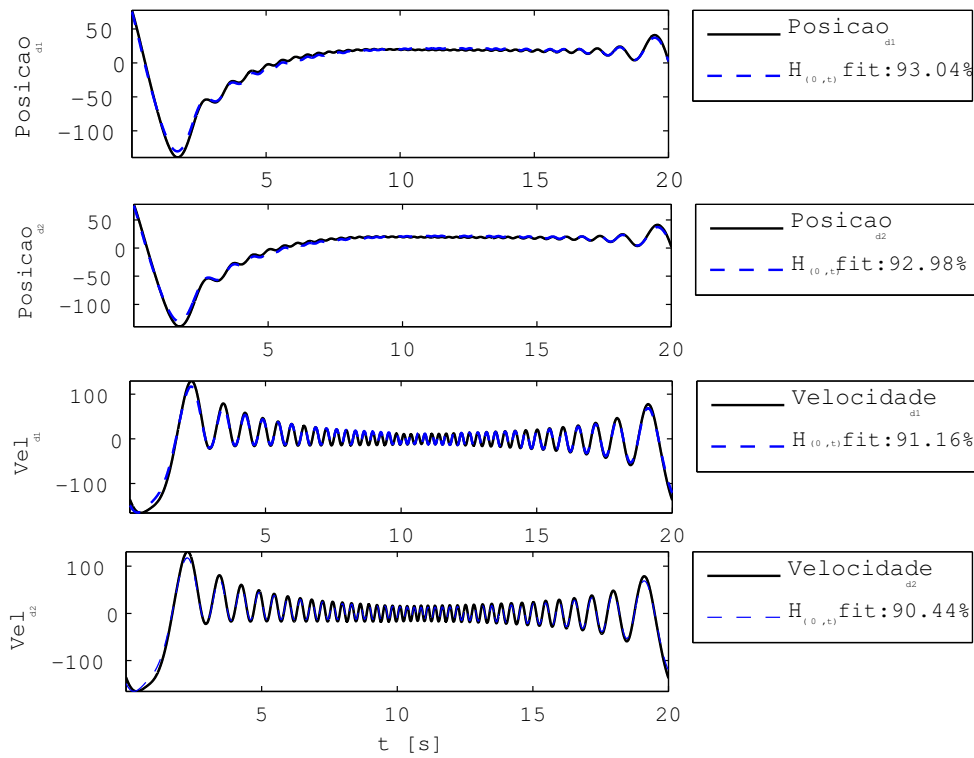


Figura B.9: Ajuste do modelo paramétrico identificado da bancada para o caso 2.

C Estimador de FRF H_1 e H_2

```
Suy=zeros(1, M);
    Syy= Suy ;
    Suu= Suy;
    Syu= Suy;
for b=1:nb
    h=hanning(M);
    Y=1/N*fft(h'.*yt((b-1)*M+1:b*M));
    U=1/N*fft(h'.*u((b-1)*M+1:b*M));
    Suy= Suy + U.*conj(Y);
    Syy= Syy + Y.*conj(Y);
    Suu= Suu + U.*conj(U);
    Syu= Syu + Y.*conj(U);
end f1=(0:M-1)./max(t(1:M)); w1=2*pi*f1; Guy=Suy(1:M); Gyy=Syy(1:M);
    Guu=Suu(1:M); Gyu=Syu(1:M); H1=Gyu./Guu; H2=Gyy./Guy;
```